

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Βέλτιστη ανάθεση ευέλικτου προσωπικού σε συστήματα  
εξυπηρέτησης δύο σταδίων**

**ΜΠΕΧΛΙΒΑΝΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

**Βόλος 2017**

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Παντελής Δημήτρης  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Λυμπερόπουλος Γιώργος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Κοζανίδης Γιώργος  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, αναπληρωτή καθηγητή κ. Παντελή Δημήτρη, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Λυμπερόπουλο Γιώργο και επίκουρο καθηγητή κ. Κοζανίδη Γιώργο. Τελικώς θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αγάπη και στήριξη της όλα αυτά τα χρόνια.

Μπεχλιβάνης Αντώνης

## Περίληψη

Η παρούσα εργασία διερευνά την επίδραση της βέλτιστης χρήσης ευέλικτου (ευέλικτα εκπαιδευμένου) προσωπικού ως προς την ενίσχυση σταθμών εξυπηρέτησης σε μια γραμμή παραγωγής δύο σταδίων. Θεωρούμε ένα πρόβλημα διακριτού χρόνου δίχως αφίξεις, όπου ανάλογα με το φορτίο εργασιών σε κάθε σταθμό εργασίας αναλαμβάνουμε να καταναείμουμε βέλτιστα το ευέλικτο προσωπικό στους σταθμούς εργασίας έτσι ώστε να επιτευχθεί ελάχιστο κόστος εξυπηρέτησης. Το μοντέλο του προβλήματος συνίσταται από συναρτήσεις κόστους οι οποίες αποτελούν τις σχέσεις μετάβασης του συστήματος από μια κατάσταση φόρτου εργασίας σε μια άλλη. Αυτές οι σχέσεις με τη σειρά τους δομούν τον αναδρομικό αλγόριθμο που επιλύουμε με την μέθοδο δυναμικού προγραμματισμού, έτσι ώστε με το εκάστοτε φορτίο εργασίας των σταθμών να καταλήγουμε στη βέλτιστη, από άποψη κόστους, κατανομή του ευέλικτου προσωπικού. Μέσα από την επίλυση αυτού του μοντέλου βλέπουμε τις επιδράσεις του ευέλικτου προσωπικού στην βελτίωση του κόστους εξυπηρέτησης σε εφάμιλλες δομές, διαμορφώνουμε βέλτιστες πολιτικές, εξετάζοντας μεταβολές σε παραμέτρους του συστήματος και διαμορφώνοντας τελικά ένα φάσμα βέλτιστων επιλογών ανάθεσης του ευέλικτου προσωπικού με ελάχιστο κόστος για κάθε περίπτωση συστήματος. Στην εργασία εξετάζονται και ειδικές περιπτώσεις όπου το ευέλικτο προσωπικό μπορεί να εργάζεται μόνο σε ένα σταθμό.

## Abstract

This paper explores the impact of the optimal use of flexibly trained personnel in order to enhance service stations in a two-stage production line. We consider a problem of discrete time without arrivals, in which, depending on the workload in each workstation, we are able to optimally distribute flexible staff to workstations so as to achieve a minimum service cost. The model of the problem consists of cost functions are essentially the transition functions between the system workload statuses. These functions in turn construct the retrospective algorithm that we solve with the dynamic programming method so that with a given workload of each station we reach the optimal allocation of flexible staff, cost-wise. By solving this model, we see the effects of flexible staff on improving service costs in matching structures, we develop optimal policies, examining changes in system parameters, and finally shaping a range of optimal allocation options for flexible staff at minimal cost for every system variation. Special cases where the flexible staff can only work at one station are also considered in this study.

# Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 <sup>ο</sup> ΕΥΕΛΙΚΤΟ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ.....	6
1.1 Ευελιξία Παραγωγής.....	7
1.2 Ευελιξία Εργατικού δυναμικού.....	7
1.3 Στρατηγικοί στόχοι πολλαπλής κατάρτισης.....	10
1.4 Αρχιτεκτονική Ευελιξίας Εργατικού Δυναμικού.....	11
1.5 Δομές συντονισμού εργατικού δυναμικού.....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 <sup>ο</sup> ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ.....	14
2.1 Γενικά.....	14
2.2 Χαρακτηριστικά προβλημάτων ΔΠ .....	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 <sup>ο</sup> ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.....	17
3.1 Περιγραφή προβλήματος.....	18
3.2 Εξισώσεις Κόστους.....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 <sup>ο</sup> (ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) .....	23
4.1 Αρχικές Συνθήκες.....	24
4.2 Γενική περίπτωση.....	24
4.2 Ειδικός περιορισμός στον 1 <sup>ο</sup> .....	32
4.3 Ειδικός περιορισμός στον 2 <sup>ο</sup> .....	37
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ & ΠΗΓΕΣ.....	42
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	43
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	48
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	52

**Θεωρητικό Μέρος**  
**Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> Ευέλικτο Προσωπικό**

## 1.1 Ευελιξία Παραγωγής

Ο παγκόσμιος ανταγωνισμός μέσα από τις διαστάσεις του κόστους, της ποιότητας, του χρόνου παράδοσης και τις ποικιλίες προϊόντων έχει δημιουργήσει ένα πλαίσιο ανάπτυξης στρατηγικών μοντέλων και υπηρεσιών στην παραγωγή και την παράδοση που ως απότοκο έχουν την αποτελεσματική προσαρμογή των άνω διαστάσεων στις ιδιαίτερες ανάγκες των πελατών μιας επιχείρησης. Η ικανότητα να επιτευχθεί αυτό το αυξημένο επίπεδο αποδοτικότητας και ευελιξίας, παράλληλα με την επίτευξη των στόχων ως προς την ποιότητα και την εξυπηρέτηση των πελατών, ονομάζεται ευελιξία της παραγωγής. Η ευελιξία παραγωγής εμπεριέχει πτυχές που αφορούν τις δομές διοίκησης, τις σχέσεις στο περιβάλλον της επιχείρησης (εταίροι-διαχείριση αλυσίδας προμηθειών), την ευελιξία πόρων και υποδομών (πχ. μηχανήματα, τοποθεσίες) και τέλος την πτυχή με την οποία θα ασχοληθούμε στην παρούσα μελέτη, την ευελιξία εργατικού δυναμικού.

## 1.2 Ευελιξία Εργατικού Δυναμικού

Η έννοια της ευελιξίας του εργατικού δυναμικού εμπεριέχει πτυχές όπως η χρήση των περιστασιακών και προσωρινών εργαζομένων (Milner και Pinker, 2001, Pinker και Larson, 2002), ευέλικτες ώρες εργασίας (συμπεριλαμβανομένων ετήσια ωράρια εργασίας ή ρεπό σε αντάλλαγμα για εθελοντικές υπερωρίες), την κατάρτιση των εργαζομένων σε ένα εύρος δεξιοτήτων και τη χρήση των ευέλικτα-εκπαιδευμένων εργαζομένων με αποτελεσματικούς μηχανισμούς συντονισμού. Για τις ανάγκες αυτής της μελέτης η έννοια της ευέλικτης εκπαίδευσης θα συμπίπτει με αυτήν της πολλαπλής κατάρτισης.

Η ικανότητα ευελιξίας μέσω των ευέλικτα εκπαιδευμένων εργαζόμενων έγκειται στο ότι μπορούν να μεταβούν στο σημείο όπου χρειάζονται, όταν τους χρειάζονται. Ως εκ τούτου, το ευέλικτα-εκπαιδευμένο δυναμικό θα είναι σε θέση να επιτύχει μια υψηλότερη απόδοση (ή την ίδια απόδοση με μικρότερο εργατικό δυναμικό ή κόστος) από εξειδικευμένους εργαζόμενους. Επίσης οι πολιτικές που αφορούν τις αρχιτεκτονικές ευελιξίας εργατικού δυναμικού μπορούν επίσης να παρέχουν μια σειρά από οφέλη αποτελεσματικότητας όχι μόνο βραχυπρόθεσμα, αλλά και σε μακροπρόθεσμη βάση όπως είναι η βελτίωση της ποιότητας, η επιτάχυνση της καμπύλης-μάθησης, η καλύτερη εξυπηρέτηση των πελατών ή και μια βελτιωμένη συνολικά οργανωτική κουλτούρα. Για βιομηχανίες όπως είναι ένα τηλεφωνικό κέντρο, η ευέλικτη εκπαίδευση είναι κρίσιμη απόφαση τόσο για την ποιότητα των υπηρεσιών όσο και για το κέρδος. Ανιχνεύοντας λοιπόν τα κεντρικά ζητήματα και τις στοχεύσεις σε κάθε ξεχωριστή βιομηχανία-επιχείρηση προκύπτει η ανάγκη ενός πλαισίου οργανωτικής πολιτικής σχετικά με την οποία θα γίνει η κατάλληλη αξιολόγηση για ευέλικτη κατανομή προσωπικού. Ένα πρακτικό πλαίσιο για αξιολόγηση ευέλικτου προσωπικού AWE (agile workforce evaluation) προκύπτει αφού πρώτα εισάγουμε όρους και έννοιες για την κατανόηση του ρόλου της ευέλικτης εκπαίδευσης. Επίσης, πρέπει να παρουσιάσουμε ένα εννοιολογικό πλαίσιο για τη στρατηγική αξιολόγηση του ρόλου της πολλαπλής κατάρτισης των εργαζομένων στην οργάνωση. Τρίτον, πρέπει να προτείνουμε ένα μοντέλο για να κατανοήσουμε τα βασικά συστατικά των

αρχιτεκτονικών ευελιξίας του εργατικού δυναμικού. Τέταρτον, ως βοήθημα για το σχεδιασμό του συστήματος, αναπτύσσουμε ένα πλαίσιο για να εντοπίσει και να περιγράψει το βασικούς παράγοντες του συστήματος που επηρεάζουν τον τρόπο που η ευέλικτη εκπαίδευση μπορεί να εφαρμόζεται σε ένα συγκεκριμένο περιβάλλον.

Το πλαίσιο αξιολόγησης μας βασίζεται στην άποψη ότι όλη η παραγωγή-εργασία που γίνεται σε οποιοδήποτε παραγωγικό ή υπηρεσιακό περιβάλλον μπορεί να αναλυθεί σε καθήκοντα (tasks). Για να οριστεί ένα καθήκον (task), πρέπει πρώτα να προσδιοριστούν τα συστατικά του στοιχεία (elements), τα οποία είναι:

**1.Εργασία (labor)**

**2.Οντότητες (entities)**

**3.Πηγές (resources)**

**Η Εργασία (labor)** αναφέρεται στους εργαζομένους κάθε είδους που εκπληρώνουν καθήκοντα (tasks) (π.χ., φορείς, επόπτες και προσωπικό υποστήριξης). **Μια οντότητα** αναφέρεται στην έξοδο που το σύστημα «παράγει» ανάλογα με τη φύση της παραγωγής. Στη βιομηχανία, συχνά αναφερόμαστε σε μια οντότητα (entity) ως δουλειά (job), σε ένα τηλεφωνικό κέντρο / υπηρεσία μια οντότητα αναφέρεται συχνά σε έναν πελάτη, και στην ιατρική περίθαλψη συνήθως αναφέρεται σε ένα ασθενή. **Τα καθήκοντα (tasks)** πραγματοποιούνται σε οντότητες (entities) για να τις μετατρέψουν μέσω διαφόρων φάσεων από ακατέργαστες σε ολοκληρωμένες (τελικά προϊόντα) . Οι οντότητες μπορεί να περιλαμβάνουν ένα φυσικό στοιχείο (π.χ. εξάρτημα) και / ή ένα λογικό στοιχείο (π.χ., εντολή εργασίας ή την εργασία επισκευής πόρων). **Οι πόροι (resources)** αναφέρονται σε μηχανήματα, διαδικασίες, την τεχνολογία, και σε οποιοδήποτε συναφή εξοπλισμό απαιτείται για την εκτέλεση εργασιών στο σύστημα. Μπορούμε τώρα να ορίσουμε το καθήκον (task) ως μια δραστηριότητα που εφαρμόζει εργασία ή / και πόρους σε μια οντότητα κατά την πάροδο του χρόνου. Καθήκοντα σε γενικές γραμμές, θεωρούνται ότι αποτελεί κάποια από τις δραστηριότητες που απαιτούνται για την επίτευξη παραγωγής και παροχής υπηρεσιών, επίσης δραστηριότητες όπως η συντήρηση μηχανημάτων, η επισκευή και ο έλεγχος ποιότητας εντάσσονται στα καθήκοντα (tasks) και αξιοποιούν αποτελεσματικά την έννοια της πολλαπλής κατάρτισης. Τα καθήκοντα συνδέονται και καθορίζονται από το είδος των οντοτήτων του συστήματος υπό-έρευνα. Αυτά τα στοιχεία, διαμορφώνουν σε ένα συγκεκριμένο σύστημα αυτό που λέμε αρχιτεκτονική του συστήματος, και περιγράφει τις σχέσεις μεταξύ εργασίας, οντοτήτων, και πόρων σε βάθος χρόνου.

Το πλαίσιο της αξιολόγησης ευέλικτου προσωπικού (AWE) εμπεριέχει την ανάγκη μιας στρατηγικής αξιολόγησης των συστατικών στοιχείων του συστήματος και του τρόπου με τον οποίο αυτά επηρεάζουν την εφαρμογή και αποτελεσματικότητα της χρήσης ευέλικτου προσωπικού σε σχέση με τη χρήση εξειδικευμένου και επιπρόσθετα προτείνει κατάλληλες δομές για την οργάνωση του.



Η στρατηγική αποστολή της επιχείρησης πρέπει να είναι το σημείο εκκίνησης για να καθορισθεί εάν και πώς πρέπει να χρησιμοποιηθεί η ευελιξία του εργατικού δυναμικού. Μια καλή βάση για την επιχειρηματική στρατηγική είναι η προσφορά στους πελάτες προϊόντων βελτιστοποιώντας τις ακόλουθες πτυχές: τιμή (που εξαρτάται από το κόστος), χρόνο (ταχύτητα παράδοσης και αξιοπιστία), ποιότητα (όσον αφορά την ποιότητα του προϊόντος και εξυπηρέτηση πελατών) και ποικιλία (προσαρμογή στις ανάγκες). Οι λειτουργίες του συστήματος πρέπει να παρέχουν τις απαραίτητες δυνατότητες για την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης σε αυτές τις διαστάσεις. Η ευέλικτη κατάρτιση των εργαζομένων και η τοποθέτηση τους σε καθήκοντα με δυναμικούς τρόπους, διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην υποστήριξη της στρατηγικής ενός οργανισμού. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτέλεσε η στρατηγική της IBM, η οποία παρήγαγε «γυμνές» πλακέτες τυπωμένων κυκλωμάτων (PCBs) στις αρχές της δεκαετίας του 1990 χρησιμοποιώντας μια διαδοχική γραμμή ροής παραγωγής. Η πρωταρχική στρατηγική μέριμνα αυτού του εργοστασίου ήταν το κόστος, καθώς οι άλλες μονάδες της IBM μπορούσαν να προμηθευτούν PCBs από εξωτερικούς προμηθευτές, εφόσον η εσωτερική μονάδα δεν ήταν οικονομικά ανταγωνιστική. Ως εκ τούτου, ήταν κρίσιμο για τις πολιτικές της επιχείρησης, συμπεριλαμβανομένων εκείνων που σχετίζονται με τα θέματα του εργατικού δυναμικού, να υποστηρίξουν το στόχο μείωσης του κόστους. Αρχικά, κάθε διαδικασία στη γραμμή στελεχώθηκε από ένα σύνολο χειριστών που ανατέθηκαν ειδικά σε αυτή τη διαδικασία. Μία λειτουργία, η οποία εφάρμοζε μια πλαστική επίστρωση στα PCB, αντιμετώπιζε σοβαρά προβλήματα δυναμικότητας εξαναγκάζοντας το εργοστάσιο να αναθέσει μέρος του όγκου επικάλυψης σε έναν (ακριβό) εξωτερικό προμηθευτή. Έτσι, η διοίκηση αποφάσισε να καταρτίσει τους εργάτες από μια διαδικασία που δεν βρίσκονταν σε συμφόρηση για να αυξήσει την παραγωγή ολόκληρης της γραμμής και έτσι να εξοικονομήσει το κόστος του πωλητή. Εκτός από τη χρήση της πολλαπλής κατάρτισης για άμεσο όφελος δυναμικότητας, η διοίκηση επέλεξε να εναλλάξει τους εργαζόμενους μεταξύ διαφορετικών τύπων εργασιών, προκειμένου να μειώσει την κόπωση τους και να τους καταστήσει πιο παραγωγικούς. Η περίπτωση αυτή δείχνει πως: (i) το εάν και πώς θα χρησιμοποιηθούν οι τεχνικές ευελιξίας του εργατικού δυναμικού εξαρτάται από τις δυνατότητες που η επιχείρηση στοχεύει να δημιουργήσει για να στηρίξει την επιχειρησιακή της στρατηγική και πως (ii) η δυναμική αποτελεσματικότητα μιας πολιτικής ευελιξίας του εργατικού δυναμικού εξαρτάται από τις τακτικές λεπτομέρειες της εφαρμογής του στο συγκεκριμένο υπό εξέταση περιβάλλον. Στόχος μας είναι να δημιουργήσουμε ένα πλαίσιο για να καθοδηγήσουμε την αξιολόγηση όπου η ευελιξία του εργατικού δυναμικού ταιριάζει στους στρατηγικούς στόχους της επιχείρησης.

### 1.3 Στρατηγικοί στόχοι πολλαπλής κατάρτισης

Ορισμένοι από τους άμεσους μηχανισμούς μέσω των οποίων η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να επηρεάσει θετικά κάθε στρατηγικό στόχο είναι οι εξής:

**1. Κόστος:** Η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να στηρίξει χαμηλότερο κόστος εργασίας αυξάνοντας την παραγωγικότητα της εργασίας. Τρεις τρόποι με τους οποίους μπορεί να συμβεί είναι: (i) οι πολλαπλά καταρτισμένοι εργαζόμενοι είναι σε θέση να εκτελέσουν περισσότερες εργασίες κατά τη διάρκεια των προγραμματισμένων ωρών εργασίας (δηλ. Η απόδοση της εργασίας ή των πόρων αυξάνεται λόγω μεγαλύτερης ευελιξίας) (ii) η αυξημένη ευελιξία επιτρέπει στο σύστημα να μειώσει τις επενδύσεις σε απόθεμα, και γενικά (iii) οι ευέλικτοι εργαζόμενοι είναι σε θέση να εργάζονται γρηγορότερα (π.χ. αναπτύσσοντας μια ευέλικτα καταρτισμένη ομάδα που εκμεταλλεύεται τις συνεργίες, οι εργασίες εκτελούνται πιο γρήγορα). Προκειμένου να πραγματοποιηθεί μια εξοικονόμηση κόστους από αυτές τις βελτιώσεις, το σύστημα πρέπει είτε να μειώσει το κόστος εργασίας (προσωπικό), είτε να αυξήσει τον όγκο παραγωγής ή να μειώσει το κόστος παραγωγής.

**2. Χρόνος:** Η ευέλικτη εκπαίδευση μπορεί να επιτρέψει μικρότερα χρονικά διαστήματα παράδοσης και πιο αξιόπιστη παράδοση μειώνοντας τον μέσο όρο και τη διακύμανση του χρονικού κύκλου παραγωγής (και συνεπώς του χρόνου παραγωγής) για να παράγει ένα προϊόν ή μια υπηρεσία. Αυξάνοντας την ευελιξία των εργαζομένων, βελτιώνοντας την ταχύτητα ολοκλήρωσης καθηκόντων, μειώνοντας τους πραγματικούς χρόνους εγκατάστασης και μεταβίβασης ή ελαχιστοποιώντας την διακύμανση της διάρκειας εργασιών μπορεί να μειώσει την συμφόρηση σε σταθμούς εργασίας και έτσι να διευκολυνθούν μικρότεροι μέσοι χρονικοί κύκλοι παραγωγής. Η συμφόρηση είναι συχνά σημαντικός παράγοντας σε αυτόν τον στρατηγικό στόχο εφόσον δημιουργεί χρόνους αναμονής που αποτελούν ένα σημαντικό κλάσμα του συνολικού χρόνου.

**3. Ποιότητα:** Η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να υποστηρίξει καλύτερη εσωτερική ποιότητα (π.χ. χαμηλότερη απώλεια παραγωγής), καλύτερη εξωτερική (αντιληπτή από τον πελάτη) ποιότητα (π.χ. προσανατολισμένες προς τον πελάτη προδιαγραφές προϊόντων) και τη μείωση της συχνότητας των μεταβιβάσεων οντότητας σε διαφορετικά τμήματα ελέγχου, επιτρέποντας στο σύστημα να αναπτύξει ευρείες δυνατότητες που προσφέρουν καλύτερες υπηρεσίες για κάλυψη των αναγκών των πελατών. Η κατανομή ωστόσο ευέλικτου προσωπικού αν δεν γίνει με κριτήριο την ποιότητα αλλά την ταχύτητα ή την συνέπεια, ίσως οδηγήσει σε μείωση της ποιότητας αν η στρατηγική επιλογή το επιτάσσει. Η χρήση λοιπόν του ευέλικτου προσωπικού θα πρέπει να γίνεται με γνώμονα το στρατηγικό μονοπάτι που δημιουργεί για τον εκάστοτε φορέα την βέλτιστη σχέση απόδοσης-ποιότητας.

**4. Ποικιλία:** Η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να αυξήσει την ευελιξία της παραγωγής ενός οργανισμού, βοηθώντας έτσι να παραδώσει αποτελεσματικά ένα ευρύτερο φάσμα προϊόντων ή/και υπηρεσιών στους πελάτες: (i) εξοπλίζοντας το εργατικό δυναμικό με μια ευρύτερη δέσμη δεξιοτήτων, ώστε να μπορούν να κάνουν περισσότερα πράγματα αποτελεσματικά και (ii) με παροχή πλεονάσματος καθηκόντων έτσι ώστε το σύστημα να μπορεί να παρέχει ποικιλία με μεγαλύτερη αξιοπιστία (π.χ. όταν ένας εργαζόμενος απουσιάζει ή βρίσκεται σε διάλειμμα, ένας άλλος μπορεί να εκτελέσει το καθήκον του και να παράγει το επιθυμητό προϊόν ή υπηρεσία για έναν πελάτη).

Οι παραπάνω μηχανισμοί μπορούν να επηρεάσουν άμεσα τους τέσσερις στρατηγικούς στόχους, αλλά υπάρχουν σημαντικά **έμμεσα μέσα** που επηρεάζονται από τη χρήση ευέλικτου προσωπικού από τις παραπάνω στρατηγικές διαστάσεις.

Η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να διευκολύνει τη **μάθηση**, η οποία επιτρέπει στους εργαζομένους να γίνουν ταχύτεροι, περισσότερο τακτικοί ή πιο αξιόπιστοι

μακροπρόθεσμα. Στο Blake et al.(1964) περιγράφεται πώς η μάθηση της ομάδας συνδέει την ατομική μάθηση με την οργανωτική ανάπτυξη. Η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να επιτρέψει την **επικοινωνία**, η οποία βοηθά τους εργαζόμενους να συντονίσουν καλύτερα τα καθήκοντά τους (π.χ., η πολλαπλή κατάρτιση ενός ανώτερου σε οργανωτική κλίμακα εργαζόμενου για να κάνει μια μεταγενέστερη εργασία μπορεί να τον κάνει πιο ικανό να μεταφέρει πληροφορίες σε έναν μεταγενέστερο σε σειρά παραγωγής εργαζόμενο που θα διευκολύνει το έργο του εργαζομένου αυτού).

Θέτοντας περισσότερους υπεύθυνους για κάθε τύπο έργου, η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί να διευκολύνει την **επίλυση προβλημάτων** (π.χ. εύρεση καλύτερων μεθόδων εργασίας, διάγνωση αιτιών προβλημάτων ποιότητας κ.λπ.). Παρέχοντας στους εργάτες μεγαλύτερη συνολική οπτική για την επιχείρηση, η πολλαπλή κατάρτιση μπορεί τέλος να αποτελέσει **κίνητρο** για την αύξηση των επιπέδων προσπάθειας και της συνεργασίας (Herzberg, 1968, Paul et al., 1969). Η πολλαπλή κατάρτιση τέλος μπορεί επίσης να διευκολύνει τη βελτίωση των επιδόσεων λόγω εργονομικών επιδράσεων (π.χ., λιγότερη κόπωση, πλήξη ή στρες επανάληψης) της μεγαλύτερης ποικιλίας εργασιών. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι πολιτισμικές ή οργανωτικές επιπτώσεις της πολλαπλής κατάρτισης, που αποκρυσταλλώνονται από αυτούς τους έμμεσους μηχανισμούς, μπορεί να είναι το πιο σημαντικό κίνητρο για την επιδίωξη μιας στρατηγικής ευελιξίας του εργατικού δυναμικού.

## 1.4 Αρχιτεκτονική Ευελιξίας Εργατικού Δυναμικού

Μια αρχιτεκτονική ευελιξίας του εργατικού δυναμικού αποτελείται από τρία βασικά μέρη:

- Ένα **πρότυπο δεξιοτήτων πολλαπλής κατάρτισης**: το οποίο καθορίζει ποιους τύπους εργασίας κάθε εργαζόμενος έχει τα προσόντα / εξουσιοδότηση να εκτελεί.
- Μια **πολιτική συντονισμού των εργαζομένων**: η οποία κατανέμει τους εργαζόμενους σε καθήκοντα (ή καθήκοντα στους εργαζόμενους) με την πάροδο του χρόνου.
- Μια **ομαδική δομή**: η οποία καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο οι εργαζόμενοι συνεργάζονται, επικοινωνούν και αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους στο χώρο εργασίας.

Μπορούμε να σκεφτούμε μια αρχιτεκτονική για πολλαπλή κατάρτιση ως εξειδικευμένη αν απαντά στις ακόλουθες τρεις αλληλένδετες ερωτήσεις που σχετίζονται με το πρότυπο δεξιοτήτων: ποιος; (Δηλαδή, τους εργαζόμενους που πρέπει να είναι πολλαπλώς εκπαιδευμένοι) · που? (ποιους τύπους εργασιών) να συμπεριληφθούν) πόσο;(Δηλαδή την έκταση του εύρους κατάρτισης των εργαζομένων). Για να εξετάσουμε το ζήτημα του πού να κάνουμε ευέλικτη εκπαίδευση (cross-training), παρατηρούμε πρώτα ότι η ανάθεση των τύπων καθηκόντων σε συγκεκριμένους εργαζόμενους μπορούν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες τρεις διαστάσεις:

**Το είδος δεξιοτήτων**: Είναι συνηθισμένο να χρειάζονται παρόμοιες δεξιότητες σε διαφορετικά καθήκοντα. Για παράδειγμα, ένα σύστημα κατασκευής μπορεί να

περιλαμβάνει πολλούς τύπους εργασιών συγκόλλησης, οι οποίες μπορούν να γίνουν από συγκολλητές. Παραδοσιακές διατάξεις διεργασιών οργανώνουν τις μεταποιητικές δραστηριότητες σε μεγάλο βαθμό με βάση την εκάστοτε λειτουργική δεξιότητα τους. Στις σύγχρονες κυψελοειδείς διατάξεις, διανέμονται λειτουργικές δεξιότητες σε όλο το εργοστάσιο, ένας λόγος που οι ευέλικτοι εργαζόμενοι χρησιμοποιούνται συνήθως για να επανδρώσουν δομές κατασκευής. Ένα τηλεφωνικό κέντρο που εξυπηρετεί μια ποικιλία εισερχόμενων κλήσεων που διακρίνονται κατά κύριο λόγο ανά τύπο προϊόντος στηρίζεται σε αυτοματοποιημένη τεχνολογία δρομολόγησης κλήσεων με βάση τις δεξιότητες, εύκολα δρομολογώντας κάθε εισερχόμενη κλήση σε οποιονδήποτε διαθέσιμο πράκτορα με το κατάλληλο σύνολο δεξιοτήτων.

**Οντότητα:** Μερικές φορές, τα καθήκοντα που σχετίζονται με μια δεδομένη εργασία, πελάτη ή άλλου τύπου οντότητα, έχουν στενή σχέση μεταξύ τους. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ταυτότητα της οντότητας καθίσταται κυρίαρχη βάση για την επιλογή των καθηκόντων που θα έχει ένας εργαζόμενος. Για παράδειγμα, πρέπει να ολοκληρωθούν ορισμένες εργασίες για να διεκπεραιωθεί μια αίτηση για καταναλωτικό δάνειο σε μια τράπεζα. Αν όλα (ή τουλάχιστον πολλά) από αυτά γίνονται από το ίδιο πρόσωπο, τότε ο πελάτης έχει μια σαφή επαφή για πληροφορίες, εκθέσεις προόδου, ποιοτικό έλεγχο κλπ. Συνεπώς με μια τέτοια συλλογιστική και στην προσαρμοσμένη φύση της υπηρεσίας, οι μεσίτες εκπαιδεύονται και οργανώνονται χρησιμοποιώντας αυτή την έννοια. Ένα κλασικό, αλλά τελικά ανεπιτυχές παράδειγμα πολλαπλής κατάρτισης σε σχέση με τις οντότητες ήταν η προσέγγιση της Volvo για την κατασκευή αυτοκινήτων, στο την οποία μια ομάδα εργαζομένων ανατέθηκε να κάνει όλες ή τις περισσότερες εργασίες συναρμολόγησης σε ένα συγκεκριμένο όχημα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι η προοπτική μας στην πολλαπλή κατάρτιση περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου οι εργαζόμενοι χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση του ίδιου τύπου εργασίας σε δύο ή περισσότερους τύπους οντοτήτων. Για παράδειγμα, η ευέλικτη εκπαίδευση γίνεται μερικές φορές για να διευκολύνει μια αλλαγή από μια λειτουργική διάταξη σε μια κυψελοειδή διάταξη, η οποία μπορεί δεν απαιτούν από τους εργαζόμενους να μάθουν νέες δεξιότητες. Να σημειωθεί ότι μια λειτουργική διάταξη είναι μια οργάνωση στο χώρο εργασίας στην οποία οι διαδικασίες οργανώνονται από τον τύπο της εργασίας (λειτουργία) αντίθετα με μια κυψελοειδή διαμόρφωση όπου τα βήματα διαδοχικών διαδικασιών βρίσκονται σε στενή σχέση.

**Οι πόροι:** Οι τύποι εργασιών συχνά συνδέονται με τους πόρους χρησιμοποιούνται για την επίτευξή τους. Για παράδειγμα, ένας μηχανικός μπορεί να είναι σε θέση να εκτελέσει οποιαδήποτε εργασία που σχετίζεται με ένα συγκεκριμένο μηχάνημα φρέζας. Ωστόσο, δεδομένου ότι η μηχανή φρεζαρίσματος απαιτείται επίσης να εκτελεί συντήρηση / επισκευή, καθήκοντα τα οποία μπορεί να απαιτούν διαφορετικό εργαζόμενο, δεν είναι απαραίτητως η περίπτωση που οι εργαζόμενοι είναι κατάλληλοι για όλες τις εργασίες σε έναν πόρο.

## 1.5 Δομές συντονισμού εργατικού δυναμικού

Για να υπάρξει ένα πλαίσιο για την ταξινόμηση της ανάθεσης / Πολιτικές συντονισμού σημειώνουμε ότι μπορούν να ανατεθούν οι εργαζόμενοι σε καθήκοντα με βάση τις ακόλουθες δομές:

**Χρόνος (Clock time):** Οι εργαζόμενοι μπορούν να κατανεμηθούν σε συγκεκριμένους τύπους εργασιών, πόρων ή οντοτήτων σύμφωνα με ένα χρονοδιάγραμμα. Για παράδειγμα, ένας εργαζόμενος μπορεί να αναλάβει μια διαδικασία κατά τη διάρκεια ενός διαλείμματος ή γεύματος.

**Εργασία(Labor):** Αντί να σκεφτόμαστε την εκχώρηση εργαζομένων σε εργασίες, μπορούμε να σκεφτούμε την ανάθεση καθηκόντων στους εργαζόμενους. Αυτό μας επιτρέπει να δίνουμε στους εργαζόμενους προτεραιότητες, με βάση την ταχύτητα, δεξιότητα, σχέση με τον πελάτη, κλπ. Ένα παράδειγμα μιας πολιτικής προτεραιότητας ως προς την εργασία είναι η πολιτική που δίνει προτεραιότητα στον μετέπειτα (από θέμα αλληλουχίας) εργαζόμενο να προετοιμάσει ένα έργο για έναν υψηλότερο (από θέμα ιεραρχίας)εργαζόμενο.

**Οντότητα(entity):** Οι εργαζόμενοι μπορούν να ανατεθούν σε συγκεκριμένες εργασίες σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των καθηκόντων. Για παράδειγμα, πληροφορίες για μια οντότητα (π.χ. τον τύπο της εργασίας και / ή τον πελάτη που την απαιτεί) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δοθεί προτεραιότητα στον καταλληλότερο εργαζόμενο όπου θα γίνει η ανάθεση. Για παράδειγμα, ένας πελάτης που κάνει ξανά μια κλήση αντιμετώπισης προβλημάτων σ ένα τηλεφωνικό κέντρο τεχνικής υποστήριξης μπορεί να επωφεληθεί από την υπηρεσία από το τον ίδιο τεχνικό όπως και στο παρελθόν για να αυξήσει την αποδοτικότητα εξυπηρέτησης πελατών.

**Κατάσταση συστήματος(system status):** Οι εργασίες/ καθήκοντα μπορούν να αποφασιστούν δυναμικά με βάση το βέλτιστες διαθέσιμες πληροφορίες για το σύστημα εκείνη την στιγμή. Για παράδειγμα, μια πολιτική που εκχωρεί έναν ευέλικτο εργαζόμενο στη διαδικασία με τη μεγαλύτερη η συσσώρευση φόρτου εργασίας είναι μια πολιτική που στηρίζεται στην κατάσταση του συστήματος. Επειδή υπάρχει ένας απεριόριστος αριθμός παραμέτρων και δομών που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για κατανεμηθούν δυναμικά εργαζόμενοι σε καθήκοντα, είναι αδύνατο να διευκρινιστούν όλες οι δυνατότητες. Υπάρχει σημαντική ευκαιρία για δημιουργικότητα στη διαμόρφωση αποτελεσματικών προσεγγίσεων στην ευελιξία εργατικού δυναμικού. Στην πράξη, συνδυασμοί αυτών των τύπων πληροφοριών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάθεση καθηκόντων. Για παράδειγμα, ένας εργαζόμενος μπορεί να εκχωρηθεί για να καλύψει μια συγκεκριμένη λειτουργία κατά τη διάρκεια ενός μεσημεριανού διαλείμματος εάν η ανεκτέλεστη εργασία είναι πάνω από ένα καθορισμένο επίπεδο (Δηλαδή, χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό χρόνου (clock time) και κατάσταση συστήματος).

## **Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> Δυναμικός Προγραμματισμός**

## 2.1 Γενικά

Θεμέλιο του δυναμικού προγραμματισμού αποτελεί η αρχή βελτιστοποίησης. Είναι μία μέθοδος που είναι εφαρμόσιμη όταν τα υποπρόβλημα που υπάρχουν δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ένας αλγόριθμος που είναι προϊόν του δυναμικού προγραμματισμού, επιλύει μία φορά κάθε υποπρόβλημα και αποθηκεύει αυτή τη λύση σε έναν πίνακα, στον οποίον θα καταφεύγει κάθε φορά που συναντά το συγκεκριμένο πρόβλημα. Αποτελεί μία πολύ ισχυρή τεχνική για αλγοριθμική επίλυση προβλημάτων. Ο όρος δυναμικός προγραμματισμός, θεμελιώθηκε το 1953 από τον Richard Bellman (1920 – 1984) με στόχο να περιγράψει τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων που διασπώνται σε μία αλληλουχία διαδοχικών αποφάσεων. Ο όρος αυτός αναφέρεται στην εξίσωση Bellman, η οποία επαναδιατυπώνει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με επαναλαμβανόμενη μορφή και αποτελεί κεντρικό αποτέλεσμα του δυναμικού προγραμματισμού. Επομένως η λέξη "προγραμματισμός" χρησιμοποιήθηκε για να δηλώσει την κατάστρωση ενός σχεδίου και δεν έχει καμία σχέση με τον προγραμματισμό υπολογιστών. Χρησιμοποιείται ως συνώνυμο της βελτιστοποίησης και προέρχεται από τον όρο μαθηματικός προγραμματισμός. Η λέξη "δυναμικός", υποδηλώνει την χρονικά μεταβαλλόμενη φύση της διαδικασίας του δυναμικού προγραμματισμού, καθώς συμβαίνει σε πολλαπλά διαδοχικά στάδια. Έτσι καταλήγουμε ότι ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μία σχεδιαστική τεχνική που λύνει με αποτελεσματικότερο τρόπο πολύπλοκα προβλήματα βελτιστοποίησης με τη βοήθεια ενός προγράμματος που εφαρμόζει έναν δυναμικό αλγόριθμο προγραμματισμού στον υπολογιστή.

## 2.2 Χαρακτηριστικά των προβλημάτων δυναμικού Προγραμματισμού

1. Το πρόβλημα χωρίζεται σε στάδια όπου σε κάθε στάδιο χρειάζεται να παρθεί μια απόφαση πολιτικής.
2. Κάθε στάδιο έχει έναν αριθμό πιθανών καταστάσεων (πεπερασμένων ή απείρων).
3. Η απόφαση πολιτικής μετατρέπει την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος σε μια κατάσταση στο επόμενο στάδιο.
4. Η διαδικασία λύσης έχει σχεδιαστεί για να βρίσκει την βέλτιστη πολιτική για το συνολικό πρόβλημα.
5. Δεδομένης της τρέχουσας κατάστασης, μια βέλτιστη πολιτική για τα υπόλοιπα στάδια είναι ανεξάρτητη από την πολιτική που εφαρμόστηκε στα προηγούμενα στάδια (αρχή της βελτιστότητας).
6. Η διαδικασία λύσης ξεκινάει με την εύρεση της βέλτιστης πολιτικής για το τελευταίο στάδιο.
7. Μια επαναληπτική σχέση που εντοπίζει τη βέλτιστη πολιτική για το στάδιο  $n$ , δεδομένης της βέλτιστης πολιτικής για το στάδιο  $n+1$ , είναι διαθέσιμη.

Η επαναληπτική σχέση θα έχει πάντα τη μορφή:

$f_n^*(s_n) = \max\{f_n(s_n, x_n)\}$  ή  $f_n^*(s_n) = \min\{f_n(s_n, x_n)\}$  όπου το  $f_n(s_n, x_n)$  είναι συνάρτηση των  $s_n, x_n$ ,  $f_{n+1}^*(s_{n+1})$  και  $f_n^*(s_n) = f_n(s_n, x_n^*)$  το βέλτιστο.

$N$ =ο αριθμός των σταδίων

$n$ =η ετικέτα του τρέχοντος σταδίου ( $n=1, 2, \dots, N$ )

$s_n$ =η τωρινή κατάσταση για το στάδιο  $n$

$x_n$ =η μεταβλητή απόφασης για το στάδιο  $n$

$x_n^*$ =η βέλτιστη τιμή του  $x_n$  (δεδομένου του  $s_n$ )

$f_n(s_n, x_n)$ = η συνεισφορά των σταδίων  $n, n+1, \dots, N$  στην αντικειμενική συνάρτηση (συνολικό κόστος κέρδος), αν το σύστημα ξεκινήσει από την κατάσταση  $s_n$  στο στάδιο  $n$ , η άμεση απόφαση είναι  $x_n$  και βέλτιστες αποφάσεις παρθούν από εκεί και πέρα.

8. Η διαδικασία λύσης προχωρεί προς τα πίσω στάδιο-στάδιο, βρίσκοντας κάθε φορά τη βέλτιστη πολιτική για το τρέχον στάδιο, μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική για το αρχικό στάδιο.



## **Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> Μεθοδολογία**

### 3.1 Δομή προβλήματος

Το πρόβλημα αφορά μια γραμμή εξυπηρέτησης με δύο σταθμούς που διεκπεραιώνουν εργασίες που βρίσκονται στην ουρά του καθενός από τους δύο. Ο κάθε σταθμός είναι στελεχωμένος με εξειδικευμένο προσωπικό για κάθε στάδιο της γραμμής εξυπηρέτησης και υποστηρίζεται από ευέλικτα εκπαιδευμένο προσωπικό. Στην προκείμενη μελέτη η βέλτιστη απόφαση κατανομής ευέλικτου προσωπικού ακολουθεί αποκλειστικά την πτυχή του κόστους. Ο τρόπος σύνταξης και επίλυσης του προβλήματός μας θα γίνει στα πλαίσια των αρχών ενός προβλήματος δυναμικού προγραμματισμού. Διαμορφώνουμε ένα πρόβλημα διακριτών καταστάσεων χωρίς αφίξεις έτσι ώστε να ανταποκρίνεται σε μια γραμμή εξυπηρέτησης δυο σταδίων. Το ευέλικτο προσωπικό δεν συνεργάζεται με τον σταθερό για την εκπλήρωση κάθε μοναδικής εργασίας. Κάθε εργασία γίνεται από ένα εξειδικευμένο εξυπηρετητή και ο ευέλικτος βοηθάει δουλεύοντας στην ουρά του 1<sup>ου</sup> ή του 2<sup>ου</sup> σταθμού ή και σε κανέναν από τους δύο εφόσον αποτελεί βέλτιστη επιλογή κόστους. Στο πρόβλημα κάθε κατάσταση συστήματος είναι διακριτή και καθορίζεται από συγκεκριμένες μεταβλητές οι οποίες είναι τα  $x_1, x_2$  που αποτελούν τις εργασίες σε κάθε μία από τις ουρές αναμονής των δύο σταθμών. Στο πρόβλημα ορίζουμε παραμέτρους που αφορούν τα μοναδιαία κόστη αναμονής στην εκάστοτε ουρά εξυπηρέτησης δηλαδή τα  $h_1, h_2$  τις αποδόσεις εξυπηρέτησης του εξειδικευμένου προσωπικού στους δύο σταθμούς αντίστοιχα  $v_1, v_2$  καθώς και τις αποδόσεις εξυπηρέτησης του ευέλικτου προσωπικού στους σταθμούς  $m_1, m_2$ . Στο συγκεκριμένο μοντέλο έχουμε θεωρήσει πως ισχύει πάντα  $h_1 > h_2$ .

### 3.2 Εξισώσεις Κόστους

Η δομή της επίλυσης θα βασίζεται στην επίλυση με αναδρομικό τρόπο εξισώσεων κόστους οι οποίες θα αποκρυσταλλώνουν την εκάστοτε κατάσταση συστήματος συμπεριλαμβάνοντας τις παραμέτρους που θίξαμε παραπάνω όπως ο **αριθμός των εργασιών** στην ουρά κάθε σταθμού, ο **ρυθμός εξυπηρέτησης** του σταθερού αλλά και του ευέλικτου εξυπηρετητή και φυσικά το **κόστος αναμονής** εργασίας σε κάθε ουρά. Οι αποφάσεις ανάθεσης του ευέλικτου σε ένα από τους δύο σταθμούς, ή και σε κανένα λαμβάνονται λύνοντας κάθε φορά ένα υποπρόβλημα βελτιστοποίησης για κάθε κατάσταση του συστήματος, η οποία εμπεριέχει μέσα της τα προηγούμενα στάδια και καταστάσεις. Θέτουμε λοιπόν τις εξισώσεις κόστους που αφορούν το πρόβλημα ως  $V_0(x_1, x_2)$ ,  $V_1(x_1, x_2)$ ,  $V_2(x_1, x_2)$ . Οι πίνακες τιμών που διαμορφώνονται από τα στελέχη  $V_1$  και  $V_2$  αποτελούν τα κόστη τα οποία εμπεριέχουν την απόφαση ανάθεσης του ευέλικτου αντίστοιχα στον 1<sup>ο</sup> και στον 2<sup>ο</sup> σταθμό εξυπηρέτησης. Κάθε υποπρόβλημα βελτιστοποίησης θα έχει τη μορφή  $V_0(x_1, x_2) = \min(s_0, s_1, s_2)$  όπου  $s_0$ ,  $s_1$  και  $s_2$  τα κόστη με τους αναδρομικούς τύπους τους σε κάθε περίπτωση ανάθεσης του ευέλικτου προσωπικού αντίστοιχα πουθενά, στον 1<sup>ο</sup> και στον 2<sup>ο</sup>. Παρακάτω γίνεται μια ανασκόπηση της δομής του προβλήματος καθώς παρατίθενται όλες οι απαραίτητες μεταβλητές και παράμετροι του προβλήματος με τα σύμβολα τα οποία θα χρησιμοποιηθούν και στον αλγόριθμο:

$x_1$ =αριθμός εργασιών στον 1<sup>ο</sup> σταθμό(μαζί με αυτές που δουλεύει κάποιος εξυπηρετητής-μπορεί και οι δύο)

$x_2$ =αριθμός εργασιών στον 2<sup>ο</sup> σταθμό(μαζί με αυτές που δουλεύει κάποιος εξυπηρετητής-μπορεί και οι δύο)

$h_1$ =κόστος αναμονής στην ουρά του 1<sup>ου</sup> σταθμού

$h_2$ = κόστος αναμονής στην ουρά του 2<sup>ου</sup> σταθμού

$v_1$ =ρυθμός εξυπηρέτησης σταθερού εξυπηρετητή στον 1<sup>ο</sup> σταθμό

$v_2$ =ρυθμός εξυπηρέτησης σταθερού εξυπηρετητή στον 2<sup>ο</sup> σταθμό

$m_1$ = ρυθμός εξυπηρέτησης ευέλικτου εξυπηρετητή στον 1<sup>ο</sup> σταθμό

$m_2$ = ρυθμός εξυπηρέτησης ευέλικτου εξυπηρετητή στον 2<sup>ο</sup> σταθμό

$s_0$ = κόστος όταν ο ευέλικτος δεν υποβοηθά κανένα σταθμό

$s_1$ =κόστος όταν ο ευέλικτος υποβοηθά τον 1<sup>ο</sup> σταθμό

$s_2$ =κόστος όταν ο ευέλικτος υποβοηθά τον 2<sup>ο</sup> σταθμό

Οι καταστάσεις που θα μπορεί να βρίσκεται ο ευέλικτος είναι οι εξής:0,1,2 ανάλογα με το αν εργάζεται πουθενά, στον 1<sup>ο</sup>, ή στον 2<sup>ο</sup> σταθμό. Αυτές οι επιλογές θα εισάγονται ως αριθμοί (0,1,2) σε ένα πίνακα  $D(x_1, x_2)$  που θεωρούμε τον πίνακα επιλογών μας έπειτα από την λήψη της βέλτιστης απόφασης ανάθεσης δηλαδή το ελάχιστο εκ των τριών  $s_0, s_1, s_2$  κόστος. Επίσης ισχύει πως  $v_1 + v_2 + m_1 + m_2 = 1$  και ουσιαστικά οι παράμετροι  $v_1, v_2, m_1, m_2$  λειτουργούν ως πιθανότητες μετάβασης από μία κατάσταση συστήματος σε μία άλλη (πχ.  $v_1 * V_0(x_1 - 1, x_2 + 1)$  όπου ο σταθερός ολοκληρώνει μία εργασία στον 1<sup>ο</sup> σταθμό και η εργασία αυτή εισάγεται στην ουρά του 2<sup>ου</sup> ή εναλλακτικά  $m_2 * V_0(x_1, x_2 - 1)$  όπου ο ευέλικτος ολοκληρώνει την εργασία στην δεύτερη ουρά αναμονής). Λαμβάνοντας συνεπώς την πιο γενική καταστατική εξίσωση συστήματος η οποία εμπεριέχει και τις αποφάσεις μέσα της χωρίς τις μεταβλητές μετρητών που θα χρησιμοποιηθούν στο πρόγραμμα (κώδικα matlab) έχουμε τα εξής:

Για  $x_1, x_2 > 1$

$$V_0(x_1, x_2) = \min(s_1, s_2, s_0)$$

Όπου

$$s_1 = \frac{h_1 \times x_1 + h_2 \times x_2 + v_1 \times V_1(x_1 - 2, x_2 + 1) + v_2 \times V_1(x_1 - 1, x_2 - 1) + m_1 \times V_0(x_1 - 1, x_2 + 1)}{(v_1 + v_2 + m_1)}$$

$$s_2 = \frac{h_1 \times x_1 + h_2 \times x_2 + v_1 \times V_2(x_1 - 1, x_2) + v_2 \times V_2(x_1, x_2 - 1) + m_2 \times V_0(x_1, x_2 - 1)}{(v_1 + v_2 + m_2)}$$

$$s_0 = \frac{h_1 \times (x_1) + h_2 \times (x_2) + v_1 \times V_0(x_1 - 1, x_2 + 1) + v_2 \times V_0(x_1, x_2 - 1)}{(v_1 + v_2)}$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί το βασικό υποπρόβλημα βελτιστοποίησης που καλούμαστε να επιλύσουμε έτσι ώστε να προκύψουν οι βέλτιστες επιλογές του συστήματος.

Ωστόσο για την επίλυση του χρειάζονται και οι τιμές από τις υπόλοιπες εξισώσεις κόστους που περιγράφουν όλες τις καταστάσεις του συστήματος για όλες τις περιπτώσεις φόρτου εργασίας.

Οι υπόλοιπες εξισώσεις κόστους λοιπόν προκύπτουν ως εξής:

**Για  $x_2 > 1$**

$$V_0(0, x_2) = \min(s_2, s_0)$$

όπου

$$s_2 = \frac{h_2 \times x_2 + v_2 \times V_2(0, x_2 - 2) + m_2 \times V_0(0, x_2 - 1)}{(v_2 + m_2)}$$

$$s_0 = \frac{h_2 \times x_2 + v_2 \times V_0(0, x_2 - 1)}{v_2}$$

**Για  $x_2 \geq 1$**

$$V_2(0, x_2) = \frac{h_2 * x_2 + v_2 * V_2(0, x_2 - 1) + m_2 * V_0(0, x_2)}{(v_2 + m_2)}$$

$$V_1(0, x_2) = \frac{h_1 + h_2 \times x_2 + v_2 \times V_1(1, x_2) + m_1 \times V_0(1, x_2 + 1)}{(v_2 + m_1)}$$

$$V_0(1, x_2) = \min(s_2, s_0)$$

όπου

$$s_2 = \frac{h_1 + h_2 \times x_2 + v_1 \times V_2(1, x_2 - 1) + v_2 \times V_2(1, x_2 - 2) + m_2 \times V_0(2, x_2 - 1)}{(v_1 + v_2 + m_2)}$$

$$s_0 = \frac{h_1 + h_2 \times x_2 + v_1 \times V_0(0, x_2 + 1) + v_2 \times V_0(1, x_2 + 1)}{(v_1 + v_2)}$$

$$V_2(1, x_2) = \frac{h_1 + h_2 \times (x_2 + 1) + v_1 \times V_2(1, x_2 + 1) + v_2 \times V_2(1, x_2 - 1) + m_2 \times V_0(1, x_2)}{(v_1 + v_2 + m_2)}$$

$$V1(1, x2) = \frac{2 \times h1 + h2 \times x2 + v1 \times V1(0, x2 + 1) + v2 \times V1(1, x2 - 1) + m1 \times V0(1, x2 + 1)}{(v1 + v2 + m1)}$$

**Για  $x1 > 1$**

$$V0(x1, 0) = \min([s1, s0]);$$

Όπου

$$s1 = \frac{h1 \times x1 + v1 \times V1(x1 - 2, 1) + m1 \times V0(x1 - 1, 1)}{(v1 + m1)}$$

$$s0 = \frac{h1 \times x1 + v1 \times V0(x1 - 1, 1)}{v1}$$

$$V0(x1, 1) = \min(s1, s0);$$

Όπου

$$s1 = \frac{h1 \times x1 + h2 + v1 \times V1(x1 - 2, 2) + v2 \times V1(x1 - 1, 0) + m1 \times V0(x1, 2)}{(v1 + v2 + m1)}$$

$$s0 = \frac{h1 \times x1 + h2 + v1 \times V0(x1 - 1, 2) + v2 \times V0(x1, 0)}{(v1 + v2)}$$

$$V1(x1, 0) = \frac{h1 \times (x1 + 1) + v1 \times V1(x1 - 1, 1) + m1 \times V0(x1, 1)}{(v1 + m1)}$$

$$V2(x1, 0) = \frac{h1 \times x1 + h2 + v1 \times V2(x1 - 1, 1) + m2 \times V0(x1, 0)}{(v1 + m2)}$$

**Για  $x1, x2 \geq 1$**

$$V2(x1, x2) = \frac{h1 \times x1 + h2 \times (x2 + 1) + v1 \times V2(x1 - 1, x2 + 1) + v2 \times V2(x1, x2 - 1) + m2 \times V0(x1, x2)}{(v1 + v2 + m2)}$$

$$V1(x1, x2) = \frac{h1 \times (x1 + 1) + h2 \times x2 + v1 \times V1(x1 - 1, x2 + 1) + v2 \times V1(x1, x2 - 1) + m1 \times V0(x1, x2)}{(v1 + v2 + m1)}$$

Αυτές οι εξισώσεις επιλύονται με την κατάλληλη αλληλουχία που φαίνεται και στον κώδικα που χρησιμοποιήσαμε στο mat lab (βλέπε παράρτημα Α) έτσι ώστε να τροφοδοτούνται όλες οι απαραίτητες τιμές μέσα τους ξεκινώντας από κάποιες αρχικές

συνθήκες όπως οι εξής:  $V_0(0,0)=0$ ,  $V_0(0,1)=h_2+(m_1+v_1+m_2)*V_0(0,1)$ ,  $V_2(0,0)=h_2+(m_1+v_1+v_2)*V_2(0,0)$ ,  $V_1(0,0)=h_1+(v_1+v_2+m_2)*V_1(0,0)+m_1*V_0(1,2)$ . Ισχύει ότι  $(v_1+v_2+m_1+m_2=1)$ , σε όλες τις εξισώσεις έχουμε φέρει την πιθανότητα όπου το σύστημα παραμένει στην ίδια κατάσταση στο 1<sup>ο</sup> μέλος, για λόγους απλοποίησης των εξισώσεων, έτσι ώστε να δημιουργηθούν τα κλάσματα που παρατηρούνται σε όλες τις εξισώσεις. Έτσι και εδώ στις αρχικές εξισώσεις προκύπτουν τα  $V_0(0,1)=h_2/v_2$ ,  $V_2(0,0)=h_2/m_2$ ,  $V_1(0,0)=(h_1/m_1)+V_0(1,2)$ .

Μέσα από διαδοχικές επαναληπτικές διαδικασίες και με τον ορισμό των άνω αρχικών συνθηκών του συστήματος προέκυψε ο κώδικας ο οποίος υπολογίζοντας όλα τα στελέχη των αναδρομικών εξισώσεων κόστους τροφοδοτεί τις εξισώσεις των υποπροβλημάτων βελτιστοποίησης λαμβάνοντας κάθε φορά την επιλογή ανάθεσης του ευέλικτου και τοποθετώντας την στον πίνακα  $D(x_1,x_2)$ . Από αυτόν προκύπτουν τα γραφήματα όπου διαφαίνονται καθαρά τα τρία φάσματα επιλογής ανάθεσης του ευέλικτου προσωπικού με βάση το βέλτιστο κόστος. Οι κώδικες για την γενική περίπτωση όπου ο ευέλικτος μπορεί να υποβοηθά και τους δύο σταθμούς καθώς και οι δύο ειδικές περιπτώσεις όπου μπορεί να εργάζεται μόνο στον 1<sup>ο</sup> και μόνο στον 2<sup>ο</sup> φαίνονται στα παραρτήματα Α,Β,Γ αντίστοιχα.

## **Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> Αποτελέσματα**

## 4.1 Αρχικές Συνθήκες

Στον κώδικα δόθηκαν ως αρχικές τιμές οι εξής που χρησιμοποιήθηκαν ως βάση είναι οι εξής:

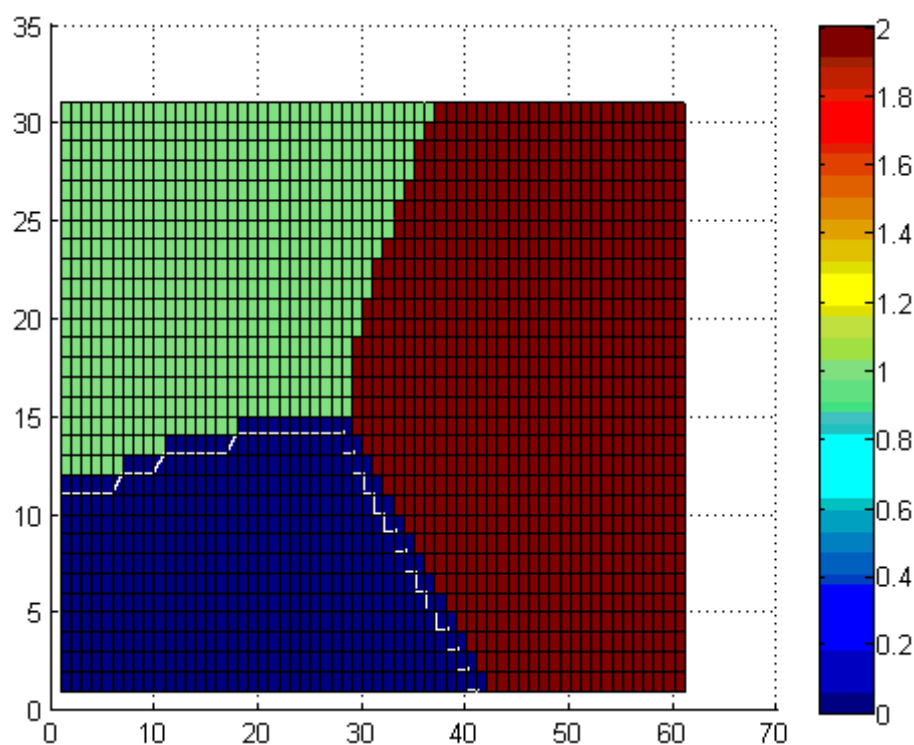
( $x_1=30$ ;  $x_2=60$ ;  $h_1=2$ ;  $h_2=1.5$ ;  $v_1=2$ ;  $v_2=4$ ;  $m_1=0.2$ ;  $m_2=0.1$ ; )

Από τον κώδικα προκύπτουν οι βέλτιστες από άποψη κόστους επιλογές οι οποίες διαφαίνονται γραφήματα όπου οι δύο άξονες θα εμπεριέχουν τις εργασίες στον 1<sup>ο</sup> και στον 2<sup>ο</sup> σταθμό( $x_1, x_2$ ) για κάθε μία από τις περιπτώσεις σύμφωνα με τις αρχικές παραμέτρους που δόθηκαν παραπάνω.

## 4.2 Γενική περίπτωση ευέλικτου

( $x_1=30$ ,  $x_2=60$ ,  $h_1=2$ ,  $h_2=1.5$ ,  $v_1=2, v_2=4$ ,  $m_1=0.2$ ,  $m_2=0.1$ )

Για την περίπτωση όπου ο ευέλικτος μπορεί να υποβοηθά όλους τους εξυπηρετητές προκύπτουν τα αποτελέσματα του αλγόριθμου στα παρακάτω γραφήματα. Οι επιλογές σε κάθε κατάσταση συστήματος(εργασίες σε κάθε σταθμό) δίδονται στα γραφήματα από συγκεκριμένο χρώμα που αποτελεί την τιμή που εισάχθηκε στον πίνακα επιλογών  $D(x_1, x_2)$ . Στα γραφήματα ο κάθετος άξονας αποτελεί τον άξονα που περιγράφει τις εργασίες στον 1<sup>ο</sup> σταθμό ( $x_1$ ) και ο οριζόντιος αντίστοιχα αποτελεί τον άξονα για το φόρτο εργασιών στον 2<sup>ο</sup> σταθμό ( $x_2$ ). Στην περίπτωση όπου  $0 \leq x_1 \leq 30$  και  $0 \leq x_2 \leq 60$  βλέπουμε προφανώς την βέλτιστη επιλογή ανάθεσης να εδραιώνεται κυρίως στην υποστήριξη του 2<sup>ου</sup> σταθμού αφού αποτελεί το σταθμό που συγκεντρώνει περισσότερες εργασίες στο σύστημα.

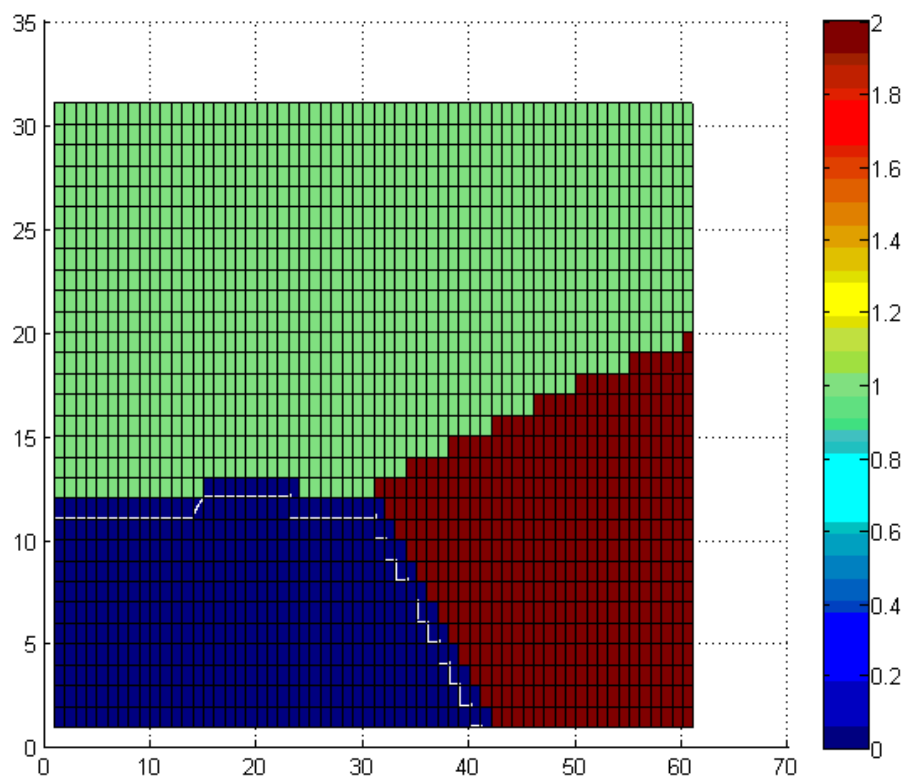


Γράφημα 1α (κόκκινο= επιλογή 2,πρασινό=επιλογή 1, μπλε επιλογή 0)

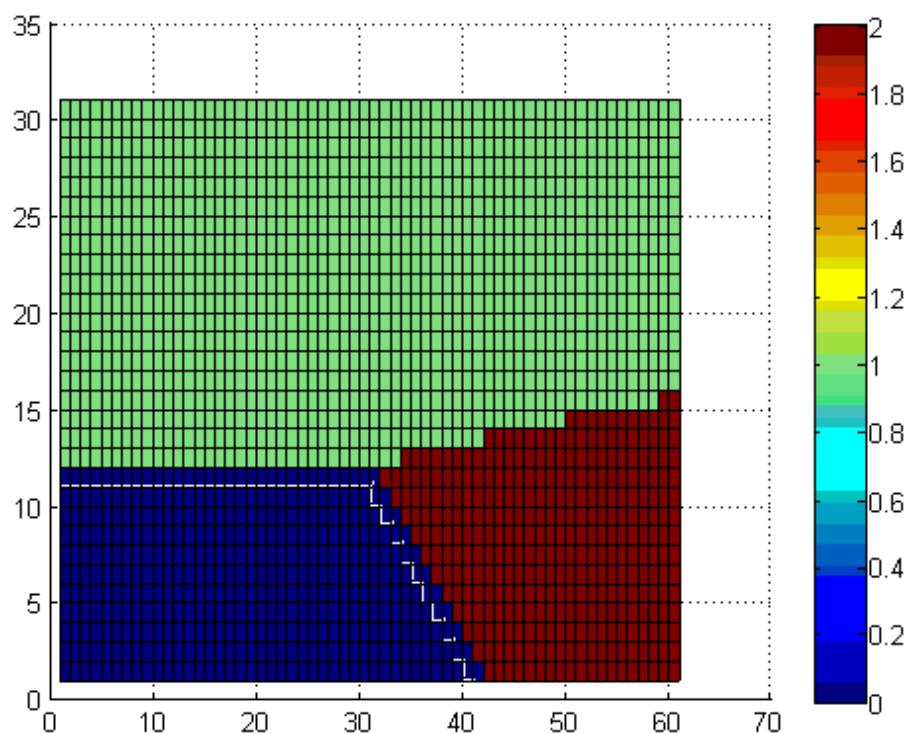


Για δεδομένες τιμές  $h_1=2>h_2=1.5$  και  $v_1=2, v_2=4$  βλέπουμε πως η αναθεση του ευέλικτου γίνεται εκεί όπου υπάρχει μεγαλύτερη ανάγκη εξυπηρέτησης, δηλαδή όπου ο χρόνος αναμονής είναι μεγαλύτερος στην ουρά δημιουργώντας συσσώρευση εργασιών και κατά συνέπεια μεγαλύτερο κόστος καθώς είναι άμεσα συνυφασμένο με το φόρτο των εργασιών σε μία ουρά.

Στα παρακάτω γραφήματα παρατηρούμε τις αλλαγές που συμβαίνουν στις αποφάσεις ανάθεσης του ευέλικτου προσωπικού σύμφωνα με αλλαγές που επιβάλλουμε στις παραμέτρους του συστήματος μας σε σχέση με την βάση που ορίσαμε. Αλλάζοντας λοιπόν κάθε φορά μία παράμετρο του συστήματος διατηρώντας τις άλλες σταθερές μπορούμε να παρατηρήσουμε τις ποιοτικές διαφορές στα αποτελέσματα βέλτιστων επιλογών ανάθεσης και να αναλύσουμε τη βαρύτητα κάθε παραμέτρου του μοντέλου της γραμμής εξυπηρέτησης που εξετάζουμε. Μεταβάλλοντας τα μοναδιαία κόστη  $h_1, h_2$  κάθε ουράς παρατηρούμε όπως ήταν αναμενόμενο μια καθαρή μετατόπιση του ευέλικτου προσωπικού ως προς τους σταθμούς αύξησης του κόστους ώστε να αμβλυνθεί η συσσώρευση των εργασιών και συνεπώς του συνολικού κόστους. Έτσι και στην αύξηση του  $h_1$  όπως βλέπουμε στο γράφημα 3α η περιοχή ανάθεσης του ευέλικτου στον 1<sup>ο</sup> σταθμό αυξάνεται όπως είναι αναμενόμενο. Μειώνοντας το  $h_2$  παρατηρούμε παρόμοια αλλαγή (βλ. γράφημα 4α) ωστόσο βλέπουμε μεγαλύτερη βαρύτητα και καθιέρωση της απόφασης ενίσχυσης του 1<sup>ου</sup> σταθμού.

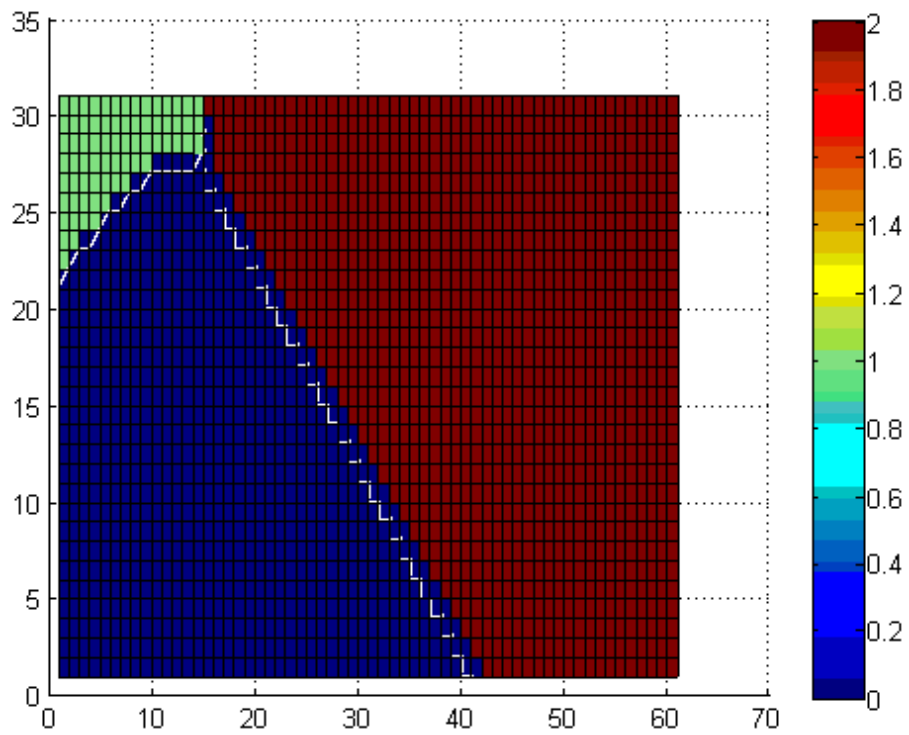


Γράφημα 2α  $h_1=4$

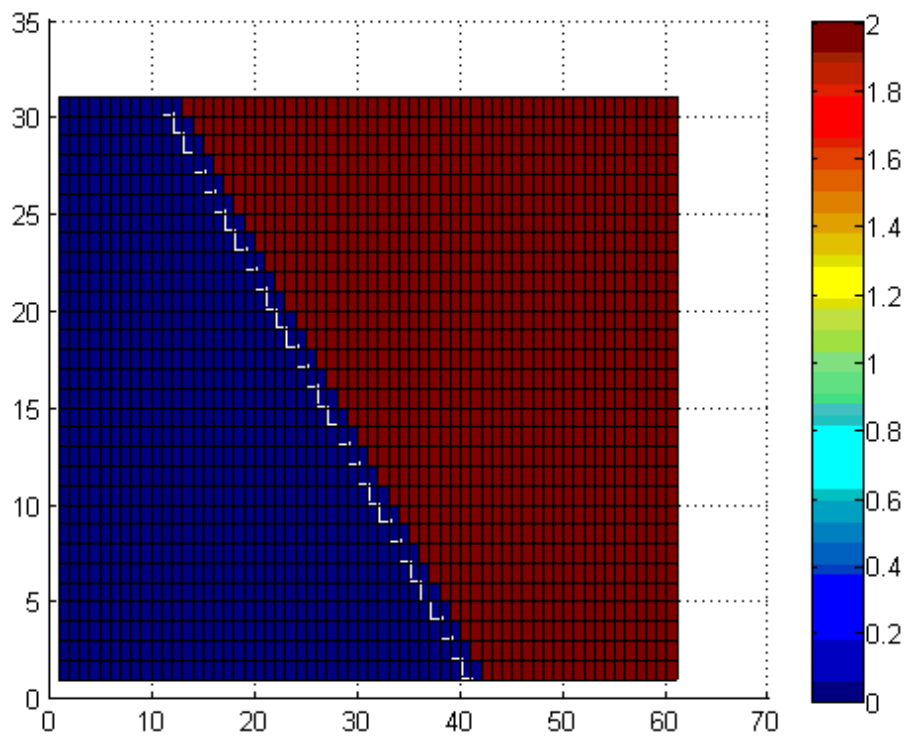


Γράφημα 3α  $h_2=0.5$

Οι μεταβολές στις αποδόσεις του σταθερού προσωπικού των δύο σταθμών φαίνεται να έχουν μεγάλη επίδραση με τη σειρά τους στη διαμόρφωση του φάσματος επιλογών ανάθεσης του ευέλικτου προσωπικού. Όπως είναι αναμενόμενο αυξάνοντας την απόδοση του σταθερού στον πρώτο σταθμό ( $v_1$ ) έχει μια άμεση επίδραση στην αύξηση της περιοχής ανάθεσης που αφορά τον δεύτερο (βλ. γράφημα 4α,5α) καθώς όπως είναι λογικό ο πρώτος διεκπεραιώνει πιο πολλές εργασίες στον ίδιο χρόνο και συνεπώς έχει μικρότερη συσσώρευση και ο δεύτερος έχει μεγαλύτερο φόρτο εργασιών. Βλέπουμε επίσης μια εδραίωση της περιοχής που αφορά την απόφαση όπου ο ευέλικτος δεν χρειάζεται να δουλεύει σε καμία από τις δύο και μία εξάλειψη της περιοχής όπου αυτός ανατίθεται στον 1<sup>ο</sup> σταθμό, πράγμα λογικό καθώς όταν ο 1<sup>ος</sup> σταθμός έχει πολύ μεγάλη απόδοση η επίδραση της χρήσης του ευέλικτου στο κόστος είναι αρνητική.

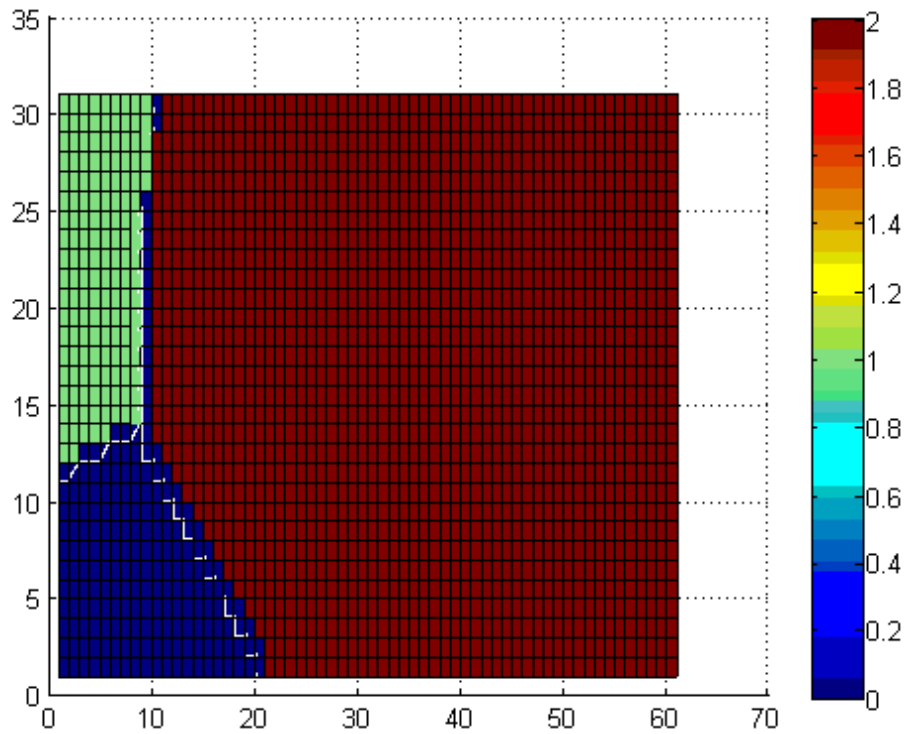


Γράφημα 4α  $v_1=4$

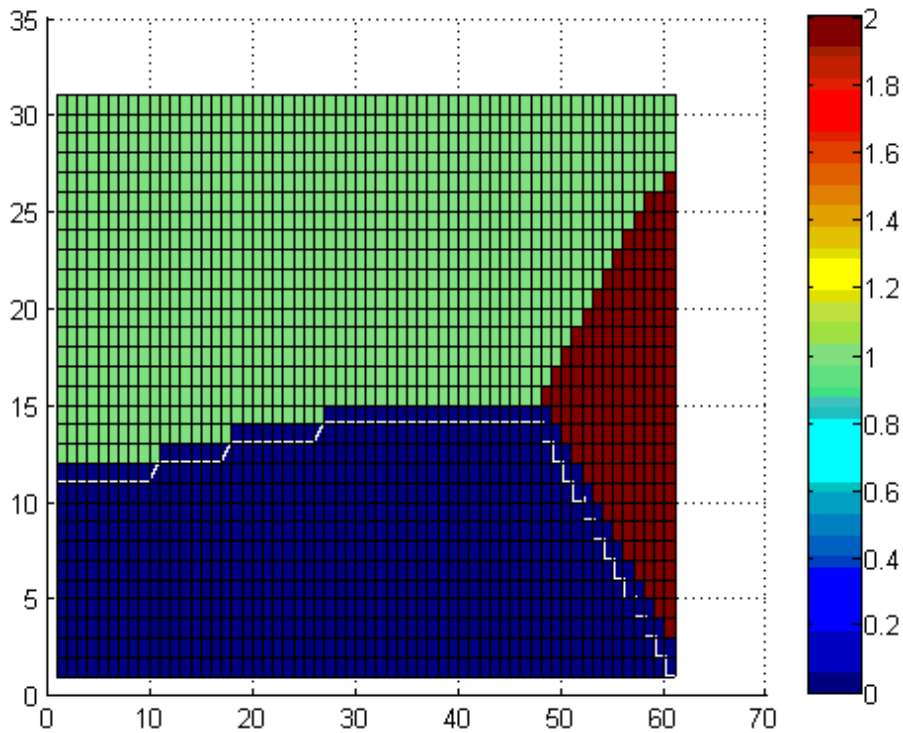


Γράφημα 5α  $v_1=6$

Αντίθετα η αύξηση της απόδοσης του σταθερού εξειδικευμένου προσωπικού στον 2<sup>ο</sup> σταθμό (v2) συνδέεται με μια αισθητή μείωση της περιοχής ανάθεσης του ευέλικτου στον 2<sup>ο</sup> και ταυτόχρονα με μια σχεδόν συμμετρική από άποψη γραφήματος αύξηση των άλλων δύο περιοχών επιλογής. Η μείωση ωστόσο του v2 διαμορφώνει με τη σειρά της μια μεγαλύτερη περιοχή ανάθεσης στον 2<sup>ο</sup> (βλέπε γράφημα 6α).

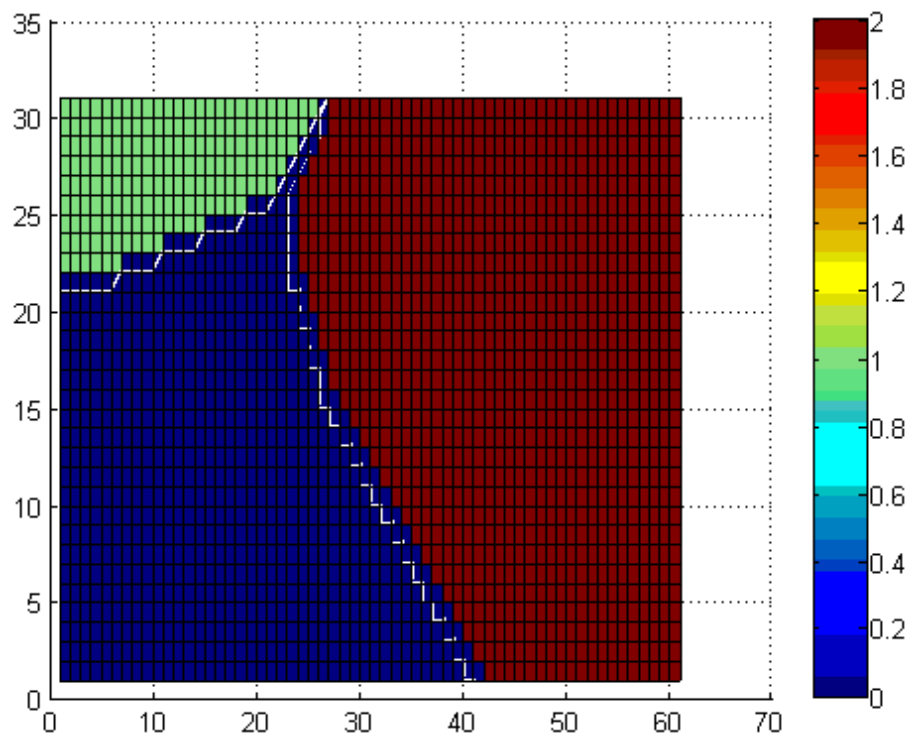


Γράφημα 6α v2=2

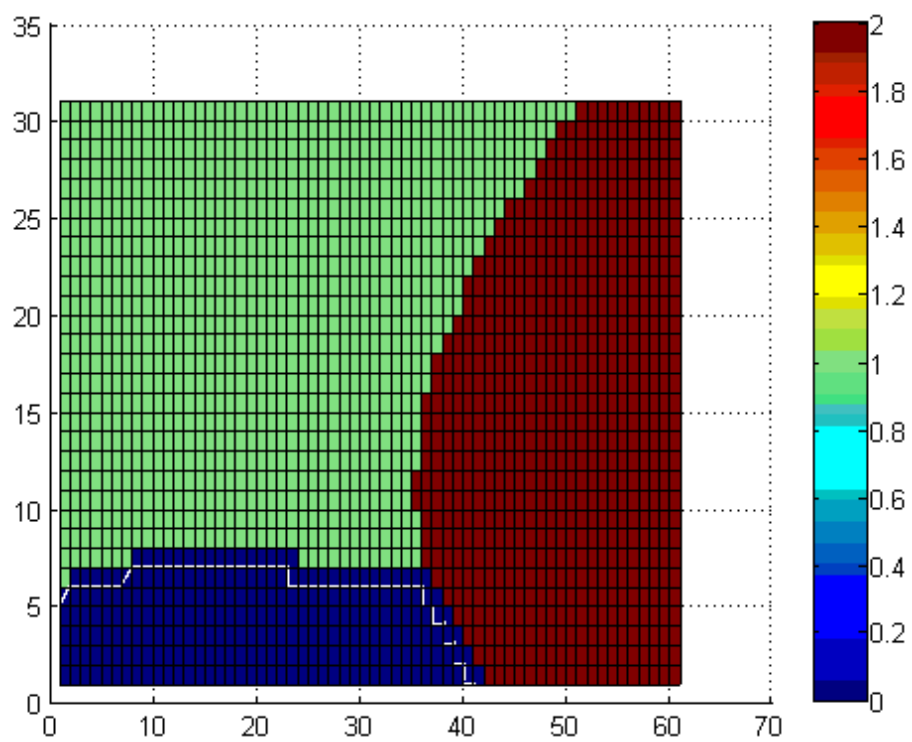


Γράφημα 7α  $v_2=6$

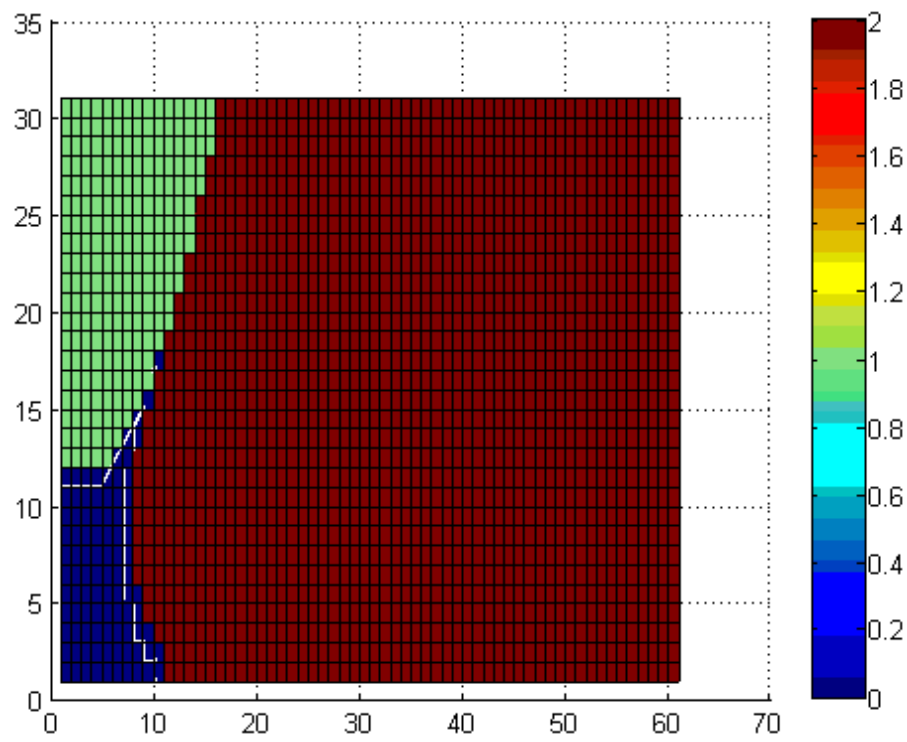
Στην περίπτωση όπου μεταβάλλουμε τον ρυθμό εξυπηρέτησης του ευέλικτου βλέπουμε τις μεταβολές στα γραφήματα να μην ακολουθούν την ίδια γραμμική συμπεριφορά που ακολουθούσαν με τις μεταβολές του ρυθμού εξυπηρέτησης του σταθερού προσωπικού. Συγκεκριμένα με την μείωση του ρυθμού εξυπηρέτησης του ευέλικτου στον 1<sup>ο</sup> σταθμό παρατηρούμε μια εδραίωση της περιοχής όπου ο ευέλικτος δεν ανατίθεται πουθενά (βλ. γράφημα 84α) παρά μόνο σε αυξημένη συσσώρευση εργασιών στον 1<sup>ο</sup> πράγμα αναμενόμενο καθώς η χαμηλότερη του απόδοση τον θέτει ως κακή επιλογή κόστους. Αντίθετα μια αύξηση του φαίνεται να διαμορφώνει μια μεγάλη περιοχή επιλογής στον 1<sup>ο</sup> σταθμό ακόμα και σε αυξημένο φόρτο του 2<sup>ου</sup> σταθμό (x2) δείχνοντας την βαρύτητα κόστους που έχει στο προκείμενο μοντέλο η διεκπεραίωση εργασιών στον 1<sup>ο</sup> σταθμό. Αντίστοιχα μια αύξηση στην απόδοση του ευέλικτου προσωπικού όσον αφορά τον 2<sup>ο</sup> σταθμό οδηγεί σε μια αύξηση της περιοχής επιλογής που αφορά την ανάθεση στον 2<sup>ο</sup> σταθμό (βλ. γράφημα 10α).



Γράφημα 8α  $m1=0.1$



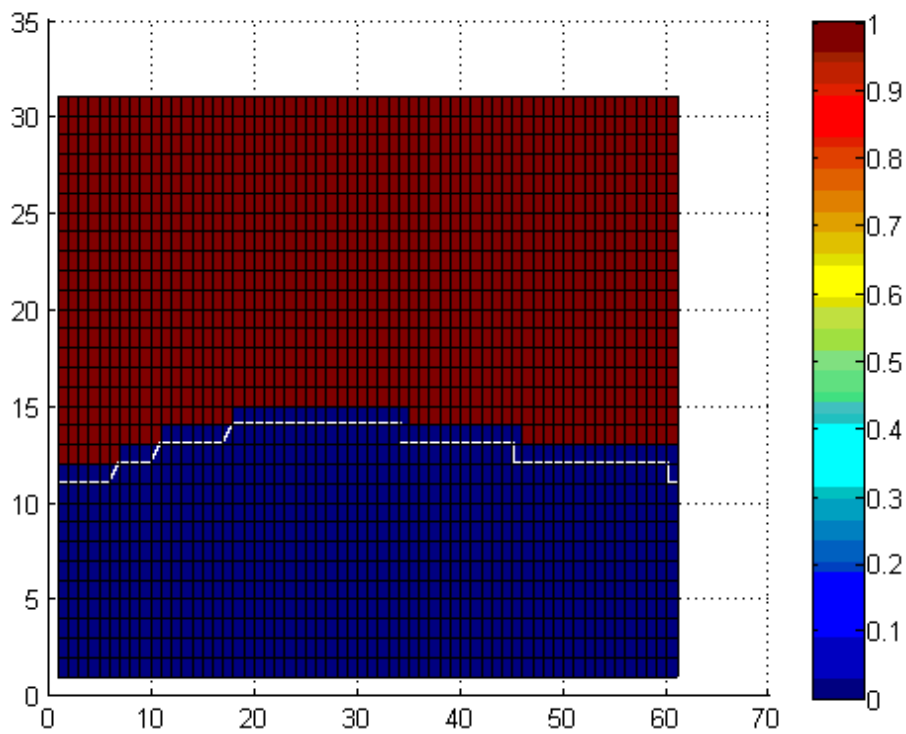
Γράφημα 9α  $m1=0.4$



Γράφημα 10α  $m_2=0.4$

### 4.3 Ειδική περίπτωση όπου ο ευέλικτος υποβοηθά μόνο τον 1<sup>ο</sup> σταθμό

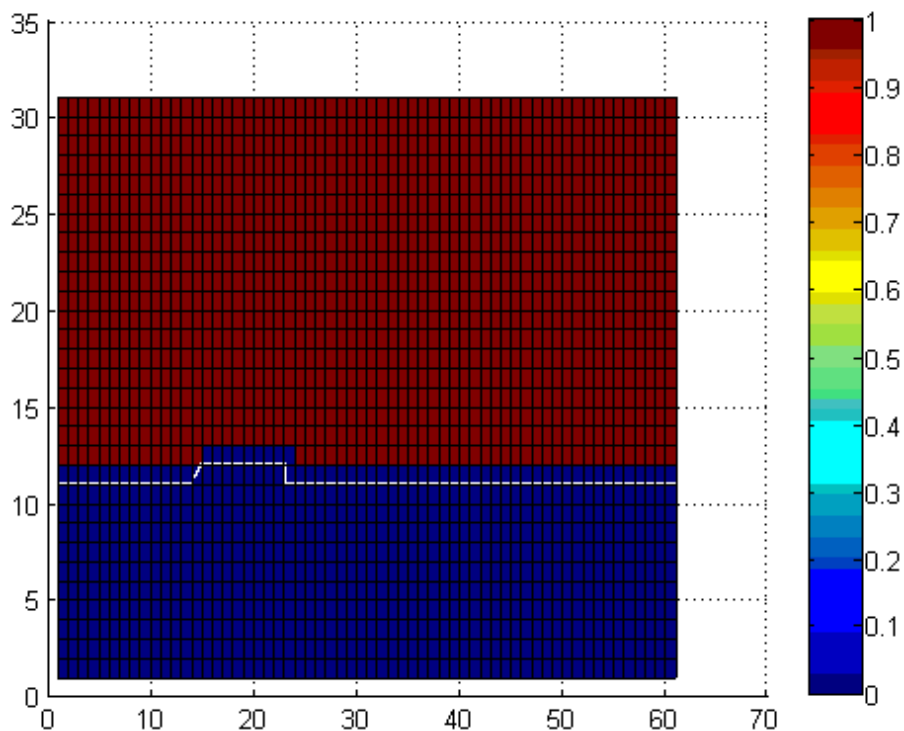
Στην ειδική περίπτωση όπου ο ευέλικτος μπορεί να υποβοηθά μόνο τον 1<sup>ο</sup> σταθμό τα γραφήματα απλουστεύονται αρκετά καθώς αρχικά υπάρχουν δύο επιλογές μόνο. Με κόκκινο διαφαίνεται η επιλογή να εργάζεται το ευέλικτο προσωπικό στον 1<sup>ο</sup> σταθμό και με μπλε να μην υποβοηθά κανένα σταθμό. Έτσι στη βασική μας περίπτωση που έχουμε πάλι τις ίδιες αρχικές τιμές και παραμέτρους με τη γενική περίπτωση ( $x_1=30$ ,  $x_2=60$ ,  $h_1=2$ ,  $h_2=1.5$ ,  $v_1=2$ ,  $v_2=4$ ,  $m_1=0.2$ ) προκύπτει το γράφημα 1b στο οποίο υπολείπεται η επιλογή ο ευέλικτος να εργάζεται στον 2<sup>ο</sup> σταθμό.



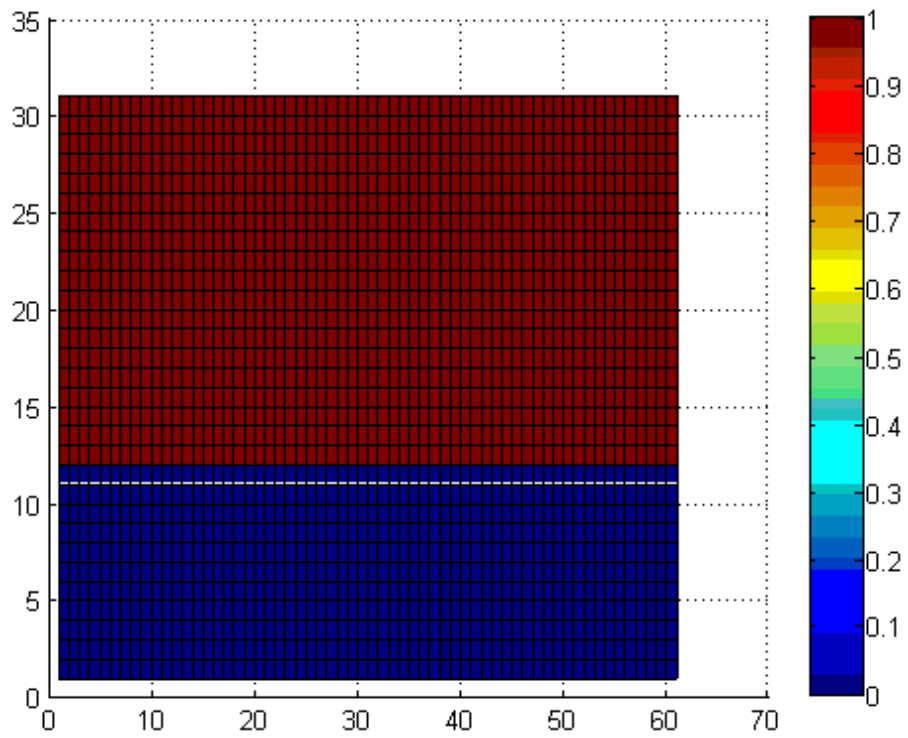
Γράφημα 1b



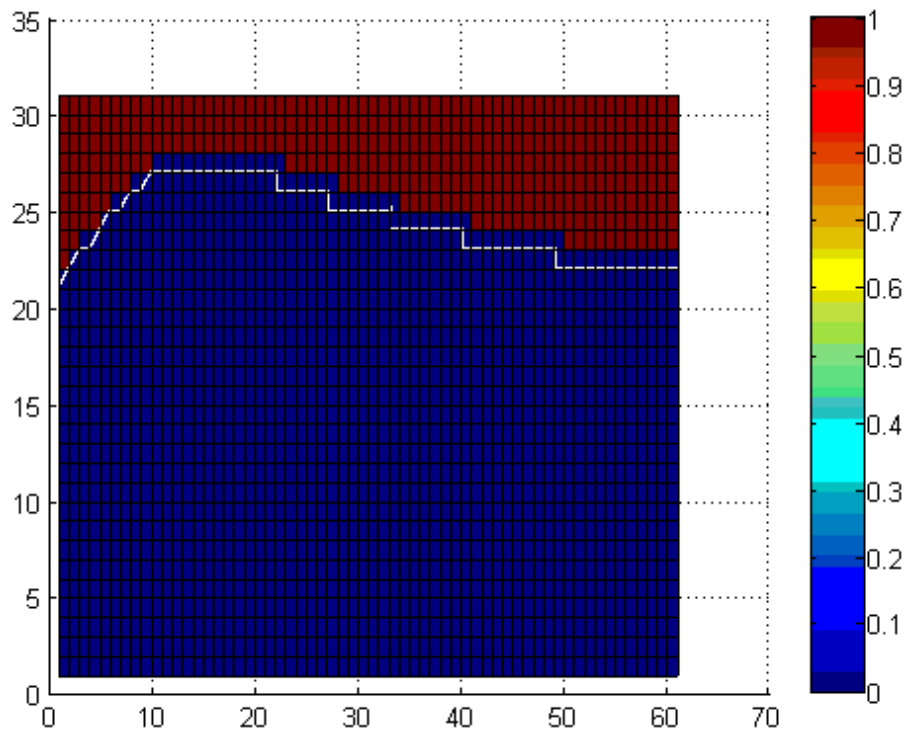
Στην ειδική αυτή περίπτωση βλέπουμε πως οι μεταβολές στο μοναδιαίο κόστος έχουν μια μικρή επιρροή στη διαμόρφωση των περιοχών. Αναμενόμενα, για παράδειγμα αυξάνοντας το κόστος  $h_1$  στον πρώτο σταθμό βλέπουμε μια αύξηση στην ανάθεση του ευέλικτου στον 1<sup>ο</sup> έτσι ώστε να αντισταθμιστεί η μεταβολή αυτή (βλ. γράφημα 2b). Αντίστοιχα οι μεταβολές στις αποδόσεις σταθερού προσωπικού αποφέρουν τις ίδιες περίπου μεταβολές όπως και στην γενική περίπτωση στα γραφήματα. Η αύξηση της απόδοσης του σταθερού και του ευέλικτου προσωπικού του 1<sup>ου</sup> σταθμού οδηγεί σε αύξηση της μπλε περιοχής δηλαδή της επιλογής όπου ο ευέλικτος δεν χρησιμοποιείται ενώ αύξηση Αντίθετα αύξηση της απόδοσης του ευέλικτου στον 1<sup>ο</sup> σταθμό οδηγεί όπως είναι αναμενόμενο σε αύξηση της περιοχής επιλογής ανάθεσης στον 1<sup>ο</sup> καθώς μειώνεται πιο γρήγορα η συσσώρευση εργασιών επειδή είναι πιο αποδοτικός.



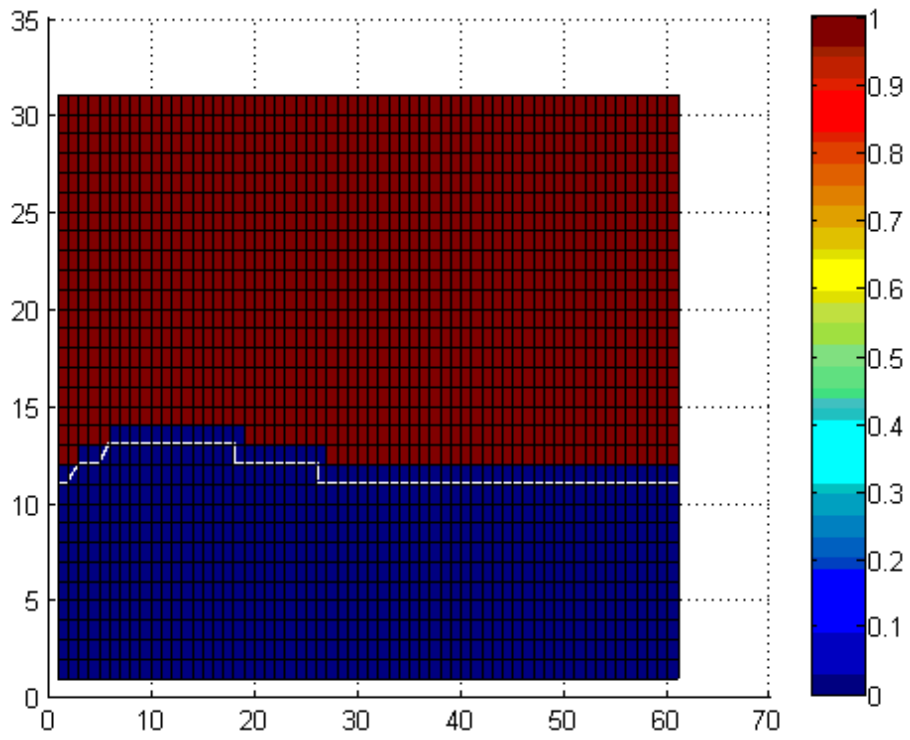
Γράφημα 2b  $h_1=4$



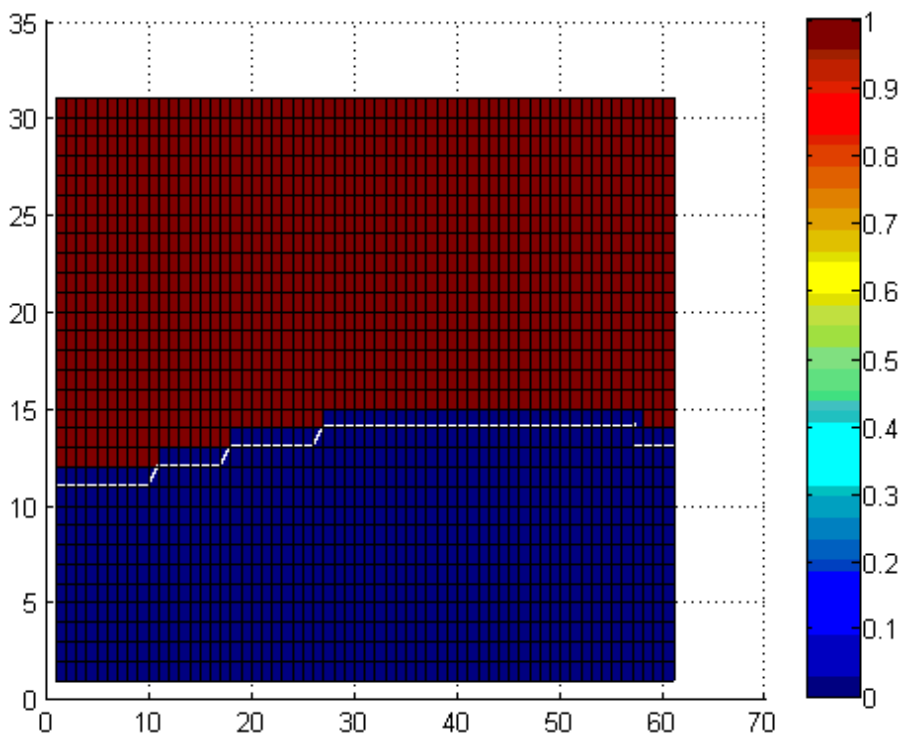
Γράφημα 3b  $h_2=0.5$



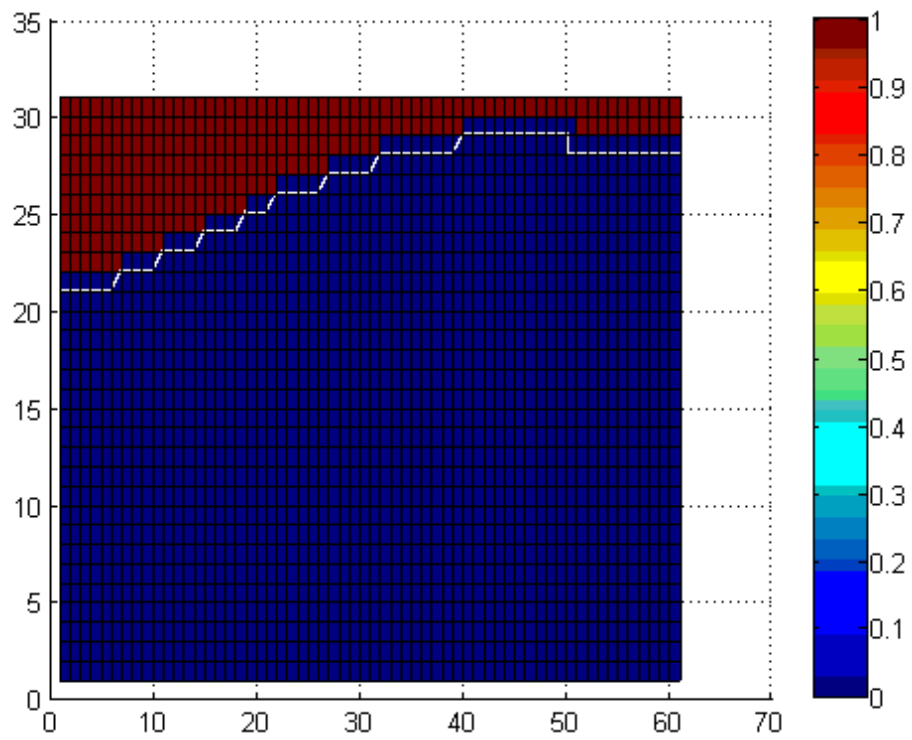
Γράφημα 4b  $v_1=4$



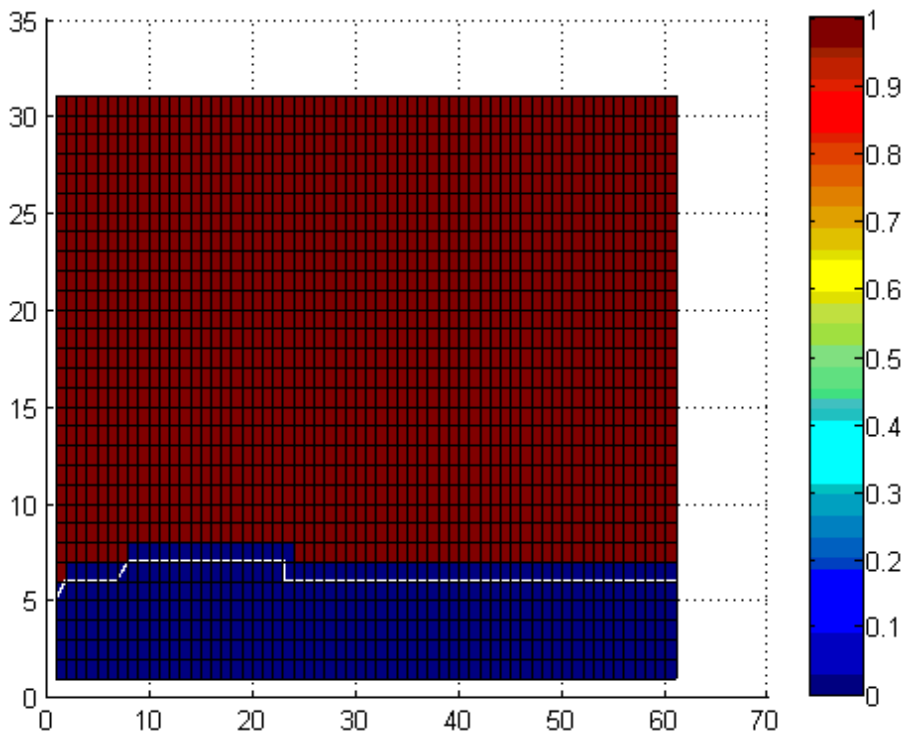
Γράφημα 5b  $\nu_2=2$



Γράφημα 6b  $\nu_2=6$



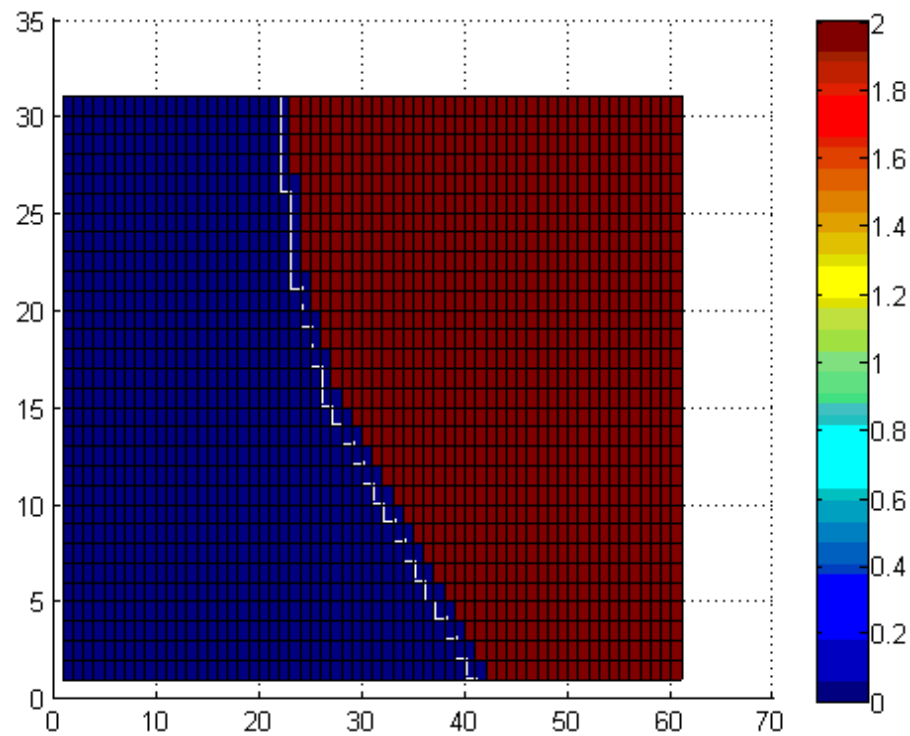
Γράφημα 7b  $m1=0.1$



Γράφημα 8b  $m1=0.4$

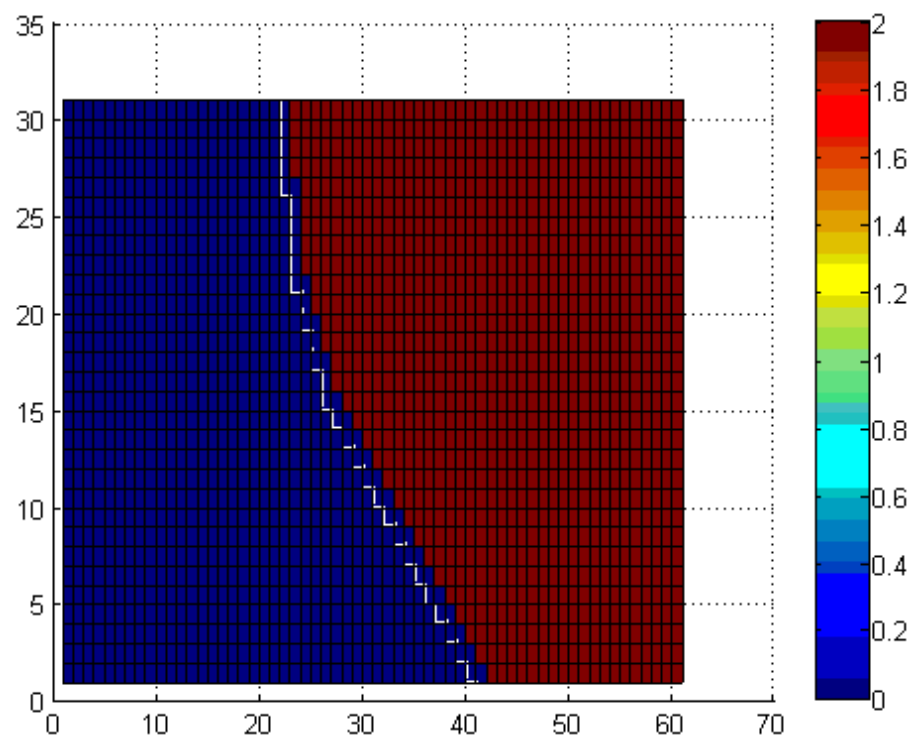
#### 4.4 Ειδική περίπτωση όπου ο ευέλικτος υποβοηθά μόνο τον 2<sup>ο</sup> σταθμό

Στην ειδική περίπτωση όπου ο ευέλικτος μπορεί να υποβοηθά μόνο τον 2<sup>ο</sup> σταθμό τα γραφήματα έχουν πάλι δύο επιλογές μόνο. Με κόκκινο διαφαίνεται η επιλογή να εργάζεται το ευέλικτο προσωπικό στον 2<sup>ο</sup> σταθμό και με μπλε να μην υποβοηθά κανένα σταθμό. Έτσι στη βασική μας περίπτωση που έχουμε πάλι τις ίδιες αρχικές τιμές και παραμέτρους με τη γενική περίπτωση ( $x_1=30$ ,  $x_2=60$ ,  $h_1=2$ ,  $h_2=1.5$ ,  $v_1=2$ ,  $v_2=4$ ,  $m_2=0.1$ ) προκύπτει το γράφημα 1c στο οποίο υπολείπεται η επιλογή ο ευέλικτος να εργάζεται και να υποβοηθά τον 1<sup>ο</sup> σταθμό.

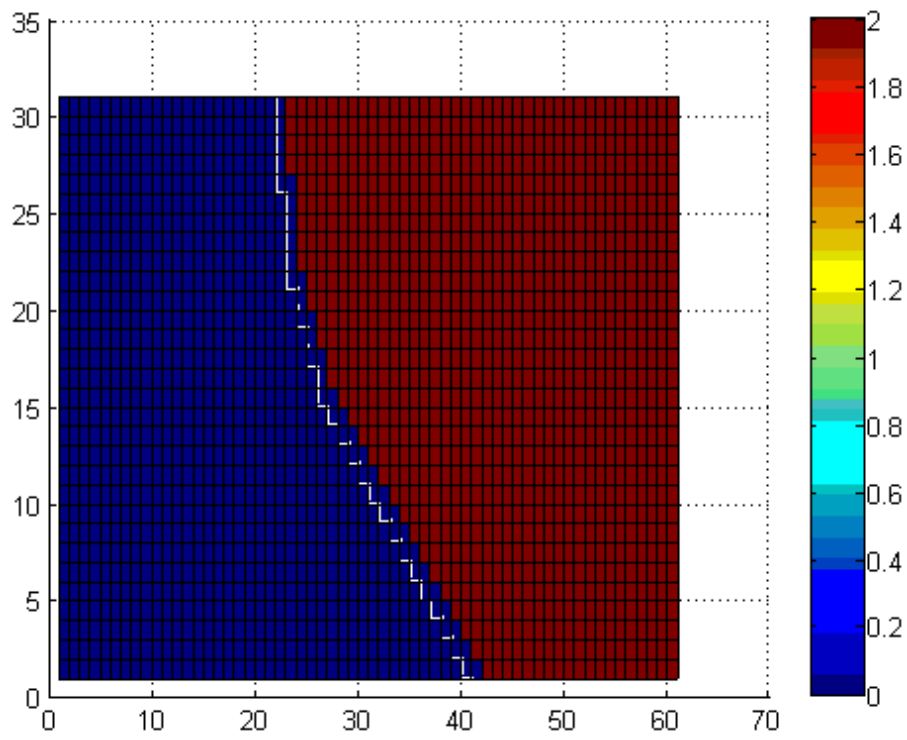


Γράφημα 1c

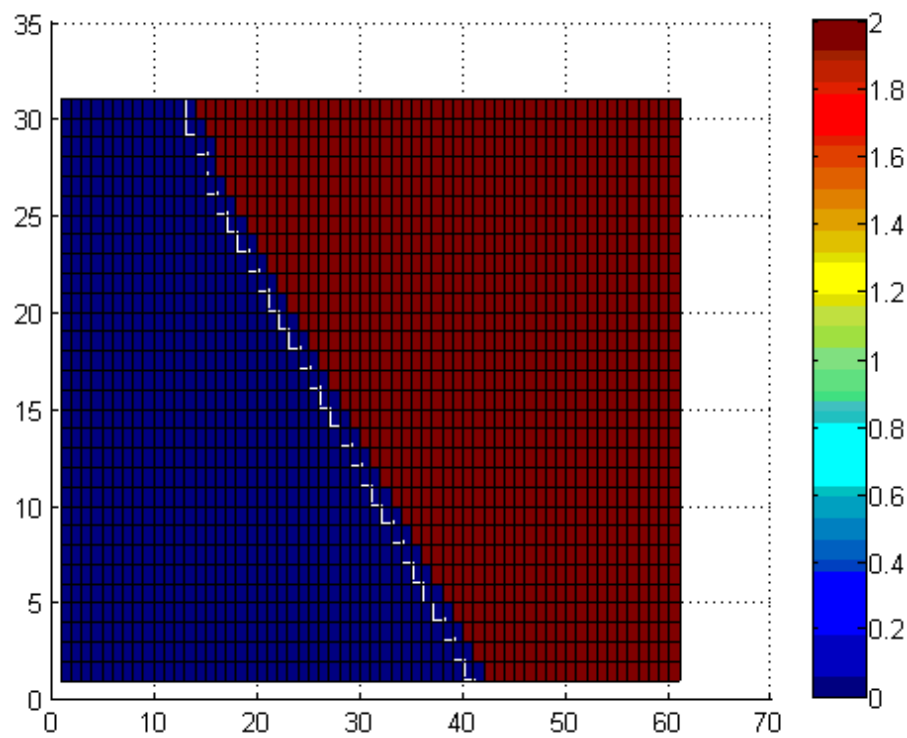
Όπως παρατηρούμε και στα παρακάτω γραφήματα στην ειδική αυτή περίπτωση βλέπουμε πως οι μεταβολές στο μοναδιαίο κόστος δεν έχουν επιρροή στη διαμόρφωση των περιοχών κάτι που είναι λογικό εφόσον έχει απαλειφθεί η επιρροή στο κόστος του πρώτου σταθμού. Αντίθετα οι μεταβολές στις αποδόσεις σταθερού προσωπικού στον πρώτο σταθμό φαίνεται να αυξάνουν την περιοχή της ανάθεσης στον 2<sup>ο</sup> κάτι που είναι αναμενόμενο επειδή αυξάνεται ο αριθμός αφίξεων στον 2<sup>ο</sup> σταθμό. Η αύξηση της απόδοσης του σταθερού προσωπικού του 2<sup>ου</sup> σταθμού είναι ανάλογη της αύξησης της μπλε περιοχής δηλαδή της επιλογής όπου ο ευέλικτος δεν χρησιμοποιείται όπως συμβαίνει και με την μείωση της. Αντίθετα αύξηση της απόδοσης του ευέλικτου στον 2<sup>ο</sup> σταθμό οδηγεί όπως είναι αναμενόμενο σε αύξηση της περιοχής επιλογής ανάθεσης στον 2<sup>ο</sup> καθώς γίνεται πιο αποδοτική και αναγκαία η χρήση του.



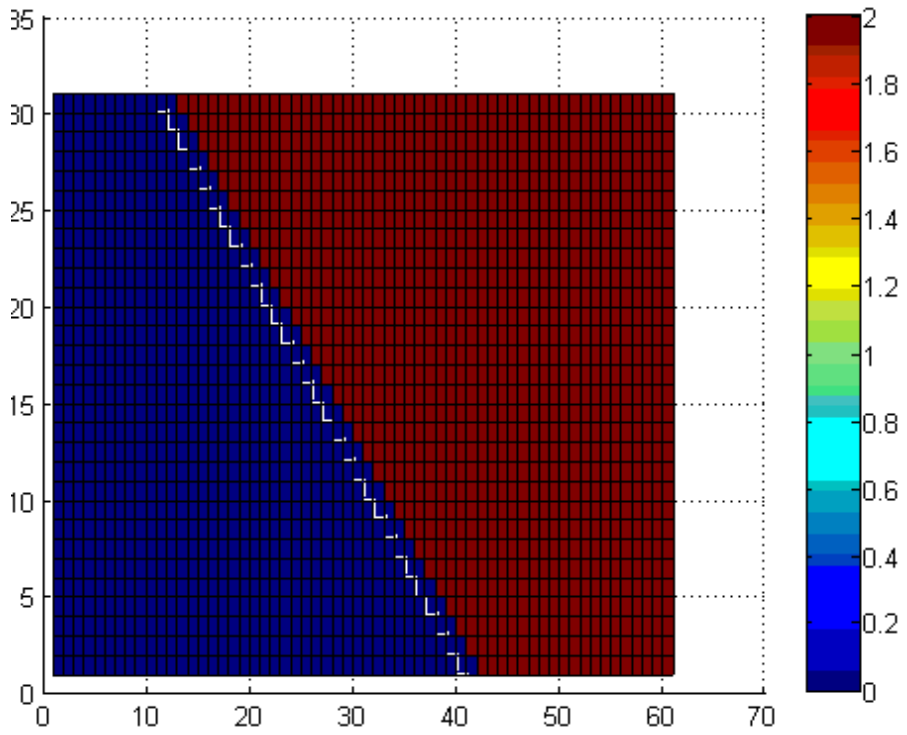
Γράφημα 2c h1=4



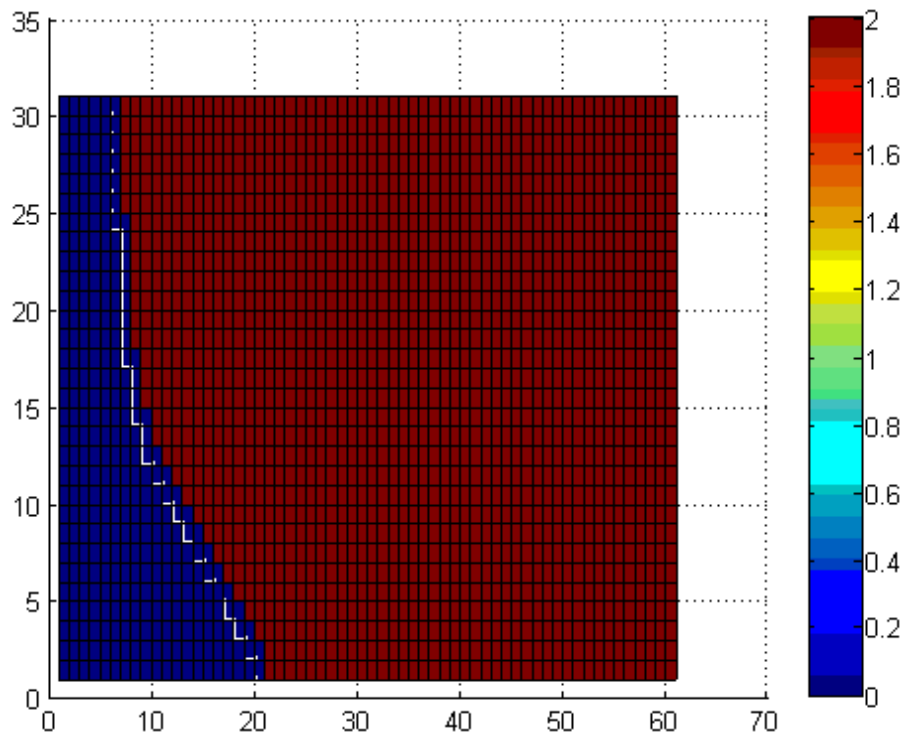
Γράφημα 3c  $h_2=0.5$



Γράφημα 4c  $v_1=4$

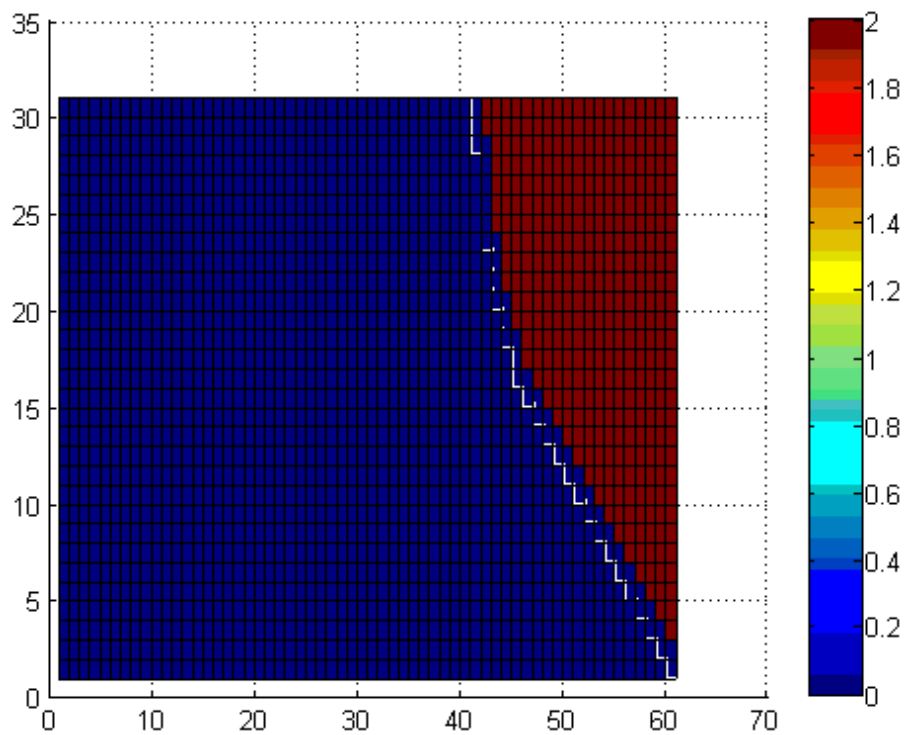


Γράφημα 5c  $\nu_1=6$

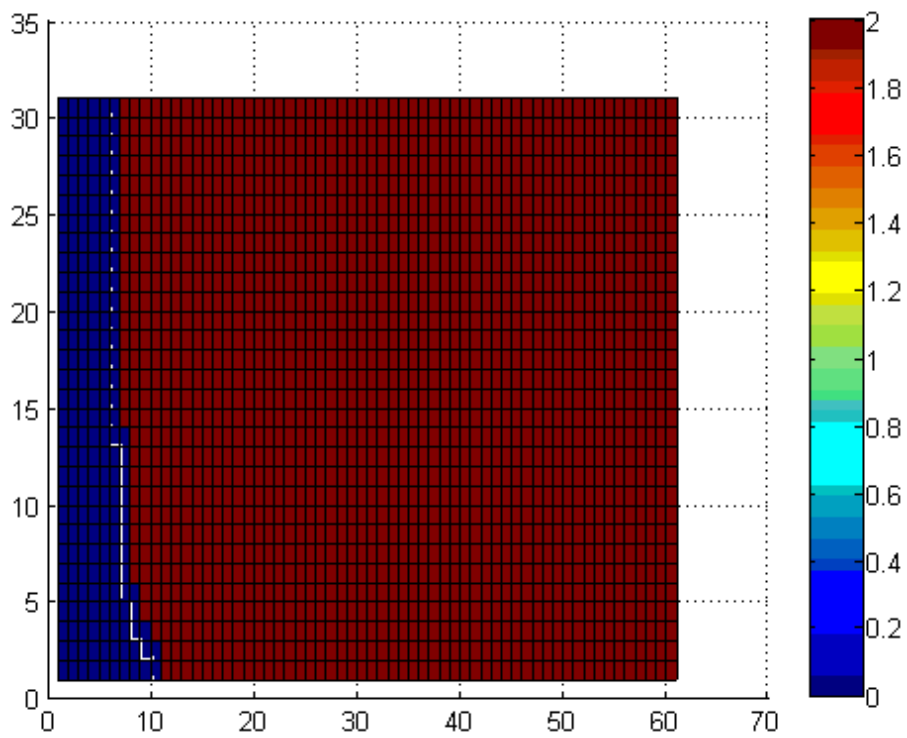


Γράφημα 6c  $\nu_2=2$





Γράφημα 7c  $v_2=6$



Γράφημα 8c  $m_2=0.4$

## Βιβλιογραφία

- WALLACE J. HOPP & MARK P. OYEN (2004) Agile workforce evaluation: a framework for cross-training and coordination, *IE Transactions*, 36:10, 919-940
- Dynamic Programming  
Wikipedia [http://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic\\_programming](http://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic_programming)
- Σημειώσεις Μη Γραμμικού Προγραμματισμού  
[http://www.mie.uth.gr/ekp\\_yliko/math\\_progr\\_notes.pdf](http://www.mie.uth.gr/ekp_yliko/math_progr_notes.pdf)
- Blake, R.R., Mouton, J.S., Barnes, L.B. and Greiner, L.E. (1964) Breakthrough in organization development. *Harvard Business Review*, Nov.–Dec.
- Milner, J. and Pinker, E. (2001) Contingent labor contracting under demand and supply uncertainty. *Management Science*, **47**(8), 1046–1062.
- Hopp, W.J., Tekin, E. and Van Oyen, M.P. (2004) Benefits of skill chaining in production lines with cross-trained workers. *Management Science*, **50**(1), 83–98.

## Παράρτημα Α

Παρακάτω παρατίθεται ο αλγόριθμος με όλες τους αναδρομικούς τύπους προσαρμοσμένους στο matlab και στις ανάγκες επίλυσης του προβλήματος με τέτοια αλληλουχία επίλυσης έτσι ώστε να τροφοδοτούνται όλοι οι πίνακες τιμών.

### Είσοδος-Input

```
x1=30;  
x2=60;  
h1=2;  
h2=1.5;  
v1=2;  
v2=4;  
m1=0.2;  
m2=0.1;
```

### Αρχικές τιμές- συνθήκες

```
V0(1,1)=0;  
V0(1,2)=h2/v2;  
V2(1,1)=h2/m2;  
V1(1,1)=(h1/m1)+V0(1,2);
```

Στον αλγόριθμο οι μεταβλητές μετρητές που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα  $i, j$  αντίστοιχα για τις  $x_1, x_2$ .

### Αρχή επαναλήψεων

1<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση  $V_2(1, j)$  και  $V_0(1, j)$

```
for j=2:(x1+2+x2)
```

```
if j<3,  
    V2(1,j)=(h2*j+v2*V2(1,j-)+m2*V0(1,j))/(v2+m2);  
end
```

```
if j>=3,  
    s2=(h2*(j-1)+v2*V2(1,j-2)+m2*V0(1,j-))/(v2+m2);  
    s0=(h2*(j-1)+v2*V0(1,j-1))/v2;
```

```

    if s2==min([s2,s0]),
        D(1,j)=2;
    else
        D(1,j)=0;
    end

V0(1,j)=min([s2,s0]);

V2(1,j)=(h2*j+v2*V2(1,j-1)+m2*V0(1,j))/(v2+m2);
end

end

αρχικοποίηση V1(1,2),V0(2,1),V0(2,2),V2(2,1),V2(2,2)

V1(1,2)=(h1+h2+v2*V1(1,1)+m1*V0(1,3))/(v2+m1);

V0(2,1)=(h1/v1)+V0(1,2);
V0(2,2)=(h1+h2+v1*V0(1,3)+v2*V0(2,1))/(v1+v2);
V2(2,1)=(h1+h2+v1*V2(1,2)+m2*V0(2,1))/(v1+m2);

V2(2,2)=(h1+h2*2+v1*V2(1,3)+v2*V2(2,1)+m2*V0(2,2))/(v1+v2+m2);

2η επανάληψη εύρεση ,V1(1,j),V0(2,j),V2(2,j)

for j=3:(x1+1+x2)

V1(1,j)=(h1+h2*(j-1)+v2*V1(1,j-1)+m1*V0(1,j+1))/(v2+m1);

s2=(h1+h2*(j-1)+v1*V2(1,j)+v2*V2(2,j-2)+m2*V0(2,j-1))/(v1+v2+m2);
s0=(h1+h2*(j-1)+v1*V0(1,j+1)+v2*V0(2,j-1))/(v1+v2);

    if s2==min([s2,s0]),
        D(2,j)=2;
    else
        D(2,j)=0;
    end
end

```

$V0(2,j)=\min([s2,s0]);$

$V2(2,j)=(h1+h2*j+v1*V2(1,j+1)+v2*V2(2,j-1)+m2*V0(2,j))/(v1+v2+m2);$

end

$V1(2,1)=(h1*2+v1*V1(1,2)+m1*V0(2,2))/(v1+m1);$

$V1(2,2)=(h1*2+h2+v1*V1(1,3)+v2*V1(2,1)+m1*V0(2,3))/(v1+v2+m1);$

**3<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V1(2,j)**

for j=3:(x1+x2)

$V1(2,j)=(2*h1+h2*(j-1)+v1*V1(1,j+1)+v2*V1(2,j-1)+m1*V0(2,j+1))/(v1+v2+m1);$

end

**4<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V0(i,1) V0(i,2) V1(i,1) V2(i,1)**

**Μετρητής i**

for i=3:(x1+1)

$s1=(h1*(i-1)+v1*V1(i-2,2)+m1*V0(i-1,2))/(v1+m1);$

$s0=(h1*(i-1)+v1*V0(i-1,2))/v1;$

if s1==min([s1,s0]),

$D(i,1)=1;$

else

$D(i,1)=0;$

end

$$V0(i,1)=\min([s1,s0]);$$

$$s1=(h1*(i-1)+h2+v1*V1(i-2,3)+v2*V1(i-1,1)+m1*V0(i-1,3))/(v1+v2+m1);$$

$$s0=(h1*(i-1)+h2+v1*V0(i-1,3)+v2*V0(i,1))/(v1+v2);$$

$$\text{if } s1 == \min([s1,s0]),$$

$$D(i,2)=1;$$

else

$$D(i,2)=0;$$

end

$$V0(i,2)=\min([s1,s0]);$$

$$V1(i,1)=(h1*(i)+v1*V1(i-1,2)+m1*V0(i,2))/(v1+m1);$$

$$V2(i,1)=(h1*(i-1)+h2+v1*V2(i-1,2)+m2*V0(i,1))/(v1+m2);$$

### Μετρητής j

Εύρεση  $V2(i,j)$   $V0(i,j+1)$   $V1(i,j)$   $V2(i,j)$

for  $j=2:(x1+1+x2-(i-1))$

$$V2(i,j)=(h1*(i-1)+h2*j+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);$$

$$s1=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V1(i-2,j+2)+v2*V1(i-1,j)+m1*V0(i-1,j+2))/(v1+v2+m1);$$

$$s2=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);$$

```
s0=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V0(i-1,j+2)+v2*V0(i,j))/(v1+v2);
```

```
if s1==min([s1, s2, s0]),  
    D(i,j+1)=1;
```

```
elseif s2==min([s1, s2, s0]),
```

```
    D(i,j+1)=2;
```

```
else
```

```
    D(i,j+1)=0;
```

```
end
```

```
    V0(i,j+1)=min([s1, s2, s0]);
```

```
V1(i,j)=(h1*(i)+h2*(j-1)+v1*V1(i-1,j+1)+v2*V1(i,j-  
1)+m1*V0(i,j+1))/(v1+v2+m1);
```

```
V2(i,j)=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-  
1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);
```

```
end
```

```
end
```

**Παρουσίαση επιλογών και προβολή στην οθόνη**

```
for i=1:x1+1
```

```
    for j=1:x2+1
```

```
        X= ['για x1=', num2str(i-1) , 'stin oura tou prwtou', 'kai x2=',  
num2str(j-1) , 'stin oura tou deuterou' , 'exw tin apofasi' ,  
num2str(D(i,j))];
```

```
        disp(X)
```

```
    end
```

```
end
```

## Παράρτημα Β

### Ειδικές περιπτώσεις

Εδώ να προσθέσουμε και δύο ειδικές περιπτώσεις όπου ο ευέλκτος εξυπηρετητής θα μπορεί να υποβοηθάει μόνο τον 1<sup>ο</sup> σταθμό ή μόνο τον 2<sup>ο</sup>. Παρακάτω ακολουθεί ο προσαρμοσμένος κώδικας για τις δύο ειδικές περιπτώσεις.

**Περίπτωση όπου ο ευέλκτος μπορεί υποβοηθάει τον 1<sup>ο</sup> σταθμό μόνο:**

#### Είσοδος-Input

```
x1=30;  
x2=60;  
h1=2;  
h2=1.5;  
v1=2;  
v2=4;  
m1=0.2;  
m2=0.1;
```

#### Αρχικές τιμές- συνθήκες

```
V0(1,1)=0;  
V0(1,2)=h2/v2;  
V1(1,1)=(h1/m1)+V0(1,2);
```

#### Αρχή επαναλήψεων

**1<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V0(1,j)**

```
for j=2:(x1+2+x2)
```

```
    s0=(h2*(j-1)+v2*V0(1,j-1))/v2;
```

```
    V0(1,j)=s0;
```

```
end
```



**αρχικοποίηση V1(1,2),V0(2,1),V0(2,2)**

$$V1(1,2)=(h1+h2+v2*V1(1,1)+m1*V0(1,3))/(v2+m1);$$

$$V0(2,1)=(h1/v1)+V0(1,2);$$

$$V0(2,2)=(h1+h2+v1*V0(1,3)+v2*V0(2,1))/(v1+v2);$$

**2<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση ,V1(1,j),V0(2,j)**

**for** j=3:(x1+1+x2)

$$V1(1,j)=(h1+h2*(j-1)+v2*V1(1,j-1)+m1*V0(1,j+1))/(v2+m1);$$

$$s0=(h1+h2*(j-1)+v1*V0(1,j+1)+v2*V0(2,j-1))/(v1+v2);$$

$$D(2,j)=0;$$

$$V0(2,j)=s0;$$

**end**

$$V1(2,1)=(h1*2+v1*V1(1,2)+m1*V0(2,2))/(v1+m1);$$

$$V1(2,2)=(h1*2+h2+v1*V1(1,3)+v2*V1(2,1)+m1*V0(2,3))/(v1+v2+m1);$$

**3<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V1(2,j)**

**for** j=3:(x1+x2)

$$V1(2,j)=(2*h1+h2*(j-1)+v1*V1(1,j+1)+v2*V1(2,j-1)+m1*V0(2,j+1))/(v1+v2+m1);$$

**end**

4<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V0(i,1) V0(i,2) V1(i,1)

**Μετρητής i**

for i=3:(x1+1)

s1=(h1\*(i-1)+v1\*V1(i-2,2)+m1\*V0(i-1,2))/(v1+m1);

s0=(h1\*(i-1)+v1\*V0(i-1,2))/v1;

if s1==min([s1,s0]),

D(i,1)=1;

else

D(i,1)=0;

end

V0(i,1)=min([s1,s0]);

s1=(h1\*(i-1)+h2+v1\*V1(i-2,3)+v2\*V1(i-1,1)+m1\*V0(i-1,3))/(v1+v2+m1);

s0=(h1\*(i-1)+h2+v1\*V0(i-1,3)+v2\*V0(i,1))/(v1+v2);

if s1==min([s1,s0]),

D(i,2)=1;

else

D(i,2)=0;

end

V0(i,2)=min([s1,s0]);

V1(i,1)=(h1\*(i)+v1\*V1(i-1,2)+m1\*V0(i,2))/(v1+m1);

**Μετρητής j**

**Εύρεση V2(i,j) V0(i,j+1) V1(i,j) V2(i,j)**

```

for j=2:(x1+1+x2-(i-1))

    s1=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V1(i-2,j+2)+v2*V1(i-1,j)+m1*V0(i-
1,j+2))/(v1+v2+m1);

s0=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V0(i-1,j+2)+v2*V0(i,j))/(v1+v2);

if s1==min([s1,s0]),
    D(i,j+1)=1;

else
    D(i,j+1)=0;

end

V0(i,j+1)=min([s1,s0]);

V1(i,j)=(h1*(i)+h2*(j-1)+v1*V1(i-1,j+1)+v2*V1(i,j-
1)+m1*V0(i,j+1))/(v1+v2+m1);

end

end

```

### Παρουσίαση επιλογών και προβολή στην οθόνη

```

for i=1:x1+1
    for j=1:x2+1

X= ['gia x1=', num2str(i-1) , 'stin oura tou prwtou', 'kai x2=',
num2str(j-1) , 'stin oura tou deuterou' , 'exw tin apofasi' ,
num2str(D(i,j))];
    disp(X)
    end
end

```

## Παράρτημα Γ

Περίπτωση όπου ο ευέλικτος μπορεί υποβοηθάει τον 2<sup>ο</sup> σταθμό μόνο:

### Είσοδος-Input

```
x1=30;  
x2=60;  
h1=2;  
h2=1.5;  
v1=2;  
v2=4;  
m1=0.2;  
m2=0.1;
```

### Αρχικές τιμές- συνθήκες

```
V0(1,1)=0;  
V0(1,2)=h2/v2;  
V2(1,1)=h2/m2;
```

### Αρχή επαναλήψεων

1<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V0(1,j) V2(1,j)

```
for j=2:(x1+2+x2)
```

```
if j<3,
```

```
V2(1,j)=(h2*j+v2*V2(1,j-1)+m2*V0(1,j))/(v2+m2);
```

```
end
```

```
if j>=3,
```

```
s2=(h2*(j-1)+v2*V2(1,j-2)+m2*V0(1,j-1))/(v2+m2);
```

```
s0=(h2*(j-1)+v2*V0(1,j-1))/v2;
```

```
if s2==min([s2,s0]),
```

```
    D(1,j)=2;
```

```
else
```

```
    D(1,j)=0;
```

end

$V0(1,j)=\min([s2,s0]);$

$V2(1,j)=(h2*j+v2*V2(1,j-1)+m2*V0(1,j))/(v2+m2);$

end

end

**αρχικοποίηση  $V0(2,1),V0(2,2),V2(2,1),V2(2,2)$**

$V0(2,1)=(h1/v1)+V0(1,2);$

$V0(2,2)=(h1+h2+v1*V0(1,3)+v2*V0(2,1))/(v1+v2);$

$V2(2,1)=(h1+h2+v1*V2(1,2)+m2*V0(2,1))/(v1+m2);$

$V2(2,2)=(h1+h2*2+v1*V2(1,3)+v2*V2(2,1)+m2*V0(2,2))/(v1+v2+m2);$

**2<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση  $V0(2,j),V2(2,j)$**

for j=3:(x1+1+x2)

$s2=(h1+h2*(j-1)+v1*V2(1,j)+v2*V2(2,j-2)+m2*V0(2,j-1))/(v1+v2+m2);$

$s0=(h1+h2*(j-1)+v1*V0(1,j+1)+v2*V0(2,j-1))/(v1+v2);$

if s2==min([s2,s0]),

$D(2,j)=2;$

else

$D(2,j)=0;$

end

$V0(2,j)=\min([s2,s0]);$

$$V2(2,j)=(h1+h2*j+v1*V2(1,j+1)+v2*V2(2,j-1)+m2*V0(2,j))/(v1+v2+m2);$$

end

**3<sup>η</sup> επανάληψη εύρεση V0(i,1) V0(i,2) V2(i,1)**

for j=3:(x1+x2)

end

for i=3:(x1+1)

$$s0=(h1*(i-1)+v1*V0(i-1,2))/v1;$$

$$D(i,1)=0;$$

$$V0(i,1)=s0;$$

$$s0=(h1*(i-1)+h2+v1*V0(i-1,3)+v2*V0(i,1))/(v1+v2);$$

$$D(i,2)=0;$$

$$V0(i,2)=s0;$$

$$V2(i,1)=(h1*(i-1)+h2+v1*V2(i-1,2)+m2*V0(i,1))/(v1+m2);$$

**Μετρητής j**

**Εύρεση V2(i,j) V0(i,j+1) V1(i,j) V2(i,j)**

for j=2:(x1+1+x2-(i-1))

$$V2(i,j)=(h1*(i-1)+h2*j+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);$$

```

s2=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-
1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);

s0=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V0(i-1,j+2)+v2*V0(i,j))/(v1+v2);

if s2==min([s2, s0]),
    D(i,j+1)=2;

else
    D(i,j+1)=0;

end

V0(i,j+1)=min([s2, s0]);

V2(i,j)=(h1*(i-1)+h2*(j)+v1*V2(i-1,j+1)+v2*V2(i,j-
1)+m2*V0(i,j))/(v1+v2+m2);

    end

end

```

### Παρουσίαση επιλογών και προβολή στην οθόνη

```

for i=1:x1+1
    for j=1:x2+1
        X= ['gia x1=', num2str(i-1) , 'stin oura tou prwtou', 'kai x2=',
num2str(j-1) , 'stin oura tou deuteron' , 'exw tin apofasi' ,
num2str(D(i,j))];
        disp(X)
    end
end

```