



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

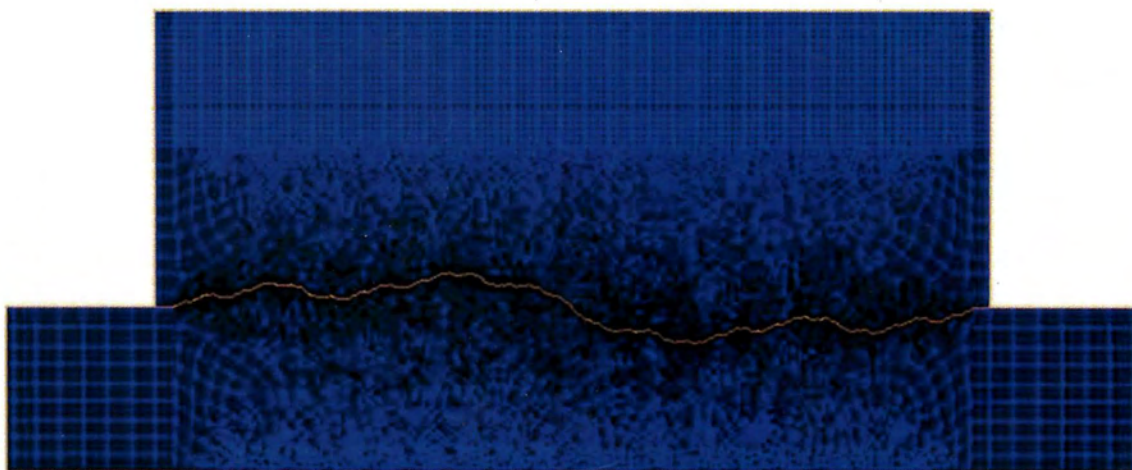
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΤΡΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ
ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ
ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ
ΤΡΙΒΗΣ**



ΜΑΣΤΡΟΔΗΜΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΟΛΥΜΠΙΑ ΠΑΝΑΓΟΥΛΗ,
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ Τ.Π.Μ. ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

ΒΟΛΟΣ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2014



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 13287/1
Ημερ. Εισ.: 19-03-2015
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ
2015
ΜΑΣ



ΑΦΙΕΡΩΣΗ

Αφιερώνω αυτή την εργασία στον πατέρα μου που υπεραγαπώ και που αν και στερούμαι την παρουσία του, όσο τον είχα κοντά μου ποτέ μου δεν στερήθηκα την αγάπη του, τις αρχές του και τις αξίες του και του οφείλω, όχι μόνο μια αφιέρωση, αλλά το μεγαλύτερο μερίδιο απ' ό,τι θετικό και όμορφο μπορεί να έχω καταφέρει μέχρι στιγμής στην ζωή μου!



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πολλές και θερμές ευχαριστίες οφείλω στην κ. Ολυμπία Παναγούλη, επίκουρο καθηγήτρια του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και επιβλέπουσα αυτής της διπλωματικής εργασίας. Η συνεχής επικοινωνία και καθοδήγηση που μου παρείχε απλόχερα, οι συμβουλές της, η παντός είδους στήριξη καθώς και το ενδιαφέρον της ως προς εμένα με έκαναν να την ευχαριστώ, να την εκτιμώ και να την σέβομαι τόσο για τον επαγγελματισμό και την υπευθυνότητα της ως καθηγήτρια όσο και για τον αξιόλογο χαρακτήρα της ως άνθρωπο.

Εξίσου θερμές ευχαριστίες οφείλω και στον κ. Ευριπίδη Μυστακίδη, καθηγητή του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, για την βοήθεια του στα πλαίσια της διπλωματικής μου εργασίας αλλά και στην συνολική μου πορεία στο Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών. Μου παρείχε γενναιόδωρα την βοήθειά του όποτε την είχα ανάγκη, όντας πρόθυμος να βοηθήσει και να συμβουλευτεί τους φοιτητές του για όποιο θέμα κι αν τους απασχολεί και να είναι δίπλα τους εμπράκτως.

Τις ευχαριστίες μου θα ήθελα να απευθύνω στον κ. Κωνσταντίνο Τζάρο, διδάκτορα του τμήματος για την πολύτιμη βοήθειά του, την κ. Δάφνη Παντούσα, υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος, για την στήριξή της καθώς και τους κ. Αποστόλη Κουκουσέλη και κ. Καλλιόπη Ζωγραφοπούλου για την βοήθειά τους στο Εργαστήριο Ανάλυσης και Σχεδιασμού Κατασκευών.

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ από καρδιάς οφείλω στην αγαπημένη μου μητέρα, που χάρη σε αυτήν κατάφερα να υλοποιήσω τις σπουδές μου και να κάνω το όνειρο μου πραγματικότητα. Μου προσέφερε αμέριστη αγάπη, υποστήριξη, κατανόηση και υπομονή όλα αυτά τα χρόνια, στερούμενη εκείνη πολλά προκειμένου εγώ να τα έχω όλα. Ένα μεγάλο ευχαριστώ, επίσης οφείλω και στην αδερφή μου, που ήταν σημαντικό στήριγμα και βοηθός μου σε όλο αυτό το ταξίδι. Με τις συμβουλές και με την υπομονή της ήταν πάντοτε δίπλα μου. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου για την κατανόηση, την ανοχή και την στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Οκτώβριος, 2014

Μαστροδήμου Κωνσταντίνα



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας, όπως φανερώνει κι ο τίτλος της, πραγματεύεται την μελέτη της επιρροής της τραχύτητας και της κατακόρυφης φόρτισης μεταλλικών διεπιφανειών στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Επομένως δύο είναι τα κυρίαρχα ζητήματα που κλήθηκαν να συγκεραστούν στην εργασία αυτή, η δυναμική φόρτιση κι η συμπεριφορά διεπιφανειών με βάση την τραχύτητα και την φόρτισή τους. Προκειμένου να επιτευχθεί η μελέτη του προβλήματος αυτού ακολουθήθηκε η μέθοδος της προσομοίωσης με χρήση κατάλληλου λογισμικού που δύναται να επιλύσει μη γραμμικά προβλήματα.

Η επιλογή και διαμόρφωση, τόσο του κατάλληλου μοντέλου προσομοίωσης όσο κι η επιλογή του λογισμικού, ήταν πρωταρχικής σημασίας θέματα που απαιτούσαν επίλυση στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Έπειτα, την μόρφωση του μοντέλου ακολούθησε η επιλογή της κατάλληλης μορφής φόρτισης, οι παράμετροι που θα μεταβάλλονταν σε κάθε περίπτωση, η προσπάθεια σύνδεσης των παραμέτρων αυτών με τον συντελεστή τριβής κι η υλοποίηση των επιλύσεων. Το τελικό στάδιο της εργασίας αυτής αποτέλεσε η συλλογή των εξαγόμενων αποτελεσμάτων, η οργάνωση κι η επεξεργασία τους προκειμένου στην συνέχεια να προκύψουν τα κατάλληλα συμπεράσματα. Η έντονη μη γραμμικότητα του φαινομένου ολίσθησης διεπιφανειών υπό δυναμική φόρτιση όσο κι η προσπάθεια ακριβούς αποτύπωσης και προσομοίωσης του προβλήματος ήταν δύο σκόπελοι που έπρεπε να ξεπεραστούν και που τελικά ξεπεράστηκαν με την χρήση του λογισμικού Marc και την, όσο το δυνατόν, επιστημονικά ορθή προσομοίωση του προβλήματος.

Οι παράμετροι που επιλέχθηκαν τελικώς να εξεταστούν ως προς την επιρροή τους στον δυναμικό συντελεστή τριβής ήταν η μεταβολή του μεγέθους της κατακόρυφης φόρτισης και η μεταβολή της τραχύτητας της διεπιφάνειας του μοντέλου. Τα αποτελέσματα των επιλύσεων έδειξαν πως ο δυναμικός συντελεστής τριβής συσχετίζεται άμεσα τόσο με την τραχύτητα όσο και με την κατακόρυφη φόρτιση που ασκείται στο μοντέλο πέραν της εξάρτησής του από τον τύπο του υλικού σύστασης του σώματος.



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΟΥ ΣΧΕΤΙΖΕΤΑΙ ΜΕ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ.....	9
1.1 Ορισμός της τριβής.....	9
1.2 Μηχανισμοί ανάπτυξης της τριβής.....	11
1.3 Ορισμός του συντελεστή τριβής ‘μ’.....	12
1.4 Ορισμός της τραχύτητας.....	13
2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΤΡΑΧΥΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	14
2.1 Fractal γεωμετρία.....	14
2.2 Η ιδιότητα της αυτοομοιότητας.....	16
2.3 Κλασματική διάσταση.....	17
2.4 Συναρτήσεις παρεμβολής τύπου fractal.....	20
3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	24
3.1 Λογισμικό Marc Mentat	24
3.2 Μορφοποίηση των διεπιφανειών.....	25
3.3 Γεωμετρία φορέα.....	28
3.4 Διακριτοποίηση φορέα – Τύπος στοιχείων.....	31
3.5 Υλικό της κατασκευής.....	36
3.6 Συνοριακές συνθήκες.....	37
3.7 Μη γραμμικότητα.....	42
3.8 Επίλυση της κατασκευής-Πλήθος προσομοιωμάτων.....	44
4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ - ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ.....	46
4.1 Εισαγωγή	46
4.2 Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση $0,3fy$	47



Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας και της Κατακόρυφης Φόρτισης Μεταλλικών Διεπιφανειών
στον Δυναμικό Συντελεστή Τριβή

4.3	Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση $0,4fy$	51
4.4	Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση $0,5fy$	54
4.5	Συσχέτιση ανάλυσης - συντελεστή α	58
4.6	Συσχέτιση τραχύτητας και δυναμικού συντελεστή τριβής.....	61
5^ο	ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΟΥ	
	ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ	
	ΤΡΙΒΗΣ.....	63
5.1	Εισαγωγή.....	63
5.2	Συσχέτιση οριζόντιων δυνάμεων και κατακόρυφων φορτίων.....	64
5.3	Τάσεις Von Mises.....	70
5.4	Μελέτη της επιρροής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο της τριβής.....	76
6^ο	ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	77
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	79



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μια από τις πιο πολυεμφανιζόμενες δυνάμεις στον μακρόκοσμο είναι η δύναμη της τριβής, χάριν της ύπαρξης της οποίας μπορούμε και κινούμαστε, κρατούμε αντικείμενα κι επιτελούμε πλήθος δραστηριοτήτων στα πλαίσια της καθημερινής μας ζωής. Το ταξίδι της στα βάθη των αιώνων είναι μεγάλο και περιπετειώδες καθώς πολλές είναι οι θεωρίες που αναπτύχθηκαν προκειμένου να περιγράψουν και να αναλύσουν το φαινόμενο της τριβής, αρκετές εκ των οποίων μέχρι σήμερα έχουν ανατραπεί και τροποποιηθεί. Ο πρώτος που μελέτησε συστηματικά το φαινόμενο της τριβής ήταν ο Leonardo da Vinci (1452-1512) στα πλαίσια της ενασχόλησης του με τον σχεδιασμό αεροδυναμικών οχημάτων. Κι άλλα γνωστά ονόματα επιστημόνων παγκοσμίου φήμης, όπως ο Coulomb, ο Amontons, ο Νεύτωνας, ο Euler κι άλλοι πολλοί καταπιάστηκαν με την τριβή ως δύναμη κι ως φαινόμενο. Η τριβή εκφράζει την δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση ενός σώματος είτε στην σχετική κίνηση μεταξύ δύο σωμάτων είτε στην πρόθεση εκδήλωσης της κίνησης, με φορά αντίθετη αυτής. Εμφανίζεται όταν υπάρχει επαφή μεταξύ στερεών σωμάτων και δρα ως εφαπτομενική δύναμη στην επιφάνεια επαφής των σωμάτων αυτών.

Όπως πολλές δραστηριότητες της καθημερινότητας μας είναι συνυφασμένες με την τριβή έτσι και η ύπαρξη κτιρίων και η γενικότερη συμπεριφορά των δομικών υλικών επηρεάζεται από την δύναμη της τριβής, η οποία άλλοτε επιφέρει αρνητικά αποτελέσματα κι άλλοτε είναι θεμιτή στα πλαίσια κατασκευών για την πρόσδοση συνοχής και σταθερότητας. Η εμφάνιση σχετικής μετακίνησης στα πλαίσια κατασκευών, και πιο μικροσκοπικά, υλικών, είναι συχνό φαινόμενο και μπορεί να προκληθεί από πολλά αίτια όπως τα καιρικά φαινόμενα, εκδήλωση σεισμού, αστοχία του εδάφους και άλλες παρεμφερείς περιπτώσεις. Επομένως το ενδιαφέρον των μηχανικών, να μελετήσουν πώς εξελίσσεται και τι επιπτώσεις έχει το φαινόμενο της τριβής που απορρέει από την σχετική κίνηση των σωμάτων, είναι μεγάλο και έκδηλο.

Μια από τις βασικές παραμέτρους που επηρεάζουν την λειτουργία και την συμπεριφορά του συστήματος της τριβής, είναι η τραχύτητα των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή και υπάρχει η τάση μιας σχετικής κίνησης μεταξύ τους. Με τον όρο τραχύτητα αναφερόμαστε στις γεωμετρικές αποκλίσεις της επιφάνειας ενός υλικού από την επιπεδότητα. Ακόμη, ένα μέγεθος που συσχετίζεται με την τριβή είναι κι ο



συντελεστής τριβής ο οποίος προκύπτει από τον λόγο της τριβής προς την κάθετη δύναμη αντίδρασης. Είναι ένας αδιάστατος αριθμός ο οποίος εξαρτάται τόσο από το είδος του υλικού όσο και από την επιφάνεια αυτού και εκφράζει την ευκολία ή μη ύπαρξης ολίσθησης και την μηχανική και μοριακή αλληλεπίδραση μεταξύ των εμπλεκόμενων, στην σχετική κίνηση, επιφανειών.

Η εύρεση της εξάρτησης του συντελεστή τριβής με το μέγεθος της τραχύτητας και γενικότερα η μελέτη των προβλημάτων επαφής τραχιών επιφανειών, συνεχίζει να αποτελεί, στις μέρες μας, αντικείμενο πολλών πειραματικών ερευνών. Στα τέλη του 20^{ου} αιώνα πολλές και αξιόλογες προσπάθειες έγιναν από τους Chang et al(1988), Kogut και Etsion (2004), Majumdar και Buhushan (1991), προκειμένου να υλοποιήσουν μοντέλα μεταλλικών επιφανειών που εμφανίζουν ελαστοπλαστική συμπεριφορά με σκοπό να προβλέψουν τον στατικό συντελεστή τριβής [12],[14],[27],[28],[29].

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας έγινε μια προσπάθεια εξέτασης της συσχέτισης του δυναμικού συντελεστή τριβής με την τραχύτητα των εμπλεκόμενων επιφανειών. Καταστρώθηκαν επομένως ελαστοπλαστικά μοντέλα, που το καθένα περιείχε την προσομοίωση δύο επίπεδων μεταλλικών ρηγματωμένων επιφανειών, που απείχαν ελάχιστα μεταξύ τους κι είχαν αδρή διεπιφάνεια. Συνεπώς προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή της τραχύτητας και του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής τα μοντέλα αυτά διέφεραν στα εξής δύο σημεία: στην τραχύτητα των διεπιφανειών τους και στο μέτρο της κατακόρυφης φόρτισης τους. Με την υλοποίηση κατάλληλων παραμετρικών αναλύσεων και την επεξεργασία των αποτελεσμάτων κατέστη σαφές ότι υπάρχει εξάρτηση του δυναμικού συντελεστή τριβής τόσο από την ανάλυση της διεπιφάνειας της ρωγμής όσο και από το μέγεθος του κατακόρυφου φορτίου.



1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΟΥ ΣΧΕΤΙΖΕΤΑΙ ΜΕ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

1.1 Ορισμός της τριβής

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η τριβή ορίζεται ως η δύναμη που είτε αντιστέκεται στην μετακίνηση ενός σώματος είτε στην σχετική μετακίνηση δύο επαπτόμενων σωμάτων. Η φορά της τριβής είναι πάντοτε αντίθετη της φοράς της κίνησης κι όταν έχουμε σχετική μετακίνηση μεταξύ δύο σωμάτων είναι εφαπτομενική της διεπιφάνειάς τους. Εσωτερική τριβή ονομάζεται η δύναμη που αναπτύσσεται ως αντίσταση στην σχετική κίνηση των μορίων του σώματος (στερεού, υγρού ή αέριου) στο εσωτερικό του, ενώ εξωτερική τριβή ονομάζεται η δύναμη που εμφανίζεται ως αντίσταση στην σχετική μετακίνηση δύο επαπτόμενων σωμάτων. Ακόμη μια διάκριση μεταξύ των δυνάμεων της τριβής υλοποιείται λόγω της κινητικής κατάστασης των επαπτόμενων σωμάτων. Επομένως διακρίνεται σε στατική τριβή όταν τα δύο σώματα ισορροπούν, σε τριβή ολίσθησης ή δυναμική όταν το ένα σώμα ολισθαίνει ως προς το άλλο και σε τριβή κύλισης όταν ένα σώμα στρέφεται γύρω από ένα στιγμιαίο κέντρο περιστροφής. Η τριβή υπολογιστικά προκύπτει από τον τύπο (1.1.1) που ακολουθεί:

$$T = \mu \times N \quad (1.1.1)$$

Όπου:

- Το T αναπαριστά την δύναμη της τριβής
- Το μ τον συντελεστή τριβής
- Το N την κατακόρυφη δύναμη αντίδρασης του σώματος

Οι βασικοί παράμετροι που επηρεάζουν την ανάπτυξη της τριβής είναι:

1. η τραχύτητα των επιφανειών
2. το εφαρμοζόμενο κάθετο φορτίο
3. το υλικό των επαπτόμενων σωμάτων
4. η παρουσία πρόσθετων υλικών στην διεπιφάνεια (λιπαντικά, ρύποι και άλλα)
5. η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των διεπιφανειών
6. η ταχύτητα που αναπτύσσεται λόγω της ολίσθησης

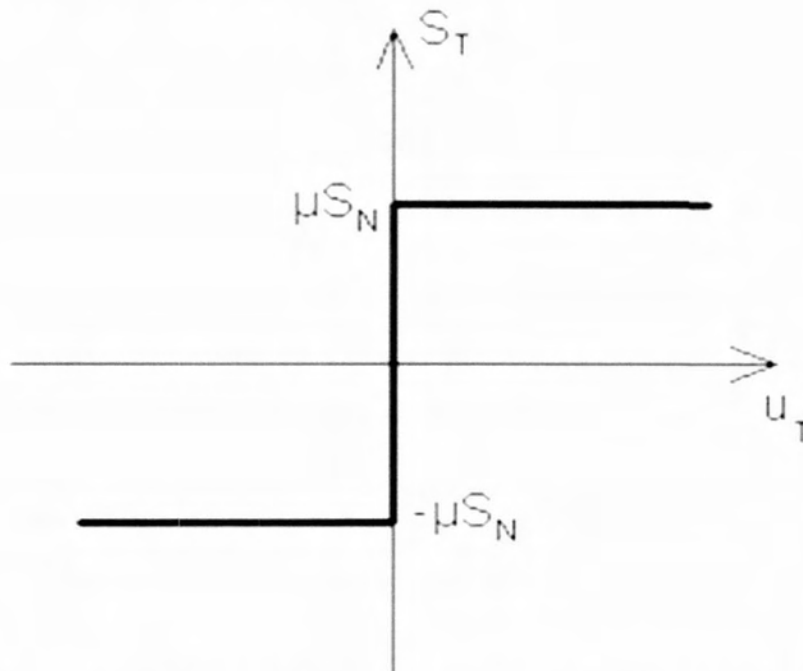


Ο νόμος της τριβής που διέπει το μοντέλο, που κατασκευάστηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, είναι ο νόμος τριβής του Coulomb. Ο νόμος αυτός, ο οποίος εναλλακτικά ονομάζεται και τρίτος νόμος του Amontons, περιέχει τον διγραμμικό νόμο του Coulomb που αποτυπώνεται και σχηματικά στο Σχήμα 1.1.1. Οι σχέσεις που διέπουν τον νόμο αυτό είναι οι εξής:

1. Αν $-\mu \times S_N < S_T < \mu \times S_N$ τότε $u_i = 0$
2. Αν $S_T = \mu \times S_N$ τότε $u_i > 0$
3. Αν $S_T = -\mu \times S_N$ τότε $u_i < 0$

Όπου :

- S_T η δύναμη τριβής
- S_N η κάθετη δύναμη
- μ ο συντελεστής τριβής
- u_i η σχετική εφαπτομενική μετακίνηση



Σχήμα 1.1.1: Σχηματική απεικόνιση του διγραμμικού νόμου του Coulomb.



1.2 Μηχανισμοί ανάπτυξης της τριβής

Υπάρχουν κατά κύριο λόγο τέσσερις μορφές εκδήλωσης της τριβής στα στερεά σώματα, η κάθε μία εκ των οποίων αναπτύσσεται με διαφορετικό τρόπο και από διαφορετικά αίτια. Οι μηχανισμοί παρατίθενται παρακάτω:

1. Ο πρώτος μηχανισμός, ο οποίος εξετάζεται σε αυτήν την διπλωματική εργασία, καλείται μηχανικός και οφείλεται στην μηχανική ανύψωση ανωμαλιών στην επιφάνεια των επαπτόμενων σωμάτων. Προτάθηκε από τον Amontons και τον Coulomb και επεξηγεί την ανάπτυξη τριβής μεταξύ σωμάτων με έντονη τραχύτητα διεπιφάνειας. Η τριβή που προκύπτει από τον μηχανισμό αυτό απαρτίζεται από δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι αναφέρεται στην δύναμη τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των προεξοχών, ενώ το δεύτερο κομμάτι αφορά την δύναμη που προκύπτει λόγω της πλαστικοποίησης των αιχμών.
2. Ο δεύτερος μηχανισμός καλείται μηχανισμός διείσδυσης και συμβαίνει μεταξύ υλικών διαφορετικής σκληρότητας. Το σκληρότερο υλικό δημιουργεί εσοχές στο πιο μαλακό κι η τριβή που αναπτύσσεται εξαρτάται από την τάση διαρροής του μαλακού υλικού και την τραχύτητα του σκληρότερου υλικού.
3. Ο τρίτος μηχανισμός ονομάζεται μοριακός και υποστηρίζει πως η τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των σωμάτων είναι η δύναμη που υπερνικά τους μοριακούς δεσμούς και δημιουργεί τοπικές συγκολλήσεις στις προεξοχές των επιφανειών των σωμάτων.
4. Ο τέταρτος μηχανισμός περιλαμβάνει τον ταυτόχρονο συνδυασμό των παραπάνω μηχανισμών και υποστηρίζεται από σύνθετες θεωρίες όπως η θεωρία του Ernst και Merchant (1940), η μοριομηχανική θεωρία της τριβής (1946) κι η θεωρία της τριβής των υφάνσιμων υλών των Howel, Mieszkis και Tabor (1959).



1.3 Ορισμός του συντελεστή τριβής ‘μ’

Ως συντελεστής τριβής μ ορίζεται το αδιάστατο μέγεθος που ισούται με το λόγο της δύναμης τριβής προς την, κάθετη στην διεπιφάνεια, δύναμη αντίδρασης.

$$\mu = \frac{T}{N} \quad (1.3.1)$$

Όπως κι η τριβή, έτσι κι ο συντελεστής μ διακρίνεται σε συντελεστή στατικής τριβής μ_s και σε συντελεστή τριβής ολίσθησης ή δυναμικό συντελεστή μ_k , ο οποίος θα μελετηθεί και παρακάτω στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Έχει διαπιστωθεί πως για όλες τις επιφάνειες, εξαιρουμένων των αρκετά λείων επιφανειών, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ_k είναι μικρότερος από τον συντελεστή στατικής τριβής μ_s . Ισχύει επομένως η ανίσωση:

$$\mu_s > \mu_k \quad (1.3.2)$$

Οι παράγοντες που επηρεάζουν τον συντελεστή τριβής είναι δύο :

- 1) το υλικό στο οποίο αναπτύσσεται η δύναμη της τριβής
- 2) η φύση των εφαιπτόμενων επιφανειών

Για χαρακτηριστικές επιφάνειες υλικών, έχουν υπολογιστεί πειραματικά οι τιμές του συντελεστή τριβής, καθιστώντας τον ως μηχανική ιδιότητα εξαρτώμενη από το εκάστοτε υλικό. Πολλές παραδοχές θεωρούν πως ο συντελεστής αυτός είναι ανεξάρτητος του φορτίου, της ταχύτητας ολίσθησης καθώς και της επιφάνειας επαφής. Η ισχύς των παραδοχών αυτών καθώς κι ο χαρακτηρισμός του συντελεστή τριβής ως μηχανική ιδιότητα του υλικού θα καταρριφθούν παρακάτω για τον δυναμικό συντελεστή τριβής.



1.4 Ορισμός της τραχύτητας

Ο όρος της τραχύτητας αναφέρεται στην επιφανειακή τοπογραφία κάθε σώματος κι εκφράζει την απόκλιση από την επιπεδότητα. Στη φύση η απόλυτη λεία επιφάνεια δεν υπάρχει καθώς είναι ανέφικτο τα άτομα της επιφάνειας να είναι συγκεντρωμένα στο ίδιο γεωμετρικό επίπεδο. Η τραχύτητα απεικονίζεται τόσο με την επανάληψη ενός μοτίβου όσο και με την τυχαιότητα της διάταξης των ατόμων μιας επιφάνειας. Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 1.1 η τραχύτητα είναι σημαντικός παράγοντας επιρροής της τριβής γεγονός που ποσοτικοποιείται ως εξής:

- Για πολύ λείες επιφάνειες (μειωμένη τραχύτητα), η τριβή είναι αυξημένη λόγω της αυξημένης επιφάνειας επαφής μέσω του μοριακού μηχανισμού.
- Για πολύ ανώμαλες επιφάνειες (αυξημένη τραχύτητα), η τριβή είναι αυξημένη λόγω των πολλών προεξοχών μέσω του μηχανικού μηχανισμού.
- Για ενδιάμεσες επιφάνειες (μέση τραχύτητα), η τριβή δεν έχει τόσο μεγάλη εξάρτηση από την τραχύτητα.

Η λανθασμένη προσομοίωση της τραχύτητας έχει οδηγήσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα έρευνες [12],[14],[27],[28], στα πλαίσια της μελέτης του προβλήματος επαφής των στοιχείων. Επομένως ιδιαίτερη βάση θα πρέπει να δοθεί κατά την προσομοίωση των διεπιφανειών των σωμάτων προκειμένου να παρακαμφθεί η πολυπλοκότητα μορφοποίησης της τραχύτητας και να εξαχθούν αξιόπιστα αποτελέσματα.



2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΤΡΑΧΥΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

2.1 Fractal γεωμετρία

Ένα μαθηματικό εργαλείο που συνέβαλε σημαντικά στην ορθή προσομοίωση της τραχύτητας, και όχι μόνο, είναι η μορφοκλασματική γεωμετρία ή αλλιώς γνωστή ως fractal γεωμετρία. Η γεωμετρία αυτή αναπτύχθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1960 από τον διάσημο μαθηματικό Benoit Mandelbrot [11],[17]. Ονοματίστηκε fractal εξαιτίας της λατινικής λέξης ‘fractus’ που μεταφράζεται ως ‘κατακερατισμένος’. Το γεγονός που παρακίνησε τον Mandelbrot να ασχοληθεί με την γεωμετρία fractal ήταν το πρόβλημα μέτρησης της περιμέτρου της ακτογραμμής της Βρετανίας. Προσπαθώντας επομένως να υπολογίσει την περίμετρο αυτή παρατήρησε πως η περίμετρος που προέκυπτε κάθε φορά από τις μετρήσεις εξαρτώνταν από την ακρίβεια της μονάδας μέτρησης. Όσο μικρότερη ήταν η τιμή της μονάδας αυτής τόσο περισσότερο αυξάνονταν η τιμή της περιμέτρου της ακτογραμμής. Θεωρητικά με την συνεχή μείωση της μονάδας μέτρησης, η περίμετρος θα αυξάνονταν, ώσπου για απείρως μικρή μονάδα μέτρησης θα προέκυπτε άπειρη περίμετρος. Όμως κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατόν να συμβεί καθώς η περίμετρος ενός φυσικού ορίου είναι ένα πεπερασμένο μέγεθος. Ο σκόπελος αυτός ξεπεράστηκε με την γεωμετρία fractal όπου κατάφερε να εκφράσει το μήκος της περιμέτρου με την παρακάτω σχέση:

$$L \sim \delta^{1-D} \quad (2.1.1)$$

Όπου:

- L αναφέρεται στο μήκος της περιμέτρου,
- δ αναφέρεται στην μονάδα μέτρησης,
- D αναφέρεται στην διάσταση του μετρούμενου μεγέθους

Η εφαρμογή της fractal γεωμετρίας έχει ενταχθεί σε πολλούς κλάδους της επιστήμης όπως αυτός της βιολογίας, της φυσικής, της μηχανικής, της ηλεκτρονικής, της αστρολογίας, της αρχιτεκτονικής και σε πολλούς άλλους ακόμη [19],[20],[21],[22]. Δύο ήταν οι βασικές ιδιότητες της fractal γεωμετρίας που ώθησαν στην ευρεία διάδοση και εφαρμογή τους:



Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας και της Κατακόρυφης Φόρτισης Μεταλλικών Διεπιφανειών
στον Δυναμικό Συντελεστή Τριβή

- 1) Η αυτοομοιότητα που εμφανίζουν
- 2) Η κλασματική τους διάσταση



2.2 Η ιδιότητα της αυτοομοιότητας

Το γεωμετρικό σχήμα fractal όσες φορές και να το μεγεθύνουμε αυτούσιο ή τμήμα αυτού, θα συνεχίζει να παρουσιάζει μια εξίσου περίπλοκη εικόνα λόγω μερικής ή ολικής επανάληψης του αρχικού σχήματος. Η έννοια της αυτοομοιότητας εκφράζει την δυνατότητα επανάληψης, του τμήματος ή του συνόλου, ενός σχήματος σε μικρότερες ή μεγαλύτερες κλίμακες, και το παραγόμενο σχήμα που προκύπτει να παρουσιάζει όμοια εικόνα με το αρχικό. Εν ολίγοις, ένα αυτοόμοιο αντικείμενο παραμένει ουσιαστικά αναλλοίωτο στις αλλαγές κλίμακας που υφίσταται. Η ιδιότητα αυτή συναντάται τόσο στη φύση όσο και στην Ευκλείδεια γεωμετρία. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτοομοιότητας στη φύση είναι εκείνο του φύλλου της φτέρης το οποίο αποτελείται από ολόένα και μικρότερα φύλλα που διατηρούν ίδια γεωμετρία με το αρχικό. Η μόνη διαφορά με την εμφάνιση της αυτοομοιότητας στη φύση έγκειται στο γεγονός πως τα φυσικά fractal δεν διαθέτουν άπειρη λεπτομέρεια κατά την μεγέθυνση όπως συμβαίνει με τα fractal που προκύπτουν από μαθηματικούς τύπους. Όσον αφορά στην Ευκλείδεια γεωμετρία, η ομοιότητα των σχημάτων με πλευρές ανάλογες και τις γωνίες των ομόλογων πλευρών τους ίσες, εκφράζουν την ιδιότητα της αυτοομοιότητας. Οι βασικές διαφορές μεταξύ Ευκλείδειας και fractal γεωμετρίας εντοπίζονται στα εξής σημεία:

- 1) Τα ευκλείδεια σχήματα δεν χαρακτηρίζονται από πολυπλοκότητα κι είναι άμεσα παρατηρήσιμα κι επεξεργάσιμα, αντίθετα από τους σχηματισμούς της fractal γεωμετρίας.
- 2) Τα fractal σχήματα εμφανίζουν έντονα την ιδιότητα της αυτοομοιότητας, είναι ανεξάρτητα από τις αλλαγές κλίμακας και δεν διαθέτουν κάποιο χαρακτηριστικό μέγεθος μέτρησης όπως συμβαίνει με τα ευκλείδεια σχήματα.

Ενδεικτικό παράδειγμα μεταξύ fractal κι Ευκλείδειας γεωμετρίας είναι η μεγέθυνση μιας έλλειψης η οποία, μετά από αλλαγές της κλίμακας, καταλήγει σε γραμμή. Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στην περίπτωση της fractal γεωμετρίας λόγω της αυτοομοιότητας.



2.3 Κλασματική διάσταση

Ακόμα μια σημαντική διαφορά μεταξύ της Ευκλείδειας και fractal γεωμετρίας είναι η δεύτερη βασική ιδιότητα των fractals, δηλαδή η κλασματική διάσταση. Τα ευκλείδεια σχήματα χαρακτηρίζονται από ακέραιο αριθμό διαστάσεων όπως το σημείο που έχει μηδενική διάσταση, η γραμμή κι η καμπύλη που έχουν μία διάσταση, τα επίπεδα σχήματα που έχουν δύο διαστάσεις και τα χωρικά σχήματα που έχουν τρεις διαστάσεις. Τα σχήματα τύπου fractal δεν χαρακτηρίζονται από ακέραιο αριθμό διαστάσεων αλλά από κλασματικό. Επομένως μία fractal καμπύλη έχει διάσταση μεταξύ του ένα και του δύο.

Η κλασματική διάσταση D εμφανίζει μια βασική ιδιότητα που την καθιστά πολύ σημαντική στα πλαίσια της μελέτης των fractal. Η διάσταση αυτή παραμένει αναλλοίωτη στην όποια αλλαγή κλίμακας υφίσταται ο fractal σχηματισμός, σε αντίθεση με τα μήκη που αλλάζουν μέτρο. Για τον λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι υπολογισμού της διάστασης αυτής [15]. Όσον αφορά τον κλάδο της μηχανικής, η διάσταση αυτή εκτιμάται μέσω της επιλογής ενός εύρους κλίμακας προκειμένου να αποφευχθούν τεχνικές και μέθοδοι που περιλαμβάνουν πολλές επαναλήψεις, οι οποίες οδηγούν σε απείρως μικρές κλίμακες που δεν μπορούν να υλοποιηθούν στα πλαίσια ενός πειράματος. Ποικίλουν, ωστόσο, κι οι τεχνικές που μπορούν να εφαρμοστούν σε προβλήματα μηχανικής καθώς η κάθε μέθοδος χρησιμοποιεί ξεχωριστό εύρος κλίμακας και διαφορετικούς αλγορίθμους για τον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης κι αυτό συνεπάγεται διαφορετικά αποτελέσματα που πολλές φορές εμφανίζουν και σημαντικές αποκλίσεις μεταξύ τους. Επομένως η κλασματική διάσταση δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως ιδιότητα ενός φυσικού αντικειμένου αλλά θα πρέπει να αναφέρεται ποια τεχνική ακολουθήθηκε για τον υπολογισμό της. Υπάρχουν, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αρκετές τεχνικές και μέθοδοι υπολογισμού της κλασματικής διάστασης δύο εκ των οποίων θα παρατεθούν παρακάτω.

Ο Άγγλος μετεωρολόγος Lewis Fry Richardson (1950) κατάφερε να αναπτύξει μία μέθοδο υπολογισμού της κλασματικής διάστασης [17], η οποία πήρε και το όνομα του. Η διάσταση Richardson καθίσταται απαραίτητη προκειμένου να οριστεί ένα σύνολο fractal. Με την μέθοδο Richardson, προκειμένου να διαπιστώσουμε αν μια καμπύλη f



είναι τύπου fractal, διαιρούμε την καμπύλη f σε τμήματα μήκους δ , έτσι ώστε το τέλος του πρώτου μήκους να ταυτίζεται με την αρχή του επόμενου. Στη συνέχεια επαναλαμβάνοντας κάθε φορά τη διαδικασία για διαφορετικό μήκος δ , αν ικανοποιείται η σχέση (2.3.1) σε διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta$ τότε η καμπύλη αποτελεί ένα fractal σχηματισμό.

$$N(\delta) \sim \delta^{-D} \quad (2.3.1)$$

Όπου:

- $N(\delta)$ αποτελεί τον αριθμό των τμημάτων στα οποία έχει διαιρεθεί η καμπύλη
- δ το μήκος των τμημάτων
- D η κλασματική διάσταση Richardson

Με τη χρήση της μεθόδου αυτής μπορεί, επομένως, να υπολογιστεί η περίμετρος ενός φυσικού αντικειμένου χρησιμοποιώντας διαφορετικά μήκη μέτρησης κάθε φορά. Στη συνέχεια σχεδιάζοντας το γράφημα της κλίσης του αντικειμένου αυτού μπορεί να υπολογιστεί η ζητούμενη διάσταση του.

Μια άλλη μέθοδος υπολογισμού της κλασματικής διάστασης είναι κι η μέθοδος box ή αλλιώς μέθοδος του πλέγματος [17]. Η μέθοδος αυτή είναι μια διαδικασία εκτίμησης της κλασματικής διάστασης αντικειμένων και σχηματισμών περίπλοκης μορφής. Όταν δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποιος αριθμητικός υπολογισμός ή όταν δεν μπορεί να βρεθεί η διάσταση της κλίσης ενός αντικειμένου ή ενός σχηματισμού, τότε καθίσταται ορθή κι αποτελεσματική η χρήση της μεθόδου box. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την απλότητά της και την προσαρμοστικότητά της σε πολλές περιπτώσεις, έχει καταστήσει την μέθοδο αυτή δημοφιλή, παρ' όλο που η ακρίβεια υπολογισμών που παρέχει στον χρήστη δεν είναι η υψηλότερη δυνατή. Αρχικά η καμπύλη fractal καλύπτεται από ένα πλέγμα τετραγώνων πλευράς δ_n . Έπειτα το κάθε τετράγωνο του πλέγματος, πλευράς δ_n , υποδιαιρείται σε υποτετράγωνα με πλευρά μισή από εκείνη του αρχικού, $\delta_{n+1} = \frac{\delta_n}{2}$, και υπολογίζεται το πλήθος των υποτετραγώνων που περιέχουν τμήμα της fractal καμπύλης f . Επομένως, ικανοποιείται η σχέση (2.3.1) σε διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta$ και ο εκθέτης D ονομάζεται φυσική διάσταση box και υπολογίζεται μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$N(f, \delta) \approx c \times \delta^{-D}, c = \text{σταθερό με } c > 0 \quad (2.3.2)$$



$$D \approx \frac{\text{Ln}N(f,\delta) - \text{Lnc}}{\text{Ln}\left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (2.3.3)$$

Ο όρος $\frac{\text{Lnc}}{\text{Ln}\left(\frac{1}{\delta}\right)} \rightarrow 0$, όταν $\delta \rightarrow 0$, η σχέση παίρνει την εξής μορφή:

$$D \approx \frac{\text{Ln}N(f,\delta)}{\text{Ln}\left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (2.3.4)$$

Μέσω της σχέσης (2.3.4) προκύπτουν εύκολα οι φυσικές διαστάσεις των ευκλείδειων σχημάτων.



2.4 Συναρτήσεις παρεμβολής τύπου fractal

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ο ρόλος της σωστής προσομοίωσης της τραχύτητας είναι πολύ σημαντικός στα προβλήματα επαφής στερεών σωμάτων. Πολλές ερευνητικές μελέτες [18],[23],[24],[30], υποστηρίζουν πως οι τραχιές διεπιφάνειες δεν παρουσιάζουν κανονικότητα σε πολλές κλίμακες και απαιτούν προηγμένα μαθηματικά εργαλεία για την προσομοίωσή τους. Δημοσιεύσεις, ακόμη, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως μια από τις πιο κατάλληλες μορφές προσομοίωσης τραχέων ρηγματωμένων επιφανειών, σε προβλήματα επαφής, είναι η fractal γεωμετρία [10],[14],[19]. Η προσομοίωση της τραχύτητας μιας επιφάνειας μέσω της fractal γεωμετρίας, που υλοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας, βασίστηκε στην έρευνα του Barnsley [16]. Για τις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε θεωρητικό μοντέλο το οποίο ήταν μαθηματικά εύχρηστο. Το μοντέλο αυτό απαρτίζεται από 'pre-fractal' γεωμετρίες, οι οποίες χαρακτηρίζονται από την τιμή ανάλυσής τους δ . Από ένα δεδομένο σύνολο διακριτών σημείων, μέσω των συναρτήσεων παρεμβολής fractal, προκύπτει μια συνεχής καμπύλη fractal. Μέσω επαναληπτικής διαδικασίας, προκύπτουν 'pre-fractal' γεωμετρίες που χαρακτηρίζονται από διαφορετική τιμή ανάλυσης δ η καθεμία. Όσο προχωρούν οι επαναλήψεις των fractal συναρτήσεων παρεμβολής, τόσο αυξάνεται και η ακρίβεια ανάλυσης των διεπιφανειών που προσομοιώνονται με την βοήθεια τους.

Μέσω των συναρτήσεων παρεμβολής, γίνεται μετάβαση από ένα διακριτό σύνολο σημείων σε ένα συνεχές μοντέλο σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφεται παρακάτω [7]. Για πεπερασμένο αριθμό σημείων $\{(x_i, y_i), i=0,1,2,\dots,N\}$, τα δεδομένα y_i , λαμβάνονται σε σχέση με ένα αυθαίρετο σύνολο δεδομένων, σε N ισαπέχοντα διακριτά σημεία x_i . Η προσαρμογή αυτών των δεδομένων γίνεται μέσω συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ έτσι ώστε $f(x_i)=y_i, i=0,1,2,\dots,N$. Εάν C^0 είναι ένα σύνολο συνεχών συναρτήσεων $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$, τότε ισχύει η ακολουθία συναρτήσεων $f_{n+1}(x) = (Tf_n)(x)$, με τελεστή $T: C^0 \rightarrow C^0$, ο οποίος ορίζεται από την σχέση:

$$(Tf)(\alpha_i x + e_i) = c_i x + d_i f(x) + g_i \quad (2.4.1)$$

Η ακολουθία συναρτήσεων $f_{n+1}(x)$ συγκλίνει σε μια καμπύλη f όσο το $n \rightarrow \infty$. Ο τελεστής T διαθέτει τη συσταλτική ιδιότητα, επομένως έχει ένα μοναδικό σταθερό



σημείο στο C^0 και ως εκ τούτου υπάρχει μια συνάρτηση f όπου ανήκει στο C^0 και για την οποία ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$(Tf)(x)=f(x), \forall x, x \in [x_0, x_N] \quad (2.4.2)$$

Το γράφημα της fractal συνάρτησης παρεμβολής $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ο μοναδικός ελκυστής ενός επαναληπτικού συστήματος συναρτήσεων $\{\mathbb{R}^2, w_i, i=1,2,\dots,N\}$ που προσδιορίζεται από τον μετασχηματισμό:

$$w_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & 0 \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ g_i \end{pmatrix}, i=1,2,\dots,N \quad (2.4.3)$$

Οι μετασχηματισμοί w_i υπακούουν στους περιορισμούς

$$w_i \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{pmatrix}, \quad w_i \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Από τον συνδυασμό της σχέσης (2.4.3) και (2.4.4) προκύπτει ότι υπάρχει μια ελεύθερη παράμετρος στον μετασχηματισμό w_i που ορίζεται αυθαίρετα. Η παράμετρος d_i επιλέγεται να είναι αυτή η αυθαίρετη παράμετρος. Κάθε μετασχηματισμός του w_i χαρακτηρίζεται ως διατμητικός, γεγονός που σημαίνει ότι ο νέος σχηματισμός διατηρεί κατεύθυνση παράλληλη με εκείνη του αρχικού σχηματισμού. Ο λόγος του μετασχηματισμένου μήκους $w_i(L)$ προς το μήκος L ισούται με την ελεύθερη παράμετρο $|d_i|$. Προκειμένου ο τελεστής T να διατηρεί την συσταλτική του ιδιότητα και κατά συνέπεια η ακολουθία $f_n \rightarrow f$, η ελεύθερη παράμετρος d_i θα πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω ανισότητα:

$$0 \leq d_i < 1 \quad (2.4.5)$$

Από τον συνδυασμό των σχέσεων (2.4.2) και (2.4.3) υπολογίζονται οι υπόλοιποι παράμετροι:

$$a_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_N - x_0} \quad (2.4.6)$$

$$c_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_N - x_0} - d_i \frac{y_N - y_0}{x_N - y_0} \quad (2.4.7)$$

$$e_i = \frac{x_N x_{i-1} - x_0 x_i}{x_N - x_0} \quad (2.4.8)$$

$$g_i = \frac{x_N y_{i-1} - x_0 y_i}{x_N - x_0} - d_i \frac{x_N y_0 - y_N x_0}{x_N - x_0} \quad (2.4.9)$$

Στις συναρτήσεις παρεμβολής τύπου fractal υπάρχει η δυνατότητα άμεσου αριθμητικού υπολογισμού της κλασματικής διάστασης D . Για να το επιτύχουμε αυτό



θεωρούμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$, καλύπτεται από τετράγωνα πλευράς δ , όπου $\delta^* < \delta < \Delta$. Έστω $N(\delta)$ το πλήθος των τετραγώνων που τέμνουν την γραφική παράσταση τότε θα πρέπει να ικανοποιείται η σχέση (2.3.1) προκειμένου η γραφική αυτή παράσταση να είναι τύπου fractal. Θεωρούμε $N_i(\delta)$ το πλήθος των τετραγώνων που τέμνουν την καμπύλη f στο διάστημα $[x_{i-1}, x_i]$ για $i=1,2,\dots,N$. Τότε ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$N = N_1(\delta) + N_2(\delta) + \dots + N_N(\delta) = \sum_{i=1}^N N_i(\delta) \quad (2.4.10)$$

Έστω τώρα $c_j(\delta)$ το πλήθος των στηλών των τετραγώνων που τέμνουν την καμπύλη f με $\{c_j(\delta), j=1,2,\dots,K(\delta)\}$, όπου $K(\delta)$ είναι ο αριθμός των στηλών. Υποθέτοντας ότι $|d_i| > a_i$ για $i=1,2,\dots,N$, ο αριθμός τετραγώνων που τέμνουν την καμπύλη f αυξάνει συνεχώς καθώς το δ τείνει στο μηδέν. Αν, παραδείγματος χάριν, υλοποιηθεί ο μετασχηματισμός w_i σε μια στήλη τετραγώνων $c_j(\delta)$, τότε το πλάτος της στήλης θα ισούται με $a_i \delta$ και το ύψος θα ισούται με d_i φορές το ύψος της στήλης προτού υποστεί τον μετασχηματισμό. Θεωρώντας ως $N(c_j(\delta))$ τον αριθμό των τετραγώνων της στήλης $c_j(\delta)$, τότε η μετασχηματισμένη στήλη $w_i(c_j(\delta))$ αποτελείται από περίπου $|d_i| N(c_j(\delta)) / a_i$ τετράγωνα πλευράς $a_i \delta$. Λαμβάνοντας υπόψη τη συνεισφορά κάθε στήλης $N_i(a_i \delta)$, προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$N_i(a_i \delta) \approx \sum_{j=1}^{K(\delta)} \frac{|d_i| N(c_j(\delta))}{a_i} = \frac{d_i}{a_i} \sum_{j=1}^{K(\delta)} N(c_j(\delta)) = \frac{|d_i|}{a_i} N(\delta) \quad (2.4.11)$$

Για δ πολύ μικρό σε σχέση με το διάστημα $[x_0, x_N]$ η σχέση (2.4.11) τροποποιείται ως εξής:

$$N_i(\delta) = \frac{|d_i|}{a_i} N\left(\frac{\delta}{a_i}\right), \quad i=1,2,\dots,N \quad (2.4.12)$$

Από τον συνδυασμό των εξισώσεων (2.4.10) και (2.4.12) προκύπτει η σχέση:

$$N(\delta) = \frac{|d_1|}{a_1} N\left(\frac{\delta}{a_1}\right) + \frac{|d_2|}{a_2} N\left(\frac{\delta}{a_2}\right) + \dots + \frac{|d_N|}{a_N} N\left(\frac{\delta}{a_N}\right) \quad (2.4.13)$$

Τέλος λαμβάνοντας υπόψη την σχέση (2.3.1) καταλήγουμε στις παρακάτω σχέσεις:

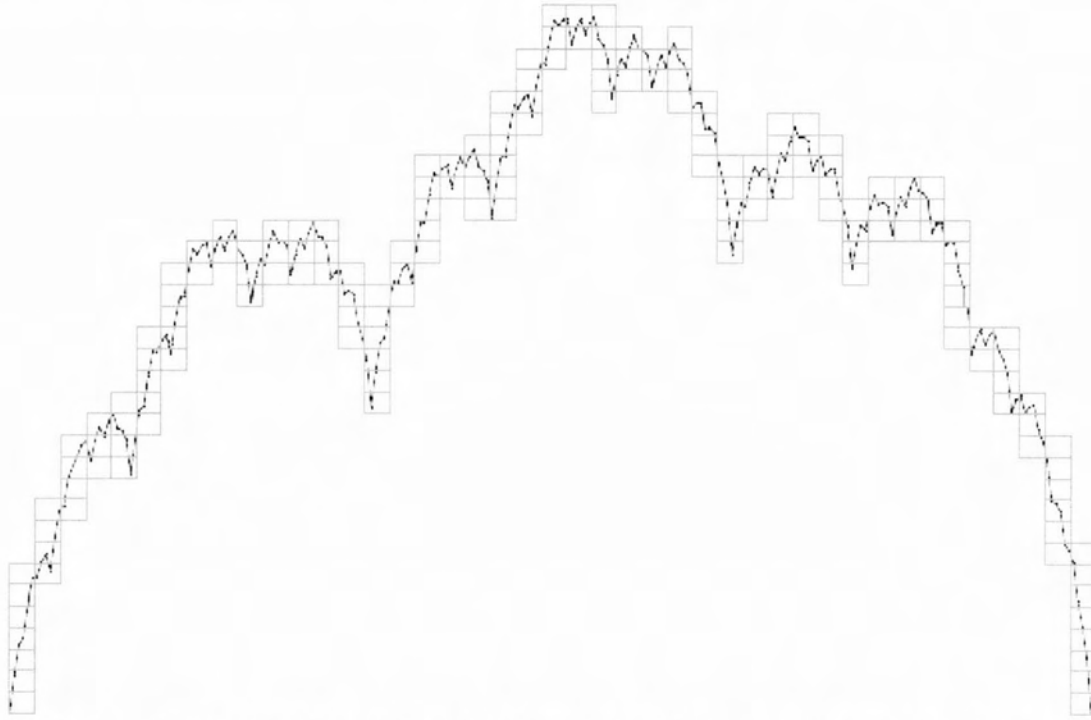
$$N(\delta) \sim \delta^{-D} \rightarrow N\left(\frac{\delta}{a_i}\right) \sim \delta^{-D} a_i^D \quad (2.4.14)$$

$$\delta^{-D} \approx \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} \delta^{-D} \rightarrow \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} = 1 \quad (2.4.15)$$

Από τη σχέση (2.4.15), μπορεί να υπολογιστεί η fractal διάστασης μιας συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal, η οποία διέρχεται από τα δεδομένα σημεία $(x_i,$



y_i), $i=0, 1, \dots, N$. Στο σχήμα 2.4.1. που ακολουθεί φαίνεται η μέθοδος υπολογισμού της fractal διάστασης των συναρτήσεων παρεμβολής με την χρήση τετραγώνων. Πρέπει να σημειωθεί ότι αν τα σημεία παρεμβολής ανήκουν σε ευθεία γραμμή τότε κι η συνάρτηση παρεμβολής που προκύπτει είναι επίσης ευθεία γραμμή.



Σχήμα 2.4.1: Μέθοδος υπολογισμού της fractal διάστασης των συναρτήσεων παρεμβολής, με χρήση τετραγώνων.



3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

3.1 Λογισμικό Marc Mentat

Το λογισμικό που επιλέχθηκε, προκειμένου να υλοποιηθεί η προσομοίωση του μελετούμενου προβλήματος και η επίλυση αυτού, ήταν το Marc Mentat της εταιρίας Msc Software. Σε αυτήν την ενότητα θα γίνει μία σύντομη περιγραφή του προγράμματος και των δυνατοτήτων του, έτσι ώστε να γίνουν αντιληπτοί οι λόγοι που οδήγησαν στην επιλογή του συγκεκριμένου λογισμικού. Το Marc είναι ένα λογισμικό, με δυνατότητες επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων. Η προσομοίωση υλοποιείται μέσω πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να παρασταθεί με ακρίβεια η μόρφωση του εκάστοτε φορέα και η απόκριση του υπό συνθήκες στατικής αλλά και δυναμικής φόρτισης. Υποστηρίζει υλικά τα οποία δεν εμφανίζουν γραμμική συμπεριφορά και διέπονται από μη γραμμικούς νόμους καθώς και υλικά που υφίστανται μεταβαλλόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες. Περιλαμβάνει μια μεγάλη ποικιλία πεπερασμένων στοιχείων και ένα πλήθος υλικών για την προσομοίωση μη γραμμικής συμπεριφοράς μετάλλων, σύνθετων υλικών, ελαστομερών και άλλων μη μεταλλικών υλικών. Παρέχει ευελιξία στη χρήση και πολλές δυνατότητες στην επίλυση μοντέλων που εμφανίζουν μεγάλες μετακινήσεις, σε προβλήματα επαφής, σύζευξης μεταξύ κατασκευών και δομών, θερμικά, υδραυλικά, μαγνητικά, ηλεκτρικά και σε πολλά άλλα ακόμη. Χρησιμοποιεί καινοτόμες μεθοδολογίες προσομοίωσης και επίλυσης, γεγονός που το καθιστά κατάλληλο για την μοντελοποίηση και την επίλυση πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων.



3.2 Μορφοποίηση των διεπιφανειών

Στο κεφάλαιο 1.1 αναφέρθηκε πως ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες της τριβής είναι η τραχύτητα. Στη συνέχεια στο κεφάλαιο 2.2 καταγράφηκε η αναγκαιότητα σωστής προσομοίωσης των τραχέων επιφανειών για την εξαγωγή ορθών αποτελεσμάτων και η ιδιότητα των επιφανειών αυτών να μεταβάλλουν την γεωμετρία τους με την αλλαγή κλίμακας. Αναφέρθηκε ακόμη η καταλληλότητα προσομοίωσης των διεπιφανειών αυτών με την βοήθεια των fractal συναρτήσεων παρεμβολής, όπου μέσα από αλγοριθμικούς υπολογισμούς προκύπτουν αξιόπιστα και ρεαλιστικά αποτελέσματα. Η εξάρτηση που υπάρχει μεταξύ των παραμέτρων των fractal συναρτήσεων παρεμβολής και της τραχύτητας είναι μεγάλη. Προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής, υλοποιήθηκαν επαναλήψεις των fractal συναρτήσεων παρεμβολής οι οποίες είχαν ως αποτέλεσμα την παραγωγή επαναληπτικών προφίλ τραχύτητας. Όσο οι επαναλήψεις αυξάνονταν τόσο η τραχύτητα μεγάλωνε. Οι διεπιφάνειες που παράγονταν με αυτή την επαναληπτική διαδικασία χαρακτηρίζονταν από μια συγκεκριμένη τιμή της ανάλυσης δ . Το χαρακτηριστικό μήκος ανάλυσης δ μειώνεται ταχύτατα καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες επαναλήψεις. Έτσι η ακρίβεια με την οποία γίνεται η προσομοίωση της τραχύτητας αυξάνει καθώς οδηγούμαστε σε ανώτερες επαναλήψεις.

Στην παρούσα εργασία εξετάζονται κατασκευές με διαφορετικές διεπιφάνειες που προσομοιώνονται με τα γραφήματα της συνάρτησης παρεμβολής $f \in C^0$ η οποία παρεμβάλλεται στο διακριτό σύνολο σημείων $\{(0, 0), (0,04, 0,005), (0,08, -0,005), (0,12, 0)\}$. Η ελεύθερη παράμετρος επιλέχθηκε να είναι ίση με $d=0,365$. Υπολογίστηκε μέσω της εξίσωσης (2.4.15) η κλασματική διάσταση $D=1,0826$ ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι υπολογίστηκαν μέσω των εξισώσεων (2.4.6)-(2.4.9). Στη συνέχεια για $n=2, \dots, 6$ υλοποιούνται οι επαναλήψεις των συναρτήσεων παρεμβολής μέσω του επαναληπτικού σχήματος:

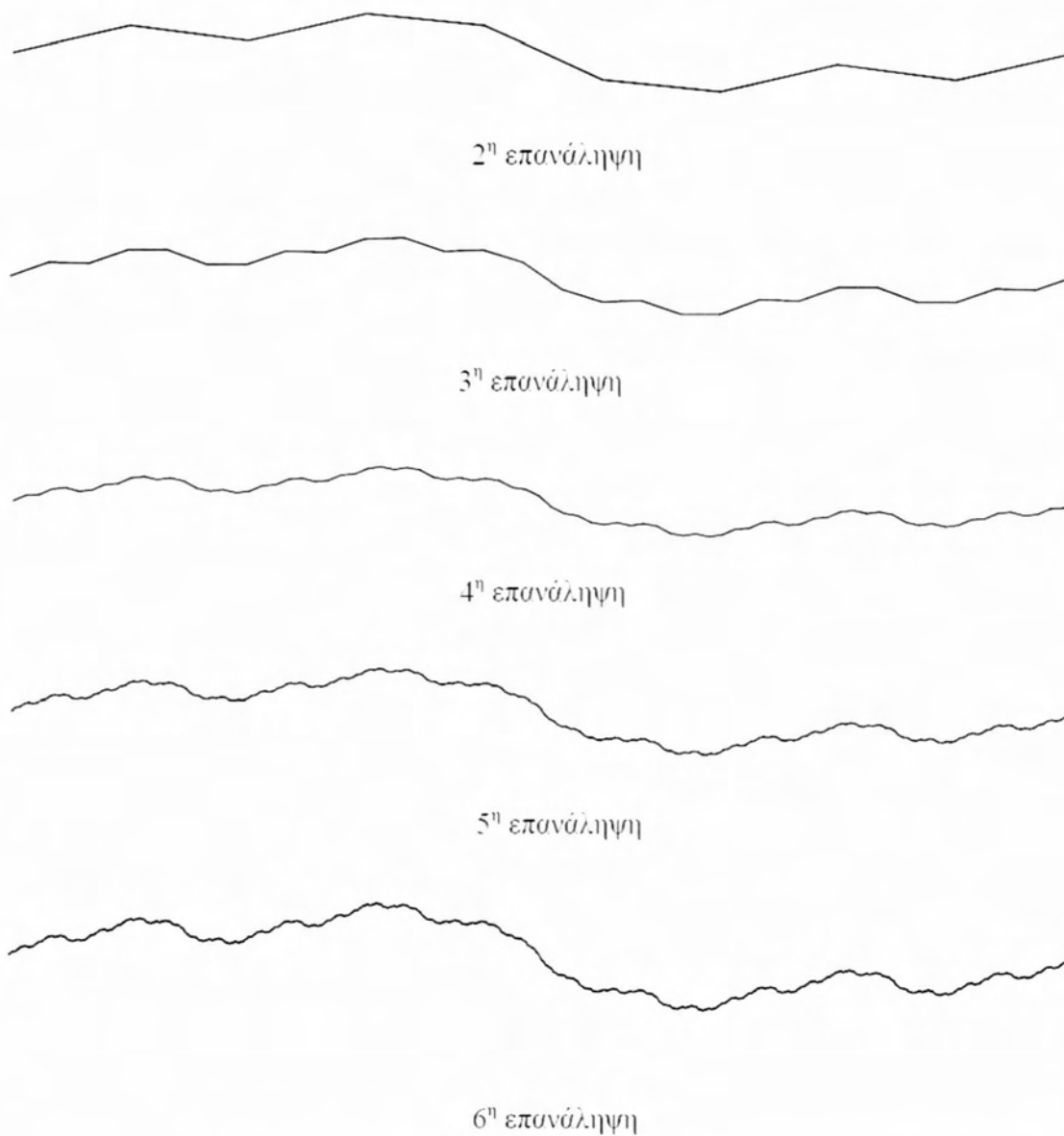
$$f_{n+1}(x)=(Tf_n)(x) \quad (3.2.1)$$



όπου ο τελεστής T προκύπτει από την σχέση (2.4.2). Έτσι προκύπτουν για την διεπιφάνεια f πέντε αναλύσεις προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Η προσομοίωση της διεπιφάνειας έγινε μόνο για την μια πλευρά της καθώς η άλλη πλευρά θεωρήθηκε ακριβώς ίδια. Κρίθηκε σκόπιμο οι υπολογισμοί να γίνουν θεωρώντας πέντε αναλύσεις διεπιφάνειας επειδή τα αντίστοιχα δ_n ικανοποιούν το εύρος τιμών που μελετάται στην παρούσα εργασία. Πρέπει να σημειωθεί ότι η n -οστή επανάληψη σχετίζεται με την αντίστοιχη τιμή της ανάλυσης δ_n , που παριστάνει το βασικό μήκος της διεπιφάνειας αυτής, κι αποτελείται από N^n γραμμικά τμήματα όπου N είναι το πλήθος των αρχικά δεδομένων σημείων από τα οποία διέρχεται η fractal συνάρτηση παρεμβολής. Τα μήκη δ_n που υπολογίστηκαν για κάθε ανάλυση παρατίθενται στον Πίνακα 3.2.1, ενώ στο Σχήμα 3.2.1 δίνονται οι πέντε αναλύσεις της διεπιφάνειας.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ f_n	ΑΝΑΛΥΣΗ δ_n (mm)
2η	13,333
3η	4,444
4η	1,481
5η	0,494
6η	0,16

Πίνακας 3.2.1: Παράθεση υπολογισμένων μηκών δ_n για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας.

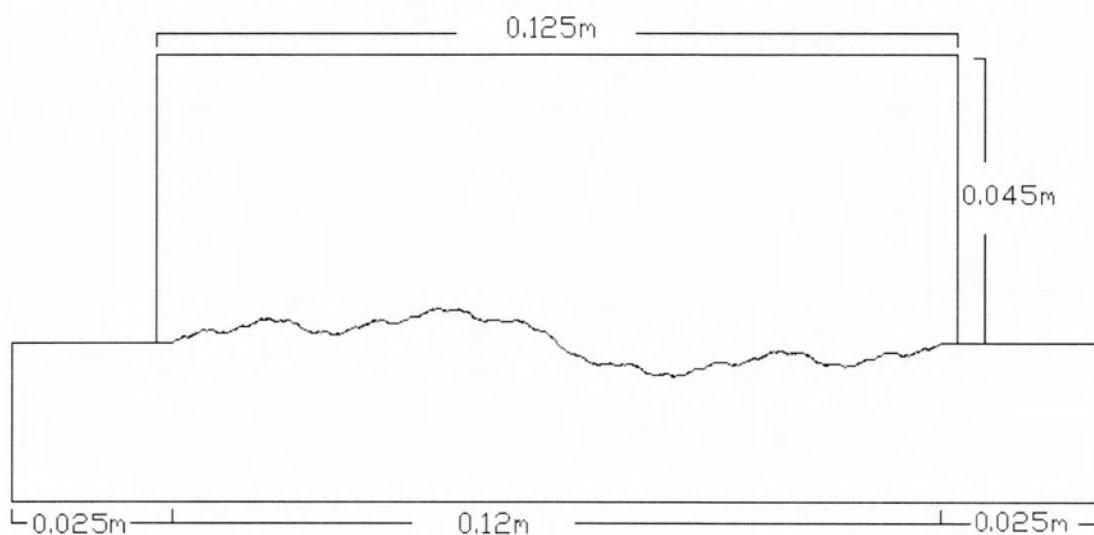


Σχήμα 3.2.1: Αναλύσεις της διεπιφάνειας που προσομοιώνουν την τραχύτητά της.

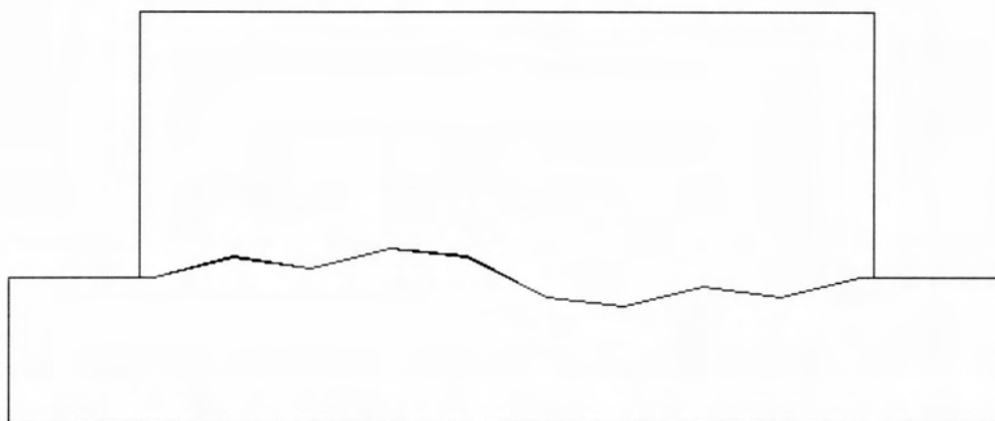


3.3 Γεωμετρία φορέα

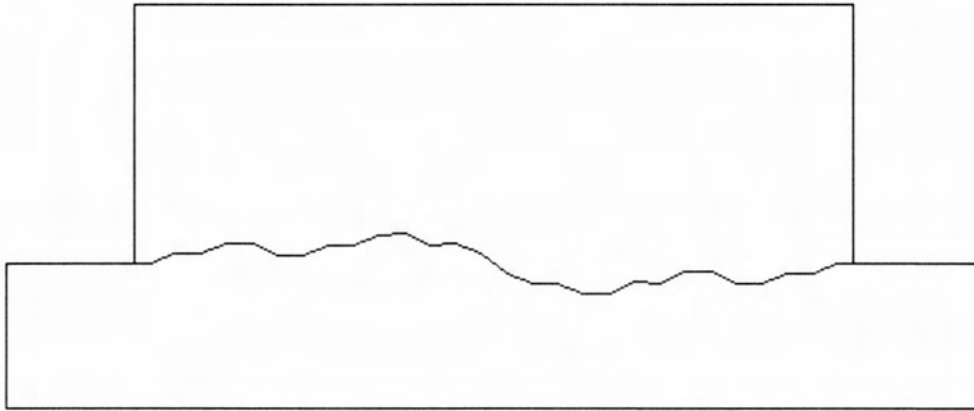
Για την προσομοίωση των κατασκευών με τις fractal διεπιφάνειες που παρουσιάστηκαν παραπάνω δημιουργήθηκε το δισδιάστατο αναλυτικό μοντέλο που φαίνεται στο Σχήμα 3.3.1. Το πάχος της κατασκευής θεωρήθηκε ίσο με $t=10\text{mm}$ ενώ η απόσταση των διεπιφανειών στη θέση της ρωγμής ορίστηκε ίση με $0,05\text{mm}$. Στα σχήματα 3.3.2 έως 3.3.6 απεικονίζονται τα μοντέλα που προέκυψαν από τον συνδυασμό της γεωμετρίας του φορέα και της εκάστοτε ανάλυσης της διεπιφάνειας.



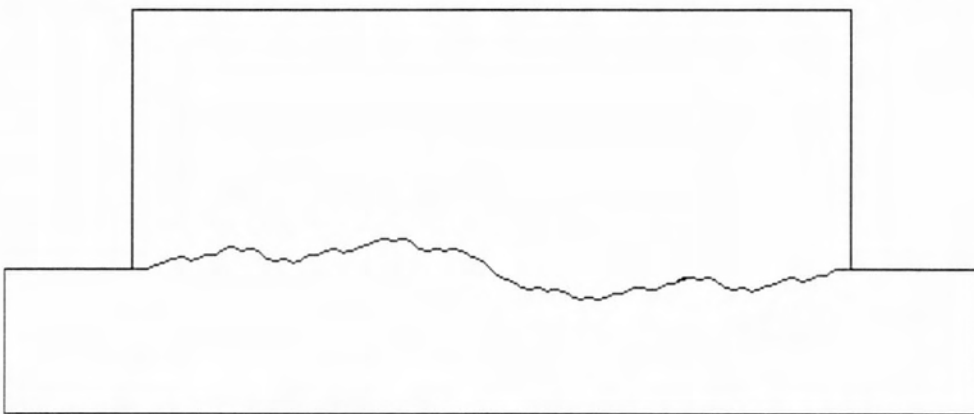
Σχήμα 3.3.1: Τελική μορφή μοντέλου που δημιουργήθηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής.



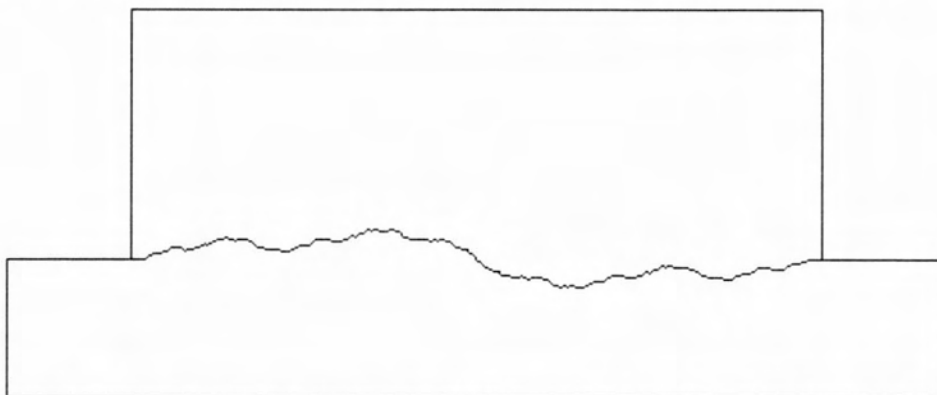
Σχήμα 3.3.2: Κατασκευή που περιλαμβάνει την 2η ανάλυση της διεπιφάνειας.



Σχήμα 3.3.3: Κατασκευή που περιλαμβάνει την 3η ανάλυση της διεπιφάνειας.



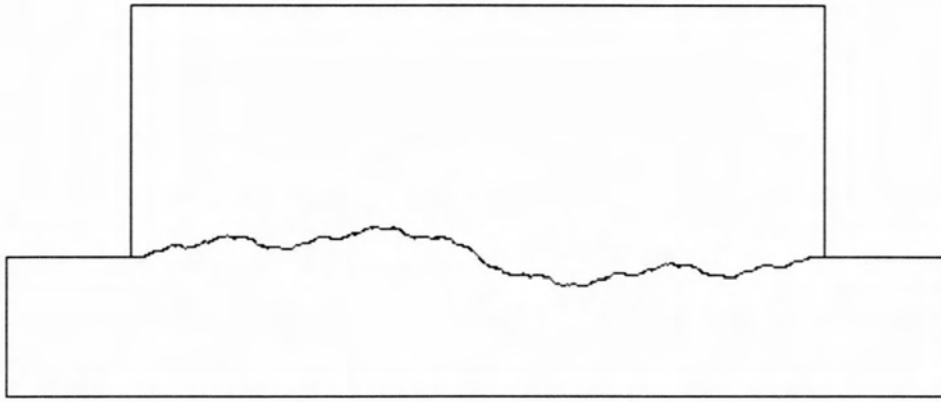
Σχήμα 3.3.4: Κατασκευή που περιλαμβάνει την 4η ανάλυση της διεπιφάνειας.



Σχήμα 3.3.5: Κατασκευή που περιλαμβάνει την 5η ανάλυση της διεπιφάνειας.



Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας και της Κατακόρυφης Φόρτισης Μεταλλικών Διεπιφανειών
στον Δυναμικό Συντελεστή Τριβή



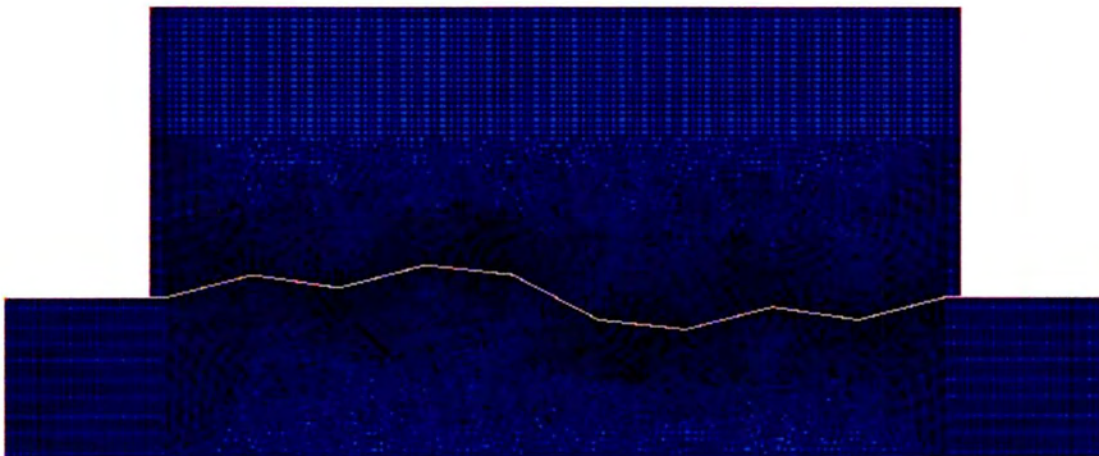
Σχήμα 3.3.6: Κατασκευή που περιλαμβάνει την 6η ανάλυση της διεπιφάνειας.



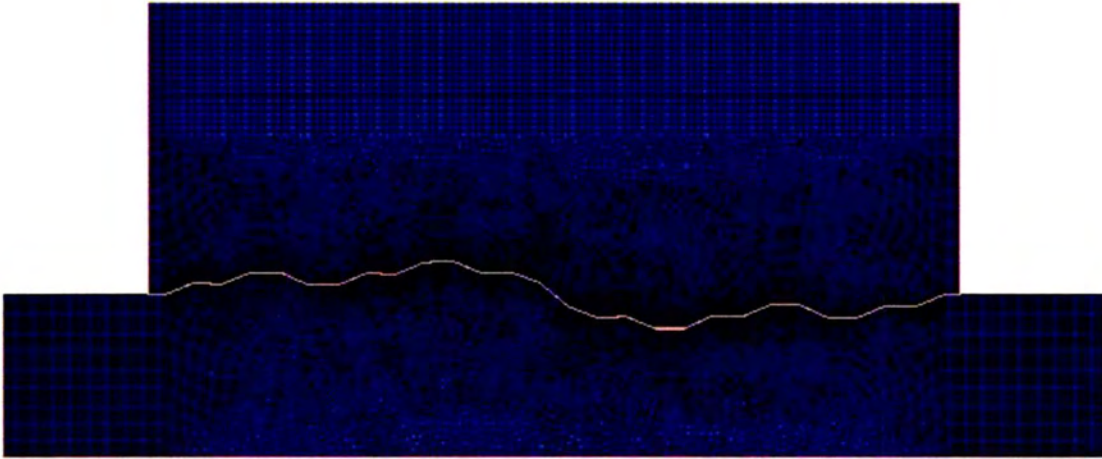
3.4 Διακριτοποίηση φορέα – Τύπος στοιχείων

Κατά την προσομοίωση των κατασκευών, ιδιαίτερη σημασία δόθηκε στην διακριτοποίηση η οποία είναι πυκνή στις περιοχές κοντά στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων και αραιότερη στις υπόλοιπες περιοχές. Αυτό συμβαίνει γιατί η μελέτη των προβλημάτων επαφής στηρίζεται στην ανάλυση και την ερμηνεία της συμπεριφοράς των εκάστοτε σωμάτων στα σημεία της διεπιφάνειάς τους. Για λόγους ομοιομορφίας των κατασκευών κι άμεσης μελέτης και σύγκρισης των εξαγόμενων αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε η ίδια πυκνότητα διακριτοποίησης σε όλα τα μοντέλα. Η κάθε διεπιφάνεια διαιρέθηκε σε τμήματα με περίπου ίδιο μήκος ίσο με το μισό του βασικού μήκους δ_6 της ανώτερης ανάλυσης που υλοποιήθηκε μέσω της fractal γεωμετρίας. Επομένως, στο μοντέλο που παριστάνει την 6^η επανάληψη (το μοντέλο που εμφανίζει την μεγαλύτερη τραχύτητα) το βασικό μήκος του, στην περιοχή της διεπιφάνειάς του, προσομοιώνεται με δύο τουλάχιστον πεπερασμένα στοιχεία, εξασφαλίζοντας έτσι την επιθυμητή ακρίβεια στην εξαγωγή ρεαλιστικών αποτελεσμάτων.

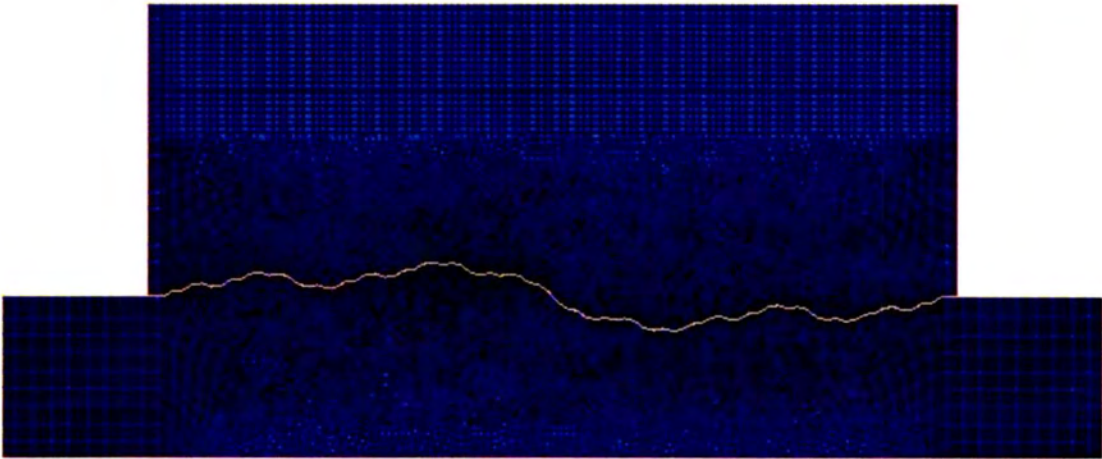
Για συνδυασμό των επαναλήψεων των fractal συναρτήσεων παρεμβολής και της γεωμετρίας του φορέα που ορίστηκε στο κεφάλαιο 3.3, προέκυψαν τα διακριτοποιημένα μοντέλα που παρατίθενται στα παρακάτω Σχήματα 3.4.1 έως 3.4.5. Ακόμη, στα σχήματα 3.4.6 έως 3.4.10 απεικονίζεται ένα τμήμα της διακριτοποιημένης διεπιφάνειας για κάθε επανάληψη του φορέα προκειμένου να καταστεί πιο εμφανής η εικόνα της διακριτοποίησης στην περιοχή της διεπιφάνειας.



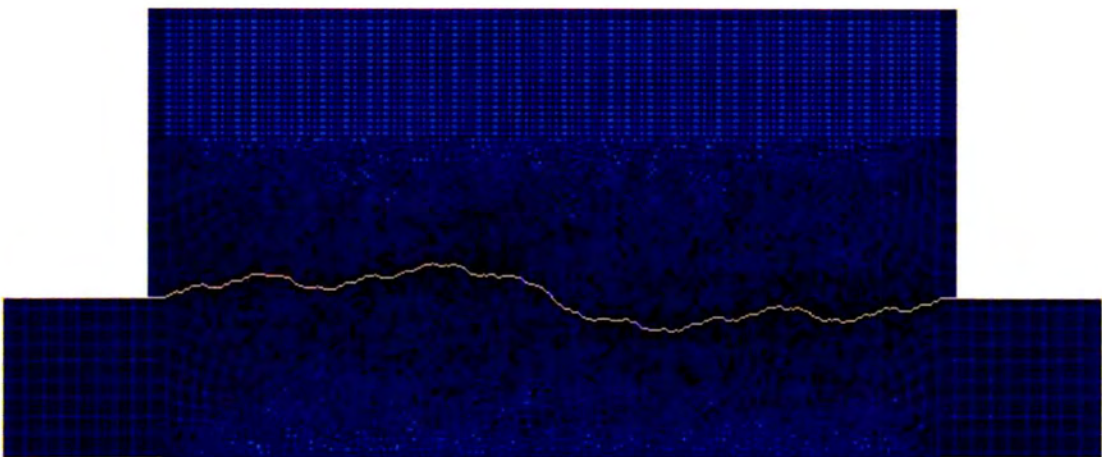
Σχήμα 3.4.1: Διακριτοποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει την 2η ανάλυση της διεπιφάνειας .



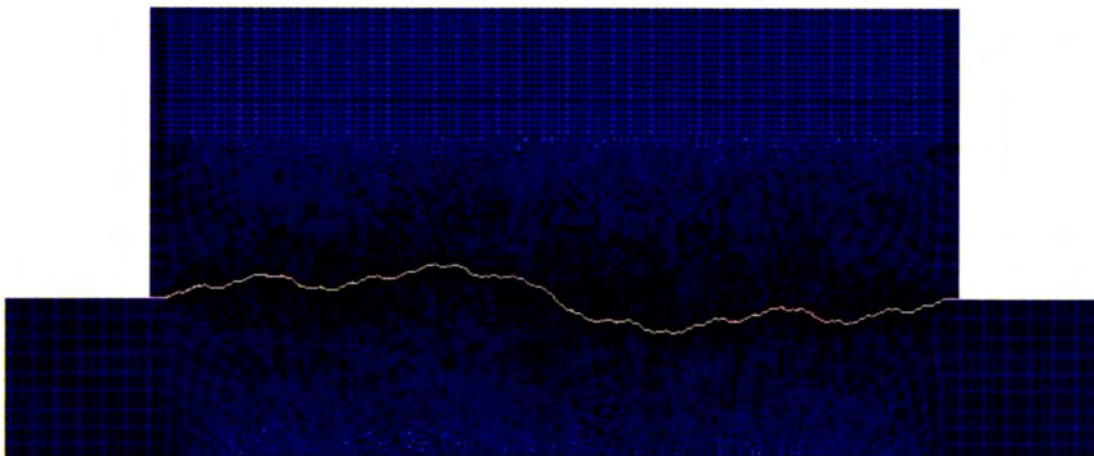
Σχήμα 3.4.2: Διακριτοποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει την 3η ανάλυση της διεπιφάνειας.



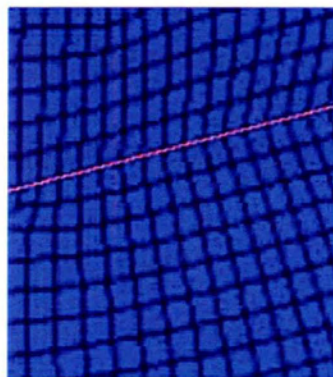
Σχήμα 3.4.3: Διακριτοποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει την 4η ανάλυση της διεπιφάνειας.



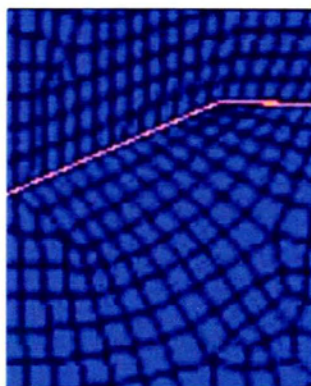
Σχήμα 3.4.4: Διακριτοποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει την 5η ανάλυση της διεπιφάνειας.



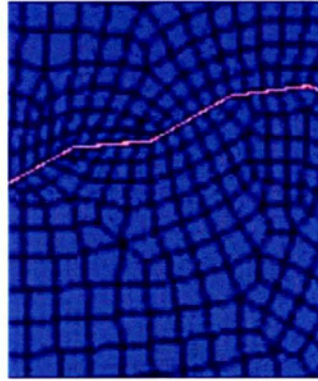
Σχήμα 3.4.5: Διακριτοποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει την 6η ανάλυση της διεπιφάνειας.



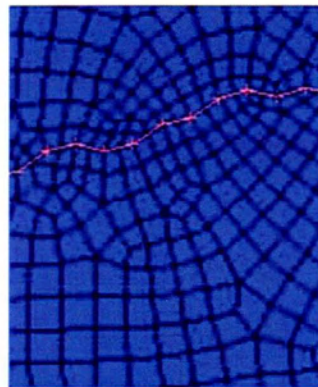
Σχήμα 3.4.6: Εστίαση στη διακριτοποίηση της 2ης ανάλυσης της διεπιφάνειας.



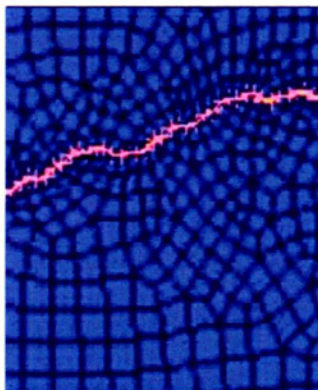
Σχήμα 3.4.7: Εστίαση στη διακριτοποίηση της 3ης ανάλυσης της διεπιφάνειας.



Σχήμα 3.4.8: Εστίαση στη διακριτοποίηση της 4ης ανάλυσης της διεπιφάνειας.



Σχήμα 3.4.9: Εστίαση στη διακριτοποίηση της 5ης ανάλυσης της διεπιφάνειας.

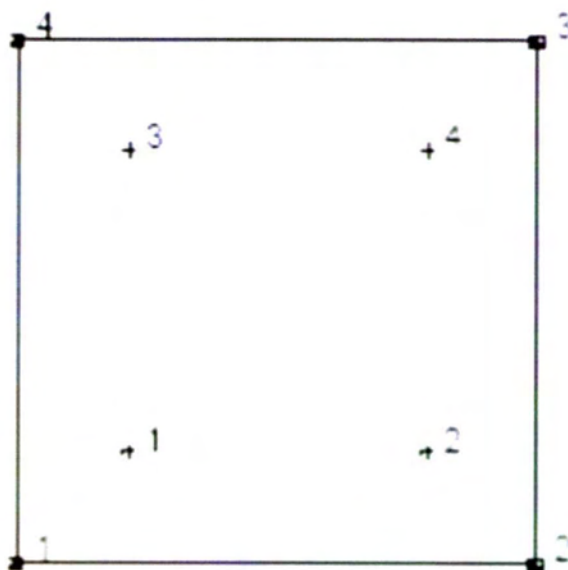


Σχήμα 3.4.10: Εστίαση στη διακριτοποίηση της 6ης ανάλυσης της διεπιφάνειας.

Για την διακριτοποίηση χρησιμοποιήθηκαν επίπεδα πεπερασμένα στοιχεία τύπου 3 (QUAD 3). Τα στοιχεία αυτά είναι τετρακομβικά, τετράπλευρα και ισοπαραμετρικά. Χαρακτηρίζονται ως στοιχεία επίπεδης έντασης, επίπεδης παραμόρφωσης κι όπως καταδεικνύει κι ο χαρακτηρισμός τους διαθέτουν δύο βαθμούς ελευθερίας σε κάθε



κόμβο. Ο πρώτος βαθμός ελευθερίας εκφράζει τη δυνατότητα μετατόπισης κατά τον x άξονα κι αντίστοιχα ο δεύτερος βαθμός ελευθερίας τη δυνατότητα μετατόπισης κατά τον y άξονα. Χρησιμοποιούν διγραμμικές συναρτήσεις ολοκλήρωσης και η δυσκαμψία τους υπολογίζεται μέσω παρεμβολής κατά Gauss τεσσάρων σημείων. Ο τύπος των στοιχείων αυτών είναι ιδανικός για την προσομοίωση μοντέλων που εξετάζουν την επαφή δύο σωμάτων. Η εικόνα των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή των μοντέλων παρατίθεται παρακάτω, Σχήμα 3.4.11.

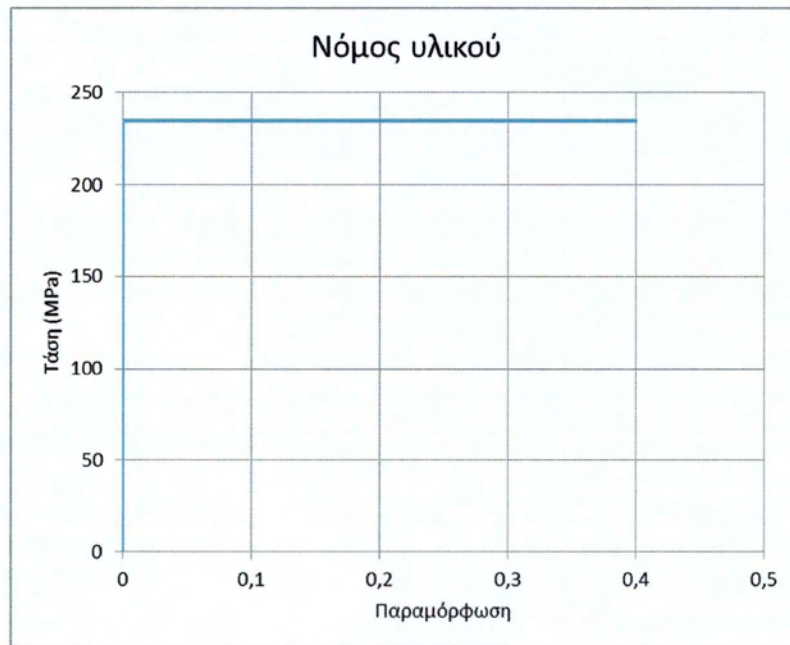


Σχήμα 3.4.11: Εικόνα τετρακομβικού στοιχείου (QUAD 3).



3.5 Υλικό της κατασκευής

Τα δύο τμήματα της κατασκευής θεωρούνται μεταλλικά με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0,3$. Η συμπεριφορά του υλικού είναι ελαστοπλαστική με τάση διαρροής $f_y=235\text{MPa}$. Στο σχήμα 3.5.1 παρουσιάζεται ο ελαστοπλαστικός νόμος που διέπει την συμπεριφορά του χάλυβα S235.



Σχήμα 3.5.1: Ελαστοπλαστικός νόμος χάλυβα.



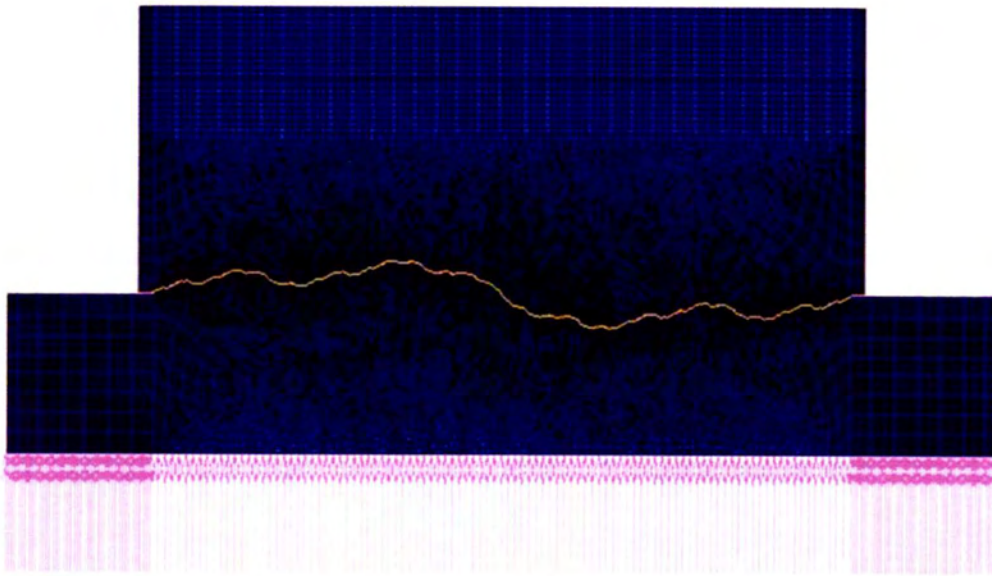
3.6 Συνοριακές συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στο μοντέλο ήταν:

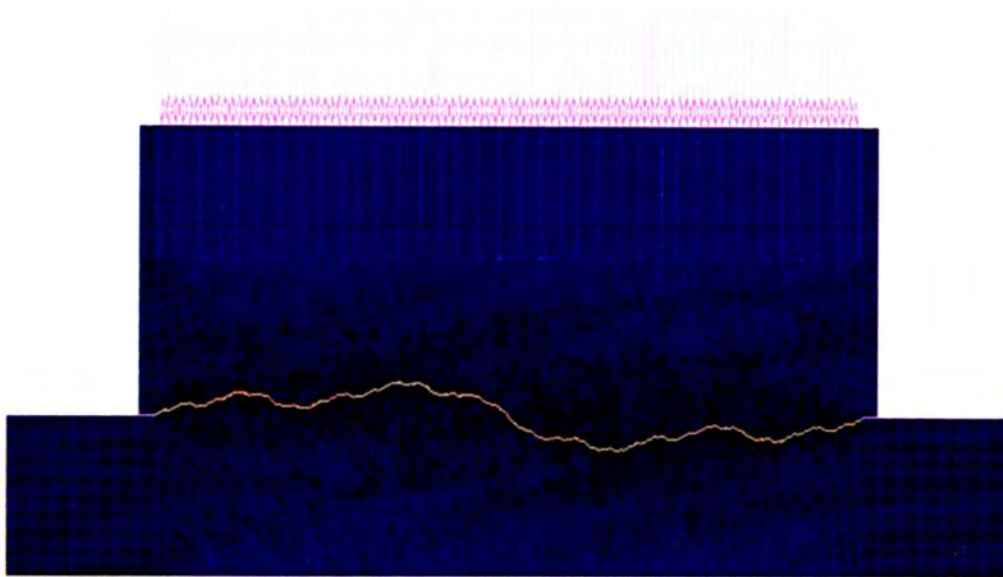
- 1) Δεύσμεση μετακίνησης κατά τον y άξονα των κατώτερων κόμβων του κάτω τμήματος του φορέα.
- 2) Επιβολή κατακόρυφων φορτίων στους επάνω κόμβους του άνω τμήματος του φορέα που αντιστοιχούν στο μήκος $l=120\text{mm}$.
- 3) Επιβολή οριζόντιας μετακίνησης στους κόμβους που δεσμεύθηκε η κατακόρυφη μετακίνηση.

Όλες οι κατηγορίες συνοριακών συνθηκών που επιβλήθηκαν στα μοντέλα απεικονίζονται στα Σχήματα 3.6.1 έως 3.6.4. Προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής, ασκήθηκαν τρεις διαφορετικές τιμές κατακόρυφου φορτίου με σκοπό την υλοποίηση παραμετρικών αναλύσεων. Οι τρεις διαφορετικές τιμές του φορτίου, είχαν ως στόχο την δημιουργία τάσεων ίσων με $0,3f_y$, $0,4f_y$, $0,5f_y$, όπου f_y είναι η τάση διαρροής του υλικού της κατασκευής. Οι τιμές των κατακόρυφων φορτίων που υπολογίστηκαν για τις τρεις περιπτώσεις φόρτισης ήταν $84,6\text{KN}$, $112,8\text{KN}$ και 141KN αντίστοιχα.

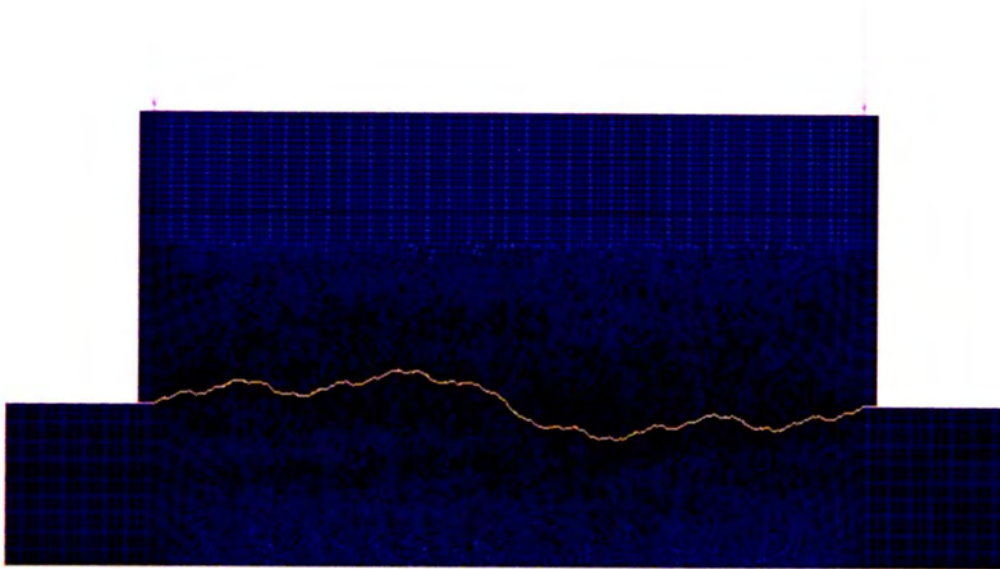
Η επιβολή της οριζόντιας μετακίνησης έγινε σταδιακά μέσα σε 5840 βήματα φόρτισης. Η μεταβολή της μετακίνησης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο Σχήμα 3.6.5. Ο πρώτος ανιόντας κλάδος του σχήματος (για χρόνο $t=0$ έως $t=2\text{sec}$) σκοπό έχει την ομαλή και σταδιακή επιβολή της μετακίνησης προτού επέλθει η ημιτονοειδής επιβολή της μετακίνησης. Για χρόνο $t=2\text{sec}$ έως $t=5,84\text{sec}$ εξελίσσεται η ημιτονοειδής διέγερση η οποία απαρτίζεται από τρεις συνεχόμενους κύκλους φόρτισης. Η παραχθείσα διέγερση, έχει τιμή ίση με 1m/sec^2 και πολλαπλασιάζεται κάθε φορά με κατάλληλη τιμή ενός συντελεστή α που είναι η βασική παράμετρος του προβλήματος. Προκειμένου να μελετηθεί το φαινόμενο της τριβής υπό δυναμική φόρτιση, γίνεται επιλογή κάθε φορά συγκεκριμένου αριθμητικού συντελεστή α , ο οποίος πολλαπλασιάζει τις τιμές του διαγράμματος και εξάγεται το επιθυμητό μέτρο διέγερσης.



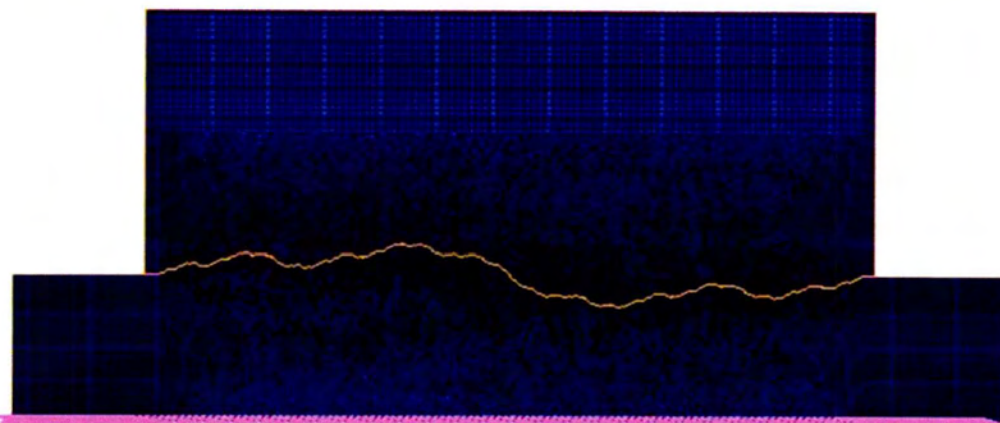
Σχήμα 3.6.1: Δέσμευση κατακόρυφης μετακίνησης των κόμβων της κάτω παρειάς του φορέα.



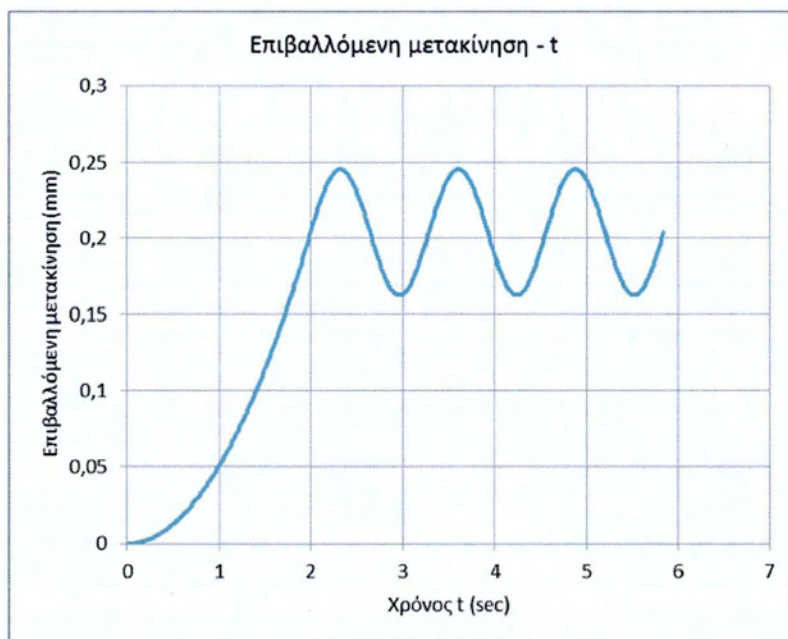
Σχήμα 3.6.2: Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P.



Σχήμα 3.6.3: Επιβολή κατακόρυφου φορτίου $P/2$.



Σχήμα 3.6.4: Επιβολή οριζόντιας μετακίνησης στους κόμβους της κάτω παρειάς του φορέα.



Σχήμα 3.6.5: Διάγραμμα επιβολής οριζόντιας μετακίνησης.

Εξαιτίας της κατακόρυφης στατικής φόρτισης του επάνω τμήματος του μοντέλου, υλοποιείται κατανομή της μάζας στους κόμβους του τμήματος αυτού. Η τιμή της μάζας η οποία θα κατανεμηθεί σε κάθε κόμβο προκύπτει από τον υπολογισμό του λόγου του κατακόρυφου φορτίου P ως πριν την επιτάχυνση της βαρύτητας g (ο συντελεστής g θεωρήθηκε ίσος με $9,81\text{m/sec}^2$). Έτσι προκύπτει διαφορετική μάζα για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.

Όσον αφορά την επαφή των δύο σωμάτων, όπως καταγράφηκε και στο κεφάλαιο 1.1, χρησιμοποιείται ο διγραμμικός νόμος του Coulomb. Όπως έχει αποδειχτεί και από άλλες μελέτες [5],[9], η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων υλοποιείται σε συγκεκριμένα σημεία στην διεπιφάνεια και όχι σε όλο το μήκος αυτής. Τα σημεία αυτά είναι οι αιχμές που εμφανίζονται στο γεωμετρικό προφίλ της διεπιφάνειας. Στο μοντέλο επικρατούν συνθήκες μονόπλευρης επαφής – τριβής [31]. Οι συνθήκες μονόπλευρης επαφής – τριβής παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην περιγραφή αρκετά σύνθετων φαινομένων, σε σχέση με τις κλασσικές συνοριακές συνθήκες. Υλοποιήθηκε προσδιορισμός των τμημάτων του φορέα που έρχονταν σε επαφή προκειμένου να ‘αντιλαμβάνεται’ το πρόγραμμα σε ποια σημεία θα αναπτυχθεί το φαινόμενο της τριβής. Σε κάθε βήμα της ανάλυσης εκτελέστηκε έλεγχος επαφής. Σε περίπτωση επαφής του κόμβου του ενός σώματος με οποιοδήποτε τμήμα του άλλου σώματος, περιορίζονταν αυτόματα η κατακόρυφη, στη διεπιφάνεια, μετακίνηση του κόμβου αυτού. Ο συντελεστής τριβής, που διέπει το πρόβλημα επαφής των σωμάτων αυτών, τέθηκε ίσος με 0,1. Στην



συνέχεια θα γίνει αντιληπτό ότι ο δυναμικός συντελεστής τριβής που θα υπολογιστεί θα είναι μεγαλύτερος σε σχέση με τον συντελεστή τριβής 0,1 που ορίστηκε για την επίλυση του μοντέλου. Αυτό συμβαίνει καθώς η δύναμη της τριβής που υπολογίζεται, όπως έχει αναφερθεί και στο κεφάλαιο 1, προκύπτει από την άθροιση των δυνάμεων αντίστασης μεταξύ των δύο επιφανειών καθώς κι από τις δυνάμεις πλαστικοποίησης των αιχμών της διεπιφάνειας.



3.7 Μη γραμμικότητα

Αναγκαία κρίνεται η επίλυση του προβλήματος αυτού με χρήση μη γραμμικής ανάλυσης λόγω των αριθμητικών δυσκολιών που προκύπτουν. Οι αριθμητικές δυσκολίες οφείλονται στα μη γραμμικά φαινόμενα που συναντώνται στο πρόβλημα αυτό, τα οποία παρατίθενται στη συνέχεια:

- 1) Οι συνθήκες μονόπλευρης επαφής – τριβής.
- 2) Η ανάπτυξη τριβής μεταξύ της διεπιφάνειας των σωμάτων.
- 3) Η πλαστικοποίηση των αιχμών της διεπιφάνειας κατά την σχετική ολίσθηση των επαπτόμενων σωμάτων.

Ο όρος μη γραμμικότητα αναφέρεται στην κατάσταση εκείνη κατά την οποία οι σχέσεις μεταξύ της εξωτερικής φόρτισης και των μετακινήσεων δεν είναι γραμμικές. Οι παράγοντες που μπορούν να οδηγήσουν έναν φορέα σε μη γραμμική συμπεριφορά είναι οι εξής:

- Καταστατικές εξισώσεις: Μη γραμμική συμπεριφορά εμφανίζεται για μη γραμμικές σχέσεις μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων. Όταν χάνεται η γραμμική ελαστική συμπεριφορά ενός υλικού και εμπίπτει στον πλαστικό κλάδο με την παράλληλη υλοποίηση πλαστικών παραμορφώσεων τότε η σχέση τάσης παραμόρφωσης παύει να είναι γραμμική.
- Συνοριακές συνθήκες: Όταν μεταβάλλονται οι συνοριακές συνθήκες κατά την διάρκεια φόρτισης του φορέα και όταν χάνεται η επαφή που μπορεί να είχε ο φορέας με κάποιο άλλο στοιχείο, η συμπεριφορά του φορέα καθίσταται μη γραμμική.
- Εξισώσεις ισορροπίας και συμβιβαστού: Για πολύ μεγάλες παραμορφώσεις του φορέα, χάνεται η γραμμικότητα των εξισώσεων ισορροπίας. Γεωμετρική μη γραμμικότητα έχουμε όταν οι σχέσεις μετακινήσεων και παραμορφώσεων είναι μη γραμμικές.

Όσον αφορά το πρόβλημα που μελετήθηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, η μη γραμμικότητα που εμφανίζεται οφείλεται σε όλους τους προαναφερθέντες παράγοντες. Μη γραμμικότητα των καταστατικών εξισώσεων εμφανίζεται λόγω της ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς του χάλυβα. Λόγω της



Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας και της Κατακόρυφης Φόρτισης Μεταλλικών Διεπιφανειών
στον Δυναμικό Συντελεστή Τριβή

απώλειας επαφής, που υλοποιείται σε ορισμένα σημεία, εξαιτίας της σχετικής ολίσθησης των επαπτόμενων σωμάτων, οι συνοριακές συνθήκες χαρακτηρίζονται ως μη γραμμικές. Ακόμη, ο φορέας εμφανίζει γεωμετρική μη γραμμικότητα και συνεπώς οι εξισώσεις ισορροπίας και συμβιβαστού παύουν να χαρακτηρίζονται ως γραμμικές.



3.8 Επίλυση της κατασκευής- Πλήθος προσομοιωμάτων

Ο φορέας που μοντελοποιήθηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής, θα μπορούσε να αποτελέσει τμήμα μιας μεγαλύτερης κατασκευής. Οι παράμετροι που μελετήθηκαν ως προς την επιρροή τους στον δυναμικό συντελεστή τριβής ήταν η τραχύτητα και η κατακόρυφη φόρτιση. Προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή της τραχύτητας όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2, υλοποιήθηκαν πέντε αναλύσεις της διεπιφάνειας με σκοπό την δημιουργία διαφορετικών μοντέλων τραχύτητας. Επιπλέον λήφθηκαν υπόψη τρεις διαφορετικές τιμές των κατακόρυφων φορτίων. Επομένως ο συνολικός αριθμός των κατασκευών που μελετήθηκαν ήταν 15 (3x5). Η κάθε μια από αυτές τις κατασκευές επιλύθηκε τουλάχιστον τέσσερις φορές με σκοπό τον αριθμητικό προσδιορισμό των συντελεστών εκείνων (συντελεστής α) που πολλαπλασίαζαν τον πίνακα επιβολής της μετακίνησης προκειμένου να ολοκληρώνεται κάθε φορά συγκεκριμένος αριθμός κύκλων φόρτισης. Στο σύνολό τους υλοποιήθηκαν τουλάχιστον 60 (15x4) επιλύσεις μοντέλων με σκοπό την εξαγωγή των ζητούμενων αποτελεσμάτων.

Το εκάστοτε εύρος τιμών της διέγερσης επηρέαζε τον αριθμό των βημάτων φόρτισης που ολοκληρώνονταν και κατά συνέπεια την ολοκλήρωση ή μη της επίλυσης του μοντέλου. Για τον λόγο αυτό πραγματοποιήθηκαν πολλές αναλύσεις προκειμένου να βρεθούν οι τιμές του συντελεστή α που οδηγούν στην ολοκλήρωση τουλάχιστον του πρώτου κύκλου φόρτισης. Επίσης υπολογίστηκαν και οι τιμές του συντελεστή α που πολλαπλασίαζαν την οριζόντια μετακίνηση και οδηγούσαν σε ολοκλήρωση όλων των κύκλων φόρτισης.

Πέραν όμως του προσδιορισμού της μέγιστης τιμής του συντελεστή α , για τις επιλύσεις των μοντέλων που παρουσίαζαν ενδιαφέρον, καταχωρήθηκαν για κάθε κατασκευή οι οριζόντιες δυνάμεις του άνω τμήματος του φορέα που εμφανίζονταν σε κάθε βήμα επίλυσης και οι μετακινήσεις των δύο κόμβων αρχής και των δύο κόμβων πέρατος της διεπιφάνειας του φορέα τόσο του άνω τμήματος όσο και του κάτω τμήματος αυτού. Ακόμη υπολογίστηκε η διαφορά μετακίνησης μεταξύ του άνω και κάτω κόμβου αρχής της διεπιφάνειας. Ο ίδιος υπολογισμός έγινε και για τις μετακινήσεις των κόμβων πέρατος της διεπιφάνειας. Στη συνέχεια, για κάθε κύκλο φόρτισης όπως και για όλους τους κύκλους φόρτισης συνολικά, υπολογίστηκε η



Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας και της Κατακόρυφης Φόρτισης Μεταλλικών Διεπιφανειών
στον Δυναμικό Συντελεστή Τριβή

μέγιστη κι η ελάχιστη οριζόντια δύναμη που εμφανίζονταν και με βάση την μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή οριζόντια δύναμη υπολογίσθηκε ο 'φαινόμενος δυναμικός συντελεστής τριβής' από τον τύπο:

$$\mu = \frac{\max F_x}{F_y} \quad (3.8.1)$$

Όπου:

- μ ο φαινόμενος δυναμικός συντελεστής τριβής
- $\max F_x$ η μέγιστη, κατ' απόλυτη τιμή, οριζόντια δύναμη του άνω μεταλλικού τμήματος
- F_y η τιμή του κατακόρυφου φορτίου που ασκείται στο άνω τμήμα της κατασκευής

Ο φαινόμενος δυναμικός συντελεστής τριβής μ υπολογίσθηκε για κάθε κύκλο φόρτισης αλλά και για όλους τους κύκλους φόρτισης συνολικά.



4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ - ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

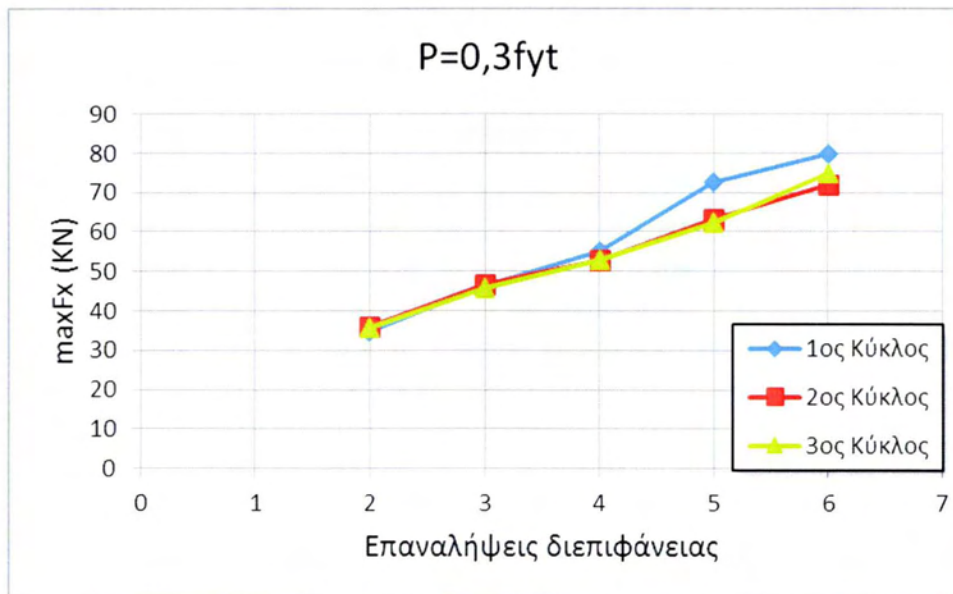
4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η επιρροή της ανάλυσης της διεπιφάνειας στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Οι διαφορετικές αναλύσεις της τραχύτητας παρουσιάζονται μέσα από τις διαφορετικές επαναλήψεις των συναρτήσεων παρεμβολής, που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση της διεπιφάνειας των δύο σωμάτων. Οι αναλύσεις που υλοποιήθηκαν συνολικά ήταν πέντε. Είναι φανερό ότι οι ανώτερες αναλύσεις εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα σε σχέση με τις κατώτερες κι επομένως αποτελούν πιο ρεαλιστικές προσομοιώσεις της διεπιφάνειας που μελετάται σε αυτή την εργασία. Η 2^η επανάληψη δεν είναι η κατάλληλη για την μελέτη του προβλήματος αυτού, ωστόσο για λόγους πληρότητας της εργασίας, συγκαταλέγεται στο σύνολο των αναλύσεων που μελετήθηκαν. Για την μελέτη του φαινομένου της τριβής και την κατανόηση της συμπεριφοράς του φορέα παρατίθενται στη συνέχεια τα διαγράμματα που προέκυψαν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων.



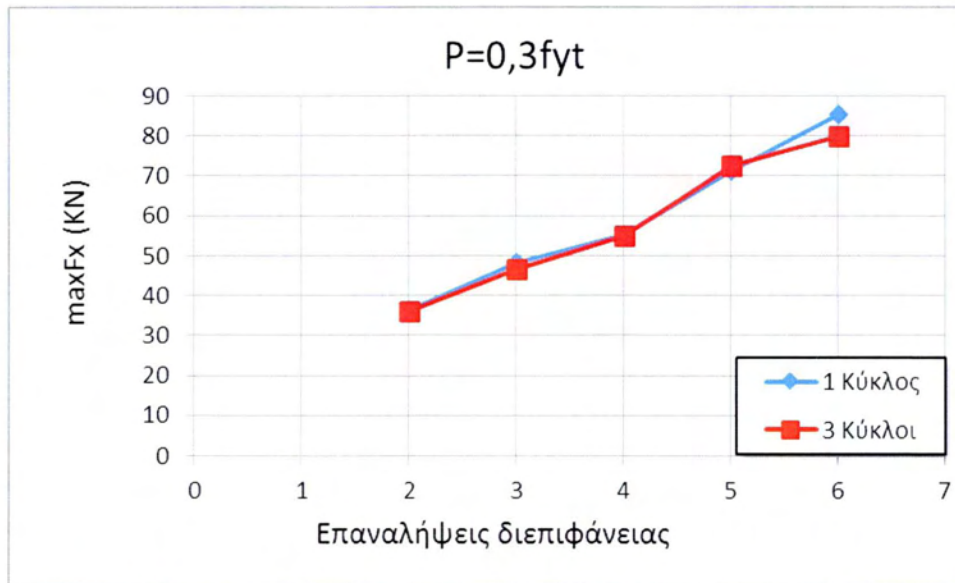
4.2 Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση $0,3f_y$

Στο σχήμα 4.2.1 παρατίθεται το διάγραμμα μέγιστης δύναμης κάθε κύκλου φόρτισης συναρτήσει των επαναλήψεων της fractal συνάρτησης παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της διεπιφάνειας για την περίπτωση όπου το ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο είναι $P=0,3f_y$. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα οι μέγιστες δυνάμεις, μετά την 3^η επανάληψη, εμφανίζονται κατά τον πρώτο κύκλο φόρτισης. Αυτό συμβαίνει γιατί κατά την διάρκεια του πρώτου κύκλου φόρτισης πραγματοποιούνται οι περισσότερες πλαστικοποιήσεις των αιχμών της διεπιφάνειας με αποτέλεσμα η οριζόντια δύναμη που αναπτύσσεται στους επόμενους κύκλους φόρτισης να είναι μικρότερη αφού οι δυνάμεις που οφείλονται στην αλληλεμπλοκή των αιχμών είναι μικρότερες. Στις δύο πρώτες επαναλήψεις οι διαφορές μεταξύ των μέγιστων δυνάμεων των κύκλων φόρτισης είναι πολύ μικρές. Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι σε αυτές τις αναλύσεις δεν παρατηρούνται έντονες αιχμές κατά μήκος της διεπιφάνειας. Οι διαφορές μεταξύ των μέγιστων δυνάμεων του 2^{ου} και του 3^{ου} κύκλου φόρτισης, για όλες τις επαναλήψεις, είναι ελάχιστες. Οι δυνάμεις αυτές προέρχονται κατά κύριο λόγο από την τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των διεπιφανειών μιας και το φαινόμενο των πλαστικοποιήσεων των αιχμών είναι μειωμένο κατά την διάρκεια αυτών των κύκλων φόρτισης. Γενικά, με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας αυξάνονται και οι οριζόντιες δυνάμεις αλλά και η διαφορά μεταξύ των οριζόντιων δυνάμεων των διαφορετικών κύκλων φόρτισης. Αυτό συμβαίνει γιατί λόγω της αυξημένης τραχύτητας των ανώτερων αναλύσεων, απαιτούνται μεγαλύτερες δυνάμεις για την σχετική ολίσθηση των δύο σωμάτων.



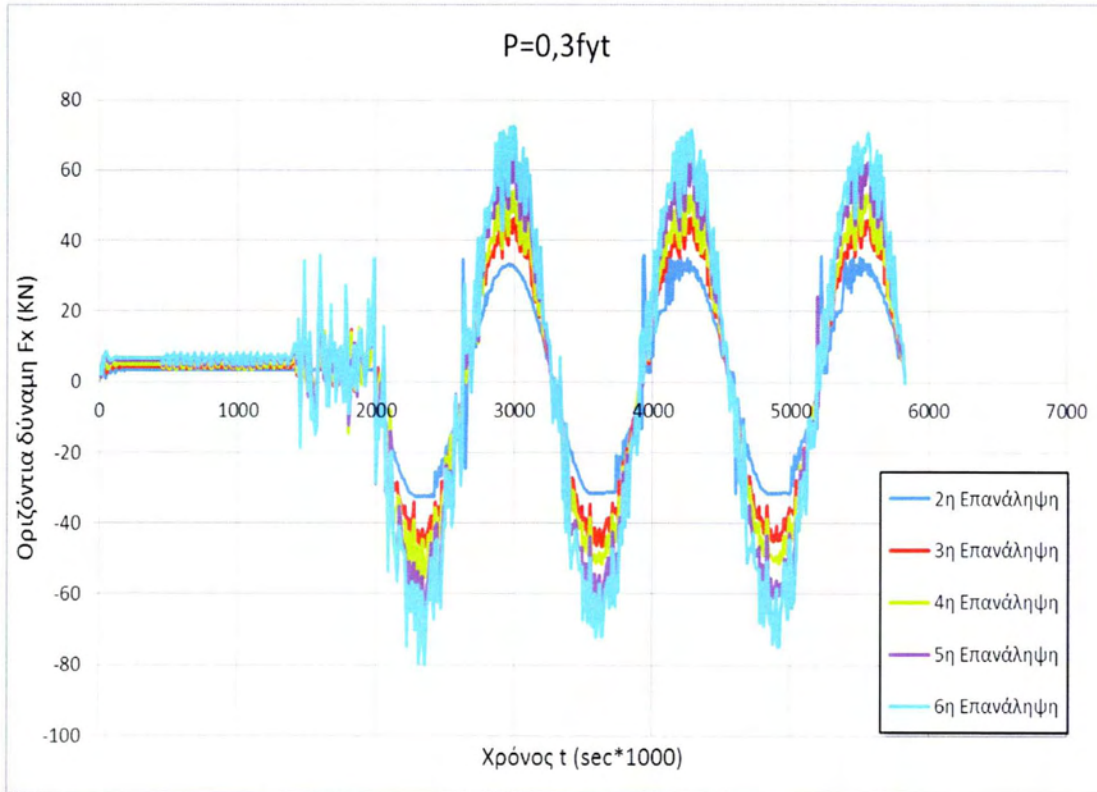
Σχήμα 4.2.1: Μέγιστη οριζόντια δύναμη κάθε κύκλου φόρτισης, συναρτήσεως των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,3f_{yt}$ (t =πάχος κατασκευής).

Στο σχήμα 4.2.2 δίνεται το διάγραμμα της μέγιστης οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται κατά τη διάρκεια του 1^{ου} κύκλου φόρτισης αλλά και των 3 κύκλων φόρτισης συναρτήσεως των αναλύσεων της διεπιφάνειας. Στο διάγραμμα δίνονται οι maxFx που αναπτύσσονται στις κατασκευές όπου ολοκληρώνεται μόνο ο 1^{ος} κύκλος φόρτισης καθώς και οι maxFx που αναπτύσσονται στις κατασκευές όπου ολοκληρώνονται όλοι οι κύκλοι φόρτισης. Παρατηρώντας τα διαγράμματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως οι μέγιστες οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στις κατασκευές που υποβάλλονται μόνο σε έναν κύκλο φόρτισης είναι λίγο μεγαλύτερες από τις μέγιστες οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στις ίδιες κατασκευές οι οποίες όμως υποβάλλονται σε τρεις κύκλους φόρτισης. Και στις δύο περιπτώσεις όμως οι maxFx αυξάνονται καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Αξίζει να σημειωθεί ότι η διαφορά στις maxFx που αναπτύσσονται στις δύο περιπτώσεις είναι μεγαλύτερη στην 6^η επανάληψη της διεπιφάνειας η οποία παρουσιάζει μεγαλύτερη τραχύτητα.

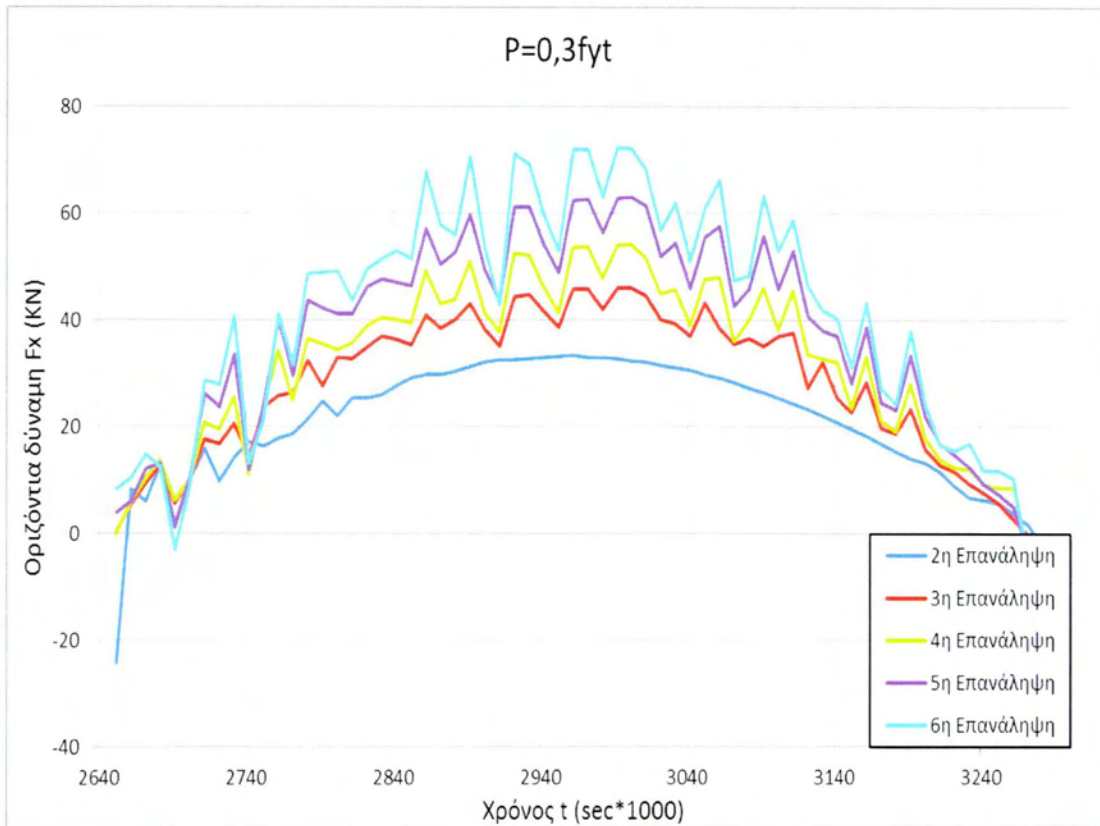


Σχήμα 4.2.2: Μέγιστη οριζόντια δύναμη, ενός και τριών κύκλων φόρτισης, συναρτήσει των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα καταναμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,3f_{yt}$.

Στο σχήμα 4.2.3 αποτυπώνεται το διάγραμμα οριζόντιας δύναμης του άνω τμήματος της κατασκευής συναρτήσει του χρόνου για όλες τις αναλύσεις των διεπιφανειών. Προκειμένου να γίνει πιο προσεκτική μελέτη του διαγράμματος, στο σχήμα 4.2.4 παρατίθεται σε μεγέθυνση ένα τμήμα του. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας και κατά συνέπεια η τραχύτητά της τόσο αυξάνονται και οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή. Αυτό συμβαίνει επειδή εξαιτίας της αυξημένης τραχύτητας των ανώτερων αναλύσεων αναπτύσσονται μεγαλύτερες δυνάμεις τριβής μεταξύ των σωμάτων. Μια προσεκτική μελέτη του διαγράμματος του σχήματος 4.2.4 δείχνει ότι καθώς η διεπιφάνεια γίνεται τραχύτερη παρουσιάζονται ολοένα και μεγαλύτερες μεταβολές στις οριζόντιες δυνάμεις. Πιο συγκεκριμένα παρατηρούνται απότομες μειώσεις και αυξήσεις των τιμών της οριζόντιας δύναμης καθώς η ανάλυση της διεπιφάνειας γίνεται μεγαλύτερη και λαμβάνονται υπόψη ολοένα και μικρότερες κλίμακες στην προσομοίωσή της. Αυτό εξηγείται φυσικά από το γεγονός ότι στις μικρότερες κλίμακες οι αιχμές πλαστικοποιούνται πιο γρήγορα καθώς το φορτίο μεταβάλλεται με αποτέλεσμα να παρατηρούνται αυτές οι απότομες μεταβολές στις τιμές της οριζόντιας δύναμης.



Σχήμα 4.2.3: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής, συνάρτησι του χρόνου, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο P=0,3ft.

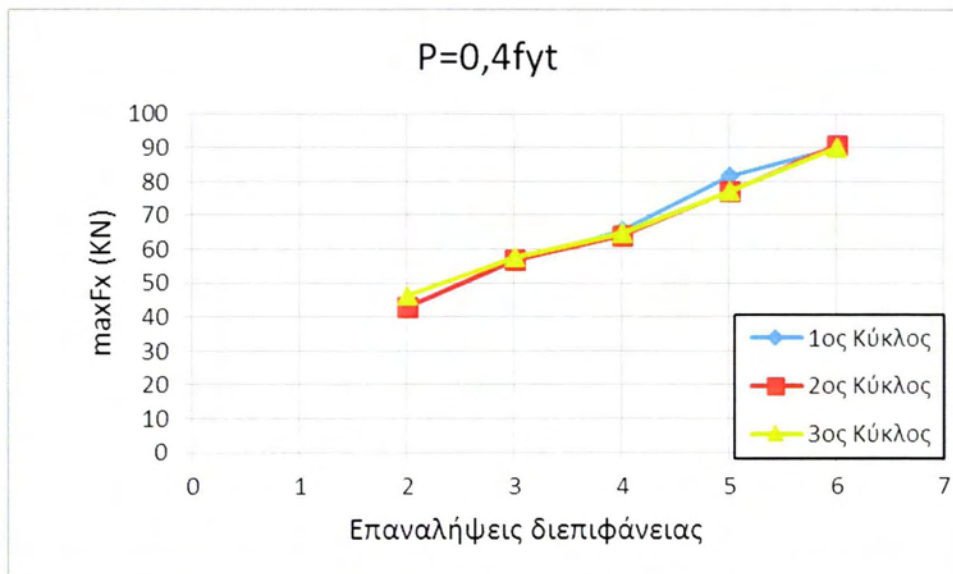


Σχήμα 4.2.4: Μεγέθυνση σχήματος 4.2.3.



4.3 Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση $0,4f_y$

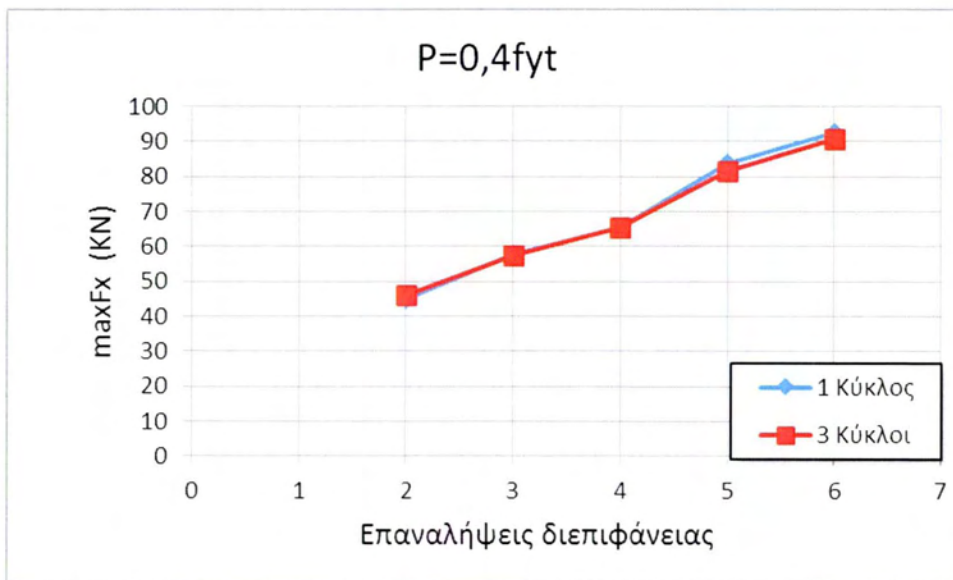
Στο σχήμα 4.3.1 αποτυπώνεται το διάγραμμα της μέγιστης οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στο άνω τμήμα της κατασκευής για κάθε κύκλο φόρτισης και για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας. Το ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο που ασκείται στην κατασκευή είναι ίσο με $P=0,4f_y$. Ομοίως με την παράγραφο 4.2 οι οριζόντιες δυνάμεις αυξάνονται όσο αυξάνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας λόγω μεγαλύτερης τραχύτητας. Στην 4^η και 5^η επανάληψη οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στον 1^ο κύκλο είναι μεγαλύτερες από εκείνες των υπόλοιπων κύκλων φόρτισης. Οι δυνάμεις του 2^{ου} και 3^{ου} κύκλου φόρτισης διαφέρουν ελάχιστα σε όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας επειδή οι περισσότερες πλαστικοποιήσεις έχουν πραγματοποιηθεί κατά την διάρκεια του 1^{ου} κύκλου φόρτισης. Στο διάγραμμα του σχήματος 4.3.1 παρατηρούμε επίσης ότι οι διαφορές των $\max F_x$ μεταξύ των τριών κύκλων φόρτισης είναι πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες διαφορές που προέκυψαν στην περίπτωση που το κατακόρυφο φορτίο ήταν $P=0,3f_y$. Τα αποτελέσματα αυτά εξηγούνται από το γεγονός ότι με την επιβολή μεγαλύτερου κατακόρυφου φορτίου εμφανίζονται πλαστικοποιήσεις των αιχμών από πολύ νωρίς με συνέπεια να μην υπάρχουν σημαντικές μεταβολές των $\max F_x$ στους διαφορετικούς κύκλους φόρτισης.



Σχήμα 4.3.1: Μέγιστη οριζόντια δύναμη κάθε κύκλου φόρτισης, συναρτήσεως των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,4f_y$, (t =πάχος κατασκευής).



Το διάγραμμα του σχήματος 4.3.2 παριστά τις μέγιστες οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στο άνω τμήμα της κατασκευής κατά τη διάρκεια του 1^{ου} κύκλου φόρτισης, καθώς και για τους τρεις κύκλους φόρτισης για όλες τις περιπτώσεις ανάλυσης της διεπιφάνειας. Όπως είναι αναμενόμενο, παρατηρείται αύξηση των maxFx με την μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας λόγω αύξησης της τραχύτητας. Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι οι διαφορές που παρατηρούνται στις maxFx, μεταξύ των περιπτώσεων όπου η κατασκευή υποβάλλεται μόνο σε έναν κύκλο φόρτισης και σε τρεις κύκλους φόρτισης αντίστοιχα, μειώνονται με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου και εστιάζονται μόνο στην κατασκευή με την πιο τραχιά διεπιφάνεια.

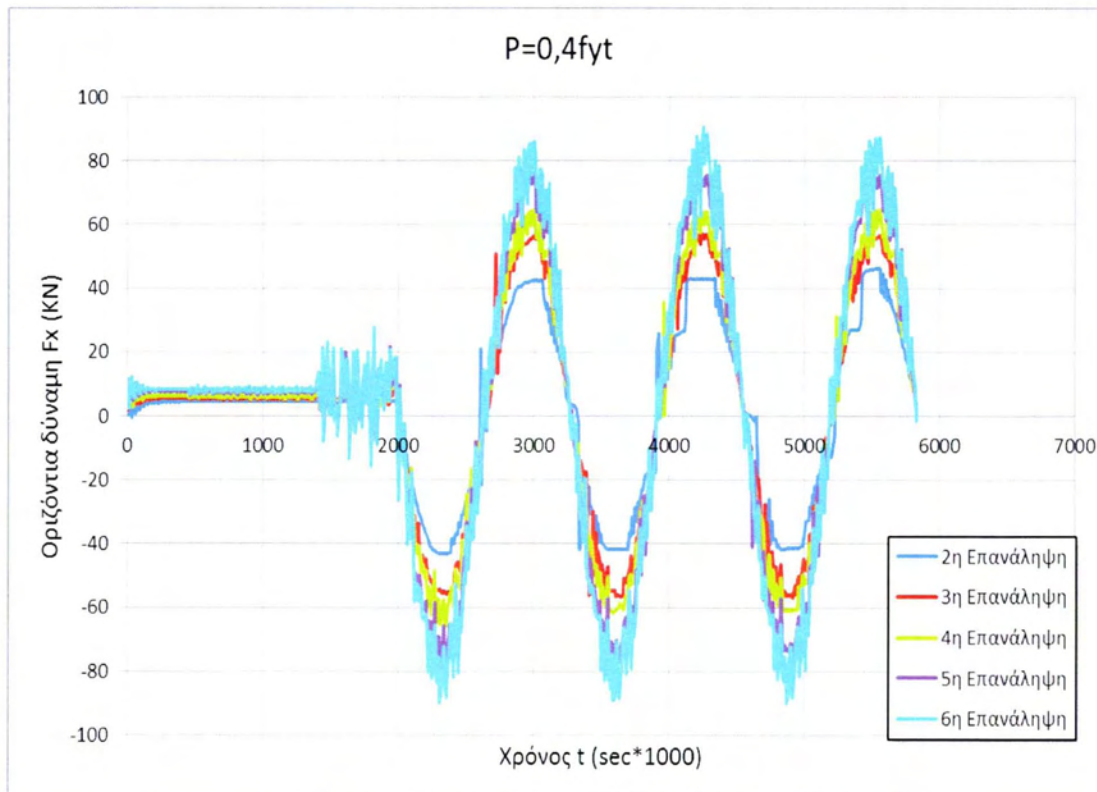


Σχήμα 4.3.2: Μέγιστη οριζόντια δύναμη για την ολοκλήρωση ενός και τριών κύκλων φόρτισης, συναρτήσεως των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,4f_{yt}$.

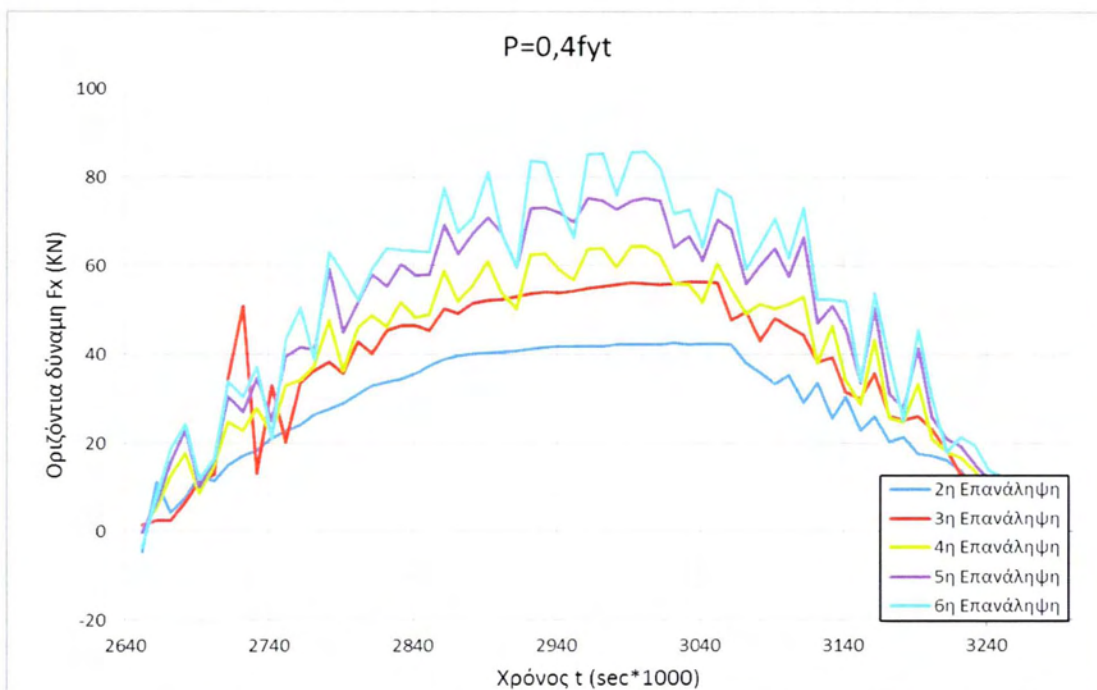
Στο σχήμα 4.3.3 απεικονίζεται το διάγραμμα οριζόντιας δύναμης του άνω τμήματος της κατασκευής, συναρτήσεως του χρόνου για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας. Στο σχήμα 4.3.4 αποτυπώνεται ένα τμήμα του σχήματος 4.3.3 με σκοπό την εκτενέστερη μελέτη του διαγράμματος αυτού. Και εδώ με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας αυξάνεται κι η τιμή των οριζόντιων δυνάμεων, λόγω της αύξησης της τραχύτητας. Ακόμη οι οριζόντιες δυνάμεις που προκύπτουν για αυτή τη φόρτιση είναι μεγαλύτερες από τις δυνάμεις που προκύπτουν για κατακόρυφο φορτίο $P=0,3f_{yt}$. Αυτό συμβαίνει επειδή με την επιβολή μεγαλύτερου κατακόρυφου φορτίου αυξάνεται η επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων και κυρίως οι πλαστικοποιήσεις των αιχμών κατά



μήκος της διεπιφάνειας είναι πιο έντονες. Αυτό γίνεται φανερό με την σύγκριση των διαγραμμάτων των σχημάτων 4.2.4 και 4.3.4.



Σχήμα 4.3.3: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής, συναρτήσει του χρόνου, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,4fyt$.

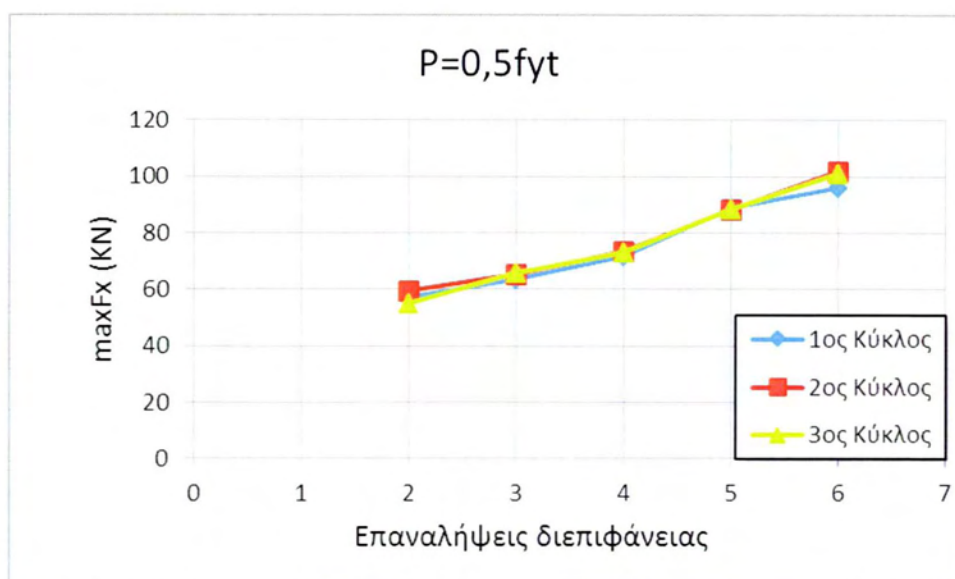


Σχήμα 4.3.4: Μεγέθυνση σχήματος 4.3.3.



4.4 Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P που προκαλεί τάση 0,5fy

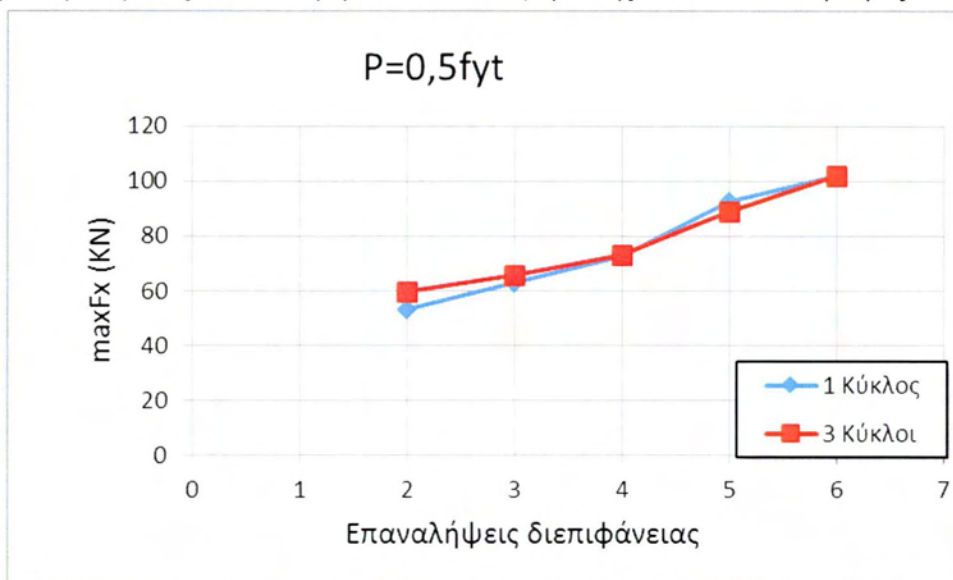
Στο σχήμα 4.4.1 εμφανίζεται το διάγραμμα της μέγιστης οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στο άνω τμήμα της κατασκευής σε κάθε κύκλο φόρτισης και για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας, όταν η κατασκευή φορτίζεται με κατακόρυφο φορτίο $P=0,5fy$. Παρατηρείται κι εδώ αύξηση των οριζόντιων δυνάμεων με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας, λόγω της αυξημένης τραχύτητας που παρουσιάζουν οι ανώτερες αναλύσεις της. Από το σχήμα είναι σαφές ότι οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή στον τρίτο κύκλο φόρτισης είναι μικρότερες από αυτές που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια του πρώτου κύκλου. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι πλαστικοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν στην διεπιφάνεια κατά τον πρώτο κύκλο φόρτισης οδήγησαν στην μείωση της τραχύτητάς της και κατά συνέπεια στην μείωση των οριζοντίων δυνάμεων που αναπτύσσονται στην κατασκευή. Διαφοροποίηση παρατηρείται στην έκτη ανάλυση της διεπιφάνειας όπου η τραχύτητα είναι πολύ μεγάλη και προφανώς κατά τον πρώτο κύκλο φόρτισης δεν πλαστικοποιήθηκαν σε τέτοια έκταση οι αιχμές της διεπιφάνειας ώστε να μειωθούν οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή στους επόμενους κύκλους φόρτισης.



Σχήμα 4.4.1: Μέγιστη οριζόντια δύναμη κάθε κύκλου φόρτισης, συναρτήσεως των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα κατανομημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,5fy$, (t =πάχος κατασκευής).



Στο σχήμα 4.4.2 δίνεται το διάγραμμα μέγιστης οριζόντια δύναμης για την επιβολή ενός κύκλου και τριών κύκλων φόρτισης, συναρτήσει των επαναλήψεων της διεπιφάνειας. Όπως και στα προηγούμενα διαγράμματα, παρατηρείται αύξηση των δυνάμεων για μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας. Ακόμη από την 4^η επανάληψη και μετά, οι δυνάμεις που προκύπτουν για την επιβολή ενός κύκλου φόρτισης είναι μεγαλύτερες από εκείνες των 3^{ων} κύκλων φόρτισης. Ωστόσο η διαφορά των μέγιστων οριζόντιων δυνάμεων που αναπτύσσονται στην κατασκευή, για τις δύο περιπτώσεις φόρτισης, μειώνεται με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου. Το γεγονός αυτό δείχνει την μεγάλη επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην εξέλιξη του φαινομένου της τριβής. Καθώς το φορτίο αυτό αυξάνει, αυξάνεται και η περιοχή επαφής στην διεπιφάνεια καθώς και οι πλαστικοποιήσεις που παρατηρούνται σε αυτήν με αποτέλεσμα οι διαφορές στις οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή με την επιβολή ενός κύκλου ή τριών κύκλων φόρτισης να είναι πολύ μικρές.

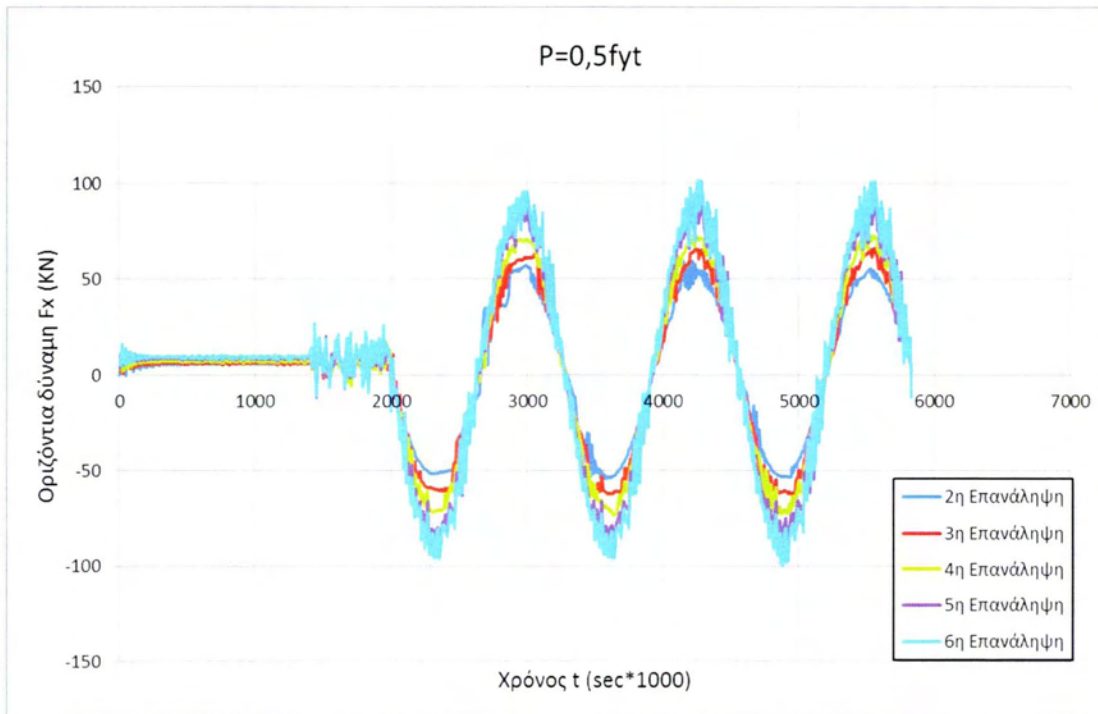


Σχήμα 4.4.2: Μέγιστη οριζόντια δύναμη για την ολοκλήρωση ενός και τριών κύκλων φόρτισης, συναρτήσει των αναλύσεων της διεπιφάνειας, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,5f_{yt}$.

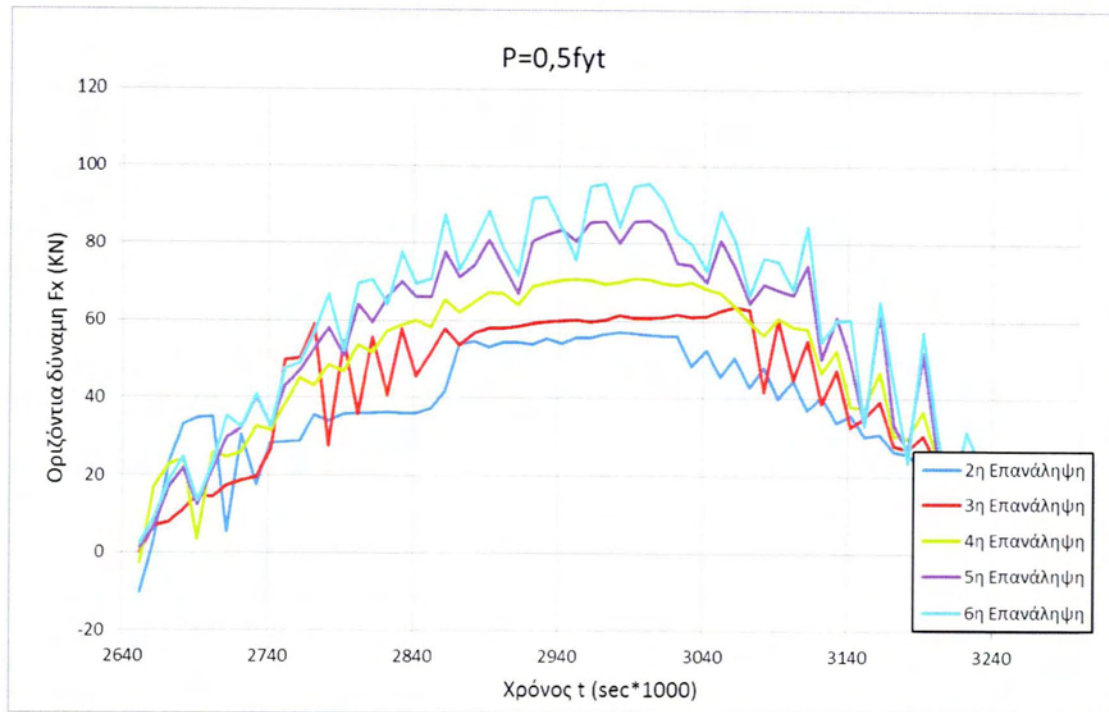
Στο σχήμα 4.4.3 δίνεται η απόκριση του άνω τμήματος της κατασκευής όπως αυτή εξελίσσεται με τον χρόνο. Και εδώ όπως ήταν αναμενόμενο στην κατασκευή αναπτύσσονται μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις όσο αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας. Μελετώντας τα διαγράμματα των σχημάτων 4.4.4, 4.3.4 και 4.2.4



παρατηρούμε ότι με την σταδιακή αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, ολοένα και περισσότερες αναλύσεις της διεπιφάνειας παρουσιάζουν στην απόκρισή τους έναν σχεδόν οριζόντιο κλάδο. Έτσι στην περίπτωση του φορτίου που μελετάται εδώ, οι κατασκευές των οποίων η διεπιφάνεια έχει προσομοιωθεί με την δεύτερη, τρίτη και τέταρτη επανάληψη της fractal συνάρτησης παρεμβολής, παρουσιάζουν οριζόντιο κλάδο στην απόκριση τους γεγονός που κάνει φανερή την πλαστικοποίηση αυτών των διεπιφανειών.



Σχήμα 4.4.3: Οριζόντια δύναμη κάθε επανάληψης της κατασκευής, συναρτήσει του χρόνου, για ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P=0,5fyt$.



Σχήμα 4.4.4: Μεγέθυνση σχήματος 4.4.3.



4.5 Σχέση ανάλυσης - συντελεστή α

Τα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζουν την σχέση ανάμεσα στον συντελεστή α που πολλαπλασιάζει το διάγραμμα των μετακινήσεων (Σχήμα 3.6.5) και των αναλύσεων της διεπιφάνειας για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφου φορτίου της κατασκευής. Ο συντελεστής α , όπως έχει ήδη αναφερθεί και στην παράγραφο 3.8, πολλαπλασιάζει το διάγραμμα των μετακινήσεων που επιβάλλονται στους κάτω κόμβους του κάτω τμήματος της κατασκευής. Στην παρούσα εργασία μελετώνται οι μέγιστες τιμές του συντελεστή α και πως αυτές μεταβάλλονται με την ανάλυση της διεπιφάνειας για τις περιπτώσεις όπου έχουμε επιβολή ενός κύκλου και τριών κύκλων φόρτισης αντίστοιχα.

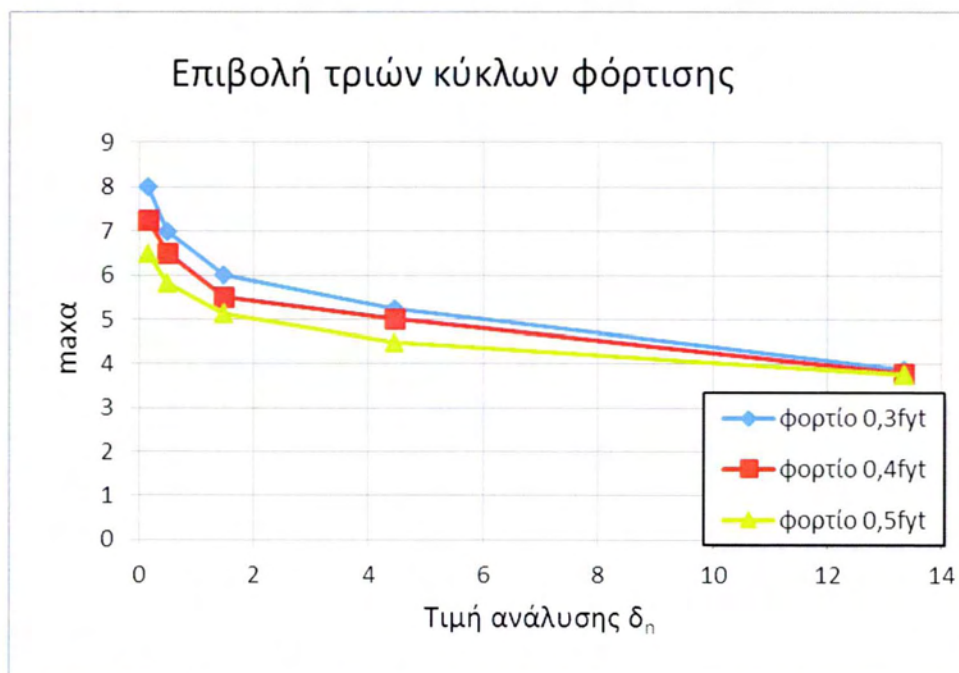
Στο σχήμα 4.5.1 απεικονίζεται το διάγραμμα μέγιστου συντελεστή α συναρτήσεων των τιμών ανάλυσης δ_n για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφων φορτίων ($0,3f_y$, $0,4f_y$, $0,5f_y$) που ασκούνται στην κατασκευή και για την περίπτωση που εφαρμόζονται και οι τρεις κύκλοι φόρτισης. Με την αύξηση της ανάλυσης (μείωση του αντίστοιχου δ_n) αυξάνονται κι οι μέγιστες τιμές του συντελεστή α . Αυτό συμβαίνει γιατί αύξηση της ανάλυσης και κατά συνέπεια αύξηση της τραχύτητας, οδηγεί σε αύξηση της επιβαλλόμενης μετακίνησης προκειμένου να έχουμε ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων. Όσο μειώνεται η τιμή του κατακόρυφου φορτίου τόσο αυξάνεται η μέγιστη τιμή του συντελεστή α . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όσο μικρότερο είναι το κατακόρυφο φορτίο τόσο λιγότερο πλαστικοποιείται η διεπιφάνεια με αποτέλεσμα να απαιτούνται μεγαλύτερες οριζόντιες επιβαλλόμενες μετακινήσεις για να έχουμε ολίσθηση των δύο τμημάτων της κατασκευής. Επίσης αυτό έχει σαν αποτέλεσμα στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας να διευρύνονται οι διαφορές των μέγιστων τιμών του συντελεστή α για διαφορετικά κατακόρυφα φορτία. Για την τιμή ανάλυσης $\delta_n=13,333\text{mm}$ δεν εμφανίζεται τόσο έντονη τραχύτητα και για το λόγο αυτό οι μέγιστες τιμές του συντελεστή α δεν διαφέρουν και πολύ για διαφορετικά κατακόρυφα φορτία. Στα μοντέλα που εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα στην διεπιφάνειά τους, εντείνεται το φαινόμενο της τριβής λόγω της αύξησης του πλήθους των αιχμών στην διεπιφάνεια, με αποτέλεσμα, και για μικρή μεταβολή του κατακόρυφου φορτίου, να γίνεται εμφανής η διαφορά μεταξύ των διαφορετικών αναλύσεων των διεπιφανειών. Στον πίνακα που



ακολουθεί (Πίνακας 4.5.1) δίνονται οι τιμές του χαρακτηριστικού μήκους δ_n που αντιστοιχεί σε κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας της κατασκευής καθώς και το $\log\delta_n$.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ f_n	ΑΝΑΛΥΣΗ δ_n (mm)	$\log\delta_n$
2η	13,333	1,12
3η	4,444	0,65
4η	1,481	0,17
5η	0,494	-0,31
6η	0,16	-0,80

Πίνακας 4.5.1: Πίνακας που περιλαμβάνει το χαρακτηριστικό μήκος δ_n κάθε ανάλυσης της διεπιφάνειας καθώς και το $\log\delta_n$.

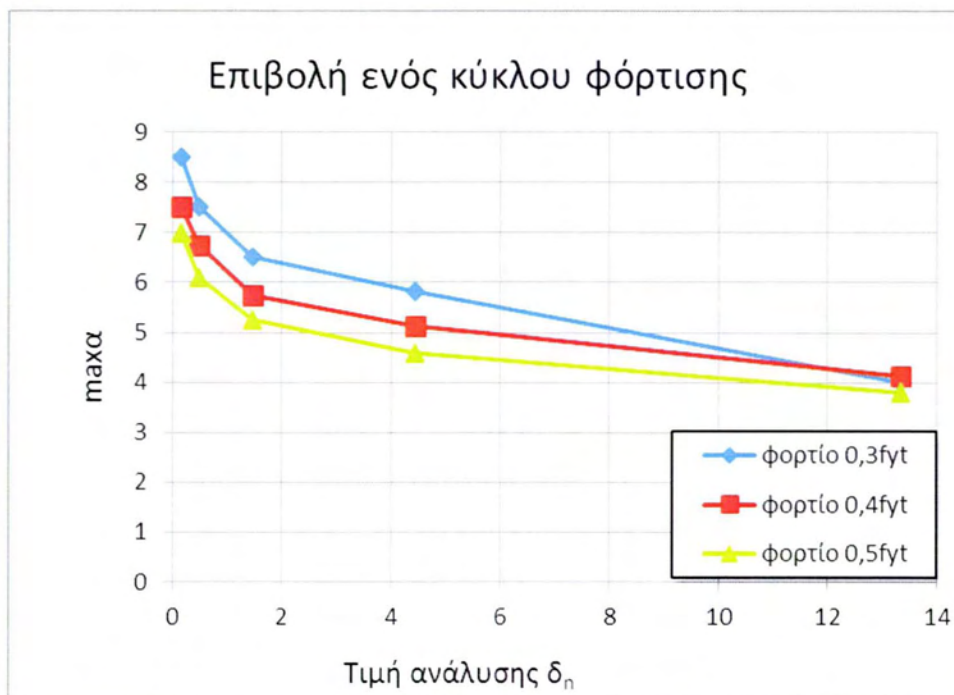


Σχήμα 4.5.1: Μέγιστος συντελεστή επιβαλλόμενης μετακίνησης α για όλες τις περιπτώσεις των κατακόρυφων φορτίων συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.

Στο σχήμα 4.5.2 παρατίθεται το διάγραμμα μέγιστης τιμής του συντελεστή α για την περίπτωση επιβολής ενός κύκλου φόρτισης (επιβαλλόμενες οριζόντιες μετακινήσεις) συναρτήσει της τιμής ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφων φορτίων. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα αυτό, το οποίο βρίσκεται σε πλήρη αντιστοιχία με το διάγραμμα του σχήματος 4.5.1, για μεγάλη ανάλυση της διεπιφάνειας (μικρές τιμές δ_n) εμφανίζονται μεγάλες τιμές του συντελεστή α . Επίσης, για μικρότερες τιμές των κατακόρυφων φορτίων παρατηρούνται μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή α για την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας. Αυτό,

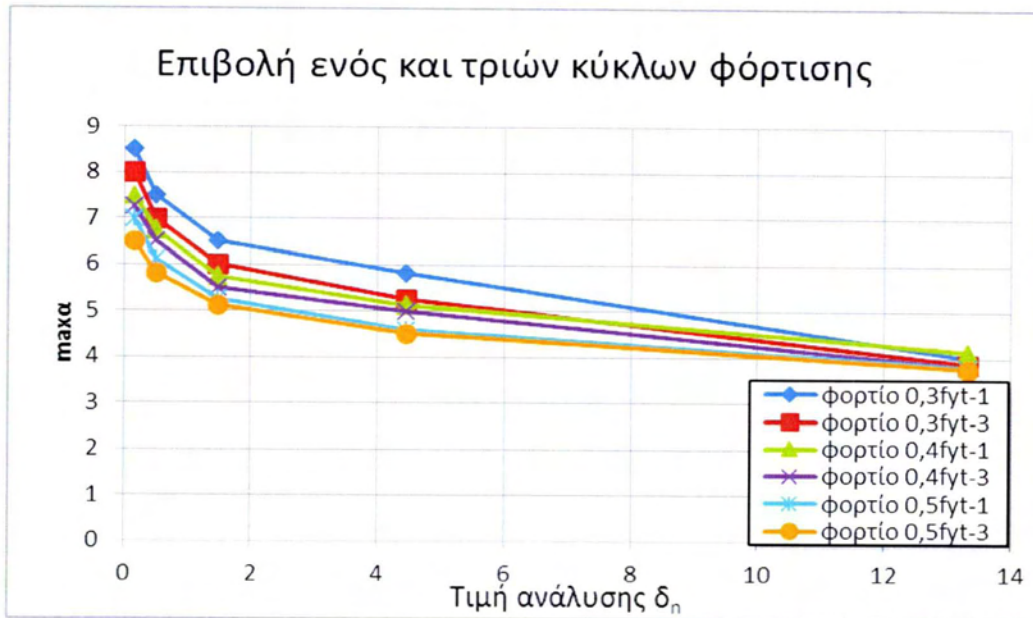


όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, οφείλεται στο ότι όσο μεγαλώνουν οι τιμές του κατακόρυφου φορτίου τόσο πιο έντονες είναι οι πλαστικοποιήσεις της διεπιφάνειας με αποτέλεσμα να απαιτούνται μικρότερες οριζόντιες επιβαλλόμενες μετατοπίσεις για να έχουμε ολίσθηση του ενός τμήματος της κατασκευής ως προς το άλλο. Η μόνη διαφορά που σημειώνεται σε σχέση με το προηγούμενο σχήμα (Σχήμα 4.5.1) έγκειται στο μέγεθος των συντελεστών α όπου για τις κατασκευές στις οποίες έχουμε την επιβολή ενός κύκλου φόρτισης (ένας κύκλος επιβαλλόμενων οριζόντιων μετακινήσεων) παρατηρείται αύξηση του συντελεστή α σε σχέση με τις κατασκευές όπου επιβάλλονται τρεις κύκλοι οριζόντιας μετατόπισης.



Σχήμα 4.5.2: Μέγιστος συντελεστής επιβαλλόμενης μετακίνησης α για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφων φορτίων, συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.

Το διάγραμμα του σχήματος 4.5.3 αποτελεί έναν συνδυασμό των δύο προηγούμενων διαγραμμάτων που εμφανίζονται στα σχήματα 4.5.1 και 4.5.2. Περιλαμβάνει τις τιμές των μέγιστων συντελεστών α για τις κατασκευές στις οποίες επιβάλλεται ένας κύκλος μετακινήσεων και τρεις κύκλοι αντίστοιχα, συναρτήσει των τιμών ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας, για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.

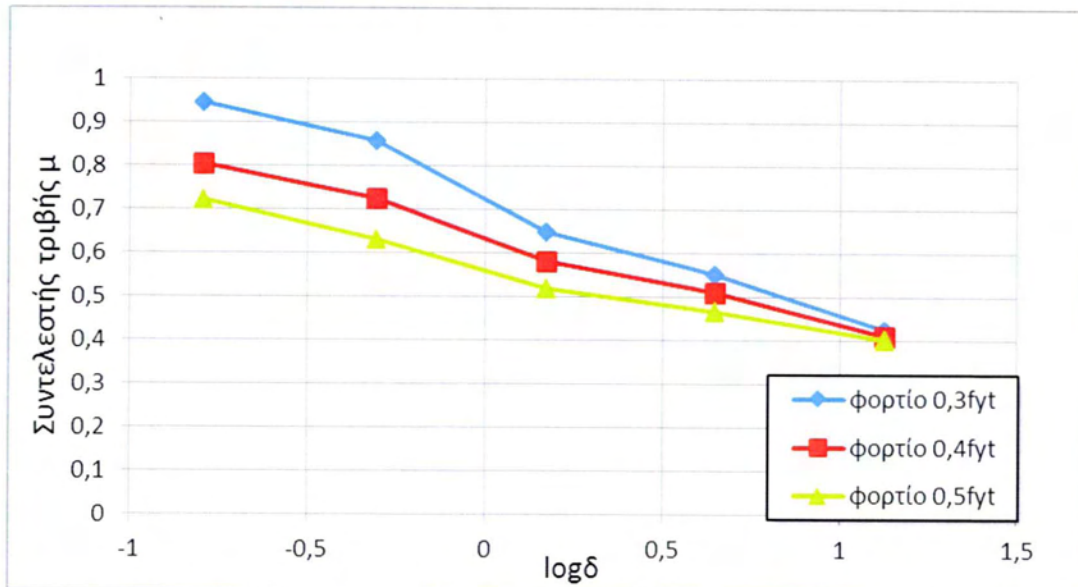


Σχήμα 4.5.3: Μέγιστος συντελεστής επιβαλλόμενης μετακίνησης α για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφων φορτίων συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.



4.6 Συσχέτιση τραχύτητας και δυναμικού συντελεστή τριβής

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η σχέση ανάμεσα στην τραχύτητα που υλοποιείται με την διαφορετική ανάλυση της διεπιφάνειας και στον δυναμικό συντελεστή τριβής για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης. Πιο συγκεκριμένα ο υπολογισμός του φαινόμενου δυναμικού συντελεστή τριβής γίνεται σύμφωνα με τον τύπο (3.8.1) για τις περιπτώσεις στις οποίες επιβάλλονται και οι τρεις κύκλοι οριζόντιων μετατοπίσεων. Από παρατήρηση του διάγραμματος που απεικονίζεται στο σχήμα 4.6.1 προκύπτει πως οι μικρότερες τιμές του φαινόμενου δυναμικού συντελεστή τριβής αντιστοιχούν στις μικρότερες αναλύσεις της διεπιφάνειας (μεγάλες τιμές του δ_n). Αυτό οφείλεται στο ότι οι διεπιφάνειες με την μικρότερη ανάλυση εμφανίζουν μικρότερη τραχύτητα κι άρα επιτυγχάνεται πιο εύκολα στις περιπτώσεις αυτές η σχετική ολίσθηση των δύο σωμάτων. Στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας (μικρότερες τιμές του δ_n) ο δυναμικός συντελεστής τριβής αυξάνεται λόγω της αυξημένης τραχύτητας της διεπιφάνειας και της δυσκολίας που εμφανίζεται κατά την ολίσθηση των σωμάτων λόγω του μηχανισμού αλληλεμπλοκής των αιχμών. Μεγαλύτερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής εμφανίζονται για επιβολή μικρότερων κατακόρυφων φορτίων. Οι μικρότερες τιμές του φαινόμενου δυναμικού συντελεστή τριβής για την επιβολή μεγάλων κατακόρυφων φορτίων οφείλεται στις έντονες πλαστικοποιήσεις που εμφανίζονται στην διεπιφάνεια στην περίπτωση αυτή με αποτέλεσμα να 'διευκολύνεται' η ολίσθηση των δύο τμημάτων της κατασκευής. Δηλαδή, υλοποιείται κατά αυτόν τον τρόπο μια εξομάλυνση της τραχύτητας της διεπιφάνειας προσδίδοντας έτσι στα σώματα περισσότερη ευκολία κατά την σχετική τους ολίσθηση με αποτέλεσμα την μείωση του δυναμικού συντελεστή τριβής. Η διαφορά μεταξύ των τιμών του δυναμικού συντελεστή τριβής, για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης, διευρύνεται στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Αυτό συμβαίνει μιας και στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας η τραχύτητα είναι μεγαλύτερη και επομένως οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι μεγαλύτερες. Επομένως, τηρουμένης της αναλογίας μεταξύ φαινόμενου δυναμικού συντελεστή τριβής και οριζοντίων δυνάμεων αυξάνονται και οι τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής.



Σχήμα 4.6.1: Συντελεστής τριβής μ για κάθε φόρτιση, συναρτήσει του λογαρίθμου της τιμής ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας.



5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

5.1 Εισαγωγή

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού, όπως φανερώνει κι ο τίτλος του, είναι η μελέτη της επιρροής του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Για να καταστεί δυνατή η μελέτη αυτή, υλοποιήθηκε μια σειρά από παραμετρικές αναλύσεις με βασική παράμετρο το κατακόρυφο φορτίο που επιβάλλεται στους άνω κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής. Έτσι ασκήθηκαν κατακόρυφα φορτία τα οποία προκαλούσαν τρεις διαφορετικές τάσεις ίσες με $0,3f_y$, $0,4f_y$ και $0,5f_y$ στο άνω σύνορο του άνω τμήματος της κατασκευής. Ως f_y ορίζεται η τάση διαρροής του χάλυβα, που χρησιμοποιήθηκε ως υλικό της κατασκευής με $f_y=235\text{MPa}$. Τα κατακόρυφα φορτία που ασκήθηκαν υπολογίζονταν κάθε φορά από τον τύπο $F=0, i \times f_y \times l \times t$ όπου l το μήκος επιρροής του φορέα και t το πάχος του. Επομένως προέκυψαν οι εξής κατακόρυφες δυνάμεις, που φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας 5.1).

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΔΥΝΑΜΗ (KN)	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΑΣΗΣ	ΤΑΣΗ (MPa)	ΜΗΚΟΣ (m)	ΠΑΧΟΣ (m)
84,6	0,3	235	0,12	0,01
112,8	0,4	235	0,12	0,01
141	0,5	235	0,12	0,01

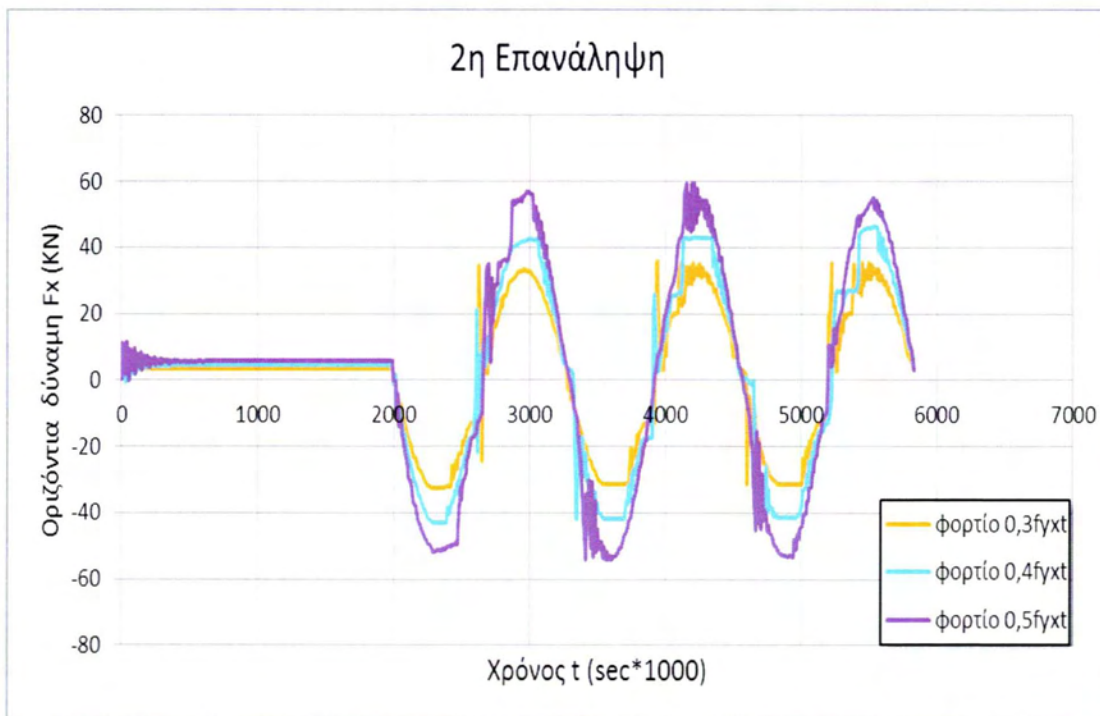
Πίνακας 5.1: Πίνακας υπολογισμού των κατακόρυφων δυνάμεων που επιβάλλονται στον φορέα.

Από τις παραμετρικές αναλύσεις που υλοποιήθηκαν, εξήχθησαν σημαντικά αποτελέσματα τα οποία οργανώθηκαν σε μορφή διαγραμμάτων με σκοπό την καλύτερη κατανόηση και μελέτη του φαινομένου της τριβής σε συνάρτηση με την κατακόρυφη φόρτιση.

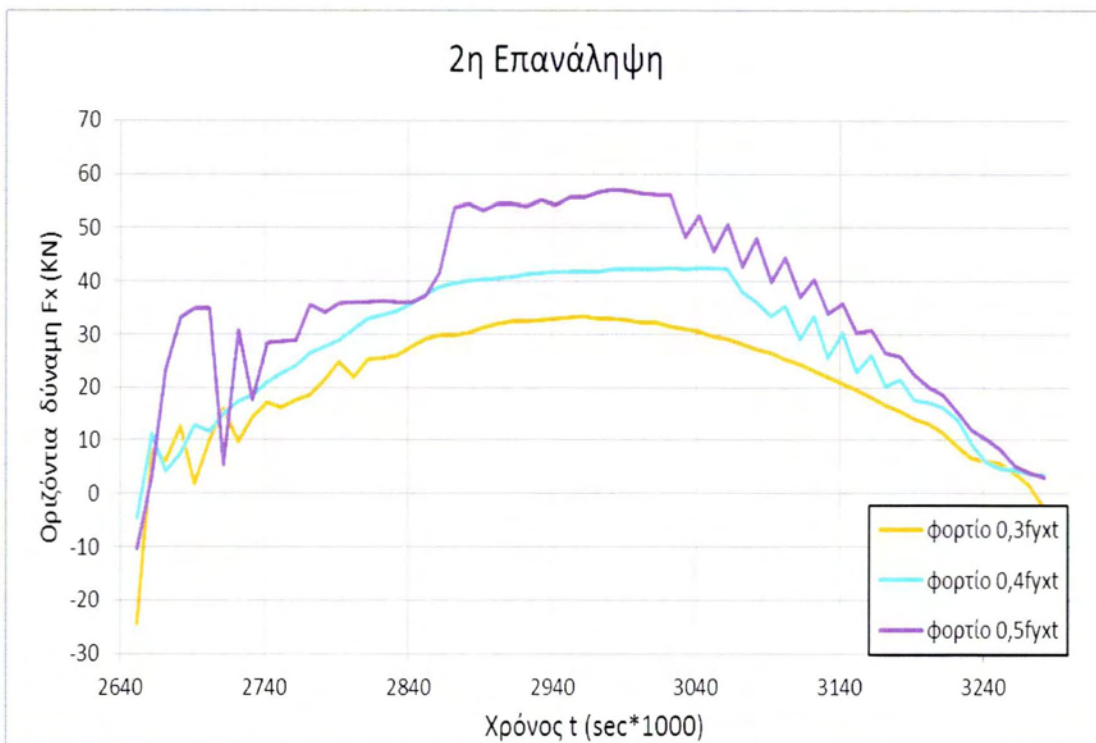


5.2 Συσχέτιση οριζόντιων δυνάμεων και κατακόρυφων φορτίων

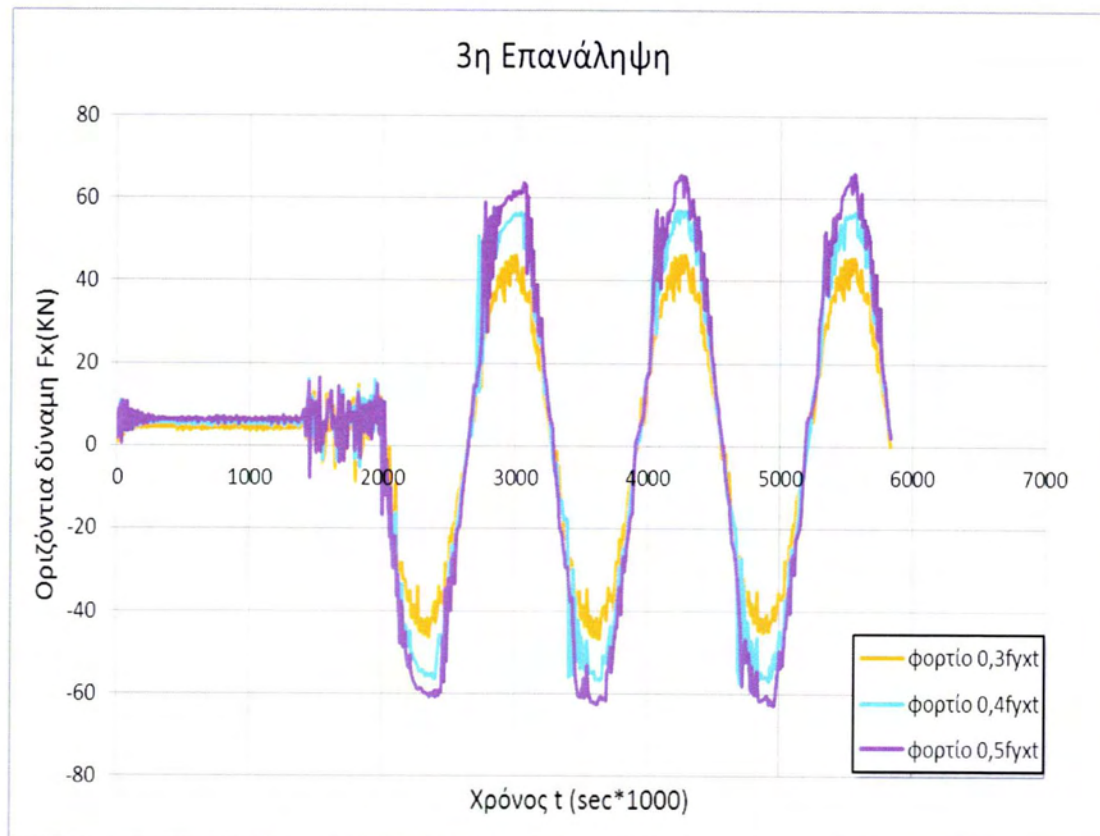
Στην παράγραφο αυτή παρατίθενται τα διαγράμματα της οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στο άνω τμήμα της κατασκευής σε συνάρτηση με το χρόνο για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης καθώς και τμήματα αυτών σε μεγέθυνση με σκοπό την πιο εύκολη μελέτη του φαινομένου (Σχήματα 5.2.1 έως 5.2.10). Το κάθε διάγραμμα αναφέρεται σε διαφορετική ανάλυση της διεπιφάνειας. Μελετώντας τα διαγράμματα αυτά συμπεραίνουμε ότι με την επιβολή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων αναπτύσσονται μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις σε όλες τις διεπιφάνειες ανεξαρτήτως ανάλυσης. Αυτό οφείλεται στο ότι με την επιβολή μεγάλων κατακόρυφων φορτίων η επιφάνεια επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων αυξάνεται. Και κατά συνέπεια η επίδραση του φαινομένου αλληλεμπλοκής των αιχμών μεταξύ των δύο εφραπτόμενων σωμάτων αυξάνεται. Όσον αφορά στις μεγαλύτερες αναλύσεις όπου η τραχύτητα είναι μεγαλύτερη, οι οριζόντιες δυνάμεις αυξάνονται λόγω της εμφάνισης πιο έντονων αιχμών μεταξύ των σωμάτων, οι οποίες μέσω της σχετικής ολίσθησης των σωμάτων πλαστικοποιούνται με παράλληλη ανάπτυξη δυνάμεων στα σημεία αυτά. Έτσι, μεγαλύτερη αύξηση των οριζόντιων δυνάμεων παρατηρείται στις δύο ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας οι οποίες εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι το διάγραμμα των οριζόντιων δυνάμεων που αναπτύσσονται στο άνω τμήμα της κατασκευής παρουσιάζει έναν οριζόντιο κλάδο για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης στην περίπτωση της λιγότερο τραχιάς διεπιφάνειας (2^η επανάληψη). Καθώς όμως η τραχύτητα μεγαλώνει, ο οριζόντιος αυτός κλάδος εμφανίζεται στα διαγράμματα που σχετίζονται με μεγαλύτερες τιμές της κατακόρυφης φόρτισης, για να φτάσουμε στην 4^η επανάληψη της διεπιφάνειας όπου ο κλάδος αυτός εμφανίζεται μόνο στην περίπτωση όπου το κατακόρυφο φορτίο παίρνει την μεγαλύτερη τιμή του. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι όσο αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου αυξάνονται και οι πλαστικοποιήσεις στην διεπιφάνεια που οφείλονται σε αυτό με αποτέλεσμα να διευκολύνεται η σχετική ολίσθηση των δύο τμημάτων της κατασκευής.



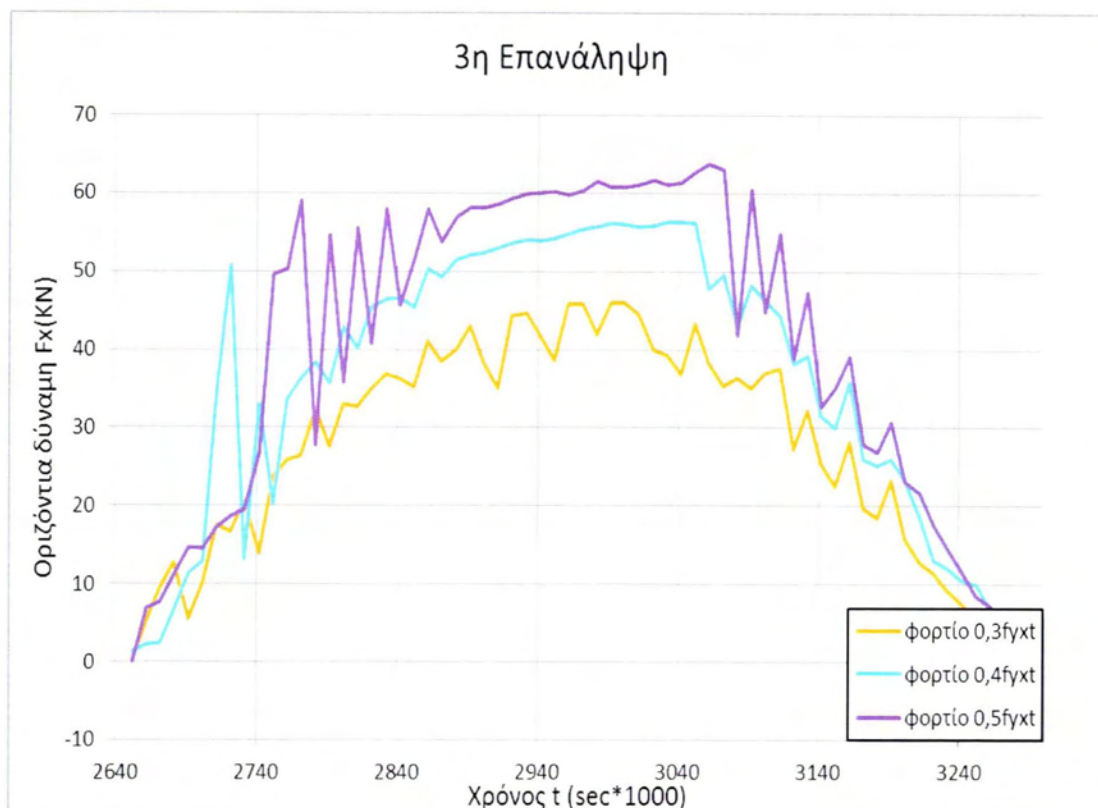
Σχήμα 5.2.1: Οριζόντια δύναμη συναρτήσεως του χρόνου για κάθε φόρτιση.



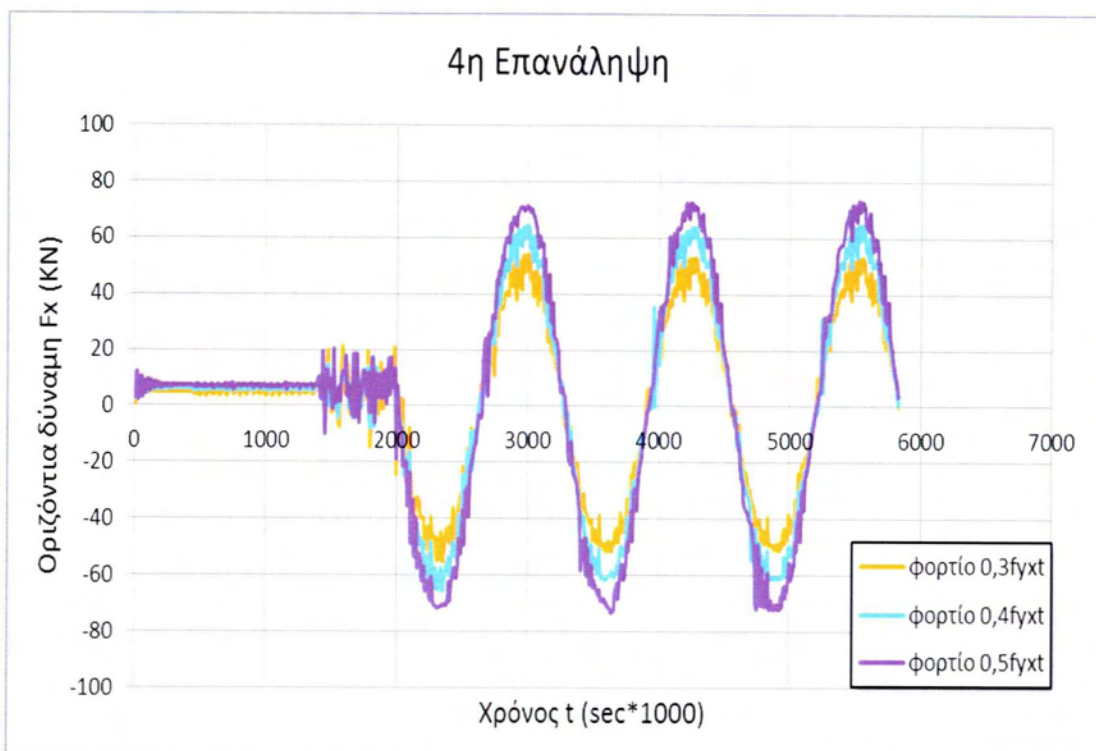
Σχήμα 5.2.2: Μεγέθυνση σχήματος 5.2.1.



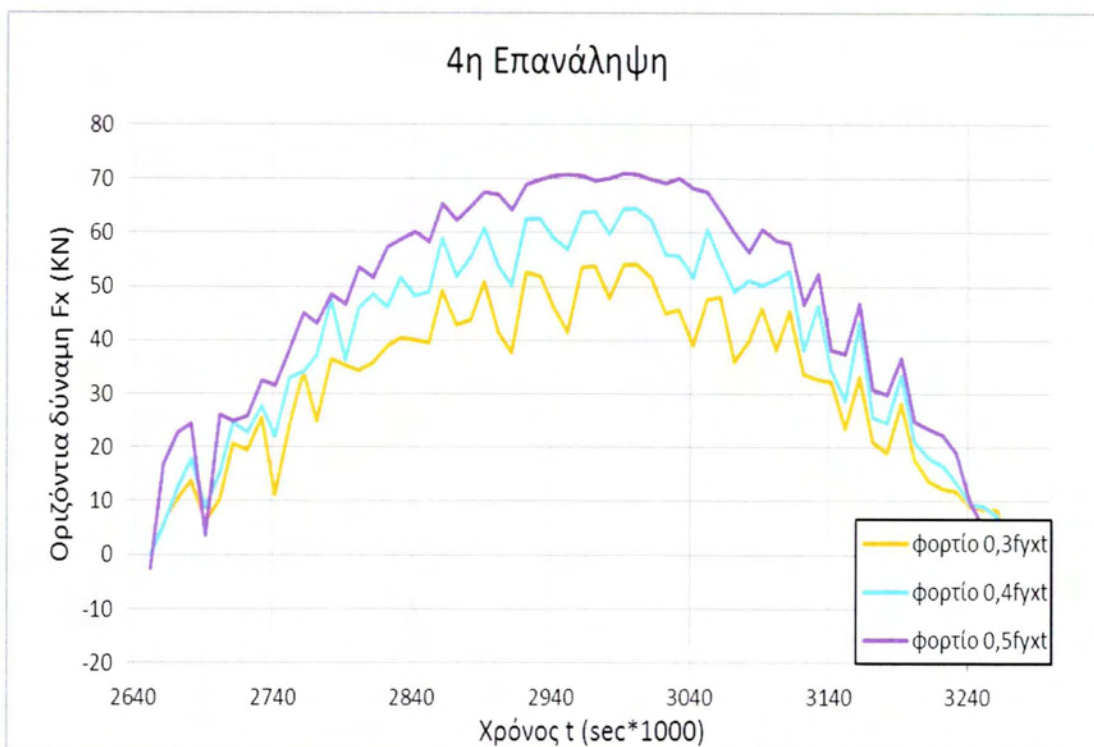
Σχήμα 5.2.3: Οριζόντια δύναμη συναρτήσεως του χρόνου για κάθε φόρτιση.



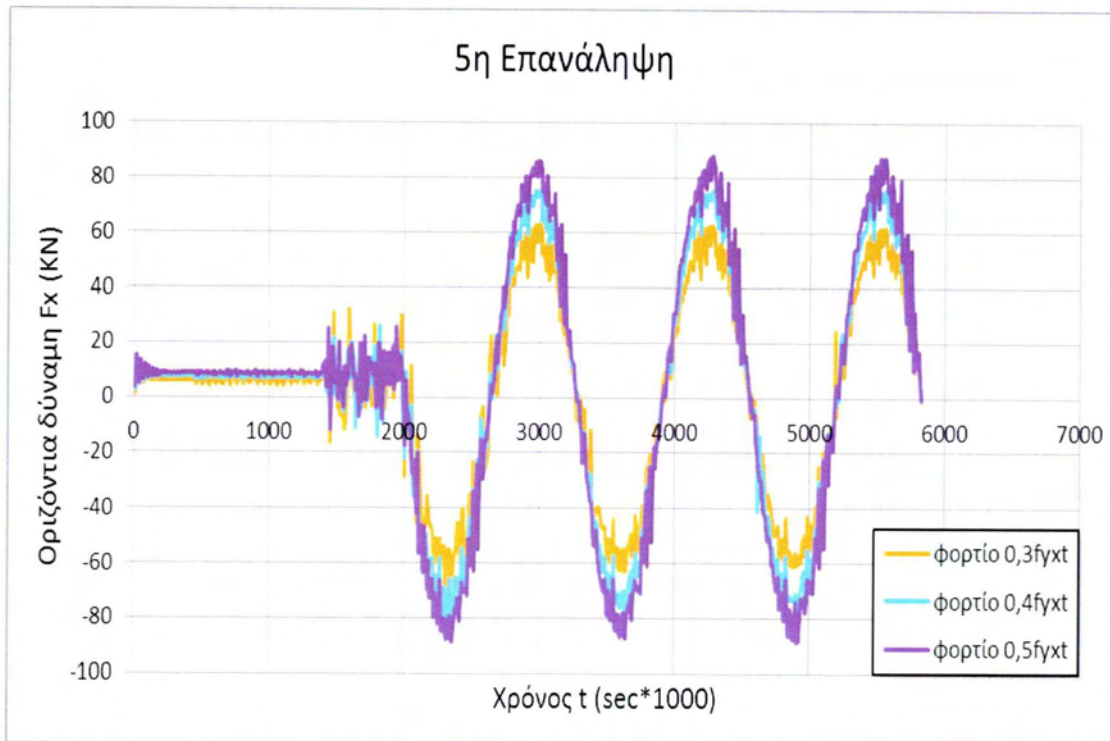
Σχήμα 5.2.4: Μεγέθυνση σχήματος 5.2.3.



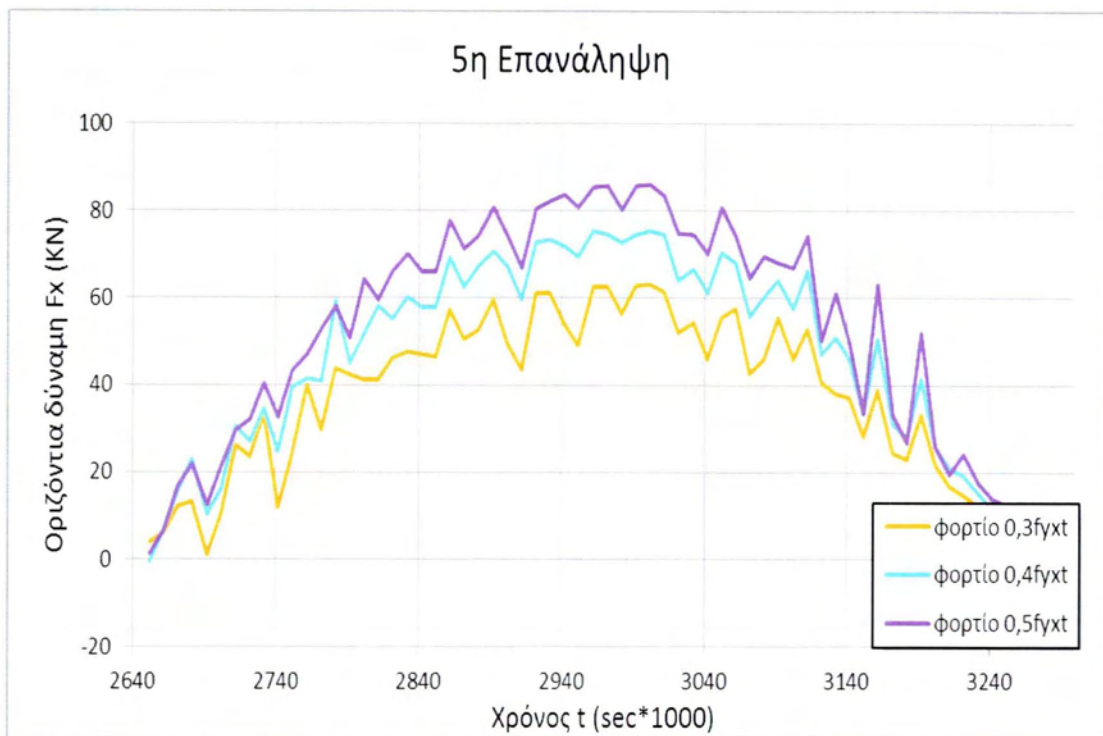
Σχήμα 5.2.5: Οριζόντια δύναμη συναρτήσει του χρόνου για κάθε φόρτιση.



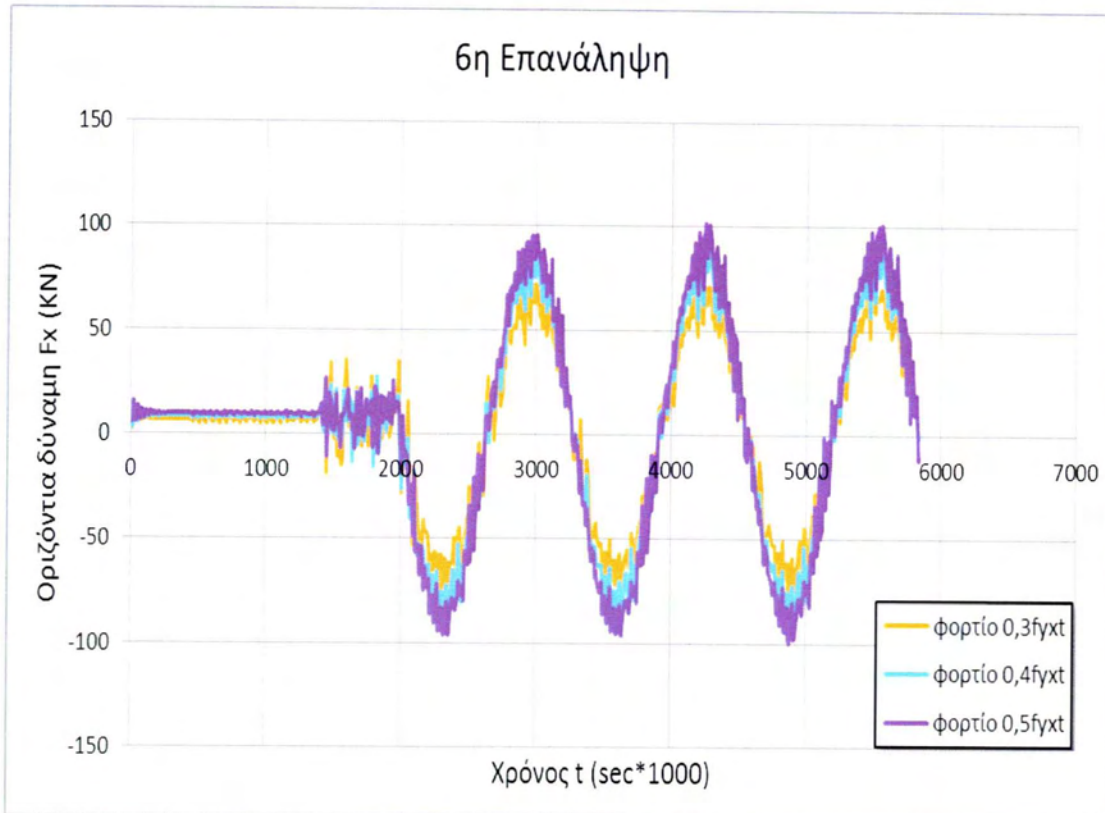
Σχήμα 5.2.6: Μεγέθυνση σχήματος 5.2.5.



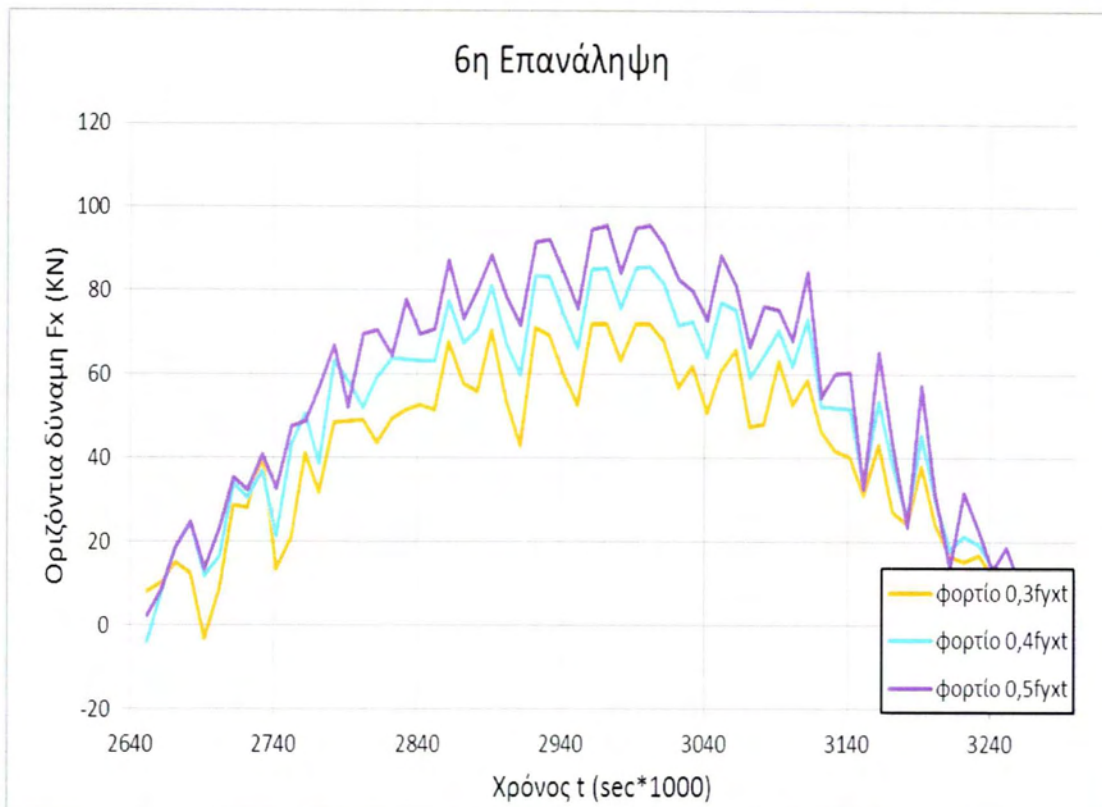
Σχήμα 5.2.7: Οριζόντια δύναμη συναρτήσεως του χρόνου για κάθε φόρτιση.



Σχήμα 5.2.8: Μεγέθυνση σχήματος 5.2.7.



Σχήμα 5.2.9: Οριζόντια δύναμη συναρτήσει του χρόνου για κάθε φόρτιση.



Σχήμα 5.2.10: Μεγέθυνση σχήματος 5.2.9.

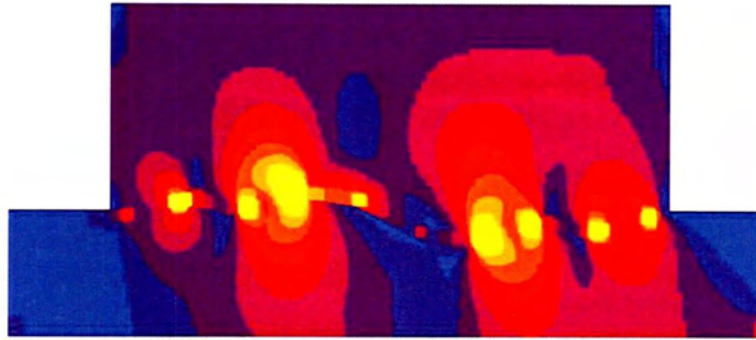


5.3 Τάσεις Von Mises

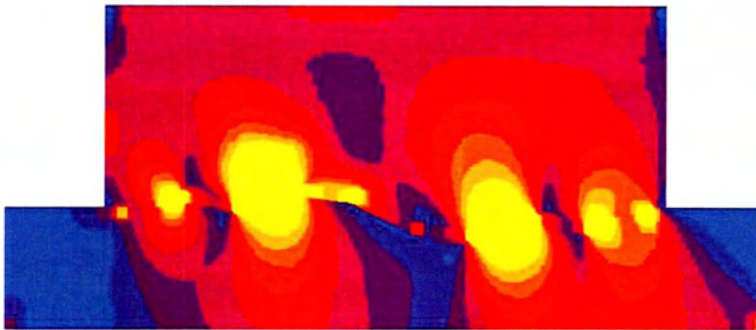
Ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια αστοχίας όλκιμων υλικών είναι οι τάσεις Von Mises. Το κριτήριο του Von Mises υποστηρίζει πως ένα όλκιμο υλικό αρχίζει να διαρρέει όταν η ενέργεια παραμόρφωσης ανά μονάδα όγκου φτάνει μια κρίσιμη τιμή. Υπολογίζεται επομένως η τιμή μιας τάσης η οποία συγκρίνεται με την τάση διαρροής του υλικού κι έτσι προκύπτει το συμπέρασμα για την διαρροή ή μη του υλικού. Τα διαγράμματα τάσεων Von Mises θα παρατεθούν στα πλαίσια της παραγράφου αυτής στα σχήματα 5.3.1 έως 5.3.5. Τα σχήματα αυτά περιλαμβάνουν τις τάσεις Von Mises που προέκυψαν για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας, για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης. Όλα τα διαγράμματα των τάσεων Von Mises αναφέρονται στο φορτιστικό βήμα 2362 στο οποίο εμφανίζονται οι μέγιστες οριζόντιες δυνάμεις κατά τον πρώτο κύκλο φόρτισης. Όπως αναμένεται, οι τάσεις είναι μεγαλύτερες για την επιβολή μεγαλύτερων τιμών της κατακόρυφης φόρτισης. Οι πλαστικοποιήσεις των αιχμών που υλοποιούνται κατά την επιβολή μεγάλων κατακόρυφων φορτίων αυξάνονται σημαντικά. Ακόμη για αύξηση της τραχύτητας των διεπιφανειών συντελείται αύξηση των τάσεων Von Mises. Οι μεγαλύτερες τάσεις Von Mises όπως είναι αναμενόμενο αναπτύσσονται στην κατασκευή στην οποία ασκείται μεγαλύτερη κατακόρυφη φόρτιση και συγχρόνως εμφανίζει την μεγαλύτερη τραχύτητα στην διεπιφάνεια της. Όπως φαίνεται κι από τα σχήματα στα οποία δίνονται οι τάσεις Von Mises, σε όλες τις κατασκευές υπάρχει διαρροή του υλικού αφού οι τάσεις που αναπτύσσονται υπερβαίνουν την τάση διαρροής $f_y=235\text{MPa}$. Είναι φανερό η ελαστοπλαστική συμπεριφορά της κατασκευής που προκύπτει από την επιβολή της οριζόντιας διέγερσης και της κατακόρυφης φόρτισης. Η συμπεριφορά αυτή οδηγεί, όπως φαίνεται στα σχήματα που παρατίθενται στην συνέχεια, στην πλαστικοποίηση των αιχμών των διάφορων διεπιφανειών. Αξίζει να σημειωθεί ότι καθώς η ανάλυση της διεπιφάνειας γίνεται μεγαλύτερη, αυξάνει το μήκος της διεπιφάνειας στο οποίο παρατηρούνται πλαστικοποιήσεις αλλά μειώνεται το πλάτος γύρω από την διεπιφάνεια στο οποίο εκτείνονται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στις ανώτερες επαναλήψεις οι αιχμές είναι πολύ μικρές, κατανεμημένες σε όλο το μήκος της διεπιφάνειας με αποτέλεσμα η πλαστικοποίηση να παρουσιάζει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα



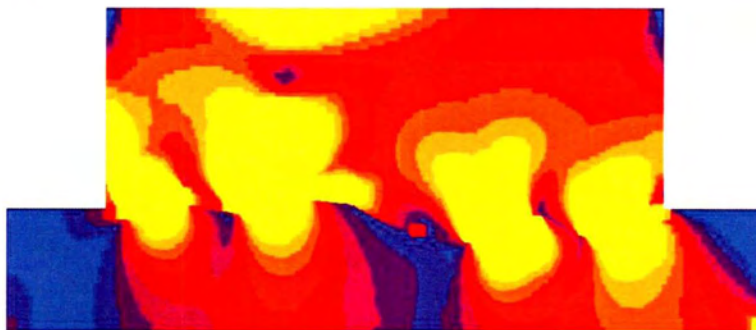
5.3.5. Σε όλες τις περιπτώσεις είναι φανερή η επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην πλαστικοποίηση της περιοχής γύρω από την διεπιφάνεια.



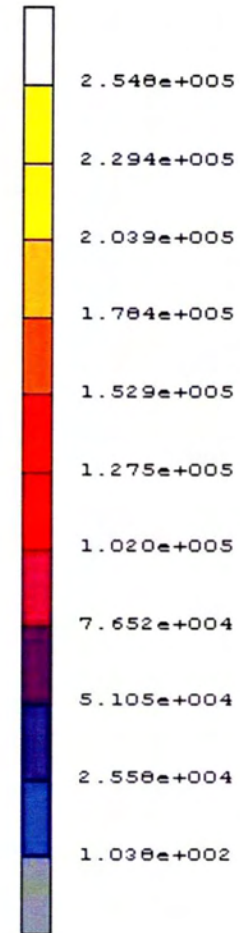
2^η επανάληψη, P=0,3fyt, Βήμα 2362



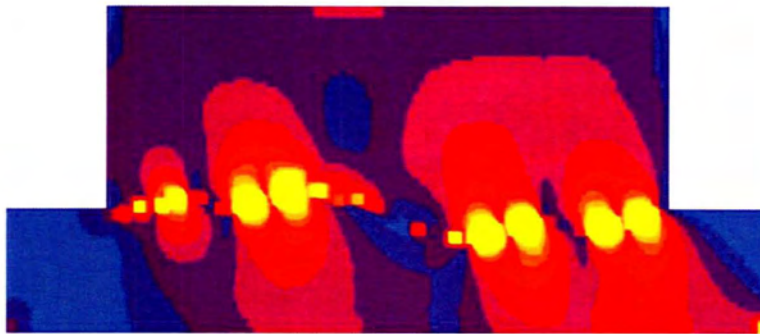
2^η επανάληψη, P=0,4fyt, Βήμα 2362



2^η επανάληψη, P=0,5fyt, Βήμα 2362



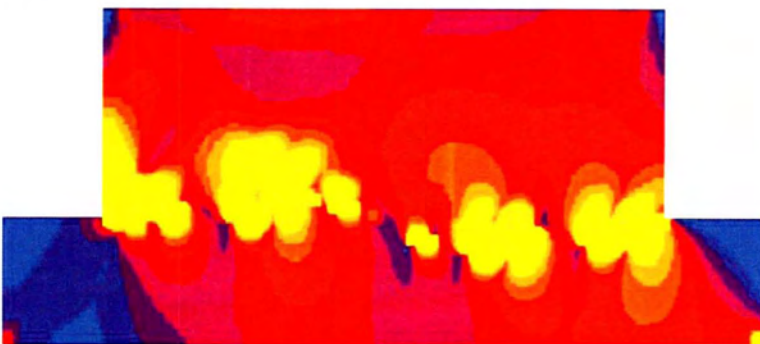
Σχήμα 5.3.1: Τάσεις Von Mises της 2ης ανάλυσης της διεπιφάνειας για κάθε φόρτιση, στο φορτιστικό βήμα 2362.



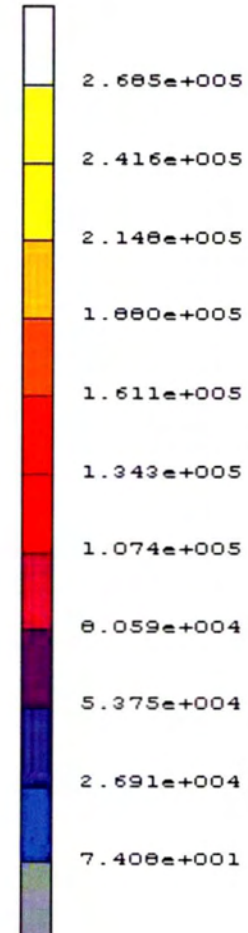
3^η επανάληψη, P=0,3fyt, Βήμα 2362



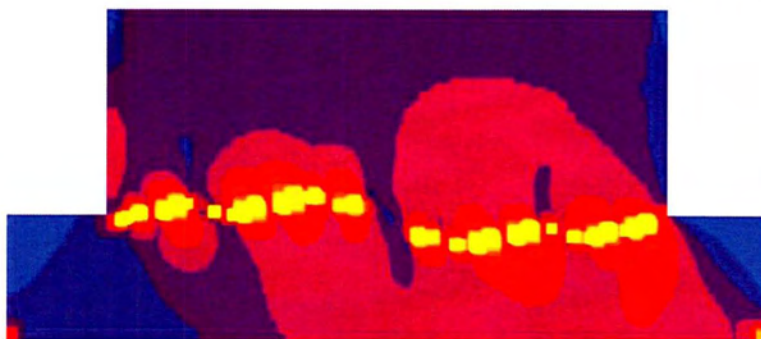
3^η επανάληψη, P=0,4fyt, Βήμα 2362



3^η επανάληψη, P=0,5fyt, Βήμα 2362



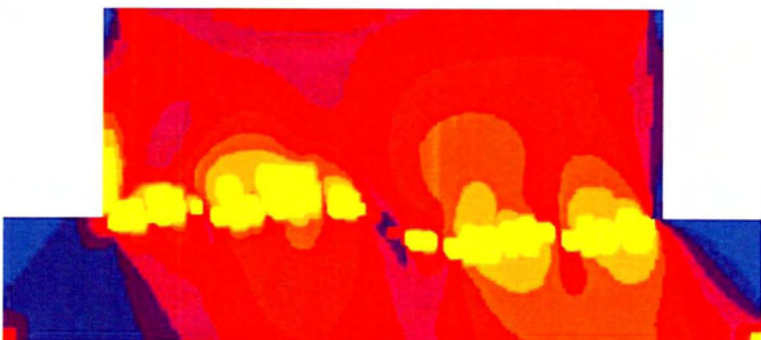
Σχήμα 5.3.2: Τάσεις Von Mises της 3ης ανάλυσης της διεπιφάνειας για κάθε φόρτιση, στο φορτιστικό βήμα 2362.



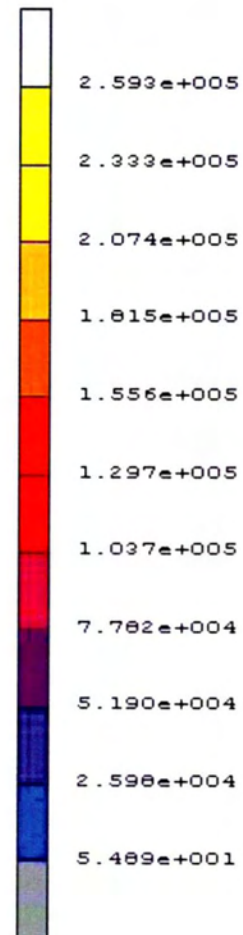
4^η επανάληψη, P=0,3fyt, Βήμα 2362



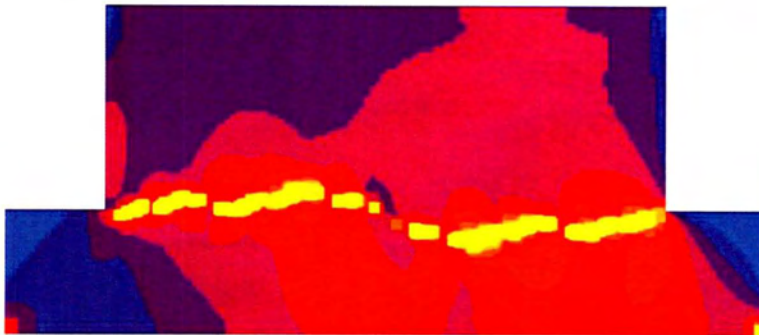
4^η επανάληψη, P=0,4fyt, Βήμα 2362



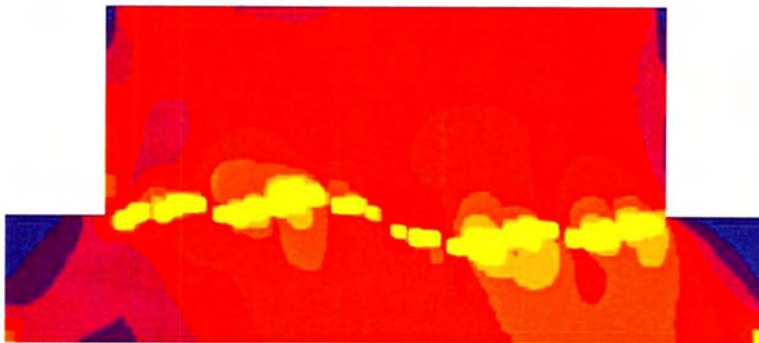
4^η επανάληψη, P=0,5fyt, Βήμα 2362



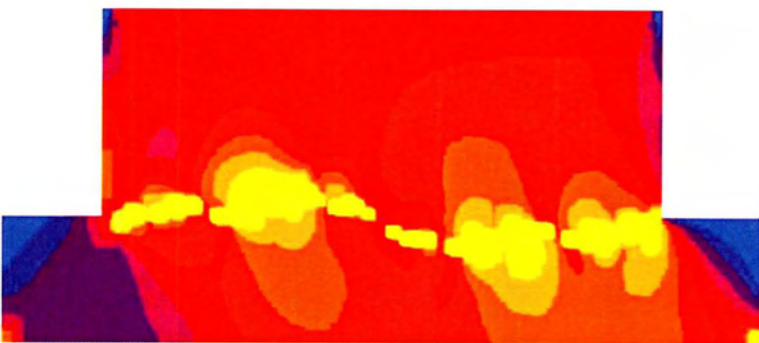
Σχήμα 5.3.3: Τάσεις Von Mises της 4ης ανάλυσης της διεπιφάνειας για κάθε φόρτιση, στο φορτιστικό βήμα 2362.



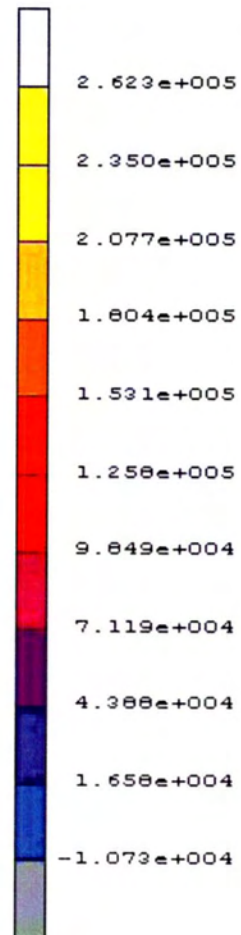
5^η επανάληψη, P=0,3fyt, Βήμα 2362



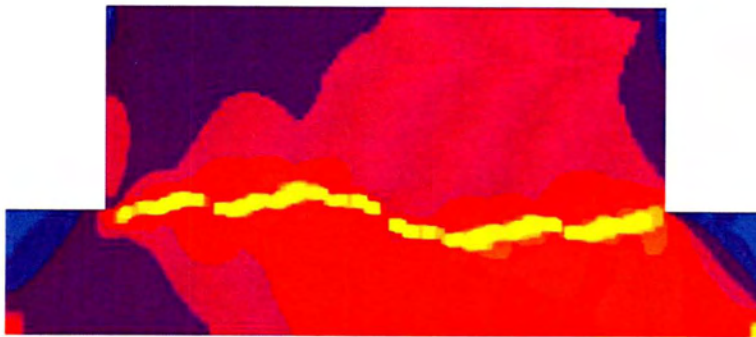
5^η επανάληψη, P=0,4fyt, Βήμα 2362



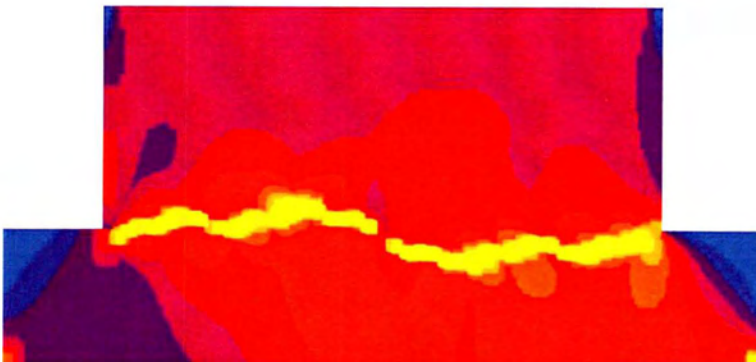
5^η επανάληψη, P=0,5fyt, Βήμα 2362



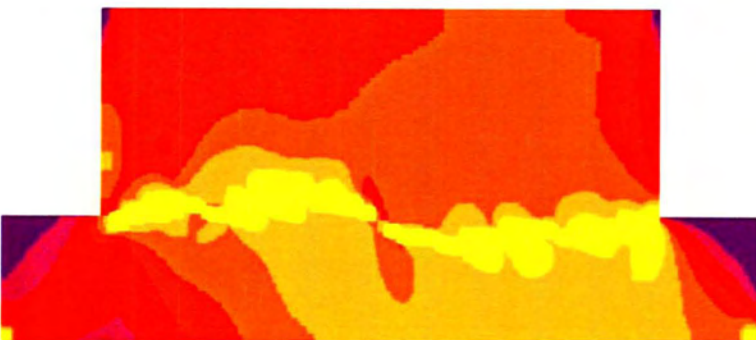
Σχήμα 5.3.4: Τάσεις Von Mises της 5ης ανάλυσης της διεπιφάνειας για κάθε φόρτιση, στο φορτιστικό βήμα 2362.



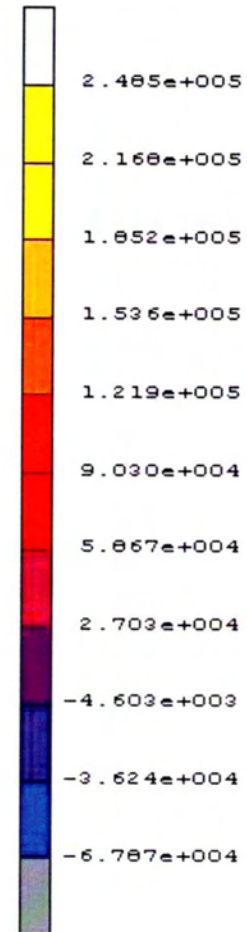
6^η επανάληψη, P=0,3fyt, Βήμα 2362



6^η επανάληψη, P=0,4fyt, Βήμα 2362



6^η επανάληψη, P=0,5fyt, Βήμα 2362

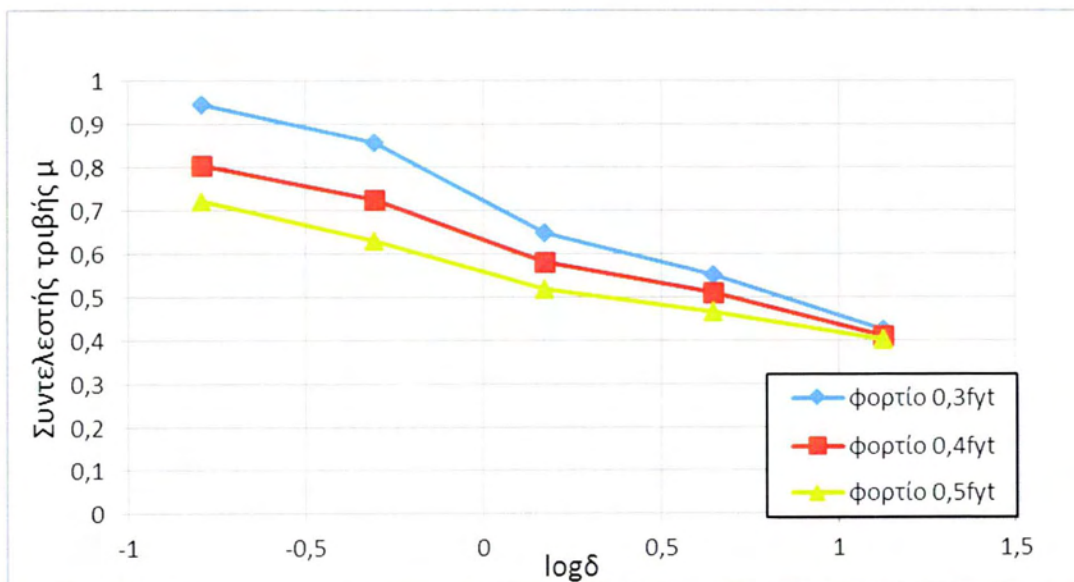


Σχήμα 5.3.5: Τάσεις Von Mises της 6ης ανάλυσης της διεπιφάνειας για κάθε φόρτιση,
στο φορτιστικό βήμα 2362.



5.4 Μελέτη της επιρροής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο της τριβής.

Στο σχήμα 5.4.1 δίνεται το διάγραμμα φαινόμενου δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει της κατακόρυφης δύναμης που επιβάλλεται στον φορέα, για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας. Από την μελέτη του διαγράμματος προέκυψαν οι εξής παρατηρήσεις. Όσο μεγαλώνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου τόσο μειώνεται η τιμή του φαινόμενου συντελεστή τριβής. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ρυθμός μείωσης του συντελεστή τριβής αυξάνεται καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας, αυτό βρίσκεται σε πλήρη αντιστοιχία με όλα όσα αναφέρθηκαν μέχρι τώρα. Καθώς η ανάλυση γίνεται μεγαλύτερη ολοένα και περισσότερες κλίμακες συμμετέχουν στην προσομοίωση της τραχύτητας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ‘πιο εύκολη’ πλαστικοποίηση των αιχμών που περιγράφονται από μικρότερες κλίμακες και κατά συνέπεια τον μεγαλύτερο ρυθμό μείωσης του συντελεστή τριβής. Το γεγονός όμως ότι συμμετέχουν πολλές διαφορετικές κλίμακες στην προσομοίωσή τους τις καθιστά πιο τραχιές ακόμα και όταν εμφανίζονται φαινόμενα πλαστικοποίησης γι’ αυτό κι ο συντελεστής τριβής που αναπτύσσεται σ’ αυτές τις διεπιφάνειες είναι μεγαλύτερος από τον συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται σε διεπιφάνειες με μικρότερη ανάλυση για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.



Σχήμα 5.4.1: Συντελεστής τριβής μ συναρτήσει των κατακόρυφων δυνάμεων για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας που μελετήθηκαν.



6^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εργασία αυτή υλοποιήθηκε με σκοπό τη μελέτη της επιρροής της τραχύτητας που εμφανίζουν μεταλλικές διεπιφάνειες, αλλά και του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Για να επιτευχθεί ο στόχος αυτός, η προσομοίωση της διεπιφάνειας των μεταλλικών τμημάτων της κατασκευής πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια της fractal γεωμετρίας και ειδικότερα με την βοήθεια των fractal συναρτήσεων παρεμβολής, προκειμένου να επιτευχθούν ρεαλιστικές συνθήκες μελέτης του προβλήματος και να εξαχθούν, κατά το δυνατόν, ακριβή αποτελέσματα. Η μορφή της οριζόντιας διέγερσης (προδιαγεγραμμένες μετατοπίσεις) ήταν ημιτονοειδής και οι τιμές του κατακόρυφου φορτίου μεταβάλλονταν προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή του στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν είναι τα παρακάτω:

- Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σχετίζεται άμεσα με την τραχύτητα της διεπιφάνειας. Αύξηση της τραχύτητας, που στην παρούσα εργασία συνδέεται με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας, οδηγεί σε αυξημένες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι με την αύξηση της ανάλυσης λαμβάνονται υπόψη αιχμές από διαφορετικές κλίμακες με αποτέλεσμα ο μηχανισμός αλληλεμπλοκής τους να είναι ισχυρότερος.
- Οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή αυξάνονται με την αύξηση της τραχύτητας σε όλους τους κύκλους επιβολής της οριζόντιας μετατόπισης λόγω του φαινομένου αλληλεμπλοκής των αιχμών.
- Στις κατώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας με την αύξηση των τιμών του κατακόρυφου φορτίου τα φαινόμενα της πλαστικοποίησης της κατασκευής είναι πιο έντονα. Πιο συγκεκριμένα στις κατώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας όσο αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου, η πλαστικοποίηση εκτείνεται ολοένα και περισσότερο στο εσωτερικό της κατασκευής με αποτέλεσμα να διευκολύνεται η σχετική ολίσθηση των δύο τμημάτων της κατασκευής και γι' αυτό να εμφανίζονται μικρές τιμές του συντελεστή τριβής.
- Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σχετίζεται άμεσα με τις τιμές της κατακόρυφης φόρτισης. Πιο συγκεκριμένα, αύξηση της τιμής του κατακόρυφου φορτίου οδηγεί σε μείωση της τιμής του δυναμικού συντελεστή



τριβής γεγονός που οφείλεται στην έντονη πλαστικοποίηση των αιχμών της διεπιφάνειας με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου και κατά συνέπεια στη μείωση της αντίστασης της διεπιφάνειας σε ολίσθηση. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ρυθμός μείωσης του δυναμικού συντελεστή τριβής που οφείλεται κατά κύριο λόγο στην πλαστικοποίηση των αιχμών της διεπιφάνειας, είναι πιο έντονος στις ανώτερες αναλύσεις όπου η πλαστικοποίηση αυτή εκτείνεται σε όλο σχεδόν το μήκος της διεπιφάνειας, λόγω της ύπαρξης αιχμών πολλών διαφορετικών κλιμάκων.

- Ο δυναμικός συντελεστής τριβής της κατασκευής, ο οποίος αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη τιμή του κατακόρυφου φορτίου, παρουσιάζεται μικρότερος από τον αντίστοιχο στατικό συντελεστή τριβής [1]. Η μείωση είναι σχετικά μικρή επειδή έχουμε έναν μικρό αριθμό κύκλων επιβολής της οριζόντιας μετατόπισης (τρεις κύκλοι). Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι η μείωση αυτή είναι μεγαλύτερη στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας όπου η δυναμική φόρτιση επηρεάζει περισσότερο την πλαστικοποίηση των αιχμών και κατά συνέπεια τον συντελεστή τριβής.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Olympia K. Panagouli , Kyriaki Iordanidou, O.K. (2013), ‘Dependence of friction coefficient on the resolution and fractal dimension of metallic fracture surfaces’. *International Journal of Solids and Structures*.
- [2] Panagiotopoulos , P.D. and Panagouli, O.K. (1997), ‘Fractal geometry in contact mechanics and numerical applications’, in Carpintieri, A. and Mainardi, F. (Ed.), *CISM-Book on Scaling, Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics*, Springer Verlag, pp. 109-171.
- [3] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2002), ‘Strength evaluation of retrofit shear wall elements with interfaces of fractal geometry’, *Engineering Structures*, Vol. 24, pp. 649-659.
- [4] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2003), ‘Friction evolution as a result of roughness in fractal interfaces’, *Engineering Computations*, Vol. 20 No. 1, pp.40-57.
- [5] O.K. Panagouli, E.S. Mistakidis (2010), ‘Dependence of contact area on the resolution of fractal interfaces in elastic and inelastic problems’, *Engineering Computations*.
- [6] Chen, Ching-Ju, Lee, Tzong-Yeang, Huang, Y.M., and Lai, Fu-Jou (2009), ‘Extraction of characteristic points and its fractal reconstruction for terrain profile data’, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 39, pp. 1732-1743.
- [7] Goerke D. and Willner, K.(2008), ‘Normal contact of fractal surfaces - Experimental and numerical investigation’, *Wear*, Vol. 264, pp. 589-598.
- [8] Borodich, F.M. , and Mosolov, A.B. (1992), ‘Fractal roughness in contact problems’, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 56, pp. 681-690.
- [9] Borri- Brunetto, M. , Carpinteri, A., and Chiaia, B. (1999), ‘Scaling phenomena due to fractal contact in concrete and rock fractures’, *Int. J. Fracture*, Vol. 95, pp. 221-238.
- [10] Borodich, F.M. and Onishchenko, D.A., (1999), ‘Similarity and fractality in the modelling of roughness by a multilevel profile with hierarchical structure’, *Solids and Structures*, 36(17), pp. 2585-614.



- [11] Mandelbrot, B. (1967), 'How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension', *Science*, Vol. 155, pp. 636-8.
- [12] Majumdar, A. and Tien, C.L. (1990), 'Fractal characterization and simulation of rough surfaces', *Wear*, Vol. 136, pp. 313-327.
- [13] Feder, J. (1988), *Fractals*, Plenum Press, New York.
- [14] Majumdar and Buhushan, B. (1990), 'Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces', *Trans ASME J. Tribology*, Vol. 112, pp. 205-216.
- [15] Falconer, K. (1990), *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, John Wiley, Chichester.
- [16] Barnsley, M. (1988), *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston-N. York.
- [17] Mandelbrot, B. (1982), *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Co., N. York.
- [18] Xie, H. (1991), *Fractal nature on damage evolution of rock materials*, 2nd International Symposium of Mining Technology and Science, CUMT Press.
- [19] Takayasu, H. (1990), *Fractals in the Physical Sciences*, Manchester Univ. Press, Manchester.
- [20] Fleischmann, M. (eds) (1990), *Fractals in Natural Sciences*, Princeton University Press, Princeton.
- [21] Crilly, A.J., Earnshaw, R.A., Jones, H. (eds) (1991). *Fractals and Chaos*, Springer Verlag, N. York, Berlin.
- [22] Peitgen, H.O. and Saupe, D. (eds) (1988), *The Science of Fractal Images*, Springer Verlag, N. York.
- [23] Mandelbrot, B. Passoja, D. and Paullay, A. (1984), *Fractal character of fractured surface of metals*, *Nature*, Vol.308, pp. 721-3.
- [24] Saouma, V.C.B. and Gamaleldin, N. (1990), *Fractal characterization of fracture surfaces in concrete*, *Eng. Fract. Mech.* , Vol. 35, pp. 47-53.
- [25] Sivaselvan M. V., Reinhorn A. M., (2003), 'Nonlinear Analysis Towards Collapse Simulation – A dynamic Systems Approach', MCEER Technical Report.



- [26] Kotowski, P. (2006), 'Fractal dimension of metallic fracture surface', *Int. J. Fract.* 141 269-286.
- [27] Chang, W.R., Etsion, I., Bogy, D.B., 1987. An elastic-plastic contact model for the contact of rough surfaces. *ASME J. Trib.* 109, 257-263.
- [28] Chang, W.R., Etsion, I., Bogy, D.B., 1988. Static friction coefficient model for metallic rough surfaces. *ASME J. Trib.* 110, 57-63.
- [29] Kogut, L., Etsion, I., 2004. A static friction model for elastic-plastic contacting rough surfaces. *Asme J. Tribol.* 126, 34-40.
- [30] Carpinteri, A., Chiaia, B., Maradei, F., 1995. Experimental determination of the fractal dimension of disordered fracture surfaces. In: *Advanced Technology for Design and Fabrication of Composite Materials and Structures*. Kluwer, New York, pp. 269-292.
- [31] E. Mistakidis and G. Stauroulakis, (1997), *Nonconvex optimization in Mechanics, Algorithms, heuristic and engineering applications by the FEM*, Kluwer, Boston.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000124454