



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ»  
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

**«Ο ΦΙΛΟΣ ΤΟΥ ΕΧΘΡΟΥ ΜΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΧΘΡΟΣ  
ΜΟΥ» : ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΡΙΕΘΝΩΝ ΚΑΙ ΤΡΙΠΟΛΙΚΩΝ  
ΣΧΕΣΕΩΝ**

**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ Κ. ΦΟΥΝΤΑ**

**Επιβλέπων: Επίκουρος Καθηγητής Λουκάς Ζαχείλας**

**Βόλος, Ιούνιος 2017**

Στους Γονείς μου,  
και στον επιβλέποντα Καθηγητή μου  
κ. Λουκά Ζαχείλα

## **Υπεύθυνη Δήλωση Πρωτοτυπίας Διπλωματικής Εργασίας**

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Διπλωματικής Εργασίας και ότι κάθε βοήθεια που χρησιμοποίησα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη Διπλωματική Εργασία. Επίσης, έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται επακριβώς είτε παραφρασμένες. Ακόμη, βεβαιώνω ότι η εν λόγω εργασία προετοιμάστηκε από έμένα προσωπικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιούνιος 2017

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	9
ABSTRACT .....	10
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 <sup>ο</sup> : ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ.....	13
1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ “ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΥ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ” .....	13
1.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΟΠΛΙΣΜΩΝ ΤΟΥ RICHARDSON ...	16
1.2.1 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ .....	18
1.2.2 ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	22
1.3 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ SAPERSTEIN.....	23
1.4 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΤΡΙΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΡΙΠΟΛΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ .....	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 <sup>ο</sup> : ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	32
2.1 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΔΙΑΜΑΧΗΣ .....	32
2.2 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟΥ ΚΡΑΤΟΥΣ ΤΟΥ ΙΣΡΑΗΛ .....	33
2.3 Ο ΠΟΛΕΜΟΣ ΤΩΝ ΕΞΙ ΗΜΕΡΩΝ.....	33
2.4 Ο ΠΟΛΕΜΟΣ ΤΟΥ ΓΙΟΜ ΚΙΠΟΥΡ .....	34
2.5 Η ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΤΟΥ ΚΑΜΠ ΝΤΕΙΒΙΝΤ .....	35
2.6 Η ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΤΟΥ ΟΣΛΟ Ι ΚΑΙ ΟΣΛΟ ΙΙ.....	35
2.7 ΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΤΗΣ ΓΑΖΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΧΑΜΑΣ.....	37
2.7.1 ΣΧΕΣΕΙΣ ΧΑΜΑΣ ΜΕ ΙΣΡΑΗΛ.....	38
2.7.2 Η ΑΝΤΙΠΑΛΟΤΗΤΑ ΦΑΤΑΧ – ΧΑΜΑΣ .....	40
2.8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ .....	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 <sup>ο</sup> : ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....	42
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	42
3.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ.....	42
3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ E & F CHAOS.....	45

3.4	ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	46
3.5	ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 <sup>η</sup> .....	47
3.5.1	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 <sup>η</sup> : Μείωση της Αιγυπτιακής παρέμβασης.....	56
3.5.2	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 <sup>η</sup> : Μείωση της εχθρικής συμπεριφοράς του Ισραήλ.....	56
3.5.3	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3 <sup>η</sup> : Αύξηση της εχθρικής συμπεριφοράς της συμμαχίας Παλαιστίνιων και Αιγύπτιων ως προς τους Ισραηλινούς.....	60
3.5.4	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4 <sup>η</sup> : Μεταβολή της επιθετικότητας των Παλαιστίνιων ....	60
3.6	ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 <sup>η</sup> .....	61
3.6.1	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 <sup>η</sup> : Μείωση της επιθετικής συμπεριφοράς του Ισραήλ ..	72
3.6.2	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 <sup>η</sup> : Μείωση της εχθρικής συμπεριφοράς των Παλαιστίνιων .....	75
3.6.3	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3 <sup>η</sup> : Αύξηση της εχθρικής συμπεριφοράς της συμμαχίας Παλαιστίνιων και Αιγυπτίων ως προς τους Ισραηλινούς.....	75
3.6.4	ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4 <sup>η</sup> : Μείωση της Αιγυπτιακής παρέμβασης.....	76
3.7	ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3 <sup>η</sup> .....	80
3.8	ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4 <sup>η</sup> : Προσέγγιση μιας ενδεχόμενης «Ειρήνης» .....	90
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 <sup>ο</sup> : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	103
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	105

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1: Συνθήκες Σταθερότητας – Ευστάθεια αν: $k \cdot k' < a \cdot a'$ .....	19
Σχήμα 2: Συνθήκες Σταθερότητας – Αστάθεια αν: $k \cdot k' > a \cdot a'$ .....	19
Σχήμα 3: Συνθήκες Σταθερότητας – Αστάθεια αν: $k \cdot k' > a \cdot a'$ , με $g, g' < 0$ .....	21
Σχήμα 4: Καμπύλη των τιμών των παραμέτρων $a$ και $b$ . S: Περιοχή Ευστάθειας, U: Περιοχή Αστάθειας .....	29
Σχήμα 5: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	49
Σχήμα 6: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ , (b) $a = 0,0256$ , (c) $a = 0,0334$ , (d) $a = 0,0958$ , (e) $a = 0,1309$ , (f) $a = 0,1348$ , (g) $a = 0,2401$ , (h) $a = 0,2518$ , (i) $a = 0,2557$ , (j) $a = 0,2635$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ .....	51
Σχήμα 7: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $\varepsilon$ .....	53
Σχήμα 8: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $\varepsilon$ : (a) $\varepsilon = 0,01$ , (b) $\varepsilon = 0,0926$ , (c) $\varepsilon = 0,0985$ , (d) $\varepsilon = 0,1162$ , (e) $\varepsilon = 0,2165$ , (f) $\varepsilon = 0,2283$ , (g) $\varepsilon = 0,2401$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ . .....	55
Σχήμα 9: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	57
Σχήμα 10 : Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ , (b) $a = 0,027$ , (c) $a = 0,0338$ , (d) $a = 0,095$ , (e) $a = 0,1256$ , (f) $a = 0,1358$ , (g) $a = 0,3058$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ .....	59
Σχήμα 11: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	62
Σχήμα 12: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ , (b) $a = 0,1894$ , (c) $a = 0,1933$ , (d) $a = 0,2245$ , (e) $a = 0,2284$ , (f) $a = 0,2362$ , (g) $a = 0,2401$ , (h) $a = 0,244$ , (i) $a = 0,2479$ , (j) $a = 0,2518$ , (k) $a = 0,2575$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ .....	64
Σχήμα 13: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $b$ .....	66
Σχήμα 14: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $b$ : (a) $b = 0,01$ , (b) $b = 0,0126$ , (c) $b = 0,062$ , (d) $b = 0,075$ , (e) $b = 0,088$ , (f) $b = 0,1504$ , (g) $b = 0,296$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ . .....	68
Σχήμα 15: Διαγράμματα διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $\varepsilon$ .....	69

Σχήμα 16: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $\varepsilon$ : (a) $\varepsilon = 0,01$ , (b) $\varepsilon = 0,5965$ , (c) $\varepsilon = 0,6172$ , (d) $\varepsilon = 0,6241$ , (e) $\varepsilon = 0,631$ , (f) $\varepsilon = 0,6448$ , (g) $\varepsilon = 0,6724$ , (h) $\varepsilon = 0,6793$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y. ....	71
Σχήμα 17: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	73
Σχήμα 18: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ (b) $a = 0,2256$ , (c) $a = 0,249$ , (d) $a = 0,256$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.....	74
Σχήμα 19: Διαγράμματα διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $\varepsilon$ .....	77
Σχήμα 20: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $\varepsilon$ : (a) $\varepsilon = 0,01$ , (b) $\varepsilon = 0,5056$ , (c) $\varepsilon = 0,5115$ , (d) $\varepsilon = 0,5174$ , (e) $\varepsilon = 0,5351$ , (f) $\varepsilon = 0,541$ , (g) $\varepsilon = 0,5469$ , (h) $\varepsilon = 0,5528$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y. ....	79
Σχήμα 21: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	81
Σχήμα 22: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ , (b) $a = 0,0296$ , (c) $a = 0,0394$ , (d) $a = 0,0982$ , (e) $a = 0,1276$ , (f) $a = 0,1374$ , (g) $a = 0,1962$ , (h) $a = 0,2109$ , (i) $a = 0,2158$ , (j) $a = 0,2256$ , (k) $a = 0,2354$ , (l) $a = 0,2403$ , (m) $a = 0,2452$ , (n) $a = 0,255$ , (o) $a = 0,2648$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.....	83
Σχήμα 23: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $b$ .....	85
Σχήμα 24: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $b$ : (a) $b = 0,01$ , (b) $b = 0,0394$ , (c) $b = 0,0639$ , (d) $b = 0,108$ , (e) $b = 0,5098$ , (f) $b = 0,5245$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y. ....	86
Σχήμα 25: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $\varepsilon$ .....	87
Σχήμα 26: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $\varepsilon$ : (a) $\varepsilon = 0,01$ , (b) $\varepsilon = 0,3481$ , (c) $\varepsilon = 0,4378$ , (d) $\varepsilon = 0,493$ , (e) $\varepsilon = 0,6586$ , (f) $\varepsilon = 0,6931$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y. ....	89
Σχήμα 27: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $a$ .....	91
Σχήμα 28: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $a$ : (a) $a = 0,01$ , (b) $a = 0,7684$ , (c) $a = 0,86904$ , (d) $a = 0,90576$ , (e) $a = 0,95976$ , (f) $a = 0,97488$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y. ....	93
Σχήμα 29: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $b$ .....	94

Σχήμα 30: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $b$ : (a) $b = 0,01$ , (b) $b = 0,91$ , (c) $b = 0,95$ , (d) $b = 0,955$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ .....	96
Σχήμα 31: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $c$ .....	97
Σχήμα 32: Φασικό πορτραίτο για την παράμετρο $c$ .....	98
Σχήμα 33: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο $\varepsilon$ .....	99
Σχήμα 34: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο $\varepsilon$ : (a) $\varepsilon = 0,01$ , (b) $\varepsilon = 0,556$ , (c) $\varepsilon = 0,608$ , (d) $\varepsilon = 0,616$ , (e) $\varepsilon = 0,62$ , (f) $\varepsilon = 0,632$ , (g) $\varepsilon = 0,636$ , (h) $\varepsilon = 0,644$ , (i) $\varepsilon = 0,652$ , (j) $\varepsilon = 0,676$ , (k) $\varepsilon = 0,684$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο $X$ και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο $Y$ .....	101



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το έναυσμα για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας υπήρξε ο προβληματισμός σχετικά με την μακροχρόνια δυναμική και βίαιη αντιπαλότητα ανάμεσα στον Ισραηλινό και Παλαιστινιακό λαό, τη θλιβερή κατάσταση που υφίστανται οι δύο λαοί με τις συνεχείς αιματοχυσίες αλλά και με τις μεγάλες απώλειες σε ανθρώπινες ζωές κυρίως άμαχου πληθυσμού, καθώς και η αδυναμία εύρεσης μίας διπλωματικής λύσης κοινής αποδοχής, μετά από τόσες δεκαετίες. Η παρούσα μελέτη στόχο έχει να αναδείξει τα αίτια που προκαλούν την μεγάλη διαμάχη καθώς επίσης και την επιρροή που ασκεί ένας τρίτος παράγοντας – χώρα (Αίγυπτος) στην εξέλιξη της πολυετούς κρίσης. Το περιεχόμενο της έρευνας προσεγγίζεται υπό το πρίσμα του οπλικού ανταγωνισμού (Arms Races) κάνοντας χρήση των Δυναμικών Μοντέλων.

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας, περιγράφεται η έννοια του οπλικού ανταγωνισμού και παρουσιάζονται τα δυναμικά μοντέλα που θα περιγράψουν προσεγγιστικά το θέμα της εργασίας. Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή της Αραβοϊσραηλινής σύγκρουσης αναφέροντας τις πιο κρίσιμες ημερομηνίες στην πορεία εξέλιξής του, μέσα από την οποία γίνεται εμφανές το Παλαιστινιακό πρόβλημα καθώς και ο παρεμβατικός ρόλος της Αιγύπτου στο συγκεκριμένο δίπολο. Εν συνεχεία, το τρίτο κεφάλαιο αποτελεί το σημαντικότερο μέρος της έρευνας όπου παραθέτονται τα αποτελέσματα της δυναμικής μελέτης, παρουσιάζοντας συμβάντα και γεγονότα του παρελθόντος, συνοδευόμενα με συγκεκριμένα ρεαλιστικά σενάρια που ενδεχόμενα επίκειται να υλοποιηθούν στο μέλλον. Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται με το τέταρτο κεφάλαιο το οποίο αποτελεί τη συμπερασματολογία της έρευνας που εκπονήθηκε.

## **ABSTRACT**

What inspired this present work was the question concerning the long drawn out strong and violent struggle between the Israel and Palestinian people, the sad situation these two peoples are going through with the continuous bloodshed but also the great loss in human life, particularly defenseless civilians as well as the political unwillingness to find a diplomatic solution of common acceptance, after all these decades. This study aims to present the reasons causing this ongoing battle and the influence of a third factor – country (Egypt) in the evolution of this long, non-ending crisis. The contents of the research are approached under the prism of the Arms Races using Dynamic Models.

In the first chapter of this work the concept of Arms Races is described and the Dynamic Models which will describe the main subject of this work are presented. In the second chapter, a short historical review of the Arabisrael conflict is presented referring to the most critical dates in its progression in time, during the Palestinian problem is made obvious as well as the interventional role of Egypt in this particular controversy. In the third chapter, which consist the most important part of the research, the findings of the study are presented, showing events of the past, accompanied by suggestions of specific feasible projects which may be implemented in the future. Finally, the work is finished with the forth chapter which consists of the conclusion of the work.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπό της παρούσας εργασίας αποτελεί η μελέτη της Αραβοϊσραηλινής διαμάχης υπό το πρίσμα των ανταγωνιστικών εξοπλισμών (Arms Races). Σ' αυτήν εντάσσεται και η προσπάθεια να αποδειχθεί, μέσω των δυναμικών μοντέλων, η αφοσίωση του κάθε λαού στον πόλεμο – ιστορικά επαληθευμένη – και να προβλεφθεί και μία μελλοντική εξέλιξη της μεταξύ τους διένεξης.

Πολλοί ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει τα μοντέλα ανταγωνιστικού εξοπλισμού για να περιγράψουν την πολιτική που ασκούν οι αντιμαχόμενες χώρες στο πόλεμο, δηλαδή πώς συμπεριφέρονται (επιθετικά ή αμυντικά) σχετικά με τον ανταγωνισμό που υφίστανται, όσον αφορά την απόκτηση των βέλτιστων και τεχνολογικά εξελιγμένων οπλικών συστημάτων.

Πρωτοστάτης της προσπάθειας εφαρμογής των μαθηματικών μοντέλων για τη μελέτη συγκρούσεων μεταξύ των χωρών ήταν ο Richardson, ο οποίος προσπάθησε να μοντελοποιήσει την δυναμική των ανταγωνιστικών εξοπλισμών, στοχεύοντας στην ακριβέστερη κατανόηση των αιτιών που συμβάλουν στην κήρυξη ενός πολέμου.

Υπήρξαν πολλοί μελετητές που συνέχισαν την σκέψη του Richardson, ένας εξ αυτών είναι ο Saperstein, που προσπάθησε να προβλέψει το ξέσπασμα ενός πολέμου, υποστηρίζοντας ότι ο πόλεμος μπορεί να θεωρηθεί ως απώλεια της προβλεψιμότητας του μοντέλου μελέτης των συγκρούσεων.

Αξίζει να αναλυθεί η εφαρμογή του μοντέλου των ανταγωνιστικών εξοπλισμών στην περίπτωση της Αραβοϊσραηλινής διαμάχης, που είναι και σημαντικότερη, σε οξύτητα και διάρκεια, περιφερειακή σύγκρουση της μεταπολεμικής εποχής. Δύο λαοί, οι Παλαιστίνιοι και οι Εβραίοι διεκδικούν το ίδιο κομμάτι γης, την γη της Παλαιστίνης, που σήμερα την κατέχουν τα κράτη του Ισραήλ και της Ιορδανίας. Η σύγκρουση ανάμεσα στους δυο λαούς δεν γίνεται απλώς για ένα κομμάτι γης, αλλά για τη νομιμοποίηση της εθνικής και θρησκευτικής τους υπόστασης μέσω της σύνδεσης του χώρου με τον ιστορικό χρόνο και την θρησκευτική πίστη. Για τους Παλαιστίνιους, η γη αυτή έχει μεγάλη σημασία, ήτοι αποτελεί την πατρογονική τους εστία, καθώς θεωρούν τους εαυτούς τους απόγονους των Χαναναίων και των Φιλισταίων. Για τους Εβραίους, είναι τα βιβλικά τους εδάφη, η Σιών, η Γη της Επαγγελίας, ο τελικός προορισμός πριν την έλευση του Μεσσία. Να σημειωθεί ότι και οι δύο λαοί έχουν ευθύνες για όσα συνέβησαν και συμβαίνουν μέχρι σήμερα.

Στην μεταξύ τους αντιπαράθεση σημαντική επιρροή διαδραματίζει και η Αίγυπτος, η οποία στάθηκε αρωγός του Παλαιστινιακού λαού, στην αντιμετώπιση των Ισραηλινών επιθέσεων.

Η ιστορική εξέλιξη της εν λόγω διένεξης αποτελεί πηγή πληροφοριών αναφορικά με την πολιτική (επιθετική ή αμυντική) που ασκούν οι δύο λαοί στον μεταξύ τους πόλεμο. Επιπρόσθετα, η παρεμβατική δράση της Αιγύπτου καθώς και η στήριξη που προσφέρει στους Παλαιστίνιους, την καθιστά σημαντικό παράγοντα στην εξέλιξη αυτής της διαμάχης. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από την ιστορική ανασκόπηση για τις συμπεριφορές των τριών λαών στο πόλεμο, λαμβάνονται υπόψη στο μαθηματικό μοντέλο, για να εξεταστούν διάφορα σενάρια που συνέβησαν ή θα συμβούν στο μέλλον και υποθέσεις για αυτά.

Η μελέτη ολοκληρώνεται με την υπόθεση προσέγγισης μιας ενδεχόμενης «ειρήνης», μέσα από την οποία προβάλλεται η πολιτική που θα έπρεπε να ασκήσει η ηγεσία του κάθε λαού, έτσι ώστε να επιτευχθεί η ειρηνική συνύπαρξη μεταξύ αυτών.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup> : ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ

## 1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ “ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΥ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ”

Με τον όρο «ανταγωνιστικό εξοπλισμό» ή «*arms races*» εννοούμε την ανταγωνιστική, αναγκαστική, δυναμική διαδικασία αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο ή περισσότερων κρατών όσον αφορά την απόκτηση όπλων (Intriligator & Brito, 2000). Κάθε πλευρά ανταγωνίζεται την άλλη ως προς την παραγωγή μεγαλύτερου αριθμού όπλων, καλύτερου εξοπλισμού ή ανώτερης στρατιωτικής τεχνολογίας στην τεχνολογική κλιμάκωση. Υπάρχουν αρκετοί εναλλακτικοί ορισμοί για τον όρο «ανταγωνιστικός εξοπλισμός». Σε κάθε προσπάθεια όμως προσδιορισμού του ανωτέρω όρου, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη δύο παράγοντες: πρώτον, ο «ανταγωνιστικός εξοπλισμός» δεν υφίσταται μόνο μεταξύ κρατών ή συνασπισμό κρατών (δηλαδή δεν θα πρέπει να μας ενδιαφέρει μόνο η πολιτική μεταξύ των κρατών και να ξεχνάμε τη βία που ασκείται ανάμεσά τους) και δεύτερον, στην πράξη είναι δύσκολο να ξεχωρίσουμε ποιες αποφάσεις παίρνει ένα κράτος για λόγους εξωτερικής πολιτικής ή για λόγους εσωτερικής πολιτικής. Ωστόσο, όσο μεγάλα και αν είναι τα περιθώρια προσδιορισμού του ως άνω ορισμού, υπάρχουν κάποιες βασικές προϋποθέσεις εμφάνισής του:

- 1) Θα πρέπει να υπάρχουν δύο ή περισσότερα μέλη, έχοντας επίγνωση του ανταγωνισμού τους.
- 2) Θα πρέπει να διαμορφώνουν τις ένοπλες δυνάμεις τους, έτσι ώστε να δρουν αποτελεσματικά ή έστω αποτρεπτικά στη μάχη με τον άλλο συμμετέχοντα.
- 3) Θα πρέπει να ανταγωνίζονται σε όρους ποσότητας (στρατός/οπλισμός) και/ή σε όρους ποιότητας (στρατός, οπλισμός, οργάνωση, ανάπτυξη).
- 4) Θα πρέπει να υπάρχει ραγδαία αύξηση στην ποσότητα και/ή βελτιώσεις στην ποιότητα.

Και οι τέσσερις προϋποθέσεις πρέπει να υπάρχουν σωρευτικά, ώστε να μπορούμε να πούμε με εγκυρότητα ότι έχουμε «ανταγωνιστικό εξοπλισμό» (Gray, 1971). Στις μέρες μας, ο όρος χρησιμοποιείται για να περιγράψει οποιονδήποτε ανταγωνισμό μεταξύ κρατών, με μόνο ουσιαστικό στόχο κάθε κράτος να παραμένει καλύτερο και ισχυρότερο από τους ανταγωνιστές του.

Γιατί όμως συμβαίνει αυτό; Κάθε χώρα θέλει να είναι άρτια εξοπλισμένη σε σχέση με τους αντιπάλους της, ούτως ώστε να μπορεί να αντιμετωπίσει οποιαδήποτε σύγκρουση. Υπάρχουν κράτη τα οποία εξοπλίζονται με σκοπό να επιτεθούν και να επικρατήσουν των αντιπάλων τους, με αποτέλεσμα να τους παρέχεται μεγαλύτερη βεβαιότητα για τη νίκη. Υπάρχουν, όμως

και χώρες οι οποίες εξοπλίζονται, ώστε να μπορούν να αμυνθούν ικανοποιητικά σε μία ενδεχόμενη επίθεση. Στην πράξη όμως, δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ των δύο προαναφερόμενων σκοπών, ήτοι του εξοπλισμού ενός κράτους με σκοπό την επίθεση και του εξοπλισμού του με σκοπό την άμυνα (Schelling, 1960, Jervis, 1976). Ακόμα και αν ένα μέλος εξοπλίζεται για λόγους άμυνας, θα κάνει τα υπόλοιπα μέλη να αισθάνονται λιγότερο ασφαλή, δεδομένου ότι η επίθεση σε ένα καλά εξοπλισμένο μέλος κρύβει πολλούς κινδύνους και ενδεχόμενη ήττα του επιτεθέντος. Επιπλέον, η υποψία και μόνο ότι ένα κράτος εξοπλίζεται για οποιονδήποτε λόγο, έχει ως αποτέλεσμα τα υπόλοιπα κράτη να εξοπλιστούν για λόγους εθνικής άμυνας, δημιουργώντας έτσι έναν ατέρμονα ανταγωνισμό (εξοπλισμών), που χειροτερεύει έτι περαιτέρω την κατάσταση μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως «security dilemma» ή «spiraling model» (Jervis, 1976, 1978). Ο Jervis υποστήριξε ότι ο ατέρμων αυτός ανταγωνισμός συμβαίνει εξαιτίας του παραλογισμού των κρατών: ενώ κάθε κράτος επιθυμεί την ανυπαρξία οποιουδήποτε εξοπλισμού, ωστόσο στην πράξη αυτό δεν συμβαίνει, λόγω του ότι προτιμά να εφοδιαστεί με οπλικά συστήματα έχοντας την πεποίθηση ότι το ίδιο πράττει και ο αντίπαλος. Άλλωστε, «*εάν η σπειροειδής θεωρία είναι σωστή, οφείλεται στα συμβαλλόμενα μέρη που δεν μπορούν να την κατανοήσουν ή να ακολουθήσουν τις προδιαγραφές της*» (Jervis, 1978, p. 81).

Η σχέση μεταξύ του «ανταγωνιστικού εξοπλισμού» και του πολέμου έχει προβληματίσει ερευνητές και επιστήμονες, οι οποίοι προσπαθούν να τη μελετήσουν και να την αναλύσουν καλύτερα. Οι έρευνες που έχουν γίνει για την ανάλυση της προαναφερόμενης σχέσης, ταξινομούνται ανάλογα με το κύριο επίπεδο ανάλυσης σε: διεθνές σύστημα, εθνοκρατικό, πολιτικό-γραφειοκρατικό και κοινωνικό-ψυχολογικό επίπεδο. Οι ταξινομήσεις αυτές υποδεικνύουν κατά πόσο μία μελέτη δίνει έμφαση σε ερωτήσεις για τις συγκρίσεις μεταξύ των εθνών και τη σταθερότητα των αλληλεπιδράσεων, τις τάσεις και τις παραμέτρους του μοντέλου στο πλαίσιο των επιμέρους εθνών, την εγχώρια πολιτική και γραφειοκρατική οργάνωση, ή την επιρροή των κοινωνικών και ψυχολογικών παραγόντων.

➤ *Το επίπεδο του διεθνούς συστήματος επικεντρώνεται σε θέματα όπως την παρουσία ή την απουσία των ανταγωνιστικών εξοπλισμών, την ισορροπία αυτών, τη σταθερότητά τους και τα αποτελέσματα διάδοσης των πυρηνικών όπλων.*

➤ *Το εθνοκρατικό επίπεδο επικεντρώνεται στα εθνικά χαρακτηριστικά και τις συμπεριφορές. Είναι το επίπεδο που αποτελεί και το επίκεντρο μελέτης του αρχικού έργου του Richardson, όπου το έθνος θεωρείται μονάδα ανάλυσης από μόνο του. Οι έρευνες στηρίζονται στις εθνικές τάσεις με παραμέτρους, όπως τις δαπάνες για τον εξοπλισμό, το στρατιωτικό προσωπικό και τους αριθμούς των όπλων.*

➤ Το *πολιτικό-γραφειοκρατικό επίπεδο* δίνει έμφαση στα εσωτερικά ιδρύματα και στους οργανισμούς των χωρών, που έχουν μεγάλη ή μικρή άμεση επιρροή στον τρόπο που η χώρα διαχειρίζεται την πολιτική των εξοπλισμών της. Επικεντρώνεται δηλαδή, σε γραφειοκρατικές διαδικασίες, όπως τεχνολογικές καινοτομίες, επιλογή των στρατιωτικών δυνάμεων, κ.λπ.

➤ Τέλος, το *κοινωνικό-ψυχολογικό επίπεδο* δίνει έμφαση στις σχετικά μη προγραμματισμένες συμπεριφορές και στις αποφάσεις που λαμβάνονται από άτομα, μικρές ομάδες ή άλλες μη δομημένες ομάδες κοινωνικών συμφερόντων. Οι έρευνες λαμβάνουν υπόψη παράγοντες όπως την κοινή γνώμη, την ανάλυση περιεχομένου των μέσων ενημέρωσης, τις ψυχολογικές διεργασίες και τους μηχανισμούς αλλαγής συμπεριφοράς.

Με την πάροδο των χρόνων, έχουν αναπτυχθεί διάφορα μαθηματικά μοντέλα, τα σημαντικότερα από τα οποία θα αναλυθούν παρακάτω. Πριν αναλυθεί όμως το κάθε μοντέλο ξεχωριστά, αξίζει να σημειωθεί ότι για την καλύτερη ανάλυσή τους, κρίνεται απαραίτητη η διάκριση των μοντέλων σε δύο μεγάλες κατηγορίες.

Η πρώτη κατηγορία αφορά στα μοντέλα που *δημιουργούν* εξοπλισμούς (*Arms-Building Models*) και περιγράφει τον τρόπο που τα έθνη οργανώνουν (δημιουργούν) τις στρατιωτικές τους δυνάμεις. Η δεύτερη κατηγορία αφορά στα μοντέλα που *χρησιμοποιούν* εξοπλισμούς (*Arms-Using Models*) και περιγράφει τη φθορά των δυνάμεων που εμφανίζεται κατά τη διάρκεια μίας μάχης. Πιο συγκεκριμένα, τα μοντέλα που *δημιουργούν* εξοπλισμούς, ακολουθούν το κυβερνητικό πρότυπο, αναδεικνύοντας έτσι το βαθμό προσπάθειας που έχει καταβάλλει η εκάστοτε χώρα για τη δημιουργία ή διατήρηση του εξοπλισμού της, ανάλογα με το «πόση προσπάθεια δαπανάται». Από την άλλη πλευρά, τα μοντέλα που *χρησιμοποιούν* εξοπλισμούς, ακολουθούν το αναλυτικό πρότυπο, κατά το οποίο αναδεικνύεται ο τρόπος που οι εξοπλισμοί, οι στρατιωτικές δυνάμεις ή οι εθνικοί πόροι «καταναλώνονται» στη μάχη. Στην τελευταία κατηγορία, τα μοντέλα αντιμετωπίζουν το ζήτημα του εξοπλισμού έμμεσα, ανάλογα με το «πόση προσπάθεια χρειάζεται» (σε αντίθεση με την πρώτη) για να εξασφαλίσουν τη νίκη, την αποτροπή, την ικανότητα δεύτερης επίθεσης, την εθνική επιβίωση, τη σταθερότητα ή κάποιον άλλο ορθολογικό σκοπό.

Τα μοντέλα που *δημιουργούν* εξοπλισμούς επικεντρώνονται σε ιστορικά βασισμένες παραμέτρους, όπως τα συμβατικά όπλα, τα στρατεύματα και τους προϋπολογισμούς. Αντιθέτως, τα μοντέλα που *χρησιμοποιούν* εξοπλισμούς, επικεντρώνονται στην ανάγκη να δημιουργήσουν στρατηγικές άμυνας στην πυρηνική εποχή, έτσι ώστε τα μοντέλα αυτά να είναι σχεδόν αποκλειστικά προσανατολισμένα προς τις ανταλλαγές πυρηνικών όπλων. Επιπρόσθετα, τα δύο είδη μοντέλων μπορούν να διακριθούν περαιτέρω και ως προς την

προέλευση τους: τα μοντέλα που δημιουργούν εξοπλισμούς προέρχονται από την πολιτική επιστήμη και την επιστήμη των διεθνών σχέσεων και τα μοντέλα που χρησιμοποιούν εξοπλισμούς από την τεχνοκρατική επιχειρησιακή έρευνα και τα οικονομικά μέτρα πειθαρχίας που εφαρμόζονται στο στρατιωτικό τομέα (Moll & Luebbert, 1980).

## 1.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΟΠΛΙΣΜΩΝ ΤΟΥ RICHARDSON

Τα μοντέλα που δημιουργούν εξοπλισμούς προέρχονται από το μοντέλο του Richardson. Ο Lewis Fry Richardson, Άγγλος μετεωρολόγος, εξαιτίας του Α΄ Παγκοσμίου Πολέμου, χρησιμοποίησε τις μαθηματικές του δεξιότητες προκειμένου να κατανοήσει καλύτερα τους ανταγωνιστικούς εξοπλισμούς, που πολλοί πίστευαν μέχρι τότε ότι συνέβαλαν στο ξέσπασμα αυτού του πολέμου. Ένα από τα συμπεράσματα της έρευνάς του, ήταν η δημιουργία ενός συστήματος διαφορικών εξισώσεων με στόχο τη μοντελοποίηση των ανταγωνιστικών εξοπλισμών. Το σύστημα αυτό είναι γνωστό ως «μοντέλο Richardson για τους ανταγωνιστικούς εξοπλισμούς» (*Richardson Arms Race Model*).

Σημεία εκκίνησης για την ανάπτυξη του συγκεκριμένου μοντέλου ήταν τρεις υποθέσεις, που αφορούν τις συνθήκες υπό τις οποίες τα έθνη αυξάνουν ή μειώνουν τους εξοπλισμούς τους. Οι υποθέσεις σύμφωνα με τον Caspary (1967, p. 64) είναι:

1. Υπό το φόβο της στρατιωτικής ανασφάλειας, η χώρα Α θα αυξήσει τον εξοπλισμό της σε επίπεδο ανάλογο με εκείνο που βρίσκεται η χώρα Β. Με παρόμοιο τρόπο θα αντιδράσει και η χώρα Β.
2. Οι συνεχείς δαπάνες για εξοπλισμό επιβαρύνουν την οικονομία της χώρας. Για το λόγο αυτό, υπάρχει ένα σύστημα περιορισμού και αυτοσυγκράτησης όσον αφορά τις περαιτέρω δαπάνες.
3. Υπάρχουν παράγοντες που οδηγούν τα έθνη να εξοπλίζονται με ένα σταθερό ρυθμό, ακόμα και όταν απουσιάζει η στρατιωτική απειλή προερχόμενη από άλλη χώρα, όπως εχθροπραξίες, φιλοδοξίες και διεκδικήσεις για δικούς της σκοπούς.

Οι τρεις προαναφερόμενες υποθέσεις αποτελούν μία απλουστευμένη μορφή της εθνικής διαδικασίας λήψης αποφάσεων, σχετικά με τις εθνικές απαιτήσεις ασφαλείας. Αυτός ακριβώς ήταν και ο σκοπός του. Η εμπειρία του ως Φυσικός του δίδαξε, ότι η συνετή απλούστευση μπορεί να φωτίσει σημαντικές πτυχές σε ιδιαίτερα πολύπλοκα συστήματα.



Για την καλύτερη κατανόηση του μαθηματικού μοντέλου που παρουσιάζεται παρακάτω, θα πρέπει πρώτα να οριστούν μαθηματικά οι τρεις υποθέσεις που έχουν ως άνω αναφερθεί. Συνεπώς, με  $k$  και  $k'$  συμβολίζουμε τους συντελεστές άμυνας (για τις χώρες A και B αντίστοιχα) που εκφράζουν την αλλαγή στο επίπεδο εξοπλισμού της μίας χώρας, σε σχέση με την αλλαγή στο επίπεδο εξοπλισμού της άλλης χώρας. Οι συντελεστές  $a$  και  $a'$  είναι οι συντελεστές δαπάνης, που εκφράζουν το μέγεθος του περιορισμού της δαπάνης μίας στρατιωτικής μονάδας. Τέλος, οι σταθερές  $g$  και  $g'$  εκφράζουν το μέγεθος του κινήτρου μίας χώρας για εξοπλισμό, ανεξάρτητα από το επίπεδο εξοπλισμού της άλλης χώρας. Εάν  $x$  και  $y$  είναι το επίπεδο των εξοπλισμών για κάθε χώρα αντίστοιχα, το καθαρό αποτέλεσμα των κινήτρων τους και των περιορισμών τους για δαπάνες, προκύπτει ως ένα ποσοστό μεταβολής των εξοπλισμών. Η μαθηματική έκφραση για το ρυθμό μεταβολής του  $x$  ως προς το χρόνο, είναι η παράγωγος  $\frac{dx}{dt}$ .

Έτσι έχουμε :

$$\frac{dx}{dt} = ky - ax + g$$

$$\frac{dy}{dt} = k'x - a'y + g'$$

Σημειωτέον δε, ότι από τον τρόπο με τον οποίο διατυπώθηκε μαθηματικά το μοντέλο, προκύπτει και μία τέταρτη υπόθεση: οι τρεις ξεχωριστές επιπτώσεις έχουν ένα καθαρό αποτέλεσμα που παρουσιάζει προσθετικότητα. Η επιλογή μίας σχέσης με προσθετικότητα εν αντιθέσει μίας άλλης, της οποίας τα αποτελέσματα αλληλεπιδρούν, είναι ακόμη μία εφαρμογή του κριτηρίου απλότητας από την πλευρά του Richardson.

### 1.2.1 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, όσον αφορά τους ανταγωνιστικούς εξοπλισμούς, παρουσιάζουν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες θα υπάρξει ισορροπία και όχι μία ανεξέλεγκτη αύξηση των επιπέδων των εξοπλισμών. Ισορροπία υπάρχει όταν ο ρυθμός μεταβολής των εξοπλισμών είναι μηδέν και για τις δύο πλευρές. Έτσι θέτουμε το δεξί μέρος και των δύο εξισώσεων ίσο με το μηδέν και λύνουμε ως προς  $x$  και  $y$ :

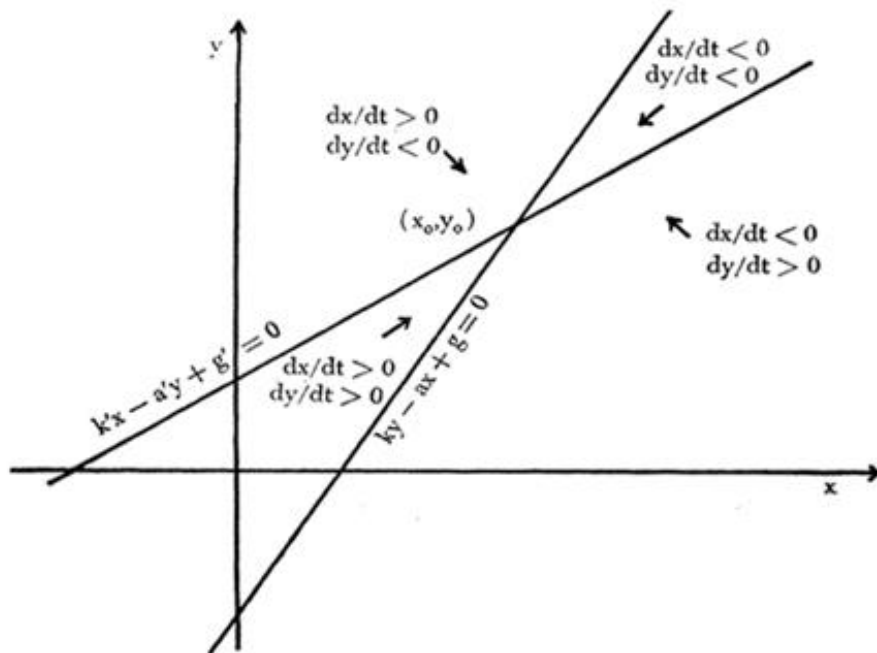
$$ky - ax + g = 0$$

$$k'x - a'y + g' = 0$$

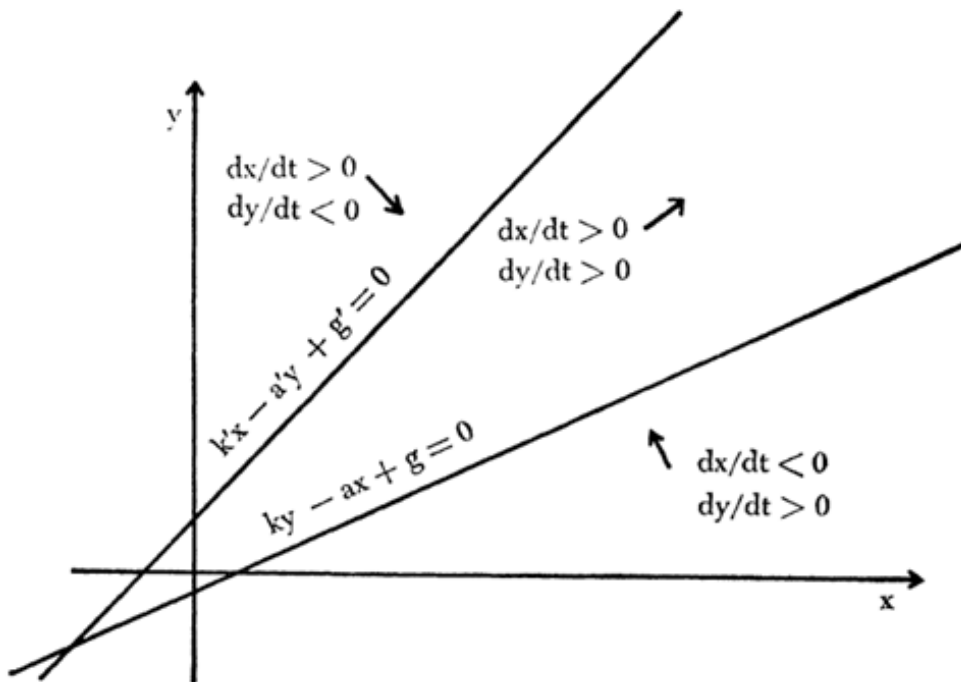
Η σταθερότητα της ισορροπίας φαίνεται από τη γραφική αναπαράσταση. Εξετάζουμε το πρόσημο των παραγώγων στις τέσσερις περιοχές στις οποίες το θετικό επίπεδο των  $x$  και  $y$  χωρίζεται από τις δύο ευθείες και κατά μήκος των οποίων οι παράγωγοι είναι μηδέν. Παρατηρούμε ότι, στο Σχήμα 1, οποιοδήποτε σημείο αρχικών τιμών  $(x, y)$  κι αν επιλέξουμε, θα κινηθούμε προς το σημείο ισορροπίας  $(x_0, y_0)$ .

Αντιθέτως, στο Σχήμα 2, κάθε σημείο αρχικών τιμών  $(x_0, y_0)$  απομακρύνεται από το σημείο ισορροπίας. Έτσι, η προϋπόθεση για ευσταθή ισορροπία είναι η συνθήκη που διαφοροποιεί το Σχήμα 1 από το Σχήμα 2, δηλαδή, η κλίση της ευθείας για τη χώρα Α είναι μεγαλύτερη από την κλίση της ευθείας για τη χώρα Β, το οποίο με μαθηματική σχέση αναγράφεται ως εξής:

$$k \cdot k' < a \cdot a'$$



Σχήμα 1: Συνθήκες Σταθερότητας – Ευστάθεια αν:  $k \cdot k' < a \cdot a'$



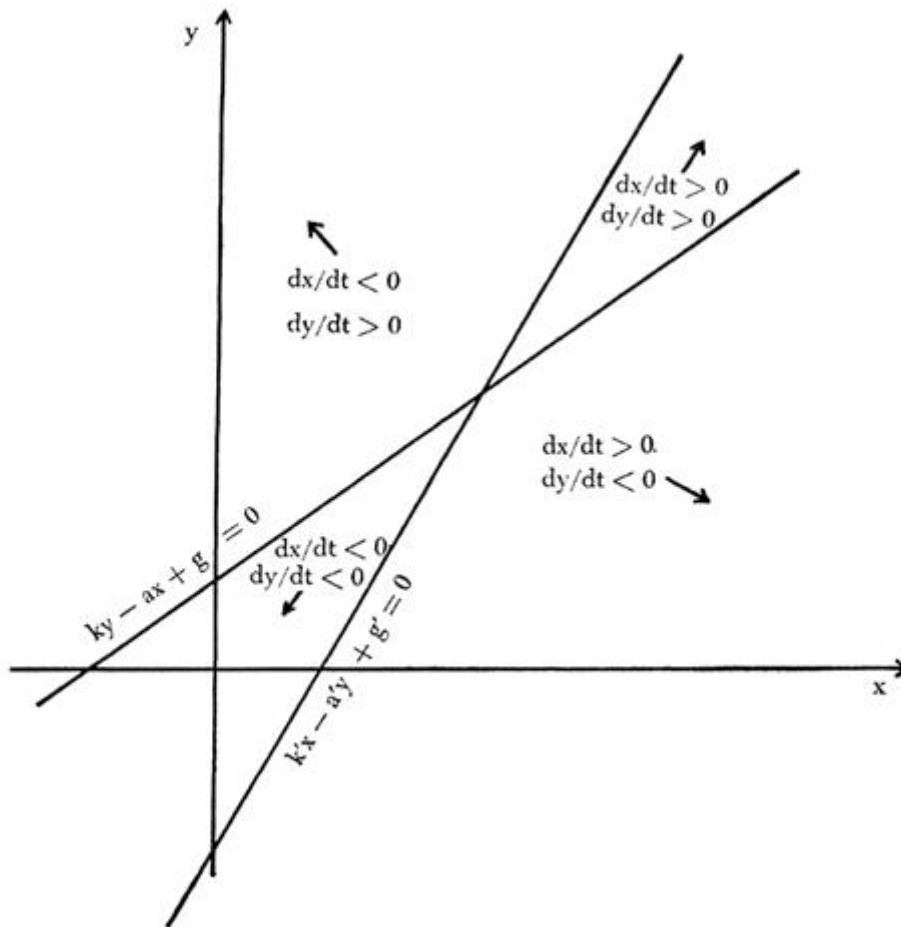
Σχήμα 2: Συνθήκες Σταθερότητας – Αστάθεια αν:  $k \cdot k' > a \cdot a'$

Με άλλα λόγια, η συνθήκη σταθερότητας απαιτεί το γινόμενο των δύο συντελεστών άμυνας να είναι μικρότερο από το γινόμενο των δύο συντελεστών δαπάνης. Πάνω από το σημείο ισορροπίας, το βάρος της δαπάνης για εξοπλισμό είναι μεγαλύτερο από το κίνητρο για εξοπλισμό. Κάτω από το σημείο ισορροπίας, συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Η λύση αυτή είναι εντελώς ανεξάρτητη από τους συντελεστές  $g$  και  $g'$ . Παίζουν ωστόσο, σημαντικό ρόλο στο καθορισμό του σημείου από το οποίο επέρχεται ισορροπία, το οποίο είναι:

$$x_0 = \frac{g'k+ga'}{aa'-kk'} \quad y_0 = \frac{gk'+g'a}{aa'-kk'}$$

Όσο μεγαλύτεροι είναι οι συντελεστές  $g$  και  $g'$ , τόσο μεγαλύτερο είναι το ελάχιστο επίπεδο των εξοπλισμών  $(x_0, y_0)$  στο οποίο λαμβάνει χώρα η ισορροπία.

Στην ασταθή κατάσταση, όπου  $k \cdot k' > a \cdot a'$ , οποιαδήποτε αρχική τιμή των  $x$  και  $y$ , οδηγεί σε έναν ανταγωνισμό εξοπλισμών, όταν οι συντελεστές  $g$  και  $g'$  είναι θετικοί. Αν οι συντελεστές  $g$  και  $g'$  είναι αρνητικοί, τότε έχουμε ένα διαφορετικό αποτέλεσμα. Για τις τιμές των  $x$  και  $y$  που είναι μικρότερες από τις  $x_0$  και  $y_0$ , προκύπτει «καθοδική αστάθεια» (αγώνας αποπλισμού). Κάτω από το σημείο ισορροπίας  $(x_0, y_0)$ , η καλή θέληση που συνάγεται από τις αρνητικές τιμές των όρων  $g$  και  $g'$ , είναι επαρκής για να περιορίσει τον ανταγωνισμό των εξοπλισμών. Αντίθετα, πάνω από το σημείο ισορροπίας  $(x_0, y_0)$ , η ανάγκη για ασφάλεια οδηγεί και τις δύο πλευρές σε εφοδιασμό οπλικών συστημάτων (Σχήμα 3).



**Σχήμα 3: Συνθήκες Σταθερότητας – Αστάθεια αν:  $k \cdot k' > a \cdot a'$ , με  $g, g' < 0$**

Το συγκεκριμένο μοντέλο δίνει μία απάντηση στο ερώτημα: «τι προηγείται, οι εξοπλισμοί ή οι εντάσεις;». Επισημαίνει αφενός τις συνθήκες κάτω από τις οποίες μπορεί να υπάρξει ένας ανταγωνιστικός εξοπλισμός παρά την καλή θέληση και αφετέρου τις συνθήκες όπου το επίπεδο του εξοπλισμού βρίσκεται σε ισορροπία παρά τις εντάσεις. Ο βασικός μηχανισμός βρίσκεται στον τρόπο που η κάθε χώρα αντιδρά σε σχέση με το επίπεδο εξοπλισμού της αντίπαλης χώρας. Αν οι συντελεστές άμυνας είναι αρκετά μεγάλοι και οι συντελεστές δαπάνης αρκετά μικροί, μπορεί να υπάρξει ανταγωνιστικός εξοπλισμός, ακόμα και αν οι δύο πλευρές έχουν αμυντική πρόθεση.

Τέλος, σε αυτή την ενότητα παρουσιάστηκε μια πρώτη προσπάθεια προσέγγισης του μοντέλου. Οι έννοιες της ισορροπίας, της ευστάθειας και αστάθειας θα οριστούν και θα αναλυθούν εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο.

## 1.2.2 ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Το μοντέλο του Richardson περί ανταγωνιστικών εξοπλισμών, αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά παραδείγματα προσπάθειας εφαρμογής μαθηματικών μοντέλων για τη μελέτη συγκρούσεων μεταξύ χωρών. Στο μοντέλο αυτό, η δυναμική των ανταγωνιστικών εξοπλισμών συνοψίζεται σε ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων. Χρησιμοποιώντας αυτό το απλό μαθηματικό πλαίσιο, ο Richardson έκανε αξιολογες παρατηρήσεις για τα διάφορα καθεστάτα παραμέτρων, οι οποίες αντανακλούν στο επίπεδο εξοπλισμών και στη συμμαχία των ανταγωνιστών. Ένα από τα κύρια μειονεκτήματα του μοντέλου είναι ότι εξετάζει τους ανταγωνιστικούς εξοπλισμούς από το εξωτερικό ως ένα μηχανιστικό μοντέλο, και όχι από το εσωτερικό, ήτοι από την πλευρά των αποφάσεων που λαμβάνονται από τους σχεδιαστές άμυνας (Intriligator, 1975).

Επιπλέον, οι τιμές των συντελεστών στο μοντέλο θα έπρεπε να καθορίζονται από τα χαρακτηριστικά των αντίστοιχων κοινωνιών και κυβερνήσεων. Καθώς όμως οι κοινωνίες αλλάζουν, αλλάζουν και οι παράμετροι, δεδομένου ότι η κλίμακα του χρόνου για την αλλαγή των παραμέτρων είναι πολύ μεγαλύτερη από εκείνη των λύσεων της εξίσωσης. Ως εκ τούτου, θεωρήθηκαν σταθερές που προσδιορίζονται με την παρατήρηση συγκεκριμένων συστημάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι, ο Richardson μοντελοποιεί δυνατότητες. Δεν υπάρχουν δυναμικοί όροι στις εξισώσεις του, παρά μόνο στατικοί συντελεστές  $g$  και  $g'$ , οι οποίοι, όπως αναμενόταν, δεν έχουν καμία επίδραση στη φύση των λύσεων και τη συμπεριφορά του συστήματος. Οι λύσεις στις εξισώσεις του Richardson είναι γραμμικοί συνδυασμοί της αύξουσας και φθίνουσας συμπεριφοράς. Αν οι παράμετροι ήταν τέτοιοι, ώστε να έχουμε φθίνουσα συμπεριφορά, το σύστημα θα ήταν σε ευσταθή κατάσταση. Κανένας πόλεμος δε θα συμβεί σε ένα σύστημα στο οποίο κάθε κράτος δεν αυξάνει τις στρατιωτικές του δυνατότητες εκθετικά (Saperstein, 2006).

Παρά τα μειονεκτήματα που μπορεί να έχει το μοντέλο του, το έργο του Richardson έλαβε ευρεία αναγνώριση, κυρίως στα τέλη της δεκαετίας του 1960. Σε αυτό συνέβαλε η επαναστατική αλλαγή της συμπεριφοράς των κοινωνικών επιστημών, καθώς και η αυξανόμενη ανησυχία για τους κινδύνους που ελλοχεύουν από έναν ανταγωνιστικό εξοπλισμό, η οποία ενισχύεται και από την ανάπτυξη διηπειρωτικών πυραύλων (Etcheson, 1989).

*«Μεγάλο μέρος της έρευνας για τα μοντέλα των ανταγωνιστικών εξοπλισμών έχουν παραχθεί από ερευνητές από τον τομέα της επιστήμης της Πολιτικής Κοινωνιολογίας, της Οικονομίας,*

της Μηχανικής, της Φυσικής και άλλων κλάδων. Πολλοί από αυτούς τους ερευνητές αντλούν την έμπνευση τους από την πρωτοποριακή εργασία του Richardson» (McGinnis, 1991).

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, το μοντέλο του Richardson να αποτελεί το κίνητρο για μία ποικιλία από τροποποιήσεις και αριθμητικά πειράματα τις τελευταίες δεκαετίες. Ειδικότερα, η ανάπτυξη του τομέα της μη γραμμικής δυναμικής και η παρατήρηση φυσικών συστημάτων που εμφανίζουν πολύπλοκη συμπεριφορά, έχουν ανοίξει νέες δυνατότητες όσον αφορά τη μοντελοποίηση που βασίζεται στο πρότυπο μοντέλο του Richardson. Οι Saperstein, Grossman και Mayer-Kress ήταν από τους πρώτους ερευνητές που ανέπτυξαν τροποποιημένα μοντέλα με τη βοήθεια μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων. Ο Saperstein υποστήριξε ότι ο θεμελιώδης παράγοντας για την εμφάνιση του πολέμου μπορεί να είναι στην πραγματικότητα η απώλεια της προβλεψιμότητας, που είναι μία γενική ιδιότητα των χαοτικών χρονικών εξελίξεων και κατά κανόνα προκύπτουν από τις μη γραμμικότητες σε αυτά τα συστήματα. Ενώ η χρονική εξέλιξη είναι φραγμένη, μικρές αβεβαιότητες στις αρχικές συνθήκες με την πάροδο του χρόνου θα αυξηθούν εκθετικά, καθιστώντας έτσι τις μακροχρόνιες προβλέψεις αδύνατες. Αργότερα, οι Grossman & Mayer-Kress (1989) (όπως επίσης και Saperstein, 1991) επεσήμαναν ότι η έναρξη του χάους δεν θα πρέπει στην πραγματικότητα να συνδέεται με το ξέσπασμα του πολέμου. Διατύπωσαν ότι ο πόλεμος ή η πολιτική κρίση συνδέονται με την έναρξη της αστάθειας και όχι με την απώλεια της προβλεψιμότητας. Στην επόμενη ενότητα γίνεται περαιτέρω ανάλυση του μοντέλου του Saperstein.

### 1.3 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ SAPERSTEIN

Ο Saperstein ανέπτυξε ένα μοντέλο με σκοπό να προβλέψει το ξέσπασμα του πολέμου και βασίστηκε στην πρόοδο που έχει γίνει για την καλύτερη κατανόηση της χαοτικής συμπεριφοράς των δυναμικών συστημάτων. Ο πόλεμος μπορεί να θεωρηθεί ως απώλεια της προβλεψιμότητας: μία κατάσταση κατά την οποία μικρές διαταραχές (όπως δυσλειτουργίες των συστημάτων ραντάρ, παράλογες πράξεις των ατόμων που δεν υπακούν σε εντολές κ.λπ.), οδηγούν σε μεγάλες απρόβλεπτες αλλαγές στις λύσεις των δυναμικών εξισώσεων του μοντέλου.

*«Το χάος, όπως διατυπώνεται για τα φυσικά δυναμικά συστήματα, εφαρμόζεται σε ένα πολύ απλό μη γραμμικό μοντέλο των ανταγωνιστικών εξοπλισμών. Η μετάβαση από την ευστάθεια στην αστάθεια, από τον ανταγωνιστικό εξοπλισμό στον πόλεμο, θα μπορούσε να είναι ανάλογη με τη μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ή χαοτική ροή» (Saperstein, 1984).*

Στη Φυσική, η προβλεψιμότητα έχει αποτυπωθεί στους νόμους κίνησης του Νεύτωνα. Δεδομένων των δυνάμεων, συγκεκριμένες αρχικές συνθήκες, οδηγούν σε συγκεκριμένες, επακριβώς ορισμένες, τροχιές στο σύστημα συντεταγμένων. Παρόμοιες έννοιες οδηγούν στις μη γραμμικές εξισώσεις της μηχανικής των ρευστών. Εφόσον οι κινήσεις των ρευστών παρουσιάζουν στρωτή και τυρβώδη ροή ταυτοχρόνως, γίνεται σαφές ότι οι λύσεις των εξισώσεων της μηχανικής των ρευστών μπορεί να αντιπροσωπεύουν είτε στρωτό, είτε τυρβώδη χαρακτήρα και η φύση της ροής αλλάζει από στρωτή σε τυρβώδη, όσο κάποια παράμετρος ή συνδυασμός παραμέτρων αυξάνεται πάνω από κάποια κρίσιμη τιμή.

Η στρωτή ροή υποδηλώνει προβλέψιμη συμπεριφορά. Γνωρίζοντας την κίνηση σε ένα σημείο της ροής και σε συγκεκριμένο χρόνο, μπορούμε να βρούμε την κίνηση σε γειτονικά σημεία στο χώρο και στο χρόνο. Αντιθέτως, η τυρβώδης ροή είναι χαοτική. Γνωρίζοντας την κίνηση σε ένα σημείο της ροής και σε συγκεκριμένη στιγμή, δεν προκύπτει από τη γραφική παράσταση κάποια πληροφορία τόσο για τα γειτονικά σημεία την ίδια χρονική στιγμή, όσο και για το ίδιο σημείο σε κάποια μετέπειτα χρονική στιγμή. Συνεπώς, η ικανότητα πρόβλεψης είναι ουσιαστικά αδύνατη. Ως εκ τούτου, το ίδιο μαθηματικό μοντέλο έχει προβλέψιμη συμπεριφορά σε μερικές περιοχές μίας παραμέτρου του μοντέλου και απρόβλεπτη συμπεριφορά σε κάποιες άλλες. Αυτή η απώλεια προβλεψιμότητας στα συγκεκριμένα συστήματα ελλοχεύει πιθανό κίνδυνο πολέμου.

Η πολιτική ζωή προϋποθέτει, κατά ένα μεγάλο μέρος της, την προβλεψιμότητα. Η διαμόρφωση και η εφαρμογή της πολιτικής απαιτεί μία λογική ικανότητα να προβλέπουμε το μέλλον, δεδομένης της γνώσης που έχουμε από το παρόν. Η ίδια ανάγκη για προβλεψιμότητα ισχύει και για τις σχέσεις μεταξύ των κρατών, είτε πρόκειται για το συνήθη διεθνή ανταγωνισμό, είτε για έναν εχθρικό ανταγωνισμό εξοπλισμών. Ωστόσο, η ιστορία είναι γεμάτη παραδείγματα για το πώς μπορεί να χαθεί ο έλεγχος από μία ή πολλές κυβερνήσεις, κατά τη μετάβασή τους από ειρήνη σε πόλεμο. Ως εκ τούτου, κάθε μοντέλο ανταγωνιστικών εξοπλισμών μεταξύ κρατών, πρέπει να περιλαμβάνει περιοχές προβλέψιμης συμπεριφοράς, ήτοι περιοχές όπου εμφανίζονται το χάος και οι μεταβατικές φάσεις τους.

Βάση των παραπάνω, ο Saperstein (1991) ανέπτυξε ένα μοντέλο, με σκοπό να προβλέψει το αποτέλεσμα για κάθε εναλλακτική πολιτική και κατά συνέπεια να επιλέξει την πολιτική που αρμόζει για το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Η μετάβαση από συνεχή σε διακριτό χρόνο αποτελεί την πιο ρεαλιστική εξέλιξη του μοντέλου (δηλ. την βελτίωσή του αναφορικά με τα πραγματικά γεγονότα που εμφανίζονται σε διακριτές χρονικές στιγμές στην ιστορική εξέλιξη μιας διαμάχης). Επιπλέον, το μοντέλο του Richardson σε συνεχή χρόνο μελετά τους παράγοντες ενός πολέμου ως σύνολο (το οποίο



αποτελεί και βασικό μειονέκτημα του μοντέλου), ενώ το μοντέλο του Saperstein σε διακριτό χρόνο μελετά τον κάθε παράγοντα μεμονωμένα. Με αυτή την διακριτοποίηση, οι προβλέψεις γίνονται πιο ακριβείς και μπορούμε να εξάγουμε πιο σαφή συμπεράσματα για την πολιτική μιας χώρας στον πόλεμο.

Έστω  $X_0$  η παρούσα κατάσταση του διεθνούς συστήματος, το οποίο εξετάζουμε. Η επιλογή της πολιτικής αλλάζει την παρούσα κατάσταση με μία διαφορετική, που τη συμβολίζουμε με  $X_n$  (για το μελλοντικό χρόνο  $n$ ). Διαφορετική επιλογή πολιτικής έχει ως αποτέλεσμα μετέπειτα διαφορετικές μελλοντικές καταστάσεις, δηλαδή, διαφορετικές τιμές του  $X_n$ . Η ικανότητα πρόβλεψης προϋποθέτει ότι γνωρίζουμε το  $X_n$ , το  $X_0$  και τη συγκεκριμένη πολιτική. Αυτό δημιουργεί μία μοναδική σχέση μεταξύ των  $X_0$  και  $X_n$ , για μία δεδομένη πολιτική. Με άλλα λόγια, κάθε «στάδιο της ιστορίας» καθορίζει το επόμενο (στάδιο).

Ο προσδιορισμός αυτός εκφράζεται με μαθηματική σχέση με την εξής συνάρτηση:

$$X_{n+1} = f(X_n, \lambda) \quad [1]$$

όπου το  $\lambda$  είναι το σύνολο των παραμέτρων, που καθορίζουν τη μορφή της συνάρτησης  $f$ . Διαφορετικές πολιτικές επιλογές σημαίνουν διαφορετικές σχέσεις μεταξύ παρόντος και μέλλοντος, έτσι ώστε διαφορετικές τιμές του  $\lambda$  να αντιστοιχούν στις διαφορετικές αυτές επιλογές πολιτικής ή στα εκάστοτε εθνικά χαρακτηριστικά. Η εξίσωση [1] δείχνει τη συσχέτιση της κατάστασης του συστήματος τη χρονική στιγμή  $n$  με την  $n + 1$ , δηλαδή με την επόμενη χρονική στιγμή, (π.χ. ο επόμενος προϋπολογισμός ή οποιαδήποτε άλλη μονάδα βοηθά στην περιγραφή της εξέλιξης της πολιτικής και των γεγονότων που συμβαίνουν).

Για να εξετάσουμε τι θα συμβεί στο απώτερο μέλλον, για παράδειγμα από το 0 στο  $n$ , η εξίσωση [1] επαναλαμβάνεται για  $n$  φορές:

$$X_1 = f(X_0, \lambda), X_2 = f(X_1, \lambda), X_3 = f(X_2, \lambda), \dots$$

Το τελικό αποτέλεσμα, για οποιαδήποτε πολιτική, είναι η τιμή του  $X$  που αντιστοιχεί σε ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα στο μέλλον:  $X_\infty = X_n$  (δηλαδή καθώς το  $n$  προσεγγίζει το άπειρο). Αυτές οι τιμές ή το σύνολο των τιμών ονομάζονται «ελκυστές» της εξίσωσης [1] και ποικίλλουν καθώς ποικίλλει το σύνολο των παραμέτρων  $\lambda$ .

Έτσι, το πρόβλημα της πρόβλεψης γίνεται: «δεδομένων των  $X_0$  και  $\lambda$ , ποιος είναι ο ελκυστής  $X_\infty$ ;». Το καθήκον των φορέων, που χαράσσουν την πολιτική, είναι είτε να αλλάξουν την παρούσα κατάσταση των σχέσεων, δηλαδή το  $X_0$  και/ή την πολιτική  $\lambda$ , συνδέοντας το παρόν με το μέλλον, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η επιθυμητή τελική κατάσταση  $X_\infty$ , είτε να αποφύγει έναν ανεπιθύμητο ελκυστή (Saperstein, 1991).

Είναι αλήθεια ότι πολλά τυχαία γεγονότα επηρεάζουν τη μελλοντική εξέλιξη του παγκόσμιου συστήματος, το οποίο αποτελείται από πολλά έθνη, που το καθένα με τη σειρά του αποτελείται από εκατομμύρια πολύπλοκα ανθρώπινα όντα και όλα αυτά βρίσκονται σε ένα περιστασιακά ιδιότροπο φυσικό περιβάλλον. Αυτή, λοιπόν, η τυχαιότητα δεν μπορεί να αναπαρασταθεί με καθορισμένες σχέσεις, όπως είναι η εξίσωση [1]. Εάν η τυχαιότητα κυριαρχούσε, καμία πρόβλεψη δεν θα ήταν δυνατή. Οι περισσότεροι φορείς χάραξης πολιτικής υποθέτουν ότι έχουν κάποιον έλεγχο πάνω στο μέλλον και ότι παρά την προφανή τυχαία συμπεριφορά των μεμονωμένων μελών των πληθυσμών, τα έθνη αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ακολουθώντας πρότυπα και «νόμους», που κάποιος μπορεί να υποθέσει και να χρησιμοποιήσει στη χάραξη πολιτικής. Υπάρχουν και εκείνοι, βέβαια, που είναι ενάντιοι της χρησιμότητας μοντελοποίησης του παγκόσμιου συστήματος βασισμένου στο νόμο (εξίσωση [1]), για την κατανόηση της έναρξης του πολέμου στο σύστημα. Για το λόγο αυτό, υπάρχουν δύο απόψεις: από τη μία, η ανάλυση της κατάστασης δίνει έμφαση στο ρόλο του κάθε ηγέτη και υποθέτει ότι η κρίση της συμπεριφοράς οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στις συνθήκες κρίσης, και από την άλλη, η ανάλυση του συστήματος υποθέτει ότι η κρίση της συμπεριφοράς οφείλεται σε μεγάλο βαθμό σε προηγούμενες συνθήκες. Ο Saperstein υιοθετεί τη δεύτερη άποψη.

Η έναρξη ενός πολέμου αντιπροσωπεύει μία ουσιαστική αλλαγή στην κατάσταση του παγκόσμιου συστήματος, τόσο χαρακτηριστική όσο η εναλλαγή του νερού από στερεή κατάσταση σε υγρή. Ένα μοντέλο, που μπορεί να προβλέψει έναν τέτοιο πόλεμο, πρέπει να παρέχει ένδειξη της κρίσης της αστάθειας. Με τον όρο *κρίση αστάθειας* εννοούμε μία ακραία ευαισθησία της συμπεριφοράς του πολιτικού συστήματος σε μικρές αλλαγές στην είσοδο παραμέτρων του συστήματος. Με αυτόν τον τρόπο, καταλαβαίνουμε ότι μερικές διαμορφώσεις του συστήματος μπορεί να είναι ευσταθείς και άλλες ασταθείς λόγω κρίσης. Μαθηματική εξήγηση για την εξίσωση [1] αποτελεί το γεγονός ότι υπάρχουν ορισμένες περιοχές τιμών του  $\lambda$  που για μικρές αλλαγές του  $X_0$  οδηγούν αντίστοιχα σε μικρές αλλαγές του  $X_\infty$ . Αντίθετα, υπάρχουν άλλες περιοχές τιμών του  $\lambda$  που για μικρές αποκλίσεις του  $X_0$  μπορεί να οδηγήσουν σε εξωφρενικά δυσανάλογες μεταβολές. Επομένως, είναι σίγουρα σημαντικό να είναι ευδιάκριτες οι «ασφαλείς» (ευσταθής κατάσταση) και «επικίνδυνες»

(κρίση αστάθειας) τιμές (εύρος τιμών) των παραμέτρων του συστήματος  $\lambda$ , έτσι ώστε η απομάκρυνση από την τελευταία κατάσταση να είναι πιο δυνατή, όταν χρειάζεται.

Για τους παραπάνω λόγους, ο Saperstein όταν αναπτύσσει την εξίσωση [1] υποθέτει ότι, η συνολική συμπεριφορά του κόσμου μπορεί να μοντελοποιηθεί από ένα σύστημα που διέπεται από ντετερμινιστικούς νόμους και η μαθηματική δομή αυτών (των νόμων) είναι τέτοια που επιτρέπει την πρόβλεψη της έναρξης του απρόβλεπτου. Ο Saperstein χαρακτηρίζει τον πόλεμο ως χάος και η μετάβαση από τον «ψυχρό πόλεμο» στον «καυτό πόλεμο» μπορεί να παραλληλιστεί με τη μετάβαση από τη μη χαοτική συμπεριφορά στη χαοτική συμπεριφορά στα μη γραμμικά μοντέλα που αντιπροσωπεύουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ανταγωνιστικών εθνών του συστήματος (Saperstein 1991). Εάν η εμφάνιση του χάους προβλέπεται στο μοντέλο, τότε η κρίση αστάθειας και το ξέσπασμα του πολέμου θα είναι αναμενόμενα, και αν αυτός ο πόλεμος δεν είναι επιθυμητός, τότε πρέπει να αλλάξει το μοντέλο (ή οι παράμετροι του μοντέλου).

Ο Saperstein (1991) ανέπτυξε αυτόν το γενικό νόμο της εξίσωσης [1] για ένα διπολικό κόσμο, χρησιμοποιώντας ένα απλό ζευγάρι συζευγμένων εξισώσεων σε διακριτό χρόνο:

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= 4aY_n(1 - Y_n) \\ Y_{n+1} &= 4bX_n(1 - X_n) \end{aligned} \quad [2]$$

όπου:

$X_n$ : ο λόγος της προμήθειας εξοπλισμών της χώρας  $X$  προς το ΑΕΠ κατά το έτος  $n$ , δηλαδή η «αφοσίωση» της χώρας  $X$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n$  και αντίστοιχα,

$Y_n$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Y$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n$

$X_{n+1}$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $X$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n+1$  και αντίστοιχα,

$Y_{n+1}$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Y$  στο πόλεμο κατά το έτος  $n+1$ .

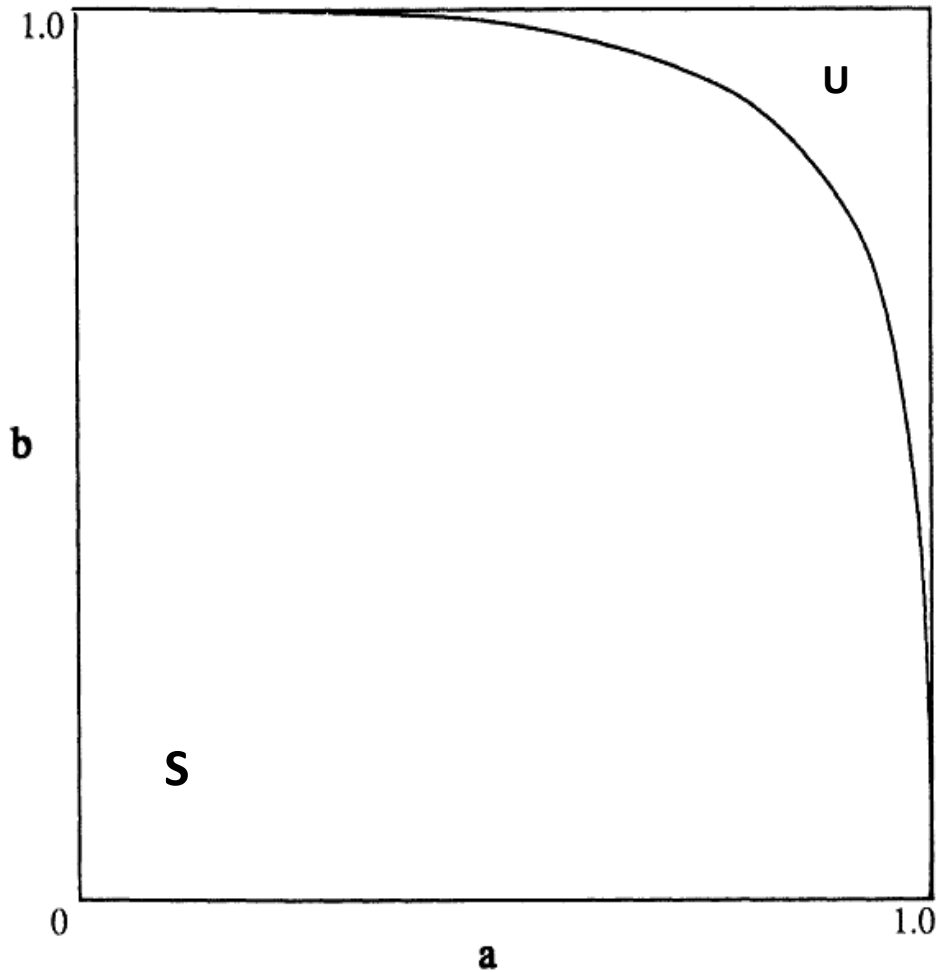
Θα πρέπει να ισχύει:  $0 < X_n, Y_n, X_{n+1}, Y_{n+1} < 1$ .

Το  $X_{n+1}$ , όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, είναι η «αφοσίωση» της χώρας  $X$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n+1$ , κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1 (το 0 αντιπροσωπεύει την πλήρη απαξίωση του ανταγωνιστικού εξοπλισμού, ενώ το 1 την πλήρη αφοσίωση), διότι με βάση την ανάλυση του Saperstein όλοι οι παράμετροι και μεταβλητές θα πρέπει να είναι ορισμένοι σε αυτό το πεδίο ορισμού. Με μία πρώτη εκτίμηση, θεωρείται ανάλογο με την αφοσίωση της αντίπαλης χώρας κατά το προηγούμενο έτος και αντίστροφα (όσο περισσότερο εξοπλίζεται η μία χώρα αυτό το

χρόνο, τόσο περισσότερο θα εξοπλιστεί η αντίπαλη χώρα τον επόμενο χρόνο). Αλλά αυτό δεν μπορεί να συνεχιστεί ες αεί, διότι η αντίστοιχη τιμή της μεταβλητής της κάθε χώρας δεν μπορεί να υπερβεί τη μονάδα βάσει το πεδίου ορισμού που ορίστηκε παραπάνω. Ο μη γραμμικός όρος  $Y_n(1 - Y_n)$  επιβάλλει αυτόν τον περιορισμό, ήτοι εκφράζει την υπόθεση ότι εάν οι πόροι της αντίπαλης χώρας έχουν φτάσει σε οριακό σημείο (π.χ. οι προμήθειες εξοπλισμών του προηγούμενου έτους ήταν τόσο μεγάλες, δηλαδή κοντά στη μονάδα) δεν υπάρχει λόγος να τους αυξήσει ακόμα περισσότερο, καθώς είναι πιθανόν οι προμήθειες του τρέχοντος έτους να μειωθούν αντίστοιχα. Συνεπώς, όταν ο εξοπλισμός της χώρας  $Y$  είναι λιγιστός αλλά αυξάνεται, το ίδιο θα συμβεί και με τον εξοπλισμό της χώρας  $X$  (και αντίστροφα). Ωστόσο, όταν η χώρα  $Y$  φθάσει στο οριακό της σημείο, η χώρα  $X$  δεν χρειάζεται να κάνει το ίδιο, δηλαδή να αυξήσει σε υπερβάλλοντα βαθμό τα αποθέματά της.

Στην περίπτωση, λοιπόν, του διπολικού μοντέλου, το ρόλο της παραμέτρου του συστήματος  $\lambda$ , αναλαμβάνουν οι δύο σταθερές  $a$  και  $b$ , καθορίζοντας τον τρόπο που οι δύο ανταγωνιστικές χώρες δρουν στις μεταξύ τους απειλητικές δραστηριότητες.

Η περιοχή της ευστάθειας για τις δύο εξισώσεις [2], υπολογίζεται ως συνάρτηση των παραμέτρων  $a$  και  $b$ . Η καμπύλη που προκύπτει, αντιπροσωπεύει την κρίσιμη σχέση μεταξύ  $a$  και  $b$  στο μοναδιαίο τετράγωνο του επιπέδου  $a$ - $b$ . Η περιοχή πάνω από την καμπύλη είναι η χαοτική περιοχή του μοντέλου. Άρα, η τετραγωνική περιοχή του παραμετρικού χώρου ( $0 < a, b < 1$ ) χωρίζεται σε δύο περιοχές (την ευσταθή και την ασταθή) (Saperstein 1991).



**Σχήμα 4:** Καμπύλη των τιμών των παραμέτρων  $a$  και  $b$ . S: Περιοχή Ευστάθειας, U: Περιοχή Αστάθειας

Ο Saperstein (2006) επέκτεινε το παραπάνω μοντέλο σε τρεις χώρες  $X$ ,  $Y$  και  $Z$ , με όσο το δυνατόν πιο απλό και συμμετρικό τρόπο, παρουσιάζοντας το ακόλουθο σύστημα τριών συζευγμένων εξισώσεων σε διακριτό χρόνο:

$$\begin{aligned}
 X_{n+1} &= 4aY_n(1 - Y_n) + 4\epsilon Z_n(1 - Z_n) \\
 Y_{n+1} &= 4bX_n(1 - X_n) + 4\epsilon cZ_n(1 - Z_n) \\
 Z_{n+1} &= 4\epsilon[X_n(1 - X_n) + cY_n(1 - Y_n)]
 \end{aligned}
 \quad [3]$$

Στην περίπτωση αυτή, το ρόλο της παραμέτρου  $\lambda$  αναλαμβάνουν οι παράμετροι  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $\epsilon$ , όπου η παράμετρος  $\epsilon$  αντιπροσωπεύει τη σύζευξη των χωρών  $X$ ,  $Y$  με την τρίτη χώρα  $Z$ . Όταν το  $\epsilon = 0$ , το σύστημα των τριών εξισώσεων επανέρχεται στο προηγούμενο σύστημα των δύο

εξισώσεων. Όσο το  $\varepsilon$  απομακρύνεται θετικά από το μηδέν, η σύζευξη μεταξύ των χωρών  $X$ ,  $Y$  και  $Z$  γίνεται όλο και πιο σημαντική. Όταν το  $\varepsilon = 1$ , οι τρεις χώρες αλληλεπιδρούν εντελώς συμμετρικά μεταξύ τους. Η περιοχή όπου υπάρχει σταθερότητα μικραίνει σε εμβαδόν, καθώς το  $\varepsilon$  αυξάνεται.

Εάν  $c < 1$ , οι χώρες  $Y$  και  $Z$  είναι λιγότερο «επιθετικές» μεταξύ τους απ' ό,τι οι χώρες  $X$  και  $Z$ . Ενώ, αν  $c > 1$  συμπεραίνουμε ότι η χώρα  $Y$  «αντιδρά» με τη χώρα  $Z$  περισσότερο απ' ό,τι η χώρα  $X$  με τη  $Z$ . Ως εκ τούτου, στο συγκεκριμένο μοντέλο ο Saperstein (2006) καταλήγει στο συμπέρασμα ότι ένας τριπολικός κόσμος είναι πιο επικίνδυνος από έναν διπολικό.

Θα πρέπει επίσης να ισχύει όπως και στο διπολικό μοντέλο:

$$0 < X_n, Y_n, Z_n, X_{n+1}, Y_{n+1}, Z_{n+1} < 1.$$

## 1.4 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΤΡΙΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΡΙΠΟΛΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Το σύνθημα, σύμφωνα με την αρθρογραφία, είναι ο σχηματισμός και η διατήρηση της μονοπολικής και διπολικής διαμόρφωσης των εθνών, τόσο σε φιλικό επίπεδο όσο και σε επίπεδο συγκρούσεων, με την πάροδο του χρόνου.

Η διερεύνηση της «επιθετικής» συμπεριφοράς σε διεθνές επίπεδο, είτε αν πρόκειται για απλή διαμαρτυρία είτε για έναν πόλεμο, είναι ένα σημαντικό βήμα για τους ερευνητές με στόχο την καλύτερη κατανόηση των παραγόντων - αιτιών που οδηγούν μία χώρα σε επιθετική συμπεριφορά ή επιρρέπεια στον πόλεμο. Η «εχθρότητα» πλέον εξετάζεται ως μία σχέση μεταξύ των εθνών, η οποία προκύπτει ως συνέπεια των αλληλοεπιδράσεων τους. Αρκετοί ερευνητές όπως οι Most (1983) και Starr (1989) συμφωνούν ότι, ο πόλεμος είναι η πιο ακραία εκδήλωση επιθετικής συμπεριφοράς.

Το μοντέλο του Richardson για τον οπλικό ανταγωνισμό προέρχεται από τη μελέτη των αλληλοεπιδράσεων μεταξύ δύο χωρών. Πράγματι, η οπλική συμπεριφορά που περιγράφεται από το μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ως μία εκδήλωση «εχθρότητας» μεταξύ των εθνών:

*«Οι προθέσεις της χώρας μας είναι εντελώς ειρηνικές, ακόμη και αν λάβουμε υπόψη την κατάσταση της αναταραχής στο κόσμο και τις απειλές με τις οποίες είμαστε περικυκλωμένοι. Εμείς θα πρέπει να κάνουμε το χρέος μας, αν δεν λάβουμε τα κατάλληλα μέτρα να αυξήσουμε την άμυνα του έθνους μας.» (Richardson, 1960)*

Δεν αποτελεί έκπληξη ότι, το μοντέλο του Richardson έγινε η «λεωφόρος» για τη δυναμική μελέτη των «εχθρικών» αλληλοεπιδράσεων μεταξύ των εθνών. Φαίνεται ότι το επόμενο βήμα, δηλαδή η μελέτη περισσότερων των δύο εθνών θα ήταν απλή, με την έννοια ότι θα επεκτείνουμε το δυαδικό μοντέλο σε  $N$  έθνη με την απλή προσθήκη νέων μεταβλητών και εξισώσεων που εκπροσωπούν τα άλλα κράτη. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι, υπάρχει μία διαφορά ανάμεσα στη διαδικασία του οπλισμού και την «εχθρότητα». Η διαδικασία του οπλισμού περιγράφει τη συμπεριφορά ενός έθνους όσον αφορά τον εξοπλισμό του σε οπλικά συστήματα. Στην περίπτωση που αναφερόμαστε σε περισσότερα έθνη, το επίπεδο του οπλισμού μίας χώρας έχει ως συνέπεια την απειλή των άλλων χωρών. Η «εχθρότητα», από την άλλη πλευρά, αφορά τις σχέσεις μεταξύ των εθνών και όχι τη συμπεριφορά μία χώρας μεμονωμένα. Άρα, θα ήταν ορθό να ισχυριστούμε ότι, για να εξάγουμε ένα αποτέλεσμα θα πρέπει να συμπεριλάβουμε και τις δύο παραμέτρους, ειδικά θα υπάρχουν στρεβλώσεις στον τρόπο που διεξάγουμε τα συμπεράσματα.

Στόχος, λοιπόν, είναι η μοντελοποίηση μίας τριαδικής αλληλεπίδρασης και η μετέπειτα ανάλυση των επιπτώσεων που επιφέρει αυτή στο σύστημα (των τριών εθνών). Άλλωστε, η εξέλιξη των σχέσεων μεταξύ των εθνών υπό τη βοήθεια ενός μαθηματικού μοντέλου, βασίζεται σε μία λαϊκή ρήση που περιγράφει χαρακτηριστικά την τριαδική αλληλεπίδραση και η οποία μελετήθηκε αρχικά από τον Heider (1946), αναφέροντας:

*«Ο φίλος του φίλου μου είναι φίλος μου,  
ο φίλος του εχθρού μου είναι εχθρός μου,  
ο εχθρός του εχθρού μου είναι φίλος μου,  
ο εχθρός του φίλου μου είναι εχθρός μου.»*

Γίνεται αντιληπτό, λοιπόν, ότι δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην αλληλεπίδραση μεταξύ των χωρών και στον τρόπο που επηρεάζει η μία χώρα την άλλη. Στο επόμενο κεφάλαιο, θα διερευνηθούν οι θεωρητικές συνέπειες της τριαδικής αλληλεπίδρασης σε έναν από τους πιο χαρακτηριστικούς μακροχρόνιους πολέμους, ήτοι της Αραβοϊσραηλινής διαμάχης, καθώς και το ρόλο που διαδραματίζει ο τρίτος παράγοντας – χώρα (Αίγυπτος) στις μεταξύ τους συγκρούσεις.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> : ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η ιστορία από την φύση της αποτελεί ένα αμφιλεγόμενο επιστημονικό πεδίο. Η καταγραφή τους αλλά και η ερμηνεία των ιστορικών γεγονότων διαφέρει από έθνος σε έθνος, κι ως εκ τούτου, είναι σύνηθες φαινόμενο για το ίδιο γεγονός να υπάρχουν πολλές και διαφορετικές οπτικές γωνίες. Γι' αυτό το λόγο, η ιστορική ανάλυση θα είναι περιεκτική και θα περιοριστεί μόνο στην αναφορά των πιο σημαντικών γεγονότων, που σηματοδότησαν αλλαγές στο γεωπολιτικό χάρτη της Παλαιστινιακής περιοχής.

### 2.1 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΔΙΑΜΑΧΗΣ

Για να βρούμε τη ρίζα του προβλήματος, ξεκινούμε την ιστορική ανασκόπηση από το τέλος του πρώτου παγκοσμίου πολέμου (1918), που ολοκληρώθηκε με την πτώση της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας. Η περιοχή της Παλαιστίνης, καθώς και ολόκληρη η περιοχή της Υπεριορδανίας, τέθηκε υπό Βρετανικό έλεγχο. Το 1922 καθιερώθηκαν για πρώτη φορά από την Βρετανική διοίκηση τα διεθνή όρια της Παλαιστίνης, τα οποία παρέμειναν ανέπαφα ως το έτος 1948. Κατά την περίοδο αυτή, παρατηρήθηκε μεγάλης κλίμακας εβραϊκή μετανάστευση στην περιοχή της Παλαιστίνης, κυρίως από τις χώρες της Ανατολικής Ευρώπης, με στόχο την εγκατάσταση σ' αυτή. Αποτέλεσμα της ανωτέρω εξέλιξης ήταν η πρόκληση διενέξεων μεταξύ Αράβων και Εβραίων, διότι οι Εβραίοι επιθυμούσαν τη δημιουργία ενός ανεξάρτητου κράτους και οι Άραβες τους αρνούσαν το δικαίωμα αυτό.

Οι συνεχείς συγκρούσεις οδήγησαν τους Βρετανούς να υποβάλουν προτάσεις για την επίλυση αυτού του ζητήματος και ακολούθως, η Βρετανική Επιτροπή PEEL (1937) πρότεινε το διαχωρισμό της Παλαιστίνης σε τρία μέρη: σε Αραβικό κράτος, σε Εβραϊκό κράτος και σε μία μικρή περιοχή υπό Βρετανικό έλεγχο, συμπεριλαμβανομένης της Ιερουσαλήμ και της Βηθλεέμ, με πρόσβαση όλων των μερών στην Μεσόγειο.

Μετά από ενδελεχή ανάλυση το σχέδιο PEEL αποδείχθηκε μη εφαρμόσιμο, γεγονός που δημιούργησε έντονες συγκρούσεις ανάμεσα στους δύο λαούς. Το 1947, ήτοι μετά το τέλος του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου, η Μ. Βρετανία, αδυνατώντας να ελέγξει αποτελεσματικά την κατάσταση στην Παλαιστίνη, ανέθεσε στον ΟΗΕ την επίλυση του προβλήματος, ο οποίος δημιούργησε μία ειδική επιτροπή για την Παλαιστίνη (UNSCOP). Υπέβαλε και ένα νέο σχέδιο που προέβλεπε τη διχοτόμηση τριών Αραβικών και τριών Εβραϊκών τμημάτων (οικονομικά συνδεδεμένων μεταξύ τους) και καθεστώς διεθνούς ελέγχου για την Ιερουσαλήμ.



Το σχέδιο έγινε δεκτό και από τις δύο πλευρές, όμως κατέστη ανενεργό, διότι ο ΟΗΕ δεν είχε το νόμιμο δικαίωμα δημιουργίας κράτους (Calvocoressi P., 2010, p. 491-493).

## **2.2 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟΥ ΚΡΑΤΟΥΣ ΤΟΥ ΙΣΡΑΗΛ**

Στα τέλη του έτους 1947, ξεκίνησαν εχθροπραξίες μεταξύ Αράβων και Εβραίων, όταν οι Εβραίοι θέλησαν να έχουν υπό τον έλεγχό τους τις περιοχές που τους είχαν αποδοθεί κατά καιρούς, σύμφωνα με τα προτεινόμενα σχέδια των συμφωνιών των προηγούμενων ετών. Οι Βρετανοί αποσύρονται τον Μάιο του 1948, όντας ανήμποροι να αποτρέψουν την εποικιστική συμπεριφορά των Εβραίων, με αποτέλεσμα να καταστεί αδύνατη η αποτελεσματική παρέμβασή τους στην ροή των γεγονότων. Με την αποχώρηση των Βρετανικών δυνάμεων, ανακηρύσσεται η ίδρυση του κράτους του Ισραήλ με πρώτο πρωθυπουργό τον Μπεν Γκουριόν. Η δημιουργία του Ισραήλ αποτελούσε ιδιαίζον φαινόμενο, διότι το κράτος αυτό ήταν στη συνείδηση των Εβραίων, ένα είδος ενσάρκωσης της συλλογικής τους μνήμης, καθώς θεωρήθηκε δικαίωση του έθνους τους μετά από τα αποτρόπαια εγκλήματα των Ναζί εις βάρος τους.

Αμέσως μετά τη διακήρυξη της ανεξαρτησίας του Ισραήλ, ξέσπασε ο πρώτος Αραβοϊσραηλινός πόλεμος, κατά τη διάρκεια του οποίου οι Ισραηλινές δυνάμεις κατάφεραν να θέσουν υπό τον έλεγχό τους το 78% της έκτασης της Παλαιστίνης, εκτοπίζοντας κατ' αυτόν τον τρόπο μεγάλο αριθμό Παλαιστινίων από πόλεις και χωριά. Οι εχθροπραξίες τερματίστηκαν με την Αραβοϊσραηλινή συμφωνία κατάπαυσης του πυρός το έτος 1949 – ένα σύνολο συμφωνιών που υπογράφηκαν μεταξύ του Ισραήλ και των εμπλεκομένων Αραβικών κρατών (Αίγυπτος, Συρία, Λίβανος, Ιράκ και Ιορδανία) – βάσει της οποίας καθορίζονταν τα σύνορα του νεοσύστατου κράτους του Ισραήλ, περιλαμβανομένων και εδαφών γειτονικών αραβικών χωρών, τα οποία κατέλαβαν οι Ισραηλινοί στο πόλεμο του 1948. Η συμφωνία, επίσης, προέβλεπε ότι η Δυτική Όχθη θα παρέμεινε υπό Ιορδανική διοίκηση ενώ η Λωρίδα της Γάζας υπό Αιγυπτιακή (Calvocoressi, 2010, p. 495-502, Ραφαηλίδης Β., 1998, p. 340-345).

## **2.3 Ο ΠΟΛΕΜΟΣ ΤΩΝ ΕΞΙ ΗΜΕΡΩΝ**

Μετά από αρκετές εβδομάδες απειλών πολέμου και εχθρικών ενεργειών η Αίγυπτος, με άλλα Αραβικά κράτη, κινεί μεγάλες δυνάμεις κατά μήκος του Σινά, προς τα Ισραηλινά σύνορα και ταυτοχρόνως παραγγέλλει στην ειρηνευτική δύναμη των Ηνωμένων Εθνών, να εγκαταλείψει την περιοχή. Τα στενά του Τιράν κλείνουν και πάλι για την Ισραηλινή ναυσιπλοΐα. Το Ισραήλ

ξεκινά επίθεση εναντίον τους. Η Ισραηλινή πολεμική αεροπορία καθηλώνει στο έδαφος τα συριακά και αιγυπτιακά αεροπλάνα, πριν προλάβουν οι δύο χώρες, μαζί με την Ιορδανία να κηρύξουν πόλεμο κατά του εβραϊκού κράτους. Το Ισραήλ βγαίνει νικητής και από αυτή την απόπειρα αποσταθεροποίησης του κράτους του.

Με το ξέσπασμα του τρίτου Αραβοϊσραηλινού πολέμου, γνωστού και ως πολέμου των έξι ημερών του 1967, οι Ισραηλινές δυνάμεις κατάφεραν να προσαρτήσουν τα εναπομείναντα παλαιστινιακά εδάφη, τη Δυτική Όχθη του Ιορδάνη και την ανατολική Ιερουσαλήμ – που έως τότε ήταν υπό Ιορδανικό έλεγχο – τη Λωρίδα της Γάζας, που νωρίτερα ήταν υπό Αιγυπτιακή κηδεμονία, τα Υψώματα του Γκολάν και τέλος το Αιγυπτιακό Σινά.

Από τη μία πλευρά, στο Ισραήλ, η αγωνία αλλά και η λύτρωση από τη νικηφόρα εξέλιξη του πολέμου των έξι ημερών του '67, οδήγησε στην αδιάλλακτη στάση της ηγεσίας και του λαού, διαρκές πια χαρακτηριστικό της πολιτικής των Ισραηλινών.

Από την άλλη πλευρά, τούτη η εξέλιξη προκάλεσε μεγάλη εισροή Παλαιστίνιων προσφύγων σε γειτονικές αραβικές χώρες. Η ταπεινωτική ήττα των αραβικών κρατών ενίσχυσε την πεποίθηση των Παλαιστίνιων ότι ήταν μάταιο να βασίζονται στην αρωγή των υπόλοιπων αραβικών χωρών, για να ανακαταλάβουν τα χαμένα τους εδάφη στην Παλαιστίνη. Ωστόσο, η συναισθηματική στήριξη του υπόλοιπου αραβικού κόσμου εδραίωσε την πεποίθησή τους, πως είχαν το δικαίωμα να εμποδίσουν τις αραβοϊσραηλινές συμφωνίες.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι το 1959 ιδρύθηκε το κίνημα Φατάχ, το «Κίνημα Απελευθέρωσης της Παλαιστίνης» με αρχηγό τον Γιασέρ Αραφάτ και μερικά χρόνια αργότερα (1964), ιδρύεται μια οργάνωση ονομαζόμενη «Οργάνωση για την Απελευθέρωση της Παλαιστίνης» (ΟΑΠ) ή Palestine Liberation Organization (PLO), με αρχηγό επίσης τον Γιασέρ Αραφάτ, ο οποίος το έτος 1968 απαιτεί άμεση ίδρυση παλαιστινιακού κράτους. Ο ρόλος και η δράση των προαναφερθέντων οργάνωσεων θα αναλυθεί εκτενέστερα σε επόμενη ενότητα (Calvocoressi, 2010 p. 526-538, Ραφαηλίδης Β., 1998, p. 348-350, Ajchenbaum Y., 2004, p.46).

## **2.4 Ο ΠΟΛΕΜΟΣ ΤΟΥ ΓΙΟΜ ΚΙΠΟΥΡ**

Σε άλλη μία απόπειρα καταστροφής του Ισραήλ, η Αίγυπτος και η Συρία εξαπέλυσαν ταυτόχρονες αιφνιδιαστικές επιθέσεις ενάντια των Ισραηλινών για την ανακατάληψη της χερσονήσου του Σινά.

Τον Οκτώβρη του 1973, το Ισραήλ αιφνιδιάστηκε από την διμέτωπη επίθεση των Αράβων που εκδηλώθηκε την ημέρα της θρησκευτικής εορτής Γιόμ Κιπούρ. Τα αιγυπτιακά

στρατεύματα αναπτύχθηκαν κατά μήκος της Διώρυγας του Σουέζ και έπληξαν ισραηλινές θέσεις, ενώ τα συριακά προωθήθηκαν στα Υψώματα του Γκολάν. Ωστόσο, η έλλειψη συντονισμού των δυνάμεων και των κινήσεων που χαρακτήριζε τα στρατεύματα των δύο αραβικών χωρών είχε ως αποτέλεσμα οι Ισραηλινοί να αντιμετωπίσουν επιτυχώς αυτή την αιφνιδιαστική επίθεση και να συνάψουν συμφωνία κατάπαυσης του πυρός προς όφελός τους. Οι συμφωνίες καταπαύσεως του πυρός με την Αίγυπτο αντικαταστάθηκαν από μια σειρά άλλων συμφωνιών – που μεσολάβησαν στα έτη 1974,1975 – και οι οποίες θεωρούνται ως πρόδρομοι της Συνθήκης Ειρήνης μεταξύ Αιγύπτου και Ισραήλ τον Μάρτιο του 1979. Η συμφωνία καταπαύσεως του πυρός με την Συρία οδήγησε το Ισραήλ να αποσυρθεί από τα υψώματα του Γκολάν (Calvocoressi, 2010, p. 540-547, Ajchenbaum Y., 2004, p.46) .

## **2.5 Η ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΤΟΥ ΚΑΜΠ ΝΤΕΙΒΙΝΤ**

Τον Σεπτέμβριο του 1978 οι Ηνωμένες Πολιτείες ανέλαβαν τον ρόλο του μεσολαβητή για την επίτευξη συμφωνίας μεταξύ Ισραήλ και Αιγύπτου. Σε μια τριήμερη διάσκεψη στο Κάμπ Ντέιβιντ της πολιτείας Μέριλαντ των Ηνωμένων Πολιτειών, οι ΗΠΑ έπεισαν τις δύο χώρες να συμφωνήσουν σε ένα γενικό πλαίσιο επίλυσης του Μεσανατολικού ζητήματος. Με αυτό το σχέδιο οριζόταν η σταδιακή αποχώρηση των Ισραηλινών από τη Δυτική Όχθη και τη Γάζα καθώς και η ίδρυση ενός αυτόνομου παλαιστινιακού κράτους, στο οποίο η παρουσία των Ισραηλινών σταδιακά θα μειωνόταν μέχρι της πλήρους αποχώρησής τους. Η εν λόγω συμφωνία είχε ως αποτέλεσμα την ανάκτηση της χερσονήσου του Σινά από τους Αιγυπτίους, την μη αναγνώριση των Παλαιστινίων ως εθνική οντότητα και την μη πρόβλεψη σχηματισμού παλαιστινιακού κράτους στο άμεσο μέλλον. Με την συμφωνία αυτή, η Αίγυπτος επιθυμούσε να στηρίξει τα δικαιώματα των Παλαιστινίων δέχθηκε όμως σφοδρή κριτική από ολόκληρο τον αραβικό κόσμο για τον χειρισμό του Παλαιστινιακού ζητήματος (Calvocoressi, 2010, p. 553-559, Σακκάς Γ., 2015 p. 43-44).

## **2.6 Η ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΤΟΥ ΟΣΛΟ Ι ΚΑΙ ΟΣΛΟ ΙΙ**

Το έτος 1987, γίνεται η πρώτη μεγάλη εξέγερση των Παλαιστινίων, η γνωστή ως Ιντιφάντα, η οποία οδηγεί σε αδιέξοδο το Ισραήλ. Δημιούργησε τα πρώτα ένοπλα παλαιστινιακά τμήματα, προκαλώντας μεγάλη ανησυχία στην εβραϊκή κοινότητα και την οδήγησε σε επανασχεδιασμό και λήψη μέτρων αντίδρασης της διαμορφωθείσας πραγματικότητας. Έτσι, ένας νέος κύκλος συνομιλιών ξεκίνησε στο Όσλο, μετά από πρωτοβουλία της Οργάνωσης για την

Απελευθέρωση της Παλαιστίνης (ΟΑΠ), την οποία αντιμετώπισαν θετικά αρκετοί Ισραηλινοί. Το αποτέλεσμα των διαβουλεύσεων ήταν η υπογραφή μιας συμφωνίας, βάσει της οποίας, από την μία πλευρά, το Ισραήλ αναγνώρισε την ΟΑΠ ως νόμιμο εκπρόσωπο των Παλαιστινίων ενώ, από την άλλη πλευρά, η ΟΑΠ αναγνώρισε το κράτος του Ισραήλ και συμφώνησε να αποκηρύξει την χρήση βίας. Υπό αυτούς τους όρους, η συμφωνία επρόκειτο να υλοποιηθεί σε διάστημα έξι ετών και σε τρία στάδια. Στο πρώτο στάδιο, οι Ισραηλινοί θα αποχωρούσαν από τη Λωρίδα της Γάζας, από τη Δυτική Όχθη και άλλες επτά πόλεις, ενώ παράλληλα θα παραχωρούσαν διοικητικές αρμοδιότητες στην ΟΑΠ. Στο δεύτερο στάδιο, οι Παλαιστίνιοι θα αναλάμβαναν τη διοίκηση των υπόλοιπων περιοχών της Δυτικής Όχθης και θα επιτρεπόταν η ελεύθερη μετακίνηση των πολιτών σε όλες τις υπό παλαιστινιακή διοίκηση περιοχές. Στο τρίτο στάδιο, θα διεξάγονταν συνομιλίες για την διευθέτηση του ζητήματος των εκατό σαράντα (140) ισραηλινών οικισμών στην περιοχή της Ιερουσαλήμ.

Παρ' όλο που η υλοποίηση του πρώτου σταδίου εξελίχθηκε ομαλά και το δεύτερο στάδιο υλοποιήθηκε μερικώς και με καθυστέρηση ενός χρόνου, λόγω της δυσπιστίας των δύο πλευρών, οι δύο λαοί οδηγήθηκαν σε νέες συγκρούσεις, με αποτέλεσμα να ξεσπάσει μία δεύτερη μεγάλη εξέγερση, η Ιντιφάντα του 2000, η οποία κατεστάλη από τον ισραηλινό στρατό.

Παρότι η εν λόγω συμφωνία ρύθμιζε ορισμένα ζητήματα, δεν έδωσε ριζική λύση στο πρόβλημα, διότι δεν ασχολήθηκε με μια σειρά καίριων προβλημάτων, όπως με το μέλλον της Ιερουσαλήμ, τις αποικίες, και τους πρόσφυγες του '48. Τα ζητήματα αυτά θα επιλύονταν σε νέο κύκλο διαπραγματεύσεων (Όσλο II) (Isaac, J. & Majed, R., 2002).

Εν συνεχεία, ξεκινούν νέες συνομιλίες, δύο χρόνια αργότερα (1995), στην Τάμπα της Αιγύπτου, όπου και συμφωνήθηκε η επέκταση των αυτόνομων παλαιστινιακών εδαφών. Βάσει αυτής της συνθήκης, η εδαφική επικράτεια της Δυτικής Όχθης χωρίζεται σε τρεις περιοχές:

- Περιοχή Α: Συμπεριλαμβάνονται όλες οι περιοχές όπου η Παλαιστινιακή Αρχή (Π.Α.) έχει τον πλήρη έλεγχο. Σε αυτήν την κατηγορία εντάσσονται οι πόλεις της Γάζας και της Ιεριχούς καθώς και τα επτά μεγαλύτερα αστικά κέντρα της Δυτικής Όχθης. Στις περιοχές αυτές προβλέπεται η πλήρης αποχώρηση των Ισραηλινών στρατευμάτων.
- Περιοχή Β: Συμπεριλαμβάνονται οι περιοχές στις οποίες οι αρμοδιότητες της Π.Α. περιορίζονται στη διευθέτηση των εσωτερικών υποθέσεων, ενώ την αστυνόμευση αναλαμβάνει η Ισραηλινή Αρχή. Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται 450 πόλεις και χωριά της Δυτικής Όχθης. Η ισχύς των ρυθμίσεων αυτών ορίζεται στους 18 μήνες. Μετά το πέρας των

18 μηνών τα εδάφη που συμπεριλαμβάνονται στην περιοχή Β θα έπρεπε να εκχωρηθούν στην περιοχή Α.

- Περιοχή Γ: Υπόκειται στον πλήρη Ισραηλινό έλεγχο. Συμπεριλαμβάνονται κυρίως εβραϊκοί αποικισμοί και περιοχές στρατηγικής σημασίας για το Ισραήλ. Η ενδιάμεση συμφωνία, επίσης, περιλαμβάνει τη μεταφορά εδαφών της κατηγορίας αυτής στην Παλαιστινιακή δικαιοδοσία εκτός των αποικιών και των περιοχών που ορίζονται ως στρατιωτικές ζώνες. ([http://www.palestinefacts.org/pf\\_1991to\\_now\\_oslo\\_accords\\_2.php](http://www.palestinefacts.org/pf_1991to_now_oslo_accords_2.php))

Αυτό σημαίνει ότι το 95% των εδαφών της Δυτικής Όχθης και της Λωρίδας της Γάζας, δύο χρόνια μετά την υπογραφή των δυο συμφωνιών στο Όσλο, θα έπρεπε να εμπίπτουν στη δικαιοδοσία των Παλαιστινίων. Παρά τις συμφωνίες που είχαν συναφθεί, η μεγάλη πλειοψηφία των εδαφών ανήκε στο Ισραήλ, που κατείχε τον πλήρη έλεγχο αυτών. Και οι δύο πλευρές αθέτησαν πολλές από τις διατάξεις της συμφωνίας (Isaac, J. & Majed, R., 2002).

Όπως προέβλεπαν οι παραπάνω συμφωνίες, τον Ιούλιο του 2000, εκπρόσωποι και από τις δύο πλευρές συναντήθηκαν στο Κάμπ Ντέιβιντ των Ηνωμένων Πολιτειών για να ολοκληρώσουν την ειρηνευτική διαδικασία, και να διευθετήσουν τα ανωτέρω μείζονα θέματα. Παρά τις προσπάθειες που πραγματοποιήθηκαν και από τις δυο πλευρές δεν βρέθηκε μια κοινά αποδεκτή λύση. Το μέλλον της Ιερουσαλήμ αποτέλεσε το μήλο της έριδος και η τελική συμφωνία δεν επιτεύχθηκε ποτέ.

## **2.7 ΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΤΗΣ ΓΑΖΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΧΑΜΑΣ**

Η Χαμάς (ή Κίνημα Ισλαμικής Αντίστασης) – που στα αραβικά σημαίνει ζήλος ή θάρρος – είναι μια παλαιστινιακή παραστρατιωτική οργάνωση και παράλληλα πολιτικό κόμμα που ιδρύθηκε τον Δεκέμβρη του 1987, αμέσως μετά την έναρξη της πρώτης Ιντιφάντα.

Αποτελεί μια μαχητική οργάνωση και συγχρόνως και ένα μαζικό κοινωνικό, πολιτικό και θρησκευτικό κίνημα δομημένο σε τρεις Πτέρυγες. Η πρώτη Πτέρυγα, είναι το πολιτικό σκέλος, με επικεφαλής, μέχρι το 2005, τον Σεΐχη Αχμάντ Γιασίν. Η δεύτερη Πτέρυγα, είναι η υπηρεσία πληροφοριών, η οποία εκτός από καθήκοντα εσωτερικής αστυνόμευσης στη Γάζα προβαίνει και σε εκτελέσεις παλαιστινίων «συνεργατών» του Ισραήλ. Η τρίτη Πτέρυγα, είναι μια υπηρεσία «ηθικής» ασφάλειας, που καταδιώκει όσους παραβιάζουν τον Ισλαμικό νόμο. Η οργάνωση τούτη είναι υπεύθυνη για πολλές επιθέσεις αυτοκτονίας εντός του Ισραήλ, της Δυτικής Όχθης, της Γάζας και ευθύνεται για πολλές άλλες ενέργειες, που διάφοροι τις αποκαλούν τρομοκρατικές και άλλοι πράξεις αντίστασης, αναλόγως της οπτικής γωνίας

εξέτασης των γεγονότων. Η πρακτική αυτή αποτελεί κατάφωρη παραβίαση των συμφωνιών του Όσλο, όπως και το γεγονός ότι οι Ισραηλινοί δεν προέβησαν στην κατεδάφιση των εβραϊκών οικισμών ως όφειλαν (<https://www.britannica.com>).

### **2.7.1 ΣΧΕΣΕΙΣ ΧΑΜΑΣ ΜΕ ΙΣΡΑΗΛ**

Η Χαμάς απορρίπτει κάθε επαφή με το Ισραήλ και δεν αναγνωρίζει το κράτος του. Αρνούμενη οποιαδήποτε ειρηνευτική διαδικασία και διεθνή συνδιάσκεψη, θεωρώντας αυτές τις ενέργειες ανεπαρκείς να αποδώσουν δικαιοσύνη ή να αποκαταστήσουν τα δικαιώματα των καταπιεσμένων Παλαιστινίων, υποστήριξε ότι λύση για το Παλαιστινιακό ζήτημα αποτελεί η καταστροφή του κράτους του Ισραήλ. Η Χαμάς θεωρεί ότι η γη της Παλαιστίνης, στην οποία συμπεριλαμβάνεται όλο το σημερινό Ισραήλ, χωρίς τα υψώματα του Γκολάν (που ανήκουν στην Συρία και κατελήφθησαν από το Ισραήλ το 1967) είναι η Ισλαμική πατρίδα (Ιερή γη) για τις επερχόμενες γενιές των Μουσουλμάνων μέχρι την Ημέρα της Κρίσεως, που δεν μπορεί να παραδοθεί σε μη μουσουλμάνους. Μια ακόμη βασική της θεώρηση αποτελεί το γεγονός ότι η Τζιχάντ (Ιερός Πόλεμος) είναι ο μόνος τρόπος για την απελευθέρωση της Παλαιστίνης από το Ισραήλ, κατακτητή αυτής της γης, καθώς θρησκευτικό καθήκον κάθε μουσουλμάνου (και όχι μόνο για τους Παλαιστίνιους) είναι να εξαφανίσει το κράτος του Ισραήλ.

Η Χαμάς είχε διαφοροποιηθεί σε πολλά σημεία από την ΟΑΠ και μετέπειτα Φατάχ, του Γιασέρ Αραφάτ. Ειδικότερα, δεν συμφώνησε με τη συνθήκη του Όσλο και αρνήθηκε κατηγορηματικά την οποιαδήποτε επαφή με το Ισραήλ. Στόχος της οργάνωσης είναι να σηκώσει το λάβαρο του Θεού σε κάθε γωνιά της Παλαιστίνης και να εξαφανίσει το Ισραήλ και κάθε άλλο λαϊκό παλαιστινιακό κράτος, που μπορεί να ιδρυθεί, και να το αντικαταστήσει με μια Ισλαμική Δημοκρατία. Με την έναρξη της δεύτερης Ιντιφάντα (2000), η Χαμάς συμμετείχε ενεργά μόνη της, αλλά και συνεργαζόμενη με την Φατάχ, σε πολλές βομβιστικές επιθέσεις και επιθέσεις αυτοκτονίας κατά του Ισραήλ, με δεκάδες νεκρούς και εκατοντάδες τραυματίες. Το Ισραήλ καταδίκασε τα ηγετικά στελέχη της Χαμάς σε θάνατο και άρχισε έναν αγώνα επιλεκτικών εκτελέσεων των ηγετικών στελεχών των Παλαιστινιακών οργανώσεων που εμπλέκονταν σε βομβιστικές επιθέσεις και άλλες μορφές βίας εναντίον του.

Στις αρχές του έτους 2005, ο Μαχμούτ Αμπάς εξελέγη πρόεδρος αναλαμβάνοντας την ηγεσία της Φατάχ και της ΟΑΠ. Όλες οι παλαιστινιακές οργανώσεις, συμπεριλαμβανομένης και της Χαμάς, συμμετείχαν τον Μάρτιο του 2005 στη διάσκεψη του Καΐρου, όπου αποφασίστηκε η «Ταχαντίγιε», δηλαδή η αναστολή των επιθέσεων εναντίον του Ισραήλ, καθώς διέβλεπαν το αδιέξοδο του αγώνα. Πράγματι, μετά από αυτή τη διάσκεψη, οι βομβιστικές επιθέσεις

αυτοκτονίας εναντίον του Ισραήλ μειώθηκαν δραστικά, και λόγω των κατασταλτικών μέσων και του συνεχώς επεκτεινόμενου Τείχους που χωρίζει Ισραηλινούς και Παλαιστίνιους. Με την απόφαση του τότε πρωθυπουργού του Ισραήλ, Αριέλ Σαρόν, για μονομερή και οριστική αποχώρηση από τη λωρίδα της Γάζας, αναθερμάνθηκαν οι ελπίδες για την επανέναρξη των ειρηνευτικών διαδικασιών και δημιουργήθηκαν περαιτέρω ελπίδες για καλύτερες προοπτικές επίλυσης του Παλαιστινιακού προβλήματος. Μετά από αυτές τις εξελίξεις, η Χαμάς αποφάσισε να συμμετάσχει στις επικείμενες βουλευτικές εκλογές της Παλαιστινιακής Αρχής (Π.Α.) τον Ιανουάριο 2006, στις οποίες κέρδισε τις εκλογές και ο πρόεδρος της Π.Α. Μαχμούτ Αμπάς ανέθεσε τον σχηματισμό κυβέρνησης στη Χαμάς.

Ο πρόεδρος Αμπάς ήταν ο μόνος αποδεκτός εκπρόσωπος της παλαιστινιακής πλευράς και μόνιμος συνομιλητής με το Ισραήλ, τις ΗΠΑ, την Ε.Ε. και γενικά με την διεθνή κοινότητα, ενώ η Χαμάς δεν αναγνωριζόταν και παρέμενε στο περιθώριο, αποκλεισμένη και απομονωμένη, ανυποχώρητη στις αδιάλλακτες θέσεις και απόψεις της.

Εγκλωβισμένη η Χαμάς στις διακηρύξεις της και αρνούμενη οποιαδήποτε επαφή με το Ισραήλ, άρχισε πόλεμο εκτοξεύοντας πυραύλους εναντίον του τελευταίου και προβαίνοντας σε τρομοκρατικές ενέργειες, όπως επιθέσεις βομβιστών αυτοκτονίας, παγιδεύσεις δρόμων, οχημάτων κλπ.

Με την έναρξη της Ισραηλινής επίθεσης στη Γάζα, η Χαμάς έκανε επίδειξη των αυξημένων πυραυλικών δυνατοτήτων της, αφού έπληξε και άλλες πόλεις. Αποτέλεσμα ήταν τόσο οι ΗΠΑ, όσο και η Ε.Ε., να σταματήσουν τη διάθεση οικονομικής βοήθειας προς την Π.Α. εξαιτίας της αδιάλλακτης στάσης της Χαμάς και της μη αναγνώρισης του κράτους του Ισραήλ εκ μέρους της. Στην ουσία σταμάτησε η χρηματοδότηση προς τη Χαμάς και τους κατοίκους της Γάζας και τα χρήματα πήγαιναν στη διοίκηση της Δυτικής Όχθης, στον Πρόεδρο της Π.Α. Μαχμούτ Αμπάς και στην Φατάχ. Ουσιαστικά, η μόνη δίοδος ανεφοδιασμού της Γάζας που απέμεινε ήταν τα υπόγεια τούνελ μεταξύ Γάζας και Αιγύπτου. Τη δίοδο αυτή χρησιμοποιούσαν και για την μεταφορά όπλων. Η κατάσταση οδηγήθηκε σε αδιέξοδο και στη συνέχεια χειροτέρευσε, με αποτέλεσμα, οι Παλαιστίνιοι να χωριστούν, δηλαδή η Φατάχ να ελέγχει τη Δυτική Όχθη και η Χαμάς τη Γάζα.

Τον Δεκέμβρη 2008, οι Ισραηλινοί επιτίθενται ξαφνικά στη Γάζα και επιχειρούν συνεχείς βομβαρδισμούς για επτά ημέρες. Οι Ισραηλινές δυνάμεις προσπάθησαν να καταστρέψουν στρατιωτικές βάσεις, αποθήκες όπλων και πυρομαχικών και να προκαλέσουν μεγάλη φθορά στους μαχητές της Χαμάς. Αφού βομβάρδισαν στρατιωτικούς στόχους αλλά και κατοικίες αμάχων και σχολεία, η Ισραηλινή ηγεσία έκρινε ότι επετεύχθησαν οι στόχοι της επιχείρησης,

αποφάσισε μονομερώς την κατάπαυση του πυρός και σε λίγες ημέρες αποσύρθηκαν από την Γάζα.

Η αντιπαλότητα ανάμεσα στους Ισραηλινούς και τους Παλαιστίνιους ενισχύθηκε από την διεθνώς παρατηρούμενη τάση επέκτασης του Ισλάμ με κάθε τρόπο και μέσο, γεγονός που συνεχίζεται μέχρι και τις μέρες μας.

Αξίζει να τονιστεί και μία άλλη πλευρά της Χαμάς, δηλαδή η φιλανθρωπική της δράση και το κοινωνικό της έργο, που την καθιστούσαν εξαιρετικά δημοφιλή στους κατοίκους της λωρίδας της Γάζας. Πίστευαν ότι με τη σκληρή πολιτική της, η Χαμάς θα μπορούσε να διαπραγματευτεί, καλύτερα από τη Φατάχ, τα δικαιώματά τους. Γνώριζαν, όμως, ότι κινδύνευαν να χάσουν περισσότερα με την αδιάλλακτη στάση αυτής, αλλά προτίμησαν το ρίσκο από την τελμάτωση (O'Donnell C.M., 2008, Pape, 2003, Tamimi A., 2007, Gunning J., 2008).

### **2.7.2 Η ΑΝΤΙΠΑΛΟΤΗΤΑ ΦΑΤΑΧ – ΧΑΜΑΣ**

Οι δύο κύριοι – και αντίπαλοι – πόλοι της παλαιστινιακής πολιτικής σκηνής είναι οι οργανώσεις Φατάχ και Χαμάς. Η πρώτη αποτέλεσε συνιστώσα της ΟΑΠ καθώς και βασική συνιστώσα της Παλαιστινιακής Εθνικής Αρχής, που προέκυψε ως επίσημη αντιπροσωπευτική αρχή των Παλαιστίνιων από τις συμφωνίες του Όσλο. Έχοντας πιο μετριοπαθές προφίλ και δίνοντας εξωστρεφή προσανατολισμό στον αγώνα, πέτυχε να γίνει αποδεκτή από το Δυτικό κόσμο ως εκπρόσωπος του Παλαιστινιακού λαού και να αναδείξει το Παλαιστινιακό ζήτημα.

Η διαμάχη ανάμεσα τους ξεκίνησε μετά από τις συμφωνίες του Όσλο που έθεσαν τέλος στην πρώτη Ιντιφάντα το έτος 1993. Με μυστικές συνομιλίες, η Φατάχ συμφώνησε, ως εκπρόσωπος των Παλαιστίνιων, στην αναγνώριση του Ισραηλινού κράτους με αντάλλαγμα την αυτονομία της Γάζας, της Δυτικής Όχθης και την ίδρυση της Παλαιστινιακής Εθνικής Αρχής. Οι συμφωνίες αυτές θεωρήθηκαν από πολλούς προδοσία του σκοπού του αγώνα, ενώ η Χαμάς αρνήθηκε να τις αναγνωρίσει και να συμμετάσχει στις επερχόμενες εκλογές (Schanzer J. 2008).

## **2.8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ**

Η ανωτέρω ιστορική αναδρομή δίνει το έναυσμα και την ευκαιρία στους ποσοτικούς μελετητές να μοντελοποιήσουν την συγκεκριμένη διαμάχη, παρέχοντας προβλέψεις με σημαντικά συμπεράσματα για την ενδεχόμενη εξέλιξη του Μεσανατολικού ζητήματος. Με αυτό τον τρόπο δίνεται μία νέα ευκαιρία στους ιστορικούς – πολιτικούς αναλυτές να



προσεγγίσουν νέες διπλωματικές λύσεις αντιμετώπισης ή επίλυσης αυτού του ζητήματος υπό το πρίσμα της δικής τους θεωρητικής σκοπιάς.

Η παρούσα ιστορική ανασκόπηση θα αποτελέσει τον βασικό πυρήνα για την ερμηνεία της συμπεριφοράς του κάθε λαού στον πόλεμο, καθώς επίσης και χρήσιμο εργαλείο στην μοντελοποίηση της μεταξύ τους διαμάχης μέσω των Δυναμικών Συστημάτων. Ειδικότερα, παρατηρήθηκε, από την μία πλευρά, η έντονη επιθετική – επεκτατική πολιτική των Ισραηλινών, και από την άλλη πλευρά, η συγκριτικά πιο ήπια πολιτική αντίδραση των Παλαιστινίων στον πόλεμο. Ο τρίτος παράγοντας – χώρα, Αίγυπτος, λόγω της στρατιωτικής και πολιτικής της δύναμης διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο στις σχέσεις των δύο λαών. Η Αίγυπτος ως παρεμβατικός «ρυθμιστής» συμμαχώντας με τους Παλαιστινίους αποτελεί σημαντική παράμετρο, που ενδεχομένως θα ασκήσει μεγάλη επιρροή στην εξέλιξη μελλοντικών συγκρούσεων.

Στην επόμενη ενότητα θα παρουσιάσουμε την δυναμική μελέτη της Αραβοϊσραηλινής διαμάχης χρησιμοποιώντας το μοντέλο ανταγωνιστικών εξοπλισμών.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> : ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

## 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε το μοντέλο ανταγωνιστικών εξοπλισμών που ανέπτυξε ο Saperstein για τρεις χώρες και θα το αναλύσουμε με τη βοήθεια του προγράμματος *E & F Chaos* (Diks et al., 2008), για το σχεδιασμό των διαφόρων διαγραμμάτων, μέσω των οποίων γίνεται η προσομοίωση και η μελέτη του συστήματός μας. Πριν εμβαθύνουμε όμως στην ανάλυση του μοντέλου, θα ήταν χρήσιμο να αναφερθούν επιγραμματικά κάποιοι ορισμοί, που θα βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας που θα ακολουθήσει.

## 3.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

~ Η **θεωρία του Χάους** μελετά τη συμπεριφορά ορισμένων μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων, ιδιαίτερα ευαίσθητων στις αρχικές συνθήκες. Μικρές διαφορές στις αρχικές συνθήκες (όπως αυτές που οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης στους αριθμητικούς υπολογισμούς) αποδίδουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα για τα δυναμικά συστήματα, καθιστώντας τη μακροπρόθεσμη πρόβλεψη αδύνατη γενικά, παρ' όλο που αυτά (τα συστήματα) είναι αιτιοκρατικά («ντετερμινιστικά»). Αυτό σημαίνει ότι η μελλοντική συμπεριφορά τους καθορίζεται πλήρως από τις αρχικές συνθήκες τους, χωρίς να εμπλέκονται τυχαίες παράμετροι. Με άλλα λόγια, η ντετερμινιστική φύση αυτών των συστημάτων δεν τα κάνει προβλέψιμα. Αυτή η συμπεριφορά είναι γνωστή ως **ντετερμινιστικό Χάος**, ή απλά **Χάος**. Αυτό συνοψίζεται από τον Edward Lorenz ως εξής: «*Χάος: Όταν το παρόν καθορίζει το μέλλον, αλλά η προσέγγιση του παρόντος δεν προσδιορίζει κατά προσέγγιση το μέλλον*». Χαοτική συμπεριφορά μπορεί να παρατηρηθεί σε πολλά φυσικά συστήματα, όπως στο καιρό, στην ατμόσφαιρα, στο ηλιακό σύστημα, στις τεκτονικές πλάκες, στα οικονομικά συστήματα καθώς και στην εξέλιξη (μεταβολή) των πληθυσμών (Shone, 2002).

~ **Πολυπλοκότητα** είναι ένα άλλο είδος συμπεριφοράς του συστήματος που συνδέεται στενά με το Χάος. *Πολύπλοκο σύστημα* είναι το σύστημα στο οποίο υπάρχουν πολλά ανεξάρτητα στοιχεία που αλληλεπιδρούν συνεχώς και αυθόρμητα με περίτεχνες δομές κατά το πέρασμα του χρόνου. Η πολυπλοκότητα χαρακτηρίζεται από:

- Έναν μεγάλο αριθμό παρόμοιων αλλά και ανεξάρτητων στοιχείων ή παραγόντων.
- Επίμονη κίνηση των στοιχείων ή άλλων παραγόντων.

- Προσαρμοστικότητα, έτσι ώστε το σύστημα να προσαρμόζεται στις νέες καταστάσεις για την εξασφάλιση της επιβίωσης.
- Την εξέλιξη της πολυπλοκότητας, έτσι ώστε το σύστημα να γίνεται όλο και μεγαλύτερο και πιο εξελιγμένο με την πάροδο του χρόνου.

Όπως και με το χάος, η συμπεριφορά των πολύπλοκων συστημάτων δεν μπορεί να προβλεφθεί. Επίσης, δεν τηρεί την αρχή της προσθετικότητας, δηλαδή τα στοιχεία του δεν μπορούν να διαιρεθούν και να μελετηθούν μεμονωμένα. Τα πολύπλοκα συστήματα δε, μπορούν να εξελίσσονται φυσιολογικά σε μία κατάσταση, η συμπεριφορά των οποίων βρίσκεται στα όρια μεταξύ τάξης και αταξίας.

Τέλος, η *θεωρία του Χάους* όπως και η *θεωρία της Πολυπλοκότητας* είναι πολύ χρήσιμες, διότι βοηθούν στη διερεύνηση του διεθνούς συστήματος, των στρατηγικών θεμάτων και μας προετοιμάζουν για το απροσδόκητο (Valle Vicente, 2000).

~ **Ευστάθεια**: είναι η βασική ιδιότητα που χαρακτηρίζει τη λειτουργία ενός δυναμικού συστήματος. Όταν ένα σύστημα υποστεί μία διαταραχή και τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας κοντά στην αρχική, χαρακτηρίζεται ως **ευσταθές**. Αντίθετα, χαρακτηρίζεται **ασταθές** όταν μετά από κάποια διαταραχή δεν επανέρχεται σε μόνιμη κατάσταση ή όταν η μόνιμη κατάσταση δεν είναι αποδεκτή.

~ **Ελκυστής (attractor)** ονομάζεται το σταθερό σύνολο σημείων στο οποίο συγκλίνει η τροχιά με την πάροδο του χρόνου. Αντίθετα, αν η τροχιά αποκλίνει από το σταθερό σύνολο, έχουμε **απωθητή (repellor)**. Είναι γνωστό ότι, τα μη γραμμικά δυναμικά συστήματα μπορεί να έχουν περισσότερο από ένα ελκυστικό ή απωθητικό σημείο ισορροπίας αντίστοιχα.

~ Στα μαθηματικά, και συγκεκριμένα στα δυναμικά συστήματα, ένα **διάγραμμα διακλάδωσης (bifurcation diagram)** μας εμφανίζει τις πιθανές μακροπρόθεσμες τιμές ενός συστήματος ως συνάρτηση μίας παραμέτρου του συστήματος. Η παράμετρος αυτή που μεταβάλλουμε, ονομάζεται παραμέτρος διακλάδωσης. Επίσης, δείχνει τον τρόπο που οι ευσταθείς τροχιές αυξάνουν την περίοδό τους από 1 σε 2, από 2 σε 4, από 4 σε 8 κ.ο.κ. Δηλαδή, κάθε ένα από αυτά τα σημεία αποτελεί ένα σημείο διακλάδωσης διπλασιασμού περιόδου. Στα σημεία διακλάδωσης, για μικρές μεταβολές της παραμέτρου, παρουσιάζονται ουσιαστικές μεταβολές των τροχιών στο χώρο καταστάσεων.

~ Ένα **διάγραμμα φάσης (phase plot)**, για ένα συγκεκριμένο σύστημα, εξαρτάται από την αρχική κατάσταση του συστήματος, όπως και από αρκετές παραμέτρους. Σε ένα τέτοιο

διάγραμμα παίρνουμε τροχιές που τείνουν να συναντηθούν σε ένα συγκεκριμένο σημείο, δηλαδή έναν *ελκυστή*. Όταν ένας ελκυστής καταλαμβάνει ολόκληρη επιφάνεια χωρίς συγκεκριμένη διάταξη, τότε έχουμε την εμφάνιση ενός **παράξενου ελκυστή (strange attractor)**. Η ύπαρξη ενός παράξενου ελκυστή προκαλεί το απρόβλεπτο της συμπεριφοράς ενός συστήματος. Όσο η τιμή της παραμέτρου που επιδρά στο σύστημα αυξάνεται, η περίοδος διπλασιάζεται σε 4, μετά σε 8 και ο διπλασιασμός συνεχίζεται έως την εμφάνιση του χάους (Shone, 2002).

~ Η μελέτη του φάσματος των **εκθετών Lyapunov** είναι από τα πλέον χρήσιμα εργαλεία για να αποφανθούμε αν ένα δυναμικό σύστημα είναι χαοτικό ή όχι. Εξ ορισμού, ένα ντετερμινιστικό δυναμικό σύστημα είναι χαοτικό, όταν έχει τουλάχιστον ένα θετικό εκθέτη Lyapunov. Ένα δυναμικό σύστημα  $n$ -διαστάσεων έχει  $n$  εκθετες Lyapunov, που περιγράφουν τη δράση της δυναμικής και προσδιορίζει την εξέλιξη των τροχιών στο χώρο των φάσεων. Οι εκθετες Lyapunov εκφράζουν το μέσο ρυθμό σύγκλισης ή απόκλισης δύο γειτονικών τροχιών στο φασικό χώρο. Θετικός εκθέτης Lyapunov συνεπάγεται εκθετική απόκλιση δύο γειτονικών τροχιών και άρα απώλεια ικανότητας προβλεψιμότητας μετά από μικρό χρονικό διάστημα. Όσο μεγαλύτερος είναι ο εκθέτης Lyapunov σε μία περιοχή ενός δυναμικού συστήματος, τόσο μικρότερη είναι η προβλεψιμότητα σε αυτή την περιοχή (Saperstein, 1999).

~ **Οριακός κύκλος** ονομάζεται μία απομονωμένη, κλειστή και αναπόσπαστη καμπύλη, η οποία καλείται και *τροχιά*. Ένας οριακός κύκλος λέγεται ασυμπτωτικά ευσταθής, αν όλες οι γειτονικές τροχιές συγκλίνουν μεταξύ τους και από τις δύο πλευρές. Ενώ, ασταθής οριακός κύκλος λέγεται όταν οι γειτονικές τροχιές αποκλίνουν από όλες τις πλευρές.

Στην περίπτωση όπου το σύστημα εξισώσεων έχει θετικό ίχνος, τότε ο οριακός κύκλος αποκλίνει από το σημείο ισορροπίας. Ενώ, αν το σύστημα εξισώσεων έχει αρνητικό ίχνος, τότε οι περιοδικές κινήσεις του οριακού κύκλου συγκλίνουν σε αυτό το σταθερό σημείο (Shone, 2002).

### 3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ E & F CHAOS

Όπως είδαμε και στο δεύτερο κεφάλαιο, το μοντέλο ανταγωνιστικών εξοπλισμών του Saperstein για τρεις χώρες  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  αποτελείται από τις ακόλουθες τρεις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}X_{n+1} &= 4aY_n(1 - Y_n) + 4\varepsilon Z_n(1 - Z_n) \\Y_{n+1} &= 4bX_n(1 - X_n) + 4\varepsilon c Z_n(1 - Z_n) \\Z_{n+1} &= 4\varepsilon[X_n(1 - X_n) + cY_n(1 - Y_n)]\end{aligned}$$

όπου:

$X_n$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $X$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n$

$Y_n$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Y$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n$

$Z_n$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Z$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n$

$X_{n+1}$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $X$  στον πόλεμο κατά το έτος  $n+1$

$Y_{n+1}$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Y$  στο πόλεμο κατά το έτος  $n+1$

$Z_{n+1}$ : η «αφοσίωση» της χώρας  $Z$  στο πόλεμο κατά το έτος  $n+1$

$a$ ,  $b$  : οι παράμετροι που καθορίζουν τον τρόπο που οι δύο ανταγωνιστικές χώρες αντιδρούν στις μεταξύ τους απειλητικές δραστηριότητες. Με άλλα λόγια, οι διαφορετικές πολιτικές που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι δύο χώρες  $X$  και  $Y$ .

Για τις παραμέτρους  $a$ ,  $b$  ισχύει:  $0 < a$ ,  $b < 1$ . Από τον περιορισμό αυτόν γίνεται αντιληπτό ότι όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι η παράμετρος, για παράδειγμα,  $a$  για τη χώρα  $X$ , τόσο πιο αμυντική πολιτική χρησιμοποιεί η χώρα  $X$ . Αντιθέτως, όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι η παράμετρος  $a$ , τόσο πιο επιθετική είναι η πολιτική της χώρας. Το ίδιο ισχύει και για την παράμετρο  $b$  της χώρας  $Y$ .

$\varepsilon$  : αντιπροσωπεύει τη σύζευξη των χωρών  $X$ ,  $Y$  με την τρίτη χώρα  $Z$ . Όταν το  $\varepsilon = 0$ , το σύστημα των τριών εξισώσεων μετατρέπεται σε ένα σύστημα με δύο εξισώσεις. Καθώς το  $\varepsilon$  αυξάνεται από το μηδέν, η σύζευξη μεταξύ των χωρών  $X$  και  $Y$  και της τρίτης χώρας  $Z$  γίνεται

όλο και πιο σημαντική. Όταν το  $\varepsilon = 1$ , οι τρεις χώρες αλληλεπιδρούν εντελώς συμμετρικά μεταξύ τους, που σημαίνει ότι τα τρία έθνη συμμετέχουν ισότιμα στο ανταγωνιστικό σύστημα. Η περιοχή όπου υπάρχει σταθερότητα μικραίνει σε εμβαδόν, καθώς το  $\varepsilon$  αυξάνεται. Ως εκ τούτου, στο συγκεκριμένο μοντέλο ο Saperstein (2006) αποδεικνύει ότι ένας τριπολικός κόσμος είναι πιο επικίνδυνος από έναν διπολικό.

$c$  : αντιπροσωπεύει τις σχέσεις (εχθρικές ή όχι) με το εκάστοτε ζευγάρι χωρών. Δηλαδή, εάν  $c < 1$ , οι χώρες  $Y$  και  $Z$  είναι λιγότερο εχθρικό ζευγάρι απ' ό,τι οι χώρες  $X$  και  $Z$ . Ενώ αν  $c > 1$ , η χώρα  $Y$  αντιδρά με τη χώρα  $Z$  περισσότερο απ' ό,τι η  $X$  με τη  $Z$ .

Θα πρέπει να ισχύει:  $0 < X_n, Y_n, Z_n, X_{n+1}, Y_{n+1}, Z_{n+1} < 1$ .

### 3.4 ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Ξεκινώντας τη μελέτη μας, ορίζουμε αρχικές τιμές στις παραμέτρους  $a, b, c$ , και  $\varepsilon \in [0,1]$ , με σκοπό να λύσουμε το παραπάνω σύστημα εξισώσεων με τη βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος Maxima (5.39.0). Στη συνέχεια, υπολογίζοντας τα σημεία ισορροπίας και μεταφέροντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το πρόγραμμα E & F Chaos, μπορούμε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα διακλάδωσης και Lyapunov για την εκάστοτε περίπτωση που μελετάμε.

Οι υποθέσεις που θα εξεταστούν παρακάτω αποτελούν πιθανά σενάρια άσκησης πολιτικής των λαών στον Αραβοισραηλινό πόλεμο, όπως και του παρεμβατικού ρόλου που διαδραματίζει η Αίγυπτος στη μεταξύ τους διαμάχη.

### 3.5 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1<sup>η</sup>

Προκειμένου να αποτυπωθεί η συμπεριφορά των τριών λαών στον πόλεμο, θα ορίσουμε αρχικές τιμές στις παραμέτρους, οι οποίες θα αντιπροσωπεύουν το θεωρητικό υπόβαθρο. Συνεπώς, από την ιστορική αναδρομή του πρώτου κεφαλαίου παρατηρήσαμε ότι οι Ισραηλινοί εμφανίζουν μία επιθετική – επεκτατική συμπεριφορά. Επομένως, η τιμή της παραμέτρου  $a$  θα είναι υψηλή, δηλαδή έστω  $a = 0,8$ . Εν αντιθέσει, η συμπεριφορά των Παλαιστινίων (με βάση την ιστορική εξέλιξη) είναι πιο αμυντική, σε σχέση με τους Ισραηλινούς, και άρα η τιμή της παραμέτρου  $b$  θα είναι πιο χαμηλή, δηλαδή έστω  $b = 0,5$ . Οι άλλες δύο παράμετροι που ακολουθούν σχετίζονται με τη συμπεριφορά της Αιγύπτου. Πιο συγκεκριμένα, η παράμετρος  $c$  δηλώνει το βαθμό εχθρότητας της συμμαχίας της Αιγύπτου με τους Παλαιστινίους ως προς το Ισραήλ. Άρα η τιμή της παραμέτρου  $c$  θα είναι αρκετά χαμηλή, δηλαδή έστω  $c = 0,3$ . Τέλος, η παράμετρος  $\varepsilon$  υποδηλώνει το βαθμό παρέμβασης της Αιγύπτου στον Αραβοϊσραηλινό πόλεμο. Επομένως, αφού γνωρίζουμε από το θεωρητικό μέρος της εργασίας ότι η παρέμβασή της είναι υψηλή, θα θέταμε ως αντιπροσωπευτική τιμή την  $\varepsilon = 0,7$ .

Έχοντας λύσει το ανωτέρω σύστημα εξισώσεων, δεδομένου των παραπάνω τιμών που θέσαμε, παρουσιάζεται, εν συνεχεία, η διαγραμματική συμπεριφορά του μοντέλου, που δείχνει την εξέλιξη της κάθε παραμέτρου για το διάστημα  $[0,1]$ .

Ωστόσο, σε αυτό το σημείο, θα ήταν χρήσιμο να διευκρινιστεί ότι:

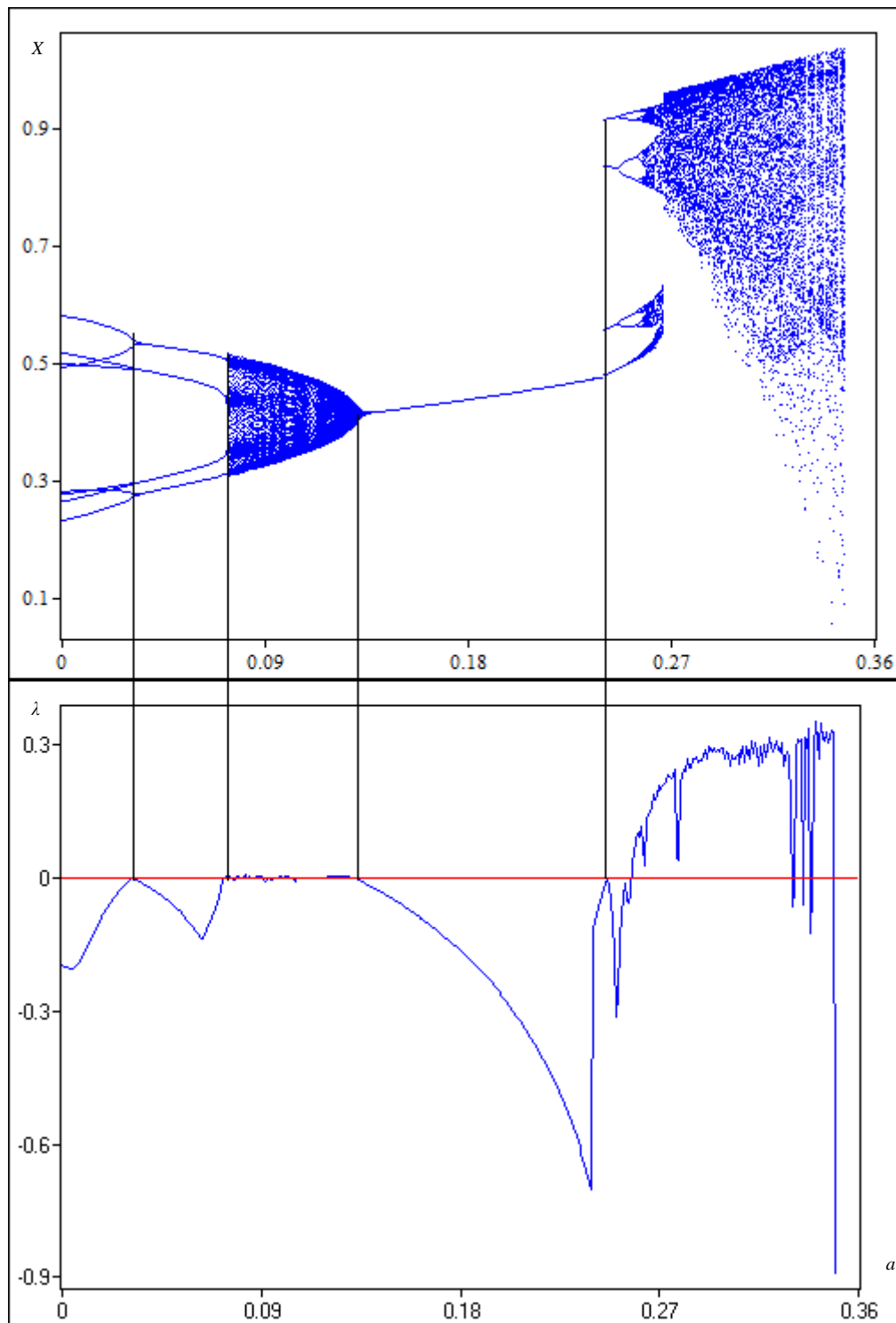
- Για κάθε περίπτωση που θα εξεταστεί, έχουμε δύο λύσεις, εκ των οποίων η μία είναι η  $(0,0,0)$ , η οποία δεν θα αναλυθεί, διότι δεν έχει νόημα ως τετριμμένη.
- Λόγω ότι δεν παρέχεται από το πρόγραμμα η δυνατότητα προβολής του υπό μελέτη τρισδιάστατου μοντέλου στις τρεις του διαστάσεις, επιλέγεται η γραφική αναπαράστασή του υπό την οπτική γωνία του άξονα  $X$ .
- Τα συμπεράσματα που θα εξαχθούν σε κάθε περίπτωση, όσον αφορά την αφοσίωση στον πόλεμο της κάθε χώρας (εφοδιασμός οπλικών συστημάτων), ερμηνεύονται από τη λύση του εκάστοτε συστήματος που μελετάμε. Ειδικότερα, η λύση του συστήματος για να είναι αποδεκτή, θα πρέπει να βρίσκεται ανάμεσα στο  $[0,1]$ . Όσο πιο κοντά βρίσκεται στο 1, τόσο μεγαλώνει η αφοσίωση στον πόλεμο της εκάστοτε χώρας. Ενώ, όσο πιο κοντά βρίσκεται στο 0, τόσο μικραίνει η αφοσίωση του εκάστοτε κράτους στον πόλεμο.

- Τέλος, στην παρακάτω ανάλυση των περιπτώσεων ο όρος «Παλαιστίνιοι» ή «Παλαιστινιακός λαός» αντιπροσωπεύει τις παλαιστινιακές μαχητικές οργανώσεις που στόχο έχουν να ανακτήσουν τα χαμένα εδάφη και/ή την εξουδετέρωση του κράτους του Ισραήλ.

Προχωρώντας στη διαγραμματική ανάλυση της εν λόγω περίπτωσης, παρουσιάζεται η συμπεριφορά των λύσεων του συστήματος καθώς αλλάζει η τιμή της παραμέτρου  $a$ , η οποία απεικονίζεται καλύτερα και πιο συνοπτικά σε ένα διάγραμμα διακλάδωσης. Από την άλλη πλευρά, στο διάγραμμα Lyapunov, οι τιμές των παραμέτρων κάτω από το μηδέν αντιπροσωπεύουν μία «non war situation» (ελκυστής), ενώ οι τιμές των παραμέτρων πάνω από το μηδέν αντιπροσωπεύουν το χάος.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $a \in [0,1]$ .





**Σχήμα 5: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$**

Παρατηρούμε από τα διαγράμματα ότι:

- για  $0 < a < 0,03$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων, ήτοι, έχουμε οχτώ σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,03 < a < 0,074$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων, ήτοι έχουμε τέσσερα σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.

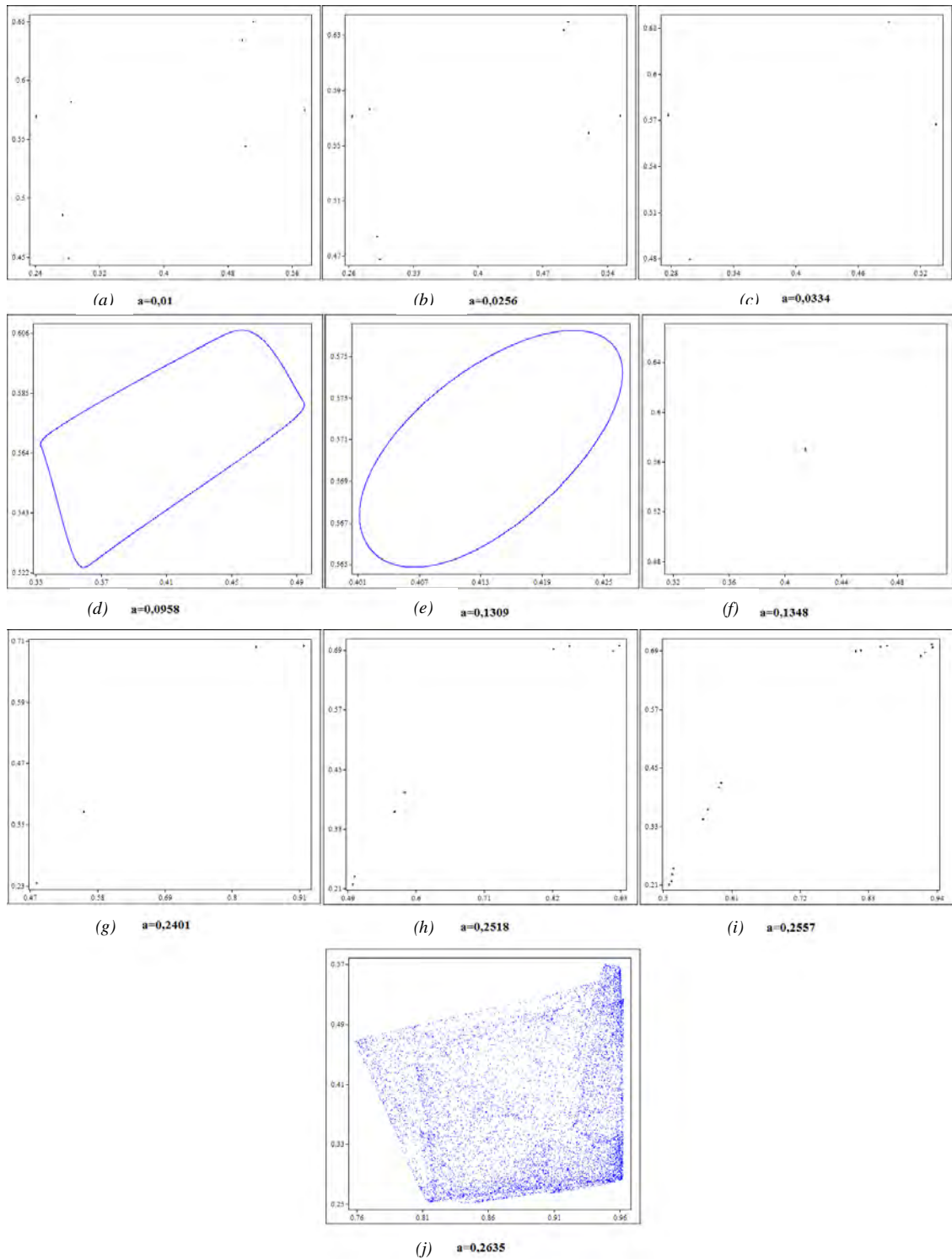
- Στο σημείο όπου η διακλάδωση γίνεται από 8 - περιόδων σε 4 - περιόδων, ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν.
- για  $0,075 < a < 0,135$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,136 < a < 0,246$  η συμπεριφορά των λύσεων παύει να είναι χαοτική και έχουμε ένα θετικό ευσταθές σημείο ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,247 < a < 0,255$  έχουμε διακλάδωση 7 - περιόδων, δηλαδή επτά σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a > 0,256$  εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι, εφόσον το  $a$  αντιπροσωπεύει την πολιτική του Ισραήλ, στο πεδίο τιμών όπου δεν εμφανίζεται χάος, η δυνατότητα προβλεψιμότητας είναι υψηλή. Ενώ, στην περιοχή όπου υπάρχει χάος είναι αδύνατη η πρόβλεψη της συμπεριφοράς του Ισραήλ και υπάρχει κίνδυνος πολέμου.

Επιπροσθέτως, οι Ισραηλινοί, λόγω της επιθετικής συμπεριφοράς τους, εξοπλίζονται με περισσότερα οπικά συστήματα, ενώ οι Παλαιστίνιοι με τους Αιγυπτίους, έχοντας μία πιο αμυντική συμπεριφορά, έχουν λιγότερη αφοσίωση στον πόλεμο και δεν εξοπλίζονται με περισσότερα οπικά συστήματα. Συνεπώς, είναι εφικτή η δυνατότητα πρόβλεψης της μεταξύ τους εξέλιξης, δηλαδή η επιθετική συμπεριφορά του Ισραήλ θα μπορούσε να αποτελέσει μία πιθανή αιτία νέας σύγκρουσης.

Τα παραπάνω συμπεράσματα για την πολιτική (επιθετική ή αμυντική) που ασκεί ο κάθε λαός στον πόλεμο, εξάγονται, όπως αναφέραμε και ανωτέρω, από την λύση του συστήματος μέσω του υπολογιστικού προγράμματος Maxima. Ειδικότερα, σε αυτή την περίπτωση οι λύσεις είναι:  $(x = 0, y = 0, z = 0)$  και  $(x = 0,97104, y = 0,19617, z = 0,21119)$ . Η πρώτη λύση δεν θα μελετηθεί ως τετριμμένη, συνεπώς εστιάζουμε στην δεύτερη λύση για την ανάλυση της συμπεριφοράς αυτών.

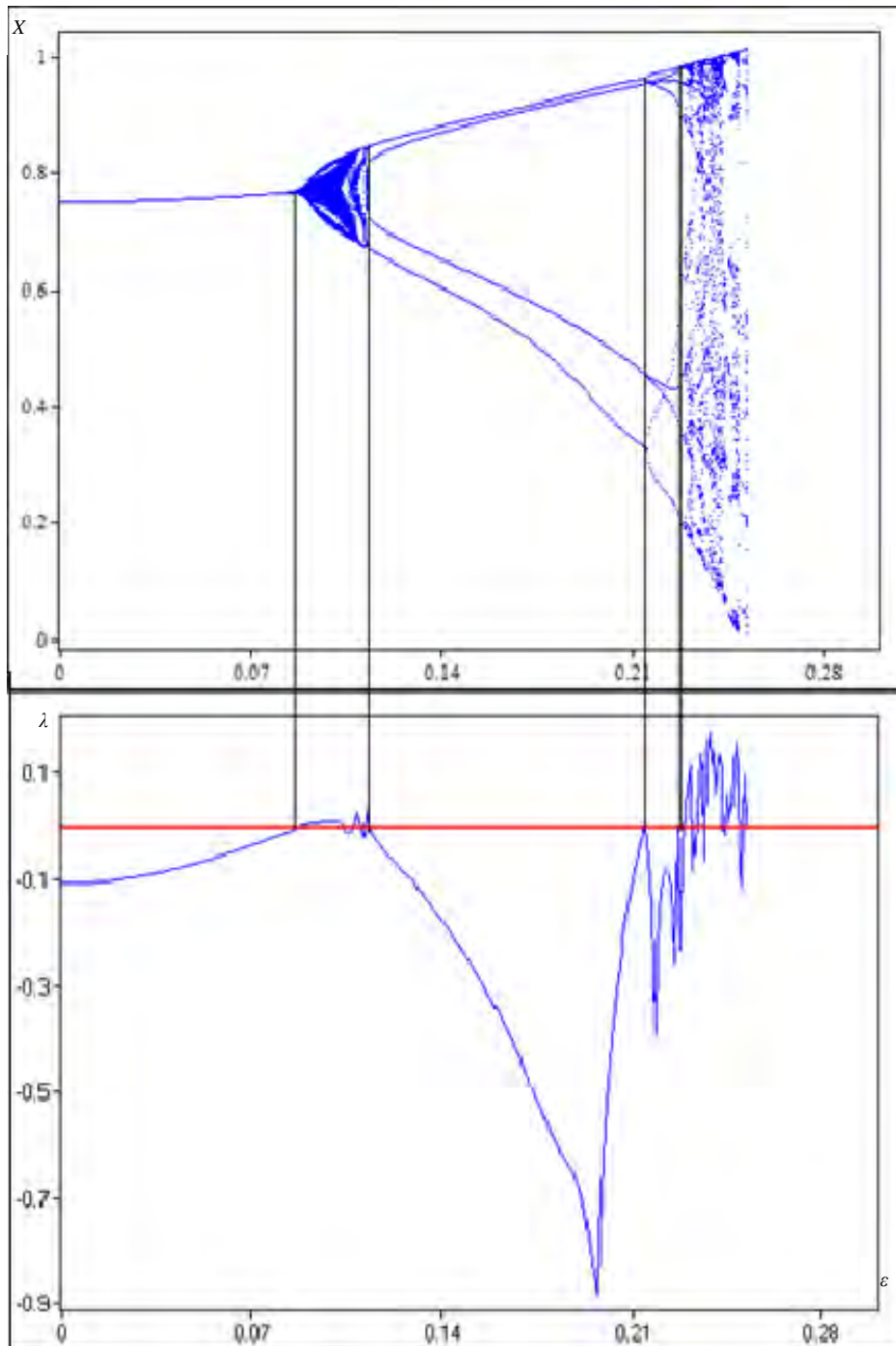
Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 6:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$ , (b)  $a = 0,0256$ , (c)  $a = 0,0334$ , (d)  $a = 0,0958$ , (e)  $a = 0,1309$ , (f)  $a = 0,1348$ , (g)  $a = 0,2401$ , (h)  $a = 0,2518$ , (i)  $a = 0,2557$ , (j)  $a = 0,2635$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα, παρατηρούμε ότι, αρχικά, για  $a = 0,01$  (Σχήμα 6a) το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία με οκτώ ευσταθή σημεία ισορροπίας. Στη συνέχεια (Σχήμα 6b), για  $a = 0,0256$ , έχουμε οκτώ ελκυστικά σημεία ισορροπίας, όπου μετέπειτα για  $a = 0,0334$  (Σχήμα 6c) έχουμε τέσσερα σημεία ισορροπίας. Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε την παράμετρο, παρατηρούμε αύξηση της πολυπλοκότητας. Πιο συγκεκριμένα, για  $a = 0,0958$  (Σχήμα 6d) τα στοιχεία κινούνται σε ένα «ορθογώνιο» μοτίβο, δηλαδή έχουμε έναν παράξενο ελκυστή, μέχρι τη στιγμή της εμφάνισης ενός οριακού κύκλου για  $a = 0,1309$  (Σχήμα 6e), όπου οι λύσεις για την τιμή αυτή της παραμέτρου  $a$  συγκλίνουν σε αυτόν τον περιοδικό κύκλο. Θα λέγαμε, λοιπόν, ότι υπάρχει μία αυξομείωση της επιθετικής διάθεσης των Ισραηλινών. Παρ' όλα αυτά, μετέπειτα διατηρείται η ισορροπία στο σύστημα για  $a = 0,1348$  (Σχήμα 6f) έχοντας ένα ευσταθές σημείο ισορροπίας και στη συνέχεια για  $a = 0,2401$  (Σχήμα 6g) τα σημεία ισορροπίας γίνονται τέσσερα, μετά οκτώ για  $a = 0,2518$  (Σχήμα 6h) και δεκαέξι για  $a = 0,2557$  (Σχήμα 6i). Τέλος, για  $a = 0,2635$  (Σχήμα 6j) και για μεγαλύτερες, στο σύστημα εμφανίζεται χάος. Όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $a = 0,8$ , βρισκόμαστε ήδη σε χαοτική περιοχή και άρα, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να ξεσπάσει πόλεμος εξ αιτίας των Ισραηλινών.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon \in [0,1]$ .



Σχήμα 7: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon$

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

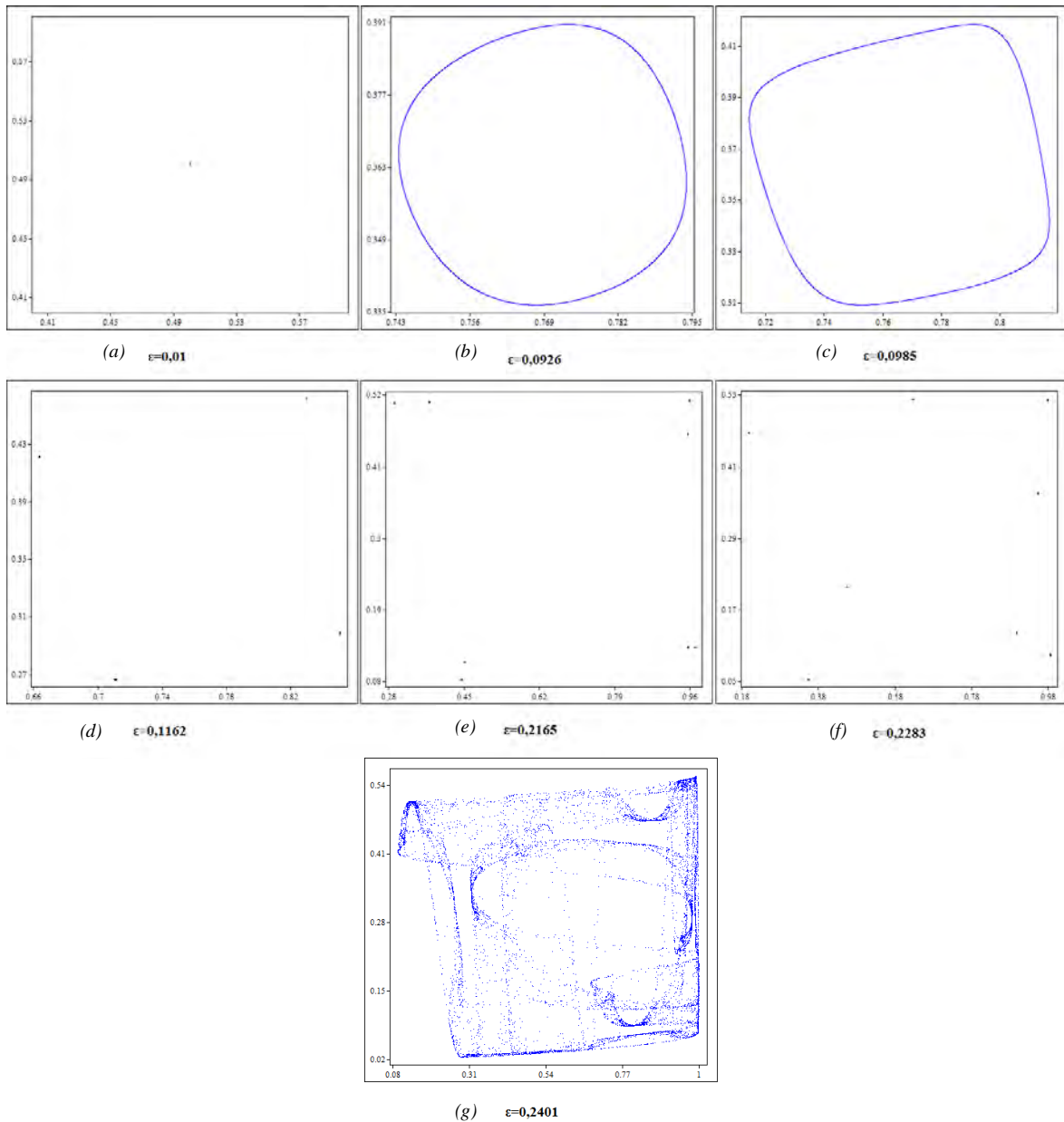
- για  $\varepsilon < 0,085$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.

- για  $\varepsilon = 0,09$  έχουμε διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) και σχεδόν αμέσως εμφανίζεται χάος. Στο σημείο όπου ξεκινάει η διακλάδωση, ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν και στο διάστημα τιμών όπου υπάρχει χάος, έχουμε αντίστοιχα θετικό εκθέτη Lyapunov.
- για  $0,113 < \varepsilon < 0,213$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων (4 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται πάλι μηδέν.
- για  $\varepsilon = 0,22$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov σε εκείνο το σημείο γίνεται μηδέν.
- για  $\varepsilon > 0,24$  εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι, στις περιοχές μη ύπαρξης χάους, οι προβλέψεις για αυτές τις τιμές της παραμέτρου είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ενώ, στις περιοχές εμφάνισης χάους οι προβλέψεις για αυτές τις τιμές της παραμέτρου είναι αδύνατες μετά από μικρό χρονικό διάστημα.

Άρα, αφού η παρέμβαση της Αιγύπτου είναι αρκετά υψηλή, θα μπορούσε (η Αίγυπτος) να διαδραματίσει το ρόλο του «ρυθμιστή» στην παράταση μίας ειρηνικής κατάστασης.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 8: Φασικά πορträίτα για την παράμετρο  $\varepsilon$ : (a)  $\varepsilon = 0,01$ , (b)  $\varepsilon = 0,0926$ , (c)  $\varepsilon = 0,0985$ , (d)  $\varepsilon = 0,1162$ , (e)  $\varepsilon = 0,2165$ , (f)  $\varepsilon = 0,2283$ , (g)  $\varepsilon = 0,2401$ . Σε κάθε φασικό πορträίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.**

Παρατηρούμε ότι αρχικά για  $\varepsilon = 0,01$  (Σχήμα 8a) το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο. Στη συνέχεια για  $\varepsilon = 0,0926$  (Σχήμα 8b) έχουμε έναν οριακό κύκλο δηλαδή, υπάρχει μία αυξομείωση στην παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου. Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε κι άλλο την τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , δηλαδή για  $\varepsilon = 0,0985$  (Σχήμα 8c), παρατηρούμε την εμφάνιση πολυπλοκότητας στο σύστημα. Στη συνέχεια επανέρχεται η ισορροπία έχοντας, για  $\varepsilon = 0,1162$  (Σχήμα 8d), τέσσερα ευσταθή σημεία ισορροπίας όπου γίνονται οκτώ, για  $\varepsilon = 0,2165$  (Σχήμα 8e), και έπειτα απομακρύνονται μεταξύ τους, για  $\varepsilon = 0,2283$  (Σχήμα 8f). Τέλος, για  $\varepsilon = 0,2401$  (Σχήμα 8g), το σύστημα

βρίσκεται σε αταξία και έχουμε την εμφάνιση χάους, το οποίο σημαίνει ότι η έντονη παρεμβατική δραστηριότητα της Αιγύπτου ίσως καταστεί αιτία πολέμου.

Οι παρακάτω υποπερίπτώσεις που ακολουθούν, περιγράφουν τις ενδεχόμενες αλλαγές που επιφέρει μία μεταβολή στις τιμές. Σε κάθε υποπερίπτωση, μεταβάλλουμε μία παράμετρο κάθε φορά, έτσι ώστε να εξάγονται σημαντικά συμπεράσματα για τη συμπεριφορά του μοντέλου αλλά και την ενδεχόμενη εξέλιξη του πολέμου στην εκάστοτε περίπτωση.

### **3.5.1 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1<sup>η</sup>: Μείωση της Αιγυπτιακής παρέμβασης**

Σε αυτή την υποπερίπτωση, θα εξετάσουμε τι θα συμβεί στον Αραβοϊσραηλινό πόλεμο, αν μειώσουμε την παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου. Από τη μελέτη μας, παρατηρήσαμε ότι, όσο περιορίζεται ο ρόλος της Αιγύπτου, καταλήγουμε στο ίδιο διάγραμμα διακλάδωσης και διάγραμμα Lyapunov με την πρώτη περίπτωση. Ωστόσο, παρατηρούνται αλλαγές στις λύσεις του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, καθώς μεταβάλλεται (μειώνεται) η τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , έχουμε την εμφάνιση χάους σε μικρό διάστημα τιμών, συγκριτικά με την περίπτωση της έντονης παρέμβασης της, το οποίο σημαίνει ότι όσο περισσότερο μικραίνει η παρέμβαση της Αιγύπτου στον συγκεκριμένο πόλεμο, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να αποσταθεροποιηθεί η κατάσταση και να ξεσπάσει κρίση μεταξύ τους. Γιατί όμως συμβαίνει αυτό;

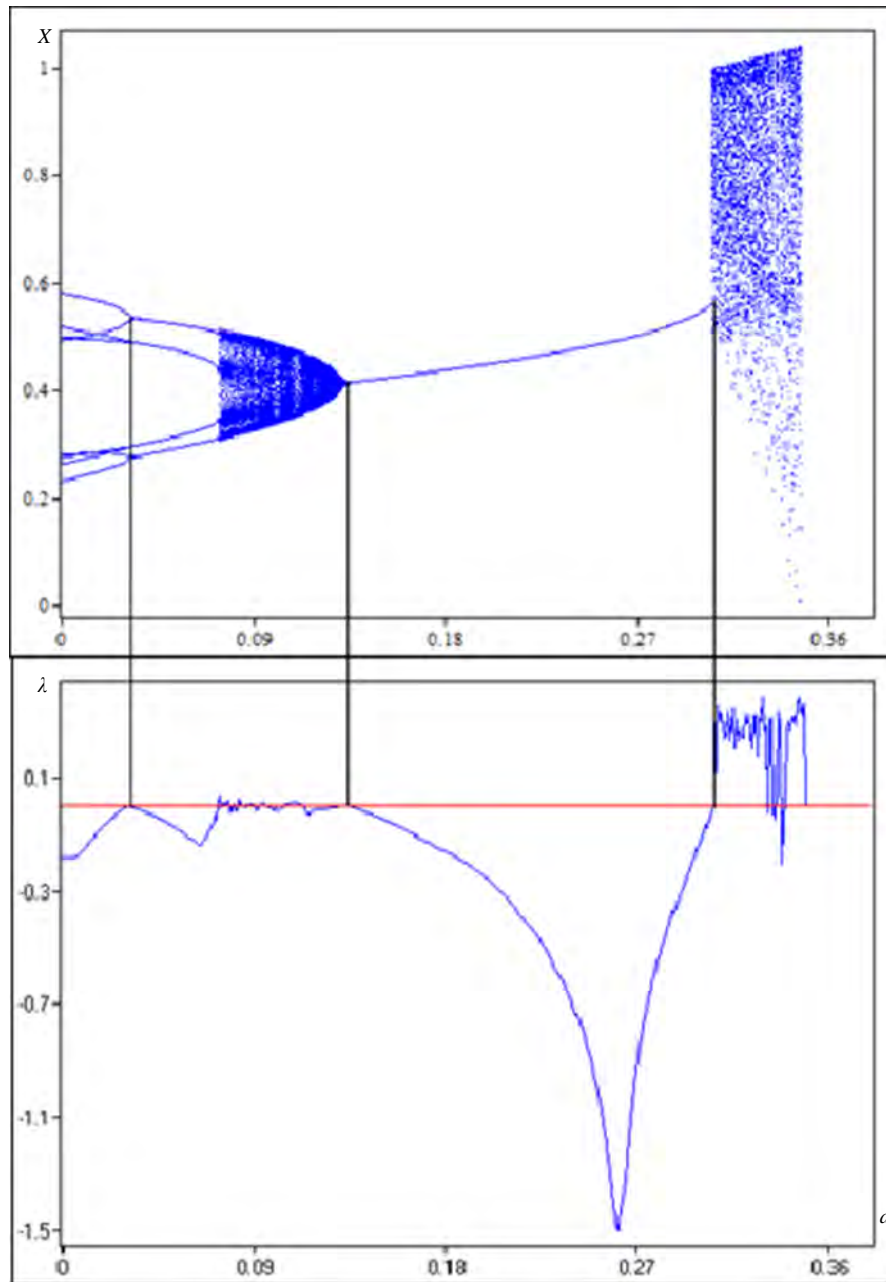
Από την ανωτέρω ανάλυση προέκυψε ότι, όσο μικραίνει η τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , το Ισραήλ σταδιακά μειώνει την εξοπλιστική του δραστηριότητα. Το ίδιο δε, πράττει και η Αίγυπτος. Όμως, ο Παλαιστινιακός λαός δράττεται της ευκαιρίας και ξεκινά το σταδιακό εξοπλισμό οπλικών συστημάτων για λόγους αμυντικής πολιτικής. Το γεγονός αυτό προκαλεί την εμφάνιση χάους σε μικρό διάστημα τιμών σε αυτή την περίπτωση. Επομένως, για να υπάρξει μία ισορροπία μεταξύ Ισραηλινών και Παλαιστινίων, η παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου θα πρέπει να βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα (δηλαδή για  $\varepsilon = 0,5$  έως  $\varepsilon = 0,7$ ).

### **3.5.2 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2<sup>η</sup>: Μείωση της εχθρικής συμπεριφοράς του Ισραήλ**

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την υποπερίπτωση του Ισραήλ να εμφανίζει αμυντική συμπεριφορά, δηλαδή  $a = 0,3$ , δεδομένων των υπόλοιπων τιμών των παραμέτρων που θέσαμε.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για αυτή την υποπερίπτωση.





**Σχήμα 9: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$**

Παρατηρούμε από τα διαγράμματα ότι:

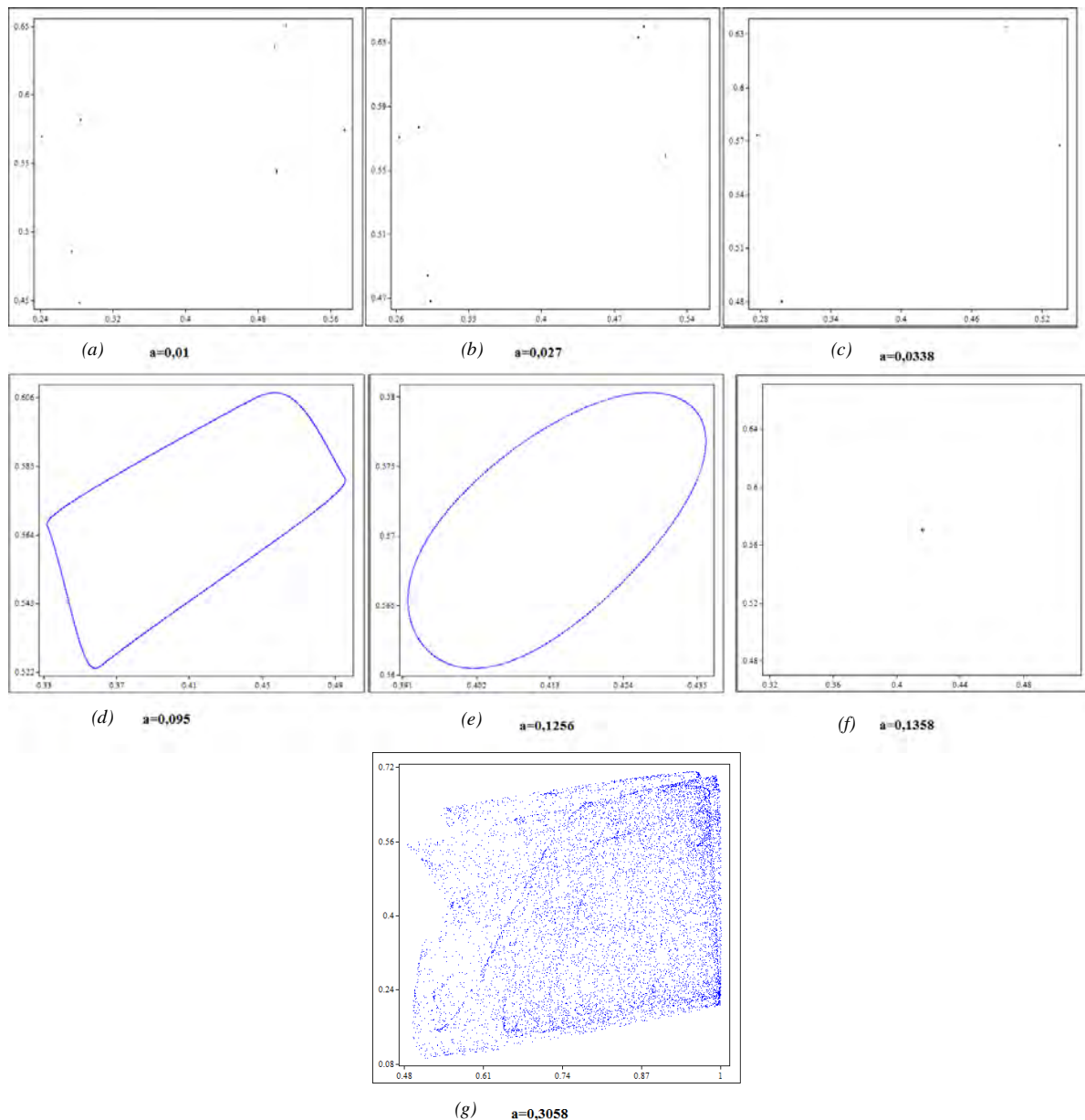
- για  $0 < a < 0,03$  έχουμε διακλάδωση 8 – περιόδων (8 f.p.), το οποίο σημαίνει ότι έχουμε οχτώ σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.

- για  $0,03 < a < 0,074$  έχουμε διακλάδωση 4 – περιόδων (4 f.p.), δηλαδή έχουμε τέσσερα σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.
- Στο σημείο όπου η διακλάδωση γίνεται από 8 - περιόδων σε 4 - περιόδων ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν.
- για  $0,075 < a < 0,135$  στο διάγραμμα διακλάδωσης εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,136 < a < 0,246$  η συμπεριφορά των λύσεων παύει να είναι χαοτική και έχουμε ένα θετικό ευσταθές ελκυστικό σημείο ισορροπίας και αντίστοιχα τον εκθέτη Lyapunov αρνητικό.
- για  $a > 0,308$  εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Άρα, από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι, δεν εμφανίζονται ιδιαίτερες διαγραμματικές διαφορές με την πρώτη περίπτωση. Όμως, αξιοσημείωτη διαφορά αποτελεί το γεγονός ότι, στην περίπτωση που το Ισραήλ δεν έχει τόσο επιθετική συμπεριφορά, παρατείνεται λίγο ακόμη η εμφάνιση του χάους, το οποίο θα μπορούσε να ερμηνευθεί ως μία παράταση «ειρήνης» ή σταθεροποίησης της μεταξύ τους κατάστασης, δεδομένου ότι η Αίγυπτος έχει υψηλή παρεμβατική δραστηριότητα.

Επιπλέον, λόγω της μείωσης της επιθετικής συμπεριφοράς των Ισραηλινών, η επιθυμία των Παλαιστινίων να εξοπλίζεται με οπλικά συστήματα είναι ήπια. Ωστόσο, η Αίγυπτος εμφανίζει έντονη επιθυμία αφοσίωσης στον πόλεμο με σκοπό την παρέμβασή της σε ενδεχόμενη διένεξη.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 10 :** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$ , (b)  $a = 0,027$ , (c)  $a = 0,0338$ , (d)  $a = 0,095$ , (e)  $a = 0,1256$ , (f)  $a = 0,1358$ , (g)  $a = 0,3058$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα παρατηρούμε ότι, αρχικά, για  $a = 0,01$  (Σχήμα 10a) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη με οκτώ ευσταθή σημεία ισορροπίας. Στη συνέχεια, (Σχήμα 10b) για  $a = 0,027$  τα οκτώ ελκυστικά σημεία ισορροπίας πλησιάζουν μεταξύ τους, όπου για  $a = 0,0338$  (Σχήμα 10c) γίνονται τέσσερα σημεία ισορροπίας. Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε την παράμετρο, παρατηρούμε αύξηση της πολυπλοκότητας. Πιο συγκεκριμένα, για  $a = 0,095$  (Σχήμα 10d) τα στοιχεία κινούνται σε ένα «ορθογώνιο» μοτίβο μέχρι τη στιγμή που έχουμε την εμφάνιση ενός οριακού κύκλου για  $a = 0,1256$  (Σχήμα 10e),

όπου οι λύσεις για την τιμή αυτή της παραμέτρου  $a$  συγκλίνουν σε αυτόν τον περιοδικό κύκλο, δηλαδή υπάρχει μία αυξομείωση της επιθετικής διάθεσης του Ισραήλ. Παρ' όλα αυτά, μετέπειτα διατηρείται η ισορροπία στο σύστημα για  $a = 0,1358$  (Σχήμα 10f) έχοντας ένα ευσταθές σημείο ισορροπίας και στη συνέχεια για  $a = 0,3058$  (Σχήμα 10g) έχουμε την εμφάνιση χάους. Άρα, το σύστημα παραμένει για μεγαλύτερο διάστημα τιμών της παραμέτρου σε ισορροπία και το χάος εμφανίζεται για μεγαλύτερη τιμή του  $a$  σχετικά με την πρώτη περίπτωση (δηλαδή για  $a = 0,8$ ). Τη στιγμή όπου η τιμή της παραμέτρου  $a$  είναι 0,3 το σύστημα βρίσκεται σε ευσταθή κατάσταση. Συνεπώς, η αμυντική πολιτική που ασκεί το Ισραήλ αποτελεί έναν σταθεροποιητικό παράγοντα στην μεταξύ τους αντιπαράθεση.

### **3.5.3 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3<sup>η</sup>: Αύξηση της εχθρικής συμπεριφοράς της συμμαχίας Παλαιστίνιων και Αιγυπτίων ως προς τους Ισραηλινούς**

Σε αυτή την υποπερίπτωση θα εξετάσουμε τη μεταβολή της παραμέτρου  $c$ , δηλαδή τον βαθμό εχθρότητας της συμμαχίας των Παλαιστίνιων και των Αιγυπτίων έναντι των Ισραηλινών. Ξεκινήσαμε με την υπόθεση ότι η συμμαχία αυτή δεν είναι εχθρική απέναντι στο Ισραήλ, οπότε θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η αύξηση αυτής τιμής της παραμέτρου.

Στην προσπάθειά μας να λύσουμε το σύστημα παρατηρήσαμε ότι όσο αυξάνουμε την τιμή της παραμέτρου  $c$ , δηλαδή όσο η συμμαχία αυτή γίνεται όλο και πιο εχθρική προς το Ισραήλ, τόσο αυξάνονται και οι πιθανότητες να ξεσπάσει πόλεμος μεταξύ της εν λόγω συμμαχίας και των Ισραηλινών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μία έντονη εχθρική συμπεριφορά από την μεριά των Παλαιστίνιων και Αιγυπτίων, θα αποτελούσε «απειλή» για τους Ισραηλινούς. Επομένως, από τη μία πλευρά, το Ισραήλ εξοπλίζεται όλο και περισσότερο με οπλικά συστήματα, με σκοπό να ανταπεξέλθει σε αυτή την «απειλή» και από την άλλη πλευρά, οι Παλαιστίνιοι δεν εμφανίζουν σημαντική αφοσίωση στον οπλικό εξοπλισμό αφού έχουν στο πλευρό τους την Αίγυπτο, η οποία είναι αρκετά καλά οπλισμένη. Συνεπώς, η τιμή της παραμέτρου  $c$  θα πρέπει να παραμένει σε χαμηλά επίπεδα, έτσι ώστε να διασφαλίζεται η σταθερότητα ανάμεσα στους δύο λαούς.

### **3.5.4 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4<sup>η</sup>: Μεταβολή της επιθετικότητας των Παλαιστίνιων**

Σε αυτή την υποπερίπτωση θα εξετάσουμε τη μεταβολή της παραμέτρου  $b$ , δηλαδή την πολιτική που ασκεί ο Παλαιστινιακός λαός στον πόλεμο, δεδομένων των τιμών των

παραμέτρων που θέσαμε στην πρώτη περίπτωση. Ξεκινήσαμε τη μελέτη μας από μία πολύ χαμηλή τιμή ( $b = 0,2$ ) και σταδιακά αυξάναμε την τιμή (έως  $b = 0,9$ ). Παρατηρήσαμε ότι, σε όλες τις περιπτώσεις το Ισραήλ συνέχιζε να εξοπλίζεται με οπλικά συστήματα, ανεξάρτητα με τη συμπεριφορά των Παλαιστινίων (αμυντική ή εχθρική) στον πόλεμο.

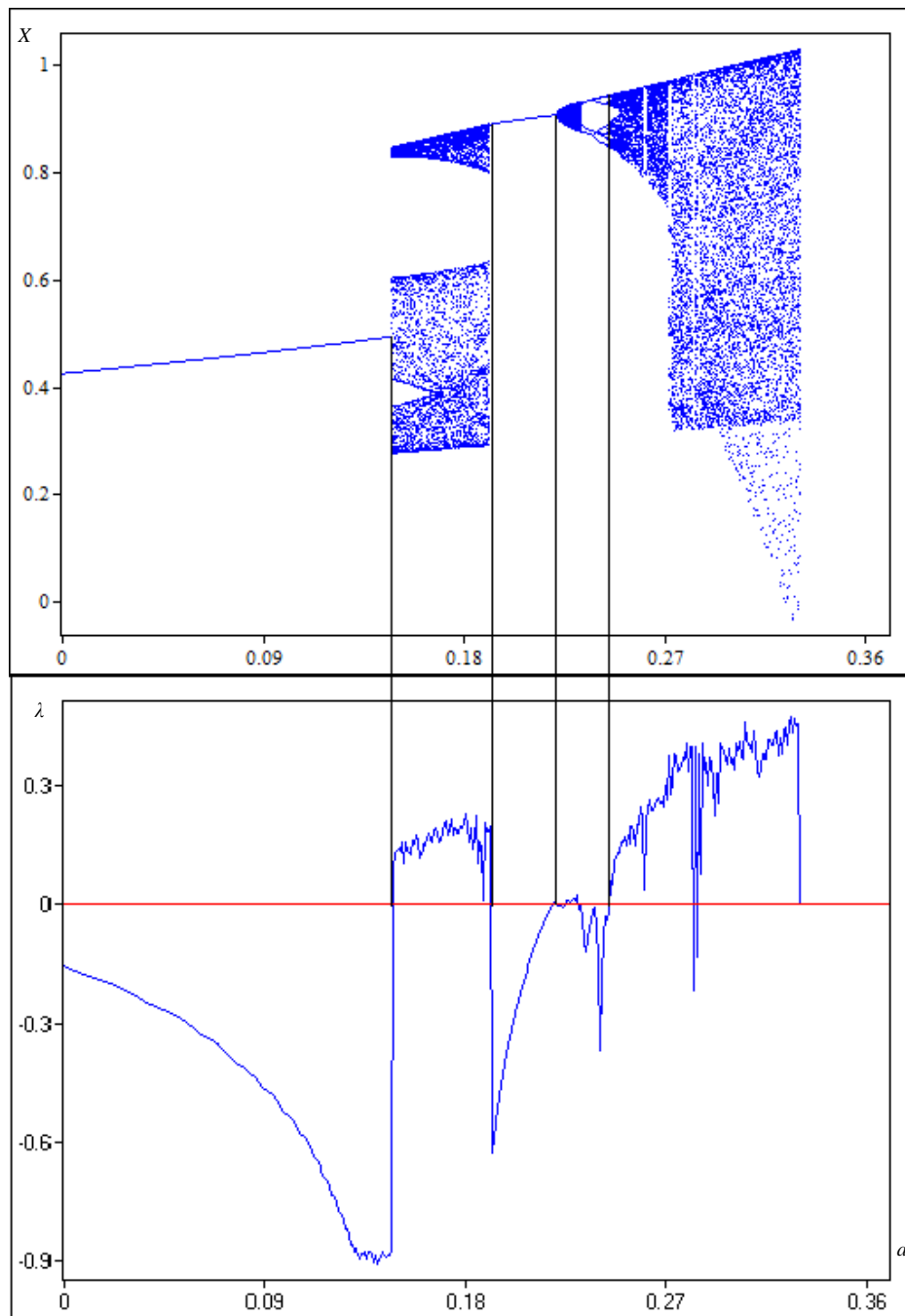
Σε αντίθεση με τους Παλαιστίνιους, οι οποίοι είτε ασκούσαν αμυντική είτε εχθρική πολιτική, δεν εμφάνιζαν σημαντική αφοσίωση στον πόλεμο. Παρόμοια συμπεριφορά παρουσίαζε και η Αίγυπτος.

Άρα, μια μεταβολή της επιθετικότητας των Παλαιστινίων δεν θα επηρέαζε την έντονη επιθετική συμπεριφορά του Ισραήλ. Αυτό αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα αποσταθεροποίησης της κατάστασης και ο κίνδυνος να ξεσπάσει πόλεμος εκ μέρους των Ισραηλινών είναι πολύ πιθανό σενάριο με απρόβλεπτο μέλλον.

### 3.6 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2<sup>η</sup>

Μία νέα υπόθεση με ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα ήταν να αντιστρέψαμε την πολιτική που ασκούν στον πόλεμο οι Ισραηλινοί με τους Παλαιστίνιους. Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι το Ισραήλ, έχει αμυντική συμπεριφορά (δηλαδή  $a = 0,4$ ), οι Παλαιστίνιοι εμφανίζουν μία πιο έντονη εχθρική συμπεριφορά στον πόλεμο (δηλαδή  $b = 0,7$ ), δεδομένου ότι η παρέμβαση της Αιγύπτου είναι υψηλή (δηλαδή  $\varepsilon = 0,7$ ) και η συμμαχία της τελευταίας με τον Παλαιστινιακό λαό δεν είναι εχθρική ως προς το Ισραήλ (δηλαδή  $c = 0,3$ ).

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 11:** Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

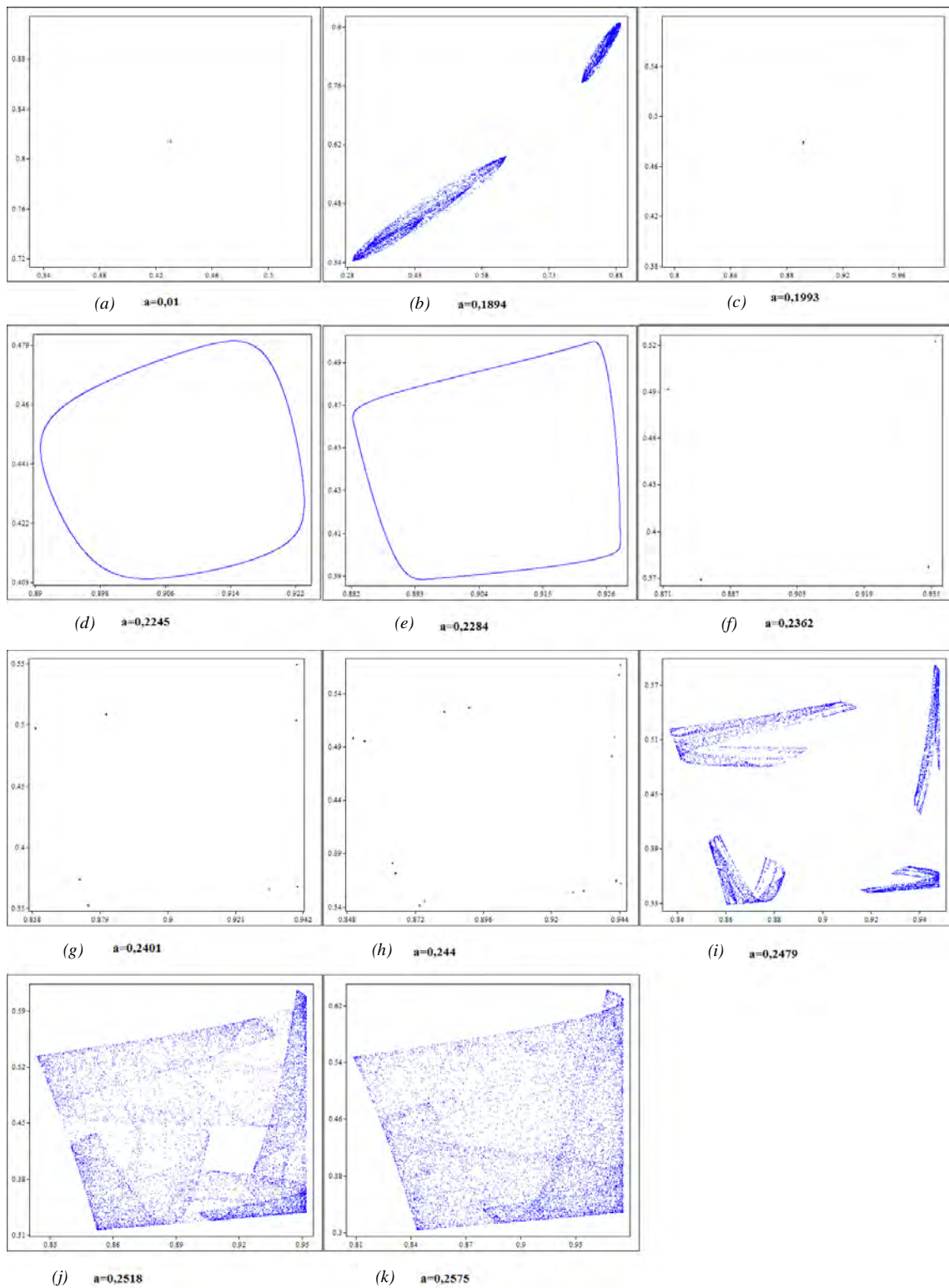
- για  $a < 0,14$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a = 0,14$  ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν και στο διάγραμμα διακλάδωσης έχουμε μία διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.).

- για  $0,141 < a < 0,19$  στο διάγραμμα διακλάδωσης εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,194 < a < 0,224$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία. (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,225 < a < 0,232$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,233 < a < 0,24$  έχουμε διακλάδωση 7 - περιόδων, δηλαδή επτά σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a > 0,25$  στο διάγραμμα διακλάδωσης βρισκόμαστε σε περιοχή χάους και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι, στις περιοχές εμφάνισης χάους δεν μπορούμε να προβλέψουμε ένα ενδεχόμενο ξέσπασμα πολέμου και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου είναι αδύνατη η προβλεψιμότητα του συστήματος μετά από μικρό χρονικό διάστημα. Ενώ στις περιοχές όπου το σύστημα βρίσκεται σε τάξη θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η δυνατότητα πρόβλεψης είναι υψηλή και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Όμως, το Ισραήλ συνεχίζει να εξοπλίζεται με οπικά συστήματα αν και έχει αμυντική συμπεριφορά. Ενώ, οι Παλαιστίνιοι αφενός μπορεί να έχουν εχθρική συμπεριφορά αλλά αφετέρου δεν εξοπλίζονται με όπλα λόγω της υψηλής παρέμβασης της Αιγύπτου.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .

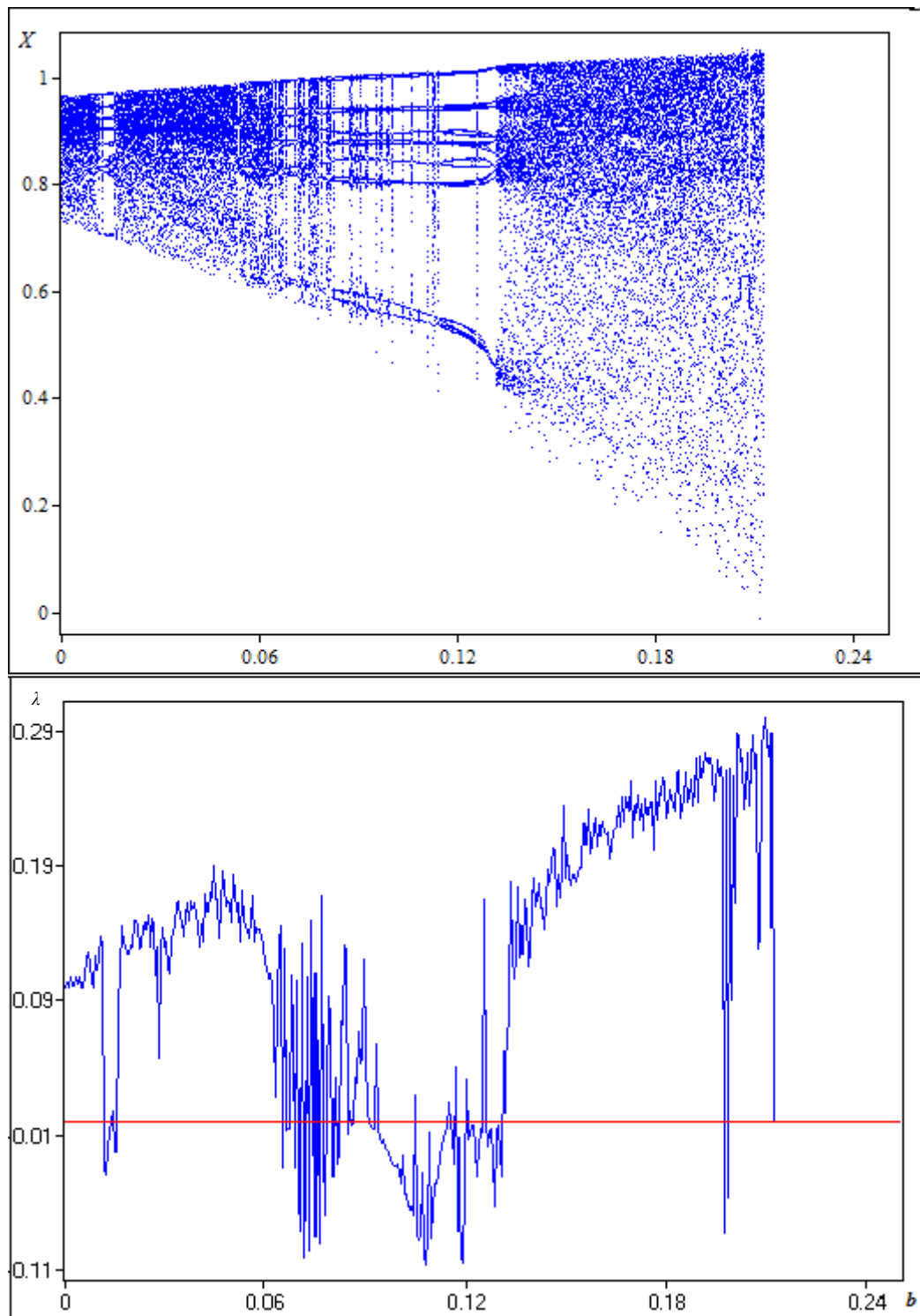


**Σχήμα 12:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$ , (b)  $a = 0,1894$ , (c)  $a = 0,1933$ , (d)  $a = 0,2245$ , (e)  $a = 0,2284$ , (f)  $a = 0,2362$ , (g)  $a = 0,2401$ , (h)  $a = 0,244$ , (i)  $a = 0,2479$ , (j)  $a = 0,2518$ , (k)  $a = 0,2575$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .



Παρατηρούμε ότι, αρχικά, για  $a = 0,01$  (Σχήμα 12a) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο ισορροπίας. Στη συνέχεια, (Σχήμα 12b) για  $a = 0,1894$  έχουμε εμφάνιση πολυπλοκότητας στο σύστημα, όπου μετέπειτα επανέρχεται η ευστάθεια με ένα ελκυστικό σημείο ισορροπίας για  $a = 0,1933$  (Σχήμα 12c). Για  $a = 0,2245$  (Σχήμα 12d) παρατηρούμε ξανά την εμφάνιση της πολυπλοκότητας, δηλαδή η κίνηση των στοιχείων ακολουθεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο («τετράγωνο»), ομοίως και για  $a = 0,2284$  (Σχήμα 12e). Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε την παράμετρο, παρατηρούμε την επαναφορά της τάξης έχοντας τέσσερα σημεία ισορροπίας για  $a = 0,2362$  (Σχήμα 12f), τα οποία γίνονται οκτώ για  $a = 0,2401$  (Σχήμα 12g) και μετά γίνονται δεκαέξι ελκυστικά σημεία ισορροπίας  $a = 0,244$  (Σχήμα 12h). Συνεχίζοντας, για  $a = 0,2479$  (Σχήμα 12i) παρατηρούμε έναν παράξενο χαοτικό ελκυστή. Ειδικότερα, για κάθε αρχική συνθήκη οι λύσεις του συστήματος συγκλίνουν με διαφορετικό τρόπο η κάθε μία σε αυτήν την παράξενη τροχιά. Η λέξη «παράξενος» αναφέρεται στο γεωμετρικό σχήμα του ελκυστή, ενώ η λέξη «χαοτικός» δείχνει την ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες και αναφέρεται στη δυναμική του ελκυστή (Shone, 2002). Τέλος, για  $a = 0,2518$  (Σχήμα 12j) ο παράξενος ελκυστής αρχίζει και γίνεται όλο και περισσότερο χαοτικός, καταλήγοντας έτσι σε μία πλήρη χαοτική κατάσταση για  $a = 0,2575$  (Σχήμα 12k). Τη στιγμή που η τιμή της παραμέτρου  $a$  είναι 0,4, βρισκόμαστε σε χαοτική περιοχή και άρα, όπως συμπεράναμε και παραπάνω, η συνεχής επιθυμία των Ισραηλινών να εξοπλίζονται με οπλικά συστήματα μπορεί να αποτελέσει μια αιτία νέας διαμάχης.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $b \in [0,1]$ .



**Σχήμα 13: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $b$**

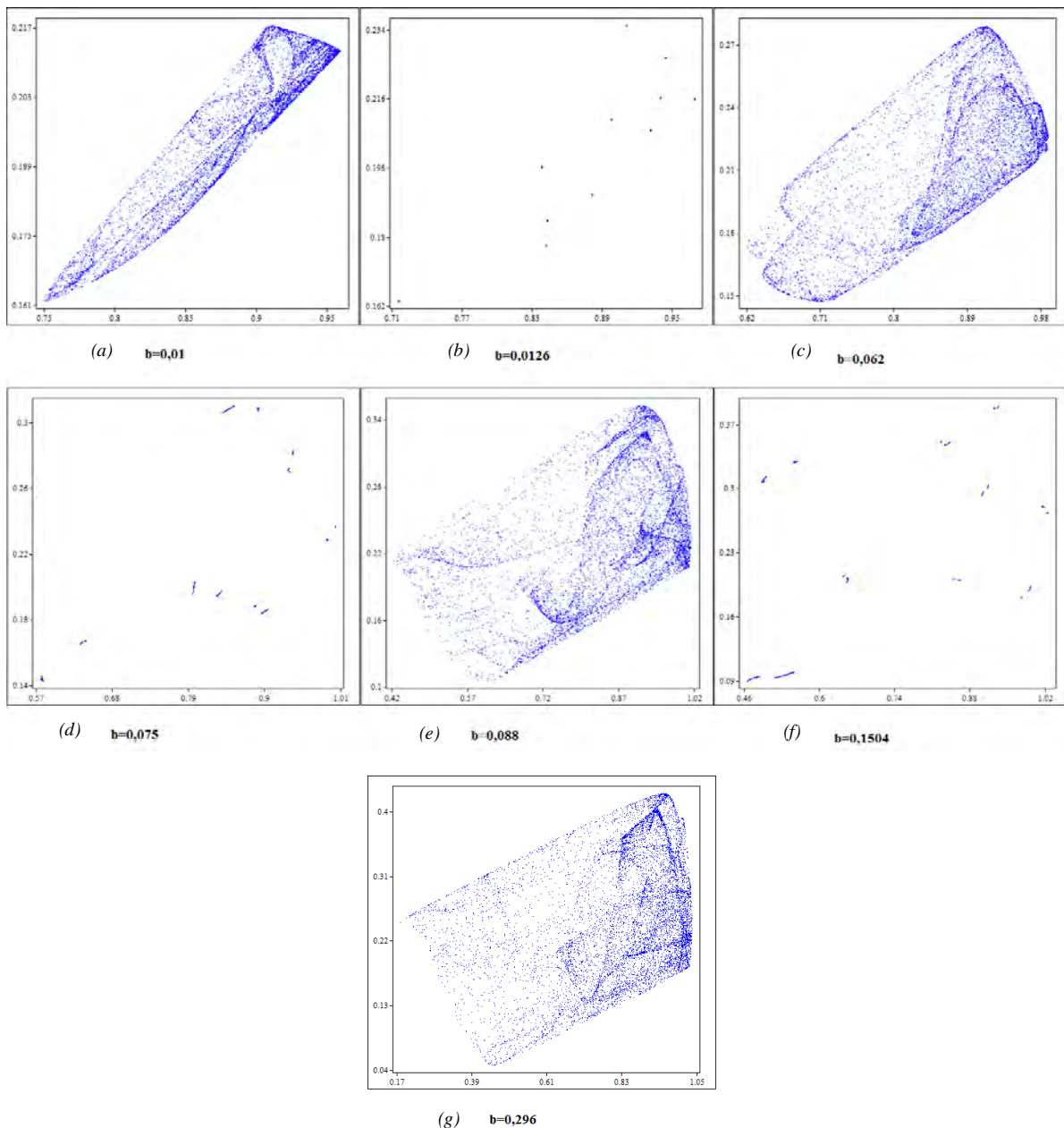
Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

- για  $b < 0,089$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης είναι θετικός.
- για  $b = 0,09$ , ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν και αντίστοιχα στο διάγραμμα διακλάδωσης έχουμε μία διακλάδωση 8-περιόδων (8 f.p.).
- για  $0,091 < b < 0,135$  στο διάγραμμα διακλάδωσης έχουμε μία διακλάδωση 8-περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $b > 0,136$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης είναι θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι, η εξ αρχής ύπαρξη χάους, δεν μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε την εξέλιξη της μεταξύ τους κατάστασης με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο κίνδυνος για πόλεμο. Από την άλλη πλευρά, στο διάστημα τιμών που υπάρχει διακλάδωση, έχουμε οκτώ ελκυστικά σημεία ισορροπίας και παρέχεται η δυνατότητα πρόβλεψης για αυτές τις τιμές της παραμέτρου για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Άρα, η έντονη εχθρική συμπεριφορά των Παλαιστινίων αποτελεί έναν αποσταθεροποιητικό παράγοντα στην εξέλιξη του πολέμου και για αυτό τον λόγο το Ισραήλ εξοπλίζεται όλο περισσότερο με οπλικά συστήματα με σκοπό να αμυνθεί σε πιθανό ξέσπασμα κρίσης.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $b \in [0,1]$ .

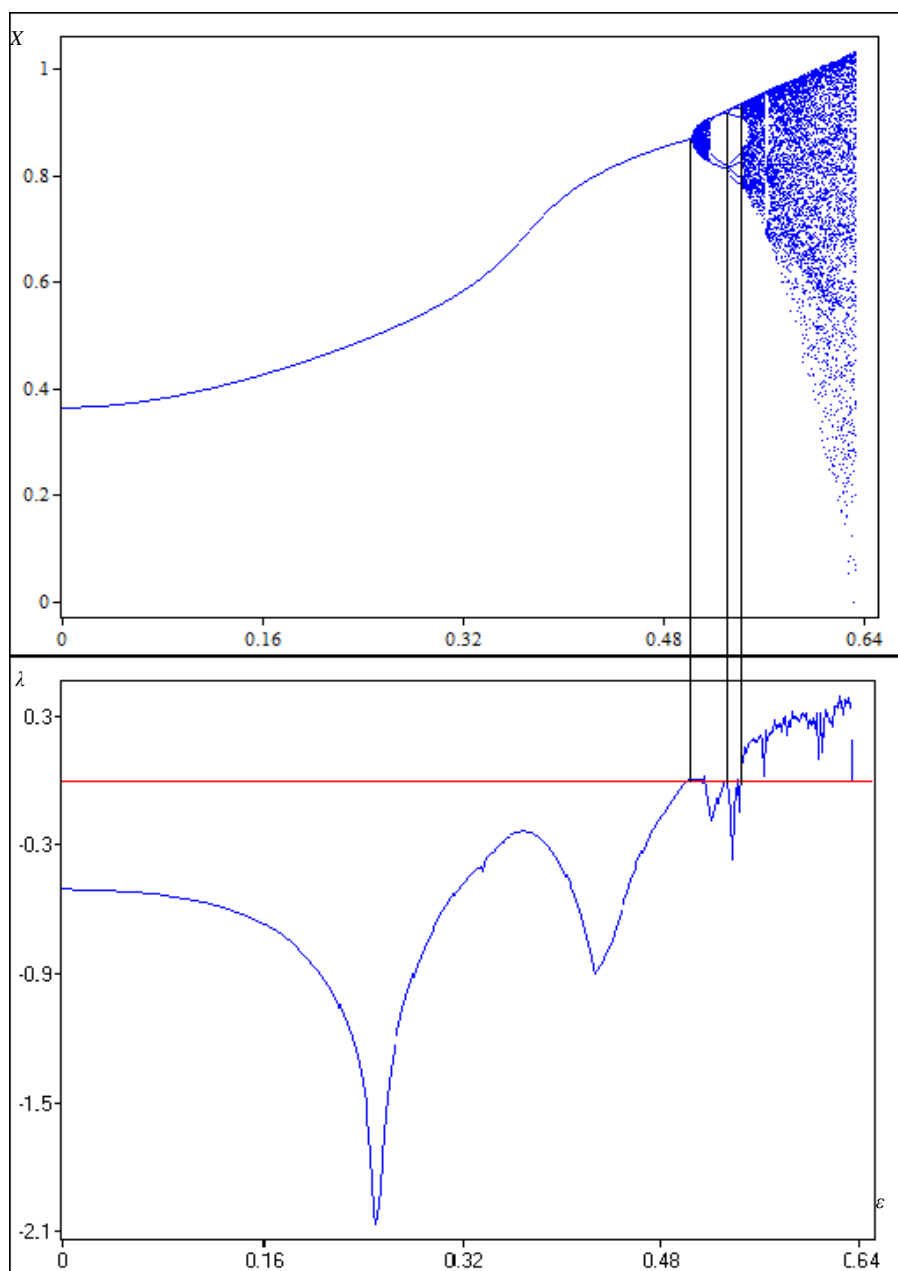


**Σχήμα 14:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $b$ : (a)  $b = 0,01$ , (b)  $b = 0,0126$ , (c)  $b = 0,062$ , (d)  $b = 0,075$ , (e)  $b = 0,088$ , (f)  $b = 0,1504$ , (g)  $b = 0,296$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα παρατηρούμε ότι, γενικά, η ισορροπία του συστήματος εναλλάσσεται με τη χαοτική κατάσταση. Πιο συγκεκριμένα, για  $b = 0,01$  (Σχήμα 14a) έχουμε χάος και έπειτα για  $b = 0,0126$  (Σχήμα 14b) έχουμε ισορροπία με δέκα ευσταθή σημεία ισορροπίας. Συνεχίζοντας, για  $b = 0,062$  (Σχήμα 14c) έχουμε ξανά την εμφάνιση χάους, όπου και πάλι για  $b = 0,075$  (Σχήμα 14d) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη. Καθώς μεταβάλλουμε κι άλλο την παράμετρο, βλέπουμε ότι για  $b = 0,088$  (Σχήμα 14e), το σύστημά μας βρίσκεται υπό

καθεστώς χάους, ενώ και πάλι για  $b = 0,1504$  (Σχήμα 14f) επανερχόμαστε σε ευσταθή κατάσταση. Τέλος, για  $b = 0,296$  (Σχήμα 14g) και έπειτα, έχουμε ξανά χαοτική κατάσταση. Όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $b = 0,7$ , βρισκόμαστε ήδη σε χαοτική περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι μια αρκετά επιθετική πολιτική από την πλευρά των Παλαιστινίων θα αποτελούσε αιτία δημιουργίας νέων συγκρούσεων.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon \in [0,1]$ .



Σχήμα 15: Διαγράμματα διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon$

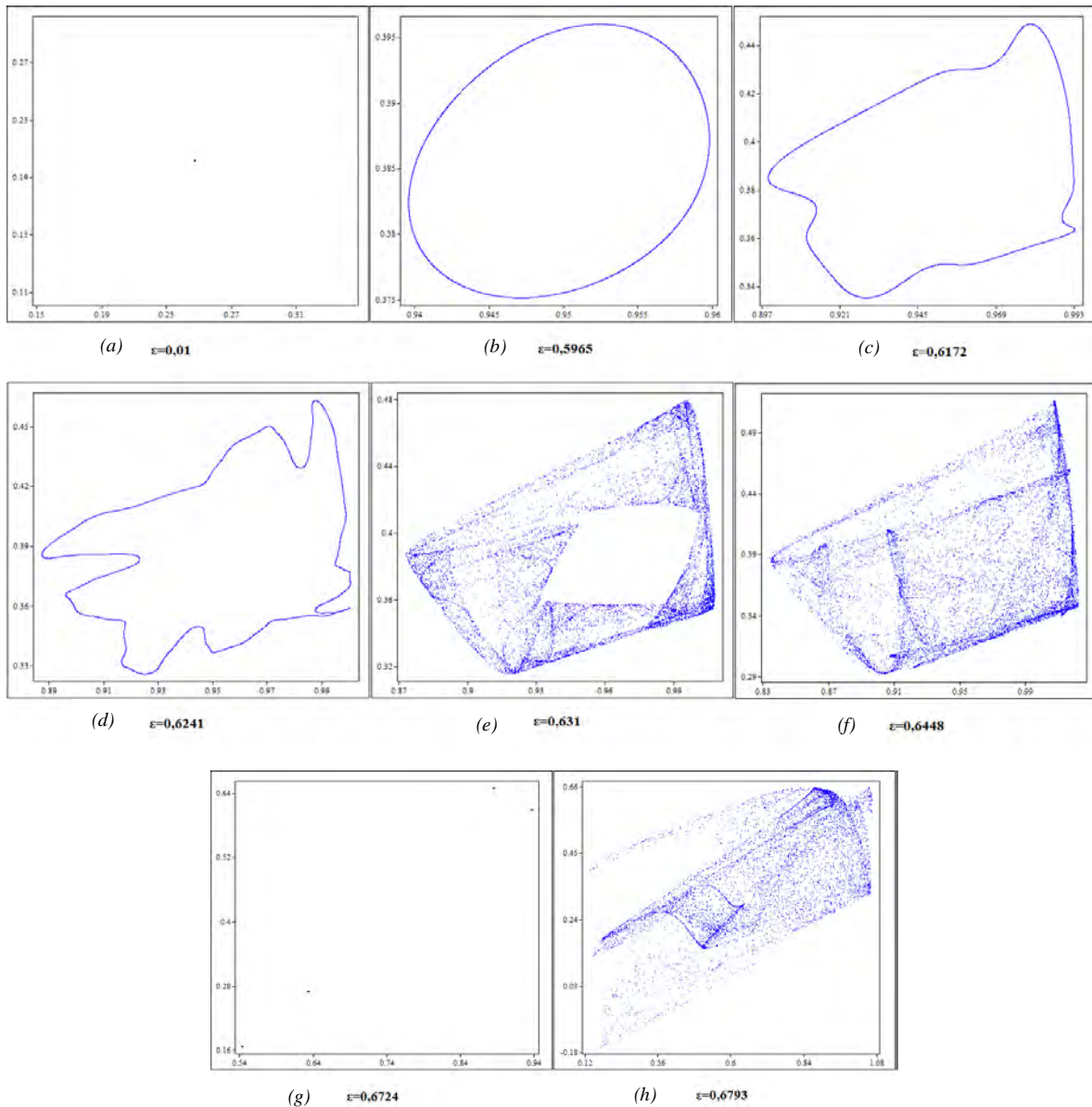
Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

- για  $\varepsilon < 0,5$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon = 0,501$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.
- για  $0,502 < \varepsilon < 0,516$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.
- για  $0,517 < \varepsilon < 0,534$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων (4 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,535 < \varepsilon < 0,542$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon > 0,544$  έχουμε ύπαρξη χάους και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι, το σύστημα για αρκετό διάστημα παραμένει σε ισορροπία (έως  $\varepsilon = 0,5$ ) και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, με αποτέλεσμα η δυνατότητα πρόβλεψης να είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Άρα, για το διάστημα τιμών  $[0,0.5)$ , η υψηλή παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου, ανάμεσα σε Ισραηλινούς και Παλαιστίνιους, ίσως καταφέρει να διατηρήσει τη μεταξύ τους κατάσταση σε ειρηνικό πλαίσιο, παρόλο που το Ισραήλ συνεχίζει να είναι αρκετά αφοσιωμένο στον πόλεμο.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 16:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $\varepsilon$ : (a)  $\varepsilon = 0,01$ , (b)  $\varepsilon = 0,5965$ , (c)  $\varepsilon = 0,6172$ , (d)  $\varepsilon = 0,6241$ , (e)  $\varepsilon = 0,631$ , (f)  $\varepsilon = 0,6448$ , (g)  $\varepsilon = 0,6724$ , (h)  $\varepsilon = 0,6793$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.

Παρατηρούμε ότι, αρχικά για  $\varepsilon = 0,01$  (Σχήμα 16a), το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο, που γίνεται οριακός κύκλος για  $\varepsilon = 0,5965$  (Σχήμα 16b) και οι λύσεις για την τιμή αυτή της παραμέτρου  $\varepsilon$  συγκλίνουν σε αυτόν τον περιοδικό κύκλο. Θα λέγαμε, λοιπόν, ότι υπάρχει μία αυξομείωση στην παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου. Στη συνέχεια, για  $\varepsilon = 0,6172$  (Σχήμα 16c) βλέπουμε την εμφάνιση πολυπλοκότητας στο σύστημα και καθώς μεταβάλλουμε την τιμή της παραμέτρου, δηλαδή για  $\varepsilon = 0,6241$  (Σχήμα 16d), έχουμε έναν παράξενο ελκυστή, όπου μετέπειτα αρχίζει να γίνεται όλο και πιο χαοτικός,

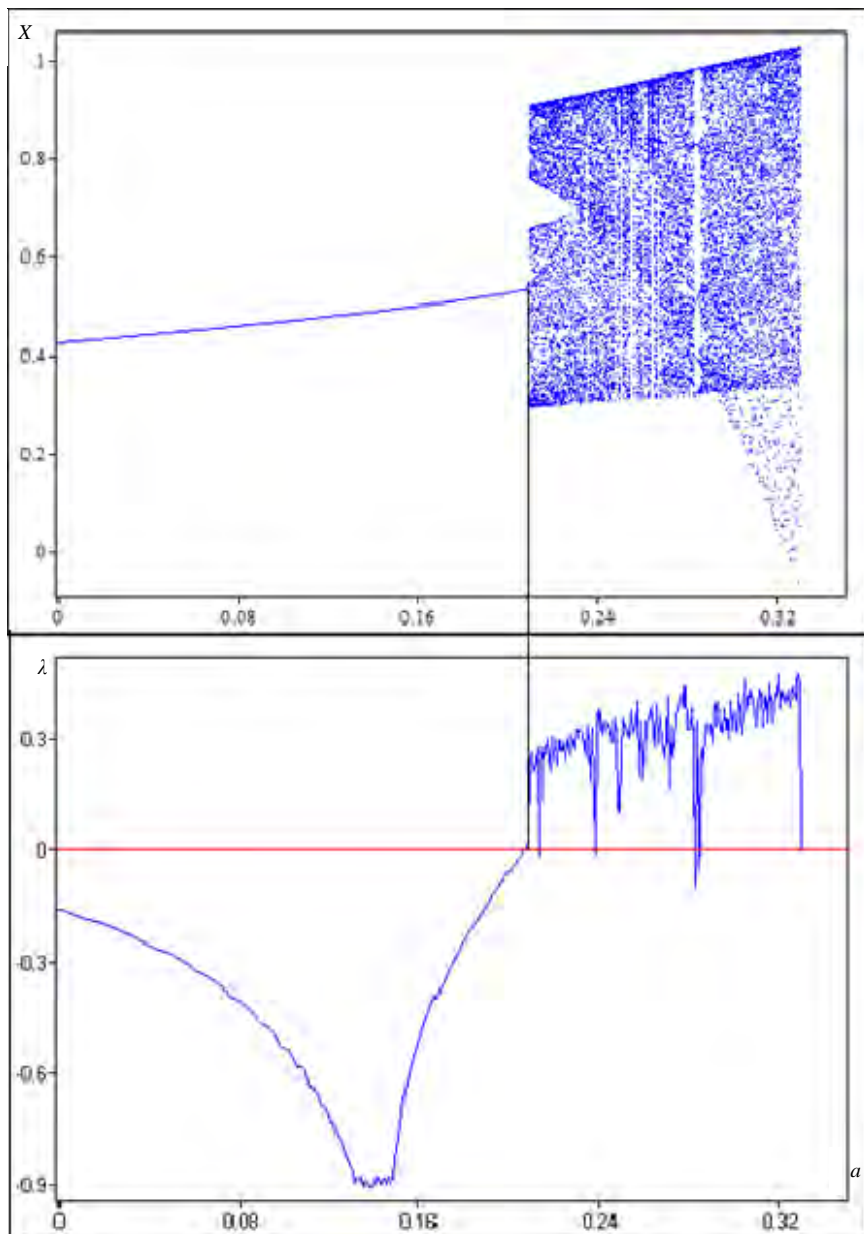
δηλαδή για  $\varepsilon = 0,631$  (Σχήμα 16e), με αποτέλεσμα να οδηγηθούμε σε μία πλήρως χαοτική κατάσταση για  $\varepsilon = 0,6448$  (Σχήμα 16f). Τέλος, το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία για  $\varepsilon = 0,6724$  (Σχήμα 16g) με τέσσερα σημεία ισορροπίας, καταλήγοντας και πάλι σε χάος για  $\varepsilon = 0,6793$  (Σχήμα 16h). Συνεπώς, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $\varepsilon = 0,7$ , δεν μπορούμε να προβλέψουμε την εξέλιξη του πολέμου, διότι βρισκόμαστε σε χαοτική ζώνη και η παρεμβατική δραστηριότητα της Αιγύπτου μπορεί να μην «ρυθμίσει» την κατάσταση μεταξύ τους. Άρα, η έντονη Αιγυπτιακή παρέμβαση μπορεί να προκαλέσει αστάθεια ενώ, μία πιο ήπια δράση εκ μέρους της θα μπορούσε να επιφέρει την ισορροπία ανάμεσά τους.

### **3.6.1 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1<sup>η</sup>: Μείωση της επιθετικής συμπεριφοράς του Ισραήλ**

Σε αυτή την υποπερίπτωση θα εξετάσουμε την υπόθεση, το Ισραήλ να έχει ακόμη πιο αμυντική συμπεριφορά (δηλαδή  $a = 0,2$ ), δεδομένων των τιμών των υπολοίπων παραμέτρων που θέσαμε.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $a \in [0,1]$ .





**Σχήμα 17: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$**

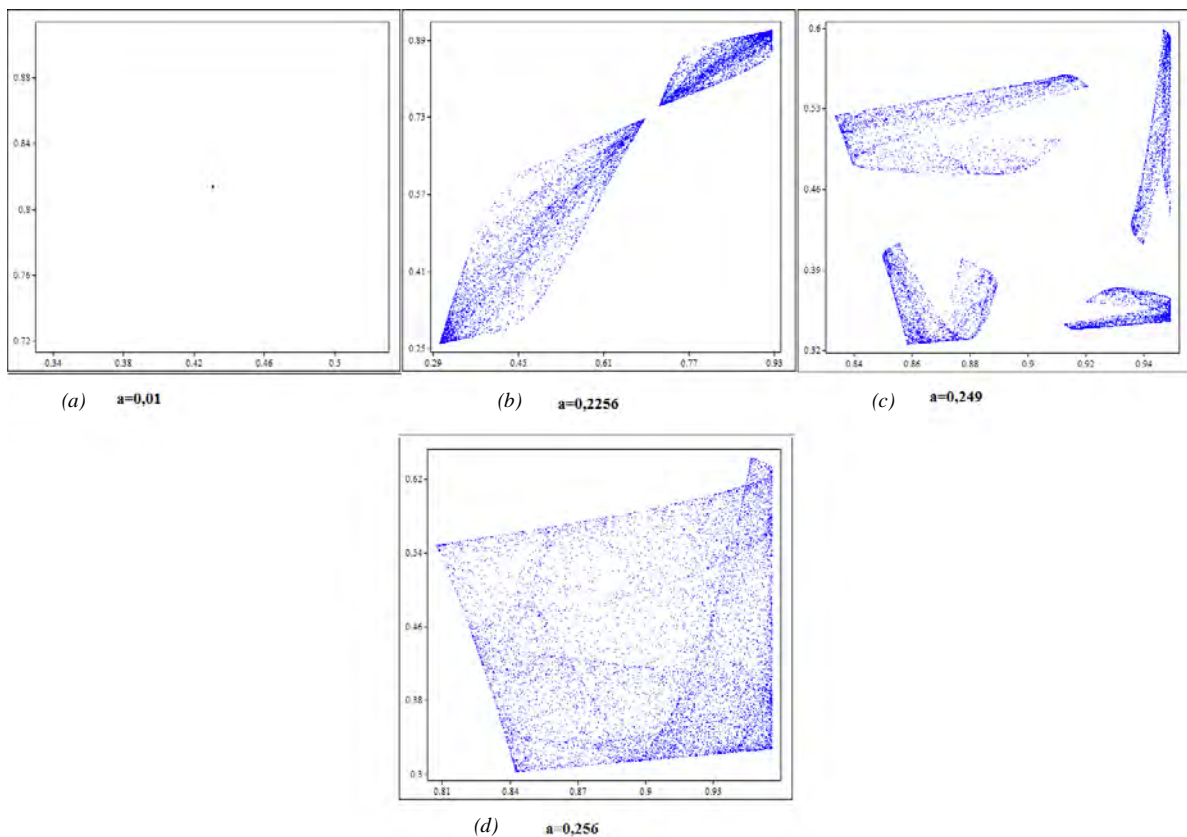
Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

- για  $a < 0,19$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a = 0,2$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.
- για  $a > 0,22$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.

Συμπεραίνουμε ότι, το σύστημα για αρκετό διάστημα τιμών της παραμέτρου παραμένει σε ισορροπία (έως  $a = 0,2$ ) όπου για αυτές τις τιμές οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, με αποτέλεσμα η δυνατότητα πρόβλεψης να είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Το Ισραήλ, επομένως, λόγω της αρκετά αμυντικής συμπεριφοράς του, δεν εμφανίζει πλέον έντονη αφοσίωση στον πόλεμο και ως εκ τούτου, το δίπολο Παλαιστινίων – Αιγυπτίων εφοδιάζονται όλο και περισσότερο με εξοπλιστικά συστήματα με σκοπό μια από κοινού μελλοντική επίθεση.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διαφορές τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 18: Φασικά πορträίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$  (b)  $a = 0,2256$ , (c)  $a = 0,249$ , (d)  $a = 0,256$ . Σε κάθε φασικό πορträίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .**

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα παρατηρούμε ότι, για  $a = 0,01$  (Σχήμα 18a) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη. Στη συνέχεια, εμφανίζεται ένας χαοτικός παράξενος ελκυστής για  $a = 0,2256$  (Σχήμα 18b), όπου μετέπειτα βλέπουμε μια διαφορετική μορφή του χαοτικού παράξενου ελκυστή για  $a = 0,249$  (Σχήμα 18c). Ως εκ τούτου, οδηγούμαστε σε μία χαοτική κατάσταση για  $a = 0,256$  (Σχήμα 18d). Όταν δε, η τιμή της παραμέτρου  $a = 0,2$ , έχουμε τη δυνατότητα πρόβλεψης, εφόσον το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία και άρα το Ισραήλ με την αμυντική του συμπεριφορά δεν θα αποτελούσε αιτία πολέμου.

### **3.6.2 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2<sup>η</sup>: Μείωση της εχθρικής συμπεριφοράς των Παλαιστίνιων**

Σε αυτή την υποπερίπτωση μειώνουμε σταδιακά την εχθρική συμπεριφορά των Παλαιστίνιων. Δηλαδή ξεκινάμε από την τιμή  $b = 0,5$  και την μειώνουμε έως  $b = 0,1$ , κρατώντας τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων που θέσαμε σταθερές. Παρατηρήσαμε ότι στο διάγραμμα διακλάδωσης για τις μεταβολές του  $b$  δεν υπάρχουν διαφορές συγκριτικά με το αρχικό διάγραμμα, όπως παρόμοια συνέβη και με το φασικό πορτραίτο αυτής της υποπερίπτωσης.

Τα συμπεράσματά μας και στη συγκεκριμένη υποπερίπτωση, δεν θα αποκλίνουν από την αρχική μας υπόθεση, δηλαδή ότι η εξ αρχής ύπαρξη χάους δεν μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε την εξέλιξη της μεταξύ τους κατάστασης και άρα αυξάνεται ο κίνδυνος να ξεσπάσει πόλεμος. Στο διάστημα τιμών όπου υπάρχουν οι διακλαδώσεις και για εκείνες τις τιμές της παραμέτρου για τις οποίες η συμπεριφορά των λύσεων του συστήματος δεν είναι χαοτική, ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός και οι τροχιές συγκλίνουν πάντα μεταξύ τους. Όσο περισσότερο επομένως, η συμπεριφορά των Παλαιστίνιων γίνεται αμυντική, τόσο το Ισραήλ θα συνεχίσει να είναι αφοσιωμένο στον πόλεμο και να εξοπλίζεται με όπλα, καθώς οι Παλαιστίνιοι και οι Αιγύπτιοι παραμένουν σχετικά αδρανείς εξοπλιστικά.

### **3.6.3 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3<sup>η</sup>: Αύξηση της εχθρικής συμπεριφοράς της συμμαχίας Παλαιστίνιων και Αιγυπτίων ως προς τους Ισραηλινούς**

Σε αυτή την υποπερίπτωση θα εξετάσουμε τη μεταβολή της παραμέτρου  $c$ , δηλαδή το πόσο εχθρική είναι η συμμαχία Παλαιστίνιων και Αιγυπτίων έναντι των Ισραηλινών. Ξεκινήσαμε με την υπόθεση ότι η συμμαχία αυτή δεν είναι εχθρική απέναντι στο Ισραήλ και καθώς αυξάναμε την τιμή της παραμέτρου  $c$  (δηλαδή η συμμαχία να γίνεται όλο και πιο εχθρική

προς το Ισραήλ) τόσο αυξάνονται και οι πιθανότητες να ξεσπάσει πόλεμος μεταξύ της συμμαχίας αυτής και του Ισραήλ. Συμπερασματικά, από τη μία πλευρά, το Ισραήλ εξοπλίζεται όλο και περισσότερο με οπλικά συστήματα, με σκοπό να μπορεί να ανταπεξέλθει σε ενδεχόμενο πόλεμο. Από την άλλη πλευρά, ο Παλαιστινιακός λαός δεν εμφανίζει σημαντική αφοσίωση στον πόλεμο, αφού έχει στο πλευρό του την Αίγυπτο, η οποία είναι αρκετά καλά εξοπλισμένη με όπλα.

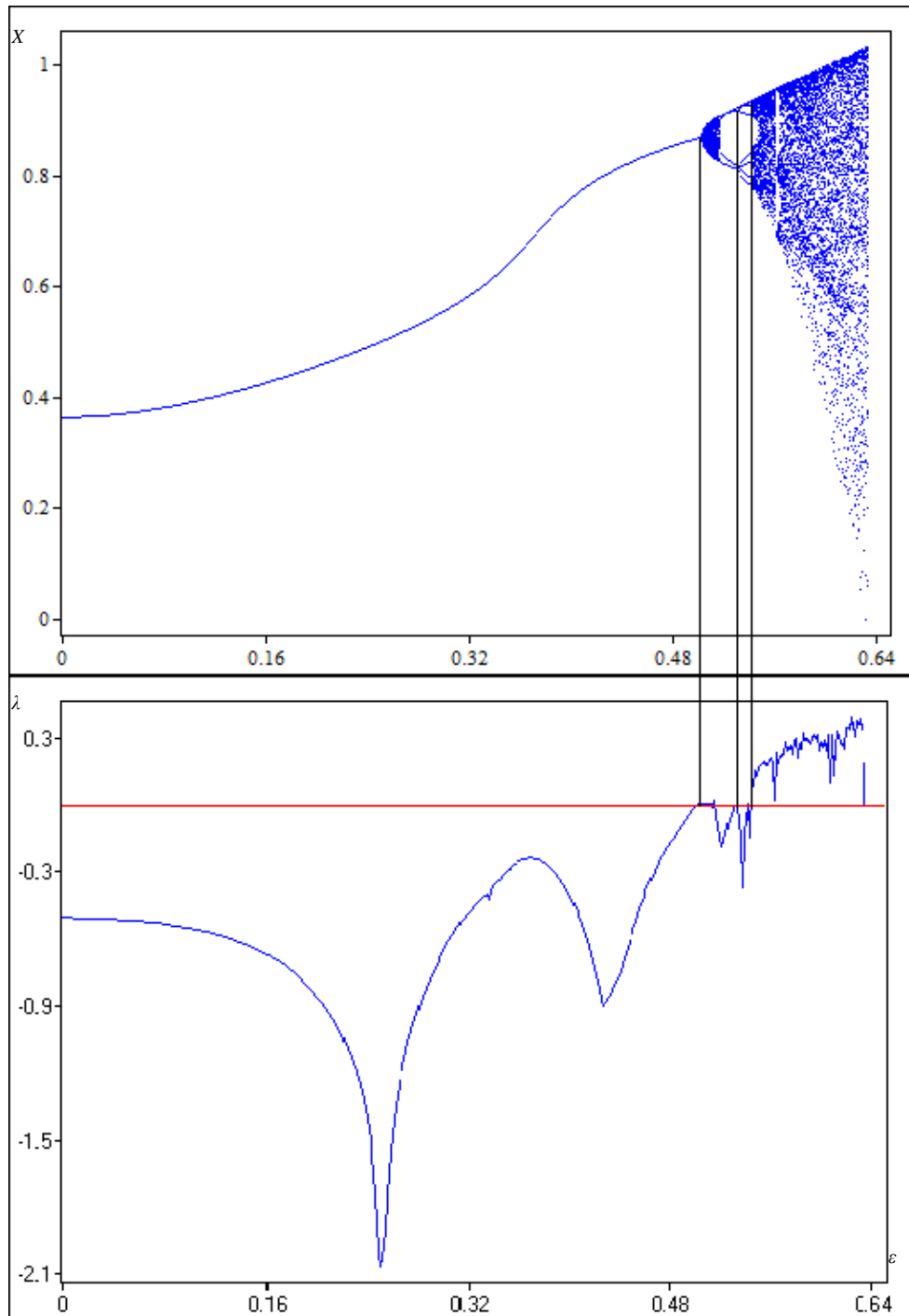
Μπορούμε να υποθέσουμε επομένως ότι, η ύπαρξη ενός πολέμου είναι πολύ πιθανό σενάριο και άρα, η τιμή της παραμέτρου  $c$  πρέπει να παραμένει σε χαμηλά επίπεδα, έτσι ώστε να διασφαλίζεται η ειρήνη ανάμεσα σε αυτούς τους λαούς.

### **3.6.4 ΥΠΟΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4<sup>η</sup>: Μείωση της Αιγυπτιακής παρέμβασης**

Σε αυτή την υποπερίπτωση η παρέμβαση της Αιγύπτου δεν είναι τόσο έντονη, και ο παρεμβατικός της ρόλος είναι σε «μέτρια» κατάσταση, δηλαδή  $\varepsilon = 0,5$ .

Με άλλα λόγια, καθώς θα μεταβάλλουμε την παράμετρο  $\varepsilon$ , θα δούμε πώς μπορεί να εκδηλωθεί η αλλαγή της πολιτικής των δύο λαών από φιλειρηνική σε φιλοπόλεμη και αντιστρόφως.

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για αυτή την περίπτωση.



**Σχήμα 19:** Διαγράμματα διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $\epsilon$

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

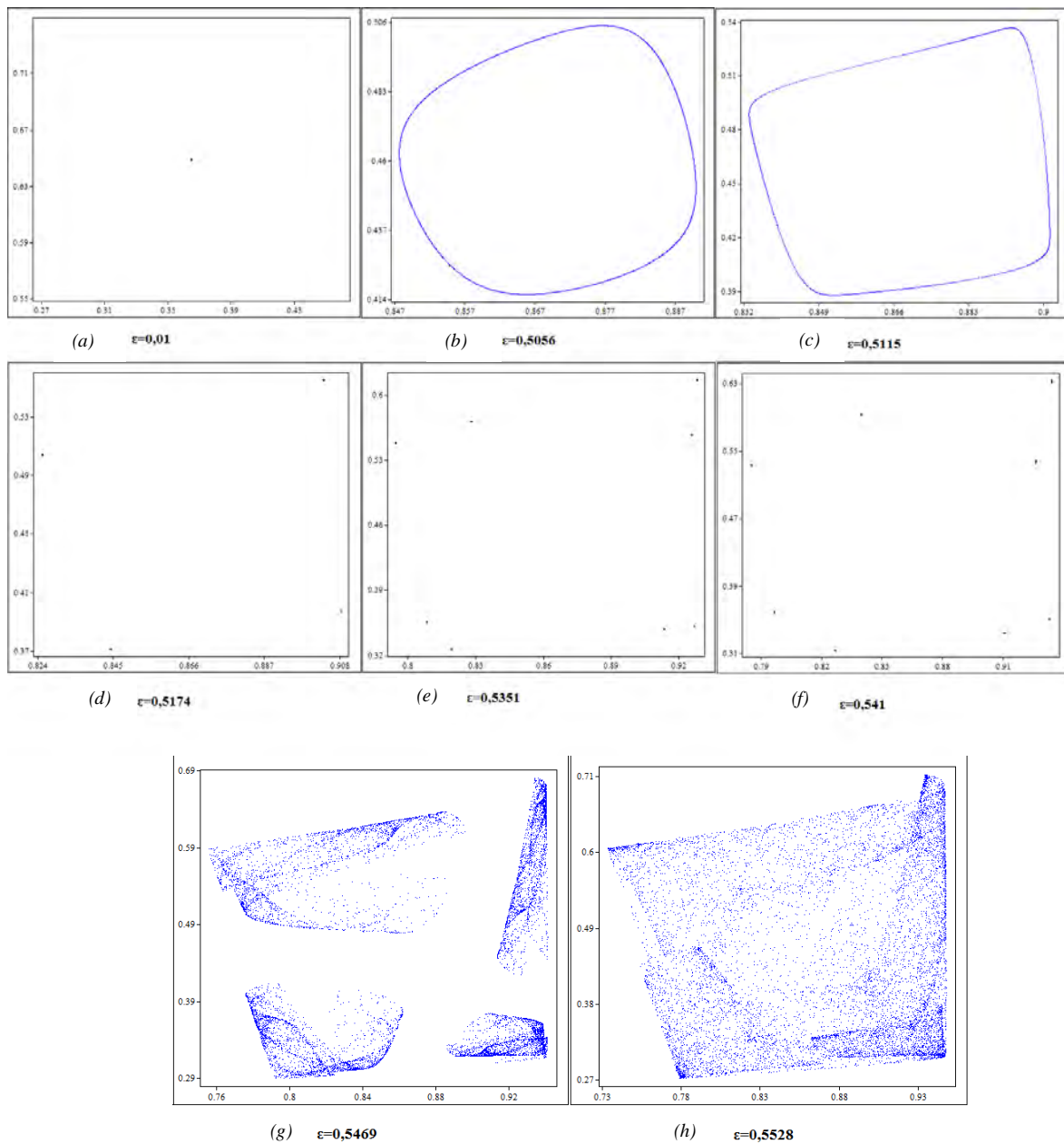
- για  $\epsilon < 0,5$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.

- για  $\varepsilon = 0,501$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.
- για  $0,502 < \varepsilon < 0,516$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.
- για  $0,517 < \varepsilon < 0,534$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων (4 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,535 < \varepsilon < 0,542$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon > 0,544$  έχουμε ύπαρξη χάους και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω προκύπτει το συμπέρασμα ότι, το σύστημα για αρκετό διάστημα παραμένει σε ισορροπία (έως  $\varepsilon = 0,5$ ) και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, όπου η δυνατότητα πρόβλεψης είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Άρα, με τη ήπια παρεμβατική ικανότητα η Αίγυπτος ίσως μπορέσει να καταφέρει να διατηρήσει τη μεταξύ τους κατάσταση σε ειρηνικό πλαίσιο, παρ' όλο που το Ισραήλ συνεχίζει να είναι αρκετά αφοσιωμένο στον πόλεμο. Εν αντιθέσει, με τους Παλαιστίνιους και Αιγυπτίους, οι οποίοι δεν εμφανίζουν επιθυμία να εφοδιαστούν με οπικά συστήματα λόγω των χαμηλών τιμών των λύσεων του συστήματος.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 20: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $\varepsilon$ : (a)  $\varepsilon = 0,01$ , (b)  $\varepsilon = 0,5056$ , (c)  $\varepsilon = 0,5115$ , (d)  $\varepsilon = 0,5174$ , (e)  $\varepsilon = 0,5351$ , (f)  $\varepsilon = 0,541$ , (g)  $\varepsilon = 0,5469$ , (h)  $\varepsilon = 0,5528$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.**

Παρατηρούμε ότι αρχικά για  $\varepsilon = 0,01$  (Σχήμα 20a) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο ισορροπίας. Στη συνέχεια, για  $\varepsilon = 0,5056$  (Σχήμα 20b) αρχίζει να εμφανίζεται πολυπλοκότητα στο σύστημα, όπως και για  $\varepsilon = 0,5115$  (Σχήμα 20c) έχουμε έναν παράξενο ελκυστή. Καθώς μεταβάλλουμε κι άλλο την παράμετρό μας το σύστημα επανέρχεται σε ισορροπία, δηλαδή για  $\varepsilon = 0,5174$  (Σχήμα 20d) έχουμε τέσσερα σημεία ισορροπίας όπου γίνονται οκτώ για  $\varepsilon = 0,5351$  (Σχήμα 20e) και για  $\varepsilon = 0,541$  (Σχήμα 20f)

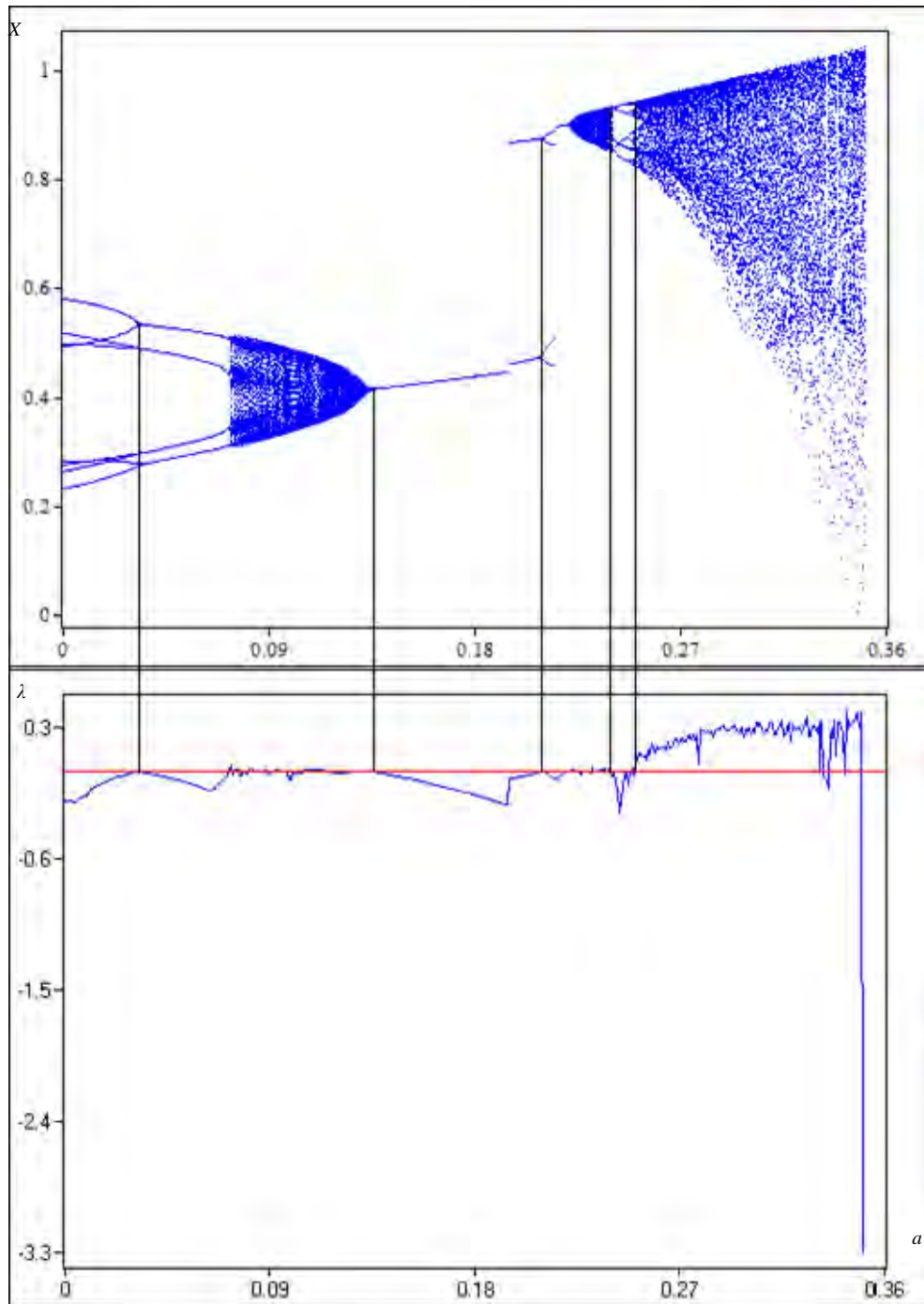
αυτά τα σημεία απομακρύνονται μεταξύ τους. Τέλος, για  $\varepsilon = 0,5469$  (Σχήμα 20g) εμφανίζεται ένας χαοτικός παράξενος ελκυστής, καταλήγοντας σε πλήρως χαοτική κατάσταση για  $\varepsilon = 0,5528$  (Σχήμα 20h). Άρα, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $\varepsilon = 0,5$ , μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σε εκείνη την τιμή ξεκινάει το σύστημα να γίνεται πολύπλοκο. Αυτό οφείλεται το γεγονός ότι όσο περισσότερο επεμβαίνει η Αίγυπτος, τόσο τείνει να αποσταθεροποιείται η κατάσταση μεταξύ τους.

### 3.7 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3<sup>η</sup>

Σε αυτή την περίπτωση θα εξετάσουμε την υπόθεση οι Ισραηλινοί και οι Παλαιστίνιοι να έχουν μία «μέτρια» αφοσίωση στον πόλεμο, δηλαδή  $a = 0,5$  και  $b = 0,5$ . Έστω ότι ο βαθμός παρέμβασης της Αιγύπτου βρίσκεται σε υψηλό επίπεδο, δηλαδή  $\varepsilon = 0,7$  και η συμμαχία Παλαιστινίων και Αιγυπτίων ως προς τους Ισραηλινούς δεν είναι ιδιαίτερα εχθρική, δηλαδή  $c = 0,3$ .

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $a \in [0,1]$ .





**Σχήμα 21:** Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$

Παρατηρούμε από τα διαγράμματα ότι:

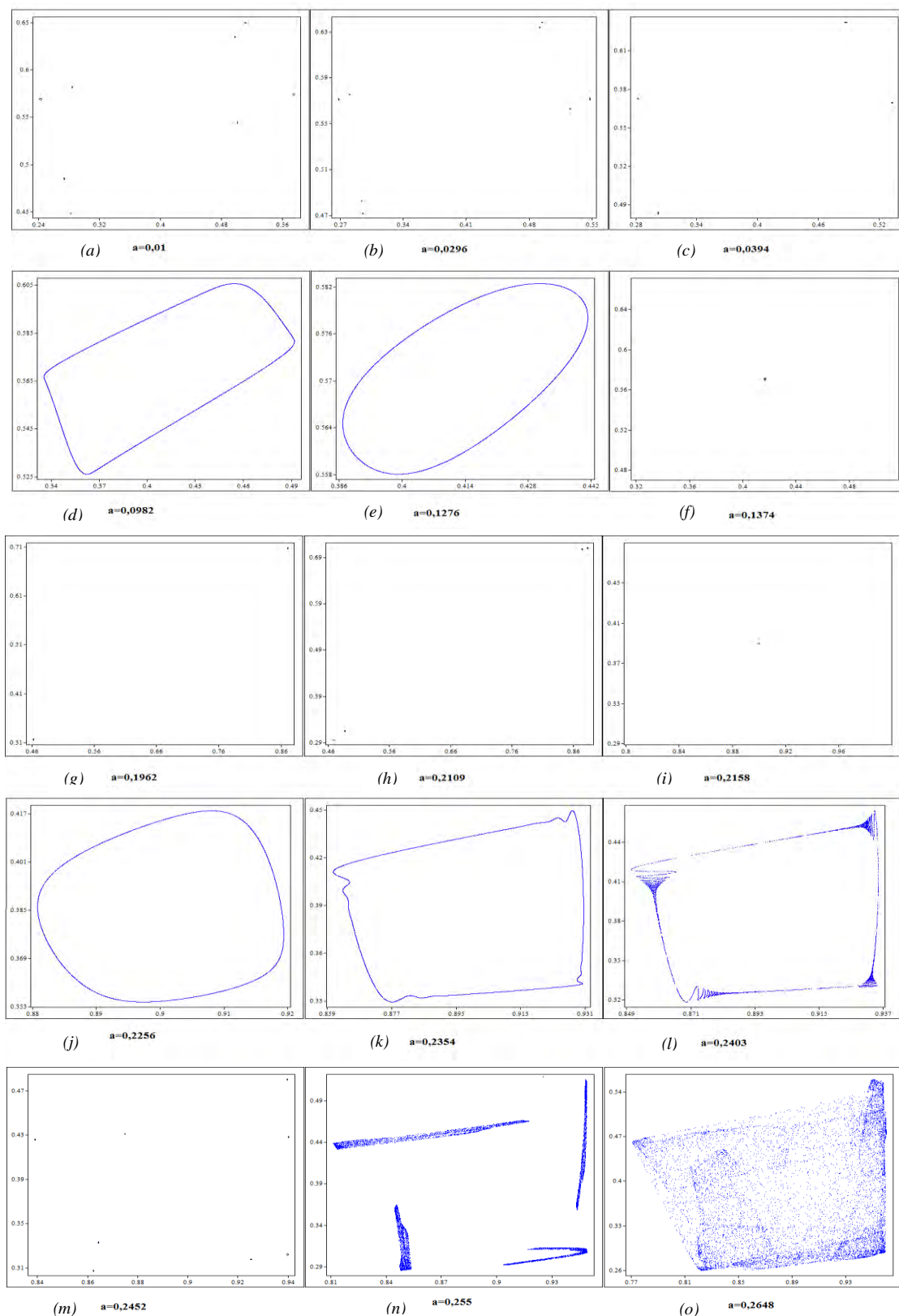
- για  $a < 0,036$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων το οποίο σημαίνει ότι έχουμε οχτώ σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.

- για  $0,037 < a < 0,075$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων δηλαδή έχουμε τέσσερα σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.
- Στο σημείο όπου η διακλάδωση γίνεται από 8 - περιόδων σε 4-περιόδων ο εκθέτης Lyapunov είναι μηδέν.
- για  $0,075 < a < 0,137$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,138 < a < 0,2$  η συμπεριφορά των λύσεων παύει να είναι χαοτική και έχουμε ένα θετικό ευσταθές σημείο ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,21 < a < 0,22$  έχουμε διακλάδωση 2 - περιόδων το οποίο σημαίνει ότι έχουμε δύο σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,22 < a < 0,24$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα στο διάγραμμα Lyapunov ο εκθέτης γίνεται θετικός.
- για  $0,24 < a < 0,255$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων δηλαδή οκτώ σημεία ισορροπίας και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a > 0,256$  εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι, εφόσον το  $a$  αντιπροσωπεύει την πολιτική του Ισραήλ, στο διάστημα τιμών όπου δεν εμφανίζεται χάος, η δυνατότητα προβλεψιμότητας είναι υψηλή. Αντιθέτως, στην περιοχή όπου υπάρχει χάος δεν μπορούμε να προβλέψουμε τη συμπεριφορά του Ισραήλ και υπάρχει κίνδυνος να ξεσπάσει πόλεμος.

Το Ισραήλ λόγω της επιθετικής συμπεριφοράς του εξοπλίζεται με περισσότερα οπικά συστήματα, ενώ ο Παλαιστινιακός λαός και η Αίγυπτος έχοντας μία πιο αμυντική συμπεριφορά έχουν λιγότερη αφοσίωση στον πόλεμο και δεν εξοπλίζονται με περισσότερα οπικά συστήματα, γεγονός που μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε ότι η συμπεριφορά του Ισραήλ θα αποτελούσε μια πιθανή αιτία πολέμου.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .

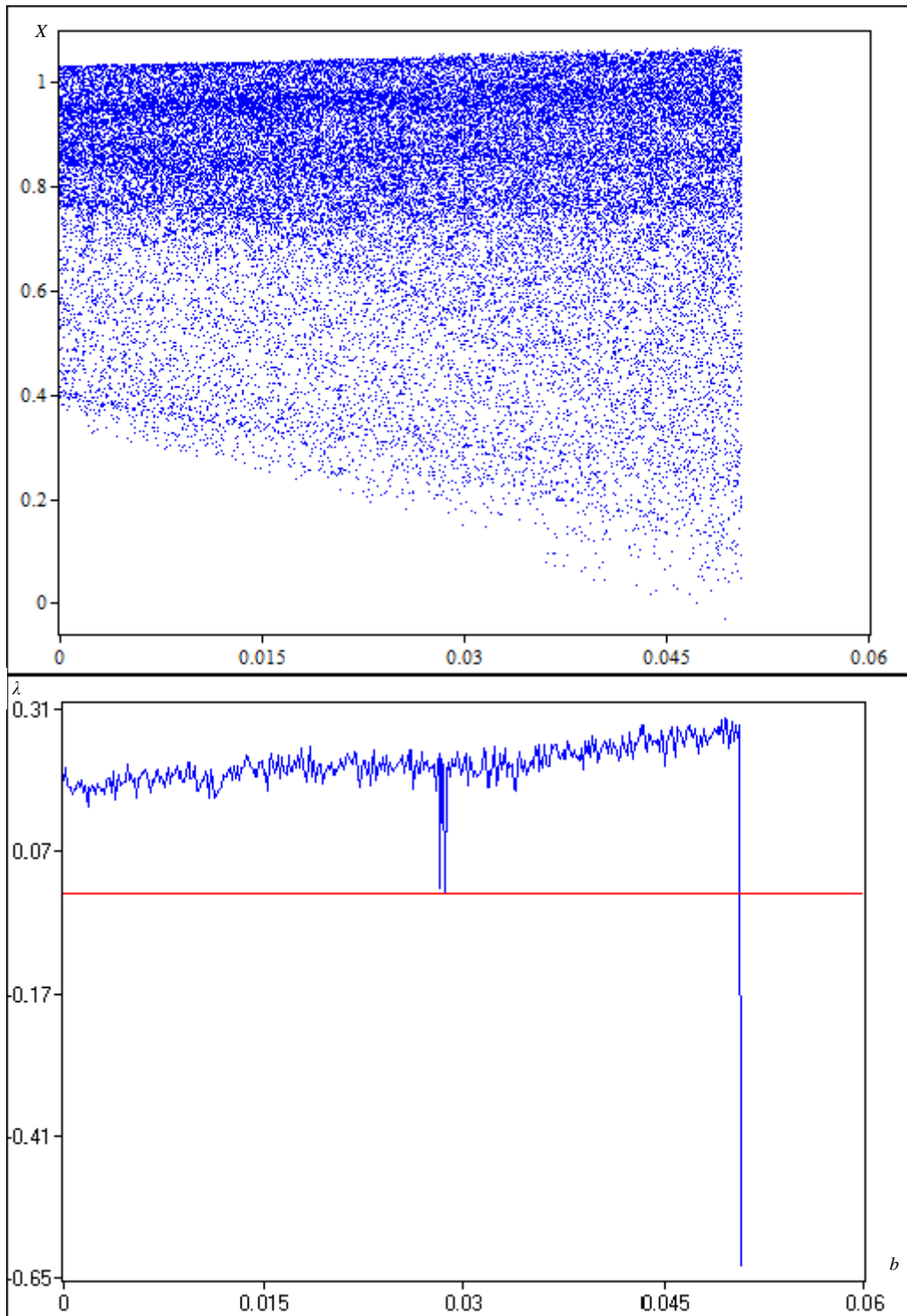


**Σχήμα 22:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$ , (b)  $a = 0,0296$ , (c)  $a = 0,0394$ , (d)  $a = 0,0982$ , (e)  $a = 0,1276$ , (f)  $a = 0,1374$ , (g)  $a = 0,1962$ , (h)  $a = 0,2109$ , (i)  $a = 0,2158$ , (j)  $a = 0,2256$ , (k)  $a = 0,2354$ , (l)  $a = 0,2403$ , (m)  $a = 0,2452$ , (n)  $a = 0,255$ , (o)  $a = 0,2648$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.

Παρατηρούμε ότι αρχικά για  $a = 0,01$  (Σχήμα 22a) υπάρχει τάξη στο σύστημά μας με οκτώ ευσταθή σημεία ισορροπίας. Στη συνέχεια, για  $a = 0,0296$  (Σχήμα 22b) αυτά τα οκτώ σημεία αρχίζουν να πλησιάζουν μεταξύ τους, όπου για  $a = 0,0394$  (Σχήμα 22c) τα σημεία ισορροπίας γίνονται τέσσερα. Αυξάνοντας την τιμή του  $a$  σε  $a = 0,0982$  (Σχήμα 22d), έχουμε την εμφάνιση ενός οριακού κύκλου με την μορφή ορθογωνίου και για  $a = 0,1276$  (Σχήμα 22e) οδηγούμαστε σε έναν πιο «κλασσικό» οριακό κύκλο. Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι υπάρχει μία αυξομείωση στην εχθρική συμπεριφορά του Ισραήλ.

Καθώς συνεχίζουμε να αυξάνουμε κι άλλο την παράμετρο  $a$ , η ευστάθεια επανέρχεται στο σύστημα με ένα ελκυστικό σημείο ισορροπίας για  $a = 0,1374$  (Σχήμα 22f). Για  $a = 0,1962$  (Σχήμα 22g) έχουμε δύο σημεία ισορροπίας, τα οποία γίνονται τέσσερα για  $a = 0,2109$  (Σχήμα 22h). Αυξάνοντας ακόμη περισσότερο την τιμή της παραμέτρου  $a$ , έχουμε για  $a = 0,2158$  (Σχήμα 22i) ξανά την εμφάνιση ενός σημείου ισορροπίας. Για  $a = 0,2256$  (Σχήμα 22j) εμφανίζεται και πάλι ένας οριακός κύκλος και για  $a = 0,2354$  (Σχήμα 22k) ξεκινάει να δημιουργείται ένας παράξενος ελκυστής. Για  $a = 0,2403$  (Σχήμα 22l) έχουμε έναν ακόμη «πιο» παράξενος ελκυστή, ώσπου επιστρέφουμε και πάλι στην ευστάθεια για  $a = 0,2452$  (Σχήμα 22m) με οκτώ σημεία ισορροπίας. Τέλος, παρουσιάζεται ξανά πολυπλοκότητα στο σύστημα, για  $a = 0,255$  (Σχήμα 22n) με τα σημεία να συγκλίνουν σε αυτόν τον παράξενος χαοτικό ελκυστή, και για  $a = 0,2648$  (Σχήμα 22o) καταλήγουμε σε πλήρως χαοτική κατάσταση. Συνεπώς, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $a = 0,5$ , το σύστημα βρίσκεται ήδη, από την τιμή  $0,2648$ , σε περιοχή χάους με αποτέλεσμα να υπάρχει πιθανότητα να ξεσπάσει πόλεμος από την πλευρά του Ισραήλ.

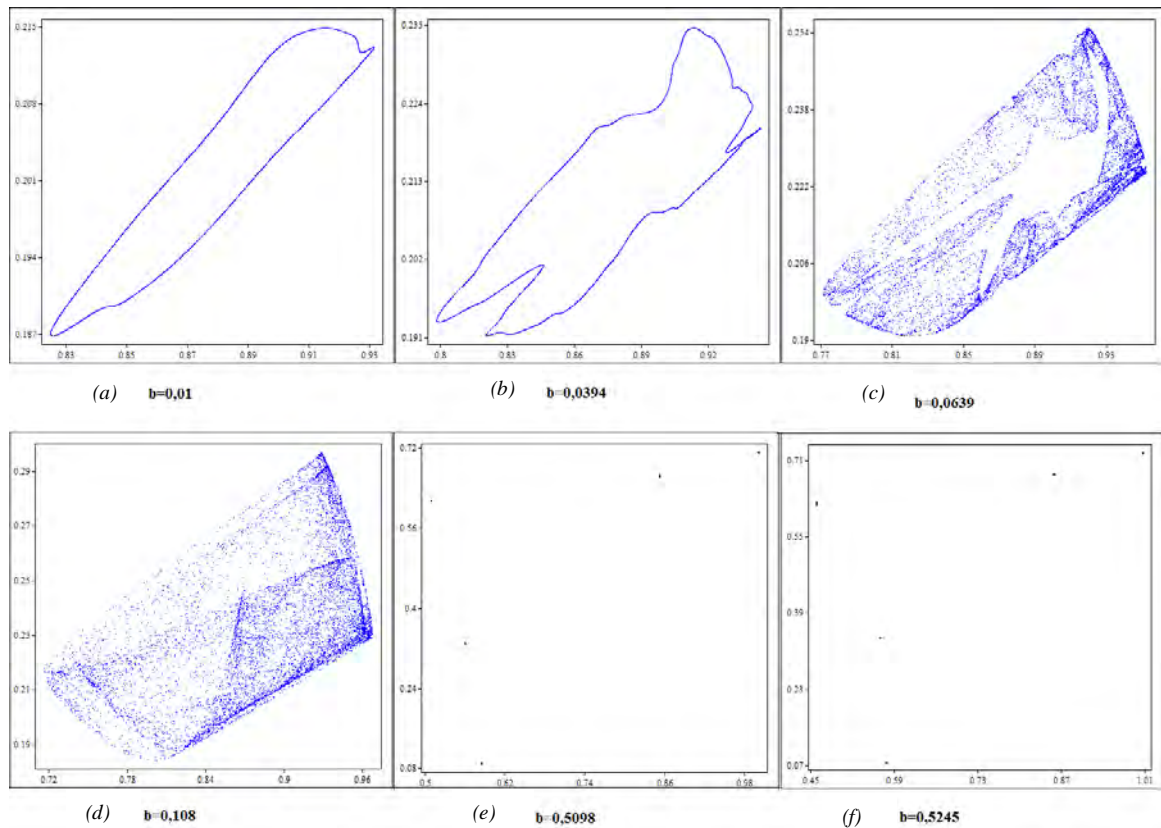
Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $b \in [0,1]$ .



**Σχήμα 23: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $b$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $b$  υπάρχει χάος και άρα δεν μπορούμε να προβλέψουμε τη συμπεριφορά των Παλαιστινίων στον πόλεμο πριν την τιμή 0,5, αλλά ούτε και την εξέλιξη της κατάστασης με το Ισραήλ.

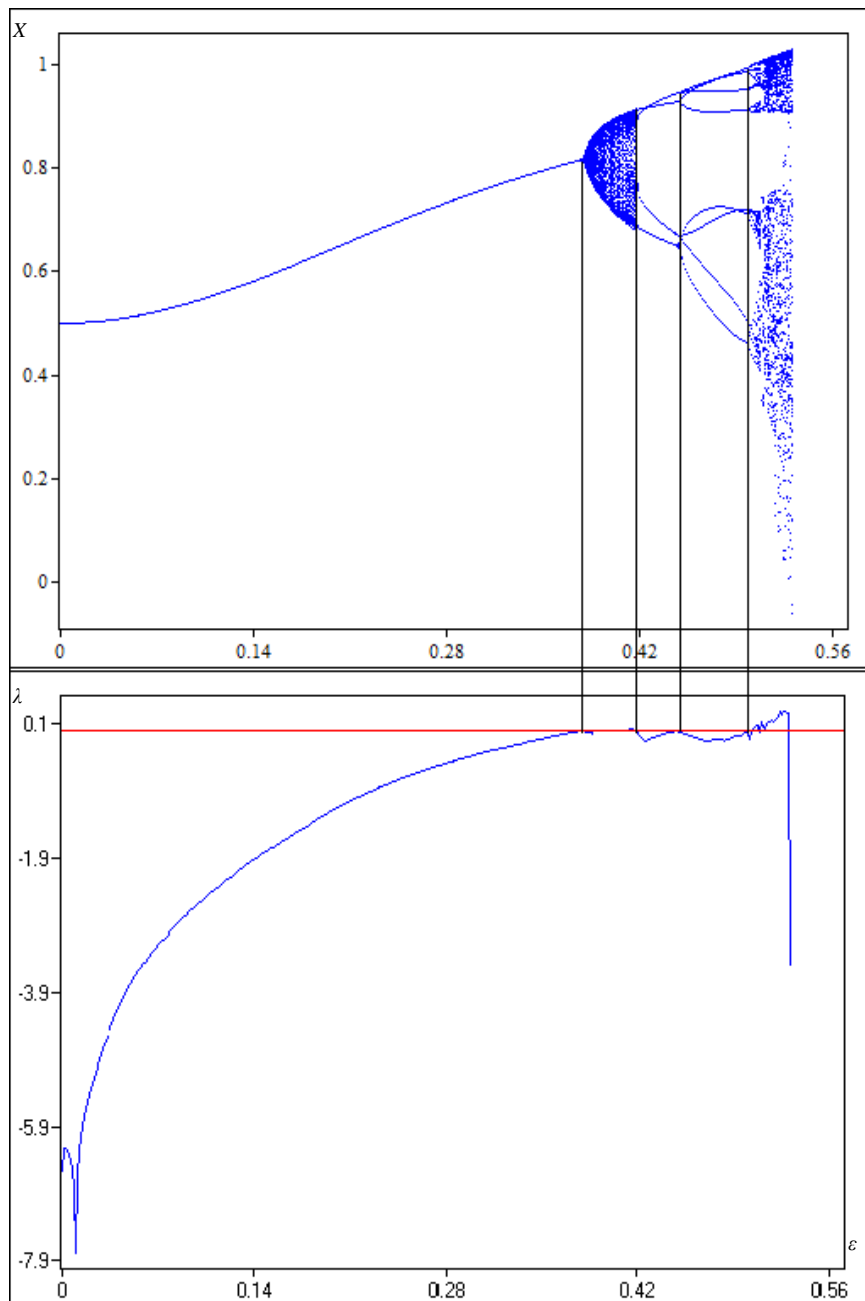
Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $b \in [0,1]$ .



**Σχήμα 24:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $b$ : (a)  $b = 0,01$ , (b)  $b = 0,0394$ , (c)  $b = 0,0639$ , (d)  $b = 0,108$ , (e)  $b = 0,5098$ , (f)  $b = 0,5245$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Παρατηρούμε ότι το σύστημα από την αρχή για  $b = 0,01$  (Σχήμα 24a) βρίσκεται σε κατάσταση πολυπλοκότητας, δηλαδή υπάρχει ένας παράξενος ελκυστής. Στη συνέχεια, βλέπουμε ότι ο παράξενος ελκυστής αλλάζει μορφή για  $b = 0,0394$  (Σχήμα 24b) και για  $b = 0,0639$  (Σχήμα 24c) και για  $b = 0,108$  (Σχήμα 24d) έχουμε έναν παράξενο χασοτικό ελκυστή. Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε την παράμετρο  $b$ , το σύστημα έρχεται σε τάξη για  $b = 0,5098$  (Σχήμα 24e) με πέντε ευσταθή σημεία ισορροπίας, τα οποία, όπως παρατηρούμε, αρχίζουν να πλησιάζουν μεταξύ τους για  $b = 0,5245$  (Σχήμα 24f). Επομένως, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $b > 0,5$ , βρισκόμαστε σε ισορροπία με αποτέλεσμα να έχουμε τη δυνατότητα πρόβλεψης για την εξέλιξη του πολέμου.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 25: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

- για  $\varepsilon < 0,377$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon = 0,378$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.
- για  $0,39 < \varepsilon < 0,41$  στο διάγραμμα διακλάδωσης υπάρχει χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.

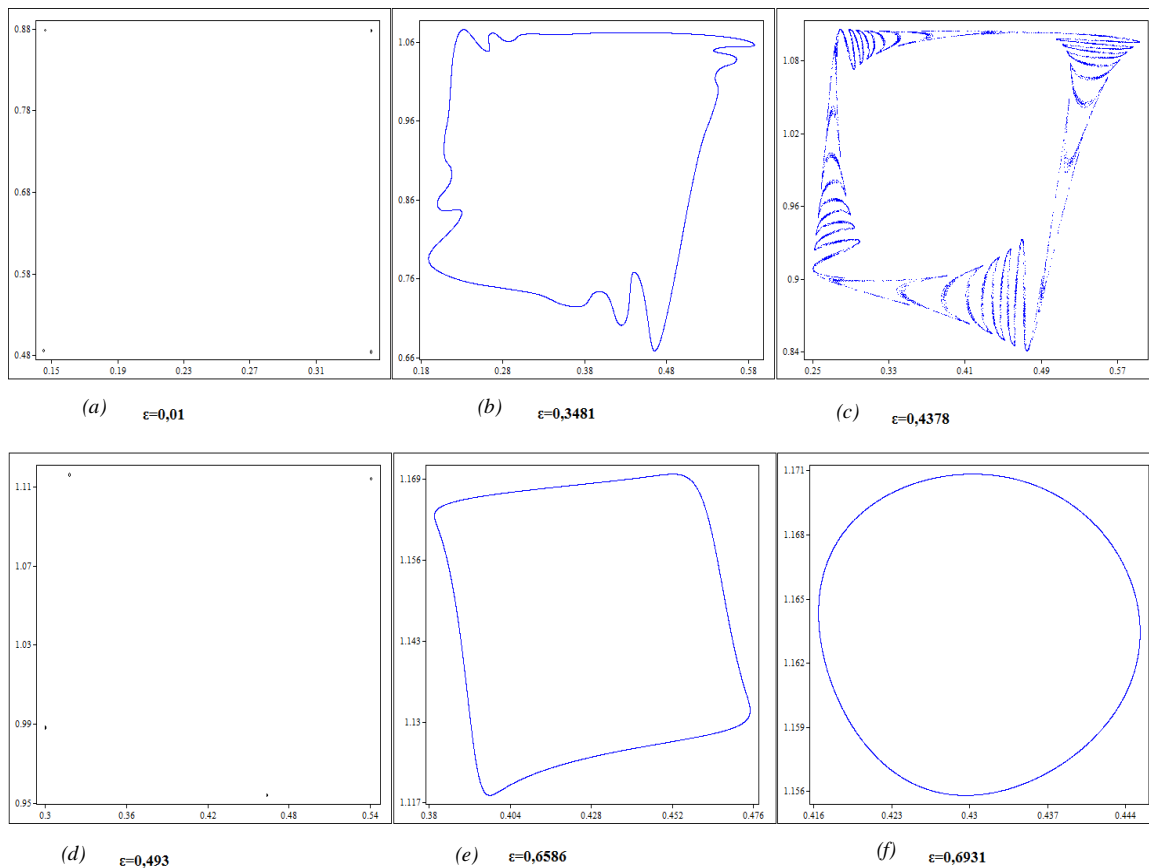
- για  $0,417 < \varepsilon < 0,45$  έχουμε διακλάδωση 4 - περιόδων (4 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $0,451 < \varepsilon < 0,5$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov συνεχίζει να είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon > 0,51$  βρισκόμαστε σε περιοχή χάους και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα εξάγεται το συμπέρασμα ότι, το σύστημα παραμένει σε ισορροπία (έως  $\varepsilon = 0,377$ ) και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, όπου η δυνατότητα πρόβλεψης είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Άρα, για το διάστημα τιμών  $[0,0.5)$  η παρέμβαση της Αιγύπτου στους δύο λαούς, ίσως μπορεί να διατηρήσει τη μεταξύ τους σχέση σε ειρηνική βάση, παρ' όλο που το Ισραήλ συνεχίζει να είναι αρκετά αφοσιωμένο στον πόλεμο. Όμως, μια έντονη δράση της μπορεί να καταστεί αιτία πολέμου.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\varepsilon \in [0,1]$ .





**Σχήμα 26: Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $\varepsilon$ : (a)  $\varepsilon = 0,01$ , (b)  $\varepsilon = 0,3481$ , (c)  $\varepsilon = 0,4378$ , (d)  $\varepsilon = 0,493$ , (e)  $\varepsilon = 0,6586$ , (f)  $\varepsilon = 0,6931$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .**

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα, αρχικά, παρατηρούμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία για  $\varepsilon = 0,01$  (Σχήμα 26a) με δύο ευσταθή σημεία ισορροπίας. Στη συνέχεια, έχουμε την εμφάνιση της πολυπλοκότητας στο σύστημα για  $\varepsilon = 0,3481$  (Σχήμα 26b), δηλαδή τα σημεία συγκλίνουν σε έναν παράξενο ελκυστή και για  $\varepsilon = 0,4378$  (Σχήμα 26c) έχουμε ένα χαοτικό παράξενο ελκυστή. Καθώς μεταβάλλουμε κι άλλο την παράμετρο  $\varepsilon$ , το σύστημα επανέρχεται σε ισορροπία για  $\varepsilon = 0,493$  (Σχήμα 26d) με τέσσερα ευσταθή σημεία ισορροπίας. Όμως, παρατηρούμε ξανά την πολυπλοκότητα στο σύστημα για  $\varepsilon = 0,6586$  (Σχήμα 26e), ενώ για  $\varepsilon = 0,6931$  (Σχήμα 26f) έχουμε την εμφάνιση ενός οριακού κύκλου. Επομένως, θα λέγαμε ότι υπάρχει μία αυξομείωση στην παρεμβατικότητα της Αιγύπτου. Συνεπώς, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $\varepsilon = 0,7$ , βρισκόμαστε σε χαοτική κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι επικρατεί αστάθεια λόγω της έντονης δράσης της Αιγύπτου και η ύπαρξη νέων συγκρούσεων αποτελεί πιθανό σενάριο.

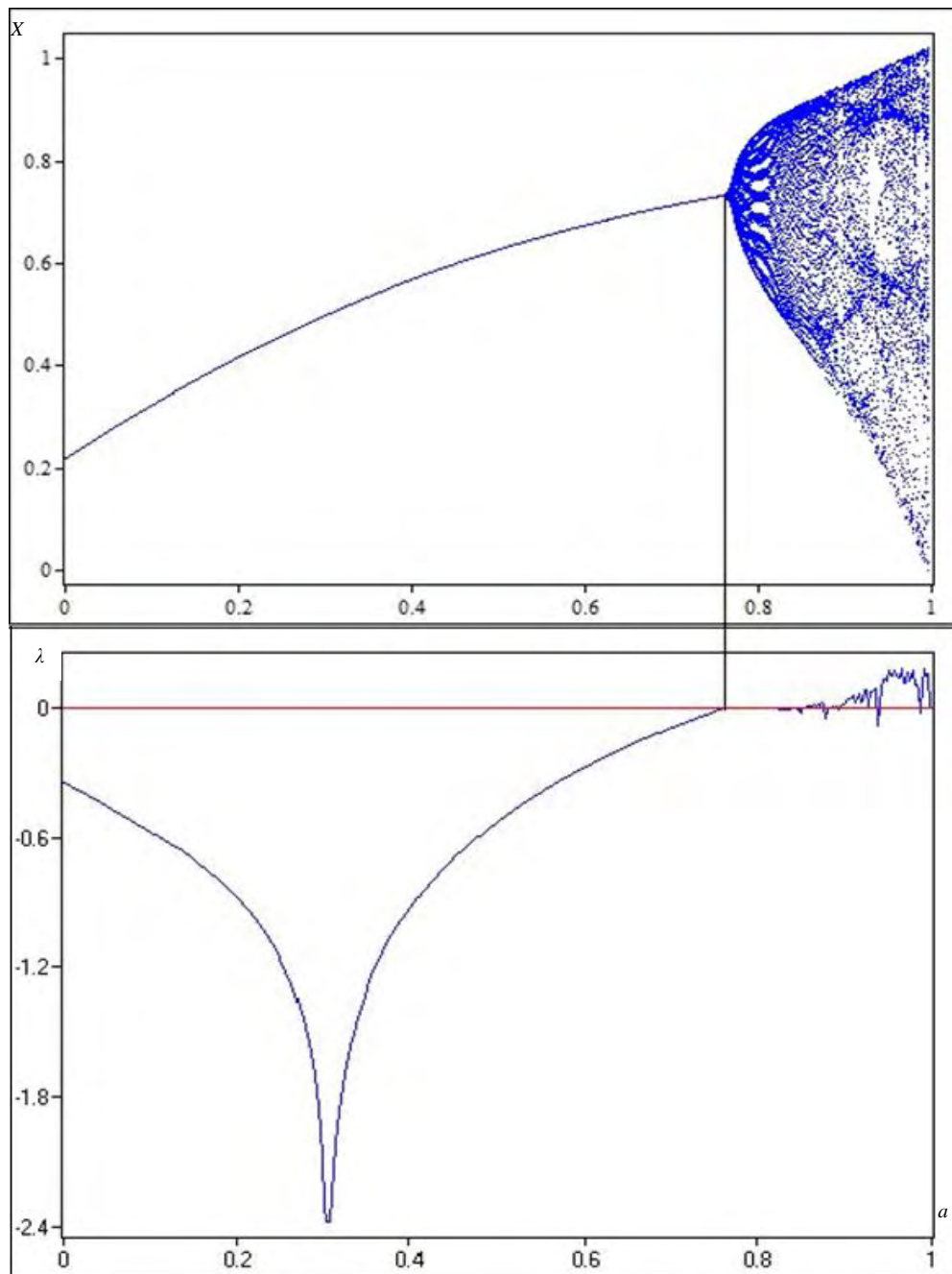
Τέλος, θέλοντας να εξετάσουμε τις ενδεχόμενες μεταβολές που θα μπορούσε να αποφέρει η σταδιακή μείωση της παρέμβασης της Αιγύπτου, παρατηρήσαμε ότι διαγραμματικά δεν

εμφανίστηκαν αλλαγές. Όμως, παρακολουθώντας την εξέλιξη των τιμών των λύσεων του συστήματος παρατηρήσαμε ότι, όσο ελαττώνουμε την τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , τόσο μικραίνει η αφοσίωση του Ισραήλ στον πόλεμο, ενώ παράλληλα οι Παλαιστίνιοι αυξάνουν τον ρυθμό εξοπλισμού τους. Στη συνέχεια, μελετήσαμε και την υπόθεση ότι, αν αυξήσουμε την παρέμβαση της συμμαχίας Παλαιστινίων και Αιγυπτίων, δηλαδή την παράμετρο  $c$ , ποιές μεταβολές θα εμφανιστούν στο σύστημα. Έτσι, παρατηρήσαμε ότι οι Ισραηλινοί εξοπλίζονται όλο και περισσότερο στον πόλεμο και οι Αιγύπτιοι συμπεριφέρεται παρόμοια, ενώ οι Παλαιστίνιοι εμφανίζουν μία μικρή και σταδιακή αύξηση της αφοσίωσής τους στην μεταξύ τους διένεξη.

### 3.8 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4<sup>η</sup>: Προσέγγιση μιας ενδεχόμενης «Ειρήνης»

Ως τελευταία περίπτωση θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά αυτών των τριών λαών υπό το πρίσμα μιας ενδεχόμενης «ειρήνης», δηλαδή εννοώντας μια παύση πυρών ή εχθροπραξιών ή την υπογραφή μιας ειρηνικής συνθήκης. Οι τιμές των παραμέτρων προσπαθήσαμε να αντιπροσωπεύουν όσο το δυνατόν αυτή την υπόθεση. Πιο συγκεκριμένα, η πολιτική που ασκεί το Ισραήλ όσον αφορά τον εξοπλισμό του σε οπλικά συστήματα είναι σχετικά χαμηλή, δηλαδή  $a = 0,4$ , ενώ η πολιτική των Παλαιστινίων είναι ακόμη πιο χαμηλή, δηλαδή  $b = 0,2$ . Η συμμαχία Αιγυπτίων και Παλαιστινίων ως προς τους Ισραηλινούς δεν είναι εχθρική, δηλαδή  $c = 0,2$ , όπως παρόμοια η παρέμβαση της Αιγύπτου δεν θα έχει έντονο χαρακτήρα ανάμεσα στους άλλους δύο λαούς, δηλαδή  $\varepsilon = 0,3$ .

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 27: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $a$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

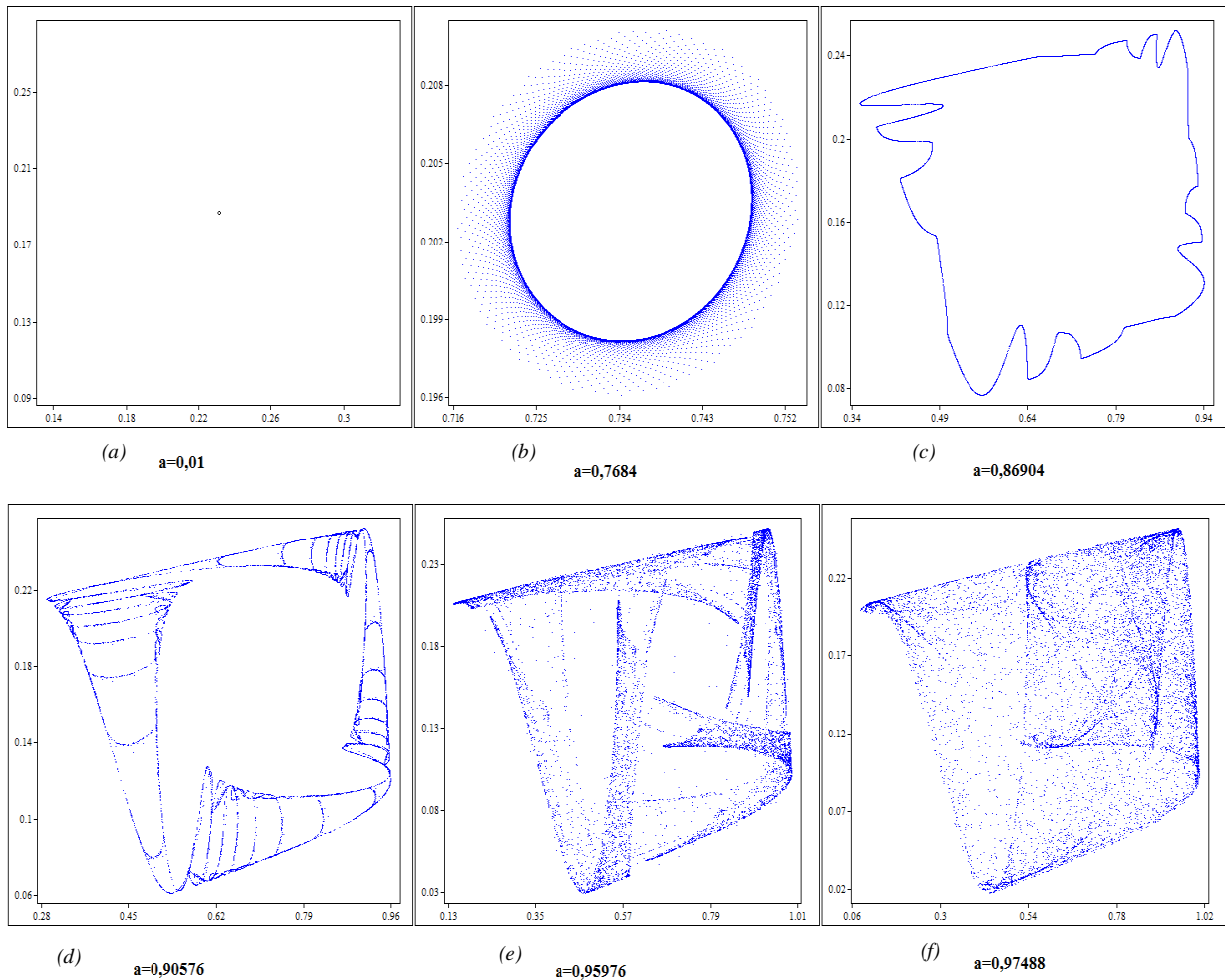
- για  $a < 0,76$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a = 0,761$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.

- για  $0,762 < a < 0,79$  στο διάγραμμα διακλάδωσης εμφανίζεται χάος και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.
- για  $0,8 < a < 0,81$  έχουμε διακλάδωση 10 - περιόδων (10 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $a > 0,817$  έχουμε ξανά την εμφάνιση χάους και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov γίνεται θετικός.

Άρα, από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι το σύστημα παραμένει σε ισορροπία (έως  $a = 0,76$ ), όπου για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, όπου η δυνατότητα πρόβλεψης είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Άρα, στο «ειρηνικό» σενάριο που μελετάμε, με βάση τις λύσεις του συστήματος, οι Ισραηλινοί εμφανίζουν μία ήπια επιθυμία εξοπλισμού οπλικών συστημάτων ενώ, οι Παλαιστίνιοι και οι Αιγύπτιοι δεν επιθυμούν ιδιαίτερα να εξοπλιστούν, το οποίο οφείλεται στην μεγάλη μείωση της επιθετικότητάς τους.

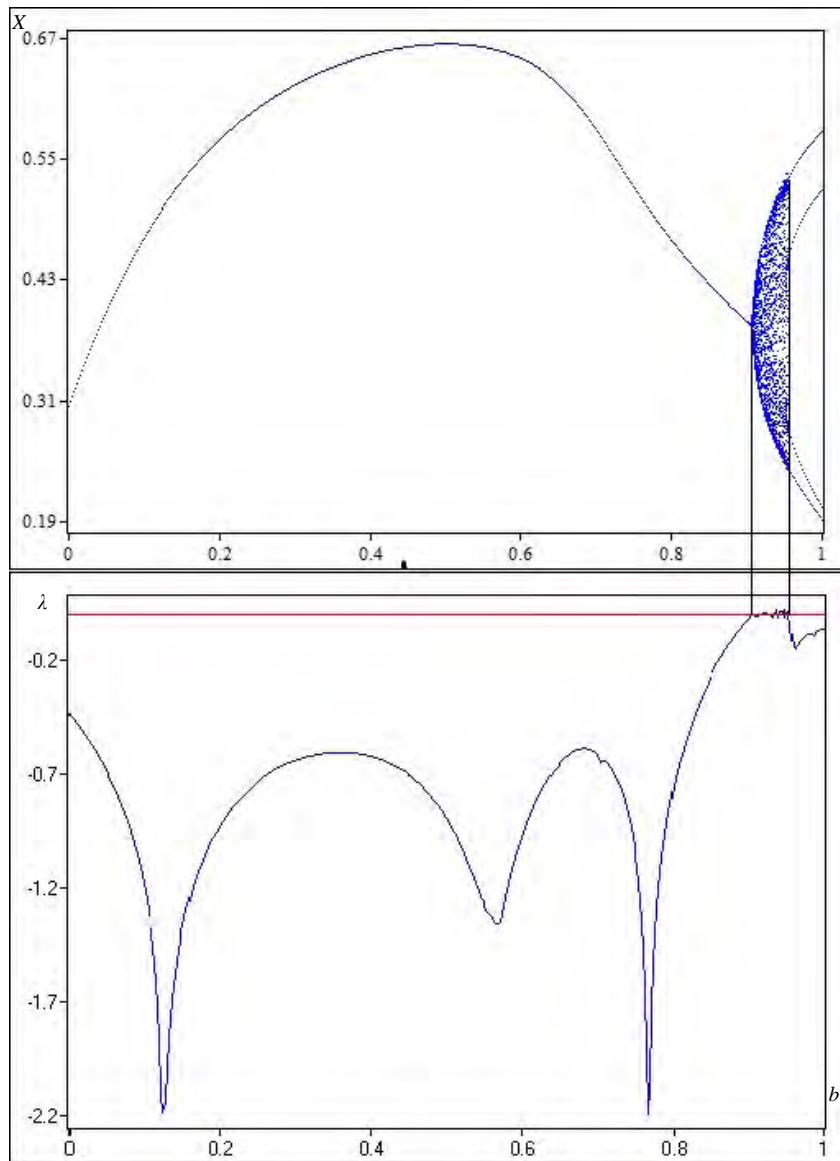
Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a \in [0,1]$ .



**Σχήμα 28:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $a$ : (a)  $a = 0,01$ , (b)  $a = 0,7684$ , (c)  $a = 0,86904$ , (d)  $a = 0,90576$ , (e)  $a = 0,95976$ , (f)  $a = 0,97488$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα παρατηρούμε ότι, αρχικά, το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία για  $a = 0,01$  (Σχήμα 28a). Στη συνέχεια, έχουμε έναν οριακό κύκλο για  $a = 0,7684$  (Σχήμα 28b), δηλαδή θα λέγαμε ότι υπάρχει μία αυξομείωση στην επιθετική συμπεριφορά του Ισραήλ. Έπειτα, εμφανίζεται για  $a = 0,86904$  (Σχήμα 28c), ένας παράξενος ελκυστής και για  $a = 0,90576$  (Σχήμα 28d) έχουμε έναν χαοτικό παράξενο ελκυστή. Καθώς αυξάνουμε κι άλλο την παράμετρο, παρατηρούμε ότι για  $a = 0,95976$  (Σχήμα 28e) η κατάσταση αρχίζει να γίνεται ακόμη πιο χαοτική και για  $a = 0,97488$  (Σχήμα 28f) οδηγούμαστε σε πλήρως χαοτικό παράξενο ελκυστή. Άρα, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $a = 0,4$ , μπορούμε να προβλέψουμε την εξέλιξη της μεταξύ τους αντιπαράθεσης, αφού η αβεβαιότητα για τις τιμές της παραμέτρου ξεκινάει για τιμές μεγαλύτερες από το 0,7 περίπου. Θα λέγαμε ότι η κατάσταση ανάμεσα στο ανωτέρω τρίπολο καθώς και η συμπεριφορά του Ισραήλ χαρακτηρίζεται από σταθερότητα.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $b \in [0,1]$ .



**Σχήμα 29: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $b$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

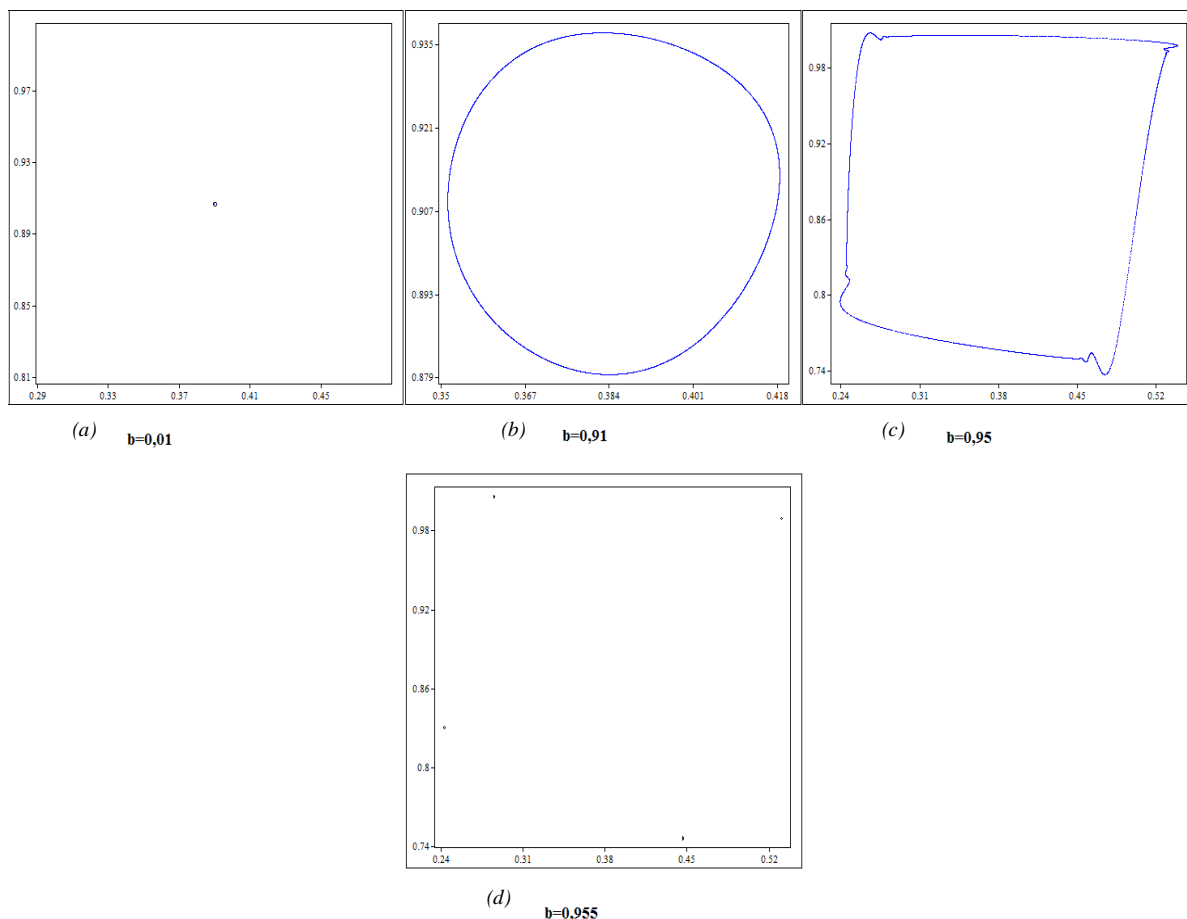
- για  $b < 0,907$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $b = 0,908$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως μετά υπάρχει χάος.

- για  $0,909 < b < 0,955$  στο διάγραμμα διακλάδωσης βρισκόμαστε σε χαοτική περιοχή και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.
- για  $0,956 < b < 1$  έχουμε διακλάδωση 4-περιόδων και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.

Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι το σύστημα παραμένει σε ισορροπία για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα τιμών της παραμέτρου (έως  $b = 0,907$ ), το οποίο σημαίνει ότι για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται χάος, όπου η δυνατότητα πρόβλεψης είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Επομένως, όσο η πολιτική των Παλαιστινίων είναι αρκετά αμυντική και δεν εμφανίζει ιδιαίτερη επιθυμία εξοπλισμού οπλικών συστημάτων, η σχέση με το Ισραήλ θα παραμένει σε ισορροπία, δοθέντος ότι και η Αίγυπτος έχει και αυτή παρόμοια αμυντική πολιτική.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $b \in [0,1]$ .

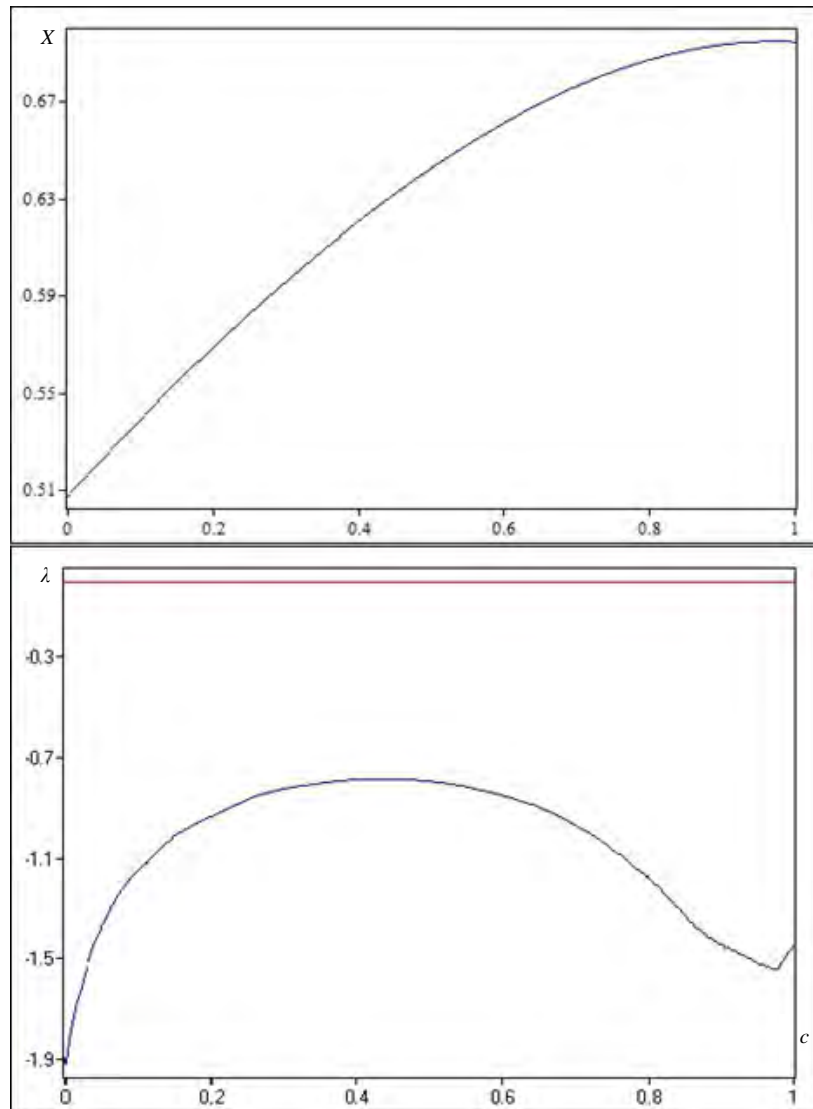


**Σχήμα 30:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $b$ : (a)  $b = 0,01$ , (b)  $b = 0,91$ , (c)  $b = 0,95$ , (d)  $b = 0,955$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο  $X$  και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο  $Y$ .

Από τα παραπάνω φασικά πορτραίτα παρατηρούμε ότι, αρχικά, για  $b = 0,01$  (Σχήμα 30a) το σύστημα βρίσκεται σε τάξη. Στη συνέχεια, για  $b = 0,91$  (Σχήμα 30b) έχουμε την εμφάνιση ενός οριακού κύκλου, δηλαδή θα λέγαμε ότι η πολιτική των Παλαιστινίων παρουσιάζει μία αυξομείωση και για  $b = 0,95$  (Σχήμα 30c) ξεκινάει να εμφανίζεται πολυπλοκότητα στο σύστημα, δηλαδή έχουμε την εμφάνιση ενός παράξενου ελκυστή. Στην συνέχεια, επανέρχεται η ισορροπία στο σύστημα για  $b = 0,955$  (Σχήμα 30d) με τέσσερα ευσταθή σημεία ισορροπίας. Άρα, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $b = 0,2$ , το σύστημα βρίσκεται σε τάξη, λόγω της αμυντικής συμπεριφοράς των Παλαιστινίων.

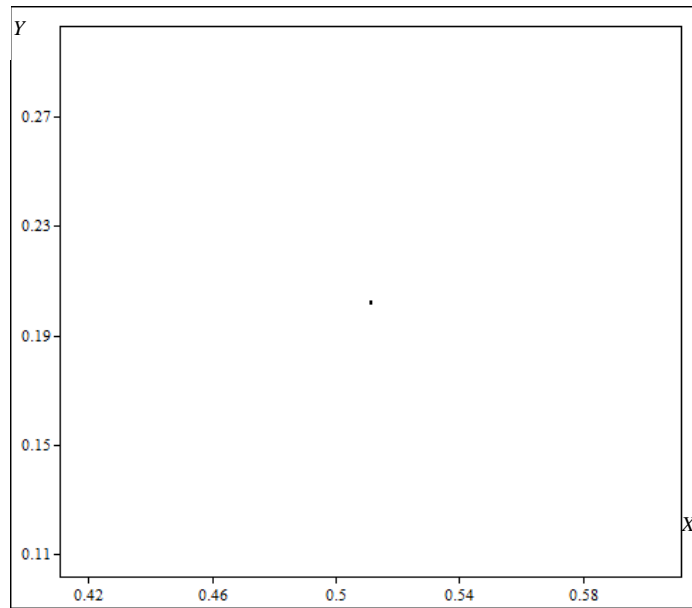
Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $c \in [0,1]$ .





**Σχήμα 31: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $c$**

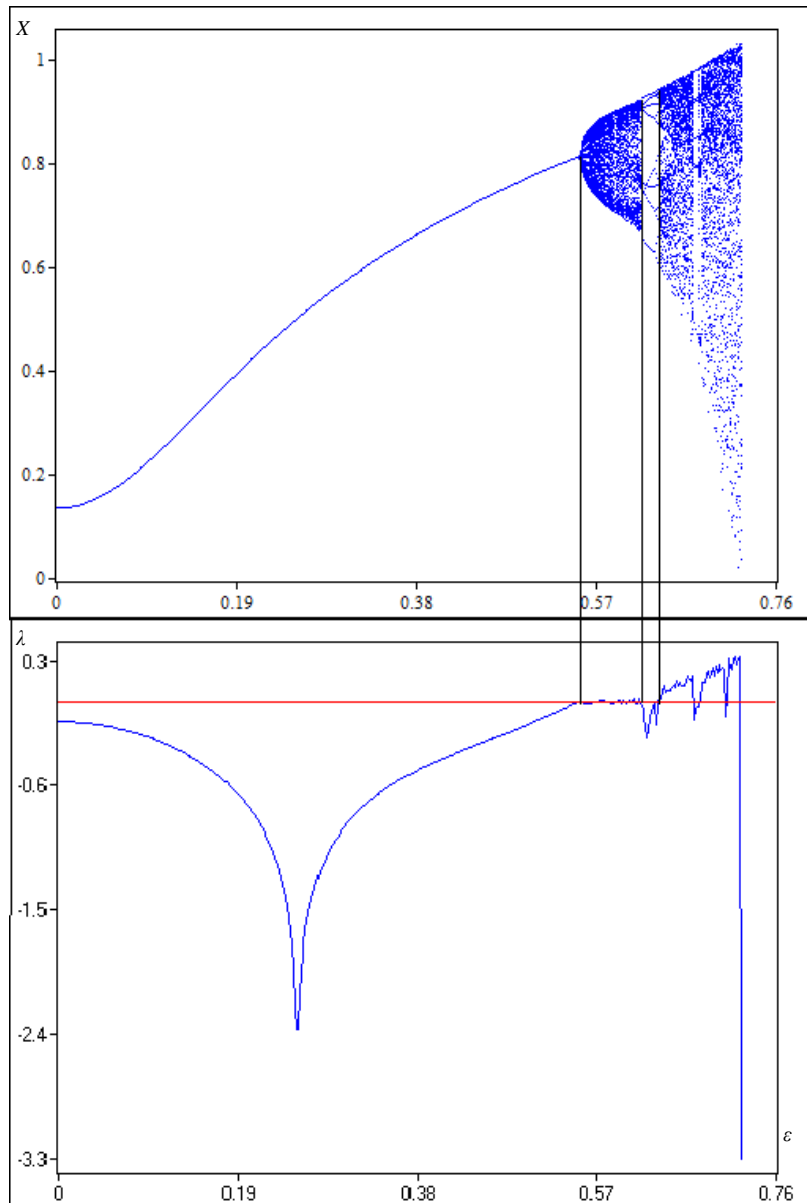
Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία, το οποίο σημαίνει ότι η αμυντική πολιτική που ασκεί η συμμαχία των Παλαιστινίων και των Αιγυπτίων ως προς τους Ισραηλινούς, κρατά το σύστημα σε ευσταθή κατάσταση. Παρακάτω παρουσιάζουμε το διάγραμμα φάσης για της παράμετρο  $c \in [0,1]$ .



**Σχήμα 32: Φασικό πορτραίτο για την παράμετρο  $c$**

Από το παραπάνω φασικό πορτραίτο παρατηρούμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε τάξη για όλο το διάστημα  $[0,1]$  με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο ισοροπίας.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε το διάγραμμα διακλάδωσης και το διάγραμμα Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 33: Διαγράμματα Διακλάδωσης και Lyapunov για την παράμετρο  $\varepsilon$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

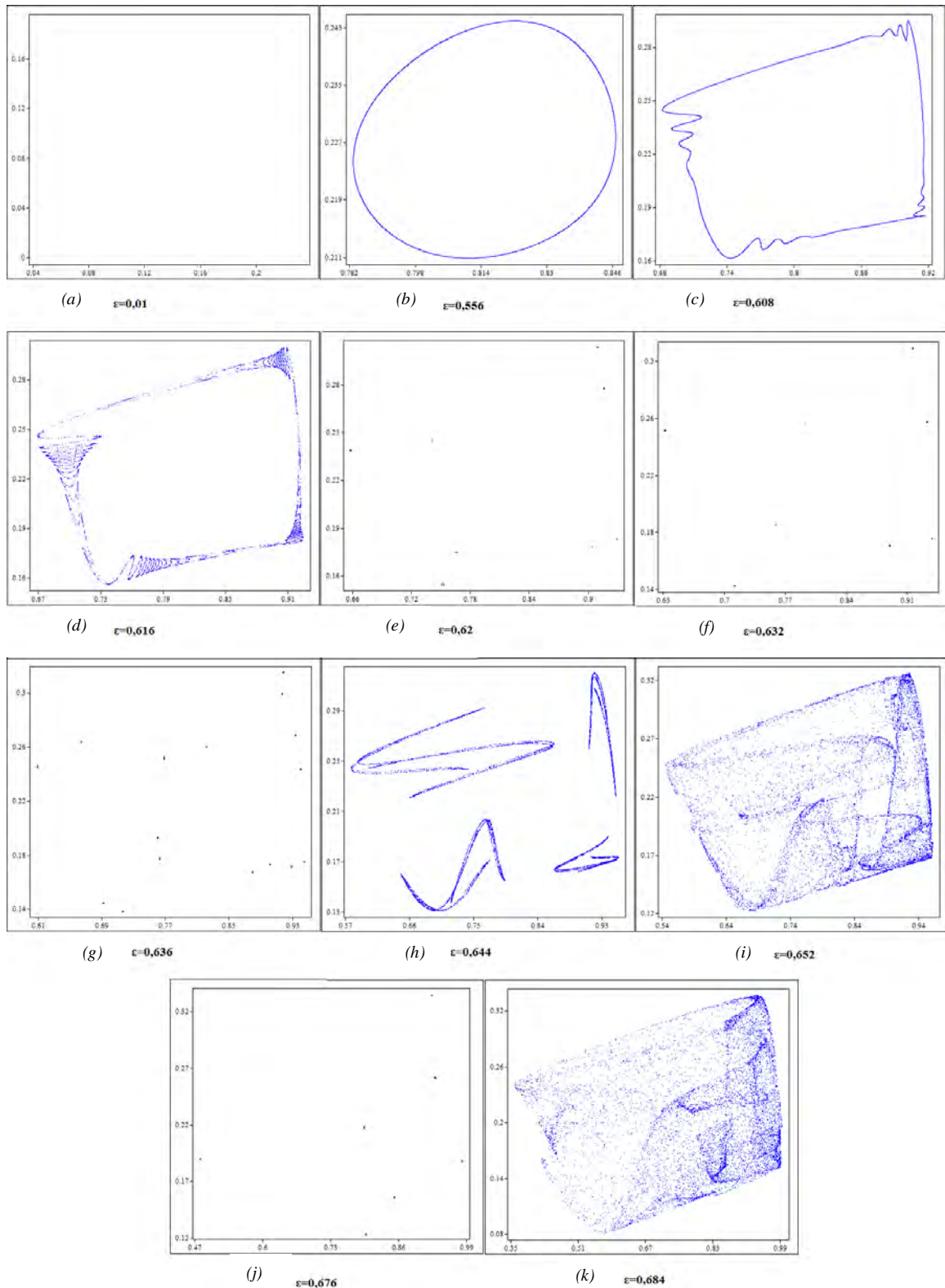
- για  $\varepsilon < 0,55$  το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία (1 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon = 0,551$  ξεκινάει διακλάδωση 2 - περιόδων (2 f.p.) με τον εκθέτη Lyapunov να είναι μηδέν και αμέσως εμφανίζεται χάος.
- για  $0,552 < \varepsilon < 0,617$  στο διάγραμμα διακλάδωσης βρισκόμαστε σε χαοτική περιοχή και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.

- για  $0,6172 < \varepsilon < 0,636$  έχουμε διακλάδωση 8 - περιόδων (8 f.p.) και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι αρνητικός.
- για  $\varepsilon > 0,631$  στο διάγραμμα διακλάδωσης επιστρέφουμε ξανά σε χαοτική κατάσταση και αντίστοιχα ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός.

Συμπερασματικά, το σύστημα παραμένει σε ισορροπία (έως  $\varepsilon = 0,55$ ) και για αυτές τις τιμές της παραμέτρου οι προβλέψεις είναι εφικτές για μεγάλο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, ωστόσο, εμφανίζεται χάος, όπερ και σημαίνει ότι η δυνατότητα πρόβλεψης είναι αδύνατη μετά από ένα μικρό χρονικό διάστημα.

Επομένως, η αρκετά μειωμένη παρεμβατική δράση της Αιγύπτου ανάμεσα στους δύο λαούς καταφέρνει να κρατήσει σε ισορροπία το σύστημα, ενώ σε εκείνα τα διαστήματα τιμών όπου εμφανίζεται χάος (δηλαδή για  $\varepsilon > 0,6$ ) υπάρχει αστάθεια με πιθανό το σενάριο ύπαρξης νέων εχθροπραξιών λόγω της αυξημένης παρεμβατικότητας.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα φάσης για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\varepsilon \in [0,1]$ .



**Σχήμα 34:** Φασικά πορτραίτα για την παράμετρο  $\varepsilon$ : (a)  $\varepsilon = 0,01$ , (b)  $\varepsilon = 0,556$ , (c)  $\varepsilon = 0,608$ , (d)  $\varepsilon = 0,616$ , (e)  $\varepsilon = 0,62$ , (f)  $\varepsilon = 0,632$ , (g)  $\varepsilon = 0,636$ , (h)  $\varepsilon = 0,644$ , (i)  $\varepsilon = 0,652$ , (j)  $\varepsilon = 0,676$ , (k)  $\varepsilon = 0,684$ . Σε κάθε φασικό πορτραίτο ο οριζόντιος άξονας είναι ο X και ο κατακόρυφος άξονας είναι ο Y.

Παρατηρούμε, αρχικά, ότι για  $\varepsilon = 0,01$  (Σχήμα 33a), το σύστημα βρίσκεται σε τάξη με ένα ευσταθές ελκυστικό σημείο. Στη συνέχεια, έχουμε την εμφάνιση ενός οριακού κύκλου για  $\varepsilon = 0,556$  (Σχήμα 33b), δηλαδή έχουμε μία αυξομείωση στην παρεμβατική ικανότητα της Αιγύπτου με τα στοιχεία να συγκλίνουν σε αυτόν τον περιοδικό κύκλο. Καθώς συνεχίζουμε να μεταβάλλουμε περεταίρω την παράμετρο  $\varepsilon$ , παρατηρούμε την εμφάνιση πολυπλοκότητας στο σύστημα για  $\varepsilon = 0,608$  (Σχήμα 33c), δηλαδή έχουμε έναν παράξενο ελκυστή. Για  $\varepsilon = 0,616$  (Σχήμα 33d) παρατηρούμε έναν χαοτικό παράξενο ελκυστή, όμως επιστρέφουμε ξανά σε ισορροπία για  $\varepsilon = 0,62$  (Σχήμα 33e), έχοντας οκτώ σημεία ισορροπίας, τα οποία αρχίζουν να απομακρύνονται μεταξύ τους για  $\varepsilon = 0,632$  (Σχήμα 33f) και τελικά φτάνουμε στα δεκαέξι σημεία ισορροπίας για  $\varepsilon = 0,636$  (Σχήμα 33g). Έπειτα, έχουμε την εμφάνιση και πάλι ενός παράξενου ελκυστή για  $\varepsilon = 0,644$  (Σχήμα 33h) και οδηγούμαστε σε χάος για  $\varepsilon = 0,652$  (Σχήμα 33i). Επανερχόμαστε και πάλι σε κατάσταση τάξης για  $\varepsilon = 0,676$  (Σχήμα 33j) με επτά σημεία ισορροπίας και καταλήγουμε και πάλι σε χαοτική κατάσταση για  $\varepsilon = 0,684$  (Σχήμα 33k). Συνεπώς, όταν η τιμή της παραμέτρου είναι  $\varepsilon = 0,3$ , βρισκόμαστε σε κατάσταση ισορροπίας και έχουμε τη δυνατότητα να προβλέψουμε μια ενδεχόμενη εξέλιξη ανάμεσα στο ανωτέρω δίπολο, δεδομένης της χαμηλής παρεμβατικής δραστηριότητας της Αιγύπτου. Με άλλα λόγια, θα λέγαμε ότι θα μπορούσε να εξασφαλιστεί η ισορροπία μεταξύ των τριών λαών (δεδομένης της μειωμένης δράσης της Αιγύπτου) διότι συγκριτικά με τις προηγούμενες περιπτώσεις, σε αυτή την υπόθεση που μελετάμε όλοι ασκούν πιο ήπιες πολιτικές, οπότε δεν χρειάζεται η τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$  να είναι πιο υψηλή για να διασφαλίσει μια σταθερότητα ανάμεσά τους.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup> : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αναφορικά με την μελέτη του μοντέλου ανταγωνιστικών εξοπλισμών του Saperstein στην περίπτωση του Αραβοϊσραηλινού πολέμου προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Όταν η τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , η οποία αντιπροσωπεύει τον βαθμό παρέμβασης της Αιγύπτου στην Αραβοϊσραηλινή διένεξη, είναι ήπια (δηλαδή  $\varepsilon \approx 0,5$ ) μπορεί να διασφαλίσει μία ειρηνική κατάσταση ανάμεσα στους δύο λαούς υπό την έννοια μιας παύσης πυρών ή εχθροπραξιών ή την υπογραφή μιας ειρηνικής συμφωνίας (ευστάθεια). Αντίθετα, όσο ελαττώνουμε (ή αυξάνουμε περεταίρω) την τιμή της παραμέτρου  $\varepsilon$ , τόσο αποσταθεροποιείται η κατάσταση μεταξύ των αντιμαχόμενων λαών (αστάθεια). Ειδικότερα, μία έντονη παρεμβατική δράση εκ μέρους της Αιγύπτου, μπορεί να προκαλέσει την αντίδραση των Ισραηλινών ή αντίστοιχα μια πολύ μικρή παρέμβαση, μπορεί να προκαλέσει έξαρση εχθροπραξιών.

- Όταν η τιμή της παραμέτρου  $c$ , η οποία αντιπροσωπεύει τον βαθμό εχθρότητας της συμμαχίας Αιγυπτίων και Παλαιστίνιων έναντι του Ισραήλ, είναι χαμηλή αποτελεί έναν επιπλέον τρόπο να διασφαλιστεί μία ειρηνική κατάσταση ανάμεσα στους δύο λαούς (ευστάθεια). Από την μελέτη μας παρατηρήσαμε ότι, όσο αυτή η συμμαχία γίνεται πιο επιθετική, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα δημιουργίας μιας νέας κρίσης (αστάθεια). Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι η συμμαχία εξοπλίζεται με οπικά συστήματα για μία μελλοντική επίθεση και το Ισραήλ απειλούμενο συμπεριφέρεται παρόμοια.

Τα ανωτέρω μαθηματικά συμπεράσματα σχετικά με την πολιτική που άσκησε η Αίγυπτος στην Αραβοϊσραηλινή διαμάχη, επαληθεύονται και από την ιστορική ανασκόπηση της εν λόγω διένεξης, αφού περιγράφουν με σαφήνεια την συμπεριφορά της σε συγκρούσεις που συνέβησαν στο παρελθόν.

- Όταν η τιμή της παραμέτρου  $a$ , η οποία αντιπροσωπεύει την πολιτική που ασκεί το Ισραήλ στον πόλεμο, είναι ήπια (δηλαδή  $a \leq 0,5$ ) υπάρχει ισορροπία στο σύστημα και οι Ισραηλινοί δεν εμφανίζουν έντονη επιθυμία να εξοπλίζονται με οπικά συστήματα (ευστάθεια). Όμως η διατήρηση της ευστάθειας εξαρτάται και από την πολιτική που θα ασκήσουν οι άλλοι δύο λαοί σε αυτή την διαμάχη. Πιο συγκεκριμένα, αν οι Παλαιστίνιοι και οι Αιγύπτιοι εφοδιάζονται με όπλα για μία μελλοντική επίθεση, το Ισραήλ θα ασκήσει παρόμοια πολιτική για να αντιμετωπίσει την ενδεχόμενη μάχη ενώ, αν η ανωτέρω συμμαχία ακολουθήσει μία πιο μετριοπαθή πολιτική, η ισορροπία θα μπορούσε να διατηρηθεί για μεγαλύτερο διάστημα τιμών της παραμέτρου.

- Όταν η τιμή της παραμέτρου  $b$ , η οποία αντιπροσωπεύει την πολιτική των Παλαιστίνιων στον πόλεμο, είναι υψηλή βρισκόμαστε σε χαοτική περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι η αυξημένη αφοσίωσή τους στην μάχη αποτελεί έναν αποσταθεροποιητικό παράγοντα για την εξέλιξη της διένεξης. Ειδικότερα, αν οι Παλαιστίνιοι έχουν επιθετική συμπεριφορά, οι Ισραηλινοί θα αρχίσουν να εξοπλίζονται με οπικά συστήματα για να αμυνθούν σε ενδεχόμενη επίθεση αυτών. Ενώ, αν οι Ισραηλινοί είναι ήδη αρκετά εφοδιασμένοι με όπλα, οποιαδήποτε πολιτική και αν εφαρμοστεί από τους Παλαιστίνιους (επιθετική ή αμυντική), δεν θα μπορούσε να καταστεί ικανή για να αποφευχθεί μία νέα σύγκρουση.

Ως τελευταία περίπτωση προσπαθήσαμε να προσεγγίσουμε την «ειρήνη» μεταξύ Ισραηλινών και Αράβων. Παρατηρήσαμε ότι, αν και οι δύο πλευρές δεν εμφανίζουν έντονη αφοσίωση στον πόλεμο και γενικά έχουν έναν ήπιο ανταγωνισμό σε εφοδιασμό οπλικών συστημάτων θα μπορέσει να επιτευχθεί μία ειρηνική συμφωνία και κατ' επέκταση μία συνύπαρξη στην περιοχή της Παλαιστίνης.

Γνωρίζοντας από την ιστορία πως και οι δύο πλευρές φέρουν ευθύνες, θα πρέπει να κάνουν υποχωρήσεις και συμβιβασμούς για να φτάσουν στην λύση αυτού του μακροχρόνιου προβλήματος. Όταν θα γίνει αποδεκτό από τους εμπλεκόμενους, το αξίωμα ότι, και οι δύο πλευρές πρέπει πέρα από διεκδικήσεις οφείλουν να κάνουν και παραχωρήσεις, τότε και μόνο υπάρχουν πραγματικά βάσιμες ελπίδες για μια δίκαιη και με αντοχή στον χρόνο συμφωνία των αντιμαχόμενων πλευρών.



# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

## ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Blanchard, P. and Devaney L.R. and Hall, R.G., (2006). *Differential Equations*, Thomson Brooks/Cole, Boston University.
- Caspary R. W., (1967). Richardson's Model of Arms Races: Description, Critique and an Alternative Model, *International Studies Quarterly*, Vol. 11, No. 1, pp. 63-88.
- Diks C. and Hommes and C. Panchenko V. and Van Der Weide R. (2008). E&F Chaos: A user-friendly software package for nonlinear economic dynamics, *Comput. Econ.*, 32(1-2), pp. 221–244.
- Etcheson, C., (1989). *Arms race theory: Strategy and structure of behavior*, New York: Greenwood.
- Gray S. C., (1971). The Arms Race Phenomenon, *World Politics*, Cambridge University Press, Vol. 24, No.1, pp. 39-79.
- Grossmann, S. and Mayer - Kress G., (1989). Chaos in the international arms race, *Nature*, Vol. 337, No. 23, pp. 701-704.
- Gunning, J., (2008). *Hamas in Politics: Democracy, Religion, Violence*, Columbia: Hurst/Oxford University Press.
- Heider, F., (1946). Attitudes and Cognitive Organizations, *Journal of Psychology*, Vol. 21, pp. 107-12.
- Intriligator, M. D., (1975). Strategic Considerations in the Richardson Model of Arms Race, *Journal of Political Economy*, Vol. 83 (2), pp. 339-353.
- Intriligator, M. D. and Brito, D. L., (2000). Arms Races, Defense and Peace Economics, Vol. 11, No. 1.
- Jervis, R., (1976). *Perception and Misperception in International Politics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Jervis R., (1978). Cooperation under the Security Dilemma, *World Politics*, Vol. 30, pp. 167–214.
- Mcginnis, D.M., (1991). Richardson, Rationality, and Restrictive Models of Arms Races, *The Journal of Conflict Resolution*, Vol. 35, No. 3, pp. 443-473.
- Moll, D.K. and Luebbert, M. G., (1980). Arms Race and Military Expenditure Models: A Review, *Journal of Conflict Resolution*, Vol. 24, No. 1, pp. 153-185.

- Most, Benjamin and Harvey Starr, (1983). Conceptualizing War, *Journal of Conflict Resolution*, Vol. 27, pp. 137-60.
- Most, Benjamin, A. and Harvey, Start, (1989). *Inquiry, Logic, and International Politics*, University of South Carolina Press, Columbia.
- O'Donnell, C.M., (2008). The EU, Israel and Hamas, Centre for European Reform (CER).
- Pape R.A., (2003). The Strategic Logic of Suicide Terrorism, Cambridge University Press, Vol. 93, Issue 3, pp. 343-361.
- Richardson, Lewis F., (1960). *Arms and Insecurity: A Mathematical Study of the Causes and Origins of War*, Boxwood Press, Pittsburgh and Quadrangle Books, Chicago.
- Saperstein, M. A., (1984). Chaos - a model for the outbreak of war, *Nature*, Vol. 309, pp.303-305.
- Saperstein, M. A., (1991). The "Long Peace" - Result of a Bipolar Competitive World?, *The Journal of Conflict Resolution*, Vol. 35, No. 1, pp. 68-79.
- Saperstein, A., (1999). *Dynamical Modeling of the Onset of War*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Saperstein, M. A. (2006). Chaos in Models of Arms Races and the Initiation of War, *Wiley Periodicals Inc.*, Vol. 12, No. 3, pp. 22-26.
- Schanzer, J., (2008). *Hamas vs. Fatah: The Struggle For Palestine*, New York: Palgrave Macmillan.
- Schelling, T. C., (1960). *The Strategy of Conflict*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Shone, R., (2002). *Economic Dynamics: Phase Diagrams and their Economic Application*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.
- Tamimi A., (2007). *Hamas: A History from Within*, Nortampton, MA.: Olive Branch Press, pp.372.
- Valle, Vincente, (2000). *Chaos, Complexity and Deterrence*, National War College, Core Course 5605.

## ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ajchenbaun, Y. M., (2003). *Ισραήλ – Παλαιστίνη: Μία γη, δύο έθνη 1948-2002*, trans. Καρακατσούλη Α. Εκδόσεις Μελάνη.
- Calvocoressi, P., (2010). *Η διεθνής πολιτική μετά το 1945*, Α' Τόμος, trans. Βοσκόπουλος Γ., Κολιόπουλος Κ., Πλουμίδης Σ., Εκδόσεις Τουρική.
- Ραφαηλίδης, Βασίλης (1998). *Οι λαοί της Μέσης Ανατολής*, Εκδόσεις του εικοστού πρώτου.

Σακκάς, Γ., (2015). *Η Ελλάδα στην Μεσόγειο, 1950-2004, Εξωτερική Πολιτική και Περιφερειακές Συγκρούσεις*, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Συγγράμματα και Βοηθήματα.

## ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ

Isaac, J. and Majed, R. (2002): "Israel's land colonization policy and the viability of the Palestinian State", Applied Research Institute of Jerusalem. (διαθέσιμο στο [URL:http://www.arij.org](http://www.arij.org) )

<https://www.britannica.com>

[http://www.palestinefacts.org/pf\\_1991to\\_now\\_oslo\\_accords\\_2.php](http://www.palestinefacts.org/pf_1991to_now_oslo_accords_2.php)