



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ: ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΤΩΣΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΝ ΠΝΕΥΜΟΝΑ

---

Διπλωματική Εργασία

υπό

**Αντωνίου Αλκιβιάδης**

και

**Σιώζιος Ιωάννης**



Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του Διπλώματος  
Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Ιούλιος 2017

Copyright© 2015 Ιωάννης Σιώζιος και Αλκιβιάδης Αντωνίου

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πολυτεχνείου Θεσσαλίας.

## Εξεταστική Επιτροπή

- Πρώτος Εξεταστής **Δρ. Ανδρίτσος Νικόλαος**  
(Επιβλέπων) **Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,**  
**Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**
- Δεύτερος Εξεταστής **Δρ. Πελεκάσης Νικόλαος**  
**Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,**  
**Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**
- Τρίτος Εξεταστής **Δρ. Παντελής Δημήτρης**  
**Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών**  
**Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**

## Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας στον κ. Βασίλειο Μποντόζογλου, καθηγητή του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την ευκαιρία που μας παρείχε να ασχοληθούμε με το συγκεκριμένο θέμα και για την καθοδήγηση του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της πτυχιακής μας εργασίας.

Επιπλέον, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, τον κ. Νικόλαο Ανδρίτσο και τον κ. Δημήτριο Παντελή και τον κ. Νικόλαο Πελεκάση, τόσο για τις εύστοχες υποδείξεις τους όσο και για τις σημαντικές παρατηρήσεις τους.

Τέλος θα θέλαμε να εκφράσουμε την ευγνωμοσύνη μας στις οικογένειές μας για την απλόχερη υλική και ηθική υποστήριξη σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μας.

## Περιεχόμενα

Περίληψη.....	x
Δομή Εργασίας.....	xi
Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή .....	1
1.1 Περιγραφή αναπνευστικού συστήματος.....	1
1.2 Διαδικασία αναπνοής και αναπνευστικοί μύες.....	7
1.3 Πνευμονικοί όγκοι.....	9
1.4 Γεωμετρικά μοντέλα αεραγωγών.....	12
Κεφάλαιο 2 Μηχανική της Αναπνοής .....	18
2.1 Μηχανική του αναπνευστικού συστήματος .....	18
2.2 Στατική μηχανική του πνεύμονα .....	19
2.2.1 Καμπύλες πίεσης όγκου .....	23
2.3 Δυναμική μηχανική του πνεύμονα.....	24
2.3.1 Ενδοτικότητα των πνευμόνων.....	29
Σχήμα 16: Διάγραμμα ενδοτικότητας για υγιές άτομο και άτομο με αποφρακτική πνευμονοπαθεια. ....	30
Κεφάλαιο 3 Διερεύνηση .....	30
3.1 Οι πνεύμονες ως όγκος ελέγχου .....	30
3.2 Δυναμική των ρευστών στην αναπνευστική οδό.....	32
3.3 Ροή Hagen-Poiseuille .....	39
3.3.1 Συσχέτιση της εξίσωσης Hagen-Poiseuille και Darcy–Weisbach.....	44
3.4 Νόμος Bernoulli και αδρανειακές δυνάμεις .....	46
3.5 Όργανα και μέθοδοι μέτρησης των αναπνευστικών μεγεθών .....	51
3.5.1 Ποια είναι η χρησιμότητα των λειτουργικών δοκιμασιών του πνεύμονα που περιγράψαμε; .....	53
Κεφάλαιο 4 Περιγραφή Μεθοδολογίας.....	55
4.1 Υποθέσεις.....	55
4.2 Διαστατική ανάλυσης πτώσης πίεσης .....	58
Κεφάλαιο 5 <sup>ο</sup> – Υπολογισμοί και Συμπεράσματα .....	60
5.1 Παροχή αέρα ανά γενεά .....	60
5.2 Πτώση πίεσης για ανεπτυγμένη ροή .....	61
5.2 Πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης.....	68

5.3 Πτώση πίεσης μέσω εμπειρικού τύπου .....	73
5.4 Προφίλ αντίστασης σε αναπτυσσόμενη ροή .....	75
5.5 Πτώση πίεσης και ογκομετρική παροχή .....	79
5.6 Μεταβλητές διάμετροι αγωγών .....	82
5.7 Προβληματισμοί .....	83
Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα .....	84
Βιβλιογραφία .....	85
Παράρτημα .....	87

## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1: Απεικόνιση αναπνευστικού συστήματος. ....	2
Σχήμα 2: Δίοδοι του αέρα προς τους πνεύμονες. ( <a href="http://paidio.blogspot.gr">http://paidio.blogspot.gr</a> , 2017) .....	3
Σχήμα 3: Πνευμονικά λοβία. ....	5
Σχήμα 4: Αναπαράσταση κυψελίδας. ....	6
Σχήμα 5: Ανταλλαγή αερίων μέσω διάχυσης. ....	6
Σχήμα 6: Αναπαράσταση του νόμου του Boyle μέσω ενός μηχανικού ανάλογου. ....	8
Σχήμα 7: Κίνηση διαφράγματος και αναπνευστικών μυών. ....	9
Σχήμα 8: Πνευμονικοί όγκοι ως ποσοστό της συνολικής χωρητικότητας των πνευμόνων (Finlay, 2001). ....	11
Σχήμα 9: Σχέση ενδοτικότητας και επιφανειακής τάσης .....	22
Σχήμα 10: Διάγραμμα πίεσης-Όγκου. Μπλε διακεκομμένη → Θωρακικό τοίχωμα. Πρασινη γραμμή → Ιστός πνεύμονα. Κόκκινη γραμμή → Συνδιασμός θωρακικού τοιχώματος και πνευμονικού ιστού. ....	23
Σχήμα 11: Διάγραμμα πίεσης-Όγκου .....	24
Σχήμα 12: Σχηματική αναπαράσταση ενός μηχανικού αναλόγου του πνεύμονα (Ghista & Loh, Lung Ventilation Modeling and assessment, in Human Respiration: Anatomy and Physiology, Mathematical Modelling and Applications, 2006) .....	25
Σχήμα 13: Δεδομένα Συστήματος αεραγωγών πνεύμονα, πνευμονικού όγκου και πλευρικής πίεσης. (Ghista & Loh, Lung Ventilation Modeling and assessment, in Human Respiration: Anatomy and Physiology, Mathematical Modelling and Applications, 2006) ...	26
Σχήμα 14: Σχηματική αναπαράσταση των τάσεων που επιβάλλονται στον πνεύμονα σε κατάσταση ηρεμίας. ....	28
Σχήμα 15: Διάγραμμα εισπνευστικής-εκπνευστικής ενδοτικότητας (Guyton & Hall, 1956). 29	
Σχήμα 16: Διάγραμμα ενδοτικότητας για υγιές άτομο και άτομο με αποφρακτική πνευμονοπάθεια. ....	30
Σχήμα 17: Μεταβολές πιέσεων κατά την εισπνοή και την εκπνοή. ....	31
Σχήμα 18: Σχέση διατμητικής τάσης-ιζώδους για νευτωνικά ρευστά. (Παπαϊωάννου, 2002) 33	
Σχήμα 19: Σχηματική απεικόνιση της ανάπτυξης της ροής σε σωλήνα. Τα πρώτα δύο προφίλ αντιστοιχούν σε αναπτυσσόμενη ροή και τα τελευταία σε ανεπτυγμένη ροή. ....	34
Σχήμα 20: Γραμμές στρωτής ροής γύρω από κύλινδρο. (Streeter, Wylie, & Bedford) .....	37
Σχήμα 21: Τυρβώδης ροή γύρω από κύλινδρο. Αριστερά: Σχηματική αναπαράσταση. Δεξιά: Πραγματική φωτογραφία από LUDWIG PRANDTL. ....	37
Σχήμα 22: Ποιοτικό διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για κάθε είδος ροής. ....	38
Σχήμα 23: Το διάγραμμα Moody συσχετίζει γραφικά το συντελεστή τριβής Darcy-Weisbach με τον αριθμό Reynolds για διάφορες τιμές της σχετικής τραχύτητας. ( <a href="http://www.wikipedia.org">www.wikipedia.org</a> ) .....	45
Σχήμα 24: Όγκος ελέγχου ροικής φλέβας. (Σκούντζος & Σκούντζος) .....	46
Σχήμα 25: Όγκος ελέγχου για ρευματική γραμμή. (Παπανίκας, 2010) .....	48
Σχήμα 26: Σπιρόμετρο. ....	51

Σχήμα 27: Σχηματική αναπαράσταση της σπιρομέτρησης. ....	52
Σχήμα 28: Αντίσταση των αεραγωγών ως συνάρτηση της κάθε γενεάς. (Στραϊτούρης, 2016) .....	58
Σχήμα 29: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών για στρωτή ροή σε όλο τον πνεύμονα, μοντέλο Weibel και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach. ....	62
Σχήμα 30: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών για τυρβώδη ροή στις πρώτες τρεις γενεές, μοντέλο Weibel και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach.....	64
Σχήμα 31: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών, μοντέλο Finlay και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach. ....	65
Σχήμα 32: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών, μοντέλο Soong και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach. ....	66
Σχήμα 33: Συγκεντρωτικό διάγραμμα για την πτώση πίεσης ανά γενεά, για τα τρία διαφορετικά γεωμετρικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν (Weibel, Finlay, Soong) με τον τύπο Darcy-Weisbach. ....	67
Σχήμα 34: Συγκεντρωτικό διάγραμμα πτώσης πίεσης λόγω τριβής και επιτάχυνσης για τα τρία γεωμετρικά μοντέλα τα οποία μελετάμε (Weibel, Finlay, Soong). ....	72
Σχήμα 35: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-γενεών για το μοντέλο του Soong με χρήση του εμπειρικού μαθηματικού τύπου των Marcel Filoche και Magali Florens. ....	74
Σχήμα 36: Αναπτυσσόμενη (1,2,3,4) και ανεπτυγμένη ροή (5,6). ....	76
Σχήμα 37: Διάγραμμα αντίστασης-γενεών για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong με χρήση του μαθηματικού τύπου του Pedley. ....	79
Σχήμα 38: Διάγραμμα Ογκομετρική παροχής-Πτώσης πίεσης με χρήση των μαθηματικών τύπων των Poiseuille, Filoche-Florens και Pedley και για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong. .....	81
Σχήμα 39: Σχηματική αναπαράσταση της ροής σε εύκαμπτο αγωγό όπου L το μήκος του αγωγού, $D(x)$ η τοπική διάμετρος συναρτήση της θέσης x, $P_A$ και $P_B$ οι πιέσεις που επικρατούν στα άκρα κάθε αεραγωγού και $\Phi$ η ροή μέσα στον αγωγό (Filoche & Florens, 2011). ....	82



## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1: Ενδεικτικές τιμές και σχετική τυπική απόκλιση του μέγιστου όγκου, λειτουργικού υπολειπόμενου όγκου και συνολική χωρητικότητα πνεύμονα για υγιή καυκάσιο ενήλικα (Quanjer, Tammeling, Pedersen, Yernault, Cotes, & Peslin, 1993). .....	12
Πίνακας 2: Όγκοι, χωρητικότητες και τυπικές τιμές τους .....	12
Πίνακας 3: Γεωμετρικό Μοντέλο Weibel για συμμετρικό πνεύμονα συνολικού όγκου 4.8 L (Soong, Nicolaidis, Yur, & Soong, 1979). .....	14
Πίνακας 4: Παρουσίαση της αεροφόρου οδού σύμφωνα με το μοντέλο του Weibel. ....	15
Πίνακας 5: Πίνακας που συγκρίνει τις γεωμετρικές διαστάσεις πνεύμονα για το μοντέλο του Weibel A για πνεύμονα χωρητικότητας 3L και όγκο ίσο με $10^{-5}$ ml για κάθε κυψελίδα, με το συμμετρικό μοντέλο γεωμετρίας του. Η υπογραμμισμένες γραμμές του πίνακα υποδεικνύουν το όριο ανάμεσα στην κυψελιδική και την τραγχεοβρογχική περιοχή. ....	16
Πίνακας 6: Διαστάσεις αεραγωγών, υπολογισμός όγκου και τυπική απόκλιση κάθε γενεάς που αντιστοιχούν σε $FRC=3200 \text{ cm}^3$ (Soong, Nicolaidis, Yur, & Soong, 1979) .....	17
Πίνακας 7: Παρουσίαση του όγκου του αέρα που εισέρχεται σε κάθε αεραγωγό στην εκάστοτε γενεά. ....	61
Πίνακας 8: Τιμές της μεταβολής της πίεσης ανά γενεά λόγω επιτάχυνσης για τα γεωμετρικά μοντέλα των Weibel, Finlay, Soong. ....	70

## Περίληψη

Η παρούσα πτυχιακή εργασία μελετά την διαδικασία της αναπνοής και ειδικότερα την πτώση πίεσης που προκαλείται κατά τη ροή του αέρα στις πνευμονικούς αεραγωγούς. Τυπικά ερωτήματα που ενδιαφέρουν τους ερευνητές είναι: Πού οφείλεται η πτώση πίεσης; Ποιος όρος της πτώσης πίεσης είναι πιο σημαντικός (τριβή, βαρύτητα, επιτάχυνση); Ποιο μοντέλο αεραγωγών ανταποκρίνεται καλύτερα στις πραγματικές συνθήκες; Από τι εξαρτάται η ενδοτικότητα των πνευμόνων; Ποιες ασθένειες σχετίζονται με την κατανομή της πίεσης στο εσωτερικό των πνευμόνων;

Θα μελετηθούν τα φυσικά μεγέθη που επηρεάζουν τη ροή αέρα στους πνεύμονες, προσδιορίζοντάς τα ποιοτικά και ποσοτικά. Στόχος της εργασίας είναι ο όσο το δυνατόν πιο ακριβής υπολογισμός της πτώσης πίεσης αλλά και η δημιουργία ενός προφίλ που θα περιγράφει την μεταβολή της πίεσης του αέρα στους πνευμονικούς αεραγωγούς. Ο υπολογισμός αυτός, είναι ιδιαίτερα πολύπλοκος λόγω της εξάρτησής του από πολλούς παράγοντες, οι οποίοι είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιοριστούν με ακρίβεια. Για το λόγο αυτό, θα προβούμε σε υποθέσεις με σκοπό την απλοποίηση του υπολογισμού μας.

Αρχικά, παρουσιάζουμε συνοπτικά την φυσιολογία του αναπνευστικού συστήματος ούτως ώστε να εξάγουμε όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά συμπεράσματα. Στη συνέχεια, παραθέτουμε κάποια μοντέλα που περιγράφουν προσεγγιστικά τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των αεραγωγών του πνεύμονα. Τα μοντέλα αυτά είναι απαραίτητα για τον θεωρητικό υπολογισμό της πτώσης πίεσης. Έπειτα, πραγματοποιούμε μια μαθηματική ανάλυση που περιγράφει τη ροή του αέρα στον πνεύμονα και σχετίζει την πίεση με την ογκομετρική παροχή καθώς και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των αεροφόρων οδών. Μελετάμε τον πνεύμονα σαν όγκο ελέγχου σε στατική και δυναμική κατάσταση. Τέλος παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα σε διαγράμματα πτώσης πίεσης-γενεών δημιουργώντας έναν κώδικα σε ένα υπολογιστικό πακέτο.

## Abstract

This thesis examines the process of breathing and, in particular, the pressure drop caused by airflow in the pulmonary airways. Typical questions that are of interest to the researchers are: What causes the pressure drop? Which factor of the pressure drop is more important (friction, gravity, acceleration)? Which air duct model best responds to actual conditions? What defines lung compliance? Which diseases are related to the distribution of pressure inside the lungs?

Physical parameters that affect the airflow in the lungs will be studied qualitatively and quantitatively. The main purpose of this thesis is to accurately calculate the pressure drop so as to create a profile describing the change in air pressure along the airway ducts. This calculation is very complex due to its dependence on many factors, which are extremely difficult to determine with precision. For this reason, we will make assumptions to simplify our calculation.

Initially, we briefly present the physiology of the respiratory system so as to extract as realistically as possible conclusions. Then, we present some models that approximate the geometric characteristics of the airways of the lung. These models are necessary for the theoretical calculation of the pressure drop. Next, we perform a mathematical analysis that describes the airflow in the lung and relates pressure to the volumetric flow rate and the geometric characteristics of the airways. We study the lung as a control volume in a static and dynamic state. Finally, we extract results by creating a code in a computational package, and present them as diagrams of pressure drop versus generation.

## Δομή Εργασίας

Η εργασία χωρίζεται σε τρία μέρη:

1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Παρουσίαση της φυσιολογίας του πνεύμονα και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του.

2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Εφαρμογή της Μηχανικής στην αναπνοή.

3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Διερεύνηση ροής και θεωρητικό υπόβαθρο.

4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Παρουσίαση μεθοδολογίας για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης.

5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Υπολογιστικό μέρος και παρουσίαση αποτελεσμάτων. Εξαγωγή συμπερασμάτων.

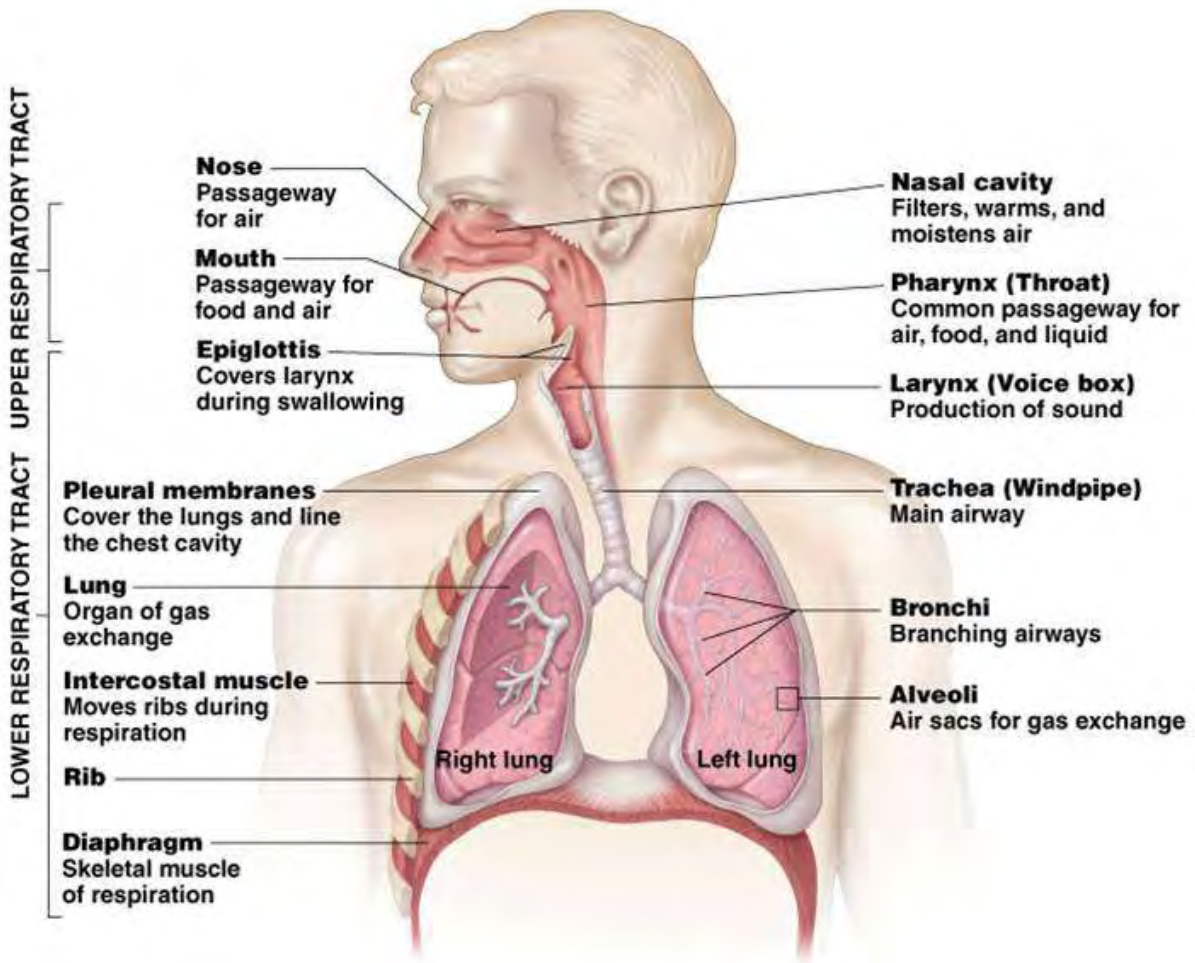
## Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Όπως κάθε ζωντανός οργανισμός, έτσι και ο άνθρωπος, χρειάζεται οξυγόνο για να ζήσει. Λαμβάνοντας το απαραίτητο οξυγόνο από τον ατμοσφαιρικό αέρα και μεταφέροντας το με το αίμα σε όλα τα κύτταρα του σώματος πραγματοποιεί την καύση των θρεπτικών ουσιών. Η καύση αυτή απελευθερώνει ποσά ενέργειας. Ο εισπνεόμενος αέρας περιέχει 19,9% O<sub>2</sub>, 0,03% CO<sub>2</sub> και 80% N<sub>2</sub> ενώ ο εκπνεόμενος αέρας περιέχει περίπου 16% O<sub>2</sub>, 4% CO<sub>2</sub> και 80% N<sub>2</sub>. Κατά την οξείδωση και την καύση των υδατανθράκων και λιπών, απελευθερώνεται ενέργεια, που είναι απαραίτητη για τη λειτουργία του οργανισμού, καθώς και H<sub>2</sub>O και CO<sub>2</sub>.

Το διοξείδιο του άνθρακα μεταφέρεται με το αίμα μέσω των φλεβών στους πνεύμονες και αποβάλλεται στον ατμοσφαιρικό αέρα κατά την εκπνοή. Η πρόσληψη οξυγόνου και η απομάκρυνση του διοξειδίου γίνονται ταυτόχρονα στις κυψελίδες των πνευμόνων. Η αναπνοή είναι μια διαδικασία η οποία πραγματοποιείται στην επιφάνεια του σώματος καθώς ο αέρας έρχεται σε άμεση επαφή με τους πνεύμονες. Τα μέρη του οργανισμού, στα οποία χρησιμοποιείται το οξυγόνο και παράγεται το διοξείδιο του άνθρακα, είναι τα διάφορα όργανα και οι ιστοί, δηλαδή το εσωτερικό του σώματος.

### 1.1 Περιγραφή αναπνευστικού συστήματος

Το αναπνευστικό σύστημα είναι το σύστημα εκείνων των οργάνων που χρησιμεύουν στην πρόσληψη του ατμοσφαιρικού αέρα από το περιβάλλον, την εισαγωγή του στους πνεύμονες, την παραλαβή του οξυγόνου από αυτόν και την απόδοση του διοξειδίου του άνθρακα σε αυτόν. Το αναπνευστικό σύστημα χωρίζεται σε δύο οδούς, την άνω και την κάτω αναπνευστική οδό. (Ρούσσοι, 2006)

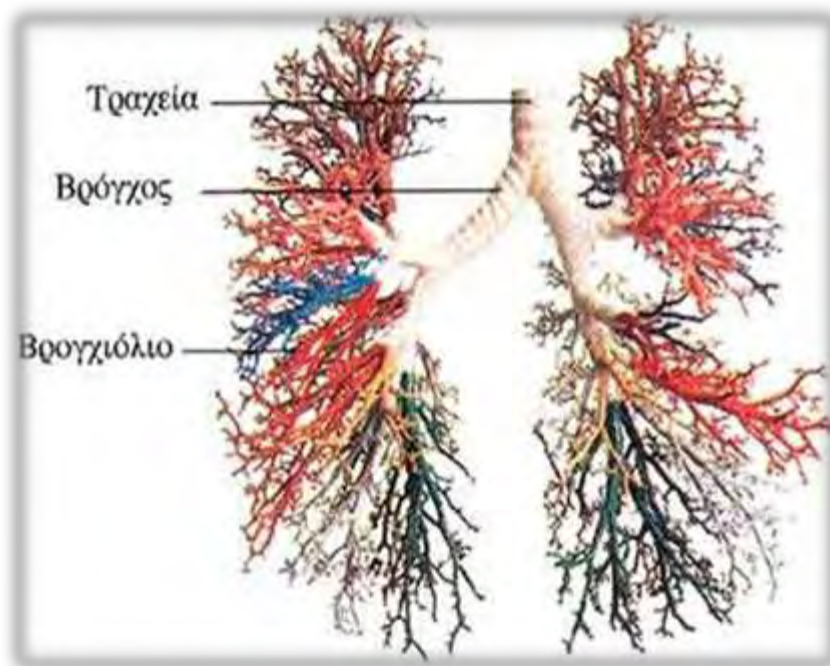


Σχήμα 1: Απεικόνιση αναπνευστικού συστήματος.

- Η **άνω αεροφόρος οδός** βρίσκεται στην κεφαλή και αποτελείται από τη ρινική κοιλότητα, τη στοματική κοιλότητα, το φάρυγγα και την επιγλωττίδα.
- Η **κάτω αεροφόρος οδός** βρίσκεται στον τράχηλο (λαιμό) και στο θώρακα. Σε αυτήν περιέχονται ο λάρυγγας, η τραχεία, οι πνεύμονες, οι βρόγχοι, τα βρογχιόλια και τέλος οι κυψελίδες. Ο λάρυγγας και η τραχεία δεν ακολουθούν αμέσως μετά την ρινική κοιλότητα γιατί χωρίζονται από τη μέση μοίρα του φάρυγγα. Άλλα όργανα που είναι απαραίτητα για τη διαδικασία της αναπνοής είναι οι μεσοπλεύριοι μύες, τα πλευρά, το διάφραγμα.

Στη συνέχεια αναφέρονται τα βασικά μέρη του αναπνευστικού συστήματος κατά σειρά που τα διαπερνά ο αέρας και αναλύεται ο ρόλος τους περαιτέρω.

- **Επιγλωττίδα.** Έχει σχήμα ωοειδές και βρίσκεται πίσω από τη ρίζα της γλώσσας και μπροστά από την είσοδο του λάρυγγα. Έχει δύο επιφάνειες την πρόσθια ή γλωσσική και την οπίσθια ή λαρυγγική. Σκοπός της επιγλωττίδας είναι να κατεβαίνει και να εμποδίζει την είσοδο της τροφής στον λάρυγγα. Όπως θα δούμε και παρακάτω η επιγλωττίδα επηρεάζει την ροή του αέρα στους πνευμονικούς αεραγωγούς.
- **Λάρυγγας.** Αποτελείται από ένα χόνδρινο σκελετό, συνδέσμους, μυς και από βλεννογόνο. Απομονώνει με τη βοήθεια της επιγλωττίδας την κάτω αεροφόρο οδό από το φάρυγγα λειτουργία που είναι σημαντική στην κατάποση, βήχα και εμετό. Ο λάρυγγας χρησιμεύει επίσης για την παραγωγή της φωνής.
- **Βρογχικό δέντρο.** Αποτελείται από την τραχεία, τους βρόγχους καθώς και τα βρογχιόλια.



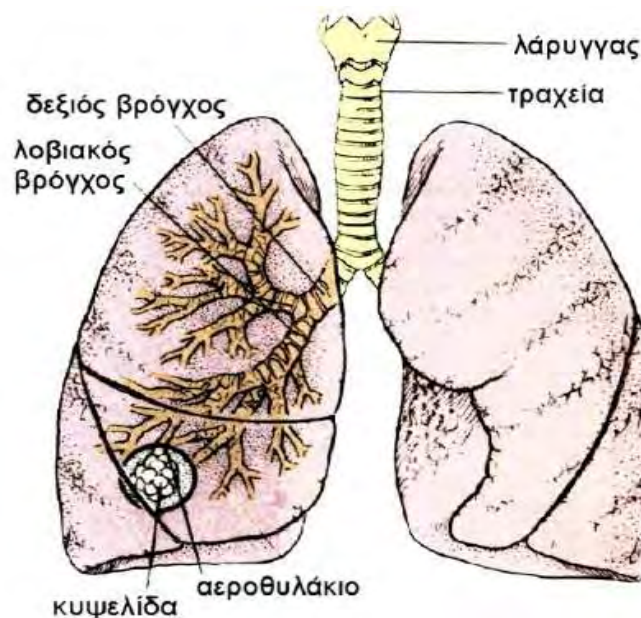
Σχήμα 2: Δίοδοι του αέρα προς τους πνεύμονες. (<http://paidio.blogspot.gr>, 2017)

- **Τραχεία.** Είναι χόνδρινος σωλήνας μήκους 10-20 cm μεταξύ λάρυγγα και των δύο βρόγχων. Η τραχεία αρχίζει από τον κρικοειδή χόνδρο του λάρυγγα και διχάζεται στον **αριστερό** και στο **δεξιό κύριο ή στελεχιακό βρόγχο**. Ο δεξιός κύριος βρόγχος αποκλίνει λιγότερο από την τραχεία και εμφανίζεται σαν φυσιολογική συνέχεια της πορείας της με αποτέλεσμα τυχόν ξένα σώματα συνήθως να πηγαίνουν στο δεξιό κύριο βρόγχο. Κάθε κύριος βρόγχος υποδιαιρείται στους **λοβιαίους** βρόγχους για τους λοβούς κάθε πνεύμονα και εν συνεχεία κάθε λοβιαίος υποδιαιρείται στους **τμηματικούς βρόγχους**.
- **Πνεύμονες.** Είναι ένα ελαστικό όργανο αποτελούμενο από μαλακούς ιστούς. Βρίσκεται μέσα στη θωρακική κοιλότητα χωρίς να ενώνεται με αυτήν. Για την ακρίβεια οι πνεύμονες κρέμονται μέσα στο θώρακα και ταυτόχρονα επιπλέουν μέσα σε αυτόν περιβαλλόμενοι από ένα πολύ λεπτό στρώμα υπεζωκοτικού υγρού. Ο ρόλος του υπεζωκοτικού υγρού είναι η λίπανση έτσι ώστε να διευκολύνονται οι κινήσεις μεταξύ θώρακα και πνεύμονα. Το υπεζωκοτικό υγρό βρίσκεται μεταξύ του περισπλάγγχνιου και του περιτόνου τα οποία είναι σε άμεση επαφή με τον πνεύμονα και το θωρακικό τοίχωμα αντίστοιχα.

Η ανταλλαγή αερίων μεταξύ εισπνεόμενου αέρα και του αίματος γίνεται στους πνεύμονες μέσα στους οποίους διακλαδίζεται το βρογχικό δένδρο. Είναι δύο (δεξιός-αριστερός) και γεμίζουν την υπεζωκοτική κοιλότητα κάθε ημιθωρακίου. Έχουν σχήμα κώνου και εμφανίζουν κορυφή και τρεις επιφάνειες (βάση ή διαφραγματική – έξω ή πλευρική – έσω ή μεσοπνευμόνια).

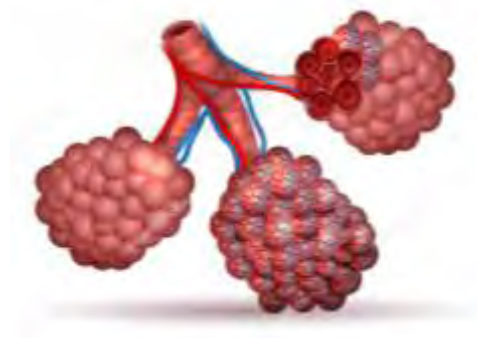


- **Λοβοί των πνευμόνων.** Κάθε πνεύμονας υποδιαιρείται σε λοβούς με βαθιές μεσολόβιες σχισμές. Ο δεξιός πνεύμονας αποτελείται από **τρεις** λοβούς (άνω- μέσο - κάτω). Ο αριστερός πνεύμονας είναι λίγο μικρότερος και αποτελείται από **δύο** λοβούς (άνω- κάτω).
- **Πνευμονικά λοβία.** Έχουν σχήμα πολύγωνης πυραμίδας των οποίων η βάση στρέφεται προς τα έξω και η κορυφή προς τα μέσα. Χωρίζονται μεταξύ τους με διάμεσο ιστό. Κάθε πνευμονικό λόβιο φέρει τους τελικούς κλάδους του βρογχικού δένδρου που καλούνται **λοβιακά βρόγχια**. Μέσα στα πνευμονικά λόβια αποσχίζονται σε μικρότερους κλάδους που λέγονται **αναπνευστικά βρόγχια** ή **βρογχιόλια**. Κάθε βρογχιόλιο υποδιαιρείται στην συνέχεια στους κυψελωτούς πόρους το τοίχωμα των οποίων φέρει **αεροθυλάκια** και τα οποία επίσης στο τοίχωμά τους φέρουν τις **κυψελίδες**. Οι κλάδοι της πνευμονικής αρτηρίας μέσα στον πνεύμονα ακολουθούν τις υποδιαιρέσεις του βρογχικού δένδρου και τα τριχοειδή της πνευμονικής αρτηρίας περιβάλλουν τις κυψελίδες.



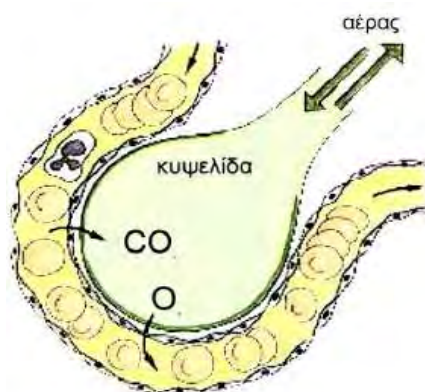
Σχήμα 3: Πνευμονικά λοβία.

- **Κυψελίδες.** Αποτελούν τις τελικές μικρές διακλαδώσεις των βρογχιολίων. Το σχήμα τους είναι πολυέδρο σφαιρικό ή δισκοειδές και έχουν διάμετρο περίπου 0.25mm, η οποία αλλάζει ανάλογα με το είδος της αναπνοής καθώς και της ανατομίας του καθ' ενός. Στα τοιχώματά τους υπάρχει η κυψελιδοτριχοειδική μεμβράνη. Διατάσσονται σε ομάδες που φέρουν μικρά ανοίγματα με τα οποία επικοινωνούν με στόχο την εξισορρόπηση των πιέσεων μεταξύ τους. Το τοίχωμά τους είναι πολύ λεπτό (0.25μm) και επαλείφεται από παχύ στρώμα επιφανειοδραστικής ουσίας. (PhD, 2017)



Σχήμα 4: Αναπαράσταση κυψελίδας.

Τα κυψελιδικά κύτταρα έρχονται σε επαφή με το τοίχωμα των τριχοειδών από τις πνευμονικές αρτηρίες σχηματίζοντας μια στοιβάδα όπου και τελείται η ανταλλαγή αερίων μέσω διάχυσης. Το βρογχικό δέντρο διακλαδίζεται και καταλήγει σε περίπου 300 εκατομμύρια κυψελίδες με συνολική επιφάνεια 50 έως 100m<sup>2</sup>.



Σχήμα 5: Ανταλλαγή αερίων μέσω διάχυσης.

## 1.2 Διαδικασία αναπνοής και αναπνευστικοί μύες

Η διαδικασία της αναπνοής διακρίνεται σε τέσσερα στάδια. Τον αερισμό, δηλαδή τη ροή του ρευστού από την ατμόσφαιρα στους πνεύμονες, την διάχυση του οξυγόνου που λαμβάνει χώρα στις κυψελίδες, την μεταφορά του οξυγόνου στους ιστούς του οργανισμού και την επιστροφή του διοξειδίου του άνθρακα στις κυψελίδες μέσω του αίματος και τέλος την διάχυση του διοξειδίου στον εκπνεόμενο αέρα.

Η παρούσα εργασία θα δώσει βάση κυρίως στους μηχανισμούς εισπνοής και εκπνοής αναλύοντας τον ρόλο των οργάνων καθώς και των φυσικών μεγεθών που χρησιμοποιούνται για να γίνει πλήρως κατανοητή η διαδικασία της αναπνοής.

Κατά την εισπνοή, οι μύες των πλευρών συσπώνται προκαλώντας τη μετακίνηση των πλευρών. Οι πνεύμονες μπορούν να επεκταθούν και να συρρικνωθούν προς δύο κατευθύνσεις. Είτε με επιμήκυνση ή συρρίκνωση της θωρακικής κοιλότητας με καθοδική ή ανοδική κίνηση του διαφράγματος αντίστοιχα, είτε με ανύψωση και συμπίεση των πλευρών όπου αυξάνει και μειώνει την προσθιοπίσθια διάμετρος της θωρακικής κοιλότητας. Η κανονική ήρεμη αναπνοή επιτυγχάνεται σχεδόν εξ ολοκλήρου από την πρώτη μέθοδο, δηλαδή, από την κίνηση του διαφράγματος. Με την εκτόνωση δημιουργείται υποπίεση στο εσωτερικό των πνευμόνων. Η διαφορά πίεσης είναι η κινούσα δύναμη της αναπνοής και έχει ως αποτέλεσμα την εισροή του αέρα στους πνεύμονες και τελικά στις κυψελίδες.

Για να κατανοήσουμε τη σχέση μεταξύ όγκου και πίεσης αρκεί να παραθέσουμε τον νόμο που διατύπωσε ο Robert Boyle για τα αέρια το 1662. Σύμφωνα με το νόμο αυτό ο όγκος ενός αερίου είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης αυτού. Έστω, δηλαδή, ότι βρισκόμαστε σε μια κατάσταση με πίεση  $P_1$  και όγκο  $V_1$  και προκληθεί μεταβολή πίεσης υπό σταθερή θερμοκρασία τότε θα πραγματοποιηθεί αντίστοιχα μεταβολή του όγκου. Αν θεωρήσουμε ότι στη νέα κατάσταση έχουμε πίεση  $P_2$  και

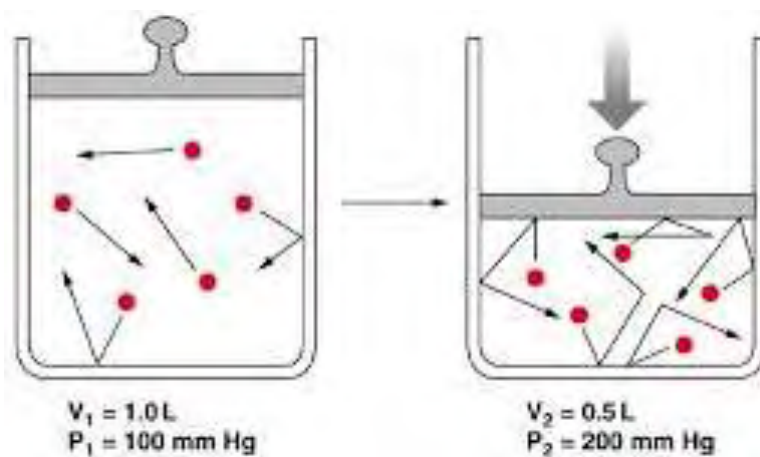
όγκο  $V_2$  τότε η σχέση που συνδέει την πρώτη με τη δεύτερη κατάσταση είναι η παρακάτω:

$$P_1 * V_1 = P_2 * V_2$$

ή

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (1)$$

Η σχέση (1) είναι η μαθηματική αποτύπωση της διαδικασίας υπερπίεσης και υποπίεσης που υφίσταται ο πνεύμονας καθώς συμπύσσεται και εκπτύσσεται αντίστοιχα.

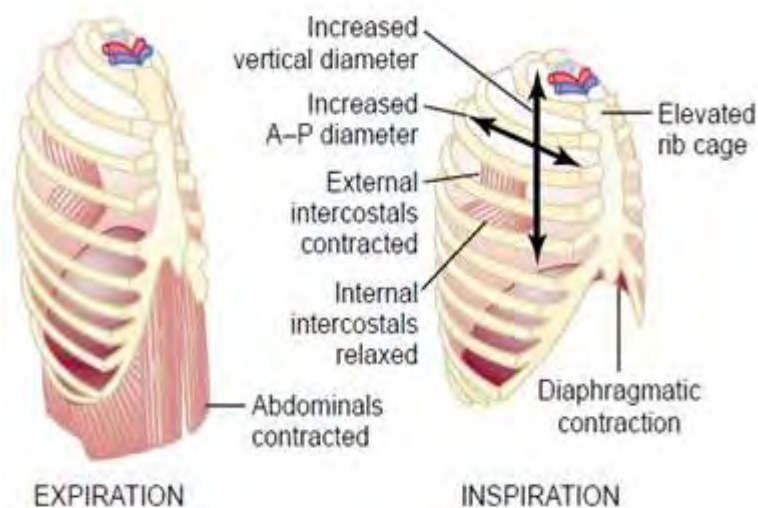


Σχήμα 6: Αναπαράσταση του νόμου του Boyle μέσω ενός μηχανικού ανάλογου.

Στην εκπνοή, το διάφραγμα και οι μύες των πλευρών χαλαρώνουν και επανέρχονται στις αρχικές τους θέσεις. Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται το μέγεθος της θωρακικής κοιλότητας δημιουργώντας υπερπίεση στους πνεύμονες και πιέζοντας τον αέρα, που μεταφέρει τώρα διοξείδιο του άνθρακα έξω από το σώμα. Η όλη διαδικασία της εισπνοής και εκπνοής συμβαίνει αυτόματα, χωρίς να απαιτείται σκέψη.

Κατά τη διάρκεια της ήρεμης αναπνοής ένας υγιής ενήλικας μπορεί να εισπνεύσει έως και μισό περίπου λίτρο αέρα στους πνεύμονες του με κάθε αναπνοή. Εντούτοις, κατά τη διάρκεια μίας βαθιάς αναπνοής μπορεί να πάρετε έως και 1,5 με 3 λίτρα αέρα στους πνεύμονες σας. Στο σημείο αυτό αξίζει να παρατηρήσουμε πως κατά την εξαναγκασμένη διαδικασία της αναπνοής μόνο η

εκπνοή γίνεται γρηγορότερα σε σχέση με την ήρεμη φυσιολογική αναπνοή. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα της αναπνοής παίζει κύριο ρόλο στην εκπνοή και όχι στην εισπνοή. Κατά την διάρκεια εξαναγκασμένης αναπνοής, όμως, οι ελαστικές δυνάμεις δεν είναι αρκετά ισχυρές ούτως ώστε να προκαλέσουν την ταχεία αυξομείωση του όγκου του πνεύμονα που απαιτείται. Την επιπρόσθετη δύναμη που χρειάζεται για την εξαναγκασμένη αναπνοή αναλαμβάνουν οι κοιλιακοί μύες οι οποίοι πιέζουν τους πνεύμονες προς τα πάνω. Δηλαδή σε αντίθετη κατεύθυνση από ότι κινείται το διάφραγμα. Αυτό διευρύνει τους πνεύμονες, διότι, στη θέση φυσικής ηρεμίας, τα πλευρά έχουν κλίση προς τα κάτω, όπως φαίνεται στην αριστερή πλευρά του Σχήματος 7.



Σχήμα 7: Κίνηση διαφράγματος και αναπνευστικών μυών.

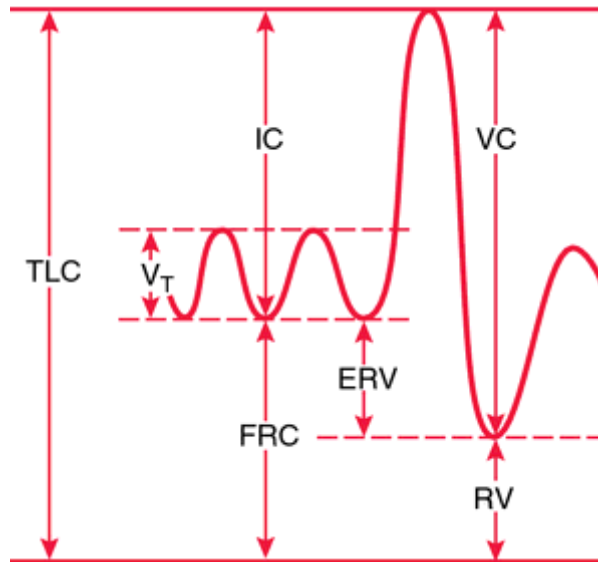
Η αναπνευστική συχνότητα σε κατάσταση ηρεμίας είναι 12-16 αναπνοές ανά λεπτό. Η μέση πρόσληψη αέρα είναι 0,5 L ανά αναπνοή. Η ποσότητα αέρα αυτή λέγεται και **αναπνεόμενος όγκος (Vt)**. Προκύπτει ότι η συνολική ποσότητα αερισμού είναι 6-8 L αέρα ανά λεπτό. Κατά την εξαναγκασμένη αναπνοή η συνολική ποσότητα αερισμού μπορεί να φτάσει και τα 100 L/min.

### 1.3 Πνευμονικοί όγκοι

Είναι λογικό πως η αναπνοή μας ρυθμίζεται με βάση την ανάγκη μας για οξυγόνωση. Για το λόγο αυτό θα διακρίνονται οι όγκοι αερισμού σε κατηγορίες (Finlay, 2001). Κάποιες από αυτές είναι οι εξής:

- Περιοδικός όγκος (TV → Tidal Volume) ορίζεται ως ο μέσος όγκος αερισμού που εισπνέουμε και εκπνέουμε ώστε να ικανοποιήσουμε τις μεταβολικές μας ανάγκες ( $V_t$ ).
- Υπολειπόμενος όγκος (RV → Residual Volume) είναι ο όγκος των πνευμόνων όταν έχουν τον ελάχιστο δυνατό όγκο. Για να επιτευχθεί αυτή η κατάσταση πρέπει κάποιος να εκπνεύσει όσο το δυνατόν περισσότερο μπορεί.
- Εφεδρικός εισπνεόμενος όγκος (IRV → Inspiration Reserve Volume) είναι ο μέγιστος όγκος αέρα που μπορεί να εισπνεύσει ένα άτομο από το τέλος της ήρεμης αναπνοής.
- Εφεδρικός εκπνεόμενος όγκος (ERV → Expiratory Reserve Volume) είναι ο μέγιστος όγκος αέρα που μπορεί να εκπνευστεί μετά το τέλος μια ήρεμης εκπνοής.
- Αναπνευστική συχνότητα (f) είναι ο αριθμός των περιοδικών αναπνοών ανά λεπτό και είναι περίπου 12 έως 16 στους ενήλικες.
- Συνολικός όγκος πνεύμονα (TLC → Total Lung Capacity) ονομάζεται ο συνολικός όγκος των πνευμόνων όταν γίνεται η μέγιστη δυνατή εισπνοή. Ο συνολικός όγκος πνεύμονα είναι περίπου 6 L για τα ενήλικα άτομα.
- Ο λειτουργικός υπολειπόμενος όγκος (FRC → Functional Residual Capacity) αναφέρεται στον όγκο των πνευμόνων κατά τη διάρκεια της περιοδικής (ήρεμης) αναπνοής στην έναρξη της εισπνοής και είναι περίπου 3 L στα ενήλικα άτομα.
- Ο μέγιστος όγκος (VC → Vital Capacity) δίνεται ως ο μέγιστος πιθανός όγκος που μπορεί να εισπνεύσει κάποιος αφού βρεθεί στην κατάσταση υπολειπόμενου όγκου (RV) έως ότου να βρεθεί στην κατάσταση του συνολικού όγκου πνεύμονα (TLC).
- Εξαναγκασμένη εκπνοή σε ένα δευτερόλεπτο (FEV) όπως φαίνεται και από τον ορισμό είναι ο μέγιστος όγκος που μπορεί να εκπνεύσει κανείς σε

χρονικό διάστημα ενός δευτερολέπτου ξεκινώντας από την κατάσταση του συνολικού όγκου πνεύμονα.



Σχήμα 8: Πνευμονικοί όγκοι ως ποσοστό της συνολικής χωρητικότητας των πνευμόνων (Finlay, 2001).

Η TLC απαρτίζεται από μικρότερους όγκους και όπως θα αναφέρουμε στη συνέχεια εξαρτάται από την ηλικία, το ύψος και το φύλο:

$$TLC = IRV + TV + ERV + RV \quad (2)$$

Η μεγαλύτερη ποσότητα αέρα που μπορεί να εκπνεύσει ένα άτομο μετά από βαθιά αναπνοή (VC) είναι περίπου το 75% της TLC. Η VC για ένα υγιές ενήλικο άτομο είναι περίπου 4.5 L και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$VC = TV + IRV + ERV \quad (3)$$

Οι τιμές των όγκων αερισμού στα άτομα εξαρτώνται από διάφορες παραμέτρους όπως η ηλικία, το ύψος, το βάρος, το φύλο, η φυλή, η δύναμη των αναπνευστικών μυών καθώς και οι ασθένειες που μπορεί να υπάρχουν (Quanjer, Tammeling, Pedersen, Yernault, Cotes, & Peslin, 1993). Οι τιμές των όγκων αερισμού συναρτήσει του φύλου του ατόμου, του ύψους αλλά και της ηλικίας του δίνονται με βάση τον εμπειρικό τύπο όπως φαίνεται και στον πίνακα 1. Οι τιμές αυτές δεν είναι

απόλυτες, υπάρχει μια απόκλιση που μπορεί να φτάσει και το 50%. Αυτό στην πραγματικότητα συνεπάγεται πως οι όγκοι αερισμού διαφέρουν από άτομο σε άτομο ακόμα και αν τα χαρακτηριστικά τους είναι παρεμφερή.

Όγκος	Τιμές σε L (ηλικία A σε χρόνια, ύψος H σε m)	Σχετική τυπική απόκλιση
VC	Male 5.76H-0.026A-4.34	0.61
	Female 4.43H-0.026A-2.89	0.43
FRC	Male 2.34H+0.0009A-1.09	0.60
	Female 2.24H+0.001A-1	0.50
TLC	Male 7.99H-7.08	0.70
	Female 6.6H-5.79	0.50

Πίνακας 1: Ενδεικτικές τιμές και σχετική τυπική απόκλιση του μέγιστου όγκου, λειτουργικού υπολειπόμενου όγκου και συνολική χωρητικότητα πνεύμονα για υγιή καυκάσιο ενήλικα (Quanjer, Tammeling, Pedersen, Yernault, Cotes, & Peslin, 1993).

Στην περιοδική ήρεμη αναπνοή (όπου έχω όγκο αερισμού Vt) η διάρκεια της εκπνοής είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από της εισπνοής. Σύμφωνα με μία ομάδα εργασίας όσον αφορά τη δυναμική των πνευμόνων έχει προταθεί η εξής κατανομή για έναν κύκλο αναπνοής. Η εισπνοή καταλαμβάνει το 43.5%, η εκπνοή το 51.5% και η παύση υπολογίζεται σε ποσοστό 5% του συνολικού κύκλου.

Τυπικές τιμές για όγκους και χωρητικότητες

Όγκοι και χωρητικότητες	Τυπικές τιμές σε L
IRV	1.9-2.5
TV	0.4-0.5
ERV	1.1-1.5
RV	1.5-1.9
TLC	4.9-6.4
VC	3.4-4.5
FRC	2.6-3.4
IC	2.3-3.0

Πίνακας 2: Όγκοι, χωρητικότητες και τυπικές τιμές τους

## 1.4 Γεωμετρικά μοντέλα αεραγωγών



Έχουν διεξαχθεί αρκετές μελέτες που αφορούν την μέτρηση διάφορων διαστάσεων των επιμέρους τμημάτων του αναπνευστικού συστήματος και δεδομένου ότι αυτές οι δομές είναι τρισδιάστατες εκ φύσεως, οι λεπτομερείς διαστάσεις αυτών είναι αρκετά δύσκολο έως αδύνατο να καθοριστούν με ακρίβεια. Παρόλα αυτά, πολλοί από τους αεραγωγούς έχουν κατά προσέγγιση κυλινδρική μορφή σε ένα μεγάλο μέρος του μήκους του και έτσι μπορούν να χαρακτηριστούν πλήρως με την διάμετρο και το μήκος τους. Πολλοί επιστήμονες έχουν χρησιμοποιήσει μετρήσεις από διάφορους φυσιολογικούς πνεύμονες για να κατασκευάσουν ένα –κατά προσέγγιση- μοντέλο για τα μήκη, τις διαμέτρους και τον αριθμό των αεραγωγών για κάθε γενεά στον ανθρώπινο πνεύμονα όπως αναφέρεται στο Weibel 1991 (Finlay, 2001). Αυτά τα μοντέλα βέβαια είναι αρκετά απλοποιημένα σε σχέση με την πραγματική γεωμετρία του πνεύμονα αλλά οι πληροφορίες που μας παρέχουν είναι κατατοπιστικές.

Ένα από τα πιο γνωστά μοντέλα είναι το συμμετρικό μοντέλο του Weibel(1963) (συχνά αναφέρεται και ως Weibel A model), το οποίο παρόλα τα ελαττώματά του, έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς για τον προσδιορισμό της ροής του αέρα στον πνεύμονα. Το Weibel A μοντέλο θεωρεί ότι κάθε γενεά του πνεύμονα διακλαδίζεται συμμετρικά σε δύο πανομοιότυπους θυγατρικούς αεραγωγούς. Οι γενεές από 0 μέχρι 16 αποτελούν την τραχειοβρογχική περιοχή και από 17 μέχρι 23 την κυψελιδική περιοχή. Στις γενεές από 17 μέχρι 19 βρίσκονται τα αναπνευστικά βραχιόλια (με τον αριθμό των κυψελίδων σε ένα βρογχιόλιο να γίνεται 5, 8 και 12 για τις γενεές 17, 18 και 19 αντίστοιχα) ενώ στις γενεές από 20 μέχρι 23 εμφανίζονται οι κυψελιδικοί αγωγοί (με 20 κυψελίδες ανά αγωγό σε αυτό το μοντέλο).

Generation	Number of branches	Diameter (cm)	Length (cm)	Volume (cm <sup>3</sup> )	Number of alveoli (10 <sup>5</sup> )
0	1	1.800	12.000	30.500	0
1	2	1.220	4.760	11.250	0
2	4	0.830	1.900	3.970	0
3	8	0.560	0.760	1.520	0
4	16	0.450	1.270	3.460	0
5	32	0.350	1.070	3.300	0
6	64	0.280	0.900	3.53	0
7	128	0.230	0.760	3.85	0
8	256	0.186	0.640	4.45	0
9	512	0.154	0.540	5.17	0
10	1024	0.130	0.460	6.21	0
11	2048	0.109	0.390	7.56	0
12	4096	0.095	0.330	9.82	0
13	8192	0.082	0.270	12.45	0
14	16384	0.074	0.230	16.40	0
15	32768	0.066	0.200	21.70	0
16	65536	0.060	0.165	29.70	0
17	131072	0.054	0.141	41.80	6
18	262144	0.050	0.117	61.10	20
19	524288	0.047	0.099	93.20	60
20	1048576	0.045	0.083	139.50	210
21	2097152	0.043	0.070	224.30	415
22	4194304	0.041	0.059	350.00	840
23	8388608	0.041	0.050	591.00	1430

Πίνακας 3: Γεωμετρικό Μοντέλο Weibel για συμμετρικό πνεύμονα συνολικού όγκου 4.8 L (Soong, Nicolaides, Yur, & Soong, 1979).

Η υπόθεση της συμμετρικής διακλάδωσης απλοποιεί αρκετά την ανάλυση, αλλά δεν είναι εντελώς ακριβής καθώς οι διάμετροι και τα μήκη των θυγατρικών αεραγωγών μπορεί να διαφέρουν μεταξύ τους στους ανθρώπινους πνεύμονες. Κάποια από τα μοντέλα του πνεύμονα που αναφέρθηκαν παραπάνω εισαγάγουν κάποια ασυμμετρία στις διακλαδώσεις. Παρόλα αυτά έχει επικρατήσει η συμμετρική διακλάδωση λόγω της ευκολότερης χρήσης της για ορισμένους σκοπούς. Οι διάμετροι και τα μήκη των αεραγωγών στην κυψελιδική περιοχή του μοντέλου Weibel A είναι αρκετά μικρά και επίσης εμφανίζονται νωρίτερα σε ορισμένες γενεές. Έτσι δημιουργήθηκε ένα αναθεωρημένο μοντέλο –για τους παραπάνω λόγους- από τον Haefeli-Bleuer και Weibel (1988). Επίσης το πρωτότυπο μοντέλο του Weibel A χρησιμοποιεί πνευμονικό όγκο ίσο με 4,8 liter την ίδια στιγμή που ένας ενήλικος άνθρωπος έχει πνευμονικό όγκο FRC ίσο με 3 liter (FRC αντιπροσωπεύει την λειτουργική υπολειπόμενη χωρητικότητα, που είναι ο όγκος του πνεύμονα στο τέλος μιας “ήρεμης” αναπνοής).

conducting zone	generation		diameter (cm)	length (cm)	number	total cross sectional area (cm <sup>2</sup> )
	trachea	0		1.80	12.0	1
bronchi	1		1.22	4.8	2	2.33
	2		0.83	1.9	4	2.13
	3		0.56	0.8	8	2.00
	4		0.45	1.3	16	2.48
bronchioles	5		0.35	1.07	32	3.11
	6		0.25	0.7	64	3.68
terminal bronchioles	7		0.18	0.5	128	4.30
	8		0.13	0.35	256	5.00
transitional and respiratory zones	9		0.1	0.25	512	5.90
	10		0.07	0.18	1024	6.70
	11		0.05	0.13	2048	7.50
	12		0.04	0.1	4096	8.00
	13		0.03	0.07	8192	8.30
	14		0.025	0.05	16384	8.50
	15		0.02	0.04	32768	8.60
	16		0.015	0.03	65536	8.60
	17		0.01	0.02	131072	8.60
	18		0.007	0.015	262144	8.60
respiratory bronchioles	19		0.05	0.10	5 · 10 <sup>5</sup>	10 <sup>3</sup>
	20		↓	↓	↓	↓
	21		↓	↓	↓	↓
	22		↓	↓	↓	↓
alveolar ducts	23		↓	↓	↓	↓
	24		↓	↓	↓	↓
alveolar sacs	25		↓	↓	↓	↓
	26		0.04	0.05	8 · 10 <sup>6</sup>	10 <sup>4</sup>

Πίνακας 4: Παρουσίαση της αεροφόρου οδού σύμφωνα με το μοντέλο του Weibel.

Οι διάμετροι και τα μήκη του μοντέλου του Weibel A διαβαθμίζονται σύμφωνα με τον παράγοντα  $(FRC/4.8 L)^{1.3}$ . Έχουν προταθεί και πιο πολύπλοκες διαβαθμίσεις (Lambert, Wilson, Hyatt, & Rodarte, 1982) αλλά δεν έτυχαν ευρείας αποδοχής. Το μοντέλο Weibel A είναι γνωστό επίσης ότι υποτίμησε τις διαμέτρους των τραχειοβρογχικών αεραγωγών. Ο Phillips (1994) ανέλυσε τις μετρήσεις του Raabe και πρότεινε πιο ρεαλιστικές τιμές για τις διαμέτρους των αεραγωγών (Raabe & Schreider, 1981). Ένα ακόμη συμμετρικό μοντέλο γεωμετρίας του πνεύμονα, το οποίο βασίζεται στα δεδομένα των διαμέτρων των αεραγωγών του Phillips και στα κυψελιδικά δεδομένα του Haefeli-Bleuer και του Weibel, δίδεται από τον Finlay (2000) και φαίνεται στον Πίνακα(4).

Generation	Finlay et al. model length (cm)	Scaled Weibel length (cm)	Finlay et al. model diameter (cm)	Scaled Weibel diameter (cm)
0 (trachea)	12.456	10.26	1.81	1.539
1	3.614	4.07	1.414	1.043
2	2.862	1.624	1.115	0.71
3	2.281	0.65	0.885	0.479
4	1.78	1.086	0.706	0.385
5	1.126	0.915	0.565	0.299
6	0.897	0.769	0.454	0.239
7	0.828	0.65	0.364	0.197
8	0.745	0.547	0.286	0.159
9	0.653	0.462	0.218	0.132
10	0.555	0.393	0.162	0.111
11	0.454	0.333	0.121	0.093
12	0.357	0.282	0.092	0.081
13	0.277	0.231	0.073	0.07
14	0.219	0.197	0.061	0.063
15	0.134	0.171	0.049	0.056
16	0.109	0.141	0.048	0.051
17	0.091	0.121	0.039	0.046
18	0.081	0.1	0.037	0.043
19	0.068	0.085	0.035	0.04
20	0.068	0.071	0.033	0.038
21	0.068	0.06	0.03	0.037
22	0.065	0.05	0.028	0.035
23	0.073	0.043	0.024	0.035

Πίνακας 5: Πίνακας που συγκρίνει τις γεωμετρικές διαστάσεις πνεύμονα για το μοντέλο του Weibel A για πνεύμονα χωρητικότητας 3L και όγκο ίσο με  $10^5$  ml για κάθε κυψελίδα, με το συμμετρικό μοντέλο γεωμετρίας του. Η υπογραμμισμένες γραμμές του πίνακα υποδεικνύουν το όριο ανάμεσα στην κυψελιδική και την τραγχεοβρογχική περιοχή.

Μια σημαντική διαφορά που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι οι βρόχοι στο μοντέλο του Finlay τελειώνουν στην 14<sup>η</sup> γενεά εν αντίθεση με του Weibel που τελειώνουν στην 16<sup>η</sup> γενεά.

Επίσης στον Πίνακα (5) παρατηρούμε ότι ο περισσότερος όγκος του πνεύμονα βρίσκεται στην κυψελιδική περιοχή. Ο υπόλοιπος όγκος (ο οποίος είναι 2000-4000 κατά την διάρκεια ήρεμης αναπνοής και περίπου 6000 όταν είναι πλήρως 'φουσκωμένος') καταλαμβάνεται από περίπου 300 εκατομμύρια κυψελίδες.

Οι διαστάσεις που δίδονται στον Πίνακα (3) (Weibel model) βασίζονται σε  $FRC = \frac{3}{4} TLC$  ενώ είναι γνωστό ότι η αναμενόμενη τιμή του FRC είναι περίπου  $\frac{1}{2} TLC$  ( $3200 \text{ cm}^3$  χρησιμοποιώντας το μοντέλο του Weibel). Έτσι, οι διαστάσεις και τα στατιστικά του μοντέλου αυτού πρέπει να διορθωθούν. Αν, λοιπόν, υποθέσουμε ότι

η συστολή και διαστολή που λαμβάνει χώρα στους αεραγωγούς και τις κυψελίδες του πνεύμονα είναι ομοιόμορφη, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας γραμμικός παράγοντας ώστε να διαβαθμίσει τα δεδομένα με  $\frac{1}{4}$  TLC. Παρόλο που η ομοιόμορφη ενδοτικότητα στους αεραγωγούς κατά μήκος του πνεύμονα είναι λανθασμένη όπως αναφέρεται από τους (Marshall & Holden, 1963), υπάρχουν στοιχεία ότι οι ογκομετρικές μεταβολές είναι ανάλογες του κύβου των γραμμικών διαστάσεων. Έτσι, λοιπόν, ορίζουμε έναν γραμμικό παράγοντα,  $s$ , ο οποίος ισούται με

$$s = (3200/4784.6)^{1/3} \quad (4)$$

ούτως ώστε οι γραμμικές διαστάσεις και ο κυψελιδικός όγκος μαζί με τις μεταβλητότητες να διορθωθούν για να διατηρηθούν οι συντελεστές με βάση την απόκλιση που αναφέρθηκε παραπάνω. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον πίνακα(6).

Generation	Diameter (cm)		Length (cm)		Volume (cm <sup>3</sup> )
	$\mu$	$\sigma/\mu$	$\mu$	$\sigma/\mu$	
0	1.574	0.10	10.494	0.10	20.423
1	1.067	0.125	4.163	0.15	7.443
2	0.726	0.15	1.662	0.25	2.750
3	0.490	0.175	0.665	0.30	1.002
4	0.394	0.20	1.111	0.35	2.161
5	0.306	0.23	0.936	0.425	2.203
6	0.245	0.275	0.787	0.50	2.372
7	0.201	0.325	0.665	0.575	2.703
8	0.163	0.35	0.560	0.65	2.977
9	0.135	0.42	0.472	0.70	3.444
10	0.114	0.50	0.402	0.75	4.182
11	0.095	0.575	0.341	0.80	4.985
12	0.083	0.66	0.289	0.81	6.408
13	0.072	0.675	0.236	0.775	7.812
14	0.065	0.60	0.201	0.725	10.839
15	0.058	0.50	0.175	0.65	14.995
16	0.052	0.40	0.144	0.50	20.448
17	0.047	0.30	0.123	0.40	28.308
18	0.044	0.22	0.102	0.30	40.277
19	0.041	0.15	0.087	0.225	60.227
20	0.039	0.13	0.073	0.175	92.575
21	0.038	0.10	0.061	0.15	142.579
22	0.036	0.10	0.052	0.11	218.510
23	0.036	0.098	0.044	0.10	370.355

Source	$\mu$	$\sigma/\mu$
Alveolus volume (cm <sup>3</sup> )	$7.022 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-1}$
Number of alveoli	$2.981 \times 10^8$	$7.0 \times 10^{-2}$
FRC (cm <sup>3</sup> )	$3.200 \times 10^3$	$2.1 \times 10^{-2}$

Πίνακας 6: Διαστάσεις αεραγωγών, υπολογισμός όγκου και τυπική απόκλιση κάθε γενεάς που αντιστοιχούν σε FRC=3200 cm<sup>3</sup> (Soong, Nicolaidis, Yur, & Soong, 1979)

Ο παρόν διορθωτικός παράγοντας αντιστοιχεί σε ομοιόμορφη γραμμική συστολή της τάξεως του 12.5% , το οποίο είναι αρκετά κοντά στην κατάλληλη διορθωτική κλίμακα για ανομοιογενή κατάσταση όπως αναφέρθηκε από τους (Marshall & Holden, 1963) και (Pedley, Schroter, & Sudlow, 1970).

Οι παραπάνω περιγραφές της γεωμετρίας του πνεύμονα βασίζονται σε μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε φυσιολογικούς πνεύμονες. Πνευμονικές ασθένειες όπως άσθμα, ίνωση ή εμφύσημα προκαλούν σε ορισμένα τμήματα του πνεύμονα τεράστια διαφοροποίηση σε σχέση με την κανονική γεωμετρία.

## Κεφάλαιο 2 Μηχανική της Αναπνοής

### 2.1 Μηχανική του αναπνευστικού συστήματος

Οι πιέσεις οι οποίες προκαλούν μεταβολές στον όγκο των πνευμόνων χωρίζονται στην ενδοθωρακική πίεση ( $P_{tm}$  ή  $P_{ip}$ ) και στην κυψελιδική πίεση ( $P_{alv}$ ). Ενδοθωρακική είναι η πίεση που επικρατεί στην υπεζωκοτική κοιλότητα. Η ενδοθωρακική πίεση αποτελείται από την πίεση των πνευμόνων ( $P_l$ ) και από την πίεση των πλευρών ( $P_w$ ). Τις δυνάμεις αυτές τις θεωρούμε ως μία ( $P_{ip} = P_w + P_l$ ) καθώς πνεύμονες και θώρακας συμπεριφέρονται ως ελατήρια σε σειρά. Στην αρχή της αναπνοής, δηλαδή σε κατάσταση ηρεμίας, η ενδοθωρακική πίεση έχει αρνητική τιμή περίπου  $-5\text{cm H}_2\text{O}$ . Συνεπώς υπάρχει μια δύναμη που εφαρμόζεται με φορά από τον πνεύμονα προς τα έξω με σκοπό, όπως προαναφέραμε, να συγκρατεί τους αεραγωγούς ανοικτούς. Κατά τη διάρκεια της κανονικής εισπνοής η θωρακική κοιλότητα εκπτύσσεται με συνέπεια να έλκει την επιφάνεια των πνευμόνων με μεγαλύτερη δύναμη. Αιτία είναι η κίνηση των μυών κατά την εισπνοή όπου δημιουργούν μία ακόμα μεγαλύτερη αρνητική ενδοθωρακική πίεση, η οποία φτάνει τα  $-7,5\text{cm H}_2\text{O}$ . Ο όγκος του πνεύμονα είναι αποτέλεσμα της επίδρασης της πνευμονικής και θωρακικής πίεσης στον ίδιο τον πνεύμονα. Οι πνεύμονες παρουσιάζουν μια φυσική τάση να συμπυκνωθούν. Η ιδιότητα τους αυτή είναι γνωστή και ως ελαστική επαναφορά. Κατά

την ισορροπία η αρνητική ενδοθωρακική πίεση είναι ίση με την θετική πνευμονική πίεση, θεωρώντας ως θετική την φορά από έξω προς τα μέσα του πνεύμονα.

Κυψελιδική πίεση είναι η πίεση που επικρατεί στο εσωτερικό των πνευμονικών κυψελίδων. Όταν η γλωττίδα είναι ανοιχτή και ταυτόχρονα δεν υπάρχει κίνηση αέρα από και προς τους πνεύμονες οι πιέσεις σε όλα τα σημεία του αναπνευστικού δέντρου, μέχρι τις κυψελίδες είναι ίσες με την ατμοσφαιρική, που θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε 0 cm H<sub>2</sub>O σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Guyton & Hall, 1956). Αντιστοιχούμε την ατμοσφαιρική πίεση σε 0 cm H<sub>2</sub>O διότι αναφερόμαστε σε σχετική πίεση.

Όπως προαναφέραμε η κινούσα δύναμη της αναπνοής είναι η διαφορά πίεσης που επικρατεί στο εσωτερικό των πνευμόνων και στην πίεση της στοματικής κοιλότητας. Για την εύρεση της διαφοράς πίεσης που είναι υπεύθυνη για την αναπνοή αρκεί να αφαιρέσουμε από την πίεση της ατμόσφαιρας, η οποία προσεγγιστικά επικρατεί στη στοματική κοιλότητα, την κυψελιδική πίεση. Συμπεραίνουμε ότι η διαφορά πίεσης κατά την εισπνοή είναι αρνητική ενώ κατά την εκπνοή είναι θετική.

Πιο αναλυτικά, κατά την κανονική εισπνοή η κυψελιδική πίεση ελαττώνεται σε -1cm H<sub>2</sub>O. Η πίεση αυτή είναι ικανή να κινήσει 0,5 L αέρα προς τους πνεύμονες σε χρονικό διάστημα 2 δευτερολέπτων. Κατά την εκπνοή συμβαίνει η αντίθετη διαδικασία. Η κυψελιδική πίεση αυξάνεται σε +1cm H<sub>2</sub>O περίπου, και εξωθεί από τους πνεύμονες το 0,5 L αέρα σε 2-3 δευτερόλεπτα που διαρκεί η εκπνοή.

## 2.2 Στατική μηχανική του πνεύμονα

Ως στατική συμπεριφορά του αναπνευστικού συστήματος χαρακτηρίζουμε την κατάστασή του εν απουσία ροής (παραπομπή σπραιτουρης). Στην κατάσταση αυτή η κυψελιδική πίεση είναι ίση με την ελαστική πίεση ( $P_{el}$ ) και με την πίεση που κρατάει τους αεραγωγούς ανοικτούς ( $P_{ao}$ ). Στατική θα μπορούσε να χαρακτηριστεί

η κατάσταση τη στιγμή που η γλωττίδα είναι ανοιχτή και ταυτόχρονα δεν υπάρχει κίνηση αέρα από και προς τους πνεύμονες.

$$P_{alv} = P_{ao} = P_{el} \quad (5)$$

Ορίζουμε τη διαπνευμονική πίεση ( $P_L$ ) ως τη διαφορά μεταξύ κυψελιδικής πίεσης ( $P_{alv}$ ) και ενδοϋπεζωκοτικής ( $P_{ip}$ ). Η διαπνευμονική πίεση είναι το σύνολο των διατοιχωματικών δυνάμεων που εφαρμόζονται στον πνεύμονα λόγω διαφοράς πίεσης ή εξ αιτίας της κίνησης των εισπνευστικών μυών είτε λόγω του συνδυασμού και των δύο.

$$P_L = P_{alv} - P_{ip} \quad (6)$$

Η πίεση κατά μήκος του θωρακικού τοιχώματος, την οποία ονομάζουμε διαθωρακική ( $P_{tt}$ ), ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ ενδοϋπεζωκοτικής ( $P_{ip}$ ) και ατμοσφαιρικής ( $P_{atm}$ ) πίεσης.

$$P_{tt} = P_{ip} - P_{atm} \quad (7)$$

Χρησιμοποιώντας την σχετική πίεση, δηλαδή όλες οι πιέσεις δίνονται με σημείο αναφοράς την ατμοσφαιρική, ισχύει ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι στη θέση μηδέν.

$$P_{tt} = P_{ip} \quad (8)$$

Τέλος η στατική πίεση κατά μήκος του αναπνευστικού συστήματος (transrespiratory pressure  $P_{tr}$ ) εν απουσία ροής και με την υπόθεση ότι η πίεση στην είσοδο του αεραγωγού ισούται με την κυψελιδική δίνεται προσθέτοντας τις εξισώσεις  $P_L$  και  $P_{tt}$  και γίνεται ως εξής:

$$P_{tr} = P_L + P_{tt} = (P_{ao} - P_{ip}) - (P_{ip} - P_{atm}) = P_{ao} \quad (9)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφέρουμε την σημαντικότητα του επιφανειοδραστικού παράγοντα στις κυψελίδες των αεραγωγών. Όπως έχουμε περιγράψει στο πρώτο κεφάλαιο οι κυψελίδες έχουν σχήμα σφαιρικό, επικαλύπτονται από



επιφανειοδραστική ουσία και επικοινωνούν μεταξύ τους με μικρά κανάλια αεραγωγών. Στις κυψελίδες επικρατεί πίεση που εναλλάσσει τις τιμές τις από -1cm H<sub>2</sub>O έως +1 H<sub>2</sub>O (σχετική πίεση) ανάλογα σε ποια φάση της αναπνοής βρίσκονται. Η αύξηση του όγκου των κυψελίδων είναι άμεσα συνδεδεμένη με την κυψελιδική πίεση αλλά και την ακτίνα τους.

Η επιφανειακή τάση στις κυψελίδες ορίζεται ως:

$$T = \frac{F}{l} \quad (10)$$

όπου T η επιφανειακή τάση, F η επιφανειακή δύναμη και l το μήκος της περιφέρειας της κυψελίδας.

Βάσει του νόμου του Laplace, για να φουσκώσει μία φούσκα που περιβάλλεται από υγρό, στην προκειμένη περίπτωση μια κυψελιδική φουσαλίδα που περιβάλλεται από επιφανειοδραστικό παράγοντα, η πίεση (P) που είναι απαραίτητη είναι ανάλογη της επιφανειακής τάσης (T) και αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας (r).

$$P = \frac{2T}{r} \quad (11)$$

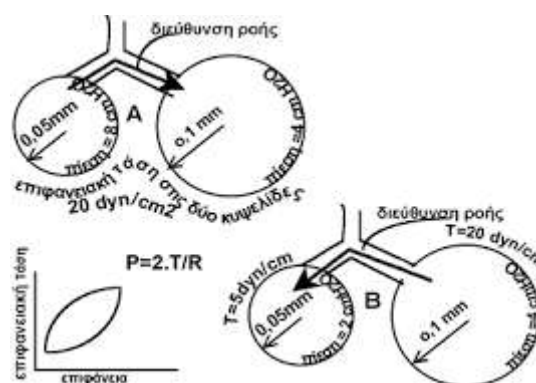
Ο νόμος αυτός περιγράφει και την γέννηση μίας φούσκας ποιοτικά καθώς μας δείχνει ότι στην αρχή της δημιουργίας της (r είναι πολύ μικρό) απαιτείται μεγάλη πίεση. Το φαινόμενο αυτό συναντάται και στα νεογέννητα βρέφη όπου κατά την πρώτη αναπνοή η αντίσταση μπορεί να υπερνικηθεί μόνο με ενδοθωρακική πίεση μέχρι -6 kPa (= -60 cm H<sub>2</sub>O). Αντίθετα όταν ο πνεύμονας γεμίσει με φυσιολογικό ορό η αντίσταση πέφτει στο ¼ της αρχικής της τιμής καθώς μειώνεται η επιφανειακή τάση.

Όπως είναι φυσικό όμως δεν είναι δυνατόν όλες οι κυψελίδες να έχουν το ίδιο μέγεθος, την ίδια πίεση και την ίδια ακτίνα. Επόμενο είναι λοιπόν όταν δύο κυψελίδες ενώνονται και η πρώτη έχει μεγαλύτερη ακτίνα από τη δεύτερη, να απαιτείται μικρότερη πίεση ώστε να διαταθεί περεταίρω. Καθώς μεγαλώνει η ακτίνα της πρώτης κυψελίδας γίνεται όλο και πιο εύκολη η διόγκωσή της με κίνδυνο την κατάρρευσή της. Ταυτόχρονα η δεύτερη κυψελίδα η οποία είναι συνδεδεμένη

με την πρώτη και έχει μικρότερη ακτίνα από αυτή δέχεται μεγαλύτερη πίεση. Η διαφορά αυτής της πίεσης δημιουργεί ροή αέρα από τη μικρότερη κυψελίδα στη μεγαλύτερη με αποτέλεσμα να συμβάλει ακόμα περισσότερο στον κίνδυνο κατάρρευσης της πρώτης κυψελίδας.

Τα προβλήματα αυτά αποφεύγονται με την ύπαρξη του επιφανειοδραστικού παράγοντα ο οποίος περιβάλλει την κυψελίδα και δημιουργεί μια τάση αντίθετη από αυτή που προσπαθεί να αναπτύξει η κυψελίδα λόγω της πίεσης. Θα μπορούσαμε να τον παρομοιάσουμε με την αδράνεια του κυψελιδικού όγκου, καθώς αντιστέκεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της αλλαγής του όγκου της κυψελίδας. Ο παράγοντας αυτός είναι πιο αποτελεσματικός στις μικρότερες κυψελίδες όπου και εμποδίζει περισσότερο τα φαινόμενα που μόλις αναφέραμε.

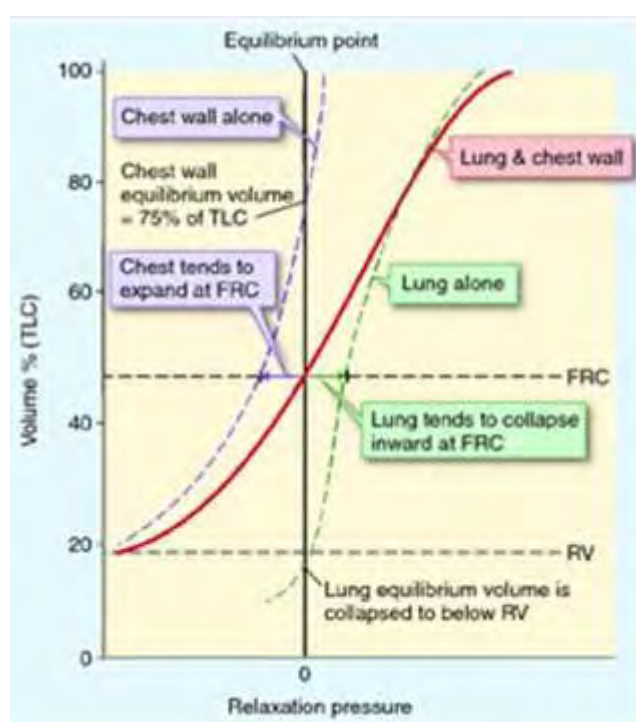
Έλλειψη του παράγοντα προκαλεί ελάττωση της ενδοτικότητας, οδηγεί σε σύμπτωση κυψελίδων (ατελεκτασία) και συμβάλει στην ανάπτυξη πνευμονικού οιδήματος καθώς και σε ορισμένες περιπτώσεις σε πνευμονικές διαταραχές μετά από απόφραξη των βρόγχων η κατά την αναπνοή αέρα με μεγάλη μερική πίεση οξυγόνου. Επίσης σε μερικά νεογνά που η αποτελεσματικότητα του επιφανειοδραστικού παράγοντα είναι ανεπαρκής (νόσος της υαλοειδούς μεμβράνης), οι κυψελίδες συμπιέττον και η πίεση διάνοιξης κατά την πρώτη εισπνοή δεν πραγματοποιείται (Guyton & Hall, 1956).



Σχήμα 9: Σχέση ενδοτικότητας και επιφανειακής τάσης

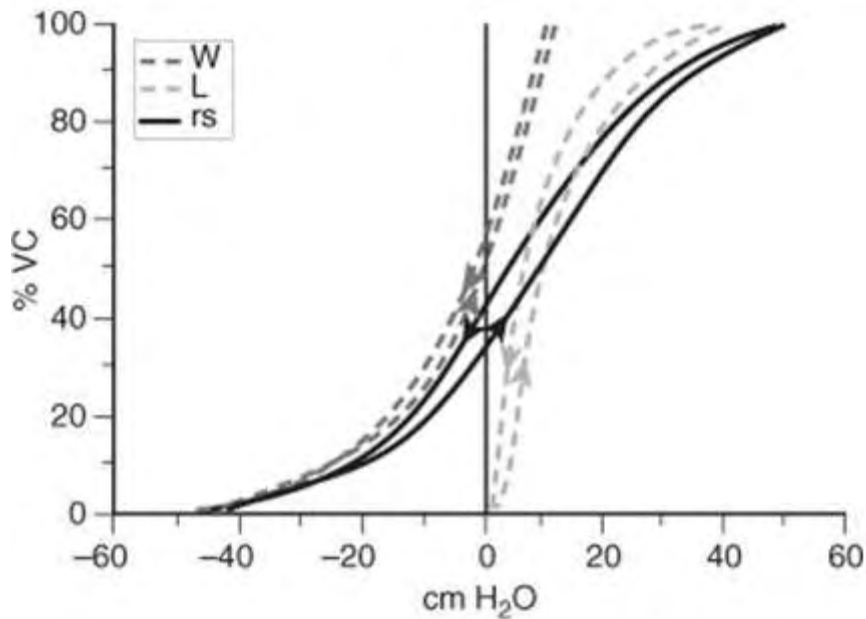
### 2.2.1 Καμπύλες πίεσης όγκου

Η δημιουργία ενός διαγράμματος πίεσης-πνευμονικού όγκου (P-V) είναι απαραίτητη για να εξαχθούν συμπεράσματα για τις ιδιότητες του πνεύμονα και προκύπτει ύστερα από μετρήσεις σε ασθενείς με μηχανική υποστήριξη. Η καμπύλη του διαγράμματος καθορίζεται με τη μέτρηση της πίεσης των αεροφόρων οδών για διάφορα στάδια διάτασης του θώρακα ( $V_{pul}$ ) για έναν αναπνευστικό κύκλο. Η πίεση δίνεται από τη διαφορά ενδοθωρακικής και κυψελιδικής πίεσης ( $P_{pul} = P_{ip} - P_{alv}$ ) για κάθε σημείο μέσα στον αεραγωγό.



Σχήμα 10: Διάγραμμα πίεσης-Όγκου. Μπλε διακεκομμένη → Θωρακικό τοίχωμα. Πρασινή γραμμή → Ιστός πνεύμονα. Κόκκινη γραμμή → Συνδιασμός θωρακικού τοιχώματος και πνευμονικού ιστού.

Το σχήμα αυτό μας δείχνει τις καμπύλες P-V των πνευμόνων και του θωρακικού τοιχώματος. Οι καμπύλες προκύπτουν για έκπτυξη και σύμπτυξη του αναπνευστικού συστήματος (το βελάκι προς τα πάνω δείχνει έκπτυξη ενώ το βελάκι προς τα κάτω σύμπτυξη). Επίσης οι καμπύλες αριστερά (W) αφορούν το θωρακικό τοίχωμα μόνο, οι διακεκομμένες καμπύλες (L) αφορούν την μεταβολή του όγκου του πνεύμονα και οι καμπύλες (rs) αποτελούν το άθροισμα και των δύο.



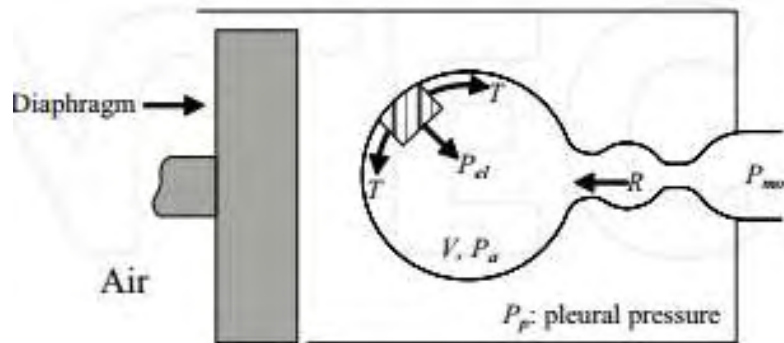
Σχήμα 11: Διάγραμμα πίεσης-Όγκου

Η κλίση της στατικής καμπύλης PV ( $\Delta V_{\text{pul}}/\Delta P_{\text{pul}}$ ) περιγράφει τη στατική. Ενδοτικότητα ονομάζεται η ικανότητα έκπτυξης των πνευμόνων. Μια ενδεικτική τιμή της ενδοτικότητας φυσιολογικού πνεύμονα είναι 200ml ανά εκατοστό πίεσης νερού. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι κάθε φορά που η πίεση στις κυψελίδες αυξάνει κατά 1 cm H<sub>2</sub>O οι πνεύμονες διογκώνονται κατά 200 ml.

Η μεγαλύτερη ενδοτικότητα παρατηρείται εντός των ορίων  $V_{\text{pul}}=0-11$  τα οποία λέγονται και φυσιολογικά αναπνευστικά όρια.

### 2.3 Δυναμική μηχανική του πνεύμονα

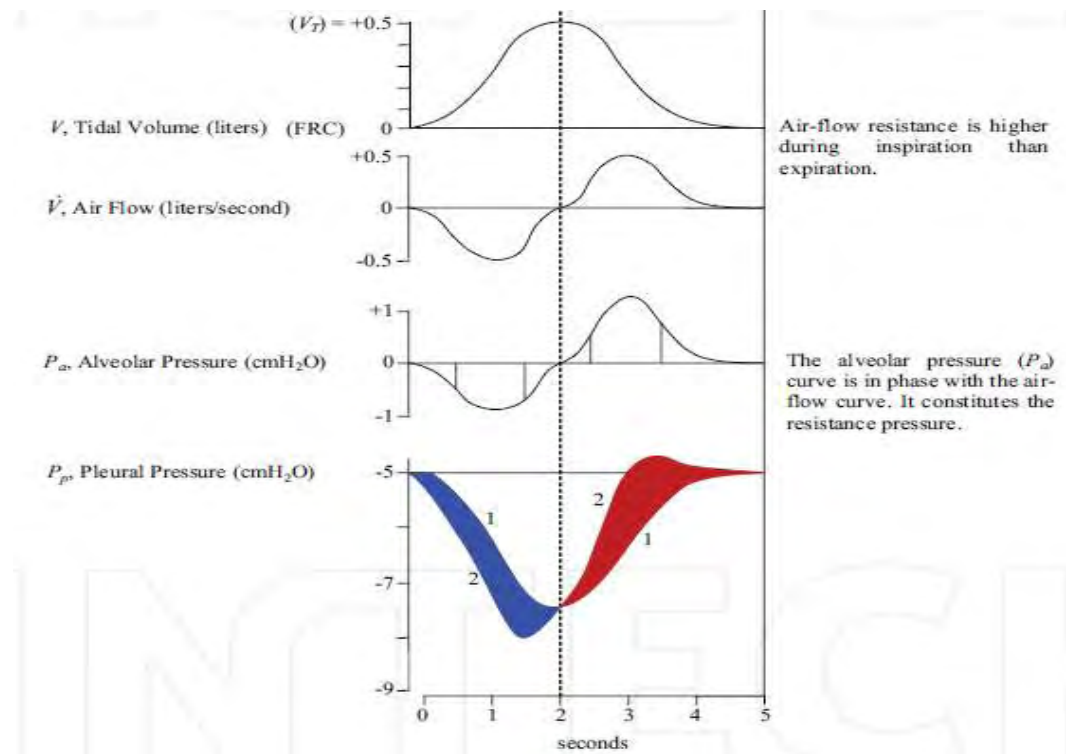
Σύμφωνα με τη μελέτη του Ghista (Ghista, Kah, Rohit, & Yi, 2012) η μηχανική λειτουργία του πνεύμονα εμπεριέχει την πίεση κατά την εισπνοή και εκπνοή καθώς και την μεταβολή του όγκου. Τρεις πιέσεις εμπλέκονται στην αναπνευστική διαδικασία, οι οποίες ονομαστικά είναι η ατμοσφαιρική πίεση ή η πίεση στο στόμα ( $P_m$ ), κυψελιδική πίεση ( $P_{alv}$ ) και η πλευρική πίεση ( $P_p$ ).



Σχήμα 12: Σχηματική αναπαράσταση ενός μηχανικού αναλόγου του πνεύμονα (Ghista & Loh, Lung Ventilation Modeling and assessment, in Human Respiration: Anatomy and Physiology, Mathematical Modelling and Applications, 2006)

Η διαφορά πίεσης μεταξύ της ατμοσφαιρικής και της κυψελιδικής προκαλεί ουσιαστικά την αναπνοή. Κατά την εισπνοή,  $P_{alv} < P_m$ , ο αέρας εισέρχεται στους πνεύμονες και κατά την εκπνοή,  $P_{alv} > P_m$ , ο αέρας εξέρχεται παθητικά από τους πνεύμονες. Η πίεση που προκύπτει από την διαφορά της  $P_m$  και  $P_p$  αποτελεί την κινητήρια πίεση ( $P_l$ ) για την ροή του αέρα και η διάφορα μεταξύ κυψελιδικής και πλευρικής πίεσης αντισταθμίζει την ελαστική επαναφορά. Συνεπώς, η ανάλυση της μηχανικής του αναπνευστικού συστήματος περιέχει τις μετρήσεις της ροής, του όγκου και της διαφοράς πίεσης, και τις δυναμικές αλληλεξαρτήσεις που εμφανίζονται.

Αρχικά, αναλύεται η διαδικασία της αναπνοής μέσω ενός μοντέλου που παρουσιάζεται από μια πρωτοβάθμια διαφορική εξίσωση (Deq) στον όγκο του πνεύμονα ( $V$ ) σε σχέση με την κινητήρια πίεση  $P_l$  (= πίεση στο στόμα – πλευρική πίεση). (Ghista D. N., 2012)



Βάση του Σχ.12 και Σχ.13 λοιπόν έχουμε :

- 1)  $(P_{alv} - P_p) - P_{el} = 0$
- 2)  $P_{el} = \frac{2\sigma h}{R} = \frac{2T}{R} = \frac{V}{C} + P_{el0}$  (στο τέλος της εκπνοής)
- 3)  $(P_{m0} - P_a) = R * (\partial V / \partial t)$
- 4)  $P_l = P_{m0} - P_p = (P_{m0} - P_{alv}) + (P_{alv} - P_p)$
- 5)  $R (\partial V / \partial t) + V / C = P_l - P_{el0}$  (πίεση ελαστικής επαναφοράς στο τέλος της εκπνοής)

Συνεπώς εξίσωση που διέπει αυτό το μοντέλο της πνευμονικής αναπνοής διατυπώνεται ως εξής

Σχήμα 13: Δεδομένα Συστήματος αεραγωγών πνεύμονα, πνευμονικού όγκου και πλευρικής πίεσης. (Ghista & Loh, Lung Ventilation Modeling and assessment, in Human Respiration: Anatomy and Physiology, Mathematical Modelling and Applications, 2006)

$$R (dV/dt) + V/C = P_l(t) - P_{el0} = PN(t) \quad (12)$$

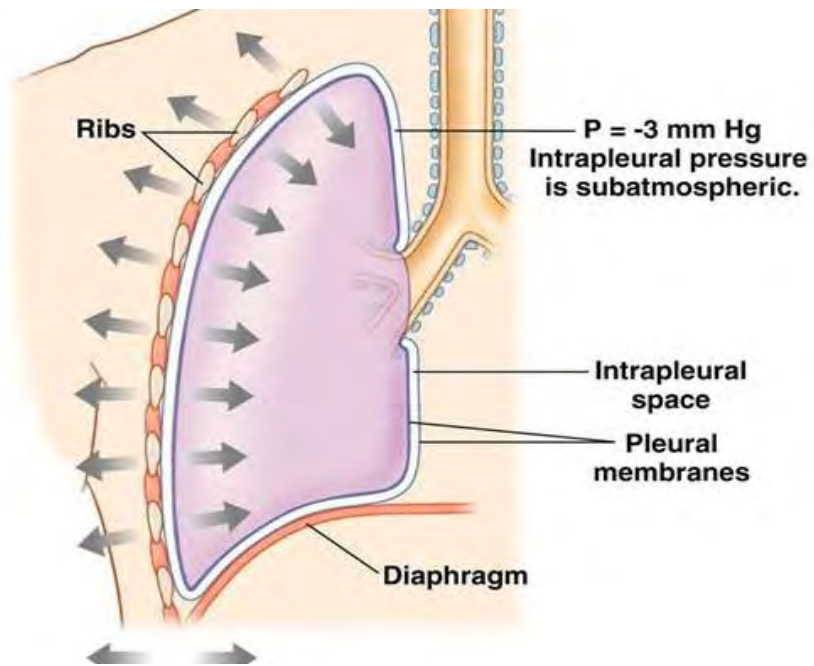
Όπου,

- 1) Οι τιμές της πίεσης  $PN(t)$  βρίσκονται από τα δεδομένα  $P_l = (P_{m0} - P_p)$  σε σχέση με το  $P_{el}$
- 2) Οι παράμετροι της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης (12) είναι η **πνευμονική ενδοτικότητα (C)** και η **αντίσταση στην ροή του αέρα (R)**. Και οι δύο αυτές παράμετροι παίρνουν στιγμιαίες τιμές στην εξίσωση.
- 3)  $V = V(t) - V_0$  ( ο όγκος του αέρα στους πνεύμονες στο τέλος της εκπνοής = όγκου του αέρα που εισπνέεται και εκπνέεται κατά την διάρκεια μιας αναπνοής )
- 4)  $P_{el0}$  είναι η πίεση ελαστικής επαναφοράς του πνεύμονα στο τέλος της εκπνοής, και

$$P_{el0} = P_{el} - \frac{V}{C}$$

- 5) Στο τέλος της εκπνοής,  $P_l = P_{el0}$

Στην πράξη λαμβάνουμε κλινικά δεδομένα, μέσω σπυρομέτρου, των ασθενών για την πίεση καθώς και τον όγκο του εισπνεόμενου αέρα για να υπολογίσουμε τις παραμέτρους R,C οι οποίες με τη σειρά τους μας επιτρέπουν τη διάγνωση διάφορων πνευμονικών παθήσεων. Για παράδειγμα το **εμφύσημα** όπου καταστρέφεται η ελαστικότητα των κυψελίδων αντιστοιχεί σε υψηλότερες τιμές του **C**. Στο **άσθμα**, υπάρχει αυξημένη αντίσταση **R** λόγω της συστολής των μυών γύρω από τους αεραγωγούς. Η **πνευμονική ίνωση** είναι μια ασθένεια όπου οι μεμβράνες ανάμεσα στις κυψελίδες παχαίνουν με συνέπεια τη μείωση της πνευμονικής ενδοτικότητας **C**.

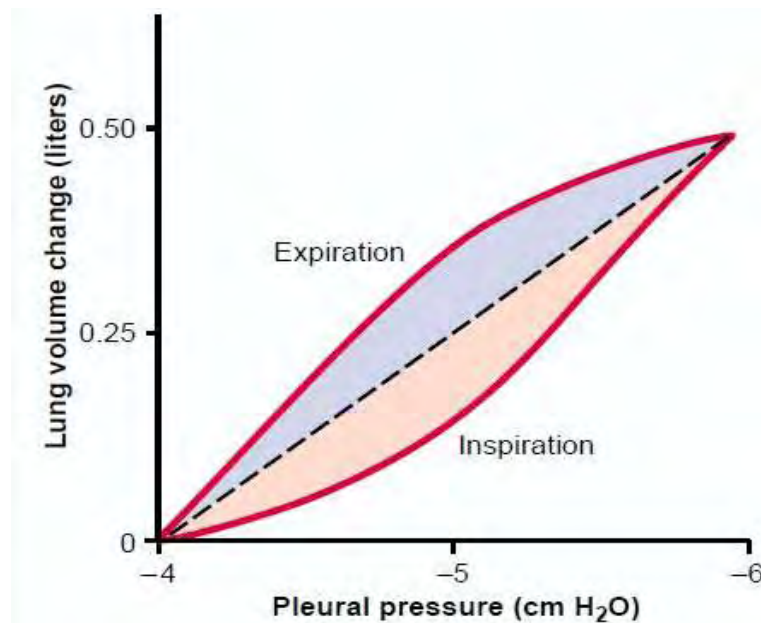


Σχήμα 14: Σχηματική αναπαράσταση των τάσεων που επιβάλλονται στον πνεύμονα σε κατάσταση ηρεμίας.



### 2.3.1 Ενδοτικότητα των πνευμόνων

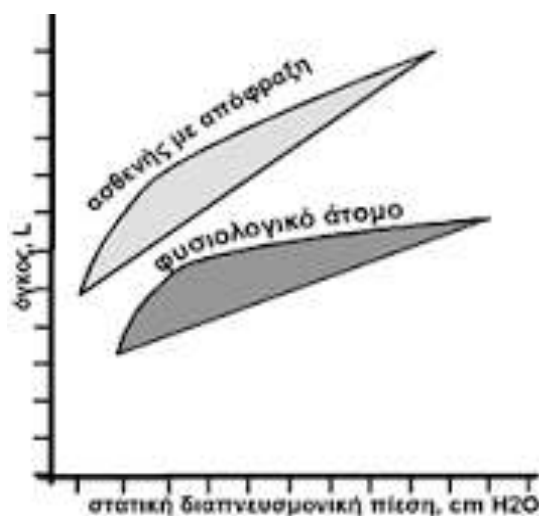
Προηγουμένως αναφερθήκαμε στον όρο της ενδοτικότητας ή διατασιμότητας ως την ικανότητα έκπτυξης των πνευμόνων. Πιο συγκεκριμένα μπορούμε να πούμε πως η ενδοτικότητα εκφράζει την αύξηση του πνευμονικού όγκου ανά μονάδα αύξησης της πνευμονικής πίεσης.



Σχήμα 15: Διάγραμμα εισπνευστικής-εκπνευστικής ενδοτικότητας (Guyton & Hall, 1956).

Το δυναμικό διάγραμμα P-V, δηλαδή η απεικόνιση της ενδοτικότητας, για το αναπνευστικό σύστημα προκύπτει αν οι σχέσεις πίεσης-όγκου μετρηθούν κατά τη διάρκεια της εισπνοής και της εκπνοής. Τότε προκύπτουν διαφορετικές τιμές, όπως θα δούμε παρακάτω, λόγω της υστέρησης. Για τη δημιουργία του διαγράμματος γίνεται καταγραφή των μικρών μεταβολών της ενδοπνευμονικής πίεσης αφού κάθε φορά σταθεροποιηθούν οι πνεύμονες. Οι δύο καμπύλες ονομάζονται **καμπύλη εισπνευστικής ενδοτικότητας** και **καμπύλη εκπνευστικής ενδοτικότητας** ενώ ολόκληρο το διάγραμμα, **διάγραμμα ενδοτικότητας των πνευμόνων**. Το διάγραμμα της διατασιμότητας είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο καθώς μπορεί, όπως θα δούμε και παρακάτω, να μας βοηθήσει στον υπολογισμό της πτώσης πίεσης στους

αεραγωγού λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβολή της διαμέτρου των αεραγωγών κατά την αναπνοή.



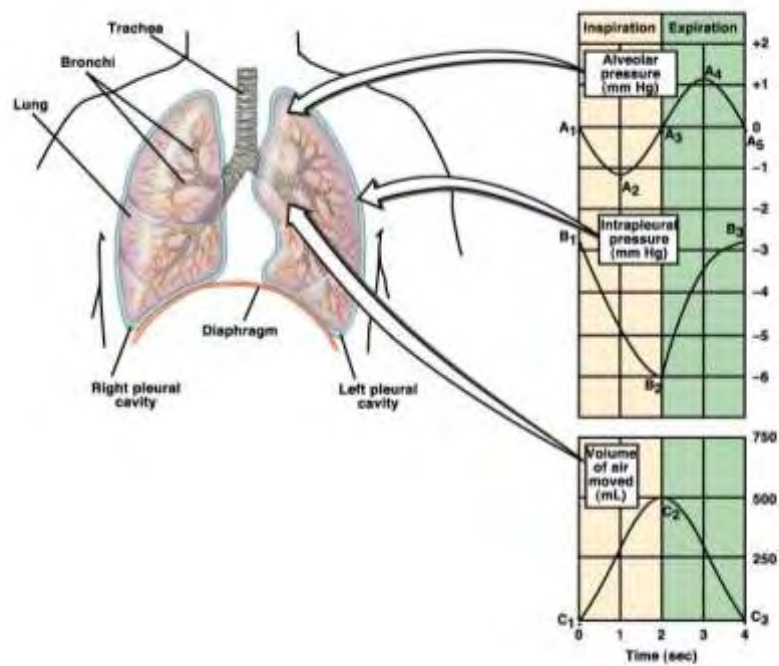
Σχήμα 16: Διάγραμμα ενδοτικότητα για υγιές άτομο και άτομο με αποφρακτική πνευμονοπάθεια.

## Κεφάλαιο 3 Διερεύνηση

### 3.1 Οι πνεύμονες ως όγκος ελέγχου

Για την κατανόηση της διαδικασίας της αναπνοής καθώς και τον προσδιορισμό των φυσικών μεγεθών που την αφορούν πρέπει να μελετήσουμε τα όργανα της αναπνοής σαν έναν ξεχωριστό όγκο ελέγχου σε σχέση με το υπόλοιπο σώμα, χωρίς ωστόσο να παραλείψουμε την επίδρασή τους σε σχέση με το περιβάλλον τους. Έτσι για τη μελέτη μας δεχόμαστε σαν όγκο ελέγχου το σύστημα αυτό που αποτελείται από τις αεροφόρους οδούς και τους πνεύμονες, ξεκινώντας από την τραχεία και καταλήγοντας στις κυψελίδες. Είναι απαραίτητο να μην παραλειφθεί η αλληλεπίδραση του συστήματος μας με το περιβάλλον του διότι αν δεν υπήρχε δύναμη να συγκρατήσει τον πνεύμονα τότε θα συνέπιπτε και θα απέβαλλε όλο τον αέρα που περιέχεται σ αυτόν. Μέχρι τώρα έχουμε αναφερθεί στις δυνάμεις που ασκούνται στους πνεύμονες λόγω της κίνησης των μυών των

πλευρών καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται από το διάφραγμα. Επίσης οι διαστάσεις των αεραγωγών μεταβάλλονται σε σχέση με τον όγκο του εισαγόμενου αέρα. Συνεπώς αναφερόμαστε σε έναν δυναμικό όγκο ελέγχου με πολλές και ποικίλες μεταβολές που κάνει την ακριβή ανάλυσή του σχεδόν αδύνατη. Ως εκ τούτου η ανάλυση δε μπορεί παρά να είναι προσεγγιστική, χωρίς αυτό να σημαίνει πως είναι ποιοτικά λανθασμένη. Η μελέτη του όγκου ελέγχου θα χωριστεί σε δύο ενότητες. Στην πρώτη ενότητα θα επικεντρωθούμε στο μοντέλο σαν στατικό όγκο ελέγχου ενώ στη δεύτερη ενότητα θα παρουσιάσουμε και τις αλλαγές που υφίσταται ο όγκος ελέγχου με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή κατά την διαδικασία της αναπνοής. Τέλος η μαθηματική ανάλυση που θα εφαρμόσουμε θα περιέχει προσεγγίσεις με σκοπό την απλοποίηση των πολύπλοκων μαθηματικών μοντέλων.



Σχήμα 17: Μεταβολές πιέσεων κατά την εισπνοή και την εκπνοή.

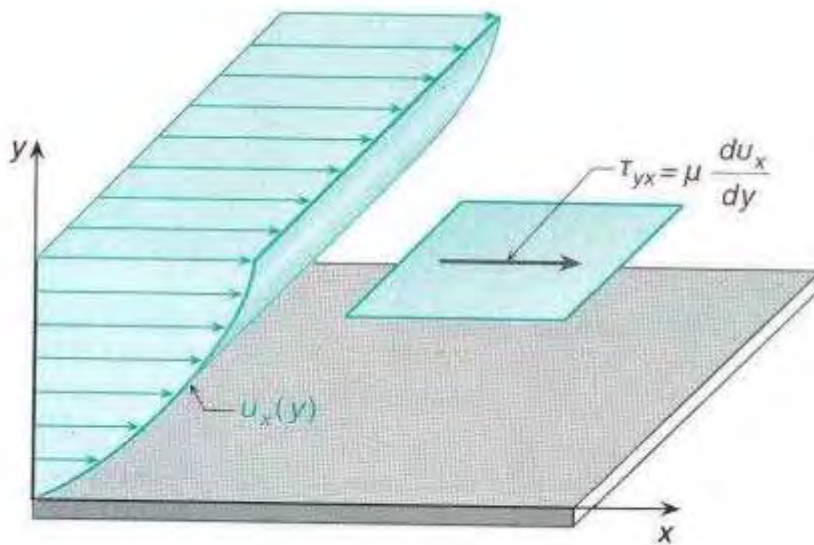
### 3.2 Δυναμική των ρευστών στην αναπνευστική οδό

Για να υπολογίσουμε την πτώση πίεσης στην αναπνευστική οδό οφείλουμε πρώτα να κατανοήσουμε την δυναμική του αέρα στις αεροφόρους οδούς. Προηγουμένως παρουσιάσαμε την πολυπλοκότητα της γεωμετρίας του αναπνευστικού συστήματος και τονίσαμε ότι η γεωμετρία αυτή διαφέρει από άτομο σε άτομο. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει εμβάθυνση στη ρευστομηχανική με σκοπό να κατανοήσουμε πλήρως τις ιδιότητες αλλά και τη συμπεριφορά του ρευστού. Θα παρουσιάσουμε τη σημαντικότητα της τριβής για την πτώση πίεσης καθώς και την ύπαρξη αδρανειακών δυνάμεων που οφείλονται στην αλλαγή της διαμέτρου των αεραγωγών. Συνεπώς θα γίνει μια ανασκόπηση των αντίστοιχων κεφαλαίων για το ρευστό (πραγματικά, νευτωνικά, συμπιεστά και ασυμπίεστα ρευστά) και τη ροή (ανεπτυγμένη και αναπτυσσόμενη, τυρβώδη και στρωτή) καθώς και τα φαινόμενα που περιγράφονται από το νόμο Bernulli για τις αδρανειακές δυνάμεις. Τέλος θα παραθέσουμε τις εξισώσεις που θα χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης.

- **Πραγματικά ρευστά.** Στα ρευστά οι δυνάμεις τριβής δεν περιορίζονται στην εξωτερική επιφάνειά, αλλά ασκούνται και στο εσωτερικό τους, όπου υπάρχουν διαφορετικές ταχύτητες ροής. Για το λόγο αυτό οι τριβές αυτές ονομάζονται **εσωτερικές τριβές**. Όπως και οι εξωτερικές, έτσι και οι εσωτερικές τριβές μειώνουν την ενέργεια της ροής του ρευστού. Η ύπαρξη της εσωτερικής τριβής είναι η διαφορά μεταξύ ιδανικών και πραγματικών αερίων.
- **Νευτωνικά ρευστά.** Ονομάζονται τα ρευστά εκείνα στα οποία η εξάρτηση της ιξώδους τάσης από το ρυθμό παραμόρφωσης του ρευστού είναι

γραμμική. Γενικά νευτωνική συμπεριφορά εμφανίζουν τα αέρια, τα περισσότερα από τα συνηθισμένα υγρά καθώς και τα διαλύματα ουσιών μικρού μοριακού βάρους. Τα πιο κοινά νευτωνικά ρευστά είναι ο αέρας και το νερό. Χαρακτηριστικό τους είναι πως το ιξώδες αποτελεί για αυτά πραγματική ιδιότητα η τιμή της οποίας εξαρτάται από τη μοριακή φύση αλλά και την κατάσταση (πίεση και θερμοκρασία) στην οποία βρίσκονται. Τα νευτωνικά ρευστά λόγω της ιξώδους φύσης τους δέχονται διατμητικές τάσεις από τα τοιχώματα των σωμάτων στα οποία ρέουν. Η τάση αυτή δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

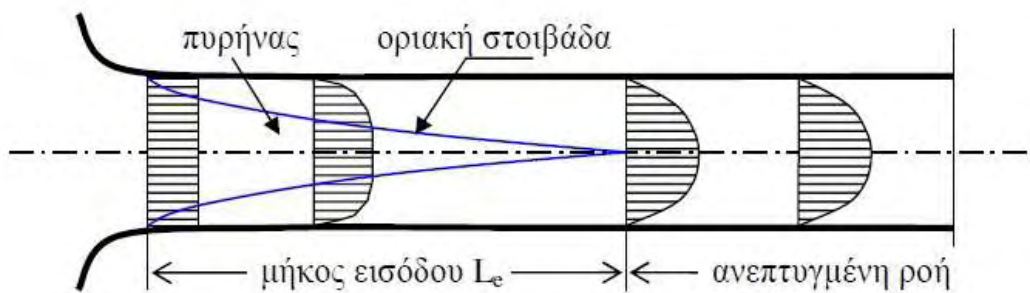
$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (13)$$



**Σχήμα 18:** Σχέση διατμητικής τάσης-ιξώδους για νευτωνικά ρευστά. (Παπαϊωάννου, 2002)

- **Ανάπτυξη ροής σε σωλήνα.** Στο σχήμα 19 φαίνεται το προφίλ (κατανομή) της αξονικής ταχύτητας σε σωλήνα όταν η ροή είναι στρωτή, εφαρμόζοντας

τη μέθοδο οπτικοποίησης της ροής με φυσαλίδες υδρογόνου. Παρατηρούμε ότι η κατανομή της ταχύτητας μεταβάλλεται σαν συνάρτηση της απόστασης από τη στρογγυλευμένη διατομή εισόδου στον σωλήνα, από ορθογωνική που αντιστοιχεί σε ομοιόμορφη ροή έως παραβολική, που είναι η κατανομή ταχύτητας της μόνιμης στρωτής ροής Poiseuille. Η μετάβαση από ομοιόμορφη σε παραβολική κατανομή ταχύτητας παρουσιάζεται σχηματικά στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρούμε ότι σε μήκος  $L_e$  από την είσοδο του νερού αναπτύσσεται το στρωτό αξονοσυμμετρικό οριακό στρώμα στο σωλήνα, ενώ υπάρχει μια περιοχή γύρω από τον άξονα όπου η ροή είναι ομοιόμορφη (πυρήνας ή core), η δε τιμή της ομοιόμορφης ταχύτητας εκεί αυξάνεται σαν συνάρτηση της απόστασης από την είσοδο. Η περιοχή  $0 < x < L_e$  ονομάζεται περιοχή εισόδου όπου η ροή είναι ανομοιόμορφη χωρικά, το δε μήκος  $L_e$  ονομάζεται μήκος εισόδου. Η περιοχή  $x > L_e$  ονομάζεται περιοχή της εγκατεστημένης, πλήρως ανεπτυγμένης μόνιμης ροής, όπου η κατανομή της αξονικής ταχύτητας παραμένει αμετάβλητη. Το μήκος εισόδου όταν η ροή είναι στρωτή δίδεται από τη σχέση  $L_e = (0.06 Re) D$  και μπορεί να φθάσει τις 140 διαμέτρους για οριακές τιμές του αριθμού Reynolds ( $Re \leq 2300$ ).



Σχήμα 19: Σχηματική απεικόνιση της ανάπτυξης της ροής σε σωλήνα. Τα πρώτα δύο προφίλ αντιστοιχούν σε αναπτυσσόμενη ροή και τα τελευταία σε ανεπτυγμένη ροή.

- **Ασυμπίεστικότητα.** Όταν πρόκειται να χαρακτηρίσουμε μια ροή ως προς τη συμπίεστικότητα χαρακτηρίζουμε τη ροή αυτή καθαυτή και όχι αν είναι το ρευστό ασυμπιεστο. Επομένως ασυμπιεστη ροή ενός πραγματικού ή ιδανικού ρευστού ονομάζεται η ροή κατά την οποία οι μεταβολές της

πυκνότητας σε όλη την έκταση του πεδίου ροής είναι αμελητέες. Φαινόμενα ασυμπίεστότητας εμφανίζονται κυρίως σε υψηλές ταχύτητες. Όταν η ταχύτητα ενός ρευστού μεταβάλλεται σημαντικά τότε υπάρχει επίσης σημαντική μεταβολή της πίεσης. Για να χαρακτηρίσουμε μια ροή ως συμπίεστη ή ασυμπίεστη χρησιμοποιούμε τον αριθμό Mach. Ο αριθμός Mach δίνεται από τη σχέση (14).

$$\blacksquare M = \left( \frac{\rho u^2}{\rho \alpha^2} \right)^{1/2} = u/\alpha \quad (14)$$

όπου  $u$  είναι η τοπική ταχύτητα του ρευστού και  $\alpha$  η ταχύτητα του ήχου.

Πρακτικά ασυμπίεστη ροή έχω όταν ο αριθμός Mach είναι μικρότερος η το πολύ ίσος του 0.3 .

$$\blacksquare M \leq 0.3 \quad [\text{συνθήκη ασυμπίεστης ροής}] \quad (15)$$

Στις ροές των υγρών η ταχύτητα του υγρού είναι σχετικά μικρή, δηλαδή κυμαίνεται από 1 m/sec έως 10 m/sec. Σε αντίθεση με την ταχύτητα του ήχου στα υγρά που είναι της τάξης των 1000 m/sec. Είναι εμφανές ότι ο αριθμός Mach για τα υγρά είναι αρκετά μικρός με συνέπεια να θεωρούμε τις ροές των υγρών ασυμπίεστες. Όσον αφορά τις ροές των αερίων πρέπει να διακρίνουμε το όριο για το οποίο αυτές είναι ασυμπίεστες. Αυτό συμβαίνει διότι η ταχύτητα του αερίου μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερη από την ταχύτητα του ήχου έως και πολύ μικρότερη. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340 m/sec. Κατά συνέπεια για να ικανοποιηθεί η συνθήκη ασυμπίεστότητας της ροής πρέπει η ταχύτητα του αερίου να είναι κάτω από 100 m/sec.

Για να είναι ασυμπίεστη η ροή πρέπει επίσης να μην υπάρχει μεγάλη διαφορά θερμοκρασίας σε σχέση με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος  $T_0$  (Planton 1996). Συγκεκριμένα τα όρια για το αναπνευστικό είναι περίπου 30 βαθμοί στην κλίμακα Kelvin.

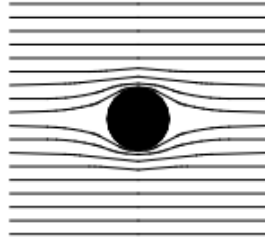
Κατά την ήρεμη αναπνοή είναι σύνηθες να μην υπερβαίνονται τα όρια της ταχύτητας της ροής του αέρα και της θερμοκρασιακής διαφοράς με το περιβάλλον.

Μπορεί ο αέρας να μην είναι μια καθαρή ουσία και να αποτελείται από διαφορετικές ποσότητες οξυγόνου και διοξειδίου του άνθρακα αλλά η υπόθεση για ασυμπίεστη ροή και σταθερή πυκνότητα μπορεί να εφαρμοσθεί χωρίς σημαντικό σφάλμα. Αυτό συμβαίνει επειδή η ποσότητα του αζώτου αποτελεί το 78% του αέρα και δεν ανταλλάσσεται στον πνεύμονα με αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται από τις περιβάλλουσες συνθήκες. Κατά συνέπεια οποιαδήποτε μεταβολή λόγω εξωτερικών συνθηκών στο οξυγόνο και στο διοξείδιο του άνθρακα δεν δημιουργεί σημαντικές μεταβολές στην πυκνότητα του αέρα. (Παπαϊωάνου, 2002)

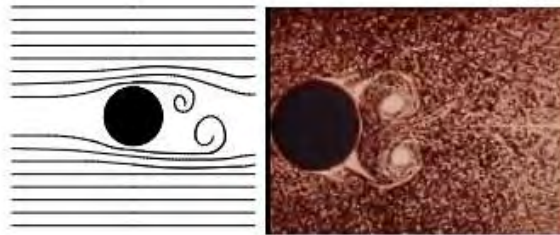
### **Τυρβώδης και στρωτή ροή**

. Με τον όρο ροή εννοούμε την κίνηση ενός ρευστού σε μια ορισμένη περιοχή του χώρου. Εμάς εδώ μας ενδιαφέρει να αναφερθούμε στην ροή μόνο των πραγματικών αερίων που ονομάζεται ιξώδης. Εμφανίζονται δύο είδη από αυτή την ροή, η στρωτή και η τυρβώδης, και μία ενδιάμεση κατάσταση που ονομάζεται μεταβατική ροή. Στρωτή ροή ονομάζεται η ροή κατά την οποία τα σωματίδια του ρευστού κινούνται ομαλώς και κατά στρώματα (ή στιβάδες). Σε κάθε τέτοιο στρώμα, η κατανομή της ταχύτητας του ρευστού είναι ομοιόμορφη σε όλη την έκταση της εγκάρσιας (ως προς την διεύθυνση της ροής) διατομής του στρώματος. Επομένως, κατά την στρωτή ροή, η μόνη κίνηση που παρατηρείται είναι κατά τη διεύθυνση της ροής, αφού κατά την κάθετη προς αυτή διεύθυνση δεν υπάρχει συνιστώσα ταχύτητας. Αντίθετα, τυρβώδη ροή ονομάζεται η ροή κατά την οποία τα σωματίδια του ρευστού κινούνται σε ακανόνιστες τροχιές προς όλες τις διευθύνσεις κατά εντελώς τυχαίο τρόπο. Το κύριο χαρακτηριστικό της τυρβώδους ροής είναι ότι οι ιδιότητες του ρευστού σε τυχαίο σημείο του πεδίου ροής διακυμαίνονται συνεχώς κατά εντελώς τυχαίο τρόπο. Τέλος, μεταβατική λέγεται η ροή που εμφανίζει διαδοχικές περιόδους στρωτής κ τυρβώδους ροής.





Σχήμα 20: Γραμμές στρωτής ροής γύρω από κύλινδρο. (Streeter, Wylie, & Bedford)



Σχήμα 21: Τυρβώδης ροή γύρω από κύλινδρο. Αριστερά: Σχηματική αναπαράσταση. Δεξιά: Πραγματική φωτογραφία από LUDWIG PRANDTL.

Τα κριτήρια, τώρα, που καθορίζουν μια ροή ως στρωτή ή τυρβώδη, μελέτησε ο Osborne Reynolds το 1883 και κατέληξε ότι η μετάβαση από την μία κατάσταση στην άλλη συμβαίνει όταν ένας συνδυασμός παραμέτρων ξεπεράσει ένα όριο. Αργότερα, αυτός ο συνδυασμός ονομάστηκε αριθμός Reynolds (Re). Για ροή, λοιπόν, σε κυκλικό αγωγό διαμέτρου D ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται από την σχέση (16)

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{D V}{\nu} \quad (= \text{αδιάστατο μέγεθος}) \quad (16)$$

Όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού,  $V$  είναι η ταχύτητα του ρευστού και  $\mu$  είναι το δυναμικό ιξώδες του ρευστού. Η αναλογία  $\frac{\mu}{\rho}$  ( $=\nu$ ) ονομάζεται κινηματικό ιξώδες. Για κυκλικούς αγωγούς, η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή συμβαίνει προσεγγιστικά σε ένα εύρος από 2300 μέχρι 4000 του αριθμού Reynolds ανεξάρτητα από τις ιδιότητες του ρευστού, τις διαστάσεις του αγωγού και την ταχύτητα. Έτσι, όταν ο αριθμός Re είναι κάτω από 2300, η ροή του ρευστού είναι

στρωτή και όταν είναι πάνω από σχεδόν 4000, η ροή είναι τυρβώδης. Στις ενδιάμεσες τιμές του αριθμού Reynolds, η ροή είναι μεταβατική.



**Σχήμα 22: Ποιοτικό διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για κάθε είδος ροής.**

Η τιμή του κρίσιμου αριθμού Reynolds σε σωλήνα (κλειστό αγωγό κυκλικής διατομής) είναι περίπου 2300. Στην πράξη είναι δυνατόν να επιτύχουμε στρωτή ροή σε σωλήνα με αριθμό Reynolds έως και 10000. Η ροή όμως είναι ιδιαίτερα (υδροδυναμικά) ασταθής και η παραμικρή διαταραχή (όπως ένα κτυπηματάκι στο σωλήνα) θα τη μετατρέψει αμέσως σε τυρβώδη.

Συγκεκριμένα, στο πνευμονικό σύστημα φαίνεται ότι ο αριθμός Reynolds είναι αρκετά υψηλός στον λάρυγγα και πολύ χαμηλός βαθιά μέσα στον πνεύμονα. Οι εσωτερικές ροές γίνονται τυρβώδεις σε υψηλούς αριθμούς Reynolds και στρωτές σε χαμηλούς. Συνεπώς, πρέπει να εξετάσουμε την πιθανότητα η τυρβώδης ροή να είναι παρούσα στους άνω και κεντρικούς αεραγωγούς, αλλά δεν αναμένουμε να υπάρχει βαθιά στον πνεύμονα. Πράγματι, πειραματικές παρατηρήσεις υποδεικνύουν την ύπαρξη τυρβώδους ροής στους άνω αεραγωγούς και στην τραχεία, αλλά αυτή φθίνει γρήγορα όσο προχωράει πιο χαμηλά στον πνεύμονα (Simone & Ulmann, 1982). Ακόμη και αν η 'παραγωγή' αναταραχών (ύπαρξη τυρβώδους ροής) συμβαίνει περιφερειακά του λάρυγγα, ελαττώνονται στα συνοριακά στρώματα των πρώτων γενεών και δεν θα υπάρχουν αρκετές ώστε να μεταφερθούν στις επόμενες γενεές (Tennekes & Lumley, 1972). Έτσι είναι λογικό να υποτεθεί ότι η τυρβώδης ροή που παράγεται στους εξωθωρακικούς αεραγωγούς μπορεί να μεταχθεί στις πρώτες λίγες γενεές. Όμως, μακριά από αυτήν την περιοχή, η ροή θεωρείται στρωτή.

### 3.3 Ροή Hagen-Poiseuille

Δεδομένου ότι η στρωτή ροή επικρατεί στις περισσότερες γενεές του πνεύμονα θα υπολογίσουμε αρχικά την πτώση πίεσης για ροή Hagen-Poiseuille. Η μαθηματική εξίσωση Hagen-Poiseuille υπολογίζει την πτώση πίεσης λόγω τριβής ενός ρευστού σε έναν κυκλικό αγωγό. Για το λόγο αυτό στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε την μαθηματική ανάλυση για την εξαγωγή του τύπου Hagen-Poiseuille μέσω της ροής αέρας σε αγωγό (Kudela).

Για ασυμπίεστη ροή αέρα και λαμβάνοντας υπ' όψιν το δεύτερο νόμο του Newton για τη ροή ρευστών στις εξισώσεις Navier-Stokes προκύπτει η εξής εξίσωση:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (17)$$

Όπου  $\mu$  είναι το δυναμικό ιξώδες,  $\rho$  η πυκνότητα,  $\mathbf{v}$  η ταχύτητα και  $p$  η πίεση του ρευστού. Χρησιμοποιώντας ένα χαρακτηριστικό μήκος  $D$ , μια ταχύτητα  $U$  και χρόνο  $\tau$  αδιαστατοποιούμε την εξίσωση 17 και προκύπτει η εξής εξίσωση:

$$\frac{1}{St} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}' = -\nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v}' \quad (18)$$

Όπου  $\mathbf{v}' = \mathbf{v}/U$ ,  $p' = p/\rho U^2$ ,  $t' = t/\tau$ ,  $\mathbf{x}' = \mathbf{x}/D$  είναι αδιάστατες μορφές των αντίστοιχων διαστάσεων.

Η διαφορική μορφή της αρχής της δυναμικής ισορροπίας για ιξώδη ρευστά προκύπτει από την εξίσωση Navier-Stokes

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (19)$$

Όπου  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

Για ιξώδη ροή το διάνυσμα της τάσης δεν είναι ίδιο με της ιδεατής (ατριβούς) ροής  $t = -p \cdot n$ , αλλά εξαρτάται ακόμα και από την παράγωγο  $\frac{dv_i}{dv_j}$ . Αποτέλεσμα είναι η εξίσωση Navier-Stokes να έχει τη μορφή αυτή (19).

Για μακρούς αγωγούς, ίσιους ως προς μια διεύθυνση, σταθερής διατομής αγωγούς θεωρώ τη ροή ως πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή. Αγνοώντας τις βαρυτικές δυνάμεις το προφίλ ταχύτητας είναι ίδιο σε όλο το μήκος του αγωγού. Αν και οι περισσότερες ροές είναι τυρβώδεις και όχι στρωτές, και πολλοί αγωγοί δεν έχουν το απαιτούμενο μήκος ώστε να αναπτυχθεί πλήρως μια ροή, η κατανόηση μιας πλήρως ανεπτυγμένης στρωτής ροής είναι έργο εξαιρετικής σημασίας. Αρχικά μπορούμε να πούμε ότι είναι από τις λίγες θεωρητικές αναλύσεις που αφορούν την τριβή στη ροή του αέρα αλλά και κάθε ρευστού που μπορούν να επιτευχθούν χωρίς να χρησιμοποιηθούν υποθέσεις και στρογγυλοποιήσεις που απαιτούν πολύπλοκη ανάλυση. Επίσης υπάρχουν πάρα πολλές εφαρμογές όπου η ανεπτυγμένη στρωτή ροή βρίσκει εφαρμογή.

Απομονώνουμε ένα κυλινδρικό κομμάτι της ροής μας, σαν όγκο ελέγχου και εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton  $\frac{\partial(mv_x)}{\partial t} = F_x$ . Σε αυτήν την περίπτωση ακόμα και αν το ρευστό κινείται δεν έχουμε επιτάχυνση. Άρα  $\frac{\partial(mv_x)}{\partial t} = 0$ . Γι' αυτό το λόγο, στην πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή, υπάρχει ισορροπία μεταξύ πίεσης και ιξώδους τάσης. Η διαφορά πίεσης της ροής που ασκείται στο τέλος του κυλίνδρου μας διατομής  $\pi r^2$  και η διατμητική τάση που ασκείται στη παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου επιφάνειας  $2\pi r l$  είναι ίσες και αντίρροπες. Δηλαδή:

$$p_1 \pi r^2 - (p_1 - \Delta p) \pi r^2 - 2\pi r l \tau = 0$$

Απλοποιώντας καταλήγουμε:

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{2\tau}{r} \quad (20)$$

Η εξίσωση (20) περιγράφει τη βασική ισορροπία δυνάμεων που επικρατεί ώστε να οδηγείται κάθε σωματίδιο του υγρού με σταθερή ταχύτητα. Επειδή η

πτώση πίεσης  $\Delta p$  δεν είναι συνάρτηση της ακτινικής συντεταγμένης,  $r$ , προκύπτει ότι ο λόγος  $2\tau/r$  είναι και αυτός ανεξάρτητος της ακτινικής συντεταγμένης. Άρα πρέπει  $\tau = Cr$  όπου  $C$  είναι μια σταθερά. Για  $r = 0$  δηλαδή για την κεντρική ροϊκή γραμμή δεν υπάρχει διατμητική τάση ( $\tau = 0$ ). Για  $r = D/2$ , δηλαδή στο τοίχωμα, η διατμητική τάση είναι μέγιστη. Συμβολίζουμε με  $\tau_w$  τη διατμητική τάση του τοιχώματος. Ως εκ τούτου  $C = 2\tau/D$  και η διατμητική τάση κατά μήκος του αγωγού προκύπτει ως γραμμική συνάρτηση της ακτινικής συντεταγμένης.

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D} \quad (21)$$

Η γραμμική εξάρτηση του  $\tau$  από το  $r$  είναι αποτέλεσμα της δύναμης της πίεσης που είναι ανάλογη του  $r^2$  (η πίεση δρα στο τέλος της ροής στον κύλινδρο, όπου η επιφάνεια είναι  $\pi r^2$ ) και της διατμητικής τάσης που είναι ανάλογη του  $r$  (η διατμητική τάση ασκείται στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου, όπου η επιφάνεια είναι ίση με  $2\pi r l$ ). Αν είχαμε ιδανικό ρευστό, δηλαδή μηδενικό ιξώδες τότε δεν θα αναπτυσσόταν διατμητική τάση και η πίεση θα ήταν σταθερή σε όλο το μήκος του αγωγού. Η πτώση πίεσης και η διατμητική τάση που εφαρμόζεται στο ρευστό από τον τοίχο δίνονται από την εξής σχέση:

$$\Delta p = \frac{4l\tau_w}{D} \quad (22)$$

Μια μικρή διατμητική τάση μπορεί να δημιουργήσει μια μεγάλη πτώση πίεσης αρκεί ο αγωγός να είναι μακρύς σε σχέση με τη διάμετρό του ( $\frac{l}{D} \gg 1$ ).

Αν και η έως τώρα ανάλυσή μας εφαρμόζεται σε στρωτή ροή, μια περαιτέρω μελέτη των υποθέσεών μας για τις εξισώσεις (20),(21),(22) μας φανερώνει πως αυτές οι εξισώσεις είναι κατάλληλες και για στρωτή αλλά και για τυρβώδη ροή. Για να προχωρήσουμε την ανάλυση ένα βήμα παραπέρα πρέπει να κατανοήσουμε πως η διατμητική τάση σχετίζεται με την ταχύτητα. Αυτό είναι το κρίσιμο σημείο το οποίο θα διαχωρίσει την ανάλυση της στρωτής από την ανάλυση της τυρβώδους ροής. Η διαφορά φαίνεται, όπως είπαμε και νωρίτερα, στην ευκολία της ανάλυσης της στρωτής έναντι της τυρβώδους ροής, καθώς η δεύτερη απαιτεί παραδοχές

εξαιρετικά δύσκολες (additional ad hoc assumptions). Για τυρβώδη ροή η εξάρτηση της διατμητικής τάσης προκύπτει ύστερα από ιδιαίτερα πολύπλοκη ανάλυση. Όμως για νευτωνικά ρευστά και στρωτή ροή, η διατμητική τάση είναι απλά ανάλογη της κλίσης της ταχύτητας,  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ . Στην περίπτωση του αγωγού μας, αυτή γίνεται:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (23)$$

Το αρνητικό πρόσημο έχει προστεθεί ώστε η διατμητική τάση ( $\tau$ ) να είναι θετική για  $\frac{du}{dr} < 0$  (η ταχύτητα μικραίνει καθώς κινούμαστε στην  $r$  κατεύθυνση, δηλαδή από την κεντρική ροϊκή γραμμή προς το τοίχωμα του αγωγού). Οι εξισώσεις (20) και (23) αντιπροσωπεύουν τους νόμους που διέπουν την πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή ενός νευτωνικού υγρού σε οριζόντιο αγωγό. Συνδυάζοντας τις δύο αυτές εξισώσεις παρατηρούμε:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) \quad (24)$$

Η (24) μπορεί να ολοκληρωθεί και να μας δώσει το προφίλ ταχύτητας:

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + C_1 \quad (25)$$

Όπου  $C_1$  είναι μια σταθερά. Λόγω της ιξώδους φύσης του υγρού το υγρό “κολλάει” στο τοίχωμα του αγωγού για  $r = \frac{D}{2}$  οπότε ισχύει  $u = 0$ , η **συνθήκη αυτή ονομάζεται συνθήκη μη ολίσθησης**. Αντικαθιστώντας στην (25) όπου  $r$  την τιμή  $\frac{D}{2}$  δηλαδή  $\frac{R}{4}$  η ταχύτητα μηδενίζεται και παίρνουμε  $C_1 = 4R^2 \left(\frac{\Delta p}{16\mu l}\right)$ . Ως εκ τούτου το προφίλ ταχύτητας μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$u = \left(\frac{\Delta p R^2}{4\mu l}\right) \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad (26)$$

Η  $V_{\max} = \left(\frac{\Delta p R^2}{4\mu l}\right)$  είναι η μέγιστη ταχύτητα και επικρατεί στην κεντρική ροϊκή γραμμή της ροής.

Ο όγκος της ροής του ρευστού διάμεσο του αγωγού μπορεί να υπολογιστεί ολοκληρώνοντας την ταχύτητα κατά μήκος του αγωγού. Αφού η ροή είναι συμμετρική ως προς τον κεντρικό άξονα, η ταχύτητα είναι σταθερή σε μικρές περιοχές, αποτελούμενες από δακτυλίους ακτίνας  $r$  και πάχους  $dr$ . Έτσι:

$$q_v = \int u \, dA = \int_0^R u(r) 2\pi r \, dr = 2\pi V_{\max} \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] r \, dr = 2\pi V_{\max} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2}\right] \quad (27)$$

$$q_v = \pi R^2 \frac{V_{\max}}{2} \quad (28)$$

Εξ ορισμού η μέση ταχύτητα δίνεται από την ογκομετρική παροχή διά την επιφάνεια της διατομής του αγωγού.

$$V = \frac{V_{\max}}{2} = \frac{\Delta p R^2}{8\mu l} \quad (29)$$

Τελικά

$$q_v = \frac{\Delta p \pi R^4}{8\mu l} \quad (30)$$

Η σχέση (30) ονομάζεται νόμος Hagen-Poiseuille. Λύνοντας ως προς την πτώση πίεσης έχουμε :

$$\Delta p = \frac{8\mu l q_v}{\pi R^4} \quad (31)$$

Για οριζόντιο αγωγό η πτώση πίεσης είναι:

- Ανάλογη του ιξώδους του ρευστού
- Ανάλογη του μήκους του αγωγού
- Ανάλογη της ογκομετρικής παροχής
- Αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ακτίνας

### 3.3.1 Συσχέτιση της εξίσωσης Hagen-Poiseuille και Darcy-Weisbach

Φυσιολογικά η ροή Hagen-Poiseuille προσδιορίζει, όχι μόνο την πτώση πίεσης, αλλά μια ολοκληρωμένη λύση για προφίλ στρωτής ροής, το οποίο είναι παραβολικό. Ωστόσο, μπορούμε να εξάγουμε αποτελέσματα για την πτώση πίεσης και για τυρβώδη ροή, εισάγωντας έναν αποτελεσματικό συντελεστή για το ιξώδες ακόμα και στην περίπτωση της τυρβώδους ροής, όπου δεν ισχύει το παραβολικό προφίλ το οποίο έχουμε εισάγει. Και στις δύο περιπτώσεις, για στρωτή και τυρβώδη ροή, η πτώση πίεσης σχετίζεται με την διατμητική τάση του τοιχώματος, η οποία καθορίζει τον συντελεστή τριβής. Η διατμητική τάση του τοιχώματος μπορεί να καθοριστεί φαινομενολογικά από την εξίσωση Darcy-Weisbach. Η εξίσωση αυτή μας σχετίζει τον συντελεστή τριβής με τον αριθμό Reynolds.

Η θεωρητική προέλευση μια ελαφρώς διαφορετικής μορφής του νόμου πραγματοποιήθηκε από τον Wiedman το 1856 και από τον Neumann και τον E. Hagenbach το 1858. Ο Hagenbach ήταν ο πρώτος που ονόμασε τον νόμο αυτό νόμο Poiseuille.

Ο νόμος αυτός είναι εξαιρετικά σημαντικός για προσδιορισμό ροών του αίματος αλλά και γενικότερα για τον τομέα της φυσιολογίας.

Η εξίσωση **Darcy-Weisbach** έχει τη μορφή:

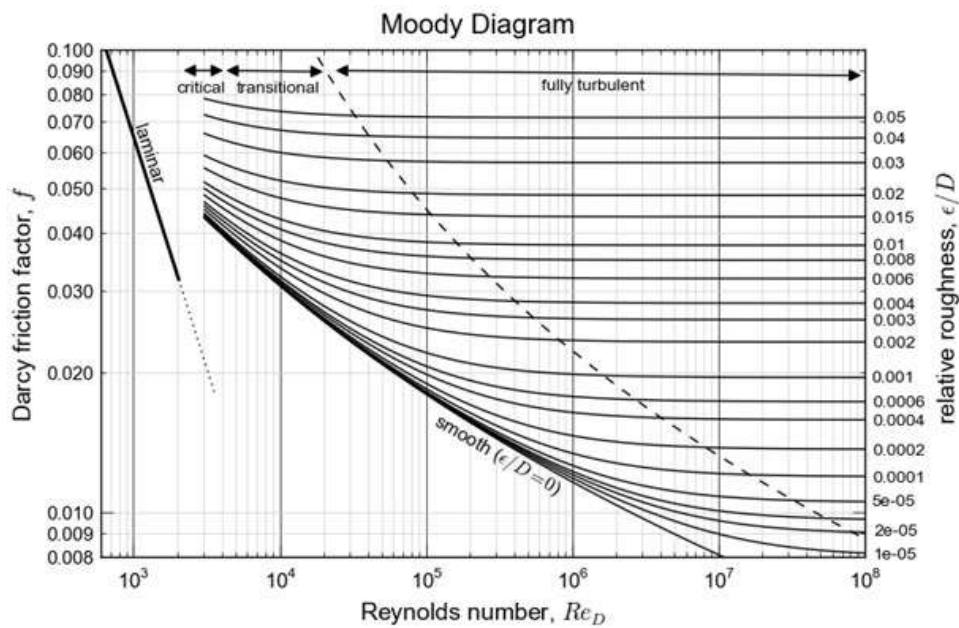
$$\Delta P = f_D * \frac{L * \rho * v^2}{2 * D} \quad (32)$$

#### Διάγραμμα Moody

Στον τομέα της μηχανικής το διάγραμμα Moody αποτελεί την αδιάστατη απεικόνιση που συνδέει τον συντελεστή τριβής  $f_D$  της εξίσωσης **Darcy-Weisbach**, τον αριθμό Reynolds  $Re$ , και τη σχετική τραχύτητα για ροή πλήρως ανεπτυγμένη σε



κυκλικό αγωγό. Χρησιμοποιείται για την εύρεση πτώσης πίεσης ή την παροχή σε έναν τέτοιο αγωγό.



**Σχήμα 23:** Το διάγραμμα Moody συσχετίζει γραφικά το συντελεστή τριβής Darcy-Weisbach με τον αριθμό Reynolds για διάφορες τιμές της σχετικής τραχύτητας. ([www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org))

Το διάγραμμα Moody χωρίζεται σε δύο περιοχές ανάλογα με το είδος της ροής: Στρωτή ή τυρβώδης. Ο συντελεστής τριβής  $f_D$  της εξίσωσης **Darcy-Weisbach** δίνεται για στρωτή ροή από τον παρακάτω τύπο:

$$f_D = 64/Re \quad (33)$$

Αντίστοιχα για τυρβώδη ροή ο τύπος δίνεται από τον εξής τύπο:

$$f_D = 4 * (0.0035 + 0.264 * Re^{-0.42}) \quad (34)$$

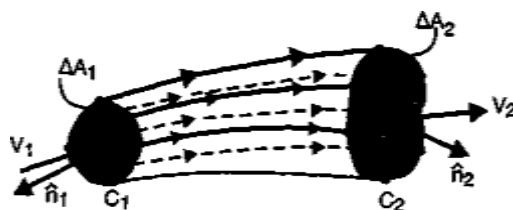
Το εσωτερικό των αεραγωγών είναι καλυμμένο από υγρό συνεπώς μπορούμε να θεωρήσουμε τον αγωγό ως λείο και να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους (33) και (34). Ακόμα όμως και στην περίπτωση που οι αγωγοί είναι λείοι κατά τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής  $f_D$  θα παρατηρήσουμε ότι οι βαθύτεροι

αεραγωγοί παρουσιάζουν πολύ μεγάλες τιμές  $f_D$ . Αυτό συμβαίνει καθώς ο αριθμός Reynolds είναι εξαιρετικά μικρός στις τελευταίες γενεές. Θα περίμενε κανείς ότι ο μεγάλος αριθμός συντελεστή τριβής  $f_D$  θα συνεπάγεται και με μεγάλη αύξηση της πτώσης πίεσης, όμως θα αποδειχθεί ότι η πτώση πίεσης στις τελευταίες γενεές είναι αμελητέα καθώς το μήκος  $L$  και η ταχύτητα  $u$  παίρνουν πολύ μικρές τιμές στη συγκεκριμένη περιοχή.

### 3.4 Νόμος Bernoulli και αδρανειακές δυνάμεις

Ένας ακόμη παράγοντας που επηρεάζει την πτώση πίεσης του αέρα σε έναν αγωγό, πέραν της τριβής, είναι η επιτάχυνση. Η επιτάχυνση οφείλεται σε αδρανειακά φαινόμενα. Όπως θα αποδειχθεί και στο κεφάλαιο (5) η ταχύτητα του αέρα αλλάζει από γενεά σε γενεά. Επομένως έχουμε ύπαρξη επιτάχυνσης και αδρανειακών φαινομένων. Για το λόγο αυτό θα παραθέσουμε στην υποενότητα αυτή το νόμο του Bernoulli και τον τρόπο εξαγωγής της μαθηματικής έκφρασης που συσχετίζει αδρανειακά φαινόμενα και πτώση πίεσης.

Ο νόμος του Bernoulli (Daniel **Bernoulli**, 1700-1782, Ελβετός Μαθηματικός και Φυσικός) είναι ο βασικός νόμος της Υδροδυναμικής και της Αεροδυναμικής και στις τρεις διατυπώσεις του. Αν και είναι διατυπωμένος για **ιδανικά ρευστά**, εν τούτοις έχει μεγάλη πρακτική σημασία στις τεχνικές εφαρμογές.



Σχήμα 24: Όγκος ελέγχου ροικής φλέβας. (Σκούντζος & Σκούντζος)

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Σκούντζος & Σκούντζος) παραθέτουμε την ανάλυση για την μεταβολή της πίεσης λόγω επιτάχυνσης. Μια φλέβα ροής καθορίζεται από τις ρευματικές γραμμές που διέρχονται από την κλειστή επίπεδη καμπύλη  $C_1$ . Η επιφάνεια που περικλείεται από την  $C_1$  είναι  $\Delta A_1$  με μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα το  $n$ , με φορά προς το εξωτερικό του περικλεισμένου όγκου. Η μέση ταχύτητα ροής μέσα από την επιφάνεια  $\Delta A_1$  είναι  $V_1$ . Αντίστοιχα ισχύουν για την καμπύλη  $C_2$  που περικλείει την επιφάνεια  $\Delta A_2$ .

Θεωρούμε τη φλέβα που περιγράψαμε πιο πάνω και υποθέτουμε ότι η πυκνότητα του ρευστού στο σημείο 1 είναι  $\rho_1$  και  $\rho_2$  στο σημείο 2. Συνεπώς κατά την διάρκεια του χρονικού διαστήματος  $\Delta t$ , μια ποσότητα ρευστού μάζας

$$\Delta m_2 = (\rho_2 * V_2 * n_2 * \Delta A_2) * \Delta t \quad (35)$$

έχει περάσει από την επιφάνεια  $\Delta A_2$  εγκαταλείποντας τον περικλειόμενο όγκο και μια ποσότητα ρευστού μάζας

$$\Delta m_1 = (\rho_1 * V_1 * n_1 * \Delta A_1) * \Delta t \quad (36)$$

διέρχεται από την επιφάνεια  $\Delta A_1$  εισερχόμενη στον περικλειόμενο όγκο:

Αν υποθέσουμε ότι μέσα στον περικλειόμενο όγκο δεν υπάρχουν πηγές ρευστού ή καταβόθρες, θα πρέπει  $\Delta m_1 = \Delta m_2$  ή

$$\rho_1 * V_1 * n_1 * \Delta A_1 + \rho_2 * V_2 * n_2 * \Delta A_2 = 0 \quad (37)$$

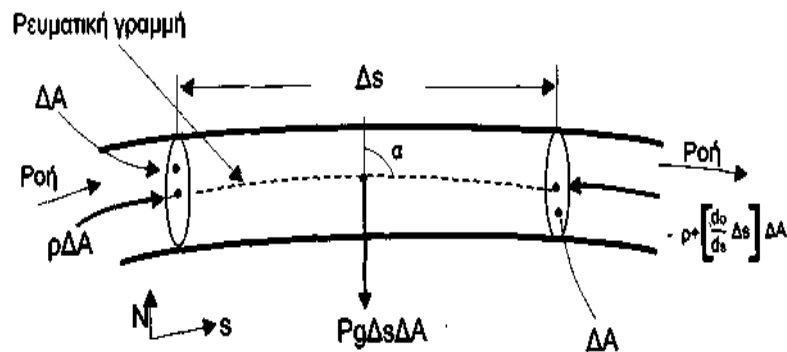
Για ασυμπίεστα ρευστά έχουμε  $\rho_1 = \rho_2$  οπότε η σχέση (37) γίνεται:

$$V_1 * n_1 * \Delta A_1 + V_2 * n_2 * \Delta A_2 = 0 \quad (38)$$

Οι σχέσεις (37) και (38) εκφράζουν τη συνθήκη συνέχειας που διαφορετικά διατυπώνεται ως εξής: Το γινόμενο της ταχύτητας ροής,  $V$ , επί το εμβαδόν,  $A$ , της διατομής της φλέβας ροής είναι σταθερό.

$$VA = \text{σταθερό}$$

Ας θεωρήσουμε στη συνέχεια ένα σωματίδιο ρευστού υπό την μορφή μιας λεπτής φλέβας ροής μήκους  $\Delta s$  κατά μήκος της κεντρικής γραμμής (25).



Σχήμα 25: Όγκος ελέγχου για ρευματική γραμμή. (Παπανίκας, 2010)

Η διατομή της φλέβας είναι  $\Delta A$  και η μάζα περικλειόμενου ρευστού

$$\Delta m = \rho * \Delta s * \Delta A \quad (39)$$

Από το σχήμα (25) φαίνεται ότι η συνιστώσα της δύναμης κατά την διεύθυνση της ρευματικής γραμμής λόγω της διαφοράς είναι:

$$F_{πίεσης} = P * \Delta A - \left( P + \frac{dP}{ds} * \Delta s \right) \Delta A = - \frac{dP}{ds} * \Delta s * \Delta A \quad (40)$$

Η συνιστώσα του βάρους κατά τη διεύθυνση της ρευματικής γραμμής είναι:

$$F = \left( - \frac{dP}{ds} + \rho * g * \frac{dh}{ds} \right) \Delta s * \Delta A \quad (41)$$

Για την επιτάχυνση  $a$  μπορούμε να γράψουμε:

$$\alpha = \frac{\partial}{\partial t} u(s, t) = \frac{\theta u ds}{\theta u dt} \quad (42)$$

για την περίπτωση της στρωτής ροής  $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$

Οπότε έχουμε:

$$\alpha = v * \frac{\partial v}{\partial s} \quad (43)$$

Ο θεμελιώδης νόμος της δυναμικής:  $F = (\Delta m) * \alpha$ , λόγω των σχέσεων (42) και (43) γίνεται:

$$-\left(\frac{dP}{ds} + \rho * g * \frac{dh}{ds}\right) * \Delta s * \Delta A = (\rho * \Delta s * \Delta A) v \frac{dv}{ds}$$

$$\text{ή } \frac{dP}{ds} + \rho * g * \frac{dh}{ds} + \rho * v * \frac{dv}{ds} = 0$$

$$\text{ή } dP + \rho * g * dh + \rho * v * dv = 0 \quad (44)$$

Ολοκληρώνοντας την σχέση (44) κατά μήκος της ρευματικής γραμμής μεταξύ των σημείων 1 και 2 έχουμε:

$$(P_2 - P_1) + \rho g (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 0 \quad (45)$$

όπου  $h_1$  και  $h_2$  είναι τα ύψη των σημείων 1 και 2 πάνω από μια αυθαίρετη στάθμη αναφοράς. Η σχέση (45) γράφεται και

$$P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{σταθ.} \quad (46)$$

Οι σχέσεις (44), (45) και (46) είναι ισοδύναμες εκφράσεις του Νόμου του Bernoulli, με τον περιορισμό ότι οι ολοκληρωμένες εκφράσεις (45) και (46) εφαρμόζονται για ασυμπίεστα ρευστά.

Η ποσότητα  $P + \rho * g * h$  αναφέρεται σαν στατική πίεση (εξωτερική συνυδροστατική)

Και η  $\frac{1}{2} * \rho * v^2$  ονομάζεται δυναμική πίεση. (Παπανίκας, 2010)

Αναφέραμε το νόμο Bernoulli για ρευματική γραμμή. Σε στρωτή ροή, κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής, το άθροισμα της πίεσης, της δυναμικής πίεσης και της υψομετρικής πίεσης είναι σταθερό.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{σταθερό}$$

Για δύο σημεία της ρευματικής γραμμής ισχύει :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 \quad (47)$$

Για ροή σε αγωγό οριζόντιο ισχύει ότι  $h_1=h_2$  και η εξίσωση (47) γίνεται:

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} * \rho * (v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} * \rho * (v_1^2 - v_2^2) \quad (48)$$

#### Προϋποθέσεις:

- ασυμπίεστο ρευστό,  $\rho$  σταθερό
- μόνιμη ροή,  $v$  σταθερή στο ίδιο σημείο
- δεν υπάρχει μίξη υγρών
- ρευστό μη συνεκτικό, δηλαδή ροή μη-ιξώδης, δηλαδή ιξώδη φαινόμενα αμελητέα

### 3.5 Όργανα και μέθοδοι μέτρησης των αναπνευστικών μεγεθών

Οι λειτουργικές δοκιμασίες των πνευμόνων (ΛΔΠ) είναι ειδικές εξετάσεις που μοιάζουν με την απλή σπιρομέτρηση, γίνονται όμως μόνο από πνευμονολόγους και εφόσον διαθέτουν κατάλληλο εξοπλισμό. Με τις ΛΔΠ ελέγχεται η λειτουργία του αναπνευστικού συστήματος σε όλα τα επίπεδα. Συγκεκριμένα μετριέται εάν υπάρχει δυσκολία στη μετακίνηση του αέρα μέσω των αεραγωγών (βρόγχων), πόσο εύκολα ανταλλάσσονται τα αέρια (οξυγόνο και διοξείδιο του άνθρακα) στον πνεύμονα, ποιος είναι ο όγκος του πνεύμονα και τέλος ποια είναι η δύναμη των αναπνευστικών μυών (Δρ. Βιττωράκης, 2015).

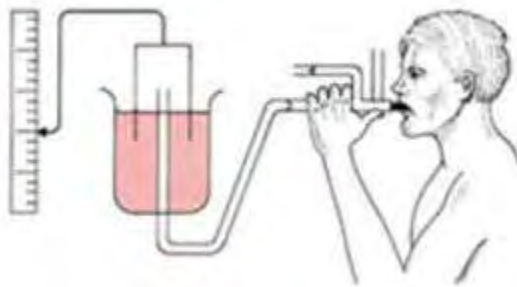
Οι πιο συχνές ΛΔΠ είναι η απλή σπιρομέτρηση, οι αντιστάσεις των αεραγωγών, η διάχυση, οι στατικοί όγκοι και η μέτρηση μέγιστης εισπνευστικής και εκπνευστικής πίεσης. Το σύνολο των ειδικών αυτών εξετάσεων ονομάζεται πλήρης λειτουργικός έλεγχος αναπνοής.



Σχήμα 26: Σπιρόμετρο.

Η **απλή σπιρομέτρηση** είναι η πιο συχνή εξέταση που διενεργεί ο πνευμονολόγος. Γίνεται με τη βοήθεια του σπιρόμετρου, ενός ιατρικού μηχανήματος που μετράει την ποσότητα και την ταχύτητα με την οποία διέρχεται ο αναπνεόμενος αέρας από τους βρόγχους μας. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να διαγνώσει εάν η διαδικασία της αναπνοής γίνεται με τρόπο φυσιολογικό ή εάν

υπάρχει κάποια βλάβη. Είναι μία σύντομη και ανώδυνη εξέταση που διαρκεί λιγότερο από 10 λεπτά.



**Σχήμα 27: Σχηματική αναπαράσταση της σπιρομέτρησης.**

Οι **αντιστάσεις των αεραγωγών** είναι μία μέθοδος με την οποία υπολογίζεται η δυσκολία που μπορεί να υπάρχει στην δίοδο του αέρα μέσω των βρόγχων, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στο **άσθμα**. Είναι μία πολύ εύκολη, χρήσιμη και ευαίσθητη μέθοδος ειδικά σε μικρά παιδιά με άσθμα που μπορεί δυσκολεύονται να κάνουν σωστά την απλή σπιρομέτρηση.

Η **διάχυση ή διαχυτική ικανότητα πνευμόνων** είναι μία πολύ ακριβής και ευαίσθητη μέθοδος με την οποία μετριέται το πόσο καλά ανταλλάσσονται τα αέρια στους πνεύμονες, φανερώνει δηλαδή εάν υπάρχει δυσκολία στην πρόσληψη του οξυγόνου και στην αποβολή του διοξειδίου του άνθρακα. Αυτό μπορεί να συμβεί σε καπνιστές (**στο εμφύσημα**), σε λήψη φαρμάκων που επηρεάζουν τον πνεύμονα (πχ μεθοτρεξάτη ή αμιοδαρόνη) και σε πληθώρα άλλων νοσημάτων που προσβάλλουν τον πνεύμονα (κολλαγονικά και άλλα νοσήματα).

Με την δοκιμασία των **στατικών όγκων πνεύμονα**, που συχνότερα γίνεται με διάφορες μεθόδους, προσδιορίζεται η ποσότητα του αέρα που υπάρχει στους πνεύμονες στο τέλος μιας βαθιάς εισπνοής και εκπνοής. Όσο κι αν



προσπαθήσουμε δεν γίνεται να αδειάσουμε όλον τον αέρα που υπάρχει στους πνεύμονες μας. Η μέτρηση του αέρα αυτού βοηθάει στη διάγνωση νοσημάτων που οδηγούν σε κατακράτηση αέρα όπως σε βαρείς καπνιστές (στους οποίους μένει περισσότερος αέρας στο τέλος μιας εκπνοής και χαρακτηριστικά νιώθουν φούσκωμα στη βάδιση) και άλλα νοσήματα που μειώνουν ή αυξάνουν τον όγκο του πνεύμονα.

Τέλος με τη μέθοδο της **μέγιστης εισπνευστικής και εκπνευστικής πίεσης** μετριέται το πόσο δυνατά μπορεί να φυσήσει και να εισπνεύσει κάποιος. Προσδιορίζεται δηλαδή η δύναμη του θώρακα διαγιγνώσκοντας έτσι πιθανό πρόβλημα στους μύες του θώρακα ή στο διάφραγμα.

### 3.5.1 Ποια είναι η χρησιμότητα των λειτουργικών δοκιμασιών του πνεύμονα που περιγράψαμε;

Η χρησιμότητα της απλής σπιρομέτρησης και των υπόλοιπων Λειτουργικών Δοκιμασιών Πνεύμονα είναι ανεκτίμητη. (Δρ. Βιττωράκης, 2015)

- Συγκρίνοντας την πνευμονική σας λειτουργία με τις φυσιολογικές-προβλεπόμενες τιμές μπορούμε να μετρήσουμε πόσο καλά δουλεύουν οι πνεύμονες σας.
- Να βρούμε την πραγματική ηλικία του πνεύμονα σας (στους καπνιστές ο πνεύμονας γηράσκει γρηγορότερα. Πχ. αν καπνίζετε πολλά χρόνια ο πνεύμονας σας μπορεί να είναι κατά 10-20 χρόνια μεγαλύτερος σε ηλικία.)
- Να διαγνώσουμε πρώιμα αλλαγές στην πνευμονική λειτουργία που θα μας οδηγήσουν σε έγκαιρη διάγνωση κάποιας νόσου.
- Να αξιολογήσουμε συχνά συμπτώματα όπως τη δύσπνοια και τον βήχα και να οδηγηθούμε στην διερεύνηση της αιτίας τους.
- Να μετρήσουμε την επίδραση που έχει το κάπνισμα στους πνεύμονες σας.

- Να διαγνώσουμε και να παρακολουθήσουμε χρόνια νοσήματα όπως η χρόνια αποφρακτική πνευμονοπάθεια (ΧΑΠ-χρόνια βρογχίτιδα – εμφύσημα), το άσθμα και άλλα σπανιότερα πνευμονικά νοσήματα.
- Να διαγνώσουμε αν κάποιο συστηματικό νόσημα που έχετε (πχ. Ρευματοειδής αρθρίτιδα, Συστηματικός Ερυθηματώδης Λύκος) έχει προσβάλλει τον πνεύμονα σας, να μετρήσουμε τον βαθμό προσβολής και να αξιολογήσουμε την ανταπόκριση στη θεραπεία. Όμοια αξιολογούμε τις παρενέργειες που μπορεί να έχουν στον πνεύμονα κάποια φάρμακα που είναι απαραίτητο να λαμβάνετε για άλλα νοσήματα, όπως η αμιοδαρόνη (Angoron) για την αρρυθμία σου.
- Να μετρήσουμε την στένωση των αεραγωγών.
- Να δούμε αν κάποιο φάρμακο (πχ εισπνεόμενα στεροειδή ή βρογχοδιασταλτικά) είναι χρήσιμα για την πνευμονική σας πάθηση και να ρυθμίσουμε τη δόση του.
- Να αξιολογήσουμε εάν η έκθεση σε βλαβερές ουσίες στην εργασία σας έχουν βλάψει τον πνεύμονα σου.
- Να εκτιμήσουμε πιθανό κίνδυνο γενικής αναισθησίας και εάν είναι ανεκτή κάποια χειρουργική διαδικασία (προεγχειρητικός έλεγχος).

## Κεφάλαιο 4 Περιγραφή Μεθοδολογίας

### 4.1 Υποθέσεις

Η αναπνοή είναι αποτέλεσμα της διαφοράς πίεσης μεταξύ της ατμόσφαιρας και του εσωτερικού των πνευμόνων. Ο όγκος του αέρα ο οποίος εισέρχεται στον πνεύμονα είναι άμεσα συνδεδεμένος με την πτώση πίεσης και αυτό εκφράζεται μέσω διάφορων μαθηματικών τύπων ( βλέπε τύπο Hagen-Poiseuille). Έχοντας ως σκοπό να δημιουργήσουμε ένα προφίλ για την πτώση πίεσης στις επιμέρους αεροφόρους οδούς δεχόμαστε αρχικά ως γνωστή παράμετρο τον όγκο αέρα που εισάγεται σε μια αναπνοή. Ο όγκος αυτός έχει υπολογιστεί από διαδικασίες μέτρησης με σπιρόμετρο για τους διάφορους τύπους αναπνοής. Στη συνέχεια πραγματοποιούμε φυσική και μαθηματική ανάλυση της ροής του αέρα ούτως ώστε να επιλέξουμε τους κατάλληλους μαθηματικούς τύπους που την περιγράφουν. Οι υποθέσεις που πραγματοποιούμε αφορούν τη γεωμετρία των πνευμόνων, τη ροή του ρευστού και το ρευστό το ίδιο.

Πιο συγκεκριμένα οι υποθέσεις για τη γεωμετρία των πνευμόνων είναι οι εξής:

- Οι πνεύμονες λογίζονται ως συμμετρικοί. Δηλαδή θεωρούμε ότι ο αριστερός πνεύμονας έχει την ίδια γεωμετρία με τον δεξιό, το οποίο δεν ισχύει.
- Εισάγουμε γεωμετρικά μοντέλα (Weibel, Finlay, Soong) που μας δίνουν τιμές για το μήκος και τη διάμετρο των αεραγωγών χωρίς ωστόσο να έχουν επαληθευτεί οι τιμές αυτές.

Ως προς τη ροή θεωρούμε ότι είναι:

- Μονοδιάστατη
- Σταθερή σε σχέση με το χρόνο
- Ανεπηρέαστη από βαρυτικές δυνάμεις

Τέλος ως προς το ρευστό θεωρούμε ότι ο αέρας είναι:

- Νευτωνικό αέριο

- Πραγματικό

Χρησιμοποιώντας αυτές τις συνθήκες απλοποιούμε τις μαθηματικές εκφράσεις που θα χρησιμοποιηθούν. Έτσι αποδεικνύουμε ότι η ροή του αέρα στους πνεύμονες είναι ασυμπίεστη. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον αριθμό  $Re$  ( $Re = \rho * u * \frac{d}{\mu}$ ) και χρησιμοποιούμε τον κατάλληλο μαθηματικό τύπο για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης.

Ο υπολογισμός του αριθμού  $Re$  θα φανερώνει πως η ροή θα έπρεπε να είναι στρωτή σε όλη την αναπνευστική οδό. Στην πραγματικότητα όμως η επιγλωττίδα, που βρίσκεται πίσω από τη ρίζα της γλώσσας και μπροστά από την είσοδο του λάρυγγα, πάλλεται και δημιουργεί δίνες στη ροή του αέρα καθιστώντας τη ροή τυρβώδη για τις τρεις πρώτες γενεές. Υπάρχουν πειραματικές αποδείξεις για αυτό (Dekker, 1961 West και Hugh Jones, 1959). Στη συνέχεια η ροή γίνεται στρωτή μέχρι και την 23<sup>η</sup> γενεά.

Για να δημιουργήσουμε προφίλ πτώσης πίεσης θα ακολουθήσουμε τη διαδρομή του αέρα από τη στοματική κοιλότητα στις κυψελίδες των πνευμόνων. Θα υπολογίσουμε την πτώση πίεσης για κάθε γενεά ξεχωριστά χρησιμοποιώντας, αναλόγως των συνθηκών που επικρατούν εκεί, τον κατάλληλο μαθηματικό τύπο.

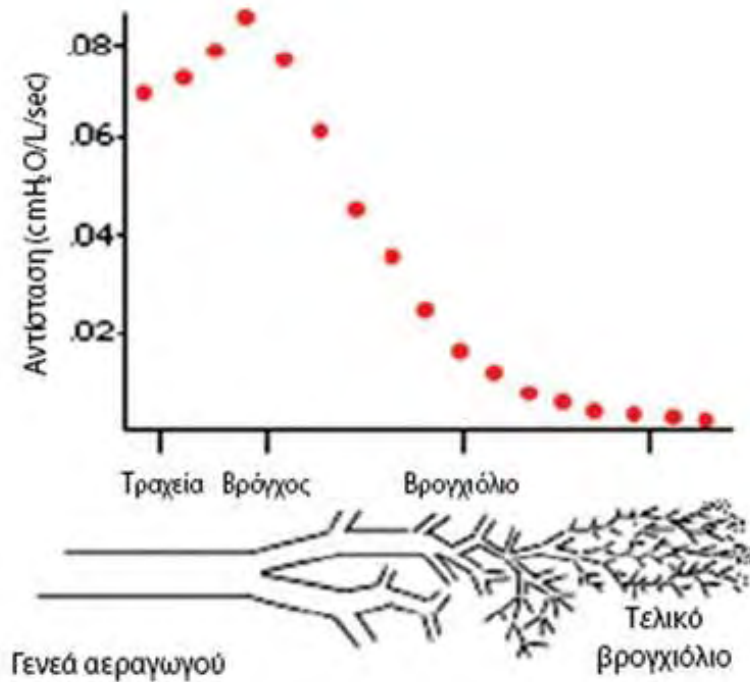
Στους υπολογισμούς που ακολουθούν θα υπολογίσουμε την πτώση πίεσης στους αεραγωγούς των πνευμόνων. Αρχικά θα λάβουμε υπόψιν ως μόνο χαρακτηριστικό την **τριβή** μεταξύ αέρα και διαπιφάνειας αεραγωγού. Θα χρησιμοποιήσουμε τον μαθηματικό τύπο των Darcy-Weisbach, δηλαδή θα αναφερθούμε σε ροή **ανεπτυγμένη** τύπου Hagen-Poiseuille. Θα πραγματοποιήσουμε τον υπολογισμό αυτό για τρία διαφορετικά γεωμετρικά μοντέλα (Weibel, Soong, Finlay).

Στη συνέχεια θα εντάξουμε στον προηγούμενο υπολογισμό μας την μεταβολή της πίεσης που οφείλεται σε **αδρανειακά φαινόμενα** και θα δημιουργήσουμε εκ νέου ένα νέο προφίλ πτώση πίεσης με σκοπό να εξάγουμε συμπεράσματα για το ρόλο της **μεταβολής της πίεσης λόγω επιτάχυνσης**.

Στο επόμενο βήμα θα θεωρήσουμε τη ροή του αέρα ως **αναπτυσσόμενη** και σύμφωνα με τους Marcel Filoche και Magali Florens (Filoche & Florens, 2011) θα χρησιμοποιήσουμε έναν εμπειρικό τύπο για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης. Και πάλι ο υπολογισμός θα γίνει για τρία γεωμετρικά μοντέλα αεραγωγών πνεύμονα.

Στον επόμενο υπολογισμό θα χρησιμοποιήσουμε τον μαθηματικό τύπο του T.J.Pedley (Pedley, Schroter, & Sudlow, 1970) και θα υπολογίσουμε την ιξώδη αντίσταση που δημιουργείται μεταξύ ρευστού και διεπιφάνειας που εφαρμόζεται για αναπτυσσόμενη ροή. Ο υπολογισμός αυτός θα γίνει για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong.

Τέλος θα δημιουργήσουμε το προφίλ της συνολικής πτώσης πίεσης σε σχέση με διάφορες τιμές της ογκομετρικής παροχής και για τους τρεις μαθηματικούς τύπους (Darcy-Weisbach, Filoche-Florens, Pedley) για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong. Σκοπός μας είναι να παρατηρήσουμε θεωρητικά την συμπεριφορά της πτώσης πίεσης καθώς περνάμε σε διαφορετικούς πνευμονικούς όγκους.



Σχήμα 28: Αντίσταση των αεραγωγών ως συνάρτηση της κάθε γενεάς. (Στραϊτούρης, 2016)

## 4.2 Διαστατική ανάλυση πτώσης πίεσης

Παρακάτω παρουσιάζεται μια διαστατική ανάλυση ούτως ώστε να γίνει κατανοητή η εξάρτηση της πτώσης πίεσης από τα μεταβαλλόμενα μεγέθη. Δεδομένου ότι θα αναφερθούμε σε σταθερή παροχή ( $Q$ ), μεταβαλλόμενα είναι τα μεγέθη της διαμέτρου ( $d$ ) αλλά και του μήκους του αγωγού ( $L$ ).

Χρησιμοποιώντας τον τύπο Hagen-Poiseuille

$$\Delta p = \frac{8\mu l q_v}{\pi R^4}$$

παρατηρούμε ότι για σταθερή παροχή  $Q$ , μεταβαλλόμενη μήκος  $L$  και διάμετρο  $d$  η αναλογία της πτώσης πίεσης φαίνεται στον τύπο (49).

$$\Delta P \rightarrow \frac{L}{d^4} \quad (49)$$

Η τελευταία σχέση αποδεικνύει ότι η πτώση πίεσης είναι ανάλογη του μήκους του αεραγωγού και αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης της διαμέτρου του αεραγωγού για σταθερή ογκομετρική παροχή αέρα.

Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο του Finlay εισάγει τιμές διαμέτρου και μήκους αεραγωγού μεγαλύτερες συγκριτικά σε σχέση με του Weibel. Δεδομένου ότι στο κλάσμα  $\frac{L}{d^4}$  μεγαλώνουν και οι δύο όροι περίπου κατά το ίδιο περίπου ποσοστό είναι εύλογο να αποφανθούμε ότι η πτώση πίεσης θα μειωθεί λόγω της ύπαρξης της τέταρτης δύναμης στον παρονομαστή.

Στην περίπτωση του μοντέλου του Soong συμβαίνει ακριβώς το ίδιο. Το μοντέλο του Soong προέκυψε πολλαπλασιάζοντας τα μήκη (L) και τις διαμέτρους των αγωγών (d) με τον συντελεστή  $s = (3200/4784.6)^{1/3} = 0.874516713$ .

Επομένως βάση της εξίσωσης (53)

$$\Delta P_{Soong} \rightarrow \frac{L_{Soong}}{d_{soong}^4} = \frac{0.874516713 * L_{Weibel}}{0.874516713^4 d_{Weibel}^4} = \frac{1}{0.874516713^3} * \Delta P_{Weibel}$$

$$\rightarrow \Delta P_{Weibel} < \Delta P_{Soong}$$

Προκύπτει ότι η πτώση πίεσης που θα βρούμε με το μοντέλο του Soong θα είναι μεγαλύτερη από αυτή που θα βρεθεί με το μοντέλο του Weibel.

## Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> – Υπολογισμοί και Συμπεράσματα

### 5.1 Παροχή αέρα ανά γενεά

Σε πρώτο στάδιο θα δημιουργήσουμε το διάγραμμα πτώσης πίεσης-αριθμού γενεών για την ήρεμη αναπνοή. Για να βρούμε την παροχή του όγκου αέρα κατά την ήρεμη αναπνοή σε  $m^3/sec$  πολλαπλασιάζουμε την μέση αναπνευστική συχνότητα (12-16 αναπνοές ανά λεπτό) με τον όγκο του αέρα σε μία αναπνοή (0.5L ανά αναπνοή).

$$\frac{14 \text{ αναπνοές}}{1 \text{ λεπτό}} * \frac{0.5L}{\text{αναπνοή}} = \frac{7L}{60sec} = 0.1167 \frac{L}{sec}$$

Επομένως έχουμε  $0.1167 \frac{L}{sec}$  για μία αναπνοή. Έχουμε υποθέσει ο χρόνος αναπνοής είναι ίδιος με τον χρόνο εκπνοής οπότε προκύπτει ότι

$$\text{ογκομετρική παροχή κατά την εισπνοή} = Q_0 = 2 * 0.1167 \frac{L}{sec} = 0.00023 \frac{m^3}{sec}$$

Στη συνέχεια ο όγκος αυτός υποδιαιρείται στο μισό κάθε φορά που εισερχόμαστε σε νέα γενεά. Μπορεί ο συνολικός όγκος αέρα που φτάνει στις κυψελίδες να είναι περίπου 0.5 L όμως ο όγκος που μας αφορά είναι αυτό που εισέρχεται κάθε φορά στην αεροφόρο οδό όπου υπολογίζουμε την πτώση πίεσης. Για την τραχεία (αριθμός γενεάς 0) ο όγκος του αέρα είναι  $0.00023 m^3/sec$ , στη συνέχεια όμως ο μισός όγκος εισέρχεται στο δεξί και ο άλλος μισό εισέρχεται στον αριστερό πνεύμονα. Η πρώτη γενεά αποτελείται από 2 αεροφόρους οδούς συνεπώς ο όγκος σε κάθε αεροφόρο οδό είναι  $0.000115 m^3/sec$ . Η κάθε αεροφόρος οδός θα υποδιαιρεθεί σε δύο μικρότερες και τελικά η ογκομετρική παροχή για κάθε αεροφόρο οδό που ανήκει στην αντίστοιχη γενεά δίνεται στον παρακάτω πίνακα.



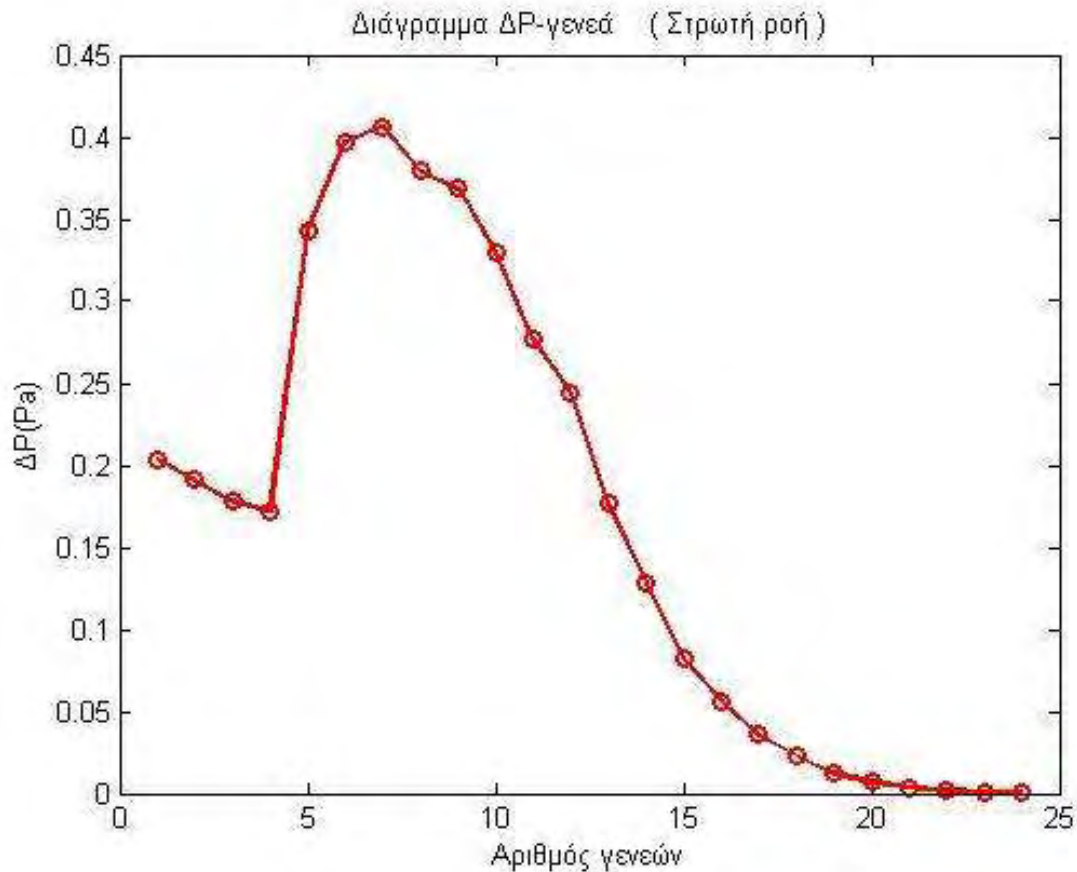
Αριθμός γενεάς	Όγκος αέρα σε $m^3/sec$
<b>0</b>	0.00023
<b>1</b>	0.000115
<b>2</b>	0.0000575
<b>3</b>	0.00002875
<b>4</b>	0.000014375
<b>5</b>	$7.1875 \cdot 10^{-6}$
<b>6</b>	$3.59375 \cdot 10^{-6}$
<b>7</b>	$1.79688 \cdot 10^{-6}$
<b>8</b>	$8.98438 \cdot 10^{-7}$
<b>9</b>	$4.49219 \cdot 10^{-7}$
<b>10</b>	$2.24609 \cdot 10^{-7}$
<b>11</b>	$1.12305 \cdot 10^{-7}$
<b>12</b>	$5.61523 \cdot 10^{-8}$
<b>13</b>	$2.80762 \cdot 10^{-8}$
<b>14</b>	$1.40381 \cdot 10^{-8}$
<b>15</b>	$7.01904 \cdot 10^{-9}$
<b>16</b>	$3.50952 \cdot 10^{-9}$
<b>17</b>	$1.75476 \cdot 10^{-9}$
<b>18</b>	$8.7738 \cdot 10^{-10}$
<b>19</b>	$4.3869 \cdot 10^{-10}$
<b>20</b>	$2.19345 \cdot 10^{-10}$
<b>21</b>	$1.09673 \cdot 10^{-10}$
<b>22</b>	$5.48363 \cdot 10^{-11}$
<b>23</b>	$2.74181 \cdot 10^{-11}$

**Πίνακας 7: Παρουσίαση του όγκου του αέρα που εισέρχεται σε κάθε αεραγωγό στην εκάστοτε γενεά.**

## **5.2 Πτώση πίεσης για ανεπτυγμένη ροή**

1. Η πρώτη προσπάθεια υπολογισμού της πτώσης πίεσης γίνεται με βάση τις υποθέσεις που προαναφέραμε και χρησιμοποιήσαμε το γεωμετρικό μοντέλο του **Weibel** και τον τύπο των **Darcy-Weisbach**. Επίσης θα υποθέσουμε ότι η ροή είναι στρωτή σε όλη την αναπνευστική οδό.

Το διάγραμμα πτώσης πίεσης-αριθμού γενεών δίνεται στη συνέχεια.



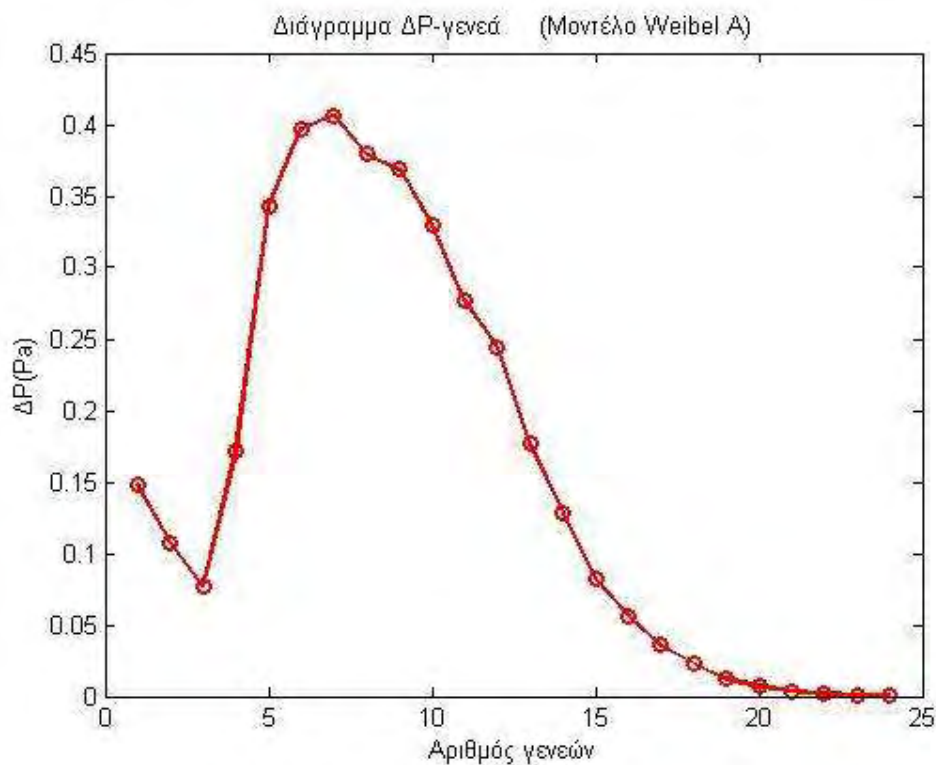
**Σχήμα 29:** Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών για στρωτή ροή σε όλο τον πνεύμονα, μοντέλο Weibel και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach.

Παρατηρούμε ότι στις μεσαίες γενεές επικρατεί σημαντική πτώση πίεσης ενώ στις τελευταίες η πτώση πίεσης είναι αμελητέα. Μέγιστη πτώση πίεσης επικρατεί

στην 6<sup>η</sup> γενεά εκεί που η ροή είναι στρωτή. Είναι επίσης φανερό ότι η πτώση πίεσης εκτοξεύεται από την 3<sup>η</sup> στην 4<sup>η</sup> γενεά.

Η συνολική πτώση πίεσης από τη στοματική κοιλότητα μέχρι τις κυψελίδες είναι 4.01751Pa. Η τιμή αυτή είναι εκτός πραγματικότητας καθώς όπως έχουμε προαναφέρει η πτώση πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερη (περίπου 1cm H<sub>2</sub>O=98.0665 Pa). Ο υπολογισμός μας είναι ανακριβής και το σφάλμα μπορεί να οφείλεται σε πολλούς λόγους.

2. Στον δεύτερο υπολογισμό μας, αλλά και στους επόμενους, θα λάβουμε υπόψη μας την **τυρβώδη ροή** που επικρατεί στις τρεις πρώτες γενεές, θέτοντας αυθαίρετα την τιμή του αριθμού Reynolds ίση με 4000, 3500, 3000 για τις γενεές 0,1,2 αντίστοιχα. Θα χρησιμοποιήσουμε ξανά το μοντέλο του **Weibel** και τον τύπο των **Darcy-Weisbach** για την πτώση πίεσης.

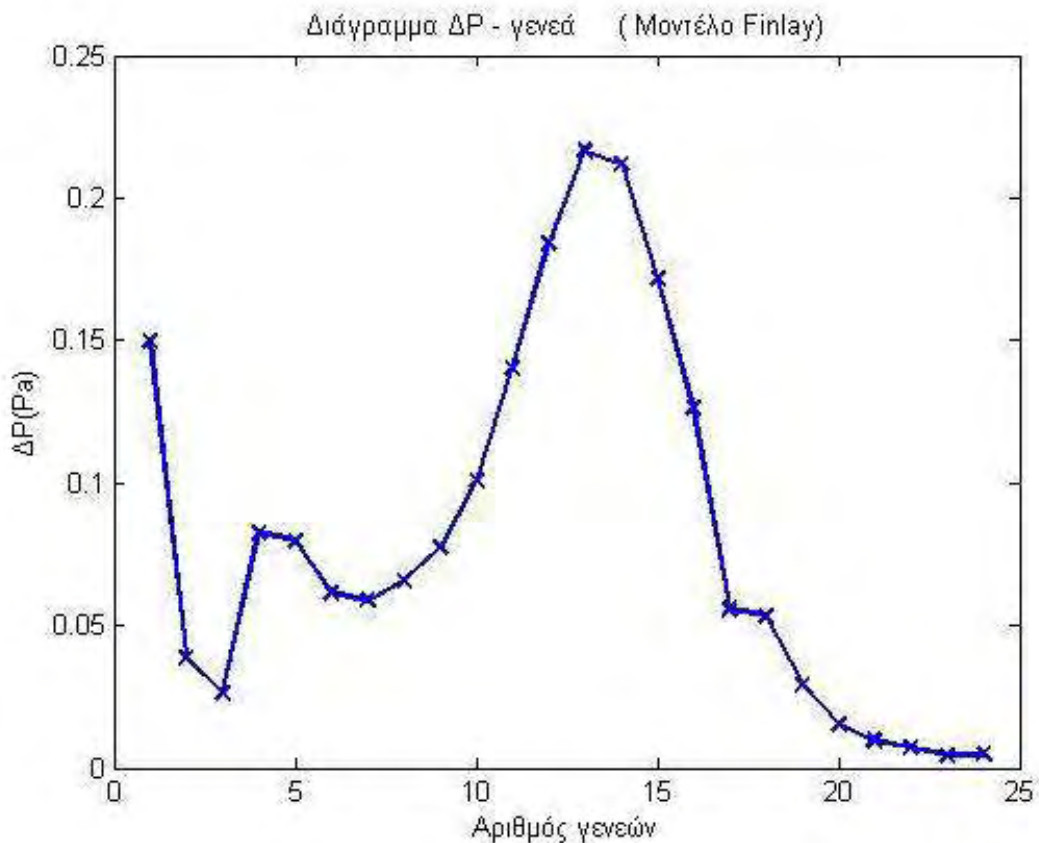


**Σχήμα 30: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών για τυρβώδη ροή στις πρώτες τρεις γενεές, μοντέλο Weibel και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach.**

Σύμφωνα με το νέο προφίλ πτώσης πίεσης που δημιουργήσαμε φαίνεται ότι ποιοτικά το διάγραμμα δείχνει να μην έχει αλλάξει ιδιαίτερα. Και πάλι η πτώση πίεσης είναι υψηλότερη στις μεσαίες γενεές και εμφανίζει μέγιστο στην 6<sup>η</sup> γενεά. Παρατηρούμε για άλλη μια φορά ότι η εκτόξευση της πτώσης πίεσης λαμβάνει χώρα στη 2<sup>η</sup>, 3<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> γενεά.

Η συνολική πτώση πίεσης είναι  $3.77701Pa$ , που σημαίνει ότι το μοντέλο μπορεί να ανταποκρίνεται ποιοτικά όμως ποσοτικά το σφάλμα είναι ακόμη μεγαλύτερο σε σχέση με τον πρώτο υπολογισμό.

3. Για τον τρίτο υπολογισμό θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του **Finlay** και τον τύπο των **Darcy-Weisbach**.



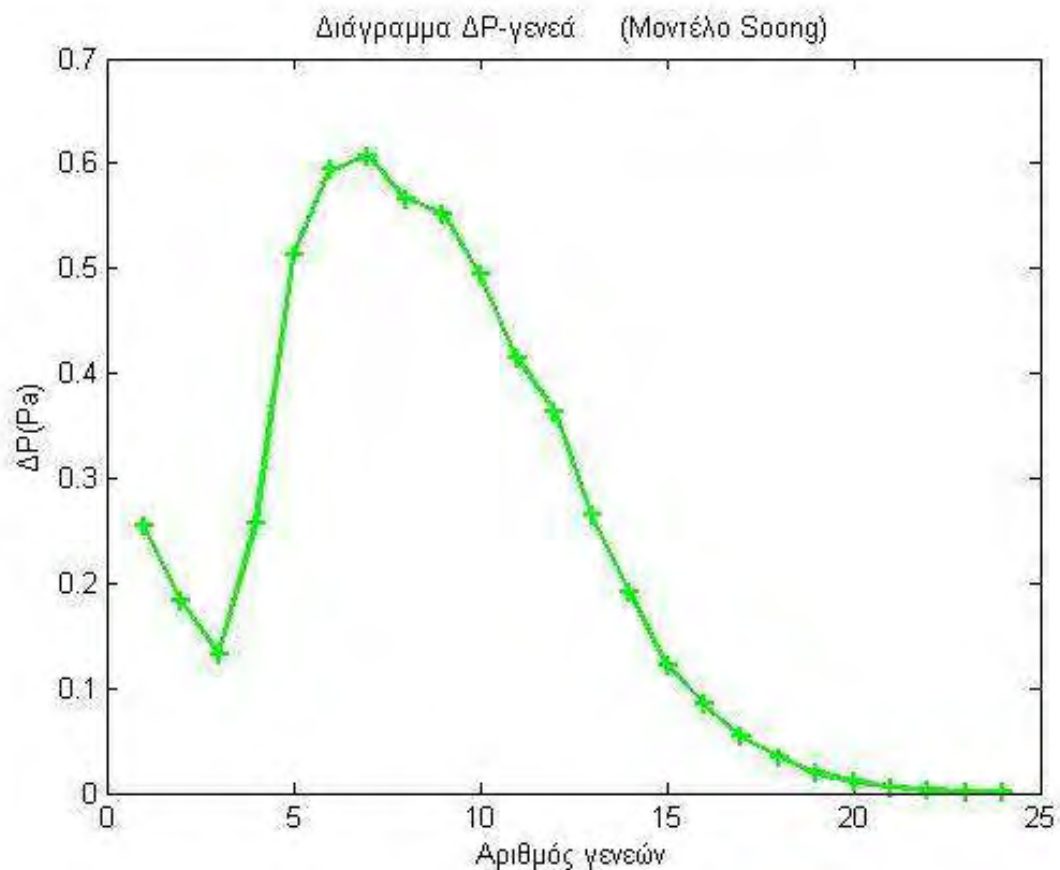
**Σχήμα 31: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών, μοντέλο Finlay και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach.**

Στο συγκεκριμένο διάγραμμα  $\Delta P$ -z (με z συμβολίζεται ο αριθμός των γενεών) παρατηρούμε ότι είναι τελείως διαφορετικό σε σχέση με τα διαγράμματα που προέκυψαν με το μοντέλο του **Weibel**. Εδώ η μέγιστη πτώση πίεσης εμφανίζεται στις μεσαίες γενεές και πιο συγκεκριμένα στις γενεές 9 έως 16. Το μέγιστο παρουσιάζεται στη 12<sup>η</sup> γενεά. Το παρόν προφίλ πτώσης πίεσης εμφανίζει κάποιες

ομοιότητες με τα προηγούμενα, όπως την ελάχιστη πτώση πίεσης που επικρατεί στους τελευταίους και μικρότερους αεραγωγούς καθώς και το άλμα της πτώσης πίεσης που επικρατεί από την 2<sup>η</sup> στην 3<sup>η</sup> γενεά.

Η μέγιστη πτώση πίεσης είναι 1.9726Pa. Το αποτέλεσμα αυτό μας μαρτυρά πως ο συγκεκριμένος υπολογισμός μπορεί να ληφθεί υπ όψιν μόνο για την ανάδειξη της ποιοτικής συμπεριφοράς της πτώσης πίεσης. Το σφάλμα εξακολουθεί να είναι μεγάλο και να μη συμφωνεί με την βιβλιογραφία.

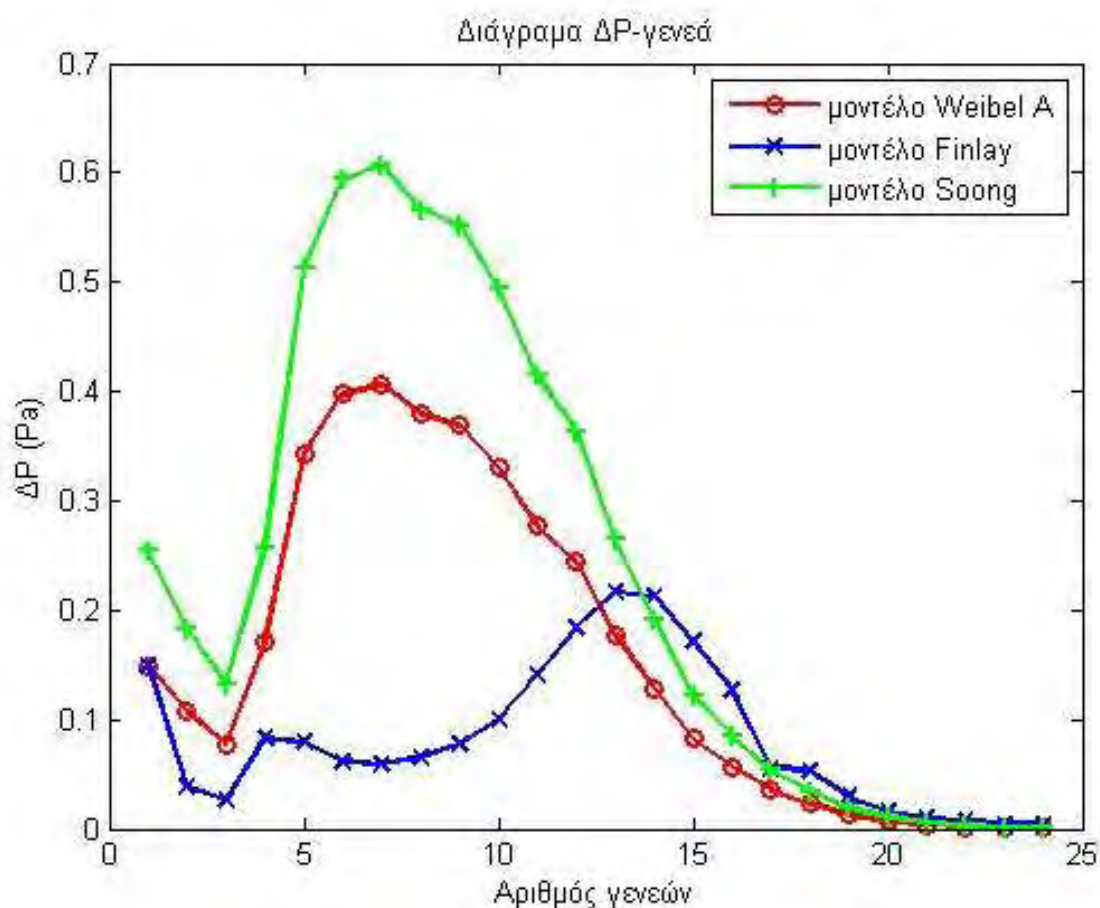
4. Στον 4<sup>ο</sup> υπολογισμό μας θα εισάγουμε δεδομένα από το γεωμετρικό μοντέλο του **Soong** και θα συνεχίσουμε να χρησιμοποιούμε τον τύπο των **Darcy-Weisbach**.



Σχήμα 32: Διάγραμμα πτώσης πίεσης-Αριθμού γενεών, μοντέλο Soong και χρήση του μαθηματικού τύπου Darcy-Weisbach.

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο του **Soong** και παρατηρώντας το διάγραμμα της πτώσης πίεσης παρατηρούμε πολλές ομοιότητες με το μοντέλο του **Weibel**. Και στις δύο περιπτώσεις η πτώση πίεσης είναι αρκετά χαμηλή στις πρώτες γενεές, αυξάνεται κατά πολύ στις μεσαίες και ελαττώνεται και πάλι στις τελευταίες. Παρουσιάζει, επίσης, μέγιστο στην 6<sup>η</sup> γενεά αλλά και απότομη μεταβολή της πτώσης πίεσης από την 2<sup>η</sup> στην 3<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> γενεά. Η συνολική πτώση πίεσης είναι 5.71866 Pa.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα κοινό διάγραμμα πτώσης πίεσης-γενεών με σκοπό να αναδείξουμε τις διαφορές τους και να σχολιάσουμε τους λόγους για τους οποίους εμφανίζονται οι διαφορές αυτές.



**Σχήμα 33:** Συγκεντρωτικό διάγραμμα για την πτώση πίεσης ανά γενεά, για τα τρία διαφορετικά γεωμετρικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν (Weibel, Finlay, Soong) με τον τύπο Darcy-Weisbach.

Σύμφωνα με το διάγραμμα παρατηρούμε ότι από το μοντέλο του Weibel και του Soong εξάγουμε παρόμοια συμπεράσματα για την πτώση πίεσης. Και στα δύο μοντέλα η σημαντική πτώση πίεσης εμφανίζεται στις γενεές 4 έως 10. Ένα ακόμα κοινό που παρουσιάζουν είναι η μέγιστη πτώση πίεσης που εμφανίζεται στην 6<sup>η</sup> γενεά με τιμή ίση με 0.4061Pa για το μοντέλο του Weibel και τιμή ίση 0.6077Pa με για το μοντέλο του Soong. Τέλος η πτώση πίεσης ελαχιστοποιείται στις τελευταίες γενεές.

Για το μοντέλο του Finlay όμως τα αποτελέσματα είναι τελείως διαφορετικά. Αρχικά, όπως είναι εμφανές και από το διάγραμμα, η πτώση πίεσης ανά γενεά είναι αρκετά χαμηλότερη από αυτή που μας δόθηκε από τα προηγούμενα μοντέλα. Η σημαντικότερη πτώση πίεσης εμφανίζεται στις πρώτες αλλά και στις βαθύτερες γενεές. Συγκεκριμένα η εμφανής πτώση πίεσης κυριαρχεί στις γενεές 11 έως 16. Η μέγιστη πτώση πίεσης είναι ίση με 0.2166Pa και βρίσκεται στην 12<sup>η</sup> γενεά. Η πτώση πίεσης αποκτά ελάχιστες τιμές μόνο στις τελευταίες γενεές. Ο λόγος για την χαμηλή πτώση πίεσης σε σχέση με τα άλλα μοντέλα που έχουμε αναφέρει οφείλεται στις αυξημένες τιμές των διαμέτρων του μοντέλου του Finlay.

## 5.2 Πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης

Από τους παραπάνω υπολογισμούς που πραγματοποιήσαμε παρατηρούμε ότι υπάρχει μεταβολή ταχύτητας για κάθε γενεά. Η μεταβολή της ταχύτητας προκύπτει ως αποτέλεσμα του διαχωρισμού της ογκομετρικής παροχή αλλά και τη διαφορά των διαμέτρων μεταξύ των αεραγωγών κάθε γενεάς.

$$u = \frac{4 * Q}{\pi * d^2}$$

Αυτό συνεπάγεται την ύπαρξη επιτάχυνσης του αέρα και κατ' επέκταση μεταβολή της πίεσης λόγω επιτάχυνσης. Αναφερθήκαμε και προηγουμένως στην έννοια ΤΑΔε για το νόμο Bernoulli που σχετίζει την πίεση σε στρωτή ροή.



$$p + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gh = \text{σταθερό}$$

Από το νόμο Bernoulli για δύο διαφορετικά σημεία, όπου το κάθε ένα ανήκει σε διαφορετική γενεά, με διαφορετικές ταχύτητες προκύπτει ότι η πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης είναι:

$$\Delta P = \frac{1}{2} * \rho * (u_1^2 - u_2^2)$$

Γενικεύοντας τον τύπο για όλες τις γενεές μπορούμε να βρούμε την μεταβολή της πίεσης που επικρατεί από την πρώτη στη δεύτερη γενεά και ούτω καθεξής.

$$\Delta P_{ai} = \frac{1}{2} * \rho * (u_i^2 - u_{i+1}^2) \quad \text{για } i=0,1,\dots,22$$

$$\begin{aligned} \sum \Delta P_{ai} &= \sum_{i=0}^{i=23} \Delta P_{ai} = \\ &= \frac{1}{2} * \rho * [(u_1^2 - u_2^2) + (u_2^2 - u_3^2) + (u_3^2 - u_4^2) + \dots + (u_{22}^2 - u_{23}^2)] = \\ &= \frac{1}{2} * \rho * (u_1^2 - u_{23}^2) \quad (50) \end{aligned}$$

Όπως φαίνεται και από την εξίσωση η συνολική πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης στους αεραγωγούς εξαρτάται αποκλειστικά από την αρχική και την τελική ταχύτητα του αέρα. Η συνολική πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης ( $\Delta P_a$ ) είναι ίση με **0.48 Pa** για το μοντέλο του **Weibel**, **0.4694 Pa** για το μοντέλο του **Finlay** και για το μοντέλο του **Soong** **0.82085 Pa**. Αντισταθμίζουμε λοιπόν ότι η πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης ( $\Delta P_a$ ) είναι αμελητέα σε σχέση με την πτώση πίεσης λόγω τριβών.

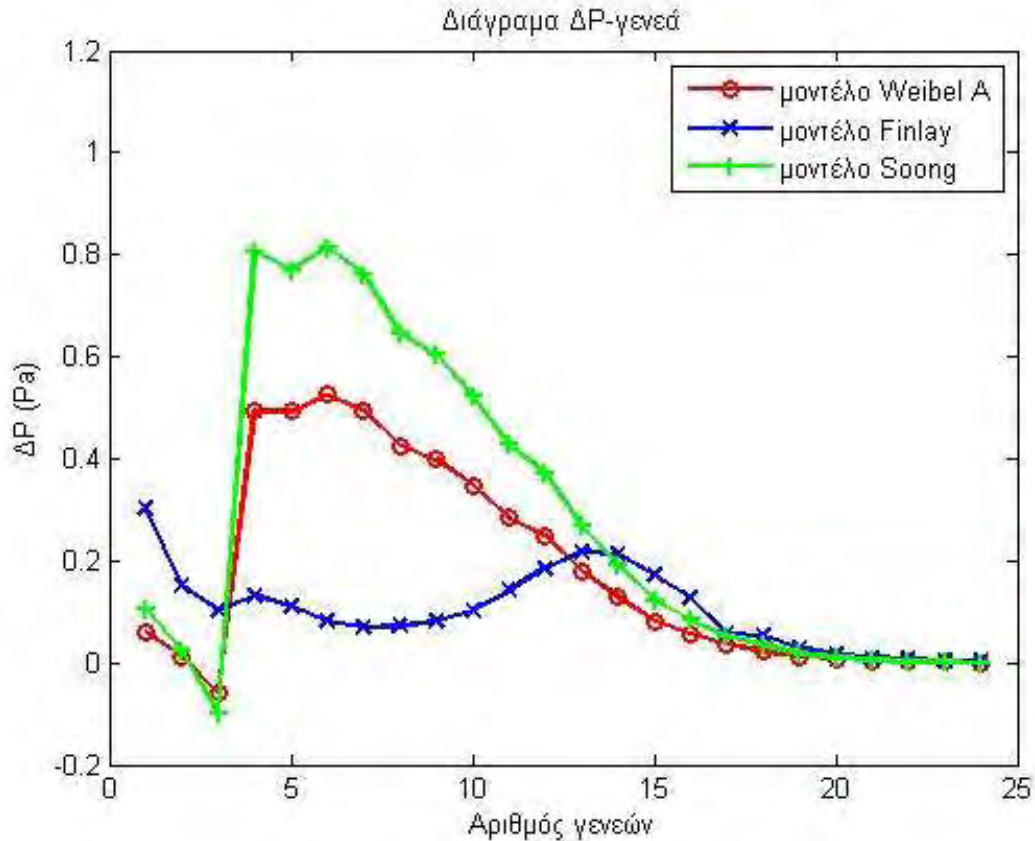
Παρόλα αυτά για τη δημιουργία ενός προφίλ πτώσης πίεσης που θα εμπεριέχει και την πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης είναι αναγκαίο να γίνει ο προσδιορισμός για κάθε γενεά ξεχωριστά. Για το λόγο αυτό θα παρουσιάσουμε τον παρακάτω πίνακα που περιέχει την πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης για κάθε γενεά, για τα τρία γεωμετρικά μοντέλα.

Αριθμός γενεάς	ΔΡα (Weibel)	ΔΡα (Finlay)	ΔΡα (Soong)
0	-0.088277	0.154345	-0.150924
1	-0.0945735	0.111349	-0.161713
2	-0.135749	0.0754036	-0.232098
3	0.321046	0.0491125	0.548894
4	0.149449	0.0309357	0.255518
5	0.128545	0.0193291	0.219778
6	0.089485	0.0114365	0.152997
7	0.0464954	0.00602642	0.079493
8	0.0298536	0.00298075	0.0510424
9	0.0172047	0.00153349	0.0294152
10	0.00801331	0.00137248	0.013701
11	0.00492495	0.00141188	0.00842009
12	0.00206706	0.00154821	0.00353412
13	0.001019	0.00128812	0.00174221
14	0.000372464	0.000541625	0.000636814
15	0.00014868	0.00059297	0.000254201
16	0.0000586875	0.0000942163	0.000100339
17	0.0000237105	0.000087647	0.0000405386
18	7.64718*10 <sup>-6</sup>	0.0000269054	0.0000130746
19	2.63537*10 <sup>-6</sup>	8.35047*10 <sup>-6</sup>	4.50574*10 <sup>-6</sup>
20	8.37164*10 <sup>-7</sup>	2.44963*10 <sup>-6</sup>	1.43133*10 <sup>-6</sup>
21	2.21607*10 <sup>-7</sup>	9.4835*10 <sup>-7</sup>	3.7889*10 <sup>-7</sup>
22	7.47975*10 <sup>-8</sup>	2.50138*10 <sup>-7</sup>	1.27884*10 <sup>-7</sup>
23	2.49325*10 <sup>-8</sup>	2.15804*10 <sup>-7</sup>	4.26279*10 <sup>-8</sup>

**Πίνακας 8: Τιμές της μεταβολής της πίεσης ανά γενεά λόγω επιτάχυνσης για τα γεωμετρικά μοντέλα των Weibel, Finlay, Soong.**

Παρατηρώντας τον πίνακα θα διαπιστώσουμε πως στις **τρεις πρώτες γενεές** στα μοντέλα των **Weibel** και **Soong** έχουμε αρνητικές τιμές πτώσης πίεσης. Μία αρνητική τιμή πτώσης πίεσης αποτυπώνει μαθηματικά την αύξηση της πίεσης σε σχέση με την πίεση αναφοράς. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως σύμφωνα με το νόμο **Bernoulli** παρουσιάζεται “κέρδος” πίεσης λόγω επιτάχυνσης για τα δύο συγκεκριμένα γεωμετρικά μοντέλα. Το φαινόμενο αυτό είναι απόρροια των τιμών της ταχύτητας σε κάθε γενεά. Για το γεωμετρικό μοντέλο του **Finlay** προκύπτει πως η ταχύτητα μειώνεται συνεχώς καθώς κινούμαστε σε μικρότερους αεραγωγούς. Για τα μοντέλα των **Weibel** και **Soong** η ταχύτητα αυξάνεται στις πρώτες τέσσερις γενεές οπότε λόγω της εξίσωσης από το νόμο Bernoulli  $\Delta P = \frac{1}{2} * \rho * (u_1^2 - u_2^2)$  προκύπτουν αρνητικές τιμές πτώσης πίεσης.

Στη συνέχεια παραθέτουμε το διάγραμμα πτώσης πίεσης λόγω τριβής και επιτάχυνσης για τα τρία μοντέλα τα οποία μελετάμε (Weibel, Finlay, Soong).



**Σχήμα 34: Συγκεντρωτικό διάγραμμα πτώσης πίεσης λόγω τριβής και επιτάχυνσης για τα τρία γεωμετρικά μοντέλα τα οποία μελετάμε (Weibel, Finlay, Soong).**

Στο κοινό διάγραμμα για τα τρία μοντέλα φαίνεται όπως και πριν ότι τα μοντέλα των Weibel και Soong έχουν παρόμοια συμπεριφορά. Όπως και πριν στις πρώτες και τελευταίες γενεές έχουμε αμελητέα πτώση πίεσης. Στις γενεές 4 έως 12 η πτώση πίεσης είναι εμφανής ενώ η μέγιστη πτώση πίεσης εμφανίζεται στην 5<sup>η</sup> γενεά και στα δύο μοντέλα με τιμή 0.526Pa για το μοντέλο Weibel και 0.8138Pa για το μοντέλο Soong. Η συνολική πτώση πίεσης για το μοντέλο του Weibel και του Soong είναι 4.2572Pa και 6.5395Pa αντίστοιχα.

Μια ακόμα ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι υπάρχει μετατόπιση της απότομης αύξησης της πτώσης πίεσης κατά μία γενεά νωρίτερα καθώς και της θέσης που εμφανίζεται η μέγιστη πτώση πίεσης. Πιο αναλυτικά ενώ στη 2<sup>η</sup> γενεά έχουμε αρνητικό  $\Delta P$  (-0.1008Pa  $\rightarrow$  Soong, -0.05914  $\rightarrow$  Weibel, δηλαδή αύξηση της πίεσης), στην 3<sup>η</sup> γενεά εκτοξεύεται (0.8056Pa  $\rightarrow$  Soong, 0.4927  $\rightarrow$  Weibel). Το

φαινόμενο της απότομης αλλαγής αλλά και της αρνητικής πτώσης πίεσης οφείλεται στον παράγοντα της επιτάχυνσης.

Για το μοντέλο του Finlay υπάρχουν πολλές αλλαγές καθώς η μέγιστη πτώση πίεσης εμφανίζεται στην 0η γενεά και είναι ίση με 0.3043Pa. Γενικότερα η πτώση πίεσης είναι υψηλή στις γενεές 0 και 1 αλλά και στις βαθύτερες 11 έως 16. Η συνολική πτώση πίεσης λόγω τριβής και επιτάχυνσης είναι 6.5395Pa. Και πάλι στις τελευταίες γενεές η πτώση πίεσης είναι αμελητέα.

### 5.3 Πτώση πίεσης μέσω εμπειρικού τύπου

Οι Marcel Filoche και Magali Florens παρουσίασαν στο άρθρο τους (The stationary flow in a heterogeneous compliant vessel network) έναν ελαφρώς διαφορετικό τρόπο για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης του αέρα. Χρησιμοποίησαν ροή τύπου Hagen-Poiseuille με τις ακόλουθες υποθέσεις:

- Σταθερή ροή ( ογκομετρική παροχή ) σε έναν αγωγό με σταθερές πιέσεις στα άκρα
- Ροή μονοδιάστατη για κάθε αγωγό του πνευμονικού δέντρου

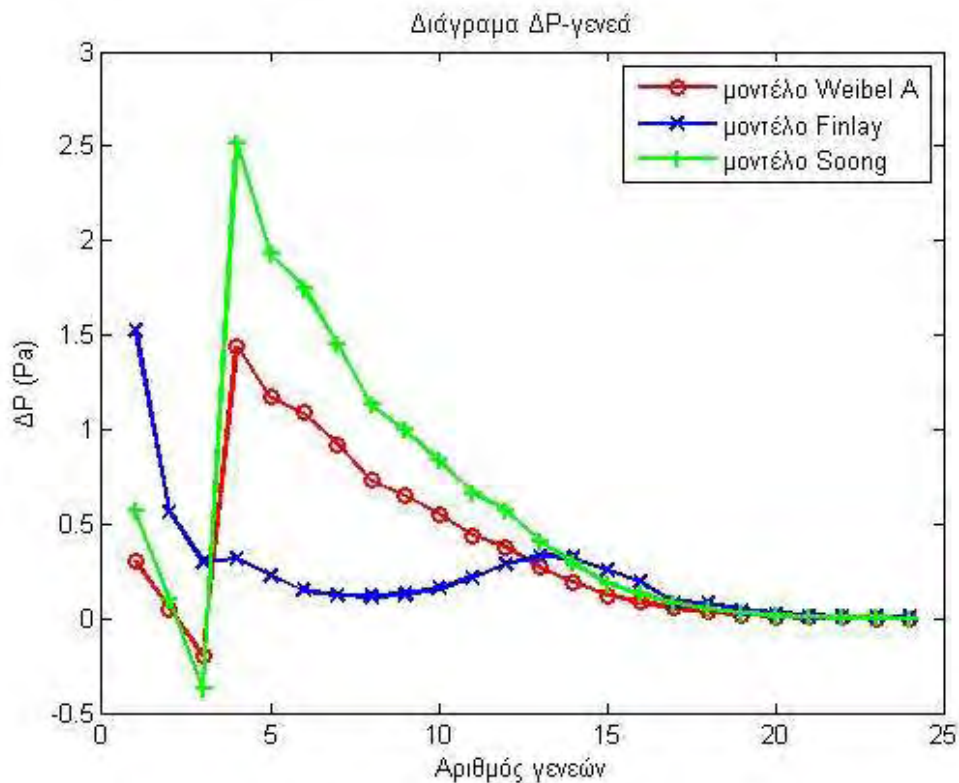
Οι διαφορές που εισήγαγαν οι Marcel Filoche και Magali Florens (Filoche & Florens, 2011) αφορούν τον όρο του αριθμού Reynolds ( $Re_z$ ), και τις σταθερές  $a$  και  $b$  που φαίνονται στην εξίσωση (51).

$$f(x) = \frac{128 * \mu * Q * L}{\pi * D^4} * (a + b * Re_z) - \rho * g * \cos\theta \quad (51)$$

Όπου  $\mu$  το ιξώδες,  $Q$  η παροχή,  $Re_z$  είναι ο αριθμός Reynolds σε κάθε γενεά και  $a$  και  $b$  είναι δύο φαινομενολογικές σταθερές, δηλαδή σταθερές που προκύπτουν ύστερα από σειρά πειραμάτων και είναι ίσες με **1.5** και **0.0035** αντίστοιχα. Ο όρος  $\frac{128 * \mu * Q * L}{\pi * D^4}$  είναι ο τύπος των Hagen-Poiseuille που υπολογίζει την πτώση πίεσης λόγω τριβής. Η σταθερά  $a$ , η οποία θα ήταν ίση με 1 για άπειρο ευθύ αγωγό, προκύπτει

ως αποτέλεσμα του χρόνου που απαιτείται για την δημιουργία πλήρως ανεπτυγμένης ροής Poiseuille. Το δεύτερο μέρος του νέου όρου, το οποίο χαρακτηρίζεται από τη σταθερά  $b$ , είναι ένας φαινομενολογικός όρος λόγω της πτώσης πίεσης που προκύπτει από την ύπαρξη αδρανειακών επιδράσεων στις υψηλότερες ταχύτητες. Τέλος ο όρος  $\rho * g * \cos\theta$  αναφέρεται στην απώλεια ενέργεια λόγω βαρυτικών δυνάμεων. Ο όρος αυτός είναι ιδιαίτερα μικρός συγκριτικά με τον όρο της τριβής, γι αυτό και θεωρείται αμελητέος.

Συνοψίζοντας, για να υπολογίζουμε την πτώση πίεσης του αέρα για κάθε γενεά λύνουμε την εξίσωση (51) για κάθε μία γενεά ξεχωριστά, εισάγοντας τις χαρακτηριστικές διαστάσεις τους. Στην επόμενη εικόνα παρουσιάζουμε το διάγραμμα πτώσης πίεσης-γενεών με τον εμπειρικό τύπο των Marcel Filoche και Magali Florens.



**Σχήμα 35:** Διάγραμμα πτώσης πίεσης-γενεών για το μοντέλο του Soong με χρήση του εμπειρικού μαθηματικού τύπου των Marcel Filoche και Magali Florens.

Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα τα μοντέλα των Weibel και Soong παρουσιάζουν για άλλη μια φορά παρόμοια συμπεριφορά ως προς την πτώση πίεσης. Τα δύο μοντέλα παρουσιάζουν σημαντική πτώση πίεσης στις μεσαίες γενεές και αμελητέα πτώση στις τελευταίες. Παρουσιάζουν επίσης αύξηση της πίεσης του αέρα στην 2<sup>η</sup> γενεά (αρνητική πτώση πίεσης -0.2016Pa για Weibel και -0.3714Pa για Soong) που προκύπτει από την αύξηση της τοπικής ταχύτητας. Η μέγιστη πτώση πίεσης επικρατεί στην 3<sup>η</sup> γενεά και είναι ίση με 1.436Pa για το μοντέλο του Weibel και 2.5111Pa για το μοντέλο του Soong. Η συνολική πτώση πίεσης είναι 8.3187Pa και 13.32Pa για Weibel και Soong αντίστοιχα.

Μεγάλη αλλαγή εμφανίζει το μοντέλο του Finlay, όπου η μέγιστη πτώση πίεσης εμφανίζεται στη 0<sup>η</sup> γενεά με τιμή 1.5221Pa. Η πιο σημαντική πτώση πίεσης εμφανίζεται στις πρώτες γενεές αλλά και στις γενεές 11 έως 16. Το διάγραμμα που προκύπτει δεν παρουσιάζει μεγάλες και απότομες διακυμάνσεις και συνεπώς και λόγω των χαμηλών τιμών η συνολική πτώση πίεσης είναι αρκετά μικρή (5.4744Pa) σε σχέση με τα άλλα γεωμετρικά μοντέλα.

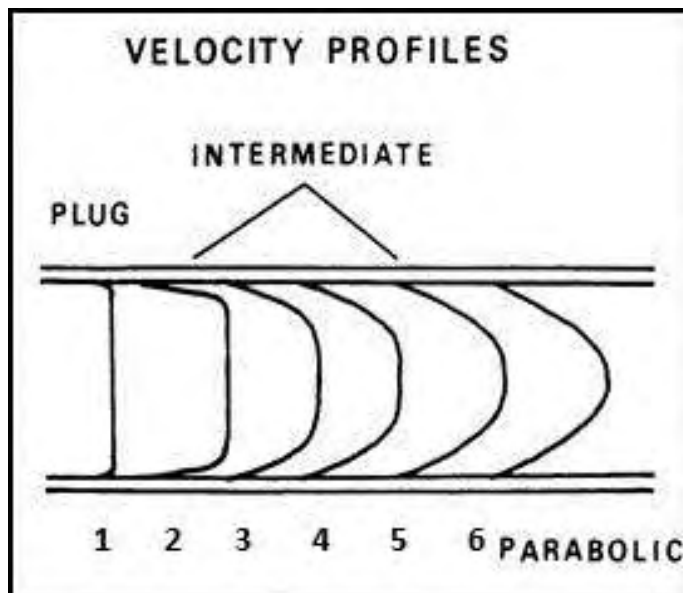
#### 5.4 Προφίλ αντίστασης σε αναπτυσσόμενη ροή

Μια ακόμα προσέγγιση για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης πραγματοποιήθηκε από τους Pedley, Schroter και Sudlow (the prediction of pressure drop and variation of resistance within the human bronchial human airways). Στην μελέτη αυτή χρησιμοποιήθηκε, όπως και στο δικό μας υπολογισμό, ένα συμμετρικό ανατομικό μοντέλο βρογχικού δέντρου το οποίο βασίζεται στο 75% TLC. Ο μαθηματικό τύπος που εισήγαγαν βασίστηκε στο γεγονός ότι η πτώση πίεσης εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τις δέκα πρώτες γενεές, καθώς οι υπόλοιπες δεν συνεισφέρουν περισσότερο από 10% στη συνολική πτώση πίεσης, όπως προκύπτει από πειραματικές παρατηρήσεις.

$$\Delta P = K * (\rho * \mu)^{\frac{1}{2}} * Q^{\frac{3}{2}} \quad (52)$$

Όπου  $K$  είναι μία σταθερά που εξαρτάται από την ανατομία του πνεύμονα. Η συνάρτηση αυτή είναι μη γραμμική και κοίλη κατά τον άξονα της πτώσης πίεσης. Η μη γραμμικότητα ίσως να μην εμφανιστεί για παροχή ( $Q$ ) μικρότερη από 2 L/sec. Η συγκεκριμένη συνάρτηση επιτρέπει την πρόβλεψη της επίδραση των φαινομένων ανάμιξης του αέρα, καθώς ο αέρας αποτελεί μίγμα διάφορων αερίων, στην αντίσταση του αγωγού.

Στην παρούσα εργασία έχουμε υποθέσει ροή Hagen-Poiseuille για διάφορα γεωμετρικά μοντέλα, όπως και ο Green (1965) ο οποίος συγκεκριμένα χρησιμοποίησε το μοντέλο του Weibel. Επίσης οι Horsfield και Cumming (1965) υπέθεσαν ροή Hagen-Poiseuille και χρησιμοποίησαν το δικό τους γεωμετρικό μοντέλο. Σε όλες τις περιπτώσεις η πτώση πίεσης υπολογίστηκε πολύ χαμηλότερη



Σχήμα 36: Αναπτυσσόμενη (1,2,3,4) και ανεπτυγμένη ροή (5,6).

σε σχέση με τις πειραματικές μετρήσεις. Η απόκλιση αυτή ήταν αναμενόμενη καθώς η υπόθεση της ροής Hagen-Poiseuille δεν είναι ρεαλιστική καθώς για να δημιουργηθεί ο συγκεκριμένος τύπος ροής απαιτείται κάποιο χρονικό διάστημα όπως αναφέραμε και στο 2<sup>ο</sup> μέρος στην παράγραφο για την

ανεπτυγμένη ροή.

Για τους αεραγωγούς του πνεύμονα, δηλαδή αγωγούς μικρού μήκους, υποθέτουμε ότι το προφίλ της ταχύτητας φαίνεται στην εικόνα (36) και αντιστοιχεί στο 1<sup>ο</sup> ή 2<sup>ο</sup> προφίλ ταχύτητας. Όπως φαίνεται και στην εικόνα για να δημιουργηθεί παραβολικό προφίλ το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση Hagen-Poiseuille απαιτούνται κάποια στάδια, δηλαδή απαιτείται ένα συγκεκριμένο χρονικό



διάστημα. Όπως φαίνεται και από το 2<sup>ο</sup> προφίλ η τριβή του τοιχώματος με τον αέρα είναι μεγαλύτερη και πιο απότομη σε σχέση με το προφίλ 6. Ο αέρας, όπως και οποιοδήποτε άλλο ρευστό, παρουσιάζει μηδενική ταχύτητα στη διεπιφάνεια με τον αεραγωγό

$$u(x) = 0 \quad \text{για } x = 0 \text{ και } x = D \quad (\text{συνθήκη μη ολίσθησης})$$

και μέγιστη ταχύτητα στο κέντρο

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0 \quad \text{για } x = D/2$$

Για το προφίλ 2 του σχήματος (36) η αλλαγή από τη μηδενική στη μέγιστη ταχύτητα γίνεται πιο απότομα, που σημαίνει πως η πτώση πίεσης (ή η αντίσταση) έχει μεγαλύτερη τιμή σε σχέση με αυτή που επικρατεί στο προφίλ 6.

Σε όλες τις ροές, εκτός από αυτές των μεγάλων ογκομετρικών παροχών, η ροή είναι τυρβώδης στους υψηλότερες γενεές, ενώ οι περιοχές στρωτής ροής επηρεάζονται από το παραβολικό προφίλ του Poiseuille. Η ροή Poiseuille σε έναν αγωγό συσχετίζει την ελάχιστη πτώση πίεσης για δεδομένη ογκομετρική παροχή. Για τον λόγο αυτό, η συνολική πτώση πίεσης θα είναι μεγαλύτερη από αυτήν που προβλέπεται από τα παραπάνω μοντέλα.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η μέση ταχύτητα του αέρα μειώνεται καθώς εισχωρεί βαθύτερα στον πνεύμονα. Ως αποτέλεσμα, η κινητική ενέργεια μειώνεται με αποτέλεσμα την δημιουργία πτώσης πίεσης λόγω επιτάχυνσης ( φαινόμενο Bernoulli ).

Άλλοι τρόποι για να περιγραφεί η πτώση πίεσης μέσα σε έναν αγωγό είναι είτε η απώλεια ενέργειας του μέσου είτε η αντίσταση που προβάλλει ο αγωγός στο μέσο. Η αντίσταση, ειδικότερα, ορίζεται ως ο λόγος της πτώσης πίεσης προς την παροχή  $R = \frac{\Delta P}{Q}$  και έχει μονάδες μέτρησης  $\frac{N/m^2}{m^3/sec}$  ή  $\frac{Pa \cdot sec}{m^3}$ . Μια διαφορετική μονάδα μέτρησης της πίεσης είναι τα mm HG. Η σχέση που συνδέει τα δύο είδη μονάδων είναι η παρακάτω:

$$\frac{mmHG*sec}{m^3} = \frac{800*Pa*sec}{6*m^3} \quad \text{όπου τελικά προκύπτει } mmHG = 133.322368 \text{ pascals}$$

Μια διαφορετική μορφή του μαθηματικού τύπου του Hagen-Poiseuille, ως προς την αντίσταση, δίνεται από τον Green (1965) και έχει τη μορφή:

$$(R_p)_n = \frac{1}{2^n} * \frac{128*\mu*L}{\pi*D^4} \quad (53)$$

Όπου  $(R_p)_n$  είναι η αντίσταση στην γενεά  $n$ , μετριέται σε  $\frac{Pa*sec}{m^3}$  και είναι ανεξάρτητη της ογκομετρικής παροχής. Μπορούμε να μετατρέψουμε τις μονάδες μέτρησής μας σε  $\frac{mmHG*sec}{m^3}$  διαιρώντας τις τιμές μας με 133.322368.

Ο λόγος της πραγματικής αντίστασης σε κάθε αγωγό προς την αντίσταση που δίνεται για ροή Hagen-Poiseuille είναι:

$$Z = \frac{R_R}{R_p} = \frac{C}{4\sqrt{2}} * (Re * \frac{d}{L})^{1/2} \quad (54)$$

Όπου  $C = 1.85$

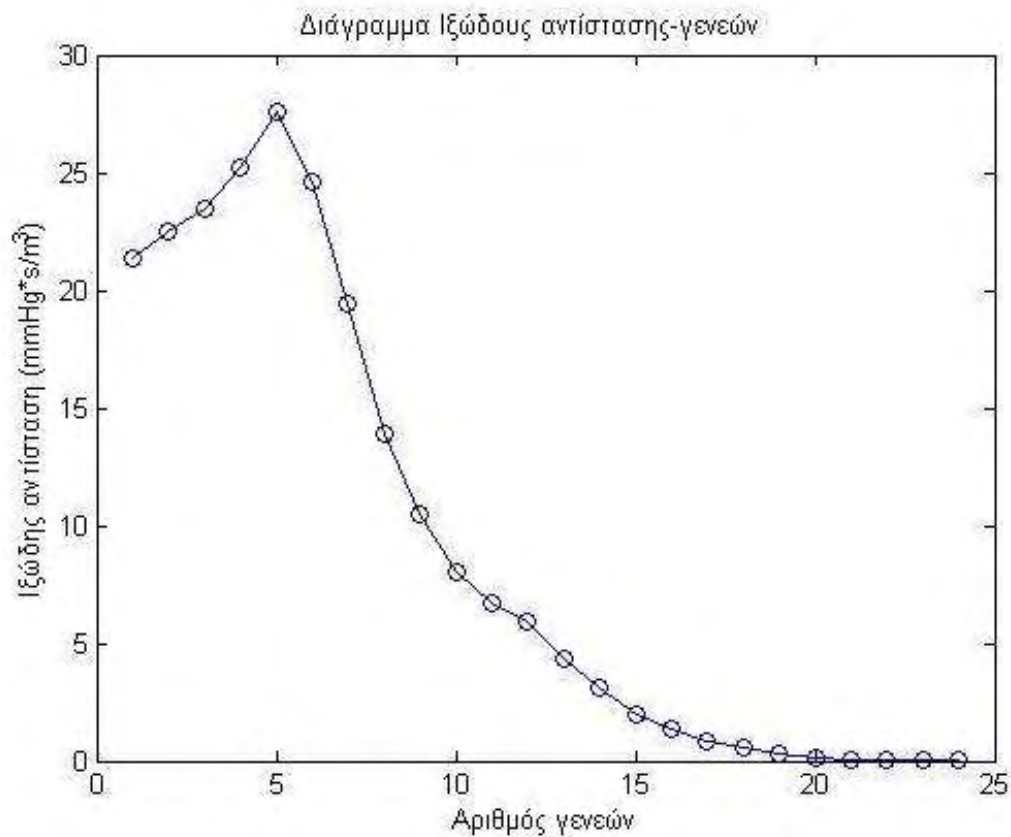
Χρησιμοποιώντας την σχέση αυτή για το σύστημα διακλάδωσης των αεραγωγών του πνεύμονα μπορούμε να υπολογίσουμε την πραγματική αντίσταση που επικρατεί λόγω των ιξωδών δυνάμεων. Επομένως η αντίσταση στη γενεά  $n$  δίνεται ως εξής:

$$(R_R)_n = (R_p)_n * \frac{C}{4\sqrt{2}} * (Re * \frac{d}{L})^{1/2} \quad (55)$$

Όπως είναι φανερό η αντίσταση για οποιονδήποτε γενεά δεν εξαρτάται πλέον από την ογκομετρική παροχή άμεσα αλλά από τον αριθμό Reynolds. Για ροές μικρότερες από περίπου 40 L/min, όταν η ροή στην τραχεία δεν είναι τυρβώδης, μπορεί να εφαρμοσθεί η εξίσωση (55) απ ευθείας ούτως ώστε να παρατηρήσουμε τις αντιστάσεις που προκύπτουν στους αεραγωγούς του πνευμονικού δέντρου. Ακόμα και όταν η ροή στην τραχεία και στις πρώτες γενεές είναι τυρβώδης οι αντιστάσεις μπορούν να δοθούν από την εξίσωση (54), ακόμα και αν αυτή

δημιουργήθηκε για να περιγράψει στρωτή ροή. Ο συμβιβασμός αυτός θα μας δώσει υποεκτίμηση της αντίστασης αλλά με πολύ μικρό σφάλμα.

Παρουσιάζουμε στη συνέχεια το διάγραμμα της ιξώδους αντίστασης του αέρα κατά τη ροή στους αεραγωγούς του πνεύμονα για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong και τον τύπο του Pedley.



**Σχήμα 37:** Διάγραμμα αντίστασης-γενεών για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong με χρήση του μαθηματικού τύπου του Pedley.

## 5.5 Πτώση πίεσης και ογκομετρική παροχή

Έως τώρα έχει γίνει μια προσπάθεια υπολογισμού της πτώσης πίεσης στους αεραγωγούς του πνεύμονα για δεδομένη ογκομετρική παροχή. Η ογκομετρική

παροχή που χρησιμοποιήθηκε είναι υπολογισμένη για την λεγόμενη “ήρεμη” αναπνοή. Η εξάρτηση της συνολικής πτώσης πίεσης από τον όγκο αέρα που εισπνέουμε είναι άμεσα συνδεδεμένη και αυτό μπορεί να επαληθευθεί με τον παρακάτω τρόπο. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση (31)

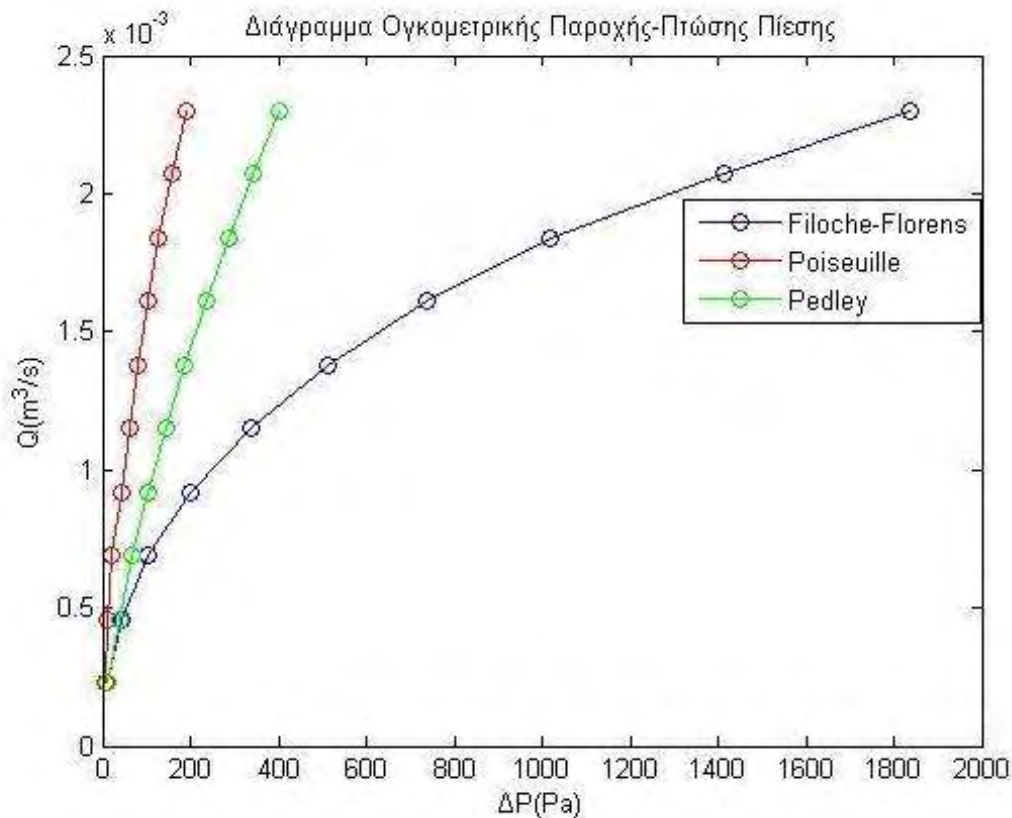
$$\Delta p = \frac{8\mu l q_v}{\pi R^4}$$

Για τον υπολογισμό μας θα επιλέξουμε το γεωμετρικό μοντέλο του Soong, ούτως ώστε να απομονώσουμε την εξάρτηση της πτώσης πίεσης μόνο από την ογκομετρική παροχή και όχι από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των γεωμετρικών μοντέλων. Οπότε οι ποσότητες  $d$  και  $L$  θα θεωρηθούν σταθερές σε αντίθεση με την ογκομετρική παροχή  $Q$ .

Επομένως θέτω  $\frac{8*\mu*l}{\pi*d^4} = M = \text{σταθερά}$

Τότε  $\Delta P \rightarrow Q$  η πτώση πίεσης είναι ανάλογη της ογκομετρικής παροχής.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το διάγραμμα πτώσης πίεσης με χρήση των μαθηματικών τύπων των Poiseuille, Filocle-Florens και Pedley που προκύπτει για διάφορες τιμές της ογκομετρικής παροχής στο μοντέλο του Soong.



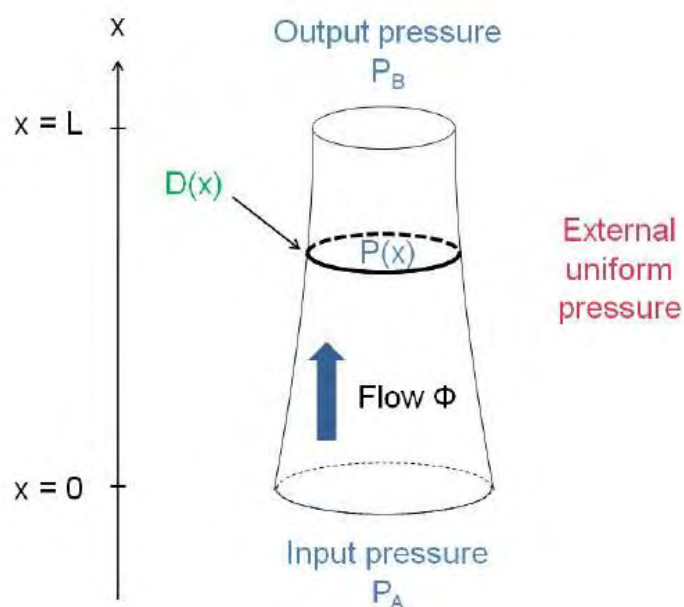
**Σχήμα 38: Διάγραμμα Ογκομετρική παροχής-Πτώσης πίεσης με χρήση των μαθηματικών τύπων των Poiseuille, Filoche-Florens και Pedley και για το γεωμετρικό μοντέλο του Soong.**

Στο διάγραμμα μας φαίνεται η εξάρτηση της πτώσης πίεσης συναρτήσει του εισπνεόμενου όγκου αέρα. Αύξηση της ογκομετρικής παροχής συνεπάγεται και αύξηση της πτώσης πίεσης. Στο παραπάνω διάγραμμα μπορούμε να εντοπίσουμε τις διαφορές στην πτώση πίεσης για ανεπτυγμένη (Poiseuille) και ανεπτυσσόμενη ροή (Pedley, Filoche-Florens). Όπως περιμέναμε η πτώση πίεσης είναι πιο αυξημένη για την ανεπτυσσόμενη ροή. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε πως η χρήση του μαθηματικού τύπου των Filoche-Florens οδηγεί σε μεγαλύτερη πτώση πίεσης διότι ο σταθερός όρος που διαθέτει είναι μεγαλύτερος συγκριτικά με τους σταθερούς όρους των Pedley και Poiseuille. Αρχικά και στις τρεις καμπύλες για τις πρώτες τιμές η αύξηση είναι παραβολική ενώ στη συνέχεια εμφανίζεται γραμμική και συνεπώς ανάλογη, όπως ακριβώς την περιμέναμε. Η παραβολική αύξηση της πτώσης πίεσης

παρουσιάζεται, σύμφωνα με τον Pedley, για τιμές της ογκομετρικής παροχής μικρότερες από  $2L/sec$ , δηλαδή για τις 8 πρώτες τιμές που παρουσιάζουμε. Στη συνέχεια η αύξηση είναι γραμμική και συνεπώς ανάλογη με την ογκομετρική παροχή. Η γραμμικότητα αυτή μπορεί να δειχθεί χρησιμοποιώντας περισσότερες και μεγαλύτερες τιμές για την ογκομετρική παροχή, όμως οι τιμές αυτές δε θα είναι ρεαλιστικές λόγω του περιορισμένου όγκου που μπορεί να εισπνεύσει ένας πνεύμονας.

## 5.6 Μεταβλητές διάμετροι αγωγών

Έως τώρα οι υπολογισμοί που έχουν γίνει αφορούν τη στατική συμπεριφορά του πνεύμονα. Δηλαδή η διάμετρος των αεραγωγών της κάθε γενεάς ορίστηκε με μία σταθερή τιμή. Επίσης η πίεση θεωρήθηκε σταθερή σε όλο το μήκος του εκάστοτε αεραγωγού ενώ στην πραγματικότητα η πίεση αλλάζει συναρτήσει του μήκους του αγωγού.



**Σχήμα 39:** Σχηματική αναπαράσταση της ροής σε εύκαμπτο αγωγό όπου  $L$  το μήκος του αγωγού,  $D(x)$  η τοπική διάμετρος συναρτήσει της θέσης  $x$ ,  $P_A$  και  $P_B$  οι πιέσεις που επικρατούν στα άκρα κάθε αεραγωγού και  $\Phi$  η ροή μέσα στον αγωγό (Filoche & Florens, 2011).

Ένας τρόπος υπολογισμού της πτώσης πίεσης για τη δυναμική συμπεριφορά είναι με τη βοήθεια του δυναμικού διαγράμματος P-V. Το διάγραμμα ενδοτικότητας, όπως και ονομάζεται αλλιώς, έχει δημιουργηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να λαμβάνει υπόψη τις αλλαγές στις διαμέτρους καθώς και την ακριβή τιμή της πίεσης και αυτό έγκειται στο γεγονός ότι είναι αποτέλεσμα πειραματικών μετρήσεων. Πιο συγκεκριμένα μπορούμε για κάθε τιμή της αλλαγής του όγκου του πνεύμονα να βρούμε μέσω του διαγράμματος την τιμή που έχει η πλευρική πίεση κατά την εισπνοή και την εκπνοή και να τις αφαιρέσουμε. Λειτουργώντας επαναληπτικά για πολλές τιμές της μεταβολής του όγκου του πνεύμονα παίρνουμε τιμές της διαφοράς της πλευρικής πίεσης κατά την εισπνοή από την εκπνοή. Η μέθοδος αυτή θα είναι πιο αποτελεσματική και ακριβής όσο πραγματοποιούμε περισσότερες επαναλήψεις. Τέλος προσθέτουμε όλες τις τιμές που προέκυψαν από τις ανωτέρω διαφορές ώστε να βρούμε την ολική πτώση πίεσης.

## 5.7 Προβληματισμοί

Έχοντας πραγματοποιήσει μια στατική ανάλυση για την πτώση πίεσης του αέρα στους πνεύμονες και ύστερα από την εξαγωγή συμπερασμάτων και αποτελεσμάτων δημιουργήθηκαν ερωτήματα σχετικά με το πόσο ρεαλιστικά είναι αυτά. Κατά τον υπολογισμό που πραγματοποιήσαμε διασταυρώθηκε η ποιοτική συμπεριφορά της πτώσης πίεσης του αέρα. Όσων αφορά τα ποσοτικά χαρακτηριστικά υπάρχει μια απόκλιση από την πραγματικότητα λόγω των υποθέσεων που έχουμε κάνει, για την διευκόλυνση των υπολογισμών. Μερικά από τα πραγματικά δεδομένα που θα βελτίωναν την ακρίβεια του υπολογισμού μας και δεν έχουν συμπεριληφθεί στην παρούσα εργασία είναι τα εξής:

- Η μεταβλητή διάμετρος των αεραγωγών, βάσει της οποίας θα αλλάζει η πίεση συναρτήσει του μήκους του αεραγωγού, και η σχέση της με τις πλευρικές πιέσεις.

- Η επιλογή ενός γεωμετρικού μοντέλου που ανταποκρίνεται με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια στις πραγματικές διαστάσεις των αεραγωγών.
- Η εισαγωγή των όρων των βαρυτικών δυνάμεων στον υπολογισμό. Μπορεί να θεωρούνται αμελητέες αλλά θα προσφέρουν μια επιπλέον ακρίβεια.
- Η θεώρηση του ρευστού σαν ένα διφασικό υγρό. Ο αέρας κατά την εισαγωγή του στον πνεύμονα θερμαίνεται καθώς απάγει θερμότητα αλλά και υγρά από τα τοιχώματα των αεραγωγών. Μετά από μικρό χρονικό διάστημα ο αέρας είναι πλέον κορεσμένος.

## Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα

Βάσει των αποτελεσμάτων του 5<sup>ου</sup> κεφαλαίου αλλά και της βιβλιογραφίας διαπιστώνεται ότι η ροή του αέρα στους πνεύμονες δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ανεπτυγμένη. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνουν και οι υπολογισμοί καθώς η συνολική πτώση πίεσης παρουσιάζεται εξαιρετικά χαμηλή. Αντιθέτως με το ποσοτικό μέρος, η υπόθεση αυτή οδηγεί σε ασφαλή συμπεράσματα όσων αφορά το ποιοτικό μέρος του υπολογισμού, δηλαδή τη συμπεριφορά του προφίλ της πτώσης πίεσης που δημιουργήσαμε.

Στη συνέχεια αποδεικνύεται η ελάχιστη προσφορά στην μεταβολή της πίεσης των αδρανειακών φαινομένων σε σχέση με τις ιξώδεις δυνάμεις. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον προκαλεί η διαπίστωση πως κατά την εισπνοή η επιτάχυνση της μάζας του αέρα συνεισφέρει στην αύξηση της πίεσης σε συγκεκριμένες γενεές μεταβάλλοντας ελάχιστα το προφίλ της πτώσης πίεσης ανά γενεά. Επιπροσθέτως παρατηρήθηκε ότι ο υπολογισμός της πτώσης πίεσης μέσω του εμπειρικού τύπου εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα για την πτώση πίεσης ανά γενεά χωρίς να αλλάζει, όπως είπαμε και πριν, η συμπεριφορά των διαγραμμάτων. Κατόπιν υπολογίστηκε η αντίσταση για ροή αναπτυσσόμενη βάσει του μαθηματικού τύπου



του Pedley. Η πτώση πίεσης εμφανίζεται ποσοτικά πιο μεγάλη, ενώ η συμπεριφορά του διαγράμματος αντίστασης ανά γενεά εμφανίζει ελάχιστες διαφορές. Στον τελικό υπολογισμό έγινε μια διερεύνηση που δίνει την πτώση πίεσης συναρτήσει διάφορων ογκομετρικών παροχών. Όπως ήταν αναμενόμενο η αύξηση του όγκου συνεπάγεται με αύξηση της πτώσης πίεσης με τρόπο που φαίνεται στα διαγράμματα της ενότητας 5.5.

Τέλος αξίζει να αναφέρουμε ότι παρά τις διάφορες υποθέσεις που έγιναν και τα διαφορετικά αποτελέσματα που πήραμε, η ποιοτική συμπεριφορά της πτώσης πίεσης κατά τη ροή του αέρα είναι κοινή. Συγκεκριμένα μπορούμε να αναφέρουμε ότι η πτώση πίεσης είναι σημαντικότερη στις αρχικές γενεές έως και τις μεσαίες και γίνεται ασήμαντη καθώς εισχωρούμε βαθύτερα και φτάνουμε στις κυψελίδες λόγω της ύπαρξης πολλών αεραγωγών και του ελαχιστοποιημένου όγκου του αέρα.

## Βιβλιογραφία

Adrian Biran, & Moshe Breiner. (2012). *MATLAB 6 για μηχανικούς* (3rd Edition εκδ.). (Ν. Ι. Μάργαρης, Επιμ., Δ. Ι. Πεταλάς, & Άγγελος Δ. Δημητριάδης, Μεταφρ.) Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ.

Filoche, M., & Florens, M. (2011). The stationary flow in a heterogeneous compliant vessel network. *Journal of Physics*, σσ. Conference Series, Vol 319, Number 1, doi:10.1088/1742-6596/319/1/012008.

Finlay, W. H. (2001). *Mechanics of Inhaled Pharmaceutical Aerosols*. Elsevier.

Ghista, D. N. (2012). *Biomedical Science, Engineering and Technology*. InTech.

Ghista, D. N., & Loh, K. M. (2006). *Lung Ventilation Modeling and assessment, in Human Respiration: Anatomy and Physiology, Mathematical Modelling and Applications*. WIR Press.

Ghista, D. N., Kah, M. K., Rohit, P., & Yi, S. (2012). Lung Ventilation Modeling for Lung Disease in Applied Biomedical Engineering Mechanics. Στο *Biomedical Science, Engineering and Technology*. In Tech.

Guyton, A. C., & Hall, J. H. (1956). *Textbook of Medical Physiology*. Jackson, Mississippi: Elsevier.

<http://paidio.blogspot.gr>. (2017). Ανάκτηση από [http://paidio.blogspot.gr/2011/02/blog-post\\_03.html](http://paidio.blogspot.gr/2011/02/blog-post_03.html)

Kudela, H. (n.d.). *Viscous flow in pipe*. Ανάκτηση από [http://fluid.itcmp.pwr.wroc.pl/~znmp/dydaktyka/fundam\\_FM/Lecture13.pdf](http://fluid.itcmp.pwr.wroc.pl/~znmp/dydaktyka/fundam_FM/Lecture13.pdf)

Lambert, R. K., Wilson, T. A., Hyatt, R. E., & Rodarte, J. R. (1982, January 1). A computational model for expiratory flow. *American Physiological Society* , σσ. Vol. 52 no. 1, 44-56.

Marshall, R., & Holden, W. S. (1963, March). Changes in calibre of the smaller airways in man. *Thorax* , σσ. Vol 18 (1). 54-58.

Pedley, T. J., Schroter, R. C., & Sudlow, M. F. (1970). The prediction of pressure drop and variation of resistance within the human bronchial airways. Στο *Respiration Physiology* (σσ. 387-405). Elsevier.

PhD, Γ. A. (2017). <http://respi-gam.net>. Ανάκτηση από <http://respi-gam.net/node/3543>

Quanjer, P. H., Tammeling, G. J., Pedersen, O. F., Yernault, J. C., Cotes, J. E., & Peslin, R. (1993, April). Lung volumes and forced ventilatory flows. *The European respiratory journal* , σσ. Vol6: 5-40. DOI: 10.1183/09041950.005s1693.

Raabe, O. G., & Schreider, J. P. (1981, November). Structure of the human respiratory acinus. *Developmental Dynamics* , σσ. 221-232.

Soong, T. T., Nicolaidis, P., Yur, C. P., & Soong, S. C. (1979, February 20). A statistical description of the human tracheobronchial tree geometry. *North-Holland Biomedical Press* , σσ. Volume 37, Issue 2,161-172, [https://doi.org/10.1016/0034-5687\(79\)90068-9](https://doi.org/10.1016/0034-5687(79)90068-9).

Streeter, Wylie, & Bedford. *Μηχανική των Ρευστών*. (Γ. Φούντας, & Μ. Φούντα, Μεταφρ.) Αθήνα: FountasBooks.

T.T. SOONGT, P. N. (n.d.).

Tennekes, H., & Lumley, J. L. (1972). *A FIRST COURSE IN TURBULENCE* . Cambridge, Massachusetts, and London, England: The MIT Press.

[www.mathworks.com](http://www.mathworks.com). (n.d.).

[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org). (n.d.). Ανάκτηση 2017, από [https://en.wikipedia.org/wiki/Moody\\_chart](https://en.wikipedia.org/wiki/Moody_chart)

Δρ. Βιτωράκης, Σ. (2015, Οκτώβριος). <http://www.vittorakis.com>. Ανάκτηση από <http://www.vittorakis.com/enemerose-gia-pneumonologika-nosemata/spiro>

Παπαϊωάννου, Α. (2002). *Μηχανική των Ρευστών (Πρώτος Τόμος)*. Αθήνα: Ιδιωτική.

Παπανίκας, Δ. Γ. (2010). *Εφαρμοσμένη Ρευστομηχανική*. Πάτρα: Media Guru.

Ρούσσοι, Χ. (2006). *Κλινική πνευμονολογία*. Ιατρικές Εκδόσεις Π. Χ. Πασχαλίδης.

Σκούντζος, Π., & Σκούντζος, Α. Ρευστοδυναμική.

Στραϊτούρης, Ε. Τ. (2016). *Ο Πνεύμονας από την Σκοπιά του Μηχανικού*. Βόλος.

## Παράρτημα

### 1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ:

Το Matlab είναι ένα λογισμικό πακέτο για υψηλής απόδοσης αριθμητικούς υπολογισμούς. Παρέχει στο χρήστη ένα διαδραστικό περιβάλλον με χιλιάδες ενσωματωμένες συναρτήσεις, κατάλληλες για την υλοποίηση απαιτητικών υπολογιστικών αναλύσεων, γραφημάτων καθώς επίσης και για την παραγωγή διαφόρων animations. Επιπλέον, το Matlab προσφέρει τη δυνατότητα επέκτασης σε ποικίλα πεδία εφαρμογών με τη αξιοποίηση την υψηλού επιπέδου γλώσσας προγραμματισμού, την οποία διαθέτει σε όλες τις εκδόσεις του.

Το Matlab αποτελεί ένα εξελιγμένο υπολογιστικό εργαλείο, το οποίο μπορεί να βρει εφαρμογή σε διάφορους τομείς της επιστήμης αλλά βέβαια και της πράξης, όπως για παράδειγμα τη μηχανική, την ιατρική, τις θετικές επιστήμες (Μαθηματικά– Φυσική), την οικονομία καθώς και γενικά τη βιομηχανική παραγωγή. Μάλιστα, το φάσμα των εφαρμογών του συγκεκριμένου πακέτου λογισμικού διευρύνεται συνεχώς και περισσότερο, αναδεικνύοντας με αυτό τον τρόπο τις πολλαπλές δυνατότητες του, όπως:

- Υψηλή απόδοση και ταχύτητα υπολογιστικών αναλύσεων.
- Δυνατότητα προσομοίωσης φυσικών συστημάτων.
- Δυνατότητα υλοποίησης αλγορίθμων.
- Υψηλής ποιότητας γραφικές απεικονίσεις και animations.
- Φιλικότητα προς το χρήστη και διαδραστικός χαρακτήρας.

Οι ενσωματωμένες συναρτήσεις του λογισμικού παρέχουν τα απαραίτητα πακέτα εργαλείων για υπολογισμούς γραμμικής άλγεβρας, ανάλυσης δεδομένων, επεξεργασίας σημάτων, αριθμητικές λύσεις κανονικών διαφορικών εξισώσεων. Οι περισσότερες από τις προαναφερόμενες συναρτήσεις εφαρμόζουν την πλέον πρόσφατη και εξελιγμένη γνώση στο κάθε τομέα επιστήμης. Επίσης ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να αναπτύξει τις δικές του συναρτήσεις, κάνοντας χρήση της δικής του γλώσσας προγραμματισμού. Από τη στιγμή που θα αναπτυχθούν οι συναρτήσεις αυτές, λειτουργούν ως ενσωματωμένες συναρτήσεις του εν λόγω λογισμικού. Επίσης παρέχονται από το Matlab πολλές προαιρετικές εργαλειοθήκες, οι οποίες προορίζονται για την ανάπτυξη ειδικών εφαρμογών.

## 2.Υπολογιστικός κώδικας

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα μέρος του κωδικα που χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς που πραγματοποιήσαμε.

```
% Εισάγουμε τις διαστάσεις απο τα 3 Γεωμετρικά μοντέλα
% Dw : διάμετρος Weibel
% Lw : μήκος      "
% Df : διάμετρος Finlay
% Lf : μήκος      "
% Ds : διάμετρος Soong
% Ls : μήκος      "
% Όλες οι διαστάσεις είναι εκφρασμένες σε (cm) το σοονγκ είναι σε
μετρα
Dw=Weibeldiametros;
Lw=WeibelMhkos;
Df=Finlaydiametros;
Lf=FinlayMhkos;
Ds=Soongdiametros;
Ls=SoongMhkos;

% Αρχικά , θα εξετάσουμε την Πτώση πίεσης ΔP για Ήρεμη αναπνοή
% Q0=0.00023 ( m^3/s) (παροχή στην τραχεία)
Q0=0.00023;
Q(1)=Q0;

% Για υπολογιστικούς λόγους , στον πίνακα Q, το i-1 είναι ο αριθμός
της
```

```

% γενεάς , δηλαδή το Q(1) αντιστοιχεί στην 0 γενεά (τραχεία) , Q(2)
στην 1
% γενεά κοκ
for i=1:24;
    Q(i)=Q0./2.^(i-1);
end;
% Υπολογισμος της ταχυτητας V ( V=4*Q/πi*D^2) για κάθε γεωμετρικό
μοντέλο
% σε (m/s)
% Vw : Πίνακας ταχυτήτων Weibel
% Vf : " Finlay
% Vs : " Soong
Vw=(4*Q)./(πi*transpose((Dw/100).^2));
Vf=(4*Q)./(πi*transpose((Df/100).^2));
Vs=(4*Q)./(πi*transpose(Ds.^2));
% Υπολογισμός αριθμού Reynolds για κάθε γεωμετρικό μοντέλο
m=1.9*10^(-5); %Ιξώδες του αερα ( Kg/m*s)
r=1.175; %Πυκνοτητα του αερα( Kg/m^3)
Rew=(r/m*(Vw.*transpose((Dw/100)))));
Ref=(r/m*(Vf.*transpose((Df/100)))));
Res=(r/m*(Vs.*transpose((Ds)))));
% %Υπολογισμός f(συντελεστής τριβής) για στρωτή και τυρβώδη ροή
% fst=64./Re;
% ftyr=0.316.*Re.^(-0.25);
for i=1:24
    if i<=3 % δηλαδή τυρβώδη ροη
        % Το R είναι ο αριθμός ρεινολνις που υποθέσαμε οτι ειναι
        % 4000,3500,3000 στις 3 πρωτες γεννες αντίστοιχα , καθώς απο
τον
        % υπολογισμό του πραγματικού αριθμου Re προκύπει οτι η ροή
ειναι
        % στρωτή κατα μήκος του πνεύμονα, κάτι που στην
πραγματικότητα δεν
        % ισχυει , και στις 3 πρώτες γεννες η ροή ειναι τυρβώδης,
άρα
        % πρέπει να υπολογίσουμε διαφορετικό f

        R(1)=4000;
        R(2)=3500;
        R(3)=3000;

        fw(i)=4*(0.0035+0.264*R(i)^(-0.42));
        ff(i)=4*(0.0035+0.264*R(i).^(-0.42));
        fs(i)=4*(0.0035+0.264*R(i).^(-0.42));
    else % στρωτή ροη
        fw(i)=64./Rew(i);
        ff(i)=64./Ref(i);
        fs(i)=64./Res(i);
    end
end
end

% Υπολογισμός ΔP με τον τύπο για τα 3 γεωμετρικά μοντέλα:
% 1) poiseuille (Dp1) [Dp=(r*f*L*V^2)/2*D]
% 2) + πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης (Dp2)
% 3) ΔP= ΔPp(1.5*0.0035*Re) ,όπου ΔPρ ειναι (ΔP pois + επιταχυνση)
(Dp3)

```

```

for i=1:24
    Dp1w(i)=r*(fw(i).*(Lw(i)/100).*(Vw(i).^2))./((Dw(i)/100)*2);
    Dp1f(i)=r*(ff(i).*(Lf(i)/100).*(Vf(i).^2))./((Df(i)/100)*2);
    Dp1s(i)=r*(fs(i).*(Ls(i).*(Vs(i).^2))./(Ds(i)*2);
end
disp(' Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Poiseuille καταλήγουμε στα
ακόλουθα αποτελέσματα')
disp(' Η συνολική πτώση πιεσής (Pa) με το γεωμετρικό μοντέλο του
Weibel είναι :'),sum(Dp1w)
disp(' Η συνολική πτώση πιεσής (Pa) με το γεωμετρικό μοντέλο του
Finlay είναι :'),sum(Dp1f)
disp(' Η συνολική πτώση πιεσής (Pa) με το γεωμετρικό μοντέλο του
Soong είναι :'),sum(Dp1s)
disp(' Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που υπολογίσαμε σε
ένα κοινό διάγραμμα (ΔP-Αριθμός γενεάς) και για τα 3 γεωμετρικά
μοντελα ώστε να αποτυπωθούν οι διαφορές που προκύπτουν')
x1=Dp1w;
x2=Dp1f;
x3=Dp1s;
y=1:1:24;

fig1=figure(1);
set(fig1,'Name',' Διάγραμμα (ΔP-γενεά) Poiseuille');
set(fig1,'NumberTitle','off');
plot(y,x1,'-ro','Linewidth',2,'Markersize',7)
hold on
plot(y,x2,'-bx','Linewidth',2,'Markersize',7)
plot(y,x3,'-g+','Linewidth',2,'Markersize',7)
ylabel('ΔP (Pa)');
xlabel('Αριθμός γενεών');
legend({'μοντέλο Weibel A','μοντέλο Finlay ','μοντέλο Soong
'},'FontSize',10)
title(' Διάγραμμα ΔP-γενεά ')
hold off

% Υπολογισμός Δρ με τον (2) τύπο

%(προσθήκη της πτώσης πίεσης λόγω επιτάχυνσης)

%Dp2w : Πίνακας με στοιχεία τα ΔP μεταξύ των γενεών
% το άθροισμα των οποίων μας δίνει το συνολικό ΔP με τον 2ο τύπο και
το
%μοντέλο Weibel
%Dp2f , Dp2s αντίστοιχα

for i=1:24
    if i<24
        Dp2w(i)=Dp1w(i)+(0.5*r.*(Vw(i)^2-Vw(i+1)^2));
        Dp2f(i)=Dp1f(i)+(0.5*r.*(Vf(i)^2-Vf(i+1)^2));
        Dp2s(i)=Dp1s(i)+(0.5*r.*(Vs(i)^2-Vs(i+1)^2));
    else
        Dp2w(i)=Dp1w(i);
        Dp2f(i)=Dp1f(i);
        Dp2s(i)=Dp1s(i);
    end
end
end

```

```

disp(' Η συνολική πτώση πίεσης με την προσθήκη της πτώσης πίεσης
λόγω επιτάχυνσης με το μοντέλο του Weibel είναι :'),sum(Dp2w)
disp(' Η συνολική πτώση πίεσης με την προσθήκη της πτώσης πίεσης
λόγω επιτάχυνσης με το μοντέλο του Finlay είναι :'),sum(Dp2f)
disp(' Η συνολική πτώση πίεσης με την προσθήκη της πτώσης πίεσης
λόγω επιτάχυνσης με το μοντέλο του Soong είναι :'),sum(Dp2s)
x4=Dp2w;
x5=Dp2f;
x6=Dp2s;
y=1:1:24;
fig2=figure(2);
set(fig2,'Name',' Διάγραμμα ΔΡ-γενεά (Πτώση πίεσης λόγω επιτάχυνσης)
');
set(fig2,'NumberTitle','off');
set(fig2,'color','w');
plot(y,x4,'-ro','Linewidth',2,'Markersize',7)
hold on
plot(y,x5,'-bx','Linewidth',2,'Markersize',7)
plot(y,x6,'-g+','Linewidth',2,'Markersize',7)
ylabel('ΔΡ (Pa)');
xlabel('Αριθμός γενεών');
legend({'μοντέλο Weibel A','μοντέλο Finlay ','μοντέλο Soong
'},'FontSize',10)
title(' Διάγραμμα ΔΡ-γενεά ')
hold off

% Υπολογισμός πτώσης πίεσης με τον (3) τύπο
for i=1:24
    Dp3w(i)=Dp2w(i).*(1.5+0.0035*Rew(i));
    Dp3f(i)=Dp2f(i).*(1.5+0.0035*Ref(i));
    Dp3s(i)=Dp2s(i).*(1.5+0.0035*Res(i));
end
% Δημιουργία διαγραμμάτων
x7=Dp3w;
x8=Dp3f;
x9=Dp3s;
y=1:24;
fig3=figure(3);
set(fig3,'Name','Διάγραμμα ΔΡ-γενεά (εμπειρικός τύπος)');
set(fig3,'NumberTitle','off');
plot(y,x7,'-ro','Linewidth',2,'Markersize',7)
hold on
plot(y,x8,'-bx','Linewidth',2,'Markersize',7)
plot(y,x9,'-g+','Linewidth',2,'Markersize',7)
ylabel('ΔΡ (Pa)');
xlabel('Αριθμός γενεών');
legend({'μοντέλο Weibel A','μοντέλο Finlay ','μοντέλο Soong
'},'FontSize',10)
title(' Διάγραμμα ΔΡ-γενεά ')
hold off

```