ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Υπολογιστική σύγκριση ευρετικών και αναλυτικών μεθοδολογιών επίλυσης προβλημάτων μεικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για βελτιστοποίηση προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας

Βασίλης Μπαλτάς

Επιβλέπων: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2017

© 2017 Βασίλης Μπαλτάς

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Δημήτριος Παντελής Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλα θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον κ. Γεώργιο Κοζανίδη, Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την ευκαιρία που μου παρείχε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα καθώς και για την πολύτιμη καθοδήγηση και τη βοήθειά του καθ' όλη τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, τον κ. Δημήτριο Παντελή και τον κ. Γεώργιο Σαχαρίδη για την προσεκτική ανάγνωση της διπλωματικής μου εργασίας. Τέλος, θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου για τη συνεχή υποστήριξή τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Βασίλης Μπαλτάς

Υπολογιστική σύγκριση ευρετικών και αναλυτικών μεθοδολογιών επίλυσης προβλημάτων μεικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για βελτιστοποίηση προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας

ΒΑΣΙΛΗΣ ΜΠΑΛΤΑΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2017

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης, Επίκουρος Καθηγητής Μεθόδων Βελτιστοποίησης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται το πρόβλημα της εύρεσης των βέλτιστων προσφορών προς υποβολή ενός παραγωγού που συμμετέχει σε μια αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλαπλών περιόδων λειτουργίας. Γίνεται η υπόθεση πως ο παραγωγός γνωρίζει τη ζήτηση για ενέργεια σε κάθε περίοδο καθώς και τις προσφορές και τα κόστη εκκίνησης των υπόλοιπων μονάδων παραγωγής. Το πρόβλημα μορφοποιείται ως ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού. Στο ανώτερο επίπεδο ο παραγωγός θέλει να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, ενώ στο κατώτερο επίπεδο ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (Independent System Operator) εκκαθαρίζει την αγορά και καθορίζει την ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει ο κάθε συμμετέχων παραγωγός, έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση για ενέργεια σε κάθε περίοδο στο ελάχιστο συνολικό κόστος βάσει των προσφορών που υποβάλλονται. Αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος για την επίλυση του διεπίπεδου προβλήματος για μία χρονική περίοδο, ο οποίος εγγυάται την εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης, και στη συνέχεια επεκτείνεται και για την περίπτωση πολλαπλών χρονικών περιόδων. Πρέπει να τονιστεί πως στην περίπτωση των πολλαπλών περιόδων η τελική λύση ενδέχεται να μην είναι η ολικά βέλτιστη, είναι όμως μια πολύ ικανοποιητική προσέγγιση αυτής. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η εφαρμογή του αλγορίθμου τόσο για την περίπτωση μιας αγοράς με χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού μίας περιόδου όσο και για την

περίπτωση μιας αγοράς με χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού τεσσάρων περιόδων. Τέλος, παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα από το σύνολο των τριάντα πέντε πειραμάτων που πραγματοποιήσαμε χρησιμοποιώντας τον ευρετικό αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος πολλαπλών χρονικών περιόδων. Παρουσιάζεται έτσι η απόδοσή του και αποδεικνύεται η μεγάλη ακρίβειά του, στοιχεία που τον καθιστούν κατάλληλο για την επίλυση προβλημάτων μεγάλου μεγέθους.

ABSTRACT

This thesis deals with the problem of finding the optimal price-bids of an energy producer participating in a day-ahead electricity market over a multi-period planning horizon. It is assumed that the producer is aware of the demand for energy in each period as well as of the bids and start-up costs of the remaining production units. The problem is formulated as a mixed integer bilevel optimization model. At the upper level, the producer seeks to maximize his profit, while at the lower level an Independent System Operator clears the market and determines the energy quantity produced by each participant in order to satisfy the demand of each period at the minimum total cost based on the bids submitted. An algorithm is developed for the solution of the single-period bilevel problem, which finds the global optimal solution; this algorithm is extended to the case of a multi-period planning horizon. It should be pointed out that, in the multi-period case, the final solution may not be the global optimal one; nevertheless, it is usually a high quality solution that approximates the global optimal one satisfactorily. Subsequently, the application of the algorithm is presented both in the case of a market with a single-period planning horizon, as well as in the case of a market with a four-period planning horizon. Finally, the experimental results of the thirty five experiments we performed using the heuristic algorithm to solve the problem of multi-period scheduling are presented and evaluated. Its efficiency, as well as its high performance are demonstrated, which make this algorithm suitable for the solution of large scale problems.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζονται πληροφορίες εισαγωγικού χαρακτήρα που αφορούν τις αγορές ενέργειας, τη σημασία τους και τον τρόπο λειτουργίας τους. Οι πληροφορίες αυτές δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο αυτής της διπλωματικής εργασίας. Επιπλέον, περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές ενότητες της εργασίας.

1.1 Η σημασία της ενέργειας

Την ημέρα που ο άνθρωπος ανακάλυψε τη φωτιά, την πρώτη δηλαδή μορφή ενέργειας, η ανθρωπότητα εγκατέλειψε για πάντα το σκοτάδι και εισήλθε σε μια νέα εποχή. Η εποχή αυτή χαρακτηριζόταν από ταχύτατους ρυθμούς εξέλιξης - προόδου, σε σχέση με το παρελθόν, γεγονός που οφείλεται στην εκμετάλλευση της πρώτης ενεργειακής πηγής.

Στο πέρασμα των αιώνων, ο άνθρωπος συνέχισε να ανακαλύπτει ολοένα και περισσότερες μορφές εκμεταλλεύσιμων ενεργειακών πηγών, επιταχύνοντας ακόμη περισσότερο την εξελικτική πορεία του. Συγχρόνως, όμως ολοένα και περισσότερο, αυξανόταν και η εξάρτησή του απ' αυτές, ώστε σήμερα να βρισκόμαστε στο σημείο εκείνο όπου η δυνατότητα χρήσης της βασικότερης ίσως μορφής ενέργειας, της ηλεκτρικής, να αποτελεί προϋπόθεση αξιοπρεπούς και όχι μόνο, επιβίωσης για τον καθένα από εμάς, άρα και κοινωνικό αγαθό.

Εκτός όμως αυτού, η ηλεκτρική ενέργεια αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την τόνωση της ανταγωνιστικότητας, αλλά και την ανάπτυξη της οικονομίας κάθε τόπου. Η παραγωγή και εκμετάλλευση της ηλεκτρικής ενέργειας με ανταγωνιστικούς όρους οδηγεί με βεβαιότητα σε οικονομική άνθιση. Για να συμβεί όμως αυτό, υπό το υφιστάμενο καθεστώς της παγκοσμιοποίησης των οικονομιών, απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η εξασφάλιση ελεύθερου ανταγωνισμού στη διαδικασία παραγωγής, διανομής και μεταφοράς της, τόσο σε εθνικό, όσο και σε διεθνές επίπεδο.

1.2 Σχετικά με τις αγορές ενέργειας

Οι αγορές ενέργειας είναι αγορές στις οποίες το προϊόν προς προμήθεια και ανταλλαγή είναι η ενέργεια. Οι αγορές ενέργειας μπορεί να αναφέρονται εκτός από την εμπορευματοποίηση της ηλεκτρικής ενέργειας και σε άλλες μορφές ενέργειας. Η δημιουργία τέτοιων αγορών είναι αποτέλεσμα της ανάπτυξης μιας αντίστοιχης ενεργειακής πολιτικής από την κυβέρνηση μιας χώρας η οποία ενθαρρύνει την σύσταση μιας βιομηχανίας ενέργειας με τέτοιον τρόπο ώστε να διευκολύνει τον ελεύθερο και υγιή ανταγωνισμό προς όφελος του καταναλωτή. Η λογική της λειτουργίας της αγοράς με τον τρόπο αυτό βασίζεται σε σενάρια πλήρους ανταγωνισμού, καθώς οι πολλοί μικροπαραγωγοί θα ανταγωνίζονται για να πετύχουν μεγαλύτερη απορρόφηση της ζήτησης και στα πλαίσια αυτά θα προσφέρουν την ενέργεια σε χαμηλότερη τιμή που θα εξασφαλίζει τη συμμετοχή τους στην αγορά.

Η λειτουργία της αγοράς ενέργειας και η ασκούμενη ενεργειακή πολιτική παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Αν και ο συγκεκριμένος σχεδιασμός της αγοράς που έχει υιοθετηθεί διαφέρει από χώρα σε χώρα, πολλές από τις βασικές αρχές παραμένουν λίγο πολύ οι ίδιες. Οι περισσότεροι σχεδιασμοί έχουν θεσπίσει μία χονδρική και μία λιανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας που λειτουργούν σε μακροπρόθεσμους και βραχυπρόθεσμους χρονικούς ορίζοντες. Στο πλαίσιο του ημερήσιου προγραμματισμού της χονδρικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, οι παραγωγοί υποβάλλουν ελεύθερα προσφορές (οι οποίες συνήθως υπόκεινται σε κάποιο ανώτατο όριο) για την παραγωγή ενέργειας. Ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (**Independent System Operator**), εκκαθαρίζει την αγορά, κατανέμοντας ποσότητες ενέργειας στους συμμετέχοντες παραγωγούς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που απαιτείται για την ικανοποίηση της ζήτησης για ενέργεια, βάσει των προσφορών που υποβάλλονται.

Στην Ελλάδα τον ρόλο αυτού του διαχειριστή έχει η Ανώνυμη Εταιρεία Διαχείρισης Ελληνικού Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΔΕΣΜΗΕ). Ο ΔΕΣΜΗΕ φροντίζει να υπάρχει ανά πάσα στιγμή ισορροπία παραγωγής και κατανάλωσης και η ενέργεια να παρέχεται κατά τρόπο αξιόπιστο, ασφαλή και ποιοτικά αποδεκτό. Ακόμη αξίζει να αναφερθεί πως στην Ελλάδα, στον τομέα της παραγωγής συμμετέχουν, με τα κάτωθι περίπου ποσοστά, οι:

- Δ.Ε.Η. (60%)

- Εναλλακτικοί παραγωγοί (15%)
- Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας (25%)

1.3 Σημασία των αγορών ενέργειας

Οι κυριότεροι δύο λόγοι για τη δημιουργία μιας αγοράς ενέργειας είναι οι ακόλουθοι: η εξασφάλιση της ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος ενέργειας και η διευκόλυνση της οικονομικότερής του λειτουργίας.

Η ασφάλεια αποτελεί την πιο σημαντική πτυχή της λειτουργίας του συστήματος, είτε πρόκειται για μια ελεγχόμενη λειτουργία είτε για μια αναδιαρθρωμένη αγορά ενέργειας. Σε ένα ελεγχόμενο περιβάλλον, η ασφάλεια μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση των διαφορετικών υπηρεσιών που διατίθενται στην αγορά. Η οικονομική λειτουργία της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας θα μειώσει το κόστος χρησιμοποίησης ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτό αποτελεί και ένα πρωταρχικό κίνητρο για την αναδιάρθρωση και την ενίσχυση της ασφάλειας του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας μέσω των οικονομικών του. Για να συμβεί αυτό, πρέπει να σχεδιαστούν κατάλληλες στρατηγικές στις αγορές βασισμένες στις απαιτήσεις του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Για παράδειγμα, χρηματοδοτικά μέσα, όπως οι συμβάσεις για τις διαφορές (Contracts For Differences - CDFs), οι συμβάσεις για τη συμφόρηση κατά τη μεταφορά (Transmission Congestion Contracts - TCCs) και τα δικαιώματα μεταφοράς ανά εταιρία (Firm Transmission Rights - FTRs), θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την αντιστάθμιση των κινδύνων μεταβλητότητας. Εκτός αυτού, εργαλεία παρακολούθησης επινοούνται σε αρκετές αγορές ώστε να αποφευχθεί μια πιθανή κυριαρχία των ισχυρών στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας.

1.4 Επισκόπηση διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται ως εξής :

- **Κεφάλαιο 1** : Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις αγορές ενέργειας και παρουσιάζεται η επισκόπηση της εργασίας.

- **Κεφάλαιο 2** : Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στο μεικτό ακέραιο διεπίπεδο προγραμματισμό και παρατίθεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση του προβλήματος που μελετάται.

- **Κεφάλαιο 3** : Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνεται το πρόβλημα που μελετάται και αναπτύσσεται το μαθηματικό μοντέλο που το περιγράφει. Ακόμη παρουσιάζονται οι εναλλακτικές μέθοδοι αποζημίωσης των παραγωγών ενέργειας.

- **Κεφάλαιο 4** : Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται ο αλγόριθμος επίλυσης του διεπίπεδου προβλήματος τόσο για την περίπτωση μίας χρονικής περιόδου όσο και για την περίπτωση πολλαπλών χρονικών περιόδων.

- **Κεφάλαιο 5** : Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου σε ένα παράδειγμα για μία χρονική περίοδο αλλά και σε ένα παράδειγμα τεσσάρων χρονικών περιόδων.

- **Κεφάλαιο 6** : Στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του αλγορίθμου σε τριάντα πέντε πειράματα.

- **Κεφάλαιο 7** : Στο τελευταίο κεφάλαιο υπάρχει ο επίλογος της εργασίας και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΜΕΙΚΤΟ ΑΚΕΡΑΙΟ ΔΙΕΠΙΠΕΔΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ

2.1 Γενικά περί διεπίπεδου προγραμματισμού

Ο πολυεπίπεδος προγραμματισμός είναι ένας κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού που ασχολείται με προγράμματα των οποίων το εφικτό σύνολο λύσεων καθορίζεται από μία σειρά ένθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η περίπτωση που έχει μελετηθεί περισσότερο από ερευνητές είναι αυτή των μοντέλων δύο επιπέδων, όπου δηλαδή στο αρχικό πρόβλημα βελτιστοποίησης περιέχεται εμφωλευμένο μέσα στους περιορισμούς ένα ακόμη πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Τα προβλήματα Διεπίπεδου Προγραμματισμού παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά από τον V. Stackelberg (1934). Μπορούν να θεωρηθούν ως ένα παιχνίδι δύο ατόμων, με τους δύο ιθύνοντες λήψης αποφάσεων να παίρνουν τις αποφάσεις ιεραρχικά. Ο πρώτος ιθύνων λήψης αποφάσεων (που ονομάζεται ηγέτης) ελέγχει ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος, και προσπαθεί να λύσει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο περιλαμβάνει στο σύνολο των περιορισμών του ένα δεύτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης που επιλύεται από τον δεύτερο ιθύνοντα λήψης αποφάσεων (που ονομάζεται ακόλουθος), ο οποίος ελέγχει τις υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης. Σε γενικές γραμμές, ένα πρόγραμμα δύο επιπέδων είναι μη-κυρτό, και η εξεύρεση του συνολικού βέλτιστου είναι ένα δύσκολο έργο.

Τα μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού δύο επιπέδων προκύπτουν στο πλαίσιο εφαρμογής διαφόρων διεπιστημονικών πεδίων, όπως ο γεωργικός σχεδιασμός, ο οικονομικός προγραμματισμός, η βελτιστοποίηση πολεμικών επιχειρήσεων, ο σχεδιασμός των μεταφορών, η βέλτιστη τιμολόγηση, ο προγραμματισμός της παραγωγής, η βέλτιστη κατανομή των πόρων κλπ.

2.2 Μαθηματικό μοντέλο προβλημάτων διεπίπεδου Προγραμματισμού

Σε κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης αντιστοιχεί ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο περιγράφει με μαθηματικούς όρους το πρόβλημα και επιλύεται με συγκεκριμένες μεθόδους. Το γενικό μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει τα προβλήματα μεικτού διεπίπεδου γραμμικού προγραμματισμού είναι το παρακάτω:

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$Min\ F(x,y) \quad , x \in X$$

Περιορισμοί:

$$\begin{aligned} \text{s.t.}\quad & G(x,y) \leq 0 \\ & Min\ f(x,y) \quad , \ y \in Y \\ & \text{s.t.}\ \ g(x,y) \leq 0 \\ & \qquad x, y \geq 0 \end{aligned}$$

Οι μεταβλητές απόφασης του παραπάνω μοντέλου χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στις μεταβλητές ανώτερου επιπέδου x και στις μεταβλητές κατώτερου επιπέδου y. Αντίστοιχα, οι συναρτήσεις *F* και *f* ονομάζονται αντικειμενικές συναρτήσεις ανώτερου και κατώτερου επιπέδου και οι συναρτήσεις *G* και *g* περιορισμοί ανώτερου και κατώτερου επιπέδου.

2.3 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Ένα σημαντικό κομμάτι της σχετικής έρευνας έχει αντιμετωπίσει το πρόβλημα της ανάπτυξης βέλτιστων στρατηγικών υποβολής προσφορών για παραγωγούς ενέργειας οι οποίοι συμμετέχουν σε μία αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας. Πολλές από τις δημοσιευμένες εργασίες (π.χ., Garcia-Martos et al., 2007) προτείνουν μεθόδους πρόβλεψης για την πρόγνωση της τιμής εκκαθάρισης της αγοράς, δεδομένου ότι το κέρδος του κάθε παραγωγού εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από την τιμή αυτή. Άλλοι συγγραφείς (π.χ., Ragupathi and Das, 2004) έχουν αναπτύξει στοχαστικά μοντέλα προγραμματισμού, προκειμένου να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες που παρουσιάζουν ορισμένες από τις παραμέτρους του προβλήματος. Η παρούσα ανασκόπηση εστιάζεται κυρίως σε διεπίπεδα μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού που έχουν αναπτυχθεί για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας.

Οι περισσότεροι συγγραφείς που έχουν αναπτύξει διεπίπεδα μοντέλα προγραμματισμού για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούν είτε μια κατάλληλη αναδιατύπωση του προβλήματος, είτε μια ευρετική διαδικασία, για την επίλυσή του. Οι Weber and Overbye (2002) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης που μεγιστοποιεί την ευημερία του μεμονωμένου παραγωγού και πρότειναν έναν επαναληπτικό αλγόριθμο αναζήτησης για την επίλυσή του. Χρησιμοποίησαν επίσης τον αλγόριθμο αυτόν για τον προσδιορισμό σημείων ισορροπίας Nash. Οι Gountis and Bakirtzis (2004) και Fampa et al. (2008) ανέπτυξαν διεπίπεδα στοχαστικά μοντέλα βελτιστοποίησης για το ίδιο πρόβλημα. Στο πρώτο άρθρο, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν προσομοίωση Monte-Carlo και γενετικούς αλγόριθμους για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, ενώ στη δεύτερη, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν μια ευρετική διαδικασία και μια μεικτή ακέραια αναδιατύπωση του προβλήματος. Μεταξύ άλλων, οι Pereira et al. (2005), Barroso et al. (2006), Bakirtzis et al. (2007) και Ruiz and Conejo (2009) ανέπτυξαν διεπίπεδα μοντέλα βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν τις συνθήκες βελτιστότητας πρώτης τάξης του κάτω προβλήματος προκειμένου να μετατρέψουν αυτά τα μοντέλα σε μαθηματικά προβλήματα με περιορισμούς ισορροπίας (mathematical problems with equilibrium constraints). Τα προκύπτοντα μη γραμμικά προβλήματα μετατράπηκαν στη συνέχεια σε μεικτά ακέραια γραμμικά προβλήματα μέσω κατάλληλων μορφοποιήσεων και επιλύθηκαν μέσω γενικών λογισμικών βελτιστοποίησης. Οι Li et al. (2004) ανέπτυξαν επίσης ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και το χρησιμοποίησαν για την αναζήτηση σημείων ισορροπίας Nash. Οι Hu and Ralph (2007) εξέτασαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο μετέτρεψαν σε ένα μαθηματικό πρόγραμμα με περιορισμούς ισορροπίας. Στη συνέχεια, απέδειξαν ικανές συνθήκες για αμιγούς-στρατηγικής (pure-strategy) σημεία ισορροπίας Nash. Οι Hobbs et al. (2000) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν έναν αλγόριθμο ποινής εσωτερικών σημείων (penalty interior point algorithm) για την επίλυσή του. Οι Li and Shahidehpour (2005) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν συναρτήσεις ευαισθησίας και μια πρωτεύουσα-δυϊκή μεθοδολογία εσωτερικών σημείων (primal-dual interior point method) προκειμένου να το επιλύσουν.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται δυαδικές μεταβλητές για τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων παραγωγής ενέργειας και επιβάλλονται αυστηρώς θετικά κάτω όρια για τις ποσότητες ενέργειας που οι μονάδες αυτές θα προσφέρουν αν συμμετάσχουν στην αγορά. Αυτή η επιλογή προσδίδει ισχυρά συνδυαστικές ιδιότητες στο μοντέλο μας, με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η χρήση συνθηκών βελτιστότητας πρώτης τάξης για την απλοποίηση της μορφοποίησης. Εκμεταλλευόμενοι σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού παρουσιάζουμε αρχικά μια αλγοριθμική μεθοδολογία, η οποία εγγυάται την εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης για την περίπτωση της αγοράς προγραμματισμού μίας χρονικής περιόδου, και στη συνέχεια την επεκτείνουμε για την περίπτωση της αγοράς προγραμματισμού πολλαπλών χρονικών περιόδων. Στην περίπτωση των πολλαπλών περιόδων η τελική λύση ενδέχεται να μην είναι η ολικά βέλτιστη, είναι όμως μια πολύ ικανοποιητική προσέγγιση αυτής, καθώς αποτελείται από λύσεις που αποτελούν τοπικά μέγιστα για τα υποπροβλήματα που προέκυψαν από την επιμέρους επίλυση του κύριου προβλήματος για κάθε χρονική περίοδο ξεχωριστά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΠΡΟΣΦΟΡΩΝ ΣΕ ΑΓΟΡΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

3.1 Διατύπωση του προβλήματος

Στην παρούσα εργασία θεωρούμε ένα σύνολο μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που συμμετέχουν σε μια αγορά προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλών περιόδων λειτουργίας (σε ημερήσιο, εβδομαδιαίο ή και άλλο ορίζοντα-βάση λειτουργίας). Οι παραγωγοί υποβάλλουν τιμές-προσφορές (bids) για κάθε περίοδο του ορίζοντα λειτουργίας σε έναν ανεξάρτητο διαχειριστή του συστήματος (**Independent System Operator – ISO**), ο οποίος εκκαθαρίζει την αγορά και καθορίζει την εκκίνηση και την ποσότητα ενέργειας κάθε μονάδας παραγωγής, εξασφαλίζοντας ότι η συνολική ζήτηση ενέργειας ικανοποιείται στο ελάχιστο συνολικό κόστος για το σύστημα, βάσει των προσφορών που υποβάλλονται. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά της κάθε μονάδας παραγωγής (ελάχιστο και μέγιστο παραγωγής), καθώς και το κόστος εκκίνησης είναι σταθερά και γνωστά στον ISO. Αφού καθοριστεί η συνολική ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει ο κάθε παραγωγός, υιοθετείται ένα σύστημα πληρωμών-εκκαθάρισης που αποζημιώνει κάθε συμμετέχοντα παραγωγό, με την πλήρη καταβολή του κόστους εκκίνησής του και την τιμή εκκαθάρισης της αγοράς για κάθε MWh που αυτός παρέχει στο σύστημα.

Κάθε παραγωγός αντιμετωπίζει το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης τιμής προσφοράς, της προσφοράς δηλαδή που θα πρέπει να υποβάλλει έτσι ώστε μετά την εκκαθάριση της αγοράς από τον ISO και τον προσδιορισμό των ποσοτήτων ενέργειας όλων των συμμετεχουσών μονάδων, το κέρδος του να μεγιστοποιείται.

Στην παρούσα εργασία εξετάζουμε το πρόβλημα από τη σκοπιά ενός μοναδικού παραγωγού χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο μοντέλο για να το περιγράψουμε. Υποθέτοντας ότι έχει πλήρη γνώση των παραμέτρων της αγοράς, δηλαδή των τεχνικών χαρακτηριστικών, των στοιχείων κόστους και των προσφορών των άλλων μονάδων παραγωγής καθώς και της ζήτησης για ενέργεια, θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή προσφοράς για ενέργεια που θα πρέπει να υποβάλλει, έτσι ώστε μετά την εκκαθάριση της αγοράς να μεγιστοποιήσει το κέρδος του. Ο παραγωγός αυτός ονομάζεται και **στρατηγικός παραγωγός**. Πρέπει να τονιστεί ότι ακόμα και όταν ένας τέτοιος παραγωγός έχει πλήρη ενημέρωση των παραμέτρων της αγοράς, το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του κέρδους που αντιμετωπίζει είναι διεπίπεδο.

3.2 Μαθηματικό μοντέλο χρονικού ορίζοντα μιας περιόδου

Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου για χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου δίνεται η ονοματολογία των συνόλων-δεικτών, των μεταβλητών απόφασης καθώς και των παραμέτρων του προβλήματος.

Σύνολα:

N : Μονάδες παραγωγής, με δείκτη n

Μεταβλητές απόφασης:

P_1: Τιμή προσφοράς ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού (1η μονάδα)

Q_n: Ποσότητα ενέργειας του παραγωγού n

Z_n: Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα n παράγει θετική ποσότητα ενέργειας, και 0 διαφορετικά

p: Σκιώδης τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς που εξασφαλίζει την ικανοποίηση της ζήτησης (οριακή τιμή συστήματος)

Παράμετροι:

P_n : Τιμή προσφοράς ενέργειας του παραγωγού n

k_n: Τεχνικό μέγιστο του παραγωγού n

m_n: Τεχνικό ελάχιστο του παραγωγού n

P^{max}: Ανώτατο όριο για την τιμή προσφοράς ενέργειας του παραγωγού

1(στρατηγικός παραγωγός)

C_1: Μοναδιαίο κόστος παραγωγής του παραγωγού 1

SUC_n: Κόστος εκκίνησης του παραγωγού n

D: Ζήτηση ενέργειας

Ο στρατηγικός παραγωγός αντιμετωπίζει το πρόβλημα διεπίπεδης βελτιστοποίησης το οποίο περιέχει στους περιορισμούς του το πρόβλημα ελαχιστοποίησης που καλείται να λύσει ο ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (ISO). Τα δύο αυτά προβλήματα δεν γίνεται να διαχωριστούν, συνεπώς το πρόβλημα του στρατηγικού παραγωγού δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί μεμονωμένα. Στα πλαίσια του διεπίπεδου προγραμματισμού, αυτά τα δύο προβλήματα ονομάζονται **ανώτερου** και **κατώτερου επιπέδου** αντίστοιχα.

Τελικά το πρόβλημα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε μοντελοποιείται ως εξής:

$$Max\ F = (p - c_1)Q_1 \tag{3.1}$$

$$\text{s.t.} \quad c_1 \leq P_1 \leq P^{max} \tag{3.2}$$

$$Min_{\ Z_n,Q_n}\ f = \sum_1^N (P_n Q_n + SUC_n Z_n) \tag{3.3}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_1^N Qn = D \tag{3.4}$$

$$Z_n m_n \leq Q_n \leq Z_n k_n,\ \forall\ n \in N \tag{3.5}$$

$$Z_n\ \text{δυαδική},\ \forall\ n \in N \tag{3.6}$$

$$Q_n \geq 0,\ \forall\ n \in N \tag{3.7}$$

Η σχέση (3.1) είναι η αντικειμενική συνάρτηση ανώτερου επιπέδου και μεγιστοποιεί το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού. Το κέρδος αυτό εξαρτάται από την τιμή εκκαθάρισης της αγοράς, p, που είναι η σκιώδης τιμή του περιορισμού κατώτερου επιπέδου εκκαθάρισης της αγοράς (3.4), ο οποίος εξασφαλίζει την ικανοποίηση της ζήτησης. Παρόλο που το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου (3.3)-

(3.7) είναι ένα μεικτό ακέραιο πρόγραμμα και δεν έχει σκιώδεις τιμές σύμφωνα με τον παραδοσιακό ορισμό, η τιμή του μπορεί να υπολογιστεί με τη διαδικασία που έχει προταθεί από τους O' Neill et al. (2005). Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει πρώτα τη λήψη της βέλτιστης λύσης του αρχικού μεικτού ακέραιου μοντέλου, και στη συνέχεια, την επίλυση του συνεχούς μοντέλου που προκύπτει αφού οι αρχικές ακέραιες μεταβλητές τεθούν ίσες με τις βέλτιστες τιμές τους σε αυτήν τη λύση. Σύμφωνα με τη θεωρία της οριακής τιμολόγησης, οι μονάδες ενέργειας αποζημιώνονται με τη σκιώδη τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς που υπολογίζεται με αυτόν τον τρόπο. Επίσης στην αντικειμενική συνάρτηση (3.1) δεν περιλαμβάνεται το κόστος εκκίνησης του πρώτου παραγωγού διότι σύμφωνα με τους κανόνες της αγοράς, όλοι οι παραγωγοί ενέργειας αποζημιώνονται πλήρως για το συγκεκριμένο κόστος.

Ο περιορισμός (3.2) επιβάλλει ένα κάτω κι ένα άνω όριο στην τιμή προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού. Τα συγκεκριμένα όρια επιβάλλονται από κανόνες της αγοράς, σύμφωνα με τους οποίους η τιμή προσφοράς ενός παραγωγού δεν μπορεί να είναι μικρότερη από το μοναδιαίο κόστος παραγωγής του και μεγαλύτερη από μία δεδομένη τιμή που είναι γνωστή και ως price-cap.

Οι σχέσεις (3.3) – (3.7) ορίζουν το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου. Η αντικειμενική συνάρτηση (3.3) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος για την ενέργεια που παρέχεται στο σύστημα. Ο περιορισμός (3.4) εκκαθαρίζει την αγορά, δηλαδή εξασφαλίζει πως η ζήτηση για ενέργεια θα ικανοποιηθεί. Ο περιορισμός (3.5) εγγυάται ότι οι ποσότητες ενέργειας που θα ανατεθούν σε κάθε μονάδα παραγωγής δεν θα παραβιάζουν το αντίστοιχο τεχνικό ελάχιστο και μέγιστο. Ακόμη οι περιορισμοί (3.6) και (3.7) επιβάλλουν δυαδικότητα και μη-αρνητικότητα, αντίστοιχα, στις μεταβλητές απόφασης του κάτω επιπέδου.

Το πρόβλημα (3.1)-(3.7) είναι ένα μεικτό ακέραιο διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης. Η ύπαρξη των αδιαιρετοτήτων που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων παραγωγής με δυαδικές μεταβλητές και οι περιορισμοί για το τεχνικό ελάχιστό τους διαφοροποιούν τη μορφοποίηση αυτή από άλλες παρόμοιες που έχουν αναπτυχθεί στο παρελθόν. Μια βασική ιδιότητα του προβλήματος (3.1)-(3.7) είναι ότι μπορεί να μην έχει βέλτιστη λύση, ακόμη κι όταν υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν η βέλτιστη λύση του προβλήματος του κάτω επιπέδου δεν είναι μοναδική. Ας εξετάσουμε, για παράδειγμα, την περίπτωση κατά την οποία το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού μεγιστοποιείται για μια συγκεκριμένη τιμή του

P_1 . Ας υποτεθεί τώρα ότι, γι' αυτή τη συγκεκριμένη τιμή, η βέλτιστη λύση του κάτω προβλήματος δεν είναι μοναδική, αλλά αντί αυτού, υπάρχουν δύο βέλτιστες λύσεις τέτοιες ώστε ο στρατηγικός παραγωγός συμμετέχει στην αγορά (Z_1=1) και μάλιστα μεγιστοποιεί το κέρδος του στην πρώτη, ενώ ο ίδιος δεν συμμετέχει στην αγορά (Z_1=0) και αντιλαμβάνεται μηδενικό κέρδος στη δεύτερη.

Η βασική θεωρία της διεπίπεδης βελτιστοποίησης (Dempe, 2002) δεν επιτρέπει τη συνεργασία οποιασδήποτε μορφής μεταξύ του άνω και του κάτω επιπέδου λήψης απόφασης. Ο παίκτης του άνω επιπέδου πάντοτε επιλέγει πρώτος τις τιμές των μεταβλητών απόφασης που θεωρεί πιο συμφέρουσες. Στη συνέχεια, με τις τιμές αυτές δεδομένες, ο παίκτης του κάτω επιπέδου έπεται και βρίσκει τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που βρίσκονται υπό τον έλεγχό του. Γίνεται φανερό από το γεγονός αυτό, ότι ο πρώτος παίκτης δεν έχει κανέναν τρόπο να εξαναγκάσει το δεύτερο στην επιλογή μιας συγκεκριμένης βέλτιστης λύσης για το κάτω επίπεδο, όταν υπάρχουν εναλλακτικές τέτοιες λύσεις. Συνεπώς, στο σύντομο υποθετικό σενάριο που περιγράφεται παραπάνω, δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι ο στρατηγικός παραγωγός θα επιτύχει όντως το μέγιστο κέρδος του.

Αρκετές προσεγγίσεις έχουν προταθεί για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος, οι πιο δημοφιλείς από τις οποίες καταφεύγουν σε μια μικρή τροποποίηση του ορισμού του προβλήματος και της αντίστοιχης μορφοποίησής του. Στο πλαίσιο των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας έχουν προταθεί αρκετοί ειδικοί κανόνες, ωστόσο κανένας από αυτούς δεν έχει υιοθετηθεί καθολικά. Στην παρούσα εργασία, υιοθετείται η λεγόμενη **αισιόδοξη προσέγγιση** (Dempe, 2002), σύμφωνα με την οποία κάθε φορά που υφίστανται πολλαπλές βέλτιστες λύσεις για το πρόβλημα του κάτω επιπέδου, επιλέγεται αυτή που είναι πιο συμφέρουσα για το άνω επίπεδο. Η προσέγγιση αυτή προϋποθέτει ότι ο άνω παίκτης έχει πάντα κάποιο τρόπο να εξαναγκάσει τον κάτω παίκτη να επιλέξει μια συγκεκριμένη βέλτιστη λύση για το κάτω πρόβλημα. Έτσι, η θεωρία που αναπτύσσεται στο υπόλοιπο της παρούσας εργασίας αναφέρεται στην αισιόδοξη προσέγγιση του προβλήματος, όπου εξασφαλίζεται η ύπαρξη βέλτιστης λύσης λαμβάνοντας υπ' όψη κάποιους λογικούς κανόνες, και δεν ισχύει απαραίτητα σε διαφορετικές προσεγγίσεις.

3.3 Μαθηματικό μοντέλο χρονικού ορίζοντα πολλαπλών περιόδων

Το μαθηματικό μοντέλο που μελετήθηκε στην προηγούμενη υποενότητα μπορεί να επεκταθεί, έτσι ώστε να περιλαμβάνει κάποια πρόσθετα χαρακτηριστικά του υπό εξέταση προβλήματος. Πιο ρεαλιστική εκδοχή του προβλήματος προκύπτει όταν εξετάζεται ένας χρονικός ορίζοντας T περιόδων (συνήθως T=24, όσες και οι ώρες μιας μέρας) και ο στρατηγικός παραγωγός καλείται να υποβάλλει T προσφορές, μία για κάθε περίοδο του χρονικού ορίζοντα, έτσι ώστε όταν ο ISO εκκαθαρίσει την αγορά το συνολικό αθροιστικό κέρδος του παραγωγού να μεγιστοποιηθεί. Μια σημαντική διαφορά από την προηγούμενη μοντελοποίηση είναι πως η εκκίνηση μιας μονάδας θεωρείται ότι λαμβάνει χώρα μόνο όταν αυτή η μονάδα παράγει θετική ποσότητα ενέργειας μετά από μία ή περισσότερες περιόδους κατά τις οποίες βρισκόταν εκτός λειτουργίας. Συνεπώς το κόστος εκκίνησης της μονάδας συμπεριλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση μόνο μια φορά για κάθε ομάδα διαδοχικών χρονικών περιόδων κατά τις οποίες αυτή η μονάδα συμμετέχει στην αγορά. Ακολουθούν η ονοματολογία και η μορφοποίηση του επαυξημένου προβλήματος.

Σύνολα:

N: Μονάδες παραγωγής, με δείκτη n

T: Χρονικές περίοδοι, με δείκτη t

Μεταβλητές απόφασης:

$P_{1,t}$: Τιμή προσφοράς ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού ($1^{η}$ μονάδα) για την χρονική περίοδο t

$Q_{n,t}$: Ποσότητα ενέργειας του παραγωγού n την χρονική περίοδο t

$Z_{n,t}$: Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα n παράγει θετική ποσότητα ενέργειας την χρονική περίοδο t, και 0 διαφορετικά

$Y_{n,t}$: Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν η κατάσταση της μονάδας n μεταβληθεί από εκτός λειτουργίας στην περίοδο $t-1$ σε λειτουργία στην περίοδο t, και 0 διαφορετικά

p_t: Σκιώδης τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς που εξασφαλίζει την ικανοποίηση της ζήτησης (οριακή τιμή συστήματος) την χρονική περίοδο t

Παράμετροι:

$P_{n,t}$: Τιμή προσφοράς ενέργειας του παραγωγού n την χρονική περίοδο t

k_n: Τεχνικό μέγιστο του παραγωγού n

m_n: Τεχνικό ελάχιστο του παραγωγού n

P^{max}: Ανώτατο όριο για την τιμή προσφοράς ενέργειας του παραγωγού 1(στρατηγικός παραγωγός)

C_1: Μοναδιαίο κόστος παραγωγής του παραγωγού 1

SUC_n: Κόστος εκκίνησης του παραγωγού n

D_t: Ζήτηση ενέργειας την χρονική περίοδο t

Το μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για το πρόβλημα πολλαπλών περιόδων είναι το εξής:

$$Max\ F = \sum_{t=1}^{T}(p_t - c_1)Q_{1,t} \tag{3.8}$$

$$\text{s.t.} \quad c_1 \leq P_{1,t} \leq P^{max}, \quad \forall\ t \in T \tag{3.9}$$

$$Min_{\ Zn,t\ ,\ Qn,t}\ \ f = \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (Pn,t\, Qn,t + SUC_n\, Y_{n,t}) \tag{3.10}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{n=1}^{N} Qn,t\ = Dt \qquad \forall\ t \in T \tag{3.11}$$

$$Z_{n,t}\, m_n \leq Qn,t \leq Z_{n,t}\, k_n\ , \quad \forall\ n \in N,\ \forall\ t \in T \tag{3.12}$$

$$Y_{n,t} \geq Z_{n,t} - Z_{n,t-1}\ , \quad \forall\ n \in N,\ \forall\ t \in T \tag{3.13}$$

$$Z_{n,t}\ ,\ Y_{n,t}\ \ \textit{δυαδικές},\ \ \forall\ n \in N,\ \forall\ t \in T \tag{3.14}$$

$$Q_{n,t} \geq 0\ , \quad \forall\ n \in N,\ \forall\ t \in T \tag{3.15}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι σε αυτή την μορφοποίηση το συνολικό κόστος του συστήματος, δηλαδή η σχέση (3.10), περιλαμβάνει τις δυαδικές μεταβλητές $Y_{n,t}$ και όχι τις μεταβλητές $Z_{n,t}$.Ο περιορισμός (3.13) αναγνωρίζει τη μεταβολή της κατάστασης λειτουργίας της μονάδας n από εκτός λειτουργίας στην περίοδο t *-1* σε κατάσταση λειτουργίας στην περίοδο t, έτσι ώστε να πληρωθεί το κόστος εκκίνησης λειτουργίας της μονάδας αυτής την περίοδο t, όπου μόλις άναψε. Συνεπώς, λόγω του περιορισμού (3.13) απαιτείται γνώση της κατάστασης λειτουργίας κάθε μονάδας παραγωγής κατά την τελευταία περίοδο του προηγούμενου χρονικού ορίζοντα ($Z_{n,0}$). Τα υπόλοιπα μέρη της παραπάνω μορφοποίησης αποτελούν μια απλή επέκταση της μορφοποίησης της ενότητας 3.2 για ένα χρονικό ορίζοντα πολλών περιόδων.

3.4 Μέθοδοι αποζημίωσης παραγωγών

Υπάρχουν δύο εναλλακτικές μέθοδοι σύμφωνα με τις οποίες είναι δυνατόν να αποζημιωθούν οι παραγωγοί ενέργειας όταν συμμετέχουν σε μια αγορά ενέργειας. Και στις δύο μεθόδους ο παραγωγός αποζημιώνεται πλήρως για το κόστος εκκίνησης της μονάδας παραγωγής του. Σύμφωνα με την πρώτη μέθοδο, η τιμή αποζημίωσης είναι ίση με την τιμή προσφοράς του παραγωγού, ενώ σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο είναι ίση με τη σκιώδη τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς που εξασφαλίζει την ικανοποίηση της ζήτησης (p_t). Στην παρούσα εργασία λαμβάνονται και οι δύο τρόποι υπ’ όψιν.

3.4.1 Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Σύμφωνα με αυτή την μέθοδο αποζημίωσης η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς είναι η ακριβής τιμή προσφοράς που υποβάλλεται από τον αντίστοιχο παραγωγό (*pay-as-bid*). Για να γίνει πιο κατανοητό αυτό, θεωρούμε τις υποβληθείσες προσφορές ενός παραγωγού για t χρονικές περιόδους.Η αντικειμενική συνάρτηση η οποία καθορίζει το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παίρνει τη μορφή:

$$Max\ F = \sum_{t=1}^{T} (P_{1,t} - c_1) Q_{1,t}$$

Δηλαδή το συνολικό ποσό σύμφωνα με το οποίο αποζημιώνεται ο παραγωγός αντιστοιχεί στο άθροισμα των προσφορών για όλες τις περιόδους που θα υποβάλει στην αγορά ενέργειας μείον το μοναδιαίο κόστος παραγωγής του. Στο υπόλοιπο κομμάτι της εργασίας, η συγκεκριμένη μέθοδος θα αναφέρεται και με το όνομα ***pay-as-bid***.

3.4.2 Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος

Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς είναι η ίδια για όλους τους παραγωγούς και ονομάζεται **οριακή τιμή του συστήματος** (**System Marginal Price - smp**). Η οριακή τιμή του συστήματος είναι η τιμή που εισπράττουν όλοι όσοι προσφέρουν ενέργεια στο σύστημα καθώς επίσης και η τιμή που πληρώνουν όλοι όσοι παίρνουν ενέργεια από το σύστημα. Είναι ξεχωριστή για κάθε περίοδο του χρονικού ορίζοντα. Στο μεγαλύτερο ποσοστό των αγορών η οριακή τιμή του συστήματος προσδιορίζεται σύμφωνα με τρείς κατευθυντήριες γραμμές. Σε κάποιες περιπτώσεις αυτές οι κατευθυντήριες γραμμές έχουν μικρές διαφοροποιήσεις όμως το κύριο νόημά τους συνοψίζεται σύμφωνα με τα παρακάτω:

1. Αν υπάρχει μια μονάδα n, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου($m_n < Q_{n,t} < k_n$) τότε η σκιώδης τιμή του συστήματος(p_t) είναι ίση με την τιμή προσφοράς της μονάδας αυτής($P_{n,t}$) για την συγκεκριμένη περίοδο.

Για να γίνει πιο κατανοητός ο ορισμός αυτός παρατίθεται ένα μικρό αριθμητικό παράδειγμα. Ακολουθεί πίνακας με τα τεχνικά χαρακτηριστικά(τεχνικό ελάχιστο και μέγιστο), τις τιμές προσφοράς, και τις ποσότητες ενέργειας που ανατίθενται σε 4 μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας για μια περίοδο. Βάσει των ποσοτήτων ενέργειας κάθε μονάδας καθορίζεται ποια θα είναι η οριακή τιμή του συστήματος(smp), σύμφωνα με την οποία θα αποζημιωθούν οι παραγωγοί για την συγκεκριμένη περίοδο.

Μονάδα(n)	m_n	k_n	Τιμή προσφοράς(P_n)	Ποσότητα ενέργειας(Q_n)	Οριακή τιμή συστήματος(smp)
1	250	400	52	400	-
2	200	550	58	350	**58**
3	100	300	56	100	-
4	200	600	60	200	-

Πίνακας 1- Οριακή τιμή συστήματος σύμφωνα με την πρώτη κατευθυντήρια γραμμή

Παρατηρούμε στον πίνακα πως ο δεύτερος παραγωγός θα προσφέρει στο σύστημα 350 MWh ποσότητα η οποία βρίσκεται ανάμεσα στο τεχνικό ελάχιστο και μέγιστο της μονάδας(m_2=200 < 350 < k_2=550). Η πρώτη μονάδα θα παράγει 400 MWh, ποσότητα η οποία αντιστοιχεί στο τεχνικό της μέγιστο ενώ η τρίτη και τέταρτη μονάδα θα παράγουν ποσότητες που αντιστοιχούν στα τεχνικά τους ελάχιστα, 100 και 200 MWh αντίστοιχα. Συνεπώς η οριακή τιμή του συστήματος για την συγκεκριμένη περίοδο είναι η προσφορά του δεύτερου παραγωγού, δηλαδή είναι $p_t = P_2 = 58$ € / MWh και όλοι οι παραγωγοί θα αποζημιωθούν με αυτήν την τιμή.

2. Αν δεν υπάρχει καμία μονάδα n, της οποίας η παραγόμενη ποσότητα ενέργειας τη χρονική περίοδο t να είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου (κατευθυντήρια γραμμή 1) και υπάρχει τουλάχιστον μία που παράγει ποσότητα ίση με το τεχνικό της ελάχιστο, τότε η οριακή τιμή του συστήματος είναι ίση με την ελάχιστη τιμή προσφοράς μεταξύ των μονάδων που παράγουν το τεχνικό τους ελάχιστο.

Ένα παράδειγμα της δεύτερης κατευθυντήριας γραμμής απεικονίζεται στον επόμενο πίνακα.

Μονάδα(n)	m_n	k_n	Τιμή προσφοράς(P_n)	Ποσότητα ενέργειας(Q_n)	Οριακή τιμή συστήματος(smp)
1	250	400	52	250	**52**
2	200	550	58	200	-
3	100	300	56	100	-
4	200	600	60	200	-

Πίνακας 2 - Οριακή τιμή συστήματος σύμφωνα με τη δεύτερη κατευθυντήρια γραμμή

3. Εάν όλες οι συμμετέχουσες μονάδες παράγουν ενέργεια ίση με το τεχνικό τους μέγιστο, τότε η οριακή τιμή του συστήματος είναι ίση με την μέγιστη τιμή προσφοράς μεταξύ των μονάδων που παράγουν το τεχνικό τους μέγιστο.

Ένα παράδειγμα της τρίτης κατευθυντήριας γραμμής απεικονίζεται στον παρακάτω πίνακα.

Μονάδα(n)	m_n	k_n	Τιμή προσφοράς(P_n)	Ποσότητα ενέργειας(Q_n)	Οριακή τιμή συστήματος(smp)
1	250	400	52	400	-
2	200	550	58	550	-
3	100	300	56	300	-
4	200	600	60	600	**60**

Πίνακας 3 - Οριακή τιμή συστήματος σύμφωνα με την τρίτη κατευθυντήρια γραμμή

Στην ουσία, η οριακή τιμή του συστήματος αντιπροσωπεύει το οριακό κόστος για την ενέργεια, δηλαδή το επιπλέον κόστος που πρέπει να καταβληθεί, όταν η ζήτηση αυξάνεται κατά 1 MWh. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί πως στην Ελληνική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας εφαρμόζεται η μέθοδος της οριακής τιμής του συστήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται και αναλύεται ο αλγόριθμος για την επίλυση του διεπίπεδου προβλήματος βελτιστοποίησης, τόσο για χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου όσο και για χρονικό ορίζοντα πολλών περιόδων. Η διαδικασία που ακολουθούμε βασίζεται στην εύρεση των τοπικών μεγίστων του προβλήματος και στη σύγκριση τους με σκοπό τον εντοπισμό του ολικού μέγιστου, του σημείου δηλαδή όπου ο στρατηγικός παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του. Πρέπει να τονιστεί πως στην περίπτωση του προβλήματος μίας περιόδου ο αλγόριθμος εγγυάται την εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης, ενώ στην περίπτωση των πολλαπλών περιόδων η τελική λύση ενδέχεται να μην είναι η ολικά βέλτιστη, είναι όμως μια πολύ ικανοποιητική προσέγγιση αυτής, καθώς αποτελείται από λύσεις που αποτελούν τοπικά μέγιστα για τα υποπροβλήματα που προέκυψαν από την επιμέρους επίλυση του κύριου προβλήματος για κάθε χρονική περίοδο ξεχωριστά.

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f^*(P_1)$, που παριστάνει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος του κατώτερου επιπέδου, δηλαδή του προβλήματος του ISO, συναρτήσει της τιμής-προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού P_1 για τη συγκεκριμένη περίοδο. Ο αλγόριθμος που αναλύεται στη συνέχεια βασίζεται στο γεγονός ότι η συνάρτηση $f^*(P_1)$ είναι **μη-φθίνουσα**, **τμηματικά γραμμική** και **κοίλη**. Το ότι είναι μη-φθίνουσα είναι τετριμμένο καθώς αυξάνοντας την τιμή της μεταβλητής P_1 δεν μεταβάλλεται η περιοχή εφικτών λύσεων του προβλήματος αλλά μόνο αυξάνεται το κόστος εκκαθάρισης του συστήματος, όταν συμμετέχει στην αγορά η πρώτη παραγωγική μονάδα. Το γεγονός πως η $f^*(P_1)$ είναι τμηματικά γραμμική και κοίλη έχει αποδειχθεί από τον Noltemeier(1970).

Η εγκυρότητα της παραπάνω πρότασης οφείλεται στο γεγονός πως η περιοχή εφικτών λύσεων του κατώτερου προβλήματος μπορεί να αντικατασταθεί από το ακέραιο πολύεδρό της, χωρίς να μεταβληθεί η βέλτιστη λύση, απλοποιώντας έτσι το πρόβλημα στο επίπεδο του συνεχούς γραμμικού προγραμματισμού, στα πλαίσια του οποίου η παραπάνω θεωρία έχει ισχύ (μη-φθίνουσα, τμηματικά γραμμική, κοίλη). Έτσι μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε ώστε να λύσουμε το συνολικό πρόβλημα παραμετρικά.

Συνοπτικά, με τον αλγόριθμο που προτείνουμε, έχουμε τη δυνατότητα να εντοπίσουμε όλα τα διακριτά εύρη τιμών (προσφορών) που μπορεί να πάρει η P_1 μέσα στο ευρύτερο επιτρεπτό σύνολο $[c_1\ ,\ P^{max}]$, για το οποίο πρέπει να τονιστεί πως η βέλτιστη λύση του κατώτερου προβλήματος (ποσότητες ενέργειας Q_n*) και η σκιώδης τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς (p) παραμένουν σταθερά. Ελέγχοντας τις διαφορετικές περιοχές τιμών που μπορεί να πάρει η μεταβλητή P_1 , εντοπίζουμε τα τοπικά μέγιστα της αντικειμενικής συνάρτησης του ανώτερου επιπέδου και συγκρίνοντάς τα τελικά, μπορούμε να βρούμε το σημείο στο οποίο ο στρατηγικός παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του.

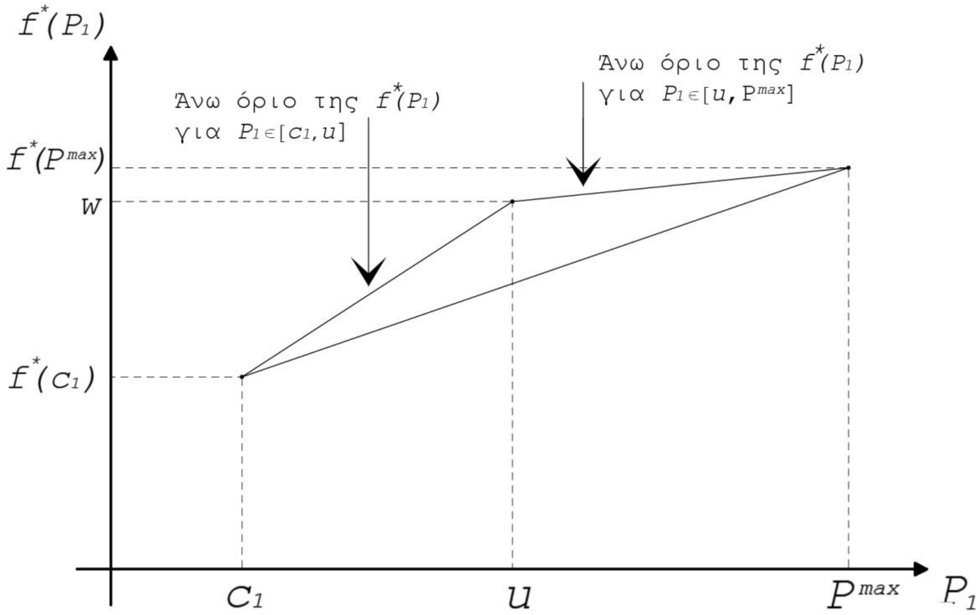
4.1 Αλγόριθμος επίλυσης του μοντέλου μίας χρονικής περιόδου

Αρχίζοντας λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα, ξεχωριστά από το συνολικό, για τις τιμές $P_1 = c_1$ και $P_1 = P^{max}$, και τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που βρίσκουμε (ποσότητες ενέργειας Q_n*) τις συμβολίζουμε ως $\boldsymbol{x^*(c_1)}$ και $\boldsymbol{x^*(P^{max})}$ αντίστοιχα. Εφόσον η συνάρτηση $f^*(P_1)$ είναι μη-φθίνουσα, τμηματικά γραμμική και κοίλη, ακολούθως ισχύει ότι $\boldsymbol{f^*(c_1) \leq f^*(P^{max})}$ καθώς επίσης και ότι η γραμμή που συνδέει τα σημεία $(c_1, f^*(c_1))$ και $(P^{max}, f^*(P^{max}))$ αποτελεί το κάτω όριο για την συνάρτηση $f^*(P_1)$ για $P_1 \in [c_1\ ,\ P^{max}]$.

- Στην περίπτωση όπου $x^*(c_1) = x^*(P^{max})$ η διαδικασία σταματάει με δεδομένο ότι η βέλτιστη λύση του κατώτερου προβλήματος παραμένει σταθερή για οποιαδήποτε τιμή της P_1. Δηλαδή η ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει ο στρατηγικός παραγωγός(Q_1*) θα είναι η ίδια ανεξαρτήτως της τιμής της P_1. Επομένως το κέρδος του μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιείται η σκιώδης τιμή του περιορισμού εκκαθάρισης της αγοράς και ισούται με $(p - c_1)\ Q_1^*$.

- Στην περίπτωση όπου $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$ είτε αυτά τα δύο σημεία είναι οι μοναδικές βέλτιστες λύσεις του κατώτερου προβλήματος είτε υπάρχει τουλάχιστον ένα ακόμη σημείο, βέλτιστο της f, που αντιστοιχεί σε μια τιμή της P_1 μέσα στο διάστημα $[c_1\ ,\ P^{max}]$.

Για να ελέγξουμε ποιά από τις δύο περιπτώσεις ισχύει φέρουμε αρχικά δύο γραμμές. Η μια ξεκινάει από το σημείο (c_1, $f^*(c_1)$) με την $P_1 > c_1$ και η δεύτερη ξεκινάει από το σημείο (P^{max}, $f^*(P^{max})$) με την $P_1 < P^{max}$. Οι δύο αυτές γραμμές, που παριστάνουν την f, είναι γραμμικές συναρτήσεις τιμής-ποσότητας ενέργειας των μονάδων που συμμετέχουν στην αγορά στη συγκεκριμένη περίοδο($P_1Q_1^* + P_2Q_2^* + \ldots P_nQ_n^*$). Επίσης αποτελούν άνω όριο της $f^*(P_1)$ όταν $P_1 \in [c_1, P^{max}]$.
Στη συνέχεια βρίσκουμε το σημείο όπου αυτές οι δύο ευθείες τέμνονται **(u,w)**.

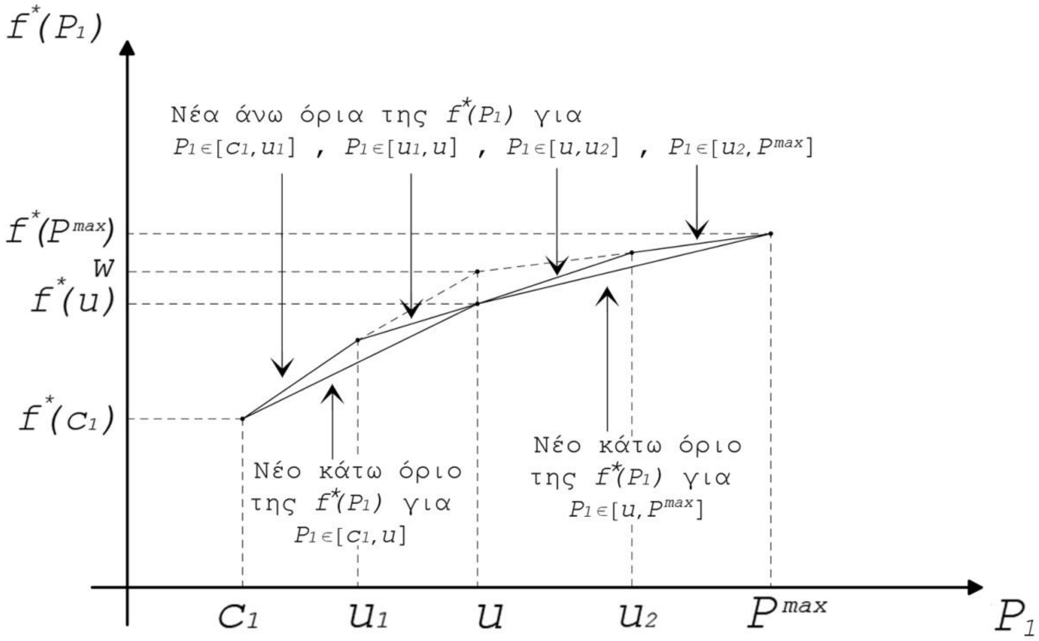


Εικόνα 1 - Άνω όρια της $f^*(P_1)$ όταν το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου έχει δύο διαφορετικές βέλτιστες λύσεις, την $x^*(c_1)$ και την $x^*(P^{max})$

Στοχεύοντας να ελέγξουμε αν εκτός των $x^*(c_1)$ και $x^*(P^{max})$ υπάρχει και άλλη βέλτιστη λύση $f^*(P_1)$ για κάποια $P_1 \in [c_1, P^{max}]$ λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου ξεχωριστά, θέτοντας $P_1 = u$. Ακολουθούν δύο περιπτώσεις:

1. Αν προκύψει $f^*(u) = w$ η διαδικασία τερματίζει, και συμπεραίνουμε πως το σημείο $x^*(c_1)$ είναι η βέλτιστη λύση του κατώτερου προβλήματος για $c_1 \leq P_1 \leq u$, ενώ το σημείο $x^*(P^{max})$ είναι η βέλτιστη λύση για $u \leq P_1 \leq P^{max}$.

2. Αν προκύψει ***f***(u)* $\neq$ **w** η διαδικασία συνεχίζεται θεωρώντας δύο ακόμη παρόμοια ζευγάρια γραμμών. Το πρώτο ζευγάρι αποτελείται από τη γραμμή που ξεκινάει από το σημείο $(c_1, f^*(c_1))$ με την $P_1 > c_1$ και από τη γραμμή που ξεκινάει από το $(u, f^*(u))$ με την $P_1 < u$. Το δεύτερο ζευγάρι αποτελείται από τη γραμμή που ξεκινάει από το σημείο $(u, f^*(u))$ με την $P_1 > u$ και από τη γραμμή που ξεκινάει από το σημείο $(P^{max}, f^*(P^{max}))$ με την $P_1 < P^{max}$. Επίσης πρέπει να σημειωθεί πως αυτά τα δύο ζευγάρια γραμμών αποτελούν τα νέα, βελτιωμένα άνω όρια της συνάρτησης $f^*(P_1)$, ενώ οι δύο γραμμές που συνδέουν τα σημεία $(c_1, f^*(c_1))$, $(u, f^*(u))$ και $(P^{max}, f^*(P^{max}))$ αποτελούν τα νέα βελτιωμένα κάτω όρια της $f^*(P_1)$.



Εικόνα 2 - Βελτιωμένα άνω και κάτω όρια της $f^*(P_1)$

Αυτή η παραμετρική διαδικασία συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο, μέχρις ότου εντοπιστούν όλες οι διαφορετικές περιοχές προσφορών(**bid areas**) που μπορεί να χρησιμοποιήσει ο στρατηγικός παραγωγός, όπως επίσης και οι αντίστοιχες βέλτιστες λύσεις του προβλήματος του ISO. Στο τέλος υπολογίζουμε το μέγιστο κέρδος που μπορεί να αποκομίσει ο παραγωγός σε κάθε διαφορετική περιοχή προσφοράς και έτσι καταλήγουμε στο ολικό μέγιστο του προβλήματος.

Ένα επιπλέον σημείο που χρήζει παρατήρησης είναι ότι, η κλίση κάθε γραμμικού τμήματος της συνάρτησης $f^*(P_1)$ είναι ίση με τη βέλτιστη ποσότητα ενέργειας που ανατίθεται στην πρώτη μονάδα(Q_1*) όταν λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα για τιμή της P_1 ίση με το αριστερό άκρο αυτού του γραμμικού τμήματος. Αυτό προκύπτει από το γεγονός πως η f * (P_1) είναι κοίλη. Επομένως μπορούμε με ασφάλεια να θεωρούμε πως η συνάρτηση Q_1*(P_1) είναι **μη-αύξουσα**.

Η σημασία του παραπάνω συμπεράσματος έγκειται στο γεγονός πως αν γνωρίζουμε τη βέλτιστη ποσότητα ενέργειας που ανατίθεται στην πρώτη μονάδα(Q_1*) για μια τιμή της P_1= t, τότε μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι αυτή η τιμή της Q_1* αποτελεί ένα άνω όριο, και δεν πρόκειται να αυξηθεί για καμία τιμή P_1 > t. Ακόμη όταν εντοπιστεί μια τιμή P_1= t για την οποία Q_1* = 0, τότε δεν χρειάζεται να εφαρμόσουμε την παραμετρική διαδικασία στο διάστημα [t, P^{max}], αφού μπορούμε να είμαστε σίγουροι πως ο στρατηγικός παραγωγός δεν θα συμμετάσχει στην αγορά, άρα το κέρδος του θα είναι μηδενικό, για τιμές προσφοράς που ανήκουν στο διάστημα [t, P^{max}]. Βάσει αυτού του συμπεράσματος, μπορούμε να απαλλαγούμε από περιττό υπολογιστικό φορτίο και να εξοικονομήσουμε σημαντικό χρόνο.

4.2 Αλγόριθμος επίλυσης του μοντέλου πολλαπλών χρονικών περιόδων

Στην προηγούμενη ενότητα αναλύσαμε τον αλγόριθμο επίλυσης του διεπίπεδου προβλήματος βελτιστοποίησης για χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου, στην πραγματικότητα όμως τα δεδομένα είναι πιο σύνθετα. Στις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας ημερήσιου προγραμματισμού ο χρονικός ορίζοντας αποτελείται από 24 περιόδους, όσες και οι ώρες της ημέρας, και οι παραγωγοί καλούνται να υποβάλλουν τις προσφορές τους για κάθε μια περίοδο ξεχωριστά. Το συνολικό τους κέρδος συνιστάται από το άθροισμα των κερδών που αποκομίζουν σε κάθε μία περίοδο ξεχωριστά.

Ο αλγόριθμος επίλυσης του μοντέλου για πολλαπλές περιόδους αποτελεί ουσιαστικά μια επέκταση του αλγορίθμου που αναλύσαμε στην προηγούμενη ενότητα. Η θεωρία που χρησιμοποιήθηκε σχετικά με την συνάρτηση f * (P_1) θα χρησιμοποιηθεί ξανά στο πλαίσιο μιας ευρετικής διαδικασίας. Σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία, όλες οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού (για κάθε μία περίοδο ξεχωριστά) εκτός από μία θέτονται ίσες με μια αρχική τιμή και παραμένουν σταθερές σε αυτή. Αυτή η αρχική τιμή μπορεί να είναι είτε το μοναδιαίο κόστος παραγωγής c_1 είτε το ανώτατο όριο για τις τιμές προσφοράς ενέργειας P^{max} είτε κάποια άλλη τιμή μέσα στο διάστημα $[c_1,P^{max}]$. Έχοντας τις $T–1$ (όπου T ο αριθμός των περιόδων) προσφορές του στρατηγικού παραγωγού όπως και τις προσφορές των υπόλοιπων παραγωγών σταθερές και γνωστές, η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του κατώτερου επιπέδου μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού που δεν είναι σταθερή και προσπαθούμε να την βελτιστοποιήσουμε. Έτσι μπορούμε να εκμεταλλευτούμε το ότι η $f^*(P_{1,t})$ είναι μη-φθίνουσα, τμηματικά γραμμική και κοίλη ώστε να λύσουμε το πρόβλημα παραμετρικά, όπως δείχτηκε στην προηγούμενη ενότητα, και να βρούμε τη βέλτιστη λύση για τη συγκεκριμένη περίοδο.

Επομένως, σε ένα πρόβλημα T περιόδων, οι $T – 1$ προσφορές αρχικά θα θέτονται ίσες με μια τιμή και θα επιλύουμε ως προς την προσφορά της πρώτης περιόδου. Η προσφορά που θα προκύψει ως βέλτιστη ορίζεται ως η λύση για την πρώτη περίοδο και παραμένει σταθερή ενώ για όλες τις άλλες περιόδους οι προσφορές παραμένουν στην ίδια τιμή όπου είχαν οριστεί. Το πρόβλημα επιλύεται και για την επόμενη χρονική περίοδο και η προσφορά που θα προκύψει ως βέλτιστη ορίζεται ως η λύση για την περίοδο εκείνη και παραμένει και αυτή σταθερή. Με τον τρόπο αυτό επιλύεται το πρόβλημα μέχρι και για την τελευταία χρονική περίοδο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με τη σειρά για κάθε περίοδο μέχρις ότου συμπληρωθεί ένας κύκλος επαναλήψεων όπου οι βέλτιστες τιμές των προσφορών $P_{1,t}^*$ δεν θα μεταβληθούν.

Η τελική λύση ενδέχεται να μην είναι η ολικά βέλτιστη, είναι όμως μια πολύ ικανοποιητική προσέγγιση αυτής, καθώς αποτελείται από λύσεις που αποτελούν τοπικά μέγιστα για τα υποπροβλήματα που προέκυψαν από την επιμέρους επίλυση του κύριου προβλήματος για κάθε χρονική περίοδο ξεχωριστά. Επίσης μπορούμε να εφαρμόσουμε αυτήν την επαναληπτική διαδικασία περισσότερες από μία φορές, θέτοντας κάθε φορά στην αρχή τις προσφορές του στρατηγικού παραγωγού ίσες με κάποια διαφορετική τιμή, η οποία μπορεί να είναι είτε το μοναδιαίο κόστος παραγωγής c_1 ,είτε το ανώτατο όριο για τις τιμές προσφοράς ενέργειας P^{max}, είτε κάποια άλλη τιμή μέσα στο διάστημα $[c_1,P^{max}]$. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να πάρουμε διαφορετικές προσεγγίσεις του ολικού βέλτιστου του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό, εφαρμόζουμε την προτεινόμενη μεθοδολογία επίλυσης τόσο για το μοντέλο μίας χρονικής περιόδου όσο και για το μοντέλο πολλών χρονικών περιόδων. Κατά την επίλυση του διεπίπεδου προβλήματος βελτιστοποίησης λαμβάνονται υπ’ όψιν και οι δύο μέθοδοι αποζημίωσης των παραγωγών, ανάλογα με την υποβληθείσα προσφορά(*pay-as-bid*) και ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος (*smp*). Δηλαδή, στα δύο παραδείγματα που παραθέτουμε, υπολογίζουμε το μέγιστο κέρδος του στρατηγικού παραγωγού όταν αυτός αποζημιώνεται βάση της προσφοράς που υποβάλλει αλλά και όταν αποζημιώνεται βάση της οριακής τιμής του συστήματος.

Κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου έχουμε κάνει την παραδοχή πως αρχικά, δηλαδή πριν την πρώτη χρονική περίοδο, όλες οι μονάδες παραγωγής είναι σβηστές. Η παραδοχή αυτή έχει να κάνει με το γεγονός ότι για να παραχθεί μια μονάδα ενέργειας την πρώτη χρονική περίοδο, ο παραγωγός πρέπει να πληρώσει το κόστος εκκίνησης SUC_n.

Κατά την εκτέλεση της μεθοδολογίας χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό βελτιστοποίησης LINGO 13.0 .

5.1 Εφαρμογή του αλγορίθμου στο μοντέλο μίας χρονικής περιόδου

Για να γίνει πιο κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο αλγόριθμος για το μοντέλο μίας περιόδου παρατίθεται το ακόλουθο παράδειγμα: Τέσσερις παραγωγοί συμμετέχουν σε μια αγορά μίας περιόδου. Τα τεχνικά τους χαρακτηριστικά (σε MWh) , το κόστος εκκίνησης τους (σε €) και οι προσφορές των παραγωγών (σε €/MWh), εκτός του στρατηγικού παραγωγού, δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Η ζήτηση της περιόδου είναι 1000 MWh, το μοναδιαίο κόστος παραγωγής της πρώτης μονάδας είναι 50 €/MWh και το price cap (P^{max}) είναι 100 €/MWh.

Μονάδα(n)	m_n	k_n	SUC_n	Τιμή προσφοράς(P_n)
1	200	500	1300	-
2	250	580	1000	52
3	240	480	1500	57
4	100	470	1600	64

Πίνακας 4 - Τεχνικά χαρακτηριστικά, κόστη εκκίνησης και τιμές προσφοράς των μονάδων παραγωγής

Το μοντέλο που περιγράφει το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι αυτό που αναλύσαμε στην ενότητα 3.2 .

Αρχικά λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου δύο φορές, ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα, με τη βοήθεια του λογισμικού βελτιστοποίησης LINGO 13.0. Την πρώτη φορά το λύνουμε για P_1= 50 και την δεύτερη για P_1=100. Οι λύσεις που παίρνουμε είναι :

Για P_1 = 50 :

f^*= 53.300

$Q_1^* = 500$, $Q_2^* = 500$, $Q_3^* = Q_4^* = 0$

Για P_1 = 100 :

f^*= 56.600

$Q_1^* = 0$, $Q_2^* = 580$, $Q_3^* = 420$, $Q_4^* = 0$

Βλέπουμε πως $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο (50, f *(50)) ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο (100, f *(100)).

500* P_1 + 500*52 = 580*52 + 420*57 =>

500* P_1 + 26.000 = 30.160 + 23.940 =>

500* P_1 = 28.100 =>

P_1 = 56,2 =>

P_1 = 56

Αντικαθιστούμε στη γραμμική εξίσωση της f * όπου P_1 = 56 και προσθέτουμε επίσης τα κόστη εκκίνησης της πρώτης και της δεύτερης μονάδας παραγωγής (αφού Q_1* = 500, Q_2* = 500, Q_3* = Q_4* = 0) :

f = 500*56 + 26.000 + 1300 + 1000 = 28.000 + 26.000 + 2.300= 56.300 = w

Τώρα θα λύσουμε ξανά το κατώτερο πρόβλημα με τη βοήθεια του LINGO για P_1 = 56.

<u>Για P_1 = 56</u> :

f *= 55.980 $\neq$ 56.300

Q_1* = 420, Q_2* = 580, Q_3* = Q_4* = 0

Προέκυψε δηλαδή f *(u) $\neq$ w οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,56] και [56,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για P_1= 50 και για P_1 = 56 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f *(50)) και (56, f *(56)).

500* P_1 + 500*52 = 420* P_1 + 580*52 =>

80* P_1 = 30.160 – 26.000 =>

P_1 = 52

Αντικαθιστούμε ξανά στη γραμμική εξίσωση της f * όπου $P_1 = 52$ και προσθέτουμε επίσης τα κόστη εκκίνησης της πρώτης και της δεύτερης μονάδας παραγωγής.

$f = 500*52 + 26.000 + 1300 + 1000 = 26.000 + 26.000 + 2300 = 54.300 = w$

Λύνουμε ξανά το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου, ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα, για $P_1 = 52$ με τη βοήθεια του LINGO.

Για $P_1 = 52$:

$f^* = 54.300$

$Q_1^* = 420$, $Q_2^* = 580$, $Q_3^* = Q_4^* = 0$

Παρατηρούμε ότι $f^*(u) = w$ επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,56].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_1= 56$ και για $P_1= 100$ ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (56, $f^*(56)$) και (100, $f^*(100)$).

$420* P_1 + 580*52 = 580*52 + 420*57 =>$

$420* P_1 = 420*57 =>$

$P_1 = 57$

Αντικαθιστούμε ξανά στη γραμμική εξίσωση της f * όπου $P_1 = 57$ και προσθέτουμε επίσης τα κόστη εκκίνησης της πρώτης και της δεύτερης μονάδας παραγωγής.

$f = 420*57 + 580*52 + 1300 + 1000 = 23.940 + 30.160 + 2300 = 56.400 = w$

Λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα με το LINGO για $P_1 = 57$.

Για $P_1 = 57$:

$f^* = 56.400$

$Q_1^* = 420$, $Q_2^* = 580$, $Q_3^* = Q_4^* = 0$

Ισχύει ότι $f^*(u) = w$ επομένως η διαδικασία τερματίζει και για το διάστημα [56,100].

Τελικά τα σημεία που χρήζουν προσοχής μέσα στο διάστημα [50,100] είναι P_1 = 52, P_1 = 56 και P_1 = 57.

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού με βάση την προσφορά που υποβάλλει όσο και με βάση την οριακή τιμή του συστήματος.

- Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	Q_n*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F)
[50,51]	(500,500,0,0)	(51-50)*500=500
[52,57]	(420,580,0,0)	(57-50)*420=2.940
[58,100]	(0,580,420,0)	0

Πίνακας 5 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Είναι σαφές πως η βέλτιστη τιμή προσφοράς για τον στρατηγικό παραγωγό είναι $\boldsymbol{P_1^* = 57}$ €/MWh όταν αποζημιώνεται βάση της προσφοράς που υποβάλλει.

Όταν ο παραγωγός αποζημιώνεται ανάλογα με την υποβάλλουσα προσφορά τότε το κέρδος του εξαρτάται αποκλειστικά από το γινόμενο $(P_1 - c_1) * Q_1$. Επομένως πρέπει να αναζητούμε την περιοχή εκείνη όπου η αναλογία $(P_1 - c_1) * Q_1$ γίνεται μέγιστη.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος (smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	Q_n*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F)
[50,51]	(500,500,0,0)	2	52	(52-50)*500=1.000
[52,57]	(420,580,0,0)	1	P_1=57	(57-50)*420=2.940
[58,100]	(0,580,420,0)	3	57	0

Πίνακας 6 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Η βέλτιστη τιμή προσφοράς για τον στρατηγικό παραγωγό σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο αποζημίωσης είναι **P_1* = 57** € / MWh.

Όταν η μέθοδος αποζημίωσης των παραγωγών που χρησιμοποιείται βασίζεται στην οριακή τιμή του συστήματος, τότε υπάρχουν δύο περιπτώσεις που συνδέουν το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού με τις περιοχές τιμών που μπορεί να πάρει η P_1.

1. Στην πρώτη περίπτωση, για μια περιοχή τιμών της P_1 η οριακή τιμή του συστήματος καθορίζεται από μια διαφορετική μονάδα παραγωγής και όχι από την πρώτη. Τότε το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει σταθερό όποια τιμή και αν πάρει η P_1 μέσα σε αυτό το διάστημα, αφού η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς παραμένει σταθερή, και διαφορετική της P_1, όπως επίσης και η ποσότητα ενέργειας που ανατίθεται στην πρώτη μονάδα. Όπως φαίνεται και στο παράδειγμα για την περιοχή [50,51], είτε η P_1 πάρει την τιμή 50 είτε την τιμή 51, το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού θα είναι το ίδιο, δηλαδή F = (52-50)*500=1.000, αφού η οριακή τιμή του συστήματος καθορίζεται από την δεύτερη παραγωγική μονάδα και είναι ίση με 52 € / MWh.

2. Στην δεύτερη περίπτωση, για μια περιοχή τιμών της P_1 η οριακή τιμή του συστήματος καθορίζεται από τον στρατηγικό παραγωγό. Σε αυτό το διάστημα ο παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του όταν επιλέγει για τιμή της P_1 το δεξί άκρο του διαστήματος. Ας εξετάσουμε την περιοχή [52,57] του παραπάνω παραδείγματος όπου η οριακή τιμή του συστήματος καθορίζεται από την πρώτη παραγωγική μονάδα. Αν επιλέξουμε για τιμή προσφοράς P_1 = 56 τότε το κέρδος του παραγωγού θα είναι F = (56-50)*420=2.520 ενώ αν επιλέξουμε την τιμή P_1 = 57 θα είναι F = (57-50)*420=2.940. Δεν μας συμφέρει όμως να επιλέξουμε την τιμή P_1 = 58 διότι τότε αλλάζει η βέλτιστη λύση του κατώτερου προβλήματος και η βέλτιστη ποσότητα ενέργειας για την πρώτη μονάδα είναι Q_1^* = 0 οπότε το κέρδος θα είναι μηδενικό. Συνοπτικά, σε μια περιοχή προσφοράς όπου η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς καθορίζεται από την πρώτη παραγωγική μονάδα, το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού αυξάνεται γραμμικά καθώς αυξάνεται η τιμή της P_1.

5.2 Εφαρμογή του αλγορίθμου στο μοντέλο πολλαπλών χρονικών περιόδων

Σε αυτή την ενότητα επεκτείνουμε το τελευταίο παράδειγμα και εξετάζουμε την περίπτωση μιας αγοράς τεσσάρων χρονικών περιόδων στην οποία συμμετέχουν 4 παραγωγικές μονάδες. Τα τεχνικά τους χαρακτηριστικά (MWh) και τα κόστη εκκίνησης τους (σε €) δίνονται στον πρώτο πίνακα, ενώ οι προσφορές των παραγωγών (σε €/MWh), εκτός του στρατηγικού παραγωγού, και η ζήτηση ενέργειας (σε MWh) για κάθε περίοδο δίνονται στον δεύτερο πίνακα. Το μοναδιαίο κόστος παραγωγής της πρώτης μονάδας είναι 50 €/MWh και το price cap (P^{max}) είναι 100 €/MWh.

Μονάδα(n)	m_n	k_n	SUC_n
1	200	500	1300
2	250	580	1000
3	240	480	1500
4	100	470	1600

Πίνακας 7- Τεχνικά χαρακτηριστικά και κόστη εκκίνησης των μονάδων παραγωγής

Μονάδα(n)	Περίοδος 1	Περίοδος 2	Περίοδος 3	Περίοδος 4
1	-	-	-	-
2	52	55	68	60
3	57	58	65	67
4	64	60	58	62
Ζήτηση(D_t)	**1000**	**1050**	**900**	**950**

Πίνακας 8 - Τιμές προσφοράς και ζήτηση ενέργειας για τις τέσσερις περιόδους

Το μοντέλο που περιγράφει το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι αυτό που αναλύσαμε στην ενότητα 3.3 .

Επανάληψη 1 **:**

Αρχικά θέτουμε τις προσφορές του στρατηγικού παραγωγού για την δεύτερη την τρίτη και την τέταρτη περίοδο ίσες με το μοναδιαίο κόστος παραγωγής, δηλαδή $P_{1,2} = P_{1,3} = P_{1,4} = 50$. Τώρα με αυτές τις τιμές σταθερές αλλά και με τις προσφορές των υπόλοιπων παραγωγών γνωστές θα βρούμε την τιμή $P_{1,1}$ που μεγιστοποιεί το κέρδος του παραγωγού για τη συγκεκριμένη περίοδο.

Λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου, με τη βοήθεια του LINGO, δύο φορές, μία για τις τιμές $P_{1,1} = 50$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$ και μία για τις τιμές $P_{1,1} = 100$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$.

Για $P_{1,1} = 50$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$

$f^* = 211.250$

$Q_{1,1}^* = 500$, $Q_{1,2}^* = 500$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 500$, $Q_{2,2}^* = 550$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 400$, $Q_{4,4}^* = 450$

<u>Για $P_{1,1}$ = 100, $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50</u>

f^* = 215.850

$Q_{1,1}^* = 0$, $Q_{1,2}^* = 500$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 550$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 420$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 400$, $Q_{4,4}^* = 450$

Παρατηρούμε πως $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,1}$, $f^*(P_{1,1})$) = (50, $f^*(50)$) ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,1}$, $f^*(P_{1,1})$) = (100, $f^*(100)$).

$500^* P_{1,1} + 500^*52 = 580^*52 + 420^*57 \Rightarrow$

$500^* P_{1,1} + 26.000 = 30.160 + 23.940 \Rightarrow$

$P_{1,1} = 56{,}2 \Rightarrow$ $\boldsymbol{P_{1,1} = 56}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1}$ = 56 :

f = 500*56 + 26.000 + 500*50 + 500*50 + 500*50 + 550*55 + 400*58 + 450*62 + 1000 + 1300 + 1600= 214.250 = w

Τώρα θα λύσουμε ξανά το κατώτερο πρόβλημα με τη βοήθεια του LINGO

<u>Για $P_{1,1}$ = 56, $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50</u>

f^* = 213.930 ≠ 214.250

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 500$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 550$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}$* = 0, $Q_{4,2}$* = 0, $Q_{4,3}$* = 400, $Q_{4,4}$* = 450

Προέκυψε δηλαδή f *(u) ≠ w οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,56] και [56,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,1}$= 50 και για $P_{1,1}$ = 56 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f *(50)) και (56, f *(56)).

500* $P_{1,1}$ + 500*52 = 420* $P_{1,1}$ + 580*52 =>

80* $P_{1,1}$ = 30.160 – 26.000 = 4.160 =>

$P_{1,1}$ = 52

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1}$ = 52 :

f = 500*52 + 500*52 + 500*50 + 500*50 + 500*50 + 550*55 + 400*58 + 450*62 + 1000 + 1300 + 1600 = 212.250 = w

Τώρα θα λύσουμε ξανά το κατώτερο πρόβλημα με τη βοήθεια του LINGO

Για $P_{1,1}$ = 52, $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50

f * = 212.250

$Q_{1,1}$* = 420, $Q_{1,2}$* = 500, $Q_{1,3}$* = 500, $Q_{1,4}$* = 500

$Q_{2,1}$* = 580, $Q_{2,2}$* = 550, $Q_{2,3}$* = 0, $Q_{2,4}$* = 0

$Q_{3,1}$* = 0, $Q_{3,2}$* = 0, $Q_{3,3}$* = 0, $Q_{3,4}$* = 0

$Q_{4,1}$* = 0, $Q_{4,2}$* = 0, $Q_{4,3}$* = 400, $Q_{4,4}$* = 450

Παρατηρούμε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,56].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,1}$= 56 και για $P_{1,1}$= 100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (56, f *(56)) και (100, f *(100)).

420* $P_{1,1}$ + 580*52 = 580*52 + 420*57 =>

$420 * P_{1,1} = 420*57 \Rightarrow$

$\boldsymbol{P_{1,1} = 57}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1} = 57$:

$f = 420*57 + 580*52 + 500*50 + 500*50 + 500*50 + 550*55 + 400*58 + 450*62 + 1000 + 1300 + 1600 = 214.350 = w$

Τώρα θα λύσουμε ξανά το κατώτερο πρόβλημα με τη βοήθεια του LINGO

<u>Για $P_{1,1} = 57$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$</u>

$f^* = 214.350$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 500$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 550$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 400$, $Q_{4,4}^* = 450$

Ισχύει ότι $f^*(u) = w$ όμως μπορούμε να παρατηρήσουμε κάτι που δεν έχουμε συναντήσει μέχρι στιγμής. Αν το πρόβλημα που αντιμετωπίζαμε ήταν μιας χρονικής περιόδου, σύμφωνα με τη θεωρία για $P_{1,1} > 57$ η βέλτιστη λύση του κατώτερου προβλήματος θα έδινε στην πρώτη μονάδα παραγωγής $Q_{1,1}^*=0$, όπως μας έδωσε το LINGO στην αρχή(για $P_{1,1} = 100$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$) και θα ανέθετε την υπολειπόμενη ποσότητα ενέργειας στην τρίτη μονάδα που έχει δώσει προσφορά για 57 €/MWh.Όμως το πρόβλημα έχει ορίζοντα 4 περιόδων και ο ISO διακρίνει πως οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού για τις υπόλοιπες περιόδους ($P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$) είναι χαμηλότερες και πιο συμφέρουσες από των υπόλοιπων μονάδων. Προκειμένου λοιπόν να μην ενεργοποιήσει την τρίτη μονάδα και πληρώσει το κόστος εκκίνησης της χρησιμοποιώντας την μονάχα για μία περίοδο (στις υπόλοιπες περιόδους υπάρχουν πιο συμφέρουσες προσφορές), συνεχίζει να αναθέτει την ποσότητα ενέργειας που χρειάζεται στην πρώτη μονάδα όσο ισχύει η σχέση: $(P_{1,1} - 57)*420 < SUC_3$.Επομένως ο στρατηγικός παραγωγός συνεχίζει να αναλαμβάνει $Q_{1,1}^* = 420$ μέχρι την τιμή $P_{1,1} = 60$. Για τιμές $P_{1,1} > 60$ ισχύει η λύση που μας έδωσε το LINGO για $P_{1,1} = 100$, $P_{1,2} = 50$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$.

Άρα τα σημεία που χρήζουν προσοχής στο διάστημα [50,100] είναι $P_{1,1}$ = 52, $P_{1,1}$ = 56 και $P_{1,1}$ = 60.

Στην συνέχεια θα εντοπίσουμε την περιοχή όπου ο παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του για την πρώτη περίοδο, άρα και την αντίστοιχη τιμή προσφοράς, τόσο για τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την υποβάλλουσα προσφορά όσο και για τη μέθοδο ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος.

- Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,1}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_1)
[50,51]	(500,500,0,0)	(51-50)*500=500
[52,60]	(420,580,0,0)	(60-50)*420=4.200
[61,100]	(0,580,420,0)	0

Πίνακας 9 – Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την πρώτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Άρα η $P_{1,1}$ παίρνει την τιμή 60 ενώ οι υπόλοιπες τιμές μένουν $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50 και $P_{1,4}$ = 50.

Για αυτές τις τιμές προσφορών το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 4.200 + (50-50)*500 + (50-50)*500 + (50-50)*500 = **4.200 €.**

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος (smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,1}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_1)
[50,51]	(500,500,0,0)	2	52	(52-50)*500=1.000
[52,60]	(420,580,0,0)	1	$P_{1,1}$=60	(60-50)*420=4.200
[61,100]	(0,580,420,0)	3	57	0

Πίνακας 10 – Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την πρώτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Άρα και σε αυτή την περίπτωση η $P_{1,1}$ παίρνει την τιμή 60 ενώ οι υπόλοιπες τιμές μένουν $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50 και $P_{1,4}$ = 50.

Για αυτές τις τιμές προσφορών το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους, όταν αποζημιώνεται βάση της οριακής τιμής του συστήματος, είναι F = $F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ = 4.200 + (smp_2 – 50)*500 + (smp_3 – 50)*500 + (smp_4 – 50)*500 = 4.200 + 5*500 + 8*500 + 500*12= **16.700 €** .

Επειδή και για τις δύο μεθόδους καταλήξαμε στην ίδια τιμή για την $P_{1,1}$ συνεχίζουμε την έρευνα και για τις δύο μεθόδους ταυτόχρονα. Αν είχαν προκύψει διαφορετικές τιμές για την $P_{1,1}$ θα συνεχίζαμε ξεχωριστά για κάθε μια μέθοδο αποζημίωσης.

Επανάληψη 2 **:**

Σε αυτή την επανάληψη θα βρούμε την τιμή της $P_{1,2}$ για την οποία μεγιστοποιείται το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στην δεύτερη περίοδο, με δεδομένες τις τιμές $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,3}$ = 50 και $P_{1,4}$ = 50 . Χρησιμοποιούμε το LINGO:

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 50, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50

f * = 215.610

$Q_{1,1}* = 420$, $Q_{1,2}* = 500$, $Q_{1,3}* = 500$, $Q_{1,4}* = 500$

$Q_{2,1}* = 580$, $Q_{2,2}* = 550$, $Q_{2,3}* = 0$, $Q_{2,4}* = 0$

$Q_{3,1}* = 0$, $Q_{3,2}* = 0$, $Q_{3,3}* = 0$, $Q_{3,4}* = 0$

$Q_{4,1}* = 0$, $Q_{4,2}* = 0$, $Q_{4,3}* = 400$, $Q_{4,4}* = 450$

Για $P_{1,1} = 60, P_{1,2} = 100, P_{1,3} = 50, P_{1,4} = 50$

$f* = 219.760$

$Q_{1,1}* = 0$, $Q_{1,2}* = 0$, $Q_{1,3}* = 500$, $Q_{1,4}* = 500$

$Q_{2,1}* = 580$, $Q_{2,2}* = 580$, $Q_{2,3}* = 0$, $Q_{2,4}* = 0$

$Q_{3,1}* =420$, $Q_{3,2}* = 470$, $Q_{3,3}* = 0$, $Q_{3,4}* = 0$

$Q_{4,1}* = 0$, $Q_{4,2}* = 0$, $Q_{4,3}* = 400$, $Q_{4,4}* = 450$

Παρατηρούμε πως $x*(c_1) \neq x*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,2}, f*(P_{1,2})) = (50, f*(50))$ ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,2}, f*(P_{1,2})) = (100, f*(100))$.

$500* P_{1,2} + 550*55 = 580*55 + 470*58 =>$

$500* P_{1,2} + 30.250 = 31.900 + 27.260 =>$

$500* P_{1,2} = 28.910 =>$

$P_{1,2} = 57{,}82 =>$

$\mathbf{P_{1,2} = 57}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,2} = 57$:

$f = 500*57 + 30.250 + 500*50 + 500*50+ 420*60 + 580*52 + 400*58 + 450*62 + 1.300 + 1.000 + 1600 = 219.110 = w$

Λύνουμε ξεχωριστά το κατώτερο πρόβλημα με το LINGO :

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 57, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50

f^* = 219.050 ≠ 219.110

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 500, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ =0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 400, $Q_{4,4}^*$ = 450

Προέκυψε δηλαδή $f^*(u) \neq w$ οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,57] και [57,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,2}$= 50 και για $P_{1,2}$ = 57 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f^*(50)) και (57, f^*(57)).

500* $P_{1,2}$ + 550*55 = 470* $P_{1,2}$ + 580*55 =>

30* $P_{1,2}$ + 30.250 = 31.900 =>

$P_{1,2}$ = 55

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,2}$ = 55 :

f = 500*55 + 30.250 + 420*60 + 50.000 + 580*52 + 400*58 + 450*62 + 3.900 = 218.110 = w

Λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 55, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50

f^* = 218.110

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 500, $Q_{1,3}^*$ = 500, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 550, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ =0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 400, $Q_{4,4}^*$ = 450

Παρατηρούμε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,57].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,2}$= 57 και για $P_{1,2}$= 100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (57, f *(57)) και (100, f *(100)).

$470^* P_{1,2} + 580^*55 = 580^*55 + 470^*58 \Rightarrow$

$470^* P_{1,2} = 470^*58 \Rightarrow$

$\boldsymbol{P_{1,2} = 58}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,2}$ = 58 :

f = 470*58 + 580*55 + 420*60 + 50.000 + 580*52 + 400*58 + 450*62 + 3.900 = 219.520 = w

Λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου

<u>Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 50, $P_{1,4}$ = 50</u>

f^* = 219.520

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 500, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ =0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 400, $Q_{4,4}^*$ = 450

Προέκυψε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [57,100].

Τα σημεία που χρήζουν προσοχής είναι $P_{1,2}$ = 55, $P_{1,2}$ = 57 και $P_{1,2}$ = 58.

Στη συνέχεια θα εντοπίσουμε την περιοχή όπου ο παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του για τη δεύτερη περίοδο, άρα και την αντίστοιχη τιμή προσφοράς, τόσο για τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την υποβάλλουσα προσφορά όσο και για τη μέθοδο ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,2}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_2)
[50,55]	(500,550,0,0)	(55-50)*500=2.500
[56,58]	(470,580,0,0)	(58-50)*470=3.760
[59,100]	(0,580,470,0)	0

Πίνακας 11 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την δεύτερη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Η $P_{1,2}$ παίρνει την τιμή 58 ενώ οι υπόλοιπες τιμές μένουν σταθερές, δηλαδή $P_{1,1} = 60$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$.

Για αυτές τις τιμές προσφορών το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 4.200 + 3.760 + 0 + 0 =$ =**7.960 €**.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος(smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,2}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_2)
[50,55]	(500,550,0,0)	2	55	(55-50)*500=2.500
[56,58]	(470,580,0,0)	1	$P_{1,2}$=58	(58-50)*470=3.760
[59,100]	(0,580,470,0)	3	58	0

Πίνακας 12 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την δεύτερη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Σύμφωνα και με αυτή τη μέθοδο η $P_{1,2}$ παίρνει την τιμή 58 και οι υπόλοιπες τιμές μένουν σταθερές, δηλαδή $P_{1,1} = 60$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$.

Σύμφωνα με αυτές τις τιμές προσφορών το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 4.200 + 3.760 + 8*500 + 500*12 =$ **17.960 €**.

Επανάληψη 3 :

Σε αυτή την επανάληψη θα βρούμε την τιμή της $P_{1,3}$ για την οποία μεγιστοποιείται το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στην τρίτη περίοδο, με δεδομένες τις τιμές $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$ και $P_{1,4} = 50$. Χρησιμοποιώντας το LINGO λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα:

Για $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 50$, $P_{1,4} = 50$

$f^* = 219.520$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 400$, $Q_{4,4}^* = 450$

Για $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 100$, $P_{1,4} = 50$

$f^* = 226.770$

$Q_{1,1}^* = 0$, $Q_{1,2}^* = 0$, $Q_{1,3}^* = 0$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 420$, $Q_{3,2}^* = 470$, $Q_{3,3}^* = 430$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Ισχύει ότι $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,3}, f^*(P_{1,3})) = (50, f^*(50))$ ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,3}, f^*(P_{1,3})) = (100, f^*(100))$.

$500^* P_{1,3} + 400^*58 = 430^*65 + 470^*58 =>$

$500^* P_{1,3} + 23.200 = 55.210$ =>

$500^* P_{1,3} = 32.010$ =>

$P_{1,3} = 64{,}02$ => $\boldsymbol{P_{1,3} = 64}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,3} = 64$:

f = 500*64 + 23.200 + 420*60 + 470*58 + 500*50 + 580*52 + 580*55 + 450*62 + 1300 + 1000 + 1600 = 226.520 = w

Λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου με το LINGO

<u>Για $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 64$, $P_{1,4} = 50$</u>

$f^* = 226.100 \neq 226.500$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Ισχύει $f^*(u) \neq w$ οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,64] και [64,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,3}$= 50 και για $P_{1,3}$ = 64 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f^*(50)) και (64, f^*(64)).

$500^* P_{1,3} + 400^*58 = 430^* P_{1,3} + 470^*58$ =>

$70^* P_{1,3} + 23.200 = 27.260$ =>

$\boldsymbol{P_{1,3} = 58}$

Το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για $P_{1,3} = 58$:

f = 500*58 + 23.200 + 420*60 + 470*58 + 500*50 + 580*55 + 580*52 + 450*62 + 1300 + 1000 + 1600 = 223.520 = w

Η λύση του κατώτερου προβλήματος σύμφωνα με το LINGO

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 58, $P_{1,4}$ = 50

f^* = 223.520

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 500, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 400, $Q_{4,4}^*$ = 450

Παρατηρούμε ότι $f^*(u) = w$ επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,64].

Χρησιμοποιούμε τα στοιχεία για $P_{1,3}$ = 64 και για $P_{1,3}$ = 100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (64, f^*(64)) και (100, f^*(100)).

$430^* P_{1,3} + 470^*58 = 430^*65 + 470^*58 \Rightarrow$

$P_{1,3}$ = 65

Το κόστος του συστήματος για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,3}$ = 65 είναι :

f = 430*65 + 470*58 + 420*60 + 470*58 + 500*50 + 580*55 + 580*52 + 450*62 + 1.300 + 1.000 + 1.600 = 226.530 = w

Χρησιμοποιούμε το LINGO :

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 65, $P_{1,4}$ = 50

f^* = 226.530

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 200, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 250, $Q_{2,4}^*$ = 450

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 450, $Q_{4,4}^*$ = 0

Προέκυψε ότι $f^*(u) = w$ επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [64,100].

Θα εντοπίσουμε την περιοχή όπου ο παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του για την τρίτη περίοδο, άρα και την αντίστοιχη τιμή προσφοράς, τόσο για τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την υποβάλλουσα προσφορά όσο και για τη μέθοδο ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,3}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_3)
[50,58]	(500,0,0,400)	(58-50)*500=4.000
[59,64]	(430,0,0,470)	(64-50)*430=6.020
[65,66]	(200,250,0,450)	(66-50)*200=3.200
[67,100]	(0,0,430,470)	0

Πίνακας 13 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την τρίτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Από τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα η $P_{1,3}$ παίρνει την τιμή 64.

Το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 =$ 4.200 + 3.760 + 6.020 + 0 = **13.980 €** .

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος(smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,3}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_3)
[50,58]	(500,0,0,400)	4	58	(58-50)*500=4.000
[59,64]	(430,0,0,470)	1	$P_{1,3}$=64	(64-50)*430=6.020
[65,66]	(200,250,0,450)	4	58	(58-50)*200=1.600
[67,100]	(0,0,430,470)	3	65	0

Πίνακας 14 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την τρίτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Και σε αυτή την περίπτωση η $P_{1,3}$ παίρνει την τιμή 64.

Το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ = 4.200 + 3.760 + 6.020 + 500*12 = **19.980 €** .

Επανάληψη 4 :

Στην τέταρτη επανάληψη θα βρούμε την τιμή της $P_{1,4}$ για την οποία μεγιστοποιείται το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στην τέταρτη περίοδο, με δεδομένες τις τιμές $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58 και $P_{1,3}$ = 64 . Χρησιμοποιώντας το LINGO λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα:

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 50

f^* = 226.100

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 430, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 470, $Q_{4,4}^*$ = 450

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 100

f^* = 231.310

$Q_{1,1}^*$ = 0, $Q_{1,2}^*$ = 0, $Q_{1,3}^*$ = 0, $Q_{1,4}^*$ = 0

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 580

$Q_{3,1}^*$ = 420, $Q_{3,2}^*$ = 470, $Q_{3,3}^*$ =430, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 470, $Q_{4,4}^*$ = 370

Ισχύει ότι $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,4}$, f^*($P_{1,4}$)) = (50, f^*(50)) ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,4}$, f^*($P_{1,4}$)) = (100, f^*(100)).

$500^* P_{1,4} + 450^*62 = 580^*60 + 370^*62$ =>

$500^* P_{1,4} + 27.900 = 57.740$ =>

$P_{1,4} = 59{,}68$ => $\boldsymbol{P_{1,4} = 59}$

Το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους με δεδομένη την $P_{1,4} = 59$:

f = 500*59 + 27.900 + 420*60 + 470*58 + 430*64 + 580*55 + 580*52 + 470*58 + 3.900 = 230.600 = w

Με την βοήθεια του LINGO ελέγχουμε :

<u>Για $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 64$, $P_{1,4} = 59$</u>

$f^* = 230.600$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* =0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Ισχύει ότι $f^*(u) = w$ επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα.

Θα εντοπίσουμε την περιοχή όπου ο παραγωγός μεγιστοποιεί το κέρδος του για την τέταρτη περίοδο, άρα και την αντίστοιχη τιμή προσφοράς, τόσο για τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την υποβάλλουσα προσφορά όσο και για τη μέθοδο ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,4}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_4)
[50,60]	(500,0,0,450)	(60-50)*500=5.000
[61,100]	(0,580,0,370)	0

Πίνακας 15 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την τέταρτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Επομένως η $P_{1,4}$ παίρνει την τιμή 60 και οι υπόλοιπες τιμές προσφορών μένουν σταθερές, δηλαδή $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 64$.

Επομένως το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 4.200 + 3.760 + 6.020 + 5.000 =$ **18.980 €** .

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος(smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,4}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_4)
[50,60]	(500,0,0,450)	4	62	(62-50)*500=6.000
[61,100]	(0,580,0,370)	4	62	0

Πίνακας 16 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την τέταρτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Η $P_{1,4}$ παίρνει και σε αυτήν την περίπτωση την τιμή 60 ενώ οι υπόλοιπες τιμές προσφορών μένουν σταθερές, δηλαδή $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 64$.

Το συνολικό κέρδος του παραγωγού και για τις τέσσερις περιόδους είναι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 4.200 + 3.760 + 6.020 + 6.000 =$ **19.980 €** .

Επανάληψη 5 **:**

Σε αυτή την επανάληψη με δεδομένες τις βελτιωμένες τιμές των $P_{1,2}$, $P_{1,3}$ και $P_{1,4}$ θα προσπαθήσουμε να βελτιώσουμε ακόμα περισσότερο και την $P_{1,1}$ στοχεύοντας να αυξήσουμε περαιτέρω το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού για την πρώτη περίοδο. Χρησιμοποιώντας το LINGO λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα:

<u>Για $P_{1,1}$ = 50, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60</u>

$f^* = 226.740$

$Q_{1,1}^* = 500$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 500$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

<u>Για $P_{1,1}$ = 100, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60</u>

$f^* = 231.310$

$Q_{1,1}^* = 0$, $Q_{1,2}^* = 0$, $Q_{1,3}^* = 0$, $Q_{1,4}^* = 0$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 580$

$Q_{3,1}^* = 420$, $Q_{3,2}^* = 470$, $Q_{3,3}^* = 430$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 370$

Ισχύει ότι $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,1}$, $f^*(P_{1,1})$) = (50, f^*(50)) ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,1}$, $f^*(P_{1,1})$) = (100, f^*(100)).

$500^* P_{1,1} + 500^*52 = 580^*52 + 420^*57 =>$

$500^* P_{1,1} + 26.000 = 54.100 =>$

$P_{1,1} = 56,2 =>$ $\mathbf{P_{1,1} = 56}$

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1}$ = 56 :

f = 500*56 + 26.000 + 470*58 + 430*64 + 500*60 + 580*55 + 470*58 + 450*62 + 3900 = 229.740 = w

Λύνουμε με τη βοήθεια του LINGO το κατώτερο πρόβλημα :

Για $P_{1,1}$ = 56, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60

f^* = 229.420 $\neq$ 229.740

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 430, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 470, $Q_{4,4}^*$ = 450

Προέκυψε δηλαδή $f^*(u) \neq w$ οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,56] και [56,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,1}$ = 50 και για $P_{1,1}$ = 56 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f^*(50)) και (56, f^*(56)).

500* $P_{1,1}$ + 500*52 = 420* $P_{1,1}$ + 580*52 =>

80* $P_{1,1}$ + 26.000 = 30.160 =>

$P_{1,1}$ = 52

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1}$ = 52 :

f = 500*52 + 26.000 + 470*58 + 430*64 + 500*60 + 580*55 + 470*58 + 450*62 + 3.900 = 227.740 = w

Χρησιμοποιώντας το LINGO για το κατώτερο πρόβλημα :

Για $P_{1,1}$ = 52, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60

f^* = 227.740

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 430, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}$* = 0, $Q_{3,2}$* = 0, $Q_{3,3}$* = 0, $Q_{3,4}$* = 0

$Q_{4,1}$* = 0, $Q_{4,2}$* = 0, $Q_{4,3}$* = 470, $Q_{4,4}$* = 450

Παρατηρούμε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,56].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,1}$ =56 και για $P_{1,1}$ =100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (56, f *(56)) και (100, f *(100)).

420* $P_{1,1}$ + 580*52 = 580*52 + 420*57 =>

420* $P_{1,1}$ = 420*57 =>

$P_{1,1}$ = 57

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για την τιμή $P_{1,1}$ = 57 :

f = 420*57 + 580*52 + 470*58 + 430*64 + 500*60 + 580*55 + 470*58 + 450*62 + 3.900 = 229.840 = w

Χρησιμοποιώντας το LINGO για το κατώτερο πρόβλημα :

<u>Για $P_{1,1}$ = 57, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60</u>

f * = 229.840

$Q_{1,1}$* = 420, $Q_{1,2}$* = 470, $Q_{1,3}$* = 430, $Q_{1,4}$* = 500

$Q_{2,1}$* = 580, $Q_{2,2}$* = 580, $Q_{2,3}$* = 0, $Q_{2,4}$* = 0

$Q_{3,1}$* = 0, $Q_{3,2}$* = 0, $Q_{3,3}$* = 0, $Q_{3,4}$* = 0

$Q_{4,1}$* = 0, $Q_{4,2}$* = 0, $Q_{4,3}$* = 470, $Q_{4,4}$* = 450

Προέκυψε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [56,100].

❖ Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,1}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_1)
[50,51]	(500,500,0,0)	(51-50)*500=500
[52,60]	(420,580,0,0)	(60-50)*420=4.200
[61,100]	(0,580,420,0)	0

Πίνακας 17 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την πέμπτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Παρατηρούμε πως η τιμή της $P_{1,1}$ δεν αλλάζει, αλλά μένει σταθερή και ίση με 60. Άρα και το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει ίδιο, όπως το υπολογίσαμε στην προηγούμενη επανάληψη, ίσο με **18.980 €** .

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος (smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,1}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_1)
[50,51]	(500,500,0,0)	2	52	(52-50)*500=1.000
[52,60]	(420,580,0,0)	1	$P_{1,1}$=60	(60-50)*420=4.200
[61,100]	(0,580,420,0)	3	57	0

Πίνακας 18 – Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την πέμπτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Και εδώ παρατηρούμε πως η τιμή της $P_{1,1}$ δεν αλλάζει και μένει ίση με 60. Το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει σταθερό και ίδιο με αυτό που υπολογίστηκε στην προηγούμενη επανάληψη, δηλαδή **19.980 €** .

Επανάληψη 6 **:**

Με δεδομένες τις βελτιωμένες τιμές των $P_{1,1}$, $P_{1,3}$ και $P_{1,4}$ στοχεύουμε να βελτιώσουμε ακόμα περισσότερο και την $P_{1,2}$ ώστε να αυξήσουμε περαιτέρω το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού για τη δεύτερη περίοδο. Χρησιμοποιώντας το LINGO λύνουμε το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου ξεχωριστά από το συνολικό πρόβλημα:

Για $P_{1,1} = 60, P_{1,2} = 50, P_{1,3} = 64, P_{1,4} = 60$

$f^* = 227.190$

$Q_{1,1}^* = 420,\quad Q_{1,2}^* = 500,\quad Q_{1,3}^* = 430,\quad Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580,\quad Q_{2,2}^* = 550,\quad Q_{2,3}^* = 0,\quad Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0,\quad Q_{3,2}^* = 0,\quad Q_{3,3}^* = 0,\quad Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0,\quad Q_{4,2}^* = 0,\quad Q_{4,3}^* = 470,\quad Q_{4,4}^* = 450$

Για $P_{1,1} = 60, P_{1,2} = 100, P_{1,3} = 64, P_{1,4} = 60$

$f^* = 231.310$

$Q_{1,1}^* = 0,\quad Q_{1,2}^* = 0,\quad Q_{1,3}^* = 0,\quad Q_{1,4}^* = 0$

$Q_{2,1}^* = 580,\quad Q_{2,2}^* = 580,\quad Q_{2,3}^* = 0,\quad Q_{2,4}^* = 580$

$Q_{3,1}^* = 420,\quad Q_{3,2}^* = 470,\quad Q_{3,3}^* = 430,\quad Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0,\quad Q_{4,2}^* = 0,\quad Q_{4,3}^* = 470,\quad Q_{4,4}^* = 370$

Είναι $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,2}, f^*(P_{1,2})) = (50, f^*(50))$ ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο $(P_{1,2}, f^*(P_{1,2})) = (100, f^*(100))$.

$500^* P_{1,2} + 550^*55 = 580^*55 + 470^*58 \Rightarrow$

$500^* P_{1,2} + 30.250 = 31.900 + 27.260 \Rightarrow$

$P_{1,2} = 57{,}82 \Rightarrow$ $\mathbf{P_{1,2} = 57}$

Υπολογίζουμε το κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους με δεδομένο ότι η $P_{1,2} = 57$:

$f = 500^*57 + 30.250 + 420^*60 + 430^*64 + 500^*60 + 580^*52 + 470^*58 + 450^*62 + 3.900 = 230.690 = w$

Βρίσκουμε τη λύση για το κατώτερο πρόβλημα με τη βοήθεια του LINGO:

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 57, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60

$f^* = 230.630 \neq 230.690$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Προέκυψε δηλαδή $f^*(u) \neq w$ οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,57] και [57,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,2} = 50$ και για $P_{1,2} = 57$ ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, $f^*(50)$) και (57, $f^*(57)$).

$500 * P_{1,2} + 550*55 = 470 * P_{1,2} + 580*55 \Rightarrow$

$30 * P_{1,2} = 1650 \Rightarrow$

$\mathbf{P_{1,2} = 55}$

Το κόστος και για τις τέσσερις περιόδους για $P_{1,2} = 55$ είναι :

$f = 500*55 + 550*55 + 420*60 + 430*64 + 500*60 + 580*52 + 470*58 + 450*62 + 3900 = 229.690 = w$

Λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα ξεχωριστά :

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 55, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60

$f^* = 229.690$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Παρατηρούμε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,57].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,2}$ =57 και για $P_{1,2}$ =100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (57, f *(57)) και (100, f *(100)).

$470^* P_{1,2} + 580^*55 = 580^*55 + 470^*58 \Rightarrow$

$470^* P_{1,2} = 470^*58 \Rightarrow$

$\boldsymbol{P_{1,2} = 58}$

Το συνολικό κόστος και για τις τέσσερις περιόδους για $P_{1,2}$ = 58 είναι :

f = 470*58 + 580*55 + 420*60 + 430*64 + 500*60 + 580*60 + 470*58 + 450*62 + 3.900 = 231.100 = w

Λύνουμε το κατώτερο πρόβλημα ξεχωριστά :

<u>Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60</u>

f^* = 231.100

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Ισχύει ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [57,100].

- Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,2}$*	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_2)
[50,54]	(500,550,0,0)	(54-50)*500=2.000
[55,58]	(470,580,0,0)	(58-50)*470=3.760
[59,100]	(0,580,470,0)	0

Πίνακας 19 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την έκτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Παρατηρούμε πως η τιμή της $P_{1,2}$ δεν αλλάζει, αλλά μένει σταθερή και ίση με 58. Άρα και το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει ίδιο, και ίσο με **18.980 €** .

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος(smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,2}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_2)
[50,54]	(500,550,0,0)	2	55	(55-50)*500=2.500
[55,58]	(470,580,0,0)	1	$P_{1,2}$=58	(58-50)*470=3.760
[59,100]	(0,580,470,0)	3	58	0

Πίνακας 20 – Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την έκτη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Και σε αυτή την περίπτωση η τιμή της $P_{1,2}$ δεν αλλάζει, μένει σταθερή στην τιμή 58. Επομένως το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει ίδιο, και ίσο με **19.980 €** .

Επανάληψη 7 **:**

Σε αυτή την επανάληψη έχουμε στόχο να βελτιώσουμε την τιμή $P_{1,3}$ ώστε να αυξήσουμε ακόμα περισσότερο το κέρδος του παραγωγού στην τρίτη περίοδο. Χρησιμοποιούμε το LINGO :

Για $P_{1,1} = 60, P_{1,2} = 58, P_{1,3} = 50, P_{1,4} = 60$

$f^* = 224.520$

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 500$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 400$, $Q_{4,4}^* = 450$

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 100, $P_{1,4}$ = 60

f^* = 231.310

$Q_{1,1}^*$ = 0, $Q_{1,2}^*$ = 0, $Q_{1,3}^*$ = 0, $Q_{1,4}^*$ = 0

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 580

$Q_{3,1}^*$ = 420, $Q_{3,2}^*$ = 470, $Q_{3,3}^*$ = 430, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 470, $Q_{4,4}^*$ = 370

Είναι $x^*(c_1) \neq x^*(P^{max})$.

Στη συνέχεια θα βρούμε το σημείο τομής(u,w) των δύο ευθειών, η μια εκ των οποίων ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,3}$, $f^*(P_{1,3})$) = (50, f^*(50)) ενώ η άλλη ξεκινάει από το σημείο ($P_{1,3}$, $f^*(P_{1,3})$) = (100, f^*(100)).

500* $P_{1,3}$ + 400*58 = 430*65 + 470*58 =>

500* $P_{1,3}$ + 23.200 = 55.210 =>

$P_{1,3}$ = 64,02 => **$P_{1,3}$ = 64**

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος του συστήματος για $P_{1,3}$ = 64 :

f = 500*64 + 23.200 + 420*60 + 470*58 + 500*60 + 580*52 + 580*55 + 450*62 + 3.900 = 231.520 = w

Σύμφωνα με το LINGO το κατώτερο πρόβλημα έχει λύση :

Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 64, $P_{1,4}$ = 60

f^* = 231.100 ≠ 231.520

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 430, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 470, $Q_{4,4}^*$ = 450

Προέκυψε δηλαδή $f^*(u) \neq w$ οπότε συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο για τα διαστήματα [50,64] και [64,100].

Θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,3}$ = 50 και για $P_{1,3}$ = 64 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (50, f *(50)) και (64, f *(64)).

$500^* P_{1,3} + 400^*58 = 430^* P_{1,3} + 470^*58$ =>

$\boldsymbol{P_{1,3} = 58}$

Υπολογίζουμε το κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για $P_{1,3}$ = 58 :

f = 500*58 + 400*58 + 420*60 + 470*58 + 500*60 + 580*52 + 580*55 + 450*62 + 3.900 = 228.520 = w

Σύμφωνα με το LINGO το κατώτερο πρόβλημα έχει λύση :

<u>Για $P_{1,1}$ = 60, $P_{1,2}$ = 58, $P_{1,3}$ = 58, $P_{1,4}$ = 60</u>

f * = 228.520

$Q_{1,1}^*$ = 420, $Q_{1,2}^*$ = 470, $Q_{1,3}^*$ = 500, $Q_{1,4}^*$ = 500

$Q_{2,1}^*$ = 580, $Q_{2,2}^*$ = 580, $Q_{2,3}^*$ = 0, $Q_{2,4}^*$ = 0

$Q_{3,1}^*$ = 0, $Q_{3,2}^*$ = 0, $Q_{3,3}^*$ = 0, $Q_{3,4}^*$ = 0

$Q_{4,1}^*$ = 0, $Q_{4,2}^*$ = 0, $Q_{4,3}^*$ = 400, $Q_{4,4}^*$ = 450

Παρατηρούμε ότι f *(u) = w επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [50,64].

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία για $P_{1,3}$ =64 και για $P_{1,3}$ =100 ώστε να βρούμε το σημείο τομής των ευθειών που ξεκινάνε από τα σημεία (64, f *(64)) και (100, f *(100)).

$430^* P_{1,3} + 470^*58 = 430^*65 + 470^*58$ =>

$430^* P_{1,3} = 430^*65$ =>

$\boldsymbol{P_{1,3} = 65}$

Υπολογίζουμε το κόστος του συστήματος και για τις τέσσερις περιόδους για $P_{1,3} = 65$:

f = 430*65 + 470*58 + 420*60 + 470*58 + 500*60 + 580*52 + 580*55 + 450*62 + 3.900 = 231.310 = w

Σύμφωνα με το LINGO το κατώτερο πρόβλημα έχει λύση :

<u>Για $P_{1,1} = 60$, $P_{1,2} = 58$, $P_{1,3} = 65$, $P_{1,4} = 60$</u>

$f^* = 231.310$

$Q_{1,1}^* = 0$, $Q_{1,2}^* = 0$, $Q_{1,3}^* = 0$, $Q_{1,4}^* = 0$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 580$

$Q_{3,1}^* = 420$, $Q_{3,2}^* = 470$, $Q_{3,3}^* = 430$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 370$

Παρατηρούμε ότι $f^*(u) = w$ επομένως δεν χρειάζεται να συνεχίσουμε την έρευνα για το διάστημα [64,100].

- Αποζημίωση ανάλογη της υποβληθείσας προσφοράς

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,3}^*$	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_3)
[50,58]	(500,0,0,400)	(58-50)*500=4.000
[59,64]	(430,0,0,470)	(64-50)*430=6.020
[65,100]	(0,0,430,470)	0

Πίνακας 21 - Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την έβδομη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Η τιμή της $P_{1,3}$ δεν αλλάζει, αλλά μένει σταθερή και ίση με 64. Άρα και το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει ίδιο, και ίσο με **18.980 €**.

❖ Αποζημίωση ανάλογη της οριακής τιμής του συστήματος(smp)

Περιοχή προσφοράς (bid area)	$Q_{n,3}$*	Οριακή μονάδα	Οριακή τιμή συστήματος (smp)	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(F_3)
[50,58]	(500,0,0,400)	4	58	(58-50)*500=4.000
[59,64]	(430,0,0,470)	1	$P_{1,3}$=64	(64-50)*430=6.020
[65,100]	(0,0,430,470)	3	65	0

Πίνακας 22 – Περιοχές προσφοράς και κέρδος στρατηγικού παραγωγού για την έβδομη επανάληψη σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Και σε αυτή την περίπτωση η τιμή της $P_{1,3}$ δεν αλλάζει, μένει σταθερή στην τιμή 64. Επομένως το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού παραμένει ίδιο, και ίσο με **19.980 €** .

Επανάληψη 8 **:**

Δεν χρειάζεται να πραγματοποιήσουμε αυτή την επανάληψη διότι είναι η ίδια με την επανάληψη 4. Οι τιμές $P_{1,1}$, $P_{1,2}$ και $P_{1,3}$ είναι 60,58 και 64 αντίστοιχα, όπως ήταν και για την επανάληψη 4. Επομένως η τιμή $P_{1,4}$ θα παραμείνει σταθερή, δηλαδή 60. ‘Ετσι ολοκληρώνεται ένας κύκλος επαναλήψεων(επαναλήψεις 5 έως 8) όπου οι τιμές προσφορών του στρατηγικού παραγωγού παραμένουν σταθερές. Συνεπώς η επαναληπτική διαδικασία τερματίζει.

Τελικά ο αλγόριθμος μετά από οχτώ επαναλήψεις είναι σε θέση να δώσει το τελικό αποτέλεσμα και για τις δύο μεθόδους αποζημίωσης.

Μεταβλητές απόφασης ανώτερου επιπέδου :

$$P_{1,1}^* = 60,\ P_{1,2}^* = 58,\ P_{1,3}^* = 64,\ P_{1,4}^* = 60$$

Το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού :

1. Όταν η μέθοδος αποζημίωσης βασίζεται στην υποβάλλουσα προσφορά του παραγωγού είναι ***F*** *** = 18.980 €.**

2. Όταν η μέθοδος αποζημίωσης βασίζεται στην οριακή τιμή του συστήματος είναι ***F* * = 19.980 €.**

Μεταβλητές απόφασης κατώτερου επιπέδου :

$Q_{1,1}^* = 420$, $Q_{1,2}^* = 470$, $Q_{1,3}^* = 430$, $Q_{1,4}^* = 500$

$Q_{2,1}^* = 580$, $Q_{2,2}^* = 580$, $Q_{2,3}^* = 0$, $Q_{2,4}^* = 0$

$Q_{3,1}^* = 0$, $Q_{3,2}^* = 0$, $Q_{3,3}^* = 0$, $Q_{3,4}^* = 0$

$Q_{4,1}^* = 0$, $Q_{4,2}^* = 0$, $Q_{4,3}^* = 470$, $Q_{4,4}^* = 450$

Το συνολικό κόστος για την ικανοποίηση της ζήτησης σε ενέργεια και για τις τέσσερις περιόδους :

***f* * = 231.100 €**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Κύριος σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση της απόδοσης και η απόδειξη της αξιοπιστίας του ευρετικού αλγορίθμου για την εύρεση των βέλτιστων προσφορών προς υποβολή από έναν παραγωγό που συμμετέχει σε μια αγορά ενέργειας με χρονικό ορίζοντα πολλών περιόδων.

Για να γίνει αυτό, η μεθοδολογία επίλυσης που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο προγραμματίστηκε με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού *C* και το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν το *Microsoft Visual Studio 2010.* Επίσης χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος που έχει αναπτυχθεί στην εργασία “ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΥΠΟΒΟΛΗ ΠΡΟΣΦΟΡΩΝ ΣΕ ΗΜΕΡΗΣΙΕΣ ΑΓΟΡΕΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ” (Ματσίγκος, 2016). Και αυτός ο αλγόριθμος έχει προγραμματιστεί με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού *C* και το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν το *Microsoft Visual Studio 2012.* Το κύριο χαρακτηριστικό του, που είναι και ο λόγος που τον χρησιμοποιήσαμε, είναι ότι έχει ως αρχή την εξαντλητική δοκιμή όλων των πιθανών συνδυασμών των προσφορών για κάθε χρονική περίοδο. Με λίγα λόγια είναι σε θέση, μέσα από μια χρονοβόρα διαδικασία, να μας δώσει την ολικά βέλτιστη λύση του διεπίπεδου προβλήματος για πολλαπλές χρονικές περιόδους. Συνεπώς αυτός ο αλγόριθμος λειτουργεί ως μια μέθοδος επαλήθευσης και σύγκρισης για τα αποτελέσματα που μας δίνει ο ευρετικός αλγόριθμος.

Για να μελετήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου ευρετικού αλγορίθμου πραγματοποιήσαμε συνολικά τριάντα πέντε πειράματα. Τα δεκαπέντε από αυτά αντιστοιχούν σε προβλήματα τεσσάρων παραγωγών (N=4) και τεσσάρων περιόδων (T=4) ενώ πραγματοποιήθηκαν και από πέντε πειράματα για τις περιπτώσεις : πέντε παραγωγών (N=5) και τεσσάρων περιόδων (T=4), έξι παραγωγών (N=6) και τεσσάρων περιόδων (T=4) τεσσάρων παραγωγών (N=4) και πέντε περιόδων (T=5) και πέντε παραγωγών (N=5) και πέντε περιόδων (T=5).

Τα δεδομένα για τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν παράχθηκαν με τον παρακάτω τρόπο. Αρχικά πρέπει να τονιστεί πως τα τεχνικά χαρακτηριστικά (τεχνικά ελάχιστα m_n και τεχνικά μέγιστα k_n), τα κόστη εκκίνησης (SUC_n) και οι τιμές προσφοράς ($P_{n,t}$) των παραγωγών, εκτός του στρατηγικού παραγωγού, αντιστοιχούν σε δεδομένα πραγματικών μονάδων που συμμετέχουν στην ελληνική αγορά ενέργειας. Σε ένα πείραμα δηλαδή, τα συγκεκριμένα δεδομένα των ανταγωνιστών παραγωγών αντιστοιχούνται τυχαία με κάποια από τα πραγματικά δεδομένα που έχουμε στη διάθεσή μας.

Σε ότι αφορά τον στρατηγικό παραγωγό, σε κάθε πείραμα το τεχνικό του ελάχιστο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα ($\min_{n\neq 1} m_n$,$\max_{n\neq 1} k_n$) και το τεχνικό του μέγιστο ισούται με m_1 + (r *($\max_{n\neq 1}(k_n - m_n)$ - $\min_{n\neq 1}(k_n - m_n)$)) όπου το r είναι ένας τυχαίος αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα (0,1) και ανανεώνεται για κάθε διαφορετικό πείραμα. Το κόστος εκκίνησης της πρώτης μονάδας είναι επίσης ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα ($\min_{n\neq 1} SUC_n$,$\max_{n\neq 1} SUC_n$) , το μοναδιαίο κόστος παραγωγής της ισούται με 0,95*($\min_{n\neq 1} P_{n,t}$) και το ανώτατο όριο για τιμές προσφοράς ισούται με 1,05*($\max_{n\neq 1} P_{n,t}$). Τέλος, η ζήτηση σε ενέργεια για κάθε περίοδο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα [($\max_n m_n$,$\sum_{n=1}^{N} m_n$)].

Για την εκτέλεση των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά βελτιστοποίησης IBM CPLEX Optimization Studio v.12.4 και LINGO 13.0. Ο υπολογιστής που χρησιμοποιήθηκε είναι εξοπλισμένος με επεξεργαστή Intel Core i3 – 330 @ 2.13 GHz, εγκατεστημένη μνήμη (RAM) 4 GB και Windows 7 Ultimate (64-bit).

6.1 Πίνακες πειραματικών αποτελεσμάτων

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι πίνακες με τα αποτελέσματα των πειραμάτων που πραγματοποιήσαμε (35 στο σύνολο). Τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε για να εκτιμήσουμε την απόδοση του αλγορίθμου που προτείνουμε είναι ο χρόνος που απαιτείται για την εκτέλεσή του, ο αριθμός επαναλήψεων που εκτελούνται μέχρι να δώσει ο αλγόριθμος το τελικό αποτέλεσμα, ο μέσος όρος περιοχών προσφοράς (bid areas) ανά επανάληψη και η επί τοις εκατό (%) απόκλιση του αλγορίθμου, που έχει να κάνει με την ακρίβεια της ευρετικής λύσης ως προς το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού και υπολογίζεται συγκρίνοντας την ευρετική λύση με την αναλυτική λύση που παίρνουμε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο που έχει αναπτυχθεί από τον Ματσίγκο (Ματσίγκος, 2016). Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την υποβληθείσα προσφορά(***pay-as-bid***) και στη συνέχεια των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο αποζημίωσης ανάλογα με την οριακή τιμή του συστήματος(***smp***).

6.1.1 Πειραματικά αποτελέσματα σύμφωνα με τη μέθοδο αποζημίωσης βάσει της υποβληθείσας προσφοράς

Στη συνέχεια παρατίθενται οι πίνακες των αποτελεσμάτων για τις περιπτώσεις αγορών ενέργειας τεσσάρων παραγωγών (N=4) και τεσσάρων περιόδων (T=4), πέντε παραγωγών (N=5) και τεσσάρων περιόδων (T=4), έξι παραγωγών (N=6) και τεσσάρων περιόδων (T=4), τεσσάρων παραγωγών (N=4) και πέντε περιόδων (T=5) και πέντε παραγωγών (N=5) και πέντε περιόδων (T=5). Οι παραγωγοί αποζημιώνονται με βάση τις προσφορές που υποβάλλουν για κάθε περίοδο. Στο τέλος όλα τα δεδομένα για τη συγκεκριμένη μέθοδο αποζημίωσης συγκεντρώνονται σε ένα πίνακα με τη μορφή μέσων όρων.

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλε-σης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	1,774	1	0	0	0
2	7	1,742	1	0	0	0
3	7	7,571	2,143	37.424	37.424	0
4	10	7,941	2,1	5.880	5.985	1,754
5	9	6,676	2,222	14.562	14.874	2,097
6	7	6,208	2,429	10.432	10.920	4,468
7	8	4,575	1,875	13.260	13.910	4,672
8	7	3,916	2	17.415	17.415	0
9	7	5,881	2,571	37.905	38.487	1,512
10	8	8,491	2,375	31.837	31.837	0
11	12	10,566	2,167	16.022	16.022	0
12	7	4,961	2	22.440	22.440	0
13	7	3,479	1,714	14.492	14.697	1,394
14	7	1,747	1	0	0	0
15	7	1,731	1	0	0	0
Μ.Ο.	**7,8**	**5,1506**	**1,84**	-	-	**1,0598**

Πίνακας 23 - Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=4 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλε-σης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	1,669	1	0	0	0
2	7	4,727	2,571	9.576	11.991	20,14
3	7	5,226	2,286	31.587	31.743	0,491
4	7	6,069	2,571	5.594	5.686	1,618
5	7	5,351	2,286	10.253	10.672	3,926
Μ.Ο.	**7**	**4,608**	**2,143**	-	-	**5,235**

Πίνακας 24- Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=5 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλε-σης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	1,709	1	0	0	0
2	12	10,157	2,5	53.233	53.387	0,288
3	7	8,859	3	43.573	43.739	0,379
4	7	4,984	2,571	23.060	24.771	6,907
5	7	3,669	2	48.594	48.594	0
Μ.Ο.	**8**	**5,875**	**2,214**	-	-	**1,514**

Πίνακας 25- Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=6 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλε-σης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	9	5,725	2	51.330	51.330	0
2	9	7,738	2,778	20.345	20.620	1,33
3	9	5,944	2,333	29.270	29.902	2,113
4	33	27,062	2,030	13.706	13.706	0
5	9	2,129	1	0	0	0
Μ.Ο.	**13,8**	**9,719**	**2,028**	-	-	**0,688**

Πίνακας 26 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=4 και *T*=5 σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλε-σης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	15	14,079	2,2	17.980	17.980	0
2	11	7,994	2	44.770	44.858	0,196
3	9	14,801	2,667	14.024	14.206	1,281
4	10	9,102	2,5	42.943	43.013	0,162
5	9	7,163	2	23.140	23.140	0
Μ.Ο.	**10,8**	**10,627**	**2,273**	-	-	**0,327**

Πίνακας 27 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=5 και *T*=5 σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

Από το σύνολο των 35 πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν σύμφωνα με τη μέθοδο αποζημίωσης *pay-as-bid*, λαμβάνουμε τις παρακάτω τιμές σχετικά με την απόδοση του ευρετικού αλγορίθμου:

	Μέσος όρος
Αριθμός επαναλήψεων	9
Χρόνος εκτέλεσης(sec)	6,611
Bid areas ανά επανάληψη	2,025
Απόκλιση(%)	1,563

Πίνακας 28 - Μέσοι όροι αποτελεσμάτων των πειραμάτων σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid*

6.1.2 Πειραματικά αποτελέσματα σύμφωνα με τη μέθοδο αποζημίωσης βάσει της οριακής τιμής του συστήματος

Παρακάτω παρατίθενται οι πίνακες αποτελεσμάτων για τις ίδιες περιπτώσεις αγορών ενέργειας όπως και πριν, όμως αυτή τη φορά η μέθοδος αποζημίωσης των παραγωγών βασίζεται στην οριακή τιμή του συστήματος.

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλεσης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	1,697	1	0	0	0
2	7	1,795	1	0	0	0
3	7	7,4	2,143	25.850	25.850	0
4	7	5,254	2	22.344	22.344	0
5	7	5,382	2,429	10.199	10.199	0
6	7	3,589	2	14.440	14.695	1,735
7	7	4,604	2,286	10.920	10.920	0
8	7	4,477	2,143	22.446	22.446	0
9	7	4,087	2	28.779	28.779	0
10	7	5,605	2,143	12.040	12.040	0
11	7	5,887	2,429	9.756	9.756	0
12	7	4,977	2	6.365	6.365	0
13	7	5,382	1,857	7.980	14.697	45,7
14	7	1,7	1	0	0	0
15	7	1,607	1	0	0	0
Μ.Ο.	**7**	**4,229**	**1,83**	-	-	**3,162**

Πίνακας 29 - Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=4 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλεσης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	1,653	1	0	0	0
2	11	8,096	2	29.913	29.913	0
3	7	4,914	2,429	35.317	35.317	0
4	7	7,004	2,143	5.355	5.355	0
5	7	3,993	2,143	19.579	19.579	0
Μ.Ο.	**7,8**	**5,132**	**1,943**	-	-	**0**

Πίνακας 30 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=5 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλεσης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	7	6,091	2	8.307	8.307	0
2	7	5,818	2,286	57.857	57.857	0
3	7	8,844	3	43.573	43.739	0,379
4	7	5,724	2,571	27.856	29.154	4,452
5	7	4,503	2	36.537	36.537	0
Μ.Ο.	**7**	**6,196**	**2,371**	-	-	**0,966**

Πίνακας 31 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=6 και *T*=4 σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλεσης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	9	5,475	2	28.272	28.272	0
2	9	5,413	2,222	21.729	21.729	0
3	9	8,018	2,222	35.847	48.036	25,374
4	9	7,998	2,222	20.868	20.868	0
5	9	2,137	1	0	0	0
Μ.Ο.	**9**	**5,808**	**1,933**	-	-	**5,074**

Πίνακας 32 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=4 και *T*=5 σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Πείραμα	Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος εκτέλεσης (sec)	Bid areas ανά επανάληψη	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΕΥΡΕΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Κέρδος στρατηγικού παραγωγού(€) ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ	Απόκλιση (%)
1	21	22,306	3,238	17.486	20.223	13,534
2	9	4,678	2	32.947	33.308	1,083
3	9	8,446	2,333	13.917	13.917	0
4	9	7,899	2,222	38.170	38.170	0
5	9	8,827	2	14.932	14.932	0
Μ.Ο.	**11,4**	**10,431**	**2,358**	-	-	**2,923**

Πίνακας 33 – Αποτελέσματα πειραμάτων με *N*=5 και *T*=5 σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

Αντίστοιχα, λαμβάνουμε τις τιμές για το σύνολο των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο *smp* :

	Μέσος όρος
Αριθμός επαναλήψεων	8,028
Χρόνος εκτέλεσης(sec)	5,75
Bid areas ανά επανάληψη	2,013
Απόκλιση(%)	2,635

Πίνακας 34 - Μέσοι όροι αποτελεσμάτων των πειραμάτων σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*

6.2 Σχολιασμός πειραματικών αποτελεσμάτων

Στους πίνακες που παρατέθηκαν η δεύτερη στήλη (αριθμός επαναλήψεων) έχει να κάνει με το πόσες φορές επιλύθηκε κάποιο υποπρόβλημα του κύριου προβλήματος μέχρις ότου ο ευρετικός αλγόριθμος τερματίσει. Η τρίτη στήλη αφορά το χρόνο που χρειάστηκε ο αλγόριθμος για να δώσει την τελική του λύση. Στην τέταρτη στήλη καταγράφεται πόσες περιοχές προσφοράς υπάρχουν κατά μέσο όρο σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου. Πρέπει να υπενθυμίσουμε πως ο αριθμός των περιοχών προσφοράς υποδηλώνει το πλήθος των διαφορετικών βέλτιστων λύσεων για το κατώτερο πρόβλημα ή αλλιώς τον αριθμό των γραμμικών τμημάτων που συνθέτουν τη συνάρτηση $f^*(P_{1,t})$. Στην πέμπτη στήλη βρίσκεται το αποτέλεσμα του ευρετικού αλγορίθμου και στην έκτη στήλη το αποτέλεσμα που πήραμε με την χρήση του αναλυτικού αλγορίθμου. Στην τελευταία στήλη καταγράφεται η επί τοις εκατό(%) απόκλιση του ευρετικού αλγορίθμου το οποίο υπολογίζεται από τη σύγκριση των δύο λύσεων που διαθέτουμε. Στους δύο συγκεντρωτικούς πίνακες παρατίθενται οι μέσοι όροι των αποτελεσμάτων για το σύνολο των πειραμάτων(35) τόσο για τη μέθοδο *pay-as-bid* όσο και για τη μέθοδο *smp*.

Μπορούμε να δούμε πως η ακρίβεια του ευρετικού αλγορίθμου που παρουσιάζεται είναι άκρως ικανοποιητική καθώς οι λύσεις που μας δίνει σύμφωνα με την μέθοδο *pay-as-bid* αντιστοιχούν στο 98,437% της αναλυτικής λύσης ενώ σύμφωνα με τη μέθοδο *smp* αντιστοιχούν στο 97,365% της αναλυτικής λύσης. Αυτά τα ποσοστά υπολογίζονται αν από την 100% ακρίβεια της αναλυτικής λύσης αφαιρέσουμε το μέσο όρο απόκλισης όλων των πειραμάτων για κάθε μία μέθοδο αποζημίωσης (1,563% και 2,635% αντίστοιχα).

Η αποδοτικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου είναι εμφανής καθώς είναι σε θέση να δώσει την τελική λύση σε 6,611 δευτερόλεπτα κατά μέσο όρο (συγκεντρωτικός πίνακας μέσων όρων) σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid* και σε 5,75 δευτερόλεπτα κατά μέσο όρο (συγκεντρωτικός πίνακας μέσων όρων) σύμφωνα με τη μέθοδο *smp*. Είναι σημαντικό πλεονέκτημα λοιπόν πως η εφαρμογή του δεν απαιτεί υψηλές υπολογιστικές δυνατότητες.

Η αναλογία μεταξύ χρόνου εκτέλεσης και ακρίβειας λύσης καταδεικνύει πως ο συγκεκριμένος αλγόριθμος μπορεί να αποτελέσει σημαντικό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων μεγάλου μεγέθους. Αν παρατηρήσουμε τους πίνακες των αποτελεσμάτων για την περίπτωση αγοράς τεσσάρων παραγωγών και τεσσάρων περιόδων οι μέσοι χρόνοι εκτέλεσης για τις δύο μεθόδους αποζημίωσης είναι 5,15 και 4,22 δευτερόλεπτα. Για την περίπτωση πέντε παραγωγών και τεσσάρων περιόδων οι μέσοι χρόνοι εκτέλεσης είναι 4,68 και 5,132 δευτερόλεπτα ενώ για την περίπτωση έξι παραγωγών και τεσσάρων περιόδων είναι 5,875 και 6,196 δευτερόλεπτα. Η αύξηση του μέσου χρόνου εκτέλεσης καθώς αυξάνεται ο αριθμός των παραγωγικών μονάδων είναι ασήμαντη σε ρεαλιστικές συνθήκες. Όταν στον ορίζοντα προγραμματισμού προστίθεται μία ακόμα περίοδος, δηλαδή στις περιπτώσεις τεσσάρων παραγωγών και πέντε περιόδων και πέντε παραγωγών και πέντε περιόδων, ο μέσος χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται περίπου στα δέκα(10) δευτερόλεπτα, γεγονός που δικαιολογείται καθώς ο αλγόριθμος πρέπει να εκτελέσει επιπλέον επαναλήψεις και για την πέμπτη περίοδο. Αυτό φαίνεται και αν παρατηρήσουμε στους πίνακες των πρώτων τριών περιπτώσεων πως ο μέσος αριθμός επαναλήψεων κυμαίνεται από 7 έως 8 ενώ στις δύο τελευταίες περιπτώσεις κυμαίνεται από 9 έως 13,8 επαναλήψεις κατά μέσο όρο. Ακόμα και έτσι όμως ο χρόνος εκτέλεσης παραμένει αρκετά ικανοποιητικός.

Ένα ακόμη ενθαρρυντικό στοιχείο σχετικά με την επαναληπτική διαδικασία που προτείνουμε είναι πως ο αριθμός των περιοχών προσφοράς (bid areas) ανά επανάληψη είναι μικρός και μεταβάλλεται ελάχιστα ανάλογα με το πλήθος των παραγωγών, των περιόδων και της μεθόδου αποζημίωσης. Σύμφωνα με τη μέθοδο *pay-as-bid* υπάρχουν κατά μέσο όρο 2,025 περιοχές προσφοράς ανά επανάληψη ενώ σύμφωνα με τη μέθοδο *smp* υπάρχουν κατά μέσο όρο 2,013. Όπως αναφέραμε και πριν μια περιοχή προσφοράς αντιστοιχεί σε μία βέλτιστη λύση του προβλήματος του κατώτερου επιπέδου. Φανερώνεται λοιπόν η απλότητα της παραμετρικής διαδικασίας που ακολουθούμε καθώς σε κάθε επανάληψη, όπου επιλύεται ένα υποπρόβλημα του συνολικού προβλήματος, το πρόβλημα του κατώτερου επιπέδου θα λύνεται για έναν αριθμό φορών που είναι εντός λογικών πλαισίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάσαμε ένα μεικτό ακέραιο μη γραμμικό διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη στρατηγική υποβολής βέλτιστων προσφορών από παραγωγούς ενέργειας που συμμετέχουν σε αγορές ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας με αδιαιρετότητες. Η χρήση δυαδικών μεταβλητών για τη δέσμευση ή αποδέσμευση των μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και η επιβολή ενός κατώτερου ορίου για την ποσότητα ενέργειας που κάθε μονάδα παρέχει όταν συμμετάσχει στην αγορά, ξεχωρίζουν αυτό το μοντέλο από παρόμοια μοντέλα που έχουν μελετηθεί στο παρελθόν. Χρησιμοποιώντας σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού αναπτύξαμε αρχικά μια αλγοριθμική μεθοδολογία, η οποία εγγυάται την εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης για την περίπτωση αγοράς προγραμματισμού μίας χρονικής περιόδου, και στη συνέχεια την επεκτείναμε για την περίπτωση αγοράς προγραμματισμού πολλαπλών χρονικών περιόδων. Στην περίπτωση των πολλαπλών χρονικών περιόδων η τελική λύση ενδέχεται να μην είναι η ολικά βέλτιστη, θα είναι όμως μια άκρως ικανοποιητική προσέγγιση αυτής. Τα πειραματικά αποτελέσματα που παρατίθενται αποδεικνύουν την ικανοποιητική ακρίβεια του ευρετικού αλγορίθμου καθώς και την υψηλή του απόδοση αφού έχει τη δυνατότητα να δώσει την τελική του λύση σε ελάχιστα δευτερόλεπτα.

Η σχέση μεταξύ της ακρίβειας λύσης και του χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντική. Για αυτό το λόγο θα πρέπει μελλοντικά να εξεταστεί αν αυτή η σχέση παραμένει ικανοποιητική όταν στην αγορά ενέργειας συμμετέχουν περισσότεροι παραγωγοί και αυξάνεται και ο χρονικός ορίζοντας προγραμματισμού. Για να γίνει αυτό θα χρειαστούν υψηλότατες υπολογιστικές δυνατότητες, καθώς και κάποιος διαφορετικός αλγόριθμος εύρεσης της ολικά βέλτιστης λύσης, καθώς με το συγκεκριμένο αλγόριθμο εξαντλητικής απαρίθμησης που χρησιμοποιήσαμε οι χρόνοι που απαιτούνται είναι μη αποδεκτοί.

Επιπλέον μελλοντική έρευνα μπορεί να πραγματοποιηθεί, αν η μορφοποίηση που παρουσιάστηκε επεκταθεί περαιτέρω ώστε να συμπεριλάβει πρόσθετες πτυχές και περιορισμούς του πραγματικού προβλήματος, όπως οι ελάχιστοι χρόνοι μη λειτουργίας (minimum downtimes) και οι ελάχιστοι χρόνοι λειτουργίας (minimum uptimes) των μονάδων παραγωγής και η μέγιστη επιτρεπόμενη μεταβολή της ποσότητας ενέργειας που παράγει μία μονάδα σε δύο διαδοχικές περιόδους.

Βιβλιογραφία

Kozanidis G, Kostarelou E, Andrianesis P, Liberopoulos G. “Mixed integer parametric bilevel programming for optimal strategic bidding of energy producers in day-ahead electricity markets with indivisibilities. ” *Optimization* 2013;62(8):1045-1068

Kozanidis G, Kostarelou E, Andrianesis P, Liberopoulos G. (2011) “Mixed integer bilevel programming for optimal bidding strategies in day-ahead electricity markets with indivisibilities.” In 1st International Symposium & 10th Balkan Conference on Operational Research (BAL-COR), Sep 22–25; Thessaloniki, Greece. p. 8.

Andrianesis P, Liberopoulos G, Kozanidis G, Papalexopoulos (2012) “A. Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities – part I: design and evaluation methodolgy.” IEEE Trans. Power Syst. 28:960–968.

Andrianesis P, Liberopoulos G, Kozanidis G, Papalexopoulos A. (2012) “Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities – part II: implementation and numerical evaluation.” IEEE Trans. Power Syst. 28:969–977.

Ματσίγκος Χ, (2016) “ Συνδυαστική απαρίθμηση για βέλτιστη υποβολή προσφορών σε ημερήσιες αγορές προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας. ” Βόλος, Ελλάδα

H. v. Stackelberg, (1952) “English translation: The theory of market economy”, Marktform und Gleichgewicht, Springer Verlag, Berlin, 1934, Oxford University Press.

Dempe S. (2002) “Foundations of bilevel programming.” New York (NY): Kluwer Academic; 2002

S. Dempe, S. Franke, (1991), “Bilevel Optimization Problems with Vectorvalued Objective Functions in Both Levels”, Paper by TU Bergakademie Freiberg, Germany.

Garcia-Martos, C, Rodriguez, J. and Sanchez, M.J. (2007), “Mixed models for short-run forecasting of electricity prices: Application for the Spanish market”, IEEE Transactions on Power Systems, 22(2), 544-552.

Ragupathi, R. and Das, T.K. (2004), “A stochastic game approach for modeling wholesale energy bidding in deregulated power markets”, IEEE Transactions on Power Systems, 19(2), 849-856.

Weber, J.D. and Overbye, T.J. (2002), “An individual welfare maximization algorithm for electricity markets”, IEEE Transactions on Power Systems, 17(3), 590-596.

Gountis, V.P. and Bakirtzis, A.G. (2004), “Bidding strategies for electricity producers in a competitive electricity marketplace”, IEEE Transactions on Power Systems, 19(1), 356-365.

Fampa, M., Barroso, L.A., Candal, D. and Simonetti, L. (2008), “Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets”, Computational Optimization & Applications, 39, 121-142.

Barroso, L.A., Carneiro, R.D., Granville, S., Pereira, M.V. and Fampa, M.H.C. (2006), “Nash equilibrium in strategic bidding: A binary expansion approach”, IEEE Transactions on Power Systems, 21(2), 629-638.

Ruiz, C. and Conejo, A.J. (2009), “Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices”, IEEE Transactions on Power Systems, 24(4), 1855-1866.

Li, T., Shahidehpour, M. and Keyhani, A. (2004), “Market power analysis in electricity markets using supply function equilibrium model”, IMA Journal of Management Mathematics, 15, 339-354.

Hu, X. and Ralph, D. (2007), "Using EPECs to model bilevel games in restructured electricity markets with locational prices", Operations Research, 55(5), 809-827.

Hobbs, B.F., Metzler, C.B. and Pang, J.-S. (2000), "Strategic gaming analysis for electric power systems: An MPEC approach", IEEE Transactions on Power Systems, 15(2), 638-645.

Li, T., Shahidehpour, M. and Keyhani, A. (2004), "Market power analysis in electricity markets using supply function equilibrium model", IMA Journal of Management Mathematics, 15, 339-354.

Geoffrion AM, Nauss R. Parametric and postoptimality analysis in integer linear programming. Manage. Sci. 1977; 23: 453–466.

Noltemeier H. Sensitivetätsanalyse bei diskreten linearen optimierungsprobleme [Sensitivity analysis of discrete linear optimization problems]. In: Beckmann M, Kunzi HP, editors. Lecture notes in operations research and mathematical systems. New York (NY): Springer-Verlag; 1970.

Andrianesis P, Biskas P, Liberopoulos G. An overview of Greece's wholesale electricity market with emphasis on ancillary services. Electr. Power Syst. Res. 2011; 81: 1631–1642.

Hamdy A.Taha. (2012). *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα* (9η Έκδοση εκδ.). (Στέφανος Κατσαβούνης, Επιμ., & Αθανάσιος Ι. Μάργαρης, Μεταφρ.) Αθήνα: Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ.

LINGO 13.0, User's guide, Chicago, IL: LINDO Systems, Inc; 2016. Available from: http:// www.lindo.com/.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση αγοράς όπου συμμετέχουν τέσσερις παραγωγοί(N=4) για τέσσερις περιόδους(T=4)

<u>Πείραμα 1</u>

$N = 4$

$T = 4$

$C_1 = 46$

$P^{max} = 75$

D_t = 531 332 385 290

k_n = 260 144 384 151

m_n = 245 60 240 65

$P_{2,t}$ = 70 65 49 49

$P_{3,t}$ = 57 49 72 64

$P_{4,t}$ = 52 49 57 57

SUC_n = 20.013 24.000 15.000 18.000

<u>Πείραμα 2</u>

$N = 4$

$T = 4$

$C_1 = 46$

$P^{max} = 75$

D_t = 546 241 380 350

k_n = 192 287 377 550

m_n = 140 120 240 155

$P_{2,t}$ = 52 57 49 72

$P_{3,t}$ = 49 70 57 49

$P_{4,t}$ = 55 55 57 65

SUC_n = 21.945 50.000 13.000 25.000

Πείραμα 3

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 850 920 1120 1050

k_n = 400 151 287 550

m_n = 303 65 120 155

$P_{2,t}$ = 72 72 65 72

$P_{3,t}$ = 72 64 55 70

$P_{4,t}$ = 52 49 55 57

SUC_n = 21.945 50.000 13.000 25.000

Πείραμα 4

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 73

D_t = 708 820 660 851

k_n = 399 287 476 377

m_n = 392 120 144 240

$P_{2,t}$ = 49 57 64 55

$P_{3,t}$ = 70 57 49 64

$P_{4,t}$ = 55 55 57 55

SUC_n = 21.402 50.000 10.000 13.000

Πείραμα 5

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 688 737 771 702

k_n = 329 384 287 287

m_n = 316 240 120 120

$P_{2,t}$ = 52 49 70 72

$P_{3,t}$ = 55 49 65 49

$P_{4,t}$ = 70 49 64 52

SUC_n = 48.197 15.000 50.000 50.000

Πείραμα 6

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 412 495 512 554

k_n = 268 144 550 384

m_n = 112 60 155 240

$P_{2,t}$ = 65 64 55 70

$P_{3,t}$ = 52 55 64 64

$P_{4,t}$ = 57 55 49 72

SUC_n = 23.761 24.000 25.000 15.000

<u>Πείραμα 7</u>

N = 4

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 75

D_t = 453 649 654 585

k_n = 260 377 550 151

m_n = 225 240 155 65

$P_{2,t}$ = 57 70 72 65

$P_{3,t}$ = 52 70 52 64

$P_{4,t}$ = 52 70 52 52

SUC_n = 13.064 13.000 25.000 18.000

<u>Πείραμα 8</u>

N = 4

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 75

D_t = 702 695 836 800

k_n = 387 476 377 188

m_n = 365 144 240 105

$P_{2,t}$ = 70 64 65 55

$P_{3,t}$ = 65 55 64 52

$P_{4,t}$ = 64 72 70 65

SUC_n = 11.152 10.000 13.000 27.000

Πείραμα 9

N = 4

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 75

D_t = 806 722 663 821

k_n = 525 188 550 476

m_n = 429 105 155 144

$P_{2,t}$ = 72 57 72 64

$P_{3,t}$ = 72 64 70 52

$P_{4,t}$ = 65 57 65 64

SUC_n = 10.440 27.000 25.000 10.000

Πείραμα 10

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 73

D_t = 718 660 846 832

k_n = 317 188 377 377

m_n = 307 105 240 240

$P_{2,t}$ = 52 70 57 49

$P_{3,t}$ = 64 57 70 70

$P_{4,t}$ = 64 49 49 64

SUC_n = 17.105 27.000 13.000 13.000

<u>Πείραμα 11</u>

N = 4

T = 4

C_1 = 52

P^{max} = 75

D_t = 631 605 847 727

k_n = 271 287 384 384

m_n = 251 120 240 240

$P_{2,t}$ = 55 70 70 64

$P_{3,t}$ = 55 72 70 72

$P_{4,t}$ = 72 55 65 55

SUC_n = 47.244 50.000 15.000 15.000

Πείραμα 12

N = 4

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 73

D_t = 694 878 733 909

k_n = 335 384 384 287

m_n = 330 240 240 120

$P_{2,t}$ = 57 65 64 65

$P_{3,t}$ = 70 52 70 57

$P_{4,t}$ = 65 70 52 64

SUC_n = 19.979 15.000 15.000 50.000

Πείραμα 13

N = 4

T = 4

C_1 = 52

P^{max} = 75

D_t = 334 399 276 368

k_n = 412 151 550 144

m_n = 153 65 155 60

$P_{2,t}$ = 72 55 65 65

$P_{3,t}$ = 57 72 64 55

$P_{4,t}$ = 57 72 70 57

SUC_n = 24.369 18.000 25.000 24.000

Πείραμα 14

N = 4

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 75

D_t = 395 364 329 210

k_n = 138 287 151 188

m_n = 111 120 65 105

$P_{2,t}$ = 57 52 57 64

$P_{3,t}$ = 65 52 72 52

$P_{4,t}$ = 52 52 65 65

SUC_n = 49.549 50.000 18.000 27.000

Πείραμα 15

N = 4

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 73

D_t = 463 552 500 522

k_n = 240 550 287 550

m_n = 136 155 120 155

$P_{2,t}$ = 52 55 49 55

$P_{3,t}$ = 55 57 52 70

$P_{4,t}$ = 65 55 52 57

SUC_n = 44.477 25.000 50.000 25.000

Πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση αγοράς όπου συμμετέχουν πέντε παραγωγοί(N = 5) για τέσσερις περιόδους(T= 4)

Πείραμα 1

N = 5

T = 4

C_1 = 49

P^{max} = 75

D_t = 614 644 545 615

k_n = 247 144 287 377 476

m_n = 85 60 120 240 144

$P_{2,t}$ = 65 55 70 52

$P_{3,t}$ = 65 70 52 64

$P_{4,t}$ = 64 55 72 64

$P_{5,t}$ = 64 55 72 72

SUC_n = 26.407 24.000 50.000 13.000 10.000

Πείραμα 2

N = 5

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 662 638 499 546

k_n = 438 550 476 151 151

m_n = 261 155 144 65 65

$P_{2,t}$ = 70 52 49 49

$P_{3,t}$ = 57 64 49 72

$P_{4,t}$ = 64 65 55 55

$P_{5,t}$ = 57 52 57 64

SUC_n = 21.159 25.000 10.000 18.000 18.000

Πείραμα 3

N = 5

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 886 946 967 1.055

k_n = 544 550 188 287 377

m_n = 439 155 105 120 240

$P_{2,t}$ = 57 64 55 64

$P_{3,t}$ = 70 55 55 55

$P_{4,t}$ = 65 49 49 72

$P_{5,t}$ = 57 57 49 49

SUC_n = 24.069 25.000 27.000 50.000 13.000

Πείραμα 4

$\boldsymbol{N}$ = 5

$\boldsymbol{T}$ = 4

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 73

$\boldsymbol{D_t}$ = 750 711 795 673

$\boldsymbol{k_n}$ = 105 384 384 151 384

$\boldsymbol{m_n}$ = 82 240 240 65 240

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 55 64 55 70

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 64 64 49 52

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 57 49 65 64

$\boldsymbol{P_{5,t}}$ = 65 65 70 70

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 15.807 15.000 15.000 18.000 15.000

Πείραμα 5

$\boldsymbol{N}$ = 5

$\boldsymbol{T}$ = 4

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 73

$\boldsymbol{D_t}$ = 677 614 552 579

$\boldsymbol{k_n}$ = 232 144 188 377 476

$\boldsymbol{m_n}$ = 184 60 105 240 144

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 52 70 65 64

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 49 57 55 55

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 52 70 52 70

$P_{5,t}$ = 64 64 70 65

SUC_n = 11.837 24.000 27.000 13.000 10.000

Πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση αγοράς όπου συμμετέχουν έξη παραγωγοί(N = 6) για τέσσερις περιόδους(T= 4).

Πείραμα 1

N = 6

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 73

D_t = 900 955 796 818

k_n = 213 188 188 377 377 476

m_n = 156 105 105 240 240 144

$P_{2,t}$ = 52 65 65 57

$P_{3,t}$ = 65 57 49 55

$P_{4,t}$ = 52 70 49 65

$P_{5,t}$ = 49 55 70 55

$P_{6,t}$ = 49 57 52 65

SUC_n = 23.419 27.000 27.000 13.000 13.000 10.000

Πείραμα 2

N = 6

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 1.023 1.205 996 1.071

k_n = 762 550 377 151 377 188

m_n = 488 155 240 65 240 105

$P_{2,t}$ = 49 49 70 70

$P_{3,t}$ = 52 55 72 65

$P_{4,t}$ = 52 64 49 65

$P_{5,t}$ = 70 70 70 49

$P_{6,t}$ = 55 52 70 65

SUC_n = 17.161 25.000 13.000 18.000 13.000 27.000

Πείραμα 3

N = 6

T = 4

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 968 883 950 888

k_n = 569 188 287 550 151 377

m_n = 284 105 120 155 65 240

$P_{2,t}$ = 65 65 65 65

$P_{3,t}$ = 65 64 70 64

$P_{4,t}$ = 70 64 72 70

$P_{5,t}$ = 65 57 52 57

$P_{6,t}$ = 64 52 49 52

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 17.815 27.000 50.000 25.000 18.000 13.000

Πείραμα 4

$\boldsymbol{N}$ = 6

$\boldsymbol{T}$ = 4

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 73

$\boldsymbol{D_t}$ = 1.078 1.041 911 909

$\boldsymbol{k_n}$ = 535 151 188 384 384 476

$\boldsymbol{m_n}$ = 297 65 105 240 240 144

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 49 64 64 64

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 52 57 49 70

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 57 57 57 70

$\boldsymbol{P_{5,t}}$ = 65 57 52 65

$\boldsymbol{P_{6,t}}$ = 52 64 57 64

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 18.990 18.000 27.000 15.000 15.000 10.000

Πείραμα 5

$\boldsymbol{N}$ = 6

$\boldsymbol{T}$ = 4

$\boldsymbol{C_1}$ = 49

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 75

$\boldsymbol{D_t}$ = 956 922 882 808

$\boldsymbol{k_n}$ = 707 151 287 188 144 476

$\boldsymbol{m_n}$ = 463 65 120 105 60 144

$P_{2,t}$ = 64 64 65 72

$P_{3,t}$ = 70 72 57 52

$P_{4,t}$ = 70 65 55 72

$P_{5,t}$ = 57 57 52 72

$P_{6,t}$ = 55 52 65 65

SUC_n = 22.474 18.000 50.000 27.000 24.000 10.000

Πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση αγοράς όπου συμμετέχουν τέσσερις παραγωγοί(*N*=4) για πέντε περιόδους(*T* =5)

<u>Πείραμα 1</u>

N = 4

T = 5

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 659 702 674 694 711

k_n = 372 151 384 144

m_n = 354 65 240 60

$P_{2,t}$ = 55 57 72 52 52

$P_{3,t}$ = 65 65 70 49 57

$P_{4,t}$ = 65 72 57 64 49

SUC_n = 22.050 18.000 15.000 24.000

Πείραμα 2

$\boldsymbol{N}$ = 4

$\boldsymbol{T}$ = 5

$\boldsymbol{C_1}$ = 49

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 75

$\boldsymbol{D_t}$ = 394 466 441 402 371

$\boldsymbol{k_n}$ = 244 287 188 151

$\boldsymbol{m_n}$ = 187 120 105 65

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 57 57 65 65 57

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 72 55 52 64 64

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 52 65 65 72 72

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 25.381 50.000 27.000 18.000

Πείραμα 3

$\boldsymbol{N}$ = 4

$\boldsymbol{T}$ = 5

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 75

$\boldsymbol{D_t}$ = 779 727 810 647 808

$\boldsymbol{k_n}$ = 533 550 287 377

$\boldsymbol{m_n}$ = 351 155 120 240

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 57 72 64 70 52

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 64 52 49 49 55

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 72 72 49 57 57

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 32.675 25.000 50.000 13.000

Πείραμα 4

$\boldsymbol{N}$ = 4

$\boldsymbol{T}$ = 5

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 75

$\boldsymbol{D_t}$ = 813 775 825 649 803

$\boldsymbol{k_n}$ = 444 476 287 476

$\boldsymbol{m_n}$ = 442 144 120 144

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 57 57 57 49 57

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 72 72 55 55 57

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 52 49 55 65 65

$\boldsymbol{SUC_n}$ = 15.020 10.000 50.000 10.000

Πείραμα 5

$\boldsymbol{N}$ = 4

$\boldsymbol{T}$ = 5

$\boldsymbol{C_1}$ = 46

$\boldsymbol{P^{max}}$ = 75

$\boldsymbol{D_t}$ = 734 657 685 516 672

$\boldsymbol{k_n}$ = 176 377 188 384

$\boldsymbol{m_n}$ = 175 240 105 240

$\boldsymbol{P_{2,t}}$ = 57 70 49 65 55

$\boldsymbol{P_{3,t}}$ = 52 49 72 72 52

$\boldsymbol{P_{4,t}}$ = 70 52 49 70 55

SUC_n = 21.886 13.000 27.000 15.000

Πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση αγοράς όπου συμμετέχουν πέντε παραγωγοί(N = 5) για πέντε περιόδους (T= 5)

Πείραμα 1

N = 5

T = 5

C_1 = 46

P^{max} = 73

D_t = 826 744 939 950 877

k_n = 374 377 287 550 384

m_n = 209 240 120 155 240

$P_{2,t}$ = 49 49 55 49 55

$P_{3,t}$ = 65 64 55 49 55

$P_{4,t}$ = 55 52 49 64 55

$P_{5,t}$ = 57 52 70 64 55

SUC_n = 19.603 13.000 50.000 25.000 15.000

Πείραμα 2

N = 5

T = 5

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 664 613 505 571 614

k_n = 462 144 287 476 144

m_n = 291 60 120 144 60

$P_{2,t}$ = 64 49 70 64 72

$P_{3,t}$ = 55 55 64 72 52

$P_{4,t}$ = 52 65 64 72 55

$P_{5,t}$ = 52 52 65 55 64

SUC_n = 14.011 24.000 50.000 10.000 24.000

Πείραμα 3

N = 5

T = 5

C_1 = 46

P^{max} = 75

D_t = 542 553 566 620 616

k_n = 164 287 188 377 151

m_n = 94 120 105 240 65

$P_{2,t}$ = 72 57 49 52 49

$P_{3,t}$ = 65 55 70 55 49

$P_{4,t}$ = 64 57 57 64 55

$P_{5,t}$ = 70 65 57 70 65

SUC_n = 19307 50..000 27.000 13.000 18.000

Πείραμα 4

N = 5

$T = 5$

$C_1 = 46$

$P^{max} = 75$

D_t = 590 751 717 715 668

k_n = 462 188 151 151 476

m_n = 401 105 65 65 144

$P_{2,t}$ = 65 55 52 65 72

$P_{3,t}$ = 55 55 57 55 55

$P_{4,t}$ = 70 65 57 52 72

$P_{5,t}$ = 57 65 72 49 70

SUC_n = 23.476 27.000 18.000 18.000 10.000

Πείραμα 5

$N = 5$

$T = 5$

$C_1 = 49$

$P^{max} = 75$

D_t = 478 551 554 467 540

k_n = 184 144 287 188 188

m_n = 178 60 120 105 105

$P_{2,t}$ = 52 55 64 70 72

$P_{3,t}$ = 65 70 72 64 72

$P_{4,t}$ = 55 52 65 72 64

$P_{5,t}$ = 64 72 64 52 52

SUC_n = 39.311 24.000 50.000 27.000 27.000