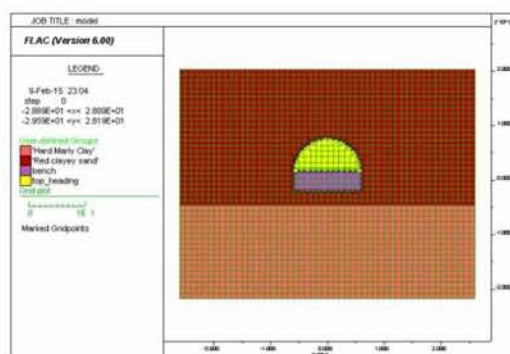
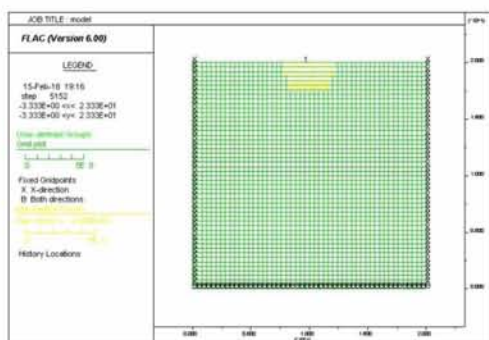




ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΕΠΙΠΤΩΣΕΩΝ ΧΩΡΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΕΛΕΤΗΤΗΣ: ΔΑΛΑΚΟΥΡΑ ΕΙΡΗΝΗ
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΩΜΟΔΡΟΜΟΣ ΑΙΜΙΛΙΟΣ

ΒΟΛΟΣ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2016

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|--|----------------|
| Πρόλογος..... | 3 |
| 1. Περιγραφή του προβλήματος..... | 3 |
| 2. Στόχοι της διπλωματικής | 4 |
| 3. Διάρθρωση κεφαλαίων | 4 |
| Ευχαριστίες | 5 |
| Κεφάλαιο 1ο..... | 6 |
| Θεωρητικό υπόβαθρο-θέματα χωρικής μεταβλητότητας | 6 |
| 1.1 Εισαγωγή | 6 |
| 1.2 Θεωρητικό υπόβαθρο..... | 7 |
| 1.3 Παραδείγματα | 9 |
| 1.3.1 Αστοχία πρανούς υπό αστράγγιστες συνθήκες και ενιαία στρώση εδάφους | 10 |
| 1.3.2 Αστοχία πρανούς υπό αστράγγιστες συνθήκες δύο στρώσεις εδάφους | 14 |
| 1.4 Αποτελέσματα | 22 |
| Κεφάλαιο 2ο..... | 23 |
| Επλύσεις θεμελίου σε έδαφος με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων..... | Σφάλμα! |
| Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.23 | |
| 2.1 Περίληψη | 23 |
| 2.2 Εισαγωγή | 23 |
| 2.3 Στάδια μελέτης των θεμελιώσεων | 24 |
| 2.4 Στάδια υπολογισμού μιας επιφανειακής θεμελίωσης | 25 |
| 2.5 Περιγραφή του προβλήματος | 27 |
| 2.6 Αριθμητική ανάλυση | 28 |
| 2.6.1 Επλύσεις | 28 |
| 2.7 Συμπεράσματα..... | 39 |
| Κεφάλαιο 3ο..... | 40 |
| Επλύσεις σήραγγας σε έδαφος με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων | 40 |
| 3.1 Περίληψη | 40 |
| 3.2 Εισαγωγή | 40 |
| 3.3 Περιγραφή του προβλήματος | 41 |
| 3.4 Μοντελοποίηση του προβλήματος..... | 42 |
| 3.5 Αριθμητική ανάλυση | 48 |
| Επλύσεις..... | 48 |
| 3.5.1 Επίλυση με την τυπική στατιστική κατανομή παραμέτρων | 48 |

| | | |
|---------------------------|--|-----------|
| 3.5.2 | Επίλυση με την κανονική στατιστική κατανομή παραμέτρων | 52 |
| 3.5.1 | Επίλυση με την στατιστική κατανομή "chisquare" | 55 |
| 3.6 | Αποτελέσματα..... | 59 |
| Κεφάλαιο 4ο..... | | 60 |
| Συμπεράσματα..... | | 60 |
| Βιβλιογραφία | | 61 |
| Παράρτημα..... | | 62 |

Πρόλογος

Η μελέτη – κατασκευή υπόγειων έργων είναι ένα από τα πιο ενδιαφέροντα αντικείμενα της επιστήμης του πολιτικού μηχανικού αλλά παράλληλα και ένα από τα πιο δύσκολα. Τα τεχνικά έργα που κατασκευάζονται υπογείως, θέτουν από τη φύση τους σύνθετα προβλήματα τόσο στον μελετητή όσο και στον κατασκευαστή. Η διάνοιξη υπόγειας σήραγγας, που βρίσκεται υπό την επίδραση ισχυρών τασικών πεδίων και πιθανόν κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα, εγκυμονεί κινδύνους για τις όμορες, υπόγειες και υπέργειες κατασκευές. Ο προσδιορισμός του νέου εντατικού πεδίου και των μετακινήσεων, που οφείλονται στη διάνοιξη της σήραγγας, προϋποθέτουν κατάλληλο θεωρητικό υπόβαθρο ώστε να μπορούν να αξιοποιηθούν σωστά τα εμπειρικά στοιχεία, προηγμένα τεχνολογικά μέσα και κατασκευαστική εμπειρία.

1. Περιγραφή του προβλήματος

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια ραγδαία εξέλιξη στην κατασκευή σιράγγων, γεγονός το οποίο οφείλεται κυρίως στην ανάγκη ανάπτυξης και βελτίωσης των συγκοινωνιών. Η ανάπτυξη αυτή οδήγησε στην βελτιστοποίηση των μεθόδων διάνοιξης και στην ανάγκη κατασκευής σιράγγων που υπακούουν στις επιταγές της τεχνολογίας. Σημαντικό παράγοντα σε αυτό αποτέλεσε η πρόοδος της τεχνολογίας και ιδιαίτερα των ηλεκτρονικών μέσων και υπολογιστών. Η συνεχόμενη εξέλιξή τους και η δημιουργία ειδικών υπολογιστικών λογισμικών, επιτρέπουν την ανάλυση και προσομοίωση πολύπλοκων προβλημάτων που σε διαφορετική περίπτωση θα ήταν εξαιρετικά δύσκολη.

Η ανάλυση μιας σήραγγας με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού, γίνεται χρησιμοποιώντας κυρίως υπολογισμούς πεπερασμένων στοιχείων σε δυο ή τρεις διαστάσεις.

Τα προβλήματα που εξετάζονται κατά την ανάλυση μιας σήραγγας εστιάζονται κυρίως:

- ✓ Στην σταθερότητα του μετώπου εκσκαφής και του πυθμένα
- ✓ Στα φορτία που παραλαμβάνει η επένδυση
- ✓ Στις επιφανειακές καθιζήσεις

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, η ανάλυση γίνεται σε δύο διαστάσεις και γίνεται κυρίως έλεγχος των επιφανειακών καθιζήσεων.

2. Στόχοι της διπλωματικής

Στόχος της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι η αποτίμηση της επιρροής της χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων του εδάφους στις επιφανειακές καθιζήσεις με απώτερο σκοπό την εξαγωγή αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων που αφορούν στην αξιοπιστία της ανάλυσης με τη μέθοδο αυτή.

Η μοντελοποίηση του προβλήματος καθώς και οι επιλύσεις γίνονται με τη χρήση του πακέτου λογισμικού του προγράμματος FLAC με το οποίο επιλύεται παραμετρικά το πρόβλημα.

3. Διάρθρωση κεφαλαίων

Η διπλωματική εργασία αναπτύσσεται σε τέσσερα (4) κεφάλαια, το καθένα από τα οποία οργανώνεται σε επιμέρους ενότητες.

Στο **πρώτο** κεφάλαιο αναλύονται θέματα χωρικής μεταβλητότητας και παρουσιάζεται αναλυτικά το θεωρητικό υπόβαθρο της πρότασης των Huang et al, της οποίας επιλέξαμε να κάνουμε περεταίρω διερεύνηση.

Στο **δεύτερο** κεφάλαιο γίνονται επιλύσεις μίας επιφανειακής θεμελίωσης με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων

Στο **τρίτο** κεφάλαιο γίνονται επιλύσεις μίας σήραγγας με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων

Στο **τέταρτο** κεφάλαιο εξάγονται τα συμπεράσματα για τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν

Στο τέλος, παρατίθεται παράρτημα που περιλαμβάνει το θεωρητικό υπόβαθρο των μεθόδων που εφαρμόστηκαν και η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε για την εκπόνηση.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Αιμίλιο Κωμοδρόμο για την συνεχή επιστημονική του καθοδήγηση, τη διάθεση πολύτιμου χρόνου και συνδρομή σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να εκφράσω τις εγκάρδιες ευχαριστίες μου στην οικογένειά μου για την υποστήριξη σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Κεφάλαιο 1ο

θεωρητικό Υπόβαθρο - Θέματα χωρικής μεταβλητότητας

1.1 Εισαγωγή

Ο γεωτεχνικός σχεδιασμός αποτελεί ένα από τα πιο ενδιαφέροντα αντικείμενα του πολιτικού μηχανικού που περιλαμβάνει μεγάλη αβεβαιότητα εξαιτίας της φυσικής ετερογένειας των γεωυλικών και της περιορισμένης έκτασης των γεωερευνητικών εργασιών. Η επιλογή αντιπροσωπευτικών παραμέτρων αντοχής και παραμορφωσιμότητας κατά την επίλυση προβλημάτων στη γεωτεχνική μηχανική καθορίζει, ανάλογα με την διακύμανση των τιμών, τα αποτελέσματα των αναλύσεων. Σε σχετικά απλές περιπτώσεις προβλημάτων, όπου η μεταβλητότητα περιορίζεται σε μία και μόνο παράμετρο και η διερεύνηση αποσκοπεί στην εκτίμηση εκδήλωσης αστοχίας, η αβεβαιότητα από την χωρική μεταβολή αντιμετωπίζεται με την επιλογή συντηρητικών τιμών. Η επιλογή πραγματοποιείται είτε εμπειρικά ή ακόμη με εφαρμογή κανονιστικών διατάξεων που εμπεριέχουν απλή στατιστική επεξεργασία των τιμών. Χαρακτηριστική περίπτωση θα μπορούσε να θεωρηθεί η περίπτωση ανάλυσης ευστάθειας σε αστράγγιστες συνθήκες πρανούς σε ομοιόμορφο αργιλικό σχηματισμό όπου η αστράγγιστη διατμητική αντοχή παρουσιάζει σχετική μεταβλητότητα.

Ο κίνδυνος αστοχίας μπορεί να υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας την πιθανότητα της αστοχίας με το αποτέλεσμα. Αυτό είναι αποδεκτό για τα συστήματα που έχουν ένα μόνο μηχανισμό αστοχίας. Για τα συστήματα που παρουσιάζουν πολλαπλές μορφές αστοχίας, όπως οι κατολισθήσεις, οι συνέπειες θα πρέπει να αξιολογούνται χωριστά για κάθε μία από τις μορφές αστοχίας.

Μία εφαρμογή για την αξιολόγηση των επιπτώσεων της χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων έγινε από τους Huang et al. κατά την οποία ερευνάται η ποσοτική εκτίμηση των κατολισθήσεων με οριακή ανάλυση και τυχαμιακά πεδία σε δύο διαφορετικά πρανή, και παρουσιάζεται στη συνέχεια ως μέσο εισαγωγής σε θέματα χωρικής μεταβλητότητας.

1.2 Θεωρητικό υπόβαθρο

Η αξιολόγηση της σταθερότητας των φυσικών ή τεχνητών πρανών βασίζεται παραδοσιακά σε μια ντετερμινιστική προσέγγιση και ποσοτικοποιείται με ένα συντελεστή ασφαλείας. Σε μια τέτοια προσέγγιση, οι γεωτεχνικοί μηχανικοί προσπαθούν να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες επιλέγοντας συντηρητικές παραμέτρους. Ωστόσο, είναι σύνηθες να χρησιμοποιείται ο ίδιος συντελεστής ασφαλείας για διαφορετικού τύπου εφαρμογές χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο βαθμός της αβεβαιότητας που εμπλέκεται στον υπολογισμό. Μέσω των κανονισμών, συχνά εφαρμόζεται ο ίδιος συντελεστής ασφαλείας σε συνθήκες που περιλαμβάνουν ευρέως ποικίλους βαθμούς αβεβαιότητας.

Πολυάριθμες μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί κατά τα τελευταία χρόνια για την ανάπτυξη πιθανοτικών μεθόδων που ασχολούνται με τις αβεβαιότητες με συστηματικό τρόπο.

Με βάση την πρόταση των Huang et al., ιδιαίτερης σημασίας ήταν η ανάπτυξη της μεθόδου (RFEM) για τη μοντελοποίηση της χωρικής μεταβλητότητας των ιδιοτήτων του εδάφους. Όπως συμβαίνει σε όλες τις αριθμητικές μελέτες, στόχος της μεθόδου ήταν η επιδίωξη πιο αποτελεσματικών μεθόδων εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας (p_f).

Ο συνολικός κίνδυνος υπολογίστηκε ως:

$$R = p_f \times C \quad (1)$$

όπου R είναι ο κίνδυνος και C η συνέπεια.

Η παραπάνω μέθοδος λειτούργησε καλά για συστήματα που είχαν ένα μόνο τρόπο αστοχίας. Σε προβλήματα κατολισθήσεων, όπως μελετήθηκαν από τους Huang et al, συνυπάρχουν πολλαπλές μορφές αστοχίας. Επειδή όμως οι μορφές αστοχίας και οι συνέπειες συσχετίζονται, η συνέπεια που σχετίζεται με κάθε τρόπο αστοχίας αξιολογήθηκε μεμονωμένα, οδηγώντας σε ένα τροποποιημένο ορισμό του κινδύνου ως:

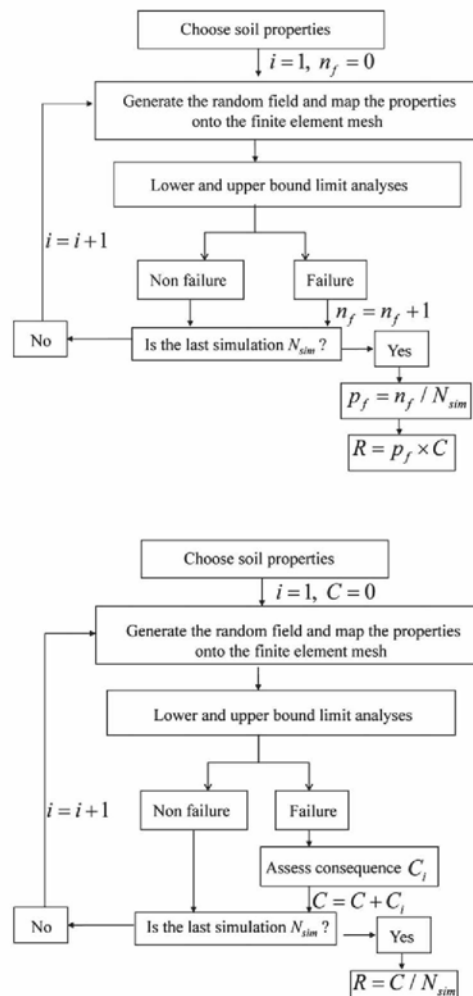
$$R = \sum_{i=1}^{n_f} p_{fi} \times C_i \quad (2)$$

όπου

p_{fi} και C_i είναι η πιθανότητα και η συνέπεια της μορφής αστοχίας, i και n_f είναι ο αριθμός των εντοπισμένων αστοχιών.

Για να χρησιμοποιηθεί η Εξ. (2), έπρεπε να αξιολογηθούν η πιθανότητα και η συνέπεια της μορφής αστοχίας (p_{fi} και C_i) μεμονωμένα για κάθε αστοχία. Έτσι, χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο της προσομοίωσης με τη μέθοδο Monte Carlo.

Στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 1.1) απεικονίστηκαν σε παράθεση η νέα μέθοδος την οποία πρότειναν οι τους Huang et al (δηλαδή, η Εξ. (2)), και η παραδοσιακή μέθοδος (δηλαδή, η Εξ. (1)), όπου N_{sim} είναι ο αριθμός των προσομοιώσεων.



Σχήμα 1.1: παραδοσιακά και νέα πλαίσια της αξιολόγησης των κινδύνων

Οι δύο βασικές ενότητες που αποτέλεσαν το νέο πλαίσιο αφορούν στην αξιολόγηση της ασφάλειας και στην αξιολόγηση των συνεπειών.

Στη μελέτη των Huang et al. , εφαρμόστηκαν προγράμματα οριακής ανάλυσης που αναπτύχθηκαν στο Πανεπιστήμιο του Newcastle. Οι αναλύσεις που διενεργήθηκαν ήταν αναλύσεις άνω και κάτω ορίων, μια σύντομη ανασκόπηση των οποίων δίνεται στο παράρτημα. Επειδή ο όγκος της ολισθαίνουσας μάζας έχει άμεση

σχέση με την κατολίσθηση (ως συνέπεια), η ποσότητα αυτή χρησιμοποιήθηκε για την ποσοτικοποίηση των συνεπειών.

Όταν πρέπει να ληφθεί υπόψη η χωρική μεταβλητότητα κατά την εκτίμηση του κινδύνου κατολισθήσεων απαιτείται μια τρίτη μονάδα για την παραγωγή τυχαίων πεδίων. Ενώ υπάρχουν πολλές διαθέσιμες επιλογές για την επίτευξη αυτού του στόχου, επιλέχθηκε η εφαρμογή της μεθόδου επέκτασης Karhunen-Loeve σε συνδυασμό με τα προγράμματα οριακής ανάλυσης. Μια σύντομη ανασκόπηση της μεθόδου επέκτασης Karhunen-Loeve δίνεται στο παράρτημα.

Στη μελέτη τους οι Huang et al. παρουσίασαν δύο παραδείγματα τα οποία περιλήφθηκαν στην ενότητα 1.3 για να απεικονίσουν το νέο πλαίσιο το οποίο πρότειναν. Και τα δύο παραδείγματα έδειξαν ότι το προτεινόμενο πλαίσιο κρίθηκε απαραίτητο για μια ποσοτική εκτίμηση του κινδύνου κατολισθήσεων.

1.3 Παραδείγματα

Οι κίνδυνοι κατολισθήσεων δύο υποθετικών πρανών αξιολογήθηκαν σε αυτή την ενότητα. Και τα δύο πρανή θεωρείται ότι θα αστοχήσουν υπό αστράγγιστες συνθήκες, με την αστράγγιστη διατμητική αντοχή να έχει μοντελοποιηθεί ως ένα τυχαματικό πεδίο. Το κριτήριο αστοχίας Tresca χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς της ανάλυσης και όλες οι άλλες παράμετροι θεωρήθηκαν ντετερμινιστικές. Δύο χιλιάδες προσομοιώσεις Monte Carlo πραγματοποιήθηκαν για τις περιπτώσεις όπου η πιθανότητα αστοχίας (p_f) είναι μεγαλύτερη από 10%. Περισσότερες προσομοιώσεις διεξήχθησαν για άλλες περιπτώσεις για να διασφαλιστεί ότι το μέγιστο σφάλμα της πιθανότητας αστοχίας p_f είναι μικρότερο από 0,01 σε επίπεδο εμπιστοσύνης 90%.

Στο πρώτο παράδειγμα αναλύθηκε ένα πρανές σε μια ομοιόμορφη εδαφική στρώση. Το ιστόγραμμα της ολισθαίνουσας μάζας στην κατάρρευση πρότεινε ένα ευρύ φάσμα των συνεπειών, το οποίο σημαίνει ότι το προτεινόμενο πλαίσιο έπρεπε να υιοθετηθεί. Οι παραμετρικές μελέτες που πραγματοποιήθηκαν για να μελετηθεί η επίδραση των ανισοτροπικών τυχαίων πεδίων σχετικά με τον κίνδυνο μιας κατολίσθησης, έδειξαν ότι η οριζόντια χωρική συσχέτιση του μήκος είχε μια πολύ πιο σημαντική επίδραση στον κίνδυνο από ό, τι η κατακόρυφη χωρική συσχέτιση του μήκους.

Στο δεύτερο παράδειγμα αναλύθηκε ένα πρανές σε έδαφος αποτελούμενο από δύο επίπεδα, με τις αστράγγιστες δυνάμεις διάτμησης να έχουν μοντελοποιηθεί σε δύο ανεξάρτητα τυχαία πεδία. Η συνύπαρξη των δύο μηχανισμών αστοχίας παρουσιάστηκε στα ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας σε κατάρρευση. Και τα δύο παραδείγματα έδειξαν ότι το προτεινόμενο πλαίσιο αξιολόγησης του κινδύνου έπρεπε να χρησιμοποιηθεί για να ληφθεί μια ποσοτική εκτίμηση του κινδύνου.

1.3.1 Αστοχία πρανούς υπό αστράγγιστες συνθήκες και ενιαία στρώση εδάφους

Το προφίλ του πρανούς σε μία ομοιόμορφη στρώση εδάφους παρουσιάστηκε στο σχήμα Σχ. 1.2. Το πρανές έχει ύψος $H = 10$ m, το ειδικό βάρος του εδάφους ισούται με $\gamma_1 = 20$ kN / m³ και η αστράγγιστη διατμητική αντοχή $c_u = 50$ kPa. Οι συνοριακές συνθήκες είναι κυλίσεις στα αριστερά και δεξιά κάθετα όρια, και πλήρης πάκτωση στη βάση. Οι ντετερμινιστικές αναλύσεις έδειξαν ότι τα κάτω και άνω φράγματα στον συντελεστή ασφαλείας είναι 1.446 και 1.494, αντίστοιχα. Ο συντελεστής ασφαλείας που λήφθηκε από μια ελαστοπλαστική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία με βάση την μέθοδο απομείωσης αντοχής είναι 1.465.

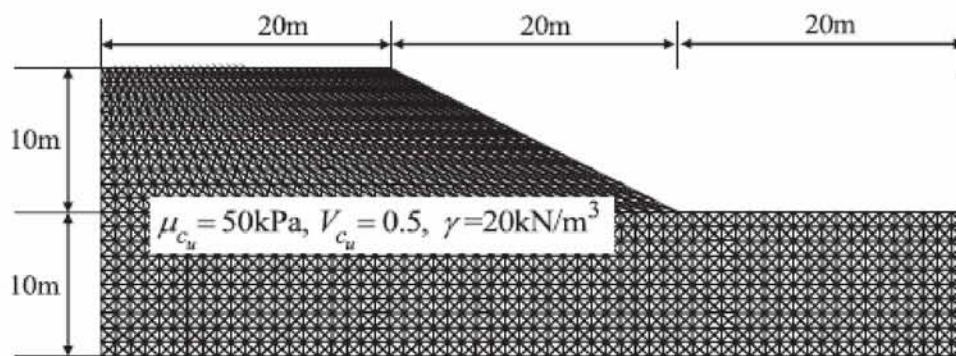
Οι πιθανοτικές αναλύσεις διενεργήθηκαν σύμφωνα με το προτεινόμενο πλαίσιο (Σχ. 1.1). Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή υποτέθηκε ως μια λογαριθμικά κατανομημένη τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή συνοχής $\mu_{cu} = 50$ kPa, και ο συντελεστής μεταβολής ισούται $V_{cu} = 0.5$. Στη συνέχεια, η χωρίς διαστάσεις χωρική συσχέτιση του μήκους ορίστηκε ως:

$$\theta = \frac{\theta}{L} \quad (3)$$

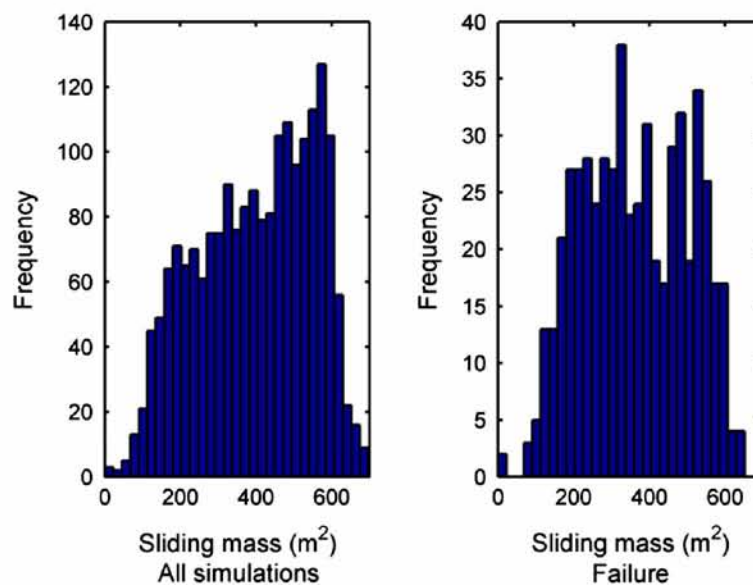
Στο σχήμα Σχ.1.3 απεικονίζεται το ιστόγραμμα της ολισθαίνουσας μάζας σε κατάρρευση από 2000 προσομοιώσεις κάτω φράγματος για την περίπτωση $\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$. Σε αυτό το σχήμα, όλες οι προσομοιώσεις περιλήφθηκαν στο ιστόγραμμα στα αριστερά, ενώ στη δεξιά πλευρά του ιστογράμματος περιλήφθηκαν μόνο οι προσομοιώσεις στις οποίες προέκυψε αστοχία. Ο όγκος της ολισθαίνουσας μάζας ποικίλλει σε μία ευρεία περιοχή. Στα σχήματα Σχ. 1.4 και Σχ. 1.5 απεικονίζεται μια προσομοίωση όπου προέκυψε μια ρηχή αστοχία, ενώ στα σχήματα Σχ. 6 και Σχ. 1.7 απεικονίζεται προσομοίωση όπου συνέβη μία βαθιά αστοχία. Οι συνέπειες που

συνδέονται με αυτές τις δύο αστοχίες είναι πολύ διαφορετικές, πράγμα που επιβεβαιώνει την ανάγκη να αξιολογηθεί η συνέπεια μεμονωμένα για κάθε αστοχία. Σε αυτή τη μελέτη, ο όγκος της η ολισθαίνουσας μάζας χρησιμοποιήθηκε για να προσδιοριστεί ποσοτικά η συνέπεια, έτσι ώστε ο κίνδυνος να είναι ισοδύναμος με τη μέση ολισθαίνουσα μάζα των αστοχιών.

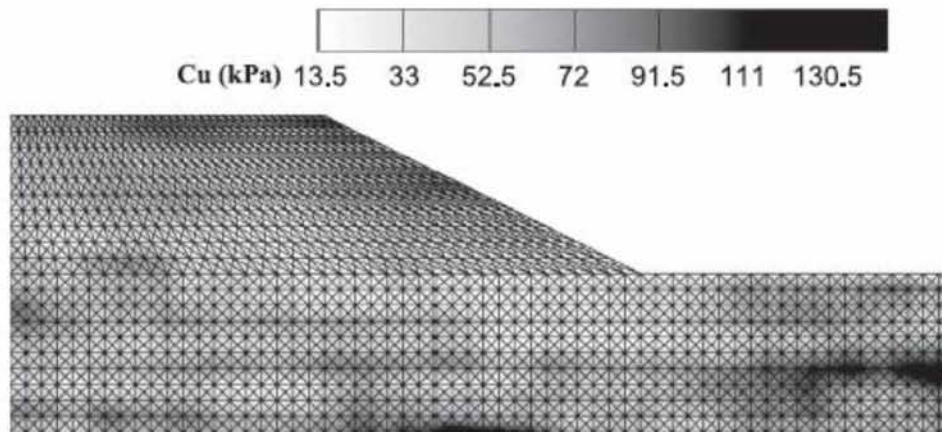
Πιθανολογικές παραμετρικές μελέτες παρουσιάστηκαν επίσης για την περίπτωση όπου η οριζόντια και κατακόρυφη χωρική συσχέτιση του μήκους θ_x και θ_y προέκυψαν αμφότερα μεταβαλλόμενες στο διάστημα $\{0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0\}$.



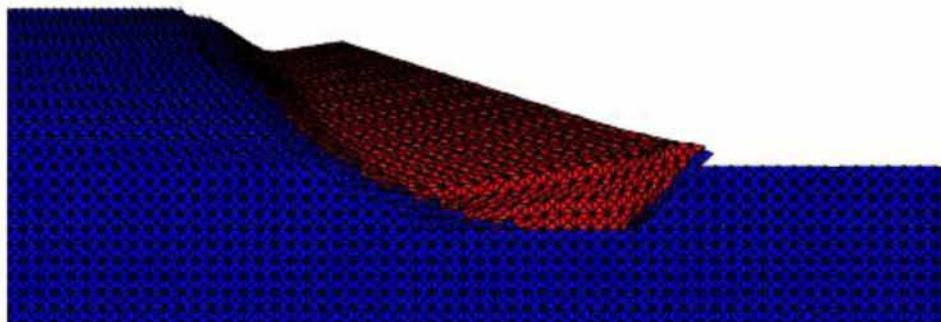
Σχήμα 1.2: Πρανές υπό αστράγγιστες συνθήκες σε μία ενιαία εδαφική στρώση



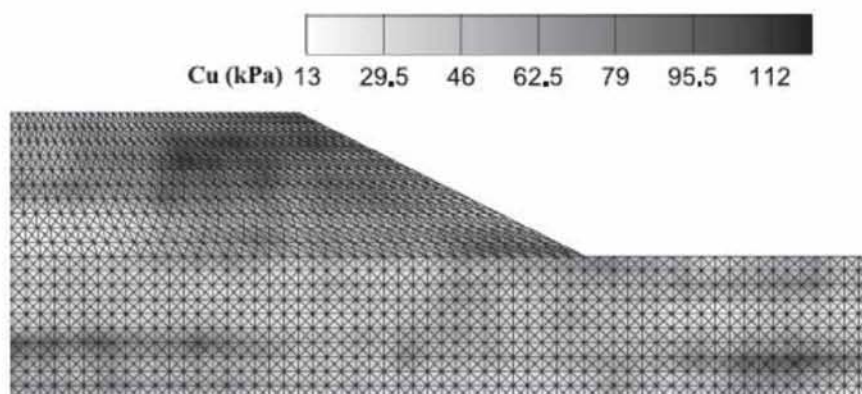
Σχήμα 1.3: Ιστόγραμμα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$, ανάλυση κάτω ορίου)



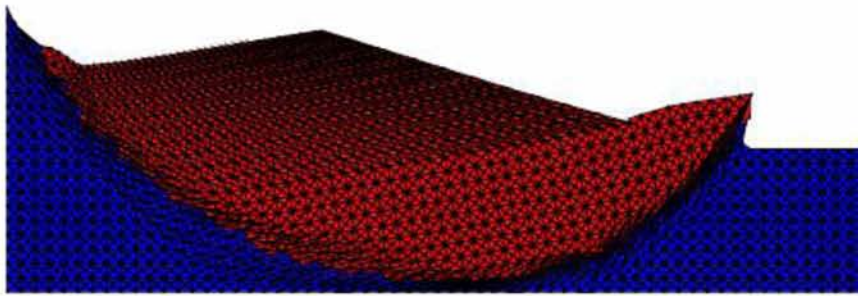
Σχήμα 1.4: Μία τυπική προσομοίωση τυχαίου πεδίου ($\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$ ρηχή αστοχία, οι σκουρόχρωμες και ανοιχτόχρωμες περιοχές απεικονίζουν το "ισχυρό" και "ασθενές" έδαφος αντίστοιχα)



Σχήμα 1.5: Μία τυπική προσομοίωση με ανάλυση άνω ορίου ($\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$, ρηχή αστοχία, η ολισθαίνουσα απεικονίστηκε με κόκκινο χρώμα).

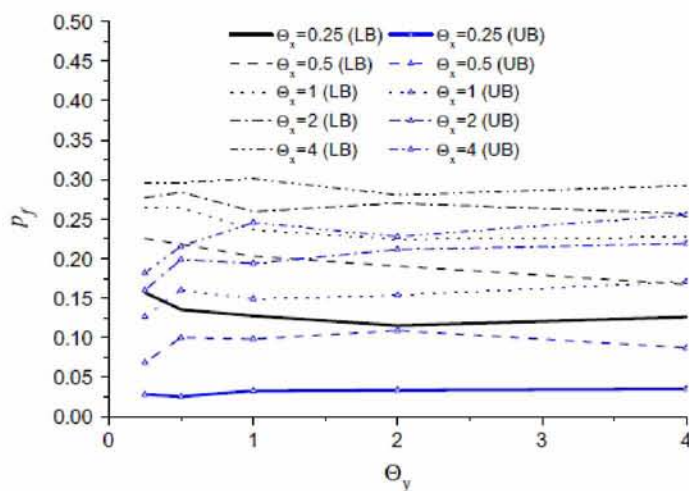


Σχήμα 1.6: Μία τυπική προσομοίωση τυχαίου πεδίου ($\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$, βαθιά αστοχία, οι σκουρόχρωμες και ανοιχτόχρωμες περιοχές απεικονίζουν το "ισχυρό" και "ασθενές" έδαφος αντίστοιχα)

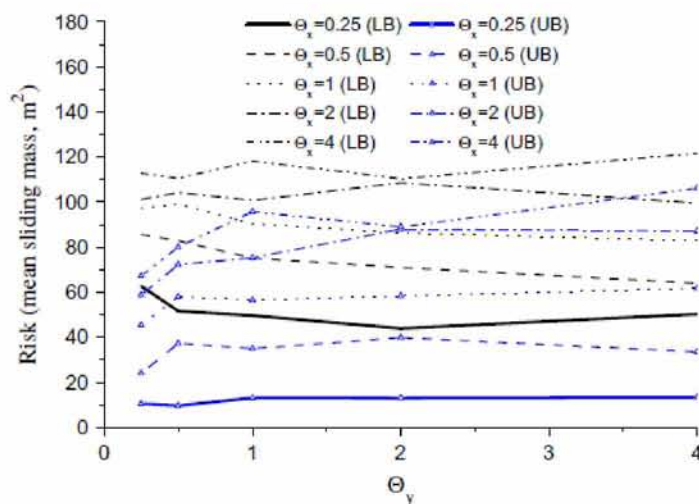


Σχήμα 1.7: Μία τυπική προσομοίωση με ανάλυση άνω ορίου ($\theta_x = 2$ και $\theta_y = 0.25$, βαθιά αστοχία, η ολισθαίνουσα απεικονίστηκε με κόκκινο χρώμα).

Τα σχήματα Σχ. 1.8 και 1.9 έδειξαν ότι η αύξηση της οριζόντιας χωρικής συσχέτισης του μήκους αύξησε τόσο την πιθανότητα αστοχίας p_f όσο και τον κίνδυνο. Η επίδραση της κάθετης χωρικής μεταβλητότητας της αντοχής του εδάφους, ωστόσο, προέκυψε πολύ μικρότερη. Από τα αποτελέσματα των αναλύσεων άνω και κάτω ορίων που απεικονίζονται στα σχήματα Σχ. 1.8 και 1.9 προέκυψε μία σχετικά μεγάλη διαφορά μεταξύ των τιμών της πιθανότητα αστοχίας p_f . Αυτό επεξηγήθηκε στο σχήμα Σχ. 1.10, το οποίο έδειξε ότι μια μικρή (λιγότερο από 10%) διαφορά στο συντελεστή ασφαλείας οδήγησε σε μία μεγάλη (σχεδόν δεκαπλάσια) διαφορά στην πιθανότητα αστοχίας p_f . Οι σχετικά μεγάλες διαφορές της πιθανότητας αστοχίας p_f μεταξύ των αναλύσεων άνω και κάτω φράγματος έδειξαν ότι μπορεί να υπάρξουν σημαντικές αβεβαιότητες στο μοντέλο, ενώ η ανάλυση του κάτω ορίου προσφέρει πιο συντηρητικό υπολογισμό.



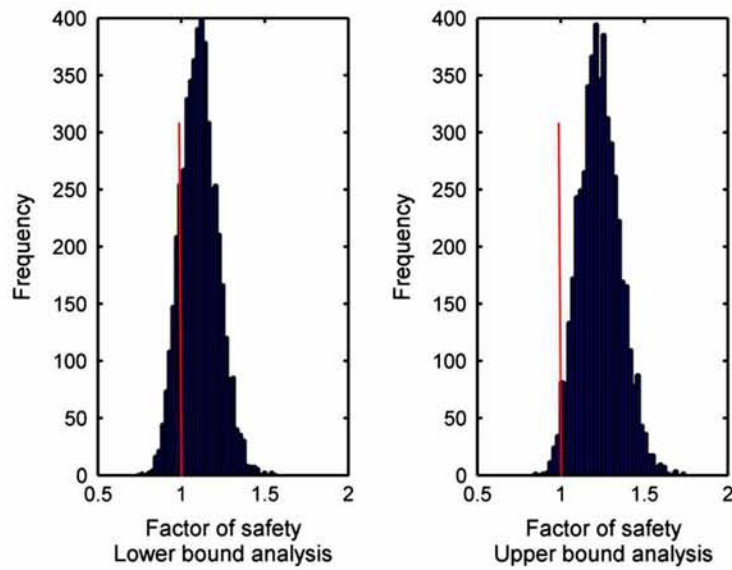
Σχήμα 1. 8: Πιθανότητα αστοχίας από κάτω (LB) και άνω (UB) ορίου ανάλυση.



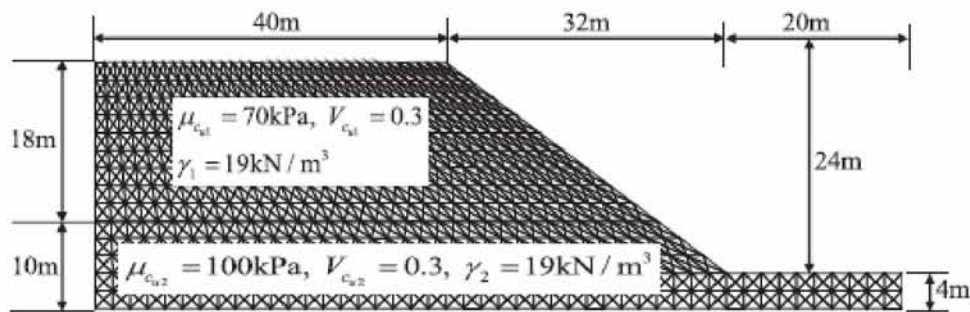
Σχήμα 1. 9: Αξιολόγηση του κινδύνου από κάτω (LB) και άνω (UB) ορίου ανάλυση.

1.3.2 Αστοχία πρανούς υπό αστράγγιστες συνθήκες με δύο στρώσεις εδάφους

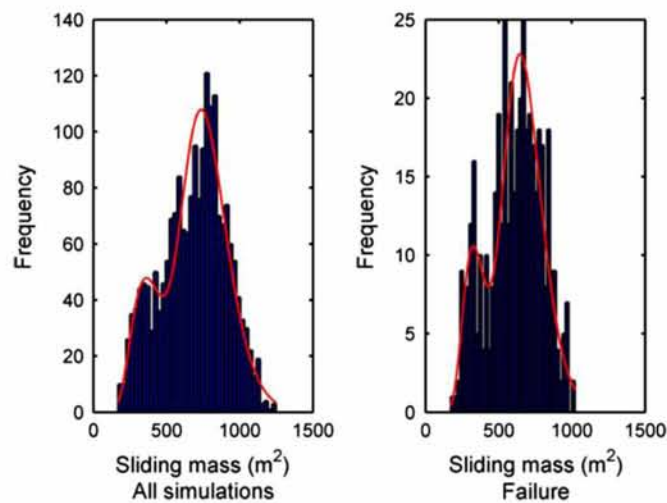
Το προφίλ του πρανούς με δύο στρώσεις εδάφους φαίνεται στο σχήμα Σχ.13. Το ύψος του πρανούς είναι $H = 24 \text{ m}$, με την άνω στρώση εδάφους να έχει ειδικό βάρος ίσο με $\gamma_1 = 19 \text{ kN/m}^3$ και αστράγγιστη διατμητική αντοχή $c_{u1} = 70 \text{ kPa}$. Η κατώτερη στρώση εδάφους έχει το ίδιο ειδικό βάρος, αλλά μεγαλύτερη διατμητική αντοχή $c_{u2} = 100 \text{ kPa}$. Οι συνοριακές συνθήκες είναι κυλίσεις στα αριστερή και δεξιά κάθετα όρια, και πλήρης πάκτωση στη βάση. Από τις αναλύσεις προέκυψε ότι τα κατώτερα και ανώτερα όρια του συντελεστή ασφάλειας είναι 1.199 και 1.229, αντίστοιχα. Ο συντελεστής ασφαλείας που προέκυψε από ελαστοπλαστική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία η οποία βασίστηκε στη μέθοδο απομείωσης της αντοχής είναι 1.211. Κατά τις πιθανοτικές αναλύσεις, οι αστράγγιστες διατμητικές δυνάμεις των δύο εδαφικών στρώσεων θεωρήθηκαν ότι είναι λογαριθμικά κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές με μέσο $\mu_{cu1} = 70 \text{ kPa}$ και $\mu_{cu2} = 100 \text{ kPa}$ και συντελεστές διακύμανσης $V_{cu1} = V_{cu2} = 0.3$.



Σχήμα 1.10: Σύγκριση των αναλύσεων άνω και κάτω ορίων ($\theta_x = 0.25, \theta_y = 0.25$, η πιθανότητα αστοχίας p_f που προέκυψε από τις αναλύσεις άνω και κάτω ορίου είναι 0.162 και 0.018 αντίστοιχα).



Σχήμα 1.11: Πρανές αποτελούμενο από δύο διαφορετικές στρώσεις εδάφους.

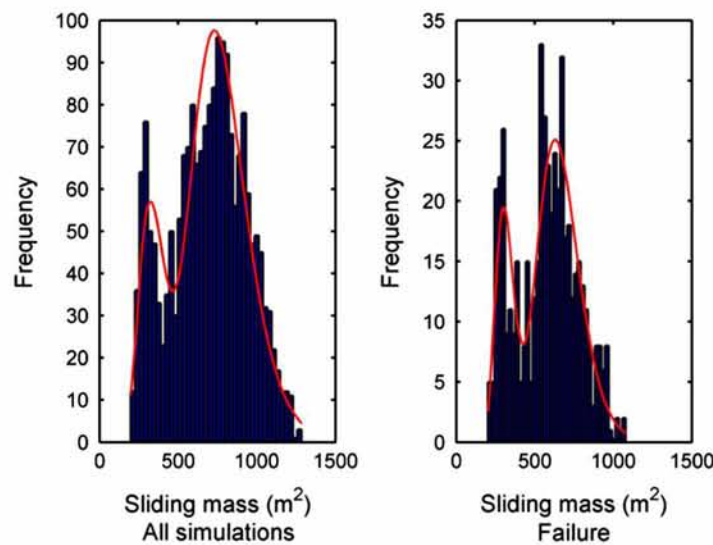


Σχήμα 1.12: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 0.25$, ανάλυση κάτω ορίου).

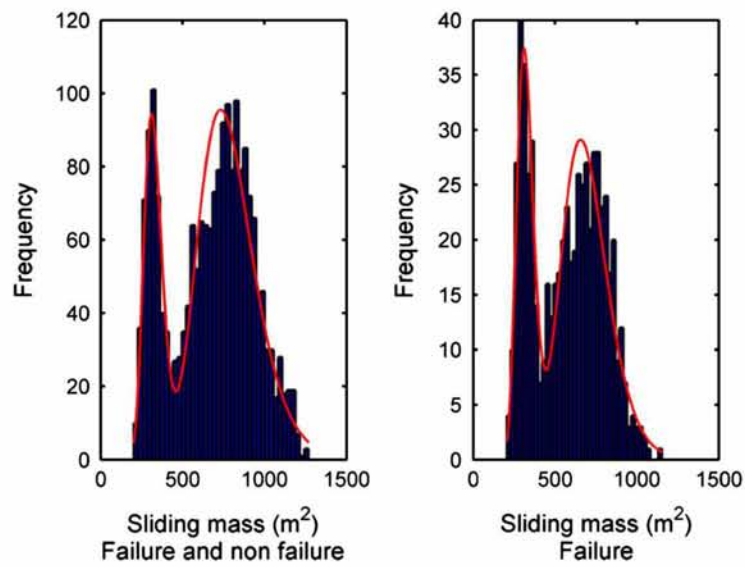
Δύο ανεξάρτητα τυχαία πεδία χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση της χωρικής μεταβλητότητας της διατμητικής αντοχής, και επιλέχθηκαν μόνο ισότροπα τυχαία πεδία για λόγους απλότητας. Το ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας κάτω από διαφορετικές χωρικές μεταβλητότητες παραμέτρων απεικονίστηκε στα σχήματα Σχ. 1.12-1.15 για την ανάλυση κάτω ορίου. Αυτά τα ιστογράμματα απεικόνισαν πλήρως δύο μηχανισμούς αστοχίας. Τα αποτελέσματα απεικονίστηκαν καλύτερα για μεγαλύτερες τιμές των μηκών χωρικής συσχέτισης. Για την περίπτωση όπου $\theta_x = \theta_y = 0.5$, σχήμα Σχ. 1.18 προέκυψε μια επιφανειακή αστοχία, ενώ το σχήμα Σχ. 1.19 έδειξε μια τυπική βαθιά αστοχία. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι στη δεύτερη περίπτωση αστοχίας, προέκυψαν ρηχές και βαθιές αστοχίες ταυτόχρονα. Οι δύο μηχανισμοί αστοχίας ήταν δυνατό να διαχωριστούν χρησιμοποιώντας Expectation Maximization (EM) αλγόριθμο. Η κατανομή της ολισθαίνουσας μάζας υποτέθηκε ως μία μίξη από δύο λογαριθμικές κατανομές. Η πιθανοτική συνάρτηση πυκνότητας του μικτού μοντέλου είναι:

$$f_X(x) = \varphi_s \frac{1}{x\sigma_{\ln x}^s \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln x}^s}{\sigma_{\ln x}^s}\right)^2\right\} + \varphi_d \frac{1}{x\sigma_{\ln x}^d \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln x}^d}{\sigma_{\ln x}^d}\right)^2\right\} \varphi_s + \varphi_d = 1 \quad (4)$$

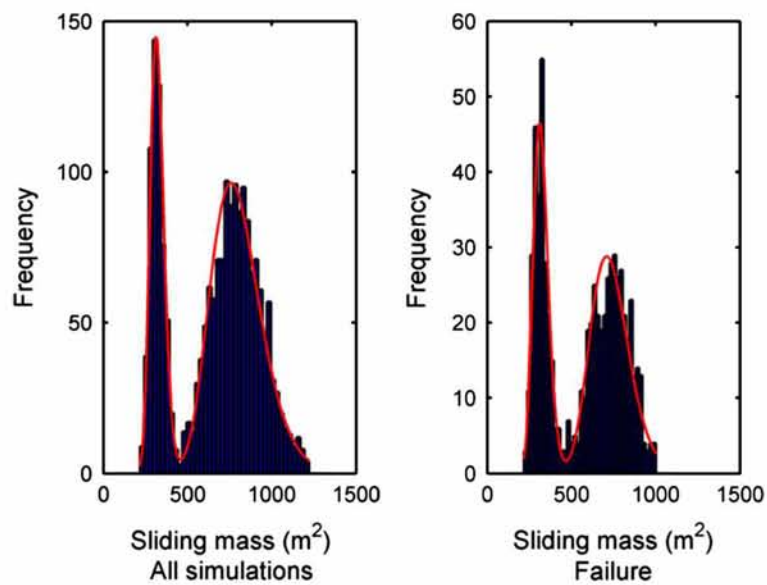
όπου φ_s και φ_d είναι τα κλάσματα της επιφανειακής και βαθιάς αστοχίας αντίστοιχα.



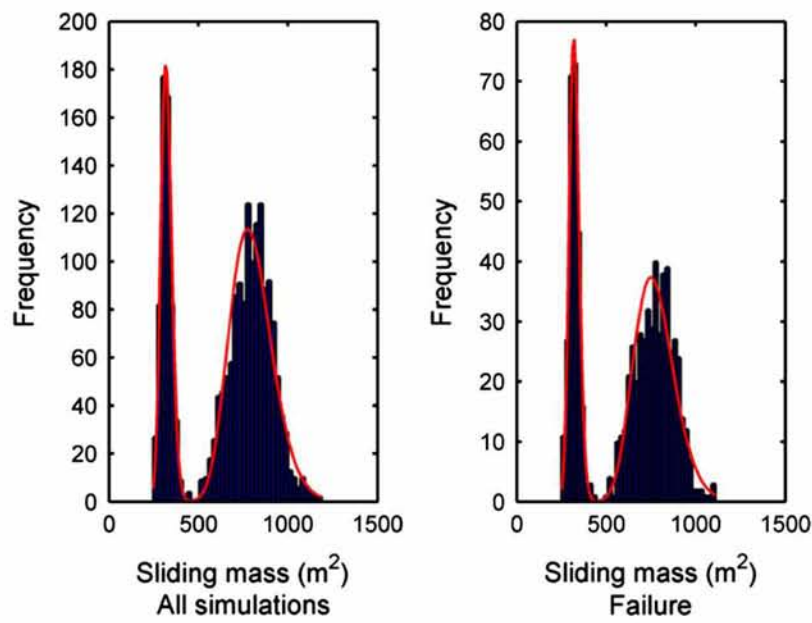
Σχήμα 1.13: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 0.5$, ανάλυση κάτω ορίου).



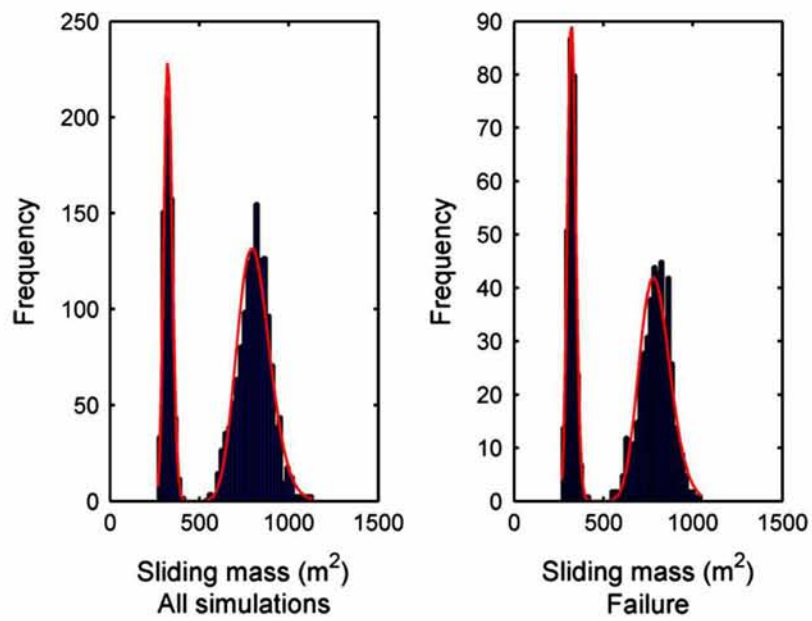
Σχήμα 1.14: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 1$, ανάλυση κάτω ορίου).



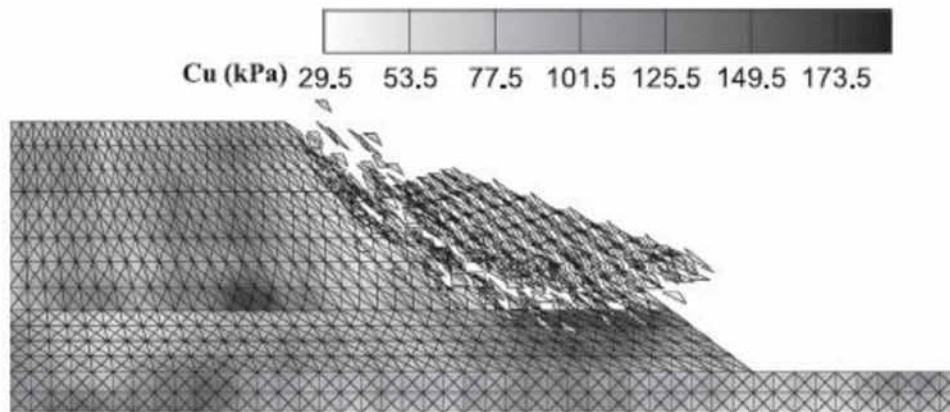
Σχήμα 1.15: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 2$, ανάλυση κάτω ορίου).



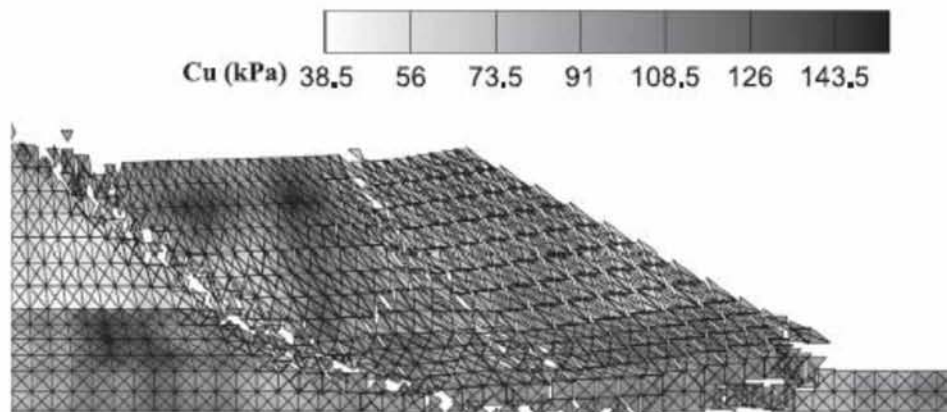
Σχήμα 1.16: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 4$, ανάλυση κάτω ορίου).



Σχήμα 1.17: Ιστογράμματα της ολισθαίνουσας μάζας ($\theta_x = \theta_y = 8$, ανάλυση κάτω ορίου).



Σχήμα 1.18: Μία τυπική προσομοίωση με ανάλυση κάτω ορίου ($\theta_x = \theta_y = 0.5$, ρηχή αστοχία, οι σκουρόχρωμες και ανοιχτόχρωμες περιοχές απεικονίζουν το "ισχυρό" και "ασθενές" έδαφος αντίστοιχα)



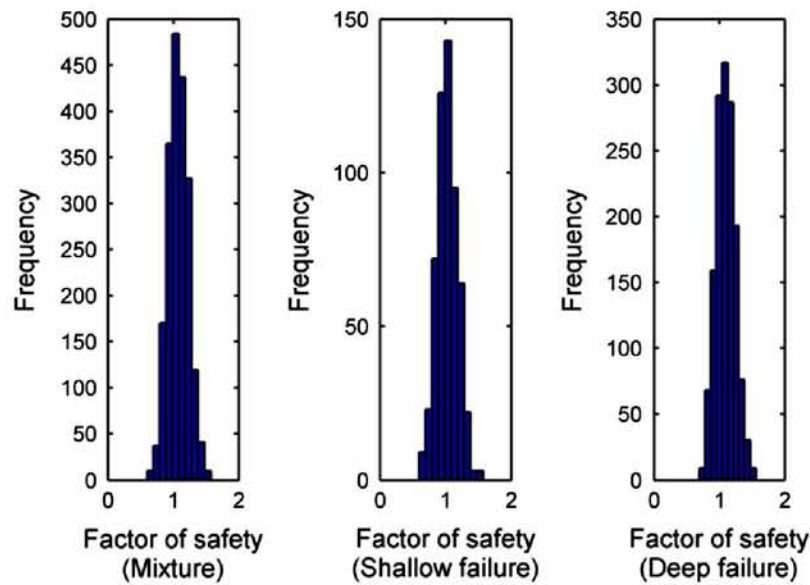
Σχήμα 1.19: Μία τυπική προσομοίωση με ανάλυση κάτω ορίου ($\theta_x = \theta_y = 0.5$, βαθιά αστοχία, οι σκουρόχρωμες και ανοιχτόχρωμες περιοχές απεικονίζουν το "ισχυρό" και "ασθενές" έδαφος αντίστοιχα)

| θ | ϕ_d | $\mu_d \text{ (m}^2\text{)}$ | $\sigma_d \text{ (m}^2\text{)}$ | ϕ_s | $\mu_s \text{ (m}^2\text{)}$ | $\sigma_s \text{ (m}^2\text{)}$ |
|----------|----------|------------------------------|---------------------------------|----------|------------------------------|---------------------------------|
| 0.25 | 0.72 | 788.40 | 159.27 | 0.28 | 426.00 | 144.50 |
| 0.5 | 0.76 | 793.50 | 184.94 | 0.24 | 360.12 | 99.032 |
| 1.0 | 0.76 | 791.71 | 176.31 | 0.24 | 325.20 | 55.69 |
| 2.0 | 0.71 | 802.76 | 153.91 | 0.29 | 320.04 | 41.78 |
| 4.0 | 0.71 | 797.32 | 120.27 | 0.29 | 322.14 | 32.30 |
| 8.0 | 0.70 | 808.76 | 92.51 | 0.30 | 268.86 | 19.23 |

Πίνακας 1.1: Μικτό μοντέλο της ολισθαίνουσας μάζας (όλες οι προσομοιώσεις, ανάλυση κάτω ορίου)

| θ | ϕ_d | μ_d (m ²) | σ_d (m ²) | ϕ_s | μ_s (m ²) | σ_s (m ²) |
|----------|----------|---------------------------|------------------------------|----------|---------------------------|------------------------------|
| 0.25 | 0.77 | 693.67 | 173.68 | 0.23 | 353.12 | 68.93 |
| 0.5 | 0.73 | 669.85 | 137.21 | 0.27 | 319.59 | 63.65 |
| 1.0 | 0.68 | 699.17 | 145.86 | 0.32 | 322.82 | 52.60 |
| 2.0 | 0.61 | 735.50 | 117.26 | 0.39 | 320.35 | 45.07 |
| 4.0 | 0.66 | 774.37 | 114.69 | 0.34 | 321.92 | 27.74 |
| 8.0 | 0.63 | 793.02 | 86.77 | 0.37 | 322.84 | 23.08 |

Πίνακας 1.2: Μικτό μοντέλο της ολισθαίνουσας μάζας (προσομοιώσεις όπου προκύπτει αστοχία, ανάλυση κάτω ορίου)



Σχήμα 1.20: Ιστογράμματα του συντελεστή ασφαλείας ($\theta_x = \theta_y = 1$, ανάλυση κάτω ορίου)

Αρχικά οι έξι παράμετροι ϕ_s , ϕ_d , μ_{lnx}^s , σ_{lnx}^s , μ_{lnx}^d , σ_{lnx}^d στην Εξ. 4 υπολογίστηκαν με την EM μέθοδο, ενώ τα μέσα και οι τυπικές αποκλίσεις της ολισθαίνουσας μάζας που αντιστοιχούν στον επιφανειακό και βαθύ μηχανισμό αστοχίας υπολογίστηκαν από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\mu_s = \exp\left(\mu_{lnx}^s + \frac{1}{2}(\sigma_{lnx}^s)^2\right)$$

$$\sigma_s = \mu_s \sqrt{\exp((\sigma_{lnx}^s)^2) - 1} \quad (5)$$

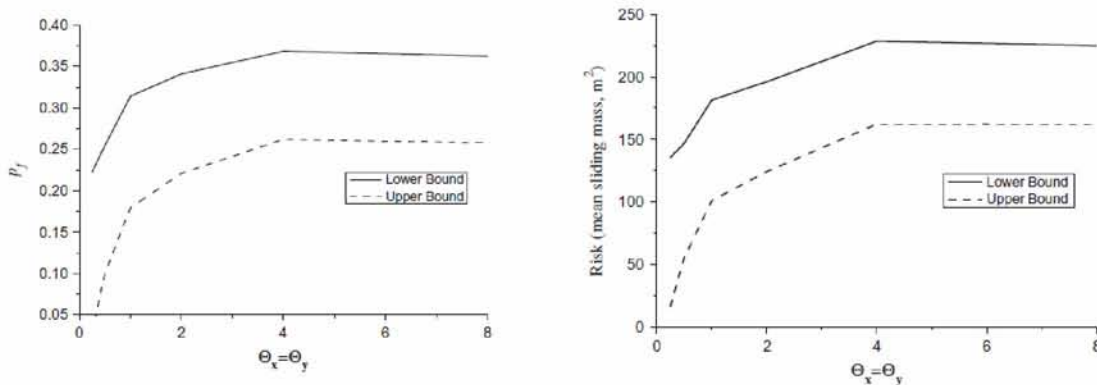
όπου μ_s και σ_s είναι η μέση και η τυπική απόκλιση της επιφανειακής αστοχίας.

Το προσαρμοσμένο μικτό μοντέλο απεικονίστηκε γραφικά με τις κόκκινες γραμμές στα σχήματα Σχ. 1.12-1.17. Η μέση και τυπική απόκλιση των όγκων της

ολισθαίνουσας μάζας δόθηκαν στον Πίνακα 1.1 και Πίνακα 1.2. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, για μια πλήρη αξιολόγηση της συνέπειας της κατάρρευσης έπρεπε επίσης να ποσοτικοποιηθεί η δυναμική συμπεριφορά της ολισθαίνουσας μάζας. Ως προκαταρκτική εκτίμηση, χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα του Πίνακα 1.2 για την εκτίμηση του κινδύνου και εφαρμόστηκε η εξίσωση:

$$R = p_f(\varphi_s\mu_s C_s + \varphi_d\mu_d C_d) \quad (6)$$

όπου C_s και C_d είναι οι συνέπειες της επιφανειακής και βαθιάς αστοχίας οι οποίες μπορούν να εκτιμηθούν σύμφωνα με τις μέσες ολισθαίνουσες μάζες μ_s και μ_d .



Σχήμα 1.21: Πιθανότητα αστοχίας με οριακή ανάλυση **Σχήμα 1.22:** Εκτίμηση κινδύνου με οριακή ανάλυση

Για τους Huang et al., η παραπάνω εκτίμηση κρίθηκε πιο ακριβής από εκείνη που λαμβάνεται από τις παραδοσιακές μεθόδους (δηλαδή, η Εξ. (1)), καθώς λήφθηκε υπόψη τόσο ο ρηχός όσο και ο βαθύς μηχανισμός αστοχίας.

Δεδομένου ότι ο μηχανισμός αστοχίας της κάθε προσομοίωσης ταυτοποιείται, δημιουργήθηκαν τα ιστογράμματα του συντελεστή ασφάλειας και για τους δύο μηχανισμούς αστοχίας. Στο σχήμα Σχ. 1.20 παρουσιάστηκαν αυτά τα αποτελέσματα για την ανάλυση κάτω φράγματος με $\Theta_x = \Theta_y = 1$ από τα οποία φάνηκε ότι οι κατανομές του συντελεστή ασφαλείας για τους δύο μηχανισμούς αστοχίας ήταν αρκετά παρόμοιοι.

Στα σχήματα Σχ. 1.21 και 1.22 παρουσιάστηκε η επίδραση της χωρικής μεταβλητότητας για την πιθανότητα αστοχίας p_f και τον κίνδυνο, αντίστοιχα από όπου προέκυψε ότι η αύξηση του μήκους χωρικής συσχέτισης αύξησε την πιθανότητα αστοχίας p_f καθώς και τον κίνδυνο.

1.4 Αποτελέσματα

Ένα νέο πλαίσιο της ποσοτικής αξιολόγησης των κινδύνων για κατολισθήσεις προτάθηκε από τους Huang et al., το οποίο βασίστηκε στη λογική ότι η συνέπεια πρέπει να αξιολογείται ξεχωριστά για κάθε μηχανισμό αστοχίας και εκτιμάται υπολογίζοντας τον όγκο της ολισθαίνουσας μάζας.

Αν και στη δική τους μελέτη περιλήφθηκε μόνο ο κίνδυνος κατολίσθησης, εκείνοι προτείνουν ότι το συγκεκριμένο πλαίσιο μπορεί να εφαρμοστεί γενικά και σε άλλους τύπους αξιολόγησης του κινδύνου στη γεωτεχνική μηχανική.

Βασισμένοι λοιπόν στην πρότασή τους επιλέξαμε τη διερεύνηση της επίπτωσης της χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων σε μία επιφανειακή θεμελίωση και μία σήραγγα σε σχήμα πετάλου ως συμπληρωματικά αντικείμενα.

Κεφάλαιο 2ο

Επιλύσεις θεμελίου σε έδαφος με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων

2.1 Περίληψη

Για την αποτίμηση της επιρροής της χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων στις καθιζήσεις ενός θεμελίου πραγματοποιήθηκε μια σειρά επιλύσεων με διαφορετική κατανομή παραμέτρων. Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων προέκυψε ότι σε ορισμένες περιπτώσεις οι επιπτώσεις στα κινηματικά μεγέθη είναι ιδιαίτερα σημαντικές.

2.2 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύθηκε ένα επιφανειακό θεμέλιο (μεμονωμένο πέδιλο) με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων το οποίο ανήκει στην κατηγορία των επιφανειακών θεμελιώσεων. Αυτού του είδους οι θεμελιώσεις μεταβιβάζουν τα φορτία τους στο έδαφος μόνο με τη βάση τους. Η συνεισφορά των πλευρών του θεμελίου, για την παραλαβή των φορτίων, είτε είναι μηδενική, είτε πολύ μικρή σε σχέση με αυτή της βάσης και συνεπώς δε λαμβάνεται υπόψη.

Οι επιφανειακές θεμελιώσεις χρησιμοποιούνται όταν η στρώση του εδάφους ακριβώς κάτω από τη στάθμη θεμελίωσης διαθέτει την απαιτούμενη αντοχή και το βάθος για να δεχτεί με ασφάλεια τις καταπονήσεις από την ανωδομή.

Η επιλογή αντιπροσωπευτικών παραμέτρων αντοχής και παραμορφωσιμότητας κατά την επίλυση προβλημάτων στη γεωτεχνική μηχανική καθορίζει, ανάλογα με την διακύμανση των τιμών, τα αποτελέσματα των αναλύσεων. Σε σχετικά απλές περιπτώσεις προβλημάτων, όπου η μεταβλητότητα περιορίζεται σε μία και μόνο παράμετρο και η διερεύνηση αποσκοπεί στην εκτίμηση εκδήλωσης αστοχίας, η αβεβαιότητα από την χωρική μεταβολή αντιμετωπίζεται με την επιλογή συντηρητικών τιμών. Η επιλογή πραγματοποιείται είτε εμπειρικά ή ακόμη με εφαρμογή κανονιστικών διατάξεων που εμπεριέχουν απλή στατιστική επεξεργασία των τιμών. Για την αντιμετώπιση προβλημάτων με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων προτείνεται διεθνώς η χρήση στατιστικών μεθοδολογιών σε συνδυασμό

με αριθμητικές μεθόδους, συνδυασμός που οδήγησε στην μέθοδο RFEM (Random Finite Element Method, Griffiths and Fenton, 2004, Huang et al., 2013).

Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία για την αποτίμηση της συμπεριφοράς ενός επιφανειακού θεμελίου κατά την ανάληψη αξονικών φορτίων. Χρησιμοποιήθηκε ο νόμος Tresca με μέση τιμή συνοχής $c_u = 100 \text{ kPa}$ και μέτρου ελαστικότητας $E = 25000 \text{ kPa}$ και πραγματοποιήθηκαν επτά διαφορετικές αριθμητικές αναλύσεις με διαφορετικές στατιστικές κατανομές στις παραμέτρους και για συγκεκριμένες αξονικές φορτίσεις στο σημείο που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου και από τις αντίστοιχες επιλύσεις προσδιορίστηκαν τα διαγράμματα καθιζήσεων.

2.3 Στάδια μελέτης των θεμελιώσεων

Η μελέτη μιας θεμελίωσης οποιουδήποτε τύπου πρέπει να εξασφαλίζει την κατασκευή από τον κίνδυνο ολικής αστοχίας του εδάφους θεμελίωσης, που επιτυγχάνεται με την αποφυγή υπέρβασης μίας επιτρεπόμενης τάσης θεμελίωσης και να περιορίζει τις καθιζήσεις (ολικές και διαφορικές) σε επιτρεπτά όρια, ανάλογα του είδους της κατασκευής. Τα στάδια που πρέπει να ακολουθούνται κατά τη μελέτη μίας θεμελίωσης είναι:

- ✓ Σε μία κάτοψη των στοιχείων που πρόκειται να θεμελιωθούν, αναγράφοντα τα φορτία (κατακόρυφα, οριζόντια, ροπές) που προέκυψαν από την ανάλυση της ανωδομής για διάφορες καταστάσεις φόρτισης.
- ✓ Αναλύονται τα στοιχεία που υπάρχουν για το έδαφος και προτείνεται μία εδαφική τομή σχεδιασμού από την οποία γίνεται μία πρώτη εκτίμηση των επιτρεπόμενων τάσεων θεμελίωσης για διάφορα βάθη.
- ✓ Με βάση τα χαρακτηριστικά των διαφόρων εδαφικών στρώσεων, τη στάθμη του υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα και διάφορες κατασκευαστικές και λειτουργικές απαιτήσεις του κτιρίου (π.χ. ύπαρξη υπογείου) καθορίζεται το ελάχιστο βάθος θεμελίωσης. Λαμβάνοντας υπόψη την επιτρεπόμενη τάση θεμελίωσης για το συγκεκριμένο βάθος, τα φορτία της ανωδομής και διάφορα κατασκευαστικά προβλήματα (π.χ. θεμελίωση κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα επιλέγεται ο τύπος της επιφανειακής θεμελίωσης που θα χρησιμοποιηθεί ή σε περίπτωση που η επιφανειακή θεμελίωση δεν είναι ικανοποιητική (από τεχνική ή οικονομική άποψη) προτείνεται η θεμελίωση με πασσάλους.

-
- ✓ Αφού έχει επιλεγεί -σε γενικές γραμμές- ο τύπος της θεμελίωσης, προσδιορίζονται οι τελικές διαστάσεις, ώστε να προκύπτουν:
 - i. ικανοποιητική φέρουσα ικανότητα και
 - ii. καθιζήσεις μικρότερες των επιτρεπόμενων
 - ✓ Στη συνέχεια γίνεται η διαστασιολόγηση των διάφορων στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος (ή άλλου υλικού της θεμελίωσης)

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι συχνά στη πράξη, όταν πρόκειται για συνήθη κτίρια κατοικιών σε περιοχές όπου έχουν ήδη κατασκευαστεί αρκετά παρόμοια κτίρια, η διαστασιολόγηση των επιφανειακών θεμελιώσεων γίνεται χωρίς να προηγηθεί γεωτεχνική έρευνα και υπολογισμός της φέρουσας ικανότητας και των καθιζήσεων

Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται μία επιτρεπόμενη τάση, η οποία έχει αποδειχτεί ασφαλής για παρόμοια έργα στην περιοχή και η οποία είναι αποδεκτή από τις τοπικές κρατικές υπηρεσίες ελέγχου. Επειδή οι τιμές αυτές των επιτρεπόμενων τάσεων είναι συνήθως αρκετά συντηρητικές, οι προκύπτουσες θεμελιώσεις είναι συνήθως υπερδιαστασιολογημένες. Από την άλλη πλευρά, εάν το έδαφος της περιοχής παρουσιάζει κάποια τοπική ανομοιογένεια, χωρίς αυτό να γίνει αντιληπτό από το μηχανικό, μπορεί να προκύψουν σημαντικοί κίνδυνοι για την ευστάθεια της θεμελίωσης και για ολόκληρη την κατασκευή.

Σε έργα στα οποία υπάρχει κάποια αβεβαιότητα ως προς το έδαφος θεμελίωσης, ή που παρουσιάζουν κάποια ιδιαιτερότητα ως προς τη χρήση της κατασκευής και το μέγεθος των φορτίων, είναι απαραίτητο να πραγματοποιείται γεωτεχνική έρευνα, από την οποία θα προκύψουν οι απαραίτητες για τη μελέτη της θεμελίωσης εδαφικές παράμετροι. Το κόστος της γεωτεχνικής έρευνας είναι ασήμαντο σε σχέση με τις δαπάνες που θα απαιτηθούν στο μέλλον, εάν η θεμελίωση αποδειχτεί ανεπαρκής.

2.4 Στάδια υπολογισμού μιας επιφανειακής θεμελίωσης

Αφού καθοριστεί το βάθος της στάθμης θεμελίωσης, στη συνέχεια θα πρέπει να καθοριστούν οι αναγκαίες διαστάσεις των θεμελίων. Αυτές πρέπει να είναι τέτοιες, ώστε να μη γίνεται υπέρβαση της επιτρεπόμενης τάσης έδρασης. Σαν επιτρεπόμενη τάση έδρασης ενός στοιχείου θεμελίωσης ορίζεται η μέγιστη τάση την οποία επιτρέπεται να προσάγει το στοιχείο φόρτισης στη στάθμη θεμελίωσης, ώστε:

-
- να μη γίνεται υπέρβαση της φέρουσας ικανότητας (χρησιμοποιώντας μάλιστα και ένα συντελεστή ασφαλείας)
 - Να μην προκαλούνται υπερβάσεις των επιτρεπόμενων καθιζήσεων (ολικών και διαφορικών)

Με βάση τις υπολογιστικές μεθόδους (προσεγγίσεις), η παραπάνω διαδικασία σχηματοποιείται ως ακολούθως:

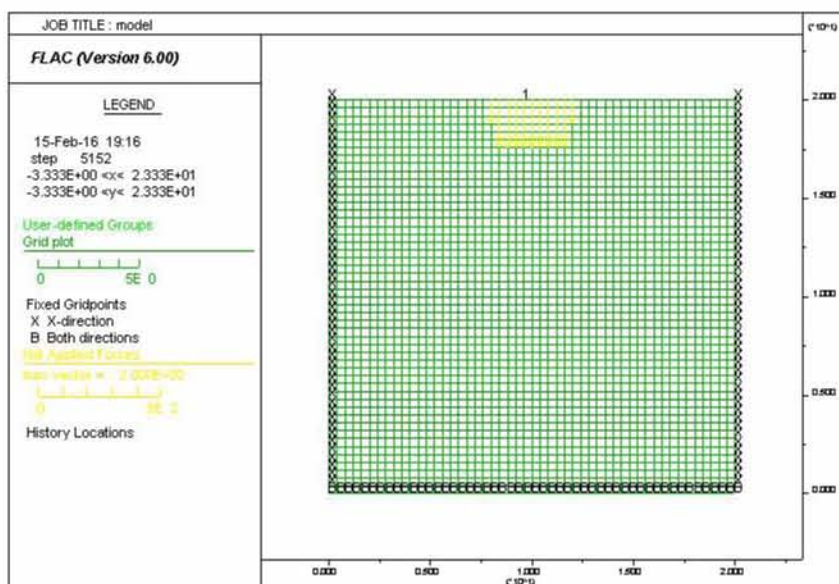
1. Καθορισμός των συνθηκών του υπεδάφους
2. Επιλογή του βάθους θεμελίωσης
3. Απλοποιημένη προεπιλογή της επιτρεπόμενης φόρτισης για κάθε στοιχείο θεμελίωσης (φέρουσα ικανότητα/συντελεστής ασφαλείας)
4. Προεπιλογή των διαστάσεων του στοιχείου θεμελίωσης
5. Υπολογισμός της επιτρεπόμενης φόρτισης με βάση πλέον τις διαστάσεις του στοιχείου από το προηγούμενο βήμα και επανάληψη της διαδικασίας μέχρι την επίτευξη της επιθυμητής ακρίβειας (ελάχιστες διαστάσεις)
6. Υπολογισμός των αναμενόμενων καθιζήσεων του στοιχείου φορτιζόμενου με φορτίο μικρότερο του επιτρεπόμενου και έλεγχός τους. Εάν είναι μικρότερες των επιτρεπόμενων, τότε η επιτρεπόμενη τάση θεωρείται σαν η επιτρεπόμενη τάση φόρτισης και καλείται γενικά σαν επιτρεπόμενη τάση έδρασης. Εάν οι καθιζήσεις είναι μεγαλύτερες των επιτρεπόμενων τότε:
 - i. Μεγαλώνουμε τις διατάσεις του στοιχείου, οπότε η επιβαλλόμενη φόρτιση μειώνεται άρα και οι καθιζήσεις, οι οποίες πρέπει και πάλι να είναι μικρότερες από τις επιτρεπόμενες. Ο κύκλος αυτός συνεχίζεται μέχρι να επιτευχθεί καθίζηση μικρότερη από την επιτρεπόμενη. Είναι πιθανό όμως ο κύκλος αυτός να μην οδηγεί στο επιθυμητό. Τότε προχωρούμε στο επόμενο βήμα
 - ii. Αλλάζει η γενική διάταξη των στοιχείων και αντί μεμονωμένων πεδίων - πεδιλοδοκών, χρησιμοποιούμε συνδυασμένες θεμελιώσεις, δηλαδή είτε εσχάρες πεδιλοδοκών, είτε κοιτοστρώσεις.
7. Αφού γίνει ο έλεγχος καθιζήσεων των μεμονωμένων στοιχείων, στη συνέχεια γίνεται η εκτίμηση και ο έλεγχος των διαφορικών καθιζήσεων. Εάν ο έλεγχος είναι ικανοποιητικός, προχωράμε στο επόμενο βήμα αλλιώς επιστρέφουμε στο προηγούμενο.

8. Στο βήμα αυτό έχουμε ολοκληρώσει τη διαστασιολόγηση των επιφανειακών θεμελίων σε κάτοψη και ακολουθεί η εύρεση των τάσεων επαφής θεμελίου εδάφους η κατανομή των οποίων υποτίθεται γραμμική.
9. Μετά των υπολογισμό των τάσεων επαφής γίνεται υπολογισμός των φορτίων διατομής
10. Ο σχεδιασμός ολοκληρώνεται με τον υπολογισμό των αναγκαίων διατομών και οπλισμών.

2.5 Περιγραφή του προβλήματος

Το πρόβλημα που μελετήθηκε περιλαμβάνει ένα τετραγωνικό επιφανειακό θεμέλιο διαστάσεων 4.5 x 4.5 m. το οποίο εδράζεται σε μια ενιαία στρώση εδάφους πάχους 20 m. Οι συνοριακές συνθήκες είναι κύλιση στο πλαϊνά όρια και ολική πάκτωση στη βάση του μοντέλου.

Το ακόλουθο σχήμα αποτελεί απόσπασμα του πλέγματος προσομοίωσης στο οποίο απεικονίζεται η γεωμετρία του προβλήματος και η θέση του θεμελίου επί της ενιαίας εδαφικής στρώσης.



Σχήμα 2.1: Πλέγμα προσομοίωσης του προβλήματος

Για τη μοντελοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το πακέτο λογισμικού FLAC. Οι ιδιότητες των υλικών για όλες τις επιλύσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι οι ακόλουθες:

| ΙΔΙΟΤΗΤΑ | ΤΙΜΗ |
|----------------------------------|---------------|
| Πυκνότητα | 1.8 |
| Μέτρο διασταλτικότητας (kPa) | $5.55 * 10^3$ |
| Μέτρο διάτμησης | 1.85 |
| Αστράγγιστη συνοχή (kPa) | 100 kPa |
| Τάσεις | 0 |
| Γωνία διαστολής (°) | 0 |
| Γωνία τριβής (°) | 0 |
| Μέτρο ελαστικότητας (kPa) | 25000 |
| Λόγος Poisson | 0.35 |

Πίνακας 2.2: Παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας του υπεδάφους

Κατά τις επιλύσεις χρησιμοποιήθηκε ο καταστατικός νόμος Tresca με μέση τιμή συνοχής: $c_u = 100 \text{ kPa}$ και μέτρο ελαστικότητας: $E = 25000 \text{ kPa}$

2.6 Αριθμητική ανάλυση

2.6.1 Επιλύσεις

Οι επιλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για την ανάλυση του παραπάνω προβλήματος είναι οι ακόλουθες επτά:

i. 1^η επίλυση:

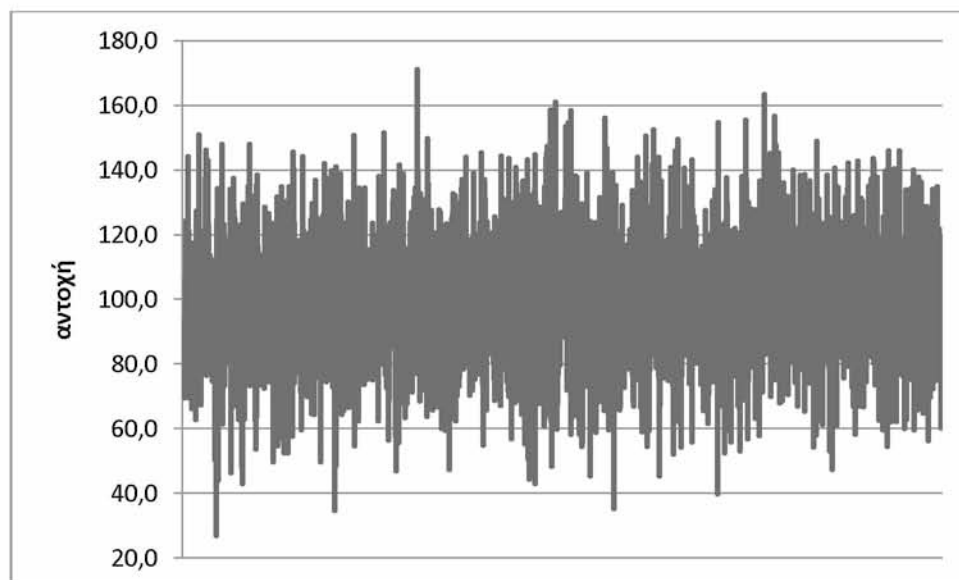
Στην πρώτη επίλυση εφαρμόστηκε ο Καταστατικός Νόμος Tresca με σταθερή συνοχή: $c_u = 100 \text{ kPa}$, γωνία τριβής $\varphi = 0^\circ$ και Μέτρο Ελαστικότητας που παίρνει τιμές από την εξίσωση $E = 250 * c_u$



Σχήμα 2.2: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών-καταστατικός νόμος Tresca

ii. 2^η επίλυση:

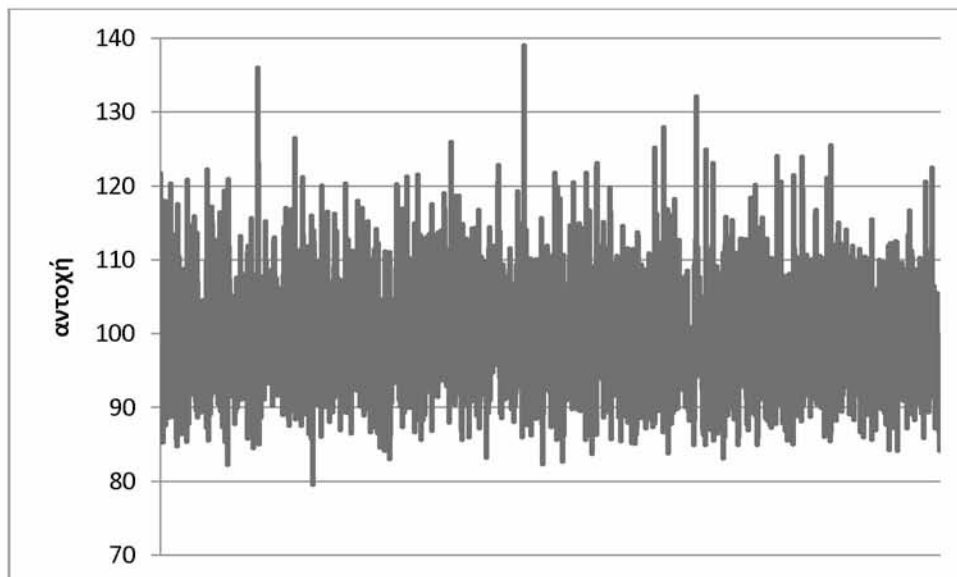
Κατά τη δεύτερη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση την κανονική στατιστική κατανομή (Gauss)



Σχήμα 2.3: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών-κανονική στατιστική κατανομή

iii. 3^η επίλυση:

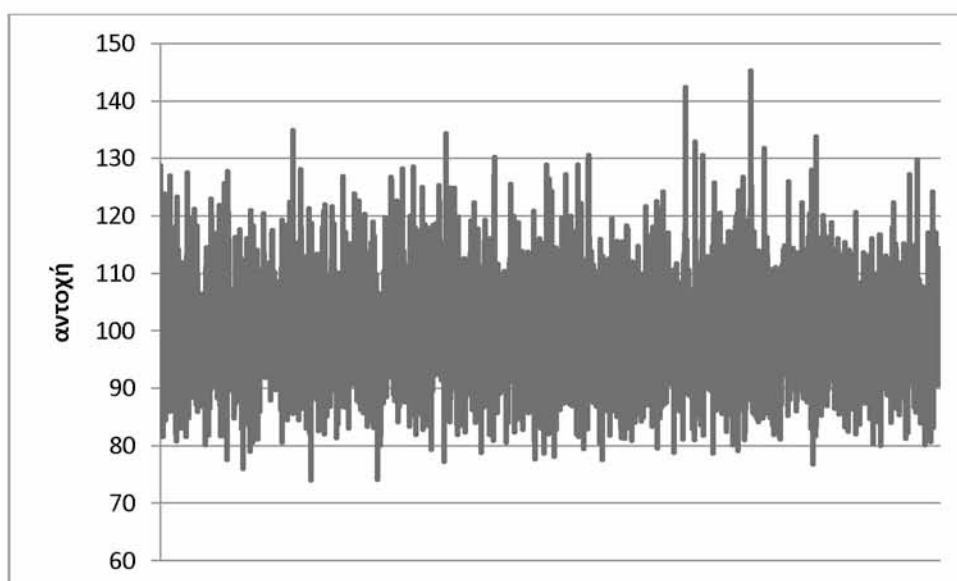
Κατά την τρίτη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση τη στατιστική κατανομή chisquare και τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων $\gamma=70$, $\nu=30$, γεννήτορας=10000.



Σχήμα 2.4: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών- στατιστική κατανομή chisquare ($\gamma=70$, $\nu=30$, γεννήτορας=10000)

iv. 4^η επίλυση:

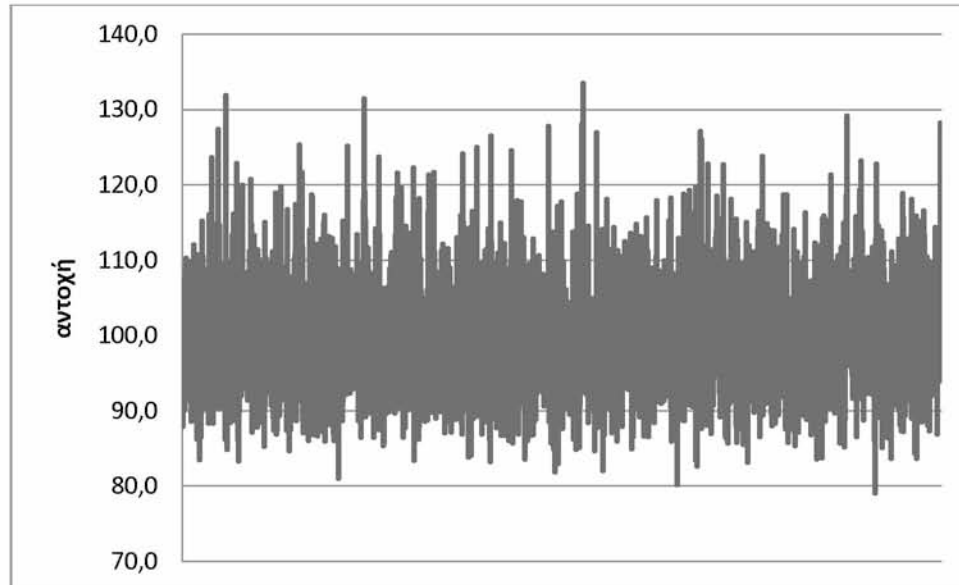
Κατά την τέταρτη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση τη στατιστική κατανομή chisquare και τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων $\gamma=70$, $\nu=50$, γεννήτορας=10000.



Σχήμα 2.5: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών- στατιστική κατανομή chisquare ($\gamma=70$, $\nu=50$, γεννήτορας=10000)

v. 5^η επίλυση:

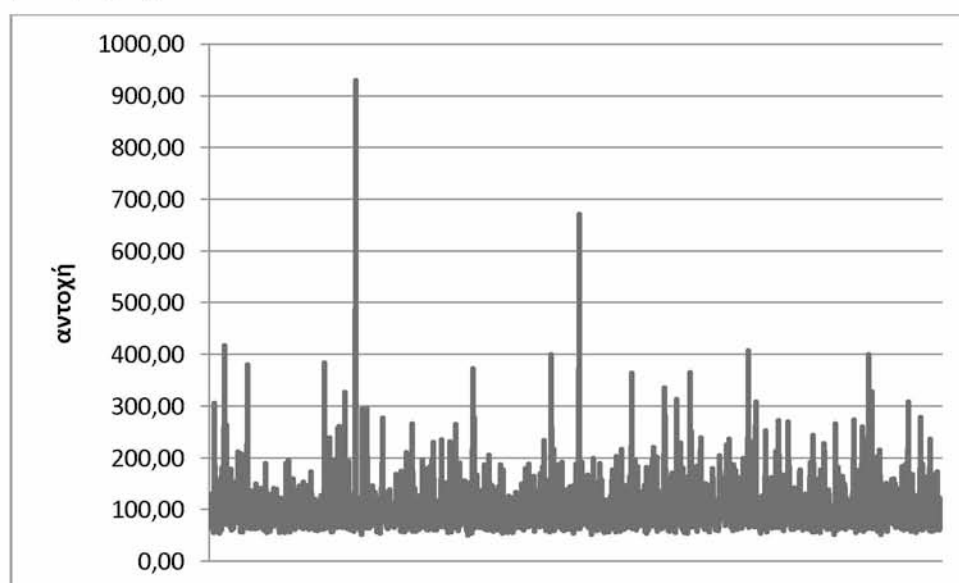
Κατά την πέμπτη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση τη στατιστική κατανομή chisquare και τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων $\gamma=70$, $\nu=30$, γεννήτορας=30000.



Σχήμα 2.6: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών- στατιστική κατανομή chisquare ($\gamma=70$, $\nu=30$, γεννήτορας=30000)

vi. 6^η επίλυση:

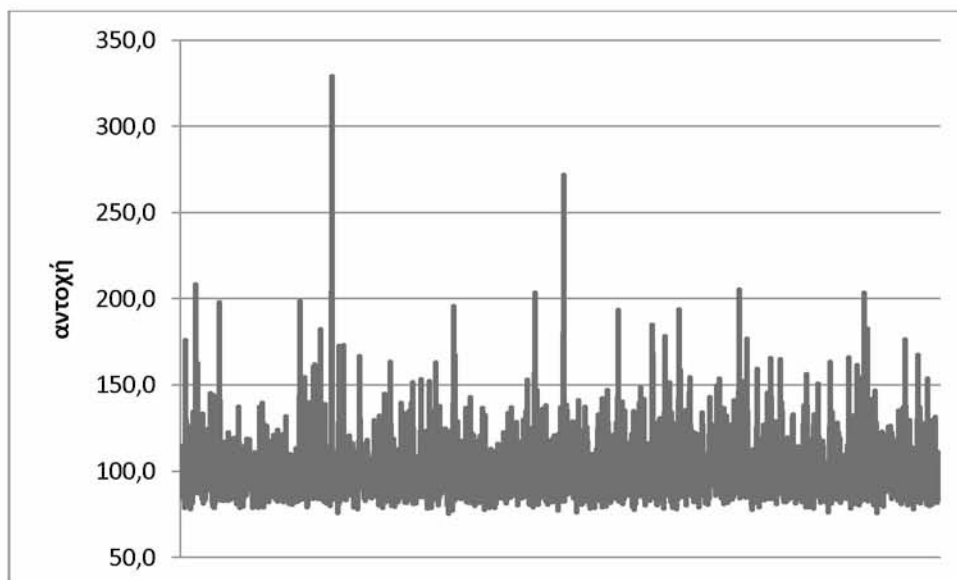
Κατά την έκτη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση τη στατιστική κατανομή GEV (κατανομή Gumbel ακραίων τιμών) και τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων $\kappa=0,3$, $\sigma=20$, $\mu=80$, γεννήτορας=10000.



Σχήμα 2.7: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών- στατιστική κατανομή GEV ($\kappa=0,3$, $\sigma=20$, $\mu=80$, γεννήτορας=10000)

vii. 7^η επίλυση:

Κατά την έβδομη επίλυση αποδόθηκε μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων με βάση τη στατιστική κατανομή GEV και τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων $\kappa=0,2$, $\sigma=10$, $\mu=90$, γεννήτορας=10000.



Σχήμα 2.8: Απεικόνιση μεταβλητότητας τιμών- στατιστική κατανομή GEV ($\kappa=0,2$, $\sigma=10$, $\mu=90$, γεννήτορας=10000)

Σημείωση: Αναλυτικά οι στατιστικές κατανομές αναλύονται στο παράρτημα

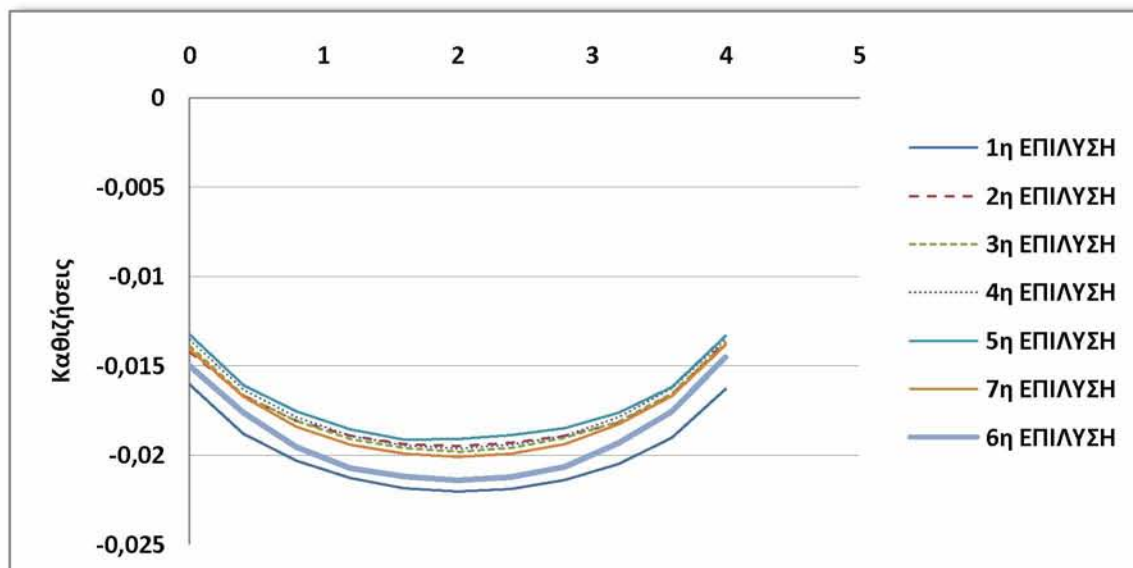
Η αριθμητική ανάλυση πραγματοποιήθηκε με χρήση του προγράμματος FLAC και μετρήθηκαν οι καθιζήσεις του θεμελίου για συγκεκριμένες φορτίσεις σε καθεμία από τις παραπάνω αναλύσεις, καθώς και οι καθιζήσεις κάτω από το σημείο που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες.

- Από την εφαρμογή ομοιόμορφης αξονικής Φόρτισης $P = 100 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου, οι τιμές των καθιζήσεων που προέκυψαν σε κάθε διακριτό σημείο (με βάση την διακριτοποίηση που έγινε) κάτω από αυτό είναι:

| κόμβος | 1 ^η επίλυση | 2 ^η επίλυση | 3 ^η επίλυση | 4 ^η επίλυση | 5 ^η επίλυση | 6 ^η επίλυση | 7 ^η επίλυση |
|--------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 21,51 | -0.01606 | -0.0142 | -0.01392 | -0.01355 | -0.01327 | -0.01498 | -0.01408 |
| 22,51 | -0.01883 | -0.01668 | -0.01669 | -0.01633 | -0.01608 | -0.01761 | -0.01674 |
| 23,51 | -0.02034 | -0.01811 | -0.01813 | -0.0179 | -0.01758 | -0.01956 | -0.01841 |
| 24,51 | -0.02131 | -0.01894 | -0.01911 | -0.01893 | -0.01857 | -0.02073 | -0.01944 |
| 25,51 | -0.02186 | -0.0194 | -0.01964 | -0.01947 | -0.01914 | -0.02120 | -0.01993 |
| 26,51 | -0.02205 | -0.01951 | -0.01984 | -0.01964 | -0.01911 | -0.02142 | -0.02011 |
| 27,51 | -0.02192 | -0.01934 | -0.01963 | -0.01943 | -0.01889 | -0.02124 | -0.01993 |
| 28,51 | -0.02142 | -0.01892 | -0.01906 | -0.01892 | -0.01849 | -0.02068 | -0.01939 |
| 29,51 | -0.02049 | -0.01822 | -0.01814 | -0.01788 | -0.01762 | -0.01934 | -0.01829 |
| 30,51 | -0.01902 | -0.01662 | -0.01657 | -0.01628 | -0.0162 | -0.01758 | -0.01669 |
| 31,51 | -0.0163 | -0.01364 | -0.01374 | -0.01352 | -0.01333 | -0.01452 | -0.01382 |

Πίνακας 2.2: Καθιζήσεις θεμελίου σε χαρακτηριστικές θέσεις για τις διάφορες επιλύσεις, ομοιόμορφο φορτίο $P = 100kN$ στο μέσον του θεμελίου.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθίζησης του θεμελίου και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα Σχ.2.9.



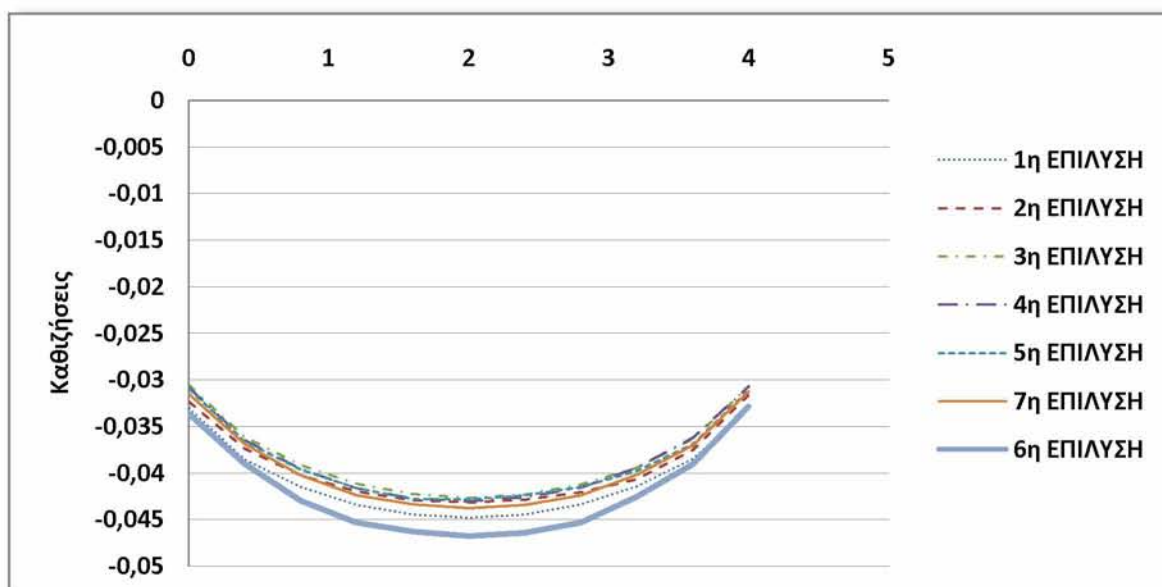
Σχήμα 2.9: Διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο πέδιλο για ομοιόμορφο φορτίο $P = 100kN$ στο μέσον του θεμελίου.

- Από την εφαρμογή ομοιόμορφου φορτίου $P = 200 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου οι τιμές των καθιζήσεων που προέκυψαν είναι:

| κόμβος | 1η επίλυση | 2η επίλυση | 3η επίλυση | 4η επίλυση | 5η E επίλυση | 6η επίλυση | 7η επίλυση |
|--------|------------|------------|------------|------------|--------------|------------|------------|
| 21,51 | -0.0331 | -0.03237 | -0.03058 | -0.03087 | -0.03097 | -0.03367 | -0.03151 |
| 22,51 | -0.03856 | -0.03742 | -0.03617 | -0.0365 | -0.03663 | -0.03899 | -0.03689 |
| 23,51 | -0.04152 | -0.04031 | -0.03916 | -0.03961 | -0.03963 | -0.04296 | -0.04029 |
| 24,51 | -0.04343 | -0.04203 | -0.04116 | -0.04167 | -0.04163 | -0.04533 | -0.04238 |
| 25,51 | -0.04447 | -0.04297 | -0.04227 | -0.04274 | -0.0428 | -0.04630 | -0.0434 |
| 26,51 | -0.04482 | -0.04321 | -0.0427 | -0.04305 | -0.04279 | -0.04677 | -0.04379 |
| 27,51 | -0.04445 | -0.0429 | -0.04233 | -0.04262 | -0.04236 | -0.04642 | -0.04346 |
| 28,51 | -0.0434 | -0.04209 | -0.04124 | -0.04158 | -0.04152 | -0.04530 | -0.04238 |
| 29,51 | -0.04148 | -0.04074 | -0.03949 | -0.03948 | -0.03976 | -0.04260 | -0.04021 |
| 30,51 | -0.03849 | -0.03756 | -0.03637 | -0.03625 | -0.03686 | -0.03905 | -0.03701 |
| 31,51 | -0.03301 | -0.03159 | -0.03075 | -0.0307 | -0.03111 | -0.03289 | -0.03126 |

Πίνακας 2.3: Καθιζήσεις θεμελίου σε χαρακτηριστικές θέσεις για τις διάφορες επιλύσεις, ομοιόμορφο φορτίο $P = 200 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθίζησης του θεμελίου και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα Σχ. 2.10.



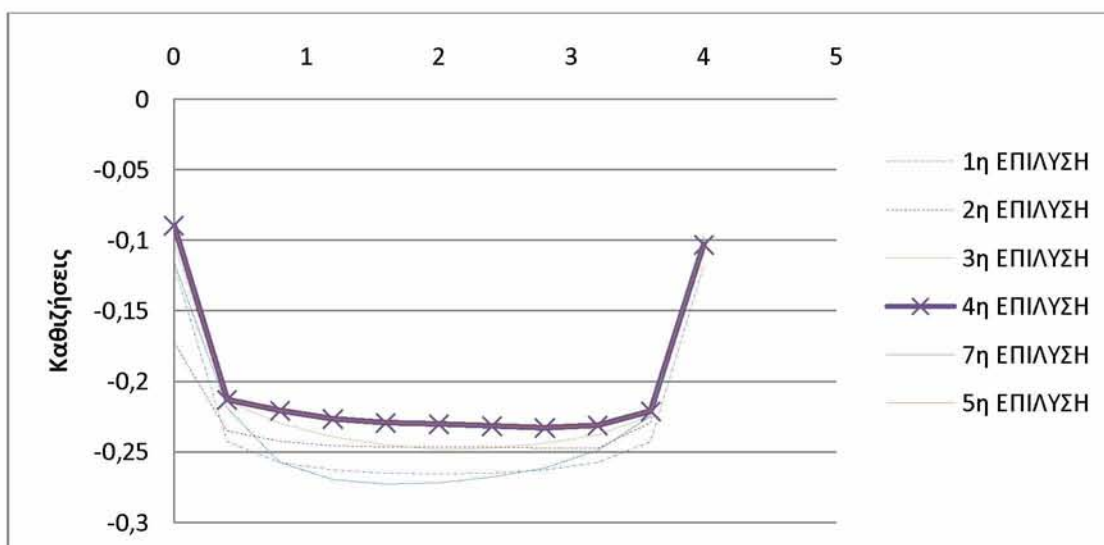
Σχήμα 2.10: Διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο πέδιλο για ομοιόμορφο φορτίο $P = 200 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου.

- Από την εφαρμογή ομοιόμορφης αξονικής φόρτισης $P = 500 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου οι τιμές των καθιζήσεων που προέκυψαν είναι:

| κόμβος | 1η επίλυση | 2η επίλυση | 3η επίλυση | 4η επίλυση | 5η επίλυση | 6η επίλυση | 7η επίλυση |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 21,51 | -0.118 | -0.1727 | -0.1018 | -0.1048 | -0.0896 | | -0.1157 |
| 22,51 | -0.2429 | -0.2353 | -0.214 | -0.2235 | -0.2129 | | -0.2189 |
| 23,51 | -0.2576 | -0.2426 | -0.2298 | -0.2389 | -0.2209 | | -0.2578 |
| 24,51 | -0.2627 | -0.2459 | -0.2391 | -0.2445 | -0.2265 | | -0.2701 |
| 25,51 | -0.265 | -0.2466 | -0.2451 | -0.2477 | -0.2293 | | -0.2731 |
| 26,51 | -0.2656 | -0.2468 | -0.2483 | -0.2492 | -0.2303 | | -0.2721 |
| 27,51 | -0.265 | -0.247 | -0.2474 | -0.2488 | -0.2318 | | -0.268 |
| 28,51 | -0.2627 | -0.2477 | -0.2438 | -0.2464 | -0.233 | | -0.2617 |
| 29,51 | -0.2576 | -0.2475 | -0.238 | -0.2366 | -0.2314 | | -0.2491 |
| 30,51 | -0.2429 | -0.2293 | -0.2246 | -0.213 | -0.2212 | | -0.2251 |
| 31,51 | -0.118 | -0.0975 | -0.1058 | -0.1014 | -0.103 | | -0.0973 |

Πίνακας 2.4: Καθιζήσεις θεμελίου σε χαρακτηριστικές θέσεις για τις διάφορες επιλύσεις, ομοιόμορφο φορτίο $P = 500 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθίζησης του θεμελίου και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα Σχ 2.11.

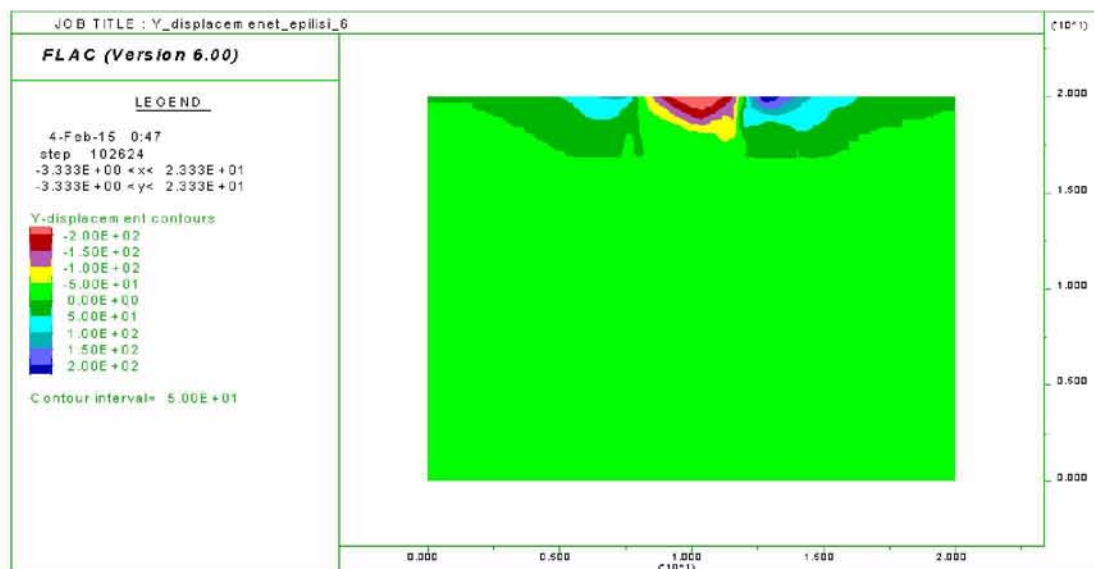


Σχήμα 2.11: Διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο πέδιλο για ομοιόμορφο φορτίο $P = 500 \text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου.

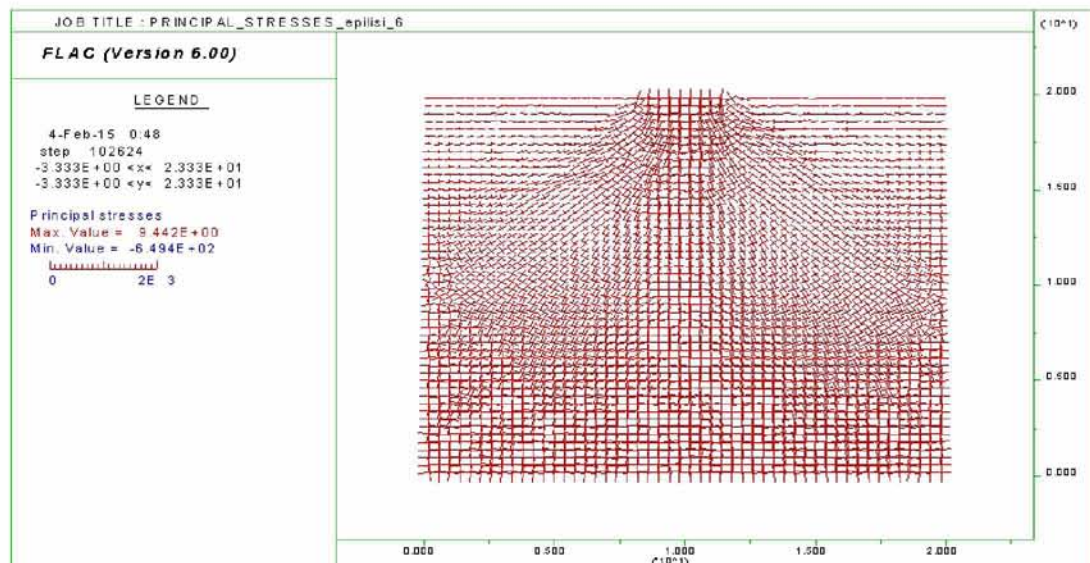
Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρήθηκε ότι για ομοιόμορφο φορτίο $P = 500\text{kN}$ στο μέσον του θεμελίου σε όλες τις επιλύσεις και στα σημεία που βρίσκονται πολύ κοντά στα άκρα του θεμελίου προέκυψαν έντονες πλαστικοποιήσεις οι οποίες απεικονίστηκαν στο σχήμα Σχ. 2.10. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το θεμέλιο είναι ιδιαίτερα δύσκαμπτο συγκριτικά με την εδαφική στρώση που βρίσκεται κάτω από αυτό. Κατά συνέπεια στο σημείο αυτό αναπτύσσονται υψηλές διατμητικές τάσεις.

Επιπλέον, από την εφαρμογή ομοιόμορφης αξονικής φόρτισης $P = 500\text{ kN}$ στο μέσον του θεμελίου, για την 6η επίλυση που αντιστοιχεί σε μεταβλητότητα με τη στατιστική κατανομή GEV ($\kappa=0,3, \sigma=20, \mu=80, \text{γεννήτορας}=10000$), δεν παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα των καθιζήσεων στον πίνακα 4 διότι προέκυψε αστοχία. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για τη προκειμένη στατιστική κατανομή έχοντας κρατήσει σταθερό τον μέσο όρο των τιμών στα 100 kPa η διακύμανση βρίσκεται αυστηρά σε κάποια όρια και παρουσιάζονται ακραίες τιμές οπότε για φορτίο $P = 500\text{kN}$ κάποια στοιχεία φτάνουν στην αντοχή τους κάτι το οποίο δεν προέκυψε για μικρότερες φορτίσεις.

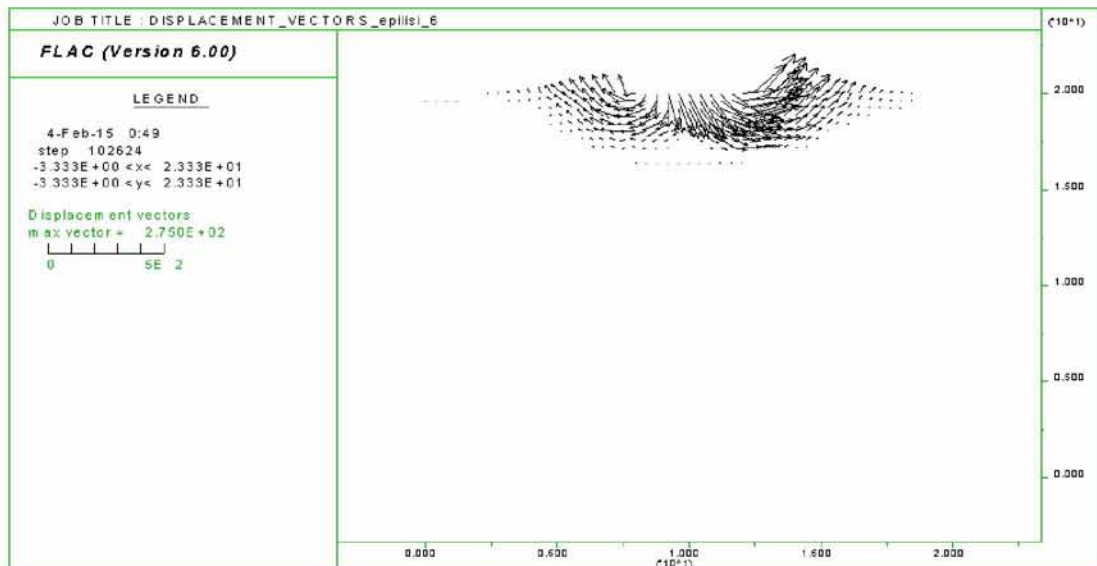
Τα αποτελέσματα της ανάλυσης αυτής παρουσιάστηκαν αναλυτικά στα παρακάτω σχήματα:



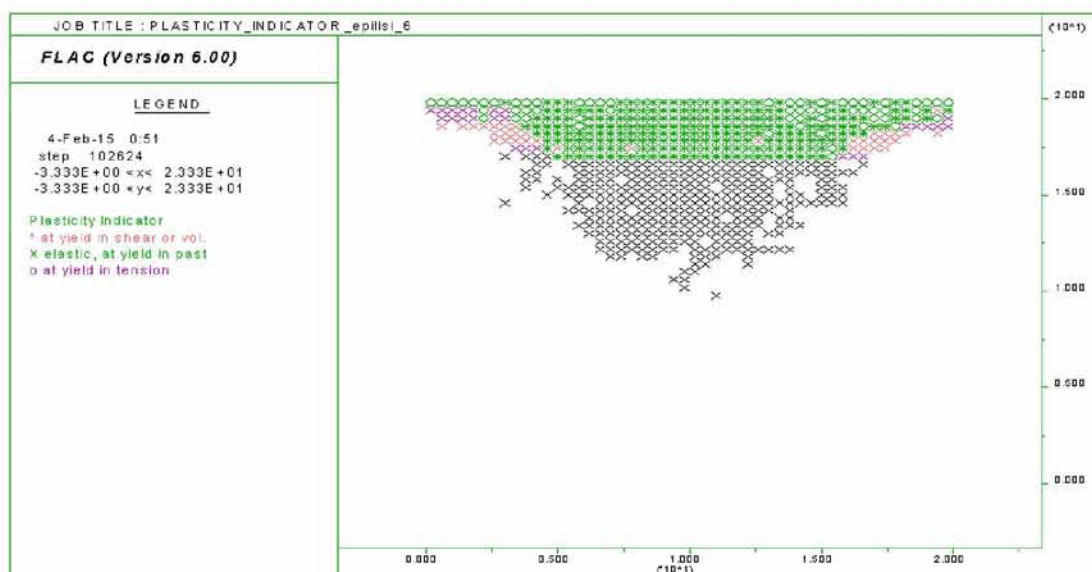
Σχήμα 2.12: Απεικόνιση ισοτιμών κατακόρυφων μετακινήσεων-6^η επίλυση (στατιστική κατανομή GEV με $\kappa=0,3, \sigma=20, \mu=80, \text{γεννήτορας}=10000$) και ομοιόμορφο φορτίο $P = 500\text{kN}$ στο μέσον του θεμελίου



Σχήμα 2.13: Απεικόνιση κύριων τάσεων- σ επίλυση (στατιστική κατανομή GEV με $\kappa=0,3, \sigma=20$, $\mu=80$, γεννήτορας=10000) και ομοιόμορφο φορτίο $P = 500kN$ στο μέσον του θεμελίου



Σχήμα 2.14: Απεικόνιση κινηματικού πεδίου- u επίλυση (στατιστική κατανομή GEV με $\kappa=0,3, \sigma=20$, $\mu=80$, γεννήτορας=10000) και ομοιόμορφο φορτίο $P = 500kN$ στο μέσον του θεμελίου



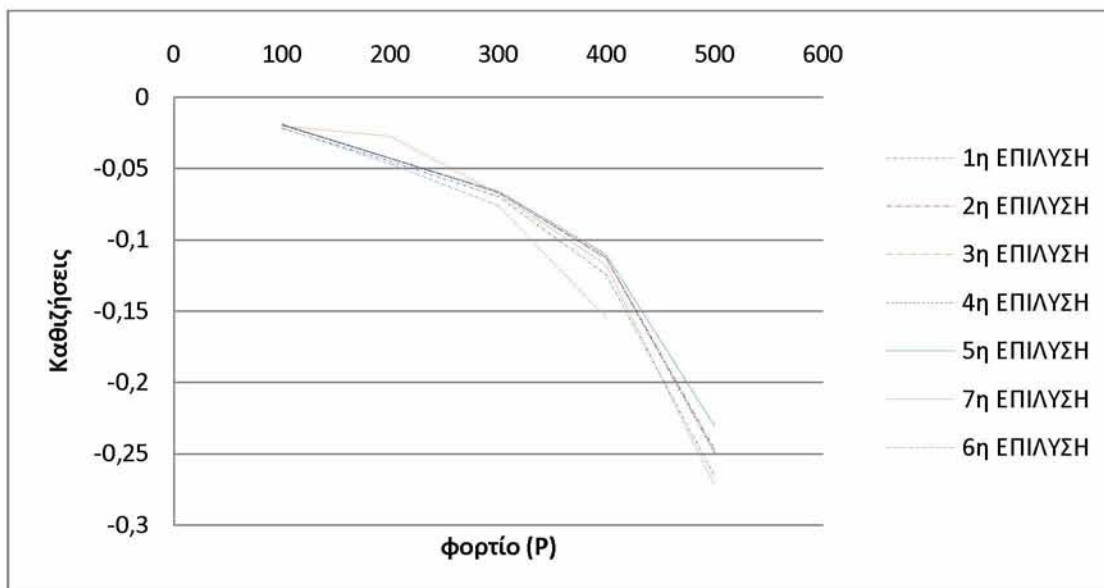
Σχήμα 2.15: Απεικόνιση πλαστικοποιήσεων-6^η επίλυση (στατιστική κατανομή GEV με $\kappa=0,3, \sigma=20, \mu=80$, γεννήτορας=10000) και ομοιόμορφο φορτίο $P = 500kN$ στο μέσον του θεμελίου

Τα αποτελέσματα των καθιζήσεων στο μέσον του θεμελίου που αντιστοιχεί στον κόμβο (26,51) για όλες τις φορτίσεις σε καθεμία από τις επιλύσεις παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

| φορτίο | 1η επίλυση | 2η επίλυση | 3η επίλυση | 4η επίλυση | 5η επίλυση | 6η επίλυση | 7η επίλυση |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Pr=100 | -0.02205 | -0.01951 | -0.01984 | -0.01964 | -0.01911 | -0.02142 | -0.02011 |
| Pr=200 | -0.04482 | -0.04321 | -0.0427 | -0.04305 | -0.04279 | -0.04677 | -0.02721 |
| Pr=300 | -0.06952 | -0.0671 | -0.06681 | -0.06666 | -0.06606 | -0.07598 | -0.06774 |
| Pr=400 | -0.1243 | -0.1123 | -0.113 | -0.1122 | -0.1105 | -0.1545 | -0.1175 |
| Pr=500 | -0.2656 | -0.2468 | -0.2483 | -0.2492 | -0.2303 | | -0.2721 |

Πίνακας 2.5: Καθιζήσεις θεμελίου στο μέσον του θεμελίου για τις διάφορες επιλύσεις και όλες τις φορτίσεις.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθίζησης του μέσου του θεμελίου και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα Σχ. 2.16.



Σχήμα 2.16: Διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων του μέσου του πεδίου (κόμβος 26,51) για όλες τις φορτίσεις.

2.7 Συμπεράσματα

Από τη μελέτη και επεξεργασία των αριθμητικών αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν στο κεφάλαιο αυτό, παρατηρήθηκε ότι από την εφαρμογή ομοιόμορφης φόρτισης στο μέσον του θεμελίου σε όλες τις επίλυσεις που αντιστοιχούν σε μεταβλητότητες τιμών που προέκυψαν από την εφαρμογή διαφορετικών στατιστικών κατανομών, οι τιμές των καθιζήσεων δεν παρουσιάζουν κάποια σημαντική μεταβολή. Όσο αυξάνεται το φορτίο αυξάνονται και οι καθιζήσεις με έντονη διακύμανση κοντά στα άκρα του θεμελίου.

Κατά την 6η επίλυση που αντιστοιχεί σε μεταβλητότητα τιμών με τη στατιστική κατανομή GEV ($\kappa=0,3$, $\sigma=20$, $\mu=80$, γεννήτορας=10000) προέκυψε ότι για φορτίο ίσο με $P = 500$ kN κάποια στοιχεία φτάνουν στην αντοχή τους και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι αποδίδονται στα στοιχεία ακραίες τιμές. Αναλυτικότερα, στη συγκεκριμένη επίλυση ενώ παρουσιάζεται ως μέση τιμή της αντοχής τα 100 kPa , τα ακρότατα έχουν μεγαλύτερο εύρος, οπότε η αντοχή των στοιχείων είναι αισθητά μικρότερη των 100 kPa με αποτέλεσμα όσο πλησιάζουμε προς την οριακή ισορροπία τα στοιχεία αυτά να διαρρέουν πρώτα. Κατά τον τρόπο αυτό και εφόσον ο μέσος όρος των τιμών είναι ο ίδιος ενώ η διακύμανση είναι αυστηρά σε κάποια όρια, η συνολική απόκριση τροποποιείται αισθητά προς τα κάτω με αποτέλεσμα να δημιουργούνται προβλήματα.

Κεφάλαιο 3ο

Επιλύσεις σήραγγας σε έδαφος με χωρική μεταβλητότητα παραμέτρων

3.1 Περίληψη

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε μια προσπάθεια ώστε να αξιολογηθεί η αξιοπιστία κατασκευής μιας σήραγγας με αβέβαιες μηχανικές ιδιότητες η οποία κατασκευάστηκε με τη συμβατική μέθοδο. Η οριακή κατάσταση λειτουργικότητας εκφράζεται σε όρους δυσδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα αξιόπιστο εργαλείο που είναι ενσωματωμένο στο πακέτο λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων FLAC.

3.2 Εισαγωγή

Απαραίτητη προϋπόθεση στην κατασκευή ενός υπόγειου έργου είναι η ακριβής ανάλυση, έτσι ώστε να μην προξενούνται βλάβες στις γειτονικές και υπερκείμενες κατασκευές. Οι απαιτήσεις ενός τυπικού σχεδιασμού είναι ο περιορισμός των επιφανειακών καθιζήσεων εντός αποδεκτών τιμών με επαρκή αξιοπιστία. Αυτή η απαίτηση μας υποχρεώνει να προβλέπουμε τις μετακινήσεις του εδάφους που προκαλούνται από τη διάνοιξη σιράγγων και ταυτόχρονα να γνωρίζουμε το μέγιστο εύρος των μετακινήσεων ώστε να μην επηρεάζεται η αντοχή των κατασκευών που μας αφορούν. Αυτή η κατάσταση λειτουργικότητας είναι ιδιαίτερα σημαντική σε κατοικημένες περιοχές όπου οι επαγόμενες καθιζήσεις από τη διάνοιξη των σιράγγων μπορεί να προκαλέσουν σημαντικά προβλήματα στις υφιστάμενες κατασκευές.

Προβλέψεις για την μετακίνηση του εδάφους μπορούν να γίνουν με τη βοήθεια μοντέλων από μη γραμμικά πεπερασμένα στοιχεία. Ωστόσο, είναι σημαντική η αβεβαιότητα που περιλαμβάνεται στην επιλογή των παραμέτρων του μοντέλου εφόσον στην πραγματικότητα οι μηχανικές ιδιότητες του εδάφους παρουσιάζουν μια συμφυή χωρική μεταβλητότητα. Συνήθως οι τιμές των παραμέτρων που ορίζονται προκύπτουν από δειγματοληπτικό έλεγχο και εργαστηριακές δοκιμές.

Τα θέματα αυτά λοιπόν είναι σημαντικό να αντιμετωπιστούν εφαρμόζοντας μια σωστή αξιολόγηση της επάρκειας του σχεδιασμού.

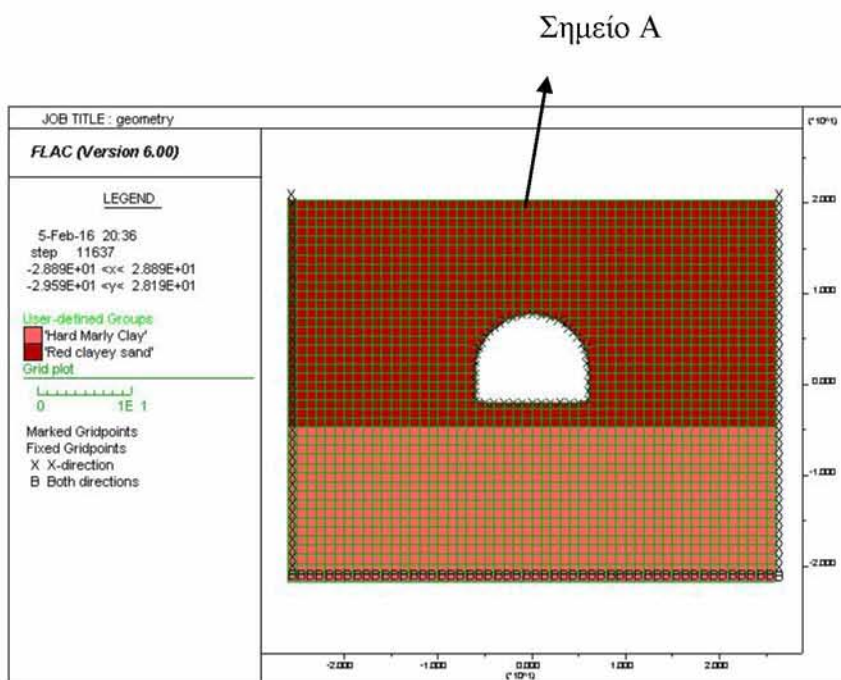
Στην εργασία αυτή λήφθηκε υπόψη η αβεβαιότητα των παραμέτρων του μοντέλου και αξιολογήθηκε η πιθανότητα ώστε οι παραγόμενες καθιζήσεις από την κατασκευή της σήραγγας να μην υπερβαίνουν ένα προκαθορισμένο όριο. Επιπλέον, διερευνήθηκε η επίδραση της χωρικής μεταβλητότητας των παραμέτρων του εδάφους στα αποτελέσματα της ανάλυσης.

Για την προσομοίωση του προβλήματος καθώς και για τις αριθμητικές επιλύσεις χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα FLAC στο οποίο υπάρχει η δυνατότητα να οριστεί η γεωμετρία οποιουδήποτε εδαφικού μοντέλου σε δύο ή τρεις διαστάσεις εισάγοντας τα κατάλληλα δεδομένα.

3.3 Περιγραφή του προβλήματος

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύθηκε μια σήραγγα σε σχήμα πετάλου. Η μοντελοποίηση του προβλήματος έγινε με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Το αριθμητικό μοντέλο της σήραγγας έχει πλάτος 12m και ύψος 6 m. Το έδαφος που περιβάλλει τη σήραγγα αποτελείται από δύο διαφορετικές εδαφικές στρώσεις. Η πρώτη εδαφική στρώση είναι αργιλώδης άμμος κόκκινου χρώματος και εκτείνεται γύρω από τη σήραγγα μέχρι βάθος 25 m κάτω από την επιφάνεια του μοντέλου. Η δεύτερη εδαφική στρώση είναι σκληρή μαργακή άργιλος, εκτείνεται κάτω από τη σήραγγα και το πάχος της είναι 17 m.

Στη μελέτη αυτή αναλύθηκαν οι επιφανειακές καθιζήσεις στο σημείο που βρίσκεται στην επιφάνεια του εδάφους πάνω από το μέσο της σήραγγας (σημείο Α όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1). Η πρόοδος της εκσκαφής μοντελοποιήθηκε με τη μέθοδο απομείωσης των τάσεων.



Σχήμα 3.1: Απεικόνιση της γεωμετρίας της σήραγγας και των εδαφικών στρώσεων.

3.4 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Η διαδικασία για τη μοντελοποίηση του προβλήματος μέσω του πακέτου λογισμικού FLAC .

Αρχικά, επιλέχθηκε η κατάλληλη περιοχή επιρροής η οποία περικλείει και επηρεάζει τη σήραγγα που εξετάστηκε. Κατόπιν έγινε διακριτοποίηση, δημιουργώντας έτσι τον επιθυμητό κάνναβο και εν συνεχεία ορίστηκε ο καταστατικός νόμος που διέπει το πρόβλημα, που στην προκειμένη περίπτωση είναι ο νόμος Mohr-Coulomb. Έπειτα δημιουργήθηκε η γεωμετρία του προβλήματος που μελετήθηκε, δηλαδή μία σήραγγα σε σχήμα πετάλου που περιβάλλεται από δύο διαφορετικές εδαφικές στρώσεις.

Για τη μοντελοποίηση των υλικών εκσκαφής χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο "null" το οποίο δημιουργεί μηδενικές ζώνες εντός των οποίων οι τάσεις μηδενίζονται.

Το έδαφος που περιβάλλει τη σήραγγα αποτελείται από δύο διαφορετικές εδαφικές στρώσεις. Έτσι δημιουργήθηκαν δύο διαφορετικές ομάδες υλικών, η καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί σε ξεχωριστή εδαφική στρώση. Οι παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας της πρώτης εδαφικής στρώσης (αργιλώδης άμμος κόκκινου χρώματος) η οποία εκτείνεται γύρω και πάνω από τη σήραγγα αντιστοιχούν

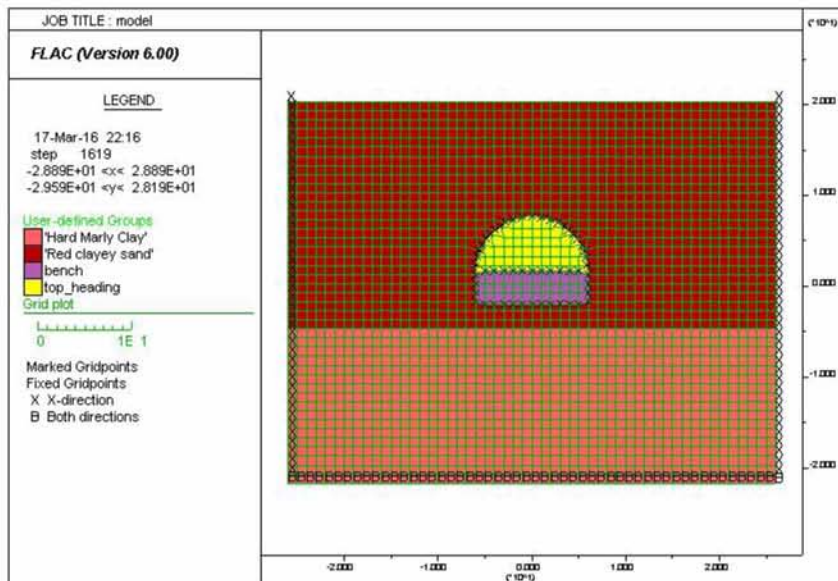
σε ιδιότητες βραχώδους εδαφικής στρώσεις όπως απεικονίζεται αναλυτικά στο πίνακα 3.1:

| ΙΔΙΟΤΗΤΑ | ΤΙΜΗ |
|----------------------------------|------------------|
| Πυκνότητα | 2,60 |
| Μέτρο διασταλτικότητας (kPa) | $888 \cdot 10^3$ |
| Μέτρο διάτμησης (kPa) | $296 \cdot 10^3$ |
| Τάσεις | 0 |
| Συνοχή (kPa) | 60 |
| Γωνία τριβής (°) | 35 |
| Μέτρο ελαστικότητας (kPa) | 700 |
| Λόγος Poisson | 0,35 |

Πίνακας 3.1: Παράμετροι αντοχής και παραμορφωσιμότητας της πρώτης εδαφικής στρώσης

Παρατήρηση: Η συνοχή και η γωνία τριβής που σχετίζονται με τις πλαστικές διατμητικές τάσεις παίρνουν τιμές από αντίστοιχους πίνακες τιμών τους οποίους έχουμε ορίσει (ctab: 11, ftab: 12)

Η εκσκαφή της σήραγγας αποτελείται από τρία στάδια τα οποία προσομοιώθηκαν στο πρόβλημά και τα οποία αντιστοιχούν στις τρεις φάσεις κατασκευής μίας σήραγγας (Σχήμα 3.2). Η πρώτη φάση είναι η αρχική εκσκαφή. Η δεύτερη φάση είναι η υποστήριξη της εκσκαφής, η οποία ονομάστηκε "top_heading" και η τρίτη φάση αποτελεί την τοποθέτηση της επένδυσης και ονομάστηκε "bench".

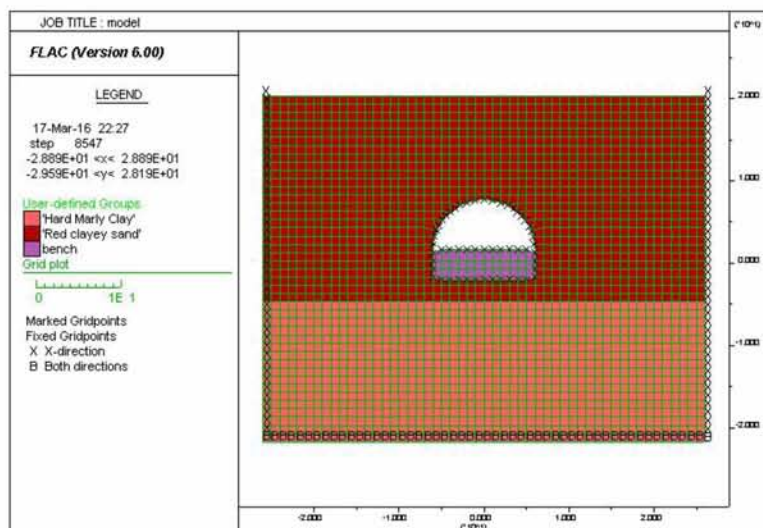


Σχήμα 3.2: Απεικόνιση των σταδίων εκσκαφής ης σήραγγας.

Στη συνέχεια καθορίστηκαν οι συνοριακές συνθήκες οι οποίες είναι κυλίσεις στα πλαϊνά όρια του πλέγματος και ολική πάκτωση στη βάση, καθώς και οι αρχικές συνθήκες και ξεκίνησαν οι επιμέρους επίλυσεις, κάθε μία από τις οποίες είναι συνέχεια της προηγούμενης και ακολουθεί μια επαναληπτική διαδικασία με συγκεκριμένο αριθμό βημάτων:

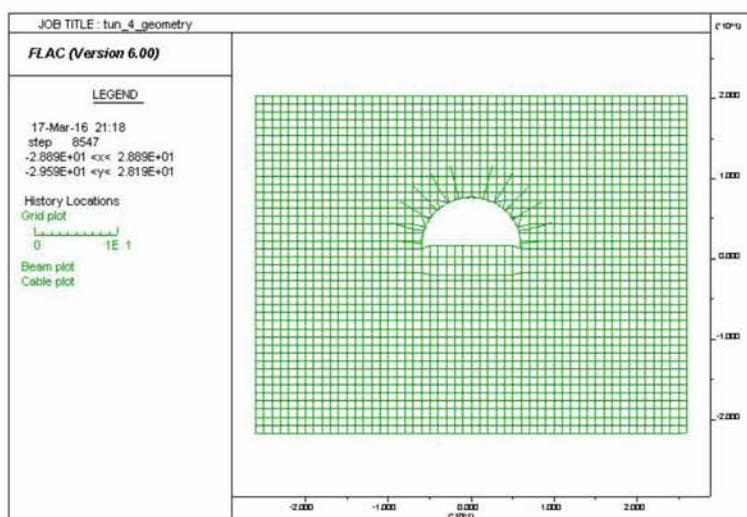
Κατά την πρώτη επίλυση δεν έχει ακόμη πραγματοποιηθεί διάνοιξη της σήραγγας. Για την εδαφική στρώση που περιβάλλει τη σήραγγα ορίστηκε το μέτρο ελαστικότητας $E = 30000 \text{ kPa}$, το μέτρο διασταλτικότητας (b) παίρνει τιμές από την εξίσωση $b = E \times 1.11$ ενώ το μέτρο διάτμησης (G) παίρνει τιμές από την εξίσωση $G = E \times 0.37$. Η γωνία τριβής ισούται με 35° και η συνοχή ισούται με 50 kPa . Έτσι δημιουργήθηκαν δύο ξεχωριστοί πίνακες τιμών για το μέτρο διασταλτικότητας και το μέτρο διάτμησης. Οι κύριες τάσεις για ολόκληρο το μοντέλο παίρνουν τιμές από τις εξισώσεις $s_{xx} = 0.6 \times s_{yy}$ και $s_{zz} = 0.6 \times s_{yy}$

Κατά τη δεύτερη επιμέρους επίλυση η οποία αφορά στο πρώτο στάδιο κατασκευής της σήραγγας, δηλαδή την αρχική εκσκαφή (Σχήμα 3.2), ορίστηκε το υλικό το οποίο πρόκειται να αφαιρεθεί με την εκσκαφή (group "top heading"). Το μέτρο διασταλτικότητας και το μέτρο διάτμησης του υλικού αυτού, παίρνουν τιμές από τις εξισώσεις $bulk_mod = 0.4 \times b$ και $shear_mod = 0.4 \times G$ όπου b και G αντιστοιχούν στις τιμές των πινάκων που προέκυψαν από την προηγούμενη επίλυση.



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση εκσκαφής του πάνω μέρους της σήραγγας και εφαρμογή ενέματος.

Η τρίτη επίλυση αφορά στη δεύτερη κατασκευαστική φάση της σήραγγας η οποία ονομάστηκε "top_heading" . Κατά την επίλυση αυτή εφαρμόστηκαν στοιχεία δοκού που αντιπροσωπεύουν το υλικό του ενέματος που χρησιμοποιήθηκε για την υποστήριξη της εκσκαφής καθώς και τα καλώδια (Σχήμα 3.3 και 3.4) τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την ενίσχυση του εδάφους που περιβάλλει τη σήραγγα (τα καλώδια δεν παρέχουν αντίσταση σε κάμψη).



Σχήμα 3.4: Απεικόνιση εκσκαφής του πάνω μέρους της σήραγγας και τοποθέτηση στοιχείων δοκού και καλωδίων για την αντιστήριξη τη περιβάλλουσας μάζας.

Στους Πίνακες 3.2 και 3.3 δίνονται οι ιδιότητες των στοιχείων δοκού και των καλωδίων.

| ΙΔΙΟΤΗΤΑ | ΤΙΜΗ |
|-------------------------------|--|
| Πυκνότητα | 2,4 |
| Μέτρο ελαστικότητας (kPa) | $15 \cdot 10^6$ |
| Ροπή αδρανείας | $4,1 \cdot 10^{-5}$ |
| Εμβαδόν εγκάρσιας διατομής | 0,20 |
| Αξονική θλιπτική αντοχή | 1000 |
| Πλαστική ροπή | 24 (Η εντολή αυτή καθορίζει τη μέγιστη ροπή που μπορεί να έχει κάποιο τμήμα του δομικού στοιχείου) |

Πίνακας 3.2: Ιδιότητες υλικών στοιχείων δοκού

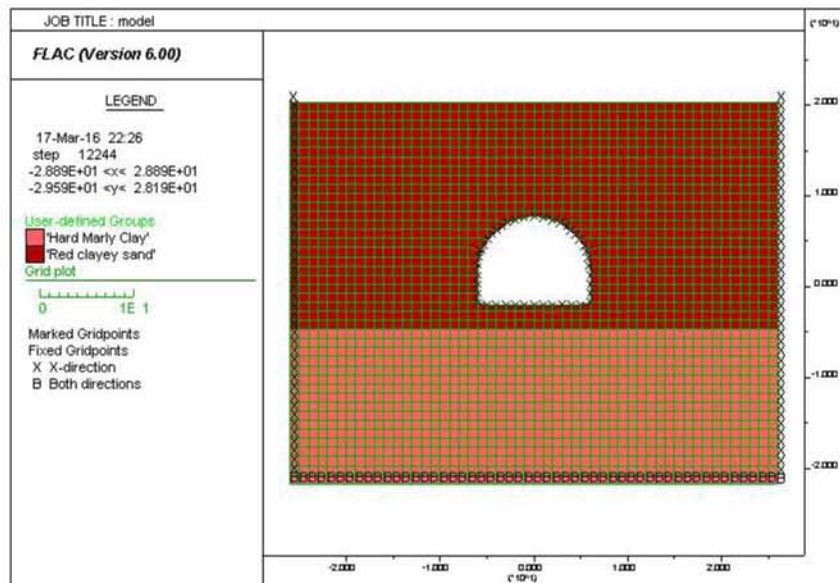
| ΙΔΙΟΤΗΤΑ | ΤΙΜΗ |
|-----------------|---------------------|
| Εμβαδό διατομής | $4,9 \cdot 10^{-4}$ |
| e | $1,0 \cdot 10^8$ |
| y | 114 |
| Υλικό ενέματος | $4,1430 \cdot 10^6$ |
| Περίμετρος | 0,15 |
| Γωνία τριβής | 0° |
| Αντοχή ενέματος | 117 |

Πίνακας 3.3: Ιδιότητες υλικών καλωδίων

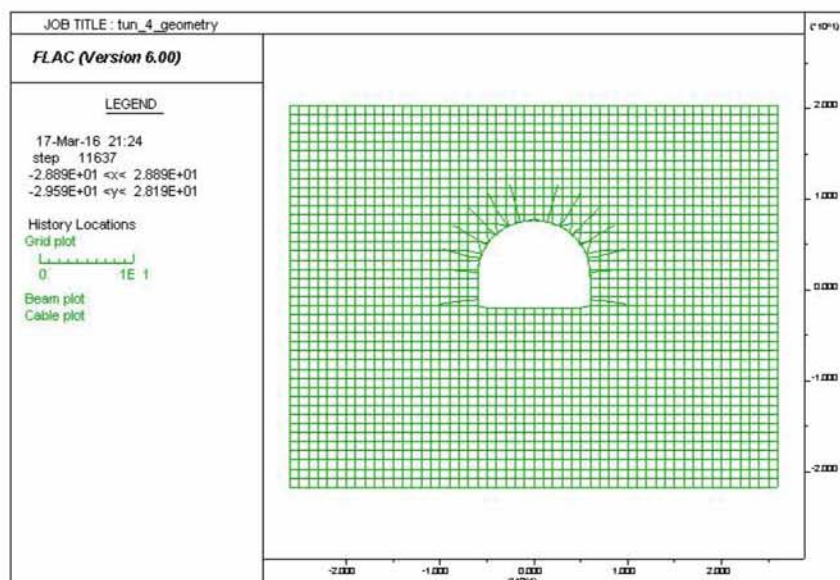
Η τέταρτη επίλυση αφορά στην τρίτη κατασκευαστική φάση και περιλαμβάνει την ολοκλήρωση της εκσκαφής. Έτσι ορίστηκε το υλικό το οποίο πρόκειται να αφαιρεθεί με την εκσκαφή (group "bench"). Το μέτρο διασταλτικότητας του υλικού αυτού παίρνει τιμές από την εξίσωση $bulk_mod = 0.3 \times b$ και το μέτρο διάτμησης παίρνει τιμές από την εξίσωση $shear_mod = 0.3 \times G$.

Η πέμπτη και τελευταία επιμέρους επίλυση αφορά και πάλι στην τελευταία κατασκευαστική φάση που είναι η τοποθέτηση της επένδυσης μετά την καθολική

διάνοιξη της σήραγγας και καθορίστηκαν τα νέα στοιχεία δοκού που χαρακτηρίζουν την επένδυση καθώς και τα καλώδια με τις ίδιες ιδιότητες για το τμήμα (Σχήμα 3.5).



Σχήμα 3.5: Απεικόνιση της σήραγγας μετά την ολοκλήρωση της εκσκαφής και την τοποθέτηση της επένδυσης..



Σχήμα 3.6: Απεικόνιση της σήραγγας μετά την ολοκλήρωση της εκσκαφής και την τοποθέτηση της επένδυσης..

3.5 Αριθμητική ανάλυση

Επιλύσεις

Οι επιλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για την ανάλυση του παραπάνω προβλήματος είναι οι ακόλουθες τρεις:

➤ 1^η επίλυση:

Κατά την πρώτη επίλυση οι τιμές των παραμέτρων που μεταβάλλονται ακολουθούν την τυπική στατιστική κατανομή

➤ 2^η επίλυση:

Κατά τη δεύτερη επίλυση οι τιμές των παραμέτρων που μεταβάλλονται ακολουθούν την κανονική στατιστική κατανομή (Gauss)

➤ 3^η επίλυση:

Κατά την τρίτη επίλυση οι τιμές των παραμέτρων που μεταβάλλονται ακολουθούν τη στατιστική κατανομή chisquare

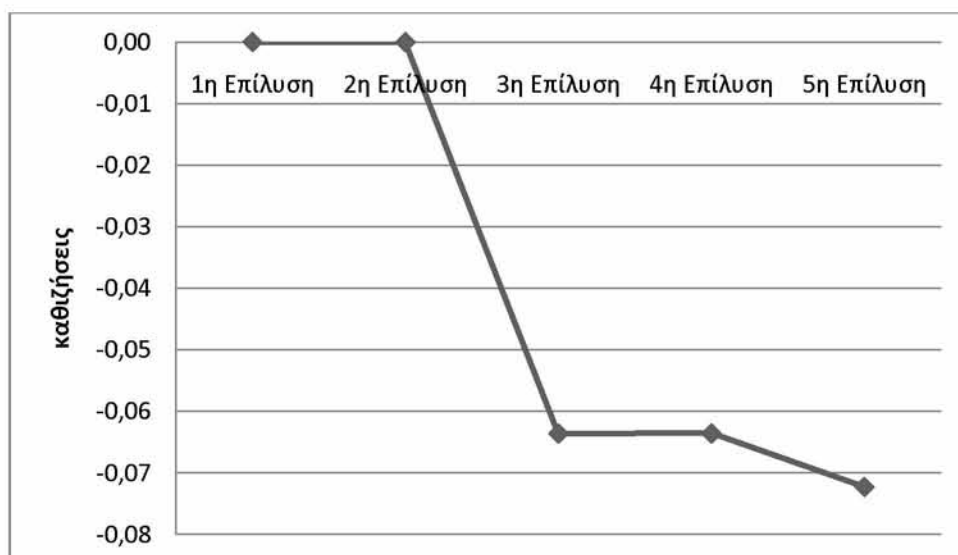
3.5.1 Επίλυση με την τυπική στατιστική κατανομή παραμέτρων

Η αριθμητική ανάλυση πραγματοποιήθηκε με χρήση του προγράμματος FLAC και μετρήθηκαν επιφανειακές καθιζήσεις στο σημείο που βρίσκεται στην επιφάνεια του εδάφους πάνω από το μέσο της σήραγγας (σημείο Α). Οι καθιζήσεις που υπολογίστηκαν στις επιμέρους αναλύσεις της επίλυσης με βάση την τυπική στατιστική κατανομή παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 3.4:

| | 1 ^η επίλυση | 2 ^η επίλυση | 3 ^η επίλυση | 4 ^η επίλυση | 5 ^η επίλυση |
|-----------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Καθιζήσεις τυπικής ανάλυσης | 0.0000 | 0.0000 | -0.06363 | -0.06359 | -0.07229 |

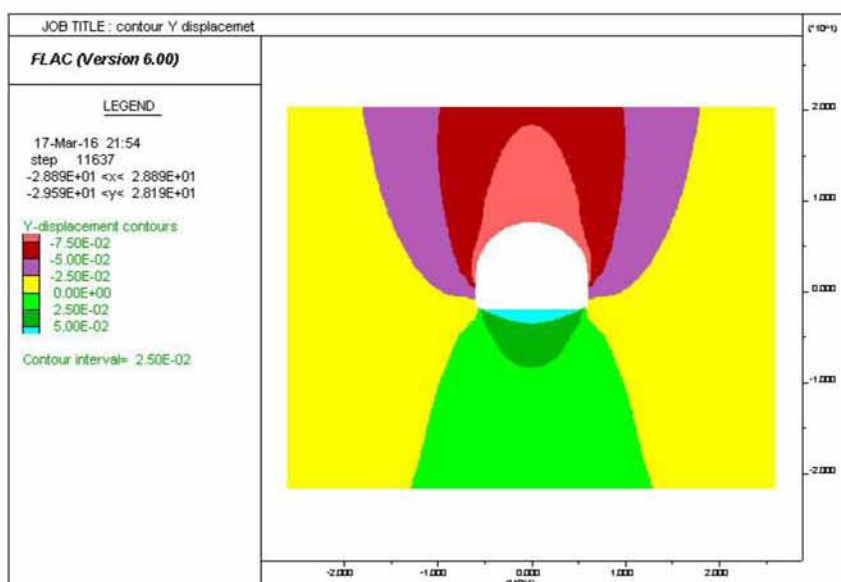
Πίνακας 3.4: Καθιζήσεις στο σημείο που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου- ανάλυση με βάση την τυπική στατιστική κατανομή παραμέτρων.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο Α και παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.7.

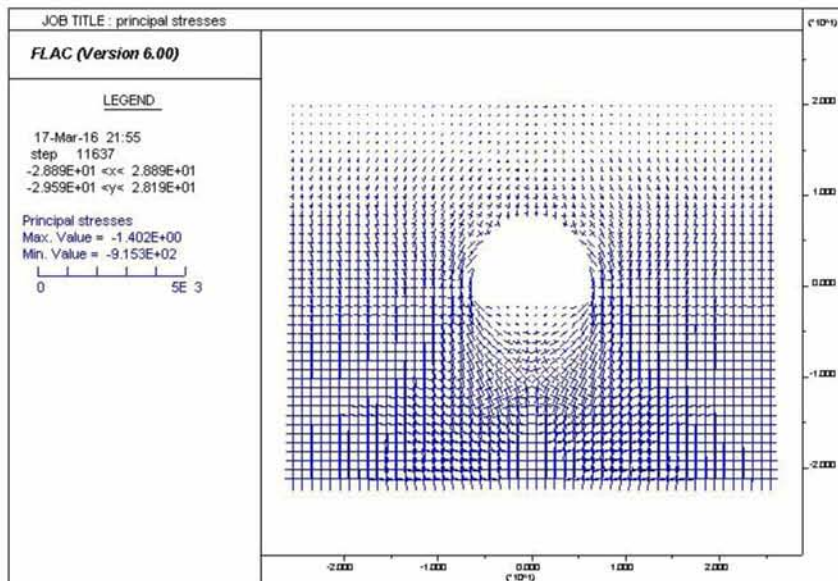


Σχήμα 3.7: Απεικόνιση μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου-τυπική ανάλυση

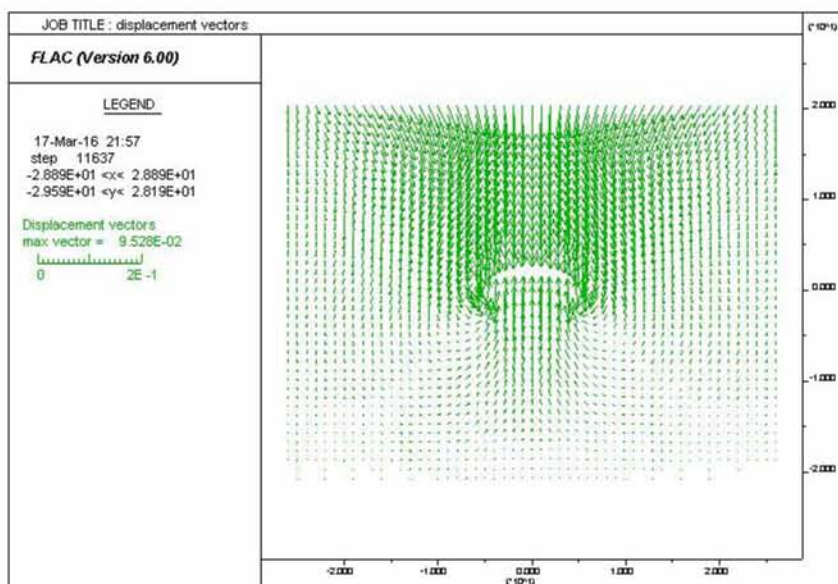
Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίστηκαν τα αποτελέσματα της ανάλυσης με την τυπική στατιστική κατανομή για την πέμπτη επίλυση που αντιστοιχεί στο τελευταίο στάδιο κατασκευής της σήραγγας, δηλαδή την καθολική εκσκαφή της και την τοποθέτηση της επένδυσης.



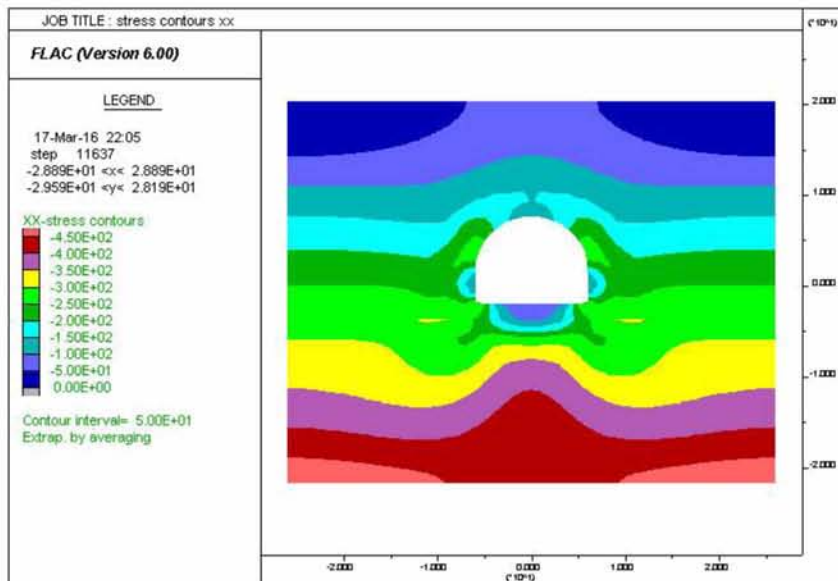
Σχήμα 3.8: Απεικόνιση ισοτιμών καθιζήσεων - τυπική ανάλυση κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας - καθολική εκσκαφή της σήραγγας και τοποθέτηση της επένδυσης)



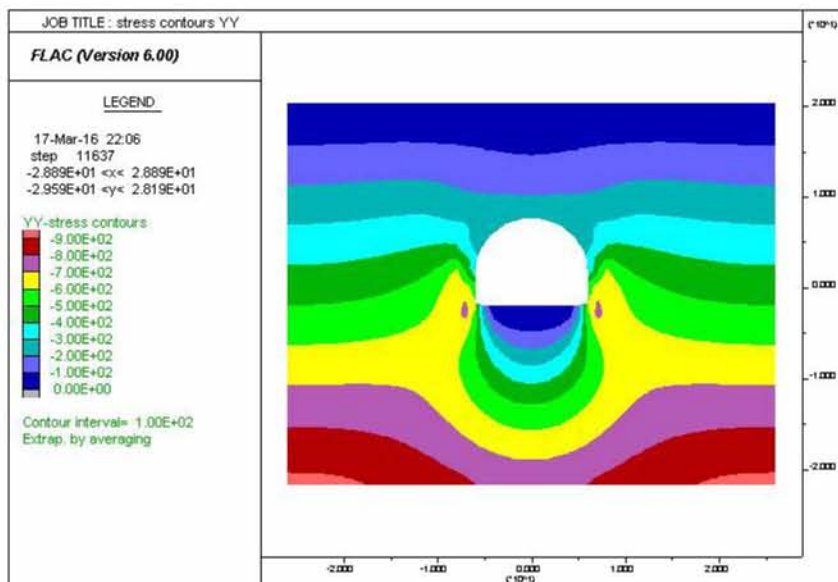
Σχήμα 3.9: Απεικόνιση με σταυρονήματα κύριων τάσεων - τυπική ανάλυση κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας - καθολική εκσκαφή της σήραγγας και τοποθέτηση της επένδυσης)



Σχήμα 3.10: Απεικόνιση κίνησης της σήραγγας με διανύσματα - τυπική ανάλυση κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας - καθολική εκσκαφή της σήραγγας και τοποθέτηση της επένδυσης)



Σχήμα 3.11: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την οριζόντια διεύθυνση (xx) - τυπική ανάλυση κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας - καθολική εκσκαφή της σήραγγας και τοποθέτηση της επένδυσης)



Σχήμα 3.12: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την κατάκόρυφη διεύθυνση (yy) - τυπική ανάλυση κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας - καθολική εκσκαφή της σήραγγας και τοποθέτηση της επένδυσης)

3.5.2 Επίλυση με την κανονική στατιστική κατανομή

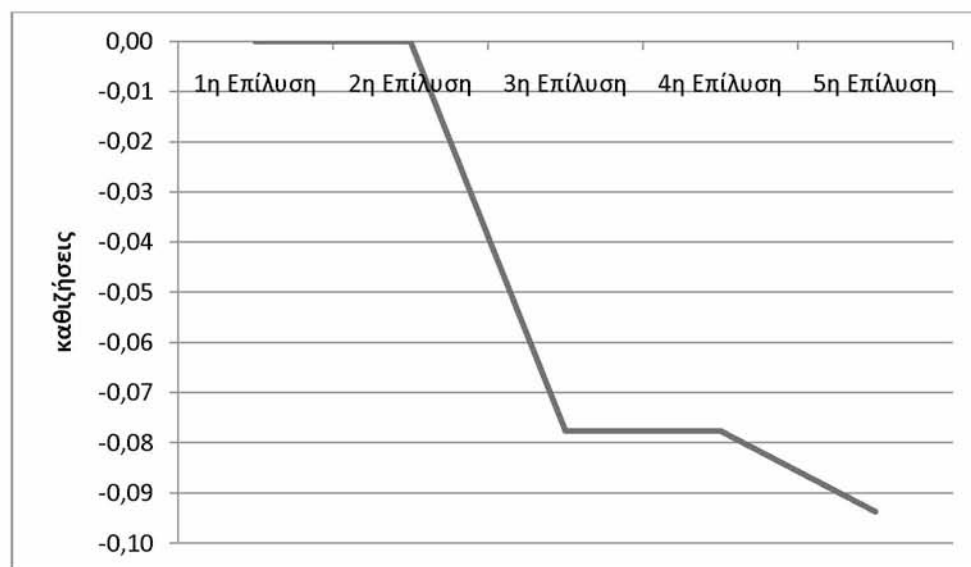
Κατά την επίλυση με την κανονική στατιστική κατανομή τα δεδομένα καθώς και το μοντέλο του προβλήματος παραμένουν ίδια με αυτά της τυπικής ανάλυσης.

Μετά από μια σειρά επιλύσεων που ακολούθησαν, υπολογίστηκαν οι νέες τιμές των καθιζήσεων στο σημείο Α και παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 3.5.

| | 1η Επίλυση | 2η Επίλυση | 3η Επίλυση | 4η Επίλυση | 5η Επίλυση |
|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Καθιζήσεις κανονικής ανάλυσης | 0.0000 | 0.0000 | -0.07763 | -0.07758 | -0.09370 |

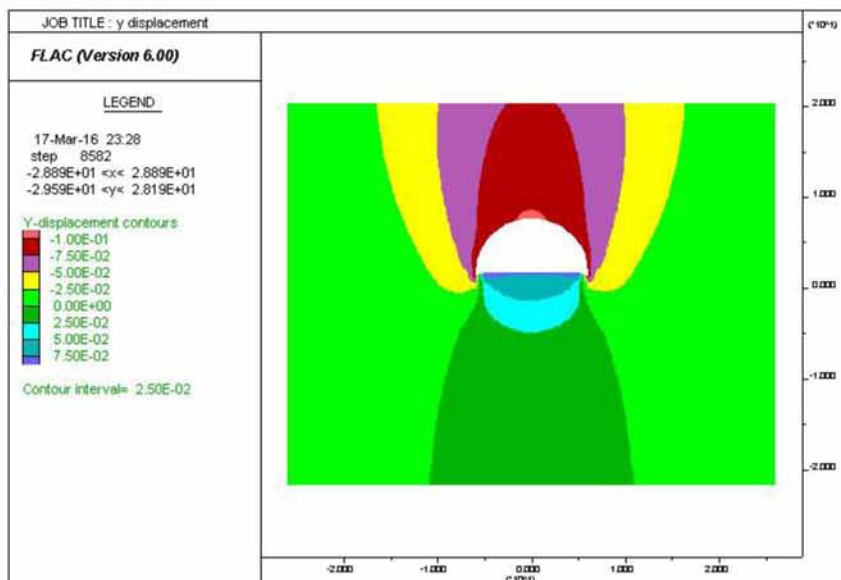
Πίνακας 3.5: Καθιζήσεις στο σημείο Α που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου - ανάλυση με βάση την κανονική στατιστική κατανομή παραμέτρων.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο Α και παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.13.

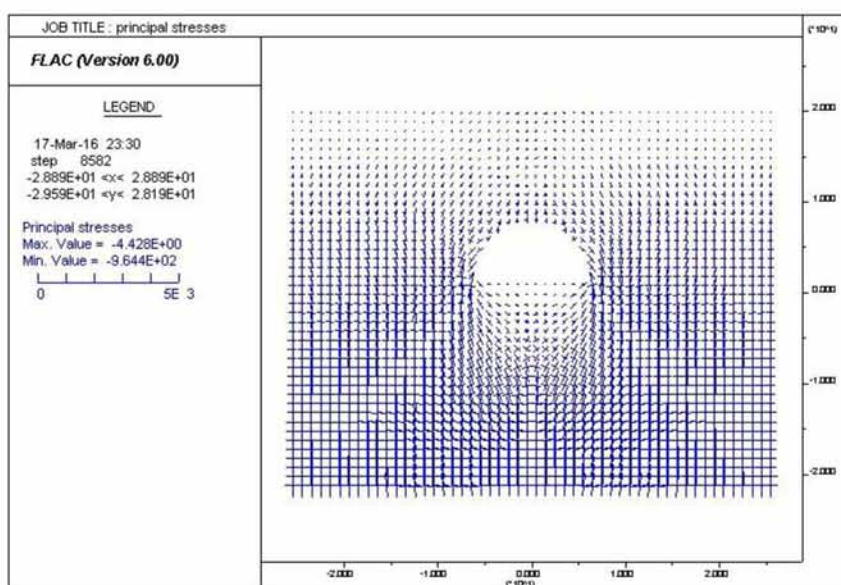


Σχήμα 3.13: Απεικόνιση μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου-κανονική ανάλυση

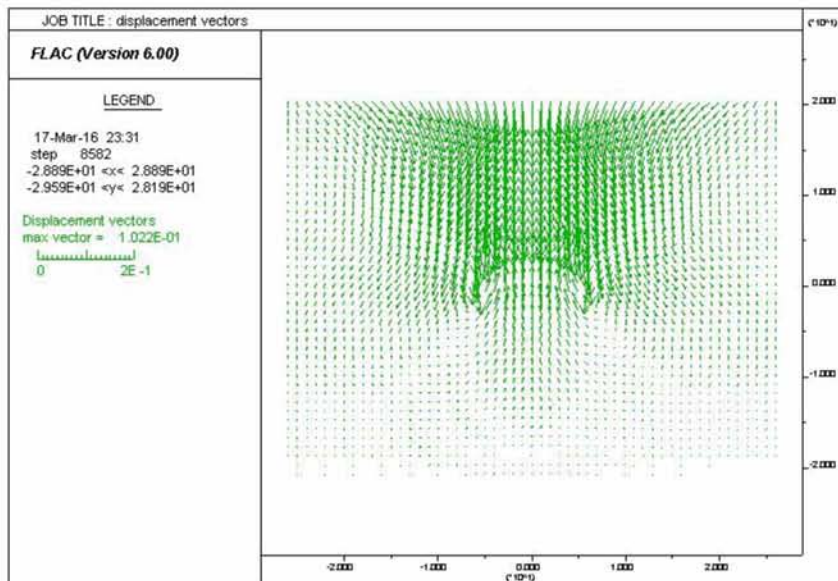
Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίστηκαν τα αποτελέσματα της ανάλυσης με την κανονική στατιστική κατανομή για την τέταρτη επίλυση που πραγματοποιήθηκε που αντιστοιχεί στο τελευταίο στάδιο κατασκευής της σήραγγας.



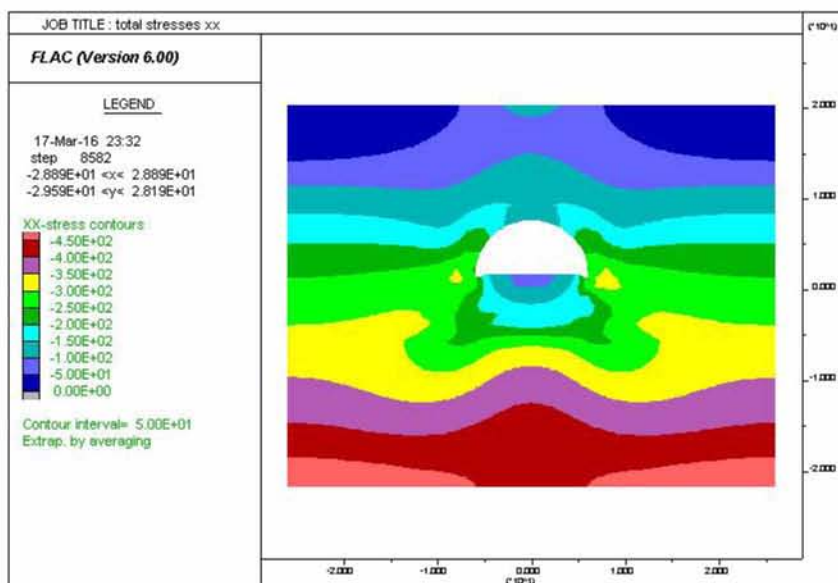
Σχήμα 3.14: Απεικόνιση ισοτιμών καθιζήσεων - κανονική ανάλυση κατά την 4η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας)



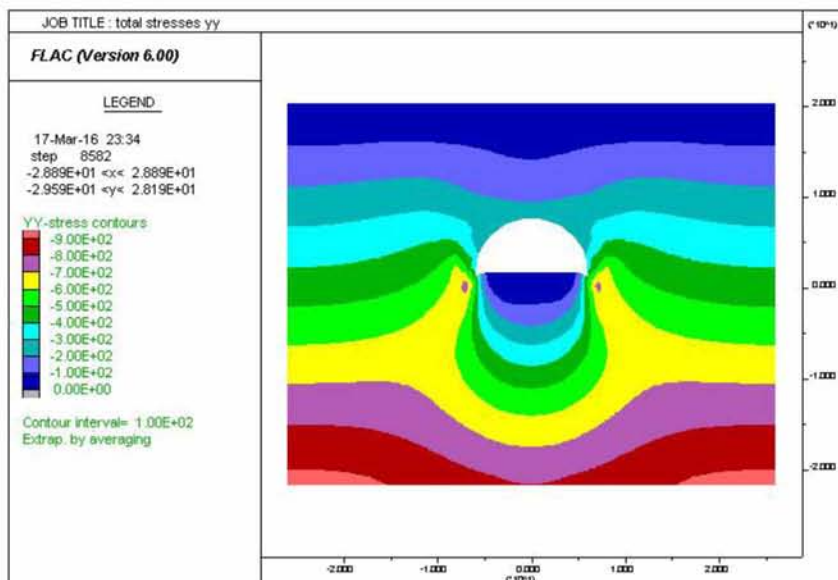
Σχήμα 3.15: Απεικόνιση με σταθρονήματα κύριων τάσεων - κανονική ανάλυση κατά την 4η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας)



Σχήμα 3.16: Απεικόνιση κίνησης της σήραγγας με διανύσματα - κανονική ανάλυση κατά την 4η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας)



Σχήμα 3.17: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την οριζόντια διεύθυνση (xx) - κανονική ανάλυση κατά την 4η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας)



Σχήμα 3.18: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την κατακόρυφη διεύθυνση (yy) - κανονική ανάλυση κατά την 4η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας)

3.5.3 Επίλυση με τη στατιστική κατανομή "chisquare"

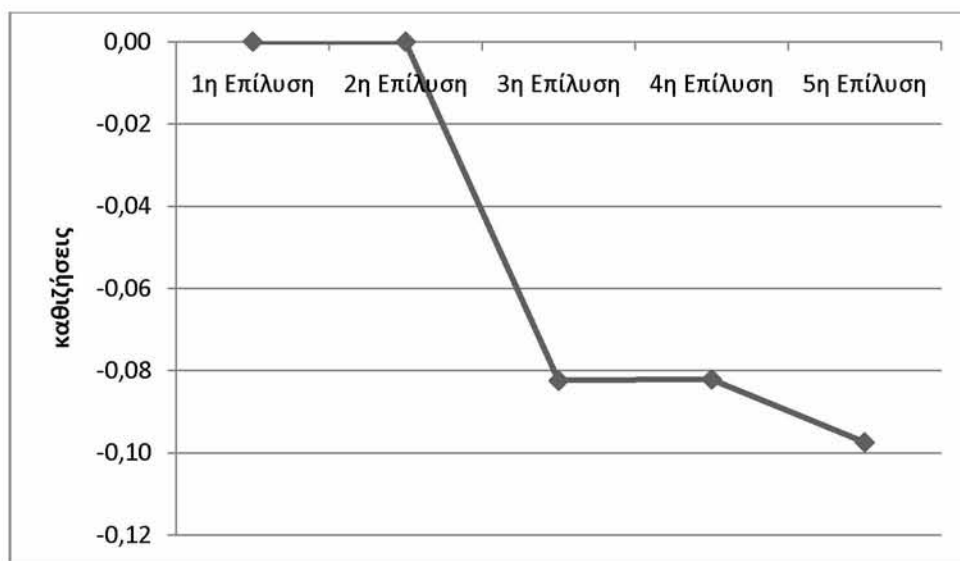
Όπως και στην τυπική και κανονική ανάλυση που προηγήθηκαν έτσι και στην ανάλυση chisquare που αναλύθηκε στην παρούσα ενότητα τα δεδομένα του προβλήματος παρέμειναν αμετάβλητα.

Τα αποτελέσματα των καθιζήσεων στο σημείο A που υπολογίστηκαν με την ανάλυση chisquare περιλαμβάνονται στον Πίνακα 3.6 που ακολουθεί.

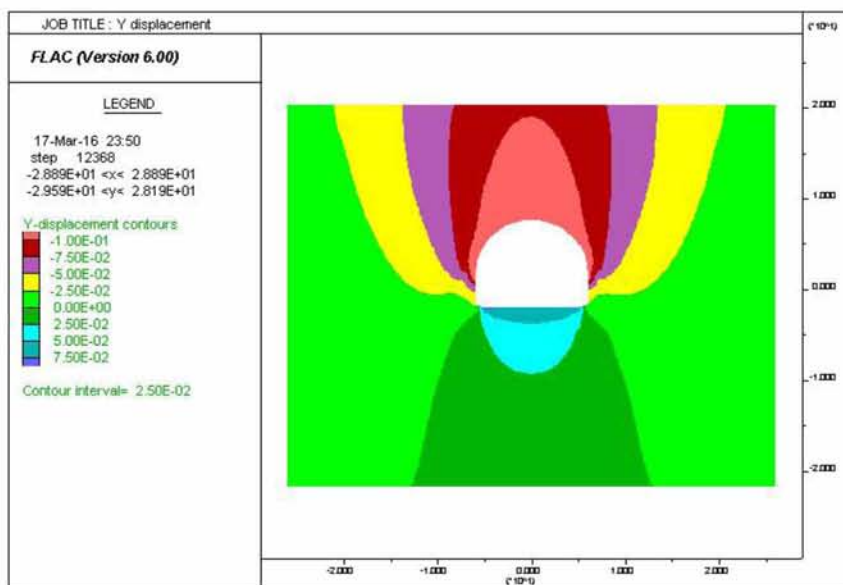
| | 1η Επίλυση | 2η Επίλυση | 3η Επίλυση | 4η Επίλυση | 5η Επίλυση |
|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Καθιζήσεις επίλυσης chisquare | 0.0000 | 0.0000 | -0.08244 | -0.08219 | -0.09751 |

Πίνακας 3.5: Καθιζήσεις στο σημείο A που βρίσκεται στο μέσον του θεμελίου - ανάλυση με βάση την στατιστική κατανομή chisquare.

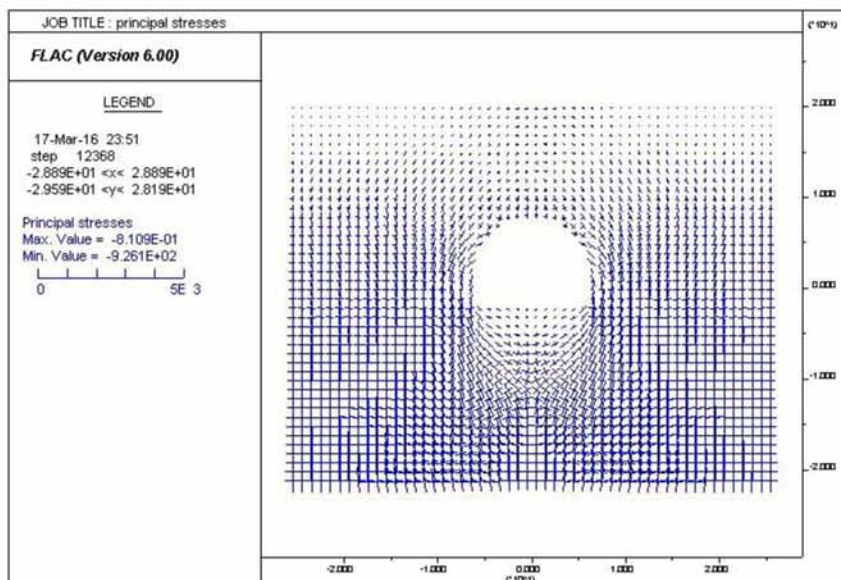
Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των επιλύσεων προσδιορίστηκε το διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο A και παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.19.



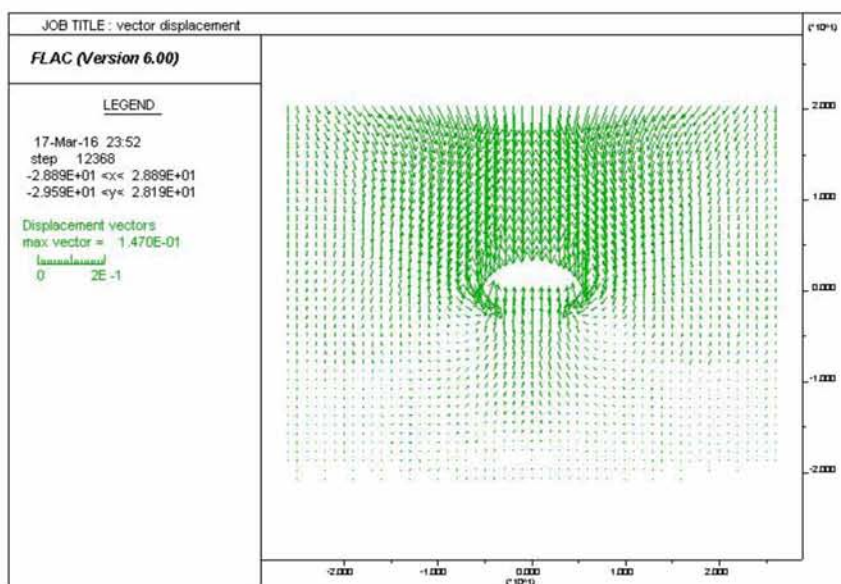
Σχήμα 3.19: Απεικόνιση μεταβολής καθιζήσεων στο σημείο Α- ανάλυση chisquare



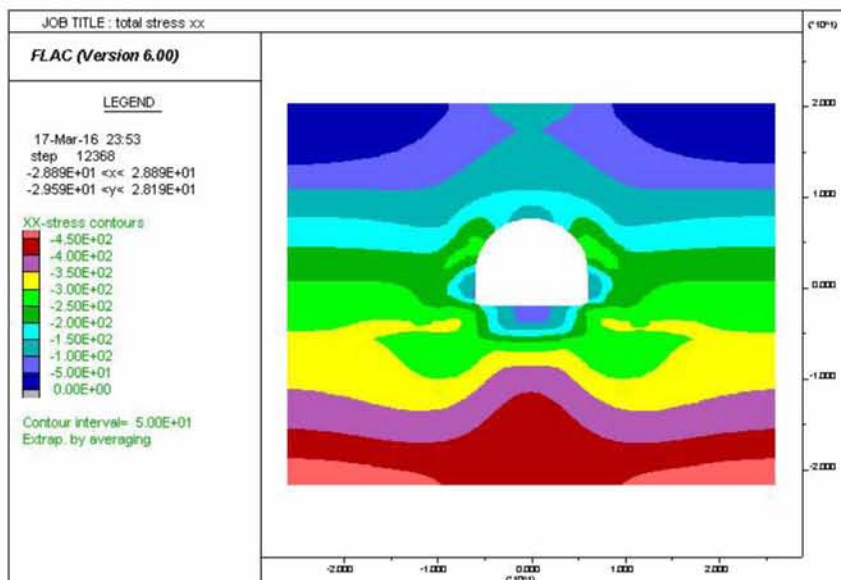
Σχήμα 3.20: Απεικόνιση ισοτιμών καθιζήσεων - ανάλυση chisquare κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας, τοποθέτηση της επένδυσης)



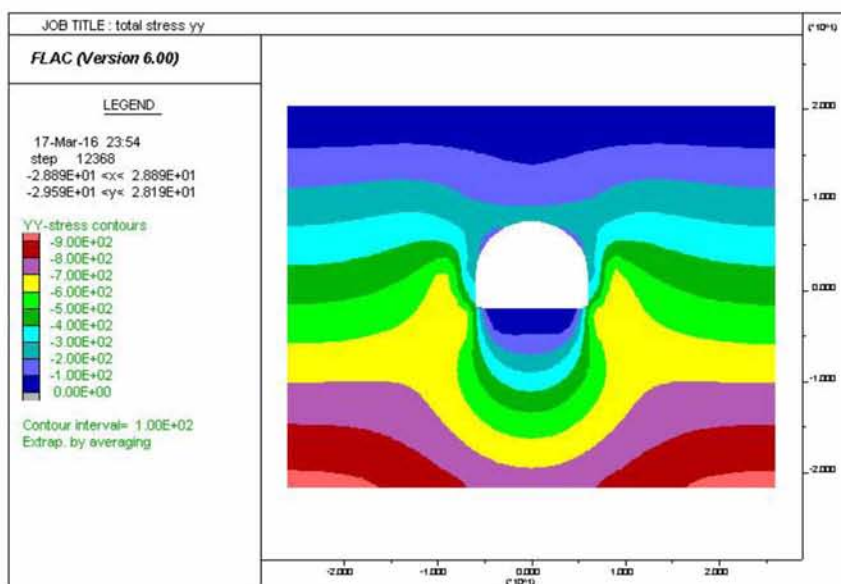
Σχήμα 3.21: Απεικόνιση με σταυρονήματα κύριων τάσεων - ανάλυση chisquare κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας, τοποθέτηση της επένδυσης)



Σχήμα 3.22: Απεικόνιση κίνησης της σήραγγας με διανύσματα - ανάλυση chisquare κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας, τοποθέτηση της επένδυσης)



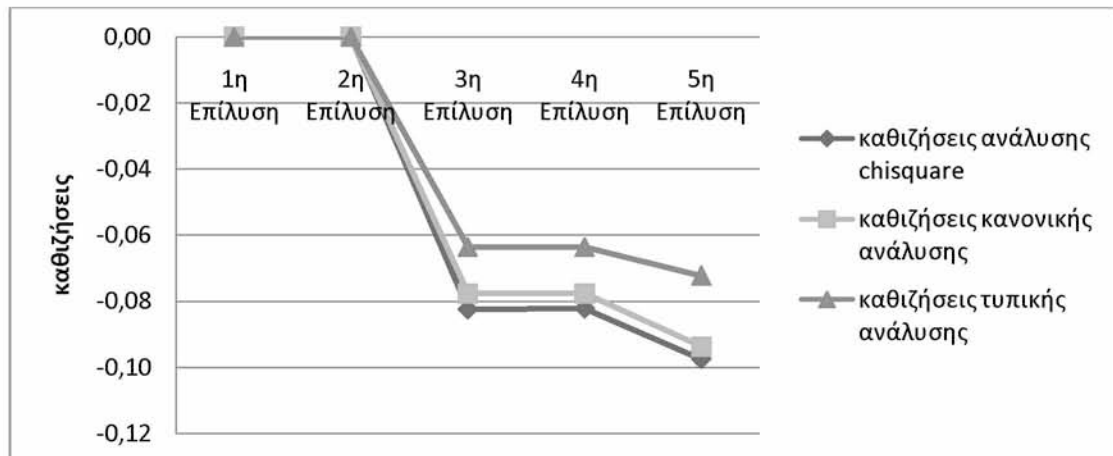
Σχήμα 3.23: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την οριζόντια διεύθυνση (xx) - ανάλυση chisquare κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας, τοποθέτηση της επένδυσης)



Σχήμα 3.24: Απεικόνιση ισοτιμών ολικών τάσεων κατά την κατακόρυφη διεύθυνση (yy) - ανάλυση chisquare κατά την 5η επίλυση (τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας, τοποθέτηση της επένδυσης)

3.6 Αποτελέσματα

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των τριών επιλύσεων που πραγματοποιήθηκαν στο κεφάλαιο αυτό προσδιορίστηκε το συνολικό διάγραμμα μεταβολής καθιζήσεων το οποίο περιλαμβάνει το σύνολο των αναλύσεων και παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.25.



Σχήμα 3.25: Απεικόνιση μεταβολής καθιζήσεων όλων των αναλύσεων.

Όπως παρατηρούμε οι καθιζήσεις παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές. Οι μικρότερες τιμές καθιζήσεων προέκυψαν από την τυπική ανάλυση ενώ οι μεγαλύτερες από την ανάλυση χisquare. Η διαφορά μεταξύ των τιμών είναι σημαντική αφού υπολογίστηκε περίπου 2.5 cm στο τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας.

Συμπερασματικά λοιπόν καταλήγουμε στο γεγονός ότι η χωρική μεταβλητότητα έχει σημαντική επιρροή στην αξιοπιστία των υπολογισμών κατά την ανάλυση ενός υπόγειου έργου.

Κεφάλαιο 4ο

Συμπεράσματα

Με το πέρας της διπλωματικής αυτής εργασίας κατά την οποία μελετήθηκε η επιρροή της χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων με εφαρμογή διαφορετικών στατιστικών κατανομών κατά την ανάλυση ενός επιφανειακού θεμελίου και μιας σήραγγας σε σχήμα πετάλου παρατηρήθηκε ότι οι επιπτώσεις στις καθιζήσεις δεν παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές για την πρώτη περίπτωση σε αντίθεση με την περίπτωση της κατασκευής της σήραγγας.

Στην περίπτωση ανάλυσης της επιφανειακής θεμελίωσης, το ποσοστό μεταβολής των κινηματικών μεγεθών επιτρέπει τη θεώρηση περιορισμένης επίπτωσης στο σχεδιασμό έργων του εξετασθέντος τύπου. Αντίθετα, στην περίπτωση έργων με ειδικά κριτήρια ως προς τη λειτουργικότητα και τα όρια των μετακινήσεων καταδεικνύεται η αναγκαιότητα και αποτελεσματικότητα της μεθόδου που εφαρμόστηκε για τον προσδιορισμό του αναμενόμενου εύρους. Οι σχετικές προβλέψεις μετακινήσεων μπορούν να χρησιμοποιούνται και να συγκρίνονται με τις αντίστοιχες μετρήσεις κατά τη φάση κατασκευής στα εν λόγω έργα, όπου η ενοργάνωση και παρακολούθηση αποτελεί μέρος του σχεδιασμού τους.

Τέλος, στην περίπτωση ανάλυσης της σήραγγας παρατηρήθηκε ότι μεταξύ της πρώτης ανάλυσης που αντιστοιχεί σε χωρική μεταβλητότητα με βάση την τυπική στατιστική κατανομή και των άλλων δύο που πραγματοποιήθηκαν, δηλαδή της κανονικής και της ανάλυσης χ^2 , παρουσιάζονται σημαντικές μεταβολές στις καθιζήσεις. Έτσι λοιπόν αποδεικνύεται ότι η χωρική μεταβλητότητα έχει σημαντική επιρροή στην αξιοπιστία των υπολογισμών κατά την ανάλυση ενός υπόγειου έργου.

Βιβλιογραφία

1. Κωμοδρόμος Α. (2012) *Θεμελιώσεις Αντιστηρίξεις*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα
2. Κωμοδρόμος Α. (2008). *Υπολογιστική Γεωτεχνική Μηχανική*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα
3. Αναγνωστόπουλος Χ, Γεωργιάδης Μ., Πιτιλάκης Κ. (2005) *Θεμελιώσεις Αντιστηρίξεις*. Έκδοση Υπηρεσία Δημοσιευμάτων, Θεσσαλονίκη
4. Κωμοδρόμος Α.Μ., Παπαοικονόμου Α.Ν., Παπαδοπούλου Μ.Κ., Κωνσταντινίδης Γ.Κ.(2014) "Αποτίμηση επιπτώσεων χωρικής μεταβλητότητας παραμέτρων ενισχυμένης ζώνης εδάφους στην απόκριση έργου αντιστήριξης", 7ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής και Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, Αθήνα
5. Rohit Ranjan, Wolfgang Betz, Iason Papaioannou and Daniel Strau (2013), Euro:Tun 2013 (2013) A Two-Step Approach for Reliability Assessment of a Tunnel in Soft Soil, 3rd International Conference on Computational Methods in Tunnelling and Subsurface Engineering Ruhr University Bochum, 17-19 April 2013
6. Κωμοδρόμος Α., Παπαδοπούλου Μ. (2010) "Επίπτωση της χρήσης καταστατικού νόμου με κλάδο χαλάρωσης στο σχεδιασμό των σηράγγων σε ασθενή σχηματισμό", 6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής και Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής.
7. J. Huang, A.V. Lyamin, D.V. Griffiths, K. Krabbenhoft, S.W. Sloan (2013) Quantitative risk assessment of landslide by limit analysis and random fields, *Computers and Geotechnics* 53(60-67)
8. Στέφανου Κοζάνη, Διδακτορική Διατριβή
9. Itasca (2008): *FLAC, Fast Lagrangian analysis of continua*, version 6.0:User's and theory manuals. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc.

Παράρτημα

Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

Το κριτήριο του Mohr (1900) θεωρεί αστοχία λόγω ολίσθησης σε ένα επίπεδο. Η αστοχία περιγράφεται αριθμητικά, με έναν κρίσιμο συνδυασμό της κάθετης (σ_n) και της διατμητικής τάσης (τ_n) που δρουν στο επίπεδο αστοχίας.

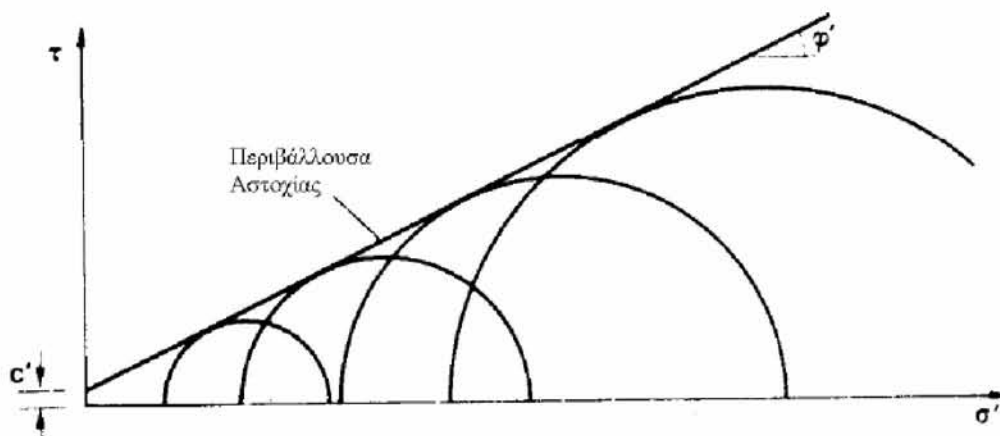
$$\tau_n = f(\sigma_n) \quad (\alpha)$$

Κατά την αστοχία ισότροπου μέσου, διεύθυνση του επιπέδου αστοχίας είναι ανεξάρτητη από τις ιδιότητες του υλικού και εξαρτάται μόνο από τη διεύθυνση της έντασης, μέσω της διεύθυνσης των κύριων τάσεων. Ωστόσο, όταν το επίπεδο αστοχίας είναι προδιαγεγραμμένο (λ.χ. επίπεδο διάκλασης), η συμπεριφορά είναι ανισότροπη.

Η σχέση (α) εφόσον ισχύει ο νόμος της τριβής του Coulomb (1773), εκφράζεται ως (θλίψη θετική):

$$\tau_n = \sigma_n \tan \varphi + c \quad (\beta)$$

Η παραπάνω σχέση είναι η έκφραση του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb σε όρους διατμητικής και ορθής τάσης. Οι παράμετροι του κριτηρίου είναι δύο: η γωνία τριβής φ και η συνοχή c . Η συνοχή έχει μονάδες τάσης. Στο σχήμα α φαίνεται η γραφική παράσταση του κριτηρίου σε άξονες τ και σ όπως προκύπτει ως περιβάλλουσα αστοχίας από πειράματα τριαξονικής θλίψης.



Σχήμα α: Η περιβάλλουσα αστοχίας Mohr-Coulomb, θλίψη θετική

Η σχέση (β) γράφεται συναρτήσει των κύριων τάσεων σ_1, σ_3 (γεωτεχνική προσημάνση, θλίψη θετική):

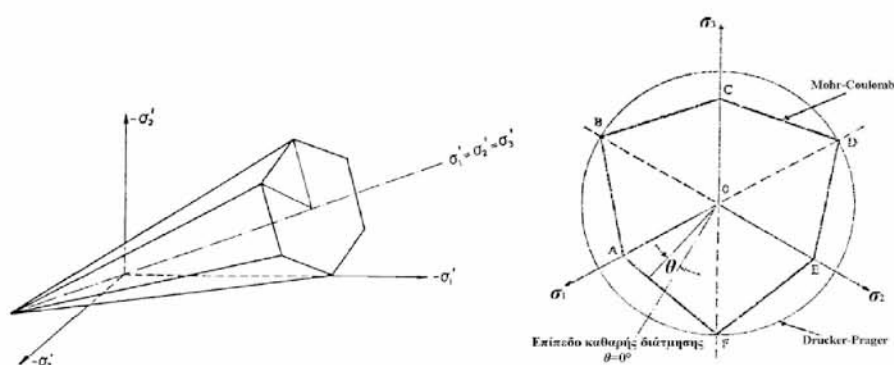
$$\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad (\gamma)$$

Ο συντελεστής K_p είναι γνωστός στην εδαφομηχανική ως συντελεστής παθητικής ώθησης και είναι ίσος με $\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$. Η σχέση (γ) είναι γνωστή από την εδαφομηχανική ως παθητική κατάσταση Rankine (Craig, 1992). Όταν εφαρμόζεται η θεωρία Mohr- Coulomb σε ισότροπο μέσο, η αστοχία θα συμβεί σε επίπεδο που σχηματίζει γωνία $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ με την μέγιστη κύρια τάση σ_1 .

Η παραπάνω σχέση (Rankine) συναρτήσει των $(I_1, \sqrt{J'_2}, \theta)$ είναι το δυναμικό αστοχίας και γράφεται ως εξής (εφελκυσμός θετικός):

$$F(I_1, \sqrt{J'_2}, \theta) = \frac{I_1}{3} \sin \varphi + \sqrt{J'_2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) - c \cos \varphi \quad (\delta)$$

και η γραφική της παράσταση είναι μια μη-κανονική, εξάπλευρη πυραμίδα, όπως φαίνεται στο σχήμα β.



Σχήμα β: Η πυραμίδα του κριτηρίου Mohr- Coulomb (i), τομή με το αποκλίνον επίπεδο (ii)

Στο σχήμα β (ii) φαίνεται η τομή της πυραμίδας με το αποκλίνον επίπεδο και η γραφική παράσταση της γωνίας του Lode (θ). Εξετάζοντας τη σχέση (δ), η παράγωγος της F ως προς θ είναι ασυνεχής για τιμές $\theta = \pm 30^\circ$ και έτσι παρουσιάζονται ακμές. Αυτή είναι μια ιδιότητα των κριτηρίων αστοχίας που δεν λαμβάνουν υπόψη την επιρροή της ενδιάμεσης κύριας τάσης (σ_2). Σε αυτά τα κριτήρια αστοχίας, ο αλγόριθμος επίλυσης πρέπει να λαμβάνει υπόψη την ιδιαιτερότητα κάνοντας την απαραίτητη εξομάλυνση.

Η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, συνδέεται με τις παραμέτρους φ, c , μέσω της σχέσης:

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (\varepsilon)$$

Όταν δε $\varphi=0^\circ$, το κριτήριο Mohr- Coulomb μεταπίπτει σε κριτήριο Tresca και $\sigma_c = 2c$.

Η εμπέλεια εφαρμογής του νόμου Mohr- Coulomb στην βραχομηχανική είναι περιορισμένη στην πρόβλεψη της θραύσης των πετρωμάτων. εν τούτοις, ο νόμος εφαρμόζεται στην αστοχία της βραχομάζας, ειδικότερα της κατακερματισμένης βραχομάζας. Η προϋπόθεση της εφαρμογής είναι ο προσδιορισμός των παραμέτρων φ και c , μη-γραμμικό πρόβλημα, που εξαρτάται μεταξύ άλλων από το καθεστώς των επί τόπου τάσεων. Όταν η βραχομάζα έχει μεγάλο βαθμό κερματισμού, σε επίπεδο τεμαχών-διαβαθμισμένου υλικού, η εφαρμογή του νόμου είναι βέλτιστη.

Κανονική στατιστική κατανομή (Gauss)

Είναι η κανονική κατανομή γνωστή και ως Γκαουσιανή Κατανομή. Έχει σχήμα "καμπάνας" και η συνάρτησή της είναι:

$$f_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

όπου μ : ο μέσος του πληθυσμού

σ : η τυπική απόκλιση του πληθυσμού

σ^2 : η διακύμανση

Τα κύρια χαρακτηριστικά της κατανομής αυτής είναι τα παρακάτω:

- Είναι συμμετρική ως προς τη μέση τιμή: $\Phi(-z) = \Phi(z)$
- ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ: σε μια δειγματοληψία από κανονική κατανομή το 68,3% των τιμών απέχει το πολύ κατά σ από τη μέση τιμή, βρίσκεται δηλαδή στο διάστημα $[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$, το 95,5% των τιμών βρίσκεται στο $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$ και το 99,7% στο $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$

ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Η κανονική κατανομή που έχει μέση τιμή 0 ($\mu=0$) και τυπική απόκλιση 1 ($\sigma=1$) άρα και διασπορά 1 συμβολίζεται με $N(0,1)$ και ονομάζεται τυποποιημένη

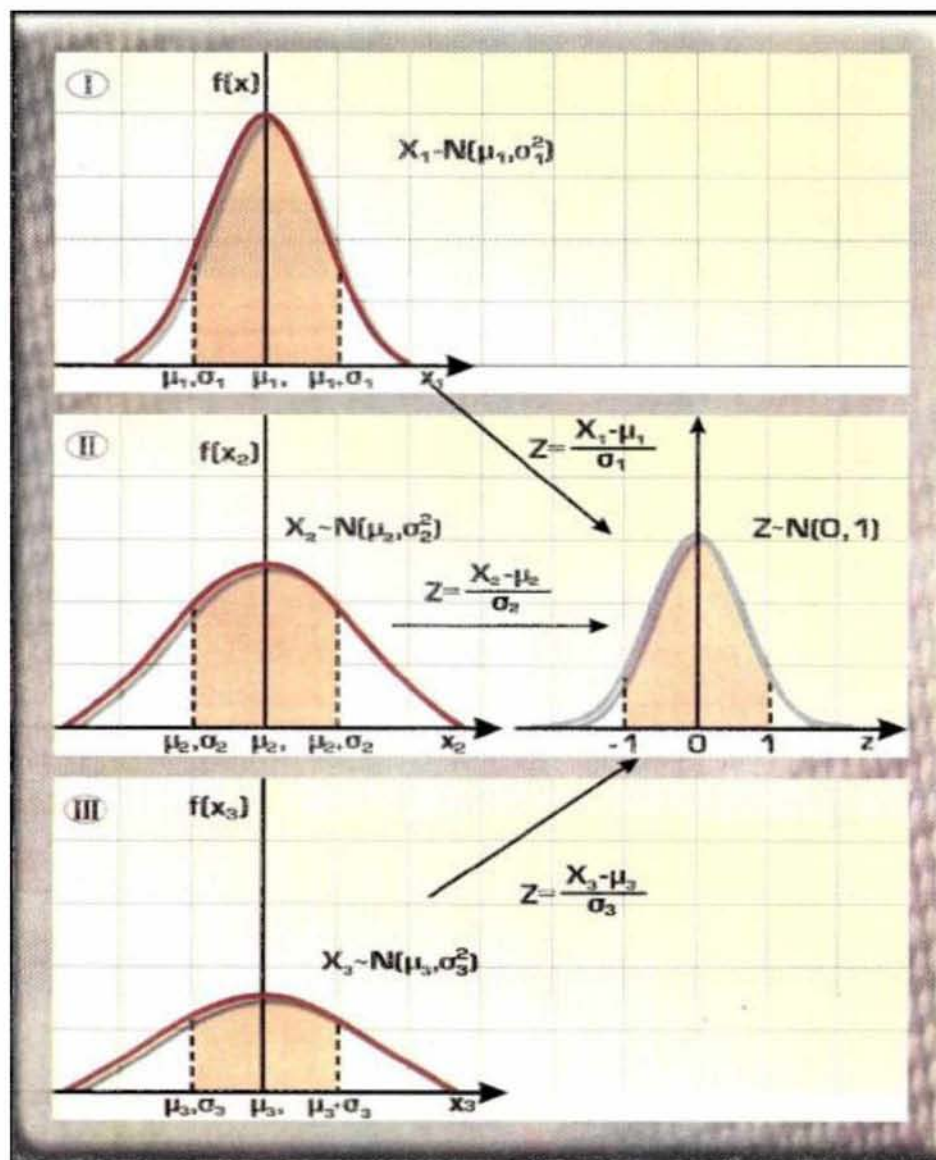
κανονική κατανομή. Μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή, έχει επικρατήσει να συμβολίζεται με Z και η συνάρτηση πυκνότητας της με $\Phi(z)$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, -\infty < Z < +\infty$$

Η τυποποίηση των δεδομένων βασίζεται στην απόκλισή τους από το μέσο όρο σε όρους της σ σύμφωνα με τον τύπο

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Με τον τύπο αυτό μπορούν να μετατραπούν τα δεδομένα μιας μεταβλητής που κατανέμεται κανονικά σε τυποποιημένη μορφή και να υπολογισθούν οι πιθανότητες χρησιμοποιώντας τους πίνακες της τυποποιημένης κανονικής κατανομής.



Εικόνα 1: Τρεις κανονικές κατανομές διαφορετικών μέσων και διακυμάνσεων και ο μετασχηματισμός τους σε τυποποιημένη κανονική κατανομή

Στατιστική κατανομή chisquare (chi-square distribution)

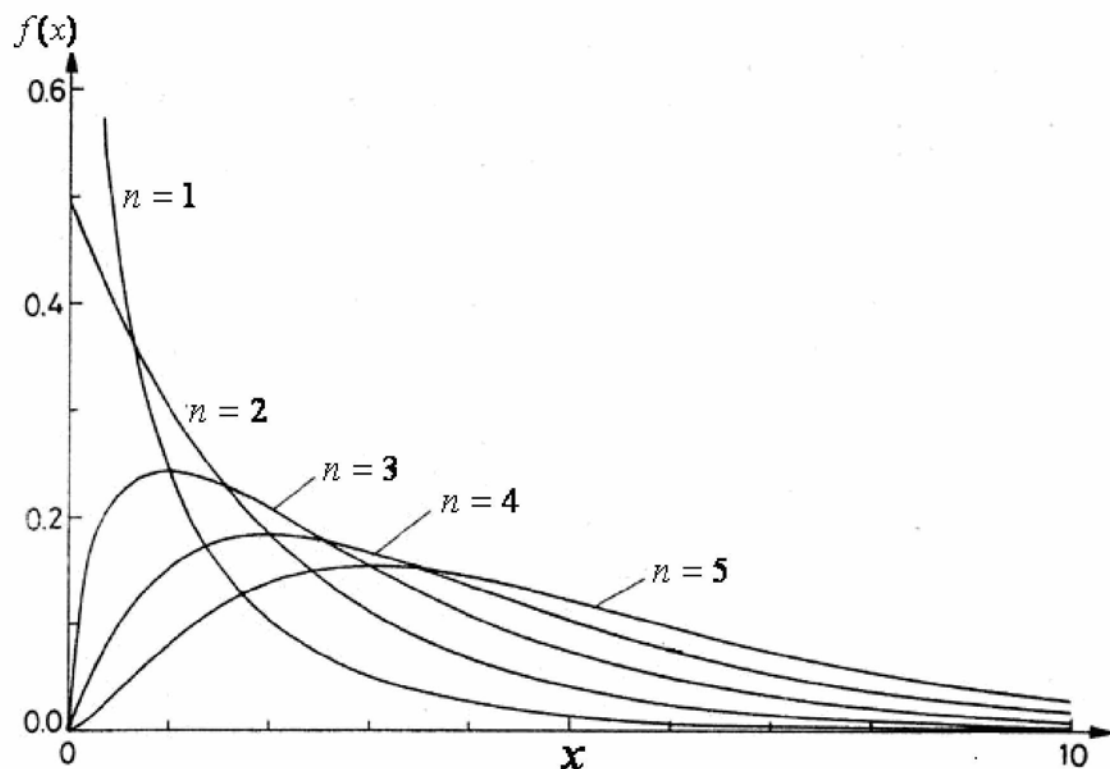
Αν Z_1, Z_2, \dots, Z_n είναι n ανεξάρτητες τυποποιημένες κανονικές τυχαίες μεταβλητές, δηλαδή, αν $Z_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, 2, \dots, n$, τότε η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής,

$$X = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2$$

ονομάζεται κατανομή χι-τετράγωνο με n βαθμούς ελευθερίας και συμβολίζεται με χ_n^2

Είναι προφανές ότι πρόκειται για οικογένεια κατανομών. Για κάθε τιμή του n παίρνουμε και μια άλλη κατανομή χι-τετράγωνο. Είναι επίσης προφανές ότι μια τυχαία μεταβλητή X που ακολουθεί μια χ_n^2 κατανομή δεν παίρνει αρνητικές τιμές.

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας της $X = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2 \sim \chi_n^2$ για διάφορες τιμές του n .



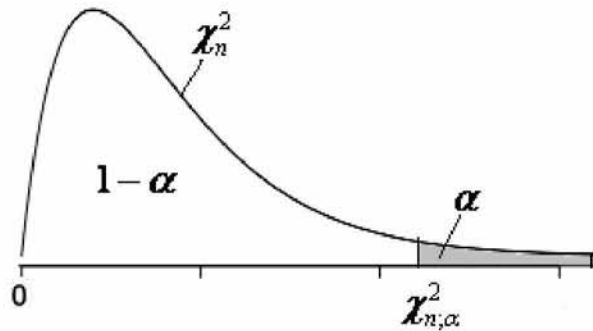
Αποδεικνύεται ότι η μέση τιμή της χ_n^2 είναι ίση με n και η διασπορά της είναι ίση με $2 \cdot n$. Δηλαδή, αν $X \sim \chi_n^2$ τότε $E(X) = n$ και $V(X) = 2 \cdot n$.

Παρατηρούμε ότι στο παραπάνω σχήμα ότι όσο το n αυξάνεται τόσο η γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας της χ_n^2 γίνεται πιο συμμετρική.

Για $n > 30$, προσεγγίζεται πολύ ικανοποιητικά από την κανονική $N(n, 2n)$.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί, αν μια τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κατανομή χ_n^2 , δηλαδή αν $X \sim \chi_n^2$, τότε το $\chi_{n;\alpha}^2$ είναι εκείνη η τιμή της X για την οποία ισχύει:

$$P(X > \chi_{n;\alpha}^2) = \alpha, \text{ ή ισοδύναμα, } P(X \leq \chi_{n;\alpha}^2) = 1 - \alpha$$



Για διευκόλυνσή μας, έχουν δημιουργηθεί πίνακες που μας δίνουν τα $\chi_{n;\alpha}^2$ για διάφορες τιμές του α και του n .

Στατιστική κατανομή GEV (Generalized Extreme Value-Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων Τιμών)

πηγή: <http://www.scribd.com/doc/60239874/Στατιστικές-Κατανομές-και-Πιθανότητες->

Η generalized extreme value κατανομή αναπτύχθηκε παράλληλα με τον κλάδο της στατιστικής που αφορά στην θεωρία ακραίων τιμών (extreme value theory). Αρχικά τέτοιου είδους σειρές μελετήθηκαν από τους Fisher και Tippett (1928) οι οποίοι περιέγραψαν το πρώτο θεώρημα ακραίων τιμών και αργότερα από τον Ginedenko (1943) ο οποίος περιέγραψε το δεύτερο θεώρημα ακραίων τιμών.

Η κατανομή αυτή αποσκοπεί να συνδυάσει τις οικογένειες των κατανομών Gumbel, Frechet και Weibull καθώς συσχετίζει παραδοχές και από τις τρεις αυτές κατανομές. Είναι εξαιρετικά χρήσιμη για τη μελέτη φαινομένων που δεν παρουσιάζονται συχνά και αντιμετωπίζονται ως ακραία. Από υπολογιστικής πλευράς, θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ότι χρησιμοποιείται συχνά σε σειρές που εμφανίζουν μεγάλη και ασυνήθιστη διακύμανση.

Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας είναι:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} * e^{-(1+\kappa*z)^{-\frac{1}{\kappa}}} (1+\kappa*z)^{-1-\frac{1}{\kappa}} & \kappa \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} * e^{(-z-e^{-z})} & \kappa = 0 \end{cases}$$

Η Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας είναι:

$$F(x) = \begin{cases} e^{-(1+\kappa*z)^{-\frac{1}{\kappa}}} & \kappa \neq 0 \\ e^{(-z-e^{-z})} & \kappa = 0 \end{cases}$$

όπου $z = \frac{x-\mu}{\sigma}, \sigma > 0$

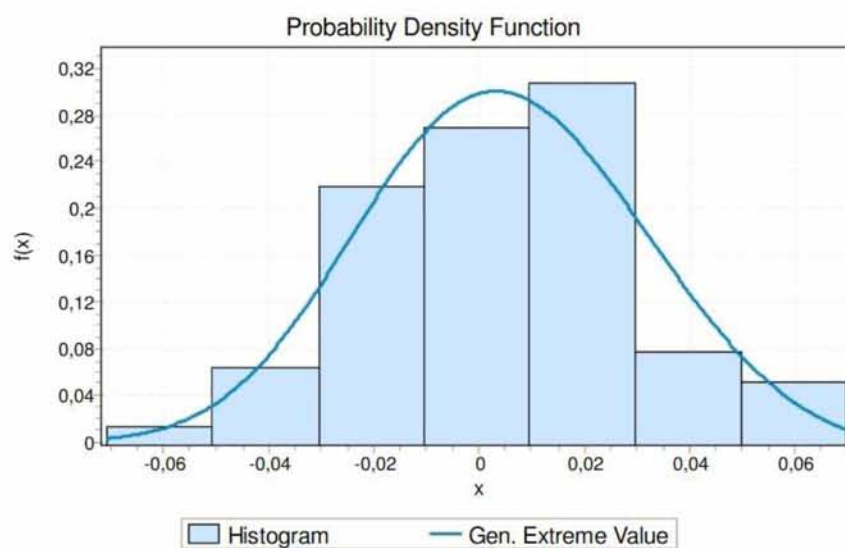
$1 + \kappa \frac{x-\mu}{\sigma} > 0$ για $\kappa \neq 0$ και $-\infty < x < +\infty$ για $\kappa = 0$

και κ : παράμετρος σχήματος(shape parameter)

σ : παράμετρος τάξης (scale parameter),

μ : παράμετρος θέσης(location parameter)

ΓΡΑΦΗΜΑ GENERALIZED EXTREME VALUE ΚΑΤΑΝΟΜΗ



Η K-means μέθοδος ομαδοποίησης

Με βάση τη μέθοδο αυτή ένα σύνολο παρατηρήσεων (d_1, d_2, \dots, d_N), όπου κάθε παρατήρηση είναι ένας m -διαστάσεων πραγματικό διάνυσμα, η K-means μέθοδος αποσκοπεί στο να συγκεντρωθούν οι παρατηρήσεις N σε σύνολα K ($K \leq N$) ελαχιστοποιώντας μία τετραγωνική συνάρτηση σφάλματος της μορφής

$$J = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \|d_n^{(k)} - c_k\|^2$$

όπου c_k ($k = 1 \dots K$) είναι το κέντρο ομαδοποίησης.

Δεδομένου του c_k^i σε i επαναλήψεις, η K-means μέθοδος υπολογίζει το c_k^{i+1} με τα ακόλουθα δύο βήματα:

α) προσδιορίζει το σύνολο k των παρατηρήσεων d_n ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση τετραγωνικού σφάλματος J

β) ενημερώνει τα κέντρα ομαδοποίησης c_k^{i+1} με τα μέσα των $d_n^{(k)}$

Σταματάει όταν $c_k^{i+1} = c_k^i$. Για την πρώτη επανάληψη, το c_k^0 μπορεί να οριστεί τυχαία.

Η Karhunen-Loeve μέθοδος επέκτασης

Η μέθοδος επέκτασης Karhunen-Loeve είναι μία από τις μεθόδους παραγωγής τυχαίου πεδίου.

Έστω $X(x, \omega)$ είναι ένα τυχαίο πεδίο, όπου x ανήκει στο D (φυσικό χώρο) και ω ανήκει στο Ω (ένας χώρος πιθανοτήτων). Η συνάρτηση διακύμανσης, συμβολίζεται ως $C_x(s, t)$ όπου s, t ανήκουν στο D , οριοθετείται, συμμετρική και θετικά ορισμένη. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Mercer, μπορεί να επαναπροσδιοριστεί σύμφωνα με την εξίσωση:

$$C_x(s, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i f_i(s) f_i(t) \quad (\alpha)$$

όπου λ_i και $f_i(x)$ είναι οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της $C_x(s, t)$ αντίστοιχα.

Οι ιδιοσυναρτήσεις $C_x(s, t)$ σχηματίζουν ένα πλήρες ορθογώνιο σύνολο που ικανοποιεί τη σχέση:

$$\int f_i(s) f_j(t) dx = \delta_{ij}$$

Με βάση την παραπάνω εξίσωση οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της $C_x(s, t)$ είναι οι λύσεις της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\int_D C_x(s, t) f_s = \lambda f_t$$

Οι αριθμητικές μέθοδοι που συνήθως απαιτούνται για την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης, αν και ακριβείς λύσεις υπάρχουν για ορισμένες κατηγορίες συναρτήσεων διακύμανσης.

Η εκθετική συνάρτηση διασποράς σε μία διάσταση είναι:

$$C_x(x_1, x_2) = \sigma_x^2 \exp\left(\frac{-|x_1 - x_2|}{\theta_x}\right)$$

όπου σ_x είναι η τυπική απόκλιση και θ_x είναι το μήκος χωρικής συσχέτισης. Το θ_x καλείται επίσης και κλίμακα διακύμανσης, η οποία είναι ίση με το διπλάσιο της απόστασης αυτοσυσχέτισης.

Οι ιδιοτιμές και οι αντίστοιχες ιδιοσυναρτήσεις τους μπορεί να εκφράζονται ως:

$$\lambda_i = \frac{2\theta_x \sigma_x^2}{\theta_x W_i^2 + 1}$$

$$f_i(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}(\theta_x^2 W_i^2 + 1) + \theta_x}} [\theta_x W_i \cos(W_i x) + \sin(W_i x)]$$

όπου W_n είναι θετικές ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης:

$$\theta_x (\theta_x^2 W^2 - 1) \sin(WL) = 2\theta_x W \cos(WL)$$

και L είναι το μήκος του τυχαίου πεδίου.

Για προβλήματα δύο διαστάσεων η εξίσωση της εκθετικής συνάρτησης διασποράς μπορεί να γραφεί ως:

$$C_x((x_1, y_1)(x_2, y_2)) = \sigma_x^2 \exp\left(\frac{-|x_1 - x_2|}{\theta_x}\right) \exp\left(\frac{-|y_1 - y_2|}{\theta_y}\right)$$

και η εξίσωση των ιδιοτιμών και ιδιοσυναρτήσεων μπορεί να λυθεί ανεξάρτητα για κάθε διάσταση, ορίζοντας τις ιδιοτιμές και τις ιδιοσυναρτήσεις ως:

$$\lambda_{i,j} = \lambda_i^x \lambda_j^y$$

$$f_{i,j}(x, y) = f_i(x) f_j(y)$$

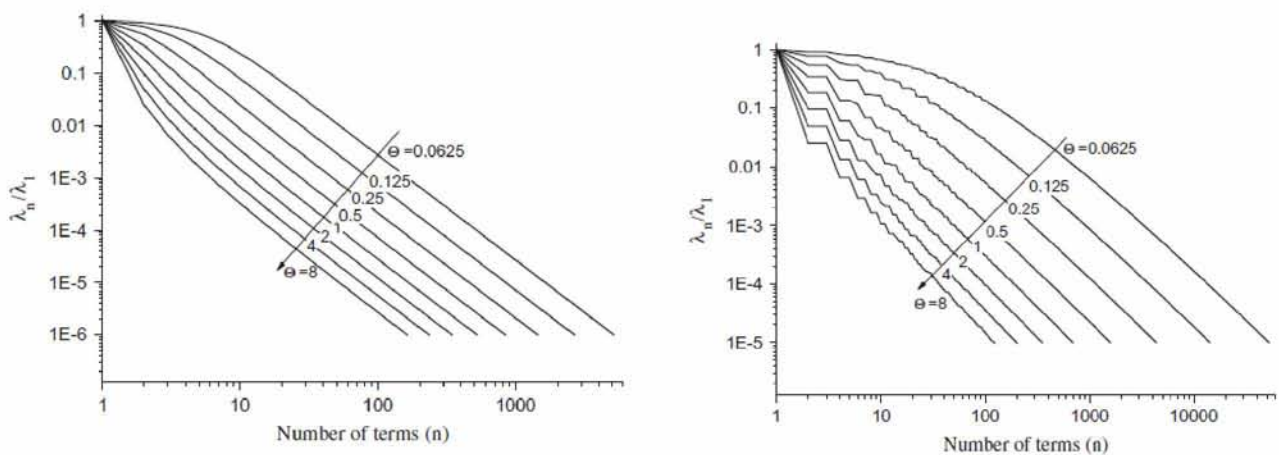
Εφόσον η Εξ. (α) πρέπει να περιοριστεί σε ένα πεπερασμένο αριθμό τιμών, ένα σημαντικό πρόβλημα είναι ότι η προσομοίωση διακύμανσης θα μειωθεί.

Προκειμένου να ελεγχθεί η μείωση αυτή, οι ιδιοτιμές ταξινομούνται με φθίνουσα σειρά και ο αριθμός των όρων προκύπτει όταν οι ιδιοτιμές έχουν μειωθεί αρκετά ώστε να πληρούν την προϋπόθεση:

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \leq Tol$$

όπου Tol συνήθως ορίζεται ίσο με 10^{-5} . Σχ.α και β και δείχνει πως οι ιδιοτιμές μειώνονται σε μία και δύο διαστάσεις, όπου H είναι το αδιάστατο μήκος χωρικής συσχέτισης και ορίζεται ως:

$$\theta = \frac{\theta}{L}$$



Σχήμα α: Μείωση των ιδιοτιμών σε μία διάσταση **Σχήμα β:** Μείωση των ιδιοτιμών σε δύο διαστάσεις

Μπορεί να φανεί από τα στοιχεία αυτά ότι το απαιτούμενο πλήθος τιμών που απαιτείται αυξάνει όταν το μήκος χωρικής συσχέτισης μειώνεται.