

# **ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ



ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ  
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

## **Μεταπτυχιακή Εργασία**

«Βελτιστοποίηση και Προσομοίωση Monte Carlo για τη  
Σχεδίαση Συστήματος Ενοικίασης Ποδηλάτων με  
Στοχαστική Ζήτηση»

Ζυγούρη Ελεούσα-Βασιλική

Επιβλέπων Καθηγητής: Σαχαρίδης Γεώργιος

ΒΟΛΟΣ 2014



© 2014 Ελεούσα-Βασιλική Ζυγούρη

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).



## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης  
Λέκτορας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



## Ευχαριστίες

Αποφασιστικός παράγοντας για την υλοποίηση του θέματος της μεταπτυχιακής μου εργασίας ήταν η συνεχής επικοινωνία και συνεργασία μου με τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας μου, Λέκτορα κ. Γεώργιο Σαχαρίδη, τον οποίο ευχαριστώ για την απεριόριστη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου, καθώς επίσης και για τη διαμόρφωση της σκέψης μου όσον αφορά το αντικείμενο απασχόλησής μου. Ακόμη, ευχαριστώ θερμά τον κ. Γεώργιο Μαυρωτά, Επίκουρο Καθηγητή της Σχολής Χημικών Μηχανικών του Ε.Μ.Π. από τον Τομέα Ανάλυσης, Σχεδιασμού και Ανάπτυξης Διεργασιών και Συστημάτων και το Εργαστήριο Βιομηχανικής & Ενεργειακής Οικονομίας της ίδιας Σχολής για την βοήθεια και τις ιδέες του κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συμφοιτητή και φίλο μου Αντώνη Φραγκογιό με τον οποίο εργαστήκαμε μαζί για το δίκτυο κοινόχρηστων ποδηλάτων, έτσι ώστε να επιτύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα. Ευχαριστώ όλους όσοι άμεσα ή έμμεσα συνέβαλλαν στην υλοποίηση της εργασίας μου ώστε να οδηγηθώ στο παρόν αποτέλεσμα. Τέλος, ευχαριστώ και αφιερώνω τη μεταπτυχιακή μου εργασία στους γονείς και στους φίλους μου, οι οποίοι είναι πάντα δίπλα μου.

Ελεούσα Ζυγούρη





# ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO ΓΙΑ ΤΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΝΟΙΚΙΑΣΗΣ ΠΟΔΗΛΑΤΩΝ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ

ΕΛΕΟΥΣΑ-ΒΑΣΙΛΙΚΗ ΖΥΓΟΥΡΗ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2014

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης, Λέκτορας, Τμήμα Μηχανολόγων  
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία παρουσιάζει μία νέα μαθηματική μορφοποίηση, η οποία αντιμετωπίζει το στρατηγικό σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Στα συγκεκριμένα δίκτυα νοικιάζονται ποδήλατα από ιδιώτες για βραχυπρόθεσμη χρήση και σύντομες μετακινήσεις. Χάρη στα πλεονεκτήματα ενός τέτοιου δικτύου όλο και πιο συχνά τα τελευταία χρόνια εγκαθίστανται τέτοια συστήματα σε πόλεις σε όλον τον κόσμο, προσφέροντας στους πολίτες μετακίνηση χαμηλού κόστους για μικρές διαδρομές, καλύτερη σύνδεση με άλλα μεταφορικά μέσα, αλλά και μείωση των ρύπων στα αστικά κέντρα που αντιμετωπίζουν σημαντικό πρόβλημα ρύπανσης. Αντικειμενικός σκοπός της εργασίας είναι η δημιουργία ενός μαθηματικού μοντέλου για το σχεδιασμό ενός τέτοιου συστήματος χρησιμοποιώντας προσομοίωση της στοχαστικής ζήτησης.

Το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε είναι ένα Αμιγώς Ακέραιο Γραμμικό Πρόγραμμα (Pure Integer Linear Program), το οποίο έχει ως δεδομένα το διαθέσιμο προϋπολογισμό για τη δημιουργία της εγκατάστασης και μια εκτιμώμενη ζήτηση σε επιλεγμένες τοποθεσίες της πόλης. Με βάση αυτές τις παραμέτρους αποφασίζει τον αριθμό και την τοποθεσία των σταθμών ενοικίασης ποδηλάτων, καθώς και το μέγεθος του καθενός και τον αριθμό των ποδηλάτων που πρέπει να έχει το δίκτυο.

Η μεθοδολογία για την προσομοίωση της ζήτησης είναι η Προσομοίωση Monte Carlo, η οποία συνδυάστηκε με την Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (Iterative Trichotomic Approach).



# Πίνακας Περιεχομένων

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΟΙΝΟΧΡΗΣΤΩΝ ΠΟΔΗΛΑΤΩΝ</b>  | <b>19</b> |
| 1.1      | ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ  | 19        |
| 1.1.1    | Πρώτη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων   | 19        |
| 1.1.2    | Δεύτερη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων   | 20        |
| 1.1.3    | Τρίτη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων   | 21        |
| 1.2      | ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΥΓΧΡΟΝΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΚΟΙΝΟΧΡΗΣΤΩΝ ΠΟΔΗΛΑΤΩΝ  | 22        |
| 1.2.1    | <i>Velo'n</i> (Λυών - Γαλλία)  | 22        |
| 1.2.2    | <i>Velib'</i> (Παρίσι - Γαλλία)  | 23        |
| 1.2.3    | <i>Bicing</i> (Βαρκελώνη - Ισπανία)  | 25        |
| 1.3      | ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ  | 27        |
| 1.4      | ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ   | 29        |
| 1.4.1    | <i>Bicycle-Sharing System Deployment, Utilization and the Value of Re-distribution</i>   | 29        |
| 1.4.2    | <i>A hub location inventory model for bicycle sharing system design: Formulation and Solution</i>  | 30        |
| 1.4.3    | <i>A multi-periodic optimization formulation for bike planning and bike utilization</i>  | 30        |
| 1.4.4    | <i>An optimisation algorithm to establish the location of stations of a mixed fleet biking system an application to the city of Lisbon</i> | 31        |
| 1.4.5    | <i>Optimizing the location of stations in bike-sharing programs A GIS approach</i>   | 31        |
| 1.4.6    | <i>A simulation-optimization approach to design efficient systems of bike-sharing</i>  | 32        |
| 1.4.7    | <i>Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications</i>                                    | 33        |
| 1.5      | ΕΠΙΛΟΓΟΣ   | 33        |
| <b>2</b> | <b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ</b>  | <b>35</b> |
| 2.1      | ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ  | 35        |
| 2.2      | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ   | 36        |
| 2.2.1    | Δείκτες και Σύνολα   | 36        |
| 2.2.2    | Δεδομένα   | 36        |
| 2.2.3    | Μεταβλητές Απόφασης  | 37        |
| 2.2.4    | Επεξήγηση της θεώρησης του μοντέλου  | 38        |
| 2.2.5    | Αντικειμενική Συνάρτηση  | 40        |
| 2.2.6    | Περιορισμοί  | 41        |
| 2.3      | ΕΠΙΛΟΓΟΣ   | 46        |
| <b>3</b> | <b>ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕ CARLO ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΤΡΙΧΟΤΟΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ</b>   | <b>47</b> |
| 3.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕ CARLO  | 47        |
| 3.1.1    | Ιστορία και Ορισμοί  | 47        |
| 3.1.2    | Monte Carlo και τυχαίοι αριθμοί  | 48        |
| 3.2      | ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΜΟΝΤΕ CARLO  | 50        |
| 3.2.1    | Φυσικές επιστήμες  | 50        |
| 3.2.2    | Μηχανική   | 50        |
| 3.2.3    | Εφαρμοσμένη στατιστική   | 51        |
| 3.2.4    | Οικονομία και Επιχειρήσεις   | 52        |
| 3.2.5    | Χρήση στα μαθηματικά   | 52        |
| 3.2.5.1  | Ολοκλήρωση   | 52        |
| 3.2.5.2  | Προσομοίωση και βελτιστοποίηση   | 53        |
| 3.2.5.3  | Αντίστροφα προβλήματα  | 54        |
| 3.3      | ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΤΡΙΧΟΤΟΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (ITERATIVE TRICHOTOMIC APPROACH-ITA)   | 55        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.3.1    | Η βασική ιδέα .....  | 56         |
| 3.3.2    | Η διαδικασία προσομοίωσης-βελτιστοποίησης .....  | 57         |
| 3.3.3    | Εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας .....   | 59         |
| 3.3.3.1  | Προκαθορισμένος αριθμός γύρων .....  | 59         |
| 3.3.3.2  | Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων .....   | 61         |
| 3.3.3.3  | Εφαρμογή μεθόδου δύο φάσεων .....  | 63         |
| 3.4      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥ ΤΥΧΑΙΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ .....  | 66         |
| 3.4.1    | «Πραγματικά» τυχαίοι αριθμοί και ψευδο-τυχαίοι αριθμοί .....                               | 68         |
| 3.4.2    | Μέθοδοι παραγωγής τυχαίων αριθμών .....  | 69         |
| 3.4.2.1  | Φυσικές Μέθοδοι .....  | 69         |
| 3.4.2.2  | Υπολογιστικές μέθοδοι .....  | 69         |
| 3.4.2.3  | Παραγωγή τυχαίων αριθμών από μια κατανομή πιθανοτήτων .....                                | 71         |
| 3.4.2.4  | Παραγωγή τυχαίων αριθμών από τον άνθρωπο .....   | 71         |
| 3.4.3    | Στατιστικοί έλεγχοι και έλεγχοι μετά την επεξεργασία .....                                 | 71         |
| 3.5      | ΕΠΙΛΟΓΟΣ .....   | 72         |
| <b>4</b> | <b>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΣΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΗΣ ΑΘΗΝΑΣ .....</b>  | <b>73</b>  |
| 4.1      | ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΩΔΙΚΑ .....   | 73         |
| 4.2      | ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ .....   | 77         |
| 4.2.1    | Ζήτηση .....   | 78         |
| 4.2.1.1  | Δεδομένα χρήσης και προσαρμογή στην Αθήνα .....  | 78         |
| 4.2.1.2  | Παράγοντες Ζήτησης .....   | 82         |
| 4.2.1.3  | Υπολογισμός άνω και κάτω άκρων ομοιόμορφης κατανομής .....                                 | 91         |
| 4.2.1.4  | Ανακεφαλαίωση μεθοδολογίας ζήτησης .....   | 93         |
| 4.2.2    | Υπόλοιπα δεδομένα παραδείγματος .....  | 93         |
| 4.3      | ΕΠΙΛΟΓΟΣ .....   | 94         |
| <b>5</b> | <b>ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ .....</b>                                       | <b>95</b>  |
| 5.1      | ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 <sup>η</sup> : PERDE=0.5 .....   | 95         |
| 5.1.1    | 1 <sup>ο</sup> γύρος απόφασης .....  | 95         |
| 5.1.2    | 2 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 97         |
| 5.1.3    | 3 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 98         |
| 5.1.4    | 4 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 99         |
| 5.1.5    | Τελική ολοκληρωμένη λύση (perde=0.5) .....   | 102        |
| 5.2      | ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 <sup>η</sup> : PERDE=1 .....   | 104        |
| 5.2.1    | 1 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 104        |
| 5.2.2    | 2 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 105        |
| 5.2.3    | 3 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 106        |
| 5.2.4    | 4 <sup>ο</sup> ς γύρος απόφασης .....  | 107        |
| 5.2.5    | Τελική ολοκληρωμένη λύση (perde=1) .....   | 109        |
| 5.3      | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....   | 112        |
| 5.4      | ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΑΘΗΝΑΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΗΣ ΩΡΙΑΙΑΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ..... | 113        |
| 5.4.1    | Σύγκριση αποτελεσμάτων για perde=0.5 .....   | 114        |
| 5.4.2    | Σύγκριση αποτελεσμάτων για perde=1 .....   | 115        |
| 5.5      | ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ .....  | 117        |
| <b>6</b> | <b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>  | <b>119</b> |

## Κατάλογος Πινάκων

|   |     |
|---|-----|
| Πίνακας 1-1: Τιμολογιακή πολιτική ΔΚΠ “Velo’n” της Λυών .....   | 22  |
| Πίνακας 3-1: Παράδειγμα αποτελεσμάτων κάθε γύρου απόφασης .....   | 58  |
| Πίνακας 4-1: Χαρακτηριστικά γεννητριών ψευδο-τυχαίων αριθμών της βιβλιοθήκης της C++ .....  | 75  |
| Πίνακας 4-2: Βαθμολογία των υποψήφιων τοποθεσιών για κάθε παράγοντα ζήτησης.....  | 84  |
| Πίνακας 4-3: Συντελεστές βαρύτητας των 10 πρώτων παραγόντων ζήτησης.....  | 86  |
| Πίνακας 4-4: Συντελεστές ζήτησης υποψήφιων τοποθεσιών όπως προέκυψαν από τη βαθμολογία τους στους 10 πρώτους παράγοντες ζήτησης.....  | 87  |
| Πίνακας 4-5: Υπολογισμοί για τους συντελεστές της τοπογραφίας.....  | 88  |
| Πίνακας 4-6: Τελικοί συντελεστές ζήτησης υποψήφιων τοποθεσιών.....  | 89  |
| Πίνακας 4-7: Άνω και κάτω όρια ομοιόμορφης κατανομής για τη ζήτηση κάθε τοποθεσίας  | 91  |
| Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα 1 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5) .....   | 97  |
| Πίνακας 5-2: Αποτελέσματα 2 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5) .....   | 98  |
| Πίνακας 5-3: Αποτελέσματα 3 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5) .....   | 99  |
| Πίνακας 5-4: Αποτελέσματα 4 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5) .....   | 100 |
| Πίνακας 5-5: Τα τελικά πράσινα και κόκκινα υποσύνολα με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε τοποθεσία (όσο πιο σκούρο είναι το κελί τόσο μεγαλύτερη είναι η βεβαιότητα είτε για τη συμπερίληψη (πράσινο σελ) είτε για την απόρριψη (κόκκινο σελ) της τοποθεσίας στην τελική λύση).....  | 101 |
| Πίνακας 5-6: Η τελική λύση (perde=0.5).....   | 103 |
| Πίνακας 5-7: Αποτελέσματα 1 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1) .....   | 105 |
| Πίνακας 5-8: Αποτελέσματα 2 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1) .....   | 106 |
| Πίνακας 5-9: Αποτελέσματα 3 <sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1) .....   | 107 |
| Πίνακας 5-10: Αποτελέσματα 4 <sup>ου</sup> και τελευταίου γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1).....  | 108 |
| Πίνακας 5-11: Τα τελικά πράσινα και κόκκινα υποσύνολα με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε τοποθεσία (όσο πιο σκούρο είναι το κελί τόσο μεγαλύτερη είναι η βεβαιότητα είτε για τη συμπερίληψη (πράσινο σελ) είτε για την απόρριψη (κόκκινο σελ) της τοποθεσίας στην τελική λύση)..... | 109 |
| Πίνακας 5-12: Η τελική λύση (perde=1).....  | 111 |
| Πίνακας 5-13: Συγκριτικά συγκεντρωτικά αποτελέσματα για την περίπτωση perde=0.5 ...   | 114 |
| Πίνακας 5-14: Συγκριτικά συγκεντρωτικά αποτελέσματα για την περίπτωση perde=1 .....   | 115 |



## Κατάλογος Σχημάτων

|  |     |
|--|-----|
| Σχήμα 2-1: Σχηματική αναπαράσταση του ΔΚΠ, όπως αυτό θεωρείται από το μαθηματικό μοντέλο.....                                  | 39  |
| Σχήμα 3-1: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Προκαθορισμένος αριθμός γύρων απόφασης).....             | 61  |
| Σχήμα 3-2: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων απόφασης).....          | 62  |
| Σχήμα 3-3: Σχηματική απεικόνιση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Προκαθορισμένος ή μη αριθμός γύρων απόφασης).....  | 63  |
| Σχήμα 3-4: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μέθοδος δύο φάσεων).....                                 | 65  |
| Σχήμα 3-5: Σχηματική απεικόνιση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μέθοδος δύο φάσεων).....                           | 66  |
| Σχήμα 4-1: Διάγραμμα Ροής για τους κώδικες όλης της διαδικασίας (πράσινο: Visual Basic, μπλε: C++).....                        | 76  |
| Σχήμα 4-2: α) Ωριαία εκτιμώμενη «Ζήτηση για Παραλαβή» στην Αθήνα ανά ομάδα τοποθεσιών.....                                     | 81  |
| Σχήμα 5-1: Ομοιόμορφη κατανομή «Ζήτησης για Παραλαβή» για την υποψήφια τοποθεσία «Σύνταγμα».....                               | 96  |
| Σχήμα 5-2: Ομοιόμορφη κατανομή «Ζήτησης για Απόθεση» για την υποψήφια τοποθεσία «Ακαδημίας».....                               | 96  |
| Σχήμα 5-3: Οι φορές εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής $DN_k$ στις 1000 επαναλήψεις για το σταθμό ποδηλάτων «Μοναστηράκι»..... | 102 |
| Σχήμα 5-4: Οι φορές εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής $DN_k$ στις 1000 επαναλήψεις για το σταθμό ποδηλάτων «Σύνταγμα».....    | 110 |





## Κατάλογος Εικόνων

|   |     |
|---|-----|
| Εικόνα 1-1: Τα “White Bikes” στο Άμστερνταμ τη δεκαετία του 1960 .....  | 19  |
| Εικόνα 1-2: Ποδήλατα του δικτύου “Bycyklen” της Κοπεγχάγης.....   | 20  |
| Εικόνα 1-3: Σταθμός ποδηλάτων του δικτύου “Velo’v” της Λυών.....  | 21  |
| Εικόνα 1-4: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Velo’v” της Λυών.....  | 23  |
| Εικόνα 1-5: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Velib” του Παρισιού.....   | 25  |
| Εικόνα 1-6: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Bicing” της Βαρκελώνης.....  | 26  |
| Εικόνα 4-1: Τα 7 δημοτικά διαμερίσματα του Δήμου Αθηναίων .....   | 77  |
| Εικόνα 4-2: Επιλεγμένες υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών ποδηλάτων στο 1 <sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων. Οι τοποθεσίες κατηγοριοποιούνται σε clusters..... | 82  |
| Εικόνα 5-1: Χάρτης τελικής λύσης για την 1 <sup>η</sup> περίπτωση (perde=0.5). .....  | 103 |
| Εικόνα 5-2: Χάρτης τελικής λύσης για τη 2 <sup>η</sup> περίπτωση (perde=1) .....  | 111 |
| Εικόνα 5-3: Χάρτης λύσης με ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση για perde=0.5 .....   | 115 |
| Εικόνα 5-4: Χάρτης λύσης με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση για perde=1 .....  | 117 |



# 1 Εισαγωγή στα Δίκτυα Κοινόχρηστων Ποδηλάτων

Τα Δίκτυα Κοινόχρηστων Ποδηλάτων (ΔΚΠ) είναι δίκτυα που εγκαθίστανται σε μια πόλη και αποτελούνται από σταθμούς αυτόματης ενοικίασης ποδηλάτων και ποδήλατα. Ο χρήστης μπορεί να πάει σε ένα τέτοιο σταθμό και, χρησιμοποιώντας μια κάρτα μέλους ή μια πιστωτική κάρτα ή ακόμα και με ένα SMS, μπορεί να νοικιάσει ένα ποδήλατο για να κάνει μια διαδρομή και, κατόπιν, να το αφήσει σε οποιοδήποτε άλλο σταθμό επιθυμεί. Το ενδιαφέρον για τα ΔΚΠ (Bike Sharing Networks - BSN) ως μία επιλογή για τις αστικές μετακινήσεις αυξάνεται συνεχώς τα τελευταία χρόνια, καθώς βελτιώνουν την κίνηση στην πόλη χωρίς να προσθέτουν ρύπους. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην ιστορική πορεία εφαρμογής των ΔΚΠ σε διάφορες πόλεις και στην περιγραφή του προβλήματος σχεδιασμού ενός ΔΚΠ, όπως αυτό αντιμετωπίζεται από την παρούσα εργασία.

## 1.1 Ιστορική Αναδρομή

### 1.1.1 Πρώτη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων

Το παλαιότερο πρόγραμμα ποδηλάτων και αυτό που «εγκαίνιασε» την 1<sup>η</sup> γενιά ξεκίνησε το καλοκαίρι του 1965 στο Άμστερνταμ της Ολλανδίας [1]. Στο σύστημα “White Bikes”, όπως ονομαζόταν, παρέχονταν δωρεάν ποδήλατα, τα οποία οι χρήστες τα χρησιμοποιούσαν για μια διαδρομή και στη συνέχεια τα άφηναν για κάποιον άλλο. Μέσα σε ένα μήνα, τα περισσότερα από τα ποδήλατα είχαν κλαπεί και τα υπόλοιπα βρέθηκαν κατεστραμμένα μέσα σε κανάλια.



Εικόνα 1-1: Τα “White Bikes” στο Άμστερνταμ τη δεκαετία του 1960

Το 1974 η γαλλική πόλη “La Rochelle” εγκαινίασε ένα πρόγραμμα ενοικίασης ποδηλάτων, “Vélos Jaunes” (Κίτρινα Ποδήλατα), με unisex ποδήλατα που ήταν πάλι ελεύθερα να τα πάρει και να τα χρησιμοποιήσει ο πολίτης. Όσον αφορά τη δημόσια χρήση και αποδοχή, θεωρείται σήμερα ως ένα από τα πρώτα πραγματικά επιτυχημένα προγράμματα ενοικίασης ποδηλάτων. Το πρόγραμμα συνεχίζεται και σήμερα, αν και σε τροποποιημένη μορφή (με χρέωση ενοικίασης μετά τις δύο πρώτες ώρες και απαραίτητη προσωπική ταυτοποίηση για όλες τις ενοικιάσεις ποδηλάτων).

Το 1993, το σύστημα “Green Bike Scheme” ξεκίνησε στο Cambridge του Ηνωμένου Βασιλείου, χρησιμοποιώντας ένα στόλο από περίπου 300 ποδήλατα. Η συντριπτική πλειοψηφία του στόλου εκλάπη ή χάθηκε εντός ενός έτους από τη δημιουργία του προγράμματος και αυτό εγκαταλείφθηκε.

### 1.1.2 Δεύτερη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων

Μετά από τα προηγούμενα συστήματα ενοικίασης ποδηλάτων, το πρώτο σύστημα ενοικίασης ποδηλάτων επόμενης γενιάς εισήχθη το 1991 στην πόλη Farsø της Δανίας. Ήταν ένα σύστημα μικρής κλίμακας, που άνοιξε το δρόμο για το πρόγραμμα “Bycyklen” της Κοπεγχάγης, το οποίο δημιουργήθηκε το 1995. Το τελευταίο ήταν το πρώτο μεγάλης κλίμακας πρόγραμμα ποδηλάτων που ήταν ειδικά σχεδιασμένα με μέρη που δε θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σε άλλα ποδήλατα. Για να αποκτήσει ένα ποδήλατο, ο χρήστης κατέβαλε ένα κέρμα σε έναν από τους 110 ειδικούς σταθμούς ποδηλάτων και στη συνέχεια είχε απεριόριστη χρήση του ποδηλάτου εντός ορισμένης περιοχής της πόλης. Κατά την απόθεση του ποδηλάτου σε έναν άλλο σταθμό το κέρμα επιστρεφόταν στο χρήστη. Ωστόσο, τα ποδήλατα και πάλι κλάπηκαν λόγω της ανωνυμίας του χρήστη.



Εικόνα 1-2: Ποδήλατα του δικτύου “Bycyklen” της Κοπεγχάγης

### 1.1.3 Τρίτη Γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων

Σε μια προσπάθεια να ξεπεραστούν οι απώλειες από την κλοπή, η 3<sup>η</sup> γενιά Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων χρησιμοποίησε την «έξυπνη τεχνολογία». Ένα από τα πρώτα αυτά προγράμματα ήταν το “Bikeabout” στο Πόρτσμουθ. Το πρόγραμμα ξεκίνησε τον Οκτώβριο του 1995 από το Πανεπιστήμιο του Portsmouth σε μια προσπάθεια να μειώσει τις μετακινήσεις με αυτοκίνητο από το προσωπικό και τους φοιτητές μεταξύ των χώρων της πανεπιστημιούπολης. Με ένα μικρό αντίτιμο, ο χρήστης προμηθευόταν μια «έξυπνη κάρτα» με μαγνητικές λωρίδες που πρέπει να σαρωθεί μέσω ενός ηλεκτρονικού αναγνώστη καρτών σε ένα σταθμό ποδηλάτων, ελευθερώνοντας το ποδήλατο από τη θέση στάθμευσης. Κατά την άφιξη στο σταθμό προορισμού, η «έξυπνη κάρτα» χρησιμοποιείται για να ανοίξει μια θέση στάθμευσης και να καταγράψει την ασφαλή επιστροφή του ποδηλάτου.

Ωστόσο, η 3<sup>η</sup> γενιά συστημάτων ενοικίασης ποδηλάτων άνθισε το 2005 με την έναρξη του “Velo’v” στη Λυών με 1500 ποδήλατα. Δύο χρόνια αργότερα, στο Παρίσι δημιουργήθηκε το “Velib” και στη Βαρκελώνη το “Bicing”, που είναι δύο από τα πιο επιτυχημένα σύγχρονα δίκτυα. Ακολούθησαν πολλές πόλεις παγκοσμίως, όπως το Λονδίνο, η Νέα Υόρκη, το Σικάγο, το Μόντρεαλ και η Χανκτζου (Κίνα) με την τελευταία να διαθέτει το μεγαλύτερο δίκτυο παγκοσμίως με πάνω από 2500 σταθμούς και 65000 ποδήλατα. Σήμερα, υπάρχουν πάνω από 712 δίκτυα σε λειτουργία σε ισάριθμες πόλεις και περισσότερα από 229 υπό σχεδιασμό ή υπό κατασκευή παγκοσμίως, σύμφωνα με τη Metrobike [2].



Εικόνα 1-3: Σταθμός ποδηλάτων του δικτύου “Velo’v” της Λυών

## 1.2 Παρουσίαση Σύγχρονων Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων

### 1.2.1 Velo'n (Λυών - Γαλλία)

Στις 2 Ιουνίου 2005, ένα νέο σχέδιο τέθηκε σε εφαρμογή για να αντιμετωπίσει την οικιστική αύξηση της Λυών και τα προβλήματά της, σχετικά με την αστική κυκλοφορία: η ατμοσφαιρική ρύπανση, ο θόρυβος, η ανθυγιεινή και επικίνδυνη κυκλοφορία. Γι' αυτό η πόλη στράφηκε προς το ποδήλατο. Για να βελτιωθεί η διαθεσιμότητα χώρων στάθμευσης ποδηλάτων η Λυών αποφάσισε να εγκαταστήσει τις θέσεις ποδηλάτων σε δημόσιους χώρους, όπως αθλητικές εγκαταστάσεις, ορισμένες κατοικημένες περιοχές κλπ. Από το 2005, ο αριθμός ποδηλάτων στην πόλη έχει σημειώσει αύξηση κατά 41%. Η αύξηση αυτή δε θα είχε συμβεί χωρίς το πρόγραμμα που ονομάζεται "Vélo'n", το οποίο δημιουργήθηκε στις 19 Μαΐου 2005, καλύπτοντας τις πόλεις της Λυών και της Villeurbanne. Το "Vélo'n" παρέχει μια υπηρεσία ενοικίασης ποδηλάτων με 3000 ποδήλατα, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλο το χρόνο. Το ποδήλατο "Vélo'n" λειτουργεί με εισιτήρια διάρκειας. Οι χρήστες έχουν δύο επιλογές κάρτας: μακράς διάρκειας (1 έτος) ή σύντομης διάρκειας (7 ημέρες). Μετά την περίοδο αυτή οι χρήστες πρέπει να πληρώσουν επιπλέον, όταν θέλουν να χρησιμοποιήσουν ποδήλατα. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνεται η χρέωση των χρηστών για τη χρήση των ποδηλάτων.

Πίνακας 1-1: Τιμολογιακή πολιτική ΔΚΠ "Velo'n" της Λυών

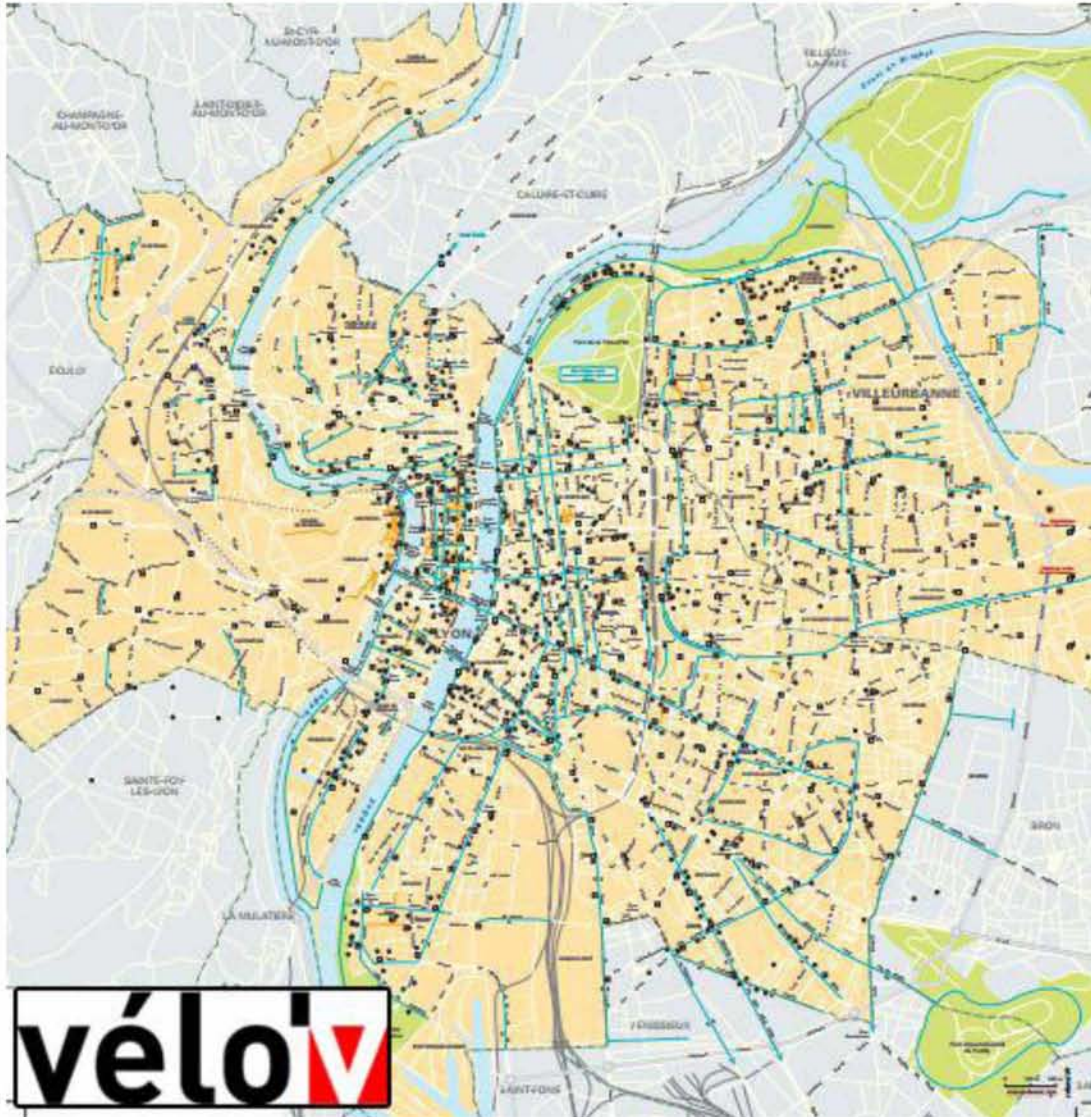
| Συνδρομή           | Κόστος κάρτας | 30 λεπτά | 1ώρα και 30 λεπτά | Επιπλέον ώρα |
|--------------------|---------------|----------|-------------------|--------------|
| Μακράς διάρκειας   | 5€            | 0€       | 1€                | 1€           |
| Σύντομης Διάρκειας | 1€            | 0€       | 1€                | 2€           |

Όταν οι χρήστες αγοράσουν την κάρτα τους, λαμβάνουν έναν κωδικό, τον οποίο χρησιμοποιούν, όταν θέλουν να λάβουν ένα ποδήλατο σε έναν από τους 250 σταθμούς ποδηλάτων, οι οποίοι κλειδώνουν ηλεκτρονικά. Για να χρησιμοποιήσει κανείς αυτά τα ποδήλατα πρέπει να είναι άνω των 14 ετών και να έχει αστική ασφάλεια ευθύνης. Επίσης, ο χρήστης πρέπει να καταβάλει εγγύηση αξίας 150 € για τη κάρτα μεγάλης διάρκειας, η οποία επιστρέφεται αν ο χρήστης επιστρέψει την κάρτα του. Για την κάρτα σύντομης διάρκειας, ο χρήστης πρέπει να πληρώσει με πιστωτική κάρτα, έτσι ώστε η ομάδα του "Vélo'n" να μπορεί να τον εντοπίσει σε περίπτωση που δεν επιστρέψει ή σπάσει το ποδήλατο.

Ένα από σημαντικά χαρακτηριστικά του "Vélo'n" είναι η δυνατότητα που παρέχει στο χρήστη, όταν δεν υπάρχει διαθέσιμη θέση στάθμευσης. Αντί να σπαταλήσουν χρόνο (και χρήμα) για να βρουν άλλο σταθμό, οι ποδηλάτες μπορούν

να εισάγουν τις κάρτες τους στην ηλεκτρονική πλατφόρμα του γεμάτου σταθμού και τους χορηγείται ένα επιπλέον δεκαπεντάλεπτο για να βρουν έναν άλλο σταθμό.

Ένα από τα πλεονεκτήματα του συστήματος της Λυών είναι ότι με κάρτες του λεωφορείου, του τρένου ή με άλλες κάρτες για τις δημόσιες μεταφορές, μπορεί κανείς να επωφεληθεί από τις μειωμένες τιμές ενοικίασης ποδηλάτων. Αυτό αποδεικνύει ότι υπάρχουν σχέσεις μεταξύ των μεταφορικών μέσων και του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων.



Εικόνα 1-4: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Velo’n” της Λυών

### 1.2.2 Velib' (Παρίσι - Γαλλία)

Το όνομα του ΔΚΠ στο Παρίσι (“Vélib’”) προέρχεται από τη σύντμηση των λέξεων “vélo libre”, που σημαίνει «δωρεάν ποδήλατο». Είναι ένα δημόσιο πρόγραμμα ενοικίασης ποδηλάτων, που ξεκίνησε στις 15 Ιουλίου του 2007, μετά από

την επιτυχία του “Vélo’v” της Λυών και το πρωτοποριακό σύστημα της πόλης “La Rochelle” το 1974. Δέκα χιλιάδες ποδήλατα εισήχθησαν στην πόλη με 750 αυτοματοποιημένους σταθμούς ενοικίασης που ο καθένας είχε δεκαπέντε ή περισσότερες θέσεις στάθμευσης. Οι αριθμοί αυτοί έχουν αυξηθεί από τότε σε 20.000 ποδήλατα και 1.800 σταθμούς, καταλήγοντας σε περίπου ένα σταθμό ανά 300 μέτρα σε όλη την πόλη. Κάθε σταθμός “Vélib” είναι εξοπλισμένος με αυτόματο τερματικό ενοικίασης περιέχει χάρτη που δείχνει όλους τους σταθμούς. Τα ανθεκτικά γκρι ποδήλατα παρήχθησαν από τη γαλλική εταιρεία ποδηλάτων Mercier στην Ουγγαρία και επισκευάζονται από τη JCDecaux. Πρόκειται για ποδήλατα τριών ταχυτήτων, που το καθένα ζυγίζει 22,5 κιλά, έχουν φως LED, που τροφοδοτείται από ένα μπροστινό δυναμό, ένα σύστημα ασφάλισης και ένα καλάθι μπροστά.

Εάν ένας χρήστης πάει με ένα νοικιασμένο ποδήλατο σε έναν σταθμό χωρίς ελεύθερες θέσεις, ο σταθμός χορηγεί άλλα δεκαπέντε λεπτά ελεύθερο χρόνο ενοικίασης. Οι τερματικοί σταθμοί ενοικίασης εμφανίζουν πληροφορίες σχετικά με τους γειτονικούς σταθμούς “Vélib”, συμπεριλαμβανομένης της τοποθεσίας, του αριθμού των διαθέσιμων ποδηλάτων και των ελεύθερων θέσεων στάθμευσης. Ένας στόλος από είκοσι οχήματα μεταφοράς ποδηλάτων χρησιμοποιούνται τη νύχτα για την αναδιανομή των ποδηλάτων στους σταθμούς υψηλής ζήτησης για το επόμενο πρωί.

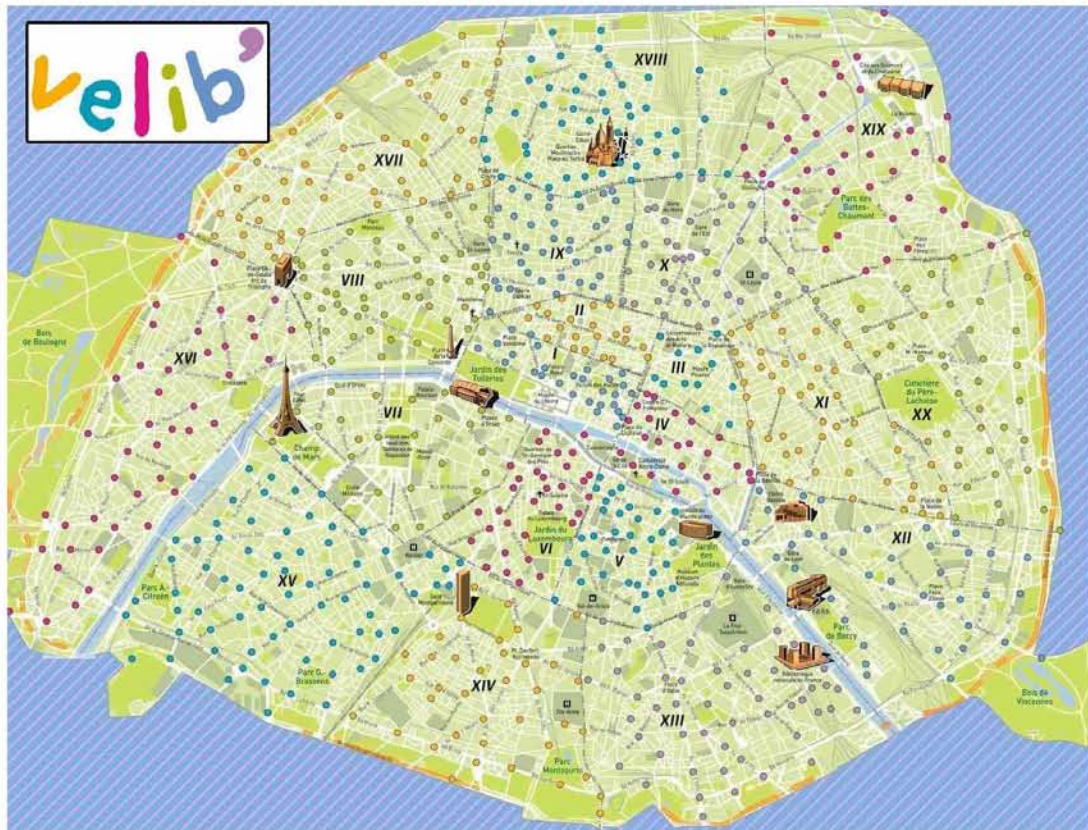
Για να χρησιμοποιήσουν το σύστημα, οι χρήστες πρέπει να αγοράσουν μια συνδρομή, η οποία επιτρέπει στο συνδρομητή απεριόριστο αριθμό ενοικιάσεων. Οι εγγραφές μπορούν να αγοραστούν με 1€/ημέρα, 5€/βδομάδα ή 29€/χρόνο. Με τη συνδρομή ενοικίασης ποδηλάτων η πρώτη μισή ώρα του κάθε ταξιδιού είναι δωρεάν. Απεριόριστος αριθμός τέτοιων δωρεάν ταξιδιών μπορούν να γίνουν σε μια ημέρα. Ένα ταξίδι που διαρκεί περισσότερο από 30 λεπτά χρεώνεται με 1€ έως 4€ για κάθε επιπλέον 30 λεπτά. Η κλίμακα αυξανόμενης τιμής έχει ως στόχο να κρατήσει τα ποδήλατα σε κυκλοφορία. Μια πιστωτική ή χρεωστική κάρτα απαιτείται για την εγγραφή στο πρόγραμμα και την ενοικίαση ποδηλάτων. Η πιστωτική/χρεωστική κάρτα θα χρεωθεί με 150€, αν ένα νοικιασμένο ποδήλατο δεν επιστραφεί.

Το σύστημα χρηματοδοτείται από τη διαφημιστική εταιρεία JCDecaux, ενώ μέρος των εσόδων από τις διαφημιστικές πινακίδες αποδίδεται στην πόλη του Παρισιού. Η JCDecaux κατέβαλλε τα αρχικά έξοδα των περίπου 115 εκατομμυρίων δολαρίων και απασχολεί προσωπικό περίπου 285 ατόμων με πλήρες ωράριο για τη λειτουργία του συστήματος και την επισκευή των ποδηλάτων για 10 χρόνια. Η πόλη του Παρισιού λαμβάνει όλα τα έσοδα από το πρόγραμμα, καθώς και ένα ποσό περίπου 4,3 εκατ. δολάρια το χρόνο. Σε αντάλλαγμα η JCDecaux έχει τον αποκλειστικό έλεγχο των 1.628 διαφημιστικών πινακίδων που βρίσκονται στην πόλη. Η πόλη έχει περίπου το ήμισυ του εν λόγω διαφημιστικού χώρου χωρίς χρέωση για διαφημίσεις δημοσίου συμφέροντος.

Λόγω ενός απροσδόκητα υψηλού ποσοστού βανδαλισμού σε σύγκριση με το σύστημα της Λυών, η πόλη του Παρισιού συμφώνησε να πληρώσει \$500 ανά



ποδήλατο που χρειάζεται αντικατάσταση, το οποίο κοστίζει μέχρι και 2 εκατομμύρια δολάρια ετησίως.



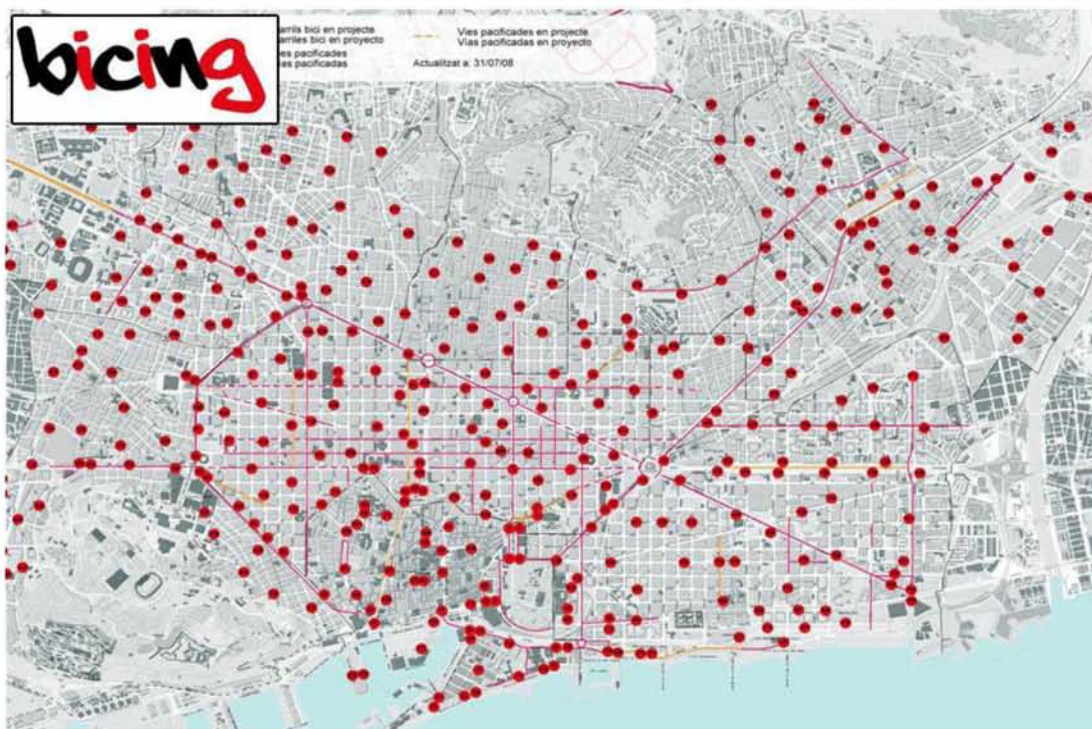
Εικόνα 1-5: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Velib” του Παρισιού

### 1.2.3 Bicing (Βαρκελώνη - Ισπανία)

Το όνομα προέρχεται από τη λέξη *bicicli*, η καταλανική λέξη για το ποδήλατο, και τον κωδικό του αεροδρομίου της Βαρκελώνης, ο οποίος είναι BCN. Επίσης, η αγγλική κατάληξη *-ing* χρησιμοποιείται και για άλλα μεταφορικά μέσα στα ισπανικά όπως *footing* (χρησιμοποιείται για το τζόκινγκ), *parking*, *camping* και *Vueling*, η οποία είναι μια καταλανική αεροπορική εταιρεία.

Το “Bicing” εγκαινιάστηκε στη Βαρκελώνη το Μάρτιο του 2007, όπως και τα συστήματα “Vélo” στην Τουλούζη και “Vélib” στο Παρίσι, και χρησιμοποιεί το ίδιο σύστημα και ποδήλατα με το “Stockholm City Bikes”. Σκοπός του είναι η κάλυψη των μικρών και μεσαίων καθημερινών δρομολογίων εντός της πόλης με έναν τρόπο φιλικό στο περιβάλλον, σχεδόν χωρίς ρύπανση, θόρυβο και κυκλοφοριακή συμφόρηση. Το δημοτικό συμβούλιο και η “Clear Channel” διαχειρίζονται και συντηρούν το σύστημα. Για να το χρησιμοποιήσει κανείς πρέπει να αποκτήσει μια ετήσια κάρτα μέλους. Το δίκτυο αποτελείται από περισσότερους από 400 σταθμούς και περισσότερα από 3000 ποδήλατα καταναμημένα σε όλο το δίκτυο. Οι σταθμοί

βρίσκονται στις περισσότερες επίπεδες περιοχές της πόλης, σε απόσταση περίπου 300 έως 400 μέτρων μεταξύ τους, με πολλούς να βρίσκονται δίπλα σε στάσεις μέσω μαζικής μεταφοράς προκειμένου να καταστεί δυνατή η συνδυασμένη χρήση των μέσων. Τα ποδήλατα μπορούν να νοικιάζονται από και να επιστρέφονται σε κάθε σταθμό του συστήματος. Κάθε σταθμός έχει από 15 ως 30 θέσεις στάθμευσης ποδηλάτων. Τα ποδήλατα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τα πρώτα 30 λεπτά χωρίς επιπλέον κόστος, με χρέωση 0,50€ ανά μισή ώρα (μέχρι 2 ώρες). Η χρήση ενός ποδηλάτου για περισσότερο από 2 ώρες τη φορά αποθαρρύνεται με χρέωση ποινής 3€ την ώρα, αλλά και με τη δυνατότητα ακύρωσης της κάρτας μέλους μετά από ένα ορισμένο αριθμό χρήσεων άνω των 2 ωρών.



**Εικόνα 1-6: Χάρτης με τους σταθμούς ποδηλάτων του ΔΚΠ “Bicing” της Βαρκελώνης**

Εξειδικευμένα φορτηγά χρησιμοποιούνται για την αναδιανομή των ποδηλάτων “Bicing” μεταξύ των σταθμών σε περίπτωση που χρειαστεί εξομάλυνση της χρήσης τους από τους πολίτες.

Οι κάρτες μέλους “Bicing” αποστέλλονται μόνο σε διευθύνσεις στην Καταλονία, σε μια προσπάθεια να αποτραπούν οι τουρίστες από τη χρήση του δικτύου. Ο περιορισμός αυτός επιβλήθηκε από το Δημοτικό Συμβούλιο και τις προϋπάρχουσες τοπικές εταιρείες ενοικίασης ποδηλάτων που φοβήθηκαν αυτό που ονομάζεται παράνομος ανταγωνισμός από το σύστημα αυτόματης ενοικίασης ποδηλάτων.

Το σύστημα πληρώνεται κατά κύριο λόγο από τους ντόπιους οδηγούς αυτοκινήτων με έναν αποτελεσματικό έλεγχο πάρκινγκ σε ένα μεγάλο μέρος της

πυκνοκατοικημένης πόλης. Τα χρήματα αυτά στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για να πληρωθούν περίπου 2.230.000€ ετησίως στο διαχειριστή του συστήματος για περίοδο δέκα ετών. Η ετήσια χρέωση του χρήστη είναι 30€, κάνοντας το σύστημα τη φθηνότερη υπηρεσία μέσου μαζικής μεταφοράς της πόλης.

Δεδομένου ότι το σύστημα κοινής χρήσης ποδηλάτων έγινε δεκτό από τους κατοίκους με μεγάλο ενθουσιασμό, σήμερα έχει επεκταθεί και σε άλλα μέρη της πόλης, φτάνοντας τα 6000 ποδήλατα και τους 424 σταθμούς που καλύπτουν περίπου το 70% της πόλης.

### 1.3 Περιγραφή του προβλήματος

Αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η επίλυση του προβλήματος του σχεδιασμού ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων προσομοιώνοντας τη στοχαστική του ζήτηση. Ο σχεδιασμός ενός ΔΚΠ είναι καθοριστικός για τη μετέπειτα επιτυχία του, καθώς υπάρχουν πολλά παραδείγματα πόλεων που εγκατέστησαν το δίκτυο, αλλά αυτό δε χρησιμοποιείται αρκετά, διότι η διαμόρφωσή του δεν εξυπηρετούσε τους πολίτες. Κατά το σχεδιασμό του λαμβάνονται αποφάσεις για το πόσοι σταθμοί θα κατασκευαστούν και σε ποιες περιοχές, πόσο μεγάλος θα είναι ο κάθε σταθμός και πόσα ποδήλατα πρέπει να έχει για να εξυπηρετήσει όσο το δυνατό περισσότερους πολίτες. Η επιτυχία ενός δικτύου φαίνεται από τη μετέπειτα χρήση του από τους πολίτες της πόλης. Όσο μεγαλύτερη ζήτηση εξυπηρετεί τόσο πιο επιτυχές θεωρείται. Συνεπώς, κατά το σχεδιασμό του για την εγκατάσταση των σταθμών πρέπει να επιλεγούν περιοχές με γνώμονα το πού θα εξυπηρετούν με τον καλύτερο τρόπο τους χρήστες. Επίσης, το πόσες θέσεις στάθμευσης ποδηλάτων θα έχει ο κάθε σταθμός, καθώς και το πόσα ποδήλατα θα πρέπει να έχει, επηρεάζει την ποιότητα των υπηρεσιών που παρέχονται στο χρήστη. Ο τελευταίος επιθυμεί να βρίσκει πάντα ποδήλατο να πάρει από τον κάθε σταθμό, αλλά και να βρίσκει πάντα κενή θέση για να το αφήσει και να το κλειδώσει στο σταθμό προορισμού του.

Το κόστος εγκατάστασης ενός τέτοιου δικτύου είναι περιοριστικό ως προς τον αριθμό και το μέγεθος των σταθμών, αλλά και τον αριθμό των ποδηλάτων που θα περιέχει. Άλλωστε ο συνολικός διαθέσιμος προϋπολογισμός είναι συγκεκριμένος και τα χρήματα πρέπει να αξιοποιηθούν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Συνεπώς, ο αριθμός των σταθμών και των θέσεων στάθμευσης που θα δημιουργηθούν, καθώς και ο αριθμός των ποδηλάτων που θα αγοραστούν περιορίζεται από το διαθέσιμο προϋπολογισμό.

Σημαντική παράμετρος για το σχεδιασμό ενός τέτοιου δικτύου αποτελεί η εκτιμώμενη ζήτηση, την οποία θα χρειαστεί να καλύψει στο μέλλον. Με τον όρο «ζήτηση» εννοείται ο αριθμός των χρηστών του συστήματος που επιθυμούν να παραλάβουν ένα ποδήλατο από ένα σταθμό, καθώς και ο αριθμός εκείνων που επιθυμούν να αφήσουν ένα ποδήλατο σε ένα σταθμό. Ο γεωγραφικός εντοπισμός των

υποψήφιων χρηστών του δικτύου, καθώς και ο αριθμός τους σε κάθε περιοχή θα καθορίσουν πού θα εγκατασταθούν σταθμοί και πόσο μεγάλος θα είναι ο καθένας.

Η πρόβλεψη της ζήτησης είναι μια δύσκολη διαδικασία, η οποία είναι απαραίτητο να βασιστεί στα δεδομένα χρήσης των δικτύων που έχουν ήδη δημιουργηθεί σε άλλες πόλεις. Τα δεδομένα αυτά πρέπει να προσαρμόζονται κάθε φορά στην πόλη που είναι υπό μελέτη με γνώμονα πληθυσμιακά και γεωγραφικά κριτήρια, καθώς και τις ιδιαιτερότητες της κάθε πόλης. Ωστόσο, η διαδικασία αυτή ενέχει το σφάλμα της πρόβλεψης, η οποία σίγουρα θα απέχει από την πραγματική ζήτηση που θα εμφανιστεί τελικά. Επιπλέον, μετά την εγκατάσταση του δικτύου η μεταβλητότητα της ζήτησης θα είναι σημαντική και επηρεάζεται από παράγοντες, όπως η ώρα της ημέρας (μέρα - νύχτα), η μέρα της εβδομάδας (εργάσιμη - σαββατοκύριακο) και η εποχή του χρόνου (χειμώνας - καλοκαίρι). Τόσο το σφάλμα της πρόβλεψης όσο και η μεταβλητότητα της ζήτησης μπορούν να ληφθούν υπόψη χρησιμοποιώντας στοχαστική ζήτηση, η οποία ακολουθεί μια κατανομή. Η μέθοδος αυτή εκτιμάται ότι προσεγγίζει με καλύτερο τρόπο την πραγματικότητα σε σχέση με τη ντετερμινιστική ζήτηση και ότι θα καταλήξει σε καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά το σχεδιασμό του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων.

Συμπεραίνει, λοιπόν, εύκολα κανείς ότι το πρόβλημα σχεδιασμού ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων είναι ένα σύνθετο πρόβλημα Αμιγώς Ακέραιου Προγραμματισμού, καθώς δε διαθέτει συνεχή μεγέθη. Ο στόχος της παρούσας εργασίας είναι να προτείνει μια πρωτοποριακή μεθοδολογία για το σχεδιασμό των ΔΚΠ, η οποία συνδυάζει το Μαθηματικό Προγραμματισμό με την Προσομοίωση Monte Carlo. Και οι δύο μέθοδοι συνδυάζονται με την Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (Iterative Trichotomic Approach). Το Μαθηματικό Μοντέλο που αναπτύχθηκε ενσωματώνει την εκτιμώμενη ζήτηση, τα κόστη της εγκατάστασης, την εγγύτητα και την πυκνότητα των σταθμών, καθώς και το μέγεθός τους. Έχοντας ένα προεπιλεγμένο σύνολο υποψήφιων τοποθεσιών των σταθμών και με ένα προκαθορισμένο διαθέσιμο προϋπολογισμό, το μοντέλο αποφασίζει τον αριθμό και την τοποθεσία των σταθμών, πόσο μεγάλοι θα είναι και πόσα ποδήλατα θα πρέπει να έχουν προκειμένου να ικανοποιηθεί η προβλεπόμενη ζήτηση.

Ωστόσο, το πρόβλημα λύνεται πολλές φορές και κάθε φορά οι τιμές της προβλεπόμενης ζήτησης μεταβάλλονται ακολουθώντας μια κατανομή (ομοιόμορφη, κανονική, εκθετική, βήτα κτλ.). Η πρόβλεψη αυτή της ζήτησης γίνεται με την Προσομοίωση Monte Carlo, ενώ η διαδικασία λήψης αποφάσεων για τις τοποθεσίες όπου θα εγκατασταθούν σταθμοί κοινόχρηστων ποδηλάτων εκτελείται μέσω της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης. Η μεθοδολογία που ακολουθείται για το σχεδιασμό ενός ΔΚΠ αναλύεται στα Κεφάλαια 2 και 3. Στα Κεφάλαια 4 και 5 παρουσιάζεται η εφαρμογή της εν λόγω μεθοδολογίας στο κέντρο της Αθήνας μαζί με τα αποτελέσματά της.

## 1.4 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Στην ενότητα αυτή, γίνεται αναφορά στη βιβλιογραφία, η οποία αφορά το σχεδιασμό Δικτύων Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Η βιβλιογραφία που αφορά τα ΔΚΠ είναι ανάλογη με τη μικρή ηλικία των ΔΚΠ πράγμα που σημαίνει πως η παρούσα εργασία προσπαθεί να βάλει ένα λιθαράκι στην κατανόηση και ανάπτυξη των συγκεκριμένων δικτύων. Επίσης, είναι εύκολο να συμπεραίνει κανείς, πως η βιβλιογραφία στερείται μιας εργασίας που να πραγματεύεται αποκλειστικά το σχεδιασμό ενός τέτοιου δικτύου στο σύνολό του για την τοποθεσία των σταθμών, το μέγεθος και τα ποδήλατα του καθενός, χρησιμοποιώντας αμιγώς συμβατικά ποδήλατα και στοχαστική ζήτηση με μειωμένη πολυπλοκότητα στην προσομοίωση του δικτύου. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν οι δημοσιεύσεις οι οποίες λήφθηκαν υπόψη για την ανάπτυξη της παρούσας εργασίας.

### 1.4.1 Bicycle-Sharing System Deployment, Utilization and the Value of Redistribution

Οι Shu et al. (2010) [3] πρότειναν πρακτικά μοντέλα για το σχεδιασμό και τη διαχείριση ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων με δεδομένη την τοποθεσία των σταθμών. Ένα στοχαστικό μοντέλο ροής δικτύου χρησιμοποιείται προκειμένου να προβλεφτεί η ροή των ποδηλάτων στο δίκτυο και να εκτιμηθεί ο αριθμός των ταξιδιών που υποστηρίζονται από το σύστημα, ο κατάλληλος αριθμός των ποδηλάτων που χρειάζεται να αναπτυχθεί και ο αριθμός των θέσεων στάθμευσης που απαιτούνται σε κάθε σταθμό εξετάζοντας παράλληλα την περιοδική ανακατανομή των ποδηλάτων. Χρησιμοποιείται ένα ντετερμινιστικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού, για την προσέγγιση της απόδοσης του στοχαστικού συστήματος, και διαπιστώνεται ότι το ντετερμινιστικό μοντέλο μπορεί να μιμηθεί την πραγματική απόδοση του συστήματος πολύ στενά σε σχέση με την πραγματική επιβατική κίνηση του MRT στη Σιγκαπούρη. Πραγματοποιήθηκαν πολλά αριθμητικά πειράματα, έτσι ώστε να μελετηθούν εκτενέστερα σημαντικά θέματα, όπως το ποσοστό χρησιμοποίησης του ποδηλάτου, η αξία της εκ νέου διάθεσης των ποδηλάτων και ο αριθμός των ποδηλάτων που θα πρέπει να έχει ο κάθε σταθμός. Παρά το γεγονός ότι το μοντέλο χρησιμοποιείται για την ανάλυση σχετικά με τη χρήση των ποδηλάτων, έτσι ώστε να αντικατασταθούν βραχυπρόθεσμα οι μετακινήσεις με MRT, δεν είναι δύσκολο να δει κανείς ότι το μοντέλο είναι αρκετά γενικό ώστε να υλοποιηθεί το σενάριο της χρήσης ποδηλάτων στις μεταφορές μεταξύ των σταθμών MRT και των διάφορων περιοχών στην πόλη, καθώς επίσης και οι επιβάτες μπορεί να μην είναι σε θέση να φτάσουν στο σταθμό προορισμού τους, χρησιμοποιώντας ποδήλατα σε χρονικό διάστημα εντός 15 λεπτών.

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία ο αριθμός και η θέση των σταθμών δεν είναι προκαθορισμένα, όπως στο [3], αλλά μέρος του προβλήματος του σχεδιασμού.

Επιπλέον, η ζήτηση σε κάθε υποψήφια θέση είναι ντετερμινιστική και χρονικά εξαρτώμενη στη διάρκεια της ημέρας. Τέλος, η παρούσα εργασία ασχολείται με το σχεδιασμό των εν λόγω δικτύων και όχι τη διαχείρισή τους, έτσι δεν λαμβάνονται υπόψη πτυχές αναδιανομής των ποδηλάτων, όπως στο [3].

#### **1.4.2 A hub location inventory model for bicycle sharing system design: Formulation and Solution**

Οι Lin et al. (2011) [4] ανέπτυξαν ένα Αμιγώς Ακέραιο Μη-Γραμμικό Πρόγραμμα για το στρατηγικό σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Έχοντας ως δεδομένο ένα σύνολο σημείων προέλευσης και προορισμού, υποψήφιων σταθμών ποδηλάτων και τη ζήτηση μετακίνησης από τα σημεία προέλευσης προς τους προορισμούς, βελτιστοποιεί τη χωροθέτηση των σταθμών και των ποδηλατοδρόμων και τον απαιτούμενο αριθμό κοινόχρηστων ποδηλάτων σε κάθε σταθμό προκειμένου να καλυφθεί η ζήτηση. Το μοντέλο που αναπτύχθηκε αποτελείται από δύο βασικά στοιχεία. Το πρώτο είναι η επαναληπτική χρήση ενός ευρετικού αλγορίθμου και το δεύτερο η εύρεση του κόστους της αντικειμενικής συνάρτησης με δοσμένο τον αριθμό των ποδηλάτων και των ποδηλατοδρόμων. Δημιουργήθηκε ένα επεξηγηματικό δίκτυο με σκοπό να εξηγήσει το προτεινόμενο μοντέλο καθώς και τη λύση αυτού. Έτσι λοιπόν, η ανάλυση ευαισθησίας που πραγματοποιήθηκε έδειξε πόσο σημαντικές είναι οι παράμετροι που επηρεάζουν τις αποφάσεις για το απόθεμα, το σχεδιασμό του δικτύου και τις επιλογές δρομολόγησης.

Το παρόν μοντέλο είναι ένα Αμιγώς Ακέραιο Γραμμικό Πρόγραμμα όπου δεν υπάρχουν ροές από σημεία προέλευσης σε σημεία προορισμού, αλλά κάθε υποψήφια τοποθεσία χαρακτηρίζεται από ωριαία ζήτηση για παραλαβή και απόθεση ποδηλάτων κατά τη διάρκεια της ημέρας. Η προσέγγιση αυτή θεωρείται ότι παρέχει βελτιωμένη και λιγότερο περίπλοκη προσομοίωση της μελλοντικής χρήσης του δικτύου. Επιπλέον, το δίκτυο εξετάζεται ανεξάρτητα και, συνεπώς, η δημιουργία ποδηλατοδρόμων δεν εμπίπτει στο πεδίο εφαρμογής της παρούσας εργασίας.

#### **1.4.3 A multi-periodic optimization formulation for bike planning and bike utilization**

Οι Sayarshad et al. (2011) [5] προτείνουν μια μαθηματική διαμόρφωση πολλών περιόδων που καθορίζει το ελάχιστο απαιτούμενο μέγεθος του στόλου ποδηλάτων που ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα την ανικανοποίητη ζήτηση, τα μη χρησιμοποιούμενα ποδήλατα και την ανάγκη μεταφοράς ποδηλάτων μεταξύ των σταθμών ενοικίασης. Το μοντέλο αφορά το σχεδιασμό ενός δικτύου για μετακινήσεις μικρών αποστάσεων σε μικρές κοινότητες ή για μετακινήσεις με τη χρήση πολλαπλών μέσων, έτσι ώστε να φτάσει ο καθένας στον τελικό του προορισμό. Η

μορφοποίηση αυτή χρησιμοποιεί πληροφορίες από το ποδηλατικό δίκτυο, όπως η χωρητικότητα των σταθμών ποδηλάτων, η ανικανοποίητη ζήτηση και ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων ποδηλάτων σε κάθε δεδομένη στιγμή και θέση. Το μοντέλο ελαχιστοποιεί την ανικανοποίητη ζήτηση και το κόστος λειτουργίας του δικτύου για το σύνολο των ποδηλάτων, έτσι ώστε να μη χρειάζεται να μεταφέρονται τα ποδήλατα ανάμεσα στους σταθμούς για την ικανοποίηση της ζήτησης. Κατά συνέπεια το μοντέλο παρέχει ένα εργαλείο στους διαχειριστές των συστημάτων ενοικίασης ποδηλάτων για το βελτιστοποιημένο σχεδιασμό αυτών.

Η παρούσα εργασία, όπως και το [5], χρησιμοποιεί διαμόρφωση πολλών περιόδων όπως αυτά καθορίζονται με βάση την καθημερινότητα των χρηστών του ΔΚΠ. Η αναδιανομή των ποδηλάτων δεν μελετάται, διότι η εργασία αντιμετωπίζει μόνο το πρόβλημα του σχεδιασμού του δικτύου και όχι την εγκατάσταση και την μετέπειτα χρήση του, όπως στο [5].

#### **1.4.4 An optimisation algorithm to establish the location of stations of a mixed fleet biking system an application to the city of Lisbon**

Οι Martinez et al. (2012) [6] ανέπτυξαν έναν ευρετικό αλγόριθμο, περιλαμβάνοντας ένα Μικτό Ακέραιο Γραμμικό Πρόγραμμα, το οποίο βελτιστοποιεί την τοποθεσία των σταθμών ποδηλάτων και το μέγεθος του στόλου, μετρώντας ταυτόχρονα την απαιτούμενη αναδιανομή ποδηλάτων. Το πρόγραμμα θεωρεί ένα μεικτό στόλο συμβατικών και ηλεκτρικών ποδηλάτων και διάφορες μεθόδους τιμολόγησης του συστήματος, λαμβάνοντας υπόψη τη ζήτηση των χρηστών, τις απαιτούμενες επενδύσεις για ένα τέτοιο σύστημα, καθώς και τα διάφορα κόστη τα οποία προκύπτουν από τη λειτουργία ενός τέτοιου ΔΚΠ. Η ανάλυση ευαισθησίας που πραγματοποιήθηκε μελετώντας τις εξεταζόμενες παραμέτρους έδειξε ότι το μαθηματικό μοντέλο είναι αποτελεσματικό με μεγάλες δυνατότητες για περαιτέρω ανάπτυξη τόσο σε περιπτώσεις μεσαίου όσο και μεγάλου όγκου δεδομένων.

Η παρούσα έρευνα εξετάζει μόνο συμβατικά ποδήλατα, καθώς θεωρείται πως η χρήση ηλεκτρικών απέχει αρκετά ακόμη από το να εφαρμοστεί σε ένα τέτοιο δίκτυο. Επιπλέον, δεν περιλαμβάνεται τιμολογιακή πολιτική, καθώς αυτό αποτελεί έναν παράγοντα, ο οποίος μπορεί να αποφασιστεί μετά από την εγκατάσταση του δικτύου ενοικίασης ποδηλάτων στα πλαίσια μιας ολοκληρωμένης μελέτης για την εγκατάσταση ενός ΔΚΠ, κάτι το οποίο και δεν αποτελεί σκοπό αυτής της εργασίας.

#### **1.4.5 Optimizing the location of stations in bike-sharing programs A GIS approach**

Οι García-Palomares et al. (2012) [7] χρησιμοποιούν το Σύστημα Γεωγραφικών Πληροφοριών (GIS-Geographic Information Systems) για τον

προσδιορισμό της χωρικής κατανομής της προβλεπόμενης ζήτησης για μετακινήσεις, της τοποθεσίας των σταθμών χρησιμοποιώντας μοντέλα κατανομής, της χωρητικότητας του κάθε σταθμού και των χαρακτηριστικών της ζήτησης στους σταθμούς. Οι λύσεις που μελετήθηκαν προέρχονται από δύο μοντέλα με διαφορετική αντικειμενική συνάρτηση το καθένα. Στο πρώτο μοντέλο σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της αντίστασης, όπου κάθε σταθμός βελτιστοποιείται προσπαθώντας να μικρύνει η διαφορά μεταξύ της προσφοράς και της ζήτησης, δίνοντας μια κατανομή των σταθμών, η οποία καλύπτει ομοιόμορφα ολόκληρη την περιοχή. Στο δεύτερο μοντέλο σκοπός είναι η μεγιστοποίηση της κάλυψης, στο οποίο βελτιστοποιείται η συνολική κάλυψη του πληθυσμού σε μία συγκεκριμένη ακτίνα, με αποτέλεσμα τη συμπύκνωση των σταθμών ποδηλάτων σε ζώνες με μεγαλύτερη εκτιμώμενη ζήτηση.

Στην παρούσα μελέτη δεν χρησιμοποιείται το Σύστημα Γεωγραφικών Πληροφοριών, επειδή δεν κρίθηκε απαραίτητο, αφού τα δεδομένα της ζήτησης προέρχονται από καταγεγραμμένα δεδομένα χρήσης σε ήδη υπάρχοντα Δίκτυα Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Επίσης, αναπτύχθηκε ένα μοντέλο το οποίο έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση της ανικανοποίητης ζήτησης των χρηστών του ΔΚΠ.

#### **1.4.6 A simulation-optimization approach to design efficient systems of bike-sharing**

Οι Romero Juan et al. (2012) [8] παρουσιάζουν μια μεθοδολογία, η οποία ασχολείται ταυτόχρονα τόσο με τα ιδιωτικά αυτοκίνητά όσο και με τα δίκτυα κοινόχρηστων ποδηλάτων, θεωρώντας τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, οι οποίες επηρεάζουν τη μοντελοποίηση της κατανομής των μεταφορικών μέσων και την εκχώρηση των διαδρομών σε κάθε κατάσταση λειτουργίας στο δίκτυο. Το μοντέλο βελτιστοποιεί τις θέσεις των σταθμών στάθμευσης σε ένα δημόσιο κοινόχρηστο δίκτυο ποδηλάτων έτσι ώστε το σύστημα μεταφορών να είναι αποτελεσματικό και βιώσιμο, καθώς επίσης και οικονομικά και κοινωνικά εφικτό. Για τη μοντελοποίηση του συγκεκριμένου δικτύου πραγματοποιήθηκε ανάλυση της συμπεριφοράς των χρηστών, δίνοντας έμφαση στο χαρακτηρισμό του δυνητικού χρήστη του ποδηλάτου. Οι στόχοι της έρευνας είναι να διακρίνει ποιες μεταβλητές θα λάβει υπόψη του ο χρήστης, έτσι ώστε σε ένα αστικό περιβάλλον να επιλέξει μεταξύ των δημόσιων ποδηλάτων και των αυτοκινήτων, καθώς επίσης και της διαδρομής που θα πραγματοποιήσει. Η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι χωρισμένη σε τρία μέρη. Στο πρώτο μέρος, δημιουργείται ένα δίκτυο μεταφορών πάνω στο οποίο γίνεται προσομοίωση. Στο δεύτερο μέρος, αντλούνται από μία παγκόσμια μήτρα δεδομένα για τον αριθμό των ταξιδιών που πραγματοποιούνται ως ένα σύστημα συνδυασμένων μετακινήσεων, τα οποία μέσω μία επαναληπτικής διαδικασίας δημιουργούν τους τελικούς πίνακες των δεδομένων που χρησιμοποιούνται. Μετά τον καθορισμό και την



επικύρωση του μοντέλου των συνδυασμένων μέσων, στο τρίτο μέρος, ένα μοντέλο βελτιστοποίησης έχει αναπτυχθεί με βάση το bi-level μαθηματικό προγραμματισμό. Ο στόχος είναι να βελτιστοποιηθούν οι θέσεις των σταθμών στάθμευσης των ποδηλάτων.

Η παρούσα εργασία ασχολείται μόνο με τα δίκτυα κοινόχρηστων ποδηλάτων χωρίς να εξετάζει την αλληλεπίδραση με τα ιδιωτικά αυτοκίνητα. Εξετάζει τη δυνητική ζήτηση των χρηστών χρησιμοποιώντας την προσομοίωση Monte Carlo, και τα δεδομένα που εξάγονται από αυτή την επαναληπτική διαδικασία χρησιμοποιούνται στο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο δεν έχει ως στόχο μόνο τον καθορισμό της θέσης των σταθμών στάθμευσης, αλλά και τον καθορισμό των ποδηλάτων και των θέσεων στάθμευσης στο Δίκτυο Κοινόχρηστων Ποδηλάτων.

#### **1.4.7 Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications**

Οι Farahani et al. (2013) [9] ασχολούνται με τα προβλήματα τοποθέτησης κεντρικών σημείων, κάνοντας μία ανασκόπηση των μαθηματικών μοντέλων, των μεθόδων λύσης και των κυριότερων χαρακτηριστικών αυτών από το 2007. Αυτού του είδους τα προβλήματα περιλαμβάνουν τη μετακίνηση των ανθρώπων και την κυκλοφορία τόσο εμπορευμάτων όσο και πληροφοριών μεταξύ προέλευσης και προορισμού. Οι τοποθετούμενοι κόμβοι εφαρμόζονται με σκοπό τη βελτιστοποίηση των μεταφορικών συνδέσεων, με σκοπό τις περισσότερες φορές την ελαχιστοποίηση του κόστους και των άσκοπων μετακινήσεων.

Στην παρούσα εργασία, η εγκατάσταση ενός ΔΚΠ αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα κόμβων κάλυψης, το οποίο σημαίνει ότι ένας εγκατεστημένος σταθμός-κόμβος καλύπτει τη ζήτηση των τοποθεσιών που βρίσκονται σε μία μέγιστη απόσταση από αυτό. Ωστόσο το αναπτυχθέν μοντέλο θεωρεί την ύπαρξη μεμονωμένων σημείων ζήτησης και όχι ζευγών προέλευσης-προορισμού όπως στο [9], αφού αυτό θα έκανε το πρόβλημα εξαιρετικά πολύπλοκο χωρίς να υπάρχει απαίτηση γι' αυτό. Τέλος, στην εργασία εισάγεται και η δυνατότητα της μη κάλυψης ολόκληρης της ζήτησης, αλλά ενός μέρους αυτής, με αποτέλεσμα ορισμένοι από τους πιθανούς πελάτες να χάνονται. Με αυτό τον τρόπο θεωρείται ότι προσομοιώνεται καλύτερα η συμπεριφορά των χρηστών ενός ΔΚΠ.

### **1.5 Επίλογος**

Στο Κεφάλαιο αυτό έγινε μια ιστορική αναδρομή για τα Δίκτυα Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Ακολούθως, παρουσιάστηκαν αναλυτικότερα τρία από τα σημαντικότερα Δίκτυα Κοινόχρηστων Ποδηλάτων στον κόσμο, αυτά της Λυών,

του Παρισιού και της Βαρκελώνης. Στη συνέχεια, έγινε διεξοδική περιγραφή του προβλήματος που πραγματεύεται η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, δηλαδή του προβλήματος του σχεδιασμού ενός τέτοιου δικτύου με τη χρήση στοχαστικής εκτιμώμενης ζήτησης. Τέλος, έγινε μια βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με τις εργασίες που πραγματεύονται το πρόβλημα σχεδιασμού ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων.

## 2 Μαθηματικό Μοντέλο

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων, όπως αυτό προσεγγίστηκε στην παρούσα μελέτη. Ακολούθως παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε προκειμένου να επιλυθεί το εν λόγω πρόβλημα. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην επεξήγηση των περιορισμών του μοντέλου και στη φυσική τους σημασία.

### 2.1 Περιγραφή του προβλήματος

Αντικείμενο του μαθηματικού μοντέλου είναι ο σχεδιασμός ενός ΔΚΠ σε μια συγκεκριμένη πόλη, η οποία βρίσκεται υπό μελέτη. Έχοντας ως στόχο την απόφαση για τις περιοχές στις οποίες θα εγκατασταθούν σταθμοί ενοικίασης ποδηλάτων σε ένα ΔΚΠ, θεωρήθηκε ότι υπάρχουν προκαθορισμένες υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών, σε καθεμιά από τις οποίες μπορεί τελικά να εγκατασταθεί σταθμός ή όχι.

Ο διαθέσιμος προϋπολογισμός της πόλης για την κατασκευή του συνόλου του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων είναι προκαθορισμένος, όπως, επίσης, και το κόστος αγοράς ενός ποδηλάτου, μιας θέσης στάθμευσης και ενός σταθμού. Συνεπώς, είναι θέμα βελτιστοποίησης με τη χρήση του μοντέλου προκειμένου να αποφασιστεί πόσους σταθμούς, ποδήλατα και θέσεις στάθμευσης θα περιλάβει στη λύση του.

Οι υποψήφιες τοποθεσίες ορίζονται και χωροταξικά στη δεδομένη πόλη. Συνεπώς, είναι γνωστές οι αποστάσεις μεταξύ τους. Με τον όρο αποστάσεις εννοείται η μικρότερη απόσταση μιας τοποθεσίας από μια άλλη ακολουθώντας τους δρόμους της πόλης ως πεζός. Έτσι, σε καμία περίπτωση δεν υπονοείται η απόσταση σε ευθεία γραμμή στο χάρτη ούτε, όμως, λαμβάνονται υπόψη μονοδρομήσεις που μπορεί να τροποποιήσουν την απόσταση, όταν αυτή καλύπτεται από όχημα. Μάλιστα, οι αποστάσεις των τοποθεσιών μεταξύ τους μετατρέπονται σε χρόνους περπατήματος από τη μία τοποθεσία στην άλλη διαιρώντας την απόσταση με την ταχύτητα 4km/h, η οποία θεωρείται η μέση ταχύτητα βαδίσματος. Οι χρόνοι περπατήματος, λοιπόν, μεταξύ των τοποθεσιών είναι άλλο ένα δεδομένο του μοντέλου που αναπτύχθηκε.

Σε καθεμιά από αυτές τις τοποθεσίες ορίζεται μια τιμή εκτιμώμενης ζήτησης. Η ζήτηση διαιρείται σε δύο συνιστώσες: α) τη «Ζήτηση για Παραλαβή», που είναι ο αριθμός των χρηστών που επιθυμούν να πάρουν ένα ποδήλατο από ένα σταθμό, αν αυτός εγκατασταθεί στη συγκεκριμένη τοποθεσία και β) τη «Ζήτηση για Απόθεση», που είναι ο αριθμός των χρηστών που επιθυμούν να αφήσουν ένα ποδήλατο σε ένα σταθμό, αν αυτός εγκατασταθεί στη συγκεκριμένη τοποθεσία.

Το μέγεθος της ζήτησης πρέπει να αναφέρεται στη ζήτηση μιας ώρας. Αυτό το συμπέρασμα συνήχθη μετά από την επίλυση πολλών προβλημάτων με διάφορες χρονικές αναφορές ζήτησης. Σε ήδη εγκαταστημένα δίκτυα η μέση διάρκεια ενός ταξιδιού από τον ένα σταθμό στον άλλο με το ποδήλατο είναι 12 λεπτά [21]. Ωστόσο,

η αναγωγή της ζήτησης στα 12 λεπτά οδηγεί σε πολύ χαμηλές τιμές ζήτησης, με αποτέλεσμα τη δημιουργία σταθμών με λίγες θέσεις στάθμευσης και λίγα ποδήλατα, αφού αυτά θα επαρκούσαν για την κάλυψή της. Επειδή, όμως, η πρόβλεψη της ζήτησης ενέχει σφάλμα και η μεταβλητότητά της είναι σημαντική, οι σταθμοί πρέπει να είναι αρκετά μεγάλοι για να την καλύψουν σε κάθε περίπτωση. Επίσης, το 99% των ταξιδιών έχουν διάρκεια μικρότερη από 1 ώρα. Ανάγοντας, λοιπόν, τη ζήτηση στη μία ώρα, περιλαμβάνεται το σύνολο σχεδόν των ταξιδιών, με αποτέλεσμα οι τιμές της ζήτησης να είναι αρκετά μεγάλες και να οδηγήσουν σε μια λύση με μεγάλους σταθμούς. Έτσι, μοναδικός περιορισμός στο μέγεθος του κάθε σταθμού θα είναι το κόστος των θέσεων στάθμευσης και ο περιορισμός κόστους δε θα είναι χαλαρός λόγω χαμηλών απαιτήσεων ζήτησης.

## 2.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Το πρόβλημα διαμορφώθηκε ως ένα Αμιγώς Ακέραιο Γραμμικό Πρόβλημα. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε.

### 2.2.1 Δείκτες και Σύνολα

Οι δείκτες και το σύνολο που χρησιμοποιούνται στο μαθηματικό μοντέλο είναι τα εξής:

$i, k \in N$ : Οι υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών ποδηλάτων

### 2.2.2 Δεδομένα

Τα δεδομένα του μοντέλου είναι τα ακόλουθα:

$\overline{CB}$ : Το κόστος αγοράς ενός ποδηλάτου

$\overline{CS}$ : Το κόστος εγκατάστασης ενός σταθμού ποδηλάτων (χωρίς καμία θέση στάθμευσης)

$\overline{CTH}$ : Το κόστος κατασκευής μίας θέσης στάθμευσης σε έναν εγκατεστημένο σταθμό

$\overline{APE}_{ik}$ : Ο χρόνος περπατήματος από την τοποθεσία  $i$  στην τοποθεσία  $k$  (σε λεπτά)

|                              |  |
|------------------------------|--|
| $\overline{\text{maxper}}$ : | Ο μέγιστος χρόνος περπατήματος (σε λεπτά) μεταξύ δύο τοποθεσιών, από τις οποίες η μία έχει επιλεγεί για εγκατάσταση σταθμού και η άλλη όχι   |
| $\overline{BDG}$ :           | Ο συνολικός διαθέσιμος προϋπολογισμός για την εγκατάσταση όλου του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων  |
| $\overline{DF}_i$ :          | Η «Ζήτηση για Παραλαβή» από την τοποθεσία $i$  |
| $\overline{DE}_i$ :          | Η «Ζήτηση για Απόθεση» στην τοποθεσία $i$  |
| $\overline{Z \text{ min}}$ : | Ο ελάχιστος αριθμός θέσεων στάθμευσης που μπορεί να έχει ένας σταθμός ποδηλάτων  |
| $\overline{Z \text{ max}}$ : | Ο μέγιστος αριθμός θέσεων στάθμευσης που μπορεί να έχει ένας σταθμός ποδηλάτων   |
| $\overline{\text{perde}}$ :  | Το ποσοστό της ζήτησης που μεταφέρεται από μια τοποθεσία που δεν επιλέχθηκε για εγκατάσταση σταθμού στον κοντινότερο εγκατεστημένο σταθμό. Γίνεται η θεώρηση ότι αν δεν εγκατασταθεί σταθμός σε μια τοποθεσία, μέρος της ζήτησής της χάνεται ( $1 - \overline{\text{perde}}$ ) |
| $\overline{CDT}$ :           | Το μοναδιαίο κόστος της μεταφοράς μιας μονάδας ζήτησης από μια υποψήφια τοποθεσία χωρίς εγκατεστημένο σταθμό στον κοντινότερο σταθμό ανά λεπτό περπατήματος μεταξύ των δύο αυτών σημείων   |
| $\overline{CDEMAND}$ :       | Το μοναδιαίο κόστος για μια μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης  |
| $\overline{M}$ :             | Ένας πολύ μεγάλος αριθμός  |
| $\overline{m}$ :             | Ένας πολύ μικρός αριθμός   |

### 2.2.3 Μεταβλητές Απόφασης

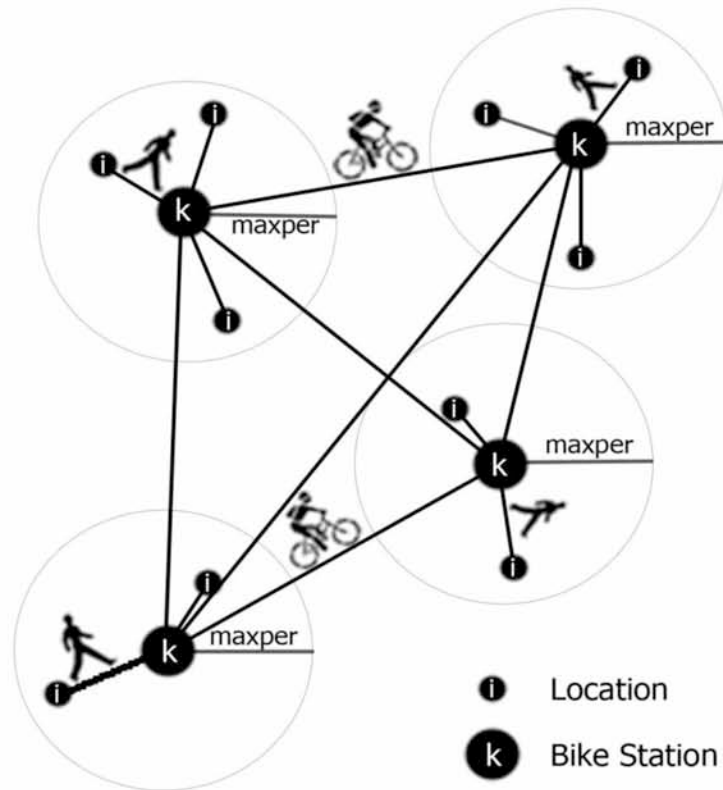
Οι μεταβλητές απόφασης του μοντέλου είναι οι εξής:

|         |  |
|---------|--|
| $X_k$ : | Δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν εγκαθίσταται σταθμός στην τοποθεσία $k$ και 0 αν όχι |
|---------|--|

- $Z_{ik}$  : Δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν η ζήτηση της υποψήφιας θέσης  $i$  εξυπηρετείται από τον εγκατεστημένο σταθμό στην τοποθεσία  $k$  και 0 αν όχι
- $DN_k$  : Γενική ακέραια μεταβλητή που ισούται με τον αριθμό των κατασκευασμένων θέσεων στάθμευσης ποδηλάτων στο σταθμό  $k$
- $BN_k$  : Γενική ακέραια μεταβλητή που ισούται με τον αριθμό των διαθέσιμων ποδηλάτων στο σταθμό  $k$
- $BF_k$  : Γενική ακέραια μεταβλητή που ισούται με τον αριθμό των ποδηλάτων που παραλαμβάνονται από το σταθμό  $k$
- $BE_k$  : Γενική ακέραια μεταβλητή που ισούται με τον αριθμό των ποδηλάτων που αποτίθενται στο σταθμό  $k$
- $UDBinF_k$  : Δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν ο σταθμός  $k$  δεν μπορεί να εξυπηρετήσει μερική «Ζήτηση για Παραλαβή» (ανεπαρκής αριθμός διαθέσιμων ποδηλάτων) και 0 αν όχι
- $UDBinE_k$  : Δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν ο σταθμός  $k$  δεν μπορεί να εξυπηρετήσει μερική «Ζήτηση για Απόθεση» (ανεπαρκής αριθμός ελεύθερων θέσεων στάθμευσης) και 0 αν όχι

#### 2.2.4 Επεξήγηση της θεώρησης του μοντέλου

Σε αυτό το σημείο και πριν την παρουσίαση των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης, είναι απαραίτητη η αναλυτικότερη επεξήγηση του μοντέλου. Στο Σχήμα 2-1 παρουσιάζεται αναλυτικά η θεώρηση του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων, όπως αυτή έγινε στην παρούσα εργασία.  $N$  τοποθεσίες  $i$  είναι προκαθορισμένες μαζί με τη «Ζήτηση για Παραλαβή» και τη «Ζήτηση για Απόθεση» της καθεμιάς. Ο χρόνος περπατήματος μεταξύ αυτών των  $N$  θέσεων είναι, επίσης, γνωστός. Συνεπώς, είναι θέμα βελτιστοποίησης πόσοι σταθμοί ποδηλάτων θα εγκατασταθούν και πού, ώστε κάθε τοποθεσία να έχει έναν κοντινό σταθμό. Οι περιοχές  $k$ , όπου είναι εγκατεστημένοι οι σταθμοί, είναι ένα υποσύνολο των τοποθεσιών  $i$ .



Σχήμα 2-1: Σχηματική αναπαράσταση του ΔΚΠ, όπως αυτό θεωρείται από το μαθηματικό μοντέλο

Εάν ο προϋπολογισμός δεν είναι αρκετός προκειμένου να εγκατασταθούν σταθμοί σε όλες τις  $N$  τοποθεσίες, σε ορισμένες περιοχές  $i$  δε θα εγκατασταθεί σταθμός. Αυτές οι περιοχές θα πρέπει να έχουν ένα κοντινό σταθμό  $k$ , ο οποίος πρέπει να βρίσκεται σε απόσταση όχι μεγαλύτερη από ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ( $\overline{\text{maxper}}$ ) με τα πόδια. Όταν συμβαίνει αυτό, ένα ποσοστό ( $\overline{\text{perde}}$ ) της ζήτησης των  $i$  τοποθεσιών θεωρείται ότι μεταφέρεται σε αυτόν τον σταθμό  $k$ . Δηλαδή, κάποιοι υποψήφιοι πελάτες της περιοχής  $i$  προτίθενται να περπατήσουν ως το σταθμό  $k$  για να πάρουν ποδήλατο και να χρησιμοποιήσουν το δίκτυο, παρ' όλο που δεν υπάρχει σταθμός στην περιοχή  $i$ , όπως θα επιθυμούσαν. Με τον τρόπο αυτό, θεωρείται ότι η περιοχή  $i$  εξυπηρετείται από το σταθμό  $k$ , δηλαδή  $Z_{ik} = 1$ . Η υπόλοιπη ζήτησή της περιοχής  $i$  δεν εξυπηρετείται, διότι θεωρείται ότι μερικοί πολίτες δε θα πάρουν ποδήλατο λόγω της απόστασης του σταθμού  $k$  από την περιοχή τους  $i$ . Συνεπώς, η παράμετρος  $\overline{\text{perde}}$  είναι ένα μέτρο της προθυμίας των πολιτών μιας πόλης να περπατήσουν για να πάρουν ποδήλατο, δηλαδή είναι ένα μέτρο της δημοτικότητας του ποδηλάτου ως μέσου μετακίνησης. Αν  $\overline{\text{perde}} \rightarrow 1$ , τότε η

δημοτικότητα του ποδηλάτου είναι υψηλή σε μια πόλη. Αν  $\overline{perde} \rightarrow 0$ , τότε η δημοτικότητα του ποδηλάτου είναι χαμηλή.

Από τη μία πλευρά, η μεταβίβαση της ζήτησης είναι αναπόφευκτη, διότι ο περιορισμένος προϋπολογισμός δεν επιτρέπει να εγκατασταθούν σταθμοί σε όλες τις θέσεις. Από την άλλη πλευρά, δεν είναι επιθυμητή, διότι αυτό σημαίνει ότι οι χρήστες του δικτύου θα πρέπει να περπατήσουν από την τοποθεσία  $i$ , όπου θα προτιμούσαν να υπάρχει σταθμός, στον εγκατεστημένο σταθμό  $k$  και το αντίστροφο. Αυτό θα οδηγούσε σε κακή ποιότητα των υπηρεσιών που προσφέρονται στους χρήστες του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων, κι έτσι κάποιοι πιθανοί πελάτες δε θα χρησιμοποιήσουν τελικά το δίκτυο.

### 2.2.5 Αντικειμενική Συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου είναι ελαχιστοποίηση τριών όρων:

$$\begin{aligned} MINIMIZE : & \overline{CDT} * \overline{perde} * \sum_i \sum_k (\overline{DF}_i + \overline{DE}_i) * Z_{ik} * \overline{APE}_{ik} + \\ & + \overline{CDEMAND} * (\sum_k \overline{DF}_k - BF_k) + \\ & + \overline{CDEMAND} * (\sum_k \overline{DE}_k - BE_k) \end{aligned}$$

2-1

Ο πρώτος όρος εκφράζει την μέγεθος της ζήτησης που μεταφέρεται από την τοποθεσία  $i$  στο σταθμό  $k$  από τον οποίο εξυπηρετείται. Η περιοχή  $i$  απέχει συγκεκριμένο χρόνο περπατήματος από το σταθμό  $k$ . Έτσι, το μοντέλο θα προτείνει μια πυκνή κατανομή των σταθμών, μη εγκαθιστώντας σταθμούς σε περιοχές με χαμηλή ζήτηση εξασφαλίζοντας ότι αυτοί βρίσκονται όσο το δυνατόν πιο κοντά σε ένα σταθμό. Αυτός ο όρος πολλαπλασιάζεται με το μοναδιαίο κόστος  $\overline{CDT}$  για να διαφοροποιηθεί το μέγεθος της βαρύτητάς του από τους άλλους δύο όρους.

Ο δεύτερος και ο τρίτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης εισάγονται για την ελαχιστοποίηση της ανικανοποίητης ζήτησης. Υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις παραμέτρους  $\overline{DF}_k$  και  $\overline{DE}_k$  και στις μεταβλητές απόφασης  $BF_k$  και  $BE_k$ . Οι πρώτες εκφράζουν τους χρήστες που θα επιθυμούσαν να παραλάβουν ή να αποθέσουν ένα ποδήλατο από και προς σε μια υποψήφια τοποθεσία σταθμού αντίστοιχα. Ωστόσο, ο σταθμός  $k$  μπορεί να μη διαθέτει τα απαιτούμενα ποδήλατα ή τις απαιτούμενες ελεύθερες θέσεις στάθμευσης για να εξυπηρετήσουν αυτούς τους δύο τύπους της ζήτησης αντίστοιχα. Έτσι, ο αριθμός των ποδηλάτων που τελικά παραλαμβάνονται ή αποτίθενται σε ένα σταθμό  $k$  εκφράζεται από τις δύο μεταβλητές που αναφέρθηκαν.



Αυτοί οι δύο όροι πολλαπλασιάζονται με το ίδιο μοναδιαίο κόστος  $\overline{CDEMAND}$  που σημαίνει ότι δεν δίνεται διαφορετική βαρύτητα σε κανένα από τους δύο.

Ο στόχος του μοντέλου δεν είναι μόνο να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερη ζήτηση (δεύτερος και τρίτος όρος), αλλά επίσης και να παράσχει τις καλύτερες υπηρεσίες στους χρήστες. Για το λόγο αυτό, εισάγεται ο πρώτος όρος έτσι ώστε μόνο λίγοι πελάτες από τις τοποθεσίες  $i$  χωρίς σταθμό ( $\overline{perde} * (\overline{DE}_{ii} + \overline{DE}_{it})$ ) θα πρέπει να περπατήσουν για ένα ελάχιστο χρονικό διάστημα ( $\overline{APE}_{ik}$ ) στο σταθμό  $k$  ( $Z_{ik}$ ). Διαφορετικά, χωρίς τον όρο αυτό το μοντέλο προτείνει λύση όπου οι περιοχές υψηλής ζήτησης εξυπηρετούνται από όχι και τόσο κοντινούς σταθμούς χαμηλής ζήτησης.

Οι τρεις όροι πολλαπλασιάζονται με μια παράμετρο προκειμένου να εκφράζονται στην ίδια μονάδα (€). Έτσι, οι μονάδες του  $\overline{CDT}$  είναι (€ / πελάτη / λεπτό) και οι μονάδες του  $\overline{CDEMAND}$  είναι (€ / πελάτη). Η δεύτερη και η τρίτη περίοδος πολλαπλασιάζονται με το ίδιο μοναδιαίο κόστος  $\overline{CDEMAND}$  που σημαίνει ότι δεν δίνεται διαφορετική βαρύτητα είτε στη «Ζήτηση για Παραλαβή» είτε στη «Ζήτηση για Απόθεση» ποδηλάτων. Δηλαδή, σκοπός του μοντέλου είναι η ικανοποίηση και των δύο μορφών ζήτησης εξίσου.

## 2.2.6 Περιορισμοί

Το πρόβλημα υπόκειται στους παρακάτω περιορισμούς:

$$\overline{CB} * \sum_k BN_k + \overline{CS} * \sum_k X_k + \overline{CTH} * \sum_k DN_k \leq \overline{BDG} \quad 2-2$$

$$X_k * \overline{Z \min} \leq DN_k \leq X_k * \overline{Z \max}, \forall k \quad 2-3$$

$$BN_k \leq DN_k, \forall k \quad 2-4$$

$$Z_{ik} \leq X_k, \forall i, k \quad 2-5$$

$$X_k \leq Z_{kk}, \forall k \quad 2-6$$

$$\sum_k Z_{ik} = 1, \forall i \quad 2-7$$

$$Z_{ik} \leq \frac{\overline{\text{maxper}}}{APE_{ik}}, \forall i, k, i \neq k \quad 2-8$$

$$BF_k \leq BN_k, \forall k \quad 2-9$$

$$BE_k \leq DN_k - BN_k, \forall k \quad 2-10$$

$$BF_k \leq \overline{DF}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DF}_i * \overline{\text{perde}} \right), \forall k \quad 2-11$$

$$BE_k \leq \overline{DE}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DE}_i * \overline{\text{perde}} \right), \forall k \quad 2-12$$

$$\begin{aligned} & \left[ \overline{DF}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DF}_i * \overline{\text{perde}} \right) - BN_k \right] * \bar{m} \leq \text{UDBinF}_k \leq \\ & \leq 1 + \left[ \overline{DF}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DF}_i * \overline{\text{perde}} \right) - BN_k \right] * \bar{m}, \forall k \end{aligned} \quad 2-13$$

$$\begin{aligned} & \left[ \overline{DE}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DE}_i * \overline{\text{perde}} \right) - (DN_k - BN_k) \right] * \bar{m} \leq \text{UDBinE}_k \leq \\ & \leq 1 + \left[ \overline{DE}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DE}_i * \overline{\text{perde}} \right) - (DN_k - BN_k) \right] * \bar{m}, \forall k \end{aligned} \quad 2-14$$

$$\begin{aligned} \overline{DF}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DF}_i * \overline{\text{perde}} \right) - \overline{M} * UDBinF_k &\leq BF_k \leq \\ &\leq \overline{DF}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DF}_i * \overline{\text{perde}} \right) + \overline{M} * UDBinF_k, \forall k \end{aligned} \quad 2-15$$

$$BN_k - \overline{M} * (1 - UDBinF_k) \leq BF_k \leq BN_k + \overline{M} * (1 - UDBinF_k), \forall k \quad 2-16$$

$$\begin{aligned} \overline{DE}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DE}_i * \overline{\text{perde}} \right) - \overline{M} * UDBinE_k &\leq BE_k \leq \\ &\leq \overline{DE}_k + \left( \sum_{i \neq k} Z_{ik} * \overline{DE}_i * \overline{\text{perde}} \right) + \overline{M} * UDBinE_k, \forall k \end{aligned} \quad 2-17$$

$$\begin{aligned} (DN_k - BN_k) - \overline{M} * (1 - UDBinE_k) &\leq BE_k \leq \\ &\leq (DN_k - BN_k) + \overline{M} * (1 - UDBinE_k), \forall k \end{aligned} \quad 2-18$$

$$X_k = \{0, 1\}, \forall k \quad 2-19$$

$$Z_{ik} = \{0, 1\}, \forall i, k \quad 2-20$$

$$UDBinF_k = \{0, 1\}, \forall k \quad 2-21$$

$$UDBinE_k = \{0, 1\}, \forall k \quad 2-22$$

$$DN_k \geq 0, \forall k \quad \text{general integer} \quad 2-23$$

$$BN_k \geq 0, \forall k \text{ general integer} \quad 2-24$$

$$BE_k \geq 0, \forall k \text{ general integer} \quad 2-25$$

$$BF_k \geq 0, \forall k \text{ general integer} \quad 2-26$$

Ο περιορισμός 2-2 εγγυάται ότι το συνολικό κόστος εγκατάστασης όλων των σταθμών, της κατασκευή όλων των θέσεων στάθμευσης σε αυτούς, καθώς και της αγοράς όλων των ποδηλάτων δεν υπερβαίνει το διαθέσιμο προϋπολογισμό. Ο περιορισμός 2-3 εξασφαλίζει ότι οι θέσεις στάθμευσης των ποδηλάτων σε κάθε εγκατεστημένο σταθμό είναι μεταξύ της επιτρεπόμενης ελάχιστης και μέγιστης τιμή. Ο περιορισμός 2-4 εξασφαλίζει ότι κάθε σταθμός δεν μπορεί να έχει περισσότερα ποδήλατα από τον αριθμό των θέσεων στάθμευσής του .

Ο περιορισμός 2-5 εγγυάται ότι μια τοποθεσία  $i$  δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί από την τοποθεσία  $k$ , αν δεν έχει κατασκευαστεί σταθμός στην τοποθεσία  $k$ . Ο περιορισμός 2-6 εγγυάται ότι, εάν ένας σταθμός έχει κατασκευαστεί στην τοποθεσία  $k$  αυτή η τοποθεσία θα πρέπει να εξυπηρετείται από το δικό της σταθμό. Ο περιορισμός 2-7 διασφαλίζει ότι κάθε τοποθεσία  $i$  μπορεί να εξυπηρετείται ακριβώς από ένα σταθμό ποδηλάτων  $k$ . Ο περιορισμός 2-8 εκφράζει ότι ένας εγκατεστημένος σταθμός  $k$  μπορεί να εξυπηρετήσει μόνο τοποθεσίες που βρίσκονται μέσα σε ένα μέγιστο χρόνο περπατήματος από αυτόν .

Ο περιορισμός 2-9 εξασφαλίζει ότι τα ποδήλατα που μπορούν να φύγουν από ένα σταθμό δεν μπορεί να είναι περισσότερα από τα διαθέσιμα. Ο περιορισμός 2-10 εξασφαλίζει ότι τα ποδήλατα που μπορούν να έρθουν σε ένα σταθμό δεν μπορεί να είναι περισσότερα από τις ελεύθερες θέσεις στάθμευσης. Ο περιορισμός 2-11 εκφράζει ότι τα ποδήλατα που μπορούν να φύγουν από ένα σταθμό δεν μπορεί να είναι περισσότερα από τη «Ζήτηση για Παραλαβή» αυτού του σταθμού, συν το ποσοστό της ζήτησης των περιοχών που εξυπηρετεί ο σταθμός αυτός. Ο περιορισμός 2-12 εκφράζει το ίδιο με το προηγούμενο, αλλά για τη «Ζήτηση για Απόθεση».

Ο περιορισμός 2-13 αναγκάζει τη μεταβλητή  $UDBinF_k$  να είναι ίση με 1, εάν ένας σταθμός  $k$  δεν μπορεί να εξυπηρετήσει μέρος της «Ζήτησης για Παραλαβή» και διαφορετικά 0. Ο περιορισμός 2-14 αναγκάζει τη μεταβλητή  $UDBinE_k$  να είναι ίση με 1, εάν ένας σταθμός  $k$  δεν μπορεί να εξυπηρετήσει μέρος της «Ζήτησης για Απόθεση» και διαφορετικά 0.

Οι περιορισμοί 2-15 και 2-16 εγγυώνται ότι αν υπάρχει ανικανοποίητη «Ζήτηση για Παραλαβή», όλα τα διαθέσιμα ποδήλατα θα φύγουν από το σταθμό και αν δεν υπάρχει ανικανοποίητη «Ζήτηση για Απόθεση», όλη η ζήτηση ικανοποιείται.

Οι περιορισμοί 2-17 και 2-18 εγγυώνται ότι αν υπάρχει ανικανοποίητη «Ζήτηση για Απόθεση», όλα τα ποδήλατα θα γεμίσουν τις διαθέσιμα θέσεις και αν δεν υπάρχει ανικανοποίητη «Ζήτηση για Απόθεση», όλη η ζήτηση θα πρέπει να ικανοποιείται.

Τέλος, οι περιορισμοί 2-19 ως 2-26 καλύπτουν την ακεραιότητα και τη μη αρνητικότητα των μεταβλητών απόφασης.

Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να εξηγηθεί πώς το μοντέλο αποφασίζει τον αριθμό των θέσεων στάθμευσης ενός σταθμού ( $DN_k$ ) και τα ποδήλατά του ( $BN_k$ ). Δίνοντας τιμές σε αυτές τις δύο μεταβλητές υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών  $UDBinF_k$  και  $UDBinE_k$  (περιορισμοί 2-13 και 2-14). Οι τελευταίες μεταβλητές καθορίζουν τον αριθμό των ποδηλάτων που θα φύγουν ή θα έρθουν στο σταθμό  $k$  ( $BF_k$  και  $BE_k$  περιορισμοί 2-15 έως 2-18). Από την αντικειμενική συνάρτηση 2-1 επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των  $-BF_k$  και  $-BE_k$ , δηλαδή η μεγιστοποίηση των εν λόγω μεταβλητών.

Συνεπώς, το μοντέλο επιδιώκει να ικανοποιήσει όσο το δυνατόν περισσότερους χρήστες που θέλουν να παραλάβουν ποδήλατο από τους σταθμούς. Έτσι, από στον περιορισμό 2-9 το μοντέλο προσθέτει όσο το δυνατόν περισσότερα ποδήλατα σε κάθε σταθμό και λόγω του περιορισμού 2-4 κατ' επέκταση προσθέτει όσο το δυνατόν περισσότερες θέσεις στάθμευσης σε κάθε σταθμό. Επίσης, το μοντέλο επιδιώκει να ικανοποιήσει όσο το δυνατόν περισσότερους χρήστες που επιθυμούν να αποθέσουν ποδήλατο στους σταθμούς. Έτσι, από τον περιορισμό 2-10 επιδιώκει όσο το δυνατόν περισσότερες ελεύθερες θέσεις στάθμευσης κυρίως αυξάνοντας τις κατασκευασμένες θέσεις στάθμευσης του σταθμού παρά μειώνοντας τα διαθέσιμα ποδήλατα, διότι το τελευταίο θα είχε αρνητική επίπτωση στην τιμή της μεταβλητής  $BF_k$ .

Έχοντας, λοιπόν, ως σκοπό την ελαχιστοποίηση της ανικανοποίητης ζήτησης, το μοντέλο προτείνει εκείνες τις τιμές των μεταβλητών  $DN_k$  και  $BN_k$  σε κάθε σταθμό που θα οδηγήσουν σε κατάλληλο αριθμό των διαθέσιμων ποδηλάτων και των ελεύθερων θέσεων στάθμευσης δεδομένης της διαφορετικής κατανομής της ζήτησης στις διάφορες υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών.

## 2.3 Επίλογος

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάστηκε το νέο μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε για το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Αρχικά, έγινε μια περιγραφή του εν λόγω προβλήματος, όπως αυτό προσεγγίστηκε από την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκαν οι δείκτες, τα δεδομένα και οι μεταβλητές απόφασης του προβλήματος, παράλληλα με μια διεξοδικότερη ανάλυση της θεώρησης που έγινε στο μοντέλο για το υπόψη πρόβλημα. Ακολούθως, έγινε η εξήγηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Τέλος, παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν οι μαθηματικοί περιορισμοί του μοντέλου.

## 3 Προσομοίωση Monte Carlo και Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση

### 3.1 Εισαγωγή στην Προσομοίωση Monte Carlo

#### 3.1.1 Ιστορία και Ορισμοί

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι μια ευρεία κατηγορία υπολογιστικών αλγορίθμων που βασίζονται σε επαναλαμβανόμενη τυχαία δειγματοληψία για την απόκτηση αριθμητικών αποτελεσμάτων [10]. Τυπικά, ο χρήστης της μεθόδου εκτελεί προσομοιώσεις πολλές φορές, προκειμένου να ληφθεί η κατανομή ενός άγνωστου πιθανοτικού φαινομένου. Χρησιμοποιούνται συχνά στα προβλήματα φυσικής και μαθηματικών και είναι πολύ χρήσιμες όταν είναι δύσκολο ή αδύνατο να ληφθεί μια έκφραση κλειστής μορφής, ή ανέφικτο να εφαρμοστεί ένας ντετερμινιστικός αλγόριθμος. Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται κυρίως σε τρεις διακριτές κατηγορίες προβλημάτων: τη βελτιστοποίηση, την αριθμητική ολοκλήρωση και την παραγωγή τιμών από μια κατανομή πιθανοτήτων.

Η σύγχρονη εκδοχή της μεθόδου Monte Carlo εφευρέθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1940 από τον Stanislaw Ulam, ενώ εργαζόταν για τα project των πυρηνικών όπλων στο Los Alamos National Laboratory. Πήρε το όνομά της από τον Nicholas Metropolis [11], από τα καζίνο του Monte Carlo, όπου ο θείος του Ulam συχνά έπαιζε τυχερά παιχνίδια. Η μέθοδος Monte Carlo πήρε το όνομά της από αυτά τα καζίνο, γιατί, όπως τα τυχερά παιχνίδια, βασίζεται σε πολλούς τυχαίους αριθμούς. Αμέσως μετά την ανακάλυψη του Ulam, ο John von Neumann κατάλαβε τη σημασία του και προγραμμάτισε τον υπολογιστή ENIAC ώστε να εκτελεί προσομοιώσεις Monte Carlo.

Οι μέθοδοι Monte Carlo ποικίλλουν, αλλά γενικά ακολουθούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο:

1. Αρχικά, ορίζεται μια περιοχή τιμών των στοχαστικών δεδομένων.
2. Κατόπιν, παράγονται τυχαίες τιμές από μια κατανομή πιθανοτήτων πάνω σε αυτή την περιοχή τιμών.
3. Στη συνέχεια, εκτελούνται ντετερμινιστικοί υπολογισμοί για τις τιμές αυτές των δεδομένων.
4. Τέλος, γίνεται η επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

Δεν υπάρχει κάποιος κοινός ορισμός για το Monte Carlo. Για παράδειγμα, ο Ripley [12] ορίζει την πιθανολογική μοντελοποίηση ως στοχαστική προσομοίωση, με το Monte Carlo να χρησιμοποιείται για την ολοκλήρωση Monte Carlo και τις στατιστικές αναλύσεις Monte Carlo. Ο καθηγητής στατιστικής στο Wayne State University Shlomo Sawilowsky [13] διαχωρίζει την προσομοίωση από τη μέθοδο

Monte Carlo και από την προσομοίωση Monte Carlo: η προσομοίωση είναι μια πλασματική αναπαράσταση της πραγματικότητας, η μέθοδος Monte Carlo είναι μια τεχνική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να λύσει ένα μαθηματικό ή στατιστικό πρόβλημα, ενώ η προσομοίωση Monte Carlo χρησιμοποιεί επαναλαμβανόμενες δειγματοληψίες για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων κάποιου φαινομένου. Για παράδειγμα:

Προσομοίωση: Η επιλογή **μιας** ψευδο-τυχαίας ομοιόμορφης μεταβλητής από το διάστημα  $(0,1]$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση της ρίψης ενός νομίσματος: Εάν η τιμή είναι μικρότερη από ή ίση με  $0,50$  το αποτέλεσμα ορίζεται ως κορώνα, αλλά αν η τιμή είναι μεγαλύτερη από  $0,50$  το αποτέλεσμα ορίζεται ως γράμματα. Αυτή είναι μια προσομοίωση, αλλά δεν είναι μια προσομοίωση Monte Carlo .

Μέθοδος Monte Carlo: Το άδειασμα ενός κουτιού με κέρματα σε ένα τραπέζι, και στη συνέχεια ο υπολογισμός της αναλογίας των κερμάτων που προσγειώνονται κορώνα έναντι αυτών που προσγειώνονται γράμματα είναι μια μέθοδος Monte Carlo για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς των επαναλαμβανόμενων ρίψεων ενός κέρματος (κορώνα-γράμματα), αλλά δεν είναι προσομοίωση.

Προσομοίωση Monte Carlo: Η επιλογή ενός **μεγάλου αριθμού** ψευδο-τυχαίων ομοιόμορφων μεταβλητών από το διάστημα  $(0,1]$ , και η ανάθεση των τιμών που είναι μικρότερες ή ίσες με  $0,50$  σε κορώνα και αυτών που είναι μεγαλύτερες από  $0,50$  σε γράμματα, είναι μια προσομοίωση Monte Carlo για τη συμπεριφορά των επαναλαμβανόμενων ρίψεων ενός κέρματος (κορώνα-γράμματα).

Οι Kalos και Whitlock [14] επισημαίνουν ότι τέτοιες διακρίσεις δεν είναι πάντα εύκολο να γίνουν. Για παράδειγμα, η εκπομπή ακτινοβολίας από τα άτομα είναι μια φυσική στοχαστική διαδικασία. Μπορεί να προσομοιωθεί άμεσα ή η μέση συμπεριφορά της μπορεί να περιγραφεί από στοχαστικές εξισώσεις που μπορούν οι ίδιες να επιλυθούν με τη χρήση μεθόδων Monte Carlo. Πράγματι, ο ίδιος κώδικας στον υπολογιστή μπορεί να θεωρηθεί ταυτοχρόνως ως «φυσική προσομοίωση» ή ως επίλυση των εξισώσεων με φυσικές δειγματοληψίες.

### 3.1.2 Monte Carlo και τυχαίοι αριθμοί

Οι προσομοιώσεις Monte Carlo δε χρειάζεται πάντα να χρησιμοποιούν πραγματικά τυχαίους αριθμούς, ενώ για ορισμένες εφαρμογές, όπως είναι οι αναλύσεις πρώτων αριθμών, το απρόβλεπτο είναι ζωτικής σημασίας. Πολλές τεχνικές χρησιμοποιούν ντετερμινιστικές, ψευδο-τυχαίες ακολουθίες, γεγονός που καθιστά εύκολη την επανάληψη των προσομοιώσεων. Η μόνη ιδιότητα που συνήθως



απαιτείται για την επίτευξη καλών προσομοιώσεων είναι η ψευδο-τυχαία ακολουθία να είναι «αρκετά τυχαία» κατά κάποιο τρόπο.

Τι σημαίνει αυτό εξαρτάται από την εφαρμογή, αλλά τυπικά η ψευδο-τυχαία ακολουθία θα πρέπει να περάσει μια σειρά στατιστικών δοκιμών. Η πιο συνήθης δοκιμή είναι ο έλεγχος ότι οι αριθμοί είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι ή ακολουθούν κάποια άλλη επιθυμητή κατανομή, όταν παράγεται ένας αρκετά μεγάλος αριθμός τιμών της ακολουθίας. Επίσης, αναγκαία είναι η ασθενής συσχέτιση μεταξύ διαδοχικών δειγματοληψιών.

Ο Sawilowsky [13] απαριθμεί τα χαρακτηριστικά μιας υψηλής ποιότητας προσομοίωσης Monte Carlo:

- η γεννήτρια (ψευδο-τυχαίων) αριθμών έχει ορισμένα χαρακτηριστικά (π.χ. μια μεγάλη «περίοδο» επανάληψης της ακολουθίας)
- η γεννήτρια (ψευδο-τυχαίων) αριθμών παράγει τιμές που περνούν τεστ τυχειότητας
- υπάρχουν αρκετά δείγματα για να εξασφαλιστούν ακριβή αποτελέσματα
- χρησιμοποιείται η σωστή τεχνική δειγματοληψίας
- ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι έγκυρος για το φαινόμενο, το οποίο μοντελοποιείται
- ο αλγόριθμος προσομοιώνει το εν λόγω φαινόμενο

Οι αλγόριθμοι δειγματοληψίας ψευδο-τυχαίων αριθμών χρησιμοποιούνται για το μετασχηματισμό ομοιόμορφα κατανεμημένων ψευδο-τυχαίων αριθμών σε αριθμούς που κατανέμονται σύμφωνα με μια δεδομένη κατανομή πιθανότητας.

Υπάρχουν μέθοδοι χρήσης πιθανοτήτων που δεν είναι προσομοιώσεις Monte Carlo. Για παράδειγμα, η ντετερμινιστική μοντελοποίηση χρησιμοποιώντας εκτιμήσεις ενός σημείου. Για κάθε αβέβαιη μεταβλητή σε ένα μοντέλο προκύπτει μια “best guess” εκτίμηση. Για κάθε μεταβλητή επιλέγονται σενάρια (όπως το καλύτερο, το χειρότερο, ή το πιο πιθανό σενάριο) και καταγράφονται τα αποτελέσματα.

Αντίθετα, οι προσομοιώσεις Monte Carlo παίρνουν τιμές από μια κατανομή πιθανότητας για κάθε μεταβλητή για να παράγουν εκατοντάδες ή χιλιάδες πιθανά αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα αναλύονται για να υπολογιστούν οι πιθανότητες των διάφορων εκβάσεων. Για παράδειγμα, η σύγκριση μεταξύ των παραδοσιακών “what if” σεναρίων και της προσομοίωσης Monte Carlo σε ένα μοντέλο για τον υπολογισμό του κόστους κατασκευής δείχνει ότι η ανάλυση Monte Carlo έχει στενότερο εύρος από την ανάλυση “what if”. Αυτό συμβαίνει επειδή η ανάλυση “what if” δίνει την ίδια βαρύτητα σε όλα τα σενάρια, ενώ η μέθοδος Monte Carlo δύσκολα παίρνει δείγματα από τις περιοχές με πολύ μικρή πιθανότητα. Τα δείγματα στις περιοχές αυτές ονομάζονται «σπάνια γεγονότα».

## 3.2 Εφαρμογές των μεθόδων Monte Carlo

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για την προσομοίωση φαινομένων με σημαντική αβεβαιότητα στα δεδομένα, καθώς και συστημάτων με ένα μεγάλο αριθμό συζευγμένων βαθμών ελευθερίας. Στη συνέχεια, αναλύονται ορισμένες περιοχές εφαρμογής τους [10].

### 3.2.1 Φυσικές επιστήμες

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι πολύ σημαντικές στην υπολογιστική φυσική, στη χημεία, και τους σχετικούς τομείς, και έχουν ποικίλες εφαρμογές από περίπλοκους υπολογισμούς κβαντικής χρωμοδυναμικής μέχρι το σχεδιασμό ασπίδων θερμότητας και αεροδυναμικών μορφών. Στη στατιστική φυσική η μοριακή μοντελοποίηση Monte Carlo είναι μια εναλλακτική για την υπολογιστική μοριακή δυναμική και οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των στατιστικών θεωριών στον τομέα των συστημάτων απλών σωματιδίων και πολυμερών. Οι μέθοδοι Quantum Monte Carlo λύνουν το πρόβλημα των πολλών σωμάτων για τα κβαντικά συστήματα. Στην πειραματική φυσική των σωματιδίων οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό ανιχνευτών, την κατανόηση της συμπεριφοράς τους και τη σύγκριση των πειραματικών δεδομένων με τη θεωρία. Στην αστροφυσική χρησιμοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους ώστε να μοντελοποιήσουν τόσο την εξέλιξη των γαλαξιών όσο και τη μετάδοση της ακτινοβολίας μικροκυμάτων μέσω μιας δύσβατης πλανητικής επιφάνειας. Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται επίσης στα μοντέλα ensemble που αποτελούν τη βάση της σύγχρονης πρόβλεψης του καιρού.

### 3.2.2 Μηχανική

Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται ευρέως στη μηχανική για την ανάλυση ευαισθησίας και την ποσοτική ανάλυση πιθανοτήτων στο σχεδιασμό μιας διαδικασίας. Η ανάγκη προκύπτει από τη διαδραστική, γραμμική και μη γραμμική συμπεριφορά των τυπικών προσομοιώσεων των διαδικασιών. Για παράδειγμα:

- Στον τομέα της μικροηλεκτρονικής τεχνολογίας, οι μέθοδοι Monte Carlo εφαρμόζονται για την ανάλυση συσχετιζόμενων και μη συσχετιζόμενων μεταβολών στα αναλογικά και ψηφιακά ολοκληρωμένα κυκλώματα.
- Στη γεωστατιστική και στη γεωμεταλλουργία, οι μέθοδοι Monte Carlo υποστηρίζουν το σχεδιασμό των διαγραμμάτων επεξεργασίας των ορυκτών και συμβάλουν στην ποσοτική ανάλυση ρίσκου.

- Στην αιολική ενέργεια, η προβλεπόμενη παραγωγή ενέργειας από αιολικό πάρκο κατά τη διάρκεια της ζωής του υπολογίζεται με διαφορετικά επίπεδα αβεβαιότητας (P90, P50 κλπ.)
- Προσομοιώνονται οι επιπτώσεις της ρύπανσης του πετρελαίου σε σχέση με τη βενζίνη.
- Στην αυτόνομη ρομποτική, ο εντοπισμός Monte Carlo μπορεί να προσδιορίσει τη θέση του ρομπότ. Συχνά εφαρμόζεται σε στοχαστικά φίλτρα, όπως το φίλτρο Kalman ή το φίλτρο σωματιδίων, που αποτελούν την καρδιά του αλγορίθμου SLAM (Simultaneous Localization and Mapping).
- Στον τομέα των τηλεπικοινωνιών, κατά το σχεδιασμό ενός ασύρματου δικτύου, θα πρέπει να αποδειχθεί η λειτουργικότητά του για μια ευρεία ποικιλία σεναρίων που εξαρτώνται κυρίως από τον αριθμό των χρηστών, τις θέσεις τους και τις υπηρεσίες που θέλουν να χρησιμοποιήσουν. Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται συνήθως για την παραγωγή αυτών των χρηστών και των καταστάσεών τους. Η απόδοση του δικτύου στη συνέχεια αξιολογείται και, εάν τα αποτελέσματα δεν είναι ικανοποιητικά, ο σχεδιασμός του δικτύου περνά μέσα από μια διαδικασία βελτιστοποίησης.
- Στη μηχανική αξιοπιστία, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει προσομοίωση Monte Carlo για τη δημιουργία χρόνων Mean Time Between Failures (MTBF) και Mean Time To Repair (MTTR) για διάφορα εξαρτήματα.

### 3.2.3 Εφαρμοσμένη στατιστική

Στην εφαρμοσμένη στατιστική, οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται συνήθως για δύο λόγους :

1. Με σκοπό να συγκρίνουν στατιστικές για μικρά δείγματα υπό ρεαλιστικές συνθήκες δεδομένων. Αν και το σφάλμα τύπου I και οι ιδιότητες δύναμης των στατιστικών μπορούν να υπολογιστούν για τα δεδομένα που προέρχονται από κλασικές θεωρητικές κατανομές (π.χ. κανονική καμπύλη, κατανομή Cauchy) για ασυμπτωτικές συνθήκες (δηλ. άπειρο μέγεθος δείγματος και απειροελάχιστα μικρή επίδραση της μεταχείρισης), τα πραγματικά δεδομένα δεν έχουν συχνά τέτοιες κατανομές.
2. Με σκοπό να υλοποιούν τεστ υπόθεσης, που είναι πιο αποτελεσματικά από τα ακριβή τεστ όπως τεστ μεταλλαγής (που συχνά είναι αδύνατο να υπολογιστούν) ενώ είναι πιο ακριβή από τις κρίσιμες τιμές για τις ασυμπτωτικές κατανομές.

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι επίσης ένας συμβιβασμός μεταξύ προσεγγιστικής τυχαιοποίησης και τεστ μεταλλαγής. Ένα τεστ προσεγγιστικής τυχαιοποίησης βασίζεται σε ένα καθορισμένο υποσύνολο όλων των μεταλλαγών. Η

προσέγγιση Monte Carlo βασίζεται σε ένα συγκεκριμένο αριθμό τυχαία επιλεγμένων μεταλλαγών.

### **3.2.4 Οικονομία και Επιχειρήσεις**

Οι μέθοδοι Monte Carlo στην οικονομία χρησιμοποιούνται συχνά για την αξιολόγηση των επενδύσεων σε έργα σε επίπεδο επιχείρησης ή ομίλου επιχειρήσεων, ή για την αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών παραγώγων. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μοντελοποιήσουν χρονοδιαγράμματα έργων, προσομοιώνοντας εκτιμήσεις για τη χειρότερη την καλύτερη και την πιο πιθανή περίπτωση για κάθε εργασία και για τον προσδιορισμό των αποτελεσμάτων για το σύνολο του έργου.

### **3.2.5 Χρήση στα μαθηματικά**

Σε γενικές γραμμές, οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων με τη δημιουργία κατάλληλων τυχαίων αριθμών και την τήρηση ότι το σύνολο των αριθμών υπακούει σε κάποια ή κάποιες ιδιότητες. Η μέθοδος είναι χρήσιμη για την απόκτηση αριθμητικών λύσεων σε προβλήματα που είναι πολύ περίπλοκα για να λυθούν αναλυτικά. Η πιο κοινή εφαρμογή της μεθόδου Monte Carlo είναι η ολοκλήρωση Monte Carlo.

#### **3.2.5.1 Ολοκλήρωση**

Οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι αριθμητικής ολοκλήρωσης λειτουργούν καλά σε ένα μικρό αριθμό διαστάσεων, αλλά αντιμετωπίζουν δύο προβλήματα όταν οι συναρτήσεις έχουν πολλές μεταβλητές. Πρώτον, ο αριθμός των εκτιμήσεων της συνάρτησης που απαιτείται αυξάνεται ραγδαία με τον αριθμό των διαστάσεων. Για παράδειγμα, εάν 10 εκτιμήσεις παρέχουν επαρκή ακρίβεια σε μία διάσταση, τότε  $10^{100}$  σημεία χρειάζονται για 100 διαστάσεις, τα οποία είναι πάρα πολλά για να υπολογιστούν. Αυτό ονομάζεται η κατάρα της διάστασης. Δεύτερον, το όριο μιας πολυδιάστατης περιοχής μπορεί να είναι πολύ περίπλοκο. Έτσι, μπορεί να μην είναι εφικτό να μειωθεί το πρόβλημα σε μία σειρά ένθετων μονοδιάστατων ολοκληρωμάτων. 100 διαστάσεις δεν είναι καθόλου ασυνήθιστο να υπάρχουν σε κάποιο πρόβλημα, δεδομένου ότι σε πολλά φυσικά προβλήματα μια «διάσταση» είναι ισοδύναμη με ένα βαθμό ελευθερίας.

Οι μέθοδοι Monte Carlo παρέχουν μια διέξοδο από αυτή την εκθετική αύξηση του χρόνου υπολογισμού. Όσο η εν λόγω συνάρτηση συμπεριφέρεται λογικά, μπορεί να εκτιμηθεί επιλέγοντας τυχαία σημεία στο χώρο 100-διαστάσεων και παίρνοντας κάποιο είδος μέσου όρου των τιμών της συνάρτησης σε αυτά τα σημεία. Με το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα, η μέθοδος αυτή εμφανίζει σύγκλιση  $1/\sqrt{N}$ , δηλαδή ο τετραπλασιασμός του αριθμού των σημείων δειγματοληψίας μειώνει στο μισό το σφάλμα, ανεξάρτητα από τον αριθμό των διαστάσεων.

Μια βελτίωση της μεθόδου αυτής περιλαμβάνει τη δειγματοληψία των σημείων τυχαία, αλλά πιο συχνά όταν το ολοκλήρωμα είναι μεγάλο. Για να επιτευχθεί αυτό ακριβώς, θα πρέπει να είναι γνωστό ήδη το ολοκλήρωμα, αλλά μπορεί κανείς να προσεγγίσει το ολοκλήρωμα με ένα ολοκλήρωμα παρόμοιας συνάρτησης ή να χρησιμοποιήσει προσαρμοστικές ρουτίνες, όπως στρωματοποιημένη δειγματοληψία, αναδρομική στρωματοποιημένη δειγματοληψία, προσαρμοστική δειγματοληψία ομπρέλα ή τον αλγόριθμο VEGAS.

Μια παρόμοια προσέγγιση, η μέθοδος quasi-Monte Carlo, χρησιμοποιεί ακολουθίες μικρής διαφοράς. Αυτές οι ακολουθίες «γεμίζουν» καλύτερα την περιοχή και παίρνουν δείγμα από τα πιο σημαντικά σημεία πιο συχνά, με αποτέλεσμα οι μέθοδοι quasi-Monte Carlo να μπορούν συχνά να συγκλίνουν στο ολοκλήρωμα πιο γρήγορα.

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων για τη δειγματοληψία σε έναν όγκο είναι η προσομοίωση τυχαίων περιπάτων πάνω σε αυτόν (Markov Chain Monte Carlo). Τέτοιες μέθοδοι περιλαμβάνουν τον αλγόριθμο Metropolis-Hastings, τη δειγματοληψία Gibbs και τον αλγόριθμο Wang και Landau.

### **3.2.5.2 Προσομοίωση και βελτιστοποίηση**

Μια ακόμα ισχυρή και πολύ δημοφιλής εφαρμογή για τυχαίους αριθμούς στην αριθμητική προσομοίωση είναι η αριθμητική βελτιστοποίηση. Το πρόβλημα είναι να ελαχιστοποιηθούν (ή να μεγιστοποιηθούν) συναρτήσεις σε κάποιο τομέα που έχει συχνά ένα μεγάλο αριθμό διαστάσεων. Πολλά προβλήματα μπορούν να διατυπωθούν με αυτόν τον τρόπο. Για παράδειγμα, ένα πρόγραμμα στον υπολογιστή για το σκάκι μπορεί να θεωρηθεί ως η προσπάθεια να βρεθεί το σύνολο των 10 κινήσεων που παράγει την καλύτερη τιμή συνάρτησης στο τέλος. Στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP) ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί η απόσταση που διανύεται.

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP) αποτελεί ένα συμβατικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Δηλαδή, όλα τα στοιχεία (οι

αποστάσεις μεταξύ κάθε σημείου προορισμού) που απαιτούνται για τον προσδιορισμό της βέλτιστης διαδρομής που πρέπει να ακολουθήσει, είναι γνωστά με βεβαιότητα και ο στόχος είναι να εξεταστούν οι πιθανές επιλογές ταξιδιού για να βρεθεί αυτή με τη χαμηλότερη συνολική απόσταση. Ωστόσο, αν υποθέσουμε ότι αντί να επιθυμούμε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική απόσταση που διανύει για να επισκεφθεί κάθε επιθυμητό προορισμό, θέλαμε να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για να φθάσει σε κάθε προορισμό. Αυτό είναι πέρα από τη συμβατική βελτιστοποίηση δεδομένου ότι ο χρόνος του ταξιδιού είναι εγγενώς αβέβαιος (κυκλοφοριακή συμφόρηση, ώρα της ημέρας κ.λπ.). Ως εκ τούτου, για τον προσδιορισμό της βέλτιστης διαδρομής χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί η προσομοίωση-βελτιστοποίηση προκειμένου πρώτα να γίνει κατανοητό το φάσμα των πιθανών χρόνων που θα μπορούσε να κάνει για να πάει από το ένα σημείο στο άλλο. Σε αυτή την περίπτωση το κόστος μεταξύ των σημείων αντιπροσωπεύεται από μια κατανομή πιθανότητας και όχι μια συγκεκριμένη απόσταση. Στη συνέχεια, βελτιστοποιούνται οι αποφάσεις διαδρομών για να προσδιοριστεί η καλύτερη διαδρομή που πρέπει να ακολουθηθεί λαμβάνοντας υπόψη αυτή την αβεβαιότητα.

Η προσομοίωση προβλημάτων της βιομηχανίας χρησιμοποιώντας λογισμικό υπολογιστικών φύλλων είναι μια ισχυρή εφαρμογή της προσομοίωσης Monte Carlo. Με ένα βασικό εργαλείο υπολογιστικών φύλλων και ορισμένους τύπους ενσωματωμένους στο φύλλο, η βιομηχανία μπορεί συχνά να επιτύχει καλές λύσεις χωρίς να χρειάζεται να προμηθευτεί κάποιο ακριβό λογισμικό προσομοίωσης.

### **3.2.5.3 Αντίστροφα προβλήματα**

Ένα αντίστροφο πρόβλημα είναι ένα γενικό πλαίσιο που χρησιμοποιείται για τη μετατροπή παρατηρούμενων μετρήσεων σε πληροφορίες σχετικά με ένα φυσικό αντικείμενο ή σύστημα [15]. Για παράδειγμα, έχοντας μετρήσεις του πεδίου βαρύτητας της Γης, τίθεται το ερώτημα: «δίνονται τα στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας, τι μπορούμε να πούμε για την κατανομή της πυκνότητας της Γης στην εν λόγω περιοχή;» Η λύση στο πρόβλημα αυτό (δηλ. την κατανομή πυκνότητας που ταιριάζει καλύτερα με τα δεδομένα) είναι χρήσιμη διότι γενικά δίνει πληροφορίες για μια φυσική παράμετρο που δεν μπορεί να παρατηρηθεί άμεσα. Έτσι, τα αντίστροφα προβλήματα είναι μερικά από τα πιο σημαντικά και καλά μελετημένα μαθηματικά προβλήματα στην επιστήμη και τα μαθηματικά.

Η πιθανοτική μορφοποίηση αντίστροφων προβλημάτων οδηγεί στον ορισμό μιας κατανομής πιθανότητας στο χώρο του μοντέλου. Αυτή η κατανομή πιθανότητας συνδυάζει προηγούμενες πληροφορίες με νέες που ελήφθησαν με τη μέτρηση ορισμένων παρατηρήσιμων παραμέτρων (δεδομένα). Επειδή, στη γενική περίπτωση, η θεωρία που συσχετίζει τα δεδομένα με τις παραμέτρους του μοντέλου είναι μη

γραμμική, η μεταγενέστερη πιθανότητα στο χώρο του μοντέλου μπορεί να μην είναι εύκολο να περιγραφεί (μπορεί να είναι πολυτροπική, κάποιες στιγμές μπορεί να μην ορίζεται κ.λπ.).

Όταν εξετάζεται ένα αντίστροφο πρόβλημα, η απόκτηση ενός μοντέλου μέγιστης πιθανότητας συνήθως δεν αρκεί, διότι είναι επιθυμητό, επίσης, να υπάρχουν πληροφορίες σχετικά με την τάξη της ανάλυσης των δεδομένων. Στη γενική περίπτωση μπορεί να έχουμε ένα μεγάλο αριθμό παραμέτρων του μοντέλου και η ανασκόπηση των οριακών πυκνοτήτων της πιθανότητας ενδιαφέροντος μπορεί να είναι ανέφικτη, ή ακόμα και άχρηστη. Αλλά είναι δυνατόν να παραχθεί ψευδοτυχαία ένα μεγάλο σύνολο από μοντέλα σύμφωνα με τη μεταγενέστερη κατανομή πιθανοτήτων και να αναλυθούν και να παρουσιαστούν τα μοντέλα με τέτοιο τρόπο ώστε οι πληροφορίες για τις σχετικές πιθανότητες των ιδιοτήτων μοντέλου μεταφέρεται στον ενδιαφερόμενο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω μιας αποτελεσματικής μεθόδου Monte Carlo, ακόμη και σε περιπτώσεις όπου δεν είναι διαθέσιμη ρητή φόρμουλα για την εκ των προτέρων κατανομή πιθανότητας.

Η πιο γνωστή μέθοδος δειγματοληψίας, ο αλγόριθμος Metropolis, μπορεί να γενικευθεί και αυτό δίνει μια μέθοδο που επιτρέπει την ανάλυση των (ενδεχομένως εξαιρετικά μη γραμμικών) αντίστροφων προβλημάτων με πολύπλοκες εκ των προτέρων πληροφορίες και δεδομένα με μια αυθαίρετη κατανομή θορύβου.

### **3.3 Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (Iterative Trichotomic Approach-ITA)**

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία χρησιμοποιείται μια επαναληπτική προσέγγιση χρησιμοποιώντας γύρους απόφασης. Σε κάθε γύρο λαμβάνει χώρα μια σειρά από προσομοιώσεις Monte Carlo-IP βελτιστοποιήσεις προσομοιώνοντας τις στοχαστικές παραμέτρους του μοντέλου «Ζήτηση για Παραλαβή» και «Ζήτηση για Απόθεση» της κάθε υποψήφιας τοποθεσίας σταθμού. Από τον κάθε γύρο απόφασης προκύπτουν πληροφορίες, οι οποίες συγκεντρώνονται με σκοπό να καταταγούν οι υποψήφιας τοποθεσίες σταθμών σε πράσινες, κόκκινες και γκρι ανάλογα με την επιλογή τους ή όχι για εγκατάσταση σταθμού. Από γύρο σε γύρο μειώνεται η διακύμανση (μέτρο της αβεβαιότητας) των γκρίζων υποψήφιων τοποθεσιών, έτσι ώστε η όλη διαδικασία να συγκλίνει σε μια τελική επιλογή σταθμών. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας περιλαμβάνει τη σημαντική πληροφορία του βαθμού βεβαιότητας που συνδέεται με κάθε τοποθεσία που έχει περιληφθεί ή όχι στην τελική λύση. Η προτεινόμενη διαδικασία λήψης αποφάσεων ονομάζεται Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση-ΕΤΠ (Iterative Trichotomic Approach-ITA) [16], διότι κατανέμει το σύνολο των υποψήφιων τοποθεσιών σταθμών σε τρία υποσύνολα: το πράσινο, το κόκκινο και το γκρι και υλοποιείται με επαναληπτικό τρόπο.

### 3.3.1 Η βασική ιδέα

Ο όρος «τριχοτόμηση» αναφέρεται στο διαχωρισμό ενός συνόλου σε τρία μέρη. Σε αυτό το πλαίσιο η προτεινόμενη διαδικασία λήψης αποφάσεων βασίζεται στο γεγονός ότι οι υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες με βάση τη σημασία τους και το επίπεδο της εκάστοτε αβεβαιότητας. Η αβεβαιότητα ενσωματώνεται χρησιμοποιώντας κατανομές πιθανότητας για τη ζήτηση των τοποθεσιών. Οι κατανομές αυτές μπορούν να έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά για κάθε υποψήφια τοποθεσία, όπως, επίσης, μπορεί να είναι διαφορετικές ανάμεσα στη «Ζήτηση για Παραλαβή» και τη «Ζήτηση για Απόθεση» της ίδιας τοποθεσίας. Η προσομοίωση Monte Carlo γίνεται με τη χρήση δειγματοληψίας από αυτές τις κατανομές. Η διαδικασία βελτιστοποίησης με το Μοντέλο Αμιγώς Ακέραιου Προγραμματισμού, που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, παρέχει μια βέλτιστη λύση.

Ο συνδυασμός της δειγματοληψίας και της βελτιστοποίησης είναι ο πυρήνας των υπολογισμών. Για παράδειγμα, εάν ο αριθμός των προσομοιώσεων Monte Carlo έχει οριστεί σε 1000, τότε θα πρέπει να πραγματοποιηθούν 1000 δειγματοληψίες και βελτιστοποιήσεις. Το αποτέλεσμα θα είναι 1000 βέλτιστες λύσεις με βάση τη δειγματοληψία των παραμέτρων του μοντέλου (σε αυτή την περίπτωση η ζήτηση των υποψήφιων τοποθεσιών σταθμών). Καθεμιά από αυτές τις 1000 βέλτιστες λύσεις περιλαμβάνει διαφορετικό συνδυασμό προτεινόμενων τοποθεσιών για εγκατάσταση σταθμών. Τελικά, το σύνολο των τοποθεσιών χωρίζεται σε τρία υποσύνολα: α) Τις πράσινες τοποθεσίες που υπάρχουν στην τελική λύση ως σταθμοί κάτω από όλες τις συνθήκες (δηλαδή σε όλες τις προσομοιώσεις Monte Carlo), β) Τις κόκκινες τοποθεσίες που απουσιάζουν από την τελική λύση κάτω από όλες τις συνθήκες και γ) Τις γκρι τοποθεσίες που είναι παρόντες σε ορισμένες από τις τελικές λύσεις.

Ο όρος «επαναληπτική» υποδηλώνει ότι η προτεινόμενη διαδικασία πραγματοποιείται σε μια σειρά γύρων αποφάσεων (ή κύκλων). Ένας συγκεκριμένος αριθμός γύρων αποφάσεων μπορεί να έχει προκαθοριστεί από την αρχή και κάθε γύρος τροφοδοτεί τον μεταγενέστερό του μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση στην τελική λύση. Από γύρο σε γύρο η αβεβαιότητα της ζήτησης μειώνεται για τις γκρι τοποθεσίες αναγκάζοντας κάποιες από αυτές να γίνουν είτε πράσινες ή κόκκινες. Η μείωση της αβεβαιότητας μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με τη λήψη περισσότερων πληροφοριών είτε με αυτόματη ομοιόμορφη μείωση των κατανομών πιθανότητας των γκρι τοποθεσιών.

Η ιδέα πίσω από την τριχοτομική προσέγγιση είναι ότι ο Αποφασίζων (Decision Maker-DM) μπορεί να επικεντρωθεί στις τοποθεσίες που δεν είναι σίγουρο ότι θα επιλεγούν για εγκατάσταση σταθμού. Οι σίγουρες τοποθεσίες (είτε εντός είτε εκτός των επιλεγμένων τοποθεσιών της λύσης) έχουν καθοριστεί και ο DM μπορεί να στρέψει την προσοχή του μόνο στις αμφιλεγόμενες τοποθεσίες (το γκρι υποσύνολο). Η μέθοδος παρέχει ποσοτικές και ποιοτικές πληροφορίες που δεν μπορούν να



αποκτηθούν με τη χρήση π.χ. των μέσων τιμών των κατανομών των ζητήσεων. Στην τελευταία αυτή περίπτωση, συνάγεται μία μοναδική βέλτιστη λύση για το πού θα εγκατασταθούν σταθμοί και πού όχι, χωρίς διάκριση σχετικά με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε μία από αυτές τις τοποθεσίες. Αντιθέτως, στην τριχοτομική προσέγγιση, προκύπτουν γόνιμες πληροφορίες σχετικά με το βαθμό βεβαιότητας της συμπερίληψης κάθε τοποθεσίας στην τελική λύση. Με άλλα λόγια, ο DM έχει συνολική εικόνα για τις διάφορες υποψήφιες λύσεις και έχει τη δυνατότητα να ελέγχει πλήρως τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Στην περίπτωση των τοποθεσιών που ενσωματώθηκαν στη λύση μόλις στον τελευταίο γύρω, ο DM μπορεί να χρησιμοποιήσει πρόσθετα κριτήρια για την περαιτέρω διάκριση των τοποθεσιών αυτών. Με άλλα λόγια, ο DM έχει επίγνωση της ιεράρχησης των υποψήφιων τοποθεσιών, δεδομένου ότι γνωρίζει σε ποιο γύρο απόφασης μια τοποθεσία εισέρχεται στο πράσινο υποσύνολο, δηλαδή επιλέγεται για την εγκατάσταση σταθμού. Όσο νωρίτερα μια τοποθεσία εισέρχεται στο πράσινο υποσύνολο τόσο πιο σίγουρος είναι ο DM για την παρουσία της στην τελική λύση.

### 3.3.2 Η διαδικασία προσομοίωσης-βελτιστοποίησης

Η προσομοίωση Monte Carlo και η βελτιστοποίηση με Μαθηματικό Προγραμματισμό είναι μια μάλλον πρόσφατη εξέλιξη που γίνεται εφικτή με την τεράστια βελτίωση σε υπολογιστική ισχύ κατά τη διάρκεια των τελευταίων ετών. Αν και είναι μια υπολογιστικά απαιτητική εργασία, αξίζει τον κόπο, καθώς παρέχει γόνιμες πληροφορίες σχετικά με την αβεβαιότητα της τελικής λύσης.

Χρησιμοποιώντας την προσομοίωση Monte Carlo μπορούν να θεωρηθούν διάφορες κατανομές πιθανοτήτων για τις αβέβαιες παραμέτρους (τη ζήτηση κάθε υποψήφιας τοποθεσίας). Με δειγματοληψία από αυτές τις κατανομές παίρνουμε τιμές για αυτές τις παραμέτρους του Μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού, το οποίο στη συνέχεια βελτιστοποιείται. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται  $N$  φορές ( $N$  είναι ένας μεγάλος αριθμός, π.χ.  $N = 1000$ ) και λάβουμε  $N$  βέλτιστες λύσεις που εκφράζουν όλες τις πιθανές καταστάσεις της ζήτησης (κάποιες από αυτές τις βέλτιστες λύσεις μπορεί να είναι ταυτόσημες).

Στο μαθηματικό μοντέλο που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι τιμές των παραμέτρων  $DF_i$  και  $DE_i$  λαμβάνονται από τη δειγματοληψία από την αντίστοιχη κατανομή πιθανότητας της ζήτησης της τοποθεσίας  $i$ . Το αποτέλεσμα του μοντέλου είναι η βέλτιστη επιλογή τοποθεσιών για εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων. Με την αξιοποίηση των πληροφοριών από τις  $N$  βέλτιστες λύσεις δημιουργούνται τρία υποσύνολα τοποθεσιών (εξ' ου και το όνομα της μεθόδου ως «τριχοτομική μέθοδος»):

- Το πράσινο υποσύνολο που περιέχει τις τοποθεσίες που βρίσκονται σε όλες τις λύσεις N.
- Το κόκκινο υποσύνολο που περιέχει τις τοποθεσίες που δε βρίσκονται σε καμιά από τις λύσεις N.
- Το γκρι υποσύνολο που περιέχει τις τοποθεσίες που βρίσκονται σε μερικές από τις λύσεις N.

Στον Πίνακα 3-1 απεικονίζεται ένα παράδειγμα 10 επαναλήψεων Monte Carlo με τα αποτελέσματα για κάθε τοποθεσία σε κάθε επανάληψη και την κατ' επέκταση κατηγοριοποίηση των τοποθεσιών σε πράσινες, κόκκινες και γκρι.

**Πίνακας 3-1: Παράδειγμα αποτελεσμάτων κάθε γύρου απόφασης**

|                                 | ΔΥΑΔΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΚΑΘΕ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ |         |         |      |     |      |
|---------------------------------|-----------------------------------|---------|---------|------|-----|------|
| ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ                       | X1                                | X2      | X3      | X4   | ... | Xn   |
| 1                               | 1                                 | 1       | 0       | 0    | ... | 1    |
| 2                               | 0                                 | 1       | 0       | 1    | ... | 0    |
| 3                               | 1                                 | 1       | 0       | 1    | ... | 0    |
| 4                               | 1                                 | 1       | 0       | 1    | ... | 0    |
| 5                               | 1                                 | 1       | 0       | 0    | ... | 1    |
| 6                               | 0                                 | 1       | 0       | 0    | ... | 1    |
| 7                               | 1                                 | 1       | 0       | 0    | ... | 0    |
| 8                               | 0                                 | 1       | 0       | 0    | ... | 1    |
| 9                               | 0                                 | 1       | 0       | 1    | ... | 0    |
| 10                              | 1                                 | 1       | 0       | 1    | ... | 1    |
|                                 |                                   |         |         |      |     |      |
| <b>ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ</b> | ΓΚΡΙ                              | ΠΡΑΣΙΝΗ | ΚΟΚΚΙΝΗ | ΓΚΡΙ | ... | ΓΚΡΙ |

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ειδικά τους πρώτους γύρους συνήθως δεν μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για το συνδυασμό επιλεγμένων τοποθεσιών που εμφανίζεται περισσότερο (με υψηλότερη συχνότητα) μεταξύ των 1000 επαναλήψεων, πράγμα που σημαίνει ότι οι λαμβανόμενες βέλτιστες λύσεις σπάνια είναι οι ίδιες και στις 1000 επαναλήψεις. Ως εκ τούτου, δεδομένου ότι δεν μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για τις πιο συχνές λύσεις, εξάγονται συμπεράσματα για τις πιο συχνά επιλεγμένες τοποθεσίες στις λύσεις. Ακριβώς αυτή η πληροφορία αξιοποιείται στη μέθοδο όπου μπορούμε να επικεντρωθούμε στο γκρι υποσύνολο, δηλαδή στις τοποθεσίες για τις οποίες δεν είμαστε σίγουροι.

Προκειμένου να διευκολυνθεί η διαδικασία λήψης απόφασης μπορούμε να ορίσουμε πιο χαλαρά όρια για τη συμπερίληψη μιας τοποθεσίας στο πράσινο και στο κόκκινο υποσύνολο. Για παράδειγμα, μπορούμε να ορίσουμε ένα «πράσινο» όριο στο 95%, που σημαίνει ότι αν μια τοποθεσία επιλέγεται για εγκατάσταση σταθμού στη βέλτιστη λύση στο 95% των επαναλήψεων, θεωρείται ότι ανήκει στο πράσινο

υποσύνολο. Κατά συνέπεια, αν θέσουμε ένα «κόκκινο» όριο στο 5%, αυτό σημαίνει ότι αν μια τοποθεσία επιλέγεται για εγκατάσταση σταθμού στη βέλτιστη λύση σε λιγότερο από 5% των επαναλήψεων, θεωρείται ότι ανήκει στο κόκκινο υποσύνολο. Τα όρια αυτά είναι συνήθως συμμετρικά, πράγμα που σημαίνει ότι ένα πράσινο όριο στο 99% συνεπάγεται ένα κόκκινο όριο στο 1%. Τα όρια αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν κάθε φορά που χρειάζεται να αυξηθεί η ικανότητα διακρίσεως στην πρώτη φάση, π.χ. όταν το πράσινο και το κόκκινο υποσύνολα είναι σχεδόν άδεια.

### **3.3.3 Εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας**

Όπως αναφέρθηκε, η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (ΕΤΠ) ενσωματώνει γύρους (ή κύκλους) αποφάσεων. Σε κάθε γύρο της ΕΤΠ μια διαδικασία προσομοίωσης-βελτιστοποίησης λαμβάνει χώρα, παρέχοντας το αντίστοιχα πράσινο, κόκκινο και γκρι υποσύνολα. Η διαδικασία είναι αρκετά ευέλικτη και μπορεί να εφαρμοστεί είτε με ένα προκαθορισμένο, σταθερό αριθμό γύρων είτε μέχρι να επιτευχθεί επαρκής σύγκλιση με ένα λιγότερο επίσημο τρόπο. Ένας τρίτος τρόπος για εφαρμογή της μεθόδου είναι η εκτέλεση μόλις δύο γύρων αποφάσεων.

#### **3.3.3.1 Προκαθορισμένος αριθμός γύρων**

Ο DM καθορίζει αρχικά τον αριθμό  $R$  των γύρων απόφασης. Στον πρώτο γύρο η δειγματοληψία Monte Carlo γίνεται με τις αρχικές κατανομές πιθανότητας των αβέβαιων παραμέτρων. Λαμβάνονται τα αποτελέσματα με τον ορισμό του πράσινου (1), κόκκινου (1) και γκρι (1) σετ (ο αριθμός στην παρένθεση υποδεικνύει τον γύρο από τον οποίο προκύπτουν τα αντίστοιχα σύνολα). Στο δεύτερο γύρο οι τοποθεσίες από το πράσινο (1) σετ θεωρούνται δεδομένες για εγκατάσταση σταθμού ποδηλάτων, ενώ εκείνες που ανήκουν στο κόκκινο (1) απορρίπτονται και μειώνεται η διακύμανση (ποσοτικό μέτρο της αβεβαιότητας) της ζήτησης των γκρι (1) τοποθεσιών κατά  $1/R$ . Αυτή η μείωση εξαρτάται από τη μορφή της κατανομής. Για παράδειγμα, για την κανονική κατανομή θα μειωθεί κατά  $1/R$  η τυπική απόκλιση, ή, για την ομοιόμορφη κατανομή, κόβουμε  $1/2R$  του εύρους και από τα δύο άκρα. Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτό γίνεται μόνο για τις γκρι τοποθεσίες, ενώ η δειγματοληψία για τις πράσινες και κόκκινες τοποθεσίες διατηρεί τις πιθανότητες των παραμέτρων του προηγούμενου γύρου.

Στο μοντέλο για το δεύτερο κύκλο προστίθενται οι ακόλουθοι περιορισμοί:

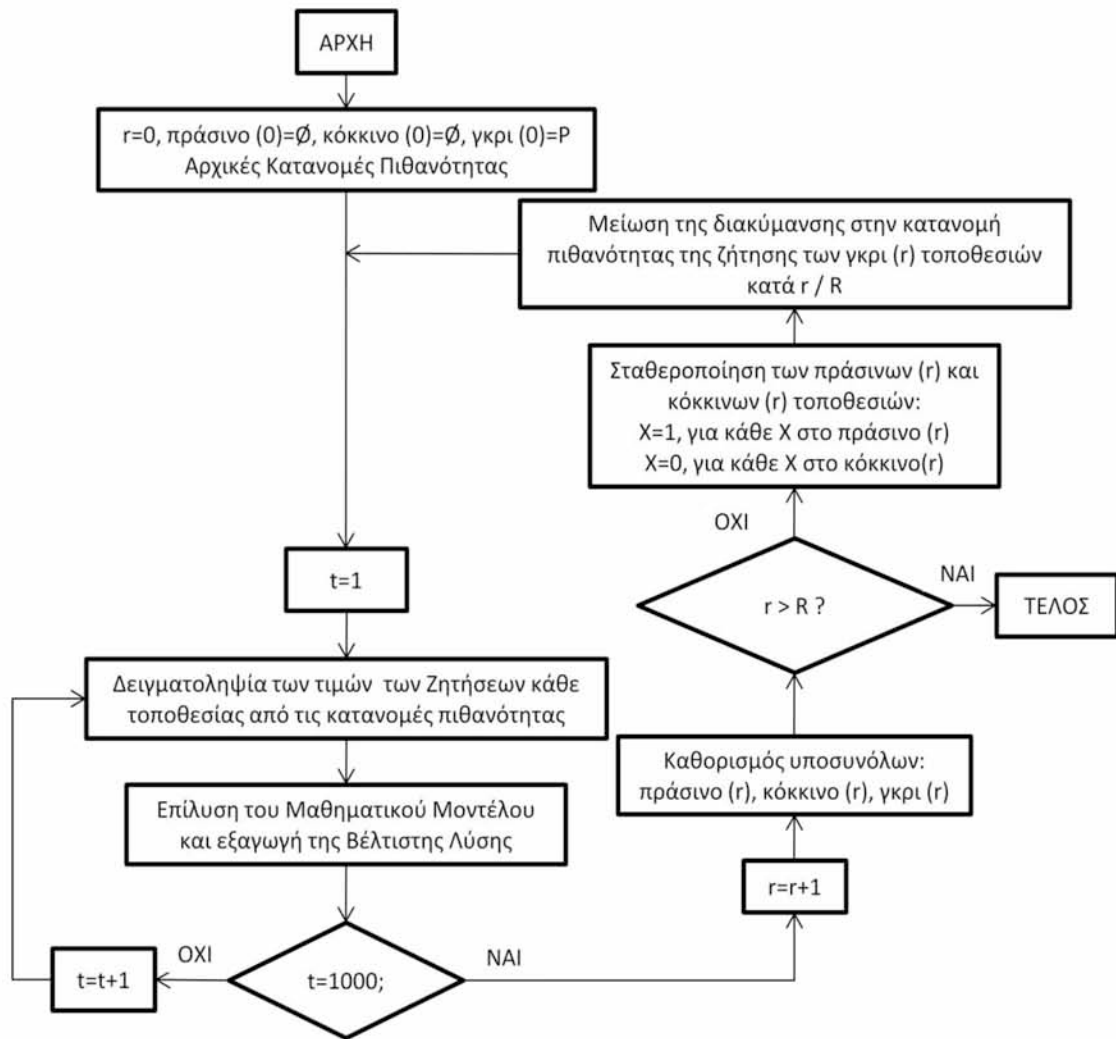
$$X_i = 1, \forall i \in green(1) \quad 3-1$$

$$X_i = 0, \forall i \in red(1) \quad 3-2$$

Με αυτούς τους δύο περιορισμούς εξασφαλίζεται η εγκατάσταση σταθμού στις τοποθεσίες του πράσινου υποσυνόλου και η μη εγκατάσταση σταθμού στις τοποθεσίες του κόκκινου υποσυνόλου σε όλες τις  $N$  προσομοιώσεις του δεύτερου γύρου.

Μετά από το δεύτερο γύρο της προσομοίωσης-βελτιστοποίησης γίνεται επεξεργασία των αποτελεσμάτων της διαδικασίας. Πιο συγκεκριμένα, το πράσινο και το κόκκινο υποσύνολα εμπλουτίζονται με νέες τοποθεσίες, ενώ ο αριθμός των γκρι τοποθεσιών μειώνεται. Στη συνέχεια, για τον τρίτο γύρο μειώνουμε ξανά τη διακύμανση της ζήτησης των γκρι τοποθεσιών και θεωρούμε το νέο πράσινο (2) και κόκκινο (2) σετ ως δεδομένο και τα εισάγουμε στους περιορισμούς 3-1 και 3-2.

Η μείωση της διακύμανσης ακολουθεί ένα ομοιόμορφο προφίλ σε όλους τους γύρους. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της κανονικής κατανομής μειώνουμε την τυπική απόκλιση κατά  $1/R$  μετά από κάθε γύρο. Αυτό σημαίνει ότι μετά από το γύρο  $r$  η μείωση της τυπικής απόκλισης είναι  $sd \times r / R$ . Έτσι, στον τελικό γύρο η ζήτηση των γκρι υποψήφιων τοποθεσιών θεωρείται ως ντετερμινιστική (δεν έχει καμία διακύμανση). Το αποτέλεσμα του τελικού γύρου είναι ένας μοναδικός συνδυασμός επιλεγμένων τοποθεσιών για την εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων, καθώς όλες οι επαναλήψεις Monte Carlo προσομοίωσης-βελτιστοποίησης παράγουν την ίδια λύση. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας λήψης αποφάσεων απεικονίζεται στο Σχήμα 3-1.

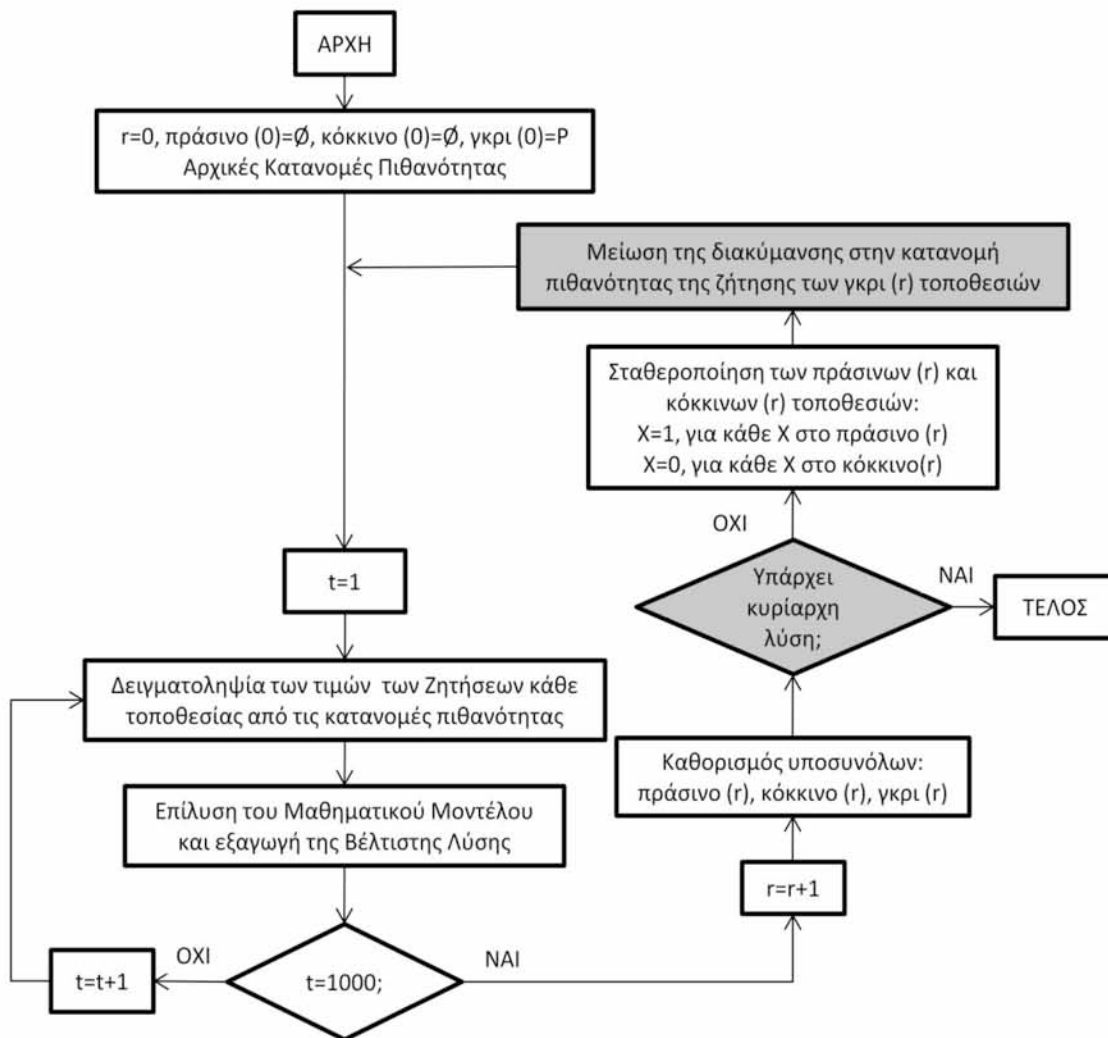


**Σχήμα 3-1: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Προκαθορισμένος αριθμός γύρων απόφασης)**

### 3.3.3.2 Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων

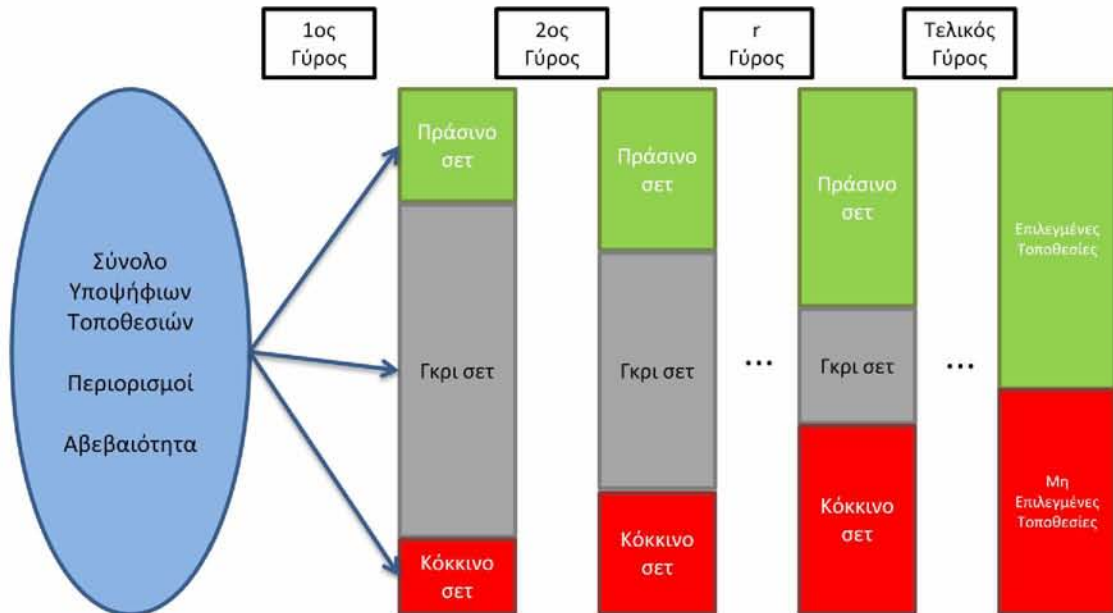
Η δεύτερη επιλογή είναι ο μη καθορισμός του αριθμού των γύρων και η ολοκλήρωση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων, όταν έχει επιτευχθεί επαρκής σύγκλιση για την τελική λύση. Η όλη διαδικασία είναι λιγότερο τυπική από ό, τι στην προηγούμενη περίπτωση. Μετά την προσέγγιση προσομοίωσης-βελτιστοποίησης ο DM προσδιορίζει τις γκρι τοποθεσίες (αμφίβολες τοποθεσίες). Συγκεντρώνει περισσότερες πληροφορίες για αυτές τις τοποθεσίες, γεγονός που μεταφράζεται σε μείωση της διακύμανσης της κατανομής της ζήτησής τους. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μείωση της διακύμανσης μπορεί να μην είναι ομοιόμορφη, όπως στην περίπτωση της παραγράφου 3.3.3.1. Στον επόμενο γύρο το γκρι υποσύνολο προφανώς συρρικνώνεται και ο DM ελέγχει τη συχνότητα της καθεμιάς από τις βέλτιστες λύσεις

που λαμβάνονται στο αποτέλεσμα της προσομοίωσης. Εάν, για παράδειγμα, ένας συγκεκριμένος συνδυασμός επιλεγμένων τοποθεσιών εμφανίζεται σε 734 από τις 1000 επαναλήψεις, έχει πράγματι 73,4% πιθανότητα να είναι η βέλτιστη λύση για το συγκεκριμένο επίπεδο αβεβαιότητας. Αν ο DM βρει μια κυρίαρχη στοχαστική λύση, μπορεί να ολοκληρώσει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Ο όρος «κυρίαρχη» είναι ευέλικτος. Για παράδειγμα, ο DM μπορεί να εξέλθει από τους βρόγχους των γύρων απόφασης μόλις βρεθεί μια λύση με 60% ή 70% πιθανότητα. Το όριο εξόδου (δηλαδή η πιθανότητα εμφάνισης κατά την οποία μια λύση θεωρείται ως επιλεγμένη) καθορίζεται από τον DM, σύμφωνα με τη συγκεκριμένη κατάσταση απόφασης. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας λήψης αποφάσεων απεικονίζεται στο Σχήμα 3-2. Τα βήματα με τη σκούρα σκίαση δείχνουν τις διαφορές από την προσέγγιση με προκαθορισμένο αριθμό γύρων.



**Σχήμα 3-2: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων απόφασης)**

Στο Σχήμα 3-3 απεικονίζεται η διαδικασία εφαρμογής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης είτε με προκαθορισμένο είτε με μη προκαθορισμένο αριθμό γύρων αποφάσεων.



Σχήμα 3-3: Σχηματική απεικόνιση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Προκαθορισμένος ή μη αριθμός γύρων απόφασης)

### 3.3.3.3 Εφαρμογή μεθόδου δύο φάσεων

Η πρώτη φάση αυτού του τρόπου εφαρμογής της τριχοτομικής προσέγγισης ταυτίζεται ουσιαστικά με τον πρώτο γύρο των δύο προηγούμενων τρόπων των παραγράφων 3.3.3.1 και 3.3.3.2. Δηλαδή, πραγματοποιούνται  $N$  επαναλήψεις Monte Carlo (π.χ.  $N=1000$ ), και σε κάθε επανάληψη γίνεται δειγματοληψία των ζητήσεων των τοποθεσιών από συγκεκριμένες κατανομές πιθανότητας για την καθεμιά και επιλύεται το μαθηματικό μοντέλο του προηγούμενου Κεφαλαίου. Έτσι, προκύπτουν  $N$  βέλτιστες λύσεις εκφράζοντας όλες τις πιθανές καταστάσεις της κατάστασης απόφασης (μερικές από τις βέλτιστες λύσεις μπορεί να είναι πανομοιότυπες). Οι υποψήφιες τοποθεσίες κατανέμονται στα πράσινο, κόκκινο και γκρι υποσύνολα, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 3.3.2.

Στη δεύτερη φάση, γίνεται αξιολόγηση των τοποθεσιών του γκρι υποσυνόλου. Οι τοποθεσίες του πράσινου υποσυνόλου θεωρούνται ήδη επιλεγμένες και αυτές του κόκκινου υποσυνόλου θεωρούνται έχουν ήδη απορριφθεί. Σε περίπτωση που το γκρι υποσύνολο περιέχει μόνο λίγες τοποθεσίες (2 με 3), αυτές μπορούν εύκολα να συγκριθούν μεταξύ τους και να συναχθεί μια τελική λύση επιλεγμένων τοποθεσιών

σταθμών στάθμευσης. Ωστόσο, όταν οι γκρι τοποθεσίες είναι περισσότερες (πράγμα το οποίο συμβαίνει πιο συχνά), δεν είναι εύκολη μια επιλογή ανάμεσά τους, δεδομένου ότι πρέπει να ικανοποιούνται παράλληλα και οι περιορισμοί του μαθηματικού μοντέλου. Το κρίσιμο σημείο της δεύτερης φάσης είναι ότι επιλύεται ένα διαφορετικό μοντέλο, στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι αυτή της εξίσωσης 2-1, αλλά είναι η ακόλουθη:

$$\max Z = \sum_{i \in grey} f_i X_i \quad 3-3$$

Όπου  $f_i$  είναι οι συχνότητες συμμετοχής της τοποθεσίας  $i$  στις  $N$  βέλτιστες λύσεις που έχουν προκύψει από την πρώτη φάση. Δηλαδή, οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης της δεύτερης φάσης δεν είναι στοχαστικές, αλλά καθαροί αριθμοί, μειώνοντας έτσι τη διακύμανση των αποτελεσμάτων. Το μαθηματικό μοντέλο της δεύτερης φάσης περιλαμβάνει όλους του περιορισμούς 2-2 ως 2-26 που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 2.2.6, καθώς, επίσης, και τους περιορισμούς 3-1 και 3-2.

Η αντικειμενική συνάρτηση της δεύτερης φάσης ουσιαστικά εκφράζει την αρχή της πλειοψηφίας, δηλαδή όσο περισσότερες φορές επιλέγεται μια τοποθεσία στη βέλτιστη λύση της πρώτης φάσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα αυτή να επιλεγεί στην τελική λύση. Όπως φαίνεται από το μαθηματικό μοντέλο, η βελτιστοποίηση γίνεται ανάμεσα στις γκρι τοποθεσίες, αφού οι πράσινες και οι κόκκινες τοποθεσίες έχουν ήδη σταθεροποιηθεί στις τιμές 1 και 0 αντίστοιχα. Η βέλτιστη λύση του μοντέλου αυτού είναι μια επιλογή τοποθεσιών με τη μέγιστη αποδοχή δεδομένης της υπάρχουσας αβεβαιότητας.

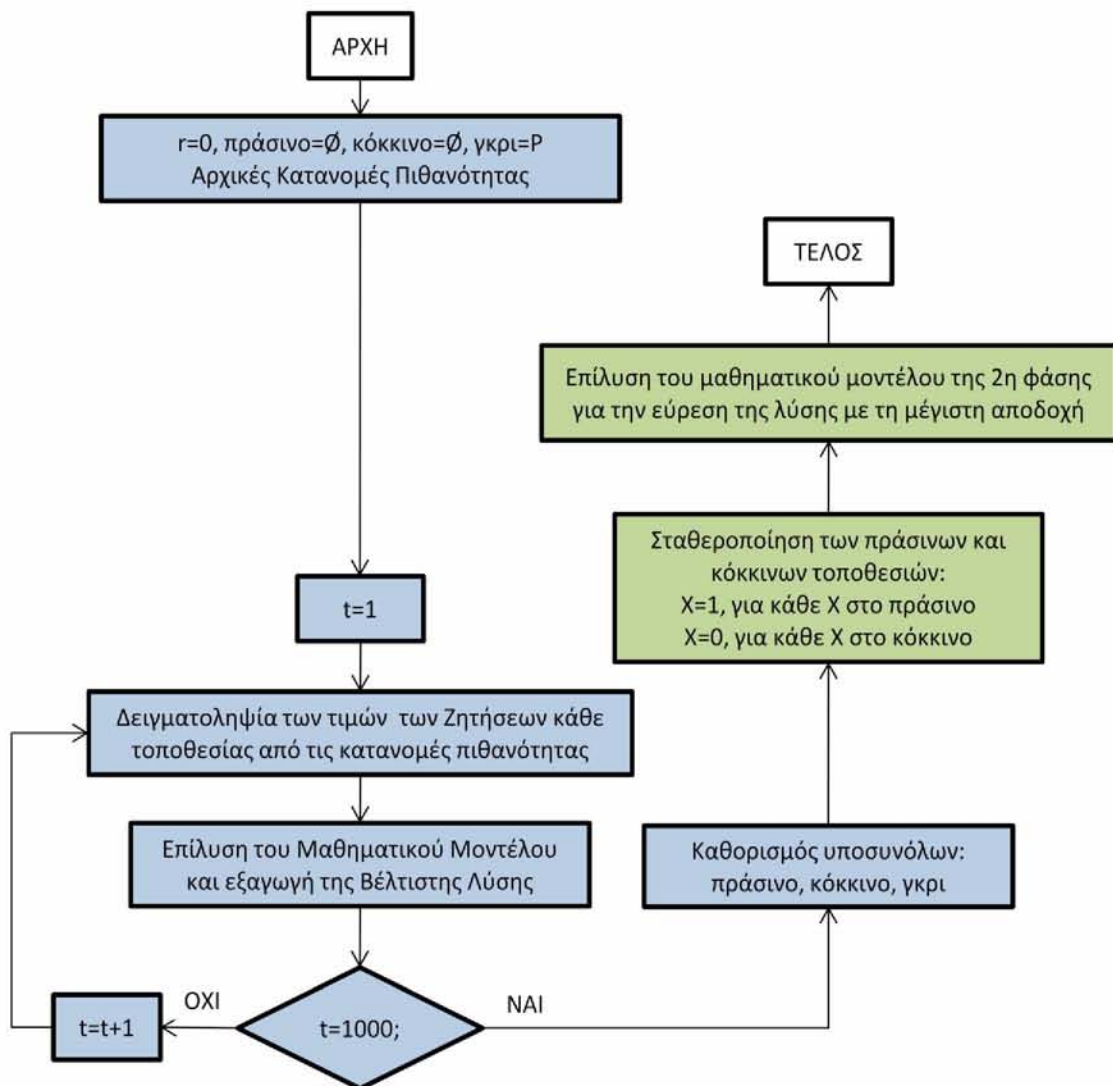
Για το μοντέλο της δεύτερης φάσης, μπορούν να εφαρμοστούν δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση οι παράμετροι «Ζήτηση για Παραλαβή» και «Ζήτηση για Απόθεση» είναι ντετερμινιστικές, δηλαδή λαμβάνουν μία συγκεκριμένη τιμή για κάθε τοποθεσία και το μοντέλο επιλύεται μία φορά. Συνεπώς, προκύπτει μία και μοναδική βέλτιστη λύση. Στη δεύτερη περίπτωση, οι εν λόγω παράμετροι είναι στοχαστικές, οπότε χρησιμοποιείται πάλι η προσομοίωση Monte Carlo-βελτιστοποίηση για τη δειγματοληψία τους από τις κατανομές πιθανότητας. Η διαδικασία προσομοίωσης Monte Carlo-βελτιστοποίησης επαναλαμβάνεται για  $N$  φορές και προκύπτουν  $N$  βέλτιστες λύσεις (όπως και στην πρώτη φάση). Ωστόσο, σε σχέση με την πρώτη φάση η διακύμανση είναι μικρότερη, αφού οι εν λόγω στοχαστικές παράμετροι δεν εμφανίζονται στην αντικειμενική συνάρτηση. Η επιλογή τοποθεσιών με τη μεγαλύτερη αποδοχή είναι αυτή που θα εμφανίζεται πιο συχνά στις  $N$  επαναλήψεις. Αν υπάρχουν δύο ή τρεις βέλτιστοι συνδυασμοί τοποθεσιών, τότε ο DM χρειάζεται να επιλέξει ανάμεσά τους.

Έτσι, με αυτή την τριχοτομική προσέγγιση, η επιλογή των τοποθεσιών βασίζεται στην αρχή της ομοιογένειας στην πρώτη φάση (πράσινες τοποθεσίες) και



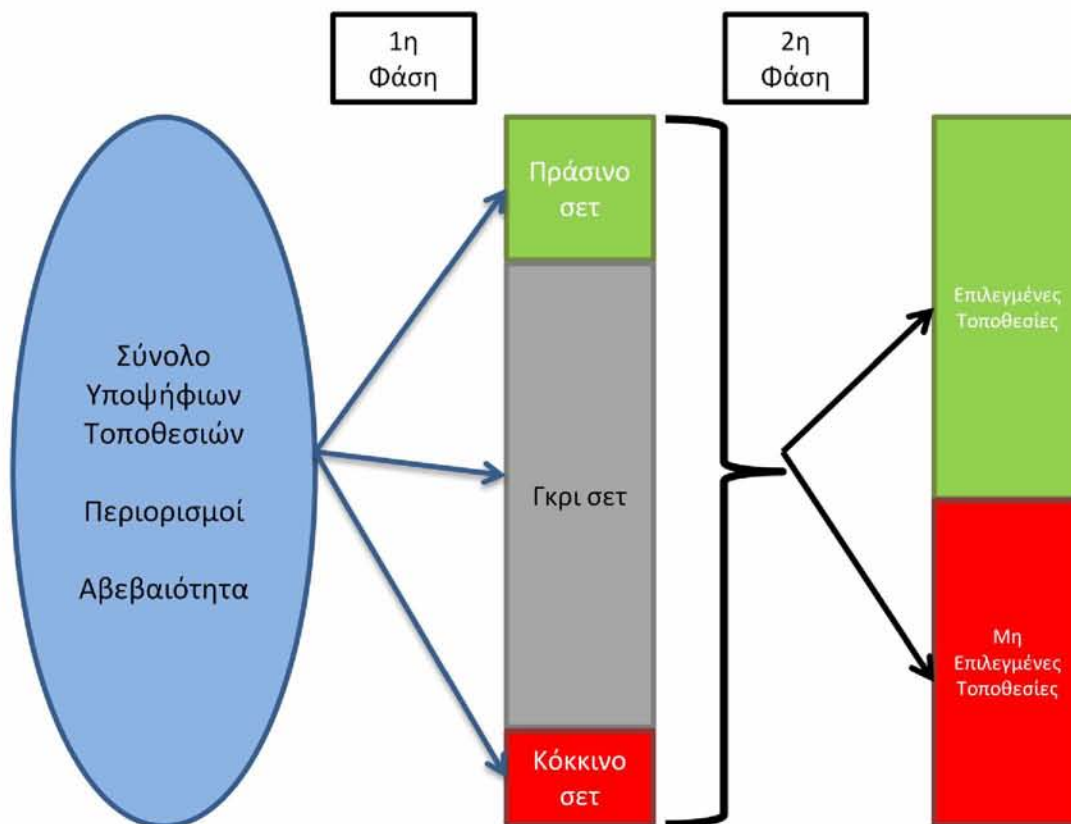
στην αρχή της πλειοψηφίας (το πιο συχνό ανάμεσα στις επαναλήψεις) στη δεύτερη φάση.

Στο Σχήμα 3-4 απεικονίζεται το διάγραμμα ροής της διαδικασίας αυτής της μεθόδου δύο φάσεων. Με μπλε φόντο απεικονίζονται τα βήματα της 1<sup>ης</sup> φάσης και με πράσινο φόντο τα βήματα της 2<sup>ης</sup> φάσης.



**Σχήμα 3-4: Διάγραμμα ροής της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μέθοδος δύο φάσεων)**

Στο Σχήμα 3-5 απεικονίζεται σχηματικά η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση για τη μέθοδο των δύο φάσεων.



Σχήμα 3-5: Σχηματική απεικόνιση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (Μέθοδος δύο φάσεων)

### 3.4 Εισαγωγή στου τυχαίους αριθμούς

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, για την εφαρμογή της προσομοίωσης Monte Carlo είναι απαραίτητη η δειγματοληψία τυχαίων αριθμών από μια κατανομή πιθανότητας που περιγράφει τη ζήτηση κάθε τοποθεσία. Για το σκοπό αυτό είναι χρειάζεται η χρήση μιας *γεννήτριας τυχαίων αριθμών (Random Number Generator-RNG)*. Μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών είναι μια υπολογιστική ή φυσική συσκευή σχεδιασμένη για να παράγει μια ακολουθία αριθμών ή συμβόλων που στερούνται κάθε συσχέτιση μεταξύ τους, δηλαδή εμφανίζονται τυχαία.

Οι πολλές εφαρμογές της τυχαιότητας έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη πολλών διαφορετικών μεθόδων για την παραγωγή τυχαίων δεδομένων [17]. Πολλές από αυτές υπάρχουν από τους αρχαίους χρόνους, όπως τα ζάρια, το ρίζιμο ενός νομίσματος, το ανακάτεμα της τράπουλας και πολλές άλλες τεχνικές. Λόγω της μηχανικής φύσεως

αυτών των τεχνικών, η δημιουργία ενός μεγάλου αριθμού τυχαίων αριθμών (σημαντική στη στατιστική) απαιτεί πολλή εργασία και/ή χρόνο. Έτσι, τα αποτελέσματα πολλές φορές θα πρέπει να συγκεντρώνονται ως πίνακες τυχαίων αριθμών. Σήμερα, μετά την έλευση των υπολογιστικών γεννητριών τυχαίων αριθμών, ένας αυξανόμενος αριθμός λαχείων και τυχερών παιχνιδιών χρησιμοποιεί RNGs αντί για τις πιο παραδοσιακές μεθόδους.

Υπάρχουν αρκετές υπολογιστικές μέθοδοι για την παραγωγή τυχαίων αριθμών. Πολλές υπολείπονται του στόχου της πραγματικής τυχειότητας - αν και μπορούν να ανταποκριθούν, με διαφορετικούς βαθμούς επιτυχίας, σε μερικές από τις στατιστικές δοκιμές τυχειότητας που έχουν ως στόχο να μετρήσουν πόσο απρόβλεπτα είναι τα αποτελέσματά τους (δηλαδή σε ποιο βαθμό τα μοτίβα τους είναι ευδιάκριτα). Ωστόσο, υπάρχουν προσεκτικά σχεδιασμένες κρυπτογραφικά ασφαλείς υπολογιστικές μέθοδοι παραγωγής τυχαίων αριθμών, όπως εκείνες που βασίζονται στον αλγόριθμο Yarrow και το Fortuna (PRNG) και άλλες.

Οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών έχουν εφαρμογές στα τυχερά παιχνίδια, στη στατιστική δειγματοληψία, στην προσομοίωση με υπολογιστή, στην κρυπτογραφία και άλλες περιοχές, όπου είναι επιθυμητή η παραγωγή ενός απρόβλεπτου αποτελέσματος. Μάλιστα, γενικά, όπου η μη προβλεψιμότητα είναι υψίστης σημασίας - όπως σε εφαρμογές ασφάλειας - hardware γεννήτριες προτιμώνται (όπου είναι εφικτό) έναντι των ψευδο-τυχαίων αλγορίθμων.

Οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών είναι πολύ χρήσιμες στην ανάπτυξη προσομοιώσεων Monte Carlo, όπου η εκσφαλμάτωση (debugging) διευκολύνεται από τη δυνατότητα να επαναληφθεί η ίδια ακολουθία τυχαίων αριθμών ξεκινώντας ξανά από τον ίδιο *τυχαίο* σπόρο (seed). Χρησιμοποιούνται επίσης στην κρυπτογραφία - εφ' όσον ο σπόρος είναι μυστικός. Ο αποστολέας και ο παραλήπτης μπορούν να παράγουν το ίδιο σύνολο αριθμών αυτόματα για να τους χρησιμοποιήσουν ως κλειδιά.

Η παραγωγή ψευδο-τυχαίων αριθμών είναι μια σημαντική και συχνή εργασία στον προγραμματισμό ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ενώ η κρυπτογραφία και ορισμένοι αριθμητικοί αλγορίθμοι απαιτούν πολύ υψηλό βαθμό της *φαινομενικής* τυχειότητας, πολλές άλλες λειτουργίες χρειάζονται μόνο ένα μικρό μέγεθος μη προβλεψιμότητας. Μερικά απλά παραδείγματα μπορεί να είναι η παρουσίαση στο χρήστη ενός «Τυχαίου ρητού της ημέρας» ή ο προσδιορισμός με ποιο τρόπο θα μπορούσε να κινηθεί ένας ηλεκτρονικά ελεγχόμενο αντίπαλος σε ένα παιχνίδι στον υπολογιστή. Ηπιότερες μορφές *τυχειότητας* χρησιμοποιούνται σε αλγόριθμους κατακερματισμού και στη δημιουργία αποσβεσμένης αναζήτησης και αλγορίθμων ταξινόμησης.

Ορισμένες εφαρμογές, που εκ πρώτης όψεως φαίνονται κατάλληλες για τυχαιοποίηση, στην πραγματικότητα δεν είναι και τόσο απλές. Για παράδειγμα, ένα

σύστημα που «τυχαία» επιλέγει μουσικά κομμάτια για ένα σύστημα μουσικής υπόκρουσης πρέπει απλώς να φαίνεται τυχαίο και μπορεί να έχει ακόμα και τρόπους για τον έλεγχο της επιλογής της μουσικής: ένα αληθινά τυχαίο σύστημα δεν έχει κανένα περιορισμό για την εμφάνιση του ίδιου αντικειμένου δύο ή τρεις φορές διαδοχικά.

### 3.4.1 «Πραγματικά» τυχαίοι αριθμοί και ψευδο-τυχαίοι αριθμοί

Υπάρχουν δύο κύριες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τυχαίων αριθμών. Η **πρώτη μέθοδος** μετρά κάποιο φαινόμενο που αναμένεται να είναι τυχαίο και στη συνέχεια αντισταθμίζει πιθανές αποκλίσεις στη διαδικασία μέτρησης. Παραδείγματα αποτελούν η μέτρηση του ατμοσφαιρικού θορύβου, του θερμικού θορύβου και άλλα εξωτερικά ηλεκτρομαγνητικά και κβαντικά φαινόμενα. Για παράδειγμα, η κοσμική ακτινοβολία ή η ραδιενεργός διάσπαση, όπως μετρώνται σε μικρά χρονικά διαστήματα, αποτελούν πηγές φυσικής εντροπίας.

Η ταχύτητα με την οποία η εντροπία μπορεί να συλλεχθεί από φυσικές πηγές εξαρτάται από το εκάστοτε φυσικό φαινόμενο που μετρείται. Έτσι, οι πηγές φυσικής «αληθινής» εντροπίας θεωρείται ότι μπλοκάρουν, δηλαδή περιορίζεται ο ρυθμός τους, μέχρι να συλλεχθεί αρκετή εντροπία για την κάλυψη της ζήτησης.

Η **δεύτερη μέθοδος** χρησιμοποιεί υπολογιστικούς αλγορίθμους που μπορούν να παράγουν μεγάλες αλληλουχίες φαινομενικά τυχαίων αποτελεσμάτων, τα οποία στην πραγματικότητα καθορίζονται πλήρως από μια μικρότερη αρχική τιμή, γνωστή ως **σπόρος ή κλειδί (seed)**. Συχνά ονομάζονται **γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών (Pseudo-Random Number Generators-PRNG)**. Αυτά τα είδη των γεννητριών συνήθως δεν βασίζονται σε πηγές φυσικής εντροπίας, αν και περιοδικά μπορούν να «σπαρθούν» από φυσικές πηγές, δεν μπλοκάρονται, δηλαδή δεν περιορίζεται ο ρυθμός τους από κάποιον εξωτερικό παράγοντα.

Μια «γεννήτρια τυχαίων αριθμών» που βασίζεται αποκλειστικά σε ντετερμινιστικούς υπολογισμούς δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια γεννήτρια «πραγματικά» τυχαίων αριθμών στην πιο αγνή έννοια του όρου, δεδομένου ότι το αποτέλεσμα της είναι εγγενώς προβλέψιμο εάν όλες οι τιμές των σπόρων είναι γνωστές. Στην πράξη, ωστόσο, είναι επαρκής για τις περισσότερες εργασίες. Προσεκτικά σχεδιασμένες και εφαρμοσμένες γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών μπορεί ακόμη και να πιστοποιηθούν για κρίσιμους κρυπτογραφικούς σκοπούς.

### 3.4.2 Μέθοδοι παραγωγής τυχαίων αριθμών

#### 3.4.2.1 Φυσικές Μέθοδοι

Οι πρώτες μέθοδοι για την παραγωγή τυχαίων αριθμών- τα ζάρια, η ρίψη ενός νομίσματος, η ρουλέτα- χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα, κυρίως στα παιχνίδια και τα τυχερά παιχνίδια, δεδομένου ότι είναι πολύ αργές για τις περισσότερες εφαρμογές στη στατιστική και την κρυπτογραφία.

Μια φυσική γεννήτρια τυχαίων αριθμών μπορεί να βασίζεται σε ένα τυχαίο ατομικό ή υποατομικό φυσικό φαινόμενο του οποίου το απρόβλεπτο μπορεί να εξασφαλισθεί από τους νόμους της κβαντικής μηχανικής. Πηγές εντροπίας περιλαμβάνουν τη ραδιενεργό διάσπαση, το θερμικό θόρυβο, το θόρυβο πυροβολισμού, το θόρυβο χιονοστιβάδας στις διόδους Zener, οι χρόνοι των πραγματικών κινήσεων της κεφαλής ανάγνωσης/εγγραφής ενός σκληρού δίσκου και ο θόρυβος του ραδιοφώνου του. Ωστόσο, τα φυσικά φαινόμενα και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται για τη μέτρησή τους διαθέτουν γενικά ασυμμετρίες και συστηματικές τάσεις που κάνουν τα αποτελέσματά τους μη ομοιόμορφα τυχαία. Ένας απαγωγέας τυχαιότητας, όπως μια κρυπτογραφική συνάρτηση κατακερματισμού, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσεγγίσει μια ομοιόμορφη κατανομή των bits από μία μη ομοιόμορφη τυχαία πηγή, αν και σε χαμηλότερο ρυθμό bit.

Έχουν επινοηθεί διάφοροι ευφάνταστοι τρόποι συλλογής αυτής της εντροπίας πληροφοριών. Μια τεχνική είναι η εκτέλεση μιας συνάρτησης κατακερματισμού πάνω σε ένα καρέ ενός βίντεο από μια απρόβλεπτη πηγή.

Μία άλλη κοινή πηγή εντροπίας είναι η συμπεριφορά των ανθρώπων που χρησιμοποιούν το σύστημα. Ενώ οι άνθρωποι δεν θεωρούνται καλές γεννήτριες τυχαιότητας, παράγουν τυχαία συμπεριφορά αρκετά καλά στο πλαίσιο παιχνιδιών μικτής στρατηγικής. Μερικά λογισμικά σχετικά με την ασφάλεια ζητούν από το χρήστη να κάνει μια σειρά από κινήσεις του ποντικιού ή να πληκτρολογήσει τυχαία για να δημιουργηθεί επαρκής εντροπία που απαιτείται για τη δημιουργία τυχαίων κλειδιών ή την αρχικοποίηση γεννητριών ψευδο-τυχαίων αριθμών.

#### 3.4.2.2 Υπολογιστικές μέθοδοι

Οι γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών (PRNGs) είναι αλγόριθμοι που μπορούν να δημιουργήσουν αυτόματα μεγάλες σειρές αριθμών με καλές ιδιότητες τυχαιότητας, αλλά τελικά η ακολουθία επαναλαμβάνεται (ή η χρήση της μνήμης αυξάνεται χωρίς όριο). Η σειρά τιμών που παράγεται από τέτοιους αλγορίθμους

γενικά καθορίζεται από ένα σταθερό αριθμό που ονομάζεται *σπόρος (seed)*. Μια από τις πιο συχνές PRNG είναι η *γραμμική συμβατική γεννήτρια*, η οποία χρησιμοποιεί την επανάληψη

$$X_{n+1} = (aX_n + b) \bmod m$$

για να παράγει αριθμούς. Ο μέγιστος αριθμός αριθμών που μπορεί να παράγει ο εν λόγω τύπος είναι το  $m$ . Για την αποφυγή ορισμένων μη τυχαίων ιδιοτήτων μιας μοναδικής γραμμικής συμβατικής γεννήτριας, αρκετές τέτοιες γεννήτριες τυχαίων αριθμών με ελαφρώς διαφορετικές τιμές του συντελεστή πολλαπλασιασμού  $a$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν παράλληλα με μια «κύρια» γεννήτρια τυχαίων αριθμών που επιλέγει μεταξύ των πολλών διαφορετικών γεννητριών.

Μια απλή μέθοδος για την παραγωγή τυχαίων αριθμών είναι η λεγόμενη *μέθοδος του μεσαίου τετραγώνου* που προτάθηκε από τον John von Neumann. Ενώ είναι απλή στην εφαρμογή της, το αποτέλεσμα της είναι κακής ποιότητας.

Οι περισσότερες γλώσσες προγραμματισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών περιλαμβάνουν λειτουργίες ή ρουτίνες βιβλιοθήκης που παρέχουν γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Συχνά είναι σχεδιασμένες για να παρέχουν ένα τυχαίο byte ή μια τυχαία λέξη ή έναν αριθμό κινητής υποδιαστολής ομοιόμορφα κατανομημένο μεταξύ 0 και 1.

Η ποιότητα, δηλαδή η τυχειότητα, των εν λόγω λειτουργιών της βιβλιοθήκης ποικίλλει ευρέως από εντελώς προβλέψιμη σε κρυπτογραφικά ασφαλή απόδοση. Η προεπιλεγμένη γεννήτρια τυχαίων αριθμών σε πολλές γλώσσες, συμπεριλαμβανομένων των Python, Ruby, R, IDL και PHP βασίζεται στον αλγόριθμο Mersenne Twister και δεν είναι επαρκής για σκοπούς κρυπτογραφίας, όπως αναφέρεται ρητά στη βιβλιογραφία. Τέτοιες συναρτήσεις βιβλιοθήκης έχουν συχνά κακές στατιστικές ιδιότητες και κάποιες επαναλαμβάνουν τα μοτίβα μετά από μόλις δεκάδες χιλιάδες δοκιμών. Συχνά αρχικοποιούνται χρησιμοποιώντας ως σπόρο την πραγματική ώρα του ρολογιού του υπολογιστή, αφού ένα τέτοιο ρολόι μετρά γενικά σε χιλιοστά του δευτερολέπτου, πολύ πέρα από την ακρίβεια ενός ανθρώπου. Αυτές οι συναρτήσεις μπορεί να παρέχουν αρκετή τυχειότητα για ορισμένες εργασίες (π.χ. βιντεοπαιχνίδια), αλλά είναι ακατάλληλες όπου απαιτείται υψηλής ποιότητας τυχειότητα, όπως σε εφαρμογές κρυπτογραφίας, στη στατιστική ή την αριθμητική ανάλυση.

Ένα παράδειγμα μιας απλής γεννήτριας ψευδο-τυχαίων αριθμών είναι η μέθοδος *multiply-with-carry*, η οποία εφευρέθηκε από τον George Marsaglia. Είναι υπολογιστικά γρήγορη και έχει καλές (αν και όχι κρυπτογραφικά ισχυρή) ιδιότητες τυχειότητας

### 3.4.2.3 Παραγωγή τυχαίων αριθμών από μια κατανομή πιθανοτήτων

Υπάρχουν δύο μέθοδοι για να δημιουργηθεί ένας τυχαίος αριθμός με βάση μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Αυτές οι μέθοδοι περιλαμβάνουν το μετασχηματισμό ενός ομοιόμορφου τυχαίου αριθμού και γι' αυτό λειτουργούν εξίσου καλά στην παραγωγή και ψευδο-τυχαίων και «πραγματικά» τυχαίων αριθμών. Μία μέθοδος, που ονομάζεται *μέθοδος αναστροφής (inversion method)*, περιλαμβάνει την ολοκλήρωση επάνω σε μια περιοχή μεγαλύτερη ή ίση με τον τυχαίο αριθμό (ο οποίος θα πρέπει να παράγεται μεταξύ 0 και 1 για τις σωστές κατανομές). Μία δεύτερη μέθοδος, που ονομάζεται *μέθοδος αποδοχής – απόρριψης (acceptance-rejection method)*, περιλαμβάνει την επιλογή μιας τιμής  $x$  και  $y$  και έλεγχο αν η συνάρτηση του  $x$  είναι μεγαλύτερη από την τιμή  $y$ . Αν είναι, η τιμή  $x$  είναι αποδεκτή. Διαφορετικά, η τιμή του  $x$  απορρίπτεται και ο αλγόριθμος προσπαθεί ξανά.

### 3.4.2.4 Παραγωγή τυχαίων αριθμών από τον άνθρωπο

Η παραγωγή τυχαίων αριθμών μπορεί επίσης να γίνει από τους ανθρώπους άμεσα. Ωστόσο, οι περισσότερες μελέτες δείχνουν ότι οι άνθρωποι έχουν κάποιο βαθμό μη τυχειότητας κατά τη δημιουργία μιας τυχαίας ακολουθίας από, π.χ., ψηφία ή γράμματα. Μπορεί να εναλλάσσονται πάρα πολύ μεταξύ επιλογών σε σχέση με μια καλή γεννήτρια τυχαίων αριθμών.

## 3.4.3 Στατιστικοί έλεγχοι και έλεγχοι μετά την επεξεργασία

Ακόμη και με μια πηγή εύλογων τυχαίων αριθμών, η απόκτηση αριθμών που είναι εντελώς απρόβλεπτος δεν είναι εύκολη υπόθεση. Επιπλέον, η συμπεριφορά αυτών των γεννητριών συχνά αλλάζει με τη θερμοκρασία, την τάση τροφοδοσίας, την ηλικία της συσκευής ή άλλες εξωτερικές παρεμβάσεις. Και ένα σφάλμα του λογισμικού σε μια ρουτίνα ψευδο-τυχαίων αριθμών ή ένα σφάλμα υλικού στο υλικό πάνω στο οποίο εκτελείται, μπορεί να είναι εξίσου δύσκολο να ανιχνευθούν.

Οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται μερικές φορές υπόκεινται σε στατιστικές δοκιμές πριν από τη χρήση για να διασφαλιστεί ότι η βασική πηγή δουλεύει κανονικά, και στη συνέχεια, υφίστανται επεξεργασία για τη βελτίωση των στατιστικών ιδιοτήτων τους. Τυχαίοι αριθμοί ομοιόμορφα κατανομημένοι μεταξύ 0 και 1 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή τυχαίων αριθμών κάθε επιθυμητής κατανομής περνώντας τους μέσα από την αντίστροφη αθροιστική συνάρτηση κατανομής (Cumulative Distribution Function-CDF) της επιθυμητής κατανομής.

### 3.5 Επίλογος

Στο παρόν Κεφάλαιο αναλύθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της στοχαστικής ζήτησης. Συγκεκριμένα, αρχικά περιγράφηκε η προσομοίωση Monte Carlo με τις εφαρμογές της στους διάφορους τομείς της επιστήμης. Ακολούθως παρουσιάστηκε η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση με τους τρεις τρόπους εφαρμογής της . Τέλος, έγινε μια εκτενής αναφορά στους τυχαίους αριθμούς με το διαχωρισμό των πραγματικά τυχαίων αριθμών από τους ψευδο-τυχαίους και περιγραφή των τρόπων παραγωγής τυχαίων αριθμών.



## 4 Εφαρμογή μεθόδου στο κέντρο της Αθήνας

### 4.1 Περιγραφή Κώδικα

Για τη μεταφορά της μεθόδου του Κεφαλαίου 3 στον υπολογιστή αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Η συγκεκριμένη γλώσσα προγραμματισμού είναι αντικειμενοστραφής και είναι συνδυασμός των ευρέως χρησιμοποιούμενων γλωσσών C και Java.

Στον ίδιο κώδικα ενσωματώθηκε το μαθηματικό μοντέλο του Κεφαλαίου 2 με όλες τις παραμέτρους, τις μεταβλητές, τους περιορισμούς και την αντικειμενική του συνάρτηση. Το μαθηματικό μοντέλο επιλύεται με τη χρήση του IBM CPLEX Optimization Studio Academic Research Edition 12.5. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Το όνομα CPLEX προέρχεται από την καινοτομία του λογισμικού αυτού που αφορά στην ενσωμάτωση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης Simplex σε προγραμματιστικό περιβάλλον της γλώσσας C. Τέλος, το προγραμματιστικό περιβάλλον ανάπτυξης που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του προγράμματος είναι το Microsoft Visual Studio 2008.

Η γλώσσα προγραμματισμού C++ σε συνδυασμό με το πακέτο βελτιστοποίησης της IBM παρέχουν στο χρήστη τη δυνατότητα αποτελεσματικής υλοποίησης κάθε είδους βελτιστοποίησης. Στον κώδικα χρησιμοποιείται η βιβλιοθήκη της CPLEX προκειμένου για τη χρήση των αντικειμένων των κλάσεων της. Έτσι, για τους περιορισμούς του μαθηματικού μοντέλου χρησιμοποιούνται αντικείμενα των κλάσεων «`IlcRangeArray`» ή «`IlcRangeMatrix`», ανάλογα με τις διαστάσεις του κάθε περιορισμού. Για τον ορισμό των μεταβλητών απόφασης του μοντέλου χρησιμοποιούνται αντικείμενα της κλάσης «`IlcNumVarArray`» ή «`IlcNumVarMatrix`» για μονοδιάστατους ή πολυδιάστατους πίνακες αριθμητικών μεταβλητών απόφασης. Αρχικά, δηλαδή, δηλώνονται και αρχικοποιούνται οι παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου. Στη συνέχεια, δηλώνονται οι μεταβλητές απόφασης, οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση. Τέλος, ορίζεται στο σύστημα ο τύπος της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) και χρησιμοποιείται η εντολή «`cplex.solve`» και επιλύεται το πρόβλημα με το υπολογιστικό πακέτο της IBM.

Ωστόσο, η μέθοδος που εφαρμόστηκε στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκτός από το μαθηματικό μοντέλο περιλαμβάνει και την προσομοίωση Monte Carlo, όπως αυτή περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3. Για το λόγο αυτό η εν λόγω προσομοίωση ενσωματώθηκε στον κώδικα που αναπτύχθηκε. Συγκεκριμένα, αρχικά, δηλώνεται το είδος της κατανομής πιθανότητας (ομοιόμορφη, κανονική κ.ά.) που ακολουθεί η «Ζήτηση για Παραλαβή» και η «Ζήτηση για Απόθεση» κάθε υποψήφιας τοποθεσίας.

Το είδος της κατανομής πιθανότητας μπορεί να είναι διαφορετικό από τοποθεσία σε τοποθεσία, καθώς, επίσης, μπορεί να είναι διαφορετικό για τη «Ζήτηση για Παραλαβή» και τη «Ζήτηση για Απόθεση» της ίδιας τοποθεσίας. Κατόπιν, ορίζονται τα χαρακτηριστικά κατανομής πιθανότητας για κάθε ζήτηση για κάθε τοποθεσία. Για παράδειγμα, αν η κατανομή είναι ομοιόμορφη ορίζονται οι κάτω και άνω τιμές των ζητήσεων των τοποθεσιών. Αν η κατανομή είναι κανονική ορίζονται οι μέσες τιμές και η διασπορά ή η τυπική απόκλιση.

Στη συνέχεια, ορίζεται η *γεννήτρια τυχαίων αριθμών (RNG)* που θα χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή τυχαίων αριθμών. Η βιβλιοθήκη της C++ διαθέτει πληθώρα *γεννητριών τυχαίων αριθμών (RNG)* [18], καθεμιά από τις οποίες έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4-1. Επίσης, σε αυτό το σημείο ορίζεται και ο *σπόρος (seed)* από τον οποίο θα ξεκινήσει η παραγωγή τυχαίων αριθμών για κάθε ζήτηση κάθε τοποθεσίας. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο *σπόρος (seed)* πρέπει να είναι διαφορετικός για κάθε ζήτηση και για κάθε τοποθεσία για να βελτιωθεί η ποιότητα τυχειότητας της όλης διαδικασίας. Αν οι ζητήσεις δύο τοποθεσιών έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά κατανομής πιθανότητας και είχαν και τον ίδιο σπόρο, τότε σε κάθε επανάληψη Monte Carlo οι τιμές που θα εισάγονταν στο μοντέλο θα συνέπιπταν. Το γεγονός αυτό θα μείωνε την ποιότητα της προσομοίωσης της ζήτησης, αφού στην πραγματικότητα η ζήτηση ενός σταθμού ποδηλάτων δε συνδέεται άμεσα με τη ζήτηση ενός άλλου. Ορίζοντας διαφορετικό *σπόρο (seed)* σε κάθε ζήτηση κάθε τοποθεσίας επιτυγχάνεται η όσο το δυνατόν ευρύτερη κάλυψη των πραγματικών καταστάσεων ζήτησης, καθώς πολλαπλασιάζεται η περίοδος επανάληψης του μοτίβου του συνδυασμού των ζητήσεων των υποψήφιων τοποθεσιών.

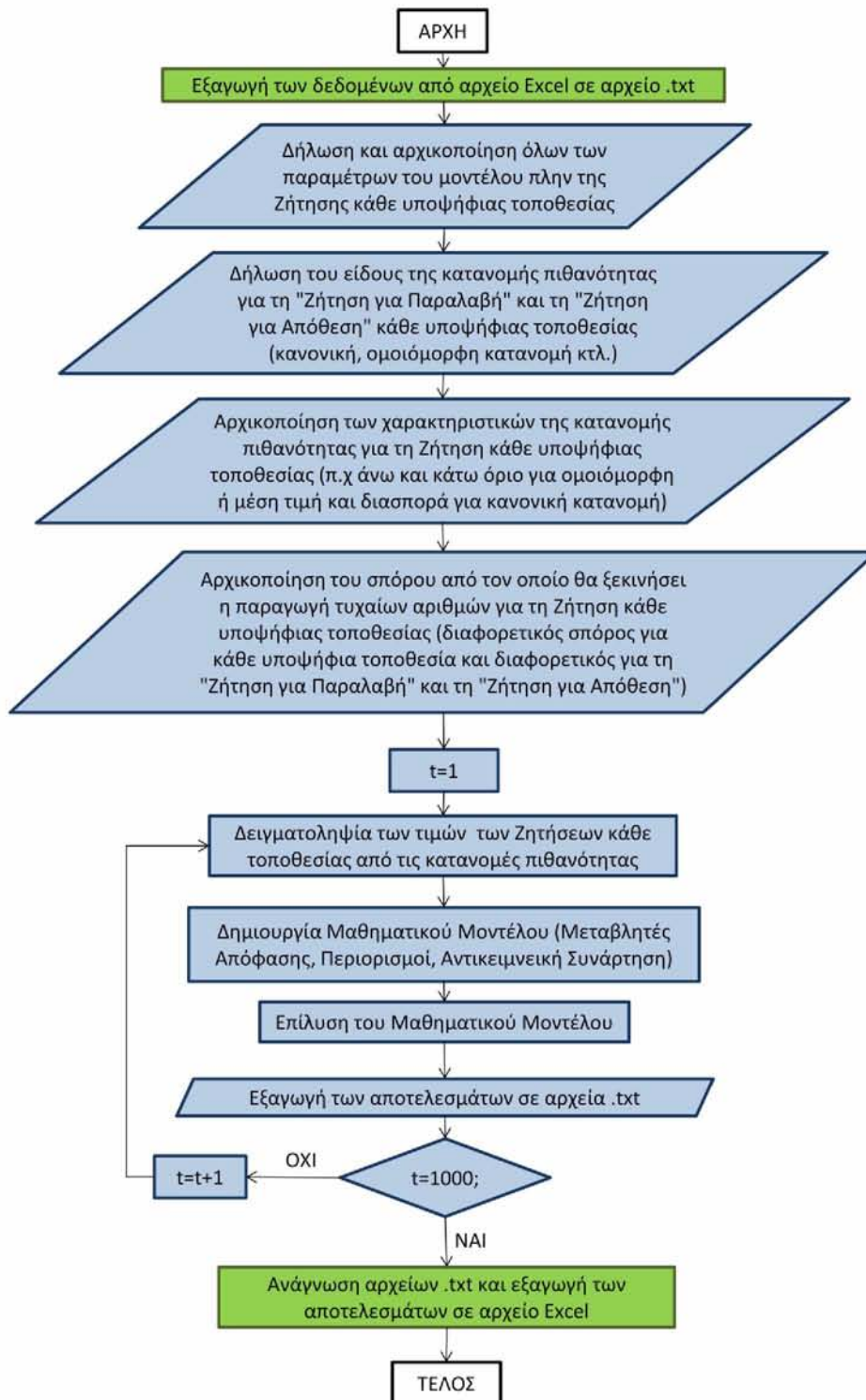
Έπειτα, ακολουθεί ένα *for loop* για την εκτέλεση των N επαναλήψεων Monte Carlo. Μέσα σε αυτό το *for loop* συντάσσεται και επιλύεται το μαθηματικό μοντέλο, όπως περιγράφηκε ανωτέρω. Επιπλέον, εξάγονται και τα αποτελέσματα κάθε επανάληψης σε αρχεία .txt.

Ο κώδικας που περιγράφηκε ανωτέρω αναπτύχθηκε σε C++ και είναι πλήρως αυτόματος, δηλαδή εκτελεί τις N επαναλήψεις Monte Carlo ενός γύρου απόφασης χωρίς διακοπή. Ωστόσο, ο μεγάλος όγκος των δεδομένων και των αποτελεσμάτων του εκάστοτε προβλήματος και η ανάγκη εύκολης ανάγνωσής τους επιβάλλει τη χρήση του Microsoft Office Excel για την προβολή τους. Συνεπώς, είναι απαραίτητη η μεταφορά των δεδομένων από το Excel σε αρχείο .txt για τη μετέπειτα εισαγωγή τους στον κώδικα της C++, καθώς και η μεταφορά των αποτελεσμάτων από τα αρχεία .txt στο Excel. Προκειμένου για τη μεταφορά αυτή, αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic, η οποία είναι η γλώσσα που χρησιμοποιεί το Microsoft Office. Με αυτόν τον τρόπο αυτοματοποιήθηκε η διαδικασία εισαγωγής δεδομένων και εξαγωγής αποτελεσμάτων, γεγονός που διευκολύνει την εκτέλεση πολλών παραδειγμάτων με διαφορετικές παραμέτρους και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων τους.

Πίνακας 4-1: Χαρακτηριστικά γεννητριών ψευδο-τυχαίων αριθμών της βιβλιοθήκης της C++

| generator             | length of cycle    | approx. memory requirements | approx. speed compared to fastest | comment   |
|-----------------------|--------------------|-----------------------------|-----------------------------------|---|
| minstd_rand0          | $2^{31}-2$         | sizeof(int32_t)             | 16%                               | -   |
| minstd_rand           | $2^{31}-2$         | sizeof(int32_t)             | 16%                               | -   |
| rand48                | $2^{48}-1$         | sizeof(uint64_t)            | 64%                               | -   |
| ecuyer1988            | approx. $2^{61}$   | 2*sizeof(int32_t)           | 7%                                | -   |
| knuth_b               | ?                  | 257*sizeof(uint32_t)        | 12%                               | -   |
| kreutzer1986          | ?                  | 1368*sizeof(uint32_t)       | 37%                               | -   |
| taus88                | $\sim 2^{88}$      | 3*sizeof(uint32_t)          | 100%                              | -   |
| hellekalek1995        | $2^{31}-1$         | sizeof(int32_t)             | 2%                                | good uniform distribution in several dimensions   |
| mt11213b              | $2^{11213}-1$      | 352*sizeof(uint32_t)        | 100%                              | good uniform distribution in up to 350 dimensions |
| mt19937               | $2^{19937}-1$      | 625*sizeof(uint32_t)        | 93%                               | good uniform distribution in up to 623 dimensions |
| mt19937_64            | $2^{19937}-1$      | 312*sizeof(uint64_t)        | 38%                               | good uniform distribution in up to 311 dimensions |
| lagged_fibonacci607   | $\sim 2^{32000}$   | 607*sizeof(double)          | 59%                               | -   |
| lagged_fibonacci1279  | $\sim 2^{67000}$   | 1279*sizeof(double)         | 59%                               | -   |
| lagged_fibonacci2281  | $\sim 2^{120000}$  | 2281*sizeof(double)         | 61%                               | -   |
| lagged_fibonacci3217  | $\sim 2^{170000}$  | 3217*sizeof(double)         | 62%                               | -   |
| lagged_fibonacci4423  | $\sim 2^{230000}$  | 4423*sizeof(double)         | 59%                               | -   |
| lagged_fibonacci9689  | $\sim 2^{510000}$  | 9689*sizeof(double)         | 61%                               | -   |
| lagged_fibonacci19937 | $\sim 2^{1050000}$ | 19937*sizeof(double)        | 59%                               | -   |
| lagged_fibonacci23209 | $\sim 2^{1200000}$ | 23209*sizeof(double)        | 61%                               | -   |
| lagged_fibonacci44497 | $\sim 2^{2300000}$ | 44497*sizeof(double)        | 59%                               | -   |
| ranlux3               | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(int)              | 5%                                | -   |
| ranlux4               | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(int)              | 3%                                | -   |
| ranlux64_3            | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(int64_t)          | 5%                                | -   |
| ranlux64_4            | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(int64_t)          | 3%                                | -   |
| ranlux3_01            | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(float)            | 5%                                | -   |
| ranlux4_01            | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(float)            | 3%                                | -   |
| ranlux64_3_01         | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(double)           | 5%                                | -   |
| ranlux64_4_01         | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(double)           | 3%                                | -   |
| ranlux24              | $\sim 10^{171}$    | 24*sizeof(uint32_t)         | 5%                                | -   |
| ranlux48              | $\sim 10^{171}$    | 12*sizeof(uint64_t)         | 3%                                | -   |

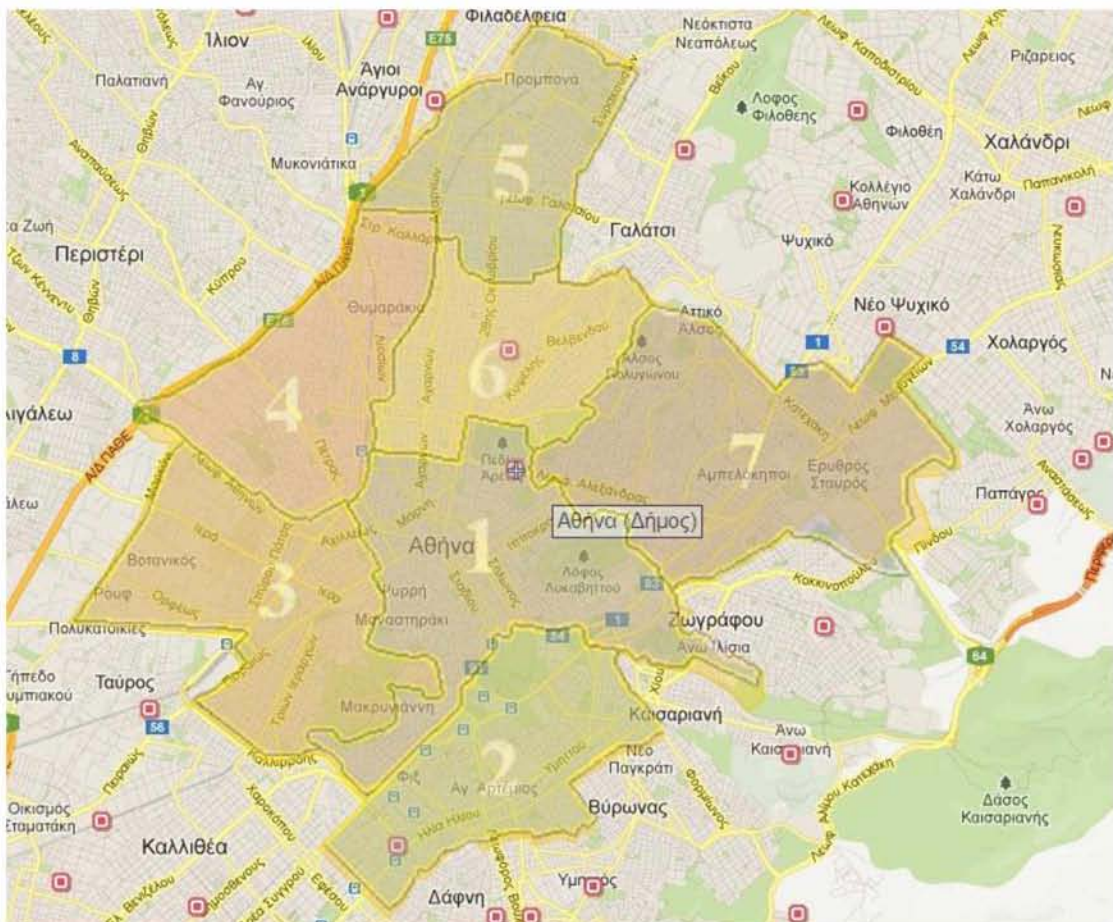
Στο Σχήμα 4-1 προβάλλεται το διάγραμμα ροής για τους κώδικες που αναπτύχθηκαν για την εκτέλεση ενός γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης. Με πράσινο χρώμα είναι οι κώδικες σε Visual Basic και με μπλε ο κώδικας σε C++.



Σχήμα 4-1: Διάγραμμα Ροής για τους κώδικες όλης της διαδικασίας (πράσινο: Visual Basic, μπλε: C++)

## 4.2 Δεδομένα παραδείγματος

Η μέθοδος της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας εφαρμόστηκε στο 1<sup>ο</sup> δημοτικό διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων. Η Αθήνα είναι η μεγαλύτερη πόλη και η πρωτεύουσα της Ελλάδας. Ο δήμος Αθηναίων έχει πληθυσμό 664.046 κατοίκους με έκταση περίπου 36km<sup>2</sup> και χωρίζεται σε επτά δημοτικά διαμερίσματα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-1. Το 1ο δημοτικό διαμέρισμα αποτελεί το κέντρο του Δήμου και έχει πληθυσμό 100.936 κατοίκους και έκταση περίπου 6,8 km<sup>2</sup>. Η εν λόγω περιοχή, όπως και ολόκληρος ο Δήμος Αθηναίων, δε διαθέτει Δίκτυο Κοινόχρηστων Ποδηλάτων (ΔΚΠ) και στην παρούσα εργασία θα επιχειρηθεί η μελέτη για την εγκατάσταση ενός τέτοιου δικτύου.



Εικόνα 4-1: Τα 7 δημοτικά διαμερίσματα του Δήμου Αθηναίων

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, απαιτείται ο προκαθορισμός των τοποθεσιών που είναι υποψήφιας για την εγκατάσταση σταθμού κοινόχρηστων ποδηλάτων. Για το λόγο αυτό, στο 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων επιλέχθηκαν 50 υποψήφιας θέσεις, λαμβάνοντας υπόψη σημαντικά αστικά δεδομένα, όπως η πυκνότητα του πληθυσμού, η πυκνότητα εργασίας, οι σταθμοί του μετρό και

οι πλατείες. Μεταξύ αυτών των τοποθεσιών υπολογίστηκαν οι χρόνοι βαδίσματος από τη μία στην άλλη, δηλαδή η παράμετρος  $\overline{APE}_{ik}$  του μαθηματικού μοντέλου, με τη χρήση του Google Earth. Αρχικά, μετρήθηκε η απόσταση των τοποθεσιών μεταξύ τους ακολουθώντας τους δρόμους της πόλης και όχι σε ευθεία γραμμή πάνω στο χάρτη. Στη συνέχεια, διαιρέθηκε η εν λόγω απόσταση με την ταχύτητα 4km/h, η οποία θεωρείται η μέση ταχύτητα βαδίσματος για να υπολογιστεί ο χρόνος βαδίσματος από την κάθε τοποθεσία σε όλες τις υπόλοιπες.

#### 4.2.1 Ζήτηση

Προκειμένου για το βέλτιστο σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων (ΔΚΠ) για την πόλη της Αθήνας είναι απαραίτητη η εκτίμηση της αναμενόμενης ζήτησής του. Όπως έχει επισημανθεί ανωτέρω, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία ελήφθη υπόψη η στοχαστικότητα της ζήτησης με την προσομοίωση Monte Carlo. Ωστόσο, η εν λόγω προσομοίωση απαιτεί τη γνώση των χαρακτηριστικών των κατανομών πιθανότητας κάθε ζήτησης κάθε τοποθεσίας. Η προσέγγιση αυτών των χαρακτηριστικών, όπως αυτή έγινε στο παράδειγμα της Αθήνας, θα αναλυθεί στην παρούσα παράγραφο.

##### 4.2.1.1 Δεδομένα χρήσης και προσαρμογή στην Αθήνα

Η εκτίμηση της αναμενόμενης ζήτησης ενός μελλοντικού ΔΚΠ στην Αθήνα, χρειάζεται να βασιστεί στα δεδομένα χρήσης ήδη εγκατεστημένων ΔΚΠ και για το λόγο αυτό λήφθηκαν υπόψη τρεις μελέτες που αναφέρονται στη χρήση υφιστάμενων ΔΚΠ σε άλλες πόλεις. Συγκεκριμένα, οι Froehlich et al. (2009) [19] παρέχουν μια χωροχρονική ανάλυση της χρήσης των σταθμών ποδηλάτων στο ΔΚΠ της Βαρκελώνης, που ονομάζεται “*Bicing*”. Οι Lathia et al. (2012) [20] αναλύουν τα δεδομένα χρήσης του ΔΚΠ “*Barclay Cycle Hire*” του Λονδίνου. Τέλος, οι Etienne et al. (2012) [21] προτείνουν ένα μοντέλο για το σχηματισμό ομάδων (clusters) των σταθμών του ΔΚΠ “*Velib*” του Παρισιού με βάση τα δεδομένα της χρήσης τους.

Και τα τρία έγγραφα περιέχουν δεδομένα χρήσης εγκατεστημένων ΔΚΠ σε τρεις ευρωπαϊκές πόλεις που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη της ζήτησης ενός τέτοιου δικτύου που πρόκειται να κατασκευαστεί στην Αθήνα. Η μελέτη για το ΔΚΠ “*Velib*” του Παρισιού περιγράφει τη δυναμική των σταθμών με ένα σημαντικά σαφέστερο τρόπο από εκείνο που χρησιμοποιείται στις δύο άλλες μελέτες, παρέχοντας πληροφορίες σχετικά με τις αφίξεις και τις αναχωρήσεις από τους αυτούς. Το γεγονός αυτό καθιστά τα δεδομένα της εν λόγω μελέτης ιδανικά για την κατασκευή των τιμών των παραμέτρων  $\overline{DF}_i$  και  $\overline{DE}_i$ . Είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι τα δεδομένα της μελέτης αντιστοιχούν στο μέσο όρο της ζήτησης σε

ένα μήνα στο Παρίσι (Απρίλιος 2011). Στην παρούσα εργασία έγινε μια ανάλυση των δεδομένων χρήσης του ΔΚΠ “*Velib*” του Παρισιού προκειμένου να καθοριστεί η εκτιμώμενη ζήτηση στην Αθήνα.

Η εργασία για το ΔΚΠ “*Velib*” [21] κατηγοριοποιεί τους πάνω από 1200 σταθμούς του Παρισιού σε οκτώ διαφορετικές ομάδες (clusters) σταθμών ποδηλάτων ανάλογα με το είδος της δραστηριότητας που πραγματοποιείται σε καθέναν από αυτούς. Αυτά τα 8 clusters είναι τα εξής:

1. Spare Time 1
2. Spare Time 2
3. Housing
4. Employment 1
5. Employment 2
6. Mixed
7. Railway Stations
8. Parks

Αυτές οι ομάδες (clusters) προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων χρήσης κάθε σταθμού κατά τη διάρκεια της ημέρας. Έτσι, για παράδειγμα, αν ένας σταθμός έχει συγκεκριμένη δραστηριότητα με υψηλή «Ζήτηση για Παραλαβή» τις πρωινές ώρες, όταν οι πολίτες παραλαμβάνουν ποδήλατο από το σπίτι στη δουλειά, και υψηλή «Ζήτηση για Απόθεση» το απόγευμα, όταν οι πολίτες επιστρέφουν σπίτι, τότε ο σταθμός αυτός κατατάσσεται στην ομάδα “Housing”. Τέλος, για κάθε ομάδα προκύπτουν συγκεκριμένες μέσες τιμές για κάθε ζήτηση.

Ωστόσο, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία το Δίκτυο Κοινόχρηστων Ποδηλάτων δεν έχει εγκατασταθεί ακόμα. Έτσι, δεν υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα και η ζήτηση κάθε τοποθεσίας χρειάζεται να προβλεφθεί. Ανάλογα με το περιβάλλον της κάθε τοποθεσίας (υψηλή πυκνότητα πληθυσμού ή πυκνότητα εργασίας ή δίπλα στους σταθμούς του μετρό), κατατάσσεται σε μια ομάδα (cluster), η οποία έχει ένα συγκεκριμένο μέσο προφίλ ζήτησης κατά τη διάρκεια της ημέρας. Για τη μικρή περιοχή του 1<sup>ου</sup> Δημοτικού Διαμερίσματος του Δήμου Αθηναίων και με στόχο να καταστούν λιγότερο περίπλοκα τα δεδομένα της ζήτησης, χωρίς να μειωθεί η εγκυρότητα, επιλέχθηκαν τέσσερις από τις προαναφερθείσες ομάδες (clusters), προκειμένου να κατηγοριοποιηθούν οι υποψήφιες τοποθεσίες του μαθηματικού μοντέλου. Θεωρείται ότι η πρόβλεψη της ζήτησης δεν είναι εύκολο και ακριβές να έχει τόση λεπτομέρεια όση έχει η ανάλυση των δεδομένων χρήσης. Για παράδειγμα, δε χρειάζεται να υπάρχουν δύο διαφορετικές ομάδες για να περιγράψουν τις «Employment» περιοχές. Οι τέσσερις ομάδες (clusters) που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία είναι:

1. Housing
2. Employment
3. Subway
4. Spare Time

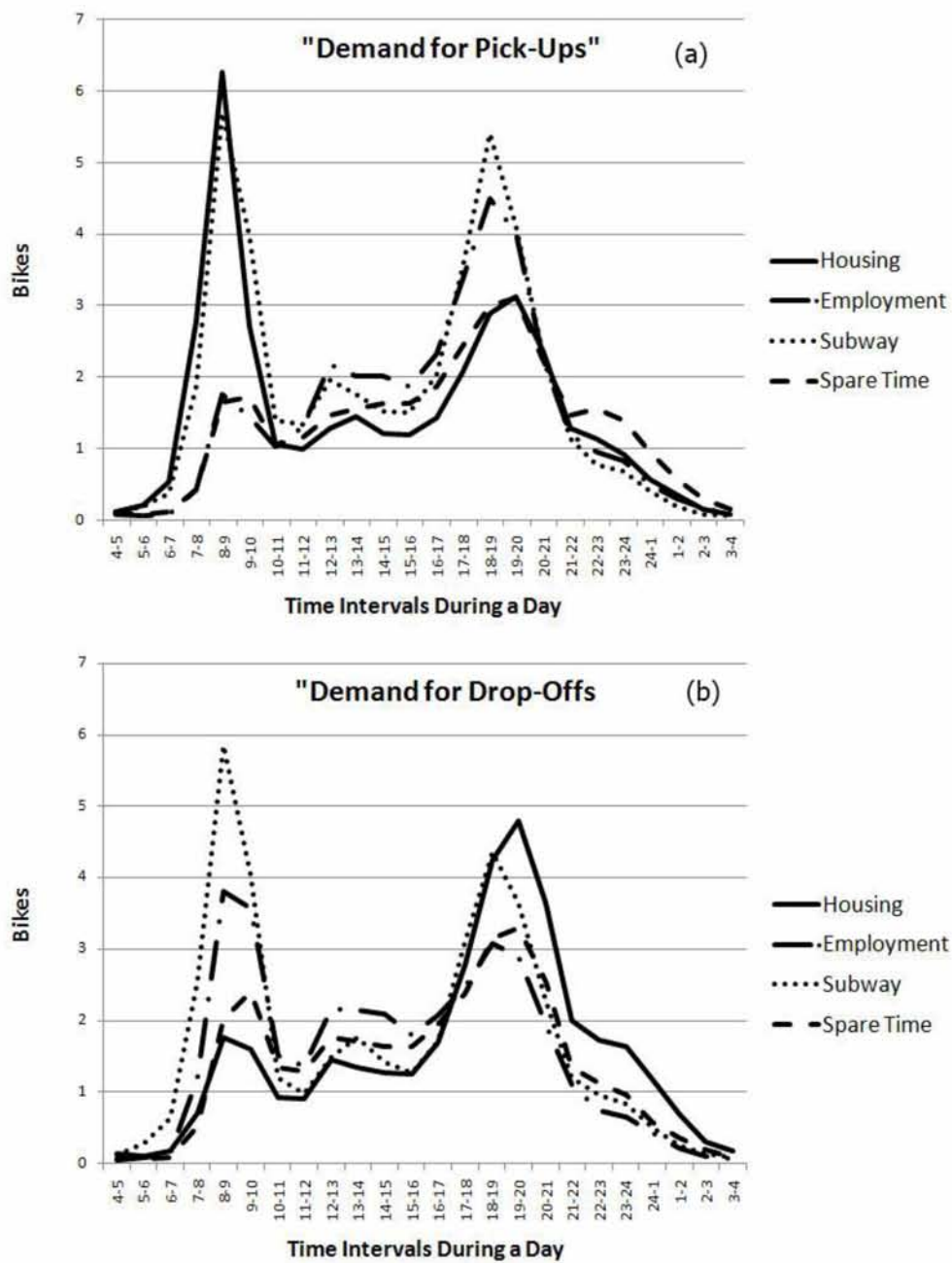
Η ομάδα “Housing” περιέχει τις υποψήφιες τοποθεσίες που βρίσκονται σε πυκνοκατοικημένες περιοχές. Παρατηρείται μια ασυμμετρία στο προφίλ της ζήτησής του με υψηλή «Ζήτηση για Παραλαβή» αλλά χαμηλή «Ζήτηση για Απόθεση» στις πρωινές ώρες αιχμής και το αντίστροφο στις απογευματινές ώρες αιχμής. Η ομάδα “Employment” παρουσιάζει μια ασυμμετρία αντίθετη από εκείνη της “Housing”. Αυτή η ομάδα περιλαμβάνει τις τοποθεσίες που βρίσκονται σε επιχειρηματική περιοχή. Η τρίτη ομάδα “Subway” αντιστοιχεί στις υποψήφιες τοποθεσίες, όπου υπάρχει σταθμός του μετρό. Αυτή η ομάδα έχει τη μέγιστη συνολική ζήτηση κατά τη διάρκεια όλης της ημέρας, γεγονός το οποίο είναι ενδεικτικό της υψηλής δραστηριότητας των σταθμών του μετρό. Τέλος, η ομάδα “Spare Time” περιλαμβάνει τις περιοχές, οι οποίες βρίσκονται κοντά σε εστιατόρια, καφέ-μπαρ, καταστήματα κλπ.

Τα προφίλ της ζήτησης προέκυψαν από το μέσο όρο των δεδομένων χρήσης του ΔΚΠ “Velib” στο σύνολο της έκτασης του Παρισιού. Το παράδειγμα της παρούσας ενότητας περιορίζεται μόνο στο 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων. Η σύγκριση μεταξύ της πυκνότητας του πληθυσμού του Παρισιού (21000κάτοικοι/km<sup>2</sup>) [22] και του 1ου Δημοτικού Διαμερίσματος του Δήμου Αθηναίων (16830κάτοικοι/km<sup>2</sup>) [23] δείχνει ότι οι δύο περιοχές έχουν διαφορετική πυκνότητα πληθυσμού και έτσι η Αθήνα θα έχει μειωμένη αναμενόμενη χρήση του δικτύου ενοικίασης ποδηλάτων. Δηλαδή, ο συντελεστής της ζήτησης για το 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων είναι 0,8, όσον αφορά το κριτήριο της πυκνότητας πληθυσμού.

Ωστόσο, εκτός από την πυκνότητα του πληθυσμού, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και η απόσταση της κάθε υποψήφιας τοποθεσίας από το κέντρο. Στην προηγούμενος αναφερθείσα μελέτη για το ΔΚΠ “Velib” σημειώνεται ότι η μέση δραστηριότητα ενός σταθμού είναι πιο σημαντική όσο πιο κοντά βρίσκεται στο κέντρο του Παρισιού. Οι σταθμοί του “Velib” είναι από 0,1χμ έως 10χμ από το κέντρο της πόλης (“Les Halles”). Οι επιλεγμένες υποψήφιες τοποθεσίες σε αυτό το πρόβλημα είναι από 0,35χμ ως 3,1χμ μακριά από το κέντρο της πόλης («Σύνταγμα»), πράγμα που σημαίνει ότι είναι πολύ κοντά του. Έτσι, είναι ασφαλές να θεωρηθεί ότι η μέση ζήτηση ενός μελλοντικού δικτύου ενοικίασης ποδηλάτων στο κέντρο της Αθήνας είναι περίπου ίση με 2 φορές η μέση τιμή της ζήτησης σε όλη την πόλη του Παρισιού.

Το Σχήμα 4-2 απεικονίζει τα εκτιμώμενα προφίλ των ζητήσεων των τεσσάρων ομάδων υποψήφιων τοποθεσιών κατά τη διάρκεια της ημέρας στην Αθήνα, όπως προκύπτουν από τα αντίστοιχα δεδομένα χρήσης του “Velib” πολλαπλασιάζοντάς τα με τους παραπάνω συντελεστές  $0,8 \times 2 = 1,6$ .





**Σχήμα 4-2: α) Ωριαία εκτιμώμενη «Ζήτηση για Παραλαβή» στην Αθήνα ανά ομάδα τοποθεσιών  
 β) Ωριαία εκτιμώμενη «Ζήτηση για Απόθεση» στην Αθήνα ανά ομάδα τοποθεσιών**

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, το μαθηματικό μοντέλο χρειάζεται ένα προκαθορισμένο σύνολο υποψήφιων τοποθεσιών. Έτσι, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία επιλέχθηκαν στο 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων 50 υποψήφιες τοποθεσίες όπου θα μπορούσε να κατασκευαστούν σταθμοί κοινόχρηστων ποδηλάτων, λαμβάνοντας υπόψη σημαντικά αστικά στοιχεία, όπως η πυκνότητα του πληθυσμού, η πυκνότητα εργασιών, οι σταθμοί του μετρό και οι πλατείες. Αυτές οι 50 τοποθεσίες κατηγοριοποιήθηκαν στις 4 προαναφερόμενες ομάδες (clusters), όπως φαίνονται στην Εικόνα 4-2.



**Εικόνα 4-2: Επιλεγμένες υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών ποδηλάτων στο 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων. Οι τοποθεσίες κατηγοριοποιούνται σε clusters.**

#### 4.2.1.2 Παράγοντες Ζήτησης

Τα προφίλ ζήτησης που απεικονίζονται στο Σχήμα 4-2 αφορούν τις μέσες τιμές για την ωριαία ζήτηση κάθε ομάδας (cluster) υποψήφιων τοποθεσιών. Ωστόσο, μέσα στην ίδια ομάδα δεν έχουν την ίδια αναμενόμενη ζήτηση όλες οι τοποθεσίες. Δηλαδή, κάθε τοποθεσία μιας ομάδας θα έχει είτε μεγαλύτερη τιμή είτε μικρότερη τιμή από τη μέση τιμή ζήτησης της ομάδας. Συνεπώς, για κάθε τοποθεσία πρέπει να οριστεί ένας συντελεστής ο οποίος θα πολλαπλασιαστεί με το προφίλ της ομάδας που ανήκει προκειμένου να προκύψουν τα προφίλ των ζητήσεων για κάθε τοποθεσία ξεχωριστά. Για την εύρεση αυτού του συντελεστή, λήφθηκαν υπόψη ορισμένοι παράγοντες που περιγράφονται στις μελέτες [24] και [25].

Συγκεκριμένα, οι Krykewycz et al. (2010) [24] επιχειρούν την πρόβλεψη της καθημερινής χρήσης του μελλοντικού Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων που σχεδιάζεται για τη Φιλαδέλφια με μια μέθοδο δύο φάσεων: (α) χρησιμοποιείται μια ανάλυση με γεωγραφικό σύστημα πληροφοριών (Geographic Information System-GIS) για την αναγνώριση μιας αρχικής γεωγραφικής περιοχής της αγοράς για ένα ΔΚΠ και (β) αξιολογούνται ήδη εγκατεστημένα ΔΚΠ σε αντίστοιχες Ευρωπαϊκές πόλεις για να εκτιμηθεί ο αριθμός των διαδρομών με κοινόχρηστα ποδήλατα στην αρχική γεωγραφική περιοχή της αγοράς. Στην α) φάση της μεθόδου οι συγγραφείς της μελέτης [24] χρησιμοποιούν 10 παράγοντες υποδομών, χρήσης γης και δημογραφικούς, η ύπαρξη των οποίων επηρεάζει θετικά τη ζήτηση για ποδήλατα. Αυτοί οι 10 παράγοντες είναι οι εξής:

1. Πυκνότητα πληθυσμού
2. Πανεπιστήμια (εγκαταστάσεις, φοιτητικές εστίες κτλ.)
3. Πυκνότητα εργασιών
4. Πυκνότητας εργασιών εμπορίου
5. Τουριστικά αξιοθέατα
6. Πάρκα και χώροι αναψυχής
7. Στάσεις μετρό, τραίνου κτλ.
8. Στάσεις λεωφορείων, τρόλλεϋ κτλ.
9. Ποδηλατόδρομοι
10. Δρόμοι φιλικό στο ποδήλατο

Η πόλη της Φιλαδέλφια χωρίζεται σε τετράγωνα πλευράς 10m, καθένα από τα οποία βαθμολογείται από το 1 ως το 10 για καθέναν από τους 10 παράγοντες (1=ανύπαρκτος παράγοντας, 10=έντονη παρουσία παράγοντα). Καθένας από τους εν λόγω παράγοντες διαθέτει ένα συντελεστή βαρύτητας. Πολλαπλασιάζοντας τη βαθμολογία του τετραγώνου με το συντελεστή βαρύτητας κάθε παράγοντα και αθροίζοντας τα 10 γινόμενα, προκύπτει ένα σταθμισμένο άθροισμα, το οποίο αποτελεί το “bike share score” του τετραγώνου. Επιπλέον του συντελεστή βαρύτητας ορισμένοι παράγοντες (ιδιαίτερα η πυκνότητα εργασιών εμπορίου, τα Πανεπιστήμια και οι ποδηλατόδρομοι) εσκεμμένα υπολογίστηκαν δύο φορές με την έννοια ότι είναι υποσύνολα άλλων παραγόντων (πυκνότητα εργασιών, πυκνότητα πληθυσμού, δρόμοι φιλικό στο ποδήλατο), οι οποίοι λήφθηκαν υπόψη ξεχωριστά. Αυτός ήταν ακόμη ένας τρόπος για μεγαλύτερη βαρύτητα δεδομένων που θεωρήθηκαν ιδιαίτερα θετικά για τη χρήση των κοινόχρηστων ποδηλάτων.

Επιπλέον των 10 παραγόντων που αναφέρθηκαν παραπάνω, οι Wygonik et al. [25] θεωρούν ως απαραίτητη παράμετρο που επηρεάζει τη ζήτηση την Τοπογραφία. Ορισμένες μελέτες έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι οι πολίτες είναι πρόθυμοι να κάνουν ποδήλατο για επιπλέον 1 μίλι προκειμένου να αποφύγουν μια υψομετρική διαφορά 2,5m. Επίσης, η προθυμία χρήσης του ποδηλάτου μειώνεται κατά 10-15% σε δρόμους με ανηφόρες 10%. Συνεπώς, η Τοπογραφία κάθε περιοχής διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη χρήση ποδηλάτου.

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία λήφθηκαν υπόψη και οι 11 παράγοντες που αναφέρθηκαν ανωτέρω για την εξαγωγή των συντελεστών ζήτησης κάθε τοποθεσίας:

1. Πυκνότητα πληθυσμού
2. Πανεπιστήμια (εγκαταστάσεις, φοιτητικές εστίες κτλ.)
3. Πυκνότητα εργασιών
4. Πυκνότητας εργασιών εμπορίου
5. Τουριστικά αξιοθέατα
6. Πάρκα και χώροι αναψυχής
7. Στάσεις μετρό, τραίνου κτλ.
8. Στάσεις λεωφορείων, τρόλλεϋ κτλ.
9. Ποδηλατόδρομοι
10. Δρόμοι φιλικό στο ποδήλατο
11. Τοπογραφία

Για τους πρώτους 10 παράγοντες χρησιμοποιήθηκε η ακόλουθη μεθοδολογία. Για κάθε παράγοντα βαθμολογήθηκε κάθε τοποθεσία από το 1 ως το 10 με βάση τα αστικά χαρακτηριστικά της. Για παράδειγμα, αν μια τοποθεσία βρίσκεται σε πυκνοκατοικημένη περιοχή τότε βαθμολογείται με 10 στον παράγοντα «Πυκνότητα Πληθυσμού», ενώ αν μία βρίσκεται σε αραιοκατοικημένη περιοχή τότε βαθμολογείται με χαμηλότερο αριθμό, ενδεικτικό της αραιοκατοίκησης, στον ίδιο παράγοντα. Στον Πίνακα 4-2 απεικονίζεται η βαθμολογία κάθε υποψήφιας τοποθεσίας για καθένα από τους πρώτους 10 παράγοντες, οι οποίοι προβάλλονται με τον αύξοντα αριθμό τους.

**Πίνακας 4-2: Βαθμολογία των υποψήφιων τοποθεσιών για κάθε παράγοντα ζήτησης**

| Υποψήφιες τοποθεσίες        | Παράγοντες |    |    |    |    |    |    |    |   |    |
|-----------------------------|------------|----|----|----|----|----|----|----|---|----|
|                             | 1          | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 |
| Αγ. Παύλος                  | 7          | 1  | 4  | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 5  |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | 3          | 4  | 10 | 10 | 4  | 4  | 3  | 7  | 1 | 3  |
| Αέρηδες                     | 2          | 1  | 2  | 4  | 10 | 9  | 4  | 1  | 1 | 9  |
| Ακαδημίας                   | 6          | 7  | 10 | 9  | 4  | 1  | 7  | 10 | 1 | 2  |
| Ακρόπολη                    | 5          | 1  | 6  | 3  | 10 | 4  | 10 | 2  | 1 | 10 |
| ΑΣΟΕΕ                       | 9          | 10 | 8  | 6  | 2  | 6  | 5  | 8  | 1 | 1  |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | 10         | 3  | 7  | 4  | 1  | 2  | 5  | 6  | 1 | 1  |
| Αχαρνών-Μάρνη               | 10         | 4  | 9  | 4  | 1  | 2  | 5  | 7  | 1 | 1  |
| Βεΐκου                      | 7          | 3  | 3  | 1  | 4  | 1  | 3  | 4  | 1 | 2  |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | 5          | 10 | 7  | 4  | 10 | 5  | 2  | 8  | 1 | 1  |
| Ευαγγελισμός                | 2          | 1  | 10 | 2  | 5  | 9  | 10 | 7  | 1 | 2  |
| Ηρώδειο                     | 2          | 1  | 3  | 1  | 10 | 10 | 6  | 1  | 1 | 10 |
| Θησείο                      | 3          | 1  | 5  | 8  | 10 | 9  | 10 | 2  | 1 | 10 |
| Θησείο Καφέ                 | 3          | 1  | 5  | 8  | 10 | 10 | 7  | 1  | 1 | 10 |
| Ίπποκράτους                 | 10         | 1  | 9  | 3  | 1  | 1  | 1  | 6  | 1 | 2  |

|                                 |   |    |    |    |    |    |    |    |   |    |
|---------------------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|---|----|
| Κυδαθηναίων                     | 3 | 1  | 4  | 4  | 10 | 8  | 5  | 1  | 1 | 8  |
| Λόφος Στρέφη                    | 6 | 1  | 4  | 3  | 1  | 10 | 1  | 1  | 1 | 4  |
| Μαράσλειος                      | 6 | 1  | 6  | 1  | 1  | 6  | 5  | 3  | 1 | 3  |
| Μέγαρο Μουσικής                 | 3 | 1  | 10 | 1  | 7  | 9  | 10 | 7  | 1 | 2  |
| Μεταξουργείο                    | 6 | 1  | 10 | 1  | 3  | 1  | 10 | 9  | 1 | 1  |
| Μιχαλακοπούλου                  | 7 | 1  | 10 | 2  | 3  | 5  | 5  | 7  | 1 | 3  |
| Μοναστηράκι                     | 5 | 1  | 5  | 10 | 10 | 9  | 10 | 6  | 1 | 9  |
| Ομόνοια                         | 4 | 2  | 10 | 10 | 9  | 6  | 10 | 10 | 1 | 2  |
| Παναγιά Καπνικαρέα              | 2 | 1  | 4  | 10 | 8  | 5  | 5  | 1  | 1 | 10 |
| Πανεπιστήμιο                    | 2 | 10 | 10 | 10 | 9  | 8  | 10 | 9  | 1 | 2  |
| Πεδίον Άρεως                    | 8 | 6  | 8  | 2  | 7  | 10 | 2  | 9  | 1 | 2  |
| Πλατεία Αγοράς                  | 3 | 1  | 4  | 4  | 8  | 8  | 8  | 1  | 1 | 5  |
| Πλατεία Βραζιλίας               | 9 | 1  | 8  | 3  | 1  | 6  | 4  | 7  | 1 | 3  |
| Πλατεία Γαργαρέτας              | 6 | 1  | 5  | 1  | 5  | 2  | 4  | 3  | 1 | 3  |
| Πλατεία Ελευθερίας              | 5 | 1  | 5  | 2  | 1  | 9  | 2  | 6  | 1 | 3  |
| Πλατεία Εξαρχείων               | 9 | 4  | 8  | 6  | 4  | 8  | 1  | 3  | 1 | 2  |
| Πλατεία Κάνιγγος                | 4 | 5  | 10 | 8  | 2  | 2  | 3  | 8  | 1 | 2  |
| Πλατεία Κλαυθμώνος              | 3 | 4  | 10 | 9  | 6  | 8  | 5  | 7  | 1 | 2  |
| Πλατεία Λυκαβηττού              | 7 | 4  | 7  | 3  | 7  | 9  | 2  | 2  | 1 | 4  |
| Πλατεία Τάσου Βουρνά            | 8 | 4  | 7  | 6  | 4  | 8  | 1  | 3  | 1 | 4  |
| Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       | 5 | 1  | 8  | 6  | 4  | 7  | 3  | 6  | 1 | 5  |
| Πλατεία Ωδείου                  | 5 | 1  | 5  | 1  | 2  | 6  | 3  | 8  | 1 | 3  |
| Στ. Λαρίσης                     | 6 | 1  | 8  | 1  | 2  | 2  | 10 | 8  | 1 | 1  |
| Στήλες Ολυμπίου Διός            | 2 | 5  | 8  | 2  | 10 | 9  | 7  | 6  | 1 | 2  |
| Στοά Αθανάτων                   | 6 | 2  | 7  | 6  | 9  | 1  | 4  | 7  | 1 | 2  |
| Συγγρού Φιξ                     | 6 | 1  | 9  | 3  | 4  | 1  | 10 | 8  | 1 | 1  |
| Συγγρού-Αθαν. Διάκου            | 4 | 1  | 9  | 3  | 6  | 1  | 10 | 7  | 1 | 1  |
| Συγγρού-Πετμεζά                 | 5 | 1  | 8  | 3  | 4  | 1  | 6  | 5  | 1 | 1  |
| Σύνταγμα                        | 2 | 2  | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 1 | 2  |
| Τελεφερίκ Λυκαβηττού            | 4 | 1  | 1  | 1  | 9  | 1  | 1  | 1  | 1 | 2  |
| Φιλελλήνων                      | 2 | 1  | 9  | 6  | 6  | 4  | 3  | 8  | 1 | 2  |
| Φιλοπάππου                      | 2 | 1  | 3  | 1  | 5  | 10 | 1  | 1  | 1 | 6  |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   | 3 | 10 | 4  | 1  | 1  | 7  | 1  | 3  | 1 | 5  |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 | 3 | 10 | 4  | 1  | 1  | 7  | 1  | 1  | 1 | 5  |
| Ψυρρή                           | 5 | 1  | 6  | 8  | 8  | 3  | 9  | 2  | 1 | 3  |

Για κάθε παράγοντα έχει οριστεί ένας συντελεστής βαρύτητας, όπως προτείνουν οι Krykewycz et al. [24] και όπως φαίνεται στον Πίνακα 4-3. Παρατηρούμε ότι ο παράγοντας «Πάρκα και χώροι αναψυχής» έχει μειωμένο συντελεστή βαρύτητας, διότι έχει παρατηρηθεί σε άλλα ΔΚΠ μειωμένη χρήση κοινόχρηστων ποδηλάτων για αναψυχή και, συνεπώς, θεωρείται ότι επηρεάζει λιγότερο τη ζήτηση. Αντίθετα, ο παράγοντας «Στάσεις μετρό, τραίνου» έχει αυξημένο συντελεστή βαρύτητας, επειδή είναι σημαντικός ο ρόλος των στάσεων

μετρό και τραινών στη διευκόλυνση των διαδρομών πρώτου/τελευταίου μιλίου με κοινόχρηστο ποδήλατο. Επομένως, επηρεάζει περισσότερο τη ζήτηση.

**Πίνακας 4-3: Συντελεστές βαρύτητας των 10 πρώτων παραγόντων ζήτησης**

| Πυκνότητα πληθυσμού             | Πανεπιστήμια                  | Πυκνότητα εργασιών                 | Πυκνότητα εργασιών εμπορίου | Τουριστικά αξιοθέατα              |
|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1                               | 1                             | 1                                  | 1                           | 1                                 |
| <b>Πάρκα και χώροι αναψυχής</b> | <b>Στάσεις μετρό, τραινου</b> | <b>Στάσεις λεωφορείων, τρόλλεϋ</b> | <b>Ποδηλατόδρομοι</b>       | <b>Δρόμοι φιλικό στο ποδήλατο</b> |
| 0.5                             | 1.5                           | 1                                  | 1                           | 1                                 |

Στη συνέχεια, λοιπόν, πολλαπλασιάζονται οι συντελεστές βαρύτητας καθενός από τους 10 παράγοντες με τη βαθμολογία της κάθε υποψήφιας τοποθεσίας. Κατόπιν, αθροίζονται τα γινόμενα και προκύπτει ένα άθροισμα για κάθε υποψήφια τοποθεσία. Το άθροισμα αυτό διαιρείται με το 55, που είναι η ενδιάμεση τιμή μεταξύ της μέγιστης που μπορεί να έχει μια τοποθεσία (100) και της ελάχιστης (10). Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν οι συντελεστές ζήτησης για κάθε τοποθεσία, όπως αυτοί απεικονίζονται στον Πίνακα 4-4.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο μέσος όρος των συντελεστών αυτών είναι μικρότερος της μονάδας (0,81), γεγονός που οφείλεται στις ιδιαίτερα χαμηλές βαθμολογίες όλων των τοποθεσιών για τους παράγοντες «Ποδηλατόδρομοι» και «Δρόμοι φιλικό στο ποδήλατο». Αυτό συμβαίνει επειδή το κέντρο της Αθήνας δε διαθέτει υποδομές που να το καθιστούν φιλικό στη χρήση ποδηλάτου. Συνεπώς, η αναμενόμενη ζήτηση για κοινόχρηστα ποδήλατα θα είναι συνολικά μειωμένη κατά 19% σε σχέση με αυτή που προβάλλεται στο Σχήμα 4-2.

Ο 11<sup>ος</sup> παράγοντας ζήτησης, η τοπογραφία, διαδραματίζει πρωταγωνιστικό ρόλο για ένα μελλοντικό ΔΚΠ στο κέντρο της Αθήνας λόγω της μορφολογίας του εδάφους. Ο λόφος του Λυκαβηττού και εκείνος της Ακρόπολης θα επηρεάσουν καθοριστικά τη ζήτηση των κοινόχρηστων ποδηλάτων σε όλο το δίκτυο.

Θεωρήθηκε ότι η ύπαρξη έντονου αναγλύφου και ο παράγοντας της τοπογραφίας δεν επηρεάζει το συνολικό μέγεθος της ζήτησης, όπως αυτό έχει προσδιοριστεί με βάση τους πρώτους 10 παράγοντες, αλλά την κατανομή της μεταξύ της «Ζήτησης για Παραλαβή» και της «Ζήτησης για Απόθεση» της κάθε τοποθεσίας. Το υπό μελέτη ΔΚΠ προβλέπει τη χρήση μόνο συμβατικών ποδηλάτων και όχι ηλεκτρικών. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε βασίστηκε στη λογική ότι ο χρήστης του ποδηλάτου προτιμά τις κατηφόρες παρά τις ανηφόρες. Δηλαδή, η «Ζήτηση για Παραλαβή» θα είναι γενικά μεγαλύτερη στους σταθμούς που βρίσκονται σε υψόμετρο, διότι ο χρήστης θα επιθυμεί να πάρει από εκεί ένα ποδήλατο και να κατηφορίσει προς κάποιο σταθμό με χαμηλότερο υψόμετρο. Αντίθετα, «Ζήτηση για

Απόθεση» θα είναι μικρότερη σε σταθμούς με υψόμετρο, διότι λίγοι θα είναι εκείνοι οι χρήστες που θα ανηφορίσουν για να αφήσουν το ποδήλατο που πήραν. Δηλαδή, τα ποδήλατα θα συσσωρεύονται στους σταθμούς με το χαμηλότερο υψόμετρο.

**Πίνακας 4-4: Συντελεστές ζήτησης υποψήφιων τοποθεσιών όπως προέκυψαν από τη βαθμολογία τους στους 10 πρώτους παράγοντες ζήτησης**

| Υποψήφιες τοποθεσίες        | Συντελεστής | Υποψήφιες τοποθεσίες            | Συντελεστής |
|-----------------------------|-------------|---------------------------------|-------------|
| Αγ. Παύλος                  | 0.44        | Πεδίον Άρεως                    | 0.93        |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | 0.88        | Πλατεία Αγοράς                  | 0.78        |
| Αέρηδες                     | 0.74        | Πλατεία Βραζιλίας               | 0.76        |
| Ακαδημίας                   | 1.09        | Πλατεία Γαργαρέτας              | 0.58        |
| Ακρόπολη                    | 1.00        | Πλατεία Ελευθερίας              | 0.57        |
| ΑΣΟΕΕ                       | 1.01        | Πλατεία Εξαρχείων               | 0.77        |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | 0.75        | Πλατεία Κάνιγγος                | 0.83        |
| Αχαρνών-Μάρνη               | 0.83        | Πλατεία Κλαυθμώνος              | 0.97        |
| Βεΐκου                      | 0.55        | Πλατεία Λυκαβηττού              | 0.77        |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | 0.94        | Πλατεία Τάσου Βουρνά            | 0.77        |
| Ευαγγελισμός                | 0.90        | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       | 0.80        |
| Ηρώδειο                     | 0.78        | Πλατεία Ωδείου                  | 0.61        |
| Θησείο                      | 1.08        | Στ. Λαρίσης                     | 0.80        |
| Θησείο Καφέ                 | 0.99        | Στήλες Ολυμπίου Διός            | 0.93        |
| Ιπποκράτους                 | 0.64        | Στοά Αθανάτων                   | 0.85        |
| Κυδαθηναίων                 | 0.79        | Συγγρού Φιξ                     | 0.88        |
| Λόφος Στρέφη                | 0.50        | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            | 0.86        |
| Μαράσλειος                  | 0.59        | Συγγρού-Πετμεζά                 | 0.68        |
| Μέγαρο Μουσικής             | 0.94        | Σύνταγμα                        | 1.22        |
| Μεταξουργείο                | 0.86        | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            | 0.40        |
| Μιχαλακοπούλου              | 0.80        | Φιλελλήνων                      | 0.75        |
| Μοναστηράκι                 | 1.21        | Φιλοπάππου                      | 0.48        |
| Ομόνοια                     | 1.20        | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   | 0.60        |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | 0.85        | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 | 0.56        |
| Πανεπιστήμιο                | 1.31        | Ψυρρή                           | 0.89        |
|                             |             | <b>Μέσος όρος</b>               | <b>0.81</b> |

Αρχικά, λοιπόν, υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του Google Earth τα υψόμετρα κάθε υποψήφιας τοποθεσίας, όπως φαίνονται στον Πίνακα 4-5. Ο μέσος όρος υψόμετρου των τοποθεσιών είναι 85,38m. Στη συνέχεια, υπολογίζεται το σχετικό υψόμετρο κάθε τοποθεσίας αφαιρώντας το μέσο υψόμετρο από το πραγματικό υψόμετρό της. Αν το σχετικό υψόμετρο είναι αρνητικό, δηλαδή η τοποθεσία βρίσκεται χαμηλά σε σχέση με το μέσο όρο, τότε η «Ζήτηση για Παραλαβή» θα είναι μειωμένη και η «Ζήτηση για Απόθεση» αυξημένη. Το αντίθετο θα συμβαίνει αν το σχετικό υψόμετρο μιας τοποθεσίας είναι θετικό.

Για να εκφραστεί η ανωτέρω παραδοχή χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω τύπος:

Συντελεστής «Ζήτησης για Παραλαβή» =  $1 + \text{Σχετικό Υψόμετρο} * W$

Συντελεστής «Ζήτησης για Απόθεση» =  $1 - \text{Σχετικό Υψόμετρο} * W$

Όπου: W αριθμός που εκφράζει το μέγεθος της επιρροής που ασκεί η τοπογραφία στη ζήτηση ανάλογα με το ανάγλυφο της περιοχής.

Στην παρούσα εργασία και ύστερα από δοκιμές, διαπιστώθηκε ότι για το 1<sup>ο</sup> Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων μια τιμή για το W της τάξης του 0,0045 είναι ικανοποιητική για την πρόβλεψη της επιρροής της τοπογραφίας επί της ζήτησης. Έτσι, προκύπτουν για κάθε τοποθεσία δύο διαφορετικοί συντελεστές ζήτησης οι οποίοι έχουν άθροισμα τη μονάδα, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4-5.

**Πίνακας 4-5: Υπολογισμοί για τους συντελεστές της τοπογραφίας**

| Υποψήφιος τοποθεσίες        | Υψόμετρο (σε m) | Σχετικό Υψόμετρο (σε m) | ΜΕΡΙΚΟΙ Συντελεστές για DF | ΜΕΡΙΚΟΙ Συντελεστές για DE |
|-----------------------------|-----------------|-------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | 56.94           | -28.44                  | 0.87                       | 1.13                       |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | 85.45           | 0.06                    | 1.00                       | 1.00                       |
| Αέρηδες                     | 69.73           | -15.65                  | 0.93                       | 1.07                       |
| Ακαδημίας                   | 83.26           | -2.13                   | 0.99                       | 1.01                       |
| Ακρόπολη                    | 75.47           | -9.92                   | 0.96                       | 1.04                       |
| ΑΣΟΕΕ                       | 79.36           | -6.03                   | 0.97                       | 1.03                       |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | 65.61           | -19.78                  | 0.91                       | 1.09                       |
| Αχαρνών-Μάρνη               | 60.90           | -24.49                  | 0.89                       | 1.11                       |
| Βειΐκου                     | 53.93           | -31.45                  | 0.86                       | 1.14                       |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | 71.70           | -13.69                  | 0.94                       | 1.06                       |
| Ευαγγελισμός                | 104.78          | 19.40                   | 1.09                       | 0.91                       |
| Ηρώδειο                     | 93.91           | 8.53                    | 1.04                       | 0.96                       |
| Θησείο                      | 58.65           | -26.73                  | 0.88                       | 1.12                       |
| Θησείο Καφέ                 | 67.45           | -17.94                  | 0.92                       | 1.08                       |
| Ιπποκράτους                 | 122.07          | 36.69                   | 1.17                       | 0.83                       |
| Κυδαθηναίων                 | 83.56           | -1.82                   | 0.99                       | 1.01                       |
| Λόφος Στρέφη                | 123.42          | 38.03                   | 1.17                       | 0.83                       |
| Μαράσλειος                  | 123.84          | 38.46                   | 1.17                       | 0.83                       |
| Μέγαρο Μουσικής             | 112.94          | 27.56                   | 1.12                       | 0.88                       |
| Μεταξουργείο                | 50.47           | -34.91                  | 0.84                       | 1.16                       |
| Μιχαλακοπούλου              | 114.25          | 28.87                   | 1.13                       | 0.87                       |
| Μοναστηράκι                 | 62.42           | -22.96                  | 0.90                       | 1.10                       |
| Ομόνοια                     | 68.77           | -16.61                  | 0.93                       | 1.07                       |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | 70.50           | -14.88                  | 0.93                       | 1.07                       |
| Πανεπιστήμιο                | 85.05           | -0.33                   | 1.00                       | 1.00                       |



|                                 |        |        |      |      |
|---------------------------------|--------|--------|------|------|
| Πεδίον Άρεως                    | 78.94  | -6.44  | 0.97 | 1.03 |
| Πλατεία Αγοράς                  | 67.47  | -17.91 | 0.92 | 1.08 |
| Πλατεία Βραζιλίας               | 110.75 | 25.36  | 1.11 | 0.89 |
| Πλατεία Γαργαρέτας              | 64.19  | -21.20 | 0.90 | 1.10 |
| Πλατεία Ελευθερίας              | 57.47  | -27.91 | 0.87 | 1.13 |
| Πλατεία Εξαρχείων               | 85.94  | 0.56   | 1.00 | 1.00 |
| Πλατεία Κάνιγγος                | 73.14  | -12.25 | 0.94 | 1.06 |
| Πλατεία Κλαυθμώνος              | 72.91  | -12.48 | 0.94 | 1.06 |
| Πλατεία Λυκαβηττού              | 132.12 | 46.74  | 1.21 | 0.79 |
| Πλατεία Τάσου Βουρνά            | 109.78 | 24.40  | 1.11 | 0.89 |
| Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       | 112.01 | 26.63  | 1.12 | 0.88 |
| Πλατεία Ωδείου                  | 58.21  | -27.17 | 0.88 | 1.12 |
| Στ. Λαρίσης                     | 52.28  | -33.10 | 0.85 | 1.15 |
| Στήλες Ολυμπίου Διός            | 83.21  | -2.17  | 0.99 | 1.01 |
| Στοά Αθανάτων                   | 73.40  | -11.98 | 0.95 | 1.05 |
| Συγγρού Φιξ                     | 55.62  | -29.77 | 0.87 | 1.13 |
| Συγγρού-Αθαν. Διάκου            | 72.09  | -13.29 | 0.94 | 1.06 |
| Συγγρού-Πετμεζά                 | 63.70  | -21.68 | 0.90 | 1.10 |
| Σύνταγμα                        | 93.70  | 8.31   | 1.04 | 0.96 |
| Τελεφερίκ Λυκαβηττού            | 186.38 | 100.99 | 1.45 | 0.55 |
| Φιλελλήνων                      | 91.65  | 6.26   | 1.03 | 0.97 |
| Φιλοπάππου                      | 85.10  | -0.28  | 1.00 | 1.00 |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   | 131.37 | 45.99  | 1.21 | 0.79 |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 | 148.30 | 62.91  | 1.28 | 0.72 |
| Ψυρρή                           | 65.04  | -20.34 | 0.91 | 1.09 |

Ακολουθώς, οι συντελεστές αυτοί πολλαπλασιάζονται με τους συντελεστές του Πίνακα 4-4 και έτσι προκύπτουν οι τελικοί συντελεστές για καθεμιά ζήτηση κάθε υποψήφιας τοποθεσίας, όπως φαίνονται στον Πίνακα 4-6.

**Πίνακας 4-6: Τελικοί συντελεστές ζήτησης υποψήφιων τοποθεσιών**

| Υποψήφιες τοποθεσίες | Συντελεστές για DF | Συντελεστές για DE |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| Αγ. Παύλος           | 0.38               | 0.49               |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη   | 0.88               | 0.88               |
| Αέρηδες              | 0.68               | 0.79               |
| Ακαδημίας            | 1.08               | 1.10               |
| Ακρόπολη             | 0.96               | 1.04               |
| ΑΣΟΕΕ                | 0.98               | 1.04               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού    | 0.69               | 0.82               |
| Αχαρνών-Μάρνη        | 0.74               | 0.92               |

|                                 |      |      |
|---------------------------------|------|------|
| Βεΐκου                          | 0.47 | 0.62 |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο     | 0.88 | 0.99 |
| Ευαγγελισμός                    | 0.98 | 0.82 |
| Ηρώδειο                         | 0.81 | 0.75 |
| Θησείο                          | 0.95 | 1.21 |
| Θησείο Καφέ                     | 0.91 | 1.07 |
| Ιπποκράτους                     | 0.74 | 0.53 |
| Κυδαθηναίων                     | 0.78 | 0.80 |
| Λόφος Στρέφη                    | 0.59 | 0.41 |
| Μαράσλειος                      | 0.69 | 0.49 |
| Μέγαρο Μουσικής                 | 1.05 | 0.82 |
| Μεταξουργείο                    | 0.73 | 1.00 |
| Μιχαλακοπούλου                  | 0.90 | 0.70 |
| Μοναστηράκι                     | 1.08 | 1.33 |
| Ομόνοια                         | 1.11 | 1.29 |
| Παναγιά Καπνικαρέα              | 0.80 | 0.91 |
| Πανεπιστήμιο                    | 1.31 | 1.31 |
| Πεδίον Άρεως                    | 0.90 | 0.95 |
| Πλατεία Αγοράς                  | 0.72 | 0.84 |
| Πλατεία Βραζιλίας               | 0.85 | 0.68 |
| Πλατεία Γαργαρέτας              | 0.53 | 0.64 |
| Πλατεία Ελευθερίας              | 0.50 | 0.64 |
| Πλατεία Εξαρχείων               | 0.77 | 0.77 |
| Πλατεία Κάνιγγος                | 0.78 | 0.87 |
| Πλατεία Κλαυθμώνος              | 0.92 | 1.03 |
| Πλατεία Λυκαβηττού              | 0.94 | 0.61 |
| Πλατεία Τάσου Βουρνά            | 0.86 | 0.69 |
| Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       | 0.90 | 0.70 |
| Πλατεία Ωδείου                  | 0.53 | 0.68 |
| Στ. Λαρίσης                     | 0.68 | 0.92 |
| Στήλες Ολυμπίου Διός            | 0.92 | 0.94 |
| Στοά Αθανάτων                   | 0.80 | 0.89 |
| Συγγρού Φιξ                     | 0.76 | 1.00 |
| Συγγρού-Αθαν. Διάκου            | 0.81 | 0.92 |
| Συγγρού-Πετμεζά                 | 0.62 | 0.75 |
| Σύνταγμα                        | 1.26 | 1.17 |
| Τελεφερίκ Λυκαβηττού            | 0.58 | 0.22 |
| Φιλελλήνων                      | 0.78 | 0.73 |
| Φιλοπάππου                      | 0.48 | 0.48 |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   | 0.72 | 0.48 |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 | 0.72 | 0.40 |
| Ψυρρή                           | 0.81 | 0.97 |

#### 4.2.1.3 Υπολογισμός άνω και κάτω άκρων ομοιόμορφης κατανομής

Οι συντελεστές του Πίνακα 4-6 πολλαπλασιάζονται με τα προφίλ των ζητήσεων του Σχήμα 4-2 για να προκύψει το τελικό προφίλ της αναμενόμενης ωριαίας ζήτησης για κάθε υποψήφια τοποθεσία.

Ωστόσο, το μαθηματικό μοντέλο που εφαρμόζεται στην παρούσα εργασία δεν περιλαμβάνει χρονικά μεταβαλλόμενη ζήτηση. Αντίθετα, λαμβάνει ως δεδομένο μία και μοναδική τιμή για τη κάθε ζήτηση (Παραλαβής και Απόθεσης) κάθε τοποθεσίας. Έχοντας προβλέψει την ωριαία μεταβολή της ζήτησης στη διάρκεια μιας ημέρας, είναι απαραίτητο να επιλεγεί μία τιμή από αυτή για να εισαχθεί στο μαθηματικό μοντέλο. Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό το σχεδιασμό ενός ΔΚΠ και θεωρείται ότι το δίκτυο θα «δοκιμάζεται» στις ώρες αιχμής, όταν πολλοί χρήστες επιθυμούν είτε να παραλάβουν είτε να αποθέσουν ποδήλατα. Το ΔΚΠ πρέπει να είναι σχεδιασμένο ώστε να εξυπηρετεί αυτή την αυξημένη ζήτηση στις ώρες αιχμής. Για το λόγο αυτό, στη μοντελοποίηση λήφθηκαν υπόψη οι μέγιστες τιμές των προφίλ των ζητήσεων για κάθε ζήτηση κάθε τοποθεσίας.

Ωστόσο, στην προσομοίωση Monte Carlo λαμβάνεται υπόψη η στοχαστικότητα της ζήτησης, η οποία περιγράφεται από μια κατανομή πιθανότητας. Στο παράδειγμα αυτού του Κεφαλαίου θεωρήθηκε ότι η ζήτηση κάθε τοποθεσίας περιγράφεται από την ομοιόμορφη κατανομή. Για τον υπολογισμό των άνω και κάτω άκρων της ομοιόμορφης κατανομής λήφθηκαν υπόψη οι μέγιστες τιμές της προηγούμενης παραγράφου ως ενδιάμεσες τιμές της κατανομής. Με τον τρόπο αυτό θεωρήθηκε ότι στη διάρκεια μιας ημέρας οι μέγιστες τιμές των ζητήσεων των τοποθεσιών ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή με γνωστά άνω και κάτω άκρα.

Πίνακας 4-7: Άνω και κάτω όρια ομοιόμορφης κατανομής για τη ζήτηση κάθε τοποθεσίας

| Υποψήφιες τοποθεσίες        | Μέγιστες τιμές DF | Μέγιστες τιμές DE | Άνω και κάτω όρια ομοιόμορφης κατανομής |       |       |       |
|-----------------------------|-------------------|-------------------|---|-------|-------|-------|
|                             |                   |                   | DFmin                                   | DFmax | DEmin | DEmax |
| Αγ. Παύλος                  | 3                 | 3                 | 2                                       | 4     | 2     | 4     |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | 5                 | 4                 | 3                                       | 7     | 3     | 5     |
| Αέρηδες                     | 3                 | 3                 | 2                                       | 4     | 2     | 4     |
| Ακαδημίας                   | 6                 | 5                 | 4                                       | 8     | 3     | 7     |
| Ακρόπολη                    | 7                 | 7                 | 5                                       | 9     | 5     | 9     |
| ΑΣΟΕΕ                       | 5                 | 5                 | 3                                       | 7     | 3     | 7     |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | 5                 | 4                 | 3                                       | 7     | 3     | 5     |
| Αχαρνών-Μάρνη               | 4                 | 4                 | 3                                       | 5     | 3     | 5     |
| Βεΐκου                      | 4                 | 3                 | 3                                       | 5     | 2     | 4     |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | 3                 | 4                 | 2                                       | 4     | 3     | 5     |
| Ευαγγελισμός                | 7                 | 6                 | 5                                       | 9     | 4     | 8     |

|                                 |   |   |   |    |   |    |
|---------------------------------|---|---|---|----|---|----|
| Ηρώδειο                         | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Θησείο                          | 7 | 8 | 5 | 9  | 5 | 11 |
| Θησείο Καφέ                     | 3 | 4 | 2 | 4  | 3 | 5  |
| Ιπποκράτους                     | 6 | 3 | 4 | 8  | 2 | 4  |
| Κυδαθηναίων                     | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Λόφος Στρέφη                    | 5 | 2 | 3 | 7  | 1 | 3  |
| Μαράσλειος                      | 5 | 3 | 3 | 7  | 2 | 4  |
| Μέγαρο Μουσικής                 | 7 | 6 | 5 | 9  | 4 | 8  |
| Μεταξουργείο                    | 5 | 7 | 3 | 7  | 5 | 9  |
| Μιχαλακοπούλου                  | 7 | 4 | 5 | 9  | 3 | 5  |
| Μοναστηράκι                     | 8 | 9 | 5 | 11 | 6 | 12 |
| Ομόνοια                         | 8 | 9 | 5 | 11 | 6 | 12 |
| Παναγιά Καπνικαρέα              | 3 | 4 | 2 | 4  | 3 | 5  |
| Πανεπιστήμιο                    | 9 | 9 | 6 | 12 | 6 | 12 |
| Πεδίον Άρεως                    | 5 | 4 | 3 | 7  | 3 | 5  |
| Πλατεία Αγοράς                  | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Πλατεία Βραζιλίας               | 7 | 4 | 5 | 9  | 3 | 5  |
| Πλατεία Γαργαρέτας              | 4 | 3 | 3 | 5  | 2 | 4  |
| Πλατεία Ελευθερίας              | 2 | 2 | 1 | 3  | 1 | 3  |
| Πλατεία Εξαρχείων               | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Πλατεία Κάνιγγος                | 4 | 4 | 3 | 5  | 3 | 5  |
| Πλατεία Κλαυθμώνος              | 5 | 5 | 3 | 7  | 3 | 7  |
| Πλατεία Λυκαβηττού              | 7 | 3 | 5 | 9  | 2 | 4  |
| Πλατεία Τάσου Βουρνά            | 7 | 4 | 5 | 9  | 3 | 5  |
| Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Πλατεία Ωδείου                  | 4 | 4 | 3 | 5  | 3 | 5  |
| Στ. Λαρίσης                     | 5 | 6 | 3 | 7  | 4 | 8  |
| Στήλες Ολυμπίου Διός            | 3 | 4 | 2 | 4  | 3 | 5  |
| Στοά Αθανάτων                   | 3 | 3 | 2 | 4  | 2 | 4  |
| Συγγρού Φιξ                     | 5 | 7 | 3 | 7  | 5 | 9  |
| Συγγρού-Αθαν. Διάκου            | 4 | 4 | 3 | 5  | 3 | 5  |
| Συγγρού-Πετμεζά                 | 5 | 4 | 3 | 7  | 3 | 5  |
| Σύνταγμα                        | 9 | 8 | 6 | 12 | 5 | 11 |
| Τελεφερίκ Λυκαβηττού            | 5 | 1 | 3 | 7  | 1 | 1  |
| Φιλελλήνων                      | 4 | 3 | 3 | 5  | 2 | 4  |
| Φιλοπάππου                      | 4 | 3 | 3 | 5  | 2 | 4  |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   | 6 | 3 | 4 | 8  | 2 | 4  |
| Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 | 6 | 2 | 4 | 8  | 1 | 3  |
| Ψυρρή                           | 3 | 4 | 2 | 4  | 3 | 5  |

#### 4.2.1.4 Ανακεφαλαίωση μεθοδολογίας ζήτησης

Συνοψίζοντας την προσέγγιση που εφαρμόστηκε για τη ζήτηση, αυτή έχει ως εξής. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα χρήσης του ΔΚΠ “*Velib*” του Παρισιού και προσαρμόστηκαν στο 1ο Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων με δύο γενικούς συντελεστές (πυκνότητα πληθυσμού, απόσταση από το κέντρο) οδηγώντας στα προφίλ του Σχήμα 4-2. Κατόπιν, καθεμιά τοποθεσία βαθμολογήθηκε για καθένα από 10 παράγοντες, με σκοπό να προκύψουν εξειδικευμένοι συντελεστές (Πίνακας 4-4), ενδεικτικοί της αναμενόμενης δραστηριότητας σε αυτή. Στη συνέχεια, με βάση την τοπογραφία προέκυψαν δύο συντελεστές για κάθε τοποθεσία, ένας για τη «Ζήτηση για Παραλαβή» και ένας για τη «Ζήτηση για Απόθεση» (Πίνακας 4-5). Έπειτα, οι εξειδικευμένοι συντελεστές από τους 11 παράγοντες ζήτησης πολλαπλασιάστηκαν μεταξύ τους με σκοπό να προκύψουν δύο τελικοί συντελεστές για κάθε τοποθεσία (ένας για κάθε ζήτηση - Πίνακας 4-6). Οι τελευταίοι πολλαπλασιάστηκαν με την προσαρμοσμένη ωριαία ζήτηση κάθε ομάδας (cluster), στην οποία ανήκει η κάθε τοποθεσία. Για καθεμιά από τις υποψήφιες τοποθεσίες λήφθηκε η μέγιστη τιμή του προφίλ ζήτησης και αυτή χρησιμοποιήθηκε ως ενδιάμεση τιμή της ομοιόμορφης κατανομής ζήτησης (Πίνακας 4-7), η οποία θα εισαχθεί στην προσομοίωση Monte Carlo.

#### 4.2.2 Υπόλοιπα δεδομένα παραδείγματος

Όσον αφορά τα κόστη του δικτύου, λήφθηκαν υπόψη δύο ήδη εγκατεστημένα δίκτυα, το ένα στην Ελλάδα (Καρδίτσα) και το δεύτερο στην Κύπρο (Λευκωσία). Εξετάζοντας τον προϋπολογισμό και τις διαστάσεις της κάθε πόλης, καθώς και το μέγεθος του δικτύου της, προέκυψαν τα ακόλουθα δεδομένα για την περίπτωση της Αθήνας. Το κόστος της δημιουργίας ενός σταθμού χωρίς καμία θέση στάθμευσης ( $\overline{CS}$ ) είναι € 12.000. Το κόστος της κάθε θέσης στάθμευσης σε ένα σταθμό ( $\overline{CTH}$ ) είναι € 900. Το κόστος ενός ποδηλάτου ( $\overline{CB}$ ) είναι € 500 και ο συνολικός διαθέσιμος προϋπολογισμός ( $\overline{BDG}$ ) είναι € 1.000.000.

Η τιμή της παραμέτρου  $\overline{\max\text{per}}$  θεωρείται ίση με 7 λεπτά. Αυτό σημαίνει ότι μια τοποθεσία χωρίς σταθμό δεν μπορεί να απέχει από μια τοποθεσία με σταθμό περισσότερο από 7 λεπτά με τα πόδια.

Ο ελάχιστος και ο μέγιστος αριθμός θέσεων πάρκινγκ που μπορεί να έχει ένας σταθμός είναι όσο και στο δίκτυο “*Velib*” (μεταξύ 8 και 70 ανά σταθμό) [21]. Αυτές είναι οι αξίες του και αντίστοιχα.

Τέλος, γίνεται δεκτό ότι για κάθε πελάτη που πρέπει να περπατήσει από την τοποθεσία του/της στον κοντινότερο σταθμό το κόστος ποινής για την αντικειμενική συνάρτηση του μαθηματικού μοντέλου ( $\overline{CDT}$ ) του δικτύου είναι 1 € για κάθε λεπτό

που αυτός/αυτή περπατά. Ο δεύτερος και ο τρίτος όρος στην αντικειμενική συνάρτηση θα έχουν το ίδιο κόστος, επειδή δεν υπάρχει καμία πρόσθετη σημασία στην ελαχιστοποίηση είτε της «Ζήτησης για Παραλαβή» είτε της «Ζήτησης για Απόθεση». Σε αυτό το παράδειγμα το κόστος της ανικανοποίητης ζήτησης ( $\overline{CDEMAND}$ ) θεωρήθηκε ίσο με 30 €, η οποία θα μπορούσε να είναι η ετήσια συνδρομή ενός πελάτη του δικτύου, ο οποίος τελικά δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί και δε χρησιμοποιεί το δίκτυο. Σε αυτούς τους δύο όρους, οι τιμές  $\overline{DF}_k$  και  $\overline{DE}_k$  θα μπορούσαν να παραληφθούν, δεδομένου ότι δεν είναι μεταβλητές αλλά δεδομένα και δεν επιδέχονται βελτιστοποίηση. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει  $-BF_k$  και  $-BE_k$ , πράγμα που σημαίνει ότι θέλει να παραληφθούν και να αποθεθούν όσο το δυνατόν περισσότερα ποδήλατα από και προς τους σταθμούς αντίστοιχα, ικανοποιώντας το μεγαλύτερο δυνατό ποσοστό της ζήτησης.

Η παράμετρος  $\overline{perde}$  θεωρείται ότι είναι ένα μέτρο της δημοτικότητας του ποδηλάτου σε μια συγκεκριμένη πόλη. Για παράδειγμα, αν οι πολίτες προτιμούν το ποδήλατο ως μέσο μεταφοράς, θα ήταν πρόθυμοι να περπατήσουν από την τοποθεσία τους στον πλησιέστερο σταθμό, ώστε να πάρουν ένα ποδήλατο και να χρησιμοποιήσουν το δίκτυο ( $\overline{perde} \rightarrow 1$ ). Ωστόσο, αν το ποδήλατο δεν είναι πολύ δημοφιλές μέσο μεταφοράς στην πόλη, τότε λίγη μόνο ζήτηση από μια τοποθεσία χωρίς σταθμό θα μεταφερθεί στον πλησιέστερο σταθμό ( $\overline{perde} \rightarrow 0$ ). Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, επιλύθηκαν **δύο περιπτώσεις** του προβλήματος και επιχειρήθηκε μια ανάλυση ευαισθησίας ως προς την εν λόγω παράμετρο. Στην 1<sup>η</sup> περίπτωση θεωρήθηκε ότι όλοι οι δυνητικοί πελάτες των τοποθεσιών χωρίς σταθμό είναι πρόθυμοι να περπατήσουν προς τον πλησιέστερο σταθμό και να παραλάβουν ή να αποθέσουν ένα ποδήλατο ( $\overline{perde} = 1$ ). Στη 2<sup>η</sup> περίπτωση θεωρήθηκε ότι μόνο το 50% αυτών θα το έκαναν αυτό ( $\overline{perde} = 0.5$ ). Οι υπόλοιποι δυνητικοί πελάτες δε θα χρησιμοποιήσουν το δίκτυο.

### 4.3 Επίλογος

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν οι κώδικες (Visual Basic και C++) που αναπτύχθηκαν για την εφαρμογή του μαθηματικού μοντέλου. Κατόπιν, περιγράφηκε το πρόβλημα σχεδιασμού μελλοντικού Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων στο 1ο Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων, όπως αυτό προσεγγίστηκε στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία. Έγινε εκτενής περιγραφή της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για την εκτίμηση της στοχαστικής ζήτησης. Τέλος, παρουσιάστηκαν τα υπόλοιπα δεδομένα του παραδείγματος της Αθήνας.

## 5 Αποτελέσματα-Συμπεράσματα-Ανακεφαλαίωση

### 5.1 Περίπτωση 1<sup>η</sup>: $perde=0.5$

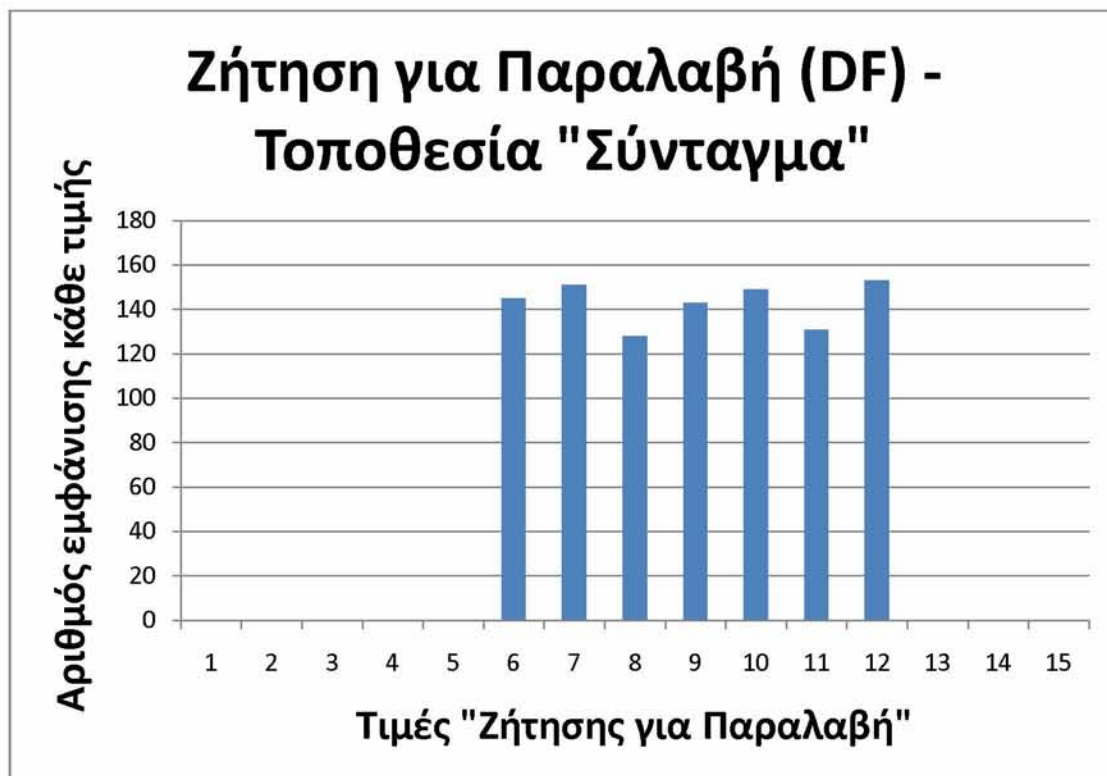
Κατά την επίλυση του συγκεκριμένου παραδείγματος, εφαρμόστηκε η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (ΕΤΠ) που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3. Συγκεκριμένα, εφαρμόστηκε η μέθοδος με μη προκαθορισμένο αριθμό γύρων απόφασης (παράγραφος 3.3.3.2), όπου η διαδικασία λήψης απόφασης ολοκληρώνεται με την επίτευξη ικανοποιητικής σύγκλισης.

#### 5.1.1 1<sup>ο</sup> γύρος απόφασης

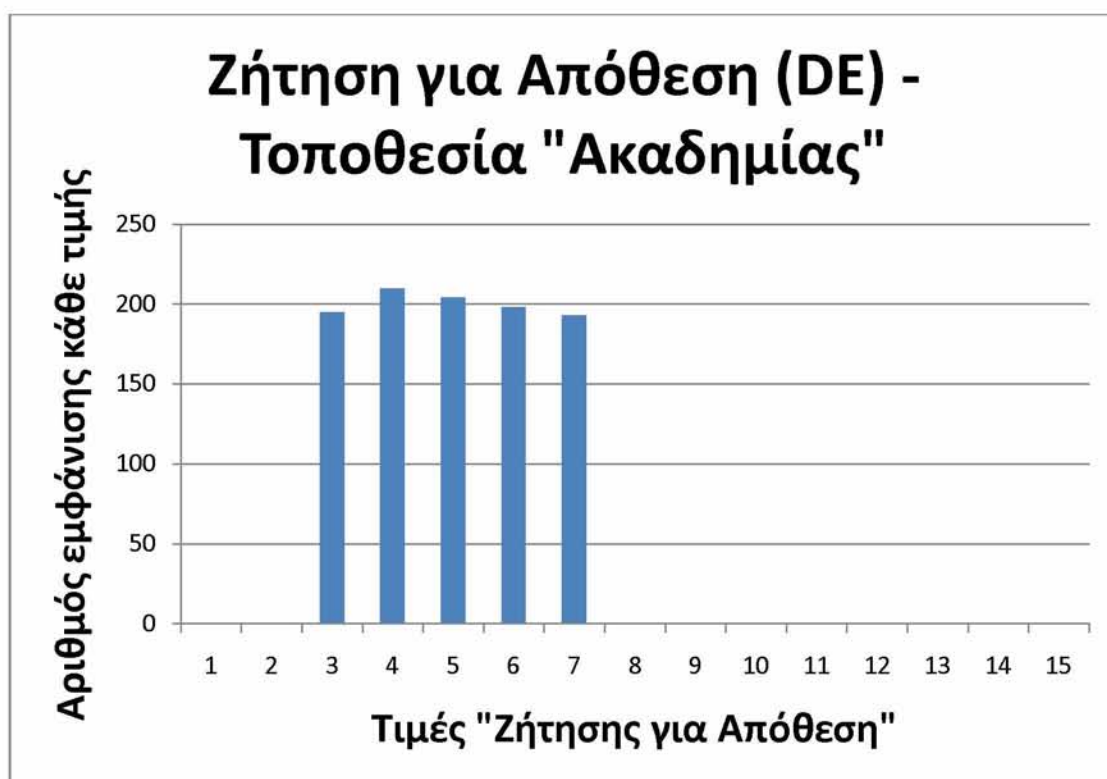
Στον 1ο γύρο απόφασης της ΕΤΠ εκτελέστηκαν 1000 επαναλήψεις Monte Carlo, σε καθεμιά από τις οποίες επιλύονταν το μαθηματικό μοντέλο του Κεφαλαίου 2 με τα δεδομένα της παραγράφου 4.2. Συγκεκριμένα, σε καθεμιά από τις 1000 επαναλήψεις γίνεται δειγματοληψία των τιμών της «Ζήτησης για Παραλαβή» και της «Ζήτησης για Απόθεση» για κάθε τοποθεσία από τις διακριτές ομοιόμορφες κατανομές του Πίνακα 4-7.

Στο Σχήμα 5-1 απεικονίζεται πόσες φορές επιλέχθηκαν από τη δειγματοληψία Monte Carlo οι αντίστοιχες τιμές για τη «Ζήτηση για Παραλαβή» της τοποθεσίας «Σύνταγμα» μέσα στις 1000 επαναλήψεις. Παρατηρεί κανείς εύκολα ότι προσεγγίζεται η διακριτή ομοιόμορφη κατανομή που έχει ως άνω και κάτω άκρα τις τιμές 6 και 12 αντίστοιχα, όπως περιγράφεται στον Πίνακα 4-7 για την τοποθεσία αυτή. Δηλαδή, τα ενδεχόμενα η «Ζήτηση για Παραλαβή» από το Σύνταγμα να είναι 6 ή 7 ή 8 ή 9 ή 10 ή 11 ή 12 είναι ισοπίθανα. Το άθροισμα των εμφανίσεων αυτών των τιμών στον 1<sup>ο</sup> γύρο απόφασης είναι 1000. Παρόμοια είναι και τα διαγράμματα διακριτών ομοιόμορφων κατανομών που προκύπτουν για κάθε τοποθεσία για τις 1000 επαναλήψεις Monte Carlo, τόσο για τη «Ζήτηση για Παραλαβή» όσο και για τη «Ζήτηση για Απόθεση». Ενδεικτικά, στο Σχήμα 5-2 απεικονίζεται το εν λόγω διάγραμμα για τη «Ζήτηση για Απόθεση» για την τοποθεσία «Ακαδημίας». Στο διάγραμμα αυτό η ομοιόμορφη κατανομή έχει στενότερο εύρος με αποτέλεσμα οι φορές εμφάνισης κάθε τιμής ζήτησης να είναι περισσότερες (περίπου 200 φορές η κάθε τιμή) από αυτές στο Σχήμα 5-1 (περίπου 140 φορές η κάθε τιμή).

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω του διαφορετικού σπόρου (seed) που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των τυχαίων τιμών ζήτησης για κάθε ζήτηση κάθε τοποθεσίας, στις 1000 επαναλήψεις δεν επαναλαμβάνεται κανένας ίδιος συνδυασμός ζήτησης για όλο το δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι σε ένα γύρο απόφασης προσομοιώνονται 1000 διαφορετικές περιπτώσεις ζήτησης για όλο το δίκτυο και σε καθεμιά το μαθηματικό μοντέλο βρίσκει τη βέλτιστη λύση για να την ικανοποιήσει.



Σχήμα 5-1: Ομοιόμορφη κατανομή «Ζήτησης για Παραλαβή» για την υποψήφια τοποθεσία «Σύνταγμα»



Σχήμα 5-2: Ομοιόμορφη κατανομή «Ζήτησης για Απόθεση» για την υποψήφια τοποθεσία «Ακαδημίας»



Στον Πίνακα 5-1 απεικονίζονται οι υπονήφιες τοποθεσίες που επιλέχθηκαν ή όχι από τα αποτελέσματα του 1<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης. Συγκεκριμένα, με πράσινο χρώμα είναι οι τοποθεσίες στις οποίες εγκαθίσταται σταθμός κοινόχρηστων ποδηλάτων σε 990 και περισσότερες από τις 1000 προσομοιώσεις Monte Carlo. Στον 1<sup>ο</sup> γύρο απόφασης δεν εμφανίστηκε κάποια τοποθεσία να έχει επιλεγεί λιγότερες από 10 φορές για σταθμό και, συνεπώς, το κόκκινο υποσύνολο παραμένει κενό. Οι πράσινες τοποθεσίες είναι 23, ενώ οι υπόλοιπες 27 εντάσσονται στο γκρι υποσύνολο.

**Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα 1<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

### 5.1.2 2<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Για την εκτέλεση του 2ου γύρου απόφασης μειώθηκαν συμμετρικά τα όρια των ομοιόμορφων κατανομών για τις ζητήσεις των γκρι τοποθεσιών. Επίσης, εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί 3-1 για την εγκατάσταση

σταθμών ποδηλάτων σε όλες τις πράσινες τοποθεσίες για όλες τις προσομοιώσεις Monte Carlo. Κατόπιν, εκτελούνται ξανά 1000 προσομοιώσεις Monte Carlo.

Στον Πίνακα 5-2 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του 2<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης για την περίπτωση  $\overline{perde} = 0.5$ . Οι πράσινες τοποθεσίες αυξήθηκαν σε 31, ενώ οι κόκκινες είναι 4. Οι υπόλοιπες 15 τοποθεσίες επιλέχθηκαν 11 με 989 φορές για εγκατάσταση σταθμού και εντάσσονται στο γκρι υποσύνολο.

**Πίνακας 5-2: Αποτελέσματα 2<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαμα Κολοκοτρώνη           | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

### 5.1.3 3<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Για την εκτέλεση του 3<sup>ου</sup> γύρου απόφασης μειώθηκαν συμμετρικά τα όρια των ομοιόμορφων κατανομών για τις ζητήσεις των γκρι τοποθεσιών του 2<sup>ου</sup> γύρου. Επίσης, εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί 3-1 και 3-2 για την

εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων σε όλες τις πράσινες τοποθεσίες και σε καμία κόκκινη τοποθεσία για όλες τις προσομοιώσεις Monte Carlo. Κατόπιν, εκτελούνται ξανά 1000 προσομοιώσεις Monte Carlo.

Στον Πίνακα 5-3 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του 3<sup>ου</sup> γύρου απόφασης. Οι πράσινες τοποθεσίες αυξήθηκαν σε 34, ενώ οι κόκκινες παρέμειναν 4. Οι υπόλοιπες 12 τοποθεσίες ανήκουν στο γκρι υποσύνολο.

**Πίνακας 5-3: Αποτελέσματα 3<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

#### 5.1.4 4<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Για την εκτέλεση του 4<sup>ου</sup> γύρου απόφασης μειώθηκαν συμμετρικά τα όρια των ομοιόμορφων κατανομών για τις ζητήσεις των γκρι τοποθεσιών του 3ου γύρου. Επίσης, εισήχθησαν στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί 3-1 και 3-2 για την εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων σε όλες τις πράσινες τοποθεσίες και σε καμία

κόκκινη τοποθεσία για όλες τις προσομοιώσεις Monte Carlo. Κατόπιν, εκτελούνται ξανά 1000 προσομοιώσεις Monte Carlo.

Στον Πίνακα 5-4 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του 4<sup>ου</sup> γύρου απόφασης, με τον οποίο ολοκληρώθηκε η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση, αφού όλες οι υποψήφιες τοποθεσίες εντάσσονται στο πράσινο ή στο κόκκινο υποσύνολο και δεν υπάρχει καμία γκρι τοποθεσία. Αυτό σημαίνει ότι έχει αποφασιστεί ο βέλτιστος συνδυασμός σταθμών ποδηλάτων. Οι επιλεγμένες τοποθεσίες (πράσινες) είναι 40, ενώ οι μη επιλεγμένες (κόκκινες) είναι 10.

**Πίνακας 5-4: Αποτελέσματα 4<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=0.5)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

Σχετικά, με τα τελικά αποτελέσματα έχει ιδιαίτερη σημασία η γνώση του γύρου απόφασης, στον οποίο κάθε τοποθεσία εντάχθηκε στο πράσινο ή στο κόκκινο υποσύνολο. Στον Πίνακα 5-5 απεικονίζεται η τελική λύση του 4<sup>ου</sup> γύρου απόφασης με διαβαθμίσεις χρωμάτων σχετικά με το γύρο στον οποίο αποφασίστηκε για κάθε τοποθεσία η συμμετοχή της ή όχι στη λύση. Όσο πιο σκοτεινή είναι η σκίαση ενός

κελιού, τόσο νωρίτερα εισήλθε η τοποθεσία στο πράσινο ή το κόκκινο υποσύνολο, δηλαδή τόσο πιο γρήγορα συνάγεται το συμπέρασμα σχετικά με την κατάστασή της (“go” ή “no go”) στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Με άλλα λόγια, για τα πιο σκοτεινά κελιά είμαστε πιο σίγουροι για την ένταξή τους (πράσινο σετ) ή τον αποκλεισμό τους (κόκκινο σετ) από την τελική λύση. Ως εκ τούτου, για κάθε τοποθεσία δεν έχουμε μόνο τις πληροφορίες του “go” ή “no go”, αλλά και το βαθμό της βεβαιότητας της εν λόγω απόφασης. Αυτή η πληροφορία είναι πολύ χρήσιμη για τον φορέα λήψης αποφάσεων με δεδομένη την αβεβαιότητα της ζήτησης κάθε τοποθεσίας.

**Πίνακας 5-5: Τα τελικά πράσινα και κόκκινα υποσύνολα με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε τοποθεσία (όσο πιο σκούρο είναι το κελί τόσο μεγαλύτερη είναι η βεβαιότητα είτε για τη συμπερίληψη (πράσινο σετ) είτε για την απόρριψη (κόκκινο σετ) της τοποθεσίας στην τελική λύση)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

### 5.1.5 Τελική ολοκληρωμένη λύση (perde=0.5)

Η διαδικασία με τους 4 γύρους απόφασης που περιγράφηκε ανωτέρω δεν αρκεί για το σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων. Με την παραπάνω διαδικασία λήψης αποφάσεων καθορίστηκαν οι τοποθεσίες, στις οποίες θα εγκατασταθούν σταθμοί ποδηλάτων. Ωστόσο, για το σχεδιασμό ενός ΔΚΠ είναι απαραίτητος ο καθορισμός του αριθμού των θέσεων στάθμευσης κάθε τοποθεσίας, καθώς και του αριθμού των ποδηλάτων που θα υπάρχουν συνολικά στο δίκτυο.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό των θέσεων στάθμευσης κάθε σταθμού είναι η εξής:

Αρχικά, έχοντας προσθέσει τους περιορισμούς για την εγκατάσταση σταθμών στις 40 πράσινες και όχι στις 10 κόκκινες τοποθεσίες εκτελέστηκε ακόμη ένας γύρος 1000 επαναλήψεων Monte Carlo, όπου οι ζητήσεις σε ποδήλατα ήταν στοχαστικές για όλες τις τοποθεσίες (ομοιόμορφη κατανομή με το μεγαλύτερο εύρος τιμών για τον καθένα, όπως στον 1<sup>ο</sup> γύρο απόφασης). Οι 1000 επαναλήψεις με πλήρη στοχαστική ζήτηση οδήγησαν σε μια κατανομή θέσεων στάθμευσης για κάθε σταθμό. Στο Σχήμα 5-3 απεικονίζεται η κατανομή των θέσεων στάθμευσης για το σταθμό ποδηλάτων «Μοναστηράκι». Αντίστοιχα διαγράμματα προέκυψαν για όλους τους εγκατεστημένους σταθμούς.



Σχήμα 5-3: Οι φορές εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής  $DN_k$  στις 1000 επαναλήψεις για το σταθμό ποδηλάτων «Μοναστηράκι»

Από το διάγραμμα αυτό και με βάση τη μέση τιμή της εν λόγω κατανομής, επιλέχθηκαν άνω και κάτω άκρα για τις θέσεις στάθμευσης που μπορεί να έχει ο κάθε σταθμός. Συγκεκριμένα, για το «Μοναστηράκι» η μέση τιμή της κατανομής είναι

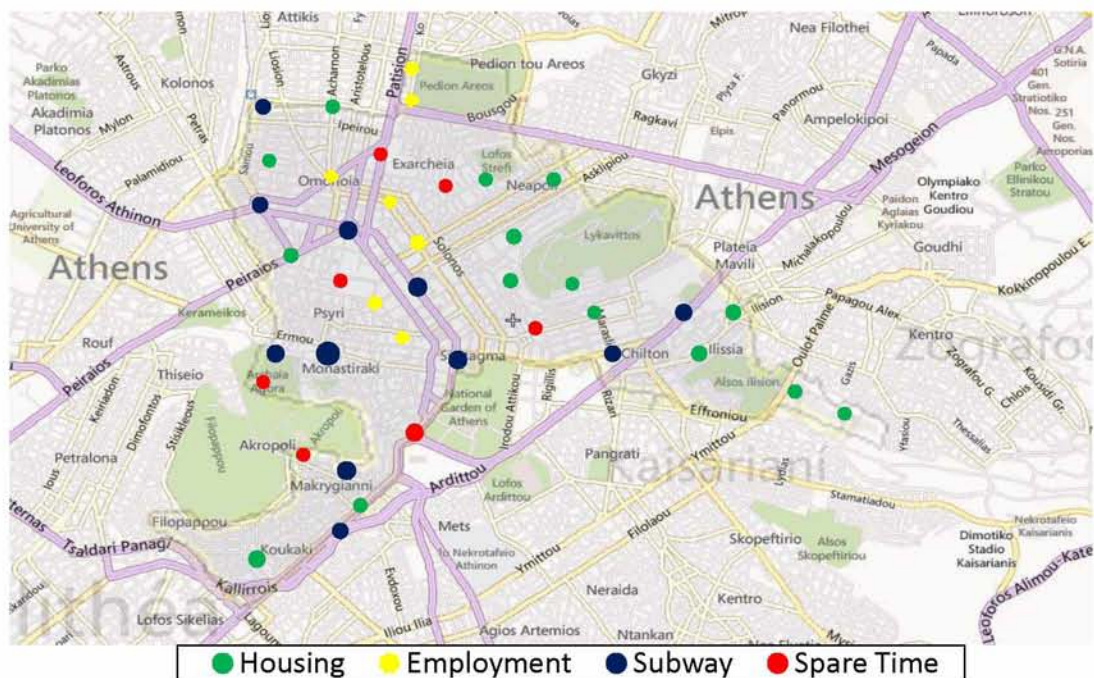
28,76≈29 επιλέχθηκαν οι τιμές 25 (29-4=25) και 33 (29+4=33) ως οι ελάχιστες και οι μέγιστες θέσεις στάθμευσης που μπορεί να έχει αυτός ο σταθμός. Η ίδια μεθοδολογία ακολουθήθηκε για κάθε σταθμό αποκλείοντας τις τιμές των θέσεων στάθμευσης με μικρότερη πιθανότητα εμφάνισης στις 1000 επαναλήψεις.

Αυτές οι οριακές τιμές εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο ως περιορισμοί για τις τιμές των μεταβλητών απόφασης  $DN_k$  και το πρόβλημα επιλύεται για μία και μοναδική τελευταία φορά. Η ζήτηση κάθε τοποθεσίας είναι αυτή τη φορά ντετερμινιστική και ισούται με την κεντρική τιμή της ομοιόμορφης κατανομής του Πίνακα 4-7.

Από αυτή την εκτέλεση προκύπτει μία μοναδική βέλτιστη λύση του προβλήματος. Σε αυτή τη λύση οι σταθμοί ποδηλάτων έχουν καθοριστεί από τους 4 γύρους απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης. Οι θέσεις στάθμευσης κάθε σταθμού καθορίζονται με βάση τη ντετερμινιστική ζήτηση, έχοντας, όμως, λάβει υπόψη τη στοχαστικότητα της περιορίζοντας τις τιμές του  $DN_k$  στις πιο πιθανές, όπως αυτές προέκυψαν από τις 1000 επαναλήψεις Monte Carlo. Στην προκειμένη λύση έχει οριστεί και ο συνολικός αριθμός ποδηλάτων του δικτύου με βάση την ντετερμινιστική ζήτηση.

**Πίνακας 5-6: Η τελική λύση (perde=0.5)**

|                           |          |
|---------------------------|----------|
| Αριθμός σταθμών ποδηλάτων | 40       |
| Αριθμός θέσεων στάθμευσης | 448      |
| Αριθμός ποδηλάτων         | 232      |
| Συνολικός Προϋπολογισμός  | € 999200 |



**Εικόνα 5-1: Χάρτης τελικής λύσης για την 1<sup>η</sup> περίπτωση (perde=0.5).**

Στον Πίνακα 5-6 απεικονίζεται η τελική λύση της 1<sup>ης</sup> περίπτωσης με το συνολικό αριθμό σταθμών, θέσεων στάθμευσης και ποδηλάτων του δικτύου, καθώς και το χρησιμοποιούμενο προϋπολογισμό για τη δημιουργία αυτού του δικτύου.

Στην Εικόνα 5-1 απεικονίζεται ο χάρτης της τελικής λύσης για την 1<sup>η</sup> περίπτωση ( $\overline{perde} = 0.5$ ). Το χρώμα της κάθε φυσαλίδας αντιστοιχεί στο cluster, στο οποίο ανήκει ο αντίστοιχος σταθμός και το μέγεθός της στον αριθμό των θέσεων στάθμευσης που θα πρέπει να έχει. Όσο μεγαλύτερη είναι η φυσαλίδα, τόσο περισσότερες θέσεις στάθμευσης πρέπει να έχει.

## 5.2 Περίπτωση 2<sup>η</sup>: $\overline{perde}=1$

Στη 2η περίπτωση θεωρείται ότι όλη η ζήτηση των τοποθεσιών χωρίς σταθμό μετακλύεται στον κοντινότερο εγκατεστημένο σταθμό ( $\overline{perde}=1$ ). Σε αυτή την περίπτωση εκτελέστηκαν πάλι γύροι απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης, σε καθέναν από τους οποίους έγιναν 1000 προσομοιώσεις Monte Carlo. Σε κάθε γύρο απόφασης οι υποψήφιες τοποθεσίες σταθμών κατατάσσονται στο πράσινο και κόκκινο υποσύνολο, ανάλογα αν έχει αποφασιστεί ή όχι η εγκατάσταση σταθμού σε αυτές σε 990 ή περισσότερες φορές από τις 1000 επαναλήψεις. Οι υπόλοιπες τοποθεσίες εντάσσονται στο γκρι υποσύνολο, διότι δεν είναι βέβαιη ακόμη η επιλογή τους ή όχι για εγκατάσταση σταθμού κοινόχρηστων ποδηλάτων. Η διαδικασία λήψης αποφάσεων σταματά, όταν όλες οι τοποθεσίες έχουν οριστεί στο πράσινο ή το κόκκινο υποσύνολο, ενώ το γκρι υποσύνολο μένει κενό. Δηλαδή, η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι ακριβώς η ίδια με την 1<sup>η</sup> περίπτωση με τη μόνη διαφορά να είναι η τιμή της παραμέτρου  $\overline{perde}$ .

### 5.2.1 1<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Ο Πίνακας 5-7 απεικονίζει τα αποτελέσματα του 1ου γύρου απόφασης για  $\overline{perde}=1$ . Το πράσινο υποσύνολο περιλαμβάνει 21 τοποθεσίες, οι οποίες επιλέχθηκαν για εγκατάσταση σταθμού ποδηλάτων περισσότερες από 990 φορές από τις 1000 επαναλήψεις Monte Carlo. Καμία τοποθεσία δεν επιλέχθηκε λιγότερες από 10 φορές, γι' αυτό το κόκκινο υποσύνολο είναι κενό. Οι υπόλοιπες 29 τοποθεσίες εντάχθηκαν στο γκρι υποσύνολο, διότι δεν είναι ακόμη σίγουρη η εγκατάσταση ή όχι σταθμού σε αυτές.



**Πίνακας 5-7: Αποτελέσματα 1<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

### 5.2.2 2<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Στο 2<sup>ο</sup> γύρο απόφασης μειώθηκαν τα άνω και κάτω όρια των ομοιόμορφων κατανομών των ζητήσεων των γκρι τοποθεσιών. Παράλληλα, εισήχθησαν στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί για την υποχρεωτική εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων στις πράσινες τοποθεσίες του 1<sup>ου</sup> γύρου αποφάσεων.

Ο Πίνακας 5-8 περιλαμβάνει τα υποσύνολα, όπως αυτά διαμορφώθηκαν μετά την εκτέλεση του 2<sup>ου</sup> γύρου των 1000 επαναλήψεων Monte Carlo. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι πράσινες τοποθεσίες αυξήθηκαν σε 28, ενώ οι κόκκινες έγιναν 7. Οι υπόλοιπες 15 τοποθεσίες παραμένουν στο γκρι υποσύνολο.

**Πίνακας 5-8: Αποτελέσματα 2<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

### 5.2.3 3<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Στο 3ο γύρο απόφασης μειώθηκαν περαιτέρω τα άνω και κάτω όρια των ομοιόμορφων κατανομών των ζητήσεων των γκρι τοποθεσιών του 2<sup>ου</sup> γύρου. Παράλληλα, εισήχθησαν στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί για την υποχρεωτική εγκατάσταση σταθμών ποδηλάτων στις πράσινες τοποθεσίες και τη μη εγκατάσταση σταθμών στις κόκκινες τοποθεσίες του 2<sup>ου</sup> γύρου αποφάσεων.

Ο Πίνακας 5-9 απεικονίζει τα υποσύνολα, όπως αυτά διαμορφώθηκαν μετά την εκτέλεση του 3<sup>ου</sup> γύρου των 1000 επαναλήψεων Monte Carlo. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι πράσινες τοποθεσίες αυξήθηκαν σε 32, ενώ οι κόκκινες έγιναν 8. Οι υπόλοιπες 10 τοποθεσίες παραμένουν στο γκρι υποσύνολο.

Πίνακας 5-9: Αποτελέσματα 3<sup>ου</sup> γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1)

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

#### 5.2.4 4<sup>ος</sup> γύρος απόφασης

Στον 4ο γύρο απόφασης επιτεύχθηκε η τελική λύση ως προς το ποιοι σταθμοί θα εγκατασταθούν στο δίκτυο. Αφού ενσωματώθηκαν στο μαθηματικό μοντέλο οι περιορισμοί για την εγκατάσταση σταθμών στις πράσινες τοποθεσίες του και όχι στις κόκκινες του 3<sup>ου</sup> γύρου και μειώθηκαν τα όρια των ομοιόμορφων κατανομών των ζητήσεων των γκρι τοποθεσιών, εκτελέστηκαν 1000 προσομοιώσεις-βελτιστοποιήσεις. Αποτέλεσμα αυτών των επαναλήψεων ήταν ότι όλες οι τοποθεσίες εντάχθηκαν είτε στο πράσινο είτε στο κόκκινο υποσύνολο και καμία τοποθεσία δεν παρέμεινε γκρι.

Στον Πίνακα 5-10 απεικονίζεται η εν λόγω λύση. Οι τοποθεσίες στις οποίες προτείνεται η εγκατάσταση σταθμού κοινόχρηστων ποδηλάτων αυξήθηκαν σε 38, ενώ εκείνες στις οποίες δεν εγκαθίσταται σταθμός είναι 12.

Πίνακας 5-10: Αποτελέσματα 4<sup>ου</sup> και τελευταίου γύρου απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (perde=1)

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

Όπως και στην 1<sup>η</sup> περίπτωση του παραδείγματος, ιδιαίτερη σημασία έχει η γνώση του γύρου απόφασης, στον οποίο κάθε τοποθεσία εντάχθηκε στο πράσινο ή στο κόκκινο υποσύνολο. Στον Πίνακα 5-11 απεικονίζεται η τελική λύση του 4<sup>ου</sup> γύρου απόφασης με διαβαθμίσεις χρωμάτων σχετικά με το γύρο στον οποίο αποφασίστηκε για κάθε τοποθεσία η συμμετοχή της ή όχι στη λύση. Όσο πιο σκοτεινή είναι η σκίαση ενός κελιού, τόσο νωρίτερα εισήλθε η τοποθεσία στο πράσινο ή το κόκκινο υποσύνολο, δηλαδή τόσο πιο γρήγορα συνάγεται το συμπέρασμα σχετικά με την κατάστασή της (“go” ή “no go”) στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Με άλλα λόγια, για τα πιο σκοτεινά κελιά είμαστε πιο σίγουροι για την ένταξή τους (πράσινο σετ) ή τον αποκλεισμό τους (κόκκινο σετ) από την τελική λύση. Ως εκ τούτου, για κάθε τοποθεσία δεν έχουμε μόνο τις πληροφορίες του “go” ή “no go”, αλλά και το βαθμό της βεβαιότητας της εν λόγω απόφασης. Αυτή η πληροφορία είναι πολύ χρήσιμη για τον φορέα λήψης αποφάσεων με δεδομένη την αβεβαιότητα της ζήτησης κάθε τοποθεσίας.

**Πίνακας 5-11: Τα τελικά πράσινα και κόκκινα υποσύνολα με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε τοποθεσία (όσο πιο σκούρο είναι το κελί τόσο μεγαλύτερη είναι η βεβαιότητα είτε για τη συμπερίληψη (πράσινο σελ) είτε για την απόρριψη (κόκκινο σελ) της τοποθεσίας στην τελική λύση)**

|                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Αγ. Παύλος                  | Πεδίον Άρεως                    |
| Άγαλμα Κολοκοτρώνη          | Πλατεία Αγοράς                  |
| Αέρηδες                     | Πλατεία Βραζιλίας               |
| Ακαδημίας                   | Πλατεία Γαργαρέτας              |
| Ακρόπολη                    | Πλατεία Ελευθερίας              |
| ΑΣΟΕΕ                       | Πλατεία Εξαρχείων               |
| Αχαρνών-Ιουλιανού           | Πλατεία Κάνιγγος                |
| Αχαρνών-Μάρνη               | Πλατεία Κλαυθμώνος              |
| Βεΐκου                      | Πλατεία Λυκαβηττού              |
| Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο | Πλατεία Τάσου Βουρνά            |
| Ευαγγελισμός                | Πλατεία Φιλικής Εταιρείας       |
| Ηρώδειο                     | Πλατεία Ωδείου                  |
| Θησείο                      | Στ. Λαρίσης                     |
| Θησείο Καφέ                 | Στήλες Ολυμπίου Διός            |
| Ιπποκράτους                 | Στοά Αθανάτων                   |
| Κυδαθηναίων                 | Συγγρού Φιξ                     |
| Λόφος Στρέφη                | Συγγρού-Αθαν. Διάκου            |
| Μαράσλειος                  | Συγγρού-Πετμεζά                 |
| Μέγαρο Μουσικής             | Σύνταγμα                        |
| Μεταξουργείο                | Τελεφερίκ Λυκαβηττού            |
| Μιχαλακοπούλου              | Φιλελλήνων                      |
| Μοναστηράκι                 | Φιλοπάππου                      |
| Ομόνοια                     | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου   |
| Παναγιά Καπνικαρέα          | Φοιτητική Εστία Πανεπιστημίου 2 |
| Πανεπιστήμιο                | Ψυρρή                           |

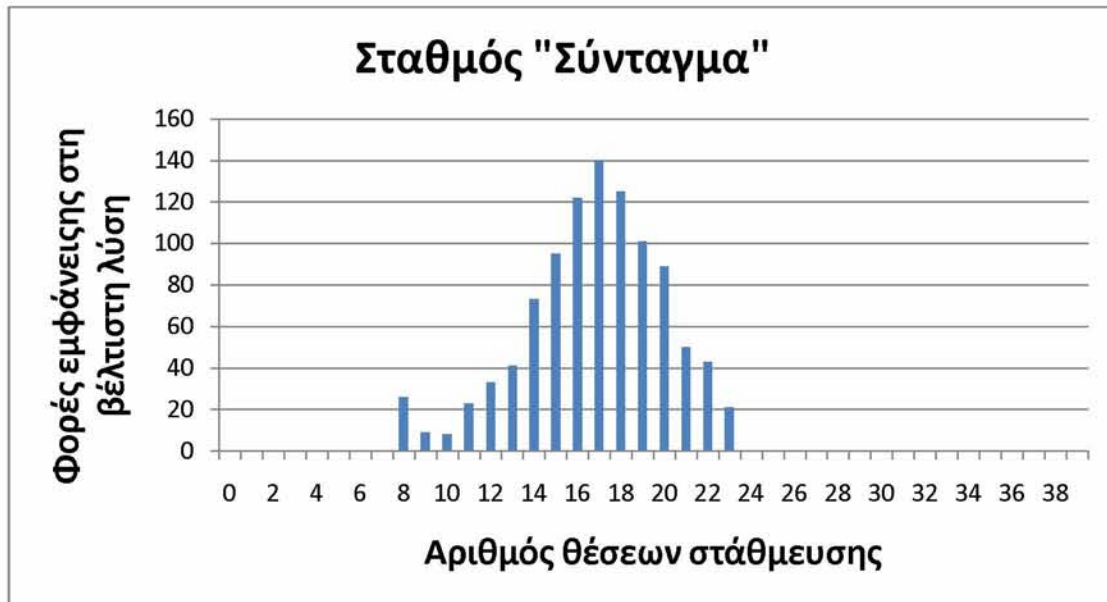
### 5.2.5 Τελική ολοκληρωμένη λύση (perde=1)

Όπως και στην 1<sup>η</sup> περίπτωση του παραδείγματος, εκτός από τον καθορισμό των σταθμών κοινόχρηστων ποδηλάτων, εφαρμόστηκε η ίδια μεθοδολογία και για τον προσδιορισμό των θέσεων στάθμευσης που θα έχει ο κάθε σταθμός, καθώς και του αριθμού των ποδηλάτων που θα υπάρχουν συνολικά στο δίκτυο.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό των θέσεων στάθμευσης κάθε σταθμού είναι η ίδια με την 1<sup>η</sup> περίπτωση:

Συγκεκριμένα, αρχικά, έχοντας προσθέσει τους περιορισμούς για την εγκατάσταση σταθμών στις 38 πράσινες και όχι στις 12 κόκκινες τοποθεσίες εκτελέστηκε ακόμη ένας γύρος 1000 επαναλήψεων Monte Carlo, όπου οι ζητήσεις σε ποδήλατα ήταν στοχαστικές για όλες τις τοποθεσίες (ομοιόμορφη κατανομή με το

μεγαλύτερο εύρος τιμών για τον καθένα, όπως στον 1<sup>ο</sup> γύρο απόφασης). Οι 1000 επαναλήψεις με πλήρη στοχαστική ζήτηση οδήγησαν σε μια κατανομή θέσεων στάθμευσης για κάθε σταθμό. Στο Σχήμα 5-4 απεικονίζεται η κατανομή των θέσεων στάθμευσης για το σταθμό ποδηλάτων «Σύνταγμα». Αντίστοιχα διαγράμματα προέκυψαν για όλους τους εγκατεστημένους σταθμούς.



Σχήμα 5-4: Οι φορές εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής  $DN_k$  στις 1000 επαναλήψεις για το σταθμό ποδηλάτων «Σύνταγμα»

Από το διάγραμμα αυτό και με βάση τη μέση τιμή της εν λόγω κατανομής, επιλέχθηκαν άνω και κάτω άκρα για τις θέσεις στάθμευσης που μπορεί να έχει ο κάθε σταθμός. Συγκεκριμένα, για το «Σύνταγμα» η μέση τιμή της κατανομής είναι  $16,76 \approx 17$  επιλέχθηκαν οι τιμές 14 ( $17-3=14$ ) και 20 ( $17+3=20$ ) ως οι ελάχιστες και οι μέγιστες θέσεις στάθμευσης που μπορεί να έχει αυτός ο σταθμός. Η ίδια μεθοδολογία ακολουθήθηκε για κάθε σταθμό αποκλείοντας τις τιμές των θέσεων στάθμευσης με μικρότερη πιθανότητα εμφάνισης στις 1000 επαναλήψεις.

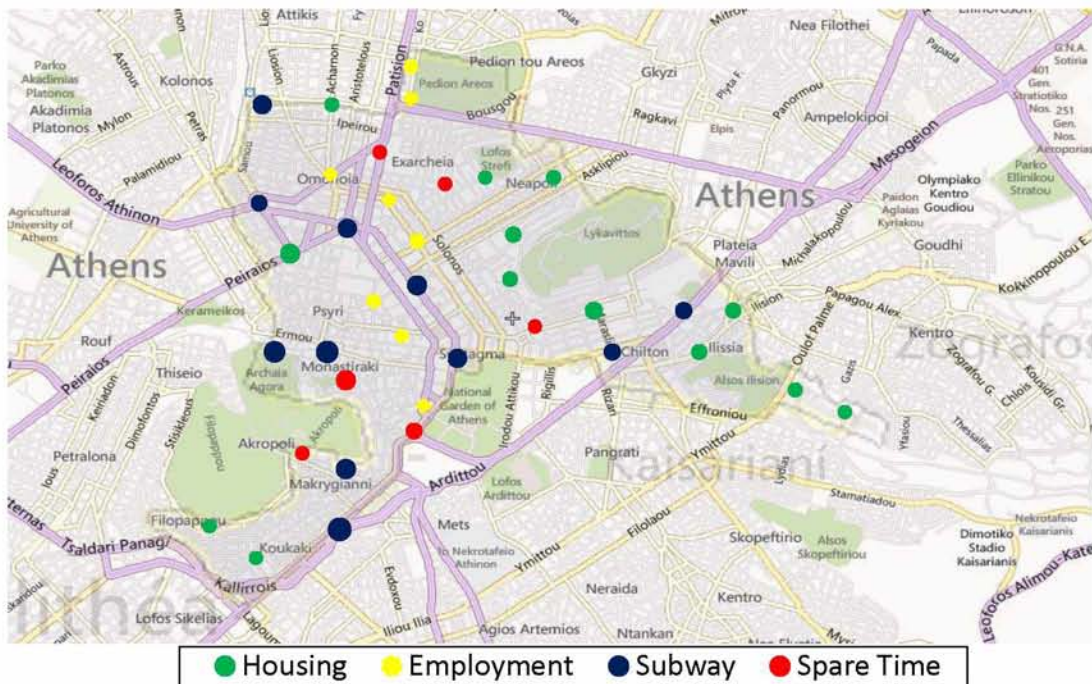
Αυτές οι οριακές τιμές εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο ως περιορισμοί για τις τιμές των μεταβλητών απόφασης  $DN_k$  και το πρόβλημα επιλύεται για μία και μοναδική τελευταία φορά. Η ζήτηση κάθε τοποθεσίας είναι αυτή τη φορά ντετερμινιστική και ισούται με την κεντρική τιμή της ομοιόμορφης κατανομής του Πίνακα 4-7.

Από αυτή την εκτέλεση προκύπτει μία μοναδική βέλτιστη λύση του προβλήματος. Σε αυτή τη λύση οι σταθμοί ποδηλάτων έχουν καθοριστεί από τους 4 γύρους απόφασης της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης. Οι θέσεις στάθμευσης κάθε σταθμού καθορίζονται με βάση τη ντετερμινιστική ζήτηση, έχοντας, όμως, λάβει υπόψη τη στοχαστικότητά της περιορίζοντας τις τιμές του  $DN_k$

στις πιο πιθανές, όπως αυτές προέκυψαν από τις 1000 επαναλήψεις Monte Carlo. Στην προκειμένη λύση έχει οριστεί και ο συνολικός αριθμός ποδηλάτων του δικτύου με βάση την ντετερμινιστική ζήτηση.

**Πίνακας 5-12: Η τελική λύση ( $perde=1$ )**

|                           |           |
|---------------------------|-----------|
| Αριθμός σταθμών ποδηλάτων | 38        |
| Αριθμός θέσεων στάθμευσης | 470       |
| Αριθμός ποδηλάτων         | 242       |
| Συνολικός Προϋπολογισμός  | € 1000000 |



**Εικόνα 5-2: Χάρτης τελικής λύσης για τη 2<sup>η</sup> περίπτωση ( $perde=1$ )**

Στον Πίνακα 5-12 απεικονίζεται η τελική λύση της 2<sup>ης</sup> περίπτωσης με το συνολικό αριθμό σταθμών, θέσεων στάθμευσης και ποδηλάτων του δικτύου, καθώς και το χρησιμοποιούμενο προϋπολογισμό για τη δημιουργία αυτού του δικτύου.

Στην Εικόνα 5-2 απεικονίζεται ο χάρτης της τελικής λύσης για τη 2<sup>η</sup> περίπτωση ( $perde = 0.5$ ). Το χρώμα της κάθε φυσαλίδας αντιστοιχεί στο cluster, στο οποίο ανήκει ο αντίστοιχος σταθμός και το μέγεθός της στον αριθμό των θέσεων στάθμευσης που θα πρέπει να έχει. Όσο μεγαλύτερη είναι η φυσαλίδα, τόσο περισσότερες θέσεις στάθμευσης πρέπει να έχει.

### 5.3 Συμπεράσματα

Παρατηρώντας κανείς τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης και της προσομοίωσης Monte Carlo στο 1ο Δημοτικό Διαμέρισμα του Δήμου Αθηναίων διαπιστώνει εύκολα ότι οι λύσεις διαφοροποιούνται για τις δύο περιπτώσεις. Στην 1<sup>η</sup> περίπτωση θεωρείται ότι μόνο το 50% από τους πολίτες είναι πρόθυμοι να περπατήσουν μέχρι τον πλησιέστερο σταθμό με σκοπό να πάρουν ή να αφήσουν ένα ποδήλατο ( $\overline{perde} = 0.5$ ). Συνεπώς το υπόλοιπο των δυνητικών πελατών δεν χρησιμοποιούν το ΔΚΠ κι έτσι η δυνητική ζήτηση χάνεται. Στην πρώτη περίπτωση, θεωρείται ότι όλοι οι δυνητικοί πελάτες των τοποθεσιών, που δεν επιλέχθηκαν για εγκατάσταση σταθμού κοινόχρηστων ποδηλάτων, θα ήθελαν να το κάνουν αυτό, δηλαδή να περπατήσουν μια απόσταση για να χρησιμοποιήσουν το ΔΚΠ ( $\overline{perde} = 1$ ). Όλες οι άλλες παράμετροι είναι ίδιες και για τις δύο περιπτώσεις

Στην 1<sup>η</sup> περίπτωση, ο συνολικός αριθμός των σταθμών ενοικίασης είναι 40 και ο αριθμός των θέσεων στάθμευσης είναι 448, με μέσο όρο στους σταθμούς  $448/40 = 11,2$  θέσεις ανά σταθμό. Εξετάζοντας τις θέσεις στάθμευσης του κάθε σταθμού, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι μεγαλύτεροι σταθμοί ανήκουν στο cluster "Subway", το οποίο χαρακτηρίζεται από αυξημένη ζήτηση αφού οι σταθμοί ποδηλάτων είναι δίπλα στους σταθμούς του μετρό. Ο συνολικός αριθμός των ποδηλάτων στο δίκτυο είναι 232, τα οποία κατανέμονται στους εγκατεστημένους σταθμούς ανάλογα με τη ντετερμινιστική ζήτηση της τελευταίας επίλυσης του προβλήματος.

Στη 2<sup>η</sup> περίπτωση, οι εγκατεστημένοι σταθμοί είναι 38 με συνολικό αριθμό θέσεων στάθμευσης 470 με μέσο όρο  $470/38 = 12.4$  θέσεις ανά σταθμό. Τα ποδήλατα που ορίζονται γι' αυτή την περίπτωση είναι 242.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο περιπτώσεων, θα πρέπει να αναφερθεί ότι υπάρχει μια διαφορά μεταξύ τους ως προς τον αριθμό και το μέγεθος των εγκατεστημένων σταθμών. Στην 1<sup>η</sup> περίπτωση το μοντέλο, όποτε δεν κατασκευάζει σταθμό και εξυπηρετεί τη συγκεκριμένη θέση από ένα κοντινό σταθμό, «χάνει» το 50% της ζήτησης, το οποίο δεν συμβαίνει στην 2<sup>η</sup> περίπτωση. Για το λόγο αυτό, η πρώτη λύση προτείνει περισσότερους σταθμούς από τη δεύτερη με αποτέλεσμα να μένουν λιγότερα διαθέσιμα χρήματα από τον προϋπολογισμό για τις θέσεις στάθμευσης και τα ποδήλατα, κι έτσι οι σταθμοί είναι μεν περισσότεροι αλλά με λιγότερες θέσεις στάθμευσης ο καθένας.

Παρατηρώντας τις πράσινες και κόκκινες τοποθεσίες και στις 2 περιπτώσεις, επισημαίνεται ότι σε 35 τοποθεσίες εγκαθίστανται σταθμοί κοινόχρηστων ποδηλάτων και στις 2 περιπτώσεις, ενώ σε 7 τοποθεσίες δεν εγκαθίστανται σταθμοί σε καμία από τις 2 περιπτώσεις. Στις υπόλοιπες 8 τοποθεσίες εγκαθίστανται σταθμοί σε μία από τις δύο περιπτώσεις. Από την ανάλυση ευαισθησίας του μαθηματικού μοντέλου και της



μεθόδου με την οποία εφαρμόστηκε ως προς την παράμετρο  $\overline{perde}$ , μπορεί να ισχυροποιηθεί η βεβαιότητα για την εγκατάσταση σταθμού σε αυτές τις 35 τοποθεσίες, αφού αυτές εμφανίζονται και στις 2 περιπτώσεις. Παρόμοια ανάλυση ευαισθησίας μπορεί να εκτελεστεί και ως προς άλλες παραμέτρους, όπως είναι η στοχαστική ζήτηση, ο διαθέσιμος προϋπολογισμός ή η παράμετρος  $\maxreg$ , και να εξαχθούν συμπεράσματα για τη βεβαιότητα εγκατάστασης ή όχι σταθμών ποδηλάτων σε συγκεκριμένες τοποθεσίες, λαμβάνοντας λύσεις για τις διάφορες τιμές αυτών των παραμέτρων.

Επίσης, ιδιαίτερη σημασία έχει ο γύρος απόφασης στον οποίο μια τοποθεσία εντάσσεται στο πράσινο ή στο κόκκινο υποσύνολο. Επικεντρώνοντας στις 35 πράσινες τοποθεσίες και των δύο περιπτώσεων, αξίζει να σημειωθεί ότι οι 19 από αυτές εντάσσονται στο πράσινο υποσύνολο στον 1<sup>ο</sup> γύρο απόφασης και για τις 2 περιπτώσεις. Το γεγονός αυτό αυξάνει ακόμη περισσότερο τη βεβαιότητα για την εγκατάσταση σταθμού ποδηλάτων σε αυτές τις τοποθεσίες. Αντίστοιχα, για 3 από τις 7 κόκκινες τοποθεσίες, στις οποίες δεν εγκαθίσταται σταθμός, παρατηρείται ότι εντάσσονται στο κόκκινο υποσύνολο από το 2<sup>ο</sup> γύρο αποφάσεων και για τις 2 περιπτώσεις, κάνοντας σίγουρη την απόρριψή τους.

Επιπρόσθετα, εξετάζοντας τις θέσεις στάθμευσης των 35 κοινών πράσινων τοποθεσιών, παρατηρείται ότι σε 25 από αυτές ο αριθμός των θέσεων στάθμευσης που προκύπτει από τις δύο λύσεις είναι ο ίδιος και για τις 2 περιπτώσεις. Το γεγονός αυτό ισχυροποιεί τη βεβαιότητα για το πόσες θέσεις στάθμευσης θα έχουν αυτοί οι 25 σταθμοί ποδηλάτων στο μελλοντικό Δίκτυο Κοινόχρηστων Ποδηλάτων.

#### **5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων Αθήνας με μαθηματικό μοντέλο ντετερμινιστικής ωριαίας ζήτησης**

Το παράδειγμα του 1<sup>ου</sup> Δημοτικού Διαμερίσματος του Δήμου Αθηναίων επιλύθηκε και με τη χρήση ενός διαφορετικού μαθηματικού μοντέλου. Το μοντέλο αυτό είναι παρόμοιο με το μαθηματικό μοντέλο του Κεφαλαίου 2 με τη διαφορά ότι περιλαμβάνει έναν επιπλέον δείκτη  $t$ , που εκφράζει το χρόνο. Οι 24 ώρες της ημέρας διακριτοποιούνται σε 24 χρονικά διαστήματα, καθένα από τα οποία εκφράζεται από μια τιμή του δείκτη  $t$ . Δηλαδή, οι μεταβλητές και οι παράμετροι του μοντέλου, εκτός από τους δείκτες  $i$  και  $k$ , διαθέτουν και το δείκτη  $t$ , εκφράζοντας το χρονικό διάστημα στο οποίο αναφέρονται. Σε αυτή τη μέθοδο χρησιμοποιήθηκε ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση για κάθε τοποθεσία και αποφασίστηκε ο σχεδιασμός του δικτύου με σκοπό την ικανοποίηση της ζήτησης μιας μέσης ημέρας. Για το εν λόγω παράδειγμα εκτελέστηκε η ίδια ανάλυση ευαισθησίας με την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία ως προς τις τιμές της παραμέτρου  $\overline{perde}$ , δηλαδή το πρόβλημα επιλύθηκε για  $\overline{perde} = 0.5$  και  $\overline{perde} = 1$  και παρακάτω θα παρουσιαστούν τα συγκριτικά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά της μεθόδου της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.

#### 5.4.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων για $perde=0.5$

Στον Πίνακα 5-13 απεικονίζονται οι δύο συνολικές λύσεις για την περίπτωση  $\overline{perde}=0.5$  και για τις δύο μεθόδους. Παρατηρείται ότι το μοντέλο της ντετερμινιστικής ωριαίας ζήτησης οδηγεί στον ίδιο αριθμό σταθμών κοινόχρηστων ποδηλάτων με τη στοχαστική μέθοδος με την προσομοίωση Monte Carlo, ενώ ο συνολικός αριθμός θέσεων στάθμευσης και ποδηλάτων στο δίκτυο είναι περίπου ο ίδιος. Επιπρόσθετα, ο χρησιμοποιούμενος προϋπολογισμός για την εγκατάσταση του Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων στο κέντρο της Αθήνας είναι περίπου ίδιος και στις δύο μεθόδους.

Πίνακας 5-13: Συγκριτικά συγκεντρωτικά αποτελέσματα για την περίπτωση  $perde=0.5$

|                           | Ντετερμινιστική<br>Ωριαία Ζήτηση | Προσομοίωση<br>Monte Carlo |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| Αριθμός σταθμών ποδηλάτων | 40                               | 40                         |
| Αριθμός θέσεων στάθμευσης | 461                              | 448                        |
| Αριθμός ποδηλάτων         | 210                              | 232                        |
| Συνολικός Προϋπολογισμός  | 999900                           | 999200                     |

Παρατηρώντας το χάρτη της λύσης με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση (Εικόνα 5-3) και συγκρίνοντάς τον με τον χάρτη της λύσης με την προσομοίωση Monte Carlo (Εικόνα 5-1), καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα ότι οι δύο λύσεις μοιάζουν αρκετά. Έχουν 34 κοινούς σταθμούς, ενώ οι υπόλοιποι 6 είναι διαφορετικοί σε κάθε λύση. Ωστόσο, αυτοί οι διαφορετικοί σταθμοί εντοπίζονται σε κοντινές αποστάσεις μεταξύ τους. Θα έλεγε, δηλαδή, κανείς ότι η λύση με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση επιλέγει 6 διαφορετικούς σταθμούς, καθένας από τους οποίους βρίσκεται κοντά σε έναν από τους 6 διαφορετικούς σταθμούς της λύσης με τη μέθοδο Monte Carlo. Συνεπώς, συμπεραίνεται ότι οι δύο συγκρινόμενες μέθοδοι παρουσιάζουν παρόμοια λύση για την περίπτωση  $\overline{perde}=0.5$ .



Εικόνα 5-3: Χάρτης λύσης με ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση για  $perde=0.5$

#### 5.4.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων για $perde=1$

Στον Πίνακα 5-14 απεικονίζονται οι δύο συνολικές λύσεις για την περίπτωση  $perde=1$  και για τις δύο μεθόδους. Παρατηρείται ότι το μοντέλο της ντετερμινιστικής ωριαίας ζήτησης οδηγεί σε λιγότερους και μεγαλύτερους σταθμούς κοινόχρηστων ποδηλάτων από την προσομοίωση Monte Carlo, ενώ ο αριθμός των ποδηλάτων είναι ελαφρά μεγαλύτερος. Ο συνολικός χρησιμοποιούμενος προϋπολογισμός είναι περίπου ίδιος και για τις δύο μεθόδους. Εξάγεται, λοιπόν, το συμπέρασμα ότι το μοντέλο της ντετερμινιστικής ωριαίας ζήτησης είναι πιο ευαίσθητο ως προς την παράμετρο  $perde$ , αφού ο αριθμός των σταθμών μειώθηκε σημαντικά σε σχέση με τη λύση για  $perde=0.5$  σε αντίθεση με τη λύση της προσομοίωσης Monte Carlo, όπου μειώθηκε μόλις κατά δύο σταθμούς.

Πίνακας 5-14: Συγκριτικά συγκεντρωτικά αποτελέσματα για την περίπτωση  $perde=1$

|                           | Ντετερμινιστική<br>Ωριαία Ζήτηση | Προσομοίωση<br>Monte Carlo |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| Αριθμός σταθμών ποδηλάτων | 34                               | 38                         |
| Αριθμός θέσεων στάθμευσης | 517                              | 470                        |
| Αριθμός ποδηλάτων         | 253                              | 242                        |
| Συνολικός Προϋπολογισμός  | 999800                           | 1000000                    |

Τα αίτια που οδηγούν σε αυτό το συμπέρασμα είναι δυσδιάκριτα, διότι στη μέθοδο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, εκτός από τη διαδικασία βελτιστοποίησης του μαθηματικού μοντέλου, περιλαμβάνεται η προσομοίωση της ζήτησης επιλέγοντας σε κάθε επανάληψη μια τιμή από μια ομοιόμορφη κατανομή, η οποία επηρεάζει τη λύση. Επίσης, η εφαρμογή της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης επηρεάζει την τελική λύση αμβλύνοντας την ευαισθησία της τελικής λύσης ως προς κάθε παράμετρο του μοντέλου.

Ένα ακόμη αίτιο στο οποίο ενδέχεται να οφείλεται η αυξημένη ευαισθησία του μοντέλου με την τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση είναι οι ίδιες οι τιμές της ζήτησης που χρησιμοποιήθηκαν. Συγκεκριμένα, για τον υπολογισμό των ωριαίων προφίλ κάθε ζήτησης κάθε τοποθεσίας, δόθηκαν σε καθεμιά από αυτές συντελεστές ζήτησης λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες, όπως η πυκνότητα πληθυσμού και εργασιών ή η ύπαρξη σταθμών μετρό. Οι συντελεστές αυτοί είχαν μέσο όρο ίσο με 1 επί των τιμών του “*Velib*”, ενώ οι αντίστοιχοι συντελεστές κάθε τοποθεσίας στη μέθοδο της παρούσας εργασίας είχαν μέσο όρο ίσο με 0,81 (Πίνακας 4-4). Δηλαδή, η ζήτηση στο ντετερμινιστικό μοντέλο θεωρήθηκε μεγαλύτερη στο σύνολό της από αυτή στην προσομοίωση Monte Carlo. Η παράμετρος *perde* εκφράζει το ποσοστό της ζήτησης που μετακυλιέται από μια τοποθεσία χωρίς σταθμό στον κοντινότερο σταθμό. Πολλαπλασιάζεται, δηλαδή, με τη ζήτηση. Όταν η συνολική ζήτηση είναι αυξημένη είναι λογικό η μεταβολή αυτής της παραμέτρου να επηρεάζει περισσότερο την τελική λύση.

Παρατηρώντας το χάρτη της λύσης με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση (Εικόνα 5-4) και συγκρίνοντάς τον με τον χάρτη της λύσης με την προσομοίωση Monte Carlo (Εικόνα 5-2), καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα ότι η πρώτη παρουσιάζει μικρότερη πυκνότητα σταθμών ποδηλάτων από τη δεύτερη. Αυτό είναι λογικό να συμβαίνει αφού περιλαμβάνει λιγότερους σταθμούς. Έχουν 32 κοινούς σταθμούς, γεγονός που σημαίνει ότι η λύση με Monte Carlo δεν περιλαμβάνει μόλις 2 από τους σταθμούς της λύσης με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση. Το γεγονός αυτό ενισχύει τη βεβαιότητα για την εγκατάσταση σταθμών κοινόχρηστων ποδηλάτων σε αυτές τις 32 κοινές τοποθεσίες.



Εικόνα 5-4: Χάρτης λύσης με τη ντετερμινιστική ωριαία ζήτηση για  $perde=1$

## 5.5 Ανακεφαλαίωση

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία παρουσιάστηκε ένα νέο μαθηματικό μοντέλο με σκοπό το βέλτιστο σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων σε μια πόλη. Όπως τονίστηκε και στο Κεφάλαιο 1, ο σχεδιασμός ενός τέτοιου δικτύου διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο για τη μετέπειτα επιτυχία του.

Ο διαθέσιμος προϋπολογισμός αποτελεί σημαντικό περιοριστικό παράγοντα στην εγκατάσταση ενός τέτοιου δικτύου και για το λόγο αυτό ενσωματώνεται στο μαθηματικό μοντέλο μαζί με τα κόστη εγκατάστασης του δικτύου. Η εγγύτητα μεταξύ των σταθμών είναι ακόμη μια παράμετρος που λαμβάνεται υπόψη από το μαθηματικό μοντέλο και μπορεί να τροποποιείται κάθε φορά η τιμή της προκειμένου να προκύψουν διαφορετικές λύσεις, οι οποίες, στη συνέχεια, θα αξιολογηθούν αναλόγως.

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό που ενσωματώθηκε στο μαθηματικό μοντέλο είναι η δυνατότητα μετακύλησης της ζήτησης από τις τοποθεσίες που δεν επιλέχθηκαν για εγκατάσταση σταθμού στον κοντινότερό τους σταθμό ποδηλάτων. Δηλαδή, οι δυνητικοί πελάτες μερικών τοποθεσιών που τελικά δεν έχουν σταθμό μπορεί να περπατήσουν μέχρι τον πλησιέστερο και να χρησιμοποιήσουν κοινόχρηστα ποδήλατα. Αυτή είναι μια πρόσθετη ζήτηση στη ήδη υπάρχουσα ζήτηση του ίδιου του σταθμού. Η ύπαρξη της παραμέτρου  $perde$  στο μοντέλο δίνει τη δυνατότητα να ληφθεί υπόψη η παραπάνω πρόσθετη ζήτηση σε ποσοστό που ορίζει κάθε φορά εκείνος που επιλύει το πρόβλημα. Το ποσοστό αυτό μπορεί να κυμανθεί από 0%

(κανένας πελάτης δεν περπατά στον κοντινό σταθμό) μέχρι και 100% (όλοι οι πελάτες περπατούν στον κοντινό σταθμό).

Βασικό κριτήριο για το σχεδιασμό ενός Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων αποτελεί η εκτιμώμενη ζήτηση που αυτό θα κληθεί να ικανοποιήσει μετά την εγκατάστασή του στην εκάστοτε υπό μελέτη πόλη. Στο εν λόγω μαθηματικό μοντέλο η ζήτηση διαχωρίστηκε σε «Ζήτηση για Παραλαβή» και «Ζήτηση για Απόθεση» ποδηλάτων από και προς τις υποψήφιες τοποθεσίες αντίστοιχα. Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία χρησιμοποιήθηκε προσομοίωση Monte Carlo για την εκτίμηση της στοχαστικής ζήτησης των υποψήφιων τοποθεσιών. Επίσης, εφαρμόστηκε η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση, η οποία αποτελείται από γύρους απόφασης. Καθένας από αυτούς περιλαμβάνει μια σειρά 1000 προσομοιώσεων Monte Carlo-IP βελτιστοποιήσεων, απ' τις οποίες προκύπτουν 1000 βέλτιστες λύσεις. Σε καθεμιά από τις προσομοιώσεις επιλέγεται μια τιμή για κάθε ζήτηση κάθε τοποθεσίας από τις κατανομές πιθανότητας που τις περιγράφουν. Μέσα από κάθε γύρο απόφασης οι υποψήφιες τοποθεσίες κατανομούνται στα πράσινο, κόκκινο και γκρι υποσύνολα, ανάλογα με το πόσες φορές επιλέχθηκαν για εγκατάσταση σταθμού κοινόχρηστων ποδηλάτων.

Ιδιαίτερη σημασία έχει η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση των στοχαστικών χαρακτηριστικών της ζήτησης κάθε υποψήφιας τοποθεσίας. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκε ως βάση η ωριαία χρήση ενός ήδη εγκατεστημένου Δικτύου Κοινόχρηστων Ποδηλάτων, του "Velib". Οι υποψήφιες τοποθεσίες κατηγοριοποιήθηκαν σε clusters, η ζήτηση των οποίων πολλαπλασιάστηκε με γενικούς συντελεστές προσαρμογής της στο κέντρο της Αθήνας. Ωστόσο, η κάθε τοποθεσία αξιολογήθηκε ως προς 11 παραμέτρους που επηρεάζουν την αναμενόμενη ζήτηση κοινόχρηστων ποδηλάτων. Έτσι, προέκυψαν για κάθε τοποθεσία τα άνω και κάτω όρια των ομοιόμορφων κατανομών πιθανότητας κάθε ζήτησης κάθε τοποθεσίας (Πίνακας 4-7). Οι κατανομές αυτές αποτέλεσαν τη βάση των στοχαστικών προσομοιώσεων Monte Carlo.

Στο παράδειγμα της Αθήνας εκτελέστηκε μια ανάλυση ευαισθησίας του μοντέλου ως προς την παράμετρο  $\overline{perde}$  και παρουσιάστηκαν διεξοδικά τα αποτελέσματα των δύο περιπτώσεων, όπου παρατηρήθηκε διαφορετική συμπεριφορά του μοντέλου ως προς τις τιμές της εν λόγω παραμέτρου. Ανάλογες αναλύσεις ευαισθησίας του μαθηματικού μοντέλου μπορούν να εκτελεστούν και για τις τιμές άλλων παραμέτρων, όπως ο διαθέσιμος προϋπολογισμός ή η παράμετρος  $\overline{maxpre}$ , απ' όπου θα προκύψουν διαφορετικές λύσεις του εκάστοτε προβλήματος.

## 6 Βιβλιογραφία

- [1] DeMaio, P. Bike-sharing: History, Impacts, Models of Provision, and Future. *Journal of Public Transportation*, Vol. 12, No 4, 2009, pp. 41-56
- [2] <http://bike-sharing.blogspot.gr/>, Τελευταία επίσκεψη 02/06/2014
- [3] Shu, J., M. Chou, Q. Liu, C-P Teo and I-L Wang. Bicycle-Sharing System: Deployment, Utilization and the Value of Re-distribution. *National University of Singapore*, 201
- [4] Lin, J-R., T-H. Yang. Strategic design of public bicycle sharing systems with service level constraints. *Transportation Research Part E*, Vol. 47, 2011, pp. 284-294
- [5] Sayarsad, H., S. Tavassoli, F. Zhao. A multi periodic optimization formulation for bike planning and bike utilization. *Applied Mathematical Modelling*. Vol.36, 2011, pp. 4944-4951
- [6] Martinez, M. L., L. Caetano, T. Eiro, F. Cruz. An optimization algorithm to establish the location of stations of a mixed fleet biking system: an application to the city of Lisbon. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*. Vol. 54, 2012, pp. 513-524
- [7] Garcia-Palomares, C. J., J. Gutierrez, M. Latorre. Optimizing the location of stations in bike-sharing programs: A GIS approach. *Applied Geography*. Vol. 35, 2012, pp. 235-246
- [8] Romero H., Ibeas A., Moura J., Benavente J., Alonso B. A simulation-optimization approach to design efficient systems of bike-sharing. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*. Vol. 54, 2012, pp. 646-655
- [9] Farahani, Z. R., M. Hekmatfar, B. A. Arabani, and E. Nikbakhsh. Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 64, 2013, pp. 1096-1109
- [10] [http://en.wikipedia.org/wiki/Monte\\_Carlo\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method), Τελευταία επίσκεψη 17/05/2014
- [11] Metropolis, N. (1987). "The beginning of the Monte Carlo method". *Los Alamos Science* (1987 Special Issue dedicated to Stanislaw Ulam): 125–130
- [12] Ripley, B. D. (1987). *Stochastic Simulation*. Wiley & Sons
- [13] Sawilowsky, Shlomo S. (2003). "You think you've got trivials?". *Journal of Modern Applied Statistical Methods* 2 (1): 218–225
- [14] Kalos, Malvin H.; Whitlock, Paula A. (2008). *Monte Carlo Methods*. Wiley-VCH. ISBN 978-3-527-40760-6
- [15] [http://en.wikipedia.org/wiki/Inverse\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Inverse_problem), Τελευταία επίσκεψη 17/05/2014
- [16] Mavrotas, G. and Pechak, O. (2013) 'The trichotomic approach for dealing with uncertainty in project portfolio selection: combining MCDA,

- mathematical programming and Monte Carlo simulation’, *Int. J. Multicriteria Decision Making*, Vol. 3, No. 1, pp.79–96.
- [17] [http://en.wikipedia.org/wiki/Random\\_number\\_generation](http://en.wikipedia.org/wiki/Random_number_generation), Τελευταία επίσκεψη 23/05/2014
- [18] [http://www.boost.org/doc/libs/1\\_55\\_0/doc/html/boost\\_random/reference.html](http://www.boost.org/doc/libs/1_55_0/doc/html/boost_random/reference.html), Τελευταία επίσκεψη 24/05/2014
- [19] Froehlich J., J. Neumann, N. Oliver. Sensing and Predicting the Pulse of the City through Shared Bicycling. *Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial intelligence*. USA, 2009, pp. 1420-1426
- [20] Lathia N., S. Ahmed, L. Capra. Measuring the impact of opening the London shared bicycle scheme to casual users. *Transportation Research Part C*. Vol. 22, 2011, pp. 88-102
- [21] Etienne C., L. Oukhellou. Model-based count series clustering for Bike-sharing system usage mining, a case study with the Velib’ system of Paris. *Transportation Research-Part C Emerging Technologies*. Vol. 22, 2012, pp. 88
- [22] Institut National de la Statistique et des Études Économiques. Présentation de la région Ile-de-France. <http://www.insee.fr/fr/regions/idf/default.asp?page=faitsetchiffres/presentation/presentation.htm>. Τελευταία επίσκεψη 17/05/2014
- [23] Hellenic Statistical Authority (EL.STAT). Population. [http://www.statistics.gr/portal/page/portal/ESYE/PAGE-themes?p\\_param=A1602](http://www.statistics.gr/portal/page/portal/ESYE/PAGE-themes?p_param=A1602). Τελευταία επίσκεψη 17/05/2014
- [24] Krykewycz G. R., Puchalsky C. M., Rocks J., Bonnette B., & Jaskiewicz F. Defining a Primary Market and Estimating Demand for Major Bicycle-Sharing Program in Philadelphia, Pennsylvania. *Transportation Research Record*, 2010, 117-124
- [25] Wygonik E., Rowe D., Xenakis M., McCormack Ed., Hepp-Buchanan Max. An evaluation of topography on bike-share demand projections. *World Symposium on Transport and Land Use Research*, 28 July 2011