



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΠΟΝΙΑΣ ΦΥΤΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ  
ΚΑΙ ΑΓΡΟΤΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Έλεγχος και Ανάλυση Υδραυλικής Αντλίας με Εφαρμογές σε  
Συστήματα Άρδευσης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

Ιωάννα Μπεθάνη

Βόλος, Μάρτιος 2013

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία ασχολείται με την ανάλυση και τον έλεγχο υδραυλικής αντλίας και τις εφαρμογές της σε συστήματα άρδευσης. Η μηχανική συσκευή αυτή είναι απαραίτητη για την άντληση του ύδατος και την διανομή του μέσω σωληνώσεων στον αγρό. Προκειμένου η πίεση με την οποία αποστέλλεται το νερό στις σωληνώσεις αυτές (ροή εκκένωσης αντλίας) να είναι επιθυμητή ανεξάρτητα από τις απώλειες της ροής φορτίου (διαταραχή), σχεδιάζονται οι παρακάτω ελεγκτές:

- Τοποθέτησης πόλων
- Προσεγγιστικής ακολούθησης βηματικής εντολής
- Αυθαίρετης ακολούθησης εντολής ημιτονοειδή σήματος
- Προσεγγιστικής ακολούθησης συνάρτησης κλίσης
- Ελεγκτής τριών όρων (PID)

Η ύλη της μεταπτυχιακή εργασίας διαμορφώνεται σε εννέα Κεφάλαια ως ακολούθως:

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται οι βασικές κατηγορίες μεθόδων άρδευσης. Αναλύεται ο τρόπος εφαρμογής του ύδατος των μεθόδων αυτών, τα χαρακτηριστικά τους, καθώς και η καταλληλότητα τους βάσει το είδος της καλλιέργειας. Στο τέλος του Κεφαλαίου πραγματοποιείται αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας τους σύμφωνα με τα εδαφολογικά και κλιματολογικά χαρακτηριστικά της περιοχής καθώς και των διαθέσιμων υδάτινων πόρων.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται τα είδη των υδραυλικών αντλιών. Γίνεται αναφορά στον τρόπο λειτουργίας τους, στην αρχή σύμφωνα με την οποία λειτουργούν, στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα τους, καθώς και στα συστήματα στα οποία χρησιμοποιούνται σύμφωνα με τις προδιαγραφές τους.

Στο Κεφάλαιο 3 αναπτύσσεται το μαθηματικό μοντέλο μίας αξονικής εμβολοφόρου αντλίας μεταβλητής μετατόπισης σε μορφή ενός μη γραμμικού μοντέλου, παρουσιάζονται τα επιμέρους μαθηματικά μοντέλα που συντελούν την τελική περιγραφή της αντλίας και τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με απλές αλγεβρικές πράξεις. Το μη γραμμικό μοντέλο αυτό γραμμικοποιείται υπό την προϋπόθεση μικρής γωνίας λειτουργίας της κεκλιμένης πλάκας της αντλίας και το σύστημα μεταφέρεται στον χώρο κατάστασης. Τέλος, πραγματοποιείται η προσομοίωση του ανοιχτού συστήματος αυτού.

Στο κεφάλαιο 4 επιλύεται το πρόβλημα της αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων για το σύστημα με διαταραχή με ελεγκτή ανατροφοδότηση κατάστασης. Το σύστημα μεταφέρετε σε κανονικής μορφής φάσης και στην συνέχεια σχεδιάζεται ο ελεγκτής. Ο ελεγκτής εφαρμόζεται

στο σύστημα της αντλίας και τα αποτελέσματα του φαίνονται στην προσομοίωση στο τέλος του Κεφαλαίου.

Στο Κεφάλαιο 5 επιλύεται το πρόβλημα της προσεγγιστικής ακολούθησης βηματικής εντολής. Για τη σχεδίαση του ελεγκτή επαναλαμβάνεται η διαδικασία της αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων του Κεφαλαίου 5, ενώ η μέθοδος που χρησιμοποιείτε για την τεχνική ελέγχου αυτή είναι του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου. Τέλος, εφαρμόζεται ο νόμος ελέγχου στο σύστημα της αντλίας και θέτοντας ως σήμα αναφοράς του συστήματος μία συνάρτηση βήματος, παράγονται οι αποκρίσεις του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στο Κεφάλαιο 6 επιλύεται το πρόβλημα της αυθαίρετης ακολούθησης εντολής. Οι παράμετροι του ελεγκτή προσδιορίζονται μέσω ενός αλγόριθμου πεπερασμένων βημάτων, ενώ η μέθοδος που χρησιμοποιείτε για την τεχνική ελέγχου αυτή είναι του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου. Τέλος, εφαρμόζεται ο νόμος ελέγχου στο σύστημα της αντλίας και θέτοντας ως σήμα αναφοράς ένα ημιτονοειδή σήμα, παράγονται οι αποκρίσεις του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στο Κεφάλαιο 7 σχεδιάζεται ελεγκτής παρακολούθησης αυθαίρετου σήματος αναφοράς. Το σήμα αναφοράς στην είσοδο θα είναι μία συνάρτηση κλίσης και ο ελεγκτής που σχεδιάζεται εφαρμόζεται στο σύστημα της αντλίας και παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στο Κεφάλαιο 8 σχεδιάζεται PID ελεγκτής με ταυτόχρονη αποκοπή διαταραχών για τον έλεγχο της ροής του συστήματος της αντλίας. Προσδιορίζονται οι τιμές των παραμέτρων του προκειμένου η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου να ακολουθεί μια εξωτερική επιθυμητή εντολή ενώ στο σύστημα επιδρά μια ημιτονοειδή διαταραχή και τέλος, παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του συστήματος αυτού.

Οι προσομοιώσεις των συστημάτων κλειστού βρόχου και του συστήματος ανοιχτού βρόχου πραγματοποιούνται με το πρόγραμμα Mathematica

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα Καθηγήτρια κ. Σακελλαρίου - Μακραντωνάκη Μαρία και τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής Επίκουρο Καθηγητή κ. Μιχαήλ Σκαρπέτη και Λέκτορα κ. Χαλκίδη Ηρακλή για την συμπαράσταση που μου παρείχαν κατά την εκπόνηση της μεταπτυχιακής εργασίας. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Μιχαήλ Σκαρπέτη και τον κ. Αχιλλέα Ντελλή χωρίς την συμβολή των οποίων θα ήταν αδύνατη η ολοκλήρωσή της.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1. Μέθοδοι Άρδευσης</b>	<b>6</b>
1.1.1. Άρδευση με καταιονισμό	6
1.1.2. Άρδευση με σταγόνες ή στάγδην άρδευση	10
1.1.3. Υπόγεια Άρδευση	13
1.1.4. Επιφανειακή Άρδευση	14
1.4.1. Άρδευση με περιορισμένη διάχυση	15
1.4.2. Άρδευση με αυλάκια	17
1.1.7. Άρδευση με κατάκλιση	19
<b>2. Υδραυλικές Αντλίες</b>	<b>23</b>
2.1. Αντλίες θετικής μετατόπισης	25
2.1.1. Αντλίες λοβού	26
2.1.2. Γραναζωτές Αντλίες	27
2.1.3. Εσωτερική Γραναζωτή Αντλία	28
2.1.4. Εξωτερική Γραναζωτή Αντλία	29
2.1.5. Αντλία τύπου κοχλία	31
2.1.6. Περισταλτικές αντλίες	32
2.1.7. Αντλίες διαφράγματος	33
2.1.8. Πτερυγιοφόρες Αντλίες	35
2.1.9. Εμβολοφόρες αντλίες	39
2.2. Αντλίες μη-θετικής μετατόπισης	41
2.2.1. Φυγόκεντρες αντλίες	42
<b>3. Μοντελοποίηση συστήματος</b>	<b>45</b>
3.1. Δυναμικές εξισώσεις αξονικής εμβολοφόρου αντλίας	46
3.2. Προσομοίωση συστήματος ανοιχτού βρόχου	50
<b>4. Κλασσικός έλεγχος αντλίας</b>	<b>53</b>
4.1. Σχεδιασμός ελεγκτή τοποθέτησης πόλων	55
4.2. Εφαρμογή ελέγχου στο μοντέλο της αντλίας	58
4.2.1. Κανονική μορφή φάσεως	58
4.2.2. Μετατόπιση ιδιοτιμών με ανατροφοδότηση κατάστασης.	61
4.3. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου	64

5.	Συμπεράσματα	66
<b>5.</b>	<b>Προσεγγιστική ακολούθηση βηματικής εντολής για το σύστημα της αντλίας</b>	<b>68</b>
5.1.	Εφαρμογή του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου στο σύστημα της αντλίας	70
5.2.	Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου	76
5.3.	Συμπεράσματα	79
<b>6.</b>	<b>Αυθαίρετη ακολούθηση εντολής για το σύστημα της αντλίας</b>	<b>81</b>
6.1.	Εφαρμογή ελέγχου στο μοντέλο της αντλίας	86
6.2.	Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου αντλίας	91
7.	Συμπεράσματα	93
<b>7.</b>	<b>Ελεγκτής ακολούθησης συνάρτησης κλίσης</b>	<b>94</b>
7.1.	Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου αντλίας	97
7.2.	Συμπεράσματα	99
<b>8.</b>	<b>Ελεγκτής Τριών Όρων</b>	<b>100</b>
8.1.	Εφαρμογή PID ελεγκτή και προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου	101
9.	Συμπεράσματα	104
<b>9.</b>	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>105</b>
	Παράρτημα – Κώδικας Mathematica	109

## 1. Μέθοδοι Άρδευσης

Άρδευση ονομάζεται η εφαρμογή επιπρόσθετης ποσότητας νερού στις καλλιέργειες, με σκοπό την ανάπτυξη και απόδοση τους. Στο παρόν Κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι βασικές κατηγορίες μεθόδων άρδευσης, θα αναπτυχθεί ο τρόπος εφαρμογής του ύδατος στην επιφάνεια του αγρού και θα αξιολογηθεί η καταλληλότητα της κάθε μεθόδου για διάφορα είδη καλλιεργειών βάσει τα χαρακτηριστικά της, τον απαραίτητο εξοπλισμό, το κόστος εργασίας, εγκατάστασης και συντήρησης του συστήματος, τις κλιματολογικές συνθήκες, τα εδαφολογικά χαρακτηριστικά και τις διαθέσιμες ποσότητες ύδατος.

Για να θεωρηθεί επιτυχής η άρδευση θα πρέπει να αποθηκευθεί στην καλλιέργεια νερό ίσο με το καθαρό βάθος άρδευσης και με τρόπο τέτοιο ώστε οι απώλειες από βαθιά διήθηση και επιφανειακή απορροή να είναι οι ελάχιστες δυνατές. Ο τρόπος με τον οποίο εφαρμόζεται το νερό στην καλλιέργεια ονομάζεται μέθοδος άρδευσης.

Οι μέθοδοι άρδευσης είναι πολλοί, όμως οι βασικές κατηγορίες τους είναι τρεις: η μέθοδος επιφανειακής άρδευσης, η στάγδην άρδευση και η άρδευση με καταιονισμό. Και οι τρεις μέθοδοι αυτοί έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά και τρόπο εφαρμογής του νερού στην καλλιέργεια, όμως μοιράζονται έναν κοινό στόχο, την ομοιόμορφη κατανομή του αρδευόμενου νερού σε όλη την επιφάνεια του χωραφιού και τη διαμονή του για όλο το απαραίτητο χρονικό διάστημα μέχρι την ολική του αποθήκευση στο έδαφος.

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου άρδευσης είναι μείζονος σημασίας, για τον λόγο αυτό ο αγρότης θα πρέπει να γνωρίζει πλήρως πέραν από τις απαιτήσεις της καλλιέργειας, τα χαρακτηριστικά του εδάφους, τις κλιματολογικές συνθήκες της περιοχής, την ποσότητα και ποιότητα του αρδευόμενου νερού και τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου άρδευσης [28]-[33].

### 1.1.1. Άρδευση με καταιονισμό

Η μέθοδος άρδευσης με καταιονισμό είναι παρόμοια με τη φυσική βροχόπτωση. Το αντλούμενο νερό διανέμετε μέσω ενός συστήματος σωληνώσεων σε όλη την έκταση του αγρού και στην συνέχεια ψεκάζεται μέσω καταιονιστήρων, με σκοπό να πέσει στην επιφάνεια του εδάφους σε σχεδόν ομοιόμορφο μοτίβο και σε ρυθμό μικρότερο από το ρυθμό διείδυσης

του εδάφους. Προκειμένου να γίνει δυνατή η εφαρμογή του νερού πάνω από την καλλιέργεια, οι καταιονιστήρες είναι τοποθετημένοι σε μία σωλήνα ανύψωσης.

Τα βασικά συστατικά των συστημάτων καταιονισμού είναι: μια πηγή νερού, μία αντλία η οποία λαμβάνει νερό από την πηγή και ασκώντας του κατάλληλη πίεση το στέλνει στο σύστημα σωληνώσεων, ένα δίκτυο μεταφοράς το οποίο αποτελείται από σωλήνες (συχνά κατασκευασμένοι από αμιαντοσίμεντο, πλαστικό ή αλουμίνιο) οι οποίες παρέχουν το νερό από την πηγή στο δίκτυο εφαρμογής, ένα δίκτυο εφαρμογής για τη διανομή του νερού σε ολόκληρο τον αγρό, καταιονιστήρες για τον ψεκασμό του νερού, και βαλβίδες για τον έλεγχο της ροής του.

Η άρδευση με καταιονισμό είναι κατάλληλη για εδάφη που χαρακτηρίζονται από υψηλή διαπερατότητα, για εδάφη που υποχωρούν, με απότομες κλίσεις, ανισόπεδα χωρίς όμως ανάγκη ισοπέδωσης η οποία είναι ακριβή και για περιοχές με περιορισμένη διαθεσιμότητα υδάτινων πόρων.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

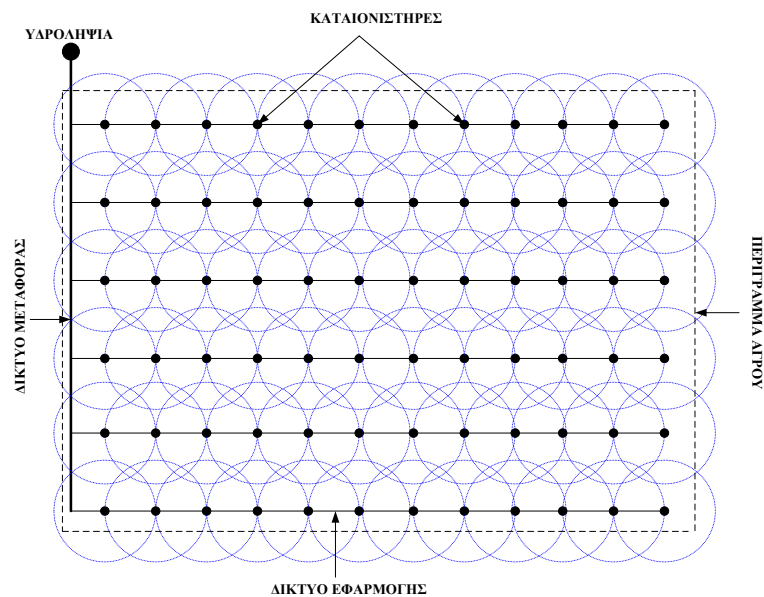
- Η δυνατότητα ελέγχου του ρυθμού εφαρμογής του νερού.
- Η αποφυγή βαθιάς διήθησης, επιφανειακής απορροής και διάβρωσης του εδάφους.
- Η ικανότητα αξιοποίηση μικρών παροχών ύδατος.
- Τα σταγονίδια πέραν της άρδευσης πλένουν και τα φύλλα των καλλιεργειών.
- Η μείωση των καλλιεργητικών δαπανών, αφού μπορεί με την άρδευση να συνδυαστεί και λίπανση.
- Η επίτευξη ομοιόμορφης κατανομής του νερού ακόμα και γύρω από τις κεφαλές ψεκασμού, προγραμματίζοντας τες ώστε οι αποστάσεις μεταξύ τους να επικαλύπτουν ψεκαζόμενες περιοχές, καθώς επίσης, και με την κατάλληλη επιλογή συστήματος τροφοδοσίας της αντλίας, τους κατάλληλους ψεκαστήρες και συνθήκες λειτουργίας του συστήματος.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Το υψηλό αρχικό και λειτουργικό κόστος.
- Το αρδευόμενο νερό θα πρέπει να είναι καθαρό από φερτά υλικά και χαμηλής αλατότητας.
- Η χορήγηση χαμηλών ποσοστών ύδατος μπορεί να οδηγήσει σε αρκετά υψηλή εξάτμιση από τον ψεκασμό και την βρεγμένη βλάστηση

Τα συστήματα καταιονισμού ανάλογα με τον τρόπο εγκατάστασης τους διακρίνονται σε μόνιμα, ημι-μόνιμα και μεταφερόμενα.

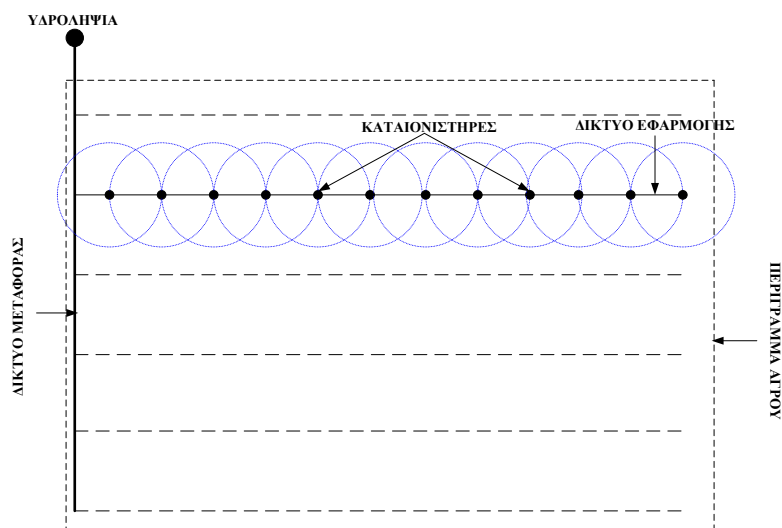
Μόνιμα Συστήματα: Στα μόνιμα συστήματα καταιονισμού το δίκτυο μεταφοράς και εφαρμογής αποτελούνται από σωληνώσεις τοποθετημένες σε μόνιμες θέσεις στην επιφάνεια του αγρού ή και θαμμένοι κάτω από αυτό (συνήθως χρησιμοποιούνται σωλήνες PVC). Οι σωληνώσεις του δικτύου εφαρμογής τοποθετούνται στον αγρό κατά την έναρξη της καλλιεργητικής περιόδου και δεν απομακρύνονται από αυτή μέχρι το τέλος της. Επίσης σταθερή είναι και η θέση των καταιονιστήρων.



Εικόνα 1.1: Διάταξη μόνιμου συστήματος καταιονισμού

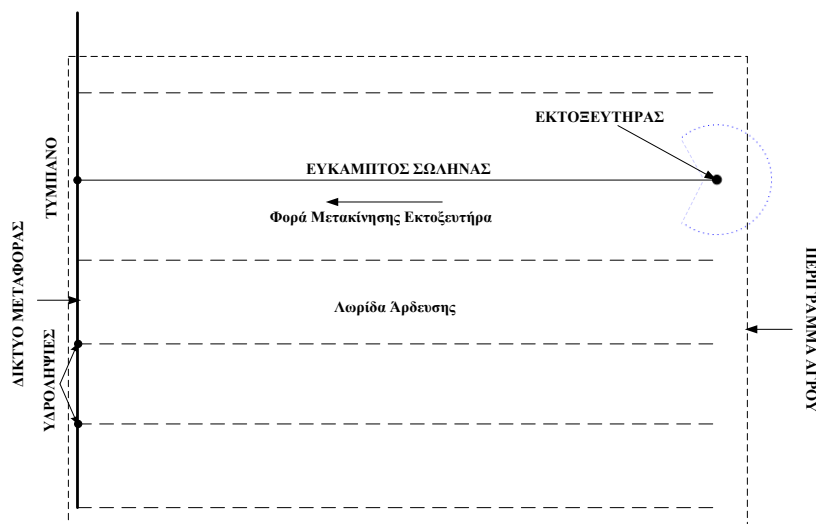
Ημι-Μόνιμα Συστήματα: Στα ημι-μόνιμα συστήματα καταιονισμού μόνο το δίκτυο μεταφοράς παραμένει σε μία σταθερή θέση. Ο αγωγός του δικτύου εφαρμογής διατηρείται σε μία σταθερή θέση μέχρις ότου να ολοκληρωθεί η άρδευση, στην συνέχεια απενεργοποιείται η αντλία και το δίκτυο εφαρμογής αποσυνδέεται από το δίκτυο μεταφοράς προκειμένου να μεταφερθεί σε μια νέα θέση στον αγρό, όπου και θα επανασυνδεθούν οι αγωγοί και η άρδευση θα ξεκινήσει πάλι. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι την άρδευση ολόκληρου του αγρού. Αυτός ο τύπος συστήματος καταιονισμού έχει χαμηλό αρχικό κόστος, αλλά υψηλή απαίτηση εργατικού δυναμικού.





Εικόνα 1.2: Διάταξη ημι-μόνιμου συστήματος καταιονισμού

**Μεταφερόμενα Συστήματα:** Στα μεταφερόμενα συστήματα καταιονισμού, οι καταιονιστήρες είναι τοποθετημένοι σε κινούμενες πλατφόρμες οι οποίες είναι συνδεδεμένες με την πηγή νερού μέσω ενός εύκαμπτου σωλήνα. Οι πλατφόρμες αυτές κινούνται κατά μήκος του αγρού αρδεύοντας ακόμα και χωρίς επιτήρηση λωρίδες εδάφους. Τα περισσότερα από τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούν εύκαμπτο σωλήνα ο οποίος τυλίγεται σε ένα τύμπανο (καρούλι) το οποίο είναι επίσης τοποθετημένο σε μία κινούμενη πλατφόρμα. Στην πλατφόρμα αυτή συνδέεται με ταχυσυνδέσμους ο αγωγός μεταφοράς. Οι δύο πλατφόρμες του τυμπάνου και του καταιονιστήρα βρίσκονται στα δύο άκρα της λωρίδας άρδευσης. Κατά την έναρξη της άρδευσης το τύμπανο με τη βοήθεια μίας υδραυλικής τουρμπίνας, ξεκινά το τύλιγμα του εύκαμπτου σωλήνα ο οποίος ενώνει τις πλατφόρμες αυτές επιτυγχάνοντας την άρδευση της λωρίδας εδάφους ανάμεσα στα δύο αυτά άκρα. Στην συνέχεια το σύστημα μετακινείται στην επόμενη λωρίδα και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία, μέχρι την άρδευση ολόκληρης της επιφάνειας του αγρού. Το ακροφύσιο το οποίο χρησιμοποιείται συνήθως διαγράφει μερικό κύκλο (περίπου 80%-90% του κύκλου) για καλύτερη ομοιομορφία και για να κινείτε το ρυμουλκούμενο σε στεγνό έδαφος.



Εικόνα 1.3: Διάταξη μεταφερόμενου συστήματος καταιονισμού

Σε όλα τα συστήματα καταιονισμού το μέγεθος των σταγονιδίων που απελευθερώνονται από τα ακροφύσια δεν θα πρέπει να είναι πολύ μεγάλο, για την αποφυγή καταστροφής του φυλλώματος ευαίσθητων καλλιεργειών.

### 1.1.2. Άρδευση με σταγόνες ή στάγδην άρδευση

Η στάγδην άρδευση είναι μια μέθοδος κατά την οποία το νερό στάζει κοντά στις ρίζες των φυτών με πολύ χαμηλούς ρυθμούς. Το νερό διανέμετε στον αγρό από ένα σύστημα πλαστικών σωληνώσεων μικρής διαμέτρου εφοδιασμένοι με σταλάκτες ή εκπομπούς σε προεπιλεγμένη απόσταση για την παροχή της απαιτούμενης ποσότητας νερού, έτσι ώστε μόνο το μέρος του εδάφους στο οποίο αναπτύσσονται οι ρίζες να διαβρέχεται εφοδιάζοντάς το με την απαραίτητη για την κανονική του ανάπτυξη και απόδοση της καλλιέργειας υγρασία. Η εφαρμογή νερού στην στάγδην άρδευση είναι πιο συχνή απ' ό,τι των άλλων μεθόδων και η αποτελεσματικότητά της κυμαίνεται από 60%-95%.

Ένα στάγδην σύστημα είναι συνήθως μόνιμο (μόνιμο θεωρείτε το σύστημα το οποίο παραμένει σταθερό για περισσότερες από μία καλλιεργητικές περιόδους) με αποτέλεσμα να είναι εύκολο να αυτοματοποιηθεί.

Η μέθοδος άρδευσης αυτή είναι κατάλληλη για δέντρα, αμπέλια, καλλιέργειες σε σειρά και γενικά σε υψηλής αξίας καλλιέργειες, καθώς και για περιοχές με προβλήματα λειψυδρίας αφού ελαχιστοποιεί τις συμβατικές απώλειες όπως βαθιά διήθηση, εξάτμιση και

απορροή. Είναι κατάλληλη για τα περισσότερα εδάφη αφού δίνεται η δυνατότητα ελέγχου της ποσότητας εκκένωσης ύδατος των εκπομπών, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του εδάφους. Για παράδειγμα, σε αργιλώδη εδάφη το νερό θα πρέπει να εφαρμόζεται αργά για την αποφυγή λιμνάσματος, σε αμμώδη εδάφη τα ποσοστά εκκένωσης πρέπει να είναι υψηλότερα ώστε να εξασφαλιστεί η επαρκής διαβροχή του, ενώ σε λεπτόκοκκα εδάφη, υπάρχει η περίπτωση λιμνάσματος του ύδατος, διάβρωσης και αερισμού.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Βελτιώνει την αποδοτικότητα χρήσης νερού,
- Μεγαλύτερος έλεγχος επί της εφαρμοζόμενης ποσότητας νερού, ο οποίος μπορεί να ρυθμιστεί σύμφωνα με την απορροφητικότητα του εδάφους και τα χαρακτηριστικά της καλλιέργειας.
- Δεν απαιτείται ισοπέδωση του εδάφους,
- Μπορούν να εφαρμοστούν λιπάσματα παράλληλα με την άρδευση στο ριζικό σύστημα.
- Σχετικά κακής ποιότητας νερό με συγκέντρωση αλάτων περίπου 2.500mg/lit μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να δώσει υψηλές αποδόσεις.
- Η διάβρωση του εδάφους και η δημιουργία κρούστας σε αυτό εξαλείφονται λόγω του σταξίματος χωρίς διατάραξη στο έδαφος.
- Διασφαλίζει μία ιδιαίτερα ομοιόμορφη κατανομή του ύδατος η οποία μπορεί να ελεγχθεί από την έξοδο των ακροφυσίων, ενώ παράλληλα, με κατάλληλο σχεδιασμό του συστήματος και χρησιμοποιώντας εκπομπούς αντιστάθμισης πίεσης και ρυθμιστών πίεσης, η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σχεδόν σε οποιαδήποτε τοπογραφία.
- Το φύλλωμα παραμένει στεγνό μειώνοντας τον κίνδυνο ασθενειών.
- Το νερό μπορεί να κατευθυνθεί μόνο στα φυτά που το χρειάζονται "κλείνοντας" τους υπόλοιπους εκπομπούς.
- Απαιτούνται μικρές πιέσεις λειτουργίας, άρα και μικρότερη κατανάλωση ενέργειας.
- Ελαχιστοποιούνται οι απώλειες από την άρδευση και την εξάτμιση.
- Οποιοδήποτε υδατοδιαλυτό λίπασμα μπορεί να εγχυθεί μέσω ενός μικρού συστήματος άρδευσης (λιπαντική άρδευση).

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Απαιτείται διαχείριση του αρδευόμενου νερού πριν την εφαρμογή του για την απομάκρυνση φερτής ύλης η οποία μπορεί να προκαλέσει το φράξιμο των εκπομπών

ή την αλλαγή του συστήματος σε μικρό – ψεκαστές με την χρήση καλύτερων φίλτρων και χλωρίωσης.

- Το αρχικό κόστος εξοπλισμού και συντήρησης είναι υψηλό ιδιαίτερα για καλλιέργειες σε μικρή απόσταση.

Τα μέρη από τα οποία αποτελείται ένα σύστημα στάγδην άρδευσης είναι: αντλία, φίλτρα, δίκτυο μεταφοράς, δίκτυο εφαρμογής, σταλάκτες και σε ορισμένες περιπτώσεις ένα σύστημα υδρολίπανσης.

- Αντλία: Η αντλία είναι υπεύθυνη (όπως και σε όλες τις μεθόδους άρδευσης) για την ανύψωση του νερού από την πηγή, την παραγωγή της επιθυμητής πίεσης καθώς και την διανομή του στα ακροφύσια. Τα είδη της θα αναλυθούν εκτενέστερα στο επόμενο Κεφάλαιο.
- Φίλτρα: Τα φίλτρα χρησιμοποιούνται λόγω της ευαισθησίας των εκπομπών για φράξιμο προκειμένου να απομακρύνουν φερτά υλικά από το αρδευόμενο νερό.
- Δίκτυο μεταφοράς: Το δίκτυο μεταφοράς είναι συνήθως από άκαμπτο PVC το οποίο τοποθετείτε υπόγεια για την προστασία του. Το δίκτυο αυτό μεταφέρει το νερό από την αντλία στους αγωγούς τροφοδοσίας οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την εξασφάλιση της απαιτούμενης παροχής στους αγωγούς εφαρμογής.
- Δίκτυο εφαρμογής: Το δίκτυο εφαρμογής αποτελείται από εύκαμπτους σωλήνες πολυαιθυλενίου, οι οποίοι είναι τοποθετημένοι σε προκαθορισμένες θέσεις, και στους οποίους βρίσκονται οι σταλάκτες.
- Σταλάκτες: Οι σταλάκτες χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της εκκένωσης του ύδατος. Υπάρχουν αρκετά είδη σταλακτήρων ανάλογα με το είδος ροής και την απαιτούμενη παροχή οι οποίοι επιλέγονται ανάλογα με τις απαιτήσεις σε νερό της καλλιέργειας και τα χαρακτηριστικά του εδάφους.
- Σύστημα υδρολίπανσης: Υδρολίπανση είναι η διαδικασία εφαρμογής υγρών ή στερεών λιπασμάτων μέσω συστήματος άρδευσης. Με την υδρολίπανση θρεπτικά συστατικά εφαρμόζονται απευθείας στην διαβρεγμένη επιφάνεια του εδάφους μέσω των εκπομπών. Η υδρολίπανση πραγματοποιείτε μόνο σε σύστημα στάγδην άρδευσης. Ωστόσο, διαλύματα λιπασμάτων μπορούν να προστεθούν και με την μέθοδο καταιονισμού. Τα κύρια συστατικά της υδρολίπανσης είναι α) αντλία Venturi, β) δεξαμενή λιπάσματος, γ) δεξαμενή πίεσης και δ) δεξαμενή της αντλίας έγχυσης. Τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής λιπάσματος παράλληλα με την άρδευση είναι:

- i. Το διάλυμα εφαρμόζεται το ίδιο ομοιόμορφα με το αρδευόμενο νερό.

- ii. Η βελτίωση της ποιότητας και ποσότητας της παραγωγής της καλλιέργειας.
- iii. Η εφαρμογή του λιπάσματος γίνεται απευθείας στην ρίζα του φυτού.
- iv. Μπορούν να εφαρμοστούν ταυτόχρονα όλοι οι τύποι θρεπτικών συστατικών.
- v. Το σύστημα υδρολίπανσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον καθαρισμό του συστήματος άρδευσης, εφαρμόζοντας οξύ.
- vi. Μειώνεται η επιπρόσθετη εργασία.
- vii. Η απόδοση της εφαρμογής λιπασμάτων με τον τρόπο αυτό έναντι της παραδοσιακής μεθόδου αυξάνεται κατά 25%-30%.

### 1.1.3. Υπόγεια Άρδευση

Η υπόγεια άρδευση είναι μία μέθοδος αύξησης του υδροφόρου ορίζοντα η οποία επιτρέπει την ύγρανση του εδάφους κάτω από την ζώνη των ριζών των φυτών. Η υπόγεια άρδευση μπορεί να είναι φυσική ή τεχνητή. Η φυσική υπόγεια άρδευση είναι δυνατή όταν υπάρχει ένα αδιαπέραστο στρώμα κάτω από την ζώνη ριζών, στο οποίο μπορεί να φτάσει το νερό και το οποίο θα το απορροφήσει μέχρι να βραχεί το ριζικό σύστημα. Στην τεχνητή υπόγεια άρδευση, χρησιμοποιούνται διάτρητοι ή πορώδεις σωλήνες κάτω από την ζώνη των ριζών οι οποίοι μεταφέρουν το νερό από την πηγή και με τη χρήση σταλάκτων το απελευθερώνουν στο ριζικό σύστημα.

Η μέθοδος αυτή είναι κατάλληλη για αμμοπηλώδη εδάφη με καλή διαπερατότητα ώστε το νερό να μπορεί να κινηθεί γρήγορα, σε ομοιόμορφες τοπογραφικές συνθήκες και μέτριες κλίσεις. Χρησιμοποιείτε περισσότερο σε περιοχές με μεγάλους υδροφόρους ορίζοντες ή σε περιοχές όπου η διαθεσιμότητα σε νερό είναι πολύ μικρή και οι απώλειες λόγω εξάτμισης πρέπει να περιοριστούν.

Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει στην περίπτωση της τεχνητής άρδευσης υψηλό αρχικό κόστος και απαιτεί έντονη εργασία. Επίσης υπάρχει περίπτωση αλάτωσης του χώματος και καταστροφή λόγω διαρροής γειτονικών εκτάσεων.

#### 1.1.4. Επιφανειακή Άρδευση

Η μέθοδος επιφανειακής άρδευσης αν και δεν θεωρείτε σήμερα ως μία από τις πλέον αποτελεσματικές μεθόδους, παρ' όλα αυτά είναι από τις παλαιότερες, κυρίως λόγω της ευκολίας εφαρμογής του νερού στην καλλιέργεια και λόγω οικονομικών παραγόντων.

Στην μέθοδο αυτή, το νερό εφαρμόζεται απ' ευθείας στην επιφάνεια του εδάφους και αφήνεται να εξαπλωθεί στην καλλιέργεια από την βαρυτική ροή σύμφωνα με την κλίση του, μέσω ενός καναλιού το οποίο είναι τοποθετημένο στο άνω άκρο του αγρού.

Στην επιφανειακή άρδευση μπορεί να ελεγχθεί η παροχή στην καλλιέργεια με ένα κατάλληλα κατασκευασμένο σύστημα διανομής νερού. Επίσης, οι απώλειες λόγω εξάτμισης μπορεί να μειωθούν συγκριτικά με τις μεθόδους άρδευσης που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αλλά παρ' όλα αυτά μπορεί να υπάρξουν απώλειες λόγω απορροής. Για τον λόγο αυτό οι αγρότες χρησιμοποιούν κάποιες αποτελεσματικές τεχνικές στην περίπτωση που η καλλιέργεια θα αρδευτεί με την μέθοδο αυτή. Οι τεχνικές αυτές είναι:

- Ισοπέδωση του αγρού: Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, το νερό εξαπλώνεται στην καλλιέργεια λόγω της βαρυτικής ροής. Το πρόβλημα το οποίο δημιουργείτε στην περίπτωση που ο αγρός είναι ανισόπεδος είναι, ότι τμήματα του εδάφους σε υψηλότερο επίπεδο δεν θα διαβρεχθούν, οπότε η άρδευση δεν θα είναι επιτυχής. Για τον λόγο αυτό η ισοπέδωση του εδάφους κρίνεται αναγκαία, ώστε το νερό να καλύψει ομοιόμορφα όλη την επιφάνεια της καλλιέργειας.
- Περιοδικές πλημμύρες: Εξ ορισμού με τον όρο πλημμύρα δηλώνουμε ότι το νερό θα απελευθερωθεί στον αγρό μέχρι την κάλυψη όλης της επιφάνειας του. Η δυνατή και συνεχόμενη ροή όμως θα προκαλέσει απορροή. Για την αποφυγή αυτής της ανεπιθύμητης απορροής, το νερό αφήνεται στον αγρό ανά προκαθορισμένα διαστήματα.
- Συλλογή και επαναχρησιμοποίηση της απορροής: Για τον περιορισμό των απωλειών λόγω απορροής, οι αγρότες μπορούν να συλλέξουν το νερό αυτό και να το επαναχρησιμοποιήσουν για επόμενη άρδευση αντλώντας το.

Η επιφανειακή άρδευση μπορεί να καταταχθεί σε τρεις τύπους άρδευσης ανάλογα με το πώς το νερό διανέμετε στην καλλιέργεια. Οι τύποι αυτοί είναι η άρδευση με κατάκλιση, η άρδευση με περιορισμένη διάχυση και η άρδευση με αυλάκια.

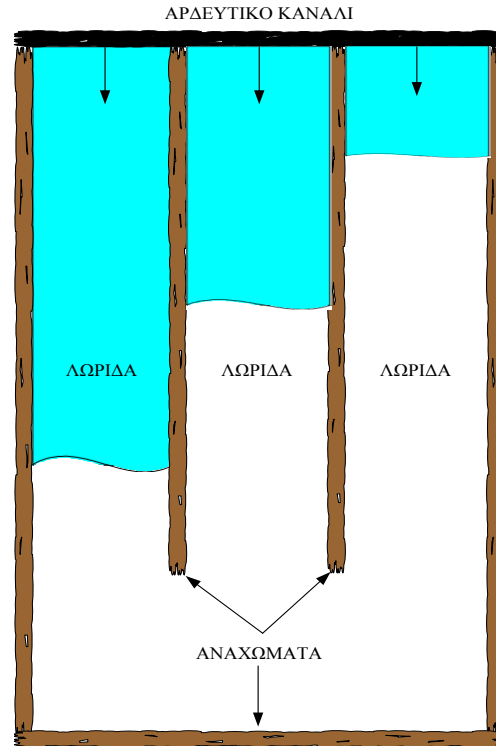
### 1.4.1. Άρδευση με περιορισμένη διάχυση

Στη μέθοδο άρδευσης με περιορισμένη διάχυση η γη διαιρείται σε έναν αριθμό λωρίδων μικρής διάστασης οι οποίες χωρίζονται μεταξύ τους από αναχώματα, κατά τη φορά της μέγιστης κλίσης του εδάφους και των οποίων το κάτω άκρο παραμένει ανοιχτό με αποτέλεσμα στο σημείο αυτό οι λωρίδες του χωραφιού να ενώνονται.

Η κάθε λωρίδα έχει μικρή κλίση και το έδαφος είναι ισοπεδωμένο προκειμένου το νερό που θα εφαρμοστεί να διανεμηθεί ομοιόμορφα και ομαλά προς την κατεύθυνση της άρδευσης με ένα σχεδόν ομοιόμορφο μοτίβο. Η κάθε λωρίδα μπορεί να αρδευτεί ανεξάρτητα και οι διαστάσεις και το σχήμα της εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους, το μέγεθος ροής του νερού, την κλίση, το βάθος άρδευσης καθώς και άλλους παράγοντες όπως το μέγεθος του αγρού. Οι σημαντικές προδιαγραφές για την επιλογή του κατάλληλου σε ότι αφορά διαστάσεων λωρίδας συστήματος άρδευσης είναι:

- Πλάτος λωρίδας: Το πλάτος της κάθε λωρίδας συνήθως κυμαίνεται από 3 έως 15m, ανάλογα με το μέγεθος του ρεύματος άρδευσης το οποίο είναι διαθέσιμο και του βαθμού ισοπέδωσης του εδάφους.
- Μήκος αναχώματος: Για μέτριες κλίσεις και μικρού ως μετρίου μεγέθους ρεύματα άρδευσης τα μήκη των αναχωμάτων είναι τα εξής:
  - Για αμμώδη και αμμοπηλώδη εδάφη: 60m-120m
  - Μέτρια εδάφη (ιλύος: 100m-180m)
  - Αργιλώδη εδάφη: 150m-300m
- Κλίση: Η κλίση του εδάφους θα πρέπει να είναι ομοιόμορφη και όχι απότομη, ώστε, να μην δημιουργείται λίμνασμα και να μην παρασυρθούν τα αναχώματα στο κάτω άκρο του αγρού λόγω της μεγάλης ταχύτητας ροής. Η κλίση του εδάφους ανάλογα με το είδος του είναι:
  - Αμμώδη εδάφη: 0.25%-0.6%
  - Ιλύος εδάφη: 0.2%-0.4%
  - Αργιλώδη εδάφη: 0.05%-0.2%

Κατά την έναρξη της άρδευσης το νερό παροχετεύεται στο άνω άκρο των λωρίδων και αφήνεται να ρέει προς το κάτω άκρο του αγρού λόγω της κλίσης του εδάφους. Όταν το νερό φτάσει στο κάτω άκρο του αγρού, ή ακόμα και λίγα λεπτά πριν, η παροχή διακόπτεται. Μετά την διακοπή της παροχής το νερό παραμένει στην επιφάνεια της λωρίδας και συνεχίζει να κινείται βάση της κλίσης μέχρι να διηθηθεί πλήρως ολοκληρώνοντας την άρδευση.



Εικόνα 1.4: Διάταξη συστήματος άρδευσης με περιορισμένη διάχυση

Πρέπει να παρατηρηθεί πώς αν η διακοπή γίνει πολύ νωρίς μπορεί το νερό να μην φτάσει για την άρδευση όλης της καλλιέργειας. Ενώ, εάν δεν διακοπεί έγκαιρα μπορεί να προκληθεί απορροή. Για τους λόγους αυτούς υπάρχει ένας οδηγός βάσει το είδος του αρδευόμενου εδάφους, για το πότε πρέπει να σταματήσει η άρδευση.

- Σε αργιλώδη εδάφη η ροή πρέπει να σταματήσει όταν το νερό καλύψει το 60% της λωρίδας.
- Σε ιλύος (λασπώδη) εδάφη η ροή σταματάει όταν καλυφθεί το 70-80% της λωρίδας.
- Σε αμμώδη εδάφη το νερό θα πρέπει να καλύψει όλη την επιφάνεια της λωρίδας προτού σταματήσει η παροχή.

Το ρεύμα άρδευσης πρέπει να είναι τόσο μεγάλο ώστε να εξαπλωθεί σε όλη τη λωρίδα χωρίς να υπερκαλύψει τα αναχώματα.

Η μέθοδος άρδευσης αυτή είναι κατάλληλη για τα περισσότερα εδάφη, αλλά κυρίως για αυτά που έχουν μετρίως χαμηλά ως μετρίως υψηλά ποσοστά διείσδυσης. Είναι κατάλληλη για όλα τα φυτά που φυτεύονται σε πυκνή σπορά (όπως κριθάρι, σιτάρι, όσπρια και κτηνοτροφικά φυτά), άλλα είναι εντελώς ακατάλληλη για καλλιέργειες όπως το ρύζι που απαιτεί στάσιμο νερό το μεγαλύτερο μέρος της καλλιεργητικής περιόδου (λίμνασμα).



Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Η εργασία που απαιτείτε για την άρδευση μειώνετε σημαντικά έναντι της μεθόδου άρδευσης με κατάκλιση η οποία θα αναπτυχθεί παρακάτω.
- Αν το σύστημα σχεδιαστεί σωστά μπορεί να επιτευχθεί ομοιόμορφη κατανομή του νερού και υψηλή απόδοση.
- Μεγάλα ρεύματα άρδευσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά.
- Η λειτουργία του συστήματος είναι απλή και εύκολη.

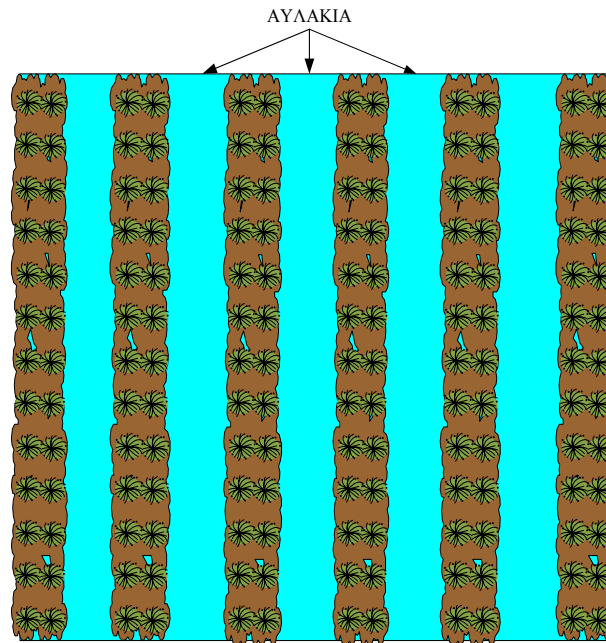
Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Απαιτείτε ισοπέδωση της γης η οποία είναι ακριβή.
- Μπορεί να χρειαστεί αποχέτευση.
- Η σπατάλη νερού παρατηρείται συχνά.

### **1.4.2. Άρδευση με αυλάκια**

Για την άρδευση της καλλιέργειας με την μέθοδο αυτή απαιτείτε η διαμόρφωση του χωραφιού σε αυλάκια με κλίση προς την κλίση του αγρού. Το νερό παροχετεύεται στο άνω μέρος των αυλακιών και αφήνετε να κινηθεί οδηγούμενο από την κλίση του εδάφους, αρδεύοντας κατ' αυτόν τον τρόπο τα φυτά (χωρίς να έρχεται σε άμεση επαφή μαζί τους) τα οποία βρίσκονται στις ράχες που σχηματίζονται μεταξύ των αυλακιών. Ο απαιτούμενος χρόνος ροής εξαρτάται από την απαιτούμενη ποσότητα νερού για την ανασύσταση του ριζικού συστήματος καθώς και τον ρυθμό διήθησης του εδάφους. Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της μεθόδου άρδευσης αυτής είναι ότι κάθε αυλάκι μπορεί να αρδευτεί ανεξάρτητα.

Η άρδευση με αυλάκια είναι κατάλληλη για τα περισσότερα εδάφη πλην των αμμώδη που έχουν υψηλό ποσοστό διήθησης και παρέχουν φτωχή εγκάρσια κατανομή του νερού μεταξύ των αυλακιών. Επίσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την άρδευση όλων των καλλιεργούμενων φυτών τα οποία φυτεύονται σε σειρές, καθώς και των οπωρώνων και των λαχανικών. Τα αυλάκια είναι προσαρμοσμένα για καλλιέργειες που είναι επιρρεπείς σε τραυματισμούς λόγο συσσωρευμένων επιφανειακών υδάτων ή σε μύκητες με αποτέλεσμα το σάπισμα των ριζών.



Εικόνα 1.5: Διάταξη συστήματος άρδευσης με αυλάκια

Το μέγεθος και το σχήμα των αυλακιών εξαρτάται από την καλλιέργεια, την κλίση του εδάφους, τον εξοπλισμό και την απόσταση μεταξύ των σειρών της καλλιέργειας. Επίσης το βέλτιστο μήκος του αυλακιού εξαρτάται από το ποσοστό ροής και το μέγεθος του ρεύματος του νερού. Το ποσοστό ροής ύδατος για μια νέα καλλιέργεια η οποία δεν έχει αρδευτεί ξανά, θα πρέπει να είναι μεγάλο απ' ότι για μια ήδη αρδευόμενη καλλιέργεια.

Η μέγιστη συνιστώμενη κλίση ενός αυλακιού είναι 1% ώστε να μην υπάρχει διάβρωση του εδάφους. Στις περιπτώσεις ξερών κλιμάτων η κλίση μπορεί να φτάσει το 3%, ενώ σε υγρά κλίματα δεν πρέπει να ξεπερνά το 0.3%.

Το μήκος του αυλακιού κυμαίνεται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του εδάφους από 80m-600m. Σε αμμώδη εδάφη, το νερό διηθείτε γρήγορα οπότε τα αυλάκια πρέπει να είναι κοντά, ώστε το νερό να μπορεί να φτάσει στο άλλο άκρο του αυλακιού. Στα αργιλώδη εδάφη η διηθητικότητα είναι μικρότερη, οπότε το μήκος των αυλακιών μπορεί να είναι μεγαλύτερο. Το μήκος του αυλακιού εξαρτάται και από το βάθος του αυλακιού. Όσο μεγαλύτερο είναι το βάθος του αυλακιού τόσο μεγαλύτερο μπορεί να είναι και το μήκος του, αφού θα υπάρξει αρκετός χρόνος να φτάσει το νερό στο κάτω άκρο του αυλακιού, μέχρι να διηθηθεί το νερό (το βάθος συνήθως είναι από 15cm-18cm).

Η παροχή εξαρτάται από την κλίση του εδάφους αλλά συνήθως κυμαίνεται από 0.5-3.0 l/sec.

Η απόσταση μεταξύ των αυλακιών εξαρτάται από το είδος του εδάφους. Για αμμώδη εδάφη η απόσταση μεταξύ των αυλακιών θα πρέπει να είναι από 30cm-60cm (30cm για

τραχιά αμμώδη εδάφη και 60cm για ψιλά αμμώδη). Σε αργιλώδη εδάφη, η απόσταση θα πρέπει να κυμαίνεται από 75-150cm.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου άρδευσης αυτής είναι:

- Το νερό έρχεται σε επαφή μόνο με το 20-50% της επιφάνειας του εδάφους, μειώνοντας με αυτόν τον τρόπο τον σχηματισμό κρούστας στο έδαφος και τις απώλειες λόγω εξάτμισης.
- Μειώνετε η εργασία για την προετοιμασία της γης.
- Η μέθοδος είναι απλή και φθηνή.
- Εφαρμόζετε στα περισσότερα εδάφη.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου άρδευσης αυτής είναι:

- Μπορεί να προκληθεί διάβρωση του εδάφους, εάν η περίσσεια του νερού κινηθεί πάνω από τα αναχώματα.
- Είναι απαραίτητη η ύπαρξη συστήματος αποχέτευσης.
- Απαιτούνται μεγάλες ποσότητες νερού.

### 1.1.7. Άρδευση με κατάκλιση

Η άρδευση με κατάκλιση απαιτεί την διαίρεση του χωραφιού σε μικρότερες μονάδες (λεκάνες) με επίπεδη επιφάνεια, οι οποίες γεμίζουν με νερό το οποίο διατηρείται έως ότου διηθηθεί από το έδαφος. Οι λεκάνες αυτές δημιουργούνται από αναχώματα και μπορούν να είναι ορθογώνιες ή κυκλικές. Οι κυκλικές λεκάνες χρησιμοποιούνται για την άρδευση των δέντρων και οι διαστάσεις τους αυξάνονται καθώς το φυτό αναπτύσσεται. Ένα ανάχωμα ύψους 15cm-22cm δημιουργείται γύρω από τον κορμό του δέντρου σε απόσταση περίπου 30cm-60cm. Ενώ, οι λεκάνες ορθογώνιου σχήματος χρησιμοποιούνται όταν η γη μπορεί να κλιμακωθεί οικονομικά.

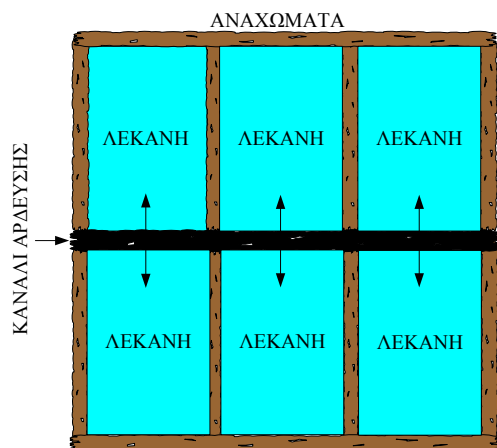
Το μέγεθος των λεκανών ποικίλλει από 1m<sup>2</sup> για καλλιέργειες λαχανικών και άλλων εντατικών καλλιεργειών, ως και 2 εκτάρια ή και περισσότερο για καλλιέργειες όπως το ρύζι. Γενικά το μέγεθος και το σχήμα των λεκανών προσδιορίζετε κυρίως βάση της κλίσης και το είδος του εδάφους, το μέγεθος ροής του νερού, το απαιτούμενο βάθος της άρδευσης καθώς και από την σταθερότητα του εδάφους όταν αυτό βραχεί.

Ο κύριος περιορισμός του πλάτους της λεκάνης είναι η κλίση του εδάφους. Εάν η κλίση είναι απότομη τότε η λεκάνη θα πρέπει να είναι στενή ώστε να μην χρειαστεί

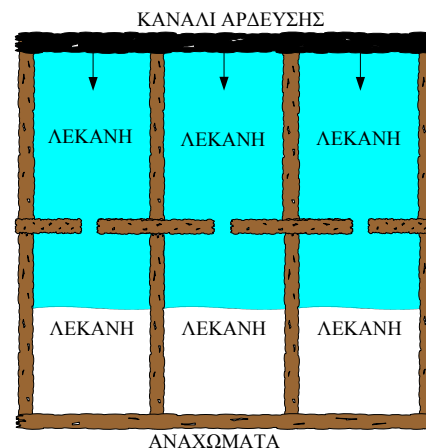
ισοπέδωση. Επίσης, αν ο ρυθμός διείσδυσης του εδάφους είναι μεγάλος, τότε το μέγεθος του ρεύματος θα πρέπει να αυξηθεί ή το μέγεθος των λεκανών θα πρέπει να μειωθεί προκειμένου να καλυφθεί όλη η περιοχή σε μικρό χρονικό διάστημα.

Υπάρχουν δύο τρόποι εφαρμογής νερού στις λεκάνες: η άμεση μέθοδος και η μέθοδος καταρράκτη.

Στην άμεση μέθοδο το νερό άρδευσης οδηγείτε απευθείας από ένα κανάλι στις δεξαμενές μέσω σιφονιών. Ενώ, στην μέθοδο καταρράκτη το νερό άρδευσης στην αρχή γεμίζει την πρώτη λεκάνη και όταν ολοκληρωθεί το γέμισμα της τότε ξεκινάει το γέμισμα της επόμενης λεκάνης.



Εικόνα 1.6: Διάταξη άμεσης μεθόδου άρδευσης με κατάκλιση



Εικόνα 1.7: Διάταξη μεθόδου καταρράκτη άρδευσης με κατάκλιση

Η μέθοδος άρδευσης με κατάκλιση ευνοείται από μέτριας ή αργής διήθησης εδάφη. Είναι κατάλληλη για καλλιέργειες σε σειρά, για υψηλής αξίας καλλιέργειες, για σιτηρά ενώ συχνότερα χρησιμοποιείται για την καλλιέργεια ρυζιού. Η μέθοδος αυτή δεν συνίσταται για καλλιέργειες στις οποίες το λίμνασμα του νερού μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Αποφυγή υπερβολικής απώλειας λόγω διαρροής.
- Δεν εμφανίζονται ζημιές στα φυτά και απώλεια των θρεπτικών συστατικών του εδάφους.
- Η διαχείριση του νερού βελτιώνεται, αφού μπορεί να ελεγχθεί η παροχή της ποσότητας του νερού που θα εφαρμοστεί στην καλλιέργεια.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- Τα αναχώματα παρεμποδίζουν την διέλευση των γεωργικών οχημάτων παρακαλύοντας με αυτόν τον τρόπο τις υπόλοιπες εργασίες στον αγρό.
- Παρεμποδίζετε η αποστράγγιση της επιφάνειας.
- Οι εργασίες για την προετοιμασία της γης είναι δαπανηρές.

Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του Κεφαλαίου, η άρδευση είναι ένα πολύ σημαντικό θέμα στην βελτίωση της παραγωγής. Και αυτός είναι ο κύριος λόγος ανάπτυξης όλων των προαναφερόμενων μεθόδων άρδευσης. Συνοψίζοντας τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των μεθόδων αυτών η καταλληλότερη επιλογή μεθόδου άρδευσης βάση το είδος και την κλίση του εδάφους, τις κλιματολογικές συνθήκες, την ποσότητα και ποιότητα του νερού, το είδος της καλλιέργειας και την απαιτούμενη τεχνολογία, είναι η εξής:

- Είδος εδάφους: Τα αμμώδη εδάφη έχουν υψηλό βαθμό διήθησης και χαμηλή ικανότητα αποθήκευσης νερού, με αποτέλεσμα να χρειάζονται μικρή και συχνή εφαρμογή ύδατος. Για τον λόγο αυτό, η στάγδην άρδευση είναι η πλέον κατάλληλη μέθοδος άρδευσης, ιδίως έναντι της επιφανειακής μεθόδου. Ενώ, τα αργιλώδη εδάφη έχουν πολύ χαμηλά ποσοστά διήθησης, με αποτέλεσμα η επιφανειακή μέθοδος άρδευσης να θεωρείται ιδανική.
- Κλίση εδάφους: Για ανομοιόμορφα εδάφη η στάγδην άρδευση και η άρδευση με καταιονισμό είναι καταλληλότερες, δεδομένου ότι απαιτούν μικρή ή και καθόλου ισοπέδωση.
- Κλιματολογικές συνθήκες: Στην περίπτωση που η αρδευόμενη καλλιέργεια βρίσκεται σε περιοχή με άσχημες καιρικές συνθήκες, η στάγδην άρδευση ή οι μέθοδοι επιφανειακής άρδευσης είναι καταλληλότερες, διότι μπορούν να επιτύχουν ομοιόμορφη κατανομή του αρδευόμενου νερού. Ενώ, η μέθοδος άρδευσης με καταιονισμό δεν θα είναι επιτυχής λόγω της διαταραχής των σταγόνων που θα πρέπει να πέσουν στην επιφάνεια του αγρού από τους ισχυρούς ανέμους.
- Ποσότητα νερού: Η αποτελεσματικότητα του νερού εφαρμογής είναι υψηλότερη στην στάγδην άρδευση και την άρδευση με καταιονισμό, με αποτέλεσμα να προτιμούνται οι μέθοδοι αυτοί όταν οι διαθέσιμες ποσότητες νερού είναι μικρές.
- Ποιότητα νερού: Στην περίπτωση που το αρδευόμενο νερό περιέχει πολλά ιζύματα, η επιφανειακή άρδευση θεωρείτε καταλληλότερη ως μέθοδος, επειδή στις άλλες μεθόδους υπάρχει κίνδυνος φραξίματος των ακροφυσίων (ιδίως αν δεν χρησιμοποιούνται φίλτρα). Αν το νερό περιέχει διαλυμένα άλατα, η στάγδην

άρδευση είναι ιδιαίτερα κατάλληλη, επειδή εφαρμόζει λιγότερο νερό στο έδαφος και όχι σε όλη του την επιφάνεια.

- Είδος καλλιέργειας: Η επιφανειακή άρδευση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλα τα είδη καλλιεργειών. Η στάγδην άρδευση και η άρδευση με καταιονισμό, λόγω των υψηλών επενδύσεων κεφαλαίου, χρησιμοποιούνται ως επί το πλείστον για υψηλής αξίας καλλιέργειες, όπως λαχανικά και οπωροφόρα δέντρα. Η στάγδην άρδευση είναι κατάλληλη για άρδευση μεμονωμένων φυτών ή δέντρων ή καλλιεργειών σε σειρά, ακατάλληλη όμως για καλλιέργειες σε πυκνή σπορά, όπως το ρύζι.
- Εξοπλισμός και κόστος: Η στάγδην άρδευση και η άρδευση με καταιονισμό είναι τεχνικά πιο περίπλοκες μέθοδοι. Η αγορά εξοπλισμού απαιτεί υψηλό κεφάλαιο και συντήρηση, ενώ, η μέθοδοι επιφανειακής άρδευσης απαιτούν λιγότερο προηγμένο εξοπλισμό, τόσο για την κατασκευή όσο και συντήρηση του.

Εν κατακλείδι, η επιφανειακή άρδευση χρησιμοποιείται όταν οι συνθήκες είναι ευνοϊκές (ήπιες και τακτικές κλίσεις εδάφους, με μέσω ή χαμηλό ποσοστό διήθησης, καθώς και με επαρκή διαθεσιμότητα υδάτων πόρων). Ενώ η στάγδην άρδευση και η άρδευση με καταιονισμό, όταν οι κλίσεις του εδάφους είναι ακανόνιστες, με υψηλά ποσοστά διήθησης και το ποσοστό των διαθέσιμων υδάτινων πόρων είναι μικρό.

## 2. Υδραυλικές Αντλίες

Η μηχανική συσκευή που χρησιμοποιείται για τη μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε υδραυλική ενέργεια είναι γνωστή ως υδραυλική αντλία. Στην συσκευή αυτή, το φορτίο που είναι υπεύθυνο για την πίεση υπερνικάτε με τη δημιουργία επαρκούς ισχύος και την παραγωγή μίας ροής. Το Κεφάλαιο αυτό αναφέρεται στην αρχή σύμφωνα με την οποία λειτουργούν οι υδραυλικές αντλίες καθώς επίσης και στον τρόπο λειτουργίας τους. Γίνεται αναφορά στις προδιαγραφές βάση των οποίων μία υδραυλική αντλία μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλη για ένα σύστημα και αναλύονται οι κύριοι τύποι στους οποίους ταξινομούνται.

Οι υδραυλικές αντλίες λειτουργούν σύμφωνα με την αρχή της μετατόπισης. Αυτό συνεπάγεται την ύπαρξη μηχανικών σφραγισμένων θαλάμων στην αντλία, όπου μέσω αυτών των θαλάμων, το ρευστό μεταφέρεται από την είσοδο της αντλίας (θύρα αναρρόφησης) προς την έξοδο (θύρα πίεσης ή εκκένωσης). Οι σφραγισμένοι θάλαμοι εξασφαλίζουν ότι δεν θα υπάρξει άμεση σχέση μεταξύ των δύο θυρών της αντλίας. Το αποτέλεσμα είναι ότι, οι αντλίες αυτές είναι κατάλληλες για να λειτουργούν σε συστήματα με υψηλές πιέσεις καθώς και σε υδραυλικά συστήματα για το οποία θεωρούνται ιδανικές.

Η υδραυλική αντλία έχει δύο λειτουργίες να εκτελέσει. Η πρώτη είναι να ωθήσει το ρευστό μέσα στην γραμμή εισόδου από τη δεξαμενή προς την αντλία. Ενώ η δεύτερη λειτουργία είναι η τροφοδότηση του υγρού στην έξοδο και κατόπιν τον εξαναγκασμό του μέσα στο υδραυλικό σύστημα.

Οι εξόδοι των αντλιών λαμβάνουν ροή ρευστού υψηλής πίεσης από υδραυλικές αντλίες που συμπιέζουν το ρευστό και τροφοδοτούνται από μηχανικές πηγές ενέργειας. Μπορούν να λειτουργήσουν ως κινητήρας αφού περιστραφούν προς τα εμπρός και σε αντίθετη κατεύθυνση όταν τροφοδοτηθούν με πεπιεσμένο ρευστό. Υπάρχουν μερικά χαρακτηριστικά που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την επιλογή της κατάλληλης υδραυλικής αντλίας, όπως τα υλικά από τα οποία είναι κατασκευασμένη η αντλία, οι λειτουργικές προδιαγραφές της κλπ. Κατά την εξέταση των λειτουργικών προδιαγραφών οι πιο σημαντικές είναι, ο τύπος αντλίας, και το στάδιο της.

Οι πρόσθετες προδιαγραφές που περιλαμβάνονται στη λειτουργία μιας υδραυλικής αντλίας είναι:

1. Το βάρος της αντλίας.
2. Η ταχύτητα λειτουργίας: Η ταχύτητα περιστροφής των κινητών μερών της αντλίας (στροφές ανά λεπτό).



3. Η θερμοκρασία λειτουργίας: Οι δυνατότητες διαμονής της αντλίας σε σχέση με το εύρος θερμοκρασίας του ρευστού.
4. Η ιπποδύναμη: Εξαρτάται από το υγρό το οποίο ρέει διαμέσου της αντλίας, την πίεση του και τη δύναμη με την οποία είναι δυνατή η μεταφορά του.
5. Η μέγιστη πίεση λειτουργίας: Οι έξοδοι της αντλίας διαθέτουν μέγιστη πίεση σε μη τακτική βάση.
6. Η συνεχής πίεση λειτουργίας: Είναι διαθέσιμη μέγιστη πίεση στην έξοδο της αντλίας.
7. Η θερμοκρασία υγρού: Αυτό είναι μια προδιαγραφή που διαφέρει από κάθε κατασκευαστή και εξαρτάται από τα εσωτερικά υλικά που την απαρτίζουν.
8. Το μέγιστο ιξώδες του ρευστού: Η αντίσταση ρευστού σε ροή διάτμησης.
9. Η μέγιστη ροή του ρευστού
10. Η μετατόπιση ανά περιστροφή.

Η υδραυλική αντλία είναι ένα από τα κύρια συστατικά που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή, την παραγωγή, και τη μηχανουργική κατεργασία. Η υδραυλική αντλία επηρεάζει την ακρίβεια των μηχανημάτων, την παραγωγικότητα, την αποτελεσματικότητα και κυρίως την συνολική απόδοση του συστήματος. Προκειμένου οι υδραυλικές αντλίες να διαρκούν περισσότερο και να φθείρονται λιγότερο υπάρχει ένας αριθμός υλικών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή και τη σύνθεση της, ανάλογα με το σκοπό που καλείτε να εξυπηρετήσει.

Για συστήματα υψηλής πίεσης, χρησιμοποιούνται κράματα υψηλής αντοχής και πολυμερή, ενώ για τα συστήματα χαμηλής πίεσης είναι διαθέσιμες λιγότερο ακριβές και ελάχιστης πίεσης αντλίες. Είναι πάντα πρακτικό να εξετάζονται οι συνθήκες λειτουργίας των μηχανημάτων και οι απαιτήσεις του συστήματος πριν την αγορά μια υδραυλικής αντλίας.

Οι υδραυλικές αντλίες χρησιμοποιούνται στα υδραυλικά συστήματα κίνησης και μπορεί να είναι υδροστατικές ή υδροδυναμικές.

Οι υδροστατικές αντλίες είναι αντλίες θετικής μετατόπισης ενώ οι υδροδυναμικές αντλίες μπορεί να είναι σταθερής μετατόπισης, στην οποία η μετατόπιση (ροή μέσα από την αντλία ανά περιστροφή της) δεν μπορεί να ρυθμιστεί, ή μεταβλητής μετατόπισης, οι οποίες έχουν μια πιο περίπλοκη κατασκευή που επιτρέπει την ρύθμιση της μετατόπισης.

Οι υδραυλικές αντλίες κατασκευάζονται ανάλογα με τις διαφορετικές λειτουργίες και απαιτήσεις των υδραυλικών συστημάτων. Μία υδραυλική αντλία δεν μπορεί να καλύψει πλήρως όλες τις απαιτήσεις σε βέλτιστο βαθμό. Για τον λόγο αυτό είναι διαθέσιμοι διάφοροι τύποι υδραυλικών αντλιών με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Οι κύριοι τύποι υδραυλικών αντλιών στις οποίες μπορούν να ταξινομηθούν είναι : θετικής μετατόπισης και μη-θετικής μετατόπισης [18]-[27].



## 2.1. Αντλίες θετικής μετατόπισης

Οι αντλίες θετικής μετατόπισης χρησιμοποιούνται συχνότερα σε υδραυλικά συστήματα με πιέσεις που κυμαίνονται μέχρι και 5.000 psi. Αν χρησιμοποιηθούν σωστά προσφέρουν σημαντικές ευκαιρίες για βελτίωση της λειτουργίας και την αποτελεσματικότητά του συστήματος. Διατίθενται σε διαφορετικά εύροι λειτουργίας και σχεδιασμούς, όμως λειτουργούν όλες με την ίδια αρχή. Ένας αυξανόμενος όγκος ρευστού αναρροφάτε και εξαναγκάζεται να εισέλθει από τη θύρα αναρρόφησης στην ζώνη κατάθλιψης της αντλίας, η αντλία γεμίζει με το ρευστό αυτό, το οποίο στην συνέχεια κινείται προς την θύρα εκκένωσης και τέλος εκτοπίζεται υπό πίεση από αυτή.

Οι αντλίες αυτού του τύπου παρέχουν μία σταθερή μετατόπιση ανά περιστροφή και εντός μηχανικών περιορισμών άπειρη πίεση για την κίνηση των ρευστών. Βασικό τους πλεονέκτημα είναι η υψηλή πυκνότητα ισχύος (ισχύς ανά μονάδα βάρους) που μπορεί να επιτευχθεί. Επίσης ο όγκος εκροής είναι σχεδόν σταθερός σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, ανεξάρτητα από τις μεταβολές της πίεσης στις οποίες λειτουργεί η αντλία.

Οι αντλίες αυτές δεν θα πρέπει να λειτουργούν με κλειστή τη βαλβίδα στην θύρα εκκένωσης, διότι η αντλία θα συνεχίσει να παράγει ροή μέχρι η πίεση στην γραμμή εκκένωσης αυξηθεί τόσο ώστε να προκληθεί σοβαρή ζημιά ή και κατάρρευση της γραμμής αυτής. Για τον λόγο αυτό είναι απαραίτητη μία βαλβίδα ελέγχου (εσωτερική ή εξωτερική) ή ακόμα και ένας ρυθμιστής πίεσης.

Οι αντλίες θετικής μετατόπισης μπορούν να διαχωριστούν σε σταθερής ή μεταβλητής μετατόπισης. Στις σταθερής μετατόπισης η έξοδος της αντλίας παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια κάθε κύκλου άντλησης σε μία δεδομένη ταχύτητα άντλησης. Αντίθετα στις μεταβλητής μετατόπισης, η έξοδος της αντλίας μπορεί να μεταβληθεί αλλάζοντας τη γεωμετρία του θαλάμου μετατόπισης της αντλίας.

Τα είδη των αντλιών θετικής μετατόπισης είναι δύο: οι περιστροφικές αντλίες και οι παλινδρομικές.

Οι κύριες κατηγορίες περιστροφικών αντλιών είναι:

- Οι γραναζωτές,
- οι πτερυγοφόρες και
- οι αντλίες τύπου κοχλία

Σε όλες τις περιστροφικές αντλίες, ο θάλαμος δημιουργείτε προοδευτικά μέσω της περιστροφής του άξονα κίνησης.

Οι κύριες κατηγορίες παλινδρομικών αντλιών είναι:

- Οι εμβολοφόρες,
- οι αξονικές εμβολοφόρες και
- οι αντλίες διαφράγματος

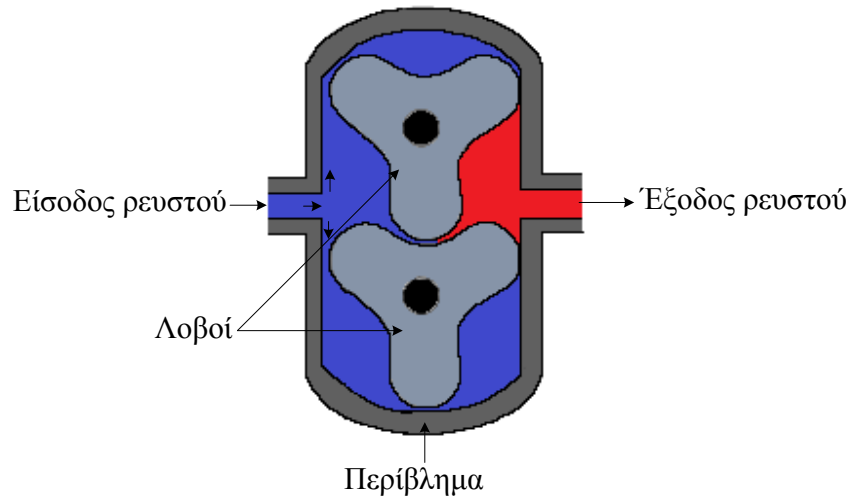
Στις αντλίες αυτές υπάρχουν βαλβίδες ελέγχου στις θύρες αναρρόφησης και εκκένωσης. Το ρευστό ρέει μέσω της βαλβίδας αναρρόφησης στο θάλαμο της αντλίας καθώς το έμβολο ή το διάφραγμα υποχωρεί. Στο τέλος της διαδρομής του εμβόλου ο θάλαμος είναι στο μέγιστο μέγεθός του. Η βαλβίδα αναρρόφησης κλείνει και το ρευστό εξαναγκάζεται να εξέλθει από τη θύρα εκκένωσης. Η ροή από κάθε θάλαμο είναι παλμική και στην περίπτωση που η αντλία διαθέτει αρκετούς θαλάμους, τότε μπορούν να ρυθμιστούν ώστε να έχουν διαδοχικούς παλμούς προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η συνολική παλμική κίνηση.

Οι θετικής μετατόπισης αντλίες μπορούν να εφαρμόσουν την αρχή τους στα παρακάτω είδη αντλιών (τα οποία και θα αναλυθούν παρακάτω):

- Στις αντλίες περιστρεφόμενου λοβού, στις
- γρاناζωτές αντλίες, στις
- εμβολοφόρες, στις
- διαφράγματος, τις
- αντλίες τύπου κοχλία, τις
- πτερυγιοφόρες και τις
- περισταλτικές.

### **2.1.1. Αντλίες λοβού**

Η λειτουργία των αντλιών αυτών είναι παρόμοια με αυτή των εξωτερικών γρاناζωτών αντλιών, με τη διαφορά ότι οι λοβοί δεν έρχονται σε επαφή. Η αποφυγή των λοβών επιτυγχάνεται από εξωτερικά γρανάζια χρονισμού τα οποία βρίσκονται στο κιβώτιο ταχυτήτων.



Εικόνα 2.1: Αντλία λοβού

Καθώς οι λοβοί αποσυμπλέκονται, στην πλευρά εισόδου της αντλίας ο όγκος του θαλάμου της αυξάνεται και το ρευστό ρέει στο εσωτερικό της. Με την περιστροφή των λοβών το ρευστό παγιδεύεται στο εσωτερικό της και αρχίζει να κινείται ανάμεσα στους λοβούς και το περίβλημα της αντλίας σύμφωνα με την περιστροφή τους (δεν κινείται μεταξύ των συμπλεκόμενων λοβών). Τέλος, το ρευστό οδηγείται στην έξοδο από την οποία εξέρχεται υπό πίεση.

Οι αντλίες αυτές συχνά χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές τροφίμων, διότι μπορούν να χειριστούν στερεά χωρίς να τα καταστρέψουν. Λόγο της μη επαφής των λοβών, το διάκενο το οποίο δημιουργείται μεταξύ τους είναι μεγαλύτερο συγκριτικά με τα άλλα είδη αντλιών, με αποτέλεσμα η απόδοση του συγκεκριμένου είδους αντλίας να είναι λιγότερο αποτελεσματική για υγρά χαμηλού ιξώδους. Για την επίτευξη ικανοποιητικής απόδοσης σε υψηλού ιξώδους υγρά απαιτείται μειωμένη ταχύτητα λειτουργίας.

### 2.1.2. Γραναζωτές Αντλίες

Οι γραναζωτές αντλίες είναι ο πιο κοινός τύπος υδραυλικής αντλίας, είναι θετικής μετατόπισης, εύκολες σε συντήρηση, απλές, φθηνές και ανθεκτικές. Είναι κυρίως κατάλληλες για πιέσεις περίπου στα 200bar και λιγότερο αποτελεσματικές για λειτουργίες σε συνεχή μετατόπιση. Το αποτέλεσμα είναι λόγω της απόδοσης τους να είναι πιο αποτελεσματικές σε απλά υδραυλικά συστήματα. Έχουν την χαμηλότερη ογκομετρική απόδοση από όλους τους τύπους υδραυλικών αντλιών, περίπου στο 90% και τα επίπεδα του θορύβου κατά την λειτουργία τους ήταν ιδιαίτερα υψηλά, αλλά οι σύγχρονες γραναζωτές αντλίες λόγω του

σχεδιασμού των ενσωματωμένων εργαλείων περιστροφής των γραναζιών, των ελικοειδών γραναζιών και το υψηλότερο ακρίβεια/ποιότητα προφίλ των οδόντων τους τα οποία συμπλέκονται και αποσυμπλέκονται πιο στρωτά μειώνοντας την κυματοειδή πίεση, έχουν μειώσει τα επίπεδα αυτά αισθητά. Τέλος, η κατάρρευση της είναι πιο κοινή έναντι των άλλων τύπων υδραυλικών αντλιών, κάτι το οποίο οφείλεται στην βαθμιαία φθορά του περιβλήματος της αντλίας από τα γρανάζια και/ή τους κύριους δακτυλίους, μειώνοντας βαθμιαία την ογκομετρική απόδοση της αντλίας μέχρι την αχρήστευση της.

Η γραναζωτή υδραυλική αντλία, παράγει ροή μέσω της μεταφοράς του υγρού μεταξύ των συμπλεκόμενων οδοντωτών τροχών. Το περίβλημα της αντλίας ή οι πλάκες πίεσης (πλευρικές πλάκες) περικλείουν τον θάλαμο ο οποίος σχηματίζεται ανάμεσα στους οδοντωτούς τροχούς. Οι αντλίες αυτές δημιουργούν πίεση μέσω της εμπλοκής των οδόντων, η οποία εξαναγκάζει το υγρό να κινηθεί γύρω από τα γρανάζια το οποίο στην συνέχεια πιέζεται προς την έξοδο.

Υπάρχει πάντα μια απώλεια όταν το υγρό αντλείται υπό σταθερή πίεση και μεταβλητό όγκο, λόγω των διακένων μεταξύ των κορυφών των οδόντων εμπλοκής, της επιφάνειας των οδόντων και του περιβλήματος της αντλίας. Για τον λόγο αυτό, προκειμένου οι αντλίες αυτές να λειτουργούν στη μέγιστη ταχύτητα, η ογκομετρική απόδοση διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα καθώς επίσης και η ροή.

Μία γραναζωτή αντλία διαφοροποιείται σε εσωτερική γραναζωτή αντλία και σε εξωτερική γραναζωτή αντλία.

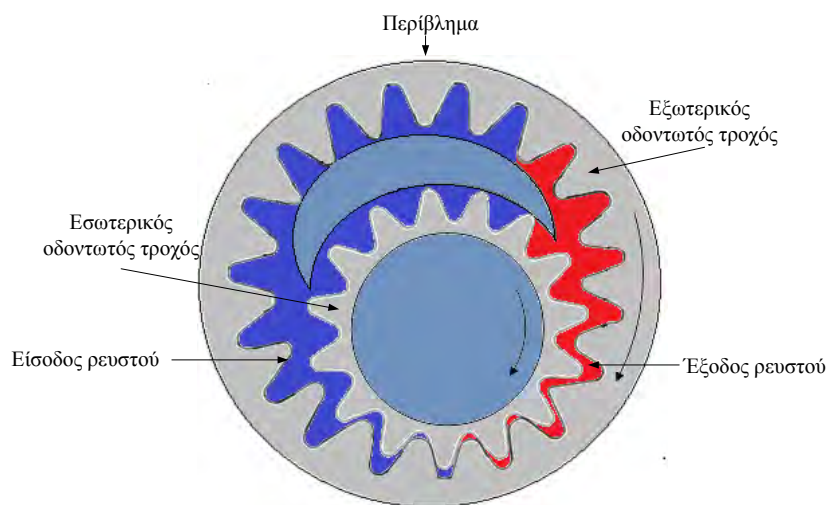
### **2.1.3. Εσωτερική Γραναζωτή Αντλία**

Οι εσωτερικές γραναζωτές αντλίες χρησιμοποιούνται σε εργαλειομηχανές, πρέσες και σε μηχανές που λειτουργούν σε κλειστό χώρο, π.χ ηλεκτρικά περονοφόρα οχήματα. Είναι εξαιρετικά ευέλικτες και ικανές στον χειρισμό παχύρευστων υγρών. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για όλες τις ποικιλίες καυσίμων και λιπαντικών, για αλκοόλες και διαλύτες, ρητίνες και πολυμερή, καθώς και άσφαλτο και πίσσα.

Είναι μη-παλμικής αυτόματης αναρρόφησης και μπορούν να λειτουργήσουν χωρίς υγρό για ένα χρονικό διάστημα. Κατά τη λειτουργία τους διατηρούν χαμηλά επίπεδα θορύβου και χαμηλό παλμό ροής, ενώ η απόδοσή τους είναι υψηλή.

Στην εσωτερική γραναζωτή αντλία το υγρό συμπιέζεται χρησιμοποιώντας εσωτερικά γρανάζια. Τα εσωτερικά γρανάζια είναι συμπαγείς μονάδες και έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ως φορητές μονάδες. Το υγρό εισέρχεται από τη θύρα αναρρόφησης

μεταξύ του δρομέα (ο οποίος είναι συνδεδεμένος με την μονάδα) και των οδοντωτών τροχών. Το υγρό λόγω της κίνησης των οδόντων κινείται ανάμεσα τους, όπου στην συνέχεια διαχωρίζεται από έναν μηνίσκο ο οποίος λειτουργεί ως ασπίδα μεταξύ των θυρών εκκένωσης και αναρρόφησης. Πριν τον εξαναγκασμό του υγρού να εξέλθει από την θύρα εκκένωσης η κεφαλή της αντλίας είναι σχεδόν πλημμυρισμένη. Καθώς η περιστροφή των γρاناζιών συνεχίζεται, το ρευστό που διαχωρίστηκε από τον μηνίσκο ενώνεται και πάλι και οδηγείτε υπό πίεση στην έξοδο της αντλίας.



Εικόνα 2.2: Εσωτερική γρاناζωτή αντλία

Τα βασικά πλεονεκτήματα των εσωτερικών γρاناζωτών αντλιών είναι:

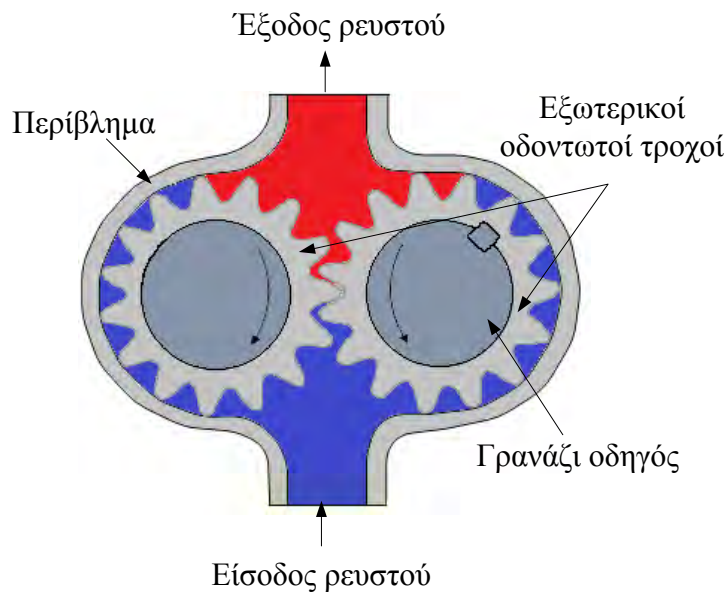
1. Ο ευέλικτος σχεδιασμός τους προσφέρει εφαρμογές παραμετροποίησης.
2. Λειτουργεί επιθυμητά σε όλες τις κατευθύνσεις.
3. Λειτουργεί εξαιρετικά για ρευστά υψηλού ιξώδους.
4. Αποτελείται μόνο από δύο κινούμενα μέρη και
5. Είναι εύκολη στη συντήρηση.

#### 2.1.4. Εξωτερική Γρاناζωτή Αντλία

Οι εξωτερικές γρاناζωτές αντλίες χρησιμοποιούνται σε κινητές και βιομηχανικές υδραυλικές εφαρμογές. Οι τυπικές εφαρμογές τους είναι ως αντλίες λίπανσης και ως αντλίες λαδιού κινητήρων. Είναι ευέλικτες (ευρύ φάσμα θερμοκρασία και ιξώδους), έχουν σχετικά υψηλές πιέσεις λειτουργίας, ευρύ φάσμα ταχυτήτων, μεγάλη χωρητικότητα, χαμηλό κόστος και βάρος.

Στην εξωτερική γραναζωτή αντλία τα υγρά οδηγούνται υπό πίεση στην έξοδο της αντλίας, χρησιμοποιώντας εξωτερικά γρανάζια, τα οποία περιστρέφονται από την πηγή της αντλίας. Μπορεί να είναι μονή ή διπλή αντλία με ελικοειδή, σπιρονοτά και ψαροκόκκαλο γρανάζια. Οι αντλίες με ελικοειδή γρανάζια και γρανάζια ψαροκόκκαλο προσφέρουν μια ομαλή ροή.

Οι αντλίες αυτές, χρησιμοποιούν δύο πανομοιότυπα γρανάζια, τοποθετημένα σε τέτοια θέση ώστε να δημιουργείτε το μικρότερο διάκενο μεταξύ τους. Το ένα γρανάζι περιστρέφεται από τον κινητήρα και στην συνέχεια αναγκάζει την περιστροφή του δεύτερου γραναζιού. Και οι δύο οδοντωτοί τροχοί υποστηρίζονται από έναν άξονα με ρουλεμάν και από τις δύο πλευρές των γραναζιών. Καθώς τα γρανάζια αποσυμπλέκονται, δημιουργούν επέκταση του όγκου του θαλάμου της αντλίας στην πλευρά της εισόδου της. Το υγρό ρέει στην κοιλότητα αυτή και παγιδεύεται από τα δόντια των γραναζιών καθώς αυτά κινούνται. Το υγρό μεταφέρεται μεταξύ του εσωτερικού του περιβλήματος της αντλίας και των οδόντων, αλλά όχι μεταξύ των γραναζιών. Τέλος, το υγρό εξαναγκάζεται στην έξοδο υπό πίεση από τις συμπλέξεις των γραναζιών.



Εικόνα 2.3: Εξωτερική γραναζωτή αντλία

Τα βασικά τους πλεονεκτήματα είναι:

- Η υψηλή ταχύτητα
- Ο σχεδιασμός τους διαθέτει μεγάλη ποικιλία υλικών
- Έχουν σχετικά αθόρυβη λειτουργία
- Η υψηλή πίεση
- Δεν είναι δυνατή η υπερφόρτωση του ρουλεμαν.

### 2.1.5. Αντλία τύπου κοχλία

Στις αντλίες τύπου κοχλία το ρευστό κινείται εντός της αντλίας και περιστρέφεται μαζί με τον άξονα ενός ή και περισσοτέρων κοχλιών ανάμεσα στα σπειρώματα τους, κάτι το οποίο καθιστά την ροή αξονική. Το υγρό μετατοπίζεται αξονικά καθώς οι κοχλίες περιστρέφονται και συμπλέκονται από την είσοδο προς την έξοδο της αντλίας. Τα σπειρώματα του ρότορα και το περίβλημα της αντλίας σφραγίζουν το υγρό κατά τη μεταφορά αυτή. Οι ρότορες λειτουργούν σαν έμβολα τα οποία κινούνται συνεχώς προς τα εμπρός. Η απουσία παλμών ακόμα και σε υψηλές ταχύτητες καθώς και το γεγονός ότι δεν υπάρχει μέταλλο-προς-μέταλλο επαφή κάνουν τη λειτουργία της αντλίας αυτής ιδιαίτερα ήσυχη.

Οι αντλίες αυτές είναι κατάλληλες για λειτουργίες χαμηλής πίεσης μέχρι τα 100bar και για υψηλές ροές, η αποτελεσματικότητά τους δεν είναι ιδιαίτερα υψηλή και είναι ακατάλληλες για εφαρμογές όπου η ανάμειξη του υγρού απαγορεύεται. Το βασικό τους μειονέκτημα είναι οι υδραυλικές δυνάμεις αντίδρασης, οι οποίες μεταδίδονται αξονικά και αντίθετα από την κατεύθυνση της ροής. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να ξεπεραστεί με την τοποθέτηση ενός ρουλεμάν κάτω από κάθε ρότορα ή της υδραυλικής ισορροπίας μέσω της κατεύθυνσης μιας υδραυλικής δύναμης σε ένα έμβολο κάτω από τον ρότορα.

Αυτό το είδος αντλίας χρησιμοποιείται συχνά σε σταθμούς ανύψωσης λυμάτων, λόγω της δυνατότητας του να χειρίζονται ποικιλία λυμάτων, την ελάχιστη προσοχή που απαιτούν κατά τη λειτουργία αυτή, την ανθεκτικότητά τους στην υπερφόρτωση του κινητήρα και το γεγονός ότι δεν χρειάζονται απόφραξη. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης σε αποχετεύσεις για τον έλεγχο πλημμύρων, κυρίως λόγω της δυνατότητας του να στέλνουν μεγάλες ποσότητες νερού πάνω από τα αναχώματα.

Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι αντλιών τύπου κοχλία: η αντλία μονού κοχλία, διεπλεκόμενου κοχλία και εκκεντρικού κοχλία.

- Μονού κοχλία: Οι τυπικές διαστάσεις της αντλίας αυτής είναι περίπου 12inch διάμετρος και 50ft μήκος. Χρησιμοποιούνται συνήθως ως αντλίες ανύψωσης νερού με τον κοχλία υπό κλίση στις  $30^\circ$ . Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για τον χειρισμό υγρών που περιέχουν στερεά.
- Διεπλεκόμενου κοχλία: Χειρίζονται πιο καθαρά υγρά με χαμηλή ταχύτητα ροής, διατίθενται σε διάφορα μεγέθη και μπορούν να λειτουργήσουν σε υψηλές ταχύτητες.
- Εκκεντρικού κοχλία: Είναι σε θέση να χειριστούν ποικιλία υγρών με υψηλή απόδοση. Αποτελούνται από έναν άκαμπτο κοχλία ο οποίος περιστρέφεται εντός

ενός ελαστικού εσωτερικού ελικοειδή στάτορα. Λόγο της χαμηλής ταχύτητας ροής εντός της αντλίας μπορούν να χειριστούν ιξώδη υγρά και υγρά με αιωρούμενα στερεά.

Τα πλεονεκτήματα των αντλιών τύπου κοχλία είναι:

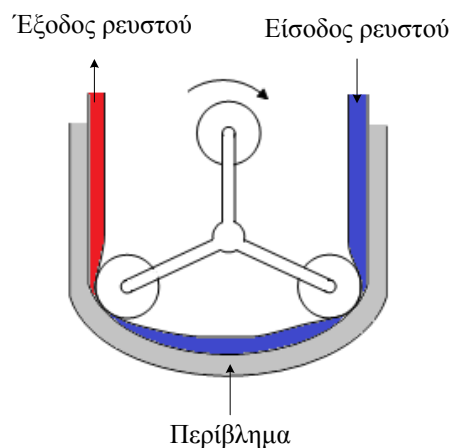
- Το ευρύ φάσμα ροών και πιέσεων,
- το ευρύ φάσμα υγρών και ιξώδους,
- είναι ανθεκτικοί, συμπαγείς με εύκολη εγκατάσταση και συντήρηση,
- παρέχουν αθόρυβη λειτουργία, χαμηλή μηχανική δόνηση και καθόλου διακυμάνσεις στη ροή,
- ικανότητα λειτουργίας υψηλών ταχυτήτων και είναι
- αυτόματης αναρρόφησης.

Τα μειονεκτήματα της αντλίας αυτού του τύπου είναι το υψηλό της κόστος και ότι τα χαρακτηριστικά της απόδοσης της είναι ευαίσθητα στην αλλαγή του ιξώδους.

### 2.1.6. Περισταλτικές αντλίες

Τα είδη περισταλτικών αντλιών είναι δύο: οι περιστροφικές περισταλτικές αντλίες και οι γραμμικές.

Στις περιστροφικές περισταλτικές αντλίες, ένα σύνολο περιστρεφόμενων εργαλείων συμπιέζουν κυκλικά έναν εύκαμπτο σωλήνα (το πλήθος τους μπορεί να ποικίλει). Στο ένα άκρο του σωλήνα αυτού εισέρχεται το υγρό, το οποίο στην συνέχεια οδηγείται στην έξοδο από την κίνηση των εργαλείων αυτών.

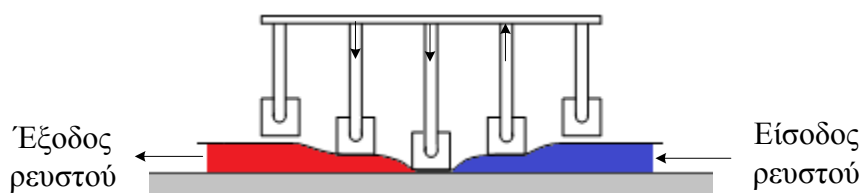


Εικόνα 2.4: Περιστροφική περισταλτική αντλία



Το υγρό δεν εγκαταλείπει ποτέ τον σωλήνα, με αποτέλεσμα να μην έρχεται σε επαφή με τα υπόλοιπα μέρη της αντλίας και καταυτών τον τρόπο να αποφεύγεται η μόλυνση του και η φθορά της αντλίας στην περίπτωση που το υγρό που αντλείται είναι διαβρωτικό.

Ο σωλήνας αντικαθίσταται εύκολα και το μέγεθος και η σύνθεση του μπορεί να ρυθμιστεί ώστε να εξυπηρετεί διαφορετικά υγρά ή ακόμα και για τη μεταβολή του ρυθμού ροής. Με την μεταβολή της ταχύτητας περιστροφής των εργαλείων, αλλάζει και η ταχύτητα ροής, ενώ αλλάζοντας τη φορά περιστροφής αλλάζει η φορά της.



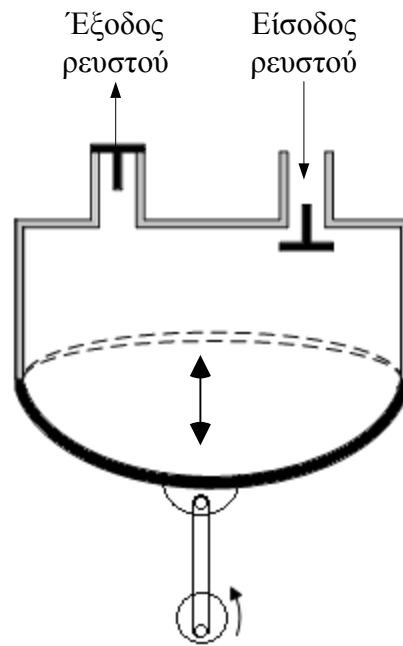
Εικόνα 2.5: Γραμμική περισταλτική αντλία

Οι γραμμικές περισταλτικές αντλίες λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο με τις περιστροφικές και διαθέτουν ακριβώς με τα ίδια χαρακτηριστικά. Στις αντλίες αυτές, ένα σύνολο εμβόλων ενεργοποιητών συμπιέζει κυκλικά έναν εύκαμπτο σωλήνα.

Χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπως χορήγηση φαρμάκων, όπου ο ακριβής έλεγχος ρυθμού ροής είναι απαραίτητος.

### 2.1.7. Αντλίες διαφράγματος

Η αντλία διαφράγματος χρησιμοποιεί τον συνδυασμό παλινδρομικής δράσης ενός καουτσούκ, θερμοπλαστικού ή τεφλόν διαφράγματος και κατάλληλων βαλβίδων τοποθετημένων και στις δύο πλευρές του διαφράγματος για την άντληση υγρού. Όταν ο όγκος του θαλάμου της αντλίας αυξάνεται, η πίεση στο εσωτερικό της αντλίας μειώνεται και το ρευστό αναρροφάτε στον θάλαμο. Όταν στην συνέχεια το διάφραγμα κινηθεί προς τα κάτω, μειώνοντας καταυτών τον τρόπο τον όγκο του θαλάμου, η πίεση στο υγρό θα αυξηθεί και θα το εξαναγκάσει στην έξοδο.



Εικόνα 2.6: Αντλία διαφράγματος

Οι αντλίες αυτές είναι για πιέσεις εκκένωσης μέχρι και 1200bar, η αποτελεσματικότητά τους φτάνει μέχρι και 97%, μπορούν να διαχειριστούν παχύρευστα υγρά και υγρά με υψηλή περιεκτικότητα σε στερεά, παράγουν παλμική ροή και είναι κατάλληλες για βιομηχανικές, χημικές και εφαρμογές υγιεινής.

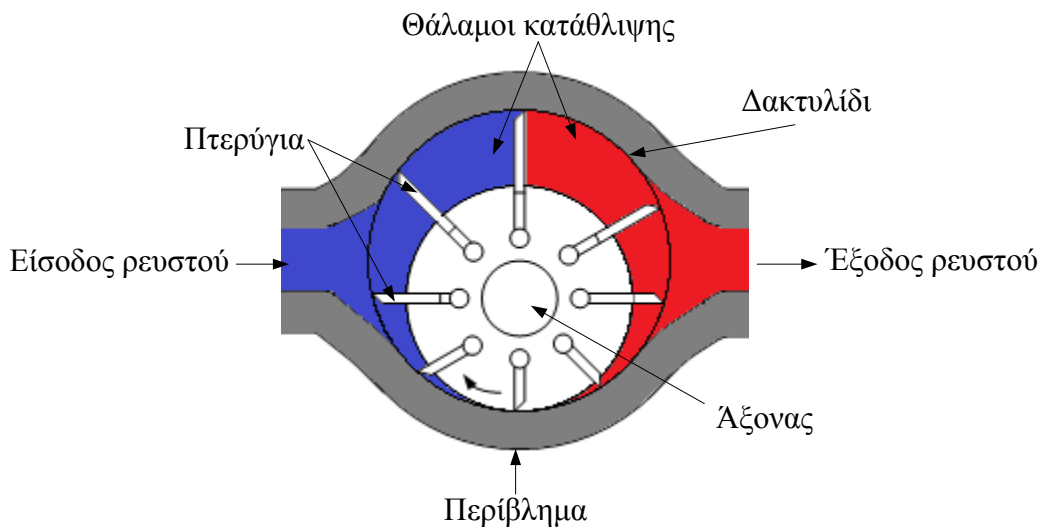
Υπάρχουν τρεις τύποι αντλιών διαφράγματος:

- Αυτές στις οποίες το διάφραγμα σφραγίζεται και όπου στην μία πλευρά του βρίσκεται το υγρό προς άντληση και στην άλλη αέρας ή υδραυλικό ρευστό. Στον τύπο αυτό, το διάφραγμα κάμπτεται προκαλώντας αυξομείωση του όγκου του θαλάμου της αντλίας και ένα ζεύγος βαλβίδων ελέγχου εμποδίζουν την αντιστροφή της ροής του ρευστού.
- Αυτές στις οποίες η κινητήρια δύναμη του διαφράγματος είναι ηλεκτρο-μηχανική και οι οποίες λειτουργούν μέσω ενός στρόφαλου, ενός μοτέρ ή είναι καθαρά μηχανικές. Με τη μέθοδο αυτή το διάφραγμα κάμπτεται μέσω μιας απλής μηχανικής δράσης, ενώ η μία πλευρά του παραμένει ανοιχτή.
- Και τέλος, αυτές που λειτουργούν με ένα ή και περισσότερα ασφράγιστα διαφράγματα στα οποία το υγρό αντλείται και από τις δύο πλευρές. Και σε αυτή την περίπτωση το διάφραγμα κάμπτεται προκαλώντας μεταβολή του όγκου του θαλάμου, πραγματοποιώντας την άντληση.

### 2.1.8. Πτερυγοφόρες Αντλίες

Οι πτερυγοφόρες αντλίες χρησιμοποιούνται σε μηχανές χήτευσης και σε μηχανήματα οδικής κατασκευής. Είναι θετικής μετατόπισης, έχουν ευρύ φάσμα ταχυτήτων και ιξώδους, είναι γενικά απλές, φθηνές, αξιόπιστες και κατάλληλες για έξοδο υψηλής ροής χαμηλής πίεσης. Χρησιμοποιούνται για μέσες πιέσεις των 180bar, αν και οι σύγχρονες πτερυγοφόρες αντλίες μπορούν να υπερβούν τα 300bar, χωρίς όμως να θεωρούνται υψηλής πίεσης. Λειτουργούν με σταθερή ροή, με αποτέλεσμα να παράγουν λιγότερο θόρυβο κατά τη λειτουργία τους, ενώ διατηρούν μία σχετικά υψηλή ταχύτητα.

Αποτελούνται από πτερύγια τα οποία είναι σταθερά και τοποθετημένα στον ρότορα, ο οποίος βρίσκεται στο εσωτερικό του κινητήρα. Η πίεση του υγρού διατηρείται λόγω της περιστροφής των πτερυγίων, η περιστροφή των οποίων οφείλεται στην πηγή τροφοδοσίας της αντλίας. Καθώς τα πτερύγια περιστρέφονται και η ταχύτητα του ρότορα αυξάνεται, στην πλευρά της εισόδου της αντλίας δημιουργείται ένα κενό στον θάλαμο στον οποίο ωθείτε το ρευστό λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης, και καθώς το κενό αυτό μειώνεται, το ρευστό εξαναγκάζεται να κινηθεί προς την έξοδο.



Εικόνα 2.7: Πτερυγοφόρα αντλία – μη ισορροπημένη

Ορισμένοι τύποι πτερυγοφόρων αντλιών μπορούν να αλλάξουν το κέντρο του πτερυγοφόρου σώματος, ώστε να αποκτηθεί μια απλή ρυθμιζόμενη αντλία. Αυτές οι ρυθμιζόμενες πτερυγοφόρες αντλίες είναι γενικά σταθερής πίεσης ή σταθερής ισχύος. Στις αντλίες αυτές, η μετατόπιση αυξάνεται μέχρι να επιτευχθεί η απαιτούμενη πίεση ή ισχύς και στην συνέχεια η μετατόπιση ή ο πληρούμενος όγκος μειώνεται μέχρι να επιτευχθεί ισορροπία.

Οι υδραυλικές πτερυγοφόρες αντλίες διατίθενται ως ισορροπημένες, μη-ισορροπημένες και πτερυγοφόρες αντλίες δύο σταδίων. Και οι τρεις αυτοί τύποι χρησιμοποιούν τα ίδια μέρη, πτερύγια και ρότορα. Τα πτερύγια μπορούν να κινούνται ακτινικά εντός του ρότορα, ενώ η φυγόκεντρος δύναμη του τα ωθεί έξω προκειμένου να αγγίξουν το περίβλημα της αντλίας. Η διαφορά τους είναι στο σχήμα του δακτυλιδιού το οποίο περιορίζει την μέγιστη επιτρεπόμενη διαδρομή των πτερυγίων και στο πλήθος των ρευμάτων εισόδου-εξόδου.

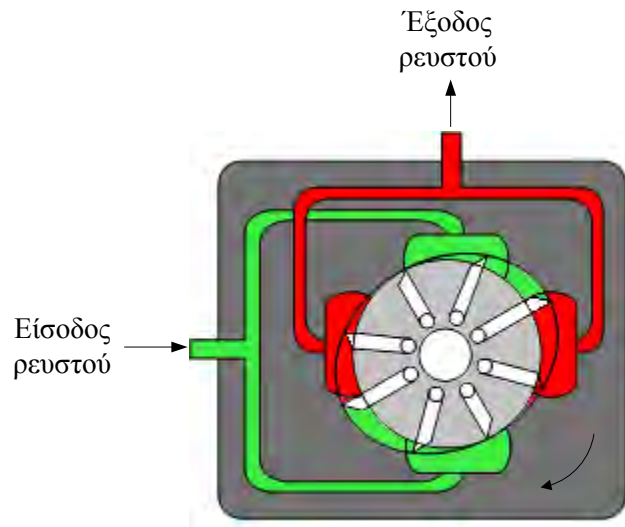
#### **2.1.8.1. Μη ισορροπημένη πτερυγοφόρα αντλία**

Σε μια μη ισορροπημένη πτερυγοφόρα αντλία, η μέγιστη κίνηση των πτερυγίων τα οποία είναι τοποθετημένα στον ρότορα, περιορίζεται από ένα δακτυλίδι. Ο άξονας του ρότορα δεν βρίσκεται στο κέντρο του δακτυλιδιού αυτού με αποτέλεσμα κατά την περιστροφή του να μεταβάλλεται ο όγκος στον θάλαμο της αντλίας. Η μετατόπιση της αντλίας εξαρτάται από την απόσταση των κέντρων δακτυλιδιού και ρότορα.

Στην αντλία αυτού του τύπου, η πίεση ασκείται από την μία πλευρά του ρότορα. Αυτό προκαλεί ένα σημαντικό φορτίο επί του ρουλεμάν. Για να μειωθεί το φορτίο αυτό, οι δυνάμεις που ενεργούν επί του ρότορα θα πρέπει να είναι σε ισορροπία.

#### **2.1.8.2. Ισορροπημένη πτερυγοφόρα αντλία**

Στην ισορροπημένη πτερυγοφόρα αντλία το δακτυλίδι (π.χ. στάτορας) είναι ελλειπτικό και έχει μία διπλή εκκεντρική εσωτερική επιφάνεια. Ο ρότορας λόγω αυτής της διάταξης του στάτη τοποθετείται στον άξονα του. Κατά την περιστροφή του ρότορα, ρευστό εισέρχεται από δύο θύρες αναρρόφησης οι οποίες βρίσκονται σε αντίθετες κατευθύνσεις (απόσταση  $180^\circ$  μεταξύ τους) και εξαναγκάζεται να εξέλθει από δύο θύρες εξόδου (επίσης σε αντίθετες κατευθύνσεις με την ίδια απόσταση μεταξύ τους). Τα δύο ρεύματα εξόδου αυτά ενώνονται οδηγώντας το ρευστό στην έξοδο της αντλίας. Η βελτίωση αυτού του σχεδιασμού της πτερυγοφόρας αντλίας της επιτρέπει υψηλές ταχύτητες λειτουργίας και πιέσεις.



Εικόνα 2.8: Ισοροπημένη πτερυγοφόρα αντλία

### 2.1.8.3. Μεταβλητής μετατόπισης πτερυγοφόρα αντλία

Μόνον η πτερυγοφόρα αντλία μονού θαλάμου είναι διαθέσιμη ως μεταβλητής μετατόπισης του όγκου. Με την κίνηση του στάτορα με μια βίδα ρύθμισης, είναι δυνατή η προσαρμογή του μεγέθους των θαλάμων μετατόπισης. Όταν ο άξονας του ρότορα είναι στο κέντρο του στάτορα, όλοι οι σχηματισμένοι θάλαμοι είναι ίσου μεγέθους και η εκροή της αντλίας είναι μηδέν.

Τρεις συσκευές εντοπισμού θέσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

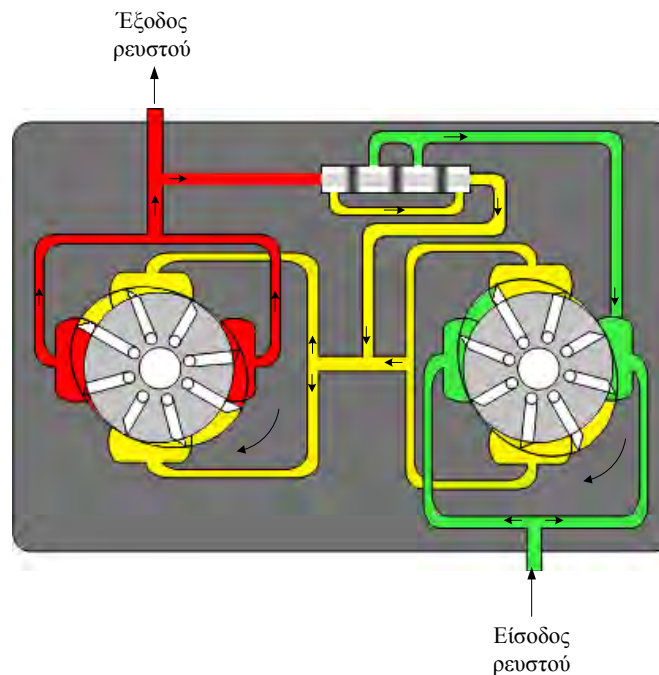
- Βίδα οριζόντιας ρύθμισης του όγκου μετατόπισης: ο όγκος μετατόπισης προσδιορίζεται απευθείας από την απόσταση μεταξύ στάτορα και ρότορα της αντλίας.
- βίδα ρύθμισης ύψους: αυτό μεταβάλλει την κατακόρυφη θέση του ρότορα ο οποίος επηρεάζει άμεσα της δυναμικής απόκρισης της αντλίας και τον θορύβο.
- Βίδα ρύθμισης για μέγιστη πίεση λειτουργίας: καθορίζει το ύψος του ελατηρίου προέντασης που καθορίζει τη μέγιστη πίεση λειτουργίας.

Η εκροή της αντλίας μπορεί να ελέγχεται και να ρυθμίζεται μηχανικά (δηλ. απ' ευθείας με μία βίδα ρύθμισης για την αντλία). Μπορείτε, επίσης, να ελεγχθεί η εκροή με άλλα μέσα, όπως ένας συνδυασμός υδραυλικών και ηλεκτρικών ελέγχων.

#### 2.1.8.4. Πτερυγιοφόρες αντλίες δύο σταδίων

Το είδος αυτό πτερυγιοφόρας αντλίας αποτελείται από δύο πτερυγιοφόρες αντλίες οι οποίες περιέχονται στο ίδιο περίβλημα. Στην αντλία αυτή το ρευστό εισέρχεται από τη θύρα αναρρόφησης και κατευθύνεται προς την πρώτη αντλία (πρώτο στάδιο). Μετά την εισαγωγή του ρευστού από τη θύρα αναρρόφησης του πρώτου σταδίου και την περιστροφή του ρότορα, το ρευστό εξέρχεται από δύο θύρες εκκένωσης ίδιας διάταξης με την ισορροπημένη αντλία. Στην συνέχεια το ρευστό οδηγείτε στην θύρα αναρρόφησης της δεύτερης αντλίας (δεύτερο στάδιο) όπου πραγματοποιείται και πάλι περιστροφή του ρότορα και το ρευστό εξαναγκάζεται να εξέλθει από δύο θύρες εκκένωσης. Τα δύο ρεύματα εξόδου αυτά ενώνονται και το ρευστό οδηγείτε στην έξοδο της αντλίας.

Οι αντλίες αυτές αποτελούνται από ένα κινητήριο άξονα ο οποίος περιέχεται στο περίβλημα της αντλίας. Προκειμένου οι πιέσεις των φορτίων και στα δύο στάδια να είναι εξισορροπημένες και να μπορούν να διορθωθούν τυχόν διαφορετικές ροές από τις απαιτούμενες, για τη σωστή λειτουργία της αντλίας τοποθετείτε μία βαλβίδα διαίρεσης.



Εικόνα 2.9: Πτερυγιοφόρα αντλία δύο σταδίων

### **2.1.9. Εμβολοφόρες αντλίες**

Οι υδραυλικές εμβολοφόρες αντλίες μπορούν να χειριστούν μεγάλες ροές σε υψηλές υδραυλικές πιέσεις. Τυπικές εφαρμογές είναι κινητός και κατασκευαστικός εξοπλισμός, θαλάσσια βοηθητική δύναμη, μορφοποίησης μετάλλου και σφράγιση, εργαλειομηχανές και εξοπλισμός στον τομέα του πετρελαίου.

Σε αυτές τις αντλίες, τα έμβολα με ακρίβεια ολισθαίνουν προς τα πίσω και προς τα εμπρός μέσα σε κυλίνδρους που αποτελούν μέρος της υδραυλικής αντλίας. Οι ιδιότητες στεγανοποίησης των εμβόλων είναι εξαιρετικές.

Βασικά χαρακτηριστικά υδραυλικών εμβολοφόρων αντλιών:

- Συμπαγές μέγεθος
- Υψηλή ισχύος πυκνότητα
- Η βέλτιστη απόδοση και αξιοπιστία
- Υψηλή ταχύτητα και ροπή
- Οι υψηλές πιέσεις λειτουργίας

Οι υδραυλικές εμβολοφόρες αντλίες λειτουργούν σε πολύ υψηλά επίπεδα ογκομετρικής απόδοσης λόγω της χαμηλής διαρροής ρευστού. Τα έμβολα μπορούν να αποτελούνται από βαλβίδες στις θύρες αναρρόφηση και πίεσης ή στα κανάλια εισόδου και εξόδου. Οι εμβολοφόρες αντλίες με βαλβίδες στις θύρες ταιριάζουν καλύτερα για να λειτουργούν σε υψηλότερες πιέσεις λόγω των καλύτερων χαρακτηριστικών σφράγισης.

#### **2.1.9.1. Ακτινικές Εμβολοφόρες Αντλίες**

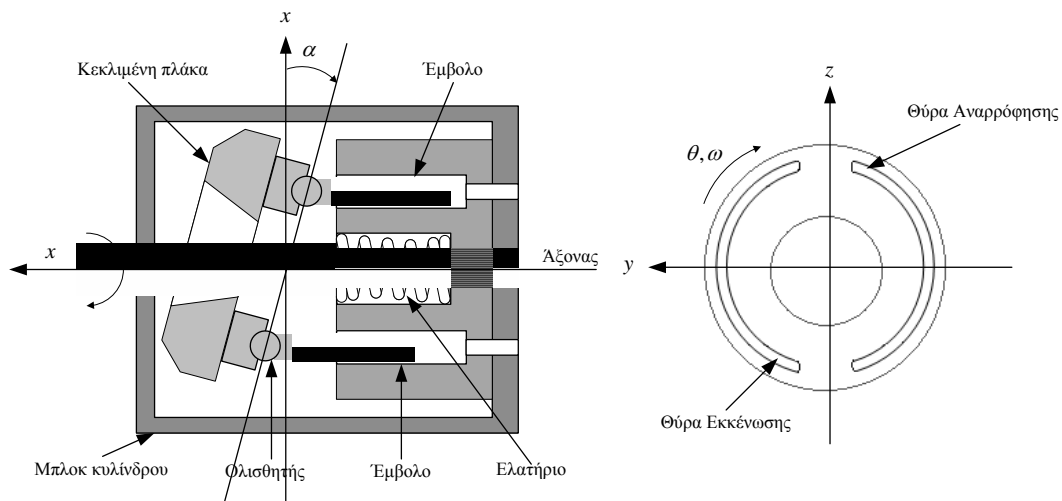
Μια ακτινωτή εμβολοφόρα αντλία είναι μία αντλία υψηλής πίεσης η οποία χρησιμοποιείται σε κινητήρες εσωτερικής καύσης για την παροχή καυσίμου. Το σύστημα της αντλίας αυτής περιλαμβάνει έναν κινητήριο άξονα ο οποίος υποστηρίζεται από το περίβλημα της αντλίας και ο οποίος είναι ενσωματωμένος έκκεντρα ώστε να οδηγεί τα έμβολα (τα οποία είναι ακτινικά τοποθετημένα σε κυλινδρικούς θαλάμους) σε παλινδρομική κίνηση ακτινικής διεύθυνσης στους κυλινδρικούς θαλάμους κατά την περιστροφή του άξονα. Σε κάθε ένα από τα έμβολα αυτά, υπάρχει μία θύρα αναρρόφησης και μία θύρα εκκένωσης.

Τα χαρακτηριστικά της αντλίας αυτής είναι η υψηλή απόδοση, τα χαμηλά επίπεδα θορύβου, κυματοειδούς ροής και πίεσης, η υψηλή αξιοπιστία, οι πιέσεις λειτουργίας φτάνουν

ως και 1,000bar και ότι δεν εφαρμόζεται καμία αξονική εσωτερική δύναμη στον άξονα κίνησης.

### 2.1.9.2. Αξονικές εμβολοφόρες αντλίες

Πολλές από τις αξονικές εμβολοφόρες αντλίες είναι σχεδιασμένες προκειμένου να διαθέτουν μηχανισμό μεταβλητής μετατόπισης ο οποίος επιτρέπει στη ροή εξόδου να ποικίλει για τον αυτόματο έλεγχο της πίεσης. Οι πιέσεις λειτουργία τους είναι πάνω από 350bar, είναι μεταβλητής μετατόπισης και χρησιμοποιούνται ευρέως σε υδραυλικά συστήματα για την παροχή πίεσης και ροής για διάφορα μηχανήματα στη βιομηχανία.



Εικόνα 2.10: Αξονική εμβολοφόρα αντλία κεκλιμένης πλάκας [1]

Η αξονική εμβολοφόρα αντλία χρησιμοποιεί έμβολα, τα οποία περιστρέφονται. Το υγρό εισέρχεται κατά το ήμισυ μίας πλήρους περιστροφής και κατά το άλλο ήμισυ της περιστροφής, το υγρό πιέζεται και οδηγείται στην έξοδο. Ο σχεδιασμός της μονάδας της αξονικής εμβολοφόρας αντλίας, στηρίζεται σε δύο σημαντικές αρχές:

- I. Της κεκλιμένης στρεφόμενης πλάκας και της ταλαντευόμενης πλάκας.
  - i. Κεκλιμένης στρεφόμενης πλάκας, είναι ο πιο συνηθισμένος σχεδιασμός αξονικής εμβολοφόρας αντλίας, είναι πιο εύκολες και οικονομικές στην κατασκευή τους, όμως είναι πιο ευαίσθητες σε μόλυνση από λάδι. Τα περιστρεφόμενα έμβολα στηρίζονται από τις κεκλιμένες στρεφόμενες πλάκες και η γωνία της πλάκας αυτής καθορίζει τη μέγιστη μετατόπιση των εμβόλων.



Μία αξονική εμβολοφόρα υδραυλική αντλία κεκλιμένης πλάκας αποτελείται συνήθως από διάφορα έμβολα εντός ενός κοινού κυλινδρικού μπλοκ. Τα έμβολα βρίσκονται σε κυκλική διάταξη εντός του μπλοκ σε ίσα διαστήματα γύρω από τον άξονα του στελέχους. Ο μπλοκ κύλινδρος κρατιέται γερά από μια πλάκα με τη δύναμη του συμπιεσμένου κυλίνδρου-μπλοκ ελατηρίου και μία λιγότερο προφανή δύναμη πίεσης εντός του ίδιου του κυλινδρικού μπλοκ. Μια άρθρωση συνδέει τη βάση του κάθε εμβόλου με έναν ολισθητή. Οι ίδιοι οι ολισθητές διατηρούνται σε επαφή με την κεκλιμένη πλάκα και η γωνία της πλάκας αυτής ( $\alpha$ ) ελέγχεται από ένα σερβομηχανισμό ο οποίος στηρίζεται στις απαιτήσεις της απαλλαγής πίεσης και/ή του ρυθμού ροής εκκένωσης. Σε πραγματικά συστήματα, τα φορτία σε οποιονδήποτε υδραυλικό ενεργοποιητή μπορούν να αλλάξουν, με αποτέλεσμα να απαιτείται από την υδραυλική αντλία να μπορεί να παρέχει μία διαφορετική πίεση λειτουργίας.

Με μια σταθερή ταχύτητα περιστροφής του άξονα, ο ρυθμός ροής εκκένωσης μπορεί να μεταβληθεί με τη ρύθμιση της γωνίας της κεκλιμένης πλάκας της αντλίας, και κατ' αυτόν τον τρόπο να ελεγχθεί και η πίεση εκκένωσης της. Ιδανικά, η πίεση αυτή πρέπει να είναι ικανή να ανιχνεύει ένα επιθυμητό προφίλ πίεσεως βάση της αλλαγής της πίεσης φορτίου του συστήματος [1].

- ii. Στην ταλαντευόμενη πλάκα, η μετατόπιση του όγκου εξαρτάται από τη γωνία περιστροφής. Τα έμβολα κινούνται εντός των οπών των κυλίνδρων, καθώς περιστρέφεται ο άξονας.

II. Εάν οι παράμετροι του υδραυλικού συστήματος θα χρησιμοποιηθούν για ανοιχτό ή κλειστό βρόχο κύκλωμα.

Στα κυκλώματα κλειστού βρόχου η γραμμή αναρρόφησης της αντλίας είναι υπό πίεση. Είναι απαραίτητη η λειτουργία μεταβλητής μετατόπισης του όγκου της υδραυλικής αντλίας. Σε μεταβλητής μετατόπισης διαμόρφωσης όγκου, η μονάδα του αξονικού εμβόλου μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο ως αντλία όσο και ως κινητήρας.

## 2.2. Αντλίες μη-θετικής μετατόπισης

Οι μη θετικής μετατόπισης αντλίες χρησιμοποιούνται σε κάθε αντλία στην οποία δεν απαιτείται βαλβίδα εκτόνωσης ή παράκαμψης όταν η ροή εξόδου ή η πίεση περιορίζεται ή και διακόπτεται.

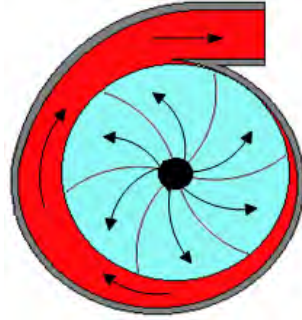
Λόγο των μεγάλων διακένων εντός της αντλίας, τα οποία επιτρέπουν μια ορισμένη ποσότητα 'διαρροής' ή 'ολίσθησης', επιτρέπεται το κλείσιμο της βαλβίδας στην έξοδο για ένα κάποιο χρονικό διάστημα (αποδεκτό από τις προδιαγραφές του συστήματος) χωρίς να οδηγηθεί το σύστημα σε κατάρρευση. Αν η θύρα εκκένωσης είναι κλειστή, η πίεση αυξάνεται και η εκροή μηδενίζεται, παρόλο όμως που η άντληση συνεχίζεται, η ροή σταματάει λόγω της ολίσθησης στο εσωτερικό της αντλίας.

Στις αντλίες αυτές η ροή εξόδου ποικίλλει καθώς ο όγκος ρευστού που εκρέει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της εξαρτάται από την αντίσταση στη ροή. Η αντλία παράγει μία δύναμη στο ρευστό, η οποία είναι σταθερή για μία συγκεκριμένη ταχύτητα της. Η αντίσταση σε μία γραμμή εκκένωσης παράγει μία δύναμη προς την αντίθετη κατεύθυνση και όταν οι δύο δυνάμεις αυτές είναι ίσες, το ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας και δεν ρέει. Δύο παραδείγματα αντλιών μη-θετικής μετατόπισης είναι οι φυγόκεντρες και οι ελικοειδής αντλίες οι οποίες και θα αναπτυχθούν παρακάτω.

Συνοψίζοντας, οι μη-θετικής μετατόπισης αντλίες παρέχουν μία ομαλή συνεχόμενη ροή, η πίεση μπορεί να μειώσει την μεταφορά του ρευστού, το ρευστό μπορεί να επανακυκλοφορήσει στο εσωτερικό της αντλίας και τέλος, θα πρέπει η λειτουργία τους να ξεκινήσει με την γραμμή εισόδου γεμάτη ρευστό και χωρίς καθόλου οξυγόνο. Οι θετικής μετατόπισης αντλίες παράγουν παλμική ροή, η πίεση επηρεάζει την έξοδο μόνο στον βαθμό που θα αυξηθεί η εσωτερική διαρροή και τέλος, αν η λειτουργία τους ξεκινήσει ομαλά μπορούν να αναρροφήσουν το ρευστό μόνες τους χωρίς να απαιτείται η παρουσία του στη γραμμή εισόδου.

### **2.2.1. Φυγόκεντρες αντλίες**

Στις φυγόκεντρες αντλίες υγρό εισέρχεται στο σημείο που περιστρέφεται ένα στροφέιο, το οποίο δημιουργεί αύξηση της πίεσης λόγω μεταφοράς μηχανικής ενέργειας από τον κινητήρα στο υγρό. Η ενέργεια αυτή οδηγεί στην απελευθέρωση του υγρού από τα πτερύγια του στροφείου και την κατευθύνει του προς την έξοδο. Στο σημείο αυτό η ταχύτητα του υγρού είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα που διέθετε κατά την είσοδο του στην αντλία. Καθώς το υγρό εξέρχεται από τα πτερύγια, η πίεση στο στροφέιο μειώνεται και δημιουργείτε χώρος για είσοδο νέας ποσότητας υγρού στην αντλία. Πριν την έξοδο του υγρού από την αντλία, το υγρό μεταφέρετε στο περίβλημα της όπου η ταχύτητα του μετατρέπεται σε πίεση.



Εικόνα 2.11: Φυγόκεντρη αντλία

Οι αντλίες φυγόκεντρου τύπου είναι υψηλής ταχύτητας και απόδοσης, καθώς και πολύ ευέλικτες. Η απόδοση τους μπορεί να μεταβληθεί με την αλλαγή της διαμέτρου του στροφείου καθώς και της ταχύτητας περιστροφής του. Ο σχεδιασμός του στροφείου εξαρτάται από την απαιτούμενη πίεση, την ροή και τις εφαρμογές στις οποίες θα χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη αντλία.

Ο κύριος παράγοντας για την αύξηση της πίεσης και της ροής είναι αν το υγρό θα κινηθεί ακτινικά ή αξονικά διαμέσου του στροφείου. Σε ακτινικά στροφεία, η φυγόκεντρος δύναμη προκαλεί υψηλή πίεση και χαμηλή ροή, ενώ, τα αξονικά στροφεία παράγουν σχετικά χαμηλές πιέσεις και υψηλή ροή. Τα στροφεία συνήθως κινούνται από ένα ηλεκτρικό μοτέρ και το πλήθος των πτερυγίων τους εξαρτάται από την επιθυμητή απόδοση, τον θόρυβο, καθώς και από την ποσότητα και το μέγεθος των στερεών σωματιδίων στο υγρό. Ένας άλλος τρόπος αύξησης της πίεσης της αντλίας είναι η σύνδεση σε σειρά περισσοτέρων στροφείων, όπου το υγρό θα μεταφέρεται από τον ένα στροφέα στον άλλο πριν την έξοδο του από την αντλία.

Οι φυγόκεντρες αντλίες σύμφωνα με τις εφαρμογές στις οποίες πρόκειται να χρησιμοποιηθούν, μπορούν να διαχωριστούν σε τέσσερις κατηγορίες:

- Στις αντλίες κυκλοφορίας, οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά νερού σε κλειστά συστήματα, όπως θέρμανσης, ψύξης, κλιματιστικά συστήματα καθώς και σε οικιακά συστήματα θέρμανσης νερού. Στην περίπτωση του οικιακού συστήματος, το νερό κυκλοφορεί διαρκώς εντός των σωληνώσεων, αποτρέποντας καταυτών τον τρόπο την μακρά αναμονή ζεστού νερού μόλις ανοιχτεί η βρύση.
- Σε αντλίες αύξησης πίεσης, όπου χρησιμοποιούνται για την αύξηση της πίεσης κρύου νερού και ως αντλίες συμπύκνωσης ατμού. Οι αντλίες αυτές σχεδιάζονται συνήθως για να διαχειρίζονται ρευστά με μικρά σωματίδια όπως άμμο.
- Βιομηχανικές αντλίες, οι οποίες χειρίζονται ομοιογενή και ανομοιογενή υγρά. Οι απαιτήσεις των αντλιών αυτών είναι πολλές, αφού χειρίζονται διαβρωτικά, τοξικά ή και εκρηκτικά υγρά.

→ Αντλίες λυμάτων, όπου χρησιμοποιούνται για την άντληση αστικών και βιομηχανικών λυμάτων. Οι αντλίες αυτές κατασκευάζονται ώστε να καθίσταται δυνατή η άντληση ρευστών με υψηλή περιεκτικότητα στερεών σωματιδίων.

Στις περισσότερες περιπτώσεις οι απαιτήσεις του συστήματος καθορίζουν και τον τύπο της αντλίας που αυτός απαιτείται για την βέλτιστη λειτουργία του.

Στην περίπτωση ενός δικτύου σωληνώσεων όπου το σύστημα απαιτεί σταθερή πίεση για διάφορους ρυθμούς ροής (τέτοιο σύστημα είναι το δημοτικό νερό), τότε μία φυγόκεντρη αντλία είναι η κατάλληλη επιλογή.

Οι αγωγοί όμως μεταφέρουν προϊόντα με διαφορετικό ιξώδες και πιέσεις. Αν το προϊόν ψυχθεί, η πίεση και το ιξώδες του θα αυξηθούν. Το γεγονός αυτό όμως μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα στην περίπτωση που ο αγωγός κλείσει προσωρινά και μετά επανακινηθεί. Στην περίπτωση αυτή μία φυγόκεντρη αντλία μπορεί να μην μπορέσει να παράγει την απαιτούμενη πίεση προκειμένου να ‘καθαρίσει’ η γραμμή. Μια αντλία θετικής μετατόπισης ωστόσο θα μπορέσει να παράγει την απαιτούμενη πίεση προκειμένου να ξεκινήσει η ροή.

Συστήματα διανομής καυσίμου απαιτούν σταθερή ροή καυσίμου για τον έλεγχο της τουρμπίνας ή του λέβητα. Η πίεση ωστόσο μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το αν τα ακροφύσια είναι φραγμένα ή εντελώς ανοιχτά, παρόλο που η ροή θα πρέπει να παραμένει σταθερή. Στην περίπτωση αυτή οι αντλίες θετικής μετατόπισης μπορούν να προσφέρουν μία σταθερή πηγή ενέργειας, ενώ οι φυγόκεντρες αντλίες θα απαιτούν την επανακυκλοφορία του καυσίμου ώστε να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις.

### 3. Μοντελοποίηση συστήματος

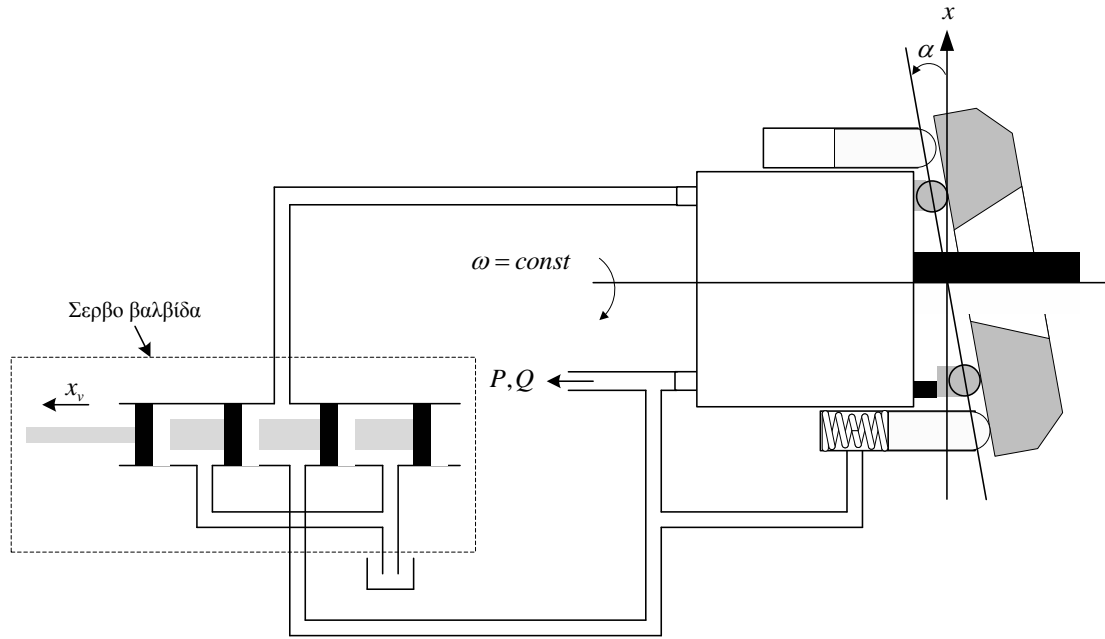
Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί το δυναμικό μοντέλο μίας υδραυλικής αξονικής εμβολοφόρου αντλίας μεταβλητής μετατόπισης. Η σχηματική απεικόνιση του ελέγχου της πίεσης ενός σέρβο συστήματος, με συμβατικής διαμόρφωσης ενεργοποιητές, για μεταβλητής μετατόπισης αντλίες δείχνεται στο στην Εικόνα 3.1. Με το μπλοκ των κυλίνδρων να κινείται σε μια σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , κάθε έμβολο διέρχεται περιοδικά επί των θυρίδων εκκενώσεως και αναρρόφησης στην πλάκα της βαλβίδας. Ο κλίση της κεκλιμένης πλάκας, με θετική γωνιακή θέση  $\alpha$  υποβάλλει τα έμβολα σε ταλαντευόμενη μετατόπιση μέσα και έξω από το μπλοκ κυλίνδρων τραβώντας κατ' αυτόν τον τρόπο ρευστό από την χαμηλής πίεσης θύρα εισόδου και αντλώντας το έξω από την υψηλής πίεσης θύρα εξόδου. Η ελεγχόμενη ροπή της γωνίας της κεκλιμένης πλάκας παράγεται χρησιμοποιώντας δύο σέρβο συστήματα όπως αυτά φαίνονται στο σχήμα.

Ένα μικρό σέρβο σύστημα, μαζί με ένα ελατήριο, παρέχει μία ροπή προς πόλωση για την αύξηση της διαδρομής του εμβόλου της αντλίας ενώ ένα μεγαλύτερο σέρβο σύστημα από την άλλη πλευρά χρησιμοποιείται για την μείωση της. Η πίεση εκκένωσης της αντλίας ανατροφοδοτείται άμεσα στο μικρό σέρβο σύστημα ενώ η πίεση που ενεργεί επί του μεγάλου σέρβο σύστημα προέρχεται από την θύρα εξόδου μιας ελεγχόμενης σέρβο βαλβίδας.

Η θέση της βαλβίδας ελέγχου ροής του ρευστού μέσα ή έξω από το μεγάλο θάλαμο του σέρβο συστήματος για την παραγωγή ροπής ελέγχου για την τοποθέτηση της γωνίας της κεκλιμένης πλάκας.

Η σέρβο βαλβίδα υποτίθεται ότι έχει ένα πολύ μεγαλύτερο εύρος ζώνης από εκείνη της αντλίας, έτσι ώστε η δυναμική της να μπορεί να αγνοηθεί στην ανάλυση της δυναμικής του συστήματος και στο σχεδιασμό ελέγχου.

Έτσι, ο σχεδιαστικός στόχος του ελέγχου της πίεσης του σέρβο συστήματος πραγματοποιείται βρίσκοντας τον κατάλληλο νόμο για την τοποθέτηση της βαλβίδας ελέγχου ροής της σέρβο βαλβίδας έτσι ώστε η πίεση εκκένωσης της αντλίας να ακολουθήσει μια επιθυμητή πίεση [1]-[18].



Εικόνα 3.1: Σχηματική απεικόνιση αντλίας για συμβατικής διαμόρφωσης έλεγχου [1]

### 3.1. Δυναμικές εξισώσεις αξονικής εμβολοφόρου αντλίας

Η εξίσωση κίνησης της κεκλιμένης πλάκας παρουσιάζεται στην βιβλιογραφία [1] ως μια διαφορική εξίσωση της μορφής:

$$I(\alpha(t))\ddot{\alpha}(t) + G(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) = a_p P(t) - a_c P_c(t) + d \quad (3.1)$$

όπου:

$$I(\alpha(t)) = \frac{L_1^2 m_1 + L_c^2 m_2 + 0.5nr^2 m_p}{\cos^2 \alpha(t)} + J_{sp} \cos^2 \alpha(t) \quad (3.2)$$

$$G(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) = \left( c_{sp} \cos^2 \alpha(t) + \frac{c_1 L_1^2 + c_2 L_c^2}{\cos^2 \alpha(t)} + \frac{nr^2 c}{2 \cos^2 \alpha(t)} \right) \dot{\alpha}(t) + \frac{(2L_1^2 m_1 + 2L_c^2 m_2 + nr^2 m_p) \dot{\alpha}^2(t) \sin(\alpha(t))}{\cos^3 \alpha(t)} + \left( kL_1^2 + \frac{nr^2 m_p \omega^2}{2} \right) \tan(\alpha(t)) \quad (3.3)$$

$$a_p = A_1 L_1 - \frac{nr A_p \gamma}{2\pi} \quad (3.4)$$

$$a_c = A_c L_c \quad (3.5)$$

$$d = \frac{2nrF_{pst}(t)}{\pi} + plL_1 \quad (3.6)$$

όπου  $L_1$  η απόσταση μεταξύ του μικρού σέρβο συστήματος με τον περιστρεφόμενο άξονα,  $L_c$  η απόσταση μεταξύ του μεγάλου σέρβο συστήματος με τον περιστρεφόμενο άξονα,  $m_1, m_2, m_p$  η μάζα του μικρού σέρβο-εμβόλου, του μεγάλου σέρβο-εμβόλου και της εμβολοφόρας αντλίας αντίστοιχα,  $c, c_1, c_2, c_{sp}$  οι συντελεστές απόσβεσης ξώδους των εμβόλων της αντλίας, του μικρού σέρβο-εμβόλου, του εμβόλου ελέγχου και της κεκλιμένης πλάκας αντίστοιχα,  $A_1, A_p, A_c$  το εμβαδόν διατομής του μικρού σέρβο-εμβόλου, του εμβόλου της αντλίας και του μεγάλου σέρβο-εμβόλου,  $n$  ο αριθμός των εμβόλων,  $r$  η ακτίνα του εμβόλου,  $k$  η σταθερά ελατηρίου,  $pl$  το φορτίο του ελατηρίου όταν  $\alpha = 0$ ,  $\omega$  η ταχύτητα της ατράκτου της αντλίας,  $\gamma$  η μεταφορά της πίεσης σε γωνία,  $\alpha$  η γωνία της κεκλιμένης πλάκας και  $F_{pst}$  το μέγεθος της τριβής Coulomb.

Η ροή εκκένωσης της υδραυλικής αντλίας περιγράφεται από την δυναμική εξίσωση [1]:

$$\dot{P}(t) = \frac{\beta}{V_t} (K_G \omega \alpha(t) - C_{in} P(t) - Q_L(t)) \quad (3.7)$$

όπου  $P$  η πίεση εκκένωσης της αντλίας,  $\beta$  ο συντελεστής όγκου του ρευστού,  $V_t$  ο όγκος του σωλήνα,  $K_G$  ο συντελεστής εκκένωσης της αντλίας,  $C_{in}$  ο συντελεστής διαρροής της αντλίας και  $Q_L$  ο ρυθμός ροής του φορτίου ο οποίος καθορίζεται από τον ενεργοποιητή.

Η πίεση ελέγχου εντός του θαλάμου μεγάλο σέρβο διέπεται από την εξίσωση ρυθμού πίεσης-ανόδου και δίνεται από τη σχέση [1]:

$$\dot{P}_c(t) = \frac{\beta}{V_c} (Q_c(t) - Q_{leak}(t) + a_c \dot{\alpha}(t)) \quad (3.8)$$

όπου  $Q_c$  ο ρυθμός ροής που ελέγχεται από την σέρβο βαλβίδα,  $V_c$  ο όγκος του μεγάλου σέρβο θαλάμου, και  $Q_{leak}$  η διαρροής από το διάκενο μεταξύ σέρβο-εμβόλου και της οπής του. Η ταχύτητα ροής η οποία παρέχεται από μία αναλογική βαλβίδα μπορεί να ληφθεί χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$Q_c(t) = k_q' x_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\Delta P_N}} \quad (3.9)$$

όπου  $k_q'$  το κέρδος ροής της βαλβίδας,  $x_v$  η θέση της βαλβίδας ελέγχου ροής και  $\Delta P_N$  η διαφορά πίεσης στις θύρες της βαλβίδας. Για την διαφορά πίεσης, τη διαρροή και το κέρδος ροής της βαλβίδας ισχύουν οι σχέσεις:

$$k_q = \frac{k_q'}{\sqrt{\Delta P_N}} \quad (3.10)$$

$$\Delta P = \begin{cases} P - P_c & \text{για } x_v > 0 \\ P_c & \text{για } x_v < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$Q_{leak}(t) = C_{lc} P_c(t) \quad (3.12)$$

όπου  $C_{lc}$  ο συντελεστής διαρροής του ελεγχόμενου σέρβο συστήματος. Ύστερα από αντικατάσταση των τριών αυτών σχέσεων στην σχέση [3.8] η εξίσωση της πίεσης ελέγχου θα πάρει τη μορφή:

$$\dot{P}_c(t) = \frac{\beta}{V_c} (k_q x_v \sqrt{\Delta P} - C_{lc} P_c(t) + a_c \dot{\alpha}(t)) \quad (3.13)$$

Οι δυναμικές εξισώσεις [3.1], [3.7] και [3.13] περιγράφουν το ανοιχτού βρόχου σύστημα της αντλίας. Είναι ένα μη γραμμικό σύστημα τετάρτης τάξης με την θέση της βαλβίδας ελέγχου ροής της αντλίας ( $x_v$ ) ως είσοδο, το φορτίο ροής ( $Q_L$ ) ως διαταραχή και την πίεση εκκένωσης ( $P$ ) ως έξοδο.

Υπό την προϋπόθεση ότι η σέρβο βαλβίδα και η βαλβίδα ελέγχου ροής κινούνται κοντά στο σημείο ισορροπίας και ότι η γωνία λειτουργίας της κεκλιμένης πλάκας είναι πολύ μικρή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι :  $\cos(\alpha) = 1$  και  $\sin(\alpha) = 0$ .



Η γραμμικοποιημένη εξίσωση (3.1) για μηδενική τριβή γύρω από τα σημεία ισορροπίας  $P = P_{op}$ ,  $\dot{\alpha} = 0$  και  $\alpha = 0$  θα είναι:

$$\begin{aligned} & (L_1^2 m_1 + L_c^2 m_2 + 0.5nr^2 m_p + J_{sp}) \ddot{\alpha}(t) + (c_{sp} + c_1 L_1^2 + c_2 L_c^2 + 0.5nr^2 c) \dot{\alpha}(t) + \\ & + (kL_1^2 + 0.5nr^2 m_p \omega^2) \alpha(t) = \left( A_1 L_1 - \frac{nrA_p \gamma}{2\pi} \right) P(t) - A_c L_c P_c(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Χρησιμοποιώντας την γραμμικοποιημένη σχέση και θεωρώντας ότι  $P = P_{op}$ ,  $\dot{\alpha} = 0$ ,  $\alpha = 0$  και ότι η γωνία λειτουργίας είναι  $a_0$ , η παράμετρος  $pl$  μπορεί να παραληφθεί, η πίεση ελέγχου και η πίεση ελέγχου της αντλίας συνδέονται από τη σχέση:

$$P_c(t) \approx \frac{a_p}{a_c} P(t) + \frac{(kL_1^2 + 0.5nr^2 m_p \omega^2)}{a_c} a_0 \quad (3.15)$$

Σύμφωνα με την σχέση αυτή η διαφορά πίεσης θα γίνει:

$$\Delta P = \begin{cases} \left( 1 - \frac{a_p}{a_c} \right) P_{op}(t) - \frac{(kL_1^2 + 0.5nr^2 m_p \omega^2)}{a_c} a_0 & \text{για } x_v > 0 \\ \frac{a_p}{a_c} P_{op}(t) + \frac{(kL_1^2 + 0.5nr^2 m_p \omega^2)}{a_c} a_0 & \text{για } x_v < 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις [3.7], [3.13], [3.14] και θέτοντας τις καταστάσεις  $x_1 = \alpha$ ,  $x_2 = \dot{\alpha}$ ,  $x_3 = P$  και  $x_4 = P_c$ , την είσοδο  $u_1 = x_v$ , την διαταραχή  $u_2 = Q_L$  και ως έξοδο  $y = P$ , το γραμμικό μοντέλο στον χώρο κατάστασης θα γραφτεί ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} u_1 \quad (3.17)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{32} \\ 0 \end{bmatrix} u_2 \quad (3.18)$$

όπου

$$a_{21} = -\frac{(kL_1^2 + 0.5nr^2m_p\omega^2)}{(L_1^2m_1 + L_c^2m_2 + 0.5nr^2m_p + J_{sp})}$$

$$a_{22} = -\frac{(c_{sp} + c_1L_1^2 + c_2L_c^2 + 0.5nr^2c)}{(L_1^2m_1 + L_c^2m_2 + 0.5nr^2m_p + J_{sp})}$$

$$a_{23} = \frac{\left(A_1L_1 - \frac{nrA_p\gamma}{2\pi}\right)}{(L_1^2m_1 + L_c^2m_2 + 0.5nr^2m_p + J_{sp})}$$

$$a_{24} = -\frac{A_cL_c}{(L_1^2m_1 + L_c^2m_2 + 0.5nr^2m_p + J_{sp})}$$

$$a_{31} = \frac{\beta K_G \omega}{V_t}$$

$$a_{33} = -\frac{\beta C_{th}}{V_t}$$

$$a_{42} = \frac{\beta A_c L_c}{V_c}$$

$$a_{44} = -\frac{\beta C_{lc}}{V_c}$$

$$b_{32} = -\frac{\beta^2}{V_t V_c}$$

$$b_{41} = \frac{\beta k_q \sqrt{\Delta P}}{V_c}$$

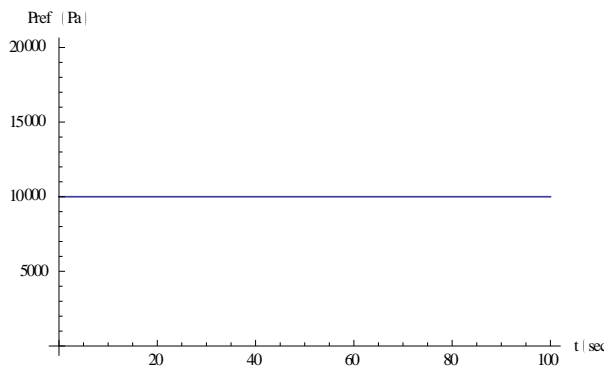
### 3.2. Προσομοίωση συστήματος ανοιχτού βρόχου

Το σύστημα ανοιχτού βρόχου, όπως αυτό περιγράφεται στον χώρο κατάστασης από τις σχέσεις (3.17) και (3.18) έχει την παρακάτω μορφή:

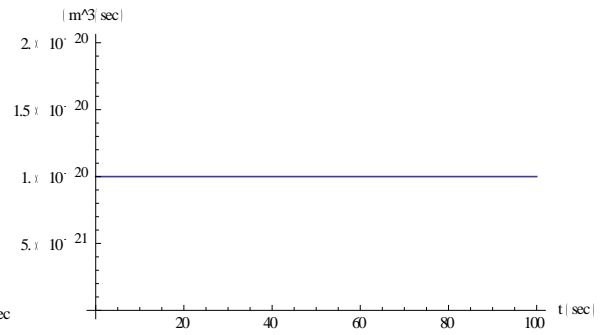
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.19)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.20)$$

Τα σήματα διέγερσης της εισόδου και της διαταραχής είναι συναρτήσεις που παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:

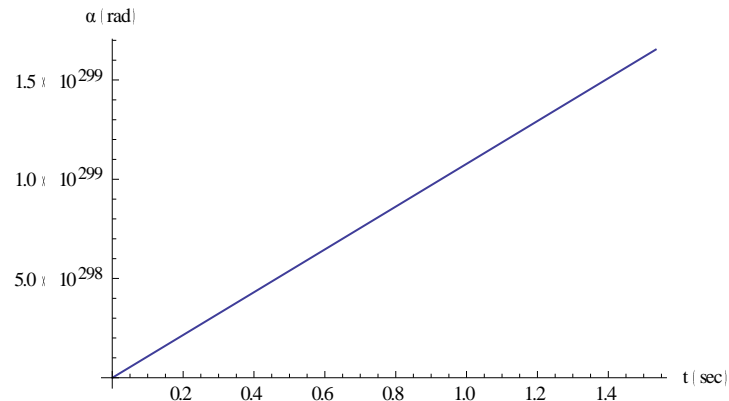


Εικόνα 3.2: Σήμα διέγερσης εισόδου

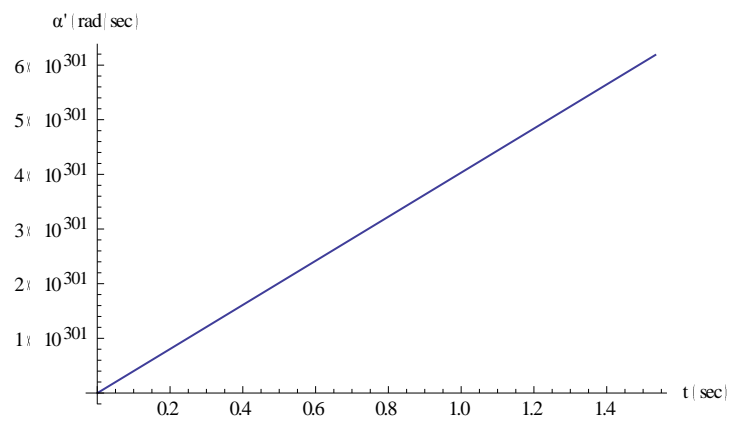


Εικόνα 3.3: Σήμα διαταραχή

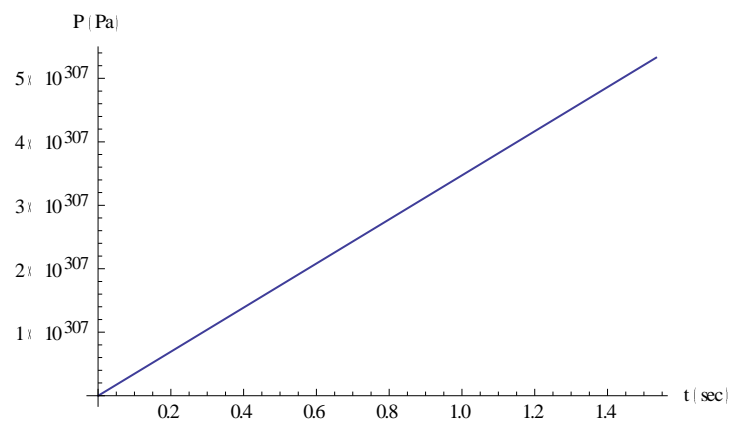
Η απόκριση του διανύσματος κατάστασης του συστήματος ανοιχτού βρόχου παρουσιάζεται στα παρακάτω σχήματα (χρησιμοποιώντας τις τιμές του Πίνακα 1 για τις παραμέτρους):



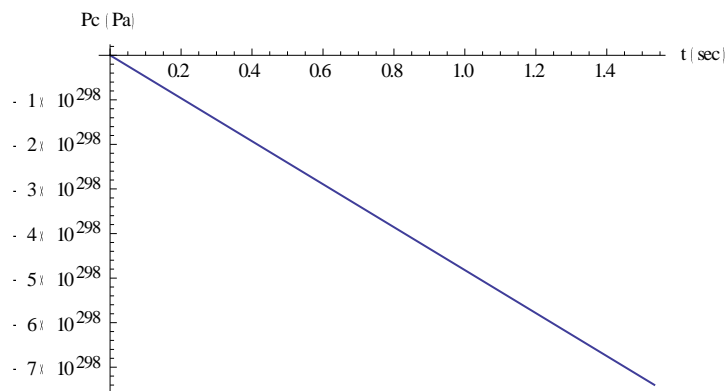
Εικόνα 3.4: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 3.5: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 3.6: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 3.7: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.6, η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας δεν σταθεροποιείται για βηματικό σήμα εισόδου. Προκειμένου να σταθεροποιηθεί η πίεση αυτή στα επόμενα Κεφάλαιο θα σχεδιαστούν διάφοροι ελεγκτές.

Πειραματικές ονομαστικές τιμές παραμέτρων συστήματος					
$A_p$	$0.00079 \text{ m}^2$	$m_p$	$0.506 \text{ kg}$	$L_1$	$0.092 \text{ m}$
$A_c$	$0.00078 \text{ m}^2$	$m_1$	$0.136 \text{ kg}$	$L_2$	$0.092 \text{ m}$
$A_l$	$0.00064 \text{ m}^2$	$m_2$	$0.264 \text{ kg}$	$L_c$	$0.092 \text{ m}$
$c_{sp}$	$2.5 \text{ Nm/rad/s}$	$n$	9	$V_c$	$0.000025 \text{ m}^3$
$c_1$	$3.2 \text{ Nm/rad/s}$	$pl$	$16.0 \text{ N}$	$V_t$	$0.0062 \text{ m}^3$
$c_2$	$14.1 \text{ Nm/rad/s}$	$r$	$0.067 \text{ m}$	$V_0$	$0.00007 \text{ m}^3$
$c$	$3.2 \text{ Nm/rad/s}$	$r_h$	$0.0127 \text{ m}$	$\omega$	$209.44 \text{ rad/sec}$
$C_{lc}$	$0.06 \text{ Nm/rad/s}$	$r_{sp}$	$0.005 \text{ m}$	$\gamma$	$0.34906585 \text{ rad}$
$C_{lh}$	$2.3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{sec} \cdot \text{Pa}$	$k$	$3185 \text{ N/m}$	$\beta$	$1500 \text{ MPa}$
$C_d$	0.61	$K_G$	0.01	$\Delta P$	1
$J_{sp}$	$0.127 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$k_q$	0.05		

Πίνακας 1: Τιμές παραμέτρων συστήματος

## 4. Κλασσικός έλεγχος αντλίας

Στο παρόν Κεφάλαιο θα σχεδιαστεί ελεγκτής αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων για το σύστημα της αντλίας προκειμένου να βελτιωθεί η συμπεριφορά του συστήματος. Ο στόχος είναι να μετασχηματιστεί το σύστημα σε ελέγξιμη κανονική μορφή φάσης, μετασχηματισμός που θεωρείται κατάλληλος για τη σχεδίαση ελεγκτών ανατροφοδότησης κατάστασης για την τοποθέτηση των πόλων του συστήματος κλειστού βρόχου σε αυθαίρετα ορισμένες επιθυμητές θέσεις. Το πρόβλημα της αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων είναι να βρεθούν κατάλληλες τιμές για τις παραμέτρους του ελεγκτή έτσι ώστε οι πόλοι του συστήματος κλειστού βρόχου να επιλέγονται αυθαίρετα ή ισοδύναμα ο ελεγκτής ο οποίος σχεδιάστηκε, να τοποθετεί τους πόλους του χαρακτηριστικού πολυώνυμου του συστήματος κλειστού βρόχου σε οποιεσδήποτε αυθαίρετες θέσεις. Η ύλη του κεφαλαίου βασίζεται στις αναφορές [34]-[38].

Έστω ένα σύστημα που εκφράζεται στο χώρο κατάστασης από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (4.2)$$

Το διάνυσμα κατάστασης  $x$  με την βοήθεια ενός πίνακα  $T$ , μετασχηματίζεται σε ένα διάνυσμα κατάστασης  $z$  όπου  $z = Tx$ . Έτσι το μετασχηματισμένο σύστημα στο χώρο κατάστασης περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$\dot{z} = A^*z + B^*u \quad (4.3)$$

$$y = C^*z + D^*u \quad (4.4)$$

όπου οι μετασχηματισμένοι πίνακες  $A^*$  και  $B^*$  είναι της μορφής:

$$A^* = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & \cdots & A_{1m}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* & \cdots & A_{2m}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{m1}^* & A_{m2}^* & \cdots & A_{mm}^* \end{bmatrix}, B^* = T^{-1}B = \begin{bmatrix} B_1^* \\ B_2^* \\ \vdots \\ B_m^* \end{bmatrix} \quad C^* = CT \text{ και } D^* = D \quad (4.5)$$

όπου

$$A_{ii}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -(a_{ii}^*)_0 & -(a_{ii}^*)_1 & -(a_{ii}^*)_2 & \cdots & -(a_{ii}^*)_{\sigma-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$A_{ij}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -(a_{ij}^*)_0 & -(a_{ij}^*)_1 & -(a_{ij}^*)_2 & \cdots & -(a_{ij}^*)_{\sigma-1} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$B_i^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & (b_i^*)_{i+1} & (b_i^*)_{i+2} & \cdots & (b_i^*)_m \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

όπου τα  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$  είναι θετικοί ακέραιοι αριθμοί που ικανοποιούν τη σχέση:

$$\sum_{i=1}^m \sigma_i = n \quad (4.9)$$

Έστω το σύστημα  $(A, B, C)_n$  είναι πολλών εισόδων-πολλών εξόδων και έστω ότι υπάρχουν θετικοί ακέραιοι αριθμοί  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ , τέτοιοι ώστε ο πίνακας:

$$S = [b_1 \quad Ab_1 \quad \cdots \quad A^{\sigma_1-1}b_1 \quad b_2 \quad Ab_2 \quad \cdots \quad A^{\sigma_2-1}b_2 \quad \cdots \quad b_m \quad Ab_m \quad \cdots \quad A^{\sigma_m-1}b_m] \quad [4.10]$$

να είναι πλήρους τάξης και  $\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_m = n$ , όπου  $b_i$  είναι η  $i$ -οστή στήλη του πίνακα  $B$ . Τότε υπάρχει ένας πίνακας μετασχηματισμού  $T$  που μετασχηματίζει το αρχικό σύστημα στην κανονική μορφή φάσης  $(A^*, B^*, C^*)_n$ . Ο πίνακας  $T$  δίνεται από τη σχέση

$$T = P^{-1},$$

όπου

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ \dots \\ P_2 \\ \dots \\ P_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{\sigma_1} \\ \dots \\ p_{\sigma_1+1} \\ p_{\sigma_1+2} \\ \vdots \\ p_{\sigma_1+\sigma_2} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ p_{n-\sigma_m} \\ p_{n-\sigma_m+1} \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_1 A \\ \vdots \\ q_1 A^{\sigma_1-1} \\ \dots \\ q_2 \\ q_2 A \\ \vdots \\ q_2 A^{\sigma_2-1} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ q_m \\ q_m A \\ \vdots \\ q_m A^{\sigma_m-1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

και  $q_k$  είναι η  $\delta_k$  - γραμμή του πίνακα  $S^{-1}$ , όπου

$$\delta_k = \sum_{i=1}^k \sigma_i, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.12)$$

#### 4.1. Σχεδιασμός ελεγκτή τοποθέτησης πόλων

Εφαρμόζουμε το νόμο ελέγχου  $u = Fx + w$  στο σύστημα το οποίο περιγράφεται στο χώρο κατάστασης από τις εξισώσεις (4.1) και (4.2). Εάν το σύστημα είναι ελέγξιμο, τότε υπάρχει ένας πίνακας μετασχηματισμού τέτοιος ώστε οι πίνακες  $A^*$  και  $B^*$ , να έχουν τη μορφή (4.5). Ο πίνακας  $F^*$  είναι  $F^* = FT$ . Οι ιδιοτιμές  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  του κλειστού συστήματος καθορίζονται ως εξής:

Κατασκευάζεται ένας πίνακας  $A_d$  τέτοιος ώστε:

$$|sI - A_d| = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) \quad (4.13)$$

Είναι φανερό πως αν ο πίνακας  $A^* + B^*F^*$  του κλειστού συστήματος και ο πίνακας  $A_d$  είναι όμοιοι, δηλαδή αν ισχύει η σχέση:

$$A^* + B^*F^* = QA_bQ^{-1} \quad (4.14)$$

όπου  $Q$  είναι ένας  $n \times n$  ομαλός πίνακας, τότε ισχύει:

$$|sI - A^* - B^*F^*| = |sI - A_d| = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) \quad (4.15)$$

δηλαδή οι πίνακες  $A^* + B^*F^*$  και  $A_d$  έχουν τις ίδιες ιδιοτιμές. Αυτό που απομένει είναι να λύσουμε την (4.13) ως προς  $F^*$ . Για το σκοπό αυτό πολλαπλασιάζουμε από αριστερά και τα δύο μέλη της (4.13) με τον πίνακα  $S$  που είναι ένας ομαλός πίνακας αναδιάταξης διαστάσεων  $n \times n$  τέτοιος ώστε:

$$SB^* = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ \tilde{B}^* \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

όπου

$$\tilde{B}^* = \begin{bmatrix} 1 & (b_1^*)_2 & (b_1^*)_3 & \dots & (b_1^*)_m \\ 0 & 1 & (b_2^*)_3 & \dots & (b_2^*)_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

ορίζουμε:

$$SA^* = \begin{bmatrix} \bar{A}^* \\ \dots \\ \tilde{A}^* \end{bmatrix}, \quad SQ = \begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \dots \\ \tilde{Q} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

όπου  $\tilde{A}^*$  και  $\tilde{Q}$  είναι πίνακες διαστάσεων  $m \times n$ . Επομένως, πολλαπλασιάζοντας από αριστερά και τα δύο μέλη της (4.14) με τον πίνακα  $S$  προκύπτει:



$$S(A^* + B^*F^*) = SQA_dQ^{-1} \quad (4.19)$$

ή

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^* \\ \dots \\ \tilde{A}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ \tilde{B}^* \end{bmatrix} F^* = \begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \dots \\ \tilde{Q} \end{bmatrix} A_d Q^{-1} \quad (4.20)$$

όπου έγινε χρήση των ορισμών (4.16) και (4.18). Η σχέση (4.21) μπορεί να χωριστεί σε δύο εξισώσεις ως εξής:

$$\bar{A}^* = \bar{Q}A_dQ^{-1} \quad (4.21)$$

$$\tilde{A}^* + \tilde{B}^*F^* = \tilde{Q}A_dQ^{-1} \quad (4.22)$$

Επειδή  $|\bar{B}^*| = 1$ , η (4.22) δίνει αμέσως:

$$F^* = (\tilde{B}^*)^{-1} (\tilde{Q}A_dQ^{-1} - \tilde{A}^*) \quad (4.23)$$

με την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $Q$  ικανοποιεί τη σχέση (4.21). Επομένως, ο πίνακας  $F$  του αρχικού συστήματος θα είναι:

$$F = F^*T^{-1} = (\tilde{B}^*)^{-1} (\tilde{Q}A_dQ^{-1} - \tilde{A}^*)T^{-1} \quad (4.24)$$

Η σχέση [4.21] είναι γραμμική ως προς τα στοιχεία του πίνακα  $Q$ . Πράγματι, αν πολλαπλασιάσουμε από δεξιά και τα δύο μέλη [4.21] με τον πίνακα  $Q$  θα έχουμε:

$$\bar{A}^*Q = \bar{Q}A_d \quad (4.25)$$

Η σχέση (4.25) περιέχει λιγότερες εξισώσεις από αγνώστους και επομένως ο πίνακας  $Q$  που ικανοποιεί την (4.25) θα περιέχει γενικά αυθαίρετες παραμέτρους. Αν αντικαταστήσουμε την λύση της (4.25) στην (4.21) τότε ο πίνακας  $F$  θα είναι μια γενική λύση του προβλήματος, οι δε αυθαίρετες παράμετροι μπορούν να χρησιμοποιηθούν προκειμένου να ικανοποιήσουν άλλες απαιτήσεις σχεδίασης, όπως π.χ τη μετατόπιση των μηδενικών του κλειστού συστήματος.

## 4.2. Εφαρμογή ελέγχου στο μοντέλο της αντλίας

### 4.2.1. Κανονική μορφή φάσεως

Στην παράγραφο που ακολουθεί παρουσιάζεται η μετατροπή του συστήματος ανοιχτού βρόχου της υδραυλικής αντλίας, που περιγράφεται από τις εξισώσεις (3.17) και (3.18), σε κανονική μορφή φάσης.

Ακολούθως ορίζεται ο πίνακας ελεγκσιμότητας  $S$ . Το πλήθος των εισόδων του συστήματος της αντλίας είναι  $m = 1$  και η τάξη του συστήματος  $n = 4$ , οπότε  $\sigma_1 = 4$ . Ο πίνακας  $B$  έχει  $i = 1$  στήλες άρα  $b_i = b_1 = B$ . Ο πίνακας  $S$  παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$S = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B] \quad (4.26)$$

Υστερα από αντικατάσταση στην (4.26) προκύπτει:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{24}b_{41} & (a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})b_{41} \\ 0 & a_{24}b_{41} & (a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})b_{41} & (a_{24}(a_{21} + a_{22}^2 + a_{24}a_{42}) + a_{44}(a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44}))b_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{24}a_{31}b_{41} \\ b_{41} & a_{44}b_{41} & (a_{24}a_{42} + a_{44}^2)b_{41} & (a_{24}(a_{22}a_{42} + a_{42}a_{44}) + a_{44}(a_{24}a_{42} + a_{44}^2))b_{41} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Ο πίνακας  $S$  είναι αντιστρέψιμος ( $Det(S) \neq 0$ ). Ο αντίστροφος πίνακας  $S^{-1}$  είναι :

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{a_{24}a_{42} + a_{22}a_{44}}{a_{24}b_{41}} & -\frac{a_{44}}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{21}a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & \frac{1}{b_{41}} \\ -\frac{a_{22} + a_{44}}{a_{24}b_{41}} & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & -\frac{a_{21} + a_{24}a_{42} - a_{22}a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ \frac{1}{a_{24}b_{41}} & 0 & -\frac{a_{22} + a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Επιλύοντας τη σχέση (4.12)  $\delta_k = \delta_1 = 4$  οπότε ο πίνακας  $q_1$  θα είναι η τελευταία γραμμή του πίνακα  $S^{-1}$ , άρα:

$$q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Ορίζουμε ως πίνακα μετασχηματισμού  $P$  τον παρακάτω πίνακα:

$$P = \begin{bmatrix} q_1 & q_1A & q_1A^2 & q_1A^3 \end{bmatrix}^T \quad (4.30)$$

ο οποίος για το σύστημά μας είναι ο παρακάτω:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ \frac{1}{a_{24}b_{41}} & 0 & \frac{a_{33}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ \frac{a_{33}}{a_{24}b_{41}} & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{33}^2}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ \frac{a_{21}}{a_{24}b_{41}} + \frac{a_{33}^2}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{22}}{a_{24}b_{41}} + \frac{a_{33}}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{23}}{a_{24}b_{41}} + \frac{a_{33}^2}{a_{24}a_{31}b_{41}} & \frac{1}{b_{41}} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τον πίνακα μετασχηματισμού  $T$ , ο οποίος ισούται με  $T = P^{-1}$  και στην περίπτωση μας είναι ο παρακάτω πίνακας:

$$T = \begin{bmatrix} -a_{24}a_{33}b_{41} & a_{24}b_{41} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{24}a_{33}b_{41} & a_{24}b_{41} & 0 \\ a_{24}a_{31}b_{41} & 0 & 0 & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & b_{41} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

όπου

$$T_{41} = a_{24}^3 a_{31} \left( -\frac{a_{23}}{a_{24}^3 b_{41}} + \frac{a_{21}a_{33}}{a_{24}^3 a_{31} b_{41}^3} \right) b_{41}^4$$

$$T_{42} = a_{24}^3 a_{31} \left( -\frac{a_{21}}{a_{24}^3 a_{31} b_{41}^3} + \frac{a_{22}a_{33}}{a_{24}^3 a_{31} b_{41}^3} \right) b_{41}^4$$

$$T_{43} = a_{24}^3 a_{31} \left( -\frac{a_{22}}{a_{24}^3 a_{31} b_{41}^3} - \frac{a_{33}}{a_{24}^3 a_{31} b_{41}^3} \right) b_{41}^4$$

Οι μετασχηματισμένοι πίνακες του συστήματος (4.1) σε κανονική ελέγξιμη μορφή φάσης είναι:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41}^* & A_{42}^* & A_{43}^* & A_{44}^* \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

όπου

$$\begin{aligned} A_{41}^* &= -a_{23}a_{31}a_{44} + a_{21}a_{33}a_{44} \\ A_{42}^* &= a_{23}a_{31} - a_{24}a_{33}a_{42} + a_{22}a_{33}a_{44} - a_{21}(a_{44} + a_{33}) \\ A_{43}^* &= a_{21} + a_{24}a_{42} - a_{33}a_{44} - a_{22}(a_{33} + a_{44}) \\ A_{44}^* &= a_{22} + a_{33} + a_{44} \end{aligned}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Ο πίνακας  $C^*$  ορίζεται να είναι  $C^* = CT$

Άρα ο πίνακας  $C^*$  έχει την παρακάτω μορφή:

$$C^* = [a_{24}a_{31}b_{41} \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.35)$$

Ορίζουμε ως πίνακα μετασχηματισμού  $S$  τον πίνακα εκείνο που ικανοποιεί την σχέση (4.16), άρα ο πίνακας  $S$  έχει την κάτωθι μορφή:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Άρα η σχέση (4.16) γίνεται:

$$SB^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Από τα παραπάνω παρατηρείται ότι οι μορφές των πινάκων  $A^*$  και  $B^*$  είναι όμοιες με εκείνες των σχέσεων (4.5). Με χρήση του μετασχηματισμένου συστήματος σχεδιάζεται ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης για αυθαίρετη τοποθέτηση των πόλων του συστήματος κλειστού βρόχου με βάση τη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην παρ. 4.1.

#### 4.2.2. Μετατόπισης ιδιοτιμών με ανατροφοδότηση κατάστασης.

Στο μετασχηματισμένο σύστημα το οποίο περιγράφεται από τις εξισώσεις (4.3) και (4.4), εφαρμόζουμε στατικό νόμο ελέγχου της παρακάτω σχέσεως:

$$u = Fx + w \quad (4.38)$$

με στόχο να τοποθετούνται οι ιδιοτιμές του συστήματος κλειστού βρόχου σε αυθαίρετες επιθυμητές θέσεις. Οι ιδιοτιμές  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  μπορούν να είναι πραγματικές ή μιγαδικές. Για την περίπτωση των μιγαδικών ιδιοτιμών ισχύει ότι για κάθε μιγαδική ιδιοτιμή θα πρέπει να συνυπάρχει και η συζυγής της. Έτσι λοιπόν ορίζεται ο πίνακας  $A_d$  σύμφωνα με την σχέση (4.13) όπου στην κύρια διαγώνιο του τοποθετούνται οι επιθυμητές θέσεις (ιδιοτιμές) στις οποίες πρέπει να μετατοπιστούν οι πόλοι.

$$A_d = \begin{bmatrix} -100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -250 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Στην συνέχεια ορίζεται ο πίνακας  $Q$  ο οποίος περιέχει αυθαίρετες παραμέτρους που ικανοποιούν σχέση (4.25)

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Εν συνεχεία από τις σχέσεις (4.18) προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες :

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\tilde{Q} = [Q_{41} \quad Q_{42} \quad Q_{43} \quad Q_{44}] \quad (4.42)$$

$$\bar{A}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\tilde{A}^* = [\tilde{A}_1^* \quad \tilde{A}_2^* \quad \tilde{A}_3^* \quad \tilde{A}_4^*] \quad (4.44)$$

όπου

$$\tilde{A}_1^* = -a_{23}a_{31}a_{44} + a_{21}a_{33}a_{44}$$

$$\tilde{A}_2^* = a_{23}a_{31} - a_{24}a_{33}a_{42} + a_{22}a_{33}a_{44} - a_{21}(a_{33} + a_{44})$$

$$\tilde{A}_3^* = a_{21} + a_{24}a_{42} - a_{33}a_{44} - a_{22}(a_{33} + a_{44})$$

$$\tilde{A}_4^* = a_{22} + a_{33} + a_{44}$$

Ακολουθώντας από τη σχέση (4.26) και τη θεωρία για τον υπολογισμό του  $Q$  γίνεται κατανοητό ότι υπάρχουν λιγότερες εξισώσεις από ότι άγνωστοι. Κατόπιν τούτου και εφόσον δεν υπάρχουν άλλες ιδιότητες που να εστιάζουν το ενδιαφέρον στη παρούσα φάση, οι μεταβλητές που περισσεύουν δεσμεύονται αυθαίρετα και υπολογίζεται ένας από τους πίνακες  $Q$  που αποτελεί λύση για τις εξισώσεις. Έτσι λοιπόν ο πίνακας  $Q$  παραμένει στην ίδια μορφή:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Ακόμη από την σχέση (4.16) προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες :

$$\bar{B}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\tilde{B}^* = 1 \quad (4.47)$$

Έτσι χρησιμοποιώντας την σχέση (4.23) προκύπτει ο μετασχηματισμένος πίνακας  $F^*$ :

$$F^* = [f_1^* \quad f_2^* \quad f_3^* \quad f_4^*] \quad (4.48)$$

όπου

$$\begin{aligned} f_1^* &= a_{23}a_{31}a_{44} - a_{21}a_{33}a_{44} - p_1p_2p_3p_4 \\ f_2^* &= p_1p_2p_3 + p_1p_2p_4 + p_1p_3p_3 + p_2p_3p_4 - a_{23}a_{31} + a_{24}a_{33}a_{42} - a_{22}a_{33}a_{44} + a_{21}(a_{33} + a_{44}) \\ f_3^* &= -a_{21} - a_{24}a_{42} + a_{33}a_{44} + a_{22}(a_{33} + a_{44}) - p_1p_2 - p_1p_3 - p_2p_3 - p_1p_4 - p_2p_4 - p_3p_3 \\ f_4^* &= p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - a_{22} - a_{33} - a_{44} \end{aligned}$$

Ενώ ο πίνακας ανατροφοδότησης για το αρχικό σύστημα προκύπτει από την σχέση (4.24) και είναι ο κάτωθι:

$$F = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4] \quad (4.49)$$

όπου

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{-a_{23}a_{31} - (a_{33} - p_1)(a_{33} - p_2)(a_{33} - p_3) + a_{21}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - a_{22} - a_{33})}{a_{24}b_{41}} \\ &\quad + \frac{(a_{33}^2 + p_1p_2 + (p_1 + p_2)p_3 - a_{33}(p_1 + p_2 + p_3))p_4}{a_{24}b_{41}} \\ f_2 &= -\frac{a_{21} + a_{22}^2 + a_{33}^2 + a_{24}a_{42} + p_1p_2 + p_1p_3 + (p_1 + p_2 + p_3)p_4}{a_{24}b_{41}} + \\ &\quad + \frac{a_{33}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4) + a_{22}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - a_{33})}{a_{24}b_{41}} \\ f_3 &= \frac{-a_{22}a_{23}a_{31} - (a_{33} - p_1)(a_{33} - p_2)(a_{33} - p_3)(a_{33} - p_4) + a_{23}a_{31}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - 2a_{33})}{a_{24}a_{31}b_{41}} \\ f_4 &= \frac{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - a_{22} - a_{33} - a_{44}}{b_{41}} \end{aligned}$$

### 4.3. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου

Το σύστημα κλειστού βρόχου που προκύπτει ύστερα από την εφαρμογή του νόμου ελέγχου στο σύστημα που περιγράφεται από την σχέση (3.17) έχει την παρακάτω μορφή :

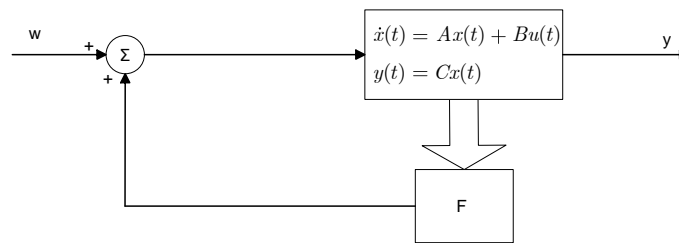
$$\dot{x}(t) = (A + BF)x(t) + Bw(t) \quad (4.50)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (4.51)$$

Όπου  $w$   $t$  είναι η εξωτερική εντολή ελέγχου.

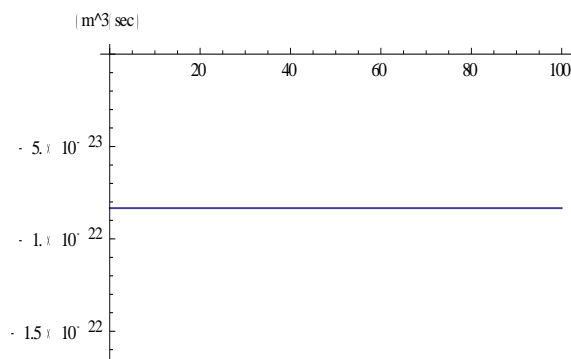
Οι τιμές των πινάκων  $A, B, C, F$  δίνονται από τις σχέσεις (3.17)-(3.18) και (4.49) αντίστοιχα.

Το μπλοκ διάγραμμα του κλειστού συστήματος παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:

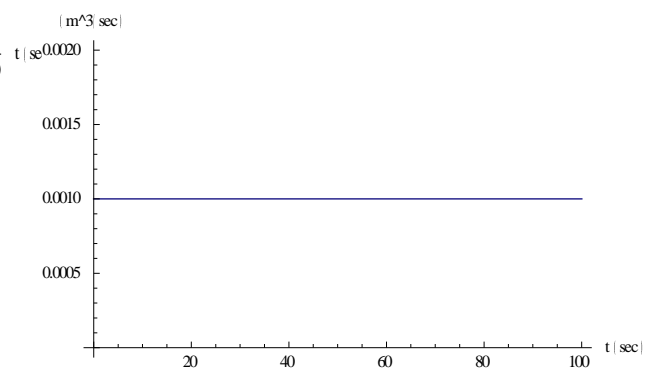


Εικόνα 4.1: Σύστημα κλειστού βρόχου

Τα σήματα διέγερσης της εισόδου και της διαταραχής είναι συναρτήσεις που παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:



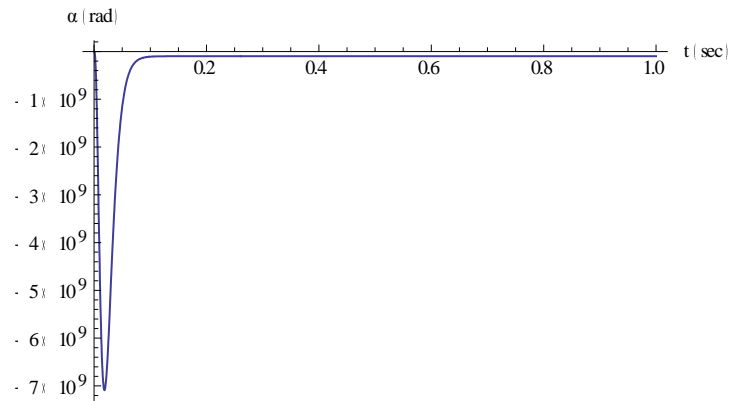
Εικόνα 4.2: Σήμα διέγερσης εισόδου



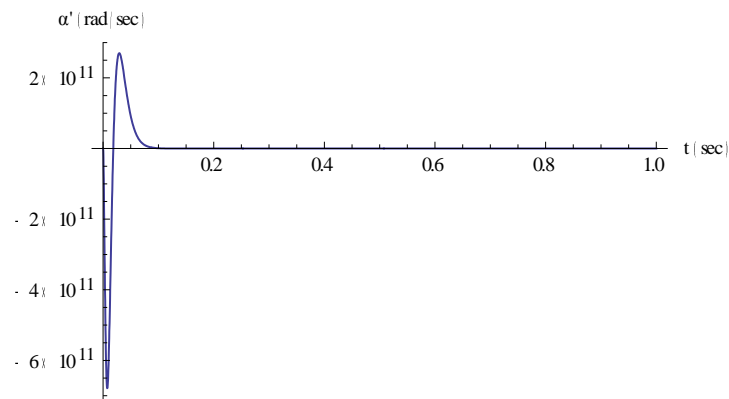
Εικόνα 4.3: Σήμα διέγερσης διαταραχής



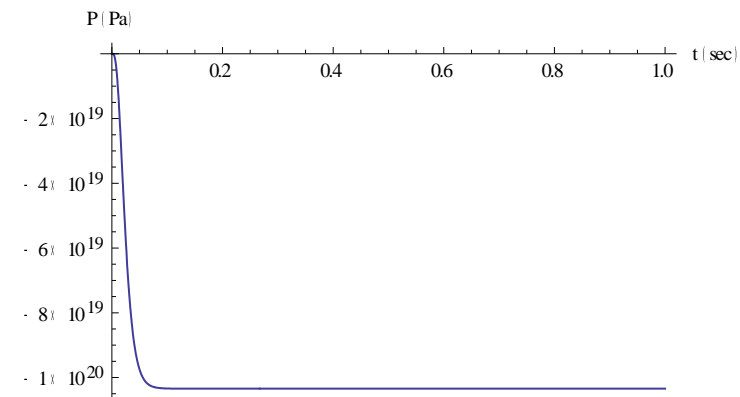
Η απόκριση του διανύσματος κατάστασης του κλειστού συστήματος παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα (χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα 1 για τις παραμέτρους):



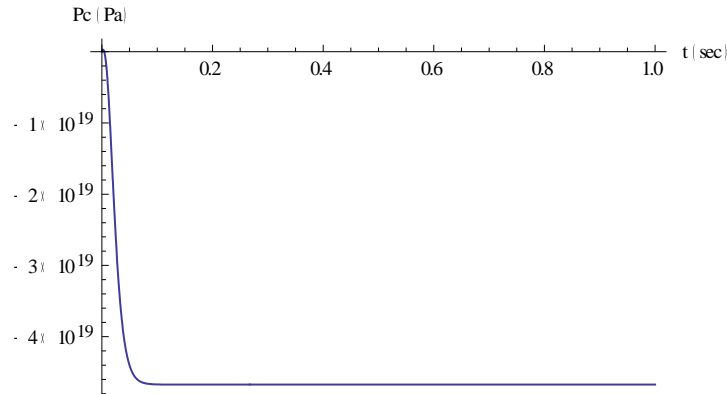
Εικόνα 4.4: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



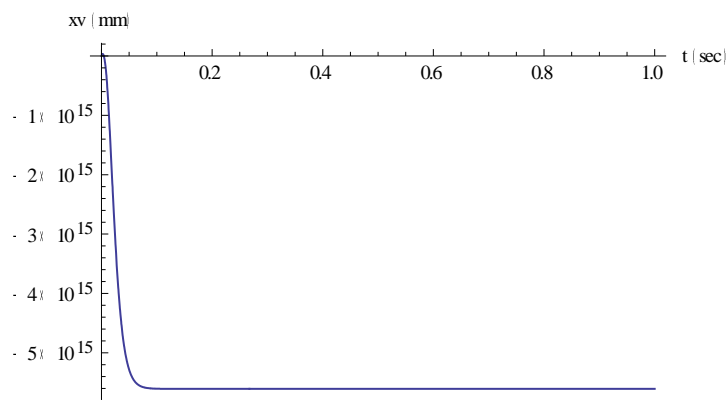
Εικόνα 4.5: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 4.6: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 4.7: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας



Εικόνα 4.8: Σήμα εισόδου

## 5. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων για το σύστημα της αντλίας προκειμένου να βελτιωθεί η συμπεριφορά του συστήματος κλειστού βρόχου. Προκειμένου να είναι δυνατή η σχεδίαση του ελεγκτή το σύστημα εξετάστηκε ως προς την ελεγκσιμότητα του και κατόπιν μετασχηματίστηκε σε κανονική ελέγξιμη μορφή φάσης. Στην συνέχεια σχεδιάστηκε ο ελεγκτής και προσδιορίστηκαν οι τιμές των βαθμών ελευθερίας σχεδίασης του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου της αντλίας να είναι ευσταθές. Τέλος ακολούθησε η προσομοίωση του συστήματος κλειστού βρόχου αυτού και παρουσιάστηκε το σήμα εισόδου του συστήματος και οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης, όταν το σήμα διέγερσης της εισόδου και η διαταραχή του συστήματος είναι συναρτήσεις βήματος διαφορετικών πλατών.

Η συμπεριφορά του συστήματος έχει βελτιωθεί, δηλαδή, η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας (Εικόνα 4.6) σταθεροποιείται σε μία τιμή, όμως η πίεση αυτή δεν είναι

ικανοποιητική διότι ο ελεγκτής τοποθέτησης πόλων που σχεδιάστηκε ρυθμίζει μόνο τους ρυθμούς απόσβεσης και ταλάντωσης του συστήματος, για την ακολούθηση εξωτερικής επιθυμητής εντολής ακολουθούν στα επόμενα Κεφάλαια άλλες τεχνικές ελέγχου.

## 5. Προσεγγιστική ακολούθηση βηματικής εντολής για το σύστημα της αντλίας

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε το πρόβλημα σχεδιασμού μιας μονάδας αντιστάθμισης με την προσθήκη της οποίας επιτυγχάνεται μια προσεγγιστική παρακολούθηση ενός σήματος αναφοράς στην είσοδο καθώς και μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας. Τα σήματα αναφοράς μπορεί να είναι συναρτήσεις βήματος, συναρτήσεις κλίσης (ράμπες) καθώς και άλλα είδη σημάτων διακριτού χρόνου όπως για παράδειγμα ημιτονοειδή. Στην περίπτωση της συνάρτησης βήματος γνωρίζουμε ότι για να επιτευχθεί μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας θα πρέπει η βηματική απόκριση του συστήματος να είναι ίση με 1. Αυτή η ιδέα τυποποιείται εδώ με την εισαγωγή της έννοιας του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου (internal model) του σήματος αναφοράς στην είσοδο του αντισταθμιστή [39]-[42].

Θεωρούμε το μοντέλο μεταβλητών κατάστασης για μια συγκεκριμένη διεργασία, το οποίο περιγράφεται με τη βοήθεια των εξισώσεων,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (5.2)$$

όπου  $x$  είναι το διάνυσμα κατάστασης,  $u$  είναι η είσοδος και  $y$  είναι η έξοδος. Θα θεωρήσουμε ότι τα σήματα αναφοράς παράγονται από γραμμικά συστήματα και είναι επίσης της μορφής,

$$\dot{x}_r = A_r x_r \quad (5.3)$$

$$r = d_r x_r \quad (5.4)$$

με άγνωστες αρχικές συνθήκες. Ένα ισοδύναμο μοντέλο του σήματος εισόδου αναφοράς  $r(k)$ , είναι

$$r^{(n)} = a_{n-1}r^{(n-1)} + a_{n-2}r^{(n-2)} + \dots + a_1\dot{r} + a_0r \quad (5.5)$$

Θα ξεκινήσουμε με ένα οικείο πρόβλημα σχεδίασης, το οποίο αφορά στον σχεδιασμό ενός ελεγκτή που θα επιτρέπει την παρακολούθηση ενός σήματος αναφοράς μιας βηματικής

συνάρτησης με μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας. Στην περίπτωση αυτή το σήμα εισόδου παράγεται από

$$\dot{x}_r = 0$$

$$r = x_r$$

ή ισοδύναμα

$$\dot{r} = 0$$

και το σφάλμα παρακολούθησης  $e$ , ορίζεται ως:

$$e = y - r \quad (5.6)$$

Λαμβάνοντας την παράγωγο ως προς το χρόνο έχουμε,

$$\dot{e} = \dot{y} = C \cdot \dot{x}$$

όπου έχουμε κάνει χρήση του μοντέλου του σήματος εισόδου αναφοράς της εξίσωσης  $\dot{r} = 0$  καθώς και του μοντέλου της εξίσωσης  $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ ,  $y(t) = Cx(t)$ . Αν ορίσουμε δυο ενδιάμεσες μεταβλητές  $z$  και  $w$  ως

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} w \quad (5.7)$$

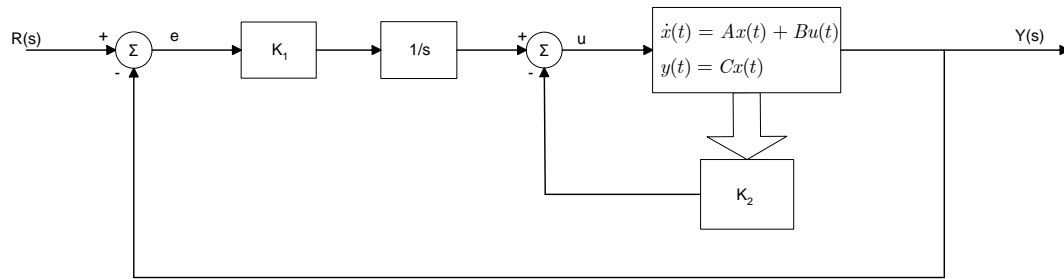
και αν το σύστημα που περιγράφεται από την εξίσωση (5.7) είναι ελέγξιμο, τότε μπορούμε να ορίσουμε ένα σήμα ανάδρασης της μορφής:

$$w = -K_1 e - K_2 z \quad (5.8)$$

ώστε το σύστημα της εξίσωσης (5.7) να είναι ευσταθές. Αυτό σημαίνει ότι το σφάλμα παρακολούθησης  $e$  είναι ευσταθές. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνουμε το ζητούμενο που είναι προσεγγιστική παρακολούθηση της αναφοράς με μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας. Το σήμα εισόδου ελέγχου προσδιορίζεται αν ολοκληρώσουμε την εξίσωση (5.8) και είναι:

$$u(t) = -K_1 \int_0^t e(\tau) d\tau - K_2 x(t) \quad (5.9)$$

Η κυκλωματική υλοποίηση του παραπάνω ελεγκτή φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 1: Διάγραμμα μοντέλου εσωτερικού ελέγχου

## 5.1. Εφαρμογή του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου στο σύστημα της αντλίας

Αρχικά δημιουργούνται οι επαυξημένοι πίνακες  $A_{in}$  και  $B_{in}$  οι οποίοι έχουν την παρακάτω μορφή:

$$A_{in} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$B_{in} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Ακολούθως ορίζεται ο πίνακας ελεγκσιμότητας  $S$ . Το πλήθος των εισόδων του συστήματος της αντλίας είναι  $m = 1$  και η τάξη του συστήματος  $n = 4$ , οπότε  $\sigma_1 = 4$ . Ο πίνακας  $B_{in}$  έχει  $i = 1$  στήλες άρα  $b_i = b_1 = B_{in}$ . Ο πίνακας  $S$  παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$S = \begin{bmatrix} B_{in} & A_{in}B_{in} & A_{in}^2B_{in} & A_{in}^3B_{in} & A_{in}^4B_{in} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Και ύστερα από αντικατάσταση στην (5.12) προκύπτει:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a_{24}a_{31}b_{41} \\ 0 & 0 & a_{24}b_{41} & (a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})b_{41} & S_{25} \\ 0 & a_{24}b_{41} & (a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})b_{41} & S_{33} & S_{35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{24}a_{31}b_{41} & S_{45} \\ b_{41} & a_{44}b_{41} & (a_{24}a_{42} + a_{44}^2)b_{41} & S_{53} & S_{55} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

όπου

$$\begin{aligned} S_{33} &= (a_{24}(a_{21} + a_{22}^2 + a_{24}a_{42}) + a_{44}(a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44}))b_{41} \\ S_{53} &= (a_{24}(a_{22}a_{42} + a_{42}a_{44}) + a_{44}(a_{24}a_{42} + a_{44}^2))b_{41} \\ S_{25} &= (a_{24}(a_{21} + a_{22}^2 + a_{24}a_{42}) + a_{44}(a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44}))b_{41} \\ S_{35} &= (a_{24}(a_{21}a_{22} + a_{23}a_{31} + a_{22}(a_{21} + a_{22}^2 + a_{24}a_{42}) + a_{44}(a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})))b_{41} + \\ &\quad + (a_{44}(a_{24}(a_{21} + a_{22}^2 + a_{24}a_{42}) + a_{44}(a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})))b_{41} \\ S_{45} &= (a_{24}(a_{22}a_{31} + a_{31}a_{33}) + a_{24}a_{31}a_{44})b_{41} \\ S_{55} &= (a_{24}(a_{21}a_{42} + a_{22}(a_{22}a_{42} + a_{42}a_{44}) + a_{42}(a_{24}a_{42} + a_{44}^2)))b_{41} + \\ &\quad + (a_{44}(a_{24}(a_{22}a_{42} + a_{42}a_{44}) + a_{44}(a_{24}a_{42} + a_{44}^2)))b_{41} \end{aligned}$$

Ο πίνακας  $S$  είναι αντιστρέψιμος ( $Det(S) \neq 0$ ). Ο αντίστροφος πίνακας  $S^{-1}$  είναι :

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & \frac{-a_{24}a_{42} + a_{22}a_{44}}{a_{24}b_{41}} & -\frac{a_{44}}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{21}a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & \frac{1}{b_{41}} \\ S_{21}^{-1} & -\frac{a_{22} + a_{44}}{a_{24}b_{41}} & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & S_{24}^{-1} & 0 \\ S_{31}^{-1} & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & 0 & -\frac{a_{22} + a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ -\frac{a_{22} + a_{33} + a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 & 0 & \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

όπου

$$\begin{aligned} S_{11}^{-1} &= \frac{(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33})a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} \\ S_{21}^{-1} &= \frac{-a_{23}a_{31} + a_{21}(a_{33} + a_{44}) + a_{33}(a_{24}a_{42} - a_{22}a_{44})}{a_{24}a_{31}b_{41}} \\ S_{31}^{-1} &= -\frac{a_{21} - a_{24}a_{42} + a_{33}a_{44} + a_{22}(a_{33} + a_{44})}{a_{24}a_{31}b_{41}} \\ S_{24}^{-1} &= -\frac{a_{21} + a_{24}a_{42} - a_{22}a_{44}}{a_{24}a_{31}b_{41}} \end{aligned}$$

Επιλύοντας τη σχέση (4.12)  $\delta_k = \delta_1 = 4$  οπότε ο πίνακας  $q_1$  θα είναι η τελευταία γραμμή του πίνακα  $S^{-1}$ , άρα:

$$q_1 = \left[ \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (5.15)$$

Ορίζουμε ως πίνακα μετασχηματισμού  $P$  τον παρακάτω πίνακα:

$$P = \left[ q_1 \quad q_1 A_{in} \quad q_1 A_{in}^2 \quad q_1 A_{in}^3 \quad q_1 A_{in}^4 \right]^T \quad (5.16)$$

ο οποίος για το σύστημά μας είναι ο παρακάτω:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & 0 & \frac{a_{33}}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ 0 & \frac{a_{33}}{a_{24}b_{41}} & \frac{1}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{33}^2}{a_{24}a_{31}b_{41}} & 0 \\ 0 & \frac{a_{21}}{a_{23}b_{32}} + \frac{a_{33}^2}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{22}}{a_{24}b_{41}} + \frac{a_{33}}{a_{24}b_{41}} & \frac{a_{23}}{a_{24}b_{41}} + \frac{a_{33}^2}{a_{24}a_{31}b_{41}} & \frac{1}{b_{41}} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τον πίνακα μετασχηματισμού  $T$ , ο οποίος ισούται με  $T = P^{-1}$  και στην περίπτωση μας είναι ο παρακάτω πίνακας:

$$T = \begin{bmatrix} a_{24}a_{31}b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{24}a_{33}b_{41} & a_{24}b_{41} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{24}a_{33}b_{41} & a_{24}b_{41} & 0 \\ 0 & a_{24}a_{31}b_{41} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{23}a_{31}b_{41} + a_{21}a_{33}b_{41} & -a_{21}b_{41} + a_{22}a_{33}b_{41} & -(a_{22} + a_{33})b_{41} & b_{41} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Οι μετασχηματισμένοι πίνακες του συστήματος (4.1) σε κανονική ελέγξιμη μορφή φάσης είναι:



$$A_{in}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{in-52}^* & A_{in-53}^* & A_{in-54}^* & A_{in-55}^* \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

όπου

$$\begin{aligned} A_{in-52}^* &= a_{21}a_{33}a_{44} - a_{23}a_{31}a_{44} \\ A_{in-53}^* &= a_{23}a_{31} - a_{24}a_{33}a_{42} + a_{22}a_{33}a_{44} - a_{21}(a_{33} + a_{44}) \\ A_{in-54}^* &= a_{21} + a_{24}a_{42} - a_{33}a_{44} - a_{22}(a_{33} + a_{44}) \\ A_{in-55}^* &= a_{22} + a_{33} + a_{44} \end{aligned}$$

$$B_{in}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Ορίζουμε ως πίνακα μετασχηματισμού  $S$  τον πίνακα εκείνο που ικανοποιεί την σχέση (4.16), άρα ο πίνακας  $S$  έχει την κάτωθι μορφή:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Άρα η σχέση (4.16) γίνεται:

$$SB_{in}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Από τα παραπάνω παρατηρείται ότι οι μορφές των πινάκων  $A_{in}^*$  και  $B_{in}^*$  είναι όμοιες με εκείνες των σχέσεων (4.5). Με χρήση του μετασχηματισμένου συστήματος σχεδιάζεται

ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης για αυθαίρετη τοποθέτηση των πόλων του συστήματος κλειστού βρόχου με βάση τη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην παρ. 3.2.

Στην συνέχεια ορίζεται ο πίνακας  $A_d$  σύμφωνα με την σχέση (4.13) όπου στην κύρια διαγώνιο του τοποθετούνται οι επιθυμητές θέσεις (ιδιοτιμές) στις οποίες πρέπει να μετατοπιστούν οι πόλοι.

$$A_d = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_5 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Στην συνέχεια ορίζεται ο πίνακας  $Q$  ο οποίος περιέχει αυθαίρετες παραμέτρους που ικανοποιούν σχέση (4.26)

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{51} & Q_{52} & Q_{53} & Q_{54} & Q_{55} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Εν συνεχεία από τις σχέσεις (4.18) προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες :

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$\tilde{Q} = [Q_{51} \quad Q_{52} \quad Q_{53} \quad Q_{54} \quad Q_{55}] \quad (5.26)$$

$$\bar{A}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\tilde{A}^* = \begin{bmatrix} 0 & A_{in-52}^* & A_{in-53}^* & A_{in-54}^* & A_{in-55}^* \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Ακολουθώντας από τη σχέση (4.26) και τη θεωρία για τον υπολογισμό του  $Q$  γίνεται κατανοητό ότι υπάρχουν λιγότερες εξισώσεις από ότι άγνωστοι. Κατόπιν τούτου και εφόσον δεν υπάρχουν άλλες ιδιότητες που να εστιάζουν το ενδιαφέρον στη παρούσα φάση, οι μεταβλητές που περισσεύουν δεσμεύονται αυθαίρετα και υπολογίζεται ένας από τους πίνακες  $Q$  που αποτελεί λύση για τις εξισώσεις. Έτσι λοιπόν ο πίνακας  $Q$  παίρνει την μορφή που είχε στην σχέση (5.24):

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{51} & Q_{52} & Q_{53} & Q_{54} & Q_{55} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Ακόμη από την σχέση (4.16) προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες :

$$\bar{B}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$\tilde{B}^* = 1 \quad (5.31)$$

Έτσι χρησιμοποιώντας την σχέση (4.23) προκύπτει ο μετασχηματισμένος πίνακας  $F^*$  :

$$F^* = \begin{bmatrix} f_1^* & f_2^* & f_3^* & f_4^* & f_5^* \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

όπου

$$f_1^* = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$$

$$f_2^* = a_{23} a_{31} a_{44} - a_{21} a_{33} a_{44} - p_1 p_2 p_3 p_4 - (p_1 p_2 p_3 + p_2 p_3 p_4 + p_1 (p_2 + p_3) p_4) p_5$$

$$f_3^* = -a_{23} a_{31} + a_{21} (a_{33} + a_{44}) + a_{33} (a_{24} a_{42} - a_{22} a_{44}) + p_2 p_3 p_4 + p_3 p_4 p_5 + p_2 (p_3 + p_4) p_5 + p_1 (p_4 p_5 + p_3 (p_4 + p_5) + p_2 (p_3 + p_4 + p_5))$$

$$f_4^* = -a_{21} - a_{24} a_{42} + a_{33} a_{44} + a_{22} (a_{33} + a_{44}) - p_3 p_4 - (p_3 + p_4) p_5 - p_2 (p_3 + p_4 + p_5) - p_1 (p_2 + p_3 + p_4 + p_5)$$

$$f_5^* = -a_{22} - a_{33} - a_{44} + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5$$

Ο πίνακας ανατροφοδότησης για το επαυξημένο σύστημα προκύπτει από την σχέση (4.24) και είναι ο κάτωθι:

$$F = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5] \quad (5.33)$$

όπου

$$f_1 = -\frac{p_1 p_2 p_3 p_4 p_5}{a_{24} a_{31} b_{41}}$$

$$f_2 = \frac{-a_{23} a_{31} - a_{33}^3 + p_1 p_2 p_3 + p_1 p_2 p_4 + p_1 p_3 p_4 + p_2 p_3 p_4 - a_{33} (p_1 + p_2 + p_3 + p_4) p_5}{a_{24} b_{41}} +$$

$$+ \frac{-a_{33} (p_2 p_3 + (p_2 + p_3) p_4 + p_1 (p_2 + p_3 + p_4)) + (p_2 p_3 + (p_2 + p_3) p_4 + p_1 (p_2 + p_3 + p_4)) p_5}{a_{24} b_{41}} +$$

$$+ \frac{a_{33}^2 (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) + a_{21} (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 - a_{22} - a_{33})}{a_{24} b_{41}}$$

$$f_3 = -\frac{a_{21} + a_{24} a_{42} - a_{33} a_{44} - a_{22} (a_{33} + a_{44}) + p_3 p_4 + (p_3 + p_4) p_5 + p_2 (p_3 + p_4 + p_5)}{a_{24} b_{41}} +$$

$$+ \frac{p_1 (p_2 + p_3 + p_4 + p_5) - (a_{22} + a_{33}) (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 - a_{22} - a_{33} - a_{44})}{a_{24} b_{41}}$$

$$f_4 = \frac{-a_{22} a_{23} a_{31} - (a_{33} - p_1) (a_{33} - p_2) (a_{33} - p_3) (a_{33} - p_4) + a_{23} a_{31} (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 - 2a_{33})}{a_{24} a_{31} b_{41}}$$

$$+ \frac{((a_{33} - p_1) (a_{33} - p_2) (a_{33} - p_3) - (a_{33}^2 + p_1 p_2 + (p_1 + p_2) p_3 - a_{33} (p_1 + p_2 + p_3))) p_4}{a_{24} a_{31} b_{41}} p_5$$

$$f_5 = \frac{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 - a_{22} - a_{33} - a_{44}}{b_{41}}$$

Εφαρμόζοντας τον συγκεκριμένο ελεγκτή στο σύστημα, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου από τη σχέση θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$P(s) = |sI - A_m - B_m F| = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5)$$

## 5.2. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου

Εφαρμόζοντας στον νόμο ελέγχου της σχέσης (5.9) στο σύστημα της αντλίας όπως αυτό περιγράφεται από τη σχέση (3.17) και (3.18) προκύπτει το παρακάτω σύστημα κλειστού βρόχου:

$$\Delta \dot{x}(t) = (A - BK_2) \Delta x(t) - BK_1 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5.34)$$

$$y(t) = C \Delta x(t) \quad (5.35)$$

όπου:

$$K_1 = f_1 \quad (5.36)$$

$$K_2 = [f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5] \quad (5.37)$$

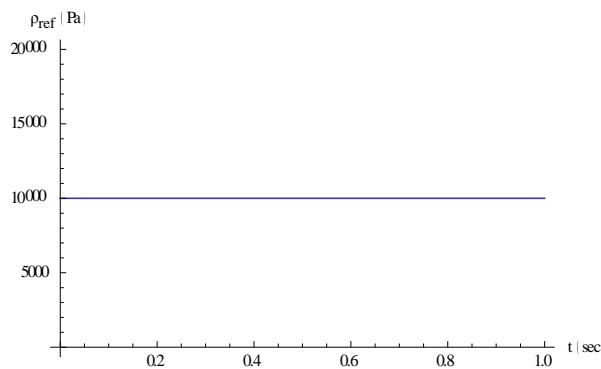
$$e(t) = y(t) - w(t) \quad e(t) = y(t) - w(t) \quad (5.38)$$

Όταν οι επιθυμητοί πόλοι το συστήματος είναι στις θέσεις:  $-150, -200, -250, -300$  και  $-350$ , οι παράμετροι του ελεγκτή θα είναι:

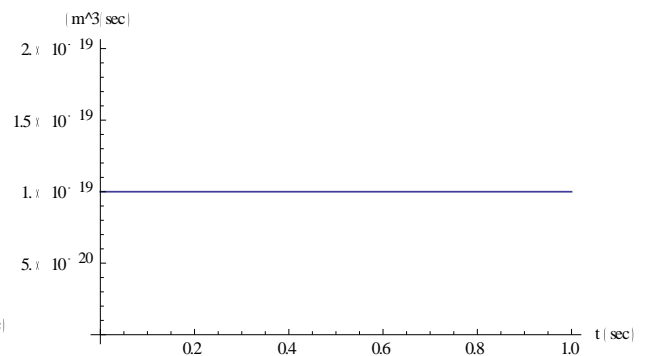
$$K_1 = f_1 = 1.01507 \cdot 10^{-13}$$

$$K_2 = [f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5] = [1.69316 \cdot 10^{-5} \quad 1.81715 \cdot 10^{-7} \quad 2.076 \cdot 10^{-14} \quad 1.2 \cdot 10^{-4}]$$

Τα σήματα διέγερσης της εισόδου και της διαταραχής είναι συναρτήσεις που παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:

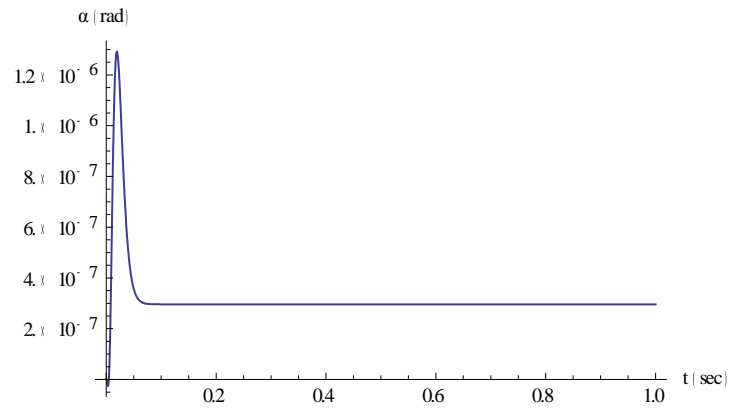


Εικόνα 5.1: Σήμα διέγερσης εισόδου

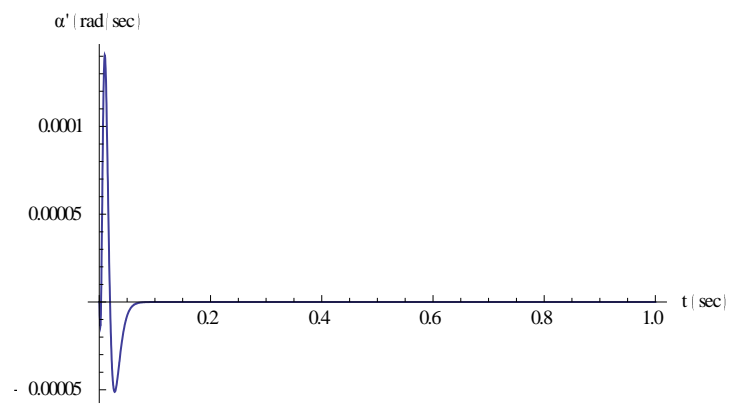


Εικόνα 5.2: Σήμα διαταραχής

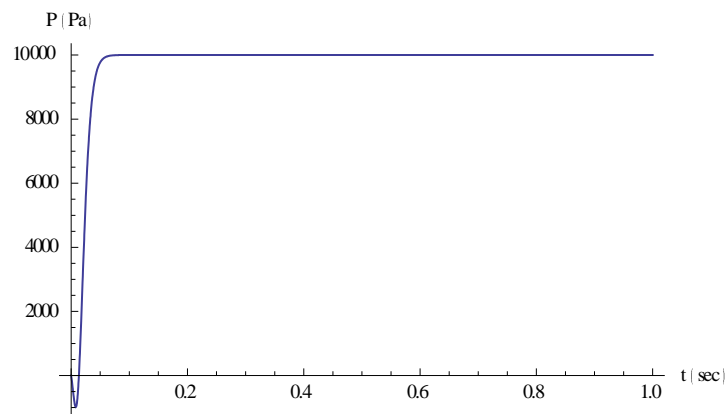
Οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης για το γραμμικό σύστημα κλειστού βρόχου δίνονται στα παρακάτω σχήματα:



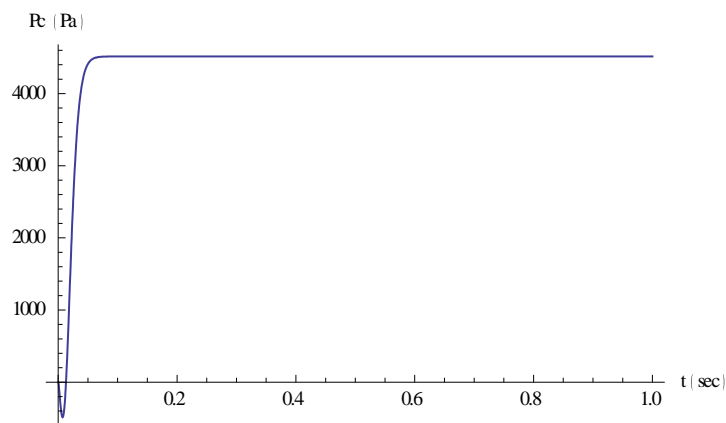
Εικόνα 5.3: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



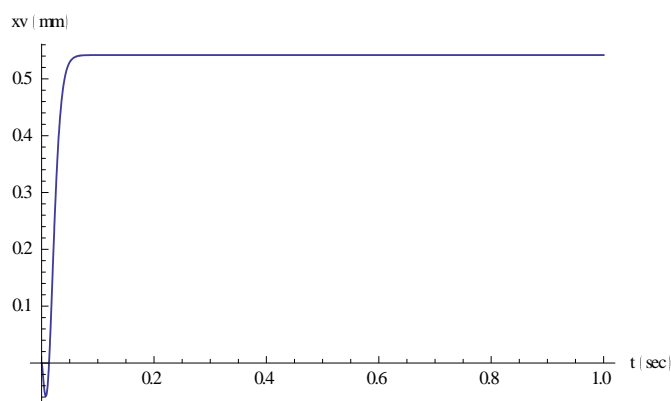
Εικόνα 5.4: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 5.5: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 5.6: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας



Εικόνα 5.7: Σήμα εισόδου

### 5.3. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής προσεγγιστικής ακολούθησης βηματικής εντολής για το σύστημα της αντλίας προκειμένου να παρακολουθείτε το σήμα αναφοράς της εισόδου και το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας να μηδενίζεται. Προκειμένου να είναι δυνατή η σχεδίαση του ελεγκτή το σύστημα εξετάστηκε ως προς την ελεγχσιμότητα του και κατόπιν μετασχηματίστηκε σε κανονική ελέγξιμη μορφή φάσης και μέθοδος που χρησιμοποιείτε για την τεχνική ελέγχου αυτή είναι του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου. Στην συνέχεια σχεδιάστηκε ο ελεγκτής και προσδιορίστηκαν οι τιμές των βαθμών ελευθερίας σχεδίασης του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου της αντλίας να παρακολουθεί το σήμα αναφοράς αυτό. Τέλος ακολούθησε η προσομοίωση του συστήματος κλειστού βρόχου αυτού και παρουσιάστηκε το σήμα εισόδου του συστήματος και οι αποκρίσεις του

διανύσματος κατάστασης, όταν το σήμα αναφοράς της εισόδου και η διαταραχή του συστήματος είναι συναρτήσεις βήματος διαφορετικών πλατών.

Όπως παρατηρείτε στη Εικόνα 5.5 η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας με την συγκεκριμένη τεχνική ελέγχου σταθεροποιείται στην επιθυμητή πίεση ( $10\text{ kPa}$ ) μετά από  $0.05\text{ sec}$ .



## 6. Αυθαίρετη ακολούθηση εντολής για το σύστημα της αντλίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα σχεδιαστεί ελεγκτής παρακολούθησης, προκειμένου να ακολουθηθούν αυθαίρετα σήματα αναφοράς. Στο προηγούμενο κεφάλαιο το σήμα αναφοράς στην είσοδο καθώς και η διαταραχή ήταν συναρτησείς βήματος, ενώ στο παρόν κεφάλαιο θα είναι ημιτονοειδή σήματα. Ο ελεγκτής σχεδιάζεται σύμφωνα με την αρχή μοντέλου εσωτερικού ελέγχου (Internal Model Principle) και οι παράμετροι του προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο πεπερασμένων βημάτων [46].

Έστω γραμμικό χρονικά-αμετάβλητο σύστημα μίας εισόδου μίας εξόδου (SISO system) το οποίο περιγράφεται στον χώρο κατάστασης ως εξής:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (6.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (6.2)$$

όπου  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  είναι το διάνυσμα κατάστασης,  $u(t) \in \mathbb{R}$  είναι η είσοδος του συστήματος,  $y(t) \in \mathbb{R}$  είναι η έξοδος του συστήματος και  $w(t) \in \mathbb{R}$  είναι μία εξωτερική διαταραχή. Οι πίνακες  $A, B, C, D$  δίνονται από τις σχέσεις (3.17) και (3.18).

Έστω η περίπτωση όπου η έξοδος αναφοράς  $y_r(t)$ , είναι η έξοδος ενός μοντέλου αναφοράς, το οποίο περιγράφεται με τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) \quad (6.3)$$

$$y_r(t) = C_r x_r(t) \quad (6.4)$$

όπου

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -dd_r & -dd_{r-1} & -dd_{r-2} & \cdots & -dd_1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$C_r = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (6.6)$$

Ακόμα λαμβάνουμε υπ' όψιν ότι το διάνυσμα  $x_{r,0}$  αποτελεί αυθαίρετη αρχική συνθήκη. Έτσι προκύπτει:

$$y_r^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i y_r^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.7)$$

Επιπλέον οι διαταραχές είναι της ίδιας μορφής με αυτήν της εισόδου αναφοράς του συστήματος:

$$w^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i w^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.8)$$

Το σφάλμα ακολούθησης  $e$  (tracking error), όπως ονομάζεται περιγράφεται από την σχέση:

$$e(t) = y(t) - y_r(t) \quad (6.9)$$

Διαφοροποιώντας το σφάλμα  $r$  - φορές, έχουμε:

$$e^{(r)}(t) = Cx^{(r)}(t) - y_r^{(r)}(t) = Cx^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i y_r^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.10)$$

ισοδύναμα:

$$e^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i e^{(r-i)}(t) = Cx^{(r)}(t) + C \sum_{i=1}^r dd_i x^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.11)$$

Καθορίζοντας τις παρακάτω παραμέτρους έχουμε:

$$z(t) = x^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i x^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.12)$$

$$\bar{u}(t) = u^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i u^{(r-i)}(t) = 0 \quad (6.13)$$

Έτσι επαυξάνοντας το μοντέλο ης αντλίας που περιγράφεται από τις σχέσεις (3.17) και (3.18) με δυναμικές λαθών (error dynamics) (6.9) προκύπτει το ακόλουθο επαυξημένο σύστημα:

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\tilde{u}(t) \quad (6.14)$$

όπου

$$\tilde{x}(t) = [e(t) \quad e^{(1)}(t) \quad \dots \quad e^{(r-1)}(t) \quad z(t)]^T \quad (6.15)$$

και

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_r & \tilde{C} \\ 0_{n \times r} & A \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0_{r \times 1} \\ B \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 0_{(r-1) \times n} \\ C \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Στο επαυξημένο σύστημα (6.14) εφαρμόζουμε τον στατικό νόμο ελέγχου ανατροφοδότησης της μορφής:

$$\tilde{u}(t) = F\tilde{x}(t) = f_1\tilde{e}(t) + f_2z(t) \quad (6.19)$$

όπου

$$e(t) = [e(t) \quad e^{(1)}(t) \quad \dots \quad e^{(r-1)}(t)]^T \quad (6.20)$$

με  $f_1 \in R^{1 \times n}$  και  $f_2 \in R^{1 \times n}$ .

Το πρόβλημα της ακολούθησης εξωτερικής εντολής είναι επιλύσιμο (δηλαδή όταν έξοδος του συστήματος (6.1), (6.2) ακολουθεί την έξοδο του συστήματος αναφοράς (6.3), (6.4) ενώ την ίδια στιγμή το σφάλμα ακολούθησης (Tracking error) (6.9) μειώνεται ασυμπτωτικά στο μηδέν), εάν υπάρχει στατικός νόμος ελέγχου της μορφής  $\tilde{u}(t) = F\tilde{x}(t)$  τέτοιος ώστε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του κλειστού βρόγχου

$$\tilde{p}_{cl} = \text{Det}[sI_{r+n} - \tilde{A} - \tilde{B}F] \quad (6.21)$$

να είναι εύρωστα ευσταθές.

Ο νόμος ελέγχου  $\tilde{u}(t) = F\tilde{x}(t)$  μπορεί να εκφραστεί με όρους του κανονικού συστήματος χρησιμοποιώντας την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$u^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i u^{(r-i)}(t) = \sum_{i=1}^r f_{1,i} e^{(r-i)}(t) + f_2 \left( x^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r dd_i x^{(r-i)}(t) \right) \quad (6.22)$$

όπου  $f_{1,i} (i = 1, \dots, r)$  είναι τα στοιχεία του  $f_1$ .

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να περιγραφεί και στον χώρο κατάστασης με παρακάτω μορφή:

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c e(t) \quad (6.23)$$

$$v(t) = C_c x_c(t) \quad (6.24)$$

όπου

$$A_c = \begin{bmatrix} -dd_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -dd_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ -dd_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -dd_r & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} f_{1,r} \\ f_{1,r-1} \\ \vdots \\ f_{1,1} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

$$C_c = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (6.27)$$

και

$$u(t) = v(t) + f_2 x(t) \quad (6.28)$$

όπου

$$f_2 = [f_{2,1} \quad f_{2,2} \quad \dots \quad f_{2,n}] \quad (6.29)$$

Ακόμα η πολυωνυμική σχέση (6.21) μπορεί να γραφεί:

$$\tilde{p}_{cl} = \text{Det}[sI_r - A_r] \cdot \text{Det}[sI_n - A] - f \cdot \text{adj}[sI_{n+r} - \tilde{A}] \tilde{B} \quad (6.30)$$

όπου

$$\tilde{a} = [1 \quad \tilde{a}_1 \quad \dots \quad \tilde{a}_{r+n}] \quad (6.31)$$

και  $\tilde{a}_i$  ( $i = 1, \dots, r+n$ ) οι συντελεστές του πολυωνύμου  $\text{Det}[sI_r - A_r] \cdot \text{Det}[sI_n - A]$ .

Στην συνέχεια ορίζεται ο πολυωνυμικός πίνακας  $\tilde{P}$  από τη σχέση:

$$\tilde{P} = \Omega [s^\mu \quad \dots \quad s^0]^T = \text{adj}[sI_{n+r} - \tilde{A}] \tilde{B} \quad (6.32)$$

όπου  $\mu \leq n+r$  η μέγιστη τάξη του πίνακα  $\text{adj}[sI_{n+r} - \tilde{A}] \tilde{B}$  και

$$\Omega = [\omega_0 \quad \dots \quad \omega_\mu] \quad (6.33)$$

$$\omega_i = [\tilde{\omega}_{i,1} \quad \dots \quad \tilde{\omega}_{i,n+r}]^T \quad (6.34)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (6.31), (6.33) και (6.34) το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου (6.30) μπορεί να γραφεί:

$$p_{cl} = [s^{n+r} \quad \dots \quad s^0] A^{**} \begin{bmatrix} 1 \\ f^T \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

όπου

$$A^{**} = [\tilde{a}^T \quad -\tilde{\Omega}^T] \quad (6.36)$$

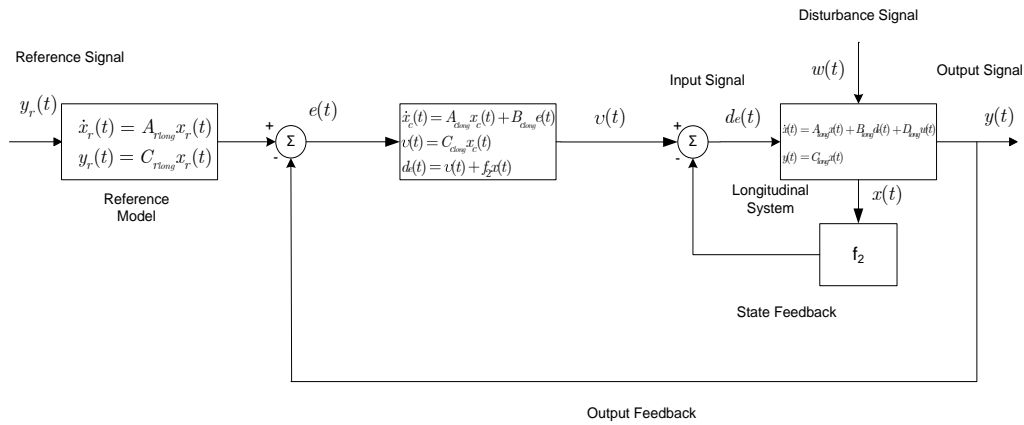
$$\tilde{\Omega} = [0_{(n+r) \times (n+r-\mu)} \quad \Omega] \quad (6.37)$$

Στην συνέχεια προσδιορίζεται πίνακας αναδιάταξης  $T$  τέτοιος ώστε:

$$A^{**} T = A^* \quad (6.38)$$

όπου

$$A^* = [\tilde{a}^T \quad -\Omega^T] \quad (6.39)$$



Εικόνα 6.1: Διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόγχου.

## 6.1. Εφαρμογή ελέγχου στο μοντέλο της αντλίας

Δημιουργούνται οι πίνακες  $A_r$  και  $C_r$ , οι πίνακες του επαυξημένου μοντέλου  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  και  $\tilde{C}$ , καθώς και οι πίνακες στον χώρο κατάστασης  $A_c$ ,  $B_c$  και  $C_c$  που έχουν την παρακάτω μορφή:

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -d_2 & -d_1 \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

$$C_r = [1 \quad 0] \quad (6.41)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -d_2 & -d_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -d_1 & 1 \\ -d_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{11} \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

$$C_c = [1 \ 0] \quad (6.47)$$

Στην συνέχεια επιλύοντας την πολυωνυμική σχέση  $Det[sI_r - A_r] \cdot Det[sI_n - A]$  προκύπτει ένα πολυώνυμο της μορφής:

$$s^6 + \tilde{a}_1 s^5 + \tilde{a}_2 s^4 + \tilde{a}_3 s^3 + \tilde{a}_4 s^2 + \tilde{a}_5 s + \tilde{a}_6$$

όπου

$$\tilde{a}_1 = d_1 - a_{44} - a_{33} - a_{22}$$

$$\tilde{a}_2 = a_{22}a_{33} - a_{21} - a_{24}a_{42} + a_{22}a_{44} + a_{33}a_{44} - a_{22}d_1 - a_{33}d_1 - a_{44}d_1 + d_2$$

$$\tilde{a}_3 = a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31} + a_{24}a_{33}a_{42} + a_{21}a_{44} - a_{22}a_{33}a_{44} - a_{21}d_1 + a_{22}a_{33}d_1 - a_{24}a_{42}d_1 + a_{22}a_{44}d_1 + a_{33}a_{44}d_1 - a_{22}d_2 - a_{33}d_2 - a_{44}d_2$$

$$\tilde{a}_4 = a_{23}a_{31}(a_{44} - d_1) + a_{24}a_{33}a_{42}d_1 - a_{22}a_{33}a_{44}d_1 + a_{21}(a_{33}d_1 - a_{33}a_{44} + a_{44}d_1 - d_2) + a_{22}a_{33}d_2 - a_{24}a_{42}d_2 + a_{22}a_{44}d_2 + a_{33}a_{44}d_2$$

$$\tilde{a}_5 = a_{23}a_{31}(a_{44}d_1 - d_2) + a_{33}(a_{24}a_{42} - a_{22}a_{44})d_2 + a_{21}(a_{33}d_2 - a_{33}a_{44}d_1 + a_{44}d_2)$$

$$\tilde{a}_6 = a_{44}d_2(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33})$$

Επομένως ύστερα από αντικατάσταση των παραμέτρων αυτών στην σχέση [6.31] έχει προσδιοριστεί ο πίνακας  $\tilde{a}$ .

Έπειτα προσδιορίζεται ένας πίνακας  $\Omega$  ο οποίος ικανοποιεί τη σχέση  $\Omega \begin{bmatrix} s^\mu & \dots & s^0 \end{bmatrix}^T = adj[sI_{n+r} - \tilde{A}] \tilde{B}$ . Ο πίνακας αυτός θα είναι της μορφής:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{0,1} & \tilde{\omega}_{1,1} & \tilde{\omega}_{2,1} & \tilde{\omega}_{3,1} & \tilde{\omega}_{4,1} & \tilde{\omega}_{5,1} \\ \tilde{\omega}_{0,2} & \tilde{\omega}_{1,2} & \tilde{\omega}_{2,2} & \tilde{\omega}_{3,2} & \tilde{\omega}_{4,2} & \tilde{\omega}_{5,2} \\ \tilde{\omega}_{0,3} & \tilde{\omega}_{1,3} & \tilde{\omega}_{2,3} & \tilde{\omega}_{3,3} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{5,3} \\ \tilde{\omega}_{0,4} & \tilde{\omega}_{1,4} & \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{4,4} & \tilde{\omega}_{5,4} \\ \tilde{\omega}_{0,5} & \tilde{\omega}_{1,5} & \tilde{\omega}_{2,5} & \tilde{\omega}_{3,5} & \tilde{\omega}_{4,5} & \tilde{\omega}_{5,5} \\ \tilde{\omega}_{0,6} & \tilde{\omega}_{1,6} & \tilde{\omega}_{2,6} & \tilde{\omega}_{3,6} & \tilde{\omega}_{4,6} & \tilde{\omega}_{5,6} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

όπου

$$\tilde{\omega}_{0,1}, \tilde{\omega}_{0,2}, \tilde{\omega}_{0,3}, \tilde{\omega}_{0,4}, \tilde{\omega}_{0,5}, \tilde{\omega}_{1,1}, \tilde{\omega}_{1,2}, \tilde{\omega}_{1,3}, \tilde{\omega}_{1,5}, \tilde{\omega}_{2,1}, \tilde{\omega}_{2,2}, \tilde{\omega}_{2,5}, \tilde{\omega}_{3,1}, \tilde{\omega}_{3,2}, \tilde{\omega}_{4,1}, \tilde{\omega}_{5,2}, \tilde{\omega}_{5,4} = 0$$

$$\tilde{\omega}_{0,6} = b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{1,4} = a_{24}b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{1,6} = -b_{41}(a_{22} + a_{33} - d_1)$$

$$\tilde{\omega}_{2,3} = a_{24}b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{2,4} = a_{24}b_{41}(d_1 - a_{33})$$

$$\tilde{\omega}_{2,6} = -b_{41}(a_{21} + a_{33}d_1 + a_{22}(d_1 - a_{33}) - d_2)$$

$$\tilde{\omega}_{3,3} = -a_{24}b_{41}(a_{33} - d_1)$$

$$\tilde{\omega}_{3,4} = a_{24}b_{41}(d_2 - a_{33}d_1)$$

$$\tilde{\omega}_{3,5} = a_{24}a_{31}b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{3,6} = -b_{41}(a_{23}a_{31} - a_{22}a_{33}d_1 + a_{21}(d_1 - a_{33}) + a_{22}d_2 + a_{33}d_2)$$

$$\tilde{\omega}_{4,2} = a_{24}a_{31}b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{4,3} = a_{24}b_{41}(d_2 - a_{33}d_1)$$

$$\tilde{\omega}_{4,4} = -a_{24}a_{33}b_{41}d_2$$

$$\tilde{\omega}_{4,5} = a_{24}a_{31}b_{41}d_1$$

$$\tilde{\omega}_{4,6} = b_{41}(a_{21}a_{33}d_1 - a_{23}a_{31}d_1 - a_{21}d_2 + a_{22}a_{33}d_2)$$

$$\tilde{\omega}_{5,1} = a_{24}a_{31}b_{41}$$

$$\tilde{\omega}_{5,3} = -a_{24}a_{33}b_{41}d_2$$

$$\tilde{\omega}_{5,5} = a_{24}a_{31}b_{41}d_2$$

$$\tilde{\omega}_{5,6} = b_{41}(a_{21}a_{33}d_2 - a_{23}a_{31}d_2)$$

Για τον προσδιορισμό του πίνακα  $A^{**}$  από την επίλυση της σχέσης  $A^{**} = [\tilde{a}^T \quad -\tilde{\Omega}^T]$ , απαιτείτε πρώτα ο προσδιορισμός του πίνακα  $\tilde{\Omega}$ , οπότε:

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\omega}_{2,3} & \tilde{\omega}_{3,3} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{5,3} \\ 0 & 0 & \tilde{\omega}_{1,4} & \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{4,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\omega}_{3,5} & \tilde{\omega}_{4,5} & \tilde{\omega}_{5,5} \\ 0 & \tilde{\omega}_{0,6} & \tilde{\omega}_{1,6} & \tilde{\omega}_{2,6} & \tilde{\omega}_{3,6} & \tilde{\omega}_{4,6} & \tilde{\omega}_{5,6} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

και



$$A^{**} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\tilde{\omega}_{0,6} \\ \tilde{a}_3 & 0 & 0 & 0 & -\tilde{\omega}_{1,4} & 0 & -\tilde{\omega}_{1,6} \\ \tilde{a}_4 & 0 & 0 & -\tilde{\omega}_{2,3} & -\tilde{\omega}_{2,4} & 0 & -\tilde{\omega}_{2,6} \\ \tilde{a}_5 & 0 & 0 & -\tilde{\omega}_{3,3} & -\tilde{\omega}_{3,4} & -\tilde{\omega}_{3,5} & -\tilde{\omega}_{3,6} \\ \tilde{a}_6 & 0 & -\tilde{\omega}_{4,2} & -\tilde{\omega}_{4,3} & -\tilde{\omega}_{4,4} & -\tilde{\omega}_{4,5} & -\tilde{\omega}_{4,6} \\ \tilde{a}_7 & -\tilde{\omega}_{5,1} & 0 & -\tilde{\omega}_{5,3} & 0 & -\tilde{\omega}_{5,5} & -\tilde{\omega}_{5,6} \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

Οπότε ο πίνακας αναδιάταξης  $T$  θα έχει τη μορφή:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

και ο πίνακας  $A^*$  που ικανοποιεί τη σχέση  $A^{**}T = A^*$  θα είναι της μορφής:

$$A^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_1 & \tilde{\omega}_{0,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_2 & \tilde{\omega}_{1,6} & 0 & \tilde{\omega}_{1,4} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_3 & \tilde{\omega}_{2,6} & 0 & \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{2,3} & 0 & 0 \\ \tilde{a}_4 & \tilde{\omega}_{3,6} & \tilde{\omega}_{3,5} & \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{3,3} & 0 & 0 \\ \tilde{a}_5 & \tilde{\omega}_{4,6} & \tilde{\omega}_{4,5} & \tilde{\omega}_{4,4} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ \tilde{a}_6 & \tilde{\omega}_{5,6} & \tilde{\omega}_{5,5} & 0 & \tilde{\omega}_{5,3} & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας μία είσοδο αναφοράς της μορφής  $y_r(t) = 0.02\text{Sin}[0.1t]$ , όπου  $(d_1 = 0, d_2 = 0.01, x_{r,01} = 0, x_{r,02} = 0.002)$ , ο ελεγκτής παρακολούθησης υπολογίζεται από τη λύση των σχέσεων:

$$\begin{bmatrix} s^i & \cdots & s^0 \end{bmatrix} \Phi_{i+1} \begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ \vdots \\ \varepsilon_0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, r+n \quad \text{και} \quad \varepsilon_0 = 1 \quad (6.52)$$

όπου

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{3,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ \tilde{\omega}_{5,3} & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{2,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{3,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{4,4} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_{5,3} & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_5 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\omega}_{1,4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{2,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{3,5} & \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{3,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{4,5} & \tilde{\omega}_{4,4} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ \tilde{\omega}_{5,5} & 0 & \tilde{\omega}_{5,3} & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_6 = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{0,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{1,6} & 0 & \tilde{\omega}_{1,4} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{2,6} & 0 & \tilde{\omega}_{2,4} & \tilde{\omega}_{2,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{3,6} & \tilde{\omega}_{3,5} & \tilde{\omega}_{3,4} & \tilde{\omega}_{3,3} & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_{4,6} & \tilde{\omega}_{4,5} & \tilde{\omega}_{4,4} & \tilde{\omega}_{4,3} & \tilde{\omega}_{4,2} & 0 \\ \tilde{\omega}_{5,6} & \tilde{\omega}_{5,5} & 0 & \tilde{\omega}_{5,3} & 0 & \tilde{\omega}_{5,1} \end{bmatrix}$$

$$T\tilde{F}^T = T \begin{bmatrix} \varepsilon_{r+n} \\ \vdots \\ \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

$$\frac{T\tilde{F}^T}{\varepsilon_{r+n}} = T \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon_{r+n-1}/\varepsilon_{r+n} \\ \vdots \\ \varepsilon_0/\varepsilon_{r+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ f_{11} \\ f_{12} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

όπου τα  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{r+n}$  παίρνουν τιμές τέτοιες ώστε τα συστήματα που προκύπτουν μετά την επίλυση της σχέσης (6.52) να είναι ευσταθή, οπότε:

$$\varepsilon_1 > 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = 0.01$$

$$\varepsilon_2 > 0 \Rightarrow \varepsilon_2 = 0.1$$

$$0 < \varepsilon_3 < 5.09173 \cdot 10^8 \Rightarrow \varepsilon_3 = 1$$

$$0 < \varepsilon_4 < 8.30607 \cdot 10^8 \Rightarrow \varepsilon_4 = 1$$

$$0 < \varepsilon_5 < 1.39384 \cdot 10^{-14} \Rightarrow \varepsilon_5 = 1 \cdot 10^{-19}$$

$$0 < \varepsilon_6 < 1.16152 \cdot 10^{-18} \Rightarrow \varepsilon_6 = 1 \cdot 10^{-18}$$

## 6.2. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου αντλίας

Εφαρμόζοντας τον συγκεκριμένο νόμο ελέγχου στο μοντέλο της αντλίας το οποίο περιγράφεται από τις σχέσεις [3.17] - [3.18] και γνωρίζοντας ότι:

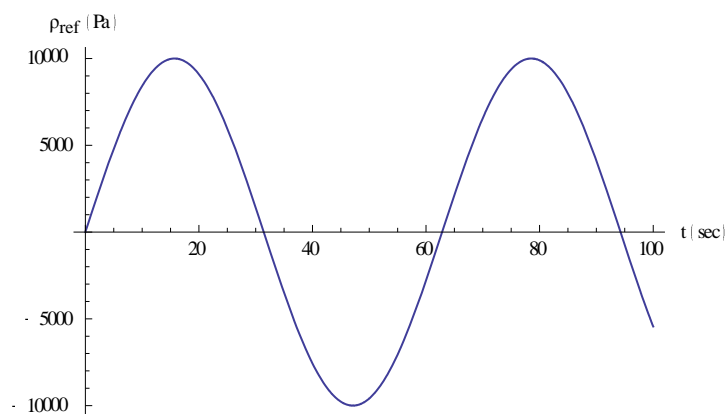
$$K_{11} = f_{11} = 1 \cdot 10^{18}$$

$$K_{12} = f_{12} = 1 \cdot 10^{16}$$

και

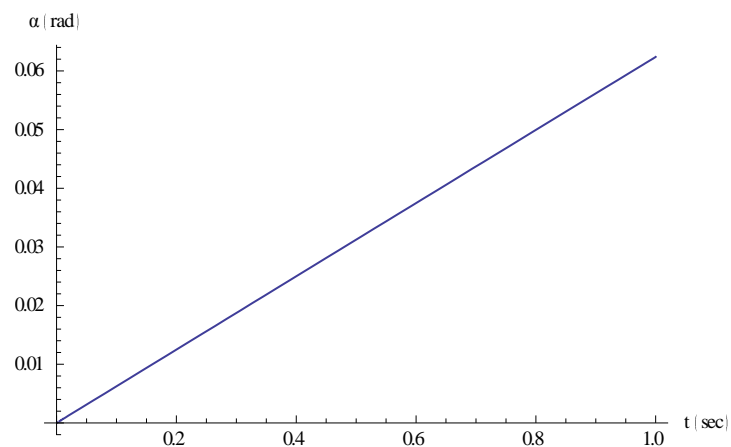
$$K_{22} = [f_{21} \quad f_{22} \quad f_{23} \quad f_{24}] = [1 \cdot 10^{18} \quad 1 \cdot 10^{18} \quad 1 \cdot 10^{17} \quad -0.1]$$

Το σύστημα κλειστού βρόχου διεγείρεται με εντολή εισόδου  $y_r(t) = 0.02 \sin[0.2t]$  η οποία είναι μία συνάρτηση όπως αυτή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

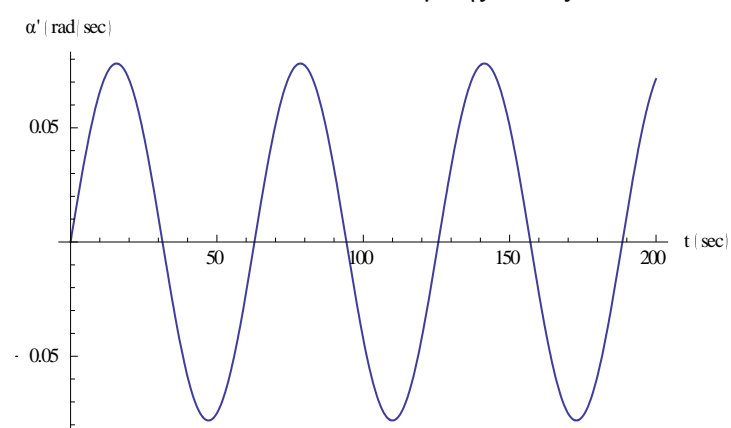


Εικόνα 6.2: Σήμα διέγερσης της εισόδου

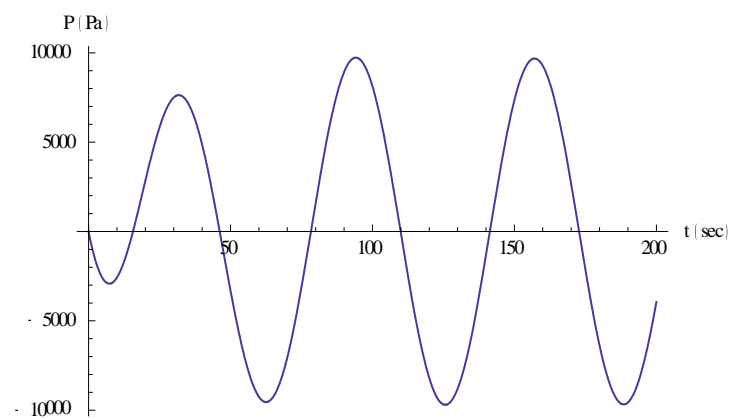
Οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης για το γραμμικό σύστημα κλειστού βρόχου δίνονται στα παρακάτω σχήματα:



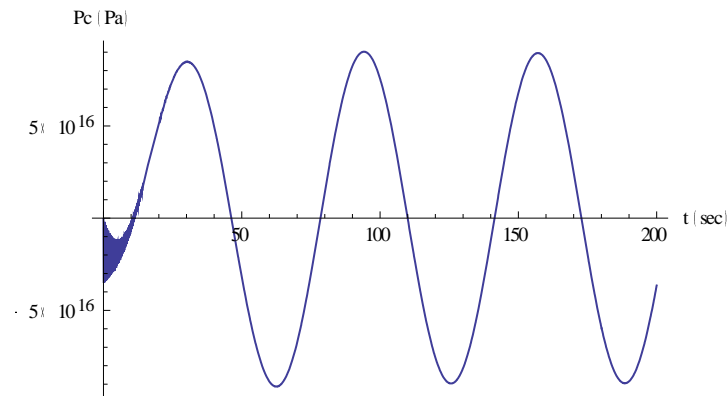
Εικόνα 6.3: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 6.4: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 6.5: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 6.6: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας

## 7. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής αυθαίρετης ακολούθησης εντολής για το σύστημα της αντλίας προκειμένου να παρακολουθείτε το σήμα αναφοράς της εισόδου. Οι παράμετροι το ελεγκτή προσδιορίστηκαν μέσω ενός αλγόριθμου πεπερασμένων βημάτων, ενώ η μέθοδος που χρησιμοποιείτε για την τεχνική ελέγχου αυτή είναι του μοντέλου εσωτερικού ελέγχου. Στην συνέχεια σχεδιάστηκε ο ελεγκτής και προσδιορίστηκαν οι τιμές των βαθμών ελευθερίας σχεδίασης του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου της αντλίας να παρακολουθεί το σήμα αναφοράς αυτό. Τέλος ακολούθησε η προσομοίωση του συστήματος κλειστού βρόχου αυτού και παρουσιάστηκαν οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης, όταν το σήμα αναφοράς της εισόδου του συστήματος είναι συνάρτηση κλίσης ενώ η διαταραχή είναι μηδέν.

Όπως παρατηρείτε στη Εικόνα 6.5 η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας με την συγκεκριμένη τεχνική ελέγχου είναι ίση με την επιθυμητή πίεση (Εικόνα 6.2) μετά από 30 sec .

## 7. Ελεγκτής ακολουθήσεως συνάρτησης κλίσης

Στο Κεφάλαιο αυτό θα σχεδιαστεί ελεγκτής παρακολούθησης αυθαίρετου σήματος αναφοράς. Το σήμα αναφοράς στην είσοδο θα είναι μία συνάρτηση κλίσης (ράμπα). Ύστερα από την σχεδίαση του ελεγκτή θα ακολουθήσει γραφική απεικόνιση των αποκρίσεων του κλειστού συστήματος [34]-[70].

Έστω το γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα το οποίο περιγράφεται από τους εξής τύπους:

$$\delta\dot{x}(t) = A\delta x(t) + B\delta u(t) + D\delta z(t) \quad (7.1)$$

$$y(t) = C\delta x(t)$$

όπου  $x(t)$  το διάνυσμα κατάστασης,  $u(t)$  η είσοδος,  $y(t)$  η έξοδος του συστήματος και  $z(t)$  είναι ένα σήμα τύπου διαταραχής με ακίνητο  $z^{(r)}(t) = 0$ . Οι πίνακες  $A, B, C, D$  δίνονται από τις σχέσεις (3.17) και (3.18).

Έστω περίπτωση κατά την οποία η έξοδος αναφοράς  $y_r(t)$  είναι ένα πολυώνυμο τύπου σήματος με  $y_r^{(r)}(t) = 0$ , όπου στην περίπτωση μας θα γίνει  $y_r^{(2)}(t) = 0$ .

Τότε το σφάλμα παρακολούθησης θα ορίζεται ως εξής :

$$e(t) = y(t) - y_r(t)$$

Δεδομένου ότι  $z^{(r)}(t) = 0$ , όπου θα γίνει  $z^{(2)}(t) = 0$ , το σύστημα μπορεί να αυξηθεί με την δυναμική του σφάλματος παρακολούθησης ως εξής:

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\tilde{u}(t) \quad (7.2)$$

όπου  $\tilde{u}(t) = u^{(r)}(t)$ , δηλαδή  $\tilde{u}(t) = u^{(2)}(t)$ . Με βάση τα προηγούμενα θα προκύψουν τα παρακάτω:

$$\tilde{x}(t) = [e(t) \quad e^{(1)}(t) \quad \dots \quad e^{(r-1)}(t) \quad z(t)] \quad (7.3)$$

$$z(t) = x^{(r)}(t) \quad (7.4)$$

Οι επαυξημένοι πίνακες του συστήματος θα είναι της μορφής:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0_{(r-1) \times 1} & I_{r-1} & 0 \\ 0 & 0_{(r-1) \times 1} & C \\ 0 & 0_{(r-1) \times 1} & A \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0_{r \times 1} \\ B \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Έτσι οι εξισώσεις (7.3) και (7.4) θα γίνουν ως εξής :

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} e(t) & e^{(1)}(t) & z(t) \end{bmatrix} \quad z(t) = x^{(2)}(t) \quad (7.7)$$

Ενώ οι επαυξημένοι πίνακες θα γίνουν:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Στην συνέχεια σχεδιάζεται ελεγκτής για το επαυξημένο σύστημα με στόχο να τοποθετούνται οι ιδιοτιμές του συστήματος κλειστού βρόχου σε αυθαίρετες επιθυμητές θέσεις. Οι ιδιοτιμές  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  μπορούν να είναι πραγματικές ή μιγαδικές. Για την περίπτωση των μιγαδικών ιδιοτιμών ισχύει ότι για κάθε μιγαδική ιδιοτιμή θα πρέπει να συνυπάρχει και η συζυγής της. Έτσι λοιπόν ορίζεται ο πίνακας  $A_d$  σύμφωνα με την σχέση

όπου στην κύρια διαγωνιά του τοποθετούνται οι επιθυμητές θέσεις (ιδιοτιμές) στις οποίες πρέπει να μετατοπιστούν οι πόλοι.

$$A_d = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_6 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Ο νόμος ελέγχου στατικής ανατροφοδότησης κατάστασης της μορφής :

$$\tilde{u}(t) = F\tilde{x}(t) = f_1\tilde{e}(t) + f_2z(t) \quad (7.11)$$

όπου  $e(t) = [e(t) \ e^{(1)}(t) \ \dots \ e^{(r-1)}(t)]^T$ ,  $f_1 \in R^{1 \times r}$  και  $f_2 \in R^{1 \times r}$ , δηλαδή :

$$e(t) = [e(t) \ e^{(1)}(t)]^T, f_1 \in R^{1 \times 2} \text{ και } f_2 \in R^{1 \times 2}$$

Επομένως με βάση τα παραπάνω προκύπτει ότι το σήμα εισόδου ελέγχου προσδιορίζεται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$u(t) = -K_1 \iint e(\tau) d\tau - K_2 \int e(\tau) d\tau - K_3 z(t) \quad (7.12)$$

όπου

$$K_1 = f_1$$

$$K_2 = f_2$$

και

$$K_3 = [f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6]$$

Όταν οι επιθυμητοί πόλοι το συστήματος είναι  $p_1 = -7.9100$ ,  $p_2 = -0.9$ ,  $p_3 = -300$ ,  $p_4 = -300$ ,  $p_5 = -350$  και  $p_6 = -400$ , οι παράμετροι του ελεγκτή θα είναι:

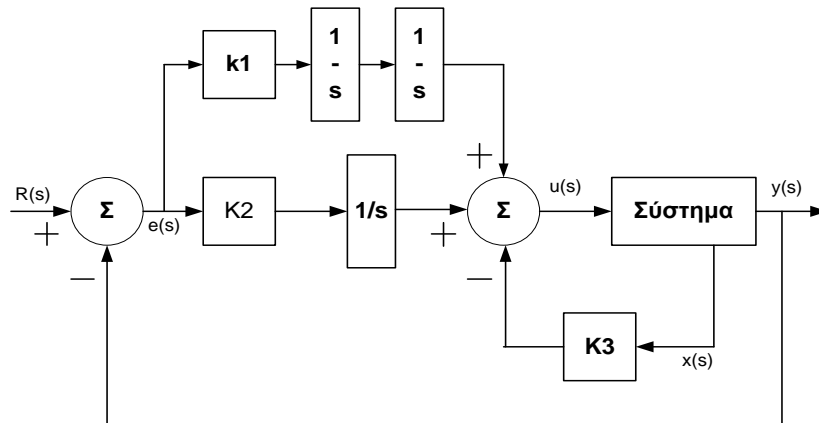
$$K_1 = f_1 = 7.71197 \cdot 10^{-15}$$

$$K_2 = f_2 = 9.64936 \cdot 10^{-15}$$

$$K_3 = [f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6] = [1.51824 \cdot 10^{-5} \ 1.79981 \cdot 10^{-7} \ 1.98577 \cdot 10^{-14} \ 1.2 \cdot 10^{-4}]$$



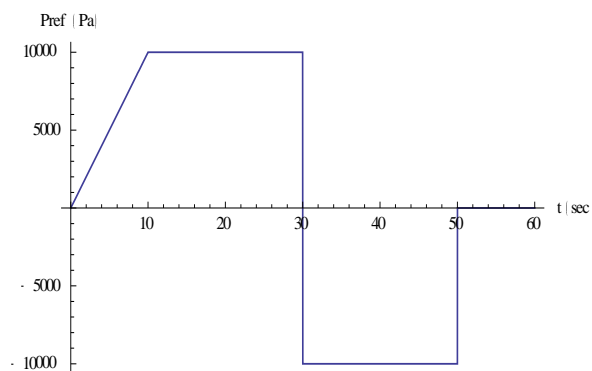
Η κυκλωματική υλοποίηση του παραπάνω ελεγκτή φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



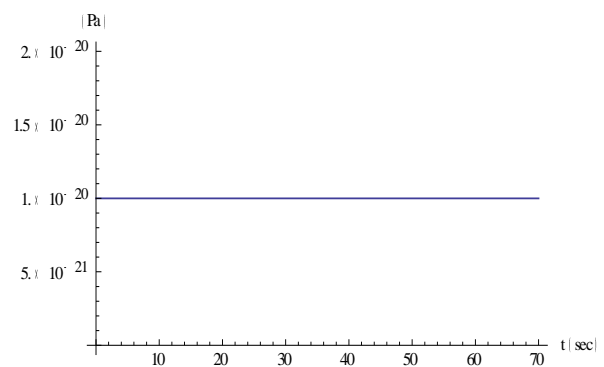
Εικόνα 7.1: Κυκλωματική υλοποίηση

### 7.1. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου αντλίας

Οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης του γραμμικού συστήματος κλειστού βρόχου το οποίο προκύπτει ύστερα από την εφαρμογή του συγκεκριμένου νόμου ελέγχου στο σύστημα της αντλίας, το οποίο περιγράφεται από τις σχέσεις (3.17) και (3.18), και το οποίο διεγείρεται από μία είσοδο  $w(t)$ , η συνάρτησης της οποίας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

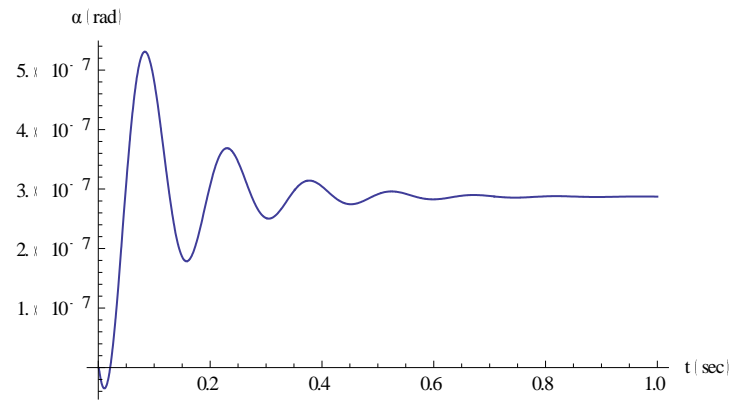


Εικόνα 7.2: Σήμα διέγερσης

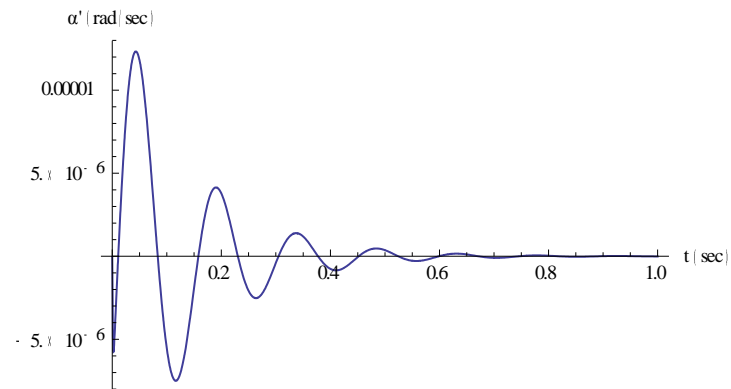


Εικόνα 7.3: Σήμα διαταραχής

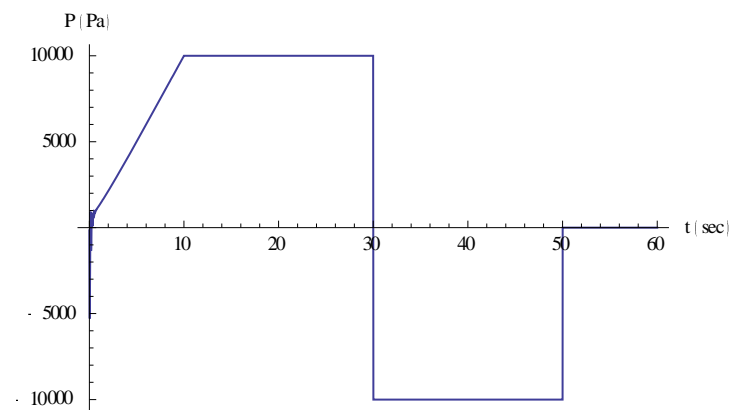
δίνονται στα παρακάτω σχήματα:



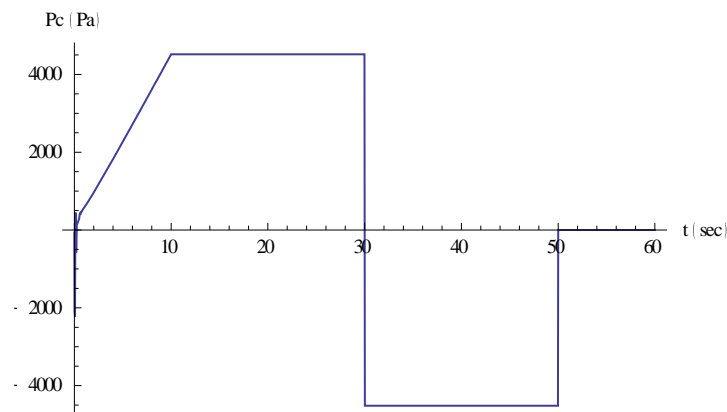
Εικόνα 7.4: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



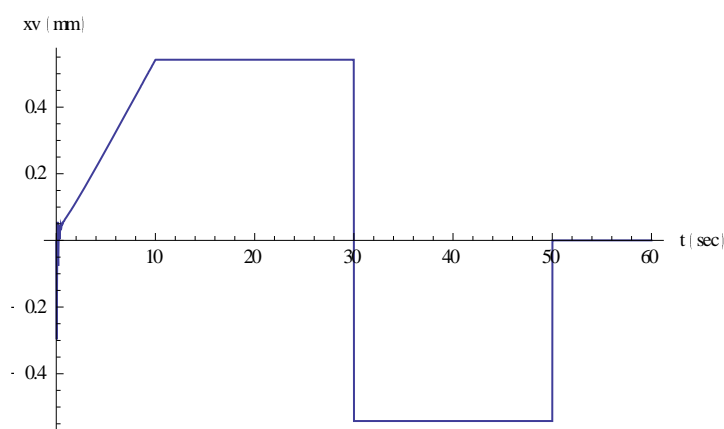
Εικόνα 7.5: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 7.6: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 7.7: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας



Εικόνα 7.8: Σήμα εισόδου

## 7.2. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής παρακολούθησης αυθαίρετου σήματος αναφοράς για το σύστημα της αντλίας προκειμένου να παρακολουθείτε το σήμα αναφοράς της εισόδου και το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας να μηδενίζεται. Στην συνέχεια σχεδιάστηκε ο ελεγκτής και προσδιορίστηκαν οι τιμές των βαθμών ελευθερίας σχεδίασης του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου της αντλίας να παρακολουθεί το σήμα αναφοράς αυτό. Τέλος ακολούθησε η προσομοίωση του συστήματος κλειστού βρόχου και παρουσιάστηκε το σήμα εισόδου του συστήματος και οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης, όταν το σήμα αναφοράς της εισόδου και η διαταραχή του συστήματος είναι μία συνάρτηση κλίσης και μία συνάρτηση βήματος αντίστοιχα.

Όπως παρατηρείτε στη Εικόνα 7.6 η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας με την συγκεκριμένη τεχνική ελέγχου είναι ίση με την επιθυμητή πίεση (Εικόνα 7.2) μετά από 0.5 sec .

## 8. Ελεγκτής Τριών Όρων

Στο Κεφάλαιο αυτό θα σχεδιαστεί ελεγκτής τριών όρων ή αλλιώς PID ελεγκτής και θα προσδιοριστούν τα κέρδη του προκειμένου η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου να ακολουθεί μία επιθυμητή εξωτερική εντολή.

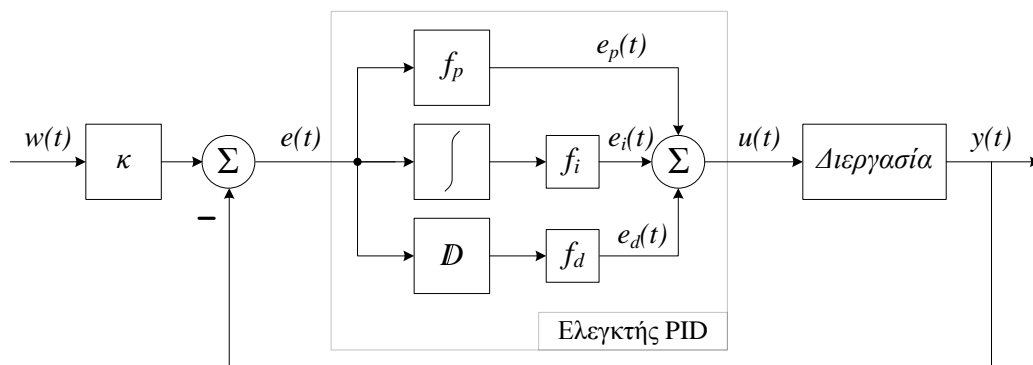
Οι ελεγκτές τριών όρων χρησιμοποιούνται εκτεταμένα σε συστήματα που συναντάμε κυρίως στον τομέα της βιομηχανίας. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι επειδή οι ελεγκτές αυτού του τύπου είναι ιδιαίτερα εύκολο να σχεδιαστούν και να υλοποιηθούν και ταυτόχρονα προσφέρουν πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η συνάρτηση μεταφοράς ενός *PID* ελεγκτή συνεχούς χρόνου δίνεται από την παρακάτω σχέση [43]-[45]:

$$PID(s) = f_p + \frac{1}{s} f_i + s f_d \quad (8.1)$$

ή

$$PID(s) = \frac{f_d s^2 + s f_p + f_i}{s} \quad (8.2)$$

Ο όρος *PID* προέρχεται από τα αρχικά των λέξεων Proportional, Integral και Derivative. Οι παράμετροι αυτού του ελεγκτή είναι το αναλογικό κέρδος  $f_p$ , το κέρδος ολοκλήρωσης  $f_i$ , το κέρδος διαφορίσης  $f_d$  και το κέρδος προαντιστάθμισης  $\kappa$ . Ο αναλογικός όρος  $f_p$  είναι ανάλογος του σφάλματος  $e(t)$ , ο ολοκληρωτικός όρος  $f_i$  είναι ανάλογος του ολοκληρώματος του σφάλματος και ο διαφορικός όρος  $f_d$  είναι ανάλογος της παραγώγου του σφάλματος. Το αναλυτικό διάγραμμα προαντισταθμιστή-*PID* ελεγκτή-συστήματος φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



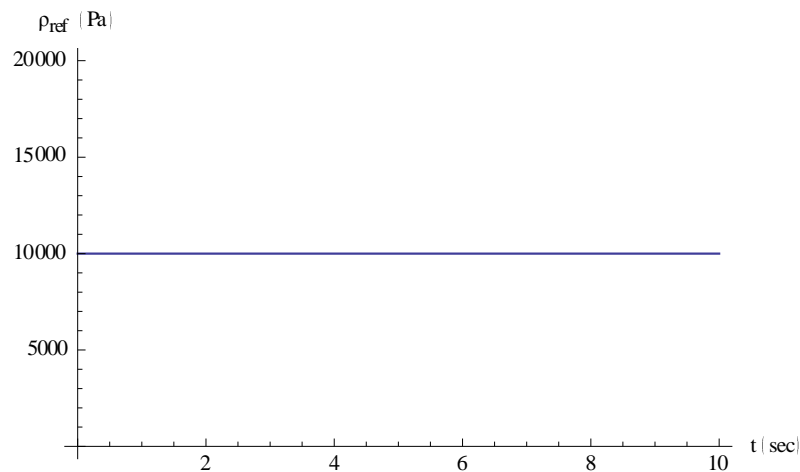
Εικόνα 8.1: Διάγραμμα συστήματος-P.I.D. ελεγκτή.

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα το σήμα εξόδου του ελεγκτή αποτελείται από τα σήματα των τριών όρων του. Ο αναλογικός όρος χρησιμεύει στην εξάλειψη των ταλαντώσεων στη μόνιμη κατάσταση όμως αρκετές φορές καταλήγει σε σταθερό μόνιμο σφάλμα μεταξύ της πραγματική και της επιθυμητής τιμής. Ο ολοκληρωτικός όρος χρησιμεύει στο να μηδενίζει το σφάλμα του συστήματος κλειστού βρόχου στη μόνιμη κατάσταση και ο διαφορικός όρος βελτιώνει τη συμπεριφορά της βηματικής απόκρισης του συστήματος κλειστού βρόχου και την ευστάθειά του. Ο *PID* ελεγκτής αυξάνει πάντα την τάξη του συστήματος κατά ένα, λόγω του ολοκληρωτικού όρου. Χρησιμοποιείται ανατροφοδότηση εξόδου κατά τη σύνδεσή του στο σύστημα και δίνεται η δυνατότητα αυθαίρετης τοποθέτησης πόλων.

Παρά τα πολλά πλεονεκτήματά του ο *PID* ελεγκτής παρουσιάζει και δύο σημαντικά μειονεκτήματα. Ο διαφορικός όρος ενισχύει το θόρυβο που εμφανίζεται στην απόκριση του συστήματος και ο ολοκληρωτικός όρος έχει έναν ασταθή πόλο στο μηδέν. Για την επίλυση αυτών των προβλημάτων επιλέγεται πολλές φορές να χρησιμοποιούνται ανάλογα με τη διεργασία εναλλακτικές μορφές του *PID* ελεγκτή ενός ή δύο όρων όπως είναι οι *P*, *PI* και *PD* ελεγκτές.

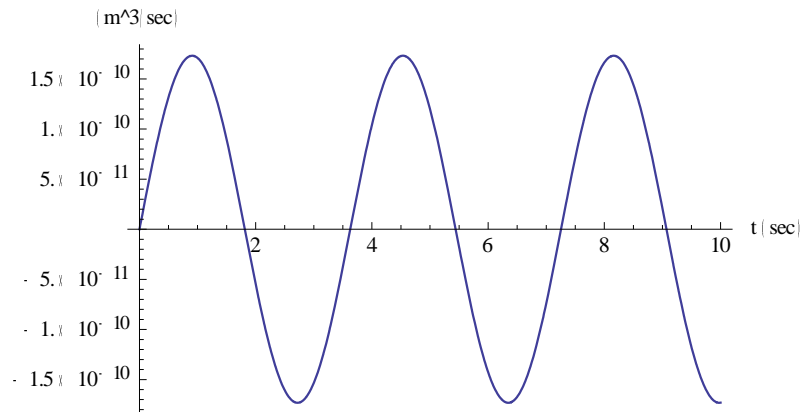
### 8.1.Εφαρμογή *PID* ελεγκτή και προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου

Στο σύστημα της αντλίας όπως αυτό περιγράφεται από τις σχέσεις (3.17) και (3.18) θα εφαρμοστεί ο *PID* ελεγκτής ο οποίος ορίστηκε παραπάνω και θα προσδιοριστούν οι τιμές των κερδών του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου να ακολουθεί βηματική εντολή, η συνάρτηση της οποίας φαίνεται από το ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 8.2: Σήμα διέγερσης εισόδου

ενώ στο σύστημα επιδρά διαταραχή της μορφής:



Εικόνα 8.3: Σήμα διαταραχής

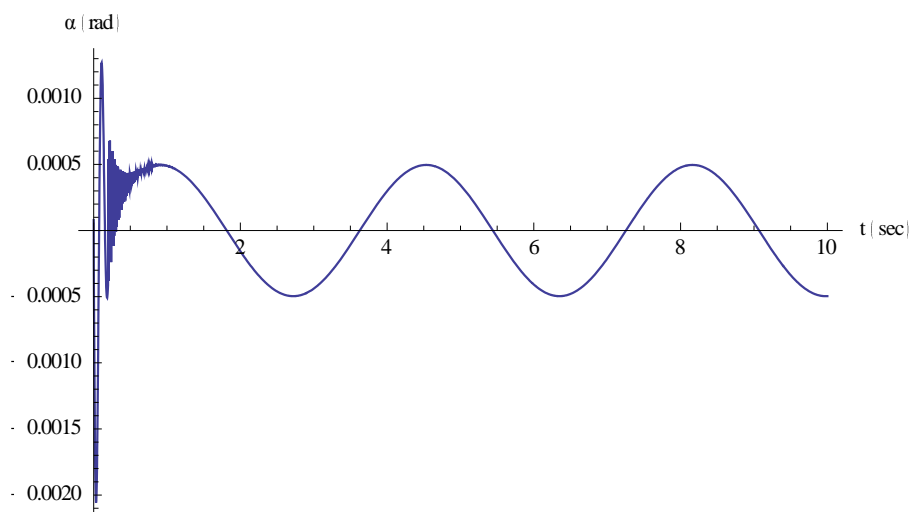
Για την ικανοποίηση του κριτηρίου της ευστάθειας του συστήματος κλειστού βρόχου, οι ικανές και αναγκαίες συνθήκες για τα κέρδη του ελεγκτή είναι:

$$f_P \in (-177.499 \quad 0.338327)$$

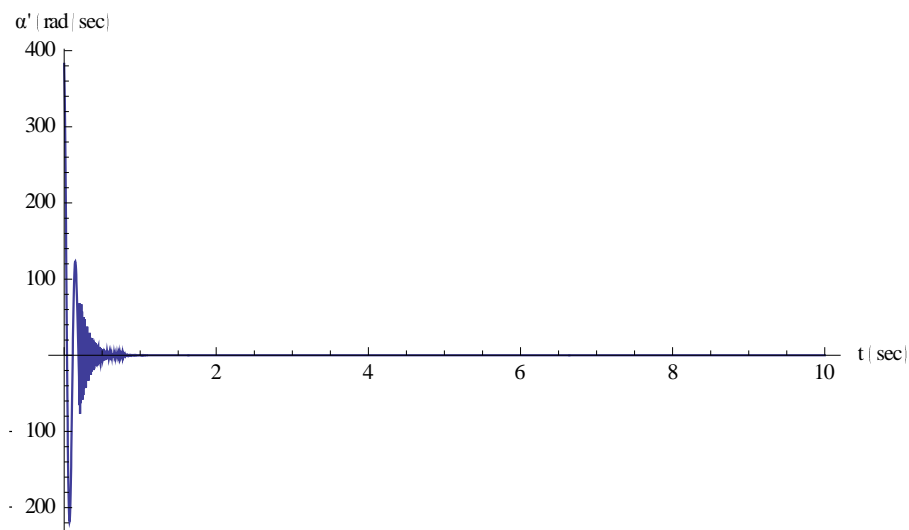
$$f_I < 0$$

$$f_D > -33017.7$$

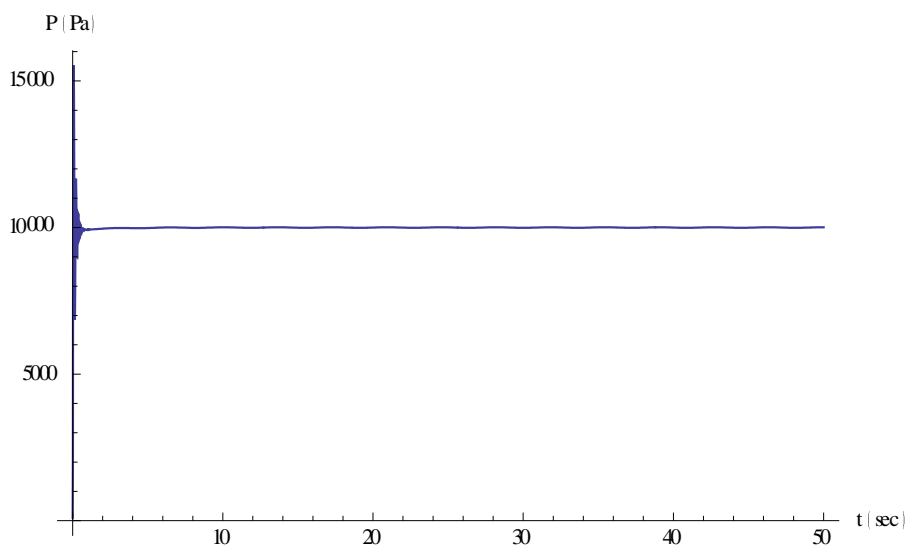
Επιλέγοντας τις τιμές  $f_P = -40$ ,  $f_I = -17$  και  $f_D = -9$  οι αποκρίσεις του γραμμικού συστήματος κλειστού βρόχου της αντλίας δίνονται από τα παρακάτω σχήματα:



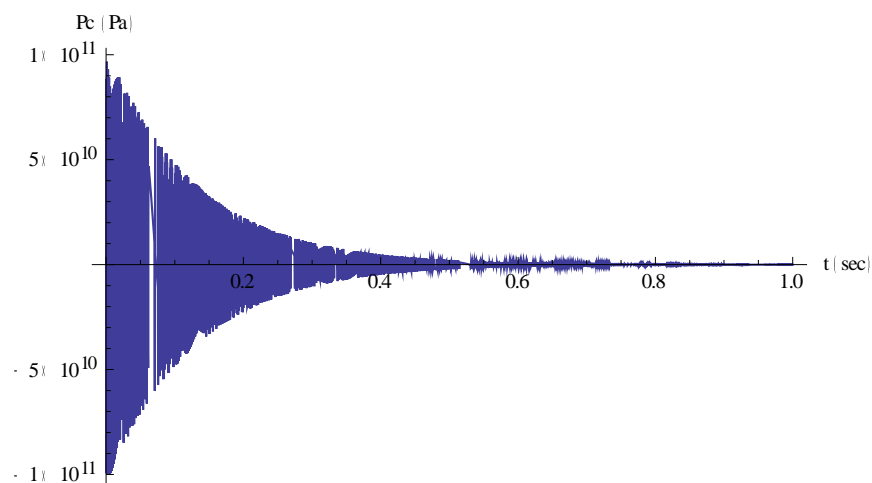
Εικόνα 8.4: Γωνία κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 8.5: Γωνιακή ταχύτητα κεκλιμένης πλάκας



Εικόνα 8.6: Πίεση ροής εκκένωσης αντλίας



Εικόνα 8.7: Πίεση εντός θαλάμου αντλίας

## 9. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής τριών όρων – PID ελεγκτής για το σύστημα της αντλίας προκειμένου η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου να ακολουθεί μια εξωτερική επιθυμητή εντολή και το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας να μηδενίζεται. Στην συνέχεια σχεδιάστηκε ο ελεγκτής και προσδιορίστηκαν οι τιμές των βαθμών ελευθερίας σχεδίασης του προκειμένου το σύστημα κλειστού βρόχου της αντλίας να ακολουθεί την εξωτερική εντολή αυτή. Τέλος ακολούθησε η προσομοίωση του συστήματος κλειστού βρόχου αυτού και παρουσιάστηκαν οι αποκρίσεις του διανύσματος κατάστασης, όταν το σήμα διέγερσης της εισόδου είναι μία βηματική συνάρτηση ενώ η διαταραχή του συστήματος είναι ημιτονοειδή.

Όπως παρατηρείτε στη Εικόνα 8.6 η πίεση ροής εκκένωσης της αντλίας με την συγκεκριμένη τεχνική ελέγχου είναι ίση με την επιθυμητή πίεση (Εικόνα 8.2) μετά από 0.8 sec .



## 9. Βιβλιογραφία

- [1] Hongliu Du, Noah D. Manring, 'A single-Actuator for Hydraulic Variable Displacement Pump', Proceeding of the American Control Conference Arlington, VA June 25-27, 2001.
- [2] Akers, A. and Lin, S. J.. 1988. "Optimal control Theory Applied to a Pump with single-Stage Electrohydraulic servovalve," ASME Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, Vol. 110, No. 2, pp. 120-125.
- [3] Du, H. and Manring N. D, 2000, "An Adaptive Pressure Servocontrol Design for Variable Displacement Pumps," Proceedings of the ASME Intemional Mechanical Engineering congress and Exposition, 2000, DSC-Vol. 96-1, pp.305-312.
- [4] Lmtto, B., Jansson, A. and Palmberg, J-O., 1989, "A New Concept of Computer Controlled Electro-Hydraulic System: The PQ Pump. Combined Pump and Valve Control," Second Bath International Fluid Power Workshop - fluid Power Components and Systems.
- [5] Lin, S. J. and Akers, A., 1990, "Optimal control Theory Applied to Pressure-Controlled Axial Piston Pump Design," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 112, No. 3, pp. 475-481.
- [6] Manring, N. D. and Johnson, R.. 1996, "Modeling and Designing a Variable Displacement Open-Loop Pump," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 118, pp.267-271.
- [7] Manring, N. D. and Lueche, G. R., 1998, "Modeling and Designing a Hydraulic Transmission with a Fixed-Displacement Motor," ASME Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, Vol. 120, No. 1, pp. 45-49.
- [8] Manring, N. D., 1999, "The Control and Containment Forces on the Swash Plate of an Axial Piston Pump," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 121, No. 4, pp. 599-605
- [9] Memtt, H. E., 1967, Hydraulic Control System, John Wiley & Sons. New York,  
Zeliang Li, Thesis, 'Condition Monitoring of Axial Piston Pump', University of Saskatchewan Saskatoon, 2007.
- [10] Hongliu Du, 'Pressure Control with Power Limitation for Hydraulic Variable Displacement Piston Pump', Proceeding of the American Control Conference Anchorage, AK May 8-10, 2002.
- [11] Astrom, K. J. and Wittenmark, B., Computer Controlled Systems Theory and Design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.

- [12] Campo, P. J., Morari, M., and Nett, C., N., “Multivariable anti-windup and bumpless transfer,” the Proceedings of 1989 American Control Conference, Pittsburgh, PA, 1989, pp.1706-1711.
- [13] Du, Hongliu and Manring Noah D., “A Single-actuator Control Design for Hydraulic Variable Displacement Pumps,” the Proceedings of 2001 American Control Conference, Arlington, VA, June, 2001, pp. 4484-4489.
- [14] Du, Hongliu, “ An E/H Displacement and Power Control Design for Hydraulic Variable Displacement Pumps,” in the Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, New York, NY, Nov. 2001.
- [15] Edwards, Christopher and Postlethwaite, Ian, “Anti-windup and Bumpless-transfer schemes,” *Automatica*, Vol. 34, No2, pp. 199-210, 1998.
- [16] Graebe, Stefan F, and Ahlen Anders, “Bumpless Transfer,” in *The Control Handbook*, CRC Press, 1995, pp. 381-388.
- [17] Zheng, Danian and Alleyne, Andrew, “Learning Control of an Electro-hydraulic Injection Molding Machine with Smoothed Fill-to Pack Transition,” the Proceedings of 2000 American Control Conference, Chicago, IL, June, 2000.
- [18] A. Stepanoff, “Centrifugal and axial flow pumps: theory, design and application”. 2nd edition, John Wiley & Sons.
- [19] Αθανάσιος Τ. Ρούτουλας, ‘Υδραυλικά και Πνευματικά Συστήματα, Εφαρμογές’, Εκδόσεις Εμμανουηλίδης, 2003.
- [20] Joe Evans, PhD ‘A Brief Introduction to Centrifugal Pumps’.
- [21] Σιμωνίδης Βαρθολομαίος, Διπλωματική Εργασία ‘Διάγνωση Βλαβών και Προβλεπτική Συντήρηση στα Υδραυλικά Συστήματα’, Αθήνα 2007.
- [22] Ivantysyn, J., and Ivantysynova, M., 2001, *Hydrostatic Pumps and Motors*, Akademia Books International, New Delhi.
- [23] Noan D.Manring and Sureh B.Kasaragadda, ‘The Theoretical Flow Ripple of an External Gear Pump’, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 125, pp. 396-404, 2003.
- [24] Cheremisinoff, Nicholas P. and Paul N. Cheremisinoff, ‘Pumps and Plumping Operations’, Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc., 1992.
- [25] Ewbank Thomas, ‘A Description and Historical Account of Hydraulic and Other Machines for Raising Water’, New York: A New York Times Company, 1972.
- [26] Fraser Warren H., Igor G. Karassik and William C. Krutzch, ‘*Pump Handbook*’, New York: McGraw-Hill Book Company, 1986.
- [27] Warring R.H., ‘*Pumps: Selection, Systems and Applications*’, Houston: Gulf Publishing Company, 1984.

- [28] Γ.Α. Τερζίδη και Ζ.Γ. Παπαζαφειρίου, 'Γεωργική Υδραυλική', Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.
- [29] Dr. R.S. Varshney, 'Modern Methods of Irrigation', Kluwer Academic Publishers, GeoJournal 35.1, pp. 59-63, 1995.
- [30] Dr. K.T. Chandy, 'Methods of Irrigation', Agricultural and Environmental Education, No. 57.
- [31] Snyder, R. L.; Melo-Abreu, J. P. (2005). "Frost protection: fundamentals, practice, and economics – Volume 1", Food and Agriculture Organization of the United Nations. ISSN: 1684-8241.
- [32] ILRI, Effectiveness and Social/Environmental Impacts of Irrigation Projects: a Review. In: Annual Report 1988, International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), Wageningen, The Netherlands, pp. 18 - 34 , 1989.
- [33] 'Irrigation in the Near East in Figures', Food and Agricultural Organization of the United Nations, Rome 1997, Reprinted 2003.
- [34] Π.Ν. Παρασκευόπουλος "Εισαγωγή στον Αυτόματο Έλεγχο, Θεωρεία και Εφαρμογές", Πρώτη Έκδοση, Αθήνα 2004.
- [35] Chen, C. T.: Linear System Theory and Design. Holt, Rinehart and Winston, New York, (1984).
- [36] Horowitz, I. M.: Synthesis Feedback Systems. New York Academic (1963).
- [37] Dorf, R. C., and Bishop, R. H.: Modern Control Systems, 9th ed., prentice Hall (2001).
- [38] Goodwin, G. C., Graebe, S. F., Salgado M.E. : Control System Design, Prentice Hall (2001)
- [39] F. N. Koumboulis, M. G. Skarpetis, N. D. Kouvakas and B. G. Mertzios, "Tracking control of an articulated vehicle using P-D feedback", Ktisivios, Santorini, Greece, June 28-30, 2001.
- [40] Corless, M. J., Leitmann, G., and Ryan, E. P.: Tracking in the presence of bounded uncer-tainties, presented at the 4th Int. Conf. Control Theory, Cambridge, U.K., Sept. (1984).
- [41] Skarpetis, M. G., F. N. Koumboulis and Ntellis, A.: Robust Asymptotic Output Tracking for Four-Wheel-Steering Vehicles, IEEE International Conference on Mechatronics, (ICM 2006), July 3-5, Budapest, Hungary, pp. 488-492 (2006).
- [42] Skarpetis, M. G., Koumboulis, F. N., Ntellis, A.: Robust Tracking and Disturbance Atten-uation Controllers for Automatic Steering, 14th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'06), June 28-30, Ancona, Italy (2006).
- [43] Φώτης Ν. Κουμπουλής, 'Βιομηχανικός Έλεγχος', Εκόσεος Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 1999.

- [44] Koumboulis, F.N., Skarpetis, M. G., Tzamtzi, M.P.: Robust PI Controllers for Command Following with Application to an Electropneumatic Actuator, Proceedings of the 14th Mediterranean Conference on Control Automation, Ancona, Italy (2006).
- [45] Koumboulis, F.N., Skarpetis, M. G., Tzamtzi, M.P.: Robust PID Controller Design with Application to a Flight Actuator, Proceedings of the 32nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'06), pp. 4725-4730 (2006).
- [46] Skarpetis, M. G., Koumboulis, F. N., Ntellis, A.: Robust Arbitrary Reference Command Tracking with Application to Hydraulic Actuators. In Proceedings of the 9th International Conference on Informatics in Control Automation and Robotics, pp. 94-102 (2012)

## *Παράρτημα – Κώδικας Mathematica*

### **A. Προσομοίωση συστήματος ανοιχτού βρόχου**

a11=0;

a41=0;

a12=1;

a32=0;

a13=0;

a43=0;

a14=0;

a34=0;

Jsp=0.127;

k=3185;

mp=0.506;

m1=0.136;

m2=0.264;

Ap=0.00079;

Ac=0.00078;

A1=0.00064;

Vc=0.000025;

$\omega=209.44$ ;

n=9;

r=0.067;

rh=0.0127;

rsp=0.005;

L1=0.092;

L2=0.092;

Lc=0.092;

pl=16;

$\beta=1500 \cdot 10^6$ ;

Cd=0.61;

Vt=0.0062;

V0=0.00007;

$\gamma=0.34906585$ ;

```

csp=2.5;
ρ=833;
c1=3.2;
c2=14.1;
c=3.2;
clc=0.06;
kcyl=10;
Vcyl=0.1;
Clh=2.3*10-12;
KG=0.01;
ΔPop=1*106;
kq=0.5;

a21=-(k*L12+0.5*n*r2*mp*ω2)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a31=β*KG*ω/Vt;
a22=-(csp+c1*L12+c2*L22+0.5*n*r2*c)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a42=-Ac*Lc*β/Vc;
a23=(A1*L1-n*r*Ap*γ/2*Pi)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a33=-β*Clh/Vt;
a24=(-Ac*Lc)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a44=-clc*β/Vc;
b41=kq*β*√ΔPop/Vc;
b32=-β*β/(Vc*Vt);

A=({{a11, a12, a13, a14},{a21, a22, a23, a24},{a31, a32, a33, a34},{a41, a42, a43, a44}});
B=({{0},{0},{0},{b41}});
DD=({{0},{0},{b32},{0}});
CC=({{0, 0, 1, 0}});
H1=FullSimplify[Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A].B*(10000/s)];
H2=FullSimplify[Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A].DD*(0.000000001/s)];
TOpen=H1+H2;
TTOpen=Simplify[InverseLaplaceTransform[TOpen,s,t]];
Plot[InverseLaplaceTransform[0.000000001/s,s,t],{t,0,100},PlotRange→All]
Plot[InverseLaplaceTransform[10000/s,s,t],{t,0,100},PlotRange→All]
Line1=Part[TTOpen[[1]]];
Line2=Part[TTOpen[[2]]];

```

Line3=Part[TTOpen[[3]]];

Line4=Part[TTOpen[[4]]];

Plot[Line1,{t,0,10000},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha$  (rad)"}]

Plot[Line2,{t,0,10000},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha'$  (rad/sec)"}]

Plot[Line3,{t,0,10000},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","P (kPa)"}]

Plot[Line4,{t,0,10000},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","Pc (kPa)"}]

## **B. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου - Τοποθέτηση πólων**

a11=0;

a41=0;

a12=1;

a32=0;

a13=0;

a43=0;

a14=0;

a34=0;

Jsp=0.127;

k=3185;

mp=0.506;

m1=0.136;

m2=0.264;

Ap=0.00079;

Ac=0.00078;

A1=0.00064;

Vc=0.000025;

$\omega$ =209.44;

n=9;

r=0.067;

rh=0.0127;

rsp=0.005;

$$L1=0.092;$$

$$L2=0.092;$$

$$Lc=0.092;$$

$$pl=16;$$

$$\beta=1500*10^6;$$

$$Cd=0.61;$$

$$Vt=0.0062;$$

$$V0=0.00007;$$

$$\gamma=0.34906585;$$

$$csp=2.5;$$

$$\rho=833;$$

$$c1=3.2;$$

$$c2=14.1;$$

$$c=3.2;$$

$$clc=0.06;$$

$$kcyl=10;$$

$$Vcyl=0.1;$$

$$Clh=2.3*10^{-12};$$

$$KG=0.01;$$

$$\Delta Pop=1*10^6;$$

$$kq=0.5;$$

$$a21=-(k*L1^2+0.5*n*r^2*mp*\omega^2)/(Jsp+L1^2*m1+L2^2*m2+0.5*n*r^2*mp);$$

$$a31=\beta*KG*\omega/Vt;$$

$$a22=-(csp+c1*L1^2+c2*L2^2+0.5*n*r^2*c)/(Jsp+L1^2*m1+L2^2*m2+0.5*n*r^2*mp);$$

$$a42=-Ac*Lc*\beta/Vc;$$

$$a23=(A1*L1-n*r*Ap*\gamma/2*Pi)/(Jsp+L1^2*m1+L2^2*m2+0.5*n*r^2*mp);$$

$$a33=-\beta*Clh/Vt;$$

$$a24=(-Ac*Lc)/(Jsp+L1^2*m1+L2^2*m2+0.5*n*r^2*mp);$$

$$a44=-clc*\beta/Vc;$$

$$b41=kq*\beta*\sqrt{\Delta Pop}/Vc;$$

$$b32=-\beta*\beta/(Vc*Vt);$$

$$A=({{a11, a12, a13, a14},{a21, a22, a23, a24},{a31, a32, a33, a34},{a41, a42, a43, a44}})$$

$$B=({{0},{0},{0},{b41}});$$

$$Da=({{0}, {0},{b32},{0}});$$



```

CC={{0, 0, 1, 0}}
S=Join[B,A,B,A.A.B,A.A.A.B,2]
MatrixRank[S]
InvS=Simplify[Inverse[S]]
q={{0, 0, 1/(a24 a31 b41), 0}};
P=Join[q,q.A,q.A.A,q.A.A.A]
T=Inverse[P]
InvT=Simplify[Inverse[T]]
Astar=Simplify[InvT.A.T]
Bstar=InvT.B
Bstar//MatrixForm
Ad={{ {p1, 0, 0, 0}, {0, p2, 0, 0}, {0, 0, p3, 0}, {0, 0, 0, p4} }}
SS=IdentityMatrix[4];
MatrixRank[SS]
SSBstar=SS.Bstar
Bstarwing=1;
SSAstar=SS.Astar
Abarstar={{ {0, 1, 0, 0}, {0, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 1} }};
Astarwing={{ -a23 a31 a44+a21 a33 a44, a23 a31-a24 a33 a42+a22 a33 a44-a21 (a33+a44),
a21+a24 a42-a33 a44-a22 (a33+a44), a22+a33+a44 } };
Q={{ {Q11, Q12, Q13, Q14},{Q21, Q22, Q23, Q24},{Q31, Q32, Q33, Q34},{Q41, Q42,
Q43, Q44}}}
SSQ=SS.Q
Qbar={{ {Q11, Q12, Q13, Q14},{Q21, Q22, Q23, Q24},{Q31, Q32, Q33, Q34} }}
Qwing={{ {Q41, Q42, Q43, Q44} }}

p1=-100.0;
p2=-150.0;
p3=-200.0;
p4=-250.0;

Q21=p1*Q11;
Q22=p2*Q12;
Q23=p3*Q13;
Q24=p4*Q14;

```

$$Q_{31}=p_1*Q_{21};$$

$$Q_{32}=p_2*Q_{22};$$

$$Q_{33}=p_3*Q_{23};$$

$$Q_{34}=p_4*Q_{24};$$

$$Q_{41}=p_1*Q_{31};$$

$$Q_{42}=p_2*Q_{32};$$

$$Q_{43}=p_3*Q_{33};$$

$$Q_{44}=p_4*Q_{34};$$

$$Q_{11}=1;$$

$$Q_{12}=1;$$

$$Q_{13}=1;$$

$$Q_{14}=1;$$

$$Q={{\{Q_{11}, Q_{12}, Q_{13}, Q_{14}\},\{Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}, Q_{24}\},\{Q_{31}, Q_{32}, Q_{33}, Q_{34}\},\{Q_{41}, Q_{42}, Q_{43}, Q_{44}\}}}$$

$$\text{MatrixRank}[Q]$$

$$F_{\text{star}}=\text{Simplify}[Q_{\text{wing}}.\text{Ad}.\text{Inverse}[Q]-A_{\text{star}}_{\text{wing}}];$$

$$F=\text{FullSimplify}[F_{\text{star}}.\text{Inverse}[T]];$$

$$P_{\text{cl}}=\text{Simplify}[\text{Det}[s*\text{IdentityMatrix}[4]-A-B.F]]$$

$$\text{Solve}[P_{\text{cl}}=0,s]$$

$$H_1=\text{FullSimplify}[\text{Inverse}[s*\text{IdentityMatrix}[4]-A-B.F].B*(10000/s)];$$

$$H_2=\text{FullSimplify}[\text{Inverse}[s*\text{IdentityMatrix}[4]-A-B.F].D_a*(0.00000000001/s)];$$

$$CC_{\text{close}}=H_1+H_2$$

$$\text{respde}=\text{Simplify}[F.CC_{\text{close}}]$$

$$T_{\text{Open11}}=\text{InverseLaplaceTransform}[\text{Take}[CC_{\text{close}},\{1\},\{1\}],s,t]$$

$$T_{\text{Open21}}=\text{InverseLaplaceTransform}[\text{Take}[CC_{\text{close}},\{2\},\{1\}],s,t]$$

$$T_{\text{Open31}}=\text{InverseLaplaceTransform}[\text{Take}[CC_{\text{close}},\{3\},\{1\}],s,t]$$

$$T_{\text{Open41}}=\text{InverseLaplaceTransform}[\text{Take}[CC_{\text{close}},\{4\},\{1\}],s,t]$$

$$T_{\text{Open51}}=\text{InverseLaplaceTransform}[\text{respde},s,t]$$

$$kk=1$$

$$\text{Plot}[T_{\text{Open11}},\{t,0,kk\},\text{PlotRange}\rightarrow\text{All},\text{AxesLabel}\rightarrow\{ "t (sec)", "\alpha (rad)" \}]$$

Plot[TOpen21,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha'$  (rad/sec)"}]

Plot[TOpen31,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","P (Pa)"}]

Plot[TOpen41,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","Pc (Pa)"}]

Plot[TOpen51,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","xv (mm)"}]

### **C. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου - Προσεγγιστική ακολουθήση βηματικής εντολής**

a11=0;

a41=0;

a12=1;

a32=0;

a13=0;

a43=0;

a14=0;

a34=0;

Jsp=0.127;

k=3185;

mp=0.506;

m1=0.136;

m2=0.264;

Ap=0.00079;

Ac=0.00078;

A1=0.00064;

Vc=0.000025;

$\omega$ =209.44;

n=9;

r=0.067;

rh=0.0127;

rsp=0.005;

L1=0.092;

L2=0.092;

Lc=0.092;

$p_l=16;$

$\beta=1500 \cdot 10^6;$

$C_d=0.61;$

$V_t=0.0062;$

$V_0=0.00007;$

$\gamma=0.34906585;$

$c_{sp}=2.5;$

$\rho=833;$

$c_1=3.2;$

$c_2=14.1;$

$c=3.2;$

$c_{lc}=0.06;$

$k_{cyl}=10;$

$V_{cyl}=0.1;$

$Cl_h=2.3 \cdot 10^{-12};$

$KG=0.01;$

$\Delta P_{op}=1 \cdot 10^6;$

$k_q=0.5;$

$a_{21} = -(k \cdot L_1^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p \cdot \omega^2) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$

$a_{31} = \beta \cdot KG \cdot \omega / V_t;$

$a_{22} = -(c_{sp} + c_1 \cdot L_1^2 + c_2 \cdot L_2^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot c) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$

$a_{42} = -Ac \cdot Lc \cdot \beta / Vc;$

$a_{23} = (A_1 \cdot L_1 - n \cdot r \cdot Ap \cdot \gamma / 2 \cdot \Pi) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$

$a_{33} = -\beta \cdot Cl_h / V_t;$

$a_{24} = (-Ac \cdot Lc) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$

$a_{44} = -c_{lc} \cdot \beta / Vc;$

$b_{41} = k_q \cdot \beta \cdot \sqrt{\Delta P_{op}} / Vc;$

$b_{32} = -\beta \cdot \beta / (Vc \cdot V_t);$

$A = (\{ \{ 0, 0, 0, 1, 0 \}, \{ 0, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14} \}, \{ 0, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24} \}, \{ 0, a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34} \}, \{ 0, a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44} \} \});$

$B = (\{ \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ b_{41} \} \});$

$DD = (\{ \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ b_{32} \}, \{ 0 \} \});$

$CC = (\{ \{ 0, 0, 1, 0 \} \});$

```

S=Join[B,A,B,A.A.B,A.A.A.B,A.A.A.A.B,2];
MatrixRank[S]
InvS=Simplify[Inverse[S]];
q1={{1/(a24 a31 b41), 0, 0, 0, 0}}
q1//MatrixForm
P=Join[q1,q1.A,q1.A.A,q1.A.A.A,q1.A.A.A.A];
MatrixRank[P]
T=FullSimplify[Inverse[P]]
InvT=FullSimplify[Inverse[T]]

Astar=Simplify[InvT.A.T]
Bstar=InvT.B
Ad={{p1, 0, 0, 0, 0},{0, p2, 0, 0, 0},{0, 0, p3, 0, 0},{0, 0, 0, p4, 0},{0, 0, 0, 0, p5}}
SS=IdentityMatrix[5];
MatrixRank[SS]
SSBstar=SS.Bstar;
Bstarwing=1;
SSAstar=Simplify[SS.Astar]
Abarstar={{0, 1, 0, 0, 0},{0, 0, 1, 0, 0},{0, 0, 0, 1, 0},{0, 0, 0, 0, 1}}
Astarwing={0, -a23 a31 a44+a21 a33 a44, a23 a31-a24 a33 a42+a22 a33 a44-a21
(a33+a44), a21+a24 a42-a33 a44-a22 (a33+a44), a22+a33+a44}}

Q={{Q11, Q12, Q13, Q14, Q15},{Q21, Q22, Q23, Q24, Q25},{Q31, Q32, Q33, Q34,
Q35},{Q41, Q42, Q43, Q44, Q45},{Q51, Q52, Q53, Q54, Q55}}
SSQ=SS.Q
Qbar={{Q11, Q12, Q13, Q14, Q15},{Q21, Q22, Q23, Q24, Q25},{Q31, Q32, Q33, Q34,
Q35},{Q41, Q42, Q43, Q44, Q45}}
Qwing={{Q51, Q52, Q53, Q54, Q55}}
Q0=Simplify[Abarstar.Q-Qbar.Ad]

Q21=p1*Q11;
Q22=p2*Q12;
Q23=p3*Q13;
Q24=p4*Q14;
Q25=p5*Q15;

```

$$Q31=p1*Q21;$$

$$Q32=p2*Q22;$$

$$Q33=p3*Q23;$$

$$Q34=p4*Q24;$$

$$Q35=p5*Q25;$$

$$Q41=p1*Q31;$$

$$Q42=p2*Q32;$$

$$Q43=p3*Q33;$$

$$Q44=p4*Q34;$$

$$Q45=p5*Q35;$$

$$Q51=p1*Q41;$$

$$Q52=p2*Q42;$$

$$Q53=p3*Q43;$$

$$Q54=p4*Q44;$$

$$Q55=p5*Q45;$$

MatrixRank[Q]

$$Q11=1;$$

$$Q12=1;$$

$$Q13=1;$$

$$Q14=1;$$

$$Q15=1;$$

$$Q={{\{Q11, Q12, Q13, Q14, Q15\},\{Q21, Q22, Q23, Q24, Q25\},\{Q31, Q32, Q33, Q34, Q35\},\{Q41, Q42, Q43, Q44, Q45\},\{Q51, Q52, Q53, Q54, Q55\}}}$$

MatrixRank[Q]

$$Fstar=Simplify[(Qwing.Ad.Inverse[Q]-Astarwing)];$$

$$F=Simplify[Fstar.Inverse[T]];$$

$$Pcl=Chop[Simplify[Det[s*IdentityMatrix[5]-A-B.F]],10^-7]$$

$$Chop[FullSimplify[Solve[Pcl==0,s]],10^-8]$$

$$K1=(p1 p2 p3 p4 p5)/(a24 a31 b41)$$

$$K2={{\{(-a23 a31-a33^3+a33^2 p1+a33^2 p2-a33 p1 p2+a33^2 p3-a33 p1 p3-a33 p2 p3+p1 p2 p3+a33^2 p4-a33 p1 p4-a33 p2 p4+p1 p2 p4-a33 p3 p4+p1 p3 p4+p2 p3 p4+a33^2 p5-a33 p1$$

$p5-a33 p2 p5+p1 p2 p5-a33 p3 p5+p1 p3 p5+p2 p3 p5-a33 p4 p5+p1 p4 p5+p2 p4 p5+p3 p4$   
 $p5+a21 (-a22-a33+p1+p2+p3+p4+p5))/(a24 b41), -((a21+a24 a42-a33 a44-a22 (a33+a44)+p3$   
 $p4+(p3+p4)p5+p2(p3+p4+p5)+p1(p2+p3+p4+p5)-(a22+a33)(-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+$   
 $p5))/(a24 b41)), -((a22 a23 a31+a33^4-a33^3 p1-a33^3 p2+a33^2 p1 p2-a33^3 p3+a33^2 p1 p3+a33^2$   
 $p2 p3-a33 p1 p2 p3-a33^3 p4+a33^2 p1 p4+a33^2 p2 p4-a33 p1 p2 p4+a33^2 p3 p4-a33 p1 p3 p4-$   
 $a33 p2 p3 p4+p1 p2 p3 p4-a33^3 p5+a33^2 p1 p5+a33^2 p2 p5-a33 p1 p2 p5+a33^2 p3 p5-a33 p1$   
 $p3 p5-a33 p2 p3 p5+p1 p2 p3 p5+a33^2 p4 p5-a33 p1 p4 p5-a33 p2 p4 p5+p1 p2 p4 p5-a33 p3$   
 $p4 p5+p1 p3 p4 p5+p2 p3 p4 p5-a23 a31 (-2 a33+p1+p2+p3+p4+p5))/(a24 a31 b41)), (-a22-$   
 $a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5)/b41 \}$

Aa={({a11, a12, a13, a14},{a21, a22, a23, a24},{a31, a32, a33, a34},{a41, a42, a43, a44}});

Ba={{0},{0},{0},{b41}};

Da={({0},{0},{b32},{0}});

PP=FullSimplify[Det[s\*IdentityMatrix[4]-Aa-(Ba.K2)-((K1\*Ba.CC)/s)]]

Solve[PP==0,s]

p1=-350;

p2=-300;

p3=-150;

p4=-250;

p5=-200;

H1=Simplify[Inverse[s\*IdentityMatrix[4]-Aa-(Ba.K2)-((K1\*Ba.CC)/s)].((-Ba\*K1)/s)  
\*(10000/s)];

H2=Simplify[Inverse[s\*IdentityMatrix[4]-Aa-(Ba.K2)-((K1\*Ba.CC)/s)].Da\*  
(0.00000000000000000001/s)];

X=FullSimplify[H1+H2]

respde=Simplify[K2.X-(10000-CC.X)\*K1/s]

Chop[X/MatrixForm,10^-7]

Xt11=InverseLaplaceTransform[Take[X,{1},{1}],s,t];

Xt21=InverseLaplaceTransform[Take[X,{2},{1}],s,t];

Xt31=InverseLaplaceTransform[Take[X,{3},{1}],s,t];

Xt41=InverseLaplaceTransform[Take[X,{4},{1}],s,t];

Xt51=InverseLaplaceTransform[respde,s,t];

kk=1;





rsp=0.005;

L1=0.092;

L2=0.092;

Lc=0.092;

pl=16;

$\beta=1500 \cdot 10^6$ ;

Cd=0.61;

Vt=0.0062;

V0=0.00007;

$\gamma=0.34906585$ ;

csp=2.5;

$\rho=833$ ;

c1=3.2;

c2=14.1;

c=3.2;

clc=0.06;

k cyl=10;

Vcyl=0.1;

Clh= $2.3 \cdot 10^{-12}$ ;

KG=0.01;

$\Delta P_{op}=1 \cdot 10^6$ ;

kq=0.5;

$a_{21} = -(k \cdot L1^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p \cdot \omega^2) / (J_{sp} + L1^2 \cdot m1 + L2^2 \cdot m2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p)$ ;

$a_{31} = \beta \cdot KG \cdot \omega / Vt$ ;

$a_{22} = -(c_{sp} + c1 \cdot L1^2 + c2 \cdot L2^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot c) / (J_{sp} + L1^2 \cdot m1 + L2^2 \cdot m2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p)$ ;

$a_{42} = -Ac \cdot Lc \cdot \beta / Vc$ ;

$a_{23} = (A1 \cdot L1 - n \cdot r \cdot Ap \cdot \gamma / 2 \cdot \Pi) / (J_{sp} + L1^2 \cdot m1 + L2^2 \cdot m2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p)$ ;

$a_{33} = -\beta \cdot Clh / Vt$ ;

$a_{24} = (-Ac \cdot Lc) / (J_{sp} + L1^2 \cdot m1 + L2^2 \cdot m2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p)$ ;

$a_{44} = -clc \cdot \beta / Vc$ ;

$b_{41} = kq \cdot \beta \cdot \sqrt{\Delta P_{op}} / Vc$ ;

$b_{32} = -\beta \cdot \beta / (Vc \cdot Vt)$ ;

A=({{a11, a12, a13, a14},{a22, a21, a23, a24},{a31, a32, a33, a34},{a41, a42, a43, a44}});

B=({{0},{0},{0},{b41}});

```
DD={{0},{0},{b32},{0}};
CC={{0,0,1,0}};
Awing={{0,1,0,0,0,0},{0,0,0,0,1,0},{0,0,a11,a12,a13,a14},{0,0,a21,a22,a23,
a24},{0,0,a31,a32,a33,a34},{0,0,a41,a42,a43,a44}};
Bwing={{0},{0},{0},{0},{0},{b41}};
S=FullSimplify[Join[Bwing,Awing.Bwing,Awing.Awing.Bwing,Awing.Awing.Awing.Bwin
g,Awing.Awing.Awing.Awing.Bwing,Awing.Awing.Awing.Awing.Awing.Bwing,2]];
MatrixRank[S];
F={{f1,f2,f3,f4,f5,f6}};
```

```
Pcl=Simplify[Collect[Det[s*IdentityMatrix[6]-Awing-Bwing.F],s]];
Coeftwo6=Simplify[Coefficient[Pcl,s,6]];
Coeftwo5=Simplify[Coefficient[Pcl,s,5]];
Coeftwo4=Simplify[Coefficient[Pcl,s,4]];
Coeftwo3=Simplify[Coefficient[Pcl,s,3]];
Coeftwo2=Simplify[Coefficient[Pcl,s,2]];
Coeftwo1=Simplify[Coefficient[Pcl,s,1]];
Coeftwo0=Simplify[Coefficient[Pcl,s,0]];
```

```
Ad={{p1,0,0,0,0,0},{0,p2,0,0,0,0},{0,0,p3,0,0,0},{0,0,0,p4,0,0},{0,0,0,0,p5,
0},{0,0,0,0,0,p6}};
```

```
p1=-7.9101;
p2=-0.9;
p3=-200.1;
p4=-300;
p5=-350.0;
p6=-400.0;
```

```
Pd=Simplify[Collect[Det[s*IdentityMatrix[6]-Ad],s]];
CoefPd6=Simplify[Coefficient[Pd,s,6]];
CoefPd5=Simplify[Coefficient[Pd,s,5]];
CoefPd4=Simplify[Coefficient[Pd,s,4]];
CoefPd3=Simplify[Coefficient[Pd,s,3]];
CoefPd2=Simplify[Coefficient[Pd,s,2]];
CoefPd1=Simplify[Coefficient[Pd,s,1]];
```

CoefPd0=Simplify[Coefficient[Pd,s,0]];

aa1=Solve[Coeftwo0-CoefPd0==0,f1];

aa2=Solve[Coeftwo1-CoefPd1==0,f2];

aa3=Solve[Coeftwo5-CoefPd5==0,f6];

Part[aa1,1,1,2];

f1=Part[aa1,1,1,2];

f2=Part[aa2,1,1,2];

f6=Part[aa3,1,1,2];

Simplify[Solve[Coeftwo4-CoefPd4==0&&Coeftwo3-CoefPd3==0&&Coeftwo2-CoefPd2==0,{f3,f4,f5}]]];

f3=1/(a24b41)(-a23a31+a24a33a42-a22a33a44+p3p4p5+p3p4p6+p3p5p6+p4p5p6+a21(-a22+p1+p2+p3+p4+p5+p6)-a22a33(-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5+p6)+p2(p5p6+p4(p5+p6)+p3(p4+p5+p6))+p1(p4p5+p4p6+p5p6+p3(p4+p5+p6)+p2(p3+p4+p5+p6))+a33(-a21-a24a42+a33a44-p3p4-p3p5-p4p5-p3p6-p4p6-p5p6-p2(p3+p4+p5+p6)-p1(p2+p3+p4+p5+p6)+a22(-a22+p1+p2+p3+p4+p5+p6)+a33(-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5+p6))

f4=-1/(a24 b41) (a21+a24 a42-a33 a44+p3 p4+p3 p5+p4 p5+p3 p6+p4 p6+p5 p6+p2 (p3+p4+p5+p6)+p1 (p2+p3+p4+p5+p6)-a22 (-a22+p1+p2+p3+p4+p5+p6)-a33 (-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5+p6))

f5=1/(a24 a31 b41) (-p3 p4 p5 p6+a23 a31 (-a22-a33+p1+p2+p3+p4+p5+p6)-a21 a33 (-a22-a33+p1+p2+p3+p4+p5+p6)+a33<sup>2</sup> (-a21-a24 a42+a33 a44-p3 p4-p3 p5-p4 p5-p3 p6-p4p6-p5p6-p2(p3+p4+p5+p6)-p1(p2+p3+p4+p5+p6)+a22(-a22+p1+p2+p3+p4+p5+p6)+a33(-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5+p6))-p2(p4p5p6+p3(p5p6+p4(p5+p6)))-p1(p3p4p5+p3p4p6+p3p5 p6+p4 p5 p6+p2 (p5 p6+p4 (p5+p6)+p3 (p4+p5+p6)))+a33 (-a23a31+a24a33a42-a22a33a44+p3p4p5+p3p4p6+p3p5p6+p4p5p6+a21(-a22+p1+p2+p3+p4+p5+p6)-a22a33(-a22-a33-a44+p1+p2+p3+p4+p5+p6)+p2(p5p6+p4(p5+p6)+p3(p4+p5+p6))+ p1(p4p5+p4p6+p5p6+p3(p4+p5+p6)+p2 (p3+p4+p5+p6))

Pc11=FullSimplify[Collect[Det[s\*IdentityMatrix[6]-Awing-Bwing.F],s]]

K1=f1;

K2=f2;

K3={{f3, f4, f5, f6}};

```
Solve[Det[s*IdentityMatrix[4]-A-B.K3-((K2*B.CC)/s)-((K1*B.CC)/s^2)]=0,s];
```

```
Clear[qqq];
```

```
qqq[t_]:=t /; 10>t>0;
```

```
qqq[t_]:=10 /; 30>t>10;
```

```
qqq[t_]:=-10 /; 50>t>30;
```

```
qqq[t_]:=0 /; 60>t>50;
```

```
aaa=InverseLaplaceTransform[1000*qqq[t]/s,s,t];
```

```
Plot[aaa,{t,0,60},AxesLabel->{"t (sec)","ρref (m)"},PlotRange->All];
```

```
Plot[InverseLaplaceTransform[0.000000001/s,s,t],{t,0,60},PlotRange->All];
```

```
H1=FullSimplify[Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A-B.K3-((K2*B.CC)/s)-((K1*B.CC)/s^2)]. ((-K2*B)/s)+((-K1*B)/s^2))*(1000*qqq[t]/s)];
```

```
H2=FullSimplify[Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A-B.K3-((K2*B.CC)/s)-((K1*B.CC)/s^2)].DD*(0.000000000000000000001/s)];
```

```
P=H1+H2;
```

```
respde=Simplify[K3.P+(1000*qqq[t]/s-CC.P)*K2/s+(1000*qqq[t]/s-CC.P)*K1/s^2];
```

```
Pinv=InverseLaplaceTransform[P,s,t];
```

```
Chop[Pinv,10^-6]/MatrixForm;
```

```
Take[P,{1},{1}];
```

```
Xt11=InverseLaplaceTransform[Chop[Take[P,{1},{1}],10^-8],s,t];
```

```
Xt21=InverseLaplaceTransform[Take[P,{2},{1}],s,t];
```

```
Xt31=InverseLaplaceTransform[Take[P,{3},{1}],s,t];
```

```
Xt41=InverseLaplaceTransform[Take[P,{4},{1}],s,t];
```

```
Xt51=InverseLaplaceTransform[respde,s,t];
```

```
kk=70;
```

```
Plot[Xt51,{t,0,kk},PlotRange->All,AxesLabel->{"t (sec)","xv (mm)"}]
```

```
Plot[Xt11,{t,0,1},PlotRange->All,AxesLabel->{"t (sec)","α (rad)"}]
```

```
Plot[Xt21,{t,0,1},PlotRange->All,AxesLabel->{"t (sec)","α' (rad/sec)"}]
```

```
Plot[Xt31,{t,0,kk},PlotRange->All,AxesLabel->{"t (sec)","P (Pa)"}]
```

```
Plot[Xt41,{t,0,100},PlotRange->All,AxesLabel->{"t (sec)","Pc (Pa)"}]
```

## **Ε. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου – Ελεγκτής ακολουθήσεως συνάρτησης κλίσης**

a11=0;

a41=0;

a12=1;

a32=0;

a13=0;

a43=0;

a14=0;

a34=0;

Jsp=0.127;

k=3185;

mp=0.506;

m1=0.136;

m2=0.264;

Ap=0.00079;

Ac=0.00078;

A1=0.00064;

Vc=0.000025;

$\omega$ =209.44;

n=9;

r=0.067;

rh=0.0127;

rsp=0.005;

L1=0.092;

L2=0.092;

Lc=0.092;

pl=16;

$\beta$ =1500\*10<sup>6</sup>;

Cd=0.61;

Vt=0.0062;

V0=0.00007;

```

γ=0.34906585;
csp=2.5;
ρ=833;
c1=3.2;
c2=14.1;
c=3.2;
clc=0.06;
kcyl=10;
Vcyl=0.1;
Clh=2.3*10-12;
KG=0.01;
ΔPop=1*106;
kq=0.5;

a21=-(k*L12+0.5*n*r2*mp*ω2)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a31=β*KG*ω/Vt;
a22=-(csp+c1*L12+c2*L22+0.5*n*r2*c)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a42=-Ac*Lc*β/Vc;
a23=(A1*L1-n*r*Ap*γ/2*Pi)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a33=-β*Clh/Vt;
a24=(-Ac*Lc)/(Jsp+L12*m1+L22*m2+0.5*n*r2*mp);
a44=-clc*β/Vc;
b41=kq*β*√ΔPop /Vc;
b32=-β*β/(Vc*Vt);

d1=0;d2=0.01;
A=({{a11, a12, a13, a14},{a21, a22, a23, a24},{a31, a32, a33, a34},{a41, a42, a43, a44}});
B=({{0},{0},{0},{b41}});
CC=({{0, 0, 1, 0}});
AC=({{-d1, 1},{-d2, 0}});
BC=({{f12},{f11}});
CCc=({{1, 0}});
Awing=({{0, 1, 0, 0, 0, 0},{-d2, -d1, 0, 0, 1, 0}, {0, 0, a11, a12, a13, a14}, {0, 0, a21, a22,
a23, a24},{0, 0, a31, a32, a33, a34}, {0, 0, a41, a42, a43, a44}});
Bwing=({{0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {b41}});
Contr1=Join[B,A.B,A.A.B,A.A.A.B,2];

```

MatrixRank[Contr1]

inverses=Simplify[Inverse[s\*IdentityMatrix[6]-Awing]];

dets=Collect[Simplify[Det[s\*IdentityMatrix[6]-Awing],s];

AdjAwingBwing=Collect[Simplify[inverses\*dets].Bwing,s];

a1=Take[AdjAwingBwing,{1}]

a2=Take[AdjAwingBwing,{2}]

a3=Take[AdjAwingBwing,{3}]

a4=Take[AdjAwingBwing,{4}]

a5=Take[AdjAwingBwing,{5}]

a6=Take[AdjAwingBwing,{6}]

Coef51=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,5]],1],1]

Coef52=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,5]],1],1]

Coef53=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,5]],1],1]

Coef54=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,5]],1],1]

Coef55=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,5]],1],1]

Coef56=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,5]],1],1]

Coef41=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,4]],1],1]

Coef42=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,4]],1],1]

Coef43=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,4]],1],1]

Coef44=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,4]],1],1]

Coef45=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,4]],1],1]

Coef46=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,4]],1],1]

Coef31=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,3]],1],1]

Coef32=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,3]],1],1]

Coef33=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,3]],1],1]

Coef34=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,3]],1],1]

Coef35=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,3]],1],1]

Coef36=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,3]],1],1]

Coef21=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,2]],1],1]

Coef22=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,2]],1],1]

Coef23=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,2]],1],1]

Coef24=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,2]],1],1]

Coef25=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,2]],1],1]

Coef26=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,2]],1],1]

Coef11=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,1]],1],1]

Coef12=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,1]],1],1]

Coef13=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,1]],1],1]

Coef14=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,1]],1],1]

Coef15=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,1]],1],1]

Coef16=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,1]],1],1]

Coef01=Part[Part[Simplify[Coefficient[a1,s,0]],1],1]

Coef02=Part[Part[Simplify[Coefficient[a2,s,0]],1],1]

Coef03=Part[Part[Simplify[Coefficient[a3,s,0]],1],1]

Coef04=Part[Part[Simplify[Coefficient[a4,s,0]],1],1]

Coef05=Part[Part[Simplify[Coefficient[a5,s,0]],1],1]

Coef06=Part[Part[Simplify[Coefficient[a6,s,0]],1],1]

Omega0={({Coef51},{Coef52},{Coef53},{Coef54},{Coef55},{Coef56}})

Omega1={({Coef41},{Coef42},{Coef43},{Coef44},{Coef45},{Coef46}})

Omega2={({Coef31},{Coef32},{Coef33},{Coef34},{Coef35},{Coef36}})

Omega3={({Coef21},{Coef22},{Coef23},{Coef24},{Coef25},{Coef26}})

Omega4={({Coef11},{Coef12},{Coef13},{Coef14},{Coef15},{Coef16}})

Omega5={({Coef01},{Coef02},{Coef03},{Coef04},{Coef05},{Coef06}})

Omega=Join[Omega0,Omega1,Omega2,Omega3,Omega4,Omega5,2];

Zero={({0},{0},{0},{0},{0},{0}})

Omegawing=Join[Zero,Omega,2];

TOmegawing=Transpose[Omegawing];

Pclwing1=Collect[Det[s\*IdentityMatrix[2]-AC]\*Det[s\*IdentityMatrix[4]-A],s]

a0w=Coefficient[Pclwing1,s,6]

a1w=Coefficient[Pclwing1,s,5]

a2w=Coefficient[Pclwing1,s,4]

a3w=Coefficient[Pclwing1,s,3]

a4w=Coefficient[Pclwing1,s,2]



a5w=Coefficient[Pclwing1,s,1]

a6w=Coefficient[Pclwing1,s,0]

awing=({{a0w, a1w, a2w, a3w, a4w, a5w, a6w}})

A2star=Join[Transpose[awing],-Transpose[Omegawing],2];

Pcl=Collect[Simplify[{{{{s<sup>6</sup>, s<sup>5</sup>, s<sup>4</sup>, s<sup>3</sup>, s<sup>2</sup>, s, 1}}}}].A2star.({{1},{f11},{f12},{f21}, {f22}, {f23}, {f24} })),s]

T=({{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0},{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1},{0, 0, 0, 0, 0, 1, 0},{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0},  
 {0, 0, 1, 0, 0, 0, 0},{0, 0, 0, 0, 1, 0, 0},{0, -1, 0, 0, 0, 0, 0}});

MatrixRank[T]

Astar=Simplify[A2star.T];

core=Take[Astar,{7},{7}];

fistepaf=Take[Astar,{6,7},{6,7}];

secepaf=Take[Astar,{5,7},{5,7}];

thirdepaf=Take[Astar,{4,7},{4,7}];

fourepaf=Take[Astar,{3,7},{3,7}];

fiepaf=Take[Astar,{2,7},{2,7}];

sixepaf=Take[Astar,{1,7},{1,7}]

SS0={{1}};

SS1=Join[{{s}},SS0,2];

SS2=Join[{{s<sup>2</sup>}},SS1,2];

SS3=Join[{{s<sup>3</sup>}},SS2,2];

SS4=Join[{{s<sup>4</sup>}},SS3,2];

SS5=Join[{{s<sup>5</sup>}},SS4,2];

SS6=Join[{{s<sup>6</sup>}},SS5,2]

Cont1={{e1},{1}};

Cont2=Join[{{e2}},Cont1];

Cont3=Join[{{e3}},Cont2];

Cont4=Join[{{e4}},Cont3];

Cont5=Join[{{e5}},Cont4];

Cont6=Join[{{e6}},Cont5];

```

corepoly=Collect[Part[Part[SS0.core,1],1],s]
polyone=Collect[Part[Part[SS1.fistepaf.Cont1,1],1],s]
polytwo=Collect[Part[Part[SS2.secepaf.Cont2,1],1],s]
polythree=Collect[Part[Part[SS3.thirdepaf.Cont3,1],1],s];
polyfour=Collect[Part[Part[SS4.fourepaf.Cont4,1],1],s];
polyfi=Collect[Part[Part[SS5.fiepaf.Cont5,1],1],s];
polysix=Collect[Part[Part[SS6.sixepaf.Cont6,1],1],s];

corepoly
polyone
Solve[polyone==0,s]
e1=0.01

polytwo
Reduce[{Coefficient[polytwo,s,2]>0,Coefficient[polytwo,s,1]>0,Coefficient[polytwo,s,0]>0},
e2]
e2=0.1
Solve[polytwo==0,s]

Clear[e3]

polythree
Coef3=Coefficient[polythree,s,3];
Coef2=Coefficient[polythree,s,2];
Coef1=Coefficient[polythree,s,1];
Coef0=Coefficient[polythree,s,0];
b1=-Det[{ {Coef3, Coef1}, {Coef2, Coef0} }]/Coef2;
Routh3=({{Coef3, Coef1},{Coef2, Coef0},{b1, 0},{Coef0, 0}});
Reduce[{Routh3[[1,1]]>0&&Routh3[[2,1]]>0&&Routh3[[3,1]]>0&&Routh3[[4,1]]>0},e3]
e3=1
Solve[polythree==0,s]

Clear[e4]
polyfour
Coef4=Simplify[Coefficient[polyfour,s,4]];
Coef3=Simplify[Coefficient[polyfour,s,3]];

```

```

Coef2=Simplify[Coefficient[polyfour,s,2]];
Coef1=Simplify[Coefficient[polyfour,s,1]];
Coef0=Simplify[Coefficient[polyfour,s,0]];
b1=Simplify[-Det[{ {Coef4, Coef2}, {Coef3, Coef1} }]/Coef3]
c1=Simplify[-Det[{ {Coef3, Coef1}, {b1, Coef0} }]/b1]
Routh4=({{Coef4, Coef2, Coef0},{Coef3, Coef1, 0},{b1, Coef0, 0},{c1, 0, 0}, {Coef0, 0, 0}});
Simplify[Routh4//TraditionalForm
Reduce[{Routh4[[1,1]]>0&&Routh4[[2,1]]>0&&Routh4[[3,1]]>0&&Routh4[[4,1]]>0&&Routh4[[5,1]]>0},e4]
e4=1
Solve[polyfour==0,s]

```

```

Clear[e5]
polyfi
Coef5=Simplify[Coefficient[polyfi,s,5]];
Coef4=Simplify[Coefficient[polyfi,s,4]];
Coef3=Simplify[Coefficient[polyfi,s,3]];
Coef2=Simplify[Coefficient[polyfi,s,2]];
Coef1=Simplify[Coefficient[polyfi,s,1]];
Coef0=Simplify[Coefficient[polyfi,s,0]];
b1=Simplify[-Det[{ {Coef5, Coef3}, {Coef4, Coef2} }]/Coef4];
b2=Simplify[-Det[{ {Coef5, Coef1}, {Coef4, Coef0} }]/Coef4];
c1=Simplify[-Det[{ {Coef4, Coef2}, {b1, b2} }]/b1];
c2=Simplify[-Det[{ {b1, b2}, {c1, Coef0} }]/c1];
Routh5=Simplify[({{Coef5, Coef3, Coef1},{Coef4, Coef2, Coef0},{b1, b2, 0}, {c1, Coef0, 0}, {c2, 0, 0}, {Coef0, 0, 0} }));
Reduce[{Routh5[[1,1]]>0&&Routh5[[2,1]]>0&&Routh5[[3,1]]>0&&Routh5[[4,1]]>0&&Routh5[[5,1]]>0&&Routh5[[6,1]]>0},e5]
e5=10-19
Solve[polyfi==0,s]

```

```

Clear[e6]
polysix
Coeftwo6=Simplify[Coefficient[polysix,s,6]];
Coeftwo5=Simplify[Coefficient[polysix,s,5]];

```

```

Coeftwo4=Simplify[Coefficient[polysix,s,4]];
Coeftwo3=Simplify[Coefficient[polysix,s,3]];
Coeftwo2=Simplify[Coefficient[polysix,s,2]];
Coeftwo1=Simplify[Coefficient[polysix,s,1]];
Coeftwo0=Simplify[Coefficient[polysix,s,0]];
btwo1=Simplify[-Det[{{Coeftwo6, Coeftwo4},{Coeftwo5, Coeftwo3}}]/Coeftwo5];
btwo2=Simplify[-Det[{{Coeftwo6, Coeftwo2},{Coeftwo5, Coeftwo1}}]/Coeftwo5];
btwo3=Simplify[-Det[{{Coeftwo6, Coeftwo0},{Coeftwo5, 0}}]/Coeftwo5];
ctwo1=Simplify[-Det[{{Coeftwo5, Coeftwo3},{btwo1, btwo2}}]/btwo1];
ctwo2=Simplify[-Det[{{Coeftwo5, Coeftwo1},{btwo1, btwo3}}]/btwo1];
ctwo3=0;
dtwo1=Simplify[-Det[{{btwo1, btwo2},{ctwo1, ctwo2}}]/ctwo1];
dtwo2=Simplify[-Det[{{btwo1, btwo3},{ctwo1, ctwo3}}]/ctwo1];
gtwo1=-Det[{{ctwo1, ctwo2},{dtwo1, dtwo2}}]/dtwo1;
Routh2=({{Coeftwo6,Coeftwo4,Coeftwo2,Coeftwo0},{Coeftwo5,Coeftwo3,Coeftwo1, 0},
{btwo1,btwo2,btwo3,0},{ctwo1,ctwo2,ctwo3,0},{dtwo1, dtwo2, 0, 0}, {gtwo1, 0, 0,
0},{Coeftwo0, 0, 0, 0}});
Routh2//TraditionalForm;
sss1=Simplify[Routh2[[1,1]]];
sss2=Simplify[Routh2[[2,1]]];
sss3=Simplify[Routh2[[3,1]]];
sss4=Simplify[Routh2[[4,1]]];
sss5=Simplify[Routh2[[5,1]]];
sss6=Simplify[Routh2[[6,1]]];
sss7=Simplify[Routh2[[7,1]]];

Reduce[sss1>0&&sss2>0&&sss3>0&&sss4>0&&sss5>0&&sss6>0&&sss7>0,e6]
e6=10-18
Solve[polysix==0,s]
ggg=T.{{e6},{e5},{e4},{e3},{e2},{e1},{1}}
ggg1=ggg/e6

f11=Part[ggg1,2,1]
f12=Part[ggg1,3,1]
f21=Part[ggg1,4,1]
f22=Part[ggg1,5,1]

```

```

f23=Part[ggg1,6,1]
f24=Part[ggg1,7,1]
FFF=Transpose[Take[ggg1,{2,6}]]

Yr=LaplaceTransform[10000*Sin[0.1*t],t,s]
K11=f11
K12=f12
K22={({f21, f22, f23, f24}));
DD={({0}, {0}, {b32}, {0}));
closelop1=FullSimplify[-Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A-B.K22-B.CCc.
Inverse[s*IdentityMatrix[2]-Ac].BC.CC].B.CCc.Inverse[s*IdentityMatrix[2]-Ac].BC*Yr];
closed1=FullSimplify[Inverse[s*IdentityMatrix[4]-A-B.K22-B.CCc.
Inverse[s*IdentityMatrix[2]-Ac].BC.CC].DD*0*Yr];
closed=Simplify[closelop1+closed1];

closelop=Simplify[closelop1+closed1];
a1=Take[closelop,{1}];
a2=Take[closelop,{2}];
a3=Take[closelop,{3}];
a4=Take[closelop,{4}];
at1=Chop[InverseLaplaceTransform[a1,s,t]]
at2=Chop[InverseLaplaceTransform[a2,s,t]]
at3=Chop[InverseLaplaceTransform[a3,s,t],10^-9]
at4=Chop[InverseLaplaceTransform[a4,s,t],10^-9]

Ar={({0, 1},{-d2, -d1}));
CCc.Inverse[s*IdentityMatrix[2]-Ar].{{0},{0.01}}
uin=InverseLaplaceTransform[CCc.Inverse[s*IdentityMatrix[2]-Ac].BC*(-
Yr+CC.closelop),s,t];
pd=K22.{{at1},{at2},{at3},{at4}}+uin
Plot[InverseLaplaceTransform[Yr,s,t],{t,0,100},AxesLabel->{"t
sec"},"ρref"],PlotRange->All]
Plot[pd,{t,0,1},PlotRange->All]
Plot[InverseLaplaceTransform[Yr,s,t],{t,0,100},PlotRange->All]

kk=200

```

Plot[at1,{t,0,1},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha$  (rad)"}]

Plot[at2,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha'$  (rad/sec)"}]

Plot[at3,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","P (Pa)"}]

Plot[at4,{t,0,kk},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","Pc (Pa)"}]

## **F. Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου - Ελεγκτής Τριών Όρων (PID)**

a11=0;

a41=0;

a12=1;

a32=0;

a13=0;

a43=0;

a14=0;

a34=0;

Jsp=0.127;

k=3185;

mp=0.506;

m1=0.136;

m2=0.264;

Ap=0.00079;

Ac=0.00078;

A1=0.00064;

Vc=0.000025;

$\omega$ =209.44;

n=9;

r=0.067;

rh=0.0127;

rsp=0.005;

L1=0.092;

L2=0.092;

Lc=0.092;

$$p_l=16;$$

$$\beta=1500 \cdot 10^6;$$

$$C_d=0.61;$$

$$V_t=0.0062;$$

$$V_0=0.00007;$$

$$\gamma=0.34906585;$$

$$c_{sp}=2.5;$$

$$\rho=833;$$

$$c_1=3.2;$$

$$c_2=14.1;$$

$$c=3.2;$$

$$c_{lc}=0.06;$$

$$k_{cyl}=10;$$

$$V_{cyl}=0.1;$$

$$C_{lh}=2.3 \cdot 10^{-12};$$

$$K_G=0.01;$$

$$\Delta P_{op}=1 \cdot 10^6;$$

$$k_q=0.5;$$

$$a_{21} = -(k \cdot L_1^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p \cdot \omega^2) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$$

$$a_{31} = \beta \cdot K_G \cdot \omega / V_t;$$

$$a_{22} = -(c_{sp} + c_1 \cdot L_1^2 + c_2 \cdot L_2^2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot c) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$$

$$a_{42} = -A_c \cdot L_c \cdot \beta / V_c;$$

$$a_{23} = (A_1 \cdot L_1 - n \cdot r \cdot A_p \cdot \gamma / 2 \cdot \Pi) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$$

$$a_{33} = -\beta \cdot C_{lh} / V_t;$$

$$a_{24} = (-A_c \cdot L_c) / (J_{sp} + L_1^2 \cdot m_1 + L_2^2 \cdot m_2 + 0.5 \cdot n \cdot r^2 \cdot m_p);$$

$$a_{44} = -c_{lc} \cdot \beta / V_c;$$

$$b_{41} = k_q \cdot \beta \cdot \sqrt{\Delta P_{op}} / V_c;$$

$$b_{32} = -\beta \cdot \beta / (V_c \cdot V_t);$$

$$A = (\{ \{ a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14} \}, \{ a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24} \}, \{ a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34} \}, \{ a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44} \} \});$$

$$B = (\{ \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ b_{41} \} \});$$

$$DD = (\{ \{ 0 \}, \{ 0 \}, \{ b_{32} \}, \{ 0 \} \});$$

$$CC = (\{ \{ 0, 0, 1, 0 \} \});$$

$$HPID = (s^2 \cdot K_D + s \cdot K_P + K_I) / s;$$

Pcl=Collect[s\*Det[s\*IdentityMatrix[4]-A+B.CC\*HPID],s]

P5=Coefficient[Pcl,s,5];

P4=Coefficient[Pcl,s,4];

P3=Coefficient[Pcl,s,3];

P2=Coefficient[Pcl,s,2];

P1=Coefficient[Pcl,s,1];

P0=Coefficient[Pcl,s,0];

B1=Simplify[-Det[{{P5, P3},{P4, P2}}]/P4];

B2=Simplify[-Det[{{P5, P1},{P4, P0}}]/P4];

C1=Simplify[-Det[{{P4, P2},{B1, B2}}]/B1];

C2=Simplify[-Det[{{P4, P0},{B1, 0}}]/B1];

D1=Simplify[-Det[{{B1, B2},C1, P0}]/C1];

E1=Simplify[-Det[{{C1, C2},{D1, 0}}]/D1];

Reduce[P0>0,KI]

KI=-17

Reduce[B1>0,KD]

KD=-9

Simplify[Reduce[C1>0&&D1>0,{KP}]]

KP=-40

Yr=LaplaceTransform[ $\sqrt{3} \sin[\sqrt{3} t]$ ,t,s];

H1=Simplify[Inverse[s\*IdentityMatrix[4]-A+B.CC\*HPID].B\*HPID\*(10000/s)];

H2=Simplify[Inverse[s\*IdentityMatrix[4]-A+B.CC\*HPID].DD\*0.0000000000000001 \*Yr];

PPcl=H1+H2;

Xt11=InverseLaplaceTransform[Take[PPcl,{1},{1}],s,t];

Xt21=InverseLaplaceTransform[Take[PPcl,{2},{1}],s,t];

Xt31=InverseLaplaceTransform[Take[PPcl,{3},{1}],s,t];

Xt41=InverseLaplaceTransform[Take[PPcl,{4},{1}],s,t];

Plot[InverseLaplaceTransform[10000/s,s,t],{t,0,10},PlotRange→All,AxesLabel→{"t  
(sec)","ρref"}]

Plot[InverseLaplaceTransform[0.0000000001\*Yr,s,t],{t,0,10},PlotRange→All];



Plot[Xt11,{t,0,10},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha$  (rad)"}]

Plot[Xt21,{t,0,10},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)"," $\alpha'$  (rad/sec)"}]

Plot[Xt31,{t,0,50},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","P (Pa)"}]

Plot[Xt41,{t,0,1},PlotRange→All,AxesLabel→{"t (sec)","Pc (Pa)"}]