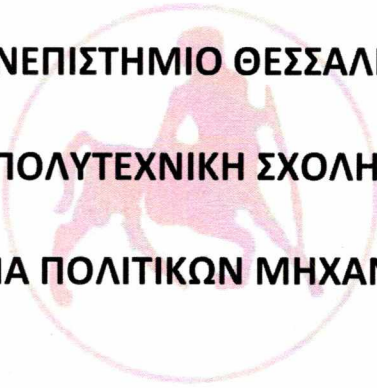


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

**Η ΕΠΙΡΡΟΗ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΩΝ ΖΩΝΩΝ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΣΤΗΝ
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΙΔΗΡΟΔΡΟΜΙΚΗΣ
ΓΕΦΥΡΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ
ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.**

**ΤΟΥ ΦΟΙΤΗΤΗ
ΚΟΥΡΑΣΗ ΓΕΩΡΓΙΟΥ
Α.Μ: 0807071**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΔΡ. ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

ΒΟΛΟΣ, ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2013



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 11245/1
Ημερ. Εισ.: 11-06-2013
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ
2013
ΚΟΥ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελίδα

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ	3	
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	6	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο :	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
1.1	Υπόβαθρο	7
1.2	Σκοπός	7
1.3	Περίγραμμα	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο :	ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	9
2.1	Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας (μονοβάθμιο)	9
2.2	Ελεύθερη ταλάντωση	9
2.3	Αρμονική διέγερση	11
2.4	Ωστικά φορτία	13
2.5	Καμπτική ταλάντωση δοκού	14
2.6	Δυναμική απόκριση δοκού υπό κινούμενο φορτίο	16
2.7	Κύματα Rayleigh, διάδοση κύματος και μέγεθος στοιχείου	17
2.8	Φορτίο κινούμενο επί ελαστικού ημι – χώρου	18
2.9	Θεώρημα δειγματοληψίας	23
2.10	Απόσβεση Rayleigh	23
2.11	Μετασχηματισμοί Fourier και Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (PSD)	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο :	ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΦΥΡΑΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΑ	26
3.1	Γεωμετρία	27
3.2	Υλικά και γεωμετρία επιμέρους στοιχείων	27
3.2.1	Σκυρόδεμα	27
3.2.2	Χάλυβας	27
3.2.3	Περιβάλλον έδαφος	28
3.2.4	Έρμα	28
3.2.5	Μεταβατική ζώνη	29
3.3	Απόσβεση	29

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο :	ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	31
4.1	Υπο - τμήματα του κυρίως μοντέλου	31
4.2	Φορτία	32
4.2.1	Ωφέλιμα δυναμικά φορτία	32
4.2.2	High Speed Load Model (HSLM) A1	32
4.2.3	Αρμονικό φορτίο με διάστημα συχνοτήτων	33
4.2.4	Στάσιμο αρμονικό φορτίο	34
4.2.5	Ωστικό φορτίο	34
4.3	Μέθοδοι επίλυσης	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο :	ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ	36
5.1	Σύγκλιση	36
5.2	Όρια ηρεμίας	38
5.2.1	Διέγερση συνεχούς μέσου λόγω ωστικού φορτίου	38
5.2.2	Ανάπλαση των μελετών μεταβατικής ζώνης	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο :	ΑΝΑΛΥΣΗ	43
6.1	Ανίχνευση της ιδιοσυχνότητας	43
6.2	Σχεδιασμός τριών επιπέδων του πειράματος-δοκιμής	43
6.3	Μελέτη μήκους μεταβατικής ζώνης	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο :	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ	47
7.1	Κανονικές μορφές και φυσικές συχνότητες	47
7.2	Παραμετρική μελέτη τριών επιπέδων	50
7.3	Μελέτη μήκους της μεταβατικής ζώνης δυσκαμψίας	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8^ο :	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΞΕΛΙΞΕΙΣ	58
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		59
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α		60
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β		69
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ		70
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ		75
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε		76

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

Επεξηγήσεις και μονάδες για τους συμβολισμούς και τις συντομογραφίες.

Κεφαλαία Λατινικά

A	:	Εύρος	[m]
A	:	Επιφάνεια διατομής	[m ²]
A	:	Σταθερά ολοκλήρωσης	[m]
A_0	:	Αρχικό εύρος	[m]
B	:	Σταθερά ολοκλήρωσης	[m]
C	:	Μητρώο απόσβεσης	[Ns/m]
D	:	Απόσταση αξόνων τροχών	[m]
E	:	Μέτρο Ελαστικότητας	[N/m ²]
F	:	Δύναμη	[N]
F_0	:	Μέγεθος δύναμης	[N]
G	:	Μέτρο διάτμησης	[Pa]
I	:	Ροπή αδράνειας	[m ⁴]
I	:	Ώθηση	[Ns]
K	:	Μητρώο δυσκαμψίας	[N/m]
M	:	Ροπή	[Nm]
M	:	Μητρώο μάζας	[Kg]
P	:	Συγκεντρωμένη δύναμη	[N]
V	:	Διατμητική δύναμη	[N]
X	:	Εύρος μετατόπισης	
		σταθερής κατάστασης	[N]
X	:	Συνάρτηση σχήματος	[-]
T	:	Παροδική λύση	[-]
T	:	Φυσική περίοδος	[s]

Πεζά Λατινικά

a	:	Σταθερά ολοκλήρωσης	[m]
a	:	Πλάτος πλευράς	[m]
a	:	Απόσταση διάδοσης φορτίου	[m]
a_i	:	Σταθερά ολοκλήρωσης	[m]
a_{max}	:	Μέγιστη επιτάχυνση	[m/s ²]
c	:	Σταθερά απόσβεσης	[Ns/m]

c	:	Ταχύτητα φορτίου	[m/s]
c_1	:	Ταχύτητα φορτίου	[m/s]
c_s	:	Ταχύτητα διατμητικών κυμάτων	[m/s]
c_{cr}	:	Κρίσιμη απόσβεση	[Ns/m]
c_{cr}	:	Κρίσιμη ταχύτητα	[m/s]
$c_{ray,soft}$:	Ταχύτητα κύματος Rayleigh στο μαλακό μέσο	[m/s]
f	:	Φυσική συχνότητα	[s ⁻¹]
f	:	Κατανεμημένο φορτίο	[N]
f_1	:	Πρώτη φυσική συχνότητα	[s ⁻¹]
f_c	:	Συχνότητα υπολογισμού	[s ⁻¹]
f_{det}	:	Μέγιστη ανιχνεύσιμη συχνότητα	[s ⁻¹]
f_{eq}	:	Συχνότητα εξίσωσης	[s ⁻¹]
$f(j)$:	Φυσική συχνότητα της j μορφής ταλάντωσης	[s ⁻¹]
l_e	:	Μέγεθος στοιχείου	[m]
m	:	Μάζα	[Kg]
w	:	Απόκλιση από το απαραμόρφωτο επίπεδο	[m]
r	:	Λόγος απόσβεσης	[-]
t	:	Συντεταγμένη χρόνου	[s]
u	:	Μετατόπιση	[m]
u_0	:	Αρχική μετατόπιση	[m]
v	:	Ταχύτητα	[m/s]
v_0	:	Αρχική ταχύτητα	[m/s]
v_{cr}	:	Κρίσιμη ταχύτητα φορτίου	[m/s]
w_0	:	Στατική μετατόπιση	[m]
x	:	Χωρική συντεταγμένη	[m]
<u>Κεφαλαία Ελληνικά</u>			
Δt	:	Χρονική προσαύξηση	[s]
<u>Πεζά Ελληνικά</u>			
α	:	Αναλογία ταχύτητας	[-]
α	:	Συντελεστής Rayleigh	

		ανάλογος της μάζας	[s ⁻¹]
β	:	Λόγος απόσβεσης	[-]
β	:	Σταθμισμένη φυσική συχνότητα	[s ^{-1/2}]
β	:	Συντελεστής Rayleigh	
		ανάλογος της δυσκαμψίας	[s]
β_i	:	Συντελεστής παλινδρόμησης	[-]
δ	:	Συνάρτηση Dirac	[-]
ζ	:	Λόγος απόσβεσης	[-]
ϑ	:	Διαφορά φάσης της μετατόπισης	
		σταθερής κατάστασης	[-]
μ	:	Μάζα ανά μονάδα μήκους	[Kg/m]
ρ	:	Πυκνότητα [Kg/m ³]	
ω	:	Φυσική κυκλική συχνότητα	[s ⁻¹]
ω_d	:	Φυσική κυκλική συχνότητα	
		με απόσβεση	[s ⁻¹]
ω_{dr}	:	Κυκλική συχνότητα διέγερσης	[s ⁻¹]
ω_b	:	Κυκλική συχνότητα απόσβεσης	[s ⁻¹]
$\omega(j)$:	Κυκλική συχνότητα που αντιστοιχεί	
		στην j μορφή ταλάντωσης	[s ⁻¹]
$\omega'(j)$:	Κυκλική συχνότητα με απόσβεση	[s ⁻¹]
<u>Συντομογραφίες</u>			
2-D	:	Δύο διαστάσεων	
3-D	:	Τριών διαστάσεων	
DAF	:	Παράγων δυναμικής ενίσχυσης	
DOF	:	Βαθμός ελευθερίας	
FBD	:	Διάγραμμα ελευθέρου σώματος	
FE	:	Πεπερασμένο στοιχείο	
FEM	:	Μοντέλο / μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	
FFT	:	Ταχύς μετασχηματισμός Fourier	
MDOF	:	Πολλαπλών βαθμών ελευθερίας	
PSD	:	Φασματική πυκνότητα ισχύος	
RMS	:	Ρίζα τετραγωνικού μέσου	
SDOF	:	Μονοβάθμιος	

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία εκτιμάται μια μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας μεταξύ σιδηροδρομικής γέφυρας και περιβάλλοντος εδάφους και μελετάται ο τρόπος που αυτή επηρεάζει τη δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής. Τούτο πραγματοποιείται με σκοπό να παραχθεί μια καλύτερη αντίληψη του ρόλου της μεταβατικής αυτής ζώνης, κάνοντας χρήση απλοποιημένων παραδοχών, χωρίς όμως αυτές να επιδρούν καταλυτικά στην εκτίμηση της συμπεριφοράς της γέφυρας.

Η επιρροή της ως άνω ζώνης υπολογίζεται μέσω της δημιουργίας ενός αντιπροσωπευτικού μοντέλου, της επαλήθευσης – τεκμηρίωσης του και μέσω της πραγματοποίησης παραμετρικής μελέτης και εν συνεχεία υπολογισμών με βάση σχεδιασμό πειράματος.

Εντάχθηκαν περιορισμοί θεωρώντας προσομοίωμα γέφυρας σε δύο διαστάσεις με ένα μόνο άνοιγμα, με γραμμικά ελαστική συμπεριφορά. Τα φορτία θεωρήθηκαν σαν σειρά σημειακών κινούμενων δυνάμεων σταθερού μέτρου.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό την δυναμική απόκριση της γέφυρας, ενώ βρέθηκε επίσης ότι πέραν κάποιας κρίσιμης τιμής, η αύξηση του μήκους της εν λόγω ζώνης παύει να προσδίδει θετική συνεισφορά στην κατασκευή.

Μελετήθηκε επιπρόσθετα και η αλληλεπίδραση εδάφους – κατασκευής και ιδιαίτερα στις ιδιοσυχνότητες αυτής. Βρέθηκε ότι το περιβάλλον έδαφος της προσομοιωμένης γέφυρας μειώνει την 1^η καμπτική ιδιοσυχνότητα κατακόρυφων μετατοπίσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Υπόβαθρο

Είναι ευρέως αποδεκτό ότι έχει ήδη εκκινήσει μια μεγάλη αναβάθμιση – εκσυγχρονισμός των περισσότερων σιδηροδρομικών δικτύων των χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Κύριος στόχος της όλης προσπάθειας είναι – πέραν της αποφυγής φαινομένων συμφόρησης (που ανήκει στην επιστήμη των Μεταφορών) – είναι η χρήση τρενών μεγάλων ταχυτήτων. Αυτά όμως εισάγουν ιδιαίτερα αυξημένες απαιτήσεις στις αντίστοιχες γέφυρες, ιδίως σε ό,τι αφορά τη δυναμική απόκριση τους αλλά και τον ρόλο των μεταβατικών ζωνών δυσκαμψίας, οι οποίες επηρεάζουν μια ποικιλία παραμέτρων.

Ειδικότερα, το φαινόμενο «άλματος – κρούσης», που απαντάται στη διεθνή βιβλιογραφία ως “*jump and bump*”, ναί μεν είναι γνωστό αλλά δεν λαμβάνεται γενικά υπόψη στους ισχύοντες Κώδικες σχεδιασμού. Κατά τη διέλευση μιας αμαξοστοιχίας, η μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας του εδάφους (σε συνδυασμό με τις στηρίξεις της γέφυρας σε αρχή και τέλος αλλά και την ταχύτητα και το βάρος του τρενού) οδηγεί στη δημιουργία μιας δύναμης αντίδρασης προς τα άνω, λόγω ασυνέχειας της δυσκαμψίας. Αυτή έχει σαν αποτέλεσμα μιας μικρής χρονικής περιόδου μικρές κατακόρυφες δυνάμεις επαφής καθώς η αμαξοστοιχία καλύπτει το άνοιγμα της γέφυρας, και τελικά δημιουργείται ένα ωστικό φορτίο σε κάποια απόσταση από τις ακραίες στηρίξεις της γέφυρας. Αυξημένες ταχύτητες της αμαξοστοιχίας μπορεί να ενισχύσουν τις δυνάμεις αυτές.

1.2 Σκοπός

Σκοπός της Εργασίας αυτής είναι να διερευνήσει το πώς μια μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας επηρεάζει την δυναμική συμπεριφορά μιας κατασκευής σιδηροδρομικής γέφυρας και να θέσει τα θεμέλια για περαιτέρω μελέτες σχετικά με το θέμα. Η όλη προσπάθεια βασίζεται σε μελέτες δυναμικής απόκρισης υπό κινούμενα φορτία με βάση τη μέθοδο των Πεπερασμένων στοιχείων. Οι περιορισμοί σε ό,τι αφορά το μοντέλο, τις φορτίσεις και την ανάλυση δίδονται λεπτομερώς στο πλήρες κείμενο της Εργασίας.

1.3 Περίγραμμα

Η Εργασία απαρτίζεται από οκτώ (8) Κεφάλαια, Βιβλιογραφία και πέντε (5) Παραρτήματα (Α – Ε), που πραγματεύονται τα ακόλουθα:

Πέραν του παρόντος 1^{ου} Κεφαλαίου, που περιγράφεται το πρόβλημα και οι βασικοί στόχοι της Εργασίας, στο 2^ο Κεφάλαιο παρατίθεται μια σύντομη αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο της δυναμικής απλών διακεκριμένων και συνεχών ελαστικών συστημάτων ιδίως υπό κινούμενα φορτία. Στο 3^ο Κεφάλαιο περιγράφεται η προσομοιούμενη κατασκευή και τα

χαρακτηριστικά των υλικών της, ενώ στο επόμενο – 4^ο – Κεφάλαιο περιγράφεται το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και οι μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος. Έπεται το 5^ο Κεφάλαιο, όπου τεκμηριώνεται το μοντέλο σε ότι αφορά την σύγκλιση και την απορρόφηση ενέργειας, ενώ την ανάλυση του 6^{ου} Κεφαλαίου περιγράφονται οι παραμετρικές μελέτες. Τέλος, στο μεν 7^ο Κεφάλαιο καταγράφονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας, στο δε 8^ο και τελευταίο Κεφάλαιο παρατίθενται τα εξαχθέντα συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Τα Παραρτήματα αποτελούν αναπόσπαστο μέρος της Εργασίας, και το περιεχόμενο τους αντιστοιχεί σε διάφορα σημεία του πλήρους κειμένου, όπου υπάρχουν και οι απαιτούμενες σε αυτά παραπομπές.

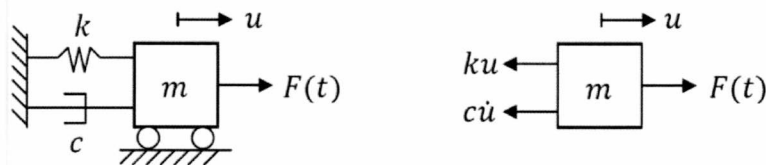
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ^[1,2,6]

Η Δυναμική των Κατασκευών ασχολείται με την συμπεριφορά αυτών όταν υπόκεινται σε χρονικά μεταβαλλόμενα φορτία, που προκαλούν μια χρονικά μεταβαλλόμενη απόκριση. Η Δυναμική Ανάλυση απαιτείται όταν οι αδρανειακές δυνάμεις ενός χρονικά μεταβαλλόμενου φορτίου μπορεί να προκαλέσει σημαντική επίπτωση στην δομική απόκριση. Υπάρχουν δύο τύποι μοντέλων:

- α) συνεχή (άπειρων βαθμών ελευθερίας, όπως και οι πραγματικές κατασκευές) και
- β) διακεκριμένα (με πεπερασμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας – προσομοιώματα των συνεχών).

Πρωταρχικά, μελετώντας το σύστημα με έναν βαθμό ελευθερίας (μονοβάθμιο) μπορεί κανείς να εξετάσει πιθανές μορφές απόκρισης (χωρίς εξάντληση τους), και στη συνέχεια όσο περισσότεροι βαθμοί ελευθερίας εισάγονται στο προσομοίωμα τόσο ακριβέστερη είναι η ανάλυση και προσεγγίζει αυτή της πραγματικής απειροβάθμιας (συνεχούς) κατασκευής.

2.1 Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας (μονοβάθμιο)



Σχήμα 2.1. Σχηματική αναπαράσταση (αριστερά) και διάγραμμα ελευθέρου σώματος (δεξιά) συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας χωρίς τριβή

Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στο διάγραμμα ελευθέρου σώματος του Σχήματος 2.1 έχουμε:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad (2.1)$$

όπου m η μάζα, c η σταθερά απόσβεσης, k η σταθερά του ελατηρίου (δυσκαμψία) και F η χρονικά εξαρτώμενη δύναμη διέγερσης.

Η (2.1) αποτελεί την εξίσωση κίνησης μονοβάθμιου συστήματος ελατηρίου - μάζας με ιζώδη απόσβεση.

2.2 Ελεύθερη ταλάντωση

Όταν το σύστημα εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση ($F = 0$), η εξίσωση (2.1) γράφεται υπό τη μορφή της κάτωθι ομογενούς διαφορικής εξίσωσης:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.2)$$

Όταν δεν υπάρχει απόσβεση, το μονοβάθμιο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα ω , ίση με

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

Η κυκλική συχνότητα (ω) και η φυσική συχνότητα (f) συνδέονται από τον τύπο:

$$\omega = 2\pi f \quad (2.4)$$

Η κρίσιμη απόσβεση c_{cr} ορίζεται από το σημείο όπου η λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης που αντιστοιχεί στην εξίσωση (2.2) αλλάζει από πραγματικές ρίζες σε μιγαδικές. Αυτό το σημείο της απόσβεσης δίνει στο σύστημα μια αλλαγή στη φυσική κινητική συμπεριφορά. Ένα σύστημα με απόσβεση μικρότερη της κρίσιμης ταλαντώνεται με εκθετική μείωση, σε σχέση με ένα σύστημα που έχει απόσβεση μεγαλύτερη της κρίσιμης όπου έχει αυστηρώς εκθετική μείωση. Η κρίσιμη απόσβεση, δίνεται ως:

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} = 2m\omega \quad (2.5)$$

Ο λόγος απόσβεσης ζ ορίζεται ως:

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega} \quad (2.6)$$

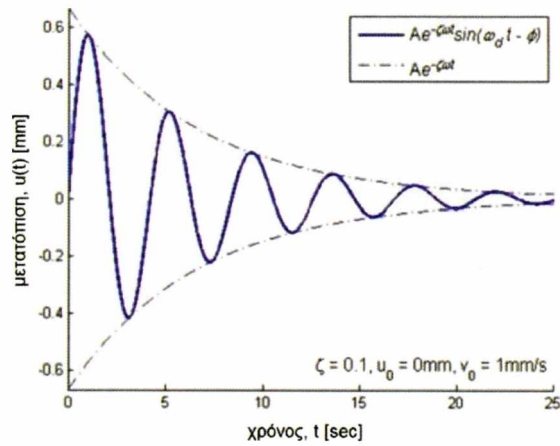
Η κυκλική συχνότητα με απόσβεση ισούται με:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.7)$$

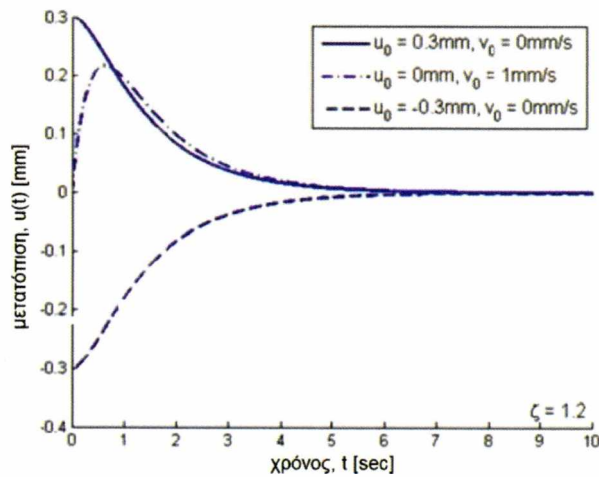
Ένα σύστημα με λόγο απόσβεσης $\zeta=1$ διαθέτει κρίσιμη απόσβεση και δίνει χαρακτηριστική εξίσωση εκ της (2.2) με διπλή ρίζα. Αν $\zeta<1$, η χαρακτηριστική εξίσωση εκ της (2.2) διαθέτει μιγαδικές ρίζες και το σύστημα ονομάζεται υποκρίσιμης απόσβεσης. Ενώ αν $\zeta>1$, η χαρακτηριστική εξίσωση έχει πραγματικές διακριτές ρίζες και η κίνηση του συστήματος καλείται υπερκρίσιμης απόσβεσης. Η έκφραση της μετατόπισης ενός ταλαντούμενου μονοβάθμιου συστήματος χωρίς απόσβεση, δίνεται ως:

$$u(t) = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_d t - \Phi) \quad (2.8)$$

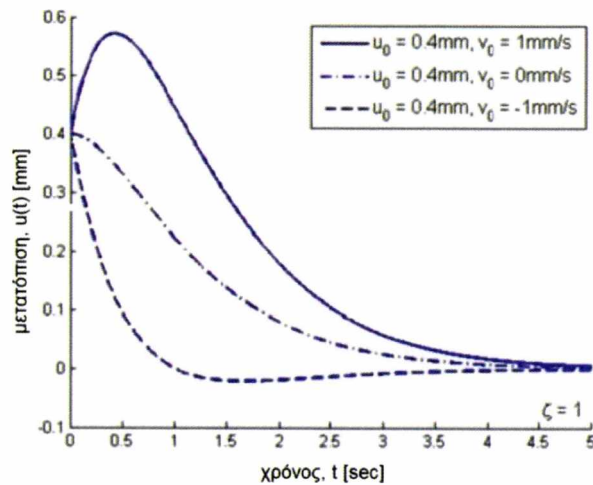
όπου το πλάτος A , και η διαφορά φάσης φ , είναι σταθερές ολοκλήρωσης, όπου καθορίζονται από αρχικές συνθήκες. Ο εκθετικός όρος περιγράφει την μείωση της ενέργειας στο σύστημα, και ο τριγωνομετρικός περιγράφει την ταλάντωση. Στα Σχήματα 2.2 - 2.4 δίδονται γραφικά οι κινήσεις των τριών διαφορετικών καταστάσεων απόσβεσης για διαφορετικές αρχικές συνθήκες $u(0) = u_0$ και $\dot{u}(0) = v_0$.



Σχήμα 2.2. Ελεύθερη ταλάντωση μονοβάθμιου συστήματος με υποκρίσιμη απόσβεση



Σχήμα 2.3. Ελεύθερη ταλάντωση μονοβάθμιου συστήματος με υπερκρίσιμη απόσβεση



Σχήμα 2.4. Ελεύθερη ταλάντωση μονοβάθμιου συστήματος με κρίσιμη απόσβεση

2.3 Αρμονική διέγερση

Η αρμονική διέγερση αναφέρεται στην περίπτωση που μια μοναδική δύναμη ημιτονοειδούς συχνότητας εφαρμόζεται στο σύστημα. Η δύναμη αυτή για παράδειγμα μπορεί να θεωρηθεί της μορφής:

$$F(t) = F_0 \cos(\omega_{dr} t) \quad (2.9)$$

όπου F_0 το μέγεθος της δύναμης και ω_{dr} η κυκλική συχνότητα της διέγερσης.

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.9) στην (2.1) έχουμε:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F_0 \cos(\omega_{dr} t) \quad (2.10)$$

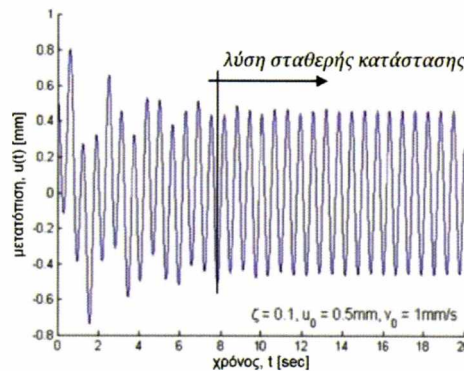
Αυτή η γραμμική διαφορική εξίσωση 2^{ης} τάξης απαιτεί μια ομογενή λύση σύμφωνα με την εξίσωση (2.8). Στο αρμονικά διεγερόμενο σύστημα οι σταθερές ολοκλήρωσης της ομογενούς λύσης επίσης εξαρτώνται από το μέγεθος της δύναμης F_0 και την συχνότητα διέγερσης ω_{dr} . Η ομογενής λύση καλείται παροδική απόκριση καθώς τείνει μειούμενη μέχρι πλήρους μηδενισμού. Η ειδική λύση u_p μπορεί γράφεται υπό τη μορφή:

$$u_p = X \cos(\omega_{dr} t - \theta) \quad (2.11)$$

όπου X το εύρος μετατόπισης σταθερής κατάστασης και θ η διαφορά φάσης σταθερής κατάστασης.

Αυτό το τμήμα της λύσης καλείται επίσης απόκριση κατάστασης σταθερής, καθώς είναι το μοναδικό σημαντικό τμήμα όταν η παροδική απόκριση προσεγγίζει το μηδέν. Το άθροισμα των λύσεων των (2.8) και (2.11) αποτελούν την γενική απόκριση για την υποκρίσιμη περίπτωση που διεγείρεται από ένα αρμονικό φορτίο, χαρακτηριστική μορφή της οποίας απεικονίζεται στο Σχήμα 2.5.

$$u(t) = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_{dr} t - \Phi) + X \cos(\omega_{dr} t - \theta) \quad (2.12)$$



Σχήμα 2.5. Απόκριση μονοβάθμιου συστήματος με απόσβεση υπό αρμονική διέγερση

Το εύρος της μετατόπισης σταθερής κατάστασης αποδεικνύεται ότι είναι ίσο με:

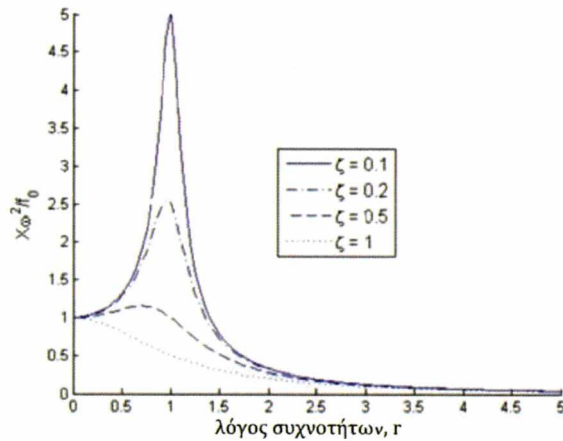
$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{dr}^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_{dr})^2}} \quad (2.13)$$

όπου $f_0 = F_0/m$ είναι το εύρος της δύναμης ανά μονάδα μάζας. Η εξίσωση (2.13) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\frac{X\omega^2}{f_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.14)$$

όπου $r = \omega_{dr}/\omega$ είναι ο λόγος της συχνότητας. Η εξίσωση (2.14) είναι μια μαθηματική απεικόνιση

του φαινομένου του συντονισμού. Το εύρος μετατόπισης σταθερής κατάστασης X φτάνει την μέγιστη τιμή του όταν διεγείρεται με την φυσική του συχνότητα, $r=1$, για όλες τους λόγους απόσβεσης ζ . Εάν το σύστημα καταναλώνει/απορροφά μόνο χαμηλές ποσότητες ενέργειας, $\zeta \rightarrow 0$, και διεγείρεται από αρμονικό φορτίο με συχνότητα ω_{dr} ίση με την φυσική συχνότητα, το εύρος τείνει προς το άπειρο. Η εξίσωση (2.14) αξιολογείται γραφικά στο Σχήμα (2.6).



Σχήμα 2.6. Απεικόνιση του συντονισμού που εκφράζεται σε μετατόπιση σταθερής κατάστασης

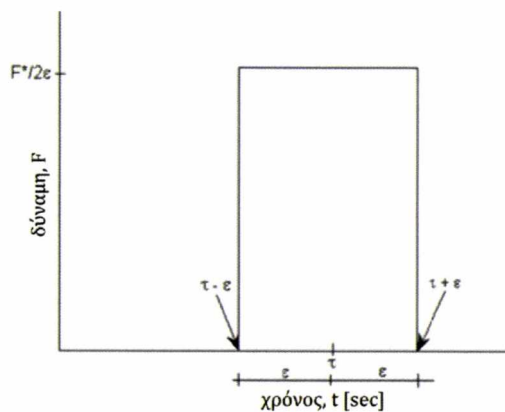
2.4 Ωστικά φορτία

Τα ωστικά φορτία θεωρείται ότι διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στο φαινόμενο “jump and bump”. Ένα τέτοιου είδους φορτίο γράφεται μαθηματικά ως:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t \in (-\infty, \tau - \varepsilon] \\ \frac{F_*}{2\varepsilon} & t \in (\tau - \varepsilon, \tau + \varepsilon) \\ 0 & t \in [\tau + \varepsilon, \infty) \end{cases} \quad (2.15)$$

όπου ε είναι πολύ μικρό, και απεικονίζεται στο Σχήμα (2.7), για την περίπτωση ορθογωνικής ώσης. Το παλμικό φορτίο τελικά ως:

$$I(\varepsilon) = \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} F(t) dt = F_* \quad (2.16)$$



Σχήμα 2.7. Χρονο – ιστορία μιας ορθογωνικής ώσης

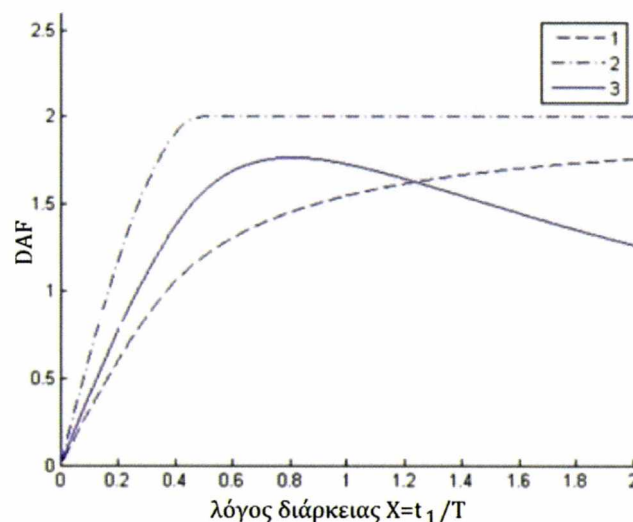
Η απόκριση ενός μονοβάθμιου συστήματος υπό ωστικό φορτίο μπορεί να περιγραφεί από την λύση ελεύθερης ταλάντωσης με τις ακόλουθες αρχικές συνθήκες:

$$u_0 = 0, v_0 = \frac{F_*}{m} \quad (2.17)$$

Έτσι, η δυναμική μετατόπιση για την περίπτωση υποκρίσιμης απόσβεσης ισούται με

$$u(t) = \frac{F_*}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega t} \sin \omega_d t \quad (2.18)$$

Εάν η μορφή της ώσης είναι γνωστή, το πρόβλημα μπορεί να λυθεί ρητά ως μια μη ομογενής διαφορική εξίσωση δευτέρας τάξης, που περιγράφεται από την εξίσωση (2.1). Είναι αναγκαίο να επιλυθεί σε δύο φάσεις, μία κατά την διάρκεια επενέργειας του φορτίου και μία μετά το πέρας αυτής. Το αποτέλεσμα της δράσης διαφόρων μορφών ώσεων μπορεί να περιγραφεί μέσω της γραφικής αναπαράστασης του λεγόμενου παράγοντα δυναμικής ενίσχυσης (Dynamic Amplification Factor, DAF), ως συνάρτησης του χρόνου t , σύμφωνα με το Σχήμα 2.8. Ο παράγων αυτός είναι ο λόγος μεταξύ της μέγιστης δυναμικής μετατόπισης και της αντίστοιχης στατικής.

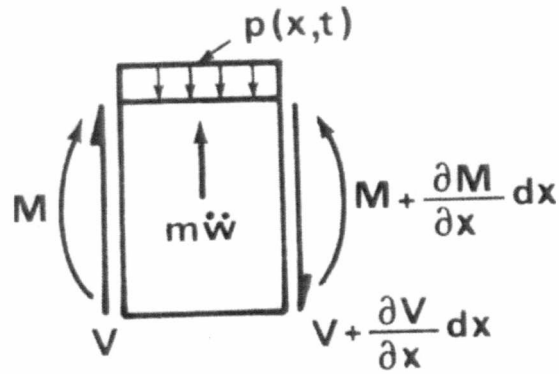


Σχήμα 2.8. Φάσματα απόκρισης ώσεων. Παράγοντες δυναμικής ενίσχυσης μονοβάθμιου συστήματος υπό διάφορες μορφές ωστικών φορτίων (1 = ορθογωνικό, 2 = αιφνίδια επιβαλλόμενο τριγωνικό, 3 = ημιτονοειδές)

Ο υπολογισμός των παραγόντων αυτών περιέχεται στο Παράρτημα Α.

2.5 Καμπτική ταλάντωση δοκού

Η καμπτική ταλάντωση παλλόμενη κάμψη μιας δοκού έχει μελετηθεί κατά κόρον, καθόσον η μελέτη της προσφέρει την θεμελιώδη εικόνα της συμπεριφοράς γεφυρών. Ένα στοιχειώδες τμήμα μιας δοκού Euler-Bernoulli που φορτίζεται με δυναμικό κατανεμημένο φορτίο φαίνεται στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος του Σχήματος 2.9, που έπεται.



Σχήμα 2.9. Διάγραμμα ελεύθερου σώματος στοιχειώδους τμήματος δοκού Euler – Bernoulli υπό κατανεμημένο δυναμικό φορτίο

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την εξαναγκασμένη καμπτική ταλάντωση μιας δοκού χωρίς απόσβεση με σταθερή ροπή αδράνειας I και μάζα ανά μονάδα μήκους m , δίδεται ως γνωστόν από τη σχέση:

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] = f(x,t) \quad (2.19)$$

που στη γενικότερη μορφή της μπορεί να αναλυθεί σε *ανάπτυγμα σειράς των κανονικών μορφών ταλάντωσης* της δοκού, υπό τη μορφή

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n(t) \quad (2.20)$$

όπου $T_n(t)$ προσδιοριστέα χρονική συνάρτηση, που καλείται εύρος της n -στης κανονικής μορφής καμπτικής ταλάντωσης και $X_n(x)$ η εξίσωση σχήματος κατά τα γνωστά, που εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Το γενικό ολοκλήρωμα της (2.19) αποτελεί άθροισμα της λύσης της αντίστοιχης ομογενούς εξίσωσης και μιας ειδικής λύσης που ικανοποιεί ολόκληρη της (2.19), δηλαδή

$$w(x,t) = w_h(x,t) + w_p(x,t) \quad (2.21)$$

που τελικά οδηγεί στην ακόλουθη έκφραση για το εύρος $T_n(t)$:

$$T_n(t) = \frac{\dot{T}_n(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t + T_n(0) \cos \omega_n t + T_n^p(t) \quad (2.22)$$

Η $T_n^p(t)$ εξαρτάται από τη μορφή της $f(x,t)$ και δίδεται γενικά από το γνωστό ολοκλήρωμα Duhamel, ενώ ω_n είναι η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης της n κανονικής μορφής. Η γενική έκφραση της συνάρτησης σχήματος είναι:

$$X_n(x) = A_n \sin \lambda_n x + B_n \cos \lambda_n x + C_n \sinh \lambda_n x + D_n \cosh \lambda_n x \quad , \quad \lambda = \sqrt[4]{m\omega_n^2/EI} \quad (2.23)$$

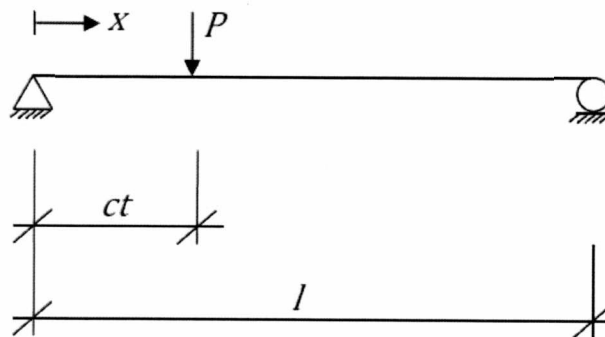
με τους συντελεστές A_n, B_n, C_n, D_n γραμμικά εξαρτημένους. Για τη συνάρτηση σχήματος, αν ℓ είναι το μήκος της δοκού, ισχύει επίσης και η συνθήκη ορθογωνικότητας, που έχει ως εξής:

$$\int_0^\ell X_n(x) X_k(x) dx = 0 \quad , \quad n \neq k \quad (2.24)$$

2.6 Δυναμική απόκριση δοκού υπό κινούμενα φορτία

Η δυναμική φόρτιση των γεφυρών που οφείλεται καθαρά στον ανθρώπινο παράγοντα σχετίζεται με την κίνηση των οχημάτων (αλλά και των ατόμων) που τις διασχίζουν. Η απλούστερη μορφή τέτοιας φόρτισης είναι αυτή που αναπαρίσταται μέσω μιας σταθερού μέτρου δύναμης (με αμελητέα μάζα) που κινείται κατά μήκος της γέφυρας με σταθερή ταχύτητα. Στην απλούστερη περίπτωση, όπου η γέφυρα προσομοιάζεται ως αμφιέρειστη δοκός, με σταθερή κατανομή μάζας και απόσβεσης ανά μονάδα μήκους και σταθερή δυσκαμψία, ως Σχήμα (2.10), η διαφορική εξίσωση της σχετικής εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι η ακόλουθη:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = \delta(x - ct)P \quad (2.25)$$



Σχήμα 2.10. Αμφιέρειστη δοκός υπό κινούμενο φορτίο

Οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος είναι

$$w(x,t) \Big|_{x=l} = \frac{\partial w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0 \quad (2.26)$$

ενώ η δοκός θεωρείται ότι βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία, δηλαδή ότι οι αρχικές συνθήκες είναι μηδενικές, οπότε ισχύει επίσης ότι

$$w(x,t) \Big|_{t=0} = \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (2.27)$$

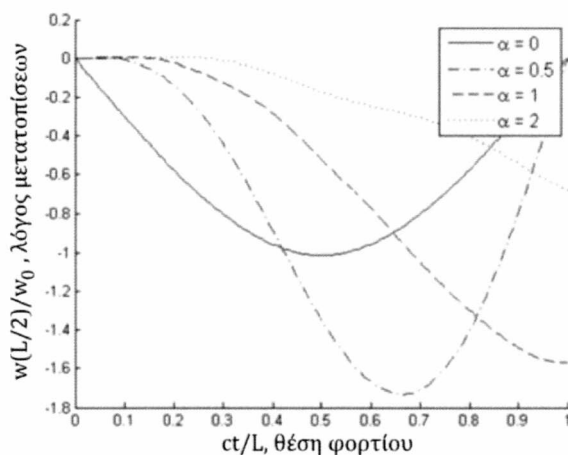
Η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης (2.25), σε συνδυασμό με τις συνθήκες (2.26) και (2.27) και στην περίπτωση μικρής απόσβεσης δίδεται από την έκφραση:

$$w(x,t) = w_0 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{j^2 [j^2 (j^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \beta^2]} [j^2 (j^2 - \alpha^2) \sin j\omega t - \\ & \frac{j\alpha [j^2 (j^2 - \alpha^2) - 2\beta^2]}{\sqrt{j^4 - \beta^2}} e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t - \\ & 2j\alpha\beta (\cos j\omega t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t)] \sin \frac{j\pi x}{l} \end{aligned} \right. \quad (2.28)$$

όπου w_0 η στατική μετατόπιση στη θέση $x = l/2$ όταν το συγκεντρωμένο φορτίο ασκείται στο ίδιο σημείο (m), $\alpha = c/c_{cr}$ ο λόγος ταχύτητας, c_{cr} η κρίσιμη ταχύτητα $= 2f_{(j)}/j$, $f_{(j)}$ η φυσική συχνότητα της j κανονικής μορφής ταλάντωσης, $\omega_{(j)}$ η κυκλική συχνότητα της j κανονικής μορφής ταλάντωσης, $\omega'_{(j)} = (\omega_{(j)}^2 - \omega_b^2)^{1/2}$ η κυκλική συχνότητα με ελαφρά απόσβεση και $\beta = \omega_b/\omega_{(j)}$ ο λόγος

απόσβεσης .

Η εξίσωση (2.28) μπορεί να απεικονιστεί με το γράφημα του $w(l/2,t)/w_0$ ως συνάρτηση του ct/l , δηλαδή ο λόγος δυναμικού προς στατικό βέλος ως προς τη θέση του φορτίου, που συνήθως καλείται και δυναμική γραμμή επιρροής. Στο Σχήμα 2.11 φαίνεται μια τέτοια γραμμή για μηδενική απόσβεση και διάφορες ταχύτητες φορτίου.



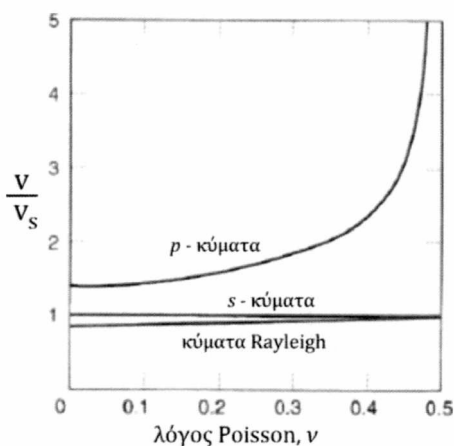
Σχήμα 2.11. Δυναμικές γραμμές επιρροής για το μέσο της δοκού

2.7 Κύματα Rayleigh, διάδοση κυμάτων και μέγεθος στοιχείου

Τα κύματα Rayleigh είναι κύματα που δημιουργούνται κατά μήκος μιας ελεύθερης επιφάνειας. Είναι ένας συνδυασμός διαμήκων και εγκάρσιων κυμάτων δημιουργώντας μία ελλειπτική κίνηση σωματιδίων. Η ταχύτητα διάδοσης τους είναι λίγο μικρότερη αυτής των διατμητικών κυμάτων (S), που είναι ίση με:

$$C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.29)$$

Η σχέση μεταξύ της ταχύτητας των διατμητικών κυμάτων και των κυμάτων Rayleigh, δείχνεται στο Σχήμα 2.12, ως μια συνάρτηση του λόγου του Poisson, ν .



Σχήμα 2.12. Σχέση μεταξύ του λόγου ταχύτητας κύματος και του λόγου του Poisson (ν , η ταχύτητα διάδοσης των διατμητικών κυμάτων)

Κατά τον προσδιορισμό του μεγέθους ενός στοιχείου στο πλέγμα ενός αριθμητικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, που προσομοιάζει ένα συνεχές μέσο και στο οποίο διαδίδονται κύματα ως άνω, θα πρέπει κανείς να προσαρμόσει 6 – 8 στοιχεία εντός του μικρότερου μήκους κύματος. Το μέτρο ελαστικότητας του Young για το συνεχές μέσο μπορεί επίσης να προσδιοριστεί από την ταχύτητα του διατμητικού κύματος που διαδίδεται. Η ταχύτητα δίνεται από την (2.29) και η σχέση μεταξύ του ελαστικού μέτρου και μέτρου διάτμησης, είναι ως γνωστόν:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.30)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του G από την (2.30) στη (2.29) βρίσκουμε πως

$$E = 2\rho(1 + \nu)C_s^2 \quad (2.31)$$

Έτσι, αν γνωρίζουμε την ταχύτητα του διατμητικού κύματος το μέτρο ελαστικότητας προσδιορίζεται εύκολα. Το μήκος l_s ενός διατμητικού κύματος είναι ίσο με:

$$l_s = \frac{C_s}{f} \quad (2.32)$$

όπου f είναι η συχνότητα ταλάντωσης. Σύμφωνα με την υπόθεση των οκτώ στοιχείων, το μέγιστο επιτρεπόμενο μέγεθος στοιχείου δίνεται ως:

$$l_e = \frac{C_s}{8f} \quad (2.33)$$

2.8 Φορτίο κινούμενο επί ελαστικού ημι-χώρου.

Λαμβάνοντας υπόψη την τυπική διαμόρφωση μιας σιδηροδρομικής γραμμής, η οποία απεικονίζεται στην επόμενη σελίδα, το έρμα και η στρώση διαμόρφωσης αποτελούνται από μη συνεκτικό κοκκώδες εδαφικό υλικό, το οποίο δεν μπορεί να εμφανίσει μεγάλου μεγέθους μόνιμες παραμορφώσεις. Για το λόγο αυτό άλλωστε οι στρώσεις αυτές μπορούν να προσομοιαστούν σαν γραμμικό ελαστικό συνεχές μέσο (η σχετική βιβλιογραφία είναι πολύ εκτεταμένη και δεν συμπεριλαμβάνεται σε αυτή της παρούσας Διπλωματικής). Παρά ταύτα, επιρροές συσσώρευσης μόνιμων παραμορφώσεων γενικά δεν θα πρέπει να αγνοούνται.

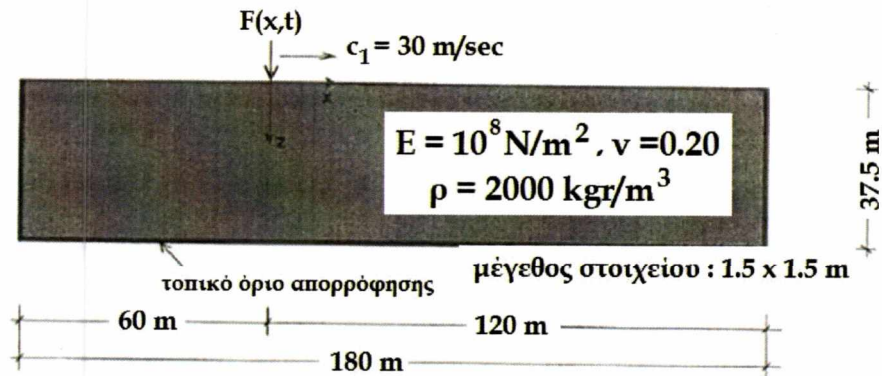
Έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές μελέτες σχετικές με το αποτέλεσμα της κίνησης φορτίων επί ελαστικών ημι-χώρων. Ενδεικτικά, σε μια από αυτές [4] ακολουθήθηκαν τα εξής βήματα:

(α) Έγινε αριθμητική προσομοίωση της κίνησης φορτίου σταθερού μέτρου επί ελαστικού ημι-χώρου και κατόπιν έλαβε χώραν επιτυχή σύγκριση των αποτελεσμάτων με αναλυτικά τοιαύτα.

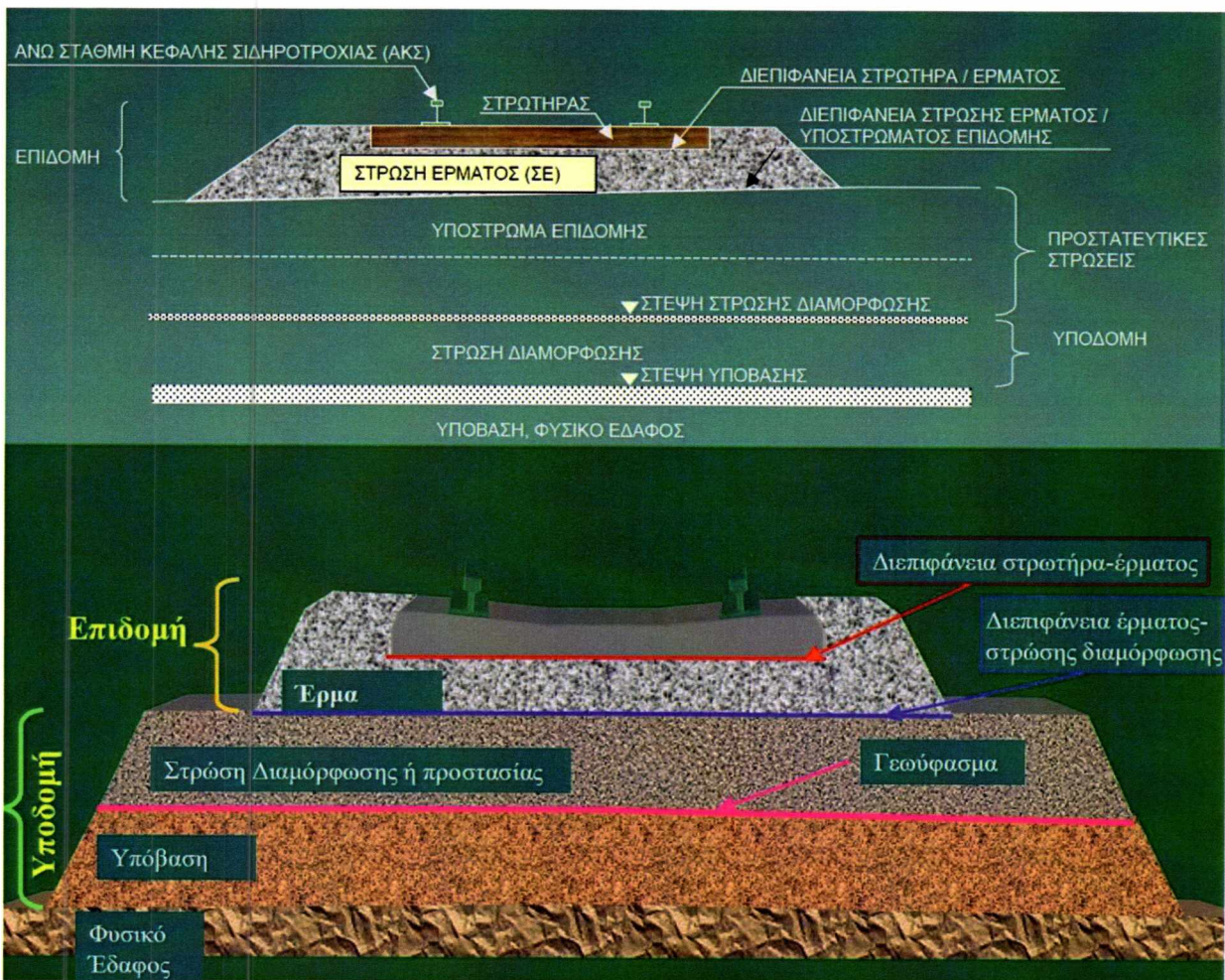
(β) Ερευνήθηκε η δημιουργία ασυνέχειας δυσκαμψίας μεταξύ μαλακού και σκληρού εδαφικού στρώματος λόγω της κίνησης ως άνω φορτίου.

(γ) Αναλύθηκε η επιρροή του μήκους που μεσολαβεί μέχρι την αλλαγή της δυσκαμψίας (stiffness transition length) μεταξύ των δύο υλικών.

Το μοντέλο που θεωρήθηκε στο βήμα (α) απεικονίζεται στο Σχήμα 2.13.



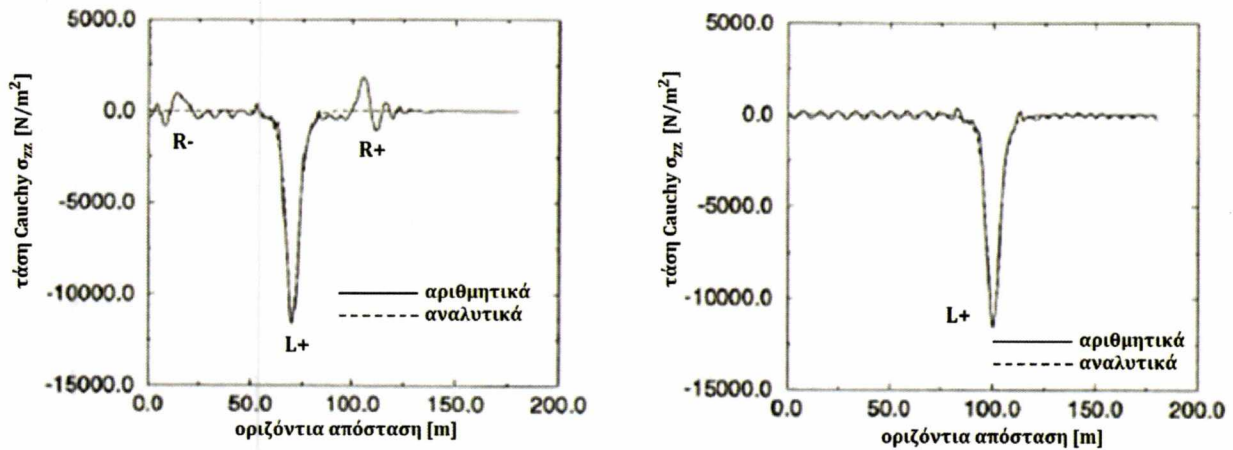
Σχήμα 2.13. Μοντέλο φορτίου κινούμενου επί ελαστικού ημι-χώρου [4]



Σκαρίφημα τομής σιδηροδρομικής γραμμής και ονοματολογία

Όταν το φορτίο φθάσει ακαριαία την ταχύτητα του, προκαλεί δύο κύματα Rayleigh. Το ένα διαδίδεται με κατεύθυνση αυτή της κίνησης του φορτίου ($R+$) και το άλλο προς την

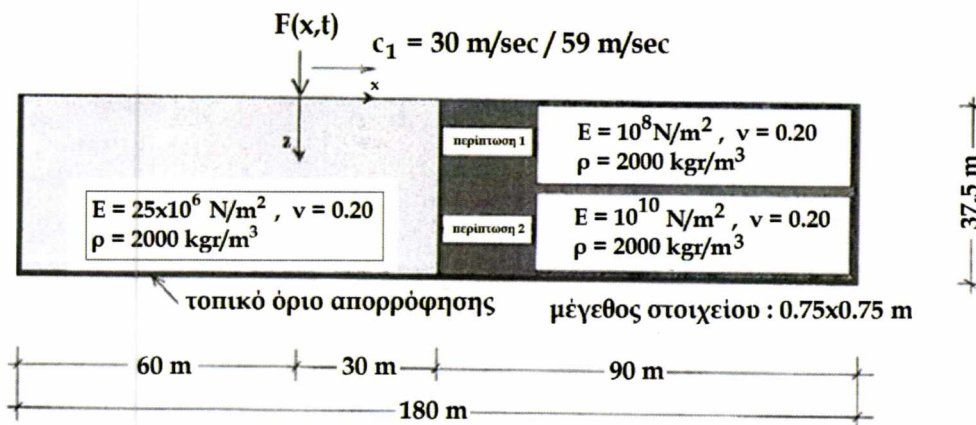
αντίθετη (R-). Στο Σχήμα (2.14) φαίνονται χαρακτηριστικά αποτελέσματα του βήματος (α).



Σχήμα 2.14. Κατακόρυφη τάση σε βάθος 5.68 m από την επιφάνεια για διάδοση 10 και 40 m [...]

Σημειωτέον ότι για να επιτευχθεί κατάλληλη προσομοίωση του εδαφικού στρώματος ως ημι-άπειρου, προσομοιάστηκε ένα τοπικό απορροφητικό σύνορο (local absorbing boundary) με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Το επόμενο βήμα (β) βασίστηκε στο μοντέλο του Σχήματος 2.15, που έπεται.



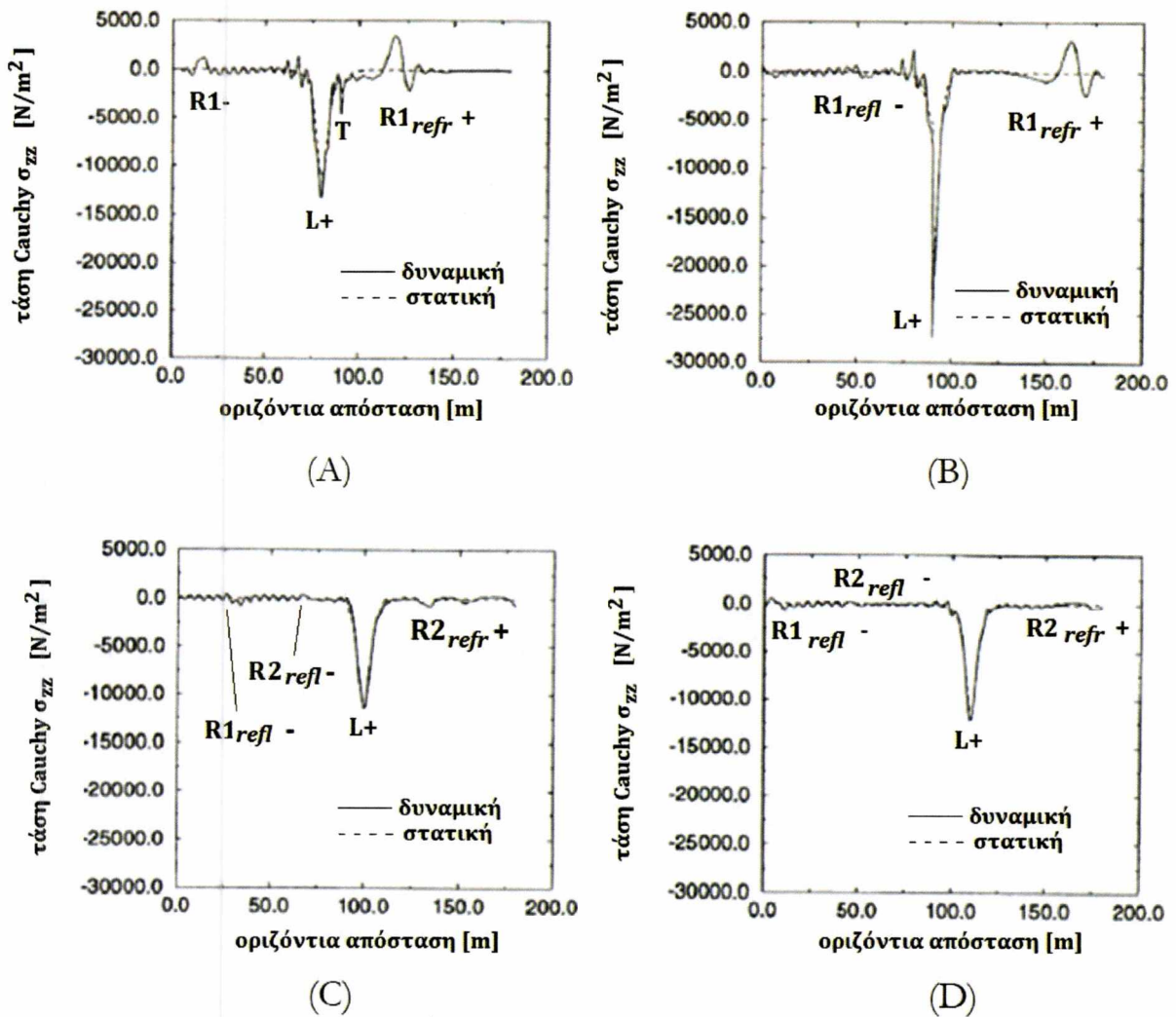
Σχήμα 2.15. Μοντέλο με ασυνέχεια δυσκαμψίας [4]

Σε ότι αφορά την Περίπτωση 1 του ανωτέρω Σχήματος, η κίνηση του φορτίου έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία δύο κυμάτων Rayleigh, και όταν κάποιο από αυτά φθάσει την ασυνέχεια δυσκαμψίας διαθλάται στο νέο (πιο δύσκαμπτο) μέσο. Καθώς δε το φορτίο περνά πάνω από την ασυνέχεια αυτή δημιουργεί άλλο ένα κύμα Rayleigh, ένα μέρος του οποίου διαθλάται στο δεύτερο μέσο και το άλλο ανακλάται πίσω. Στο Σχήμα 2.16 χρησιμοποιούνται οι παρακάτω συμβολισμοί:

R1_ : Κύμα Rayleigh δημιουργούμενο στην έναρξη της κίνησης με κατεύθυνση αντίθετη αυτής

R1refl+ : Διαθλώμενο τμήμα του κύματος Rayleigh που δημιουργήθηκε κατά την έναρξη της κίνησης

- $R1_{refl-}$: Ανακλώμενο τμήμα του κύματος Rayleigh που δημιουργήθηκε κατά την έναρξη της κίνησης
- $L+$: Απόκριση σταθερής κατάστασης
- $R2_{refr+}$: Διαθλώμενο τμήμα του κύματος Rayleigh που προκαλείται από την κίνηση πάνω από την ασυνέχεια δυσκαμψίας
- $R2_{refl-}$: Ανακλώμενο τμήμα του κύματος Rayleigh που προκαλείται από την κίνηση πάνω από την ασυνέχεια δυσκαμψίας



Σχήμα 2.16. Κατακόρυφες τάσεις σε βάθος 5.84m από την επιφάνεια για (A) 20m, (B) 30m, (C) 50m και (D) 60 m διάδοσης φορτίου

Οι παράγοντες δυναμικής ενισχύσεως (DAF) υπολογίζονται στη συνέχεια, εξαρτώμενοι από:

- (α) Την ταχύτητα (διάδοσης) του φορτίου c_i ,
- (β) Την ταχύτητα του κύματος Rayleigh στο 1^ο μαλακότερο μέσο $c_{Ray,soft}$ και
- (γ) Την απόσταση διάδοσης του φορτίου α ,

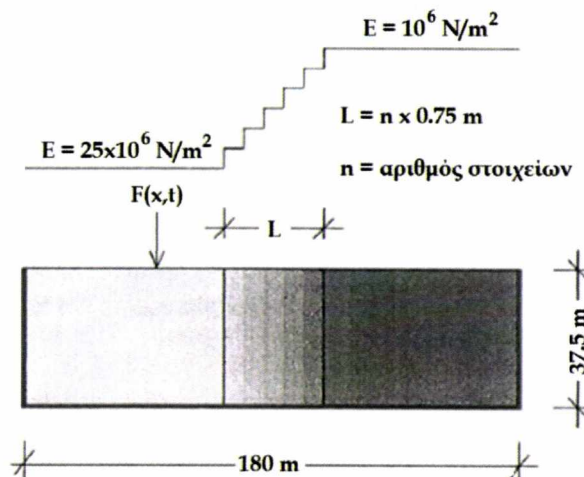
και τα αποτελέσματα περιέχονται στον Πίνακα 2.1

Πίνακας 2.1. Παράγοντες δυναμικής ενίσχυσης (DAF) για διαφορετικές ταχύτητες και αποστάσεις διάδοσης

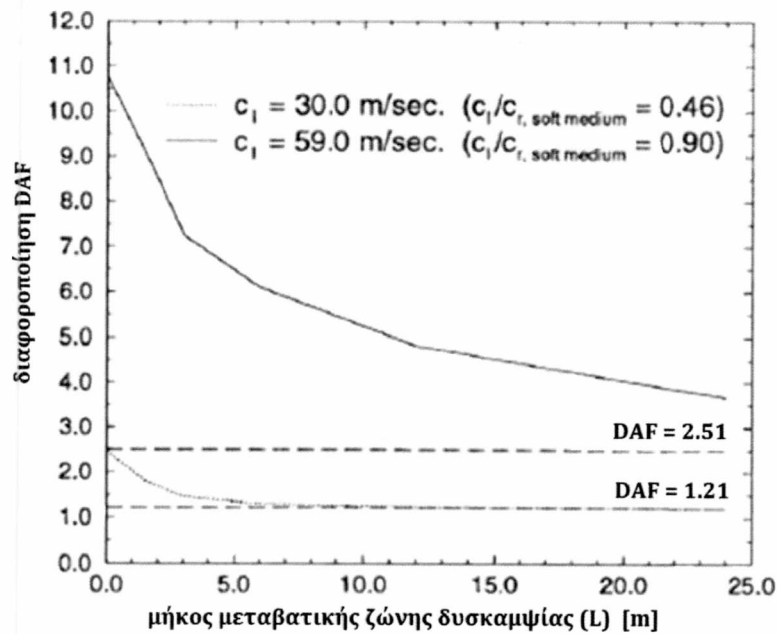
$c_l / c_{ray,soft}$	α	DAF
0.46	20	1.21
	30	1.30
	50	1.07
0.90	20	2.51
	30	5.66
	50	1.09

Όταν το φορτίο έχει κινηθεί πέραν της ασυνέχειας δυσκαμψίας, ο DAF μειώνεται σαν αποτέλεσμα της νέας και μεγαλύτερης ταχύτητας του κύματος Rayleigh. Σε περίπτωση υψηλότερης ταχύτητας φορτίου, ο DAF αυξάνεται, καθώς το κύμα Rayleigh και η απόκριση σταθερής κατάστασης αλληλεπιδρούν. Σημειωτέον επίσης ότι όταν τα θετικά διαδιδόμενα διαθλασθέντα κύματα Rayleigh αλληλεπιδρούν για $c_l / c_{ray,soft} = 0.90$ οδηγούν στην ανάπτυξη τάσεων μεγέθους μεγαλύτερου αυτών της απόκρισης σταθερής κατάστασης. Η μεγάλη τιμή του DAF για $\alpha = 30m$ οφείλεται μερικά σε απαιτήσεις συμβατότητας.

Στο 3^ο των βημάτων, εισάγεται μια ζώνη μετάβασης, με την απεικόνιση του μοντέλου και των DAF που προέκυψαν να δίδονται στα Σχήματα 2.17 και 2.18 αντίστοιχα. Από τα εκεί αποτελέσματα καθίσταται προφανής η εξάρτηση της τιμής του DAF από το μήκος της μεταβατικής ζώνης.



Σχήμα 2.17. Μοντέλο ελαστικού ημίχωρου με μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας



Σχήμα 2.18. DAF ως συνάρτηση του μήκους της μεταβατικής ζώνης

2.9 Θεώρημα δειγματοληψίας

Τούτο αναφέρεται σε διαδικασίες εντοπισμού μέσω μετρήσεων των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών ταλάντωσης μιας κατασκευής (modal testing, [5]) και διατυπώνεται ως:

$$\omega_{max} = \frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi N}{T} \right) \quad (2.34)$$

όπου:

ω_{max}	:	Μέγιστη ανιχνεύσιμη συχνότητα (Nyquist) (s^{-1})
ω_s	:	Συχνότητα δειγματοληψίας (s^{-1})
N	:	Αριθμός των δειγμάτων (-)
T	:	Περίοδος του δείγματος (s)

Έτσι, η μέγιστη ανιχνεύσιμη συχνότητα είναι το ήμισυ της συχνότητας δειγματοληψίας. Λόγω επιρροών aliasing¹, συνιστάται να χρησιμοποιείται μόνο το 80% της συχνότητας Nyquist, όπως έχει και πρακτικά επιβεβαιωθεί [5]. Έτσι, εάν το σήμα που θα πρέπει να αξιολογηθεί αποτελείται από συχνότητες υψηλότερες του 40% της συχνότητας δειγματοληψίας, πρέπει να προσαρμοστεί φιλτράρισμα του σήματος.

2.10 Απόσβεση Rayleigh

Η απόσβεση Rayleigh ή αναλογική απόσβεση είναι ένας τρόπος για την εισαγωγή ιξώδους απόσβεσης σε ένα δομικό σύστημα. Η απόσβεση Rayleigh θα χρησιμοποιηθεί σε όλη την παρούσα εργασία. Αυτή υποθέτει ένα μητρώο απόσβεσης ανάλογο προς ένα συνδυασμό

¹ aliasing στην επεξεργασία σήματος είναι φαινόμενο που οδηγεί σήματα διαφορετικά μεταξύ τους να είναι δυσδιάκριτα

δυσκαμψίας και μάζας της μορφής:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.35)$$

Ο συντελεστής απόσβεσης ζ για την i κανονική μορφή ταλάντωσης δίδεται από την έκφραση:

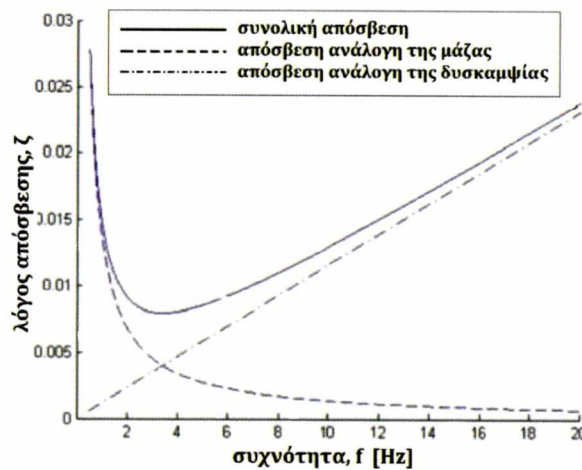
$$\zeta_i = \frac{1}{2} \left[a \frac{1}{\omega_i} + \beta \omega_i \right] \quad (2.36)$$

Για δύο ξεχωριστές μορφές i, j που διαθέτουν τα ίδια χαρακτηριστικά απόσβεσης ισχύει συνεπώς ότι:

$$a = \frac{2\omega_i\omega_j(\zeta_j\omega_i - \zeta_i\omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad (2.37\alpha)$$

$$\beta = \frac{2(\zeta_i\omega_i - \zeta_j\omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad (2.37\beta)$$

Στο Σχήμα (2.19) φαίνεται μια τυπική κατανομή απόσβεσης Rayleigh. Έτσι από την γνώση δύο συγκεκριμένων λόγων απόσβεσης δύο συχνοτήτων, εφαρμόζεται κοινή απόσβεση σε όλες τις συχνότητες. Γνωρίζοντας το περιορισμένο διάστημα συχνοτήτων του σήματος και τις σταθερές της απόσβεσης Rayleigh της κατασκευής, έχει κάποιος τον έλεγχο της απόσβεσης.



Σχήμα 2.19. Απόσβεση Rayleigh

2.11 Μετασχηματισμός Fourier και Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (PSD)

Ο εν λόγω μετασχηματισμός, που παρουσιάστηκε από τον Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), μετασχηματίζει μια χρονική συνάρτηση $f(t)$ σε μια άλλη συνάρτηση F , της οποίας η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι πλέον η συχνότητα. Κατ' ουσία δηλώνει ότι κάθε τυχαίο σήμα μπορεί να αναπαραχθεί ως το άθροισμα ορθογωνικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Ειδικότερα, η φασματική πυκνότητα ισχύος (PSD) περιγράφει πως η ισχύς ενός σήματος ή μιας χρονοσειράς κατανέμεται πάνω σε διαφορετικές συχνότητες. Συνήθως, ως ισχύς θεωρείται το τετράγωνο του σήματος, και η PSD αποτελεί μια αναπαράσταση στο πεδίο συχνοτήτων ενός τυχαίου σήματος δόνησης. Φιλτράρει δηλαδή ξεχωριστά τριγωνομετρικά

σήματα και υπολογίζει την μέση ένταση, υπό την μορφή της παραμέτρου *ρίζας αριθμητικού μέσου* (RMS). Η ένταση αυτή είναι συζευγμένη με μια συγκεκριμένη συχνότητα, οπότε μπορεί να αναπαρασταθεί ως συνάρτηση της συχνότητας της ταλάντωσης, δηλαδή ως ένα γράφημα PSD. Η RMS ορίζεται ως:

$$RMS = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt} \quad (2.38)$$

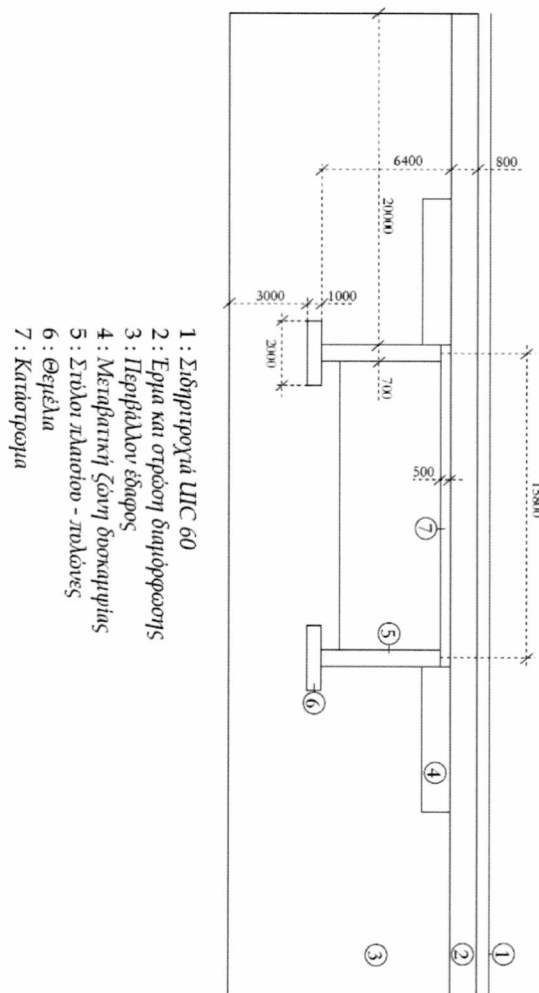
όπου T η φυσική περίοδος και $x(t)$ το σήμα / χρονοσειρά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΦΥΡΑΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΑ

Στην κατασκευή που προσομοιάζεται στην παρούσα εργασία όλες οι γεωμετρικές παράμετροι και οι παράμετροι υλικών βασίζονται σε Κώδικες σχεδιασμού και σε ρεαλιστικές τιμές, χωρίς να προέρχονται από κάποια συγκεκριμένη κατασκευή. Το μοντέλο δύο διαστάσεων υπολογίζεται για ένα πλάτος 6m, που αποτελεί προσέγγιση μια σιδηροδρομικής γέφυρας μιας τροχιάς.

3.1 Γεωμετρία.

Η γέφυρα θεωρείται μορφής πλαισίου Π από οπλισμένο σκυρόδεμα ενός ανοίγματος μήκους 15.8 m. Το πάχος της πλάκας – καταστρώματος είναι ίσο με 500 mm και το πλάτος της 6m, ενώ οι στύλοι του πλαισίου θεωρούνται πάχους 700 mm και ύψους 6.4 m. Το έρμα και η στρώση διαμόρφωσης θεωρούνται ισοπαχείς (2 x 400 mm), αλλά διαφέρουν σε διαβάθμιση, η οποία προσαρμόζεται με την πυκνότητα. Το μοντέλο της γέφυρας αυτής απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1, όπου παρατίθεται και το σχετικό υπόμνημα, ενώ το περιβάλλον έδαφος θεωρείται ημι-άπειρος ημίχωρος.



Σχήμα 3.1. Μοντέλο γέφυρας και υπόμνημα

3.2 Υλικά και γεωμετρία επιμέρους τμημάτων

Οι ιδιότητες των υλικών προέρχονται από τη βιβλιογραφία [8,9] και παρουσιάζονται παρακάτω.

3.2.1 Σκυρόδεμα

Χρησιμοποιείται σκυρόδεμα ποιότητας C30/37, του οποίου το μέτρο ελαστικότητας είναι προσαυξημένο κατά 10%, για να ληφθούν υπόψη δυναμικά φαινόμενα. Τα μέρη από σκυρόδεμα είναι το πλαίσιο της γέφυρας και οι στρωτήρες (8 και 7 στο Σχήμα 3.1). Οι παράμετροι του σκυροδέματος ελήφθησαν από τον Ευρωκώδικα 2 και είναι:

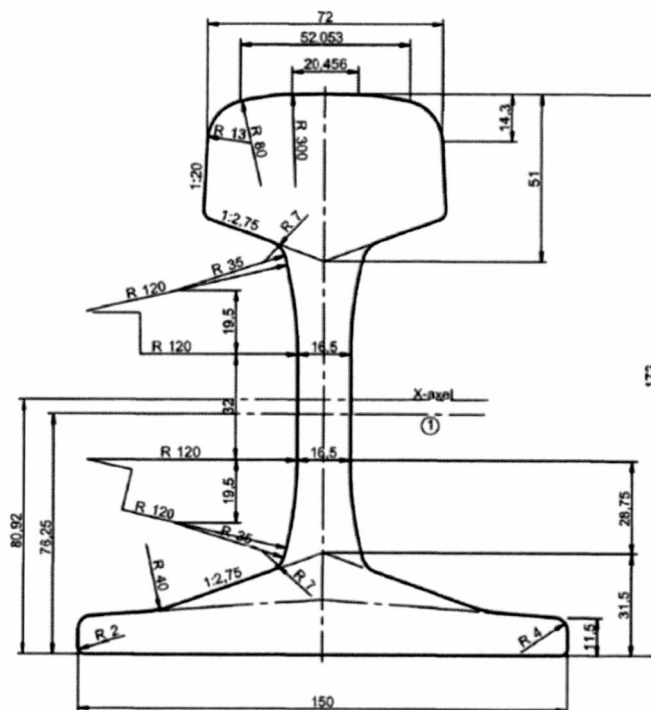
Λόγος Poisson, ν	:	0.20
Πυκνότητα, ρ	:	2500 kg/m ³
Μέτρο ελαστικότητας	:	36.3 GPa

3.2.2 Χάλυβας

Από χάλυβα αποτελείται μόνο η σιδηροτροχιά, διατομής UIC 60. Τα χαρακτηριστικά του υλικού, που ελήφθησαν από τον Ευρωκώδικα 3, είναι:

Λόγος Poisson, ν	:	0.30
Πυκνότητα, ρ	:	7800 kg/m ³
Μέτρο ελαστικότητας	:	210 GPa

Για τη σιδηροτροχιά, η γεωμετρία της διατομής της οποίας φαίνεται στο Σχήμα 3.2, ισχύει επίσης ότι $A = 7687 \text{ mm}^2$ και $I_{xx} = 3055 \text{ cm}^4$.



Σχήμα 3.2. Γεωμετρία διατομής σιδηροτροχιάς UIC 60

3.2.3 Περιβάλλον έδαφος

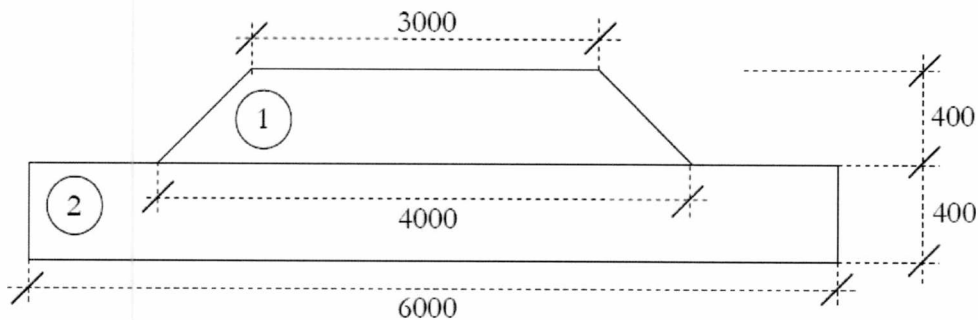
Το περιβάλλον έδαφος είναι το στοιχείο 3 στο Σχήμα 3.1. Η κατασκευή θεωρείται να περιβάλλεται από υλικό ίδιων ιδιοτήτων με τη στρώση διαμόρφωσης. Η ταχύτητα διατμητικού κύματος για λίθινο υλικό κυμαίνεται μεταξύ 200 και 700 m/sec [3], και εδώ χρησιμοποιείται η χαμηλότερη. Οι παράμετροι του περιβάλλοντος εδαφικού υλικού είναι:

Λόγος Poisson, ν	:	0.10
Πυκνότητα, ρ	:	1900 kg/m ³
Μέτρο ελαστικότητας	:	167 GPa

3.2.4 Έρμα

Η γεωμετρία του έρματος και της στρώσης διαμόρφωσης της γέφυρας δίνεται στο Σχήμα 3.3, οι δε ιδιότητες του υλικού του έρματος έχουν ως εξής (η στρώση διαμόρφωσης έχει τις ιδιότητες του περιβάλλοντος εδάφους ως άνω):

Λόγος Poisson, ν	:	0.10
Πυκνότητα, ρ	:	1700 kg/m ³
Μέτρο ελαστικότητας	:	150 GPa

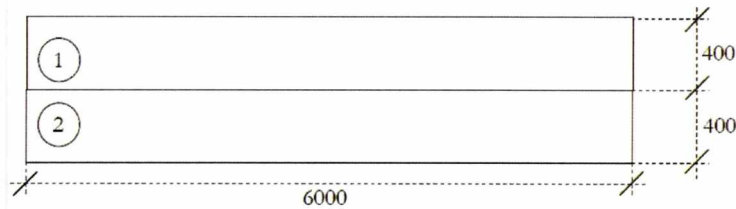


Σχήμα 3.3. Έρμα (1) και στρώση διαμόρφωσης (2)

Για να ληφθούν υπόψη οι γεωμετρικές διαφορές του έρματος και της στρώσης διαμόρφωσης, όταν χρησιμοποιείται ένα επίπεδο μοντέλο, η πυκνότητα του έρματος είναι τροποποιημένη. Στην πυκνότητα του έρματος συμπεριλαμβάνεται και το βάρος των στρωτήρων 250 Kg, που τοποθετούνται σε απόσταση 600mm μεταξύ τους, σύμφωνα με τον παρακάτω προσεγγιστικό υπολογισμό:

$$\begin{aligned} \rho_{mod.bal} &= \rho_{bal} \frac{A_{bal}}{A_{mod.bal}} + \frac{m_{sl}}{c c_{sl} A_{mod.bal}} \\ &= 1700 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \times \frac{3.5\text{mm} \times 0.4\text{m}}{6\text{m} \times 0.4\text{m}} + \frac{250\text{Kg}}{0.6\text{m} \times 6\text{m} \times 0.4\text{m}} \sim 1170 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \quad (3.1)$$

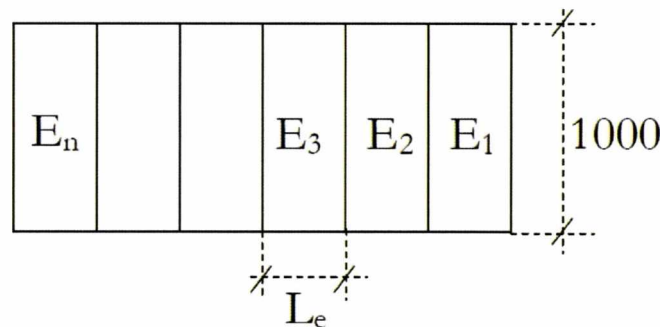
οπότε οι δύο αυτές στρώσεις διαμορφώνονται σύμφωνα με το ισοδύναμο του Σχήματος 3.4.



Σχήμα 3.4. Έρμα (1) και στρώση διαμόρφωσης (2) με τις ισοδύναμες παραμέτρους

3.2.5 Μεταβατική ζώνη

Η μεταβατική ζώνη θεωρείται ότι διαθέτει βαθμωτή δυσκαμψία, ως Σχήμα 3.5, και βάθος 1 m. Τα πλάτος μιας λωρίδας δυσκαμψίας L_e , κυμαίνεται μεταξύ 0.2 και 0.8 m, με εξαίρεση δε το μέτρο ελαστικότητας, οι ιδιότητες του εδάφους της ζώνης είναι ίδιες με αυτές της στρώσης διαμόρφωσης. Το μέτρο ελαστικότητας αλλάζει γραμμικά από αυτό του εδάφους μέχρι κάποια συγκεκριμένη δυσκαμψία άκρου.



Σχήμα 3.5. Διαμόρφωση της μεταβατικής ζώνης

3.3 Απόσβεση

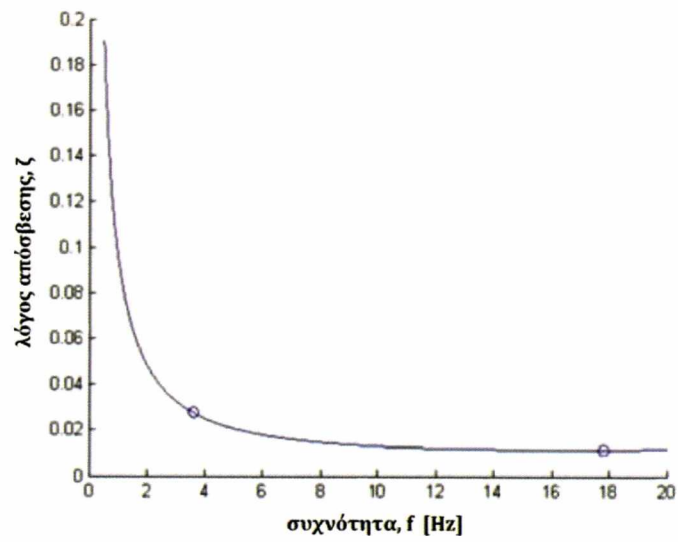
Απόσβεση Rayleigh εφαρμόζεται σε όλα τα υλικά του μοντέλου. Οι ιδιότητες της απόσβεσης αντλήθηκαν από τη βιβλιογραφία [Jonsson J., (2000), *On ground and structural vibrations related to railway traffic*, Chalmers University of Tehnology, ISBN: 91-7197-920-4] και παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1.

Πίνακας 3..1 Ιδιότητες απόσβεσης υλικών

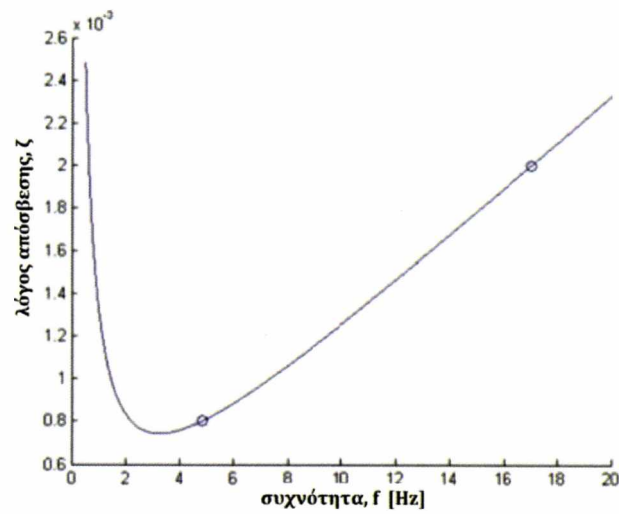
Υλικό	ζ_i (%)	f_i (Hz)	ζ_i (%)	f_i (Hz)	α [s^{-1}]	β [s]
Χάλυβας	0.08	4.86	0.2	17.08	0.0152	3.60734×10^{-5}
Σκυρόδεμα	2.75	3.63	1.16	17.82	1.1963	1.1178×10^{-4}
Έδαφος	0.8	3	1.5	12	0.1709	3.6782×10^{-4}

Χρησιμοποιώντας τον λόγο ιδιομορφικής απόσβεσης και την αντίστοιχη συχνότητα του Πίνακα αυτού, μπορούν να υπολογισθούν οι αναλογικές σταθερές α και β μάζας και δυσκαμψίας. Στα Σχήματα 3.6 έως 3.8 φαίνεται η σχετική απόσβεση ως συνάρτηση της

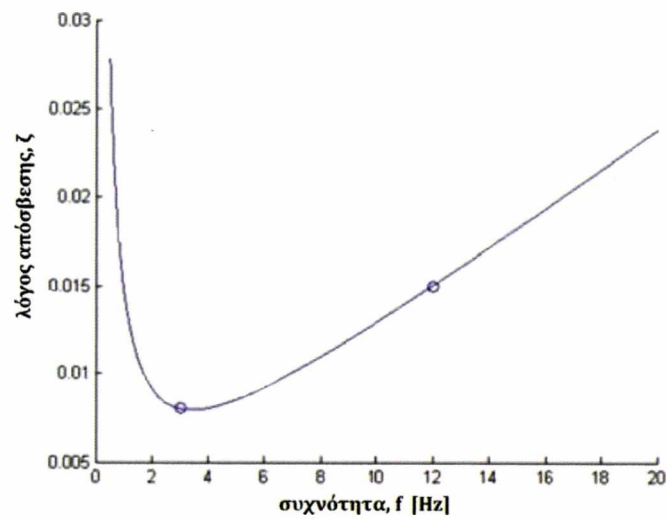
συχνότητας για τα υλικά που χρησιμοποιούνται.



Σχήμα 3.6. Κατανομή απόσβεσης σκυροδέματος



Σχήμα 3.7. Κατανομή απόσβεσης χάλυβα



Σχήμα 3.8. Κατανομή απόσβεσης εδάφους

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

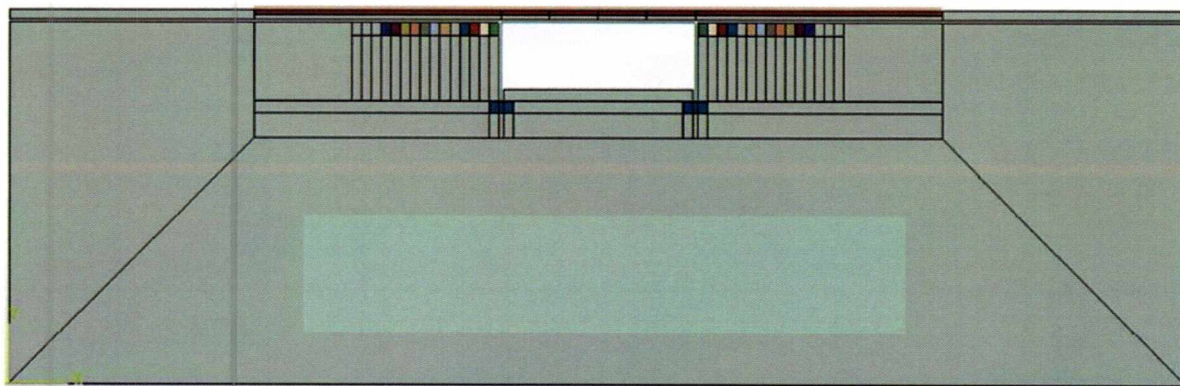
Το μοντέλο δύο διαστάσεων της παρούσας εργασίας αποτελείται από συνδυασμό στοιχείων δοκών και στερεών στοιχείων. Η προσομοίωση έγινε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

4.1 Υπο – τμήματα του κυρίως μοντέλου

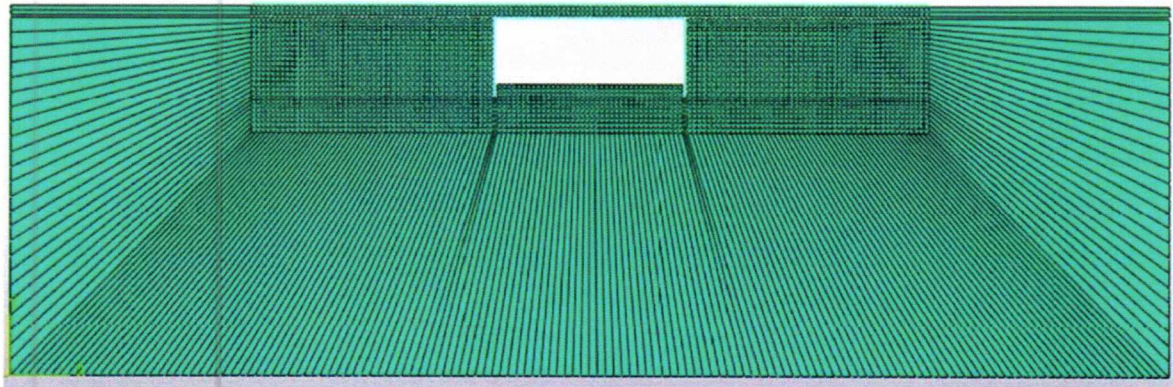
Το αριθμητικό μοντέλο απαρτίζεται από έναν αριθμό υπο – τμημάτων που κατόπιν συναρμολογούνται. Τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιούνται δίδονται στον Πίνακα 4.1, ενώ στα Σχήματα 4.1 και 4.2 φαίνονται η γεωμετρία συναρμολόγησης και το πλέγμα της κατασκευής.

Πίνακας 4.1. Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

Υπο - Τμήμα	Τύπος πεπερασμένου στοιχείου	Ονοματολογία στην ανάλυση
Περιβάλλον Έδαφος	Τετρακομβικό επίπεδο στερεό	CPS4
Έρμα	Τετρακομβικό επίπεδο στερεό	CPS4
Στρώση Διαμόρφωσης	Τετρακομβικό επίπεδο στερεό	CPS4
Σιδηροτροχιά	Στοιχείο δοκού Timoshenko (δύο κόμβων)	B21
Πλαίσιο Π	Στοιχείο δοκού Timoshenko (δύο κόμβων)	B21
Ημι-άπειρο τμήμα	Τετρακομβικό ημι-άπειρο	CINPS4
Θεμελιώσεις	Τετρακομβικό επίπεδο στερεό	CPS4



Σχήμα 4.1. Γεωμετρική σύνθεση (συναρμολόγηση) της προσομοιούμενης γέφυρας. Διαφορετικά χρώματα αντιστοιχούν σε διαφορετικές ιδιότητες υλικού

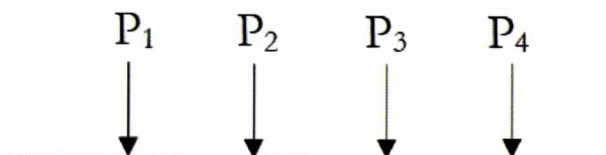


Σχήμα 4.2. Πλέγμα του μοντέλου, με πεπερασμένα στοιχεία μεγέθους 0.40 m και με χρήση συνοριακών στοιχείων για την προσομοίωση ημι-άπειρου ημίχωρου

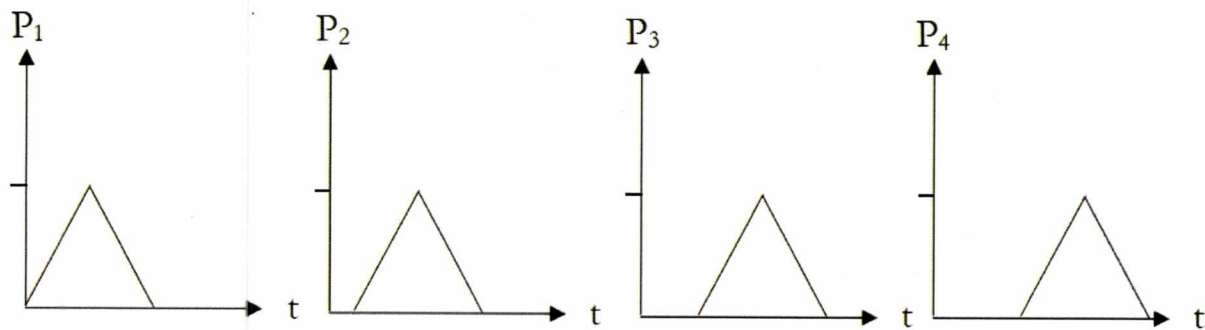
4.2 Φορτία

4.2.1 Ωφέλιμα δυναμικά φορτία

Το φορτίο της αμαξοστοιχίας μοντελοποιείται από μια σειρά ώσεων σύμφωνα με τα Σχήματα 4.3 και 4.4.



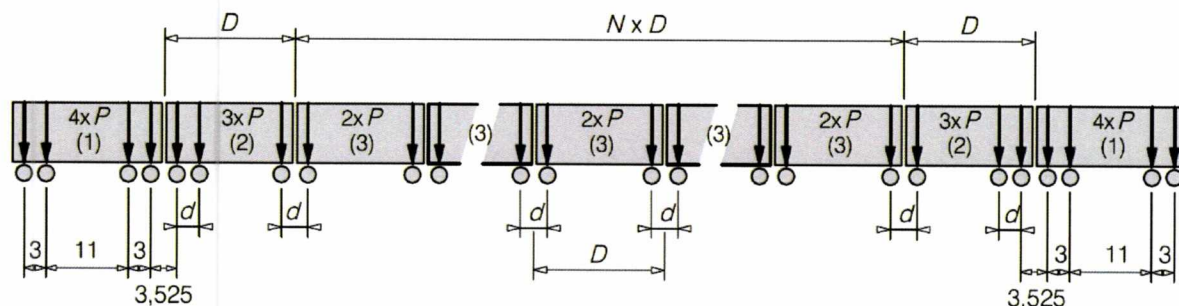
Σχήμα 4.3. Χωρική θέση φορτίων



Σχήμα 4.4. Διάρκεια και χρονική θέση κάθε φορτίου

4.2.2 High Speed Load Model (HSLM) A1

Στον Ευρωκώδικα 1, Μέρος 2: Φορτία σε γέφυρες οφειλόμενα σε κυκλοφορία [7], δίδεται και το μοντέλο φορτίου μεγάλης ταχύτητας (HSLM) για να αναπαραστήσει τη φόρτιση σε μια σιδηροδρομική γέφυρα λόγω επιβατηγών αμαξοστοιχιών που την διανύουν με ταχύτητες μεγαλύτερες των 200 km/h. Το μοντέλο αυτό προσδίδει χρονικά εξαρτώμενη μορφή στα φορτία και αποτελείται από δύο ξεχωριστά **Universal Trains (UT)**, με μεταβλητά μήκη αμαξών, τα HSML-A και HSML-B. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας επιλέγεται το UT HSLM-A1, τα χαρακτηριστικά του οποίου δίδονται στο Σχήμα 4.5 και τον Πίνακα 4.2 (από το Σχήμα 6.12 και τον Πίνακα 6.3 του ως άνω Ευρωκώδικα).



Key

- (1) Power car (leading and trailing power cars identical)
- (2) End coach (leading and trailing end coaches identical)
- (3) Intermediate coach

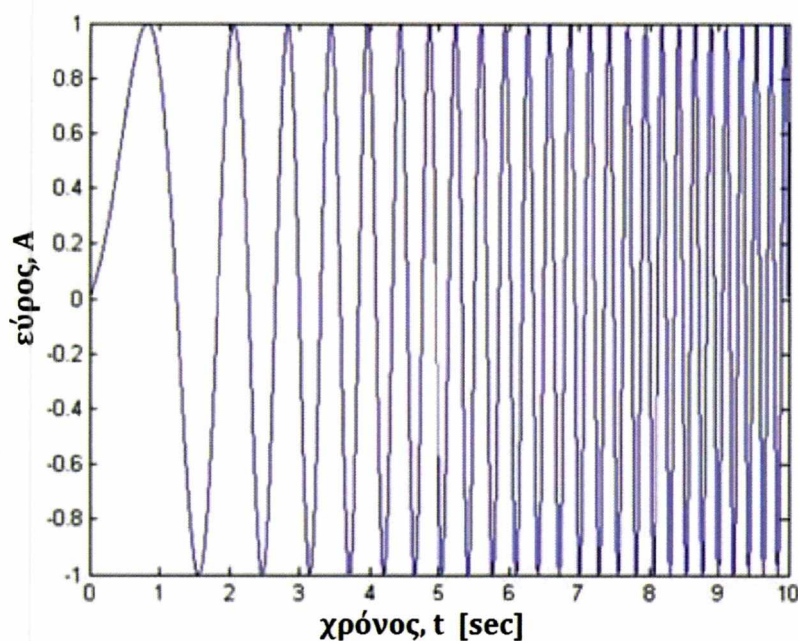
Σχήμα 4.5. HSLM - A

Πίνακας 4.2. HSLM - A

Universal Train	Number of intermediate coaches N	Coach length D [m]	Bogie axle spacing d [m]	Point force P [kN]
A1	18	18	2,0	170
A2	17	19	3,5	200
A3	16	20	2,0	180
A4	15	21	3,0	190
A5	14	22	2,0	170
A6	13	23	2,0	180
A7	13	24	2,0	190
A8	12	25	2,5	190
A9	11	26	2,0	210
A10	11	27	2,0	210

4.2.3 Αρμονικό φορτίο με διάστημα συχνοτήτων

Για την διερεύνηση των δυναμικών ιδιοτήτων της κατασκευής της γέφυρας, χρησιμοποιήθηκε αρμονική διέγερση. Δημιουργήθηκε μια σάρωση συχνοτήτων με την χρήση του λογισμικού MATLAB [11] (ως Παράρτημα Β). Μέρος του «σήματος» του φορτίου εμφανίζεται στο Σχήμα 4.6. Τα χρησιμοποιούμενα διαστήματα συχνοτήτων είναι από 0.1 έως 30 Hz με βήμα αύξησης 0.1 Hz.



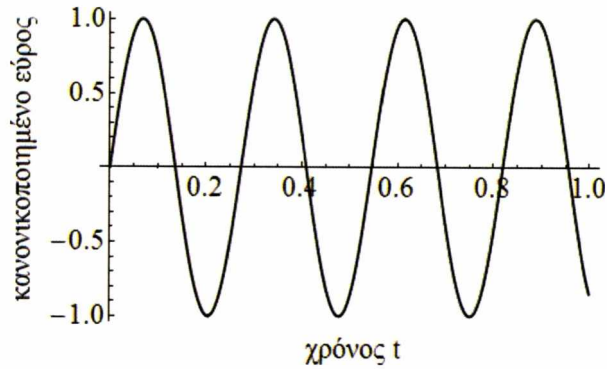
Σχήμα 4.6. Χρονο-ιστορία της χρησιμοποιούμενης σάρωσης συχνοτήτων 0.1-30 Hz.

4.2.4 Στάσιμο αρμονικό φορτίο

Στην μελέτη σύγκλισης του αριθμητικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε αρμονική διέγερση. Το αρμονικό φορτίο που χρησιμοποιήθηκε είναι:

$$F(t) = 10 \times 10^3 \sin(23t) \quad (4.1)$$

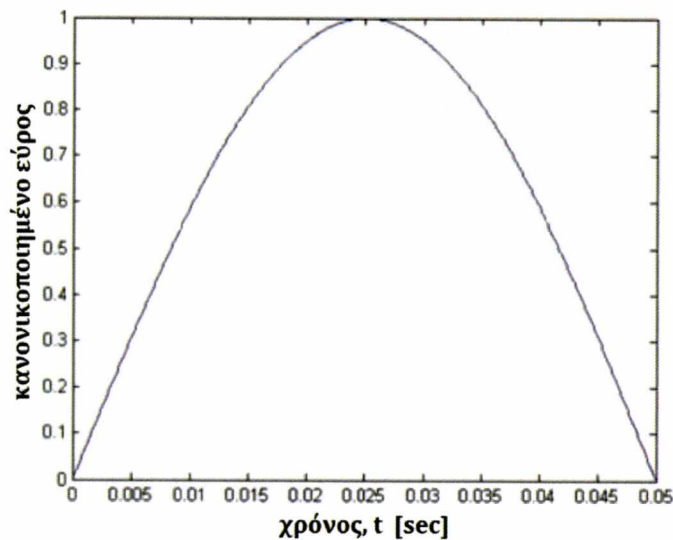
Αυτό δίνει μια κανονικοποιημένη συνάρτηση εύρους φορτίου σύμφωνα με το Σχήμα 4.7.



Σχήμα 4.7. Κανονικοποιημένο εύρος μοναδικής αρμονικής συχνότητας

4.2.5 Ωστικό φορτίο

Για την διερεύνηση της αποτελεσματικότητας των ορίων ηρεμίας δημιουργήθηκε ένα απλό μοντέλο, που αποτελείται από ένα τμήμα συνεχούς μέσου, που περιβάλλεται από συνεχή ημι-άπειρα στοιχεία. Αυτό το μοντέλο φορτίστηκε με ένα ωστικό φορτίο μορφής μισού ημιτονοειδούς κύματος, ως Σχήμα 4.8. Το χρησιμοποιηθέν μέγιστο εύρος ήταν 10 KN.



Σχήμα 4.8. Κανονικοποιημένο ωστικό φορτίο

4.3 Μέθοδοι επίλυσης

Στα πλαίσια της παρούσας Εργασίας το δυναμικό πρόβλημα επιλύεται με τη χρήση των ενσωματωμένων διαδικασιών απ' ευθείας αριθμητικής ολοκλήρωσης του ABAQUS, και ιδιαίτερα αυτής των Hilber – Hughes – Taylor με σταθερό βήμα. Λεπτομέρειες της εφαρμοσιμότητας και της αποτελεσματικότητας της μεθόδου αυτής μπορεί να ευρεθεί στο

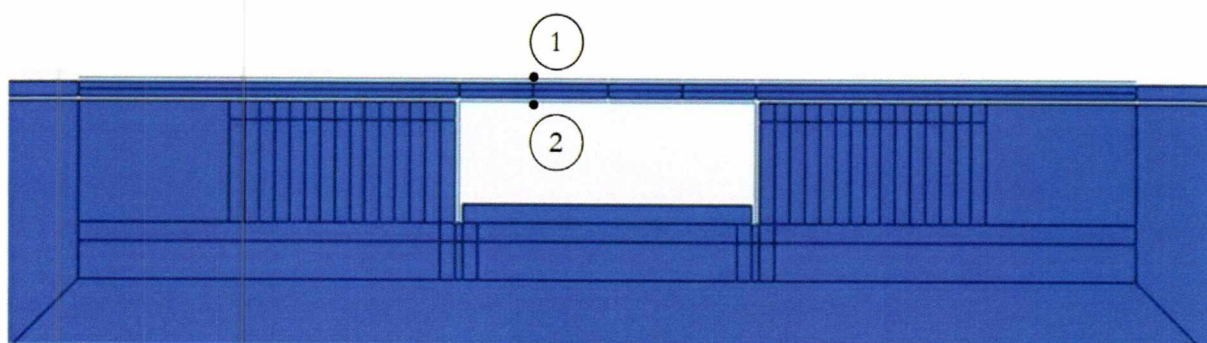
Εγχειρίδιο χρήσης του λογισμικού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο : ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ

Σε αυτό το Κεφάλαιο μελετώνται η σύγκλιση του μοντέλου και η αποτελεσματικότητα των ορίων ηρεμίας.

5.1 Σύγκλιση

Με σκοπό τον έλεγχο της αξιοπιστίας του μοντέλου πραγματοποιήθηκε μια δοκιμή σύγκλισης όσον αφορά τόσο το μέγεθος του πλέγματος και το βήμα χρονικής ολοκλήρωσης. Εφαρμόστηκε ένα σταθερό αρμονικό φορτίο στο 1^ο τέταρτο του ανοίγματος πάνω στη σιδηροτροχιά. Η απόκριση καταγράφηκε στην πλάκα στο ίδιο σημείο, χωρίς τη χρήση μεταβατικής ζώνης δυσκαμψίας. Οι θέσεις φορτίου και σημείου μετρηθείσας απόκρισης φαίνονται στο Σχήμα 5.1. Η δοκιμή σύγκλισης του μεγέθους του στοιχείου διεξήχθη με χρονικό βήμα 0.005 sec, τα δε αποτελέσματα περιέχονται στον Πίνακα 5.1 και στο Σχήμα 5.2.



Σχήμα 5.1. Θέση φορτίου (1) και μετρηθείσας απόκρισης (2)

Πίνακας 5.1. Αποτελέσματα ελέγχου σύγκλισης στοιχείου

Δt	l_e	DOF	f_c	f_{det}	f_{eq}	a_{max}	diff
0.005	0.05	358066	200	80	71613200	0.625	-
0.005	0.1	103728	200	80	20745600	0.631	0.88
0.005	0.2	27620	200	80	5524000	0.643	2.80
0.005	0.4	7965	200	80	1593000	0.672	7.52
0.005	0.8	2572	200	80	514400	0.724	15.85

Δt : Χρονικό (επαυξητικό) βήμα (sec)

l_e : Μέσο μέγεθος στοιχείου (m)

DOF : Βαθμοί ελευθερίας = αριθμός εξισώσεων προς επίλυση δε κάθε επαυξητικό βήμα

f_c : Συχνότητα υπολογισμού = αριθμός επαυξήσεων ανά δευτερόλεπτο [Hz]

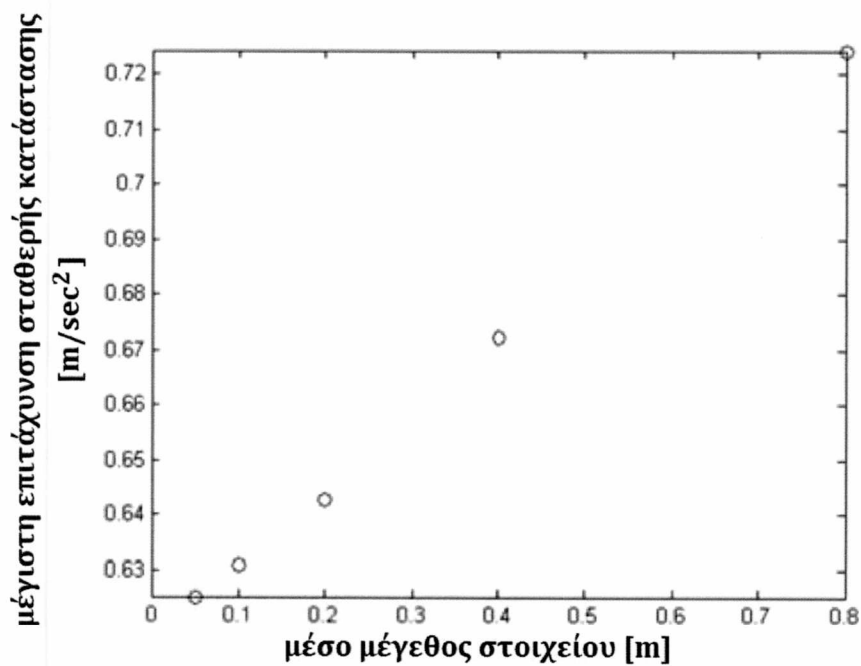
f_{det} : Προσεγγιστική μέγιστη ανιχνευθείσα συχνότητα αν τα αποτελέσματα λαμβάνονται σε κάθε

βήμα (περίπου το 40% της f_c) [Hz]

f_{eq} : Συχνότητα εξίσωσης = αριθμός εξισώσεων που απαιτούνται να λυθούν για να παραχθεί αποτέλεσμα ενός sec [Hz]

a_{max} : μέγιστη επιτάχυνση σταθερής κατάστασης [m/sec^2]

$diff$: % διαφορά με τη χαμηλότερη υπολογισθείσα επιτάχυνση σταθερής κατάστασης

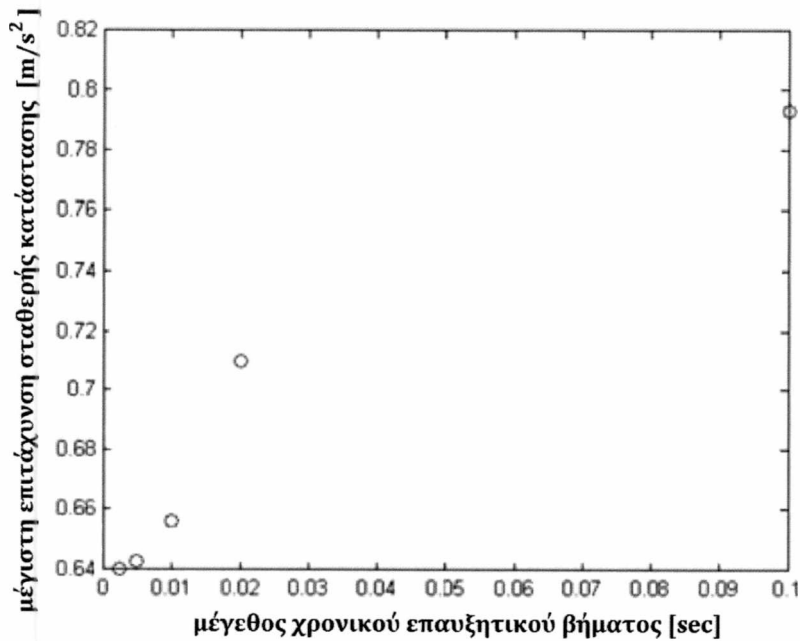


Σχήμα 5.2. Αποτέλεσμα ελέγχου σύγκλισης στοιχείου

Ο έλεγχος σύγκλισης του επαυξητικού χρονικού βήματος έγινε με παρόμοιο τρόπο για μέσο μέγεθος στοιχείου 0.2 m. Τα σχετικά αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 5.2 και το Σχήμα 5.3.

Πίνακας 5.2. Αποτελέσματα ελέγχου σύγκλισης χρονικού βήματος

Δt	l_e	DOF	f_c	f_{det}	f_{eq}	a_{max}	$diff$
0.003	0.2	27620	400	160	11048000	0.64	0.00
0.005	0.2	27620	200	80	5524000	0.643	0.42
0.01	0.2	27620	100	40	2762000	0.656	2.53
0.02	0.2	27620	50	20	1381000	0.71	10.86
0.1	0.2	27620	10	10	276200	0.793	23.97



Σχήμα 5.3. Αποτελέσματα ελέγχου σύγκλισης χρονικού βήματος

Η ταχύτητα διατμητικού κύματος είναι πολύ χαμηλότερη στο έδαφος, οπότε καθίσταται διέπυσα στην επιθυμητή προσαρμογή οκτώ πεπερασμένων στοιχείων εντός ενός μήκους κύματος. Υποθέτοντας μια συχνότητα των 30 Hz, τότε από την σχέση (2.33) προκύπτει ένα μήκος στοιχείου ίσο με $200/(8 \times 30) = 0.83$ m.

Με βάση τον παραπάνω υπολογισμό, την απαιτούμενη ακρίβεια αλλά και το μέγεθος του χρονικού βήματος, αποφασίστηκε τελικά η υιοθέτηση βήματος $\Delta t = 0.05$ sec και μήκους πεπερασμένου στοιχείου $l_e = 0.20$ m. Όλες οι αποκρίσεις επιτάχυνσης της μελέτης σύγκλισης δίδονται ως συναρτήσεις χρόνου στο Παράρτημα Γ. Σημειωτέον ότι διπλάσιο βήμα δεν οδηγεί σε ικανοποιητική απόκριση.

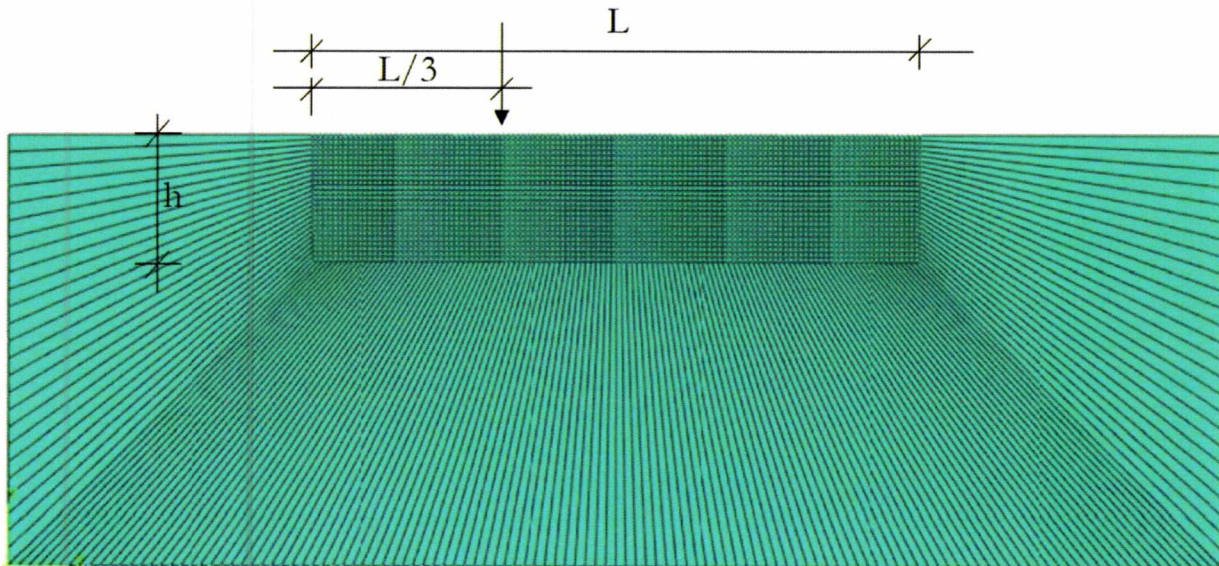
5.2 Όρια ηρεμίας

Υπάρχουν δύο τύποι απορρόφησης της ενέργειας στην κατασκευή. Τα υλικά απορροφούν από μόνα τους ενέργεια, εδώ θεωρούμενη ως απόσβεση Rayleigh. Πέρα από την απόσβεση του υλικού, μεγάλης σημασίας είναι και η γεωμετρική απόσβεση. Αφορά το γεγονός ότι μια σταθερή ποσότητα ενέργειας αποδίδει παραμορφώσεις που διαχέονται σε μια αυξανόμενη επιφάνεια με τάση μείωσης του μεγέθους τους. Για να ληφθεί αυτό υπόψη σένα πεπερασμένο μοντέλο, πρέπει να δοθεί προσοχή στα όρια του μοντέλου. Για την μελέτη αυτή χρησιμοποιούνται στο ABAQUS ημι-άπειρα στοιχεία CINPS4 [10].

5.2.1 Διέγερση συνεχούς μέσου λόγω ωστικού φορτίου

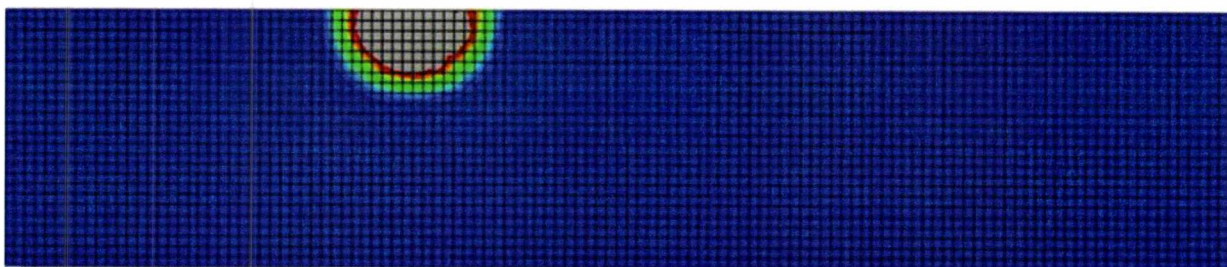
Το πρώτο μέρος της διερεύνησης της απορρόφησης ενέργειας αφορά ένα συνεχές μέσο, το οποίο διεγείρεται από ένα ωστικό φορτίο, σύμφωνα με την παράγραφο 4.2.5.

Κύριος στόχος εδώ είναι η απόκτηση μιας ένδειξης της συμπεριφοράς του ορίου ηρεμίας. Το συνεχές μέσο με τα μιας κατευθύνσεως άπειρα στοιχεία δείχνεται στο Σχήμα 5.4. Οι παράμετροι υλικών δίδονται στον Πίνακα 3.5 χωρίς όμως εφαρμογή απόσβεσης Rayleigh για τα υλικά.

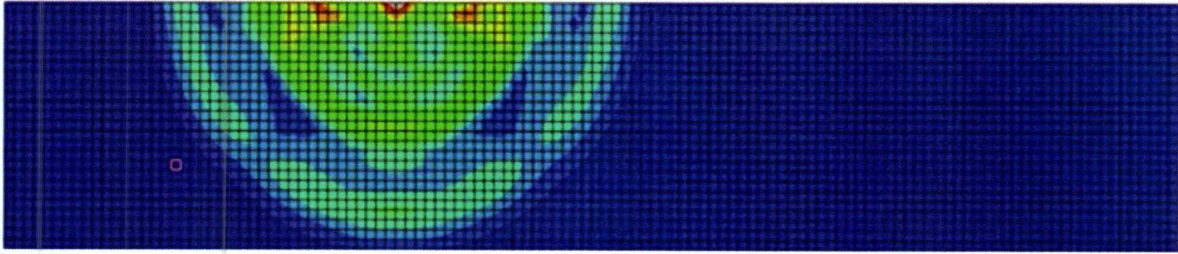


Σχήμα 5.4. Σχηματική αναπαράσταση της φόρτισης και του πλέγματος, $L=180\text{ m}$, $h=37.5\text{ m}$, μέγεθος στοιχείου= 1.5 m

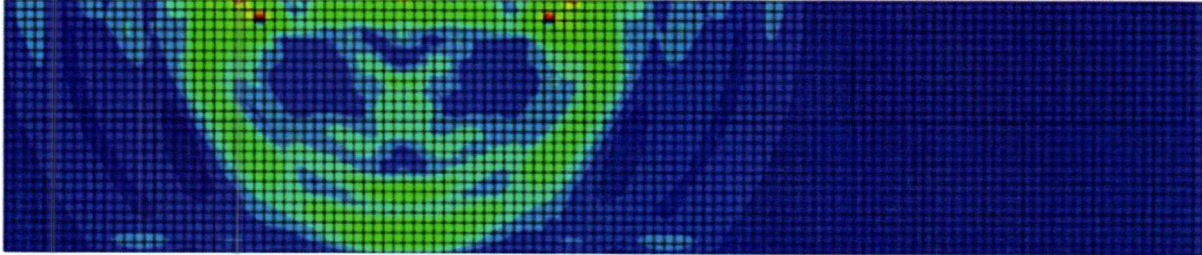
Αμέσως μετά την εφαρμογή του ωστικού φορτίου επί του συνεχούς μέσου, όλη η ενέργεια δημιουργεί παραμορφώσεις στο υλικό. Αυτές οι παραμορφώσεις προκαλούν τάσεις που φαίνονται στο Σχήμα 5.5.. Το Σχήμα 5.6 καταδεικνύει τις τάσεις κατά την χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την κρούση με τα ημι-άπειρα στοιχεία. Οι τάσεις εδώ είναι μικρότερου μεγέθους λόγω της διάχυσης σε μεγαλύτερη περιοχή, γεωμετρική απόσβεση. Κατά τον χρόνο ελαφρά μετά την κρούση στο όριο των ημι-άπειρων στοιχείων κάποια ποσότητα ενέργειας ανακλάται πίσω στο συνεχές μέσο. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 5.7. Μετά από λίγο καθώς το φορτίο έχει ανακλαστεί μερικές φορές φανερώνεται μια χαστικής μορφής κατάσταση, ως Σχήμα 5.8.



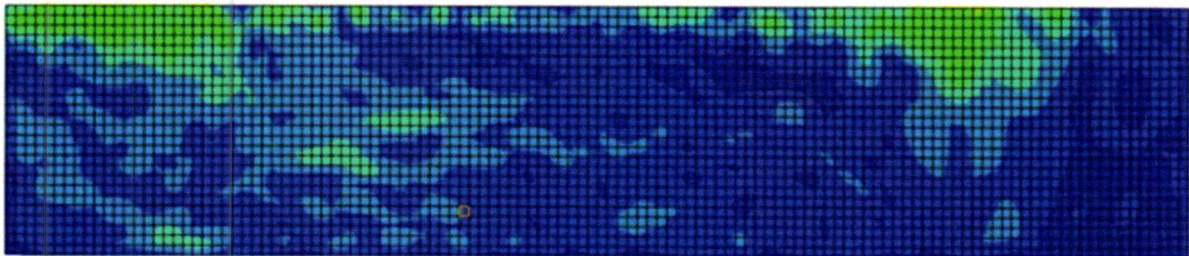
Σχήμα 5.5. Τάσεις von Mises αμέσως μετά την εφαρμογή του ωστικού φορτίου



Σχήμα 5.6. Τάσεις von Mises ακριβώς πριν την κρούση με ημι-άπειρα στοιχεία



Σχήμα 5.7. Τάσεις von Mises λίγο μετά την κρούση με ημι-άπειρα στοιχεία.

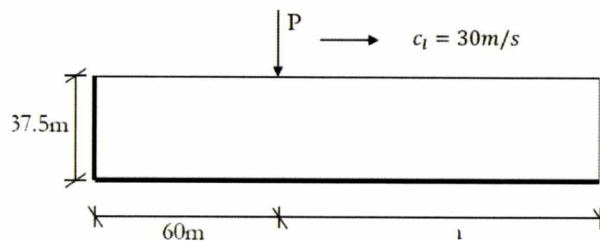


Σχήμα 5.8. Τάσεις von Mises μερικά δευτερόλεπτα μετά την κρούση

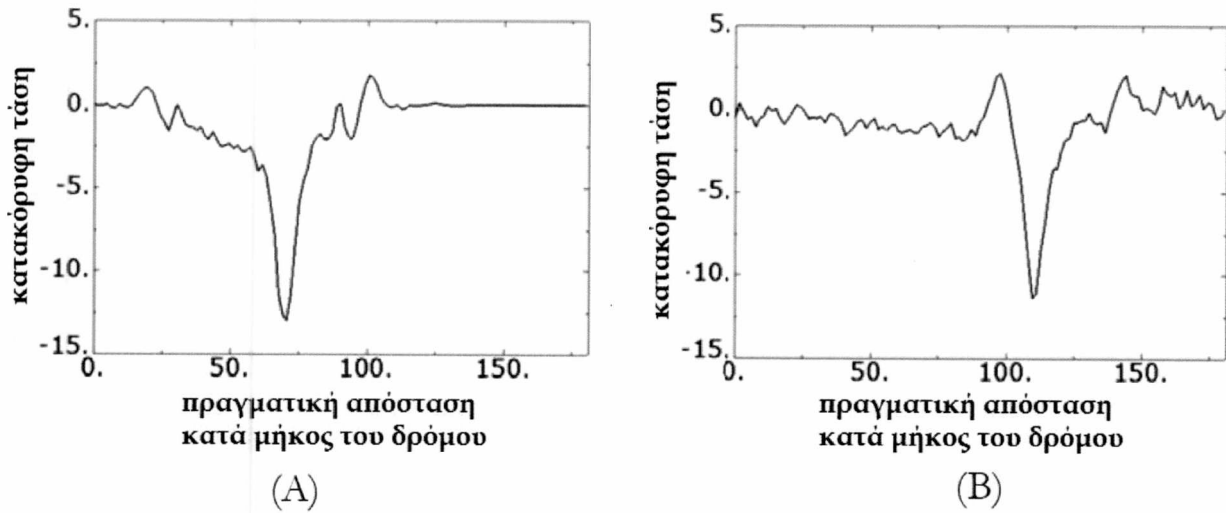
Η ενέργεια φαίνεται να απορροφάται από τα ημι-άπειρα στοιχεία αλλά όχι σε πλήρη έκταση. Έτσι τα στοιχεία παρέχουν ένα ήρεμο αλλά όχι σιωπηλό όριο. Αυτό αναφέρεται επίσης και στο manual του ABAQUS. Στην πραγματικότητα μόνο τα κύματα που διαδίδονται υπό γωνία 90 μοιρών προς τα CINPS4 στοιχεία απορροφώνται πλήρως.

5.2.2 Ανάπλαση των μελετών μεταβατικής ζώνης

Επαναλαμβάνεται η μελέτη της παραγράφου 8 του Κεφαλαίου 2, με ουσιαστική τη διαφορά εδώ σε θέμα απορρόφησης ενέργειας. Στην §2.8 τα όρια δείχθηκαν να είναι αθόρυβα αλλά όχι ήρεμα. Πως το γεγονός αυτό επηρεάζει ένα αποτέλεσμα θα διερευνηθεί τώρα. Στο Σχήμα (5.9) παρουσιάζεται ένα μοναδικό συνεχές μοντέλο που διεγείρεται από ένα κινούμενο φορτίο. Χρησιμοποιήθηκε ένα στοιχείο μεγέθους 1.5 m για τα στοιχεία επίπεδης έντασης.



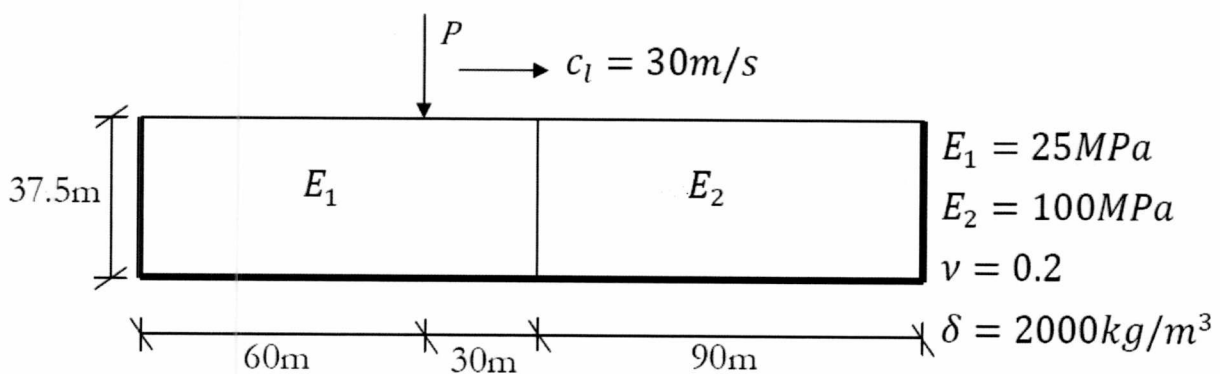
Σχήμα 5.9. Αναπαράσταση συνεχές μοντέλου



Σχήμα 5.10. Κατακόρυφες τάσεις μετά από (Α) 10 m διάδοσης φορτίου και (Β) 40 m διάδοσης φορτίου σε βάθος 6 m από την επιφάνεια

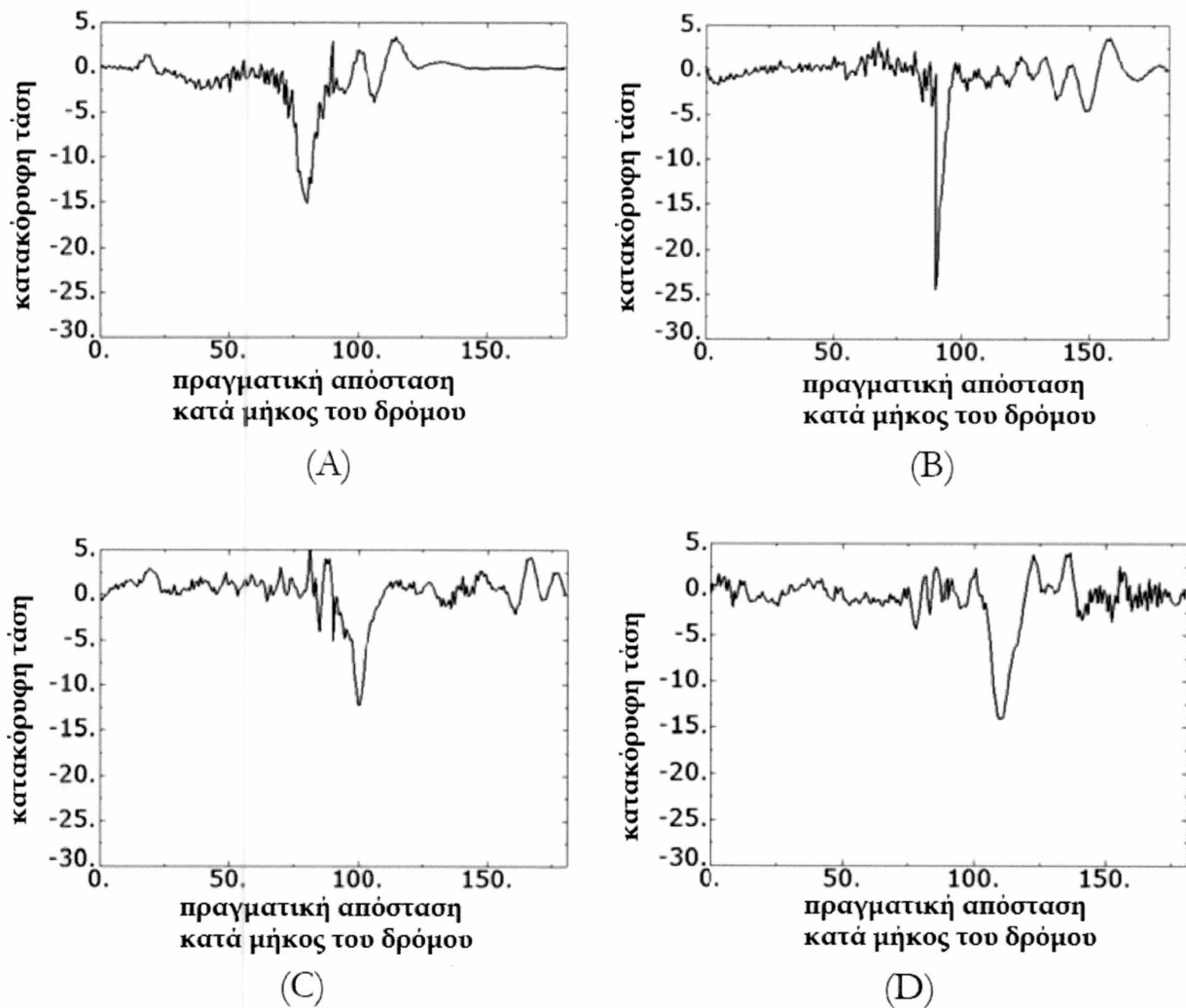
Εδώ είναι σαφές ότι η ενέργεια δεν απορροφάται εντελώς καθώς υπάρχει απόκλιση σε σχέση με το Σχήμα 2.14. Η ανακλώμενη ενέργεια δεν επηρεάζει το μέγεθος των μέγιστων παραμορφώσεων (απόκριση σταθερής κατάστασης) με την ευρεία έννοια. Τα κύματα Rayleigh που δημιουργούνται από την αιφνίδια εφαρμογή του φορτίου μπορούν να ανιχνευθούν στο Σχήμα 5.10 (Α). Όμως αξιολόγηση του μεγέθους των κυμάτων Rayleigh δεν πρόκειται να πραγματοποιηθεί, καθώς η καμπύλη παρουσιάζει διατάραξη, που δημιουργήθηκε κυρίως από την ανάκλαση της ενέργειας. Στο Σχήμα 5.10 δεν υπάρχει κάποιο κύμα Rayleigh λόγω της υψηλής ταχύτητας του κύματος, υποδεικνύοντας την παρουσία της ανάκλασης της ενέργειας. Συγκρίνοντας τις μελέτες παρατηρείται μια μικρή διαφορά σχετικά με τις θέσεις των αποτελεσμάτων. Για τον λόγο αυτό δεν γίνεται ακριβής σύγκριση κατ' απόλυτες τιμές.

Επιπρόσθετα, δημιουργήθηκε ένα άλλο μοντέλο εισάγοντας την έννοια της ασυνέχειας δυσκαμψίας σε ομοιότητα με την μελέτη της §2.8. Το μοντέλο αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 5.11.



Σχήμα 5.11. Αναπαράσταση μοντέλου με μια ασυνέχεια δυσκαμψίας

Η κατακόρυφη τάση που προκύπτει σε βάθος 6 m από την επιφάνεια σε διαφορετικές χρονικές στιγμές απεικονίζεται στο Σχήμα 5.12.



Σχήμα 5.12. Κατακόρυφη τάση μετά από (A) 20 m (B) 30 m (C) 40 m και (D) 50 m διάδοσης φορτίου

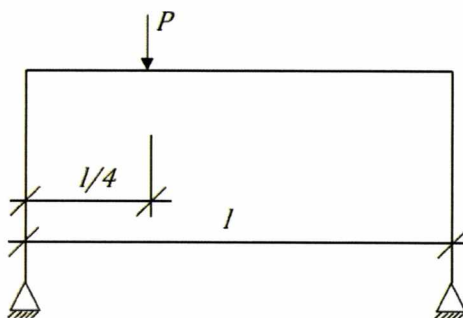
Και πάλι η απόκριση σταθερής κατάστασης δείχνει καλή ομοιότητα με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της §2.8. Συμπερασματικά, το μοντέλο της κατασκευής συγκλίνει και η χρήση ημι-άπειρων στοιχείων, CINPS4 του ABAQUS, δίνουν μια ικανοποιητική απορρόφηση ενέργειας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο : ΑΝΑΛΥΣΗ

6.1 Ανίχνευση της ιδιοσυχνότητας

Για επαναλαμβανόμενη φόρτιση, η πρώτη ιδιοσυχνότητα της κατακόρυφης κίνησης είναι συνήθως προεξάρχουσα. Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να ανιχνευτεί η πρώτη ταχύτητα συντονισμού του φορτίου της αμαξοστοιχίας. Για την εκτίμηση αυτής της συχνότητας γίνεται σάρωση συχνοτήτων σε ένα σημείο στα $L/4$ του πλάτους του ανοίγματος. Τούτο πραγματοποιείται αντί από μια τυποποιημένη διαδικασία ιδιοτιμών δεδομένου ότι το χρησιμοποιούμενο λογισμικό δεν μπορεί να χειριστεί μιγαδικές ιδιοτιμές.

Το αρμονικό σημειακό φορτίο έχει τιμή 10KN. Πραγματοποιήθηκε ταχύς μετασχηματισμός Fourier στο *Mathematica* κάνοντας χρήση της διαδικασίας XFT (<http://demonstrations.wolfram.com/XFTAnImprovedFastFourierTransform/>) και κατόπιν έγινε σύγκριση των εκτιμώμενων φυσικών συχνοτήτων της κύριας κατασκευής με αυτές ενός μοντέλου με μόνο το πλαίσιο Π. Χωρίς αλληλεπίδραση εδάφους – κατασκευής, θεωρήθηκαν αρθρωτές στηρίξεις, σύμφωνα με το Σχήμα 6.1.



Σχήμα 6.1. Αναπαράσταση της δομής του απλού πλαισίου

Για την περίπτωση του μοντέλου που συμπεριλαμβάνει την αλληλεπίδραση του εδάφους με την κατασκευή, έγιναν δύο σαρώσεις συχνότητας. Μία χωρίς αύξηση της δυσκαμψίας και μία χρησιμοποιώντας την πιο δύσκαμπτη μεταβατική ζώνη. Τούτο καθώς η ταχύτητα συντονισμού του φορτίου έχει μεγάλη σημασία και οποιαδήποτε αλλαγή στη χαμηλότερη συχνότητα συντονισμού που οφείλεται σε κατασκευαστικές αποκλίσεις είναι ανάγκη να ληφθεί υπόψη.

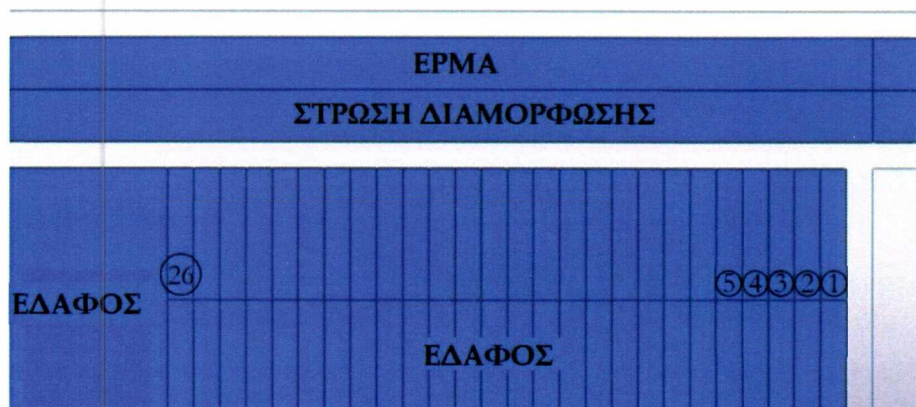
6.2 Σχεδιασμός τριών επιπέδων του πειράματος-δοκιμής

Για να μελετηθεί η επίδραση της μεταβατικής ζώνης στην δυναμική απόκριση της γέφυρας χρησιμοποιήθηκε ένας δομημένος σχεδιασμός πειράματος (structured Design of Experiment) με επιλογή τριών μεταβλητών. Με σκοπό τον περιορισμό μεγάλου αριθμού υπολογισμών, αντί για μια πλήρη μελέτη τριών επιπέδων υιοθετήθηκε εδώ η στατιστική

διαδικασία τριών επιπέδων Box–Behnken.

Εδώ η μετατόπιση, ταχύτητα και επιτάχυνση στο σημείο L/4 του ανοίγματος επιλέγονται ως εκπρόσωποι των χαρακτηριστικών της γέφυρας. Οι διάφορες παράμετροι της μελέτης που επηρεάζουν είναι η ταχύτητα του φορτίου c_l , η τελική δυσκαμψία της ζώνης μετάβασης E_1 και το μήκος της μεταβατικής ζώνης L .

Η ταχύτητα φόρτισης επελέγη ώστε να είναι στο διάστημα 290-330 Km/h. Η τελική μεταβατική δυσκαμψία θεωρήθηκε μεταξύ 10 και 30 GPa. Επίσης η δυσκαμψία είχε γραμμική μεταβολή, με κάθε λωρίδα πλάτους 0.20 m, και το μήκος της ζώνης ελήφθη μεταξύ 2.8 και 5.2 m. Η μεταβατική αυτή ζώνη φαίνεται στο Σχήμα 6.2.



Σχήμα 6.2. Δομή μεταβατικής ζώνης

Το μητρώο σχεδιασμού μορφώθηκε χρησιμοποιώντας τρία επίπεδα κάθε παραμέτρου. Το -1 αντιπροσωπεύει χαμηλό επίπεδο, το 1 υψηλό επίπεδο και το 0 μεσαίο επίπεδο, και παρουσιάζεται στον Πίνακα 6.1, ενώ οι αριθμητικές τιμές των παραμέτρων των επιπέδων περιέχονται στον Πίνακα 6.2. Η ακριβής δυσκαμψία για κάθε υπολογισμό για την μεταβατική ζώνη παρουσιάζεται στο Παράρτημα Δ.

Πίνακας 6.1. Μητρώο σχεδιασμού Box–Behnken τριών επιπέδων

A/A Υπολογισμού	c_l	E_1	L
1	-1	-1	0
2	-1	1	0
3	1	-1	0
4	1	1	0
5	-1	0	-1
6	-1	0	1

7	1	0	-1
8	1	0	1
9	0	-1	-1
10	0	-1	1
11	0	1	-1
12	0	1	1
13	0	0	0

Πίνακας 6.2. Αριθμητικές τιμές των παραμέτρων των επιπέδων

Επίπεδο	c_l (km/h)	E_1 (GPa)	L (m)
-1	290	10	2.80
0	310	20	4.00
1	330	30	5.20

Τα αποτελέσματα όσον αφορά την μετατόπιση, την ταχύτητα και επιτάχυνση στο L/4 σημείο της πλάκας υπολογίστηκαν στη συνέχεια χρησιμοποιώντας ανάλυση πολλαπλής παλινδρόμησης [12] με τον ακόλουθο τρόπο:

- Πλήρης τετραγωνική ανάλυση παλινδρόμησης συμπεριλαμβανομένων γραμμικών, τετραγωνικών και αλληλεπιδρώντων όρων.
- Εξαίρεση όλων των όρων με σημαντικότητα μικρότερη από 80%.
- Τροποποιημένη ανάλυση παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τους υπολειπόμενους όρους
- Επαλήθευση της στατιστικής ανάλυσης με βαθμό αιτιολόγησης, υπολειμματική διασπορά και σημαντικότητα.

Η πλήρης ανάλυση παλινδρόμησης καταλήγει σε μια έκφραση εκτίμησης παλινδρόμησης πολυωνυμικού τύπου, που έχει ως εξής:

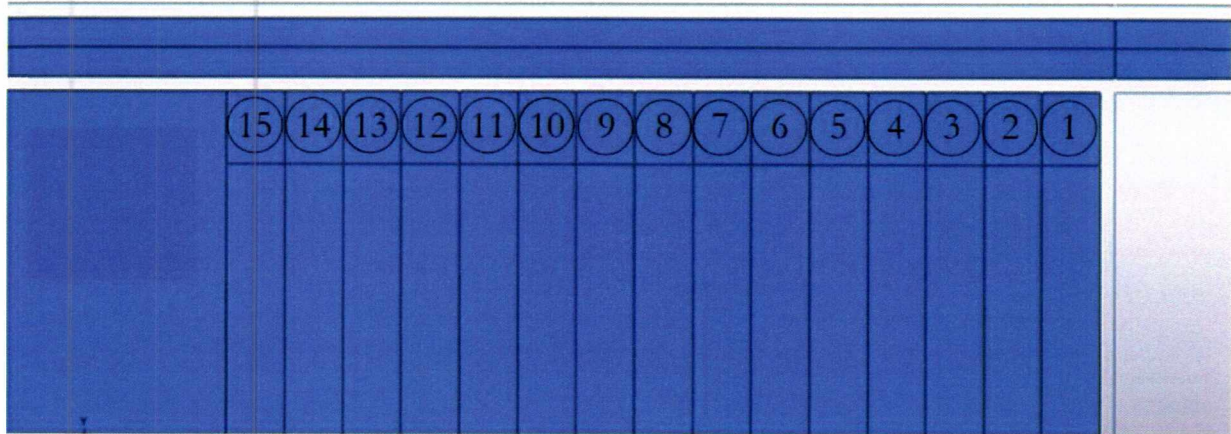
$$u(c_l, E, L) = \beta_0 + \beta_1 c_l + \beta_2 E_1 + \beta_3 L + \beta_4 c_l E_1 + \beta_5 c_l L + \beta_6 E_1 L + \beta_7 c_l^2 + \beta_8 E_1^2 + \beta_9 L^2 \quad (6.1)$$

Η ανάλυση πολλαπλής παλινδρόμησης βασίζεται στην παραδοχή κανονικής κατανομής των «υπολειμμάτων». Συνεπώς η υπολειμματική διασπορά θα πρέπει να είναι σταθερή σε όλο το διάστημα ενδιαφέροντος. Αυτό πρέπει να αποδειχθεί προκειμένου τεκμηριωθεί η παλινδρόμηση. Η ανάλυση παλινδρόμησης έγινε με την χρήση των στατιστικών

εργαλείων του προγράμματος Origin Pro [13], ενώ συντάχθηκε και ένα ξεχωριστό πρόγραμμα στο *Matlab* για να ληφθούν αποτελέσματα από το Abaqus, να διεξαχθεί η ανάλυση παλινδρόμησης και να παραχθούν τα απαραίτητα γραφήματα. Το πρόγραμμα αυτό δίδεται στο Παράρτημα Ε.

6.3 Μελέτη μήκους μεταβατικής ζώνης

Με σκοπό να μελετηθεί το μήκος της μεταβατικής ζώνης λεπτομερέστερα, έγινε μια ξεχωριστή μελέτη χρησιμοποιώντας μια σταθερή ταχύτητα και σταθερή δυσκαμψία μεταβάλλοντας μόνο το μήκος της μεταβατικής ζώνης. Το μήκος της μεταβατικής ζώνης κυμαινόταν από 0 έως 12 m με βήμα των 0.8 m. Αυτό έγινε χρησιμοποιώντας μια γραμμική μεταβολή για την δυσκαμψία του εδάφους καταλήγοντας σε άνω όριο των 30 GPa. Έγιναν 16 «τρέξιμα», ένα χωρίς μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας και 15 με αύξηση του μήκους της ζώνης αυτής. Η μεταβατική ζώνη απεικονίζεται στο Σχήμα 6.3, όπου ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων λωρίδων αυξάνεται από 0 σε 15.



Σχήμα 6.3. Μεταβατική ζώνη δυσκαμψίας

Οι μέγιστες μετατοπίσεις από κάθε «τρέξιμο» συγκρίθηκαν με την μέγιστη στατική μετατόπιση και υπολογίστηκε ο συντελεστής δυναμικής ενίσχυσης (DAF) ως:

$$DAF = \frac{u_{max,dynamic}}{u_{max,static}} \quad (6.2)$$

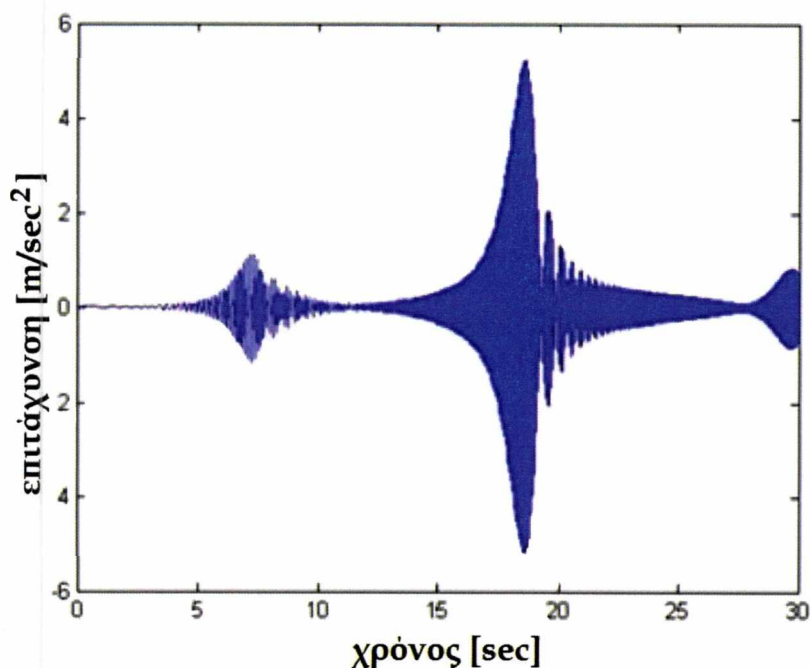
Η μέγιστη στατική μετατόπιση του σημείου στα τέταρτα του ανοίγματος της πλάκας εμφανίζεται όταν το μέσο του μήκους της αμαξοστοιχίας βρεθεί στο μέσο της γέφυρας. Η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας της μεταβατικής ζώνης για κάθε «τρέξιμο» μπορεί να ευρεθεί στο Παράρτημα Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο : ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

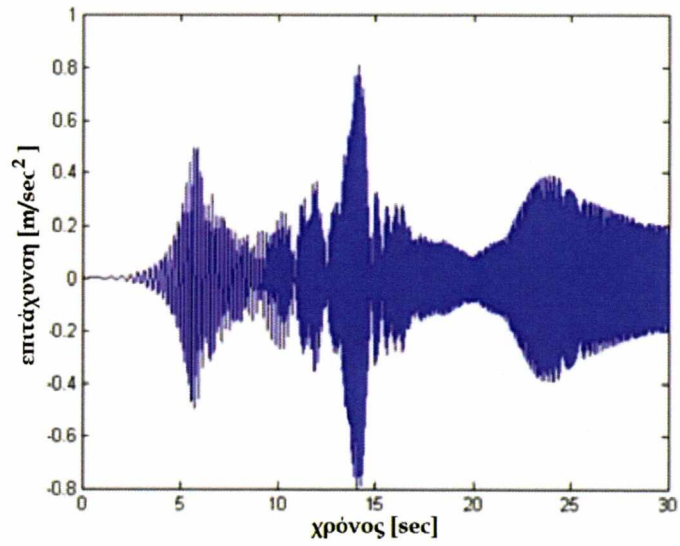
7.1 Κανονικές μορφές και φυσικές συχνότητες

Με σκοπό την διερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς της γέφυρας, χρησιμοποιούνται τρεις περιπτώσεις. Περίπτωση πρώτη-το πλαίσιο Π μόνο, περίπτωση δεύτερη-το πλαίσιο, η σιδηροδρομική γραμμή και το περιβάλλον έδαφος και περίπτωση τρίτη- το πλαίσιο, η σιδηροδρομική γραμμή, το περιβάλλον έδαφος και η μεταβατική ζώνη. Μία σάρωση αρμονικών συχνοτήτων εφαρμόστηκε σε σημείο L/4 του ανοίγματος της γέφυρας. Επίσης καταγράφηκε και η επιτάχυνση στο ίδιο σημείο.

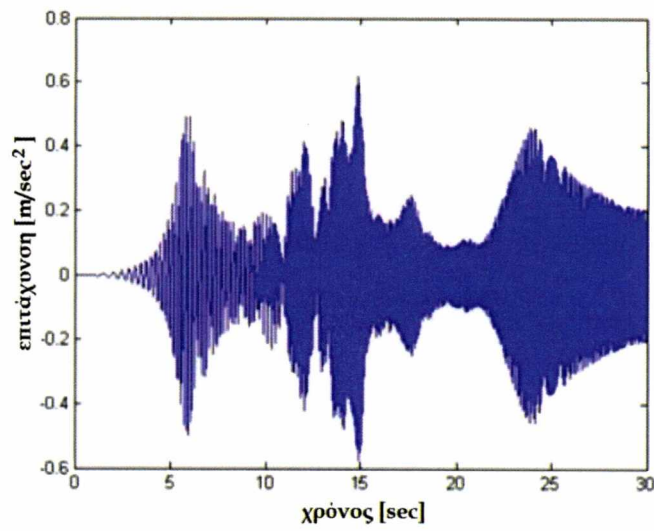
Στα Σχήματα 7.1 έως 7.6 απεικονίζεται η απόκριση της επιτάχυνσης, υπό μορφή χρονο-ιστοριών και φασματικής πυκνότητας ισχύος (PSD). Φαίνεται σαφώς η μεγάλη διαφορά που υφίσταται μεταξύ των τριών περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα, η απόκριση του πλαισίου (μόνου του) κυριαρχείται από δύο μορφές. Μπορεί επίσης να φανεί ότι οι τα μέγιστα (peaks) της απόκρισης είναι σχετικά απότομα, πράγμα που σημαίνει ότι η ιδιομορφική απόσβεση είναι χαμηλή, δηλ. υπερτερεί η απόσβεση του υλικού της κατασκευής. Για τις άλλες δύο περιπτώσεις τα επίπεδα απόκρισης είναι χαμηλότερα και περισσότερες κορυφές είναι ορατές. Επίσης, όλες οι κορυφές δεν είναι απότομες, πράγμα που υποδεικνύει ότι η λειτουργική απόσβεση δεν εξαρτάται/καθορίζεται από το πλαίσιο (μόνο του). Ο πρώτος συντονισμός φαίνεται να είναι χαμηλότερος απ' ότι για το πλαίσιο (μόνο του). Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι το περιβάλλον έδαφος περιλαμβάνεται, οι επιπτώσεις της αλληλεπίδρασης εδάφους-κατασκευής μπορεί να θεωρηθούν ότι έχουν αλλάξει την δυναμική συμπεριφορά του πλαισίου.



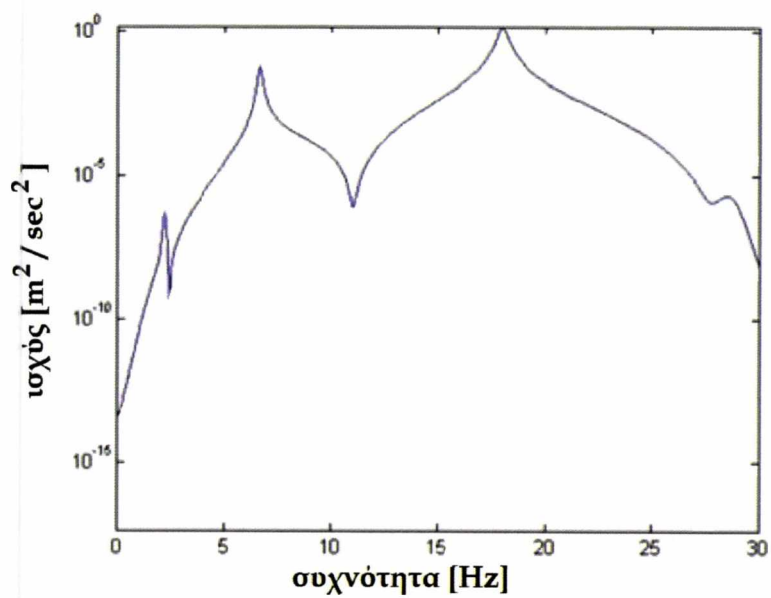
Σχήμα 7.1. Χρονο-ιστορία επιτάχυνσης του πλαισίου, Περίπτωση 1



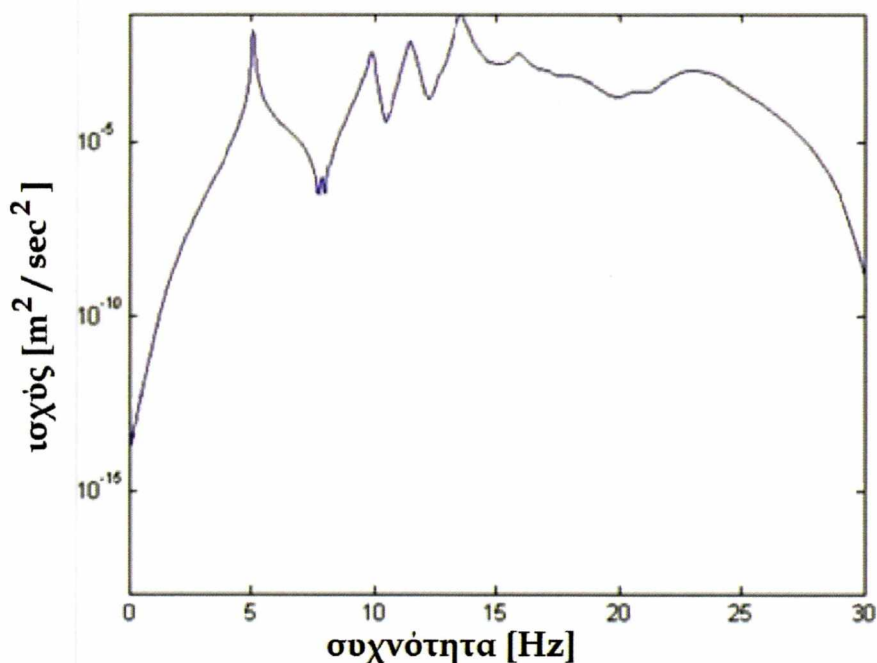
Σχήμα 7.2. Χρονο-ιστορία επιτάχυνσης, Περίπτωση 2



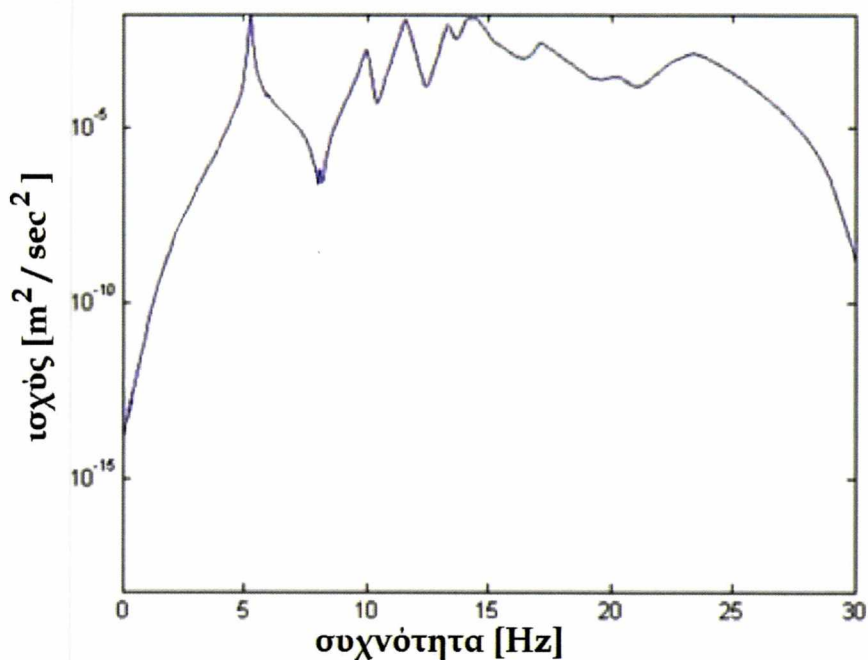
Σχήμα 7.3. Χρονο-ιστορία επιτάχυνσης, Περίπτωση 3



Σχήμα 7.4. PSD επιτάχυνσης στα L/4 του πλαισίου, Περίπτωση 1



Σχήμα 7.5. PSD επιτάχυνσης στα L/4 του πλαισίου, Περίπτωση 2



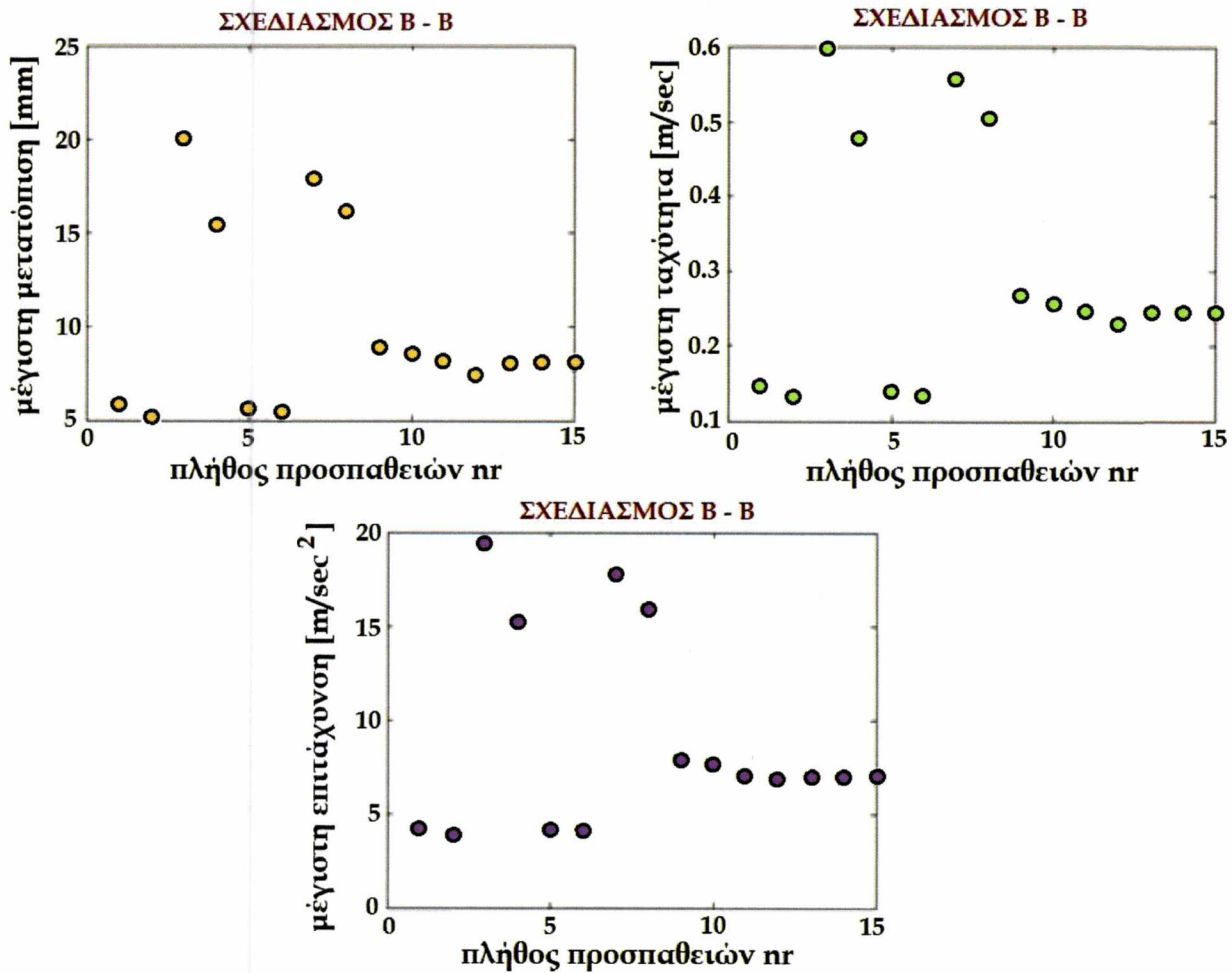
Σχήμα 7.6. PSD επιτάχυνσης στα L/4 του πλαισίου, Περίπτωση 3

Η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής μειώνει την πρώτη φυσική συχνότητα όσον αφορά την κατακόρυφη μετατόπιση κατά περίπου 2 Hz σε αυτή την περίπτωση. Συγκρίνοντας το Σχήμα 7.5 με το Σχήμα 7.6 μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η αύξηση της δυσκαμψίας εντός της μεταβατικής ζώνης επηρεάζει την κατασκευή άσχετα από την πρώτη φυσική συχνότητα. Η πρώτη φυσική συχνότητα του πλήρους μοντέλου (Περίπτωση 3) εκτιμάται στα 5,1 Hz. Χρησιμοποιώντας την απόσταση μεταξύ τροχών στο μοντέλο φορτίου, βλέπε Πίνακα 4.2, μπορεί να υπολογιστεί μια

κρίσιμη ταχύτητα ίση με $v_{cr} = f_1 D = 5.1 * 18 = 91.8 \frac{m}{s} \cong 330 km/h$.

7.2 Παραμετρική μελέτη τριών επιπέδων

Η πραγματοποιηθείσα παραμετρική μελέτη έχει ήδη περιγραφθεί στην §6.2. Τα μέγιστα αποτελέσματα της κάθε παραμέτρου που προέκυψαν παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.7.



Σχήμα 7.7. Μέγιστες τιμές της επιτάχυνσης κάθε υπολογισμού («τρεξίματος»)

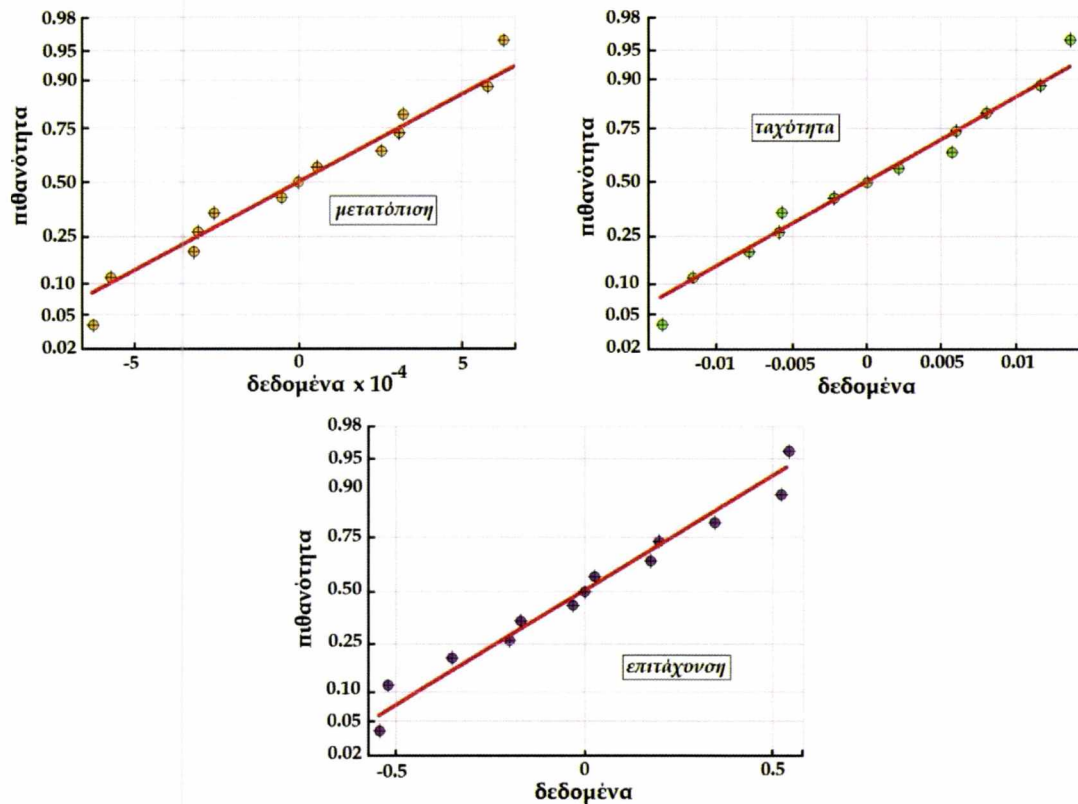
Η ομοιότητα μεταξύ των γραφημάτων αυτών είναι εύκολα αντιληπτή. Αυτό υποδηλώνει ότι κάθε παράμετρος που προκύπτει αποκρίνεται με τον ίδιο κύριο τρόπο σε μια μεταβατική αλλαγή της δυσκαμψίας. Με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης πραγματοποιήθηκε κατόπιν μια πλήρης ανάλυση παλινδρόμησης. Τα αποτελέσματα σημαντικότητας παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.1. Έχουν τονιστεί οι τομείς/πεδία που αντιστοιχούν σε συντελεστές που μπορεί να δείχτεί ότι αποκλίνουν από το μηδέν με σημαντικότητα μεγαλύτερη από 80%. Στο Σχήμα 7.8 φαίνονται τα «υπόλοιπα» υπό μορφή γραφήματος κανονικής πιθανότητας, όπου φαίνεται μια ικανοποιητική κανονική διασπορά. Οι καμπύλες των κανονικοποιημένων υπολοίπων ως προς προσαρμοσμένες τιμές δίδουν μια ένδειξη

του αν η κανονική διασπορά είναι σταθερή σε όλο το διάστημα. Τούτο φαίνεται στο Σχήμα 7.9.

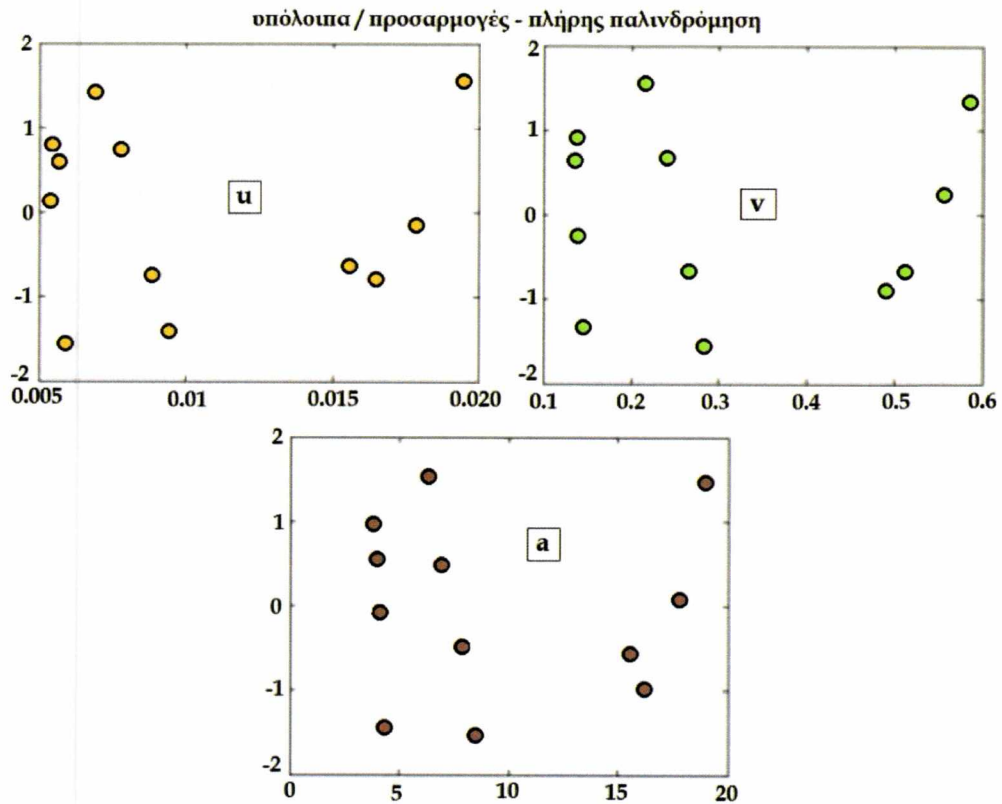
Πίνακας 7.1. Συντελεστές παλινδρόμησης και αντίστοιχα επίπεδα σημαντικότητας

	a	P _a [%]	v	P _v [%]	u	P _u [%]
β ₀	670.68	98.93	17.5246	99.11	0.6706	98.45
β ₁	-4.753	99.26	-0.1257	99.4	-0.0048	98.9
β ₂	1.2935	88.22	0.0371	91.58	0.0014	87.28
β ₃	5.4507	61.91	0.1448	65.23	0.0049	51.94
β ₄	-0.0048	92.57	-0.0001	94.29	0	91.47
β ₅	-0.0199	72.79	-0.0005	73.07	0	54.51
β ₆	0.0003	0.82	-0.0001	14.03	0	15.92
β ₇	0.0085	99.45	0.0002	99.57	0	99.16
β ₈	0.0027	40.02	0	28.87	0	35.82
β ₉	0.0554	12.40	0.0002	1.77	-0.0001	13.41

normplot υπολοίπων - πλήρης παλινδρόμηση



Σχήμα 7.8. Γράφημα κανονικής πιθανότητας των υπολοίπων, πλήρης ανάλυση



Σχήμα 7.9. Υπολειμματικές (τεταγμένη) / προσαρμοσμένες τιμές (τετμημένη), πλήρης παλινδρόμηση

Φαίνονται καθαρά τρεις ομάδες. Αυτές αντιστοιχούν σε ομάδες διαφορετικών ταχυτήτων, καθόσον η ταχύτητα είναι ο παράγοντας με τον μεγαλύτερο αντίκτυπο. Τα αποτελέσματα της πλήρους ανάλυσης παλινδρόμησης, δείχνουν ότι οι συντελεστές β_0 , β_1 , β_2 , β_4 και β_7 , θα πρέπει να εισαχθούν σε μια τροποποιημένη ανάλυση παλινδρόμησης. Ως αποτέλεσμα, έχουμε την τροποποιημένη συνάρτηση παλινδρόμησης της μορφής:

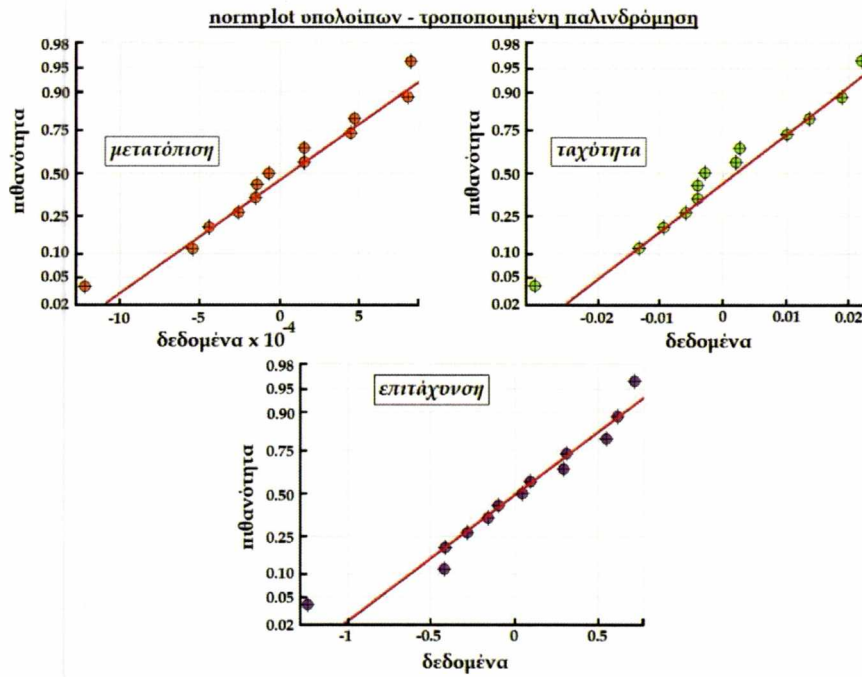
$$f(c_l, E, L) = \beta_0 + \beta_1 c_l + \beta_2 E + \beta_4 c_l E + \beta_7 c_l^2 \quad (7.1)$$

Ο βαθμός ερμηνείας για την πλήρη ανάλυση παλινδρόμησης είναι πάνω από 99% για όλες τις μεταβλητές που προκύπτουν. Για τους συντελεστές που αφορούν το μήκος της ζώνης μετάβασης δεν μπορεί να εξασφαλιστεί ο διαχωρισμός τους από το μηδέν στο 80% επίπεδο σημαντικότητας. Ο Πίνακας 7.2 περιέχει τους συντελεστές παλινδρόμησης και την αντίστοιχη σημαντικότητα της τροποποιημένης ανάλυσης παλινδρόμησης.

Πίνακας 7.2. Συντελεστές παλινδρόμησης και η αντίστοιχη σημαντικότητα της τροποποιημένης ανάλυσης παλινδρόμησης

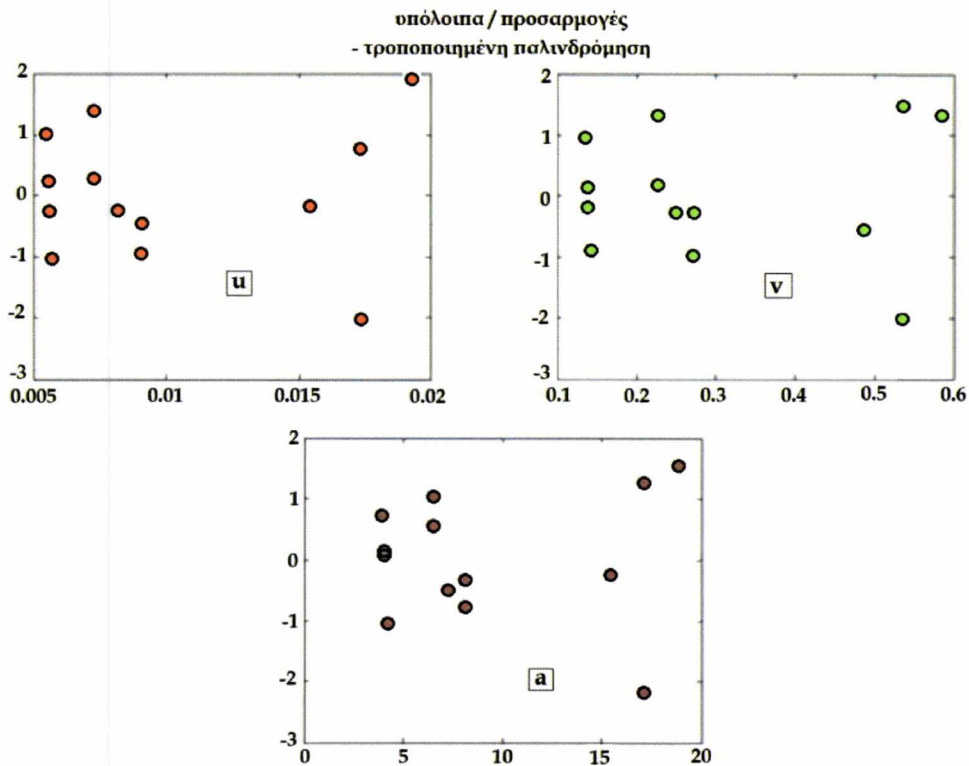
	a	P_a [%]	v	P_v [%]	u	P_u [%]
β_0	666.99	99.9	17.7341	99.9	0.6753	99.9
β_1	-4.6676	100	-0.125	100	-0.0047	99.9
β_2	1.4048	97.63	0.0384	97.92	0.0015	97.63
β_4	-0.0048	98.13	-0.0001	98.4	0	98.17
β_7	0.0082	100	0.0002	100	0	100

Η κανονική διασπορά των υπολοίπων απεικονίζεται στο Σχήμα 7.10.



Σχήμα 7.10. Γράφημα υπολοίπων, τροποποιημένη ανάλυση

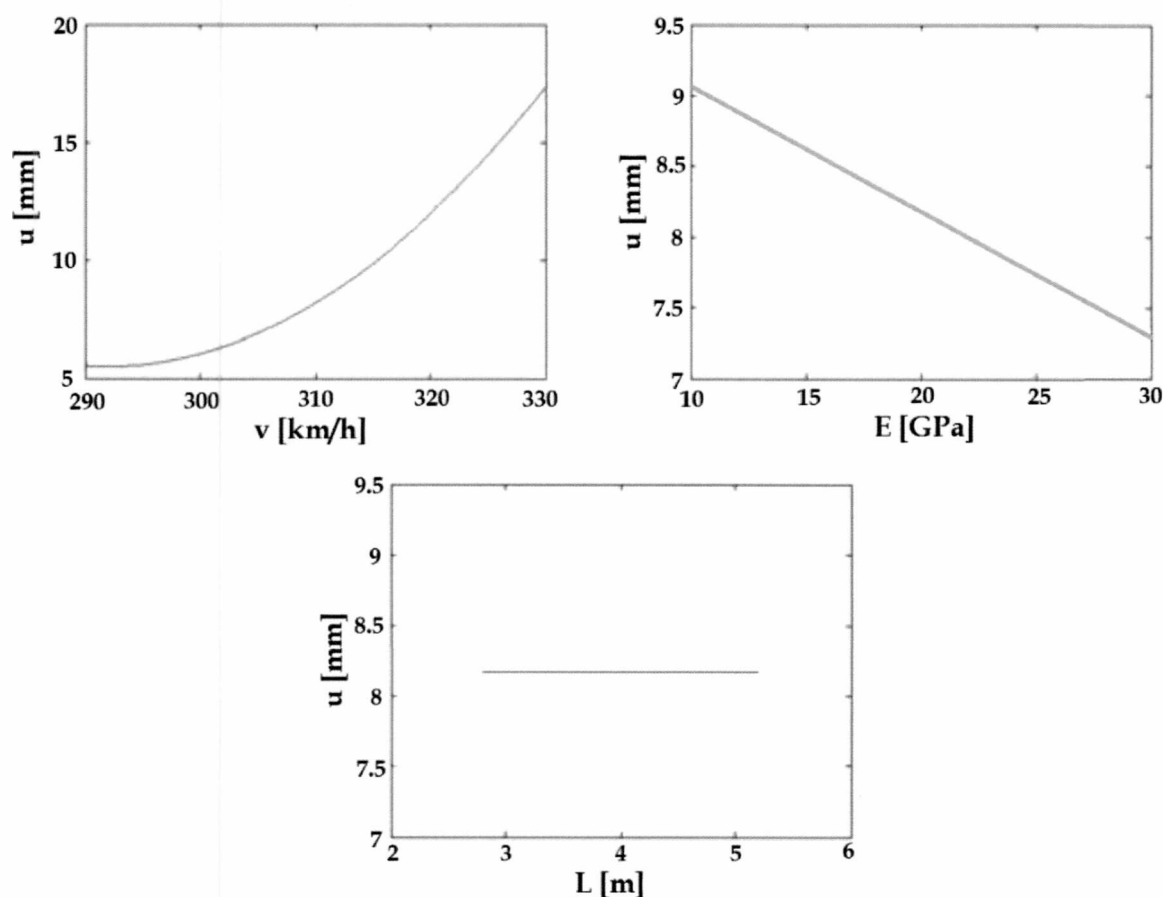
Η υπόθεση σταθερής διασποράς υπολοίπων στο όλο διάστημα υπολογίζεται μέσω της παραγωγής γραφημάτων των υπολοίπων ως προς τις προσαρμοσμένες τιμές, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.11.



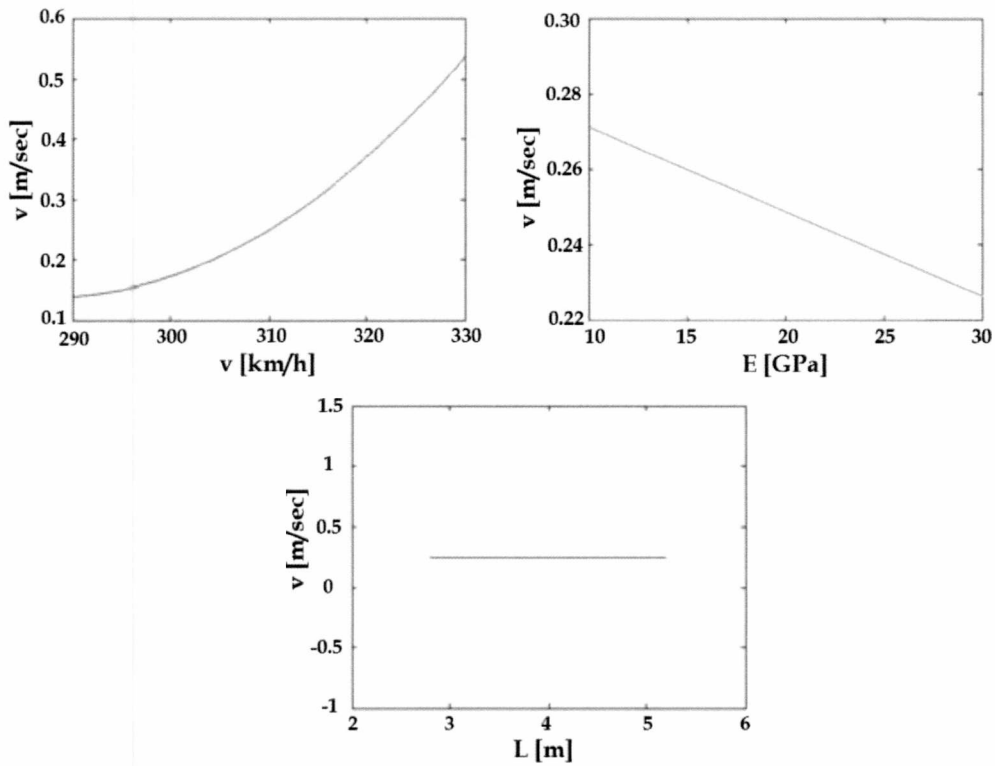
Σχήμα 7.11. Υπόλοιπα (τεταγμένη) / προσαρμοσμένες τιμές (τετημημένη), τροποποιημένη ανάλυση

Παρατηρείται ότι η διασπορά των υπολοίπων είναι κάπως υψηλότερη με την μεγαλύτερη ταχύτητα, που αντιστοιχεί στην ταχύτητα συντονισμού. Αυτό δίνει μια κάπως υψηλότερη υπολειμματική διασπορά απ' ό τι χρειάζεται. Θεωρείται όμως αποδεκτή ως μία μεταβαλλόμενη υπολειμματική διασπορά που επηρεάζει τα κύρια αποτελέσματα.

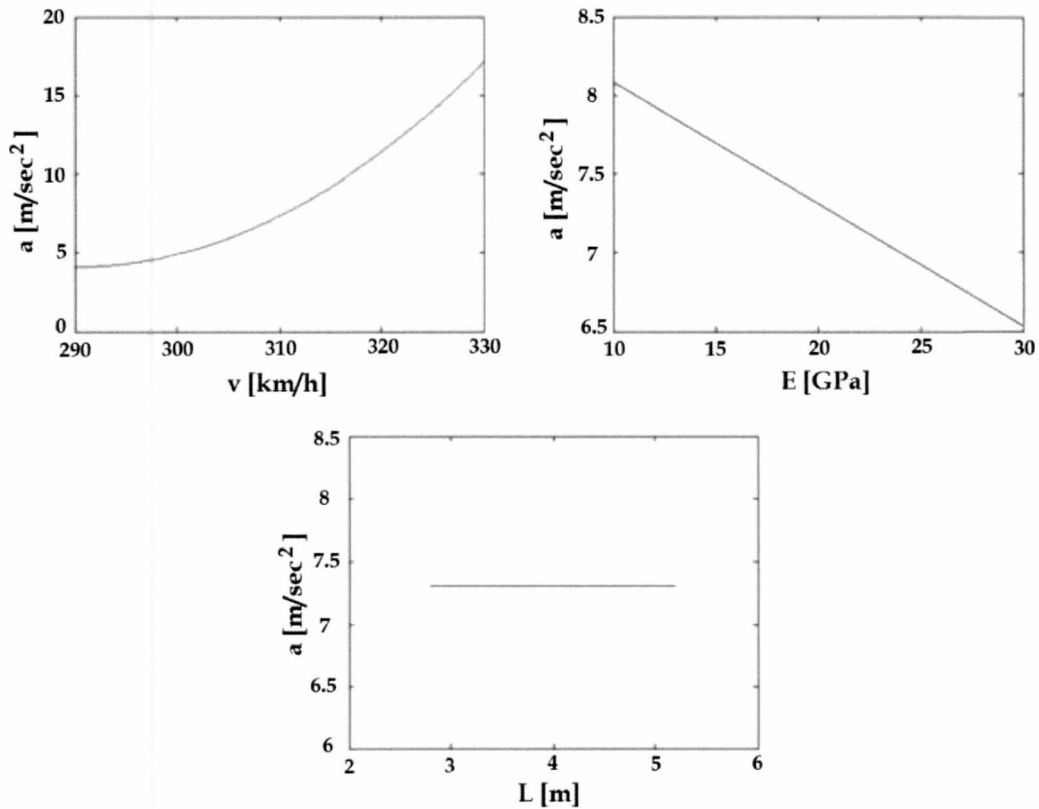
Τα Σχήματα και οι Πίνακες της ενότητας αυτής καταδεικνύουν σαφώς ότι η ταχύτητα του φορτίου αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την μελέτη αυτή. Το μήκος μετάβασης δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι επηρεάζει την δυναμική συμπεριφορά της γέφυρας στο διάστημα 2.8-5.2 m για τις ταχύτητες και δυσκαμψίες που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω, χρησιμοποιώντας αυτή την προσέγγιση. Η ακραία δυσκαμψία της μεταβατικής ζώνης, φαίνεται να δίνει μια μικρή - αμελητέα επίδραση. Παρήχθησαν γραφήματα για να παρουσιαστεί η μεταβολή μιας παραμέτρου ότι οι άλλες έχουν σταθερή την τιμή τους από το επίπεδο-0. Αυτό έγινε και για τις τρεις προκύπτουσες παραμέτρους που μας ενδιαφέρουν, ως Σχήματα 7.12 – 7.14.



Σχήμα 7.12. Συνάρτηση παλινδρόμησης ως προς τις μετατοπίσεις της κάθε παραμέτρου μεταβολής εντός του έγκυρου διαστήματος. (όταν μια παράμετρος μεταβάλλεται οι άλλες δύο διατηρούν την μέση τιμή τους)



Σχήμα 7.13. Συνάρτηση παλινδρόμησης ως προς την ταχύτητα της κάθε παραμέτρου μεταβολής εντός του έγκυρου διαστήματος. (όταν μια παράμετρος μεταβάλλεται οι άλλες δύο διατηρούν την μέση τιμή τους)



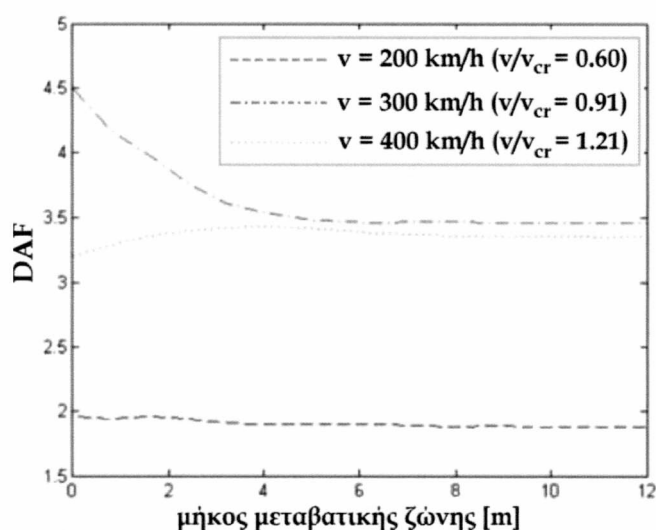
Σχήμα 7.14. Συνάρτηση παλινδρόμησης ως προς την επιτάχυνση της κάθε παραμέτρου μεταβολής εντός του έγκυρου διαστήματος. (όταν μια παράμετρος μεταβάλλεται οι άλλες δύο διατηρούν την μέση τιμή τους)

7.3 Μελέτη μήκους της μεταβατικής ζώνης δυσκαμψίας

Σε αυτή την ενότητα κύριος στόχος είναι ο συντελεστής δυναμικής ενίσχυσης (DAF), με ιδιαίτερη έμφαση στις μετατοπίσεις. Έχουν επιλεγεί τρεις ταχύτητες τρένων 200, 300 και 400 Km/h. Αντιπροσωπεύουν αναλογίες ταχύτητας φορτίου ως προς κρίσιμη ταχύτητα $v/v_{cr} = 0.6$, 0.91 και 1.21 (v_{cr} από ενότητα 7.1) Οι αιχμές/μέγιστα της μετατόπισης για κάθε τρέξιμο/επανάληψη παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.3, όπου έχει αφαιρεθεί το μόνιμο φορτίο. Ο DAF υπολογίζεται άμεσα από τον Πίνακα 7.3 και παρουσιάζεται γραφικά στο Σχήμα 7.15.

Πίνακας 7.3. Μετατοπίσεις λόγω φορτίου αμαξοστοιχίας

A/A Υπολογισμού	$u_{max,static}$	$u_{max, 200 km/h}$	$u_{max, 300 km/h}$	$u_{max, 400 km/h}$
0	1.7805	3.4861	8.01552	5.5395
1	1.7329	3.3552	7.23666	5.6950
2	1.7097	3.3445	6.80996	5.7405
3	1.6893	3.26466	6.37001	5.3745
4	1.6758	3.194	6.05225	5.7323
5	1.6675	3.16088	5.90556	5.7111
6	1.6626	3.14877	5.80888	5.6796
7	1.6597	3.13766	5.75334	5.6426
8	1.6578	3.13144	5.73559	5.6072
9	1.6564	3.1175	5.74008	5.5772
10	1.6556	3.10999	5.73995	5.5598
11	1.6549	3.11177	5.72664	5.5557
12	1.6543	3.10777	5.72446	5.5536
13	1.6539	3.09988	5.72449	5.5459
14	1.6534	3.0985	5.72006	5.5394



Σχήμα 7.15. Συντελεστής δυναμικής ενίσχυσης ως συνάρτηση του μήκους μεταβατικής ζώνης

Το Σχήμα 7.15 καταδεικνύει σαφώς ότι η μετάβαση δυσκαμψίας προκαλεί την μεγαλύτερη επίδραση κοντά στην ταχύτητα συντονισμού. Επίσης φαίνεται ένα σημείο, όπου η αύξηση του μήκους μετάβασης δεν δίνει κάποια περαιτέρω θετική συμβολή στην κατασκευή. Στην περίπτωση αυτή ένα μήκος μεταβατικής ζώνης των 4 m φαίνεται να αρκεί. Συγκρίνοντας τον DAF με εκείνους από την περίπτωση των δύο στερεών υλικών αποκαλύπτονται διαφορές και ομοιότητες. Παρομοίως, δείχνεται ότι η αυξανόμενη επίδραση οφείλεται σε ταχύτητες κοντά σε μία ταχύτητα συντονισμού. Το μέγεθος της επίδρασης της μετάβασης δυσκαμψίας είναι μικρότερη στην περίπτωση πλήρους μοντελοποιημένης γέφυρας με αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8^ο : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΞΕΛΙΞΕΙΣ

Τα αποτελέσματα της παρούσας Εργασίας δείχνουν ότι η ενσωμάτωση περιβάλλοντος εδάφους και μεταβατικής ζώνης στην ανάλυση μιας πλαισιωτής γέφυρας επηρεάζει την συμπεριφορά της γέφυρας.

Διαπιστώθηκε επίσης ότι υπήρχε ένα οριακό μήκος της μεταβατικής ζώνης από άποψη μείωσης απόκρισης της γέφυρας.

Το φορτίο που χρησιμοποιήθηκε ήταν σημειακό κινούμενο, αλλά σε μια πιο ρεαλιστική περίπτωση μπορεί να χρειάζεται να συμπεριληφθεί και η αλληλεπίδραση τροχού-σιδηροτροχιάς και περαιτέρω η δυναμική του οχήματος. Επιπλέον, θα μπορούσαν να δοθούν κίνητρα για την εξέταση της καθίζησης περιβάλλοντος εδάφους, και των ανωμαλιών γέφυρας και σιδηροτροχιών.

Χρησιμοποιώντας μια μη γραμμική συνθήκη επαφής μεταξύ του τροχού και του τραίνου, δίνεται η δυνατότητα για διαχωρισμό, και την προσομοίωση του φαινομένου «jump and bump».

Μια πλήρης τρισδιάστατη μελέτη θα επιτρέψει πιο σωστή αναπαράσταση του φαινομένου αλληλεπίδρασης εδάφους – κατασκευής.

Άλλες κατανομές της μεταβολής της δυσκαμψίας, πέραν της γραμμικής, στη μεταβατική ζώνη, μπορεί να επηρεάσει τα αποτελέσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Thomas Telford Publishing, 1991.
2. Fryba, L., *Dynamics of Railway Bridges*, Thomas Telford Publishing, 1996.
3. Kramer, S.L., *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice Hall, 1996.
4. Suiker, A.S.J., Esveld, C., *Stiffness transition subjected to instantaneous moving load passages*, Delft University of Technology, 1997.
5. Ewins, D.J., *Modal Testing, Theory, Practice and Applications*, Wiley, 2nd ed., 2001.
6. Inman, D.L., *Engineering Vibrations*, Pearson Education Inc., 2001.
7. EN-1991-02, *Eurocode 1: Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges*, European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
8. EN-1992-1-1, *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
9. EN-1993-1-1, *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
10. Dassault Systems, *Abaqus Analysis 6.7 User's Manual*, Simulia Inc., 2007.
11. The Mathworks Inc., *MATLAB help files*, 2008.
12. Sen, A. Srivastava, M., *Regression Analysis: Theory, Methods and Applications*, Springer, 2011.
13. OriginLab, *Origin Pro 9, Data Analysis and Graphing Software*, 2012.

Παράρτημα Α : Φάσματα απόκρισης λόγω ωστικού φορτίου

Ένα ωστικό φορτίο περιγράφεται από δύο φάσεις, την φάση I κατά την διάρκεια της φόρτισης, και την φάση II μετά την φόρτιση ελεύθερη ταλάντωση με αρχικές συνθήκες από το τέλος της φάσης I. Για συστήματα μικρής απόσβεσης, η απόσβεση δεν θεωρείται υφιστάμενη έως ότου να περάσουν μερικοί κύκλοι ταλάντωσης. Αυτό κάνει την απόσβεση αμελητέα για φορτία μικρής διάρκειας και μόνο η περίπτωση χωρίς απόσβεση θα εξεταστεί εδώ.

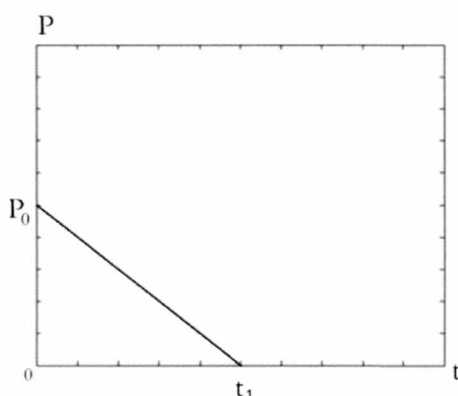
Για την σύγκριση διαφορετικών ωστικών φορτίων θα χρησιμοποιηθεί ένας παράγοντας δυναμικής ενίσχυσης (DAF) που καθορίζεται από τον λόγο δυναμικής / στατικής καμπτικής παραμόρφωσης:

$$D = \frac{x_{max}}{x_{st}} = x_{max} \frac{k}{P_0} \quad (A.1)$$

Τα αποτελέσματα θα παρουσιασθούν σε ένα φάσμα απόκρισης που δείχνει τον DAF ως συνάρτηση της διάρκειας φόρτισης.

Αιφνίδια επιβαλλόμενο τριγωνικό ωστικό φορτίο

Τούτο απεικονίζεται στο Σχήμα Α.1.



Σχήμα Α.1. Αιφνίδια επιβαλλόμενο ωστικό φορτίο τριγωνικής μορφής

Θα ακολουθήσει ο υπολογισμός του DAF για το μονοβάθμιο σύστημα χωρίς απόσβεση, που υποβάλλεται στο ως άνω φορτίο και για τις δύο φάσεις της κίνησης.

Φάση I:

Η εξίσωση κίνησης μπορεί να γραφτεί στην μορφή

$$\ddot{x} + \omega^2 x = P(t)/m \quad (A.2)$$

όπου

$$P(t) = P_0 - \frac{P_0}{t_1} t, t \in [0, t_1] \quad (A.3)$$

Εύρεση ειδικής λύσης:

$$x_p = \alpha_1 + \alpha_2 t \quad (A.4)$$

Αντικαθιστώντας την (A.4) στην (A.2) λαμβάνουμε

$$\omega^2 a_1 + \omega^2 a_2 t = \frac{P_0}{m} - \frac{P_0}{t_1 m} t \quad (\text{A.5})$$

Ο σταθερός και γραμμικός όρος πρέπει να είναι ίσοι σε κάθε μέλος, οπότε

$$a_1 = \frac{P_0}{\omega^2 m} = \frac{P_0}{k} = x_{st} \quad (\text{A.6})$$

$$a_2 = -\frac{P_0}{\omega^2 m t_1} = -\frac{x_{st}}{t_1} \quad (\text{A.7})$$

Κατά συνέπεια, η ειδική λύση ισούται με

$$x_p = x_{st} \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \quad (\text{A.8})$$

και η γενική λύση είναι πλέον

$$x(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) + x_{st} \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \quad (\text{A.9})$$

με 1^η παράγωγο ως προς το χρόνο

$$\dot{x} = -A_1 \omega \sin(\omega t) + A_2 \omega \cos(\omega t) - \frac{x_{st}}{t_1} \quad (\text{A.10})$$

Οι A_1 και A_2 είναι σταθερές ολοκλήρωσης που υπολογίζονται από αρχικές συνθήκες ηρεμίας, που σημαίνει ότι

$$A_1 = -x_{st} \quad (\text{A.11})$$

$$A_2 = \frac{x_{st}}{\omega t_1} \quad (\text{A.12})$$

Εισάγοντας τον λόγο φορτίου X

$$X = \frac{t_1}{T} \quad (\text{A.13})$$

όπου T είναι η περίοδος ταλάντωσης, ίση με

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{A.14})$$

οι σταθερές ολοκλήρωσης των εξισώσεων (A.11) και (A.12) στη γενική λύση με τους ορισμούς των (A.13) και (A.14) δίνουν

$$x(t) = x_{st} \left(\frac{1}{2\pi X} \sin(\omega t) - \cos(\omega t) + 1 - \frac{t}{t_1} \right) \quad (\text{A.15})$$

Προσδιορισμός μέγιστης μετατόπισης κατά την διάρκεια της φάσης φόρτισης I

Τούτο επιτυγχάνεται με την εύρεση της θέσης της μηδενικής παραγώγου.

$$\frac{dx}{dt} = 0 \Leftrightarrow \cos(\omega t) + 2\pi X \sin(\omega t) = 1 \quad (\text{A.16})$$

Χρησιμοποιώντας μια νέα τεχνική επαναπροσδιορισμού, με σκοπό έναν και μόνο ημιτονοειδή όρο με διαφορά φάσης θέτουμε:

$$\sqrt{1 + 4(\pi X)^2} \sin(\omega t + \Phi) = 1 \quad (\text{A.17})$$

όπου

$$\Phi = \arctan\left(\frac{1}{2\pi X}\right) \quad (\text{A.18})$$

και ορίζοντας τις νέες μεταβλητές R και S

$$R = \frac{1}{\sqrt{1+4(\pi X)^2}} \text{ και} \quad (\text{A.19})$$

$$S = \arcsin(R) \quad (\text{A.20})$$

λαμβάνουμε

$$\sin(\omega t + \Phi) = R \quad (\text{A.21})$$

Η τελευταία αυτή εξίσωση διαθέτει τις ακόλουθες δύο λύσεις:

$$S = \omega t + \Phi + n2\pi, \text{ και} \quad (\text{A.22})$$

$$S = \pi - (\omega t + \Phi) + n2\pi \quad (\text{A.23})$$

οι οποίες ισοδυναμούν με τις επόμενες λύσεις σε χρονικούς πλέον όρους

$$t = \frac{1}{\omega} \{S - \Phi - n2\pi\} = \frac{1}{\omega} t_{n1} < t_1, \text{ και} \quad (\text{A.24})$$

$$t = \frac{1}{\omega} \{\pi(2n + 1) - S - \Phi\} = \frac{1}{\omega} t_{n2} < t_1 \quad (\text{A.25})$$

Για να εξασφαλιστεί ότι $t < t_1$ εφαρμόζονται οι ακόλουθοι περιορισμοί για τον ακέραιο n κάθε λύσης

$$n > \frac{1}{2\pi} [S - \Phi - 2\pi X], \text{ και} \quad n \in \mathfrak{N} \quad (\text{A.26})$$

$$n < \frac{1}{2\pi} [\pi(2X - 1) + S + \Phi], \quad n \in \mathfrak{N} \quad (\text{A.27})$$

ενώ ο ακέραιος αυτός θα πρέπει να οδηγεί σε $t > 0$, που ισοδυναμεί με $t_{n1} > 0$, οπότε

$$n < \frac{1}{2\pi} (S - \Phi) \quad (\text{A.28})$$

$$n > \frac{1}{2\pi} (S + \Phi - \pi) \quad (\text{A.29})$$

Εισάγοντας τους χρόνους που μηδενίζουν την χρονική παράγωγο από τις εκφράσεις (A.24) και (A.25) στην (A.15) και κάνοντας χρήση του ορισμού του συντελεστή δυναμικής μεγέθυνσης καταλήγουμε ότι αυτός για την τρέχουσα Φάση I ισούται με:

$$D_{\varphi_{αση1}} = \frac{1}{2\pi X} \{\sin(t_{ni}) - t_{ni}\} - \cos(t_{ni}) + 1 \quad i \in 1,2 \quad (\text{A.30})$$

Φάση II:

Πρόκειται με ελεύθερη ταλάντωσης χωρίς απόσβεση με αρχικές συνθήκες τις τελικές της προηγούμενης Φάσης, δηλαδή ισχύει ότι:

$$x(t) = \frac{x_0}{\omega} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t \quad (\text{A.31})$$

$$x_0 = x_{\varphi_{αση1}}(t = t_1) = x_{st} \left\{ \frac{1}{2\pi X} \sin(2\pi X) - \cos(2\pi X) \right\} = x_{st} C_2 \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_{\varphi_{αση1}}(t = t_1) = x_{st} \omega \left\{ \frac{1}{2\pi X} \cos(2\pi X) + \sin(2\pi X) - \frac{1}{2\pi X} \right\} = x_{st} C_1 \quad (\text{A.33})$$

οπότε η γενική λύση γράφεται ως:

$$x(t) = x_{st}\{C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t\} \quad (\text{A.34})$$

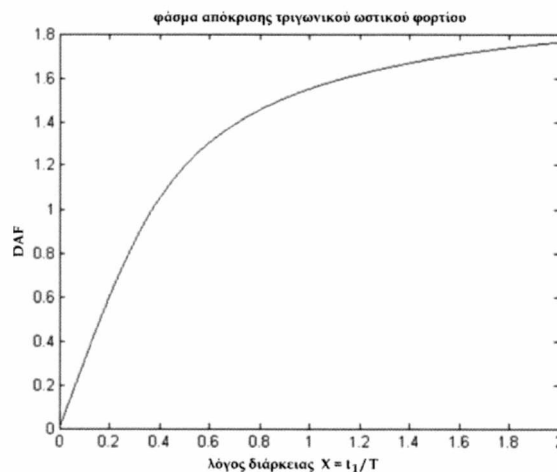
Αυτή η ταλάντωση φτάνει στην μέγιστη τιμή της όταν

$$\omega t = \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \quad (\text{A.35})$$

Συνεπώς, ο συντελεστής δυναμικής μεγέθυνσης δίδεται για την Φάση II από την έκφραση:

$$D_{\text{φάση2}} = C_1 \sin \left\{ \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \right\} + C_2 \cos \left\{ \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \right\} \quad (\text{A.36})$$

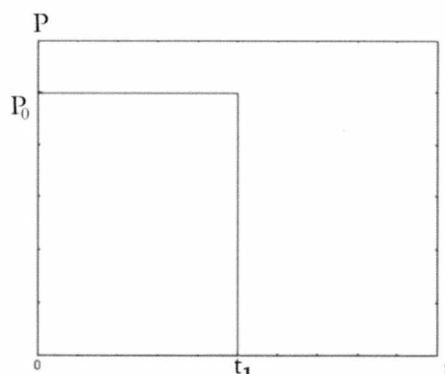
Μετά τους ως άνω υπολογισμούς των DAF για αμφότερες τις Φάσεις, αυτοί μπορούν να υπολογιστούν σαν καθαρές συναρτήσεις του λόγου διάρκειας φόρτισης X και μπορεί κανείς να παράξει φάσματα απόκρισης επιλέγοντας τον μέγιστο DAF για κάθε X (ο οποίος μπορεί να εμφανιστεί είτε στην 1^η είτε στην 2^η Φάση). Αν δε η διάρκεια της φόρτισης είναι μικρή, μπορεί να μην υφίσταται τέτοιο μέγιστο στην Φάση I. Χαρακτηριστικό γράφημα ενός τέτοιου φάσματος απόκρισης απεικονίζεται στο Σχήμα A.2.



Σχήμα A.2. Φάσμα απόκρισης για αιφνίδια επιβαλλόμενο φορτίο τριγωνικής μορφής

Ορθογωνικό ωστικό φορτίο

Το ορθογωνικό φορτίο φαίνεται στο Σχήμα A.3.



Σχήμα A.3. Ορθογωνικό φορτίο σαν συνάρτηση του χρόνου

Φάση I:

Η εξίσωση κίνησης μπορεί να γραφτεί στην μορφή

$$\ddot{x} + \omega^2 x = P(t)/m \quad (\text{A.37})$$

όπου

$$P(t) = P_0, \quad t \in [0, t_1] \quad (\text{A.38})$$

Η ειδική λύση ισούται με

$$x_p = c \quad (\text{A.39})$$

οπότε από την (A.37) βρίσκουμε ότι

$$c = \frac{P_0}{m\omega^2} = x_{st} \quad (\text{A.40})$$

Και η γενική λύση και η 1^η παράγωγος αυτής ως προς το χρόνο λαμβάνουν τη μορφή:

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + x_{st} \quad (\text{A.41})$$

$$\dot{x}(t) = A_1 \omega \cos(\omega t) - A_2 \sin(\omega t) \quad (\text{A.42})$$

Για μηδενικές αρχικές συνθήκες (δηλαδή για $x(0) = \dot{x}(0) = 0$) οι σταθερές ολοκλήρωσης υπολογίζονται εύκολα και είναι

$$A_1 = 0 \quad (\text{A.43})$$

$$A_2 = -x_{st} \quad (\text{A.44})$$

οπότε λαμβάνουμε:

$$x(t) = x_{st} \{1 - \cos(\omega t)\} \quad (\text{A.45})$$

$$\dot{x}(t) = x_{st} \omega \sin(\omega t) \quad (\text{A.46})$$

Προσδιορισμός μέγιστης μετατόπισης κατά την διάρκεια της φάσης φόρτισης I

Το σημείο μηδενισμού της παραγώγου της γενικής λύσης είναι εδώ

$$\sin(\omega t) = 0 \quad (\text{A.47})$$

εξίσωση που έχει τις ακόλουθες δύο λύσεις:

$$\omega t + n2\pi = \arcsin(0) = 0 \quad (\text{A.48})$$

$$\pi - \omega t + n2\pi = \arcsin(0) = 0 \quad (\text{A.49})$$

οπότε οι χρόνοι εμφάνισης των μέγιστων μετατοπίσεων θα ισούνται με

$$t = \frac{1}{\omega} \{n2\pi\} = \frac{1}{\omega} t_{n1} \quad (\text{A.50})$$

$$t = \frac{1}{\omega} \{\pi + n2\pi\} = \frac{1}{\omega} t_{n2} \quad (\text{A.51})$$

Για να είναι οι χρονικές αυτές τιμές θετικές θα πρέπει να ισχύει ότι

$$n > 0 \quad (\text{A.52})$$

$$n > -0.5 \quad (\text{A.53})$$

Στην παρούσα Φάση θα πρέπει $t > t_1$, οπότε (σύμφωνα και με τα όσα αναφέρθηκαν στο

προηγούμενο είδος φορτίου)

$$t_{n1} < t_1 \Leftrightarrow n < X \quad (\text{A.54})$$

$$t_{n2} < t_1 \Leftrightarrow n < X - 0.5 \quad (\text{A.55})$$

Αντικαθιστώντας τις (A.50) και (A.51) στην (A.46) και εντός των περιορισμών του n , ο DAF βρίσκεται ίσος με:

$$D_{\text{φάση1}} = x_{st}\{1 - \cos(t_{ni})\} \quad (\text{A.56})$$

Φάση II:

Εκ νέου πρόκειται για ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση όπως και στη Φάση II του τριγωνικού φορτίου, οπότε η γενική λύση θα ισούται με

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t \quad (\text{A.57})$$

$$x_0 = x_{\text{φάση1}}(t = t_1) = x_{st}\{1 - \cos(2\pi X)\} = x_{st}C_2 \quad (\text{A.58})$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_{\text{φάση1}}(t = t_1) = x_{st}\omega \sin(2\pi X) = x_{st}\omega C_1 \quad (\text{A.59})$$

με αποτέλεσμα η έκφραση της γενικής λύσης να γίνεται

$$x(t) = x_{st}\{C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t\} \quad (\text{A.60})$$

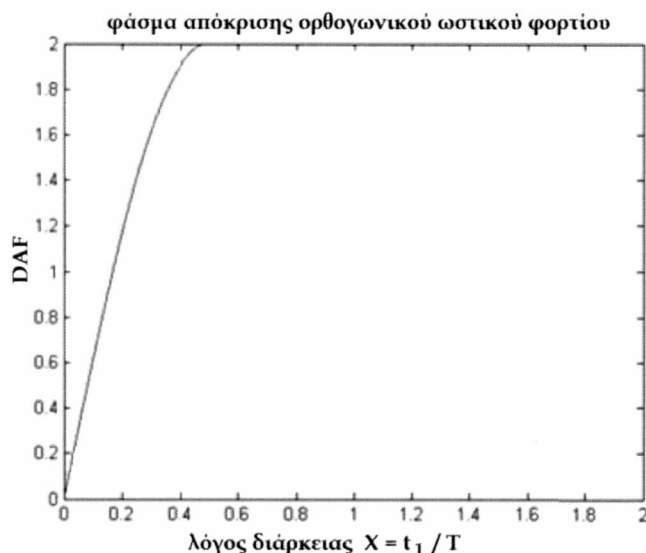
Η εν λόγω ταλάντωση φθάνει στο μέγιστο όταν

$$\omega t = \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \quad (\text{A.61})$$

οπότε ο αντίστοιχος DAF ισούται τελικά με

$$D_{\text{φάση2}} = C_1 \sin \left\{ \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \right\} + C_2 \cos \left\{ \text{arc tan} \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \right\} \quad (\text{A.62})$$

Κατ' αναλογία με το τριγωνικό φορτίο βρίσκουμε και το φάσμα απόκρισης, χαρακτηριστικό γράφημα του οποίου φαίνεται στο Σχήμα A.4.

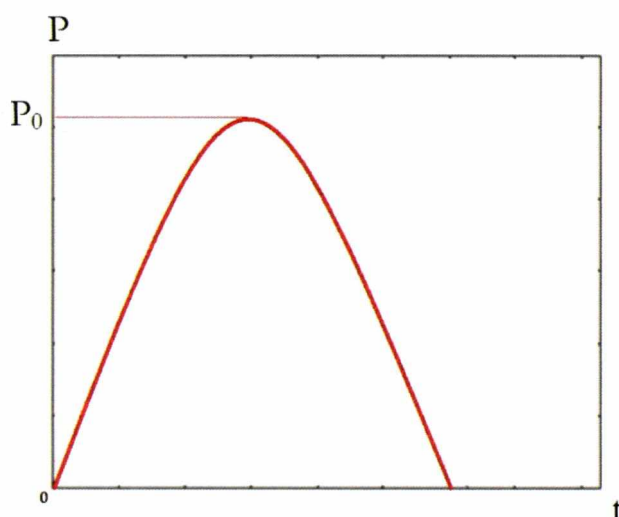


Σχήμα A.4. Φάσμα απόκρισης για ορθογωνικό ωστικό φορτίο

Ωστικό φορτίο ημιτονοειδούς μορφής

Ένα τέτοιας μορφής ωστικό φορτίο, ως Σχήμα (A.5) γράφεται ως

$$P(t) = P_0 \sin(\omega_p t) \quad (\text{A.63})$$



Σχήμα A.5. Ωστικό φορτίο ημιτονοειδούς μορφής

που αν εισαχθεί στην εξίσωση κίνησης (A.2) βρίσκεται ότι έχει γενική λύση της μορφής

$$x(t) = x_{st} \frac{1}{1-\beta^2} \{ \sin(\omega_p t) - \beta \sin(\omega t) \} \quad (\text{A.64})$$

όπου

$$\beta = \omega_p / \omega, \text{ λόγος φόρτισης} \quad (\text{A.65})$$

ενώ επίσης

$$\hat{\beta} = \frac{1}{1-\beta^2} \quad (\text{A.66})$$

$$\omega_p = \frac{\pi}{t_1} \quad (\text{A.67})$$

$$t_1 = XT = \frac{2\pi X}{\omega} \quad (\text{A.68})$$

Φάση I:

Η παράγωγος της εξίσωσης (A.64) παίρνει την μορφή

$$\dot{x}(t) = x_{st} \hat{\beta} \omega_p \{ \cos(\omega_p t) - \cos(\omega t) \} \quad (\text{A.69})$$

και μηδενίζεται για

$$\omega_p t = \pm \omega t + n2\pi \quad (\text{A.70})$$

Πάλι υπάρχουν δύο ξεχωριστές λύσεις. Η πρώτη,

$$t = \frac{n2\pi}{\omega_p - \omega} = t_1 \frac{2\pi}{1 - 2X} = t_1 t_{n1} \quad (\text{A.71})$$

μπορεί να δειχθεί ότι ισχύει αν και μόνο αν

$$X > \frac{3}{2} \quad (\text{A.72})$$

Η δεύτερη λύση,

$$t = \frac{n2\pi}{\omega_p + \omega} = t_1 \frac{2n}{1+2X} = t_1 t_{n2} \quad (\text{A.73})$$

έχει λόγω των συνθηκών $t < t_1$ και $t > 0$, τους περιορισμούς

$$n > 0, n < \frac{1}{2} - X \quad (\text{A.74})$$

Αντικαθιστώντας τις χρονικές λύσεις, και χρησιμοποιώντας τον ορισμό του DAF βρίσκουμε ότι

$$D_{\text{φάση I}}(X) = \hat{\beta} \{ \sin(t_{ni}) - \beta \sin(2\pi X t_{ni}) \} \quad (\text{A.75})$$

Φάση II:

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t \quad (\text{A.76})$$

όπου οι αρχικές συνθήκες προέρχονται από το τέλος της Φάσης I εκ της (A.64), δηλ. για $t = t_1$:

$$x_0 = x_{\text{φάσης I}}(t = t_1) = -x_{st} \hat{\beta} \sin(2\pi X) = x_{st} C_2 \quad (\text{A.77})$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_{\text{φάσης I}}(t = t_1) = -x_{st} \hat{\beta} \omega_p \{1 - \sin(2\pi X)\} = x_{st} \hat{\beta} \omega_p C_1 \quad (\text{A.78})$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (A.77) και (A.78) στην (A.76) παίρνουμε

$$x(t) = -x_{st} \hat{\beta} \{ C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t \} \quad (\text{A.79})$$

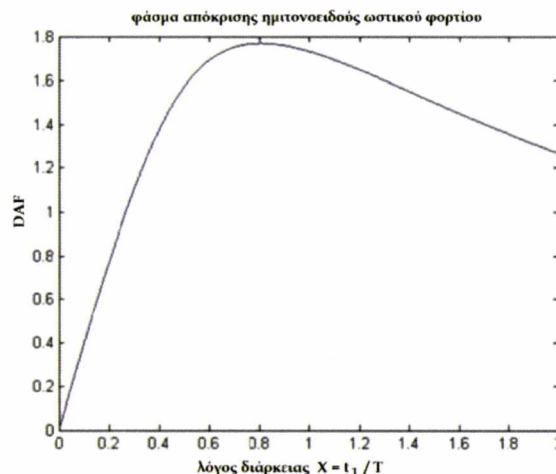
Αυτή η ταλάντωση φτάνει την μέγιστη τιμή όταν

$$\omega t = \arctan \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \quad (\text{A.80})$$

Η χρονική λύση και ο ορισμός του DAF δίδουν

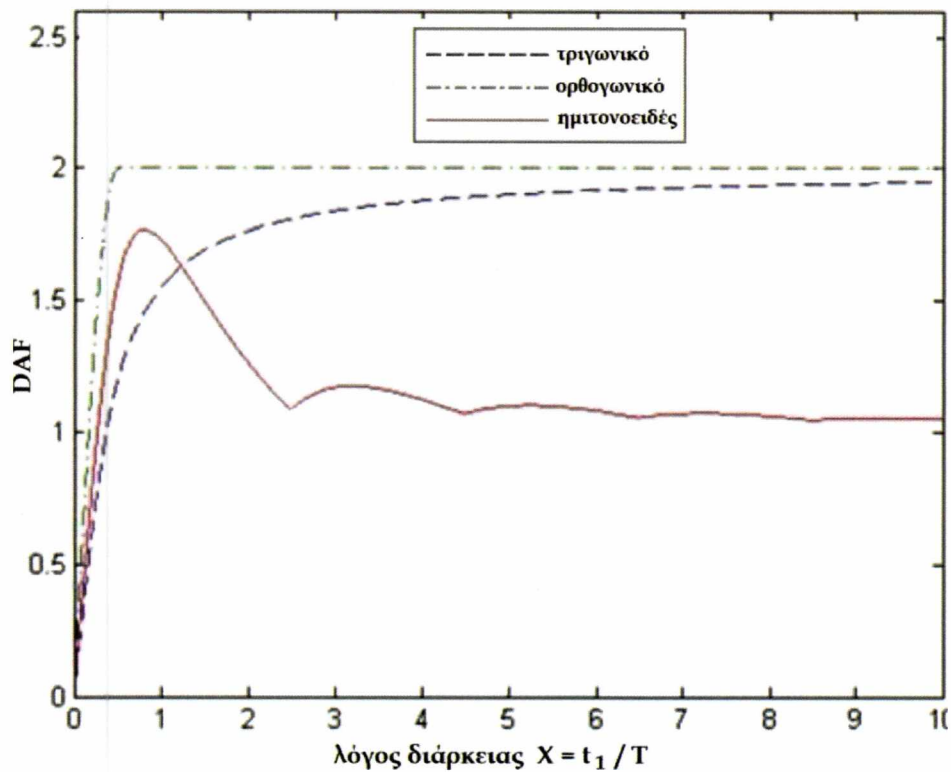
$$D_{\text{φάσης II}} = C_1 \sin \left\{ \arctan \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \right\} + C_2 \cos \left\{ \arctan \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \right\} \quad (\text{A.81})$$

Ο προσδιορισμός του μεγαλύτερου DAF για κάθε X δίδει φάσματα απόκρισης της μορφής του Σχήματος Α.6.



Σχήμα Α.6. Φάσμα απόκρισης ώσης ημιτονοειδούς μορφής

Τα τρία διαφορετικά φάσματα απόκρισης παρουσιάζονται μαζί στο Σχήμα Α.7.



Σχήμα Α.7. Φάσματα απόκρισης για τους τρεις διαφορετικούς τύπους ωστικών φορτίων

Τεκμαίρεται συνεπώς ότι εάν ένα φορτίο εφαρμόζεται ξαφνικά ο DAF θα συγκλίνει προς την τιμή 2. Εάν το φορτίο είναι αρκετά αργό, η απόκριση θα είναι ψευδο-στατική και ο DAF συγκλίνει προς το 1.

Παράρτημα Β : Σάρωση συχνοτήτων (κώδικας MATLAB)

```
clear all

close all

clc

t=0:0.001:30;

f0=0.1;

f1=30;

t1=max(t);

phi=-90;

F=chirp(t,f0,t1,f1,'linear',phi);

plot(t,F)

xlabel('\fontsize{12}time, t [s]')

ylabel('\fontsize{12}amplitude, A [-]')

F=[t;F];

fopen('frekvenssvep.txt', 'wt');

fprintf(fid, '%6.6f %16.8f\n', F);

fclose(fid);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

F_n3=[F(1,1:3:length(F(1,:)));

F(2,1:3:length(F(1,:)))];

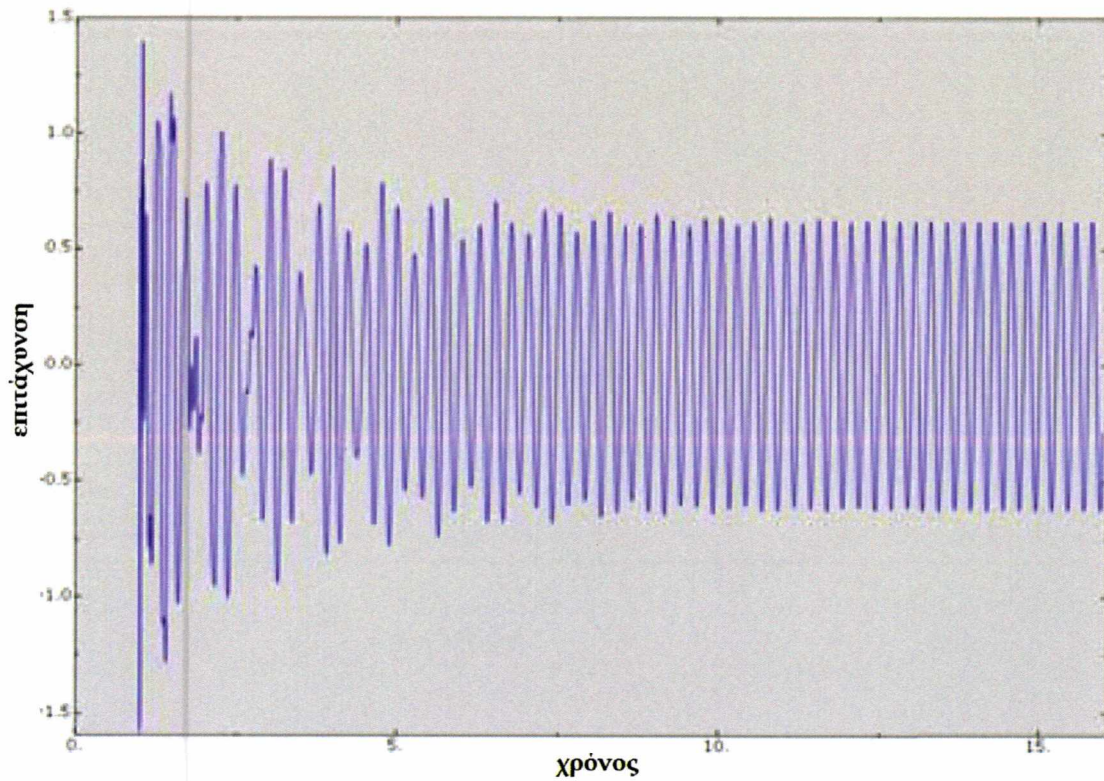
fid = fopen('force_signal_n_3.txt', 'wt');

fprintf(fid, '%6.6f %16.8f\n', F_n3);

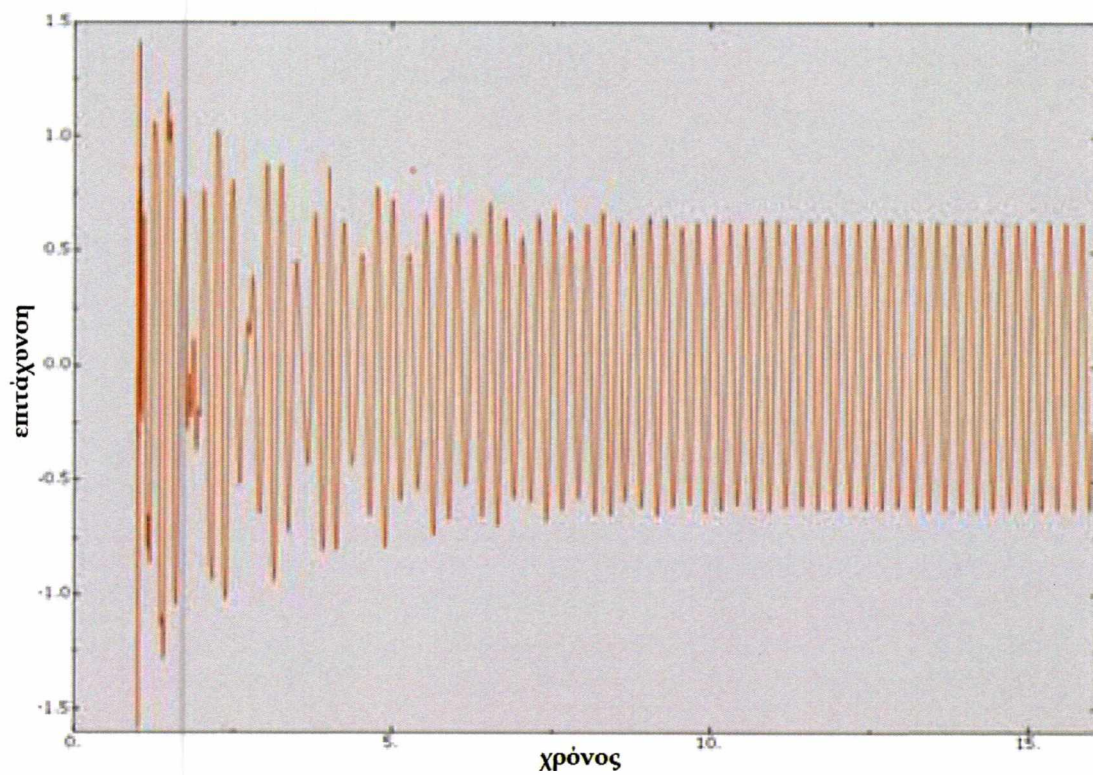
fclose(fid);
```

Παράρτημα Γ : Διαγράμματα σύγκλισης

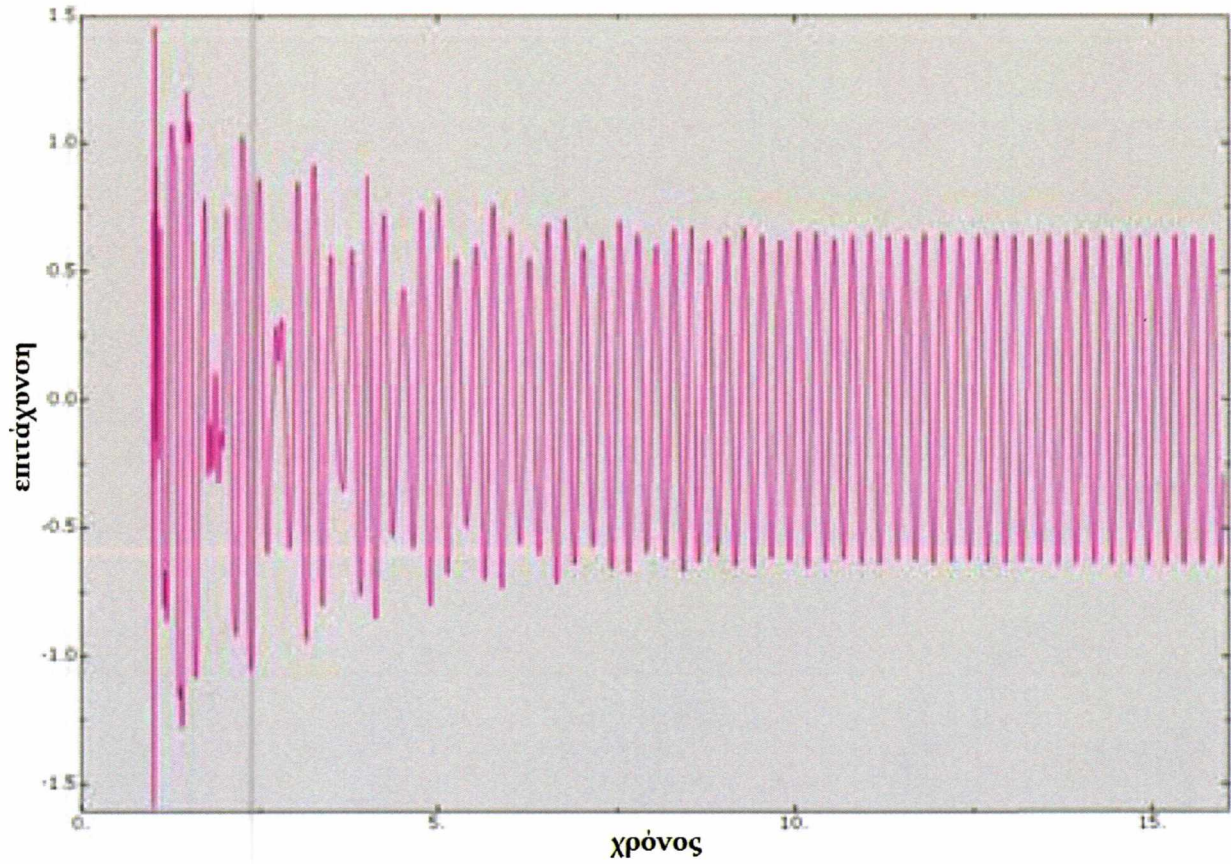
Σύγκλιση στοιχείων



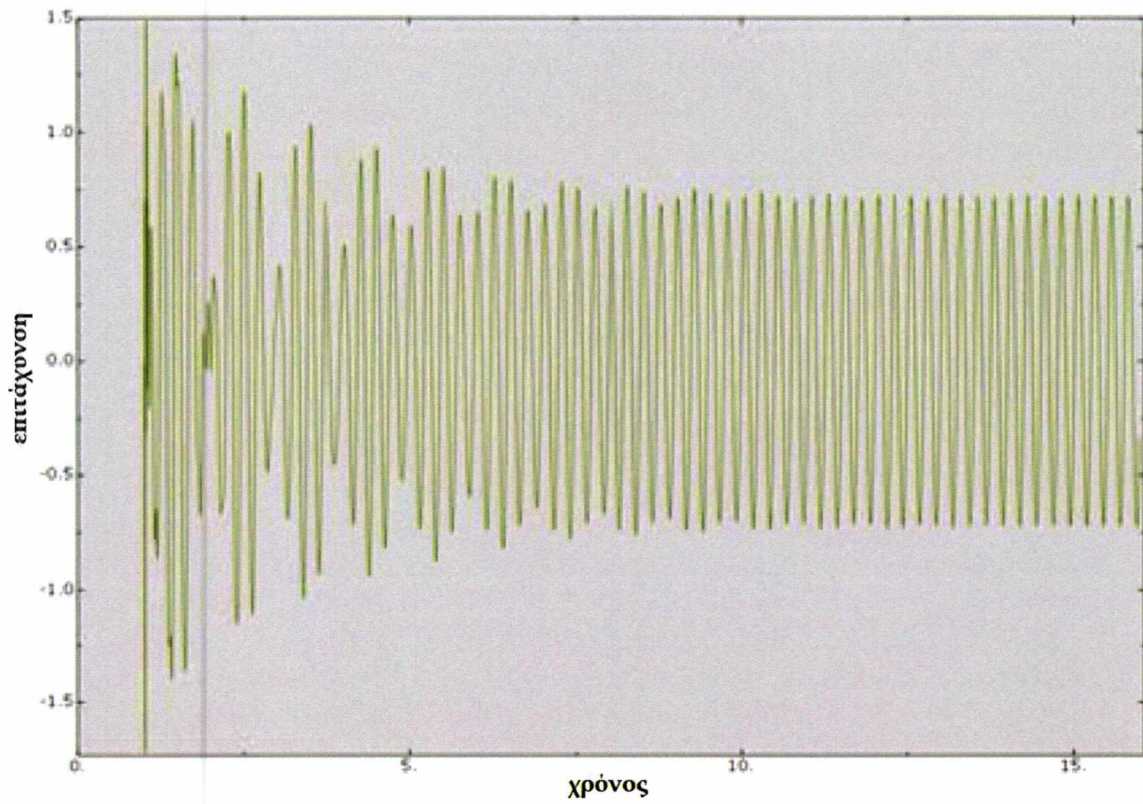
Σχήμα Γ.1. Χρονική προσαύξηση= 0.05 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.05 m



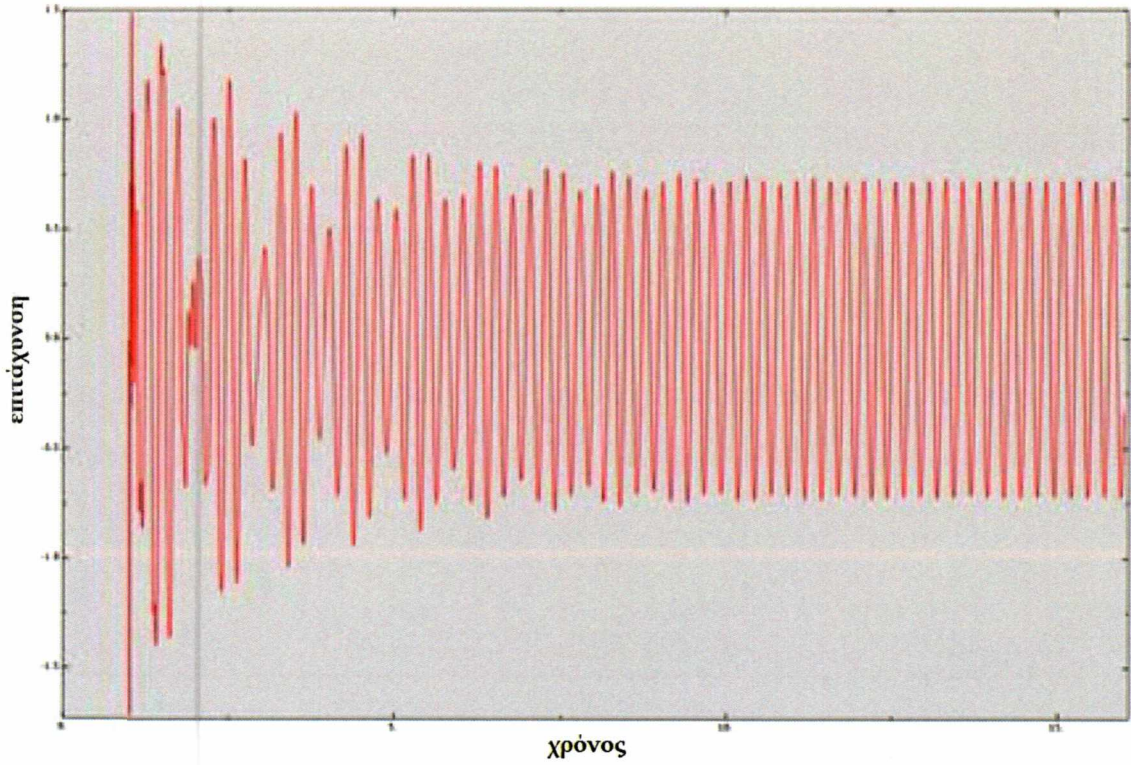
Σχήμα Γ.2. Χρονική προσαύξηση= 0.05 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.1 m



Σχήμα Γ.3. Χρονική προσαύξηση= 0.05 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m

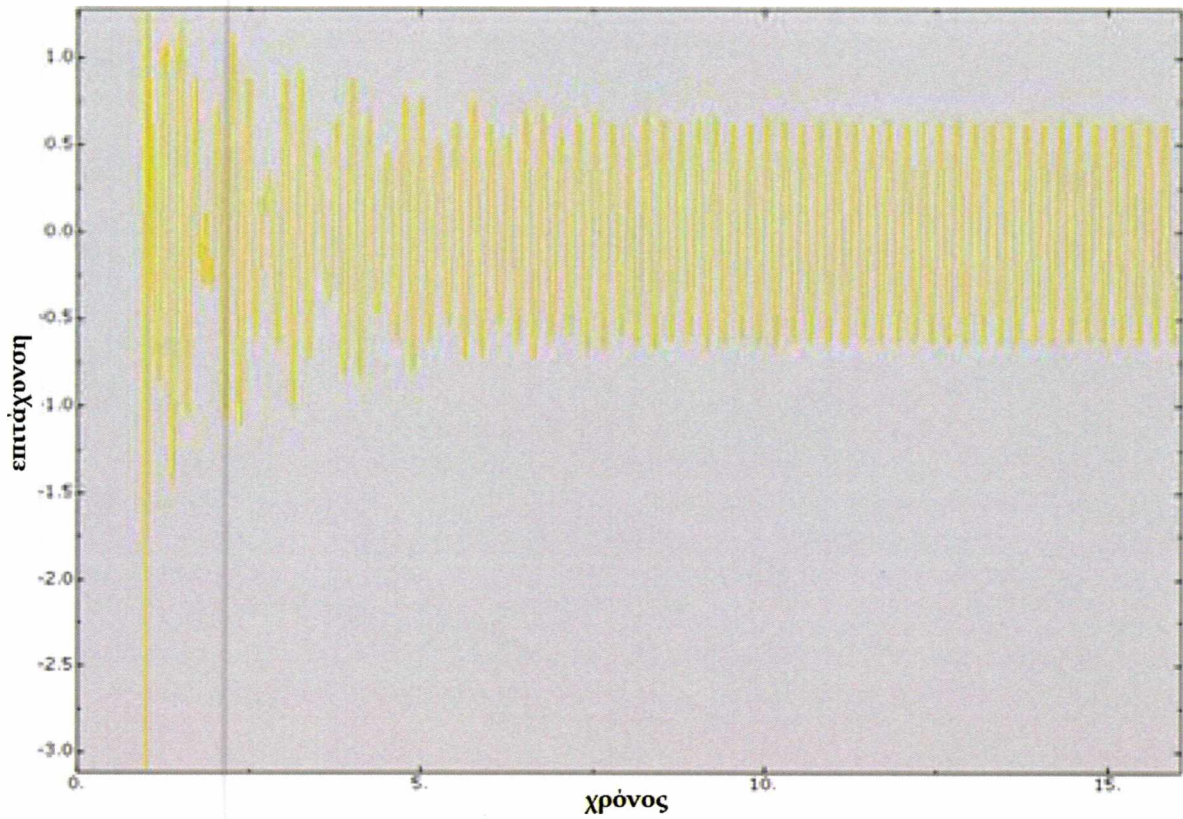


Σχήμα Γ.4. Χρονική προσαύξηση= 0.05 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.4 m

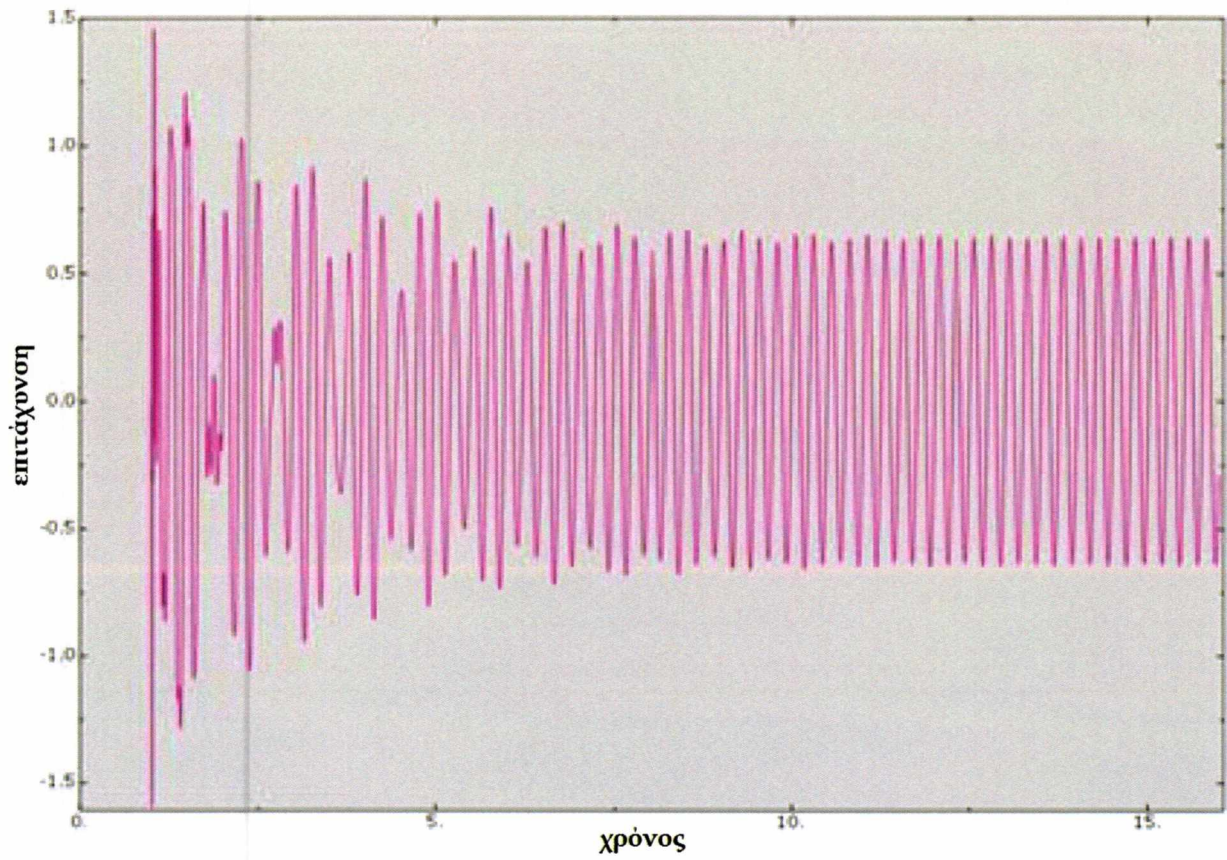


Σχήμα Γ.5. Χρονική προσαύξηση= 0.05 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.8 m

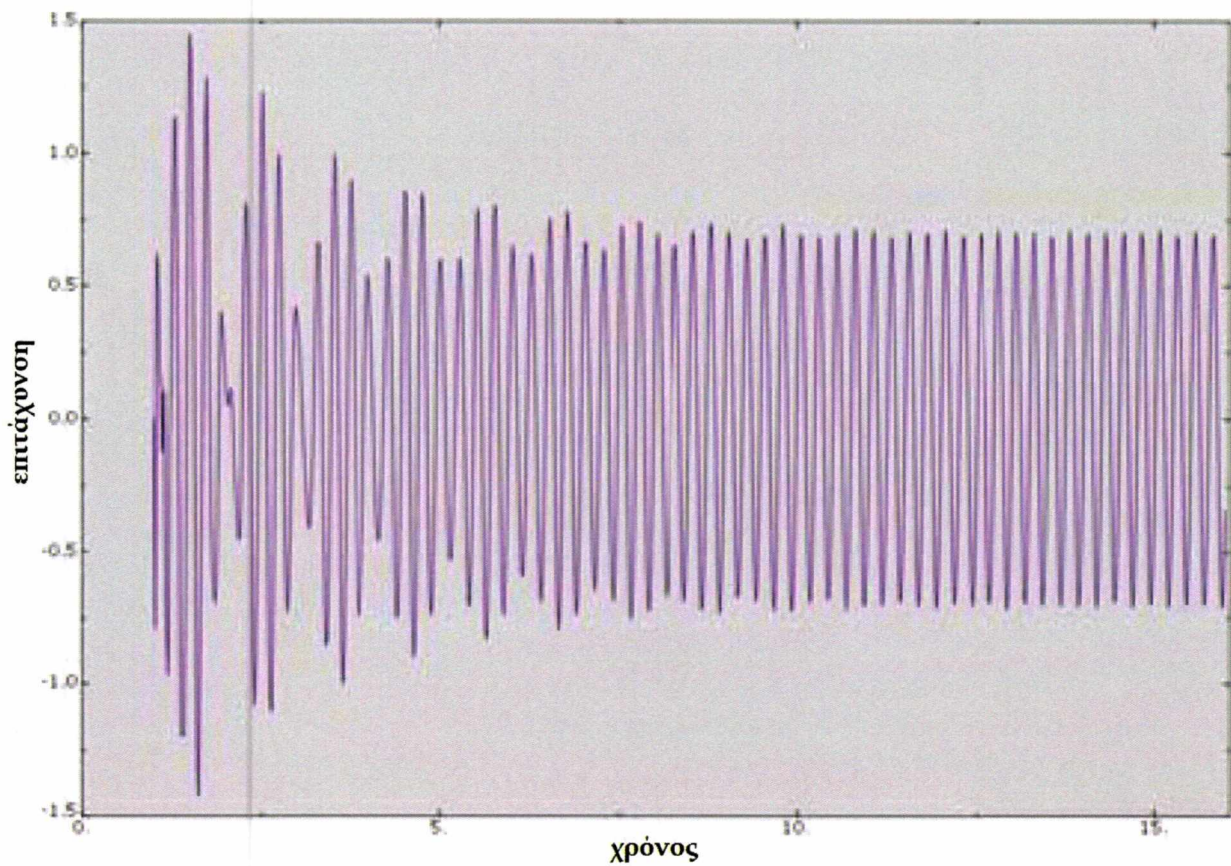
Σύγκλιση χρονικής προσαύξησης



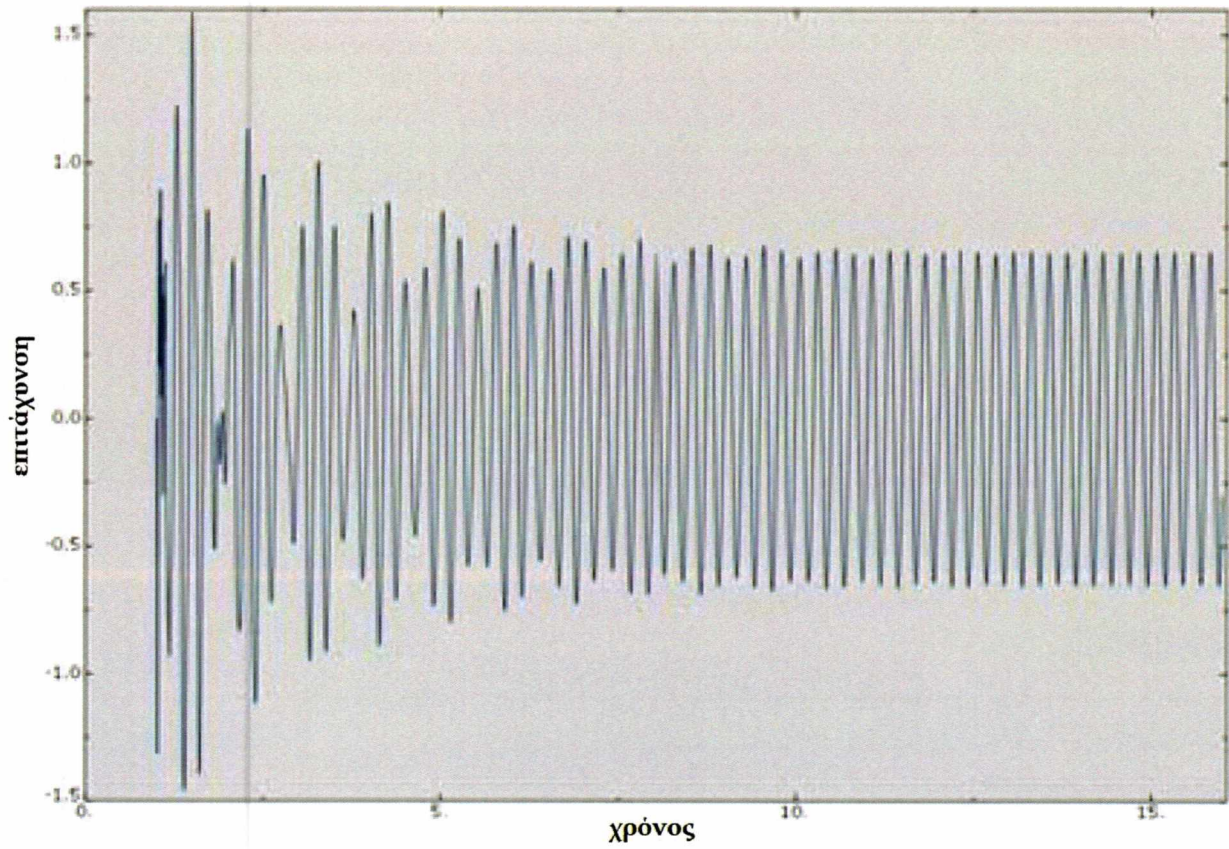
Σχήμα Γ.6. Χρονική προσαύξηση= 0.0025 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m



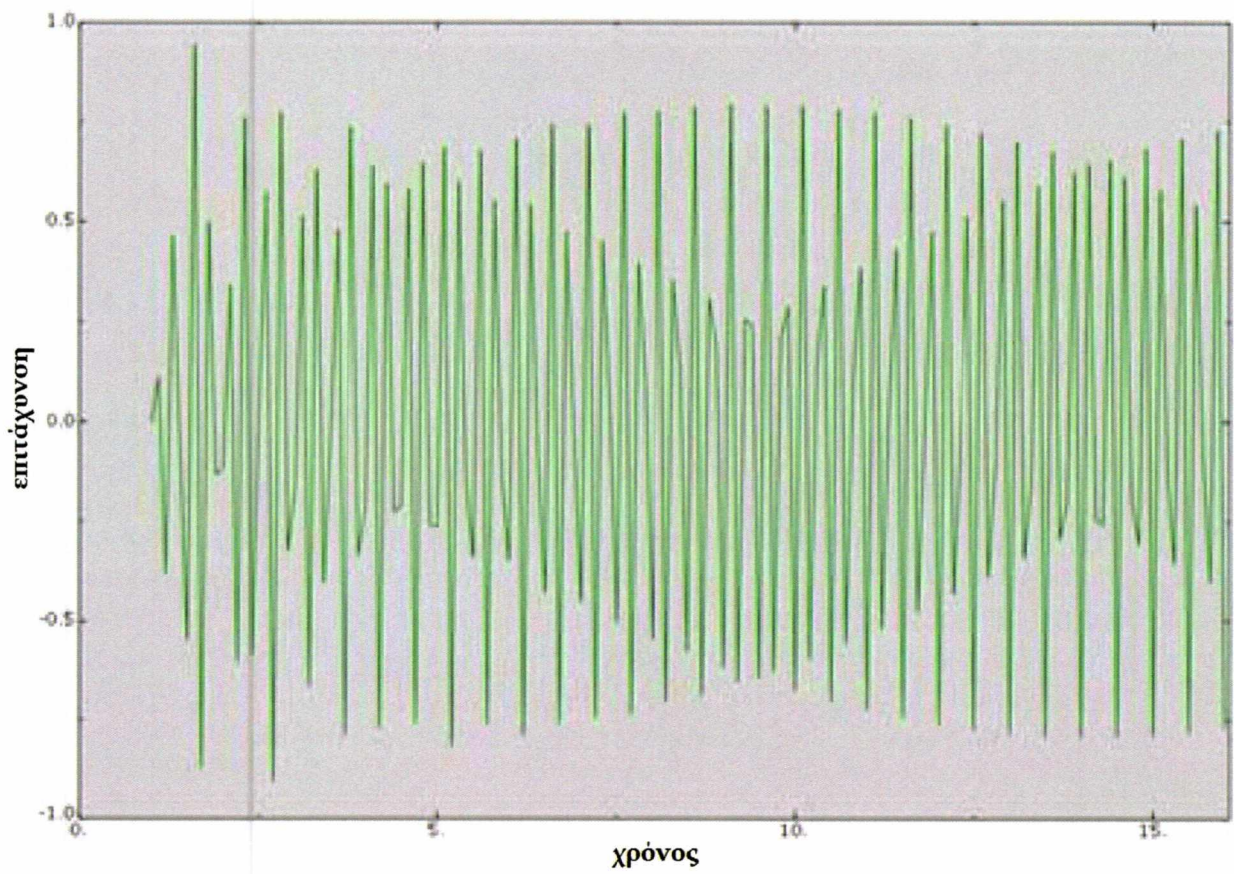
Σχήμα Γ.7. Χρονική προσαύξηση= 0.005 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m



Σχήμα Γ.8. Χρονική προσαύξηση= 0.01 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m



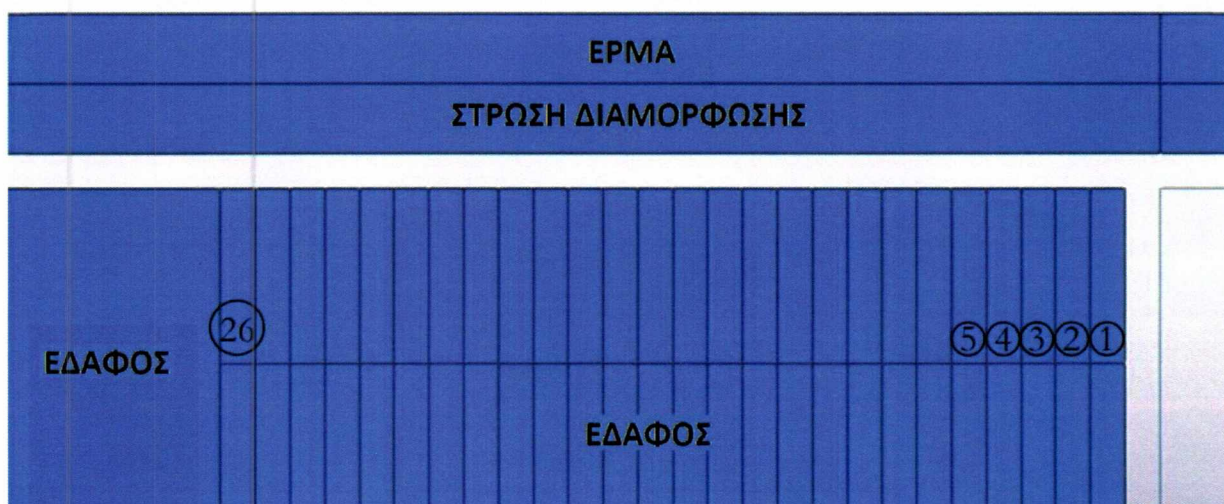
Σχήμα Γ.9. Χρονική προσαύξηση= 0.02 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m



Σχήμα Γ.10. Χρονική προσαύξηση= 0.1 sec, μέγεθος στοιχείου= 0.2 m

Παράρτημα Δ : Ορισμοί μεταβατικής ζώνης δυσκαμψίας

Η μεταβατική ζώνη της δυσκαμψίας ορίζεται σύμφωνα με το Σχήμα Δ.1.



Σχήμα Δ.1. Ορισμός μεταβατικής ζώνης δυσκαμψίας

Το μέτρο ελαστικότητας Young που χρησιμοποιείται (1-30 + έδαφος [soil]), κάθε «treξίματος» (1-13), στην παραμετρική μελέτη ορίζεται στον Πίνακα Δ.1.

Πίνακας Δ.1. Ορισμός μεταβατικής δυσκαμψίας, όλες οι τιμές είναι σε GPa

	Α/Α Υπολογισμού ("treξίματος")												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
E ₁	10,00	30,00	10,00	30,00	20,00	20,00	20,00	20,00	10,00	10,00	30,00	30,00	20,00
E ₂	9,51	28,51	9,51	28,51	18,58	19,24	18,58	19,24	9,30	9,62	27,87	28,85	19,01
E ₃	9,02	27,02	9,02	27,02	17,17	18,47	17,17	18,47	8,60	9,24	25,74	27,71	18,02
E ₄	8,53	25,53	8,53	25,53	15,75	17,71	15,75	17,71	7,89	8,87	23,61	26,56	17,03
E ₅	8,03	24,03	8,03	24,03	14,33	16,95	14,33	16,95	7,19	8,49	21,48	25,41	16,03
E ₆	7,54	22,54	7,54	22,54	12,92	16,19	12,92	16,19	6,49	8,11	19,35	24,26	15,04
E ₇	7,05	21,05	7,05	21,05	11,50	15,42	11,50	15,42	5,79	7,73	17,21	23,12	14,05
E ₈	6,56	19,56	6,56	19,56	10,08	14,66	10,08	14,66	5,08	7,35	15,08	21,97	13,06
E ₉	6,07	18,07	6,07	18,07	8,67	13,90	8,67	13,90	4,38	6,97	12,95	20,82	12,07
E ₁₀	5,58	16,58	5,58	16,58	7,25	13,14	7,25	13,14	3,68	6,60	10,82	19,67	11,08
E ₁₁	5,08	15,08	5,08	15,08	5,83	12,37	5,83	12,37	2,98	6,22	8,69	18,53	10,08
E ₁₂	4,59	13,59	4,59	13,59	4,42	11,61	4,42	11,61	2,27	5,84	6,56	17,38	9,09
E ₁₃	4,10	12,10	4,10	12,10	3,00	10,85	3,00	10,85	1,57	5,46	4,43	16,23	8,10
E ₁₄	3,61	10,61	3,61	10,61	1,58	10,08	1,58	10,08	0,87	5,08	2,30	15,08	7,11
E ₁₅	3,12	9,12	3,12	9,12	0,17	9,32	0,17	9,32	0,17	4,71	0,17	13,94	6,12
E ₂₀	2,63	7,63	2,63	7,63	0,17	8,56	0,17	8,56	0,17	4,33	0,17	12,79	5,13
E ₂₁	2,13	6,13	2,13	6,13	0,17	7,80	0,17	7,80	0,17	3,95	0,17	11,64	4,13
E ₂₂	1,64	4,64	1,64	4,64	0,17	7,03	0,17	7,03	0,17	3,57	0,17	10,49	3,14
E ₂₃	1,15	3,15	1,15	3,15	0,17	6,27	0,17	6,27	0,17	3,19	0,17	9,35	2,15
E ₂₄	0,66	1,66	0,66	1,66	0,17	5,51	0,17	5,51	0,17	2,81	0,17	8,20	1,16
E ₂₅	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	4,74	0,17	4,74	0,17	2,44	0,17	7,05	0,17
E ₂₆	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	3,98	0,17	3,98	0,17	2,06	0,17	5,90	0,17
E ₂₇	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	3,22	0,17	3,22	0,17	1,68	0,17	4,76	0,17
E ₂₈	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	2,46	0,17	2,46	0,17	1,30	0,17	3,61	0,17
E ₂₉	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	1,69	0,17	1,69	0,17	0,92	0,17	2,46	0,17
E ₃₀	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,93	0,17	0,93	0,17	0,55	0,17	1,31	0,17
soil	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε : ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ (πρόγραμμα MATLAB)

```
clc
clear all
close all
format compact
[fname,cat]=uigetfile('* .rpt','Επιλογή αρχείου εισόδου');

X=load([cat fname]);
scr = [0 0 1280 800];
A=X(:,2:14);
U=X(:,15:27);
V=X(:,28:40);
%%%%%% Αφαίρεση αρχικών μετατοπίσεων
for i=1:13
U(:,i)=U(:,i)-U(1,i);
End

%%%%%% Συλλογή ακρότατων τιμών
u=zeros(15,1); a=u; v=u;
for i=1:13
    u(i)=max(abs(U(:,i)));
    v(i)=max(abs(V(:,i)));
    a(i)=max(abs(A(:,i)));
end
u(14)=u(13); v(14)=v(13); a(14)=a(13);
u(15)=u(13); v(15)=v(13); a(15)=a(13);
%%%%%%%%%%%%%% Γραφήματα
x=1:15;
figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(x,u*1000,'o')
xlabel('προσπάθεια nr')
ylabel('μέγιστη μετατόπιση [mm]')
title('Σχεδιασμός B-B')
subplot(2,2,2)
plot(x,v,'o')
xlabel('προσπάθεια nr')
ylabel('μέγιστη ταχύτητα [m/s]')
title('Σχεδιασμός B-B')
subplot(2,2,3)
plot(x,a,'o')
ylabel('μέγιστη επιτάχυνση [m/s^2]')
xlabel('προσπάθεια nr')
title('Σχεδιασμός B-B')

%%%%%% Αποθήκευση γραφημάτων
```



```

saveas(gcf,[cat '1'],'jpg')

%%% Μητρώο B-B
bbd=zeros(15,9);
bbd(:,1:3)=bbdesign(3);
bbd(:,4)=bbd(:,1).*bbd(:,2);
bbd(:,5)=bbd(:,1).*bbd(:,3);
bbd(:,6)=bbd(:,2).*bbd(:,3);
bbd(:,7)=bbd(:,1).^2;
bbd(:,8)=bbd(:,2).^2;
bbd(:,9)=bbd(:,3).^2;
%%% Επίλυση συστήματος εξισώσεων
coeff_u=u\bbd;
coeff_v=v\bbd;
coeff_a=a\bbd;

%%% Σχεδίαση αποτελεσμάτων
xs=1:9;

%%% bar-plot
figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
bar(xs,coeff_u)
title('displacement coeff B-B design')
axis([0 10 min(coeff_u) max(coeff_u)])
xlabel('coefficient nr')
subplot(2,2,2)
bar(xs,coeff_v)
title('velocity coeff B-B design')
axis([0 10 min(coeff_v) max(coeff_v)])
xlabel('coefficient nr')
subplot(2,2,3) bar(xs,coeff_a)
title('acceleration coeff B-B design')
axis([0 10 min(coeff_a) max(coeff_a)])
xlabel('coefficient nr')
%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '2'],'jpg')
%%% normal plot
figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
normplot(coeff_u)
title('displacement coeff B-B design')
subplot(2,2,2)
normplot(coeff_v)
title('velocity coeff B-B design')
subplot(2,2,3)
normplot(coeff_a)

```

```

title('acceleration coeff B-B design')
%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '3'],'jpg')
close all

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Ανάλυση παλινδρόμησης
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%%% Δημιουργία του μητρώου B – B με πραγματικές τιμές
bbd_reg=zeros(13,3);
r=bbdesign(3);
bbd_reg(:,1:3)=r(1:13,:);

```

```

for i=1:13
    if bbd_reg(i,1)==-1
        bbd_reg(i,1)=290;
    end
    if bbd_reg(i,1)==0
        bbd_reg(i,1)=310;
    end
    if bbd_reg(i,1)==1
        bbd_reg(i,1)=330;
    end
    if bbd_reg(i,2)==-1
        bbd_reg(i,2)=10;
    end
    if bbd_reg(i,2)==0
        bbd_reg(i,2)=20;
    end
    if bbd_reg(i,2)==1
        bbd_reg(i,2)=30;
    end
    if bbd_reg(i,3)==-1
        bbd_reg(i,3)=2.8;
    end
    if bbd_reg(i,3)==0
        bbd_reg(i,3)=4;
    end
    if bbd_reg(i,3)==1
        bbd_reg(i,3)=5.2;
    end
end

```

```

%%%
a=a(1:13); u=u(1:13); v=v(1:13);

```

```

%%% Έναρξη ανάλυσης παλινδρόμησης

```

```
var = {'beta','r','rsquare','tstat','standres','yhat'};
```

```
R2 = zeros(3,1);
```

```
%%%% Επιτάχυνση
```

```
res_a = regstats(a,bbd_reg,'quadratic',var);
```

```
beta_a = res_a.beta;
```

```
r_a = res_a.r;
```

```
R2(3) = res_a.rsquare;
```

```
t_a = res_a.tstat;
```

```
pval_a = t_a.pval;
```

```
yhat_a = res_a.yhat;
```

```
st_res_a = res_a.standres;
```

```
%%%% Μετατόπιση
```

```
res_u = regstats(u,bbd_reg,'quadratic',var);
```

```
beta_u = res_u.beta;
```

```
r_u = res_u.r;
```

```
R2(1) = res_u.rsquare;
```

```
t_u = res_u.tstat;
```

```
pval_u = t_u.pval;
```

```
yhat_u = res_u.yhat;
```

```
st_res_u = res_u.standres;
```

```
%%%% Ταχύτητα
```

```
res_v = regstats(v,bbd_reg,'quadratic',var);
```

```
beta_v = res_v.beta;
```

```
r_v = res_v.r;
```

```
R2(2) = res_v.rsquare;
```

```
t_v = res_v.tstat;
```

```
pval_v = t_v.pval;
```

```
yhat_v = res_v.yhat;
```

```
st_res_v = res_v.standres;
```

```
R2
```

```
%%%%%% Γραφήματα
```

```
%%%%%% Σημαντικότητα
```

```
xs=1:length(pval_u);
```

```
figure('position',scr)
```

```
subplot(2,2,1)
```

```
bar(xs,pval_u)
```

```

title('significance of coeff, u, full regr')
subplot(2,2,2)
bar(xs,pval_v)
title('significance of coeff, v, full regr')
subplot(2,2,3)
bar(xs,pval_a)
title('significance of coeff, a, full regr')

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '4'],'jpg')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%% Συντελεστές παλινδρόμησης
xs=2:length(beta_u);
figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
bar(xs,beta_u(2:length(beta_u)))
title('displacement coeff. full regr')
subplot(2,2,2)
bar(xs,beta_v(2:length(beta_u)))
title('velocity coeff. full regr')
subplot(2,2,3)
bar(xs,beta_a(2:length(beta_u)))
title('acceleration coeff. full regr')

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '5'],'jpg')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%% Υπόλοιπα / προσαρμογές

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(yhat_u,st_res_u,'o')
title('residuals vs. fits displ. full regr.')
subplot(2,2,2)
plot(yhat_v,st_res_v,'o')
title('residuals vs. fits vel. full regr')
subplot(2,2,3)
plot(yhat_a,st_res_a,'o')
title('residuals vs. fits acc. full regr')

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '6'],'jpg')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%% Normplot των υπολοίπων

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
normplot(r_u)
title('displacement residual normplot full regr. ')
subplot(2,2,2)
normplot(r_v)
title('velocity residual normplot full regr. ')
subplot(2,2,3)
normplot(r_a)
title('acceleration residual normplot full regr. ')

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '7'],'jpg')

%%%% Συντελεστές παλινδρόμησης στο normplot

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
normplot(beta_u(2:10))
title('displacement coeff. normplot full regr. ')
subplot(2,2,2)
normplot(beta_v(2:10))
title('velocity coeff. normplot full regr. ')
subplot(2,2,3)
normplot(beta_a(2:10))
title('acceleration residual normplot full regr. ')

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '15'],'jpg') %%%%%%%%%%%%%%%
close all
%%%%%%%%% POST ANALYSIS
%%% γραμμική ανάλυση παλινδρόμησης σε επιθυμητές μεταβλητές
%%% και δημιουργία του πλήρους τετραγωνικού μητρώου
bbd_reg_post=[bbd_reg(:,1:3) bbd_reg(:,1).*bbd_reg(:,2)
bbd_reg(:,1).*bbd_reg(:,3) bbd_reg(:,2).*bbd_reg(:,3)
bbd_reg(:,1).^2 bbd_reg(:,2).^2 bbd_reg(:,3).^2];

signi = input('choose sign.-level for acceptance, 0-1 ');

X_u=zeros(9,1);
X_v=zeros(9,1);
X_a=zeros(9,1);
for i=2:length(X_u)
    if pval_u(i) < signi
        X_u(i-1)=1;
    end

```

```

        if pval_v(i) < signi
            X_v(i-1)=1;
        end
        if pval_a(i) < signi
            X_a(i-1)=1;
        end
    end

pos=0;
bbd_reg_u=zeros(13,length(find(X_u)));
for i=1:length(X_u)
    if X_u(i)==1
        bbd_reg_u(:,pos+1)=bbd_reg_post(:,i);
        pos=pos+1;
    end
end

pos=0;
bbd_reg_v=zeros(13,length(find(X_v)));
for i=1:
length(X_v) if X_v(i)==1
        bbd_reg_v(:,pos+1)=bbd_reg_post(:,i);
        pos=pos+1;
    end
end

pos=0;
bbd_reg_a=zeros(13,length(find(X_a)));
for i=1:length(X_a)
    if X_a(i)==1
        bbd_reg_a(:,pos+1)=bbd_reg_post(:,i);
        pos=pos+1;
    end
end

%%%% Επιτυχύνσεις

res_a = regstats(a,bbd_reg_a,'linear',var);
beta_a = res_a.beta;
r_a = res_a.r;
R2(3) = res_a.rsquare;
t_a = res_a.tstat;
pval_a = t_a.pval;
yhat_a = res_a.yhat;
st_res_a = res_a.standres;

```

```

%%%%% Μετατοπίσεις

res_u = regstats(u,bbd_reg_u,'linear',var);
beta_u = res_u.beta;
r_u = res_u.r;
R2(1) = res_u.rsquare;
t_u = res_u.tstat;
pval_u = t_u.pval;
yhat_u = res_u.yhat;
st_res_u = res_u.standres;

%%%%% Ταχύτητες

res_v = regstats(v,bbd_reg_v,'linear',var);
beta_v = res_v.beta;
r_v = res_v.r;
R2(2) = res_v.rsquare;
t_v = res_v.tstat;
pval_v = t_v.pval;
yhat_v = res_v.yhat;
st_res_v = res_v.standres;

%%%%%%%%%%%%% Γραφήματα

R2

%%%%%%%%%%%%% Σημαντικότητα
xs_u=1:length(pval_u);
xs_v=1:length(pval_v);
xs_a=1:length(pval_a);

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
bar(xs_u,pval_u)
title('significance, u, mod. regr')
subplot(2,2,2)
bar(xs_v,pval_v)
title('significance, v, mod. regr')
subplot(2,2,3)
bar(xs_a,pval_a)
title('significance, a, mod. regr')

%%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,['cat '8'],'jpg') %%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%% Συντελεστές παλινδρόμησης

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
bar(xs_u,beta_u(1:length(beta_u)))
title('regression coefficients, u, mod. regr')
subplot(2,2,2)
bar(xs_v,beta_v(1:length(beta_v)))
title('regression coefficients, v, mod. regr')
subplot(2,2,3)
bar(xs_a,beta_a(1:length(beta_a)))
title('regression coefficients, a, mod. regr')

```

```

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '9'],'jpg')
%%%%%%%%%%%%

```

```

%%%%%% Υπόλοιπα / προσαρμογές

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(yhat_u,st_res_u,'o')
title('residuals vs. fits, u, mod. regr')
subplot(2,2,2)
plot(yhat_v,st_res_v,'o')
title('residuals vs. fits, v, mod. regr')
subplot(2,2,3)
plot(yhat_a,st_res_a,'o')
title('residuals vs. fits, a, mod. regr')
%%%% SAVING THE PLOT
saveas(gcf,[cat '10'],'jpg')

```

```

%%%%%% Normplot των υπολοίπων

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
normplot(r_u)
title('residual normplot, u, mod. regr')
subplot(2,2,2) normplot(r_v)
title('residual normplot, v, mod. regr')
subplot(2,2,3) normplot(r_a)
title('residual normplot, a, mod. regr')

```

```

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '11'],'jpg')

```

```

close all

```

```

%%%% ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

```



```
%%%% Μετατόπιση
```

```
% μητρώο για τη μεταβολή του L
```

```
V=(max(bbd_reg(:,1))+min(bbd_reg(:,1)))/2;  
E=(max(bbd_reg(:,2))+min(bbd_reg(:,2)))/2;  
L=[min(bbd_reg(:,3)):0.01:max(bbd_reg(:,3))];  
Lvary=zeros(length(L),9);  
Lvary(:,1)=V; Lvary(:,2)=E; Lvary(:,3)=L; Lvary(:,4)=V*E;  
Lvary(:,5)=V*L;  
Lvary(:,6)=E*L; Lvary(:,7)=V.^2; Lvary(:,8)=E.^2; Lvary(:,9)=L.^2;
```

```
% Μητρώο για τη μεταβολή του E
```

```
V=(max(bbd_reg(:,1))+min(bbd_reg(:,1)))/2;  
E=[min(bbd_reg(:,2)):0.01:max(bbd_reg(:,2))];  
L=(max(bbd_reg(:,3))+min(bbd_reg(:,3)))/2;  
Evary=zeros(length(E),9); Evary(:,1)=V; Evary(:,2)=E; Evary(:,3)=L;  
Evary(:,4)=V*E;  
Evary(:,5)=V*L; Evary(:,6)=E*L; Evary(:,7)=V.^2; Evary(:,8)=E.^2; Evary(:,9)=L.^2;
```

```
% Μητρώο για τη μεταβολή του V
```

```
V=[min(bbd_reg(:,1)):0.01:max(bbd_reg(:,1))];  
E=(max(bbd_reg(:,2))+min(bbd_reg(:,2)))/2;  
L=(max(bbd_reg(:,3))+min(bbd_reg(:,3)))/2;  
Vvary=zeros(length(V),9); Vvary(:,1)=V; Vvary(:,2)=E; Vvary(:,3)=L;  
Vvary(:,4)=V*E;  
Vvary(:,5)=V*L; Vvary(:,6)=E*L; Vvary(:,7)=V.^2; Vvary(:,8)=E.^2; Vvary(:,9)=L.^2;
```

```
u_valid=find(X_u);
```

```
v_valid=find(X_v);
```

```
a_valid=find(X_a);
```

```
u_Vvary_0=0;
```

```
for i=1:length(beta_u)
```

```
    if i==1
```

```
        u_Vvary=beta_u(i);
```

```
        u_Vvary_0=u_Vvary;
```

```
    else
```

```
        u_Vvary=beta_u(i)*Vvary(:,u_valid(i-1));
```

```
        u_Vvary=u_Vvary+u_Vvary_0;
```

```
        u_Vvary_0=u_Vvary;
```

```
    end
```

```
end
```

```
u_Lvary_0=0;
```

```
for i=1:length(beta_u)
```

```
    if i==1
```

```
        u_Lvary=beta_u(i);
```

```
        u_Lvary_0=u_Lvary;
```

```

        else
            u_Lvary=beta_u(i)*Lvary(:,u_valid(i-1));
            u_Lvary=u_Lvary+u_Lvary_0;
            u_Lvary_0=u_Lvary;
        end
    end
end

```

```

u_Evary_0=0;
for i=1:length(beta_u)
    if i==1
        u_Evary=beta_u(i);
        u_Evary_0=u_Evary;
    else
        u_Evary=beta_u(i)*Evary(:,u_valid(i-1));
        u_Evary=u_Evary+u_Evary_0;
        u_Evary_0=u_Evary;
    end
end
end

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(Vvary(:,1),u_Vvary*1e3)
xlabel('v [km/h]')
ylabel('u [mm]')
subplot(2,2,2)
plot(Evary(:,2),u_Evary*1e3)
xlabel('E [GPa]')
ylabel('u [mm]')
subplot(2,2,3)
plot(Lvary(:,3),u_Lvary*1e3)
xlabel('L [m]') ylabel('u [mm]')

```

```

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '12'],'jpg')

```

```

v_Vvary_0=0;
for i=1:length(beta_v)
    if i==1
        v_Vvary=beta_v(i);
        v_Vvary_0=v_Vvary;
    else
        v_Vvary=beta_v(i)*Vvary(:,v_valid(i-1));
        v_Vvary=v_Vvary+v_Vvary_0;
        v_Vvary_0=v_Vvary;
    end
end
end

```

```

v_Lvary_0=0;
for i=1:length(beta_v)
    if i==1
        v_Lvary=beta_v(i);
        v_Lvary_0=v_Lvary;
    else
        v_Lvary=beta_v(i)*Lvary(:,v_valid(i-1));
        v_Lvary=v_Lvary+v_Lvary_0;
        v_Lvary_0=v_Lvary;
    end
end
end

```

```

v_Evary_0=0;
for i=1:length(beta_v)
    if i==1
        v_Evary=beta_v(i);
        v_Evary_0=v_Evary;
    else
        v_Evary=beta_v(i)*Evary(:,v_valid(i-1));
        v_Evary=v_Evary+v_Evary_0;
        v_Evary_0=v_Evary;
    end
end
end

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(Vvary(:,1),v_Vvary)
xlabel('v [km/h]')
ylabel('v [m/s]')
subplot(2,2,2)
plot(Evary(:,2),v_Evary)
xlabel('E [GPa]')
ylabel('v [m/s]')
subplot(2,2,3)
plot(Lvary(:,3),v_Lvary)
xlabel('L [m]')
ylabel('v [m/s]')

```

```

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '13'],'jpg')

```

```

a_Vvary_0=0;
for i=1:length(beta_a)
    if i==1
        a_Vvary=beta_a(i);
        a_Vvary_0=a_Vvary;
    end
end

```

```

        else
            a_Vvary=beta_a(i)*Vvary(:,a_valid(i-1));
            a_Vvary=a_Vvary+a_Vvary_0;
            a_Vvary_0=a_Vvary;
        end
    end
end

```

```

a_Lvary_0=0;
for i=1:length(beta_a)
    if i==1
        a_Lvary=beta_a(i);
        a_Lvary_0=a_Lvary;
    else
        a_Lvary=beta_a(i)*Lvary(:,a_valid(i-1));
        a_Lvary=a_Lvary+a_Lvary_0;
        a_Lvary_0=a_Lvary;
    end
end
end

```

```

a_Evary_0=0;
for i=1:length(beta_a)
    if i==1
        a_Evary=beta_a(i);
        a_Evary_0=a_Evary;
    else
        a_Evary=beta_a(i)*Evary(:,a_valid(i-1));
        a_Evary=a_Evary+a_Evary_0;
        a_Evary_0=a_Evary;
    end
end
end

```

```

figure('position',scr)
subplot(2,2,1)
plot(Vvary(:,1),a_Vvary)
xlabel('v [km/h]')
ylabel('a [m/s2]')
subplot(2,2,2) plot(Evary(:,2),a_Evary)
xlabel('E [GPa]')
ylabel('a [m/s2]')
subplot(2,2,3)
plot(Lvary(:,3),a_Lvary)
xlabel('L [m]')
ylabel('a [m/s2]')

```

```

%%%% Αποθήκευση γραφήματος
saveas(gcf,[cat '14'],'jpg')

```

```

close all

```



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000118144