

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ-ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ ΚΑΝΒΑΝ
ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΧΡΗΣΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

ΤΑΚΟΥΜΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος, 2014

© 2014 Τακούμης Κωνσταντίνος

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής
(Επιβλέπων)

Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής

Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής

Δρ. Δημήτριος Παντελής
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής μου εργασίας κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο για την πολύτιμη βοήθεια, καθοδήγηση και συμπαράστασή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της μεταπτυχιακής εργασίας μου, καθηγητές κκ. Γεώργιο Κοζανίδη και Δημήτριο Παντελή για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Οφείλω ευχαριστίες σε όλους τους καθηγητές και το προσωπικό του τμήματος που αφιέρωσαν το χρόνο τους βοηθώντας με σε πολλές περιπτώσεις να συνεχίσω τον ανηφορικό δρόμο της μάθησης του αντικειμένου με το οποίο ασχολήθηκα. Ευχαριστώ επίσης τον υποψήφιο διδάκτορ του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας Παναγιώτη Ανδριανέση για την υπόδειξη και βοήθεια του στο λογισμικό GAMS. Ευχαριστώ επίσης, τους φίλους(ες) για την ηθική υποστήριξή τους. Πάνω από όλα είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Γεώργιο και Βασιλεία Τακούμη και τον αδερφό μου Δημήτρη για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια και ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια των τελευταίων μηνών της προσπάθειάς μου.

Τακούμης Κωνσταντίνος

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΠΟΙΗΣΗ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ – ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ
KANBAN ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΧΡΗΣΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

ΤΑΚΟΥΜΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2014

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα
Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει αρκετή έρευνα σε σειριακά συστήματα pull control πολλών σταδίων τα οποία είναι σχεδιασμένα να ικανοποιούν και να ανταποκρίνονται στις ζητήσεις έτοιμων προϊόντων καθώς αυτές αφικνούνται στο σύστημα. Ένα καλά σχεδιασμένο σύστημα θα πρέπει να είναι σε θέση να ικανοποιεί τις ζητήσεις σε αρκετά μεγάλο βαθμό και σε ικανοποιητικό επίπεδο αλλά ταυτόχρονα να διατηρεί χαμηλά αποθέματα ασφαλείας για αντίστοιχα μικρό κόστος διατήρησης αποθεμάτων. Δύο βασικές παράμετροι ελέγχου τέτοιων συστημάτων είναι ο συνολικός αριθμός προϊόντων που βρίσκονται και επεξεργάζονται μέσα στο σύστημα (WIP) καθώς και τα ημι-έτοιμα και έτοιμα προϊόντα που παράγονται και αποθηκεύονται εκ των προτέρων στα εκάστοτε στάδια ως απόθεμα ασφαλείας. Οι τιμές αυτών των παραμέτρων έχουν πολύ σημαντικό ρόλο στη απόδοση των συστημάτων και για αυτό το λόγο ο σχεδιασμός τους είναι καθοριστικός στην κατασκευή και εφαρμογή των μηχανισμών ελέγχων.

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η χρήση προσομοίωσης με στόχο την διερεύνηση της επίδρασης αυτών των παραμέτρων στο σχεδιασμό των μηχανισμών Extended Kanban Control Systems (EKCS). Η εργασία χωρίζεται σε τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία ανασκόπηση των διαφόρων συστημάτων παραγωγής και των μηχανισμών ελέγχων. Αρχικά, εξετάζουμε μηχανισμούς χωρίς την παρουσία ζήτησης αλλά με έλεγχο WIP ενώ στη συνέχεια συστήματα που οδηγούνται από αυτή. Στο δεύτερο κεφάλαιο εστιάζουμε στα συστήματα EKCS και με εφαρμογή προσομοίωσης και μαθηματικών μοντέλων θα εκτιμήσουμε την επίδραση των παραμέτρων για την καλύτερη απόδοσή τους και κατόπιν στο τρίτο κεφάλαιο χρησιμοποιώντας θεωρία γραμμικού προγραμματισμού θα γίνει βελτιστοποίηση καθώς αλλάζουν οι παράμετροι αλλά και το μέγεθος αυτών των συστημάτων. Στο τέταρτο κεφάλαιο δίνονται τα συμπεράσματα και οι προοπτικές που εξάγονται από την παρούσα εργασία.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|---|----|
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ | 9 |
| 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 9 |
| 1.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΑΠΟΥΣΙΑ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ | |
| Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης. | |
| 1.2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ ΣΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΕΜΑΧΙΩΝ ΠΡΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ (WITHOUT WIP CONTROL) | 11 |
| 1.2.2. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟ ΤΕΜΑΧΙΩΝ ΠΡΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ (WIP CONTROL SYSTEMS)..... Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης. | |
| 1.2.2.1 ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΑΠΟΘΗΚΕΥΤΙΚΩΝ ΧΩΡΩΝ | 13 |
| 1.2.2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ KANBAN CONTROL ΣΤΟΥΣ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ | 14 |
| 1.2.2.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ CONWIP CONTROL | 15 |
| 1.2.2.4 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ KANBAN CONTROL ΣΕ ΠΟΛΛΑ ΣΤΑΔΙΑ | 16 |
| 1.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ..... | 16 |
| 1.3.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΧΩΡΙΣ WIP CONTROL ΜΕ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ | 17 |
| 1.3.1.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΖΗΤΗΣΗ ΜΟΝΟ ΕΤΟΙΜΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ | 17 |
| 1.3.1.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΚΑΙ ΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ ΗΜΙ-ΕΤΟΙΜΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ ΚΑΙ ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ..... | 18 |
| 1.3.1.3 ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ‘PUSH/PULL’ ΚΑΙ ‘ΜΤΟ/MTS’ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ... | 19 |
| 1.3.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ WIP CONTROL ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ..... | 20 |
| 1.3.2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ ΕΤΟΙΜΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ ΗΜΙ-ΕΤΟΙΜΑ ΚΑΙ ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ | 20 |
| 1.3.2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΖΗΤΗΣΗ ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΕΤΟΙΜΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ | 24 |
| 1.3.2.3 ΥΒΡΙΔΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ‘PUSH/PULL’ | 26 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΑΝΑΛΥΣΗ PULL CONTROL ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ | 28 |
| 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 28 |
| 2.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ‘PULL CONTROL’ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ | 29 |
| 2.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ EXTENDED KANBAN CONTROL SYSTEM (EKCS)..... | 31 |
| 2.3.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ EKCS | 33 |
| 2.4 MODIFIED EXTENDED KANBAN CONTROL SYSTEM..... | 35 |
| 2.5 ΚΟΡΕΣΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ EKCS Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης. | |
| 2.6 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ..... | 39 |
| 2.6.1 ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ | 39 |
| 2.6.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ | 42 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (SATURATED KCS) | 55 |
| 3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ‘KANBAN CONTROL SYSTEM’ (KCS) | 55 |
| 3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ‘SATURATED KANBAN CONTROL SYSTEM | 58 |
| | |
| 3.3 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ | 60 |
| 3.3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ | 60 |

| | |
|---|--|
| 3.3.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ | 61 |
| 3.3.2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΡΙΩΝ ΣΤΑΔΙΩΝ..... | 61 |
| 3.3.2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΕΝΤΕ ΣΤΑΔΙΩΝ | 74 |
| 3.3.2.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙ ΣΤΑΔΙΩΝ | 80 |
| 3.3.2.4 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΕΚΑ ΣΤΑΔΙΩΝ..... | 84 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ –ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ | 86 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 89 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. | |
| ΚΩΔΙΚΕΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2 | 90 |
| ΚΩΔΙΚΕΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 3 | Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης. |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τις τελευταίες 2 δεκαετίες έχει γίνει πολύ έρευνα στα συστήματα παραγωγής και στο διαχωρισμό τους που μπορεί να έχει σχέση με ‘pull control’, ‘kanban type’WIP control’ και γενικότερα ‘token-based production control’. Πολλές επεκτάσεις και γενικεύσεις έχουν προταθεί με την πάροδο του χρόνου στα αρχικά kanban συστήματα όπως generalized kanban control system (GKCS), CONstant WIP (CONWIP), production authorization card (PAC), Extended kanban control systems (EKCS) καθώς και πολλά άλλα. Επίσης, καινούριες αναφορές και αναλύσεις αναπτύχθηκαν τα τελευταία 5 μόνο χρόνια επεκτείνοντας τα χαρακτηριστικά τους και περιλαμβάνουν προβλέψεις ζήτησεων, βελτιστοποίηση παραμέτρων συστημάτων κ.α.

Παρά την εκτεταμένη έρευνα που έχει γίνει μέχρι τώρα ο διαχωρισμός αυτών των συστημάτων δεν είναι ακόμη ξεκάθαρος όσον αφορά σε βασικούς ορισμούς. Διάφοροι ερευνητές χρησιμοποιούν το ίδιο όνομα για να περιγράψουν διαφορετικά χαρακτηριστικά συστημάτων καθώς επίσης χρησιμοποιούν διαφορετικό όνομα για να περιγράψουν το ίδιο χαρακτηριστικό ενός συστήματος. Αυτό συμβαίνει γιατί οι διάφορες περιγραφές αυτών των συστημάτων περιλαμβάνουν μη ξεκάθαρη ορολογία όπως ‘κατάσταση του συστήματος’ και ‘η παραγωγή γίνεται προκαταβολικά μιας παραγγελίας’ αφού δεν είναι ξεκάθαρο ποια ορίζεται η ακριβής ώρα της παραγγελίας, η άφιξη της ή προθεσμία παράδοσης.

Ένα άλλο σημείο σύγχυσης, είναι ο διαχωρισμός ανάμεσα στα συστήματα ‘pull’ και ‘push’ και η σχέση τους με τα συστήματα make-to-order (MTO) και make-to-stock (MTS). Είναι κοινά αποδεκτό ότι δεν υπάρχει κοινή ομολογία για το διαχωρισμό ανάμεσα στα συστήματα αυτά αφού υπάρχουν αρκετοί ορισμοί αλλά επίσης πολλοί ερευνητές έχουν αλλάξει στάση όσον αφορά τον καθορισμό τους. Πολλές αναφορές έχουν γραφτεί για το διαχωρισμό των συστημάτων αυτών τα οποία χρησιμοποιούν ενίοτε τον ένα ή τον άλλο ορισμό.

Βασιζόμενοι σε διάφορους ορισμούς που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία συνοψίζουμε στους τρεις παρακάτω για το διαχωρισμό ανάμεσα σε συστήματα ‘push’ και ‘pull’:

Ορισμός 1: Ένα σύστημα ‘pull’ ξεκινάει την παραγωγή του ως ‘αντίδραση’ στην παρούσα ζήτηση ενώ ένα σύστημα ‘push’ ξεκινάει την παραγωγή περιμένοντας τις μελλοντικές ζητήσεις.

Ορισμός 2: Ένα σύστημα ‘pull’ πυροδοτείται από τις πραγματικές ζητήσεις για έτοιμα προϊόντα ενώ σε ένα σύστημα ‘push’ η παραγωγή ξεκινάει ανεξάρτητα από τις ζητήσεις.

Ορισμός 3: Ένα σύστημα ‘pull’ είναι αυτό που περιορίζει τον αριθμό των εργασιών που είναι σε εξέλιξη (Work-in-Process , WIP) ενώ ένα σύστημα ‘push’ δεν έχει όριο όσον αφορά αυτήν την παράμετρο.

Παρόλο που ο διαχωρισμός ανάμεσα στα ‘pull/push’ συστήματα δεν είναι ξεκάθαρος δεν συμβαίνει το ίδιο και με τα συστήματα ‘MTO/MTS’. Ο διαχωρισμός αυτών των συστημάτων έχει να κάνει με το αν έτοιμα προϊόντα παράγονται με σκοπό την αποθήκευσή τους ή να ικανοποιήσουν τρέχουσες ζητήσεις. Οι Λυμπερόπουλος και Dallery σε αντίστοιχη αναφορά στην εργασία ‘Liberopoulos G, Dallery Y (2003) Comparative modeling of multi-stage production inventory control policies with lot-sizing. International Journal of Production Research’ ορίζουν ένα σύστημα MTS όταν τα προϊόντα παράγονται για να αναπληρώσουν συγκεκριμένο επίπεδο ασφαλείας αποθεμάτων πριν υπάρξουν οι αντίστοιχες ζητήσεις για αυτά ενώ όταν έρχεται μία ζήτηση ικανοποιείται από το τρέχον απόθεμα (αν υπάρχει) ενώ ταυτόχρονα πυροδοτεί την παραγωγή για ένα καινούριο κομμάτι το οποίο θα αναπληρώσει το απόθεμα ασφαλείας. Στα συστήματα ‘MTO’ δεν παράγεται προκαταβολικά απόθεμα ασφαλείας αλλά η παραγωγή ξεκινάει για να ικανοποιήσει συγκεκριμένη παραγγελία όταν αυτή αφιχθεί στο σύστημα. Γι’ αυτό το λόγο η παραγωγή ‘ακολουθεί’ τις ζητήσεις. Κάπου ανάμεσα σε αυτά τα δύο συστήματα αλλά πιο κοντά στα ‘MTS’ έχουμε τα ‘make-to-forecast’ (‘MTF’). Σε αυτά, τα τεμάχια παράγονται για να ικανοποιήσουν μελλοντικές ζητήσεις σύμφωνα με τις προβλέψεις πριν αυτές αφιχθούν στο σύστημα. Συνοψίζουμε αυτές τις περιγραφές στον παρακάτω ορισμό:

Ορισμός 4: Σε ένα σύστημα ‘MTO’ η παραγωγή ξεκινάει για να ικανοποιήσει τις πραγματικές ζητήσεις ενώ σε ένα σύστημα ‘MTF’ για να ικανοποιήσει τις προβλέψεις για μελλοντικές ζητήσεις. Σε ένα ‘MTS’ σύστημα η παραγωγή ξεκινάει για να αναπληρώσει το απόθεμα των έτοιμων προϊόντων και να το διατηρεί στο επιθυμητό επίπεδο. Γι’ αυτό, τα συστήματα ‘MTO’ ακολουθούν τις ζητήσεις ενώ στα ‘MTF’ και ‘MTS’ η παραγωγή προηγείται των ζητήσεων καθώς αυτές τοποθετούνται στην προθεσμία λήξης τους και όχι στην άφιξή τους στο σύστημα.

Ένα από τα θέματα που θα ασχοληθούμε παρακάτω σε αυτό το κεφάλαιο είναι η σχέση μεταξύ των push/pull και ‘MTO/MTS’ συστημάτων.

Στη βιβλιογραφία οι Hopp και Spearman σε αντίστοιχη εργασία ‘To pull or not to pull: What is the question? Manufacturing and Service Operations Management’ αναφέρουν ότι σύμφωνα με τον ορισμό 3 τα ‘push/pull’ συστήματα είναι αντίστοιχα με ‘MTO/MTS’. Γι’ αυτό, συμφωνούν ότι τα ‘push/pull’ μπορεί να είναι είτε ‘MTO’ είτε ‘MTS’.

Στην παρούσα εργασία, όπου θα ακολουθούμε τον ορισμό 2, οι έννοιες push/pull θα διαχωρίζονται από τις έννοιες ‘MTO/MTS’. Παρόλα αυτά, σύμφωνα με τον ορισμό 2 για το διαχωρισμό ανάμεσα σε ‘push’ και ‘pull’ οι έννοιες ‘MTO/MTS’, οι οποίες σχετίζουν την ώρα εκκίνησης της παραγωγικής διαδικασίας με την ώρα άφιξης μιας ζήτησης, μπορούν να ταυτιστούν μόνο σε συστήματα ‘pull’ επειδή σε συστήματα ‘push’ η παραγωγή είναι ανεξάρτητη από τις ζητήσεις. Σύμφωνα με τον ορισμό 1 η έννοια push ταυτίζεται με τα συστήματα ‘MTO’ ενώ τα συστήματα pull με τα ‘MTF’ και ‘MTS’.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε τις έννοιες που είδαμε μέχρι τώρα και πως αυτές ταυτίζονται στα συστήματα παραγωγής. Στην ενότητα 2 παρουσιάζουμε συστήματα χωρίς την παρουσία ζήτησης. Αρχικά, θεωρούμε ένα βασικό σύστημα με ελεγχόμενη την άφιξη των πρώτων υλών είτε με έλεγχο στον αριθμό των τρεχουσών εργασιών είτε όχι. Κατόπιν στην ενότητα 3 εστιάζουμε στα συστήματα με παρουσία της ζήτησης και ταυτόχρονα σχολιάζουμε τις έννοιες ‘push/pull’ και ‘MTO/MTS’.

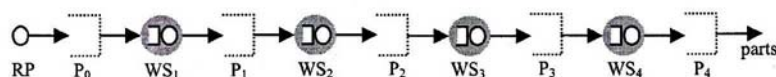
1.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΑΠΟΥΣΙΑ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε συστήματα παραγωγής χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη την ζήτηση για έτοιμα προϊόντα. Αρχικά, θα εξετάσουμε ένα σύστημα χωρίς να μας ενδιαφέρει ο αριθμός των εργασιών που βρίσκονται σε εξέλιξη (WIP) αλλά ελέγχοντας τις αφίξεις των πρώτων υλών. Κατόπιν, θα εστιάσουμε σε συστήματα στα οποία ο αριθμός των εργασιών που πραγματοποιούνται ελέγχεται εξωτερικά με διάφορους τρόπους (WIP control).

Σε πραγματικά συστήματα παραγωγής δεν παρατηρείται το φαινόμενο της απουσίας ζήτησης. Ακόμα και σε περιπτώσεις όπου η ζήτηση είναι υπερβολικά μεγάλη, θεωρείται ότι η παραγωγή οδηγείται από τις παραγγελίες οι οποίες στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι καθυστερημένες, δηλαδή ικανοποιούνται εκπρόθεσμα. Τα συστήματα που θα εξετάσουμε σε αυτήν την ενότητα δεν συναντώνται στην πραγματικότητα αλλά είναι σημαντικά για την ανάλυση πιο πολύπλοκων συστημάτων τα οποία λαμβάνουν υπόψη την ζήτηση για έτοιμα προϊόντα. Τέτοια συστήματα ονομάζονται επίσης και «κορεσμένα» αφού η ζήτηση από τη οποία οδηγούνται είναι θεωρητικά άπειρη και χρησιμοποιούνται για σχεδιαστικούς σκοπούς, δηλαδή για τον υπολογισμό της μέγιστης παραγωγικής ικανότητας των συστημάτων στα οποία εφαρμόζονται. Είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε την μέγιστη ικανότητα παραγωγής ενός συστήματος αφού από αυτήν εξαρτάται και ο καθορισμός της ζήτησης την οποία μπορεί ένα σύστημα να εξυπηρετήσει.

1.2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ ΣΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΕΜΑΧΙΩΝ ΠΡΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ (WITHOUT WIP CONTROL)

Η εικόνα 1 απεικονίζει ένα σύστημα παραγωγής αποτελούμενο από τέσσερις σταθμούς παραγωγής σε σειρά οι οποίοι διαχωρίζονται μεταξύ τους με τους αποθηκευτικούς χώρους (Buffers) με μη περιορισμένη χωρητικότητα. (θεωρητικά άπειρο αποθηκευτικό χώρο). Οι σταθμοί παραγωγής απεικονίζονται με οβάλ και δηλώνονται ως WS_i , $i = 1, \dots, 4$. Οι αποθηκευτικοί χώροι απεικονίζονται με ανοιχτά τετράγωνα και δηλώνονται ως P_i , $i = 1, \dots, 3$. Κάθε σταθμός παραγωγής αποτελείται από μία μηχανή, η οποία απεικονίζεται με ένα κύκλο, και από ένα εσωτερικό αποθηκευτικό χώρο με άπειρη χωρητικότητα μπροστά από αυτήν ο οποίος αναπαρίσταται με ένα μικρό ανοιχτό τετράγωνο. Ανάντι του σταθμού παραγωγής 1 (WS_1) βρίσκεται ο αποθηκευτικός χώρος των πρώτων υλών ο οποίος συμβολίζεται με P_0 και λαμβάνει τις πρώτες ύλες που έρχονται με μία ελεγχόμενη διαδικασία αφίξεων. (RP). Η διαδικασία αφίξεων μπορεί να σχεδιαστεί σαν ένας σταθμός παραγωγής ο οποίος τροφοδοτείται από άπειρες πρώτες ύλες. Κατάντι του σταθμού 4 (WS_4) βρίσκεται ο αποθηκευτικός χώρος των έτοιμων προϊόντων που συμβολίζεται με P_4 .



Εικόνα 1. Production system with infinite-capacity buffers

Στο σύστημα που εξετάζουμε υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει έλεγχος στη διαδικασία παραγωγής των μηχανών που σημαίνει ότι κάθε μηχανή επεξεργάζεται τα τεμάχια με το μέγιστο δυνατό τρόπο. Όταν η μηχανή από κάθε σταθμό παραγωγής WS_i , $i=1,\dots,4$ τελειώσει την επεξεργασία ενός τεμαχίου αυτό προωθείται στον αποθηκευτικό χώρο της επόμενης μηχανής, WS_{i+1} (ή στην έξοδο του συστήματος εάν $i=4$). Στη συνέχεια η μηχανή τροφοδοτείται από ένα άλλο τεμάχιο που βρίσκεται στον εσωτερικό αποθηκευτικό χώρο πριν από αυτήν και συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο την επεξεργασία του. Αν δεν υπάρχει τεμάχιο προς επεξεργασία η μηχανή βρίσκεται σε αναμονή ή αλλιώς «πεινάει». Κάθε τεμάχιο που τελειώνει την επεξεργασία στη μηχανή i προωθείται στον αποθηκευτικό χώρο P_i και από εκεί αμέσως στον εσωτερικό αποθηκευτικό χώρο της επόμενης μηχανής. Με βάση αυτό οι ενδιάμεσοι αποθηκευτικοί χώροι P_i είναι συνεχώς άδειοι. Το ίδιο συμβαίνει και με τον buffer P_0 που τροφοδοτείται από την ψευτο-μηχανή RP. Για αυτό το λόγο οι ενδιάμεσοι αποθηκευτικοί χώροι P_i μπορούν να παραληφθούν από το σύστημα χωρίς να αλλάξει η συμπεριφορά του συστήματος.

Ανεξάρτητα από το ρυθμό παραγωγής των σταθμών παραγωγής WS_i , $i=1,\dots,4$, ο «ρυθμός παραγωγής» της ψευτο-μηχανής RP (ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών) ελέγχεται και ουσιαστικά καθορίζει το ρυθμό παραγωγής ολόκληρου του συστήματος. Στην πραγματικότητα είναι ο μόνος ελεγχόμενος παράγοντας του συστήματος.

Σε πραγματικές συνθήκες ο ρυθμός παραγωγής του RP (άφιξη πρώτων υλών) πρέπει να καθοριστεί σε χαμηλότερο επίπεδο από αυτό των ενεργών σταθμών παραγωγής WS_i . Σε αυτή την περίπτωση η άφιξη των πρώτων υλών RP λειτουργεί σαν σημείο συμφόρησης (bottleneck) και ως αποτέλεσμα όλοι οι αποθηκευτικοί χώροι κατάντι έχουν περιορισμένο αριθμό τεμαχίων (περιορισμένο WIP). Επίσης ο ρυθμός παραγωγής του συστήματος ισούται με το ρυθμό παραγωγής του RP. Ένα τέτοιο σύστημα μπορεί να χαρακτηριστεί ως 'push' με βάση τον ορισμό 3 γιατί ο ρυθμός παραγωγής (throughput) ελέγχεται και ο αριθμός των εργασιών σε εξέλιξη (WIP) παρατηρείται.

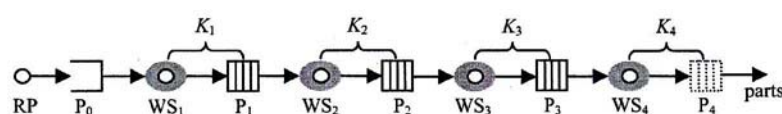
Εάν ο ρυθμός παραγωγής του RP είναι μεγαλύτερος από αυτό του WS_1 τότε ο αποθηκευτικός χώρος του WS_1 θα είναι συνεχώς γεμάτος με πρώτες ύλες και συνεπώς ο σταθμός αυτός «πολυάσχολος» (busy). Εδώ να τονίσουμε ότι αν όλοι οι σταθμοί παραγωγής (μαζί με τον RP) ανάντι ενός WS_i είναι πιο γρήγοροι από αυτόν τότε ο εσωτερικός αποθηκευτικός χώρος (input buffer) του WS_i θα είναι συνεχώς γεμάτος με τεμάχια προς επεξεργασία ακόμα και αν ο συγκεκριμένος δεν είναι ο σταθμός συμφόρησης (bottleneck). Η μόνη περίπτωση που αυτό δεν συμβαίνει είναι όταν ο σταθμός συμφόρησης είναι ο RP.

1.2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟ ΤΕΜΑΧΙΩΝ ΠΡΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ. (WIP CONTROL SYSTEMS)

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε κάποια συστήματα με μηχανισμούς WIP Control οι οποίοι εφαρμόζονται στα συστήματα της προηγούμενης ενότητας. Αρχικά θεωρούμε μία γραμμή παραγωγής με περιορισμένη χωρητικότητα των αποθηκευτικών χώρων και στη συνέχεια θα περιγράψουμε μηχανισμούς με WIP Control.

1.2.2.1 Γραμμή παραγωγής με περιορισμένη χωρητικότητα των αποθηκευτικών χώρων.

Η εικόνα 2 δείχνει ένα βασικό σύστημα παραγωγής το οποίο αποτελείται από 4 σταθμούς παραγωγής που χωρίζονται από αποθηκευτικούς χώρους περιορισμένης χωρητικότητας. Το σύστημα είναι πανομοιότυπο με αυτό της προηγούμενης ενότητας (Εικόνα 1) με τη διαφορά ότι δεν υπάρχουν εσωτερικοί αποθηκευτικοί χώροι (input buffers) μπροστά από τις μηχανές καθώς επίσης οι P_i , $i=1,\dots,4$ έχουν περιορισμένη χωρητικότητα. Αυτοί απεικονίζονται ως κλειστά τετράγωνα χωρισμένα σε κελιά. Η συνολική χωρητικότητα των σταθμών παραγωγής (WS_i) μαζί με τους αποθηκευτικούς χώρους P_i δηλώνεται με K_i . Υποθέτοντας ότι κάθε σταθμός παραγωγής WS_i μπορεί να εξυπηρετήσει ένα τεμάχιο σημαίνει ότι η χωρητικότητα των buffer είναι $K_i - 1$.

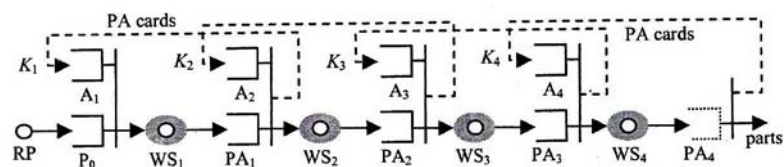


Εικόνα 2. Flow line with finite-capacity buffers

Σε τέτοια συστήματα εκτός από τον έλεγχο των πρώτων υλών μέσω της διαδικασία αφίξεων RP υπάρχει και ο έλεγχος στο μέγιστο αριθμό τεμαχίων που εξυπηρετούνται (WIP control). Ο αριθμός των τεμαχίων που βρίσκονται στους σταθμούς παραγωγής και στους αποθηκευτικούς χώρους δεν πρέπει να υπερβαίνει το όριο των K_i , $i=1,\dots,4$. Πιο συγκεκριμένα, όταν ένας σταθμός τελειώσει την επεξεργασία ενός τεμαχίου αυτό προωθείται στον αποθηκευτικό χώρο (P_i) μπροστά του μόνο αν υπάρχει διαθέσιμος χώρος εκεί. Αν αυτό δεν συμβαίνει η μηχανή είναι 'μπλοκαρισμένη' (blocked) και δεν μπορεί να συνεχίσει την επεξεργασία άλλων τεμαχίων. Επίσης αν δεν υπάρχει διαθέσιμο τεμάχιο προς επεξεργασία τότε η μηχανή είναι σε αναμονή δηλαδή είναι 'πεινασμένη' (starved). Να τονίσουμε ότι μία μηχανή μπορεί να είναι ταυτόχρονα 'blocked' και 'starved'. Η μηχανή 4 δεν είναι ποτέ 'blocked' αφού κάθε τεμάχιο που τελειώνει την επεξεργασία του εκεί φεύγει από το σύστημα περνώντας πρώτα από τον buffer P_4 ο οποίος είναι συνεχώς άδειος. Για αυτό το λόγο, όπως και προηγουμένως, απεικονίζεται με διακεκομμένες γραμμές αφού θα μπορούσε να παραληφθεί χωρίς να αλλάξει η συμπεριφορά του συστήματος.

Στην περίπτωση που ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών είναι μεγαλύτερος από το ρυθμός παραγωγής του WS_1 , ο αποθηκευτικός χώρος P_0 θα είναι συνεχώς γεμάτος και συνεπώς μηχανή 1 δεν θα είναι ποτέ 'starved'. Σε αυτή την περίπτωση επειδή ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών δεν καθορίζει την παραγωγικότητα του συστήματος, αυτή περιορίζεται από το WIP αφού δεν επιτρέπεται οι αποθηκευτικοί χώροι (εκτός του P_0) να πάρουν πολύ μεγάλες τιμές (να τείνουν στο άπειρο). Σε πραγματικά συστήματα οι αποθηκευτικοί χώροι δεν μπορούν να πάρουν πολύ μεγάλες τιμές δηλαδή να φιλοξενήσουν άπειρο αριθμό τεμαχίων όμως βεβαιώνεται ότι οι πρώτες ύλες είναι συνεχώς επαρκείς.

Ο μηχανισμός μπλοκαρίσματος που περιγράφηκε πιο πάνω απεικονίζεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο σχήμα 3 όπου ο έλεγχος του WIP πραγματοποιείται με τη χρήση των καρτών εξουσιοδότησης (production authorization (PA) cards).

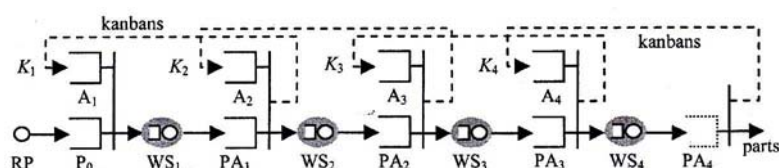


Εικόνα 3. Flow line with finite capacity buffers represented with the use of PA cards.

Στο σχήμα 3 οι buffers PA_i , $i=1, \dots, 4$, έχουν μη-περιορισμένη χωρητικότητα όπως και οι αποθηκευτικοί χώροι P_i στην περίπτωση του σχήματος 1. Για να ξεκινήσει η διαδικασία επεξεργασίας ενός τεμαχίου που βρίσκεται στο buffer PA_{i-1} από τη μηχανή στο WS_i (buffer P_0 στην περίπτωση του WS_1) θα πρέπει να υπάρχει ελεύθερη κάρτα εξουσιοδότησης (PA card) στο buffer A_i . Αν αυτό ισχύει τότε προσκολλάται πάνω σε ένα τεμάχιο του buffer PA_{i-1} και μαζί προχωράνε στη μηχανή WS_i . Οι αποθηκευτικοί χώροι A_i και PA_{i-1} συνδέονται μαζί σε ένα σταθμό συγχρονισμού. Όταν το τεμάχιο τελειώσει την επεξεργασία του στο σταθμό WS_i προχωράει στον αποθηκευτικό χώρο PA_i μαζί με την κάρτα εξουσιοδότησης. Η κάρτα απελευθερώνεται και επιστρέφει στον buffer A_i όταν το τεμάχιο προωθηθεί στον επόμενο σταθμό επεξεργασίας WS_{i+1} . Οι ενδιάμεσοι αποθηκευτικοί χώροι συμβολίζονται με PA_i αντί P_i για να υποδηλώσουν ότι περιέχουν parts ("P") με κάρτες εξουσιοδότησης (authorization cards "A"). Επίσης οι κάρτες στους buffers A_i συμβολίζουν τις ελεύθερες θέσεις των buffer P_i του σχήματος 2. Να σημειώσουμε ότι επειδή ο αποθηκευτικός χώρος PA_4 του WS_4 είναι συνεχώς άδειος ο A_4 θα έχει είτε K_4 είτε K_4-1 ελεύθερες κάρτες αφού ο WS_4 μπορεί να εξυπηρετεί ένα μόνο τεμάχιο. Η συμπεριφορά λοιπόν του συστήματος είναι ίδια είτε $K_4 > 1$ είτε $K_4 = 1$.

1.2.2.2 Συστήματα παραγωγής με Kanban Control στους σταθμούς παραγωγής

Το σύστημα της εικόνας 4 είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 3 με τη διαφορά ότι υπάρχει ένας εσωτερικός Buffer με άπειρη χωρητικότητα μπροστά από κάθε μηχανή όπως στο σύστημα της εικόνας 1.



Εικόνα 4. Production system with kanban control at the work station level

Εναλλακτικά, το σύστημα της εικόνας 4 είναι πανομοιότυπο με αυτό της εικόνας 1, αλλά το WIP ελέγχεται σε κάθε μεμονωμένο σταθμό επεξεργασίας. Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός των τεμαχίων σε κάθε WS_i και του κατάντι buffer PA_i δεν επιτρέπεται να ξεπεράσει το μέγιστο όριο των WIP που ισούται με K_i . Για αυτό το λόγο, το K_i λέγεται WIP cap, $i=1, \dots, 4$. Σε ένα τέτοιο σύστημα, το PA_4 , είναι συνεχώς άδειο και σχεδιάζεται με διακεκομμένες γραμμές. Αυτό σημαίνει ότι αν κάθε έτοιμο προϊόν απελευθερώσει την κάρτα (PA) που έχει αμέσως μετά το WS_4 αντί για το P_4 , δεν θα αλλάξει η συμπεριφορά του συστήματος.

Αν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών (RP) είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό παραγωγής του σταθμού WS_1 , τότε ο buffer P_0 θα γεμίσει με άπειρες πρώτες ύλες. Σε

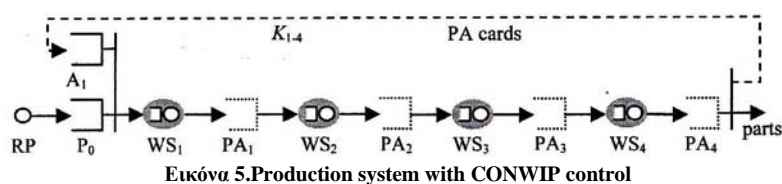
αυτή την περίπτωση όταν μία κάρτα PA, απελευθερωθεί από το Buffer PA_1 στο buffer A_1 τότε αμέσως προσκολλάται πάνω σε ένα τεμάχιο από το P_0 επιτρέποντας του την είσοδο στο WS_1 . Αυτό σημαίνει ότι ο Buffer A_1 είναι συνεχώς άδειος και ο αριθμός των προϊόντων που βρίσκονται στο WS_1 και στο PA_1 θα ισούται με K_1 . Σε αυτή την περίπτωση το K_1 λέγεται WIP constant αντί για WIP cap. Όταν το P_0 έχει άπειρες πρώτες ύλες το σύστημα επιτυγχάνει την μέγιστη παραγωγικότητα και ονομάζεται 'pull' με βάση τον ορισμό 3 γιατί το WIP ελέγχεται και η παραγωγικότητα (throughput) παρατηρείται.

Αν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών (RP) είναι μικρότερος από τη μέγιστη παραγωγικότητα του συστήματος τότε αυτό θα είναι σε θέση να απορροφάει όλες τις πρώτες ύλες και η παραγωγικότητα (throughput) θα ισούται με το RP. Τέτοιο σύστημα είναι 'hybrid push/pull' με βάση τον ορισμό 3 αφού το throughput ελέγχεται και το WIP είναι περιορισμένο.

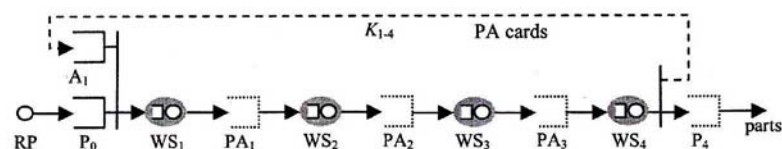
Το σύστημα αυτό μπορούμε να το αναφέρουμε σαν 'Kanban Control at the workstation-level'. Χρειάζεται όμως προσοχή γιατί δεν είναι εξ' ολοκλήρου Kanban σύστημα αφού δεν οδηγείται από τις ζήτησεις. Η συμπεριφορά του είναι η ίδια με αυτή του 'Saturated Kanban System' γιατί η ζήτηση για έτοιμα προϊόντα είναι άπειρη.

1.2.2.3 Συστήματα με CONWIP Control

Εκτός από το έλεγχο WIP σε κάθε σταθμό ξεχωριστά (Εικόνα 4) μπορούμε να ελέγχουμε και το WIP σε ολόκληρο το σύστημα (Εικόνα 5).



Εικόνα 5. Production system with CONWIP control



Εικόνα 6. Production system with CONWIP control (equivalent representation)

Πιο συγκεκριμένα, στο σύστημα της εικόνας 5, ο αριθμός των τεμαχίων δεν επιτρέπεται να υπερβεί το όριο WIP που ισούται με K_{1-4} και ονομάζεται WIP cap ολόκληρου του συστήματος. Όπως και στην περίπτωση του συστήματος της εικόνας 4 ο buffer PA_4 είναι συνεχώς άδειος (σχεδιάζεται με διακεκομμένες). Αυτό σημαίνει ότι αν ένα έτοιμο προϊόν απελευθερώσει την PA κάρτα αμέσως μετά τον PA_4 αντί τον WS_4 όπως στην εικόνα 6 δεν αλλάζει η συμπεριφορά του συστήματος. Επίσης, όλοι οι άλλοι buffers PA_1 - PA_3 είναι επίσης άδειοι.

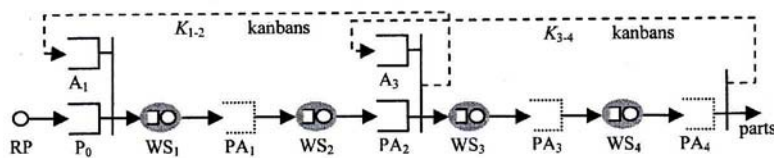
Αν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών RP, είναι μεγαλύτερος του ρυθμού παραγωγής του WS_1 τότε ο buffer P_0 θα γεμίζει συνεχώς. Έτσι, όταν μία κάρτα επιστρέφει από τον buffer PA_4 στον buffer A_1 , αμέσως προσκολλάται σε ένα τεμάχιο του P_0 επιτρέποντάς του την είσοδο στο WS_1 . Αυτό σημαίνει ότι ο buffer A_1 είναι συνεχώς άδειοι και ο αριθμός των τεμαχίων σε ολόκληρο το σύστημα θα ισούται με

K_{1-4} το οποίο ονομάζεται WIP constant αντί για WIP cap και το σύστημα CONWIP (CONstant WIP). Με βάση τον ορισμό 3 είναι ένα 'pull' σύστημα γιατί το WIP ελέγχεται και το throughput παρατηρείται.

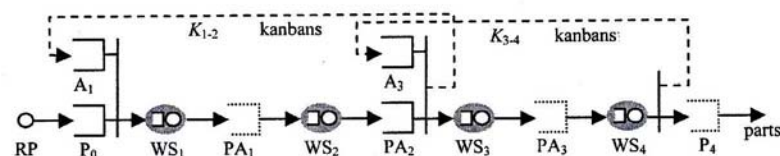
Να σημειώσουμε ότι το σύστημα της εικόνας 5 είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 4 με τη διαφορά ότι τα Kanban ορίζονται σε ολόκληρο το σύστημα και όχι σε κάθε μεμονωμένο σταθμό. Για αυτό το λόγο το σύστημα της εικόνας 5 αναφέρεται σαν ένα Kanban σύστημα ενός σταδίου αφού όλοι οι σταθμοί μπορούν να ομαδοποιηθούν σε ένα στάδιο.

1.2.2.4 Συστήματα με Kanban Control σε πολλά στάδια

Το σύστημα της εικόνας 7 είναι ίδιο με αυτά των εικόνων 4 και 5 με τη διαφορά ότι χωρίζεται σε δύο στάδια όπου ο έλεγχος WIP εφαρμόζεται σε κάθε στάδιο. Στη βιβλιογραφία αυτό το σύστημα αναφέρεται ως multi-loop CONWIP είτε ως multi-stage (sequential) kanban. Ανεξαρτήτως ονόματος η λειτουργία του συστήματος είναι η ίδια. Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός των τεμαχίων στους σταθμούς WS_1 και WS_2 και των κατάντι buffer PA_1 και PA_2 δεν επιτρέπεται να υπερβεί το όριο των kanban K_{1-2} (WIP cap). Το ίδιο συμβαίνει και με τους σταθμούς WS_3 και WS_4 και των buffer PA_3 και PA_4 το άθροισμα των οποίων είναι K_{3-4} (WIP cap).



Εικόνα 7. Production system with multi-stage sequential kanban control



Εικόνα 8. Production system with multi-stage sequential kanban control (equivalent representation)

Όπως και στα προηγούμενα δύο συστήματα των εικόνων 4 και 5 ο αποθηκευτικός χώρος PA_4 είναι συνεχώς άδειος. Αυτό σημαίνει ότι αν ένα έτοιμο προϊόν απελευθερώσει την PA κάρτα είτε πριν (εικόνα 8) είτε μετά (εικόνα 7) τον buffer PA_4 η συμπεριφορά του συστήματος παραμένει η ίδια.

Όπως και στα προηγούμενα συστήματα αν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών (RP) είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό επεξεργασίας του σταθμού WS_1 τότε ο buffer P_0 θα είναι συνεχώς γεμάτος. Ως αποτέλεσμα ο buffer A_1 θα είναι συνεχώς άδειος και ο αριθμός των τεμαχίων WS_1, PA_1, WS_2 και PA_2 θα ισούται με K_{1-2} το οποίο άθροισμα ονομάζεται WIP constant αντί για WIP cap. Με βάση τον ορισμό 3 το σύστημα αυτό είναι 'pull system'.

1.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

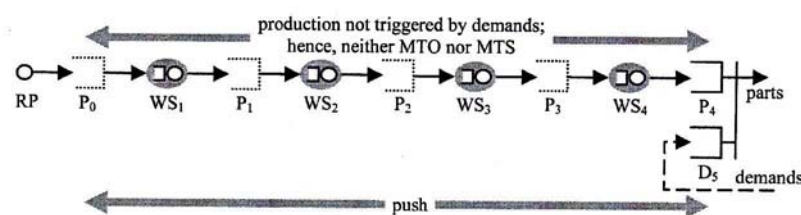
Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζουμε τα ήδη προαναφερθέντα συστήματα με τη διαφορά ότι έχουμε πλέον ζήτηση για έτοιμα προϊόντα. Εντοπίζουμε δύο εκδοχές.

Στην 1^η η ζήτηση για έτοιμα προϊόντα δεν δημιουργεί επιπλέον ζήτηση ανάντι του τελευταίου αποθηκευτικού χώρου ενώ στην 2^η η ζήτηση έτοιμων προϊόντων δημιουργεί ταυτόχρονα και ζήτηση για ημι-έτοιμα. Αυτές οι δύο περιπτώσεις θα μας βοηθήσουν να χαρακτηρίσουμε τα συστήματα σαν ‘pull’ ή ‘push’ με βάση τον ορισμό 2 ενώ θα διαχωρίσουμε τα ‘pull’ συστήματα σαν ‘make to stock’ (MTS) και ‘make to order’ (MTO).

1.3.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΧΩΡΙΣ WIP CONTROL ΜΕ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

1.3.1.1 Συστήματα παραγωγής με ζήτηση μόνο έτοιμων προϊόντων

Η εικόνα 9 δείχνει ένα σύστημα το οποίο είναι ίδιο με αυτό της εικόνας 1 με την διαφορά ότι τα έτοιμα προϊόντα τα οποία εξέρχονται από τον buffer WS₄ δεν εγκαταλείπουν το σύστημα αμέσως μετά τον buffer P₄ αλλά αποθηκεύονται σε αυτόν περιμένοντας να εμφανιστεί μία ζήτηση στον buffer D₅ και να εξέλθουν τελικά από το σύστημα. Αυτό σημαίνει ότι ο P₄ δεν είναι συνεχώς άδειος και για αυτό το λόγο δεν εμφανίζεται με διακεκομμένες γραμμές.



Εικόνα 9. Production system with infinite-capacity buffers and demands for finished goods.

Πιο αναλυτικά, οι buffers P₄ και D₅ συνδέονται μεταξύ τους με ένα σταθμό συγχρονισμού. Αν ένα προϊόν είναι διαθέσιμο στον P₄ αλλά δεν υπάρχει ζήτηση για αυτό, τότε περιμένει μέχρι να εμφανιστεί μία στον buffer D₅. Ομοίως, αν υπάρχει μία ζήτηση για έτοιμο προϊόν στον buffer D₅ αλλά δεν υπάρχουν προϊόντα στον P₄ τότε αυτή περιμένει μέχρι ένα προϊόν να εξέλθει από τον WS₄. Αν υπάρχει ταυτόχρονα ένα έτοιμο προϊόν στον P₄ και ζήτηση στον D₅ τότε το προϊόν μεταφέρεται στον πελάτη και η ζήτηση αυτή ικανοποιείται. Για αυτούς τους λόγους πάντοτε τουλάχιστον ένας από τους δύο buffers θα είναι άδειος.

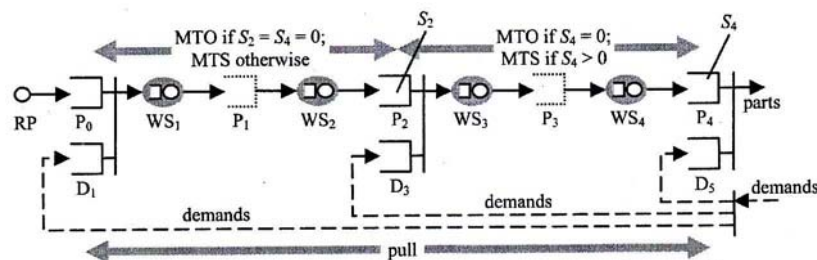
Όπως έχουμε ήδη αναφέρει οι ζητήσεις έτοιμων προϊόντων δεν δημιουργούν επιπλέον ζήτηση στους ανάντι buffers (εκτός του P₄) που σημαίνει ότι το σύστημα δεν πληροφορείται για αυτές και συμπεριφέρεται όπως και αυτό της εικόνας 1. Η παραγωγή προϊόντων ελέγχεται μόνο από την άφιξη των πρώτων υλών (RP) και δεν λαμβάνει υπόψη την κατάσταση του συστήματος (WIP control) ή εξωτερικούς παράγοντες όπως η ζήτηση. Παρακάτω θα δούμε ότι αυτό είναι χαρακτηριστικό των ‘push’ συστημάτων.

Εδώ να αναφέρουμε ότι ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών (RP) θα πρέπει να ισούται με το ρυθμό άφιξης των ζητήσεων για να υπάρχει μία ισορροπία στο σύστημα αλλά και να μπορούν να ικανοποιούνται όλες οι ζητήσεις χωρίς να αυξάνονται τα αποθέματα στον buffer P₄ και οι ζητήσεις στον D₅.

Αν ο ρυθμός παραγωγής είναι ισορροπημένος και οι ζητήσεις σχεδόν αμετάβλητες τότε το σύστημα αυτό θα παρουσιάζει μία αρκετά ομαλοποιημένη παραγωγική διαδικασία.

1.3.1.2 Συστήματα παραγωγής με παρουσία ζήτησης που δημιουργούν ταυτόχρονα και ζήτηση για ημι-έτοιμα προϊόντα και πρώτες ύλες.

Το σύστημα της εικόνας 10 είναι πανομοιότυπο με αυτό της εικόνας 9 με τη διαφορά ότι κάθε ζήτηση για έτοιμο προϊόν δημιουργεί και ζήτηση για ημι-έτοιμα προϊόντα οι οποίες μεταφέρονται στους buffers P_2 και P_0 μέσω των D_3 και D_1 αντίστοιχα. Με βάση τα παραπάνω για να ξεκινήσει η παραγωγή ενός προϊόντος στον WS_1 δεν αρκεί να υπάρχει διαθέσιμη πρώτη ύλη στον P_0 αλλά να υπάρχει και η αντίστοιχη ζήτηση για αυτό στον D_1 . Ομοίως, ένα προϊόν εισέρχεται στον WS_3 αν υπάρχει ζήτηση για αυτό στον D_3 .



Εικόνα 10. Production system with infinite-capacity buffers and demands for finished goods, semi-finished goods, and raw parts (base-stock system)

Εκτός από τον έλεγχο των πρώτων υλών στο σύστημα ο οποίος πραγματοποιείται από τη διαδικασία RP έχουμε και διάφορα άλλα σημεία ελέγχου τα οποία οδηγούνται από τις ζητήσεις. Αυτά τα σημεία είναι η είσοδος στο WS_1 και στο WS_3 και η έξοδος από το P_4 . Επίσης θα μπορούσαμε να έχουμε και άλλα τέτοια σημεία (π.χ. είσοδος WS_2) αλλά παραλείπονται για λόγους απεικόνισης.

Αν η μέγιστη παραγωγικότητα του συστήματος της εικόνας 10 είναι μικρότερη από το ρυθμό των ζητήσεων τότε αυτό δεν θα είναι ικανό να τις ικανοποιήσει και οι D_1, D_3 και D_5 θα αυξάνουν στο άπειρο με αποτέλεσμα η συμπεριφορά του να είναι ίδια με αυτή του συστήματος της εικόνας 1. Αντιθέτως, αν η μέγιστη παραγωγικότητα είναι μεγαλύτερη από το ρυθμό άφιξης των ζητήσεων το σύστημα μπορεί να τις ικανοποιεί και η παραγωγικότητά (throughput) του ισούται με το ρυθμό άφιξης των ζητήσεων.

Αν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό παραγωγής του σταθμού WS_1 τότε ο buffer P_0 θα γεμίζει συνεχώς με πρώτες ύλες και η παραγωγικότητα του συστήματος δεν θα ελέγχεται από το RP αλλά από το ρυθμό των ζητήσεων. Ένα σημαντικό μειονέκτημα που προκύπτει σε αυτή την περίπτωση είναι ότι αν υπάρξει ταυτόχρονα αντίστοιχα μεγάλος αριθμός ζητήσεων θα εισέλθουν στο σύστημα επιβαρύνοντας την απόδοσή του (αύξηση WIP).

Με βάση τα παραπάνω, η διαδικασία άφιξης των πρώτων υλών θα πρέπει να ισούται με αυτό των ζητήσεων για να μην έχουμε το φαινόμενο των άπειρων πρώτων υλών. Σε αυτή την περίπτωση ο ρυθμός των πρώτων υλών συμβάλει σημαντικά στον περιορισμό της απελευθέρωσης πολλών τεμαχίων στο σύστημα. Αν λοιπόν, αφίχθαι στο σύστημα μεγάλος αριθμός ζητήσεων η διαδικασία ελέγχου της άφιξης των πρώτων υλών θα αποτρέψει την αντίστοιχα μεγάλη είσοδο πολλών προϊόντων στο σύστημα, γεγονός που θα επιβάρυνε το WIP .

Η αρχική κατάσταση των buffer P_2 και P_4 έχει οριστεί εξ αρχής στο σύστημα πριν ξεκινήσει η άφιξη των ζητήσεων. Στο σχήμα 10 συμβολίζεται με S_2 και S_4 αντίστοιχα και θέτουν τα πάνω όρια για αυτούς. Το σύστημα φτάνει σε αυτά τα όρια αρκετές φορές αν δεν υπάρχουν ζητήσεις για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Αυτό το σύστημα αναφέρεται στη βιβλιογραφία σαν ‘base stock system’. Το S_2 είναι το απόθεμα ασφαλείας (base stock level) του τομέα που περιλαμβάνει τους σταθμούς WS_1 και WS_2 και S_4 είναι το απόθεμα ασφαλείας του τομέα που περιλαμβάνει τους σταθμούς WS_3 και WS_4 .

1.3.1.3 Διαχωρισμός ‘Pull/Push’ και ‘MTO/MTS’ συστημάτων

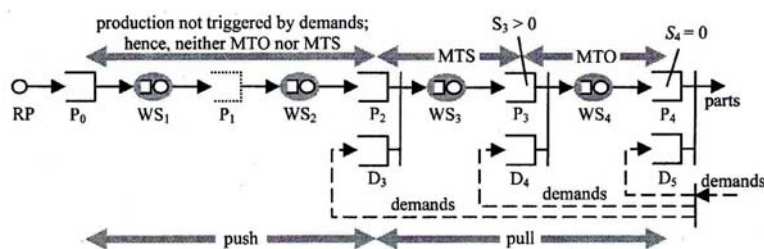
Έχοντας παρουσιάσει τα συστήματα στις εικόνες 9 και 10 θα σχολιάσουμε το διαχωρισμό ‘pull/push’ και ‘MTO/MTS’. Θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό 2 για το διαχωρισμό ‘pull/push’ και θα σχολιάσουμε τους άλλους δύο ορισμούς.

Με βάση τους ορισμούς 2 και 3 το σύστημα της εικόνας 9 είναι ‘push’ για διαφορετικό λόγο. Σύμφωνα με τον ορισμό 2 επειδή η παραγωγή δεν εξαρτάται από τις ζητήσεις ενώ σύμφωνα με τον ορισμό 3 επειδή το WIP του συστήματος δεν περιορίζεται. Αυτό το σύστημα δεν μπορούμε να το κατατάξουμε ούτε σαν ‘MTO’ ούτε ‘MTS’ γιατί τα προϊόντα δεν παράγονται για να ικανοποιήσουν τις ζητήσεις ούτε για να καλύψουν και να αντικαταστήσουν το απόθεμα.

Το σύστημα της εικόνας 10 χαρακτηρίζεται ως ‘pull’ με βάση τους ορισμούς 1 και 2 γιατί η παραγωγή οδηγείται από τις ζητήσεις. Σύμφωνα όμως με τον ορισμό 3 είναι ‘push’ γιατί το WIP δεν περιορίζεται.

Εξετάζοντας το διαχωρισμό ανάμεσα σε ‘MTO/MTS’ το σύστημα της εικόνας 10 μπορεί να καταταχτεί είτε σαν ‘MTO’ είτε σαν ‘MTS’ με βάση το απόθεμα ασφαλείας. Αν τα αποθέματα ασφαλείας είναι μηδέν, $S_2+S_4=0$ δηλαδή $S_2=S_4=0$ κάθε ζήτηση που θα αφικνύεται στο σύστημα θα πυροδοτεί την παραγωγή ενός προϊόντος το οποίο όταν τελειώσει την επεξεργασία του και θα εξέλθει από το σταθμό WS_4 θα ικανοποιήσει την ζήτηση πυροδοτώντας την κατασκευή του. Συνεπώς, το σύστημα είναι ‘MTO’. Αντιθέτως, αν $S_4 > 0$ κάθε ζήτηση που θα φτάσει στο σύστημα θα ικανοποιηθεί από τα έτοιμα προϊόντα του buffer P_4 και ταυτόχρονα θα πυροδοτήσει την παραγωγή ενός νέου προϊόντος το οποίο θα αναπληρώσει το απόθεμα ασφαλείας και με τη σειρά του θα ικανοποιήσει μεταγενέστερη ζήτηση όταν εξέλθει από το σταθμό WS_4 . Για αυτό το λόγο το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ‘MTS’. Αν $S_4=0$ και $S_2 > 0$ τότε το δεύτερο στάδιο θα είναι ‘MTO’ ενώ το πρώτο ‘MTS’ αφού το άθροισμα S_2+S_4 είναι θετικό.

Επίσης, ένα σύστημα μπορεί να είναι εν μέρει ‘push’ και εν μέρει ‘pull’ καθώς επίσης μπορεί να είναι εν μέρει MTO και εν μέρει MTS. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το σύστημα της εικόνας 11 στο οποίο οι ζητήσεις δεν φτάνουν μέχρι τον αποθηκευτικό χώρο P_0 αλλά μέχρι τον P_2 . Συνεπώς, το σύστημα ανάντι του P_2 συμπεριφέρεται ως ‘push’ (σαν το σύστημα της εικόνας 9) ενώ κατάντι αυτού ως ‘pull’ (σαν το σύστημα της εικόνας 10). Επίσης, για το μέρος του συστήματος που είναι ‘pull’, αν $S_3 > 0$ και $S_4=0$ τότε ανάντι του P_3 είναι ‘MTS’ ενώ κατάντι αυτού ‘MTO’.



Εικόνα 11. Production system with infinite-capacity buffers and demands for finished goods and semi-finished goods.

1.3.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ WIP CONTROL ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

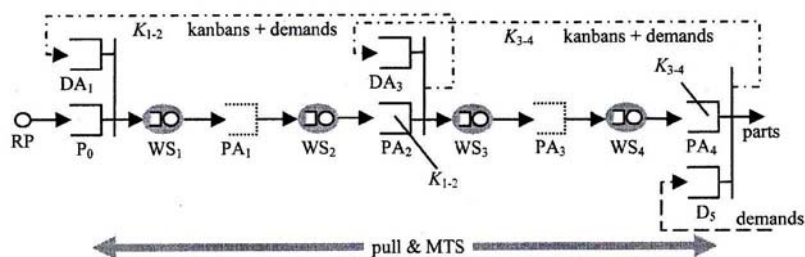
Σε αυτή την ενότητα θα εξετάσουμε κάποια συστήματα με WIP control που έχουμε ήδη αναφέρει αλλά τώρα με την παρουσία ζήτησης. Θα δούμε δύο περιπτώσεις όπου στη μεν πρώτη η ζήτηση είναι μόνο για έτοιμα προϊόντα ενώ στη δεύτερη και για ημι-έτοιμα.

1.3.2.1 Συστήματα με ζήτηση για έτοιμα προϊόντα που δημιουργεί ταυτόχρονα ζήτηση και για ημι-έτοιμα και πρώτες ύλες.

Εδώ θα δούμε συστήματα με ζήτηση έτοιμων και ημι-έτοιμων προϊόντων και θα ξεχωρίσουμε δύο περιπτώσεις όπου η ζήτηση των τελευταίων μεταφέρεται με τη χρήση PA card (kanban) ενώ στην δεύτερη ανεξάρτητα από αυτές τις κάρτες εξουσιοδότησης.

Συστήματα μεταφοράς των ζητήσεων με χρήση καρτών εξουσιοδότησης.(Kanban)

Το σύστημα της εικόνας 12 είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 7 με τη διαφορά ότι τα προϊόντα που εξέρχονται από το σταθμό WS_4 δεν εγκαταλείπουν αμέσως το σύστημα μέσω του PA_4 αλλά αποθηκεύονται σε αυτόν μέχρι την άφιξη μιας ζήτησης στον buffer D_5 . Αυτό σημαίνει ότι ο PA_4 δεν είναι συνεχώς άδειος όπως στην περίπτωση της εικόνας 1 και για αυτό το λόγο δεν σχεδιάζεται με διακεκομμένες γραμμές.



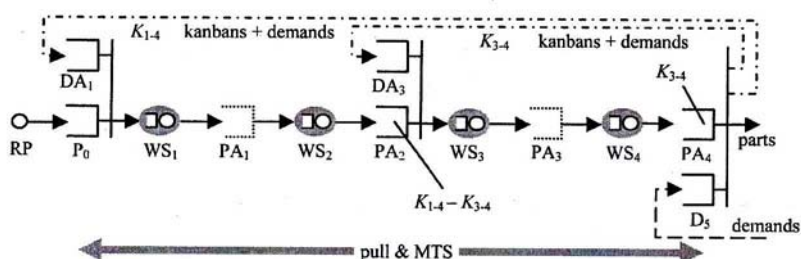
Εικόνα 12. Production system with multi-stage sequential kanban control and demands for finished goods, semi-finished goods, and raw parts.

Εναλλακτικά μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα της εικόνας 12 φαίνεται να είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 9 όπου προστίθεται ο μηχανισμός μεταφοράς kanban για τον έλεγχο του WIP. Στην πραγματικότητα όμως τα δύο αυτά συστήματα έχουν πιο ουσιαστικές διαφορές μεταξύ τους σχετικά με τις ζητήσεις. Στο σύστημα της εικόνας 9 κάθε ζήτηση για έτοιμα προϊόντα δεν δημιουργεί περαιτέρω ζήτηση ανάντι του buffer P_4 και για αυτό χαρακτηρίζεται ως 'push system'. Αντιθέτως, στο σύστημα της εικόνας 12 κάθε ζήτηση που φτάνει για έτοιμα προϊόντα στον buffer PA_4 ταυτόχρονα δημιουργεί και ζητήσεις για ημι-έτοιμα προϊόντα στους buffers PA_2 και P_0 όπως και στην περίπτωση του συστήματος (base stock) της εικόνας 10. Αυτές οι ζητήσεις μεταφέρονται στους buffers DA_3 και DA_1 αντίστοιχα. Αντίθετα με την περίπτωση της εικόνας 10 οι ζητήσεις δεν μεταφέρονται αμέσως μετά την άφιξή τους στο σύστημα αλλά με τη χρήση των καρτών εξουσιοδότησης (kanban). Κάθε φορά που ένα kanban απελευθερώνεται από τον buffer PA_4 και μεταφέρεται ανάντι στον

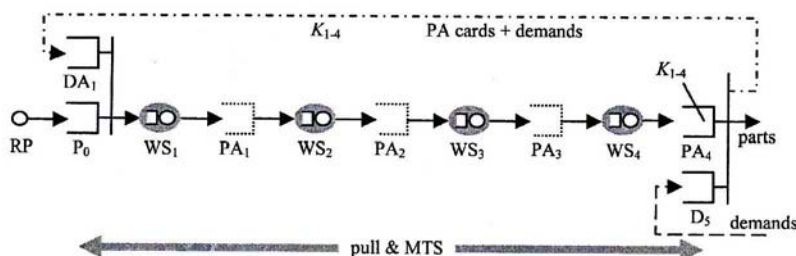
buffer DA_3 μεταφέρει ταυτόχρονα τη ζήτηση για ημι-έτοιμα προϊόντα από το buffer PA_2 και για πρώτη ύλη από το P_0 . Αν ένα τεμάχιο είναι διαθέσιμο στον PA_2 εισέρχεται στον WS_3 απελευθερώνοντας ταυτόχρονα το kanban του σταδίου 1 και λαμβάνοντας ένα άλλο ελεύθερο του σταδίου 2 από το buffer DA_3 . Η ζήτηση για αυτό το ημι-έτοιμο προϊόν ικανοποιείται. Η άλλη ζήτηση για πρώτη ύλη προσκολλάται στο kanban του σταδίου 1 και μεταφέρεται ανάντι στον buffer DA_1 . Οι buffers με τα ελεύθερα kanban δηλώνονται ως DA_i αντί για A_i (authorization, “A”, attached to Demands, “D”). Το σύστημα της εικόνας 12 αναφέρεται στην βιβλιογραφία και ως multi – stage (sequential) kanban control system.

Το σύστημα της εικόνας 13 είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 9 με τη διαφορά ότι οδηγείται από τις ζητήσεις για έτοιμα προϊόντα και κάθε μία από αυτές δημιουργεί ζήτηση για προϊόντα από τους buffer PA_2 και P_0 όπως στην περίπτωση της εικόνας 12.

Η διαφορά με το σύστημα της εικόνας 12 είναι ότι όταν ένα προϊόν φύγει από τον buffer PA_4 απελευθερώνει ταυτόχρονα δύο kanban, ένα επιστρέφει στον buffer DA_3 (ζήτηση για ημι-έτοιμο προϊόν από το PA_2) και το άλλο στον buffer DA_1 (ζήτηση για πρώτη ύλη από το P_0).



Εικόνα 13. Production system with echelon kanban control and demands for finished goods, semi-finished goods, and raw parts.



Εικόνα 14. Production system with CONWIP control and demands for finished goods and raw parts.

Η εικόνα 14 απεικονίζει ένα CONWIP σύστημα οδηγούμενο από τις ζητήσεις. Είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 5 με τη διαφορά ότι οδηγείται από ζητήσεις έτοιμων προϊόντων κάθε μία από αυτές δημιουργεί ζήτηση για πρώτες ύλες από το buffer P_0 . Επίσης είναι ίδιο με το σύστημα της εικόνας 13 χωρίς όμως τον εσωτερικό βρόγχο για ζήτηση ημι-έτοιμων προϊόντων.

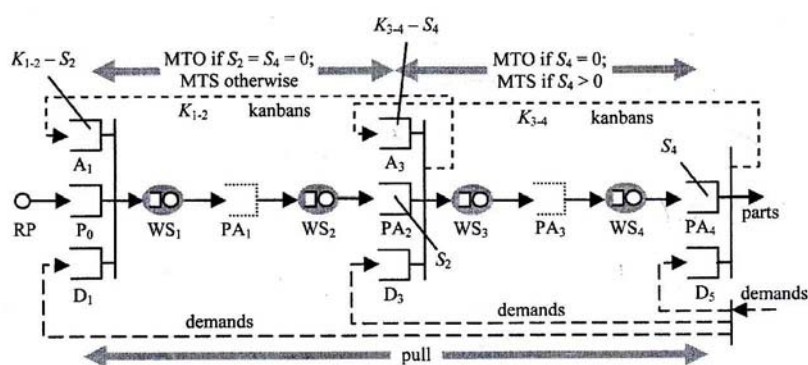
Σε όλα τα συστήματα των εικόνων 12-14 τα kanban που επιστρέφουν έχουν δύο λειτουργίες. Πρώτον, να περιορίζουν το WIP και δεύτερον να μεταφέρουν τις ζητήσεις ανάντι της γραμμής παραγωγής. Με βάση τους ορισμούς 1-3 τα συστήματα αυτά χαρακτηρίζονται σαν ‘pull’ αλλά για διαφορετικούς λόγους. Σύμφωνα με τους ορισμούς 1 και 2 εξαιτίας της 2^{ης} λειτουργίας ενώ με τον ορισμό 3 εξαιτίας της πρώτης λειτουργίας.

Όπως και στην περίπτωση του base stock system της εικόνας 10 η αρχική κατάσταση των buffer PA_2 και PA_4 των εικόνων 12 και 13 παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στα αποθέματα ασφαλείας. Στο kanban σύστημα της εικόνας 12 η αρχική κατάσταση των buffer PA_2 και PA_4 ισούται με τον αριθμό kanban K_{1-2} και K_{3-4} αντίστοιχα. Σε αυτή την περίπτωση λοιπόν τα kanban έχουν ακόμη μία λειτουργία, να εξασφαλίζουν τα αρχικά αποθέματα ασφαλείας. Στο σύστημα όμως της εικόνας 13 αρχική κατάσταση των buffer PA_2 και PA_4 ισούται με $K_{1-4} - K_{3-4}$ και K_{3-4} αντίστοιχα όπου $K_{1-4} \geq K_{3-4}$. Ομοίως, στο CONWIP σύστημα της εικόνας 14 η αρχική κατάσταση του PA_4 ισούται με K_{1-4} και εξασφαλίζει το επίπεδο των αποθεμάτων ασφαλείας για τελικά προϊόντα.

Σε όλα τα τρία τελευταία συστήματα η αρχική κατάσταση του Buffer PA_4 δηλαδή ο αριθμός των τεμαχίων πριν φτάσει μία ζήτηση στο σύστημα ή μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα χωρίς αφίξεις ζήτησεων είναι πάντα θετικός αριθμός γιατί ισούται με τον αριθμό των PA cards (κάρτες εξουσιοδότησης) ο οποίος δεν μπορεί να είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι τα τρία αυτά συστήματα είναι MTS και δεν μπορούν να μετατραπούν σε MTO αν ρυθμίσουμε τον αριθμό των kanban ίσο με μηδέν. Όπως θα δούμε και παρακάτω ένα σύστημα μπορεί να είναι MTO και ταυτόχρονα να έχουμε έλεγχο στο WIP αν η λειτουργία μεταφοράς των ζήτησεων δεν ταυτίζεται με τη λειτουργία περιορισμού του WIP μέσω της διαδικασίας επιστροφής kanban.

Συστήματα μεταφοράς των ζήτησεων ανεξάρτητα από τις κάρτες εξουσιοδότησης

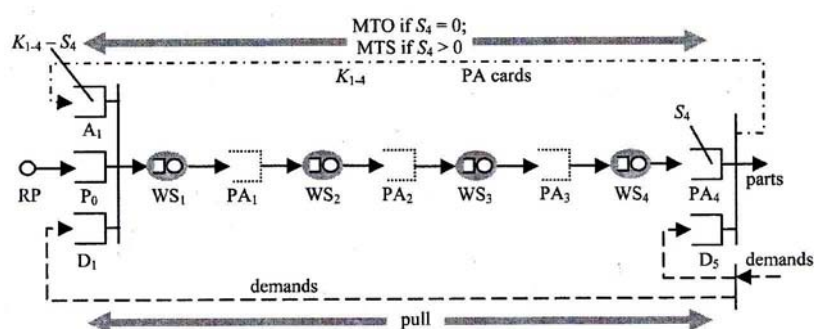
Η εικόνα 15 απεικονίζει ένα σύστημα όπου η μεταφορά των ζήτησεων αποδεδμεύεται από τη ροή των kanban. Είναι ένας συνδυασμός του συστήματος της εικόνας 7 και του base stock system της εικόνας 10. Είναι γνωστό σαν multi-stage extended kanban control system όπου κάθε αφικνούμενη ζήτηση παράγει ταυτόχρονα ζήτηση για ημι-έτοιμα προϊόντα στον buffer PA_2 και για πρώτη ύλη στον buffer P_0 . Αυτές οι δύο ζήτησεις μεταφέρονται ταυτόχρονα μετά της άφιξής τους στους buffers D_3 και D_1 όπως και στο base stock system της εικόνας 10.



Εικόνα 15. Production system with multi-stage extended kanban control and demands for finished goods, semi-finished goods, and raw parts.

Ανεξάρτητα από τις ζήτησεις ένας μηχανισμός ελέγχου του WIP, ο οποίος είναι ο ίδιος με αυτό της εικόνας 7 εφαρμόζεται στο σύστημα χωρίζοντάς το σε δύο στάδια. Ο αριθμός των kanban σε κάθε στάδιο είναι K_{1-2} και K_{3-4} αντίστοιχα αλλά η διαφορά με το σύστημα της εικόνας 12 είναι ότι η αρχική κατάσταση των Buffer PA_2 και PA_4 δεν ισούται με τον αριθμό των kanban. Αντιθέτως, ισούται με τα επίπεδα ασφαλείας S_2 και S_4 όπως και στην περίπτωση του base stock system της εικόνας 10

όπου $S_2 \leq K_{1-2}$ και $S_4 \leq K_{3-4}$. Τα S_4 κομμάτια που είναι αποθηκευμένα στον buffer PA_4 μεταφέρουν έναν αντίστοιχο αριθμό kanban επάνω τους. Τα υπόλοιπα $K_{3-4} - S_4$ είναι αποθηκευμένα στον buffer A_3 . Το ίδιο ισχύει και για το πρώτο στάδιο. Όπως το σύστημα της εικόνας 15 συνδυάζει αυτά των εικόνων 7 και 10 το σύστημα της εικόνας 16 συνδυάζει το CONWIP σύστημα της εικόνας 5 και του base stock της εικόνας 10. Για αυτό το λόγο ονομάζεται Extended CONWIP system. Να σημειώσουμε ότι το σύστημα της εικόνας 16 διαφέρει από αυτό της εικόνας 14 με τη διαφορά ότι το πρώτο αποδεσμεύει τη λειτουργία μεταφοράς των ζητήσεων από τη διαδικασία περιορισμού του WIP μέσω των kanban ενώ στο τελευταίο οι ζητήσεις μεταφέρονται ανάντι μέσω των PA card (kanban).



Εικόνα 16. Production system with extended CONWIP control and demands for finished goods and raw parts.

Ο αριθμός των PA card (WIP cap) στο σύστημα της εικόνας 16 είναι K_{1-4} όπως και στην περίπτωση της εικόνας 14 αλλά η αρχική κατάσταση του buffer PA_4 είναι S_4 και όχι K_{1-4} όπου $S_4 \leq K_{1-4}$ όπως και στο base-stock της εικόνας 10. Τα S_4 κομμάτια τα οποία είναι αρχικά αποθηκευμένα στον buffer PA_4 έχουν αντίστοιχο αριθμό kanban επάνω τους ενώ τα υπόλοιπα $K_{1-4} - S_4$ είναι αποθηκευμένα στον buffer A_1 .

Όπως τα συστήματα των εικόνων 12-14 και τα συστήματα των εικόνων 15-16 χαρακτηρίζονται ως 'pull'. Σύμφωνα με τους ορισμούς 1 και 2 επειδή η παραγωγή οδηγείται από τις ζητήσεις ενώ σύμφωνα με τον ορισμό 3 επειδή το WIP περιορίζεται.

Αν $S_4 > 0$ τα συστήματα των εικόνων 15 και 16 είναι MTS. Αν $S_4 = 0$ (για την περίπτωση της εικόνας 15 και $S_2 = 0$) και τα δύο συστήματα είναι MTO όπως και αυτό της εικόνας 10.

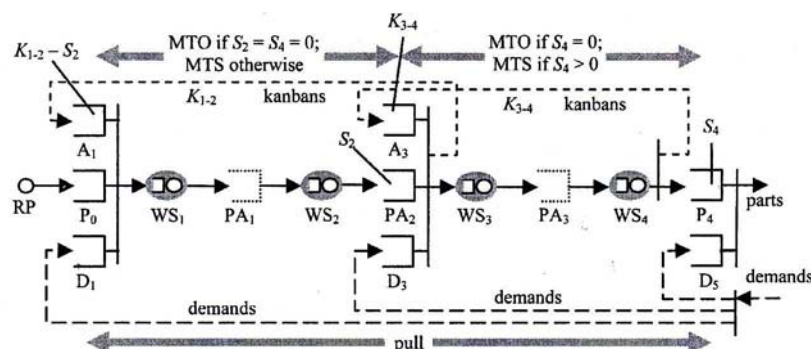
Συνοψίζοντας, το 'Extended Kanban' και το 'Extended CONWIP' είναι και τα δύο 'pull' επειδή η παραγωγή οδηγείται από τις ζητήσεις και είναι είτε MTO ή MTS ανάλογα με τα αποθέματα ασφαλείας.

Ισχύει ότι όταν $K_{1-2} = S_2$ και $K_{3-4} = S_4$ το extended kanban system της εικόνας 15 είναι το ίδιο με αυτό της εικόνας 13 ενώ όταν $K_{1-2} = K_{3-4} = \infty$ είναι το ίδιο με το base stock system της εικόνας 10. Ομοίως, όταν $K_{1-4} = S_4$ το extended CONWIP σύστημα της εικόνας 16 είναι το ίδιο με το CONWIP σύστημα της εικόνας 14.

Στα συστήματα που εξετάσαμε μέχρι τώρα (multi-stage manufacturing systems) κάθε στάδιο αποτελείται από σταθμούς με περιορισμένη χωρητικότητα παραγωγής και κάθε buffer ανάμεσα στα στάδια ακολουθείται από σταθμούς παραγωγής με επίσης περιορισμένη χωρητικότητα παραγωγής. Μόνο ο τελευταίος buffer (finished good buffer) δεν ακολουθείται από σταθμό παραγωγής και για αυτό το λόγο έχει νόημα να ελέγχουμε το WIP σε όλα τα μέρη του συστήματος εκτός από το τελευταίο buffer.

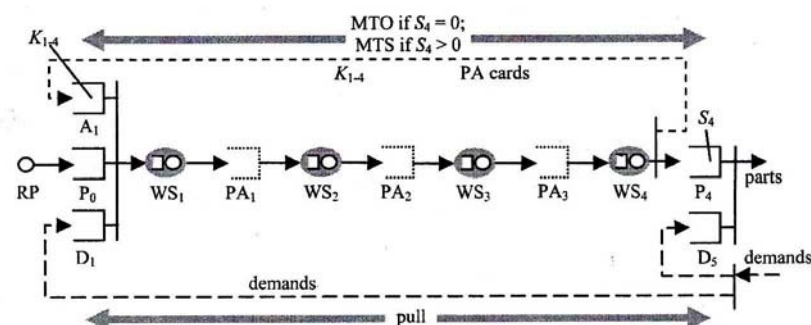
Με βάση αυτό, το σύστημα της εικόνας 17 απεικονίζει ένα τέτοιο σύστημα που είναι παραλλαγή του extended kanban system. (modified extended kanban system). Όλα τα στάδια εκτός του τελευταίου (στην εικόνα 17 μόνο το πρώτο στάδιο) ελέγχονται από το μηχανισμό του extended kanban system ενώ το τελευταίο στάδιο από ένα μηχανισμό γενίκευσης αυτού αφήνοντας το PA_4 εκτός του WIP βρόγχου.

Αποδεικνύεται ότι το σύστημα της εικόνας 17 συμπεριφέρεται πανομοιότυπα με το σύστημα της εικόνας 15 όταν $S_4 \leq K_{3-4}$. Το πλεονέκτημα αυτού του συστήματος (Εικόνα 17) είναι ότι περιλαμβάνει την περίπτωση όπου $S_4 > K_{3-4}$ ενώ αυτό δεν είναι δυνατό στην περίπτωση του συστήματος της εικόνας 15. Συνεπώς, το σύστημα στην εικόνα 17 είναι πιο γενικό από αυτό της εικόνας 15 και επίσης είναι ένας συνδυασμός των συστημάτων των εικόνων 8 και 10.



Εικόνα 17. Production system with multi-stage sequential modified extended kanban control and demands for finished goods, semi-finished goods, and raw parts.

Η ιδέα του αποκλεισμού του finished good buffer από το βρόγχο WIP μπορεί να εφαρμοστεί και στα συστήματα CONWIP. Το σύστημα της εικόνας 18 (K, S) είναι το ίδιο με το extended CONWIP της εικόνας 16 με τη διαφορά ότι οι PA cards επιστρέφουν στον A_1 buffer όταν φύγουν από το WS_4 (Εικόνα 6) αντί του P_4 . Όταν $S_4 \leq K_{1-4}$ το σύστημα είναι ισοδύναμο με αυτό της εικόνας 16 το οποίο στην ειδική περίπτωση που $K_{1-4} = S_4$ είναι ισοδύναμο με αυτό της εικόνας 14. Όταν $K_{1-4} = \infty$ το (K, S) είναι ισοδύναμο με το base stock system. (Εικόνα 10)



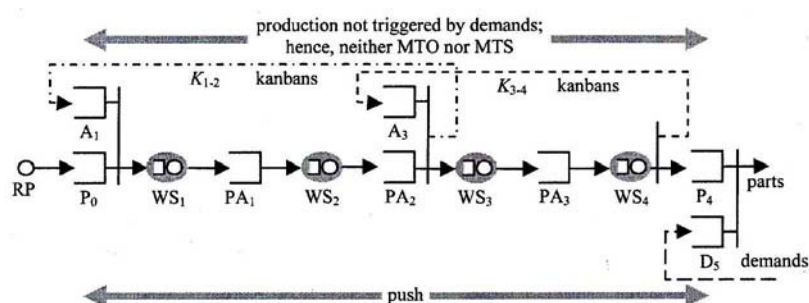
Εικόνα 18. Production system with (K, S) control and demands for finished goods and raw parts.

1.3.2.2 Συστήματα με ζήτηση μόνο για έτοιμα προϊόντα

Όλα τα συστήματα που εξετάσαμε μέχρι τώρα με WIP control και παρουσία ζήτησης είναι 'pull' γιατί σύμφωνα με τον ορισμό 2 η απελευθέρωση των τεμαχίων στα διάφορα σημεία ελέγχου γίνεται ως απόκριση στη ζήτηση. Πιο συγκεκριμένα, η ζήτηση για έτοιμα προϊόντα δημιουργούν ταυτόχρονα και ζήτηση για ημι-έτοιμα

προϊόντα αλλά και για πρώτες ύλες οι οποίες μεταφέρονται ανάντι στο σύστημα και πυροδοτούν τη διαδικασία της παραγωγής.

Η εικόνα 19 παρουσιάζει ένα σύστημα το οποίο συνδυάζει το σύστημα της εικόνας 7 και το οδηγούμενο από τις ζητήσεις σύστημα της εικόνας 9. Να σημειώσουμε ότι οι ζητήσεις είναι μόνο για έτοιμα προϊόντα και δεν δημιουργούν ζήτηση για ημι-έτοιμα από τους ανάντι buffers. Για αυτό το λόγο το σύστημα ανάντι του P_4 δεν πληροφορείται για τις ζητήσεις και συμπεριφέρεται ακριβώς όπως το σύστημα της εικόνας 7. Η παραγωγή λοιπόν εξαρτάται από τον εξωγενή έλεγχο της άφιξης των πρώτων υλών (RP) αλλά και από τον έλεγχο του WIP μέσω του συστήματος των kanban. Με βάση τα παραπάνω το σύστημα δεν λαμβάνει υπόψη εξωτερικές διαταραχές όπως η ζήτηση που μπορούν να το επηρεάσουν και για αυτό χαρακτηρίζεται ως 'push' με βάση τον ορισμό 2 ενώ ως 'pull' σύμφωνα με τον ορισμό 3 αφού το WIP περιορίζεται.

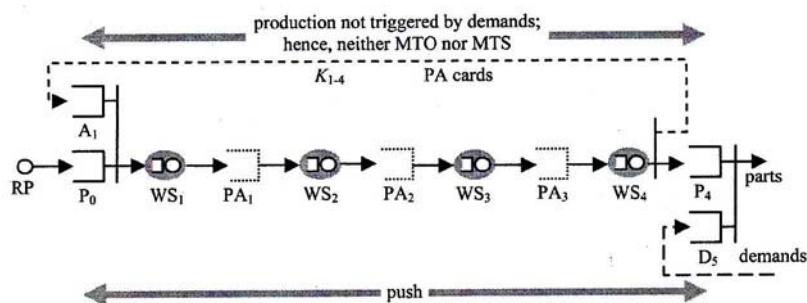


Εικόνα 19. Production system with multi-stage sequential kanban control and demands for finished goods.

Όπως και στο σύστημα της εικόνας 9 αν η διαδικασία RP ισούται με το ρυθμό άφιξης των ζητήσεων τότε όλα τα έτοιμα προϊόντα θα ταυτίζονται με τις ζητήσεις και το αντίστροφο.

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ότι οι ζητήσεις στο σύστημα αυτό εξυπηρετούνται καθυστερημένα (backorder) δηλαδή ο buffer D_5 να έχει συνεχώς ζητήσεις ενώ ο P_4 να είναι άδειος. Για αυτό το λόγο τα έτοιμα προϊόντα βρίσκουν πάντα μία ζήτηση και το σύστημα είναι 'MTO'.

Εναλλακτικά, στην παρούσα εργασία το σύστημα της εικόνας 19 δεν κατατάσσεται ούτε σαν 'MTO' ούτε σαν 'MTS' επειδή τα τεμάχια δεν παράγονται ούτε για να ικανοποιήσουν τις ζητήσεις ούτε για να αντικαταστήσουν το απόθεμα. Σύμφωνα με τον ορισμό 2 τα συστήματα 'MTO/MTS' δεν έχουν νόημα στα συστήματα 'push'. Επίσης, η αρχική κατάσταση των buffer δεν παίζει ρόλο και συνεπώς δεν έχει νόημα να μιλάμε για αποθέματα ασφαλείας.



Εικόνα 20. Production system with CONWIP control and demands for finished goods.

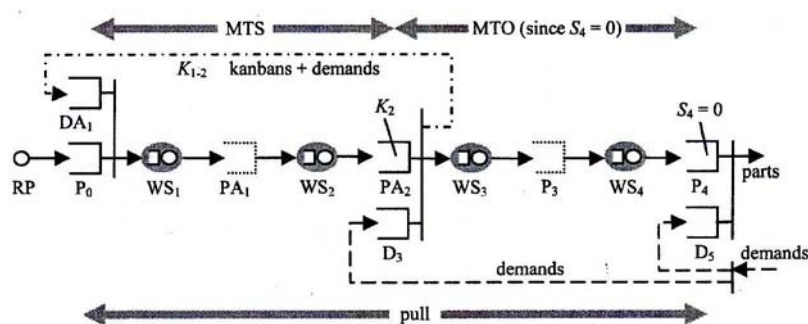
Το σύστημα της εικόνας 20 δείχνει ένα παρόμοιο σύστημα που συνδυάζει το CONWIP της εικόνας 6 και το οδηγούμενο από τις ζητήσεις σύστημα της εικόνας 9.

Σύμφωνα με τον ορισμό 2 το σύστημα αυτό είναι ‘push’ άρα ούτε ‘MTO’ ούτε ‘MTS’.

1.3.2.3 Υβριδικά συστήματα ‘Push/Pull’

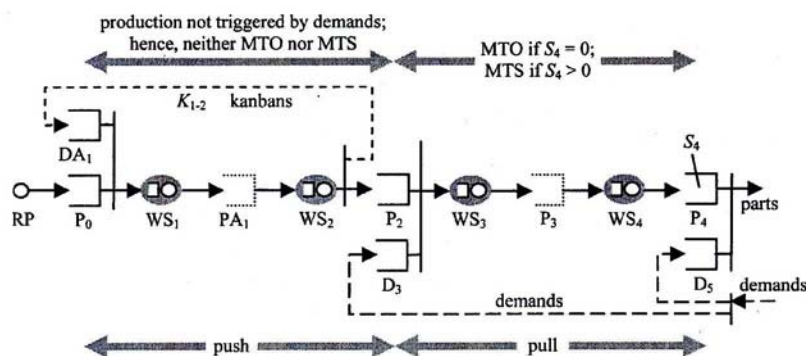
Τα πραγματικά συστήματα παραγωγής συνδυάζουν στοιχεία από ‘push/pull’ και από ‘MTO/MTS’ συστήματα για να δημιουργήσουν πιο πολύπλοκα υβριδικά συστήματα. Παρακάτω παρουσιάζουμε τρία παραδείγματα υβριδικών συστημάτων.

Η εικόνα 21 δείχνει ένα ‘McDonald’ σύστημα το οποίο προτάθηκε από τους Hopp και Spearman στην εργασία “To pull or not to pull: What is the question? Manufacturing and Service Operation Management” και το οποίο απεικονίζει το διαχωρισμό ανάμεσα στα ‘push/pull’ σύμφωνα με τον ορισμό 3. Το σύστημα χωρίζεται σε δύο στάδια. Το ένα στάδιο περιλαμβάνει τους σταθμούς WS_1 και WS_2 ενώ το δεύτερο τους σταθμούς WS_3 και WS_4 . Οι Hopp και Spearman καταλήγουν ότι σύμφωνα με το διαχωρισμό ‘push/pull’ το ανάντι στάδιο είναι ‘pull’ επειδή το WIP ελέγχεται ενώ το κατάντι στάδιο είναι ‘push’ επειδή το WIP δεν περιορίζεται. Επίσης συμφωνούν ότι είναι βολικό να ταυτίζουμε τα ‘push’ συστήματα σαν ‘MTO’ ενώ τα ‘pull’ με τα ‘MTS’. Όπως τα περισσότερα πραγματικά συστήματα έτσι και το σύστημα ‘McDonald’ περιλαμβάνει στοιχεία από ‘MTS’ και ‘MTO’ συστήματα. Σύμφωνα με τον ορισμό 2 είναι εξ’ ολοκλήρου ένα pull σύστημα.

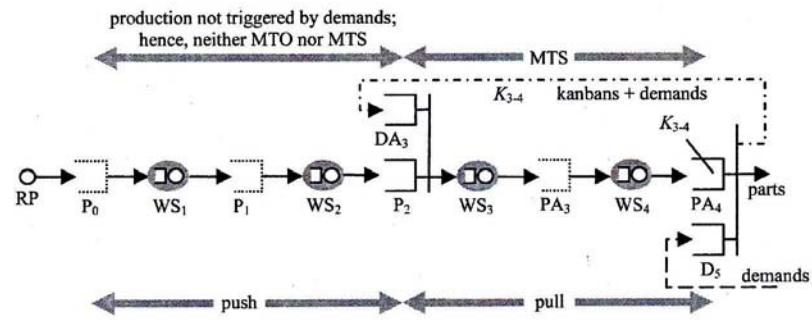


Εικόνα 21. “McDonald’s” production system, where P_0 = “refrigerator,” WS_1 = “cooking,” WS_2 = “assembly,” WS_3 = “bagging,” WS_4 = “checkout”.

Η εικόνα 22 δείχνει ένα παράδειγμα υβριδικού συστήματος ‘push/pull’ με έλεγχο WIP στο κομμάτι ‘push’ και χωρίς έλεγχο WIP στο κομμάτι ‘pull’. Το σύστημα της εικόνας 23 έχει έλεγχο WIP στο κομμάτι ‘pull’ και όχι στο κομμάτι ‘push’.



Εικόνα 22. Example of push/pull interface, where the push part has WIP control and the pull part does not.



Εικόνα 23. Example of push/pull interface, where the pull part has WIP control and the push part does not.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:ΑΝΑΛΥΣΗ PULL CONTROL ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε ένα μηχανισμό συστημάτων παραγωγής πολλών σταδίων ο οποίος αναφέρεται ως ‘Extended Kanban Control System, (EKCS)’. Ο μηχανισμός αυτός εξαρτάται από δύο παραμέτρους σε κάθε στάδιο, τον αριθμό των καρτών εξουσιοδότησης (Kanban) και το απόθεμα ασφαλείας έτοιμων προϊόντων. Είναι ένας συνδυασμός του κλασικού συστήματος ‘Kanban’ (KCS) και του ‘Base Stock System’ τα οποία είναι ειδικές περιπτώσεις αυτού. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τρία παραδείγματα με διαφορετικά είδη συστημάτων για να δούμε τη συμπεριφορά αυτών των συστημάτων καθώς μεταβάλλονται οι τιμές των παραμέτρων.

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα περισσότερα συστήματα παραγωγής η παραγωγική διαδικασία πραγματοποιείται σε στάδια όπου κάθε ένα από αυτά είναι ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από την διαδικασία της επεξεργασίας (manufacturing process) και τον χώρο αποθήκευσης (buffer). Η διαδικασία της επεξεργασίας μπορεί να αποτελείται από μία μηχανή ή από ένα σύνολο αυτών και οι οποίες επιτελούν μία συγκεκριμένη λειτουργία (επεξεργασία, συναρμολόγηση, έλεγχο) στα ημι-έτοιμα προϊόντα που παραλαμβάνει από τους αποθηκευτικούς χώρους των ανάντι σταδίων και παράγει τεμάχια τα οποία αποθηκεύονται στον αποθηκευτικό χώρο του ιδίου σταδίου που βρίσκεται κατάντι.

Ένα σημαντικό κομμάτι στο σχεδιασμό για την ομαλή λειτουργία των συστημάτων παραγωγής είναι ο έλεγχος της ροής των προϊόντων εφόσον έχει καθοριστεί η διαδικασία παραγωγής (ρυθμός επεξεργασίας, αριθμός μηχανών, κ.α.) και έχουν οριστεί τα επιμέρους στάδια. Ο έλεγχος της ροής των προϊόντων είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο απαντάει στα ερωτήματα ‘πότε’ και ‘πόσα’ προϊόντα πρέπει να παραχθούν ούτως ώστε να επιτευχθεί όσο δυνατόν υψηλό επίπεδο ικανοποίησης πελατών με αντίστοιχα χαμηλό επίπεδο αποθεμάτων. Δυσκολίες όμως προκύπτουν λόγω της μεταβλητότητας στην παραγωγική διαδικασία και στην ζήτηση.

Στην παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε στον έλεγχο ροής των προϊόντων σε συστήματα όπου η παραγωγική διαδικασία ‘πυροδοτείται’ από τις τρέχουσες ζητήσεις και αναφέρονται ως ‘pull systems’. Ένα τέτοιο απλό σύστημα είναι το ‘Base Stock Control System’ στο οποίο κάθε στάδιο χαρακτηρίζεται από ένα απόθεμα ασφαλείας έτοιμων προϊόντων (base stock). Όταν αφιχθεί στο σύστημα μία ζήτηση για πλήρως έτοιμο προϊόν τότε αυτή ικανοποιείται από το απόθεμα και ταυτόχρονα μεταφέρεται σε κάθε στάδιο όπου πυροδοτεί την απελευθέρωση νέων προϊόντων. Το πλεονέκτημα αυτού του μηχανισμού είναι ότι το σύστημα ανταποκρίνεται αμέσως στην άφιξη μιας ζήτησης ενώ το μειονέκτημα ότι δεν υπάρχει όριο στον αριθμό των προϊόντων μέσα στο σύστημα.

Το πιο διαδεδομένο ‘pull system’ είναι το ‘Kanban Control System’ το οποίο αρχικά χρησιμοποιήθηκε από την αυτοκινητοβιομηχανία Toyota στα μέσα της δεκαετίας του 1970. Σε αυτό το σύστημα ένα στάδιο ξεκινάει την παραγωγή ενός προϊόντος μόνο εφόσον υπάρχει διαθέσιμη μία κάρτα εξουσιοδότησης (Kanban). Αυτό συμβαίνει όταν ένα προϊόν έχει τελειώσει την επεξεργασία του απελευθερώνοντας μία κάρτα και μεταφέρεται στο επόμενο στάδιο. Με την απελευθέρωση ενός kanban ταυτόχρονα μεταφέρεται ανάντι μία ζήτηση και

εξουσιοδοτείται η παραγωγή ενός νέου προϊόντος. Το πλεονέκτημα αυτού του μηχανισμού είναι ότι ο αριθμός των προϊόντων σε κάθε στάδιο περιορίζεται από τον αριθμό των kanban ενώ το μειονέκτημα ότι το σύστημα μπορεί να μην ανταποκρίνεται αμέσως στις ζητήσεις.

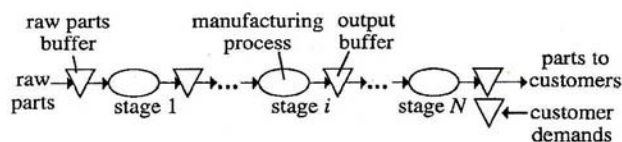
Ένα KCS χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι σε κάθε στάδιο ο αριθμός των kanban παίζει δύο ρόλους: (i) ο μέγιστος αριθμός επεξεργασίας σε κάθε στάδιο και, (ii) το απόθεμα ασφαλείας έτοιμων προϊόντων κάθε σταδίου. Αυτός ο διπλός όμως ρόλος των kanban μπορεί να οδηγεί σε μειωμένη απόδοση του συστήματος ειδικά όταν υπάρχει μεγάλη μεταβλητότητα στη ζήτηση και στους χρόνους επεξεργασίας. Για παράδειγμα, σε περιόδους μεγάλης μεταβλητότητας της ζήτησης θα πρέπει να υπάρχει μεγάλος αριθμός kanban όταν αυτή είναι αυξημένη για να μπορεί το σύστημα να ανταποκρίνεται σε αυτή και αντίστοιχα μικρός αριθμός kanban σε στιγμές που η ζήτηση είναι μικρή για να αποφεύγονται τα υψηλά κόστη αποθήκευσης αφού το απόθεμα ασφαλείας ισούται με τον αριθμό των kanban. Μετριάζοντας αυτές τις δύο περιπτώσεις είναι προτιμότερο να εφαρμόζουμε αριθμό kanban ούτε πολύ μεγάλο ούτε πολύ μικρό για να επιτυγχάνουμε μικρά αποθέματα ασφαλείας αλλά και καλά επίπεδα ικανοποίησης της ζήτησης. Παρόλα αυτά ένα KCS δεν είναι ικανοποιητικό όταν η ζήτηση και η ροή των προϊόντων δεν είναι αρκετά σταθερά δηλαδή παρουσιάζουν αυξημένη μεταβλητότητα.

Το πρόβλημα αυτό εξομαλύνεται στο ECKS όπου ο αριθμός των kanban σε κάθε στάδιο και το απόθεμα ασφαλείας είναι πλήρως διαχωρισμένα. Για παράδειγμα, σε ένα τέτοιο σύστημα είναι δυνατόν να διατηρούμε μικρό αριθμό αποθεμάτων ασφαλείας για μικρό κόστος αποθήκευσης και ταυτόχρονα μεγάλο αριθμό kanban για γρήγορη ανταπόκριση σε αυξημένη ζήτηση. Επίσης, οι ζητήσεις μεταφέρονται αμέσως σε όλα τα ανάντι στάδια όπως και στην περίπτωση του 'Base Stock Control System' με σκοπό κάθε στάδιο να πληροφορείται για αυτές όσο το δυνατόν πιο γρήγορα.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του διαχωρισμού αυτών των δύο παραμέτρων είναι ότι η παραγωγικότητα ενός EKCS εξαρτάται μόνο από τον αριθμό των kanban σε κάθε στάδιο και όχι από το απόθεμα ασφαλείας κάθε σταδίου. Η ιδιότητα αυτή είναι πολύ σημαντική για το σχεδιασμό τους αφού αυτός πραγματοποιείται σε δύο φάσεις. Αρχικά καθορίζεται ο αριθμός των kanban για να επιτευχθεί το επιθυμητό επίπεδο παραγωγής και στη συνέχεια το επίπεδο ασφαλείας για να επιτευχθεί αυξημένο επίπεδο ικανοποίησης της ζήτησης.

2.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ 'PULL CONTROL' ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Θεωρούμε ένα σύστημα παραγωγής το οποίο αποτελείται από στάδια τα οποία αποτελούνται από τον τομέα της παραγωγής και από το χώρο αποθήκευσης (output buffer). Η παραγωγή ή επεξεργασία των προϊόντων πραγματοποιείται από μία μηχανή ή από ένα σύνολο πολλών μηχανών και περιλαμβάνει τεμάχια (προϊόντα) τα οποία μπορεί είτε να επεξεργάζονται είτε να περιμένουν προς επεξεργασία σε μία από τις μηχανές και τα οποία αναφέρονται ως 'Work-In-Progress' (WIP) του σταδίου. Ο αποθηκευτικός χώρος βρίσκεται κατάντι του χώρου επεξεργασίας και περιλαμβάνει τα προϊόντα τα οποία έχουν τελειώσει την επεξεργασία στο συγκεκριμένο στάδιο και αναφέρονται ως 'Finished Parts' (FP). (Εικόνα 1)



Εικόνα 24. Representation of a manufacturing system having N stages in series.

Το σύστημα παραγωγής τροφοδοτείται από πρώτες ύλες raw parts buffer (Εικόνα 1) και απελευθερώνει έτοιμα προϊόντα στους πελάτες. Η τροφοδοσία πρώτων υλών μπορεί να είναι είτε συνεχής είτε αυτές μπορεί να φτάνουν σύμφωνα με μία διαδικασία αφίξεων.

Στην παρούσα εργασία θα εστιάσουμε σε ένα σύστημα παραγωγής το οποίο έχει N στάδια σε σειρά. Σε ένα σειριακό σύστημα κάθε στάδιο επεξεργάζεται προϊόντα τα οποία λαμβάνει από τον αποθηκευτικό χώρο του προηγούμενου (ανάντι) σταδίου (ή από τον αποθηκευτικό χώρο πρώτων υλών αν είναι το πρώτο στάδιο) και παράγει προϊόντα τα οποία αποθηκεύονται στον αποθηκευτικό χώρο του σταδίου. Τα προϊόντα αυτά μεταφέρονται στο επόμενο (κατάντι) στάδιο (ή στους πελάτες αν είναι το τελευταίο στάδιο). Να σημειώσουμε ότι τα έτοιμα προϊόντα ενός σταδίου είναι οι πρώτες ύλες του επόμενου σταδίου. Η Εικόνα 1 δείχνει ένα τέτοιο σύστημα N σταδίων σε σειρά.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφέρουμε το μηχανισμό ελέγχου των προϊόντων μέσα στο σύστημα. Εστιάζουμε σε απλά 'pull' συστήματα τα οποία εξαρτώνται από μικρό αριθμό παραμέτρων (τις οποίες θα αναλύσουμε στη συνέχεια) σε κάθε στάδιο και η απελευθέρωση προϊόντων σε κάθε στάδιο εξαρτάται από τις εξωτερικές ζητήσεις.

Πιο συγκεκριμένα, για την απελευθέρωση ενός τεμαχίου σε ένα στάδιο παραγωγής θα πρέπει: (i) να υπάρχει η ζήτηση για την παραγωγή ενός νέου έτοιμου προϊόντος στο στάδιο, (ii) η αντίστοιχη εξουσιοδότηση (kanban) στο συγκεκριμένο στάδιο και (iii) ένα τελειωμένο προϊόν στον αποθηκευτικό χώρο του προηγούμενου (ανάντι) σταδίου (ή πρώτη ύλη στον raw parts buffer αν είναι το πρώτο στάδιο). Για την παράδοση ενός πλήρως έτοιμου προϊόντος σε πελάτη απαιτείται: (i) η ζήτηση για αυτό το προϊόν και (ii) η διαθεσιμότητα ενός προϊόντος στον αποθηκευτικό χώρο του N σταδίου.

Οι ζητήσεις που αφικνούνται στο σύστημα θεωρούνται ως ένα διάνυσμα $N+1$ το οποίο μεταφέρει μαζί του τη ζήτηση για ένα έτοιμο προϊόν του σταδίου N και ταυτόχρονα τη ζήτηση για την παραγωγή έτοιμων προϊόντων σε όλα τα στάδια i , $i=1, \dots, N$. Παρόλα αυτά η στιγμή κατά την οποία κάθε στοιχείο αυτού του διανύσματος μεταφέρεται στο αντίστοιχο στάδιο καθώς και η στιγμή για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος σε ένα στάδιο (δηλαδή τότε αυτό θα είναι διαθέσιμο προς επεξεργασία) εξαρτάται από τον εκάστοτε μηχανισμό κάθε σταδίου. Όταν ένα προϊόν απελευθερώνεται σε ένα στάδιο ξεκινάει η επεξεργασία του και αμέσως μετά αποθηκεύεται στον αποθηκευτικό χώρο κατάντι ανεξαρτήτως του μηχανισμού ελέγχου της ροής των προϊόντων από το ένα στάδιο στο άλλο.

Για την καλύτερη εποπτεία διαφορετικών συστημάτων που έχουν τα παραπάνω χαρακτηριστικά χρησιμοποιούμε κοινή σημειογραφία και ένα κοινό μοντέλο προσέγγισης τα οποία παραθέτουμε πιο κάτω:

- p_i , $i=1, \dots, N$: έτοιμα προϊόντα του σταδίου i
- q_i , $i=1, \dots, N$: προϊόντα που επεξεργάζονται στο στάδιο i
- d_i , $i=1, \dots, N$: ζήτηση για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος p_i
- d_{N+1} : ζήτηση για έτοιμο προϊόν p_N

$\mathbf{d}_i, i=1, \dots, N+1$: διάνυσμα με i στοιχεία $(d_1, d_2, \dots, d_i) \sim \mathbf{d}_1=(d_1)$
 $a_i, i=1, \dots, N$: εξουσιοδότηση για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος p_i

Το κοινό μοντέλο που χρησιμοποιούμε είναι η αναπαράσταση ενός ‘pull control system’ σαν ένα σειριακό σύστημα με σταθμούς συγχρονισμού. Ένας σταθμός συγχρονισμού τροφοδοτείται από δύο ή περισσότερες ουρές και λειτουργεί ως εξής: Κάθε φορά που υπάρχει τουλάχιστον ένας ‘πελάτης’ σε κάθε μία από αυτές τις ουρές τότε αυτοί εισέρχονται μέσα στο σύστημα και κατά συνέπεια μία από αυτές τις ουρές θα είναι συνεχώς άδεια. Με τον όρο ‘πελάτης’ εδώ θεωρούμε είτε μία ζήτηση για το συγκεκριμένο στάδιο είτε ένα kanban που είναι διαθέσιμο, είτε ένα έτοιμο προϊόν από το προηγούμενο στάδιο. Για να εισαχθεί ένα προϊόν σε ένα στάδιο θα πρέπει κάθε μία από αυτές τις ουρές να έχει τουλάχιστον από ένα πελάτη ούτως ώστε να συμπληρώσουν μία οντότητα (προϊόν, κάρτα εξουσιοδότησης και ζήτηση) και τεθούν προς επεξεργασία.

Τα συστήματα ‘pull control’ έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Όλες οι ουρές μεταξύ του i και $i+1$ σταδίου περιλαμβάνονται σε ένα σταθμό συγχρονισμού που συμβολίζεται $J_{i,i+1}$. Ο $J_{0,1}$ περιλαμβάνει τις ουρές που βρίσκονται μεταξύ της τροφοδοσίας των πρώτων υλών και του σταδίου 1. $J_{N,N+1}$ περιλαμβάνει τις ουρές που βρίσκονται μεταξύ του σταδίου N και των πελατών. MP_i συμβολίζει την διαδικασία επεξεργασίας του σταδίου i .

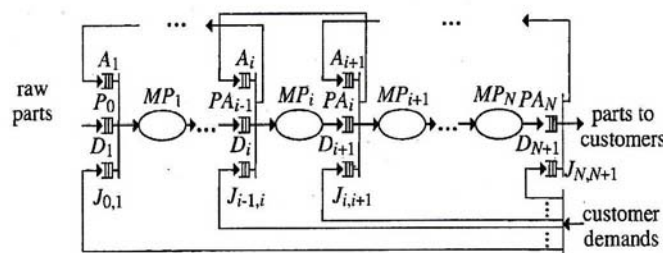
Στην ανάλυση ενός συστήματος σημαντικό ρόλο παίζει η αξιολόγηση της απόδοσης καθώς αυτό οδηγείται από τις ζητήσεις. Είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε το μέγιστο ρυθμό άφιξης των ζητήσεων τον οποίο το σύστημα μπορεί να ικανοποιήσει και ονομάζεται ‘Production Capacity’. Η εκτίμηση αυτού του ρυθμού γίνεται με την ανάλυση ενός συστήματος όταν ο ρυθμός άφιξης των ζητήσεων και των πρώτων υλών είναι άπειρος. Ένα τέτοιο σύστημα ονομάζεται *Saturated*.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε ένα το ‘Extended Kanban Control System’ το οποίο είναι ένα ‘pull control system’ και συνδυάζει το ‘Base stock system’ και το ‘Kanban Control System’ όπως έχουμε ήδη αναφέρει και τα οποία είναι ειδικές περιπτώσεις αυτού.

2.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ EXTENDED KANBAN CONTROL SYSTEM (EKCS)

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε το EKCS. Η εικόνα 2 δείχνει ένα τέτοιο σύστημα το οποίο αποτελείται από N στάδια σε σειρά. Η επεξήγηση των συμβόλων και οι τιμές τους φαίνονται στο πίνακα 1.

Σε ένα EKCS κάθε στάδιο i έχει K_i kanbans a_i τα οποία εξασφαλίζουν την παραγωγή νέων προϊόντων σε αυτό το στάδιο. Αρχικά, S_i από αυτά ($0 \leq S_i \leq K_i$) είναι προσκολλημένα πάνω σε αντίστοιχο αριθμό έτοιμων προϊόντων p_i και τα οποία είναι αποθηκευμένα στην ουρά PA_i σαν ζεύγος (p_i, a_i) . Τα υπόλοιπα $K_i - S_i$ kanbans a_i είναι αποθηκευμένα στην ουρά A_i . Η ουρά P_0 αντιπροσωπεύει τον αποθηκευτικό χώρο των πρώτων υλών. Ο αρχικός αριθμός των πρώτων υλών και η άφιξη τους στον P_0 δεν εξετάζονται στο μηχανισμό ελέγχου στα πλαίσια της εργασίας και θεωρούνται δεδομένα. Οι δύο σημαντικοί παράμετροι κάθε σταδίου στο σύστημα EKCS είναι οι S_i και $K_i, i=1, \dots, N$.



Εικόνα 2. Queueing network model of an EKCS having N stages in series.

Οι ουρές PA_i , A_{i+1} και D_{i+1} συνδέονται στο σταθμό συγχρονισμού $J_{i,i+1}$, $i=1, \dots, N-1$. Αν υπάρχει ένα ζευγάρι (p_i, a_i) στην ουρά PA_i , ένα kanban a_{i+1} στην ουρά A_{i+1} και μία ζήτηση d_{i+1} στην D_{i+1} , τότε: (i) το kanban a_i αποκολλάται από το p_i , (ii) ένα kanban a_{i+1} προσκολλάται πάνω στο p_i το οποίο ονομάζεται q_{i+1} και μαζί μεταφέρονται κατάντι στην ουρά MP_{i+1} σαν ζευγάρι (q_{i+1}, a_{i+1}) , (iii) η ζήτηση d_{i+1} ικανοποιείται και (iv) το kanban a_i μεταφέρεται ανάντι στην ουρά A_i . Όταν το τεμάχιο q_{i+1} τελειώσει την επεξεργασία του στο MP_{i+1} ονομάζεται p_{i+1} και μαζί με το kanban a_{i+1} μεταφέρονται στην ουρά PA_{i+1} σαν ζεύγος (p_{i+1}, a_{i+1}) .

| | Queue | Contents | Initial value |
|--------|-----------------------|--------------|---------------|
| MP_i | $i = 1, \dots, N$ | (q_i, a_i) | 0 |
| PA_i | $i = 1, \dots, N$ | (p_i, a_i) | S_i |
| A_i | $i = 1, \dots, N$ | a_i | $K_i - S_i$ |
| D_i | $i = 1, \dots, N + 1$ | d_i | 0 |

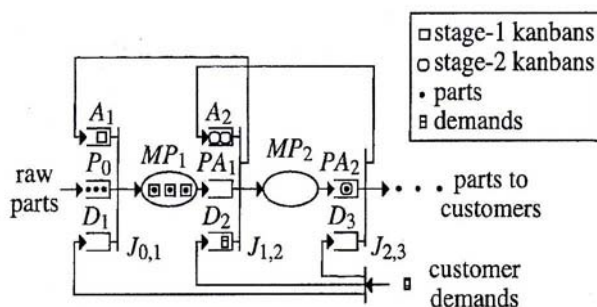
Πίνακας 1. Contents and initials values of queues in the queueing network model of an EKCS having N stages in series.

Στο τελευταίο στάδιο για να μεταφερθεί ένα προϊόν στον πελάτη χρειάζεται ένα ζευγάρι (p_N, a_N) στην ουρά PA_N και μία ζήτηση d_{N+1} στην ουρά D_{N+1} . Σε αυτή την περίπτωση (i) το kanban a_N αποκολλάται από το p_N , (ii) το p_N μεταφέρεται στον πελάτη, (iii) η ζήτηση d_{N+1} ικανοποιείται και (iv) το kanban a_N μεταφέρεται ανάντι στην ουρά A_N .

Επίσης, στο πρώτο στάδιο οι πρώτες ύλες δεν φέρουν κάποιο kanban επάνω τους. Για αυτό, όταν υπάρχει διαθέσιμη πρώτη ύλη στην ουρά P_0 , ένα kanban a_1 στην ουρά A_1 και μια ζήτηση d_1 στην ουρά D_1 τότε (i) το kanban a_1 προσκολλάται πάνω στην πρώτη ύλη η οποία ονομάζεται q_1 και μαζί μεταφέρονται κατάντι στην ουρά MP_1 σαν ζεύγος (q_1, a_1) και (ii) η ζήτηση d_1 ικανοποιείται.

Στο σύστημα που εξετάζουμε η παραγωγή οδηγείται από τις ζητήσεις. Όταν μία ζήτηση με το αντίστοιχο διάνυσμά της \mathbf{d}_{N+1} αφιχθεί στο σύστημα τότε (i) το διάνυσμα αυτό της ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} χωρίζεται στα επιμέρους στοιχεία του d_i , $i=1, \dots, N+1$ και κάθε ένα από αυτά μεταφέρεται αμέσως ανάντι στην αντίστοιχη ουρά του D_i , (ii) αν υπάρχει ζευγάρι (p_{i-1}, a_{i-1}) στην ουρά PA_{i-1} , $i=2, \dots, N+1$ (ή πρώτη ύλη στην P_0) και ένα kanban a_i στην A_i , τότε το kanban a_{i-1} αποκολλάται από το p_{i-1} και μεταφέρεται ανάντι στην ουρά A_{i-1} , ενώ το kanban a_i προσκολλάται στο κομμάτι p_{i-1} το οποίο ονομάζεται q_i και μαζί μεταφέρονται κατάντι στην ουρά MP_i (ή στον πελάτη αν $i=N+1$) και η ζήτηση d_i ικανοποιείται. Αν δεν υπάρχει ζευγάρι (p_{i-1}, a_{i-1}) στην ουρά PA_{i-1} ή kanbans a_i στην ουρά A_i τότε η ζήτηση d_i παραμένει στην ουρά D_i ως καθυστερημένη ζήτηση (backordered demand) μέχρι ένα ζευγάρι (p_{i-1}, a_{i-1}) και ένα kanban a_i γίνουν διαθέσιμα στις ουρές PA_{i-1} και A_i αντίστοιχα.

Η δυναμική του EKCS είναι ένας συνδυασμός της δυναμικής του Base Stock Control System (BSCS) και του Kanban Control System (KCS). Στο EKCS κάθε ζήτηση d_i , $i=1, \dots, N+1$ μεταφέρεται ανάντι στις ουρές D_i αμέσως μετά την άφιξή τους στο σύστημα όπως και στην περίπτωση του BSCS. Παρόλα αυτά, ένα έτοιμο προϊόν p_i , $i=1, \dots, N$ (ή πρώτη ύλη αν $i=0$) μεταφέρεται κατάντι στην ουρά MP_{i+1} (ή στον πελάτη αν $i=N$) μόνο αν ένα kanban a_{i+1} είναι διαθέσιμο στην ουρά A_{i+1} όπως στην περίπτωση του KCS. Όταν αυτό συμβεί, το κομμάτι p_i απελευθερώνει το kanban a_i και δεσμεύεται, προσκολλάται δηλαδή επάνω του το kanban a_{i+1} του σταδίου $i+1$ ενώ το kanban a_i μεταφέρεται ανάντι στην ουρά A_i . Στο EKCS λοιπόν, ο ρόλος των kanban είναι για να επιτρέπουν τη μεταφορά των έτοιμων προϊόντων p_i κατάντι και όχι να μεταφέρουν ανάντι και τις ζητήσεις όπως στην περίπτωση του KCS. Στην εικόνα 3 απεικονίζεται το εσωτερικό ενός συστήματος EKCS δύο σταδίων.



Εικόνα 3. Queuing network model of an EKCS having two stages in series.

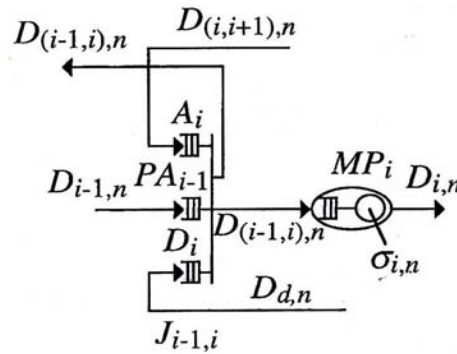
2.3.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ EKCS

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τη μαθηματική έκφραση του συστήματος EKCS δηλαδή τις εξισώσεις που το διέπουν και συσχετίζουν τα διάφορα γεγονότα στην παραγωγική διαδικασία σε σχέση με αυτά που πρέπει να προηγηθούν. Η δυναμική αυτού του συστήματος περιλαμβάνει εξισώσεις που βασικό τους γνώρισμα είναι η χρήση των τελεστών '+' και 'max'. Με το συμβολισμό $D_{(i-1,i),n}$, $i=2, \dots, N+1$ αναφέρεται η στιγμή αναχώρησης του n th ζευγαριού (p_{i-1}, a_{i-1}) από το σταθμό συγχρονισμού $J_{i-1,i}$ δηλαδή η στιγμή απελευθέρωσης του n th ζευγαριού (q_i, a_i) στην ουρά MP_i (ή ενός έτοιμου προϊόντος p_N στον πελάτη αν $i=N+1$) και ταυτόχρονα η μεταφορά του n th kanban a_{i-1} στην ουρά A_{i-1} . Επίσης, $D_{i,n}$, $i=1, \dots, N$ είναι η χρονική στιγμή αναχώρησης του n th ζευγαριού (q_i, a_i) από τη παραγωγική διαδικασία MP_i , δηλαδή η χρονική στιγμή της n th άφιξης ενός ζεύγους (p_i, a_i) στην ουρά PA_i . $D_{0,n}$ είναι η στιγμή της απελευθέρωσης της n th πρώτης ύλης στην ουρά P_0 και S_0 ο αρχικός αριθμός πρώτων υλών σε αυτή την ουρά (P_0). $D_{d,n}$ είναι η άφιξη του n th διανύσματος ζήτησης d_{N+1} στο σύστημα. Οι συμβολισμοί αυτοί απεικονίζονται στην εικόνα 4. Υποθέτουμε ακόμη ότι η παραγωγική διαδικασία MP_i αποτελείται από μία μηχανή της οποίας ο χρόνος επεξεργασίας του n th τεμαχίου συμβολίζεται $s_{i,n}$, $i=1, \dots, N$. Για τις παραπάνω χρονικές στιγμές $D_{\cdot, n}$ που αναφέραμε ισχύει το παρακάτω.

$$D_{\cdot, n-m} \leq D_{\cdot, n} \quad n=1, 2, \dots, \quad m=0, 1, \dots$$

και επίσης ορίζουμε

$$D_{\cdot, n} = \infty \quad n \leq 0.$$



Εικόνα 4. Times of events at the i th stage of an EKCS having N stages in series

Με βάση τα παραπάνω προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} + \max(D_{i,n-1}, D_{(i-1),n}) \quad \forall \quad i=1,\dots,N, \quad n=1,2,\dots \quad (1)$$

$$D_{(i-1,i),n} = \max(D_{d,n}, D_{i-1,n-Si-1}, D_{(i,i+1),n-(Ki-Si)}) \quad (2)$$

$$\forall \quad i=1, \dots, N+1, n=1, 2, \dots, \kappa \alpha \quad D_{(N+1, N+2), \dots} = -\infty$$

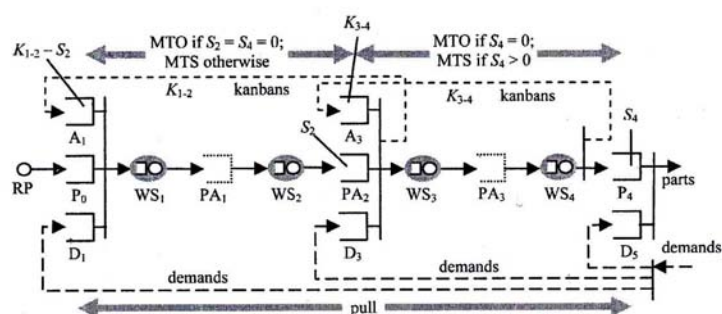
Η εξίσωση 1 αντιπροσωπεύει την χρονική στιγμή κατά την οποία το n th ζευγάρι (q_i, a_i) έχει τελειώσει την επεξεργασία στην μηχανή MP_i και μεταφέρεται στην ουρά PA_i ως ζεύγος (p_i, a_i) . Η διάρκεια αυτή ισούται με τη στιγμή κατά την οποία το n th τεμάχιο q_i ξεκινάει την επεξεργασία στη μηχανή MP_i συν το χρόνο επεξεργασίας σε αυτήν. Ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης 1, $\sigma_{i,n}$ είναι ο χρόνος επεξεργασίας του n th τεμαχίου στη μηχανή MP_i . Ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή κατά την οποία ξεκινάει η επεξεργασία του n th τεμαχίου στη μηχανή MP_i . Με βάση τα παραπάνω, για να ξεκινήσει η επεξεργασία του n th τεμαχίου στη μηχανή MP_i πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες, (i) το $(n-1)$ th τεμάχιο θα πρέπει να έχει ολοκληρώσει την επεξεργασία του στη μηχανή MP_i (ούτως ώστε αυτή να είναι ελεύθερη) και (ii) το n th τεμάχιο να έχει απελευθερωθεί στη μηχανή MP_i .

Η εξίσωση 2 αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n th ζευγάρι (q_i, a_i) , $i=1, \dots, N$ απελευθερώνεται στη μηχανή MP_i , $i=1, \dots, N$. Για να γίνει αυτό θα πρέπει: (i) να υπάρχει μία ζήτηση d_i στην ουρά D_i , (ii) ένα ζευγάρι (p_{i-1}, a_{i-1}) στην ουρά PA_{i-1} (ή πρώτη ύλη στην ουρά P_0 αν $i=1$) και ένα kanban a_i στην ουρά A_i .

Για συγκεκριμένα, για να απελευθερωθεί το n th ζευγάρι (q_i, a_i) στην MP_i , θα πρέπει να πληρούνται τρεις συνθήκες: (i) η n th ζήτηση d_i θα πρέπει να έχει αφιχθεί στην ουρά D_i , (ii) το $(n - S_{i-1})$ th ζευγάρι (p_{i-1}, a_{i-1}) θα πρέπει να έχει μεταφερθεί στην ουρά PA_{i-1} αφού αρχικά βρίσκονται S_{i-1} ζεύγη (p_{i-1}, a_{i-1}) στην ουρά PA_{i-1} , και (iii) το $(n - (K_i - S_i))$ th kanban a_i θα πρέπει να έχει απελευθερωθεί στην ουρά A_i , αφού αρχικά βρίσκονται $K_i - S_i$ kanbans a_i στην A_i . Για $i=N+1$ η εξίσωση 2 αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n th ζεύγος q_{N+1} μεταφέρεται στον πελάτη και για να ισχύει θα πρέπει: (i) να υπάρχει μία ζήτηση d_{N+1} στην ουρά D_{N+1} και (ii) ένα ζευγάρι (p_N, a_N) στην ουρά PA_N . Πιο συγκεκριμένα, για να απελευθερωθεί το n th έτοιμο προϊόν στον πελάτη δύο συνθήκες θα πρέπει να ισχύουν : (i) η n th ζήτηση d_{N+1} θα πρέπει να έχει φτάσει στην ουρά D_{N+1} και (ii) το $(n - S_N)$ th ζεύγος (p_N, a_N) θα πρέπει να έχει μεταφερθεί στην ουρά PA_N αφού αρχικά υπάρχουν S_N ζεύγη (p_N, a_N) στην PA_N .

2.4 MODIFIED EXTENDED KANBAN CONTROL SYSTEM

Στο σύστημα που αναλύσαμε πιο πάνω κάθε στάδιο έχει περιορισμένη χωρητικότητα καθώς και όλοι οι αποθηκευτικοί χώροι ανάμεσα στα στάδια ακολουθούνται από σταθμούς παραγωγής με περιορισμένη χωρητικότητα. Εξαιρέση στο παραπάνω αποτελεί ο αποθηκευτικός χώρος του τελευταίου σταδίου ο οποίος δεν ακολουθείται από σταθμό παραγωγής και συνεπώς θα μπορούσαμε να μην περιορίσουμε την χωρητικότητά του μεταφέροντάς τον εκτός του υπόλοιπου συστήματος. Η εικόνα 5 δείχνει ένα τέτοιο σύστημα το οποίο αναφέρεται ως 'Modified Extended Kanban Control System' και το οποίο αποτελεί μία παραλλαγή του EKCS. Πιο συγκεκριμένα, όλα τα στάδια εκτός του τελευταίου ελέγχονται από το μηχανισμό του EKCS ενώ το τελευταίο στάδιο ελέγχεται από ένα τροποποιημένο πιο γενικό μηχανισμό αφήνοντας τον αποθηκευτικό χώρο του τελευταίου σταδίου εκτός του υπόλοιπου συστήματος.



Εικόνα 5. Production System with multi -stage sequential modified extended kanban control and demands for finished goods, semi finished goods and raw parts

Με βάση τα παραπάνω, το σύστημα της εικόνας 5 συμπεριφέρεται πανομοιότυπα με αυτό της εικόνας 2 όταν $S_N \leq K_N$ ενώ το πλεονέκτημά του είναι ότι περιλαμβάνει και την περίπτωση όπου ισχύει $S_N > K_N$. Αποτελεί λοιπόν μία γενίκευση του EKCS το οποίο αναφέρεται και ως ειδική περίπτωση αυτού. Επίσης μία άλλη διαφορά με το σύστημα της προηγούμενης ενότητας είναι ότι πλέον κάθε στάδιο παραγωγής αποτελείται από περισσότερες από μία μηχανές στη σειρά τις οποίες θα πρέπει να επισκεφθεί κάθε προϊόν. Το μαθηματικό μοντέλο αυτού του συστήματος το οποίο και θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια της παρούσας εργασίας για τον υπολογισμό των μέτρων απόδοσης του συστήματος φαίνεται παρακάτω.

Δείκτες:

- $i = 0, \dots, N+1$: αριθμός των σταδίων του συστήματος
- $j = 1, \dots, J$: αριθμός των μηχανών σε κάθε στάδιο
- $n = 1, 2, \dots, NN$: ζητήσεις-τεμάχια προς επεξεργασία

Παράμετροι:

- $K(i)$: αριθμός kanban του κάθε σταδίου
- $S(i)$: αρχικό απόθεμα ασφαλείας σε κάθε στάδιο
- $pt(j, i, n)$: χρόνος επεξεργασίας του τεμαχίου n στη μηχανή j στο στάδιο i
- $d(n)$: χρονική στιγμή άφιξης της ζήτησης n για το προϊόν n

Μεταβλητές απόφασης:

$T(j,i,n)$: χρονική στιγμή αναχώρησης του τεμαχίου n από τη j μηχανή i σταδίου
 $D(i,i+1,n)$: χρονική στιγμή αναχώρησης του τεμαχίου n από το στάδιο i στο στάδιο $i+1$

Περιορισμοί:

$$T(j_1,i,n) = pt(j_1,i,n) + \max(D(i-1,i,n), T(j_1,i,n-1)) \quad \forall i=1,\dots,N, n=1,2,\dots \quad (1)$$

$$T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max(T(j-1,i,n), T(j,i,n-1)) \quad \forall i=1,\dots,N, j=2,\dots,J, n=1,2,\dots \quad (2)$$

$$D(i,i+1,n) = \max(d(n), T(J,i,n-S(i)), D(i+1,i+2,n-(K(i+1)-S(i+1)))) \quad (3)$$

$\forall i=0,\dots,N-2, n > S(i), n > K(i+1)-S(i+1)$ αφού δεν ορίζονται αρνητικοί δείκτες

$$D(N-1,N,n) = \max(d(n), T(J,N-1,n-S(N-1)), T(J,N,n-K(N))) \quad (4)$$

$\forall n > S(N-1), n > K(N)$ γιατί δεν ορίζονται αρνητικοί δείκτες

$$D(N,N+1,n) = \max(d(n), T(J,N,n-S(N))) \quad \forall n > S(N) \quad (5)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$\min \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^N \sum_n T(j,i,n) + \sum_{i=0}^N \sum_n D(i,i+1,n)$$

Ο περιορισμός (1) αντιπροσωπεύει την χρονική στιγμή κατά την οποία το n τεμάχιο τελειώνει την επεξεργασία του στην πρώτη μηχανή κάθε σταδίου. Ο χρόνος αυτός ισούται με τη χρονική στιγμή κατά την οποία το τεμάχιο ξεκινάει την επεξεργασία συν τη διάρκεια αυτής. Ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος του περιορισμού είναι η διάρκεια της επεξεργασίας ενώ ο δεύτερος όρος είναι η χρονική στιγμή κατά την οποία ξεκινάει η επεξεργασία στην πρώτη μηχανή του i σταδίου. Για να γίνει αυτό δύο συνθήκες θα πρέπει να πληρούνται: (i) το $n-1$ τεμάχιο να έχει τελειώσει την επεξεργασία του σε αυτή τη μηχανή ούτως ώστε να είναι ελεύθερη και (ii) το n τεμάχιο να έχει απελευθερωθεί (εισέλθει) στο στάδιο i .

Ο περιορισμός (2) είναι παρόμοιος με τον περιορισμό (1) με τη διαφορά ότι εκφράζει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n τεμάχιο τελειώνει την επεξεργασία του στην j μηχανή ($j \neq j_1$) του i σταδίου. Για να ξεκινήσει η επεξεργασία στην j μηχανή θα πρέπει να ισχύει: (i) το $n-1$ τεμάχιο να έχει τελειώσει την επεξεργασία του σε αυτή τη μηχανή ούτως ώστε να είναι ελεύθερη και (ii) το n τεμάχιο να έχει απελευθερωθεί από την $j-1$ μηχανή (να έχει τελειώσει την επεξεργασία του σε αυτή). Επίσης, εφόσον αυτές οι δύο συνθήκες εκπληρωθούν η συνολική διάρκεια θα ισούται και με το χρόνο κατά τον οποίο διαρκεί η επεξεργασία δηλαδή ο πρώτος όρος του δεξί μέλους του περιορισμού.

Οι υπόλοιποι τρεις περιορισμοί εκφράζουν τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n τεμάχιο εγκαταλείπει το στάδιο i και απελευθερώνεται στο στάδιο $i+1$ είτε στον πελάτη αν $i=N$. (Περιορισμός 5). Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (3) αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n τεμάχιο φεύγει από το στάδιο i και εισέρχεται στο στάδιο $i+1$. ($i \neq N-1$ και $i \neq N$). Για να γίνει αυτό θα πρέπει να ισχύουν τα παρακάτω: (i) να υπάρχει μία ζήτηση για το n th τεμάχιο $d(n)$, (ii) το $(n -$

$S(i)$ th τεμάχιο να έχει τελειώσει την επεξεργασία του στην τελευταία (J) μηχανή του i σταδίου εφόσον αρχικά υπάρχουν $S(i)$ τεμάχια στην ουρά PA_i και (iii) το $(n - (K(i+1) - S(i+1)))$ th kanban να έχει απελευθερωθεί στην ουρά A_{i+1} εφόσον αρχικά υπάρχουν $K(i+1) - S(i+1)$ kanbans σε αυτή.

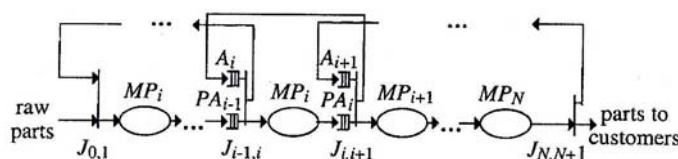
Ο περιορισμός (4) αποτελεί παρόμοια περίπτωση με τον περιορισμό (3) αφού στην τρίτη συνθήκη που θα πρέπει να πληρούται, τα kanbans επιστρέφουν από την τελευταία μηχανή του τελευταίου σταδίου και όχι από την έξοδο του αποθηκευτικού χώρου αυτού του σταδίου. Πιο συγκεκριμένα, για να απελευθερωθεί το n th τεμάχιο στο τελευταίο στάδιο θα πρέπει να ισχύουν τα παρακάτω: (i) η $d(n)$ ζήτηση να έχει αφιχθεί στο σύστημα, (ii) το $(n - S(N-I))$ τεμάχιο να έχει τελειώσει την επεξεργασία του στην τελευταία μηχανή του προ-τελευταίου σταδίου αφού αρχικά υπάρχουν $S(N-I)$ τεμάχια στην ουρά PA_{N-I} και (iii) το $(n - K(I))$ th kanban να έχει επιστρέψει στην ουρά A_I αφού αρχικά υπάρχουν $K(N)$ σε αυτήν (και όχι $K(N) - S(N)$).

Ο περιορισμός (5) εκφράζει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το n th τεμάχιο απελευθερώνεται στον πελάτη. Σε αυτή την περίπτωση δύο συνθήκες θα πρέπει να πληρούνται: (i) η ζήτηση για το n th τεμάχιο $d(n)$ να έχει αφιχθεί στο σύστημα και (ii) το $(n - S(N))$ th τεμάχιο να έχει απελευθερωθεί από την τελευταία (J) μηχανή του τελευταίου σταδίου αφού αρχικά υπάρχουν $S(N)$ τεμάχια έτοιμα προς παράδοση. Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει ανάγκη για kanbans αφού δεν υπάρχει ουρά A_{N+1} .

Τέλος, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιεί τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα τεμάχια ολοκληρώνουν την επεξεργασία τους σε όλες τις μηχανές και ταυτόχρονα τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες αυτά απελευθερώνονται από το στάδιο i στο στάδιο $i+1$, $\forall i = 0, \dots, N$.

2.5 ΚΟΡΕΣΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ EKCS

Η εικόνα 6 δείχνει ένα σύστημα N σταδίων το οποίο αποτελεί την ‘κορεσμένη’ (saturated) μορφή του EKCS. Το σύστημα αυτό προκύπτει από την εικόνα 2 ως εξής. Η ουρά της άφιξης των πρώτων υλών P_0 της εικόνας 2 εξ’ ορισμού αποτελείται από άπειρο αριθμό πρώτων υλών. Επίσης, η ουρά D_i , $i=1, \dots, N+1$ αποτελείται από άπειρο αριθμό ζητήσεων d_i αφού στο Saturated EKCS υπάρχουν άπειρα διανύσματα \mathbf{d}_{N+1} τα οποία χωρίζονται στα επιμέρους στοιχεία τους d_i , $i=1, \dots, N+1$ και κάθε ένα από αυτά μεταφέρεται ανάντι στην αντίστοιχη ουρά D_i . Στο Saturated EKCS οι ουρές P_0 και D_i δεν παίζουν κάποιο ρόλο στους σταθμούς συγχρονισμού στους οποίους ανήκουν αφού δεν εμποδίζουν (μπλοκάρουν) την παραγωγική διαδικασία δηλαδή την μεταφορά προϊόντων διαμέσου αυτών. Για αυτό το λόγω μπορούν να παραληφθούν από το σύστημα της εικόνας 2. Ως αποτέλεσμα, η μόνη ουρά που παραμένει στο σταθμό συγχρονισμού $J_{0,1}$ είναι η A_i και η PA_N στο σταθμό συγχρονισμού $J_{N,N+1}$. Με βάση αυτά, αν υπάρχει μία μοναδική ουρά που τροφοδοτεί ένα σταθμό συγχρονισμού τότε αυτή μπορεί να παραληφθεί αφού κάθε πελάτης που φτάνει σε αυτή δεν παραμένει και διατρέχει αμέσως το σταθμό συγχρονισμού. Οι ουρές λοιπόν A_i και PA_N παραλείπονται από το σχήμα της εικόνας 2 με αποτέλεσμα το παρακάτω σχήμα να είναι το επιθυμητό σύστημα.



Εικόνα 6. Queueing network model of a saturated EKCS having N stages in series.

Ιδιότητα 1: Μία πολύς σημαντική ιδιότητα του ΕΚCS είναι ότι η παραγωγικότητα ενός τέτοιου συστήματος εξαρτάται μόνο από τον αριθμό των kanban σε κάθε στάδιο $K(i), i=1, \dots, N$ και είναι ανεξάρτητη από το αρχικό απόθεμα ασφαλείας $S(i), i=1, \dots, N$, όπως θα δούμε και στη συνέχεια στα παραδείγματα που θα αναλύσουμε.

Ιδιότητα 2: Μία ιδιότητα που συνδέει την παραγωγικότητα του ΕΚCS και του Kanban Control System (KCS) το οποίο θα εξετάσουμε σε επόμενο κεφάλαιο είναι ότι η παραγωγικότητα του ΕΚCS με παραμέτρους K_i και $S_i, i=1, \dots, N$ ισούται με την παραγωγικότητα του KCS με τις ίδιες παραμέτρους K_i του ΕΚCS.

Ιδιότητα 3: Μία ακόμη ιδιότητα που συνδέει τα συστήματα ΕΚCS και KCS είναι ότι ένα σύστημα ΕΚCS με παραμέτρους K_i και $S_i, i=1, \dots, N$ μετατρέπεται σε σύστημα KCS αν η παράμετρος K_i ισούται με την παράμετρο S_i .

Το μαθηματικό μοντέλο που προκύπτει και αντιπροσωπεύει το παραπάνω σύστημα φαίνεται παρακάτω. Είναι πανομοιότυπο δηλαδή με αυτό του ΕΚCS με τη διαφορά όμως ότι σε αυτή την περίπτωση παραλείπουμε τη ζήτηση αφού αυτή θεωρείται άπειρη και συνεπώς το σύστημα θα πρέπει συνεχώς να την ικανοποιεί.

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} + \max(D_{i,n-1}, D_{(i-1,i),n}) \quad \forall i=1, \dots, N, n=1, 2, \dots \quad (6)$$

$$D_{(i-1,i),n} = \max(D_{i-1,n-S_{i-1}}, D_{(i,i+1),n-(K_i-S_i)}) \quad (7)$$

$$\forall i=1, \dots, N+1, n=1, 2, \dots \text{ και } D_{(N+1,N+2),n} = -\infty$$

Ομοίως η μαθηματική έκφραση του Saturated Modified ΕΚCS, την οποία παραθέτουμε παρακάτω, προκύπτει από το μαθηματικό μοντέλο του Modified ΕΚCS αν και σε αυτή την περίπτωση παραλείψουμε τον όρο της ζήτησης έτοιμων προϊόντων ενώ οι υπόλοιποι όροι παραμείνουν σταθεροί.

Περιορισμοί:

$$T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max(D_{(i-1,i),n}, T(j,i,n-1)) \quad \forall i=1, \dots, N, n=1, 2, \dots \quad (8)$$

$$T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max(T(j-1,i,n), T(j,i,n-1)) \quad \forall i=1, \dots, N, j=2, \dots, J, n=1, 2, \dots \quad (9)$$

$$D(i,i+1,n) = \max(T(j,i,n-S(i)), D(i+1,i+2,n-(K(i+1)-S(i+1)))) \quad (10)$$

$$\forall i=0, \dots, N-2, n > S(i), n > K(i+1)-S(i+1) \text{ αφού δεν ορίζονται αρνητικοί δείκτες}$$

$$D(N-1,N,n) = \max(T(j,N-1,n-S(N-1)), T(j,N,n-K(N))) \quad (11)$$

$$\forall n > S(N-1), n > K(N) \text{ γιατί δεν ορίζονται αρνητικοί δείκτες}$$

$$D(N,N+1,n) = \max(T(j,N,n-S(N))) \quad \forall n > S(N) \quad (12)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$\min \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^N \sum_n T(j,i,n) + \sum_{i=0}^N \sum_n D(i,i+1,n)$$

2.6 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

2.6.1 ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα εφαρμόζοντας το μοντέλο του Modified Extended Kanban Control System το οποίο υλοποιείται σε λογισμικό GAMS 24.1.3 υποστηριζόμενο από Solver Cplex. Θα εφαρμόσουμε τον κώδικα σε τρία παραδείγματα τα οποία θα περιγράψουμε παρακάτω. Σε αυτό το σημείο και πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων να αναφέρουμε τα μέτρα απόδοσης που θα υπολογίσουμε και πως αυτά προκύπτουν.

Δείκτες:

$i=0, \dots, N+1$: αριθμός των σταδίων του συστήματος
 $j=j_1, \dots, J$: αριθμός των μηχανών σε κάθε στάδιο
 $n=1, 2, \dots, NN$: ζητήσεις/τεμάχια προς επεξεργασία

Παράμετροι:

$S(i)$: αρχικό απόθεμα ασφαλείας σε κάθε στάδιο
 $d(n)$: χρονική στιγμή άφιξης της ζήτησης n για το προϊόν n
 λ : μέσος ρυθμός άφιξης των ζητήσεων

Μεταβλητές απόφασης που προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος

$T(j, i, n)$: χρονική στιγμή αναχώρησης του τεμαχίου n από τη j μηχανή i σταδίου
 $D(i, i+1, n)$: χρονική στιγμή αναχώρησης του τεμαχίου n από το στάδιο i στο στάδιο $i+1$

Υπολογισθέντα μέτρα απόδοσης:

$CT(n)$: Χρόνος παραμονής του τεμαχίου n σύστημα
 Av_CT : Μέσος χρόνος παραμονής όλων των τεμαχίων στο σύστημα
 WIP : Μέσος αριθμός εργασιών σε εξέλιξη
 $Back_order_Demand(n)$: Ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων
 $Count_Back_Order_Demand$: Αριθμός των καθυστερημένων ζητήσεων
 W_B : Μέση ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων
 W_{B-ALL} : Μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων
 Q_D : Μέσος αριθμός των καθυστερημένων ζητήσεων
 $CT_FP(i, n)$: Ώρα παραμονής των έτοιμων προϊόντων σε κάθε στάδιο
 $FP(i)$: Μέσος αριθμός έτοιμων προϊόντων σε κάθε στάδιο
 $CT(i, n)$: Ώρα παραμονής ενός προϊόντος σε κάθε στάδιο
 $Av_CT(i)$: Μέση ώρα παραμονής όλων των προϊόντων σε κάθε στάδιο
 $WIP(i)$: Μέσος αριθμός τεμαχίων που επεξεργάζονται σε κάθε στάδιο
 P_B : Ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων

Ο χρόνος παραμονής ενός τεμαχίου στο σύστημα ισούται με τη χρονική στιγμή που αυτό θα αποχωρήσει από την τελευταία μηχανή του τελευταίου σταδίου αφαιρώντας τη χρονική στιγμή που αυτό εισήλθε στο πρώτο στάδιο. Πρέπει όμως να είμαστε προσεκτικοί γιατί δεν θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τα τεμάχια που βρίσκονται αρχικά ως απόθεμα ασφαλείας στο σύστημα γιατί δεν γνωρίζουμε τη χρονική στιγμή που αυτά είχαν εισαχθεί. Ξεκινάμε δηλαδή τον υπολογισμό από το

πρώτο τεμάχιο που θα εισέλθει στο πρώτο στάδιο ενώ αυτό θα είναι το πρώτο τεμάχιο που θα εξέλθει από την τελευταία μηχανή του τελευταίου σταδίου συν το άθροισμα των τεμαχίων που βρίσκονται ως αρχικό απόθεμα σε όλα τα στάδια εκτός του τελευταίου. Ο μαθηματικός τύπος είναι ο εξής:

$$CT(n) = T(J, N, n + \sum_{i=1}^{N-1} S(i)) - D(0, 1, n) \quad \forall n = 1, \dots, NN - \sum_{i=1}^{N-1} S(i)$$

Ο μέσος χρόνος παραμονής όλων των τεμαχίων ισούται με το άθροισμα των χρόνων όλων των τεμαχίων διαιρώντας με το συνολικό αριθμό τεμαχίων που αυτοί έχουν υπολογισθεί.

$$Av_CT = \frac{\sum_{n=1}^{NN - \sum_{i=1}^{N-1} S(i)} CT(n)}{NN - \sum_{i=1}^{N-1} S(i)}$$

Ο μέσος αριθμός των εργασιών σε εξέλιξη (*WIP*) ισούται με τη μέση ώρα παραμονής ενός προϊόντα μέσα στο σύστημα πολλαπλασιασμένη με το μέσο ρυθμό άφιξης των ζητήσεων (λ)

$$WIP = \lambda * Av_CT$$

Η ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων ισούται με τη χρονική στιγμή της απελευθέρωσης του τεμαχίου n από το τελευταίο στάδιο προς παράδοση στον πελάτη αφαιρώντας τη χρονική στιγμή της άφιξης της ζήτησης για αυτό το τεμάχιο. Το μέτρο αυτό θα είναι μεγαλύτερο ή ίσο του μηδενός και όχι αρνητικό αφού κάθε ζήτηση που αφικνείται και βρίσκει έτοιμο προϊόν θα ικανοποιείται ενώ αλλιώς θα συμπεριλαμβάνεται στις καθυστερημένες ζητήσεις. Η μαθηματική έκφραση είναι η εξής:

$$Back_Order_Demand(n) = D(N, N + 1, n) - d(n) \geq 0$$

Η μέση ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων (W_B) ισούται με το άθροισμα όλων των καθυστερημένων ζητήσεων διαιρώντας με το συνολικό αριθμό αυτών, δηλαδή :

$$W_B = \frac{\sum_n Back_order_demand(n)}{Count_back_order_demand}$$

Η μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων (W_{B-ALL}) ισούται με το άθροισμα όλων των καθυστερημένων ζητήσεων διαιρεμένο με το συνολικό αριθμό τεμαχίων (N).

$$W_{B-ALL} = \frac{\sum_n Back_order_demand(n)}{NN}$$

Ο μέσος αριθμός των καθυστερημένων ζητήσεων (Q_D) ισούται με τη μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων πολλαπλασιασμένη με το μέσο ρυθμό άφιξης των ζητήσεων (λ).

$$Q_D = \lambda * W_{B-ALL}$$

Η μέση ώρα παραμονής ενός έτοιμου προϊόντος στον αποθηκευτικό χώρο κάθε σταδίου ισούται με τη διαφορά της χρονικής στιγμής της απελευθέρωσής του στο επόμενο στάδιο μείον τη χρονική στιγμή που τελείωσε η επεξεργασία του στην τελευταία μηχανή του εκάστοτε σταδίου. Θα πρέπει να τονίζουμε ότι τα προϊόντα που βρίσκονται ως απόθεμα ασφαλείας δεν λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό και αυτό φαίνεται παρακάτω στη μαθηματική έκφραση του μέτρου αυτού.

$$CT_FP(i, n) = D(i, i+1, n + S(i)) - T(J, i, n) \quad \forall i=1, \dots, N \text{ και } n = 1, \dots, NN-S(i)$$

Ο μέσος αριθμός έτοιμων προϊόντων σε κάθε στάδιο $FP(i)$ ισούται με το μέσο χρόνο παραμονής όλων των τεμαχίων στο εκάστοτε στάδιο πολλαπλασιασμένο με το μέσο ρυθμό άφιξης της ζήτησης, δηλαδή:

$$FP(i) = \lambda * \frac{\sum_{n=1}^{NN-S(i)} CT_FP(i, n)}{NN - S(i)} \quad \forall i=1, \dots, N$$

Η ώρα παραμονής ενός τεμαχίου σε ένα στάδιο ισούται με τη διαφορά της χρονικής στιγμής που αυτό τελείωσε την επεξεργασία του στην τελευταία μηχανή κάθε σταδίου μείον τη χρονική στιγμή που εισήλθε στο συγκεκριμένο στάδιο, ενώ η μέση ώρα παραμονής όλων των προϊόντων σε ένα στάδιο ισούται με το άθροισμα των χρόνων όλων των προϊόντων διαιρεμένο με το συνολικό αριθμό τεμαχίων, N . Οι μαθηματικές εκφράσεις φαίνονται παρακάτω.

$$CT(i, n) = T(J, i, n) - D(i-1, i, n) \quad \forall i=1, \dots, N \text{ και } n=1, \dots, NN$$

$$Av_CT(i) = \frac{\sum_n CT(i, n)}{NN} \quad \forall i=1, \dots, N$$

Ο μέσος αριθμός εργασιών σε εξέλιξη σε ένα στάδιο είναι η μέση ώρα παραμονής όλων των τεμαχίων σε ένα στάδιο πολλαπλασιασμένη με το μέσο ρυθμό άφιξης των ζητήσεων, δηλαδή:

$$WIP(i) = \lambda * Av_CT(i) \quad \forall i=1, \dots, N$$

Τέλος, το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων υπολογίζεται ως εξής. Ισχύει ότι η μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων δηλαδή των καθυστερημένων αλλά και αυτών που δεν περιμένουν και ικανοποιούνται αμέσως, ισούται σύμφωνα με τον ορισμό της αναμενόμενης τιμής με το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων πολλαπλασιασμένο με τον μέση ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων συν το γινόμενο του μηδενός (μέση ώρα αναμονής των ζητήσεων που δεν περιμένουν) επί το ποσοστό των μη-καθυστερημένων ζητήσεων. Η μαθηματική έκφραση είναι:

$$0 * (1 - P_B) + W_B * P_B = W_B - ALL$$

Επειδή όμως ο πρώτος όρος είναι πάντα μηδέν καταλήγουμε στη σχέση για τον υπολογισμό του P_B , η οποία είναι:

$$P_B = \frac{W_B - ALL}{W_B}$$

2.6.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων των παραπάνω συστημάτων και θεωρούμε τρία παραδείγματα τα οποία αναλύονται παρακάτω. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε είναι της GAMS η οποία υποστηρίζεται από το Solver CPLEX. Οι κώδικες των παρακάτω περιπτώσεων που χρησιμοποιήθηκαν παραθέτονται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε ένα σύστημα ενός σταδίου το οποίο αποτελείται από τέσσερις μηχανές σε σειρά οι οποίες έχουν ρυθμό επεξεργασίας εκθετικά κατανομημένο με μέση τιμή ίση με $\mu=1$. Η προσομοίωση θα τρέξει για αριθμό τεμαχίων ίσο με $n=60000$ αφού ήδη τα διαστήματα εμπιστοσύνης που υπολογίζονται είναι αρκετά μικρά. Σε αυτό το παράδειγμα θεωρούμε ένα σύστημα με καθυστερημένες (back-ordered demands) ζητήσεις με σταθερές τις παραμέτρους K και S και ίσες με $K=25$ και $S=15$, ενώ μεταβάλλουμε το μέσο ρυθμό άφιξης των ζητήσεων από $\lambda=0.3$ έως $\lambda=0.8$. (Η παραγωγικότητα του συστήματος ισούται με 0,893 και συνεπώς το σύστημα δύναται να ικανοποιεί το ρυθμό άφιξης της ζήτησης). Για κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις η προσομοίωση τρέχει 30 φορές και συνεπώς το δείγμα που παίρνουμε έχει μέγεθος $n=30$. Τα μέτρα απόδοσης που υπολογίζονται είναι η μέση ώρα παραμονής όλων των τεμαχίων στο σύστημα (Av_CT), ο μέσος αριθμός εργασιών σε εξέλιξη στο σύστημα (WIP), ο μέσος αριθμός καθυστερημένων ζητήσεων (Q_D) και ο μέσος αριθμός έτοιμων προϊόντων FP . Με βάση αυτό το δείγμα υπολογίζουμε τη μέση τιμή του και την τυπική απόκλιση, την μέγιστη και ελάχιστη τιμή του, τα διαστήματα εμπιστοσύνης (95%) και την ποσοστιαία διαφορά του διαστήματος εμπιστοσύνης σε σχέση με την μέση τιμή δηλαδή $\frac{(2 * confidence_interval) * 100}{X}$.

Σε αυτό το σημείο και πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων να αναφέρουμε ότι το παράδειγμα αυτό έτρεξε για μέγιστο αριθμό τεμαχίων ίσο με $n=60000$, $n=100000$ και $n=120000$. Για αυτές τις τιμές υπολογίσαμε τα διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και την ποσοστιαία διαφορά του διαστήματος

εμπιστοσύνης με την μέση τιμή δείγματος. Όπως θα δούμε στη συνέχεια τα μεγέθη αυτά είναι αρκετά μικρά ακόμα και για $n=60000$. Πιο συγκεκριμένα για τα μέτρα απόδοσης Av_{CT} , WIP τα μεγέθη αυτά είναι κάτω από 1%, ενώ για το $FP(i)$ είναι λίγο μεγαλύτερα καθώς το λ μεγαλώνει ($\lambda=0,7$ και $\lambda=0,8$), αλλά κάτω από 3%. Η περίπτωση που τα μεγέθη που εξετάζουμε παίρνουν μεγάλες τιμές, είναι στα μέτρα απόδοσης του μέσου χρόνου αναμονής μιας καθυστερημένης ζήτησης και του μέσου αριθμού καθυστερημένων ζητήσεων. Για αυτά τα μέτρα απόδοσης οι τιμές φτάνουν και 390% και αυτό συμβαίνει γιατί οι τιμές των δειγμάτων που παίρνουμε έχουν μηδενικές ή πολύ κοντά στο μηδέν, τιμές. Το ποσοστό αυτό γίνεται αρκετά μικρό κάτω του 5% καθώς το λ μεγαλώνει ($\lambda>0,6$). Όμως είναι φανερό ότι για $n=120000$ η ποσοστιαία διαφορά είναι αρκετά μικρότερη σε σχέση με μέγεθος προβλήματος $n=60000$. Αυξάνοντας περεταίρω την παράμετρο n θα βελτιωθεί αισθητά και το διάστημα εμπιστοσύνης και το δείγμα θα πλησιάζει στην πραγματική τιμή της παραμέτρου. Παρακάτω παραθέτουμε τα διαστήματα εμπιστοσύνης και την ποσοστιαία διαφορά τους με την μέση τιμή δείγματος, των παραπάνω μέτρων απόδοσης και για $n=60000$, $n=100000$ και $n=120000$.

| Average CT | | | | | | |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n=60000$ | $\lambda=0,3$ | $\lambda=0,4$ | $\lambda=0,5$ | $\lambda=0,6$ | $\lambda=0,7$ | $\lambda=0,8$ |
| Μέση τιμή \bar{x} | 5,717555 | 6,67131 | 8,006372 | 10,00264 | 13,26954 | 18,97748 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,00735$ | $\pm 0,01048$ | $\pm 0,01607$ | $\pm 0,02659$ | $\pm 0,04659$ | $\pm 0,09208$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,257076 | 0,314202 | 0,401331 | 0,531608 | 0,702334 | 0,970455 |
| $n=100000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 5,708435 | 6,658715 | 7,988645 | 9,977909 | 13,22632 | 18,89857 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,00485$ | $\pm 0,00760$ | $\pm 0,01359$ | $\pm 0,02447$ | $\pm 0,04313$ | $\pm 0,06898$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,17001 | 0,228382 | 0,340218 | 0,490559 | 0,652143 | 0,729961 |
| $n=120000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 5,715642 | 6,670439 | 8,005334 | 10,00625 | 13,27207 | 18,98707 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,0056$ | $\pm 0,0085$ | $\pm 0,0137$ | $\pm 0,0225$ | $\pm 0,0446$ | $\pm 0,0828$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,195658 | 0,254977 | 0,34321 | 0,450606 | 0,672145 | 0,872181 |

Πίνακας 2. Μέση τιμή δείγματος, διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και η ποσοστιαία τους διαφορά για διάφορες τιμές μεγέθους προβλήματος n και ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ για το μέσο χρόνο παραμονής ενός προϊόντος στο σύστημα.

| WIP | | | | | | |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n=60000$ | $\lambda=0,3$ | $\lambda=0,4$ | $\lambda=0,5$ | $\lambda=0,6$ | $\lambda=0,7$ | $\lambda=0,8$ |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,715266 | 2,668524 | 4,003186 | 6,001585 | 9,288675 | 15,18199 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,00220$ | $\pm 0,00419$ | $\pm 0,00803$ | $\pm 0,01595$ | $\pm 0,03261$ | $\pm 0,07366$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,257076 | 0,314202 | 0,401331 | 0,531608 | 0,702334 | 0,970455 |
| $n=100000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,712531 | 2,663486 | 3,994323 | 5,986746 | 9,258424 | 15,11886 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,0014$ | $\pm 0,0030$ | $\pm 0,0067$ | $\pm 0,0146$ | $\pm 0,0301$ | $\pm 0,0551$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,17001 | 0,228382 | 0,340218 | 0,490559 | 0,652143 | 0,729961 |
| $n=120000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,714693 | 2,668176 | 4,002667 | 6,003747 | 9,290452 | 15,18965 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,0017$ | $\pm 0,0034$ | $\pm 0,0068$ | $\pm 0,0135$ | $\pm 0,0312$ | $\pm 0,0662$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,195658 | 0,254977 | 0,34321 | 0,450606 | 0,672145 | 0,872181 |

Πίνακας 3. Μέση τιμή δείγματος, διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και η ποσοστιαία τους διαφορά για διάφορες τιμές μεγέθους προβλήματος n και ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ για το μέσο αριθμό προϊόντων στο σύστημα, WIP.

| Mean Waiting Time of Backordered Demand (W_b) | | | | | | |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n=60000$ | $\lambda=0,3$ | $\lambda=0,4$ | $\lambda=0,5$ | $\lambda=0,6$ | $\lambda=0,7$ | $\lambda=0,8$ |
| Μέση τιμή \bar{x} | 0,189585 | 1,688829 | 2,673135 | 3,676792 | 5,463959 | 10,4794 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,36797$ | $\pm 0,36186$ | $\pm 0,18957$ | $\pm 0,10038$ | $\pm 0,09207$ | $\pm 0,2577$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 388,1926 | 42,85373 | 14,1837 | 5,460485 | 3,37009 | 4,91841 |
| $n=100000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 0,012718 | 1,619759 | 2,649806 | 3,686264 | 5,475704 | 10,2231 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,02492$ | $\pm 0,23991$ | $\pm 0,13206$ | $\pm 0,08217$ | $\pm 0,10145$ | $\pm 0,1652$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 392 | 29,62331 | 9,968163 | 4,458312 | 3,705476 | 3,23199 |
| $n=120000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 0,25043 | 1,756178 | 2,686509 | 3,718794 | 5,460485 | 10,3014 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,2036$ | $\pm 0,2349$ | $\pm 0,1186$ | $\pm 0,0866$ | $\pm 0,0893$ | $\pm 0,1569$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 162,6556 | 26,75669 | 8,835037 | 4,659871 | 3,270855 | 3,047748 |

Πίνακας 4. Μέση τιμή δείγματος, διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και η ποσοστιαία τους διαφορά για διάφορες τιμές μεγέθους προβλήματος n και ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ του μέσου χρόνου παραμονής μιας καθυστερημένης ζήτησης.

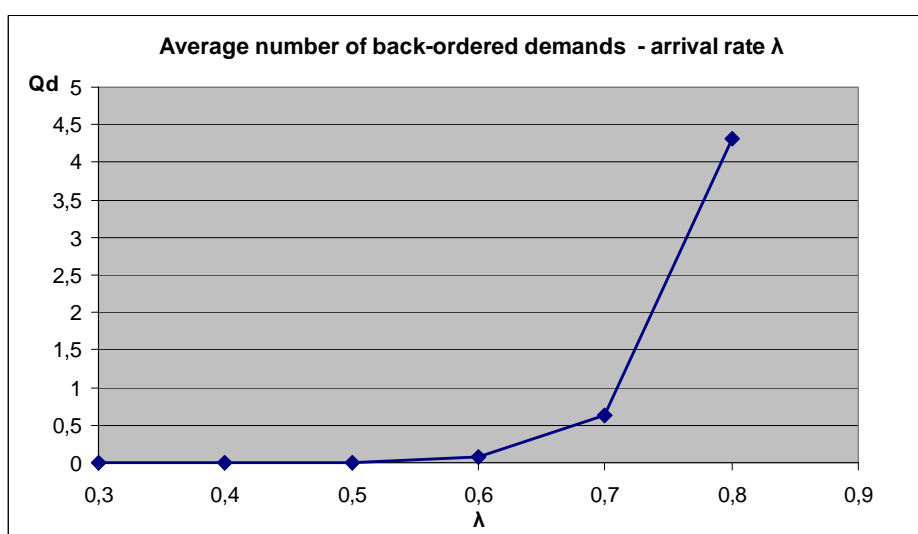
| Average Number of Backordered Demands Q_b | | | | | | |
|---|---------------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n=60000$ | $\lambda=0,3$ | $\lambda=0,4$ | $\lambda=0,5$ | $\lambda=0,6$ | $\lambda=0,7$ | $\lambda=0,8$ |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,89E-06 | 0,000154 | 0,005149 | 0,071882 | 0,635012 | 4,306329 |
| confid. Interval 95% | $\pm 3,7E-06$ | $\pm 5,11E-05$ | $\pm 0,00069$ | $\pm 0,00310$ | $\pm 0,01656$ | $\pm 0,12927$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 390,1 | 66,5729 | 26,87709 | 8,644995 | 5,216095 | 6,003731 |
| $n=100000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,14E-07 | 0,000129 | 0,00479 | 0,07185 | 0,62414 | 4,166346 |
| confid. Interval 95% | $\pm 2,2E-07$ | $\pm 3,69E-05$ | $\pm 0,00046$ | $\pm 0,00333$ | $\pm 0,01822$ | $\pm 0,08292$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 392 | 56,94655 | 19,1445 | 9,26011 | 5,83963 | 3,98058 |
| $n=120000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 1,68E-06 | 0,0001562 | 0,00528 | 0,07308 | 0,62977 | 4,24408 |
| confid. Interval 95% | $\pm 1,7E-06$ | $\pm 3,71E-05$ | $\pm 0,00048$ | $\pm 0,00284$ | $\pm 0,01533$ | $\pm 0,09532$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 205,304 | 47,44662 | 17,9673 | 7,78384 | 4,86882 | 4,49191 |

Πίνακας 5. Μέση τιμή δείγματος, διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και η ποσοστιαία τους διαφορά για διάφορες τιμές μεγέθους προβλήματος n και ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ του μέσου αριθμού καθυστερημένων ζητήσεων Q_b .

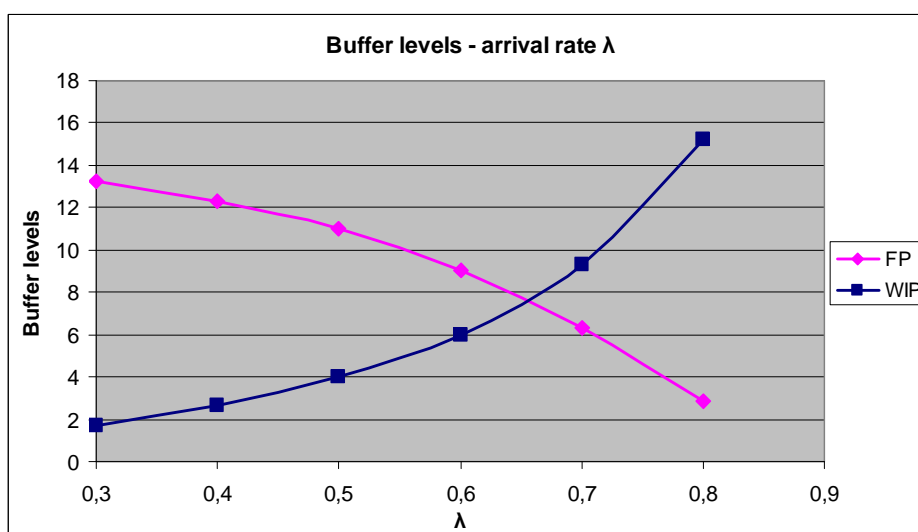
| Finished Parts FP | | | | | | |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n=60000$ | $\lambda=0,3$ | $\lambda=0,4$ | $\lambda=0,5$ | $\lambda=0,6$ | $\lambda=0,7$ | $\lambda=0,8$ |
| Μέση τιμή \bar{x} | 13,27272 | 12,3196 | 10,98988 | 9,056859 | 6,285609 | 2,867483 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,01804$ | $\pm 0,01902$ | $\pm 0,02184$ | $\pm 0,0283$ | $\pm 0,03530$ | $\pm 0,0386$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,271979 | 0,308782 | 0,397515 | 0,6251 | 1,123269 | 2,692615 |
| $n=100000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 13,28401 | 12,33318 | 11,00701 | 9,080668 | 6,315226 | 2,886995 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,01452$ | $\pm 0,01555$ | $\pm 0,01776$ | $\pm 0,02118$ | $\pm 0,02728$ | $\pm 0,02868$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,218691 | 0,25217 | 0,322735 | 0,46667 | 0,86418 | 1,987156 |
| $n=120000$ | | | | | | |
| Μέση τιμή \bar{x} | 13,27495 | 12,32162 | 10,99225 | 9,057793 | 6,281032 | 2,853649 |
| confid. Interval 95% | $\pm 0,01452$ | $\pm 0,01558$ | $\pm 0,01808$ | $\pm 0,02289$ | $\pm 0,03086$ | $\pm 0,03469$ |
| Ποσοστ. Διαφ. | 0,218777 | 0,252911 | 0,329056 | 0,505623 | 0,982819 | 2,431458 |

Πίνακας 6. Μέση τιμή δείγματος, διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και η ποσοστιαία τους διαφορά για διάφορες τιμές μεγέθους προβλήματος n και ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ του μέσου αριθμού έτοιμων προϊόντων FP.

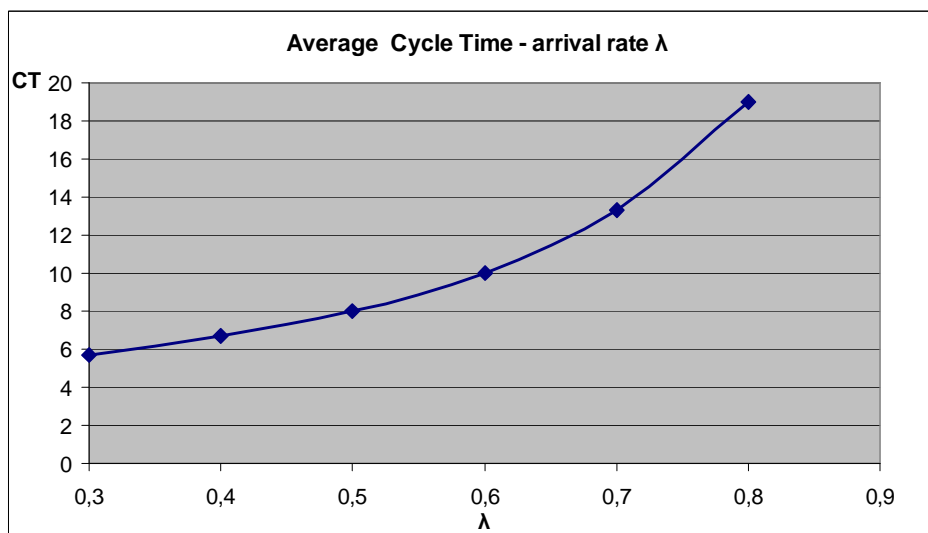
Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν το μέσο αριθμό των καθυστερημένων ζητήσεων (average number of back-ordered demands, Q_d), τον μέσο αριθμό έτοιμων προϊόντων (Finished Parts, FP), το μέσο αριθμό εργασιών σε εξέλιξη (WIP) και το μέσο χρόνο παραμονής ενός τεμαχίου στο σύστημα (Cycle Time, CT) συναρτήσει του μέσου αριθμού άφιξης των ζητήσεων λ . Τα αποτελέσματα αυτά αντιστοιχούν σε μέγεθος προβλήματος $n=60000$. Παρατηρούμε ο μέσος αριθμός των καθυστερημένων ζητήσεων Q_d είναι αύξων καθώς το λ αυξάνεται αλλά παραμένει αρκετά μικρός για $\lambda < 0.7$. Επίσης, ο μέσος αριθμός εργασιών σε εξέλιξη έχει την ίδια τάση με το Q_d (αύξουσα καθώς το λ αυξάνεται) και αντίστροφη τάση με το μέσο αριθμό των έτοιμων προϊόντων FP . Αυξητική τάση παρουσιάζει και ο μέσος χρόνος παραμονής ενός προϊόντος στο σύστημα καθώς ο ρυθμός αφίξεων των ζητήσεων αυξάνεται. Τα παρακάτω σχήματα απεικονίζουν τα παραπάνω αποτελέσματα ενώ αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στο συνοδευτικό CD.



Διάγραμμα 1. Average number of back-ordered demands, Q_d , versus the mean arrival rate for a single stage backordered EKCS."



Διάγραμμα 2. Average number of finished parts, FP and average work-in-progress WIP , versus the mean arrival rate for a single stage backordered EKCS.



Διάγραμμα 3. Average cycle time of items in the system versus the mean arrival rate for a single stage backordered EKCS.

Ενδεικτικά να αναφέρουμε ότι ο χρόνος απόκτησης των αποτελεσμάτων συνολικά για όλες τις περιπτώσεις ($\lambda=0,3$ έως $\lambda=0,8$) ήταν 11:00:21 για $n=60000$, 32:32:18 για $n=100000$ και 48:26:53 για $n=120000$.

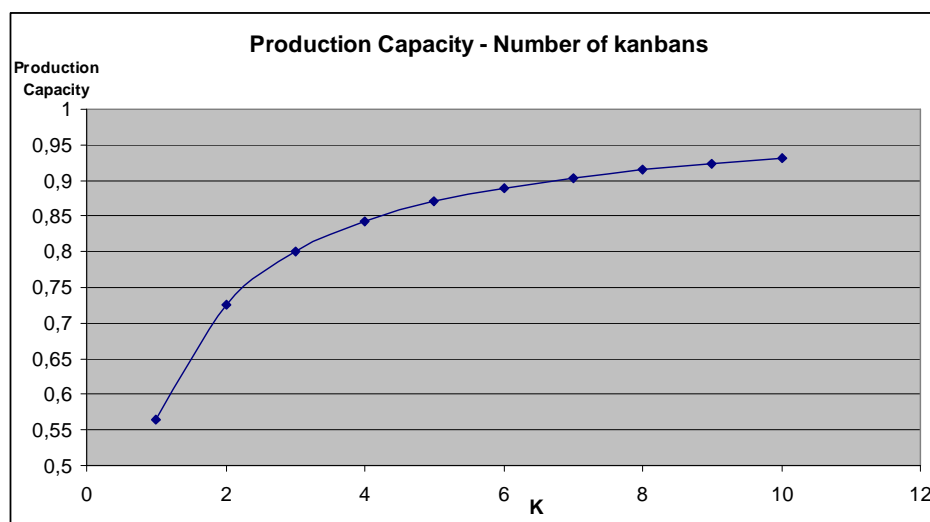
Παράδειγμα 2

Θεωρούμε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από τρία στάδια σε σειρά και κάθε ένα από αυτά περιλαμβάνει μία μηχανή της οποίας ο ρυθμός επεξεργασίας είναι εκθετικά κατανομημένος και ίσος με $\mu=1$. Σε κάθε ένα στάδιο ορίζεται ένας συγκεκριμένος αριθμός kanban $K(i), i=1,2,3$ καθώς και ένας αριθμός αποθέματος ασφαλείας $S(i), i=1,2,3$. Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε τη συμπεριφορά του συστήματος καθώς μεταβάλλεται ο αριθμός των kanban σε κάθε στάδιο $K(i)=K, i=1,2,3$ με K από 1 έως 10 ενώ το απόθεμα ασφαλείας παραμένει σταθερό και ίσο με $S(i)=1, i=1,2,3$. Ο συνολικός αριθμός τεμαχίων ορίζεται σε $n=60000$ αφού όπως φαίνεται και στο συνοδευτικό CD τα διαστήματα εμπιστοσύνης είναι αρκετά μικρά. Για κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις παίρνουμε ένα δείγμα μεγέθους $v=30$ για τα παρακάτω μέτρα απόδοσης: (i) τη μέση ώρα παραμονής στο σύστημα (Av_CT), (ii) το μέσο αριθμό εργασιών σε εξέλιξη (WIP), (iii) το μέσο χρόνο αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων (W_B), (iv) το μέσο αριθμό καθυστερημένων ζητήσεων (Q_D), (v) το μέσο χρόνο παραμονής όλων των ζητήσεων (W_{B-ALL}), (vi) το μέσο αριθμό έτοιμων προϊόντων σε κάθε στάδιο $FP(i)$. Κατόπιν υπολογίζουμε τη μέση τιμή δείγματος, την τυπική απόκλιση, τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή, τη διαφορά της μέγιστης και ελάχιστης τιμής καθώς και τα διαστήματα εμπιστοσύνης για κάθε ένα από αυτά τα μέτρα απόδοσης. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται αναλυτικά στο συνοδευτικό CD. Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν τη συμπεριφορά του συστήματος με τις παραπάνω παραμέτρους.

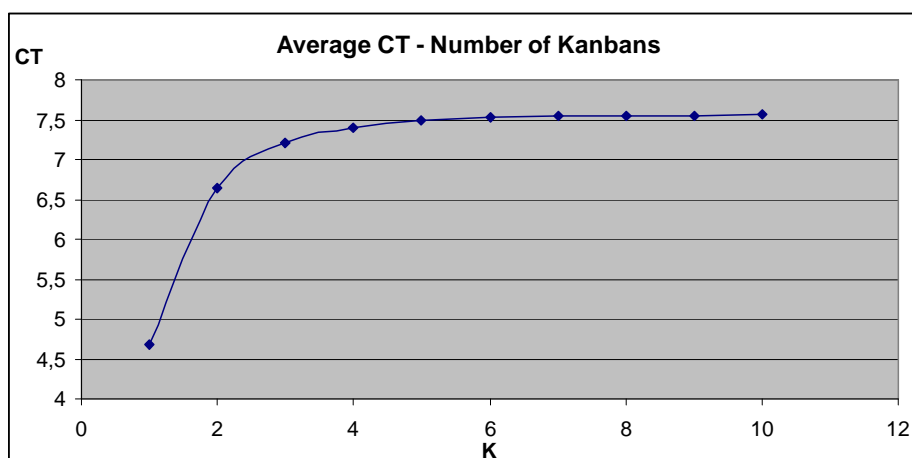
Παρατηρώντας τα διαστήματα εμπιστοσύνης καθώς και την ποσοστιαία σχέση τους με την μέση τιμή είναι φανερό ότι η τελευταία είναι αρκετά μικρή και κάτω του 1% για το Av_CT και το WIP . Λίγο αυξημένα μέχρι 3% είναι για το $FP(3)$ όταν $K=1$, ενώ φτάνει γύρω στο 1% για $K=10$. Για τα $FP(1)$ και $FP(2)$ κυμαίνονται κάτω του 1% σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζουμε. Περαιτέρω αύξηση αλλά κάτω του 5% παρουσιάζουν για το W_b και Q_D που σταδιακά μειώνονται και προσεγγίζουν τη μονάδα καθώς αυξάνεται το K . Αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στο συνοδευτικό CD.

Στο διάγραμμα 4 φαίνεται η παραγωγική δυναμικότητα του κορεσμένου (Saturated) συστήματος σε σχέση με τον αριθμό των Kanban και παρατηρούμε ότι αυτή είναι αύξουσα καθώς αυτός αυξάνεται και κυμαίνεται από 0,564 έως 0,931 καθώς ο αριθμός των kanban κυμαίνεται από 1 έως 10.

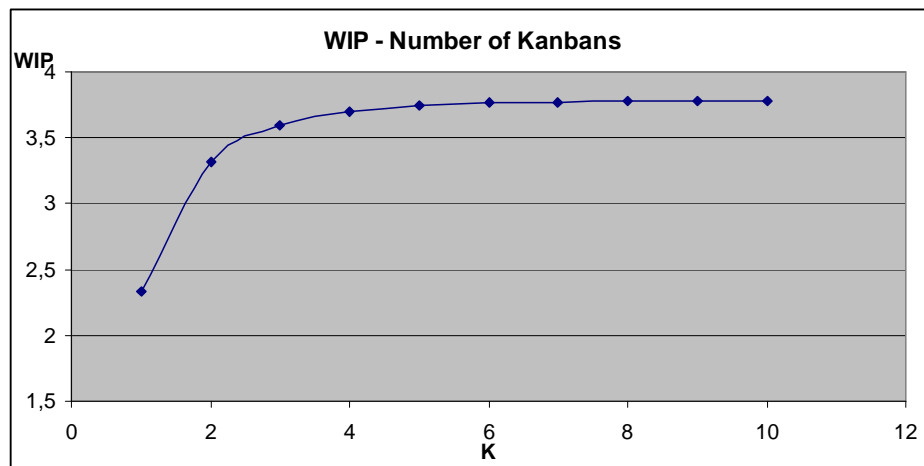
Θεωρούμε τώρα το μη-κορεσμένο σύστημα με καθυστερημένες ζητήσεις όπου ο μέσος αριθμός αφίξεων ακολουθεί εκθετική κατανομή και ισούται με $\lambda=0,5$, αφού ικανοποιεί την παραγωγική δυναμικότητα του συστήματος. Παρατηρώντας τα παρακάτω σχήματα βλέπουμε ότι ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (Av_CT), ο μέσος αριθμός εργασιών σε εξέλιξη στο σύστημα (WIP) και ο μέσος αριθμός έτοιμων προϊόντων (FP) παρουσιάζουν αυξητική τάση καθώς αυξάνεται και ο συνολικός αριθμός των Kanban σε κάθε στάδιο. Αντιθέτως, η μέση ώρα παραμονής των καθυστερημένων ζητήσεων (W_B), ο μέσος αριθμός των καθυστερημένων ζητήσεων (Q_D) και η μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων (W_{B-ALL}) παρουσιάζουν φθίνουσα, και σταθερή για $K \geq 7$, τάση καθώς ο αριθμός των Kanban αυξάνεται, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα.



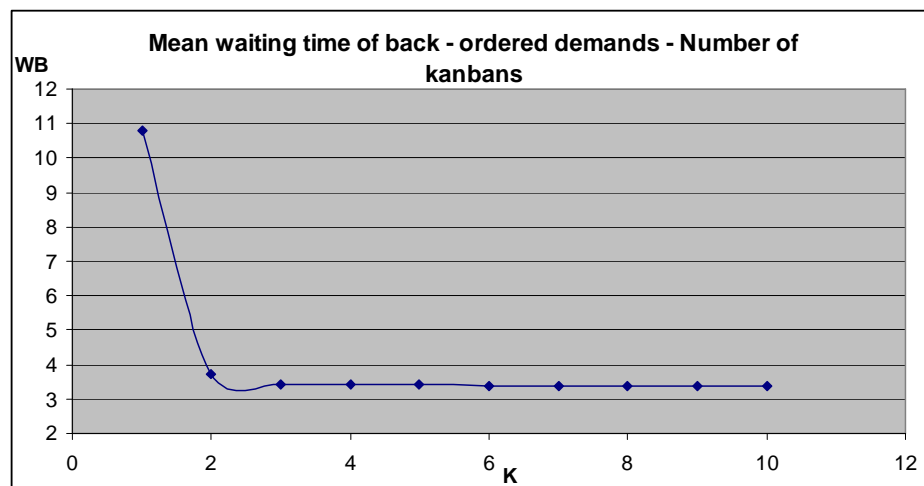
Διάγραμμα 4. Production capacity versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



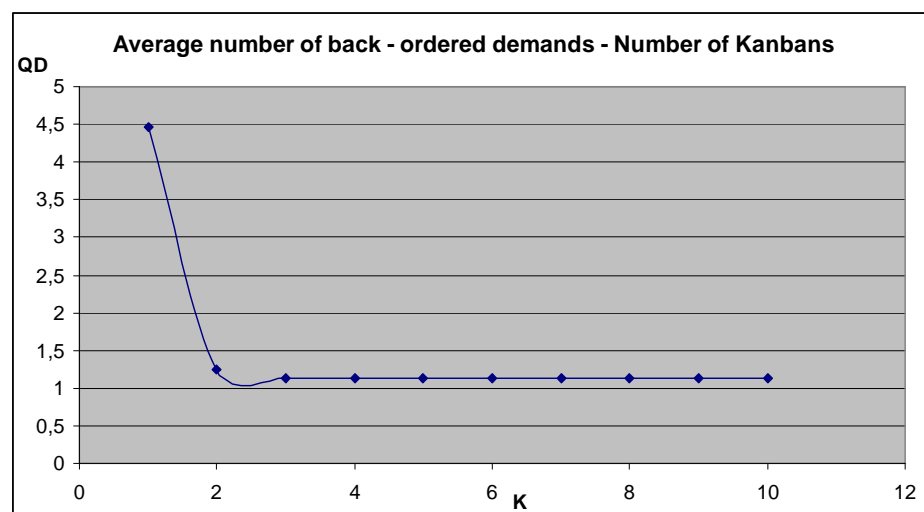
Διάγραμμα 5. Average CT versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



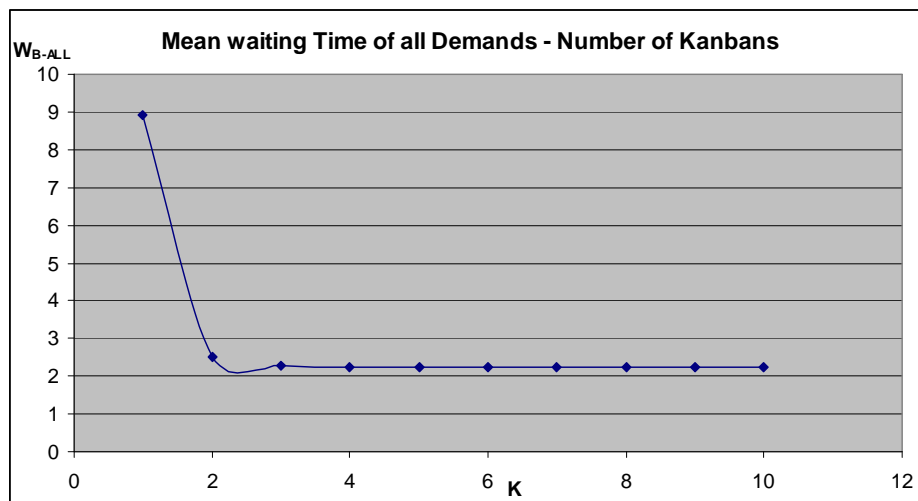
Διάγραμμα 6. Work-in-progress versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



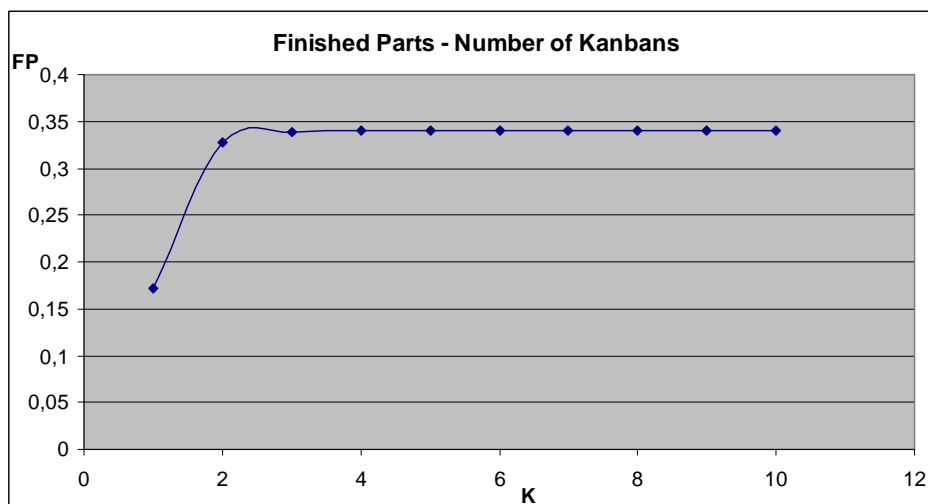
Διάγραμμα 7. Mean waiting time of back-ordered demand versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



Διάγραμμα 8. Average number of back-ordered demand versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



Διάγραμμα 9. Mean waiting time of all demands versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.



Διάγραμμα 10. Finished parts versus the number of kanbans per stage $K(i)$ for a back-ordered kanban control system with three stages in series.

Ενδεικτικά να αναφέρουμε ότι ο χρόνος απόκτησης των αποτελεσμάτων για όλες τις περιπτώσεις καθώς ο αριθμός των kanban αυξάνεται από $K=1$ έως $K=10$ ήταν 25:50:25.

Παράδειγμα 3

Σε αυτό το παράδειγμα συνδυάζουμε τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις και θεωρούμε ένα σύστημα με τρία στάδια σε σειρά τα οποία το κάθε ένα αποτελείται από τέσσερις μηχανές. Σε κάθε μία μηχανή ορίζεται ρυθμός επεξεργασίας εκθετικά κατανομημένος και ίσος με $\mu=1$. Εστιάζουμε αρχικά σε δύο σημαντικά μέτρα απόδοσης, το ρυθμό παραγωγικότητας, ο οποίος προκύπτει από το Saturated σύστημα, και το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων.

Αρχικά, θα εξετάσουμε το κορεσμένο σύστημα για τον υπολογισμό της μέγιστης παραγωγικότητας και συγκεκριμένα την περίπτωση όπου έχουμε ίδιο αριθμό kanban $K=K(i)$, $i=1,2,3$ σε κάθε στάδιο και ομοίως ίδιο αριθμό αποθέματος ασφαλείας τέτοιο ώστε $S=S(i)$, $i=1,2,3$. Σε κάθε περίπτωση όμως θα πρέπει να ισχύει

ότι $S \leq K$. Επειδή όμως εστιάζουμε στην παραγωγικότητα ενός τέτοιου συστήματος ο αποθηκευτικός χώρος του τελευταίου σταδίου είναι συνεχώς άδειος και συνεπώς το απόθεμα ασφαλείας αυτού δεν έχει καμία επίδραση στην επίτευξη της μέγιστης παραγωγικότητας. Για αυτό θέτουμε $S=(S(1), S(2), \dots)$. Στον πίνακα 7 δείχνουμε την παραγωγικότητα σαν συνάρτηση των S και K . Να σημειώσουμε ότι το άνω όριο της μέγιστης παραγωγικότητας είναι ίσο με τη μονάδα αφού κάθε μηχανή έχει ρυθμό επεξεργασίας που ισούται με 1.

Από τον πίνακα 7 φαίνεται ότι στην παραγωγικότητα του συστήματος έχει σημαντική επίδραση μόνο ο αριθμός των kanban. Πιο συγκεκριμένα, για σταθερή τιμή του αποθέματος ασφαλείας π.χ. $S(i)=0$ το σύστημα μπορεί να επιτύχει παραγωγικότητα που φτάνει πολύ κοντά στη μονάδα, δηλαδή το άνω όριο του, αυξάνοντας τον αριθμό των kanban σε κάθε στάδιο. Επίσης, παρατηρούμε ότι για σταθερή τιμή του K η αύξηση της παραγωγικότητας καθώς αυξάνεται το απόθεμα ασφαλείας S είναι πάρα πολύ μικρή και συγκεκριμένα κυμαίνεται από 0,013% για $K=10$ και S από 0 έως 10 και έως 1,188% για $K=500$ και S από 0 έως 500. Παρατηρούμε δηλαδή ότι η επίδραση του K στην επίτευξη της μέγιστης παραγωγικότητας είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν του αποθέματος ασφαλείας.

| Production Capacity | | | | | | |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| S | | | | | | |
| K | 0 | 10 | 20 | 50 | 100 | 500 |
| 1 | 0,178538 | | | | | |
| 5 | 0,541756 | | | | | |
| 10 | 0,706703 | 0,706791 | | | | |
| 30 | 0,879576 | 0,879707 | 0,880202 | | | |
| 75 | 0,946685 | 0,946879 | 0,94741 | 0,947988 | | |
| 100 | 0,958112 | 0,958384 | 0,958667 | 0,959607 | 0,96082 | |
| 500 | 0,977209 | 0,977489 | 0,97774 | 0,978694 | 0,980308 | 0,988822 |

Πίνακας 7. Παραγωγικότητα ενός Modified EKCS τριών σταδίων με τέσσερις μηχανές ανά σύστημα συναρτήσει του αποθέματος ασφαλείας S και τον αριθμό των kanban K .

Σε αυτό το σημείο θα συνεχίσουμε την ανάλυση στο σύστημα το οποίο οδηγείται από τις εξωτερικές ζητήσεις και συγκεκριμένα θα δούμε τρεις περιπτώσεις όπου ο αριθμός των kanban ορίζεται ίσος με $K=5$, $K=10$ και $K=30$. Επίσης το απόθεμα ασφαλείας του τελευταίου σταδίου (S_N) είναι πολύ σημαντικό και για αυτό εξετάζουμε τη συμπεριφορά του συστήματος καθώς αυτό μεταβάλλεται από $S_N=0$ έως $S_N=300$ ενώ αντίστοιχα αυτή η παράμετρος για τα υπόλοιπα στάδια κυμαίνεται από $S(i)=0$ έως $S(i)=50$, για $i=1, \dots, N-1$. Στον πίνακα 8 φαίνεται το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων (P_B) σαν συνάρτηση αυτών των παραμέτρων και για ρυθμό αφίξεων των ζητήσεων ίσο με $\lambda=0,5$. Από τον πίνακα 7 βλέπουμε ότι η μόνη περίπτωση που η παραγωγικότητα του συστήματος είναι κάτω από αυτή την τιμή, είναι όταν $S(1)=S(2)=0$ και $K(1)=K(2)=K(3)=1$ την οποία και δεν συμπεριλαμβάνουμε στην εξέταση του συστήματος με καθυστερημένες ζητήσεις.

Στους πίνακες 8,9 και 10 φαίνεται ότι και οι δύο παράμετροι K και S έχουν σημαντική επίδραση στο ποσοστό των ζητήσεων που ικανοποιούνται καθυστερημένα, P_b . Παρόλα αυτά, κρίσιμη παράμετρος είναι η τιμή του αποθέματος ασφαλείας του τελευταίου σταδίου, S_N , αφού ακόμα και στην περίπτωση όπου $S(i)=0$, $i=1, \dots, N-1$ το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων μπορεί να μειωθεί αρκετά αυξάνοντας την τιμή αυτής της παραμέτρου (S_N). Επίσης, αν S_N είναι αρκετά μικρό, αντίστοιχα το P_B είναι αρκετά σημαντικό για οποιαδήποτε τιμή των K και S , ενώ αν

$S_N=0$ ποσοστό αυτό είναι 100%. Για σταθερή τιμή του K το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων μειώνεται καθώς αυξάνεται $S(i)$, $i=1,..N-1$ ενώ η μείωση αυτή είναι αρκετά σημαντική ιδιαίτερα όταν αυξάνεται ταυτόχρονα και το S_N .

Αντίστοιχη είναι η τάση (όπως φαίνεται στους πίνακες 8,9,10) και στα μέτρα απόδοσης του μέσου χρόνου παραμονής μιας καθυστερημένης ζήτησης, W_b και του μέσου αριθμού των καθυστερημένων ζητήσεων, Q_D , αυτά σχετίζονται με το ποσοστό των ζητήσεων που ικανοποιούνται καθυστερημένα, P_b . Μεγάλη επίδραση δηλαδή σε αυτά και συγκεκριμένα στη μείωσή τους έχει η παράμετρος του αρχικού αποθέματος στο τελευταίο στάδιο, S_N αφού όσο αυτή μεγαλώνει τόσο μειώνονται οι αντίστοιχες τιμές των W_b και Q_D . Επίσης, για σταθερή τιμή του αριθμού των kanban οι τιμές W_b και Q_D ελαττώνονται όσο αυξάνεται η τιμή του αρχικού αποθέματος των υπόλοιπων σταδίων εκτός του τελευταίου, $S(i)$, $i=1,..N-1$.

Όπως, είναι αναμενόμενο αντίστροφη είναι η τάση του μέσου αριθμού έτοιμων προϊόντων στο τελευταίο στάδιο. Όσο μικρή είναι δηλαδή η τιμή του S_N αντίστοιχα μειώνεται και η τιμή του FP για το τελευταίο στάδιο. Επίσης, για σταθερή τιμή του S_N αυξάνοντας το S αυξάνεται και η τιμή του FP των αντίστοιχων σταδίων αλλά και του τελευταίου. Τα αποθέματα ασφαλείας δηλαδή του τελευταίου σταδίου εξαρτώνται από αυτά των υπολοίπων ενώ δεν ισχύει το αντίστροφο όπως είναι αναμενόμενο.

Σταθερή τιμή η οποία δεν επηρεάζεται από την παράμετρο του αποθέματος ασφαλείας του τελευταίου σταδίου παρουσιάζουν οι τιμές των μέσων εργασιών σε εξέλιξη WIP και ο μέσος χρόνος παραμονής των τεμαχίων στο σύστημα CT . Η μόνη παράμετρος που επηρεάζει αυτά τα μέτρα απόδοσης είναι ο αριθμός των kanban σε κάθε στάδιο K , και το αρχικό απόθεμα ασφαλείας των υπολοίπων σταδίων εκτός του τελευταίου $S(i)$, $i=1,..N-1$. Η απελευθέρωση δηλαδή ενός τεμαχίου στο σύστημα εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα των kanban αλλά και από την κατανάλωση του αρχικού αποθέματος ασφαλείας στα στάδια εκτός του τελευταίου. Η αύξηση του WIP επηρεάζεται περισσότερο από την αύξηση του S και λιγότερο από την αύξηση του K . Ομοίως, μικρή είναι και η αύξηση του μέσου χρόνου παραμονής ενός τεμαχίου όσο αυξάνεται το K και περισσότερο όσο αυξάνεται το S όλων των σταδίων εκτός του τελευταίου.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συνολικά τα μέτρα απόδοσης που αναφέρθηκαν πιο πάνω συναρτήσει των παραμέτρων K , $S(i)$, $i=1,..N-1$, και S_N , ενώ παραθέτουμε επίσης το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων από το επιστημονικό άρθρο 'On the design of generalized kanban control systems' των Yannick Frein, Maria Di Mascolo και Yves Dallery για ένα σύστημα Generalized Kanban Control System (GKCS) για τις ίδιες τιμές των παραμέτρων. Η προσομοίωση έτρεξε σε λογισμικό SIMAN.

| Μέτρα απόδοσης συναρτήσει των παραμέτρων K, S . | | | |
|---|-----------|----------------------|----------------------|
| $K(5,5,5)$ | | S | |
| | | 0 | 5 |
| $S_N=0$ | Av_{CT} | 22,977 $\pm 0,03385$ | 26,141 $\pm 0,0252$ |
| | WIP | 11,489 $\pm 0,01693$ | 13,070 $\pm 0,01264$ |
| | P_b | 100 ± 0 | 100 ± 0 |
| | Q_D | 16,306 $\pm 0,18286$ | 8,747 $\pm 0,17790$ |
| | W_b | 32,612 $\pm 0,36572$ | 17,494 $\pm 0,35580$ |
| | FP | 0 ± 0 | 0 ± 0 |

| | | | |
|-----------|-------|-------------------------|-----------------------|
| $S_N=1$ | P_b | 99,984 $\pm 1,56E-05$ | 97,035 $\pm 0,00053$ |
| | Q_D | 15,306 $\pm 0,18368$ | 7,777 $\pm 0,17829$ |
| | W_b | 30,617 $\pm 0,36746$ | 16,028 $\pm 0,36082$ |
| | FP | 0,000141 $\pm 2,22E-05$ | 0,0296 $\pm 0,000637$ |
| $S_N=5$ | P_b | 97,772 $\pm 0,00051$ | 65,686 $\pm 0,00548$ |
| | Q_D | 11,344 $\pm 0,18651$ | 4,640 $\pm 0,17020$ |
| | W_b | 23,203 $\pm 0,37395$ | 14,109 $\pm 0,42429$ |
| | FP | 0,038 $\pm 0,00109$ | 0,893 $\pm 0,01491$ |
| $S_N=10$ | P_b | 79,688 $\pm 0,00360$ | 34,128 $\pm 0,00832$ |
| | Q_D | 6,917 $\pm 0,18258$ | 2,383 $\pm 0,14285$ |
| | W_b | 17,350 $\pm 0,39705$ | 13,899 $\pm 0,56751$ |
| | FP | 0,610 $\pm 0,01193$ | 3,634 $\pm 0,05346$ |
| $S_N=20$ | P_b | 27,998 $\pm 0,00873$ | 9,023 $\pm 0,0068$ |
| | Q_D | 1,989 $\pm 0,13003$ | 0,614 $\pm 0,079683$ |
| | W_b | 14,131 $\pm 0,58622$ | 13,345 $\pm 0,93392$ |
| | FP | 5,680 $\pm 0,08572$ | 11,864 $\pm 0,13194$ |
| $S_N=30$ | P_b | 7,577 $\pm 0,00597$ | 2,335 $\pm 0,0037$ |
| | Q_D | 0,519 $\pm 0,07099$ | 0,151 $\pm 0,035$ |
| | W_b | 13,453 $\pm 1,07799$ | 11,937 $\pm 1,517$ |
| | FP | 14,209 $\pm 0,15953$ | 21,399 $\pm 0,181$ |
| $S_N=50$ | P_b | 0,479 $\pm 0,00164$ | 0,00129 $\pm 0,0006$ |
| | Q_D | 0,029 $\pm 0,01331$ | 0,0063 $\pm 0,0035$ |
| | W_b | 8,591 $\pm 2,17043$ | 4,718 $\pm 2,011$ |
| | FP | 33,716 $\pm 0,22401$ | 41,251 $\pm 0,223$ |
| $S_N=300$ | P_b | 0 | 0 |
| | Q_D | 0 | 0 |
| | W_b | 0 | 0 |
| | FP | 283,649 $\pm 0,53637$ | 291,205 $\pm 0,53098$ |

Πίνακας 8. Μέτρα απόδοσης συναρτήσεων των παραμέτρων S_N , S και $K=5$ για ένα σύστημα ΕΚCS τριών σταδίων

| Μέτρα απόδοσης συναρτήσεων των παραμέτρων K, S . | | | | |
|--|-----------|------------------------|-------------------------|-----------------------|
| $K(10,10,10)$ | | S | | |
| | | 0 | 5 | 10 |
| | Av_{CT} | 23,872 $\pm 0,0396$ | 29,696 $\pm 0,023$ | 47,730 $\pm 0,0477$ |
| | WIP | 11,936 $\pm 0,0198$ | 14,848 $\pm 0,0116$ | 23,865 $\pm 0,0238$ |
| $S_N=0$ | P_b | 100 ± 0 | 100 ± 0 | 100 ± 0 |
| | Q_D | 12,020 $\pm 0,0209$ | 4,934 $\pm 0,0179$ | 4,051 $\pm 0,0109$ |
| | W_b | 24,041 $\pm 0,0417$ | 9,869 $\pm 0,0358$ | 8,101 $\pm 0,0217$ |
| | FP | 0 ± 0 | 0 ± 0 | 0 ± 0 |
| $S_N=1$ | P_b | 99,972 $\pm 2,67E-05$ | 95,145 $\pm 0,00045$ | 93,818 $\pm 0,00046$ |
| | Q_D | 11,020 $\pm 0,0218$ | 3,983 $\pm 0,0186$ | 3,113 $\pm 0,0115$ |
| | W_b | 22,047 $\pm 0,0437$ | 8,373 $\pm 0,0365$ | 6,636 $\pm 0,0226$ |
| | FP | 0,00024 $\pm 2,96E-05$ | 0,049 $\pm 0,00053$ | 0,062 $\pm 0,00057$ |
| $S_N=5$ | P_b | 96,143 $\pm 0,00055$ | 46,781 $\pm 0,00236$ | 36,935 $\pm 0,00172$ |
| | Q_D | 7,086 $\pm 0,02532$ | 1,346 $\pm 0,01557$ | 0,764 $\pm 0,00954$ |
| | W_b | 14,739 $\pm 0,04861$ | 5,755 $\pm 0,04802$ | 4,139 $\pm 0,03834$ |
| | FP | 0,065 $\pm 0,00127$ | 1,411 $\pm 0,00949$ | 1,713 $\pm 0,00846$ |
| $S_N=10$ | P_b | 66,909 $\pm 0,00244$ | 10,749 $\pm 0,00193$ | 4,941 $\pm 0,00131$ |
| | Q_D | 3,038 $\pm 0,02385$ | 0,254 $\pm 0,00791$ | 0,081 $\pm 0,00399$ |
| | W_b | 9,080 $\pm 0,04756$ | 4,723 $\pm 0,09557$ | 3,263 $\pm 0,09459$ |
| | FP | 1,017 $\pm 0,01005$ | 5,318 $\pm 0,02379$ | 6,029 $\pm 0,01980$ |
| $S_N=20$ | P_b | 7,587 $\pm 0,00162$ | 0,267 $\pm 0,00043$ | 0,029 $\pm 0,000101$ |
| | Q_D | 0,193 $\pm 0,00683$ | 0,0052 $\pm 0,00128$ | 0,00045 $\pm 0,00023$ |
| | W_b | 5,084 $\pm 0,10468$ | 3,523 $\pm 0,42613$ | 2,421 $\pm 0,62691$ |
| | FP | 8,169 $\pm 0,04041$ | 15,068 $\pm 0,04173$ | 15,947 $\pm 0,03526$ |
| $S_N=30$ | P_b | 0,227 $\pm 0,00038$ | 0,003667 $\pm 2,45E-05$ | 0 |
| | Q_D | 0,0046 $\pm 0,00109$ | 4,71E-05 $\pm 3,65E-05$ | 0 |
| | W_b | 3,781 $\pm 0,41217$ | 2,225 $\pm 0,401851$ | 0 |
| | FP | 17,979 $\pm 0,05716$ | 25,061 $\pm 0,05537$ | 25,945 $\pm 0,04872$ |

| | | | |
|----------|-------|-----------------|-----------------|
| $S_N=50$ | P_b | 0 | 0 |
| | Q_D | 0 | 0 |
| | W_b | 0 | 0 |
| | FP | 37,972 ±0,08403 | 45,058±0,082348 |

Πίνακας 9. Μέτρα απόδοσης συναρτήσεων των παραμέτρων S_N , S και $K=10$ για ένα σύστημα ΕΚCS τριών σταδίων

| Μέτρα απόδοσης συναρτήσεων των παραμέτρων K, S . | | | | | | | |
|--|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| $K(30,30,30)$ | | S | | | | | |
| | | 0 | 5 | 10 | 20 | 30 | |
| | Av_{CT} | 23,988 | 29,835 | 48,066 | 87,978 | 127,97 | |
| | | $\pm 0,0405$ | $\pm 0,0246$ | $\pm 0,0447$ | $\pm 0,0991$ | $\pm 0,1536$ | |
| | WIP | 11,994 | 14,917 | 24,033 | 43,989 | 63,986 | |
| | | $\pm 0,0202$ | $\pm 0,0123$ | $\pm 0,0224$ | $\pm 0,0496$ | $\pm 0,0768$ | |
| $S_N=0$ | P_b | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | |
| | | ± 0 | ± 0 | ± 0 | ± 0 | ± 0 | |
| | Q_D | 11,994 | 4,918 | 4,036 | 3,994 | 3,994 | |
| | | $\pm 0,0202$ | $\pm 0,0170$ | $\pm 0,0102$ | $\pm 0,0103$ | $\pm 0,0103$ | |
| | | 23,988 | 9,836 | 8,071 | 7,989 | 7,988 | |
| | W_b | $\pm 0,0405$ | $\pm 0,0341$ | $\pm 0,0205$ | $\pm 0,0206$ | $\pm 0,0205$ | |
| | | | | | | | |
| | FP | 0 \pm 0 | 0 \pm 0 | 0 \pm 0 | 0 \pm 0 | 0 \pm 0 | |
| | $S_N=1$ | P_b | 99,972 | 95,132 | 93,800 | 93,734 | 93,734 |
| | | | $\pm 2,67E-05$ | $\pm 0,000447$ | $\pm 0,00046$ | $\pm 0,00045$ | $\pm 0,00045$ |
| Q_D | | 10,994 | 3,967 | 3,098 | 3,057 | 3,057 | |
| | | $\pm 0,0212$ | $\pm 0,0177$ | $\pm 0,0109$ | $\pm 0,0108$ | $\pm 0,0108$ | |
| W_b | | 21,995 | 8,340 | 6,605 | 6,523 | 6,523 | |
| | | $\pm 0,0424$ | $\pm 0,0349$ | $\pm 0,0214$ | $\pm 0,0215$ | $\pm 0,0214$ | |
| FP | | 0,00025 | 0,049 | 0,062 | 0,063 | 0,063 | |
| | | $\pm 2,95E-05$ | $\pm 0,000527$ | $\pm 0,00056$ | $\pm 0,00056$ | $\pm 0,000561$ | |
| $S_N=5$ | | P_b | 96,126 | 46,643 | 36,781 | 36,305 | 36,304 |
| | | | $\pm 0,00055$ | $\pm 0,0023$ | $\pm 0,00168$ | $\pm 0,00171$ | $\pm 0,00171$ |
| | Q_D | 7,059 | 1,334 | 0,754 | 0,728 | 0,727 | |
| | | $\pm 0,0247$ | $\pm 0,0148$ | $\pm 0,0090$ | $\pm 0,0089$ | $\pm 0,0089$ | |
| | W_b | 14,688 | 5,719 | 4,098 | 4,007 | 4,007 | |
| | | $\pm 0,0473$ | $\pm 0,0462$ | $\pm 0,0359$ | $\pm 0,0357$ | $\pm 0,0356$ | |
| | FP | 0,065 | 1,415 | 1,718 | 1,733 | 1,733 | |
| | | $\pm 0,0013$ | $\pm 0,0094$ | $\pm 0,0084$ | $\pm 0,0084$ | $\pm 0,0084$ | |
| | $S_N=10$ | P_b | 66,780 | 10,629 | 4,829 | 4,558 | 4,556 |
| | | | $\pm 0,0024$ | $\pm 0,0019$ | $\pm 0,0013$ | $\pm 0,0013$ | $\pm 0,0013$ |
| Q_D | | 3,016 | 0,249 | 0,077 | 0,070 | 0,070 | |
| | | $\pm 0,0232$ | $\pm 0,0075$ | $\pm 0,0036$ | $\pm 0,0034$ | $\pm 0,0034$ | |
| W_b | | 9,032 | 4,677 | 3,194 | 3,075 | 3,075 | |
| | | $\pm 0,0464$ | $\pm 0,0924$ | $\pm 0,0847$ | $\pm 0,0819$ | $\pm 0,0819$ | |
| FP | | 1,021 | 5,329 | 6,040 | 6,0745 | 6,0746 | |
| | | $\pm 0,0101$ | $\pm 0,0234$ | $\pm 0,0196$ | $\pm 0,0197$ | $\pm 0,0196$ | |
| $S_N=20$ | | P_b | 7,467 | 0,253 | 0,026 | 0,000203 | 0,000203 |
| | | | $\pm 0,0016$ | $\pm 0,00042$ | $\pm 8,09E-05$ | $\pm 7,8E-05$ | $\pm 7,8E-05$ |
| | Q_D | 0,188 | 0,0049 | 0,00038 | 0,00027 | 0,00027 | |
| | | $\pm 0,00666$ | $\pm 0,00122$ | $\pm 0,00019$ | $\pm 0,00018$ | $\pm 0,00018$ | |
| | W_b | 5,024 | 3,547 | 2,229 | 1,784 | 1,784 | |
| | | $\pm 0,1040$ | $\pm 0,4319$ | $\pm 0,5447$ | $\pm 0,4180$ | $\pm 0,4180$ | |
| | FP | 8,191 | 15,084 | 15,962 | 16,0031 | 16,0032 | |
| | | $\pm 0,0402$ | $\pm 0,0410$ | $\pm 0,0350$ | $\pm 0,0350$ | $\pm 0,0346$ | |
| | $S_N=30$ | P_b | 0,212 | 0,0036 | 0 | 0 | 0 |
| | | | $\pm 0,00035$ | $\pm 2,47E-05$ | | | |
| Q_D | | 0,0042 | 4,57E-05 | 0 | 0 | 0 | |
| | | $\pm 0,00103$ | $\pm 3,67E-05$ | | | | |

| | | | | | | |
|----------|-------|---------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| | W_b | 3,707 | 1,948 | 0 | 0 | 0 |
| | | $\pm 0,42409$ | $\pm 0,426332$ | | | |
| | FP | 18,006 | 25,077 | 25,960 | 26,001 | 26,002 |
| | | $\pm 0,05661$ | $\pm 0,05460$ | $\pm 0,04850$ | $\pm 0,04806$ | $\pm 0,04803$ |
| $S_N=50$ | P_b | 0 \pm 0 | 0 | | | |
| | Q_D | 0 \pm 0 | 0 | | | |
| | W_b | 0 \pm 0 | 0 | | | |
| | FP | 37,999 | 45,075 | | | |
| | | $\pm 0,08343$ | $\pm 0,08159$ | | | |

Πίνακας 10. Μέτρα απόδοσης συναρτήσεων των παραμέτρων S_N , S και $K=30$ για ένα σύστημα ΕΚCS τριών σταδίων

| S_N | 0 | 5 | S 10 | 20 | 30 | 50 |
|--------------------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|
| $K = (5, 5, 5)$ | | | | | | |
| 0 | – | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 1 | – | 99.37 | 95.74 | 94.79 | 94.73 | 94.72 |
| 5 | – | 91.29 | 54.04 | 46.75 | 46.26 | 46.21 |
| 10 | – | 80.20 | 22.38 | 15.59 | 15.18 | 15.14 |
| 20 | – | 61.89 | 3.84 | 1.73 | 1.64 | 1.63 |
| 30 | – | 47.76 | 0.66 | 0.19 | 0.18 | 0.17 |
| 50 | – | 28.45 | 0.02 | 0.19 | 0.18 | 0.17 |
| 300 | – | 0.04 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $K = (10, 10, 10)$ | | | | | | |
| 0 | – | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 1 | – | 96.03 | 94.00 | 93.78 | 93.77 | 93.77 |
| 5 | – | 51.28 | 37.86 | 36.58 | 36.57 | 36.56 |
| 10 | – | 13.79 | 5.58 | 4.98 | 4.97 | 4.97 |
| 20 | – | 0.84 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| 30 | – | 0.05 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | – | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $K = (30, 30, 30)$ | | | | | | |
| 0 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 1 | 99.98 | 95.89 | 93.95 | 93.75 | 93.75 | 93.75 |
| 5 | 96.16 | 49.83 | 37.37 | 36.33 | 36.33 | 36.33 |
| 10 | 66.82 | 11.70 | 5.04 | 4.62 | 4.61 | 4.61 |
| 20 | 7.49 | 0.27 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| 30 | 0.23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Πίνακας 11. Proportion of back-ordered demands (%) of the 3-stage GKCS.

Συνοψίζοντας, η μέγιστη παραγωγικότητα ενός συστήματος εξαρτάται κατά κύριο λόγο στον αριθμό των Kanban, K ενώ το ποσοστό των καθυστερημένων ζητήσεων εξαρτάται από το απόθεμα ασφαλείας του τελευταίου σταδίου, S_N .

Ενδεικτικά παρακάτω αναφέρουμε τους χρόνους επίλυσης για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων K, S, S_N .

| Χρόνος επίλυσης 'Production Capacity' Παραδείγματος 3 | | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | S | | | | | |
| K | 0 | 10 | 20 | 50 | 100 | 500 |
| 1 | 6787,85 | | | | | |
| 5 | 3730,97 | | | | | |
| 10 | 3028,22 | 3347,96 | | | | |
| 30 | 2247,36 | 2532,09 | 2552,06 | | | |
| 75 | 1921,44 | 2054,62 | 2091,03 | 2025,49 | | |
| 100 | 1907,75 | 2005,42 | 2011,32 | 2018,84 | 1991,34 | |
| 500 | 2214,16 | 2159,82 | 2279,25 | 2220,85 | 2300,33 | 2326,19 |

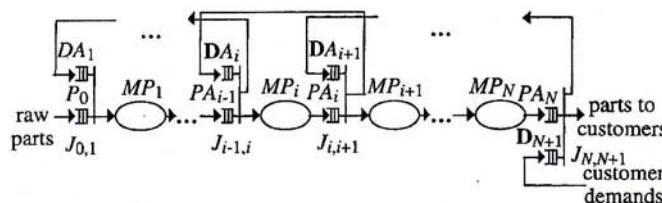
Πίνακας 12. Χρόνοι προσομοίωσης σε δευτερόλεπτα για την μέγιστη παραγωγικότητα του παραδείγματος 3 για διάφορες τιμές των K και S .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (SATURATED KCS)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε και θα εφαρμόσουμε θεωρία γραμμικού προγραμματισμού και των περιθωρίων (marginal values) ή δυικών μεταβλητών (dual values) ή σκιωδών τιμών (shadow prices) που προκύπτουν με σκοπό να βελτιώσουμε μία γραμμή παραγωγής. Θα εξετάσουμε και θα αναλύσουμε διαφορετικά συστήματα που αποτελούνται από τρία πέντε και έξι στάδια καθώς και από διαφορετικούς ρυθμούς παραγωγής κατά μήκος του συστήματος. Αρχικά όμως θα περιγράψουμε και θα αναλύσουμε το pull control Kanban Control System (KCS) σύστημα καθώς και το Κορεσμένο Saturated Kanban Control System το οποίο και θα χρησιμοποιηθεί στη μέθοδο βελτιστοποίησης.

3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ KANBAN CONTROL SYSTEM (KCS)

Ο πιο γνωστός μηχανισμός συστημάτων παραγωγής ‘pull control’ πολλών σταδίων είναι τα συστήματα Kanban Control Systems (KCS). Η εικόνα 1 δείχνει ένα τέτοιο σειριακό δίκτυο N σταδίων ενώ οι αρχικές τιμές, οι δείκτες και το περιεχόμενο των ουρών φαίνονται στον πίνακα 1.



Εικόνα 25. Queueing network model of a KCS having N stages in series.

Στα συστήματα KCS σε κάθε στάδιο i αντιστοιχεί αριθμός καρτών εξουσιοδότησης, a_i , ίσος με K_i οι οποίες εξουσιοδοτούν την παραγωγή νέων έτοιμων προϊόντων. Οι κάρτες αυτές ονομάζονται Kanban και αρχικά βρίσκονται όλες προσκολλημένες σε αντίστοιχο αριθμό έτοιμων προϊόντων p_i τα οποία είναι αποθηκευμένα στις ουρές PA_i , $i=1, \dots, N$ σαν ζεύγη (p_i, a_i) . Επίσης, τα ζεύγη αυτά και κατ' επέκταση ο αριθμός K_i είναι και το αρχικό απόθεμα ασφαλείας του συστήματος για κάθε στάδιο. Η ουρά P_0 αντιστοιχεί στον αποθηκευτικό χώρο των πρώτων υλών.

| | Queue | Contents | Initial value |
|-----------|-------------------|--------------|---------------|
| MP_i | $i = 1, \dots, N$ | (q_i, a_i) | 0 |
| PA_i | $i = 1, \dots, N$ | (p_i, a_i) | K_i |
| DA_i | $i = 1, \dots, N$ | (d_i, a_i) | 0 |
| D_{N+1} | | d_{N+1} | 0 |

Πίνακας 13. Contents and initial values of queues in the queueing network model of a KCS having N stages in series.

Οι ουρές PA_i και DA_{i+1} συνδέονται στο σταθμό συγχρονισμού $J_{i,i+1}$, $i=1, \dots, N-1$. Αν ένα ζευγάρι (p_i, a_i) είναι διαθέσιμο στην ουρά PA_i και ένα ζευγάρι (d_{i+1}, a_{i+1})

στην ουρά \mathbf{DA}_{i+1} τότε: το Kanban a_i αποκολλάται από το p_i (ii) και το kanban a_{i+1} προσκολλάται πάνω στο p_i το οποίο ονομάζεται q_{i+1} και μαζί μεταφέρονται κατάντι στο σταθμό επεξεργασίας MP_{i+1} σαν ζευγάρι (q_{i+1}, a_{i+1}) , (iii) το στοιχείο d_{i+1} του διανύσματος ζήτησης \mathbf{d}_{i+1} ικανοποιείται και (iv) το kanban a_i προσκολλάται στο υπόλοιπο διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_i και μαζί μεταφέρονται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_i σαν ζευγάρι (\mathbf{d}_i, a_i) . Όταν το τεμάχιο q_{i+1} τελειώσει την επεξεργασία στο σταθμό επεξεργασίας MP_{i+1} μετονομάζεται p_{i+1} και μαζί με το Kanban a_{i+1} το οποίο είναι προσκολλημένο επάνω του μεταφέρονται στην ουρά \mathbf{PA}_{i+1} σαν ζευγάρι (p_{i+1}, a_{i+1}) .

Στο τελευταίο στάδιο δεν υπάρχει ανάγκη για a_{N+1} kanban για την απελευθέρωση ενός έτοιμου προϊόντος p_N στον πελάτη. Κατά συνέπεια, αν είναι διαθέσιμο ένα ζευγάρι (p_N, a_N) στην ουρά \mathbf{PA}_N και ένα διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} στην ουρά \mathbf{D}_{N+1} τότε: (i) το kanban a_N αποκολλάται από το p_N , (ii) το p_N μεταφέρεται στον πελάτη (iii) το στοιχείο d_{N+1} του διανύσματος ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} ικανοποιείται και (iv) το kanban a_N προσκολλάται πάνω στο υπόλοιπο διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_N και μαζί μεταφέρονται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_N .

Επίσης, οι πρώτες ύλες στο πρώτο στάδιο δεν έχουν kanbans προσκολλημένα επάνω τους και για αυτό όταν είναι διαθέσιμες πρώτες ύλες P_0 και ένα ζευγάρι (d_1, a_1) στην ουρά \mathbf{DA}_1 , τότε: (i) το kanban a_1 προσκολλάται πάνω στην πρώτη ύλη η οποία ονομάζεται q_1 και μαζί μεταφέρονται κατάντι στο σταθμό επεξεργασίας MP_1 σαν ζευγάρι (q_1, a_1) και η ζήτηση d_1 ικανοποιείται.

Η παραγωγική διαδικασία στο σύστημα οδηγείται από τις ζητήσεις. Όταν δηλαδή ένα διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} αφιχθεί στο σύστημα τότε:

- (i) Το διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} μεταφέρεται αμέσως ανάντι στην ουρά \mathbf{D}_{N+1} .
- (ii) Αν ένα ζευγάρι (p_N, a_N) είναι διαθέσιμο στην ουρά \mathbf{PA}_N , το kanban a_N αποκολλάται από το p_N , το έτοιμο προϊόν p_N μεταφέρεται κατάντι στον πελάτη και το στοιχείο d_{N+1} του διανύσματος \mathbf{d}_{N+1} ικανοποιείται. Το kanban a_N προσκολλάται στο υπόλοιπο διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_N και μαζί μεταφέρονται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_N .
- (iii) Αν δεν υπάρχουν ζεύγη (p_N, a_N) στην ουρά \mathbf{PA}_N , το διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_{N+1} παραμένει στην ουρά \mathbf{D}_{N+1} ως καθυστερημένη ζήτηση μέχρι ένα ζευγάρι (p_N, a_N) γίνει διαθέσιμο στην ουρά \mathbf{PA}_N . Ένα διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_N δεν μεταφέρεται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_N μέχρι ένα έτοιμο προϊόν p_N στην ουρά \mathbf{PA}_N μεταφερθεί κατάντι στον πελάτη. Ομοίως, ένα διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_{N-1} δεν μεταφέρεται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_{N-1} μέχρι ένα έτοιμο προϊόν p_N στην ουρά \mathbf{PA}_N μεταφερθεί κατάντι στον πελάτη και ένα προϊόν p_{N-1} στην ουρά \mathbf{PA}_{N-1} μεταφερθεί στο σταθμό επεξεργασίας MP_N . Γενικεύοντας, ένα διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_i δεν μεταφέρεται ανάντι στην ουρά \mathbf{DA}_i μέχρι ένα έτοιμο προϊόν p_N στην ουρά \mathbf{PA}_N μεταφερθεί κατάντι στο πελάτη, ένα έτοιμο προϊόν p_{N-1} στην ουρά \mathbf{PA}_{N-1} μεταφερθεί στο σταθμό επεξεργασίας MP_N , ..., και ένα έτοιμο προϊόν p_i στην ουρά \mathbf{PA}_i μεταφερθεί στο MP_{i+1} .

Ο μηχανισμός των KCS συστημάτων εξαρτάται μόνο από μία παράμετρο ανά στάδιο η οποία είναι ο αριθμός των kanban K_i , $i=1, \dots, N$. Η παράμετρος αυτή επηρεάζει τη μεταφορά των έτοιμων προϊόντων p_i κατάντι στο σύστημα και τη μεταφορά των ζητήσεων d_i ανάντι στο σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, η μεταφορά ενός έτοιμου προϊόντος p_i από τη ουρά \mathbf{PA}_i στο σταθμό επεξεργασίας MP_{i+1} (ή στον πελάτη αν $i=N$) συγχρονίζεται απόλυτα με τη μεταφορά του διανύσματος ζήτησης \mathbf{d}_i από την

ουρά \mathbf{DA}_{i+1} (ή \mathbf{D}_{N+1} , αν $i=N$) στην ουρά \mathbf{DA}_i . Ο συγχρονισμός αυτός πραγματοποιείται όταν ένα kanban a_i αποκολλάται από το p_i , το οποίο μεταφέρεται κατάντι, και προσκολλάται στο διάνυσμα ζήτησης \mathbf{d}_i επιτρέποντας τη μεταφορά του ανάντι. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, η παραγωγικότητα του συστήματος εξαρτάται από το K_i αφού η μεταφορά των ζητήσεων ανάντι εξαρτάται από αυτή την παράμετρο. Συνεπώς, ο αριθμός των εργασιών στο σύστημα WIP και ο αριθμός των έτοιμων προϊόντων σε κάθε στάδιο i περιορίζεται από το K_i .

Το μαθηματικό μοντέλο καθώς και το πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού που αναπαριστά τα παραπάνω παρουσιάζεται παρακάτω

Δείκτες:

i = στάδια παραγωγής $i = 0 \dots N+1$

n = αριθμός τεμαχίων προς επεξεργασία $n=1,2,\dots$

Παράμετροι:

K_i = ο μέγιστος αριθμός καρτών εξουσιοδότησης (Kanban) σε κάθε στάδιο i .

$\sigma_{i,n}$ = η χρονική διάρκεια επεξεργασίας ενός τεμαχίου n στο στάδιο i

Μεταβλητές απόφασης:

$D_{i,n}$ = η χρονική στιγμή αποχώρησης ενός τεμαχίου από τη μηχανή που βρίσκεται στο στάδιο i .

$D_{i,i+1,n}$ = η χρονική στιγμή αποχώρησης του προϊόντος n από το στάδιο i και η ταυτόχρονη είσοδός του στο στάδιο $i+1$.

Περιορισμοί:

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} + \max(D_{i,n-1}, D_{i-1,i,n})$$

Ο μετασχηματισμός του σε μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού είναι:

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} \geq D_{i,n-1} \quad i = 1 \dots N \quad \text{Περιορισμός 1}$$

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} \geq D_{i-1,i,n} \quad i = 1 \dots N \quad \text{Περιορισμός 2}$$

$$D_{i,i+1,n} = \max(D_{d,n}, D_{i,n-K_i}, D_{i+1,i+2,n})$$

Η οποία μετασχηματίζεται σε:

$$D_{i,i+1,n} \geq D_{d,n} \quad i=N \quad \text{Περιορισμός 3}$$

$$D_{i,i+1,n} \geq D_{i,n-K_i} \quad i = 1 \dots N \quad \text{Περιορισμός 4}$$

$$D_{i,i+1,n} \geq D_{i+1,i+2,n} \quad i=0 \dots N-1 \quad \text{Περιορισμός 5}$$

Αντικειμενική Συνάρτηση:

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση όλων των χρονικών στιγμών αποχώρησης από τις μηχανές επεξεργασίας αλλά και από κάθε στάδιο δηλαδή,

$$\text{Min}(\sum_n \sum_{i=1}^N D_{i,n} + \sum_n \sum_{i=0}^N D_{i,i+1,n})$$

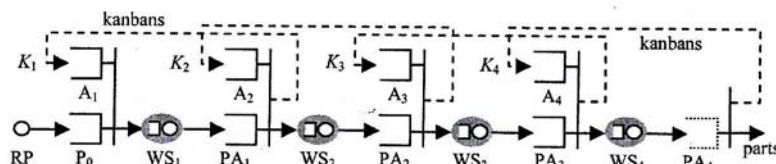
Το πρώτο σετ περιορισμών υποδηλώνει ότι κάθε προϊόν μπορεί να φύγει από τη μηχανή που βρίσκεται στο στάδιο i εφόσον έχει τελειώσει η επεξεργασία του σε αυτή ($\sigma_{i,n}$) καθώς και το προηγούμενο τεμάχιο να έχει αποχωρήσει από την ίδια μηχανή. Για να εισέλθει όμως σε αυτό το στάδιο πρέπει να έχει τελειώσει την επεξεργασία του

στο προηγούμενο στάδιο και να έχει απελευθερωθεί στο i το οποίο φαίνεται από τον Περιορισμό 2.

Οι περιορισμοί 4 και 5 δείχνουν ότι ένα τεμάχιο μπορεί εισέλθει στο επόμενο στάδιο μόνο όταν υπάρχει διαθέσιμο Kanban αλλά και όταν αυτό είναι διαθέσιμο στον buffer του προηγούμενου σταδίου. Επίσης, ο περιορισμός 3 υποδηλώνει ότι οι ζητήσεις σε ένα KCS αφικνύονται μόνο στο τελευταίο στάδιο και κατόπιν μέσω της λειτουργίας των καρτών kanban μεταφέρονται ανάντι στα υπόλοιπα στάδια.

3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ SATURATED KANBAN CONTROL SYSTEM

Στο παρόν κεφάλαιο θα εξετάσουμε ένα Saturated Kanban Control System (Saturated KCS) στο οποίο δεν υπάρχει ζήτηση για έτοιμα προϊόντα αλλά αντιθέτως η παραγωγή είναι συνεχόμενη με σκοπό να επιτευχθεί η μέγιστη παραγωγικότητα. Σε ένα τέτοιο σύστημα κάθε στάδιο επεξεργασίας αποτελείται από μία μηχανή και από ένα αποθηκευτικό χώρο μπροστά από αυτή με άπειρη χωρητικότητα όπως φαίνεται και στην εικόνα 2. Οι εργασίες που εκτελούνται κάθε χρονική στιγμή δεν μπορούν να υπερβαίνουν ένα συγκεκριμένο όριο (WIP) το οποίο είναι το άθροισμα των τεμαχίων σε ένα σταθμό επεξεργασίας WS_i και στον αποθηκευτικό χώρο κατάντι αυτού, PA_i . Το όριο αυτό επίσης ισούται με τον αριθμό των καρτών εξουσιοδότησης ($kanban, K_i$), δηλαδή μία παράμετρος που έχει πολύ σημαντικό ρόλο στο σύστημα που θα εξετάσουμε, όπως θα δούμε παρακάτω.



Εικόνα 26. Production system with kanban control at the workstation level (Saturated KCS)

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε, ο τελευταίος αποθηκευτικός χώρος (στο σχήμα, PA_4 είναι σχεδιασμένος με διακεκομμένες γραμμές) είναι συνεχώς άδειος με αποτέλεσμα να μην αλλάζει η συμπεριφορά του συστήματος αν ένα τεμάχιο απελευθερώνει την κάρτα εξουσιοδότησης είτε πριν είτε μετά από αυτόν.

Το σύστημα πετυχαίνει τη μέγιστη απόδοσή του όταν ο ρυθμός άφιξης των πρώτων υλών (RP) είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό επεξεργασίας του πρώτου σταθμού (WS_1) αφού ο αποθηκευτικός χώρος P_0 θα είναι συνεχώς γεμάτος με αποτέλεσμα κάθε κάρτα (kanban) που επιστρέφει από τον PA_1 στον A_1 θα βρίσκει διαθέσιμη πρώτη ύλη και συνεπώς ο αποθηκευτικός χώρος A_1 θα είναι συνεχώς άδειος. Αντιθέτως, αν ο ρυθμός RP είναι χαμηλότερος από το μέγιστο ρυθμό παραγωγής του συστήματος τότε αυτό θα είναι σε θέση να 'απορροφά' τις διαθέσιμες πρώτες ύλες και έτσι η παραγωγικότητα θα ισούται με το ρυθμό RP. Στο παρόν κεφάλαιο θα εξετάσουμε την πρώτη περίπτωση (άπειρες ζητήσεις) αφού μας ενδιαφέρει η μέγιστη δυνατότητα παραγωγής ενός τέτοιου συστήματος.

Σε αυτό το σημείο να αναφέρουμε ότι η λειτουργία ενός τέτοιου συστήματος και η απελευθέρωση ενός τεμαχίου σε κάθε στάδιο παραγωγής εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα των καρτών εξουσιοδότησης (kanban). Έτσι λοιπόν, κάθε τεμάχιο εισέρχεται στο επόμενο στάδιο ($i+1$) μόνο εφόσον έχει τελειώσει την επεξεργασία

του στο τρέχον στάδιο i , στο οποίο βρίσκεται και επίσης υπάρχει διαθέσιμη κάρτα στον αποθηκευτικό χώρο A_{i+1} . Αν συμβεί αυτό, τότε η κάρτα του σταδίου i απελευθερώνεται και επιστρέφει στον αποθηκευτικό χώρο A_i για να προσκολληθεί σε επόμενο τεμάχιο. Το μαθηματικό μοντέλο καθώς και το πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού που αναπαριστά τα παραπάνω παρουσιάζεται παρακάτω

Δείκτες:

i = στάδια παραγωγής $i = 0 \dots N+1$

n = αριθμός τεμαχίων προς επεξεργασία $n=1,2,\dots$

Παράμετροι:

K_i = ο μέγιστος αριθμός καρτών εξουσιοδότησης (Kanban) σε κάθε στάδιο i .

$\sigma_{i,n}$ = η χρονική διάρκεια επεξεργασίας ενός τεμαχίου n στο στάδιο i

Μεταβλητές απόφασης:

$D_{i,n}$ = η χρονική στιγμή αποχώρησης ενός τεμαχίου από τη μηχανή που βρίσκεται στο στάδιο i .

$D_{i,i+1,n}$ = η χρονική στιγμή αποχώρησης του προϊόντος n από το στάδιο i και η ταυτόχρονη είσοδός του στο στάδιο $i+1$.

Περιορισμοί:

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} + \max(D_{i,n-1}, D_{i-1,i,n})$$

Ο μετασχηματισμός του σε μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού είναι:

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} \geq D_{i,n-1} \quad \text{Περιορισμός 1}$$

$$D_{i,n} = \sigma_{i,n} \geq D_{i-1,i,n} \quad \text{Περιορισμός 2}$$

$$D_{i,i+1,n} = \max(D_{i,n-K_i}, D_{i+1,i+2,n})$$

Η οποία μετασχηματίζεται σε:

$$D_{i,i+1,n} \geq D_{i,n-K_i} \quad i = 1 \dots I \quad \text{Περιορισμός 3}$$

$$D_{i,i+1,n} \geq D_{i+1,i+2,n} \quad i = 0 \dots I-1 \quad \text{Περιορισμός 4}$$

Αντικειμενική Συνάρτηση:

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση όλων των χρονικών στιγμών αποχώρησης από τις μηχανές επεξεργασίας αλλά και από κάθε στάδιο δηλαδή,

$$\text{Min}(\sum_n \sum_{i=1}^I D_{i,n} + \sum_n \sum_{i=0}^I D_{i,i+1,n})$$

Το πρώτο σετ περιορισμών υποδηλώνει ότι κάθε προϊόν μπορεί να φύγει από τη μηχανή που βρίσκεται στο στάδιο i εφόσον έχει τελειώσει η επεξεργασία του σε αυτή καθώς και το προηγούμενο τεμάχιο έχει αποχωρήσει από την ίδια μηχανή. Για να εισέλθει όμως σε αυτό το στάδιο πρέπει να έχει τελειώσει την επεξεργασία του στο προηγούμενο στάδιο το οποίο φαίνεται από τον Περιορισμό 2.

Οι περιορισμοί 3 και 4 δείχνουν ότι ένα τεμάχιο μπορεί εισέλθει στο επόμενο στάδιο μόνο όταν υπάρχει διαθέσιμο Kanban αλλά και όταν αυτό είναι διαθέσιμο στον buffer του προηγούμενου σταδίου.

3.3 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

3.3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Σύμφωνα με τη θεωρία του γραμμικού προγραμματισμού κάθε πρωτεύον ή αρχικό πρόβλημα έχει και το δυικό του δηλαδή σε κάθε περιορισμό αντιστοιχεί και μία δυική ή σκιώδης τιμή. Αυτό σημαίνει ότι στη βέλτιστη λύση που παράγεται η τιμή αυτή υποδηλώνει τη μεταβολή (αύξηση ή μείωση) της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης όταν μεταβάλλουμε το δεξί μέλος του περιορισμού κατά μία μονάδα. (χαλάρωση του περιορισμού). Αυτό είναι πολύ σημαντικό σε περιπτώσεις που θέλουμε να εξετάσουμε την απόκριση ενός συστήματος και πως αυτό βελτιώνεται ή όχι όταν αλλάξουν οι παράμετροί του.

Όπως φαίνεται και στο μοντέλο που αναλύσαμε πιο πάνω η παράμετρος που μπορούμε να επηρεάσουμε είναι ο αριθμός των Kanban σε κάθε στάδιο. Άρα λοιπόν η σκιώδης τιμή που σχετίζεται με αυτή την παράμετρο είναι αυτή του Περιορισμού 3. Πιο αναλυτικά, σε κάθε στάδιο αντιστοιχεί μία παράμετρος που δείχνει τον μέγιστο αριθμό Kanban και κατ' επέκταση μία σκιώδης τιμή. Επειδή οι περιορισμοί του μοντέλου είναι συνάρτηση των τεμαχίων και των σταδίων η σκιώδης τιμή που μας ενδιαφέρει θα είναι το άθροισμα όλων των τεμαχίων που επεξεργάστηκαν στο εκάστοτε στάδιο. Αθροίζοντας λοιπόν ως προς n τις σκιώδης τιμές που αντιστοιχούν σε κάθε στάδιο παίρνουμε μία τελική τιμή που θα επηρεάσει και τη μέθοδο που θα ακολουθήσουμε. Αν λοιπόν στον περιορισμό 3 αντιστοιχούν σκιώδης τιμές τέτοιες ώστε είναι συνάρτηση των i, n δηλαδή $\lambda_{i,n}$ τότε αθροίζοντας ως προς n έχουμε την σκιώδη τιμή του κάθε σταδίου $\lambda_i = \sum_n \lambda_{i,n}$

Η χρησιμότητα αυτών των τιμών είναι πολύ σημαντική γιατί οι σκιώδης τιμές οδηγούν προς την κατεύθυνση βελτίωσης της αντικειμενικής συνάρτησης δηλαδή στη μείωση των χρόνων αποχώρησης κάθε τεμαχίου από κάθε στάδιο επεξεργασίας αλλάζοντας τη βασική παράμετρο που όπως έχουμε ήδη αναφέρει είναι ο μέγιστος αριθμός Kanban που αντιστοιχεί σε κάθε στάδιο. Συγκρίνοντας αυτές τις τιμές, για να οδηγηθούμε σε καλύτερο αποτέλεσμα θα πρέπει να αντικαταστήσουμε τις κάρτες εξουσιοδότησης από το στάδιο με την μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα θα πρέπει να πάρουμε ένα Kanban από το στάδιο στο οποίο αντιστοιχεί η μικρότερη σκιώδης τιμή και να το τοποθετήσουμε σε αυτό που έχει την μεγαλύτερη. Αυτή η διαδικασία γίνεται με σκοπό να αυξηθεί η τιμή του σταδίου που έχει την μικρότερη τιμή και να μειωθεί η τιμή του σταδίου με την μεγαλύτερη τιμή.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η μέθοδος αυτή δεν είναι απόλυτα ακριβής στα συστήματα που εξετάζουμε. Αυτό σημαίνει ότι δεν καταλήγουμε πάντα στη βέλτιστη λύση στην οποία μπορεί να φτάσει το σύστημα αλλά πολύ κοντά σε αυτή. Όταν δηλαδή η αύξηση της απόδοσης δεν είναι σημαντική (κάτω από 1%) η μέθοδος υστερεί και δεν οδηγεί πάντα στην καλύτερη λύση. Αυτό μπορεί να γίνει γιατί η εφαρμογή της μεθόδου δημιουργεί εναλλαγές ανάμεσα σε άλλες υπο-βέλτιστες λύσεις. Επίσης ένα σύστημα μπορεί να έχει πολλαπλές βέλτιστες λύσεις ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων του.

Σε οριακές καταστάσεις, δηλαδή όταν σε ένα στάδιο τοποθετείται μόνο ένα Kanban η σκιώδης τιμή αυτού του σταδίου παίρνει αρκετά μεγάλη τιμή που δείχνει ότι πλέον δεν μπορούμε να μειώσουμε περαιτέρω τον αριθμό των Kanban. Σε αυτή την περίπτωση συνεχίζουμε τη διαδικασία με τα υπόλοιπα στάδια. Πιο αναλυτικά αποτελέσματα και σχολιασμό της μεθόδου θα δούμε παρακάτω αναλύοντας ξεχωριστά κάθε υπό εξέταση σύστημα.

3.3.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Το μοντέλο που παρουσιάσαμε πιο πάνω και συγκριμένα το Saturated KCS θα υλοποιηθεί σε λογισμικό της GAMS 24.1.3 το οποίο στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας θα υποστηρίζεται από Solver CPLEX. Οι κώδικες που χρησιμοποιήθηκαν παρατίθενται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Στο εξής οι ρυθμοί επεξεργασίας των μηχανών κάθε σταδίου θα ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με 'μ' ενώ η παραγωγή αυτών των τυχαίων αριθμών γίνεται εσωτερικά στον κώδικα. Επίσης, με 'T' θα συμβολίζουμε την αποχώρηση του τελευταίου τεμαχίου από το τελευταίο στάδιο και η οποία θα σηματοδοτεί και την λήξη της παραγωγικής διαδικασίας. Όπως θα δούμε αυτή η τιμή είναι πολύ σημαντική για τον υπολογισμό της απόδοσης (Throughput, TH), των υπο' εξέταση συστημάτων. $TH = \frac{n}{T}$

3.3.2.1 Συστήματα τριών σταδίων

Ξεκινώντας την εφαρμογή της μεθόδου εστιάζουμε σε ένα σύστημα τριών σταδίων όπου ο ρυθμός επεξεργασίας κάθε μηχανής ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με $\mu=1$ για κάθε στάδιο. Για μεγαλύτερη ακρίβεια, ο μέγιστος αριθμός τεμαχίων που θα χρησιμοποιήσουμε στην προσομοίωση θα είναι $n=60000$. Δοκιμάζοντας αρχικά $n=1000$ και κατόπιν αυξάνοντας σταδιακά $n=10000$, $n=30000$, $n=50000$ και $n=60000$ ενώ ταυτόχρονα για κάθε μία από αυτές τις τιμές μεταβάλλοντας το seed της παραγωγής τυχαίων αριθμών και το οποίο ορίζονταν ίσο με Seed=10, Seed=100, Seed=200, Seed=300, Seed=400, Seed=500, Seed=600, Seed=700, Seed=800 και Seed=900 διαπιστώθηκε ότι για $n < 50000$ τα αποτελέσματα δεν ταυτίζονταν όσο αναφορά τη βέλτιστη λύση. Αντιθέτως, για $n > 50000$ και για όλες τις παραπάνω τιμές της παραμέτρου Seed οι λύσεις που έχουν τη μεγαλύτερη ταύτιση μεταξύ τους γεγονός που σημαίνει ότι υπάρχει μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός δεδομένων στο μοντέλο που χρησιμοποιούμε. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα αναλυτικά για ένα σύστημα με ρυθμό επεξεργασίας των μηχανών κοινό για όλα τα στάδια και ίσο με $\mu=1$ και για διάφορες τιμές seed. Ο συνολικός αριθμός των kanban είναι $K=15$.

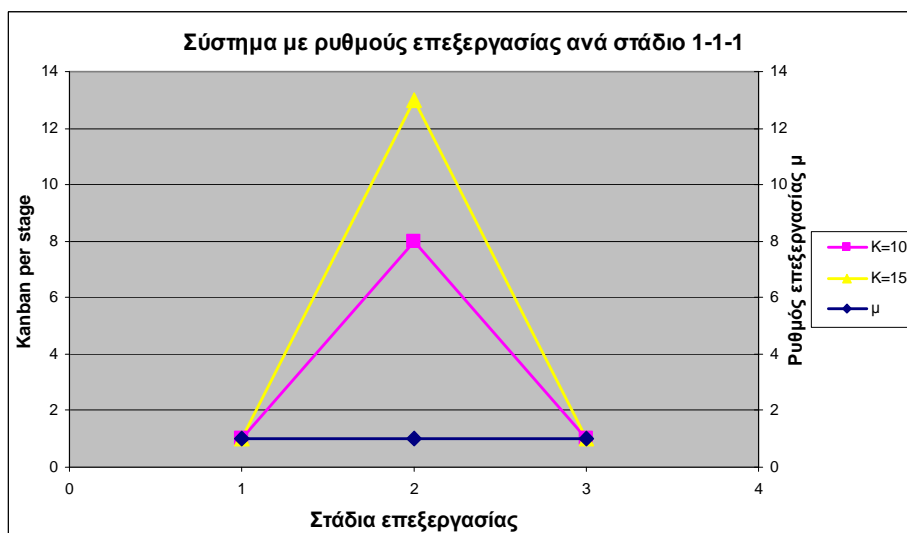
| Βέλτιστη Κατανομή των kanban ανά στάδιο | | | | | |
|---|----------------|------------------|---------|---------|---------|
| Seed | n=1000 | n=10000 | n=30000 | n=50000 | n=60000 |
| 10 | 2,12,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 100 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 200 | 4,8,3 | 2,11,2 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 300 | 3,7,5 3,8,4 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 400 | 1,11,3 | 2,12,1 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 500 | 1,12,2 | 1,12,2 | 1,12,2 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 600 | 2,12,1 | 3,11,1 2,12,1 | 1,13,1 | 2,12,1 | 2,12,1 |
| 700 | | 1,12,2 | 2,12,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 800 | | 2,12,1 | 1,13,1 | 1,13,1 | 1,13,1 |
| 900 | | 1,12,2 | | 1,13,1 | 1,13,1 |

Πίνακας 14. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα 3 σταδίων για διάφορες τιμές seed και πλήθος δεδομένων προσομοίωσης.

Στο εξής θα διατηρήσουμε την τιμή $Seed=10$ για τα συστήματα που θα εξετάσουμε για να υπάρχει κοινό μέτρο σύγκρισης μεταξύ τους.

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο που αναλύσαμε πιο πάνω οδηγούμαστε από την αρχική κατάσταση όπου $(K_1, K_2, K_3)=(5,5,5)$ στην βέλτιστη λύση όπου $(K_1, K_2, K_3)=(1,13,1)$. Ο συνολικός χρόνος της προσομοίωσης στην πρώτη περίπτωση είναι $T_1=68929$ ενώ στη βέλτιστη περίπτωση μειώθηκε στο $T_2=68012$ και αντίστοιχα η απόδοση του συστήματος αυξήθηκε από $TH_1=0,8705$ σε $TH_2=0,8822$ περίπου δηλαδή 1%. Η παραγωγική διαδικασία βελτιώνεται όταν ενισχύεται το κεντρικό στάδιο με περισσότερα kanban. Αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στο συνοδευτικό CD.

Αλλάζοντας τον συνολικό αριθμό Kanban σε $K=10$ το σύστημα οδηγείται με ακρίβεια στη βέλτιστη κατανομή kanban που είναι $(K_1, K_2, K_3)=(1,8,1)$ ενώ η αρχική του κατάσταση ήταν $(K_1, K_2, K_3)=(3,4,3)$. Ο συνολικός χρόνος μειώθηκε από $T_1=73034$ σε $T_2=72081$ ενώ η απόδοση αυξήθηκε από $TH_1=0,8215$ σε $TH_2=0,8324$. Και σε αυτή την περίπτωση έχουμε αύξηση 1%. (Βλ. Συνοδευτικό CD). Στο διάγραμμα φαίνονται συγκριτικά αυτές οι δύο περιπτώσεις που αναλύσαμε, δηλαδή για $K=10$ και $K=15$ συναρτήσει του εκθετικού ρυθμού επεξεργασίας μ των μηχανών.



Σχήμα 1. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(1,1,1)$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, σε συστήματα τριών σταδίων με κοινό ρυθμό παραγωγής η τάση με αποτέλεσμα τη βελτιστοποίηση της απόδοσής τους είναι η συγκέντρωση των kanban και η ενίσχυση του κεντρικού σταδίου αφού σε αυτό υπάρχει η μεγαλύτερη συμφόρηση εργασιών και πιθανότητα να μπλοκάρει το σύστημα αφού το αρχικό στάδιο δεν είναι ποτέ 'starved' (δεν πεινάει) και το τελευταίο δεν μπλοκάρει ποτέ (δεν είναι blocked). Ακόμα και στην περίπτωση που υπάρχει ένα επιπλέον kanban, δηλαδή όσοι οι σταθμοί συν ένα, τότε αυτό θα τοποθετηθεί στον κεντρικό σταθμό.

Συνεχίζοντας, στο επόμενο σύστημα αλλάζουμε τους ρυθμούς επεξεργασίας σε κάθε στάδιο και συγκεκριμένα τους ορίζουμε ως $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(2,1,2)$. Το πρώτο και το τρίτο στάδιο δηλαδή έχουν διπλάσιο ρυθμό επεξεργασίας σε σχέση με το δεύτερο. Οι περιπτώσεις που θα εξετάσουμε είναι για συνολικό αριθμό kanban ίσο με $K=6$, $K=8$, $K=10$ και $K=15$. Για μεγαλύτερη ακρίβεια εφαρμόζουμε την προσομοίωση για $n=60000$ τεμάχια.

Περίπτωση 1:K=6

Ξεκινώντας με ίδιο αριθμό Kanban σε κάθε στάδιο καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση που είναι η συγκέντρωση των περισσότερων στο 2^ο στάδιο δηλαδή $(K_1, K_2, K_3) = (1, 4, 1)$. Ο συνολικός χρόνος μειώθηκε από $T_1 = 63562$ σε $T_2 = 62220$ ενώ η απόδοση αυξήθηκε από $TH_1 = 0,9440$ σε $TH_2 = 0,9643$ δηλαδή αύξηση 2,15%. (Αναλυτικά αποτελέσματα στο Συνοδευτικό CD)

Περίπτωση 2:K=8

Αρχικά τοποθετούμε τα kanban με τρόπο ώστε $(K_1, K_2, K_3) = (3, 2, 3)$. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία οδηγούμαστε στη βέλτιστη λύση όπου η κατανομή γίνεται $(K_1, K_2, K_3) = (1, 6, 1)$. Η αύξηση της απόδοσης είναι από $TH_1 = 0,9703$ σε $TH_2 = 0,9878$ (1,8%) ενώ ο συνολικός χρόνος μειώνεται από $T_1 = 61836$ σε $T_2 = 60743$. (Συνοδευτικό CD)

Περίπτωση 3:K=10

Σε αυτή την περίπτωση η συμπεριφορά και η τάση του συστήματος είναι να συσσωρεύσει τα περισσότερα Kanban στο μεσαίο στάδιο δηλαδή στο δεύτερο. Έτσι λοιπόν οδηγούμαστε από την αρχική κατάσταση όπου $(K_1, K_2, K_3) = (3, 4, 3)$ στη βέλτιστη κατανομή των Kanban όπου $(K_1, K_2, K_3) = (1, 8, 1)$. Η αύξηση της απόδοσης είναι από $TH_1 = 0,9905$ σε $TH_2 = 0,9952$ (0,47%) ενώ ο χρόνος μειώνεται από $T_1 = 60577$ σε $T_2 = 60287$. Σε αυτή την περίπτωση η αύξηση δεν είναι πολύ σημαντική σε σχέση με τις δύο προηγούμενες όπου το σύστημα ήταν πιο περιορισμένο με μικρότερο αριθμό Kanban.

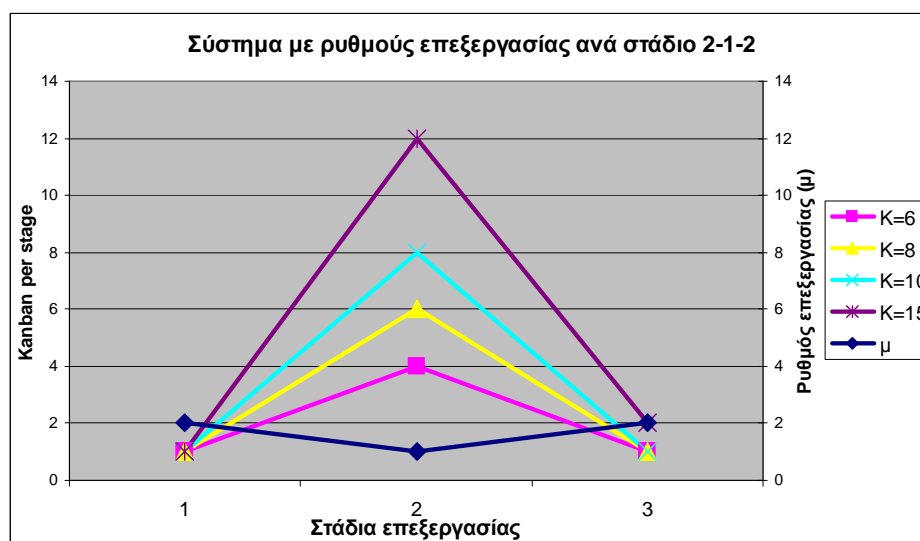
Περίπτωση 4:K=15

Αυξάνοντας περαιτέρω τον συνολικό αριθμό των Kanban η τάση του συστήματος μοιάζει με τις προηγούμενες περιπτώσεις και η μέθοδος μας οδηγεί στη βέλτιστη λύση που είναι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 12, 2)$ ενώ αρχικά η κατανομή ήταν ομοιόμορφη με ίσο αριθμό σε κάθε στάδιο, $(K_1, K_2, K_3) = (5, 5, 5)$. Η αύξηση της απόδοσης του συστήματος είναι από $TH_1 = 0,9971$ σε $TH_2 = 0,9978$ (0,07%) ενώ η μείωση του χρόνου είναι από $T_1 = 60172$ σε $T_2 = 60130$. Σε αυτή την περίπτωση όμως υπάρχουν και άλλες υποβέλτιστες λύσεις οι οποίες είναι πολύ κοντά και σχεδόν ταυτίζονται με τη βέλτιστη. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι η συγκέντρωση των περισσότερων kanban στο κεντρικό (δεύτερο) στάδιο. Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες από αυτές. Αναλυτικά αποτελέσματα στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 2 | 8 | 2 | 9 | 2 | 9 | 2 | 10 | 2 | 10 | 2 | 10 |
| 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 1 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| T | 60.141 | T | 60.137 | T | 60.140 | T | 60.141 | T | 60.139 | T | 60.136 |
| TH | 0,9977 | TH | 0,9977 | TH | 0,9977 | TH | 0,9977 | TH | 0,9977 | TH | 0,9977 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 11 | 2 | 11 | 2 | 11 | 2 | 12 | 2 | 13 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| T | 60.137 | T | 60.133 | T | 60.137 | T | 60.134 | T | 60.135 | T | 60.133 |
| TH | 0,9977 | TH | 0,9978 | TH | 0,9977 | TH | 0,9978 | TH | 0,9978 | TH | 0,9978 |

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι βέλτιστες λύσεις των τεσσάρων περιπτώσεων που εξετάσαμε.



Σχήμα 2.Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (2, 1, 2)$

Ένα άλλο σύστημα που θα εξετάσουμε είναι αυτό που έχει ρυθμούς επεξεργασίας σε κάθε στάδιο αντίστροφα κατανεμημένους από το προηγούμενο, δηλαδή, $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 1)$. Θα εστιάσουμε όπως και προηγουμένως στις περιπτώσεις όπου ο συνολικός αριθμός kanban κατανέμεται από $K=6$ έως $K=15$ ενώ ο συνολικός αριθμός τεμαχίων είναι $n=60000$.

Περίπτωση 1: $K=6$

Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα καταλήγει στη βέλτιστη λύση στην οποία τα περισσότερα kanban είναι συσσωρευμένα στο μεσαίο στάδιο, δηλαδή το δεύτερο. Έτσι λοιπόν, η βέλτιστη λύση είναι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 4, 1)$ ενώ αρχικά είχαμε τοποθετήσει τα kanban ομοιόμορφα δηλαδή $(K_1, K_2, K_3) = (2, 2, 2)$. Στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται αύξηση που φτάνει στο $TH_2=0,8373$ ενώ αρχικά αυτό το μέτρο απόδοσης ήταν $TH_1=0,8336$ δηλαδή αύξηση της τάξης 0,44%. Επίσης η διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας μειώθηκε από $T_1=71.976$ σε $T_2=71.655$. (Συνοδευτικό CD)

Περίπτωση 2: $K=8$

Αυξάνοντας τον αριθμό των kanban και ξεκινώντας από το σύστημα όπου ισχύει $(K_1, K_2, K_3) = (3, 2, 3)$ καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση η οποία είναι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 5, 2)$. Η αύξηση στη απόδοση είναι από $TH_1=0,8764$ σε $TH_2=0,8794$ (αύξηση 0,34%) ενώ ο χρόνος παραγωγής μειώθηκε από $T_1=68465$ σε $T_2=68227$. Επίσης το σύστημα με αυτές τις παραμέτρους έχει και άλλες λύσεις πολύ κοντά στη βέλτιστη (απόκλιση κάτω του 0,2%) οι οποίες φαίνονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα, ενώ αναλυτικά αποτελέσματα στο Συνοδευτικό CD

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 5 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 |

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 |
| T | 68262 | T | 68250 | T | 68265 | T | 68353 | T | 68310 | T | 68360 |
| TH | 0,8789 | TH | 0,8791 | TH | 0,8789 | TH | 0,8778 | TH | 0,8783 | TH | 0,8777 |

Περίπτωση 3:K=10

Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα ξεκινώντας από την κατάσταση όπου έχουμε $(K_1, K_2, K_3) = (3, 4, 3)$ με απόδοση $TH_1=0,9045$ δεν καταλήγει στην βέλτιστη λύση που είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (1, 6, 3)$ και $TH_2=0,9047$ (0,02%) αλλά φτάνει μέχρι την περίπτωση όπου η κατανομή είναι $(K_1, K_2, K_3)=(1, 7, 2)$ και το σύστημα αποδίδει $TH=0,9045$. Δεν υπάρχει βελτίωση όσο αφορά την απόδοση ενώ οδηγούμενος από τις σκιώδης τιμές η απόδοση έχει αυξομειώσεις και όχι σταδιακή αύξουσα πορεία. Αυτό συμβαίνει γιατί η μέθοδος δεν είναι ακριβής όταν η αρχική κατάσταση είναι πολύ κοντά στη βέλτιστη. Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τα στοιχεία που αναφέραμε καθώς και κάποιες λύσεις που είναι αρκετά κοντά στη βέλτιστη. Αναλυτικότερα αποτελέσματα στο Συνοδευτικό CD.

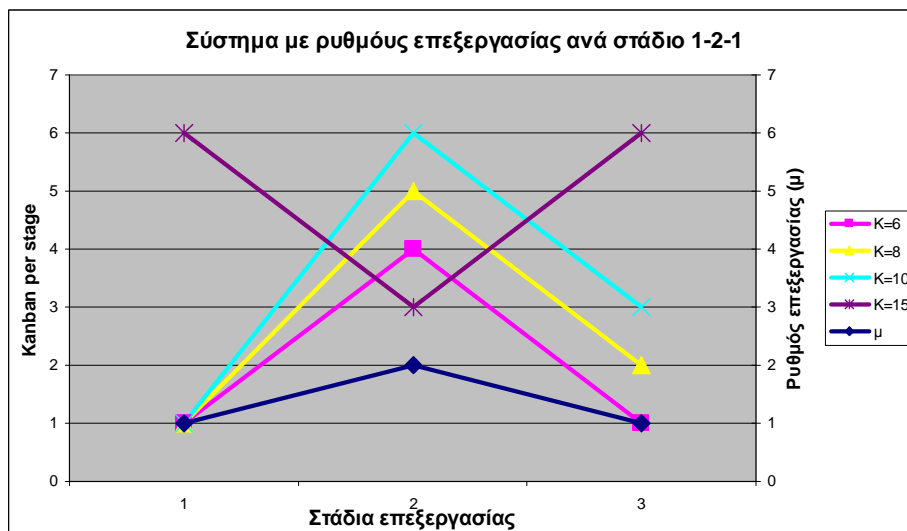
| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 4 | 2 | 8 | 2 | 7 | 2 | 6 | 2 | 5 |
| 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| T | 66.335 | T | 66.335 | T | 66.338 | T | 66.320 | T | 66.329 |
| TH | 0,9045 | TH | 0,9045 | TH | 0,9045 | TH | 0,9047 | TH | 0,9046 |

Περίπτωση 4:K=15

Το φαινόμενο το οποίο αναφέραμε στην προηγούμενη περίπτωση είναι πιο έντονο σε αυτή την περίπτωση όπου αυξάνουμε περεταίρω τον αριθμό των kanban και το σύστημα είναι πιο ευέλικτο. Ακολουθώντας τις σκιώδης τιμές οι δείκτες που εκτιμάμε χειροτερεύουν με αποτέλεσμα να μην καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση. Αξίζει όμως να πούμε ότι το σύστημα έχει πολλές λύσεις πολύ κοντά στη βέλτιστη που διαφέρουν με ακρίβεια 4^{ου} δεκαδικού. Η βέλτιστη λύση είναι $(K_1, K_2, K_3) = (6, 3, 6)$. Τα εκτιμώμενα μέτρα απόδοσης κυμαίνονται από $T_1=63966$ και $TH_1=0,9380$ στην αρχική κατάσταση σε $T_2=63955$ και $TH_2=0,9382$ (0,02%) στη βέλτιστη. Παρακάτω αναφέρουμε τις λύσεις που πλησιάζουν την κατάσταση βελτιστότητας έως 0,03% ,ενώ στο Συνοδευτικό CD παραθέτουμε αναλυτικά αποτελέσματα.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 5 | 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 4 | 1 | 6 | 1 | 2 |
| 2 | 5 | 2 | 7 | 2 | 7 | 2 | 8 | 2 | 3 | 2 | 9 |
| 3 | 5 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 6 | 3 | 4 |
| T | 63.966 | T | 63957 | T | 63.972 | T | 63.972 | T | 63.955 | T | 63.966 |
| TH | 0,9380 | TH | 0,9381 | TH | 0,9379 | TH | 0,9379 | TH | 0,9382 | TH | 0,9380 |

Συνοψίζοντας τα παραπάνω στο παρακάτω σχήμα απεικονίζονται οι βέλτιστες λύσεις των τεσσάρων περιπτώσεων που εξετάσαμε.



Σχήμα 3.Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(1,2,1)$

Αυξάνοντας περαιτέρω το ρυθμό επεξεργασίας του μεσαίου σταδίου δηλαδή δύο φορές περισσότερο από το προηγούμενο σύστημα με το δεύτερο σταθμό να είναι τέσσερις φορές πιο αποδοτικός από τους άλλους δύο προκύπτει το σύστημα με ρυθμούς $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(1,4,1)$.

Περίπτωση 1: $K=6$

Η τάση του συστήματος είναι η ενίσχυση του κεντρικού σταδίου όπως και στο σύστημα $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(1,2,1)$ αν και όπως προκύπτει εδώ η βελτίωση της απόδοσης είναι 0,012% της βέλτιστης $(K_1, K_2, K_3)=(1,3,2)$ σε σχέση με την αρχική $(K_1, K_2, K_3)=(2,2,2)$. Επειδή η απόδοση του κεντρικού σταθμού είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη από τους άλλους δύο το σύστημα αποδίδει αρκετά καλά με διάφορους συνδυασμούς κατανομών οι οποίοι αποκλίνουν κάτω από 0,25% και μόνο οι κατανομές $(K_1, K_2, K_3)=(1,1,4)$ και $(K_1, K_2, K_3)=(4,1,1)$ αποδίδουν χειρότερα κατά 1,4% της βέλτιστης λύσης. Παρακάτω φαίνονται οι λύσεις που αποκλίνουν από την βέλτιστη κάτω από 0,08% ενώ στο Συνοδευτικό CD αναλυτικά όλοι οι συνδυασμοί.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 |
| T | 70247 | T | 70264 | T | 70239 | T | 70295 |
| TH | 0,8541 | TH | 0,8539 | TH | 0,8542 | TH | 0,8535 |

Περίπτωση 2: $K=8$

Αυξάνοντας κατά δύο τα συνολικά kanban η βέλτιστη λύση που προκύπτει είναι η $(K_1, K_2, K_3)=(1,4,3)$ η οποία με απόδοση $TH_2=0,8898$ είναι πολύ κοντά (απόκλιση 0,02%) από την αρχική κατανομή $(K_1, K_2, K_3)=(3,2,3)$ η οποία αποδίδει $TH_1=0,8896$. Επίσης υπάρχουν και άλλοι συνδυασμοί τους οποίους αναφέρουμε παρακάτω με απόκλιση από την βέλτιστη λύση κάτω από 0,09%. Ακολουθώντας την τάση των

σκιωδών τιμών καταλήγουμε στην βέλτιστη λύση καθώς και σε λύσεις πολύ κοντά σε αυτή όπως φαίνεται και στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 | 5 | 2 | 4 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| T | 67445 | T | 67447 | T | 67473 | T | 67475 | T | 67453 | T | 67430 |
| TH | 0,8896 | TH | 0,8896 | TH | 0,8892 | TH | 0,8892 | TH | 0,8895 | TH | 0,8898 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 4 |
| 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| T | 67483 | T | 67458 | T | 67439 | T | 67484 |
| TH | 0,8891 | TH | 0,8894 | TH | 0,8897 | TH | 0,8891 |

Περίπτωση 3:K=10

Σε αυτή την περίπτωση ήδη η αρχική κατανομή $(K_1, K_2, K_3)=(3,4,3)$ αποκλίνει από την βέλτιστη $(K_1, K_2, K_3)=(1,6,3)$ κατά 0,011%. Με διάφορους άλλους συνδυασμούς τους οποίους παραθέτουμε πιο κάτω το σύστημα αποδίδει εξίσου καλά με την απόδοσή του να αποκλίνει κάτω από 0,07%. Η μέθοδος που ακολουθούμε δεν έχει μεγάλη ακρίβεια σε αυτή την περίπτωση αφού η απόδοση του συστήματος είναι εξίσου καλή και σχεδόν ταυτίζεται με την βέλτιστη.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 5 | 1 | 4 |
| 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| T | 65822 | T | 65853 | T | 65821 | T | 65819 | T | 65832 | T | 65830 |
| TH | 0,9115 | TH | 0,9111 | TH | 0,9116 | TH | 0,9116 | TH | 0,9114 | TH | 0,9114 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 8 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 7 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 4 | 3 | 5 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| T | 65855 | T | 65858 | T | 65833 | T | 65853 | T | 65839 | T | 65853 |
| TH | 0,9111 | TH | 0,9111 | TH | 0,9114 | TH | 0,9111 | TH | 0,9113 | TH | 0,9111 |

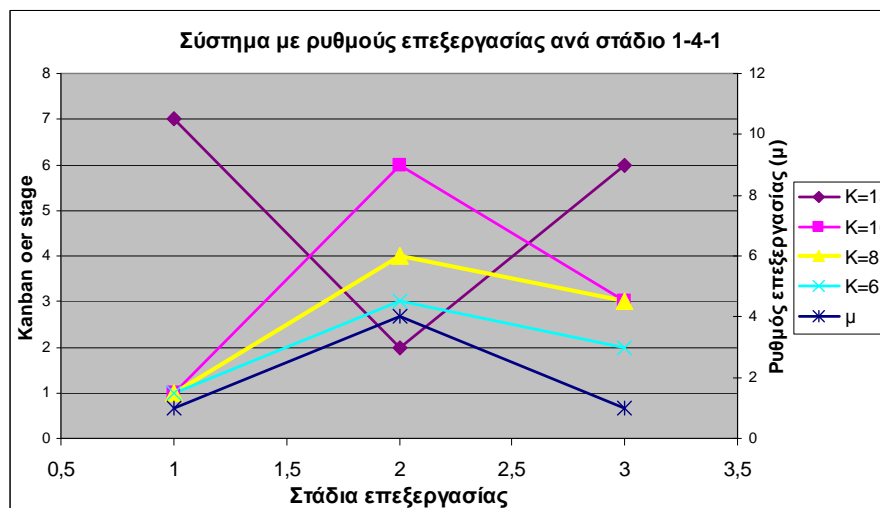
Περίπτωση 4:K=15

Και σε αυτή την περίπτωση επειδή η αρχική λύση αποκλίνει από τη βέλτιστη κατά 0,03% η μέθοδος δεν οδηγεί στην απόλυτα βέλτιστη λύση η οποία είναι $(K_1, K_2, K_3)=(7,2,6)$ με απόδοση $TH_2=0,9415$ ενώ η αρχική κατανομή $(K_1, K_2, K_3)=(5,5,5)$ δίνει $TH_1=0,9412$. Παρακάτω παραθέτουμε τις λύσεις που αποκλίνουν κάτω από 0,05%. Στο Συνοδευτικό CD φαίνονται αναλυτικά οι υπόλοιπες λύσεις.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 5 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 6 |
| 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 | 7 | 2 | 4 | 2 | 3 |
| 3 | 5 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 6 | 3 | 6 |
| T | 63747 | T | 63749 | T | 63759 | T | 63764 | T | 63733 | T | 63728 |
| TH | 0,9412 | TH | 0,9412 | TH | 0,9410 | TH | 0,9410 | TH | 0,9414 | TH | 0,9415 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 6 | 1 | 5 | 1 | 7 | 1 | 7 | 1 | 3 | 1 | 4 |
| 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 3 | 7 | 3 | 7 | 3 | 6 | 3 | 9 | 3 | 7 |
| T | 63738 | T | 63741 | T | 63741 | T | 63725 | T | 63733 | T | 63735 |
| TH | 0,9414 | TH | 0,9413 | TH | 0,9413 | TH | 0,9415 | TH | 0,9414 | TH | 0,9414 |

Οι παραπάνω λύσεις των τεσσάρων περιπτώσεων φαίνονται συνοπτικά στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 4, 1)$

Συνεχίζοντας την ανάλυση των συστημάτων με τρία στάδια θα δούμε την περίπτωση όπου οι ρυθμοί επεξεργασίας των κατά σειρά μηχανών είναι αύξοντες δηλαδή κάθε επόμενος σταθμός είναι πιο γρήγορος από τον προηγούμενό του. Συγκεκριμένα εξετάζουμε την περίπτωση όπου οι ρυθμοί ορίζονται ως $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 3)$. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση ο αριθμός των συνολικών kanban κυμαίνεται από $K=6$ έως $K=15$ και η προσομοίωση με $n=60000$.

Περίπτωση 1: $K=6$

Ξεκινώντας με συνολικά kanban $K=6$ τα οποία είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα το σύστημά μας οδηγείται στην βέλτιστη λύση η οποία είναι $(K_1, K_2, K_3) = (2, 3, 1)$. Όμως αξίζει να πούμε ότι πολύ κοντά στη βέλτιστη λύση είναι και η περίπτωση της συμμετρίας όσο αφορά την κατανομή των kanban δηλαδή η συσσώρευσή τους στο κεντρικό στάδιο, $(K_1, K_2, K_3) = (1, 4, 1)$. Έχει δηλαδή την τάση το σύστημα να χρειάζεται επιπλέον kanban στο πρώτο στάδιο όπου ο ρυθμός επεξεργασίας είναι αρκετά μικρός σε σχέση με το τελευταίο. Ο συνολικός χρόνος της βέλτιστης λύσης

έχει μία μείωση από $T_1=61955$ στην αρχική κατάσταση σε $T_2=61026$ ενώ αντίστοιχα η απόδοση κυμαίνεται από $TH_1=0,9684$ σε $TH_2=0,9832$ (1,53%). Παρακάτω παραθέτουμε τις κατανομές των kanban στις οποίες το σύστημα αποδίδει καλύτερα (απόκλιση 0,55% της βέλτιστης) ενώ περαιτέρω ανάλυση φαίνεται στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 4 |
| 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| T | 61.026 | T | 61.033 | T | 61.061 | T | 61.364 |
| TH | 0,9832 | TH | 0,9831 | TH | 0,9826 | TH | 0,9778 |

Περίπτωση 2: K=8

Σε αυτή την περίπτωση το φαινόμενο της συσσώρευσης των kanban στο πρώτο στάδιο είναι πιο έντονο. Έτσι λοιπόν ξεκινώντας από την αρχική περίπτωση όπου $(K_1, K_2, K_3) = (3, 2, 3)$ καταλήγουμε στην περίπτωση όπου η κατανομή παίρνει τη μορφή $(K_1, K_2, K_3) = (3, 4, 1)$. Φαίνεται δηλαδή ότι το πρώτο στάδιο χρειάζεται περισσότερα kanban σε σχέση με το σύστημα όπου οι ρυθμοί επεξεργασίας ήταν ίσοι σε όλα τα στάδια. Τα kanban αυτά θα πρέπει να τα δώσει το τελευταίο στάδιο το οποίο έχει το μεγαλύτερο ρυθμό επεξεργασίας σε σχέση με τα άλλα δύο. Η βέλτιστη λύση όμως που προκύπτει για αυτό το σύστημα είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (4, 3, 1)$ και να αναφέρουμε ότι οι τιμές των μέτρων απόδοσης που εξετάζουμε κυμαίνονται για το μεν συνολικό χρόνο από $T_1=60795$ σε $T_2=60073$ και η απόδοση από $TH_1=0,9869$ σε $TH_2=0,9988$ (1,21%). Επιπλέον βέλτιστες λύσεις με απόκλιση 0,03% της βέλτιστης φαίνονται παρακάτω.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 5 |
| 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| T | 60.074 | T | 60.084 | T | 60.090 | T | 60.073 | T | 60.091 |
| TH | 0,9988 | TH | 0,9986 | TH | 0,9985 | TH | 0,9988 | TH | 0,9985 |

Περίπτωση 3: K=10

Αυξάνοντας επιπλέον τα συνολικά kanban τα κατανέμουμε αρχικά $(K_1, K_2, K_3) = (3, 4, 3)$. Ακολουθώντας ξανά την ίδια πορεία φτάνουμε στην κατανομή όπου ισχύει $(K_1, K_2, K_3) = (5, 4, 1)$ και η οποία είναι σχεδόν ίση με τη βέλτιστη. Ενισχύεται δηλαδή το πρώτο στάδιο σε σχέση με το τελευταίο και επιβεβαιώνεται το φαινόμενο που είδαμε στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις. Η απόλυτα βέλτιστη λύση όμως είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (2, 7, 1)$. Σε αυτή τη λύση έχουμε $T_2=59841$ σε σχέση με $T_1 = 60014$ της αρχικής κατάστασης και $TH_2=1,0027$ ενώ η αρχική είναι $TH_1=0,9998$ (0,29%). Επιπλέον καλές λύσεις πολύ κοντά στη βέλτιστη κατά 0,03% που επιβεβαιώνουν τη συγκέντρωση περισσότερων kanban στο πρώτο στάδιο φαίνονται παρακάτω.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 | 7 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 2 | 5 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 6 | 2 | 8 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| T | 59.842 | T | 59.846 | T | 59.848 | T | 59.855 | T | 59.848 | T | 59.851 |
| TH | 1,0026 | TH | 1,0026 | TH | 1,0025 | TH | 1,0024 | TH | 1,0025 | TH | 1,0025 |

Περίπτωση 4:=15

Αυξάνοντας επιπλέον τα kanban το σύστημα συνεχίζει να έχει την ίδια τάση και συμπεριφορά με τις προηγούμενες περιπτώσεις αλλά ταυτόχρονα γίνεται πιο ευέλικτο με αποτέλεσμα να έχει αρκετές λύσεις που είναι πολύ κοντά στην απόλυτα βέλτιστη. Ξεκινώντας λοιπόν με 5 kanban σε κάθε στάδιο αρχικά οδηγείται με ακρίβεια στην κατανομή όπου ισχύει $(K_1, K_2, K_3) = (12, 2, 1)$ ενώ οι απόλυτα βέλτιστες λύσεις είναι οι $(K_1, K_2, K_3) = (4, 10, 1)$, $(K_1, K_2, K_3) = (4, 9, 2)$, $(K_1, K_2, K_3) = (5, 9, 1)$. Για αυτές τις βέλτιστες λύσεις έχουμε $T_2=59771$ και $TH_2= 1,0038$ (βελτίωση κατά 0,05%) ενώ αρχικά ήταν $T_1=59802$ και $TH_1= 1,0033$. Επιπλέον λύσεις πολύ κοντά στις βέλτιστες φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι η συγκέντρωση των kanban στο 1^ο και στο 2^ο στάδιο.

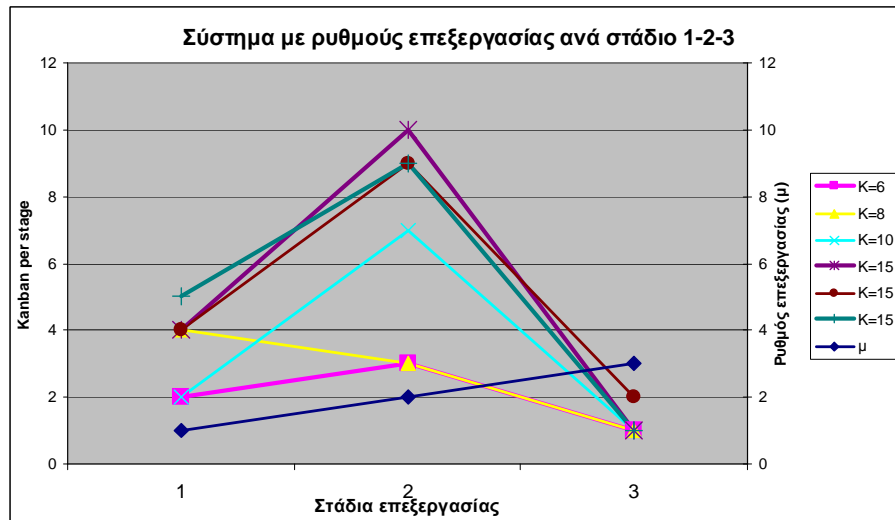
| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 7 | 1 | 8 | 1 | 9 | 1 | 10 | 1 | 11 | 1 | 12 |
| 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| T | 59.778 | T | 59775 | T | 59775 | T | 59.775 | T | 59776 | T | 59774 |
| TH | 1,0037 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0037 | TH | 1,0038 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 13 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 13 | 2 | 12 | 2 | 12 | 2 | 11 | 2 | 11 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| T | 59780 | T | 59772 | T | 59772 | T | 59772 | T | 59772 | T | 59774 |
| TH | 1,0037 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 |

| 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 | 11 |
| 2 | 11 | 2 | 10 | 2 | 10 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| T | 59773 | T | 59773 | T | 59775 | T | 59774 | T | 59776 | T | 59775 |
| TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0037 | TH | 1,0038 |

| 19 | | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 9 | 1 | 12 | 1 | 7 | 1 | 7 | 1 | 9 |
| 2 | 9 | 2 | 4 | 2 | 1 | 2 | 7 | 2 | 6 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| T | 59775 | T | 59775 | T | 59776 | T | 59773 | T | 59775 | T | 59776 |
| TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0037 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0037 |

| 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | 30 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 8 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 4 |
| 2 | 6 | 2 | 8 | 2 | 7 | 2 | 8 | 2 | 7 | 2 | 8 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| T | 59773 | T | 59773 | T | 59774 | T | 59772 | T | 59775 | T | 59775 |
| TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 | TH | 1,0038 |



Σχήμα 5.Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 3)$

Ένα άλλο σύστημα το οποίο είναι το συμμετρικό του προηγούμενου και περιμένουμε να έχουμε αντίθετη συμπεριφορά είναι αυτό με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (3, 2, 1)$. Ο πρώτος σταθμός δηλαδή είναι πιο γρήγορος από τους δύο επόμενους του με αποτέλεσμα να έχουμε συσσώρευση προϊόντων στο τελευταίο στάδιο και συνεπώς μπλοκάρισμα στους δύο πρώτους. Για να αποφύγει αυτό το φαινόμενο θα εφαρμόσουμε την ίδια διαδικασία και θα δούμε πως θα συμπεριφερθεί το σύστημα. Και σε αυτή την περίπτωση εξετάζουμε 4 περιπτώσεις και για αριθμό τεμαχίων $n=60000$.

Περίπτωση 1: $K=6$

Στην περίπτωση που έχουμε έξι συνολικά kanban η βέλτιστη κατανομή που προκύπτει είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (1, 4, 1)$. Πολύ καλές λύσεις που προκύπτουν ακόμη είναι και οι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 3, 2)$ και $(K_1, K_2, K_3) = (1, 2, 3)$. Συσσώρευση δηλαδή των kanban στο δεύτερο και στο τρίτο στάδιο. Αυτό συμβαίνει γιατί ο πρώτος σταθμός είναι πολύ γρήγορος σε σχέση με τους επόμενους του με αποτέλεσμα να συσσωρεύονται τα προϊόντα στο τελευταίο στάδιο. Δίνοντας λοιπόν επιπλέον kanban στο τελευταίο στάδιο και αφαιρώντας από το πρώτο, το σύστημα μπορεί να παράγει χωρίς να μπλοκάρει και να εμποδίζεται η παραγωγική διαδικασία του πρώτου σταδίου. Στη βέλτιστη λύση η παραγωγικότητα φτάνει στο $TH_2=0,9866$ σε σχέση με $TH_1=0,9718$ της αρχικής κατάστασης (βελτίωση 1,52%) ενώ η συνολική διάρκεια είναι $T_2=60816$ σε σχέση με $T_1=61744$. Παρακάτω φαίνονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης και των υπόλοιπων κατανομών που πλησιάζουν σε αυτή κατά 0,62%.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| T | 60.821 | T | 60.816 | T | 60.869 | T | 61.193 |
| TH | 0,9865 | TH | 0,9866 | TH | 0,9857 | TH | 0,9805 |

Περίπτωση 2:K=8

Αυξάνοντας τον αριθμό των kanban έχουμε την ίδια τάση στο σύστημά μας. Δηλαδή κατανομή αυτών έτσι ώστε να ενισχυθεί το τελευταίο στάδιο περισσότερο από το πρώτο. Έτσι λοιπόν οδηγούμαστε σε ένα σύστημα με κατανομή $(K_1, K_2, K_3) = (1, 5, 2)$ ενώ η απόλυτα βέλτιστη λύση είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (1, 6, 1)$. Σε αυτή τη λύση έχουμε $TH_2 = 1,0020$ (1,22%) και $T_2 = 59.878$ ενώ στην αρχική κατάσταση είναι $TH_1 = 0,9899$ και $T_1 = 60.608$. Επιπλέον καλές λύσεις είναι και οι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 4, 3)$, $(K_1, K_2, K_3) = (1, 3, 4)$, $(K_1, K_2, K_3) = (1, 5, 2)$, $(K_1, K_2, K_3) = (1, 2, 5)$ όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα ενώ αναλυτικά αποτελέσματα στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 5 |
| T | 59.892 | T | 59.881 | T | 59.912 | T | 59.951 |
| TH | 1,0018 | TH | 1,0019 | TH | 1,0015 | TH | 1,0008 |

Περίπτωση 3:K=10

Επόμενη περίπτωση που εξετάζουμε είναι αυτή με 10 συνολικά kanban. Ξεκινώντας από την αρχική κατάσταση όπου $(K_1, K_2, K_3) = (3, 4, 3)$ καταλήγουμε στην πολύ κοντά στη βέλτιστη λύση $(K_1, K_2, K_3) = (1, 3, 6)$. Βλέπουμε δηλαδή και εδώ το σύστημα να συσσωρεύει τα kanban στο τελευταίο στάδιο για να μην μπλοκάρει η παραγωγική διαδικασία του 1^{ου} σταδίου. Η βέλτιστη λύση όμως που προκύπτει είναι η $(K_1, K_2, K_3) = (1, 7, 2)$. Τα μέτρα απόδοσης που εξετάζουμε είναι $TH_2 = 1,0058$ και $T_2 = 59653$ ενώ στην αρχική περίπτωση είναι $TH_1 = 1,0028$ και $T_1 = 59831$ (βελτίωση 0,3%). Εξίσου καλές λύσεις ως προς την απόδοση που πετυχαίνουν και αποκλίνουν κατά 0,05% της βέλτιστης φαίνονται παρακάτω και στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 5 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 8 | 2 | 6 |
| 3 | 4 | 3 | 5 | 3 | 6 | 3 | 7 | 3 | 1 | 3 | 3 |
| T | 59670 | T | 59669 | T | 59660 | T | 59684 | T | 59659 | T | 59662 |
| TH | 1,0055 | TH | 1,0055 | TH | 1,0057 | TH | 1,0053 | TH | 1,0057 | TH | 1,0057 |

Περίπτωση 4:K=15

Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα οδηγείται στη βέλτιστη λύση αλλά ακολουθώντας τη διαδικασία μπορούμε να καταλήξουμε σε άλλη λύση η οποία είναι εξίσου καλή. Πιο συγκεκριμένα ξεκινώντας από την περίπτωση όπου τα kanban είναι

ομοιόμορφα κατανομημένα φτάνουμε στην βέλτιστη λύση στην οποία η κατανομή είναι $(K_1, K_2, K_3) = (1, 5, 9)$ αλλά συνεχίζοντας την τάση των σκιωδών τιμών καταλήγουμε στην περίπτωση όπου ισχύει η κατανομή $(K_1, K_2, K_3) = (1, 2, 12)$ η οποία είναι πολύ κοντά στην απόλυτα βέλτιστη λύση, όπου η μεν απόδοση του συστήματος φτάνει στο $TH_2=1,0072$ από $TH_1=1,0065$ (0,07%) και ο συνολικός χρόνος $T_2=59569$ από $T_1=59613$. Επειδή ο συνολικός αριθμός των kanban είναι μεγάλος δίνει ευελιξία στο σύστημα και για αυτό το λόγο έχουμε αρκετές λύσεις κοντά στη βέλτιστη κατά 0,02% οι οποίες φαίνονται παρακάτω. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι ο μικρός αριθμός kanban στο 1^ο στάδιο δηλαδή κάτω από τρία.

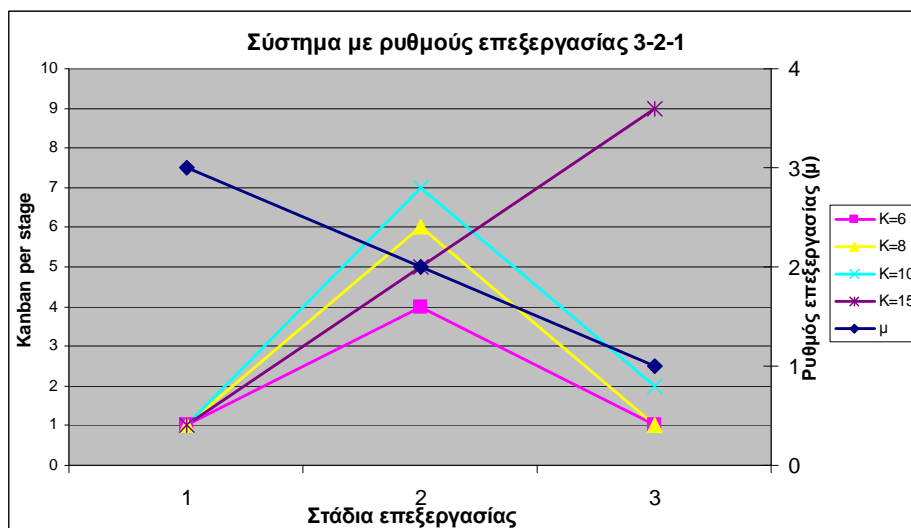
| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 3 | 7 | 3 | 8 | 3 | 10 | 3 | 11 | 3 | 12 | 3 | 10 |
| T | 59578 | T | 59572 | T | 59570 | T | 59570 | T | 59577 | T | 59572 |
| TH | 1,0071 | TH | 1,0072 | TH | 1,0072 | TH | 1,0072 | TH | 1,0071 | TH | 1,0072 |

| 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 13 | 2 | 11 | 2 | 12 | 2 | 11 |
| 3 | 11 | 3 | 12 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| T | 59578 | T | 59582 | T | 59579 | T | 59577 | T | 59577 | T | 59578 |
| TH | 1,0071 | TH | 1,0070 | TH | 1,0071 | TH | 1,0071 | TH | 1,0071 | TH | 1,0071 |

| 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 |
| 2 | 10 | 2 | 10 | 2 | 10 | 2 | 1 | 2 | 12 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 11 | 3 | 1 | 3 | 10 |
| T | 59578 | T | 59579 | T | 59578 | T | 59582 | T | 59580 | T | 59580 |
| TH | 1,0071 | TH | 1,0071 | TH | 1,0071 | TH | 1,0070 | TH | 1,0070 | TH | 1,0070 |

| 19 | | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 2 | 9 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 8 | 2 | 8 | 2 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 9 | 3 | 9 | 3 | 5 | 3 | 6 | 3 | 8 |
| T | 59579 | T | 59573 | T | 59579 | T | 59577 | T | 59574 | T | 59578 |
| TH | 1,0071 | TH | 1,0072 | TH | 1,0071 | TH | 1,0071 | TH | 1,0072 | TH | 1,0071 |

| 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 9 | 2 | 6 | 2 | 8 | 2 | 6 | 2 | 7 |
| 3 | 5 | 3 | 8 | 3 | 4 | 3 | 7 | 3 | 7 |
| T | 59577 | T | 59571 | T | 59580 | T | 59574 | T | 59573 |
| TH | 1,0071 | TH | 1,0072 | TH | 1,0070 | TH | 1,0072 | TH | 1,0072 |



Σχήμα 6.Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)=(3,2,1)$

3.3.2.2 Συστήματα πέντε σταδίων

Επεκτείνοντας την έρευνά μας θα εξετάσουμε συστήματα τα οποία αποτελούνται από πέντε στάδια. Σε ένα σύστημα τριών σταδίων το 1^ο και το 3^ο στάδιο είναι ουσιαστικά η αρχή και το τέλος της γραμμής παραγωγής δηλαδή τα δύο μεταβατικά που το μεν 1^ο δεν μένει ποτέ αδρανοποιημένο, δεν είναι 'starved' (πεινάει) ενώ το 3^ο δεν εμποδίζεται ποτέ δηλαδή δεν είναι 'blocked'. Για αυτό λοιπόν, σε αυτό το κεφάλαιο θα δούμε συστήματα παραγωγής όπου τα δύο αυτά στάδια δεν θα περιορίζουν τους υπόλοιπους σταθμούς επεξεργασίας και ξεκινάμε με μία γραμμή παραγωγής 5 σταδίων.

Η πρώτη περίπτωση όσο αφορά το ρυθμό επεξεργασίας είναι όταν αυτός είναι κοινός σε όλα στάδια και ίσος με τη μονάδα. Ξεκινώντας με συνολικό αριθμό kanban ίσο με $K=6$, δηλαδή όσα τα στάδια παραγωγής συν ένα, θα εξετάσουμε επίσης τις περιπτώσεις όταν αυτά κυμαίνονται μέχρι $K=15$ και συγκεκριμένα παίρνουν τις τιμές $K=7, K=8$ και $K=10$. Η προσομοίωση θα τρέξει για μέγιστο αριθμό τεμαχίων προς επεξεργασία ίσο με $n=50000$.

Περίπτωση 1: $K=6$.

Εξετάζοντας τις πέντε εναλλακτικές περιπτώσεις που μπορεί να τοποθετηθεί η επιπλέον κάρτα εξουσιοδότησης παρατηρούμε ότι η καλύτερη λύση είναι όταν αυτή τοποθετηθεί στο μεσαίο στάδιο δηλαδή στο 3^ο. Το σύστημα δηλαδή ανταποκρίνεται καλύτερα σε αυτή την περίπτωση με μέγιστο ρυθμό επεξεργασίας ίσο με $TH=0,5397$ και συνολικό χρόνο επεξεργασίας $T=92649$. Η βέλτιστη λύση είναι καλύτερη κατά 2,22% από την επόμενη που είναι όταν το επιπλέον kanban τοποθετηθεί εκατέρωθεν του κεντρικού σταδίου δηλαδή στους σταθμούς 2 ή 4. Αξίζει να πούμε ότι όταν ξεκινήσουμε από την περίπτωση όπου το επιπλέον kanban τοποθετηθεί στους σταθμούς 1 ή 5, οδηγούμενοι από τις σκιώδεις τιμές καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση ενώ όταν θέσουμε σαν αρχική κατάσταση τις περιπτώσεις όπου αυτό τοποθετείται στους σταθμούς 2 ή 4 τότε δεν οδηγούμαστε στη βέλτιστη λύση αλλά εναλλάξ σε αυτές τις δύο. Αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στο Συνοδευτικό CD και στον παρακάτω πίνακα.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 |
| T | 94700 | T | 92649 | T | 94549 | T | 98744 | T | 98806 |
| TH | 0,5280 | TH | 0,5397 | TH | 0,5288 | TH | 0,5064 | TH | 0,5060 |

Περίπτωση 2:K=7

Αυξάνοντας τον συνολικό αριθμό των kanban κατά ένα δηλαδή στο σύνολο να έχουμε $K=7$ βλέπουμε ότι η βέλτιστη τοποθέτησή τους είναι στους σταθμούς 2 και 4. Το σύστημα δηλαδή ανταποκρίνεται καλύτερα όταν αυτά τα δύο επιπλέον βρίσκονται πριν και μετά του μεσαίου σταθμού και όχι όταν είναι συνεχόμενα σε δύο, κοντά στο κέντρο, σταθμούς π.χ. στον 2 και 3 ή στον 3 και 4. Παρόλα αυτά όμως και σε αυτές τις δύο περιπτώσεις η απόδοσή του είναι πολύ κοντά στη βέλτιστη λύση όπως φαίνεται και παρακάτω στον πίνακα. Να αναφέρουμε, ότι η βέλτιστη λύση επιτυγχάνει μία απόδοση ίση με $TH=0,5844$ και συνολικό χρόνο $T = 85564$, απόκλιση κατά 1,34% από τη πλησιέστερή της $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 2, 2, 1, 1)$. Ξεκινώντας από μία τυχαία κατανομή των kanban δεν οδηγούμαστε πάντα στην καλύτερη λύση, όπως φαίνεται και στο παράρτημα, αλλά πολύ κοντά σε αυτή αφού υπάρχουν πολλές εναλλακτικές περιπτώσεις ακολουθώντας τις σκιώδεις τιμές.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 2 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| T | 85564 | T | 86693 | T | 86579 |
| TH | 0,5844 | TH | 0,5767 | TH | 0,5775 |

Περίπτωση 3:K=8

Δίνοντας περισσότερη ευελιξία στο σύστημα και προσθέτοντας ένα επιπλέον kanban παρατηρούμε ότι η απόδοση βελτιώνεται όταν αυτά τοποθετούνται στους κεντρικούς σταθμούς δηλαδή στους 2,3 και 4 με την απόδοση να φτάνει το $TH=0,6258$ και ο συνολικός χρόνος το $T = 79902$ δηλαδή αύξηση κατά 2,05% από την πιο κοντινή λύση όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα. Σε αυτή την περίπτωση ξεκινώντας από μία τυχαία κατανομή των kanban καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση ακολουθώντας τη μέθοδο των δυικών τιμών. Αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| T | 79.902 | T | 81630 | T | 81539 |
| TH | 0,6258 | TH | 0,6125 | TH | 0,6132 |

Περίπτωση 4:K=10

Με 10 συνολικά kanban ξεκινάμε με την περίπτωση όπου αυτά τοποθετούνται ομοιόμορφα δηλαδή 2 σε κάθε σταθμό. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο καταλήγουμε στην βέλτιστη λύση που είναι $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 3, 2, 3, 1)$ στην οποία επιτυγχάνεται απόδοση $TH_2=0,6815$ και $T_2 = 73366$ ενώ αρχικά είναι $TH_1=0,6653$ και $T_1=75150$. Υπάρχει δηλαδή αύξηση 2,43%, ενώ η πιο κοντινή κατανομή η οποία φαίνεται παρακάτω αποκλίνει από τη βέλτιστη κατά 1,04%. Συνεχίζοντας με την ίδια διαδικασία καταλήγουμε σε άλλες υπο-βέλτιστες λύσεις ενώ ξεκινώντας από τυχαίες κατανομές δεν καταλήγουμε πάντα στη βέλτιστη λύση αλλά πολύ κοντά σε αυτή όπως βλέπουμε και στο παράρτημα με το Συνοδευτικό CD.

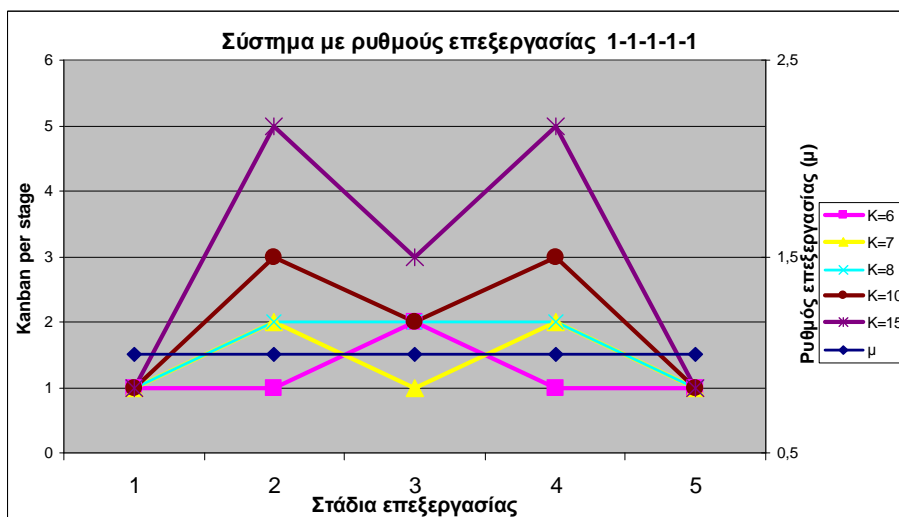
| 1 | | 2 | | 3 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| T | 73366 | T | 74127 | T | 74160 |
| TH | 0,6815 | TH | 0,6745 | TH | 0,6742 |

Περίπτωση 5:K=15

Επόμενη περίπτωση είναι να ξεκινήσουμε από τρία kanban σε κάθε στάδιο με συνολικά K=15 στο σύστημα. Εδώ βλέπουμε ότι η βέλτιστη κατανομή τους είναι η $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 5, 3, 5, 1)$ δηλαδή η τάση του συστήματος είναι ποιοτικά ίδια με την προηγούμενη περίπτωση αφού βελτιώνεται η απόδοσή του όταν εκατέρωθεν του κεντρικού σταδίου έχουμε περισσότερα τοποθετημένα kanban σε σχέση με αυτό ενώ το πρώτο και το τελευταίο έχουν από ένα. Στην βέλτιστη λύση το σύστημα επιτυγχάνει απόδοση $TH_2=0,7655$ και συνολικό χρόνο $T_2=65316$ ενώ αρχικά αυτές οι τιμές ήταν $TH_1=0,7512$ και $T_1=66561$. Υπάρχει δηλαδή βελτίωση κατά 1,9%. Η μέθοδος που ακολουθούμε οδηγεί στη βέλτιστη λύση αλλά συνεχίζοντας μπορούμε να καταλήξουμε σε άλλες αρκετά καλές λύσεις που φαίνονται αναλυτικά στο παράρτημα. Παρακάτω παραθέτουμε λύσεις που αποκλίνουν από τη βέλτιστη μέχρι και 0,56%.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 5 | 2 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 5 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| 4 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 6 | 4 | 4 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 |
| T | 65441 | T | 65506 | T | 65633 | T | 65665 | T | 65680 | T | 65685 |
| TH | 0,7640 | TH | 0,7633 | TH | 0,7618 | TH | 0,7614 | TH | 0,7613 | TH | 0,7612 |

Συνοψίζοντας τις παραπάνω περιπτώσεις οι βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 7 .Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα πέντε σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 1, 1, 1, 1)$

Ένα άλλο σύστημα πέντε σταδίων που θα εξετάσουμε είναι αυτό που ο κεντρικός σταθμός δηλαδή ο 3^{ος} έχει τέσσερις φορές πιο γρήγορο ρυθμό επεξεργασίας από τους υπόλοιπους. Είναι δηλαδή το σύστημα $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 1, 4, 1, 1)$. Θα δούμε αναλυτικά τις πέντε περιπτώσεις που εξετάσαμε και προηγουμένως για διαφορετικό αριθμό συνολικών kanban και για συνολικά τεμάχια $n=50000$.

Περίπτωση 1: $K=6$

Από τις πέντε εναλλακτικές θέσεις που υπάρχουν για την τοποθέτηση αυτού του επιπλέον kanban η βέλτιστη θέση που προκύπτει είναι ο σταθμός 2. Πριν δηλαδή από τον πιο γρήγορο Εξίσου καλή λύση είναι και όταν τοποθετηθεί στον 4^ο σταθμό μετά από τον πιο γρήγορο. Χρειάζεται δηλαδή το σύστημα επιπλέον θέσεις επεξεργασίας εκατέρωθεν του πιο γρήγορου σταθμού. Η βέλτιστη λύση επιτυγχάνει μία απόδοση $TH=0,6005$ και χρόνο $T=83268$. Η απόδοση του συστήματος σε αυτές τις δύο λύσεις που αναφέραμε είναι 3,1% καλύτερη από τις υπόλοιπες εναλλακτικές θέσεις οι οποίες είναι όταν το επιπλέον kanban τοποθετηθεί στον πρώτο ή στον τελευταίο σταθμό. Η χειρότερη εναλλακτική είναι η κατανομή που αυτό τοποθετείται στον κεντρικό και ταυτόχρονα πιο γρήγορο σταθμό. Από όποια τυχαία κατανομή ξεκινήσουμε καταλήγουμε αμέσως στην βέλτιστη επιλογή. Αναλυτικότερα αποτελέσματα στο παρακάτω πίνακα ενώ η τάση του συστήματος καθώς οδηγείται από τις σκιώδεις τιμές φαίνεται στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 |
| T | 83268 | T | 86135 | T | 83289 | T | 85860 | T | 85841 |
| TH | 0,6005 | TH | 0,5805 | TH | 0,6003 | TH | 0,5823 | TH | 0,5825 |

Περίπτωση 2:K=7

Αυτή η περίπτωση έρχεται να συμπληρώσει την προηγούμενη και φανερώνει ότι αν προσθέσουμε άλλη μία κάρτα εξουσιοδότησης στο σύστημα θα τοποθετηθούν εκατέρωθεν του πιο γρήγορου σταθμού και θα έχουμε την κατανομή $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 2, 1, 2, 1)$. Η απόδοση του συστήματος είναι κατά 4,8% τουλάχιστον καλύτερη από τις υπόλοιπες επιλογές ενώ εύκολα καταλήγουμε σε αυτή τη λύση ξεκινώντας από μία άλλη τυχαία κατανομή όπως φαίνεται και στο παράρτημα. Τα μέτρα απόδοσης που εξετάζουμε είναι $TH=0,6559$ και $T=76233$ στη βέλτιστη λύση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι πλησιέστερες (απόκλιση 4,9%) στη βέλτιστη κατανομές.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 3 | 4 | 2 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| T | 79.926 | T | 79.977 | T | 76.233 |
| TH | 0,6256 | TH | 0,6252 | TH | 0,6559 |

Περίπτωση 3:K=8

Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα αποδίδει καλύτερα όταν τα τρία επιπλέον kanban τοποθετηθούν εκατέρωθεν του πιο γρήγορου σταθμού και συγκεκριμένα έχουν την κατανομή $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 3, 1, 2, 1)$. Λύση δηλαδή ποιοτικά όμοια με την προηγούμενη περίπτωση. Εξίσου καλή σχεδόν όμοια λύση είναι και η συμμετρική αυτής δηλαδή $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 2, 1, 3, 1)$. Η αρχική κατάσταση όπου τα kanban είναι τοποθετημένα στους σταθμούς 2, 3 και 4 $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 2, 2, 2, 1)$ δίνει στο σύστημα ρυθμό παραγωγής $TH_1=0,6740$ και συνολικό χρόνο $T_1=74.184$ ενώ αντίστοιχα η βέλτιστη $TH_2=0,6864$ και $T_2=72843$. Αύξηση δηλαδή κατά 1,84%. Ξεκινώντας από την αρχική κατάσταση (ομοιόμορφη κατανομή στα στάδια 2, 3 και 4) εύκολα καταλήγουμε στις βέλτιστες λύσεις. Αναλυτικότερα αποτελέσματα με λύσεις κοντά στη βέλτιστη με απόκλιση 1,16% φαίνονται στον παρακάτω πίνακα ενώ στο παράρτημα του Συνοδευτικού CD οι σκιαδείς τιμές και πως αυτές οδηγούν το σύστημα.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 4 | 3 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 |
| T | 74184 | T | 72.865 | T | 72.843 | T | 73692 | T | 73.680 |
| TH | 0,6740 | TH | 0,6862 | TH | 0,6864 | TH | 0,6785 | TH | 0,6786 |

Περίπτωση 4:K=10

Δίνοντας στο σύστημα συνολικά K=10 kanban και ξεκινώντας από την κατάσταση όπου όλα είναι ομοιόμορφα τοποθετημένα στα πέντε στάδια (2 σε κάθε στάδιο) καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση που είναι ίδια ποιοτικά με την προηγούμενη περίπτωση αφού και εδώ το σύστημα έχει την ίδια τάση δηλαδή τοποθέτηση των

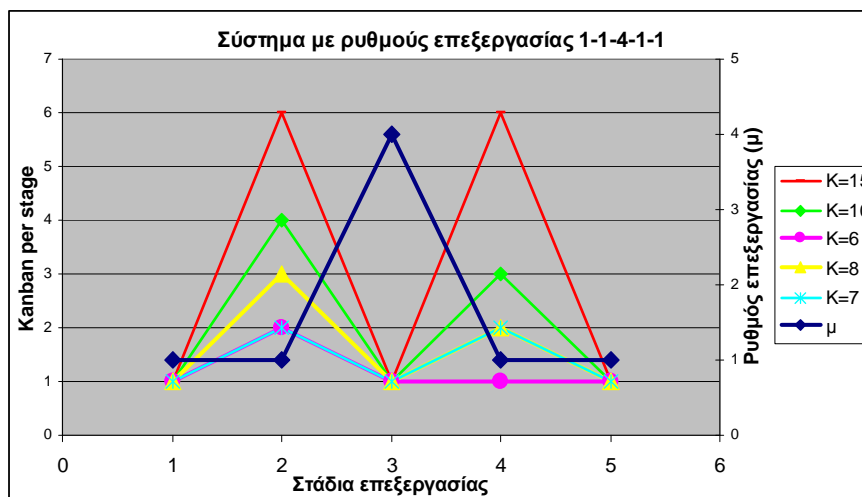
περισσότερων kanban εκατέρωθεν του πιο γρήγορου σταθμού. Η λύση που προκύπτει είναι $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 4, 1, 3, 1)$ ενώ όπως και προηγουμένως πολύ κοντά σε αυτή είναι και η $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 3, 1, 4, 1)$. Η βελτίωση που επιτυγχάνεται είναι 2,57% σε σχέση με την αρχική κατάσταση αφού τα μέτρα απόδοσης είναι $TH_2=0,7414$, $T_2=67444$ και $TH_1=0,7228$, $T_1=69175$. Ακολουθώντας τις σκιώδεις τιμές φτάνουμε με ακρίβεια στη βέλτιστη λύση ενώ ξεκινώντας από τυχαία κατανομή καταλήγουμε επίσης σε αυτή. (βλ. Συνοδευτικό CD) Παρακάτω φαίνονται οι λύσεις που είναι κοντά στη βέλτιστη (απόκλιση 0,8%) με κοινό χαρακτηριστικό την τοποθέτηση ενός kanban στο κεντρικό (γρήγορο) στάδιο.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 | 5 | 1 |
| T | 67.834 | T | 67.492 | T | 67.444 | T | 67.863 | T | 67.982 |
| TH | 0,7371 | TH | 0,7408 | TH | 0,7414 | TH | 0,7368 | TH | 0,7355 |

Περίπτωση 5:K=15

Αν ξεκινήσουμε από την αρχική κατάσταση όπου τα K=15 kanban είναι ομοιόμορφα κατανομημένα στους πέντε σταθμούς καταλήγουμε στην βέλτιστη λύση που είναι $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) = (1, 6, 1, 6, 1)$ όπως είναι αναμενόμενο και όμοια ποιοτικά με τις προηγούμενες περιπτώσεις. Εδώ επιτυγχάνεται μία αύξηση στην απόδοση της τάξης του 2% αφού τα μέτρα απόδοσης είναι $TH_1=0,8009$ και $T_1=62433$ στην αρχική κατάσταση και $TH_2=0,8196$ και $T_2=61005$ στη βέλτιστη λύση. Εύκολα το σύστημα καταλήγει στην βέλτιστη λύση ξεκινώντας από μία τυχαία κατανομή. Αναλυτικότερα αποτελέσματα με τις λύσεις που πλησιάζουν τη βέλτιστη με ακρίβεια κάτω του 0,56% φαίνονται στον παρακάτω πίνακα ενώ στο Συνοδευτικό CD φαίνονται και οι υπόλοιποι συνδυασμοί κατανομών.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 5 | 2 | 6 | 2 | 6 | 2 | 7 | 2 | 5 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 5 | 4 | 6 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 7 |
| 5 | 2 | 5 | 1 | 5 | 2 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| T | 61.144 | T | 61.005 | T | 61.352 | T | 61.204 | T | 61.204 |
| TH | 0,8177 | TH | 0,8196 | TH | 0,8150 | TH | 0,8169 | TH | 0,8169 |



Σχήμα 8. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα πέντε σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 1, 4, 1, 1)$

3.3.2.3 Συστήματα έξι σταδίων

Σε αυτό το σημείο θα συνεχίσουμε την εξέταση συστημάτων έξι σταδίων και πώς αυτά συμπεριφέρονται καθώς μεταβάλλεται ο αριθμός των kanban από $K=7$, $K=8$, $K=12$ και $K=18$. Ο μέγιστος αριθμός τεμαχίων που θα εφαρμόσουμε είναι $n=30000$ γιατί υπάρχει αρκετά μεγάλη αύξηση του χρόνου λήψης των αποτελεσμάτων καθώς αυξάνουμε αυτήν την παράμετρο σε αυτά τα συστήματα. Πρώτη μορφή συστημάτων που θα δούμε είναι όταν οι ρυθμοί επεξεργασίας είναι κοινοί σε όλα τα στάδια και ίσοι με τη μονάδα. Όπως αναφέραμε θα δούμε τέσσερις περιπτώσεις στις οποίες θα μεταβάλουμε το συνολικό αριθμό kanban.

Περίπτωση 1: $K=7$

Η βέλτιστη λύση που προκύπτει σε αυτή την περίπτωση είναι η τοποθέτηση του επιπλέον αυτού kanban σχεδόν στο κέντρο της γραμμής παραγωγής δηλαδή στο 4^ο στάδιο. Όμως η περίπτωση που αυτό εφαρμοστεί στο 3^ο στάδιο η λύση που προκύπτει είναι εξίσου καλή και σχεδόν όμοια με τη βέλτιστη. Η λύση που παίρνουμε χειροτερεύει όσο απομακρύνεται από το κέντρο. Ξεκινώντας από τυχαία λύση και ακολουθώντας τις σκιαώδεις τιμές καταλήγουμε σε αυτές τις δύο βέλτιστες λύσεις όπως φαίνεται και στο Συνοδευτικό CD. Η απόδοση που επιτυγχάνεται στην περίπτωση $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 1, 1, 2, 1, 1)$ είναι $TH=0,5083$ ενώ στην περίπτωση $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 1, 2, 1, 1, 1)$ είναι $TH=0,5076$ αύξηση κατά τουλάχιστον 2,25% από τις υπόλοιπες περιπτώσεις του παρακάτω πίνακα.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 1 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 | 5 | 1 |
| 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 2 |
| T | 62.385 | T | 60.410 | T | 60349 | T | 62402 |
| TH | 0,4809 | TH | 0,4966 | TH | 0,4971 | TH | 0,4808 |

Περίπτωση 2:K=8

Αυξάνοντας τα kanban σε $K=8$ η καλύτερη λύση που προκύπτει είναι $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 1, 2, 1, 2, 1)$, όμως εξίσου καλές λύσεις είναι και $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 1, 2, 2, 1, 1)$ και $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 2, 1, 2, 1, 1)$. Βελτιώνεται δηλαδή η απόδοση όταν τα επιπλέον kanban τοποθετούνται στον κέντρο του συστήματος ή εκατέρωθεν αυτού. Η μέθοδος των σκιωδών τιμών είναι αρκετά ακριβής αφού μας οδηγεί σε αυτές τις λύσεις που αναφέραμε. Αναλυτικά αποτελέσματα για του ρυθμούς παραγωγής και τους χρόνους της παραγωγικής διαδικασίας για τις καλύτερες κατανομές (απόκλιση 1,26%) που προκύπτουν φαίνονται παρακάτω, ενώ οι υπόλοιπες λύσεις με τις σκιώδεις τιμές απεικονίζονται στο παράρτημα του Συνοδευτικού CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 | 5 | 2 |
| 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 |
| T | 54.955 | T | 54.898 | T | 54.854 | T | 55.541 |
| TH | 0,5459 | TH | 0,5465 | TH | 0,5469 | TH | 0,5401 |

Περίπτωση 3:K=12

Σε αυτό το σύστημα η κατανομή μοιάζει ποιοτικά με το σύστημα πέντε σταδίων που έχουμε ήδη εξετάσει. Δηλαδή ελάχιστα kanban στη αρχή και στο τέλος της γραμμής παραγωγής αύξηση στα στάδια εκατέρωθεν των κεντρικών στα οποία ο αριθμός των kanban είναι λίγο μειωμένος. Η βέλτιστη κατανομή που προκύπτει είναι $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 3, 2, 2, 3, 1)$. Η απόδοση σε αυτή την περίπτωση είναι $TH_2=0,6605$ ενώ όταν η κατανομή είναι ομοιόμορφη σε όλα τα στάδια (2 σε κάθε ένα) αυτός ο δείκτης είναι $TH_1=0,6482$. Επιτυγχάνουμε δηλαδή αύξηση περίπου 1,9%. Ξεκινώντας από την αρχική κατάσταση $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (2, 2, 2, 2, 2, 2)$ φτάνουμε στην βέλτιστη λύση ενώ από μία τυχαία κατανομή αυτό δεν συμβαίνει πάντα. Καταλήγουμε όμως σε εξίσου καλές, όπως φαίνεται και στο Συνοδευτικό CD, και σίγουρα μπορούμε να αποφύγουμε τις λύσεις που χειροτερεύουν το σύστημά μας. Κάποιες καλές λύσεις που πλησιάζουν τη βέλτιστη κατά 1,23% φαίνονται παρακάτω.

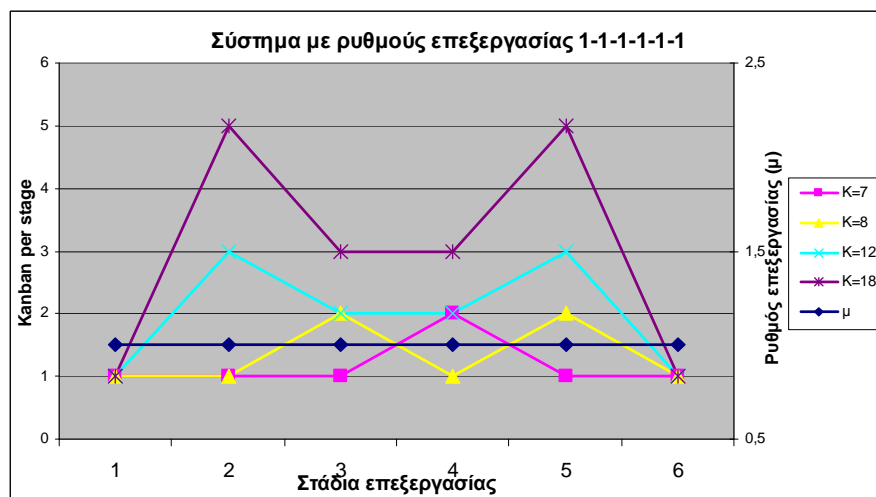
| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 |
| 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 3 | 5 | 3 | 5 | 2 |
| 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 |
| T | 45.821 | T | 45.919 | T | 45.824 | T | 45.599 | T | 45.978 |
| TH | 0,6547 | TH | 0,6533 | TH | 0,6547 | TH | 0,6579 | TH | 0,6525 |

Περίπτωση 4:K=18

Κλείνοντας με την περίπτωση που ο συνολικός αριθμός των kanban είναι $K=18$ και ξεκινώντας από την περίπτωση όπου κάθε στάδιο έχει αρχικά τρία φτάνουμε στην καλύτερη λύση όπου ισχύει η κατανομή $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 5, 3, 3, 5, 1)$. Βλέπουμε δηλαδή την ίδια τάση που είχε και το σύστημα στην προηγούμενη περίπτωση. Τα μέτρα απόδοσης που εξετάζουμε είναι $TH_1=0,7374$ και $T_1=40684$ στην αρχική κατάσταση και $TH_2=0,7497$, (αύξηση 1,67%) $T_2=40016$ στην βέλτιστη κατάσταση. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο μπορούμε να φτάσουμε σε αυτή τη κατανομή ενώ μία τυχαία κατανομή οδηγεί εξίσου σε καλές λύσεις. Το σύστημα επιτυγχάνει επίσης καλή απόδοση όταν η κατανομή των kanban είναι σχετικά ομοιόμορφη στα κεντρικά στάδια. Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα με πιο αναλυτικά αποτελέσματα για κάποιες καλές λύσεις με απόκλιση κάτω του 1% (0,7%) από τη βέλτιστη.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 |
| 5 | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 |
| 6 | 2 | 6 | 1 | 6 | 2 |
| T | 40293 | T | 40.054 | T | 40.173 |
| TH | 0,7445 | TH | 0.7490 | TH | 0,7468 |

Συνοπτικά οι παραπάνω περιπτώσεις φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

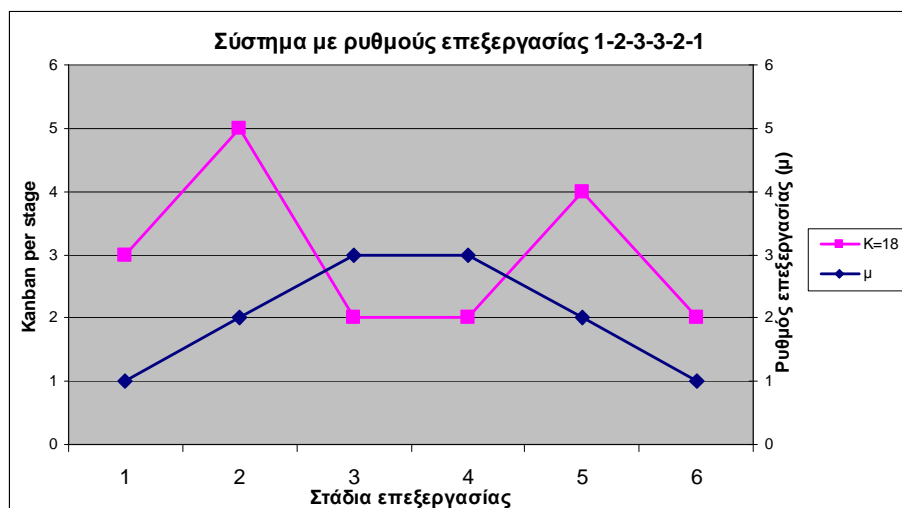


Σχήμα 9. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα έξι σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$

Συνεχίζοντας την ανάλυση των συστημάτων με έξι στάδια θα δούμε την περίπτωση όπου οι ρυθμοί επεξεργασίας των κατά σειρά μηχανών είναι αύξοντες στην αρχή (μέχρι το τρίτο στάδιο) και φθίνοντες στην συνέχεια (από τον κεντρικό μέχρι το τέλος). Συγκεκριμένα εξετάζουμε την περίπτωση όπου οι ρυθμοί ορίζονται ως $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 2, 3, 3, 2, 1)$. Σε αυτή την περίπτωση θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου ο συνολικός αριθμός των kanban είναι σταθερός και ίσος με $K=18$.

Η μέθοδος οδηγεί στην βέλτιστη λύση που είναι η $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (3, 5, 2, 2, 4, 2)$ αλλά και σε άλλες λύσεις που είναι εξίσου καλές με απόκλιση από τη βέλτιστη κάτω του 1%. Η απόδοση του συστήματος αυξάνεται όταν τα κεντρικά στάδια έχουν μικρό αριθμό kanban σε σχέση με τα αρχικά και τα τελευταία τα οποία λόγω του χαμηλού ρυθμού παραγωγής πρέπει να ενισχυθούν για να μην μπλοκάρουν τα κατάντι στάδια και να μην αδρανοποιούνται ('starved') τα ανάντι. Στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται απόδοση $TH=0,9469$. Κάποιες καλές λύσεις με απόκλιση κάτω του 0,1% από τη βέλτιστη φαίνονται παρακάτω ενώ αναλυτικά οι υπόλοιποι συνδυασμοί στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 4 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 3 | 2 | 6 | 2 | 5 |
| 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 |
| 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 2 |
| 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 3 | 5 | 6 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 4 | 6 | 2 | 6 | 3 |
| T | 31704 | T | 31704 | T | 31710 | T | 31710 | T | 31703 | T | 31699 |
| TH | 0,9463 | TH | 0,9463 | TH | 0,9461 | TH | 0,9461 | TH | 0,9463 | TH | 0,9464 |

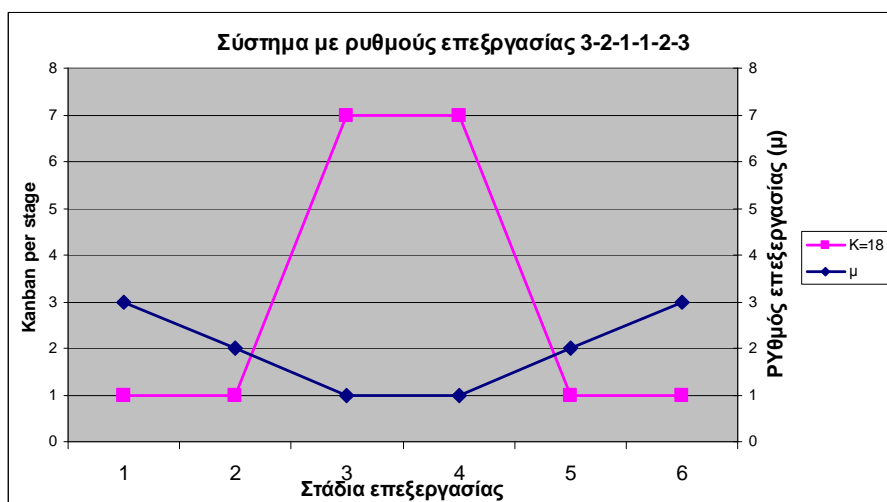


Σχήμα 10. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα έξι σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 2, 3, 3, 2, 1)$

Παρόμοια περίπτωση με την προηγούμενη είναι όταν οι ρυθμοί επεξεργασίας είναι φθίνοντες μέχρι το 3^ο στάδιο και στη συνέχεια αυξανόμενοι μέχρι το τελευταίο δηλαδή έχουν τη μορφή $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (3, 2, 1, 1, 2, 3)$. Σε αυτή την περίπτωση η βέλτιστη λύση είναι η $(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6) = (1, 1, 7, 7, 1, 1)$. Το σύστημα δηλαδή αποδίδει καλύτερα όταν υπάρχει συσσώρευση των kanban στα δύο κεντρικά στάδια 3 και 4. Σε αντίθετη περίπτωση τα δύο πρώτα στάδια θα ήταν συνεχώς μπλοκαρισμένα 'blocked' και τα δύο τελευταία συνεχώς θα ήταν αδρανοποιημένα περιμένοντας τα προϊόντα προς επεξεργασία 'starved'. Με τη βέλτιστη κατανομή επέρχεται ισορροπία στο σύστημα και επιτυγχάνεται βαθμός παραγωγικότητας $TH_2=0,9265$ ενώ στην αρχική κατάσταση το μέτρο αυτό ήταν $TH_1=0,8542$. Υπάρχει δηλαδή αύξηση 8,46%. Στην βέλτιστη λύση οδηγούμαστε ακολουθώντας την τάση των σκιαδών τιμών ξεκινώντας από την αρχική κατανομή όπως και από μία άλλη τυχαία λύση. Στον παρακάτω

πίνακα φαίνονται οι δύο λύσεις με απόκλιση μέχρι 2% από τη βέλτιστη και στο Συνοδευτικό CD αναλυτικά μαζί με τις σκιώδεις τιμές.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 3 | 5 | 3 | 6 | 3 | 7 |
| 4 | 5 | 4 | 6 | 4 | 7 |
| 5 | 3 | 5 | 2 | 5 | 1 |
| 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 |
| T | 33.034 | T | 32.598 | T | 32.380 |
| TH | 0,9082 | TH | 0,9203 | TH | 0,9265 |



Σχήμα 11. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα έξι σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (3, 2, 1, 1, 2, 3)$

3.3.2.4 Συστήματα δέκα σταδίων

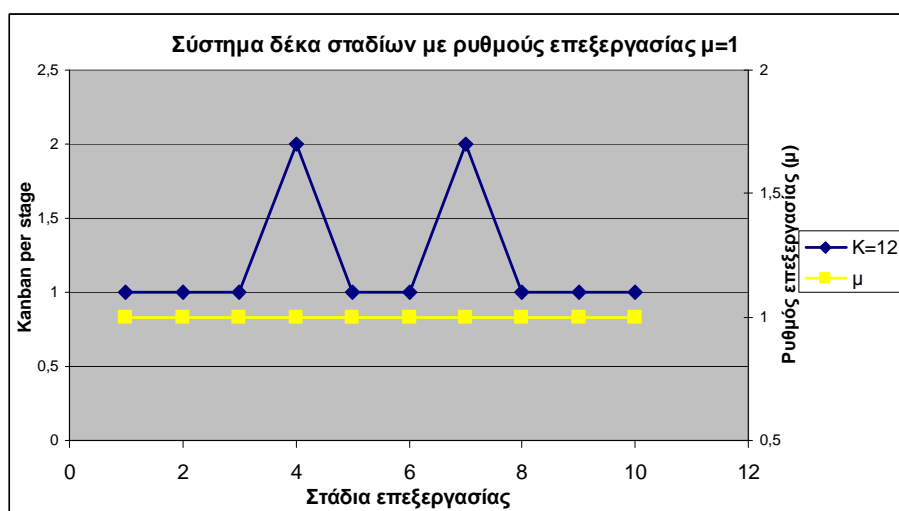
Κλείνοντας την ανάλυση συστημάτων πολλαπλών σταδίων θα εξετάσουμε την περίπτωση ενός συστήματος που αποτελείται από δέκα στάδια των οποίων οι ρυθμοί επεξεργασίας των μηχανών είναι κοινοί και ίσοι με τη μονάδα ($\mu=1$). Ο μέγιστος αριθμός kanban που θα πρέπει να κατανεμηθεί ορίζεται ίσος με $K=12$ δηλαδή όσα είναι τα στάδια επεξεργασίας συν δύο. Θέλουμε δηλαδή να εξετάσουμε ποια είναι η βέλτιστη κατανομή και πως η απόδοση βελτιώνεται όταν δώσουμε στο σύστημα δύο επιπλέον kanban. Ο μέγιστος αριθμός τεμαχίων της προσομοίωσης ορίζεται στις 10000 γιατί λόγω του μεγάλου όγκου δεδομένων υπήρχε καθυστέρηση στην απόκτηση των αποτελεσμάτων ενώ η εκτίμηση είναι αρκετά ακριβής.

Ξεκινώντας από την περίπτωση όπου τα δύο επιπλέον kanban τοποθετούνται στους δύο κεντρικούς σταθμούς δηλαδή 5 και 6 καταλήγουμε ότι οι βέλτιστες λύσεις προκύπτουν όταν η τοποθέτηση αυτών είναι στους σταθμούς εκατέρωθεν των κεντρικών με διάφορους συνδυασμούς. Πιο συγκεκριμένα, η απόδοση του συστήματος βελτιώνεται και φτάνει $TH_2=0,4765$ όταν οι σταθμοί 4 και 7 ενισχυθούν με ένα επιπλέον kanban ενώ στην αρχική κατανομή η απόδοση είναι $TH_1=0,4692$. Απόκλιση δηλαδή 1,56%. Οι λύσεις με απόκλιση από τη βέλτιστη κάτω από 1% καθώς και η αρχική κατανομή των kanban στους κεντρικούς σταθμούς

φαίνονται παρακάτω και αναλυτικά αποτελέσματα παραθέτονται στο Συνοδευτικό CD.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|
| i | K | i | K | i | K | i | K | i | K | i | K |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 2 | 4 | 1 |
| 5 | 2 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 |
| 6 | 2 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 2 | 6 | 2 | 6 | 1 |
| 7 | 1 | 7 | 2 | 7 | 1 | 7 | 1 | 7 | 1 | 7 | 2 |
| 8 | 1 | 8 | 1 | 8 | 2 | 8 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 |
| 10 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 |
| T | 21313 | T | 20988 | T | 21079 | T | 21196 | T | 21080 | T | 21124 |
| TH | 0,4692 | TH | 0,4765 | TH | 0,4744 | TH | 0,4718 | TH | 0,4744 | TH | 0,4734 |

Σχηματικά η παραπάνω κατανομή kanban φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 12. Βέλτιστη κατανομή των kanban σε ένα σύστημα δέκα σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας $\mu=1$ σε κάθε στάδιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Στην παρούσα εργασία που σκοπό έχει την εκτίμηση της απόδοσης και τη βελτιστοποίηση 'Pull Control' συστημάτων δηλαδή αυτών που οδηγούνται από τις ζητήσεις αναδεικνύονται τα παρακάτω συμπεράσματα.

1. Σε ένα σύστημα EKCS ενός σταδίου με σταθερές τιμές στις παραμέτρους K, S η αύξηση του ρυθμού άφιξης των ζητήσεων λ αυξάνει αντίστοιχα και το μέσο αριθμό των καθυστερημένων ζητήσεων, Q_D , το μέσο αριθμό εργασιών σε εξέλιξη στο σύστημα, WIP και το μέσο χρόνο παραμονής ενός προϊόντος στο σύστημα, $Average CT$. Αυτό συμβαίνει γιατί η μεγάλη αύξηση των ζητήσεων πυροδοτεί ταυτόχρονα και την παραγωγή νέων προϊόντων (αύξηση WIP) που με τη σειρά τους συσσωρεύονται στο σύστημα δημιουργώντας φαινόμενα μπλοκαρίσματος στις μηχανές με συνέπεια την αύξηση του χρόνου παραμονής τους ενός τεμαχίου μέσα στο σύστημα. Επίσης, καθώς αυτά τα μέτρα απόδοσης αυξάνονται ο αριθμός των ζητήσεων που ικανοποιούνται καθυστερημένα παρουσιάζει αντίστοιχη αύξηση λόγω του παραπάνω φαινομένου. Αντιθέτως, ο μέσος αριθμός των έτοιμων προϊόντων FP , μειώνεται καθώς το λ αυξάνεται αφού η έγκαιρη ή μη ικανοποίηση μιας ζήτησης εξαρτάται από αυτόν.
2. Η παραγωγικότητα ενός συστήματος EKCS εξαρτάται κατά κύριο λόγο από τον αριθμό των kanban σε κάθε στάδιο για σταθερή τιμή του S . Η αύξηση δηλαδή αυτής της παραμέτρου (K) σημαίνει και ταυτόχρονη αύξηση της δυνατότητας παραγωγής του συστήματος. Επίσης, η παράμετρος αυτή είναι πολύ σημαντική στην αύξηση του μέσου χρόνου παραμονής ενός προϊόντος στο σύστημα, του μέσου αριθμού εργασιών σε εξέλιξη και του μέσου αριθμού έτοιμων προϊόντων αφού η απελευθέρωση ενός τεμαχίου μετά την άφιξη μιας ζήτησης εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα των kanban. Καθώς όμως οι τιμές αυτών των μέτρων αυξάνονται υπάρχει αντίστοιχα μείωση στα μέτρα απόδοσης που σχετίζονται με την ικανοποίηση των ζητήσεων και συγκεκριμένα το μέσο αριθμό των καθυστερημένων ζητήσεων, το μέσο χρόνο παραμονής μιας καθυστερημένης ζήτησης αλλά και το μέσο χρόνο παραμονής όλων των ζητήσεων.
3. Μεταβάλλοντας τον αριθμό των kanban K , αλλά και το αρχικό απόθεμα ασφαλείας S , παρατηρούμε ότι η επίδραση του K στην επίτευξη της μέγιστης παραγωγικότητας είναι πολύ μεγαλύτερη και σχεδόν αμελητέα αντίστοιχα η επίδραση του S . Εξετάζοντας κατόπιν τα μέτρα απόδοσης που σχετίζονται με την ικανοποίηση των ζητήσεων παρατηρούμε ότι μεγάλη επίδραση στη μείωσή τους έχει το αρχικό απόθεμα ασφαλείας του τελευταίου σταδίου S_N . Καθώς αυτό αυξάνεται υπάρχει αύξηση στην ικανοποίηση των ζητήσεων ακόμα και σε πολύ μεγάλο βαθμό για μεγάλη τιμή του S_N . Μικρότερη είναι η επίδραση των τιμών του K αλλά η αύξηση του S των σταδίων επιπλέον του τελευταίου επηρεάζει στη μείωση των μέτρων απόδοσης που σχετίζονται με τις ζητήσεις και ταυτόχρονα στην μεγαλύτερη ικανοποίησή τους. Τα αποθέματα ασφαλείας επηρεάζουν τον αριθμό των έτοιμων προϊόντων στα αντίστοιχα στάδια. Αύξηση δηλαδή του S_N σημαίνει και αύξηση του $FP(N)$ ενώ αύξηση του αποθέματος στα στάδια εκτός του τελευταίου σημαίνει και αύξηση στα έτοιμα προϊόντα όλων των σταδίων. Ανεξάρτητα της τιμής S_N παρουσιάζονται τα μέτρα απόδοσης $Average CT$ και WIP . Οι παράμετροι που έχουν επίδραση είναι ο αριθμός των Kanban και το αρχικό απόθεμα ασφαλείας εκτός του τελευταίου σταδίου αφού εξ ορισμού αυτά τα δύο μέτρα

υπολογίζονται ανεξάρτητα από την κατάσταση του τελευταίου σταδίου. Όσο αυξάνεται το απόθεμα ασφαλείας S για σταθερό K αυξάνονται αντίστοιχα και τα *Average CT* και *WIP* ενώ μικρότερη είναι η αύξηση τους από την επίδραση του K για σταθερό S .

4. Όσο αφορά την βελτιστοποίηση της απόδοσης ενός Saturated KCS διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις.
 - Σε συστήματα τριών σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας ίσους σε κάθε στάδιο επιτυγχάνεται βέλτιστη απόδοση όταν υπάρχει συσσώρευση των kanban στο κεντρικό στάδιο ανεξαρτήτου συνολικού αριθμού αυτών και η οποία φτάνει μέχρι 1,34%. Επίσης, η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και σε συστήματα με ρυθμούς μεγαλύτερους στο αρχικό και τελευταίο στάδιο και μειωμένο στο κεντρικό, δηλαδή $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (2, 1, 2)$. Σε αυτή την περίπτωση η απόδοση φτάνει μέχρι 2,15% για μικρό αριθμό kanban η οποία φθίνει στο 0,07% για $K=15$. Παρόμοια συμπεριφορά αλλά με κάποιες διαφορές όσο αφορά στην βέλτιστη κατανομή συναντάται και στα συστήματα με ρυθμούς επεξεργασίας μεγαλύτερους στο κεντρικό στάδιο σε σχέση με τα άλλα δύο, $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 1)$ και $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 4, 1)$. Για μικρούς αριθμούς συνολικών kanban το σύστημα αποδίδει καλύτερα όταν αυτά συγκεντρώνονται στο κέντρο. Για μεγαλύτερους όμως αριθμούς των kanban το σύστημα αλλάζει συμπεριφορά και αποδίδει καλύτερα όταν ενισχύονται τα δύο ακραία στάδια σε σχέση με το κεντρικό. Παρατηρείται όμως ότι η διαφορά στην απόδοση είναι πολύ χαμηλή και κάτω του 1%. Όταν οι ρυθμοί είναι αύξοντες ή φθίνοντες στα στάδια δηλαδή $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 3)$ και $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (3, 2, 1)$ τότε παρατηρείται μία τάση στο σύστημα να συγκεντρώνει τα kanban στο μεσαίο αλλά ταυτόχρονα να ενισχύεται και το στάδιο με το μικρότερο ρυθμό παραγωγής. Η τάση αυτή είναι πιο έντονη όταν αυξηθεί ο συνολικός αριθμός των kanban με αποτέλεσμα το σύστημα να είναι πιο 'ευέλικτο' και να αποδίδει εξίσου καλά (με την περίπτωση που συσσωρεύονται τα kanban στο κεντρικό στάδιο) όταν το στάδιο με το μικρότερο ρυθμό παραγωγής έχει το μεγαλύτερο αριθμό kanban. Εδώ συμπεραίνω ότι για μικρό συνολικό αριθμό kanban υπάρχει αισθητή βελτίωση στην απόδοση που φτάνει στο 1,5% η οποία φθίνει κάτω του 1% όσο αυξάνεται ο συνολικός αριθμός kanban.
 - Όσο αφορά τα συστήματα πέντε σταδίων με ρυθμούς επεξεργασίας κοινούς σε όλα τα στάδια η βελτίωση της απόδοσης επιτυγχάνεται όταν τα kanban συγκεντρώνονται στα μεσαία στάδια αλλά λίγο ενισχυμένα να εμφανίζονται τα στάδια εκατέρωθεν του κεντρικού. Η ποσοστιαία διαφορά είναι 2,4% και 1,9% για $K=10$ και $K=15$ αντίστοιχα. Παρόμοια συμπεριφορά εμφανίζεται όταν το κεντρικό στάδιο έχει μεγαλύτερο ρυθμό επεξεργασίας σε σχέση με τα υπόλοιπα. $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) = (1, 1, 4, 1, 1)$. Σε αυτή την περίπτωση η ενίσχυση των σταδίων εκατέρωθεν του κεντρικού είναι μεγαλύτερη που σημαίνει όλα τα kanban συγκεντρώνονται στα δύο αυτά στάδια ανεξάρτητα από το συνολικό αριθμό τους. Επίσης, η αύξηση της απόδοσης είναι 2,5% και 2,3% για $K=10$ και $K=15$ αντίστοιχα.
 - Εξετάζοντας την περίπτωση των έξι σταδίων με κοινό ρυθμό επεξεργασίας σε όλα τα στάδια η συμπεριφορά είναι παρόμοια με αυτή των πέντε σταδίων με την κατανομή να εστιάζεται στα στάδια

εκατέρωθεν των κεντρικών τα οποία και εμφανίζονται ελαφρώς ενισχυμένα σε σχέση με τα κεντρικά και η διαφορά στην αύξηση της απόδοσης περίπου από 1,5% έως περίπου 2% για $K=18$ και $K=12$ αντίστοιχα.. Στην περίπτωση που οι ρυθμοί επεξεργασίας είναι μικρότεροι στα κεντρικά στάδια και μεγαλύτεροι στα ακραία δηλαδή $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6) = (3, 2, 1, 1, 2, 3)$ η τάση του συστήματος με σκοπό την βελτίωση της απόδοσης του είναι η συγκέντρωση των kanban (συνολικά $K=18$) στα δύο κεντρικά στάδια. Εδώ παρατηρείται θεαματική αύξηση που φτάνει στο 8%. Αντιθέτως, στην περίπτωση που οι ρυθμοί επεξεργασίας είναι συμμετρικοί της προηγούμενης περίπτωσης δηλαδή $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6) = (1, 2, 3, 3, 2, 1)$ το σύστημα συμπεριφέρεται καλύτερα όταν ενισχύονται τα ακραία στάδια με περισσότερα kanban σε σχέση με τα κεντρικά αλλά δεν υπάρχει αισθητή ποσοστιαία αύξηση (0,24%) σε σχέση με την αρχική κατάσταση όπου τα kanban κατανέμονται ομοιόμορφα..

- Τέλος, στην περίπτωση συστήματος δέκα σταδίων τοποθετώντας συνολικά δέκα kanban αυτά κατανέμονται έτσι ώστε να ενισχυθούν τα στάδια που είναι κοντά στα κεντρικά αλλά όχι ακριβώς αυτά.
5. Σύμφωνα με όσα με αναφέραμε προτείνεται μελλοντικά να εξεταστούν επιπλέον συστήματα παραγωγής με διαφορετικό αριθμό σταδίων και ρυθμών επεξεργασίας. Επίσης, η προσομοίωση να τρέξει για μεγαλύτερο μέγεθος προβλήματος n , από αυτό της παρούσης εργασίας για μεγαλύτερη ακρίβεια. Λόγω της τυχαιότητας των γεγονότων που ενέχει η προσομοίωση προτείνεται επίσης για κάθε μία περίπτωση (συγκεκριμένη κατανομή kanban στη βελτιστοποίηση συστημάτων) να τρέξει η προσομοίωση 30 φορές για την εξαγωγή αντίστοιχα των μέσο όρων και των διαστημάτων εμπιστοσύνης για την εκτίμηση της πραγματικής τιμής και για σύγκριση με τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας.
 6. Τέλος, έχοντας εξασφαλιστεί τη βέλτιστη κατανομή σε συστήματα Saturated KCS και κατ' επέκταση των Saturated EKCS όσο αναφορά την μέγιστη παραγωγικότητα (αριθμός K_i) τους προτείνεται να γίνει βελτιστοποίηση και για το ιδανικό απόθεμα ασφαλείας S_i για την ελαχιστοποίηση των κοστών αποθέματος με αντίστοιχη εφαρμογή της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. George Liberopoulos, ‘Production Release Control: Paced, WIP-Based or Demand-Driven? Revisiting the Push/Pull and Make-to Order / Make-to-stock Distinctions’
2. Yves Dallery and George Liberopoulos, ‘Extended kanban control system: compining kanban and base stock’
3. Yannick Frein, Maria Di Mascolo and Yves Dallery, ‘On the design of generalized kanban control systems’, International Journal of Operations and Production Management
4. Maria Di Mascolo, Yannick Frein and Yves Dallery, ‘An analytical method for performance evaluation of kanban controlled production systems’

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΚΩΔΙΚΕΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

```
sets
n "demands"/1*60000/
i "stages" /I0*I2/
j "machines"/j1*j4/
Scenario /L03*L08/
run /1*30/;

Alias(i,m);
Alias(run,running)
Alias(scenario,scen);

scalar LD /0.3/;

parameters
K(i)
S(i);

loop (i$(ord(i) eq 1 and ord(i) eq card(i)),
K(i)=0;
S(i)=0;
);

loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
K(i)=25;
S(i)=15;
);

parameter Exp_int_D(n);
parameter d(n);
parameter pt(j,i,n);

positive variables
T(j,i,n)
D_J(i,m,n);

free variable
objval;

Equations
Obj
Con1(i,j,m,n)
Con2(i,j,n)
Con3(i,j,n)
```

Con4(i,j,n)
 Con5(i,m,n)
 Con6(i,j,m,n)
 Con7(i,m,n)
 Con8(i,j,m,n);

Obj.. sum((j,i,n)\$ (ord(i) le card(i)-1),T(j,i,n)) +
 sum((i,m,n)\$ (ord(i) le card(i) -1 and ord(m) eq ord(i) +1),D_J(i,m,n))
 =e= objval;

*T(1,i,n) = pt(1,i,n) +max(D(i-1,i,n),T(1,i,n-1))

Con1(i,j,m,n)\$ (ord(j) eq 1 and ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1)
 and ord(m) eq ord(i))..
 T(j,i,n)-pt(j,i,n) =g= D_J(i-1,m,n);

Con2(i,j,n)\$ (ord(j) eq 1 and ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1)
 and ord(n) ge 2)..
 T(j,i,n)-pt(j,i,n) =g= T(j,i,n-1);

*T(j,i,n) = pt(j,i,n) + max((T(j-1,i,n),T(j,i,n-1))

Con3(i,j,n)\$ (ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i) and ord(j) ge 2)..
 T(j,i,n) - pt(j,i,n) =g=T(j-1,i,n);
 Con4(i,j,n)\$ (ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i) and ord(j) ge 2
 and ord(n) ge 2)..
 T(j,i,n) - pt(j,i,n) =g=T(j,i,n-1);

*D(i-1,i,n) = max(d(n),T(J,i-1,n-S(i-1),D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))

Con5(i,m,n)\$ (ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq (ord(i)+1))..
 D_J(i,m,n)=g=d(n) ;

Con6(i,j,m,n)\$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq (ord(i)+1)
 and ord(n) gt S(i) and ord(j) eq card(j))..
 D_J(i,m,n)=g=T(j,i,n-S(i));

Con7(i,m,n)\$ (card(i) gt 3 and ord(i) le card(i)-3 and ord(m) eq (ord(i)+1)
 and ord(n) gt K(i+1)-S(i+1))..
 D_J(i,m,n) =g= D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)));

*D(N-1,N,n) =max(T(J,N,n-(K(N))))

Con8(i,j,m,n)\$ (ord(i) eq card(i)-2 and ord(m) eq card(i)-1
 and ord(j) eq card(j) and ord(n) gt K(m))..
 D_J(i,m,n) =g= T(j,m,n-(K(m)));

model Modif_EKCS /all/;

Scalar

count /0/

Av_CT /0/

Mean_Wait_Time_B_O_Dem /0/

Count_Back_orderdemand /0/

WIP /0/

Mean_Wait_Time_off_All_Dem /0/

Average_Num_of_backorder_demands /0/;

parameters

CT(n)

Back_orderdemand(n)

C_T_F_P(i,n)

FP(i)

C_T(i,n)

Average_CT(i)

W_I_P(i)

Total_FP(running,i)

Total_W_I_P(running,i)

Total_Av_CT(running)

Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)

Total_WIP(running)

Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)

Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)

Tot_Total_Av_CT(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scenario)

Tot_Total_WIP(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scenario)

Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scenario)

Tot_Total_FP(running,scen,i)

Tot_Total_W_I_P(running,scen,i);

loop(Scenario,

*Update Scenario parameters

option seed = 10;

loop (run,

* Generate exponential arrivals

Exp_int_D(n)=(-1/LD)*Log(uniform(0,1));

d('1')=Exp_int_D('1');

loop((n)\$ (ord(n) ge 2),

d(n)=d(n-1)+Exp_int_D(n);


```

);
*   Generate exponential process times in machines
    pt(j,i,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1) = -Log(uniform(0,1));

    solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;

*Compute solve results

*Υπολογισμός CT
loop((j,m,n)$ (ord(j) eq card(j) and ord(m) eq card(i)-1 and
    ord(n) le card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and
        ord(i) le card(i)-2), S(i))),
    CT(n) = T.l(j,m,n+ sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2), S(i)))
        - D_J.l('I0','I1',n);
);

Av_CT = sum((n)$ (ord(n) le card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and
    ord(i) le card(i)-2), S(i))), CT(n)) / (card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2
    and ord(i) le card(i)-2), S(i)));

*Υπολογισμός WIP
    WIP = LD * Av_CT;
display Av_CT, WIP, count;

*Υπολογισμός ώρας αναμονής όλων των ζητήσεων
    loop ( (i,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i)),
        Back_orderdemand(n) = D_J.l(i,m,n)-d(n);
    );

    loop (n,
        if ( Back_orderdemand(n) > 0,
            Count_Back_orderdemand = Count_Back_orderdemand + 1;
        );
    );

*Μέση ώρα αναμονής όλων των ζητήσεων (Back ordered demands)
    Mean_Wait_Time_B_O_Dem$(Count_Back_orderdemand > 0) =
        Sum(n, Back_orderdemand(n)) / Count_Back_orderdemand;

*Υπολογισμός μέσου αριθμού καθυστερημένων ζητήσεων
* (Average number of backordered demands)
* Αρχικά υπολογίζω το μέσο χρόνο αναμονής όλων των ζητήσεων
* (backordered and non backordered)
    Mean_Wait_Time_off_All_Dem = Sum(n, Back_orderdemand(n)) / card(n);
*Μετά υπολογίζω το μέσο αριθμό των backordered demands
    Average_Num_of_backorder_demands = LD * Mean_Wait_Time_off_All_Dem;

loop ((running)$ (ord(running) eq ord(run)),

```

```

Total_Av_CT(running) = Av_CT;
Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)=Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
Total_WIP(running)=WIP;
Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)=
Mean_Wait_Time_off_All_Dem;
Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)=
Average_Num_of_backorder_demands;
);

*Υπολογισμός του αριθμού των έτοιμων προϊόντων κάθε σταδίου
loop((i,j,m,n)$ (ord(n) le card(n)-S(i) and ord(j) eq card(j)
and ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i)),

*Αρχικά υπολογίζω τη μέση ώρα παραμονής (Cycle Time των Finished Parts)
C_T_F_P(i,n)=D_J.l(i,m+1,n+S(i))- T.l(j,i,n);
);

loop ((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1),
*Κατόπιν υπολογίζω τα Finished Parts
FP(i)=LD*sum((n)$ (ord(n) le card(n)-S(i)),C_T_F_P(i,n))/(card(n)-S(i));
);

display FP;
* Υπολογισμός μέση ώρα παραμονής Cycle Time and WIP για κάθε stage
loop ( (i,j,m)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i)
and ord(j) eq card(j)),

C_T(i,n)=T.l(j,i,n)-D_J.l(i-1,m,n);

Average_CT(i)=sum(n,C_T(i,n))/card(n);

W_I_P(i)=LD*Average_CT(i);

);

loop ( (i,running)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and
ord(running) eq ord(run)),

Total_FP(running,i)=FP(i);
Total_W_I_P(running,i)=W_I_P(i);
);

);

LD=LD+0.1;

*Save scenario results
loop ((scen,running)$ (ord(scen) eq ord(scenario)),
Tot_Total_Av_CT(running,scen)= Total_Av_CT(running);

```

```

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scen)=
    Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running);
Tot_Total_WIP(running,scen)=Total_WIP(running);
Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scen)=
    Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running);
Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scen)=
    Total_Average_Num_of_backorder_demands(running);
);

loop( (scen,running,i)$ (ord(scen) eq ord(scenario) and ord(i) ge 2
    and ord(i) le card(i)-1),
    Tot_Total_FP(running,scen,i)=Total_FP(running,i);
    Tot_Total_W_I_P(running,scen,i)= Total_W_I_P(running,i);
);

);

*print results

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Av_CT;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Av_CT Rng=Example_1!b3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_WIP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_WIP Rng=Example_1!j3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem Rng=Example_1!r3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload
"Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands Rng=Example_1!z3 cdim=1
rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem Rng=Example_1!ah3 cdim=1
rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_FP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Tot_Total_FP
Rng=Example_1!ap2 dim=3 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_W_I_P;

```

execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_W_I_P Rng=Example_1!ax2 dim=3 rdim=1';

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΑΣ

sets

n "parts"/1*60000/

i "stages"/I0*I2/

j "machines"/j1*j4/

run /1*30/;

Alias(i,m);

Alias(run,running)

parameters

K(i)

S(i);

loop (i\$(ord(i) eq 1 and ord(i) eq card(i)),

K(i)=0;

S(i)=0;

);

loop((i)\$((ord(i) ge 2 and (ord(i) le card(i)-1)),

K(i)=25;

S(i)=15;

);

parameter pt(j,i,n);

positive variables

T(j,i,n)

D_J(i,m,n);

free variable

objval;

Equations

Obj

Con1(i,j,m,n)

Con2(i,j,n)

Con3(i,j,n)

Con4(i,j,n)

Con5(i,j,m,n)

Con6(i,m,n)

Con7(i,j,m,n);

Obj.. sum((j,i,n)\$ (ord(i) le card(i)-1), T(j,i,n)) +

```

sum((i,m,n)$ (ord(i) le card(i) -1 and ord(m) eq ord(i) +1),D_J(i,m,n))
=e= objval;

*T(1,i,n) = pt(1,i,n) +max(D(i-1,i,n),T(1,i,n-1))

Con1(i,j,m,n)$ (ord(j) eq 1 and ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1)
and ord(m) eq ord(i)).. T(j,i,n)-pt(j,i,n) =g= D_J(i-1,m,n);
Con2(i,j,n)$ (ord(j) eq 1 and ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1)
and ord(n) ge 2).. T(j,i,n)-pt(j,i,n) =g= T(j,i,n-1);

*T(j,i,n) = pt(j,i,n) + max((T(j-1,i,n),T(j,i,n-1))

Con3(i,j,n)$ (ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i) and ord(j) ge 2)..
T(j,i,n) - pt(j,i,n) =g=T(j-1,i,n);
Con4(i,j,n)$ (ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i) and ord(j) ge 2
and ord(n) ge 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) =g=T(j,i,n-1);

*D(i-1,i,n) = max(d(n),T(J,i-1,n-S(i-1),D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))

Con5(i,j,m,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq (ord(i)+1)
and ord(n) gt S(i) and ord(j) eq card(j))..
D_J(i,m,n)=g=T(j,i,n-S(i));

Con6(i,m,n)$ (card(i) gt 3 and ord(i) le card(i)-3 and ord(m) eq (ord(i)+1)
and ord(n) gt K(i+1)-S(i+1))..
D_J(i,m,n) =g= D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)));

*D(N-1,N,n) =max(T(J,N,n-(K(N))))

Con7(i,j,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-2 and ord(m) eq card(i)-1 and
ord(j) eq card(j) and ord(n) gt K(m) )..
D_J(i,m,n) =g= T(j,m,n-(K(m)) );

model Modif_EKCS /all/;

Scalar
Production_Capacity /0/

parameters
Total_PC(running)

option seed = 10;

loop (run,
* Generate exponential process times
pt(j,i,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1)= -Log(uniform(0,1));
option reslim=10000;
solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;

```

*Compute solve results...

*Υπολογισμός παραγωγικότητας (Production Capacity)

```
loop ((i,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i) and ord(n) eq card(n)),
      Production_Capacity=card(n) / D_J.l(i,m,n);
    );
```

*Save results

```
loop ((running)$ (ord(running) eq ord(run)),
      Total_PC(running)=Production_Capacity;
    );
```

```
);
```

*print results

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Total_PC;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Total_PC
Rng=Example_1!b3 rdim=1';
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

sets

```
n "demands"/1*60000/
i "stages"/I0*I4/
j "Machines"/j1*j1/
Scenario /1*10/
run /1*30/;
```

Alias(i,m);

Alias(run,running)

Alias(scenario,scen);

scalar LD /0.5/;

parameters

K(i)

S(i);

```
loop (i$(ord(i) eq 1 and ord(i) eq card(i)),
      K(i)=0;
      S(i)=0;
    );
```

```
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
      K(i)=1;
      S(i)=1;
```

);

parameter Exp_int_D(n);
parameter d(n);
parameter pt(j,i,n);

positive variables

T(j,i,n)
D_J(i,m,n);

free variable
objval;

Equations

Obj

Con1(i,j,m,n)
Con2(i,j,n)
Con3(i,j,n)
Con4(i,j,n)
Con5(i,m,n)
Con6(i,j,m,n)
Con7(i,m,n)
Con8(i,j,m,n);

Obj.. $\sum((j,i,n) \$(\text{ord}(i) \leq \text{card}(i)-1), T(j,i,n)) + \sum((i,m,n) \$(\text{ord}(i) \leq \text{card}(i)-1 \text{ and } \text{ord}(m) \text{ eq } \text{ord}(i)+1), D_J(i,m,n)) = \text{objval};$

$*T(1,i,n) = \text{pt}(1,i,n) + \max(D(i-1,i,n), T(1,i,n-1))$

Con1(i,j,m,n) $\$(\text{ord}(j) \text{ eq } 1 \text{ and } \text{ord}(i) \geq 2 \text{ and } \text{ord}(i) \leq (\text{card}(i)-1) \text{ and } \text{ord}(m) \text{ eq } \text{ord}(i)).. T(j,i,n) - \text{pt}(j,i,n) = g = D_J(i-1,m,n);$
Con2(i,j,n) $\$(\text{ord}(j) \text{ eq } 1 \text{ and } \text{ord}(i) \geq 2 \text{ and } \text{ord}(i) \leq (\text{card}(i)-1) \text{ and } \text{ord}(n) \geq 2).. T(j,i,n) - \text{pt}(j,i,n) = g = T(j,i,n-1);$

$*T(j,i,n) = \text{pt}(j,i,n) + \max((T(j-1,i,n), T(j,i,n-1))$

Con3(i,j,n) $\$(\text{ord}(i) \neq 1 \text{ and } \text{ord}(i) \neq \text{card}(i) \text{ and } \text{ord}(j) \geq 2).. T(j,i,n) - \text{pt}(j,i,n) = g = T(j-1,i,n);$
Con4(i,j,n) $\$(\text{ord}(i) \neq 1 \text{ and } \text{ord}(i) \neq \text{card}(i) \text{ and } \text{ord}(j) \geq 2 \text{ and } \text{ord}(n) \geq 2).. T(j,i,n) - \text{pt}(j,i,n) = g = T(j,i,n-1);$

$*D(i-1,i,n) = \max(d(n), T(J,i-1,n-S(i-1), D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))$

Con5(i,m,n) $\$(\text{ord}(i) \leq \text{card}(i)-1 \text{ and } \text{ord}(m) \text{ eq } (\text{ord}(i)+1)).. D_J(i,m,n) = g = d(n);$

Con6(i,j,m,n) $\$(\text{ord}(i) \geq 2 \text{ and } \text{ord}(i) \leq \text{card}(i)-1 \text{ and } \text{ord}(m) \text{ eq } (\text{ord}(i)+1) \text{ and } \text{ord}(n) \geq S(i) \text{ and } \text{ord}(j) \text{ eq } \text{card}(j)).. D_J(i,m,n) = g = T(j,i,n-S(i));$

Con7(i,m,n)\$(card(i) gt 3 and ord(i) le card(i)-3 and ord(m) eq (ord(i)+1) and ord(n) gt K(i+1)-S(i+1)).. D_J(i,m,n) =g= D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)));

*D(N-1,N,n) =max(T(J,N,n-(K(N))))

Con8(i,j,m,n)\$(ord(i) eq card(i)-2 and ord(m) eq card(i)-1 and ord(j) eq card(j) and ord(n) gt K(m))..

D_J(i,m,n) =g= T(j,m,n-(K(m)));

model Modif_EKCS /all/;

Scalar

Av_CT /0/

Mean_Wait_Time_B_O_Dem /0/

Count_Back_orderdemand /0/

WIP /0/

Mean_Wait_Time_off_All_Dem /0/

Average_Num_of_backorder_demands /0/;

parameters

CT(n)

Back_orderdemand(n)

C_T_F_P(i,n)

FP(i)

C_T(i,n)

Average_CT(i)

W_I_P(i)

Total_FP(running,i)

Total_W_I_P(running,i)

Total_Av_CT(running)

Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)

Total_WIP(running)

Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)

Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)

Tot_Total_Av_CT(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scenario)

Tot_Total_WIP(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scenario)

Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scenario)

Tot_Total_FP(running,scen,i)

Tot_Total_W_I_P(running,scen,i);

loop(Scenario,

*Update Scenario parameters

* execseed = 1+gmilisec(jnow);

option seed = 10;


```

loop (run,

    Exp_int_D(n)=(-1/LD)*Log(uniform(0,1));

    d('1')=Exp_int_D('1');
    loop((n)$ (ord(n) ge 2),
        d(n)=d(n-1)+Exp_int_D(n);
    );

    pt(j,i,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1) = -Log(uniform(0,1));

    solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;
*Compute solve results...

*Υπολογισμός CT
loop((j,m,n)$ (ord(j) eq card(j) and ord(m) eq card(i)-1 and ord(n) le card(n)-
sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2), S(i))) ,
    CT(n)= T.l(j,m,n+ sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2), S(i))) -
D_J.l('I0','I1',n);
);

Av_CT=sum((n)$ (ord(n) le card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-
2), S(i))), CT(n))/(card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2), S(i)));

*Υπολογισμός WIP
WIP=LD*Av_CT;

*Ωρα αναμονής για όλες τις ζητήσεις
loop ( (i,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i)),
*   Back_orderdemand(n)=D_J.l('I10','I11',n)-d(n);
    Back_orderdemand(n)=D_J.l(i,m,n)-d(n);
);

loop (n,
    if ( Back_orderdemand(n)>0,
        Count_Back_orderdemand=Count_Back_orderdemand+1;
    );
);

*Μέση ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων (Back ordered demands)
Mean_Wait_Time_B_O_Dem$(Count_Back_orderdemand
>0)=Sum(n,Back_orderdemand(n))/Count_Back_orderdemand;

*Υπολογισμός του μέσου αριθμού των καθυστερημένων ζητήσεων (Average number
of backordered demands)

```

*Αρχικά υπολογίζω το μέσο χρόνο αναμονής όλων των ζητήσεων (backordered and non backordered)

Mean_Wait_Time_off_All_Dem=Sum(n,Back_orderdemand(n))/card(n);

*Μετά υπολογίζω το μέσο αριθμό των καθυστερημένων ζητήσεων (backordered demands)

Average_Num_of_backorder_demands=LD*Mean_Wait_Time_off_All_Dem;

```

loop ((running)$ (ord(running) eq ord(run)),
  Total_Av_CT(running) = Av_CT;
  Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)=Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
  Total_WIP(running)=WIP;
  Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)=
Mean_Wait_Time_off_All_Dem;

Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)=Average_Num_of_backorder
_demands;
);

```

*Υπολογισμός του αριθμού των έτοιμων προϊόντων κάθε σταδίου

loop((i,j,m,n)\$ (ord(n) le card(n)-S(i) and ord(j) eq card(j) and ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i)),

*Αρχικά υπολογίζω τη μέση ώρα παραμονής ,Cycle Time, των Finished Parts)

C_T_F_P(i,n)=D_J.l(i,m+1,n+S(i))- T.l(j,i,n);

```

loop ((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1),
*Κατόπιν υπολογίζω τα Finished Parts
FP(i)=LD*sum((n)$ (ord(n) le card(n)-S(i)),C_T_F_P(i,n))/(card(n)-S(i));
);

```

display FP;

* Υπολογισμός μέση ώρα παραμονής, Cycle Time ,and WIP για κάθε stage

loop ((i,j,m)\$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i) and ord(j) eq card(j)),

C_T(i,n)=T.l(j,i,n)-D_J.l(i-1,m,n);

Average_CT(i)=sum(n,C_T(i,n))/card(n);

W_I_P(i)=LD*Average_CT(i);

);

loop ((i,running)\$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(running) eq ord(run)),

Total_FP(running,i)=FP(i);

Total_W_I_P(running,i)=W_I_P(i);

);

);

```

*update scenario parameters
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
K(i)=K(i)+1;
);

*Save scenario results

loop ((scen,running)$ (ord(scen) eq ord(scenario)),
  Tot_Total_Av_CT(running,scen)= Total_Av_CT(running);

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scen)=Total_Mean_Wait_Time_B
_O_Dem(running);
  Tot_Total_WIP(running,scen)=Total_WIP(running);

Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scen)=Total_Mean_Wait_Time_
off_All_Dem(running);

Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scen)=Total_Average_Nu
m_of_backorder_demands(running);
);

loop( (scen,running,i)$ (ord(scen) eq ord(scenario) and ord(i) ge 2 and ord(i) le
card(i)-1),
  Tot_Total_FP(running,scen,i)=Total_FP(running,i);
  Tot_Total_W_I_P(running,scen,i)= Total_W_I_P(running,i);
);

);

*print results
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Av_CT;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Av_CT Rng=Example_2!b3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_WIP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_WIP Rng=Example_2!n3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem Rng=Example_2!z3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload
"Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands;

```

```
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands Rng=Example_2!a3 cdim=1
rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem Rng=Example_2!ax3 cdim=1
rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_FP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Tot_Total_FP
Rng=Example_2!bj2 dim=3 rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_W_I_P;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_W_I_P Rng=Example_2!cp2 dim=3 rdim=1';
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΑΣ

```
sets
n "parts" /1*60000/
i "stages"/I0*I4/
j "machines"/j1*j1/
Scenario /1*10/
run /1*30/;
```

```
Alias(i,m);
Alias(run,running)
Alias(scenario,scen);
```

```
parameters
K(i)
S(i);
```

```
loop (i$(ord(i) eq 1 and ord(i) eq card(i)),
K(i)=0;
S(i)=0;
);
```

```
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
K(i)=1;
);
```

```
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
S(i)=1;
)
```

parameter $pt(j,i,n)$;

positive variables

$T(j,i,n)$

$D_J(i,m,n)$;

free variable

$objval$;

Equations

Obj

$Con1(i,j,m,n)$

$Con2(i,j,n)$

$Con3(i,j,n)$

$Con4(i,j,n)$

$Con5(i,j,m,n)$

$Con6(i,m,n)$

$Con7(i,j,m,n)$;

Obj.. $\sum((j,i,n) \$ (ord(i) \leq card(i)-1), T(j,i,n)) + \sum((i,m,n) \$ (ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) = ord(i)+1), D_J(i,m,n)) = objval$;

$*T(1,i,n) = pt(1,i,n) + \max(D(i-1,i,n), T(1,i,n-1))$

$Con1(i,j,m,n) \$ (ord(j) = 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(m) = ord(i)).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = D_J(i-1,m,n)$;

$Con2(i,j,n) \$ (ord(j) = 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j,i,n-1)$;

$*T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max((T(j-1,i,n), T(j,i,n-1))$

$Con3(i,j,n) \$ (ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j-1,i,n)$;

$Con4(i,j,n) \$ (ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2 \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j,i,n-1)$;

$*D(i-1,i,n) = \max(d(n), T(J,i-1,n-S(i-1), D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))$

$Con5(i,j,m,n) \$ (ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) = (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) \geq S(i) \text{ and } ord(j) = card(j)).. D_J(i,m,n) = T(j,i,n-S(i))$;

$Con6(i,m,n) \$ (card(i) \geq 3 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-3 \text{ and } ord(m) = (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) \geq K(i+1)-S(i+1)).. D_J(i,m,n) = D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)))$;

$*D(N-1,N,n) = \max(T(J,N,n-(K(N))))$

$Con7(i,j,m,n) \$ (ord(i) = card(i)-2 \text{ and } ord(m) = card(i)-1 \text{ and } ord(j) = card(j) \text{ and } ord(n) \geq K(m))..$

$D_J(i,m,n) = T(j,m,n-(K(m)))$;

```
model Modif_EKCS /all/;
```

```
Scalar
```

```
Production_Capacity /0/
```

```
parameters
```

```
Total_PC(running)
```

```
Tot_Total_PC(running,scenario);
```

```
loop(Scenario,
```

```
*Update Scenario parameters
```

```
option seed = 10;
```

```
loop (run,
```

```
* Generate exponential process times
```

```
pt(j,i,n)$(ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1)= -Log(uniform(0,1));
```

```
solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;
```

```
*Compute solve results...
```

```
*Υπολογισμός παραγωγικότητας (Production Capacity)
```

```
loop ((i,m,n)$(ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i) and ord(n) eq card(n)),
```

```
Production_Capacity=card(n) / D_J.l(i,m,n);
```

```
);
```

```
*Save results
```

```
loop ((running)$(ord(running) eq ord(run)),
```

```
Total_PC(running)=Production_Capacity;
```

```
);
```

```
);
```

```
loop((i)$(ord(i) ge 2 and (ord(i) le card(i)-1)),
```

```
K(i)=K(i)+1;
```

```
);
```

```
loop ((scen,running)$(ord(scen) eq ord(scenario)),
```

```
Tot_Total_PC(running,scen)=Total_PC(running);
```

```
);
```

);

*print results

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_PC;

execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Tot_Total_PC
Rng=Example_2_PC!z3 cdim=1 rdim=1';

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

sets

n "demands" /1*60000/

i "stages" /I0*I4/

j "machines" /j1*j4/

Scenario /K5,K10/

run /1*30/;

Alias(i,m);

Alias(run,running)

Alias(scenario,scen);

scalar LD /0.5/;

parameters

K(i)

S(i);

loop (i\$(ord(i) eq 1 and ord(i) eq card(i)),

K(i)=0;

S(i)=0;

);

loop((i)\$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),

K(i)=5;

);

loop((i)\$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-2)),

S(i)=5;

);

loop((i)\$((ord(i) eq card(i)-1)),

S(i)=50;

);

parameter Exp_int_D(n);

parameter d(n);

parameter $pt(j,i,n)$;

positive variables

$T(j,i,n)$

$D_J(i,m,n)$;

free variable

$objval$;

Equations

Obj

$Con1(i,j,m,n)$

$Con2(i,j,n)$

$Con3(i,j,n)$

$Con4(i,j,n)$

$Con5(i,m,n)$

$Con6(i,j,m,n)$

$Con7(i,m,n)$

$Con8(i,j,m,n)$;

Obj.. $\sum((j,i,n) \$(ord(i) \leq card(i)-1), T(j,i,n)) + \sum((i,m,n) \$(ord(i) \leq card(i) - 1 \text{ and } ord(m) \leq ord(i) + 1), D_J(i,m,n)) = objval$;

$*T(1,i,n) = pt(1,i,n) + \max(D(i-1,i,n), T(1,i,n-1))$

$Con1(i,j,m,n) \$(ord(j) \leq 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(m) \leq ord(i)).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = g = D_J(i-1,m,n)$;

$Con2(i,j,n) \$(ord(j) \leq 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = g = T(j,i,n-1)$;

$*T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max((T(j-1,i,n), T(j,i,n-1))$

$Con3(i,j,n) \$(ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = g = T(j-1,i,n)$;

$Con4(i,j,n) \$(ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2 \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = g = T(j,i,n-1)$;

$*D(i-1,i,n) = \max(d(n), T(J,i-1,n-S(i-1)), D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))$

$Con5(i,m,n) \$(ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) \leq (ord(i)+1)).. D_J(i,m,n) = g = d(n)$;

$Con6(i,j,m,n) \$(ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) \leq (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) > S(i) \text{ and } ord(j) \leq card(j)).. D_J(i,m,n) = g = T(j,i,n-S(i))$;

$Con7(i,m,n) \$(card(i) > 3 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-3 \text{ and } ord(m) \leq (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) > K(i+1)-S(i+1)).. D_J(i,m,n) = g = D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)))$;

$*D(N-1,N,n) = \max(T(J,N,n-(K(N))))$

Con8(i,j,m,n)\$ (ord(i) eq card(i)-2 and ord(m) eq card(i)-1 and ord(j) eq card(j) and
ord(n) gt K(m)).. D_J(i,m,n) =g= T(j,m,n-(K(m)));

model Modif_EKCS /all/;

Scalar

Av_CT /0/

Mean_Wait_Time_B_O_Dem /0/

Count_Back_orderdemand /0/

WIP /0/

Mean_Wait_Time_off_All_Dem /0/

Average_Num_of_backorder_demands /0/

starttime /0/

elapsed /0/;

parameters

CT(n)

Back_orderdemand(n)

C_T_F_P(i,n)

FP(i)

C_T(i,n)

Average_CT(i)

W_I_P(i)

Total_FP(running,i)

Total_W_I_P(running,i)

Total_Av_CT(running)

Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)

Total_WIP(running)

Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)

Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)

Total_elapsed(running)

Tot_Total_Av_CT(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scenario)

Tot_Total_WIP(running,scenario)

Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scenario)

Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scenario)

Tot_Total_FP(running,scen,i)

Tot_Total_W_I_P(running,scen,i)

Tot_Total_elapsed(running,scen);

loop(Scenario,

*Update Scenario parameters

option seed = 10;

loop (run,

* Generate exponential arrivals

```

Exp_int_D(n)=(-1/LD)*Log(uniform(0,1));

d('1')=Exp_int_D('1');
loop((n)$ (ord(n) ge 2),
    d(n)=d(n-1)+Exp_int_D(n);
);
* Generate exponential process times
pt(j,i,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1) = -Log(uniform(0,1));
starttime = jnow;
option bratio=1;
option reslim=10000;
solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;
*Compute solve results...

*Υπολογισμός διάρκειας επίλυσης
elapsed = (jnow - starttime)*24*3600;

*Υπολογισμός CT
loop((j,m,n)$ (ord(j) eq card(j) and ord(m) eq card(i)-1 and ord(n) le card(n)-
sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2),S(i))) ,
    CT(n)= T.l(j,m,n+ sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2),S(i))) -
D_J.l('I0','I1',n);

);

Av_CT=sum((n)$ (ord(n) le card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-
2),S(i))),CT(n))/(card(n)-sum((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-2),S(i)));

*Υπολογισμός WIP
WIP=LD*Av_CT;

*Ωρα αναμονής για όλες τις ζητήσεις
loop ( (i,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i)),
    Back_orderdemand(n)=D_J.l(i,m,n)-d(n);
);

Count_Back_orderdemand=0;
loop (n,
    if ( Back_orderdemand(n)>0,
        Count_Back_orderdemand=Count_Back_orderdemand+1;
    );
);

*Μέση ώρα αναμονής των καθυστερημένων ζητήσεων (Back ordered demands)
Mean_Wait_Time_B_O_Dem$(Count_Back_orderdemand
>0)=Sum(n,Back_orderdemand(n))/Count_Back_orderdemand;

*Υπολογισμός μέσου αριθμού καθυστερημένων ζητήσεων (Average number of
backordered demands)

```

*Αρχικά υπολογίζω το μέσο χρόνο αναμονής όλων των ζητήσεων (backordered and non backordered)

Mean_Wait_Time_off_All_Dem=Sum(n,Back_orderdemand(n))/card(n);

*Μετά υπολογίζω το μέσο αριθμό των καθυστερημένων ζητήσεων(backordered demands)

Average_Num_of_backorder_demands=LD*Mean_Wait_Time_off_All_Dem;

```

loop ((running)$ (ord(running) eq ord(run)),
  Total_Av_CT(running) = Av_CT;
  Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running)=Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
  Total_WIP(running)=WIP;
  Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running)=
Mean_Wait_Time_off_All_Dem;

Total_Average_Num_of_backorder_demands(running)=Average_Num_of_backorder
_demands;
  Total_elapsed(running)=elapsed;
);

```

*Υπολογισμός του αριθμού των έτοιμων προϊόντων κάθε σταδίου

loop((i,j,m,n)\$ (ord(n) le card(n)-S(i) and ord(j) eq card(j) and ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i)),

*Αρχικά υπολογίζω τη μέση ώρα παραμονής, Cycle Time, των έτοιμων προϊόντων (Finished Parts)

C_T_F_P(i,n)=D_J.l(i,m+1,n+S(i))- T.l(j,i,n);

*Κατόπιν υπολογίζω τα έτοιμα προϊόντα (Finished Parts)

```

loop ((i)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1),
  FP(i)=LD*sum((n)$ (ord(n) le card(n)-S(i)),C_T_F_P(i,n))/(card(n)-S(i));
);

```

* Υπολογισμός μέσης ώρας παραμονής Cycle Time and WIP για κάθε stage

loop ((i,j,m)\$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(m) eq ord(i) and ord(j) eq card(j)),

C_T(i,n)=T.l(j,i,n)-D_J.l(i-1,m,n);

Average_CT(i)=sum(n,C_T(i,n))/card(n);

W_I_P(i)=LD*Average_CT(i);

);

```

loop ( (i,running)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1 and ord(running) eq ord(run)),
  Total_FP(running,i)=FP(i);
  Total_W_I_P(running,i)=W_I_P(i);
);

```

);

```

*Update scenario parameters
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
K(i)=2*K(i);
);
*Save scenario results

loop ((scen,running)$ (ord(scen) eq ord(scenario)),
  Tot_Total_Av_CT(running,scen)= Total_Av_CT(running);

Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem(running,scen)=Total_Mean_Wait_Time_B
_O_Dem(running);
  Tot_Total_WIP(running,scen)=Total_WIP(running);

Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem(running,scen)=Total_Mean_Wait_Time_
off_All_Dem(running);

Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands(running,scen)=Total_Average_Nu
m_of_backorder_demands(running);
  Tot_Total_elapsed(running,scen)=Total_elapsed(running);
);

loop( (scen,running,i)$ (ord(scen) eq ord(scenario) and ord(i) ge 2 and ord(i) le
card(i)-1),
  Tot_Total_FP(running,scen,i)=Total_FP(running,i);
  Tot_Total_W_I_P(running,scen,i)= Total_W_I_P(running,i);
);

);

*print resulta
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Av_CT;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Av_CT Rng=Example_3!b3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_WIP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_WIP Rng=Example_3!n3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_B_O_Dem Rng=Example_3!z3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload
"Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Average_Num_of_backorder_demands Rng=Example_3!a3 cdim=1
rdim=1';

```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_Mean_Wait_Time_off_All_Dem Rng=Example_3!ax3 cdim=1
rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_FP;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Tot_Total_FP
Rng=Example_3!bj2 dim=3 rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_W_I_P;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_W_I_P Rng=Example_3!cp2 dim=3 rdim=1';
```

```
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_elapsed;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls
par=Tot_Total_elapsed Rng=Example_3!b40 cdim=1 rdim=1';
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΑΣ

```
sets
n "parts" /1*60000/
i "stages" /I0*I4/
j "machines" /j1*j4/
Scenario /K5,K500/
run /1*30/;
```

```
Alias(i,m);
Alias(run,running)
Alias(scenario,scen);
```

```
parameters
K(i)
S(i);
```

```
Loop(i,
K(i)=0;
S(i)=0;
);
```

```
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),
K(i)=5;
);
```

```
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-2)),
S(i)=0;
);
```

parameter $pt(j,i,n)$;

positive variables

$T(j,i,n)$

$D_J(i,m,n)$;

free variable

$objval$;

Equations

Obj

$Con1(i,j,m,n)$

$Con2(i,j,n)$

$Con3(i,j,n)$

$Con4(i,j,n)$

$Con5(i,j,m,n)$

$Con6(i,m,n)$

$Con7(i,j,m,n)$;

Obj.. $\sum((j,i,n) \$ (ord(i) \leq card(i)-1), T(j,i,n)) + \sum((i,m,n) \$ (ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) = ord(i)+1), D_J(i,m,n)) = objval$;

$*T(1,i,n) = pt(1,i,n) + \max(D(i-1,i,n), T(1,i,n-1))$

$Con1(i,j,m,n) \$ (ord(j) = 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(m) = ord(i)).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = D_J(i-1,m,n)$;

$Con2(i,j,n) \$ (ord(j) = 1 \text{ and } ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq (card(i)-1) \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j,i,n-1)$;

$*T(j,i,n) = pt(j,i,n) + \max((T(j-1,i,n), T(j,i,n-1))$

$Con3(i,j,n) \$ (ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j-1,i,n)$;

$Con4(i,j,n) \$ (ord(i) \neq 1 \text{ and } ord(i) \neq card(i) \text{ and } ord(j) \geq 2 \text{ and } ord(n) \geq 2).. T(j,i,n) - pt(j,i,n) = T(j,i,n-1)$;

$*D(i-1,i,n) = \max(d(n), T(J,i-1,n-S(i-1)), D(i,i+1,n-(K(i)-S(i))))$

$Con5(i,j,m,n) \$ (ord(i) \geq 2 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-1 \text{ and } ord(m) = (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) \geq S(i) \text{ and } ord(j) = card(j)).. D_J(i,m,n) = T(j,i,n-S(i))$;

$Con6(i,m,n) \$ (card(i) \geq 3 \text{ and } ord(i) \leq card(i)-3 \text{ and } ord(m) = (ord(i)+1) \text{ and } ord(n) \geq K(i+1)-S(i+1)).. D_J(i,m,n) = D_J(i+1,m+1,n-(K(i+1)-S(i+1)))$;

$*D(N-1,N,n) = \max(d(n), T(J,N-1,n-S(N-1)), T(J,N,n-(K(N))))$

$Con7(i,j,m,n) \$ (ord(i) = card(i)-2 \text{ and } ord(m) = card(i)-1 \text{ and } ord(j) = card(j) \text{ and } ord(n) \geq K(m)).. D_J(i,m,n) = T(j,m,n-(K(m)))$;

```

model Modif_EKCS /all/;

Scalar
Production_Capacity /0/
starttime /0/
elapsed /0/;

parameters
Total_PC(running)
Total_elapsed(running)

Tot_Total_PC(running,scenario)
Tot_Total_elapsed(running,scen);

loop(Scenario,
*Update Scenario parameters

    option seed = 10;

    loop (run,
*        Generate process times
            pt(j,i,n)$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1) = -Log(uniform(0,1));
            starttime=jnow;

            option bratio=1;
            option reslim=10000;
            solve Modif_EKCS using LP minimizing objval;
*        Òðïëïäéóìüò äéÛñêâéò åðßëöóçð
            elapsed=(jnow-starttime)*24*3600;

*Compute solve results...

loop ((i,m,n)$ (ord(i) eq card(i)-1 and ord(m) eq card(i) and ord(n) eq card(n)),
Production_Capacity=card(n) / (D_J.l(i,m,n)- D_J.l(i,m,"1"));
    );

    loop ((running)$ (ord(running) eq ord(run)),
        Total_PC(running)=Production_Capacity;
        Total_elapsed(running)=elapsed;
    );

);

* Update scenario parameters
loop((i)$((ord(i) ge 2) and (ord(i) le card(i)-1)),

```

```
K(i)=100*K(i);
);
```

```
* Save scenario results
loop ((scen,running)$ (ord(scen) eq ord(scenario)),
  Tot_Total_PC(running,scen)=Total_PC(running);
  Tot_Total_elapsed(running,scen)=Total_elapsed(running);
);
```

```
);
```

```
*print results
execute_unload "Modified_EKCS.gdx",Tot_Total_PC;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=Tot_Total_PC
Rng=Example_3_PC!z3 cdim=1 rdim=1';

execute_unload "Modified_EKCS.gdx", Tot_Total_elapsed;
execute 'Gdxxrw.exe Modified_EKCS.gdx o=Modified_EKCS.xls par=
Tot_Total_elapsed Rng=Example_3_PC!b40 cdim=1 rdim=1';
```


ΚΩΔΙΚΑΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 3

SATURATED KCS

sets

n "parts" /1*10000/

i "stages" /I0*I11/;

alias(i,j);

parameters

K(i)

pt(n,i);

*number of kanbans per stage

K('I1')=1;

K('I2')=1;

K('I3')=1;

K('I4')=1;

K('I5')=1;

K('I6')=1;

K('I7')=1;

K('I8')=1;

K('I9')=1;

K('I10')=1;

positive variables

*departure time of manufacturing process

D_MP(i,n)

*departure time of synchronizaton station

D_J(i,j,n);

free variable

objval;

Equations

Obj

Con1(i,n)

Con2(i,j,n)

Con3(i,j,n)

Con4(i,j,n);

Obj.. sum((i,n)\$ (ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1),D_MP(i,n))+ sum((i,j,n)\$ (ord(i) le (card(i)-1) and ord(j) eq (ord(i)+1)),D_J(i,j,n)) =e= objval;

*D_MP(i,n) = pt(i,n) + max((D_MP(i,n-1),D_J(i-1,i,n))

Con1(i,n)\$ (ord(n) ge 2 and ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1).. D_MP(i,n)-
pt(n,i)=g= D_MP(i,n-1);

Con2(i,j,n)\$(ord(i) ge 2 and ord(j) eq ord(i) and ord(i) le card(i)-1).. D_MP(i,n)-
pt(n,i)=g= D_J(i-1,j,n);

*D_J(i-1,i,n)=max(D_MP(i-1,n-K(i-1)),D_J(i,i+1,n))

Con3(i,j,n)\$(ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1) and ord(j) eq (ord(i)+1) and ord(n) gt
K(i)).. D_J(i,j,n) =g= D_MP(i,n-K(i));

Con4(i,j,n)\$(ord(i) le (card(i)-2) and ord(j) eq (ord(i)+1)).. D_J(i,j,n) =g=
D_J(i+1,j+1,n);

model KCS_Sat /all/;

Scalar

x/0/;

parameters

Margicon1(i)

Margicon2(i,j)

Margicon3(i,j)

Margicon4(i,j);

option seed = 10;

*Generate exponential process time (either common in all stages or different)

pt(n,i)\$(ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1)= -Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I1')= -Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I2')= -(1/4)*Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I3')= -Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I4')= -Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I5')= -(1/2)*Log(uniform(0,1));

* pt(n,'I6')= -(1/3)*Log(uniform(0,1));

option reslim=10000;

solve KCS_Sat using LP minimizing objval;

*compute marginal prices per constraint

loop(i\$(ord(i) ge 2 and ord(i) le card(i)-1),

Margicon1(i)=sum(n\$(ord(n) ge 2),Con1.m(i,n));

);

loop((i,j)\$(ord(i) le card(i)-2 and ord(j) eq ord(i)+1),

Margicon2(i,j)=sum(n,Con2.m(i,j,n));

);

loop((i,j)\$(ord(i) ge 2 and ord(i) le (card(i)-1) and ord(j) eq (ord(i)+1)),

Margicon3(i,j)=sum((n)\$(ord(n) gt K(i)),Con3.m(i,j,n));

);

loop((i,j)\$(ord(i) le (card(i)-1) and ord(j) eq (ord(i)+1)),

```
Margicon4(i,j)=sum(n,Con4.m(i,j,n));  
);
```

```
loop((i,j,n)$(ord(i) eq card(i)-1 and ord(j) eq card(i) and ord(n) eq card(n)),  
*save last item's departute time from the last stage  
  x=D_J.l(i,j,n);  
);
```

```
display Margicon1,Margicon2,Margicon3,Margicon4,x;
```