



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

Περιστροφή θερμοπυρηνικού πλάσματος σε
συνθήκες μαγνητικής συγκράτησης τοπολογίας
tokamak

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Μαρίνας – Μαρίας Β. Ιωαννίτη

Επιβλέπων: Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Βόλος, Ιούλιος 2011



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

Περιστροφή θερμοπυρηνικού πλάσματος σε
συνθήκες μαγνητικής συγκράτησης τοπολογίας
tokamak

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Μαρίνας – Μαρίας Β. Ιωαννίτη

Επιβλέπων: Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την διμελή εξεταστική επιτροπή την

.....
Γεώργιος Σταμούλης
Καθηγητής Π.Θ.

.....
Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Βόλος, Ιούλιος 2011

.....

Μαρίνα Μαρία Β. Ιωαννίτη

Διπλωματούχος Τμήματος Μηχανικών Η/Υ, Τηλεπικοινωνιών και
Δικτύων, Π.Θ.

© 2011 Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. All rights reserved.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της κίνησης και συγκεκριμένα της περιστροφής του πλάσματος στις συνθήκες μαγνητικής συγκράτησης που επικρατούν στο tokamak. Το βασικό ερέθισμα που οδήγησε στην ανάγκη για αυτή την προσέγγιση είναι ένα βασικό πρόβλημα της Φυσικής Πλάσματος: η ίδια η Μαγνητική Συγκράτηση (Magnetic Confinement) των ηλεκτρονίων και των ιόντων που απαρτίζουν το θερμοπυρηνικό πλάσμα με σκοπό την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Το ίδιο το tokamak είναι μια σπειροειδής συσκευή περιορισμού του πλάσματος. Το πλάσμα δεν περιορίζεται από υλικά τοιχώματα αλλά από μαγνητικά πεδία. Ο λόγος που συμβαίνει αυτός ο μαγνητικός περιορισμός είναι διπλός. Κατ' αρχάς, κανένα γνωστό υλικό δεν μπορεί να αντισταθεί στις θερμοκρασίες των εκατό εκατομμυρίων βαθμών Kelvin, που απαιτούνται για την τήξη. Δεύτερον, η συγκράτηση του πλάσματος μέσα σε ένα μαγνητικό δοχείο το μονώνει καλά, που το καθιστά έτσι ευκολότερα να θερμανθεί.

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μια γενική εισαγωγή στην θερμοπυρηνική σύντηξη και στο πλάσμα. Παρουσιάζουμε την βασική εξίσωση σύντηξης που αποτελεί και τον καλύτερο υποψήφιο για παραγωγή ενέργειας στο tokamak. Στην συνέχεια, δίνουμε έναν πλήρη ορισμό του πλάσματος παρουσιάζοντας παράλληλα τις παραμέτρους του και τα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιούνται για να έχουμε πλάσμα: συλλογική συμπεριφορά, οιονεί ουδετερότητα και το γινόμενο της συχνότητας των τυπικών ταλαντώσεων επί τον μέσο χρόνο ανάμεσα στις συγκρούσεις με ουδέτερα άτομα να είναι μεγαλύτερο της μονάδας, ώστε να μην συμπεριφέρεται ως ουδέτερο αέριο. Ολοκληρώνουμε με μια σύντομη περιγραφή του tokamak και της σημασίας που έχει η περιστροφή του πλάσματος στη μαγνητική συγκράτηση.

Στο Κεφάλαιο 2 επικεντρωνόμαστε στη μελέτη των τροχιών σωματιδίων στο μαγνητικό πεδίο. Χρησιμοποιώντας την βασική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση ενός σωματιδίου ξεκινάμε την μελέτη σε ομοιόμορφα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία. Στη συνέχεια, εισάγουμε μια συμπληρωματική δύναμη με τη δύναμη Lorentz και μελετάμε το πώς αυτή επηρεάζει την κίνηση του σωματιδίου. Έτσι ερχόμαστε σε μια πρώτη επαφή με τις ολισθήσεις που μπορούν να προκύψουν και συγκεκριμενοποιώντας αυτή την δύναμη ως την δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου οδηγούμαστε στην $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ολίσθηση του σωματιδίου. Έπειτα πηγαίνουμε ένα βήμα παρακάτω και μελετάμε τα μη-ομογενή μαγνητικά πεδία. Εκεί πλέον μιλάμε για δύο ειδών ολισθήσεις: την κυρτή ολίσθηση και την grad-B ολίσθηση. Στη συνέχεια, εξετάζουμε κάποιες διατηρούμενες ποσότητες (κινητική ενέργεια, ροή, μαγνητική ροπή), μια και αποτελούν πολύ καλή προσέγγιση για τον ορισμό των συνιστωσών της ταχύτητας. Τέλος, παρουσιάζουμε μια ολοκληρωμένη εικόνα για όλα τα είδη των ολισθήσεων-μετατοπίσεων που μπορεί να προκληθούν στο σωματίδιο υπό την επίδραση μαγνητικού πεδίου.

Το Κεφάλαιο 3 περιέχει την θεωρία γύρω από την περιστροφή του πλάσματος. Ξεκινάμε την περιγραφή του πλάσματος ως μια συλλογή ατομικών σωματιδίων που σύντομα θα μετατραπεί σε μια περιγραφή πολλαπλών ρευστών. Στη συνέχεια μιλάμε για την μαγνητική διαμόρφωση του tokamak και δείχνουμε ότι αποτελείται από εμφωλευμένες επιφάνειες ροής. Ορίζουμε την περιστροφή ως την ταχύτητα του ρευστού σε μια επιφάνεια ροής και εξετάζουμε την διεύθυνση της περιστροφής. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη την τοροειδή γεωμετρία του tokamak, παρουσιάζουμε τη νεοκλασική μεταφορά, σύμφωνα με την οποία το πλάσμα περιστρέφεται αυθόρμητα και η πολοειδής περιστροφή του είναι περιορισμένη.

Φυσικά, υπάρχει και τρόπος να προκαλέσουμε τοροειδή κίνηση και άρα περιστροφή πλάσματος με εξωτερική παρέμβαση είτε με κύματα είτε με έγχυση ενεργητικών σωματιδίων. Αυτό είναι το θέμα του Κεφαλαίου 4. Η εξωτερική παρέμβαση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη προκειμένου να θερμάνουμε το πλάσμα και να οδηγήσουμε ρεύματα που απαιτούνται για την συγκράτηση. Παρουσιάζουμε τις μεθόδους εξωτερικής παρέμβασης ξεκινώντας με τα ενεργητικά σωματίδια και μετά με τα ραδιοκύματα και σύμφωνα με τα τελευταία χωρίζουμε την θέρμανση σε τέσσερις κατη-

γορίες: στην κυκλοτρονική συχνότητα ιόντος, στην υβριδική συχνότητα, στην κυκλοτρονική συχνότητα ηλεκτρονίου και με κύματα Alfvén. Τέλος, εξετάζουμε την μεταφορά της ορμής μέσω της αλληλεπίδρασης κύματος – σωματιδίου, ξεκινώντας από τον τρόπο που αλληλεπιδρούν και χωρίζοντας την μελέτη σε συντονισμένες και μη συντονισμένες αλληλεπιδράσεις. Καταλήγουμε στο ότι τα κύματα επηρεάζουν τη συγκράτηση μεταφέροντας ορμή και ενέργεια κατά μήκος του πλάσματος και τροποποιώντας τις τροχιές μετατόπισης με αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου.

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας αυτή τη διπλωματική εργασία, νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω κάποιους ανθρώπους, η συμβολή των οποίων ήταν καθοριστική. Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής για την απόφαση να δεχθούν αυτό το ρόλο και ιδιαίτερα τον επιβλέποντα Καθηγητή μου, κ. Κυριάκο Χιτζανίδη (Ηλεκτρολόγοι Μηχανικοί και Μηχανικοί Υπολογιστών, ΕΜΠ), που μου έδειξε εμπιστοσύνη και εν τέλει μου ανέθεσε το συγκεκριμένο θέμα, ανοίγοντάς μου ένα παράθυρο στον συναρπαστικό τομέα της Φυσικής του Πλάσματος και της Ελεγχόμενης Θερμοπυρηνικής Σύντηξης. Η πάντα άμεση βοήθειά του, η υποστήριξη και η κοθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας ήταν αποφασιστική, τόσο σε επιστημονικό, όσο και σε προσωπικό επίπεδο και ειλικρινά το λιγότερο που θα μπορούσα να πω είναι «ευχαριστώ».

Σπουδάζοντας ένα διαφορετικό αντικείμενο και ασχολούμενη για χρόνια με τον τομέα των υπολογιστών, η στροφή προς την φυσική πλάσματος δεν ήταν εύκολη. Όμως καθ' όλη την διάρκεια είχα ανθρώπους να με βοηθούν και να με στηρίζουν, έκαστος με τον δικό του τρόπο. Σε όλους αυτούς τους ανθρώπους είμαι πραγματικά ευγνώμων και θέλω να τους ευχαριστήσω έναν – έναν ξεχωριστά.

Ο ομότιμος καθηγητής Νικόλαος Βλάχος (Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Π.Θ.) ήταν ο πρώτος άνθρωπος που έβαλε στο μυαλό μου την ιδέα της ενασχόλησης με τον τομέα της σύντηξης. Η κουβέντα μας στα πλαίσια του σχολείου σύντηξης το 2008 στάθηκε η αρχή του ταξιδιού μου στον κόσμο της φυσικής πλάσματος.

Δεν θα μπορούσα με τίποτα να παραλείψω τον Prof. Dr. Abhay Ram (Plasma Science and Fusion Center, MIT) έναν εξαιρετικό καθηγητή και άνθρωπο που έχει το χάρισμα να σε κάνει να πιστεύεις στον εαυτό σου και στις δυνάμεις σου και ότι μπορείς να κάνεις τα πάντα αρκεί να το θες. Η βοήθεια, η ενθάρρυνση και η υποστήριξή του έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στην πορεία μου.

Έπειτα ο αναπληρωτής καθηγητής Ιωάννης Τίγκελης (Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών – Τμήμα Φυσικής) με κάποιες καίριες παρεμβάσεις του βοήθησε στην υλοποίηση της παρούσας διπλωματικής. Παράλληλα, οι συζητήσεις μας λειτουργούσαν πάντα θετικά και ως προτροπή να συνεχίσω να δουλεύω.

Μεγάλη βοήθεια δέχτηκα από τον καθηγητή Ιωάννη Βομβορίδη (Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ) καθώς και τον καθηγητή Δημήτρη Βαλουγεώργη (Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Π.Θ.). Ο κύριος Βομβορίδης σε επίσκεψή μου στο ΕΜΠ μου παραχώρησε σημειώσεις και υλικό από τα μαθήματά του. Από την άλλη ο κύριος Βαλουγεώργης είχε την καλοσύνη να με δεχτεί στο μάθημά του «Υπολογιστικές Μέθοδοι» αν και ήμουν από διαφορετικό τμήμα και μάλιστα μου επέτρεψε επίσης να εξεταστώ πάνω σε αυτό.

Από το δικό μου τμήμα (Τμήμα Μηχανικών Η/Υ, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων) νιώθω την ανάγκη να αναφέρω τον καθηγητή Γεώργιο Σταμούλη, ο οποίος αποτελεί και μέλος της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής, την επίκουρη καθηγήτρια Παναγιώτα Τσομπανοπούλου που με ενθάρρυνε στη απόφασή μου να ασχοληθώ με διαφορετικό επιστημονικό πεδίο και φυσικά τον λέκτορα Νέστορα Ευμορφόπουλο από τον οποίο πήρα τις πρώτες γνώσεις μου πάνω στον Ηλεκτρομαγνητισμό και ο οποίος έδειχνε πάντα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την εργασία μου.

Φυσικά δεν γίνεται να μη αναφέρω τους φίλους και ελπίζω μελλοντικούς συνεργάτες Νικόλαο Βέργο (υποψήφιος διδάκτωρ, University of Austin, Texas), Σπύρο Κατσαρό (υποψήφιος διδάκτωρ, University of Austin, Texas), Ερωτόκριτο Σκορδίλη (πτυχιούχος ΤΜΗΥΤΔ) και Παναγιώτη Ζεστανάκη (υποψήφιος διδάκτωρ ΗΜΜΥ, ΕΜΠ) που ανέχτηκαν κάθε είδους απορία μου, απάντησαν σε ερωτήσεις μου, έδειξαν υπομονή ή τουλάχιστον δέχτηκαν επιστημονικές συζητήσεις εν ώρα καφέ.

Τέλος, επειδή η ζωή δεν περιορίζεται στην φυσική πλάσματος, θα ήθελα να πω ένα πολύ μεγάλο «ευχαριστώ» στην οικογένειά μου για την υποστήριξή τους τόσα χρόνια, τόσο σε ψυχολογικό όσο και σε υλικό επίπεδο. Ήταν πάντα δίπλα μου σε κάθε καλή και κακή στιγμή μου, ακόμα και όταν τους ανακοίνωσα την επιθυμία μου να ασχοληθώ με έναν επιστημονικό τομέα διαφορετικό από το αντικείμενο σπουδών μου, κάτι το οποίο αρχικά θεώρησαν τρέλα.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή

1.1 Θερμοπυρηνική σύντηξη

1.1.1 Γιατί χρειαζόμαστε την σύντηξη

1.1.2 Αντιδράσεις θερμοπυρηνικής σύντηξης

1.2 Ορισμός του πλάσματος

1.2.1 Συλλογική συμπεριφορά

1.2.2 Θωράκιση Debye. Οιονεί ουδετερότητα

1.2.3 Η παράμετρος του πλάσματος

1.2.4 Κριτήρια για το πλάσμα

1.3 Tokamaks

1.4 Σημασία της περιστροφής του πλάσματος

2 Τροχιές σωματιδίων στο μαγνητικό πεδίο

2.1 Εισαγωγή

2.2 Ομοιόμορφα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία

2.2.1 Μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο. $E=0$

2.2.2 Γενική επιρροή μιας συμπληρωματικής δύναμης

2.2.3 Πεπερασμένο ηλεκτρικό πεδίο

2.3 Μη ομογενή μαγνητικά πεδία

2.3.1 Κυρτή ολίσθηση

2.3.2 Grad-B ολίσθηση

2.4 Διατηρούμενες ποσότητες

2.5 Ολοκληρωμένη εικόνα / ερμηνεία των μετατοπίσεων

3 Θεωρία της περιστροφής του πλάσματος

3.1 Εισαγωγή

- 3.2 Από την κίνηση ενός μοναδικού σωματιδίου στην περιστροφή του
 - 3.2.1 Μαγνητοϋδροδυναμική
 - 3.2.2 Ισορροπία στο tokamak
 - 3.2.3 Ορισμός της περιστροφής πλάσματος
- 3.3 Μεταφορά ορμής
 - 3.3.1 Μεταφορά ορμής: πηγές, καταβόθρες, ροές
 - 3.3.2 Ισορροπία ορμής
- 3.4 Νεοκλασική μεταφορά και περιστροφή
 - 3.4.1 Νεοκλασική θεωρία
 - 3.4.2 Απόσβεση πολοειδούς ροής
 - 3.4.3 Αυθόρμητη νεοκλασική περιστροφή
- 3.5 Πρόσμειξη (Impurity) και MHD περιστροφή
 - 3.5.1 Περιστροφή των προσμείξεων
 - 3.5.2 MHD περιστροφή

4 Εξωτερική παρέμβαση – Κύματα

- 4.1 Εισαγωγή
- 4.2 Θέρμανση και παραγωγή ρεύματος
 - 4.2.1 Εισαγωγή – Ωμική λειτουργία – Επιπλέον θέρμανση
 - 4.2.2 Θέρμανση με έγχυση ενεργητικών σωματιδίων
 - 4.2.3 Θέρμανση με ραδιοκύματα
 - 4.2.3.1 Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ιόντος
 - 4.2.3.2 Θέρμανση στην υβριδική συχνότητα
 - 4.2.3.3 Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ηλεκτρονίου
 - 4.2.3.4 Θέρμανση με κύματα Alfvén
- 4.3 Μεταφορά ορμής με αλληλεπίδραση κύματος – σωματιδίου
 - 4.3.1 Εισαγωγή
 - 4.3.2 Αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου

4.3.3 Συντονισμένες αλληλεπιδράσεις

4.3.4 Μη – συντονισμένες αλληλεπιδράσεις

4.3.5 Συζήτηση και συμπεράσματα

5 Συμπεράσματα

Κατάλογος σχημάτων

- 1.1 Αντίδραση σύντηξης
 - 1.2 Μεγάλης εμβέλειας ηλεκτροστατικές δυνάμεις σε ένα πλάσμα
 - 1.3 Θωράκιση Debye
 - 1.4 Κατανομή δυναμικού κοντά σε ηλεκτρικό δίκτυο σε ένα πλάσμα
 - 1.5 Περιστροφή σωματιδίων γύρω από τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου
 - 1.6 Η αρχή του μαγνητικού περιορισμού σε ένα tokamak
 - 1.7 Προσομοίωση της τύρβης με (A) και χωρίς (B) συνεστραμμένη ροή πλάσματος
 - 1.8 (α) Ιδανική μαγνητική τοπολογία: ένα σετ από εμφωλευμένες επιφάνειες ροής, (b) δύο από τις επιφάνειες ροής
-
- 2.1 Η γυρο-τροχιά
 - 2.2 Τροχιές Larmor
 - 2.3 Η φυσική εικόνα ολίσθησης
 - 2.4 Παράδειγμα που ξεκαθαρίζει τους διαφορετικούς ρόλους που παίζουν οι διαφορετικές μετατοπίσεις
-
- 3.1 Επιφάνειες μαγνητικής ροής σε ένα tokamak
 - 3.2 Η ταχύτητα του πλάσματος εφαπτόμενη σε μια επιφάνεια ροής
 - 3.3 Ο χρόνος συγκράτησης ορμής τ_ϕ συναρτήσει του χρόνου συγκράτησης ενέργειας τ_E για διαφορετικές συγκρούσεις στο πλάσμα
 - 3.4 Τροχιά μπανάνα

- 3.5 Η μεταβολή του συντελεστή διάχυσης με την συγκρουσιμότητα καθ' όλα τα τρία νεοκλασικά συστήματα μεταφοράς
- 3.6 q -επιφάνειες με εμφωλευμένες επιφάνειες ροής

- 4.1 Μέθοδοι εξωτερικής παρέμβασης
- 4.2 Neutral Beam Injector
- 4.3 Απορροφήσεις: κυκλοτρονική και Landau
- 4.4 Παραγωγή και μεταφορά κυμάτων στο πλάσμα
- 4.5 Γυροτρόνιο

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Θερμοπυρηνική Σύντηξη

1.1.1 Γιατί χρειαζόμαστε την σύντηξη?

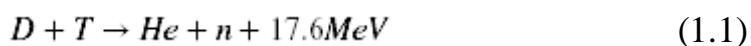
Η παγκόσμια οικονομία εξαρτάται από τα ορυκτά καύσιμα. Αυτά ζεσταίνουν τα σπίτια μας, κάνουν τα αυτοκίνητά μας να κινούνται και παράγουν ηλεκτρισμό. Ωστόσο, τα αποθέματα σε πετρέλαιο, άνθρακα και φυσικό αέριο δεν είναι ανεξάντλητα. Αν δεν ληφθεί κανένα μέτρο, τότε μια επικείμενη ενεργειακή κρίση μέσα στους επόμενους δύο αιώνες, ή ίσως και δεκαετίες, θεωρείται αναπόφευκτη. Εκτός από το γεγονός ότι θα ξεμείνουμε από καύσιμα, η καύση του άνθρακα, του πετρελαίου και του αερίου έχει και αντίκτυπο στο περιβάλλον. Ο άνθρωπος είναι το μοναδικό δημιούργημα της φύσης που κατόρθωσε, σε μεγάλο βαθμό, να την δαμάσει. Στην προσπάθειά του όμως να την εκμεταλλευτεί ξεπέρασε το μέτρο. Η επέμβασή του στο περιβάλλον είναι τόσο καταλυτική, ώστε να ξεπερνά κατά πολύ τη δυνατότητα που έχει η φύση ν' αναπληρώνει τα στοιχεία που της αφαιρεί. Τα σημάδια της υπερθέρμανσης του πλανήτη εξαιτίας του CO_2 και η κλιματική αλλαγή που την συνοδεύει, γίνονται ολοένα πιο ανησυχητικά.

Παρόλα αυτά, η ανθρωπότητα σε καμία περίπτωση δεν θα εγκαταλείψει το παρόν βιοτικό επίπεδο, οπότε και η κατανάλωση ενέργειας δεν αναμένεται να μειωθεί. Για την ακρίβεια, μάλλον θα αυξηθεί. Κατά συνέπεια υπάρχει επιτακτική ανάγκη για πηγές ενέργειας πέρα από τα ορυκτά. Αυτές που είναι για την ώρα διαθέσιμες, όμως, αποδίδουν μικρά ποσά ενέργειας (ηλιακή, αιολική και βιοενέργεια) ή παράγουν ραδιενεργά απόβλητα με μεγάλο χρόνο ζωής.

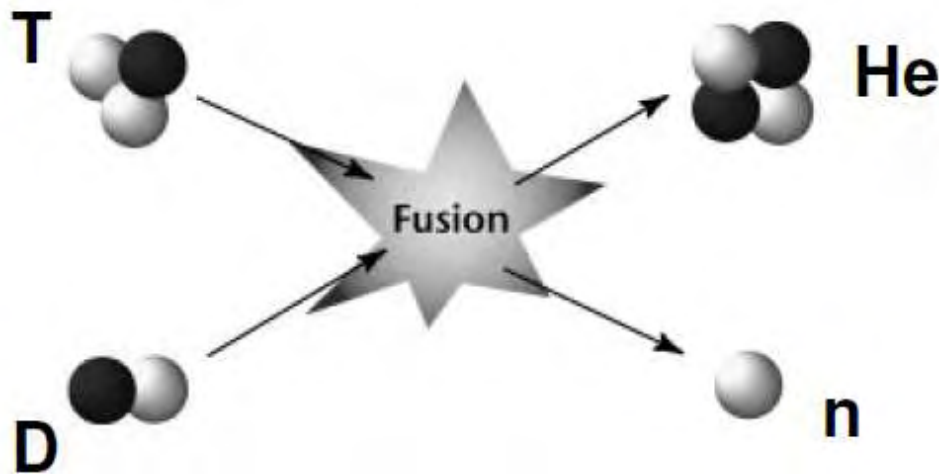
Η θερμοπυρηνική σύντηξη υπόσχεται μια άφθονη πηγή ενέργειας χωρίς να επηρεάζει το περιβάλλον και με ελάχιστα ραδιενεργά απόβλητα μικρού χρόνου ζωής.

1.1.2 Αντιδράσεις θερμοπυρηνικής σύντηξης.

Η σύντηξη είναι αυτή που κάνει τον ήλιο αλλά και όλους τους αστέρες να παράγουν ενέργεια. Έχει βρεθεί ότι το άθροισμα των μαζών δύο ελαφρών πυρήνων είναι μεγαλύτερο από την μάζα των προϊόντων της σύντηξης. Η διαφορά στη μάζα, σύμφωνα με την εξίσωση του Einstein $E=mc^2$, μετατρέπεται σε ενέργεια. Υπάρχουν διάφορες πιθανές αντιδράσεις σύντηξης. Η αντίδραση που αποτελεί τον καλύτερο υποψήφιο για παραγωγή ενέργειας στην γη είναι η αντίδραση δευτερίου-τριτίου, γιατί αυτή η τομή είναι εύλογα μεγάλη. Σε αυτή, λοιπόν, την αντίδραση δύο ισότοπα υδρογόνου, το δευτέριο και το τρίτιο, συντήκονται δίνοντας έναν πυρήνα ηλίου και ένα νετρόνιο:



Η παραγόμενη ενέργεια χωρίζεται στα προϊόντα της σύντηξης: το νετρόνιο δέχεται μια κινητική ενέργεια 14.1MeV και ο πυρήνας ηλίου, που επίσης αποκαλείται σωματίδιο α , έχει ενέργεια 3.5MeV. Το δευτέριο είναι διαθέσιμο σε τεράστιες ποσότητες στους ωκεανούς της γης. Το τρίτιο από την άλλη όχι, αλλά μπορεί να παραχθεί από μια πυρηνική αντίδραση λιθίου – επίσης ευρέως διαθέσιμο – με ένα νετρόνιο. Τα «απόβλητα» αυτής της αντίδρασης σύντηξης είναι το ήλιο: ένα μη τοξικό και μη ραδιενεργό αέριο.



Εικόνα 1.1: Αντίδραση σύντηξης. Τα δύο ισότοπα υδρογόνου, δευτέριο και τρίτιο, συντήκονται για να δημιουργήσουν ήλιο και ένα νετρόνιο. Σε αυτή την αντίδραση απελευθερώνονται 17.6MeV ενέργειας.

Οι πυρήνες του δευτερίου και του τριτίου δεν συντήκονται αυθόρμητα. Επειδή και οι δύο έχουν θετικό φορτίο, η απωστική δύναμη Coulomb αποτρέπει την αντίδραση. Επομένως, χρειάζεται μια αρκετά μεγάλη κινητική ενέργεια των πυρήνων ώστε να υπερνικήσει την δύναμη Coulomb. Αυτή η υψηλή κινητική ενέργεια μπορεί να επιτευχθεί σε ένα αέριο που έχει θερμοκρασία T περίπου 100 εκατομμυρίων βαθμών Κελσίου. Σε μια τέτοια θερμοκρασία τα αέρια ιονίζονται. Πλέον δεν τα αποκαλούμε αέρια αλλά πλάσμα. (Ένας πιο ακριβής και λεπτομερής ορισμός του πλάσματος θα δοθεί παρακάτω.) Συνήθως εκφράζουμε τις θερμοκρασίες στο πλάσμα με eV , όπου $1eV \cong 12000^\circ\text{C}$.

Όμως, δεν χρειάζεται μόνο υψηλή θερμοκρασία. Για να έχουμε αρκετές συγκρούσεις ανάμεσα στους υψηλής ενέργειας πυρήνες, η πυκνότητα n των σωματιδίων πρέπει να είναι επίσης αρκετά μεγάλη.

Μια τρίτη σημαντική παράμετρος είναι η απώλεια της ενέργειας. Αν ένα πλάσμα σύντηξης χάνει την ενέργειά του ταχύτερα προς το εξωτερικό περιβάλλον από ότι μπορεί να κερδίσει ενέργεια από αντιδράσεις σύντηξης και/ή από εξωτερική θέρμανση, τότε η διαδικασία θα σβήσει. Στην αντίθετη περίπτωση οδηγούμαστε σε αυτό που αποκαλούμε ανά-

φλεξη (ignition). Ο ρυθμός απώλειας ενέργειας στο πλάσμα δίνεται από το $1/\tau_E$, όπου τ_E είναι ο χρόνος συγκράτησης (περιορισμού) της ενέργειας.

Μια αντίδραση σύντηξης θα είναι αυτοσυντηρούμενη αν το γινόμενο των τριών παραπάνω παραμέτρων – θερμοκρασία T , πυκνότητα n και χρόνος συγκράτησης τ_E - είναι αρκετά μεγάλο. Για την αντίδραση δευτερίου – τριτίου ισχύει:

$$nT\tau_E > 5 \cdot 10^{21} \frac{\text{keVs}}{\text{m}^3} \quad (1.2)$$

Το παραπάνω κριτήριο είναι το κριτήριο Lawson. Το τριπλό γινόμενο $nT\tau_E$ είναι ο συντελεστής κέρδους μιας πυρηνικής αντίδρασης: όσο υψηλότερος είναι τόσο το καλύτερο.

Για να έχουμε μια εύλογη τομή για την αντίδραση δευτερίου – τριτίου, χρειάζεται μια θερμοκρασία από 1 μέχρι 10keV. Για να διατηρηθεί ένα πλάσμα σε τέτοιες θερμοκρασίες, θα πρέπει να αποφεύγεται η επαφή του πλάσματος με οποιοδήποτε υλικό τοίχωμα. Ένας δυνατός τρόπος για να το κάνουμε αυτό είναι να χρησιμοποιήσουμε μια μαγνητική παγίδα που συγκρατεί το πλάσμα στο κέντρο του θαλάμου κενού.

1.2 Ορισμός του πλάσματος

Πριν προχωρήσουμε παρακάτω, είναι βασικό να δώσουμε έναν ακριβή ορισμό για το πλάσμα και μια λεπτομερή περιγραφή του. Πλάσμα δεν αποκαλείται κάθε ιονισμένο αέριο. Υπάρχει πάντα ένας μικρός βαθμός ιονισμού σε κάθε αέριο. Ένας χρήσιμος ορισμός είναι ο ακόλουθος:

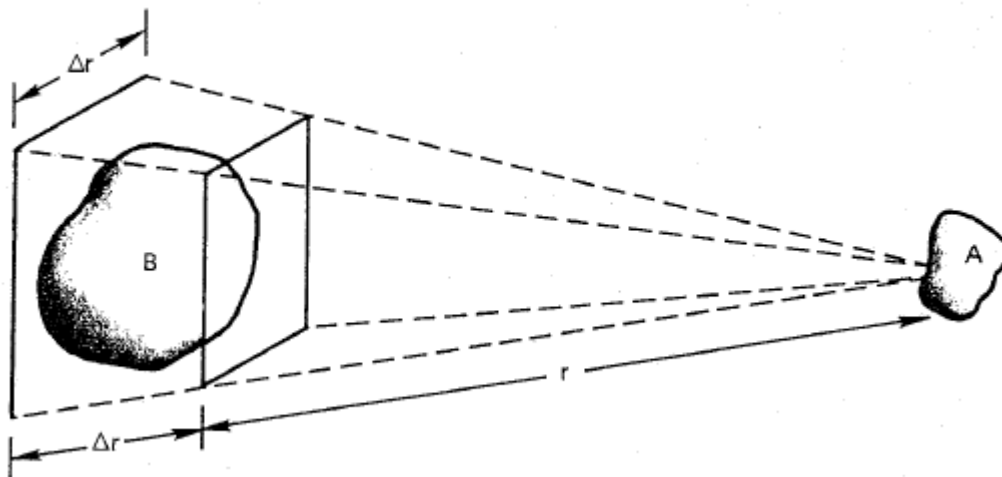
Το πλάσμα είναι ένα οιονεί ουδέτερο αέριο φορτισμένων και ουδέτερων σωματιδίων που επιδεικνύει συλλογική συμπεριφορά.

Τώρα πρέπει να ορίσουμε τις έννοιες της «οιονεί ουδετερότητας» και της «συλλογικής συμπεριφοράς».

1.2.1 Συλλογική συμπεριφορά

Ας θεωρήσουμε τις δυνάμεις που δρουν σε ένα μόριο συνηθισμένου αέρα. Αφού το μόριο είναι ουδέτερο, δεν υπάρχει ηλεκτρομαγνητική δύναμη σε αυτό και η δύναμη της βαρύτητας είναι αμελητέα. Το μόριο κινείται ανενόχλητο μέχρι που συγκρούεται με κάποιο άλλο μόριο, και αυτές οι συγκρούσεις ελέγχουν την κίνηση του σωματιδίου. Μια μακροσκοπική δύναμη που εφαρμόζεται σε ένα ουδέτερο αέριο, έτσι ώστε από ένα μεγάφωνο να παράγει ηχητικά κύματα, μεταδίδεται στα μεμονωμένα άτομα μέσω συγκρούσεων. Η κατάσταση είναι εντελώς διαφορετική σε ένα πλάσμα που έχει φορτισμένα σωματίδια. Καθώς αυτά τα φορτία μετακινούνται, μπορούν να δημιουργήσουν τοπικές συγκεντρώσεις θετικού και αρνητικού φορτίου, το οποίο θα προκαλέσει ηλεκτρικά πεδία. Η κίνηση των φορτίων επίσης παράγει ρεύματα και επομένως μαγνητικά πεδία. Αυτά τα πεδία επηρεάζουν την κίνηση άλλων φορτισμένων σωματιδίων πιο μακριά.

Θεωρούμε τώρα την επίδραση που έχει η μία στην άλλη δύο ελαφρώς φορτισμένες περιοχές του πλάσματος χωρισμένες με μια απόσταση r (Εικόνα 1.2). Η δύναμη Coulomb ανάμεσα στο A και στο B μειώνει κατά $1/r^2$. Ωστόσο, για μια δοσμένη, στέρεα γωνία (αυτό σημαίνει $\Delta r/r =$ σταθερό), ο όγκος του πλάσματος στο B που μπορεί να επηρεάσει το A αυξάνεται κατά r^3 . Οπότε, τα στοιχεία του πλάσματος ασκούν μια δύναμη το ένα στο άλλο, ακόμα και σε μεγάλες αποστάσεις. Είναι αυτή η μακράς-εμβέλειας δύναμη Coulomb που δίνει στο πλάσμα ένα μεγάλο ρεπερτό-



Εικόνα 1.2: Μεγάλης εμβέλειας ηλεκτροστατικές δυνάμεις σε ένα πλάσμα.

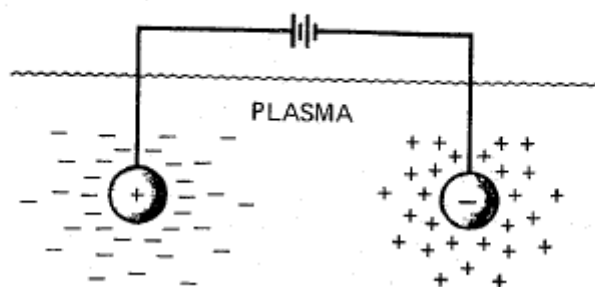
ριο πιθανών κινήσεων και εμπλουτίζει το πεδίο έρευνας, γνωστό ως φυσική πλάσματος. Στην πραγματικότητα, τα πιο ενδιαφέροντα αποτελέσματα αφορούν τα «collisionless» πλάσματα, στα οποία οι μακράς – εμβέλειας ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις είναι τόσο μεγαλύτερες από τις δυνάμεις εξαιτίας συνηθισμένων τοπικών συγκρούσεων, που οι τελευταίες μπορούν αμεληθούν εντελώς. Με το όρο «συλλογική συμπεριφορά» εννοούμε τις κινήσεις που εξαρτώνται όχι μόνο από τις τοπικές συνθήκες αλλά και από την κατάσταση του πλάσματος σε απομακρυσμένες περιοχές.

1.2.2 Θωράκιση Debye. Οιονεί ουδετερότητα.

Ένα θεμελιώδες χαρακτηριστικό της συμπεριφοράς του πλάσματος είναι η ικανότητά του να προστατεύεται από ηλεκτρικά δυναμικά που εφαρμόζονται σε αυτό. Ας υποθέσουμε ότι προσπαθούσαμε να βάλουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο πλάσμα εισάγοντας δύο φορτισμένες μπάλες συνδεδεμένες με μια μπαταρία (Εικόνα 1.3). Οι μπάλες θα προσέλκυαν σωματίδια του αντίθετου φορτίου και σχεδόν αμέσως ένα νέφος ιόντων θα περιέβαλε την αρνητική μπάλα και ένα νέφος ηλεκτρονίων θα περιέβαλε την θετική μπάλα. (Δεχόμαστε ότι το επίπεδο του διηλεκτρι-

κού αποτρέπει το πλάσμα από το να ανασυνδυαστεί στην επιφάνεια, ή ότι η μπαταρία είναι αρκετά μεγάλη για να διατηρήσει το δυναμικό παρόλα αυτά.) Αν το πλάσμα ήταν ψυχρό και δεν υπήρχαν θερμικές κινήσεις, θα υπήρχαν ακριβώς τόσα φορτία στο νέφος όσα και στην μπάλα. Η θωράκιση θα ήταν τέλεια και δεν θα εμφανιζόταν καθόλου ηλεκτρικό πεδίο στο σώμα του πλάσματος έξω από τα νέφη. Από την άλλη πλευρά, αν η θερμοκρασία είναι πεπερασμένη, εκείνα τα σωματίδια που βρίσκονται στην άκρη του νέφους, όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι ασθενές, έχουν αρκετή θερμική ενέργεια για να ξεφύγουν από το πηγάδι ηλεκτροστατικού δυναμικού. Η «άκρη» του νέφους τότε βρίσκεται στην ακτίνα όπου η δυναμική ενέργεια είναι σχεδόν ίδια με την θερμική ενέργεια $k_{SB}T$ των σωματιδίων και η θωράκιση δεν είναι ολοκληρωμένη. Δυναμικά της τάξης $k_{SB}T/e$ μπορούν να εισχωρήσουν στο πλάσμα και να προκαλέσουν πεπερασμένα ηλεκτρικά πεδία.

Ας υπολογίσουμε κατά προσέγγιση το πάχος ενός τέτοιου νέφους φορτίων. Ας φανταστούμε ότι το δυναμικό ϕ στο επίπεδο $x=0$ κρατιέται στην τιμή ϕ_0 από ένα τέλεια διαφανές πλέγμα (Εικόνα 1.4). Θέλουμε να υπολογίσουμε το $\phi(x)$. Για απλότητα, θεωρούμε ότι ο λόγος των μαζών M/m ιόντων - ηλεκτρονίων είναι άπειρος, έτσι ώστε τα ιόντα να μην κι-



Εικόνα 1.3: Θωράκιση Debye

νούνται αλλά να σχηματίζουν ένα ομοιόμορφο φόντο θετικού φορτίου. Για να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε ότι το M/m είναι αρκετά μεγάλο ώστε η αδράνεια των ιόντων τα εμποδίζει από το να κινούνται σημαντικά στην χρονική κλίμακα του πειράματος. Η εξίσωση Poisson σε μια διάσταση είναι:

$$\epsilon_0 \nabla^2 \varphi = \epsilon_0 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -e(n_i - n_e) \quad (Z = 1) \quad (1.3)$$

Αν η πυκνότητα πολύ μακριά είναι n_∞ , έχουμε:

$$n_i = n_\infty \quad (1.4)$$

Παρουσία δυναμικής ενέργειας $q\varphi$, η συνάρτηση κατανομής των ηλεκτρονίων είναι:

$$f(u) = A \exp \left[- \frac{\left(\frac{1}{2} mu^2 + q\varphi \right)}{KT_e} \right] \quad (1.5)$$

Στην ουσία αυτή η εξίσωση μας λέει ότι υπάρχουν λιγότερα σωματίδια σε περιοχές όπου η δυναμική ενέργεια είναι μεγάλη, αφού δεν έχουν όλα τα σωματίδια αρκετή ενέργεια για να φτάσουν εκεί. Ολοκληρώνοντας την $f(u)$ ως προς u , θέτοντας $q = -e$ και σημειώνοντας ότι $n_e(\varphi \rightarrow 0) = n_\infty$ βρίσκουμε

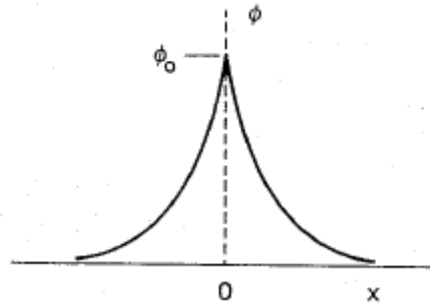
$$n_e = n_\infty \exp \left(\frac{e\varphi}{KT_e} \right) \quad (1.6)$$

Κάνοντας αντικατάσταση τα n_i και n_e στην εξίσωση (1.3), έχουμε:

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = en_\infty \left\{ \left[\exp \left(\frac{e\varphi}{KT_e} \right) \right] - 1 \right\} \quad (1.7)$$

Στην περιοχή όπου $\left| \frac{e\varphi}{KT_e} \right| \ll 1$, μπορούμε να επεκτείνουμε τον εκθέτη σε σειρά Taylor:

$$\epsilon_0 \frac{d^2\varphi}{dx^2} = en_\infty \left[\frac{e\varphi}{KT_e} + \frac{1}{2} \left(\frac{e\varphi}{KT_e} \right)^2 + \dots \right] \quad (1.8)$$



Εικόνα 1.4: Κατανομή δυναμικού κοντά σε ηλεκτρικό δίκτυο σε ένα πλάσμα

Δεν είναι δυνατή καμία απλοποίηση για την περιοχή κοντά στο πλέγμα, όπου το $\left| \frac{e\varphi}{KT_e} \right|$ μπορεί να είναι μεγάλο. Ευτυχώς αυτή η περιοχή δεν συνεισφέρει πολύ στο πάχος του νέφους (ονομάζεται περίβλημα sheath), επειδή το δυναμικό πέφτει πολύ απότομα εκεί. Κρατώντας μόνο τους γραμμικούς όρους στην εξίσωση (1.8), έχουμε

$$\epsilon_0 \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{n_\infty e^2}{KT_e} \varphi \quad (1.9)$$

Ορίζοντας έτσι

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\epsilon_0 K T_e}{n e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.10)$$

όπου n είναι το n_{∞} , μπορούμε να γράψουμε την λύση της εξίσωσης (1.9) ως

$$\varphi = \varphi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (1.11)$$

Η ποσότητα λ_D , ονομάζεται μήκος Debye και είναι ένα μέτρο της απόστασης θωράκισης ή του πάχους του περιβλήματος.

Παρατηρούμε ότι καθώς η πυκνότητα αυξάνεται, το λ_D μειώνεται, όπως θα ήταν αναμενόμενο, αφού κάθε επίπεδο στο πλάσμα περιέχει περισσότερα ηλεκτρόνια. Επιπλέον, το λ_D αυξάνεται καθώς αυξάνεται το $K T_e$. Χωρίς θερμική αναταραχή, το νέφος φορτίων θα κατέρρεε σε ένα απείρως λεπτό στρώμα. Τέλος, είναι η θερμοκρασία των ηλεκτρονίων που χρησιμοποιείται στον ορισμό του λ_D , επειδή τα ηλεκτρόνια, καθώς είναι πιο κινητικά από τα ιόντα, γενικά κάνουν την θωράκιση κινούμενα έτσι ώστε να δημιουργήσουν ένα πλεόνασμα ή ένα έλλειμμα αρνητικού φορτίου. Μόνο σε ειδικές περιπτώσεις δεν ισχύει αυτό.

Παρακάτω δίνονται χρήσιμες μορφές της εξίσωσης (1.10):

$$\begin{aligned} \lambda_D &= 69 \left(\frac{T}{n} \right)^{\frac{1}{2}} m, & T \text{ in } K \\ \lambda_D &= 7430 \left(\frac{KT}{n} \right)^{\frac{1}{2}} m, & KT \text{ in } eV \end{aligned} \quad (1.12)$$

Τώρα είμαστε πλέον σε θέση να ορίσουμε την «οιονεί ουδετερότητα». Αν οι διαστάσεις L ενός συστήματος είναι πολύ μεγαλύτερες από το λ_D , τότε κάθε φορά που ανακύπτουν τοπικές συγκεντρώσεις φορτίου ή

εξωτερικά δυναμικά εισάγονται στο σύστημα, αυτά θωρακίζονται έξω σε μια μικρή απόσταση σε σχέση με το L , αφήνοντας τον όγκο του πλάσματος ελεύθερο από μεγάλα ηλεκτρικά δυναμικά ή πεδία. Έξω από το περιβλήμα στον τοίχο ή σε ένα εμπόδιο, το $\nabla^2\varphi$ είναι πολύ μικρό και το n_i είναι ίσο με το n_e , τυπικά, καλύτερα από ότι 1 στα 10^6 . Χρειάζεται μόνο μια μικρή ανισορροπία φορτίου για να προκαλέσει δυναμικά της τάξεως του $\frac{KT}{e}$. Το πλάσμα είναι «οιονεί ουδέτερο», δηλαδή αρκετά ουδέτερο ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε $n_i \approx n_e \approx n$, όπου n είναι μια κοινή πυκνότητα που αποκαλείται πυκνότητα του πλάσματος, αλλά όχι και τόσο ουδέτερο ώστε να εξαφανίζονται όλες οι ενδιαφέρουσες ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις.

Ένα κριτήριο για να είναι ένα ιονισμένο αέριο πλάσμα είναι να είναι αρκετά πυκνό ώστε το λ_D να είναι πολύ μικρότερο από το L .

1.2.3 Η παράμετρος του πλάσματος

Η εικόνα της θωράκισης Debye που δείξαμε προηγουμένως είναι έγκυρη μόνο αν υπάρχουν αρκετά σωματίδια στο νέφος φορτίων. Είναι ξεκάθαρο ότι, αν υπάρχουν μόνο ένα ή δύο σωματίδια στην περιοχή του περιβλήματος, η θωράκιση Debye δεν θα ήταν στατιστικά σωστή ιδέα. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1.12), μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό N_D των σωματιδίων σε μια σφαίρα Debye:

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 = \frac{1.38 \times 10^6 T^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}} \quad (1.13)$$

Εκτός από το $\lambda_D \ll L$, η συλλογική συμπεριφορά θέλει και:

$$N_D \gg 1 \quad (1.14)$$

1.2.4 Κριτήρια για το πλάσμα

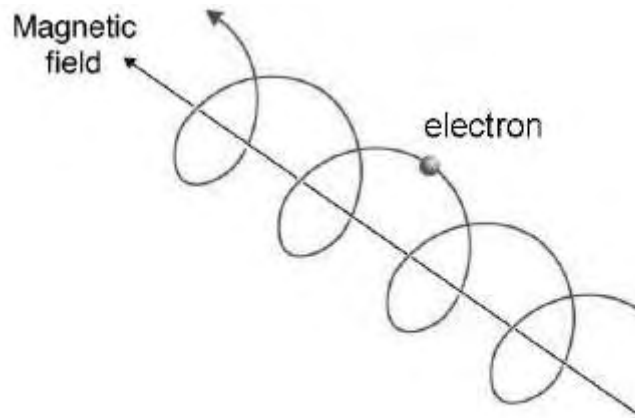
Μέχρι στιγμής έχουμε δύο συνθήκες που πρέπει να ικανοποιεί ένα ιονισμένο αέριο ώστε να είναι πλάσμα. Μια τρίτη συνθήκη έχει να κάνει με τις συγκρούσεις. Για παράδειγμα, το ελαφρώς ιονισμένο αέριο σε έναν πίδακα καυσαερίων δεν θεωρείται πλάσμα γιατί τα φορτισμένα σωματίδια συγκρούονται τόσο συχνά με ουδέτερα άτομα που η κίνησή τους ελέγχεται από συνηθισμένες υδροδυναμικές δυνάμεις παρά από ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Αν ω είναι η συχνότητα των τυπικών ταλαντώσεων του πλάσματος και τ είναι ο μέσος χρόνος ανάμεσα στις συγκρούσεις με τα ουδέτερα άτομα, απαιτούμε το αέριο να έχει $\omega\tau > 1$ για να συμπεριφέρεται ως πλάσμα και όχι ως ουδέτερο αέριο.

Οι τρεις συνθήκες, επομένως, που πρέπει να ικανοποιεί ένα πλάσμα είναι:

1. $\lambda_D \ll L$.
2. $N_D \gg 1$.
3. $\omega\tau > 1$.

1.3 Tokamaks

Το γεγονός ότι ένα πλάσμα αποτελείται κυρίως από φορτισμένα σωματίδια μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να το περιορίσουμε. Εξαιτίας των δυνάμεων Lorentz η κίνηση των φορτισμένων σωματιδίων κάθετα στις γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι περιορισμένη, το οποίο προκαλεί το φορτισμένο σωματίδιο α να περιστρέφεται γύρω από την μαγνητική γραμμή με κυκλική συχνότητα $\omega_c = \frac{e_\alpha B}{m_\alpha}$ και μια γυροτροχιά που αποκαλείται ακτίνα Larmor, $\rho_L = \frac{u_\perp}{\omega_c}$ (Εικόνα 1.5), όπου B είναι το μαγνητικό πεδίο, e_α το φορτίο του σωματιδίου, m_α η μάζα του σωματιδίου και u_\perp η ταχύτητα του σωματιδίου κάθετη στο μαγνητικό πεδίο.



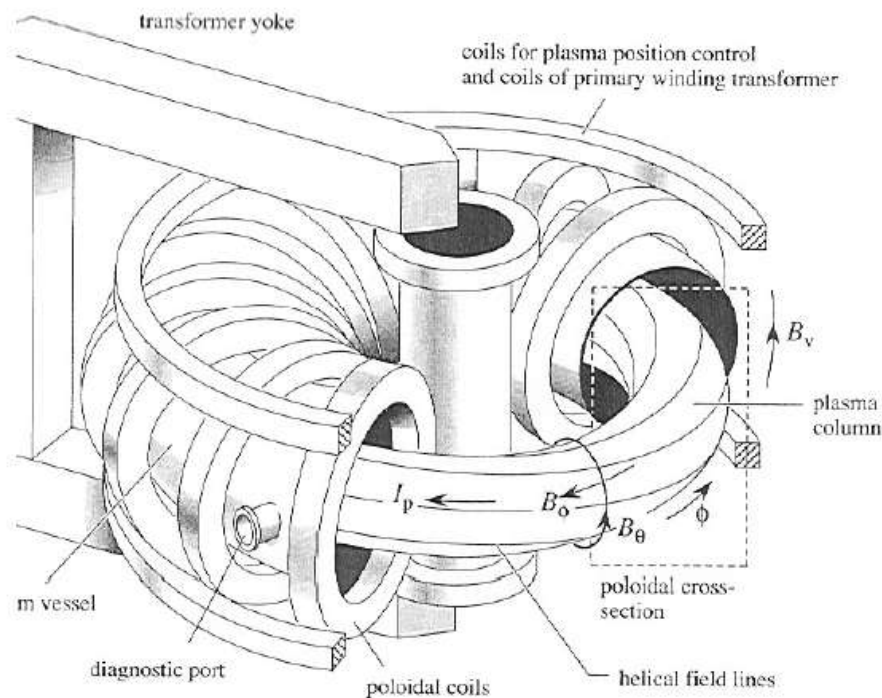
Εικόνα 1.5: Τα φορτισμένα σωματίδια περιστρέφονται στενά γύρω από τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Επομένως, η γεωμετρία του μαγνητικού πεδίου καθορίζει την γεωμετρία του πλάσματος που αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια.

Η κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου παράλληλη στο μαγνητικό πεδίο δεν είναι περιορισμένη. Οπότε, για να συγκρατήσουμε το πλάσμα επιτυχώς, θα πρέπει οι γραμμές του πεδίου να κλείνουν στον εαυτό τους, άρα να σχηματίζουν τοροειδή γεωμετρία. Ωστόσο, απλώς ένας θάλαμος κενού με σχήμα τόρου με ένα τοροειδές μαγνητικό πεδίο δεν επαρκεί για να συγκρατήσει το πλάσμα. Η καμπυλότητα του μαγνητικού πεδίου κάνει τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια να μετατοπίζονται προς τα κάτω ή προς τα πάνω αντίστοιχα στον τόρο, δημιουργώντας ηλεκτρικό πεδίο. Αυτό το ηλεκτρικό πεδίο με την σειρά του οδηγεί σε μια προς-τα-έξω μετατόπιση όλων των σωματιδίων και επομένως χάνεται η συγκράτηση. Για να εξουδετερωθεί αυτό το ηλεκτρικό πεδίο τα σωματίδια που μετακινήθηκαν προς το πάνω μέρος της συσκευής θα πρέπει να έρθουν προς τα κάτω και το αντίστροφο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί προσθέτοντας μια πολοειδή συνιστώσα στο μαγνητικό πεδίο. Σε ένα tokamak το πολοειδές μαγνητικό πεδίο παράγεται από ένα τοροειδές ρεύμα του πλάσματος (Εικόνα 1.6). Αυτό το ρεύμα του πλάσματος προκαλείται από έναν μετασχηματιστή, χρησιμοποιώντας το πλάσμα σαν δευτερεύουσα περιέλιξη. Πάνω από αυτές τις πολοειδείς και τοροειδείς συνιστώσες του πεδίου προστίθενται ακτινικές και κατακόρυφες συνιστώσες στο πεδίο από πηνία διαμόρφωσης και εντοπισμού θέσης.

Οι πολοειδείς και οι τοροειδείς συνιστώσες προστίθενται σε ένα σετ από ελικοειδείς γραμμές πεδίου. Αυτές οι γραμμές πεδίου εφάπτονται σε μαγνητικές επιφάνειες. Η μαγνητική δομή σε ένα tokamak μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα άπειρο σετ από εμφωλευμένες επιφάνειες μαγνητικής ροής. Μια σημαντική παράμετρος στην φυσική των tokamak είναι ο συντελεστής ασφάλειας q :

$$q = \frac{m}{n} \approx \frac{rB_\varphi}{RB_\theta} \quad (1.15)$$

Περιγράφει τον αριθμό των τοροειδών περιελίξεων μιας γραμμής του πεδίου που χρειάζονται για μια πολοειδή περιέλιξη (π.χ. $m=3$ και $n=2$ σημαίνει ότι, όταν ακολουθούμε μια γραμμή πεδίου σε αυτή την $q = 3/2$ επιφάνεια, χρειαζόμαστε 3 τοροειδείς περιελίξεις και δύο πολοειδείς περιελίξεις για να φτάσουμε πάλι στο αρχικό σημείο, ή 1.5 τοροειδείς περιελίξεις για μια πολοειδή περιέλιξη). Σε περιοχές με χαμηλό λόγο q είναι πολύ εύκολο να εμφανισθούν αστάθειες. Το αποτέλεσμα μιας ασήμαντης διακύμανσης σε κάποιο σημείο μεγεθύνεται επειδή τα σωματίδια περνάνε κάθε q τοροειδείς περιστροφές από την ίδια θέση.



Εικόνα 1.6: Η αρχή του μαγνητικού περιορισμού σε ένα tokamak. Για λόγους ευστάθειας χρειάζεται ένα ελικοειδές μαγνητικό πεδίο. Η τοροειδής συνιστώσα αυτού του πεδίου προέρχεται από πηνία, η πολοειδής συνιστώσα προκαλείται από το ρεύμα του πλάσματος. Κάνοντας την στήλη του πλάσματος την δευτερεύουσα περιέλιξη ενός μετασχηματιστή, υψηλά ρεύματα πλάσματος μπορούν εύκολα να επιτευχθούν δίνοντας μια ράμπα ρεύματος στην πρωτεύουσα περιέλιξη του μετασχηματιστή.

1.4 Σημασία της περιστροφής του πλάσματος

Το πλάσμα που θα χρησιμοποιηθεί για σύντηξη πρέπει να εκπληρώνει τρία βασικά κριτήρια:

- Το πρώτο κριτήριο είναι το κριτήριο Lawson, το οποίο λέει ότι η συγκράτηση της ενέργειας και των σωματιδίων πρέπει να είναι με-

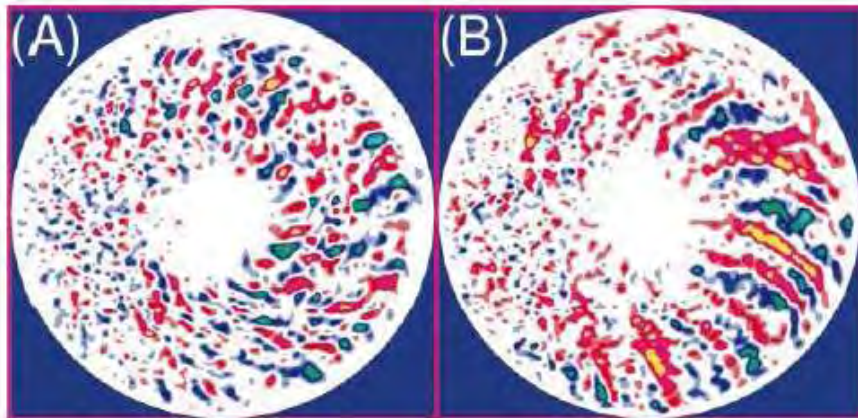
γάλη. Αυτό επιτυγχάνεται αν η ενέργεια που εισάγεται στο πλάσμα παραμένει για ένα ικανό χρονικό διάστημα μέσα στο πλάσμα. Επομένως, σε έναν αντιδραστήρα σύντηξης πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε την μεταφορά ενέργειας στα τοιχώματα.

- Η συγκράτηση δεν πρέπει να είναι απλώς υψηλή, αλλά πρέπει να είναι και σταθερή. Επειδή το πλάσμα στο tokamak συγκρατείται από ένα μαγνητικό πεδίο, είναι απαραίτητη η καλή κατανόηση της μαγνητικής ευστάθειας. Με άλλα λόγια: πρέπει να γνωρίζουμε ποιες μαγνητικές αστάθειες μπορούν να προκύψουν και πώς μπορούμε να τις αποφύγουμε.
- Η ισχύς που πηγαίνει σε έναν αντιδραστήρα σύντηξης εν τέλει κατ'αλήθειαν στα τοιχώματα του αντιδραστήρα. Μια καλή γνώση της αλληλεπίδρασης πλάσματος-τοίχου χρειάζεται για να: (α) βελτιστοποιήσουμε τα πρώτα υλικά του τοίχου, έτσι ώστε να μπορούν να ανταπεξέλθουν με το φορτίο ισχύος και (β) κρατήσουμε τις προσμεϊξίσεις και την σκόνη μακριά από τον πυρήνα του πλάσματος.

Διάφορα πειράματα ανά τον κόσμο έχουν δείξει ότι μια μεγάλη περιστροφή του πλάσματος μπορεί να συνεισφέρει στα δύο πρώτα κριτήρια: την βελτίωση της ευστάθειας και της συγκράτησης.

Η συγκράτηση στο tokamak καθορίζεται από την ακτινική μεταφορά ενέργειας από το κέντρο του πλάσματος προς την άκρη του πλάσματος. Ένα μεγάλο μέρος αυτής της μεταφοράς οδηγείται από τύρβη. Εμπειρικά παρατηρείται ότι η συγκράτηση μειώνεται όταν αυξάνεται η είσοδος της ισχύος. Είναι γενικά παραδεκτό ότι αυτή η μείωση της συγκράτησης είναι αποτέλεσμα αυξημένης μεταφοράς τύρβης. Μια σημαντική επανάσταση στην φυσική της σύντηξης ήταν η ανακάλυψη του H-mode – το H υποδηλώνει την μεγάλη συγκράτηση (high confinement) – στις αρχές του '80 [3]. Όταν η είσοδος της ισχύος έφτανε ένα συγκεκριμένο κατώφλι (κατώτατο όριο), ο περιορισμός ξαφνικά σχεδόν διπλασιαζόταν. Μια από τις παρατηρήσεις που έγινε κατά τη διάρκεια αυτής της μετάβασης ήταν μια ξαφνική μεταβολή στην περιστροφή του πλάσματος στην άκρη. Ακριβέστερα, η κλίση της πολοειδούς περιστροφής v_θ και το ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο E_r , το οποίο συνδέεται με την περιστροφή, αυ-

ξήθηκε. Η παρατήρηση αυτή οδήγησε στο ερώτημα: Μια συνεστραμμένη περιστροφή μειώνει την μεταφορά της τύρβης?



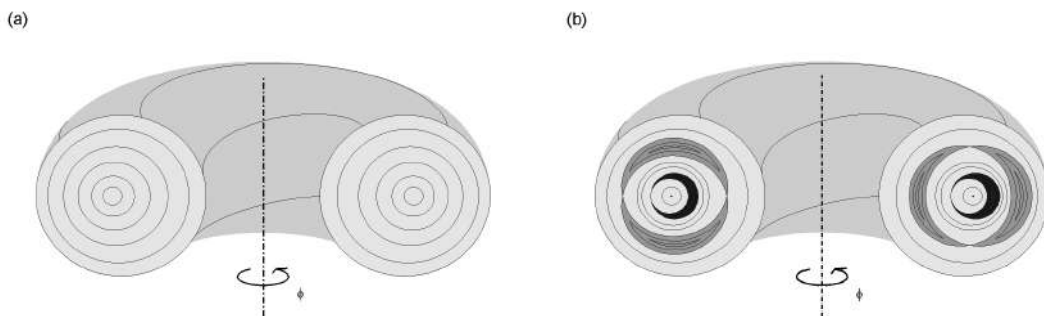
Εικόνα 1.7: Προσομοίωση της τύρβης με (A) και χωρίς (B) συνεστραμμένη ροή πλάσματος. Τα περιγράμματα του δυναμικού διακύμανσης σε μια πολοειδή διατομή σχεδιάζονται. Μεγάλη μεταφορά τύρβης υπάρχει κατά μήκος των ισοδυναμικών περιγραμμάτων. Είναι εμφανές ότι τα τυρβώδη κελιά (κυψελίδες) στην περίπτωση της συνεστραμμένης ροής είναι πολύ μικρότερα από την περίπτωση χωρίς ροή, το οποίο σημαίνει ότι η ολική ακτινική μεταφορά είναι μικρότερη [4].

Τώρα, είκοσι χρόνια μετά, ο μηχανισμός της καταστολής της τύρβης με περιστροφική συστρόφη είναι ευρέως αποδεκτός. Η φυσική εικόνα της καταστολής της τύρβης με συνεστραμμένη ροή μπορεί να εκληφθεί ως εξής: η τυρβώδης μεταφορά είναι αποτέλεσμα διακυμάνσεων με ένα ακτινικό μήκος συσχέτισης Δr_c και έναν χρόνο μη-συσχέτισης τ_c . Αυτές οι διακυμάνσεις μπορούν θεωρηθούν ως τυρβώδη κελιά με ακτινική προέκταση Δr_c και χρόνο ζωής τ_c . Η μεταφορά που προκαλείται από τα τυρβώδη κελιά δίνεται από τον συντελεστή διάχυσης $D_{turb} \propto \frac{\Delta r_c^2}{\tau_c}$. Μια συνεστραμμένη ροή π.χ. μια διαφορετική ταχύτητα σε κάθε ακτινικό σημείο, θα κομματιάσει αυτά τα τυρβώδη κελιά, οδηγώντας σε μικρά κελιά $\Delta r_{sheared} < \Delta r_c$. Κατά συνέπεια ο συντελεστής διάχυσης και άρα η ακτινική μεταφορά είναι μικρότερη [5]. Στην εικόνα 1.7 φαίνεται το δυναμικό διακύμανσης για μια προσομοίωση με και χωρίς συνεστραμ-

μένη ροή [4]. Είναι ξεκάθαρο ότι τα τυρβώδη κελιά είναι πολύ μικρότερα στην περίπτωση με ροή (A) παρά στην περίπτωση χωρίς ροή (B).

Μια συνεστραμμένη ροή πλάσματος επομένως θα βελτιώσει τον περιορισμό. Μια απευθείας μέθοδος για να αυξήσουμε την κλίση της ταχύτητας είναι να αυξήσουμε την ταχύτητα. Επειδή ο θάλαμος κενού ενός tokamak δεν κινείται, υπάρχει μια κλίση ταχύτητας ανάμεσα στο πλάσμα και στα τοιχώματα. Αυτή η κλίση θα είναι μεγάλη αν το πλάσμα περιστρέφεται γρήγορα.

Εκτός από το να βελτιώνει την συγκράτηση, ένα γρήγορα περιστρεφόμενο πλάσμα επίσης αυξάνει την ευστάθεια της μαγνητικής διαμόρφωσης. Σε έναν ιδανικό κόσμο το πλάσμα σε ένα tokamak περιορίζεται σε ένα σετ από τέλεια εμφωλευμένες επιφάνειες ροής. Στον πραγματικό κόσμο πηγές ελεύθερης ενέργειας στο πλάσμα μπορούν να σπάσουν και να ξαναενώσουν μια επιφάνεια ροής, αλλάζοντας έτσι την μαγνητική τοπολογία (Εικόνα 1.8). Αυτές οι επανασυνδεδεμένες επιφάνειες ροής ονομάζονται αποσχιστικοί ρυθμοί (tearing modes) ή μαγνητικά νησιά (magnetic islands). Τα μαγνητικά νησιά έχουν μια δυσμενή επίπτωση στον περιορισμό του πλάσματος και μπορούν ακόμη και να προκαλέσουν μικρότερες ή μεγαλύτερες διαταραχές. Οπότε, προσπαθούμε να τα αποφεύγουμε.



Εικόνα 1.8: Στο (a) φαίνεται η ιδανική μαγνητική τοπολογία: ένα σετ από εμφωλευμένες επιφάνειες ροής. Στο (b) δύο από τις επιφάνειες ροής – οι $q=1$ και $q=2$ επιφάνειες – σπάνε και επανασυνδέονται, καταλήγοντας σε $\frac{m}{n} = \frac{2}{1}$ (σκούρο γκρι) και $\frac{m}{n} = \frac{1}{1}$ (μαύρο) νησιά.

Όχι μόνο μια υπέρβαση σε ελεύθερη ενέργεια μπορεί να οδηγήσει σε μαγνητικά νησιά. Μπορούν επίσης να σχηματιστούν από ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο διαταραχής. Αυτό το πεδίο διαταραχής μπορεί να εφαρμοστεί επίτηδες, αλλά συνήθως είναι αποτέλεσμα απόκλισης των πηνίων, ένα μη-αξονοσυμμετρικό τοίχωμα του θαλάμου κενού κλπ. Σε αυτή την περίπτωση το αποκαλούμε λανθασμένο πεδίο (error field). Επειδή καμία μηχανή δεν είναι τέλεια συμμετρική, κάθε συσκευή σύντηξης έχει ένα λανθασμένο πεδίο. Και εξαιτίας αυτού του λανθασμένου πεδίου μπορούν να σχηματιστούν μαγνητικά νησιά.

Τα λανθασμένα πεδία είναι στατικά, και ως αποτέλεσμα τα μαγνητικά νησιά που εμφανίζονται επίσης δεν κινούνται. Τα μαγνητικά νησιά, ωστόσο, πρέπει να περιστραφούν με την ταχύτητα του πλάσματος. Σε περιστρεφόμενα πλάσματα, επομένως, ένα λανθασμένο πεδίο δεν διεγείρει μαγνητικά νησιά: τα μαγνητικά νησιά βρίσκονται υπό καταστολή. Όμως, η αλληλεπίδραση ανάμεσα στα κατασταλμένα μαγνητικά νησιά και το λανθασμένο πεδίο θα επιβραδύνει το πλάσμα. Όταν τα κατάσταλμένα μαγνητικά νησιά βρίσκονται σε ηρεμία, στο πλαίσιο του λανθασμένου πεδίου θα σχηματιστούν μεγάλα μαγνητικά νησιά. Αυτό ονομάζεται κατάσταση διέγερσης (mode excitation). Επειδή το λανθασμένο πεδίο πρέπει να επιβραδύνει το πλάσμα σε μεγάλο βαθμό, περιμένουμε ένα μεγάλο κατώφλι για την κατάσταση διέγερσης στα γρήγορα περιστρεφόμενα πλάσματα.

Ένας άλλος τύπος μαγνητικών ασταθειών είναι οι resistive wall modes (RWM). Αυτά τα RWM εμφανίζονται σε πλάσματα με υψηλή ενέργεια πλάσματος (β). Όταν κλειδώνουν, δηλαδή όταν δεν κινούνται σε σχέση με τον τοίχο του σωλήνα, τα RWM προκαλούν διάσπαση. Σε συσκευές με υψηλό β όπως ο ITER η παρεμπόδιση των RWM είναι κρίσιμη.

Παρόλο που τα RWM έχουν διαφορετική τοπολογία από τα μαγνητικά νησιά, μπορούν να αντιμετωπιστούν με την ίδια φιλοσοφία: (α) σε ένα γρήγορα περιστρεφόμενο πλάσμα τα RWM θα βρίσκονται σε καταστολή, (β) η αλληλεπίδραση ανάμεσα στα κατασταλμένα RWM και το αγώγιμο (δηλαδή με αντίσταση) τοίχωμα του tokamak θα επιβραδύνει το πλάσμα και (γ) όταν το RWM βρίσκεται σε ηρεμία σε σχέση με το τοίχωμα, το RWM μεγαλώνει και προκαλεί διάσπαση.

Κεφάλαιο 2

Τροχιές σωματιδίων στο μαγνητικό πεδίο

2.1 Εισαγωγή

Τα πλάσματα συμπεριφέρονται άλλοτε σαν ρευστά κι άλλοτε σαν μια συλλογή μεμονωμένων σωματιδίων. Το πρώτο βήμα για να μάθουμε πως θα το αντιμετωπίσουμε είναι να καταλάβουμε πως ατομικά σωματίδια συμπεριφέρονται σε ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία. Η βασική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση ενός σωματιδίου είναι:

$$m \frac{dv}{dt} = qv \times B + F \quad (2.1)$$

όπου $q(m)$ είναι το φορτίο του σωματιδίου (μάζα) και F είναι μια αυθαίρετη δύναμη στο σωματίδιο, που θα διευκρινιστεί αργότερα. Αυτή η δύναμη θεωρείται ότι είναι πολύ μικρότερη από την δύναμη Lorentz που αντιπροσωπεύεται από τον πρώτο όρο στο δεξί μέλος της εξίσωσης

2.2 Ομοιόμορφα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία

2.2.1 Μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο. $E = 0$

Σε αυτή την περίπτωση δεν ασκείται καμία άλλη δύναμη στο σωματίδιο εκτός από την δύναμη Lorentz (δηλαδή $F=0$). Η εξίσωση της κίνησης είναι:

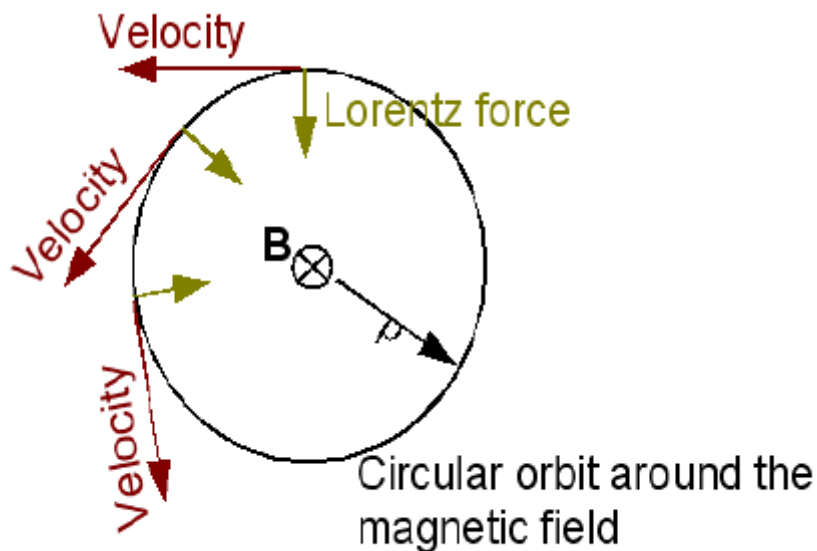
$$m \frac{dv}{dt} = qv \times B \quad (2.2)$$

Η δύναμη Lorentz δεν επηρεάζει την παράλληλη ταχύτητα (v_{\parallel}), δηλαδή:

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = 0 \quad (2.3)$$

Για την συνιστώσα της ταχύτητας κάθετη στο πεδίο (\mathbf{v}_{\perp}) η δύναμη Lorentz επιταχύνει το σωματίδιο αλλά η επιτάχυνση είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα (όπως επίσης στο μαγνητικό πεδίο), και έτσι η ενέργεια του σωματιδίου είναι σταθερή.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right] = m v_{\perp} \cdot \frac{dv_{\perp}}{dt} = q v_{\perp} \cdot (v_{\perp} \times B) = 0 \quad (2.4)$$



Εικόνα 2.1: Η γυρο-τροχιά

Η επιτάχυνση εξαιτίας της δύναμης Lorentz θα αλλάξει την διεύθυνση της ταχύτητας κάθετης στο μαγνητικό πεδίο χωρίς να αλλάξει το μέτρο της. Το αποτέλεσμα είναι μια κυκλική τροχιά γνωστή ως γυροτροχιά (gyro-orbit), η οποία φαίνεται στην εικόνα 2.1. Η ακτίνα (ρ) αυτής της κυκλικής κίνησης μπορεί να βρεθεί εύκολα αν εξισώσουμε το μέτρο της δύναμης Lorentz με μια φυγόκεντρο δύναμη (ίση και αντίθετη με την κεντρομόλο δύναμη)

$$qv_{\perp} B = \frac{mv_{\perp}^2}{\rho} \rightarrow \rho = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad (2.5)$$

η οποία είναι η εξίσωση της ακτίνας Larmor. Η συχνότητα μπορεί να υπολογισθεί από τον χρόνο τ που χρειάζεται ένα σωματίδιο για έναν γύρο $\tau = 2\pi\rho/v_{\perp}$:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{v_{\perp}}{\rho} = \frac{qB}{m} \quad (2.6)$$

Αυτή η συχνότητα (ω_c) είναι γνωστή ως κυκλική συχνότητα. Για ένα πλάσμα σύντηξης αυτή η συχνότητα είναι πραγματικά πολύ υψηλή (80 MHz για ιόντα υδρογόνου και 130 GHz για τα ηλεκτρόνια). Πολλά φαινόμενα συμβαίνουν σε μια μεγαλύτερη κλίμακα χρόνου και για μια φυσική περιγραφή τέτοιων φαινομένων μπορεί κάποιος να υποθέσει ότι η γυροτρονική κίνηση (gyro motion) είναι απείρως γρήγορη. Τότε μπορεί να βρεθεί ο μέσος όρος όλων των ποσοτήτων πάνω στην γυροτρονική κίνηση, αφαιρώντας την υψηλή συχνότητα από τα συστήματα εξισώσεων. Επίσης, αφού η ακτίνα Larmor είναι μικρή σε σχέση με το μέγεθος του συστήματος, κάποιος θα μπορούσε να μπει στον πειρασμό να αγνοήσει τις μεταβολές των φυσικών παραμέτρων πάνω στο μέγεθος της ακτίνας Larmor. Ωστόσο, θα δούμε παρακάτω ότι τέτοιες μεταβολές έχουν σημαντική επίδραση. Οδηγούν σε μικρές ταχύτητες μετατόπισης από τον δακτύλιο που παίζουν σημαντικό ρόλο σε πολλά φαινόμενα.

Μια πιο επίσημη παραγωγή είναι η εξής: Έστω ότι το μαγνητικό πεδίο είναι στην z κατεύθυνση

$$B = B_z \quad (2.7)$$

Η εξίσωση της κίνησης μπορεί να αναλυθεί από τρεις διαφορετικές εξισώσεις

$$m\dot{v}_x = qBv_y \quad (2.8)$$

$$m\dot{v}_y = -qBv_x \quad (2.9)$$

$$m\dot{v}_z = 0 \quad (2.10)$$

όπου οι τελείες υποδεικνύουν τον διαφορισμό ως προς τον χρόνο. Ξαναπαίρνοντας την παράγωγο της πρώτης και της δεύτερης εξίσωσης ως προς τον χρόνο έχουμε:

$$\ddot{v}_x = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x \quad (2.11)$$

$$\ddot{v}_y = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_y \quad (2.12)$$

Οι δύο παραπάνω εξισώσεις περιγράφουν μια απλή αρμονική ταλάντωση στην κυκλική συχνότητα. Σημειώνουμε ότι η κυκλική συχνότητα μπορεί να είναι αρνητική λόγω της εξάρτησής της από το φορτίο.

Η λύση των εξισώσεων της κίνησης είναι:

$$v_{x,y} = v_{\perp} \exp(i\omega_c t + i\delta_{x,y}) \quad (2.13)$$

Η φάση δ επιλέγεται έτσι ώστε:

$$v_x = v_{\perp} \exp(i\omega_c t) = \dot{x} \quad (2.14)$$

όπου v_{\perp} είναι μια θετική σταθερά που υποδηλώνει την ταχύτητα στο επίπεδο κάθετο στο B . Τότε:

$$v_y = \frac{m}{qB} \dot{v}_x = i v_{\perp} \exp(i\omega_c t) = \dot{y} \quad (2.15)$$

Ολοκληρώνοντας μια ακόμα φορά έχουμε:

$$x - x_0 = -i \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \exp(i\omega_c t) \quad (2.16)$$

$$y - y_0 = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \exp(i\omega_c t) \quad (2.17)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό για την ακτίνα Larmor

$$\rho = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \rightarrow \rho = \frac{m v_{\perp}}{|q|B} \quad (2.18)$$

και παίρνοντας το πραγματικό μέρος των εξισώσεων για τις τροχιές, τελικά βρίσκουμε:

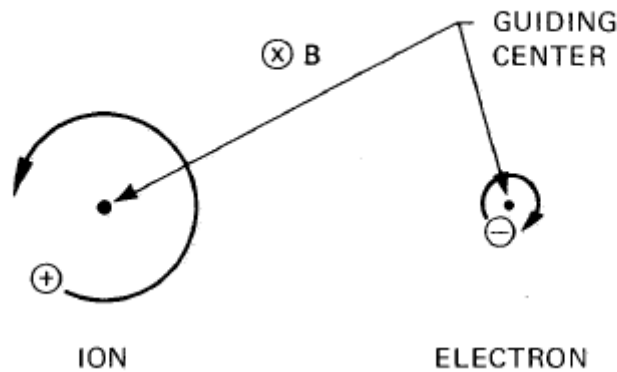
$$x - x_0 = \rho \sin \omega_c t \quad (2.19)$$

$$y - y_0 = \rho \cos \omega_c t \quad (2.20)$$

Αυτή η λύση περιγράφει μια κυκλική τροχιά γύρω από ένα κέντρο οδηγό (x_0, y_0) το οποίο είναι σταθερό (Εικόνα 2.2). Η κατεύθυνση της περιστροφής είναι πάντα τέτοια ώστε το μαγνητικό πεδίο που παράγεται από το φορτισμένο σωματίδιο να είναι αντίθετο με το εξωτερικά επιβεβλημένο πεδίο. Τα σωματίδια του πλάσματος, επομένως, τείνουν να μειώσουν το μαγνητικό πεδίο και τα πλάσματα είναι διαμαγνητικά. Επιπλέον με αυτή την κίνηση υπάρχει και μια αυθαίρετη ταχύτητα v_z κατά μήκος του B που δεν επηρεάζεται από την δύναμη Lorentz. Η τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου στο κενό γενικά είναι μια έλικα. Τα σωματίδια γυρίζουν γύρω από τις γραμμές του πεδίου και την ίδια στιγμή διαδίδονται κατά μήκος του πεδίου. Τυπικά η λύση είναι:

$$\mathbf{v} = v_{\parallel} \mathbf{b} + \mathbf{v}_g \quad (2.21)$$

Όπου $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου (εδώ η z κατεύθυνση) και το \mathbf{v}_g είναι γρήγορα περιστρεφόμενη κάθετη ταχύτητα.



Εικόνα 2.2: Τροχιές Larmor.

2.2.2 Γενική επιρροή μιας συμπληρωματικής δύναμης

Η γενική δύναμη F , που μέχρι στιγμής είχαμε θεωρήσει μηδενική, τώρα λαμβάνεται υπόψη. Οπότε, η εξίσωση της κίνησης παίρνει την μορφή:

$$m \frac{dv}{dt} = qv \times B + F \quad (2.22)$$

Για την παράλληλη κίνηση αυτό οδηγεί σε μια στοιχειώδη επιτάχυνση:

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = F_{\parallel} \quad (2.23)$$

Περισσότερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η κάθετη κίνηση. Η παραπάνω εξίσωση είναι μια συνήθης γραμμική διαφορική εξίσωση. Η γύρο-κίνηση (\mathbf{v}_g) που βρήκαμε στην προηγούμενη ενότητα είναι η ομογενής λύση αυτής της εξίσωσης. Μια μη-ομογενής λύση μπορεί να βρεθεί θέτοντας την παράγωγο ως προς τον χρόνο ίση με το μηδέν και λύνοντας ως προς την ταχύτητα (\mathbf{v})

$$qv \times B + F = 0 \quad (2.24)$$

Αυτή η εξίσωση καθορίζει μόνο την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας (την οποία κάποιος μπορεί εύκολα να την τσεκάρει αναλύοντας την ταχύτητα σε μια παράλληλη και μια κάθετη συνιστώσα. Η παράλληλη ταχύτητα καθορίζεται από την εξίσωση (2.23). Παίρνοντας το εξωτερικό γινόμενο με το μαγνητικό πεδίο προκύπτει:

$$v_{\perp} = \frac{F \times B}{qB^2} \quad (2.25)$$

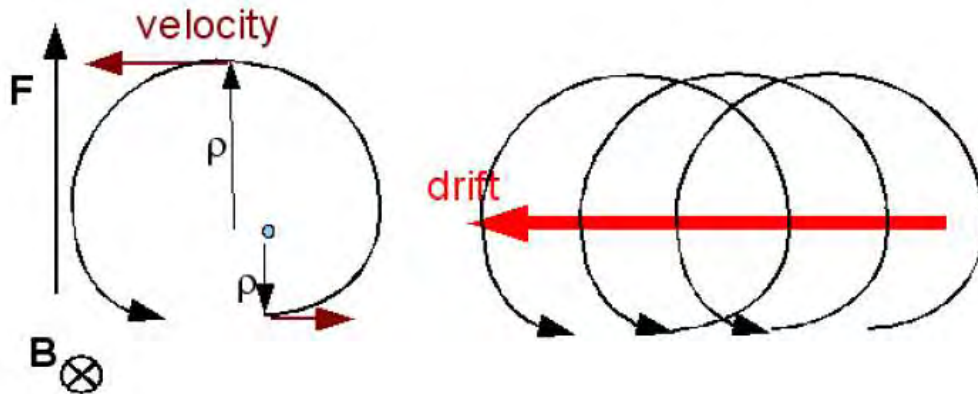
και η ταχύτητα είναι το άθροισμα των επιμέρους συνεισφορών:

$$v = v_{\parallel} b + v_g + \frac{F \times B}{qB^2} \quad (2.26)$$

Η κάθετη συνιστώσα της δύναμης δεν προκαλεί επιτάχυνση στην διεύθυνση της δύναμης. Αντίθετα, οδηγεί σε μια σταθερή ταχύτητα κάθετη και στην δύναμη και στο μαγνητικό πεδίο. Αυτή η ταχύτητα ονομάζεται ταχύτητα ολίσθησης (drift velocity). Το κέντρο της περιστροφής του σωματιδίου ονομάζεται γυρόκεντρο (gyro-center) ή κατευθυντήριο κέντρο (guiding centre) και μετακινείται με αυτή την ταχύτητα ολίσθησης. Ας σημειώσουμε ότι η ταχύτητα ολίσθησης εξαρτάται από το φορτίο του σωματιδίου.

Πριν αναλυθεί το αποτέλεσμα των διαφόρων δυνάμεων, πρέπει να συζητηθεί το φυσικό φαινόμενο που οδηγεί στην ολίσθηση. Η φυσική εικόνα φαίνεται στην εικόνα 2.3. Μια κάθετη δύναμη θα επιταχύνει ένα σωματίδιο όταν κινείται στην κυκλική τροχιά του. Επομένως, η ταχύτητα στο πάνω μέρος θα είναι κάπως μεγαλύτερη σε σχέση με την ταχύτητα στο κάτω μέρος. Όμως, αυτό σημαίνει επίσης ότι και η ακτίνα Larmor και άρα και η ακτίνα της καμπυλότητας είναι μεγαλύτερες στο πάνω με-

ρος σε σχέση με το κάτω μέρος της τροχιάς. Αυτή η διαφορά στην ακτίνα της καμπυλότητας σημαίνει ότι η τροχιά δεν θα κλείσει ακριβώς στον ε-αυτό της, αλλά μετά από έναν γύρο του σωματιδίου θα έχει ελαφρώς μετατοπιστεί. Το αποτέλεσμα είναι μια ολίσθηση (drift) κάθετη και στη δύναμη αλλά και στο μαγνητικό πεδίο.



Εικόνα 2.3: Η φυσική εικόνα ολίσθησης.

2.2.3 Πεπερασμένο ηλεκτρικό πεδίο

Για να βρούμε την κίνηση του σωματιδίου κάτω από την επίδραση και μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου (\mathbf{E}), μπορούμε απλώς να θέσουμε την γενική δύναμη F της προηγούμενης ενότητας ίση με την δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου:

$$F = qE \quad (2.27)$$

Αντικαθιστώντας αυτό στην εξίσωση για την γενική ταχύτητα μετατόπισης, βρίσκουμε την ολίσθηση του σωματιδίου εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου:

$$v_E = \frac{E \times B}{B^2} \quad (2.28)$$

Αυτή η ολίσθηση είναι γνωστή ως $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (E cross B) ολίσθηση. Η ολίσθηση $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ δεν εξαρτάται από το φορτίο ή την μάζα των σωματιδίων. Πράγματι, αυτή η ολίσθηση δεν οδηγεί σε διαχωρισμό φορτίων, αφού και τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα κινούνται με την ίδια ταχύτητα και έτσι δεν προκαλείται ηλεκτρικό φορτίο από την μετατόπιση.

Στην παραπάνω παράγραφο υποθέσαμε ότι η δύναμη δεν είναι συνάρτηση ως προς τον χρόνο. Γενικά η παραγωγή είναι περίπου σωστή αν η δύναμη δεν αλλάζει στην χρονική κλίμακα της κυκλικής κίνησης, κάτι που συμβαίνει σχεδόν πάντα. Ωστόσο, υπάρχει μια μικρή σημαντική διόρθωση λόγω του ηλεκτρικού πεδίου που είναι συνάρτηση του χρόνου. Για ένα χρονικά εξαρτώμενο ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να λύσουμε ολόκληρη την εξίσωση:

$$m \frac{dv}{dt} = qv \times B + qE \quad (2.29)$$

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο αλλάζει αργά με τον χρόνο, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η λύση σε κάθε χρονικό σημείο είναι η κίνηση $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ συν μια μικρή διόρθωση:

$$v = \frac{E \times B}{B^2} + v_1 \quad (2.30)$$

Αντικαθιστώντας αυτή την ταχύτητα στην εξίσωση της κίνησης παίρνουμε:

$$m \frac{d(v_E + v_1)}{dt} = q_1 \times B \quad (2.31)$$

Η δύναμη Lorentz λόγω της κίνησης $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ έχει ακυρώσει το ηλεκτρικό πεδίο στο δεξί μέρος, όπως θα έπρεπε αφού αυτός είναι ο τρόπος που πήραμε την $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ταχύτητα. Τότε υποθέτοντας ότι η ταχύτητα \mathbf{v}_1 είναι μόνο μια μικρή διόρθωση σε σύγκριση με την ταχύτητα $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, μπορεί να αμεληθεί στο αριστερό μέρος της εξίσωσης δίνοντας:

$$qv_1 \times B = \frac{m}{B^2} \frac{dE}{dt} \times B \quad (2.32)$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να επιλυθεί παίρνοντας το εξωτερικό γινόμενο με το \mathbf{B} και στα δύο μέρη δίνοντας:

$$v_1 = \frac{m}{qB^2} \frac{dE_{\perp}}{dt} = v_p \quad (2.33)$$

Η ταχύτητα ολίσθησης είναι γνωστή ως ολίσθηση πόλωσης (\mathbf{v}_p polarization drift). Αντίθετα με την $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ταχύτητα, η ολίσθηση πόλωσης εξαρτάται και από την μάζα m και από το φορτίο q του σωματιδίου. Επομένως, είναι σε αντίθετες κατευθύνσεις για τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα, και πολύ μεγαλύτερη για τα ιόντα σε σύγκριση με τα ηλεκτρόνια.

2.3 Μη-ομογενή μαγνητικά πεδία

Στα περισσότερα σχέδια μαγνητικού περιορισμού το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές. Το μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο οδηγεί σε μια ταχύτητα ολίσθησης μέσα από δύο τρόπους. Πρώτον είναι η φυγόκεντρος

δύναμη που δέχεται ένα σωματίδιο όταν κινείται κατά μήκος του κυρτού μαγνητικού πεδίου. Η ολίσθηση που σχετίζεται με αυτή την δύναμη αποκαλείται κυρτή ολίσθηση. Ο δεύτερος τρόπος είναι λόγω της αλλαγής της έντασης του μαγνητικού πεδίου πάνω στην τροχιά Larmor που οδηγεί σε μια δύναμη αντίθετη με την κλίση της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Η ολίσθηση που σχετίζεται με την τελευταία δύναμη ονομάζεται grad-B ολίσθηση.

2.3.1 Κυρτή ολίσθηση

Αν ένα σωματίδιο έχει μια ταχύτητα κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου, η φυγόκεντρος δύναμη είναι:

$$F_c = \frac{mv_{\parallel}^2}{|R|^2} R \quad (2.34)$$

όπου R είναι η ακτίνα της κύρτωσης. Χρησιμοποιώντας την γενική εξίσωση για την ολίσθηση (2.24) παίρνουμε κατευθείαν:

$$v_{dc} = \frac{F_c \times B}{qB^2} = \frac{m}{q} \left(\frac{v_{\parallel}}{R} \right) \frac{R \times B}{B^2} \quad (2.35)$$

Υπάρχει μια γενική σχέση ανάμεσα στην κλίση της έντασης του μαγνητικού πεδίου και στην ακτίνα της κύρτωσης:

$$\nabla B = -\frac{R}{R^2} B \quad (2.36)$$

Αυτή η σχέση ισχύει όσο το πλάσμα βήτα-β είναι πολύ μικρότερο από ένα.

$$\beta = \frac{\text{plasma pressure}}{\text{magnetic pressure}} = \frac{nk_B T}{\frac{B^2}{2\mu_0}} \ll 1 \quad (2.37)$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την σχέση στην εξίσωση της μετατόπισης:

$$v_{dc} = \frac{mv_{\parallel}^2}{qB} \frac{B \times \nabla B}{B^2} \quad (2.38)$$

Η κυρτή ολίσθηση (\mathbf{v}_{dc}) μπορεί, επομένως, να εκφραστεί απευθείας στο μαγνητικό πεδίο.

2.3.2 Grad-B ολίσθηση

Όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου δεν είναι σταθερή, το μέτρο της δύναμης Lorentz αλλάζει πάνω στην γυροτροχιά. Για απλότητα υποθέτουμε εδώ ότι το μαγνητικό πεδίο δείχνει στην z-διεύθυνση και αλλάζει σε ένταση στην x-διεύθυνση. Εξαιτίας της εξάρτησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου από την x-συνιστώσα, η δύναμη στην x-διεύθυνση δεν είναι ίδια όταν συγκρίνουμε την θέση $\mathbf{x}_{gc} - \rho \mathbf{e}_x$ και $\mathbf{x}_{gc} + \rho \mathbf{e}_x$, όπου \mathbf{x}_{gc} είναι η θέση του κέντρου του δακτυλίου. Υποθέτοντας ότι το μαγνητικό πεδίο αλλάζει σε κλίμακες μήκους πολύ μακρύτερα από την ακτίνα Larmor, μπορούμε να κάνουμε επέκταση Taylor της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

$$\mathbf{B} = B(x_{gc}) + \bar{\rho} \cdot \nabla B \quad (2.39)$$

Εδώ $\bar{\rho}$ είναι το διάνυσμα από το γυρόκεντρο προς την θέση του σωματιδίου και δίνεται από το δεξί μέλος των εξισώσεων (2.16-2.17). Χρησιμοποιώντας την επέκταση της σειράς Taylor η δύναμη Lorentz γίνεται:

$$F = qv \times B(x_{gc}) + qv \times \bar{\rho} \nabla B \quad (2.40)$$

Ο πρώτος όρος οδηγεί σε μια κανονική γυροκίνηση με μια συχνότητα που καθορίζεται από το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του δακτυλίου. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις για την γυροκίνηση και επιλέγοντας e_1 στην x-διεύθυνση και e_2 στην y-διεύθυνση, ο δεύτερος όρος στην παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$qv \times \bar{\rho} \cdot \nabla B = q \left[-v_{\perp} \cos(\omega_c t + \varphi) e_2 \right] \times \left[\rho \cos(\omega_c t + \varphi) e_1 \cdot \nabla \right] e_z \frac{\partial B}{\partial x} e_x =$$

$$-\frac{mv_{\perp}^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \cos^2(\omega_c t + \varphi) e_x \quad (2.41)$$

Παίρνοντας τον μέσο όρο ως προς την τροχιά (συμβολίζεται με τις γωνιακές παρενθέσεις) έχουμε:

$$\langle qv \times \bar{\rho} \cdot \nabla B \rangle = -\frac{mv_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial x} e_x = -\mu \frac{\partial B}{\partial x} e_x \quad (2.42)$$

όπου $\mu = mv_{\perp}^2/2B$ είναι η μαγνητική ροπή. Η παραπάνω εξίσωση ισχύει για μια μεταβολή του μαγνητικού πεδίου στην x-διεύθυνση, αλλά στην πραγματικότητα είναι γενικά εφαρμόσιμη. Ένα σωματίδιο σε ένα μη-ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο θα δεχτεί μια δύναμη:

$$F = -\mu \nabla B \quad (2.43)$$

Αυτή η δύναμη δείχνει αντίθετα από την κλίση του μαγνητικού πεδίου, δηλαδή αν το σωματίδιο επιταχυνόταν από αυτή τη δύναμη, θα κινιόταν προς μικρότερες εντάσεις μαγνητικού πεδίου. Φυσικά, η δύναμη δεν θα οδηγήσει απευθείας σε αυτή την κίνηση, αλλά θα δημιουργήσει μια ολίσθηση (drift). Παρόλα αυτά, η δύναμη που δίνεται παραπάνω λέει ότι τα σωματίδια θα ήθελαν να ξεφύγουν από το μαγνητικό πεδίο. Σε μια συσκευή σύντηξης αυτό μπορεί να οδηγήσει σε προβλήματα. Τώρα αφού υπολογίσαμε την δύναμη, η ολίσθηση δίνεται κατευθείαν:

$$v_{\nabla B} = \mu \frac{B \times \nabla B}{B^2} \quad (2.44)$$

2.4 Διατηρούμενες ποσότητες

Νωρίτερα βρέθηκαν διάφορες ταχύτητες ολίσθησης. Αυτές, ωστόσο, εξακολουθούν να εξαρτώνται από τις παράλληλες και κάθετες συνιστώσες της ταχύτητας, που γενικά δεν είναι σταθερές. Μια πολύ καλή προσέγγιση για τον ορισμό των συνιστωσών της ταχύτητας είναι η χρήση διατηρούμενων ποσοτήτων. Αυτές είναι βασικά δύο για μια γενική σύνθεση μαγνητικού πεδίου, η μαγνητική ροπή και η κινητική ενέργεια.

Το πιο εύκολο είναι να ξεκινήσουμε από την διατήρηση της ενέργειας, που ισχύει μόνο απουσία ηλεκτρικού πεδίου. Με μόνο το μαγνητικό πεδίο η δύναμη στο σωματίδιο είναι η δύναμη Lorentz, η οποία είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα και επομένως δεν παράγει ποτέ έργο. Από αυτή την παρατήρηση προκύπτει αμέσως ότι η κινητική ενέργεια (E) είναι διατηρούμενη ποσότητα:

$$E = \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \quad (2.45)$$

Για να πάρουμε την δεύτερη διατηρούμενη ποσότητα πρέπει να θεωρήσουμε ένα σωματίδιο που κινείται μέσα σε ένα μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο. Για απλότητα, ωστόσο, θα θεωρήσουμε ένα σταθερό σωματίδιο υπό την επίδραση ενός μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου. Φυσικά, το αποτέλεσμα είναι το ίδιο. Θεωρούμε ένα σωματίδιο με μηδενική παράλληλη ταχύτητα, να περιστρέφεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται αργά ($\partial B/\partial t > 0$). Φυσικά, ένα ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο υποδεικνύει υψηλότερη κυκλική συχνότητα και μικρότερη ακτίνα Larmor. Το φυσικό φαινόμενο που πρέπει να κρατηθεί στην περιγραφή της μεταβολής της κίνησης του σωματιδίου είναι ότι ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο παράγει ηλεκτρικό πεδίο:

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times E \quad (2.46)$$

Ας θεωρήσουμε έναν γύρο του περιστρεφόμενου σωματιδίου. Αφού το πεδίο αλλάζει αργά η τροχιά δεν θα έχει αλλάξει πολύ κατά τη διάρκεια αυτού του γύρου. Σε χαμηλότερο βαθμό θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι η τροχιά είναι κυκλική. Τότε ολοκληρώνοντας στην περιοχή που εσωκλείεται από την τροχιά και εφαρμόζοντας το θεώρημα του Stokes:

$$-\pi \rho^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \oint_A ds \cdot E \quad (2.47)$$

Η νόρμα της επιφάνειας πάνω στην οποία έγινε η ολοκλήρωση καθορίζει τον προσανατολισμό του ολοκληρώματος στο δεξί μέλος. Είναι αντίστροφος από την φορά του ρολογιού όταν το κοιτάμε από πάνω, το οποίο υποδηλώνεται από τον δείκτη A στο ολοκλήρωμα.

Το δεξί μέλος της εξίσωσης είναι στενά συνδεδεμένο με την επιτάχυνση που θα υφίστατο ένα σωματίδιο στην κάθετη διεύθυνση.

$$m \frac{dv_{\perp}}{dt} = qE_{\perp} \quad (2.48)$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να λυθεί πιο εύκολα παίρνοντας το εσωτερικό γινόμενο με την κάθετη ταχύτητα

$$mv_{\perp} \cdot \frac{dv_{\perp}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} mv_{\perp}^2 \right] = qv_{\perp} \cdot E_{\perp} = q \frac{ds}{dt} E_{\perp} \quad (2.49)$$

όπου στο τελευταίο βήμα η κάθετη ταχύτητα έχει γραφτεί ως η παράγωγος ως προς τον χρόνο του διανύσματος θέσης s . Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να ολοκληρωθεί ως προς τον χρόνο πάνω στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σωματίδιο για να πάει μία φορά γύρω από το μαγνητικό πεδίο:

$$\Delta \left[\frac{1}{2} mv_{\perp}^2 \right] = q \oint_C ds \cdot E_{\perp} \quad (2.50)$$

Εδώ η διεύθυνση της ολοκλήρωσης καθορίζεται από τη διεύθυνση στην οποία περιστρέφεται το σωματίδιο. Κινείται σύμφωνα με την φορά του ρολογιού όταν το βλέπουμε από πάνω όπως υποδεικνύεται από τον δείκτη C. Αν το ηλεκτρικό πεδίο μεταβάλλεται μόνο αργά στον χρόνο, το αριστερό μέλος της εξίσωσης μπορεί προσεγγιστικά να γραφτεί ως:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} mv_{\perp}^2 \right] \tau = \frac{2\pi\rho}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} mv_{\perp}^2 \right] \quad (2.51)$$

όπου τ είναι ο χρόνος που χρειάζεται το σωματίδιο για να κάνει έναν γύρο. Βάζοντας την ολοκλήρωση σύμφωνα με την φορά του ρολογιού του ηλεκτρικού πεδίου ίση με την μείον αντίθετη προς την φορά του ρολογιού ολοκλήρωση προκύπτει:

$$\frac{2\pi\rho}{qv_{\perp}} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2}mv_{\perp}^2 \right] = \pi\rho^2 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.52)$$

και αντικαθιστώντας την έκφραση για την ακτίνα Larmor έχουμε:

$$\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2}mv_{\perp}^2 \right] - \frac{mv_{\perp}^2}{2B^2} \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \quad (2.53)$$

Από το οποίο μπορούμε εύκολα να δούμε ότι

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = 0 \quad \mu \epsilon \quad \mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \quad (2.54)$$

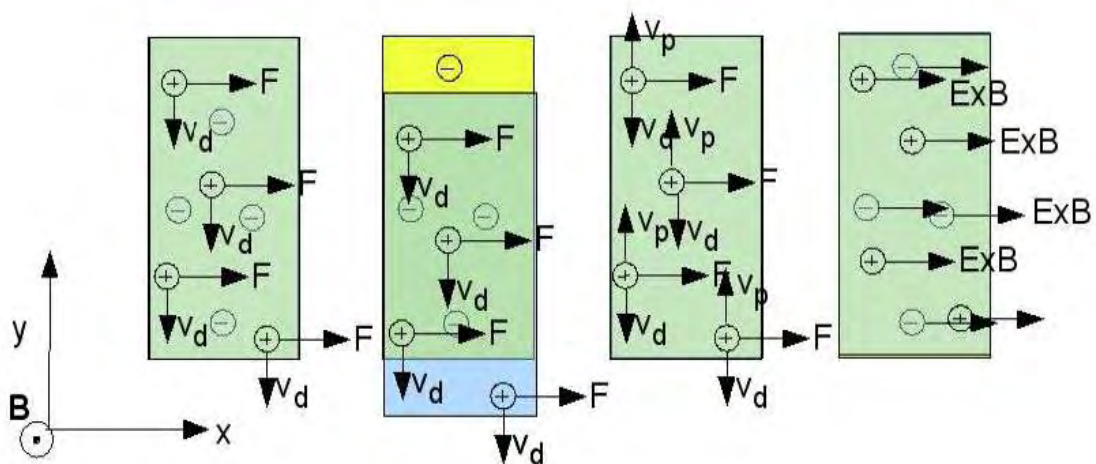
Για ένα μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο δεν είναι η κάθετη ενέργεια που διατηρείται, αλλά η μαγνητική ροπή μ που είναι η κάθετη ενέργεια διαιρεμένη με την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Αυτή η ιδιότητα μπορεί να θεωρηθεί ως η διατήρηση της ροής μέσα στον γυροδακτύλιο. Αυτή η ροή είναι:

$$\psi = \pi\rho^2 B = \frac{4\pi m}{q^2} \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \quad (2.55)$$

Και επομένως είναι ανάλογη με την μαγνητική ροπή. Το περιστρεφόμενο σωματίδιο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα δακτυλιοειδές φορτίο που δεν υφί-

σταται καθόλου αντίσταση τριβής Η ροή μέσα από τον δακτύλιο και κα-
τά συνέπεια η μαγνητική ροπή διατηρούνται.

2.5 Ολοκληρωμένη εικόνα / ερμηνεία των μετατοπί- σεων



Εικόνα 2.4: Παράδειγμα που πρέπει να ξεκαθαρίζει τους διαφορετικούς ρόλους που παίζουν οι διαφορετικές ολισθήσεις. Από αριστερά προς τα δεξιά: 1. Μια δύναμη στα ιόντα θα οδηγήσει σε μια ολίσθηση προς τα κάτω των ιόντων, 2. Αυτή η ολίσθηση θα οδηγούσε σε διαχωρισμό των φορτίων και δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου. 3. Σύμφωνα με την συνθήκη της οιονεί ουδετερότητας, η ολίσθηση πόλωσης που σχετίζεται με την δημιουργία του ηλεκτρικού πεδίου θα εξισορροπήσει ακριβώς την ολίσθηση εξαιτίας της δύναμης. 4. Το αποτέλεσμα είναι η $E \times B$ ολίσθηση στην κατεύθυνση της δύναμης.

Σε αυτή την ενότητα έχουν συγκεντρωθεί όλα τα αποτελέσματα των προηγούμενων ενοτήτων. Η ταχύτητα (\mathbf{v}) ενός σωματιδίου σε ένα μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο (\mathbf{B}) μαζί με τα αποτελέσματα του ηλεκτρικού πεδίου (\mathbf{E}) μπορεί να γραφτεί ως:

$$\mathbf{v} = v_{\parallel} \mathbf{b} + v_g + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} + \frac{m}{qB^2} \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} + \frac{\frac{mv_{\parallel}^2}{2} + mv_{\perp}^2}{qB} \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^2} \quad (2.56)$$

όπου \parallel (\perp) αναφέρεται στην παράλληλη (κάθετη) συνιστώσα σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο, \mathbf{b} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου, $m(q)$ είναι η μάζα του σωματιδίου (φορτίο), και B είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου. Στην παραπάνω εξίσωση ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος είναι η παράλληλη κίνηση κατά μήκος του πεδίου και ο δεύτερος όρος \mathbf{v}_g αντιπροσωπεύει την γρήγορη περιστροφή της ταχύτητας που συνδέεται με την περιστροφή του σωματιδίου γύρω από το μαγνητικό πεδίο. Αυτή η περιστροφή έχει μια συχνότητα γνωστή ως κυκλική συχνότητα (ω_c)

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \quad (2.57)$$

και μια ακτίνα γνωστή ως ακτίνα Larmor (ρ):

$$\rho = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (2.58)$$

Ο τρίτος όρος της εξίσωσης (2.56) αντιπροσωπεύει την $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (\mathbf{E} cross \mathbf{B}) ολίσθηση και ο τέταρτος όρος την πολοειδή ολίσθηση. Ο τελευταίος όρος είναι ο συνδυασμός της κυρτής και της grad- B ολίσθησης. Για να καθορίσουμε την κίνηση ενός σωματιδίου πρέπει να ξέρουμε επίσης πώς οι παράλληλες και οι κάθετες συνιστώσες μεταβάλλονται όταν το σωματίδιο κινείται στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Αυτό μπορεί να παραχθεί χρησιμοποιώντας διατηρούμενες ποσότητες, την μαγνητική ροπή μ και την ενέργεια E :

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \quad (2.59)$$

όπου η ενέργεια διατηρείται μόνο απουσία ηλεκτρικού πεδίου.

Οι ταχύτητες ολίσθησης γενικά είναι μικρότερες από την ελεύθερη κίνηση κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου. Θεωρώντας μια μικρή κλίμακα L του μαγνητικού πεδίου, το μέγεθος της καμπυλότητας και η grad- B ολίσθηση μπορούν να εκτιμηθούν ότι είναι:

$$\frac{\frac{mv_{\parallel}^2 + mv_{\perp}^2}{2}}{qB} \frac{B \times \nabla B}{B^2} \approx \frac{mv^2}{qBL} \approx \frac{\rho}{L} v \quad (2.60)$$

Το μήκος κλίμακας του μαγνητικού πεδίου μπορεί να εκτιμηθεί ότι είναι το μέγεθος της μηχανής (μερικά μέτρα) ενώ η ακτίνα Larmor έχει μια τυπική τιμή μερικών mm. Επομένως, προκύπτει ότι η ταχύτητα ολίσθησης είναι πολύ μικρότερη από το μέσο όρο της ταχύτητας των σωματιδίων. Μια πρόχειρη εκτίμηση για την ταχύτητα μετατόπισης για 10keV ιόντα Δευτερίου, όμως, θα έδινε και πάλι μια τιμή 1000m/s (σε σύγκριση με 10^6 m/s θερμικής ταχύτητας). Αν τα σωματίδια χάνονται κατευθείαν μέσα από την μετατόπιση, και πάλι θα αντιπροσώπευε ένα άσχημο κανάλι απώλειας ενέργειας αφού τα σωματίδια θα έφευγαν από την μηχανή σε μια τυπική κλίμακα χρόνου της τάξεως των millisecond (υποθέτοντας ότι η μηχανή είναι μερικά μέτρα). Επομένως, πρέπει να λάβουμε υπόψη τις ολισθήσεις όταν συζητάμε τον περιορισμό του μαγνητικού πεδίου. Προκύπτει ότι η $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ταχύτητα είναι για πολλά φαινόμενα που μας ενδιαφέρουν συγκρίσιμη με την ολίσθηση που σχετίζεται με το μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Στην δυναμική του πλάσματος οι διάφορες ολισθήσεις συχνά παίζουν συγκεκριμένο ρόλο. Μπορούμε να πάρουμε μια εικόνα για την φυσική της διαδικασίας θεωρώντας το παρακάτω παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα μαγνητικό πεδίο στην θετική z-διεύθυνση

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z \quad (2.61)$$

Το πλάσμα θεωρείται ότι έχει πεπερασμένο μέγεθος στην y -διεύθυνση και μια (μη προσδιορισμένη) δύναμη \mathbf{F} ενεργεί σε κάθε ιόν στην x -διεύθυνση. Αυτή η δύναμη θα οδηγήσει σε μια ολίσθηση:

$$v_d = \frac{F \times B}{qB^2} = -\frac{F}{eB} e_y \quad (2.62)$$

Τα ιόντα θα μετακινηθούν προς τα κάτω, ενώ τα ηλεκτρόνια παραμένουν σταθερά (Εικόνα 2.4). Αυτή η κίνηση των ιόντων θα διαχωρίζει τα φορτία των ηλεκτρονίων και των ιόντων. Φυσικά, δεν είναι δυνατός ένας μεγάλος διαχωρισμός των ηλεκτρονίων εξαιτίας της οιονεί ουδετερότητας του πλάσματος. Παρόλα αυτά, για την εξέλιξη των γεγονότων, είναι βοηθητικό να θεωρήσουμε διαχωρισμό των φορτίων. Αυτός ο διαχωρισμός θα δημιουργήσει ηλεκτρικό πεδίο στην θετική y -διεύθυνση. Ένα χρονικά εξαρτώμενο ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί σε ολίσθηση πόλωσης η οποία επίσης θα βρίσκεται στην y -διεύθυνση. Τώρα μπορούμε να εφαρμόσουμε την υπόθεση αστηρής ουδετερότητας απαιτώντας η ολίσθηση πόλωσης να αντισταθμίζει την ολίσθηση εξαιτίας της δύναμης \mathbf{F} . Έτσι οδηγούμαστε σε μια εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο:

$$\frac{m}{eB^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} = v_{py} = -v_{dy} = \frac{F}{eB} \quad (2.63)$$

Και ολοκληρώνοντας ως προς τον χρόνο:

$$E_y = \frac{FB}{m} t \quad (2.64)$$

Εκτός από την ολίσθηση πόλωσης, η οποία έχει επικαλεστεί για να ικανοποιήσει την οιονεί ουδετερότητα, το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί και σε μια $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ κίνηση:

$$v_E = \frac{E \times B}{B^2} = \frac{F}{m} t \quad (2.65)$$

Αυτή η ταχύτητα βρίσκεται στη διεύθυνση της δύναμης. Επίσης, παρατηρούμε ότι η $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ταχύτητα ικανοποιεί την εξίσωση της κίνησης:

$$m \frac{dv_E}{dt} = F \quad (2.66)$$

δηλαδή περιμένουμε ότι η εξίσωση θα ικανοποιείται αν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο. Η δυναμική του πλάσματος κάτω από την δράση της δύναμης ακολουθεί δύο βήματα. Η δύναμη προκαλεί μία ολίσθηση κάθετη και στη δύναμη αλλά και στο μαγνητικό πεδίο. Για να παραμείνει το πλάσμα ουδέτερο αυτή η ολίσθηση πρέπει να εξισορροπηθεί από την ολίσθηση πόλωσης που σχετίζεται με το χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Το τελευταίο ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί σε μια $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ κίνηση στην διεύθυνση της δύναμης, με την ταχύτητα να ικανοποιεί την διατήρηση της ορμής. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να ισχύσει μόνο αν η ολίσθηση πόλωσης διατηρείται. Αυτή η ολίσθηση, παρόλο που αποτελεί μια μικρή διόρθωση, είναι ζωτικής σημασίας για την σωστή περιγραφή της δυναμικής.

Κεφάλαιο 3

Θεωρία της περιστροφής του πλάσματος

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ξεκινήσουμε με μια γενική περιγραφή του πλάσματος ως μια συλλογή ατομικών σωματιδίων, καθένα από τα οποία έχει τη δική του ταχύτητα, σε ένα ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον. Αυτή η περιγραφή μπορεί να μετατραπεί σε μια περιγραφή πολλαπλών ρευστών, στην οποία κάθε είδος – ιόντα, ηλεκτρόνια και ουδέτερα – έχουν μια συλλογική ταχύτητα ρευστού και μια κατανομή θερμικής ταχύτητας. Μια περαιτέρω απλοποίηση γίνεται όταν θεωρείται ύπαρξη δύο μόνο ειδών στο πλάσμα, ηλεκτρόνια και ιόντα. Αυτά τα δύο συνδυάζονται για να περιγραφεί το πλάσμα ως ένα μοναδικό, αγώγιμο ρευστό: οι εξισώσεις μαγνητοϋδροδυναμικής (MHD) του πλάσματος.

Σε αυτό το σημείο έρχεται στην συζήτηση η μαγνητική διαμόρφωση. Θα δείξουμε ότι η μαγνητική διαμόρφωση σε ένα tokamak αποτελείται από εμφωλευμένες επιφάνειες ροής. Η ταχύτητα του ρευστού μπορεί να χωριστεί σε δύο συνιστώσες: μια ταχύτητα ρευστού κάθετη στις επιφάνειες ροής αποκαλείται διάδοση, ενώ η ταχύτητα του ρευστού στην επιφάνεια ροής ονομάζεται περιστροφή.

Αφού ορίσαμε την περιστροφή ως την ταχύτητα του ρευστού σε μια επιφάνεια ροής, εξετάζουμε πιο προσεκτικά την διεύθυνση της περιστροφής. Μπορούμε να χωρίσουμε την περιστροφή σε μια τοροειδή και μια πολοειδή συνιστώσα, σύμφωνα με την συμμετρία του tokamak, ή σε μια συνιστώσα παράλληλη και μία κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Επίσης μιλάμε για τις πηγές, τις καταβόθρες και την μεταφορά της περιστροφής και εξάγουμε την σχέση ισορροπίας της ορμής.

Μέχρι εδώ έχουμε θεωρήσει ότι οι συντελεστές μεταφοράς για ένα σωματίδιο, την ενέργεια και την ορμή δίνονται. Δεν έχουμε όμως δει τους φυσικούς μηχανισμούς που υπάρχουν από κάτω. Αυτό σημαίνει αν θεωρήσουμε κλασική μεταφορά (διάχυση με συγκρούσεις), νεοκλασική μεταφορά (λαμβάνοντας υπόψη την τοροειδή γεωμετρία του tokamak) ή τυρβώδη μεταφορά. Όταν ακολουθούμε την θεωρία της νεοκλασικής μεταφοράς, βρίσκουμε ότι η πολοειδής περιστροφή του πλάσματος μετριάζεται έντονα (damped) και έτσι μπορούμε να επικεντρωθούμε στην τοροειδή περιστροφή. Επίσης, από την νεοκλασική θεωρία προκύπτει ότι το πλάσμα έχει μια τάση να περιστρέφεται αυθόρμητα, κάτι που θα μπορούσε να είναι πολύ χρήσιμο στην καθιέρωση ενός γρήγορα περιστρεφόμενου και καλά περιορισμένου πλάσματος.

3.2 Από την κίνηση ενός μοναδικού σωματιδίου στην περιστροφή του

3.2.1 Μαγνητοϋδροδυναμική

Το πλάσμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα αποτελούμενο από διάφορα είδη σωματιδίων : ιόντα, ηλεκτρόνια και ουδέτερα σωματίδια. Η στατιστική συμπεριφορά ενός τέτοιου συστήματος περιγράφεται από την εξίσωση Boltzmann, η οποία ορίζει την εξέλιξη της συνάρτησης κατανομής $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ των σωματιδίων τύπου α , όπου \mathbf{x} είναι η θέση και \mathbf{u} η ταχύτητα κάθε σωματιδίου :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{\mathbf{F}}{m_\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{u}} f_\alpha = \left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c \quad (3.1)$$

Η μεταβολή της συνάρτησης κατανομής $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ είναι αποτέλεσμα των δυνάμεων \mathbf{F} και των συγκρούσεων $\left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c$. Στο πλάσμα οι

κύριες δυνάμεις είναι οι μακράς εμβέλειας δυνάμεις Lorentz $\mathbf{F} = q_\alpha(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$. Οι συγκρούσεις ανάμεσα σε σωματίδια, ίδιων ή διαφορετικών ειδών, προκαλούν δυνάμεις τριβής (πηγές και καταβόθρες ορμής), ιξώδες και ειδική ηλεκτρική αντίσταση.

Η πλήρης περιγραφή του πλάσματος απαιτεί την επίλυση της εξίσωσης Boltzmann μαζί με τις εξισώσεις του Maxwell για το ηλεκτρικό (\mathbf{E}) και το μαγνητικό (\mathbf{B}) πεδίο, με μια κατάλληλη περιγραφή για τις συγκρούσεις. Αυτό το σύνολο των εξισώσεων Boltzmann, Maxwell και των εξισώσεων σύγκρουσης ονομάζεται κινητικό μοντέλο. Αυτό το πρόβλημα είναι αρκετά περίπλοκο και σε πολλές εφαρμογές προτιμάται ένα πιο απλουστευμένο μοντέλο που περιγράφει το πλάσμα ως ρευστό : η μαγνητοϋδροδυναμική.

Αρχικά διατυπώνονται τα κατάλληλα βήματα της εξίσωσης Boltzmann. Ένα βήμα $\langle A \rangle$ ορίζεται ως :

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{n_\alpha} \int A f_\alpha d\mathbf{u} \quad (3.2)$$

Όπου $n_\alpha = \int f_\alpha d\mathbf{u}$ είναι η κατανομή της πυκνότητας. Από το πρώτο και το δεύτερο βήμα παίρνουμε τις εξισώσεις διατήρησης της μάζας και της ορμής :

$$\frac{dn_\alpha}{dt} + n_\alpha \nabla \cdot \mathbf{v}_\alpha = 0 \quad (3.3)$$

$$n_\alpha m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = n_\alpha q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}) - \nabla \cdot \mathbf{P}_\alpha + \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha \quad (3.4)$$

όπου η ολική παράγωγος ορίζεται ως $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla$ και

$\mathbf{v}_\alpha = \int \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} = \langle \mathbf{u} \rangle$: η ταχύτητα των ρευστών των ειδών α,

$\mathbf{P}_\alpha = n_\alpha m_\alpha \langle \mathbf{w}\mathbf{w} \rangle = n_\alpha m_\alpha (\mathbf{u} - \mathbf{v}_\alpha)(\mathbf{u} - \mathbf{v}_\alpha)$: ο τανιστής πίεσης όπου w η θερμική ταχύτητα,

\mathbf{R}_α : η μεταφορά ορμής εξαιτίας συγκρούσεων ανάμεσα σε διαφορετικά είδη (τριβή)

\mathbf{S}_α είναι η πηγή της ορμής και περιλαμβάνει όλες τις ροπές που εφαρμόζονται εξωτερικά στο πλάσμα.

Περαιτέρω απλοποίηση μπορεί να γίνει αν προσθέσουμε τις εξισώσεις για όλα τα είδη σωματιδίων (θεωρούμε ότι το πλάσμα αποτελείται από δύο είδη: ηλεκτρόνια και ιόντα) για να πάρουμε μία μοναδική περιγραφή ρευστού. Σε αυτή την περίπτωση η μάζα του ρευστού, η πυκνότητα των σωματιδίων και η ταχύτητα του ρευστού ορίζονται αντίστοιχα ως :

$$m = \sum m_\alpha = m_i + m_e$$

$$n = \frac{\sum m_\alpha n_\alpha}{\sum m_\alpha} = \frac{m_i n_i + m_e n_e}{m_i + m_e}$$

$$\mathbf{v} = \frac{\sum m_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_\alpha}{\sum m_\alpha n_\alpha} = \frac{m_i n_i \mathbf{v}_i + m_e n_e \mathbf{v}_e}{m_i n_i + m_e n_e} \quad (3.5)$$

Οπότε, η εξίσωση διατήρησης μάζας του υγρού είναι :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.6)$$

όπου $\rho = \sum m_\alpha n_\alpha = m_i n_i + m_e n_e$ είναι η πυκνότητα μάζας.

Είναι προφανές ότι $m_e \ll m_i$ και άρα εξαιτίας της οιονεί ουδετερότητας, η πυκνότητα των ιόντων και των ηλεκτρονίων είναι ίση $n = n_e = n_i$. Ο συνδυασμός της εξίσωσης (3.4) για ηλεκτρόνια και ιόντα έχει ως αποτέλεσμα μια καινούρια εξίσωση για την διατήρηση της ορμής και μια εξίσωση για την διατήρηση του φορτίου :

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p - \nabla \cdot \mathbf{\Pi} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{1}{ne} \left(-\frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p_e - \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e + \mathbf{R}_e \right) \quad (3.8)$$

Μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι η περιγραφή των ορμών των δύο υγρών αντικαταστάθηκε με την εξίσωση της ορμής του κέντρου της ταχύτητας μάζας \mathbf{v} – που είναι σχεδόν ίδια με την ταχύτητα του ρευστού ιόντων εξαιτίας της μεγάλης διαφοράς στη μάζα των ιόντων και των ηλεκτρονίων – και μια περιγραφή της πυκνότητας του ηλεκτρικού φορτίου \mathbf{j} – που σχετίζεται με την διαφορά στις ταχύτητες ιόντων και ηλεκτρονίων.

Ο τανιστής πίεσης $\mathbf{P} = \mathbf{P}_e + \mathbf{P}_i$ χωρίζεται σε βαθμωτή πίεση $p = p_e p_i$ και ένα ανισοτροπικό κομμάτι $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi}_e + \mathbf{\Pi}_i$, έτσι ώστε $\mathbf{P} = p \cdot \mathbf{I} + \mathbf{\Pi}$.

Η εξίσωση (3.6) είναι επίσης γνωστή ως εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων. Πράγματι δεν είναι τίποτα παραπάνω από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα $m(d\mathbf{v}/dt) = \mathbf{F}$. Η εξίσωση (3.8) είναι ο γενικευμένος νόμος του

Ohm, που συνδέει φορτία, ροές, ειδική αντίσταση και ηλεκτρομαγνητικά πεδία.

Συνήθως, υποθέτουμε αδιαβατικό ρευστό: δεν μεταφέρεται θερμότητα από / προς το ρευστό πλάσμα. Αυτό εκφράζεται ως $\frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0$

Διατήρηση μάζας:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (3.9)$$

Διατήρηση ορμής ή ισορροπία δυνάμεων:

$$\rho \frac{dv}{dt} = j \times B - \nabla p - \nabla \cdot \Pi \quad (3.10)$$

Γενικός νόμος του Ohm:

$$E + v \times B = \frac{1}{ne} \left(-\frac{m_e}{e} \frac{\partial j}{\partial t} + j \times B - \nabla p_e - \nabla \cdot \Pi_e + R_e \right) \quad (3.11)$$

Υπόθεση αδιαβατικού ρευστού:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0 \quad (3.12)$$

Νόμος του Faraday:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.13)$$

Νόμος του Ampere:

$$\nabla \times B = \mu_0 j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.14)$$

Νόμος του Gauss:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3.15)$$

Διατήρηση του φορτίου:

$$\nabla \cdot j = 0 \quad (3.16)$$

3.2.2 Ισορροπία στο tokamak

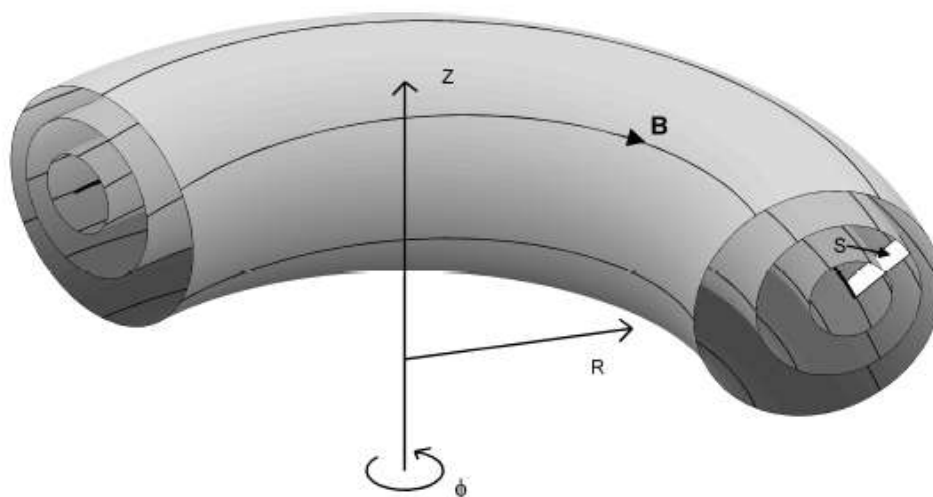
Η περιγραφή της ισορροπίας του μαγνητικά περιορισμένου πλάσματος σε ένα tokamak επιτρέπει περαιτέρω απλούστευση των εξισώσεων της μαγνητοϋδροδυναμικής (MHD για συντομία). Προφανώς μια ισορροπία είναι μια στατική κατάσταση, οπότε όλες οι μερικές παράγωγοι ως προς τον χρόνο να είναι μηδενικές ($\frac{\partial}{\partial \tau} = 0$). Επίσης, το καυτό πλάσμα μέσα σε ένα tokamak έχει μικρή ειδική αντίσταση και ιξώδες. Κατά συνέπεια, μπορούμε σε μια πρώτη προσέγγιση να τα αγνοήσουμε. Τέλος, θεωρούμε ένα ασυμπίεστο υγρό πλάσμα. Εξ ορισμού ασυμπιεστότητα σημαίνει $\frac{d\rho}{dt} = 0$. Αυτό, σύμφωνα με την διατήρηση της μάζας, είναι ισοδύναμο με $\nabla \cdot v = 0$. Η εφαρμογή αυτών των απλοποιήσεων στις εξισώσεις MHD οδηγεί στις ιδανικές εξισώσεις MHD. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη είναι η ιδανική εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων, που εκφράζει την ισορροπία ανάμεσα στην κλίση της κινητικής πίεσης και στην δύναμη Lorentz :

$$\nabla p = j \times B \quad (3.17)$$

Από την εξίσωση (3.16) διαπιστώνεται εύκολα ότι σε κατάσταση ισορροπίας οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου και οι γραμμές του φορτίου εφάπτονται με επιφάνειες σταθερής πίεσης :

$$\begin{aligned} B \cdot \nabla p &= 0 \\ j \cdot \nabla p &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Αυτές οι επιφάνειες σταθερής πίεσης είναι επίσης επιφάνειες σταθερής πολοειδούς μαγνητικής ροής και γι αυτό ονομάζονται επιφάνειες ροής. Οι πιο σημαντικές παράμετροι του πλάσματος όπως η πίεση, η πυκνότητα, η θερμοκρασία και η ελίκωση των γραμμών πεδίου, είναι σταθερές σε μια επιφάνεια ροής. Η ακριβής γεωμετρία αυτών των επιφανειών ροής μπορεί να υπολογιστεί με την εξίσωση Grad – Shafranov. Αυτή είναι η έκφραση για την ιδανική εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων (3.17) σε τοροειδή γεωμετρία.



Εικόνα 3.1: Επιφάνειες μαγνητικής ροής σε ένα tokamak.

Εξίσωση Grad – Shafranov

Για να υπολογίσουμε τον μαγνητικό σχηματισμό σε ένα tokamak είναι χρήσιμο να εισάγουμε την συνάρτηση πολοειδούς ροής $\Psi = \int_S \mathbf{B}_\theta \cdot d\mathbf{S}$. Περιγράφει την πολοειδή ροή ανά ακτίνο τοροειδούς γωνίας ϕ μέσα από μια επιφάνεια που εκτείνεται από τον μαγνητικό άξονα μέχρι ένα σημείο (Z, R) (Εικόνα 3.1). Ο ορισμός της συνάρτησης ροής και το σύστημα δεξιού χεριού κυλινδρικών συντεταγμένων (Z, R, ϕ) που δίνο-

νται στην εικόνα 3.1 μας επιτρέπει να ξαναγράψουμε το μαγνητικό πεδίο ως:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{R} \nabla \Psi \times \mathbf{e}_\varphi + B_\varphi \mathbf{e}_\varphi \quad \Leftrightarrow \quad B_R = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial Z}, \quad B_Z = \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (3.19)$$

Κάνοντας αντικατάσταση της (3.19) στην (3.18) παίρνουμε $\nabla \Psi \times \nabla p = 0$, το οποίο συνεπάγεται ότι $\Psi = \Psi(p)$ ή $p = p(\Psi)$. Η τελευταία μορφή είναι πιο συνηθισμένη. Δηλώνει ότι η πίεση είναι συνάρτηση της ροής.

Ορίζοντας $F \equiv RB_\varphi$ και χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ampere (3.14), το \mathbf{j} μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0 R} \nabla F \times \mathbf{e}_\varphi + j_\varphi \mathbf{e}_\varphi \quad \Leftrightarrow \quad j_R = -\frac{1}{\mu_0 R} \frac{\partial F}{\partial Z}, \quad j_Z = \frac{1}{\mu_0 R} \frac{\partial F}{\partial R} \quad (3.20)$$

Αντικαθιστώντας την (3.20) στην (3.18) δίνει $\nabla F \times \nabla p = 0$. Αυτό αποδεικνύει ότι $F = F(p)$ και χρησιμοποιώντας την $p = p(\Psi)$ προκύπτει ότι η $F = F(\Psi)$ είναι επίσης συνάρτηση ροής. Συμπεριλαμβάνοντας την (3.19) και (3.20) στην εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων, καταλήγουμε με μια μερική διαφορική εξίσωση που περιγράφει την ισορροπία σε ένα tokamak: την εξίσωση Grad – Shafranov [32, 33, 9]

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 \frac{dp}{d\Psi} - F \frac{dF}{d\Psi} \quad (3.21)$$

Η εξίσωση έχει τρεις μεταβλητές - Ψ , F και p - έτσι ώστε δύο από τις τρεις μεταβλητές πρέπει να είναι γνωστές για να βρεθεί η τρίτη. Στην πραγματικότητα, γίνονται αρχικές εκτιμήσεις για τα p , \mathbf{j} και \mathbf{B} , βασισμένες σε μετρήσεις της πυκνότητας, της θερμοκρασίας, των εξωτερικών \mathbf{B} -πεδίων και του q , που είναι ένα μέτρο για την ελίκωση των γραμμών του πεδίου: $q \approx rB_\varphi/RB_\theta$. Σε μια επαναληπτική διαδικασία p , \mathbf{j} και \mathbf{B} ακο-

λούθως συγκλίνουν σε μια αυτοσυνεπή λύση. Σαν αποτέλεσμα παίρνουμε την ολική ισορροπία του μαγνητικού πεδίου μέσα στο πλάσμα, το προφίλ της πυκνότητας του ρεύματος και την πίεση p ως συνάρτηση της ροής.

Ένα από τα αποτελέσματα της εξίσωσης Grad – Shafranov, ή για την ακρίβεια μία από τις συνέπειες του τοροειδούς σχήματος του tokamak, είναι ότι ο μαγνητικός άξονας δεν βρίσκεται στο κέντρο του πλάσματος. Είναι μετατοπισμένος έξω από το tokamak. Αυτή η μετατόπιση ονομάζεται μετατόπιση Shafranov.

Επιρροή της ταχύτητας του πλάσματος στην ισορροπία

Η εξίσωση Grad – Shafranov εκφράζει την ισορροπία ανάμεσα στη δύναμη εξαιτίας της κλίσης της πίεσης και στη δύναμη Lorentz. Όταν ένα πλάσμα περιστρέφεται, υπάρχει άλλη μία δύναμη που πρέπει να λάβουμε υπόψη μας: την φυγόκεντρο δύναμη. Αν συμπεριλάβουμε και την φυγόκεντρο δύναμη στην ισορροπία των δυνάμεων, θα οδηγηθούμε σε διαφορετικό αποτέλεσμα. Με άλλα λόγια, η ταχύτητα του υγρού επηρεάζει την ισορροπία του tokamak.

Η εξίσωση Grad – Shafranov δεν λαμβάνει υπόψη την ταχύτητα του πλάσματος. Στο [7] παράγεται η εξίσωση Grad – Shafranov μαζί με την ταχύτητα του πλάσματος. Δείχνεται ότι η πίεση p δεν είναι πλέον συνάρτηση ροής, είναι συνάρτηση ροής Ψ και R : $p(\Psi, R)$. Επομένως δεν επαρκεί μια μοναδική εξίσωση Grad – Shafranov για μια πλήρη περιγραφή της ισορροπίας, αλλά χρειάζεται ένα σύνολο εξισώσεων. Στο [7] υποτίθεται μια καθαρή τοροειδής ταχύτητα πλάσματος. Το σύνολο των εξισώσεων που περιγράφουν την ισορροπία είναι:

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = - \mu_0 R^2 \frac{\partial p}{\partial \Psi} - F \frac{dF}{d\Psi}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R^2} \Big|_{\Psi} = \frac{1}{2} \Omega_{\varphi}^2(\Psi) \quad (3.22)$$

Η εξίσωση (3.22) δείχνει ότι η περιστροφή του πλάσματος επηρεάζει την μαγνητική ισορροπία σε ένα tokamak. Η ισορροπία καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την σταθερότητα και την συμπεριφορά του πλάσματος. Για μεγάλες ταχύτητες περιστροφής η ροή του πλάσματος θα έπρεπε να λαμβάνεται υπόψη όταν υπολογίζεται ο σχηματισμός της ισορροπίας. Ωστόσο, δείχνεται στο [7] ότι για υποηχητικές ταχύτητες η στατική εξίσωση Grad – Shafranov επαρκεί. Στα περισσότερα tokamak η ταχύτητα του πλάσματος είναι υποηχητική, οπότε δικαιολογείται να αμεληθεί η επιρροή της ταχύτητας του πλάσματος στην ισορροπία.

3.2.3 Ορισμός της περιστροφής πλάσματος

Αφού ξεκινήσαμε από την ταχύτητα μεμονωμένων σωματιδίων \mathbf{u} , μέσα από την ταχύτητα ρευστού για κάθε είδος στο πλάσμα \mathbf{v}_α , καταλήξαμε στην ταχύτητα ρευστού \mathbf{v} θεωρώντας το πλάσμα ως ένα μοναδικό ρευστό που περιγράφεται από τις εξισώσεις MHD.

Η ταχύτητα του ρευστού πλάσματος \mathbf{v} αποτελείται από μια τοροειδή συνιστώσα v_φ και μια συνιστώσα στο πολοειδές επίπεδο. Η συνιστώσα στο πολοειδές επίπεδο μπορεί με την σειρά της να χωριστεί σε ένα μέρος v_θ παράλληλο με τις επιφάνειες ροής και ένα μέρος v_r κάθετο προς τις επιφάνειες ροής. Για κυκλικές, μη μετατοπισμένες επιφάνειες επαφής οι θ και r είναι πολικές συντεταγμένες στο πολοειδές επίπεδο, για μη κυκλικές, μετατοπισμένες επιφάνειες ροής η κατάσταση είναι λίγο πιο πολύπλοκη. Για ευκολία, θα χρησιμοποιήσουμε πολικές συντεταγμένες στο πολοειδές επίπεδο : οι v_θ και v_r θα αποκαλούνται πολοειδείς και ακτινικές συνιστώσες της ταχύτητας του πλάσματος αντίστοιχα.

Χάρη στις συμμετρίες του tokamak, η τοροειδής και η πολοειδής ταχύτητα περιγράφουν την περιστροφή του πλάσματος. Επειδή και οι δύο συνιστώσες εφάπτονται σε μια επιφάνεια ροής, ο ορισμός της περιστροφής του πλάσματος είναι :

Περιστροφή πλάσματος είναι το μέρος της ταχύτητας του ρευστού που εφάπτεται σε μια επιφάνεια ροής.

Η περιστροφή του πλάσματος συχνά εκφράζεται ως γωνιακή συχνότητα και όχι ως ταχύτητα περιστροφής : $\Omega_\varphi \equiv v_\varphi/R$, $\Omega_\theta \equiv v_\theta/r$.

Η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας του πλάσματος – κάθετη στις επιφάνειες ροής – περιγράφει τη διάδοση των σωματιδίων. Συνήθως εκφράζεται ως ροή σωματιδίων : $\Gamma = n\pi v_r$.

Κάθετη και παράλληλη περιστροφή.

Οι συνιστώσες θ και φ ανταποκρίνονται στην γεωμετρία του tokamak. Είναι ενδιαφέρον να περιγραφεί, ωστόσο, η περιστροφή του πλάσματος με την συνιστώσα της ταχύτητας $v_{||}$ παράλληλη στο μαγνητικό πεδίο και την συνιστώσα v_{\perp} κάθετη στο πεδίο.

Η εξέλιξη της ταχύτητας δίνεται από την εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων (3.10). Για την παράλληλη ταχύτητα $v_{||}$ ο μοναδικός όρος στο δεξί μέρος της (3.10) είναι ο $(\nabla \cdot \mathbf{\Pi})_{||}$. Αυτό σημαίνει ότι η παράλληλη ταχύτητα εξαρτάται από το ιζώδες και δεν εξαρτάται άμεσα από κάποιες εξωτερικές δυνάμεις.

Η κάθετη ταχύτητα περιστροφής – δηλαδή κάθετη στο \mathbf{B} , αλλά όχι κάθετη στην επιφάνεια ροής – επίσης εξαρτάται από το ιζώδες $(\nabla \cdot \mathbf{\Pi})_{\perp}$, αλλά έχει έναν όρο εξαναγκασμού $\mathbf{j}_r \times \mathbf{B}$ επιπλέον.

Το ιζώδες επηρεάζει την περιστροφή, αλλά σε καμία περίπτωση δεν θα κάνει από μόνο του το πλάσμα να περιστρέφεται. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε μόνο να οδηγήσουμε περιστροφή πλάσματος στην διεύθυνση κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Αυτό δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχει παράλληλη περιστροφή – για την ακρίβεια η παράλληλη περιστροφή είναι συνήθως αρκετά μεγάλη - αλλά η παράλληλη περιστροφή είναι πάντα αποτέλεσμα της ανακατανομής της κάθετης ταχύτητας από το ιζώδες.

E x B-drift Ένα παράδειγμα της σημασίας της κάθετης περιστροφής είναι η $E \times B$ ολίσθηση. Σε μια ιδανική περίπτωση – δηλαδή σταθερή κατάσταση χωρίς ειδική αντίσταση – ο νόμος του Ohm (εξίσωση 3.11) γίνεται:

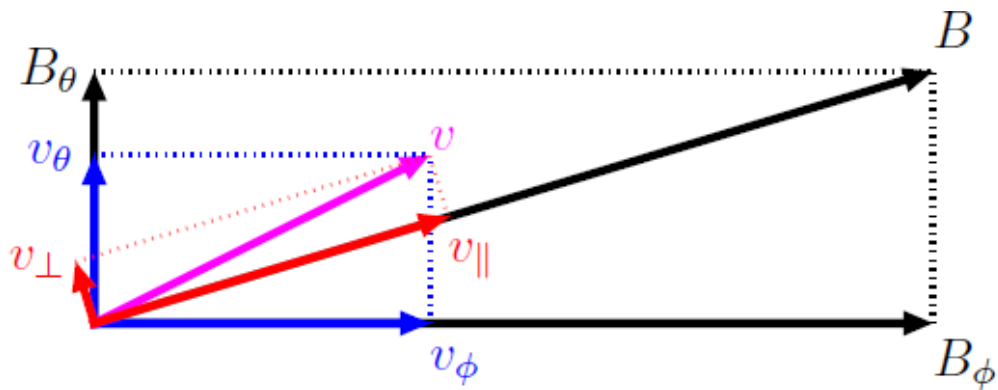
$$E + v \times B = 0 \quad (3.23)$$

Αν πάρουμε το εξωτερικό γινόμενο της εξίσωσης (3.23) με το μαγνητικό πεδίο έχουμε :

$$v_{\perp} = \frac{E \times B}{B^2} \quad (3.24)$$

Αυτή η ταχύτητα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο ονομάζεται **E x B-drift** (ολίσθηση). Αν κοιτάξουμε την **E x B**-περιστροφή – δηλαδή την συνιστώσα του v_{\perp} που είναι εφαπτόμενη στην επιφάνεια ροής και άρα κάθετη στην ακτινική διεύθυνση – σημαίνει ότι ένα ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο θα συνεισφέρει στην κάθετη περιστροφή. Αντίστροφα, μπορούμε να πούμε ότι το κάθετο μέρος της περιστροφής του πλάσματος περιλαμβάνει ένα ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή $B_{\varphi}/B_{\theta} \gg 1$, η κάθετη περιστροφή είναι κυρίως στην πολοειδή διεύθυνση (εικόνα 3.2). Στο κέντρο του πλάσματος αυτή η πολοειδής περιστροφή αποσβένεται σε μεγάλο βαθμό, το οποίο στην ουσία σημαίνει ότι, παρουσία ενός ηλεκτρικού πεδίου, υπάρχει μια μεγάλη παράλληλη ταχύτητα έτσι ώστε η πολοειδής συνιστώσα της παράλληλης ταχύτητας να αντισταθμίζει την πολοειδή συνιστώσα της **E x B**-περιστροφής. Έτσι καταλήγουμε :

$$v_{\theta} = 0, \quad v_{\varphi} = \frac{E_r}{B_u} \quad \text{και} \quad \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} = \frac{B_{\varphi}}{B_{\theta}} \quad (3.25)$$



Εικόνα 3.2: Η ταχύτητα του πλάσματος εφαπτόμενη σε μια επιφάνεια ροής – δλδ. περιστροφή – φαίνεται εδώ. Κόβουμε μια επιφάνεια ροής. Η περιστροφή μπορεί να εκφραστεί σε τοροειδείς και πολοειδείς συνιστώσες, ή σε συνιστώσες παράλληλες ή κάθετες στο μαγνητικό πεδίο. Εξαιτίας του γεγονότος ότι $B_\phi/B_\theta \gg 1$, η παράλληλη περιστροφή είναι κυρίως στην τοροειδή διεύθυνση, η κάθετη περιστροφή είναι κυρίως στην πολοειδή κατεύθυνση.

3.3 Μεταφορά ορμής

3.3.1 Χρόνος συγκράτησης ορμής (Momentum confinement time)

Όπως έχουμε ήδη πει, η εξίσωση (3.9) είναι ο νόμος του Νεύτωνα. Αν λάβουμε υπόψη μας μόνο την τοροειδή συνιστώσα και μια σταθερή δύναμη, η εξίσωση μπορεί να ξαναγραφτεί ως

$$\frac{d\rho v_\phi}{dt} = F_\phi(x) \quad (3.26)$$

Αν ολοκληρώσουμε ως προς ολόκληρο το πλάσμα, έχουμε

$$\begin{aligned}
\int_{plasma} \left(\frac{d\rho v_{\varphi}}{dt} \right) dV &= \int_{plasma} (F_{\varphi}(x)) dV \\
d \left(\int_0^{\alpha} (mn\Omega_{\varphi} R) R dr^3 \right) &= \left(\int_0^{\alpha} F_{\varphi}(r) R dr^3 \right) dt \\
\int_0^{L_{\varphi}} dL_{\varphi} &= T_{\varphi} \int_0^{T_{\varphi}} dt \\
\tau_{\varphi} &= \frac{L_{\varphi}}{T_{\varphi}}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

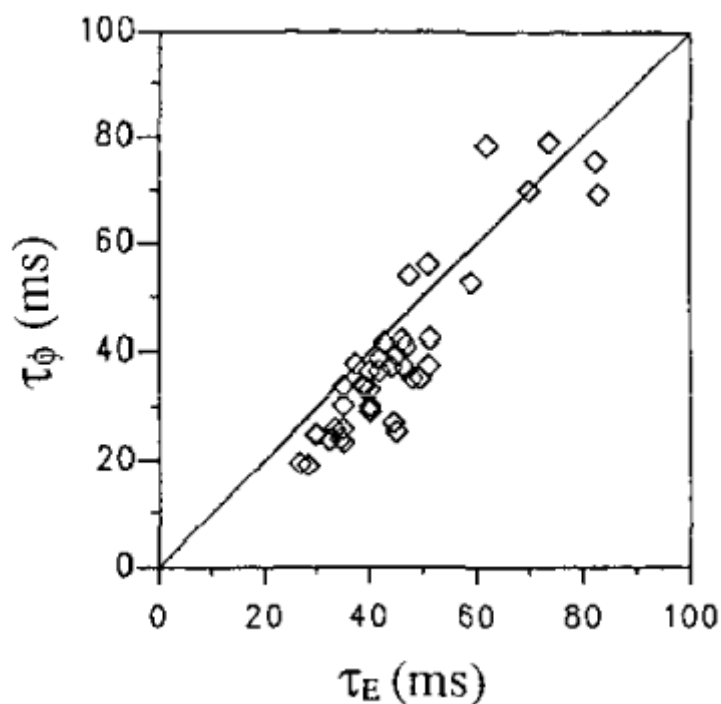
όπου L_{φ} είναι η ολική γωνιακή ορμή του πλάσματος, T_{φ} είναι η ολική ροπή εισόδου και τ_{φ} είναι ο χρόνος συγκράτησης ορμής [8].

Η εξίσωση (3.27) βασικά δηλώνει ότι ο χρόνος συγκράτησης ορμής τ_{φ} είναι ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσουμε μια συγκεκριμένη γωνιακή ορμή L_{φ} , δεδομένης μιας δοσμένης εισόδου ροπής T_{φ} . Επομένως, είναι επίσης ο χρόνος στον οποίο χάνεται όλη η ορμή όταν σταματήσουμε την εισαγωγή ροπής. Κατά συνέπεια, αποτελεί έναν χαρακτηριστικό χρόνο για (ακτινική) μεταφορά ορμής. Η μεταφορά της ορμής περιγράφεται από τον συντελεστή διάχυσης ορμής D_{φ} . Όταν η ακτίνα του πλάσματος είναι a , ο μέσος συντελεστής διάχυσης ορμής δίνεται από την σχέση $D_{\varphi} \propto a^2 / \tau_{\varphi}$.

Ο ορισμός του τ_{φ} μοιάζει πολύ με τον ορισμό του χρόνου συγκράτησης της ενέργειας $\tau_E = \int \frac{3}{2} n T dr^3 / P$, όπου P είναι η συνολική εισαγόμενη ισχύς [9]. Εμπειρικά έχει παρατηρηθεί ότι η σχέση ανάμεσα στα τ_{φ} και τ_E είναι στην πραγματικότητα πολύ μεγαλύτερη από μια απλή ομοιότητα. Μετρήσεις των τ_{φ} και τ_E που έχουν γίνει σε διάφορα tokamaks δείχνουν ότι αυξάνοντας τον τ_E αυξάνεται και το τ_{φ} (Εικόνα 3.3) [8]. Μάλιστα, όταν συγκρίνουμε τον χρόνο συγκράτησης ενέργειας των ιόντων τ_E^{ion} - δηλ. την μεταφορά ενέργειας στο ιοντικό κανάλι - με τον χρόνο συγκράτησης της ορμής τ_{φ} η συμφωνία είναι ακόμη μεγαλύτερη [10,11].

Εκτός από τις αποδείξεις των πειραμάτων ότι οι τ_{φ} και τ_E^{ion} σχετίζονται, διάφορα θεωρητικά μοντέλα, όπως αυτό που περιγράφεται στο

[16], προβλέπουν ότι η θερμική ιοντική διάχυση (ion thermal diffusivity) και η διάχυση της ορμής (momentum diffusion) είναι ίσες $\chi_i = D_\phi$.



Εικόνα 3.3: Ο χρόνος συγκράτησης ορμής τ_ϕ συναρτήσει του χρόνου συγκράτησης ενέργειας τ_E για διαφορετικές συγκρούσεις στο πλάσμα. Οι μετρήσεις έγιναν σε L-τρόπο, με βομβαρδισμό με ακτίνα ουδέτερων σωματιδίων στο ASDEX, κατά τη διάρκεια φάσεων σταθερής κατάστασης.

Πηγές και καταβόθρες ορμής

Το δεξί μέρος της εξίσωσης (3.10) δείχνει τρεις δυνάμεις που οδηγούν την ταχύτητα του πλάσματος \mathbf{v} : $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$, $-\nabla p$ και $-\nabla \cdot \mathbf{\Pi}$. Ο ∇p όρος είναι μία δύναμη κάθετη στις επιφάνειες ροής και επομένως δεν συνεισφέρει στην περιστροφή του πλάσματος. Οι άλλοι δύο όροι επηρεάζουν την περιστροφή του πλάσματος.

Η απόκλιση του ανισοτροπικού μέρους $\mathbf{\Pi}$ του τανιστή πίεσης – γνωστή και ως ιξώδης τανιστής πίεσης – έχει συνιστώσες στην τοροειδή

και στην πολοειδή διεύθυνση. Τα διαφορετικά στοιχεία του $\mathbf{\Pi}$ εξαρτώνται, εκτός των άλλων, από τις κλίσεις της ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι η περιστροφή του πλάσματος σε μια θέση προκαλεί μια κινητήρια δύναμη σε μια άλλη θέση του πλάσματος. Με άλλα λόγια : ο όρος $-\nabla \cdot \mathbf{\Pi}$ ευθύνεται για την μεταφορά της ορμής. Σε περίπτωση σταθερής κατάστασης καθορίζει το σχήμα του προφίλ της περιστροφής.

Η $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ είναι μια δύναμη κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Υπάρχουν δύο μηχανισμοί για να εφαρμόσουμε μια $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ -δύναμη στο πλάσμα. Μια πρώτη μέθοδος είναι να δημιουργήσουμε ένα ακτινικό φορτίο j_r . Αυτό θα δημιουργήσει και μια τοροειδή δύναμη $j_r B_\theta$ και μια πολοειδή δύναμη $-j_r B_\phi$. Ένα δεύτερο ενδεχόμενο είναι να προκαλέσουμε διαταραχές στο μαγνητικό πεδίο έτσι ώστε να δημιουργηθεί μια ακτινική συνιστώσα B_r . Αν υπάρχει ένα ακτινικό πεδίο B_r , η εικόνα της επιφάνειας ροής σπάει και δεν μπορούμε πλέον να ορίσουμε την περιστροφή του πλάσματος ως την εφαπτόμενη ταχύτητα στην επιφάνεια ροής. Επομένως, ορίζουμε την περιστροφή του πλάσματος να είναι η τοροειδής και η πολοειδής συνιστώσες της ταχύτητας του πλάσματος. Το εξωτερικό γινόμενο του $\mathbf{B}r$ με το κύριο φορτίο του πλάσματος (j_ϕ, j_θ) έχει ως αποτέλεσμα και πάλι πολοειδείς ($j_\phi B_r$) και τοροειδείς ($-j_\theta B_r$) δυνάμεις.

Για να φτάσουμε στην εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων, είχε γίνει η υπόθεση ότι το πλάσμα αποτελείται μόνο από ηλεκτρόνια και ιόντα. Αυτή η υπόθεση δεν είναι έγκυρη στην άκρη του πλάσματος όπου η θερμοκρασία δεν είναι αρκετά υψηλή ώστε να ιονίζει όλα τα άτομα και επομένως υπάρχουν ουδέτερα στοιχεία. Επιπλέον, εγχυτήρες ουδέτερης ακτινοβολίας (NBI) προσθέτουν ουδέτερα στοιχεία στο πλάσμα. Αυτά τα ουδέτερα προκαλούν την ανάγκη για δύο επιπλέον όρους δυνάμεων στην εξίσωση (3.10 αρχή διατήρησης ορμής)

Οι εγχυτήρες ουδέτερων σωματιδίων είναι μια από τις μεθόδους εξωτερικής παρέμβασης στο πλάσμα, τις οποίες χρησιμοποιούμε προκειμένου να δώσουμε στο πλάσμα την απαραίτητη θερμοκρασία για να ξεκινήσει η διαδικασία της θερμοπυρηνικής σύντηξης ή για να ελέγξουμε την συγκράτηση του πλάσματος. Οι μέθοδοι αυτές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: σε βομβαρδισμό με ουδέτερα σωματίδια (NBI) ή σε βομβαρδισμό με κύματα ραδιοσυχνότητας. Στην παρούσα φάση που εξετάζουμε την αλληλεπίδραση των σωματιδίων στο πλάσμα θα σχολιάσουμε την πρώτη

μέθοδο. Την αλληλεπίδραση των σωματιδίων με τα κύματα θα την δούμε εκτενώς στο κεφάλαιο 4.

Τα ουδέτερα στοιχεία, λοιπόν, στην άκρη του πλάσματος αποτελούν βασικά καταβόθρα ορμής : αντιδράσεις αλλαγής-ανταλλαγής αντικαθιστούν τα γρήγορα ιόντα του πλάσματος με αργά ουδέτερα στοιχεία, τα οποία προφανώς επιβραδύνουν το πλάσμα. Τα γρήγορα ιόντα του πλάσματος που έγιναν ουδέτερα χάνουν την ορμή τους εξαιτίας συγκρούσεων με άλλα ουδέτερα άτομα του τοίχου (μην ξεχνάμε ότι βρισκόμαστε μέσα σε ένα tokamak). Χωρίς τα ουδέτερα στοιχεία στην άκρη, το πλάσμα δεν θα έχανε ποτέ την ορμή του. Τα ουδέτερα στοιχεία εισάγουν μία δύναμη στην εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων που επιβραδύνει το πλάσμα. Αυτή η δύναμη εξαρτάται από τον συντελεστή αναλογίας των αντιδράσεων αλλαγής-ανταλλαγής $\langle \sigma v \rangle_{cx}$, την πυκνότητα των ουδέτερων ατόμων n_0 , την πυκνότητα του πλάσματος n και την ταχύτητα του πλάσματος v : $F_{cx-edge} = -nm\langle \sigma v \rangle_{cx}n_0v$.

Μία δεύτερη πηγή ουδέτερων στοιχείων παρέχεται από τις ουδέτερες ακτίνες. Ο μοναδικός τρόπος για να προκαλέσουμε περιστροφή πλάσματος είναι μέσω του όρου $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$: μια δύναμη κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Αυτό πλέον δεν ισχύει όταν έχουμε παρουσία εφαπτομενικών ουδέτερων ακτίνων. Τα ουδέτερα στοιχεία που εισάγονται με μια εφαπτομενική ακτίνα/δέσμη έχουν μια συνιστώσα της ταχύτητας στην τοροειδή διεύθυνση. Τελικά όλα αυτά τα ουδέτερα στοιχεία ιονίζονται μεταφέροντας την τοροειδή τους ορμή στο πλάσμα. Στο [12]η διαδικασία μεταφοράς ορμής περιγράφεται λεπτομερώς σελ. 21. Δείχνεται ότι ένα μέρος της δύναμης της ακτίνας ουδέτερων στοιχείων είναι μια $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ - δύναμη, αλλά εν μέρει το NBI επίσης οδηγεί άμεσα ορμή παράλληλη με το μαγνητικό πεδίο. Στις συσκευές που χρησιμοποιούνται σήμερα οι εφαπτομενικές ουδέτερες ακτίνες είναι οι κύριες πηγές της περιστροφής. Από δω και πέρα θα συμβολίζουμε αυτήν την δύναμη της ακτίνας ως $F_{NBI(r)}$.

3.3.2 Ισορροπία ορμής

Σε σταθερή κατάσταση και με τους όρους των δυνάμεων εξαιτίας της έγχυσης ουδέτερων σωματιδίων (neutral beam injection) και της τριβής που προκαλείται με τα ουδέτερα στοιχεία της άκρης, η εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων γίνεται :

$$nm\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p - \nabla \cdot \mathbf{\Pi} - nm \langle \sigma v \rangle_{cx} n_0 \mathbf{v} + F_{NBI} \quad (3.32)$$

Σε σταθερή κατάσταση η μορφή της εξίσωσης για την διατήρηση της μάζας (3.9) : $\nabla \cdot n m \mathbf{v} = 0$, μας επιτρέπει να ξαναγράψουμε το αριστερό μέρος της εξίσωσης (3.32) ως $n m \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla \cdot n m \mathbf{v} = \nabla \cdot (n m \mathbf{v} \mathbf{v})$. Αυτό μας οδηγεί σε μια γενική εξίσωση ισορροπίας ορμής :

$$\nabla \cdot (n m \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla \cdot \mathbf{\Pi} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p - nm \langle \sigma v \rangle_{cx} n_0 \mathbf{v} + F_{NBI} \quad (3.33)$$

Το δεξί μέρος της εξίσωσης ισορροπίας ορμής (3.33) περιέχει πηγές και καταβόθρες ορμής. Το αριστερό μέρος περιέχει την απόκλιση δύο τανιστών που περιγράφουν την αδράνεια ($n m \mathbf{v} \mathbf{v}$), και το ιξώδες ($\mathbf{\Pi}$). Λογαριάζονται για μεταφορά ορμής.

Ο τανιστής πίεσης ιξώδους $\mathbf{\Pi}$ εξαρτάται από συντελεστές ιξώδους η και από τον τανιστή ταχύτητας στελέχους \mathbf{W} [13, 9, 19]. Ο τανιστής ταχύτητας στελέχους \mathbf{W} προέρχεται από την κλασική θεωρία ρευστών και έχει τον ακόλουθο ορισμό:

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (3.34)$$

Η εξάρτηση του $\mathbf{\Pi}$ από τις κλίσεις της ταχύτητας, που αναφέρθηκε νωρίτερα, προέρχεται από την συνεισφορά του \mathbf{W} στο $\mathbf{\Pi}$. Οι συντελεστές ιξώδους η παρέχουν τον σύνδεσμο ανάμεσα στα stresses στο $\mathbf{\Pi}$ και τις κλίσεις ταχύτητας στο \mathbf{W} . Οι συντελεστές ιξώδους η βασίζονται στους φυσικούς μηχανισμούς μεταφοράς. Και το μοντέλο νεοκλασικής μεταφοράς (θα δούμε παρακάτω) και τα μοντέλα ανώμαλης, τυρβώδους

μεταφοράς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βρεθούν αυτοί οι συντελεστές ιξώδους [15, 16, 17]

Για ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) με την z-συντεταγμένη κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου, η σχέση ανάμεσα στα Π , η και \mathbf{W} είναι η ακόλουθη [9] :

$$\Pi_{xx} = -\frac{1}{2}\eta_0(W_{xx} + W_{yy}) - \frac{1}{2}\eta_1(W_{xx} - W_{yy}) - \eta_3 W_{xy}$$

$$\Pi_{yy} = -\frac{1}{2}\eta_0(W_{xx} + W_{yy}) - \frac{1}{2}\eta_1(W_{yy} - W_{xx}) + \eta_3 W_{xy}$$

$$\Pi_{zz} = -\eta_0 W_{zz}$$

$$\Pi_{xy} = \Pi_{yx} = -\eta_1 W_{xy} + \frac{1}{2}\eta_3(W_{xx} - W_{yy})$$

$$\Pi_{xz} = \Pi_{zx} = -\eta_2 W_{xz} - \eta_4 W_{yx}$$

$$\Pi_{yz} = \Pi_{zy} = -\eta_2 W_{yz} + \eta_4 W_{xz} \quad (3.35)$$

Όπου η_0 είναι το παράλληλο ιξώδες, η_1 και η_2 περιγράφουν κάθετο ιξώδες και η_3 και η_4 αντιπροσωπεύουν το γυρο-ιξώδες.

Τώρα θεωρούμε την τορροειδή συνιστώσα της εξίσωσης (3.29) και παίρνουμε τον μέσο όρο πάνω στις επιφάνειες ροής [74]:

$$\begin{aligned} & \langle (\nabla \cdot n\mathbf{m}\mathbf{v})_\varphi \rangle + \langle (\nabla \cdot \Pi)_\varphi \rangle = \\ & \langle (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\varphi \rangle - \langle n\mathbf{m} \langle \sigma \mathbf{v} \rangle_{cx} n_0 v_\varphi \rangle + \langle (F_{NBI})_\varphi \rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

όπου ο ορισμός του μέσου όρου της επιφάνειας ροής σε κυκλικές επιφάνειες είναι $\langle A \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A d\theta$. Η έκφραση της τοροειδούς συνισταμένης της απόκλισης ενός τανιστή σε μεγάλης αναλογίας συντεταγμένες κυκλικής ροής δίνεται από [13]:

$$(\nabla \cdot T)_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{r\varphi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial T_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} \quad (3.37)$$

Εξαιτίας της αξονικής συμμετρίας $\frac{\partial T_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} = 0$. Αν υποθέσουμε ότι $\frac{\partial T_{\theta\varphi}}{\partial \theta} = 0$, και εφαρμόζεται μέσος όρος πάνω σε επιφάνεια ροής, οι όροι του αριστερού μέλους της εξίσωσης (3.36) γίνονται:

$$\langle (\nabla \cdot \Pi)_\varphi \rangle = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_{r\varphi}) \quad (3.38)$$

$$\langle (\nabla \cdot n m v)_\varphi \rangle = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n m v_r v_\varphi) \quad (3.39)$$

Αρχικά κοιτάμε την εξίσωση (3.38). Η $r\varphi$ -συνιστώσα του Π είναι:

$$\begin{aligned} \Pi_{r\varphi} &= -\eta_2 R \frac{\partial}{\partial r} (v_\varphi R^{-1}) - \frac{\eta_4 R}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\varphi R^{-1}) \\ &= -\eta_2 R_0 \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial r} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Όπου υποθέτουμε μεγάλο λόγο δύο διαστάσεων και $\frac{\partial v_\varphi R^{-1}}{\partial \theta} = \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial \theta} = 0$. Αμελώντας την συναγωγική μεταφορά ορμής, το κάθετο ιξώδες η_2 μπορεί να οριστεί ως $\eta_2 \equiv n m D_\varphi$, όπου D_φ είναι ο συντελεστής διάχυσης ορμής.

Ο πρώτος όρος του αριστερού μέλους της εξίσωσης (3.36) δίνεται από την (3.39) Το $n m v_r$ στην (3.39) είναι μια ροή σωματιδίων $\Gamma = n m v_r$. Υποθέτοντας μόνο ανώμαλη, διαχυτική μεταφορά και η επόμενη έκφραση είναι έγκυρη: $\Gamma = -m D_p \frac{\partial n}{\partial r}$, D_p συντελεστής ανώμαλης διάχυσης σωματιδίου.

Τώρα υποθέτουμε όπως έγινε στο [18] ότι $D_\varphi = D_p = D$. Όταν χρησιμοποιούμε τις παραπάνω υποθέσεις και τις εξισώσεις (3.38) και (3.39), το αριστερό μέλος της εξίσωσης (3.36) γίνεται:

$$\begin{aligned}
\langle (\nabla \cdot nmv) \rangle_\varphi + \langle (\nabla \cdot \Pi) \rangle_\varphi &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma v_\varphi - r \eta_2 R_0 \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial r} \right) \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(-mD \frac{\partial n}{\partial r} \right) R_0 \Omega_\varphi - r (nmD) R_0 \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial r} \right) \\
&= -\frac{R_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r m D \left(\frac{\partial n}{\partial r} \Omega_\varphi + n \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial r} \right) \right) \\
&= -\frac{R_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D \frac{\partial}{\partial r} (nm \Omega_\varphi) \right) \tag{3.41}
\end{aligned}$$

Και τελικά αυτή οδηγεί στην ακόλουθη εξίσωση ισορροπίας γωνιακής ορμής:

$$-\frac{R_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D \frac{\partial}{\partial r} (nm \Omega_\varphi) \right) = j_r B_\theta - j_\theta B_r - nm \langle \sigma v \rangle_{cx} n_0 v_\varphi + F_{NBI} \tag{3.42}$$

Όπου υποθέσαμε ότι όλοι οι όροι του δεξιού μέλους της εξίσωσης είναι ανεξάρτητοι από το θ . Όταν είναι γνωστές όλες οι δυνάμεις, αυτή η εξίσωση ισορροπίας γωνιακής ορμής μας επιτρέπει να υπολογίσουμε το προφίλ της τοροειδούς περιστροφής.

3.4 Νεοκλασική μεταφορά και περιστροφή

Οι συντελεστές ιξώδους η και ο συντελεστής διάχυσης ορμής D_φ εξαρτώνται από τον φυσικό μηχανισμό μεταφοράς ορμής. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να περιγράψουμε την μεταφορά της ορμής, της ενέργειας και των σωματιδίων: ο κλασικός, ο νεοκλασικός και ο τυρβώδης. Το κλασικό μοντέλο περιγράφει την μεταφορά που προκαλείται από συγκρούσεις σε ένα κυλινδρικό πλάσμα. Όμως, στο tokamak το πλάσμα έχει

τοροειδές σχήμα. Όταν λαμβάνουμε υπόψη μας το σχήμα του τόρου, βρίσκουμε ότι η μεταφορά που προκαλείται από τις συγκρούσεις είναι υψηλότερη σε σχέση με την κλασική, κυλινδρική περίπτωση. Η μεταφορά που προκαλείται από συγκρούσεις σε ένα τοροειδές, μαγνητικά περιορισμένο πλάσμα ονομάζεται νεοκλασική μεταφορά. Εκτός από συγκρούσεις, η τύρβη μπορεί επίσης να προκαλέσει μεταφορά. Το νεοκλασικό μοντέλο, επομένως, μας δίνει το κατώτερο όριο μεταφοράς σωματιδίων, ενέργειας και ορμής: την μεταφορά απουσία τύρβης.

Σε αυτή την ενότητα θα συζητήσουμε την νεοκλασική μεταφορά και κυρίως θα επικεντρωθούμε στην νεοκλασική μεταφορά ορμής. Από την νεοκλασική θεωρία προκύπτει ότι η πολοειδής ταχύτητα μετριάζεται σε μεγάλο βαθμό (αποσβένεται). Ο μηχανισμός της απόσβεσης της πολοειδούς ροής συχνά αναφέρεται ως παράλληλο ιξώδες. Στην προηγούμενη ενότητα μιλήσαμε μόνο για την τοροειδή μεταφορά ορμής. Ο λόγος που αμελήσαμε την πολοειδή μεταφορά ορμής είναι αυτή η απόσβεση της πολοειδούς ροής: εξαιτίας της απόσβεσης της πολοειδούς ροής η επίδραση μιας πολοειδούς δύναμης στην πολοειδή περιστροφή είναι μικρή και εντοπίζεται στην θέση όπου εφαρμόζεται η δύναμη. Εικονικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι δεν υπάρχει πολοειδής μεταφορά ορμής.

Ένα ακόμη αποτέλεσμα της νεοκλασικής μεταφοράς είναι η ύπαρξη μιας αυθόρμητης περιστροφής στο πλάσμα που βρίσκεται μέσα σε ένα tokamak. Όπως έχει ήδη ειπωθεί, ένα γρήγορα περιστρεφόμενο πλάσμα έχει καλύτερο περιορισμό και σταθερότητα. Σε συσκευές όπου η εισαγόμενη ορμή, για παράδειγμα από ακτίνες ουδέτερων στοιχείων, είναι περιορισμένη, η αυθόρμητη περιστροφή είναι πολύ σημαντική.

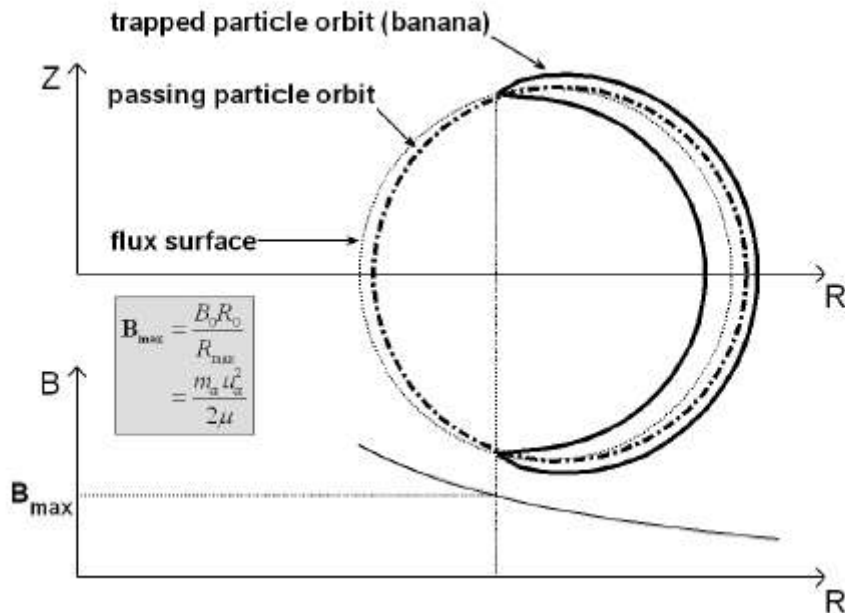
3.4.1 Νεοκλασική θεωρία

Η κλασική μεταφορά διέπεται μόνο από συγκρούσεις. Αν μια διαδικασία διάχυσης με $D_\alpha \propto \rho_{L,\alpha}^2 / \tau_{c,\alpha}$ συντελεστή διάχυσης για τα σωματίδια α . Εδώ $\tau_{c,\alpha}$ είναι ο χρόνος σύγκρουσης και το μέγεθος του βήματος $\rho_{L,\alpha}$ είναι η ακτίνα Larmor. Η κλασική μεταφορά ισχύει μόνο όταν το μαγνητικό πεδίο μέσα στο πλάσμα είναι σε μια ευθεία, ομογενές και σταθερό.

Εξαιτίας του τοροειδούς σχήματος του tokamak, το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές: είναι ισχυρότερο στο εσωτερικό μέρος του τόρου σε σχέση με το εξωτερικό. Η καμπυλότητα και η κλίση του πεδίου οδηγεί σε επιπλέον δυνάμεις και ολισθήσεις (drifts) που δεν είναι παρούσες π.χ. σε κυλινδρικούς σχηματισμούς. Το κλασικό μοντέλο δεν μπορεί επομένως να περιγράψει την μεταφορά των σωματιδίων, της ενέργειας και της ορμής σε ένα tokamak. Η νεοκλασική θεωρία λαμβάνει υπόψη αυτό το ανομοιογενές, κυρτό πεδίο, κάτι που οδηγεί στη σωστή περιγραφή της μεταφοράς με συγκρούσεις στο tokamak [19].

Μια από τις πιο εμφανείς πτυχές της νεοκλασικής θεωρίας είναι τα επονομαζόμενα παγιδευμένα σωματίδια. Φορτισμένα σωματίδια που ταξιδεύουν παράλληλα με το μαγνητικό πεδίο, από την εξωτερική πλευρά του τόρου προς την εσωτερική, πηγαίνουν από μια περιοχή με ασθενέστερο μαγνητικό πεδίο σε μια περιοχή με ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο. Με άλλα λόγια: αυτά τα σωματίδια βλέπουν μια ∇B και αντιλαμβάνονται μία δύναμη $F_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B$, όπου $\mu = m_{\alpha} u_{\perp}^2 / 2B$ είναι η μαγνητική ροπή που είναι σταθερή κίνηση. Αυτή η δύναμη θα επιβραδύνει την παράλληλη ταχύτητα των σωματιδίων όταν κατευθύνονται προς την πλευρά του tokamak με το ισχυρό πεδίο. Σωματίδια με αρκετά μικρή u_{\parallel} θα σταματήσουν και θα αντανakλασθούν πριν φτάσουν στην πλευρά του tokamak με το ισχυρό πεδίο: αιωρούνται σε μια τροχιά-μπανάνα, όπως λέγεται (Εικόνα 3.3) και ονομάζονται παγιδευμένα σωματίδια. Τα σωματίδια που είναι αρκετά γρήγορα δεν αναπηδούν πίσω όταν συναντήσουν ισχυρό πεδίο, αλλά συνεχίζουν την τροχιά τους παράλληλα με τις γραμμές του πεδίου. Ονομάζονται passing particles. Εξαιτίας ολισθήσεων οι τροχιές των passing και των παγιδευμένων σωματιδίων μετατοπίζονται σε σχέση με τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου με τις οποίες σχετίζονται. Για τα παγιδευμένα σωματίδια αυτό σημαίνει ότι έχουν ένα ορισμένο πλάτος μπανάνας w_B . Παρακάτω δίνονται τρεις σημαντικές παράμετροι για τα παγιδευμένα σωματίδια:

- Το πλάτος μιας τροχιάς μπανάνας $w_B \varepsilon^{-1/2} \rho_L q$
- Η πυκνότητα των παγιδευμένων σωματιδίων $n_{trapped} = n_{total} \sqrt{\varepsilon}$
- Η συχνότητα αναπήδησης $w_b = v_{th} \sqrt{\varepsilon} / q R_0$, όπου $\varepsilon = \alpha / R_0$ είναι η αντίστροφη αναλογία διαστάσεων του πλάσματος.

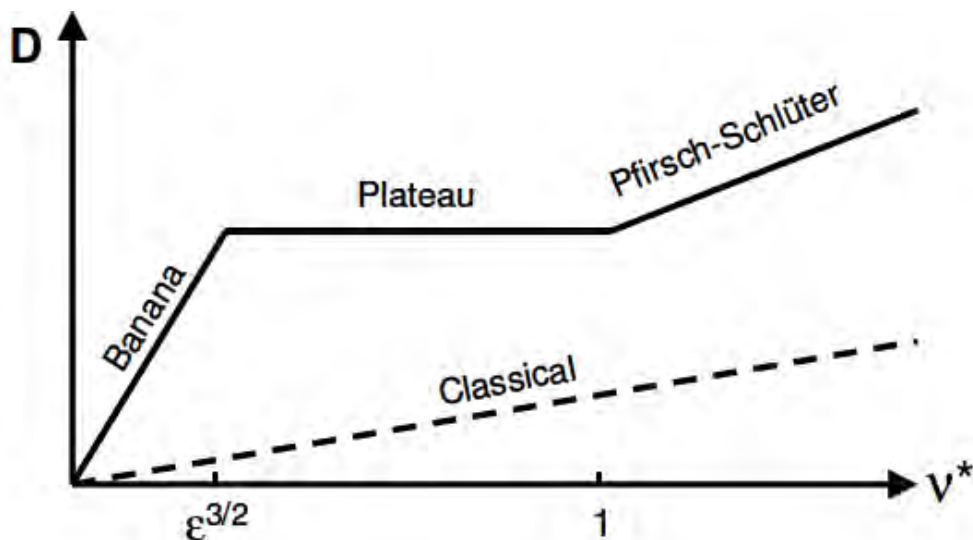


Εικόνα 3.4: Σωματίδια με συνολική ταχύτητα u_α αναπηδούν προς τα πίσω σε μια θέση $R_{min} = \frac{2\mu B_0 R_0}{m_\alpha u_\alpha^2}$. Η τροχιά που ακολουθούν έχει το σχήμα μπανάνας εξαιτίας των ολισθήσεων. Εδώ φαίνεται η πολοειδής προβολή. Σωματίδια με μικρή γωνία βήματος ($u_\perp/u_\parallel \ll 1$) ακολουθούν την τροχιά τους μέσα από την πλευρά που βρίσκεται το υψηλό πεδίο και ονομάζονται «passing». Εξαιτίας ολισθήσεων οι τροχιές δεν εφάπτονται ακριβώς με την μαγνητική επιφάνεια ροής, αλλά μετατοπίζονται ελαφρώς.

Η ύπαρξη παγιδευμένων σωματιδίων και οι τροχιές – μπανάνα έχουν καθοριστική επιρροή στην μεταφορά. Για παράδειγμα, ας δούμε την μεταφορά των σωματιδίων μέσω των συγκρούσεων. Αν ένα παγιδευμένο σωματίδιο υφίσταται συγκρούσεις στον χρόνο που χρειάζεται για να ολοκληρώσει την μπανάνα τροχιά του – καθορίζεται από το w_b – δεν γνωρίζει ότι είναι παγιδευμένο και η μεταφορά θα προσεγγίζει την κλασική, με μέγεθος βήματος ρ_L . Όταν η συχνότητα των συγκρούσεων είναι μικρότερη από την συχνότητα αναπήδησης, το παγιδευμένο σωματίδιο μπορεί τουλάχιστον να ολοκληρώσει μια τροχιά-μπανάνα χωρίς να συγκρουστεί. Το βήμα επομένως που κάνουν τα παγιδευμένα σωματίδια δεν είναι πλέ-

ον η ακτίνα Larmor ρ_L , αλλά το πολύ μεγαλύτερο πλάτος της μπανάνας w_B . Αυτό οδηγεί σε έναν πολύ διαφορετικό συντελεστή διάχυσης Σε ένα tokamak μπορούν να οριστούν τρία διαφορετικά συστήματα μεταφοράς: το χαμηλής σύγκρουσης σύστημα μπανάνας, το υψηλής σύγκρουσης Pfirsch-Schlüter σύστημα και το ενδιάμεσο plateau σύστημα. Και τα τρία έχουν διαφορετικούς συντελεστές μεταφοράς. Στην εικόνα 3.4 παρουσιάζεται ο συντελεστής διάχυσης συναρτήσει της συγκρουσιμότητας.

Τα παγιδευμένα σωματίδια είναι επίσης σημαντικά και για να εξετάσουμε την περιστροφή. Τα παγιδευμένα σωματίδια αναπηδούν πίσω και μπροστά, οπότε δεν κάνουν ποτέ έναν πολοειδή γύρο. Η πολοειδής τους ορμή επομένως είναι μηδενική. Τα τοροειδή παγιδευμένα σωματίδια έχουν μια περιστροφή, επειδή οι μπανάνες μπορούν να έχουν μια μετάπτωση γύρω από τον τόρο. Η απόσβεση της πολοειδούς ροής που προέρχεται από την νεοκλασική θεωρία, εξετάζεται παρακάτω.



Εικόνα 3.5: Η μεταβολή του συντελεστή διάχυσης με την συγκρουσιμότητα καθ' όλα τα τρία νεοκλασικά συστήματα μεταφοράς. Για σύγκριση σχεδιάζεται και ο κλασικός συντελεστής διάχυσης. Βλέπουμε ότι η νεοκλασική θεωρία προβλέπει μεγαλύτερη μεταφορά από την κλασική θεωρία.

3.4.2 Απόσβεση πολοειδούς ροής

Η αιτία που έχουμε απόσβεση της πολοειδούς περιστροφής είναι το τοροειδές σχήμα του tokamak. Αυτό προκαλεί ένα ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο, ισχυρότερο στο εσωτερικό του τόρου, ασθενέστερο στο εξωτερικό. Ένα τοροειδές περιστρεφόμενο πλάσμα στον υπόλοιπο σχηματισμό του δεν βλέπει κάποια αλλαγή στο μαγνητικό πεδίο. Ωστόσο, ένα πολοειδώς περιστρεφόμενο πλάσμα βλέπει ένα χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο καθώς κινείται από το εξωτερικό στο εσωτερικό του τόρου. Μέσω του μηχανισμού άντλησης ιόντων, η ενέργεια ενός χρονικά μεταβαλλόμενου πεδίου θα μεταφερθεί στο πλάσμα [20, 21]. Σε περίπτωση πολοειδούς κίνησης μέσα σε ένα χωρικά περιοδικό πεδίο, η ενέργεια του χρονικά μεταβαλλόμενου πεδίου στον υπόλοιπο σχηματισμό του πλάσματος είναι η κινητική ενέργεια του περιστρεφόμενου πλάσματος. Με άλλα λόγια: η πολοειδής περιστροφή φθίνει, γιατί η κινητική ενέργεια της πολοειδούς περιστροφής χρησιμοποιείται για να θερμανθεί το πλάσμα.

Η άντληση ιόντων μπορεί να χωριστεί σε ένα μέρος με συγκρούσεις κι ένα μέρος χωρίς συγκρούσεις (collisional and collision-free part). Το σύστημα συγκρούσεων (collisional scheme) εφαρμόζεται όταν ο χρόνος σύγκρουσης είναι μικρότερος από την περίοδο της διαταραχής. Η μαγνητική ροπή του σωματιδίου είναι $\mu = m_\alpha u_\perp^2 / 2B$. Όσο το σωματίδιο δεν συγκρούεται, αυτή αποτελεί σταθερά της κίνησης. Οπότε, όταν το σωματίδιο κινείται προς την πλευρά υψηλού πεδίου, το B αυξάνεται και το σωματίδιο κερδίζει κάθετη ενέργεια $m_\alpha u_\perp^2 / 2$. Εξαιτίας της διατήρησης της ενέργειας, η παράλληλη ταχύτητα u_\parallel θα μειωθεί. Όταν το σωματίδιο επιστρέψει στην πλευρά με το ασθενές πεδίο, πάλι θα χάσει την επιπλέον κάθετη ενέργειά του και η καθαρή μεταβολή της κάθετης ενέργειας σε μια περίοδο είναι μηδέν. Επίσης η u_\parallel θα αυξηθεί και πάλι όταν κινηθεί προς την πλευρά με το χαμηλό πεδίο, οπότε και η καθαρή μεταβολή του u_\parallel σε μια περίοδο είναι μηδέν. Ωστόσο, όταν πραγματοποιείται μια σύγκρουση όταν το σωματίδιο στην πλευρά με το υψηλό πεδίο, θα ανακατανεμίσει την πλεονάζουσα ενέργειά του, με αποτέλεσμα να θερμάνει το πλάσμα. Αυτό σημαίνει ότι, μετά την σύγκρουση, το μ είναι μικρότερο από ότι πριν από την σύγκρουση. Η δύναμη $F_\parallel = -\mu \nabla_\parallel B$, που πρέ-

πει να επιταχύνει την u_{\parallel} όταν το σωματίδιο κινείται προς την πλευρά με το χαμηλό πεδίο, θα είναι επίσης μικρότερη και θα υπάρχει μια καθαρή μείωση του u_{\parallel} σε μια περίοδο. [20]

Επίσης σε μια κατάσταση χωρίς συγκρούσεις, όπου ο χρόνος σύγκρουσης είναι μεγαλύτερος από την περίοδο διαταραχής, η πολοειδής περιστροφή αποσβένεται. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας των παγιδευμένων σωματιδίων: εκείνων των σωματιδίων για τα οποία η u_{\parallel} γίνεται μηδέν πριν φτάσει το σωματίδιο στην πλευρά με το ισχυρό πεδίο. Επειδή τα παγιδευμένα σωματίδια δεν κάνουν έναν πλήρη πολοειδή γύρο, δεν συνεισφέρουν στην πολοειδή ορμή. Αυτή η μορφή απόσβεσης πολοειδούς ροής συνήθως αποκαλείται μαγνητική άντληση διέλευσης χρόνου (transit-time magnetic pumping). Βλέποντας μέσα από το πλαίσιο ενός μοναδικού σωματιδίου, αυτή η διαδικασία είναι ίδια με την απόσβεση Landau ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Κάποιος θα μπορούσε να σκεφτεί ότι η τοροειδής ορμή των παγιδευμένων σωματιδίων είναι επίσης μηδέν, αλλά δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο γιατί οι τροχιές-μπανάνα των παγιδευμένων σωματιδίων έχουν μια τοροειδή προπόρευση γύρω από τον τόρο. Οι συγκρούσεις ανάμεσα σε παγιδευμένα και διερχόμενα σωματίδια θα μειώσει κι άλλο την πολοειδή ροή (το μέρος με τις συγκρούσεις της απόσβεσης της πολοειδούς ροής).

Μια ακόμη πιο ακριβής παραγωγή της εξασθένησης της πολοειδούς περιστροφής δίνεται στο [21]. Χρησιμοποιώντας μια drift-kinetic εξίσωση για τα ιόντα, περιγράφει τα cross- \mathbf{B} φορτία εξαιτίας της μαγνητικής διαταραχής και της κίνησης με έντονο ιξώδες. Αυτά τα φορτία είναι υπεύθυνα για τις $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ -δυνάμεις που φρενάρουν την πολοειδή περιστροφή. Η παραπάνω απόσβεση συμβαίνει σε όλο τον όγκο του πλάσματος. Ανάλογα με την τοπική πυκνότητα και θερμοκρασία προκύπτει περισσότερος χρόνος διέλευσης (transit-time) ή περισσότερη απόσβεση συγκρούσεων. Στην άκρη του πλάσματος – σε χαμηλή θερμοκρασία – υψηλή συγκρουσιμότητα ηλεκτρονίων-ιόντων οδηγεί σε ισχυρά ηλεκτρικά πεδία και μη-μηδενική πολοειδή (και τοροειδή) ταχύτητα. Αυτή η αυθόρμητη περιστροφή σε ένα ωμικό πλάσμα (σε αντίθεση με τα πλάσματα που θερμαίνονται με beams ή τα RF κύματα, αφού τα beams και RF κύματα δίνουν επιπλέον εισαγωγή ενέργειας) θα συζητηθεί στην υποενότητα 3.4.3.

Γενικά μπορούμε να πούμε ότι η πολοειδής περιστροφή αποσβένεται σε μεγάλο βαθμό. Αυτό σημαίνει ότι κάθε πολοειδής περιστροφή που προκαλείται εξωτερικά φθίνει προς την νεοκλασική τιμή μέσα σε έναν χρόνο αποσύνθεσης που είναι της τάξης του χρόνου σύγκρουσης ιόντος-ιόντος.

Το αποτέλεσμα της απόσβεσης της πολοειδούς περιστροφής φαίνεται στον όρο που δείχνει το ιξώδες $\langle (\nabla \cdot \mathbf{\Pi})_{\theta} \rangle$ της ισορροπίας των πολοειδών δυνάμεων. Αυτός ο όρος, λαμβάνοντας υπόψη και την πολοειδή απόσβεση, έχει την ακόλουθη μορφή [22, 23]:

$$\langle (\nabla \cdot \mathbf{\Pi})_{\theta} \rangle = \alpha (v_{\theta} - v_{\theta}^{neo}) \quad (3.43)$$

όπου v_{θ}^{neo} είναι η νεοκλασική περιστροφή και α είναι ένας όρος που εξαρτάται από το παράλληλο ιξώδες – σε αντίθεση με τον συντελεστή διάχυσης ορμής D στην εξίσωση τοροειδούς ισορροπίας (3.42) που εξαρτάται από το κάθετο ιξώδες. Η πολοειδής απόσβεση ροής, επομένως, συχνά αναφέρεται ως το αποτέλεσμα ενός ισχυρού παράλληλου ιξώδους. Οι ακριβείς τιμές των v_{θ}^{neo} και α εξαρτώνται από το σύστημα μεταφοράς: μπανάνα, plateau ή Pfirsch-Schlüter σύστημα.

Η εξίσωση ισορροπίας των πολοειδών δυνάμεων, όπου η αδράνεια θεωρείται αμελητέα, γίνεται [22, 23]:

$$\alpha (v_{\theta} - v_{\theta}^{neo}) = -j_{r,\perp} B_{\varphi} - (1 + q^2) n m v_{cx} v_{\theta} \quad (3.44)$$

Σε αντίθεση με την εξίσωση τοροειδούς ισορροπίας (3.42) αυτή η εξίσωση δεν έχει ακτινική παράγωγο της πολοειδούς ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι μια πολοειδής ταχύτητα σε μια ακτινική θέση δεν επηρεάζει την πολοειδή περιστροφή σε κάποια άλλη θέση. Το αποτέλεσμα μιας πολοειδούς δύναμης στην πολοειδή περιστροφή εντοπίζεται στην περιοχή όπου εφαρμόζεται η δύναμη. Επειδή δεν υπάρχουν όροι πολοειδούς δύναμης μέσα στον πυρήνα του πλάσματος και επειδή η νεοκλασική πολο-

ειδής ταχύτητα είναι μικρή, η πολοειδής ταχύτητα μπορεί να αγνοηθεί στον πυρήνα του πλάσματος.

3.4.3 Αυθόρμητη νεοκλασική περιστροφή

Αν δεν παρέχεται εξωτερική ορμή (π.χ. από ουδέτερες ακτίνες), η περιστροφή του πλάσματος εξακολουθεί να είναι εφικτή εξαιτίας κλίσεων πυκνότητας, κλίσεων θερμοκρασίας και τοπικά, ακτινικά ηλεκτρικά πεδία. Κάποιος θα μπορούσε να υποθέσει ότι το παράλληλο ηλεκτρικό πεδίο, που ασκεί μια παράλληλη δύναμη $F_{\parallel} = eE_{\parallel}$ στα ιόντα, είναι επίσης πιθανή πηγή ορμής. Ωστόσο επειδή η μάζα των ιόντων είναι μεγαλύτερη από εκείνη των ηλεκτρονίων, το E_{\parallel} κατά κύριο λόγο θα επιταχύνει τα ηλεκτρόνια, δημιουργώντας φορτίο παρά περιστροφή.

Για την παραγωγή αυτής της ωμικής περιστροφής πρέπει να εξάγουμε από την MHD ένα μοντέλο ρευστού και να επιστρέψουμε στην περιγραφή ρευστού ιόντων. Η ταχύτητα του ρευστού ιόντων που προκύπτει θα είναι περίπου ίση με την ταχύτητα του ρευστού στο MHD μοντέλο. Πρώτα, για να πάρουμε μια φυσική εικόνα των μηχανισμών που δουλεύουν, θα θεωρήσουμε τις εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής (3.3) και (3.4) για το ρευστό ιόντων. Σε μια σταθερή κατάσταση με υποηχητικές ταχύτητες, χωρίς ανταλλαγή ορμής με άλλα είδη σωματιδίων ($\mathbf{R}_{ie} \approx 0$) και μια ισοτροπική πίεση ($\mathbf{P}_i \approx p_i \mathbf{I}$), αυτές μπορούν να γίνουν [2]:

$$n_i \nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \quad (3.45)$$

$$\nabla p_i = en_i (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \quad (3.46)$$

Παίρνοντας το εξωτερικό γινόμενο της εξίσωσης (3.46) με το \mathbf{B} βρίσκουμε μια κάθετη ταχύτητα:

$$v_i^\perp = \frac{E \times B}{B^2} - \frac{1}{en_i} \frac{\nabla p_i \times B}{B^2} \quad (3.47)$$

Από την εξίσωση (3.45) η παράλληλη ταχύτητα v_i^\parallel επίσης προσδιορίζεται εν μέρει. Η v_i^\perp είναι η ταχύτητα μετακίνησης (drift velocity) $v_i^\perp = \frac{1}{en_i} \frac{F \times B}{B^2}$, εξαιτίας των δυνάμεων $en_i E$ και $-\nabla p_i$. Ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος της (3.47) είναι η μετακίνηση $E \times B$ που συζητήσαμε νωρίτερα. Ο δεύτερος όρος στην (3.47) είναι, για ένα MHD ρευστό, κρυμμένος στο διαμαγνητικό φορτίο:

$$\begin{aligned} n_i e v_i^* - n_e e v_e^* &= -\frac{\nabla p_i \times B}{B^2} - \frac{\nabla p_e \times B}{B^2} \\ j^* &= -\frac{\nabla p \times B}{B^2} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Οι παραπάνω παραγωγές δείχνουν ότι ηλεκτρικά πεδία και κλίσεις πίεσης μπορούν να προκαλέσουν και πολοειδή και τοροειδή περιστροφή. Στα [24, 25] χρησιμοποιείται η νεοκλασική θεωρία για να παραχθεί μια φυσική νεοκλασική πολοειδής ταχύτητα v_θ^{neo} αλλά και η παράγωγος της νεοκλασικής τοροειδούς ταχύτητας v_φ^{neo} :

$$v_\theta^{neo} = \frac{K_1}{eB_\varphi} \frac{\partial T_i}{\partial r} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial v_\varphi^{neo}}{\partial r} = 0.107 \frac{K_1 T_i q^2}{eB_\theta} \left(\frac{\partial \ln T_i}{\partial r} \right)^2 \quad (3.50)$$

Όπου το K_1 εξαρτάται από την συγκρουσιμότητα: $K_1 = 1.17$ στο σύστημα μπανάνα, $K_1 = 0.5$ στο σύστημα plateau και $K_1 = -1.83$ στο σύστημα Pfirsch-Schlüter σύμφωνα με τα [24, 25].

Επίσης στο [26] παράγονται νεοκλασικές εκφράσεις για τις πολοειδείς και τις τοροειδείς ταχύτητες. Η έκφραση για το v_θ^{neo} είναι ίδια με αυτή που βρέθηκε στα [24, 25], αλλά η παράμετρος K_1 που δίνεται στο [26] πηγαίνει από το 0.5 στο σύστημα μπανάνα μέχρι σχεδόν το -2 στο σύστημα Pfirsch-Schlüter, όπου οι ακριβείς τιμές εξαρτώνται από την ποσότητα των προσμείξεων (impurities) στο πλάσμα. Στο [24] δίνεται μόνο η παράγωγος της τοροειδούς ταχύτητας του πλάσματος (δες (3.50)), ενώ στο [26] δίνεται μια έκφραση για την τοπική τοροειδή ταχύτητα. Η έκφραση για την τοροειδή ταχύτητα στο [26] χρειάζεται, εκτός από μετρήσεις πυκνότητας και θερμοκρασίας, μια επιπλέον είσοδο: το ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο E_r . Αυτό το E_r μπορεί π.χ. να είναι το αποτέλεσμα της μεταφοράς της ορμής από αυθόρμητη περιστροφή σε άλλες θέσεις στο πλάσμα. Η έκφραση για το v_φ^{neo} στο σύστημα μπανάνα είναι:

$$v_\varphi^{neo} = \frac{E_r}{B_\theta} - \frac{T_i}{eB_\theta} \left(\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dr} + \frac{1 - K_1}{T_i} \frac{dT_i}{dr} \right) \quad (3.51)$$

Επίσης, στο [26] λαμβάνεται υπόψη το αποτέλεσμα του παράλληλου ηλεκτρικού πεδίου E_\parallel . Όπως ήταν αναμενόμενο, το παράλληλο ηλεκτρικό πεδίο έχει μικρή επίδραση στην περιστροφή των κύριων ιόντων (bulk ions), αλλά, παραδόξως, τα ιόντα-προσμείξεις (impurity ions) θα έχουν μια περιστροφή στην αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με αυτή του φορτίου λόγω του παράλληλου ηλεκτρικού πεδίου.

Επειδή η περιστροφή του πλάσματος βελτιώνει τον περιορισμό και την σταθερότητα ενός πλάσματος, το να έχουμε αυθόρμητη περιστροφή είναι πολύ καλό. Τα παραπάνω δείχνουν ότι στα tokamaks περιμένουμε μια αυθόρμητη περιστροφή. Παρόλα αυτά, ακόμα και σε ένα καθιερωμένο μοντέλο όπως το νεοκλασικό μοντέλο μεταφοράς, οι πραγματικές τιμές της αυθόρμητης περιστροφής μπορεί να διαφέρουν ανάλογα με τις υποθέσεις που γίνονται όταν εκτιμάται το μοντέλο. Επιπλέον, τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν για παραχθούν οι παραπάνω εκφράσεις δεν είναι

ολοκληρωμένα. Οι δυνάμεις τριβής εξαιτίας των ουδέτερων σωματιδίων, για παράδειγμα, δεν συμπεριλήφθηκαν. Επίσης, δεν λήφθηκε υπόψη η τυρβώδης μεταφορά. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας του θέματος υπάρχει ένας μεγάλο εύρος από μοντέλα που αποδίδουν ένα εξίσου μεγάλο εύρος από προβλέψεις για την αυθόρμητη περιστροφή.

3.5 Πρόσμειξη (Impurity) και MHD περιστροφή

Οι εξισώσεις της μαγνητοϋδροδυναμικής μας επιτρέπουν να περιγράψουμε την δυναμική ενός πλάσματος θεωρώντας το ως ένα ενιαίο αγωγίμο ρευστό. Παρόλο που αυτή η εικόνα μας δίνει φυσική επίγνωση, η φυσική αλήθεια είναι ότι ένα πλάσμα αποτελείται από πολλά διαφορετικά είδη σωματιδίων, καθένα από τα οποία έχει συμπεριφορά ρευστού. Όταν γίνεται διάγνωση σε ένα πλάσμα, γίνεται μέτρηση των ιδιοτήτων ενός από τα είδη σωματιδίων του πλάσματος, αντί για τις ιδιότητες του ενιαίου ρευστού πλάσματος. Επομένως, είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε την σχέση μεταξύ της ταχύτητας του πλάσματος \mathbf{v} που χρησιμοποιείται στις MHD εξισώσεις, και τις ταχύτητες του ρευστού των κύριων ιόντων \mathbf{v}_i , των ηλεκτρονίων \mathbf{v}_e και των προσμείξεων \mathbf{v}_I .

Όπως ειπώθηκε στην ενότητα 3.2.1 η ταχύτητα του ρευστού υγρού είναι ο μέσος όρος της ταχύτητας μάζας όλων των ρευστών:

$$\mathbf{v} = \frac{m_i n_i \mathbf{v}_i + m_e n_e \mathbf{v}_e + \sum_I m_I n_I \mathbf{v}_I}{n_i m_i + n_e m_e + \sum_I m_I n_I} \quad (3.52)$$

Αν θεωρήσουμε ότι η πυκνότητα των προσμείξεων είναι χαμηλή $n_I \ll n_i \approx n_e$ και λάβουμε υπόψη μας την διαφορά μάζας ανάμεσα στα ιόντα και στα ηλεκτρόνια $m_e \ll m_i$, μπορούμε να προσεγγίσουμε την ταχύτητα του ρευστού πλάσματος με την ταχύτητα των κύριων ιόντων: $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_i$.

Οι μετρήσεις της περιστροφής του πλάσματος γίνονται κυρίως με φασματοσκοπική ανάλυση της εκπομπής των ιόντων πρόσμειξης. Αυτό σημαίνει ότι μετριέται η ν_I . Άλλες διαγνωστικές μέθοδοι – όπως π.χ. electron cyclotron emission (ECE) ή reflectometry – μετράνε διακυμάνσεις στην θερμοκρασία ή την πυκνότητα των ηλεκτρονίων. Αυτές οι διακυμάνσεις συνήθως σχετίζονται με την ταχύτητα \mathbf{v}_e του ρευστού ηλεκτρονίων. Στις επόμενες ενότητες θα συζητήσουμε οι ταχύτητες των προσμείξεων ν_I που μετράμε μπορούν να μεταφραστούν σε ταχύτητα του πλάσματος \mathbf{v} και πως η συχνότητα της θερμοκρασίας των ηλεκτρονίων ή των διακυμάνσεων της πυκνότητας μπορούν να συνδεθούν με το \mathbf{v} .

3.5.1 Περιστροφή των προσμείξεων

Η συχνότητα συγκρούσεων ανάμεσα στα ιόντα-προσμείξεις και στα κύρια ιόντα συνήθως είναι αρκετά υψηλή ώστε να υποθέσουμε ότι η θερμοκρασία των προσμείξεων και των κύριων ιόντων είναι ίση, στα πλαίσια ενός χρόνου περιορισμού ενέργειας: $T_i = T_I$. Ωστόσο, η ταχύτητα του ρευστού των ιόντων δεν είναι απαραίτητα ίδια με αυτή των κύριων ιόντων. Όταν υπάρχει διαφορά στην κλίση της πίεσης $\nabla p/Z_I$, με Z_I να είναι το φορτίο του πυρήνα των ιόντων-προσμείξεων, τότε υπάρχει διαφορική περιστροφή ανάμεσα στις προσμείξεις και στα κύρια ιόντα. Τυπικά, αυτό συμβαίνει σε μια κατάσταση με συνεχόμενη είσοδο ορμής, π.χ. από ακτίνες ουδέτερων ατόμων.

Η προσέγγιση των Hirshman και Sigmar [27, 26] με νεοκλασική ορμή παρέχει μια έκφραση για την διαφορική περιστροφή ανάμεσα στα κύρια ιόντα και μία πρόσμειξη. Στα [26, 28] αυτή η διαφορά στην περιστροφή $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_I$ δίνεται από:

$$\Delta v_\theta \approx \frac{1}{2eB_\phi} \frac{dT}{dr} \left[-3K_2 + 2 \frac{L_T}{L_{p,i}} \left(1 - \frac{Z_i L_{p,i}}{Z_I L_{p,I}} \right) \right]$$

$$\Delta v_{\varphi} \approx -\frac{3}{2eB_{\theta}} \frac{dT}{dr} K_2 \quad (3.53)$$

όπου έχουμε αμελήσει την εξάρτηση από το θ . L_T είναι το μήκος της κλίσης της θερμοκρασίας και $L_{p,i}$ και $L_{p,l}$ είναι τα μήκη της κλίσης της πίεσης των κύριων ιόντων και των ιόντων προσμείξεων αντίστοιχα. K_2 είναι μια συνάρτηση που εξαρτάται από την συγκρουσιμότητα.

Παρατηρούμε ότι η διαφορά στην πολοειδή περιστροφή εξαρτάται από την πίεση των προσμείξεων και την πίεση των κύριων ιόντων, ενώ η διαφορά στην τοροειδή περιστροφή εξαρτάται μόνο από την κλίση της θερμοκρασίας. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η διαφορά στην τοροειδή περιστροφή θα είναι σημαντική στις εκφορτίσεις (εκκενώσεις) με προφίλ θερμοκρασίας με έντονη κορυφή ($dT/dr \gg 0$) και μικρό φορτίο στο πλάσμα ($1/B_{\theta} \gg 0$). Η εγκυρότητα των παραπάνω εξισώσεων (3.53) έχει δοκιμαστεί σε διάφορες μηχανές [28, 29]

3.5.2 MHD περιστροφή

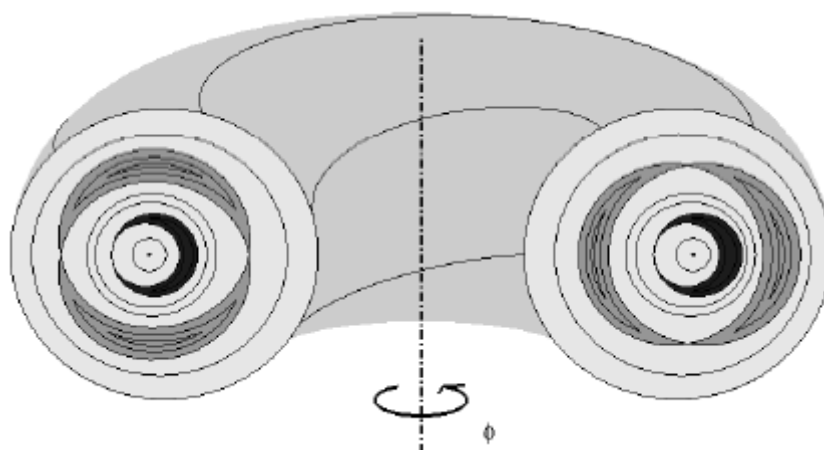
Η διαφορά ανάμεσα στις ταχύτητες των ηλεκτρονίων και των ιόντων, όπου αμελούμε τις προσμείξεις, εκφράζεται με το φορτίο στο πλάσμα: $\mathbf{j} = ne(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$. Αν μετρήσουμε την πυκνότητα του φορτίου και την ταχύτητα του ρευστού ηλεκτρονίων, τότε είναι γνωστή και η ταχύτητα των κύριων ιόντων.

Το κύριο μέρος του φορτίου είναι παράλληλο στο μαγνητικό πεδίο, αλλά η εξίσωση (3.48) δείχνει ότι εμφανίζεται μια κλίση πίεσης σε ένα διαμαγνητικό φορτίο, και επομένως η διαφορά ανάμεσα στην ταχύτητα του ρευστού ηλεκτρονίων και του ρευστού ιόντων έχει επίσης μια συνιστώσα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο.

Είναι αρκετά δύσκολο να μετρήσουμε απευθείας την ταχύτητα του ρευστού ηλεκτρονίων, παρόλο που μπορεί να γίνει με εφαπτομενική σκέδαση Thomson [30]. Διαγνωστικές μέθοδοι όπως electron cyclotron emission (ECE) ή reflectometry είναι, ωστόσο ικανές να μετρήσουν διακυμάνσεις στην πυκνότητα και την θερμοκρασία των ηλεκτρονίων. Η

συχνότητα αυτών των διακυμάνσεων μπορεί να μεταφραστεί σε ταχύτητα πλάσματος.

Αυτές οι διακυμάνσεις στην ταχύτητα και την πυκνότητα συμβαίνουν όταν στο πλάσμα έχουν αναπτυχθεί μαγνητοϋδροδυναμικές αστάθειες. Όπως έχει ήδη ειπωθεί, η μαγνητική τοπολογία σε ένα περιορισμένο πλάσμα αποτελείται από μια σειρά από εμφωλευμένες επιφάνειες ροής. Κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες οι επιφάνειες ροής μπορούν να σπάσουν και να ξανασυνδεθούν, αλλάζοντας έτσι την μαγνητική τοπολογία. Αυτό μπορούμε να το δούμε στην εικόνα 3.5. Αυτές οι επανασυνδεδεμένες επιφάνειες ροής αποτελούν μια συγκεκριμένη κλάση των μαγνητοϋδροδυναμικών ρυθμών, που ονομάζεται αποσχιστικοί ρυθμοί ή μαγνητικά νησιά. Τα μαγνητικά νησιά εμφανίζονται στις επιφάνειες ροής με έναν λόγο $q = m/n$ και επομένως έχουν μια περιοδικότητα που δίνεται από τα πολοειδή και τα τοροειδή νόμους του ρυθμού m και n .



Εικόνα 3.6: Στις q -επιφάνειες οι εμφωλευμένες επιφάνειες ροής μπορούν να σπάσουν. Εδώ $m/n=2/1$ (σκούρο γκρι) και $m/n=1/1$ (μαύρο) νησιά φαίνονται στις $q=2$ και $q=1$ επιφάνειες.

Μέσα σε ένα νησί η πυκνότητα και η θερμοκρασία των ηλεκτρονίων συνήθως είναι επίπεδη ή με μια ελαφριά κορυφή. Η ταχύτητα των ηλεκτρονίων κάθετων στο μαγνητικό πεδίο είναι περιορισμένη: περιστρέφονται γύρω από το πεδίο. Αυτό σημαίνει ότι, περιστρέφεται ένα μαγνητικό νησί, περιστρέφονται τα ηλεκτρόνια κατά μήκος. Ως αποτέλεσμα, η επίπεδη θερμοκρασία και πυκνότητα των ηλεκτρονίων εμφανίζεται περι-

οδικά στον όγκο που μετράμε με το ECE ή με reflectometry, το οποίο φαίνεται σαν μια διακύμανση. Η συχνότητα της διακύμανσης εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής του νησιού και τα πολοειδή και τοροειδή mode νούμερα m και n .

Για να πάρουμε μία έκφραση για την περιστροφή αυτών των μαγνητικών διαταραχών, χρησιμοποιούμε μια αντίστροφη προσέγγιση: κοιτάμε την μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα σε μια επιφάνεια S , με περιφέρεια ∂S , που κινείται μέσα στο πλάσμα με ταχύτητα \mathbf{v}_{MHD} .

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \oint_{\partial S} (\mathbf{v}_{MHD} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (3.54)$$

Σε ένα ιδανικό πλάσμα που διατηρεί την ροή η $\frac{d\Phi}{dt}$ είναι μηδέν. Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Faraday $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$ και τον γενικό νόμο του Ohm (3.11) $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{1}{n_e} (\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p_e) - \frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$, $\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e$ και \mathbf{R}_e παραλήφθηκαν – η εξίσωση (3.54) μπορεί να ξαναγραφτεί ως [31]:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \oint_{\partial S} (\mathbf{v} + \mathbf{v}_e^* - \mathbf{v}_{MHD}) \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (3.55)$$

όπου $\mathbf{v}_e^* = -\frac{\mathbf{j}_e^*}{ne} = \frac{1}{en} \frac{\nabla p_e \times \mathbf{B}}{B^2}$ είναι η διαμαγνητική μετατόπιση των ηλεκτρονίων. Η εξίσωση (3.55) υπονοεί ότι $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ αν το MHD mode μετακινείται με μια κάθετη ταχύτητα $\mathbf{v}_{MHD} = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_e^*$.

Το να μετρηθεί η MHD ταχύτητα είναι μάλλον πολύπλοκο, οπότε συνήθως μετράμε την συχνότητα MHD, δηλαδή την συχνότητα των διακυμάνσεων στις μετρήσεις ECE ή reflectometry. Όταν τα πολοειδή και τοροειδή mode νούμερα m και n είναι γνωστά, όμως, βρίσκεται η ακό-

λουθη σχέση ανάμεσα στην ταχύτητα του πλάσματος, την διαμαγνητική μετατόπιση των ηλεκτρονίων και την MHD συχνότητα:

$$\begin{aligned}
 f_{MHD} &= \frac{nv_{\varphi, MHD}}{2\pi R_0} + \frac{mv_{\theta, MHD}}{2\pi r} \\
 f_{MHD} &\approx \frac{nv_{\varphi}}{2\pi R_0} + \frac{mv_{\theta}}{2\pi r} + \frac{mv_{\theta e}^*}{2\pi r}, \quad \text{επειδή: } \frac{nv_{\varphi e}^*}{2\pi R_0} \ll \frac{mv_{\theta e}^*}{2\pi r} \\
 f_{MHD} &\approx \frac{nv_{\varphi}}{2\pi R_0} + \frac{mv_{\theta}}{2\pi r} + f_e^*
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

Η διαμαγνητική συχνότητα του ηλεκτρονίου είναι:

$$f_e^* = \frac{m}{2\pi r} \frac{B_{\varphi}}{n_e e B^2} \frac{dp_e}{dr} \approx \frac{m}{2\pi r} \frac{1}{n_e e B_{\varphi}} \frac{dp_e}{dr} \tag{3.57}$$

Συζητήσεις για την επιρροή της v_{θ} στην εξίσωση (3.56) υποδεικνύουν ότι ο πολοειδής όρος μπορεί να αγνοηθεί λόγω της μεγάλης απόσβεσης της πολοειδούς ροής και της δυσκολίας να συσχετιστεί η μη ομοιόμορφη πολοειδής ταχύτητα με την πολοειδή συχνότητα [34]. Οπότε η εξίσωση (3.56) μπορεί να απλοποιηθεί σε:

$$f_{MHD} = n \frac{v_{\varphi}}{2\pi R_0} + f_e^* \tag{3.58}$$

Όταν ένα μαγνητικό νησί είναι παρόν στο πλάσμα, και είναι γνωστό το τοροειδές mode νούμερό του n , τότε η τοροειδής ταχύτητα του πλάσματος v_{φ} μπορεί να παραχθεί από την διαμαγνητική συχνότητα f_e^* και την μετρήσιμη MHD συχνότητα f_{MHD} .

Κεφάλαιο 4

Εξωτερική παρέμβαση – Κύματα

4.1 Εισαγωγή

Προκειμένου να θερμάνουμε το πλάσμα σε θερμοκρασίες κατάλληλες για να ξεκινήσει η θερμοπυρηνική σύντηξη αλλά και για να οδηγήσουμε ρεύματα που απαιτούνται για την συγκράτηση ή την σταθεροποίηση των μακροσκοπικών τρόπων (macroscopic modes), παρεμβαίνουμε εξωτερικά με χρήση κυμάτων ή εγχυτήρων ουδέτερων στοιχείων (NBI). Τα κύματα παίζουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο στην ανώμαλη μεταφορά θερμικών και υπερθερμικών σωματιδίων.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε και θα περιγράψουμε τις διαφορετικές μεθόδους εξωτερικής παρέμβασης στο πλάσμα για θέρμανση και οδήγηση ρεύματος. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την μεταφορά ορμής που προκαλείται από την αλληλεπίδραση κυμάτων – σωματιδίων. Η μεταφορά ορμής από την αλληλεπίδραση των ουδέτερων σωματιδίων με το πλάσμα συζητήθηκε λεπτομερώς στο προηγούμενο κεφάλαιο.

4.2 Θέρμανση και παραγωγή ρεύματος.

4.2.1 Εισαγωγή – Ωμική λειτουργία – Επιπλέον θέρμανση

Το κριτήριο Lawson, το οποίο εκφράζει τους περιορισμούς στις παραμέτρους του πλάσματος για την παραγωγή ενέργειας από θερμοπυρηνική σύντηξη, απαιτεί μια θερμοκρασία 10 με 20keV. Για να επι-

τευχθούν αυτές οι πολύ υψηλές θερμοκρασίες (μερικές εκατοντάδες εκατομμύρια βαθμοί), είναι απαραίτητο να θερμάνουμε το πλάσμα.

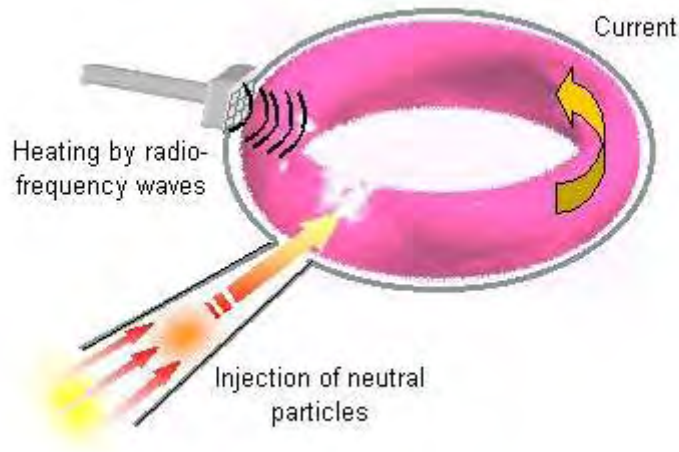
Ωμική λειτουργία

Ο πρώτος φυσικός μηχανισμός θέρμανσης είναι το φαινόμενο Joule, το οποίο σχετίζεται με την ροή ρεύματος μέσα στο πλάσμα, απαραίτητο για να δημιουργηθεί η μαγνητική διαμόρφωση του tokamak. Όπως το νήμα ενός ηλεκτρικού λαμπτήρα θερμαίνεται όταν περάσει ρεύμα μέσα από αυτό, έτσι και το πλάσμα θα αυξήσει την θερμοκρασία του κάτω από την επίδραση ενός μεγάλου ρεύματος (της τάξεως των Mega Ampere). Δυστυχώς, αυτό το φαινόμενο, ανάλογο της αντίστασης του πλάσματος, η οποία τείνει να καταρρέει όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, φτάνει σε κορεσμό και επιτρέπει να φτάσουμε μόνο σε περιορισμένες θερμοκρασίες (περίπου 10 εκατομμύρια βαθμοί). Αυτή η φυσική θερμική λειτουργία ονομάζεται ωμική λειτουργία, από την μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής αντίστασης, το Ω .

Επιπλέον θέρμανση

Επομένως, για να φτάσουμε τις απαιτούμενες θερμοκρασίες, καταφεύγουμε σε επιπλέον συστήματα θέρμανσης. Αυτά κατηγοριοποιούνται σε δύο κύριες οικογένειες:

- Θέρμανση με έγχυση ουδέτερων σωματιδίων υψηλής ενέργειας, η οποία περιλαμβάνει την θέρμανση του πλάσματος χρησιμοποιώντας τις συγκρούσεις ανάμεσα στα σωματίδια υψηλής ενέργειας που εισάγονται και στα σωματίδια του πλάσματος.
- Θέρμανση με κύματα ραδιοσυχνότητας, η οποία περιλαμβάνει σύζευξη του πλάσματος με ένα κύμα σε μια επιλεγμένη συχνότητα, έτσι ώστε να είναι σε συντονισμό με μια κατηγορία σωματιδίων του πλάσματος (δλδ. στην ίδια συχνότητα) και επομένως ικανό να μεταφέρει ενέργεια σε αυτά, κάπως σαν τον φούρνο μικροκυμάτων που θερμαίνει ένα πιάτο αναταράσσοντας τα μόρια του νερού του.



Εικόνα 4.1: Μέθοδοι εξωτερικής παρέμβασης

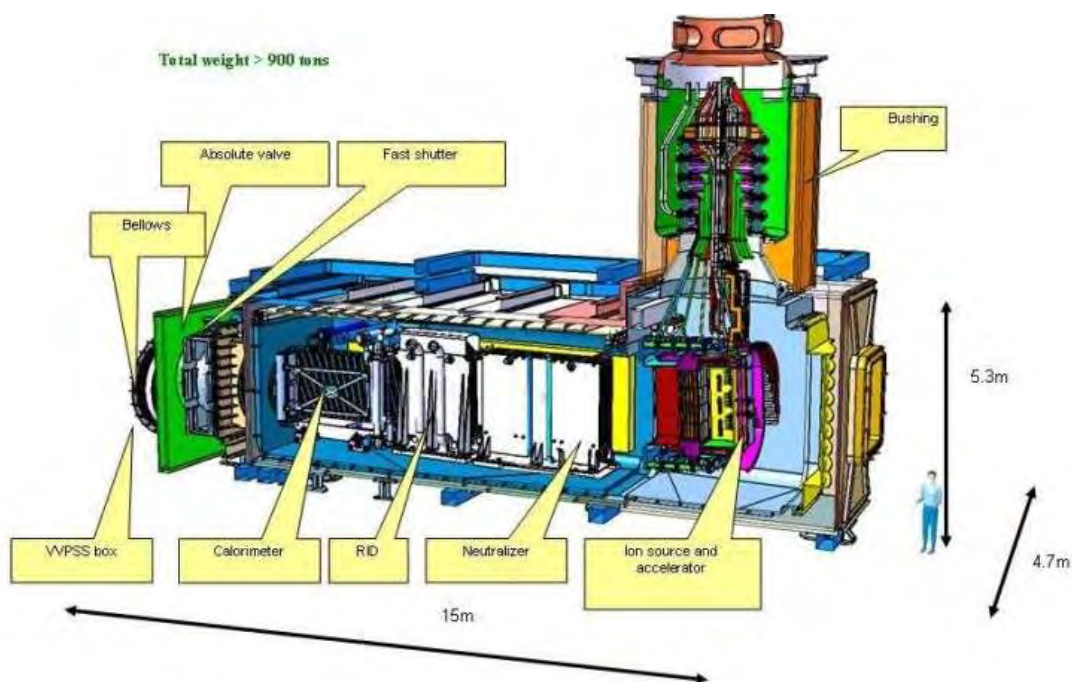
4.2.2 Θέρμανση με έγχυση ενεργητικών σωματιδίων

Για να αποκτήσουμε σωματίδια υψηλής ενέργειας, η τεχνική είναι να χρησιμοποιήσουμε δυνατά ηλεκτρικά πεδία για να επιταχύνουμε μια δέσμη φορτισμένων σωματιδίων (ιόντα δευτερίου). Ωστόσο, αυτά τα φορτισμένα σωματίδια δεν μπορούν να μπουν στο tokamak έτσι όπως είναι, αφού, αν η μαγνητική διαμόρφωση παγιδεύει τα φορτισμένα σωματίδια μέσα στην μηχανή, επίσης αποτρέπει φορτισμένα σωματίδια από το εξωτερικό περιβάλλον να μπουν. Επομένως, πρέπει πρώτα να κάνουμε την δέσμη ουδέτερη πριν την εισάγουμε στην εκκένωση, εξ' ου και το όνομα του ουδέτερου εγχυτή που δόθηκε στο σύστημα. Ένας ουδέτερος εγχυτής, λοιπόν, αποτελείται από τρία βασικά μέρη:

- μια πηγή ιόντων
- έναν επιταχυντή
- έναν ουδετεροποιητή

Όσον αφορά τον ITER προβλέπονται μέχρι στιγμής δύο NBIs. Ένας τρίτος θα χρησιμοποιηθεί για διαγνωστικούς σκοπούς.

Πριν από την έγχυση, τα άτομα δευτερίου πρέπει να επιταχυνθούν έξω από το tokamak μέχρι να φτάσουν κινητική ενέργεια 1 Μέγα Ηλεκτρονιοβόλτ (MeV). Μόνο άτομα με θετικό ή αρνητικό φορτίο μπορούν να επιταχυνθούν από ηλεκτρικό πεδίο. Γι αυτό τον λόγο ηλεκτρόνια πρέπει να απομακρυνθούν από τα ουδέτερα άτομα για να δημιουργηθούν θετικά φορτισμένα ιόντα. Στην συνέχεια, πριν από την έγχυση στο πλάσμα σύντηξης, η διαδικασία πρέπει να αντιστραφεί, διαφορετικά τα ηλεκτρικά φορτισμένα ιόντα θα εκτραπούν από το μαγνητικό πεδίο στο «κλουβί» του πλάσματος. Στα NBI συστήματα τα ιόντα περνάνε μέσα από ένα κελί που περιέχει αέριο κι εκεί ανακτούν το χαμένο τους ηλεκτρόνιο και μπορούν να εισαχθούν σαν γρήγορα ουδέτερα στοιχεία μέσα στο πλάσμα.



Εικόνα 4.2: Όλα έχουν να κάνουν με την κινητική ενέργεια. Ο NBI επιταχύνει γρήγορα ουδετεροποιημένα σωματίδια δευτερίου μέσα στο πλάσμα.

4.2.3 Θέρμανση με ραδιοκύματα

Όπως και σε άλλα ρευστά, όπως ο αέρας ή το νερό, όλα τα είδη κυμάτων μπορούν να διαδίδονται μέσα στο πλάσμα. Αυτό αποτελεί ένα πολύ μεγάλο πεδίο στην φυσική πλάσματος, αφού υπάρχει ένας τεράστιος αριθμός δυνατοτήτων που εξαρτώνται από την φύση του κύματος (συχνότητα, πόλωση...) και από τις ιδιότητες του πλάσματος (πυκνότητα, θερμοκρασία...). Στην γενικότητα, τα κύματα κατατάσσονται σε οικογένειες σύμφωνα με την συχνότητα και την διεύθυνση διάδοσης σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο (παράλληλη ή κάθετη). Σύμφωνα με το τελευταίο, τα κύματα μπορεί να είναι διαδιδόμενα ή αποσβενήμενα (propagative or evanescent), μπορούν να ανακλώνται ή να αλλάζουν πόλωση, μπορούν να αλλάζουν πλάτος με την πάροδο του χρόνου ή μπορούν να μεταφέρουν ενέργεια στο πλάσμα. Αυτή την τελευταία ιδιότητα την χρησιμοποιούμε για να θερμάνουμε το πλάσμα με ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συγκεκριμένα επιλεγμένα χαρακτηριστικά.

Υπάρχουν δύο βασικοί μηχανισμοί που επιτρέπουν στο πλάσμα να κερδίσει ενέργεια από ένα κύμα: απορρόφηση κυκλοτρονικού τύπου και απορρόφηση τύπου Landau. Και στις δύο περιπτώσεις η αλληλεπίδραση κύματος – σωματιδίου είναι συντονισμένη, δηλ. πάλλονται με την ίδια συχνότητα.

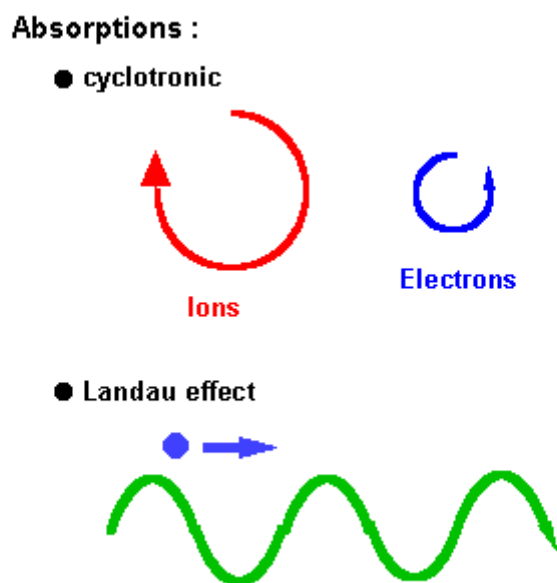
Στην περίπτωση της κυκλοτρονικής απορρόφησης, κάποιος μεταφέρει ενέργεια στο πλάσμα με ένα κύμα σε μια συχνότητα σε συντονισμό με την συχνότητα περιστροφής ενός είδους (ιόντα ή ηλεκτρόνια) στην τροχιά του γύρω από τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου.

Στην περίπτωση της απορρόφησης Landau κάποιος μεταφέρει ενέργεια στο πλάσμα με ένα κύμα σε συντονισμό με έναν πληθυσμό σωματιδίων, με τέτοιο τρόπο ώστε κύμα και σωματίδιο να έχουν σχεδόν την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Η κατάσταση τότε μπορεί πάνω κάτω να συγκριθεί με την κατάσταση ενός σέρφερ, που κινείται με την ίδια ταχύτητα με το κύμα και επωφελείται από αυτήν.

- **Παραγωγή ρεύματος**

Εκτός από την θέρμανση του πλάσματος, τα κύματα επίσης επιτρέπουν την δημιουργία ρεύματος. Πράγματι, σε μια διαμόρφωση tokamak ένα ρεύμα που ρέει στο πλάσμα χρησιμοποιείται για να δημιουργηθεί η πολοειδής συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου που περιορίζει το πλάσμα.

Αυτό το ρεύμα προκαλείται από μόνο του από τον μετασχηματιστή ισχύος στον οποίο το πλάσμα είναι δευτερεύον από ένα πρωτεύον κύκλωμα που έχει περιορισμένη χωρητικότητα. Όταν το πρωτεύον κύκλωμα έχει αδειάσει, δεν υπάρχει πλέον ρεύμα στο πλάσμα και επομένως δεν υπάρχει πλέον πολοειδές μαγνητικό πεδίο και άρα ούτε συγκράτηση: είναι το τέλος της εκκένωσης. Στα περισσότερα tokamak που το τοροειδές μαγνη-



Εικόνα 4.3: Απορροφήσεις: κυκλοτρονική και Landau

τικό πεδίο παράγεται από τυπικούς χάλκινους μαγνήτες, το τοροειδές σύστημα αποτελεί περιορισμό. Επομένως βλέπουμε το ενδιαφέρον στην παραγωγή ρεύματος στο πλάσμα με άλλες μεθόδους εκτός από τον μετασχηματισμό ισχύος: αυτό αποκαλείται μη-επαγωγική παραγωγή ρεύματος.

Για να οδηγηθούμε από τη θέρμανση στην επαγωγή ηλεκτρικού ρεύματος στο πλάσμα, πρέπει να προσδοθεί κατευθυντικότητα στο κύμα, ώστε να επέλθει συντονισμός μόνο με σωματίδια που κινούνται στην επιθυμητή κατεύθυνση. Έχουμε μεταφορά ώθησης στην τοροειδή διεύθυνση η οποία επάγει το ρεύμα (εφόσον υπάρχουν "περισσότερα" φορτισμένα σωματίδια που κινούνται προς μία κατεύθυνση).

NB: Μπορούμε επίσης να καταφέρουμε δημιουργία ρεύματος χρησιμοποιώντας θέρμανση με έγχυση ενεργητικών σωματιδίων, κατευθύνοντας την δέσμη κατάλληλα για να μεταδώσει ώθηση στα σωματίδια του πλάσματος στην τοροειδή διεύθυνση.

- **Οι μεγάλες οικογένειες της θέρμανσης με ραδιοκύματα**

Υπάρχουν τρεις μεγάλες οικογένειες θέρμανσης, καταταγμένες σύμφωνα με το εύρος της συχνότητας:

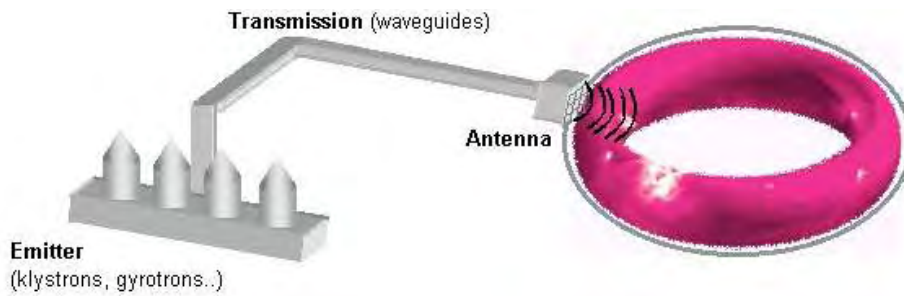
- Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ιόντος (ion cyclotron frequency FCI): μερικές δεκάδες ΜεγαΧερτζ (MHz)
- Θέρμανση στην υβριδική συχνότητα: μερικά ΓιγαΧερτζ (GHz)
- Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ηλεκτρονίου (electron cyclotron frequency FCE): περίπου εκατό GHz

Επιπλέον κατηγορία:

- Θέρμανση με κύματα Alfvén

Κάθε είδος θέρμανσης έχει τις δικές της εφαρμογές και είναι ικανή να παρέχει διαφορετικά αποτελέσματα (θέρμανση ή δημιουργία ρεύματος) ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποιείται.

Σε κάθε περίπτωση το κύμα παράγεται από διαφορετικά συστήματα σύμφωνα με την συχνότητα, μετά διαδίδεται στο tokamak από προσεκτικά κλιμακωμένες γραμμές μεταφοράς και μετά γίνεται η σύζευξη με το πλάσμα μέσω μιας κεραίας τοποθετημένης μέσα στον θάλαμο κενού. Εκτός από τα προβλήματα με τα υλικά που θέτουν αυτά τα ευαίσθητα ηλεκτροτεχνικά συστήματα, η δυσκολία έγκειται στη σύζευξη του κύματος με το πλάσμα περιλαμβάνοντας περίπλοκες φυσικές διαδικασίες και απαιτώντας κατάλληλο χειρισμό στην άκρη του πλάσματος.



Εικόνα 4.4: Παραγωγή και μεταφορά κυμάτων στο πλάσμα.

4.2.3.1 Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ιόντος (Ion Cyclotron Resonance Heating (ICRH))

Αυτό το σύστημα θέρμανσης χρησιμοποιεί ένα γρήγορο κύμα το οποίο κυρίως διαδίδεται κάθετα στις επιφάνειες του μαγνητικού πεδίου με μια συχνότητα κοντά στην συχνότητα περιστροφής ενός από τους πληθυσμούς ιόντων (μερικές δεκάδες MHz, ανταποκρινόμενη σε μήκος κύματος μερικών δεκατόμετρων). Συγκεκριμένα στον ITER προβλέπεται μια δέσμη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας υψηλής έντασης με συχνότητα 30 έως 50MHz . Η συχνότητα περιστροφής εξαρτάται από:

- τη μάζα του εν λόγω ιόντος, το οποίο βοηθάει στο να είμαστε επιλεκτικοί με τα ιόντα που θέλουμε να διεγείρουμε,
- αλλά και από το μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση πέφτει από το εσωτερικό προς το εξωτερικό του tokamak, επιτρέποντας τοποθέτηση της περιοχής όπου θέλουμε να βάλουμε την ενέργεια προσαρμόζοντας την συχνότητα του κύματος.

Δυστυχώς συντονισμένη κυκλοτρονική απορρόφηση δεν είναι δυνατή σε ένα πλάσμα με ένα μοναδικό συστατικό ιόντων (φαινόμενο του πετάσματος – screening effect). Οπότε, καταφεύγουμε σε ένα σενάριο κυκλοτρονικής θέρμανσης μειοψηφίας ιόντων (minority ion cyclotron heating), το οποίο περιλαμβάνει την χρήση ενός πλάσματος με πλειονότητα ιόντων δευτερίου και ένα μικρό ποσοστό ιόντων υδρογόνου. Τότε προσαρμόζουμε την συχνότητα στο υδρογόνο που έχει μικρότερη μάζα από αυτή του δευτερίου και το κύμα απορροφάται σε μεγάλο βαθμό από τα ιόντα υδρογόνου, των οποίων η ενέργεια αυξάνεται κατά αρκετές εκατοντάδες eV με κάθε πέρασμα της τροχιάς τους από την ζώνη συντονι-

σμού. Μετά μεταφέρουν την ενέργειά τους στα ηλεκτρόνια μέσω συγκρούσεων, τα οποία με την σειρά τους θερμαίνουν τα ιόντα δευτερίου.

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές. Μπορούμε να επιλέξουμε να προσαρμόσουμε την συχνότητα σε μια πολλαπλή κυκλοτρονική συχνότητα ιόντων, που περιγράφεται ως αρμονική κυκλοτρονική θέρμανση. Στην πράξη χρησιμοποιείται η δεύτερη αρμονική. Όταν δεν υπάρχουν είδη ιόντων στην μειονότητα, μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε τον επονομαζόμενο ιόν -ιόν υβριδικό συντονισμό όπου υπάρχει μετατροπή του κύματος για να θερμανθούν τα ηλεκτρόνια, η οποία περιγράφεται ως θέρμανση με λειτουργία μετατροπής.

Ας εξετάσουμε λίγο την γραμμικότητα αυτών των κυμάτων. Το κύμα προκαλεί μια μικρή μόνο διαταραχή στην τροχιά του σωματιδίου, επειδή το μαγνητικό πεδίο των ραδιοκυμάτων είναι πολύ μικρότερο από το στατικό πεδίο και το ηλεκτρικό πεδίο είναι πολύ μικρότερο από το $\mathbf{v} \times \mathbf{b}$ πεδίο που σχετίζεται με την θερμική κίνηση του φορτισμένου σωματιδίου. Η διαταραχή της παράλληλης κίνησης είναι επίσης μικρή, όπως θα δείξουμε παρακάτω.

Η εξίσωση της κίνησης ενός σωματιδίου σε ένα πεδίο ραδιοσυχνότητας, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}$ (θερμικό συν την διαταραχή)

$$m \left(\frac{d\mathbf{v}_0}{dt} + \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right) = Ze(\mathbf{E} + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.1)$$

Αν αφαιρέσουμε το κομμάτι που περιγράφει την μη-διαταραγμένη κυκλοτρονική κίνηση

$$m \left(\frac{d\mathbf{v}_0}{dt} \right) = Ze\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (4.2)$$

Οδηγούμαστε στην εξίσωση της κίνησης με διαταραχή

$$m\left(\frac{dv}{dt}\right) = Ze(E + v_0 \times B + v \times B_0 + v \times B) \quad (4.3)$$

Θεωρώντας το $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ αμελητέο, οδηγούμαστε σε μια εξίσωση γραμμική ως προς το πλάτος του πεδίου διαταραχής

$$m\left(\frac{dv}{dt}\right) = Ze(E + v_0 \times B + v \times B_0) \quad (4.4)$$

Τώρα μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση της διόρθωσης της παράλληλης ομοιόμορφης κίνησης εξαιτίας του πεδίου ραδιοσυχνότητας. Παίρνοντας $\frac{d}{dt} = \omega_{ci}$ και την παράλληλη συνιστώσα της (4.3) έχουμε για ένα ιόν

$$m\omega_{ci}v_{\parallel} = Ze \left[E_{\parallel} + (v_0 \times B)_{\parallel} \right] \Rightarrow v_{\parallel} \approx \left| \frac{E_{\parallel}}{B_0} \right| \approx V_{rf} \left| \frac{B_{RF}}{B_0} \right| \quad (4.5)$$

Παρόλο που η (4.4) είναι γραμμική όσον αφορά τα πεδία, δεν είναι για τα \mathbf{r} και \mathbf{v} . Για το \mathbf{r} βλέπουμε ότι τα πεδία ραδιοσυχνότητας προκαλούν μικρή διαταραχή στις τροχιές των σωματιδίων κι έτσι μπορούμε να αγνοήσουμε τις διαταραχές και να γράψουμε

$$E(\mathbf{r}) \approx E(\mathbf{r}_0), \quad B(\mathbf{r}) \approx B(\mathbf{r}_0) \quad (4.6)$$

Αυτό υποδεικνύει ότι η εξίσωση που καθορίζει την ταχύτητα διαταραχής είναι

$$m\left(\frac{dv}{dt}\right) = Ze(v_0 \times B(\mathbf{r}_0) + v \times B_0 + E(\mathbf{r}_0)) \quad (4.7)$$

η οποία είναι μια γραμμική εξίσωση που μπορεί να λυθεί ρητά. Εφαρμόζοντας μια μικρή επέκταση της ακτίνας Larmor, μπορούμε να βρούμε την γενική συνθήκη συντονισμού

$$\omega - n\omega_c - k_{\parallel} v_{\parallel} = 0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.8)$$

Για $n=0$

Οι μηχανισμοί απορρόφησης στο πλάσμα σε αυτή την περίπτωση οι «Transit Time Magnetic Pumping» και «Landau Damping». Ανταποκρίνονται στην παράλληλη επιτάχυνση και είναι σημαντικές για εφαρμογές οδήγησης ρεύματος.

Για $n>0 \rightarrow n=1, 2, \dots$

Αφορά τους συντονισμούς λόγω της αριστερής συνιστώσας του πεδίου. Για $n=1$ έχουμε τον θεμελιώδη κυκλοτρονικό συντονισμό $\omega = \omega_c + k_{\parallel} v_{\parallel}$. Το κύμα επιταχύνει τα σωματίδια όταν βρίσκεται σε φάση με την συχνότητά τους. Σε υψηλότερες αρμονικές ($n=2, 3, \dots$) το κύμα επιταχύνει τα σωματίδια σύμφωνα με την διάδοσή του και πάλι να είναι σε φάση με τα σωματίδια.

Για $n<0 \rightarrow n=-1, -2, \dots$

Αφορά τους συντονισμούς λόγω της δεξιάς συνιστώσας του πεδίου. Αυτός ο μηχανισμός είναι βασικός μόνο σε υψηλής ενέργειας ουρές που δημιουργούνται από την εισαγωγή ενέργειας μέσω ραδιοκυμάτων ή ουδέτερων σωματιδίων.

Η σύζευξη του κύματος με το πλάσμα παραμένει ένα ευαίσθητο σημείο. Το σύστημα πρέπει τελικά να προσαρμοστεί για να αποκτήσει τον σωστό συντονισμό. Η κεραία είναι κάτι σαν το συντονισμένο κομμάτι ενός κυκλώματος RLC, που ενώνει την πηγή ισχύος και το πλάσμα. Η πυκνότητα του πλάσματος μπροστά στην κεραία είναι κρίσιμη. Αν είναι πολύ μικρή, το κύμα δεν μπορεί να περάσει. Η ισχύς τότε ανακλάται προς τον πομπό, αντί να μεταδίδεται στο πλάσμα, κάτι το οποίο μπορεί να είναι βλαπτικό. Ένα σύστημα ασφαλείας εξετάζει την λειτουργία και κόβει την ισχύ του πομπού σε περίπτωση μη σωστής σύζευξης. Άλλα πολύπλοκα συστήματα έχουν αναπτυχθεί έτσι ώστε η κεραία να μπορεί να προσαρμόζεται σε μικρές μεταβολές της πυκνότητας (λόγω των διακυ-

μάνσεων που συνδέονται με την τύρβη ή χάσιμο του ελέγχου του πλάσματος).

4.2.3.2 Θέρμανση στην υβριδική συχνότητα

Σε αυτόν τον τομέα συνυπάρχουν δύο κύματα, τα γρήγορα και τα αργά κύματα. Προκειμένου να αποσυζευχθούν και να διαδοθούν μέσα στο πλάσμα, πρέπει να προέρχονται από έναν προωθητή σχεδιασμένο να εκτοξεύει κύματα με παράλληλο μήκος κύματος μικρότερο από

$$\lambda_{\parallel} = \frac{c}{N_c f} \quad (4.9)$$

Έτσι λοιπόν, αυξάνοντας την συχνότητα λίγο πάνω από τον LH συντονισμό, φτάνουμε στην περιοχή των χαμηλών υβριδικών συχνοτήτων, η οποία χρησιμοποιεί ένα αργό κύμα, όπως λέγεται, μερικών GHz (που ανταποκρίνεται σε μήκη κύματος μερικών εκατοστών, τα οποία επομένως είναι κοντά σε σχέση με τις διαστάσεις του πλάσματος). Η πρώτη χρήση αυτού του κύματος ήταν για να φτάσουμε στις συνθήκες όπου το κύμα συναντά τον χαμηλό υβριδικό συντονισμό στο ταξίδι του μέσα στο πλάσμα. Η υβριδική θέρμανση αποδείχθηκε πλέον ακατάλληλη και δεν χρησιμοποιείται πλέον στα tokamak.

Από την άλλη πλευρά, το χαμηλό υβριδικό κύμα έχει ένα ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο στο μαγνητικό πεδίο, κάνοντάς το έναν καλό υποψήφιο για να επιταχύνει ηλεκτρόνια στην τοροειδή διεύθυνση με απορρόφηση Landau. Επομένως, το χρησιμοποιούμε για την δημιουργία ρεύματος προκαλώντας διαφορά φάσης ανάμεσα στους διάφορους κυματοδηγούς που μπαίνουν στο πλάσμα, ώστε να δημιουργηθεί ένα κύμα με δυσμετρικό τοροειδές φάσμα. Το κύμα κάνει σύζευξη με την παράλληλη κίνηση των ηλεκτρονίων και πιο συγκεκριμένα των πολύ ενεργητικών ηλεκτρονίων που υπάρχουν φυσικά σε μια πολύ μικρή ποσότητα στην εκκένωση. Αυτά τα υπερθερμικά ηλεκτρόνια το απορροφούν με δύναμη (με τόση δύναμη που το κύμα μερικές φορές έχει πρόβλημα στο να φτάσει στον πυρήνα του πλάσματος). Οπότε, το κύμα τείνει να δημιουργήσει αυτόν τον υπερθερμικό πληθυσμό: προσοχή για ζημιά στα συστατικά που

αντιμετωπίζει το πλάσμα (The components forming the first wall encountered by the plasma are called "plasma facing components"), αν δεν ελέγχεται σωστά. Επιπλέον, ακόμα κι αν δεν απορροφηθεί τόσο γρήγορα, αυτό το είδος κύματος συναντά δυσκολία στο να διαδοθεί μέσα στα πλάσματα που έχουν πολύ μεγάλη πυκνότητα ή είναι πολύ θερμά. Για αυτούς τους λόγους, το υβριδικό κύμα είναι ένας καλός υποψήφιος για δημιουργία ρεύματος στην περιφερειακή περιοχή των πλασμάτων σε έναν αντιδραστήρα. Από την άλλη πλευρά, εξαιτίας της άμεσης και έντονης απορρόφησης από τα ηλεκτρόνια, η απόδοση της παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος (δλδ. η ποσότητα του ρεύματος που παράγεται ανά μονάδα ισχύος) του υβριδικού κύματος είναι από τις καλύτερες.

Παράλληλα, σε πειράματα που γίνονται τώρα, η υβριδική θέρμανση χρησιμοποιείται για βελτίωση της συγκράτησης του πλάσματος, LHEP (Lower Hybrid Enhanced Performance) διαμορφώνοντας το προφίλ του ρεύματος j μέσα στο πλάσμα. Το ρεύμα που παράγεται από το υβριδικό κύμα, εντοπισμένο στο μέσο της ακτίνας του tokamak, προστίθεται στο ήδη υπάρχον ρεύμα, πηγαίνοντας από L mode σε LHEP mode.

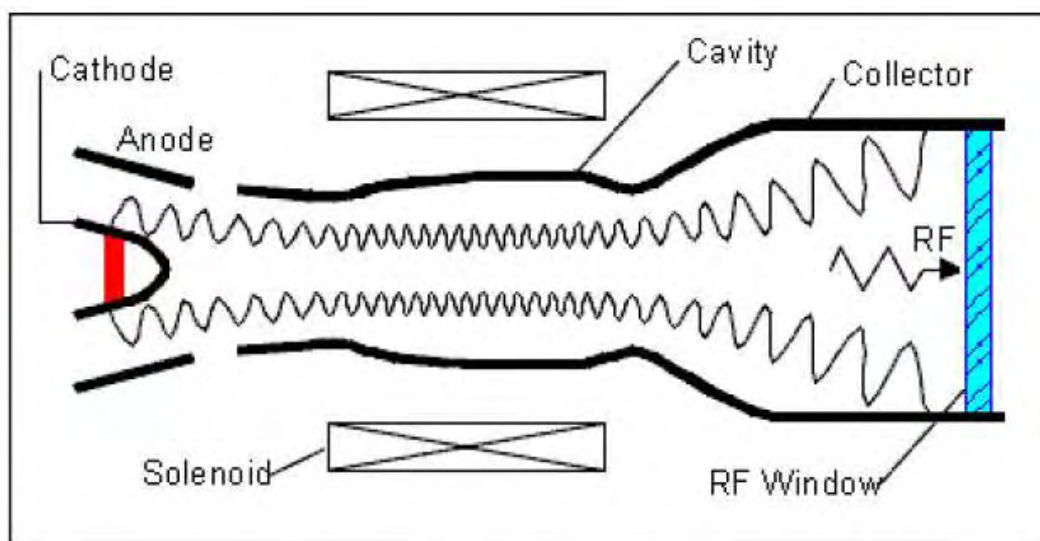
4.2.3.3 Θέρμανση στην κυκλοτρονική συχνότητα ηλεκτρονίου (Electron Cyclotron Resonance Heating (ECRH))

Στον ITER το ECRH χτυπά τα ηλεκτρόνια στο πλάσμα με μια δέσμη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας υψηλής έντασης με μια συχνότητα $\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e} 100$ έως 200GHz, την συχνότητα συντονισμού των ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια με την σειρά τους μεταφέρουν την απορροφημένη ενέργεια στα ιόντα μέσω συγκρούσεων. Δύο μοντέλα διάδοσης είναι πιθανά για αυτό το είδος κύματος, που διαδίδονται κάθετα προς τις μαγνητικές επιφάνειες: ο O τρόπος (O mode) που έχει ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο στο μαγνητικό πεδίο του tokamak και ο X τρόπος (X mode) που έχει ηλεκτρικό πεδίο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο του tokamak.

Όπως σε κάθε περίπτωση της κυκλοτρονικής θέρμανσης ιόντος, η αλληλεπίδραση λαμβάνει χώρα όταν το ηλεκτρόνιο διασχίζει ένα στρώμα συντονισμού, που καθορίζεται από την συχνότητα που χρησιμοποιείται και εξαρτάται από το μαγνητικό πεδίο. Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε αρμονική θέρμανση. Το πλεονέκτημα αυτού του είδους της

θέρμανσης είναι ότι το χρησιμοποιούμε για να εναποθέσουμε θερμότητα σε πολύ συγκεκριμένα σημεία στο πλάσμα, το οποίο λειτουργεί ως μηχανισμός για να ελαχιστοποιηθεί η δημιουργία διαφόρων ασταθειών που οδηγούν στην ψύξη του πλάσματος. Σε αντίθεση με ICRH σύστημα, το ECRH έχει το πλεονέκτημα ότι η δέσμη μπορεί να διαδοθεί μέσα από τον αέρα το οποίο απλοποιεί το σχέδιο και επιτρέπει στην πηγή να βρίσκεται μακριά από το πλάσμα, απλοποιώντας την συντήρηση.

Η ανάγκη για υψηλής ισχύος πηγές ραδιοκυμάτων υψηλών ενεργειών οδήγησε στην χρήση και την βελτίωση ήδη υπαρχουσών πηγών ραδιοκυμάτων. Υψηλής ισχύος ECRF παρέχεται από ισχυρά γυροτρόνια. Σε ένα γυροτρόνιο τα ηλεκτρόνια κινούνται ελικοειδώς ως προς το μαγνητικό πεδίο που παράγεται στην κοιλότητα ταλάντωσης και κατά τη διαδικασία ομαδοποιούνται σε δέσμες αζιμουθιακά παράγοντας ένα υψηλής ισχύος πεδίο ραδιοσυχνότητας καθώς κινούνται μέσα στον θάλαμο ταλάντωσης. Το σχέδιο του ITER περιλαμβάνει και την δημιουργία ενός 1MW γυροτρονίου που θα λειτουργεί στα 170GHz με διάρκεια παλμού περισσότερο από 500sec.



Εικόνα 4.5: Γυροτρόνιο

4.2.3.4 Θέρμανση με κύματα Alfvén

Τα κύματα Alfvén είναι ταλαντώσεις χαμηλότερης συχνότητας σε σύγκριση με την κυκλοτρονική συχνότητα ιόντος. Η πυκνότητα μάζας

των ιόντων παρέχει την αδράνεια και η ένταση των γραμμών του μαγνητικού πεδίου παρέχουν τη δύναμη επαναφοράς. Το κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, αν και τα κύματα υπάρχουν σε πλάγια επίπτωση και αλλάζουν ομαλά σε μαγνητοηχητικό κύμα, όταν η διάδοση είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο.

Στην φυσική πλάσματος ο χρόνος Alfvén τ_A είναι μια σημαντική χρονική παράμετρος για φαινόμενα που περιλαμβάνουν κύματα. Σχετίζεται με την ταχύτητα Alfvén ως

$$\tau_A = \frac{a}{v_A} \quad (4.10)$$

όπου a είναι η χαρακτηριστική κλίμακα του συστήματος και συγκεκριμένα στο tokamak, με το οποίο ασχολούμαστε, είναι η μικρότερη ακτίνα.

Το κύμα Alfvén, το οποίο προκαλεί συμπίεση, εκτοξεύεται μέσα στο πλάσμα και μόλις φτάσει τον συντονισμό Alfvén, παράγονται συνεστραμμένα κύματα (shear waves), τα οποία διασκορπίζονται πάνω στη μαγνητική επιφάνεια. Έχει αποδειχθεί ότι τα κύματα Alfvén παράγουν λίγη θέρμανση, αλλά αυξάνουν την πυκνότητα του πλάσματος και κατά συνέπεια γίνονται μελέτες για λόγους φραγμού της μεταφοράς.

Παραγωγή περιστροφής πλάσματος σε ένα tokamak με κυκλοτρονική απορρόφηση ιόντος των γρήγορων κυμάτων Alfvén

Στο σημείο αυτό θα κάνουμε μια μικρή παρένθεση με μια εισαγωγή στον ρόλο των κυμάτων Alfvén για τη δημιουργία περιστροφής πλάσματος. (Στην επόμενη ενότητα θα περιγράψουμε λεπτομερώς πώς τα κύματα αλληλεπιδρούν με τα σωματίδια και τη διαδικασία μεταφοράς της ορμής.) Θα παρουσιάσουμε εν συντομία μια μελέτη, η οποία διαφέρει από προηγούμενα θεωρητικά μοντέλα, αφού λαμβάνει υπόψη τη γωνιακή ορμή, το ρόλο των ακτινικών ρευμάτων που σχετίζονται με την διάχυση των ενεργητικών ιόντων και την χρήση μιας εξίσωσης μεταφοράς διάχυσης για την περιγραφή της απόκρισης του πλάσματος στις ροπές.

Ο έλεγχος της περιστροφής του πλάσματος σε ένα tokamak μας παρέχει μια μέθοδο καταστολής συγκεκριμένης κλίμακας τυρβώδους

μεταφοράς μέσω συστροφής της ταχύτητας (velocity shear). Επίσης βοηθά στη σταθεροποίηση μεγάλης κλίμακας μαγνητοϋδροδυναμικών ασταθειών μέσω ενός εφαρμοστού αγωγίμου κελύφους. Η πειραματική ανακάλυψη της περιστροφής του πλάσματος που θερμαίνεται από κυκλοτρονική διαδικασία μειοψηφίας ιόντος ενός γρήγορου κύματος είναι σημαντική και ως μια πιθανή μέθοδο ελέγχου για έναν αντιδραστήρα σύντηξης, αλλά και ως θεμελιώδες ζήτημα μια και η περιστροφή εμφανίζεται ακόμα κι αν αυτή η μέθοδος θέρμανσης εισάγει αμελητέα γωνιακή ορμή.

Προκειμένου να επιλυθεί αυτή η σύγκρουση, έχει προταθεί ο εξής μηχανισμός [37]. Αρχικά, θεωρούμε ότι η γωνιακή μεταφορά ορμής στο tokamak ορίζεται από μια εξίσωση διάχυσης με οριακή συνθήκη μη-ολίσθησης στην επιφάνεια του πλάσματος και με μια πηγή πυκνότητας ροπής συναρτήσει της ακτίνας. Όταν η πηγή πυκνότητας ροπής αποτελείται από δυο ξεχωριστές περιοχές θετικής και αρνητικής πυκνότητας ροπής, προκύπτει μια μη-μηδενική κεντρική περιστροφή, ακόμα και όταν η συνολική εισαγωγή γωνιακής ορμής εξαφανίζεται. Επιπλέον, η τοπική κυκλοτρονική θέρμανση ιόντος μπορεί να δημιουργήσει περιοχές θετικής και αρνητικής ροπής και κατά συνέπεια κεντρική περιστροφή πλάσματος.

Χωρίζουμε το πλάσμα σε δύο συστατικά: μια «ουρά» υψηλής ενέργειας που δημιουργείται από κυκλοτρονική θέρμανση μειοψηφίας ιόντων και το υπόλοιπο πλάσμα, το οποίο ανταποκρίνεται στην πυκνότητα ροπής μέσω μιας εξίσωσης διάχυσης μεταφοράς γωνιακής ορμής. Αυτό το μοντέλο για την κυκλοτρονική θέρμανση ιόντος είναι στιγμιαία ενεργοποίηση των ιόντων του πλάσματος που υποχρεωτικά εισάγει μηδενική καθαρή γωνιακή ορμή. Τα ενεργοποιημένα ιόντα χάνουν την ενέργειά τους και ανακατανέμονται σε μια περιοχή που δίνεται από την διάχυση, λόγω σκεδάσεων και συγκρούσεων. Για την μοντελοποίηση χρησιμοποιείται ο κώδικας Monte-Carlo ORBIT [51]. Οι αλλαγές στις θέσεις των σωματιδίων, που μπορεί να είναι είτε προς τα έξω είτε προς τα μέσα, προκαλούν ακτινικά ρεύματα. Κάθε ακτινικό ρεύμα στα σωματίδια που βρίσκονται στην «ουρά» υψηλής ενέργειας πρέπει να αντισταθμίζεται από ίσο αλλά αντίθετο ακτινικό ρεύμα στο υπόλοιπο πλάσμα, κάτι το οποίο παράγει $Rj_r B_\theta$ πυκνότητα ροπής. Οι συγκρούσεις ανάμεσα στα σωματίδια υψηλής ενέργειας και στα υπόλοιπα μπορούν επίσης να μετα-

φέρουν γωνιακή ορμή από τα πρώτα στα δεύτερα δημιουργώντας έτσι μια δεύτερη πηγή πυκνότητας ροπής.

Η απόκριση του πλάσματος στην εφαρμογή ροπής δίνεται από μια εξίσωση διάχυσης του μέσου όρου σταθερής γωνιακής ορμής σε επιφάνεια ροής

$$\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\langle nMR^2 \chi (\nabla \psi)^2 \rangle V' \frac{\partial \Omega}{\partial \psi} \right) = - \langle \tau \rangle \quad (4.11)$$

όπου Ω είναι η συχνότητα περιστροφής του πλάσματος, $V' = \partial \psi V$ και $\langle \rangle$ είναι ο μέσος όρος της επιφάνειας ροής. Η λύση της εξίσωσης (4.11) με οριακή συνθήκη μη-ολίσθησης σε μια επιφάνεια του πλάσματος, που προκύπτει από την παρατήρηση ότι η επιφάνεια ροής είναι γραμμικά δεμένη με κάποιο αγώγιμο υλικό στο όριο, είναι

$$\Omega(\Phi) = \int_{\Phi}^{\Phi_{\max}} \frac{d\Phi' T(\Phi')}{qV' \langle nMR^2 \chi (\nabla \psi)^2 \rangle} \quad (4.12)$$

όπου T είναι το ολοκλήρωμα της ροπής που εφαρμόζεται μέσα στην επιφάνεια ροής Φ . $T(\Phi_{\max}) = 0$. Για μια κυκλική επιφάνεια ροής tokamak ισχύουν οι εξής σχέσεις: $V' = (2\pi)^2 q$, $r^2 = 2\Phi$, $n = n_e R^3$, $\chi = \chi_0 q^n = a^2 q^n (C_n R^2 \omega_{ci} \tau_M)^{-1}$ και $q = 1 + 3(\Phi/\Phi_{\max})$.

Ροπή προκύπτει επίσης από τα ακτινικά ρεύματα όταν ένα σωματίδιο έρχεται σε ηρεμία σε μια μαγνητική επιφάνεια διαφορετική από την αρχική του. Η συνολική ροπή δT που ασκείται σε ένα κέλυφος πάχους $\delta \psi$ στην πολοειδή ροή δίνεται από το ακτινικό ρεύμα I_r , το οποίο με τη σειρά του καθορίζεται από το κλάσμα των σωματιδίων που έρχονται σε ηρεμία μέσα σε μια δοσμένη μαγνητική επιφάνεια.

Η τελική έκφραση για την συχνότητα περιστροφής ως προς τον άξονα είναι

$$\Omega = \left[\frac{C_n W}{eBR^3 \alpha^2 \bar{n} (2\pi)^2} \left(\frac{\tau_m}{\tau_E} \right) \right] I_n^* \quad (4.13)$$

Όπου $I_n^*(\Phi)$ είναι το προφίλ της συχνότητας της γωνιακής περιστροφής (δεν έχει διαστάσεις).

Η εξίσωση (4.13) είναι το κύριο αποτέλεσμα. Ενώνει τα ποσοστά της περιστροφής με λύσεις από την υπολογιστική μέθοδο Monte Carlo. Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι μετάδοση ενέργειας στα σωματίδια με κυκλοτρονική μέθοδο ιόντος παρέχει μια θεωρητική βάση για να κατανοήσουμε την οδηγούμενη περιστροφή του πλάσματος στις μαγνητικές επιφάνειες μέσα στην επιφάνεια συντονισμού. Βελτιώσεις στο μοντέλο κυκλοτρονικής θέρμανσης ιόντος, στις οριακές συνθήκες και στα προφίλ διάχυσης θα πρέπει πάντα να συμφωνούν με πειραματικά δεδομένα.

4.3 Μεταφορά ορμής με αλληλεπίδραση κύματος – σωματιδίου

4.3.1 Εισαγωγή

Όπως ήδη, λοιπόν, έχουμε πει, τα κύματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να θερμάνουμε τα πλάσματα σε θερμοπυρηνικές θερμοκρασίες και να οδηγήσουμε ρεύματα που απαιτούνται για την συγκράτηση ή την σταθεροποίηση των μακροσκοπικών τρόπων. Για να προβλέψουμε την επίδοση της θέρμανσης του κύματος και την μεταφορά που προκαλείται από το κύμα, είναι σημαντικό να καταλάβουμε τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα κύματα και στα φορτισμένα σωματίδια. Οι αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου μετατοπίζουν τα κατευθυντήρια κέντρα στο μαγνητικό πεδίο και επιταχύνουν κατά μήκος των γραμμών του πεδίου. Καθαρή μεταφορά (net transfer) ορμής από το ένα είδος στο άλλο είδος ή από μια περιοχή σε μια άλλη ή ανάμεσα σε παγιδευμένα και σε διερχόμενα σωματίδια, μπορεί να επηρεάσει την ροή και τα ρεύματα στα τοροειδή πλάσματα. Η μεταφορά της ορμής είναι κατά βάσιν σημαντική για κύματα χαμηλών συχνοτήτων και κύματα με υψηλούς κυματαριθμούς (Wave number $k = \frac{2\pi}{\lambda}$: The number of waves per unit distance in a series of waves of a given wavelength; the reciprocal of the wavelength.), όπως αργά κινητικά κύματα (slow kinetic waves) και κύματα ολίσθησης (drift

waves). Τα κύματα μπορούν επίσης να επηρεάσουν την συγκράτηση με απευθείας μεταφορά ενέργειας και ορμής από μια περιοχή όπου εκπέμπονται σε μια άλλη όπου απορροφώνται. Η μεταφορά της ενέργειας και της ορμής ανάμεσα στα σωματίδια και στα κύματα μπορεί να λάβει χώρα από συντονισμένες και μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις. Οι μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, προκειμένου να εξηγήσουμε την βελτιωμένη συγκράτηση όταν θερμαίνουμε το πλάσμα με ιοντικά κύματα Bernstein [43, 44] και την αυξημένη περιστροφή που παρατηρείται κατά την διάρκεια του Ion Cyclotron Heating σε πειράματα μετατροπής τρόπου [45]. Το συμπέρασμα από αυτές τις μελέτες ομοιόμορφων πλασμάτων ήταν ότι η ponderomotive δύναμη ($F_{pond} \sim \nabla |E_{(r,t)}^2|$) ακύρωνε την δύναμη από το Reynolds stress [40-42]. Επομένως, δεν ήταν δυνατό να εξηγήσουμε την αυξημένη περιστροφή από τις μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις. Πρόσφατα, έχει δειχθεί ότι μια καθαρή δύναμη εμφανίζεται από μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις σε χωρικά διασπαρμένο, μη ομοιόμορφο πλάσμα για τα κύματα Alfvén εξαιτίας της μεταβολής του παράλληλου κυματαριθμού (parallel wave number) [45] με το δυναμικό της ροής οδήγησης. Η δύναμη συμφωνεί με την δύναμη αντίδρασης που προκύπτει από την αλλαγή στην ορμή του κύματος εξαιτίας διάθλασης στην γεωμετρική οπτική, που στα τοροειδή πλάσματα προκαλεί την μετακίνηση προς τα πάνω ή προς τα κάτω των παράλληλων κυματαριθμών.

Το πώς τα κύματα μπορούν να επηρεαστούν από τις αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου φαίνεται αν λύσουμε την εξίσωση του κύματος, χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο διηλεκτρικό τανιστή. Ένα δυνατό εργαλείο για να μελετήσουμε την διάδοση των κυμάτων σε ασθενώς ανομοιογενή πλάσματα είναι η γεωμετρική οπτική, με την οποία μπορεί να υπολογιστεί το πεδίο του κύματος. Τα αποτελέσματα στα σωματίδια που προκαλούνται από τις αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου λαμβάνονται αν λύσουμε την εξίσωση της κίνησης με το κατάλληλο πεδίο κύματος. Ωστόσο, τα αποτελέσματα των μη-γραμμικών αποκρίσεων από ένα ανομοιογενές πεδίο κύματος γίνονται λιγότερο διαισθητικά. Η συνάφεια μεταξύ των δύο προσεγγίσεων προκύπτει εξαιτίας του διηλεκτρικού τανιστή, σύμφωνα με τον οποίο η συνάρτηση απόκρισης βγαίνει από την εξίσωση της κίνησης περιλαμβάνοντας το πεδίο του κύματος. Εδώ εναρμονίζουμε την δύναμη που προκύπτει από τις αλλαγές στον κυματαριθμό και την πυκνότητα της ορμής του κύματος, εξαιτίας διαθλάσεως στην

γεωμετρική οπτική με την ponderomotive δύναμη και την δύναμη από το Reynolds stress για το ταχύ μαγνητο-ηχητικό κύμα που διαδίδεται μέσα σε ένα ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο. Αυτές οι μη-γραμμικές δυνάμεις εμφανίζονται μέσα από αλληλεπιδράσεις χωρίς συντονισμό και επηρεάζουν όλα τα σωματίδια. Οι μεταβολές στην ορμή από αυτές τις δυνάμεις είναι της ίδιας τάξης με εκείνες από την απορρόφηση κύματος μέσα από συντονισμένες αλληλεπιδράσεις και πρέπει να συμπεριληφθούν στην ίδια βάση (footing) ώστε να έχουν μια συνεπή περιγραφή μεταφοράς ορμής από τα κύματα.

4.3.2 Αλληλεπίδραση κύματος – σωματιδίου

Οι εξισώσεις του Maxwell και η εξίσωση της κίνησης ορίζουν τα κύματα στο πλάσμα και πώς αυτά αλληλεπιδρούν με τα σωματίδια. Η κατανόηση της διάδοσης των κυμάτων και της αλληλεπίδρασης με τα σωματίδια μπορεί να επιτευχθεί με διαταραχές κυμάτων μικρού πλάτους σε ομογενή πλάσματα, για τα οποία η εξίσωση της κίνησης μπορεί να γίνει γραμμική και μια αλγεβρική εξίσωση κύματος μπορεί να παραχθεί εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier στις εξισώσεις σε σχέση με τον χρόνο και τον χώρο. Η γραμμική εξίσωση ορίζει τα κύματα, την πώλωσή τους, πώς διαδίδονται κλπ. Η γραμμική δύναμη Lorentz κατά μέσο όρο με τις περιόδους του κύματος και την γυρο-κίνηση εξαφανίζεται, εκτός από τους συντονισμούς, όπου αυτοί δημιουργούν απορρόφηση χωρίς συγκρούσεις και διαδικασίες εκπομπής. Μια εικόνα για το πώς διαδίδονται τα κύματα και πώς η ορμή και η ενέργεια μεταφέρονται στο πλάσμα από τα κύματα μπορεί να ληφθεί από την γεωμετρική οπτική, με την εξίσωση του Χάμιλτον για ένα κβάντο κύματος. Η ορμή του κβάντου είναι ανάλογη με τον κυματαριθμό. Αλλαγές στους κυματαριθμούς εξαιτίας διάθλασης καθώς το κύμα διαδίδεται σε ένα χωρικά ανομοιογενές διασπαρμένο μέσο δημιουργούν δυνάμεις στο πλάσμα.

Τα σωματίδια μαζί με την ορμή και την ενέργειά τους μεταφέρονται πάνω στις μαγνητικές επιφάνειες ροής μέσω αλλαγών στις τροχιές των σωματιδίων που προκαλούνται από συγκρούσεις και αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου ή από αλλαγές των σταθερών ή μετατοπίσεις

σε άλλες τροχιές με τις ίδιες σταθερές. Η ενέργεια και η ορμή μεταφέρονται ανάμεσα στα κύματα και στα σωματίδια με αλληλεπιδράσεις κυμάτων – σωματιδίων. Για να ορίσουμε την μεταφορά είναι σημαντικό να γνωρίζουμε πώς οι αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου επηρεάζουν τις τροχιές. Οι τροχιές μετατόπισης καθορίζονται από σταθερά μαγνητικά και ηλεκτρικά πεδία ή πεδία που διαφέρουν σε μια χρονική κλίμακα αρκετά κάτω από την κυκλοτρονική συχνότητα. Για χρονικά ανεξάρτητα πεδία οι τροχιές μετατόπισης σε συμμετρικά ως προς τον άξονα πλάσματος μπορούν να οριστούν από τρεις σταθερές της κίνησης και τις αρχικές συνθήκες. Όταν περιγράφουμε την κίνηση σωματιδίων που σχεδόν δεν συγκρούονται στο πλάσμα, είναι βολικό να περιγράψουμε τις τροχιές μετατόπισης όσον αφορά τις σταθερές της τροχιάς του κέντρου οδήγησης. Για έναν τόρο με άξονα συμμετρίας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε $(W, \Lambda, P_\varphi, \sigma)$, όπου W είναι η ενέργεια, Λ είναι μια αδιαβατική σταθερά, $\Lambda = \frac{\mu B_0}{W}$, P_φ είναι η κανονική γωνιακή ορμή, σ είναι μια ετικέτα ως διακριτικό για τα σωματίδια με τις ίδιες σταθερές αλλά διαφορετικές τροχιές, μ είναι η μαγνητική ροπή, η οποία αποτελεί αδιαβατική σταθερά και B_0 το μαγνητικό πεδίο σε μια αυθαίρετη θέση, εδώ επιλεγμένη να βρίσκεται πάνω στον μαγνητικό άξονα.

Ροές που δεν είναι αμφιπολικές εξαιτίας των αλληλεπιδράσεων κύματος – σωματιδίου παράγουν ηλεκτρικά πεδία πάνω στις επιφάνειες ροής. Η αλλαγή στα ηλεκτρικά πεδία οδηγεί σε μια άμεση μεταβολή στις ταχύτητες ολίσθησης όλων των σωματιδίων μέσα σε χρονική κλίμακα μιας γυρο-περιόδου από την ολίσθηση πόλωσης και αργότερα σε χρονική κλίμακα του χρόνου αναπήδησης από την νεοκλασική ολίσθηση πόλωσης. Ιδιαίτερης σημασίας για την διατήρηση της ενέργειας στο τοροειδές πλάσμα είναι η προπόρευση των παγιδευμένων σωματιδίων από την κανονική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου.

Τα ρεύματα πόλωσης σχεδόν ακυρώνουν την μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου, αλλά ένα μικρό κλάσμα θα παραμείνει, τέτοιο ώστε η μεταβολή στην ορμή του πλάσματος εξαιτίας της $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ολίσθησης είναι συνεπής με την διατήρηση της τοροειδούς και της πολοειδούς ορμής. Για να εκτιμήσουμε τα αποτελέσματα των αλληλεπιδράσεων κύματος – σωματιδίου απαιτείται υπολογισμός της μεταβολής στο πεδίο ηλεκτρικής ισορροπίας καθώς επίσης της μεταβολής των σταθερών της τροχιάς.

4.3.3 Συντονισμένες αλληλεπιδράσεις

Η απορρόφηση και η εκπομπή των κυμάτων λαμβάνει χώρα από συντονισμένες αλληλεπιδράσεις. Ένας συντονισμός εδώ ορίζεται ως ένας αριθμός από περιοδικές ταλαντώσεις που προκαλούν μια καθαρή επιτάχυνση (net acceleration) του σωματιδίου κατά τη διάρκεια ενός χρόνου αποσυσχέτισης. Η μεταβολή στην ορμή του κύματος P_w από συντονισμένες αλληλεπιδράσεις κύματος σωματιδίου σε ένα ανομοιογενές πλάσμα σχετίζεται με την μεταβολή στην ενέργεια του κύματος ΔW_w :

$$\Delta P_w = \frac{k}{\omega} \Delta W_w \quad (4.11)$$

όπου k είναι ο κυματαριθμός και ω η γωνιακή συχνότητα του κύματος. Μια συντονισμένη αλληλεπίδραση καταλήγει σε μια επιτάχυνση παράλληλη στο μαγνητικό πεδίο και σε εκτόπισμα του κέντρου οδήγησης πάνω στο πεδίο, Δx , που δίνεται από:

$$\Delta x = \frac{k \times B}{q_\alpha B^2} \Delta W_\alpha \quad (4.12)$$

όπου q_α είναι το φορτίο του σωματιδίου, \mathbf{B} είναι το μαγνητικό πεδίο και ΔW_α η μεταβολή της ενέργειας του σωματιδίου εξαιτίας αλληλεπιδράσεων κύματος – σωματιδίου. Για τοπικούς συντονισμούς οι αλληλεπιδράσεις γίνονται σε πραγματικό χώρο, στην γειτονιά των σημείων της τροχιάς μετατόπισης όπου ικανοποιείται η συνθήκη συντονισμού. Οι μη-τοπικοί συντονισμοί πρέπει να αντιμετωπιστούν διαφορετικά. Από την σχέση ανάμεσα στις αλλαγές στην παράλληλη ορμή και την ενέργεια $\Delta(m_\alpha v_{\parallel}) = \frac{k_{\parallel}}{\omega} \Delta W_\alpha$, στο συντονισμό, πάνω στις επιφάνειες ροής του

κέντρου οδήγησης σε ένα πλάσμα συμμετρικό ως προς τον άξονα και η μεταβολή στην παράλληλη ταχύτητα γίνονται:

$$\Delta\psi_{res} = \frac{\Delta W_\alpha}{q_\alpha} \left[\frac{n_\varphi B_\theta^2}{\omega B^2} - \frac{k_\theta R B_\theta B_\varphi}{\omega B^2} \right]_{res} \quad (4.13)$$

$$\Delta v_{\parallel res} = \Delta \frac{W_\alpha}{m_\alpha \omega} \left[\frac{n_\varphi B_\varphi}{R B} + k_\theta \frac{B_\theta}{B} \right]_{res} \quad (4.14)$$

όπου m_α είναι η μάζα του σωματιδίου, R είναι η μεγάλη ακτίνα, n_φ ο τοροειδής αριθμός τρόπου, ο δείκτης res υποδεικνύει της θέση του συντονισμού και $k_{\parallel} = \frac{B_\varphi n_\varphi}{BR} + \frac{B_\theta k_\theta}{B}$. Αφού η θ δεν είναι μια μεταβλητή του τόρου που μπορεί να αγνοηθεί, μια τοπική προσέγγιση του πολοειδούς νούμερου κύματος k_θ χρησιμοποιείται, η οποία πρέπει να ικανοποιεί την $\int_0^{2\pi} k_\theta d\theta = m_\theta$, όπου το m_θ είναι ακέραιος. Σε ένα πλάσμα συμμετρικό ως προς άξονα οι μεταβολές στις σταθερές της τροχιάς P_φ και Λ σχετίζονται με την μεταβολή στην ενέργεια [8]:

$$\Delta P_\varphi = \frac{n_\varphi}{\omega} \Delta W_\alpha \quad (4.15)$$

$$\Delta \Lambda = \frac{n\omega_{c0}}{\omega - \Lambda} \frac{\Delta W_\alpha}{W_\alpha} \quad (4.16)$$

όπου ω_{c0} είναι η κυκλοτρονική συχνότητα για ένα μαγνητικό πεδίο B_0 . Ο πολοειδής αριθμός τρόπου k_θ δεν επηρεάζει την μεταβολή στο P_φ , αλλά παρόλα αυτά αλλάζει την v_φ και την ψ .

Οι μεταβολές στις τροχιές των σωματιδίων οδηγούν σε μεταβολές στο ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο για να το υπολογίσουμε πλέον είναι μη-

τετριμμένο. Ωστόσο, όταν οι μεταβολές στις τροχιές εξαιτίας της μεταβολής στο πεδίο είναι μικρές, κάποιος μπορεί τοπικά να προσθέσει τις εκτοπίσεις που προκαλούνται από αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου, συμπεριλαμβάνοντας την μέση μεταβολή της πυκνότητας του φορτίου λόγω των αλλαγών στις σταθερές της τροχιάς. Για αλληλεπιδράσεις με παγιδευμένα σωματίδια οι μεταβολές στην ακτινική πυκνότητα φορτίου μπορούν να βρεθούν προσεγγιστικά από τις μεταβολές της ακτινικής θέσης των σημείων καμπής, που καθορίζονται από την μεταβολή στο P_φ με συνεισφορές από παράλληλη επιτάχυνση και ακτινική εκτόπιση

$$\Delta\psi_{res} = \frac{1}{q_\alpha} \frac{n_\varphi}{\omega} \Delta W_\alpha \quad (4.17)$$

Οι εκτοπίσεις των σημείων καμπής των παγιδευμένων σωματιδίων δημιουργούν ροή σωματιδίων

$$\Gamma_\psi^{\alpha t}(\psi) = \lim_{\Delta\psi \rightarrow 0} \frac{n_\varphi}{q_\alpha \omega \Delta\psi} \int_{\alpha t: \Delta\psi} \frac{\partial W_{\alpha t}}{\partial t} F_\alpha J dW d\Lambda dP_\varphi \approx \frac{n_\varphi}{q_\alpha \omega} P_{RF}^{\alpha t}(\psi) \quad (4.18)$$

όπου $\Gamma_\psi^{\alpha t}(\psi)$ υποδεικνύει την ροή των παγιδευμένων σωματιδίων του είδους α , το F_α υποδεικνύει την συνάρτηση κατανομής εκφρασμένη με τις σταθερές της τροχιάς ($W_\alpha, \Lambda, P_\varphi, \sigma$), J η ιακωβιανή και $P_{RF}^{\alpha t}(\psi)$ η ισχύς ολοκληρωμένη πάνω στην επιφάνεια ροής που απορροφάται από τα παγιδευμένα σωματίδια. Το ολοκλήρωμα λαμβάνεται πάνω σε μια κυψελίδα τοροειδούς ροής με πλάτος $\Delta\psi$. Για τα διερχόμενα σωματίδια αγνοούμε για ευκολία τις μεταβολές στις τροχιές και συμπεριλαμβάνουμε μόνο την τοπική ακτινική εκτόπιση, που δίνεται από την εξίσωση (4.3), η οποία δημιουργεί μια ροή σωματιδίων [48]:

$$\Gamma_\psi^{\alpha p}(\psi) = \lim_{\Delta\psi \rightarrow 0} \frac{1}{q_\alpha} \Delta\psi \int_{\Delta\alpha p: \Delta\psi} \frac{\partial W_{\alpha p}}{\partial t} \left[\frac{n_\varphi}{\omega} \frac{B_\theta^2}{B^2} - \frac{k_\theta R}{\omega} \frac{B_\theta B_\varphi}{B^2} \right]_{res} F_\alpha J dW d\Lambda P_\varphi$$

$$\approx \frac{1}{q_\alpha} \left[\frac{n_\varphi B_\theta^2}{\omega B^2} - \frac{k_\theta R B_\theta B_\varphi}{\omega B^2} \right]_{res} P_{RF}^{\alpha\rho}(\psi) \quad (4.19)$$

Για τα διερχόμενα σωματίδια ο πολοειδής κυματαριθμός, που εξαρτάται από την θέση της αλληλεπίδρασης, είναι σημαντικός για την ροή των σωματιδίων. Παρατηρούμε ότι για κύματα με $k_{\parallel} \approx 0$ η ροή των διερχόμενων σωματιδίων γίνεται $\Gamma_{\psi}^{\alpha\rho} \approx \frac{n_\varphi P_{RF}^{\alpha\rho}}{\omega q_\alpha}$.

Το ρεύμα πόλωσης, που δημιουργείται όταν το πλάσμα επιταχύνεται από την $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -ολίσθηση, σχεδόν ακυρώνει το πεδίο, αλλά ένα μικρό υπολειπόμενο πεδίο παραμένει. Η προκύπτουσα $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ - ολίσθηση δημιουργεί μια τοροειδή προπόρευση των παγιδευμένων σωματιδίων, μια πολοειδή και μια τοροειδή μετατόπιση των διερχόμενων σωματιδίων. Ο λόγος την τοροειδούς ταχύτητας προπόρευσης προς την τοροειδή συνιστώσα της $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ - ολίσθησης των διερχόμενων σωματιδίων δίνεται από $\frac{\langle v_\varphi^{\alpha t} \rangle}{\langle v_\varphi^{\alpha\rho} \rangle} = \frac{B^2}{B_\theta^2}$, όπου οι παρενθέσεις $\langle v_\varphi^{\alpha t} \rangle$ και $\langle v_\varphi^{\alpha\rho} \rangle$ δηλώνουν τον μέσο όρο της τοροειδούς ταχύτητας για τα παγιδευμένα και τα διερχόμενα σωματίδια του είδους α αντίστοιχα. Το κλάσμα των παγιδευμένων σωματιδίων ενός ισοτροπικού πλάσματος με κυκλικές επιφάνειες ροής δίνεται από $\sqrt{2r/R_0}$. Επομένως, η μεταβολή στην τοροειδή ορμή του πλάσματος δίνεται κατά προσέγγιση από το άθροισμα των μεταβολών στην προπόρευση των παγιδευμένων σωματιδίων και της τοροειδούς συνιστώσας των μεταβολών της παράλληλης ταχύτητας των συντονισμένων διερχόμενων σωματιδίων. Αυτά τα τελευταία δίνονται από:

$$\langle m_\alpha R \Delta v_{\parallel}^{\alpha\rho} \rangle_\varphi = \frac{B_\varphi^2}{B^2} \langle \Delta P_\varphi^{\alpha\rho} \rangle \quad (4.20)$$

ή εκφρασμένα από την άποψη των μεταβολών στην ενέργεια των συντονισμένων σωματιδίων:

$$\langle m_{\alpha} R \Delta v_{\parallel}^{\alpha\rho} \rangle_{\varphi} = \frac{B_{\varphi}^2 n_{\varphi}}{B^2 \omega} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle \quad (4.21)$$

Για κύματα με $n_{\varphi} \neq 0$ και $k_{\theta} = 0$ οι μεταβολές στην τοροειδή ταχύτητα του πλάσματος που διατηρούν το P_{φ} όταν θεωρούμε ότι $R \approx R_0$ είναι:

$$R_0 \frac{(\Delta E_r)_{n_{\varphi}}}{B_{\theta}} \sum_{\alpha=i,e} n_{\alpha t} m_{\alpha} \approx \sum_{\alpha=resonant} \sum_{particles} \frac{B_{\theta}^2}{B^2} \langle \Delta P_{\varphi}^{\alpha\rho} \rangle + \langle \Delta P_{\varphi}^{\alpha t} \rangle \quad (4.22)$$

όπου $(\Delta E_r)_{n_{\varphi}}$ είναι η συνεισφορά στο ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο από κύματα με πεπερασμένο n_{φ} και $n_{\alpha t}$ είναι η πυκνότητα των παγιδευμένων σωματιδίων του είδους α . Εκφράζοντας την εξίσωση (4.22) με όρους μεταβολής της ενέργειας των συντονισμένων σωματιδίων δίνει:

$$\frac{(\Delta E_r)_{n_{\varphi}}}{B_{\theta}} \sum_{\alpha=i,e} n_{\alpha t} m_{\alpha} \approx \sum_{\alpha=resonant} \sum_{particles} \frac{n_{\varphi}}{R_0 \omega} \left(\frac{B_{\theta}^2}{B^2} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle + \langle \Delta W_{\alpha t} \rangle \right) \quad (4.23)$$

Για κύματα με $k_{\theta} \neq 0$ και $n_{\varphi} = 0$ η ροή των συντονισμένων σωματιδίων κυριαρχείται από διερχόμενα σωματίδια έτσι ώστε το P_{φ} να παραμένει αμετάβλητο. Οι μεταβολές στις παράλληλες ταχύτητες των συντονισμένων διερχόμενων σωματιδίων δίνονται από:

$$\langle m_{\alpha} \Delta v_{\parallel}^{\alpha\rho} \rangle = \frac{B_{\theta} k_{\theta}}{B \omega} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle \quad (4.24)$$

Οι μεταβολές στις τοροειδείς ταχύτητες των συντονισμένων διερχόμενων σωματιδίων γίνονται:

$$\langle m_{\alpha} \Delta v_{\parallel}^{\alpha\rho} \rangle_{\varphi} = \frac{B_{\varphi} B_{\theta} k_{\theta}}{B^2 \omega} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle \quad (4.25)$$

Οι αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου οδηγούν σε μετατοπίσεις πάνω στις επιφάνειες ροής και επιτάχυνση παράλληλη με το μαγνητικό πεδίο που διατηρεί την κανονική γωνιακή ορμή P_{φ} . Η προκύπτουσα μεταβολή στο ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί μια μεταβολή στην προπόρευση των παγιδευμένων σωματιδίων, τέτοια ώστε η συνολική γωνιακή ορμή να διατηρείται:

$$\frac{(\Delta E_r)_{k_{\theta}}}{B_{\theta}} \sum_{\alpha=i,e} n_{\alpha l} m_{\alpha} \approx - \sum_{\alpha= \text{resonant particles}} \frac{B_{\varphi} B_{\theta} k_{\theta}}{B^2 \omega} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle \quad (4.26)$$

Για κύματα με πεπερασμένα n_{φ} και k_{θ} έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta E_r &\equiv (\Delta E_r)_{k_{\theta}} + (\Delta E_r)_{n_{\varphi}} \\ &\approx \frac{1}{\sum_{\alpha=i,e} n_{\alpha l} m_{\alpha}} \left\{ \left(-\frac{B_{\varphi} B_{\theta}^2 k_{\theta}}{B^2 \omega} + \frac{B_{\theta}^3 n_{\varphi}}{B^2 R_0} \omega \right) \sum_{\alpha= \text{resonant particles}} \langle \Delta W_{\alpha\rho} \rangle \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_{\varphi} B_{\theta}}{R_0 \omega} \sum_{\alpha= \text{resonant particles}} \langle \Delta W_{\alpha l} \rangle \right\} \quad (4.27) \end{aligned}$$

όπου το k_{θ} υπολογίζεται στην θέση συντονισμού. Επομένως, και οι τοροειδείς και οι πολοειδείς αριθμοί κύματος συνεισφέρουν στο ακτινικό

ηλεκτρικό πεδίο. Το βασικό αποτέλεσμα μιας μη-αμφιπολικής μεταφοράς από αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου είναι μια τοροειδής προπόρευση όλων των παγιδευμένων σωματιδίων. Το άθροισμα της μεταβολής στην τοροειδή ορμή των παγιδευμένων σωματιδίων και της τοροειδούς συνιστώσας της παράλληλης ταχύτητας των συντονισμένων διερχόμενων σωματιδίων ισούται με την συνολική απορροφημένη τοροειδή ορμή. Οι συγκρούσεις, που συμπεριλαμβάνονται εδώ, θα προσπαθήσουν να μειώσουν τις διαφορές στις τοροειδείς ταχύτητες ανάμεσα στα παγιδευμένα και στα διερχόμενα σωματίδια. Στους παραπάνω υπολογισμούς χρησιμοποιήσαμε για ευκολία μια ισορροπία με ομόκεντρες κυκλικές μαγνητικές επιφάνειες.

4.3.4 Μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις

Η πυκνότητα της ορμής ενός κύματος είναι ανάλογη με τον κυματαριθμό. Στην γεωμετρική οπτική η μεταβολή του κυματαριθμού προκαλείται από διάθλαση και δίνεται από

$$\frac{dk}{dt} = - \frac{\partial \omega_M}{\partial x} \quad (4.28)$$

όπου $\omega = \omega_M$ είναι η σχέση διασποράς. Οι απαραίτητες συνθήκες για την γεωμετρική οπτική που πρέπει να εκπληρώνεται είναι $\lambda \ll L$ και η επαρκής προϋπόθεση Fresnel είναι $l \ll \frac{W^2}{\lambda}$, όπου l είναι το μήκος της ακτίνας της τροχιάς, λ το μήκος κύματος, L η ανομοιογενής κλίμακα μήκους και W το εγκάρσιο μέγεθος ενός κυματοπακέτου (wave packet size) [49]. Σύμφωνα με την γεωμετρική οπτική σε ένα χωρικά διασπαρμένο ανομοιογενές μέσο η ορμή του κύματος μπορεί να αλλάζει καθώς το κύμα διαδίδεται, χωρίς να αλλάζει η ενέργεια του κύματος. Η μεταβολή στον κυματαριθμό, και επομένως στην ορμή, προκαλεί μια δύναμη αντίδρασης στο μέσο. Η δύναμη αντίδρασης περιγράφεται σε μικροσκο-

πικό επίπεδο από μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις μεμονωμένων σωματιδίων με ένα κυματικό πεδίο. Όμως, η αλλαγή στην ορμή από μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις χωρίς ανταποκρινόμενη αλλαγή στην ενέργεια οδηγεί σε μια εμφανή αντίφαση εξαιτίας της διατήρησης της ορμής και της ενέργειας των αλληλεπιδράσεων κύματος-σωματιδίου. Οι μεταβολές στην ενέργεια και στην ορμή των σωματιδίων μπορούν να υπολογισθούν από την εξίσωση της κίνησης. Στην πρώτη τάξη οι μέσες αλλαγές της ενέργειας και της ορμής σε μια περίοδο του κύματος εξαφανίζονται. Στην επόμενη τάξη, που περιλαμβάνει και τετραγωνικούς όρους του κυματικού πεδίου, μια πεπερασμένη συνεισφορά μπορεί να εμφανιστεί για μη-ομοιόμορφα, χωρικά διασπαρμένα μέσα. Μια μεταβολή στον παράλληλο κυματαριθμό και η συναφής μεταβολή στο πλάτος του κύματος προκαλούν μια παράλληλη επιτάχυνση του σωματιδίου, η οποία αλλάζει την ενέργεια του σωματιδίου. Από την διατήρηση της ενέργειας των αλληλεπιδράσεων κύματος – σωματιδίου θα έπρεπε να υπάρχει μια ανταποκρινόμενη μεταβολή στην ενέργεια του κύματος. Μια αλλαγή στον κάθετο κυματαριθμό παράγει μια κάθετη επιτάχυνση του σωματιδίου η οποία αλλάζει την θέση του κέντρου οδήγησης του σωματιδίου. Ο μέσος όρος της επιτάχυνσης κάθετης στο μαγνητικό πεδίο ως προς την γυροκίνηση παράγει μια καθαρή μεταβολή (net change) της θέσης του κέντρου οδήγησης, αλλά καμία αλλαγή στην κάθετη ενέργεια.

Η προφανής αντίφαση που δημιουργείται από την παράλληλη ως προς το μαγνητικό πεδίο επιτάχυνση μπορεί να εξηγηθεί ως ακολούθως. Από την διατήρηση της ορμής των αλληλεπιδράσεων κύματος – σωματιδίου η μεταβολή στην ορμή από το κβάντο του κύματος αντιστοιχεί σε μια επιτάχυνση του σωματιδίου Δv_{\parallel} , τέτοια ώστε $m_{\alpha} \Delta v_{\parallel} = \hbar \Delta k_{\parallel}$. Η επιτάχυνση αλλάζει την ενέργεια του σωματιδίου με $m_{\alpha} v_{\parallel} \Delta v_{\parallel}$. Αυτή η μεταβολή στην ενέργεια αντιστοιχεί σε μια μεταβολή στη συχνότητα του κβάντου του κύματος κατά $\hbar \Delta \omega$. Η αλλαγή στην ενέργεια του κύματος, που χάθηκε στο σωματίδιο, αντιστοιχεί στην αλλαγή της συχνότητας λόγω της αλλαγής στην μετατόπιση Doppler $\Delta \omega = v_{\parallel} \Delta k_{\parallel}$. Επομένως, στο σύστημα συντεταγμένων, όπου το σωματίδιο ή ένα μέσο βρίσκεται σε ηρεμία, η συχνότητα του κύματος και η ενέργεια του κύματος μένουν αμετάβλητες εξηγώντας την εμφανή αντίφαση ότι οι μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις δεν αλλάζουν την ενέργεια του κύματος. Για μια συμμετρική συνάρτηση κατανομής, για την οποία οι θετικές και αρνητικές συνεισφορές διαγράφονται, δεν θα υπάρχει καθαρή μεταβολή στην ενέργεια του

κύματος. Η μεταβολή στην ορμή του κύματος χωρίς μια ανταποκρινόμενη μεταβολή στην ενέργεια για μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις διαφέρει από τις συντονισμένες αλληλεπιδράσεις. Άλλη μια διαφορά είναι ότι οι μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις λαμβάνουν χώρα σε μια δοσμένη θέση με όλα τα σωματίδια, ενώ οι συντονισμένες αλληλεπιδράσεις λαμβάνουν χώρα μόνο με συντονισμένα σωματίδια. Αν όλο το πλάσμα δεχόταν μια καθαρή επιτάχυνση, θα υπήρχε μια καθαρή μεταβολή στην συχνότητα του κύματος αντίστοιχη με την μεταβολή στην μετατόπιση Doppler που προκαλείται από την μεταβολή στην περιστροφή. Όταν υπολογίζουμε την συνάρτηση κατανομής με έναν κώδικα Fokker-Planck η επιτάχυνση των σωματιδίων από την μη-συντονισμένη δύναμη θα έπρεπε κατ' αρχήν να συμπεριλαμβάνεται. Παρόλα αυτά σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να είναι αμελητέα. Οι μεταβολές στην ενέργεια και στην ορμή του σωματιδίου εξαιτίας της χαμηλής ταχύτητας των μη-συντονισμένων σωματιδίων, που είναι κυρίως θερμικά, είναι δεύτερης τάξης και της ίδιας τάξης με τις αλλαγές που προκαλούνται από τις συντονισμένες αλληλεπιδράσεις.

Την δύναμη λόγω των μη-συντονισμένων αλληλεπιδράσεων μπορούμε να την πάρουμε υπολογίζοντας την δύναμη στα οδηγιά κέντρα των ιόντων και των ηλεκτρονίων συμπεριλαμβάνοντας τετραγωνικούς όρους του κυματικού πεδίου. Η δύναμη αντίδρασης εξαιτίας της διάθλασης μπορεί να υπολογιστεί υπολογίζοντας την μεταβολή στην πυκνότητα της ορμής του κύματος εξαιτίας της μεταβολής του κυματαριθμού. Εδώ θα δείξουμε ότι αυτές οι δύο δυνάμεις είναι ίδιες για το γρήγορο μαγνητοηχητικό κύμα σε μια επίπεδη πλάκα. Ας θεωρήσουμε λοιπόν μια επίπεδη πλάκα ενός μόνο είδους ιόντων με το μαγνητικό πεδίο στην z-διεύθυνση, η οποία αυξάνεται στην x-διεύθυνση και ας υπολογίσουμε τις καθαρές δυνάμεις στην x-διεύθυνση.

Ενώ η γεωμετρική οπτική περιγράφει μεταφορά ορμής και ενέργειας από κύματα με έναν ξεκάθαρο τρόπο, οι μη-γραμμικές δυνάμεις σε μεμονωμένα σωματίδια από την εξίσωση της κίνησης εξαιτίας μεταβολών στους κυματικούς αριθμούς, είναι πιο δύσκολο να εκτιμηθούν. Γι αυτόν τον σκοπό είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση της ορμής παρόλο που είναι λιγότερο ξεκάθαρη. Από την γεωμετρική οπτική καταλήγουμε ότι θα υπάρχει μόνο μια καθαρή μεταβολή στην ορμή του κύματος για χωρικά διασπαρμένα κύματα σε ανομοιογενή πλάσματα. Εστιάζοντας το κύμα σε ένα ανομοιογενές μέσο θα συγκεντρώσει μόνο το

κυματικό πεδίο και την πυκνότητα της ορμής. Μεταβολές στην ορμή παράλληλη στις επιφάνειες μαγνητικής ροής μπορούν να προκαλέσουν μεταφορά σωματιδίων πάνω στις επιφάνειες ροής. Σε ένα συμμετρικό ως προς τον άξονα πλάσμα μόνο η πολοειδής μεταβολή της ισορροπίας μπορεί να επηρεάσει την χωρική διασπορά, π.χ. με αλλαγή του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος των επιφανειών ροής.

Η δύναμη σε ένα φορτισμένο σωματίδιο εξαιτίας των μη-συντονισμένων αλληλεπιδράσεων λαμβάνεται επεκτείνοντας την εξίσωση της κίνησης σε δεύτερη τάξη στο πλάτος και σε πρώτη τάξη στην ανομοιογένεια. Σε ένα ψυχρό πλάσμα συμπεριλαμβάνοντας ένα ανομοιογενές φόντο η εξίσωση της κίνησης για ένα μοναδικό σωματίδιο στην πρώτη του τάξη δίνεται από:

$$m_{\alpha} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial t} = q_{\alpha} E + q_{\alpha} v^{(1)} \times B_0 \quad (4.29)$$

Η διαταραχή πρώτης τάξης της ταχύτητας και της εκτόπισης μπορούν υπολογιστούν θεωρώντας $\frac{\partial v^{(1)}}{\partial t} = -i\omega v^{(1)}$ που δίνει $v_i^{(\alpha)} = -i\omega \epsilon_0 \chi_{ij}^{(\alpha)} \frac{E_j}{q_{\alpha} n_{\alpha}}$ και $\Delta \chi_i^{(\alpha)} = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(\alpha)} \frac{E_j}{q_{\alpha} n_{\alpha}}$, όπου $\chi_{ij}^{(\alpha)}$ είναι ο τανιστής ευαισθησίας του ψυχρού κλάσματος. Η ανομοιογένεια του πλάσματος λαμβάνεται υπόψη θεωρώντας ότι το πεδίο του κύματος έχει την μορφή $E = E_0(x) \exp i(k \cdot x - \omega t)$. Παίρνοντας τον μέσο όρο των όρων δεύτερης τάξης για μια περίοδο του κύματος έχουμε:

$$m_{\alpha} \left\langle \frac{\partial v^{(2)}}{\partial t} \right\rangle + m_{\alpha} \left\langle v^{(1)} \cdot \nabla v^{(1)} \right\rangle = q_{\alpha} \left\langle \Delta x^{(1)} \frac{\partial E}{\partial x} \right\rangle + q_{\alpha} \left\langle v^{(1)} \times \left(\Delta x^{(1)} \frac{\partial B_0}{\partial x} \right) \right\rangle + q_{\alpha} \left\langle v^{(1)} \times B^{(1)} \right\rangle + q_{\alpha} \left\langle \Delta x^{(1)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial x} \times B_0 \right\rangle \quad (4.30)$$

όπου $i\omega B^{(1)} = \nabla \times E$. Οι γωνιακές παρενθέσεις δηλώνουν μέσο όρο ως προς την περίοδο του κύματος και την γυρο-κίνηση. Το αριστερό μέρος είναι μια γενικευμένη ponderomotive δύναμη, εδώ δίνεται ως F_p , και ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος είναι η συναγωγική παράγωγος της ταχύτητας. Μεταφέροντας τον τελευταίο όρο στο δεξί μέρος γράφουμε την εξίσωση στη μορφή:

$$m_{\alpha} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial t} = F^{(2)} \quad (4.31)$$

Η δύναμη $F^{(2)}$ δηλώνει μια δύναμη πάνω στα σωματίδια που δημιουργείται από την ανομοιογένεια του μέσου και αντιστοιχεί στην μεταβολή της ορμής από το κύμα. Προσέχουμε ότι η ορμή των διαφόρων ειδών μπορεί να επηρεάζεται από το να πάρουμε ορμή από το ένα είδος με αλληλεπίδραση κύματος – σωματιδίου και να την μεταφέρουμε σε ένα άλλο είδος χωρίς να αλλάζουμε την καθαρή ορμή του κύματος.

Σε πλάσματα συμμετρικά ως προς άξονα μόνο οι πολοειδείς και κάθετοι κυματικοί αριθμοί μπορούν να αλλάξουν. Οι μεταβολές στην θέση του οδηγού κέντρου και στην παράλληλη ταχύτητα κάνουν την συνολική μεταβολή στο P_{φ} να εξαφανιστεί. Αν η μεταβολή της θέσης του οδηγού κέντρου είναι αργή σε σχέση με την κυκλοτρονική κίνηση, η μαγνητική ροπή μ θα διατηρείται. Η μεταβολή στο Λ που δημιουργείται από την μεταβολή στην παράλληλη ταχύτητα του σωματιδίου θα δίνεται τότε από $\Delta\Lambda = -\Lambda \frac{\Delta W_{\alpha}}{W_{\alpha}}$. Αυτή είναι η ίδια σχέση με τις συντονισμένες αλληλεπιδράσεις που δίνεται από την εξίσωση (4.6) με $n=0$.

Η γενικευμένη ponderomotive δύναμη ορισμένη από το δεξί μέλος της εξίσωσης (4.20)

$$F_{P_x} = q_{\alpha} \left\langle \Delta x \frac{E_x}{\partial x} \right\rangle + q_{\alpha} \left\langle v_y \left(\Delta x \frac{\partial B_0}{\partial x} e_z \right) \right\rangle + q_{\alpha} \left\langle v_z B_z \right\rangle \quad (4.32)$$

δίνει

$$\begin{aligned}
F_{P_x} = & \frac{m_\alpha}{B^2} \left(\frac{3\omega^2 - \Omega_\alpha^2}{\omega^2 - \Omega_\alpha^2} \right) \langle ik_x E_y E_y \rangle + \\
& + \frac{m_\alpha}{B^2} \left(\frac{2}{\omega^2 - \Omega_\alpha^2} \frac{\omega^2}{\Omega_\alpha} \frac{\partial \Omega_\alpha}{\partial x} - \left(\frac{3\omega^2 - \Omega_\alpha^2}{\omega^2 - \Omega_\alpha^2} \right) \frac{1}{E_{0y}} \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} \right) \langle E_y E_y \rangle \quad (4.33)
\end{aligned}$$

όπου η κυκλοτρονική συχνότητα δίνεται από $\Omega_\alpha = \frac{q_\alpha B}{m_\alpha}$. Η παράγωγος του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου, που παρουσιάζεται στην εξίσωση (4.33), μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει παραγώγων των ποσοτήτων ισορροπίας. Η μεταβολή του πλάτους του κυματικού πεδίου μπορεί να υπολογιστεί από την γεωμετρική οπτική αναπτύσσοντας την πρώτη τάξη. Εδώ χρησιμοποιούμε διατήρηση της Poynting ροής από την οποία έχουμε $k_x |E_y|^2 = C$, όπου C είναι μια σταθερά, το οποίο μας δίνει $\frac{1}{E_{0y}} \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} = -\frac{1}{2k_x} \frac{\partial k_x}{\partial x}$. Για το μαγνητο-ηχητικό κύμα υποθέτουμε ότι $k_x^2 \approx \frac{\omega_A^2}{V_A^2}$, το οποίο δίνει $\frac{1}{E_{0y}} \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} = \frac{1}{2B_z} \frac{\partial B_z}{\partial x}$, όπου $V_A = \sqrt{\frac{B^2}{\rho \mu_0}}$ είναι η ταχύτητα Alfven και μ_0 η διαπερατότητα του κενού χώρου. Παίρνοντας το όριο $\frac{\omega}{\Omega_\alpha} \rightarrow 0$ της εξίσωσης (4.33) έχουμε:

$$F_{P_x} = \frac{m_\alpha}{B^2} \langle ik_x E_y E_y - \frac{1}{2B} \frac{\partial B}{\partial x} E_y E_y \rangle \quad (4.34)$$

Η δύναμη εξαιτίας της ολικής παραγώγου της ταχύτητας γίνεται:

$$m_\alpha \langle v^{(1)} \cdot \nabla v^{(1)} \rangle_x = \frac{m_\alpha}{B^2} \langle ik_x E_y E_y - \frac{1}{2B} \frac{\partial B}{\partial x} E_y E_y \rangle \quad (4.35)$$

Η x-συνιστώσα της ολικής δύναμης $F^{(2)}$ γίνεται:

$$F_x^{(2)} = F_{P_x} - m_{\alpha} \langle v^{(1)} \cdot \nabla v^{(1)} \rangle_x = - \frac{m_{\alpha}}{B^3} \frac{\partial B}{\partial x} \langle E_y E_y \rangle \quad (4.36)$$

Οι συνεισφορές από την γενικευμένη ponderomotive δύναμη και την ολική παράγωγο της ταχύτητας είναι ίσες σε μέγεθος. Οι όροι που κυριαρχούν είναι ανάλογοι με το ik_{θ} , το οποίο προκαλεί ταλαντευόμενες διαταραχές σε διπλάσια συχνότητα, οι οποίες εξαφανίζονται ακόμα και πριν από τον μέσο όρο. Μόνο οι όροι που είναι ανάλογοι με την μεταβολή της ισορροπίας του μαγνητικού πεδίου παραμένουν, προκαλώντας σε μια μη-ταλαντευόμενη καθαρή δύναμη και έναν όρο που ταλαντεύεται με διπλάσια συχνότητα. Ο τελευταίος όρος εξαφανίζεται όταν παίρνουμε τον μέσο όρο για μια περίοδο του κύματος. Ωστόσο, αν η σχέση διασποράς ικανοποιείται για το κύμα με διπλάσια συχνότητα, αυτή η διαταραχή θα έχει ως αποτέλεσμα σύζευξη με ένα κύμα διπλάσιας συχνότητας, το οποίο δεν θεωρείται εδώ. Για τον μη-ταλαντευόμενο όρο έχουμε $R_e \langle E_y E_y \rangle = 0.5 |E_y E_y^*|$. Πολλαπλασιάζοντας με την πυκνότητα παίρνουμε σε ένα ψυχρό πλάσμα την καθαρή δύναμη:

$$n_{\alpha} F_x^{(2)} = - \frac{n_{\alpha} m_{\alpha}}{B^3} \frac{\partial B}{\partial x} \langle E_y E_y \rangle = - \frac{c^2 \epsilon_0}{2VA, 2B} \frac{\partial B}{\partial x} \left| E_y \right|^2 \quad (4.37)$$

όπου το ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού. Σε ένα ρευστό η ολική παράγωγος της ταχύτητας σχετίζεται με το Reynolds stress με τις διακυμάνσεις που δίνονται από την κίνηση του πλάσματος που προκαλείται από το κύμα. Συγκρίνουμε την δύναμη από την αλληλεπίδραση χωρίς συντονισμό που δίνεται από την εξίσωση (4.27) με την δύναμη στο μέσο που προκαλείται από διάθλαση σε γεωμετρική οπτική. Η μεταβολή στον κυματαριθμό από την εξίσωση (4.18) δίνει απουσία απορρόφησης μια μεταβολή στην πυκνότητα της ορμής του κύματος κατά:

$$\frac{dP_W}{dt} = - \frac{\partial \omega_A}{\partial x} \frac{W_W}{\omega} \quad (4.38)$$

Χρησιμοποιώντας την ίδια προσέγγιση της σχέσης διασποράς του μαγνητο-ηχητικού κύματος όπως νωρίτερα παίρνουμε:

$$\frac{dP_x}{dt} = k_x \frac{\partial V_A}{\partial x} \frac{K_x}{\omega} \quad (4.39)$$

Όπου K_x είναι η x-συνιστώσα του διανύσματος Poynting (Poynting

vector: $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$)

$$\frac{dP_x}{dt} = \frac{c^2}{2V_A^2} \frac{\epsilon_0}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \left| E_y \right|^2 \quad (4.40)$$

Επομένως, η καθαρή μεταβολή στην πυκνότητα της ορμής του κύματος εξαιτίας διάθλασης στην γεωμετρική οπτική αντιστοιχεί στην καθαρή μη-γραμμική δύναμη εξαιτίας των μη-συντονισμένων αλληλεπιδράσεων του πλάσματος που προκαλούνται από μια γενικευμένη ponderomotive δύναμη και την δύναμη που δίνεται από τον Reynolds stress από την κίνηση του πλάσματος που προκαλείται από το κύμα. Όταν αγνοούμε την ανομοιογένεια του πλάσματος και κρατάμε μόνο τον κυρίαρχο όρο παράλληλο στον κυματαριθμό, η ponderomotive δύναμη που προκαλείται από την εστίαση του κυματικού πεδίου αντισταθμίζει (ακυρώνει) την δύναμη που δημιουργείται από το Reynolds stress [40-42]. Όταν λαμβάνουμε υπόψη μας την μεταβολή στο πλάτος του κύματος λόγω της διάθλασης της ponderomotive δύναμης και της δύναμης που συνδέεται με το Reynolds stress, παραμένει μια καθαρή δύναμη που ισούται με την δύναμη που παράγεται από την μεταβολή της πυκνότητας της ορμής στην γεωμετρική οπτική. Εφαρμόζοντας αυτό το μοντέλο τοπικά σε ένα συμμετρικό ως προς άξονα πλάσμα βρίσκουμε ότι όταν η x-συνιστώσα της δύναμης έχει μια συνιστώσα παράλληλη στην επιφάνεια μαγνητικής

ροής, όπως στην περίπτωση στην οποία το κύμα διαδίδεται πάνω από τον μαγνητικό άξονα, η δύναμη θα δημιουργήσει μια ροή σωματιδίων πάνω στην επιφάνεια ροής.

4.3.5 Συζήτηση και συμπεράσματα

Τα κύματα επηρεάζουν την συγκράτηση μεταφέροντας ορμή και ενέργεια κατά μήκος του πλάσματος και τροποποιώντας τις τροχιές μετατόπισης με αλληλεπιδράσεις κύματος σωματιδίου. Οι αλληλεπιδράσεις με συντονισμό ανταλλάσσουν ορμή και ενέργεια ανάμεσα στα κύματα και στα σωματίδια. Αν το κύμα αποσβένεται και εκπέμπεται τοπικά από το ίδιο είδος, δεν υπάρχει κανένα αποτέλεσμα στην μεταφορά των σωματιδίων. Όμως, τα ψυχρά σωματίδια μπορούν να οδηγηθούν προς τα μέσα και τα θερμά προς τα έξω αν συντονίζονται με το ίδιο κύμα και η συνάρτηση κατανομής δημιουργεί ασταθείς αλληλεπιδράσεις σε μια περιοχή στον χώρο των φάσεων και ασταθείς σε άλλη περιοχή.

Οι αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου επιταχύνουν τα σωματίδια κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου, καταλήγοντας σε μη-αμφιπολική μεταφορά σωματιδίων. Επίσης, η μεταβολή στο πλάτος της τροχιάς από μεταβολές στην κάθετη ενέργεια των σωματιδίων μπορεί να δημιουργήσει ηλεκτρικά πεδία εξαιτίας μη-αμφιπολικής μεταφοράς [50]. Το υπόλοιπο ηλεκτρικό πεδίο λαμβάνοντας υπόψη τις μεταβολές του πεδίου λόγω των μετακινήσεων πόλωσης προκαλεί πολοειδή και τοροειδή περιστροφή. Και ο τοροειδής αλλά και ο πολοειδής κυματαριθμός συνεισφέρουν στο ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο θα μπορούσε να σταθεροποιήσει την τύρβη. Το κυρίαρχο αποτέλεσμα στα σωματίδια από την μη-αμφιπολική μεταφορά από τις αλληλεπιδράσεις κύματος – σωματιδίου είναι μια μεταβολή στην τοροειδή προπόρευση των παγιδευμένων σωματιδίων. Το άθροισμα των αλλαγών στην τοροειδή ορμή των παγιδευμένων σωματιδίων και των αλλαγών στην τοροειδή συνιστώσα της πολοειδούς ταχύτητας των συντονισμένων διερχόμενων ιόντων πρέπει να εξισορροπούν την συνολική απορροφούμενη τοροειδή ορμή για να διατηρήσει κανονική γωνιακή ορμή και οιονεί ουδετερότητα. Οι συγκρούσεις θα προσπαθήσουν να ηρεμήσουν τις διαφορές στις τοροειδείς ταχύτητες ανάμεσα στα παγιδευμένα και στα διερχόμενα σωματίδια.

Οι αλληλεπιδράσεις με κύμα με πεπερασμένο πολοειδή κυματικό αριθμό k_θ οδηγούν σε εκτοπίσεις και παράλληλες επιταχύνσεις των οδηγών κέντρων. Ο πολοειδής κυματικός αριθμός, σε αντίθεση με τον τοροειδή κυματικό αριθμό, δεν είναι σταθερός και μεταβάλλεται καθώς το κύμα διαδίδεται στο πλάσμα λόγω της διάθλασης. Σωματίδια με τις ίδιες σταθερές που αλληλεπιδρούν με το ίδιο κύμα σε διαφορετικές θέσεις κατά μήκος μιας τροχιάς μετατόπισης θα επιταχύνονται διαφορετικά στην παράλληλη διεύθυνση και τα οδηγά κέντρα τους θα εκτοπίζονται καθώς οι αριθμοί πολοειδούς τρόπου στα σημεία αλληλεπίδρασης διαφέρουν. Οι αλληλεπιδράσεις προκαλούν τις ίδιες μεταβολές στις μεταβλητές των τροχιών των οδηγών κέντρων Λ και P_ϕ για την ίδια μεταβολή στο W_a . Ωστόσο, η τροποποίηση της κανονικής συνιστώσας (normal component) του ηλεκτρικού πεδίου από την εκτόπιση του κέντρου οδήγησης διαφέρει, εξηγώντας έτσι πώς η πολοειδής ορμή μπορεί να διατηρηθεί χωρίς να εμφανίζεται ρητά στην έκφραση που περιγράφει τις μεταβολές των σταθερών των τροχιών.

Έχουμε δείξει ότι η δύναμη αντίδρασης σε ένα πλάσμα που δημιουργείται από την μεταβολή στον κυματαριθμό λόγω διάθλασης στην γεωμετρική οπτική για το γρήγορο μαγνητοηλεκτρικό κύμα για ανομοιογένειες πάνω στο μαγνητικό πεδίο ισούται με την διαφορά ανάμεσα στην ponderomotive δύναμη και στη δύναμη εξαιτίας του Reynolds stress. Νωρίτερα δείξαμε ότι το ίδιο ισχύει και για τα κύματα Alfvén με ένταση του μαγνητικού πεδίου να διαφέρει κατά μήκος του πεδίου [46]. Τα ότι η δύναμη αντίδρασης από την διάθλαση σχετίζεται με την ponderomotive δύναμη και την δύναμη εξαιτίας του Reynolds stress μπορεί αρχικά να μοιάζει σαν έκπληξη. Όταν αγνοούμε την ανομοιογένεια του πλάσματος και κρατάμε μόνο τον κυρίαρχο όρο που είναι ανάλογος με τον κυματικό αριθμό, η ponderomotive δύναμη που δημιουργείται από την εστίαση του κυματικού πεδίου ακυρώνει την δύναμη που δημιουργείται από το Reynolds stress [40-42]. Όταν λάβουμε υπόψη μας την μεταβολή στο πλάτος του κύματος εξαιτίας της διάθλασης στην ponderomotive δύναμη και στην δύναμη που σχετίζεται με τον Reynolds stress, μια καθαρή δύναμη παραμένει που ισούται με την δύναμη που προκαλείται από την μεταβολή της πυκνότητας της ορμής στην γεωμετρική οπτική εξαιτίας της διάθλασης. Η μεταβολή στην ορμή από την ponderomotive δύναμη και από τον τανιστή Reynolds stress είναι μη-γραμμικά αποτελέσματα της ίδιας τάξης με τις συντονισμένες αλληλεπιδράσεις και πρέπει να συμπεριλη-

φθεί για να είναι συνεπής με τις μεταβολές στην πυκνότητα της ορμής του κύματος λόγω διάθλασης. Είναι πιο πιθανό ότι δεδομένης της εγκυρότητας της γεωμετρικής οπτικής, οι δυνάμεις στα μέσα που προκύπτουν από τη διάθλαση ισούνται με την μη-γραμμική ponderomotive δύναμη και την δύναμη που σχετίζεται με το Reynolds stress. Επιπλέον, έχουμε επιλύσει την προφανή αντίθεση ότι μια μεταβολή στην ορμή του κύματος για μη-συντονισμένες αλληλεπιδράσεις μπορεί να λάβει χώρα χωρίς μεταβολή στην ενέργεια ακόμα και για μεταβολές που οδηγούν σε επιτάχυνση παράλληλη με την κίνηση του σωματιδίου. Γενικά, είναι ευκολότερο να εκτιμηθεί η συνολική δύναμη του μέσα από την γεωμετρική οπτική, παρά να υπολογίσουμε την συνολική μη-συντονισμένη δύναμη στα σωματίδια.

Η προς τα πάνω και προς τα κάτω μετακίνηση του παράλληλου κυματικού αριθμού εξαιτίας διάθλασης, μπορεί να είναι σημαντική για οδήγηση ρεύματος όταν η ορμή λαμβάνεται από ένα είδος μέσω μη-συντονισμένων αλληλεπιδράσεων και δίνεται σε ένα άλλο είδος μέσω συντονισμένων αλληλεπιδράσεων ή όταν η μετακίνηση προς τα πάνω και η απορρόφηση δεν γίνονται πάνω στην ίδια επιφάνεια μαγνητικής ροής όπως είναι τυπικό για οδήγηση φορτίου από χαμηλά υβριδικά κύματα. Η διεγερμένη εκπομπή των κυμάτων που ακολουθείται από απόσβεση και μεταβολές στον πολοειδή αριθμό τρόπου λόγω διάθλασης δημιουργεί κάτι σαν διπολικές τριβές που η επίδρασή τους στο πλάσμα εξαρτάται από την ακτινική απόσταση ανάμεσα στις διαδικασίες. Η μεταφορά της ορμής είναι, κυρίως, σημαντική για τρόπους μικρού μήκους κύματος, όπως κύματα ολίσθησης και κινητικά κύματα. Τα τελευταία συχνά λαμβάνονται από αλλαγή του τρόπου μαγνητοηχητικού κύματος.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

Η θερμοπυρηνική σύντηξη αποτελεί το μέλλον της ενέργειας στον πλανήτη. Ο δρόμος προς την επίτευξη, όμως, είναι μακρύς. Πρέπει να γίνουν μελέτες, πειράματα και βελτιστοποιήσεις σε όλους τους τομείς αυτού του εγχειρήματος. Με την παρούσα εργασία θελήσαμε να κάνουμε μια προσέγγιση στον τρόπο που περιστρέφεται το πλάσμα μέσα σε ένα tokamak και τι συνέπειες έχει.

Με τον όρο «περιστροφή πλάσματος» εννοούμε την τοροειδή περιστροφή του πλάσματος με κάποια σχετικά μικρή γωνιακή ταχύτητα.

Η περιστροφή του πλάσματος συνεισφέρει σε δύο σημαντικές παραμέτρους: την βελτίωση της ευστάθειας και της συγκράτησης. Η συγκράτηση του πλάσματος πρέπει να είναι μεγάλη έτσι ώστε το πλάσμα να μην χάνει ενέργεια και η αντίδραση σύντηξης να είναι αυτοσυντηρούμενη. Από την άλλη, δεδομένου ότι το πλάσμα μέσα στο tokamak συγκρατείται από μαγνητικό πεδίο, η βελτίωση της ευστάθειας είναι απαραίτητη καθώς και η γνώση για αποφυγή τυχών μαγνητικών ασταθειών που μπορούν να προκύψουν, όπως τα μαγνητικά νησιά και τα resistive wall modes.

Προκειμένου να μελετήσουμε το πλάσμα και την περιστροφή του, ξεκινήσαμε από την μελέτη μεμονωμένων σωματιδίων σε διαφορετικές συνθήκες ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Από αυτή τη μελέτη προέκυψαν οι $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ολίσθηση και η ολίσθηση πόλωσης παρουσία πεπερασμένου ηλεκτρικού πεδίου. Για μη-ομογενή μαγνητικά πεδία είχαμε την κυρτή ολίσθηση και την Grad-B ολίσθηση. Και οι τέσσερις αυτοί τύποι ολισθήσεων είναι σημαντικοί στην προσπάθειά μας να κατανοήσουμε την περιστροφή του πλάσματος.

Μετά από μια εισαγωγή στις εξισώσεις της μαγνητουδροδυναμικής προχωρήσαμε στο κυρίως μέρος της παρούσας εργασίας: την ίδια την περιστροφή του πλάσματος.

Το tokamak αποτελείται από επιφάνειες σταθερής πίεσης και μαγνητικής ροής. Η περιστροφή του πλάσματος σε γενικές γραμμές επηρεάζει την μαγνητική ισορροπία σε ένα tokamak, η οποία καθορίζει την ισορροπία και την συμπεριφορά του πλάσματος. Περιστροφή πλάσματος είναι το μέρος εκείνο της ταχύτητας του ρευστού που εφάπτεται σε μια επιφάνεια ροής. Η περιστροφή μπορεί να είναι κάθετη ή παράλληλη. Η κάθετη περιστροφή αποδεικνύεται ιδιαίτερα σημαντική και αυτό φαίνεται στην $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ολίσθηση. Η $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ περιστροφή είναι η συνιστώσα της $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ολίσθησης που εφάπτεται στην επιφάνεια ροής. Τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η κίνηση είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο και στο ηλεκτρικό πεδίο. Άρα υπάρχει ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο που θα συνεισφέρει στην κάθετη περιστροφή

Εξετάζοντας την μεταφορά ορμής στο πλάσμα μιλήσαμε για πηγές και καταβόθρες ορμής. Δύο είναι οι όροι που επηρεάζουν την περιστροφή του πλάσματος. Ο πρώτος είναι ο ιξώδης τανιστής πίεσης, σύμφωνα με τον οποίο η περιστροφή του πλάσματος σε μια θέση προκαλεί μια κινητήρια δύναμη σε μια άλλη θέση. Δεύτερον, η κάθετη στο μαγνητικό πεδίο δύναμη $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ την οποία μπορούμε να εφαρμόσουμε εμείς σε δύο μηχανισμούς: δημιουργώντας ακτινικό φορτίο ή προκαλώντας διαταραχές στο μαγνητικό πεδίο. Και οι δύο μέθοδοι θα οδηγήσουν τελικά σε πολοειδείς και τοροειδείς δυνάμεις.

Εμείς, λοιπόν, μπορούμε να προκαλέσουμε περιστροφή στο πλάσμα με την εφαρμογή της $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ δύναμης. Υπάρχει όμως και τρόπος να παρέμβουμε εξωτερικά με έγχυση ουδέτερων σωματιδίων, τα οποία εκτοξεύουμε εφαπτομενικά μέσα στο πλάσμα. Τα σωματίδια αυτά έχουν μια συνιστώσα της ταχύτητας στην τοροειδή διεύθυνση και όταν τελικά ιονίζονται μεταφέρουν την τοροειδή τους ορμή στο πλάσμα. Η ορμή που δίνουν είναι και πάλι $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ δύναμη αλλά κυρίως οδηγούν ορμή παράλληλη με το μαγνητικό πεδίο.

Στο νεοκλασικό μοντέλο, όταν δηλαδή λαμβάνουμε υπόψη το τοροειδές σχήμα του tokamak και άρα το μη-ομογενές μαγνητικό πεδίο, τα παγιδευμένα σωματίδια που κάνουν την τροχιά μπανάνα είναι επίσης σημαντικά για να εξετάσουμε την περιστροφή. Παρατηρούμε ότι η πολοειδής περιστροφή αποσβένεται, αφού τα παγιδευμένα σωματίδια δεν κάνουν ποτέ έναν πλήρη πολοειδή γύρο κι έτσι δεν συνεισφέρουν στην πολοειδή ροή. Επίσης, οι συγκρούσεις ανάμεσα στα παγιδευμένα και στα διερχόμενα σωματίδια προκαλούν περαιτέρω απόσβεση πολοειδούς ροής.

Από την άλλη, η τοροειδής ορμή των παγιδευμένων σωματιδίων δεν είναι μηδενική γιατί οι μπανάνες έχουν μια τοροειδή προπόρευση γύρω από τον τόρο.

Πειράματα σε τοροειδείς συσκευές απέδειξαν ότι ακόμη κι αν εμείς δεν προκαλέσουμε εξωτερικά ορμή, το πλάσμα εξακολουθεί να περιστρέφεται αυθόρμητα εξαιτίας μεταβολών της πίεσης, των ηλεκτρικών πεδίων ή της θερμοκρασίας που μπορούν να προκαλέσουν και πολοειδή και τοροειδή περιστροφή. Αυτά είναι πραγματικά καλά νέα όπως έχουμε τονίσει επανειλημμένα η περιστροφή του πλάσματος βελτιώνει την σταθερότητα και τον περιορισμό.

Από την άλλη υπάρχει πάντα η επιλογή να επέμβουμε εξωτερικά με βομβαρδισμό με ραδιοκύματα. Αυτά συνεισφέρουν στην θέρμανση του πλάσματος, αλλά αν προσδώσουμε κατάλληλη κατευθυντικότητα στο κύμα μπορούμε να προκαλέσουμε ώθηση των σωματιδίων του πλάσματος τοροειδώς μέσω μεταφοράς ορμής από τα κύματα στα σωματίδια και άρα παραγωγή ρεύματος που θα οδηγήσει σε περιστροφή. Βέβαια, και εδώ παρατηρείται διαχωρισμός των φορτίων και επομένως εμφάνιση ηλεκτρικού πεδίου τοροειδώς, το οποίο διαπλεκόμενο με το μαγνητικό πεδίο στην πολοειδή διεύθυνση δημιουργεί πάλι ολισθήσεις τύπου $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ που κινούν ιόντα και ηλεκτρόνια προς τα τοιχώματα, γεγονός μη επιθυμητό. Όμως, τα κύματα αν τα εκμεταλλευτούμε σωστά, θα μας βοηθήσουν στον έλεγχο της περιστροφής του πλάσματος στο tokamak βοηθώντας στην καταστολή συγκεκριμένης κλίμακας τυρβώδους μεταφοράς, όπως μέσω συστροφής της ταχύτητας που παράγεται από κύματα Alfvén. Επιπλέον, βοηθά στη σταθεροποίηση μεγάλης κλίμακας μαγνητοϋδροδυναμικών ασταθειών.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] De Bock M., *Understanding and Controlling Plasma Rotation in Tokamaks* – PhD Thesis, Eindhoven (2007)
- [2] Chen F.F., *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, Pl. Press N.Y. (1993)
- [3] Wagner F., Becker G., Behringer K. et al, “Regime of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heated Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak” – *Physical Review Letters* (1982)
- [4] Lin Z., Hahn T. S., Lee W. W. et al, “Turbulent Transport Reduction by Zonal Flows: Massively Parallel Simulations”, *Science* (1998)
- [5] Binglari H., Diamond P. H. and Terry P.W., “Influence of Sheared Poloidal Rotation on Edge Turbulence”, *Physics of Fluids B* (1990)
- [6] Peeters A. G. The Physics of Fusion Power, Lecture notes, Warwick University (2008)
- [7] Brokland J.W.S., Keppens R., Goedbloed J.P. et al. “MHD Equilibrium Reconstruction for TEXTOR: from static to stationary equilibria.” In ECA, ad., “32nd EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics”, (2005)
- [8] Kallenbach A., Mayer H.M., Fussman G., et al. “Characterization of the Angular Momentum Transport in ASDEX.” *Plasma Physics and Controlled Fusion* (1991)
- [9] Wesson J. *Tokamaks*. Oxford University Press, Great Clarendon Street, Oxford OX2 6DP, 2nd edn (1997)
- [10] De Grassie J.S., Baker D.R., Burrell K.H. et al “Toroidal Rotation in Neutral Beam Discharges in DIII-D” *Nuclear Fusion* (2001)
- [11] De Vries P. “Momentum Transport Studies at JET”. 10th meeting of ITPA Transport Physics TG, Apr 24-27, 2006, PPPL, Princeton, USA (2006)

- [12] Zastrow K.D., Core W.G.F., Eriksson L.G. et al “Transfer Rates of Toroidal Angular Momentum during Neutral Beam Injection.” *Nuclear Fusion* (1998)
- [13] Stacey W.M. and Sigmar D.J. “Viscous Effects in a Collisional Tokamak with Strong Rotation.” *Physics of Fluids* (1985)
- [14] Braginskii S.I. Transport processes in a plasma, Reviews of plasma physics, vol. 1 Consultants Bureau, New York, m. a. leontovich edn. (1965)
- [15] Connor J.W., Cowley S.C., Hastie R.J. et al. “Toroidal Rotation and Momentum Transport.” *Plasma Physics and Controlled Fusion* (1987)
- [16] Mattor N. and Diamond P.H. “Momentum and Thermal Transport in Neutral-Beam-Heated Tokamaks.” *Physics of Fluids* (1988)
- [17] Stacey W.M. “Gyroviscous Momentum Transfer and Toroidal Rotation in Tokamaks with Unbalanced NBI.” *Plasma Physics and Controlled Fusion* (1989)
- [18] Van Schoor M., Jachmich S. and Weynants R.R. “An Experimental and Theoretical Study on the Formation of Electric Field Induced Flow Shear in the Tokamak Edge.” *Journal of Nuclear Materials* (2003)
- [19] Balescu R. *Transport Processes in Plasmas: Neoclassical Transport*. North Holland (1988)
- [20] Berger J.M., Newcomb W.A., Dawson J.M. et al “Heating of a Confined Plasma by Oscillating Electromagnetic Fields.” *Physics of Fluids* (1958)
- [21] Stix T.H. “Decay of Poloidal Rotation in Tokamak Plasma.” *Physics of Fluids* (1973)
- [22] Busch C. Spectroskopische Untersuchung der poloidalen Plasmarotation unter dem Einfluss statischer und dynamischer Ergodisierung am Tokamak TEXTOR. Ph.D. thesis, Heinrich-Heine-Universität Dusseldorf (2006)
- [23] Rozhansky V. and Tendler M. *Reviews of Plasma Physics*, chap. Plasma rotation in tokamaks, Consultants Bureau, New York – London (1996)
- [24] Claasen H.A., Gerhauser H., Rogister A. et al. “Neoclassical theory of Rotation and Electric Field in High Collisionality Plasmas with Steep Gradients.” *Physics of Plasmas* (2000)

- [25] Hazeltine R.D. “Rotation of a Toroidally Confined, Collisional Plasma.” *Physics of Fluids* (1974)
- [26] Kim Y.B., Diamond P.H. and Groebner R.J. “Neoclassical Poloidal and Toroidal Rotation in Tokamaks.” *Physics of Fluids B* (1991)
- [27] Hirshman S.P. and Sigmar D.J. Nuclear Fusion (1981)
- [28] Testa D., Giroud C., Fasoli A. Et al “On the Measurement of Toroidal Rotation for the Impurity and the Main Ion Species on the Joint European Torus.” *Physics of Plasmas* (2002)
- [29] Baylor L.R., Burrell K.H., Groebner R.J. et al. “Comparison of Toroidal Rotation Velocities of Different Impurity Ions in the DIII-D Tokamak.” *Physics of Plasmas* (2004)
- [30] Karelse F.A., De Bruijne M., Barth C.L. et al. “Measurements of the Current Density Profile with Tangential Thomson Scattering in RTP.” *Plasma Physics and Controlled Fusion* (2001)
- [31] De Vries P. Magnetic Islands in Tokamak Plasmas Ph.D. thesis, University of Utrecht (1997)
- [32] Freidberg J.P. *Ideal Magnetohydrodynamics*. Pl. Press N.Y.(1987)
- [33] Shafranov V.D. “On magnetohydrodynamical equilibrium configurations.” *Sov. Phys. J. Exper. Theor. Phys.* (1958)
- [34] Zastrow K.D., Combre K., Sharapov S.E. et al “Special Task Force Meeting on Poloidal Rotation” JET combined TF meeting, 2nd March, 2006
- [35] *External Heating Systems*, ITER – the way to new energy, <http://www.iter.org/mach/heating>
- [36] *Heating and current generation*, Commissariat a l’ energie atomique (CEA), <http://www-fusion-magnetique.cea.fr/gb/fusion/physique/chauffage.htm>
- [37] Perkins F.W., White R.B., Bonoli P., “Generation of Plasma Rotation in a Tokamak by Ion-Cyclotron Absorption of Fast Alfvén Waves”, Princeton New Jersey, San Diego CA, Cambridge MA
- [38] Hellsten T. “Momentum Transport by Wave – Particle Interaction” *Plasma Phys. Control. Fusion*, IOP Publishing (2011)
- [39] Seltzman A., Floyd J.P. II, “Plasma Waves, Heating and Current Drive”, NRE4903 Special Problem, Fusion Plasma Physics (2006)

- [40] Berry L.A. et al 1999 Phys. Rev. Lett
- [41] Myra J.R. et al 2004 Phys. Plasmas
- [42] Gao Z. et al 2007 Phys. Plasmas
- [43] Seki T. et al 1992 Nucl. Fusion
- [44] LeBlanc B. et al 1995 Phys. Plasmas
- [45] Lin Y. et al 2008 Phys. Rev. Lett
- [46] Hellsten T. 2009 Proc 18th Topical Conf. on Radio Frequency Power in Plasmas (Gent, Belgium, 2009) AIP Conf. Proc.
- [47] Eriksson L-G. and Helander P. 1994 Phys. Plasmas
- [48] Hellsten T. et al 2008 Proc. Theory of Fusion Plasmas, Joint Varenna-Lausanne Int. Workshop (Varenna, Italy, 2008) AIP Conf. Proc.
- [49] Pereverzev G.V. 1998 Phys. Plasmas
- [50] Chang C.S. et al 1999 Phys. Plasmas
- [51] White R.B. Phys. Fluids B (1990)