

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πτυχιακή εργασία.

"Η Διδακτική αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στη Διδασκαλία των  
Μαθηματικών"

Σπανούδη Αναστασία  
Επιβλέποντες καθηγητές: κος. Κωνσταντίνος Χατζηκυριάκου  
κα. Μαρίτα Παπαρούση

ΒΟΛΟΣ 2011



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 9618/1  
Ημερ. Εισ.: 15-09-2011  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΔΕ  
2011  
ΣΠΑ

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε στο πλαίσιο της πτυχιακής μου εργασίας κατά τη διάρκεια του Δ' έτους σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης κατά το Ακαδημαϊκό Έτος 2010-2011, υπό την επίβλεψη του κ. Κωνσταντίνου Χατζηκυριάκου και της κ. Μαρίτας Παπαρούση.

Στόχος της εργασίας αυτής υπήρξε η διερεύνηση ζητημάτων σχετικά με τη διδακτική αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών, καθώς επίσης και το κατά πόσο η αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στη διαμόρφωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών φαίνεται λειτουργική υπό το πρίσμα της διαθεματικής προσέγγισης. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκε το κατά πόσο είναι εφικτό, χρησιμοποιώντας τη Λογοτεχνία ως μέσο διδασκαλίας των Μαθηματικών, να δημιουργηθούν τέτοιες συναισθηματικές καταστάσεις στους μαθητές, έτσι ώστε να διαμορφώσουν μια πιο θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά.

Γενικότερα, η αρνητική στάση που διατηρεί η πλειοψηφία των μαθητών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης για τα Μαθηματικά, αποτέλεσε κατά κάποιο τρόπο την αφορμή για να γίνει η εργασία. Ως εναλλακτική λύση λοιπόν, προσφέρθηκε η διδασκαλία τους δια μέσου της Λογοτεχνίας αλλά με μια δια θεματική προσέγγιση η οποία δεν διαχωρίζεται σε επιμέρους γνωστικά πεδία για τη διδασκαλία ενός συγκεκριμένου γνωστικού αντικείμενου. Ουσιαστικά, αυτό που πραγματεύτηκε η εργασία αυτή ήταν το κατά πόσο είναι αποτελεσματικό η διαθεματική αυτή να εκπορεύεται από μια πηγή που στην προκειμένη περίπτωση θεωρήσαμε τη λογοτεχνία και να εξακτινώνεται σε πολλούς θεματικούς και γνωστικούς άξονες οι οποίοι θα διδαχθούν μαζί με το γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Συνεπώς, στόχος αποτέλεσε η δημιουργία μιας διδασκαλίας η οποία δε θα έχει ακριβώς ένα γνωστικό αντικείμενο αλλά πολλά διαφορετικά τα οποία θα αποπροσανατολίσουν τους μαθητές από το πλαίσιο της συνεχούς αξιολόγησης πάνω σε ένα αντικείμενο και θα τους εντάξουν σε ένα πιο διευρυμένο πλαίσιο διδασκαλίας η οποία διδασκαλία θα στοχεύει σε μια πολύπλευρη κατάρτιση των μαθητών.

### Ευχαριστίες.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Κωνσταντίνο Χατζηκυριάκου ο οποίος επέβλεπε τη συγγραφή της πτυχιακής μου εργασίας καθώς και για τη συμβολή του στη διεξαγωγή αυτής με την παροχή της απαραίτητης βιβλιογραφίας. Επίσης, τους μαθητές που πρόθυμα και θερμά συμμετείχαν στην έρευνα και τους δασκάλους τους που διευκόλυναν την πραγματοποίησή της. Και τέλος, τους γονείς μου Σπανούδη Δημήτρη και Μαυρομάτη Μαρία, για την ψυχολογική υποστήριξη που μου παρείχαν.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ:

Πρόλογος.....σελ 1
Περίληψη περιεχομένου.....σελ 3

### ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά.....σελ 5
1. <i>Ο φόβος των μαθητών για τα Μαθηματικά.....σελ 6</i>
2. <i>Κάποια πιθανά αίτια.....σελ 7</i>
3. <i>Συνέπειες της φοβίας των Μαθηματικών.....σελ 8</i>
4. <i>Τι ενισχύει και τι αναστέλλει το φόβο για τα Μαθηματικά.....σελ 9</i>
Βασικές προϋποθέσεις για μια νέα θεώρηση της μάθησης.....σελ 10
Μαθηματικά και Λογοτεχνία:
1. <i>Η σχέση των Μαθηματικών και της Λογοτεχνίας.....σελ 13</i>
Η Αξιοποίηση της Διαθεματικότητας στα πλαίσια οργάνωσης της διδασκαλίας των Μαθηματικών με λογοτεχνικό κείμενο.....σελ 15
Ο ρόλος των συναισθημάτων στη γνωστική διαδικασία.....σελ 17
Η αφήγηση ως μορφή γνώσης:
1. <i>Τι θα μπορούσαμε να αποκαλέσουμε αφήγηση.....σελ 18</i>
2. <i>Βασικές επιδιώξεις της αφήγησης.....σελ 18</i>
3. <i>Για ποιούς λόγους δεν καθιερώθηκε η αφήγηση ως γνωστική λειτουργία.....σελ 20</i>
4. <i>Η οργάνωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών με συστατικό στοιχείο την αφήγηση.....σελ 20</i>
Μια προσπάθεια ταξινόμησης της Λογοτεχνίας των Μαθηματικών.....σελ 21
1. <i>Διάφοροι τρόποι χρήσης λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των Μαθηματικών.....σελ 24</i>
Μαθηματικά και Ποίηση: μια προσπάθεια σύνδεσης.....σελ 25
Μαθηματική Λογοτεχνία για παιδιά: κριτική προσέγγιση στο περιεχόμενο βιβλίων.....σελ 27

### ΟΙ ΠΑΡΕΜΒΑΣΕΙΣ

Καρλο Φραμπέτι: “Καταραμένα μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών”.....σελ 39
Ρομπέρτ Ντεσνός: “Ο κύκλος και το αστέρι”.....σελ 48
Γενικά συμπεράσματα:.....σελ 55
Βιβλιογραφία.....σελ 56

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Φύλλα εργασίας .....σελ 58
----------------------------



## Περίληψη περιεχομένου

Στην παρούσα εργασία θα γίνει μια προσπάθεια να διαπιστώσουμε αν μπορούμε να διαμορφώσουμε μια διδασκαλία στην οποία θα έχει σημαντική θέση η διδακτική αξιοποίηση της λογοτεχνίας, ώστε να μετριαστεί ο φόβος των μαθητών για τα Μαθηματικά και όχι μόνο. Εξετάσαμε, μέσα από διάφορες έρευνες, ποιες είναι οι στάσεις που κρατούν οι μαθητές απέναντι στα μαθηματικά. Επίσης, εντοπίσαμε τους λόγους που οι μαθητές αντιμετωπίζουν το γνωστικό αυτό αντικείμενο με απέχθεια και φόβο, αναλύσαμε τις αιτίες και μπήκαμε σε μια διαδικασία να εξετάσουμε έρευνες και τις προϋποθέσεις που πρέπει να ληφθούν υπόψη ως απαραίτητες προκειμένου να διαμορφωθεί μια διδασκαλία μαθηματικών "φιλικότερη" στους μαθητές και στις ανάγκες τους. Στο πλαίσιο αυτό, όπως μπορεί να δει κανείς διαβάζοντας την παρούσα εργασία, θα παρουσιαστούν διάφορες προτάσεις. Αρχικά, εξετάσαμε το ενδεχόμενο της διαθεματικής προσέγγισης της διδασκαλίας των μαθηματικών και το κατά πόσο αυτή η μέθοδος διδασκαλίας ανταποκρίνεται στις βασικές προϋποθέσεις που αναφέραμε πριν. Επίσης, θα αναλύσουμε τον ρόλο που διαδραματίζουν η συναισθηματική ικανοποίηση των παιδιών και οι διάφορες συγκινησιακές καταστάσεις στην κατάκτηση της γενικής γνώσης. Θα ασχοληθούμε επίσης και με τη μαθηματική λογοτεχνία και τις διάφορες μορφές που έχει ανάλογα με το περιεχόμενο και τα βασικά χαρακτηριστικά της. Στη συνέχεια, θα γίνει μια παρουσίαση και κριτική αποτίμηση του περιεχομένου τριών επιλεγμένων παιδικών βιβλίων μαθηματικής λογοτεχνίας. Πιο συγκεκριμένα θα εξεταστεί το κατά πόσο, ανάλογα με τον στόχο του κάθε συγγραφέα και το περιεχόμενο του, αυτά τα βιβλία μπορούν να αποτελέσουν το βασικό υλικό για την οργάνωση μιας τέτοιας διδασκαλίας και της δημιουργία των κατάλληλων δραστηριοτήτων με ατομικά φύλλα εργασίας. Ακόμη, θα παρουσιαστούν δύο διδασκαλίες που πραγματοποιήθηκαν σε δύο διαφορετικά σχολεία στην Β' τάξη Δημοτικού και στη Στ' Δημοτικού. Στη μια τάξη πραγματοποιήθηκε διδασκαλία των μαθηματικών μέσω ενός λογοτεχνικού αποσπάσματος από το βιβλίο του Φραμπέτι "Καταραμένα Μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών" και στην Στ' Δημοτικού έγινε μια αντίστοιχη διδασκαλία, μόνο που αυτή τη φορά έγινε μέσω του ποιήματος του R. Desnos "Ο κύκλος και το αστέρι". Τέλος, θα παρουσιάσουμε τα συμπεράσματα σχετικά με τα αποτελέσματα των διδασκαλιών και το κατά πόσο επιτεύχθηκαν οι στόχοι που θέσαμε με βάση τις προϋποθέσεις για τις οποίες μιλήσαμε στην αρχή.

## **ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ**

## Οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά

Εναρκτήριο σημείο αυτής της εργασίας αποτελεί η διερεύνηση των στάσεων των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά και ποιες είναι οι αιτίες που οδηγούν στην υιοθέτηση αυτών των στάσεων.

Ανάμεσα στα ερωτήματα που απασχόλησαν τους ερευνητές ήταν η δομή, η γένεση και η εξέλιξη των στάσεων των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά καθώς επίσης και η διασύνδεσή τους με τη μαθησιακή διαδικασία και οι δυνατότητες αλλαγής τους. Σε πρόσφατες έρευνες έχουν διατυπωθεί διάφορες απόψεις σχετικά με το θέμα.

Οι περισσότεροι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα πως η άποψη που έχει ο μαθητής για ένα οποιοδήποτε γνωστικό αντικείμενο, καλλιεργεί και τη στάση του απέναντι σε αυτό. Αρχικά, με τον όρο "στάσεις" εννοούμε τις τάσεις του υποκειμένου να ανταποκρίνεται με κάποιο ομοίμορφο τρόπο, ευμενώς ή δυσμενώς, έναντι συγκεκριμένων γεγονότων, ατόμων ή φορέων, αντικειμένων ή και μαθημάτων (των Μαθηματικών στην προκειμένη περίπτωση). Απέναντι στα μαθηματικά λοιπόν, όπως προειπώθηκε οι περισσότεροι από τους μαθητές έχουν μια αρνητική στάση η οποία χαρακτηρίζεται κυρίως από φόβο για το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο. Τη στάση αυτή του φόβου και της αντιμετώπισης των Μαθηματικών ως κάτι ακλόνητου και επομένως, κάτι απέναντι στο οποίο ο μαθητής νιώθει δέος και αδυναμία να το αντιμετωπίσει, επηρεάζουν πολλοί παράγοντες, όπως για παράδειγμα η στάση των ίδιων των γονιών.

Οι περισσότεροι από τους γονείς έχουν την εσφαλμένη αντίληψη πως όταν κάποιος είναι καλός στα Μαθηματικά, συνεπάγεται πως είναι και "έξυπνος". Αυτή η παραδοχή, δημιουργεί αυτόματα την ανάγκη στο μαθητή, να αποδείξει πως τελικά δεν είναι "χαζός" και χρησιμοποιεί τα Μαθηματικά ως μέσο. Αυτό όμως συνεπάγεται πως τελικά τα Μαθηματικά για αυτόν αποτελούν ένα κριτήριο επιτυχίας και επομένως είναι λογικό να τα αντιμετωπίζει με άγχος και φόβο.

Συνεπώς, οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, όπως και σε οποιοδήποτε ερέθισμα στη ζωή του ατόμου, είναι αποτέλεσμα εμπειριών που του δημιουργούν κάποια συναισθηματικά αποτελέσματα. Στο παρακάτω σχήμα διατυπώνεται ακριβώς η πορεία που ακολουθείται για να καταλήξει στη δημιουργία μιας συγκεκριμένης στάσης.



Το παραπάνω σχήμα περιγράφει σύμφωνα με τον Mandler (1989) τη θέση που βρίσκονται οι στάσεις σε σχέση με τις πεποιθήσεις και τις συγκινησιακές καταστάσεις. (Φιλίππου & Χρίστου, 2001).

### 1. Ο Φόβος των μαθητών για τα μαθηματικά.

Τα τελευταία χρόνια, έχουν γίνει πολλές έρευνες και εργασίες με σκοπό τη μελέτη της επίδρασης του συναισθηματικού παράγοντα στη μάθηση των Μαθηματικών. Οι στάσεις και τα συναισθήματα που έχουν οι μαθητές για τα Μαθηματικά, διαφέρουν. Κάποιοι νιώθουν ευχαρίστηση και ικανοποίηση, όταν καταφέρουν να επιλύσουν μια άσκηση. Ορισμένοι αισθάνονται δυσφορία και απέχθεια. Άλλοι, πάλι, αδιαφορούν, ενώ είναι πολλοί οι μαθητές που διακατέχονται από άγχος και από φόβο για το μαθηματικό αντικείμενο. Οποιαδήποτε όμως και αν είναι τα συναισθήματα των παιδιών για τα Μαθηματικά, είτε θετικά είτε αρνητικά, αυτά επηρεάζουν την όλη διαδικασία διδασκαλίας- μάθησης.

Μια από τις πιο συνηθισμένες στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, η οποία επιδρά αρνητικά στις επιδόσεις τους, είναι η λεγόμενη φοβία των μαθηματικών. Με τον όρο αυτό εννοείται ο φόβος και η ανασφάλεια που νιώθουν τα παιδιά όταν ασχολούνται με το μαθηματικό αντικείμενο. Η φοβία των Μαθηματικών προκαλείται από τις οποιεσδήποτε αρνητικές εμπειρίες των μαθητών με τα Μαθηματικά και έχει ως αποτέλεσμα και τη μείωση των επιδόσεών τους.

## 2. Πιθανά αίτια.

Στις περισσότερες έρευνες έχουν σημειωθεί κάποια πιθανά αίτια τα οποία σχετίζονται με τη φοβική στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά. Αρχικά να σημειωθεί πως η φοβία αυτή δεν είναι κάποιο πρόβλημα που οφείλεται σε παθολογικούς παράγοντες. Τα αίτια της είναι κυρίως εξωτερικά και έχουν να κάνουν με το περιβάλλον διδασκαλίας, όπως για παράδειγμα με το γεγονός ότι ο δάσκαλος είναι το πρόσωπο εξουσίας. Συνεπώς ο τρόπος άσκησης των εξουσιών μέσα στην αίθουσα διαμορφώνει το κλίμα της τάξης και τις σχέσεις ανάμεσα στους μαθητές και το γνωστικό αντικείμενο. Ας ξεκινήσουμε όμως από τη στάση που έχουν οι μαθητές απέναντι σε αυτό το γνωστικό αντικείμενο και πως οι ίδιοι αλληλεπιδρούν με το συναίσθημα και τις λογικές παραδοχές τους στην πεποίθηση πως δεν μπορούν να τα καταφέρουν στα μαθηματικά.

Αρχικά θα αναφερθώ στην έρευνα που έχει κάνει η Anne Siety στο βιβλίο της “Μαθηματικά, ο αγαπημένος μου φόβος”. Στο βιβλίο αυτό αλλά και στις περισσότερες έρευνες που αναφέρονται στον φόβο των μαθητών για τα μαθηματικά, σημειώθηκαν κάποιοι κοινοί τόποι. Πιο συγκεκριμένα οι περισσότεροι μαθητές μίλησαν για το γεγονός ότι βαριούνται τα μαθηματικά και όπως συμπληρώνουν “τα μαθηματικά δεν έχουν κάτι το ζωντανό, το συναισθηματικό. Είναι σκέτος αέρας με αφηρημένες έννοιες”. Αυτό να σημειωθεί πως εντοπίστηκε στην πλειοψηφία των ερευνών και συνεπώς η ομοφωνία είναι τέτοια, που θα λέγαμε πως δεν επιτρέπει καμιά αμφισβήτηση.

Αυτό που σημειώθηκε επίσης στις περισσότερες έρευνες είναι πως ο ρόλος και η στάση του εκπαιδευτικού είναι πολύ σημαντικοί παράγοντες, οι οποίοι επιδρούν καθοριστικά στη διαμόρφωση πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά από τους μαθητές. Η Buxton (1981) αναφέρεται στη δημιουργία συναισθημάτων που απορρέουν από τους βασικούς συντελεστές του εκπαιδευτικού συστήματος. Δηλαδή τους εκπαιδευτικούς, και βάσει των θέσεων της ο δάσκαλος είναι για τους μαθητές το πρόσωπο εξουσίας και αυθεντίας στην τάξη. Για τους μαθητές συγκεντρώνει στο πρόσωπο του την νομοθετική, εκτελεστική και διδακτική εξουσία. Συνεπώς ο τρόπος με τον οποίο ο εκπαιδευτικός διαπεραιώνει τη διδασκαλία των μαθηματικών, διαμορφώνει και το ανάλογο κλίμα και άρα καθορίζει τις σχέσεις ανάμεσα στους δύο βασικούς παράγοντες της διδασκαλίας. Το γνωστικό αντικείμενο και τους μαθητές.

Επομένως, η έμφαση που δείχνουν κάποιοι δάσκαλοι στην ταχύτητα και στην ακρίβεια των απαντήσεων, μέσα στη διδασκαλία τους αποτελεί έναν αιτιολογικό παράγοντα στη δημιουργία φόβου από την πλευρά των μαθητών, ενώ η επιβολή της εξουσιαστικής παρουσίας και της αυθεντίας τους, δεν παρέχει τα αναγκαία περιθώρια ανάπτυξης πρωτοβουλιών ή απλής σύνδεσης ενός θέματος με άλλες σχετικές διδακτικές ενότητες.

Τέλος, ένα άλλο πιθανό που εντείνει τον φόβο των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά είναι το γεγονός της δημόσιας έκθεσης των παιδιών στην αίθουσα. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές φοβούνται στην ιδέα της επανάληψης ενός λάθους στα μαθηματικά δημόσια στην αίθουσα, ειδικά από τη στιγμή που δεν αξιολογούνται μόνο από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό αλλά και από τους συνομηλίκους τους.

Συνεπώς, οι συχνά επαναλαμβανόμενες αποτυχίες απωθούν τον μαθητή να συμμετέχει στο μάθημα και άρα ο ίδιος καταλήγει στο ότι δεν είναι ικανός στα μαθηματικά.

### **3. Συνέπειες της φοβίας των μαθηματικών**

Η φοβία για τα μαθηματικά έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση αρχικά της αυτοπεποίθησης των μαθητών και στη συνέχεια των επιδόσεών τους στα Μαθηματικά. Οι φτωχές επιδόσεις με τη σειρά τους, αυξάνουν το δέος και τον φόβο των παιδιών για το μαθηματικό αντικείμενο. Δημιουργείται, έτσι, ένας φαύλος κύκλος ο οποίος αν δεν αντιμετωπιστεί εγκαίρως δεν θα σταματήσει ποτέ να υπάρχει. Πώς όμως πρέπει να γίνεται η διδασκαλία των Μαθηματικών ώστε να νιώθουν οι μαθητές αυτοπεποίθηση και σιγουριά; Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα δεν είναι απλή.

Είναι, γενικά, πολύ βασικό η διδασκαλία των Μαθηματικών να βοηθάει τους μαθητές να αποκτήσουν θετικές στάσεις απέναντι σε αυτά. Και αυτό, γιατί η ύπαρξη θετικών στάσεων αποτελεί ένα πολύ ουσιαστικό κίνητρο για την καταβολή προσπάθειας για καλύτερη απόδοση. Τα αρνητικά, αντίθετα, συναισθήματα παρεμποδίζουν ακόμη και την απόπειρα ενασχόλησης με μαθηματικές δραστηριότητες.

Όπως και στην περίπτωση της φοβίας των μαθηματικών, η απόκτηση θετικών στάσεων για τα Μαθηματικά επιτυγχάνεται πρώτα από όλα με την ενεργητική συμμετοχή του μαθητή στη μαθησιακή διαδικασία, ώστε να πειστεί από μόνος του για τη χρησιμότητα του μαθηματικού αντικειμένου. Ο εκπαιδευτικός, με τη σειρά του, είναι απαραίτητο να νιώθει και να δείχνει ενθουσιασμό για τη δουλειά του, ώστε να μπορεί να τον μεταδώσει στα παιδιά, να λαμβάνει υπόψη του τα ενδιαφέροντά τους, προκειμένου να τους διδάσκει τα Μαθηματικά μέσα από τις δικές τους εμπειρίες και να τους παρέχει τη δυνατότητα επικοινωνίας, συζήτησης και ανταλλαγής απόψεων γύρω από το μάθημα. Ο συναισθηματικός τομέας, είναι γεγονός, πως επηρεάζει άμεσα τη μαθησιακή διαδικασία. Τα συναισθήματα και οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, διαμορφώνουν τις αντιλήψεις τους γι αυτά, ενισχύουν ή μειώνουν την αυτοπεποίθησή τους και καθορίζουν τις επιδόσεις τους. Είναι, λοιπόν, αναγκαίο να δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στο συναισθηματικό παράγοντα, προκειμένου να είναι η διδασκαλία των Μαθηματικών αποτελεσματική.



#### 4. Τι ενισχύει και τι αναστέλλει τον φόβο για τα μαθηματικά.

Ανάλογα με τις δραστηριότητες, που λαμβάνουν χώρα μέσα στην τάξη, η φοβία για το μάθημα των Μαθηματικών είναι δυνατό, είτε να μειωθεί είτε να ενισχυθεί.

Οι δραστηριότητες, που ενισχύουν τη φοβία αυτή είναι καταρχήν η σημασία που δίνεται από πολύ νωρίς στη μνήμη. Από τις πρώτες κιόλας τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, οι μαθητές αποστηθίζουν οτιδήποτε πρέπει να θυμούνται. Κάτι τέτοιο, όμως, προκαλεί υπερφόρτωση της μνήμης τους και δεν τους οδηγεί στη μάθηση των Μαθηματικών.

Η επιβολή επίσης της άποψης του εκπαιδευτικού για το τι είναι χρήσιμο, τι πρέπει να κάνουν οι μαθητές και με ποιο τρόπο, προκαλεί στα παιδιά περισσότερο φόβο για τα Μαθηματικά. Αυτά, όμως, που ενισχύουν περισσότερο από οτιδήποτε άλλο τη φοβία των μαθηματικών είναι τα διαγωνίσματα και τα τεστ. Η βαθμοθηρία, το κυνήγι, δηλαδή, των βαθμών, προκαλεί τεράστιο άγχος και ένταση στους μαθητές. Η πραγματική μάθηση των Μαθηματικών δεν έχει να κάνει με βαθμούς και μηχανική αποστήθιση για τα τεστ. Είναι και πρέπει να είναι πολύ πιο ουσιαστική.

Καταλήγουμε λοιπόν, πως με βάση όλα τα προηγούμενα για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, προκύπτει η ανάγκη αναθεώρησης της μεθόδου διδασκαλίας τους και αναζήτησης μιας άλλης προσέγγισης που θα λαμβάνει περισσότερο υπόψη τις ανάγκες των μαθητών.

Με βάση λοιπόν την τελευταία παραδοχή, ότι δηλαδή πρέπει να αλλάξει η στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά αλλά και να μετριαστεί ο φόβος προς αυτά, διατυπώθηκαν κάποιες θέσεις όπως του Χασάπη (2007), ο οποίος υποστηρίζει ότι σε κάθε περίπτωση, πρέπει να υπάρξει μια διαφορετική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών δηλαδή μια διαφορετική από την κυρίαρχη σήμερα θεώρηση της μάθησης, στην οποία οι συναισθηματικές λειτουργίες θα αντιμετωπίζονται όχι μόνο σαν ισότιμες, αλλά ως προϋπόθεση της ανάπτυξης των γνωστικών λειτουργιών.

Συνεπώς, το θέμα της συναισθηματικής ικανοποίησης των παιδιών αποκτά σημασία ενώ μέχρι τώρα δεν λαμβάνονταν υπόψη, ειδικά στις διδασκαλίες των μαθηματικών. Επομένως, θα πρέπει τα Μαθηματικά να σταματήσουν να αντιμετωπίζονται και να προσεγγίζονται ως μια επιστημονική πρακτική και σχολική γνώση στα πλαίσια της διδασκαλίας. Παρακάτω, αναλύονται οι τρεις βασικές προϋποθέσεις οι οποίες οδηγούν σε μια νέα θεώρηση της μάθησης σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών.

## Βασικές προϋποθέσεις για μια νέα θεώρηση της μάθησης:

- **Προϋπόθεση πρώτη: Μια διαφορετική θεώρηση της μάθησης.**

Σύμφωνα με το Χασάπη (2007) η πρώτη αυτή προϋπόθεση ξεκινάει με την παραδοχή πως η μάθηση είναι μια υποκειμενική διαδικασία κατασκευής νοημάτων και εξαρτάται από την προσωπικότητα του κάθε ατόμου. Στην προϋπόθεση αυτή επίσης επισημαίνεται το γεγονός ότι θα πρέπει οι συναισθηματικές λειτουργίες να θεωρούνται ισότιμες των νοητικών λειτουργιών και συστατικές της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων.

Για να γίνει όμως αυτό είναι απαραίτητο να γνωρίσουμε ποια είναι η κυρίαρχη θεώρηση της μάθησης. Η σημερινή θεώρηση της μάθησης αντιμετωπίζει το συναίσθημα ως κάτι που είναι αντίθετο της λογικής και γενικότερα υποστηρίζει πως υπάρχει ένας δυισμός, συναισθήματος από τη μια και λογικής από την άλλη, σε κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα. Αντιμετωπίζει το συναίσθημα σαν μια κατώτερη λειτουργία από αυτή της λογικής και θεωρεί πως το συναίσθημα θα πρέπει να ελέγχεται από λογική.

*“Η εναλλακτική θεώρηση αντιμετωπίζει τις συναισθηματικές λειτουργίες ως αλληλένδετες των λογικών διεργασιών και αμοιβαία ενισχυτικές σε κάθε ανθρώπινη νοητική ή πρακτική δραστηριότητα”.* (Χασάπης, 2007) Συνεπώς, βάσει αυτής της εναλλακτικής θεώρησης απαιτείται να διερευνηθούν οι τρόποι που ικανοποιούν τις απαιτήσεις της παραπάνω θεώρησης. Στο πλαίσιο αυτό σύμφωνα με το Χασάπη η σύζευξη των μαθηματικών με τη λογοτεχνία, φαίνεται να αποτελεί μια αποτελεσματική επιλογή. Γιατί τα ανθρώπινα συναισθήματα εκδηλώνονται μόνο μέσω της αφήγησης και η αφήγηση αποτελεί το μόνο μέσο έκφρασης των συναισθημάτων.

Ο Lesh και Larson (2006) στο “Η δύναμη των ιστοριών στη μάθηση των μαθηματικών και την επίλυση προβλήματος”, υποστηρίζουν ότι τα οφέλη από τη χρήση ιστοριών στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι ποικίλα:

- Κατ’ αρχήν οι μαθητές, προσπαθώντας να κατανοήσουν αυτές τις ιστορίες, βασίζονται επεκτείνοντας συγχρόνως τη γνώση και την προσωπική τους εμπειρία. Η προοπτική για μια τέτοια επέκταση είναι σαφώς περισσότερος ευοίωνα, αν επιχειρείται με αφορμή ενδιαφέρουσες ιστορίες και όχι ψυχρές αφαιρέσεις.
- Δεύτερον τέτοιες δραστηριότητες απαιτούν συνήθως από τους μαθητές να περάσουν από μια σειρά κύκλων κατά τη διάρκεια των οποίων εκφράζουν, επανεξετάζουν και αναθεωρούν τον τρόπο σκέψης τους.
- Ένας τρίτος λόγος για τον οποίο οι ιστορίες τείνουν να είναι ιδιαίτερα χρήσιμες είναι, ότι απαιτούν συχνά γνώση, που δεν ανάγεται σε άπλες δηλώσεις ή κανόνες.
- Τέλος δραστηριότητες που βασίζονται σε λογοτεχνικά κείμενα επεκτείνουν τη



φυσική περιέργεια των παιδιών, τα ενθαρρύνουν στην αναζήτηση νοήματος, συνεισφέρουν στον εμπλουτισμό του λεξιλογίου τους, ενθαρρύνουν την αισθητική εκτίμηση των μαθηματικών και τα βοηθούν να σκέφτονται για τον κόσμο τους με νέους τρόπους.

Επίσης, κάτι το οποίο είναι πάρα πολύ σημαντικό είναι το γεγονός ότι πλέον οι τάξεις της ελληνικής πραγματικότητας είναι ανομοιογενείς, δηλαδή φιλοξενούν και πολλούς δίγλωσσους μαθητές. Οι ιστορίες λοιπόν και τα λογοτεχνικά κείμενα είναι απαραίτητο να ενταχθούν στα πλαίσια της διδασκαλίας των υπόλοιπων γνωστικών αντικείμενων, όπως και των μαθηματικών, διότι επιτρέπει στους μαθητές, παρέχοντας τους κίνητρα, να αναπτύξουν υψηλού επιπέδου νοητικές διεργασίες όπως είναι η οικοδόμηση νοημάτων, κάτι που στα μαθηματικά είναι απαραίτητο.

- **Προϋπόθεση δεύτερη: Μια διαφορετική προσέγγιση των μαθηματικών.**

Σύμφωνα με την προϋπόθεση που θέτει ο Χασάπης, είναι απαραίτητο να γίνει κατανοητό το γεγονός ότι η μαθηματική δραστηριότητα δεν είναι απόλυτη και ιστορικά αμετάβλητη. Υπόκειται σε σφάλματα, εμπλουτίζεται από τους σκοπούς και τα πλαίσια που υποκινούν την ανάπτυξη και τη χρήση της και διαμορφώνεται από τις κυρίαρχες κοινωνικές αξίες. Η παραδοχή αυτή μπορεί να οδηγήσει σε μια διαφορετική από την επικρατούσα προσέγγιση των Μαθηματικών ως επιστημονικής πρακτικής και σχολικής γνώσης.

*“Κατά συνέπεια, η μαθηματική γνώση είναι προϊόν μιας δραστηριότητας, η οποία έχει ιστορίες, έχει φιλοσοφικές θεωρήσεις, έχει πρωταγωνιστές, έχει μεθόδους και διαδικασίες παραγωγής, έχει θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα, έχει χρήσεις και εφαρμογές σε άλλα πεδία της πνευματικής προσαγωγής, έχει θεσμούς οργάνωσης και μέσα επικοινωνίας, έχει τυπικά θεσμοθετημένα και άτυπα καθιερωμένα πεδία ανάπτυξης, τα οποία υπόκεινται στην κοινωνικής κατάσταση και αντανακλούν τόσο τα ουσιώδη στοιχεία του πνευματικού και τεχνικού πολιτισμού, όσο και τους ανταγωνισμούς των κοινωνικών συμφερόντων κάθε συγκεκριμένης ιστορικής περιόδου της ανάπτυξης. Όλα αυτά μαζί και αλληλένδετα είναι μαθηματικά και η αφήγηση τους είναι ουσιαστική συνιστώσα της διδασκαλίας τους. Αφού η διδασκαλία των μαθηματικών εμπεριέχει μια σχέση με το αντικείμενο της.”* (Χασάπης 1996).

- **Προϋπόθεση τρίτη: Μια διαφορετική αντιμετώπιση της ανάγνωσης κειμένων.**

Η τρίτη προϋπόθεση αφορά κυρίως την επικρατούσα αντίληψη για την ανάγνωση καθώς και την διαφορετική αντιμετώπιση της ανάγνωσης των κειμένων στο πλαίσιο της γνωστικής διαδικασίας. Σύμφωνα με τον Χασάπη (2009), η επικρατούσα αντίληψη θεωρεί την ανάγνωση ως μια διαδικασία η οποία βασίζεται σε ένα σύνολο δεξιοτήτων μέσω των οποίων εντοπίζεται και εξάγεται το νόημα ενός κειμένου από τον αναγνώστη. Με βάση όμως όμως το αίτημα για διαφορετική αντιμετώπιση της ανάγνωσης, διαμορφώθηκε μια νέα θεώρηση σύμφωνα με την οποία θα πρέπει να αντιμετωπίζεται ως μια δραστηριότητα κατασκευής νοημάτων κατά την οποία οι αναγνώστες εξάγουν τα υποκειμενικά τους συμπεράσματα ανάλογα με την επίδραση των προσωπικών τους εμπειριών και των περιστάσεων που βιώνουν κατά την ανάγνωση.

Όπως αναφέρει ο Χασάπης στη συνέχεια, χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η συνηθισμένη ανάγνωση μια εφημερίδας. Διαβάζοντας το τίτλο του και μόνο σχηματίζουμε ένα υπόβαθρο πρόσληψης του κειμένου βασισμένο στις γνώσεις μας για την εφημερίδα και την εμπειρία μας για την πολιτική της στην προσέγγιση των γεγονότων, την οργάνωση και το περιεχόμενο της ύλης, τη γλώσσα των κειμένων της, όπως επίσης στις προηγούμενες γνώσεις μας για το θέμα του κειμένου, αλλά και στα τρέχοντα ενδιαφέροντα μας. *"Η μοναδικότητα της ερμηνείας κάθε κειμένου δημιουργείται από τον αναγνώστη, και οφείλεται στο συνδυασμό της υποκειμενικότητας κάθε συγκεκριμένου αναγνώστη (με ιδιαίτερη προσωπική του ιστορία, τις ιδιαίτερες κοινωνικό οικονομικές αναφορές, τις πεποιθήσεις του τη συγκεκριμένη συναισθηματική του κατάσταση) με το συγκεκριμένο κείμενο (το περιεχόμενο, τις αναφορές και τη γλωσσική του οργάνωση) υπό τους όρους του συγκεκριμένου κοινωνικού πλαισίου μέσα στο οποίο αναπτύσσεται η δραστηριότητα της ανάγνωσης και το οποίο επιβάλλει, εκτός των άλλων, και συγκεκριμένες σχέσεις αναγνώστη και κειμένου"* (Eco, 1979, Karel & Harste, 1985).

Η ανάγνωση κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών έχει σήμερα περιθωριακή θέση κυρίως στην ανάγνωση των διδακτικών βιβλίων και των συναφών σχολικών βοηθημάτων με στόχο την εκμάθηση θεωρητικών μαθηματικών γνώσεων (ορισμών, θεωρημάτων, αποδείξεων) και τεχνικών επίλυσης ασκήσεων και προβλημάτων, σχεδόν αποκλειστικά σε ένα πλαίσιο αξιολόγησης.

## Μαθηματικά και λογοτεχνία

Με βάση την τελευταία προϋπόθεση που θέτει ο Χασάπης για τη νέα θεώρηση της διδασκαλίας των Μαθηματικών, η ανάγνωση μπαίνει στις βασικές προτεραιότητες για την ανάδειξη μιας νέας διδασκαλίας όπου θα ικανοποιούνται οι ανάγκες των μαθητών και οι ίδιοι δεν θα αντιμετωπίζουν με φόβο και άγχος τα Μαθηματικά. Μια εξειδικευμένη αξιοποίηση κειμένων για τη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι η διδακτική αξιοποίηση της λογοτεχνίας. Η λογοτεχνία όμως είναι ένα είδος γραπτής αφήγησης την οποία θα μελετήσουμε εκτενέστερα στη συνέχεια.

### Η σχέση των Μαθηματικών και της Λογοτεχνίας.

Σήμερα επικρατούν ακόμα αντιλήψεις τόσο από τη μεριά των εκπαιδευτικών όσο και σε γενικότερο πλαίσιο, πως τα Μαθηματικά είναι ένα ξεχωριστό γνωστικό αντικείμενο το οποίο δε συνδέεται σε καμία περίπτωση με τη γλώσσα διδασκαλίας. Δηλαδή, η μόνη σύνδεση που υπάρχει ανάμεσα τους είναι το γεγονός ότι η γλώσσα αποτελεί μόνο το μέσο διδασκαλίας τους. Η Κολέζα (2007) αναφερόμενη, στους δύο τρόπους σκέψης κατά Bruner, τον αφηγηματικό και παραδειγματικό ή λογικό-επιστημονικό, παραθέτει το παρακάτω απόσπασμα της δουλειάς του, *"Οι δύο τρόποι αν και συμπληρωματικοί δεν ανάγονται ο ένας στον άλλο. Προσπάθειες για να αναχθεί ο ένας στον άλλο ή να αγνοηθεί ο ένας σε βάρος του άλλου αποτυγχάνουν αναπόφευκτα να συλλάβουν την ποικιλομορφία της σκέψης."*

Πιο συγκεκριμένα, ο αφηγηματικός τρόπος σκέψης χαρακτηρίζεται από την χρήση μεταφορών για την κατανόηση και περιγραφή γεγονότων και καταστάσεων. Για τον ίδιο τον Bruner ο τρόπος αυτός επιτελεί μια "μορφή τέχνης".

Από την άλλη στον λογικό - επιστημονικό χρησιμοποιούνται επιστημονικά κριτήρια και λογικές αφαιρέσεις προκειμένου να περιγραφεί ο κόσμος.

Συνεπώς, αν θεωρήσουμε ότι η μαθηματική ανήκει στο πεδίο του παραδειγματικού ή λογικού-επιστημονικού τρόπου σκέψης, για να υπάρχει μια ολοκλήρωση σχετικά με τη σκέψη θα πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη μας ο αφηγηματικός τρόπος, όταν ασχολούμαστε με τα Μαθηματικά. *"Συγκεκριμένα, αυτό που ίσως μπορεί να προσφέρει η Λογοτεχνία σε σχέση με τα Μαθηματικά είναι ένα πιο διευρυνμένο φόντο μέσα στο οποίο διατάσσονται οι ειδικές έννοιες και συμβολισμοί των μαθηματικών"*(Κολέζα,2009). Με αυτόν τον τρόπο η κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών θα επέλθει με πιο φυσικό τρόπο μέσα από την κατανόηση του συνόλου. Η Κολέζα (2007) θεωρεί ότι η Λογοτεχνία και τα Μαθηματικά κινούνται ανάμεσα στη φαντασία και την πραγματικότητα, ανταλλάσσουν νοήματα και ιδέες μέσα από αναλογίες και μεταφορές.

Επίσης, η Κολέζα (2007) υποστηρίζει πως η Λογοτεχνία δανείζεται συχνά τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής γλώσσας και τα Μαθηματικά γίνονται πιο κατανοητά μέσα από κατάλληλο χειρισμό της γλώσσας. Η Λογοτεχνία, ιδιαίτερα η ποίηση, χρησιμοποιεί την ακρίβεια των μαθηματικών για να περιγράψει χαρακτήρες και συναισθήματα και τα μαθηματικά χρησιμοποιούν το ρυθμό για να βοηθήσουν τη μνήμη. Έπειτα, τεκμηριώνει την άποψή της λέγοντας πως *“οι αλγόριθμοι που έμειναν περισσότερο από οποιαδήποτε μαθηματική γνώση τυποποιημένη στη μνήμη μας έχουν ρυθμό. Παράδειγμα, το κλειδί για τη μάθηση του πίνακα του πολλαπλασιασμού είναι ίσως η ικανότητα του νου να αναγνωρίζει κάποιους αριθμούς. Αυτό που στην πραγματικότητα θυμόμαστε δεν είναι μεμονωμένοι αριθμοί, αλλά μια κανονικότητα που εκφράζεται μέσα από μια γλώσσα με ρυθμό”*.

Τέλος, όσον αφορά τη σύνδεση τους μέσα σε ένα κείμενο, η Λογοτεχνία αναφέρεται στα μαθηματικά με άμεσο ή έμμεσο τρόπο μέσω της χρήσης αναλογικού συλλογισμού: αναλογιών και μεταφορών. Για την Κολέζα, όταν κάποιος καταφέρει να συνδέσει αντικείμενα που ανήκουν σε διαφορετικές περιοχές (Μαθηματικά-Λογοτεχνία), μέσω της ερμηνείας αναλογιών και μεταφορών, σημαίνει ότι αντιλαμβάνεται κάποια δομική ομοιότητα μεταξύ των αντικειμένων. Η ικανότητα μια τέτοιας ερμηνείας είναι δείγμα ουσιαστικής κατανόησης του αντικειμένου. Με βάση λοιπόν τα παραπάνω καταλήγει στα εξής κοινά σημεία που παρουσιάζουν τα μαθηματικά και η λογοτεχνία:

- Η αναζήτηση της αισθητικής, της αρμονίας και του ωραίου.
- Η δημιουργικότητα και η καλλιέργεια της σκέψης και της φαντασίας ιδιαίτερα μέσω του αναλογικού συλλογισμού.
- Και στις δυο περιοχές, οι άνθρωποι χρησιμοποιούν τη μεταφορά σε μια προσπάθεια να γίνει κατανοητή μια νέα έννοια, μέσω της σύγκρισής της με μια γνωστική έννοια.

## **Η Αξιοποίηση της Διαθεματικότητας στο πλαίσιο οργάνωσης της διδασκαλίας των Μαθηματικών με λογοτεχνικό κείμενο.**

Παραπάνω τεκμηριώσαμε το γεγονός ότι υπάρχει μια θεωρητική σύνδεση, ανάμεσα στα Μαθηματικά και τη Λογοτεχνία. Πως όμως η σύνδεση αυτή γίνεται επί του πρακτέου για την οργάνωση διδασκαλίας των Μαθηματικών στο πλαίσιο των προϋποθέσεων που τέθηκαν παραπάνω;

Τη σύνδεση της Λογοτεχνίας με τα Μαθηματικά μπορούμε να την πραγματοποιήσουμε πιο αποτελεσματικά στο πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης της μάθησης. Η διαθεματικότητα όμως για την οποία μιλάμε σε αυτή την εργασία θα διαφοροποιείται λίγο από τη συνηθισμένη συνθήκη της διαθεματικότητας της διδασκαλίας. Δηλαδή, η ενιαιοποίηση δεν γίνεται με την μελέτη και διδασκαλία μιας συγκεκριμένης έννοιας σε πολλά γνωστικά πεδία ταυτόχρονα, αλλά με το να αναδεικνύονται μέσα από τη διδασκαλία ενός λογοτεχνικού κειμένου τα διάφορα γνωστικά πεδία που προκύπτουν με την ανάγνωση του και να τα μελετάμε σε μια διδασκαλία. Ποια είναι τα οφέλη που προσφέρει η Διπλωματικότητα σε αυτή την περίπτωση;

Ας ξεκινήσουμε με τα βασικά σημεία των θεωριών για την διεπιστημονικότητα και κατ' επέκταση διαθεματικότητα στο σχολείο.

Αρχικά, ο Ματσαγγούρας (2009), υποστηρίζει πως είναι αναγκαία η διεπιστημονική προσέγγιση της γνώσης. Ο λόγος είναι ο εξής. Ο κόσμος είναι οργανωμένος σε πολλά συστήματα, διαφορετικά και ανεξάρτητα μεταξύ τους και το καθένα είναι εξειδικευμένο. Αυτά όμως τα συστήματα, βρίσκονται σε πλήρη αλληλεξάρτηση και αλληλεπίδραση και συνδέονται με γραμμικές και αιτιώδεις σχέσεις. Συνεπώς, βάσει αυτής της θεωρίας η αντίληψη για την αυτονομία και ανεξαρτησία των επιστημών θα πρέπει να παραχωρήσει τη θέση της σε μια νέα αντίληψη, αυτής της συμπληρωματικότητας των επιστημών κατά την οποία καμιά επιστήμη δεν μπορεί αποκλειστικά και μεμονωμένα να εξηγήσει ολοκληρωμένα, με τα δικά της μέσα, τον κόσμο γύρω μας.

Αν λάβουμε όλα τα παραπάνω υπόψη μας, γενικό συμπέρασμα θα μπορούσε να είναι πως σύμφωνα με τις κυρίαρχες επιστημολογικές αντιλήψεις, όσον αφορά τη γνώση, μόνο η διαθεματική προσέγγιση αποκτά νόημα και καθίσταται χρηστική και αποτελεσματική στην επίλυση προβλημάτων και στην αντιμετώπιση καταστάσεων και μέσα στην τάξη αλλά και στη ζωή γενικότερα.

Από τη στιγμή λοιπόν που στοχεύουμε, ούτως η άλλως σε μια πιο ολοκληρωμένη διδασκαλία και προσέγγιση της γνώσης, λαμβάνοντας υπόψη μας και παράγοντες όπως τη συναισθηματική ικανοποίηση των μαθητών, η διαθεματικότητα είναι ίσως μια ιδανική μέθοδος οργάνωσης της διδασκαλίας.

Ένας από τους βασικότερους λόγους είναι το γεγονός πως οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να συσχετίσουν τις νέες εμπειρίες τους με την προηγούμενη γνώση. Η παραπάνω παραδοχή, ειδικά στα πλαίσια της συγκεκριμένης διαθεματικής μεθόδου που προτείνεται σε αυτή την εργασία, είναι πολύ μεγάλης σημασίας μιας και οι μαθητές με αφορμή ένα λογοτεχνικό κείμενο μπορούν να ανακαλέσουν, ανάλογα με το ερέθισμα στο οποίο εστιάζουν, οποιαδήποτε προηγούμενη γνώση.

Αυτό μάλιστα, θα ενισχύσει και την αυτοεκτίμηση τους, διότι θα μπορούσε αυτή η προηγούμενη γνώση να ανήκει στο πεδίο προσωπικών ενδιαφερόντων του μαθητή και επομένως ο ίδιος να νιώσει μια οικειότητα.

Από τα παραπάνω προκύπτει και ένας ακόμη λόγος που η Διαθεματικότητα θεωρείται αναγκαία στα πλαίσια μιας τέτοιας διδασκαλίας. Ο λόγος αυτός έχει να κάνει κυρίως με το γεγονός ότι οι μαθητές θεωρούν πως το αντικείμενο της διδασκαλίας, τελικά, σχετίζεται και με τα ενδιαφέροντα τους και επομένως γίνεται και το ίδιο ενδιαφέρον.

Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν, εξασφαλίζεται η ικανοποίηση των μαθητών και η ταυτόχρονη κατάκτηση του γνωστικού αντικείμενου. Άρα, θα ήταν ενδεχομένως λάθος να ονομάσουν τη διδασκαλία, αποκλειστικά διδασκαλία των Μαθηματικών από τη στιγμή που τα γνωστικά πεδία στα οποία επεκτεινόμαστε είναι ποικίλα, όπως για παράδειγμα ιστορία, εικαστικά κτλ.



### **Ο ρόλος των συναισθημάτων στη γνωστική διαδικασία.**

Όπως είδαμε και στην αρχή αυτής της εργασίας, οι συγκινησιακές καταστάσεις παίζουν καθοριστικό ρόλο στην δημιουργία στάσεων απέναντι σε μια κατάσταση, έναν άνθρωπο ή ένα γνωστικό αντικείμενο. Συνεπώς, θα πρέπει να αντιμετωπιστεί πολύ σοβαρά η πρώτη προϋπόθεση που έθεσε ο Χασάπης σχετικά με την εναλλακτική θεώρηση της μάθησης η οποία αντιμετωπίζει το συναίσθημα ως κάτι αλληλένδετο με τη μάθηση.

Σύμφωνα με της επικρατούσα θεώρηση της μάθησης, υπάρχει ένας δυισμός λογικής και συναισθήματος στις ανθρώπινες λειτουργίες. Η λογική και το συναίσθημα είναι δύο διαφορετικά και αντίθετα φαινόμενα του ανθρώπινου ψυχισμού. Ξεκινώντας από την παραδοχή, ότι μάθηση γενικά και κατά συνέπεια η μάθηση των Μαθηματικών είναι η γενεσιουργός διαδικασία κατασκευής μαθηματικών νοημάτων τα όποια συγκροτούνται από κάθε άνθρωπο προσωπικά, θεωρείται απαραίτητο οι ανθρώπινες συναισθηματικές λειτουργίες να αντιμετωπίζονται, όχι μόνο ως ισότιμες, αλλά συστατικές της ανάπτυξης κάθε γνωστικής λειτουργίας. Μια θεώρηση της μάθησης δηλαδή η οποία οφείλει να ξεπερνάει το δυισμό της νόησης και του συναισθήματος. (Χασάπης, 2009)

Παρά το γεγονός ότι το συναίσθημα δεν υπόκειται σε ορθολογικές νοητικές διεργασίες δεν είναι και δεν μπορεί να θεωρείται αναγκαία ανορθολογικό ή παράλογο. Όπως και το γεγονός ότι αποτελεί διακριτή από τη λογική ψυχολογική διεργασία δεν μπορεί να είναι λόγος αντίθεσης τους και αγνόησης της καθοριστικής τους σημασίας στις ανθρώπινες λειτουργίες. Αποδεικνύεται, ότι ως ψυχολογική λειτουργία παρέχει στην ανθρώπινη νόηση ένα αξιόλογο πλαίσιο για τη ρύθμιση της συμπεριφοράς και ένα ολοκληρωμένο σύστημα απόκρισης και λήψης αποφάσεων σε προκλήσεις, ατομικές ή κοινωνικές για σκέψη και δράση (Damasio 1994). Παράλληλα, η λειτουργία του συναισθήματος ως παράγοντας δραστηριοποίησης της σκέψης και υποκίνησης της δράσης είναι αποδεδειγμένα καθοριστική (Ben- Zen'ev, 2000). Η συμβολή επομένως, του συναισθήματος στη μάθηση είναι ουσιαστικά υποστηρικτή και προαπαιτούμενη.

Συνεπώς, οφείλουμε να λάβουμε υπόψη μας τη σημασία των συγκινήσεων και των συναισθημάτων στη μάθηση καθώς και το πως η Λογοτεχνία μπορεί να δημιουργήσει συγκινησιακές καταστάσεις και έτσι να αναπτυχθούν εκ μέρους του διδασκόμενου θετικά συναισθήματα για το μάθημα των Μαθηματικών. Η αφήγηση, θα μπορούσε σίγουρα να αποτελέσει μια γενεσιουργό κατάσταση συγκινήσεων κατά την διδασκαλία και να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών για το εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο (στην προκειμένη περίπτωση των Μαθηματικών), ώστε οι μαθητές να δημιουργήσουν θετικές στάσεις απέναντι σε αυτά. Οι λόγοι γι' αυτό εξετάζονται εκτενώς παρακάτω.

## Η αφήγηση ως μορφή γνώσης.

### Τι θα μπορούσαμε να αποκαλέσουμε αφήγηση;

Πριν ξεκινήσουμε θα πρέπει να δοθεί ένας ορισμός της αφήγησης. Σύμφωνα με την Παπαρούση ο Γάλλος σημειολόγος Bremond επεξεργαζόμενος τις διαπιστώσεις του Ρώσου φορμαλιστή V. Propp για τη συνταγματική ανάλυση του μαγικού παραμυθιού διατυπώνει την εξής άποψη σχετικά με την αφήγηση. Συγκεκριμένα υποστηρίζει, ότι κάθε αφηγούμενη ιστορία ακολουθεί τρία στάδια. Ξεκινάει από το *ενδεχόμενο*, συνεχίζει με την *εξέλιξη* της και καταλήγει σε μια *έκβαση*.

Ο Δοξιάδης, ορίζει ως αφήγηση την περιγραφή χαρακτήρων εν δράσει. Ο χαρακτήρας, όπως ορίζεται, είναι δέκτης, παραγωγός και πομπός ιδεών, **αισθημάτων** αλλά και κυρίως **κινήτρων** που οδηγούν εν δυνάμει στην πράξη. Φυσικά, ζει μέσα σε περιβάλλον άλλων χαρακτήρων, με αντίστοιχη δυναμική. Η δράση που περιγράφει η αφήγηση μπορεί να είναι εξωτερική, εσωτερική (στον χαρακτήρα) ή και συνδυασμός των δύο. Η αφήγηση είναι πράξη κατά κανόνα **διαπροσωπική** : ο *α* αφηγείται μια ιστορία στον *β*, είτε ο *β* είναι φυσικά παρών, όπως στο παραμύθι της γιαγιάς, είτε όχι, όπως την ώρα της συγγραφής ενός βιβλίου – σε αυτή την περίπτωση η μεταφορά στον αποδέκτη γίνεται αργότερα, όταν το έργο είναι έτοιμο.

Για να μπορούμε να εξετάσουμε όμως πιο ολοκληρωμένα την περίπτωση της αφήγησης, θα πρέπει να εντοπίσουμε τις επιδιώξεις της όσον αφορά την ανθρώπινη έκφραση και επικοινωνία.

### Βασικές επιδιώξεις της αφήγησης.

Στους σκοπούς της αφήγησης, εκτός της έκφρασης περιλαμβάνεται και η επικοινωνία. Σύμφωνα με τις παλιότερες αισθητικές θεωρίες, ο αφηγούμενος θέλει πρωτίστως να δημιουργήσει στον δέκτη κάποιο συναισθηματικό αποτέλεσμα. Επίσης, η επικοινωνιακή λειτουργία της αφήγησης, περιλαμβάνει σίγουρα σε κάποιο βαθμό και τη διάσωση, τη διερεύνηση ή/και τη **μετάδοση της γνώσης**. Η αφήγηση φαίνεται να είναι μια εκ γενετής έκφραση της σκέψης, αυτό τουλάχιστον φαίνεται μέσα από πολλές παραδοχές διαφόρων ερευνητών. Απορρέει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο, να μιλήσουμε και να επικοινωνήσουμε με άλλους για καταστάσεις που μας ενδιαφέρουν ή ακόμα να εκφράσουμε τη φαντασία μας, πλάθοντας ήρωες και σχέσεις που τους συνδέουν. Για το λόγο αυτό, δημιουργούμε ιστορίες που παίρνουν μορφή μέσα από τη γλωσσική ικανότητα. (Bruner, 2004)

Με βάση τα παραπάνω, η αφηγηματική ικανότητα αποτελεί ένα κοινό ανθρώπινο χαρακτηριστικό και όχι κάποιο ιδιαίτερο γνώρισμα μερικών.



Σύμφωνα με τον Χασάπη (2007) η αφήγηση είναι ένα συμβολικό σύστημα το οποίο το χρησιμοποιούν οι άνθρωποι σε κάθε περίπτωση για να κατανοήσουν γεγονότα και προβλήματα της ζωής. Η αφήγηση παρέχει δυνατότητες τόσο για την κατανόηση εξωτερικών παραγόντων και αντικειμένων, αλλά και της ίδιας της ανθρώπινης δραστηριότητας. Ο Bruner είναι ο πρώτος που έθεσε το θέμα της αφήγησης στη γενικότητά του, τονίζοντας ότι ο ανθρώπινος νους έχει δύο εντελώς διαφορετικούς τρόπους να γνωρίζει την πραγματικότητα: αυτόν που αποκαλεί παραδειγματικό (paradigmatic) δηλαδή τον ταξινομικό, 'επαγωγικό' (inductive) ή 'παραγωγικό' (deductive) της επιστήμης, και δεύτερο τον αφηγηματικό (narrative), που είναι διάφορος του πρώτου σε μορφή. Και οι δυο τρόποι μπορούν να συνεργαστούν, δεν μπορούν να υποκαταστήσουν ο ένας τον άλλον.

Ο ένας τρόπος, ο παραδειγματικός, προσπαθεί να εκπληρώσει το ιδανικό ενός τυπικού, μαθηματικού συστήματος περιγραφής και εξήγησης. Στον παραδειγματικό τρόπο χρησιμοποιούμε λογικά κριτήρια και λογικές αφαιρέσεις για να περιγράψουμε τον κόσμο. Το πλεονέκτημα του είναι η αμερόληπτη, επαληθεύσιμη ανάλυση, "η λογική απόδειξη", το υγιές επιχείρημα και η εμπειρική ανακάλυψη που καθοδηγείται από αιτιολογικές υποθέσεις.

Παρόλα αυτά, ο Bruner υπογραμμίζει πως ο τρόπος αυτός είναι "άκαρδος", επιδιώκει να ξεπεράσει το ιδιαίτερο με στόχο να κατακτήσει την αφαίρεση. Στον άλλο τρόπο τον αφηγηματικό, χρησιμοποιούμε μεταφορές και αναλογίες για να κατανοήσουμε και να περιγράψουμε τον τρόπο που συνδέονται γεγονότα και καταστάσεις.

Ο αφηγηματικός τρόπος όπως προαναφέρθηκε, για τον ίδιο τον Bruner, είναι μια μορφή τέχνης. Η ικανότητα να ακούς ή να διαβάζεις ιστορίες συνεπάγεται και την ανάπτυξη πολλών δεξιοτήτων υψηλής διανοητικής απαίτησης, όπως την ικανότητα πρόβλεψης, αναγνώρισης, την ικανότητα μνήμης, συγκέντρωσής και ενθαρρύνει τη διάθεση για μάθηση. Αυτή η δήλωση, λειτούργησε λυτρωτικά ώστε η αφήγηση να θεωρηθεί, εκτός από μηχανισμός παραγωγής συναισθηματικών αντιδράσεων, και μορφή γνώσης.

Συνεπώς, η εισαγωγή της αφήγησης ως γνωστικής διεργασίας και ως μέσο κατανόησης και διδασκαλίας άλλων γνωστικών αντικειμένων αποτελεί επιταγή, ειδικά από τη στιγμή που η παραδοχή, πως μέσω αυτής γίνονται κατανοητές πολλές πτυχές των ανθρωπίνων δραστηριοτήτων όπως και η ίδια η ανθρώπινη σκέψη, μέσα από την οποία πηγάζουν όλες οι δραστηριότητες αυτές, είναι αποδεκτή σχεδόν από όλους.

### **Για ποιους λόγους δεν καθιερώθηκε η αφήγηση ως γνωστική λειτουργία;**

Αξίζει ίσως να αναφερθούμε σε κάποιες υποθέσεις σχετικά με το λόγο που η αφήγηση και κατ' επέκταση η Λογοτεχνία δεν καθιερώθηκε ως γνωστική λειτουργία στα πλαίσια της μάθησης.

Σύμφωνα με τον Δοξιάδη, το γεγονός ότι η αφήγηση δεν αντιμετωπίστηκε ως γνωστική λειτουργία, οφείλεται σε δυο προκαταλήψεις. Αρχικά, οφείλεται στο γεγονός ότι η αφήγηση αντιμετωπίστηκε και εξισώθηκε με κάθε είδος έντεχνης εξιστόρησης. Είτε αυτό είναι το έπος, λυρική ποίηση ή το δράμα. Με τους αιώνες προστέθηκαν σε αυτά το μυθιστόρημα, ο κινηματογράφος, τα κόμικς και γενικά κάθε άλλο μέσο που αφηγείται μια ιστορία.

Και τέλος η δεύτερη προκατάληψη έχει να κάνει με τον κύριο στόχο του έντεχνου αφηγήματος. Δηλαδή, ότι σκοπός αποκλειστικός του έντεχνου αφηγήματος είναι κατά κανόνα η πρόκληση έντονων συναισθημάτων και επομένως για μερικούς όχι η μάθηση.

### **γ. Η οργάνωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών με συστατικό στοιχείο την αφήγηση.**

Μια διδασκαλία των Μαθηματικών με συστατικό στοιχείο την αφήγηση οργανώνεται με βάση τις ακόλουθες θέσεις και βέβαια σε πλήρη ρήξη με τις ακόμα και σήμερα επικρατούσες στην εκπαίδευση αρχές του συμπεριφορισμού (Egan 1990):

- στη σκέψη των παιδιών το συγκεκριμένο και το αφηρημένο συνυπάρχουν αλληλένδετα,
- στη σκέψη των παιδιών οι συναισθηματικές λειτουργίες είναι συνυφασμένες με λογικές διεργασίες,
- στη σκέψη των παιδιών οι λεκτικές διατυπώσεις μετασχηματίζονται άμεσα σε νοητικές εικόνες
- τα παιδιά διατυπώνουν και κατανοούν λεκτικές μεταφορές,
- τα παιδιά κατανοούν και ιδιοποιούνται γνωστικά περιεχόμενα τα οποία οργανώνονται σε αφηγήσεις,
- τα παιδιά μαθαίνουν ευκολότερα ξεκινώντας από διχοτομίες και αντιθέσεις εννοιών και βέβαια,
- τα παιδιά μαθαίνουν ευκολότερα όταν ο αφηγηματικός λόγος έχει ρυθμό και ομοιοκαταληξία.

## Μια προσπάθεια ταξινόμησης της Λογοτεχνίας των Μαθηματικών.

Παρακάτω αναφέρονται οι μορφές σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία γενικά σύμφωνα με την Κολέζα:

1. Ένα λογοτεχνικό κείμενο επικαλείται τα Μαθηματικά για να στηρίξει μια θεωρία υιοθετώντας έμμεσα την αντίληψη ότι τα Μαθηματικά είμαι μια άρτια συγκροτημένη επιστήμη που μπορεί να εξηγήσει τα πάντα.
2. Ένα λογοτεχνικό κείμενο δημιουργείται με πηγή έμπνευσης τα Μαθηματικά.

Στην περίπτωση αυτή ο συγγραφέας

- είτε επιχειρεί τη δημιουργία ενός άρτιου λογοτεχνικού έργου χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά ως μεταφορά υφαίνοντας την πλοκή γύρω από φανταστικά πρόσωπα.
- Είτε δημιουργεί ένα λογοτεχνικό έργο με κύριο στόχο να παρουσιάσει μαθηματικές έννοιες ή θεωρίες. Σε αυτή την περίπτωση αυτή τα Μαθηματικά δεν χρησιμοποιούνται ως μεταφορά, αλλά αποτελούν το κύριο στοιχείο του έργου. Εδώ η έμφαση δίνεται στο μαθηματικό περιεχόμενο πολλές φορές σε βάρος της λογοτεχνικής αρτιότητας. Τα περισσότερα έργα της μαθηματικής λογοτεχνίας εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία και έχουν ποικίλο περιεχόμενο: διερεύνηση αστυνομικών προβλημάτων, ιστορίες κατασκοπίας, χιουμοριστικές ιστορίες, αφήγηση της ζωής ενός φανταστικού ήρωα.
- Είτε παρουσιάζει τη ζωή ενός πραγματικού προσώπου, ενός μαθηματικού, δίνοντας έμφαση σε κοινά στοιχεία της προσωπικότητας του που αναδεικνύουν τη σημασία του έργου του.
- Είτε παρουσιάζει τη ζωή ενός πραγματικού, προσώπου ενός μαθηματικού, προσπαθώντας να φωτίσει όλες τις πτυχές της ζωής του και όχι μόνο τη μαθηματική της διάσταση.

### 3. Λογοτεχνικά βιβλία που γράφονται

- με θέμα τα μαθηματικά, ή
- με σημαντικό μαθηματικό περιεχόμενο (αν και τα μαθηματικά δεν αποτελούν το κεντρικό στόχο του συγγραφέα) τα οποία ο συγγραφέας μέσα από το λογοτεχνικό κείμενο η ποίημα, θέλει να μιλήσει για μια πτυχή της ζωής του, ένα πάθος, μια φιλοδοξία ή να εκδηλώσει την οργή του, όχι όμως φανερά, γι' αυτό χρησιμοποιεί σε μεγάλο βαθμό μαθηματικές αναλογίες και μεταφορές στο πλαίσιο μιας φανταστικής ιστορίας.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα της πρώτης κατηγορίας αποτελεί η “Επιπεδοχώρα” του Abbott.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα της δεύτερης αποτελούν:

1. Η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων Lewis Carroll (2003)

2. Τα ταξίδια του Γκιούλιβερ , του Jonathan Swift (1991)

4. *Λογοτεχνικά βιβλία με θέμα τα μαθηματικά και καθαρά εκπαιδευτικούς στόχους.*

Τα λογοτεχνικά βιβλία αυτά γράφονται κυρίως με στόχο :

- να δημιουργήσουν μια θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά
- να παρέχουν ένα πλαίσιο για μια δραστηριότητα με μαθηματικό περιεχόμενο.
- Να προτείνουν μια δημιουργική μαθηματική εμπειρία για τους μαθητές; να προκαλέσουν τους μαθητές να εξετάσουν εναλλακτικές .
- Να θέσουν ένα ενδιαφέρον πρόβλημα.
- Να προκαλέσουν μια γνωμική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών με έμφαση στη χρήση της μαθηματικής γλώσσας.
- Να προετοιμάσουν για την εισαγωγή μιας νέας μαθηματικής έννοιας ή διαδικασίας.
- Να αναπτύξουν ή να εξηγήσουν μια έννοια ή διαδικασία.
- Να ξαναθυμίσουν – υπό μορφή ανακεφαλαίωσης – μια μαθηματική έννοια ή ικανότητα.

Ο Τεύκρος Μιχαηλίδης, στο άρθρο του μαθηματικές μυθοπλασίες, κάνει μια προσπάθεια ταξινόμησης της μαθηματικής λογοτεχνίας σε επιμέρους είδη αλλά παραδέχεται πως τα κριτήρια με τα οποία προσπαθεί να κάνει την δική του ταξινόμηση είναι αρκετά πιο ασαφή και κυρίως γιατί έχουν να κάνουν και με τον παράγοντα της Λογοτεχνίας. Έτσι, ο ίδιος έκανε αυτήν την απόπειρα ταξινόμησης με βάση τα κύρια χαρακτηριστικά που κατάφερε να εντοπίσει μέσα στα λογοτεχνικά βιβλία.

1. **Προσχηματική μυθοπλασία** μύθος χρησιμοποιείται ως πρόσχημα για την μετάδοση γνώσεων με τρόπο περισσότερο εύληπτο και αποδεκτό. Αυτό το λογοτεχνικό είδος δεν αφορά αποκλειστικά τα Μαθηματικά. Σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα έχει επιχειρηθεί αυτή η μέθοδος προσέγγισης με λιγότερη ή περισσότερη επιτυχία. Ωστόσο με δεδομένη τη

δυσπιστία και τον φόβο απέναντι στα Μαθηματικά, που η πλειοψηφία των πολιτών έχει από τα σχολικά του χρόνια, ένα τέτοιο εγχείρημα σε αυτό τον τομέα αποκτά ξεχωριστή σημασία.

Παρόλο που τα συστηματικότερα και πιο επιτυχημένα δείγματα του είδους εμφανίστηκαν κατά την τελευταία δεκαετία, μπορούμε να εντοπίσουμε απόπειρες προσχηματικής μυθοπλασίας με μαθηματικό περιεχόμενο στα βάθη της ιστορίας. Όπως : α) το " Τσου Πέι Τσουάγκ Σιγκ" που θεωρείται το αρχαιότερο κινέζικο μαθηματικό κείμενο. β) Η "Σούρια Σιντχαντά" στην Ινδία που αφηγείται τα κατορθώματα του Ήλιου. γ) Την ίδια εποχή στη Δύση γράφτηκε το " Περί των γάμων του Ερμή και της φιλολογίας" του Μαρσιανού Καπελά που πραγματεύεται τη συνάντηση των τεχνών, μεταξύ αυτών και των τεσσάρων μαθηματικών τεχνών(Αριθμητική, Γεωμετρία, Αστρονομία και Αρμονία) με σκοπό να ευχηθούν στο ζευγάρι και αυτοπαρουσιάζονται. Αυτά τα τρία έργα θα μπορούσαν να θεωρηθούν οι πρόγονοι των σημερινών διδακτικών μυθιστορημάτων ανάμεσα στα οποία εξέχουσα θέση έχει το " Θεώρημα του παπαγάλου" του Ντενί Γκετζ και το "Φλατερλαντ" του Ιαν Στιούαρτ.

2. **Βιωματικά έργα:** Μια δεύτερη υποκατηγορία έργων μαθηματικής λογοτεχνίας. Κεντρικός ήρωας αυτών των έργων είναι κάποιος μαθηματικός, μια προσωπικότητα που έχει επινοηθεί με βάση ένα ή και περισσότερα υπαρκτά πρόσωπα. Η πλοκή στρέφεται γύρω από τα βιώματα, τα όνειρα και τις φιλοδοξίες αυτού του κεντρικού ήρωα και συνάμα επιχειρεί μια ανάλυση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που απορρέουν από την ιδιότητα του ως μαθηματικού. Παρόλο που ο ήρωας είναι φανταστικός ελίσσεται σε πραγματικούς χώρους και συνδιαλέγεται με υπαρκτά πρόσωπα. κορυφαία σε αυτήν την κατηγορία βιβλία είναι τα εξής: α) " Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ" του Απόστολου Δοξιάδη β) "Οι άγριοι αριθμοί" του Ίλμπερτ Σογκτ.
3. **" Δομική" μαθηματική λογοτεχνία:** Είναι η τρίτη στη σειρά κατηγορία. Ανήκουν έργα τα οποία εκτός από τη θεματολογία τους συνυφαίνουν τα μαθηματικά και στη δομή τους. Το χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της τρίτης κατηγορίας είναι το " Βιβλίο Κόλαση" του Κάρλο Φραμπέτι. Ο κεντρικός ήρωας πρέπει να φέρει σε πέρας τους άθλους που του αναθέτει ο φύλακας διάβολος του, νικώντας τον σε μαθηματική ευρηματικότητα.
4. **"Ανένταχτα" έργα:** Ανήκουν βιβλία τα οποία δεν ήταν δυνατό να τα εντάξει κανείς σε μια κατηγορία. Τέτοια βιβλία είναι: α) το "Τουριγκ" του Χρίστου Παπαδημητρίου και β) "Η αρχή του ντ' Αλπερτ" του Αντριου Κράμεϋ .

### **Διάφοροι τρόποι χρήσης λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών:**

- Ένας τρόπος θα ήταν να δοθεί η ιστορία στους μαθητές πριν διδαχθούν τα Μαθηματικά που αναφέρονται στην ιστορία. Στη συνέχεια κατά τη διδασκαλία γίνεται αναφορά στην ιστορία και οι μαθητές πρέπει να απαντήσουν σε κατάλληλες ερωτήσεις σχετικά με την ιστορία.
- Ένας δεύτερος τρόπος είναι να χρησιμοποιηθεί η ιστορία στο τέλος της διδασκαλίας μιας διδακτικής ενότητας των μαθηματικών και να τεθούν ερωτήματα με στόχο να μπορέσουν οι μαθητές να αναστοχαστούν στις έννοιες που έχουν διδαχθεί.
- Ένας τρίτος τρόπος θα μπορούσε να είναι να δοθεί η ιστορία στα παιδιά και να τους ζητηθεί να διερευνήσουν μόνοι τους τα ερωτήματα που προκύπτουν από την ιστορία.
- Ενδιαφέρον είναι επίσης να ζητηθεί από τους μαθητές να γράψουν δικές τους ιστορίες που να περιλαμβάνουν τα μαθηματικά που έχουν διδαχθεί. Αυτό βέβαια προϋποθέτει ότι οι μαθητές θα έχουν διαβάσει σχετικές ιστορίες.

Ένα χρήσιμο εργαλείο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών σύμφωνα με τον Γιάννη Καρβέλη (2011) είναι ο μύθος, που η διδακτική του διάσταση υπάρχει και αξιοποιείται από τα αρχαία χρόνια, στα έπη και τις ραψωδίες, στις τραγωδίες, στη μυθολογία και στη λαϊκή σοφία όλων των εποχών. Όπως υποστηρίζει ο Καρβέλης, τα παιδιά παίρνουν πολλές από τις πρώτες γνώσεις τους από τα παραμύθια. Τι προσφέρει ο μύθος;

- Ψυχαγωγεί, άρα συμβάλλει στην αποδοχή της διδασκαλίας.
- Προκαλεί το ενδιαφέρον και ζωντανεύει τον τυποποιημένο λόγο των Μαθηματικών.
- Εξάπτει την περιέργεια, άρα προκαλεί την ενεργό συμμετοχή.
- Δίνει απτή υπόσταση σε αφηρημένες έννοιες και τις κάνει πιο κατανοητές. -Διευκολύνει την προσέγγιση της γνώσης και της δίνει μεγαλύτερη διάρκεια.
- Συνδέει τη γνώση με τη ζωή, αναδεικνύοντας έτσι τη χρησιμότητα της και βοηθώντας στην άσκηση της μαθηματικής δεξιότητας.



## Μαθηματικά και Ποίηση.

Η Λογοτεχνία, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω δανείζεται συχνά χαρακτηριστικά της μαθηματικής γλώσσας, και τα Μαθηματικά γίνονται πιο κατανοητά μέσα από τον κατάλληλο χειρισμό της γλώσσας.

Η Λογοτεχνία, ιδιαίτερα η ποίηση χρησιμοποιεί την ακρίβεια των μαθηματικών εννοιών για να περιγράψει χαρακτήρες και συναισθήματα (Κολέζα 2007). Πως συνδέεται όμως η ποίηση με τα μαθηματικά; Ο Στέφανος Μπαλής (2001) στο άρθρο του " Η ποιητική των αριθμών " θεωρεί πως η συγγένεια αυτή υπάρχει και κάνει μια προσπάθεια να την αποδείξει ως μαθηματικός. Στο άρθρο του λοιπόν επικαλούμενος τον Ελύτη μιλάει για τον όρο "Λυρικά μαθηματικά". Τα μαθηματικά αυτά είναι ενσωματωμένα μέσα στο έργο του ποιητή είτε ως αυτοτελή ποιήματα είτε ως στίχοι άλλων ποιημάτων που έχουν τη δομή ενός μαθηματικού αξιώματος ή θεωρήματος.

Ως γνωστόν, στα κλασσικά Μαθηματικά δομικά στοιχεία είναι οι αριθμοί, τα σχήματα, οι ιδέες. Χώρος διδασκαλίας τους είναι το σχολείο και ο μαυροπίνακας. Στα "λυρικά Μαθηματικά" του Ελύτη δομικά στοιχεία είναι η ελιά, το αμπέλι, το καράβι και τα συναισθήματα. Χώρος διδασκαλίας η θάλασσα και ο φυσικός περίγυρος. Η μέθοδος μελέτης και η ορολογία είναι μαθηματική.

Οι απόψεις αυτές του Οδυσσέα Ελύτη είναι διάχυτες μέσα στο ποιητικό του έργο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα το παρακάτω απόσπασμα από τη συλλογή του "Μικρός Ναυτίλος". Τα ανώτερα μαθηματικά μου, τα έκανα στο Σχολείο της θάλασσας. Ιδού και μερικές πράξεις για παράδειγμα:

- (1) *Αν αποσυνθέσεις την Ελλάδα, στο τέλος θα δεις να σου απομένουν μια ελιά, ένα αμπέλι και ένα καράβι. Που σημαίνει με άλλα τόσα την ξαναφτιάχνεις.*
- (2) *Το γινόμενο των μυριστικών χόρτων επί την αθωότητα δίνει πάντα το σχήμα κάποιου Ιησού Χριστού.*
- (3) *Η ευτυχία είναι η ορθή σχέση ανάμεσα στις πράξεις (σχήματα) και στα αισθήματα (χρώματα). Η ζωή μας κόβεται, και οφείλει να κόβεται, στα μέτρα που έκοψε τα χρωματιστά χαρτιά του ο Matisse.*
- (4) *Όπου υπάρχουν συκιές υπάρχει Ελλάδα. Όπου προεξέχει το βουνό απ' τη λέξη του υπάρχει ποιητής. Η ηδονή δεν είναι αφαιρετέα.*
- (5) *Ένα δειλινό στο Αιγαίο περιλαμβάνει τη χαρά και τη λύπη σε τόσο ίσες δόσεις που δεν μένει στο τέλος παρά η αλήθεια.*
- (6) *Κάθε πρόοδος στο ηθικό επίπεδο δεν μπορεί παρά να είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την ικανότητα που έχουν η δύναμη κι ο αριθμός να καθορίζουν τα πεπρωμένα μας.*
- (7) *Ένας «αναχωρητής» για τους μισούς είναι, αναγκαστικά, για τους άλλους μισούς, ένας «Ερχόμενος».*

Στη συνέχεια, ο Στέφανος Μπαλής καταλήγει συμπερασματικά στο ότι υπάρχει συγγένεια ποίησης και μαθηματικών μέσα από μια αλληλουχία συσχετισμών. Αρχικά, αναφέρει πως στα Μαθηματικά, δομικά στοιχεία είναι οι αριθμοί, τα σχήματα, οι ιδέες. Χώρος διδασκαλίας τους είναι

το σχολείο και ο μαυροπίνακας. Στα "λυρικά μαθηματικά" του Ελύτη, όπως τα αποκαλεί, δομικά στοιχεία είναι η ελιά, το αμπέλι, το καράβι και τα συναισθήματα. Χώρος διδασκαλίας η θάλασσα και ο φυσικός περίγυρος. Η μέθοδος μελέτης και ορολογίας είναι μαθηματική. Έχουμε εδώ λοιπόν, ένα πρόβλημα ανάλυσης και σύνθεσης. Η Ελλάδα αναλύεται σε μια ελιά, ένα αμπέλι και ένα καράβι. Σύνθεση: Μια ελιά, ένα αμπέλι και ένα καράβι είναι ικανά να φτιάξουν την Ελλάδα. Συνεπώς, βλέπουμε πως η Λογοτεχνία με τα Μαθηματικά μπορούν να συνδεθούν και μέσα από την ποίηση, είτε με θεματικό είτε με δομικό τρόπο.



**Μαθηματική Λογοτεχνία για παιδιά.  
Μια κριτική προσέγγιση στο περιεχόμενο βιβλίων.**

**“ΚΑΤΑΡΑΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ”**

**Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών.  
Του Κάρλο Φραμπέτι**

Ο Κάρλο Φραμπέτι (Carlo Frabetti, Μπολόνια, 1945) είναι Ιταλός, αλλά ζει στην Ισπανία και γράφει στα ισπανικά. Συγγραφέας και μαθηματικός, μέλος της Ακαδημίας Επιστημών της Νέας Υόρκης, δημιουργεί κείμενα «εκλαϊκευμένης επιστήμης» και παιδικής λογοτεχνίας. Έχει εκδώσει περισσότερα από τριάντα βιβλία που έχουν μεταφραστεί σε πολλές γλώσσες. Έχει συγγράψει και σκηνοθετήσει πολλές τηλεοπτικές εκπομπές, και έχει ανεβάσει θεατρικά έργα. Μερικά από τα έργα του (βιβλία) είναι: “Η μικρή Καλβίνα”, “Ο υπερμνήμων”, “Το εγχειρίδιο του επιτήδειου”, “Καταραμένα μαθηματικά”, “Το βιβλίο κόλαση”, “Η σιωπή της καμηλοπάρδαλης” και “Ο αλγόριθμος της μελαγχολίας”.

Στο βιβλίο του αυτό του “Καταραμένα μαθηματικά”, ο Φραμπέτι περιγράφει τις περιπέτειες της βασικής του πρωταγωνίστριας, της Αλίκης, στην χώρα των αριθμών. Η Αλίκη είναι ακόμα μαθήτρια και όπως πολλά παιδιά στην ηλικία της διατηρεί μια αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Μάλλον, κάτι περισσότερο από αρνητική. Η ίδια ισχυρίζεται πως τα μαθηματικά δεν χρησιμεύουν σε τίποτα. Συγκεκριμένα, αποκαλεί τα μαθηματικά καταραμένα και υποστηρίζει πως δεν είναι τίποτα περισσότερο από “γελοίοι υπολογισμοί”. Τη στιγμή λοιπόν που κάθεται μόνη της στο πάρκο και ξεσπά για τη δυσκολία των μαθηματικών, εμφανίζεται και ο επόμενος ήρωας που δεν είναι άλλος από τον συγγραφέα του παραμυθιού “Η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων”, τον Λιούις Κάρολ. Ο Τσάρλι, όπως θέλει ο ίδιος να τον αποκαλεί η Αλίκη, ακούει όλο το μονόλογο της και προσπαθεί να την πείσει πως η αρνητική της αυτή στάση είναι αδικαιολόγητη. Για να το αποδείξει όμως αυτό στην Αλίκη δεν αρκείται μόνο σε μια θεωρητική κουβέντα μαζί της. Έτσι, ταξιδεύουν μαζί στη χώρα των αριθμών.

Ο Τσάρλι μοιάζει να γνωρίζει τον κόσμο αυτό και είναι σίγουρος πως θα κινήσει το ενδιαφέρον της μικρής. Ουσιαστικά πρόκειται για μια περιπετειώδη περιπλάνηση μέσα στη χώρα των αριθμών. Από την αρχή της περιπλάνησης τους, έως το τέλος της, η Αλίκη έρχεται αντιμέτωπη με δυσκολίες, εμπόδια και γρίφους τους οποίους καλείται να λύσει με τη βοήθεια του Τσάρλι και των μαθηματικών. Τέρατα, μυθικά πλάσματα, μαθηματικά πλάσματα, κακές βασίλισσες και φυσικά ο ίδιος ο μυστήριος Τσάρλι συνθέτουν ένα παραμυθένιο κλίμα γεμάτο μυστήριο και φαντασία. Η Αλίκη θα ανακαλύψει μόνη της πως τα μαθηματικά όχι μόνο δεν είναι καταραμένα και άχρηστα αλλά πως αποτελούν έναν σημαντικό τρόπο χειρισμού των εμποδίων που αντιμετωπίζει.

Εκτός όμως από εμπόδια, η Αλίκη επισκέπτεται περίεργα μέρη όπως είναι το δάσος των αριθμών όπου μαθαίνει και κατανοεί έννοιες όπως αυτή των πρώτων αριθμών. Επίσης, συναντάει και πολλά περίεργα πλάσματα τα οποία είναι ήδη γνωστά σε όλους μας από το παραμύθι “ Η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων”, ο Τρελός Καπελάς και ο Μαρτιάτικος Λαγός που με τη βοήθεια τους η Αλίκη θα κατανοήσει και άλλες έννοιες όπως οι δεκάδες και οι μονάδες. Αυτά όμως είναι μερικά από όλα όσα υπάρχουν μέσα στο βιβλίο.

Όσον αφορά τη δομή του περιεχομένου του βιβλίου, αυτή παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον. Πρώτα πρώτα μέσα στο βιβλίο αναδεικνύεται και ένας πολύ σημαντικός ρόλος της αφήγησης, αυτός της ερμηνείας. Στην προκειμένη περίπτωση αφηγητής είναι ο συγγραφέας του βιβλίου και κάποιες φορές γίνεται και ο Τσάρλι. Μέσα από τις αφηγήσεις τους, γίνεται μια προσπάθεια ερμηνείας και προσέγγισης των μαθηματικών. (Παράδειγμα: Το παραμύθι με τον βοσκό και τα πρόβατα. Αφήγηση: Τσάρλι). Ουσιαστικά, ο αφηγητής επιχειρεί να εντάξει τις μαθηματικές έννοιες που “συναντούν” ο Τσάρλι με την Αλίκη, στο ευρύτερο πλαίσιο του παραμυθιού και τις ανάγει από ξερές έννοιες σε κάτι χρήσιμο και διασκεδαστικό. Στη συνέχεια, μέσω των **διαλόγων**, ο Τσάρλι αναλαμβάνει να ερμηνεύσει και να επεξηγήσει (**εμφάνιση επεξηγήσεων**) έτσι ώστε τα μαθηματικά να γίνουν αντιληπτά και κατανοητά από την Αλίκη και κατ' επέκταση από τον αναγνώστη. Ως προς τη δομή του το βιβλίο αυτό παραπέμπει περισσότερο σε παραμύθι. Αυτό γιατί διαθέτει τα περισσότερα από τα βασικά γνωρίσματα των παραμυθιών. Αρχικά, όλα τα παραμύθια λειτουργούν σε ένα συγκεκριμένο χώρο μαγείας, ελεύθερο από τα όρια του χρόνου. Έτσι και δω, η Αλίκη με τον Τσάρλι παραπλανιούνται στη χώρα των αριθμών η οποία αποτελεί κάτι ανεξερεύνητο για την Αλίκη.

Επίσης, κάτι πολύ σημαντικό, όλα τα παραμύθια έχουν συγκινησιακή γοητεία. Δηλαδή, το κάθε παραμύθι ασχολείται με τις εμπειρίες ενός ατόμου, το οποίο διαθέτει τέτοια χαρακτηριστικά ώστε ο αναγνώστης να μπορεί να ταυτιστεί μαζί του. Στο συγκεκριμένο βιβλίο, η Αλίκη αντιμετωπίζει πολλά προβλήματα με τα μαθηματικά, εκφράζει την αγανάκτησή της μιας και ισχυρίζεται πως δεν τα καταλαβαίνει και τα απορρίπτει. Το ίδιο συμβαίνει και με πολλά από τα παιδιά που θα το διαβάσουν ενδεχομένως.

Τέλος, κυριαρχεί ένα πνεύμα αισιοδοξίας και επιτυχίας όπως και σε κάθε παραμύθι. Οτι προβλήματα και να υπάρχουν (καταραμένα μαθηματικά), το τέλος θα είναι πάντα το επιθυμητό, η έκβαση του θα πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια πολλών δυνάμεων (ο Τσάρλι ως καθοδηγητής της μικρής Αλίκης). Το περιεχόμενο αυτού του βιβλίου απευθύνεται σε μικρούς αναγνώστες σχολικής ηλικίας.

Βασικός του στόχος είναι να ανατρέψει την αρνητική εικόνα που έχουν τα παιδιά για τα μαθηματικά μέσα από την περιπέτεια της Αλίκης. Επίσης στόχος του είναι, τα παιδιά να κατανοήσουν κάποιες μαθηματικές έννοιες. Ο συγγραφέας μπορεί να στοχεύει στην αναδόμηση των υπαρχόντων ιδεών του παιδιού για τα μαθηματικά αλλά δεν περιορίζεται μόνο στη γνωστική διαδικασία επεξήγησης εννοιών.

Ο συγγραφέας είναι ολοφάνερο ότι έχει λάβει υπόψη τη συναισθηματική ικανοποίηση του παιδιού, δημιουργώντας ένα κλίμα που προάγει το συναίσθημα. Αυτό είναι και το ζητούμενο, να δημιουργηθούν συναισθήματα/συγκινησιακές καταστάσεις στο παιδί, ώστε να σημαίνουν κάτι για αυτό και να το κινητοποιήσουν. Στην προκειμένη περίπτωση, το κυρίαρχο συναίσθημα είναι η αγωνία. Πρόκειται για μια περιπέτεια σε μια φανταστική χώρα, με περίεργα πλάσματα. Το παιδί αγωνιά για την έκβαση του τέλους γιατί ταυτίζεται με την Αλίκη. Ποίο θα είναι άραγε το τέλος του παραμυθιού; Θα επιστρέψει πίσω η Αλίκη; Η αγωνία αυτή καθώς και η περιέργεια, είναι αυτά που κρατούν αμείωτο το ενδιαφέρον.

Επίσης, η επεξήγηση των διαφόρων εννοιών των μαθηματικών δεν γίνεται μετωπικά, μέσω διαλόγων, αλλά έμμεσα, μέσα από τις εμπειρίες της Αλίκης. Η Αλίκη ανακαλύπτει τη γνώση καθοδηγούμενη με κατάλληλο τρόπο από τον Τσάρλι. Αυτό ίσως θυμίζει και το πρότυπο ανακαλυπτικής διδασκαλίας σύμφωνα με το οποίο αν δοθούν στα παιδιά τα κατάλληλα μέσα και η κατάλληλη καθοδήγηση, μέσα από ερωτήσεις ανοιχτού τύπου, θα μπορέσουν να ανακαλύψουν για τον εαυτό τους τη γνώση. Σύμφωνα λοιπόν με την άποψη μου όλο το βιβλίο προάγει αυτό το πρότυπο. Ο Τσάρλι αναλαμβάνει το ρόλο του καθοδηγητή και με ερωτήσεις ανοιχτού τύπου που κάνει στην Αλίκη, αυτή οδηγείται συμπερασματικά στη γνώση.

Συνεπώς, όλο το βιβλίο γράφτηκε με βασικό άξονα την προσαρμογή των στόχων του συγγραφέα στις συναισθηματικές ανάγκες του παιδιού κάτι που πέτυχε κατά κύριο λόγο μέσα από την αφήγηση και την περιγραφή. Διδάσκει σαφώς μαθηματικά, καθώς επιμένει στην κατανόηση τους από την Αλίκη, η οποία όπως αναφέρθηκε ταυτίζεται με το παιδί αναγνώστη που αντιμετωπίζει, ενδεχομένως παρόμοια προβλήματα.

## “ΕΞΗΓΩΝΤΑΣ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΙΣ ΚΟΡΕΣ ΜΟΥ”

Του Ντένι Γκετζ.

Ο Ντένι Γκετζ υπήρξε συγγραφέας, μαθηματικός, καθηγητής ιστορίας και επιστημολογίας στο Πανεπιστήμιο Paris VIII, ερευνητής, καθώς και σεναριογράφος στον κινηματογράφο. Έχει δημοσιεύσει τα δοκίμια: "Revolution des savants", Gallimard, 1988. "L' Empire des nombres", Gallimard/Decouvertes, 1996, "La gratuite ne vaut plus rien", Seuil, 1997 ("Το δωρεάν δεν αξίζει πλέον τίποτα", "Le metre du monde", Seuil, 2000 ("Το μέτρο του κόσμου", Εκδόσεις. Π. Τραυλός, 2002), καθώς και τα μυθιστορήματα: "La Meridienne", Robert Laffont, 1997 ("Επιχείρηση Μεσημβρία", 2002 -"αληθινή" μυθοπλασία, βασισμένη στην επιστημονική και ιστορική. "Le theoreme du perroquet", Seuil, 1998 ("Το θεώρημα του παπαγάλου", 1999 -μεταφρασμένο σε 18 γλώσσες, ένα "κλασικό" μυθιστόρημα για τις σχέσεις μυθιστορήματος και μαθηματικών). "Genis ou le Bambou parapluie", Seuil, 1999, "La Bela: autobiographie d'une caravelle ", Seuil, 2001, "Les cheveux de Berenice", Seuil, 2002 ("Τα αστέρια της Βερενίκης", 2005), "Zero: ou les cinq vies d' Aemer", Robert Laffont, 2005 ("Μηδέν", Εκδόσεις.των Ανδρών", ελληνικές εκδόσεις. Ψυχογιός, 2008). Έχει γράψει, επίσης, δύο θεατρικά έργα και ένα σενάριο. Ως σεναριογράφος τιμήθηκε με το βραβείο Καλύτερου Σεναρίου 1987 για την ταινία "Η τελευταία Παρασκευή του Σεπτέμβρη". Ο Ντένι Γκετζ πέθανε τον Απρίλιο του 2010 σε ηλικία 69 ετών. Το βιβλίο " Εξηγώντας μαθηματικά στις κόρες μου" είναι ένας διάλογος μεταξύ του συγγραφέα και της κόρης του Λόλας, με θέμα τα μαθηματικά. Για την ακρίβεια, η Λόλα εκφράζει τη απέχθεια της στην αρχή του διαλόγου πολύ δυναμικά "είναι ένα μάθημα όλο ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ, γεμάτο με ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ, όπου σε περικυκλώνουν ΚΑΝΟΝΕΣ" για να καταλήξει με πάθος στο ότι "τα μαθηματικά είναι ΒΙΑΙΑ". Στον συγγραφέα/πατέρα της η Λόλα δίνει τις εξής καταπληκτικές εξηγήσεις για τη "βία" των μαθηματικών.

Τα βρίσκει απότομα και νιώθει ανήμπορη απέναντι τους. Είναι όπως λέει, σαν να την αποστομώνουν ενώ έχουν πάντα την τελευταία λέξη. Ουσιαστικά, με αυτόν τον τρόπο, εκφράζει τον φόβο της για αυτά και το πόσο αδύναμη νιώθει η ίδια στην ιδέα τους . Ο φόβος αυτός όμως δεν εκφράζει μόνο την Λόλα αλλά και πολλά άλλα παιδιά. Κάπως έτσι, ξεκινά ένας διάλογος ο οποίος σε κάποια σημεία ανάγεται σε διάλεξη του συγγραφέα, για τη φύση των μαθηματικών ως επιστήμης, για την ακρίβειά τους ως μιας ιδιαίτερης γλώσσας, που ασφαλώς δε μπορεί να εκφράσει τα πάντα (στα μαθηματικά μπορείς να πεις σ' αγαπώ;) αλλά πολλές ιδέες, σχέσεις, ερωτήματα, αναλογίες

κτλ.

Έτσι ξεκινά μια περιήγηση στον «κόσμο» των μαθηματικών, ξεκινώντας από τη «γλώσσα» τους, που όταν είναι άσχημα διατυπωμένη δεν είναι καν ψευδής, δεν έχει νόημα. Γίνεται λοιπόν αρχικά μια «απογραφή» των τύπων λέξεων που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά, των τύπων φράσεων αλλά και δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη σημασία του ορισμού. Με πολύ άμεσο τρόπο, τοποθετούνται έννοιες βασικές όπως ακέραιοι αριθμοί, διαφορά αριθμού-ψηφίου, τρόπος αρίθμησης, δυαδικό (και όχι μόνο) σύστημα, κλάσμα, δύναμη, ζυγοί/άρτιοι αριθμοί, πρώτοι αριθμοί, αρνητικοί κ.α. Παράλληλα με τη σημασία και τη λειτουργικότητα κάθε όρου δίνεται και η "ιστορία" του, ο τρόπος και η αναγκαιότητα γένεσης του.

Από τις παρατηρήσεις στις σχέσεις των αριθμών, περνάμε με ανάλογο τρόπο στη "γεωμετρία", όπου με αφορμή ότι δυο ευθείες μπορεί να μην είναι ούτε παράλληλες ούτε τεμνόμενες, διατυπώνεται η εξής θεμελιώδης διαπίστωση : "απαραίτητο είναι να διευκρινίζουμε σε ποιο σύμπαν ισχύει η πρόταση που διατυπώνουμε". Ο διάλογος συνεχίζεται κατά τον ίδιο τρόπο με την άλγεβρα, τα σημεία και τους δεσμούς, τα προβλήματα, τους συλλογισμούς. Στο τέλος του βιβλίου η μικρή Λόλα καταλήγει σε μια σειρά διαπιστώσεων σχετικά με τα μαθηματικά δείχνοντας έτσι ότι κατανόησε το σημαντικότερο, ότι δηλαδή στα μαθηματικά όλα δικαιολογούνται, όλα έχουν μια αιτία.

Τη δομή του βιβλίου αυτού, θα μπορούσε κανείς εκ πρώτης όψεως να τη χαρακτηρίσει απόλυτα διαλογική. Σίγουρα εν μέρει μπορούμε να τη χαρακτηρίσουμε έτσι άλλα σε πολλά σημεία έχουμε εκτεταμένη διάλεξη του συγγραφέα παρά διάλογο. Επίσης, πέραν από αυτό, σε κάποια χωρία έχουμε μικρές αφηγήσεις από τον πατέρα της Λόλας, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό της δομής του περιεχομένου. Κατά την εξέλιξη της συνομιλίας της με τον πατέρα της η μικρή Λόλα παρεμβαίνει σε δυο επίπεδα. Στο πρώτο εκθέτει κάποιες ερωτήσεις/αρχικές τις ιδέες σχετικά με ορισμένες έννοιες των μαθηματικών όπως "Υπήρχαν πάντα αρνητικοί αριθμοί;". Σε δεύτερο επίπεδο, αφού ακολουθήσει η παρέμβαση του πατέρα της, αυτή κάνει στο ενδιάμεσο κάποιες διευκρινιστικές ερωτήσεις αλλά και διατυπώνει κάποια συμπεράσματα όπως : " Τρία ύψη, τρεις διχοτόμοι, τρεις μεσοκάθετοι, τρεις διάμεσοι. Το τρίγωνο είναι ο βασιλιάς του τρία."

Ουσιαστικά, σκοπός του πατέρα της είναι να μεταδώσει και να περιγράψει, κυρίως προφορικά κάποιες γνώσεις στην Λόλα. Επομένως, θα μπορούσαμε να πούμε, από τη στιγμή που δεν πρόκειται για κάποιο μυθιστόρημα η παραμύθι μιας και δεν έχει πλοκή και ροή το περιεχόμενο του, ότι αποτελεί μια συνέντευξη του πατέρα της Λόλας, αφού η συμμετοχή τους στη συζήτηση δεν γίνεται σε καμιά περίπτωση στον ίδιο βαθμό.



Ουσιαστικά, η Λόλα ρωτάει και ο πατέρας της απαντάει χωρίς να υπάρχει διαπραγμάτευση από τη μεριά της Λόλας η οποία μπορεί να εκφράζει τις απορίες της άλλα δεν καταλήγει μόνη της στη γνώση καθοδηγούμενη από τον Ρέι αλλά δέχεται έτοιμη τη γνώση χωρίς να την επεξεργάζεται ταυτόχρονα.

Το βιβλίο αυτό δεν απευθύνεται σε μικρούς αναγνώστες. Κυρίως αφορά μεγαλύτερα παιδιά (γυμνασίου). Τόσο γιατί οι έννοιες που περιγράφει είναι σχετικές άμεσα με την ύλη των μαθηματικών του γυμνασίου, αλλά και γιατί η δομή του είναι τέτοια που σε καμιά περίπτωση δεν παρακινεί ένα μικρό παιδί να το διαβάσει ή τουλάχιστον να συνεχίσει να το διαβάζει, στην περίπτωση που το έχει ξεκινήσει. Ο βασικότερος λόγος, που θεωρώ πως συμβαίνει αυτό, είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχει αυτό που περιέχεται στην ιστορία της Αλίκης, το κίνητρο. Δηλαδή, στο βιβλίο αυτό δεν παρακινείται η περιέργεια του παιδιού για την κατάληξη του διαλόγου/διάλεξης. Ισα ίσα, γίνεται εμφανές από την αρχή ακόμα, πως πρόκειται για μια διδασκαλία η οποία απλά έχει καταγραφεί γραπτώς. Πιο συγκεκριμένο, θεωρώ πως αυτό το βιβλίο ακολουθεί το πρότυπο της μετωπικής διδασκαλίας. Ο πατέρας παρουσιάζεται σαν αυθεντία και όλη η πορεία του βιβλίου εξαρτάται από το τι θα πει. Η Αλίκη στο βιβλίο “Καταραμένα μαθηματικά” οδηγείται μόνη της στη μάθηση. Ανακαλύπτει τη γνώση και καταλήγει συμπερασματικά σε αυτή ενώ στο βιβλίο “Εξηγώντας μαθηματικά στις κόρες μου”, η γνώση δεν προκύπτει, προσφέρεται έτοιμη από τον Ρέι και μεταφέρεται στη Λόλα προφορικά. Βέβαια, δεν πρέπει να παραλείψω το γεγονός ότι σε όλη την έκταση του διαλόγου/διάλεξη ο Ρέι λαμβάνει υπόψη του τις αρχικές ιδέες της Λόλας οι οποίες παρεμβάλλονται στο ενδιαμέσο των επεξηγήσεων του. Και ο ίδιο όμως δείχνει να είναι προετοιμασμένος για κάτι τέτοιο και έτσι ο λόγος του προσαρμόζεται στις ανάγκες που έχει η Λόλα.

Σίγουρα, και στο συγκεκριμένο βιβλίο ο αναγνώστης/παιδί η ακόμα και ενήλικας που φοβάται τα μαθηματικά ταυτίζεται με την Λόλα, γιατί η ίδια πολύ εύστοχα περιγράφει το πόσο αδύναμη νιώθει μπροστά στα μαθηματικά και πόσο τα φοβάται μιας και τα θεωρεί απρόβλεπτα. Αυτό από μόνο του θα μπορούσε να αποτελέσει ένα κίνητρο για ανάγνωση αλλά δεν αρκεί.

Συνεπώς ο συγγραφέας δεν έλαβε σε καμιά περίπτωση υπόψη του τη συναισθηματική ικανοποίηση του παιδιού που διαβάζει το βιβλίο του. Επικεντρώθηκε αποκλειστικά και μόνο στην μεταφορά γνώσεων από τον ίδιο προς τη Λόλα χωρίς να προσαρμόσει τους στόχους του για μάθηση στις συναισθηματικές ανάγκες του παιδιού για διασκέδαση. Παράβολα αυτά μέσα από αυτό το βιβλίο προάγεται άμεσα η μαθηματική γνώση, μπορεί δηλαδή ο αναγνώστης να μάθει μαθηματικά και κυρίως να τα κατανοήσει.

## “ΤΟ ΠΕΙΡΑΧΤΗΡΙ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ”

Του Χανς Μάγκνους Εντσενσμπεργκερ

Ο Χανς Μάγκνους Εντσενσμπεργκερ είναι ποιητής, δοκιμιογράφος, θεατρικός συγγραφέας. Αντιπαράκειται με τη σύγχρονη πολιτική και κοινωνική πραγματικότητα και δεν διστάζει με τρόπο οξύ να διατυπώνει τις απόψεις του. Το λογοτεχνικό του ντεμπούτο το έκανε το 1957 με την ποιητική συλλογή : «Η υπεράσπιση των λύκων». Ήταν μόλις 28 χρόνων. Έξι χρόνια αργότερα του απονεμήθηκε το βραβείο του Γκέοργκ Μπίχνερ, η ύψιστη λογοτεχνική διάκριση στη Γερμανία. Ο Χανς Μάγκνους Εντσενσμπεργκερ γεννήθηκε στη νότια Γερμανία. Το Β' Παγκόσμιο Πόλεμο τον έζησε πολύ έντονα αφού σε ηλικία 16 χρόνων το 1945 οι Ναζί τον επιστράτευσαν. Μετά τον πόλεμο κατάφερε να επιζηήσει κάνοντας εμπόριο στη μαύρη αγορά. Στη συνέχεια κατάφερε να σπουδάσει, έκανε τη διδακτορική του διατριβή, εργάστηκε ως διερμηνέας και συντάκτης ραδιοφώνου, ενώ δίδαξε και στο Πανεπιστήμιο. Είχε πάθος με τα ταξίδια σε μακρινές χώρες και ταξίδεψε ανάμεσα σε άλλα στις ΗΠΑ, στο Μεξικό, στην τότε Σοβιετική Ένωση και στην Κούβα. Το 1965 ήταν ένας από τους υποστηρικτές του φοιτητικού κινήματος στη Γερμανία και παρέμεινε πάντα ένας συγγραφέας με έντονο τον πολιτικό προβληματισμό στο έργο του. Ο βιογράφος του Γιοργκ Λάου λέει σχετικά: «Είναι ένας άνθρωπος, ο οποίος ήταν πάντοτε παρών σε όλα τα μεγάλα θέματα που απασχόλησαν τη Γερμανία. Στη δεκαετία του '50 η συζήτηση περιστρεφόταν γύρω από τους Ναζί. Στη δεκαετία του '60 γύρω από τη νέα Αριστερά. Στη δεκαετία του '70 για την Οικολογία. Παντού θα βρείτε ενδιαφέροντα δοκίμια». Σύμφωνα με το βιογράφο του, ο Εντσενσμπεργκερ είναι ένας νέος τύπος διανοούμενου με πολύπλευρα ενδιαφέροντα. Πολύγλωσσος με ιδιαίτερη αδυναμία στα μαθηματικά. Όσο για τη λογοτεχνία ο Εντσενσμπεργκερ είχε δηλώσει κάποτε: «Μερικοί άνθρωποι είναι καλοί στα μαθηματικά ή άλλοι είναι καλοί ποδοσφαιριστές. Εγώ δεν είμαι όλα αυτά. Ίσως να γινόμουν ένας καλός χημικός ή ένα καλός τραπεζικός υπάλληλος, αλλά θα πρέπει να γνωρίζει κανείς τις προτεραιότητές του. Η λογοτεχνία για μένα είναι και λίγο μπελάς και είναι σαν το τσιγάρο. Το συνηθίζεις πολύ νωρίς και είναι δύσκολο να το ξεσυνηθίζεις». Ο Χανς Μάγκνους Εντσενσμπεργκερ, έχει μεταφραστεί και στα ελληνικά. Να αναφέρουμε ενδεικτικά «Η Ιωσηφίνα και εγώ» από τις εκδόσεις Scripta, το «Καλοκαίρι της αναρχίας» από τις εκδόσεις Οδυσσέας.

Ο Ρόμπερτ είναι ένα αγόρι που όπως τα περισσότερα αγόρια του κόσμου απεχθάνεται οτιδήποτε έχει σχέση με αριθμούς, πράξεις και σύμβολα. Και μόνο που ακούει τη λέξη «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ» τον πιάνει τρέλα. Ένα βράδυ, όμως, βλέπει ένα παράξενο όνειρο. Για την ακρίβεια, βλέπει έναν αινιγματικό, διασκεδαστικό και πανέξυπνο ανθρωπάκο που κάνει ταχυδακτυλουργικά κόλλα με τους αριθμούς.

Για 12 νύχτες, το Πειραχτήρι των Αριθμών θα επισκέπτεται τον Ρόμπερτ στον ύπνο του και θα τον διασκεδάσει με τα παιχνίδια του. Κύβοι, πυραμίδες, σύμβολα και χρώματα στήνουν ένα τρελό πανηγύρι για να μυήσουν τον Ρόμπερτ στον μαγικό κόσμο των αριθμών. Και τα καταφέρνουν. Μέσα από τις περιπέτειες ο μικρός Ρομπερτ ανακαλύπτει και κατανοεί έννοιες όπως αυτή των πρώτων αριθμών, των τριγώνων αριθμών καθώς και πιο αφηρημένων εννοιών όπως αυτή του άπειρου. Ο διεθνώς αναγνωρισμένος Γερμανός συγγραφέας γράφει ένα βιβλίο πρωτότυπο που απευθύνεται τόσο σε μικρούς όσο και σε μεγάλους. Κάθε νύχτα αποτελεί και μια συγκεκριμένη “διδασκαλία” μια μαθηματικής έννοιας. Το πειραχτήρι μέσα από τα κόλπα του ξεναγεί τον Ρόμπερτ σε έναν άλλο κόσμο, αυτό των μαθηματικών παρουσιάζοντας τον σαν κάτι μαγικό και ανεξερεύνητο. Όλη η ιστορία του Ρόμπερτ εκτυλίσσεται μέσα σε 12 επεισόδια/όνειρα από τα οποία κάθε νέο επεισόδιο δεν είναι ξεκομμένο από τα προηγούμενα. Μέσα από την αφήγηση αλλά και διαλόγους περιγράφονται έννοιες μαθηματικές και απομυθοποιείται η δυσκολία τους. Όπως αναφέρθηκε και πιο πριν ο διάλογος μεταξύ του Ρόμπερτ και του παράξενου γεράκου. Στο σύνολο τους, οι διάλογοι που αναπτύσσονται επί ίσης ορούς και για τους δύο συμμετέχοντες χωρίς να προβαίνει κανένας από τους δύο σε διάλεξη η μονόλογο.

Διαθέτει όλα τα χαρακτηριστικά μιας διαλογικής μορφής διδασκαλίας. Αρχικά, το αντικείμενο, στη διαλογική μορφή διδασκαλίας πρέπει να είναι γνωστό ήδη στους μαθητές. Έτσι λοιπόν, και στο βιβλίο ο Ρόμπερτ γνωρίζει τα μαθηματικά αλλά δεν γνωρίζει πολλά για αυτά. Συνεπώς, το αντικείμενο που πραγματεύεται είναι γνωστό και δεν είναι κάτι που μαθαίνει τώρα. Επίσης, σύμφωνα με τη διαλογική μορφή θα πρέπει ο αριθμός των συμμετεχόντων να είναι μικρός όπως συμβαίνει και στο βιβλίο αυτό όπου συμμετέχουν δύο άτομα μόνο. Και τέλος, ο γεράκος είναι αυτός που κατευθύνει τις συζητήσεις του με τον Ρόμπερτ. Του δίνει κίνητρα και τον βοηθάει να ανακαλύψει τα λάθη του έτσι ώστε να καταλήξει στη μάθηση μόνος του μέσα από δοκιμασίες που του θέτει ο γεράκος. Το μοντέλο της ανακαλυπτικής διδασκαλίας το συναντήσαμε και στο βιβλίο “ Καταραμένα μαθηματικά”. Μέσα στο βιβλίο σε κάποια σημεία βλέπουμε ότι μικρός Ρόμπερτ προσπαθεί να καταρρίψει την αυθεντία “Κάποιος πρέπει να του δώσει ένα μάθημα του ξερόλα”.

Ουσιαστικά ο συγγραφέας προσπαθεί μέσω του Ρόμπερτ να καταρρίψει τον δάσκαλο αυθεντία και να μεταβεί σε μια διδασκαλία μαθητοκεντρικού τύπου όπου ο δάσκαλος (στην προκειμένη περίπτωση το πειραχτήρι των αριθμών) να διευθύνει σωστά την συζήτηση, να παρακινεί τους μαθητές (Ρόμπερτ) του να σκέφτονται και να εκφράζονται παρέχοντας κίνητρα και προκαλώντας τους να ανακαλύψουν τη γνώση καθοδηγώντας τους απλά. Όσον αφορά τους στόχους και τις προτεραιότητες που έθεσε ο συγγραφέας, σίγουρα αυτό που θα μπορούσε να πει κανείς που έχει διαβάσει το βιβλίο, είναι ότι όχι μόνο έχει λάβει υπόψη του τη συναισθηματική ικανοποίηση



των αναγνωστών άλλα αποτελεί βασικό του σκοπό.

Καταρχήν το γεγονός ότι οι συναντήσεις του Ρόμπερτ με το γεράκο γινόταν μέσα στα όνειρα του Ρόμπερτ δεν είναι τυχαίο. Τα όνειρα είναι μια οικεία έννοια προς όλους μας, μιας και όλοι ονειρευόμαστε αλλά ταυτόχρονα αποτελούν και κάτι περίεργο κάτι ανεξερεύνητο. Συνεπώς εξάπτεται η φαντασία όλων. Σκοπός του συγγραφέα κατά τη γνώμη μου ήταν από τη μια να δώσει μια μαγική διάσταση στο περιεχόμενο του βιβλίου αλλά ταυτόχρονα να μην είναι κάτι άγνωστο στον αναγνώστη. Όπως αναφέρθηκε και πιο πριν το περιεχόμενο του βιβλίου εξελίσσεται σε επεισόδια. Σε μερικά από αυτά τα επεισόδια/βραδιές ο συγγραφέας δείχνει να προωθεί την βιωματική μάθηση. Για παράδειγμα στο σημείο που ο Ρόμπερτ πρέπει να καταλάβει την έννοια των συνδυασμών και των διατάξεων, το πειραχτήρι των αριθμών τον αναγκάζει με τον τρόπο του να σκεφτεί, θέτοντας του κάποιους προβληματισμούς σχετικά με τη θέση που θα έχουν κάποιοι συμμαθητές του στα καθίσματα των θρανίων. Ο Ρόμπερτ εμπλέκεται ο ίδιος στην μελετώμενη πραγματικότητα (θέσεις παιδιών στα θρανία) και δεν αποτελεί ακροατή του διδάσκοντος (πειραχτήρι αριθμών). Η ενεργή συμμετοχή αποτελεί βασικό στοιχείο της βιωματικής μάθησης που προωθεί ο συγγραφέας και σε άλλα σημεία. Ουσιαστικά, ακολουθούνται και τα στάδια της βιωματικής διδασκαλίας. Παίρνοντας την 8η νύχτα σαν παράδειγμα, την αναλύουμε στα εξής στάδια της βιωματικής μάθησης με βάση την Καμαρινού (1999).

**Στάδιο 1: Ενεργώ/Βιώνω.** Γενικά, πρόκειται για μια σειρά δραστηριοτήτων, συζητήσεις περιπτώσεων, παίξιμο ρόλων, αναπαραστάσεις, παρουσιάσεις. Η πληροφορία βγαίνει μέσα από την εμπειρία. Έτσι και στο συγκεκριμένο ο Ρόμπερτ πειραματίζεται με τις εναλλαγές των θέσεων και προσπαθεί να λύσει ένα καθημερινό πρόβλημα της τάξης του, το “ που θα κάτσει ο καθ' ένας”

**Στάδιο 2: Ανταλλάσσω εμπειρίες.** Γενικά σ' αυτό το στάδιο οι συμμετέχοντες συγκρίνουν τις εμπειρίες τους. Το πειραχτήρι, αφού ο Ρόμπερτ τελειώσει με έναν αριθμό συνδυασμών του ζητάει να συνεχίσει με περισσότερους συμμαθητές του να συνδυάζει τις δυνατές θέσεις.

**Στάδιο 3: Κατανοώ και ερμηνεύω.** Οι συμμετέχοντες καλούνται να κατανοήσουν τις εμπειρίες των δύο προηγούμενων σταδίων. Συγκεκριμένα, όταν ανοίγει η πόρτα και μπαίνουν και άλλοι συμμαθητές του Ρόμπερτ, ο ίδιος ζητάει απεγνωσμένα να μην καθίσουν. Ο Ρόμπερτ εμπειρικά καταλαβαίνει πως αυτό θα είναι σίγουρα πιο δύσκολο και εκφράζει τη δυσαρέσκεια του.

**Στάδιο 4: Γενικεύω.** Γενικεύονται οι αρχές και τα συμπεράσματα που προέκυψαν στα δύο προηγούμενα στάδια. Έτσι στη συγκεκριμένη περίπτωση καταλήγουν ο Ρόμπερτ με την καθοδήγηση που του δίνει το πειραχτήρι στην τελική έννοια, την έννοια βουτούμε η ν!.

**Στάδιο 5: Εφαρμόζω.** Στο στάδιο αυτό γίνεται ο σχεδιασμός για την εφαρμογή της γνώσης που έχει αποκτηθεί, επίσης εποπτεία για το τι έχει εμπεδωθεί και σε ποιο βαθμό οι αντιλήψεις έχουν αλλάξει ή τροποποιηθεί. Τέλος, δεν θα πρέπει να παραληφθεί το γεγονός ότι σε κάθε νέα έννοια ο συγγραφέας παραθέτει τις αρχικές ιδέες του Ρόμπερτ με τον έναν η τον άλλο τρόπο. Είτε περιγράφει τις σκέψεις του είτε μέσα από κάποια λάθη που κάνει ενώ συζητά με το πειραχτήρι. Αυτό είναι πολύ σημαντικό μιας και οι αναγνώστες ταυτίζονται με τον Ρόμπερτ και άρα κάποιες από τις αρχικές τους ιδέες μοιάζουν με αυτές που παρατίθενται.

### **Συγκριτική αποτίμηση των βιβλίων " Καταραμένα Μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών" και " Το πειραχτήρι των αριθμών" .**

Αν προσπαθήσει κανείς να κάνει μια σύγκριση ανάμεσα στο βιβλίο " Καταραμένα μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών" και " Το πειραχτήρι των αριθμών" θα διαπιστώσει πως υπάρχουν πολλά κοινά σημεία μεταξύ αυτών των δύο βιβλίων. Αρχικά, και τα δυο βιβλία αποτελούν δύο παραμύθια τα οποία έχουν ως πρώτο σκοπό τους να ικανοποιήσουν συναισθηματικά τον αναγνώστη και κατά δεύτερο λόγο να του διδάξουν κάποιες μαθηματικές έννοιες. Επίσης και στα δύο βιβλία οι πρωταγωνιστές είναι δύο μικρά παιδιά που σιχαίνονται τα Μαθηματικά. Συνεπώς, υπάρχει μια συναισθηματική ταύτιση του παιδιού αναγνώστη με τους πρωταγωνιστές. Και στα δύο βιβλία η Αλίκη και ο Ρόμπερτ αντίστοιχα ανακαλύπτουν τη μάθηση μέσα από διάφορες δοκιμασίες στις οποίες υποβάλλονται. Κατά συνέπεια, δίνεται ένα περιθώριο προβληματισμού κάθε φορά για τη νέα γνώση. Ο Τσάρλι, στη μια περίπτωση και το πειραχτήρι στη δεύτερη αποτελούν τους καθοδηγητές των δύο παιδιών και σε καμιά περίπτωση δεν αποτελούν τις "διάνοιες" γύρω από τις οποίες βρίσκονται όλες οι απαντήσεις αφού οι ίδιοι δεν είναι διατεθειμένοι να τις αποκαλύψουν εξ αρχής. Οι δύο πρωταγωνιστές φτάνουν στη γνώση συμπερασματικά, βγάζοντας τα δικά τους προσωπικά συμπεράσματα σχετικά με το περιεχόμενό της. Τα πλαίσια μέσα στα οποία εκτυλίσσονται και οι δύο ιστορίες είναι φανταστικά. Στην πρώτη περίπτωση της Αλίκης, η περιπέτεια της διαδραματίζεται σε μια φανταστική χώρα, στη χώρα των αριθμών, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η ιστορία διαδραματίζεται μέσα στα όνειρα του Ρόμπερτ. Και στις δύο περιπτώσεις λοιπόν οι συγγραφείς είχαν ως βασικό σκοπό να ικανοποιήσουν συναισθηματικά τον αναγνώστη μεταφέροντας τον στη σφαίρα του φανταστικού και της περιπέτειας. Τέλος, ένα από τα βασικότερα χαρακτηριστικά των δύο αυτών βιβλίων είναι το γεγονός ότι λαμβάνονται υπ' όψη οι αρχικές ιδέες των παιδιών/πρωταγωνιστών και αυτό είναι πολύ σημαντικό διότι ο αναγνώστης ταυτίζεται με τους πρωταγωνιστές.

Παρ' όλα αυτά υπάρχουν και κάποιες διαφορές ανάμεσα στα δύο αυτά βιβλία. Το βιβλίο "Καταραμένα μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών." αποτελεί μια περιπέτεια η οποία εκτυλίσσεται συνεχόμενα σε μια φανταστική χώρα, στη χώρα των αριθμών. Το βιβλίο "Το πειραχτήρι των αριθμών" εξελίσσεται σε επεισόδια, τόσα όσα είναι και οι νύχτες που ονειρεύτηκε ο Ρόμπερτ το πειραχτήρι. Επίσης, στο βιβλίο του Φραμπέτι υπάρχουν κάποια σημεία τα οποία αποτελούν παραπομπές ώστε να πραγματοποιηθεί διαθεματική προσέγγιση της γνώσης. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το κεφάλαιο όπου η Αλίκη επισκέπτεται τον λαβύρινθο και την Μινωαγελάδα. Στο σημείο αυτό γίνεται αναφορά στον Μινώταυρο και επομένως υπονοείται ένα μυθολογικό κομμάτι της ιστορίας της Μινωικής Κρήτης. Επομένως, δίνεται η ευκαιρία στο παιδί να ανακαλέσει προηγούμενες γνώσεις και έτσι να τις συνδυάσει με τις νέες και να οικοδομήσει νέα νοητικά σχήματα. Αυτό σου βιβλίο "Το πειραχτήρι των αριθμών" δεν υπάρχει, τουλάχιστον όχι στον βαθμό που το συναντάμε στο βιβλίο του Φραμπέτι. Πως θα μπορούσαμε όμως να διαμορφώσουμε μια διδασκαλία με βάση τα παραπάνω βιβλία και λαμβάνοντας υπόψη τις προϋποθέσεις που τέθηκαν για τη δημιουργία μιας τέτοιας διδασκαλίας; Όπως αναφέρθηκα και πιο πάνω τα βιβλία αυτά ικανοποιούν ένα πολύ βασικό σημείο. Αυτό της ανακαλυπτικής μάθησης. Συνεπώς και τα δύο αποτελούν, τουλάχιστον από τη σκοπιά αυτή καλές περιπτώσεις, βάσει των οποίων μπορεί να οργανωθεί μια διδασκαλία μαθηματικών με γνώμονα ένα λογοτεχνικό απόσπασμα τους. Ουσιαστικά, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω μια διδασκαλία θα μπορούσε να οργανωθεί βασιζόμενη σε ένα απόσπασμα ενός τέτοιου βιβλίου με τον εξής τρόπο. Αφόρμηση θα αποτελέσει το ίδιο το απόσπασμα που θα διαβαστεί από τον δάσκαλο και στη συνέχεια από τους ίδιους τους μαθητές, ώστε να εντοπίσουν τα βασικά σημεία του κειμένου και κυρίως τα σημεία που αναφέρονται σε μαθηματικές έννοιες. Στη συνέχεια, οι μαθητές εκτελούν τις δραστηριότητες που υπάρχουν σε ένα ατομικό φύλλο εργασίας. Οι δραστηριότητες όμως αυτές δεν θα αφορούν μόνο τα μαθηματικά, αλλά θα υπάρχουν και δραστηριότητες με διαθεματικό περιεχόμενο όπως για παράδειγμα ήταν στο βιβλίο του Φραμπέτι η Μινωαγελάδα με την οποία αναφορά, θα μπορούσε να δημιουργηθεί μια δραστηριότητα που θα αφορά τη μινωική Κρήτη. Υπάρχει αντίστοιχο παράδειγμα τέτοιας διδασκαλίας παρακάτω. Συνεπώς, η διδασκαλία και οι δραστηριότητες θα εξελιχθούν και θα οργανωθούν διαθεματικά με βάση όλα όσα είπαμε παραπάνω. Το κείμενο δεν θα αποτελεί μόνο αφόρμηση, αλλά την πηγή της διδασκαλίας, μέσα από την οποία οι μαθητές θα συλλέγουν πληροφορίες για να εκτελούν σταδιακά τις δραστηριότητες.

## **ΟΙ ΠΑΡΕΜΒΑΣΕΙΣ**

## **Καρλο Φραμπέτι :“ Καταραμένα μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών”**

### ***Εισαγωγή:***

Παρακάτω θα αναλύσουμε μια διδασκαλία στη ώρα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια της οποίας αξιοποιήθηκε ένα απόσπασμα από το βιβλίο του Κάρλο Φραμπέτι “ Καταραμένα μαθηματικά. Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών”. Στο απόσπασμα αυτό η Αλίκη βρίσκεται μαζί με τον συνοδό της Τσάρλι σ' ένα λαβύρινθο όπου και συνάντησε την Μινωαγελάδα. Η Μινωαγελάδα προσπαθεί να πείσει την Αλίκη πως για να μάθει κανείς την προπαίδεια δε χρειάζεται να την αποστηθίσει, αρκεί μόνο να γνωρίζει ένα συγκεκριμένο κόλπο το οποίο και της έδειξε. Με αφορμή την προπαίδεια αλλά και τον τρόπο που περιγράφει η Μινωαγελάδα στην Αλίκη ο οποίος θα την βοηθήσει να θυμάται την προπαίδεια, φτιάξαμε ένα φύλλο εργασίας (παράρτημα).

### ***Στόχοι και επιδιώξεις της διδασκαλίας:***

Με τη συγκεκριμένη διδασκαλία επιχειρήσαμε να δημιουργήσουμε ένα μαθησιακό περιβάλλον και διδακτικές συνθήκες που να επιτρέπουν:

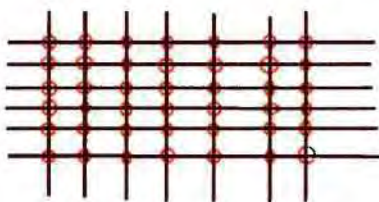
- Μαθησιακές διαδικασίες που να προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών.
- Ενεργητική συμμετοχή των παιδιών στη διδασκαλία.
- Κατανόηση του πολλαπλασιασμού ως έννοιας και όχι ως αλγορίθμου.
- Ευκαιρίες μάθησης, ανάκλησης και χρήσης μαθηματικής γλώσσας και μαθηματικού περιεχομένου καθώς και εφαρμογής μαθηματικών δεξιοτήτων σε συμφραζόμενα που έχουν νόημα για τα παιδιά. (Μητακίδου και Τρέσσου, 2005)
- Ανάπτυξη ικανότητας κατανόησης και αφήγησης κειμένου.
- Συναισθηματική ικανοποίηση των μαθητών.
- Η κατανόηση και εφαρμογή μιας διαφορετικής διαδικασίας πραγματοποίησης της πράξης του πολλαπλασιασμού.
- Η κατανόηση του ρόλου της άξιας θέσης κατά την πράξη του πολλαπλασιασμού.

### **Περιγραφή διδασκαλίας :**

Αρχικά, ανέφερα στους μαθητές πως το μάθημα που θα κάνουμε είναι Μαθηματικά αλλά θα γίνει με διαφορετικό τρόπο από ότι συνήθως. Μοίρασα τα φύλλα των δραστηριοτήτων και μαζί με αυτά το απόσπασμα από το βιβλίο του Φραμπέτι το οποίο περιέγραφα παραπάνω. Η ενότητα του βιβλίου που καλύψαμε με αυτή τη διδασκαλία ήταν από το βιβλίο Μαθηματικών της Δ' Δημοτικού η οποία ονομάζεται "Πολλαπλασιασμός με τριψήφιο πολλαπλασιαστή". Πρώτα διάβασα δυνατά το απόσπασμα στους μαθητές και στη συνέχεια τους ζητήθηκε να το διαβάσουν και οι ίδιοι. Μόλις το διάβασαν ρώτησαν πως είναι δυνατόν να κάνουμε μαθηματικά με αυτό το παραμύθι όπως χαρακτηριστικά ανέφεραν. Τους ζητήθηκε για αυτό το λόγο να παρατηρήσουν καλά το περιεχόμενο του και να εντοπίσουν τα σημεία που αναφέρονται τα μαθηματικά καθώς και σε ποια έννοια των μαθηματικών αναφέρεται το κείμενο. Οι περισσότεροι μαθητές όπως ήταν αναμενόμενο εντόπισαν σωστά το σημείο της προπαίδειας. Έπειτα, συνεχίστηκε συζήτηση πάνω στο κείμενο με ερωτήσεις κατανόησης. Διαπιστώθηκε πως οι περισσότεροι μαθητές ενώ εντόπισαν την έννοια της προπαίδειας μέσα στο κείμενο, δεν κατανόησαν τον τρόπο που παρουσιάστηκε και έτσι αναγκάστηκα να το υποδείξω άλλη μια φορά στον πίνακα με τον ίδιο τρόπο που το παρουσίασε και η Μινωαγελάδα στο απόσπασμα. Έπειτα, και ενώ τελειώσαμε με την κατανόηση του κειμένου, τους ζητήθηκε να κάνουν με τη σειρά τις δραστηριότητες στο φύλλο εργασίας. Στην πρώτη δραστηριότητα έγινε σύνδεση με την αρχαία Κρήτη και την μινωική ιστορία. Οι μαθητές σύμφωνα με τη δραστηριότητα αυτή έπρεπε να καταγράψουν ότι γνώριζαν, γενικά ή ειδικά, σχετικά με τον Μινώταυρο ο οποίος αναφέρεται στο απόσπασμα ως συγγενής της Μινωαγελάδας. Από τους δεκατέσσερις μαθητές, όλοι εκτός από μια μαθήτριά ήξεραν και συνέδεσαν τον Μινώταυρο με το βασιλιά Μίνωα ενώ ανέφεραν επίσης ότι θανατώθηκε από τον Θησέα μέσα στον λαβύρινθο όπου και ζούσε. Συνεπώς, στη δραστηριότητα αυτή δεν αντιμετωπίσαμε καμιά δυσκολία και κανένα πρόβλημα στη διαπεραίωση της. Στην επόμενη δραστηριότητα (δεύτερη) οι μαθητές έπρεπε να σχεδιάσουν τη "σχάρα" της προπαίδειας που η Μινωαγελάδα είχε κατασκευάσει στο απόσπασμα προκειμένου να αποδείξει στην Αλίκη πρώτον, ότι οι λατινικοί αριθμοί δεν είναι και τόσο άχρηστοι και δεύτερον ότι δεν είναι απαραίτητο να αποστηθίσεις κανείς την προπαίδια ώστε να την μάθει, αρκεί, όπως περιγράφηκε και στο απόσπασμα, να γράψει κανείς τη μια μετά την άλλη τις μονάδες κάθε αριθμού (παραδείγματα I: I, 2: II, 3: III, κτλ) οριζόντια και κάθετα και να μετρήσει τα σημεία στα οποία τέμνονται. Εμείς στη διδασκαλία προκειμένου να φανεί αυτή η διαδικασία στους μαθητές πιο κατανοητή είπαμε πως οι αριθμοί αυτοί είναι κορδόνια και οι κόσμοι που σχηματίζουν όταν τα "μεγαλώνουμε" είναι το αποτέλεσμα των πολλαπλασιασμών μεταξύ τους. Όσον αφορά τις απαντήσεις των μαθητών σε αυτή τη δραστηριότητα, θα τις χωρίσω σε τρεις κατηγορίες.



Στη μια κατηγορία περιλήφθηκαν οι μαθητές (4 άτομα) που δεν κατάλαβαν καθόλου τη διαδικασία δημιουργίας της "σχάρας" και έτσι οι "σχάρες που δημιούργησαν δεν είχαν μια συγκεκριμένη δομή. Κυρίως χαρακτηρίζονταν από πολυάριθμες γραμμές που διασταυρώνονταν μεταξύ τους. Στην επόμενη, κάποιοι μαθητές, ενώ έκαναν σωστά την κατασκευή της "σχάρας", προφανώς από αντιγραφή από το απόσπασμα διότι περιλαμβάνεται και η εικόνα της, δεν μπορούσαν να βρουν τα αποτελέσματα γινομένων που τους ζητήθηκε να υπολογίσουν σχηματικά με τους κόμπους. Δηλαδή, στην ερώτηση μου: Πόσο μας κάνει  $2 \times 2$  οι μαθητές απαντούσαν μηχανικά 4 και όταν τους ρωτούσα να μου δείξουν τους κόμπους που απεικονίζουν αυτό το αποτέλεσμα δεν μπορούσαν να το κάνουν. Και τέλος η τελευταία κατηγορία περιελάμβανε τους μαθητές (10 άτομα) που τελικά κατανόησαν και τον τρόπο κατασκευής της σχάρας, αλλά και τον εντοπισμό των γινομένων σε αυτή επάνω (κόμποι). Στη επόμενη δραστηριότητα (τρίτη) ζητήθηκε από τους μαθητές να υπολογίσουν το γινόμενο  $7 \times 6$ , με τον τρόπο που περιέγραψε η Μιναωαγελάδα μέσα στο απόσπασμα. Ο στόχος αυτής της δραστηριότητας ήταν διπλός. Από τη μια αποσκοπούσε στη διαπίστωση για τον αν τελικά οι μαθητές κατανόησαν τον προηγούμενο τρόπο πολλαπλασιασμού και επομένως μπορούν να τον εφαρμόσουν και από την άλλη αν είναι σε θέση να κατανοήσουν πως μπορούν τον τρόπο αυτό να τον απλουστεύσουν. Δηλαδή, να μην ξεκινήσουν από τη μονάδα αλλά να σχεδιάσουν κατευθείαν τους κόμπους από την διασταύρωση των επτά κάθετων και των έξι οριζόντιων κορδονιών όπως το παρακάτω σχήμα.



Συνεπώς, αυτό που περιμέναμε ήταν οι μαθητές να έχουν καταλάβει ότι το σύνολο των κόμπων που σχηματίζονται από την προέκταση και διασταύρωση των κορδονιών αυτών είναι το γινόμενο που ψάχνουμε. Οι επτά από τους δεκαπέντε μαθητές έλυσαν την άσκηση με σχετική ευκολία. Από αυτούς όμως μόνο οι τρεις απλοποίησαν τη σχηματική μορφή του γινομένου, χωρίς δηλαδή να ξεκινήσουν να σχεδιάζουν από τη μονάδα αλλά έκανα επτά οριζόντια και έξι κάθετα κορδόνια (ή και το αντίστροφο) και βρήκαν τις τομές τους.

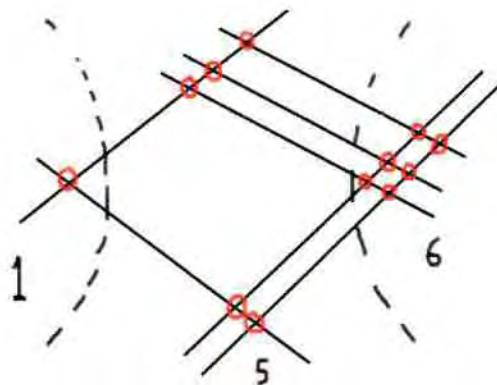


Οι υπόλοιποι το έκαναν εφαρμόζοντας τη διαδικασία της Μιναωαγελάδας και από αυτούς οι δυο χρειάστηκαν κάποιες υποδείξεις παραπάνω χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν το κατανόησαν. Τα υπόλοιπα έξι άτομα δεν κατάφεραν να αποτυπώσουν σχηματικά το γινόμενο και να σημειωθεί πως οι περισσότεροι από αυτούς στην προηγούμενη δραστηριότητα είχαν δυσκολευτεί επίσης ιδιαίτερα στο κομμάτι της κατανόησης της διαδικασίας. Επίσης αυτό που θεωρώ αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι πολλοί από τους μαθητές που τα κατάφεραν και στις δύο δραστηριότητες δεν είναι γενικά μαθητές "καλοί" σύμφωνα με τον δάσκαλο της τάξης. Οι μαθητές αυτή είχαν μεγαλύτερη ελευθερία στη σκέψη τους γιατί δεν του περιόριζαν οι κανόνες του αλγορίθμου του πολλαπλασιασμού. Συνεπώς ήταν πιο ανοιχτοί στο νέο αυτό τρόπο. Οι καλοί μαθητές έδειχναν να περιορίζονται στην προπαίδεια που είχαν αποστηθίσει και έτσι δυσκολεύτηκαν λίγο περισσότερο. Ουσιαστικά δηλαδή τη σκέψη τους μονοπωλούσε ο αλγόριθμος και η προπαίδεια. Βέβαια αυτό δε σημαίνει πως δεν το κατανόησαν, αλλά σε σχέση με τους μαθητές τους υπόλοιπους που το κατανόησαν το ίδιο, ίσως έκαναν λίγο χρόνο παραπάνω να μπουν στο πνεύμα. ας το πούμε και έτσι, των δραστηριοτήτων.

Η επόμενη δραστηριότητα ζητούσε ακριβώς το ίδιο από τους μαθητές, μόνο που αυτή τη φορά οι αριθμοί ήταν πολύ μεγαλύτεροι και το γινόμενο τους επίσης. Οπότε σκοπός της δραστηριότητας αυτή ήταν από τη μια πλευρά να γίνει διαμορφωτική αξιολόγηση, ώστε να διαπιστωθεί αν όντως οι μαθητές που κατανόησαν τη διαδικασία αυτή μπορούν να την εφαρμόσουν και σε μεγαλύτερα γινόμενα και οι μαθητές που δεν την εφήρμοσαν στις προηγούμενες ίσως τα καταφέρουν με αυτή τη δραστηριότητα και από την άλλη οι μαθητές μόνοι τους να ανακαλύψουν πως δεν είναι εύκολη η διαδικασία αυτή για μεγαλύτερα γινόμενα και να προβούν σε υποθέσεις για το πως θα μπορέσουν να βρουν το γινόμενο με μια πιο εύκολη διαδικασία. Συνεπώς, έχουμε μια γνωστική σύγκρουση. Τα αποτελέσματα της δραστηριότητας αυτής ήταν πάνω κάτω τα ίδια. Το μόνο ίσως που πρέπει να σημειωθεί επιπλέον είναι το γεγονός ότι τελικά κάποιοι μαθητές διαμαρτυρήθηκαν λέγοντας πως είναι πολλές οι γραμμές που χρειάζεται να σχεδιαστούν για να σχηματιστεί το γινόμενο. Έτσι την αφήσαμε αυτή τη δραστηριότητα που ουσιαστικά αποτελούσε το μεταβατικό στάδιο ανάμεσα στο πρώτο επίπεδο δραστηριοτήτων όπου ουσιαστικά οι μαθητές έπρεπε να κατανοήσουν τη διαδικασία με γινόμενα μονάδων και στο δεύτερο στάδιο όπου έχουμε γινόμενα δεκάδων και συνεπώς μεγαλύτερα αποτελέσματα. Επομένως, το αναμενόμενο ήταν οι μαθητές να λάβουν υπόψη τους τις δεκάδες και να μεταβούν στο δεκαδικό σύστημα ώστε να βρουν λύσεις. Στη συνέχεια, ακολούθησε προβολή του παρακάτω βίντεο: [http://www.youtube.com/watch?v=1KqUZkkRo5A&feature=channel\\_video\\_title](http://www.youtube.com/watch?v=1KqUZkkRo5A&feature=channel_video_title). Στο βίντεο προβάλλεται ένας τρόπος εκτέλεσης του πολλαπλασιασμοί ανάμεσα σε αριθμούς μεγαλύτερους του δέκα. Επομένως, εμπλέκεται και το δεκαδικό σύστημα.

Αρχικά, ο πολλαπλασιασμός γίνεται ανάμεσα σε δύο διψήφιους αριθμούς και προς το τέλος εκτελέστηκαν πολλαπλασιασμοί με τριψήφιο πολλαπλασιαστή. Η δραστηριότητα που ακολούθησε στηριζόταν στην παρακολούθηση και κατανόηση του βίντεο. Ουσιαστικά, οι μαθητές έπρεπε να εντάξουν στην διαδικασία υλοποίησης της πράξης του πολλαπλασιασμού και το δεκαδικό σύστημα. Ένα παράδειγμα για το πως ήταν η διαδικασία ή ο νέος αλγόριθμος αυτός είναι το παρακάτω:

$$12 \times 13 =$$



Άρα  $12 \times 13 = 156$

Αρχικά εντοπίζουμε σε κάθε αριθμό τις μονάδες και τις δεκάδες και κάνουμε την εξής διαδικασία:

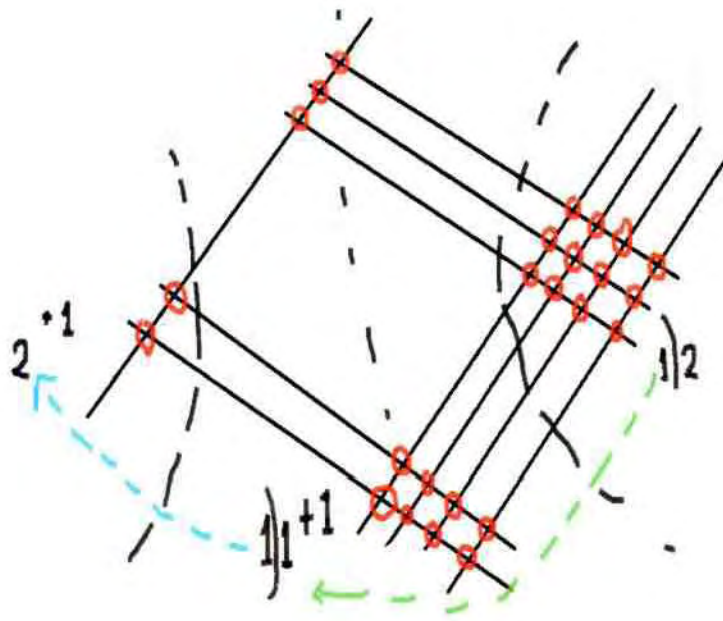
- Σχεδιάζουμε την μια δεκάδα του δώδεκα πλαγίως και αριστερά.
- Μετά τις δύο μονάδες του 12 παράλληλα της δεκάδας του και αρκετά πιο δεξιά ώστε να υπάρχει ένα μεγάλο κενό.
- Στη συνέχεια, την πρώτη δεκάδα του 13 κάθετα την πρώτη δεκάδα και στις μονάδες του 12 και αρκετά χαμηλά.
- Έπειτα, τις τρεις μονάδες του δεκατρία παράλληλα της πρώτης δεκάδας του δεκατρία και κάθετα φυσικά στις μονάδες και δεκάδες του δώδεκα. Και σε αυτή την περίπτωση αφήνουμε κενό ανάμεσα.
- Αφού γίνουν τα παραπάνω, βλέπουμε ότι σχηματίστηκε ένας ρόμβος όπου οι κορυφές του που βρίσκονται στην ίδια κάθετη ευθεία, αντιπροσωπεύουν τις Μονάδες (6) τις Δεκάδες (5) και τις Εκατοντάδες (1).
- Τέλος, προσθέτουμε τους κόμπους/διασταυρώσεις των κορυφών που βρίσκονται στην ίδια κάθετη ευθεία και εντοπίζουμε πόσες Μονάδες, Δεκάδες και Εκατοντάδες έχει ο αριθμός και τις προσθέτουμε.



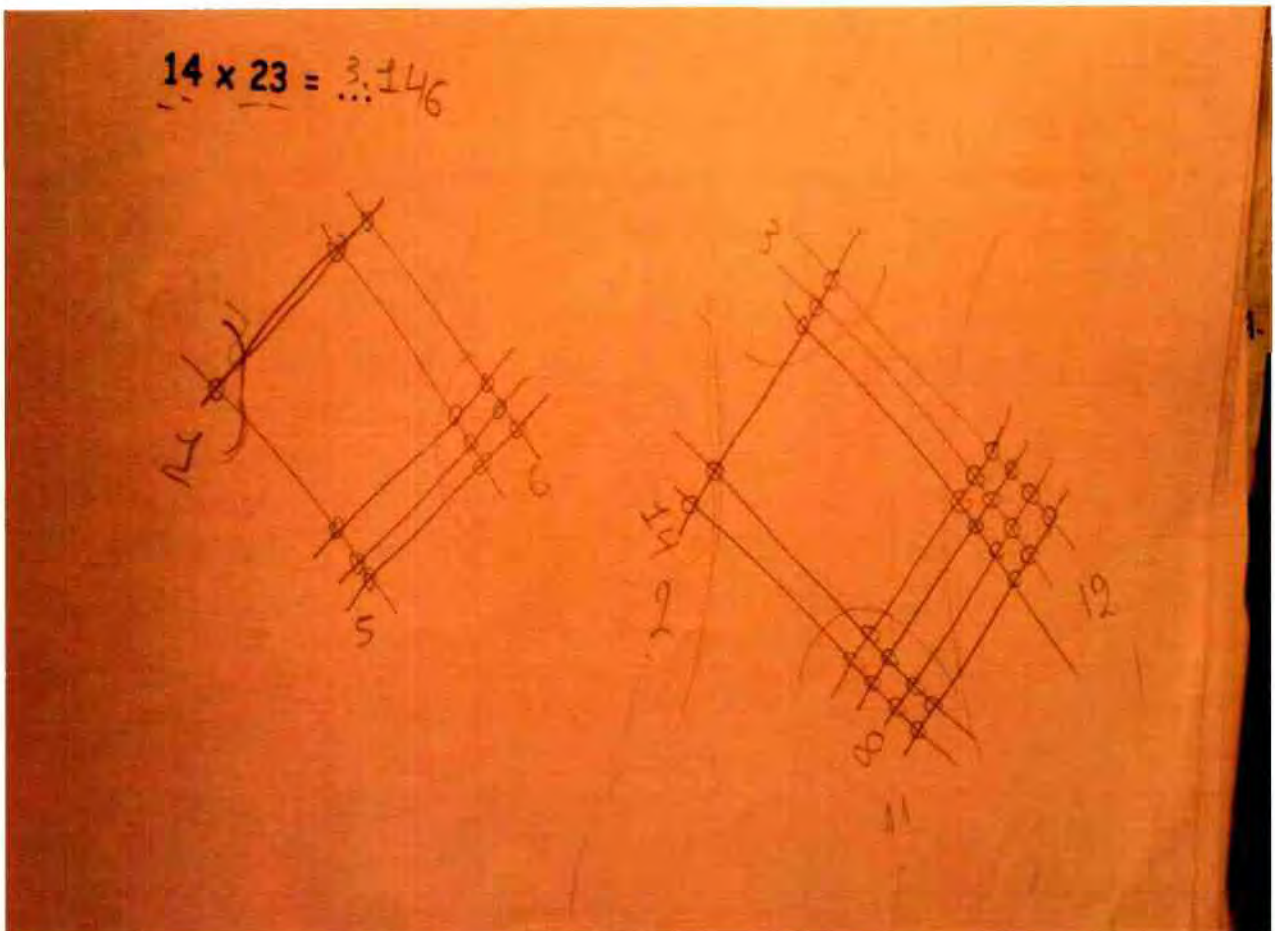
Οι μαθητές αρχικά μου ζήτησαν, την παραπάνω διαδικασία που περιγράφηκε να την ξανακάνω στον πίνακα διότι το βίντεο είχε πολύ γρήγορες περιγραφές. Μετά, προχώρησαν στη δραστηριότητα. Τα αποτελέσματα εξετάστηκαν σε τρία επίπεδα. Στο πρώτο έγινε έλεγχος για το αν τελικά οι μαθητές κατάλαβαν το πως θα τοποθετήσουν σχηματικά τους αριθμούς και τι αντιπροσωπεύει η κάθε γραμμή για κάθε παράγοντα του γινομένου. Στο επίπεδο αυτό λοιπόν, μόνο πέντε μαθητές κατανόησαν την τοποθέτηση των γραμμών στο επίπεδο. Οι υπόλοιποι, θεώρησαν πως δεν παίζει σημασία η τοποθέτηση των δεκάδων και των μονάδων στον χώρο για το σωστό αποτέλεσμα. Οπότε το σχήμα έμοιαζε με ρόμβο αλλά τα αποτελέσματα του αθροίσματος των κόμπων ήταν διαφορετικά και επομένως και το γινόμενο ήταν λάθος. Το επόμενο επίπεδο που εξετάστηκαν οι μαθητές, ήταν το κατά πόσο κατάλαβαν το "προσθέτουμε τις δεκάδες με τις δεκάδες και τις μονάδες με τις μονάδες" δηλαδή ουσιαστικά τις κορυφές με τους κόμπους που αντιστοιχούν σε αυτά. Στο επίπεδο αυτό λίγοι ήταν οι μαθητές που το κατανόησαν από την αρχή.

Σχεδόν όλοι, όπως διαφαίνεται από το προηγούμενο επίπεδο, αναπαρήγαγαν μηχανικά τις κινήσεις που παρακολούθησαν στο βίντεο. Κάποιοι με την δεύτερη επεξήγηση που έκανα, τα κατάφεραν και όταν ήταν να βρουν τις μονάδες και τις δεκάδες πρώτα εντόπιζαν τις σωστές κορυφές και πρόσθεταν τους κόμπους (5 άτομα). Το τρίτο και τελευταίο επίπεδο που εξετάστηκαν οι μαθητές, στην ίδια πάλι δραστηριότητα, ήταν η διαχείριση του κρατούμενου. Αρχικά, στόχος ήταν, οι μαθητές να αναγνωρίσουν ότι υπάρχει κρατούμενο και στη συνέχεια να ανακαλύψουν μόνοι τους τον τρόπο που θα το διαχειριστούν.

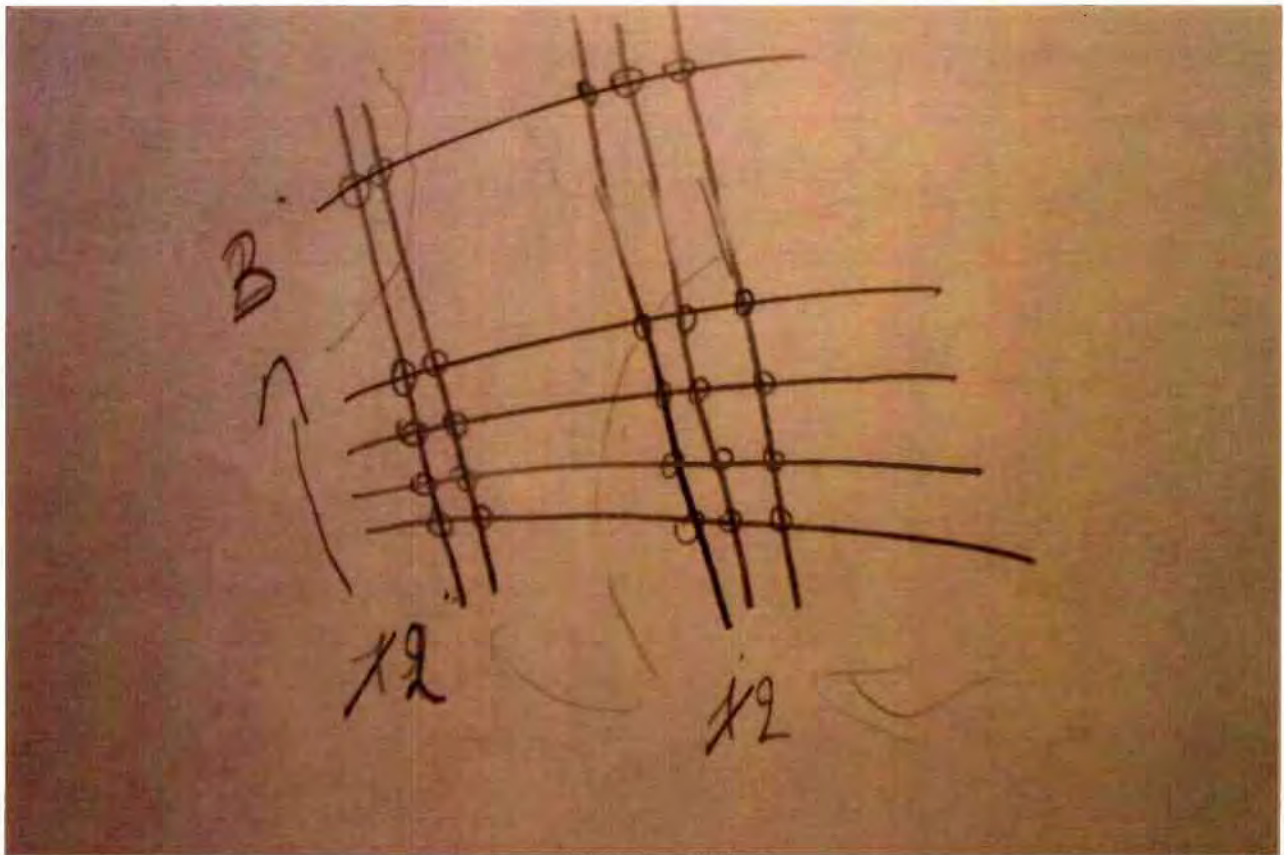
Οι περισσότεροι μαθητές χρειάστηκαν βοήθεια, σχεδόν κανένας δεν μπόρεσε να καταλάβει ότι στην περίπτωση που υπάρχει κρατούμενο γίνεται η παρακάτω διαδικασία.



Οπότε το αποτέλεσμα είναι 322.



- Κάποιοι από τους μαθητές ενώ έκαναν σωστά τη διαδικασία, δυσκολεύτηκαν να κατανοήσουν τη σειρά των ψηφίων. Δηλαδή, αντιμετώπισαν πρόβλημα με το θέμα της αξίας της θέσης του κάθε ψηφίου όπως ο μαθητής παραπάνω.
- Κάποιοι όπως προαναφέρθηκε δεν αντιμετώπισαν κανένα πρόβλημα και ανακάλυψαν μόνοι τους τον τρόπο διαχείρισης του κρατουμένου όπως επίσης και την αξία της θέσης των ψηφίων. Η παρακάτω εικόνα απεικονίζει το γραπτό μιας μαθήτριας που ανήκει στην κατηγορία αυτή των μαθητών.





### **Συμπεράσματα/παρατηρήσεις σχετικά με τη διδασκαλία:**

Το λογοτεχνικό απόσπασμα επέδρασε πολύ ανασταλτικά στο θέμα του φόβου. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα ένα μεγάλο ποσοστό των μαθητών που οι επιδόσεις τους γενικά στα μαθήματα και ειδικά στα Μαθηματικά δεν ήταν υψηλές, στη συγκεκριμένη διδασκαλία έδειξαν πάρα πολύ μεγάλο ενδιαφέρον τόσο για το κείμενο και για την έκβαση της ιστορίας όσο και για τις δραστηριότητες οι οποίες δεν τους παρουσιάστηκαν ως μέσο διαμορφωτικής αξιολόγησης όπως συνήθως γίνεται με τις δραστηριότητες, αλλά ως προκλήσεις. Δηλαδή, ο στόχος μας ήταν οι μαθητές να ανακαλύψουν τη γνώση και να ταυτιστούν με την Αλίκη, την πρωταγωνίστρια του αποσπάσματος, η οποία ανακαλύπτει τη μάθηση μέσα από τις περιπέτειες της με το Τσάρλι. Έτσι λοιπόν, πολλοί από τους μαθητές κατέβαλαν μεγάλη προσπάθεια για τη διεκπεραίωση των δραστηριοτήτων χωρίς να διαμαρτύρονται γιατί δεν φοβήθηκαν την αξιολόγηση. Επίσης, και το βίντεο δεν τους παρουσιάστηκε ως μια απλή αλγοριθμική διαδικασία πολλαπλασιασμού, αλλά σαν κάτι μαγικό και περίεργο το οποίο παρουσιάζει ο ίδιος ο Τσάρλι. Αυτό αμέσως κινητοποίησε το ενδιαφέρον των μαθητών και παρακολούθησαν το βίντεο με προσοχή. Επίσης, τις δραστηριότητες που ακολούθησαν τις αντιμετώπισαν ως προκλήσεις και όχι σαν κάτι που πρέπει να γίνει υποχρεωτικά. Αυτό όμως που ήταν ακόμη πιο ενθαρρυντικό ήταν το γεγονός ότι πολλοί μαθητές που δεν ήταν "καλοί" έκαναν τις περισσότερες δραστηριότητες με μεγάλη επιτυχία και το επίπεδο κατανόησης των μαθηματικών εννοιών από αυτούς ήταν πολύ υψηλό. Επίσης, μέσα από αυτή τη διαδικασία μάθησης έγιναν πολύ εύκολα αντιληπτές οι αρχικές ιδέες των μαθητών σχετικά με την αξία θέσης και τον πολλαπλασιασμό, κάτι που μέσω του κλασικού αλγορίθμου του πολλαπλασιασμού, επειδή ακριβώς είναι μια έτοιμη στρατηγική, δεν διαφαίνεται εύκολα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι μαθητές πρώτα ήρθαν αντιμέτωποι με διάφορα προβλήματα όπως η διαχείριση του κρατουμένου και η θέση των δεκάδων, εκατοντάδων και μονάδων, στη συνέχεια κλήθηκαν να δώσουν μόνοι τους τη λύση ανακαλύπτοντας τρόπους. Επομένως, όλη η διδασκαλία στηρίχθηκε στο μοντέλο ανακαλυπτικής μάθησης, έτσι οι μαθητές ένιωσαν ότι οι ίδιοι ελέγχουν τη γνώση και για αυτό έλεγαν με μεγαλύτερη ευκολία ότι δεν κατανοούν κάτι.

## "Ο κύκλος και το αστέρι" Robert Desnos

### Εισαγωγή:

Μοιράστηκε στους μαθητές το ποίημα το R. Desnos " Ο Κύκλος και το Αστέρι" και από ένα ατομικό φίλο δραστηριοτήτων που θα διεκπεραιώναν κατά τη διάρκεια τις διδασκαλίας σταδιακά και το οποίο βασίζονταν πάνω σε τρεις θεματικούς άξονες γνωστικών αντικειμένων. Αρχικά τα μαθηματικά (Γεωμετρία), με τη σχεδίαση του εγγεγραμμένου αστεριού μέσα στον κύκλο. έπειτα πάλι μαθηματικά (Αριθμητική) στη συνέχεια. Ιστορία και τέλος Εικαστικά. Το περιεχόμενο του ποιήματος με λίγα λόγια αφορά μια ποιητική εικόνα ενός εξάκτινου αστεριού το οποίο σχηματίζεται σταδιακά μέσα από τα λόγια του συγγραφέα. με την βοήθειες ενός περιγεγραμμένου κύκλου. Μέσα στο πλάνο όμως που περιγράφεται, δεν υπάρχει μόνο η καθοδηγούμενη και περιορισμένη εικόνα του αστεριού, αλλά και η ακαθόριστη εικόνα ενός δέντρου του οποίου τα όρια ξεφεύγουν από τα όρια του πλαισίου της γενικής εικόνας, με τέτοιο τρόπο που καλύπτουν τα κλαδιά του το εξάκτινο αστέρι. Η εικόνα ολοκληρώνεται με τα κλαδιά του δέντρου να εξαπλώνονται και πουλιά να τραγουδούν πάνω σε αυτά..

### Στόχοι διδασκαλίας:

- Η μετρίαση του φόβου των μαθητών για τα μαθηματικά και για την αξιολόγηση τους.
- Η καταγραφή της γνώσης με την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση της ανάγνωσης και της γραφής.
- Να γνωρίσουν οι μαθητές το συγγραφέα και την προσφορά του στην τέχνη.
- Να εντοπίσουν τα ιστορικά γεγονότα που σημάδεψαν την παγκόσμια ιστορία και να τα καταγράψουν.
- Να είναι σε θέση να χειρίζονται οι μαθητές τα ποσοστά.
- Να εντοπίσουν και στη συνέχεια να διαπραγματευτούν κατασκευαστικά τις ιδιότητες των σχημάτων που περιέχονται στο εξάκτινο αστέρι. (κύκλος, κανονικό εξάγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο)
- Να εντοπίσουν τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στο κίνημα του ρεαλισμού και σουρεαλισμού καθώς και να αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά τους σε δείγματα τέχνης.

### Περιγραφή και αποτίμηση διδασκαλίας:

Δόθηκε στους μαθητές το πακέτο δραστηριοτήτων το οποίο κλήθηκαν να το δουλέψουν ο καθένας μόνος του. Αρχικά, ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν μια ανάγνωση σιωπηλά το ποίημα και στη συνέχεια, το διάβασα και εγώ φωναχτά για άλλη μια φορά. Μόλις ολοκληρώθηκε η ανάγνωση, ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν τις δραστηριότητες μία μία, χωρίς να προχωράνε βιαστικά στην επόμενη και φυσικά ο καθένας μόνος του. Η πρώτη δραστηριότητα ζητούσε από τους μαθητές να εικάσουν την εθνικότητα του συγγραφέα σύμφωνα με τον τίτλο του ίδιου του ποιήματος τον οποίο, δεν αλλάξαμε αλλά τον αφήσαμε στα γαλλικά. Οι περισσότεροι μαθητές, ανταποκρίθηκαν στη δραστηριότητα αυτή, χωρίς δυσκολία. Όταν ρωτήθηκαν σχετικά με το πώς κατάλαβαν ότι είναι γαλλικής καταγωγής ο συγγραφέας απάντησαν σχεδόν όλοι ότι ο τίτλος " ακούγεται γαλλικός". Στη συνέχεια, τα παιδιά κατέγραψαν τι σημαίνουν, σύμφωνα με τη δική τους κρίση οι λέξεις *ronp* και η λέξη *toil* στα ελληνικά. Ούτε και στο σημείο αυτό υπήρξε κάποιο ιδιαίτερο πρόβλημα μιας και οι μαθητές βρήκαν αμέσως την αντιστοιχία. Έπειτα, μεταβήκαμε στο αριθμητικό μέρος της διδασκαλίας όπου ζητήθηκε από τους μαθητές να υπολογίσουν την ηλικία που είχε ο ποιητής όταν πέθανε δίνοντάς τους ως δεδομένο τη χρονολογία γέννησης και θανάτου του. Να σημειωθεί, πως σχεδόν όλοι οι μαθητές αφαίρεσαν τη χρονολογία γέννησης από τη χρονολογία θανάτου για να καταλήξουν στο ζητούμενο. Κάποιοι προσπάθησαν να υπολογίσουν το αποτέλεσμα με συζυγείς αλλά δεν κατέληξαν κάπου. Η επόμενη δραστηριότητα είχε κυρίως ιστορικό χαρακτήρα και έτσι μεταβήκαμε στο ιστορικό μέρος της διδασκαλίας. Η δραστηριότητα αυτή ζητούσε από τους μαθητές να καταγράψουν κάποια σημαντικά ιστορικά γεγονότα που μεσολάβησαν από τη γέννηση μέχρι και το θάνατο του Desnos. Στη συγκεκριμένη, υπήρξε πρόβλημα διότι κανένα σχεδόν από τα παιδιά δε μπόρεσε να συνδυάσει τις ημερομηνίες αυτές με την έναρξη και λήξη των δυο μεγάλων παγκοσμίων πολέμων, τον πρώτο και το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο. Δηλαδή, παρ' όλο που ήξεραν πότε ξεκίνησε και πότε έληξε ο κάθε πόλεμος, μιας και απάντησαν αργότερα σε μια μεμονωμένη δική μου ερώτηση σχετική με τη λήξη του δεύτερου παγκοσμίου πολέμου, δεν μπόρεσαν να συνδυάσουν τη χρονολογία γέννησης του Desnos με τη χρονολογία έναρξης του πρώτου παγκοσμίου πολέμου και τη χρονολογία θανάτου του, με τη χρονολογία λήξης του δεύτερου παγκοσμίου πολέμου. Πιο συγκεκριμένα " Μπορείτε να μου πείτε ποια ιστορικά γεγονότα γνωρίζετε πως έγιναν μεταξύ αυτών των χρονολογιών", " Δε γνωρίζουμε κανένα", " Ούτε τι έγινε το 1918 και μετά; Το 1945 σκεφτείτε με ποια εθνική μας εορτή είναι πιο κοντά..", " Το μόνο που ξέρω είναι ότι ο Δεύτερος Παγκόσμιος πόλεμος ξεκίνησε το 1939 και τελείωσε το 1945", " και γιατί δεν μπόρεσες να απαντήσεις στην ερώτηση αφού ξέρεις" " Ε δε μου ήρθε στο μυαλό.'

Ακολούθησαν δυο φωτογραφίες του Desnos που η κάθε μια απεικονίζει ένα διαφορετικό στιγμιότυπο της ζωής του συγγραφέα. Συγκεκριμένα, ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν κάποιες υποθέσεις σχετικά με το που βρίσκεται ο συγγραφέας στις φωτογραφίες αυτές. Οι

απαντήσεις δόθηκαν από όλους, αν και υπήρξαν κάποιοι μαθητές που συμπλήρωσαν παραπάνω στοιχεία εκ των υστέρων, όταν τους ανέφερα κάποιες πληροφορίες αργότερα σχετικά με το έργο και την προσωπική ζωή του συγγραφέα. Μια τέτοια πληροφορία ήταν ότι ο πατέρας του συγγραφέα ήταν νορμανδικής καταγωγής και διατηρούσε καφέ στο κέντρο του Παρισιού. Με αφορμή τη συζήτηση που έγινε στην τάξη σχετικά με τη τραγική ζωή του Desnos αλλά και για το γεγονός ότι ήταν πρωτεργάτης του κινήματος του υπερρεαλισμού, δόθηκε στους μαθητές ένα κειμενάκι με σχετικές πληροφορίες καθώς και ένας πίνακας του Πικάσο η Γκουερνικα ως αντιπροσωπευτικό δείγμα σουρεαλιστικής τέχνης. Ακολούθησε συζήτηση στην τάξη σχετικά με το ποιανού πίνακας είναι η Γκουέρνικα, τι συμβολίζει και γενικά αν γνωρίζουν κάποιες πληροφορίες για την ζωή και το έργο του καλλιτέχνη. Έπειτα, ζητήθηκε να από τους μαθητές να ζωγραφίσουν ένα αστέρι με έξι ακτίνες όμως με δικό τους τρόπο, χωρίς δηλαδή κάποια συγκεκριμένη στρατηγική. Υπήρξαν πολλών ειδών αστέρια, οι περισσότεροι μαθητές όμως επικεντρώθηκαν στο σχεδιασμό εξάκτινου αστεριού με τα δυο ανάποδα μεταξύ τους τρίγωνα που σχηματίζουν το εξάκτινο αστέρι του Δαβίδ, χωρίς να προβούν σε λεπτομερείς μετρήσεις χρησιμοποιώντας μόνο το χάρακα τους μερικοί. Αφού ολοκλήρωσαν την παραπάνω δραστηριότητα τους ζητήθηκε να εικάσουν τον λόγο για τον οποίο ο συγγραφέας μέσα στο ποίημα αναφέρει πως για να κατασκευαστεί ένα εξάκτινο αστέρι πρέπει πρώτα να γίνει ένας κύκλος. Οι περισσότεροι μαθητές έδωσαν απαντήσεις που αφορούν, όπως ήταν αναμενόμενο, το κατασκευαστικό κομμάτι και συγκεκριμένα απάντησαν πως η αρχική κατασκευή του κύκλου βοηθάει στη συμμετρική κατασκευή του αστεριού. Πιο συγκεκριμένα μίλησαν για ίσες πλευρές και ακτίνες του αστεριού. Έπειτα, οι μαθητές κλήθηκαν να φτιάξουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Δε υπήρξε κανένα πρόβλημα, όσον αφορά την κατασκευή του και έτσι προχωρήσαμε γρήγορα στην επόμενη δραστηριότητα η οποία ζητούσε από τους μαθητές, αυτή τη φορά να φτιάξουν ένα κανονικό εξάγωνο, εξηγώντας τους τι σχήμα είναι το κανονικό εξάγωνο. Στο σημείο αυτό, ένα μεγάλο μέρος των μαθητών αντιμετώπισε πρόβλημα στην κατασκευή. Αυτό γιατί, στο κανονικό εξάγωνο δεν κατάφεραν να συνδυάσουν τις ίσες γωνίες και τις ίσες πλευρές σε αντίθεση με το ισόπλευρο τρίγωνο που το σχεδίασαν πολύ γρήγορα και χωρίς να χρειαστούν καμία διευκρίνιση. Συγκεκριμένα, οι περισσότεροι μαθητές έφτιαξαν ένα εξάγωνο με ίσες πλευρές αλλά όταν έπρεπε να αντιμετωπίσουν το κομμάτι των γωνιών σε συνδυασμό με τις ίσες πλευρές, δυσκολεύτηκαν σχεδόν όλοι. Πιο συγκεκριμένα ανέφεραν πως: "Δεν έχουμε μοιρογνωμόνιο για να φτιάξουμε ίσες γωνίες...". Να σημειωθεί πως οι μαθητές, σχεδόν όλοι γιατί υπήρξαν και εξαιρέσεις, ήξεραν να μου πουν πως το ισόπλευρο τρίγωνο έχει γωνίες ίσες και όλες ίσες με 60 μοίρες.

Για το εξάγωνο υπήρξε μια σύγχυση πάνω στο θέμα αυτό. Τα περισσότερα εξάγωνα που σχηματίστηκαν, είχαν τη βάση τους και την παράλληλη της μικρότερη από τις πλάγιες πλευρές. Κατόπιν, δόθηκαν αναλυτικές οδηγίες σχεδίασης ενός κανονικού εξαγώνου (παρόμοιες με αυτές του σημερινού βιβλίου της Στ' Δημοτικού). Οι περισσότεροι μαθητές προσπάθησαν να



ακολουθήσουν τα βήματα που τους δόθηκαν. Άλλοι με κάποιες δυσκολίες και άλλοι τα κατάφεραν πιο εύκολα. Πολύ λίγοι ήταν αυτοί όμως που συμπλήρωναν, κάθε φορά, τις επιμέρους ερωτήσεις που έθεταν τα βήματα κατασκευής του εξαγώνου. Κάποιοι δεν ήθελαν να ακολουθήσουν τα βήματα και να απαντούν σταδιακά στις ερωτήσεις. Αυτό που ήθελαν κυρίως ήταν να φτάσουν κατευθείαν στο τελικό αποτέλεσμα που ήταν το άστρο του Δαβίδ. Ένα σοβαρό πρόβλημα που υπήρξε σε σχέση με την κατασκευή του κύκλου ήταν η αναγνώριση και η διάκριση των μερών του. Για παράδειγμα, αρκετοί μαθητές και μαθήτριες δεν μπορούσαν να διακρίνουν τη διαφορά που έχει η ακτίνα από τη διάμετρο ούτε τη σχέση που υπάρχει μεταξύ τους. Το πιο σημαντικό ήταν πως αρκετοί από αυτούς δεν μπορούσαν να κατανοήσουν τον λόγο για τον οποίο τα σημεία της περιφέρειας του κύκλου πρέπει να απέχουν την ίδια απόσταση. Επίσης, οι μαθητές παρουσίασαν δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας "σημείο πάνω στον κύκλο" εννοώντας πάντα σημεία τις περιφέρειας. Δηλαδή, όταν τους ζητήθηκε να σημειώσουν κάποια σημεία στον κύκλο οι μαθητές αυτοί σημείωναν γενικά κάποια σημεία τα οποία βρίσκονταν στο ίδιο επίπεδο με τον κύκλο αλλά όχι στην περιφέρεια του για το λόγο αυτό υπήρξαν κάποιες παρεμβάσεις από μεριάς μας προκειμένου να επεξηγήσουμε τις παραπάνω έννοιες. Προχωρώντας στο σχήμα, το κανονικό εξάκτινο αστέρι, το γνωστό αστέρι του Δαβίδ που ξεπρόβαλε με την κατάλληλη σύνδεση κορυφών μέσα στο κανονικό εξάγωνο συνδέθηκε με τη ναζιστική πρακτική του σημαδέματος των Εβραίων με αυτό και γενικά με αφορμή τη σχεδίαση του μεταβήκαμε και πάλι στην ιστορική διάσταση της διδασκαλίας μας. Αφού συζητήθηκε μέσα στην τάξη το θέμα του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου και συγκεκριμένα σχολιάστηκε η στάση των Γερμανών Ναζί απέναντι στους Εβραίους, ζητήθηκε από τους μαθητές να υπολογίσουν τον αριθμό των Εβραίων που κατάφεραν και επέζησαν. Οι περισσότεροι μαθητές αντιμετώπισαν σημαντική δυσκολία με τα ποσοστά και έτσι δεν κατέληξαν στα σωστά αποτελέσματα. Στη συνέχεια, δόθηκε στους μαθητές ένας πίνακας ζωγραφικής. Συγκεκριμένα, ο πίνακας ζωγραφίστηκε από τη μικρή Helga Weisssova-Hoskova η οποία ήταν ένα μικρό εβραιόπουλο, κρατούμενη στο στρατόπεδο Τερέζενστατ όπου και πέθανε ο Desnos. Πάνω στα ρούχα των Εβραίων διακρίνεται το αστέρι του Δαβίδ κάτι που εντόπισαν και σχολίασαν αμέσως όλοι οι μαθητές. Αυτό όμως που τους ζητήθηκε από τους μαθητές ήταν να συγκρίνουν την τεχνοτροπία της Γκουερνικα με αυτή της μικρής Helga.

Ουσιαστικά, αυτό που σχεδόν όλοι ανέφεραν στις παρατηρήσεις τους ήταν πως ο ζωγράφος της Γγουερνικα την αντίδραση του για το κακό που επιφέρει ένας πόλεμος τη δείχνει με πιο έμμεσο τρόπο ενώ η μικρή την εικόνα της καθημερινότητας της την αναπαριστά ακριβώς όπως τη βιώνει.

Τέλος, οι μαθητές ζωγράρισαν στην τελευταία σελίδα την εικόνα που τους έφερε στο μυαλό το ποίημα όταν το πρωτοδιάβασαν. Κάποιοι από τους μαθητές ζωγράρισαν ένα δέντρο όπως ήταν αναμενόμενο αλλά τα αστέρια, προφανώς επηρεασμένοι από το ποίημα τα ζωγράρισαν εγγεγραμμένα σε κύκλους. Άλλοι πάλι για έναν περίεργο λόγο ζωγράρισαν μαζί με τα αστέρια και

ένα ήλιο, λουλούδια και γενικά χαρακτηριστικά που ανήκουν στην ημέρα, όχι στη νύχτα όπου εμφανίζονται τα αστέρια. Όσον αφορά το γενικό κλίμα μέσα στην τάξη και το κατά πόσο επέδρασε η λογοτεχνία στην μετρίαση του φόβου των μαθητών, αυτό που πρέπει να αναφερθεί αρχικά είναι ότι στο τέλος οι περισσότεροι μαθητές είχαν την εντύπωση ότι δεν κάναμε Μαθηματικά. Πιο συγκεκριμένα, στην αρχή ενημέρωσα πως θα κάνουμε μαθηματικά και συζητήσαμε πάνω στο θέμα των μαθηματικών. Σχεδόν η πλειοψηφία των παιδιών μιλούσαν για τα μαθηματικά με απέχθεια και οι περισσότεροι υποστήριζαν πως είναι ένα μάθημα πολύ δύσκολο και πολλές φορές δεν το καταλαβαίνουν. Αρχικά, μόλις διαβάστηκε το ποίημα, οι αντίδραση των παιδιών ήταν η εξής: "Αυτό δεν είναι μαθηματικά". Στη συνέχεια, όταν συζητήσαμε για το περιεχόμενο του ποιήματος και για τα αστέρια, οι μαθητές φάνηκε να ξεχνιούνται και ξεφεύγουν από το πλαίσιο των μαθηματικών. Οι περισσότεροι, έκαναν συνέχεια ερωτήσεις σχετικά με το ποίημα και ειδικά για τον συγγραφέα, ιδιαίτερα όταν αναφέρθηκαν οι πληροφορίες για τη ζωή και το έργο του. Με αυτό τον τρόπο οι μετάβαση στο μαθηματικό μέρος της διδασκαλίας γινόταν με μια διαδικασία η οποία ουσιαστικά τοποθετούσε το μαθηματικό κομμάτι με τέτοιο τρόπο στη διδασκαλία ώστε αυτό να μην γίνεται άμεσα αντιληπτό. Συνεπώς, το ποίημα λειτούργησε και ως μέσο για την μετρίαση της προκατάληψης που είχαν κάποιοι μαθητές για το μάθημα των μαθηματικών. Αυτό που παρατηρήθηκε και παρουσίασε ιδιαίτερο ενδιαφέρον ήταν το γεγονός κάποιοι από τους μαθητές, συγκεκριμένα δύο άτομα, ενώ στην αρχή δυσανασχέτησαν πάρα πολύ με το μάθημα των μαθηματικών, στη συνέχεια, όταν διαβάσαμε και το ποίημα οι ίδιοι έδειξαν πάρα πολύ μεγάλο ενδιαφέρον για τη διαδικασία και μάλιστα ήταν μέσα στους λίγους που απαντούσαν στα σταδιακά ερωτήματα στη δραστηριότητα κατασκευής του εξάκτινο αστεριού. Επίσης, σχεδόν όλοι οι μαθητές συμμετείχαν ενεργά σε όλες τις δραστηριότητες και πολλοί από αυτούς φάνηκε να τους ικανοποιεί και να τους καθησυχάζει το γεγονός ότι δεν υπάρχει σωστό και λάθος σε αυτό που γίνεται και έτσι λειτουργούσαν πιο χαλαρά. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι σχεδόν όλοι οι μαθητές πέρα από κάποιες εξαερίσεις έδειξαν μεγάλο ενδιαφέρον για τα ιστορικά γεγονότα με αποτέλεσμα να αποπροσανατολιστούν από το πλαίσιο των μαθηματικών και να προβληματιστούν πάνω στο ζήτημα των δύο πόλεμων.

Πιο συγκεκριμένα, όταν αναφέρθηκε και συζητήθηκε στη διδασκαλία η πρακτική των Ναζί έναντι των Εβραίων, οι μαθητές είδαν με διαφορετικό τρόπο τη δραστηριότητα που τους ζητούσε να βρουν τον αριθμό των Εβραίων που επιβίωσαν. Δηλαδή, την είδαν περισσότερο ως μέσο πληροφoρίας μιας και τους είχε προκαλέσει έκδηλα αρνητικά συναισθήματα η πρακτική των Ναζί. Προφανώς και η συγκεκριμένη διδασκαλία ικανοποίησε μέσω του ποιήματος τις συναισθηματικές ανάγκες των παιδιών λαμβάνοντας υπόψη τον συγκινησιακό παράγοντα της διδασκαλίας. Επίσης, το γεγονός ότι δεν παρέχονταν πληροφορίες πριν την ολοκλήρωση της δραστηριότητας έκανε πολλούς από τους μαθητές με κάποιες εξαιρέσεις να προσπαθούν να φτάσουν μόνοι τους στην



πληροφορία. Ουσιαστικά, ο συναισθηματικός παράγοντας που στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν η άσχημη εντύπωση που απέκτησαν οι μαθητές για τους Ναζί αποτέλεσαν ένα κίνητρο ώστε να λύσουν κάποιες ασκήσεις με μεγαλύτερη θέληση και εμφανώς λιγότερη δυσανασχέτηση. Μια τέτοια δραστηριότητα ήταν αυτή που αναφέραμε πιο πάνω, όπως επίσης και αυτή που ζητούσε την ηλικία θανάτου του ποιητή μιας και φάνηκε να τους επηρεάζει ο τρόπος ζωής του. Η δραστηριότητα με τις εικόνες έδειξε να επηρεάζει τα παιδιά, συναισθηματικά, ειδικά αυτή που απεικονίζει τον συγγραφέα ως κρατούμενο. Οι περισσότεροι άρχισαν να κάνουν ερωτήσεις πολλές, ειδικά για το θάνατο του και έδειχναν να απογοητεύονται πολύ από τα γεγονότα. Τέλος, η δραστηριότητα με την κατασκευή του εξάκτινου αστεριού, δυσκόλεψε αρκετούς μαθητές αν και οι περισσότεροι το είδαν σαν εικαστική κατασκευή παρά σε γεωμετρική αν και πολύ λίγοι ήταν αυτοί που είχαν την υπομονή να κάνουν τα βήματα που τους δόθηκαν σταδιακά. Τα περισσότερα κορίτσια εκτός από το γεγονός ότι βοηθούσαν τους υπόλοιπους που δεν καταλάβαιναν τη διαδικασία, κατέβαλαν μεγάλη προσπάθεια να κατανοήσουν και στη συνέχεια να κατασκευάσουν το αστέρι. Δηλαδή, αυτό που παρατήρησα ήταν πως τα κορίτσια δεν έμειναν μόνο στην εικαστική κατασκευή του αστεριού αλλά προσπάθησαν να ανιχνεύσουν και κάποιες ιδιότητες των σχημάτων που σχηματίστηκαν. Για παράδειγμα δύο μαθήτριά μου έδειξαν τα τρίγωνα που σχηματίστηκαν και με ρώτησαν αν όντως είναι ισόπλευρα. Με αφορμή αυτή τους την παρατήρηση κάναμε μια αναφορά στον κύκλο και στις ιδιότητες του. Το μεγαλύτερο ποσοστό των μαθητών (κυρίως αγόρια) δυσανασχέτησαν με την πορεία της δραστηριότητας και προσπάθησαν να κάνουν το εξάκτινο αστέρι χωρίς να ακολουθούν τα βήματα και τις σταδιακές ερωτήσεις εκτός από μία εξαίρεση.

### **Συμπεράσματα/ παρατηρήσεις σχετικά με τη διδασκαλία:**

Όσον αφορά τα αποτελέσματα της διδασκαλίας και το κατά πόσο αυτή ανταποκρίθηκε στις προσδοκίες μας, πρέπει να αναφερθούν κάποια σημαντικά σημεία. Οι περισσότεροι μαθητές δυσανασχέτησαν πολύ έντονα για το γεγονός ότι θα κάνουμε μαθηματικά. Όταν ρωτήθηκαν γιατί ακριβώς δε θέλουν να κάνουμε μαθηματικά, οι απαντήσεις ήτα ξεκάθαρες "Γιατί είναι ακαταλαβίστικα τις περισσότερες φορές και ο κύριος μας μαλώνει πάρα πολύ όταν κάνουμε λάθη" , "Δεν τα καταλαβαίνω, εγώ είμαι καλή στη γλώσσα". Αυτό επίσης που παρατήρησα και ήταν κάτι που επιβεβαίωσε τις έρευνες που είδαμε παραπάνω, είναι το γεγονός ότι οι περισσότεροι μαθητές φοβόντουσαν τον δάσκαλο/δασκάλα της τάξης και μετά τα μαθηματικά. Δηλαδή, ο δάσκαλος ήταν τόσο αυστηρός σε σημείο να μειώνει δημόσια τους μαθητές σε περιπτώσεις λαθών. Συνεπώς όλες αυτές οι αρνητικές εμπειρίες που είχαν επέδρασαν δραστικά στο να διαμορφώσουν οι μαθητές αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά και δεν μιλάμε για μεμονωμένες περιπτώσεις παιδιών μέσα στην τάξη αλλά σχεδόν για το σύνολο της. Συνεχίζοντας αυτό που θα ήθελα να παραθέσω είναι κάτι που ανέφερα και παραπάνω, απλά εδώ θα γίνει λίγο πιο συγκεκριμένο. Δύο μαθήτριες οι οποίες έδειξαν από την αρχή τη δυσαρέσκεια τους για το γεγονός ότι θα κάνουμε Μαθηματικά, όταν ξεκινήσαμε να κάνουμε το φύλλο έδειξαν να χαλαρώνουν και να το αντιμετωπίζουν σαν πρόκληση. Από ότι είχα μάθει από τον εκπαιδευτικό της τάξης, και οι δύο δεν ήταν καλές στο μάθημα των μαθηματικών. Και όμως, όχι απλά καταλάβαιναν αυτό που ζητούσε η άσκηση αλλά εξηγούσαν και στους υπόλοιπους της ομάδας, μερικές φορές την εκφώνηση ώστε να προχωρήσουν παρακάτω. Επίσης, μια άλλη μαθήτρια προσπαθούσε να βγάλει συμπεράσματα συσχετισμών μεταξύ των σχημάτων που εμφανίζονταν σταδιακά κατά την κατασκευή του εξάκτινο αστεριού κάτι που μου έκανε μεγάλη εντύπωση. Κάτι ακόμα αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι μαθητές, μόνοι τους, κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας έκανα την εξής διαπίστωση: " Αυτό που κάνουμε, δεν είναι μαθηματικά". Και όταν τους ρώτησα να μου πουν τι μάθημα πιστεύουν πως είναι δεν μπόρεσαν να μου απαντήσουν. Στο σημείο που αναφερθήκαμε στη Γκουέρνικα και στο τι απεικονίζει καθώς και στην τεχνοτροπία της, πολλοί μαθητές έκαναν πολύ εύστοχες παρατηρήσεις. Συγκεκριμένα, ένας μαθητής παρατήρησε πως " Τελικά οι άνθρωποι τότε δημιούργησαν τον σουρεαλισμό γιατί δεν τους άρεσε η πραγματικότητα που είχε πόλεμο". Και τέλος, όσον αφορά το ποίημα και τη συμβολή του στη διδασκαλία, νομίζω πως αυτό που κατάφερε και έγινε ήταν να μην αποτελεί μια απλή αφόρμηση αλλά βάση όλης της διδασκαλίας κάτι που χαλάρωσε τους μαθητές γιατί δεν δημιουργήθηκε καμιά εντύπωση αξιολόγησης.

## Γενικά συμπεράσματα:

Ξεκινώντας από την παραδοχή πως όντως τα μαθηματικά αποτελούν ένα γνωστικό αντικείμενο για το οποίο οι μαθητές έχουν διαμορφώσει μια αρνητική στάση, δηλαδή τα αντιμετωπίζουν με φόβο και αμφιβάλλουν για τον εαυτό τους όταν έρχονται αντιμέτωποι με αυτά, και συνεχίζοντας λαμβάνοντας υπόψη τις σχετικές προτάσεις των ερευνητών σχετικές με τις προϋποθέσεις που θα πρέπει να υπάρχουν ώστε να μετριαστεί ο φόβος, καταλήγω σε κάποια συμπεράσματα. Τα συμπεράσματα αυτά πήραν την τελική τους μορφή με την λήξη και αποτίμηση των παρεμβάσεων/διδασκαλιών που έγιναν στις δύο τάξεις που προαναφέρθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, στο θεωρητικό κομμάτι κυριαρχεί η παραδοχή πως το συναίσθημα είναι μια λειτουργία που θα πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά τη γνωστική διαδικασία. Στη συνέχεια, είδαμε πως τελικά ένας τρόπος να ικανοποιήσουμε της συναισθηματικές ανάγκες των μαθητών ήταν να αξιοποιηθεί στη διδασκαλία η Λογοτεχνία και πιο συγκεκριμένα να γίνει διαθεματική προσέγγιση του μαθήματος, μέσω ενός λογοτεχνικού κειμένου. Έγιναν λοιπόν δύο παρεμβάσεις, των οποίων η οργάνωση ακολούθησε το πρότυπο διδασκαλίας που διαμορφώθηκε λαμβάνοντας υπόψη της παραπάνω προϋποθέσεις. Προσωπικά, θεωρώ πως στο μεγαλύτερο μέρος τους ικανοποίησαν τις προβλέψεις που έγιναν. Οι μαθητές και στις δύο παρεμβάσεις δεν είχαν την εντύπωση πως κάναμε Μαθηματικά και έτσι είχαν περισσότερη διάθεση να συνεχίσουν τις δραστηριότητες μιας και δεν είχαν το άγχος πως θα αξιολογηθούν άσχημα αν κάνουν λάθος. Επίσης, τα γνωστικά πεδία που παρεμβάλλονταν τραβούσαν την προσοχή τους και διασκέδαζαν με τις συζητήσεις που γίνονταν πάνω σε αυτά. Για παράδειγμα στη διδασκαλία με το ποίημα του R. Desnos οι μαθητές δεν αρκέστηκαν στις πληροφορίες που δόθηκαν για τη ζωή του συγγραφέα αυτού και έκαναν πολύ συχνά ερωτήσεις σχετικά με την κατάληξη του και τις δράσεις του. Επίσης, και στις δύο περιπτώσεις οι μαθητές που ήταν σχετικά χαμηλότερων επιδόσεων από κάποιους άλλους απέδωσαν πολύ καλύτερα στη διδασκαλία αυτή. Ακόμη, οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον και για τα ίδια τα λογοτεχνικά κείμενα. Για παράδειγμα στην παρέμβαση με το απόσπασμα από το βιβλίο του Φραμπέτι, οι μαθητές ενθουσιάστηκαν και ζήτησαν στο τέλος της διδασκαλίας, εφόσον υπάρχει χρόνος να το ξαναδιαβάσουμε. Συνεπώς, οι διδασκαλίες αυτές ανταποκρίθηκαν σε πολύ μεγάλο βαθμό σε τρεις βασικούς άξονες που αφορούν τη διδασκαλία, στην ικανοποίηση του συναισθήματος, στην παροχή κινήτρων για την εκπόνηση νοητικά ανώτερων διεργασιών και τέλος στην καλύτερη κατανόηση του περιεχομένου της διδασκαλίας από την πλευρά των μαθητών.

## Βιβλιογραφία:

- Καμαρινού Δ. (1999), *Η Βιωματική μάθηση στο σχολείο*, Πηγή από το διαδίκτυο, [http://www.srcosmos.gr/srcosmos/generic\\_pinakas.aspx?pinakas=cited\\_refs&alpharef=%CE%9A%CE%B1%CE%BC%CE%B1%CF%81%CE%B9%CE%BD%CE%BF%CF%8D%20%CE%94](http://www.srcosmos.gr/srcosmos/generic_pinakas.aspx?pinakas=cited_refs&alpharef=%CE%9A%CE%B1%CE%BC%CE%B1%CF%81%CE%B9%CE%BD%CE%BF%CF%8D%20%CE%94)
- Κολέζα Ευγενία (2007), *Μαθηματικά και Λογοτεχνία, Τα Μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της Λογοτεχνίας: ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων*, σσ 27-49.
- Ματσαγγούρας Ηλίας (2009), *Η Διαθεματικότητα στη σχολική γνώση*, Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Μητακίδου Σούλα και Ευαγγελία Τρέσσου (2005), *Διδάσκοντας Γλώσσα και Μαθηματικά με Λογοτεχνία*, Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Επίκεντρο.
- Μιχαηλίδης Τεύκρος (2004), Καθημερινή Επτά ημέρες, *Μαθηματικές μυθοπλασίες*, σσ 14-15.
- Μπάλης Στέφανος (2004), Καθημερινή Επτά ημέρες, *Η ποιητική των αριθμών*, σσ 7-9.
- Φραμπέτι Κάρλο (2008): *Καταραμένα Μαθηματικά, Η Αλίκη στη χώρα των αριθμών*, Αθήνα: Εκδόσεις Opera.
- Φιλίππου, Γ., & Χρίστου, Κ. (2001). *Κείμενα Παιδείας: Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των μαθηματικών*. Εκδόσεις Ατραπός.
- Χανς Μάνγους Εντσενσμπέργκερ (2000), *Το πειραχτήρι των αριθμών*, Αθήνα: Εκδόσεις Ψυχογιός.
- Παπαρούση Μαρίτα (2005), *Κείμενα για την θεωρία, την κριτική και την Διδακτική της παιδικής Λογοτεχνίας, Η δομή της λογοτεχνικής αφήγησης .Σκέψεις για μια διδακτική αξιοποίηση*, Πηγή από το διαδίκτυο : <http://keimena.ece.uth.gr/main/t2/arthra/tefxos2/paparousi.htm>
- Χασάπης Δημήτρης (2007). *Μαθηματικά και Λογοτεχνία, Μαθηματικά και Λογοτεχνία: Μια αιτούμενη σχέση*. Θεσσαλονίκη: Ομάδα έρευνας και Μαθηματικής Εκπαίδευσης, σσ 3-15
- Anne Siety (2001), *Μαθηματικά, ο αγαπημένος μου φόβος*, Αθήνα: Εκδόσεις Σαββάλα.
- Bruner, J. (2002). *Δημιουργώντας Ιστορίες: Νόμος, Λογοτεχνία, Ζωή*. (Γ. Κουγιουμουτζάκη, Κ. Πολυδάκη & Β. Τσούρτου, μετάφραση). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1. Διάβασε το παρακάτω ποίημα.

Ο κύκλος και τ' αστέρι

Για να σχεδιάσουμε ένα αστέρι με πέντε ακτίνες  
Ή με έξι ή και με περισσότερες ακόμη  
Πρέπει πρώτα να σχεδιάσουμε έναν κύκλο  
Για να σχεδιάσουμε ένα αστέρι με πέντε ακτίνες . . .  
Έναν κύκλο!  
Αλλά χωρίς καμιά προετοιμασία  
Σχεδιάσαμε ένα δένδρο με πολλά κλαδιά  
Κλαδιά που κρύβουν τα αστέρια!  
Δένδρα!  
Είστε γεμάτα φωλιές και ωδικά πουλιά  
Καλυμμένα με κλαδιά και φύλλα  
Κι ανεβαίνετε ως τ'αστέρια!

Ρομπέρ Ντεσονός  
(μετ. Κώστα Χατζηκυριάκου)  
(από την ποιητική συλλογή *Η Γεωμετρία του Δανιήλ*)



2. Το ποίημα που διάβασες είναι μεταφρασμένο στα ελληνικά, έχει γραφεί αρχικά σε άλλη γλώσσα. Ο τίτλος του στη γλώσσα που πρωτογράφηκε είναι *Le rond et l' étoile*.

Ποια γλώσσα είναι αυτή;

---

Τι λες να σημαίνει η λέξη *rond* και τι η λέξη *étoile* στη γλώσσα αυτή;

---

3. Ο ποιητής που το έγραψε, ο Ρομπέρ Ντεσνός, γεννήθηκε στις 4 Ιουλίου του 1900 και πέθανε στις 8 Ιουνίου του 1945. Υπολόγισε ποια ήταν ακριβώς η ηλικία του όταν πέθανε.

4. Γνωρίζεις κάποια μεγάλα ιστορικά γεγονότα που συνέβησαν στο διάστημα της ζωής του; Γράψ' τα.

---

---



Και στις δύο φωτογραφίες απεικονίζεται ο ποιητής. Πού νομίζεις ότι είναι στην αριστερή φωτογραφία; Πού στη δεξιά;

Ο Ρομπέρ Ντεσονός ήταν γάλλος ποιητής, από τους πρωτεργάτες του καλλιτεχνικού κινήματος του σουρεαλισμού. Έγραψε πολλά ποιήματα για μεγάλους και για παιδιά και άρθρα για την τέχνη και την πολιτική. Έγραψε επίσης ένα θεατρικό έργο και το σενάριο για μια ταινία. Στη διάρκεια του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, όταν η Γερμανία κατέλαβε τη Γαλλία, πήρε μέρος στην αντίσταση ενάντια στους ναζί. Τον συνέλαβαν και τον έστειλαν στο στρατόπεδο συγκέντρωσης Τερεζίν, στην Τσεχοσλοβακία, όπου και πέθανε, λίγες μέρες μετά την απελευθέρωση του στρατοπέδου.



Ο πίνακας Γκουέρνικα του Πάμπλο Πικάσο, που επίσης πήρε μέρος στο κίνημα του σουρεαλισμού, και αναπαριστάει τον βομβαρδισμό της βασκικής πόλης Γκουέρνικα από γερμανικά και ιταλικά βομβαρδιστικά τον Απρίλιο του 1937, κατά τον ισπανικό εμφύλιο πόλεμο (1936-39). Η σουρεαλιστική έκφραση χρησιμοποιεί πολύ τα όνειρα, το τυχαίο, και την αυτόματη γραφή.

5. Σχεδιάσε ένα αστέρι με έξι ακτίνες.

6. Γιατί νομίζεις ότι το ποίημα λέει ότι για να σχεδιάσεις ένα αστέρι με πέντε ή με έξι ακτίνες πρέπει πρώτα να σχεδιάσεις έναν κύκλο;

7. Σχεδιάσε ένα ισόπλευρο τρίγωνο, δηλαδή ένα τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι ίσες μεταξύ τους και όλες οι γωνίες του είναι ίσες μεταξύ τους.

8. Σχεδιάσε ένα εξάγωνο που να έχει όλες τις πλευρές του και όλες τις γωνίες του ίσες. (Σχήματα που έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες και όλες τις γωνίες τους ίσες λέγονται κανονικά.)

9. Να ένας τρόπος για να σχεδιάσεις ένα κανονικό εξάγωνο κι ένα κανονικό εξάκτινο αστέρι.

Κάνε έναν κύκλο με κέντρο  $K$  και ακτίνα 6 εκ.

Σημείωσε ένα σημείο  $A$  πάνω στην περιφέρειά του. Μετά σημείωσε πάνω στην περιφέρεια του κύκλου άλλα πέντε σημεία  $B, \Gamma, \Delta, E, Z$ , με τη σειρά, έτσι ώστε:

$$AB = B\Gamma = 6 \text{ εκ.}$$

$$B\Gamma = \Gamma\Delta = 6 \text{ εκ.}$$

$$\Gamma\Delta = \Delta E = 6 \text{ εκ.}$$

$$\Delta E = EZ = 6 \text{ εκ.}$$

$$EZ = ZA = 6 \text{ εκ.}$$

Τι σχήμα είναι το  $ΑΒΓΔΕΖΑ$ ;

---

Χάραξε τις γραμμές  $KA$  και  $KB$ . Τι σχήμα είναι το  $KAB$ ;

---

Χάραξε τις γραμμές  $ΑΓ, ΑΕ, ΕΓ, ΒΖ, ΒΔ, ΖΔ$ . Τι σχήμα είναι το  $ΑΕΓ$ ; Βλέπεις το κανονικό εξάκτινο αστέρι; Σκίασέ το.

---



Οι ναζί, που είχαν ρατσιστικές απόψεις και πίστευαν ότι είναι ανώτεροι από όλους τους άλλους ανθρώπους, υποχρέωσαν τους Εβραίους να φορούν πάνω στο ρούχο τους το εξάκτινο αστέρι, που είναι γνωστό και ως άστρο του Δαβίδ, για να τους ξεχωρίζουν. Στη συνέχεια προσπάθησαν να τους εξοντώσουν μεταφέροντάς τους σε στρατόπεδα συγκέντρωσης. Περισσότεροι από το 90% των 56000 Εβραίων που ζούσαν στη Θεσσαλονίκη το 1940 εξοντώθηκαν σε ναζιστικά στρατόπεδα. Πόσοι περίπου Θεσσαλονικείς Εβραίοι επέζησαν;

---



Την παραπάνω ζωγραφιά ζωγράφισε μέσα στο στρατόπεδο η Helga Weissovna-Hoskova, που μεταφέρθηκε εκεί 12 χρονών, και ήταν ανάμεσα στους λίγους τυχερούς που επέζησαν.

10. Ζωγράφισε την εικόνα που φαντάστηκες διαβάζοντας το ποίημα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000106720

