



Διπλωματική εργασία

Σχεδιασμός και έλεγχος απτικού ρομποτικού μηχανισμού δύο
βαθμών ελευθερίας

υπό

Σουμπάκα Παναγιώτη

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους
των απαιτήσεων για την απόκτηση του
διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 9055/1
Ημερ. Εισ.: 29-11-2010
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜ
2010
ΣΟΥ

© 2010 Σουμπάκας Παναγιώτης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής:

Πρώτος εξεταστής: Δρ. Βλάχος Κωνσταντίνος
(Επιβλέπων καθηγητής) Συμβασιούχος διδάσκων (Π.Δ.407/80), Τμήμα μηχανολόγων
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος εξεταστής: Δρ. Σταματέλλος Αναστάσιος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος εξεταστής: Δρ. Σταπουντζής Ερρίκος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας μου δίνεται η ευκαιρία να ευχαριστήσω αρχικά τον καθηγητή μου κύριο Βλάχο Κωσταντίνο για την υποστήριξη που μου προσέφερε όσον αφορά τα ειδικά θέματα της εργασίας αλλά και για τον τρόπο σκέψης που αποκόμισα από εκείνον από τη μεταξύ μας συνεργασία.

Επίσης ευχαριστώ εκ των προτέρων τον κύριο Σταματέλο Αναστάσιο και τον κύριο Σταπουντζή Ερρίκο που δέχθηκαν να είναι εξεταστές της διπλωματικής μου εργασίας.

Ευχαριστώ πολύ επίσης και όλους ανεξαιρέτως τους διδακτωρικούς φοιτητές του εργαστηρίου αυτομάτου ελέγχου του Ε.Μ.Π. που με βοήθησαν, λύνοντας τυχόν απορίες μου που προέκυψαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους ανεξαιρέτως τους καθηγητές μου στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για όλες τις γνώσεις και εμπειρίες που μου έδωσαν.

Σουμπάκας Παναγιώτης

Περίληψη

Το πρόβλημα το οποίο υπάρχει και θα θέλαμε να δώσουμε λύση με τη μελέτη αυτή είναι ότι θέλουμε να ελέγξουμε εάν μπορούμε να πιστοποιήσουμε εάν ο άνθρωπος μπορεί να αναπαράγει δυνάμεις που ασκεί ή δέχεται στο εργασιακό του περιβάλλον, από μνήμης.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρατίθενται αναλυτικά η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ώστε να σχεδιαστεί ένας απτικός ρομποτικός μηχανισμός ως προς τη βασική του δομή αλλά και ως προς το κομμάτι του ελέγχου του.

Έτσι λοιπόν αφού πρώτα επιλέξαμε το χώρο εργασίας που πρόκειται να κινείται ο μηχανισμός καθώς και τις διαστάσεις του, έγινε απλοποίηση του πιο πολύπλοκου συστήματος δύο βαθμών ελευθερίας και δημιουργήθηκε το απλούστερο μοντέλο ενός βαθμού ελευθερίας. Με βάση αυτό το απλούστερο γραμμικό μοντέλο βρέθηκαν τα κέρδη του ελεγκτή ο οποίος αργότερα χρησιμοποιήθηκε και στο πιο πολύπλοκο μη γραμμικό μοντέλο. Τέλος αφού έγιναν και οι προσομοιώσεις του μη γραμμικού μοντέλου που προσομοιώνει τις πραγματικές δυνάμεις που δέχεται ο χρήστης στο περιβάλλον εργασίας του ορίσαμε τους κινητήρες που είναι κατάλληλοι να αποδώσουν τις απαραίτητες ροπές για την παραγωγή των επιθυμητών δυνάμεων.

Στόχος λοιπόν είναι , έπειτα από την ανάγνωσή αυτής της εργασίας ο αναγνώστης να έχει κατανοήσει τη διαδικασία σχεδιασμού του ελεγκτή και να μπορέσει να αξιολογήσει τους λόγους που οδήγησαν σε αυτές τις σχεδιαστικές επιλογές ώστε στο μέλλον να προβεί , εφόσον το επιθυμεί , στο σχεδιασμό άλλων μερών της εργασίας και να βοηθήσει στη συνέχιση του θέματος και τελικά στην κατασκευή του συγκεκριμένου απτικού ρομποτικού μηχανισμού.

Abstract

The problem that exists and we would like to solve with this case study is that we want to check if we can confirm if man can replay from his memory, forces who works or accepts in the environment of his work.

In this case study presents with details the methodology which followed to design a haptic robotic mechanism above the base of the structure and the control track.

So after the choice of the workplace where the mechanism is going to be move and the dimensioning of mechanism, we simplify the complex nonlinear system of two degrees of freedom to another more simple linear model of one degree of freedom. Based on this simple linear model found gains of the controller which later used in complex nonlinear model. Finally after making the simulations of nonlinear model that simulates the real forces which the user accepts in the interface we choose the electrical engines which are appropriate to realise the necessary torque to produce the desired power.

Therefore, the aim after reading this case study for the reader is to understand the planning process of the controller and can assess the reasons for these design options.

Next steps of this case study are to built other cases studies which exists the creation of the design of other construction's parts so as to help continue the theme, and finally to manufacture the specific haptic robotic mechanism.

Επεξήγηση συμβόλων

$\pi = 3.14$ rad

g : επιτάχυνση της βαρύτητας

x_E : τετμημένη του τελικού σημείου δράσης

y_E : τεταγμένη του τελικού σημείου δράσης

q_i : γωνία του βραχίονα i

\dot{q}_i : ταχύτητα του βραχίονα i

\ddot{q}_i : επιτάχυνση του βραχίονα i

l_i : μήκος του βραχίονα i

${}^{i-1}P_{ci}^j$: το διάνυσμα θέσης του κέντρου του βραχίονα i σε σχέση με το σύστημα συντεταγμένων j , όπως φαίνεται από το σύστημα συντεταγμένων $i-1$.

c_i : συνημίτονο της γωνίας q_i

s_i : ημίτονο της γωνίας q_i

c_{ij} : συνημίτονο του αθροίσματος των γωνιών q_j και q_i

s_{ij} : ημίτονο του αθροίσματος των γωνιών q_j και q_i

l_c : μήκος μέχρι το κέντρο του βραχίονα l_i

$M(q)$: μητρώο ακαμψίας

$V(q, \dot{q})$: όρος στην γενικευμένη εξίσωση κίνησης που αντιπροσωπεύει τις δυνάμεις Coriolis και τις φυγόκεντρες δυνάμεις..

$G(q)$: όρος που περιγράφει τις βαρυτικές δυνάμεις του συστήματος

Q : εξωτερικές δυνάμεις και ροπές

m_i : μάζα του βραχίονα i

$J_L^{(i)}$: ιακωβιανή μήτρα που συνδέει γραμμικές ταχύτητες και ταχύτητες στο χώρο των αρθρώσεων

$J_A^{(i)}$: ιακωβιανή μήτρα που συνδέει γωνιακές ταχύτητες και ταχύτητες στο χώρο των αρθρώσεων

I_i^a : ροπή αδράνειας του βραχίονα i ως προς άξονα περιστροφής το κέντρο βάρους του βραχίονα i

T : κινητική ενέργεια

U : δυναμική ενέργεια

$V_{viscous} = B_X$: συντελεστής ιξώδους τριβής

τ : ροπή

K_{FS} : μέτρο Young

G_C : κέρδος ελεγκτή

K_p : Κέρδος αναλογικού ελεγκτή

K_D : Κέρδος διαφορικού ελεγκτή

$K_{IC} = K_I$: Κέρδος ολοκληρωτικού ελεγκτή

K_{PD} : Κέρδος αναλογικού-διαφορικού ελεγκτή

K_{PI} : Κέρδος αναλογικού-ολοκληρωτικού ελεγκτή

K_{PID} : Κέρδος αναλογικού-ολοκληρωτικού-διαφορικού ελεγκτή

gf : γωνία που εφαρμόζει τη δύναμη το χέρι του ανθρώπου στο τελικό σημείο δράσης.

F_{ext} : εξωτερικές δυνάμεις

$F_{out} = F_{out}(s) = F(s)$: έξοδος (δύναμης) εκφρασμένη στο μιγαδικό πεδίο

$d = d(s)$: είσοδος διαταραχής

$F_{ss} : F_{steady_state}$: δύναμη στη μόνιμη κατάσταση

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή	(σελ.1)
2. Σκοπός σχεδιασμού του συγκεκριμένου μηχανισμού	(σελ.7)
2.1 Κριτήρια σχεδιασμού του απτικού μηχανισμού	(σελ.8)
2.2 Αιτιολόγηση της επιλογής μηχανισμού 5-ράβδων	(σελ.9)
3. Κινηματική.....	(σελ.11)
3.1 Κινηματική του μηχανισμού.....	(σελ.12)
3.2 Χώρος εργασίας	(σελ.13)
3.3 Σημεία ιδιομορφίας (Singularities).....	(σελ.14)
3.4 Δείκτης (αριθμός) κατάστασης – (Condition Number)	(σελ.15)
4. Δυναμική του μηχανισμού.....	(σελ.18)
4.1 Εύρεση των δυναμικών εξισώσεων του μηχανισμού	(σελ.18)
4.2 Αποπλεγμένες γεωμετρίες	(σελ.24)
5. Έλεγχος.....	(σελ.25)
5.1 Μετασχηματισμός Laplace – Γραμμικός μετασχηματισμός του μοντέλου	(σελ.25)
5.2 Γραμμικοποίηση συστήματος.....	(σελ.25)
5.3 Ελεγκτές (controllers).....	(σελ.26)
5.4 Κριτήριο ευστάθειας Routh-Hurwitz.....	(σελ.28)
5.5 Έλεγχος του μηχανισμού	(σελ.32)
5.6 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας.....	(σελ.33)
5.6.1 Περιγραφή του διαγράμματος.....	(σελ.35)
5.6.2 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής.....	(σελ.36)
5.6.3 Περιγραφή του διαγράμματος με είσοδο διαταραχής.....	(σελ.37)
5.7 Σχεδιασμός ελεγκτή	(σελ.38)
5.8 Συστήματα 2ης τάξης-Επεξήγηση όρων του συστήματος.....	(σελ.39)
5.9 Θεώρημα τελικής τιμής	(σελ.42)
5.10. Προσδιορισμός των διαφόρων μεγεθών του συστήματος με στόχο την επίτευξη της επιθυμητής απόκρισης του συστήματος	(σελ.47)
5.11 Εύρεση των κερδών του ελεγκτή.....	(σελ.50)
5.12 Τόπος των ριζών	(σελ.51)
6. Κατασκευαστικά στοιχεία του βραχίονα	(σελ.58)
7. Επεξήγηση συστήματος δύο βαθμών ελευθερίας.....	(σελ.60)
7.1 Επεξήγηση διαγραμμάτων	(σελ.60)
7.2 Αποτελέσματα –υπό την επίδραση της βαρύτητας.....	(σελ.63)
7.3 Αποτελέσματα της προσομοίωσης του ρομποτικού μηχανισμού με αναλογικό-διαφορικό έλεγχο	(σελ.73)
7.4 Αποτελέσματα με saturation και PID-έλεγχο	(σελ.75)
7.5 Μετάδοση κίνησης του μηχανισμού.....	(σελ.81)
8. Συμπεράσματα και Μελλοντικές εργασίες.....	(σελ.83)
8.1 Συμπεράσματα	(σελ.83)
8.2 Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες.....	(σελ.83)
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	(σελ.84)
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	(σελ.85)

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1 : Ρομπότ στη βιομηχανία.....	1
Σχήμα 1.2 : Ρομπότ με μορφή ζώων κατάλληλα για ψυχαγωγία	4
Σχήμα 1.3 : Απτικοί ρομποτικοί μηχανισμοί σχετικοί με την έρευνα και τη γεωργία.....	6
Σχήμα 2.1: Απτικός μηχανισμός πέντε ράβδων όπου διακρίνεται το τελικό σημείο δράσης.....	8
Σχήμα 2.2: Περιγραφή της χρήσης απτικού ρομποτικού μηχανισμού σε συνδυασμό με εικονικό περιβάλλον	8
Σχήμα 2.2.1 : Μηχανισμός πέντε ράβδων-αισθητήρας δύναμης στο τελικό σημείο δράσης.....	10
Σχήμα 3.1.1 : Βοηθητικό σχήμα για την εξαγωγή κινηματικών εξισώσεων	11
Σχήμα 3.1.2 : Άνω και κάτω αγκώνας για τον προσδιορισμό της αντίστροφης κινηματικής του μηχανισμού	12
Σχήμα 3.2.1 : Χώρος εργασίας του ρομποτικού μηχανισμού.....	14
Σχήμα 5.1.1 : Γενικό δομικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου.....	25
Σχήμα 5.2.1 : Δομικό διάγραμμα συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας.....	26
Σχήμα 5.3.1 : Δομικό διάγραμμα ελεγκτή όπου Fc η έξοδος του ελεγκτή.....	27
Σχήμα 5.5.1 : Γενικό δομικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου.....	32
Σχήμα 5.5.2 : Σύστημα ανοικτού βρόχου	32
Σχήμα 5.5.3: Δύναμη στο τελικό σημείο δράσης σε μοντελοποίηση συστήματος ανοικτού βρόχου	33
Σχήμα 5.6.1 : Αρχικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας.....	34
Σχήμα 5.6.2 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας – πρώτη μετατροπή	34
Σχήμα 5.6.3 :Τελικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας	34
Σχήμα 5.6.2.1 : Αρχικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής	36
Σχήμα 5.6.2.2 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής – πρώτη μετατροπή.....	37
Σχήμα 5.6.2.3 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής – δεύτερη μετατροπή	37
Σχήμα 5.8.1 :Μεταβατική απόκριση βαθμίδας σε σύστημα 2ης τάξης.....	41

Σχήμα 5.8.2 : Απόκριση συστήματος 2ης τάξης συναρτήσει του λόγου απόσβεσης.....	41
Σχήμα 5.8.3 : Δεδομένα συστήματος στο μιγαδικό πεδίο	42
Σχήμα 5.9.1 : Απόκριση του συστήματος – δύναμη στην x-κατεύθυνση	45
Σχήμα 5.9.2 : Μεγέθυνση σχήματος 6.2.1, διακρίνεται το σφάλμα μόνιμης κατάστασης.....	46
Σχήμα 5.12.1 : Διάγραμμα Root-Locus για αναλογικό έλεγχο.....	52
Σχήμα 5.12.2 : Μεγέθυνση διαγράμματος Root-Locus για αναλογικό έλεγχο	53
Σχήμα 5.12.3 : Διάγραμμα Root-Locus για διαφορικό έλεγχο	54
Σχήμα 5.12.4 : Διάγραμμα Root-Locus για ολοκληρωτικό έλεγχο	55
Σχήμα 5.12.5 : Απόκριση συστήματος για $K_I=7523.5$	56
Σχήμα 5.12.6 : Απόκριση συστήματος για $K_I=7525$	57
Σχήμα 6.1: Θέση του απτικού ρομποτικού μηχανισμού.....	59
Σχήμα 7.1 : Η δομή του διαγράμματος ελέγχου του μηχανισμού	60
Σχήμα 7.2 : Η δομή του διαγράμματος ελέγχου του συστήματος προς έλεγχο (plant).....	60
Σχήμα 7.1.1 : Θέση του απτικού ρομποτικού μηχανισμού κατά την προσομοίωση .61	
Σχήμα 7.2.1 : Ροπή κινητήρα 1	64
Σχήμα 7.2.2 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 1	65
Σχήμα 7.2.3 : Ροπή κινητήρα 2	65
Σχήμα 7.2.4 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2	66
Σχήμα 7.2.5 : Μεγαλύτερη μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2	66
Σχήμα 7.2.6 : Μετατόπιση στη x-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης.....	67
Σχήμα 7.2.7 : Μετατόπιση στη y-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης.....	68
Σχήμα 7.2.8 : Δύναμη στη x-κατεύθυνση.....	68
Σχήμα 7.2.9 : Δύναμη στην y-κατεύθυνση.....	69
Σχήμα 7.3.1 : Ροπή κινητήρα 1	70
Σχήμα 7.3.2 : Ροπή κινητήρα 2.....	70
Σχήμα 7.3.3 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2	71
Σχήμα 7.3.4: Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη x-κατεύθυνση	72
Σχήμα 7.3.5 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 9.3.5	72
Σχήμα 7.3.6 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη y-κατεύθυνση.....	73
Σχήμα 7.3.7 : Μετατόπιση του τελικού σημείου δράσης στη x-κατεύθυνση.....	74

Σχήμα 7.3.8 : Μετατόπιση στη x-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης.....	74
Σχήμα 7.3.9 : Μετατόπιση στη y-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης.....	75
Σχήμα 7.3.10 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 9.3.10	75
Σχήμα 7.4.1 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη x-κατεύθυνση.....	76
Σχήμα 7.4.2 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 9.4.1	77
Σχήμα 7.4.3 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη y-κατεύθυνση.....	78
Σχήμα 7.4.4 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 9.4.3	88
Σχήμα 7.4.5 : Ροπή κινητήρα 1	79
Σχήμα 7.4.6 : Μεγέθυνση διαγράμματος 9.4.5. Εμφανής η δράση του saturation....	80
Σχήμα 7.4.7 : Ροπή κινητήρα 2.....	81

1. Εισαγωγή

Η ρομποτική είναι μια από τις πιο ενδιαφέρουσες τεχνολογίες αιχμής που συναντούν ολοένα και περισσότερες εφαρμογές στις ημέρες μας. Ωστόσο η ιστορία της ρομποτικής ξεκίνησε σχεδόν έναν αιώνα πριν. Συγκεκριμένα από τις αρχές του 20ου αιώνα είχε αρχίσει να αναπτύσσεται το μηχανολογικό μέρος του σχεδιασμού ενός ρομποτικού μηχανισμού, δηλαδή ο σχεδιασμός της προσομοίωση ενός μηχανικού βραχίονα με δυνατότητα κίνησης σε πολλαπλούς άξονες.

Βιομηχανικά ρομπότ

Στη δεκαετία του 1970 άρχισαν να χρησιμοποιούνται τα πρώτα ρομπότ στη βιομηχανία, όπου συνιστούσαν πλέον μια ιδιαίτερα δημοφιλή τεχνολογία για τη βελτίωση της παραγωγικότητας πολλών εργοστασίων στα βιομηχανικά αναπτυγμένα κράτη της εποχής.



Σχήμα 1.1 : Ρομπότ στη βιομηχανία

Τα ρομποτικά συστήματα είναι ως γνωστόν πολύ σύνθετα συστήματα που για να λειτουργήσουν απαιτούν την αξιόπιστη λειτουργία και την καλή συνεργασία μιας ευρείας γκάμας ηλεκτρομηχανολογικών διατάξεων. Αναφορικά με το μηχανολογικό μέρος ενός ρομποτικού συστήματος αυτό που χρειάζεται είναι ο σχεδιασμός και η κατασκευή ενός μηχανισμού με πολλούς βαθμούς ελευθερίας, η κίνηση του οποίου θα είναι ελεγχόμενη και αξιόπιστη με ιδιαίτερα μικρές ανοχές ως προς τις επιθυμητές συντεταγμένες. Το ηλεκτρολογικό μέρος ενός ρομποτικού συστήματος αναφέρεται κυρίως στη χρησιμοποίηση των κατάλληλων κινητήρων όπου για την παραγωγή συγκεκριμένου μηχανικού έργου θα έχουν δυνατότητα ρύθμισης στροφών και ενός ιδιαίτερου και ακριβούς ελέγχου κατά την εκκίνηση και το σταμάτημα τους.

Το σκέλος που αφορά στον αυτόματο έλεγχο των κινήσεων αναφέρεται κυρίως στην αξιοποίηση των κατάλληλων αισθητήρων, την άμεση και αξιόπιστη

μετάδοση των πληροφοριών σε ένα κεντρικό σύστημα ελέγχου και την επίτευξη της επιθυμητής ανάδρασης μέσω προγραμματισμού ενός κατάλληλου λογισμικού.

Στα επόμενα χρόνια οι τομείς που δείχνουν να αναπτύσσονται συνεχώς και που μπορούν να βελτιώσουν τη λειτουργία ενός ρομποτικού συστήματος είναι ο τομέας των αισθητήρων, ο τομέας των ενεργοποιητών, ο τομέας της επικοινωνίας του ρομποτικού συστήματος με το περιβάλλον εργασίας, αλλά και ο τομέας του λογισμικού προγραμματισμού και ελέγχου του ρομποτικού συστήματος.

Έλεγχος των κινήσεων

Για να υλοποιηθούν οι εντυπωσιακές εφαρμογές των ρομπότ είναι αναγκαία η κίνησή τους μέσω ηλεκτροκινητήρων και ο έλεγχός τους μέσω ηλεκτρονικών αυτοματισμών. Στα σύγχρονα βιομηχανικά ρομπότ για την κίνηση τους και τον έλεγχο τους χρησιμοποιούνται συνήθως σερβοκινητήρες, σερβοενισχυτές και ελεγκτές θέσης. Υπάρχουν ακόμα και πιο μοντέρνοι μηχανισμοί για να υλοποιούν και τις απλές απαιτήσεις όπως οι κινήσεις κατά ένα μόνο άξονα. Τέτοιοι είναι τα ηλεκτρομηχανικά έμβολα και οι γραμμικοί και τηλεσκοπικοί οδηγοί με ιμάντα. Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι ελέγχου των ρομποτικών συστημάτων, ο σημειακός και ο συνεχής. Τα ρομπότ σημειακού ελέγχου προγραμματίζονται να κινούνται σε προκαθορισμένα σημεία στο χώρο, κινούμενα από το ένα σημείο στο άλλο σε μια συνεχή γραμμή και είναι κατάλληλα κυρίως για εργασίες φόρτωσης και αποφόρτωσης εξαρτημάτων είτε σε διάφορες φάσεις μιας παραγωγικής διαδικασίας στη βιομηχανία, είτε σε διάφορες μηχανολογικές κατασκευές μέσω εργαλειομηχανών. Τα ρομπότ συνεχούς ελέγχου μπορούν να ακολουθήσουν την πορεία μιας συνεχούς γραμμής. Συγκρίνουν τα δεδομένα τους με τα αποτελέσματα με την πάροδο του χρόνου και αποθηκεύουν πολύ περισσότερες πληροφορίες, ώστε να μπορούν να εκτελούν ομαλές συνεχείς κινήσεις πάνω στην ελεγχόμενη πορεία. Στα μηχανήματα αυτά απαιτείται ένας ξεχωριστός σχεδιασμός του συστήματος οδήγησης. Το σύστημα οδήγησης μπορεί να αποτελείται από έναν κύλινδρο με έμβολο πνευματικό ή υδραυλικό, ή από κοχλία με περικόχλιο. Το σύστημα κυλίνδρου – εμβόλου χρησιμοποιείται σχεδόν αποκλειστικά σε εργασίες που εμφανίζουν μεγάλους κινδύνους πυρκαγιάς και στις οποίες σχεδόν απαγορεύεται η χρήση του ηλεκτρικού ρεύματος. Το πνευματικό σύστημα παρουσιάζει περιορισμένη ακρίβεια και ως προς την ταχύτητα αλλά και ως προς την ακρίβεια μιας μετατόπισης, λόγω της δυσκολίας ελέγχου του αέρα. Τα υδραυλικά συστήματα κατορθώνουν να αναπτύξουν πολύ μεγάλες δυνάμεις αλλά και ισχύεις σε σχετικά μικρές θέσεις. Τα ηλεκτρικά συστήματα χρησιμοποιούνται πιο πολύ σε μικρές μηχανές χωρίς ωστόσο να καταφέρουν να φτάσουν μέχρι σήμερα την υψηλή ακρίβεια

που επιτυγχάνουν ανάλογα συστήματα που χρησιμοποιούνται στις εργαλειομηχανές.

Μη βιομηχανικές εφαρμογές

Εκτός από τη βιομηχανία που αποτελεί «τον καλύτερο πελάτη» των ρομποτικών συστημάτων σε επίπεδο διεθνούς αγοράς – οι εφαρμογές της ρομποτικής επεκτείνονται και σε μια πολύ ευρεία γκάμα ερευνητικών, αμυντικών, ιατρικών αλλά και καταναλωτικών χρήσεων. Μια ιδιαίτερα διαδεδομένη εφαρμογή με σημαντική ζήτηση στη διεθνή αγορά αποτελούν τα υποβρύχια ρομπότ. Αυτά αξιοποιούνται αφενός μεν για διερεύνηση του υποθαλάσσιου τοπίου, αφετέρου δε για αμυντικούς σκοπούς από την πολεμική βιομηχανία. Η διερεύνηση ωστόσο του θαλάσσιου βυθού μπορεί με τη σειρά της να αφορά είτε την επιστημονική έρευνα των ωκεανογράφων, είτε την ανεύρεση και καθέλκυση ανθρώπων ή μηχανικών εξαρτημάτων που χάθηκαν σε ναυάγια. Η τελευταία περίπτωση μας δείχνει ότι οι εφαρμογές των υποβρύχιων robots έχουν ευρεία κοινωνική χρησιμότητα.

Ιατρικές εφαρμογές των ρομπότ

Οι ιατρικές εφαρμογές της ρομποτικής αναφέρονται στη χειρουργική αλλά και στη γενικότερη ιατρική φροντίδα. Μεγάλη συνεισφορά έχει γενικά η ρομποτική σε όλες τις επεμβάσεις στις οποίες για ποικίλους λόγους ενδείκνυται να αποφευχθεί μια μεγάλη χειρουργική τομή στον ασθενή(αιμορραγικά προβλήματα, αποφυγή ολικής αναισθησίας κ.λ.π). Μέσα στις ιατρικές εφαρμογές υπάγονται και τα συστήματα ενδοσκόπησης που αξιοποιούν ιατρικά ρομπότ, τα οποία συχνά εντάσσονται σε κάποιο συνολικό χειρουργικό ρομποτικό σύστημα. Είναι προφανές ότι τα ιατρικά ρομποτικά συστήματα για να φτάσουν στο σημείο να χρησιμοποιηθούν από του χειρουργούς εξασφάλισαν την απόλυτη αξιοπιστία και τη μέγιστη ακρίβεια χειρισμών.

Ανάμεσα στις ερευνητικές εφαρμογές της ρομποτικής δεσπόζουσα θέση κατέχει η διαστημική έρευνα. Τα ρομπότ που χρησιμοποιούνται στη διαστημική έρευνα αξιοποιούν εκτός από την προσομοίωση των ανθρώπινων βραχιόνων και τα συστήματα τεχνητής όρασης. Η αποστολή τους δεν είναι μόνο η προσεδάφιση σε άλλους πλανήτες, οχημάτων που διαθέτουν ρομποτικούς βραχίονες, ή ακόμα και αστροναυτών - ρομπότ (robotonauts), αλλά και η επόπτευση και η συλλογή πληροφοριών μέσω της παρατήρησης του διαστημικού περιβάλλοντος. Μια πολύ ενδιαφέρουσα τελευταία εφαρμογή της ρομποτικής στη διαστημική βιομηχανία αποτελούν τηλεχειριζόμενα οχήματα που ανευρίσκουν το μονοπάτι πρόσβασης σε συγκεκριμένα σημεία του εδάφους υπό εξερεύνηση πλανητών (κυρίως στον Άρη).

τα οποία έχουν κάποιο ιδιαίτερο ενδιαφέρον (π.χ τρύπες στο έδαφος). Είναι φανερό ότι η προσβασιμότητα εξασφαλίζει και τη λήψη δειγμάτων εδάφους από το διαστημικό ρομπότ.

Η ρομποτική στα παιχνίδια

Τα ρομπότ όμως αξιοποιούνται εκτός από την ιατρική και την επιστημονική έρευνα και σε χρήσεις που αφορούν στον απλό καταναλωτή. Η πιο κοινή περίπτωση είναι τα παιχνίδια – ρομπότ. Εδώ έχουμε μια εξέλιξη από τα γνωστά ανθρωπάκια και ζωάκια που περπατάνε και μιλάνε διότι αφενός μεν τα ανθρωπόμορφα παιχνίδια – robots έχουν εξελιχθεί πολύ ως προς την προσομοίωση των ανθρώπινων δυνατοτήτων αλλά και συμπεριφορών, αφετέρου δε γιατί τα παιχνίδια έχουν γίνει πιο σύνθετα, αλλά και πιο ενδιαφέροντα με τη χρήση λογισμικών προγραμματισμού, τα οποία παραδοσιακά απευθύνονταν μόνο στις τεχνικές εφαρμογές και όχι στα παιχνίδια – ρομπότ. Να σημειωθεί ότι κυρίαρχες στη διεθνή αγορά των παιχνιδιών – ρομπότ είναι ιαπωνικές εταιρείες.

Τα robot στην ψυχαγωγία. την εξυπηρέτηση του ανθρώπου και την αεροναυτική

Για τον απλό καταναλωτή όμως δεν υπάρχουν μόνο τα παιχνίδια – ρομπότ, αλλά και τα προσωπικά του ρομπότ (τα personal ρομπότ κατ' αναλογία με τα PC). Αυτά μπορούν να τον απαλλάξουν από καθημερινές δουλειές όπως το καθάρισμα του δαπέδου του σπιτιού, ή η φροντίδα του κήπου, αλλά επίσης να του παρέχουν πιο προωθημένες υπηρεσίες όπως η τηλεοπτεία και τηλεπαρακολούθηση κάποιων περιοχών (κι όχι συγκεκριμένων σημείων πράγμα που επιτυγχάνεται και με μια κάμερα παρακολούθησης) του ιδιωτικού του χώρου.

Τα πρώτα ρομπότ, όχι βέβαια ανθρωπόμορφα αλλά ως μια προσομοίωση του ανθρώπινου βραχίονα, άρχισαν να κάνουν την εμφάνισή τους. Συστήματα εντελώς πρωτόγονα σε σχέση με τα σημερινά.



Σχήμα 1.2 : Robot με μορφή ζώων κατάλληλα για ψυχαγωγία

Σκοπός της ρομποτικής είναι να βοηθήσει τον άνθρωπο και μέχρι στιγμής δείχνει να τα καταφέρνει μια χαρά. Ουσιαστική εξέλιξη στον συγκεκριμένο κλάδο έχουμε από την δεκαετία του 1990 και μετά, όπου αρχίζουν να εμφανίζονται αρκετά ανθρωπόμορφα ή και ζωόμορφα ρομπότ. Αρχές του 1990 η NASA απέτυχε στην χρήση του Dante, ενός ρομπότ με οχτώ πόδια που είχε ως αποστολή του την συλλογή αερίων και μάγματος από την Ανταρκτική. Ένα χρόνο μετά ο Dante 2 έφερε εις πέρας την αποστολή του. Το 1996, το βιομετρικό ρομπότ Robotuna δημιουργείται από τον φοιτητή David Barrett στο Massachusetts Institute of Technology, με σκοπό να μελετήσει πως κολυμπούν τα ψάρια στο νερό.

Το πρώτο ανθρωπόμορφο ρομπότ, το P2 αποτέλεσμα των ερευνών της εταιρείας Honda πάνω στην δημιουργία ανδροειδών (ανθρωπόμορφα ρομπότ που θα μπορούν να μιμούνται τον άνθρωπο σε εμφάνιση και συμπεριφορά). Είχε ύψος 1.80 μέτρα και οι κινήσεις του ήταν πολύ κοντά στις ανθρώπινες.

Το 1997 συμβαίνει κάτι μοναδικό για τα τότε δεδομένα. Το σκακιστικό πρόγραμμα Deep Blue της εταιρείας λογισμικού IBM, κερδίζει τον παγκόσμιο πρωταθλητή σκακιού Gary Kasparov, στο προχωρημένο επίπεδο.

Ο σούπερ αυτός υπολογιστής είχε την ικανότητα να επεξεργάζεται 200000000 κινήσεις το δευτερόλεπτο. Το παιχνίδι μεταδόθηκε ζωντανά μέσω του διαδικτύου και το παρακολούθησαν πάνω από 74 εκατομμύρια άτομα.

Πολλοί εκφράζουν τότε ανησυχίες για την ραγδαία αύξηση της AI (Artificial Intelligence) και τις επιπτώσεις που μπορεί να έχει στον άνθρωπο.

Συνεχίζοντας την έρευνά της στην ρομποτική, η Honda παρουσιάζει το 1998 το P3, ενώ ένα χρόνο μετά η Sony «μπαίνει» δυναμικά στο παιχνίδι της ρομποτικής με τον AIBO, έναν ρομποτικό σκύλο ικανό να αλληλεπιδρά με τον άνθρωπο σαν κανονικό κατοικίδιο. Τα πρώτα μοντέλα που κυκλοφόρησαν έγιναν ανάρπαστα σε 20 μόλις λεπτά στην Ιαπωνία.

Το 2000 αποτελεί σταθμό στην επιστήμη της ρομποτικής. Η εταιρεία Honda, παρουσιάζει την πρώτη έκδοση του ASIMO (Advanced Step in Innovative Mobility), ενός ρομπότ που είναι σε θέση να τρέχει, να περπατά, να επικοινωνεί με τους ανθρώπους, να αναγνωρίζει εκφράσεις και περιβάλλοντα και να αλληλεπιδρά με αυτά. Το ύψος του είναι 1.3 μέτρα ενώ ζυγίζει 54 Kg. Η όψη του θυμίζει αστροναύτη και αποτελεί εξέλιξη παλαιότερων ρομποτικών μοντέλων της ίδιας εταιρείας. Την ίδια χρονιά η Sony παρουσιάζει και αυτή με την σειρά της ανθρωπόμορφο ρομπότ με το όνομα Sony Dream Robots, Σύμφωνα με τα Ηνωμένα Έθνη, τον Οκτώβριο του

2000 υπήρχαν 742.500 βιομηχανικά ρομπότ στον κόσμο, με περισσότερο από τα μισά αυτών να χρησιμοποιούνται μόνο στην Ιαπωνία.

Η NASA παρουσιάζει, το Robonaut, ένα τηλεκατευθυνόμενο ρομπότ-αστροναύτη που θα βοηθήσει αρκετά στην συλλογή στοιχείων από πλανήτες.

Στις μέρες μας η ρομποτική είναι η τεχνολογία αιχμής του βιομηχανικού εξοπλισμού και παρούσα -σε συνεργασία με τα κομπιούτερ- σε κάθε σύγχρονη βιομηχανία. Τα πλεονεκτήματα είναι πολλά: Αύξηση της παραγωγής, ταχύτητα, ποιότητα, οικονομία. Υπάρχουν όμως και μειονεκτήματα. Με τη διάδοσή τους δημιουργούνται κάποια προβλήματα, τα οποία όμως δεν έχουν να κάνουν με αυτά καθαυτά τα ρομπότ ή τη χρήση τους. Είναι παράπλευρα και πιο συγκεκριμένα : 1. Η εγκατάστασή τους μειώνει τα παραδοσιακά εργατικά χέρια.

2. Δημιουργεί -από την άλλη- ελλείψεις σε εξειδικευμένο προσωπικό.

3. Καθιστά τη χώρα μας εξαρτημένη τεχνολογικά από χώρες προηγμένες στον τομέα κατασκευής τέτοιων συστημάτων.

Απτικοί ρομποτικοί μηχανισμοί

Ρόλος των απτικών ρομποτικών μηχανισμών είναι να ασκούν δυνάμεις στο χρήστη. Μια συνήθης εφαρμογή για αυτού του είδους τους μηχανισμούς είναι η κατασκευή χειριστηρίων εξομοιωτών. Θέλοντας οι μηχανικοί να απεικονίσουν την πραγματικότητα ενός περιβάλλοντος όσο πιο πιστά γίνεται χρησιμοποιούν απτικούς ρομποτικούς μηχανισμούς σε συνδυασμός με κάποιο εικονικό περιβάλλον. Έτσι ο χρήστης χειρίζεται το ρομποτικό μηχανισμό που του μεταφέρει μέσω των ροπών των κινητήρων του δυνάμεις ίδιες με αυτές που θα δεχόταν ο χρήστης εάν εργαζόταν στο πραγματικό περιβάλλον που προσομοιώνει ο μηχανισμός.



Σχήμα 1.3 : Απτικοί ρομποτικοί μηχανισμοί σχετικοί με την έρευνα και τη γεωργία

Με αυτές λοιπόν τις ραγδαίες εξελίξεις στον τομέα της τεχνολογίας, είναι αδύνατον να μην επηρεαστεί και η ρομποτική, η οποία πιθανότατα θα στραφεί περισσότερο στην μελέτη για την δημιουργία μηχανών που θα βοηθήσουν τον άνθρωπο στις βασικές του ανάγκες.

2. Σκοπός σχεδιασμού του συγκεκριμένου μηχανισμού

Όπως προαναφέρθηκε ρόλος των απτικών ρομποτικών μηχανισμών είναι να ασκούν τις επιθυμητές δυνάμεις για τις οποίες έχουν προγραμματιστεί, στο χρήστη.

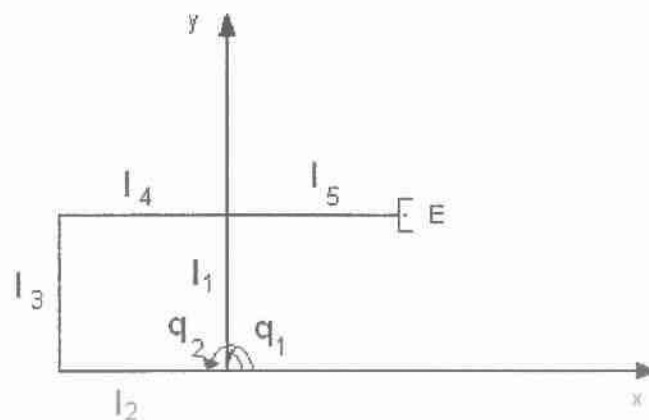
Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι η μελέτη της σχεδίασης του μηχανισμού καθώς και η δημιουργία του συστήματος ελέγχου αυτού.

Ο απτικός μηχανισμός θα χρησιμοποιηθεί για την πραγματοποίηση πειραμάτων, στα οποία θα συμμετέχουν έμπειροι άνθρωποι κατάλληλοι να υποδείξουν από μνήμης τη σωστή δύναμη που δέχονται κατά τη διάρκεια των πραγματικών συνθηκών εργασίας τους (χειρουργικές επεμβάσεις στον τομέα της ιατρικής, συγκολλήσεις με τη βοήθεια του χειρισμού slave robot κ.λ.π.), κάνοντας όμως χρήση του συγκεκριμένου ρομποτικού μηχανισμού.

Ο όρος slave προκύπτει από την κατηγορία των robot στην οποία ο χρήστης χειρίζεται ένα μηχανισμό (master) και την εργασία την εκτελεί ένας άλλος μηχανισμός (slave) που ακολουθεί τις κινήσεις του πρώτου. Έτσι η συνεργασία δύο τέτοιων μηχανισμών ονομάζεται Master-Slave.

Απώτερος στόχος λοιπόν είναι ο έλεγχος της δύναμης που πρόκειται να ασκήσει ο μηχανισμός στον χρήστη με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια.

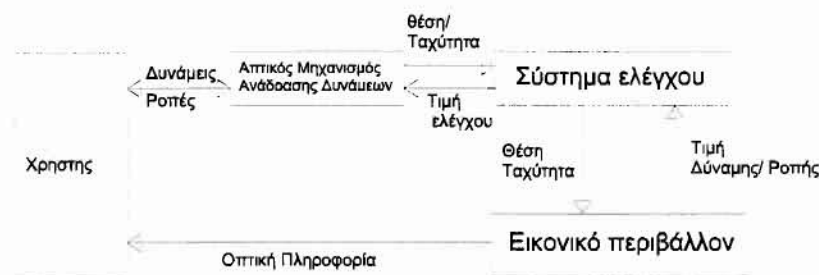
Για να επιτευχθεί ο σκοπός θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερος σε όγκο αλλά και ελαφρύτερος για να μειωθούν οι αδρανειακές δυνάμεις που θα εμφανιστούν κατά την κίνηση του λόγω της μάζας του, καθώς και να είναι απαλλαγμένος όσο γίνεται από βαρυντικές δυνάμεις, δυνάμεις που προκαλούν ανεπιθύμητες ροπές κατά την κίνησή του και κάθε είδους αδρανειακές δυνάμεις και δυνάμεις τριβής.



Σχήμα 2.1: Απτικός μηχανισμός πέντε ράβδων όπου διακρίνεται το τελικό σημείο δράσης

Η διάταξη αυτή επιτρέπει την τοποθέτηση των κινητήρων στη βάση του μηχανισμού γεγονός που μηδενίζει ουσιαστικά τις αδρανειακές δυνάμεις οι οποίες θα δημιουργούνταν από τους κινητήρες εάν αυτοί μεταφέρονταν από τους βραχίονες. Οι δύο αυτοί κινητήρες ελέγχουν δύο διαφορετικούς βραχίονες (ο κινητήρας 1 ελέγχει τον βραχίονα με μήκος l_1 και ο κινητήρας 2 τον βραχίονα με μήκος l_2) και λειτουργούν υπό κάποιους βέβαια συγκεκριμένους περιορισμούς ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο.

Τέλος στο σχήμα 2.2 απεικονίζεται η χρήση ενός απτικού ρομποτικού μηχανισμού. Ο χρήστης ασκεί δυνάμεις στο μηχανισμό και ο μηχανισμός ασκεί με τη σειρά του δυνάμεις για τις οποίες έχει προγραμματιστεί στο χρήστη μέσω των ροτών των κινητήρων του. Για να δίνεται στους κινητήρες ανά πάσα στιγμή η σωστή πληροφορία ώστε να ασκήσουν τις σωστές δυνάμεις στο χρήστη θα πρέπει να υπάρχει ένα σύστημα ελέγχου το οποίο θα είναι υπεύθυνο για το σκοπό αυτό. Τη χρήση του απτικού μηχανισμού ολοκληρώνει το εικονικό περιβάλλον το οποίο δίνει στο χρήστη οπτική πληροφορία.



Σχήμα 2.2: Περιγραφή της χρήσης απτικού ρομποτικού μηχανισμού σε συνδυασμό με εικονικό περιβάλλον

2.1 Κριτήρια σχεδιασμού του απτικού μηχανισμού

Κριτήρια που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη για τη μελέτη του σχεδιασμού του απτικού ρομποτικού μηχανισμού

- Κριτήριο 1^ο : για το σχεδιασμό του απτικού ρομποτικού μηχανισμού θα πρέπει οπωσδήποτε να ληφθεί υπόψη ο σκοπός για τον οποίο προβλέπεται να κατασκευαστεί.

- Κριτήριο 2^ο : Περιορισμοί

Οι περιορισμοί μπορεί να αφορούν:

- α) κατασκευαστικού τύπου θέματα. η σωστή επιλογή υλικού κατασκευής του μηχανισμού είναι πολύ σημαντικό ζήτημα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση λόγω

σχεδιασμού με γνώμονα την ελαχιστοποίηση της αδράνειας του μηχανισμού θα πρέπει να επιλεγεί ένα ελαφρύ υλικό.

β) λειτουργικά ζητήματα όπως για παράδειγμα. όλοι οι επενεργητές δεν δίνουν το επιθυμητό αποτέλεσμα και έτσι θα πρέπει να επιλεγούν εκείνοι που δίνουν τη δυνατότητα επίτευξης του στόχου ή θα πρέπει να εισάγουμε κάποιο σύστημα μετάδοσης,

• Κριτήριο 3^ο : Χώρος εργασίας

Αρχικά θα πρέπει να ορισθεί ο χώρος εργασίας του μηχανισμού και με βάση αυτό το δεδομένο θα συνεχίσουμε με τον καθορισμό των διαστάσεων του. Για λόγους απλοποίησης του προβλήματος θα σχεδιαστεί επίπεδος χώρος εργασίας γεγονός το οποίο αυτόματα σημαίνει ότι μηχανισμός θα είναι δύο βαθμών ελευθερίας.

Τέλος όσον αφορά αυτού του είδους τους περιορισμούς θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την επιλογή του χώρου εργασίας του μηχανισμού και οι φυσικοί περιορισμοί που τυχόν εμποδίζουν την κίνησή του.

• Κριτήριο 4^ο : Ορισμός δυνάμεων

Οι δυνάμεις που θα ασκεί ο μηχανισμός ορίζονται να είναι μικρότερες από 3N.

2.2 Αιτιολόγηση της επιλογής μηχανισμού 5-ράβδων

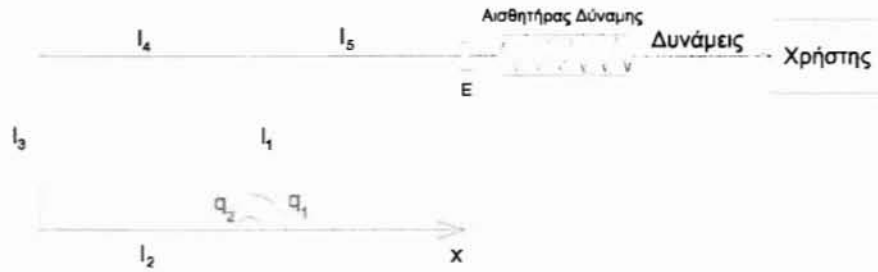
Έτσι ο συγκεκριμένος απτικός ρομποτικός μηχανισμός έχει τη διάταξη κλειστού συστήματος πέντε ράβδων ώστε να αποφευχθεί η χρήση ενός πολύπλοκου συστήματος μετάδοσης, το οποίο και θα ήταν υπεύθυνο για τη δημιουργία αρκετά μεγάλων και ανεπιθύμητων δυνάμεων τριβής όπως επίσης και αδρανειακών δυνάμεων. Θα χρησιμοποιηθεί απλά ένα σύστημα μετάδοσης το οποίο θα είναι ελαφρύ και υπεύθυνο για τη μετάδοση της απαιτούμενης ροπής στους βραχίονες για την απόδοση της επιθυμητής δύναμης στο τελικό σημείο δράσης.

Ο μηχανισμός ο οποίος πρόκειται να αναλυθεί θα είναι της μορφής του σχήματος δηλαδή θα είναι ένας μηχανισμός πέντε ράβδων όπως ονομάζεται. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι απλοί στην κατασκευή και στιβαροί σε σχέση με ένα μηχανισμό δύο ράβδων. Επιπλέον αυτού του τύπου η κατασκευή δίνει τη δυνατότητα τοποθέτησης των κινητήρων στη βάση του μηχανισμού με αποτέλεσμα να αποφεύγονται ανεπιθύμητες αδράνεις από τη μεταφορά τους.

Τέλος πρέπει να επισημανθεί ότι στο τελικό σημείο δράσης του μηχανισμού θα τοποθετηθεί αισθητήρας δύναμης για τη μέτρηση των δυνάμεων που ασκεί ο

μηχανισμός στο χρήστη.

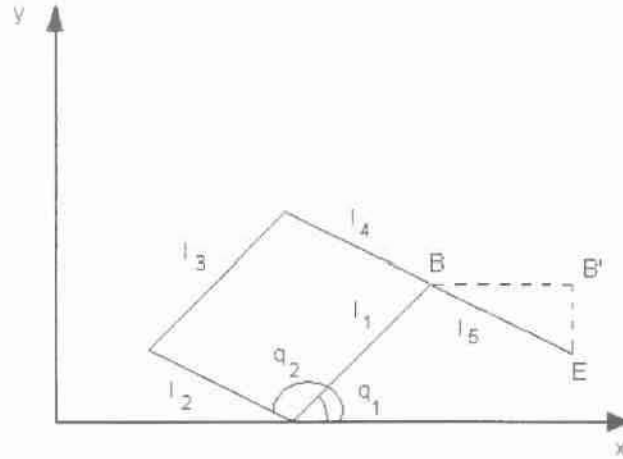
y



Σχήμα 2.2.1 : Μηχανισμός πέντε ράβδων -αισθητήρας δύναμης στο τελικό σημείο δράσης

3. Κινηματική

3.1 Κινηματική του μηχανισμού



Σχήμα 3.1.1 : Βοηθητικό σχήμα για την εξαγωγή κινηματικών εξισώσεων

Χρησιμοποιώντας ευθεία κινηματική βρίσκουμε τις καρτεσιανές συντεταγμένες του τελικού σημείου δράσης δεδομένων των μεταβλητών των αρθρώσεων.

$$y_B = l_1 s_1 \quad (3.1.1)$$

$$B'E = y_B - y_E \quad (3.1.2)$$

$$\sin(\pi - q_2) = \frac{B'E}{l_3} \Rightarrow B'E = l_3 \cdot \sin(\pi - q_2) \quad (3.1.3)$$

$$\text{Άρα } y_B - y_E = l_3 \cdot \sin(\pi - q_2) \Rightarrow y_E = y_B - l_3 \cdot \sin(\pi - q_2) \quad (3.1.4)$$

Άρα τελικά

$$y_E = l_1 s_1 - l_3 \sin(\pi - q_2) \Rightarrow y_E = l_1 s_1 - l_3 s_2 \quad (3.1.5)$$

$$y_E = l_1 s_1 - l_3 s_2 \quad (3.1.6)$$

και

$$x_E = l_1 c_1 + l_3 \cos(q_2 - \pi) = l_1 c_1 - l_3 c_2 \quad (3.1.7)$$

Μέσω διαφορικής κινηματικής

$$\dot{x}_E = -l_1 s_1 \dot{q}_1 + l_3 s_2 \dot{q}_2 \quad (3.1.8)$$

$$\dot{y}_E = l_1 c_1 \dot{q}_1 - l_3 c_2 \dot{q}_2 \quad (3.1.9)$$

Και σε μορφή πινάκων

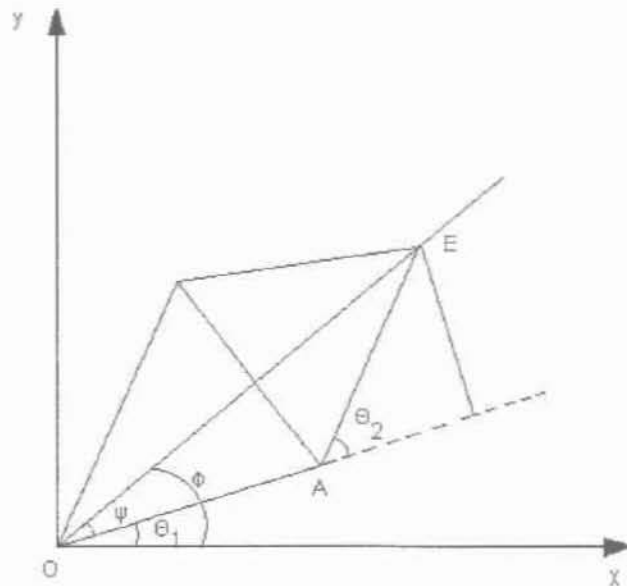
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 & l_3 s_2 \\ l_1 c_1 & -l_3 c_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.10)$$

Όπου ο πίνακας

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 & l_3 s_2 \\ l_1 c_1 & -l_3 c_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.11)$$

ονομάζεται ιακωβιανή μήτρα.

Στη συνέχεια εξάγεται η αντίστροφη κινηματική



Σχήμα 3.1.2 : Άνω και κάτω αγκώνας για τον προσδιορισμό της αντίστροφης κινηματικής του μηχανισμού.

Εφαρμόζοντας το νόμο των συνημιτόνων, χρησιμοποιώντας το σχήμα 3.1.2, καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση

$$x_E^2 + y_E^2 = l_1^2 + l_3^2 + 2l_1 l_3 (c_1 c_{12} + s_1 s_{12}) \quad (3.1.12)$$

Όμως από τις ταυτότητες

$$s_{12} = \sin(q_1 + q_2) = \sin q_1 \cos q_2 + \cos q_1 \sin q_2 \quad (3.1.13)$$

$$c_{12} = \cos(q_1 + q_2) = \cos q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \sin q_2 \quad (3.1.14)$$

Καταλήγουμε στη σχέση

$$x_E^2 + y_E^2 = l_1^2 + l_3^2 + 2l_1 l_3 \cos q_2 \quad (3.1.15)$$

$$\cos q_2 = \frac{x_E^2 + y_E^2 - l_1^2 - l_3^2}{2l_1 l_3} = c \quad (3.1.16)$$

Άρα έχουμε πολλαπλή λύση για τη γωνία της δεύτερης άρθρωσης

$$q_{2,1} = \cos^{-1}\{c\} \text{ και } q_{2,2} = -\cos^{-1}\{c\} \quad (3.1.17)$$

$$\text{Από το σχήμα } \Phi = \text{Atan2}(y_E, x_E) \quad (3.1.18)$$

Επίσης

$$\psi_1 = \text{Atan2}(\text{EB,OB}) = \text{Atan2}(l_5 \sin q_{2,1}, l_1 + l_5 \cos q_{2,1}) = \psi \quad (3.1.19)$$

$$\psi_2 = \text{Atan2}(\text{EB,OB}) = \text{Atan2}(-l_5 \sin q_{2,2}, l_1 + l_5 \cos q_{2,2}) = -\psi_1 = -\psi \quad (3.1.20)$$

Άρα όσον αφορά τη γωνία της πρώτης άρθρωσης έχουμε:

$$q_{1,1} = \Phi - \Psi \quad (3.1.21)$$

$$q_{1,2} = \Phi + \Psi \quad (3.1.22)$$

Η αντίστροφη διαφορική κινηματική του μηχανισμού είναι:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \frac{-1}{l_1 s_1 l_3 c_2 - l_1 c_1 l_3 s_2} \begin{bmatrix} l_5 c_2 & l_5 s_2 \\ l_1 c_1 & l_1 s_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \end{bmatrix} \quad (3.1.23)$$

3.2 Χώρος εργασίας

Χώρος εργασίας ενός ρομποτικού μηχανισμού ονομάζεται το σύνολο των σημείων που είναι προσιτά από το τελικό σημείο δράσης του ρομποτικού μηχανισμού. Ο χώρος εργασίας διακρίνεται στον προσιτό χώρο εργασίας ο οποίος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που προσεγγίζονται με ένα και μόνο τρόπο από το τελικό σημείο δράσης και στον επιδέξιο χώρο εργασίας ο οποίος αποτελείται από το γεωμετρικό τόπο των σημείων που μπορούν να προσεγγισθούν από το τελικό σημείο δράσης με περισσότερους από έναν προσανατολισμούς του τελευταίου βραχίονα.

Στην παρούσα εργασία ο επιθυμητός χώρος εργασίας θα είναι ένας κυκλικός δίσκος με ακτίνα $r = l_1 + l_5$ (3.2.1)

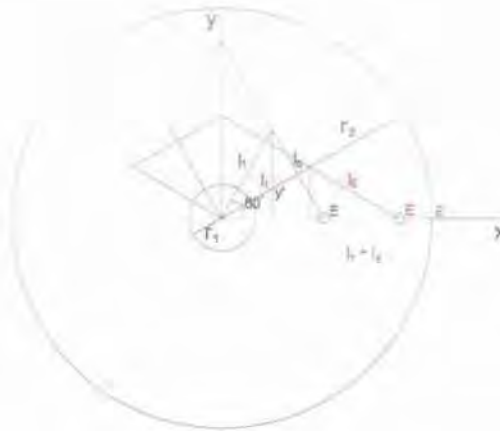
Για το χώρο εργασίας θα πρέπει να ισχύει

$$-1 < \frac{x_E^2 + y_E^2 - l_1^2 - l_5^2}{2l_1 l_5} \leq 1 \Leftrightarrow (l_1 - l_5)^2 \leq x_E^2 + y_E^2 \leq (l_1 + l_5)^2 \quad (3.2.2)$$

Συμπέρασμα της τελευταίας σχέσης είναι ότι ο χώρος εργασίας του μηχανισμού είναι ένας δακτύλιος με εξωτερική ακτίνα

$$r_2 = l_1 + l_5 \quad (3.2.3)$$

$$\text{και εσωτερική } r_1 = l_1 - l_5. \quad (3.2.4)$$



Σχήμα 3.2.1 : Χώρος εργασίας του ρομποτικού μηχανισμού

Στην περίπτωση μας όλοι οι βραχίονες έχουν μήκος 10 cm όμως λόγω κατασκευαστικών περιορισμών ούτε η εσωτερική ακτίνα του δακτυλίου θα είναι μηδέν αλλά ούτε και η εξωτερική θα είναι 10 cm Επίσης ο μηχανισμός δε θα εκτελεί πλήρη περιστροφή (360°). Εάν ωστόσο οι κατασκευαστικοί περιορισμοί επιτρέπουν τέτοιες κινήσεις ώστε ο μηχανισμός να μπορεί να βρεθεί πλήρως εκτεταμένος ή αναδιπλωμένος τότε βάσει των υπολογισμών της παραγράφου που αναφέρεται στον αριθμό κατάστασης θα βρίσκεται στις θέσεις αυτές σε σημεία ιδιομορφίας.

3.3 Σημεία ιδιομορφίας (Singularities)

Τα σημεία ιδιομορφίας είναι οι σχηματισμοί του ρομποτικού μηχανισμού στους οποίους μειώνονται οι βαθμοί ελευθερίας του με αποτέλεσμα είτε να μην μπορεί πλέον να κινηθεί είτε να μην μπορεί να ασκήσει τις επιθυμητές ροπές ή δυνάμεις. Τα σημεία ιδιομορφίας αντιστοιχούν είτε σε ακραία σημεία του χώρου ιδιομορφίας είτε εμφανίζονται όταν δύο οι περισσότερες αρθρώσεις κινούνται προς εξαρτώμενους σχηματισμούς. Έτσι έχουμε τέτοια σημεία ιδιομορφίας όταν οι δύο γωνίες που χαρακτηρίζουν την κίνηση του μηχανισμού αποκτήσουν διαφορά 180 μοιρών ή ακόμα και 0 μοίρες. Σε αυτές τις θέσεις ο μηχανισμός είναι εντελώς εκτεταμένος ή αναδιπλωμένος δηλαδή βρίσκεται στις ακραίες θέσεις του χώρου εργασίας, σύμφωνα με το σχεδιασμό του.

Κοντά σε σημεία ιδιομορφίας απαιτούνται σχετικά μεγάλες κινήσεις των αρθρώσεων για να παραχθούν μικρές μετακινήσεις του τελικού σημείου δράσης και συνεπώς οι κινητήρες θα πρέπει να παράγουν μεγαλύτερη ροπή

3.4 Δείκτης (αριθμός) κατάστασης – (Condition Number)

Ο δείκτης κατάστασης (K) αποτελεί ένα μέτρο του πόσο κοντά βρίσκεται ένας πίνακας από το να είναι ιδιάζων. Ένας πίνακας με μεγάλο αριθμό κατάστασης είναι σχεδόν ιδιάζων, ενώ ένας πίνακας με δείκτη κατάστασης κοντά στη μονάδα βρίσκεται μακριά από το να είναι ιδιάζων.

Ορίζουμε λοιπόν ως δείκτη κατάστασης (K) της ιακωβιανής μήτρας J τον αριθμό εκείνο που δείχνει εάν κατά την κίνησή του ο μηχανισμός βρίσκεται σε σημεία ιδιομορφίας. Έτσι θα πρέπει να διερευνηθεί ο αριθμός αυτός (K) και να επιλεγεί με το κριτήριο της ελαχιστοποίησής του ώστε ο μηχανισμός να βρίσκεται μακριά από τα σημεία ιδιομορφίας του.

Η ιακωβιανή μήτρα συνδέει τις ταχύτητες του τελικού σημείου δράσης στο χώρο των αρθρώσεων με τις ταχύτητες στο χώρο των επενεργητών.

Το παραπάνω εκφράζεται με σχέσεις ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 & l_5 s_2 \\ l_1 c_1 & -l_5 c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

$$\text{όπου } J := \begin{bmatrix} -l_1 s_1 & l_5 s_2 \\ l_1 c_1 & -l_5 c_2 \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

Όπως προαναφέρθηκε εάν $\det(J) = 0$ έχουμε σημεία ιδιομορφίας

$$\det(J) = l_1 s_1 l_5 c_2 - l_5 s_2 l_1 c_1 = l_5 l_1 (s_1 c_2 - s_2 c_1) \quad (3.4.3)$$

Εάν $(s_1 c_2 - s_2 c_1) = 0 = s_1 - s_2$ έχουμε σημεία ιδιομορφίας

Από την αντιστροφή του πίνακα J προκύπτει

$$J^{-1} = \frac{-1}{l_1 s_1 l_5 c_2 - l_1 c_1 l_5 s_2} \begin{bmatrix} l_5 c_2 & l_5 s_2 \\ l_1 c_1 & l_1 s_1 \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

Ο αριθμός κατάστασης ισούται με το λόγο της μέγιστης προς την ελάχιστη ιδιοτιμή του πίνακα της ιακωβιανής.

$$K(J) = \left| \frac{\lambda_{\max}(J)}{\lambda_{\min}(J)} \right| \quad (3.4.5)$$

Από τη σχέση αυτή είναι φανερό ότι ο αριθμός κατάστασης ο οποίος είναι θετικός αριθμός μπορεί να πάρει ως ελάχιστη τιμή τη μονάδα, δηλαδή όταν

$$\lambda_{\max}(J) = \lambda_{\min}(J) \quad (3.4.6)$$

Από το Mathematica υπολογίζονται οι ιδιοτιμές της μήτρας J και έχουμε τις εξής ιδιοτιμές:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} \quad (3.4.7)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} \quad (3.4.8)$$

Από τις εξισώσεις 3.3.7 και 3.3.8 η σχέση 3.3.8 είναι εκείνη που αποτελεί την μεγαλύτερη από τις δύο ποσότητες άρα:

$$\lambda_{\max} = \sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} \quad (3.4.9)$$

και

$$\lambda_{\min} = \sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} \quad (3.4.10)$$

Επομένως

$$K(J) := \frac{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}}{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}} = \frac{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}}{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}}$$

$$\Rightarrow K(J) = \frac{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}}{\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}}} \quad (3.4.11)$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι αν $K(J) = 1$ τότε ισχύει

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} &= -\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 - \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} \\ \Rightarrow 2\sqrt{\frac{l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)}}{2}} &= 0 \\ \Rightarrow l_1^2 + l_3^2 + \sqrt{l_1^4 + l_3^4 + 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_1 - 2q_2)} &= 0 \\ \Rightarrow q_1 - q_2 &= \frac{1}{2} \cdot \cos^{-1}\left(\frac{-l_1^4 - l_3^4}{2l_1^2 l_3^2}\right) \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

Από τη σχέση (3.3.11) παρατηρείται ότι εάν $\cos(2q_1 - 2q_2) = 1$ τότε ο παρονομαστής της σχέσης αυτής μηδενίζεται.

$$\text{Αυτό συμβαίνει όταν } q_1 = q_2 \pm \pi. \quad (3.4.13)$$

Υπολογίζεται ότι ο αριθμός κατάστασης ελαχιστοποιείται για διαφορά των γωνιών q_1 και q_2 ίση με 1.570749 rad δηλαδή 90 μοίρες. Σε αυτή τη διάταξη ο μηχανισμός

χαρακτηρίζεται από αριθμό κατάστασης ίσο με $K=1.000047$ δηλαδή βρίσκεται μακριά από σημεία ιδιομορφίας.

4. Δυναμική του μηχανισμού

4.1 Εύρεση δυναμικών εξισώσεων του μηχανισμού

Η δυναμική μελέτη του μηχανισμού είναι υπεύθυνη για την εξαγωγή των εξισώσεων κίνησης (δυναμικών εξισώσεων) που χαρακτηρίζουν το μηχανισμό. Το μαθηματικό μοντέλο του μηχανισμού εμπεριέχει τα δυναμικά χαρακτηριστικά του συστήματος όπως το βάρος, η ροπή αδράνειας και οι δυνάμεις που αναπτύσσονται από την κίνηση του μηχανισμού όπως είναι η τριβή. Οι δυναμικές εξισώσεις συσχετίζουν τις αναπτυσσόμενες στις αρθρώσεις δυνάμεις ή ροπές με τις μετατοπίσεις, ταχύτητες, και επιταχύνσεις των αρθρώσεων, καθώς ο μηχανισμός κινείται προκειμένου να εκτελέσει κάποιο έργο.

Οι εξισώσεις κίνησης (δυναμικές εξισώσεις) θα υπολογιστούν με βάση το μοντέλο Lagrange –Euler.

Οι δυναμικές εξισώσεις για ένα ρομποτικό μηχανισμό n βαθμών ελευθερίας βασίζεται:

• στους 4×4 ομογενείς πίνακες μετασχηματισμού ${}^{i-1}A_i$, που περιγράφουν τη χωρική σχέση μεταξύ του i -οστού και του $i-1$ συστήματος συντεταγμένων

• στην εξίσωση Lagrange –Euler
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.1.1)$$

όπου

L =συνάρτηση Lagrange= $T-U$

T =συνολική κινητική ενέργεια του ρομποτικού βραχίονα

U =συνολική δυναμική ενέργεια του ρομποτικού βραχίονα

q_i = γενικευμένες συντεταγμένες (μεταβλητές κίνησης) του ρομποτικού βραχίονα

\dot{q}_i =πρώτη παράγωγος των γενικευμένων συντεταγμένων q_i .

τ_i =γενικευμένη δύναμη/ροπή που εφαρμόζεται στην άρθρωση i προκειμένου να κινήσει το σύνδεσμο i

Θέλω να βρω τα διανύσματα θέσης που θα χρειαστούν τα οποία είναι

$${}^0P_{c1}^1, {}^0P_{c2}^2, {}^0P_{c3}^3, {}^0P_{c4}^4$$

όπου ${}^K P_i^J$ είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου i από το σύστημα συντεταγμένων J

όπως φαίνεται από παρατηρητή που βρίσκεται στη βάση του συστήματος συντεταγμένων K .

$${}^0P_{c1}^1 = \begin{pmatrix} lc_1 \cdot c_1 \\ lc_1 \cdot s_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.2)$$

$${}^0P_{c2}^2 = \begin{pmatrix} lc_2 \cdot c_2 \\ lc_2 \cdot s_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.3)$$

$${}^0P_{c3}^3 = \begin{pmatrix} lc_3 \cdot c_1 \\ lc_3 \cdot s_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.4)$$

$${}^0P_{c4}^4 = \begin{pmatrix} -lc_4 \cdot c_2 \\ lc_4 \cdot s_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.5)$$

Χρειαζόμαστε επίσης και τα διανύσματα θέσης ${}^0P_{c3}^2, {}^0P_{c4}^1$

$${}^0P_{c3}^2 = \begin{pmatrix} l_2c_2 + l_{c3}c_1 \\ l_2s_2 + l_{c3}s_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.6)$$

$${}^0P_{c4}^1 = \begin{pmatrix} l_1c_1 + l_{c4}c_2 \\ l_1s_1 + l_{c4}s_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.7)$$

Το μητρώο μάζας του μηχανισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$M(q) = \sum_{i=1}^N \{m_i J_L^{(i)T} J_L^i + J_A^{(i)T} I_i^c J_A^i\} \quad (4.1.8)$$

Όπου

m_i : μάζα βραχίονα i

J_L : Ιακωβιανή μήτρα πρισματικής άρθρωσης

J_A : Ιακωβιανή μήτρα περιστροφικής άρθρωσης

I_i^c : ροπή αδράνειας βραχίονα i ως προς το κέντρο μάζας (c) του βραχίονα

Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} M(q) = & m_1 (J^{(1)T}_L)_i (J^{(1)}_L)_i + (J^{(1)T}_A)_i (I_1^c) (J^{(1)}_A)_i \\ & m_2 (J^{(2)T}_L)_i (J^{(2)}_L)_i + (J^{(2)T}_A)_i (I_2^c) (J^{(2)}_A)_i \\ & m_3 (J^{(3)T}_L)_i (J^{(3)}_L)_i + (J^{(3)T}_A)_i (I_3^c) (J^{(3)}_A)_i \end{aligned}$$

$$m_a (J^{(4)T}{}_L)(J^{(4)}{}_L) = (J^{(4)T}{}_A)(I_A^{c4})(J^{(4)}{}_A)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (4.1.9)$$

$$\text{όπου } M_{12} = M_{21} \quad (4.1.10)$$

Οι ροπές αδράνειας των βραχιόνων παρατίθενται παρακάτω:

$$I_1^{c1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{1,Z} \end{pmatrix} \quad (4.1.11)$$

$$I_2^{c2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{2,Z} \end{pmatrix} \quad (4.1.12)$$

$$I_3^{c3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{3,Z} \end{pmatrix} \quad (4.1.13)$$

$$I_4^{c4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{4,Z} \end{pmatrix} \quad (4.1.14)$$

Όσον αφορά τις ροπές αδράνειας χρήσιμες για την εξαγωγή των δυναμικών εξισώσεων είναι μόνο οι παραπάνω γιατί είναι εκφρασμένες σύμφωνα με άξονα περιστροφής τον άξονα Z.

Η ιακωβιανή μήτρα του κάθε βραχίονα ανάλογα με την κίνησή του είναι:

$$J^{(1)}{}_L = \begin{pmatrix} -l_{c1}s_1 & 0 \\ l_{c1}c_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.15)$$

$$J^{(2)}{}_L = \begin{pmatrix} 0 & l_{c2}s_2 \\ 0 & l_{c2}c_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.16)$$

$$J^{(3)}{}_L = \begin{pmatrix} -l_{c3}s_1 & l_2s_2 \\ l_{c3}c_1 & l_2c_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.17)$$

$$J^{(4)}{}_L = \begin{pmatrix} -l_1s_1 & l_{c4}s_2 \\ l_{c1} & -l_{c4}c_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.18)$$

$$J_{A}^{(1)} = J_{A}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.19)$$

$$J_{A}^{(2)} = J_{A}^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1.20)$$

$$(J_{L}^{(1)T})(J_{L}^{(1)}) = \begin{pmatrix} (l_{C1} \cdot s_1)^2 + (l_{C1} \cdot c_1)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.21)$$

$$(J_{L}^{(1)T})I_1^{c1}(J_{L}^{(1)}) = \begin{bmatrix} I_{1,z} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.22)$$

$$(J_{L}^{(2)T})(J_{L}^{(2)}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (l_{C2} \cdot s_2)^2 + (l_{C2} \cdot c_2)^2 \end{pmatrix} \quad (4.1.23)$$

$$(J_{L}^{(2)T})I_1^{c2}(J_{L}^{(2)}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{2,z} \end{bmatrix} \quad (4.1.24)$$

$$(J_{L}^{(3)T})(J_{L}^{(3)}) = \begin{pmatrix} (l_2 s_2 + l_{C3} s_1)^2 + (l_2 c_2 + l_{C3} c_1)^2 & (l_2 s_2 + l_{C3} s_1) \cdot l_{C4} s_2 - l_{C4} c_2 (l_2 c_2 + l_{C3} c_1) \\ l_{C3} s_1 (l_2 s_2 + l_{C3} s_1) + l_{C3} c_1 (l_2 c_2 + l_{C3} c_1) & l_{C4} s_2 l_{C3} s_1 - l_{C4} c_2 l_{C3} c_1 \end{pmatrix} \quad (4.1.25)$$

$$(J_{L}^{(3)T})I_3^{c3}(J_{L}^{(3)}) = \begin{bmatrix} I_{3,z} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.26)$$

$$(J_{L}^{(4)T})(J_{L}^{(4)}) = \begin{pmatrix} (l_1 s_1 + l_{C4} s_2)^2 + (l_1 c_1 + l_{C4} c_2)^2 & (l_1 s_1 + l_{C4} s_2) \cdot l_{C4} s_2 - l_{C4} c_2 (l_1 c_1 + l_{C4} c_2) \\ l_{C4} s_2 (l_1 s_1 + l_{C4} s_2) - l_{C4} c_2 (l_1 c_1 + l_{C4} c_2) & (l_{C4} s_2)^2 + (l_{C4} c_2)^2 \end{pmatrix} \quad (4.1.27)$$

$$(J_{L}^{(4)T})I_1^{c4}(J_{L}^{(4)}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{4,z} \end{bmatrix} \quad (4.1.28)$$

Τα διάφορα στοιχεία του μητρώου μάζας χαρακτηρίζονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$M_{11} = I_{1,z} + I_{3,z} + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 \quad (4.1.29)$$

$$M_{12} = M_{21} = m_3 l_2 l_{c3} \cos(q_1 - q_2) - m_4 l_1 l_{c4} \cos(q_1 - q_2) = [\cos(q_1 - q_2)] \cdot [m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}] \quad (4.1.30)$$

$$M_{22} = I_{2,z} + I_{4,z} + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_{c4}^2 \quad (4.1.31)$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι τα M_{11} και M_{22} είναι σταθερά ενώ το M_{12} , έχοντας επιλέξει ο μηχανισμός να χαρακτηρίζεται από μεταβλητές των αρθρώσεων $q_1 = 90^\circ$ και $q_2 = 180^\circ$, είναι μηδέν.

Δηλαδή $M_{12} = 0$ εάν $m_2 l_2 l_{c3} = m_4 l_1 l_{c4}$ ή εάν $\cos(q_1 - q_2) = 0$

$$\text{δηλαδή εάν } q_1 - q_2 = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \text{ όπου } n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4.1.32)$$

Παρακάτω εκφράζονται οι όροι που εμπεριέχουν τις βαρυτικές δυνάμεις

$$G_1 = |g| \begin{bmatrix} -m_1 l_{c1} s_1 & -m_3 l_{c3} s_1 & -m_4 l_1 s_1 \\ m_1 l_{c1} c_1 & m_3 l_{c3} c_1 & m_4 l_1 c_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = |g| (m_1 l_{c1} c_1 + m_3 l_{c3} c_1 + m_4 l_1 c_1) \quad (4.1.33)$$

$$G_2 = |g| \begin{bmatrix} -m_2 l_{c2} s_2 & -m_3 l_2 s_2 & m_4 l_{c4} s_2 \\ m_2 l_{c2} c_2 & m_3 l_2 c_2 & -m_4 l_{c4} c_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = |g| (m_2 l_{c2} c_2 + m_3 l_2 c_2 - m_4 l_{c4} c_2) \quad (4.1.34)$$

Εξίσωση κίνησης

Οι εξισώσεις κίνησης του κάθε βραχίονα εκφράζονται κατά το γενικό τρόπο ως εξής:

$$M(q) \cdot \ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = Q \quad (4.1.35)$$

όπου

$$Q = \tau - F_{ext} - V_{viscous} \cdot \dot{q} \quad (4.1.36)$$

Είναι οι γενικευμένες δυνάμεις και ροπές του συστήματος.

και

τ : ροπές των κινητήρων

F_{ext} : δυνάμεις που ασκεί ο χρήστης στο μηχανισμό

$V_{viscous} \cdot \dot{q}$: δυνάμεις ιξώδους τριβής

Και

$$M(q) = \sum_{i=1}^N \{m_i J_L^{(i)T} J_L^i + J_A^{(i)T} I_i^c J_A^i\} \quad (4.1.37)$$

Κινητική ενέργεια του μηχανισμού

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T \cdot M(q) \cdot \dot{q} \quad (4.1.38)$$

Δυναμική ενέργεια

$$U = -g^T \sum_{i=1}^N m_i p_{ci} \quad (4.1.39)$$

$$m_{jk} = \frac{\partial M_j}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{jk}}{\partial q_i} \quad (4.1.40)$$

$$\text{Γενικά } m_{jk} = \frac{\partial M_j}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{jk}}{\partial q_i} \quad (4.1.41)$$

Πρέπει να βρεθούν m_{111} , m_{112} , m_{121} , m_{122} , m_{211} , m_{212} , m_{221}

Παρατηρούμε ότι M_{11} και M_{22} είναι σταθερά.

$$\text{Άρα } m_{111}=0 \text{ και } m_{222}=0 \quad (4.1.42)$$

$$M_{12} = M_{21} = [\cos(q_1 - q_2) = 0] \cdot [m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}] \quad (4.1.43)$$

$$\text{και έστω } z = m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4} \quad (4.1.44)$$

$$m_{121} = \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{21}}{\partial q_1} = -\frac{1}{2} [\sin(q_1 - q_2) \dot{q}_1 z] \quad (4.1.45)$$

$$m_{211} = \frac{\partial M_{21}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial q_1} = -\sin(q_1 - q_2) \dot{q}_1 z \quad (4.1.46)$$

$$m_{112} = \frac{\partial M_{11}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} = \frac{1}{2} \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_1 z \quad (4.1.47)$$

$$m_{221} = \frac{\partial M_{22}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{21}}{\partial q_2} = -\frac{1}{2} \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_2 z \quad (4.1.48)$$

$$m_{212} = \frac{\partial M_{21}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial q_2} = \frac{1}{2} \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_2 z \quad (4.1.49)$$

$$m_{122} = \frac{\partial M_{12}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial q_1} = \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_2 z \quad (4.1.50)$$

Τελικά έπειτα από όλους τους παραπάνω υπολογισμούς καταλήγουμε στις δυναμικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του συγκεκριμένου ρομποτικού μηχανισμού. Αυτές είναι δύο στον αριθμό όσοι και οι βαθμοί ελευθερίας του συγκεκριμένου ρομποτικού μηχανισμού.

Για $i=1$

$$M_{11} \ddot{q}_1 + M_{12} \ddot{q}_2 + m_{111} \dot{q}_1^2 + (m_{112} + m_{121}) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_{122} \dot{q}_2^2 + G_1 = Q_1 \quad (4.1.51)$$

Για $i=2$

$$M_{21} \ddot{q}_1 + M_{22} \ddot{q}_2 + m_{211} \dot{q}_1^2 + (m_{212} + m_{221}) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_{222} \dot{q}_2^2 + G_2 = Q_2 \quad (4.1.52)$$

Όπου $Q_i = \tau_i - F_{ext} - V_{viscous} \dot{q}_i$ είναι οι γενικευμένες δυνάμεις/ροπές που αντιπροσωπεύουν όλες τις δυνάμεις/ροπές που ασκούνται στους συνδέσμους εκτός από αδρανειακές δυνάμεις και δυνάμεις βαρύτητας.

Επίσης πρέπει να επισημανθεί ότι από τη θεωρία της αποσύζευξης που αναφέρεται παρακάτω ότι $M_{12} = M_{21} = 0$.

4.2 Αποπλεγμένες γεωμετρίες

Η αρχή της απόπλεξης ή αποσύζευξης (decoupling) αφορά τον προσδιορισμό των υποσυνόλων των συντεταγμένων των αρθρώσεων που είναι υπεύθυνα για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του τελικού σημείου δράσης. Έτσι το αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα διαχωρίζεται σε δύο προβλήματα κατώτερης τάξης για τα οποία υπάρχουν λύσεις κλειστής μορφής (δηλαδή ως περιορισμένοι συνδυασμοί στοιχειωδών συναρτήσεων, όπως πολυώνυμα, εκθετικές λογαριθμικές συναρτήσεις και αόριστα ολοκληρώματα τέτοιων συναρτήσεων). Γενικά οι αποπλεγμένες γεωμετρίες προτιμώνται έναντι των πεπλεγμένων καθότι απλουστεύουν τους κινηματικούς μετασχηματισμούς.

Η συγκεκριμένη θεωρία χρησιμοποιείται παρακάτω με σκοπό την αιτιολόγηση της απόφασης να μηδενίσουμε τους όρους M_{12} και M_{21} στο μητρώο μάζας του μηχανισμού. Ο μηδενισμός των δύο αυτών ποσοτήτων δίνει τη δυνατότητα ξεχωριστής επεξεργασίας των δύο βαθμών ελευθερίας του μηχανισμού καθώς προκύπτουν ανεξάρτητες εξισώσεις κίνησης για τον κάθε βαθμό ελευθερίας.

5. Έλεγχος

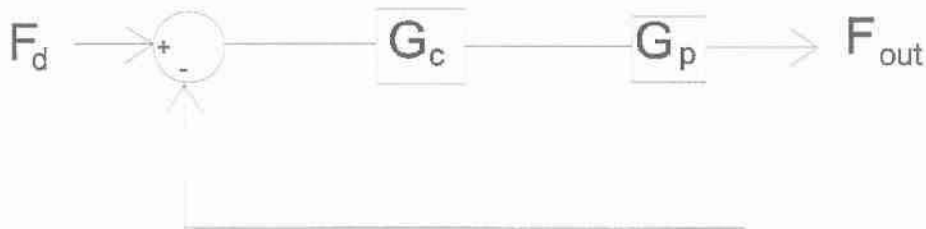
5.1 Μετασχηματισμός Laplace – Γραμμικός μετασχηματισμός του μοντέλου

Για την ανάλυση και το σχεδιασμό ενός συστήματος ελέγχου απαιτείται η εύρεση ενός μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει τη λειτουργία του ρομποτικού μηχανισμού. Αυτό επιτυγχάνεται με το μετασχηματισμό Laplace, μια μαθηματική έκφραση η οποία συσχετίζει τη μεταβλητή εξόδου με τη μεταβλητή εισόδου.

Το συγκεκριμένο δυναμικό μοντέλο περιγράφεται από μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού.

Στόχος στο βήμα αυτό είναι να παραστήσουμε το μοντέλο μας με μια απλούστερη διαφορική εξίσωση πρώτου βαθμού ώστε να γίνει πιο εύκολα κατανοητή η αρχή σχεδίασης συστήματος ελέγχου.

Βασικό πλεονέκτημα από τη χρήση του μετασχηματισμού Laplace είναι ότι θα έχουμε πια λύσεις στο μιγαδικό πεδίο οι οποίες θα έχουν προκύψει ευκολότερα απ' ό,τι εάν επιχειρούνταν επίλυση των διαφορικών εξισώσεων.



Σχήμα 5.1.1 : Γενικό δομικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου

Πρέπει να σημειωθεί ότι στη συγκεκριμένη εργασία όταν αναφερόμαστε στο ελεγκτή, εννοούμε ελεγκτή ο οποίος στη γενική του μορφή θα είναι ένας PID-ελεγκτής.

5.2 Γραμμικοποίηση συστήματος

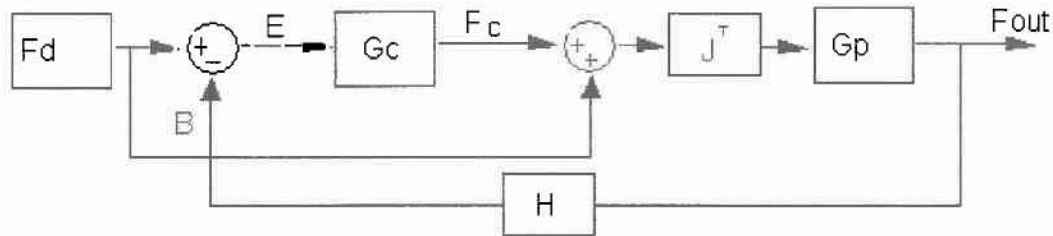
Στόχος λοιπόν είναι οι μη γραμμικές, αλλά αποπλεγμένες, διαφορικές εξισώσεις που εξήχθησαν από την εφαρμογή της δυναμικής (Euler-Lagrange) να μετατραπούν σε γραμμικές διαφορικές εξισώσεις.

Χρησιμοποιώντας ως παραδοχή ότι οι ταχύτητες των γωνιών των αρθρώσεων είναι πάρα πολύ μικρές (σχεδόν μηδενικές) και ότι ο μηχανισμός βρίσκεται μακριά από σημεία ιδιομορφίας και συγκεκριμένα στη θέση που χαρακτηρίζεται από $q_1 = 90^\circ$

και $q_2 = 180^\circ$ καταλήγουμε στη μορφή που θα έχουν οι γραμμικές εξισώσεις οι οποίες θα είναι η παρακάτω $M_{11}\ddot{x} = -l\tau - l^2 K_{FS}x - l^2 B_r \dot{x}$.

Εφόσον ισχύουν λοιπόν όλα τα παραπάνω μπορεί να γίνει μελέτη για ένα βαθμό ελευθερίας και στη συνέχεια η μελέτη να επεκταθεί για τους δύο βαθμούς ελευθερίας.

Παρακάτω φαίνεται το δομικό διάγραμμα του ενός βαθμού ελευθερίας από το οποίο θα εξαχθεί η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου.



Σχήμα 5.2.1 : Δομικό διάγραμμα συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας

Η συνάρτηση μεταφοράς του παραπάνω συστήματος κλειστού βρόχου είναι η

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{J^T G_p (1 + G_c)}{1 + J^T G_p G_c} \quad (5.2.1)$$

Όπου $F(s) = F_{out}$: είναι η έξοδος του συστήματος στο πεδίο Laplace

J^T : η ανάστροφη ιακωβιανή μήτρα

G_c : η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή

G_p : η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος προς έλεγχο

Όπου η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος προς έλεγχο βάσει των διαφορικών εξισώσεων στο πεδίο Laplace παίρνει την παρακάτω μορφή.

$$G_p = \frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS}l_1}{M_{11}s^2 + B_x l_x^2 s + l_1^2 K_{FS}} \quad (5.2.2)$$

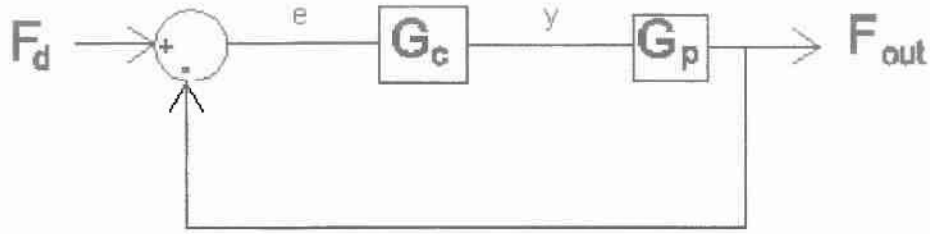
5.3 Ελεγκτές (controllers)

Ελεγκτές ονομάζονται οι διατάξεις των οποίων σκοπός είναι η τροποποίηση των χαρακτηριστικών της απόκρισης της εγκατάστασης κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή της απόκρισης.

Οι βασικοί τύποι των ελεγκτών είναι οι εξής παρακάτω

- A) Αναλογικός
- B) Ολοκληρωτικός
- Γ) Διαφορικός

Αν υποθεθεί ότι e (error) είναι η είσοδος του ελεγκτή και y είναι η έξοδος του, τότε η σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου είναι κατά περίπτωση:



Σχήμα 5.3.1 : Δομικό διάγραμμα ελεγκτή όπου F_c η έξοδος του ελεγκτή

Αναλογικός ελεγκτής (P-controller)

τότε η σχέση που ισχύει είναι $y = K_p e$

Αυτό σημαίνει ότι ο ελεγκτής εισάγει στην υπό έλεγχο εγκατάσταση μια είσοδο ανάλογη του σφάλματος.

Ο αναλογικός P-όρος πολλαπλασιάζει το σφάλμα σε κάθε επανάληψη με μία σταθερά K_p , το αναλογικό κέρδος. Ένα υψηλό αναλογικό κέρδος συνιστάται σε μία μεγάλη αλλαγή της τιμής της εξόδου σε μικρό χρονικό διάστημα. Όπως είναι λοιπόν αντιληπτό, για υψηλές τιμές του K_p η έξοδος του συστήματος μπορεί να ακολουθήσει μία μεταβολή του σήματος αναφοράς καλύτερα, σε σχέση με μία μικρή τιμή του. Αυξάνοντας εντούτοις το κέρδος, είναι πιθανό να φέρουμε το σύστημα σε αστάθεια.

Επίσης με μικρό αναλογικό επιτυγχάνουμε αναισθησία του συστήματος σε διαταραχές (θόρυβος), ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται και η υπερύψωση της απόκρισης.

Ολοκληρωτικός ελεγκτής (I-controller)

τότε η σχέση που ισχύει είναι $y = \int K_I e(t) dt = K_I \int e(t) dt$ (5.3.1)

Αυτό σημαίνει ότι ο ελεγκτής εισάγει στην υπό έλεγχο εγκατάσταση μια είσοδο ανάλογη του ολοκληρώματος του σφάλματος.

Σε αντίθεση με τον αναλογικό όρο, του οποίου η δράση περιορίζεται στη δυναμική περιοχή, ο ολοκληρωτικός όρος τόσο το πλάτος του σφάλματος, όσο και τη διάρκεια αυτού, συμβάλλοντας τόσο στη δυναμική περιοχή, όσο και στη περιοχή μόνιμης κατάστασης. Ο ολοκληρωτικός όρος συγκεντρώνει το συνολικό σφάλμα και να το διορθώνει αφαιρώντας το στην επόμενη επανάληψη. Το πλάτος του εξαρτάται από το ολοκληρωτικό κέρδος K_I . Ο ολοκληρωτικός λοιπόν όρος, επιταχύνει την σύγκλιση προς την επιθυμητή είσοδο, απαλείφοντας ταυτόχρονα το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που θα επέτρεπε η χρήση μόνο του αναλογικού όρου.

γ) αν ο ελεγκτής είναι διαφορικός (D-controller)

$$\text{τότε η σχέση που ισχύει είναι } y = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (5.3.2)$$

Αυτό σημαίνει ότι ο ελεγκτής εισάγει στην υπό έλεγχο εγκατάσταση μια είσοδο ανάλογη του ρυθμού μεταβολής του σφάλματος.

Ο διαφορικός όρος πολλαπλασιάζει το ρυθμό μεταβολής του σφάλματος σε κάθε επανάληψη με το διαφορικό κέρδος K_D . Προστίθεται για μειώσει το ρυθμό μεταβολής της εξόδου του ελεγκτή, κάνοντάς το σύστημα με τον τρόπο αυτό να προσεγγίζει την τιμή της επιθυμητής εισόδου ομαλότερα. Πιο συγκεκριμένα μειώνει το πλάτος της υπερύψωσης που δημιουργείται από τη χρήση του ολοκληρωτικού όρου και ταυτόχρονα βελτιώνει την ευστάθεια του συστήματος – ελεγκτή.

Σε κάθε ολοκληρωμένο σύστημα ελέγχου που λειτουργεί σωστά, το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι η έξοδος να ακολουθεί την είσοδο η οποία συνήθως αντιπροσωπεύει την επιθυμητή τιμή.

Σκοπός κατά την κατασκευή ενός συστήματος ελέγχου είναι να ικανοποιεί τα βασικά κριτήρια σωστής λειτουργίας τα οποία είναι:

A) Η ευστάθεια του συστήματος

B) Η δυναμική απόκριση του συστήματος (ταχύτητα και ποιότητα)

Και

Γ) Η ακρίβεια μόνιμης κατάστασης (δηλαδή το σφάλμα μόνιμης κατάστασης να είναι όσο το δυνατόν κοντύτερα στο μηδέν)

5.4 Κριτήριο ευστάθειας Routh-Hurwitz

Προκειμένου να αποφανθεί κανείς για την ευστάθεια ενός συστήματος ελέγχου με ανάδραση μπορεί να προσδιορίσει τις ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Ο προσδιορισμός των πόλων (ρίζες χαρακτηριστικής εξίσωσης) του συστήματος λοιπόν προσφέρει πολύ περισσότερες πληροφορίες για το σύστημα από όσο χρειάζεται για να απαντηθεί το ερώτημα αν το σύστημα είναι ευσταθές ή όχι. Για τη λήψη λοιπόν μιας απόφασης περί ευστάθειας του συστήματος έχει αναπτυχθεί η θεωρία Routh-Hurwitz που μας δίνει μια καταφατική ή μία αρνητική απάντηση στο ερώτημα αυτό.

Στο θεώρημα Routh-Hurwitz βασικός κανόνας για την ευστάθεια είναι να μην υπάρχει εναλλαγή προσήμου μεταξύ των όρων της πρώτης στήλης του πίνακα Routh-Hurwitz.

Ο πίνακας Routh-Hurwitz είναι :

$$\begin{array}{r} s^{-2} \\ s^{-1} \\ s^{-0} \end{array} \quad \begin{array}{cc} a_0 & a_2 \\ a_1 & 0 \\ b_1 & \end{array}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος είναι:

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS}l_1 J^T (1+G_c)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 - K_{FS}l_1 J^T G_c} \quad (5.4.1)$$

Εφόσον αναφερόμαστε στον ένα βαθμό ελευθερίας και ο μηχανισμός βρίσκεται σε τέτοια θέση ώστε $q_1 = 90^\circ$ και $q_2 = 180^\circ$ τότε προκύπτει ότι $J^T = -l_1$.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου είναι:

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{K_{FS}l_1^2 (1+G_c)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 G_c} \quad (5.4.2)$$

Όπου $F(s)$: δύναμη στο πεδίο συχνοτήτων. Εκφράζει την έξοδο

$T(s)$: ροπή στο πεδίο συχνοτήτων. Εκφράζει την είσοδο.

K_{FS} : σταθερά ελατηρίου αισθητήρα δύναμης

M_{11} : πρώτος όρος του μητρώου μάζας (ακαμψίας)

B_x : συντελεστής απόσβεσης

G_c : συντελεστής ελεγκτή

l_1 : μήκος πρώτου βραχίονα

Γενικά για PID ελεγκτή ισχύει ότι $G_c = 1 + K_p e + K_I \int e dt + K_D \frac{de}{dt}$ (5.4.3)

$$K_p = K_c$$

Όπου $K_D = K_c \cdot T_D \cdot s$

$$K_I = K_c \cdot \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1}{s}$$

• P-έλεγχος, δηλαδή $G_c = K_p$

Έχοντας ως χαρακτηριστική εξίσωση για το σύστημά μας, την παρακάτω εξίσωση

$$M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 K_p = 0 \Rightarrow$$

Ο πίνακας Routh-Hurwitz είναι :

$$\begin{array}{ccc} s^2 & a_0 & a_2 \\ s^1 & a_1 & 0 \\ s^0 & b_1 & \end{array}$$

όπου

$$a_0 = M_{11}$$

$$a_1 = B_x l_1^2$$

$$a_2 = K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2 K_P$$

$$b_1 - \frac{a_1 a_2 - a_0 \cdot 0}{a_1} = a_2 = K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2 K_P$$

Επειδή θέλουμε όλοι οι όροι της πρώτης στήλης του πίνακα να είναι θετικοί τότε πρέπει $K_P > 0$.

• Για PD-έλεγχο

$$\Rightarrow G_C = K_P + K_{DC} \cdot s$$

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος είναι:

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_P + K_{DC} s]}{M_{11} s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS} l_1^2 [1 + K_P + K_{DC} s]} = \frac{K_{DC} K_{FS} l_1^2 s + K_{FS} l_1^2 [1 + K_P]}{M_{11} s^2 + (B_x l_1^2 + K_{DC} K_{FS} l_1^2) s + K_{FS} l_1^2 [1 + K_P]} \quad (5.4.4)$$

Έχοντας ως χαρακτηριστική εξίσωση για το σύστημά μας, την παρακάτω εξίσωση

$$M_{11} s^2 + (B_x l_1^2 + K_{DC} K_{FS} l_1^2) s + K_{FS} l_1^2 [1 + K_P] = 0 \quad (5.4.5)$$

Ο πίνακας Routh-Hurwitz είναι :

$$\begin{array}{ccc} s^2 & a_0 & a_2 \\ s^1 & a_1 & 0 \\ s^0 & b_1 & \end{array}$$

Όπου

$$a_0 = M_{11}$$

$$a_1 = B_x l_1^2 + K_{DC} K_{FS} l_1^2$$

$$a_2 = K_{FS} l_1^2 [1 + K_P]$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 \cdot 0}{a_1} = a_2 = K_{FS} l_1^2 [1 + K_P]$$

Επειδή πρέπει όλοι οι συντελεστές του πίνακα Routh-Hurwitz να είναι ομόσημοι για να έχουμε ευστάθεια θα πρέπει $a_1 > 0$ και $(B_x l_1^2 + K_{DC} K_{FS} l_1^2) > 0$

Άρα εν τέλει θα πρέπει να ισχύει $K_{DC} > 0$.

• εάν έχουμε PID-έλεγχο

$$\Rightarrow G_c = G_{IC} = K_p + K_{DC} \cdot s + K_{IC} \cdot \frac{1}{s}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος είναι:

$$\begin{aligned} \frac{F(s)}{F_d(s)} &= \frac{K_{FS1} l^2 [1 + K_p + K_{DC} s + K_{IC} \frac{1}{s}]}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + K_{FS1} l^2 [1 + K_p + K_{DC} s + K_{IC} \frac{1}{s}]} \\ \Rightarrow \frac{F_{out}}{F_d} &= \frac{K_{DC} K_{FS1} l^2 s^2 + K_{FS1} l^2 [1 + K_p] s + K_{FS1} l^2 K_{IC}}{M_{11} s^2 + (B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) s^2 + K_{FS1} l^2 [1 + K_p] s + K_{FS1} l^2 K_{IC}} \end{aligned} \quad (5.4.6)$$

Έχοντας ως χαρακτηριστική εξίσωση για το σύστημά μας, την παρακάτω εξίσωση

$$M_{11} s^3 + (B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) s^2 + K_{FS1} l^2 [1 + K_p] s + K_{FS1} l^2 K_{IC} = 0 \quad (5.4.7)$$

Ο πίνακας Routh-Hurwitz είναι :

$$\begin{array}{ccc} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & b_1 & \\ s^0 & a_3 & \end{array}$$

Όπου

$$a_0 = M_{11}$$

$$a_1 = (B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2)$$

$$a_2 = K_{FS1} l^2 [1 + K_p]$$

$$a_3 = K_{FS1} l^2 K_{IC}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} = \frac{(B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) K_{FS1} l^2 [1 + K_p] - M_{11} K_{FS1} l^2 K_{IC}}{(B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2)}$$

Για να έχουμε λοιπόν ευστάθεια θα πρέπει :

- $\alpha_1 > 0 \Rightarrow (B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) > 0$ που ισχύει πάντα εφόσον το $K_{DC} > 0$
- $\alpha_2 > 0 \Rightarrow K_{FS1} l^2 [1 + K_p] > 0$ που ισχύει εφόσον το $K_p > 0$
- $b_1 > 0 \Rightarrow a_1 a_2 > a_0 a_3$ δηλαδή $(B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) K_{FS1} l^2 [1 + K_p] > M_{11} K_{FS1} l^2 K_{IC} \Rightarrow$

$$K_{IC} < \frac{(B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) K_{FS1} l^2 [1 + K_p]}{M_{11} K_{FS1} l^2}$$

Και $\alpha_3 > 0 \Rightarrow K_{IC} > 0$

$$\text{Άρα θα πρέπει να ισχύει } 0 < K_{IC} < \frac{(B_x l^2 + K_{DC} K_{FS1} l^2) K_{FS1} l^2 [1 + K_p]}{M_{11} K_{FS1} l^2} \quad (5.4.8)$$

Δηλαδή αν το μήκος του βραχίονα είναι 10cm (0.1m), ο συντελεστής ιξώδους τριβής B_v είναι $11 \left[\frac{N \cdot sec}{m} \right]$ (? μονάδες) και ο πρώτος όρος του μητρώου ακαμψίας είναι $0.00121 [Kg \cdot m^2]$ τότε για να είναι το σύστημα ευσταθές θα πρέπει $0 < K_{IC} < 7523.6$.

5.5 Έλεγχος του μηχανισμού

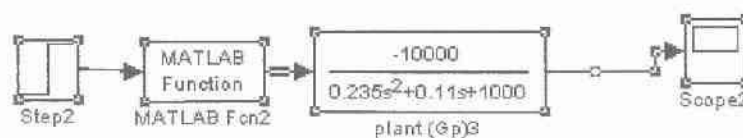
Σκοπός μας, εφόσον θέλουμε να κάνουμε έλεγχο δύναμης, είναι η απόκρισή μας (έξοδος) που είναι η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός στο χέρι μας, να ακολουθεί όσο πιο πιστά γίνεται την επιθυμητή και προκαθορισμένη είσοδο.



Σχήμα 5.5.1 : Γενικό δομικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου

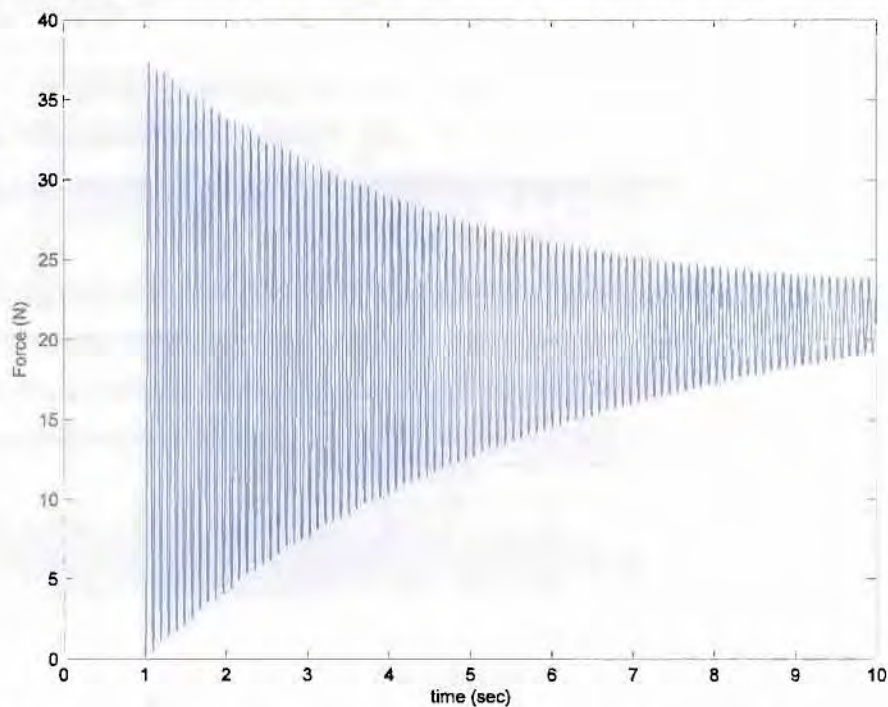
Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε με ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου (εισαγωγή ανάδρασης). Πιο συγκεκριμένα με την ανάδραση συγκρίνουμε την έξοδο με την επιθυμητή είσοδο σε ένα αθροιστή και το αποτέλεσμα που προκύπτει (σφάλμα) το εισάγουμε στον ελεγκτή (κατευθυντή) και έπειτα αυτό το αποτέλεσμα εισάγουμε στο σύστημα προς έλεγχο.

Όπως είναι κατανοητό κατά την κατασκευή του συστήματος αυτομάτου ελέγχου του μηχανισμού προς κατασκευή θα χρησιμοποιηθεί σύστημα κλειστού βρόχου γιατί θέλουμε να ανατροφοδοτείται η έξοδος ώστε να συγκρίνεται με την επιθυμητή τιμή που θα θέλαμε να έχουμε.



Σχήμα 5.5.2 : Σύστημα ανοικτού βρόχου

Η διαφορά ενός συστήματος ανοικτού βρόχου από ένα σύστημα κλειστού βρόχου είναι ο όρος της ανάδρασης. Με την ανάδραση η οποία δεν υπάρχει στο παραπάνω σχήμα γίνεται ανατροφοδότηση του μεγέθους που προορίζεται για έλεγχο και συγκρίνεται με την επιθυμητή τιμή που ορίζεται από την είσοδο του συστήματος. Το γεγονός σε ένα σύστημα χωρίς ανάδραση είναι ότι δεν μπορεί να επιτευχθεί έλεγχος καμίας μεταβλητής του συστήματος. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 5.5.3 όπου εισάγοντας στο σύστημα του σχήματος (5.5.2) την επιθυμητή τιμή της εισόδου (1 N) δεν επιτυγχάνεται από την απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου (20 N).

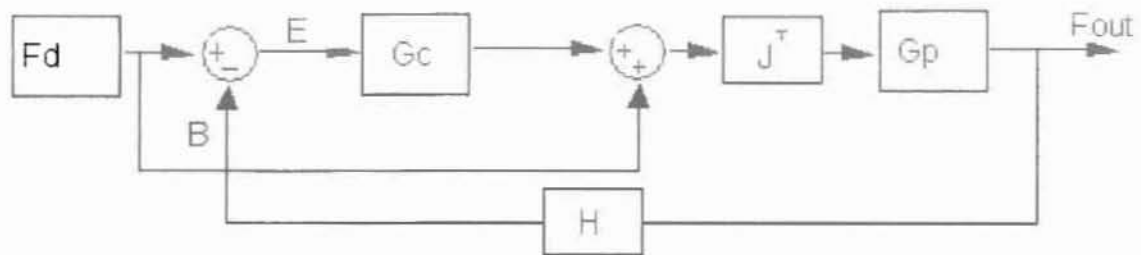


Σχήμα 5.5.3: Δύναμη στο τελικό σημείο δράσης σε μοντελοποίηση συστήματος ανοικτού βρόχου.

5.6 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας

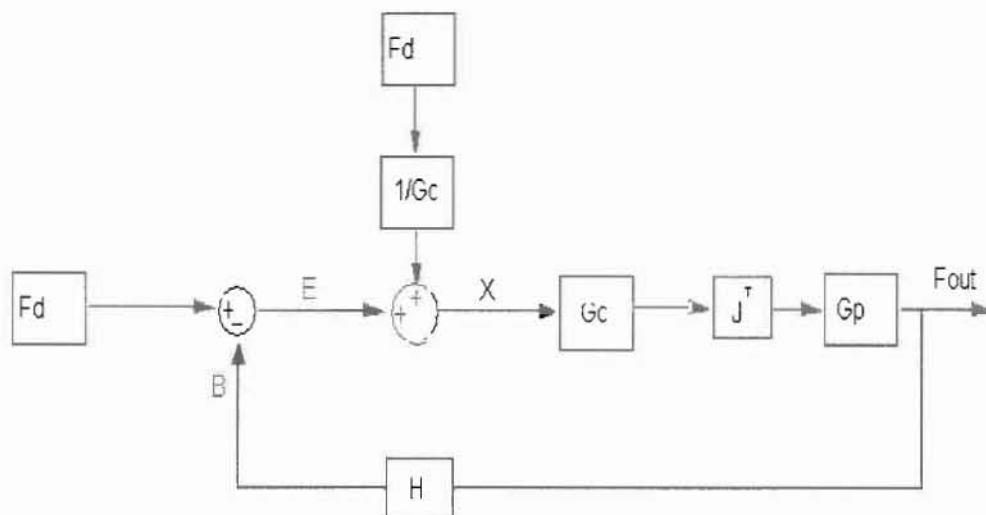
Το παρακάτω διάγραμμα αντιπροσωπεύει τις συναρτήσεις μεταφοράς των στοιχείων που αποτελούν το σύστημα μας για ένα βαθμό ελευθερίας.

Στη συνέχεια με βάση τους κανόνες μετατροπής των δομικών διαγραμμάτων μετατρέπουμε το παραπάνω δομικό διάγραμμα σε ένα άλλο ισοδύναμο διάγραμμα το οποίο είναι απλούστερο και μπορούμε να εξάγουμε από αυτό τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου.



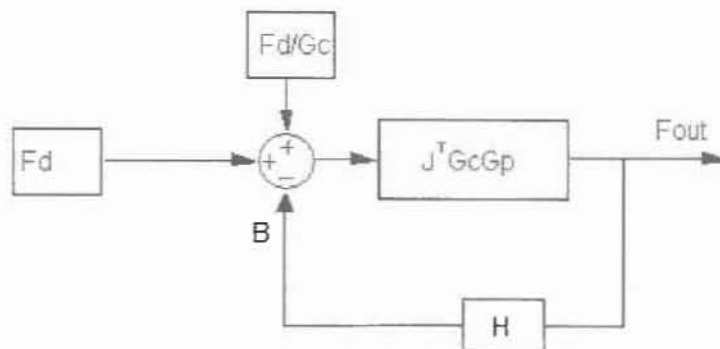
Σχήμα 5.6.1 : Αρχικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας

Βήμα 1^ο



Σχήμα 5.6.2 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας – πρώτη μετατροπή

Βήμα 2^ο



Σχήμα 5.6.3 : Τελικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας

5.6.1 Περιγραφή του Διαγράμματος

Γενικά G_p ονομάζεται η συνάρτηση μεταφοράς της προς έλεγχο εγκατάστασης (plant) και H ονομάζεται η συνάρτηση μεταφοράς του στοιχείου ανάδρασης.

Το σήμα ανάδρασης που ανατροφοδοτείται στον αθροιστή για να συγκριθεί με την επιθυμητή είσοδο είναι $B = F_{out} \cdot H$

$$(5.6.1.1)$$

Το σήμα εξόδου είναι $F_{out} = F(s) = [E + \frac{F_d}{G_c}] \cdot G_c G_p J^T$

$$(5.6.1.2)$$

Όπου $E = F_{desired} - B = F_{desired} - F_{out} \cdot H$

$$(5.6.1.3)$$

Άρα $E = \frac{[1 - G_p J^T]}{[1 + G_c G_p J^T]} \cdot F_d$

$$(5.6.1.4)$$

Και προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς το λόγο εξόδου προς είσοδο.

$$\frac{F_{out}}{F_d} = \frac{J^T G_p [1 + G_c]}{[1 + G_c G_p J^T]} \quad (5.6.1.5)$$

Το πρώτο block απεικονίζει την είσοδο του συστήματος. Έχει επιλεγεί ως είσοδο να έχουμε συνάρτηση μοναδιαίας βαθμίδας και θα θέλαμε η έξοδος να έχει ως τελική τιμή τη μονάδα. Στην συνέχεια υπάρχει ένα block (αθροιστής) το οποίο συγκρίνει το αποτέλεσμα από την ανάδραση με την επιθυμητή είσοδο. Η έξοδος αυτού του block ονομάζεται σφάλμα $e(s)$ και ισούται με τη διαφορά των δύο ποσοτήτων που αποτελούν τις εισόδους του συγκριτή (αθροιστή).

Δηλαδή $e(s) = F_{desired} - F_{out}(s)H(s)$. Το τέταρτο block είναι εκείνο το οποίο περιγράφει το φυσικό μοντέλο του προβλήματος. Η είσοδος αυτού $T(s)$ είναι αποτέλεσμα της εξόδου του ελεγκτή (controller - τρίτο block) πολλαπλασιαζόμενη με την ανάστροφη της μήτρας J , αφού ισχύει $\tau = J^T F$. Το σήμα ελέγχου, το οποίο είναι η έξοδος του ελεγκτή περιγράφεται από τη συνάρτηση μεταφοράς $F_c = X \cdot G_c$

Έτσι λοιπόν εξάγονται τα εξής παρακάτω συμπεράσματα:

- Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος είναι:

Στη γενική μορφή για το πρόβλημά μας η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου είναι η εξίσωση (5.6.1.5)

Και πιο συγκεκριμένα

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS} l_1 J^T (G_c + 1)}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + K_{FS} l_1 (l_1 - J^T G_c)} \quad (5.6.1.6)$$

• Η συνάρτηση μεταφοράς της εγκατάστασης (G_p) είναι:

$$G_p = \frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS}l_1}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s - l_1^2 K_{FS}} \quad (5.6.1.7)$$

ή

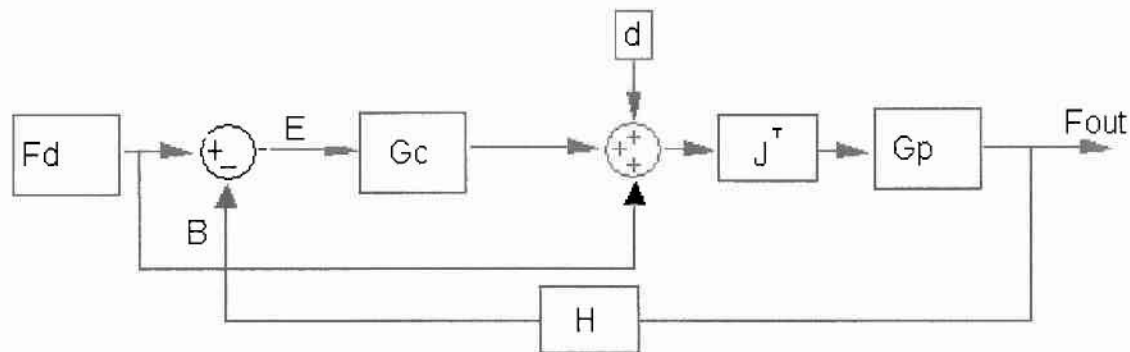
$$\frac{X(s)}{T(s)} = \frac{-l_1}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + l_1^2 K_{FS}} \quad (5.6.1.8)$$

(αυτή η συνάρτηση μεταφοράς ισχύει όταν έξοδος είναι η μετατόπιση)

Και έπειτα από τις αντικαταστάσεις η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος παίρνει τη μορφή :

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS}l_1 J^T (1 + G_c)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 - K_{FS}l_1 J^T G_c} \quad (5.6.1.9)$$

5.6.2 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής



Σχήμα 5.6.2.1 : Αρχικό δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής

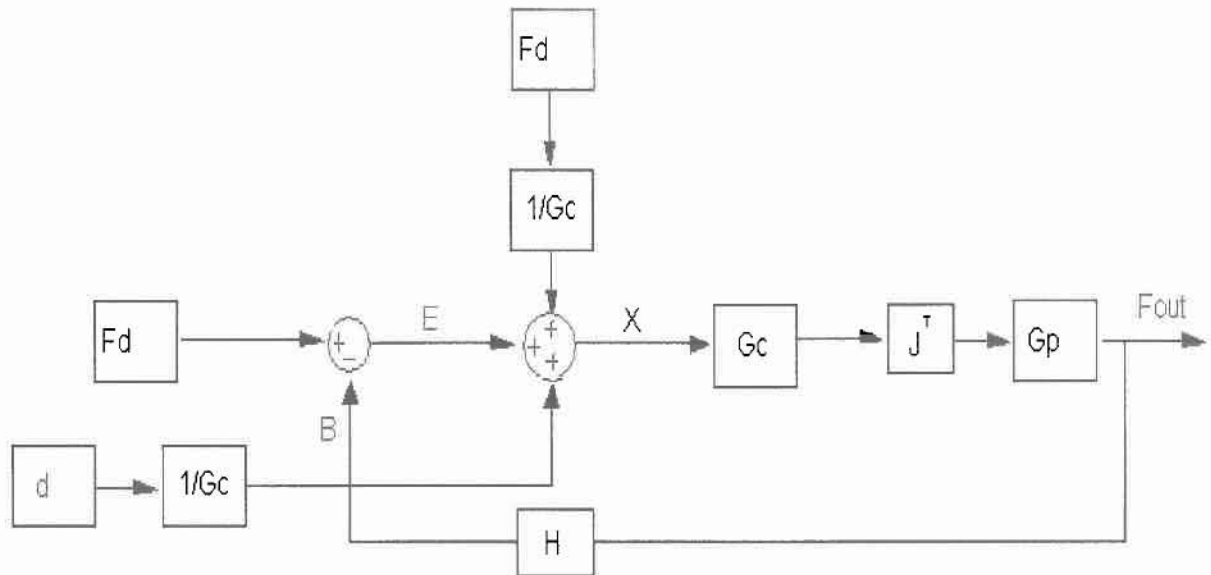
Στο δομικό αυτό διάγραμμα που προσομοιάζει το σύστημά μας για έναν βαθμό ελευθερίας εισάγεται και ο όρος της διαταραχής. Η διαταραχή είναι ένας εξωτερικός παράγοντας ο οποίος παρεμβαίνει στο σύστημα μη επιτρέποντας του να φθάνει στην τελική τιμή.

Στο σύστημα αυτό συμβαίνει εξ' αιτίας των όρων των βαρυτικών δυνάμεων που επιδρούν στη δύναμη κατά την y-κατεύθυνση όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Από το αρχικό δομικό διάγραμμα πρέπει να εξαχθεί η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου. Για το σκοπό αυτό ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα

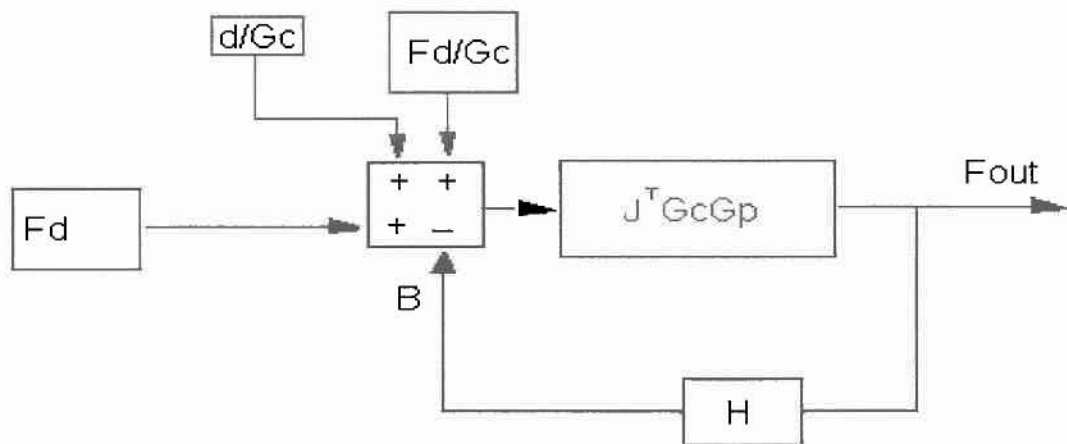
ακολουθώντας τους κανόνες μετασχηματισμού δομικών διαγραμμάτων που υπάρχουν στο παράρτημα.

Βήμα 1^ο



Σχήμα 5.6.2.2 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής – πρώτη μετατροπή

Βήμα 2



Σχήμα 5.6.2.3 : Δομικό διάγραμμα μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με είσοδο διαταραχής – δεύτερη μετατροπή

5.6.3 Περιγραφή του διαγράμματος με είσοδο διαταραχής

Το σήμα ανάδρασης που ανατροφοδοτείται στον αθροιστή για να συγκριθεί με την επιθυμητή είσοδο είναι $B = F_{out} \cdot H$ (5.6.3.1)

Το σήμα εξόδου είναι $F_{out} = F(s) = [E + \frac{F_d}{G_c} + \frac{d}{G_c}] \cdot G_c G_p J^T$ (5.6.3.2)

$$\text{Όπου } E = F_{desired} - B = \bar{F}_{desired} - F_{out} \cdot H \quad (5.6.3.3)$$

$$F_{out} = \bar{F}(s) = \left[F_d + \frac{\bar{F}_c}{G_c} + \frac{d}{G_c} - F_{out} H \right] \cdot G_c G_p J^T \quad (5.6.3.4)$$

$$F_{out} = \frac{G_c G_p J^T + G_p J^T}{1 + G_c G_p J^T H} F_d + \frac{G_p J^T}{1 + G_c G_p J^T H} d \quad (5.6.3.5)$$

Και πιο συγκεκριμένα εάν $H=1$ και $J^T = -l_1$ το οποίο ισχύει για τον ένα βαθμό ελευθερίας και στη θέση που έχουμε ορίσει προηγουμένως για το μηχανισμό, δηλαδή, $q_1 = 90^\circ$ και $q_2 = 180^\circ$

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε } F_{out} &= \frac{-G_c K_{FS} l_1 J^T - K_{FS} l_1 J^T}{M_{11} s^2 + B_x l_1^2 s + l_1^2 K_{FS} - G_c K_{FS} l_1 J^T} F_d + \frac{-K_{FS} l_1 J^T}{1 - G_c K_{FS} l_1 J^T} d \\ \Rightarrow F_{out} &= \frac{G_c K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l_1^2 s + l_1^2 K_{FS} + G_c K_{FS} l_1^2} F_d + \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + G_c K_{FS} l_1^2} d \end{aligned} \quad (5.6.3.6)$$

Εάν μηδενίσουμε την επιθυμητή είσοδο $F_d = 0$

$$\text{Τότε η συνάρτηση μεταφοράς της διαταραχής } \frac{F_{out}}{d} = \frac{G_p J^T}{1 + G_c G_p J^T H} \quad (5.6.3.7)$$

Ενώ εάν μηδενίσουμε τη διαταραχή $d = 0$

$$\text{Τότε } \frac{F_{out}}{F_d} = \frac{G_c G_p J^T + G_p J^T}{1 + G_c G_p J^T H} \quad (5.6.3.8)$$

5.7 Σχεδιασμός ελεγκτή

Η χρονική απόκριση ενός συστήματος ελέγχου συνίσταται σε δύο μέρη:

- A) τη μεταβατική απόκριση (transient response)
- B) την απόκριση μόνιμης κατάστασης (steady space response).

$$y(t) = y_t(t) + y_{ss}(t)$$

Όπου $y_t(t)$ = μεταβατική απόκριση

$$y_{ss}(t) = \text{απόκριση μόνιμης κατάστασης}$$

Μεταβατική απόκριση εννοούμε το τμήμα της απόκρισης που υφίσταται από την αρχική μέχρι την είσοδο της στην τελική κατάσταση, δηλαδή το τμήμα της απόκρισης $y_t(t)$ για το οποίο ισχύει: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_t(t) = 0$

Μόνιμη κατάσταση λέμε το τμήμα της απόκρισης που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά της εξόδου όταν ο χρόνος t τείνει στο άπειρο, δηλαδή το τμήμα της απόκρισης $y_{ss}(t)$ που παραμένει μετά την καταστολή του μεταβατικού φαινομένου.

5.8 Συστήματα 2^{ης} τάξης-Επεξήγηση όρων του συστήματος

Όπως έχουμε παρατηρήσει η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου του συστήματος είναι δεύτερης τάξης. Για τα συστήματα δεύτερης τάξης γενικά ισχύουν:

ω_n : φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση (undamped natural frequency)

σ_a : σταθερά εξασθένησης (attenuation constant)

$\sigma_a = \zeta \omega_n$. η σταθερά αυτή καθορίζει το ρυθμό αύξησης ή μείωσης της χρονικής απόσβεσής.

ζ : λόγος απόσβεσης (frequency ratio)

Η δυναμική συμπεριφορά των συστημάτων δεύτερης τάξης μπορεί να περιγράψει με τις δύο παραμέτρους ζ και ω_n .

Όταν $0 < \zeta < 1$, οι πόλοι του κλειστού βρόχου του συστήματος δεύτερης τάξης είναι συζυγείς μιγαδικοί και βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο s . Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα έχει υποαπόσβεση και η απόκριση είναι μία αποσβυνόμενη ταλάντωση.

Όταν $\zeta = 0$ η απόκριση του συστήματος έχει σταθερό πλάτος και συνεχίζεται επ' άπειρον.

Όταν $\zeta = 1$ έχουμε κρίσιμη απόσβεση (critical damped) και τέλος όταν $\zeta > 1$, το σύστημα έχει υπεραπόσβεση και δεν υπάρχει ταλάντωση στην απόκριση.

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, η συχνότητα αυτή μελετάται σε γραμμικά συστήματα που έχουν κάποιο βαθμό απόσβεσης και η φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση δεν μπορεί να παρατηρηθεί πειραματικά. Έτσι προσδιορίζεται η συχνότητα με απόσβεση ω_d η οποία όπως φαίνεται και από τον τύπο είναι πάντα μικρότερη από τη φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση ($\omega_d < \omega_n$).

Έτσι λοιπόν και η συχνότητα με απόσβεση ω_d εξαρτάται από το ζ . Μεγαλώνοντας το ζ , η φυσική συχνότητα με απόσβεσή ω_d μικραίνει και καθώς το ζ ξεπεράσει τη μονάδα έχουμε υπεραπόσβεση.

Το συγκεκριμένο σύστημα ως ένα δυναμικό σύστημα που συσσωρεύει ενέργεια δεν μπορεί να αποκριθεί ακαριαία σε διέγερση εισόδου όπως είναι η διέγερση βαθμίδας που δίνεται και αναπαριστά την επιθυμητή δύναμη. Έτσι το σύστημά θα ακολουθήσει μία μεταβατική πορεία με τη συγκεκριμένη διέγερση ως είσοδο.

Γενικότερα, η μεταβατική απόκριση των περισσοτέρων πρακτικών συστημάτων εμφανίζει αποσβυνόμενες ταλαντώσεις προτού καταλήξουν στη μόνιμη κατάσταση.

Για συστήματα με είσοδο βαθμίδας χρησιμοποιούνται οι παρακάτω ποσότητες για το χαρακτηρισμό του συστήματος:

A) Χρόνος καθυστέρησης t_d (delay time)

Είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε η απόκριση του συστήματος να φθάσει για πρώτη φορά στο 50 % της τελικής τιμής.

B) Χρόνος ανύψωσης t_r (rise time)

Είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε η απόκριση του συστήματος να φθάσει από το 10% στο 90% της τελικής τιμής. (ή από το 5% στο 95%)

Γ) Χρόνος κορυφής t_p (peak time)

Είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε η απόκριση του συστήματος να φθάσει στην πρώτη κορυφή της καμπύλης.

Δ) Μέγιστη υπερακόντιση M_p (maximum percent overshoot)

Είναι η τιμή της μέγιστης κορυφής της καμπύλης απόκρισης, μετρούμενη από τη μονάδα. Όταν η τελική τιμή της μόνιμης κατάστασης της απόκρισης διαφέρει από τη μονάδα η μέγιστη υπερακόντιση είναι

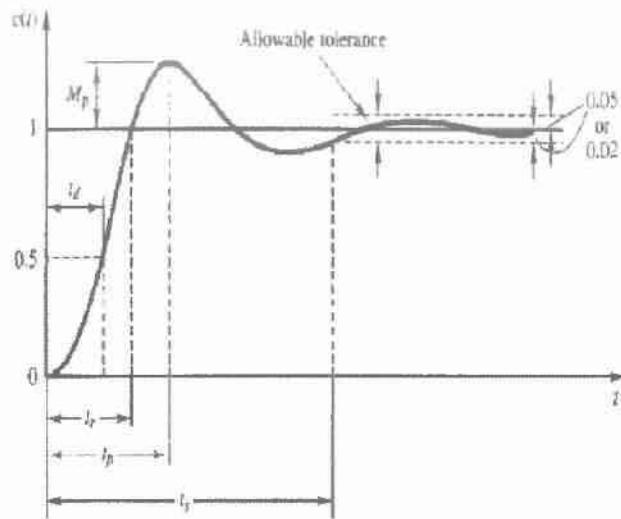
$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\% \quad (5.8.1)$$

Το μέγεθος της μέγιστης υπερακόντισης είναι μια απ' ευθείας ένδειξη της ευστάθειας του συστήματος διότι χαρακτηρίζει την απόσβεση του συστήματος. Η υπερακόντιση ουσιαστικά εξαρτάται μόνο από το ζ.

E) Χρόνος αποκατάστασης t_s (settling time)

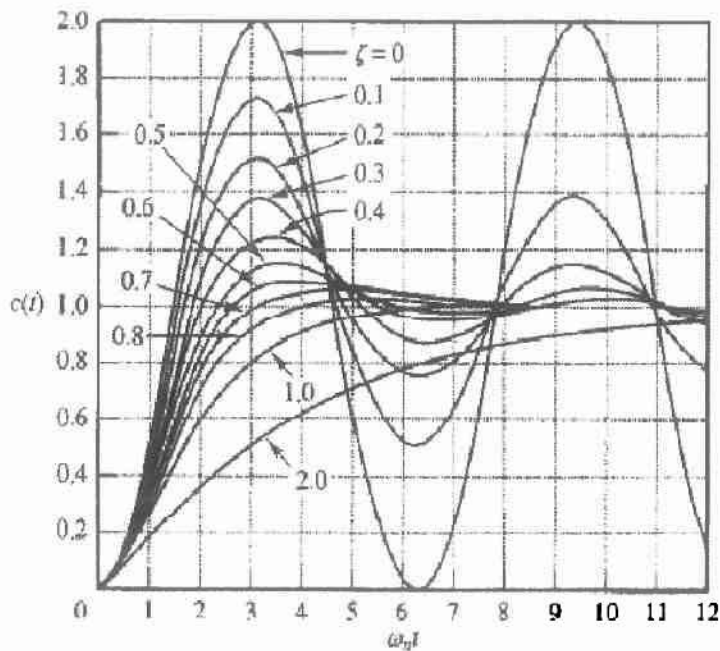
Είναι ο χρόνος που απαιτείται έως ότου η απόκριση να φθάσει και να παραμείνει μέσα σε ορισμένα όρια (2% ή 5% της τελικής τιμής) γύρω από την τελική τιμή.

Ο χρόνος αποκατάστασης εξαρτάται από το χρόνο απόκρισης και από την απόσβεση.



Σχήμα 5.8.1 : Μεταβατική απόκριση βαθμίδας σε σύστημα $2^{\text{ης}}$ τάξης

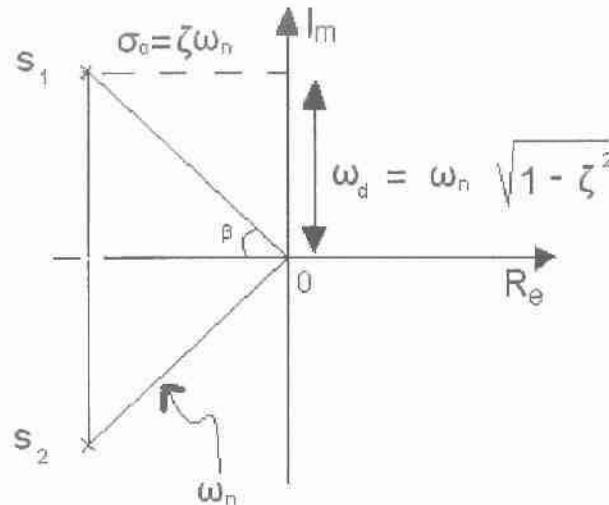
Οι προαναφερθέντες όροι ενός συστήματος $2^{\text{ης}}$ τάξης απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα το οποίο εκφράζει την απόκριση ενός συστήματος σε είσοδο μοναδιαίας βαθμίδας.



Σχήμα 5.8.2 : Απόκριση συστήματος $2^{\text{ης}}$ τάξης συναρτήσει του λόγου απόσβεσης

Η απόσταση κάθε ρίζας από την αρχή των αξόνων είναι ίση με ω_n . Η σταθερά εξασθένησης απεικονίζει το πραγματικό μέρος των ριζών και η φυσική συχνότητα με απόσβεσή ω_d το φανταστικό μέρος των ριζών. Τέλος ο λόγος απόσβεσης ζ είναι ίσος

με $\cos(\beta)$, όπου β είναι η γωνία μεταξύ της πολικής ακτίνας της ρίζας και του αρνητικού ημιάξονα.



Σχήμα 5.8.3 : Δεδομένα συστήματος στο μιγαδικό πεδίο

5.9 Θεώρημα τελικής τιμής

Για να βρεθεί η τιμή της εξόδου στη μόνιμη κατάσταση χρησιμοποιούμε το θεώρημα της τελικής τιμής επιτρέπει την εύρεση της μόνιμης κατάστασης της μεταβλητής προς έλεγχο, από τη θεώρηση της συμπεριφοράς της παραγώγου μεταβλητής αυτής ($sF(s)$) στο μιγαδικό πεδίο. Δηλαδή η τελική τιμή που προσδιορίζεται παρακάτω κατά περίπτωση αποτελεί την τιμή που έχει η μεταβλητή προς έλεγχο, στην περίπτωσή μας η δύναμη, στη μόνιμη κατάσταση, όταν δηλαδή ο χρόνος τείνει στο άπειρο.

- Όσον αφορά το plant η συνάρτηση μεταφοράς φαίνεται παρακάτω

$$F(s) = \frac{-K_{FS}I_1}{M_{11}s^2 + B_x I^2 s + I_1^2 K_{FS}} T(s) \quad (5.9.1)$$

Αν έχουμε είσοδο μοναδιαίας βαθμίδας

$$\text{δηλαδή } F_d(s) = \frac{1}{s} \quad (5.9.2)$$

τότε από θεώρημα τελικής τιμής έχουμε:

$$sF(s) = \frac{-K_{FS}I_1}{M_{11}s^2 + B_x I^2 s + I_1^2 K_{FS}} \frac{1}{s} \quad (5.9.3)$$

και η τιμή της μόνιμης κατάστασης είναι:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = -\frac{1}{l_1} \quad (5.9.4)$$

συγκεκριμένα εφόσον έχουμε επιλέξει βραχίονες μήκους $l = 0.1m$ τότε το θεώρημα τελικής τιμής μας δίνει ως αποτέλεσμα $\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = -\frac{1}{l_1} = -10$ δηλαδή $F_{ss}(s) = -10N$.

Οπου $F_{ss} = F_{steady_state}$

• Όσον αφορά το σύστημα κλειστού βρόχου

Από θεώρημα τελικής τιμής για p-control

$$F(s) = \frac{K_{FS}l_1^2(1+G_c)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 G_c} F_d(s)$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{K_{FS}l_1^2(1+K_p)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 K_p} F_d(s) \quad (5.9.5)$$

Αν έχουμε είσοδο μοναδιαίας βαθμίδας

$$\text{δηλαδή } F_d(s) = \frac{1}{s} \quad (5.9.6)$$

σε αυτή την περίπτωση θα έχουμε:

$$sF(s) = \frac{K_{FS}l_1^2(1+K_p)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 K_p} \cdot s \cdot \frac{1}{s} \quad (5.9.7)$$

$$\text{τότε } \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = 1 \quad (5.9.8)$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνουμε ότι ο ρομποτικός μηχανισμός ελεγχόμενος από P – ελεγκτή φτάνει στη μονάδα η οποία είναι και η επιθυμητή είσοδος.

• Όσον αφορά το σύστημα κλειστού βρόχου

Από θεώρημα τελικής τιμής για PD-control

$$F(s) = \frac{K_{FS}l_1^2(1+G_c)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 G_c} F_d(s) \quad (5.9.9)$$

Αν έχουμε είσοδο μοναδιαίας βαθμίδας

$$\text{δηλαδή } F_d(s) = \frac{1}{s} \quad (5.9.10)$$

$$F(s) = \frac{K_{FS}l_1^2(1+K_D s + K_p)}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2(1+K_D s + K_p)} F_d(s)$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{K_D K_{FS}l_1^2 s + K_{FS}l_1^2(1+K_p)}{M_{11}s^2 + (B_x l_1^2 + K_D K_{FS}l_1^2)s + K_{FS}l_1^2(1+K_p)} F_d(s)$$

$$\rightarrow sF(s) = \frac{K_D K_{FS}l_1^2 s + K_{FS}l_1^2(1+K_p)}{M_{11}s^2 + (B_x l_1^2 + K_D K_{FS}l_1^2)s + K_{FS}l_1^2(1+K_p)} \cdot s \cdot \frac{1}{s} \quad (5.9.11)$$

$$\text{τότε } \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = 1 \quad (5.9.12)$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνουμε ότι ο ρομποτικός μηχανισμός ελεγχόμενος από PD – ελεγκτή φτάνει στη μονάδα η οποία είναι και η επιθυμητή είσοδος.

• Όσον αφορά το σύστημα κλειστού βρόχου υπό την επίδραση της εισόδου διαταραχής

$$F_{out} = \frac{-G_c K_{FS} l_1 J^i - K_{FS} l_1 J^i}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + l_1^2 K_{FS} - G_c K_{FS} l_1 J^i} F_d + \frac{-K_{FS} l_1 J^i}{1 - G_c K_{FS} l_1 J^i} d$$

$$\Rightarrow sF(s) = sF_{out} = s \frac{G_c K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + l_1^2 K_{FS} + G_c K_{FS} l_1^2} F_d + s \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + G_c K_{FS} l_1^2} d \quad (5.9.13)$$

Εάν αναφερόμαστε για τη x-κατεύθυνση για την οποία ισχύουν :

$$F_d = \frac{1}{s} \quad \text{και} \quad d = \frac{T}{s} \quad \text{και} \quad F_{out}(s) = F_{out} = F(s)$$

Τότε το θεώρημα τελικής τιμής δίνει :

$$\Rightarrow sF(s) = sF_{out} = \frac{G_c K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + l_1^2 K_{FS} + G_c K_{FS} l_1^2} \frac{1}{s} + \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + G_c K_{FS} l_1^2} \frac{T}{s} \quad (5.9.14)$$

P-Control

$$\Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sF_{out} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{K_p K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + l_1^2 K_{FS} + K_p K_{FS} l_1^2} \frac{1}{s} + \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + K_p K_{FS} l_1^2} \frac{T}{s} \right)$$

$$\Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \frac{K_p K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{l_1^2 K_{FS} + K_p K_{FS} l_1^2} + \frac{K_{FS} l_1^2 T}{1 + K_p K_{FS} l_1^2} = 1 + \frac{K_{FS} l_1^2 T}{1 + K_p K_{FS} l_1^2} \quad (5.9.15)$$

PD-Control

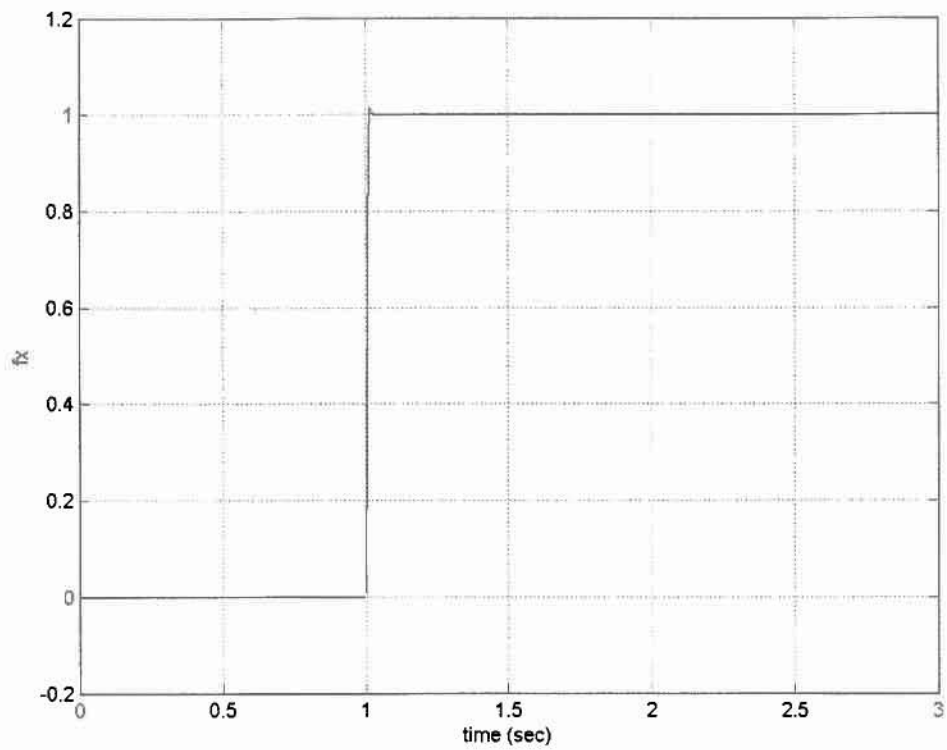
$$\Rightarrow sF(s) = sF_{out} = \frac{(K_p + K_D s) K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l^2 s + l_1^2 K_{FS} + (K_p + K_D s) K_{FS} l_1^2} \frac{1}{s} + \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + (K_p + K_D s) K_{FS} l_1^2} \frac{T}{s}$$

$$\Rightarrow sF(s) = \frac{K_D K_{FS} l_1^2 s + K_p K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + (B_x l_1^2 + K_D K_{FS} l_1^2) s + K_p K_{FS} l_1^2 + l_1^2 K_{FS}} \frac{1}{s} + \frac{K_{FS} l_1^2}{K_D K_{FS} l_1^2 s + K_p K_{FS} l_1^2 + 1} \frac{T}{s}$$

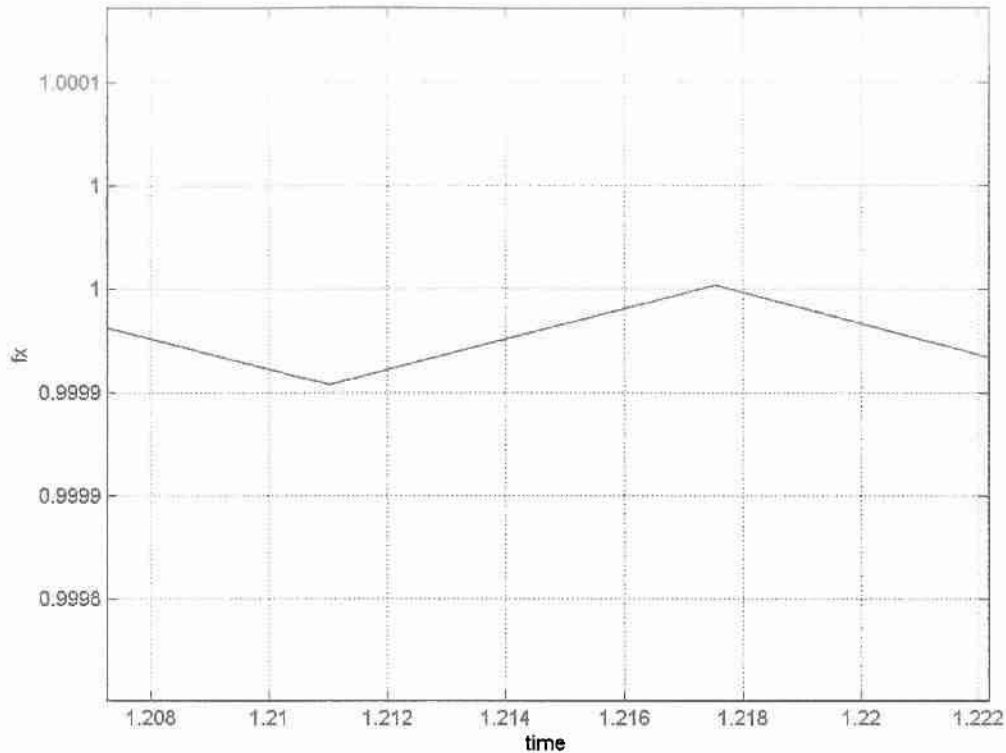
$$\Rightarrow sF(s) = 1 + \frac{K_{FS} l_1^2 T}{K_p K_{FS} l_1^2 + 1} \quad (5.9.16)$$

Όπως παρατηρείται στο σχήμα 5.9.2 διακρίνεται το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Η τελική τιμή είναι κάτω από τη μονάδα (επιθυμητή τιμή) διότι όπως έχει εξαχθεί από το Matlab έχει υπολογιστεί η δύναμη λόγω των βαρυτικών δυνάμεων στον πρώτο βραχίονα ίση με $4.1702 \cdot 10^{-3}$ N . Η ποσότητα αυτή αν και

πολύ μικρή επιδρά με φορά αρνητική και ο αισθητήρας δύναμης ορθώς αποκλίνει από τη μονάδα και λογικά και η τελική τιμή πέφτει κάτω από την επιθυμητή τιμή.



Σχήμα 5.9.1 : Απόκριση του συστήματος – δύναμη στην x-κατεύθυνση



Σχήμα 5.9.2 : Μεγέθυνση σχήματος 5.9.1, διακρίνεται το σφάλμα μόνιμης κατάστασης

PID-Control

$$\begin{aligned} \Rightarrow sF(s) = sF_{oi} &= \frac{\left(K_p + K_D s + K_{IC} \frac{1}{s} \right) K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^2 + B_x l_1^2 s + l_1^2 K_{FS} + \left(K_p + K_D s + K_{IC} \frac{1}{s} \right) K_{FS} l_1^2} F_d \\ &+ \frac{K_{FS} l_1^2}{1 + \left(K_p + K_D s + K_{IC} \frac{1}{s} \right) K_{FS} l_1^2} d \\ \Rightarrow sF(s) &= \frac{K_D K_{FS} l_1^2 s^2 + K_p K_{FS} l_1^2 s + K_{IC} K_{FS} l_1^2 + K_{FS} l_1^2}{M_{11} s^3 + (B_x l_1^2 + K_D K_{FS} l_1^2) s^2 + (l_1^2 K_{FS} + K_p K_{FS} l_1^2) s + l_1^2 K_{FS} + K_{IC} K_{FS} l_1^2} \frac{1}{s} \\ &+ \frac{K_{FS} l_1^2 s}{s + K_D K_{FS} l_1^2 s^2 + K_p K_{FS} l_1^2 s + K_{IC} K_{FS} l_1^2} \frac{T}{s} \\ \Rightarrow sF(s) &= 1 \end{aligned} \quad (5.9.17)$$

Επομένως εξ' αιτίας του I-όρου δεν έχουμε σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

Ένα αναφερόμαστε για τη y-κατεύθυνση για την οποία ισχύουν τα παραπάνω με την

παραλλαγή ότι $F_d = \frac{0}{s} = 0$ (5.9.18)

Από τη σχέση τάδε συμπεραίνουμε ότι η επίδραση της διαταραχής μειώνεται όσο αυξάνεται το κέρδος του I – όρου του ελεγκτή.

Επομένως έχουμε κατά περίπτωση για τις τιμές της τελικής κατάστασης:

$$\text{P-Control} \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \frac{K_{FS} I_1^2 T}{1 + K_p K_{FS} I_1^2} \quad (5.9.19)$$

$$\text{PD-Control} \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \frac{K_{FS} I_1^2 T}{1 + K_p K_{FS} I_1^2} \quad (5.9.20)$$

$$\text{PID-Control} \rightarrow sF(s) = 1 \quad (5.9.21)$$

Έπειτα από την εξαγωγή παραπάνω αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τον PD – controller είναι εμφανές ότι κατά την ολοκλήρωσή του το σύστημα ελέγχου τελικά δε φτάνει στην επιθυμητή τιμή, στη μόνιμη κατάσταση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στο σύστημα προς έλεγχο επιδρά ο όρος των βαρυτικών δυνάμεων ο οποίος προσομοιώνεται ως διαταραχή στο σύστημα. Για να εξαλειφθεί λοιπόν αυτό το σφάλμα μόνιμης κατάστασης εισάγουμε έναν I – όρο στον ελεγκτή PD που ήδη έχουμε δημιουργήσει και δημιουργείται πια ένας PID ελεγκτής.

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός PID (Proportional-Integral-Derivative) – Controller

$$\text{μπορεί να περιγράψει στο πεδίο Laplace } G_C(s) = K_p + K_I \frac{1}{s} + K_D s .$$

Κατά συνέπεια, σε ένα αναλογικό σύστημα στο πεδίο του χρόνου θεωρηθεί ως είσοδος το σφάλμα $e(t)$ τότε παίρνουμε ως έξοδο του ελεγκτή

$$y(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) + K_D \frac{\partial e(t)}{\partial t}$$

5.10 Προσδιορισμός των διαφορών μεγεθών του συστήματος με στόχο την επίτευξη της επιθυμητής απόκρισης του συστήματος.

Είναι απαραίτητο να γίνει αντιστοιχία του συστήματος κλειστού βρόχου το οποίο είναι εκφρασμένο ως προς το πεδίο συχνοτήτων, με αυτό το οποίο είναι διατυπωμένο μέσω των φυσικών παραμέτρων του πραγματικού συστήματος $\sigma_\alpha, \zeta,$

$$\omega_n, \omega_d$$

Βάση της γενικής μορφής της συνάρτησης μεταφοράς

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{K_{FS} I_1^2 [1 + G_C]}{M_{11} s^2 + B_x I_1^2 s + K_{FS} I_1^2 [1 + G_C]} \quad (5.10.1)$$

και επειδή η συνάρτηση αυτή είναι δευτέρου βαθμού θα πρέπει να είναι σε αντιστοιχία με την ποσότητα

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.10.2)$$

επίσης συνάρτηση δευτέρου βαθμού

Διαιρώντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς με M_{11} καταλήγουμε σε μια τέτοια μορφή ώστε να είναι εμφανής η αντιστοιχία των δύο παραπάνω όρων και τελικά έχουμε τη μορφή

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{\frac{K_{FS}l_1^2[1+G_c]}{M_{11}}}{s^2 + \frac{B_x l_1^2}{M_{11}}s + \frac{K_{FS}l_1^2[1+G_c]}{M_{11}}} \quad (5.10.3)$$

Επομένως κατ' αντιστοιχία προκύπτει ότι:

$$\frac{B_x l_1^2}{M_{11}} = 2\zeta\omega_n \quad (5.10.4)$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 G_c}{M_{11}} \quad (5.10.5)$$

$$\text{Και } \omega_n = \sqrt{\frac{K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2 G_c}{M_{11}}} \quad (5.10.6)$$

• P-Control

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου όταν ο ελεγκτής είναι αναλογικός μετατρέπεται στην παρακάτω μορφή

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{K_{FS}l_1^2[1+K_p]}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2[1+K_p]} \quad (5.10.7)$$

Έστω λοιπόν

$$a_1 = \frac{K_{FS}l_1^2[1+K_p]}{M_{11}s^2 + B_x l_1^2 s + K_{FS}l_1^2[1+K_p]} \quad (5.10.8)$$

Και

$$a_2 = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.10.9)$$

Στόχος μας είναι ο όρος a_1 να έρθει στη μορφή που είναι και ο όρος a_2

Διαιρώντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή του όρου a_1 με M_{11} κατ' αντιστοιχία με τη γενική μορφή προκύπτει ότι :

$$\frac{\frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_p]}{M_{11}}}{s^2 + \frac{B_x l_1^2}{M_{11}} s + \frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_p]}{M_{11}}} \quad (5.10.10)$$

Άρα από την αντιστοίχιση με τον όρο a_2

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_p]}{M_{11}}} \quad (5.10.11)$$

και

$$\omega_n = \frac{p_x l_1^2}{M_{11} 2\zeta} \quad (5.10.12)$$

άρα

$$\sqrt{\frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_p]}{M_{11}}} = \frac{B_x l_1^2}{M_{11} 2\zeta} \quad (5.10.13)$$

$$\frac{K_{FS} l_1^2 [1 + K_p]}{M_{11}} = \frac{B_x^2 l_1^4}{4 M_{11}^2 \zeta^2} \Rightarrow K_p = \frac{B_x^2 l_1^2}{4 M_{11} \zeta^2 K_{FS}} - 1 \quad (5.10.14)$$

Όπου

$$K_{FS} = 10^5$$

$$l_1 = 0.1$$

$$B_x = 11$$

$$M_{11} = 0.235$$

Για να προσδιορίσω το σύστημά μου θα επιλέξω να έχω χρόνο αποκατάστασης ίσο με 0.02 δευτερόλεπτα δηλαδή $t_s = 0.02 \text{ sec}$

Εάν επιλέξω αυτή την παράμετρο και επιλέγοντας το κριτήριο 2%, τότε

$$\sigma_a = \frac{4}{t_s} = 200 \text{ sec}^{-1} \quad (5.10.15)$$

$$\sigma_a = \zeta \omega_n \quad (5.10.16)$$

Και

$$\text{εάν } \zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \quad (5.10.17)$$

τότε η φυσική συχνότητα $\omega_n = 282.8854 [\text{sec}^{-1}]$ (7.18)

και κατά συνέπεια η συχνότητα με απόσβεση θα είναι:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 200.0604 [\text{sec}^{-1}] \quad (5.10.19)$$

ο χρόνος κορυφής θα είναι:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 0.016 \text{ sec} \quad (5.10.20)$$

Και η μέγιστη υπερακόντιση θα είναι:

$$M_p = e^{-\left(\frac{\pi \zeta}{\omega_d}\right)\pi} = 0.043 \text{ δηλαδή } 4.3\% \quad (5.10.21)$$

ή

$$M_p = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi} = 0.043 \quad (5.10.22)$$

Όπως παρατηρείται η μέγιστη υπερακόντιση εξαρτάται μόνο από το λόγο απόσβεσης ζ .

$$\text{Τέλος } \beta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_d}{\sigma_\alpha}\right) = 45.01^\circ \approx 45^\circ \quad (5.10.23)$$

$$\text{και ο χρόνος ανύψωσης } t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = 0.0039 \text{ sec} \quad (5.10.24)$$

5.11 Εύρεση των κερδών του ελεγκτή

Από την αντιστοίχιση που έγινε στο προηγούμενο στάδιο καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι στόχος είναι να γίνει όσο το δυνατόν πιο αξιόπιστος έλεγχος δύο μεταβλητών. Από το αναλογικό έλεγχο (P - control) που έγινε προηγουμένως διακρίναμε ότι δεν μπορούμε να ελέγξουμε και το ζ και το ω_n και έτσι η απόκριση δεν έχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Έτσι λοιπόν θα επιλέξουμε αναλογικό - διαφορικό ελεγκτή (PD - controller).

Σκοπός της παρακάτω διαδικασίας είναι ο σαφής προσδιορισμός των κερδών του PD-ελεγκτή.

Για PD-ελεγκτή η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$\begin{aligned} \frac{F(s)}{F_d(s)} &= \frac{K_{FS}l_1^2[1+K_P+K_{DC}s]}{M_{11}s^2+B_xl_1^2s+K_{FS}l_1^2[1+K_P+K_{DC}s]} \\ \Rightarrow \frac{F_{out}}{F_d} &= \frac{K_{DC}K_{FS}l_1^2s+K_{FS}l_1^2[1+K_P]}{M_{11}s^2+(B_xl_1^2+K_{DC}K_{FS}l_1^2)s+K_{FS}l_1^2[1+K_P]} \end{aligned} \quad (5.11.1)$$

Ο παρονομαστής του παραπάνω κλάσματος αποτελεί τη χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος εάν αυτός εξισωθεί με το μηδέν είναι:

$$M_{11}s^2+(B_xl_1^2+K_{DC}K_{FS}l_1^2)s+K_{FS}l_1^2[1+K_P]=0 \quad (5.11.2)$$

Διαιρώντας με M_{11} όλους τους συντελεστές της παραπάνω εξίσωσης προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

$$s^2 + \frac{(B_x l_1^2 + K_{DC} K_{FS} l_1^2)}{M_{11}} s + \frac{K_{FS} l_1^2 (1 + K_P)}{M_{11}} = 0 \quad (5.11.3)$$

Αντιστοιχίζοντας τις παρακάτω ποσότητες

$$\omega_n^2 = \frac{K_{FS} l_1^2 (1 + K_P)}{M_{11}} \quad (5.11.4)$$

Εάν επιλέξω $\zeta=0.707$

$$\text{Και } 2\zeta\omega_n = \frac{(B_x l_1^2 + K_{FS} K_{DC} l_1^2)}{M_{11}} \quad (5.11.5)$$

$$\Rightarrow K_{DC} = \frac{2\zeta\omega_n M_{11} - B_x l_1^2}{K_{FS} l_1^2} \quad (5.11.6)$$

Καταλήγουμε στο ότι $K_P = 17.808$

Και $K_{DC} = 0.093895$

Από τα παραπάνω καταλήγουμε σε PD-έλεγχο και στη συνάρτηση μεταφοράς

$$\text{κλειστού βρόχου } \frac{93.895s + 18808}{0.235s^2 + 94.005s + 18808} \quad (5.11.7)$$

Θα επιλέξουμε PID-έλεγχο, δηλαδή θα έχουμε και I-έλεγχο για να μηδενίσουμε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης το οποίο δημιουργείται από τον όρο της διαταραχής ο οποίος όπως προαναφέρθηκε προσομοιάζει τον όρο των βαρυτικών δυνάμεων που είναι και ο υπεύθυνος όρος της απόκλισης της εξόδου από την επιθυμητή τιμή η οποία ορίζεται από την επιθυμητή είσοδο.

5.12 Τόπος των ριζών

Προκειμένου να προσδιοριστεί η φύση της μεταβατικής απόκρισης του συστήματος πρέπει να είναι γνωστή η θέση των ριζών στο μιγαδικό επίπεδο.

Η μέθοδος του τόπου των ριζών είναι μια γραφική διαδικασία προσδιορισμού των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης όταν η τιμή μιας παραμέτρου μεταβάλλεται από το μηδέν στο άπειρο. Η παράμετρος αυτή στην περίπτωσή μας είναι το κέρδος του ελεγκτή.

Έτσι λοιπόν μέσα από αυτή τη διαδικασία δίνεται η δυνατότητα προσδιορισμού της μεταβατικής απόκρισης του συστήματος.

Για να προσδιορίσουμε τον τόπο των ριζών θα πρέπει η χαρακτηριστική εξίσωση της συνάρτησης μεταφοράς κλειστού βρόχου να πάρει τη μορφή

$$1 + k \frac{num}{den} = 0. \quad (5.12.1)$$

Χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου η οποία είναι

$$\frac{F(s)}{F_d(s)} = \frac{-K_{FS}l_1J^T(1+G_c)}{M_{11}s^2 + B_xl_1^2s + K_{FS}l_1^2 - K_{FS}l_1J^TG_c} \quad (5.12.2)$$

P-control

Επομένως για το σχεδιασμό του τόπου των ριζών για P-έλεγχο θα πρέπει η χαρακτηριστική εξίσωση που είναι η $M_{11}s^2 + B_xl_1^2s + K_{FS}l_1^2 + K_{FS}l_1^2K_P = 0$ να έρθει στη μορφή που προαναφέραμε. Διαιρώντας τη χαρακτηριστική εξίσωση με $M_{11}s^2 + B_xl_1^2s + K_{FS}l_1^2$

$$(5.12.3)$$

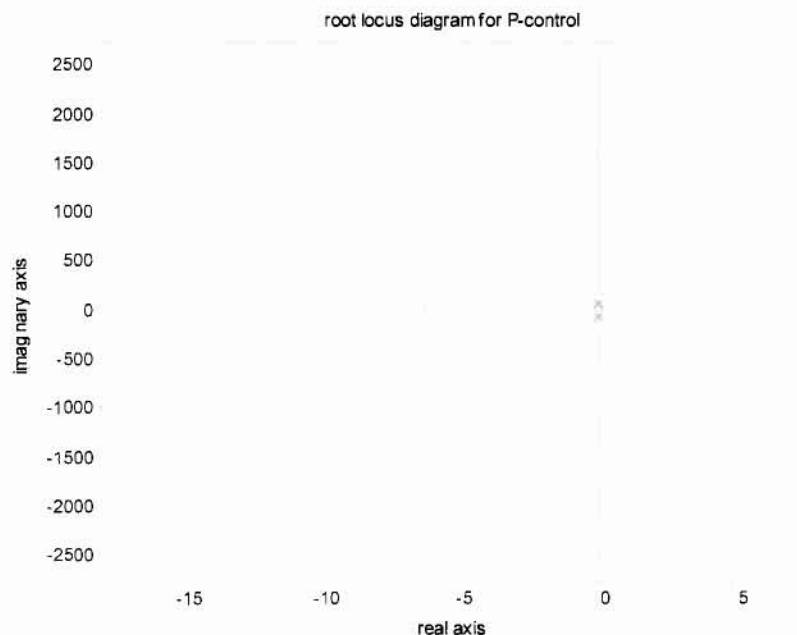
καταλήγουμε στη μορφή

$$1 + K_P \frac{K_{FS}l_1^2}{M_{11}s^2 + B_xl_1^2s + K_{FS}l_1^2} = 0 \quad (5.12.4)$$

Δίνοντας λοιπόν στο Matlab τις παρακάτω τιμές στις μεταβλητές που χαρακτηρίζουν το σύστημά μας, σχεδιάζουμε τον τόπο των ριζών καθώς το κέρδος πηγαίνει από το μηδέν στο άπειρο.

Οι τιμές του συστήματος είναι: $K_{FS} = 10^5$, $l_1 = 0.1$, $B_x = 11$, $M_{11} = 0.235$

Παρακάτω παρατίθεται το διάγραμμα του τόπου των ριζών για P-έλεγχο.

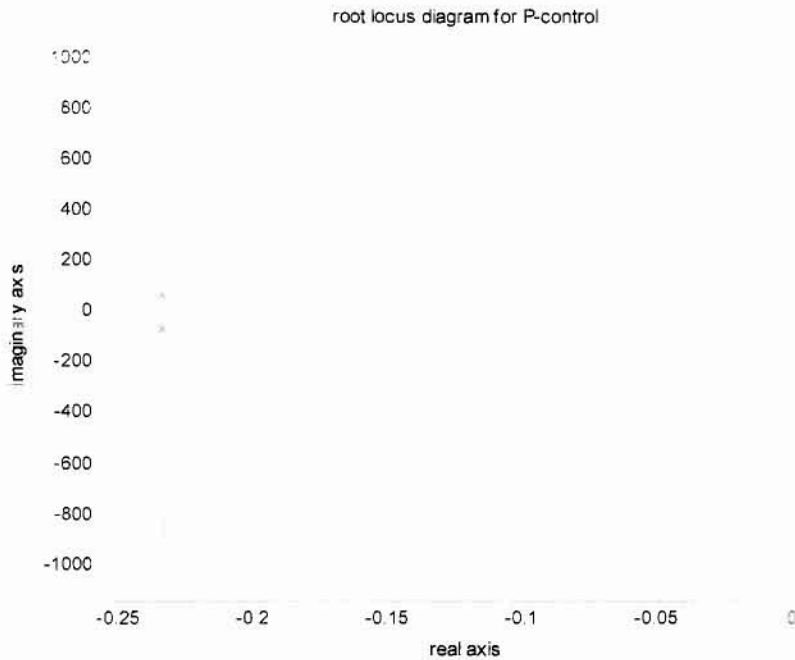


Σχήμα 5.12.1 : Διάγραμμα Root-Locus για αναλογικό έλεγχο

Οι πόλοι βρίσκονται στις θέσεις:

Πόλος 1: (-0.2341, -65.4146i)

Πόλος 2: (-0.2341, +65.4146i)



Σχήμα 5.12.2 :Μεγέθυνση διαγράμματος Root-Locus για αναλογικό έλεγχο

Από τον τόπο των ριζών του συστήματος για P-έλεγχο φαίνεται ξεκάθαρα ότι το σύστημα παραμένει ευσταθές για οποιοδήποτε κέρδος του P-ελέγκτη.

PD-control

Για το σχεδιασμό του τόπου των ριζών για D-έλεγχο θα πρέπει η χαρακτηριστική εξίσωση που είναι η

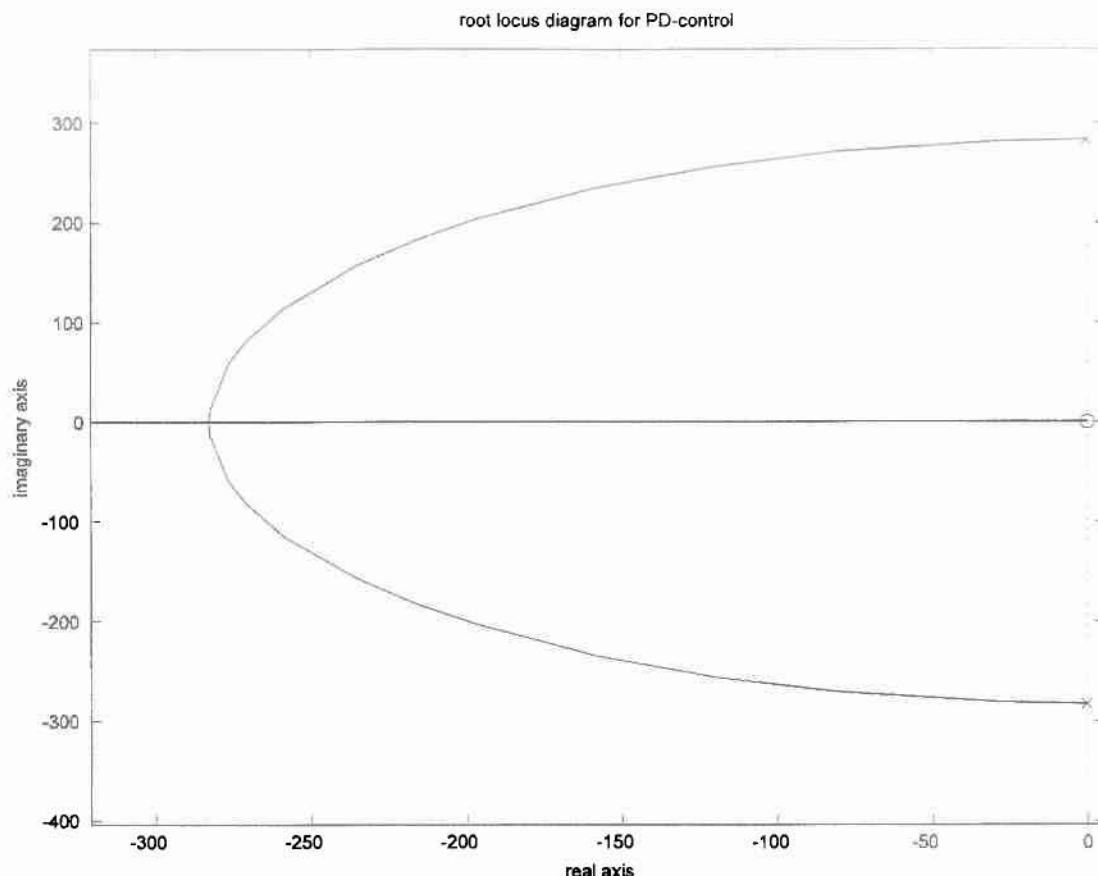
$$M_{11}s^2 + (B_x l^2 + K_{FS} l^2 K_D)s + K_p K_{FS} l^2 + K_{FS} l^2 = 0 \quad (5.12.5)$$

να έρθει στη μορφή που προαναφέραμε. Διαιρώντας τη χαρακτηριστική εξίσωση με $M_{11}s^2 + B_x l^2 s + (1 + K_p) K_{FS} l^2$

καταλήγουμε στη μορφή

$$1 + K_D \frac{K_{FS} l^2 s}{M_{11}s^2 + B_x l^2 s + (1 + K_p) K_{FS} l^2} = 0 \quad (5.12.7)$$

Σχεδιάζουμε λοιπόν στο σχήμα (παρακάτω) τον τόπο των ριζών για D-έλεγχο καθώς το κέρδος K_D πηγαίνει από το μηδέν στο άπειρο και με τιμές που χαρακτηρίζουν το σύστημα $K_{FS} = 10^5$, $l_1 = 0.1$, $B_x = 11$, $M_{11} = 0.235$. $K_p = 17.808$



Σχήμα 5.12.3 : Διάγραμμα Root-Locus για διαφορικό έλεγχο

Οι πόλοι βρίσκονται στις θέσεις :

Πόλος 1 : $(-2.3383e-001, +2.8204e+002i)$

Πόλος 2 : $(-2.3383e-001, -2.8204e+002i)$

Και το μηδενικό βρίσκεται στις θέσεις $(-9.6637e-015, +3.9486e-010i)$

Το μηδενικό δηλαδή βρίσκεται στη θέση $(0,0)$. (αρχή των αξόνων)

Από τα παραπάνω διαγράμματα του τύπου των ριζών για I-έλεγχο καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το σύστημα θα είναι πάντα ευσταθές για αυτού του είδους τον έλεγχο.

PID-Control

Για το σχεδιασμό του τύπου των ριζών για I-έλεγχο θα πρέπει η χαρακτηριστική εξίσωση που είναι η

$$M_{11}s^3 + (B_x I_1^2 + K_{FS} I_1^2 K_D)s^2 + (K_{FS} I_1^2 + K_{FS} I_1^2 K_p)s + K_{FS} I_1^2 K_I = 0 \quad (5.12.8)$$

να έρθει στη μορφή που προαναφέραμε, δηλαδή τη σχέση 7.2.1. Διαιρώντας τη χαρακτηριστική εξίσωση με

$$M_{11}s^3 + (B_x I_1^2 + K_{FS} I_1^2 K_D)s^2 + (K_{FS} I_1^2 + K_{FS} I_1^2 K_p)s \quad (5.12.9)$$

καταλήγουμε στη μορφή

$$1 + K_{IC} \frac{K_{FS} l^2}{M_{11} s^3 + (B_x l^2 + K_{FS} l^2 K_D) s^2 + (K_{FS} l^2 + K_{FS} l^2 K_p) s} = 0 \quad (5.12.10)$$

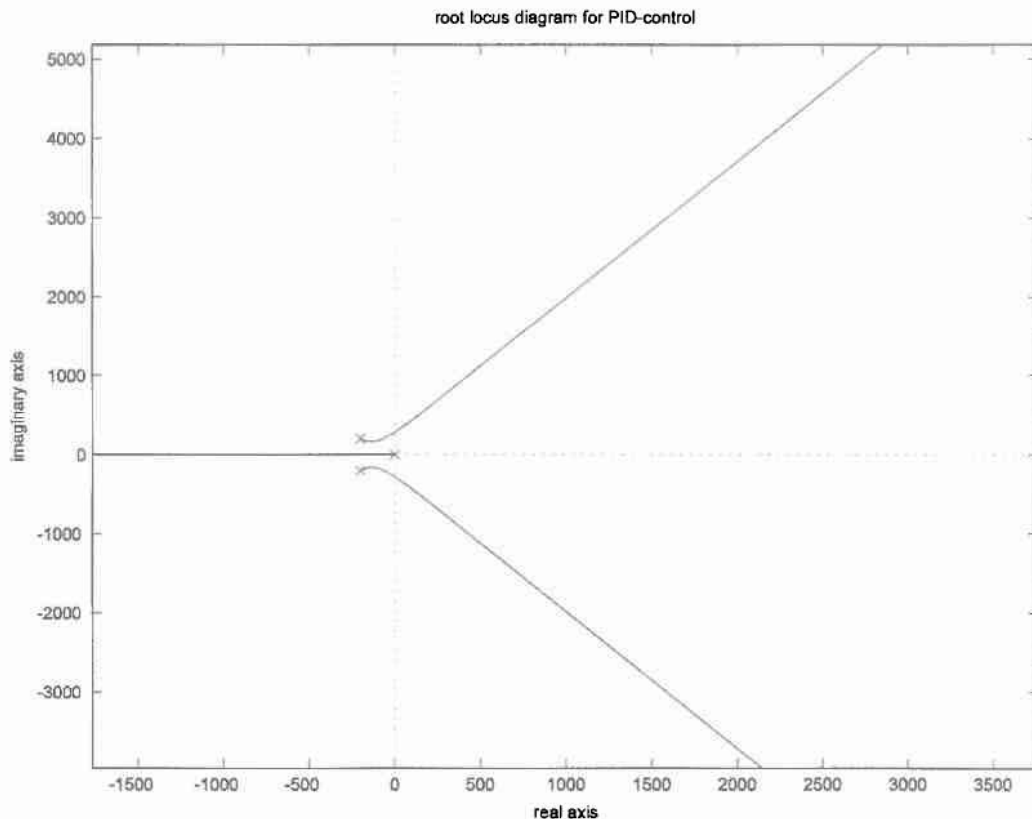
Δίνοντας λοιπόν στο Matlab τις παρακάτω τιμές στις μεταβλητές που χαρακτηρίζουν το σύστημά μας, σχεδιάζουμε τον τόπο των ριζών καθώς το κέρδος πηγαίνει από το μηδέν στο άπειρο.

Οι τιμές του συστήματος είναι: $K_{FS} = 10^5$, $l_1 = 0.1$, $B_x = 11$, $M_{11} = 0.235$, $K_p = 17.808$, $K_D = 0.093895$

Οι πόλοι βρίσκονται στις θέσεις $(-0.2340, +65.2324i)$ και $(-0.2340, -65.2324i)$

Καθώς και ένας πόλος βρίσκεται στο σημείο $(3.7780e-008, -3.1917e-005i)$,

δηλαδή σχεδόν στο σημείο $(0,0)$



Σχήμα 5.12.4 : Διάγραμμα Root-Locus για ολοκληρωτικό έλεγχο

Οι θέσεις των πόλων είναι :

Πόλος 1 : $(-1.9980e+002, +1.9987e+002i)$

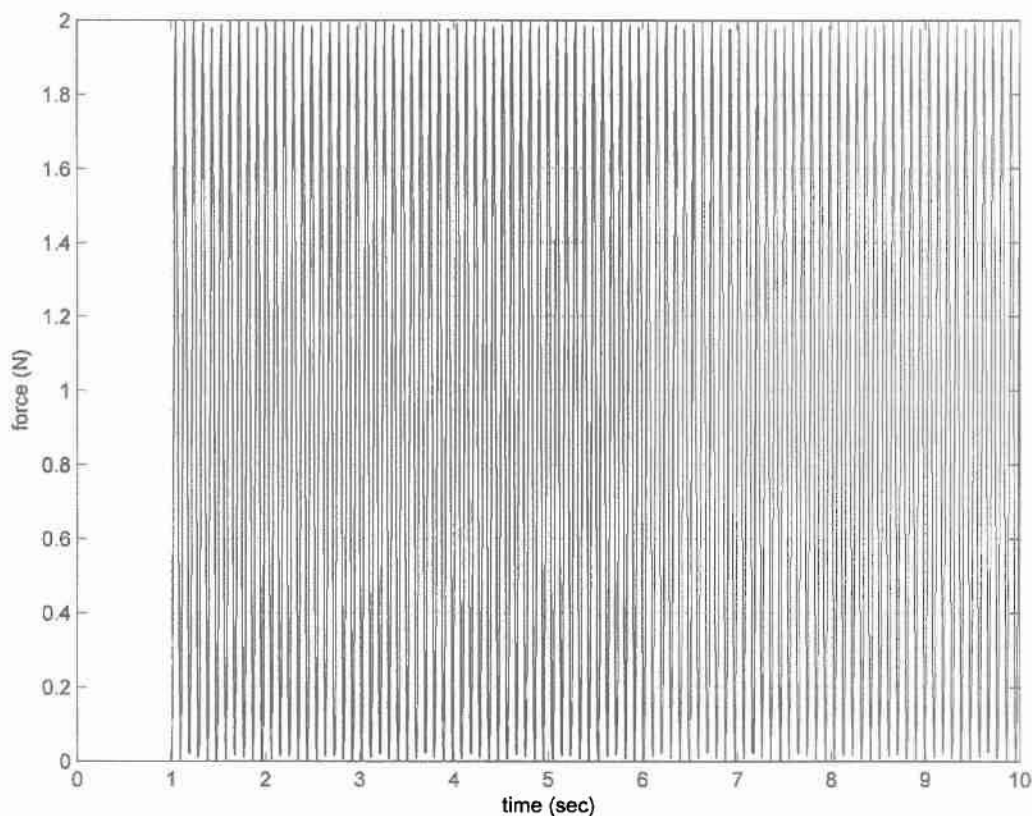
Πόλος 2 : $(-1.9980e+002, -1.9987e+002i)$

Πόλος 3 : (0.0)

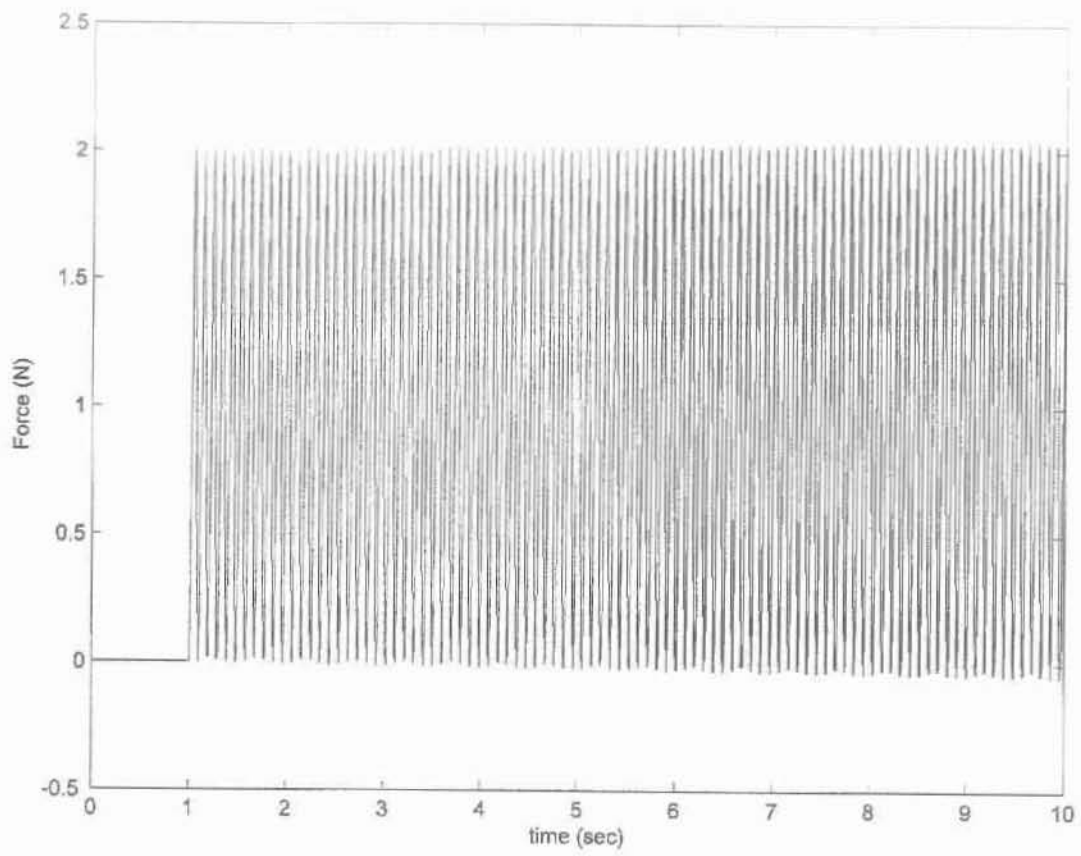
Όμως εάν $K_I > 7523.6$ τότε έχουμε αστάθεια

Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα της απόκρισης του απλοποιημένου συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας, χρησιμοποιώντας κέρδη για τον I-όρο του ελεγκτή μεγέθη κοντά στην κρίσιμη περιοχή.

Από τα παρακάτω διαγράμματα 5.12.5 και 5.12.6 φαίνεται ότι μιλώντας για το απλοποιημένο σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας εάν κάνουμε I-έλεγχο και για την τιμή του κέρδους ξεπεράσουμε την ποσότητα 7523.6 το σύστημα ταλαντώνεται με αυξανόμενο πλάτος ταλάντωσης, οδηγούμαστε δηλαδή σε αστάθεια. Στο σχήμα 5.12.5 απεικονίζεται η απόκριση του συστήματος με κρίσιμο λόγο απόσβεσης αφού φαίνεται ότι το σύστημα εκτελεί ταλάντωση με σταθερό πλάτος(λόγος απόσβεσης $\zeta = 0$) ενώ στο δεύτερο το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται εφόσον η τιμή του κέρδους έχει ξεπεράσει την τιμή 7523.6. Η κρίσιμη τιμή του κέρδους επαληθεύεται και από την ανάλυση ευστάθειας Routh–Hurwitz που είχε γίνει προηγουμένως.



Σχήμα 5.12.5 : Απόκριση συστήματος για $K_I = 7523.5$



Σχήμα 5.12.6 : Απόκριση συστήματος για $K_f = 7525$

6. Κατασκευαστικά στοιχεία του βραχίονα

Για τον προσδιορισμό του αποτελέσματος του προβλήματος είναι απαραίτητη η εύρεση της μάζας και της ροπής αδράνειας των βραχιόνων του ρομποτικού μηχανισμού. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει επιλεγεί το μήκος όλων των βραχιόνων να είναι το ίδιο, επομένως ότι ισχύει για τον έναν βραχίονα ισχύει και για τους υπολοίπους.

Ο βραχίονας λοιπόν έχει επιλεγεί ώστε να έχει μήκος (χ) ίσο με 0.1m, πλάτος (γ) ίσο με 0.05m και πάχος (z) ίσο με 0.02m.

Επιπλέον έχει επιλεγεί το υλικό κατασκευής του βραχίονα να είναι κράμα αλουμινίου πυκνότητας $2.7 \frac{gr}{cm^3}$ ή $2.7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ το οποίο είναι ανθεκτικό και βρίσκεται εύκολα στο εμπόριο.

Βάσει των διαστάσεων που έχουμε επιλέξει για το βραχίονα προκύπτει ότι ο όγκος του είναι $V = x \cdot y \cdot z = 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.02 = 10^{-4} m^3$ και εφόσον η πυκνότητά του είναι

$\rho = 2.7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ και προκύπτει ότι η μάζα του βραχίονα είναι

$$m_{\text{βραχιονα}} = \rho \cdot V = 2.7 \cdot 10^{-1} kg . \quad (6.1)$$

Ο υπολογισμός της ροπής αδράνειας έγινε με βάση την παραδοχή ότι ο άξονας περιστροφής του βραχίονα βρίσκεται στο κέντρο βάρους του και με βάση ότι ο βραχίονας είναι ορθογώνιος παραλληλεπίπεδος. Η ροπή αδράνειας ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου υπολογίζεται από τον τύπο $I = \frac{1}{12} m(x^2 + y^2)$ και εκτιμάται ως

$$J = 0.000005 \text{ kg} \cdot m^2$$

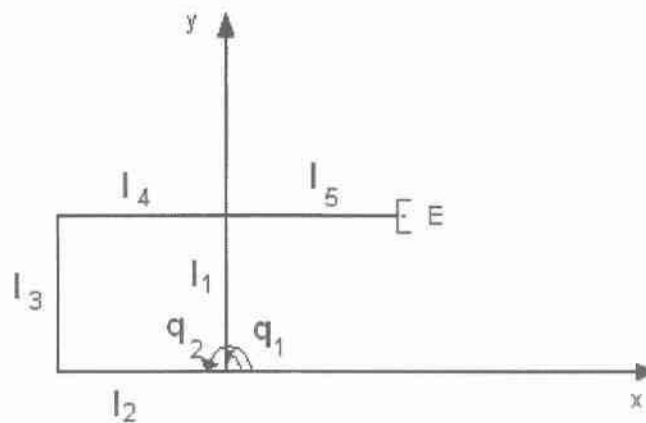
Έχοντας πια βρεί τις παραπάνω ποσότητες είναι δυνατός ο υπολογισμός των στοιχείων M_{ij} του μητρώου μάζας η οποία θα χρειαστεί παρακάτω για περαιτέρω υπολογισμούς.

$$\text{Έτσι λοιπόν } M_{11} = I_1 + I_3 + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l^2 \Rightarrow M_{11} = 0.0046125 kg \cdot m^2 \quad (6.2)$$

Η τιμή όμως αυτή δεν ανταποκρίνεται στη πραγματικότητα καθώς στους παραπάνω υπολογισμούς δεν έχουν συμπεριληφθεί οι μάζες και οι ροπές αδράνειας των αντίβαρων που θα χρειαστούν για την κατασκευή του μηχανισμού, οι μάζες και οι ροπές αδράνειας των τροχαλιών του συστήματος μετάδοσης, οι ροπές αδράνειας του δρομέα των κινητήρων καθώς και οι μάζες και οι ροπές αδράνειας διαφόρων κατασκευαστικών στοιχείων απαραίτητων για την ομαλή λειτουργία του μηχανισμού

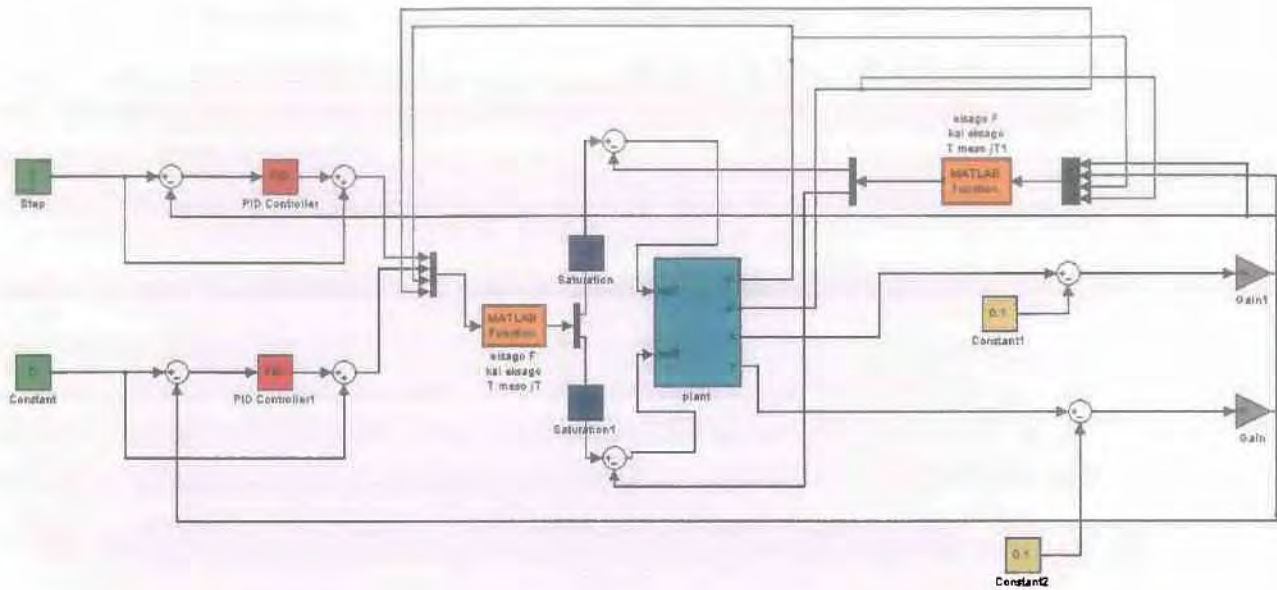
όπως βίδες, ρουλεμάν κ.λ.π. Έτσι λοιπόν έπειτα από μετρήσεις που έγιναν σε ήδη κατασκευασμένο απτικό ρομποτικό μηχανισμό υπολογίζεται ότι $M_{11} = 0.235 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Επίσης πρέπει να επισημανθεί ότι το τελικό σημείο δράσης του μηχανισμού έχει προσαρμοσμένο χειριστήριο ώστε να μπορεί ο χρήστης να επενεργεί σε αυτό. Το γεγονός αυτό μετατοπίζει το κέντρο μάζας του πιο κοντά στο τελικό σημείο δράσης. Εάν το χειριστήριο δεν υπήρχε το κέντρο μάζας του μηχανισμού θα βρισκόταν ελάχιστα πιο αριστερά του βραχίονα l_1 εάν ο μηχανισμός είχε τη θέση του σχήματος.

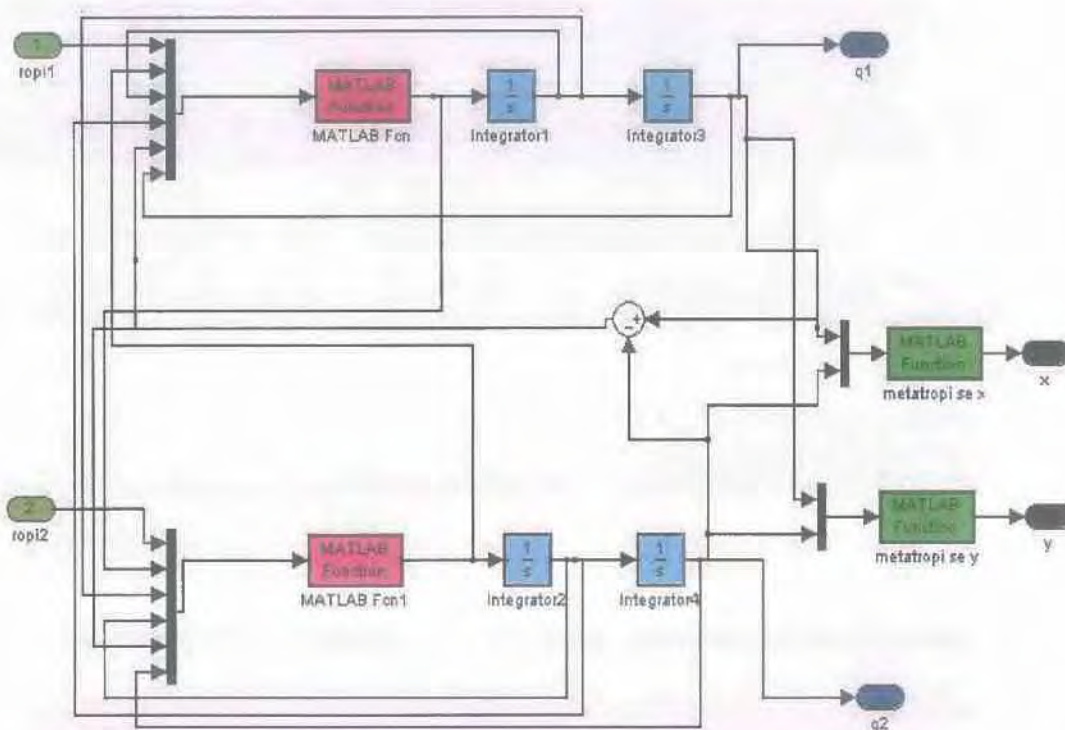


Σχήμα 6.1: Θέση του απτικού ρομποτικού μηχανισμού

7. Σύστημα δύο βαθμών ελευθερίας



Σχήμα 7.1 : Η δομή του διαγράμματος ελέγχου του μηχανισμού



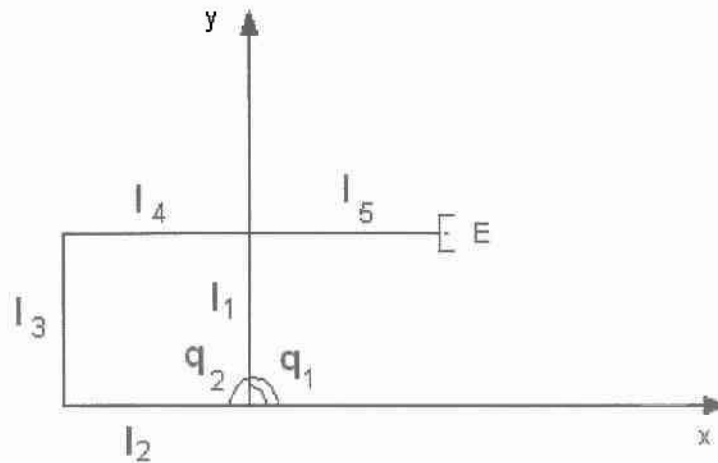
Σχήμα 7.2 : Η δομή του διαγράμματος ελέγχου του συστήματος προς έλεγχο (plant)

7.1 Επεξήγηση διαγραμμάτων

Κατά την εκτέλεση του έργου του μηχανισμού, δηλαδή της απόδοσης της επιθυμητής δύναμης στο τελικό σημείο δράσης εξάγονται οι επιθυμητές μετατοπίσεις

(γωνίες), ταχύτητες και επιταχύνσεις των αρθρώσεων καθώς και η θέση του τελικού σημείου δράσης. Οι χρονικές εξελίξεις των μεγεθών αυτών ανατροφοδοτούνται στο δυναμικό μοντέλο που χαρακτηρίζει το μηχανισμό και εξάγονται εκ νέου τα νέα δεδομένα για το μηχανισμό για τη νέα του κατάσταση.

Ο μηχανισμός είναι σε τέτοια θέση ώστε $q_1 = 90^\circ$ και $q_2 = 180^\circ$ και θέλουμε να αποδώσει τις δυνάμεις που ορίζουμε ως εισόδους στο τελικό σημείο δράσης E.



Σχήμα 7.1.1 : Θέση του απτικού ρομποτικού μηχανισμού κατά την προσομοίωση.

Στο σχήμα 7.1 φαίνεται η δομή του διαγράμματος ελέγχου του μηχανισμού. Η θέση που έχει επιλεγεί να αρχίσει η διαδικασία της προσομοίωσης είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 7.1.1 ($q_1 = 90^\circ$ και $q_2 = 180^\circ$) διότι εκεί, όπως προαναφέραμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, ο μηχανισμός βρίσκεται μακριά από σημεία ιδιομορφίας. Επίσης έχει επιλεγεί οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των μεταβλητών των αρθρώσεων να είναι μηδέν για τη χρονική στιγμή $t=0$ sec.

Ως είσοδο έχουμε τις δύο συνιστώσες της επιθυμητής δύναμης F_x και F_y . Ο χρήστης θέλουμε να δέχεται την επιθυμητή δύναμη που ορίζουμε, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ένα (1) Newton στην x -κατεύθυνση και μηδέν (0) Newton.

Έπειτα ακολουθεί ένας αθροιστής του οποίου η έξοδος είναι το αποτέλεσμα της σύγκρισης της πραγματικής δύναμης που προκύπτει ως έξοδος με την προκαθορισμένη επιθυμητή δύναμη F_d δηλαδή τις εισόδους.

Η έξοδος του αθροιστή αυτού διέρχεται από τον ελεγκτή ο οποίος εκτελεί ρόλο ρυθμιστή ώστε η πραγματική έξοδος του συστήματος F να ακολουθεί την επιθυμητή δύναμη που έχουμε ως είσοδο F_d .

Στη συνέχεια η έξοδος του ελεγκτή αθροίζεται με την επιθυμητή δύναμη. Ο ρόλος αυτού του αθροιστή υποστηρίζει την ύπαρξη δύναμης και συνεπώς την ύπαρξη εισόδου στο επόμενο στάδιο. σε περίπτωση που έχουμε την επίτευξη εξίσωσης της επιθυμητής δύναμης και της εξόδου του συστήματος, δηλαδή στην περίπτωση εισόδου μηδενικού σφάλματος στον ελεγκτή (αυτό αναμένεται να συμβαίνει στη μόνιμη κατάσταση και εφόσον έχει επιτευχθεί ο ιδανικός έλεγχος). Σφάλμα όπως έχουμε προαναφέρει ορίζεται η διαφορά της εξόδου με την είσοδο του συστήματος, δηλαδή είναι η ποσότητα που προκύπτει μετά τον πρώτο αθροιστή.

Το αποτέλεσμα λοιπόν του δεύτερου αθροιστή εισάγεται σε μια διαδικασία (Matlab Function block) η οποία αποτελεί τον αντίστροφο πίνακα της ιακωβιάνης μήτρας.

Αυτό το block θα έχει λοιπόν δύναμη για είσοδο και ροπή για έξοδο καθώς ισχύει $\tau = J^T F$.

$$(7.1.1)$$

Το σχήμα 2 περιγράφει τη δομή του plant (σύστημα προς έλεγχο – γαλάζιο block).

Στο plant (σύστημα προς έλεγχο) το οποίο περιγράφει το φυσικό πρόβλημα με τις δυναμικές εξισώσεις (εξισώσεις κίνησης) εισάγονται ροπές και εξάγονται μετατοπίσεις τόσο στο καρτεσιανό επίπεδο όσο και στο χώρο των επενεργητών. Οι ροπές που εισάγονται είναι η διαφορά που προκύπτει από τις ροπές που εξάγονται από τη μετατροπή των δυνάμεων που εξάγονται από τους ελεγκτές και τη ροπή που ασκούν οι κινητήρες του μηχανισμού ώστε να αποδώσουν τις επιθυμητές δυνάμεις στο τελικό σημείο δράσης.

Οι μετατοπίσεις στο καρτεσιανό επίπεδο εφόσον συγκριθούν με την ποσότητα των κίτρινων blocks, δηλαδή με την αρχική θέση του τελικού σημείου δράσης, ορίζουν την έξοδο του αθροιστή η οποία αποτελεί τη μετατόπιση πολλαπλασιάζεται με το μέτρο ελαστικότητας του αισθητήρα δύναμης. Η ποσότητα των κίτρινων blocks ορίζει τη θέση του τελικού σημείου δράσης. Εάν τοποθετήσουμε το χέρι μας λοιπόν σε αυτό το σημείο ($x=0.1, y=0.1$) ο αισθητήρας πίεσης θα δεχθεί την αντίσταση του χεριού και θα αποδώσει ένδειξη η οποία εξάγεται μετά από τα γκρι blocks.

Δηλαδή η μετατόπιση πολλαπλασιάζεται με το μέτρο του Young (τριγωνικά blocks) δίνει ως αποτέλεσμα τη δύναμη ($F=Kx$) που ορίζεται ως έξοδος του συστήματος.

Ο αισθητήρας αυτός είναι προσαρμοσμένος στο τελικό σημείο δράσης του μηχανισμού και έχει οριστεί ως μέτρο ελαστικότητας (τριγωνικά blocks) αυτού. η

ποσότητα $5.3 \cdot e^{-}$ N/m. Κατά την προσομοίωση η τιμή που έχει χρησιμοποιηθεί για το μέτρο του Young είναι 10^2 N/m.

Μετά την εξαγωγή της, η δύναμη αυτή τροφοδοτείται στη διαδικασία της αντιστροφής ιακωβιανής μήτρας και εξάγεται ροπή η οποία αφού αθροιστεί με εκείνη τη ροπή που έρχεται από την είσοδο (η είσοδος είναι δύναμη αλλά μετά από παρόμοια διαδικασία έχει μετατραπεί σε ροπή) ανατροφοδοτείται στο προς έλεγχο σύστημα (plant – κεντρικό block).

Το plant όπως προαναφέρθηκε δέχεται ως είσοδο ροπές και εξάγει μετατοπίσεις σε X και Y άξονες και γωνίες επενεργητών. Αυτή η διαδικασία γίνεται μέσω της ολοκλήρωσης με τη βοήθεια ολοκληρωτών ($\frac{1}{s}$), της ποσότητας \ddot{q} . Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα να εκφραστούν ως προς \dot{q} ώστε με τη βοήθεια των ολοκληρωτών να εξαχθούν οι ταχύτητες \dot{q} και οι γωνίες q των επενεργητών.

Οι μετατοπίσεις X και Y προκύπτουν μετά τη μετατροπή των γωνιών q μέσω ευθείας κινηματικής.

Τέλος τα blocks των saturation ορίζονται πριν το plant με σκοπό το περιορισμό των κινητήρων ορίζοντας άνω και κάτω όριο στη ροπή που θα αποδώσουν. Αυτό το block ουσιαστικά δίνει τη δυνατότητα στον κατασκευαστή να χρησιμοποιήσει σύστημα μετάδοσης (αυτό και προσομοιώνει αφού στο block αυτό βάζουμε το αντίστοιχο πολλαπλάσιο της μέγιστης συνεχόμενης ροπής που αποδίδει ο κινητήρας) και έτσι να χρησιμοποιήσει μικρότερης ισχύος κινητήρα.

7.2 Αποτελέσματα – υπό την επίδραση της βαρύτητας

Παρακάτω γίνεται περιγραφή αποτελεσμάτων όταν ο μηχανισμός βρίσκεται σε θέση που περιγράφεται από γωνίες αρθρώσεων $q_1 = \frac{\pi}{2} rad$ και $q_2 = \pi - rad$ χωρίς να απαιτείται από αυτόν να ασκήσει κάποιες δυνάμεις και επιδρώντας σε αυτόν μόνο οι ροπές των κινητήρων και οι βαρυτικές δυνάμεις (δεν επενεργούν δηλαδή οι δυνάμεις που οφείλονται στους όρους Coriolis και τις φυγόκεντρες δυνάμεις καθώς ούτε οι δυνάμεις που οφείλονται στην τριβή).

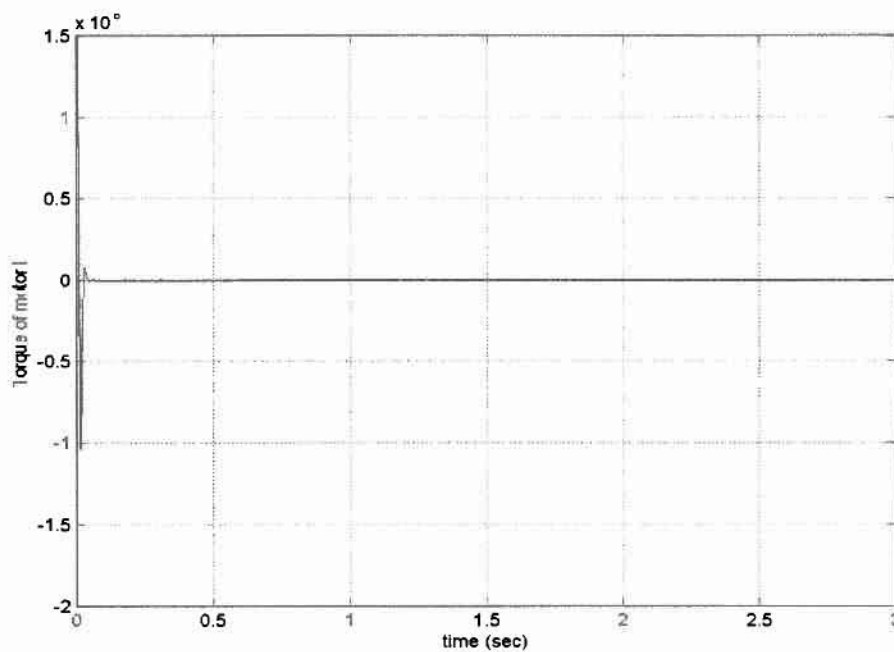
Έχει υπολογιστεί ότι στον πρώτο βραχίονα δηλαδή σε εκείνο το βραχίονα που ελέγχει ο κινητήρας 1. ασκείται ροπή λόγω βαρυτικών δυνάμεων ίση με

$\tau_{\delta_1} = -3.3 \cdot 10^{-13} = 0$ Nm και η ροπή που ασκείται στο βραχίονα 2 εξ' αιτίας των ίδιων δυνάμεων είναι ίση με $\tau_{\delta_2} = -0.049$ Nm.

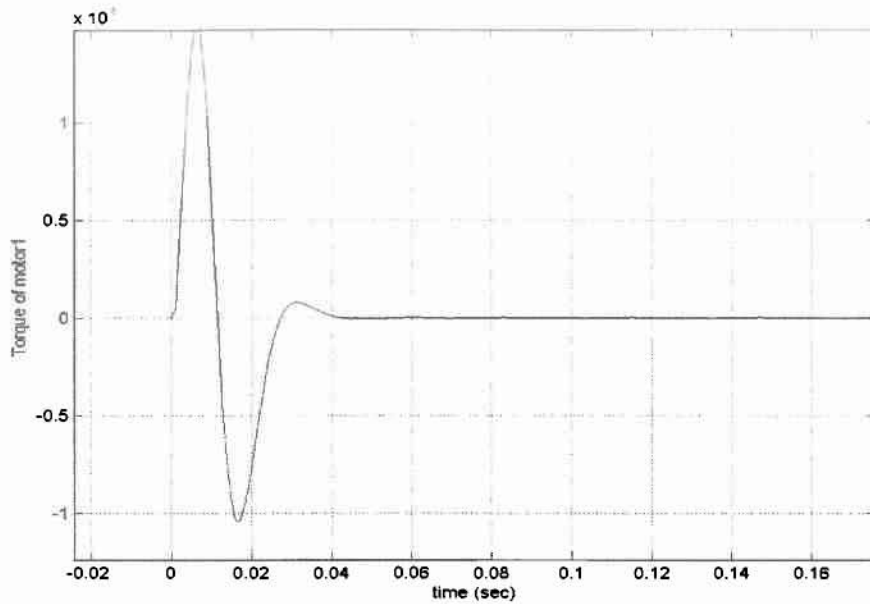
Ο μηχανισμός εφόσον δεν απαιτείται να ασκήσει κάποιες δυνάμεις στο χρήστη θα πρέπει απλά να ισοροπήσει. Επομένως θα πρέπει ο κινητήρας 2 να δώσει τέτοια ροπή στο σύστημα ώστε να αντισταθμίσει την $\tau_{\delta_2} = -0.049$ Nm.

Παρακάτω παρουσιάζονται και σχολιάζονται γραφικές παραστάσεις που αφορούν αναλογικό-διαφορικό έλεγχο με κέρδη $K_p=17.808$ και $K_D=0.093895$ για τα διάφορα χαρακτηριστικά του συστήματος όπως ροπές κινητήρων, δυνάμεις στο τελικό σημείο δράσης και μετατοπίσεις του τελικού σημείου δράσης.

Στα δύο παρακάτω διαγράμματα (7.2.1 και 7.2.2) απεικονίζεται η ροπή που ασκεί ο κινητήρας 1. Παρατηρείται ότι η ροπή αυτή είναι σχεδόν μηδενική και η ταλάντωση στην αρχή οφείλεται στο γεγονός ότι ο κινητήρας προσπαθεί να ισοροπήσει το βραχίονα.

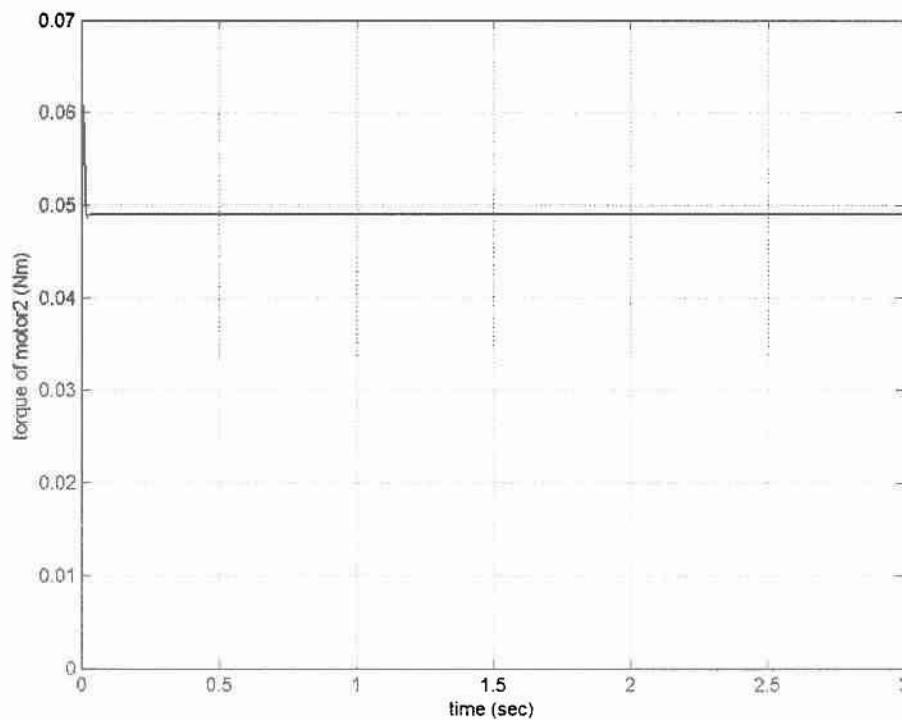


Σχήμα 7.2.1 : Ροπή κινητήρα 1

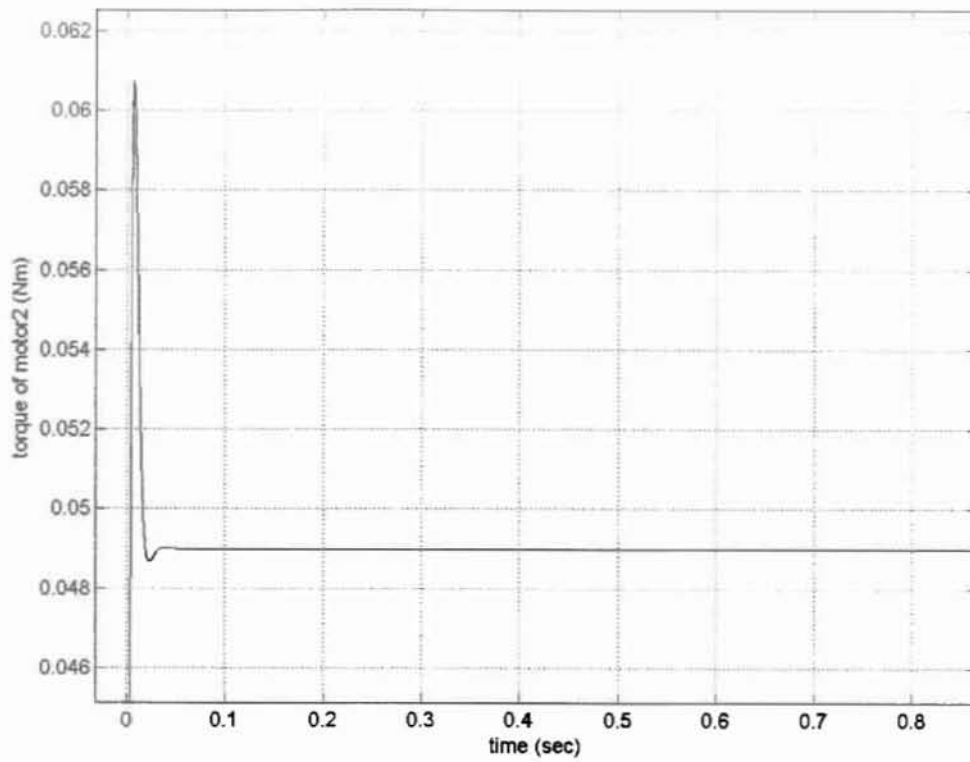


Σχήμα 7.2.2 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 1

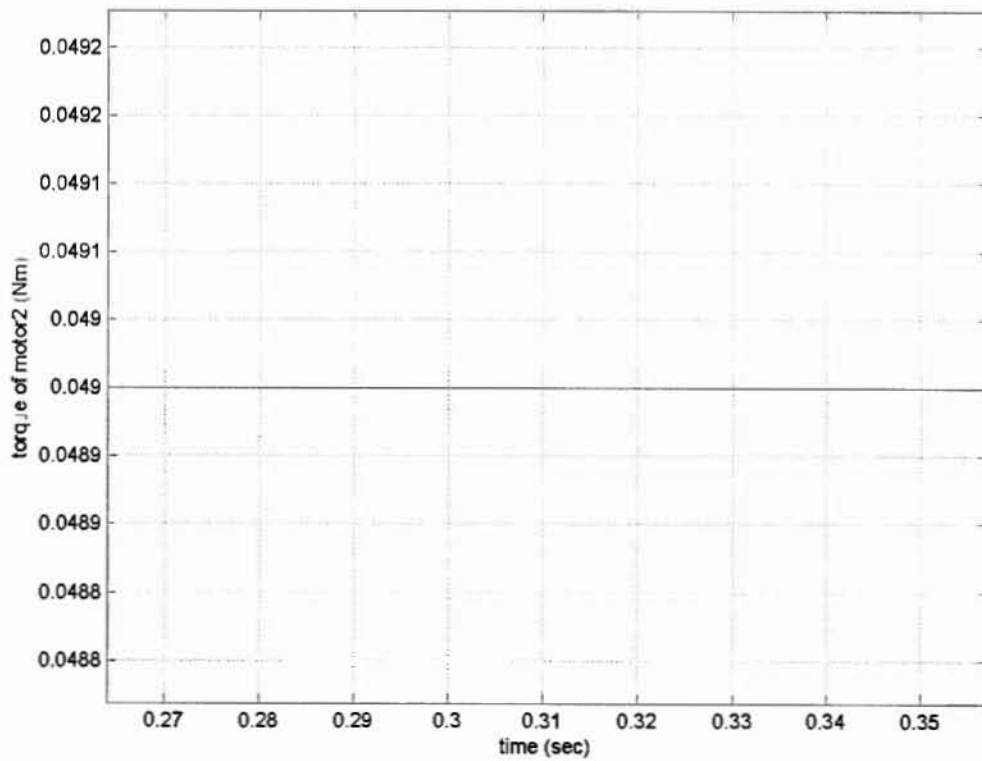
Η ροπή του κινητήρα 2 απεικονίζεται στα επόμενα διαγράμματα και όπως αναμένεται θα έχει μία μικρή τιμή ώστε να ισορροπεί το βραχίονα ο οποίος παρεκκλίνει από τη θέση ισορροπίας του λόγω του βάρους του



Σχήμα 7.2.3 : Ροπή κινητήρα 2

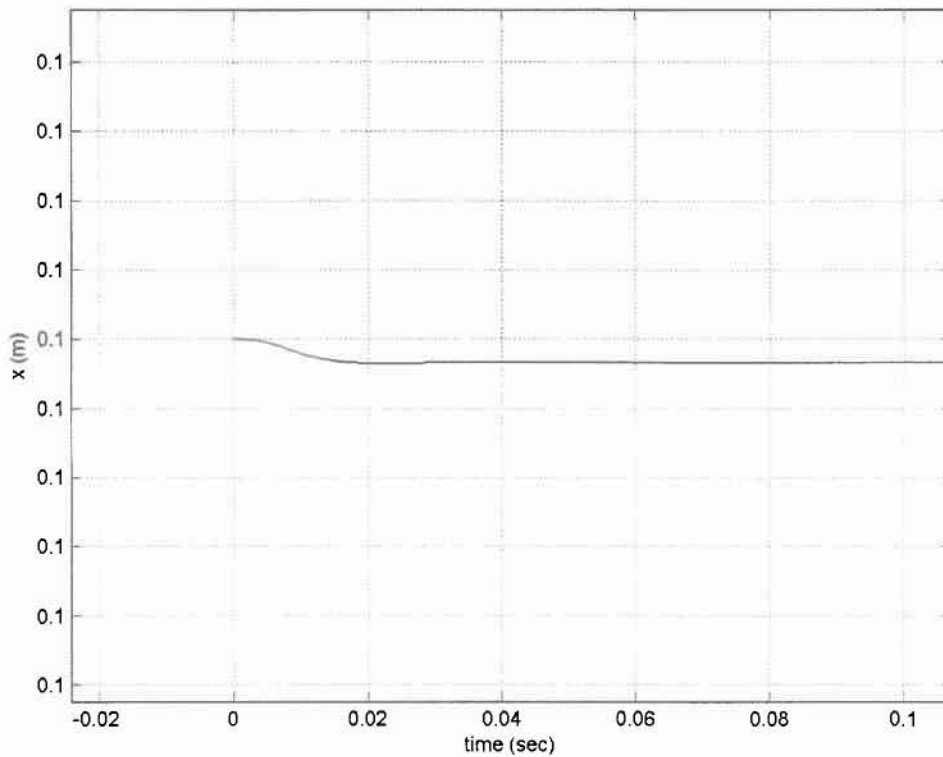


Σχήμα 7.2.4 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2

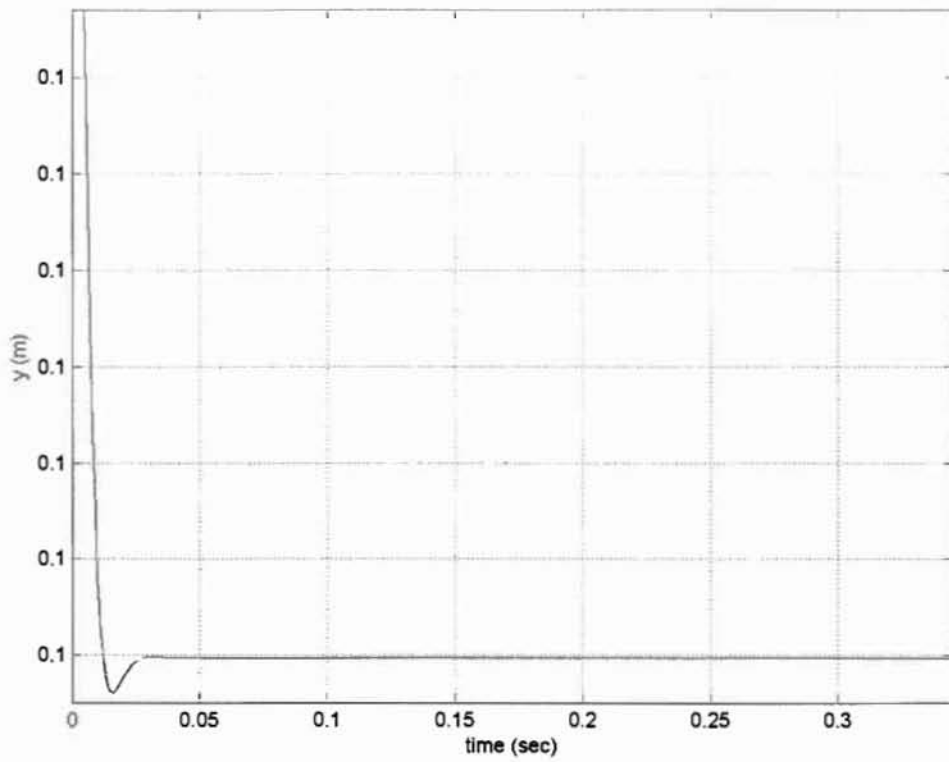


Σχήμα 7.2.5 : Μεγαλύτερη μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2

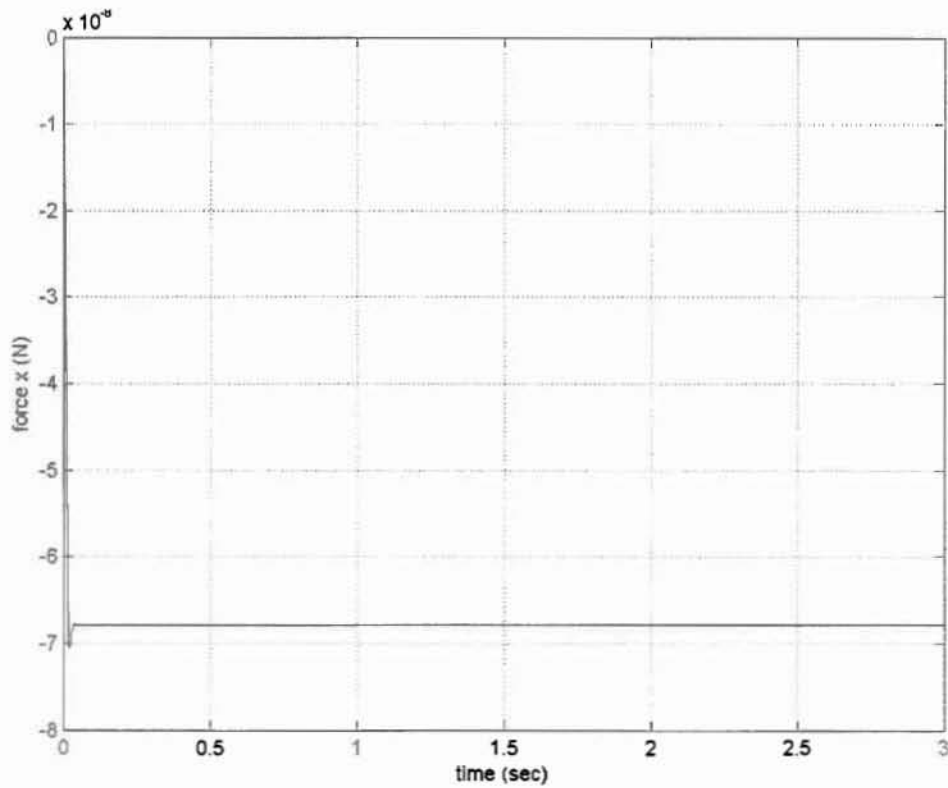
Υπό την επίδραση της βαρύτητας ο τελικός βραχίονας θα πρέπει να πέσει λίγο χαμηλότερα από το σημείο (0.1,0.1) όπου βρίσκεται αρχικά το τελικό σημείο δράσης. Όπως φαίνεται από τα παρακάτω διαγράμματα και η μεταβλητή x και η μεταβλητή y πλησιάζουν το σημείο (0,0), δηλαδή την αρχή των αξόνων, χαρακτηριστικό όπως θα έπρεπε λόγω της επίδρασης της ροπής εξ' αιτίας των βαρυτικών δυνάμεων. Το αποτέλεσμα της μείωσης των μεταβλητών αυτών είναι αναμενόμενο δεδομένης της διάταξης του μηχανισμού.



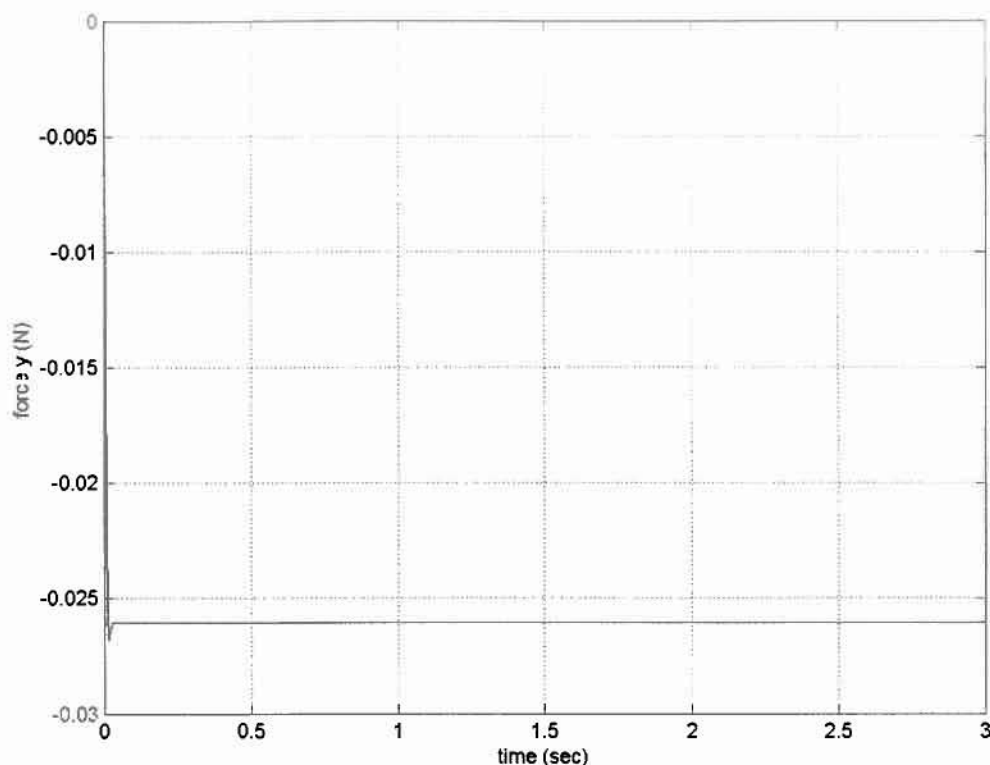
Σχήμα 7.2.6 : Μετατόπιση στη x -κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης



Σχήμα 7.2.7 : Μετατόπιση στη y-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης



Σχήμα 7.2.8 : Δύναμη στη x-κατεύθυνση



Σχήμα 7.2.9 : Δύναμη στην y-κατεύθυνση

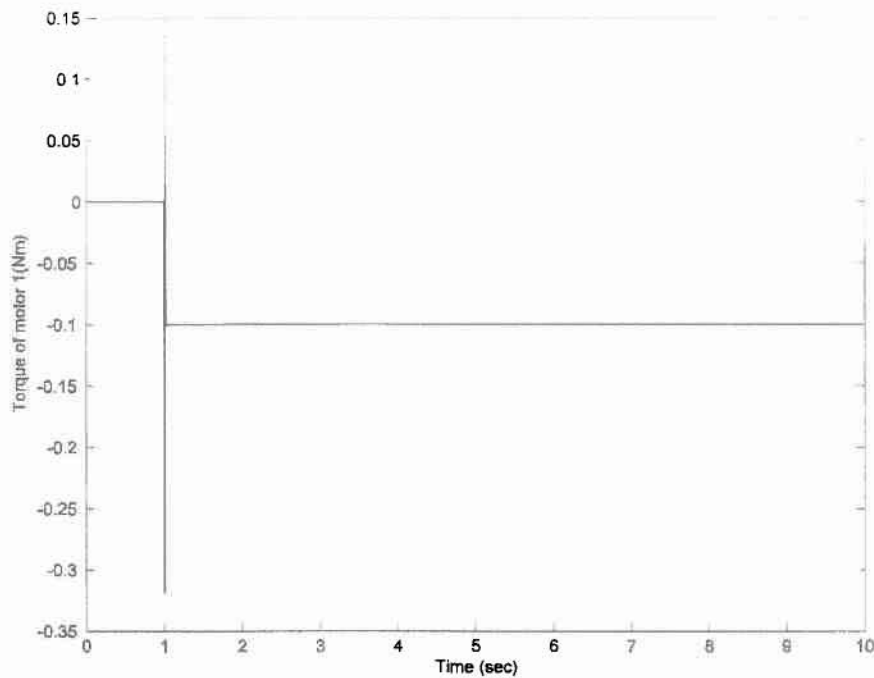
Από τα δύο παραπάνω (7.2.8 και 7.2.9) διαγράμματα φαίνεται ότι εάν ο χρήστης τοποθετούσε το χέρι του στο τελικό σημείο δράσης τότε θα δεχόταν μια μικρή δύναμη της τάξης των 0.025 N στην y-κατεύθυνση με αρνητική φορά ενώ στη x-κατεύθυνση δε θα καταλάβαινε τίποτα.

7.3 Αποτελέσματα της προσομοίωσης του ρομποτικού μηχανισμού με αναλογικό-διαφορικό έλεγχο

Η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε με κέρδη $K_p = 17.808$ για τον αναλογικό ελεγκτή και $K_D = 0.093895$ για το διαφορικό ελεγκτή.

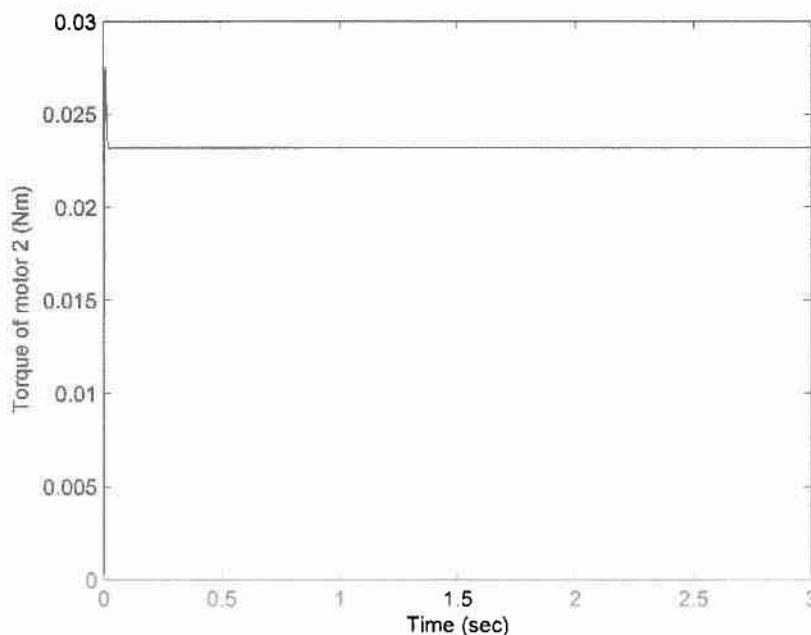
Στο σχήμα 9.3.1 απεικονίζεται η ροπή του κινητήρα 1 εάν δεν είχαμε την επίδραση του saturation block. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι θα είχαμε ένα κινητήρα ο οποίος ανά πάσα στιγμή αποδίδει οποιαδήποτε ροπή απαιτηθεί.

Στα σχήμα 9.3.2 απεικονίζεται η ροπή του κινητήρα 1. Παρατηρείται ότι η ροπή του κινητήρα 1 περιορίζεται στα 0.319 Nm κατά απόλυτη τιμή και αυτό για τι έχουμε επιλέξει αυτή την τιμή ως όριο για τον κινητήρα σε συνεργασία με το σύστημα μετάδοσης. Ο κινητήρας 1 είναι και αυτός ο οποίος λόγω της διάταξης του απτικού ρομποτικού μηχανισμού θα πρέπει να αποδώσει και τη μεγαλύτερη ροπή αφού οι απαιτήσεις ορίζουν ως έξοδο την παραγωγή δύναμης (1 N) μόνο στην x-κατεύθυνση.

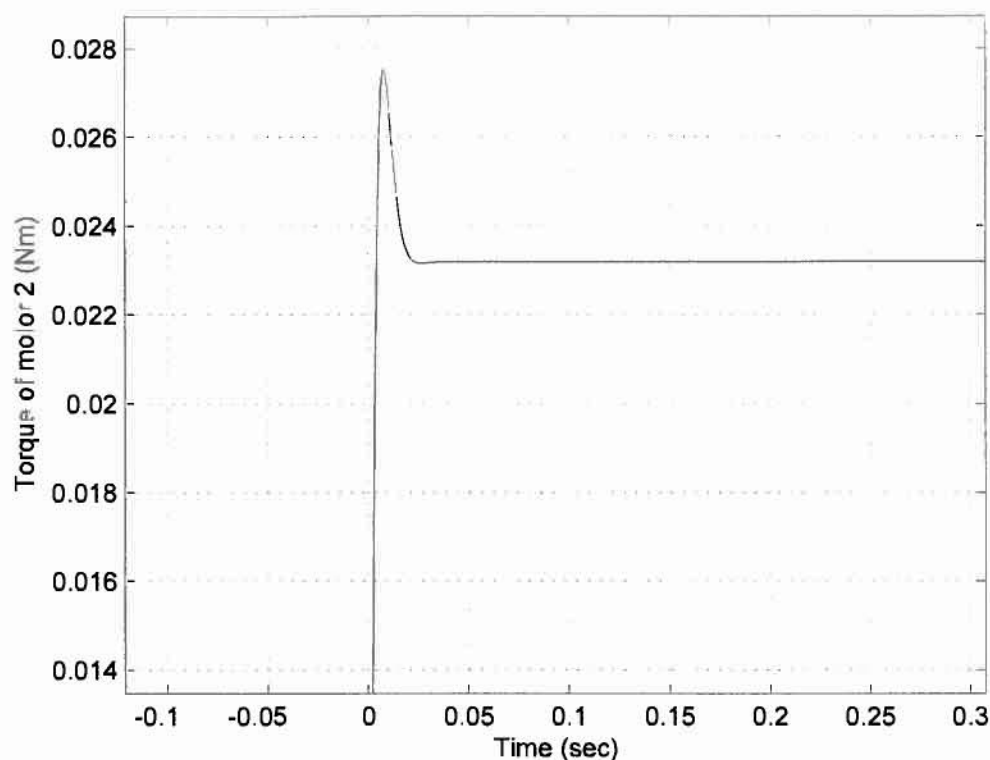


Σχήμα 7.3.1 : Ροπή κινητήρα 1

Στα σχήματα 7.3.2 και 7.3.3 απεικονίζεται η ροπή του κινητήρα 2. Φαίνεται η διαφορά με τη ροπή του κινητήρα 1 αφού ο βραχίονες 2 και 4 δεν είναι υπεύθυνοι για την μετάδοση ροπής με σκοπό την παραγωγή δύναμης στην x-κατεύθυνση. Η ροπή του κινητήρα 2 είναι 0.049 Nm. Η ροπή αυτή είναι ίση και αντίθετη με τη ροπή που παράγουν οι βαρυτικές δυνάμεις στο μηχανισμό. Έτσι λοιπόν ο μηχανισμός προκειμένου να ισορροπήσει το βραχίονα 2 παράγει μέσω του κινητήρα 2 αυτή τη ροπή.



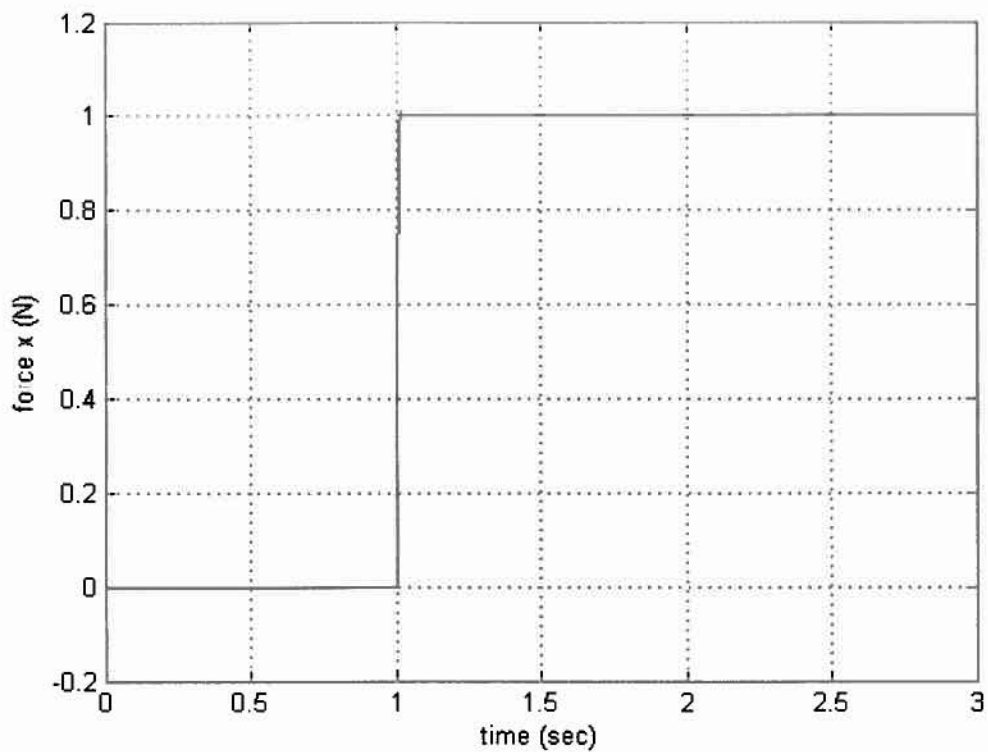
Σχήμα 7.3.2 : Ροπή κινητήρα 2



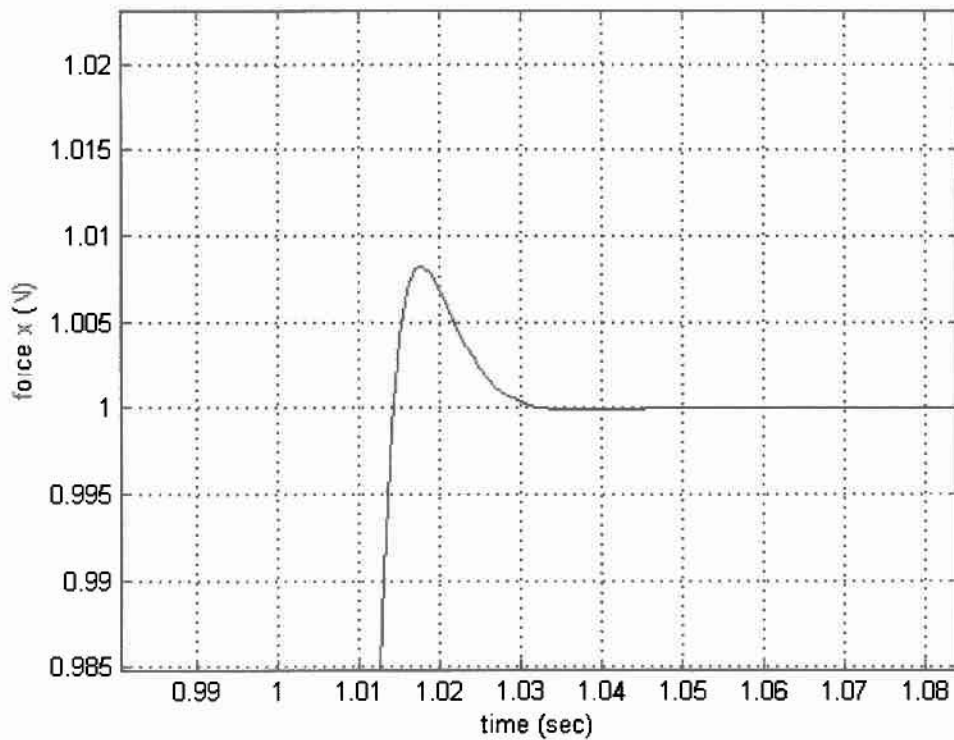
Σχήμα 7.3.3 : Μεγέθυνση ροπής κινητήρα 2

Στα σχήματα 7.3.4 και 7.3.5 απεικονίζεται η δύναμη στην x-κατεύθυνση και παρατηρείται ότι στη μόνιμη κατάσταση φθάνει στην τελική επιθυμητή τιμή που έχει ορισθεί στο σύστημα ως είσοδος (1 N). Παρατηρείται επίσης ότι η είσοδος είναι βηματική συνάρτηση και αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι υπάρχει ένα "άλμα" στο χρόνο που εφαρμόζεται στην είσοδο του συστήματος η επιθυμητή δύναμη (1 sec).

Επίσης παρατηρείται ότι ο χρόνος κορυφής είναι σχεδόν 0.016 sec όπως είχε προβλεφθεί νωρίτερα και ο χρόνος μόνιμης κατάστασης είναι επίσης πάρα πολύ μικρός γεγονός που δείχνει ότι ο ελεγκτής που έχουμε φτιάξει λειτουργεί σωστά. Παρατηρείται επίσης απόκλιση από τις προβλέψεις στο μέγεθος της υπερακόντισης αλλά αυτό είναι φυσιολογικό διότι στο κομμάτι αυτό αναφερόμαστε στο σύστημα στο οποίο επιδρούν και οι όροι της βαρύτητας και της τριβής και για αυτό το λόγο το ποσοστό της υπερακόντισης είναι μικρότερο από το προβλεπόμενο.

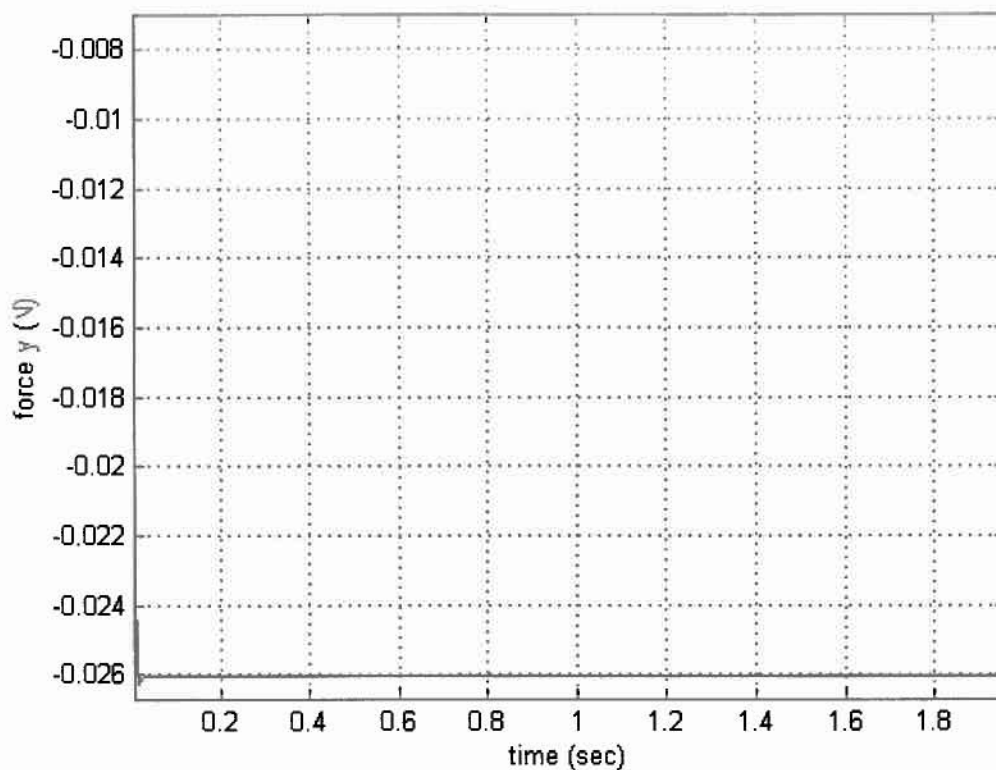


Σχήμα 7.3.4: Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη x -κατεύθυνση



Σχήμα 7.3.5 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 7.3.4

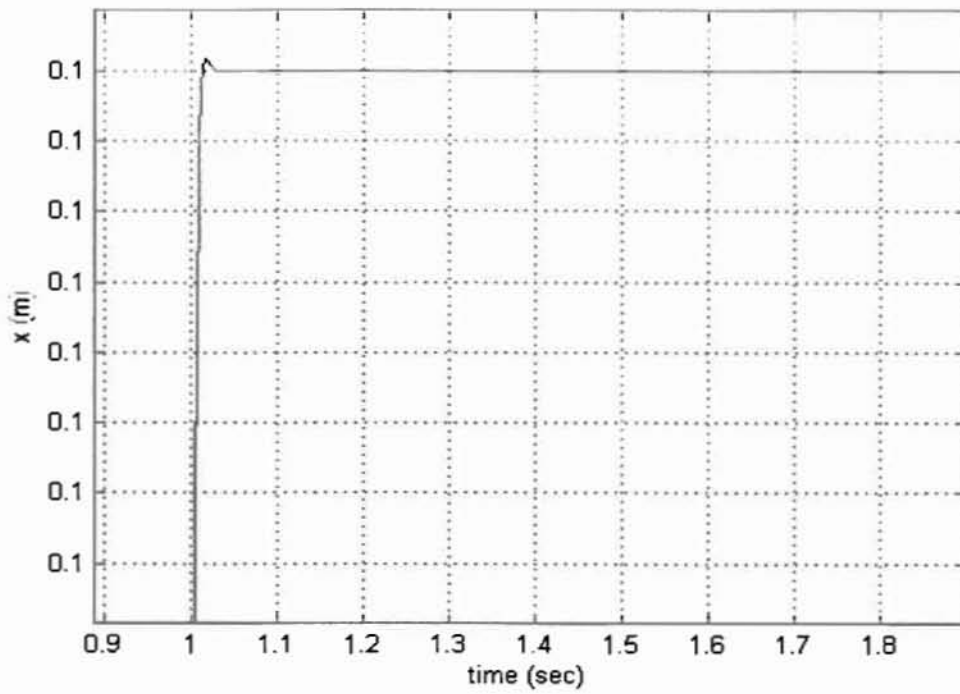
Η δύναμη στην y -κατεύθυνση (σχήμα 7.3.7) είναι αρνητική αφού όπως θα δούμε παρακάτω έχουμε κίνηση με αρνητική διεύθυνση στην y -κατεύθυνση.



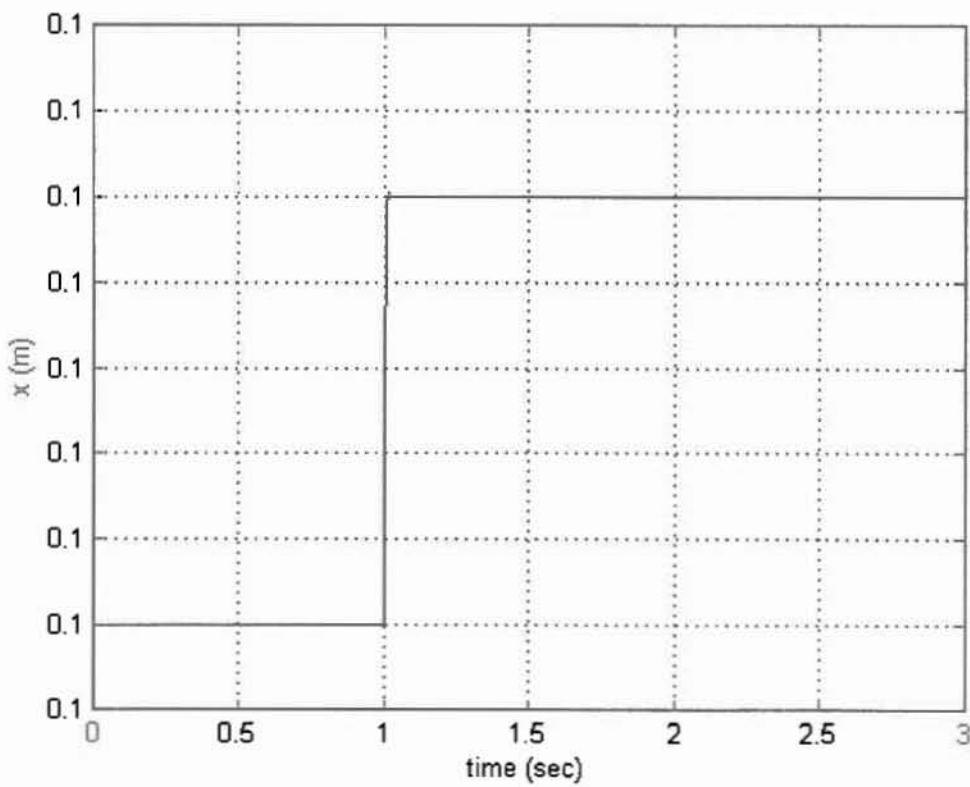
Σχήμα 7.3.6 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη y-κατεύθυνση

Στα σχήματα 7.3.7 έως 7.3.10 απεικονίζονται οι μετατοπίσεις του τελικού σημείου δράσης

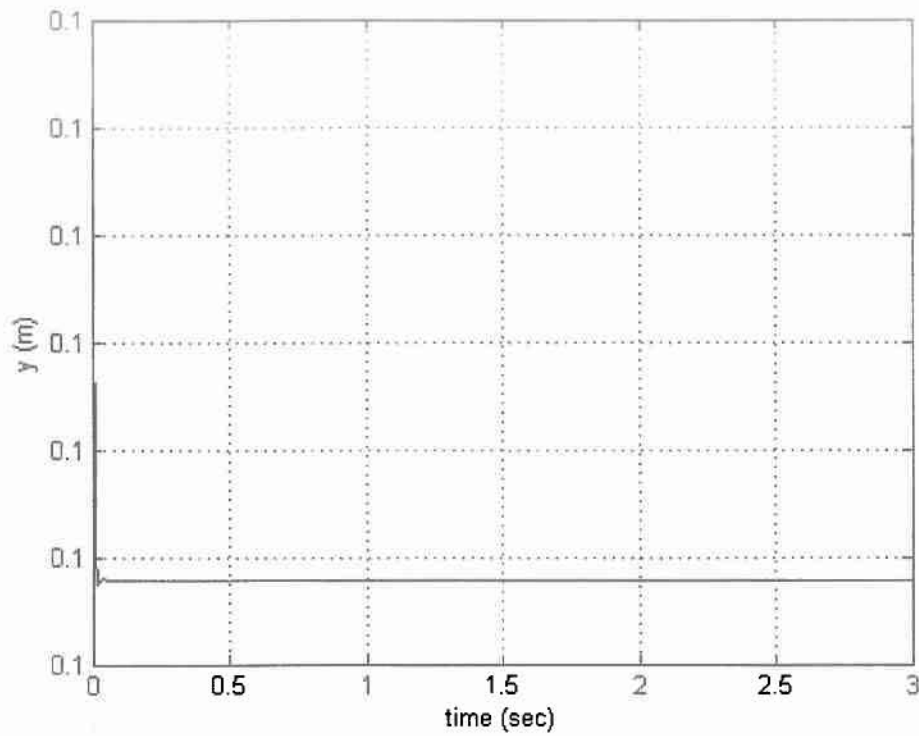
Όπως παρατηρείται έχουμε μια πολύ μικρή μετατόπιση του τελικού σημείου δράσης στην x-κατεύθυνση προς τα δεξιά γεγονός που δικαιολογεί την ύπαρξη θετικής δύναμης και μια πολύ μικρή μετατόπιση του τελικού σημείου δράσης στη y-κατεύθυνση με αρνητική διεύθυνση λογική αντίδραση του μηχανισμού στις βαρυτικές δυνάμεις.



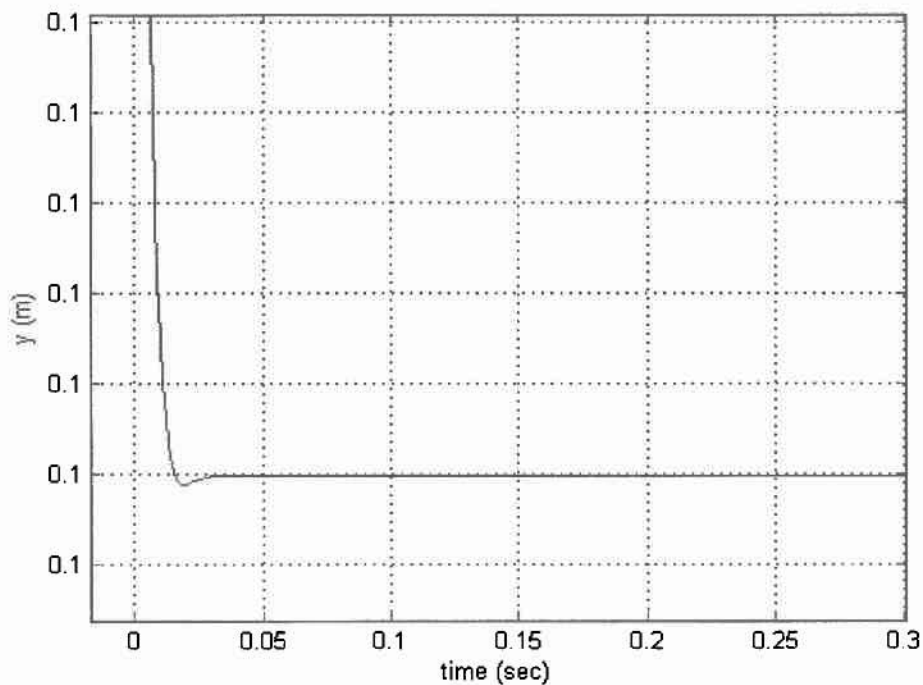
Σχήμα 7.3.7 : Μετατόπιση του τελικού σημείου δράσης στη x-κατεύθυνση



Σχήμα 7.3.8 : Μετατόπιση στη x-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης



Σχήμα 7.3.9 : Μετατόπιση στη y-κατεύθυνση του τελικού σημείου δράσης



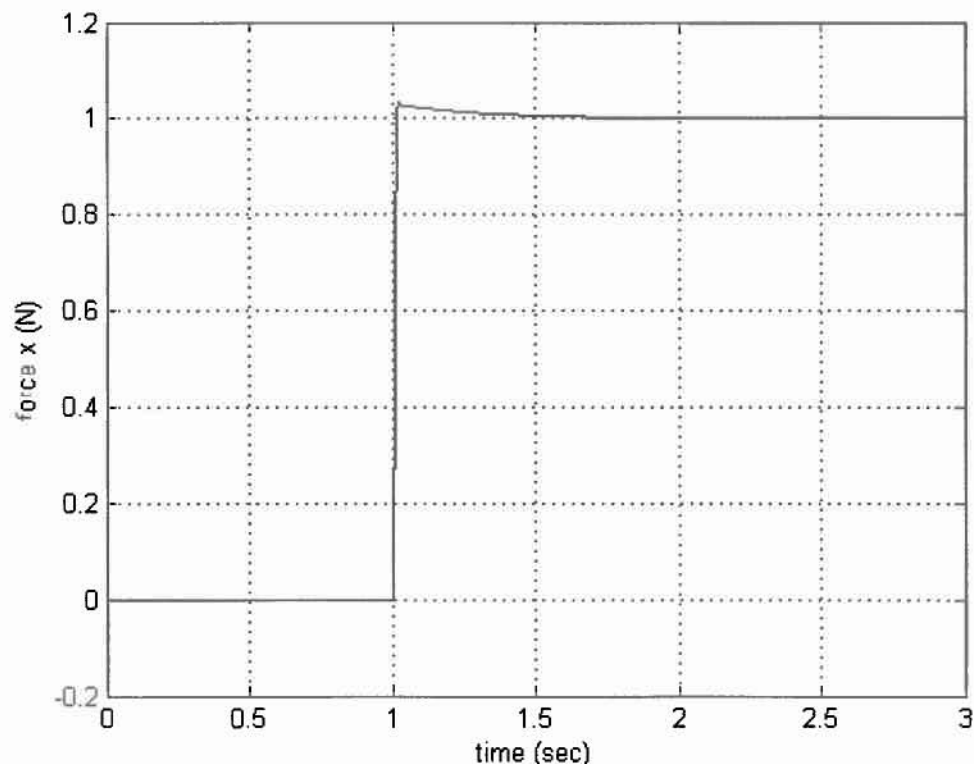
Σχήμα 7.3.10 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 7.3.10

7.4 Αποτελεσμάτα με saturation και PID-έλεγχο

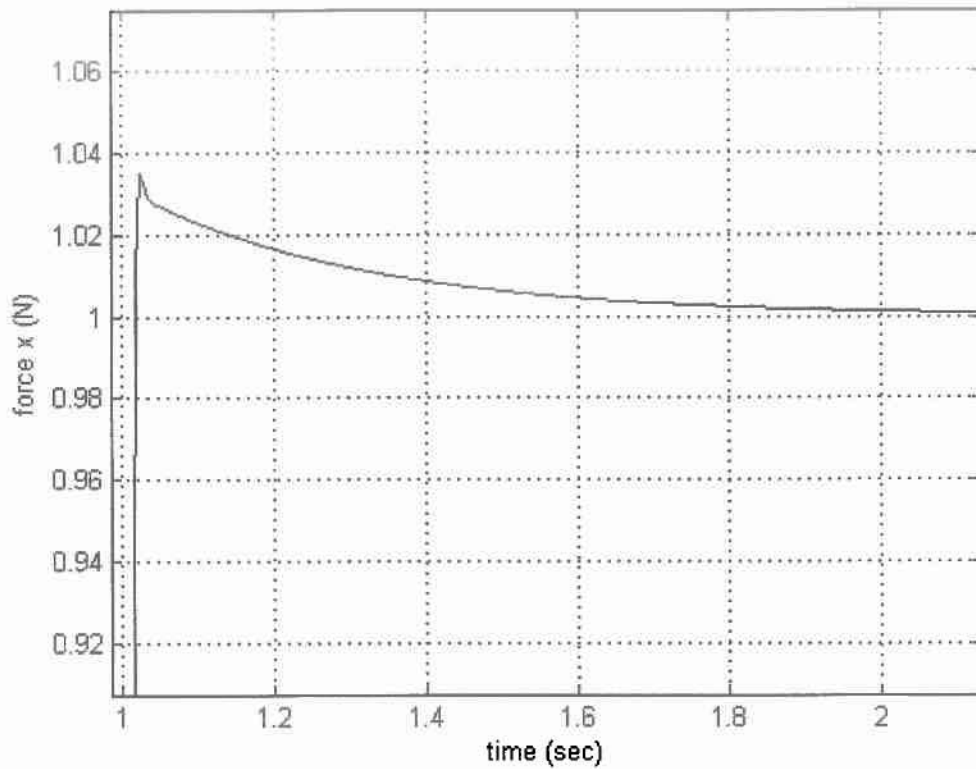
Η προσομοίωση σε αυτή την περίπτωση έγινε με κέρδη $\bar{K}_p=17.808$, $K_D=0.093895$ και $K_I=60$. Όπως έχει σχολιαστεί και προηγουμένως η εισαγωγή του

I-όρου οφείλεται στο γεγονός της ύπαρξης σφάλματος μόνιμης κατάστασης το οποίο θέλουμε να μηδενίσουμε και αυτό το πετυχαίνουμε με τη εισαγωγή αυτού του όρου. Επίσης στην προσομοίωση εισήχθη και ο περιορισμός των κινητήρων με το block saturation. Το block αυτό ουσιαστικά βοηθά στον ακριβέστερο προσδιορισμό του μοντέλου αφού στην πραγματικότητα λέγοντας περιορισμό των κινητήρων εννοούμε την επιλογή των κινητήρων. Χωρίς την εισαγωγή του block saturation ουσιαστικά προσομοιώνουμε ένα σύστημα το οποίο αποδίδει οποιαδήποτε ροπή χρειάζεται ώστε ο μηχανισμός να παράγει το έργο που καλείται να παράγει.

Στα σχήματα 7.4.1 και 7.4.2 αποδίδεται το διάγραμμα της δύναμης στην x-κατεύθυνση και παρατηρείται πιο γρήγορη απόκριση του συστήματος λόγω της εισαγωγής του I όρου στον ελεγκτή. Αυτό σημαίνει ότι όλοι οι χρόνοι (χρόνος αποκατάστασης, χρόνος ανύψωσής κ.λ.π.) θα έχουν μειωθεί. Τέλος παρατηρείται ότι η υπερακόντιση του συστήματος έχει αυξηθεί και έχει πλησιάσει το 4.3%. Αυτό συμβαίνει διότι η εισαγωγή του I-όρου προκαλεί ταλαντώσεις.

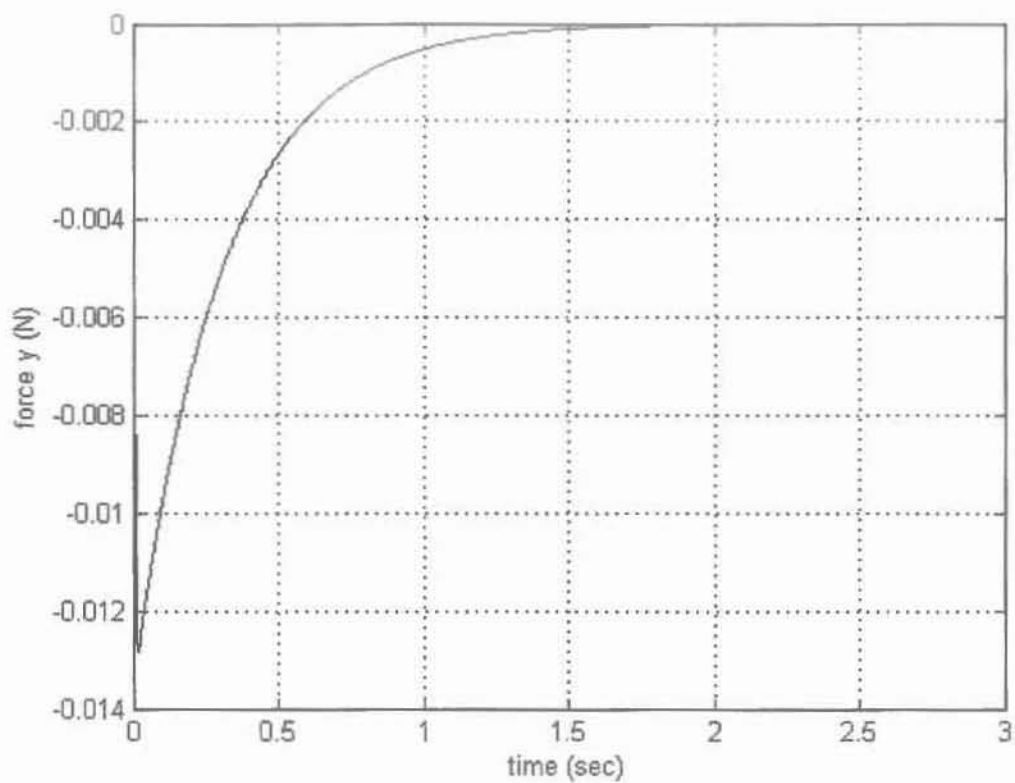


Σχήμα 7.4.1 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη x-κατεύθυνση

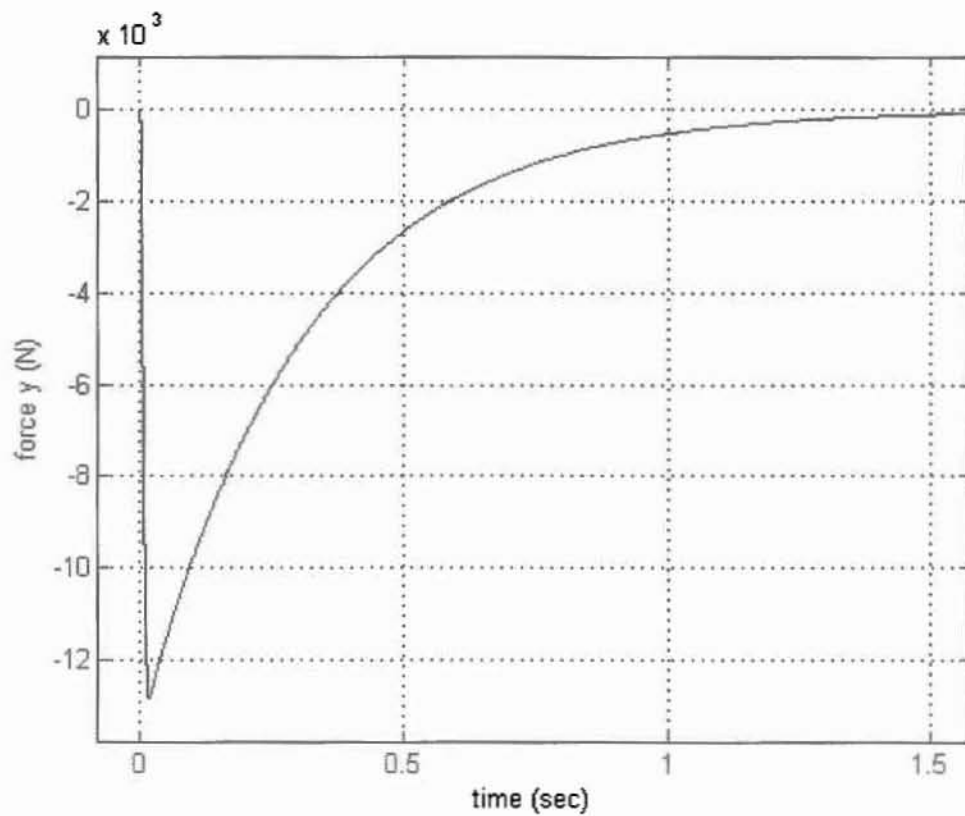


Σχήμα 7.4.2 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 7.4.1

Στα διαγράμματα 7.4.3 και 7.4.4 διαγράφεται η δύναμη στην y -κατεύθυνση και φαίνεται ότι η επίδραση του Ι-όρου είναι εκείνη που ουσιαστικά μηδενίζει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης και από -0.012 N που ήταν χωρίς την επίδραση του Ι-όρου τώρα πια φθάνει στην επιθυμητή τιμή 0 N .

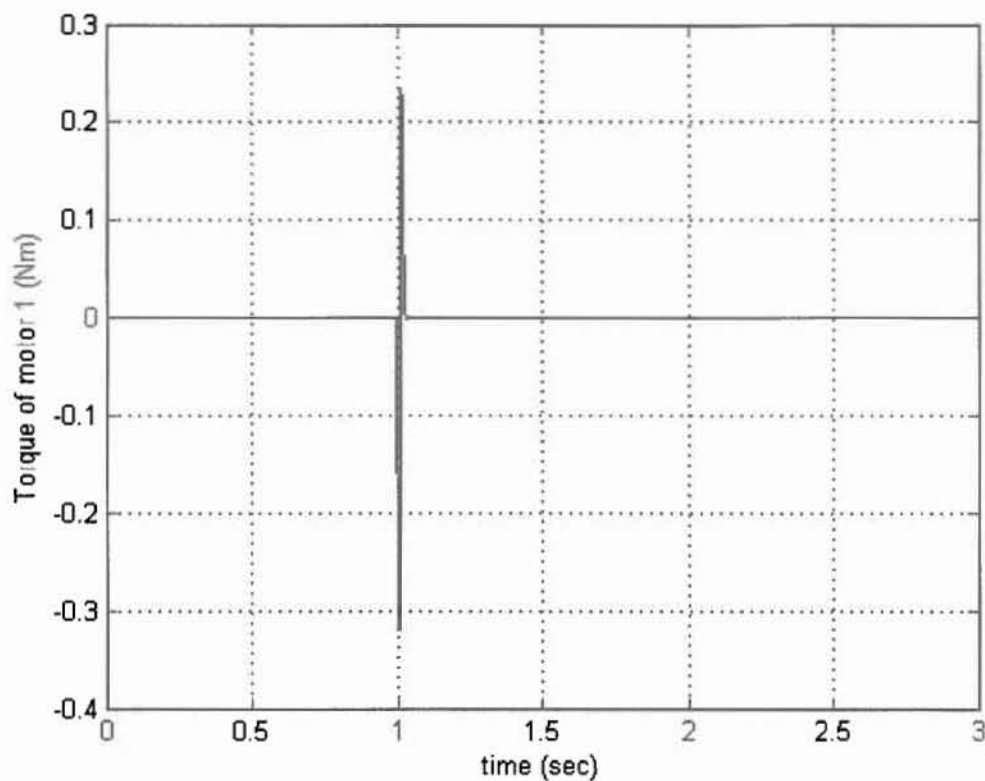


Σχήμα 7.4.3 : Δύναμη που ασκεί το τελικό σημείο δράσης στη y-κατεύθυνση

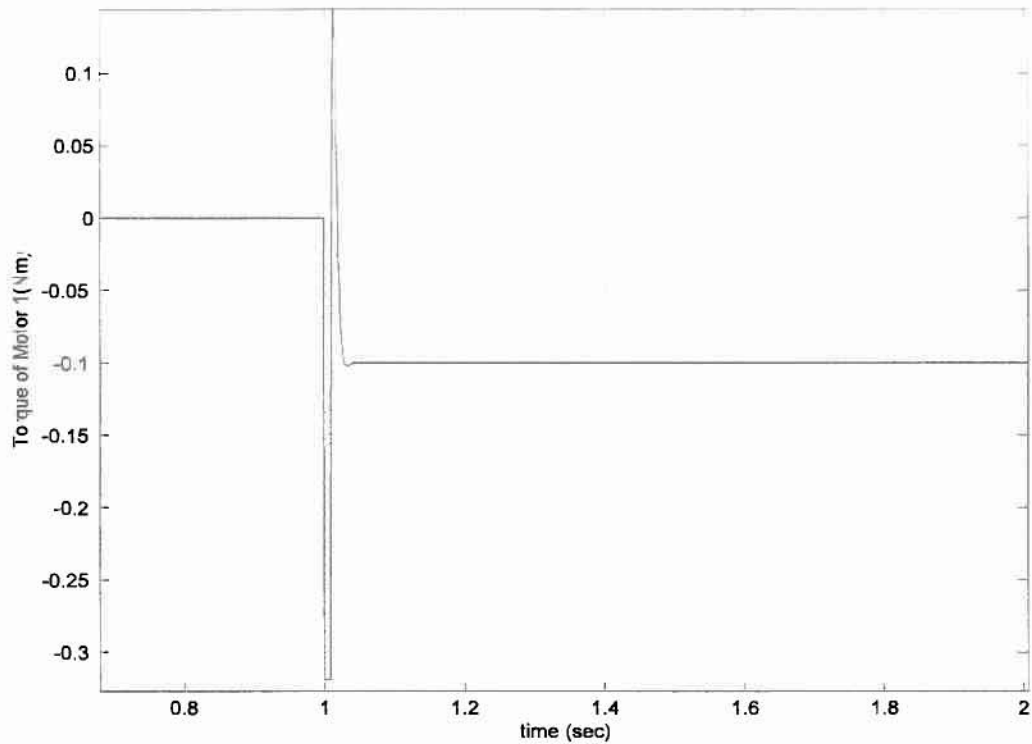


Σχήμα 7.4.4 : Μεγέθυνση του διαγράμματος 7.4.3

Στα διαγράμματα 7.4.5 και 7.4.6 απεικονίζεται η ροπή του κινητήρα 1 και παρατηρείται εμφανώς η μείωση της σε σχέση με τις μοντελοποιήσεις που είχαν γίνει προηγουμένως χωρίς τη χρήση του saturation block και με τη χρήση PD-ελεγκτή. Στο διάγραμμα 6 παρατηρείται ξεκάθαρα ότι η ροπή του κινητήρα 1 περιορίζεται από το κάτω όριο που έχει τεθεί (-0.319 Nm, η ποσότητα αυτή δικαιολογείται σε παρακάτω κεφάλαιο λόγω της σχέσης μετάδοσης). Η κορυφή που σχηματίζεται στα θετικά της ροπής δεν επηρεάζεται από τον περιοριστή (saturation block) καθώς όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα της προσομοίωσης με PD-έλεγχο η ροπή δε φτάνει σε επίπεδα ανώτερα του ανώτερου ορίου του περιοριστή (+0.319 Nm).

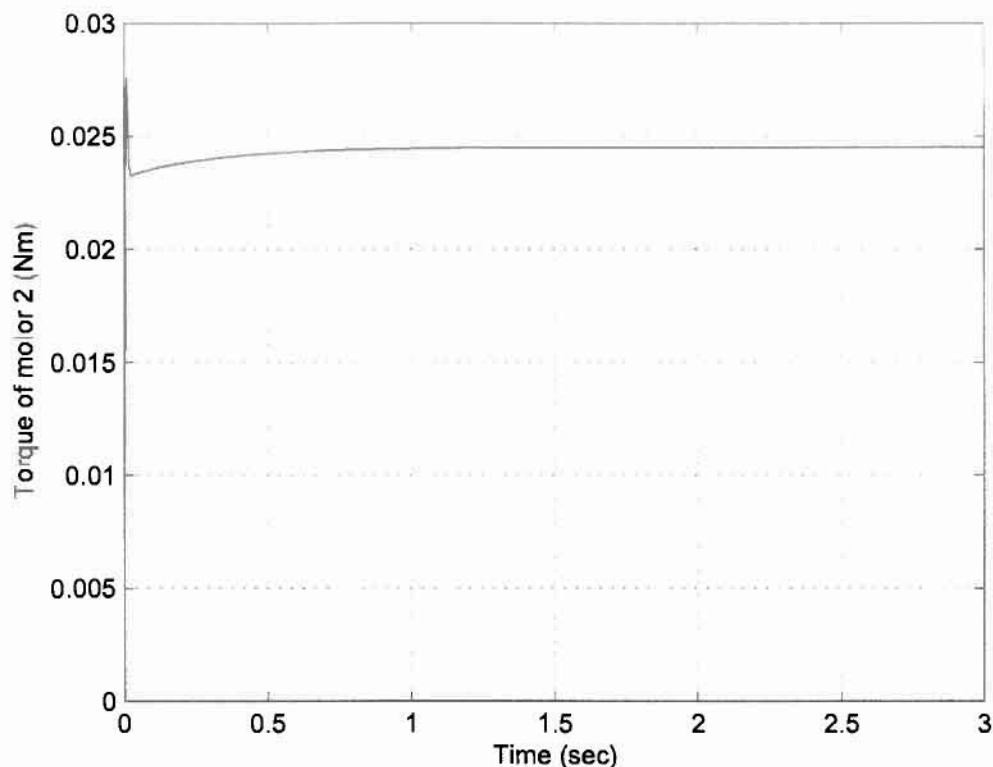


Σχήμα 7.4.5 : Ροπή κινητήρα 1



Σχήμα 7.4.6 : Μεγέθυνση διαγράμματος 7.4.5. Εμφανής η δράση του saturation.

Στο σχήμα 7.4.7 διαγράφεται η γραφική παράσταση της ροπής του κινητήρα 2. Παρατηρείται μια πιο ομαλή μετάβαση στη μόνιμη κατάσταση σε σχέση με την απόκριση της ροπής στη μοντελοποίηση που χρησιμοποιήθηκε αναλογικός-διαφορικός ελεγκτής. Αυτή λοιπόν η πιο ομαλή απόκριση οφείλεται τόσο στην προσθήκη του I-όρου στον ελεγκτή όσο και στη εισαγωγή του saturation στο μοντέλο.



Σχήμα 7.4.7 : Ροπή κινητήρα 2

Γενικότερα επειδή μεταξύ PID – ελέγχου και PD – ελέγχου σε κάποια διαγράμματα η διαφορά είναι πάρα πολύ μικρή και δύσκολα εντοπίζεται αξίζει όμως να σημειωθεί ότι η επίδραση του I – όρου στη δύναμη στην x-κατεύθυνση δείχνει (μετά την εξαγωγή των αριθμητικών αποτελεσμάτων) ότι ο PID - ελεγκτής σιγά – σιγά (η ταχύτητα εξαρτάται από το μέγεθος του I - όρου) μειώνει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης έως ότου η τελική τιμή να φτάσει τη μονάδα που είναι και η επιθυμητή είσοδος. Σε αντίθεση με τον PID - ελεγκτή, ο PD - ελεγκτής δεν το πετυχαίνει αυτό και αφήνει πάντα ένα σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

7.5 Μετάδοση κίνησης του μηχανισμού

Από τα διαγράμματα ροπής των κινητήρων τα οποία εξήχθησαν από την προσομοίωση της λειτουργίας του απτικού ρομποτικού μηχανισμού φαίνεται ότι οι απαιτήσεις σε ροπή είναι αρκετά μεγάλες για την παραγωγή δύναμης με μέτρο 1 N για έναν μηχανισμό με αυτή τη διάταξη. Για να μην επιλέξουμε λοιπόν έναν κινητήρα πολύ μεγάλο σε ισχύ που αναλόγως θα είναι και μεγαλύτερος ο όγκος του, όπως επίσης και η μάζα του και η ροπή αδράνειας του δρομέα του. θα επιλέξουμε να τοποθετήσουμε στο μηχανισμό μας ένα σύστημα μετάδοσης.

Για το σκοπό αυτό στο σύστημα θα χρησιμοποιηθεί σύστημα μετάδοσης κίνησης με λόγο διαμέτρων των συνεργαζόμενων δίσκων, υπεύθυνων για τη μετάδοση της ροπής και της κίνησης, 5:1. Ο μικρός δίσκος θα τοποθετηθεί στον άξονα κίνησης του κινητήρα και ο μεγάλος θα τοποθετηθεί στον σκελετό του απτικού ρομποτικού μηχανισμού.

Υποθέτουμε ότι ο μικρός δίσκος έχει τη διάμετρο του άξονα του κινητήρα (4mm).

Έτσι λοιπόν η ροπή που θα αποδώσει ο μεγάλος δίσκος θα είναι η πενταπλάσια από τη ροπή που αποδίδει ο κινητήρας.

$$\text{Γενικά ισχύει: } \frac{r_m}{r_d} = \frac{\tau_d}{\tau_m} \quad (9.5.1)$$

Όπου

r: ακτίνα

τ: ροπή

m: Motor

d: desired

Έτσι λοιπόν σύμφωνα με τον κινητήρα που επιλέχθηκε από την Maxon Motors (τα χαρακτηριστικά του παρατίθενται στο παράρτημα) ο άξονας του κινητήρα αυτού έχει διάμετρο 4 mm. Με δεδομένη αυτή τη διάσταση ο δίσκος ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί για τη μετάδοση της ροπής του κινητήρα στους βραχίονες και κατά συνέπεια την απόδοση της επιθυμητής δύναμης στο τελικό σημείο δράσης του μηχανισμού, θα έχει διάμετρο $4 \cdot 5 = 20$ mm.

Με αυτά τα δεδομένα η ροπή που θα αποδώσει ο μεγάλος δίσκος θα είναι πενταπλάσια της ροπής του κινητήρα ($63.8 \cdot 5 = 319$ mNm)

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι το σύστημα μετάδοσης θα πρέπει να δημιουργηθεί από ένα πολύ ελαφρύ υλικό ώστε επιδρά όσο το δυνατόν λιγότερο στην αδράνεια του μηχανισμού. Από ήδη κατασκευασμένο απτικό ρομποτικό μηχανισμό το υλικό αυτό μπορεί να είναι ένα πολυμερές υλικό το οποίο ονομάζεται Capstan.

8. Συμπεράσματα και Μελλοντικές εργασίες

8.1 Συμπεράσματα

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν να σχεδιαστεί κατά τη βασική του δομή ένας απτικός ρομποτικός μηχανισμός δύο βαθμών ελευθερίας καθώς και να σχεδιαστεί ο έλεγχός του. Για την επίτευξή λοιπόν αυτού του στόχου ακολουθήθηκε η συγκεκριμένη μεθοδολογία που διαρθώνεται στο παρόν κείμενο και βοηθά τον αναγνώστη να κατανοήσει τα εξής συμπεράσματα που εξήχθησαν.

Αρχικά πρέπει να επιλεγεί η μορφή του μηχανισμού καθώς και να προσδιοριστούν οι διαστάσεις του ώστε να χρησιμοποιηθούν για τον ακριβή προσδιορισμό των μαθηματικών εξισώσεων που περιγράφουν το μηχανισμό.

Στη συνέχεια θα πρέπει να εξαχθούν οι μαθηματικές εκφράσεις που προσδιορίζουν το πρόβλημα ώστε να αποδώσουν τη πραγματική λειτουργία του απτικού μηχανισμού και όχι μια λανθασμένη συμπεριφορά.

Τέλος θα πρέπει να προγραμματιστεί ο μηχανισμός καθώς και να γίνει σωστή μοντελοποίησή του προβλήματος.

Ως ένα ειδικότερο συμπέρασμα μπορούμε να παραθέσουμε ότι καταφέραμε χρησιμοποιώντας γραμμικούς νόμους ελέγχου να δημιουργήσουμε έναν ελεγκτή ο οποίος είναι ικανός να μας δώσει τα αποτελέσματα που ζητάμε και στο μη γραμμικό μοντέλο που περιγράφει τη λειτουργία του απτικού ρομποτικού μηχανισμού.

8.2 Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες

Ως μελλοντική εργασία θα μπορούσε να μελετηθεί ο εμπλουτισμός της προσομοίωσης με περισσότερα στοιχεία της πραγματικότητας όπως για παράδειγμα την αδράνεια των κινητήρων, επίσης θα ήταν ενδιαφέρον να υπολογιστεί ο θόρυβος των μετρήσεων του αισθητήρα δύναμης. Τέλος πριν την κατασκευή του μηχανισμού είναι απαραίτητη η λεπτομερής σχεδίαση του ώστε να εξαχθούν με ακρίβεια και οι κατασκευαστικοί και κινηματικοί περιορισμοί.

Βιβλιογραφία

ΒΙΒΛΙΑ

- 1) Ρομποτική Δ.Μ.Εμίρης – Δ.Ε.Κουλουριώτης
- 2) Εισαγωγή στον αυτομάτο έλεγχο (Ν.Ι. Κρικέλη, Καθηγητή Ε.Μ.Π.)
- 3) Prentice hall-Modern control engineering (Ogata)
- 4) Robotics (Siavico)
- 5) Introduction to robotics, mechanics and control(John J.Craig)

Σημειώσεις

- 1) Σημειώσεις μαθήματος ρομποτικής
- 2) Σημειώσεις μαθήματος αυτομάτου ελέγχου
- 3) Σημειώσεις μαθήματος μηχανικής

WEB SITES

- 1) <http://www.engineering-intelligence.gr>
- 2) <http://www.physicsforums.com>
- 3) <http://bdml.stanford.edu/twiki/bin/view/Haptics/StanfordHaptics?redirectedfrom=Haptics.WebHome>
- 4) http://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub2/matsuoka_vokv_2001_1/matsuoka_vokv_2001_1.pdf
- 5) <http://www.maxonmotor.com/>
- 6) <http://www.mathworks.com>

Ερευνητικές μελέτες και εργασίες που αναγνώστηκαν για την εκπόνηση της εργασίας

- 1) Σχεδιασμός και έλεγχος εκπαιδευτικού απτικού εξομοιωτή ουρολογικών επεμβάσεων (Διδακτορική διατριβή του επιβλέποντος καθηγητή Βλάχου Κωνσταντίνου)

Παράρτημα

Προσδιορισμός του αριθμού κατάστασης

Πρόγραμμα για τον προσδιορισμό αριθμό κατάστασης

```
program exetasitou_k
  implicit none
  ! Variables
real::arithmitis,meros1arithmiti,meros2arithmiti,paronomastis,l1,l5,q1,q2,pi,rad,k,min
k
integer::moires
  ! Body of exetasitou_k
  open (10,file='exetasik.dat')
pi=3.14
rad=(360*pi)/180
  l1=0.1
  l5=0.1
  do q1=0,rad,0.5
    do q2=0,rad,0.5
arithmitis=((l1**2)+(l5**2)+((l1**4)+(l5**4)+2*(l1**2)*(l5**2)*cos((2*q1)-
(2*q2)))**0.5)**0.5)
paronomastis=((l1**2)+(l5**2)-((l1**4)+(l5**4)+2*(l1**2)*(l5**2)*cos((2*q1)-
(2*q2)))**0.5)**0.5)
k=arithmitis/paronomastis
if (k<1.1) then
mink=k
write(10,*) mink,l1,l5,q1,q2
endif
      enddo
    enddo
end program exetasitou_k
```

Μετασχηματισμός των δυνάμεων σε ροπές μέσω της
ιακωβιανής μήτρας

```
function t=exodos(u)
fx=u(1);
fy=u(2);
q1=u(3);
q2=u(4);
l1=0.1;
l2=0.1;
f=[fx fy];
a=[-l1*sin(q1) l1*cos(q1)
    l2*sin(q2) -l2*cos(q2)];
t=f*a ;
```

dokimastiko5epix2katakeuisub

```
function ddq1=eisodos(u)
t1=u(1);
ddq2=u(2);
dq1=u(3);
dq2=u(4);
diaf=u(5);
l1=0.1;
l2=0.1;
lc1=l1/2;
lc3=l1/2;
lc4=l2/2;
lc2=l2/2;
I1z=0.045018;
I2z=0.045018;
I3z=0.045018;
I4z=0.045018;
m1=0.054;
m2=0.054;
m3=0.054;
m4=0.054;
```

```

z=m3*l2*lc3-m4*l1*lc4;
m121=-0.5*sin(diaf)*dq1*z;
m112=0.5*sin(diaf)*dq1*z;
m122=sin(diaf)*dq2*z;
M12=cos(diaf)*(m3*l2*lc3-m4*l1*lc4);
M11=I1z+I3z+m1*(lc1^2)+m3*(lc3^2)+m4*(l1^2);
ddq1=(1/M11)*t1-((M12/M11)*ddq2)-(((m112+m121)/M11)*dq1*dq2)-
((m122/M11)*dq2^2);

```

dokimastiko5epix2katakeuisub2

```

function ddq2=eisodos(u)
t2=u(1);
ddq1=u(2);
dq1=u(3);
dq2=u(4);
diaf=u(5);
l1=0.1;
l2=0.1;
lc1=l1/2;
lc3=l1/2;
lc4=l2/2;
lc2=l2/2;
I1z=0.045018;
I2z=0.045018;
I3z=0.045018;
I4z=0.045018;
m1=0.054;
m2=0.054;
m3=0.054;
m4=0.054;
z=m3*l2*lc3-m4*l1*lc4;
m211=-sin(diaf)*dq1*z;
m221=-0.5*sin(diaf)*dq2*z;

```

$$m_{212}=0.5*\sin(\text{diaf})*dq_2*z:$$

$$M_{12}=\cos(\text{diaf})*(m_3*l_2*l_3-m_4*l_1*l_4):$$

$$M_{22}=l_2z+l_4z+m_2*(l_2^2)+m_3*(l_2^2)+m_4*(l_4^2):$$

$$ddq_2=(1/M_{22})*t_2-((M_{12}/M_{22})*ddq_1)-(((m_{212}+m_{221})/M_{22})*dq_1*dq_2)-((m_{211}/M_{22})*dq_1^2):$$

Προσδιορισμός της συντεταγμένης x μέσω των γωνιών των αρθρώσεων

```
function telikox=eisodos(u)
q1=u(1);
q2=u(2);
%eutheia kinimatiki apo q1 se telikox
l1=0.1;
l2=0.1;
telikox=l1*cos(q1)-l2*cos(q2);
```

Προσδιορισμός της συντεταγμένης μέσω των γωνιών των αρθρώσεων

```
function telikoy=eisodos(u)
q1=u(1);
q2=u(2);
%eutheia kinimatiki apo q1 se telikox
l1=0.1;
l2=0.1;
telikoy=l1*sin(q1)-l2*sin(q2);
```

Root locus

```
P-control
num=[1000];
den=[0.235 0.11 1000];
[r,k]=rlocus(num,den);
rlocus(num,den);
axis([-100000 100000 -100000 100000]);
xlabel('time')
ylabel('response')
title('root locus diagram for P-control')
```

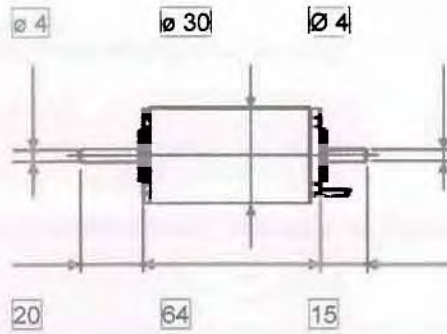


```
d-control
num=[1000 0];
den=[0.235 0.11 1000];
[r,k]=rlocus(num,den);
rlocus(num,den);
axis([-100000 100000 -100000 100000]);
xlabel('real axis')
ylabel('imaginary axis')
title('root locus diagram for D-control')
```

```
I-control
num=[1000];
den=[0.235 0.11 1000 0];
[r,k]=rlocus(num,den);
rlocus(num,den);
axis([-100000 100000 -100000 100000]);
xlabel('real axis')
ylabel('imaginary axis')
title('root locus diagram for i-control')
```

Χαρακτηριστικά κινητήρα που επιλέχθηκε (Maxon Motors)

EC-max 30 Ø30 mm, brushless, 60 Watt

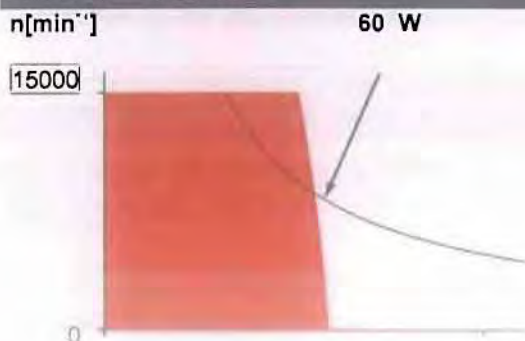


Dimensions in mm

This schematic is not drawn to scale.

Motor data			
Assigned power rating	W	60	
Nominal voltage	V	48	
No load speed	min ⁻¹	9350	
Stall torque	mNm	519	
Max. continuous torque	mNm	63.8	
Speed / torque gradient	min ⁻¹ / mNm ⁻¹	18.2	
No load current	mA	95.4	
Starting current	A	10.7	
Max. permissible speed	min ⁻¹	15000	
Nominal current (max. continuous current)	A	1.39	
Max. efficiency	%	82.3	
Torque constant	mNm / A ⁻¹	48.6	
Speed constant	min ⁻¹ / V ⁻¹	197	
Mechanical time constant	ms	4.17	
Rotor inertia	gcm ²	21.9	
Terminal inductance	mH	573	
Thermal resistance housing-ambient	KW ⁻¹	7.4	
Thermal resistance winding-housing	KW ⁻¹	0.5	
Thermal time constant winding	s	3.03	
Motor length	mm	64	
Weight	g	271	

Operating range diagram





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000105625