

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Εργαστήριο Φυσικών και Χημικών Διεργασιών

Διπλωματική Εργασία

***ΡΟΕΣ ΑΕΡΙΩΝ ΣΕ ΜΙΚΡΟΑΓΩΓΟΥΣ : ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΞΥ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ***

Υπό
ΑΡΙΣΤΕΑ ΜΑΝΙΟΥ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2009



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 7669/1
Ημερ. Εισ.: 05-11-2009
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ
2009
ΜΑΝ

© 2009 Μανιού Γ. Αριστεά

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν.5343/32 αρ.202 παρ.2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής
(Επιβλέπων)

Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής

Δρ. Νικόλαος Ανδρίτσος
Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής

Δρ. Θεοφάνης Γραμμένος
Διδάσκων Π. Δ. 407/80
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Αφιερώνεται στην οικογένειά μου.

Ευχαριστίες

Με αφορμή την παρούσα διπλωματική εργασία, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Δημήτριο Βαλουγεώργη, τόσο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, δεχόμενος να συνεργαστεί μαζί μου, όσο και για τη βοήθεια που μου προσέφερε προκειμένου να ολοκληρωθεί η διπλωματική αυτή εργασία. Χωρίς τις γνώσεις τις οποίες προσέφερε, αλλά και χωρίς την κατανόηση την οποία επέδειξε κατά τη συνεργασία μας, η παρούσα εργασία δε θα είχε ολοκληρωθεί.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς επιτροπής για τη συμμετοχή τους στην αξιολόγηση της εργασίας μου.

Τις ευχαριστίες μου οφείλω και στους υποψήφιους διδάκτορες του Εργαστηρίου Φυσικών και Χημικών Διεργασιών Σεραφείμ Μισδανίτη και Σαράντη Πανταζή για την βοήθειά τους και την καθοδήγησή τους στο διάστημα εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για τη συμπαράστασή τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Αριστέα Μανιού

**ΡΟΕΣ ΑΕΡΙΩΝ ΣΕ ΜΙΚΡΟΑΓΩΓΟΥΣ: ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ
ΜΕΤΑΞΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

ΑΡΙΣΤΕΑ ΜΑΝΙΟΥ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2009

**Επιβλέπων καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης, Καθηγητής Αναλυτικών και
Υπολογιστικών Μεθόδων Μεσοκλίμακας σε Φαινόμενα Ροής και Μεταφοράς**

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται ροές αερίων σε μικροαγωγούς λόγω ύπαρξης βαθμίδας πίεσης, και πραγματοποιούνται συγκρίσεις μεταξύ πειραμάτων και θεωρίας. Αρχικά γίνεται μια εισαγωγή όπου παρουσιάζονται τεχνολογικές εφαρμογές που περιλαμβάνουν ροές σε μικροαγωγούς. Παρουσιάζονται οι περιοχές της ροής, όπως αυτές διακρίνονται με βάση τον αριθμό Knudsen, και βασικά στοιχεία της κινητικής θεωρίας που χρησιμοποιούνται στην επίλυση μικροροών.

Ακολούθως, παρουσιάζεται βιβλιογραφική ανασκόπηση στην οποία δίδεται έμφαση στα βιβλία και στα άρθρα τα οποία μελετήθηκαν και στα οποία μπορεί να ανατρέξει ο αναγνώστης. Στις αναφορές, απαντώνται συγγράμματα τα οποία αναφέρονται στην κινητική θεωρία των αερίων, καθώς και επιστημονικά άρθρα τα οποία αφορούν πειραματικές και υπολογιστικές μελέτες διαφόρων τύπων ροών.

Στη συνέχεια, ακολουθεί η μαθηματική διατύπωση των ροών και παρουσιάζονται οι κινητικές εξισώσεις και οι κινητικοί υπολογισμοί. Στην προσέγγιση με βάση την κινητική θεωρία, όπως αυτή εκφράζεται μέσω της εξίσωσης Boltzmann, ο βασικός άγνωστος είναι η συνάρτηση κατανομής, ενώ οι μακροσκοπικές ποσότητες που μας ενδιαφέρουν προκύπτουν από τις ροπές της συνάρτησης κατανομής. Τα κινητικά μοντέλα σε αρκετές εφαρμογές αποδεικνύονται αρκετά αξιόπιστα και είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά αντί της εξίσωσης Boltzmann, έχοντας ακριβή αποτελέσματα με λιγότερο υπολογιστικό κόστος, σε όλο το εύρος του αριθμού Knudsen. Χαρακτηριστικά παραδείγματα κινητικών μοντέλων είναι το μοντέλο BGK και το μοντέλο Shakhon για ισοθερμοκρασιακές και μη ισοθερμοκρασιακές ροές αντίστοιχα.

Παρουσιάζονται επίσης τα πειράματα τα οποία μελετήθηκαν, καθώς και οι διατάξεις στις οποίες αυτά πραγματοποιήθηκαν. Πιο αναλυτικά,

παρουσιάζονται τρεις διαφορετικές πειραματικές μεθοδολογίες, η μέθοδος σταθερού όγκου, η μέθοδος παρακολούθησης σταγόνας και η μέθοδος σταθερής παροχής μάζας με βάση τις οποίες εξάγονται τα πειραματικά αποτελέσματα.

Τέλος, παρουσιάζονται οι συγκρίσεις ξεχωριστά για την κάθε περίπτωση, και σχολιάζονται τα αποτελέσματα. Θα δούμε ότι η συμφωνία μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων είναι αρκετά ικανοποιητική, κάτι που δείχνει την ακρίβεια και την αξιοπιστία των πειραματικών διατάξεων, αλλά και την ακρίβεια των θεωρητικών υπολογισμών.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1	10
Εισαγωγή.....	10
Κεφάλαιο 2	17
Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	17
2.2 Δυναμική αραιοποιημένων αερίων	18
2.3 Μικροδιατάξεις και μικροσυστήματα.....	21
Κεφάλαιο 3	25
Κινητικοί Υπολογισμοί	25
3.1 Εξίσωση Boltzmann	25
3.2 Μοντέλο BGK.....	26
3.3 Οριακές συνθήκες	27
3.4 Χαρακτηριστικά της ροής	31
3.5 Προσομοίωση της ροής με βάση το μοντέλο BGK.....	35
3.6 Υπολογισμός παροχής μάζας.....	38
Κεφάλαιο 4	42
Περιγραφή πειραματικών διατάξεων και μεθοδολογιών μέτρησης.....	42
4.1 Εισαγωγή	42
4.2 Μέθοδος σταθερού όγκου	44
4.3 Μέθοδος παρακολούθησης σταγόνας	48
4.4 Σύγκριση των μεθόδων σταθερού όγκου και παρακολούθησης σταγόνας.....	51
4.5 Μέθοδος σταθερής παροχής μάζας.....	51
4.5.1 Πειράματα σε μινι-αγωγούς	54
4.5.2 Πειράματα σε διατάξεις κενού	56
Κεφάλαιο 5	60
Συγκρίσεις μεταξύ πειραματικών αποτελεσμάτων και θεωρητικών υπολογισμών	60
5.1 Εισαγωγή	60
5.2 Καθορισμός παραμέτρων	62
5.3 Υδροδυναμική περιοχή και περιοχή ολίσθησης.....	64
5.4 Μεταβατική Περιοχή.....	67
5.5 Σχόλια	69
Κεφάλαιο 6	80
Συμπεράσματα	80
ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	82

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων ροών αερίων σε μικροαγωγούς.

Ροές αερίων σε αραιοποιημένες συνθήκες έχουν μελετηθεί εντατικά κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, λόγω του μεγάλου εύρους των τεχνολογικών εφαρμογών τους που συμπεριλαμβάνουν την τεχνολογία κενού (χαμηλού, μέτριου και υψηλού), την αεροδιαστημική μεγάλου υψομέτρου και, πιο πρόσφατα, τα πεδία της μικρο και της νανοτεχνολογίας που αφορούν τις συσκευές οι οποίες στη βιβλιογραφία [Gad_el_Hak 2002: Chih 1998] είναι γνωστές ως μικροηλεκτρονικά (MEMS) ή νανοηλεκτρονικά μηχανολογικά συστήματα (NEMS) αντίστοιχα.

Οι εφαρμογές σε συστήματα πολύ χαμηλών διαστάσεων όπως είναι τα συστήματα MEMS, αφορούν στο σχεδιασμό τους και στη συνέχεια την κατασκευή αυτών των συσκευών, κάτι που αποτέλεσε πρόκληση αρχικά, αλλά σήμερα αποτελεί μια συνηθισμένη πρακτική, αφού το εύρος των εφαρμογών είναι – όπως αναφέρθηκε – πολύ μεγάλο.

Πολλές από αυτές τις συσκευές είτε βρίσκονται στο περιβάλλον λειτουργίας τους σε επαφή με ρευστό, είτε περιλαμβάνουν εξαρτήματα, όπως για παράδειγμα μικροαγωγούς, τα οποία έρχονται σε άμεση επαφή με ρευστά [Chih 1998: Karniadakis 2002]. Το γεγονός αυτό καθιστά αναγκαίο τόσο τον λεπτομερή προσδιορισμό των ρευστών σε αυτές τις διαστάσεις, όσο και την πλήρη επίδρασή τους στα εξαρτήματα με τα οποία έρχονται σε επαφή.

Η αραιοποίηση ενός αερίου χαρακτηρίζεται από τον αριθμό Knudsen (Kn), ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων, δηλαδή της μέσης απόστασης που διανύει ένα μόριο πριν συγκρουστεί με ένα άλλο, ως προς ένα χαρακτηριστικό μήκος του εκάστοτε προβλήματος που εξετάζεται. Στην περίπτωση των εσωτερικών ροών που μελετήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία, ως χαρακτηριστικό μήκος επιλέχθηκε η υδραυλική διάμετρος του μικροαγωγού. Συχνά, αντί για τον αριθμό Knudsen, γίνεται χρήση της παραμέτρου αραιοποίησης δ , η οποία ορίζεται ως το αντίστροφο του αριθμού Knudsen.

Το μέγεθος του αριθμού Knudsen καθορίζει την περιοχή ροής στην οποία βρισκόμαστε και επομένως και την προσέγγιση την οποία θα πρέπει να ακολουθήσουμε κάθε φορά προκειμένου να επιλύσουμε ένα πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε τις εξής περιοχές [Gad-el-Hak 2002]:

- Ιδανικό Ρευστό. Εξισώσεις Euler: $Kn \rightarrow 0$
- Υδροδυναμικό Όριο. Εξισώσεις Navier-Stokes με συνθήκες μη ολίσθησης: $Kn < 10^{-3}$
- Υδροδυναμικό Όριο. Εξισώσεις Navier-Stokes με συνθήκες ολίσθησης: $10^{-3} < Kn < 10^{-1}$
- Μεταβατική Περιοχή. Εξίσωση Boltzmann: $10^{-1} < Kn < 10$
- Ελεύθερη Μοριακή Περιοχή. Εξίσωση Boltzmann χωρίς μοριακές συγκρούσεις: $Kn > 10$

Πιο αναλυτικά, όταν ο αριθμός Kn τείνει στο μηδέν, μπορούμε να εφαρμόσουμε τις εξισώσεις που ισχύουν για ένα άτριβο ρευστό, τις γνωστές δηλαδή εξισώσεις Euler. Για την περίπτωση όπου $Kn < 10^{-3}$, που είναι και η πλέον συνηθισμένη για τα περισσότερα προβλήματα σε μακροκλίμακα, μπορούμε να εφαρμόσουμε τις εξισώσεις Navier-Stokes. Ως γνωστόν, οι εξισώσεις αυτές επιλύονται αναλυτικά σε ειδικές περιπτώσεις και έχοντας κάνει συγκεκριμένες παραδοχές, ενώ μπορούν να επιλυθούν αριθμητικά με επιτυχία, κάνοντας χρήση εμπορικών κωδίκων. Καθώς όμως ο αριθμός Knudsen αυξάνεται, εμφανίζονται νέα φαινόμενα στη ροή, τα οποία σχετίζονται με τη μοριακή φύση του αερίου. Για να αντιμετωπίσουμε την ιδιαιτερότητα αυτής της ροής και να πετύχουμε επιτυχή λύση στα προβλήματά μας, εφαρμόζουμε και πάλι τις γνωστές εξισώσεις Navier-

Stokes, τροποποιώντας όμως πλέον τις οριακές συνθήκες. Η επιπλέον αύξηση του αριθμού Knudsen, ενισχύει την επίδραση των φαινομένων που σχετίζονται με τη μοριακή φύση του αερίου με αποτέλεσμα να καταρρέει η υπόθεση του συνεχούς μέσου. Στη λεγόμενη μεταβατική περιοχή λοιπόν, η προσομοίωση της ροής γίνεται με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας, όπως αυτή περιγράφεται από την εξίσωση Boltzmann [Varoutis 2008a], έχοντας σα βασικό άγνωστο τη συνάρτηση κατανομής, ενώ οι μακροσκοπικές μεταβλητές που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον προκύπτουν από τις ροπές της συνάρτησης κατανομής. Τέλος, στην ελεύθερη μοριακή περιοχή, οι συγκρούσεις μεταξύ των μορίων είναι πολύ λιγότερες σε σύγκριση με τις συγκρούσεις μεταξύ μορίων και τοιχωμάτων, και για το λόγο αυτό οι πρώτες μπορούν να αγνοηθούν. Θεωρούμε δηλαδή ότι τα σωματίδια που αποτελούν το αέριο δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, αλλά επηρεάζονται μόνο από τις οριακές συνθήκες και το εξωτερικό πεδίο στο οποίο βρίσκονται. Η προσομοίωση της ροής εδώ γίνεται και πάλι με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας και της εξίσωσης Boltzmann αλλά σε αυτή την περίπτωση χωρίς τον όρο των συγκρούσεων.

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι προσεγγίσεις που βασίζονται στην κινητική θεωρία μπορούν να εφαρμοστούν σε όλο το εύρος του αριθμού Knudsen από την ελεύθερη μοριακή περιοχή μέχρι και το συνεχές υδροδυναμικό

όριο. Όμως, η επίλυση του προβλήματος με τη βοήθεια της εξίσωσης Boltzmann είναι πολύ πιο δύσκολη από την επίλυση του προβλήματος με τις κλασσικές εξισώσεις Navier-Stokes, και για το λόγο αυτό εφαρμόζεται μόνο όταν οι εξισώσεις Navier-Stokes καταρρέουν και οδηγούν σε λανθασμένα αποτελέσματα. Πρέπει λοιπόν, στο σημείο αυτό να παρατηρήσουμε ότι, σε αρκετές εφαρμογές, τα κινητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί, αποδεικνύονται αρκετά αξιόπιστα και είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν ως εναλλακτική επιλογή, έναντι της εξίσωσης Boltzmann, έχοντας μάλιστα ακριβή αποτελέσματα με λιγότερο υπολογιστικό κόστος, σε όλο το εύρος του αριθμού Knudsen.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα κινητικών μοντέλων είναι το γραμμικό κινητικό μοντέλο BGK και το μοντέλο Shakhon γνωστό ως μοντέλο S [Varoutis 2008a]. Το μοντέλο BGK είναι το απλούστερο που έχει προταθεί και χρησιμοποιείται ευρέως. Στη βιβλιογραφία, έχουν επιλυθεί, τόσο αναλυτικά όσο και αριθμητικά πολλά προβλήματα σε μη κοινότοπες γεωμετρίες. Το μοντέλο BGK όμως μειονεκτεί στην περίπτωση των μη ισοθερμοκρασιακών προβλημάτων, καθώς δεν υπολογίζει σωστά τους συντελεστές μεταφοράς, με αποτέλεσμα να δίδει για μονοατομικό αέριο αριθμό Prandtl ίσο με τη μονάδα και όχι $2/3$ όπως θα έπρεπε. Στην περίπτωση αυτή, καταλληλότερο εμφανίζεται το μοντέλο S, το οποίο,

υπολογίζει σωστά τους συντελεστές μεταφοράς σε προβλήματα ισοθερμοκρασιακά και μη ισοθερμοκρασιακά, συμπεριλαμβάνοντας στους υπολογισμούς και τον όρο της θερμορροής. Αντίστοιχα αποτελέσματα δίνει και το επονομαζόμενο ελλειψοειδές μοντέλο (ES) το οποίο βασίζεται στην αντικατάσταση της κατανομής Maxwell από μια ανισοτροπική κατανομή Gauss, όπου πλέον υπεισέρχεται ως ανεξάρτητη μεταβλητή και ο αριθμός Prandtl [Varoutis 2008a]. Για την τιμή του αριθμού Prandtl ίση με τη μονάδα, προκύπτει το μοντέλο BGK.

Μια πρώτη προσέγγιση μπορεί να γίνει με τη χρήση της μεθόδου των διακριτών ταχυτήτων (Discrete Velocity Method – DVM), η οποία έχει εφαρμοστεί με επιτυχία στην επίλυση της εξίσωσης Boltzmann. Η μέθοδος DVM χαρακτηρίζεται από τη ντετερμινιστική διακριτοποίηση των κινητικών εξισώσεων στο φυσικό χώρο και στο χώρο των μοριακών ταχυτήτων. Μια δεύτερη μέθοδος είναι η DSMC (Direct Simulation Monte Carlo), η οποία αποτελεί μια στοχαστική μεθοδολογία. Η θεμελιώδης ιδέα της μεθόδου έγκειται στη μοντελοποίηση ενός στατιστικά μεγάλου αριθμού σωματιδίων [Varoutis 2008a]. Η βασική προσέγγιση της μεθόδου DSMC είναι ο διαχωρισμός της ελεύθερης κίνησης των σωματιδίων και των ενδομοριακών συγκρούσεων σε ένα στοιχειώδες χρονικό βήμα. Η κίνηση

των σωματιδίων μοντελοποιείται ντετερμινιστικά, ενώ οι μοριακές συγκρούσεις μοντελοποιούνται στοχαστικά.

Τελειώνοντας το εισαγωγικό μέρος της παρούσας διπλωματικής εργασίας, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστεί η δομή της. Στο 2^ο κεφάλαιο γίνεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση. Γίνεται δηλαδή μια πιο λεπτομερής αναφορά στην υπάρχουσα διεθνή βιβλιογραφία η οποία μελετήθηκε με σκοπό να δημιουργηθεί το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι κινητικοί υπολογισμοί. Περιγράφονται ακόμη οι κινητικές εξισώσεις, το μοντέλο BGK και οι οριακές συνθήκες οι οποίες εφαρμόζονται. Στο 4^ο κεφάλαιο αναφέρονται τα πειράματα τα οποία μελετήθηκαν και γίνεται αναλυτική περιγραφή των εκάστοτε πειραματικών διατάξεων. Στο 5^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συγκρίσεις που έγιναν, ξεχωριστά για κάθε πείραμα. Τέλος, στο 6^ο κεφάλαιο, γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση και παρουσιάζονται συνοπτικά τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε κάνοντας τις απαραίτητες συγκρίσεις.

Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

2.1 Κινητική Θεωρία

Η κινητική θεωρία των αερίων αποτελεί κλάδο της στατιστικής μηχανικής και ασχολείται με συστήματα εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας. Έχει ως αφετηρία το έτος 1859, όταν ο Maxwell εισήγαγε τη στατιστική προσέγγιση στην κίνηση των αερίων. Η μέχρι τότε υπόθεση ότι όλα τα μόρια ενός αερίου κινούνται με την ίδια ταχύτητα εγκαταλείφθηκε, και υιοθετήθηκε ο τυχαίος χαρακτήρας της κίνησής τους. Μέσα στα επόμενα χρόνια [Maxwell, 1860] ο Maxwell παρουσίασε αποτελέσματα της θεωρίας του σχετικά με την κατανομή των μοριακών ταχυτήτων και διατύπωσε την εξίσωση μεταφοράς, η οποία περιγράφει το συνολικό ρυθμό μεταβολής οποιασδήποτε μέσης μοριακής ποσότητας αερίου, του οποίου τα μόρια αποτελούν σημειακές μάζες και απωθούνται με δυνάμεις οι οποίες είναι αντιστρόφως ανάλογες της μεταξύ τους απόστασης.

Ο Boltzmann σε μια προσπάθεια να αναδιατυπώσει τη θεωρία του Maxwell, εδραίωσε το θεώρημα H [Maxwell, 1867], το οποίο περιγράφει τη μη αντιστρεψιμότητα των φυσικών διεργασιών, ενώ περιγράφει πως οι

μοριακές συγκρούσεις οδηγούν σε αύξηση της εντροπίας. Συγκεκριμένα, περιγράφει ότι κάθε αρχική κατανομή μοριακών θέσεων και ταχυτήτων τείνει σχεδόν πάντα σε κατάσταση ισορροπίας, στην οποία οι μοριακές ταχύτητες ακολουθούν την κατανομή Maxwell. Ο Boltzmann διατύπωσε επίσης μια ολοκληρωδιαφορική εξίσωση, η οποία περιγράφει την εξέλιξη της συνάρτησης κατανομής των μοριακών ταχυτήτων στο χώρο και το χρόνο. Η εξίσωση αυτή ονομάστηκε εξίσωση Boltzmann. Πρέπει να σημειωθεί ότι χρήσιμη αναφορά για την κινητική θεωρία των αερίων και τη μαθηματική επεξεργασία των αντίστοιχων εξισώσεων αποτέλεσε το βιβλίο των Fertziger και Kaper [Fertziger and Kaper, 1972].

2.2 Δυναμική αραιοποιημένων αερίων

Η δυναμική αραιοποιημένων ροών είναι μια από τις χαρακτηριστικές και πλέον σημαντικές εφαρμογές της κινητικής θεωρίας. Τα τελευταία χρόνια, το ενδιαφέρον γύρω από την κινητική θεωρία έχει αυξηθεί και αυτό γιατί τα προβλήματα στα οποία μπορεί να εφαρμοστεί αφορούν, εκτός από τη μικρορρευστομηχανική, και τα γνωστικά αντικείμενα της τεχνολογίας κενού καθώς και της αεροδυναμικής σε μεγάλα υψόμετρα. Μπορεί οι εφαρμογές στην τεχνολογία κενού ή στην αεροδιαστημική τεχνολογία να μην είναι τόσο νέες, η ανάγκη για βελτιστοποίηση των σχεδιασμών τους

όμως είναι απαραίτητη, αλλά και εφικτή, πλέον, χάρη στην ανάπτυξη της τεχνολογίας και τη ραγδαία ισχυροποίηση των υπολογιστικών συστημάτων. Τα φαινόμενα αυτά παρουσιάζουν ομοιότητες, σε βαθμό που να μπορούν να μελετηθούν κάτω από το πρίσμα μια κοινής θεωρίας. Θεωρούμε δηλαδή ότι οι μικροροές είναι δυναμικά όμοιες με τη συμπεριφορά των αερίων σε χαμηλές πιέσεις στη μακροκλίμακα (αραιοποιημένα αέρια) [Karniadakis 2002; Sharipov and Seleznev 1998].

Στη δυναμική αραιοποιημένων ροών, μελετώνται ροές αερίων στις οποίες η μέση απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων ενός σωματιδίου, ή - όπως αλλιώς καλείται - μέση ελεύθερη διαδρομή, είναι συγκρίσιμη με το χαρακτηριστικό μήκος της διάταξης (π.χ. ακτίνα κυκλικού αγωγού ή πλάτος ορθογωνίου αγωγού κλπ.). Η θεωρία του συνεχούς μέσου καταρρέει και απαιτείται η χρήση εναλλακτικών μεθόδων που βασίζονται στην κινητική θεωρία των αερίων καθώς και στη θεμελιώδη ολοκληροδιαφορική εξίσωση του Boltzmann [Harris, 1971].

Στις οριακές περιπτώσεις της εξίσωσης Boltzmann ανήκουν, η θεωρία του συνεχούς μέσου, η οποία βασίζεται στις εξισώσεις Euler ή Navier-Stokes καθώς και η ελεύθερη μοριακή περιοχή, η οποία χαρακτηρίζεται από την απουσία μοριακών συγκρούσεων. Τέλος, αξ σημειωθεί ότι ένα μεγάλο μέρος των προβλημάτων της δυναμικής των αραιοποιημένων ροών ανήκουν

σε μια ενδιάμεση περιοχή μεταξύ της ελεύθερης μοριακής περιοχής και της περιοχής ολίσθησης, τη μεταβατική-όπως αυτή ονομάζεται-περιοχή.

Έχοντας σα βάση τη ροή σε κυλινδρικό αγωγό, πολλοί ερευνητές όπως ο Sharipov και άλλοι, επέλυσαν αντίστοιχες ροές σε ορθογώνιους αγωγούς [Sharipov, 1999]. Σημειώνεται ότι η προσομοίωση της ροής σε ορθογώνιους αγωγούς απαιτεί μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και για το λόγο αυτό αναπτύσσονται και εφαρμόζονται εξειδικευμένες αριθμητικές τεχνικές επίλυσης των κινητικών εξισώσεων, ενώ τελευταία παρουσιάζονται και εργασίες σε πιο πολύπλοκες γεωμετρίες όπως ροές σε αυλακωτούς, ελλειπτικούς, τριγωνικούς και τραπεζοειδείς αγωγούς [Naris and Valougeorgis 2008, Naris et al. 2007, Varoutis 2009].

Οι ροές που οφείλονται σε διαφορά πίεσης, εξετάζονται συχνότερα. Στο σημείο όμως αυτό θα πρέπει να αναφερθούμε και στη ροή που οφείλεται σε διαφορά θερμοκρασίας [Sone 2002]. Η ροή αυτή, γνωστή σαν ροή θερμικού ερπυσμού (thermal creep flow), δεν οφείλεται σε βαρυτικές δυνάμεις όπως η ροή φυσικής συναγωγής, αλλά ο μηχανισμός της εξαρτάται αποκλειστικά από το γεγονός ότι το αέριο βρίσκεται εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας, και για το λόγο αυτό εμφανίζεται μόνο σε αραιωποιημένες ατμόσφαιρες, ενώ παύει να υφίσταται καθώς πλησιάζουμε το υδροδυναμικό όριο. Ένας από τους πιο γνωστούς ερευνητές που ασχολούνται με

φαινόμενα μεταφοράς εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας είναι ο Yoshio Sone που στο τελευταίο του βιβλίο περιγράφει με λεπτομέρεια χαρακτηριστικά ροών που οφείλονται σε βαθμίδα θερμοκρασίας [Ritos 2009].

2.3 Μικροδιατάξεις και μικροσυστήματα

Στις πρώτες διατάξεις με σχετικά μικρές διαστάσεις που δημιουργήθηκαν και θα μπορούσαν να καταταχθούν στην κατηγορία της μικρομηχανικής, η μελέτη των ρευστών γινόταν με τη χρήση των εξισώσεων συνέχειας. Προοδευτικά όμως και καθώς η ανάγκη, αλλά και οι δυνατότητες για δημιουργία όλο και μικρότερων διατάξεων γίνονταν περισσότερες, απαιτούνταν ορισμένες αλλαγές στις εξισώσεις συνέχειας, προκειμένου να μελετηθούν ικανοποιητικά οι ροές αυτές. Η πιο αποτελεσματική τροποποίηση, ήταν αυτή των συνοριακών συνθηκών, ώστε αυτές να μπορέσουν να συμπεριλάβουν φαινόμενα ολίσθησης τα οποία παρουσιάζονται στα τοιχώματα.

Μια εναλλακτική και πλέον αποτελεσματική προσέγγιση προκύπτει με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας και αυτό γιατί στις νέες συσκευές που παρουσιάζονται, η υπόθεση του συνεχούς μέσου γίνεται επισφαλής, ενώ τα φαινόμενα που παρουσιάζονται είναι αντίστοιχα με αυτά που

παρατηρούνται σε ροές σε συνθήκες κενού, ή γενικότερα πολύ χαμηλής πυκνότητας. Η βασική διαφορά έγκειται στην εγκατάλειψη της μελέτης των μακροσκοπικών ιδιοτήτων όπως η πυκνότητα, η ταχύτητα και η θερμοκρασία και την εστίαση στη συμπεριφορά των σωματιδίων από τα οποία αποτελείται το ρευστό. Φυσικά, δεν είναι δυνατό να εξετάζεται το κάθε σωματίδιο ξεχωριστά, και για το λόγο αυτό υιοθετείται μια στατιστική αντιμετώπισή τους, έχοντας ως βάση τη συνάρτηση κατανομής.

Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική πειραματική ερευνητική δουλειά για ροές αερίων σε μικροαγωγούς, όπως οι εργασίες των Colin [Colin et al. 2004], Ewart [Ewart et al. 2007] και Marino [Marino, 2008]. Όλες οι παραπάνω δημοσιεύσεις αφορούν πειραματικές διατάξεις με κυκλικούς και ορθογώνιους αγωγούς όπου η ροή οφείλεται μόνο σε διαφορά πίεσης. Στο κάθε άρθρο παρουσιάζεται μια περιγραφή της πειραματικής διάταξης καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν, τα οποία και αναφέρονται στα επόμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας.

Τέλος, και ολοκληρώνοντας τη σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση, πρέπει να γίνει αναφορά και στην ερευνητική ομάδα του εργαστηρίου Φυσικών και Χημικών Διεργασιών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Έχει πραγματοποιηθεί ερευνητική δουλειά όσον αφορά σε διάφορες αριθμητικές τεχνικές και πιο συγκεκριμένα, στη μέθοδο των διακριτών ταχυτήτων (Discrete Velocity Method-DVM) η οποία αποτελεί μια βασική μέθοδο για την επίλυση της κινητικής εξίσωσης και είναι αυτή που εφαρμόζεται και αναπτύσσεται στην περίπτωση των στρωτών ροών σε αγωγούς απείρου μήκους [Naris and Valougeorgis 2003]. Επιπλέον, για την αντιμετώπιση πιθανών σφαλμάτων, συνήθως αριθμητικής φύσεως και ειδικότερα σφάλματα στρογγυλοποίησης, έχουν προταθεί ορισμένες βελτιώσεις και σχήματα επιτάχυνσης της σύγκλισης των αλγορίθμων [Lihnaropoulos, Naris and Valougeorgis 2007].

Η παραπάνω προσέγγιση χρησιμοποιείται για την επίλυση αραιοποιημένων ροών στην περίπτωση αργών ροών ή όταν το μήκος των αγωγών είναι αρκετά μεγάλο, έτσι ώστε η ροή να θεωρείται πλήρως ανεπτυγμένη και να μπορεί να περιγραφεί από την κινητική θεωρία. Στην περίπτωση αγωγών πεπερασμένου μήκους, τα φαινόμενα των άκρων δε μπορούν να αγνοηθούν και η ροή είναι μη γραμμική. Τότε, για την επίλυση τέτοιων ροών, η πιο αποδοτική μέθοδος είναι η DSMC. Ερευνητική δουλειά έχει γίνει και στα πλαίσια μελέτης αγωγών πεπερασμένου μήκους, με τη χρήση της μεθόδου DSMC, και πιο συγκεκριμένα ενός αναβαθμισμένου

αλγορίθμου, ο οποίος βασίζεται στο μοντέλο Non Time Counter για τη μοντελοποίηση των μοριακών συγκρούσεων [Varoutis 2008].

Ακόμη, με βάση την επίλυση της γραμμικοποιημένης εξίσωσης Boltzmann έχει αντιμετωπιστεί μια πλειάδα προβλημάτων που αφορούν εσωτερικές και εξωτερικές ροές, ενώ όσον αφορά ροές ενός συστατικού εντός αγωγών, έχουν αντιμετωπιστεί με επιτυχία ροές μεταξύ παράλληλων πλακών υπό την επίδραση κλίσης πίεσης και θερμοκρασίας, μεταξύ κινούμενων πλακών και εντός κυλινδρικών και ορθογώνιων αγωγών. Επιπλέον, έχει γίνει έρευνα και για ροές μιγμάτων, μια περιοχή στην οποία μόλις τα τελευταία χρόνια πραγματοποιείται συστηματική μελέτη, εντός κυλινδρικών και ορθογωνικών αγωγών με πολύ μεγάλο μήκος [Naris et al. 2005].

Πρέπει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι όλοι οι κώδικες FORTRAN που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας, αποτελούν τμήμα της ερευνητικής δουλειάς της ομάδας του Εργαστηρίου Φυσικών και Χημικών Διεργασιών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών.

Κεφάλαιο 3

Κινητικοί Υπολογισμοί

3.1 Εξίσωση Boltzmann

Η εξίσωση Boltzmann περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση [Ferziger and Kaper, 1972],

$$\frac{\partial f(\bar{r}, \bar{\xi}, t)}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f(\bar{r}, \bar{\xi}, t)}{\partial r_i} + F_i \frac{\partial f(\bar{r}, \bar{\xi}, t)}{\partial \xi_i} = \iiint (f' f'_i - ff_i) g b db d\epsilon d\xi_* ,$$

Όπου F_i είναι η εξωτερική δύναμη, $f(r, \xi, t)$ είναι η άγνωστη συνάρτηση κατανομής, η οποία περιγράφει την αριθμητική πυκνότητα των σωματιδίων του αερίου με διάνυσμα θέσης r και ταχύτητα ξ τη χρονική στιγμή t . Η ποσότητα g εκφράζει τη σχετική ταχύτητα των μορίων με $g = |\xi - \xi_*|$ ενώ η ποσότητα b ονομάζεται παράμετρος σύγκρουσης και εξαρτάται από το είδος του ενδομοριακού δυναμικού. Η παράμετρος ϵ εκφράζει τη γωνία σύγκρουσης των δύο σωματιδίων. Το δεξί μέρος της εξίσωσης Boltzmann αντιπροσωπεύει τον όρο των συγκρούσεων και αποτελεί ένα μη γραμμικό και πολύπλοκο συναρτησιακό. Η παρουσία του συγκεκριμένου όρου καθιστά την επίλυση της εξίσωσης Boltzmann πολύ δύσκολη, ενώ ταυτόχρονα απαιτούνται ορισμένες σημαντικές παραδοχές. Οι βασικότερες,

αφορούν τον τρόπο προσδιορισμού του όρου των σωματιδιακών συγκρούσεων αλλά και τον τύπο των οριακών συνθηκών.

3.2 Μοντέλο BGK

Για την αναλυτική ή την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης Boltzmann σε καταστάσεις εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας, γίνεται χρήση κάποιων κινητικών μοντέλων για την απλοποίηση του όρου των συγκρούσεων. Τα κυριότερα κινητικά μοντέλα είναι το μοντέλο Bhatnagar-Gross-Krook (BGK model) [Bhatnagar, Gross and Krook, 1954], που είναι το πρώτο που παρουσιάστηκε, και το μοντέλο Shakhon (S model) που αποτελεί μια επέκταση του μοντέλου BGK προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι μη ισοθερμοκρασιακές ροές.

Η κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK, χωρίς τον όρο της χρονικής παραγώγου δίνεται από την εξίσωση

$$\bar{\xi} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} = \nu (f^{eq} - f) = \frac{P}{\mu} (f^{eq} - f)$$

ενώ η κινητική εξίσωση του μοντέλου S, χωρίς τον όρο της χρονικής παραγώγου, δίνεται από την εξίσωση

$$\bar{\xi} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} = \frac{P}{\mu} \left\{ f^{eq} \left[1 + \frac{2m}{15n(KT^2)} \bar{q} (\bar{\xi} - u' \left(\frac{m(\bar{\xi} - \bar{u}')^2}{2KT} - \frac{5}{2} \right)) \right] - f \right\}$$

όπου στις παραπάνω σχέσεις ν είναι η συχνότητα των συγκρούσεων, μ είναι το δυναμικό ιξώδες σε θερμοκρασία T και P είναι η τοπική πίεση. Επίσης, η συνάρτηση f^{eq} αναφέρεται στην τοπική κατανομή ισορροπίας Maxwell που δίνεται από τη σχέση

$$f^{eq} = \frac{n}{(2\pi RT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\bar{\xi} - \bar{u}')^2}{2RT}\right)$$

όπου η αριθμητική πυκνότητα n , η μακροσκοπική ταχύτητα \bar{u}' και η θερμοκρασία T αναφέρονται στις τοπικές ιδιότητες του ρευστού.

Το μοντέλο BGK συνιστά την απλούστερη δυνατή προσέγγιση του όρου των συγκρούσεων, αλλά και τη βάση πάνω στην οποία αναπτύχθηκαν και τα περισσότερα μοντέλα που ακολούθησαν. Χρησιμοποιείται σε μεγάλη έκταση για ροές ενός συστατικού μέχρι και σήμερα, αφού τα αποτελέσματα που δίνει είναι ικανοποιητικά, όμως μειονεκτεί στα προβλήματα των μη ισοθερμοκρασιακών ροών.

3.3 Οριακές συνθήκες

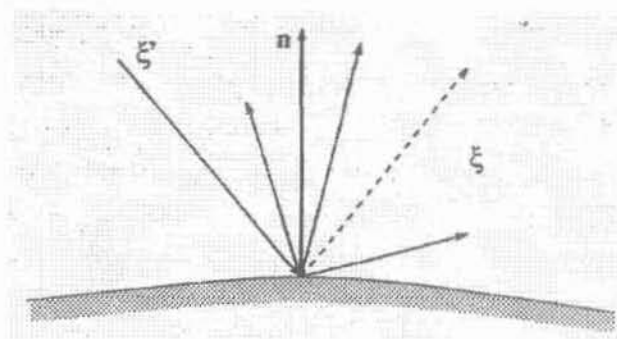
Για την επίλυση της εξίσωσης Boltzmann απαιτείται ο καθορισμός των συνοριακών συνθηκών, οι οποίες περιγράφουν την επίδραση των μορίων του αερίου με τα στερεά τοιχώματα. Αποτελούν βασικό στοιχείο, ως γνωστόν, για την περιγραφή οποιουδήποτε προβλήματος και καθορίζουν την

ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Ο όρος των συγκρούσεων στην εξίσωση Boltzmann δρα μόνο στις ταχύτητες των μορίων και όχι στις χωρικές και χρονικές μεταβλητές. Επομένως, οι αρχικές και οριακές συνθήκες της συνάρτησης κατανομής σχετίζονται με τον όρο μεταφοράς της εξίσωσης και παραμένουν ίδιες ανεξάρτητα από το εάν η εξίσωση Boltzmann περιλαμβάνει τον όρο των συγκρούσεων.

Η δυσκολία της θεωρητικής μελέτης της αλληλεπίδρασης αερίου-τοιχώματος έγκειται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει αρκετή πληροφορία σχετικά με τη μορφολογία της στερεάς επιφάνειας, η οποία φυσικά επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό το είδος αυτής της αλληλεπίδρασης. Καθώς ένα σωματίδιο προσπίπτει στο τοίχωμα, είναι πιθανόν να απορροφηθεί και να σχηματίσει χημικούς δεσμούς, να διασπαστεί, να ιονιστεί, ή να αντικαταστήσει επιφανειακά μόρια του στερεού τοιχώματος. Η εν λόγω αλληλεπίδραση λοιπόν εξαρτάται από την τραχύτητα της επιφάνειας, τη θερμοκρασία της και άλλους παράγοντες.

Ένα μόριο που χτυπά μια στερεά επιφάνεια με ταχύτητα ξ' απομακρύνεται από αυτήν με ταχύτητα ξ , της οποίας ο ακριβής υπολογισμός πραγματοποιείται εάν είναι γνωστή η τροχιά του σωματιδίου διαμέσου του τοιχώματος. Η δυσκολία του υπολογισμού της συγκεκριμένης τροχιάς είναι προφανής και εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη θέση και την

ταχύτητα των σωματιδίων επάνω στο τοίχωμα. Για το λόγο αυτό, για την αποτελεσματικότερη περιγραφή της αλληλεπίδρασης, εισάγεται η έννοια της πυκνότητας πιθανότητας $W(\xi' \rightarrow \xi, x, t)$ κατά την οποία ένα σωματίδιο που προσπίπτει στη στερεά επιφάνεια με ταχύτητα ξ' γύρω από το $\xi' + d\xi'$ στο σημείο x και σε χρόνο t , θα εξέλθει από το ίδιο σημείο με ταχύτητα ξ γύρω από το $\xi + d\xi$, όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.



Σχήμα 1: Αλληλεπίδραση σωματιδίου με τοίχωμα

Εάν η πιθανότητα W είναι γνωστή, τότε είναι δυνατόν να οριστούν οι οριακές συνθήκες για τη συνάρτηση κατανομής $f(\vec{r}, \xi, t)$.

Η πρώτη συνθήκη που προτάθηκε ανήκει στον Maxwell και αποτελεί τη συνήθη συνθήκη που εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα. Σύμφωνα με αυτή, τα εισερχόμενα προς τη ροή σωματίδια όταν προσπίπτουν στην επιφάνεια χάνουν τη μνήμη τους και φεύγουν από αυτή με ταχύτητες που ακολουθούν

την κατανομή Maxwell, όπως αυτή ορίζεται από τις μακροσκοπικές ιδιότητες του στερεού τοιχώματος (διαχυτική ανάκλαση). Ο πυρήνας $W(\xi, \xi')$ έχει τη μορφή:

$$W_{\alpha}(\xi' \rightarrow \xi) = \frac{m^2 \xi' \cdot \bar{n}}{2\pi(k_B T_w)^2} e^{-\frac{m\xi'^2}{2k_B T_w}}$$

όπου T_w είναι η θερμοκρασία του τοιχώματος.

Ορισμένες φορές όμως, η εφαρμογή οριακών συνθηκών διάχυσης και ιδιαίτερα σε πολύ αραιά αέρια ή σε τοιχώματα με πολύ μικρή τραχύτητα, δίνουν αποτελέσματα που έρχονται σε αντίθεση με τα πειραματικά δεδομένα. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτό το μειονέκτημα, ο ίδιος ο Maxwell τροποποίησε τις οριακές συνθήκες, ώστε να μην υπάρχει ολική απώλεια μνήμης των σωματιδίων. Έτσι, ένα ορισμένο ποσοστό α των σωματιδίων, δεν απορροφάται από το τοίχωμα αλλά ανακλάται πάνω σε αυτό, και συνεχίζει με ταχύτητα ίδια σε μέτρο με την προσπίπτουσα και συμμετρική σε αυτή ως προς επίπεδο κάθετο στο τοίχωμα. Στην περίπτωση αυτή η παραπάνω συνθήκη παίρνει τη μορφή

$$W(\xi' \rightarrow \xi) = (1 - \alpha)\delta(\xi' - \xi + 2\bar{n}[\xi' \cdot \bar{n}]) + \alpha \frac{m^2 \xi' \cdot \bar{n}}{2\pi(k_B T_w)^2} e^{-\frac{m\xi'^2}{2k_B T_w}}$$

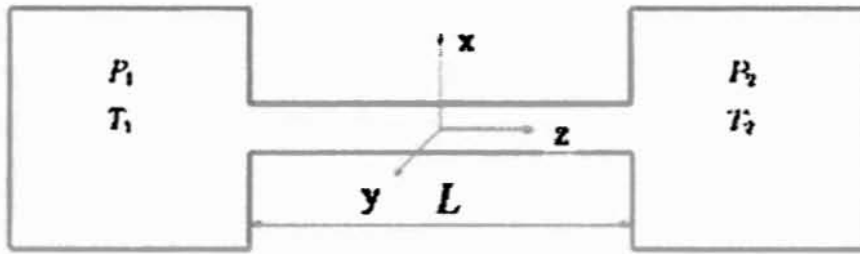
(διαχυτική-κατοπτρική ανάκλαση) όπου ο συντελεστής α είναι χαρακτηριστική ιδιότητα του συνδυασμού ρευστού-τοιχώματος και λαμβάνεται από πειραματικά δεδομένα.

Οι οριακές συνθήκες του Maxwell είναι αυτές που χρησιμοποιούνται στην πλειονότητα των περιπτώσεων, είναι αρκετά εύχρηστες και τα αποτελέσματα που δίνουν είναι αρκετά κοντά σε πειραματικά δεδομένα. Πρέπει να σημειωθεί όμως, ότι ο τρόπος αλληλεπίδρασης ρευστού-τοιχώματος από φυσική άποψη δε μπορεί να χαρακτηριστεί ακριβής, κυρίως σε μη ισοθερμοκρασιακές ροές. Σε τέτοιες περιπτώσεις, χρησιμοποιούνται άλλου τύπου οριακές συνθήκες, που προσφέρουν μεγαλύτερη ακρίβεια.

3.4 Χαρακτηριστικά της ροής

Υποθέτουμε ότι έχουμε τη ροή ενός αερίου διαμέσου ενός αγωγού μεγάλου μήκους L και υδραυλικής διαμέτρου D_h , ο οποίος συνδέει δύο δεξαμενές οι οποίες βρίσκονται σε πιέσεις P_1, P_2 και θερμοκρασίες T_1, T_2 , με $P_1 \leq P_2$ και $T_1 = T_2$. Στην περίπτωση μας ισχύει $T_1 = T_2 = T_o$.

Η διάταξη φαίνεται στο σχήμα 2



Σχήμα 2: Απεικόνιση αγωγού και δεξαμενών

Ο όγκος των δοχείων 1 και 2 είναι πολύ μεγαλύτερος από τον όγκο του μικροαγωγού κι επομένως οι πιέσεις και οι θερμοκρασίες των δοχείων παραμένουν σταθερές. Η επιφάνεια και η περίμετρος της διατομής συμβολίζεται με \tilde{A} και $\tilde{\Gamma}$ αντίστοιχα, ενώ η υδραυλική διάμετρος ορίζεται ως:

$$D_h = \frac{4\tilde{A}}{\tilde{\Gamma}} \quad (1)$$

Θεωρούμε ότι στις περιπτώσεις που εξετάζουμε $D_h \ll L$. Επομένως η ροή μπορεί να θεωρηθεί πλήρως ανεπτυγμένη και οι επιδράσεις εισόδου και εξόδου από τον αγωγό μπορούν να αγνοηθούν. Παράλληλα, σε κάθε διατομή που ορίζεται στο επίπεδο (\tilde{x}, \tilde{y}) , η θερμοκρασία παραμένει σταθερή και η πίεση μεταβάλλεται μόνο κατά μήκος της ροής στην κατεύθυνση \tilde{z} , δηλαδή $P = P(\tilde{z}) \in [P_1, P_2]$. Η ωθούσα δύναμη που προκαλεί τη ροή είναι η επιβαλλόμενη αδιάστατη μεταφορά πίεσης

$$X_p = \frac{D_h}{P} \frac{dP}{d\bar{z}} \quad (2)$$

Η μόνη μη μηδενική συνιστώσα της μακροσκοπικής ταχύτητας είναι αυτή στη διεύθυνση της ροής, δηλαδή στην κατεύθυνση \bar{z} , και δηλώνεται ως $\tilde{u}(\bar{x}, \bar{y})$, όπου \bar{x} και \bar{y} είναι οι παράπλευρες συντεταγμένες κάθετα στη ροή.

Η βασική παράμετρος της ροής, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι ο αριθμός Knudsen που ορίζεται ως

$$Kn = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\mu \nu}{D_h P} \quad (3)$$

όπου μ είναι το ιξώδες του αερίου στη θερμοκρασία T και $\nu = \sqrt{2RT}$ η πιθανότερη μοριακή ταχύτητα με $R=k/m$ να υποδηλώνει τη σταθερά του αερίου (k είναι η σταθερά του Boltzmann και m το μοριακό βάρος του αερίου). Για πρακτικούς λόγους που σχετίζονται με την πληρέστερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν, αντί του αριθμού Knudsen θα κάνουμε χρήση της επονομαζόμενης παραμέτρου αραιοποίησης (rarefaction parameter) που ορίζεται ως

$$\delta = \frac{D_h P}{\mu \nu} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{Kn} \quad (4)$$

Η υδραυλική διάμετρος D_h και η μοριακή ταχύτητα ν θεωρούνται ως το χαρακτηριστικό μήκος και η χαρακτηριστική ταχύτητα αντίστοιχα και

χρησιμοποιούνται στην αδιαστατοποίηση των μεγεθών. Εισάγονται οι αδιάστατες χωρικές μεταβλητές $x = \tilde{x} / D_h$, $y = \tilde{y} / D_h$ και $z = \tilde{z} / D_h$, η αδιάστατη επιφάνεια διατομής $A = \tilde{A} / D_h^2$ και η αδιάστατη περίμετρος διατομής $\Gamma = \tilde{\Gamma} / D_h$.

Πρέπει να παρατηρήσουμε στο σημείο αυτό ότι με την υπόθεση $D_h \ll L$ η αδιάστατη μεταβολή της πίεσης που δίνεται από την εξίσωση (2) είναι πάντα μικρότερη της μονάδος, δηλαδή ισχύει

$$X_p = \frac{D_h}{P} \frac{dP}{dz} \approx \frac{D_h}{L} \frac{\Delta P}{P} \ll 1 \quad (5)$$

ανεξάρτητα από τη διαφορά πίεσης $\Delta P = P_2 - P_1$ μεταξύ των δύο δεξαμενών. Αυτό εξηγείται παρατηρώντας ότι ακόμα και σε μεγάλες διαφορές πίεσης, ο λόγος $\Delta P / P$ είναι το πολύ της τάξης του ένα, ενώ ο λόγος D_h / L είναι πολύ μικρότερος της μονάδας. Για το λόγο αυτό, η ποσότητα X_p θεωρείται πάντα πολύ μικρή παράμετρος και χρησιμοποιείται στη γραμμικοποίηση των κινητικών εξισώσεων που μοντελοποιούν τη ροή ακόμα και σε μεγάλες διαφορές πίεσης.

3.5 Προσομοίωση της ροής με βάση το μοντέλο BGK

Όπως ήδη αναφέρθηκε, το μοντέλο Bhatnagar-Groos-Krook (BGK) θεωρείται το πλέον κατάλληλο για τις περιπτώσεις ροών αερίων που οφείλονται σε βαθμίδα πίεσης.

Το πρόβλημά μας είναι μονοδιάστατο και η μοναδική ποσότητα που μεταβάλλεται είναι η ταχύτητα $u'_z(x', y')$ ενώ οι άλλες δύο συνιστώσες της ταχύτητας είναι μηδενικές. Πρέπει να τονιστεί ότι η πυκνότητα $\rho = \rho(z')$ και η θερμοκρασία παραμένουν σταθερές. Χρησιμοποιώντας τις αδιάστατες ποσότητες

$$v_o = \sqrt{2RT_o}, \quad x = \frac{x'}{D_h}, \quad y = \frac{y'}{D_h}, \quad c = \frac{\bar{c}}{v_o} \quad \text{και} \quad u_y(x) = \frac{u'_y(x)}{v_o}. \quad (6)$$

προκύπτει η εξίσωση

$$c_x \frac{\partial h}{\partial x} + c_y \frac{\partial h}{\partial y} + \partial h = 2\delta c_z - c_z \quad (7)$$

όπου $h=h(x, y, c_x, c_y, c_z)$ είναι η άγνωστη γραμμικοποιημένη συνάρτηση κατανομής και

$$u(x, y) = \frac{\tilde{u}}{v_o X_P} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c_z h e^{-c^2} dc_x dc_y dc_z \quad (8)$$

είναι η μόνη μη μηδενική συνιστώσα της μακροσκοπικής ταχύτητα και είναι στη διεύθυνση της ροής.

Στο σημείο αυτό, και εκμεταλλευόμενοι το γεγονός ότι η ροή είναι διδιάστατη, μπορούμε να απαλείψουμε τη συνιστώσα c_z του διανύσματος της μοριακής ταχύτητας c , ακολουθώντας τη γνωστή διαδικασία της προβολής. Ορίζουμε την απλοποιημένη συνάρτηση κατανομής

$$\Phi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z h(x, y, c_x, c_y, c_z) e^{-c_z^2} dc_z \quad (9)$$

και στη συνέχεια η Εξ. (7) πολλαπλασιάζεται επί $\frac{1}{\sqrt{\pi}} c_z e^{-c_z^2}$ και η εξίσωση που προκύπτει ως αποτέλεσμα ολοκληρώνεται στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ για να μας δώσει την απλοποιημένη, αδιάστατη και γραμμικοποιημένη εξίσωση BGK, που φαίνεται στη συνέχεια:

$$c_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \delta \Phi = \delta u - \frac{1}{2} \quad (10)$$

Η μακροσκοπική ταχύτητα δίνεται από το διπλό ολοκλήρωμα

$$u(x, y) = \frac{1}{\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi e^{-c_x^2 - c_y^2} dc_x dc_y \quad (11)$$

Παρατηρούμε ότι στην αδιάστατη Εξ. (10) η άγνωστη συνάρτηση κατανομής $\Phi(x, y, c_x, c_y)$ δεν περιέχει την ανεξάρτητη μεταβλητή c_z . Η μείωση του αριθμού των ανεξάρτητων μεταβλητών κατά μία έχει ως αποτέλεσμα και τη μείωση του χρόνου που απαιτείται για την εφαρμογή του υπολογιστικού σχήματος των διακριτών ταχυτήτων.

Η αλληλεπίδραση αερίου – τοιχώματος μοντελοποιείται με τη συνοριακή συνθήκη διαχυτικής – κατοπτρικής ανάκλασης του Maxwell. Έτσι, σε συνοριακή συνθήκη έχουμε την

$$\Phi^+ = (1-\alpha)\Phi^- \quad (12)$$

όπου Φ^+ και Φ^- είναι οι κατανομές που αντιπροσωπεύουν τα σωματίδια που φεύγουν από και έρχονται προς το τοίχωμα αντίστοιχα. Τονίζεται ότι η συνθήκη αυτή είναι γραμμική. Η παράμετρος α , για την οποία ισχύει $0 < \alpha < 1$, είναι γνωστή ως συντελεστής προσαρμογής της κάθετης ορμής και δείχνει το ποσοστό των σωματιδίων που ανακλάται διαχυτικά από το τοίχωμα. Όταν $\alpha = 1$, όλα τα μόρια ανακλώνται διαχυτικά σύμφωνα με την κατανομή Maxwell. Όταν $\alpha < 1$, το ποσοστό α των μορίων ανακλάται διαχυτικά ενώ το ποσοστό $1 - \alpha$ ανακλάται κατοπτρικά.

Το ολοκληρωδιαφορικό σύστημα των παραπάνω εξισώσεων (10) και (11) επιλύεται αριθμητικά, εφαρμόζοντας τη συνοριακή συνθήκη (12). Το αριθμητικό σχήμα που εφαρμόζεται έχει περιγραφεί λεπτομερώς σε παλαιότερες εργασίες [Naris and Valougeorgis 2008; Naris et al. 2005]. Η κινητική εξίσωση διακριτοποιείται στο χώρο των μοριακών ταχυτήτων με τη μέθοδο των διακριτών ταχυτήτων (DVM) και στο φυσικό χώρο με τυπικά σχήματα πεπερασμένων διαφορών. Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση ενός επαναληπτικού σχήματος, επιλύονται οι διακριτοποιημένες εξισώσεις.

Η λύση της κινητικής εξίσωσης εξαρτάται από την παράμετρο αραιοποίησης δ , την επιφάνεια της διατομής A και τον συντελεστή α . Βασιζόμενοι στην κινητική λύση, η οποία είναι έγκυρη για όλο το εύρος του αριθμού Knudsen, από την ελεύθερη μοριακή περιοχή μέχρι και το υδροδυναμικό όριο, αφού υπολογιστούν οι συναρτήσεις κατανομής, μπορούν να υπολογιστούν οι μακροσκοπικές ταχύτητες και στη συνέχεια η αδιάστατη παροχή G , ολοκληρώνοντας την αντίστοιχη κατανομή της ταχύτητας σύμφωνα με τη σχέση

$$G = \frac{2}{A} \iint u_p(x, y) dx dy \quad (13)$$

Όπου σημειώνεται ότι η ποσότητα G μεταβάλλεται κατά μήκος του αγωγού.

3.6 Υπολογισμός παροχής μάζας

Το πλέον βασικό μέγεθος που μας ενδιαφέρει σε εσωτερικές ροές είναι η παροχή μάζας [Sharipov and Seleznev, 1998], η οποία προκύπτει αν ολοκληρώσουμε την κατανομή της ταχύτητας σε μια διατομή του αγωγού:

$$\dot{M} = \int_A \rho(\vec{z}) u_p(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{A} \quad (14)$$

Το ολοκλήρωμα της Εξ. (14) αδιαστατοποιείται κάνοντας χρήση των αδιάστατων μεγεθών, όπως αυτά ορίστηκαν σε προηγούμενη παράγραφο, σε

συνδυασμό με την Εξ. (2) και την καταστατική εξίσωση των αερίων ($\rho(\bar{z}) = 2 \cdot P(\bar{z}) / \nu^2$):

$$\dot{M} = \rho \nu_o X_p D_h^3 \int_A u_p d\bar{A} = \frac{2P}{\nu_o} X_p D_h^3 \int_A u_p d\bar{A} \Rightarrow \frac{\dot{M}}{\bar{A}} = \frac{2P}{\nu_o} X_p \frac{D_h^3}{\bar{A}} \int_A u_p d\bar{A} \quad (15)$$

Άρα τελικά έχουμε

$$\dot{M} = G \frac{\bar{A} D_h}{\nu_o} \frac{dP}{d\bar{z}} = G \frac{\bar{A}}{\nu_o} \frac{dP}{d\bar{z}} \quad (16)$$

όπου το G δίνεται από το ολοκλήρωμα (13).

Στη συνέχεια, ορίζουμε την παροχή μάζας με τον εναλλακτικό τύπο

$$\dot{M} = G_* \frac{AD_h}{\nu_o} \frac{\Delta P}{L} \quad (17)$$

Όπου $\Delta P = P_1 - P_2$ με P_1 και P_2 να αντιστοιχούν στις πιέσεις εισόδου και εξόδου, L είναι το μήκος του αγωγού και G_* είναι μια άγνωστη ποσότητα, που θα προκύψει στη συνέχεια έτσι ώστε η έκφραση (17) να είναι σωστή. Αφού τα αριστερά μέλη των εξισώσεων (16) και (17) είναι ίσα μεταξύ τους, εξισώνουμε τα δεξιά μέλη των δύο εκφράσεων για την παροχή μάζας και γράφουμε

$$G \frac{AD_h}{\nu_o} \frac{dP}{d\bar{z}} = G_* \frac{AD_h}{\nu_o} \frac{\Delta P}{L} \Rightarrow G \frac{dP}{d\bar{z}} = G_* \frac{\Delta P}{L} \Rightarrow G \frac{dP}{\Delta P} = G_* \frac{d\bar{z}}{L} \quad (18)$$

Με βάση τον ορισμό της παραμέτρου αραιοποίησης και λαμβάνοντας υπόψη ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή κατά μήκος της ροής λόγω

διαφοράς πίεσης εύκολα προκύπτει ότι $\frac{dP}{\Delta P} = \frac{d\delta}{\Delta\delta}$. Επομένως, μπορούμε να

ξεαναγράψουμε την Εξ. (18) ως εξής:

$$G \frac{d\delta}{\Delta\delta} = G_* \frac{dz}{L} \quad (19)$$

Ολοκληρώνουμε κατά μήκος του αγωγού

$$\frac{1}{\delta_1 - \delta_2} \int_{\delta_1}^{\delta_2} G d\delta = G_* \frac{1}{L} \int_0^L dz \quad (20)$$

Τελικά έχουμε

$$G_* = \frac{1}{\delta_1 - \delta_2} \int_{\delta_1}^{\delta_2} G d\delta \quad (21)$$

Όταν η πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού είναι μικρή, τότε η Εξ. (21) απλοποιείται θεωρώντας ότι η μεταβολή του δ και επομένως του G είναι επίσης μικρή. Προσεγγιστικά θεωρούμε ότι

$$G_* = G(\delta_0) \quad (22)$$

όπου $\delta_0 = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2)$.

Όταν όμως η πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού είναι μεγάλη, τότε πρέπει να εφαρμόζεται η Εξ. (21) σε συνδυασμό φυσικά με την Εξ. (17) αφού ο στόχος μας δεν είναι μόνο να υπολογίσουμε την ποσότητα G^* αλλά να εξάγουμε και την μαζική παροχή M .

Ο υπολογισμός λοιπόν του M , μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Στη μία περίπτωση, το M θα υπολογιστεί από την Εξ. (17) θεωρώντας ότι το G^* είναι το $G(\delta_0)$, ενώ στη δεύτερη περίπτωση, το G^* θα υπολογίζεται από την Εξ. (21) και στη συνέχεια το M από την Εξ. (17).

Κεφάλαιο 4

Περιγραφή πειραματικών διατάξεων και μεθοδολογιών μέτρησης

4.1 Εισαγωγή

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο εισαγωγικό κομμάτι της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αραιοποιημένες ροές αερίων έχουν μελετηθεί εντατικά κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, λόγω του μεγάλου εύρους των εφαρμογών [Colin et al. 2009].

Πρόσφατα, βελτιώσεις στις τεχνικές των μικροκατασκευών, έχουν συμβάλει στη γρήγορη ανάπτυξη της μικρορρευστομηχανικής και η πειραματική ανάλυση αραιών αερίων σε διάφορα μικροσυστήματα αποτελεί πεδίο ενδιαφέροντος ακόμα και σε συνθήκες ατμοσφαιρικής πίεσης ή σε συνθήκες κενού. Η έλλειψη πειραματικών αποτελεσμάτων σε σχέση με ροές αερίων σε μικροκανάλια έχει δώσει το κίνητρο σε διάφορους ερευνητές να αναπτύξουν συγκεκριμένες διατάξεις για τις μικροροές αραιών αερίων.

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι για τη μελέτη των ροών αυτών πειραματικά. Αρκετοί συγγραφείς όπως οι Pong, Harley, Lalonde, Zohar, Maurer και Colin, έχουν αναπτύξει μια μέθοδο η οποία

βασίζεται στον εντοπισμό ενός υγρού σταγονιδίου, το οποίο ωθείται από τη ροή του αερίου μέσα στο μικροαγωγό, και, ο εντοπισμός του επιτρέπει την απευθείας μέτρηση της ογκομετρικής παροχής.

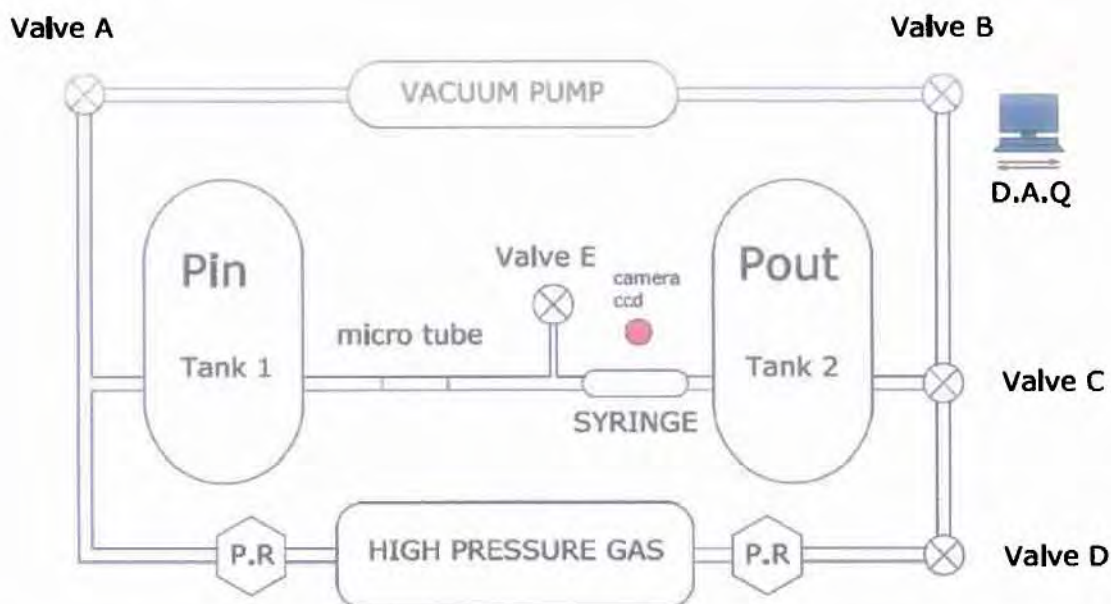
Άλλοι ερευνητές (McCulloh, Jousten, Ewart), έχουν αναπτύξει λιγότερο άμεσες τεχνικές μέτρησης, χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση των αερίων, με τη γενική παραδοχή ότι έχουμε να κάνουμε με ιδανικό αέριο. Σε ένα θερμοκρασιακά ελεγχόμενο περιβάλλον οι μαζικές παροχές μπορούν να εξαχθούν από μετρήσεις μεταβολών του όγκου ή της πίεσης (με τις τεχνικές «σταθερού όγκου» και «σταθερής πίεσης» όπως αυτές ονομάζονται) [Colin et al. 2009].

Επιπλέον, αν κοιτάξουμε στη βιβλιογραφία, θα δούμε ιδιαίτερες αναφορές στην εργασία του Tison [Marino 2008], στην οποία περιγράφεται μια πειραματική διαδικασία η οποία βασίζεται στη μέτρηση της μαζικής παροχής, η οποία διέρχεται μέσα από ένα τριχοειδή αγωγό, λόγω ύπαρξης διαφοράς πίεσης στα άκρα του. Ερευνητές όπως ο Marino επέλεξαν να βασιστούν στην παραπάνω θεώρηση και να επανεξετάσουν το αρχικό πρόβλημα της αραιοποιημένης ροής αερίου σε σωλήνες, ακολουθώντας μια παρόμοια προσέγγιση και θεωρώντας ότι μεταβάλλεται η πίεση, όχι όμως και η μαζική παροχή που διέρχεται από τον αγωγό.

Τέλος, έχουν αναπτυχθεί και τεχνικές οι οποίες έχουν μεγάλη χρησιμότητα στη μελέτη ροών σε συνθήκες κενού [Varoutis et al. 2008b]. Στο παρόν κεφάλαιο, θα παρουσιαστεί επίσης και μια τέτοια διάταξη, ενώ καθεμία από τις παραπάνω τεχνικές θα περιγραφεί αναλυτικότερα.

4.2 Μέθοδος σταθερού όγκου

Η πειραματική μέθοδος που χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί η μαζική παροχή που διέρχεται μέσω ενός μικροαγωγού, περιλαμβάνει δύο δεξαμενές σταθερού όγκου, γι' αυτό και η συγκεκριμένη τεχνική ονομάζεται «μέθοδος σταθερού όγκου» [Ewart et al. 2006]. Για τη μέθοδο αυτή, που είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως “Constant Volume Method”, χρειάζονται μεγάλες, δεξαμενές, αρκετά μεγαλύτερες σε όγκο από αυτόν του μικροαγωγού. Δεξαμενές μεγάλες σε όγκο μας εξασφαλίζουν το ότι κάποιες παράμετροι του προβλήματος θα παραμείνουν ανεξάρτητες από το χρόνο, κατά τη διάρκεια διεξαγωγής του πειράματος. Αν και ανιχνεύσιμες, μικρές μεταβολές στη μάζα κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, δεν επηρεάζουν την αρχική υπόθεση που έχει γίνει περί στασιμότητας. Επομένως, ανάλογα με τις συνθήκες εισόδου και εξόδου, πρέπει να έχουμε ένα συγκεκριμένο εύρος όσον αφορά τις μέγιστες μεταβολές πίεσης στη δεύτερη δεξαμενή, κάτι που μπορεί να επιτευχθεί με τη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα 3.



P.R.:PRESSURE REGULATOR

Σχήμα 3: Μέθοδος σταθερού όγκου

Το αέριο ρέει μέσα στο μικροαγωγό που συνδέει τις δύο δεξαμενές, και στον οποίο η πίεση παραμένει πολύ κοντά στις σταθερές τιμές P_{in} και P_{out} αντίστοιχα. Στη δεξαμενή εισόδου υπάρχει ένας ρυθμιστής πίεσης και μια βαλβίδα A (όπως φαίνεται στο σχήμα), τα οποία χρησιμοποιούνται για να επιβάλλουν αρχικά πίεση στη δεξαμενή εισόδου Η πίεση στη δεύτερη δεξαμενή (εξόδου), ρυθμίζεται και αυτή με έναν ακόμη ρυθμιστή πίεσης και τις βαλβίδες B, C και D. Οι μετρήσεις της πίεσης πραγματοποιούνται ταυτόχρονα στην είσοδο και την έξοδο, χρησιμοποιώντας δύο ανιχνευτές πίεσης, ο πρώτος εκ των οποίων (inlet detector) είναι τοποθετημένος στην

πρώτη δεξαμενή, ανάντη του μικροαγωγού, ενώ ο δεύτερος (outlet detector) είναι τοποθετημένος κατάντη του μικροαγωγού.

Τα σφάλματα όσον αφορά τις μετρήσεις των πιέσεων σε κάθε δεξαμενή, εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά των ανιχνευτών πίεσης και σε κάθε περίπτωση είναι μικρότερα του 0.5%. Είναι επίσης σημαντικό να μετρηθεί με καλή ακρίβεια η διάμετρος των μικροαγωγών. Στα πειράματα με τα οποία θα συγκρίνουμε, η διάμετρος των μικροαγωγών είναι $D = 25.2 \pm 0.35 \mu\text{m}$. Το μήκος του μικροαγωγού μετρήθηκε ίσο με $L_{tube} = 5.30 \text{cm}$. Αφού το μήκος του αγωγού είναι αρκετά μεγαλύτερο από τη διάμετρό του μπορούμε να αγνοήσουμε τυχόν φαινόμενα στην έξοδο. Επιπλέον, ο αριθμός Reynolds που υπολογίστηκε για τις συγκεκριμένες συνθήκες ροής κυμαίνεται από 1.8×10^{-3} έως 2.5, κάτι που επίσης επιβεβαιώνει ότι φαινόμενα εισόδου και εξόδου μπορούν να αγνοηθούν.

Ο πρώτος, λοιπόν, τρόπος με τον οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η μαζική παροχή, είναι να προσδιοριστεί μια μικρή μεταβολή της πίεσης στη δεξαμενή εξόδου, λόγω μιας μικρής μεταβολής της παροχής κατά τη ροή του αερίου μέσα από το μικροαγωγό. Γράφουμε για τη δεύτερη δεξαμενή, το νόμο των ιδανικών αερίων:

$$P_{out}V = mRT \quad (23)$$

όπου V είναι ο όγκος της δεξαμενής εξόδου ο οποίος παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια του πειράματος και ίσος με $V=65.71\pm 1.5\text{cm}^3$ και R είναι η ειδική σταθερά του αερίου. P_{out} , T και m είναι αντίστοιχα η πίεση, η θερμοκρασία και η μάζα του αερίου στη δεξαμενή εξόδου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t του πειράματος. Επίσης, πρέπει να οριστεί η μεταβολή dq , μιας οποιασδήποτε θερμοδυναμικής παραμέτρου q , η οποία λαμβάνει χώρα κατά τη χρονική διάρκεια του πειράματος τ . Με βάση λοιπόν αυτά, μπορούμε να γράψουμε για την Εξ. (23)

$$\frac{dP_{out}}{P_{out}} = \frac{dm}{m} + \frac{dT}{T} \quad (24)$$

Χωρίζοντας τους δύο όρους της Εξ. (24) με τη βοήθεια της Εξ. (23) παίρνουμε

$$\frac{dm}{\tau} = \frac{V}{RT} \frac{dP_{out}}{\tau} (1 - \varepsilon), \quad \varepsilon = \frac{dT/T}{dP_{out}/P_{out}} \quad (25)$$

Το ε είναι αρκετά μικρότερο από τη μονάδα και επομένως το dm/τ μπορούμε να πούμε ότι είναι ουσιαστικά η μαζική παροχή \dot{M} που διέρχεται μέσα από το μικροαγωγό, και επομένως το dP_{out} θα μας δώσει απευθείας την τιμή του \dot{M}

$$\dot{M} = \frac{V}{RT} \frac{dP_{out}}{\tau} \quad (26)$$

Ως αποτέλεσμα, η Εξ. (25-17) απλοποιείται ως εξής:

$$\dot{M} = \frac{V}{RT} \alpha \quad (27)$$

όπου το $\alpha = \delta P_{out} / \tau$ υπολογίζεται με μια παρεμβολή ελαχίστων τετραγώνων στην $P(t) = at + \beta$, και βρίσκεται ότι είναι μικρότερο του 0.5%. Επομένως το ολικό σφάλμα της μέτρησης της μαζικής παροχής υπολογίζεται ως εξής:

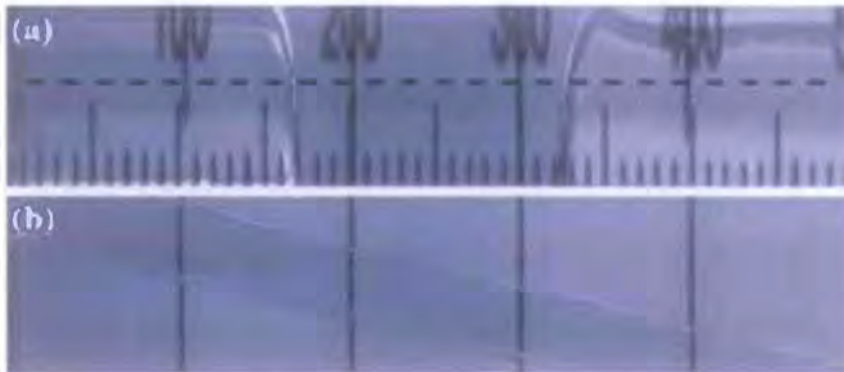
$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \quad (28)$$

και είναι μικρότερο του $\pm 4.5 \%$.

4.3 Μέθοδος παρακολούθησης σταγόνας

Στη μέθοδο παρακολούθησης σταγόνας (Droplet Tracking Method), η μαζική παροχή μετράται προσδιορίζοντας την ταχύτητα μιας υγρής σταγόνας η οποία κινείται μέσα σε ένα βαθμονομημένο σωλήνα [Ewart et al. 2006]. Ο εντοπισμός της σταγόνας και ο προσδιορισμός της ταχύτητάς της μπορεί να γίνει είτε με χρήση ενός μικροσκοπίου, είτε με χρήση οπτικο-ηλεκτρονικών αισθητήρων είτε απλά με οπτική παρατήρηση. Στη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη, επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί μια σταγόνα λαδιού λόγω του χαμηλού σημείου εξάτμισης, έτσι ώστε να αποφευχθούν φαινόμενα εξάτμισης στην επιφάνεια της σταγόνας. Η σταγόνα εισάγεται στο βαθμονομημένο σωλήνα μέσω της βαλβίδας E που φαίνεται στο σχήμα 3, και η κίνησή της καταγράφηκε με τη βοήθεια μιας

ψηφιακής κάμερας. Έτσι, μπορούμε να ορίσουμε τη θέση της σταγόνας ως μια συνάρτηση του χρόνου.



Σχήμα 4

Στο σχήμα 4 φαίνεται (a) η πραγματική θέση της σταγόνας μέσα στο βαθμονομημένο σωλήνα και (b) η υπέρθεση, πολλών παρόμοιων εικόνων όπως τις κατέγραψε η ψηφιακή κάμερα. Η ευθεία γραμμή αντιπροσωπεύει τη θέση της σταγόνας (σε pixels) ως συνάρτηση του χρόνου, και η κλίση αυτής της γραμμής αντιστοιχεί στην ταχύτητα της σταγόνας.

Ας ορίσουμε ως $X(t)$ τη χωρική συντεταγμένη η οποία μας δίνει τη θέση της επιφάνειας της σταγόνας κάθε χρονική στιγμή t , δX το μήκος το οποίο καλύπτεται από την κίνηση αυτής της επιφάνειας κατά τη διάρκεια διεξαγωγής του πειράματος, δηλαδή κατά το διάστημα τ , και δV το αντίστοιχο όγκο για τη δεδομένη χρονική στιγμή t . Επίσης, αν V_s είναι ο

όγκος της σύριγγας και L είναι το μήκος της, τότε η ογκομετρική παροχή Q_v θα δίνεται από τη σχέση

$$Q_v = \frac{\delta V}{\tau} = \frac{V_s}{\tau} \frac{\delta X}{L} \quad (29)$$

Επιπλέον, αν ορίσουμε ως N_X και N_L αντίστοιχα τις μετρήσεις που λήφθηκαν με την κάμερα για τα X και L , μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\delta X}{L} = \frac{\delta N_X}{N_L} \quad (30)$$

Και τελικά μπορούμε να πάρουμε και με τη βοήθεια της Εξ.(29)

$$Q_v = \frac{V_s}{N_L} \frac{\delta N_X}{\tau}, \quad \dot{M} = \frac{Q_v P_{out}}{RT} \quad (31)$$

όπου η μαζική παροχή εξάγεται από τη σχέση που μας δίνει το Q_v , θεωρώντας τη ροή κατάντη της σταγόνας. Για να υπολογιστεί ο λόγος $\delta N_X/\tau$ χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Παρεμβάλλουμε τη γραμμική συνάρτηση

$$N_X(t) = \alpha t + \beta, \quad \alpha = \frac{\delta N_X}{\tau} \quad (32).$$

Ο υπολογισμός του α οδηγεί σε ένα σχετικό σφάλμα μικρότερο του 10^{-3} .

Γενικά, το συνολικό σχετικό σφάλμα στον υπολογισμό του \dot{M} μπορεί να υπολογιστεί από τις εξισώσεις (31) και (32) σύμφωνα με τη σχέση

$$\frac{\Delta \dot{M}}{\dot{M}} = \frac{\Delta V_s}{V_s} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta N_L}{N_L} + \frac{\Delta P_{out}}{P_{out}} + \frac{\Delta T}{T} \quad (33)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι στα πειράματα $V_s = 500 \pm 5 \mu l$ και $N_L = 1.123 \pm 15 \text{ pixels}$. Το σφάλμα στη μέτρηση της πίεσης είναι λίγο μεγαλύτερο στη μέθοδο αυτή και περίπου ίσο με 1.5%. Τελικά, και με βάση την Εξ.(33) το σφάλμα είναι περίπου ίσο με 4.2%.

4.4 Σύγκριση των μεθόδων σταθερού όγκου και παρακολούθησης σταγόνας

Γενικά, κλείνοντας, αν θέλαμε να σχολιάσουμε τις δύο μεθόδους CV και DT, θα λέγαμε ότι η CV μέθοδος δε χρησιμοποιεί κινούμενα μηχανικά μέρη, γεγονός που περιορίζει της μετρούμενες συνιστώσες και επομένως την κάνει απλούστερη. Η μέθοδος DT μπορεί μερικές φορές να αποδειχθεί δυσκολότερη στο να εφαρμοστεί αφού η σταγόνα μπορεί να παρουσιάσει περίεργη συμπεριφορά λόγω π.χ. μικρών ελαττωμάτων στα τοιχώματα του καναλιού. Πρέπει τέλος να έχουμε υπ' όψη μας ότι η CV μέθοδος είναι πιο ευαίσθητη σε μικρές θερμοκρασιακές διακυμάνσεις.

4.5 Μέθοδος σταθερής παροχής μάζας

Όπως προαναφέρθηκε, τα πειραματικά αποτελέσματα του συγκεκριμένου ερευνητή λήφθηκαν μέσω μιας διαδικασίας η οποία

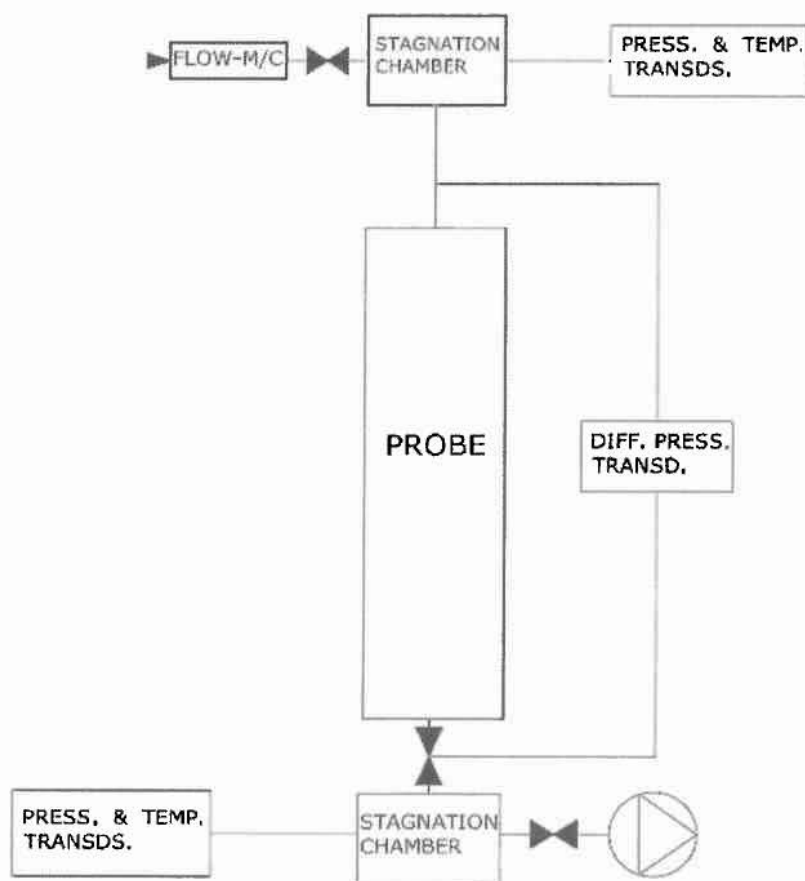
βασίζεται στη μέτρηση της μαζικής παροχής η οποία διέρχεται μέσα από ένα τριχοειδή σωλήνα, λόγω ύπαρξης διαφοράς πίεσης στα άκρα του.

Σε αραιές συνθήκες για το αέριο, όπως για παράδειγμα για αριθμούς Knudsen από 0.01 έως 200, η πτώση πίεσης ΔP επετεύχθη αυξάνοντας την τιμή της πίεσης P_{in} στην είσοδο κρατώντας παράλληλα σταθερή την τιμή της πίεσης P_{out} , αλλά σε πολύ χαμηλές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα πειράματα έγιναν με τη θεώρηση ότι η ΔP είναι περίπου ίση με την P_{in} . Στη συνέχεια, οι δείκτες *in* και *out* θα αναφέρονται στην είσοδο του σωλήνα και στο περιβάλλον όπου γίνεται η εκτόνωση αντίστοιχα.

Στην εργασία του Marino [Marino 2008], επανεξετάστηκε το αρχικό πρόβλημα της αραιοποιημένης ροής αερίου σε σωλήνες, κάνοντας τις παρακάτω υποθέσεις. Θεωρήθηκε ότι η πίεση (εκτόνωσης) μπορεί να μεταβάλλεται ενώ η μαζική παροχή διατηρήθηκε σταθερή σε συγκεκριμένες γνωστές τιμές, και μετρήθηκε η πτώση πίεσης σε κάθε περίπτωση. Επιπλέον, ο αριθμός αλλά και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των σωλήνων, η διάμετρος D και το μήκος L , επιλέχθηκαν για την πειραματική διάταξη ανάλογα με το εύρος του αριθμού Knudsen που πρόκειται να μελετηθεί. Τονίζεται ότι τα αδιάστατα μεγέθη είναι το L/D , το P_{out} / P_{in} (το οποίο σε ισοθερμοκρασιακές ροές όπως αυτές που μελετώνται εδώ είναι ίσο με Kn_{out} / Kn_{in}), η αδιάστατη μαζική παροχή και ο Kn_{in} στην είσοδο του αγωγού.

Ενδιαφέρον στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, έχουν οι ροές σε μικροσωλήνες με μεγάλο λόγο L/D , και για το λόγο αυτό μελετήθηκαν χρησιμοποιώντας μια συστοιχία από τριχοειδείς σωλήνες ώστε να μειωθούν τα σφάλματα κατά της εκτίμηση της παροχής μάζας.

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο σχήμα 5:



Σχήμα 5: Πειραματική διάταξη σταθερής μαζικής παροχής [Marino 2008]

Αποτελείται από 20000 τριχοειδείς σωλήνες, ανοξειδώτους, εξωτερικής ακτίνας $r_c = (0.125 \pm 0.005) \cdot 10^{-3} \text{ m}$, εσωτερικής ακτίνας $r_{int} = (0.055 \pm$

$0.001) \cdot 10^{-3} \text{ m}$, και μήκους $L = (150 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ m}$ οι οποίοι τοποθετούνται σε ένα κυλινδρικό δοχείο το οποίο είναι τοποθετημένο μεταξύ 2 κοιλοτήτων. Εξετάζεται η περίπτωση όπου $L/D \sim 1364$.

Το υπό εξέταση αέριο τροφοδοτείται στο θάλαμο εισόδου μέσω μιας βαλβίδας και διαμέσω ενός ροομέτρου και ενός ελεγκτή. Αμέσως μετά το δοχείο η ροή περνά μέσα από πολλές βαλβίδες για να καταλήξει στο δεύτερο μεγάλο θάλαμο όπου η χαμηλή πίεση διατηρείται με μια αντλία. Το κενό που μπορεί να επιτευχθεί στο σύστημα μπορεί να είναι πολύ χαμηλό, έως και 10^{-6} Pa . Ανάντη και κατάντη της ροής, υπάρχουν δύο σημεία για μέτρηση της θερμοκρασίας. Οι χαμηλές μαζικές παροχές ελέγχθηκαν και μετρήθηκαν από ειδικά όργανα με εύρος $(0.1-200) \times 10^{-8} \text{ kgr/sec}$ με ακρίβεια 2.4%.

4.5.1 Πειράματα σε μινι-αγωγούς

Μια βασική διαφορά της παραπάνω πειραματικής μεθόδου σε σχέση με τις άλλες δύο που ήδη έχουν περιγραφεί στο παρόν κεφάλαιο, είναι ότι η μέθοδος του Marino δε χρησιμοποιεί μικροδιατάξεις. Οι διαστάσεις των τριχοειδών σωλήνων είναι της τάξεως του χιλιοστού και πλέον δεν αναφερόμαστε σε microchannels αλλά σε minichannels.

Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι ο μεγάλος αριθμός των καναλιών που χρησιμοποιήθηκαν σε συνδυασμό με τις πολύ χαμηλές πιέσεις μας επιτρέπει να μειώσουμε τα σφάλματα, όσον αφορά στον υπολογισμό της μαζικής παροχής. Τα πειραματικά αποτελέσματα που ελήφθησαν καλύπτουν μια περιοχή του αριθμού Knudsen από 0.001 έως 100. Πρέπει επίσης να αναφέρουμε ότι σημαντικό ρόλο όσον αφορά στα σφάλματα των μετρήσεων, παίζει το γεγονός ότι τα κανάλια είναι δύσκολο να κατασκευαστούν, ειδικά όσο ο λόγος L/D μεγαλώνει. Επιπλέον, η ακρίβεια στη μέτρηση των πιέσεων παίζει σημαντικό ρόλο, ειδικότερα όσο κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων επιτυγχάνονται αριθμοί Knudsen κοντά στη μεταβατική περιοχή. Σε κάθε περίπτωση, κάθε πείραμα είναι αρκετά χρονοβόρο, δεδομένου ότι σε υψηλούς αριθμούς Knudsen μπορεί να διαρκέσει μερικές μέρες, παρά μερικές ώρες έως ότου σταθεροποιηθεί η απαιτούμενη μαζική παροχή.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, ενδιαφέρον για τις συγκρίσεις μας, παρουσιάζουν οι μικροσωλήνες με μεγάλο λόγο L/D . Ωστόσο, έχουν πραγματοποιηθεί και μελέτες της ροής για σωλήνες όπου ο λόγος αυτός είναι αρκετά μικρός και μπορεί να κυμαίνεται από 0.1 έως 10. Τέτοιες ροές παρουσιάζουν ενδιαφέρον στην τεχνολογία κενού και έχουν μελετηθεί πρόσφατα [Varoutis et al. 2008b]. Τα αριθμητικά αποτελέσματα, τα οποία

ελήφθησαν με τη μέθοδο DSMC, έχουν παρουσιαστεί για ροή αερίου μέσα σε σωλήνες, σε συνθήκες κενού, για ένα μεγάλο εύρος της παραμέτρου αραιοποίησης και για λόγο L/D από 0 έως 5 [Varoutis et al. 2008b].

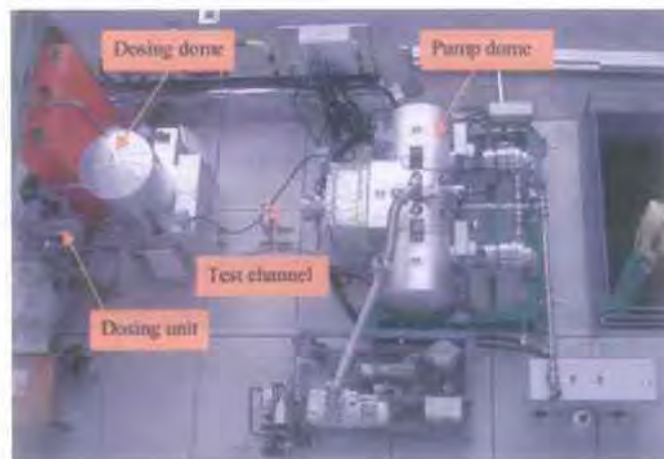
4.5.2 Πειράματα σε διατάξεις κενού

Η τεχνολογία κενού αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές εφαρμογές της δυναμικής αραιοποιημένων αερίων, ενώ εφαρμόζεται για τη μελέτη ενός σημαντικού λειτουργικού τμήματος του αντιδραστήρα θερμοπυρηνικής σύντηξης ITER. Πιο συγκεκριμένα, ο αντιδραστήρας χρησιμοποιεί τρία επιμέρους συστήματα κενού για την εκκένωση και τη διατήρηση της πίεσης στον πυρήνα του. Το κύριο σύστημα κενού έχει σχεδιαστεί για την άντληση των αερίων που δημιουργούνται στο πλάσμα καθώς και για τον έλεγχο διαρροών στον πυρήνα. Αυτό συνεπάγεται ότι τα ποικίλα αέρια που προκύπτουν, όπως π.χ. υδρατμοί, ισότοπα υδρογόνου, πρέπει να αντλούνται με μικρές ή μεγάλες παροχές.

Το σύστημα κενού αποτελείται από ένα δίκτυο αγωγών διαφόρων γεωμετριών, οι οποίοι συνδέονται με τον πυρήνα του αντιδραστήρα για την απομάκρυνση των επικαθήσεων από το εσωτερικό του και την εκκένωσή τους, με σκοπό να εξασφαλιστεί η καθαρότητα του πλάσματος. Στο δίκτυο αυτό είναι εγκατεστημένες οκτώ κρυογονικές αντλίες, οι οποίες λειτουργούν

υπό χαμηλό, μέτριο και υψηλό κενό. Η ροή σε αυτές τις αντλίες καλύπτει όλες τις περιοχές ροής και στόχος είναι ο υπολογισμός των παροχών και των πιέσεων στο συγκεκριμένο δίκτυο.

Για το σκοπό αυτό έχει κατασκευαστεί η πειραματική διάταξη TRANSFLOW, η οποία φαίνεται στη φωτογραφία που ακολουθεί (σχήμα 6), βρίσκεται στο ερευνητικό κέντρο της Καρλσρούης και της οποίας κύριος στόχος είναι η μελέτη της ροής μάζας διαφόρων αερίων που διέρχονται από αγωγούς διαφόρων γεωμετριών, όπως κυλινδρικών, ορθογώνιων, τριγωνικών και τραπεζοειδών.



Σχήμα 6: Πειραματική διάταξη TRANSFLOW (Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης)

Η πειραματική διάταξη TRANSFLOW αποτελείται από δύο δοχεία υψηλής και χαμηλής πίεσης, τα οποία συνδέονται με αγωγό διαφόρων διατομών. Στη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη πραγματοποιήθηκαν

πειράματα για τη μέτρηση της διαφοράς πίεσης που αντιστοιχεί σε προκαθορισμένη ροή μάζας που διέρχεται από τον αγωγό.

Πριν την έναρξη οποιασδήποτε πειραματικής μέτρησης στην εγκατάσταση, πραγματοποιείται άντληση και επίτευξη της πίεσης τόσο στο δοχείο πριν τον αγωγό (Dosing dome) όσο και στο δοχείο μετά τον αγωγό (Pump dome) σε επίπεδα της τάξης των 10^{-6} mbar. Ακολούθως, προκαθορίζεται η ροή που θα διέλθει από τον αγωγό κάνοντας χρήση της συσκευής Mass Flow Controller (Dosing unit), η οποία βρίσκεται πριν το δοχείο υψηλής πίεσης, συνδέεται με το δοχείο που περιέχει το αέριο που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί (στην περίπτωσή μας το άζωτο) και, έχει τη δυνατότητα επίτευξης παροχών διαμέσου οποιουδήποτε αγωγού της τάξης των $0.1 \text{ cm}^3/\text{min}$ έως και $10^4 \text{ cm}^3/\text{min}$.

Η πειραματική διαδικασία ξεκινάει με την έναρξη της προκαθορισμένης ροής από τη συσκευή Mass Flow Controller. Οι πιέσεις και στα δύο δοχεία, πριν και μετά τον αγωγό, αυξάνουν έως ότου επιτευχθεί διαφορά πίεσης που αντιστοιχεί στην προκαθορισμένη ροή μάζας. Πρέπει να σημειωθεί ότι το δοχείο κατάθλιψης συνδέεται με δύο ειδικές μοριακές αντλίες (Turbo-molecular Pumps) οι οποίες λειτουργούν στο μέγιστο των δυνατοτήτων τους και αντλούν το αέριο το οποίο εξέρχεται από τον αγωγό. Δηλαδή, οι αντλίες αυτές συμβάλλουν στο να επιτευχθεί η χαμηλή πίεση

αλλά και η μόνιμη ροή κατά τη διάρκεια του πειράματος. Οι πιέσεις τόσο στο δοχείο υψηλής όσο και στο δοχείο χαμηλής πίεσης μετρώνται από ειδικά μετρητικά όργανα.

Εφόσον έχει επιτευχθεί η σταθερή διαφορά πίεσης στα δύο δοχεία, τότε ξεκινά η διαδικασία καταγραφής των δεδομένων με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα δεδομένα καταγράφονται, αφού επιτευχθεί μόνιμη κατάσταση, σε μορφή διαφοράς δυναμικού και με ειδική μαθηματική επεξεργασία μπορούν να μετατραπούν σε μονάδες πίεσης, θερμοκρασίας και παροχής. Το επόμενο βήμα είναι η διόρθωση των δεδομένων λόγω σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά την πειραματική διαδικασία. Οι κύριες αιτίες εισαγωγής σφαλμάτων κατά την πειραματική διαδικασία είναι δύο: α) σφάλματα που προέρχονται από την ύπαρξη διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ των μετρητικών οργάνων πίεσης και της πειραματικής διάταξης και β) σφάλματα που οφείλονται στα ίδια τα μετρητικά όργανα πίεσης καθώς και στις ψηφιακές συσκευές απεικόνισης. Σε κάθε περίπτωση το μέγιστο σχετικό σφάλμα είναι της τάξης του 10%.

Κεφάλαιο 5

Συγκρίσεις μεταξύ πειραματικών αποτελεσμάτων και θεωρητικών υπολογισμών

5.1 Εισαγωγή

Ακόμη και σήμερα, αξιόπιστα πειραματικά δεδομένα, κυρίως για ροές όπου $Kn > 0.1$, τόσο σε διατάξεις κενού όσο και σε μικροδιατάξεις είναι περιορισμένα. Αυτό οφείλεται στη δυσκολία μέτρησης των μακροσκοπικών ποσοτήτων αλλά και στις απαιτήσεις για εξελιγμένη τεχνολογία όσον αφορά στις συσκευές μέτρησης. Τα τελευταία χρόνια βέβαια, έχουν γίνει σημαντικά βήματα και αρκετά αξιόπιστα αποτελέσματα έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία, καλύπτοντας και τους δύο παραπάνω τομείς της τεχνολογίας [Colin et al. 2004; Ewart et al. 2007].

Έτσι λοιπόν, κρίνεται αναγκαία η σύγκριση αυτών των πειραματικών δεδομένων με τα αντίστοιχα θεωρητικά, ώστε να εξακριβωθεί η πιστότητα των δεδομένων και να διαπιστωθεί η ικανότητα της κινητικής θεωρίας να περιγράψει αποτελεσματικά πραγματικές συνθήκες ροής. Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι, η θεωρητική/υπολογιστική αντιμετώπιση των παραπάνω

ροών βασίζεται σε μια ενιαία θεωρία, από την οποία προκύπτουν αδιάστατα αποτελέσματα, τα οποία ισχύουν για οποιαδήποτε περίπτωση. Με τη διαδικασία αδιαστατοποίησης, όπως αυτή έχει ήδη περιγραφεί στην παρούσα διπλωματική εργασία, συγκεκριμενοποιείται και η κάθε εφαρμογή ξεχωριστά.

Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου, ακολουθεί σύγκριση πειραματικών δεδομένων που προέρχονται από μικροδιατάξεις αλλά και από την τεχνολογία κενού, με τα αντίστοιχα θεωρητικά κινητικά αποτελέσματα. Πρέπει να σημειωθεί ότι πειράματα και υπολογισμοί πραγματοποιούνται σε όλο το εύρος του αριθμού Knudsen. Τα περισσότερα από αυτά απαντώνται στην υδροδυναμική περιοχή και την περιοχή ολίσθησης και αυτό γιατί οι μετρήσεις πραγματοποιούνται ευκολότερα λόγω μεγαλύτερων παροχών και γενικά πιο εύκολα μετρήσιμων μεγεθών. Αξίζει βέβαια να αναφέρουμε ότι γίνεται προσπάθεια για να επεκταθούν αυτοί οι υπολογισμοί και σε άλλες περιοχές της ροής.

Για να πραγματοποιηθούν οι συγκρίσεις, εξετάζονται τα επιστημονικά άρθρα των Colin [2009, 2004], Marino [2008] και Varoutis [2008b]. Τα δύο πρώτα αφορούν πειράματα σε μικροδιατάξεις, ενώ το τρίτο αφορά πειράματα σε διατάξεις κενού. Το άρθρο του Marino [2008] ενώ αφορά πειράματα σε minichannels, όπως έχει ήδη αναφερθεί, εφαρμόζει τη

μέθοδος σταθερής μαζικής παροχής, που εφαρμόζεται περισσότερο σε διατάξεις κενού.

5.2 Καθορισμός παραμέτρων

Για να πραγματοποιηθούν οι συγκρίσεις, θα πρέπει να καθοριστούν κάποιες παράμετροι ώστε, τελικά, κάνοντας χρήση της κινητικής θεωρίας, να καταλήξουμε στον υπολογισμό της ροής μάζας \dot{M} .

Στους πίνακες που ακολουθούν, φαίνονται οι πιέσεις στην είσοδο P_{in} και στην έξοδο P_{out} της κάθε πειραματικής διάταξης, όπως αυτές μετρήθηκαν κατά τη διαδικασία διεξαγωγής των πειραμάτων. Επίσης, φαίνεται και ο λόγος πίεσης Π , ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο της πίεσης εισόδου προς την πίεση εξόδου του συστήματος. Οι ποσότητες M_A και M_B είναι οι μαζικές παροχές έτσι όπως μετρούνται στην είσοδο και στην έξοδο της διάταξης, και είναι αυτές οι οποίες υπολογίζονται εκ νέου με χρήση της κινητικής θεωρίας. Ο αριθμός Knudsen που φαίνεται επίσης στους συγκριτικούς πίνακες, έχει υπολογιστεί όπως ορίστηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, από την σχέση

$$Kn = \frac{\sqrt{\pi} \mu v}{2 D_h P}$$

Στην εξίσωση αυτή, μ είναι το δυναμικό ιξώδες του αερίου στη θερμοκρασία στην οποία πραγματοποιείται το πείραμα, D_h είναι η υδραυλική διάμετρος του καναλιού και P είναι η πίεση της εισόδου ή της εξόδου αντίστοιχα ή ο μέσος όρος των πιέσεων εισόδου και εξόδου $(P_1 + P_2)/2$

Για τους υπολογισμούς μας, υπολογίζουμε δύο φορές την παράμετρο αραιοποίησης δ , μία φορά με βάση την πίεση στην είσοδο του καναλιού και μία φορά με βάση την πίεση στην έξοδό του. Επομένως, υπολογίζονται ουσιαστικά και δύο αριθμοί Knudsen, ένας στην είσοδο και ένας στην έξοδο. Ο αριθμός Knudsen στον οποίο βασίστηκαν οι συγκρίσεις μας, βασίστηκε στο μέσο όρο των δύο διαφορετικών παραμέτρων αραιοποίησης που υπολογίσαμε, δηλαδή σε μια ποσότητα δ_o η οποία υπολογίστηκε εύκολα από τη σχέση

$$\delta_o = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$$

Για τον υπολογισμό της ποσότητας $M_{KINETIC}$, όπως αυτή φαίνεται στους συγκριτικούς πίνακες, και η οποία είναι εν τέλει αυτή που μας ενδιαφέρει για τις συγκρίσεις, έγινε χρήση της εξίσωσης

$$\dot{M} = G \cdot \frac{AD_h}{v_o} \frac{P_m - P_{out}}{L}$$

Η αδιάστατη παροχή G^* για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου αραιοποίησης δ , υπολογίστηκε και με τους δύο τρόπους που περιγράφονται στο 3^ο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας. Στους συγκριτικούς πίνακες, η ποσότητα $M_{kinetic}$ έχει υπολογιστεί με βάση το G_{ave} , ενώ η ποσότητα $M^*_{kinetic}$ έχει υπολογιστεί με βάση το G^* .

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι σε κάθε πίνακα, δίνονται και κάποια ειδικά στοιχεία για το υπό εξέταση αέριο, και συγκεκριμένα η θερμοκρασία στην οποία πραγματοποιείται το πείραμα, το ιξώδες του αερίου στη συγκεκριμένη θερμοκρασία, η σταθερά του αερίου R και η μοριακή ταχύτητα v_o .

5.3 Υδροδυναμική περιοχή και περιοχή ολίσθησης

Τα πειραματικά αποτελέσματα που ελήφθησαν για το αργό και για το ήλιο, σύμφωνα με το επιστημονικό άρθρο του Colin [2009] για την περιοχή ολίσθησης, φαίνονται στους Πίνακες 1 και 2 αντίστοιχα, καθώς επίσης και η σύγκρισή τους με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που εξήχθησαν με χρήση της κινητικής θεωρίας.

Παρατηρούμε ότι οι παροχές $M_{kinetic}$ και $M^*_{kinetic}$ είναι οι ίδιες είτε υπολογιστούν με χρήση αριθμητικής ολοκλήρωσης, είτε απευθείας με χρήση της ποσότητας δ_{ave} . Επομένως, θα μπορούσε κανείς για να

πραγματοποιήσει τη σύγκριση να υπολογίσει την ποσότητα $M_{kinetic}$ μια φορά μόνο με χρήση του δ_{ave} . Πρέπει να σημειώσουμε ότι οι ποσότητες $M_{kinetic}$ και $M^*_{kinetic}$ υπολογίστηκαν με βάση την παροχή στην είσοδο των μικροαγωγών M_A αφού στο πείραμα θεωρείται ως το πιο αξιόπιστο μέγεθος.

Επίσης, παρατηρούμε ότι ο λόγος $\Pi = P_{in}/P_{out}$ παίρνει τιμές από 1.4 έως 3 περίπου, για την περίπτωση του αργού, αλλά και για την περίπτωση του ηλίου καλύπτοντας έτσι την περιοχή ολίσθησης. Σημειώνεται ότι, για τον ίδιο λόγο πίεσης ο αριθμός Knudsen είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση του ηλίου, ως προς το αργόν, επειδή η μοριακή ταχύτητα v_0 είναι κατά πολύ μεγαλύτερη. Καθώς αυξάνει αυτός ο λόγος ο μέσος αριθμός Knudsen μειώνεται. Παρατηρώντας τους παραπάνω πίνακες, βλέπουμε ότι υπάρχει ικανοποιητική ταύτιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων. Το σχετικό σφάλμα σε κάθε περίπτωση δεν ξεπερνά το 6.5%.

Στη συνέχεια, στους Πίνακες 3, 4, 5, 6 και 7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που ελήφθησαν για άζωτο και ήλιο [Colin 2004] για τρία διαφορετικά συστήματα μικροαγωγών.

Συγκεκριμένα, οι Colin et al. εξετάζουν τις περιπτώσεις του αερίου αζώτου και του ηλίου, ενώ τρία είδη ορθογωνίων αγωγών χρησιμοποιήθηκαν. Τα χαρακτηριστικά των καναλιών που χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε περίπτωση, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

A/A	Αριθμός καναλιών	Ύψος (μm)	Πλάτος (μm)	Μήκος (μm)	H/W
1	1	4.48	51.6	5000	0.087
2	45	1.88	21.2	5000	0.087
3	380	1.16	21	5000	0.055

Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η ροή μάζας για κάθε αγωγό προκύπτει διαιρώντας τη συνολική μετρούμενη ροή μάζας με το συνολικό αριθμό των αγωγών, ανάλογα με την περίπτωση στην οποία βρισκόμαστε.

Παρατηρούμε ότι ο λόγος πίεσης κυμαίνεται από 1.33 έως 2.10, καλύπτοντας έτσι ένα μέρος της περιοχής ολίσθησης. Και πάλι βλέπουμε ότι για περίπου ίδιους λόγους πίεσης, οι αριθμοί Knudsen είναι μεγαλύτεροι στην περίπτωση του ηλίου ως προς το άζωτο.

Ακόμη, βλέπουμε και πάλι ότι οι παροχές $\dot{M}_{kinetic}$ και $\dot{M}^*_{kinetic}$ είναι οι ίδιες είτε υπολογιστούν με χρήση αριθμητικής ολοκλήρωσης, είτε απευθείας με χρήση της ποσότητας δ_{ave} .

Αξίζει να σημειωθεί ότι όσον αφορά την περίπτωση του αζώτου, ότι μιλάμε πλέον για ένα διατομικό αέριο, παρατηρούμε δε την πολύ καλή ταύτιση πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων και σε αυτή την περίπτωση με το μέγιστο απόλυτο σφάλμα να είναι μικρότερο του 10%.

Στη συνέχεια, στον Πίνακα 8, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων για τη διάταξη TRANSFLOW που έχει περιγραφεί σε προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Οι συγκρίσεις βασίστηκαν στο επιστημονικό άρθρο των Varoutis et al. [2008b]. Και εδώ παρατηρούμε ότι η ταύτιση μεταξύ θεωρίας και πειράματος είναι αρκετά καλή.

5.4 Μεταβατική Περιοχή

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται συγκρίσεις με βάση αποτελέσματα στη μεταβατική περιοχή. Τα πειραματικά αποτελέσματα που ελήφθησαν σύμφωνα με το άρθρο του Colin [2009], αφορούν το αέριο αργό και το ήλιο, και για τη μεταβατική περιοχή φαίνονται στους Πίνακες 9 και 10, όπως επίσης και τα αποτελέσματα της κινητικής θεωρίας για τα αέρια υπό εξέταση.

Στην περίπτωση που βρισκόμαστε στη μεταβατική περιοχή, ο λόγος $\Pi = P_{in}/P_{out}$ παίρνει τιμές από 3 έως 6.8 περίπου. Και πάλι παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνει ο λόγος Π , ο μέσος αριθμός Knudsen μειώνεται. Και σε αυτή την περίπτωση υπάρχει ικανοποιητική ταύτιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων. Το απόλυτο σχετικό σφάλμα μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών τιμών δεν ξεπερνά το 8.5%.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι συγκρίσεις με βάση το άρθρο του Marino [2008], το οποίο αφορά το αέριο άζωτο και φαίνονται στον Πίνακα 11.

Τέλος, και με βάση το επιστημονικό άρθρο των Varoutis et al. [2008b], πραγματοποιούμε τις συγκρίσεις και πάλι για αέριο άζωτο οι οποίες φαίνονται στον πίνακα 12 με το μέγιστο απόλυτο σφάλμα να είναι περίπου 14%.

Παρατηρούμε ότι η ταύτιση των πειραματικών αποτελεσμάτων και των αντίστοιχων θεωρητικών είναι αρκετά ικανοποιητική. Τυχόν αποκλίσεις οφείλονται στη δυσκολία ανάγνωσης των δεδομένων από τα γραφήματα τα οποία παρέχονται στο εν λόγω άρθρο. Η ανάγνωση των δεδομένων έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος Win Dig το οποίο ουσιαστικά ψηφιοποιεί τα δεδομένα του εκάστοτε γραφήματος καθιστώντας έτσι πιο εύκολη την ανάγνωσή του.

5.5 Σχόλια

Είναι προφανής η δυσκολία στο να μετρηθούν τέτοιες παροχές, αφού όπως φαίνεται και στους πίνακες, είναι εξαιρετικά μικρές. Με βάση τα παραπάνω όμως, καταλήγουμε στο ότι οι συγκρίσεις αποδεικνύουν αφενός την ορθότητα των υπολογισμών και αφετέρου την ακρίβεια και αξιοπιστία των διατάξεων.

Έτσι, μπορούμε να προχωρήσουμε σε περισσότερο πολύπλοκες διατάξεις αλλά και να μελετήσουμε πιο σύνθετα φαινόμενα είτε αυτά είναι σε υπολογιστικό είτε είναι σε πειραματικό επίπεδο.

5.5 Σχόλια

Είναι προφανής η δυσκολία στο να μετρηθούν τέτοιες παροχές, αφού όπως φαίνεται και στους πίνακες, είναι εξαιρετικά μικρές. Με βάση τα παραπάνω όμως, καταλήγουμε στο ότι οι συγκρίσεις αποδεικνύουν αφενός την ορθότητα των υπολογισμών και αφετέρου την ακρίβεια και αξιοπιστία των διατάξεων.

Έτσι, μπορούμε να προχωρήσουμε σε περισσότερο πολύπλοκες διατάξεις αλλά και να μελετήσουμε πιο σύνθετα φαινόμενα είτε αυτά είναι σε υπολογιστικό είτε είναι σε πειραματικό επίπεδο.

Πίνακας 1: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin 2009) αποτελεσμάτων

ARGON

$$T = 298.5K, \mu = 2.2627E-05kgr/m-sec, u_0 = 352.38m/sec, R = 208m^2/sec^2-K$$

Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	M_B (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$\bar{M}_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	2.1E-02	2.99	1.497E+05	5.007E+04	1.95E-11	1.97E-11	1.95E-11
2	2.4E-02	2.50	1.251E+05	4.993E+04	1.37E-11	1.34E-11	1.33E-11
3	2.8E-02	1.98	9.929E+04	5.017E+04	7.80E-12	7.88E-12	8.17E-12
4	3.0E-02	1.79	8.986E+04	4.983E+04	6.09E-12	6.19E-12	6.00E-12
5	3.2E-02	1.60	8.012E+04	5.016E+04	4.28E-12	4.39E-12	4.29E-12
6	3.4E-02	1.38	6.976E+04	5.040E+04	2.5E-12	2.7E-12	2.63E-12

Πίνακας 2: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin 2009) αποτελεσμάτων

HELIUM

$$T = 298.5K, \mu = 1.95E-05kgr/m-sec, u_0 = 1113.80m/sec, R = 2078m^2/sec^2-K$$

Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	M_B (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$\bar{M}_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	5.7E-02	2.90	1.48E+05	5.12E+04	3.26E-12	3.09E-12	3.10E-12
2	6.5E-02	2.42	1.24E+05	5.10E+04	2.26E-12	2.13E-12	2.16E-12
3	7.6E-02	1.95	9.88E+04	5.05E+04	1.38E-12	1.31E-12	1.33E-12
4	8.1E-02	1.72	8.84E+04	5.16E+04	1.06E-12	9.68E-13	9.98E-13
5	8.8E-02	1.58	7.92E+04	5.02E+04	8.00E-13	7.37E-13	7.53E-13
6	9.5E-02	1.44	7.04E+04	4.89E+04	5.79E-13	5.39E-13	5.42E-13

Πίνακας 3: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin et al. 2004) αποτελεσμάτων διάταξης No1

<i>NITROGEN</i> (διάταξη No1)							
<i>T = 294.2K, μ = 1.75E-05kgr/m-sec, uo=417.89m/sec, R=296.8m²/sec²-K</i>							
A/A	Knudsen number	Π	P _{in} (Pa)	P _{out} (Pa)	M _A (kgr/sec)	M _{KINETIC} (kgr/sec)	M _{KINETIC} (kgr/sec)
1	3.5E-03	1.33	2.527E+05	1.900E+05	7.40E-10	6.96E-10	6.96E-10
2	3.3E-03	1.46	2.774E+05	1.900E+05	1.02E-09	1.02E-09	1.02E-09
3	3.2E-03	1.58	3.002E+05	1.900E+05	1.35E-09	1.35E-09	1.35E-09
4	3.0E-03	1.70	3.230E+05	1.900E+05	1.64E-09	1.70E-09	1.70E-09
5	2.9E-03	1.79	3.401E+05	1.900E+05	2.00E-09	1.98E-09	1.98E-09
6	7.4E-03	1.59	1.304E+05	8.200E+04	2.15E-10	2.70E-10	2.70E-10
7	7.1E-03	1.70	1.394E+05	8.200E+04	3.12E-10	3.33E-10	3.33E-10
8	6.8E-03	1.78	1.460E+05	8.200E+04	3.19E-10	3.81E-10	3.81E-10
9	6.6E-03	1.90	1.558E+05	8.200E+04	4.15E-10	4.57E-10	4.57E-10
10	6.3E-03	2.00	1.640E+05	8.200E+04	5.10E-10	5.24E-10	5.24E-10
11	6.1E-03	2.10	1.722E+05	8.200E+04	6.00E-10	5.94E-10	5.94E-10

Πίνακας 4: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin et al. 2004) αποτελεσμάτων διάταξης No2

<i>NITROGEN</i> (διάταξη No2)							
<i>T = 294.2K, μ = 1.75E-05kgr/m-sec, uo=417.89m/sec, R=296.8m2/sec2-K</i>							
A/A	Knudsen number	Π	P _{in} (Pa)	P _{out} (Pa)	M _A (kgr/sec)	M _{KINETIC} (kgr/sec)	M _{KINETIC} (kgr/sec)
1	8.2E-03	1.27	2.540E+05	2.000E+05	2.00E-11	1.97E-11	1.97E-11
2	7.7E-03	1.42	2.840E+05	2.000E+05	3.25E-11	3.25E-11	3.25E-11
3	7.3E-03	1.54	3.080E+05	2.000E+05	4.25E-11	4.36E-11	4.36E-11
4	7.0E-03	1.65	3.300E+05	2.000E+05	5.20E-11	5.46E-11	5.46E-11
5	6.8E-03	1.75	3.500E+05	2.000E+05	6.20E-11	6.51E-11	6.51E-11
6	2.4E-02	1.40	9.100E+04	6.500E+04	3.90E-12	3.89E-12	3.89E-12
7	2.2E-02	1.56	1.014E+05	6.500E+04	5.90E-12	5.72E-12	5.72E-12
8	2.1E-02	1.69	1.099E+05	6.500E+04	7.10E-12	7.31E-12	7.31E-12
9	2.0E-02	1.80	1.170E+05	6.500E+04	8.90E-12	8.75E-12	8.75E-12
10	1.9E-02	1.90	1.235E+05	6.500E+04	1.00E-11	1.01E-11	1.01E-11
11	1.9E-02	2.00	1.300E+05	6.500E+04	1.18E-11	1.15E-11	1.15E-11

Πίνακας 5: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin et al. 2004) αποτελεσμάτων διάταξης No3

<i>NITROGEN</i> (διάταξη No3)							
<i>T = 294.2K, μ = 1.75E-05kgr/m-sec, uo=417.89m/sec, R=296.8m2/sec2-K</i>							
A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	M_{KINETIC} (kgr/sec)	M_{KINETIC} (kgr/sec)
1	1.4E-02	1.20	2.280E+05	1.900E+05	3.30E-12	3.26E-12	3.26E-12
2	1.3E-02	1.33	2.527E+05	1.900E+05	5.00E-12	5.85E-12	5.85E-12
3	1.2E-02	1.43	2.717E+05	1.900E+05	8.20E-12	7.63E-12	7.63E-12
4	1.19E-02	1.59	3.021E+05	1.900E+05	1.10E-11	1.11E-11	1.11E-11
5	1.14E-02	1.70	3.230E+05	1.900E+05	1.38E-11	1.36E-11	1.36E-11
6	1.1E-02	1.80	3.420E+05	1.900E+05	1.59E-11	1.60E-11	1.60E-11
7	3.7E-02	1.41	9.165E+04	6.500E+04	1.22E-12	1.10E-12	1.10E-12
8	3.5E-02	1.55	1.008E+05	6.500E+04	1.50E-12	1.53E-12	1.53E-12
9	3.3E-02	1.72	1.118E+05	6.500E+04	2.10E-12	2.09E-12	2.09E-12
10	3.2E-02	1.80	1.170E+05	6.500E+04	2.27E-12	2.37E-12	2.37E-12
11	3.1E-02	1.90	1.235E+05	6.500E+04	2.75E-12	2.73E-12	2.73E-12
12	3.0E-02	2.00	1.300E+05	6.500E+04	3.23E-12	3.11E-12	3.11E-12

Πίνακας 6: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin et al. 2004) αποτελεσμάτων διάταξης Νο2

<i>HELIUM</i> (διάταξη Νο2)							
$T = 294.2K, \mu = 1.95E-05kgr/m\text{-}sec, u_0 = 1105.75m/sec, R = 2078m^2/sec^2\text{-}K$							
A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	2.4E-02	1.40	2.660E+05	1.900E+05	4.00E-12	4.25E-12	4.25E-12
2	2.3E-02	1.50	2.850E+05	1.900E+05	5.53E-12	5.48E-12	5.48E-12
3	2.28E-02	1.56	2.964E+05	1.900E+05	6.00E-12	6.25E-12	6.25E-12
4	2.20E-02	1.65	3.135E+05	1.900E+05	7.23E-12	7.45E-12	7.45E-12
5	2.17E-02	1.69	3.211E+05	1.900E+05	8.00E-12	7.99E-12	8.00E-12
6	2.12E-02	1.75	3.325E+05	1.900E+05	8.87E-12	8.84E-12	8.84E-12
7	2.09E-02	1.80	3.420E+05	1.900E+05	9.50E-12	9.56E-12	9.56E-12
8	2.06E-02	1.83	3.477E+05	1.900E+05	1.00E-11	1.00E-11	1.00E-11
9	4.2E-02	1.56	1.601E+05	1.026E+05	2.10E-12	2.21E-12	2.21E-12
10	4.0E-02	1.69	1.734E+05	1.026E+05	2.70E-12	2.80E-12	2.81E-12
11	3.8E-02	1.80	1.847E+05	1.026E+05	3.25E-12	3.34E-12	3.34E-12
12	3.7E-02	1.90	1.949E+05	1.026E+05	3.75E-12	3.84E-12	3.84E-12
13	3.6E-02	2.00	2.052E+05	1.026E+05	4.25E-12	4.36E-12	4.36E-12

Πίνακας 7 Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin et al. 2004) αποτελεσμάτων διάταξης Νο3

HELIUM (διάταξη Νο3)

$T = 294.2K, \mu = 1.95E-05\text{kgr/m-sec}, u_0 = 1105.75\text{m/sec}, R = 2078\text{m}^2/\text{sec}^2\text{-K}$

A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	4.1E-02	1.20	2.280E+05	1.900E+05	6.00E-13	5.56E-13	5.56E-13
2	3.9E-02	1.33	2.527E+05	1.900E+05	1.00E-12	9.51E-13	9.51E-13
3	3.7E-02	1.46	2.774E+05	1.900E+05	1.37E-12	1.37E-12	1.37E-12
4	3.5E-02	1.59	3.021E+05	1.900E+05	1.75E-12	1.82E-12	1.82E-12
5	3.4E-02	1.70	3.230E+05	1.900E+05	2.20E-12	2.22E-11	2.22E-11
6	3.2E-02	1.80	3.420E+05	1.900E+05	2.57E-12	2.60E-11	2.60E-11
7	1.0E-01	1.27	9.525E+04	7.500E+04	4.00E-13	1.93E-13	1.93E-13
8	9.3E-02	1.49	1.118E+05	7.500E+04	7.00E-13	3.62E-13	3.62E-13
9	8.7E-02	1.66	1.245E+05	7.500E+04	1.00E-12	5.00E-13	5.00E-13
10	8.3E-02	1.80	1.350E+05	7.500E+04	1.24E-12	6.18E-13	6.19E-13
11	8.0E-02	1.90	1.425E+05	7.500E+04	1.42E-12	7.06E-13	7.07E-13
12	7.7E-02	2.00	1.500E+05	7.500E+04	1.59E-12	7.96E-13	7.96E-13

Πίνακας 8: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Day 2008) αποτελεσμάτων

<u>NITROGEN</u>							
$T = 298K, \mu = 1.75E-05 \text{ kgr/m-sec}, u_0 = 421 \text{ m/sec}, R = 298 \text{ m}^2/\text{sec}^2\text{-K}$							
A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$\bar{M}_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	0.087704	1.58E-02	9.22E+00	1.45E-01	7.72E-08	7.34E-08	7.40E-08
2	0.076208	2.80E-02	1.05E+01	2.93E-01	9.70E-08	8.88E-08	8.94E-08
3	0.071052	1.14E-02	1.14E+01	1.31E-01	1.14E-07	1.02E-07	1.03E-07
4	0.062611	1.67E-02	1.29E+01	2.15E-01	1.33E-07	1.24E-07	1.25E-07
5	0.058368	1.95E-02	1.38E+01	2.69E-01	1.56E-07	1.38E-07	1.39E-07
6	0.053653	3.57E-02	1.48E+01	5.28E-01	1.79E-07	1.53E-07	1.54E-07
7	0.049318	3.92E-02	1.60E+01	6.28E-01	1.99E-07	1.75E-07	1.76E-07
8	0.032822	2.37E-02	2.44E+01	5.78E-01	4.02E-07	3.63E-07	3.64E-07
9	0.026217	3.92E-02	3.01E+01	1.18E+00	6.02E-07	5.24E-07	5.25E-07
10	0.022784	2.56E-02	3.51E+01	8.98E-01	7.97E-07	6.94E-07	6.96E-07
11	0.019798	3.13E-02	4.02E+01	1.26E+00	9.84E-07	8.87E-07	8.89E-07
12	0.017695	4.23E-02	4.45E+01	1.88E+00	1.17E-06	1.07E-06	1.07E-06
13	0.016038	2.71E-02	4.98E+01	1.35E+00	1.42E-06	1.32E-06	1.32E-06
14	0.014951	2.99E-02	5.33E+01	1.59E+00	1.61E-06	1.50E-06	1.50E-06
15	0.013742	3.97E-02	5.75E+01	2.28E+00	1.89E-06	1.72E-06	1.72E-06
16	0.012632	3.67E-02	6.27E+01	2.30E+00	2.21E-06	2.03E-06	2.03E-06

Πίνακας 9: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin 2009) αποτελεσμάτων, μεταβατική περιοχή

<u>ARGON</u>								
$T = 298.5K, \mu = 2.2627E-05\text{kg}/\text{m}\cdot\text{sec}, u_0 = 352.38\text{m}/\text{sec}, R = 208\text{m}^2/\text{sec}^2\text{-K}$								
A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kg/sec)	M_B (kg/sec)	$M_{KINETIC}$ (kg/sec)	$\bar{M}_{KINETIC}$ (kg/sec)
1	2.6E-01	6.61	1.357E+04	2.052E+03	7.47E-13	7.81E-11	7.25E-13	7.34E-13
2	3.0E-01	5.96	1.186E+04	1.990E+03	6.06E-13	6.05E-11	6.14E-13	6.22E-13
3	3.5E-01	4.79	9.754E+03	2.036E+03	4.84E-13	4.77E-12	4.75E-13	4.80E-13
4	4.2E-01	4.02	7.879E+03	1.962E+03	3.59E-13	3.49E-12	3.62E-13	3.65E-13
5	5.0E-01	3.10	6.198E+03	2.002E+03	2.66E-13	2.55E-12	2.56E-13	2.58E-13

Πίνακας 10: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Colin 2009) αποτελεσμάτων, μεταβατική περιοχή

<u>HELIUM</u>								
$T = 298.5K, \mu = 1.95E-05\text{kg}/\text{m}\cdot\text{sec}, u_0 = 1113.80\text{m}/\text{sec}, R = 2078\text{m}^2/\text{sec}^2\text{-K}$								
A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kg/sec)	M_B (kg/sec)	$M_{KINETIC}$ (kg/sec)	$\bar{M}_{KINETIC}$ (kg/sec)
1	7.3E-01	6.81	1.349E+04	1.982E+03	2.16E-13	2.20E-12	2.25E-13	2.28E-13
2	8.4E-01	5.83	1.158E+04	1.985E+03	1.87E-13	1.84E-12	1.89E-13	1.91E-13
3	9.4E-01	4.97	1.002E+04	2.015E+03	1.53E-13	1.52E-12	1.59E-13	1.61E-13
4	1.1E+00	3.92	7.870E+03	2.008E+03	1.14E-13	1.09E-13	1.18E-13	1.19E-13
5	1.4E+00	3.12	6.020E+03	1.928E+03	7.78E-14	7.82E-13	8.40E-14	8.46E-14

Πίνακας 11: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Marino 2008) αποτελεσμάτων

NITROGEN

$$T = 298K, \mu = 1.75E-05kgr/m\text{-}sec, u_0=419m/sec, R=298m^2/sec^2\text{-}K$$

A/A	Knudsen number	Π	P_{in} (Pa)	P_{out} (Pa)	M_A (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)	$M_{KINETIC}$ (kgr/sec)
1	0.2	1.69E-09	590.38	1.00E-06	1.190E-11	8.37324E-12	8.49775E-12
2	0.28	2.37E-09	421.70	1.00E-06	7.323E-12	5.50929E-12	5.59566E-12
3	0.34	2.88E-09	347.28	1.00E-06	5.547E-12	4.37624E-12	4.4461E-12
4	0.46	3.90E-09	256.69	1.00E-06	3.677E-12	3.10137E-12	3.15097E-12
5	1.04	8.81E-09	113.54	1.00E-06	1.353E-12	1.30449E-12	1.32293E-12
6	1.14	9.65E-09	103.58	1.00E-06	1.208E-12	1.18814E-12	1.20458E-12
7	1.26	1.07E-08	93.71	1.00E-06	1.081E-12	1.07374E-12	1.08827E-12
8	1.42	1.20E-08	83.15	1.00E-06	9.486E-13	9.52368E-13	9.64688E-13
9	1.64	1.39E-08	72.00	1.00E-06	8.031E-13	8.24995E-13	8.35069E-13
10	1.96	1.66E-08	60.24	1.00E-06	6.720E-13	6.91544E-13	6.99403E-13
11	2.42	2.05E-08	48.79	1.00E-06	5.381E-13	5.6205E-13	5.67875E-13
12	3.18	2.69E-08	37.13	1.00E-06	4.048E-13	4.30308E-13	4.34245E-13
13	4.72	4.00E-08	25.02	1.00E-06	2.695E-13	2.9294E-13	2.9516E-13
14	9.579999	8.11E-08	12.33	1.00E-06	1.344E-13	1.47204E-13	1.47967E-13
15	12.34	1,05E-07	9.57	1.00E-06	1.067E-13	1.15318E-13	1.15543E-13
16	14.38	1.22E-07	8.21	1.00E-06	9.680E-14	9.93967E-14	9.94836E-14
17	17.26	1.46E-07	6.84	1.00E-06	8.151E-14	8.31801E-14	8.32107E-14
18	21.58	1.83E-07	5.47	1.00E-06	6.728E-14	6.68234E-14	6.68531E-14
19	25.91999	2.20E-07	4.56	1.00E-06	5.659E-14	5.57988E-14	5.58273E-14
20	37.01999	3.14E-07	3.19	1.00E-06	4.003E-14	3.92396E-14	3.92677E-14

Πίνακας 12: Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών (Varoutis 2008b) αποτελεσμάτων, διάταξη κενού

<u>NITROGEN</u>							
<i>T = 298K, $\mu = 1.75E-05$kgf/m-sec, $u_0=421$m/sec, $R=298$m²/sec²-K</i>							
A/A	Knudsen number	Π	P _{in} (Pa)	P _{out} (Pa)	M _A (kgf/sec)	M _{KINETIC} (kgf/sec)	M _{KINETIC} (kgf/sec)
1	10.23	3.11E-02	7.78E-02	2.42E-03	3.99E-10	3.68E-10	3.69E-10
2	7.73	3.00E-02	1.03E-01	3.09E-03	5.11E-10	4.83E-10	4.86E-10
3	5.67	2.99E-02	1.40E-01	4.20E-03	7.00E-10	6.53E-10	6.57E-10
4	4.41	1.47E-02	1.84E-01	2.69E-03	8.95E-10	8.59E-10	8.66E-10
5	3.72	1.52E-02	2.17E-01	3.29E-03	1.09E-09	1.01E-09	1.02E-09
6	3.10	9.92E-03	2.62E-01	2.60E-03	1.32E-09	1.22E-09	1.23E-09
7	2.62	1.69E-02	3.08E-01	5.20E-03	1.51E-09	1.42E-09	1.43E-09
8	2.31	2.21E-02	3.48E-01	7.68E-03	1.77E-09	1.59E-09	1.60E-09
9	2.12	0.00E+00	3.87E-01	0.00E+00	1.90E-09	1.83E-09	1.85E-09
10	1.05	3.54E-02	7.53E-01	2.66E-02	3.98E-09	3.39E-09	3.43E-09
11	0.70	3.30E-02	1.13E+00	3.74E-02	5.95E-09	5.20E-09	5.27E-09
12	0.55	1.08E-02	1.47E+00	1.58E-02	7.88E-09	7.03E-09	7.14E-09
13	0.45	0.00E+00	1.81E+00	0.00E+00	9.90E-09	8.94E-09	9.08E-09
14	0.38	1.94E-02	2.10E+00	4.08E-02	1.18E-08	1.04E-08	1.05E-08
15	0.34	0.00E+00	2.40E+00	0.00E+00	1.36E-08	1.24E-08	1.26E-08
16	0.29	3.04E-02	2.72E+00	8.26E-02	1.54E-08	1.39E-08	1.41E-08
17	0.27	1.46E-02	3.00E+00	4.38E-02	1.77E-08	1.59E-08	1.61E-08
18	0.24	0.00E+00	3.31E+00	0.00E+00	1.96E-08	1.82E-08	1.85E-08
19	0.14	8.45E-03	5.68E+00	4.80E-02	3.96E-08	3.66E-08	3.70E-08
20	0.11	6.51E-03	7.43E+00	4.84E-02	5.93E-08	5.35E-08	5.41E-08

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε μια σύγκριση μεταξύ υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων ροών αερίων σε μικροαγωγούς πολύ μεγάλου μήκους.

Εξετάστηκαν αγωγοί με κυλινδρική και ορθογώνια διατομή, σε συγκεκριμένες πειραματικές διατάξεις, ενώ σε όλες τις περιπτώσεις, η ροή οφείλεται στην ύπαρξη βαθμίδας πίεσης. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι ροές αυτού του τύπου συναντώνται σε πολλές τεχνολογικές εφαρμογές. Η επίλυση των προβλημάτων αυτών βασίζεται σε μεθοδολογίες μεσοκλίμακας και συγκεκριμένα στην κινητική θεωρία και στη μέθοδο DSMC, μεθοδολογίες που αναπτύσσονται σε προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Η ροή σε αγωγό μεγάλου μήκους (απείρου μήκους) θεωρείται ότι είναι πλήρως ανεπτυγμένη και επομένως γραμμική. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζεται και επιλύεται με τη μέθοδο των διακριτών ταχυτήτων το γραμμικό κινητικό μοντέλο BGK με οριακές συνθήκες διαχυτικής-κατοπτρικής ανάκλασης του Maxwell.

Όπως προκύπτει και από τις συγκρίσεις θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων, σε ένα ευρύ φάσμα του αριθμού Knudsen, και για αγωγούς διαφόρων διατομών, οι πειραματικές διατάξεις είναι αξιόπιστες. Επίσης, αποδεικνύεται ότι η προσομοίωση της ροής με κινητικές εξισώσεις είναι εξίσου σωστή. Με τον τρόπο αυτό, δίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης πειραματικών διατάξεων με δύσκολες συνθήκες λειτουργίας, όπως σε χαμηλές πιέσεις ή/και μικρές διαστάσεις.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Colin S., Lalonde P., Caen R., Validation of a second-order slip flow model in rectangular microchannels, *Heat Transfer Engineering*, 25, (3), 23-30, 2004
2. Colin S. et al., A novel experimental setup for gas microflows, DOI 10.1007/s10404-009-0447-0
3. Ewart T. et al., Mass flow rate measurements in a microchannel, from hydrodynamic to near free molecular regimes, *Journal of Fluid Mech.*, 584, 337-356, 2007
4. Ewart T., Perrier P., Graur I., Meolans J., Mass flow rate measurements in gas microflows, *Experiments in fluids*, 2006
5. Chih-Ming Ho, Yu-Chong Tai, Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS) and fluid flows, *Annual Rev. Fluid Mech.*, 30, 579-612, 1998
6. Ferziger J. H., Kaper H. G., *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1972
7. Gad-el-Hak M., *The MEMS Handbook*, CRC Press, 2002
8. Harris S., *An Introduction to the Theory of the Boltzmann equation*, Dover Publications, New York, 1971
9. Karniadakis G. E., Beskok A., *Microflows: Fundamentals and Simulations*, Springer-Verlag, Berlin, 2002
10. Lihnaropoulos J, Naris S., Valougeorgis D., Formulation and stability analysis of rapidly convergent iteration schemes for 2D discrete velocity calculations, *Transport Theory and Statistical Physics*, 36 (4-6):513-528, 2007
11. Marino L., Experiments on rarefied gas flows through tubes, *Microfluid Nanofluid*, 2008, DOI 10.1007/s10404-008-0311-7
12. Maxwell J. C., Illustrations of the dynamical theory of gases i. On the motions and collisions of perfectly elastic spheres, ii. On the process of diffusion of two or more kinds of moving particles among one another, iii. On the collision of perfectly elastic bodies of any form, *Philos. Magazine*, 19, 20:19-32, 21-32, 33-36, 1860
13. Maxwell J. C., On the dynamical theory of gases, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 49-88:157, 1867
14. Naris S. and Valougeorgis D., "Boundary driven non-equilibrium gas flow in a grooved channel via kinetic theory", *Physics of Fluids*, 19 (6), 067103.1-067103.15, (2007)

15. Naris S., Valougeorgis D., Rarefied gas flow in a triangular duct based on a boundary fitted lattice, *European Journal of Mechanics of Fluids*, 27, 810-822, 2008
16. Naris S. et al., Flow of gaseous mixtures through rectangular microchannels driven by pressure, temperature and concentration gradients, *Physics of Fluids*, 17, (10), 100607.1-100607.12, 2005
17. Ritos K., Διπλωματική Εργασία: Μελέτη ροών σε μικροκανάλια διαφόρων διατομών λόγω βαθμίδας πίεσης και θερμοκρασίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2009
18. Sharipov F., Seleznev V., Data on internal rarefied gas flows, *Journal of Physical Chemistry Reference Data*, 27, (3), 657-706, 1998
19. Sharipov F., Rarefied gas flow through a long rectangular channel, *Journal of Vacuum Science and Technology A*, 17 (5), 3062-3066, 1999
20. Sone Y., *Kinetic Theory and Fluid Mechanics*, Birkhauser, Boston, 2002
21. Valougeorgis D., Naris S., Acceleration schemes of the discrete velocity method: Gaseous flows in rectangular microchannels, *SIAM, J. Scient. Comp.*, 25 (2):534-552, 2003
22. Varoutis S., Διδακτορική Διατριβή: Ροές σε αγωγούς ποικίλων διατομών σε όλο το εύρος του αριθμού Knudsen με ντετερμινιστικές και στοχαστικές μεθοδολογίες, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2008a
23. Varoutis S., Valougeorgis D., Sazhin O., Sharipov F., Rarefied gas flow through a long tube at any pressure ratio, *J. Vac. Sci. Technol. A*, 26:229-238, 2008b
24. S. Varoutis, D. Valougeorgis and F. Sharipov, "Gas flow through tubes of finite length over the whole range of rarefaction for various pressure drop ratios", *Journal of Vacuum Science and Technology – A*, 27 (x), xx-xxx, (2009)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Τηλ.: 24210 06300-4



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000100705