



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΠΡΑΚΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ
ΦΟΡΕΩΝ ΕΝΑΝΤΙ ΛΥΓΙΣΜΟΥ:**

ΑΡΧΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΦΑΤΕΣ ΕΞΕΛΙΞΕΙΣ

Φοιτήτρια: Δήμητρα - Χριστίνα Παπαδιώτη

**Επιβλέπων: Δημήτρης Σοφιανόπουλος
Έπίκουρος Καθηγητής**

Βόλος, Ιούνιος 2009



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 7237/1
Ημερ. Εισ.: 09-07-2009
Δωρεά: Συγγραφέας
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΜ
2009
ΠΑΠ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	1
Κεφάλαιο 1: Περί ευστάθειας των κατασκευών	3
1.1 Εισαγωγικές Παρατηρήσεις	3
1.2 Ευστάθεια στύλων, πλαισίων και τόξων	4
1.3 Δυναμική ευστάθεια και χάος	5
1.4 Ενεργειακές μέθοδοι, μετακρίσιμη συμπεριφορά και θεωρία Καταστροφών	7
1.5 Λεπτότοιχες δοκοί, πλάκες και κελύφη	8
1.6 Λυγισμός ελαστο – πλαστικών κατασκευών	10
1.7 Ευστάθεια χαλύβδινων κατασκευών – ιδιαιτερότητες	12
1.7.1 Εισαγωγικά Στοιχεία	13
1.7.2 Επιρροή της πλαστικότητας του υλικού	14
1.7.3 Αντοχή πραγματικών μελών	20
Κεφάλαιο 2: Μη γραμμική συμπεριφορά, ευστάθεια και σχεδιασμός χαλύβδινων κατασκευών	32
2.1 Συνηθισμένα είδη μη γραμμικής ανάλυσης	32
2.1.1 Διακλαδική ανάλυση	32
2.1.2 Σταθερή (Πλήρως) Πλαστική ανάλυση	33
2.1.3 Εμπειρική ανάλυση κατάρρευσης που επιτρέπει λυγισμό και πλαστικές αρθρώσεις	33
2.1.4 Γεωμετρικά μη γραμμική ανάλυση	34
2.1.5 Μεταλυγισμική ανάλυση	34
2.1.6 Μέθοδος Πλαστικής Ζώνης	35
2.1.7 Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης	35
2.2 Σχεδιασμός σε ευστάθεια με χρήση ισοδύναμου μήκους λυγισμού	36
2.3 Προχωρημένη ανάλυση για τον σχεδιασμό	38

2.3.1	Γενικά	38
2.3.2	Μέθοδος Πλαστικής Ζώνης	38
2.3.3	Μέθοδος Οιονεί Πλαστικής Ζώνης	39
2.3.4	Μέθοδος Ελαστο- Πλαστικής Άρθρωσης	39
2.3.5	Εξευγενισμένη Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης	39
2.3.6	Πρακτική Εξευγενισμένη Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης	40
2.4	Σχεδιασμός χαλύβδινων κατασκευών σε ευστάθεια – απαιτήσεις	40
Κεφάλαιο 3: Η Άμεση Μέθοδος Ανάλυσης		42
3.1	Γενικές Απαιτήσεις	42
3.2	Υπολογισμός Απαιτούμενων Αντοχών	43
3.2.1	Γενικές απαιτήσεις της ανάλυσης	43
3.2.2	Αρχικές Ατέλειες	44
3.2.3	Μειώσεις της δυσκαμψίας	46
3.3	Υπολογισμός Διαθέσιμων Αντοχών	47
3.4	Επεξηγηματικά Σχόλια	47
3.4.1	Επικόμβια φορτία	47
3.4.2	Επιρροές P-Δ και P-δ	48
3.4.3	Μειώσεις της δυσκαμψίας	50
3.4.4	Εκτός επιπέδου ευστάθεια	51
Κεφάλαιο 4: Προτεινόμενο Λογισμικό (NIDA)		52
4.1	Δυνατότητες Προγράμματος από πλευράς τύπων ανάλυσης	53
4.1.1	Γραμμική Ανάλυση 1 ^{ης} τάξης	53
4.1.2	Ελαστική Ανάλυση 2 ^{ης} τάξης	53
4.1.3	Πλαστική Ανάλυση 2 ^{ης} τάξης (Προχωρημένη)	54
4.2	Έλεγχος Αντοχής Διατομών	55
4.3	Ειδικά Χαρακτηριστικά της Ανάλυσης 2 ^{ης} τάξης	56
4.4	Περιορισμοί του Προγράμματος NIDA	56
4.5	Μέθοδος Ανάλυσης	57
4.6	Αριθμητικές Μέθοδοι για τους δρόμους ισορροπίας	58

4.7	<i>Χαρακτηριστικά Παραδείγματα</i>	60
4.7.1	<i>Ακαριαίος Ελαστικός Λυγισμός Πλαισίου Δύο Ράβδων</i>	60
4.7.2	<i>Προχωρημένη Ανάλυση Ορθογωνικού Πλαισίου υπό Οριζόντια και Κατακόρυφα Φορτία</i>	61
4.7.3	<i>Προχωρημένη Ανάλυση Εξαώροφου Πλαισίου</i>	63
	Βιβλιογραφία	65

Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας αποτελεί η παρουσίαση μεθόδων πρακτικού σχεδιασμού χαλύβδινων φορέων έναντι λυγισμού, τόσο πρότερων όσο και πιο προσφάτων. Είναι σε όλους μας γνωστό το φαινόμενο του (καμπτικού) λυγισμού μιας θλιβόμενης αξονικά λυγηρής ράβδου. Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του φαινομένου αυτού είναι η απώλεια ευστάθειας και στη συνέχεια η αστοχία λόγω παραμορφώσεων. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, το πρόβλημα του λυγισμού αντιμετωπίζεται γενικότερα ως πρόβλημα ευστάθειας (ισορροπίας στην παραμορφωμένη κατάσταση).

Στο πρώτο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η ευστάθεια των κατασκευών ως ένα θεμελιώδες πρόβλημα της Δομικής Μηχανικής και γίνεται μια ιστορική αναδρομή, που παρουσιάζει αξιόλογους ερευνητές που ασχολήθηκαν τόσο με την στατική όσο και δυναμική ευστάθεια στερεών φορέων. Στην συνέχεια, αναλύεται η ευστάθεια των χαλύβδινων κατασκευών με εμβάθυνση σε όλες εκείνες τις ιδιαιτερότητες που τις χαρακτηρίζουν.

Το δεύτερο Κεφάλαιο της εργασίας πραγματεύεται την μη γραμμική συμπεριφορά των χαλύβδινων κατασκευών. Παρουσιάζονται συνηθισμένα είδη μη γραμμικής ανάλυσης (διακλαδική ανάλυση, σταθερή πλαστική ανάλυση, μεταλυγισμική ανάλυση κ.ά.). Μεγάλο μέρος του Κεφαλαίου απασχολεί η Μέθοδος του Σχεδιασμού σε ευστάθεια με χρήση ισοδύναμου μήκους λυγισμού που αποτελεί μια πολύ δημοφιλή μέθοδο στους Μηχανικούς. Παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου αλλά και οι περιορισμοί της που οδηγούν στην υιοθέτηση άλλων μεθόδων πρακτικού σχεδιασμού, όπως είναι η Προχωρημένη Ανάλυση που παρουσιάζεται στο τέλος του Κεφαλαίου και η Άμεση Μέθοδος Ανάλυσης που αποτελεί αντικείμενο του τρίτου Κεφαλαίου της εργασίας.

Η Άμεση Μέθοδος Ανάλυσης είναι μία νέα μέθοδος ελαστικής ανάλυσης δεύτερης τάξης που χρησιμοποιείται για την τον σχεδιασμό χαλύβδινων φορέων έναντια αστάθειας. Στα πλαίσια της παρούσας Εργασίας παρουσιάζονται τα γενικά στοιχεία της μεθόδου, οι απαιτήσεις που θα πρέπει να ικανοποιεί η

ανάλυση της κατασκευής και οι παράγοντες που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη (αρχικές ατέλειες, μείωση δυσκαμψίας). Αναλύονται ακόμη τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αλλά και οι περιορισμοί της που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη.

Τέλος, στο τέταρτο Κεφάλαιο της Διπλωματικής Εργασίας προτείνεται σχετικό λογισμικό που ενσωματώνει την Άμεση Μέθοδο Ανάλυσης. Πρόκειται για το πρόγραμμα NIDA που συνδυάζει απλότητα χρήσης, μεγάλου εύρους εφαρμοσιμότητα, θεωρητικά τεκμηριωμένους μεθόδους, οικονομικότητα και μεγάλες υπολογιστικές δυνατότητες. Παρουσιάζονται οι δυνατότητες του προγράμματος από πλευρά ανάλυσης αλλά και οι περιορισμοί του. Στο τέλος του Κεφαλαίου δίνονται περιληπτικά τρία χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής του προτεινόμενου λογισμικού μέσω των οποίων καταδεικνύεται η αξιοπιστία του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Περί ευστάθειας των κατασκευών ^[7-11]

1.1 Εισαγωγικές παρατηρήσεις

Η ευστάθεια αντιπροσωπεύει ένα θεμελιώδες πρόβλημα της Μηχανικής των Στερεών, το οποίο πρέπει κατάλληλα να επιλυθεί προκειμένου να εξασφαλιστεί η ασφάλεια των κατασκευών έναντι κατάρρευσης. Η σημασία της θεωρίας της ευστάθειας για τη Δομική Μηχανική είναι τεράστια, καθώς σχετικά φαινόμενα διέπουν σε μέγιστο βαθμό την απόκριση μιας τεράστιας γκάμας κατασκευών, όπως χωρικών, γεωτεχνικών κλπ., ενώ παρουσιάζονται κατά κόρον και σε άλλες Επιστήμες, όπως η γεωφυσική, η μηχανική των υλικών, η αεροναυπηγική και αστροναυτική και πολλές άλλες.

Η σημασία του θέματος είναι προφανής, όπως προκύπτει από το ιστορικό κατάρρευσης κατασκευών, ο σχεδιασμός των οποίων είτε δεν συμπεριελάμβανε θέματα ευστάθειας είτε αυτά δεν είχαν ληφθεί υπόψη με τον κατάλληλο τρόπο. Μεταξύ των πλέον «δημοφιλών» συμβάντων κατάρρευσης, μπορεί κανείς να μνημονεύσει την κατάρρευση της γέφυρας Tahoma Narrows το 1940, λόγω αεροδυναμικής αστάθειας, καθώς και την κατάρρευση της γέφυρας του Quebec στο ποταμό St. Lawrence το 1907, ενώ πολλές άλλες καταστροφές έδωσαν σημαίνοντα μαθήματα στους Μηχανικούς. Χαρακτηριστικά αναφέρονται η κατάρρευση του χωροδικτυώματος στην Hartford Arena το 1978 και του δικτυωτού θόλου του θεάτρου του Post College την ίδια χρονιά, η κατάρρευση μιας κιβωτοειδούς διατομής γέφυρας στη Μελβούρνη της Αυστραλίας αρκετά χρόνια νωρίτερα, η κατάρρευση του πύργου ψύξης της Ferrybridge καθώς και πρόσφατα γεγονότα σχετικά με την απώλεια δυναμικής ευστάθειας πτερύγων αεροσκαφών ή ελέγχου ώθησης πυραύλων, την αστάθεια πρανών, ανοικτών ή υπόγειων εκσκαφών, θαλάσσιων σταθμών άντλησης πετρελαίου και άλλα.

Η ανάλυση ευστάθειας στη Μηχανική των Στερεών ξεκίνησε με την επίλυση του προβλήματος λυγισμού ενός ελαστικού στύλου από τον Euler (1744). Τα πιο βασικά προβλήματα ελαστικής ευστάθειας δομοστατικών κατασκευών λύθηκαν μέχρι το τέλος του 19^{ου} αιώνα, παρόλο που συνέχισαν να εμφανίζονται και επιπλέον λύσεις καθώς εμφανίζονταν και νέοι τύποι δομημάτων. Ο 20^{ος} αιώνας υπήρξε μάρτυρας μεγάλης εξέλιξης της θεωρίας της ευστάθειας

και ενασχόλησης της με τη μη γραμμική συμπεριφορά, η οποία οφείλονταν είτε σε μεγάλες μετατοπίσεις (γεωμετρική μη γραμμικότητα) είτε σε μη γραμμικότητες του καταστατικού νόμου του υλικού. Στο δεύτερο μισό του αιώνα αυτού, η δυναμική ευστάθεια, ιδιαίζόντως σημαντική για μη συντηρητικά προβλήματα, κατέστη αρκετά αντιληπτή. Κάποιες άλλα είδη δομικής συμπεριφοράς, όπως η χαοτική, τράβηξε το ενδιαφέρον ειδικά τις τελευταίες δεκαετίες, με αποκορύφωμα όμως τη μη γραμμική στατική (και μετέπειτα δυναμική) μεταλυγισμική απόκριση. Η μεγαλύτερη έμφαση δίδεται τις μέρες μας στην ανάλυση ασταθειών και διακλαδώσεων – στατικών και δυναμικών – με επέκταση στη θεωρία των καταστροφών, η οποία έχει καταστεί ιδιαίτερα δημοφιλής τελευταία.

1.2 Ευστάθεια στύλων, πλαισίων και τόξων

Η σύλληψη της έννοιας ύπαρξης ενός κρίσιμου φορτίου μιας ελαστικής κατασκευής, για τη τιμή του οποίου λαμβάνει χώραν διακλάδωση σημείου ισορροπίας εισήχθη από τον Euler (1744), ο οποίος επίσης υπέδειξε λύσεις για τον υπολογισμό κρίσιμων φορτίων στύλων με διάφορες συνοριακές συνθήκες στήριξης. Παρά ταύτα, τα θεωρητικά του αποτελέσματα δεν κατέστη δυνατόν να επαληθευτούν πειραματικά. Το γεγονός αυτό εξηγήθηκε από τον Young (1807), ο οποίος αντελήφθη ότι ατέλειες (όπως αρχική καμπυλότητα, αρχικές καμπτικές ροπές ή εκκεντρότητες φορτίων) διαδραματίζουν σπουδαίο ρόλο και παρήγαγε μια μαθηματική σχέση – τύπο, η οποία έγινε παγκόσμια γνωστή ως ο μεγεθυντικός παράγων για μετατοπίσεις και ροπές κάμψης σε στύλους υπό αξονική δύναμη. Ο Kirchhoff (1859) επεξέτεινε τη θεωρία σε γεωμετρικά μη γραμμικές μεγάλες μετατοπίσεις και παρήγαγε μια κομψή λύση για τη καμπύλη παραμόρφωσης, γνωστή ως *Elastica*, με χρήση ελλειπτικών ολοκληρωμάτων. Η επιρροή της τέμνουσας, ειδικά για στύλους με μικρή ενεργή διατμητική δυσκαμψία, αναλύθηκε διεξοδικά και αποδόθηκε από τον Engesser (1889) (δυστυχώς η άγνοια των μελετών του και των αποτελεσμάτων της έρευνας του οδήγησε πολλές δεκαετίες αργότερα στην κατάρρευση της γέφυρας του Quebec στο ποταμό St. Lawrence το 1907, που ξεκίνησε από το λυγισμό μιας διαγωνίου ενός δικτυώματος, που διέθετε ανεπαρκή διατμητική δυσκαμψία).

Η μέθοδος ευκαμψίας (flexibility method) για την ανάλυση πλαισίων επεκτάθηκε στην ανάλυση κρίσιμων φορτίων, μέσω υπολογισμού της εξάρτησης του μητρώου ευκαμψίας του στύλου από το αξονικό του φορτίο (von Mises και Ratzersdorfer 1926, Cwalla 1928), ενώ αμέσως μετά έγινε και για το μητρώο δυσκαμψίας (James 1935, Livesley και Chandler 1956). Η μέθοδος ευκαμψίας, εφαρμοζόμενη κυρίως σε ισοστατικούς φορείς μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί, αλλά μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα, αν υφίσταται μεγάλη στατική αοριστία εσωτερικών δυνάμεων. Τούτο καθόσον το μητρώο ευκαμψίας της πρωτεύουσας κατασκευής, σε αντίθεση με το μητρώο δυσκαμψίας αυτής, παύει να είναι θετικά ορισμένο πριν από το πρώτο κρίσιμο φορτίο.

Η μέθοδος του μητρώου δυσκαμψίας υπό τη μορφή πεπερασμένων στοιχείων δοκών έχει αποδειχθεί περισσότερο κατάλληλη για ανάλυση μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών και αυτό έχει καταστήσει τον υπολογισμό των κρίσιμων φορτίων ελαστικών πλαισίων ένα πρόβλημα ρουτίνας. Για μεγάλα κανονικά πλαίσια, το κρίσιμο φορτίο μπορεί να αποκτηθεί αναλυτικά μέσω μεθόδων λογισμού των μεταβολών αλλά και άλλων προσεγγιστικών τεχνικών.

Πολύ μεγαλύτερη πολυπλοκότητα και δυσκολία έχουν όμως τα προβλήματα απώλειας της ευστάθειας λυγερών υψηλών τόξων και δακτυλίων. Η αρχική λύση του Boussinesq για ένα αμφιαρθρωτό τόξο διορθώθηκε αργότερα από τον Hurlbrink (1908), ενώ μια σχετικά καλή αντίληψη της συμπεριφοράς στατικά αόριστων τόξων αποκτήθηκε μετά το 1970.

1.3 Δυναμική ευστάθεια και γόος

Μια κατασκευή μπορεί να χάσει την ευστάθεια της ενώ βρίσκεται σε επιταχυνόμενη κίνηση. Η αντιμετώπιση δυναμικών ασταθειών απαιτεί έναν γενικό ορισμό της ευστάθειας, ο οποίος οφείλεται στον Lyapunov (1893). Σύμφωνα με τον εν λόγω ορισμό, η κίνηση μιας κατασκευής θεωρείται ευσταθής αν οποιαδήποτε πιθανή μικρή αλλαγή στις αρχικές συνθήκες οδηγεί σε μικρές μόνο αλλαγές της απόκρισης. Αυτό είναι σημαντικό για μη συντηρητικά φορτία, όπως για παράδειγμα αυτά που προέρχονται από τον άνεμο και γενικά από ρευστά ή από ωθήσεις εκτόνωσης ή απότομης αποσυμπίεσης αερίων (jet). Ει-

δικότερα δε, από τα μέσα του προηγούμενου αιώνα ως τις μέρες μας η επιστημονική κοινότητα απασχολείται ιδιαίτερα με την εύρεση λύσεων σε προβλήματα αστάθειας που οφείλονται σε εξιδανικευμένες μη συντηρητικές δυνάμεις, όπως οι επαπτομενικές.

Η δυναμική αστάθεια, επονομαζόμενη επίσης ως πτερυγισμός, είναι ένα φαινόμενο που πρέπει να απασχολεί το σχεδιασμό πτερύγων αεροσκαφών, κρεμαστών γεφυρών, υψηλών καπνοδόχων, καλωδιωτών ιστών και άλλων κατασκευών. Ένας άλλος τύπος δυναμικής αστάθειας, που παρατηρείται στη θεμελίωση περιστρεφόμενων μηχανημάτων καθώς και βάρων γεφυρών είναι ο *παραμετρικός συντονισμός*, που οφείλεται στο γεγονός ότι η αξονική δυναμική μετατόπιση ενός στύλου διαθέτει συχνότητα διπλάσια αυτής των καμπτικών της ταλαντώσεων, που επιτρέπει τις δύο αυτές κινήσεις να συντονιστούν με ένα φορτίο τέτοιας συχνότητας. Τα προβλήματα κίνησης κατασκευών υπό παραμετρική διέγερση οδηγούν συνήθως σε διαφορικές εξισώσεις τύπου Mathieu – Hill, που λύθηκαν για πρώτη φορά προσεγγιστικά από τον Rayleigh (1894).

Τα συντηρητικά συστήματα, που απαντώνται κατά κόρον σε όλες τις φυσικές επιστήμες και αντιπροσωπεύουν την συντριπτική πλειονότητα των δομοστατικών κατασκευών, είναι φυσικό να έχουν απασχολήσει και να συνεχίζουν να απασχολούν τους ερευνητές. Για τα συστήματα αυτά έχει διατυπωθεί ένα θεώρημα από τους Lagrange (1788) και Dirichlet, σύμφωνα με το οποίο το σύστημα είναι ευσταθές εφόσον η συνάρτηση της συνολικής δυναμικής ενέργειας του είναι θετικά ορισμένη. Μέσω συνεπώς του θεωρήματος αυτού είναι δυνατόν να προσπεράσει κανείς τη δυναμική ανάλυση και να περιορίσει το πρόβλημα της ευστάθειας σε έρευνα της μορφής – σχήματος και της τοπολογίας της επιφάνειας του συνολικού δυναμικού, ως συνάρτησης των γενικευμένων συντεταγμένων της κατασκευής. Όμως, μόνο περιορισμένη επιτυχία μπορεί να υπάρξει στην αναζήτηση συναρτήσεων παρόμοιων με τη δυναμική ενέργεια, των καλούμενων συναρτήσεων Lyapunov, μέσω των οποίων θα μπορούσε κανείς να αποφασίσει για την ευστάθεια μη συντηρητικών συστημάτων.

Οι δυνάμεις Coriolis (γυροσκοπικές), παρόλο που δεν παράγουν έργο, βρέθηκε ότι αποτελούν την αιτία για την απώλεια ευστάθειας περιστρεφόμε-

νων μηχανών με υπερκρίσιμες ταχύτητες (θέμα που λίγο φυσικά απασχολεί τις κατ' εξοχήν δομοστατικές κατασκευές), ενώ ένα σπουδαιότατο εύρημα των τελευταίων δεκαετιών είναι το ότι η απόσβεση μπορεί να οδηγήσει σε απώλεια ευστάθειας μη συντηρητικών συστημάτων, σε αντίθεση με τη κοινή λογική.

Πρόσφατα, το πρόβλημα των χαοτικών ταλαντώσεων έντονα μη γραμμικών συστημάτων έχει τραβήξει σε τεράστιο βαθμό τη προσοχή των ερευνητών. Σε τέτοια συστήματα, η απόκριση μπορεί να καταστεί εντελώς απρόβλεπτη, με ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Όμως, οι τροχιές στο χώρο φάσης αυτών των συστημάτων μπορεί να εμφανίσει κάποια τάξη, πλην όμως περαιτέρω αναφορά επ' αυτού εκφεύγει των σκοπών της παρούσας Εργασίας.

1.4 Ενεργειακές μέθοδοι, μετα- κρίσιμη συμπεριφορά και θεωρία καταστροφών

Η εφαρμογή του θεωρήματος των Lagrange – Dirichlet περιορίζει την ανάλυση ευστάθειας στον έλεγχο του αν το μητρώο εφαπτομενικής δυσκαμψίας της κατασκευής είναι θετικά ορισμένο ή όχι (τοπική ανάλυση). Σαν επακόλουθο δε το θεωρήματος του Lyapunov, τα κρίσιμα φορτία μπορούν να υπολογιστούν από το μητρώο δυσκαμψίας του γραμμικοποιημένου συστήματος, για το οποίο η συνολική δυναμική ενέργεια είναι μια τετραγωνική μορφή.

Πλην όμως, η μετα-κρίσιμη συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη όρων τάξης υψηλότερης της τετραγωνικής στο συνολικό δυναμικό συναρτήσει των γενικευμένων συντεταγμένων. Οι βασικοί τύποι μετα-κρίσιμης μπορεί να καταταγούν ως *ευσταθής συμμετρική* (πάντοτε μη ευαίσθητη σε ατέλειες), *ασταθής συμμετρική* και *ασύμμετρη* (αμφότερες ευαίσθητες σε ατέλειες, με τη 2^η περισσότερο από την 1^η). Για όλα τα συστήματα, η αρχική μετα-κρίσιμη συμπεριφορά περιγράφεται από τους νόμους δυνάμεων του Koiter (1945)^[1] ένα ύψιστης σημασίας αποτέλεσμα της θεωρίας της ευστάθειας. Σύμφωνα με αυτό, σε κάθε ελαστική κατασκευή, μια ατέλεια οδηγεί σε μείωση του μέγιστου φορτίου σε ποσοστό είτε ίσο με $\varepsilon^{2/3}$ είτε $\varepsilon^{1/2}$, όπου ε το μέγεθος της ατέλειας. Τέτοιου μεγέθους μέτριες μειώσεις λόγω ατελειών συμβαίνουν σε μερικούς τύπους ελαστικών πλαισίων, σε κυλινδρικά κελύφη όμως υποκειμένα σε αξονική θλίψη ή κάμψη και σε σφαιρικούς θόλους η μέγιστη μείωση του φορ-

τίου λόγω αναπόφευκτων ατελειών είναι μεγάλη, περίπου στο 1/8 έως το 1/3 του κρίσιμου φορτίου του τέλειου συστήματος.

Ένας άλλος σημαντικός τύπος αστάθειας είναι ο *ακαριαίος λυγισμός*. Συμβαίνει σε μη γραμμικά συστήματα τα οποία δεν χαρακτηρίζονται από απώλεια ευστάθειας μέσω διακλάδωσης με συμμετρικές παραμορφώσεις, δηλαδή σε χαμηλά τόξα και ρηχά κελύφη.

Η τοπολογία της επιφάνειας της δυναμικής ενέργειας στη γειτονιά του κρίσιμου φορτίου μπορεί να ερμηνεύσει πολλών ειδών άκρως ενδιαφέρουσες μορφές μετα-κρίσιμης απόκρισης. Παρόμοια δε φαινόμενα λαμβάνουν χώραν σε πολλά προβλήματα της Φυσικής και άλλων Επιστημών. Τούτο έχει διεξοδικά μελετηθεί μέσω της Θεωρίας των Καταστροφών. Ένα διάσημο σχετικό αποτέλεσμα είναι η απόδειξη του Thom (1975)^[2], ότι για συστήματα με όχι περισσότερες από δύο γενικευμένες συντεταγμένες και μέχρι τέσσερις παραμέτρους ελέγχου (που περιλαμβάνουν ατέλειες, φορτίο και άλλες παραμέτρους) υπάρχουν το πολύ επτά (7) θεμελιώδεις καταστροφές, που καλούνται πτύχωση, αιχμή, χελιδονοουρά, πεταλούδα, υπερβολικός λώρος, ελλειπτικός λώρος και παραβολικός λώρος.

Η δυναμική ενέργεια είναι επίσης κρίσιμη σαν βάση για τον προσεγγιστικό υπολογισμό κρίσιμων φορτίων και μετα-κρίσιμης συμπεριφοράς, ενώ μέσω του λογισμού των μεταβολών μπορεί κανείς να βρει από την έκφραση της ενέργειας τόσο τις διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας όσο και τις συνοριακές συνθήκες.

1.5 Λεπτότοιγες δοκοί, πλάκες και κελύφη

Λεπτότοιγες δοκοί μεγάλου μήκους, όπως αυτές με διατομή από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης ή υψίκορμες δοκοί από χάλυβα (ή και σκυρόδεμα) σε γέφυρες και κτίρια αντιπροσωπεύουν κελύφη μεγάλου μήκους, που μπορούν να αντιμετωπιστούν μέσω προσεγγιστικών τεχνικών. Αυτές βασίζονται στη συνετή επιλογή των βασικών μορφών παραμόρφωσης της διατομής, έτσι ώστε η δυναμική ενέργεια αλλά και οι αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις (που προκύπτουν μέσω λογισμού των μεταβολών) να είναι μονοδιάστατες. Για ανοικτές διατομές, η σπουδαιότερη μορφή παραμόρφωσης είναι η *στρέβλωση* της διατο-

μής, με το δίρροπο να είναι η σχετιζόμενη παράμετρος φορτίου. Η επίλυση του προβλήματος στρέψης – στρέβλωσης καταλήγει σε απλές σχέσεις για τον πλευρικό λυγισμό και τον στρεπτικό λυγισμό υπό αξονικό φορτίο για δοκούς – στύλους. Για περισσότερο περίπλοκες μορφές παραμόρφωσης, που χαρακτηρίζουν κοίλες διατομές σχήματος ορθογωνίου, συστήματα συνήθων διαφορικών εξισώσεων έχουν επιλυθεί αριθμητικά, τόσο στα πλαίσια γραμμικής ανάλυσης για τον υπολογισμό κρίσιμων φορτίων όσο και για μεγάλες μη γραμμικές μετακρίσιμες μετατοπίσεις.

Τα κρίσιμα φορτία ελαστικών ορθογωνικών ή κυκλικών πλακών υπολογίζονται εύκολα μέσω αναπτυγμάτων σε σειρές. Αξίζει να αναφερθεί ότι μεταξύ των πολλών κρίσιμων φορτίων πλακών (αλλά και κελυφών), το χαμηλότερο συχνά δεν αντιστοιχεί με το μέγιστο μήκος κύματος της μετατόπισης (με την έννοια της παραμορφωμένης γεωμετρίας της πλάκας ή του κελύφους). Μελέτες της μετα-κρίσιμης συμπεριφοράς, με αρχή αυτές από τον von Karman (1910) και τον Forpl (1907), κατέδειξαν ότι οι πλάκες γενικά δεν παρουσιάζουν ευαισθησία σε αρχικές ατέλειες και μάλιστα ότι κανονικά διαθέτουν μεγάλη μετα-κρίσιμη αντοχή, η οποία όμως εμφανίζεται μόνο σε πολύ μεγάλες παραμορφώσεις. Η οριακή αντοχή σε όρους μεταλυγισμικών παραμορφώσεων οριοθετείται από πλαστικοποίηση, λόγω της οποίας αναπτύσσονται παραμορφώσεις σχήματος «ράχης» (ridge-shaped), με αποτέλεσμα η πλάκα να συμπεριφέρεται προσεγγιστικά σαν δικτύωμα. Χρησιμοποιώντας μια τέτοια αναλογία δικτύωματος, έχουν αναπτυχθεί απλές σχέσεις για τα μέγιστα φορτία ορθογωνικών πλακών (von Karman et al 1932), με την αξιοσημείωτη ιδιότητα ότι το μέγιστο κατανεμημένο φορτίο είναι ανεξάρτητο από τις διαστάσεις της πλάκας.

Η θεωρία λυγισμού των κελυφών διαθέτει συναρπαστικό ιστορικό με πολλές διακυμάνσεις απόψεων και αντικρουόμενων αποτελεσμάτων. Μετά την επίλυση προβλημάτων αστάθειας πεπιεσμένων σφαιρικών κελυφών και αξονικά θλιβόμενων κυλινδρικών κελυφών στις αρχές του 20^{ου} αιώνα (Lorentz 1908, Timoshenko 1910 και Southwell 1914), πειράματα κατέδειξαν ότι τα φορτία αστοχίας ήταν περίπου 3 με 8 φορές μικρότερα από τα θεωρητικά κρί-

σιμα. Αυτή η διαφωνία ήταν απαρχή μεγάλων συζητήσεων αλλά και ικανής διαμάχης μεταξύ ερευνητών και δεν εξηγήθηκε, μέχρι τη στιγμή που οι von Karman και Tsien (1941) βρήκαν ότι η διακλάδωση στα κρίσιμα φορτία, που οδηγεί σε εξαιρετικά μη γραμμική μετα-κρίσιμη συμπεριφορά, είναι ισχυρά ασύμμετρη. Η εξήγηση αυτή αργότερα βρέθηκε σε ικανοποιητική συμφωνία με τη γενική μετα-κρίσιμη θεωρία του Koiter (1945). Χρειάστηκαν όμως ακόμα αρκετές δεκαετίες για ναδειχθεί πειραματικά ότι τα θεωρητικά κρίσιμα φορτία κελυφών μπορούν να προσεγγιστούν με μεγάλη ακρίβεια, αρκεί οι ατέλειες να είναι υπερβολικά μικρές (Almroth et al 1964, Tennyson 1969, Tennyson και Chan 1990^[3]). Μια άλλη αιτία για την πολύ μεγάλη ευαισθησία σε αρχικές ατέλειες των κελυφών είναι η ύπαρξη πολλών μορφών λυγισμού, με κρίσιμα φορτία τόσο κοντά μεταξύ τους, ώστε να αλληλεπιδρούν. Ο υπολογισμός των φορτίων αστοχίας ατελών κελυφών είναι ένα πολύ δυσχερές πρόβλημα, ακόμα και αν χρησιμοποιηθεί ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (Budiansky και Hutchinson 1964^[4], 1971^[5]). Για το λόγο αυτό, η πρακτική επαφίεται σε μια εμπειρική διόρθωση του κρίσιμου φορτίου μέσω ενός εμπειρικού παράγοντα «πτώσης» (knock – down), τιμές του οποίου έχουν πινακοποιηθεί για πολλές τυπικές μορφές κελυφών.

Συνήθως το εύρος των εκτός της επιφάνειας παραμορφώσεων ενός κελύφους κατά το λυγισμό είναι μικρό. Τούτο προϋποτίθεται στη θεωρία των ρηχών κελυφών, στην οποία το πρόβλημα εύρεσης του κρίσιμου φορτίου ενός κυλινδρικού κελύφους περιορίζεται στην επίλυση μιας συνήθους διαφορικής εξίσωσης 8^{ης} τάξης ως προς τη μετατόπιση (Donnell 1934). Για γενικότερες μορφές κελυφών, το πρόβλημα οδηγεί σε ένα σύστημα οκτώ διαφορικών εξισώσεων 1^{ης} τάξης με μερικές παραγώγους, που είναι γνωστή ως η θεωρία των Donnell – Musthari – Vlasov. Σε πλάκες και κελύφη σάντουιτς, είναι σημαντική η αλληλεπίδραση μεταξύ τοπικού και καθολικού λυγισμού (Plantema 1966).

1.6 Λυγισμός ελαστο – πλαστικών κατασκευών

Το 1889, ο Engesser συνέστησε όπως το κρίσιμο φορτίο ενός ανελαστικού στύλου ληφθεί με απλή αντικατάσταση του μέτρου ελαστικότητας με το

εφαπτομενικό μέτρο για τη φόρτιση. Όμως το 1895 ο ίδιος ανέτρεψε τις συστάσεις του αυτές προτείνοντας ότι ένας βαρυντικός μέσος όρος των μέτρων φόρτισης και αποφόρτισης, εξαρτώμενος από τη γεωμετρία (επονομαζόμενο μειωμένο μέτρο) θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Μετά από πολλές διαφωνίες της επιστημονικής κοινότητας επί του θέματος, ο Shanley (1947)^[6] απέδειξε ότι η αρχική πρόταση του Engesser, δηλαδή η τιμή του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας, θα πρέπει να χρησιμοποιείται, καθόσον ο στύλος δεν λυγίζει για σταθερό αλλά για αυξανόμενο φορτίο.

Η θεωρία του Shanley, που γενικεύθηκε αργότερα από τον Hill (1958), είναι ακόμα και τώρα γενικά αποδεκτή για τον υπολογισμό της πρώτης διακλάδωσης μιας ελαστο - πλαστικής κατασκευής. Το γεγονός ότι μια κατασκευή πρέπει να λυγίσει στο 1^ο φορτίο διακλάδωσης βρέθηκε αργότερα μέσω ανάλυσης ατελειών, και πολύ αργότερα βάσει επαυξητικών υπολογισμών της εντροπίας του συστήματος (θερμοδυναμική προσέγγιση). Μια χαρακτηριστική ιδιότητα του ελαστο - πλαστικού λυγισμού είναι ότι η κατασκευή δεν βρίσκεται στο όριο ευστάθειας στο σημείο διακλάδωσης και ότι η παραμορφωμένη μετα - διακλαδική κατάσταση είναι ευσταθής.

Η διαφορά μεταξύ των κρίσιμων φορτίων που αποκτώνται εφαρμόζοντας τη θεωρία του μειωμένου μέτρου του Engesser σε σύγκριση με αυτά που βρίσκονται με εφαρμογή τη θεωρίας του εφαπτομενικού μέτρου του Shanley είναι μικρή για κατασκευές από υλικά όπως ο ήπιος χάλυβας, που καταφθάνει απότομα σε ένα οριζόντιο επίπεδο διαρροής. Τούτο όμως όπως παρατηρήθηκε δεν ισχύει για διατομές θερμής εξέλασης, όπου η διαφορά μεταξύ των δύο αυτών φορτίων είναι σημαντική. Το γεγονός αυτό παρέμεινε χωρίς ερμηνεία μέχρι να ανακαλυφθεί ότι ο λόγος εμφάνισης του οφείλονταν στην ύπαρξη μεγάλων παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας μετά την ψύξη (Osgood 1951, Yang et al 1952). Αποτέλεσμα των τάσεων αυτών είναι ότι το διάγραμμα αξονικού φορτίου - μείωσης μήκους του στύλου είναι μια ομαλή καμπύλη, χωρίς απότομη μετάβαση σε επίπεδο διαρροής.

Η μέτρηση των φορτίων διακλάδωσης πειραματικά παρήγαγαν ένα αποτέλεσμα εκπληκτικό, με σημαντικές επιπτώσεις στη θεωρία των καταστατικών

εξισώσεων πλαστικότητας. Πειράματα στρεπτικού λυγισμού στύλων διατομής σχήματος σταυρού (Gerard και Becker 1957), στους οποίους το κρίσιμο φορτίο εξαρτάται από το αρχικό εφαπτομενικό μέτρο για τέμνουσα, αποκάλυψαν ότι η απλή θεωρία παραμορφώσεων του Hencky, που για άλλες καταστάσεις υπέστη έντονη κριτική, δίδει σωστά αποτελέσματα, σε αντίθεση με θεωρίες επαυξητικής πλαστικότητας (βασισμένες σε μια μοναδική επιφάνεια φόρτισης), που δίδουν πολύ μεγαλύτερες τιμές (Hutchinson 1974). Ειδικά δε για στύλους από οπλισμένο σκυρόδεμα, παρατηρήθηκε πολύ περίπλοκη συμπεριφορά, καθόσον οι ανελαστικές παραμορφώσεις συνδυάζονται με εφελκυστικές ρηγματώσεις και ολίσθηση του οπλισμού.

Το φαινόμενο μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων στύλων θα πρέπει να κατανοηθεί πλήρως, προκειμένου να καταστεί δυνατή η πρόβλεψη της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας της κατασκευής, αν αυτή υπόκειται σε κρουστικά, ωστικά ή σεισμικά φορτία. Για πολύ μεγάλες παραμορφώσεις ιδιαίτερα λυγερών στύλων μπορεί κανείς να υποθέσει τη δημιουργία πλαστικών αρθρώσεων (πλήρους διαρροής της διατομής), πράγμα που απλουστεύει κατά πολύ την υπολογιστική διαδικασία. Ένα δύσκολο πρόβλημα, που αντιμετωπίστηκε με χρήση λύσεων πεπερασμένων στοιχείων πεπερασμένων ανηγμένων παραμορφώσεων (finite-strain finite elements – Needelman 1982, Tvegaard 1982), είναι αυτό της τοπικοποίησης πλαστικών παραμορφώσεων όπως στο φαινόμενο του λαιμού κατά τον εφελκυσμό ράβδων. Φαινόμενα αστάθειας λόγω πλαστικής τοπικοποίησης παρουσιάζονται σε εκρήξεις σωληνωτών αγωγών σωλήνων και άλλων κελυφών λόγω εσωτερικής πίεσης, σε καμπτική αστοχία κυκλικής διατομής σωλήνων λόγω αλλαγής της γεωμετρίας της παραμορφωμένης διατομής σε ελλειψοειδή (ovalization) και σε μεταλυγισμική αντοχή κελυφών και υψικορμών - λεπτότοιχων σύνθετων δοκών διπλού ταυ (thin-walled girders).

1.7 Ευστάθεια χαλύβδινων κατασκευών - ιδιαιτερότητες

Καθόσον η παρούσα εργασία πραγματεύεται μέθοδο ανάλυσης ευστάθειας χαλύβδινων κατασκευών, κρίνεται σκόπιμο όπως το περιεχόμενο της τρέχουσας παραγράφου αφιερωθεί εξ ολοκλήρου στις ιδιαιτερότητες εκείνες, που σχετίζονται με την ευστάθεια κατασκευών από δομικό χάλυβα, καθόσον η έν-

νοια του λυγισμού είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ισορροπία των φορέων στην παραμορφωμένη τους κατάσταση, και με την αστοχία όχι λόγω υπέρβασης τάσεων αλλά λόγω μεγάλων παραμορφώσεων. Η τελευταία αυτή παρατήρηση σε συνδυασμό με την ολκιμότητα του δομικού χάλυβα θα αποτελέσει βάση για την κατάδειξη των ιδιοτεροτήτων αυτών.

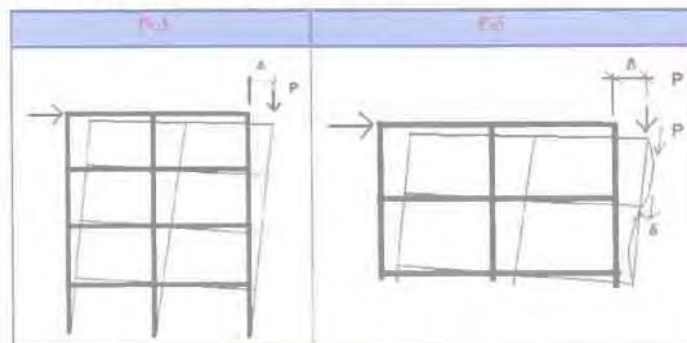
1.7.1 Εισαγωγικά Στοιχεία

Οι πραγματικές χαλύβδινες κατασκευές δεν συμπεριφέρονται ακριβώς σύμφωνα με τα όσα προβλέπει η ελαστική θεωρία λυγισμού - διακλαδώσεων. Κατ' αρχήν, το υλικό δεν είναι απείρως ελαστικό, με αποτέλεσμα μια ελαστοπλαστική συμπεριφορά και εμφάνιση ανελαστικού λυγισμού. Επιπρόσθετα δε, τα δομικά μέλη επηρεάζονται από διάφορες μορφές ατελειών (κυρίως από γεωμετρικές ή/και μηχανικής φύσης), οι οποίες μπορεί να εξασθενίσουν κατά πολύ την φέρουσα ικανότητα τους. Η ραγδαία μεταβολή στην παραμόρφωση με την αύξηση του επιβαλλόμενου φορτίου επίσης οδηγεί στην εμφάνιση επιρροών δεύτερης τάξης, οι οποίες αν συνδυαστούν με την ανελαστικότητα του υλικού έχουν σαν αποτέλεσμα την καθολική μη γραμμική συμπεριφορά της κατασκευής. Τέτοιου είδους επιρροές είναι οι καλούμενες $P - \Delta$ δέλτα, που εμφανίζονται σε κάθε κατασκευή, μέλη της οποίας φορτίζονται αξονικά και σχετίζονται με το μέγεθος της επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης P και της μετατόπισης δέλτα. Υπάρχουν δύο είδη επιρροών $P - \delta$:

Υπάρχουν δύο είδη επιρροών $P - \delta$:

- $P - \Delta$ επιρροές στην κατασκευή
- $P - \delta$ επιρροές στα μέλη

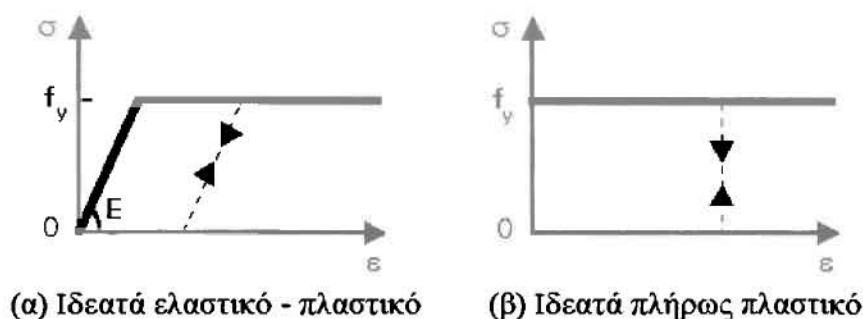
όπως εποπτικά απεικονίζεται στο Σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1. Επιρροές $P - \Delta$ και $P - \delta$

1.7.2 Επιρροή της πλαστικότητας του υλικού

Η συμπεριφορά των συνήθων δομικών χαλύβων με μικρή περιεκτικότητα σε άνθρακα αναπαρίσταται συνήθως μέσω της ιδεατής ελαστικής - πλαστικής σχέσης τάσεων - ανηγμένων παραμορφώσεων, που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.2α. Για καταστάσεις κατά τις οποίες υφίσταται μικρού μεγέθους ελαστική παραμόρφωση, το ιδεατό πλήρως - πλαστικό μοντέλο του Σχήματος 1.2β. αναπαριστά με κατάλληλο τρόπο τη συμπεριφορά του υλικού.



Σχήμα 1.2. Ιδεατή συμπεριφορά του υλικού (δομικού χάλυβα)

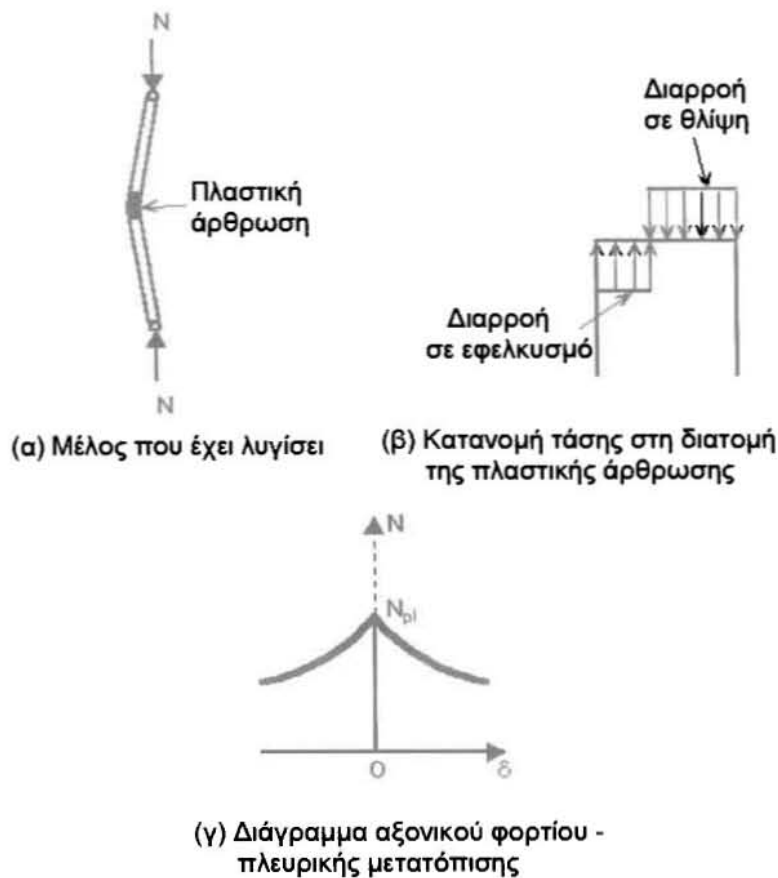
(α) Μοντέλο ιδεατής πλήρως πλαστικής συμπεριφοράς

Σύμφωνα με αυτό, προϋποτίθεται ότι για χαμηλές τιμές του αξονικού φορτίου N δεν λαμβάνει χώραν ούτε πλευρική αλλά ούτε και αξονική παραμόρφωση. Σε κάθε διατομή αναπτύσσεται η ίδια ομοιόμορφη κατανομή θλιπτικής τάσης $\sigma = \frac{N}{A}$ και αξονική παραμόρφωση είναι πιθανή μόνον όταν η τάση αυτή γίνει ίση με την τάση διαρροής f_y . Το αντίστοιχο αξονικό φορτίο ονομάζεται «φορτίο σύνθλιψης» (squash load), που δίνεται από τη σχέση

$$N_{pl} = Af_y \quad (1.1)$$

Στο σημείο αυτό, οποιαδήποτε ελάχιστη διαταραχή οδηγεί σε πλευρική παραμόρφωση, που οδηγεί σε ανάπτυξη επιπρόσθετης ροπής κάμψης. Κατά συνέπεια, το μέλος καταρρέει με την μετατόπιση περιορισμένη σε μια πλαστική άρθρωση κατά μήκους του μέλους (Σχήμα 1.3α) και η κατανομή των τάσεων είναι διπλά ορθογωνική (Σχήμα 1.3β) οπότε πλαστική παραμόρφωση συμβαίνει τόσο σε θλίψη όσο και σε εφελκυσμό. Το μέλος που έχει υποστεί λυγισμό παραμένει σε ισορροπία υπό την προϋπόθεση ότι το αξο-

νικό φορτίο $N < N_{pl}$. Τότε η θλιπτική τάση διαρροής δεν αναπτύσσεται στο σύνολο της διατομής, ενώ όσο μεγαλύτερη η πλευρική μετατόπιση τόσο μεγαλύτερη η καμπτική ροπή στην πλαστική άρθρωση οπότε τόσο μικρότερο το ταυτόχρονο αξονικό φορτίο (Σχήμα 1.3γ).



Σχήμα 1.3. Λυγισμός αρχικά ευθύγραμμης αμφιαρθρωτής ράβδου από ιδεατά πλήρως πλαστικό υλικό

(β) Μοντέλο ιδεατής ελαστικής - πλαστικής συμπεριφοράς

Όσο το ελαστικό κρίσιμο φορτίο N_{cr} παραμένει μικρότερο από το φορτίο σύνθλιψης N_{pl} , το αρχικά ευθύγραμμο μέλος παραμένει ευθύγραμμο και υφίσταται ελαστική αξονική παραμόρφωση. Όταν συμβαίνει κατάρρευση λόγω κρίσιμης ελαστικής ροπής για φορτίο $N = N_{cr}$, η προκύπτουσα πλευρική μετατόπιση εισάγει καμπτικές ροπές, οι οποίες αυξάνουν την τάση στην κοίλη πλευρά του μέλους και την μειώνουν στην κυρτή πλευρά. Διαρροή συμβαίνει στο μέσο του μέλους συνήθως σε θλίψη και σπανιότερα σε εφελκυσμό. Αν, αντίθετα, το φορτίο φθάσει την τιμή του N_{pl} πριν το ελαστικό κρίσιμο φορτίο N_{cr} , τότε η συμπεριφορά είναι παρόμοια με αυτή του προηγούμενου

μοντέλου, αλλά με επιπρόσθετες αξονικές και πλευρικές παραμορφώσεις. Εδώ, το φορτίο αστοχίας ισούται με το φορτίο N_{pl} .

(γ) Καμπύλη αντοχής ιδεατής ράβδου

Στην ελαστική ανάλυση λυγισμού δίδεται ιδιαίτερη έμφαση στη λυγηρότητα λ ($\lambda = L \cdot \sqrt{\frac{A}{I}} = \frac{L}{i}$), όπου L το ισοδύναμο μήκος λυγισμού του μέλους (δηλαδή το μήκος εκείνης της αμφιερείστου με κρίσιμο φορτίο ίδιο με αυτό του μέλους, με τα ίδια αδρανειακά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά). Χαράσσοντας το διάγραμμα της μέσης θλιπτικής τάσης αστοχίας σ_k συναρτήσει της λυγηρότητας λ γίνεται άμεσα αντιληπτή η σχέση μεταξύ των δύο προαναφερθέντων τύπων συμπεριφοράς (βλ. Σχήμα 1.4α). Ο ελαστικός κρίσιμος λυγισμός αναπαρίσταται από την υπερβολή $\sigma = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$, και το εύρος εφαρμογής του περιορίζεται από την γραμμή διαρροής $\sigma = f_y$. Οι δύο αυτές γραμμές τέμνονται σε ένα σημείο, το οποίο αντιστοιχεί σε τιμή λυγηρότητας λ_1 , επονομαζόμενη *λυγηρότητα αναφοράς*, όπου ισχύει ότι $\frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = f_y$, οπότε:

τε:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (1.2)$$

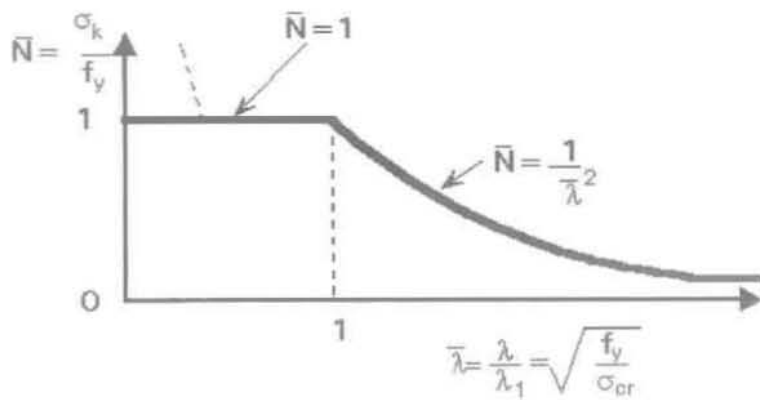
Έτσι, η κατάρρευση λαμβάνει χώραν μέσω πλαστικοποίησης για $\lambda < \lambda_1$ και μέσω ελαστικού λυγισμού για $\lambda > \lambda_1$. Συνήθως η καμπύλη αυτή χαράσσεται σε κανονικοποιημένη (αδιάστατη μορφή), σύμφωνα με το Σχήμα 1.4β, όπου τεταγμένη είναι πλέον η αδιάστατη παράμετρος $\bar{N} = \frac{\sigma_k}{f_y}$, ενώ τετμημένη η

$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$, οπότε η πλαστική κατάρρευση ($\bar{N} = 1$) και ο ελαστικός λυγισμός

($\bar{N} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$) τέμνονται για $\bar{\lambda} = 1$.



(α) Διάγραμμα $\lambda - \sigma_k$

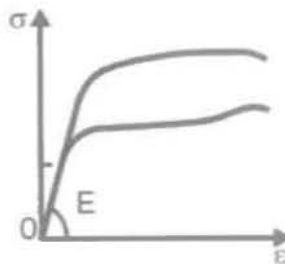


(β) Το ανωτέρω σε αδιάστατη μορφή

Σχήμα 1.4. Καμπύλες αντοχής ράβδου από ιδεατό ελαστικό – πλαστικό υλικό

(δ) Επιρροή της πραγματικής ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς του υλικού

Το πραγματικό διάγραμμα τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων ορισμένων ποιοτήτων δομικών χαλύβων υψηλής αντοχής απεικονίζεται στο Σχήμα 1.5.



Σχήμα 1.5. Διάγραμμα τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων δομικών χαλύβων υψηλής αντοχής

Σε σύγκριση με την ιδεατή ελαστοπλαστική συμπεριφορά, υφίστανται οι ακόλουθες τρεις ουσιώδεις διαφορές:

- Για μεγάλες ανηγμένες παραμορφώσεις το υλικό παρουσιάζει κράτυνση.
- Οι εν λόγω παραμορφώσεις δεν μπορούν να υπερβούν μια μέγιστη τιμή, όπου το υλικό θραύεται
- Το σημείο διαρροής δεν ορίζεται με σαφήνεια

Όμως, καθόσον ο λυγισμός δεν απαιτεί γενικά μεγάλη ολκιμότητα εκ μέρους του υλικού, η 2^η διαφορά δεν έχει ιδιαίτερη σχέση με το εν λόγω φαινόμενο. Αντίθετα, η κράτυνση μπορεί να μην επηρεάζει την έναρξη της διαρροής, πλην όμως συνεισφέρει σε αύξηση του φορτίου κατάρρευσης. Η επιρροή αυτή είναι μεγαλύτερη για μέλη μικρής λυγηρότητας, όπου η πλαστική παραμόρφωση είναι κυρίαρχη, και έτσι ανυψώνει το αντίστοιχο κομμάτι της καμπύλης αντοχής (Σχήμα 1.4α). Πρακτικά, η ευμενής επιρροή της κράτυνσης όμως αμελείται.

Τα διάφορα είδη δομικών χαλύβων έχουν διαφορετική συμπεριφορά τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων. Πιο συγκεκριμένα, οι χάλυβες υψηλής αντοχής δεν διαθέτουν συνήθως ένα καθαρά ορισμένο σημείο διαρροής και ταξινομούνται ως ακολούθως:

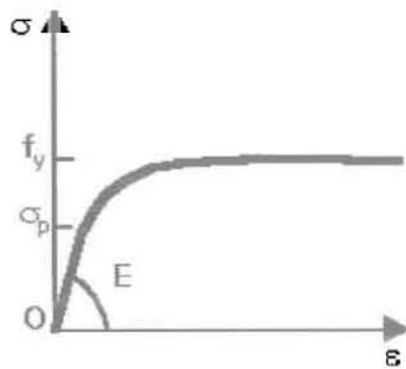
(1) Σε αυτούς που επιδεικνύουν καμπύλες τάσεων - ανηγμένων παραμορφώσεων με την ελαστική περιοχή να περιορίζεται στο *όριο αναλογίας σ_p* με όριο διαρροής για τάση $\sigma = f_y > \sigma_p$ (Σχήμα 1.6α)

(2) Σε αυτούς που έχουν παρόμοια ελαστική περιοχή χωρίς όριο – γραμμή διαρροής, με την κράτυνση να εμφανίζεται σε όλη την ανελαστική περιοχή. Στην περίπτωση αυτή η τάση διαρροής λαμβάνεται γενικά ως το 0.2 % της επονομαζόμενης *αποδεικτικής τάσης* (proof stress – Σχήμα 1.6β)) . Η εν λόγω απουσία *καθαρά ορισμένου σημείου διαρροής* έχει τα ακόλουθα αποτελέσματα:

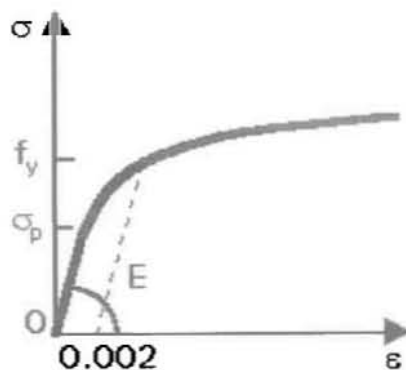
- Ένα λυγηρό μέλος (για το οποίο ισχύει ότι $\lambda > \lambda_p = p \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$) θα καταρρεύσει μέσω ελαστικού λυγισμού, με την προϋπόθεση η κρίσιμη τάση σ_{cr} να μην υπερβεί την σ_p .

- Ένα πολύ μη λυγηρό μέλος αστοχεί μέσω πλήρους πλαστικοποίησης χωρίς πλευρική μετατόπιση.

- Για ενδιάμεσες τιμές της λυγηρότητας ($\lambda < \lambda_p$), η δυσκαμψία του υλικού που καλείται να αντισταθεί σε τάση $\sigma > \sigma_p$ μειώνεται προοδευτικά καθώς η τάση αυξάνεται πέραν της σ_p . Σε τέτοια περίπτωση μπορεί να συμβεί ανελαστικός λυγισμός για φορτίο μικρότερο και του φορτίου πλαστικοποίησης αλλά και του ελαστικού κρίσιμου.



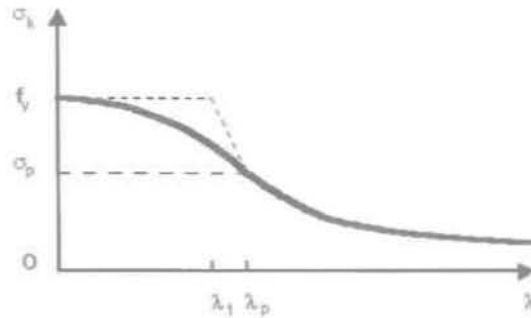
(α) Μη ύπαρξη καθαρά ορισμένου σημείου διαρροής αλλά με οριακή γραμμή διαρροής



(β) Μη ύπαρξη καθαρά ορισμένου σημείου διαρροής χωρίς οριακή γραμμή διαρροής

Σχήμα 1.6. Μη ιδεατή ελαστοπλαστική συμπεριφορά (χάλυβες υψηλής αντοχής)

Τότε, η καμπύλη αντοχής του μέλους λαμβάνει τη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 1.7, με την κράτυνση να έχει αμεληθεί.



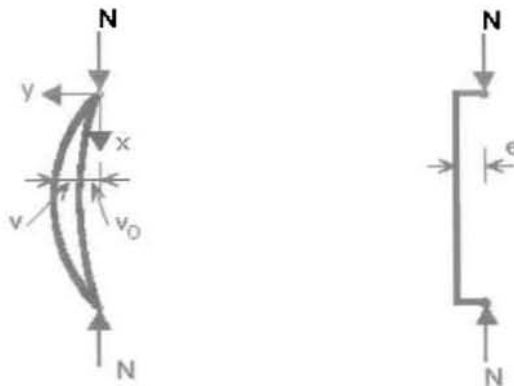
Σχήμα 1.7. Καμπύλη αντοχής μέλους με μη ιδεατή ελαστοπλαστική συμπεριφορά

1.7.3 Αντοχή πραγματικών μελών

Στα προηγούμενα εδάφια θεωρήθηκαν ιδιαίτερα ιδεατά μοντέλα μελών, τα οποία δεν αντιπροσωπεύουν την πραγματική απόκριση χαλύβδινων θλιβόμενων μελών, λόγω των αναπόφευκτων ατελειών, οι οποίες οφείλονται σε κάποια διαδικασία παραγωγής. Σε ότι ακολουθεί θα ληφθεί υπ' όψη η επιρροή των ατελειών αυτών στην πραγματική απόκριση των κατασκευών. Κατ' αρχήν, οι ατέλειες εξετάζονται ανεξάρτητα και μετά σε συνδυασμό, όπως περίπου εμφανίζονται στις κατασκευές.

(α) Επιρροή των Γεωμετρικών Ατελειών

Αυτές αντιστοιχούν είτε στην αρχική καμπυλότητα ενός μέλους (Σχήμα 1.8α) είτε στην εκκεντρότητα του επιβαλλόμενου φορτίου (Σχήμα 1.8β)



(α) Αρχική καμπυλότητα μέλους

(β) Έκκεντρα επιβαλλόμενο φορτίο

Σχήμα 1.8. Αρχικές γεωμετρικές ατέλειες

Παρουσία αρχικών γεωμετρικών ατελειών ο λυγισμός ισοδυναμεί με μεγάλη αύξηση των παραμορφώσεων όσο πλησιάζεται το κρίσιμο φορτίο. Τέτοιου είδους ατέλειες, παρόλο που δεν είναι συνήθως ορατές επηρεάζουν κατά πολύ τη συμπεριφορά θλιβόμενων μελών, και την διαφοροποιούν εντελώς από αυτή των αντίστοιχων μελών χωρίς ατέλειες.

Αρχική καμπυλότητα : Η αρχική καμπυλότητα ενός μέλους (Σχήμα 8.1α), που συνήθως έχει το σχήμα της 1^{ης} κανονικής μορφής ελαστικού λυγισμού, έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη δευτερευουσών ροπών μόλις εφαρμοστεί θλιπτικό φορτίο, η δράση του οποίου οδηγεί σε ακόμα μεγαλύτερη καμπτική παραμόρφωση και σε αύξηση του μοχλοβραχίονα των εξωτερικών θλιπτικών φορτίων στα άκρα του μέλους. Υπάρχει πιθανότητα ευσταθούς παραμορφωμένης μορφής, αν η εξωτερική ροπή παραμείνει μικρότερη από την καμπτική αντοχή οποιασδήποτε διατομής. Ο λυγισμός πλέον είναι τύπου απόκλισης (divergence) σε αντίθεση με τον διακλαδικό τύπο αστάθειας που τυπικά εμφανίζεται σε μέλη χωρίς ατέλειες. Σε κάθε διατομή του μέλους δρουν συνδυασμένα καμπτική ροπή και αξονική δύναμη ανεξάρτητα από το μέγεθος της τελευταίας. Καθόσον δεν ισχύει πλέον γεωμετρική γραμμικότητα (δλδ. η ισορροπία πρέπει να εξεταστεί στην παραμορφωμένη μορφή) οι επιρροές της κάμψης και της θλίψης δεν είναι δυνατόν απλά να επαλληλισθούν για να περιγραφεί η πραγματική συμπεριφορά του μέλους. Για ελαστικές (απλές) στηρίξεις ενός μέλους, το οποίο χαρακτηρίζεται από μια αρχική ελαστική καμπυλότητα $v_0(x)$, μπορεί κανείς να γράψει την ακόλουθη εξίσωση ισορροπίας:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{N(v_0 + v)}{EI_z} = 0 \quad (1.3)$$

όπου $v(x)$ η επιπρόσθετη καμπτική παραμόρφωση λόγω του αξονικού φορτίου N . Με βάση τα ανωτέρω και την απλή ημιτονοειδή μορφή της αρχικής καμπυλότητας (για αμφιέρειστο μέλος) εύκολα καταλήγει κανείς στον προσδιορισμό του μεγέθους της συνολικής παραμόρφωσης v , στη κρίσιμη διατομή (εδώ στο μέσο του μέλους, δλδ. στα $0.5L$), που δίνεται από τη σχέση:

$$v_i = \frac{v_o}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}, \quad N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_o}{L^2} \quad (\text{ελαστικό κρίσιμο}) \quad (1.4)$$

που σημαίνει ότι το αξονικό φορτίο μεγεθύνει τόσο τη καμπυλότητα όσο και την καμπτική ροπή 1^{ης} τάξης Nv_o με έναν παράγοντα $1 - \frac{N}{N_{cr}}$. Στο Σχήμα 1.9 (καμπύλη Ο'ΑΒ) φαίνεται η γραφική παράσταση του φορτίου N ως προς την συνολική καμπυλότητα v_i , που τείνει ασυμπτωτικά στο άπειρο, όσο το φορτίο πλησιάζει το κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού.

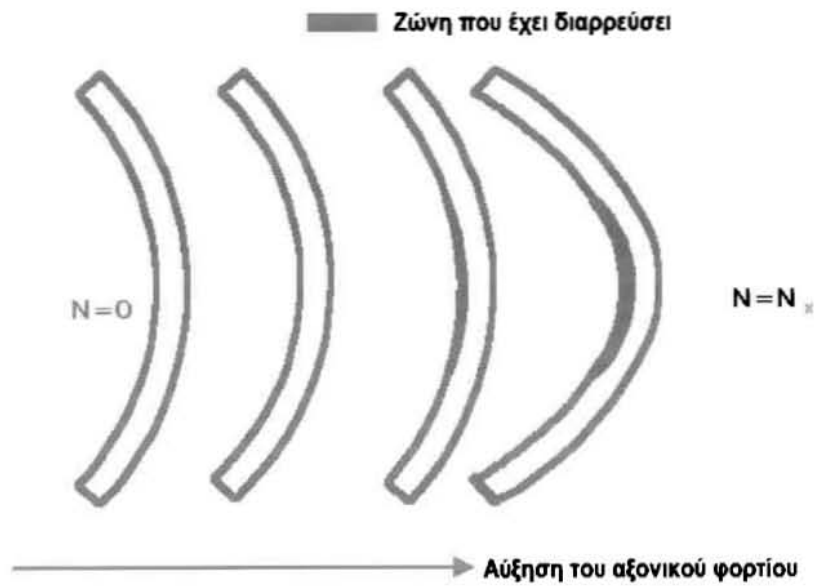


Σχήμα 1.9. Απόκριση μέλους με αρχική καμπυλότητα (έχει υποτεθεί ότι $N_{pl} < N_{cr}$)

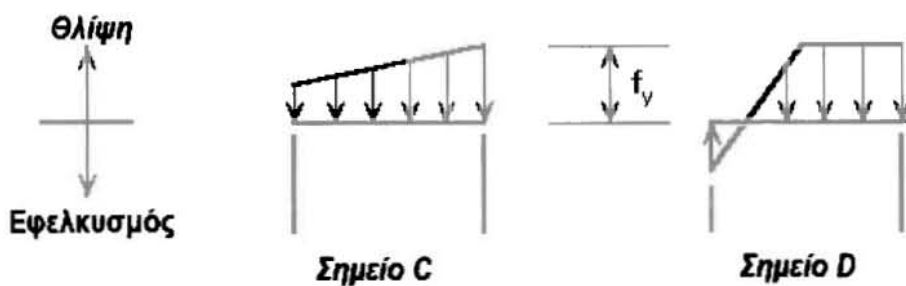
Η κατανομή της καμπτικής ροπής κατά μήκος του μέλους αυξάνει με την πλευρική μετατόπιση. Οι ροπές και οι τάσεις μεγιστοποιούνται στις κρίσιμες διατομές, και πιο συγκεκριμένα στην κοίλη πλευρά του μέλους οι τάσεις λόγω θλιπτικής δύναμης και λόγω ροπής επαλληλίζονται και εκεί εμφανίζεται η μέγιστη τάση. Η πρώτη διαρροή θα συμβεί στο σημείο αυτό αυξανόμενου του αξονικού φορτίου. Η τιμή αυτή του φορτίου, που σημειώνεται ως N_y , αποτελεί κατ' ουσία το όριο ισχύος C της ελαστικής απόκρισης (Σχήμα 1.9).

Οποιαδήποτε περαιτέρω αύξηση του N πέραν του N_y έχει σαν αποτέλεσμα την διάδοση της διαρροής, τόσο κατά μήκος του μέλους όσο και εντός της διατομής, ως Σχήμα 1.10. Τούτο οδηγεί σε ακόμα μεγαλύτε-

ρη υποβάθμιση της δυσκαμψίας του μέλους, μέχρι το φορτίο να φθάσει μια μέγιστη τιμή N_k , για το οποίο το μέλος αστοχεί (σημείο D του Σχήματος 1.9). Η οριακή φέρουσα ικανότητα συνεπώς του μέλους είναι συνάρτηση δύο πηγών υποβάθμισης της δυσκαμψίας του μέλους: (1) του αξονικού φορτίου (αστάθειας) και (2) της διάδοσης της διαρροής (πλαστικότητας). Η κατανομή των τάσεων στη διατομή του μέλους για τα σημεία C και D απεικονίζονται στο Σχήμα 1.11. Συνήθως, κατά την κατάρρευση, το κυρτό μέρος του μέλους δεν διαρρέει λόγω εφελκυσμού.



Σχήμα 1.10. Διάδοση της διαρροής πλησιάζοντας στην κατάρρευση



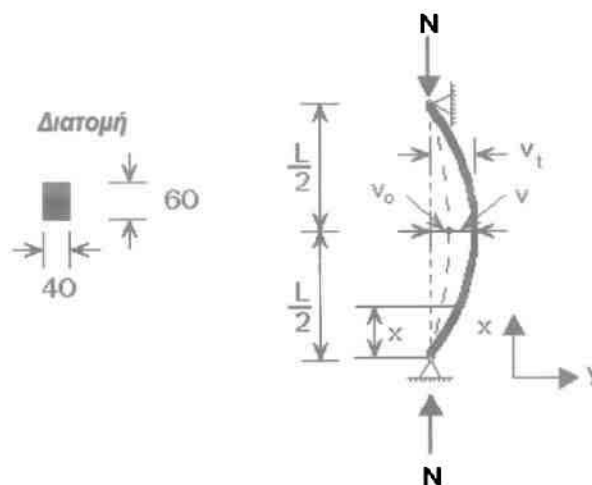
Σχήμα 1.11. Κατανομή τάσεων στη κρίσιμη διατομή μέλους με αρχική καμπυλότητα

Η συμπεριφορά μετά την κατάρρευση DE είναι ασυμπτωτική με την πλήρως πλαστική απόκριση GH (βλ και Σχήμα 1.3γ). Η τελευταία έχει χαραχθεί στο Σχήμα 1.9 με την παραδοχή ότι $N_{pl} < N_{cr}$. Προφανώς το φορτίο διαρροής N_y και το οριακό φορτίο N_x έχουν σαν άνω φράγματα τα N_{cr} και N_{pl} αντίστοιχα, ενώ κάλλιστα μπορεί να ισχύει είτε ότι $N_{cr} > N_{pl}$ είτε ότι

$N_{cr} < N_{pl}$. Σε οποιαδήποτε πάντως περίπτωση το οριακό φορτίο δεν μπορεί να υπερβεί την τιμή N_b , που αντιστοιχεί στην τομή της ιδεατά πλήρως πλαστικής και της ελαστικής απόκρισης (σημείο I στο Σχήμα 1.9). Το πόσο κοντά βρίσκονται τα N_y, N_x στα N_{cr}, N_{pl} αντίστοιχα εξαρτάται από την λυγηρότητα του μέλους και το μέγεθος της αρχικής καμπυλότητας.

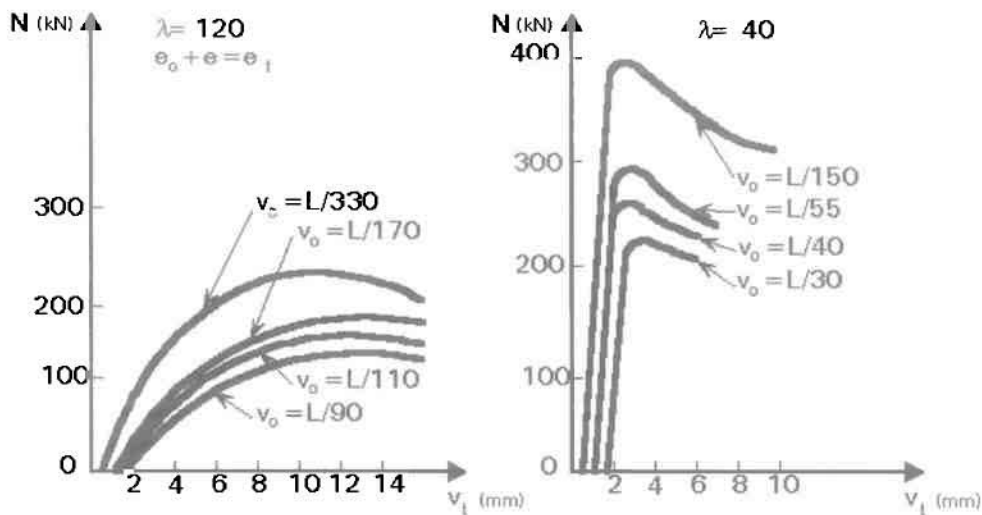
Η συνδυασμένη επιρροή λυγηρότητας και αρχικής καμπυλότητας στην ελαστοπλαστική απόκριση φαίνεται στο Σχήμα 1.12 για μια ορθογωνική διατομή από χάλυβα, απ' όπου εξάγονται τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Ανεξάρτητα από τη λυγηρότητα, όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική καμπυλότητα, τόσο μικρότερο το οριακό φορτίο.
- Για μια συγκεκριμένη τιμή της αδιάστατης (σχετικής) αρχικής καμπυλότητας v_0/L , μείωση της λυγηρότητας οδηγεί σε «απότομη» ελαστική συμπεριφορά.
- Η συμπεριφορά μετά την κατάρρευση χαρακτηρίζεται από μια αργά φθίνουσα καμπύλη για λυγηρά μέλη με οποιαδήποτε αποδεκτή αρχική καμπυλότητα.
- Για μη λυγηρά μέλη, η απόκριση μετά την κατάρρευση συνεχίζει να χαρακτηρίζεται από φθίνουσα καμπύλη, η «πτώση» της οποίας γίνεται πιο απότομη καθώς μειώνεται η αρχική καμπυλότητα.



(α) Αρχική καμπυλότητα για λυγισμό περί τον ασθενή άξονα

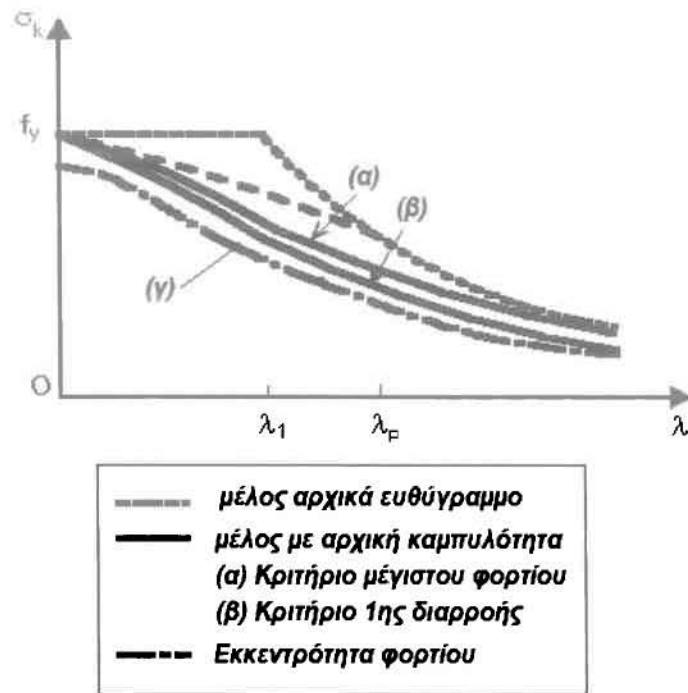
Σχήμα 1.12. (συνεχίζεται)



(β) Ελαστοπλαστική απόκριση για διαφορετικές τιμές της αρχικής καμπυλότητας
($E = 210000 \text{ N/mm}^2$; $f_y = 210 \text{ N/mm}^2$)

Σχήμα 1.12. Συνδυασμένη επιρροή της λυγηρότητας και της αρχικής καμπυλότητας στην ελαστοπλαστική απόκριση

Με την προϋπόθεση ότι η αρχική καμπυλότητα είναι εκ των προτέρων γνωστή (αν, π.χ. μπορεί να μετρηθεί), είναι πιθανή η δυνατότητα παραγωγής μιας καμπύλης οριακής αντοχής από τα φορτία κατάρρευσης που έχουν υπολογιστεί. Μια τέτοιου είδους καμπύλη είναι της μορφής (α) στο Σχήμα 1.13. Αν η αρχική καμπυλότητα είναι παρόμοια με την 1^η (συνήθως) κανονική μορφή λυγισμού, η καμπύλη αντοχής θα εκκινήσει από το σημείο που αντιστοιχεί σε $\sigma_k = f_y$ για απειροελάχιστη λυγηρότητα και θα βρίσκεται κάτω από την αντίστοιχη καμπύλη του μέλους χωρίς αρχική καμπυλότητα, πλησιάζοντας την καθώς η λυγηρότητα αυξάνεται. Όντως, για ιδιαίζόντως μη λυγηρά μέλη, η επιρροή της αρχικής καμπυλότητας είναι αμελητέα και το οριακό φορτίο ταυτίζεται με το φορτίο πλήρους πλαστικοποίησης. Αντίθετα, πολύ λυγηρά μέλη επιδεικνύουν ένα ελαστικό κρίσιμο φορτίο N_{cr} πολύ χαμηλότερο του αντίστοιχου φορτίου διαρροής N_{pl} . Τότε, το σημείο C του Σχήματος 1.9 βρίσκεται πολύ ψηλά στην καμπύλη ελαστικής απόκρισης, οπότε το φορτίο κατάρρευσης προσεγγίζει το φορτίο ελαστικού λυγισμού. Ιδιαίτερα δε τονίζεται στο Σχήμα 1.13 η επιρροή της αρχικής καμπυλότητας για ενδιάμεσες τιμές της λυγηρότητας.



Σχήμα 1.13. Καμπύλες αντοχής

Η μεγαλύτερη απώλεια φέρουσας ικανότητας (αντοχής) συμβαίνει στη γειτονιά του λ_1 , όπου τέμνονται οι καμπύλες πλαστικής κατάρρευσης και ελαστικού λυγισμού, οπότε αλληλεπιδρούν στο μέγιστο βαθμό. Αν επιλεγεί ως κριτήριο κατάρρευσης αυτό του φορτίου 1^{ης} διαρροής N_y αντί αυτού του μέγιστου φορτίου N_x , η καμπύλη αντοχής θα βρίσκεται χαμηλότερα έχοντας όμως την ίδια μορφή (καμπύλη (β) – Σχήμα 1.13).

Εκκεντρότητα φορτίου : Ένα θλιπτικό φορτίο N που δρα στα άκρα ενός μέλους με εκκεντρότητα μεγέθους v_o ($= e$ - Σχήμα 1.8β) εισάγει μια 1^{ης} τάξης καμπτική ροπή στο μέλος, το οποίο θα ξεκινήσει να παραμορφώνεται καμπτικά με τρόπο όμοιο με αυτό του αρχικά καμπυλωμένου μέλους, όπως προηγουμένως. Η διαφορική εξίσωση ισορροπίας θα είναι:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{N(v_o + v)}{EI_z} = 0 \quad (1.5)$$

που διαφοροποιείται από την (1.3) μόνο στο ότι η αρχική ατέλεια v_o δεν είναι πλέον συνάρτηση του x . Ολοκληρώνοντας την ανωτέρω εύκολα δεικνύεται ότι

η καμπτική ροπή 1^{ης} τάξης $M_o = Nv_o$ μεγαθύνεται με έναν παράγοντα $\sec\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N}{N_{cr}}}\right)$.

Οι μεγεθυντικοί παράγοντες που σχετίζονται με την αρχική καμπυλότητα και την εκκεντρότητα έχουν ίδιες περίπου τιμές για τιμές του λόγου N/N_{cr} που εμφανίζονται στην πράξη. Κατά συνέπεια, η απόκριση φορτίου - παραμόρφωσης για ένα έκκεντρα θλιπτικά φορτιζόμενο μέλος χωρίς αρχική καμπυλότητα ομοιάζει με αυτή που έχει χαραχθεί στο Σχήμα 1.9, με τη διαφορά ότι εκκινεί από την αρχή των αξόνων.

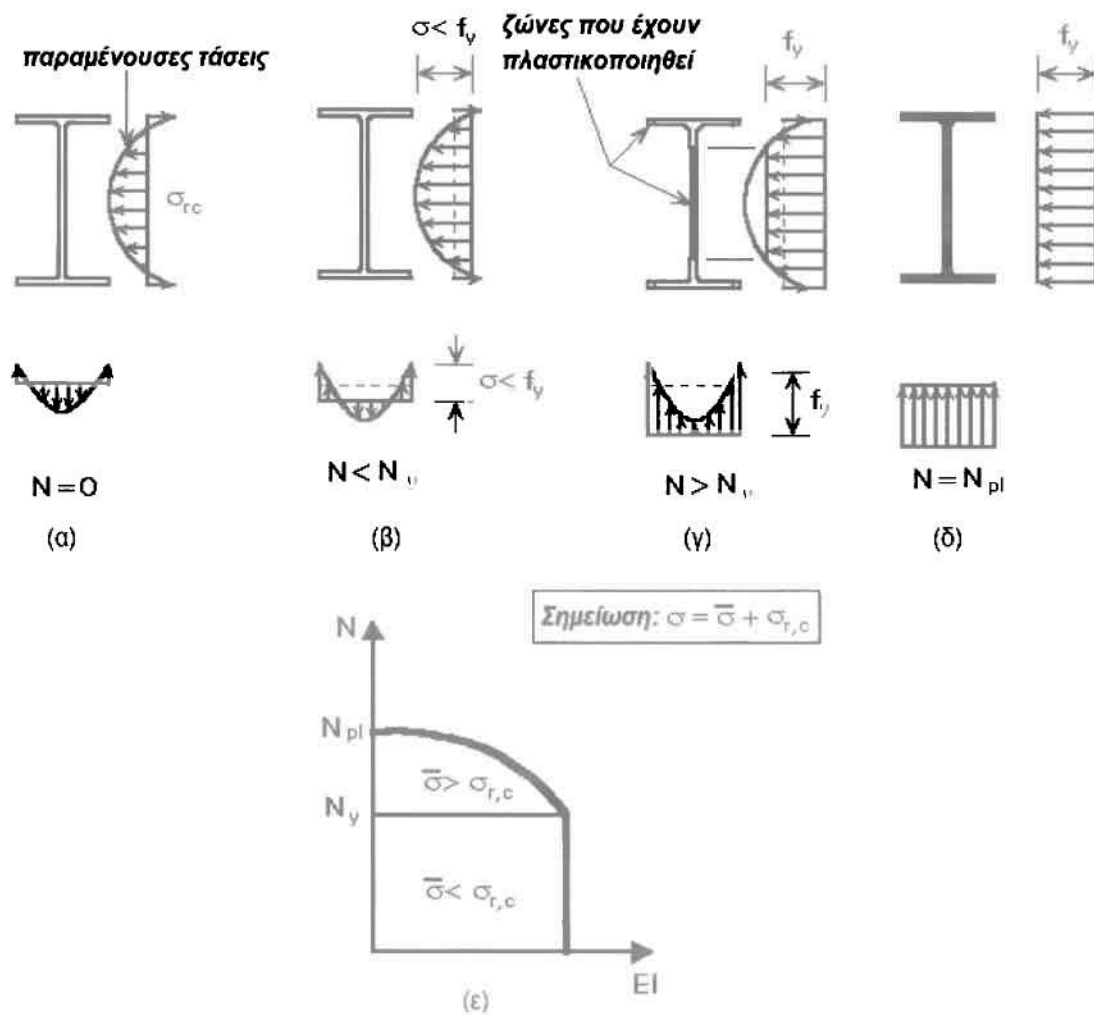
Σε αντίθεση πάντως με την αρχική καμπυλότητα, η οποία εξαρτάται πολύ από το μήκος του μέλους, η εκκεντρότητα του φορτίου εξαρτάται κατά το πλείστον από το μέγεθος της διατομής. Επιπρόσθετα, η καμπτική ροπή 1^{ης} τάξης είναι σταθερή σε όλο το μήκος του μέλους, οπότε οι καμπτικές επιρροές θα οδηγήσουν κατά τα φαινόμενα - για πολύ μη λυγηρά μέλη - σε οριακή αντοχή χαμηλότερη του φορτίου πλήρους πλαστικοποίησης, με αποτέλεσμα την καμπύλη αντοχής (γ) του Σχήματος 1.13.

(β) Επιρροή των Παραμενουσών Τάσεων

Ραβδωτά και επιφανειακά μέλη από χάλυβα θερμής εξέλασης (διπλά ταυ και επίπεδα ελάσματα ως επί το πλείστον) περιέχουν παραμένουσες τάσεις λόγω ανομοιόμορφης ψύξης. Το ίδιο συμβαίνει και για σύνθετες συγκολλητές διατομές, λόγω τοπικής μεγάλης εισροής θερμότητας στη περιοχή συγκόλλησης και κατόπιν της ψύξης τόσο του υλικού συγκόλλησης όσο και του μητρικού μετάλλου. Παρόμοια υφίστανται παραμένουσες τάσεις και σε διατομές ψυχρής διαμόρφωσης, λόγω μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων, που έχουν λάβει χώραν κατά τη διαδικασία της διαμόρφωσης αυτής. Για μη φορτιζόμενα μέλη, τα οποία ισορροπούν, οι παραμένουσες τάσεις βρίσκονται σε κατάσταση *αυτο - ισορροπίας*.

Η κατανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων εξαρτάται από πολλές παραμέτρους. Για παράδειγμα, σε διατομές θερμής έλασης και σε σύνθετες συγκολλητές από επίπεδα ελάσματα με φυσιολογικές

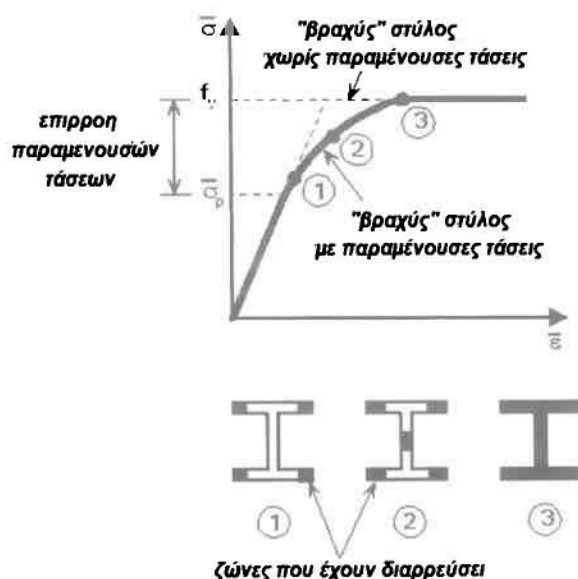
(όχι εξεζητημένες) διαστάσεις, εμφανίζονται εφελκυστικές παραμένουσες τάσεις σε περιοχές που ψύχονται τελευταίες. Αυτές εξισορροπούνται από θλιπτικές τάσεις που αναπτύσσονται στο υπόλοιπο μέρος της διατομής. Με την υπόθεση ότι το πάχος των τοιχωμάτων των διατομών αυτών δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλο, συνήθως θεωρείται ότι το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων είναι σταθερό σε όλο το πάχος αυτό. Μια τυπική κατανομή παραμενουσών τάσεων για διατομές διπλού ταν απεικονίζεται στο Σχήμα 1.14α.



Σχήμα 1.14. Επίρροή των παραμενουσών τάσεων στην αντοχή λυγισμού μελών, με την υπόθεση ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς

Οι παραμένουσες τάσεις οδηγούν σε πρόιμη πρώτη διαρροή. Τούτο συμβαίνει πριν η μέση θλιπτική τάση λόγω εξωτερικών φορτίων $\bar{\sigma}$ φθάσει την τάση διαρροής f_y του υλικού. Στην πραγματικότητα η διαρροή εμφανίζεται σε εκείνες τις ίνες, που έχει αναπτυχθεί η μέγιστη παραμέ-

νουςα τάση $\sigma_{r,c}$ για ένα φορτίο N_y , για το οποίο $\bar{\sigma}_p + \sigma_{r,c} = f_y$. Μέχρι το φορτίο αυτό η συμπεριφορά είναι ελαστική. Η ομοιόμορφα κατανεμημένη τάση λόγω εξωτερικού φορτίου $\bar{\sigma} < \bar{\sigma}_p$ δρα επάλληλα με τις παραμένουσες τάσεις, και οποιοδήποτε φορτίο μεγαλύτερο του N_y επιφέρει διάδοση της διαρροής μέσα στη διατομή. Οι ίνες που διαρρέουν έχουν μειωμένη δυσκαμψία σε σχέση με τις υπόλοιπες (που βρίσκονται ακόμα στην ελαστική περιοχή), καθόσον εμφανίζουν συγκεκριμένες παραμορφώσεις ε μεγαλύτερες αυτών της διαρροής ε_y . Ως εκ τούτου η καμπτική δυσκαμψία του μέλους παραμένει σταθερή μέχρι την 1^η διαρροή. Κατόπιν μειώνεται σταδιακά για μεγαλύτερα φορτία (Σχήμα 1.14ε) και τελικά μηδενίζεται στο πλαστικό φορτίο κατάρρευσης (εφόσον αγνοηθεί η κράτυνση). Το διάγραμμα μέσης τάσης $\bar{\sigma}_k$ – μέσης ανηγμένης αξονικής παραμόρφωσης $\bar{\varepsilon}$ (βράχυνση/μήκος), προϊόν πειραμάτων, παρουσιάζεται για μη λυγηρούς («βραχείς») στύλους στο Σχήμα 1.15. Το γράφημα αυτό μοιάζει με την καμπύλη $\sigma - \varepsilon$ του χάλυβα με οριακή γραμμή διαρροής αλλά χωρίς καθαρά ορισμένο σημείο διαρροής (Σχήμα 1.6α). Η συμπεριφορά του βραχέος στύλου μοιάζει με αυτή ενός φανταστικού χάλυβα με σχέση τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης και όριο αναλογίας σ_p διαφορετικά από αυτά του πραγματικού χάλυβα λόγω της παρουσίας παραμενουσών τάσεων.



Σχήμα 1.15. Διάγραμμα μέσης τάσης – μέσης ανηγμένης αξονικής παραμόρφωσης για μη λυγηρούς στύλους – προϊόν πειραμάτων

Συνεπώς το φορτίο κατάρρευσης μη λυγηρών στύλων δεν επηρεάζεται από τις παραμένουσες τάσεις και ισούται με το φορτίο πλήρους πλαστικοποίησης, ενώ για πολύ λυγηρές ράβδους, των οποίων η κρίσιμη τάση λυγισμού δεν υπερβαίνει την $\bar{\sigma}_p$, λυγίζουν ελαστικά και δεν επηρεάζονται από τις παραμένουσες τάσεις. Για ενδιάμεσες λυγηρότητες όμως η επιρροή των τάσεων αυτών είναι σημαντική, καθόσον η πρόωπη διαρροή μειώνει την καμπτική δυσκαμψία του μέλους, το οποίο λυγίζει ανελαστικά για φορτίο μικρότερο τόσο αυτού του ελαστικού λυγισμού όσο και αυτού της πλήρους πλαστικοποίησης. Η αντιστοιχούσα σε τέτοιες περιπτώσεις καμπύλη αντοχής έχει τη μορφή αυτής του Σχήματος 1.7 με τη διαφορά ότι οι τάσεις πλέον είναι οι μέσες, δηλαδή η σ_p θα πρέπει να αντικατασταθεί από την $\bar{\sigma}_p$. Η μεγαλύτερη απώλεια αντοχής λόγω της επιρροής παραμενουσών τάσεων παρατηρείται και πάλι για $\lambda \approx \lambda_1$.

(γ) Συνδυασμένη επιρροή ατελειών

Όλες οι ως άνω επιρροές εμφανίζονται ταυτόχρονα στις πραγματικές κατασκευές. Η αρχική καμπυλότητα, η εκκεντρότητα της φόρτισης, οι παραμένουσες τάσεις και η έλλειψη καθαρά ορισμένου σημείου διαρροής χαμηλώνουν την καμπύλη αντοχής των μελών για όλο το εύρος λυγηροτήτων ή για κάποιο σημαντικό μέρος αυτού. Αντίθετα, η κράτυνση οδηγεί σε ανύψωση της καμπύλης αντοχής, μόνο όμως για χαμηλές λυγηρότητες. Το επωφελές αποτέλεσμα που αποκτάται κατ' αυτόν τον τρόπο συνήθως δρα περισσότερο ευεργετικά από του να αντισταθμίζει μόνο την απώλεια φέρουσας ικανότητας λόγω τυχηματικών εκκεντροτήτων. Σε κάθε περίπτωση πάντως η καμπύλη αντοχής ενός μέλους θεωρείται ότι διαθέτει σημείο αποκοπής για $\bar{\sigma} = f_y$, οπότε κάποιο απόθεμα αντοχής αγνοείται. Πειράματα αλλά και αριθμητικές έρευνες έχουν καταδείξει ότι:

(1) Οι ξεχωριστές επιρροές των παραμενουσών τάσεων και της αρχικής καμπυλότητας δεν μπορούν απλά να προστεθούν για να γίνει εύλογα κατανοητή η συνδυασμένη επιρροή τους στην οριακή αντοχή.

(2) Για ενδιάμεσες τιμές της λυγηρότητας και χαμηλές παραμένουσες τάσεις η εν λόγω συνδυασμένη επιρροή είναι κανονικά μικρότερη από την αθροιστική επιρροή τους, ενώ υπάρχουν και αντίθετες περιπτώσεις.

(3) Διαφοροποιήσεις στη μορφή της κατανομής των παραμενουσών τάσεων οδηγεί σε σημαντικές διαφορές όσον αφορά την αντοχή των μελών. Αυτές πάντως είναι μικρότερες για αρχικά καμπυλωμένα μέλη παρά για αρχικά ευθύγραμμα.

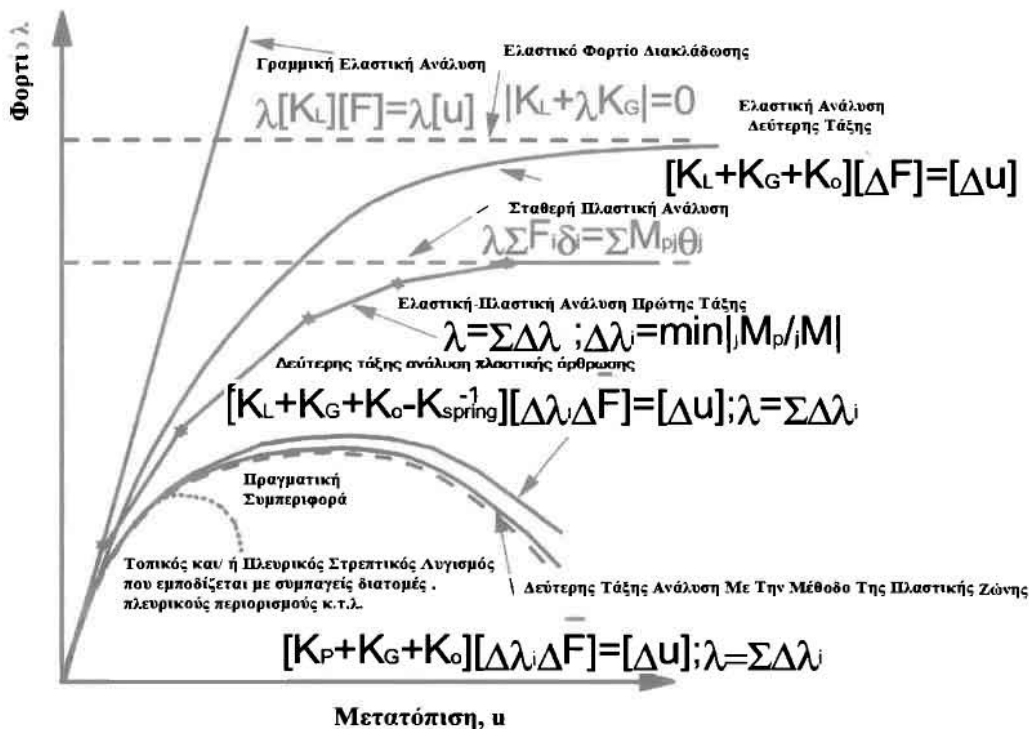
(4) Η επιρροή τόσο της αρχικής καμπυλότητας όσο και των παραμενουσών τάσεων είναι μεγαλύτερη για μέλη με ενδιάμεσες τιμές λυγηρότητας, όπου τα ελαστικά κρίσιμα φορτία και τα φορτία πλήρους πλαστικοποίησης σχεδόν ταυτίζονται. Η οριακή αντοχή εξαρτάται από την καμπτική δυσκαμψία, το όριο διαρροής του υλικού καθώς και από το μέγεθος και την κατανομή – μορφή των παραμενουσών τάσεων αλλά και της αρχικής καμπυλότητας. Η αλληλεπίδραση των δύο αυτών τελευταίων ατελειών μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλη μείωση της οριακής αντοχής, σε σχέση με την αξονική αντοχή του αρχικά ευθύγραμμου μέλους.

Καθώς όλες οι αποκλίσεις από το τέλειο μέλος και το τέλειο υλικό υπόκεινται σε στατιστικού τύπου διαφοροποιήσεις, είναι αδύνατο να προβλεφθεί με ακρίβεια η πραγματική αντοχή ενός συγκεκριμένου μέλους. Για λόγους σχεδιασμού, χρησιμοποιούνται καμπύλες αντοχής κάτω φραγμάτων, οι οποίες εξασφαλίζουν, εντός μιας καθορισμένης πιθανότητας, ότι τα υπολογιζόμενα φορτία λυγισμού δεν υπερεκτιμούν την πραγματική οριακή αντοχή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : Μη γραμμική συμπεριφορά, ευστάθεια και σχεδιασμός γαλύβδινων κατασκευών [12],[13]

2.1 Συνηθισμένα είδη μη γραμμικής ανάλυσης

Ως μη γραμμική μπορεί να οριστεί οποιαδήποτε ανάλυση, η εφαρμογή της οποίας απαγορεύει γραμμική προσέγγιση ή υπολογισμό τάσεων, φορτίων και παραμορφώσεων. Υφίστανται αρκετοί βασικοί τύποι μη γραμμικών αναλύσεων, οι οποίες φαίνονται εν περιλήψει γραφικά στο Σχήμα 2.1. Οι μέθοδοι αυτοί έχουν τόσο πλεονεκτήματα όσο και περιορισμούς, ενώ με την ραγδαία ανάπτυξη των δυνατοτήτων των Η/Υ, κάποιες από αυτές τις μεθόδους έχουν πάψει να είναι ελκυστικές για τους Μηχανικούς. Παρόλα ταύτα, διαδραματίζουν σπουδαίο ρόλο για την ανάπτυξη του εφαρμοσμένου μέρους της θεωρίας της ευστάθειας σε πρακτικές κατασκευές και αξίζουν ιδιαίτερης μνείας αλλά και εμβάθυνσης.



Σχήμα 2.1. Γενικοί τύποι ανάλυσης

2.1.1 Διακλαδική ανάλυση

Ο πιο απλός τύπος είναι η διακλαδική ανάλυση, που υποθέτει μια απότομη τομή του κύριου δρόμου ισορροπίας με κάποιον δευτερεύοντα και η λύση αποκτάται λύνοντας την χαρακτηριστική εξίσωση

$$|K_L + \lambda K_G = 0| \quad (2.1)$$

στην οποία K_L είναι το μητρώο γραμμικής δυσκαμψίας, λ ο παράγων φορτίου και K_G το μητρώο γεωμετρικής δυσκαμψίας. Σε αυτή την ανάλυση ιδιοτιμών, η παραμόρφωση πριν τον λυγισμό, οι αρχικές ατέλειες και η διαρροή του υλικού αγνοούνται. Αντιπροσωπεύει λύση άνω φράγματος και γενικά δεν είναι αρκετά ακριβής για απ' ευθείας (άμεσο) πρακτικό σχεδιασμό, ακόμα και για πολύ λυγρές δομικές μορφές όπως π.χ. οι μεταλλικές σκαλωσιές. Πλην όμως, η λύση βρίσκεται εύκολα και μπορεί άμεσα να περιληφθεί σε λογισμικό ανάλυσης ταλαντώσεων, ενώ χρησιμεύει στον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού.

2.1.2 Σταθερή (Πλήρως) Πλαστική ανάλυση

Ένας αντίθετος τύπος ανάλυσης είναι η πλήρως πλαστική, η οποία θεωρεί μόνο διαρροή του υλικού και πλαστικές αρθρώσεις, αγνοώντας εντελώς αστάθεια και μεγάλες παραμορφώσεις. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για πλαίσια με αμελητέα γεωμετρική μη γραμμικότητα, και χρειάζεται επιπρόσθετες τροποποιήσεις για να μπορεί να εφαρμοστεί και αλλού. Βασίζεται στον προσδιορισμό του πλέον κρίσιμου μηχανισμού κατάρρευσης, εξισώνοντας το έργο των εξωτερικών δυνάμεων με την ενέργεια παραμόρφωσης ως εξής:

$$\lambda \sum F_i \delta_i = \sum M_{pj} \theta_j \quad (2.2)$$

όπου F_i οι εξωτερικές δυνάμεις, δ_i οι συζυγείς τους μετατοπίσεις, M_{pj} η πλαστική ροπή στη θέση j και θ_j η στροφή εκεί. Παλαιότερα, πριν την μεγάλη ανάπτυξη των H/Y ο προσδιορισμός των μηχανισμών κατάρρευσης μιας κατασκευής ήταν αρκετά δυσχερής. Τώρα πλέον, και με βάση το διάγραμμα ροπών κάμψης υπό τα φορτία σχεδιασμού, μέσω επαυξητικής διαδικασίας προσδιορίζεται με απλό λογισμικό ο κρίσιμος μηχανισμός κατάρρευσης

2.1.3 Εμπειρική ανάλυση κατάρρευσης που επιτρέπει λυγισμό και πλαστικές αρθρώσεις

Ο Merchant έλαβε υπόψη του αμφοτέρως τις επιρροές της διαρροής του υλικού και του λυγισμού χρησιμοποιώντας μια πολύ απλή και δημοφιλή έκφραση (τύπος Merchant – Rankine), που έχει ως εξής:

$$\frac{1}{\lambda_{ult}} = \frac{1}{\lambda_p} + \frac{1}{\lambda_{cr}} \quad (2.3)$$

Εδώ λ_{ult} , λ_p και λ_{cr} είναι τα φορτία που αντιστοιχούν σε κατάρρευση, πλαστικό και ελαστικό λυγισμό. Η θεώρηση αυτή δεν δύναται να συμπεριλάβει ούτε μεγάλες παραμορφώσεις ούτε αρχικές ατέλειες αλλά ακόμα ούτε δρόμους ισορροπίας, οπότε είναι σχετικά μη εφαρμόσιμη.

2.1.4 Γεωμετρικά μη γραμμική ανάλυση

Στις μη διακλαδικές μεθόδους εύρεσης των δρόμων ισορροπίας απαιτούνται πολύ πιο σύνθετες αναλύσεις, πέραν της εύρεσης των μητρώων γραμμικής και γεωμετρικής δυσκαμψίας ως ανωτέρω. Η όλη προσέγγιση περιλαμβάνει την κινηματική περιγραφή της κίνησης ενός μέλους **που επιδεικνύει μεγάλες παραμορφώσεις** μέσω της εξίσωσης του Lagrange (αρχικής ή επικαιροποιημένης) καθώς και την εύρεση του μητρώου εφαπτομενικής δυσκαμψίας (ιδία για κατασκευές στο χώρο). Ορισμένες εκδόσεις του τρέχοντος τύπου ανάλυσης χρησιμοποιούν απ' ευθείας τις εξισώσεις ισορροπίας ενώ άλλες βασίζονται σε ενεργειακές αρχές. Περαιτέρω αναφορά στο συγκεκριμένο τύπο ανάλυσης εκφεύγει των σκοπών της παρούσας εργασίας, πλην όμως πρέπει να τονιστεί ότι δεν υφίσταται ακόμα καμιά ευρέως αποδεκτή κοινή τέτοια μέθοδος πλην της *Elastica*, που αναφέρθηκε στο 1^ο Κεφάλαιο. Πέραν δε τούτων, ακόμα δεν έχει βρει ιδιαίτερα μεγάλη εφαρμογή από πρακτικής απόψεως.

2.1.5 Μεταλυγισμική ανάλυση

Αποτελεί διεύρυνση – επέκταση της προ – λυγισμικής ανάλυσης μεγάλων παραμορφώσεων με σκοπό τον προσδιορισμό του μεταλυγισμικού δρόμου ισορροπίας. Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της εν λόγω μεθόδου, με κυριότερες την ανάλυση με βάση τον έλεγχο του φορτίου (Newton – Raphson) και αυτή με βάση τον έλεγχο κάποιας χαρακτηριστικής μετατόπισης (arc-length). Πρόκειται για καθαρά υπολογιστικές τεχνικές, με την 1^η να παρουσιάζει απόκλιση σε περιπτώσεις ύπαρξης οριακού σημείου, ενώ η 2^η αδυνατεί να αντιμετωπίσει προβλήματα ακαριαίου προς τα πίσω λυγισμού (snap – back).

Μεγάλη σημασία έχει στην ανάλυση 2^{ης} τάξης μεγάλων παραμορφώσεων η ακρίβεια της δυσκαμψίας των μελών και είναι πολύ σπουδαίο να παρέχεται η δυνατότητα της προσομοίωσης ενός μέλους μέσω απλών μοντέλων. Πάντως τις μέρες μας – παρ’ όλες τις δυσκολίες – έχουν αναπτυχθεί πολύ καλά τα αναγκαία εργαλεία για ανάλυση μεγάλων παραμορφώσεων, τόσο ελαστική όσο και ανελαστική, το δε μεγάλο πλεονέκτημα της όλης μεθόδου έγκειται στο γεγονός ότι μπορεί με σχετική ευκολία να συμπεριλάβει τα πρακτικά χαρακτηριστικά πραγματικών χαλύβδινων κατασκευών όπως παραμένουσες τάσεις, αρχική καμπυλότητα, μεταβλητή δυσκαμψία μελών λόγω αξονικής δύναμης κλπ. Αν δε όλες αυτές οι παράμετροι ληφθούν υπ’ όψη, τότε δεν θα χρειάζεται έλεγχος αντοχής μελών παρά μόνο διατομών, ενώ θα είναι δυνατός και ο υπολογισμός του αποθέματος αντοχής μετά την 1η ανάπτυξη πλαστικής ροπής, χωρίς την ανάγκη εύρεσης ισοδύναμου μήκους λυγισμού μελών, με αποτέλεσμα ασφαλέστερο και οικονομικότερο σχεδιασμό. Πρόκειται για την επανομαζόμενη προχωρημένη ανάλυση, καθαρά μη γραμμική ανελαστική, οι δύο σπουδαιότεροι πρόσφατα αναπτυχθέντες κλάδοι της οποίας είναι η μέθοδος πλαστικής άρθρωσης και η μέθοδος πλαστικής ζώνης.

2.1.6 Μέθοδος Πλαστικής Ζώνης

Αυτή βασίζεται στη θεώρηση ότι η διαρροή διαδίδεται τόσο στη διατομή όσο και κατά μήκος εκάστου μέλους. Η πεμπτουσία της μεθόδου αυτής έγκειται στην ακόλουθη επαυξητική εξίσωση ισορροπίας:

$$[K_p + K_G + K_0][\Delta\lambda\Delta\bar{F}] = [\Delta u] \quad (2.4)$$

όπου K_p το ελαστο-πλαστικό μητρώο δυσκαμψίας που επιτρέπει την διαρροή του υλικού και K_0 το μητρώο μεγάλων παραμορφώσεων.

2.1.7 Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης

Στη μέθοδο αυτή η διαρροή θεωρείται ότι συγκεντρώνεται σε μια μικρή ζώνη που προσομοιάζεται μέσω ενός εύκαμπτου ελατηρίου. Όταν δεν υπάρχει διαρροή, η δυσκαμψία του ελατηρίου είναι απείρως μεγάλη, ενώ όταν αναπτυχθεί ροπή ίση με την πλαστική ροπή αντοχής η εν λόγω δυσκαμψία τείνει στο μηδέν. Η όλη διαδικασία, σύμφωνα και με το Σχήμα 2.1, περι-

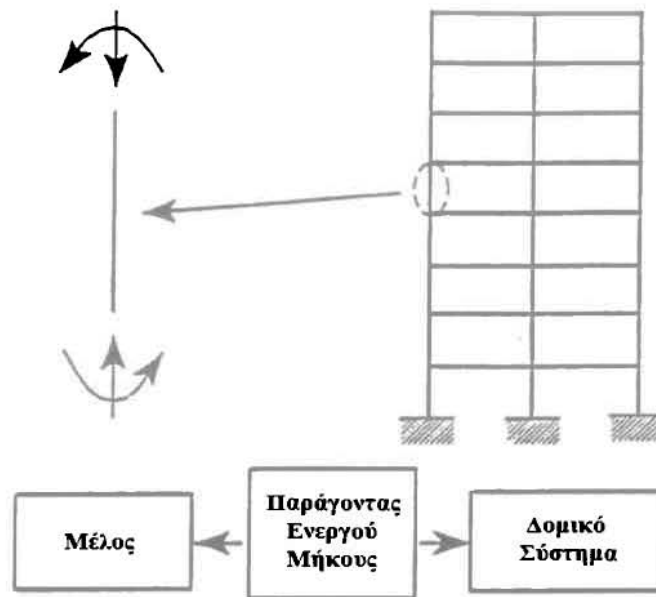
λαμβάνει και έναν όρο δυσκαμψίας (αυτής του ελατηρίου) στην επαυξητική εξίσωση ισορροπίας, που εδώ γράφεται ως:

$$[K_L + K_G + K_0 - K_{spring}^{-1} [\Delta\lambda\Delta\bar{F}]] = [\Delta u] \quad (2.5)$$

όπου K_{spring} η δυσκαμψία του ελατηρίου για την προσομοίωση των πλαστικών αρθρώσεων. Σημειωτέον ότι αν η δυσκαμψία αυτή απειριστεί δεν επηρεάζει καθόλου την εξίσωση (2.5), ενώ όταν μηδενιστεί λόγω πλαστικοποίησης η (2.5) επιδεικνύει μια μικρότερη δυσκαμψία για το σχετιζόμενο βαθμό ελευθερίας, που σε μερικές περιπτώσεις αναφέρεται σε πλαστική κατάρρευση. Επίσης, εδώ η γραμμική δυσκαμψία του μέλους δεν συμπεριλαμβάνει διαρροή, οπότε το μητρώο K_L είναι το ίδιο με αυτό της ελαστικής ανάλυσης 2^{ης} τάξης. Η πλαστικοποίηση θεωρείται *MONO* στην πλαστική άρθρωση μέσω του μοντέλου του ελατηρίου. Η τρέχουσα μέθοδος έχει αποδειχθεί ότι μπορεί με μεγάλη ακρίβεια να υπολογίσει δρόμους ισορροπίας, τα αποτελέσματα της συμφωνούν με αυτά της μεθόδου πλαστικής ζώνης και παρόλο που σε περιπτώσεις ομοιόμορφης διάδοσης της διαρροής κατά μήκους των μελών δεν είναι τόσο εφαρμόσιμη, κατ' ουσίαν είναι πολύ ικανοποιητική από πρακτικής πλευράς. Πέραν δε τούτων, κάποιες τροποποιημένες εκδοχές της μεθόδου αυτής (όπως αυτή των εν σειρά ελατηρίων) έχει δείχθει ότι αντιμετωπίζουν με μεγάλη επιτυχία επιρροές παραμενουσών τάσεων, κράτυνσης, ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς υλικού αλλά και ημι - άκαμπτων κόμβων.

2.2 Σχεδιασμός σε ευστάθεια με γρήση ισοδύναμου μήκους λυγισμού

Στη τρέχουσα συνήθη πρακτική των Μηχανικών, η αλληλεπίδραση μεταξύ του δομικού συστήματος ως συνόλου και των μελών του αναπαρίσταται μέσω του ισοδύναμου μήκους λυγισμού (ενεργού μήκους K , effective length factor - Σχήμα 2.2), η δε μέθοδος σχεδιασμού σε ευστάθεια χαλύβδινων κατασκευών που βασίζεται σε αυτό είναι ιδιαίτερα δημοφιλής και έχει ενσωματωθεί σε όλους τους σχετικούς κώδικες (EC3, LRFD, ASD κλπ). Παρά ταύτα, η μέθοδος αυτή - αν και συνεχίζει να εφαρμόζεται κατά κόρον - έχει μεγάλους περιορισμούς.



Σχήμα 2.2. Αλληλεπίδραση μελών και δομικού συστήματος

Ο πρώτος περιορισμός έγκειται στο γεγονός ότι ο παράγων δεν υπολογίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια για την αστοχία, αφού η αλληλεπίδραση μεταξύ αντοχής και ευστάθειας δεν αντιμετωπίζεται με άμεσο και απ' ευθείας τρόπο. Είναι ήδη ευρέως παραδεκτό ότι η πραγματική παραμορφωμένη μορφή της κατασκευής κατά την αστοχία συχνά διαφέρει πάρα πολύ από την κανονική μορφή (ελαστικού) λυγισμού του όλου φορέα, με την τελευταία να αποτελεί τη βάση για τον υπολογισμό του παράγοντα K .

Ο δεύτερος και ίσως ο πιο σοβαρός περιορισμός είναι η λογική της αλληλουχίας των δύο σταδίων, από τα οποία απαρτίζεται η τρέχουσα διαδικασία: Χρησιμοποιείται ελαστική ανάλυση για τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών που αναπτύσσονται σε κάθε μέλος μιας κατασκευής ενώ ανελαστική ανάλυση για τον προσδιορισμό της αντοχής εκάστου μέλους, θεωρούμενου ως μεμονωμένου. Ουσιαστικά δεν υπάρχει επιβεβαίωση της συμβατότητας μεταξύ του μέλους ως μεμονωμένου και ως μέρους ενός συνολικού δομικού συστήματος, οι δε εξισώσεις υπολογισμού της αντοχής του μέλους (που περιέχονται στους Κώδικες) δεν ασχολούνται (δεν περιλαμβάνουν) τη συμβατότητα αυτή. Αποτέλεσμα αυτών είναι η ανυπαρξία εγγύησης ότι όλα τα μέλη θα διατηρήσουν τα φορτία σχεδιασμού τους όταν ο φορέας θα παραμορφωθεί συνολικά.

Οι υπόλοιποι περιορισμοί της μεθόδου του παράγοντα K περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την δυσκολία υπολογισμού του, που δεν είναι φιλική για προγραμματισμό σε Η/Υ, καθώς και την αδυναμία πρόβλεψης της πραγματικής φέρουσας ικανότητας των μελών.

Λόγω δε των ανωτέρω περιορισμό, υπάρχει αυξημένη τάση υιοθέτησης μεθόδων πρακτικού σχεδιασμού – ανάλυσης, που να λαμβάνουν υπ' όψη την ως άνω συμβατότητα. Πάντως προς τούτο απαιτείται αρχικά μια μεγάλη προσπάθεια θεωρητικής (αλλά και σε μεγάλο βαθμό και πειραματικής) τεκμηρίωσης, μέσω προχωρημένης ανάλυσης που να στοχεύει στην παραγωγή πρακτικών κανόνων σχεδιασμού. Περί αυτής πραγματεύεται η επόμενη παράγραφος, κάποια στοιχεία δε από τα περιεχόμενα της έχουν ήδη θιγεί και προηγούμενα.

2.3 Προχωρημένη ανάλυση για τον σχεδιασμό

2.3.1 Γενικά

Εκτεταμένη έρευνα έχει αφιερωθεί για την ανάπτυξη και την τεκμηρίωση διαφόρων μεθόδων προχωρημένης ανάλυσης. Μια πολλά υποσχόμενη τεχνική ανάπτυξης υψηλής τάξης στοιχείων δοκών (με ένα ή το πολύ δύο να χρειάζονται για να περιγράψουν τη συμπεριφορά κατά μήκος ενός μέλους) ολοκληρώθηκε στο Πανεπιστήμιο του Cornell, ενώ και στον υπόλοιπο κόσμο έχει αφιερωθεί πολύς χρόνος και τεράστιες υπολογιστικές πηγές για την επίλυση σχετικών προβλημάτων πολλών χιλιάδων βαθμών ελευθερίας. Πιο πρακτικές τεχνικές προσαρμοσμένες σε κώδικες αναπτύχθηκαν παράλληλα και στο Πανεπιστήμιο του Purdue, ενώ έχουν ήδη παραχθεί και ενδιαμέσες λύσεις όπως η μέθοδος πλαστικής ζώνης, η μέθοδος οιονεί πλαστικής ζώνης, και η μέθοδος ελαστο-πλαστικής άρθρωσης. Όλες αυτές με τον ένα ή τον άλλο τρόπο λαμβάνουν υπ' όψη τις παραμένουσες τάσεις, τις γεωμετρικές ατέλειες, άλλες μη γραμμικότητες καθώς και την ανακατανομή των ροπών σε όλη τη κατασκευή. Μια συνοπτική περιγραφή τους ακολουθεί:

2.3.2 Μέθοδος Πλαστικής Ζώνης

- (α) Διακριτοποιημένα πεπερασμένα στοιχεία κατά μήκος του μέλους και σε όλη την επιφάνεια της διατομής.

- (β) Συλλαμβάνει την επαυξητική απόκριση φορτίου – παραμόρφωσης θεωρώντας παραμορφώσεις 2^{ης} τάξης
- (γ) Υποτίθεται μια σταθερή κατανομή παραμενουσών τάσεων
- (δ) Παρακολουθείται η διάδοση της πλαστικοποίησης

2.3.3 Μέθοδος Οιονεί Πλαστικής Ζώνης

- (α) Συμβιβασμός μεταξύ μεθόδων πλαστικής ζώνης και ελαστο – πλαστικής άρθρωσης
- (β) Η διάδοση της διαρροής λαμβάνεται υπ' όψη μέσω συντελεστών ευκαμψίας
- (γ) Χρησιμοποιείται απλοποιημένη μορφή κατανομής παραμενουσών τάσεων
- (δ) Η πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή προσαρμόζεται ως προς τη μέθοδο πλαστικής ζώνης
- (ε) Η όλη λύση είναι σε δύο διαστάσεις και δεν υπάρχει δυνατότητα επέκτασης της σε τρισδιάστατους φορείς

2.3.4 Μέθοδος Ελαστο – Πλαστικής Άρθρωσης

- (α) Πλαστικές αρθρώσεις μηδενικού μήκους
- (β) Καμιά διάδοση της διαρροής (ούτε στη διατομή ούτε κατά μήκος του μέλους)
- (γ) Δεν λαμβάνονται υπ' όψη παραμένουσες τάσεις
- (δ) Λαμβάνονται υπ' όψη γεωμετρικές επιρροές 2^{ης} τάξης.

2.3.5 Εξευγενισμένη Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης

- (α) Ένα βήμα μπροστά από το ελαστο – πλαστικό μοντέλο δύο διαστάσεων
- (β) Κατανεμημένη πλαστικότητα – ομαλός υποβιβασμός της δυσκαμψίας μιας άρθρωσης
- (γ) Η ανελαστικότητα λαμβάνεται υπ' όψη έμμεσα μέσω δυνάμεων παρά μέσω ανηγμένων παραμορφώσεων. Οι ε-

πιρροές των παραμενουσών περιγράφονται μέσω χρήσης του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας E_t

(δ) Για τη σταδιακή διαρροή χρησιμοποιούνται συναρτήσεις υποβάθμισης της δυσκαμψίας

(ε) Η ευκαμψία των συνδέσεων μπορεί να ληφθεί υπόψη προσομοιωμένη μέσω περιστροφικών ελατηρίων

2.3.6 Πρακτική Εξευγενισμένη Μέθοδος Πλαστικής Άρθρωσης

(α) Η προηγούμενη μέθοδος προσαρμόζεται στις εμπειρικές εξισώσεις των Κωδίκων (όπως π.χ. του LRFD)

(β) Εφαρμόζεται ξεχωριστή μετατροπή – προσαρμογή του εφαπτομενικού μέτρου για να συμπεριληφθούν οι γεωμετρικές ατέλειες.

(γ) Γίνεται χρήση του μοντέλου εφαπτομενικού μέτρου του CRC, οπότε οι παραμένουσες τάσεις λαμβάνονται υπόψη ξεχωριστά.

Για περισσότερες λεπτομέρειες περί των χαρακτηριστικών κάθε μιας από τις παραπάνω μεθόδους ο ενδιαφερόμενος δύναται να ανατρέξει στη σχετική βιβλιογραφία, που παρατίθεται στο τέλος της παρούσας Εργασίας.

2.4 Σχεδιασμός χαλύβδινων κατασκευών σε ευστάθεια - απαιτήσεις

Σύμφωνα με τα εκτεθέντα τόσο εδώ όσο και στο 1^ο Κεφάλαιο, και θεωρώντας απαραίτητο την απαρίθμηση τους συγκεντρωτικά, ο σχεδιασμός όλων των χαλύβδινων (αλλά όχι μόνο) κατασκευών για ευστάθεια θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη του ΟΛΕΣ τις ακόλουθες παραμέτρους:

1. Καμπτικές, διατμητικές και αξονικές παραμορφώσεις όλων των μελών
2. Όλες τις παραμορφώσεις των συστατικών και των συνδέσεων που συνεισφέρουν στη πλευρική μετατόπιση της κατασκευής
3. Επιρροές 2^{ης} τάξης ($P-\delta$ και $P-\Delta$)
4. Γεωμετρικές ατέλειες (εκκεντρότητες – αρχικές καμπυλότητες κλπ)
5. Μειώσεις της δυσκαμψίας των μελών λόγω ανελαστικότητας αλλά και λόγω παραμενουσών τάσεων

Οι πρώτες τρεις από τις απαιτήσεις αυτές καλύπτονται από τη στατική ανάλυση και ειδικά οι δύο πρώτες έχουν συμπεριληφθεί σε όλα σχεδόν τα εμπορικά προγράμματα σχετικού λογισμικού. Για τις υπ' αριθμό. 4 και 5 (καθώς και προβλέψεις για τις επιρροές 3) έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι (όπως αυτές παρατέθηκαν συνοπτικά προηγουμένως). Η μοναδική μέθοδος, η οποία εξασφαλίζει με γενικότητα και ακρίβεια όλες τις απαιτήσεις αυτές, πρόσφατα έχει συμπεριληφθεί στον Αμερικανικό Κανονισμό Χαλύβδινων Κατασκευών (LRFD AISC 2005). Πρόκειται για την *Άμεση Μέθοδο Ανάλυσης (Direct Analysis Method – DAM)*, η οποία θα απασχολήσει το περιεχόμενο του επόμενου (3^{ου}) Κεφαλαίου της παρούσας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : Η Άμεση Μέθοδος Ανάλυσης ^[14-17]

Πρόκειται για μια νέα μέθοδο για την ανάλυση και τον σχεδιασμό σε ευστάθεια δομικών συστημάτων από χάλυβα που αποτελούνται από πλαίσια ροπής, ενισχυμένα πλαίσια, διατμητικούς τοίχους ή συνδυασμούς τους αλλά μπορεί κάλλιστα να επεκταθεί και για οποιαδήποτε άλλο είδος χαλύβδινης δομοστατικής κατασκευής. Αν και εμφανίζεται για 1^η φορά στους Αμερικανικούς Κανονισμούς, κάποια χαρακτηριστικά της μεθόδου έχουν αρκετές ομοιότητες με άλλους σπουδαίους κανονισμούς σχεδιασμού χαλύβδινων κατασκευών όπως οι Ευρωκώδικες, ο Αυστραλιανός, ο Καναδικός κλπ.

Αναπτύχθηκε με σκοπό τον πιο ακριβή υπολογισμό της επιρροής των φορτίων στην κατασκευή στη φάση της ανάλυσης, και την εξάλειψη της ανάγκης εύρεσης του ισοδύναμου μήκους λυγισμού για θλιβόμενα μέλη (που απαιτείται για να μορφωθούν οι εξισώσεις αλληλεπίδρασης). Συνεπώς, η μέθοδος αυτή είναι ένα σημαντικό βήμα προς τα εμπρός για τον σχεδιασμό όλων των τύπων πλαισιωτών χαλύβδινων κατασκευών της καθημερινής πράξης. Στο μέλλον δε μπορεί να επεκταθεί πέραν της χρήσης της ως ελαστικής ανάλυσης 2^{ης} τάξης, και σε άλλου είδους αναλύσεις όπως π.χ. η ανελαστική. Παρόλο δε που συνιστάται η εφαρμογή της σε περιπτώσεις που ισχύει ότι ο λόγος $\Delta_{2ης\ τάξης} / \Delta_{1ης\ τάξης} > 1.50$ (όπου Δ η σχετική μεταξύ ορόφων πλευρική μετατόπιση), μπορεί κάλλιστα να εφαρμοστεί ανεξάρτητα αυτής της σχέσης για κάθε σύστημα χαλύβδινων πλαισίων σε δομοστατικές κατασκευές. Στη συνέχεια παρατίθενται τα γενικά στοιχεία της μεθόδου, χωρίς αναφορά σε συγκεκριμένα εδάφια του LRFD, προκειμένου καταδειχθεί ότι η μέθοδος αυτή μπορεί κάλλιστα να υιοθετηθεί ανεξάρτητα από Κώδικα.

3.1 Γενικές Απαιτήσεις

Η ευστάθεια θα πρέπει να εξασφαλίζεται τόσο για τη κατασκευή θεωρούμενη ως σύνολο, όσο και για κάθε μέλος της. Αναλυτικότερα δε, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή όλων των παρακάτω παραγόντων στην ευστάθεια της κατασκευής:

- (α) Επιρροές 2^{ης} τάξης (αμφότερες οι επιρροές P-Δ και P-δ)

(β) Καμπτικές, διατμητικές και αξονικές παραμορφώσεις, καθώς και οποιοδήποτε άλλο είδος παραμόρφωσης το οποίο συμβάλει σε μετατοπίσεις της κατασκευής.

(γ) Γεωμετρικές ατέλειες

(δ) Μείωση της δυσκαμψίας λόγω ανελαστικότητας

(ε) Αβεβαιότητα όσον αφορά τη δυσκαμψία αλλά και την αντοχή.

Σημειώνεται ότι ο όρος σχεδιασμός με βάση την Άμεση Μέθοδο συνίσταται στο συνδυασμό της ανάλυσης της κατασκευής με σκοπό τον υπολογισμό της *απαιτούμενης αντοχής* των επί μέρους συστατικών της και την διαστασιολόγηση τους έτσι ώστε να διαθέτουν την *απαιτούμενη διαθέσιμη αντοχή*.

Η Άμεση Μέθοδος Ανάλυσης απαρτίζεται από τον υπολογισμό της *απαιτούμενης αντοχής* καθώς και της *διαθέσιμης αντοχής*.

3.2 Υπολογισμός Απαιτούμενων Αντοχών

Οι *απαιτούμενες αντοχές* των μελών της κατασκευής θα βρίσκονται μέσω μιας ανάλυσης που θα πρέπει να ακολουθεί τις απαιτήσεις που περιγράφονται στην 3.2.1 και θα λαμβάνει υπόψη της τόσο αρχικές ατέλειες (3.2.2) όσο και μειώσεις στη δυσκαμψία (3.2.3).

3.2.1 Γενικές απαιτήσεις της ανάλυσης

Η ανάλυση της κατασκευής θα πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες απαιτήσεις:

(α) Θα πρέπει να είναι *ελαστική 2^{ης} τάξης*, η οποία λαμβάνει υπόψη αμφότερες τις επιρροές *P-Δ* και *P-δ*. Η ανάλυση 2^{ης} τάξης μπορεί να είναι είτε σχολαστική αυστηρά 2^{ης} τάξης είτε 1^{ης} τάξης μεγεθυμένη ώστε να περιλαμβάνει επιρροές 2^{ης} τάξης. Ειδικότερα, η επιρροή φαινομένων *P-δ* στην απόκριση της κατασκευής μπορεί να αμεληθεί, εκεί όπου όντως είναι αποδεδειγμένα αμελητέα. Όμως, παραμένει αναγκαίο, σε όλες τις περιπτώσεις, να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή *P-δ* σε μεμονωμένα μέλη.

(β) Θα λαμβάνει υπόψη καμπτικές, διατμητικές και αξονικές παραμορφώσεις, καθώς και οποιοδήποτε άλλου είδους παραμορφώσεις, οι οποίες συνεισφέρουν σε μετατοπίσεις της κατασκευής. Η ανά-

λυση θα περιλαμβάνει μειώσεις σε όλες εκείνες τις δυσκαμψίες, που θεωρούνται ότι συμβάλλουν στην ευστάθεια της κατασκευής, σύμφωνα με την 3.2.3.

(γ) Θα περιλαμβάνει όλα τα φορτία βαρύτητας αλλά και όλα τα άλλα φορτία που επηρεάζουν την ευστάθεια της κατασκευής. Είναι σημαντικό να λαμβάνονται υπόψη όλα τα φορτία βαρύτητας, ακόμα και εκείνα που δρουν σε κεκλιμένους στύλους και άλλα μέλη, τα οποία δεν είναι μέρη του συστήματος ανάληψης πλευρικών φορτίων.

(δ) Η ανάλυση 2^{ης} τάξης θα πρέπει να γίνεται για όλους τους προβλεπόμενους συνδυασμούς φορτίσεων στην οριακή κατάσταση αστοχίας.

3.2.2 Αρχικές Ατέλειες

Η επιρροή των αρχικών ατελειών στην ευστάθεια της κατασκευής θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη, είτε μέσω απ' ευθείας προσομοίωσης τους στην ανάλυση (§3.2.2α) είτε μέσω εφαρμογής *επικόμβιων δυνάμεων*, σύμφωνα με την §3.2.2β.

α. Απ' ευθείας προσομοίωση των ατελειών

Σε όλες τις περιπτώσεις και σε όλους τους τύπους κατασκευών, είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψη οι αρχικές ατέλειες μέσω εισαγωγής τους στην ανάλυση. Η κατασκευή συνεπώς αναλύεται με τα σημεία τομής των μελών μετατοπισμένα από τις αρχικές «ονομαστικές» θέσεις τους. Το μέγεθος και η διεύθυνση των αρχικών αυτών μετατοπίσεων θα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να οδηγεί στα «χειρότερα» από πλευράς απώλειας ευστάθειας αποσταθεροποιητικά αποτελέσματα.

Σημειώνεται ότι στην προσομοίωση των αρχικών ατελειών δέον όπως λαμβάνεται υπ' όψη η παραμορφωμένη κατάσταση μελών που προκύπτει τόσο από την επιβολή των φορτίων όσο και από τις αναμενόμενες κανονικές μορφές λυγισμού του φορέα. Το μέγεθος των αρχικών μετατοπίσεων θα πρέπει επίσης να βασίζεται στις επιτρεπόμενες κατασκευαστικές ανοχές ή άλλες δεσπόζουσες απαιτήσεις, εκτός αν είναι ήδη γνωστές (από μετρήσεις).

β. Χρήση επικόμβιων φορτίων για έμμεσο συνυπολογισμό των αρχικών ατελειών

Για κατασκευές που ανθίστανται σε φορτία βαρύτητας μέσω ονομαστικά κατακόρυφων στύλων, τοιχωμάτων ή πλαισίων, επιτρέπεται η χρήση επικόμβιων φορτίων για τον έμμεσο συνυπολογισμό της επιρροής των αρχικών ατελειών σύμφωνα με τις απαιτήσεις της τρέχουσας παραγράφου. Τα φορτία αυτά θα πρέπει να επιβάλλονται σε ένα μοντέλο της κατασκευής, που βασίζεται στην ονομαστική της γεωμετρία.

Τα επικόμβια αυτά φορτία θα είναι πλευρικά σε όλα τα επίπεδα («ορόφους») και θα προστίθενται σε όλα τα υπόλοιπα πλευρικά φορτία για όλους τους συνδυασμούς φόρτισης στην οριακή κατάσταση αστοχίας. Το μέγεθος των φορτίων αυτών θα πρέπει να ισούται με $N_i = 0.002Y_i$, όπου N_i το επικόμβιο φορτίο στο επίπεδο i και Y_i το κατακόρυφο φορτίο βαρύτητας που εφαρμόζεται στο επίπεδο αυτό. Σημειωτέον ότι τα επικόμβια φορτία μπορεί να οδηγήσουν σε επιπρόσθετη (γενικά μικρή) μη φυσικά αποδεκτή διατμητική δύναμη βάσης. Οι ορθές οριζόντιες αντιδράσεις στη θεμελίωση υπολογίζονται με εφαρμογή επιπρόσθετης οριζόντιας δύναμης στη βάση της κατασκευής, ίσης και αντίθετης με το άθροισμα όλων των επικόμβιων φορτίων, τα οποία κατανέμονται στα κατακόρυφα φέροντα στοιχεία με την ίδια αναλογία, που τα κατακόρυφα φορτία κατανέμονται στα στοιχεία αυτά.

Το επικόμβιο φορτίο N_i σε οποιοδήποτε επίπεδο θα πρέπει να κατανέμεται στο επίπεδο αυτό με τον ίδιο τρόπο που κατανέμεται και το φορτίο βαρύτητας στο εν λόγω επίπεδο. Το επικόμβιο αυτό φορτίο θα επιβάλλεται με φορά που οδηγεί στη μέγιστη επιρροή αστάθειας. Για την πλειονότητα των κατασκευών, η τελευταία απαίτηση για τη φορά των επικόμβιων φορτίων μπορεί να ικανοποιηθεί ως εξής: Για συνδυασμούς φόρτισης που δεν περιλαμβάνουν πλευρικά (οριζόντια) φορτία, θα θεωρούνται τέσσερις εναλλακτικές φορές επιβολής των επικόμβιων φορτίων, με διαφορά 90° μεταξύ τους, με την ίδια φορά σε όλα τα επίπεδα φυσικά (για συνδυασμούς όμως που περιλαμβάνουν οριζόντια φορτία η φορά των επικόμβιων φορτίων θα πρέπει

να είναι ίδια με αυτή της συνισταμένης των πλευρικών φορτίων του εκάστοτε τέτοιου συνδυασμού).

Η τιμή του συντελεστή φόρτισης 0.002 ως άνω βασίζεται σε μια ονομαστική αρχική απόκλιση από την κατακορυφότητα του κάθε ορόφου ίση με 1/500 του ύψους του. Αν όμως υπάρχει βεβαιότητα διαφορετικής μέγιστης τέτοιας απόκλισης τότε επιτρέπεται ο συντελεστής φόρτισης να διαφοροποιηθεί ανάλογα.

3.2.3 Μειώσεις της δυσκαμψίας

Η ανάλυση της κατασκευής για τον υπολογισμό των απαιτούμενων αντοχών των επί μέρους συστατικών της θα πρέπει να βασίζεται σε μειωμένη δυσκαμψία ως ακολούθως:

(1) Για όλα τα μέλη της κατασκευής (ανεξάρτητα αν συμμετέχουν μέσω της καμπτικής τους δυσκαμψίας στην ευστάθεια του δομήματος) ΟΛΕΣ οι δυσκαμψίες (καμπτικές και αξονικές) των μελών θα πρέπει να μειωθούν κατά 20%, δηλαδή να γίνει χρήση μιας μειωμένης δυσκαμψίας ίσης με $0.80EI$ και $0.80EA$ κατά περίπτωση. Η εφαρμογή της μείωσης της δυσκαμψίας σε κάποια μέλη αλλά όχι σε όλα, μπορεί σε μερικές περιπτώσεις να οδηγήσει σε τεχνητή διαταραχή της κατασκευής και σε πιθανή μη σκόπιμη ανακατανομή των δυνάμεων. Αυτό αποφεύγεται αν η μείωση επιβληθεί σε όλα τα μέλη, ανεξάρτητα αν η δυσκαμψία τους έχει ενεργή συμμετοχή στην ευστάθεια της κατασκευής.

(2) Ένας επιπρόσθετος μειωτικός συντελεστής τ_b , που προέρχεται από την ανελαστική απόκριση μελών, θα πρέπει να επιβάλλεται στην καμπτική δυσκαμψία εκείνων των μελών που συμμετέχουν στην ευστάθεια της κατασκευής. Τέτοιου είδους μέλη είναι εκείνα στα οποία δρουν ιδιαιτέρως μεγάλες θλιπτικές αξονικές δυνάμεις $P_r > 0.50P_y$ (όπου P_y το θλιπτικό φορτίο διαρροής του μέλους και P_r η απαιτούμενη θλιπτική αντοχή του μέλους). Ο εν λόγω επιπρόσθετος μειωτικός συντελεστής (ίσος με 1 σε ενάντια περίπτωση) δίνεται από τη σχέση $\tau_b = 4 \left[\frac{P_r}{P_y} \left(1 - \frac{\bar{P}_r}{P_y} \right) \right]$. Συνολικά δηλαδή απαι-

τείται στην ανάλυση να χρησιμοποιούνται δυσκαμψίες ίσες με $0.80EA$ και $0.80τ_bEI$ αντί για EA και EI αντίστοιχα.

(3) Αν η κατασκευή διαθέτει και μέλη από υλικό διαφορετικό του δομικού χάλυβα, τα οποία θεωρούνται ότι συμμετέχουν ενεργά στην ευστάθεια αυτής και οι Κώδικες υπολογισμού μελών από τέτοια υλικά απαιτούν μεγαλύτερη μείωση της δυσκαμψίας, θα εφαρμόζεται η τελευταία.

3.3 Υπολογισμός Διαθέσιμων Άντοχών

Μετά τον υπολογισμό των απαιτούμενων αντοχών σύμφωνα με την §3.2, οι διαθέσιμες αντοχές μπορούν να υπολογιστούν ανά είδους μέλους και εντατικής κατάστασης από τις αντίστοιχες προβλέψεις των Κωδίκων, χωρίς περαιτέρω ενασχόληση με τη συνολική ευστάθεια της κατασκευής. Το ισοδύναμο μήκος λογισμού όλων των μελών θα λαμβάνεται ίσο με μονάδα, εκτός αν μια μικρότερη τιμή του μπορεί να δικαιολογηθεί απόλυτα.

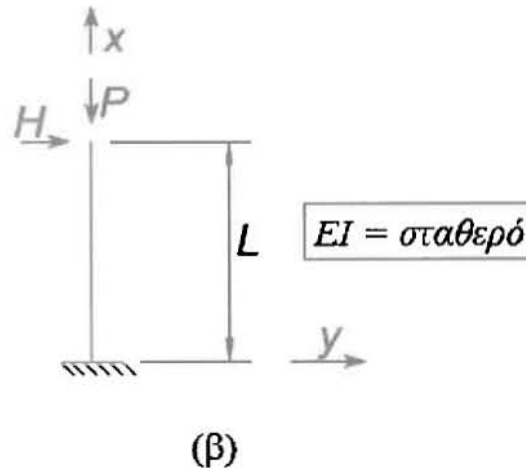
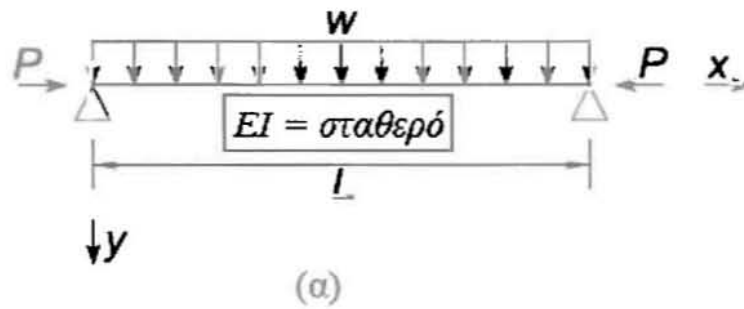
3.4 Επεξηγηματικά Σχόλια

3.4.1 Επικόμβια φορτία

Σκοπός της εφαρμογής των (πλευρικών) επικόμβιων φορτίων είναι να συμπεριληφθούν οι αποσταθεροποιητικές (δλδ. ενάντια στην ευστάθεια) επιρροές των γεωμετρικών ατελειών, μη ιδεωδών συνθηκών (όπως συμπτωματικές επιρροές φορτίων βαρύτητας, ανομοιόμορφη κατανομή θερμοκρασίας στην κατασκευή, καθιζήσεις θεμελίων, μη ομοιόμορφη μείωση του ύψους των στύλων ή οποιεσδήποτε άλλες επιρροές που θα μπορούσαν να προξενήσουν μετάθεση, η οποία δεν έχει ληφθεί υπ' όψη κατηγορηματικά στην ανάλυση), της ανελαστικότητας των μελών, ή συνδυασμού των παραπάνω. Η χρήση επικόμβιων φορτίων είναι γενικότερα πιο ελκυστική για τον μελετητή Μηχανικό παρά η εισαγωγή αρχικών καμπυλοτήτων διαισθητικά περισσότερο. Αμφότερες οι προσεγγίσεις είναι αποδεκτές στα πλαίσια της Άμεσης Μεθόδου Ανάλυσης, γεγονός που επαληθεύει εν μέρει τη γενικότητα και την ευρεία εφαρμοσιμότητα της.

3.4.2 Επιρροές P-Δ και P-δ

Για να επαληθευθεί αν μέσω ακριβούς ελαστικής ανάλυσης 2^{ης} τάξης (η εφαρμογή της οποίας με συνυπολογισμό των επιρροών αυτών προβλέπεται από την Άμεση Μέθοδο) οδηγείται κανείς σε αποδεκτά αποτελέσματα, έγινε χρήση δύο χαρακτηριστικών προβλημάτων. Το πρώτο αφορά έναν σταθερής διατομής αμφιαρθρωτό δοκό - στύλο υπό ομοιόμορφα κατανεμημένη κατακόρυφη φόρτιση και το δεύτερο έναν πρόβολο με κατακόρυφο φορτίο βαρύτητας στο ελεύθερο άκρο του, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1 (α, β αντίστοιχα).



Σχήμα 3.1. Χαρακτηριστικά προβλήματα

Οι ακριβείς λύσεις σε ότι αφορά τη μέγιστη ροπή και το μέγιστο βέλος δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

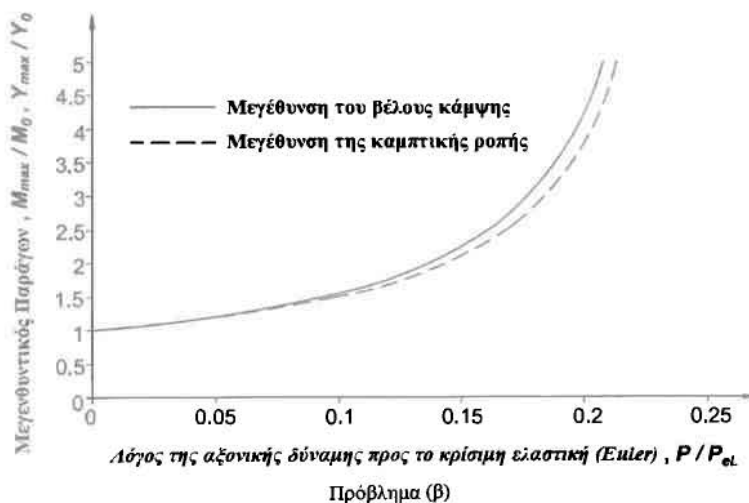
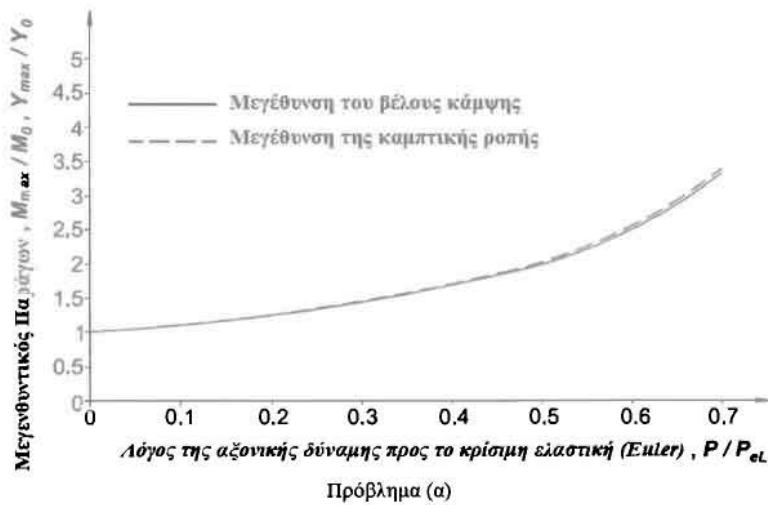
$$\text{Πρόβλημα (α)} : M_{\max} = M(L/2) = M_0 \left[\frac{2(\sec u - 1)}{u^2} \right], \quad u = \sqrt{\frac{PL^2}{4EI}}, \quad M_0 = \frac{wL^2}{8}$$

$$y_{\max} = y(L/2) = y_0 \left[\frac{12(2\sec u - u^2 - 2)}{5u^4} \right], \quad y_0 = \frac{5wL^4}{384EI}$$

Πρόβλημα (β) : $M_{\max} = M(0) = M_0 \left(\frac{\tan \alpha}{\alpha} \right)$, $\alpha = \sqrt{\frac{PL^3}{EI}}$, $M_0 = HL$

$y_{\max} = y(L) = y_0 \left(\frac{3(\tan \alpha - \alpha)}{\alpha^3} \right)$, $y_0 = \frac{HL^3}{3EI}$

Το πρόβλημα (α) περιλαμβάνει μόνο επιρροή P -δ, αφού δεν υφίσταται σχετική μετατόπιση μεταξύ των άκρων της δοκού κάθετα στο κεντροβαρικό άξονα της, ενώ το πρόβλημα (β) περιέχει αμφότερες τις ως άνω επιρροές. Στο Σχήμα 3.2(α, β) έχουν χαραχθεί οι καμπύλες που έχουν προκύψει από την ακριβή ελαστική ανάλυση 2^{ης} τάξης σε ότι αφορά τους μεγεθυντικούς παράγοντες καμπτικού βέλους και ροπής σαν συνάρτηση του σχετικού επιβαλλόμενου θλιπτικού φορτίου. Οι καμπύλες αυτές συμφωνούν σε ποσοστό μεγαλύτερο του 97% με τις αντίστοιχες θεωρητικές, που προκύπτουν από τις παραπάνω σχέσεις.

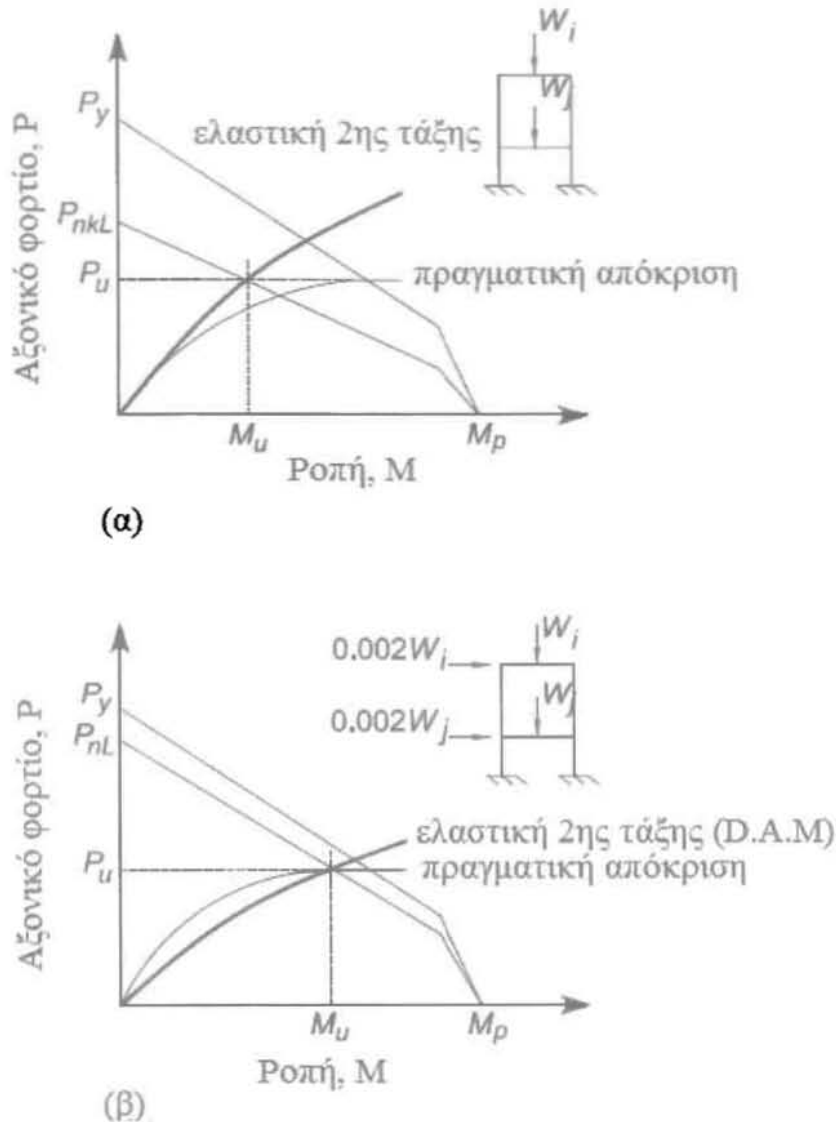


Σχήμα 3.2. Μεγεθυντικοί παράγοντες προϊόντα της D.A.M

3.4.3 Μειώσεις της δυσκαμψίας

Υφίστανται δύο βασικότεροι λόγοι για την υιοθέτηση μειωμένης δυσκαμψίας στα πλαίσια της Άμεσης Μεθόδου Ανάλυσης. Πρώτα, για κατασκευές με λυγηρά μέλη, όπου η οριακή κατάσταση διέπεται κατά κανόνα από ελαστική ευστάθεια, ο μειωτικός συντελεστής 0.80 απλά οδηγεί σε μια *διαθέσιμη αντοχή* του συστήματος ίση με το 80% του ελαστικού οριακού σημείου, που ουσιαστικά υπερκαλύπτει προς τη πλευρά της ασφάλειας οποιεσδήποτε κατασκευαστικές αβεβαιότητες και εισάγει έναν επιπρόσθετο συντελεστή ασφαλείας μεγέθους $1/0.8 = 1.25$, που επιβάλλεται για να συμπεριλάβει την πιθανή αυξημένη ευκαμψία στις συνδέσεις των λυγηρών αυτών μελών. Κατά δεύτερο λόγο δε για μέλη με ενδιάμεσες ή μικρές τιμές λυγηρότητας, ο παράγων $0.80\tau_b$ μειώνει τη δυσκαμψία ώστε να συνυπολογιστεί η ανελαστική απώλεια αντοχής πριν το μέλος φθάσει την αντοχή σχεδιασμού του. Οι απαιτήσεις των επικόμβιων φορτίων αλλά και της μειωμένης δυσκαμψίας έχουν εφαρμογή *MONO* στην οριακή κατάσταση αστοχίας. Δεν είναι εφαρμόσιμες για αναλύσεις σε συνθήκες λειτουργικότητας για υπερβολικές παραμορφώσεις, ταλαντώσεις κλπ. Για ευκολία στην καθημερινή πράξη, όπου $\tau_b = 1$, η μείωση των EI και EA μπορεί να γίνει αλλάζοντας την τιμή του E στην ανάλυση. Πλην όμως, για λογισμικά που πραγματοποιεί ημι-αυτοματοποιημένο σχεδιασμό, θα πρέπει να εξασφαλίζεται ότι το μειωμένο μέτρο ελαστικότητας θα ισχύει μόνο για την ανάλυση 2^{ης} τάξης. Το E δεν θα πρέπει να μειώνεται σε εξισώσεις ονομαστικής αντοχής που το περιλαμβάνουν. Όπως δε φαίνεται στο Σχήμα 3.3(β), η καθαρή επιρροή του να μεταβάλλει κανείς την ανάλυση με τον τρόπο που μόλις περιγράφηκε έγκειται στη μεγέθυνση των εντατικών μεγεθών 2^{ης} τάξης έτσι ώστε να γίνουν σχεδόν ίδιες με τα πραγματικά εσωτερικά εντατικά μεγέθη της κατασκευής. Αυτή δε η διαπίστωση δικαιολογεί απόλυτα την χρήση $K=1$ στην Άμεση Μέθοδο Ανάλυσης. Πέραν δε των ανωτέρω, θα πρέπει να ληφθεί με ιδιαίτερη έμφαση υπ' όψη ότι μια ακριβής ανάλυση 2^{ης} τάξης (παρόλο που για την ώρα φαντάζει ανεδαφικό) θα πρέπει να περιλαμβάνει έστω και προσεγγιστικά την κατά τεκμήριο ημι - άκαμπτη συμπεριφορά των συνδέσεων ακόμα και στην ελαστική περιοχή. Για περαιτέρω πληροφορίες

μπορεί κανείς να ανατρέξει σε μεθόδους ανάλυσης που έχουν προταθεί (αλλά και εισαχθεί σε λογισμικό - NIDA) από τον S. L. Chan στο εξαιρετικό βιβλίο του με συν - συγγραφέα τον P. P. T. Chui, το περιεχόμενο του οποίου αποτελεί εν πολλοίς τη θεωρητική τεκμηρίωση της Άμεσης Μεθόδου.

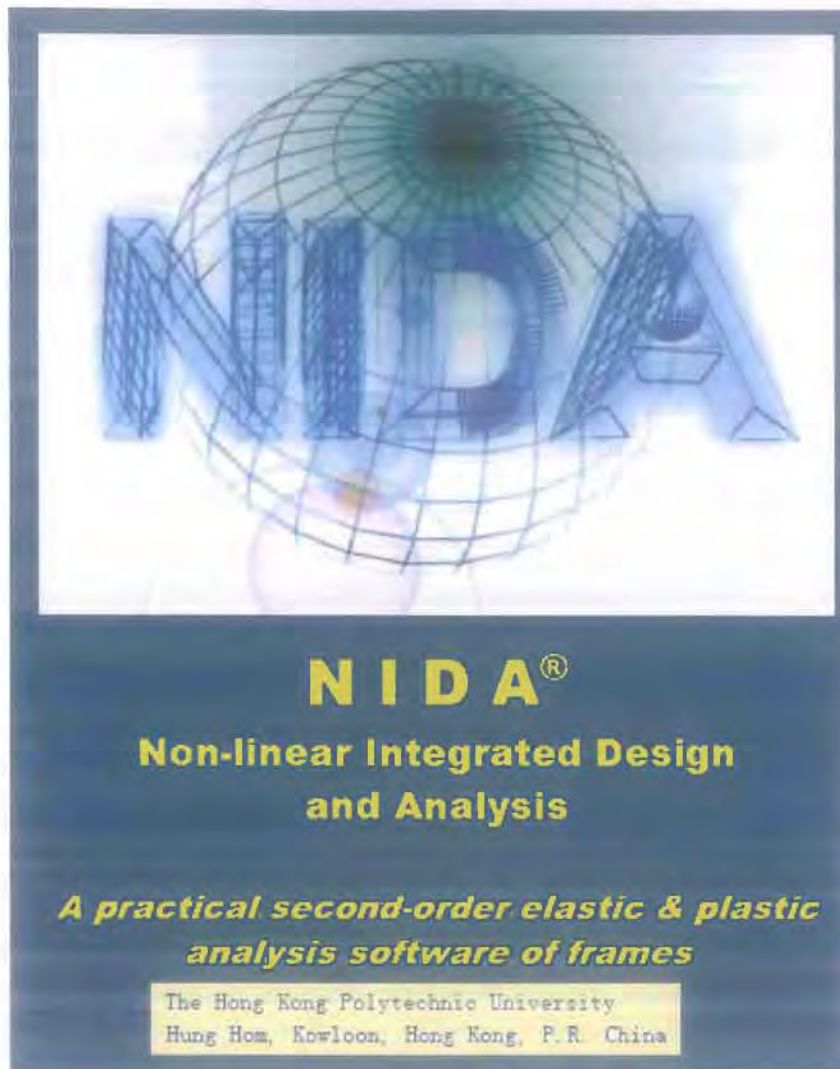


Σχήμα 3.3. Σύγκριση των ελέγχων αλληλεπίδρασης δοκών-στύλων για εντός επιπέδου κάμψη (α) με τη μέθοδο ισοδύναμου μήκους λυγισμού και (β) με την άμεση μέθοδο (D.A.M)

3.4.4 Εκτός επιπέδου ευστάθεια

Δεν προβλέπει κάποιες επιπρόσθετες ή διαφοροποιημένες προσεγγίσεις σε σχέση με τη μέθοδο του ισοδύναμου μήκους λυγισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο : Προτεινόμενο Λογισμικό (NIDA) [18-24]



Με βάση τα περιεχόμενα των προηγούμενων τριών Κεφαλαίων, και ληφθέντων υπ' όψη των πρόσφατων εξελίξεων σε ότι αφορά τον πρακτικό σχεδιασμό χαλύβδινων δομοστατικών κατασκευών, με ιδιαίτερη έμφαση στην ευστάθεια, περιγράφονται στη συνέχεια τα βασικά χαρακτηριστικά προτεινόμενου σχετικού λογισμικού, το οποίο συνδυάζει απλότητα χρήσης, μεγάλου εύρους εφαρμοσιμότητα, θεωρητικά τεκμηριωμένες μεθόδους, οικονομικότητα και μεγάλες υπολογιστικές δυνατότητες.

Δεν επιχειρείται εν προκειμένω ουδεμία προσπάθεια προώθησης κάποιου προϊόντος έναντι άλλων συναφών, καθόσον ήδη το λογισμικό έχει αποκτηθεί από το οικείο Τμήμα, λόγω του γεγονότος ότι είναι το πιο κοντά ευρισκόμενο από πλευρά φιλοσοφίας στην Άμεση Μέθοδο Ανάλυσης του Κεφαλαίου 3, και προσφέρει και διαστασιολόγηση σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3. Κατά κοινή

ομολογία δε διαθέτει μία πολύ καλή σχέση κόστους – απόδοσης – τεκμηρίωσης – διεθνούς αποδοχής.

4.1 Δυνατότητες Προγράμματος από πλευράς τύπων ανάλυσης

Το λογισμικό, από πλευράς τύπων ανάλυσης, δύναται να πραγματοποιήσει γραμμική, 2^{ης} τάξης ελαστική / πλαστική, ταλαντώσεων / λυγισμού και φάσματος απόκρισης ανάλυση και σχεδιασμό. Οι λειτουργίες - δυνατότητες του αυτές έχουν περιληπτικά ως εξής:

4.1.1 Γραμμική Ανάλυση 1^{ης} τάξης

Όπως όλα τα υπόλοιπα προγράμματα δομικής ανάλυσης, μέσω του *NIDA* υπολογίζονται τα εντατικά μεγέθη της κατασκευής υποθέτοντας ότι αλλαγές στην γεωμετρία του φορέα λόγω εξωτερικών δράσεων δεν επηρεάζει τη δομική του δυσκαμψία.

4.1.2 Ελαστική Ανάλυση 2^{ης} τάξης

Κατά τον σχεδιασμό χαλύβδινων κατασκευών μέσω μη γραμμικής ανάλυσης 2^{ης} τάξης, το πρόγραμμα αυξάνει το φορτίο μέσω μιας βήμα – βήμα και επαυξητικής – επαναληπτικής διαδικασίας. Έτσι, μια μικρή αύξηση, έστω μεταξύ 5 έως 25%, των αναμενόμενων φορτίων σχεδιασμού επιβάλλεται στην κατασκευή και υπολογίζονται οι μετατοπίσεις, οι οποίες μετά χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αντοχής. Επαναλήψεις για την ισορροπία πραγματοποιούνται μέχρι το σφάλμα στη νόρμα των μη εξισορροπημένων δυνάμεων να είναι μικρότερο από το 0.10% του επιβαλλόμενου φορτίου. Μετά τη σύγκλιση, πραγματοποιείται ο έλεγχος επάρκειας των διατομών κάθε μέλους, μέσω της εξίσωσης (4.1) που θα παρατεθεί αργότερα. Αν η διατομή κάποιου μέλους δεν ικανοποιήσει τον έλεγχο αυτό, τότε το μέλος θεωρείται ότι έχει αστοχήσει και καταγράφεται χαρακτηριστικά. Μετά το βήμα αυτό, επιβάλλεται νέα αύξηση του φορτίου και ακολουθείται πάλι η ίδια επαναληπτική διαδικασία, η οποία σταματά μέχρι να έχει επιβληθεί ο καθορισμένος αριθμός φορτιακών επαναλήψεων και η ανάλυση ολοκληρώνεται ή αν έχει προέλθει απώλεια ευστάθειας τύπου απόκλισης (στατική αστάθεια). Στην όλη διαδικασία ανάλυσης και σχεδιασμού, δεν απαιτείται καμιά υπόθεση ισοδύναμου μή-

κους λυγισμού, καθόσον οι επιρροές $P-\delta$ και $P-\Delta$ έχουν (όπως θα φανεί κατωτέρω) ληφθεί υπ' όψη στην εξίσωση 4.1.

4.1.3 Πλαστική Ανάλυση 2^{ης} τάξης (Προχωρημένη)

Αυτός ο τύπος πλαστικής ανάλυσης δεύτερης τάξης είναι παρόμοιος με την ανωτέρω ελαστική με τη διαφορά ότι δεν σταματά στην 1^η πλαστική άρθρωση θεωρώντας το αντίστοιχο φορτίο ως αντοχής σχεδιασμού. Όταν ένα μέλος αστοχήσει τίθεται μια άρθρωση στο μέλος σε θέση το δυνατόν πιο κοντά στην θέση της δημιουργηθείσας πλαστικής άρθρωσης και η ανάλυση συνεχίζεται μέχρι να φθάσουμε στο φορτίο κατάρρευσης. Σαν τέτοιο λαμβάνεται το επίπεδο εκείνο του φορτίου, πέραν του οποίου δεν επιτρέπεται άλλη αύξηση του, και καταδεικνύεται σαν μια οριζόντια, απότομα φθίνουσα ή χωρίς συνέχεια καμπύλη στο δρόμο ισορροπίας φορτίου – παραμόρφωσης. Για το σχεδιασμό, αυτό το φορτίο κατάρρευσης θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του φορτίου σχεδιασμού για όλες τις περιπτώσεις / συνδυασμούς φόρτισης.

Σε αυτή συνεπώς την ανάλυση 2^{ης} τάξης το *NIDA* πραγματοποιεί τις ακόλουθες λειτουργίες:

(i) Υπολογίζει τις μετατοπίσεις και τις στροφές σε όλους τους κόμβους ή συνδέσεις μελών και στοιχείων της κατασκευής, επιτρέποντας την αλλαγή της γεωμετρίας της (επιρροές $P-\delta$ και $P-\Delta$) μετά τη δράση των φορτίων.

(ii) Υπολογίζει τις καμπτικές ροπές περί τους άξονες κάθε μέλους, τις στρεπτικές ροπές ως προς τον κατά μήκος του μέλους άξονα και την αξονική δύναμη στο μέλος, επιτρέποντας τις μη γραμμικές επιρροές 2^{ης} τάξης λόγω των αξονικών δυνάμεων. Υπολογίζονται δε επίσης και οι τέμνουσες δυνάμεις των μελών.

(iii) Προβαίνει στο σχεδιασμό της κατασκευής μέσω ελέγχου επάρκειας διατομών χωρίς χρήση ή υπόθεση ισοδύναμου μήκους λυγισμού μελών.

(iv) Ελέγχει την ευστάθεια εκάστου μέλους αλλά και την καθολική ευστάθεια της κατασκευής

(v) Προβαίνει στο σχεδιασμό μέσω προσέγγισης συστήματος (της κατασκευής) και όχι μελών (όπως τα περισσότερα προγράμματα)

4.2 Έλεγχος Αντοχής Διατομών

Καθώς το λογισμικό πραγματοποιεί υπολογισμό τάσεων και εντατικών μεγεθών σε κάθε διατομή των μελών (και όχι μόνο στα άκρα του μέλους), επιτρέποντας έτσι την επιρροή της λυγηρότητας του μέλους, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πραγματοποίηση του σχεδιασμού μέσω ελέγχου αντοχής διατομών. Αν γίνεται χρήση του πλαστικού μέτρου η ανάλυση αυτόματα γίνεται «πρώτης πλαστικής άρθρωσης» ενώ αν χρησιμοποιηθεί το ελαστικό μέτρο μεταπίπτει σε ανάλυση «πρώτης διαρροής». Σημειωτέον ότι όλοι σχεδόν οι Κώδικες επιτρέπουν τη χρήση του πλαστικού μέτρου για τον σχεδιασμό δοκών, ενώ μόνο το ελαστικό μέτρο επιτρέπεται για το σχεδιασμό στύλων και ράβδων, πράγμα το οποίο συνιστάται

Ο ακόλουθος έλεγχος απαιτείται στη συνέχεια, για να βρεθεί η αντοχή ή μη εκάστου μέλους:

$$\frac{P}{A_g f_y} + \frac{M_y + P(\delta_y + \Delta_y)}{M_{ry}} + \frac{M_z + P(\delta_z + \Delta_z)}{M_{rz}} = \varphi \leq 1 \quad (4.1)$$

όπου f_y η τάση διαρροής του υλικού του μέλους, P το εξωτερικό αξονικό φορτίο στη διατομή, A_g η επιφάνεια της διατομής, M_y και M_z οι εξωτερικές ροπές ως προς τους δύο κύριους άξονες της διατομής ενώ M_{ry} και M_{rz} οι αντίστοιχες ροπές αντοχής της διατομής. $P(\delta_y + \Delta_y)$, $P(\delta_z + \Delta_z)$ είναι οι ροπές P - δ και P - Δ αντίστοιχα, λόγω της αλλαγής της δυσκαμψίας του μέλους υπό φορτίο και των επιρροών μεγάλων μετατοπίσεων – παραμορφώσεων, οπότε η επιρροή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού συμπεριλαμβάνεται αυτόματα.

Κατά τη διάρκεια των ελέγχων αντοχής διατομών, αν σε κάποιο μέλος δεν ικανοποιείται, αυτό σημαίνεται σχηματικά μέσω της γραφικής εξόδου του λογισμικού (με κόκκινο χρώμα), ενώ με διαφορετικά χρώματα σημαίνονται τα μέλη ανάλογα με την τιμή του φ στην (4.1).

4.3 Ειδικά Χαρακτηριστικά της Ανάλυσης 2^{ης} τάξης

Οι ακόλουθες μη γραμμικές επιρροές, που απαιτείται να ληφθούν υπ' όψη σε όλους τους σύγχρονους Κώδικες υπολογισμού κατασκευών από χάλυβα, περιλαμβάνονται στον υπολογισμό της εντατικής κατάστασης των μελών:

- (1) Επιρροή της λυγηρότητας του μέλους στην αξονική αντοχή του
- (2) Μείωση της δυσκαμψίας του μέλους λόγω παρουσίας αξονικής θλιπτικής δύναμης
- (3) Το ισοδύναμο μήκος λυγισμού (παράγων - K) δεν απαιτείται να υπολογιστεί ή να υποθεθεί, αλλά αυτόματα υπολογίζεται. Αποτέλεσμα δε αυτού δεν χρειάζεται να γίνει και κατάταξη των πλαισίων σε μεταθετά ή αμετάθετα, όπως π.χ. επιτάσσει ο Ευρωκώδικας 3, για τον υπολογισμό ισοδύναμου μήκους λυγισμού στύλων. Πέραν δε τούτου σπάνια το ισοδύναμο μήκος λυγισμού μπορεί σε πραγματικές καταστάσεις να υπολογιστεί με ακρίβεια.
- (4) Η καθολική ευστάθεια ή αστάθεια της κατασκευής (όπως π.χ. ακαριαίος λυγισμός, μεγάλες παραμορφώσεις κλπ) εξετάζονται από το λογισμικό μέσω της επαυξητικής - επαναληπτικής διαδικασίας.
- (5) Ο σχεδιασμός και η επάρκεια έναντι λυγισμού μιας κατασκευής μπορεί να υπολογιστεί μέσω αύξησης των φορτίων μέχρι να λάβει χώραν αστοχία μελών, είτε λόγω διαρροής είτε λόγω ανεπάρκειας διατομών.

4.4 Περιορισμοί του Προγράμματος NIDA

Το πρόγραμμα δεν λαμβάνει υπόψη κανέναν τύπο διαρροής υλικού μετά την μόρφωση της πρώτης πλαστικής άρθρωσης, καθώς δεν είναι γενικά αποδεκτό από την πρακτική των Μηχανικών. Όμως, υιοθετεί την προσέγγιση της πρώτης πλαστικής άρθρωσης, που χρησιμοποιεί το πλαστικό μέτρο για τον υπολογισμό της μέγιστης τάσης.

Ο μέγιστος αριθμός των κόμβων και των μελών ανέρχεται σε 100.000 και εξαρτάται από την έκδοση που χρησιμοποιείται. Οι θερμικές επιδράσεις και οι εύκαμπτες στηρίξεις μέσω ελατηρίων επιτρέπονται αλλά η επί-

δραση της καθίζησης της θεμελίωσης αγνοείται. Το πρόγραμμα ελέγχει τον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μίας δοκού χρησιμοποιώντας την Μέθοδο Του Ισοδύναμου Μήκους Λυγισμού, ενώ ο τοπικός λυγισμός ελασμάτων ελέγχεται με την Μέθοδο Της Ισοδύναμης Αντοχής. Οι επιδράσεις των έκκεντρων συνδέσεων σε ασύμμετρες διατομές όπως γωνίες και κανάλια αγνοούνται.

4.5 Μέθοδος Ανάλυσης

Χρησιμοποιώντας ανάλυση βασισμένη στο μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής, το λογισμικό πρώτα εξασφαλίζει συμβατότητα κόμβων και επιδιώκει ικανοποίηση των συνθηκών ισορροπίας. Πιο συγκεκριμένα, μέλη συνδεδεμένα σε κάποιον κόμβο επιδεικνύουν κοινές μετατοπίσεις και στροφές, οπότε οι συνθήκες ισορροπίας επιλύονται ως εξής:

$$\left[\sum_{i=1}^n [k_T]_i \right] [\Delta u] = [\Delta F] \quad (4.2)$$

όπου $[k_T]$ είναι το μητρώο δυσκαμψίας του μέλους, $[u]$ το διάνυσμα μετατοπίσεων και $[F]$ το διάνυσμα των εξωτερικών φορτίων, ενώ το σύμβολο Δ σημαίνει μεταβολή.

Η μετατόπιση $[\Delta u]$ προστίθεται στη συνέχεια στη γεωμετρία της κατασκευής ως

$$\begin{aligned} [X]_{j+1} &= [X]_j + [\Delta u] \\ [u]_{j+1} &= [u]_j + [\Delta u]_j \end{aligned} \quad (4.3)$$

Στην οποία τα $[X]_{j+1}$, $[X]_j$ είναι οι συντεταγμένες των κόμβων της κατασκευής στην $j+1$ και j επανάληψη αντίστοιχα. Συνεπώς, η αντοχή της κατασκευής υπολογίζεται από την μητρική σχέση που ακολουθεί:

$$[R]_{j+1} = \left(\sum_i [k]_i \right) [u]_{j+1} \quad (4.4)$$

Εδώ $[R]_{j+1}$ είναι οι δυνάμεις «αντοχής» της κατασκευής κατά την $j+1$ επανάληψη, $[k]_i$ το μητρώο επιβαίνουσας δυσκαμψίας της κατασκευής με αναβαθμισμένη (ενημερωμένη) γεωμετρία λόγω πρόσθεσης των μετατοπίσεων στις συντεταγμένες των κόμβων.

Το σφάλμα ισορροπίας λόγω συνεχών αλλαγών της γεωμετρίας υπολογίζεται ως

$$[\Delta F] = [F] - [R] \quad (4.5)$$

με $[\Delta F]$ την δύναμη εκτός εξισορρόπησης λόγω γεωμετρικών αλλαγών. Ο λόγος σφάλματος μετράται σύμφωνα με τις σχέσεις:

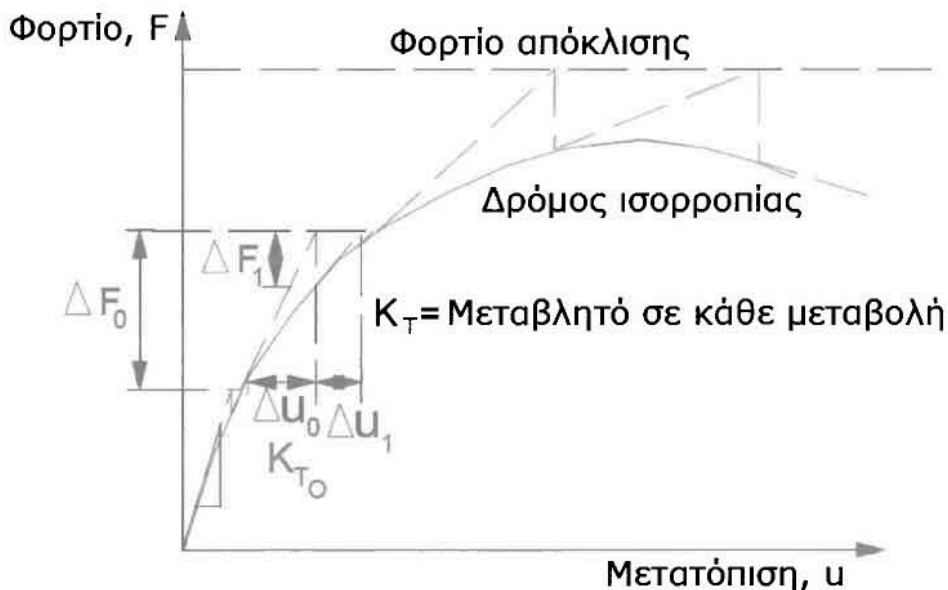
$$\text{Λάθος στη δύναμη} \frac{[\Delta F]^T [\Delta F]}{[F]^T [F]} \quad (4.6)$$

$$\text{Λάθος στη μετατόπιση} \frac{[\Delta u]^T [\Delta u]}{[u]^T [u]} \quad (4.7)$$

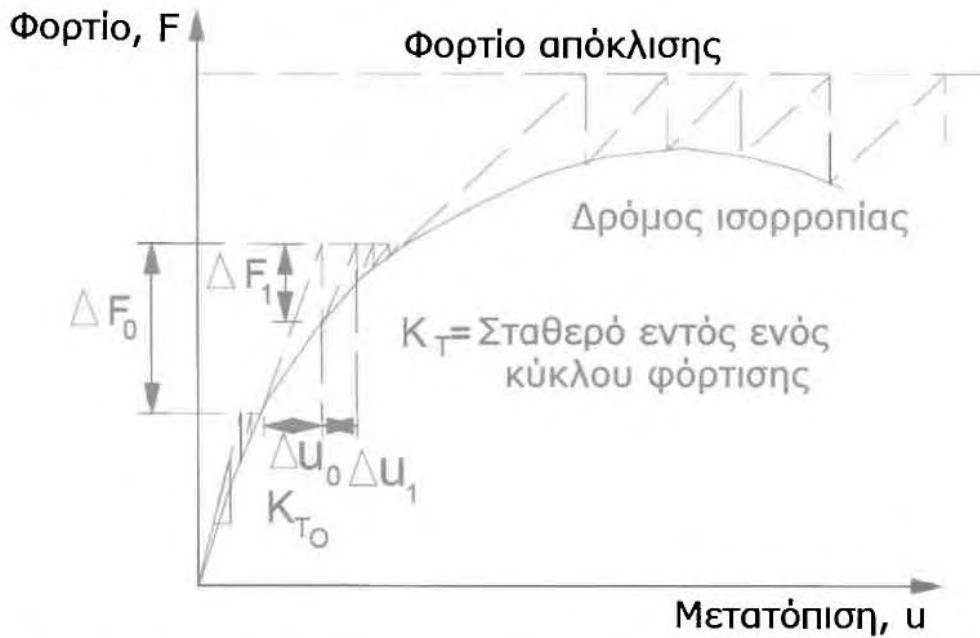
Οι ανωτέρω εξισώσεις επαναλαμβάνονται μέχρι το σφάλμα τόσο στην δύναμη όσο και στην μετατόπιση μειωθεί σε ποσοστό 0,01% των επιβαλλόμενων δυνάμεων και αντίστοιχων μετατοπίσεων.

4.6 Αριθμητικές Μέθοδοι για τους δρόμους ισορροπίας

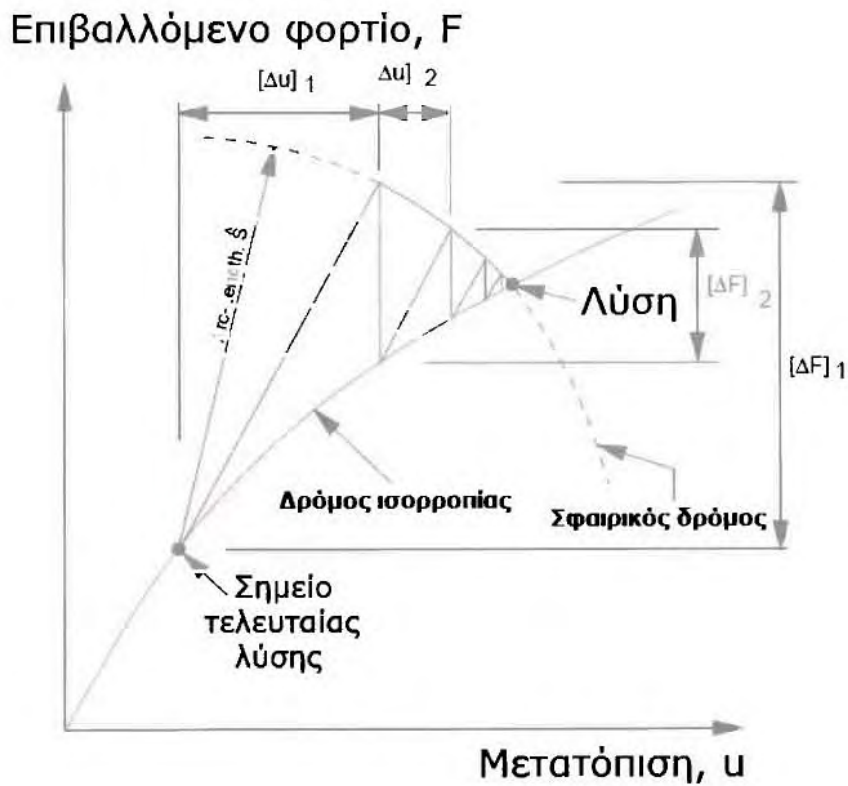
Το πρόγραμμα NIDA αξιοποιεί τις ευρύτατα χρησιμοποιούμενες μεθόδους Newton – Raphson σύμφωνα με τα Σχήματα 4.1 και 4.2, ενώ για την μεταλυγισμική ανάλυση χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μέθοδο «μήκους τόξου», που απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.1. Τυπική Μέθοδος Newton – Raphson με αναμόρφωση της εφαπτομενικής δυσκαμψίας σε κάθε μεταβολή



Σχήμα 4.2. Τροποποιημένη Μέθοδος Newton – Raphson με αναμόρφωση της εφαπτομενικής δυσκαμψίας μία φορά για κάθε κύκλο φόρτισης



Σχήμα 4.3. Η Μέθοδος Ελάχιστων Παραμενοουσών Μετατοπίσεων για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος ισορροπίας σε κάθε επανάληψη (ιδιαίτερα μη γραμμικές ζώνες σε περιοχές κρίσιμων σημείων – μεταλογισμική ανάλυση)

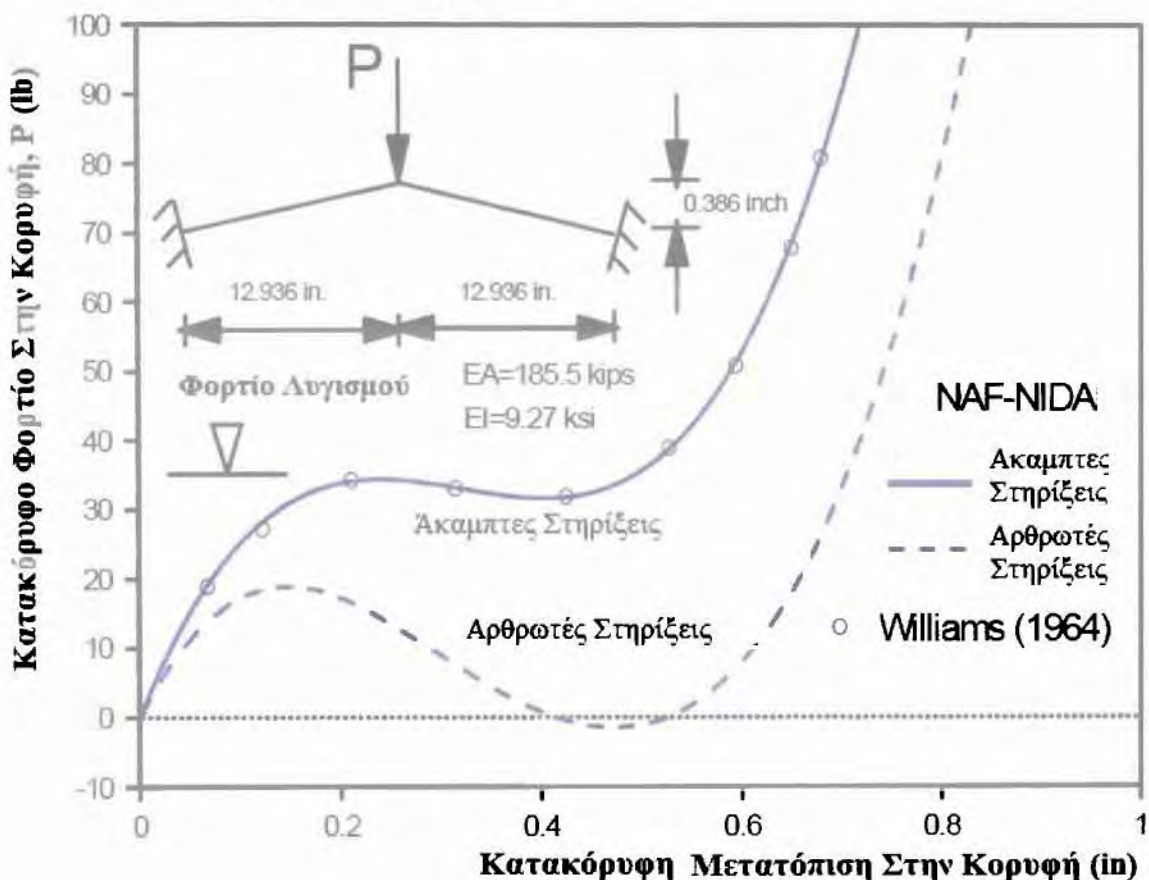
4.7 Χαρακτηριστικά Παραδείγματα

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να δοθούν περιληπτικά τα αποτελέσματα τριών χαρακτηριστικών παραδειγμάτων εφαρμογής του προτεινόμενου λογισμικού μέσω των οποίων καταδεικνύεται η αξιοπιστία του για όλες τις μεθόδους ανάλυσης, τις οποίες διαθέτει ενσωματωμένες.

4.7.1 Ακαριαίος Ελαστικός Λυγισμός

Πλαισίου Δύο Ράβδων

Το πρώτο παράδειγμα αφορά τον ελαστικό ακαριαίο λυγισμό ενός απλού πλαισίου εκ δύο ράβδων, για το οποίο υπάρχουν πειραματικά αποτελέσματα από τον Williams (1964)^[25]. Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.4, το λογισμικό παράγει αξιόπιστα αποτελέσματα που βρίσκονται πολύ κοντά στα παραπάνω πειραματικά.



Σχήμα 4.4. Ακαριαίος Ελαστικός Λυγισμός του Πλαισίου του Williams

4.7.2 Προχωρημένη Ανάλυση Ορθογωνικού Πλαισίου υπό Οριζόντια και Κατακόρυφα Φορτία

Το ορθογωνικό πλαίσιο του Σχήματος 4.5 αναλύεται με την Προχωρημένη Μέθοδο και τα αποτελέσματα αυτής συγκρίνονται με τις προβλέψεις του Ευρωκώδικα 3 και ελέγχους με το χέρι. Το πλαίσιο αυτό φορτίζεται με επικόμβιες τόσο κατακόρυφες όσο και οριζόντιες δυνάμεις και τα μέλη του (ζύγωμα και στύλοι) είναι διατομές H 356x368x153 από χάλυβα S275. Τα γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής αυτής λαμβάνονται από πίνακες προτύπων διατομών, τα δε εντατικά μεγέθη (αντιδράσεις) στις στηρίξεις ισούνται με:

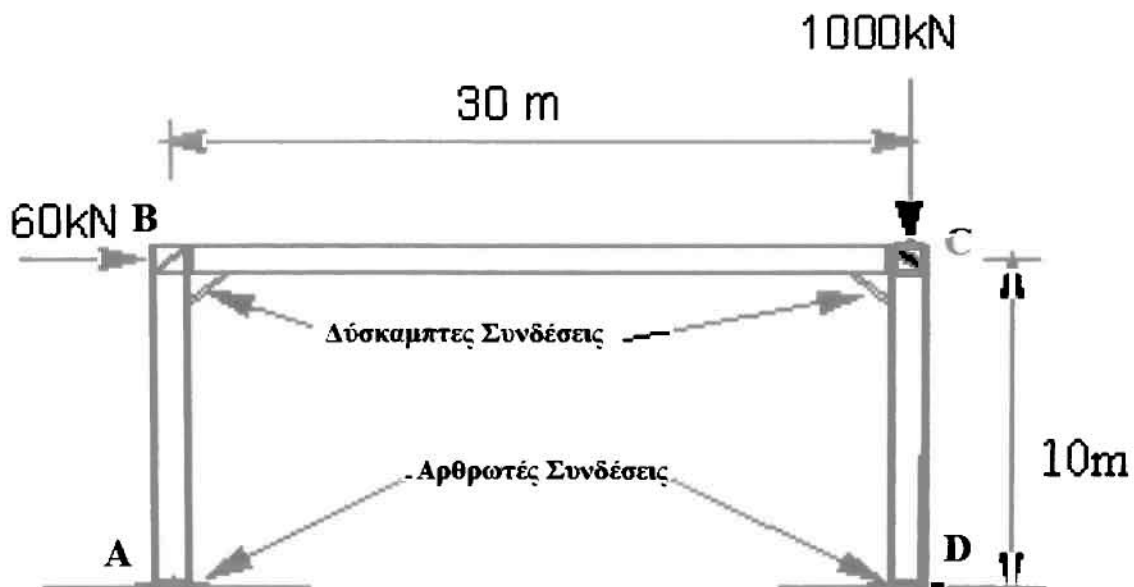
Οριζόντια αντίδραση $H_L=H_R=30\text{kN}$

Κατακόρυφη αντίδραση αριστερά $R_L=20\text{kN}$

Κατακόρυφη αντίδραση δεξιά $R_R=1020\text{kN}$

$M_A=M_D=0$

$M_B=M_C=300\text{kNm}$



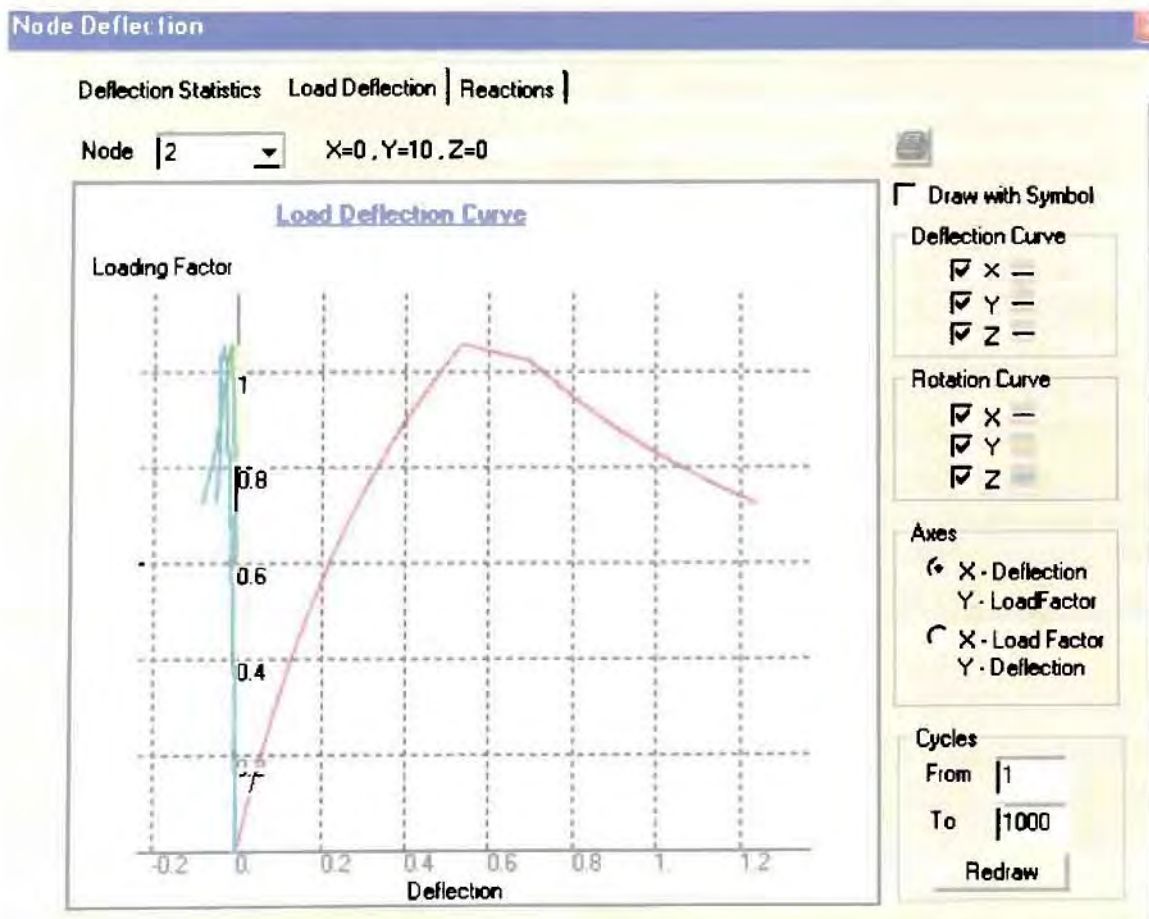
Σχήμα 4.5. Αμφιαρθρωτό Δύσκαμπτο Ορθογωνικό Πλαίσιο

Από τους ελέγχους σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (οι οποίοι για λόγους οικονομίας παραλείπονται) προκύπτει ότι ο έλεγχος του φορέα είναι ευμενής για όλες τις δράσεις, με τον δυσμενέστερο έλεγχο έναντι

στρεπτοκαμπτικού λυγισμού να οδηγεί σε $\varphi=0,948$. Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας ελαστική και πλαστική ανάλυση δεύτερης τάξης, αποκτώνται οι ακόλουθοι συντελεστές φορτίων.

Μέθοδος Ανάλυσης	Συντελεστής Φορτίου λ
Πρώτης Πλαστικής Άρθρωσης (φορτίο αστοχίας πρώτου μέλους)	1,0682
Ελαστικό Κρίσιμο Φορτίο	2,2230
Πλαστικό Φορτίο Δεύτερης Τάξης (φορτίο κατάρρευσης)	1,0599

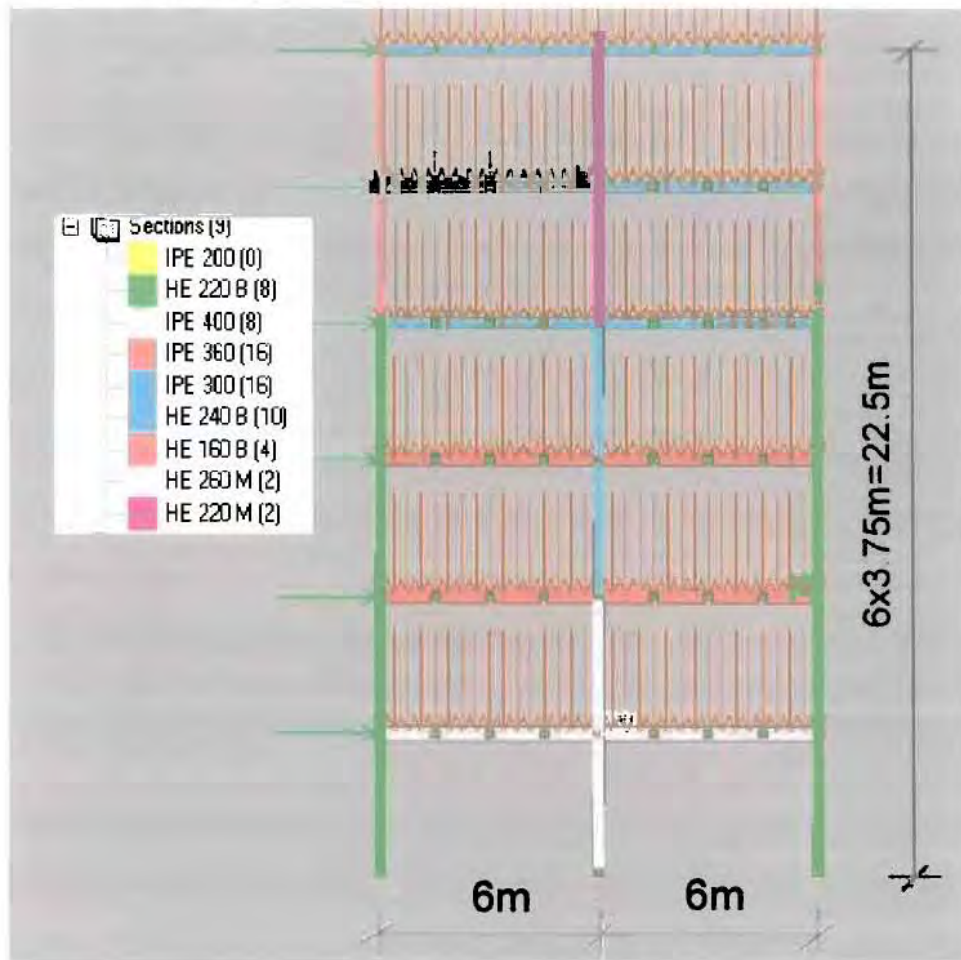
Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης προκύπτει εξαιρετική συμφωνία με τις προβλέψεις του Ευρωκώδικα καθώς επίσης και ότι η Πλαστική Ανάλυση Δεύτερης Τάξης είναι ελαφρώς πιο οικονομική αφού το πλαίσιο λυγίζει σχεδόν αμέσως μετά την δημιουργία της πρώτης πλαστικής άρθρωσης. Τούτο απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 4.6, μέρος της γραφικής εξόδου του προγράμματος (καμπύλη φορτίου – παραμόρφωσης του κόμβου Β).



Σχήμα 4.6. Αποτελέσματα Πλαστικής Ανάλυσης Δεύτερης Τάξης

4.7.3 Προχωρημένη Ανάλυση Εξαώροφου Πλαισίου

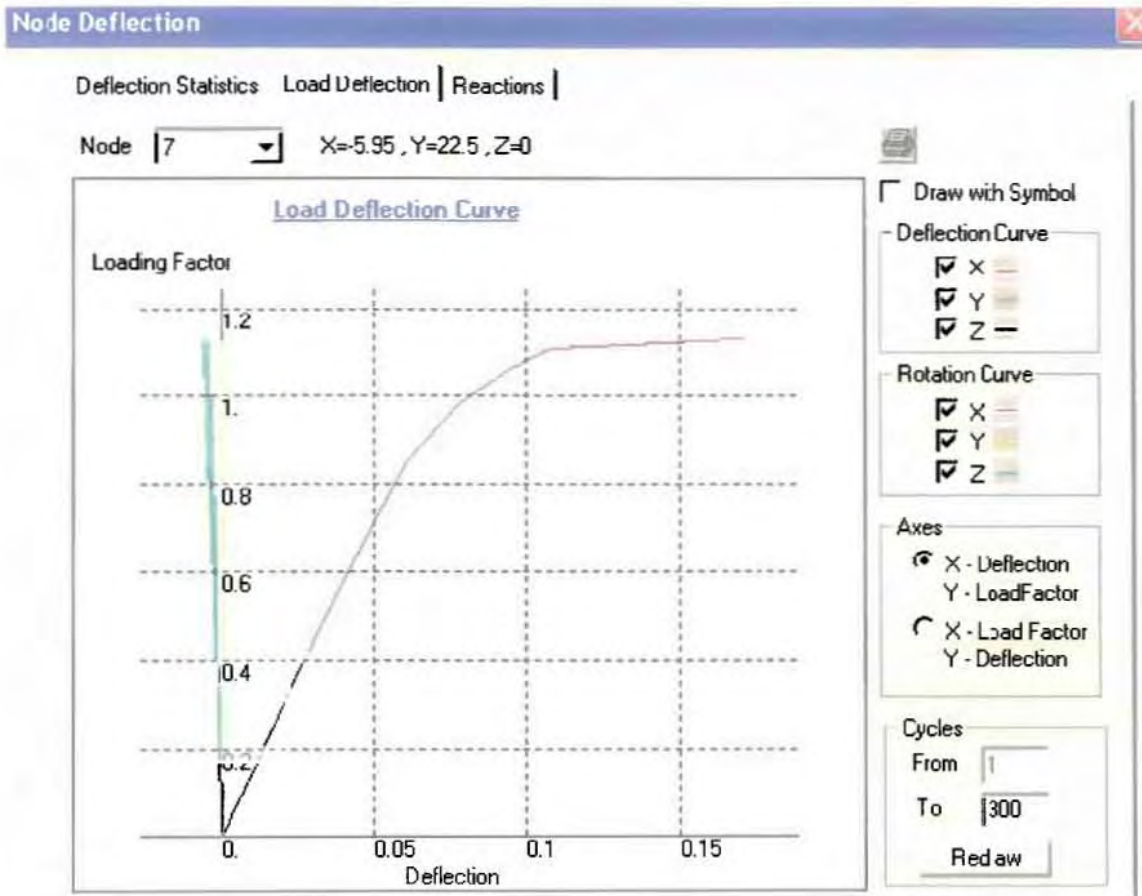
Το τρίτο και τελευταίο παράδειγμα αναφέρεται σε ένα πλαίσιο σύγκρισης του Vogel (1985)^[26] και χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της Πλαστικής Ανάλυσης Δεύτερης Τάξης, η δε λύση που δίνεται από τους περισσότερους ερευνητές για το πλαίσιο αυτό ισούται με 1.1. Η γεωμετρία του φαίνεται στο Σχήμα 4.7.



Σχήμα 4.7. Εξαώροφο Πλαίσιο Vogel

Όλες οι συνδέσεις μεταξύ μελών θεωρούνται δύσκαμπτες ενώ οι στηρίξεις αρθρωτές. Οι δοκοί του τελευταίου ορόφου (στέγης) φέρουν ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο ίσο με 31.7 kN/m ενώ των υπολοίπων ορόφων ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο 49.1 kN/m. Οριζόντια επικόμβια φορτία ίσα με το 0.5% των αντίστοιχων κατακόρυφων επιβάλλονται σε κάθε όροφο, ενώ θεωρείται ότι οι στύλοι του πλαισίου είναι αρχικά κεκλιμένοι σε ποσοστό 1/300. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται υπό

μορφή καμπύλης συντελεστή φόρτισης – οριζόντιας μετατόπισης στέγης στο γράφημα του Σχήματος 4.8 από όπου προκύπτει πλήρης συμφωνία για το οριζόντιο φορτίο του πλαισίου με τα αποτελέσματα άλλων ερευνητών.



Σχήμα 4.8. Αποτελέσματα Πλαστικής Ανάλυσης 2^{ης} Τάξης για το Πλαίσιο του Vogel

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Koiter, W.T., 1945. Over de stabiliteit van het elastische evenwicht. Dissertation, Delft, Holland (Translation: On the Stability of Elastic Equilibrium, NASA TT-F-10833, 1967 and AFFDL-TR-70-25, 1970).
- [2] Thom, R., 1975. Structural Stability and Morphogenesis, translated from French by D.H. Fowler. Benjamin, Reading.
- [3] Tennyson, R.C., Chan, K.C., 1990. Buckling of imperfect sandwich cylinders under axial compression. Int. J. of Solids and Structures 26, 1017 - 1036.
- [4] Budiansky, B., Hutchinson, J.W., 1964. Dynamic buckling of imperfection-sensitive Structures. In: Proc. 12th Int. Cong. Appl. Mech., pp. 636 - 651 (held in Munich).
- [5] Budiansky, B., Hutchinson, J.W., 1972. Buckling of circular cylindrical shells under axial compression. In: Contributions to the theory of aircraft structures. Delft University Press, Netherlands, pp. 239 - 260.
- [6] Shanley, F.R., 1947. Inelastic column theory, J. Aero. Sci. 14 (5), 261 - 268.
- [7] Bazant, Z. P., Structural stability, International Journal of Solids and Structures 37 (2000) 55 – 67.
- [8] Ballio G. and Mazzolani F., "Theory and Design of Steel Structures", Chapman and Hall, London, 1983.
- [9] Dowling P.J., Knowles P. and Owens, G.W., "Structural Steel Design", Butterworths, London, 1988.
- [10] Galambos T. V. (editor), "SSRC Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 4th Edition, John Wiley and Sons, New York, 1988.

- [11] McGuire W., "Steel Structures", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N-J., 1968.
- [12] Chen, W. F. Structural stability: from theory to practice, *Engineering Structures* 22 (2000) 116-122.
- [13] Chan, S. L. Non-linear behaviour and design of steel structures, *Journal of Constructional Steel Research* 57 (2001)1217-1231.
- [14] Shankar Nair, R. A Model Specification for Stability Design by Direct Analysis, *Engineering Journal/First Quarter/2009*.
- [15] Donald W. White, Andrea E. Surovek, Bulent N. Alemdar, Ching-Jen Chang, Yoon Duk Kim and Garret H. Kuchenbecker, "Stability Analysis and Design of Steel Building Frames Using The 2005 AISC Specification", *Steel Structures* 6 (2006) 71-91.
- [16] Albermani, F.G.A. and Kitipornchai, S., Nonlinear analysis of thin-walled structures using least element/member, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 116(1), 1990, p.215-234.
- [17] Australian Standards AS4100, Steel Structures, Standards Association of Australia, Sydney, Australia 1995.
- [18] Chan, S.L. and Zhou, Z.H., Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member, *Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers*, vol. 121, no.6, June, 1995, pp.939-945.
- [19] Chan, S.L., Non-Linear behaviour and design of steel structures, invited review paper, *Journal of Construction Steel Research*, vol. 57, no.12, December, 2001, pp.1217-1232.
- [20] Chan, S.L., Geometric and material non-linear analysis of beam-columns and frames using the Minimum Residual Displacement

- method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 26, 1988, pp.2657-2669.
- [21] Chan, S.L. and Chan, S.T.P., Proper second-order and advanced analysis of steel frames, proceedings for annual seminar 2005, Joint Structural Division, 7 June 2005, Hong Kong Convention & Exhibition Centre, pp.53-66.
- [22] Chan, S.L. and Chui, P.P.T., “Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections”, Elsevier, 2000.
- [23] Chen, W.F. and Chan, S.L., Second Order Inelastic Analysis of Steel Frames using Element with Mid-span and End Springs, March, Vol.121, No.3, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 1995, pp. 530-541.
- [24] “Design of steel structures”, Eurocode-3, 2005.
- [25] Williams, F.W., An approach to the non-linear behaviour of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflection, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol. 17, 1964, pp.451-469.
- [26] Vogel, U., Calibrating frames. *Stahlbau*, 54, October, 1985, pp.295-311.