ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^o : ΕΙΣΑΓΩΓΗ-ΣΚΟΠΟΣ-ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Όπως είναι γνωστό, οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης ενός εν γένει μη-γραμμικού αυτόνομου διακεκριμένου συστήματος (συντηρητικού ή μη-συντηρητικού) με n βαθμούς ελευθερίας μπορούν να εξαχθούν μέσω της εξίσωσης του Lagrange, η οποία διέπει την κίνηση του συστήματος ως προς τις γενικευμένες μετατοπίσεις q_i, για i=1,…,n (ουσιαστικά τους βαθμούς ελευθερίας) και τις γενικευμένες ταχύτητες $\dot{q}_i$, για i=1,…,n :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} - Q_i = 0,\ i = 1, \dots, n \tag{1.1}$$

με την τελεία να υποδηλώνει την παραγώγιση ως προς το χρόνο. Οι διάφορες συναρτήσεις που περιέχονται στις ως άνω διαφορικές εξισώσεις κίνησης είναι:

$K = \frac{1}{2}\alpha_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j$:η θετικά ορισμένη συνάρτηση της συνολικής κινητικής ενέργειας

με διαγώνια στοιχεία συναρτήσεις των μαζών m_i [δηλαδή $\alpha_{ii} = \alpha_{ii}(m_i)$ για i=1,…,n] και με μη διαγώνια στοιχεία συναρτήσεις τόσο των μαζών m_i όσο και των q_i [δηλαδή $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(m_i, q_i)$ για i, j=1,…,n και i≠j]

$V=V(q_i; \lambda)$: η συνολική δυναμική ενέργεια (total potential energy), συνάρτηση μη-γραμμική αναλυτική ως προς q_i και γραμμική ως προς το φορτίο λ. Ισχύει ότι V=U+Ω, όπου U είναι η ελαστική ενέργεια παραμόρφωσης (elastic strain energy, πάντοτε θετικά ορισμένη συνάρτηση των γενικευμένων μετατοπίσεων) και Ω η δυναμική ενέργεια (ουσιαστικά το έργο) των εξωτερικών δυνάμεων.

$F = \frac{1}{2}c_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j$: η μη αρνητικά ορισμένη συνάρτηση απώλειας ενέργειας του Rayleigh (dissipative function) με συντελεστές c_{ij}, οι οποίοι μπορεί να εξαρτώνται και από τα q_i [δηλαδή $c_{ij} = c_{ij}(q_i)$ για i, j=1,…,n] .

$Q_i = \lambda Q_i(q_i,\eta)$: οι γενικευμένες μη-συντηρητικές δυνάμεις οι οποίες είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις των q_i, η.

Πλην κάποιων παθολογικών καταστάσεων, οι ως άνω διαφορικές εξισώσεις κίνησης αποτελούν ένα σύστημα n-διβάθμιων, ως προς το χρόνο, εξισώσεων της μορφής:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Vq = 0 \tag{1.2}$$

Σε ότι αφορά την τοπική αστάθεια των σημείων ισορροπίας του ως άνω συστήματος υφίστανται δύο μαθηματικά ακριβείς μέθοδοι, αμφότεροι των οποίων βασίζονται στη έννοια της γραμμικοποίησης. Η πρώτη εξ αυτών προέρχεται από αυστηρή εφαρμογή των κανόνων που διέπουν τα μη-γραμμικά διανυσματικά πεδία, η οποία μετασχηματίζει το σύστημα σε ένα διανυσματικό πεδίο 2n εξισώσεων 1ου βαθμού και κατόπιν μελετά το αντίστοιχο γραμμικοποιημένο σύστημα με βάση τις τοπικές διακλαδώσεις συνδιάστασης 1, ενώ η δεύτερη μέθοδος βασίζεται σε μια εναλλακτική μέθοδο υπολογισμού των ιδιοτιμών του συστήματος για κάθε σημείο ισορροπίας με βάση τη χαρακτηριστική εξίσωση. Σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία[1,2], η εν λόγω μέθοδος, η οποία πρόκειται να εφαρμοστεί στην παρούσα διατριβή, οδηγεί για το n-βαθμών ελευθερίας σύστημα στη μελέτη των ριζών του χαρακτηριστικού πολυωνύμου, οι οποίες κατ’ ουσία αποτελούν τις ιδιοτιμές του γραμμικοποιημένου συστήματος:

$$\rho^{2n} + \alpha_1\rho^{2n-1} + \cdots + \alpha_{2n-1}\rho + \alpha_{2n} = 0 \tag{1.3}$$

Όπου οι συντελεστές α_i και ο ποιοτικός τους ορισμός μπορεί να βρεθεί στην ως άνω βιβλιογραφία.

Η πρωταρχική ικανή και αναγκαία συνθήκη απώλειας της τοπικής ευστάθειας ενός αρχικά ευσταθούς σημείου ισορροπίας ορίζει ότι ένα τουλάχιστον ζεύγος ιδιοτιμών αυτού έχει μη αρνητικό πραγματικό μέρος. Κατά συνέπεια με βάση την άλγεβρα των πολυωνύμων δέον όπως αναζητηθούν οι συνθήκες εκείνες υπό τις οποίες οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου διαθέτουν έστω και ένα ζεύγος ιδιοτιμών με μη αρνητικό πραγματικό μέρος. Οι συνθήκες αποτελούν την παραβίαση του κριτηρίου ασυμπτωτικής ευστάθειας των Lienart-Chipart[5,6] το οποίο έχει ως εξής:

Για να διαθέτει ένα πολυώνυμο με πραγματικούς συντελεστές της μορφής

$$\alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0\,,\ \alpha_0 > 0 \tag{1.4}$$

όλες τις ρίζες του με αρνητικό πραγματικό μέρος, θα πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες ικανές και αναγκαίες συνθήκες:

Είτε,

$$\alpha_n > 0,\ \ \alpha_{n-2} > 0\,, \ldots\ldots, \mu\varepsilon \begin{cases} \text{ή } \Delta_1>0,\ \ \Delta_3>0,\ldots, \\ \text{ή } \Delta_2>0,\ \ \Delta_4>0,\ldots, \end{cases} \tag{1.5α}$$

Είτε,

$$\alpha_n > 0,\ \alpha_{n-1} > 0\ ,\ \alpha_{n-3} > 0\ , \dots \dots, \mu\varepsilon \begin{cases} \text{ή } \Delta_1 > 0,\ \ \Delta_3 > 0, \dots, \\ \text{ή } \Delta_2 > 0,\ \ \Delta_4 > 0, \dots, \end{cases} \tag{1.5β}$$

Στην παρούσα διατριβή αναλύεται διεξοδικά η επιρροή της κατανομής της απόσβεσης, της δυσκαμψίας και της μάζας του πολύ γνωστού διβάθμιου μη-συντηρητικού συστήματος ανεστραμμένου εκκρεμούς και ιδιαίτερα του ελάχιστα γνωστού αντίστοιχου τριβάθμιου μη-συντηρητικού συστήματος υπό μερικά εφαπτομενικό, αιφνίδια επιβαλλόμενο άπειρης διάρκειας φορτίο και αναζητούνται οι συνθήκες απώλειας της τοπικής ευστάθειας πριν το πρώτο φορτίο στατικού λυγισμού. Δίνεται έμφαση σε εκείνες τις περιπτώσεις που προσομοιάζουμε λογικές κατανομές μαζών, δυσκαμψίας και απόσβεσης σε μοντέλα που κατά κόρον χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση της σεισμικής απόκρισης πλαισιωτών κατασκευών, οι οποίες μπορεί να ενισχυθούν με διαφοροποίηση των παραπάνω κατανομών και λαμβάνοντας υπόψη ότι οι σχετικές κατά κόρον γραμμικοποιημένες δυναμικές αναλύσεις δεν λαμβάνουν υπόψη φαινόμενα τοπικών διακλαδώσεων, ακόμα και σε περιπτώσεις μη ύπαρξης αρχικού φορτίου. Στα επόμενα κεφάλαια με βάση συμβολικούς υπολογισμούς αλλά και απευθείας επιλύσεις των διανυσματικών πεδίων καταδεικνύεται η ένδεια των αντισεισμικών αναλύσεων στην ποιοτική ανάλυση των προσομοιωμάτων κατασκευών πολιτικού μηχανικού της καθημερινής πράξης. Ιδιαίτερα τονίζεται ότι τα ευρήματα του παρόντος πονήματος σε ότι αφορά το τριβάθμιο σύστημα, σύμφωνα με όλα τα ανωτέρω, δεν έχουν μέχρι στιγμής αναφερθεί στη διεθνή βιβλιογραφία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο : ΓΕΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Η τοπική δυναμική ευστάθεια αυτόνομων μη-συντηρητικών συστημάτων με απόσβεση διέπεται από την παρακάτω διαφορική εξίσωση μορφής μητρώου διανύσματος:

$$\boldsymbol{M}\ddot{q} + \boldsymbol{C}\dot{q} + \boldsymbol{V}q = 0 \tag{2.1.1}$$

Όπου η τελεία δηλώνει την παραγώγιση ως προς τον χρόνο (t) και το q(t) είναι ένα διάνυσμα κατάστασης με συντεταγμένες q_i (t) με i=1,…,n. Τα **M** , **C** είναι συμμετρικά μητρώα n x n, ενώ το **V** είναι μη-συμμετρικό μητρώο όταν η παράμετρος μη-συντηρητικής φόρτισης η είναι διάφορη του ενός (εφόσον για η=1 έχουμε συντηρητική φόρτιση). Ειδικότερα το μητρώο **M** σχετίζεται με την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος και αποτελείται από τις μάζες m_i με i=1,…,n και είναι πάντοτε θετικά ορισμένο. Το μητρώο **C** αποτελείται από τους συντελεστές απόσβεσης c_{ij} με i, j=1,…,n και μπορεί να είναι θετικά ορισμένο, θετικά ημι-ορισμένο ή αόριστο. Το μητρώο **V** είναι ένα γενικευμένο μητρώο δυσκαμψίας με συντελεστές V_{ij} με i, j=1,…,n οι οποίοι είναι γραμμικές συναρτήσεις της παραμέτρου μη-συντηρητικής φόρτισης η και μιας αιφνίδια επιβαλλόμενης εξωτερικής φόρτισης λ άπειρης διάρκειας, δηλαδή $V_{ij}= V_{ij}(\eta, \lambda)$. Προφανώς το σύστημα είναι αυτόνομο. Όταν η εξωτερική φόρτιση είναι στατική, τα κρίσιμα φορτία λ^c, τα οποία οδηγούν σε αστάθεια τύπου απόκλισης, λαμβάνονται μέσω του μηδενισμού της ορίζουσας του ασύμμετρου μητρώου δυσκαμψίας:

$$|\mathrm{V}(\eta, \lambda)| = 0 \tag{2.1.2}$$

Η εξίσωση (2.1.2) καταλήγει σε μια n-βαθμού αλγεβρική εξίσωση ως προς λ. Το μητρώο δυσκαμψίας V_{ij} είναι θετικό για $\lambda < \lambda_1^c$, μηδενικό για $\lambda = \lambda_1^c$ και αρνητικό για $\lambda > \lambda_1^c$, όπου λ_1^c είναι το πρώτο κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Η λύση της εξίσωσης (2.1.1) μπορεί να αναζητηθεί υπό τη μορφή:

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{r}e^{\rho t} \tag{2.1.3}$$

Όπου ρ είναι γενικά ένας μιγαδικός αριθμός (ιδιοτιμή) και **r** είναι ένα μιγαδικό διάνυσμα ανεξάρτητο από το χρόνο t.

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.1.1) και (2.1.3) λαμβάνουμε:

$$(\rho^2\boldsymbol{M} + \rho\boldsymbol{C} + \boldsymbol{V})\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0} \tag{2.1.4}$$

Για δεδομένα μητρώα $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{V}$ οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης προκύπτουν μέσω του μηδενισμού της ορίζουσας:

$$|\rho^2\boldsymbol{M} + \rho\boldsymbol{C} + \boldsymbol{V}| = 0 \tag{2.1.5}$$

Το ανάπτυγμα της οποίας δίνει την χαρακτηριστική εξίσωση για ένα n-βαθμού ελευθερίας σύστημα:

$$\rho^{2n} + \alpha_1\rho^{2n-1} + \cdots + \alpha_{2n-1}\rho + \alpha_{2n} = 0 \tag{2.1.6}$$

Οι ρίζες της εξίσωσης (2.1.6) είναι γενικά ζεύγη συζυγών μιγαδικών αριθμών της μορφής $\rho_j = \nu_j \pm \mu_j i$,όπου ν_j , μ_j πραγματικοί αριθμοί και i=$\sqrt{-1}$, με αντίστοιχα συζυγή μιγαδικά ιδιοδιανύσματα $\boldsymbol{r}_j$,$\overline{\boldsymbol{r}_j}$. Οι λύσεις της εξίσωσης (2.1.1) είναι της μορφής:

$$A_j e^{t\,\nu_j} cos\mu_j t\ ,\ B_j e^{t\,\nu_j} sin\mu_j t \tag{2.1.7}$$

Όπου Α,Β είναι σταθερές που καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες.

Εάν όλες οι ιδιοτιμές της εξίσωσης (2.1.6) έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος, δηλαδή $\nu_j < 0$ για κάθε j, τότε οι ρίζες της εξίσωσης αυτής είναι φραγμένες και τείνουν στο μηδέν καθώς $t \to \infty$ και η αρχική θέση ισορροπίας είναι ασυμπτωτικά ευσταθής.

2.2 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ

Έστω η γενική περίπτωση ενός πολυωνύμου ως προς z με πραγματικούς συντελεστές α_i , i=1,..,n:

$$f(z) = \alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}z + \alpha_n = 0,\ \alpha_0 > \tag{2.2.1}$$

Για το οποίο θα αναζητήσουμε τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες έτσι ώστε όλες οι ρίζες να έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος.

Ως z_k , με k=1,..,n, ορίζονται οι πραγματικές ρίζες και ως $r_j \pm s_j i$, με j=1,2,..,$\frac{(n-m)}{2}$, οι μιγαδικές ρίζες της εξίσωσης (2.2.1). Μπορούμε να διασφαλίσουμε αυτές να βρίσκονται αριστερά του φανταστικού άξονα, δηλαδή:

$$z_k<0\ ,\ r_j < 0 \tag{2.2.2}$$

Επομένως, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$f(z) = \alpha_0 \prod_{k=1}^{m}(z - \mathrm{z_k}) \prod_{j=1}^{n-m}(z^2 - 2rz + r^2 j + s^2 j) \quad (2.2.3)$$

Λόγω των ανισοτήτων (2.2.2) κάθε όρος της εξίσωσης (2.2.3) έχει θετικούς συντελεστές. Συμπεραίνουμε ότι όλοι οι συντελεστές της εξίσωσης (2.2.1) είναι επίσης θετικοί. Αυτό είναι αναγκαία αλλά όχι ικανή συνθήκη ώστε όλες οι ρίζες να βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο (Re(z)<0).

Σύμφωνα με το κριτήριο των Routh-Hurwitz για ασυμπτωτική ευστάθεια, δηλαδή για να έχουν όλες οι ρίζες της εξίσωσης αρνητικό πραγματικό μέρος, αναγκαίες και ικανές συνθήκες είναι:

$$\Delta_1 > 0,\ \ \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0 \quad (2.2.4)$$

Όπου:

$$\Delta_1 = \alpha_1, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha_0 & \alpha_2 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_3 \end{vmatrix}, \dots..,$$

$$\Delta_n = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι όταν ισχύουν οι ανωτέρω αναγκαίες συνθήκες α_i >0, τότε οι ανισότητες (2.2.4) δεν είναι ανεξάρτητες. Για παράδειγμα, για n=4 το

κριτήριο των Routh-Hurwitz μειώνεται στη μοναδική ανισότητα $\Delta_1 > 0$, για n=5 μειώνεται σε $\Delta_2 > 0$ και $\Delta_4 > 0$, ενώ για n=6 σε $\Delta_3 > 0$ και $\Delta_5 > 0$. Αυτό απασχόλησε τους Lienart και Chipart οι οποίοι διατύπωσαν το ακόλουθο κριτήριο για την ασυμπτωτική ευστάθεια:

<u>Κριτήριο ασυμπτωτικής ευστάθειας των Lienart –Chipart:</u>

Για να διαθέτει ένα πολυώνυμο με πραγματικούς συντελεστές της μορφής $f(z) = \alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0$, $\alpha_0 > 0$ όλες τις ρίζες του με αρνητικό πραγματικό μέρος πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες ικανές και αναγκαίες συνθήκες:

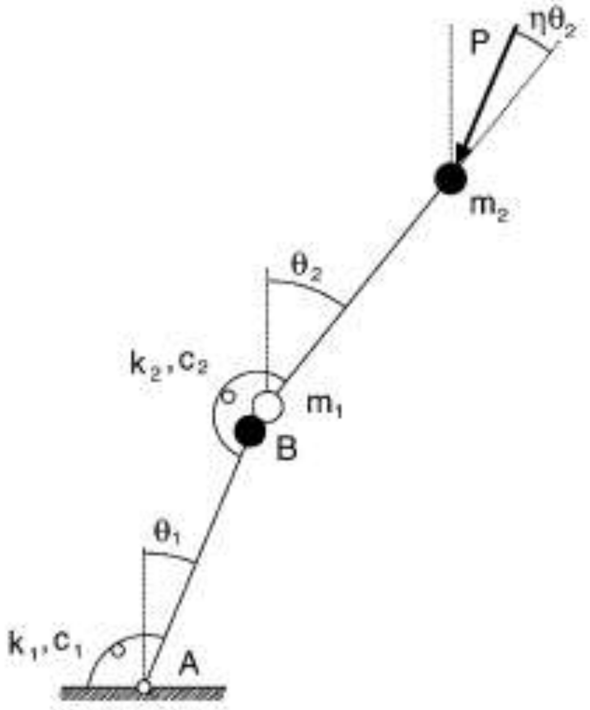
Είτε, $\alpha_n > 0$, $\alpha_{n-2} > 0$, ……, $\mu\varepsilon \begin{cases} \text{ή } \Delta_1>0, \ \Delta_3>0,\dots, \\ \text{ή } \Delta_2>0, \ \Delta_4>0,\dots, \end{cases}$ (2.2.6α)

Είτε, $\alpha_n > 0$, $\alpha_{n-1} > 0$, $\alpha_{n-3} > 0$, ……, $\mu\varepsilon \begin{cases} \text{ή } \Delta_1>0, \ \Delta_3>0,\dots, \\ \text{ή } \Delta_2>0, \ \Delta_4>0,\dots, \end{cases}$ (2.2.6β)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

3.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ

Θεωρούμε το διβάθμιο σύστημα ελατηρίων με απόσβεση μορφής ανεστραμμένου διπλού εκκρεμούς (ή πρόβολος του Beck) υπό μερικά εφαπτομενική αιφνίδια επιβαλλόμενη φόρτιση, το οποίο απεικονίζεται στο σχήμα 3.1:



Εικόνα 3.1

Στη συνέχεια θα εξεταστεί εκτενώς η επιρροή της παραβίασης ενός ή περισσότερων από τα κριτήρια ασυμπτωτικής ευστάθειας των Lienart –Chipart πριν το μικρότερο φορτίο για το οποίο συμβαίνει απόκλιση.

Οι μη γραμμικές εξισώσεις για το διβάθμιο μη-συντηρητικό σύστημα έχουν ως εξής:

$$(1+m)\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2\cos(\theta_1+\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 sin(\theta_1-\theta_2) + c_{11}\dot{\theta}_1 + c_{12}\dot{\theta}_2 + V_1 = 0 \qquad (3.1.1α)$$

$$\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_1\cos(\theta_1-\theta_2) - \dot{\theta}_1^2 sin(\theta_1-\theta_2) + c_{22}\dot{\theta}_2 + c_{12}\dot{\theta}_1 + V_2 = 0 \qquad (3.1.1β)$$

Όπου:

$$V_1 = (1+k)\theta_1 - \theta_2 - \lambda\sin\left[\theta_1 + (\eta-1)\theta_2\right] \qquad (3.1.2α)$$

$$V_2 = \theta_2 - \theta_1 \lambda sin\, \eta\theta_2 \qquad (3.1.2β)$$

Και

η: παράμετρος μη-συντηρητικότητας του φορτίου,

$$m = \frac{m_1}{m_2}, \qquad k = \frac{k_1}{k_2}, \quad \lambda = \frac{P\, l}{k_2}$$

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων (3.1.1) μέσω του μετασχηματισμού:

$$\Theta = \begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix} = e^{t\rho}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{bmatrix} = e^{t\rho}\,\boldsymbol{\varphi} \qquad (3.1.3)$$

Δίνει:

$$(\rho^2\boldsymbol{M} + \rho\boldsymbol{C} + \boldsymbol{V})\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{0} \qquad (3.1.4)$$

Όπου:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{\mathbf{11}} & m_{12}\\ m_{12} & m_{22}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1+m & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix} \qquad (3.1.5α)$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{\mathbf{11}} & c_{\mathbf{12}}\\ c_{\mathbf{12}} & c_{\mathbf{22}}\end{bmatrix} \qquad (3.1.5β)$$

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} V_{\mathbf{11}} & V_{\mathbf{12}}\\ V_{\mathbf{12}} & V_{\mathbf{22}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k+1-\lambda & -1-\lambda(\eta-1)\\ -1 & 1-\lambda\eta\end{bmatrix} \qquad (3.1.5γ)$$

Τα φορτία στατικού λυγισμού δίνονται από το μηδενισμό της ορίζουσας του μητρώου δυσκαμψίας η οποία οδηγεί σε:

$$Det[V] = \eta\lambda^2 - \eta(k+2)\lambda + k = 0 \tag{3.1.6}$$

Της οποίας η ρίζα με τη μικρότερη τιμή δίνει το πρώτο φορτίο στατικού λυγισμού λ_1^c, το οποίο είναι ίσο με:

$$\lambda_1^c = 0.5\left[k + 2 - \sqrt{(k+2)^2} - 4\frac{k}{\eta}\right], \eta \neq 0 \tag{3.1.7}$$

Για πραγματικές ρίζες του η , η διακρίνουσα της εξίσωσης (3.1.6) πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός, οπότε ισχύει ότι:

$$\eta \geq \frac{4k}{(k+2)^2} \tag{3.1.8}$$

Με τη χρήση συμβολικών μαθηματικών (*Mathematica*) οι συντελεστές της χαρακτηριστικής εξίσωσης βρίσκονται ίσοι με:

$$\alpha_1 = \frac{1}{m}(\mathrm{c}_{11} - 2\mathrm{c}_{12} + \mathrm{c}_{22} + \mathrm{c}_{22}m) \tag{3.1.9α}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{m}(4 - \mathrm{c}_{12}{}^2 + \mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{22} + k + m - (2 + m\eta)\lambda) \tag{3.1.9β}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{m}(\mathrm{c}_{11} + \mathrm{c}_{12} + \mathrm{c}_{22} + \mathrm{c}_{22}k - (\mathrm{c}_{12} + \mathrm{c}_{22} + \mathrm{c}_{11}\eta - \mathrm{c}_{12}\eta)\lambda) \tag{3.1.9γ}$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{m}\big(k - k\eta\lambda + \eta(-2 + \lambda)\big) = \frac{1}{m}\det[V] \tag{3.1.9δ}$$

Η ικανή συνθήκη για τον υπολογισμό του ορίου μεταξύ ύπαρξης και μη ύπαρξης γειτονικών ισορροπιών (δηλαδή το σύνορο μεταξύ αστάθειας λόγω απόκλισης και δυναμικού λυγισμού) έχει ως εξής:

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \tag{3.1.10}$$

Το οποίο λόγω της σχέσης (3.1.9δ) δίνει:

$$\eta_0 = \frac{4k}{(k+2)^2},\ \lambda_0 = \frac{k+2}{2} \tag{3.1.11}$$

3.2 ΣΥΜΒΟΛΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΠΑΡΑΒΙΑΣΗΣ ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

Η περίπτωση κατ' ουσίαν συντηρητικού συστήματος (λ=0) υπό μια ελάχιστη χρονική αρχική διαταραχή έχει διεξοδικά εξεταστεί στη διεθνή βιβλιογραφία [5,6], οπότε δε θα απασχολήσει

στη συνέχεια την παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή. Προς τούτον η μελέτη επικεντρώνεται στην εύρεση συνθηκών για λ≠0 και λ<λ_1^c.

Αναζητούμε συνδυασμό παραμέτρων μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας ώστε να παραβιάζονται οι συνθήκες $\alpha_2 > 0$ και $\alpha_3 > 0$ και να οδηγούμαστε σε στατικά ή δυναμικά διακλαδούμενα ασταθή μοντέλα για τιμές φορτίου μικρότερες του πρώτου κρίσιμου φορτίου στατικού λυγισμού. Οι τιμές της απόσβεσης είναι απειροελάχιστες καθώς μπορεί να έχουν σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά του συστήματος. Οι επιλύσεις πραγματοποιήθηκαν με το πρόγραμμα *Mathematica* και αναλυτικά παρατίθενται στο παράρτημα της παρούσας εργασίας. Χρησιμοποιώντας στη συνέχεια το λογισμικό Dynamics Solver έγινε η αριθμητική επίλυση των μη-γραμμικών εξισώσεων κίνησης και σχεδιάστηκαν τα πορτρέτα φάσεων για κάθε περίπτωση που εξετάστηκε.

3.2.1 Περίπτωση $\boldsymbol{\alpha_2 = 0}$

Για την περίπτωση $\alpha_2 = 0$ πραγματοποιήθηκαν τρείς επιλύσεις για διαφορετικές τιμές του μητρώου απόσβεσης. Η πρώτη αναφέρεται σε θετικά ορισμένο μητρώο απόσβεσης, η δεύτερη σε θετικά ημι- ορισμένο μητρώο απόσβεσης και η τρίτη σε αρνητικά ορισμένο μητρώο απόσβεσης.

3.2.1.1 Περίπτωση $\boldsymbol{\alpha_2 = 0}$ και det[c]>0

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος *Mathematica* για τις συνθήκες:

$$\text{λα2} < \text{λc1} \;\&\&\; \text{c11} > 0 \;\&\&\; \text{c22} > 0 \;\&\&\; \text{cc} > 0 \;\&\&\; k > 0 \;\&\&\; m > 0 \;\&\&$$

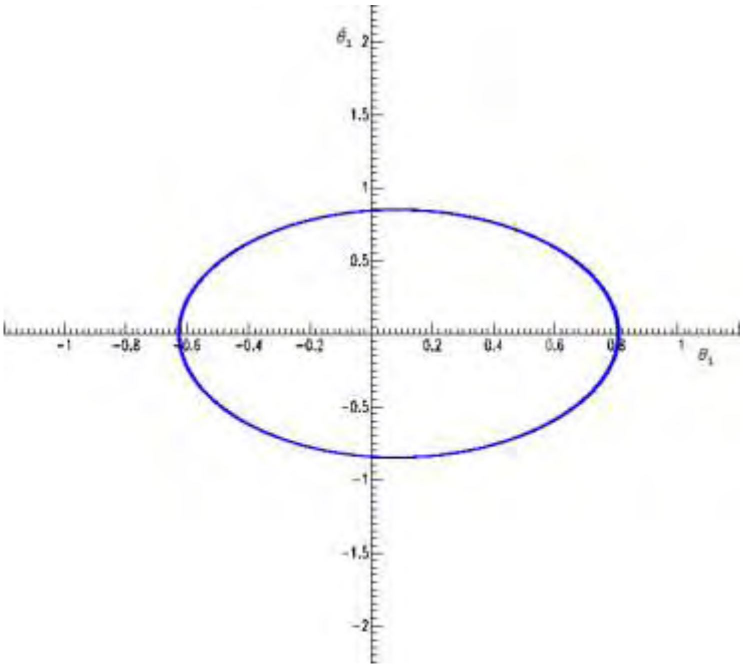
$$\eta > 0 \;\&\&\; \eta \geqslant \eta 0$$

όπου λα2 είναι το φορτίο στο οποίο μηδενίζεται το α_2 ,βρέθηκαν οι τιμές των μητρώων μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης, οι οποίες τις ικανοποιούν. Με τη βοήθεια του λογισμικού Dynamics Solver σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

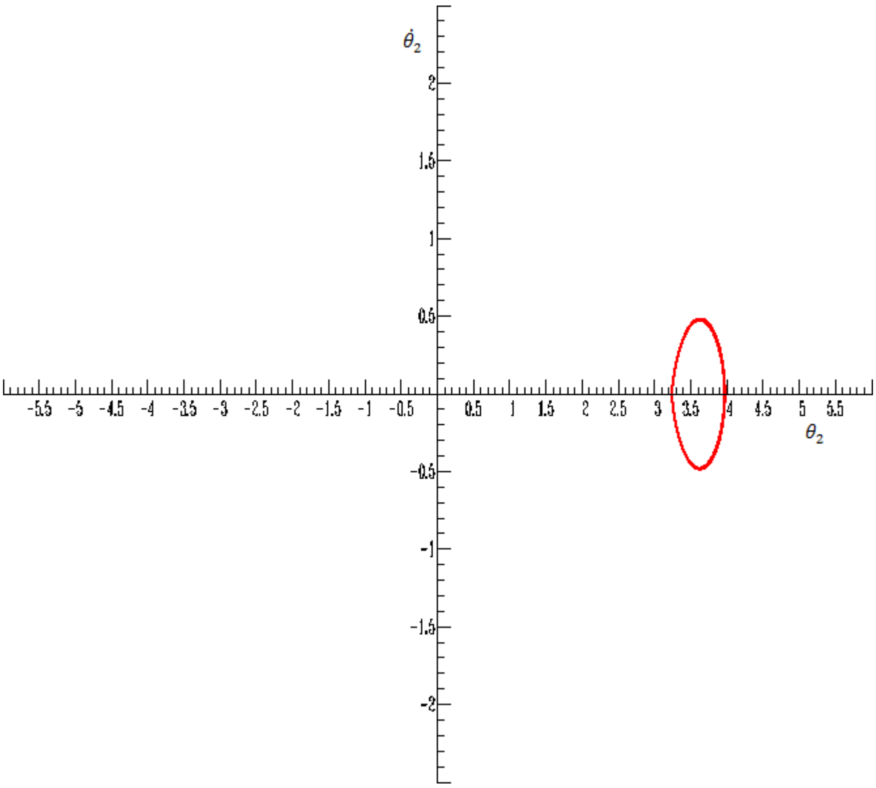
k=6, m=5, η=0.39, λ=3.5, $c_{11} = 0.001$, $c_{12} = 0.002$, $c_{22} = 0.01$, $\det[c] = 6.10^{-6}$

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$\rho_1 \to -0.68415, \rho_2 \to -0.00063 - 0.83433i, \rho_3 \to -0.00063 + 0.83433i, \rho_4 \to 0.67401$

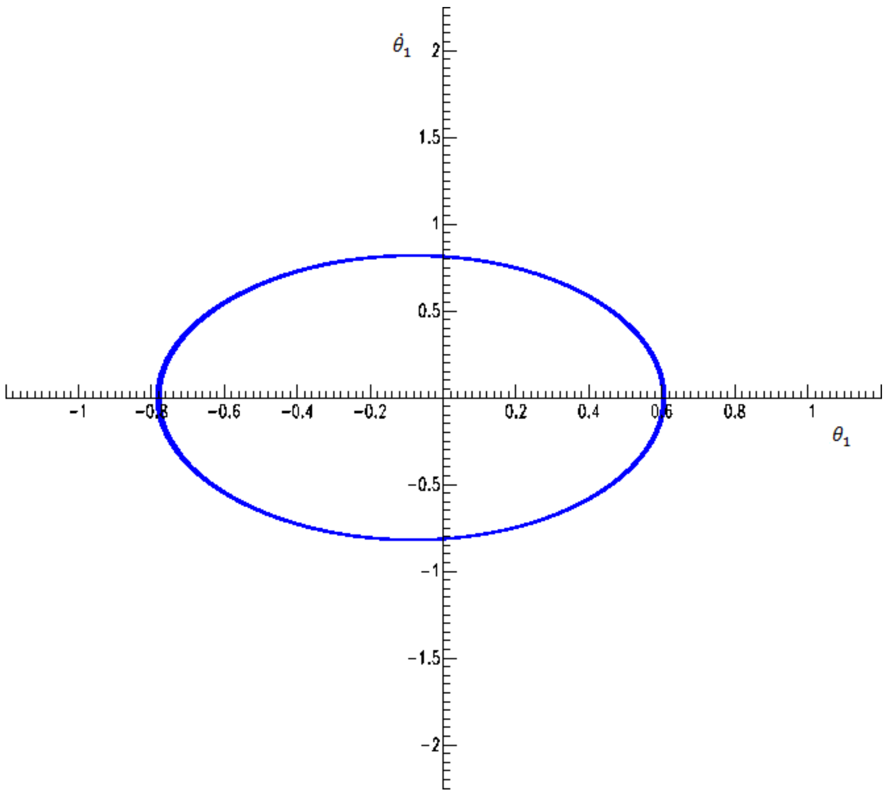


Εικόνα 3.2.1.1.α

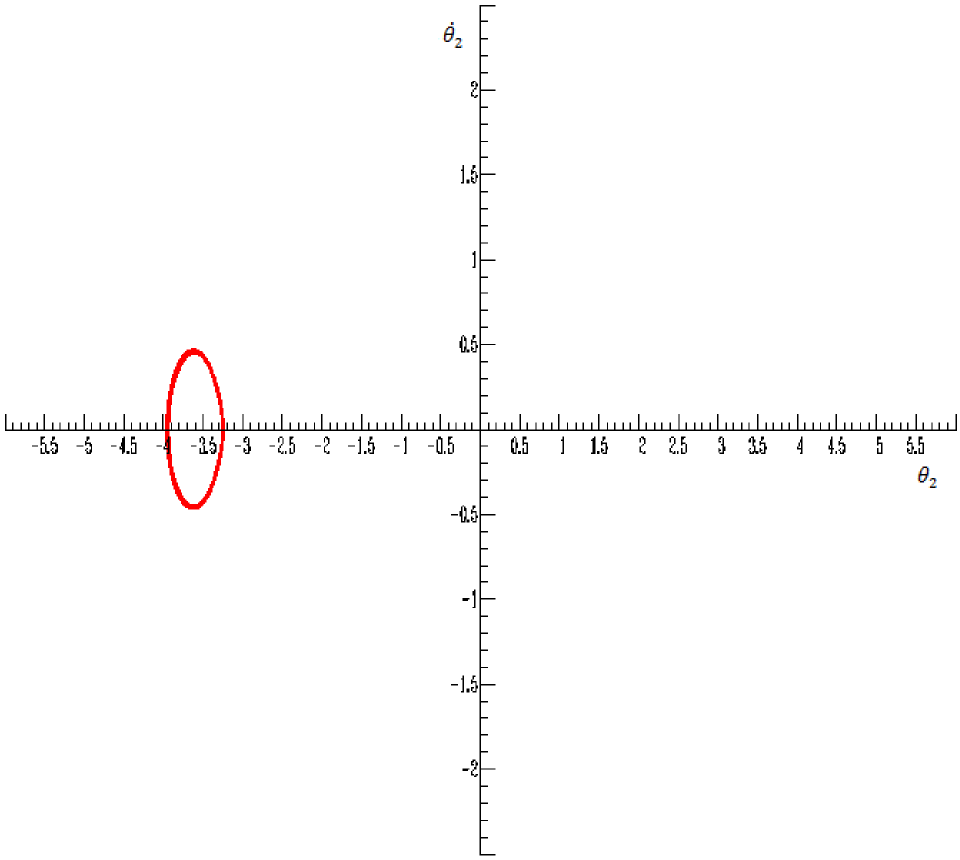


Εικόνα 3.2.1.1.β

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε και για διαφορετικές αρχικές συνθήκες. Τα πορτραίτα φάσεων που προέκυψαν εικονίζονται στα ακόλουθα σχήματα:



Εικόνα 3.2.1.1.γ



Εικόνα 3.2.1.1.δ

Όπως προκύπτει από τα δύο αυτά παραδείγματα ο μηδενισμός του συντελεστή α_2 για θετικό μητρώο απόσβεσης οδηγεί σε περιοδική κίνηση εξαρτώμενη από τις αρχικές συνθήκες (περιοδικές τροχιές).

3.2.1.2 Περίπτωση $\alpha_2 = 0$ και det[c]=0

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος *Mathematica* για τις συνθήκες:

$\lambda\alpha 2 < \lambda c1$ && $c11 > 0$ && $c22 > 0$ && $cc == 0$ && $k > 0$ && $m > 0$ &&

$\eta > 0$&&$\eta \geqslant \eta 0$

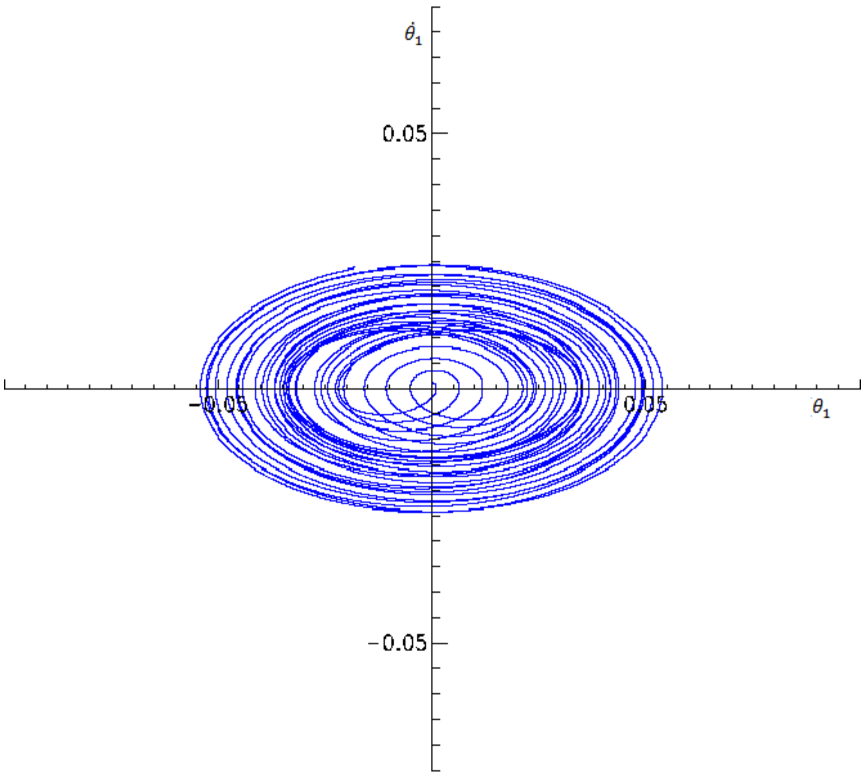
Με τη βοήθεια του λογισμικού Dynamics Solver σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

k=6, m=5, η=0.3752, λ=3.5, $c_{11} = 0.02$, $c_{12} = 0.01$, $c_{22} = 0.005$, $\det[c] = 0$

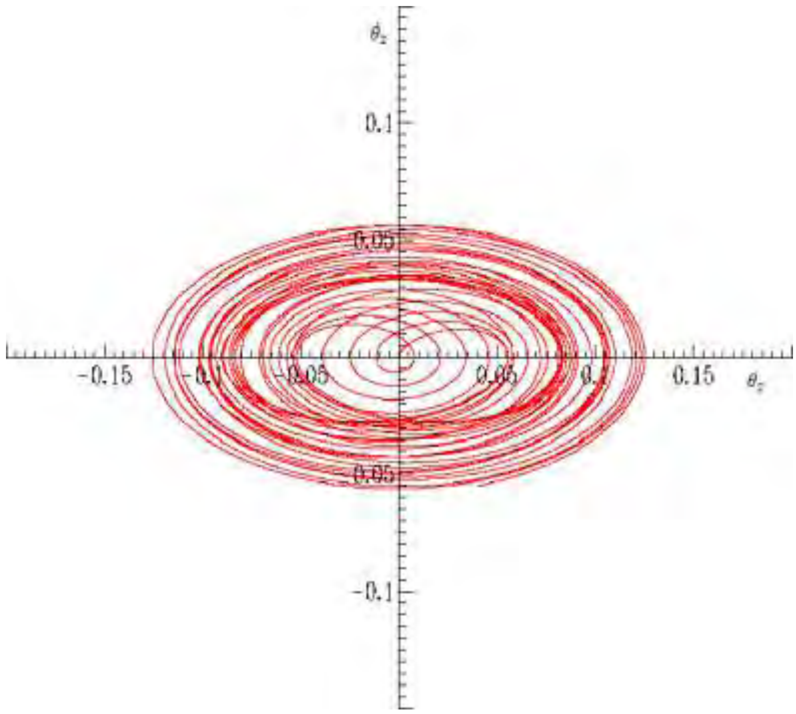
οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$\rho_1 \to -0.62503, \rho_2 \to -0.00196 - 0.82228i, \rho_3 \to -0.00196 + 0.82228i,$

$\rho_4 \to 0.62296$



Εικόνα 3.2.1.2.α



Εικόνα 3.2.1.2.β

Που καταδεικνύουν αποκλίνουσα μη φραγμένη κίνηση, χαρακτηριστική περίπτωση τοπικής ασυμπτωτικής δυναμικής αστάθειας.

3.2.1.3 Περίπτωση $\alpha_2 = 0$ και det[c]<0

Λόγω του μεγάλου όγκου της λύσης, η περίπτωση αυτή χωρίστηκε σε δύο μέρη, το πρώτο αναφέρεται σε θετική τιμή της παραμέτρου c_{22} και το δεύτερο σε αρνητική τιμή της παραμέτρου c_{22}.

3.2.1.3.1 Περίπτωση $\alpha_2 = 0$ και det[c]<0 και $c_{22} > 0$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος *Mathematica* για τις συνθήκες:

$\lambda\alpha 2 < \lambda c1$ && $cc < 0$ && $c22 > 0$ && $k > 0$ && $m > 0$ && $\eta \geqslant \eta 0$

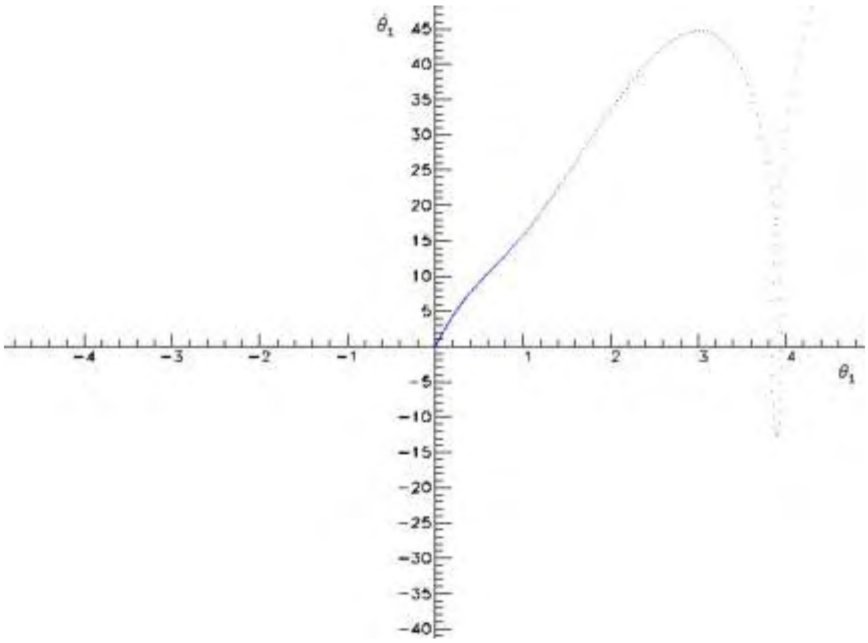
Με τη βοήθεια του λογισμικού Dynamics Solver σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

k=6, m=5, η=0.3752, λ=3.87, $c_{11} = -0.001$, $c_{12} = 0.002$, $c_{22} = 0.01$, $\det[c] = -0.000102$

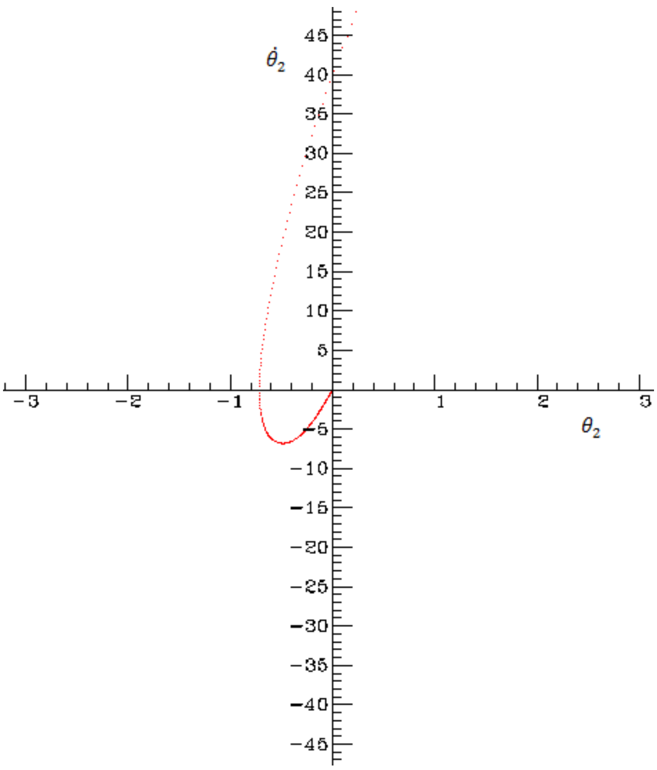
οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$\rho_1 \to -0.79759, \rho_2 \to -0.00085 - 0.79628i, \rho_3 \to -0.00085 + 0.79628i,$

$\rho_4 \to 0.795109$



Εικόνα 3.2.1.3.1.α



Εικόνα 3.2.1.3.1.β

Εκ νέου εμφανίζεται απόκριση μη φραγμένης κίνησης.

3.2.1.3.2 Περίπτωση $\alpha_2 = 0$ και det[c]<0 και $c_{22} < 0$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος *Mathematica* για τις συνθήκες:

$\lambda\alpha 2 < \lambda c1$ && $cc < 0$ && $c22 < 0$ && $k > 0$ && $m > 0$ && $\eta \geqslant \eta 0$

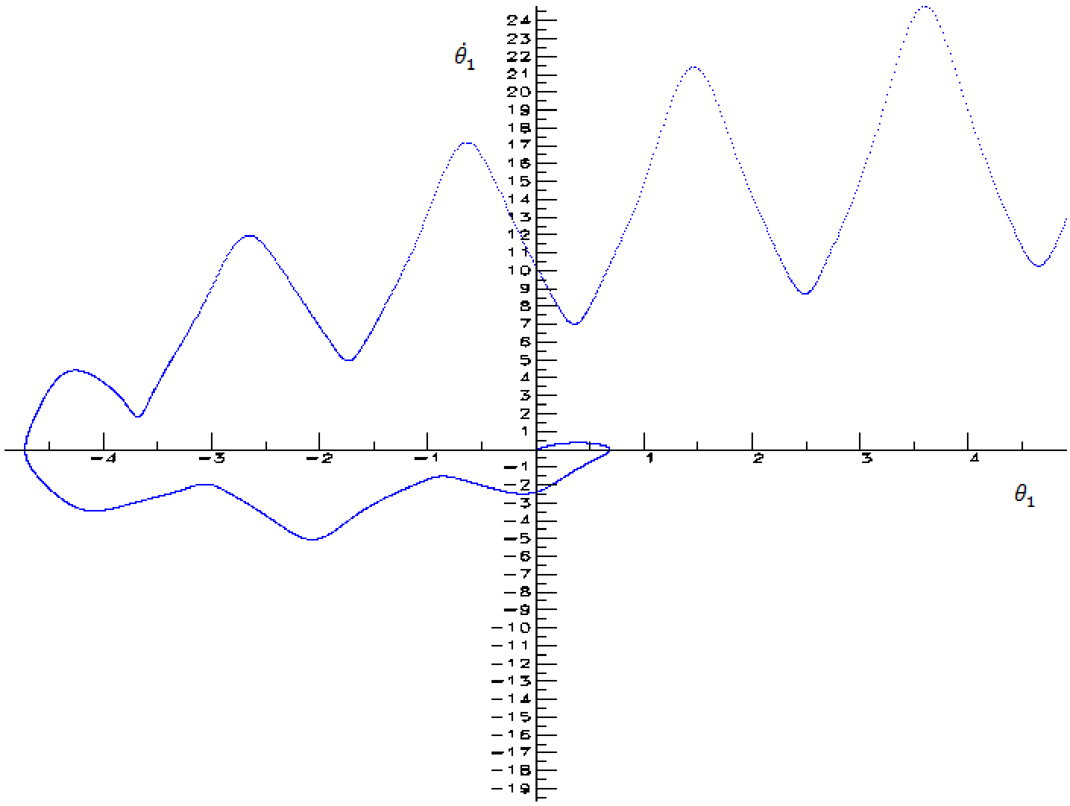
Με τη βοήθεια του λογισμικού Dynamics Solver σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

k=1.5, m=2, η=0.4898, λ=1.175, $c_{11} = 0.01$, $c_{12} = 2$, $c_{22} = -0.05$, $\det[c] = -3.9995$

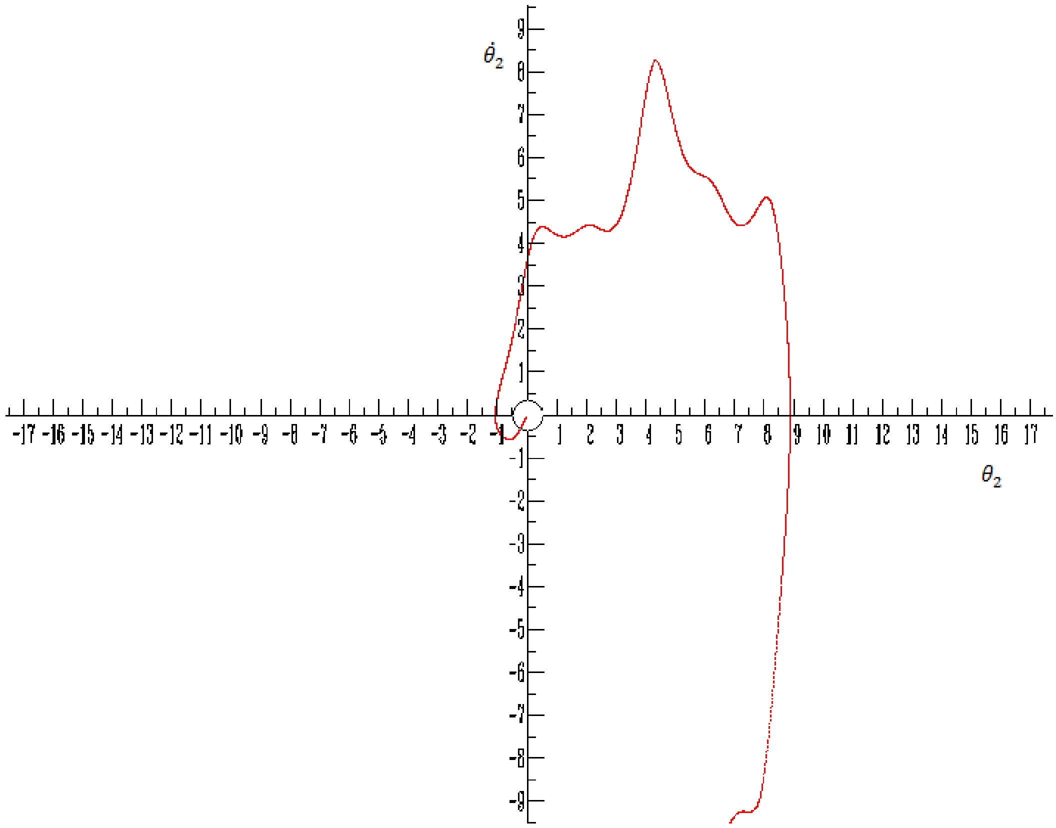
οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$\rho_1 \to -0.25407 - 0.17691i$, $\rho_2 \to -0.25407 + 0.17691i$, $\rho_3 \to 0.619576$,

$\rho_4 \to 1.95858$



Εικόνα 3.2.1.3.2.α



Εικόνα 3.2.1.3.2.β

3.2.2 Περίπτωση $\alpha_3 = 0$

Η περίπτωση $\alpha_3 = 0$ επιλύθηκε για τις εξής συνθήκες:

$\lambda\alpha 3 < \lambda c1$ && $c11 > 0$ && $c12 \neq 0$ && $k > 0$ && $m > 0$ && $\eta \geqslant \eta 0$

Με τη βοήθεια του λογισμικού Dynamics Solver σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

k=0.5, m=2, η=0.34, λ=0.544, $c_{11} = 0.05$, $c_{12} = 0.011$, $c_{22} = -0.05$

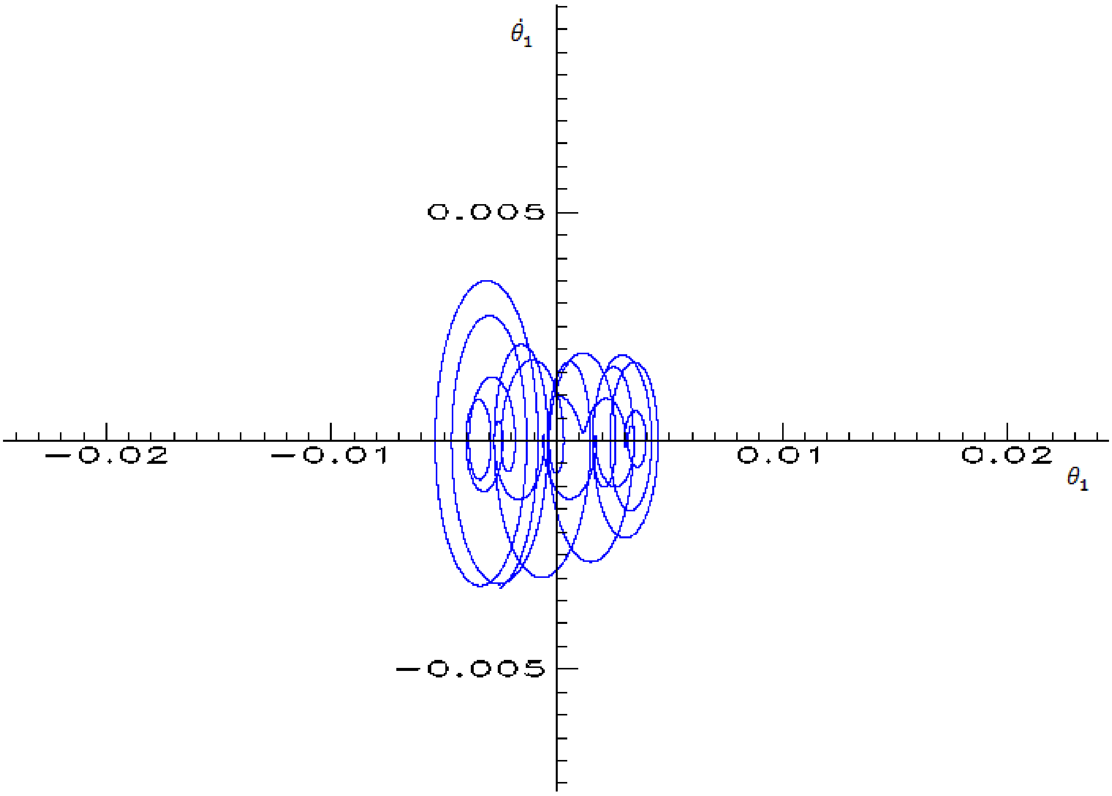
οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.13113,$$

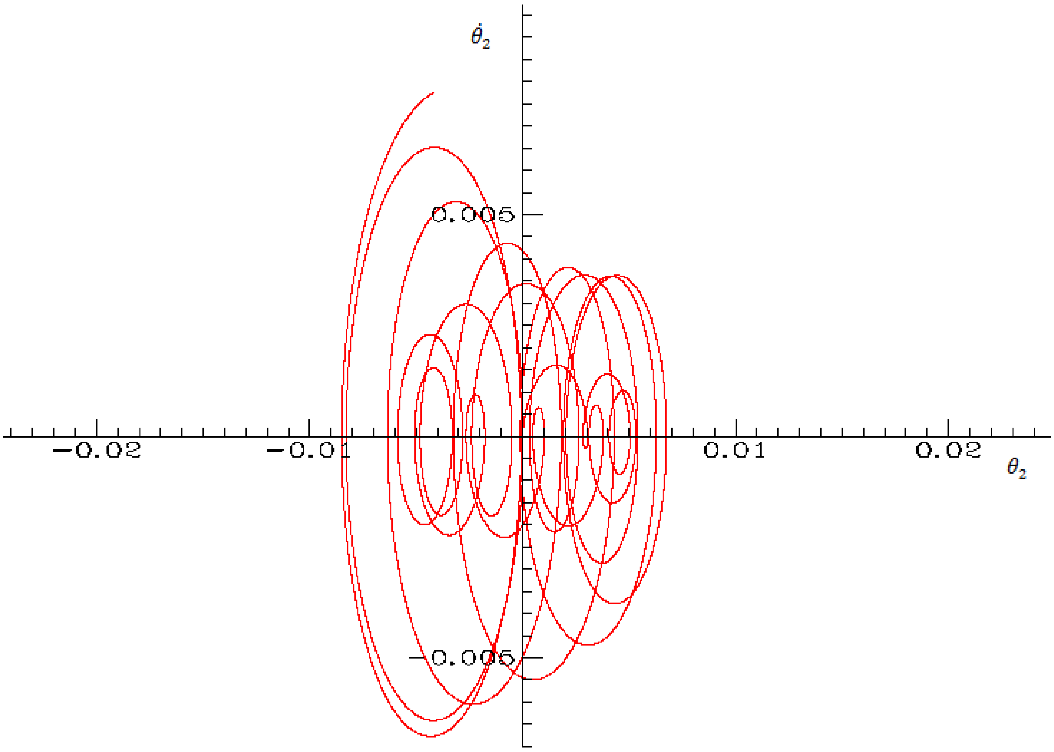
$$\rho_2 \to 0.03029 - 1.59249i,$$

$$\rho_3 \to 0.03029 + 1.59249i,$$

$$\rho_4 \to 0.13154$$



Εικόνα 3.2.2.α



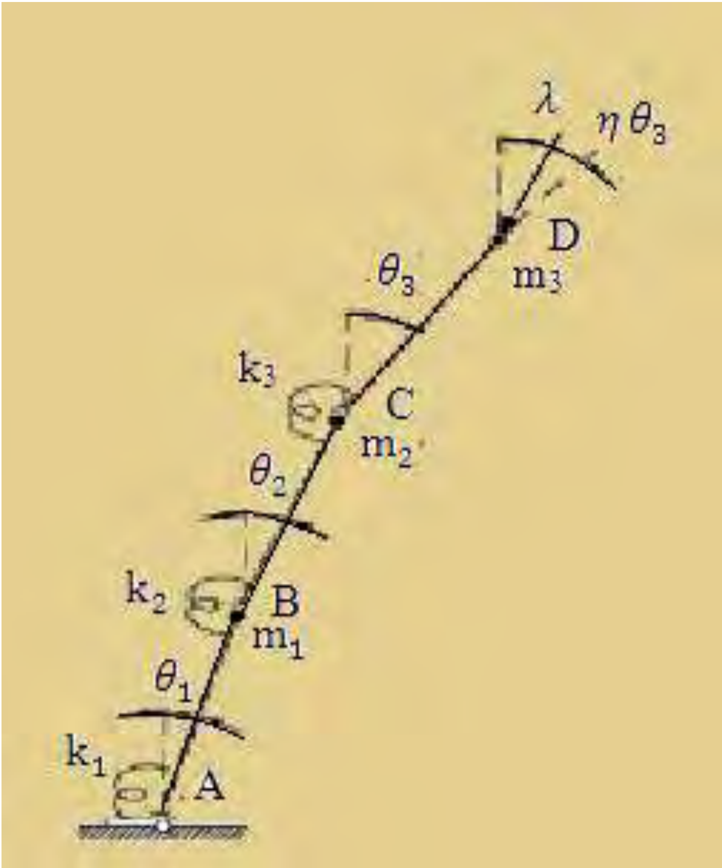
Εικόνα 3.2.2.β

Είναι προφανής η συμπεριφορά διαφεύγουσας κίνησης καθώς το αντίστοιχο σημείο ισορροπίας είναι ασταθές υπερβολικό

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^{ο} : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΡΙΩΝ ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

4.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ

Θεωρούμε το τριβάθμιο σύστημα ελατηρίων με απόσβεση μορφής ανεστραμμένου διπλού εκκρεμούς (ή αλλιώς προβόλου) υπό μερικά εφαπτομενική αιφνίδια επιβαλλόμενη φόρτιση, το οποίο απεικονίζεται στο σχήμα 4.1:



Εικόνα 4.1

Για το συγκεκριμένο σύστημα ναι μεν έχουν αναφερθεί ορισμένες συνθήκες απώλειας της τοπικής ευστάθειας [3,4], πλην όμως αυτές δεν είναι συστηματικά υπολογισμένες και κυρίως δεν αναφέρονται ούτε στην ιδιάζουσα περίπτωση μηδενικού φορτίου αλλά ούτε και πριν το πρώτο στατικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού τύπου απόκλισης.

Στη συνέχεια θα εξεταστεί εκτενώς η επιρροή της παραβίασης ενός ή περισσότερων από τα κριτήρια ασυμπτωτικής ευστάθειας των Lienart –Chipart πριν το μικρότερο φορτίο για το οποίο συμβαίνει απόκλιση.

Οι μη γραμμικές εξισώσεις για το τριβάθμιο μη-συντηρητικό σύστημα έχουν ως εξής[1]:

$$\ddot{\theta}_1(1+\bar{m}_1+\bar{m}_2)+\ddot{\theta}_2\cos(\theta_1-\theta_2)(1+\bar{m}_2)+\cos(\theta_1-\theta_3)\ddot{\theta}_3$$

$$+\dot{\theta}_2{}^2(1+\bar{m}_2)\sin(\theta_1-\theta_2)+\dot{\theta}_3{}^2\sin(\theta_1-\theta_3)+\dot{\theta}_1 c_{11}$$

$$+\dot{\theta}_2 c_{12}+\bar{k}_1\theta_1-\bar{k}_2(\theta_2-\theta_1)-\lambda\sin[\theta_1+(\eta-1)\theta_3]=0 \tag{4.1.α}$$

$$(1+\bar{m}_2)\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_1(1+\bar{m}_2)\cos(\theta_1-\theta_2)+\cos(\theta_2-\theta_3)\ddot{\theta}_3$$

$$-(1+\bar{m}_2)\dot{\theta}_1{}^2\sin(\theta_1-\theta_2)+\dot{\theta}_3{}^2\sin(\theta_2-\theta_3)+\dot{\theta}_2 c_{22}$$

$$+\dot{\theta}_1 c_{12}+\dot{\theta}_3 c_{23}+\bar{k}_2(\theta_2-\theta 1)-\theta_3+\theta_2-\lambda\sin[\theta_2+(\eta-1)\theta_3]=0 \tag{4.1.β}$$

$$\ddot{\theta}_3+\cos(\theta_2-\theta_3)\ddot{\theta}_2+\cos(\theta_1-\theta_3)\ddot{\theta}_1-\dot{\theta}_2{}^2\sin(\theta_2-\theta_3)$$

$$-\dot{\theta}_1{}^2\sin(\theta_1-\theta_3)+\dot{\theta}_3 c_{33}+\dot{\theta}_2 c_{23}+\theta_3-\theta_2-\lambda\sin[\eta\theta_3]=0 \tag{4.1.γ}$$

η: παράμετρος μη-συντηρητικότητας του φορτίου,

$$\bar{m}_1=\frac{m_1}{m_3},\quad \bar{m}_2=\frac{m_2}{m_3},\ \bar{k}_1=\frac{k_1}{k_3},\ \bar{k}_2=\frac{k_2}{k_3},\ \lambda=\frac{P\,l}{k_2}$$

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων (3.1.1) μέσω του μετασχηματισμού:

$$\Theta=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{bmatrix}=e^{t\rho}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \varphi_3\end{bmatrix}=e^{t\rho}\,\boldsymbol{\varphi} \tag{4.2}$$

Δίνει:

$$(\rho^2\boldsymbol{M}+\rho\boldsymbol{C}+\boldsymbol{V})\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{0} \tag{4.3}$$

Όπου:

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}m_{11}&m_{12}&m_{13}\\ m_{12}&m_{22}&m_{23}\\ m_{13}&m_{23}&m_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+\bar{m}_1+\bar{m}_2&1+\bar{m}_2&1\\ 1+\bar{m}_2&1+\bar{m}_2&1\\ 1&1&1\end{bmatrix} \tag{4.4.α}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}&c_{13}\\ c_{12}&c_{22}&c_{23}\\ c_{13}&c_{23}&c_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}&0\\ c_{12}&c_{22}&c_{23}\\ 0&c_{23}&c_{33}\end{bmatrix} \tag{4.4.β}$$

$$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{V_{11}}&\boldsymbol{V_{12}}&\boldsymbol{V_{13}}\\ \boldsymbol{V_{12}}&\boldsymbol{V_{22}}&\boldsymbol{V_{23}}\\ \boldsymbol{V_{13}}&\boldsymbol{V_{23}}&\boldsymbol{V_{33}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{k}_1+\bar{k}_2-\lambda&-\bar{k}_2&-\lambda(\eta-1)\\ -\bar{k}_2&1+\bar{k}_2-\lambda&-1-\lambda(\eta-1)\\ 0&-1&1-\lambda\eta\end{bmatrix} \tag{4.4.γ}$$

Τα φορτία στατικού λυγισμού δίνονται από το μηδενισμό της ορίζουσας του μητρώου δυσκαμψίας η οποία οδηγεί σε:

$$Det[V] = \bar{k}_1\bar{k}_2 - 2\,\bar{k}_1\eta\lambda - 3\bar{k}_2\eta\lambda - \bar{k}_1\bar{k}_2\eta\lambda + 2\eta\lambda^2 + \bar{k}_1\eta\lambda^2 +$$

$$+2\bar{k}_2\eta\lambda^2 - \eta\lambda^3 = 0 \tag{4.5}$$

της οποίας η ρίζα με τη μικρότερη τιμή δίνει το πρώτο φορτίο στατικού λυγισμού λ_1^c, το οποίο είναι ίσο με:

$$\lambda_1^c = -\frac{1}{6\eta}(-2(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2)\eta +$$

$$+(22^{1/3}(4+\bar{k}_1{}^2+\bar{k}_1(-2+\bar{k}_2)-\bar{k}_2+4\bar{k}_2{}^2)\eta^2)/$$

$$/(-27\,\bar{k}_1\bar{k}_2\eta^2 - 16\eta^3 + 12\,\bar{k}_1\eta^3 + 6\,\bar{k}_1{}^2\eta^3 - 2\,\bar{k}_1{}^3\eta^3 + 6\bar{k}_2\eta^3 + 33\,\bar{k}_1\bar{k}_2\eta^3 -$$

$$-3\,\bar{k}_1{}^2\bar{k}_2\eta^3 + 6\bar{k}_2{}^2\eta^3 - 6\,\bar{k}_1\bar{k}_2{}^2\eta^3 - 16\bar{k}_2{}^3\eta^3 +$$

$$\sqrt{}(-4(4+\bar{k}_1{}^2+\bar{k}_1(-2+\bar{k}_2)-\bar{k}_2+4\bar{k}_2{}^2)^3\eta^6 +$$

$$+\eta^4(2\,\bar{k}_1{}^3\eta + 3\,\bar{k}_1{}^2(-2+\bar{k}_2)\eta + 2(8-3\bar{k}_2-3\bar{k}_2{}^2+8\bar{k}_2{}^3)\eta +$$

$$3\,\bar{k}_1(\bar{k}_2(9-11\eta)-4\eta+2\bar{k}_2{}^2\eta))^2))\ \hat{}\ 1/3$$

$$+2^{2/3}(-27\,\bar{k}_1\bar{k}_2\eta^2 - 16\eta^3 + 12\,\bar{k}_1\eta^3 + 6\,\bar{k}_1{}^2\eta^3 - 2\,\bar{k}_1{}^3\eta^3 + 6\bar{k}_2\eta^3 + 33\,\bar{k}_1\bar{k}_2\eta^3$$

$$-3\,\bar{k}_1{}^2\bar{k}_2\eta^3 + 6\bar{k}_2{}^2\eta^3 - 6\,\bar{k}_1\bar{k}_2{}^2\eta^3 - 16\bar{k}_2{}^3\eta^3 +$$

$$\sqrt{}(-4(4+\bar{k}_1{}^2+\bar{k}_1(-2+\bar{k}_2)-\bar{k}_2+4\bar{k}_2{}^2)^3\eta^6 + \eta^4(2\,\bar{k}_1{}^3\eta + 3\,\bar{k}_1{}^2(-2+\bar{k}_2)\eta$$

$$+2(8-3\bar{k}_2-3\bar{k}_2{}^2+8\bar{k}_2{}^3)\eta + 3\,\bar{k}_1(\bar{k}_2(9-11\eta)-4\eta+2\bar{k}_2{}^2\eta))^2))\ \hat{}\ 1/3) \tag{4.6}$$

Με τη χρήση συμβολικών μαθηματικών (Mathematica) οι συντελεστές της χαρακτηριστικής εξίσωσης βρίσκονται ίσοι με:

$$\alpha_1 = (-\mathrm{c}_{11} + 2\mathrm{c}_{12} - \mathrm{c}_{22} + \mathrm{c}_{23} + \mathrm{c}_{23}\bar{\mathrm{m}}_2 + \mathrm{c}_{11}(1+\bar{\mathrm{m}}_2) - 2\mathrm{c}_{12}(1+\bar{\mathrm{m}}_2) +$$

$$+\mathrm{c}_{23}(1+\bar{\mathrm{m}}_2) - \mathrm{c}_{33}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2 + \mathrm{c}_{22}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2) - 2\mathrm{c}_{23}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2) +$$

$$+\mathrm{c}_{33}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2))/$$

$$(-\bar{m}_1-(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)) \qquad (4.7.\alpha)$$

$$\alpha_2=\frac{1}{-\bar{m}_1-(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)}(-3-\mathrm{c}_{12}+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{22}-$$

$$2\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{23}+2\mathrm{c}_{12}\mathrm{c}_{23}-\bar{k}_1-4\bar{k}_2-2\bar{\mathrm{m}}_2+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{33}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)-$$

$$-2\mathrm{c}_{12}\mathrm{c}_{33}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\bar{k}_1(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+3\bar{k}_2(1+\bar{\mathrm{m}}_2)-(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2+$$

$$3(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)-\mathrm{c}_{23}{}^2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\mathrm{c}_{22}\mathrm{c}_{33}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+$$

$$+\bar{k}_2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+2\lambda+(-1-\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda+$$

$$+(-1-\bar{m}_1-\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2\lambda+(-1-\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda) \qquad (4.7.\beta)$$

$$\alpha_3=\frac{1}{-\bar{m}_1-(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)}(3\mathrm{c}_{11}-2\mathrm{c}_{12}-\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{23}{}^2-$$

$$-\mathrm{c}_{12}\mathrm{c}_{33}+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{22}\mathrm{c}_{33}+\mathrm{c}_{22}\bar{k}_1-2\mathrm{c}_{23}\bar{k}_1+\mathrm{c}_{11}\bar{k}_2+2\mathrm{c}_{12}\bar{k}_2+$$

$$+\mathrm{c}_{22}\bar{k}_2-4\mathrm{c}_{23}\bar{k}_2+\mathrm{c}_{11}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)-2\mathrm{c}_{12}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\mathrm{c}_{33}\bar{k}_1(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+$$

$$+3\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\mathrm{c}_{22}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+2\mathrm{c}_{23}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+$$

$$+\mathrm{c}_{33}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)-\mathrm{c}_{11}\lambda-\mathrm{c}_{22}\lambda+2\mathrm{c}_{23}\lambda-$$

$$\mathrm{c}_{11}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda+2\mathrm{c}_{12}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-\mathrm{c}_{33}(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-$$

$$-\mathrm{c}_{22}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-\mathrm{c}_{33}(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda) \qquad (4.7.\gamma)$$

$$\alpha_4=\frac{1}{-\bar{m}_1-(1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)}(-\mathrm{c}_{12}{}^2+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{22}+2\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{23}$$

$$+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{33}+3\bar{k}_1-\mathrm{c}_{23}{}^2\bar{k}_1+\mathrm{c}_{22}\mathrm{c}_{33}\bar{k}_1+5\bar{k}_2-\mathrm{c}_{23}{}^2\bar{k}_2+$$

$$+\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2+2\mathrm{c}_{12}\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2+\mathrm{c}_{22}\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2+\bar{k}_1(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+$$

$$3\bar{k}_2(1+\bar{\mathrm{m}}_2)+\bar{k}_2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)-3\lambda+\mathrm{c}_{12}{}^2\lambda-\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{22}\lambda+\mathrm{c}_{23}{}^2\lambda-$$

$$-\mathrm{c}_{11}\mathrm{c}_{33}\lambda-\mathrm{c}_{22}\mathrm{c}_{33}\lambda-\bar{k}_1\lambda-2\bar{k}_2\lambda+(-1-\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-\bar{k}_1(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-$$

$$-3\bar{k}_2(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda-\bar{k}_2(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda+\lambda^2+$$

$$+(1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda^2+(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)\lambda^2) \qquad (4.7.\delta)$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{-\bar{m}_1 - (1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2 + (1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)} (\mathrm{c}_{22}\bar{k}_1 + 2\mathrm{c}_{23}\bar{k}_1 + \mathrm{c}_{33}\bar{k}_1 +$$

$$+\mathrm{c}_{11}\bar{k}_2 + 2\mathrm{c}_{12}\bar{k}_2 + \mathrm{c}_{22}\bar{k}_2 + 2\mathrm{c}_{23}\bar{k}_2 + \mathrm{c}_{33}\bar{k}_2 + \mathrm{c}_{33}\bar{k}_1\bar{k}_2 -$$

$$-2\mathrm{c}_{11}\lambda - \mathrm{c}_{22}\lambda - 2\mathrm{c}_{23}\lambda - \mathrm{c}_{33}\lambda - \mathrm{c}_{22}\mathrm{k}1\lambda - \mathrm{c}_{33}\mathrm{k}1\lambda - \mathrm{c}_{11}\bar{k}_2\lambda -$$

$$-2\mathrm{c}_{12}\bar{k}_2\lambda - \mathrm{c}_{22}\bar{k}_2\lambda - 2\mathrm{c}_{33}\bar{k}_2\lambda + \mathrm{c}_{11}\lambda^2 + \mathrm{c}_{22}\lambda^2 + \mathrm{c}_{33}\lambda^2) \qquad (4.7.\varepsilon)$$

$$\alpha_6 = \frac{1}{-\bar{m}_1 - (1+\bar{\mathrm{m}}_2)^2 + (1+\bar{\mathrm{m}}_2)(1+\bar{m}_1+\bar{\mathrm{m}}_2)} *$$

$$* (\bar{k}_1\bar{k}_2 - 2\bar{k}_1\lambda - 3\bar{k}_2\lambda - \bar{k}_1\bar{k}_2\lambda + 2\lambda^2 + \bar{k}_1\lambda^2 + 2\bar{k}_2\lambda^2 - \lambda^3) \qquad (4.7.\sigma\tau)$$

Η ικανή συνθήκη για τον υπολογισμό του ορίου μεταξύ ύπαρξης και μη ύπαρξης γειτονικών ισορροπιών (δηλαδή το σύνορο μεταξύ αστάθειας λόγω απόκλισης και δυναμικού λυγισμού) έχει ως εξής:

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \qquad (4.8)$$

που δίνει:

$$\eta_0 = 27\bar{k}_1\bar{k}_2/(-2(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2)^3 + 9(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2)(2\bar{k}_1+3\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2)$$

$$+2(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2)^2\sqrt{(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2)^2 - 3(2\bar{k}_1+3\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2)} -$$

$$-6\left(2\bar{k}_1+3\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2\right)\sqrt{\left(2+\bar{k}_1+2\bar{k}_2\right)^2 - 3\left(2\bar{k}_1+3\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2\right)}\,) \qquad (4.9)$$

και:

$$\lambda_0 = \frac{1}{3}((\bar{k}_1+2\bar{k}_2+2) - \sqrt{(\bar{k}_1+2\bar{k}_2+2)^2 - 3(2\bar{k}_1+3\bar{k}_2+\bar{k}_1\bar{k}_2)}) \qquad (4.10)$$

4.2 ΣΥΜΒΟΛΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΠΑΡΑΒΙΑΣΗΣ ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

Αναζητούμε συνδυασμό παραμέτρων μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας ώστε να παραβιάζονται οι συνθήκες $\alpha_3 > 0$ και $\alpha_5 > 0$ και να οδηγούμαστε σε στατικά ή δυναμικά διακλαδούμενα ασταθή μοντέλα για τιμές φορτίου μικρότερες του κρίσιμου φορτίου στατικού λυγισμού. Οι τιμές της απόσβεσης είναι απειροελάχιστες καθώς μπορεί να έχουν

σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά του συστήματος. Όπως και στην περίπτωση του διβάθμιου συστήματος, οι επιλύσεις πραγματοποιήθηκαν με το πρόγραμμα Mathematica και αναλυτικά παρατίθενται στο παράρτημα της παρούσας εργασίας. Χρησιμοποιώντας στη συνέχεια κατάλληλο λογισμικό, η λίστα του οποίου παρατίθεται επίσης στο παράρτημα, έγινε η επίλυση των μη-γραμμικών εξισώσεων κίνησης και σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα φάσεων για κάθε περίπτωση που εξετάστηκε.

4.2.1 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$

Στην περίπτωση α3≤0 πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για εξωτερικό φορτίο λ=0 έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των παραμέτρων c_{11}, c_{22} , c_{23}, c_{33}, $\overline{m}_1$, $\overline{\mathrm{m}}_2$, $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$, έχοντας αφήσει ελεύθερη μόνο την παράμετρο c_{12} τη μία φορά και τη παράμετρο c_{23} την άλλη. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις αναζητώντας κάθε φορά τις συνθήκες που πρέπει να πληρούν οι παράμετροι $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$, $\overline{m}_1$, $\overline{\mathrm{m}}_2$, έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των άλλων παραμέτρων.

4.2.1.1 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το c_{12}

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$, το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c12 \leq -4000.004 \vee c12 \geq 0.0046$

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

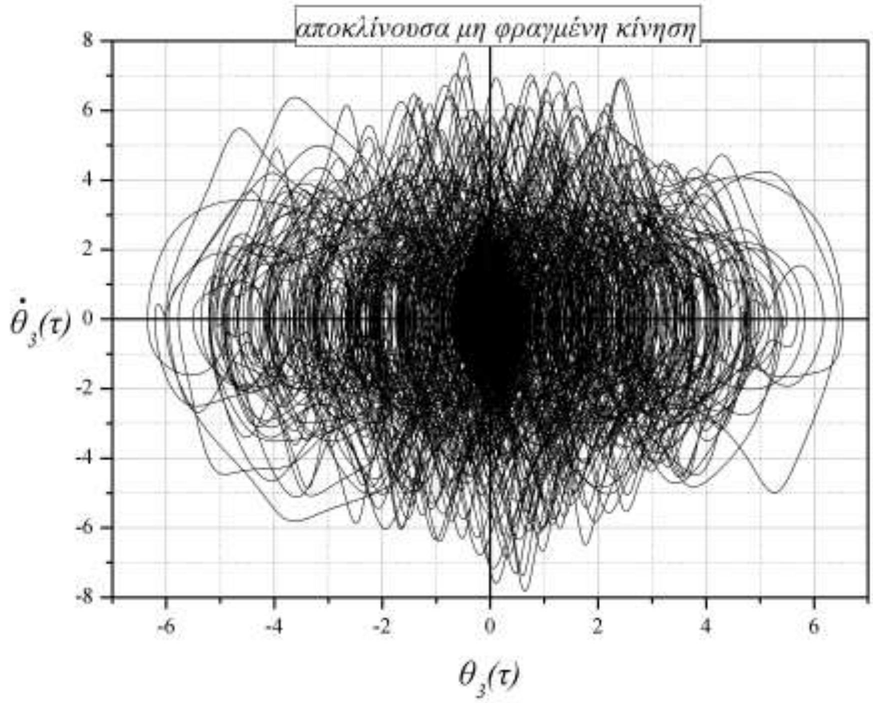
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{23}=0.005, c_{33}=0.001, $\overline{m}_1 = 0.5$, $\overline{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\overline{k}_1 = 1$, $\overline{k}_2 = 1$ c_{12}=0.008

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

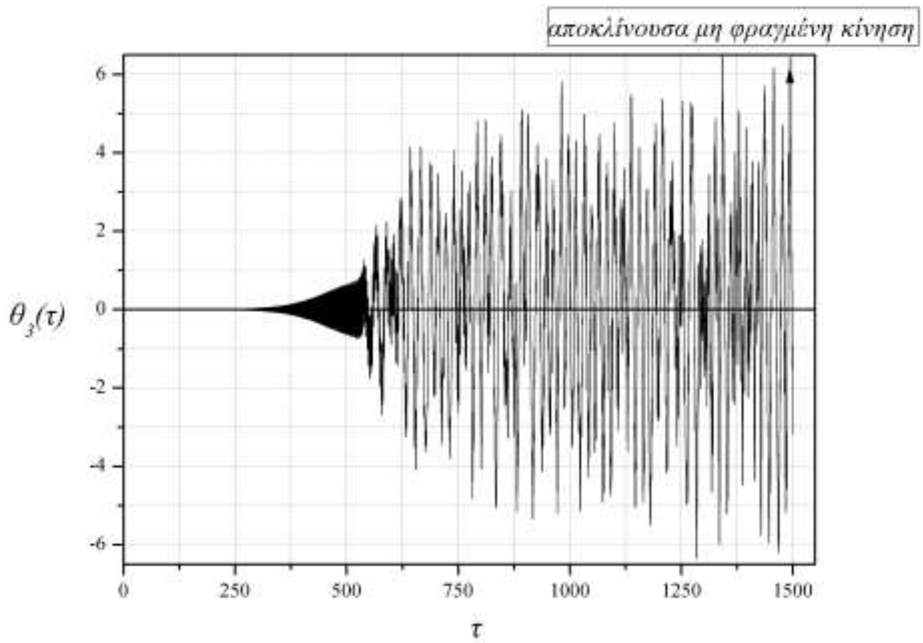
$$\rho_1 \rightarrow -0.00114 - 0.22924i, \rho_2 \rightarrow -0.00114 + 0.22924i,$$

$$\rho_3 \rightarrow -0.00097 - 1.56740i, \rho_4 \rightarrow -0.00097 + 1.56740i,$$

$$\rho_5 \rightarrow 0.01962 - 3.93577i, \rho_6 \rightarrow 0.01962 + 3.93577i$$



Εικόνα 4.2.1.1.α



Εικόνα 4.2.1.1.β

4.2.1.1.1 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_1$ με c12=0.008

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

k1 ≥ −0.9285840000000001

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

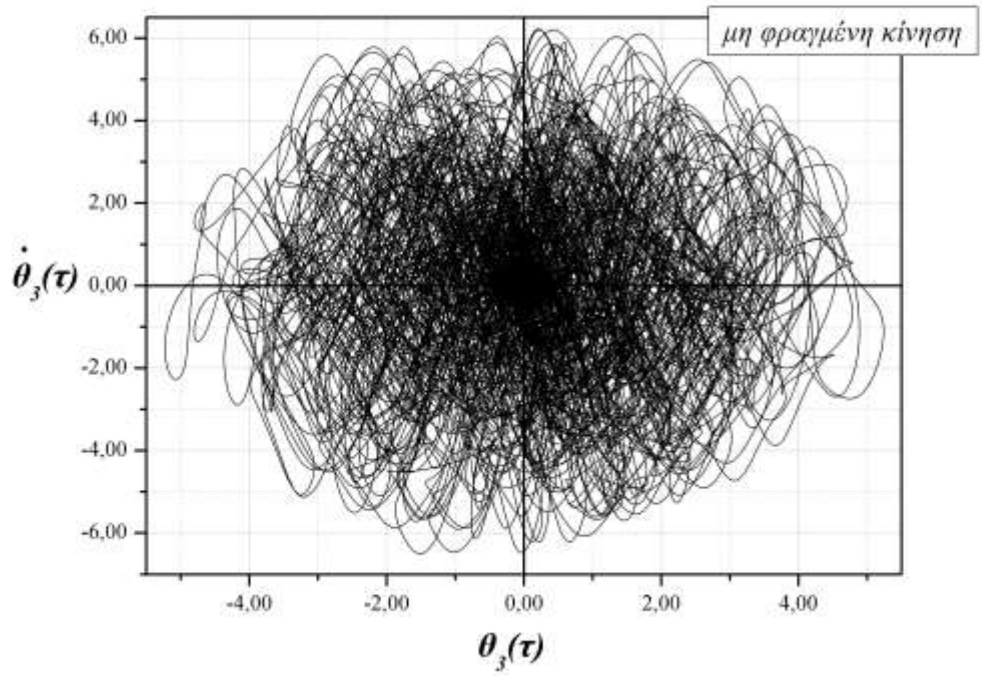
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\overline{m}_1 = 0.5$, $\overline{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\overline{k}_1 = 3$, $\overline{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00120 - 0.31403i, \rho_2 \to -0.00120 + 0.31403i,$$

$$\rho_3 \to -0.00059 - 1.80679i, \rho_4 \to -0.00059 + 1.80679i,$$

$$\rho_5 \to 0.01929 - 4.31699i, \rho_6 \to 0.01929 + 4.31699i$$



Εικόνα 4.2.1.1.1.α

4.2.1.1.2 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\overline{k}_2$ με c12=0.008

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematical για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$k2 \leq 3.076936615384616$

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

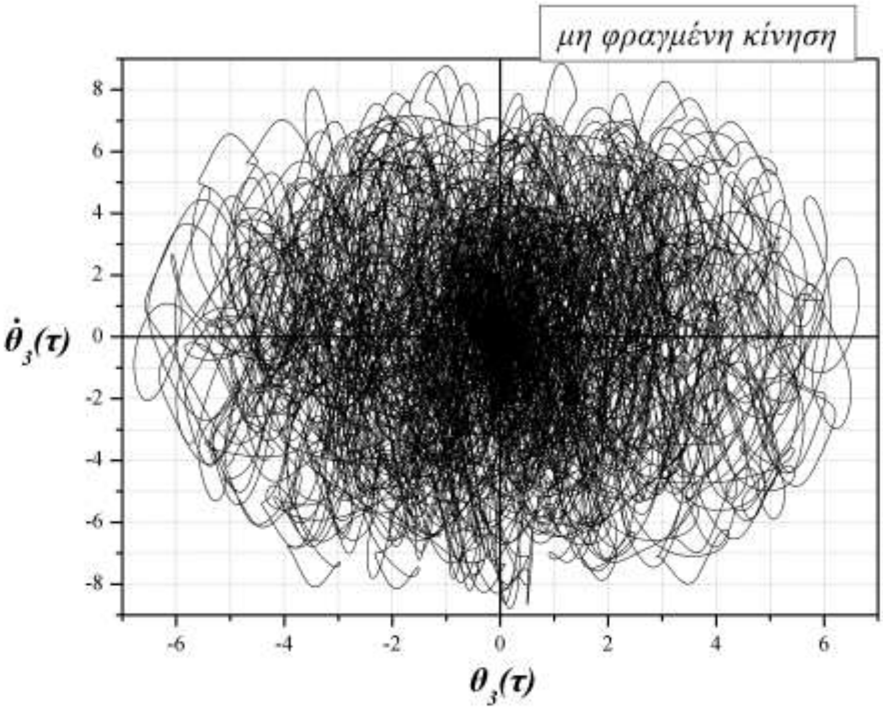
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 2.5$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

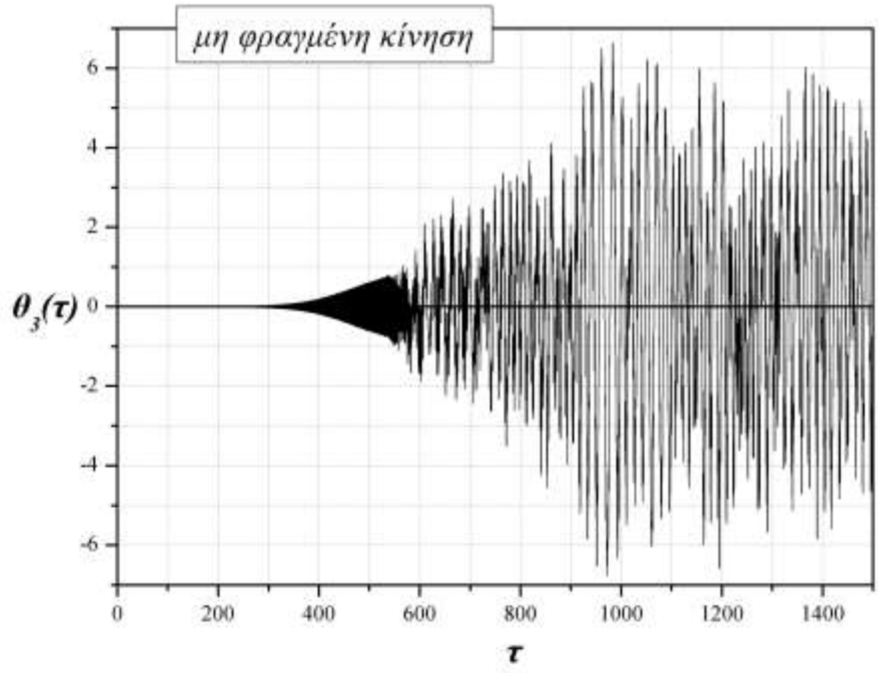
$$\rho_1 \to -0.00110 - 0.24914i, \rho_2 \to -0.00110 + 0.24914i,$$

$$\rho_3 \to -0.00057 - 1.67750i, \rho_4 \to -0.00057 + 1.67750i,$$

$$\rho_5 \to 0.01918 - 5.35009i, \rho_6 \to 0.01918 + 5.35009i$$



Εικόνα 4.2.1.1.2.α



Εικόνα 4.2.1.1.2.β

4.2.1.1.3 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$ με c12=0.008

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < m1 \leq 1.5384683076923082$

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα χώρου φάσης (phase space portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 1.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00110 - 0.22504i,$$

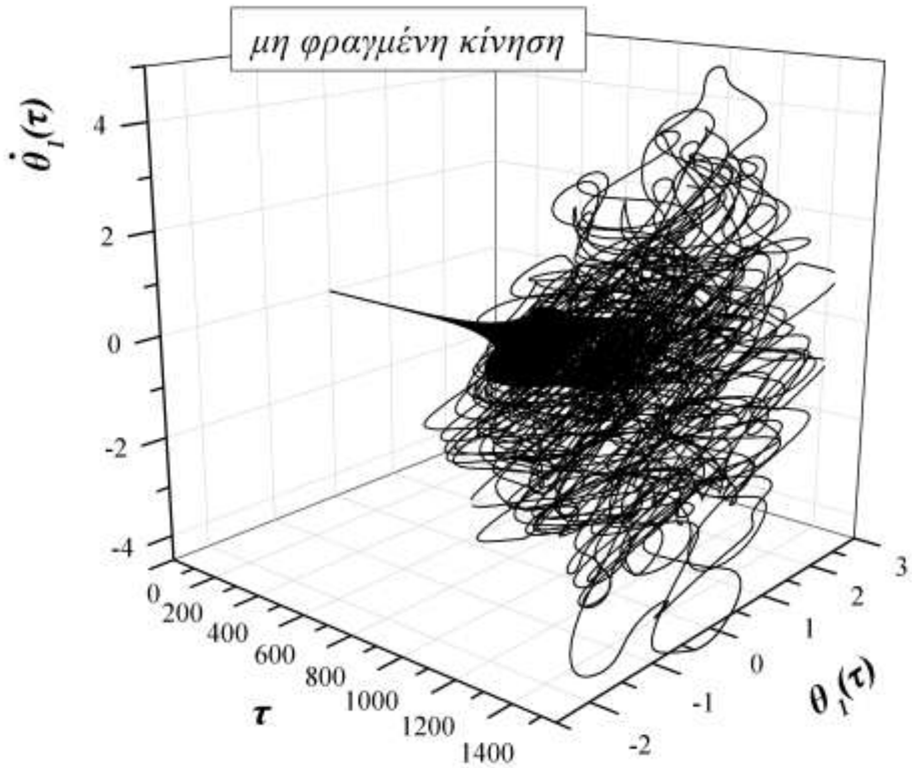
$$\rho_2 \to -0.00110 + 0.22504i,$$

$$\rho_3 \to -0.00056 - 1.25341i,$$

$$\rho_4 \to -0.00056 + 1.25341i,$$

$$\rho_5 \to 0.00984 - 2.89451i,$$

$$\rho_6 \to \rho \to 0.00984 + 2.89451i$$



Εικόνα 4.2.1.1.3.α

4.2.1.1.4 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$ με c12=0.008

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < m2 \leq 7.75004399999999$

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1.5$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00101 - 0.21601i,$$

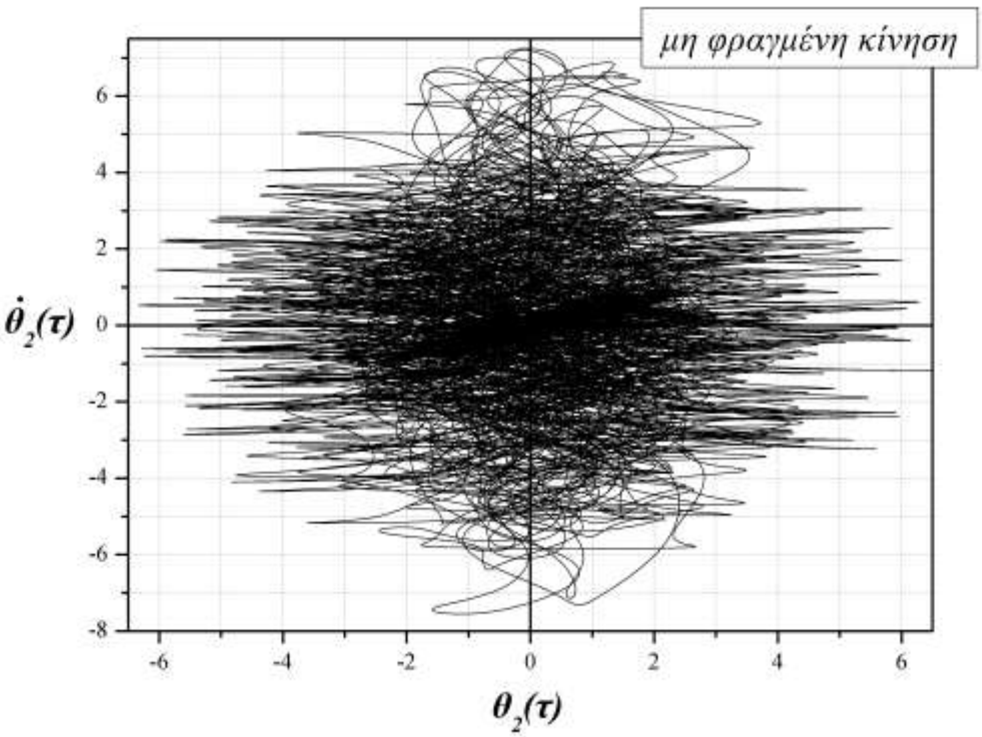
$$\rho_2 \to -0.00101 + 0.21601i,$$

$$\rho_3 \to -0.00083 - 1.41421i,$$

$$\rho_4 \to -0.00083 + 1.41421i,$$

$$\rho_5 \to 0.01801 - 3.77972i,$$

$$\rho_6 \to 0.01801 + 3.77972i,$$



Εικόνα 4.2.1.1.4.α

4.2.1.2 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το c_{23}

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c23 \leq -1000.003 \vee c23 \geq 0.003$

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

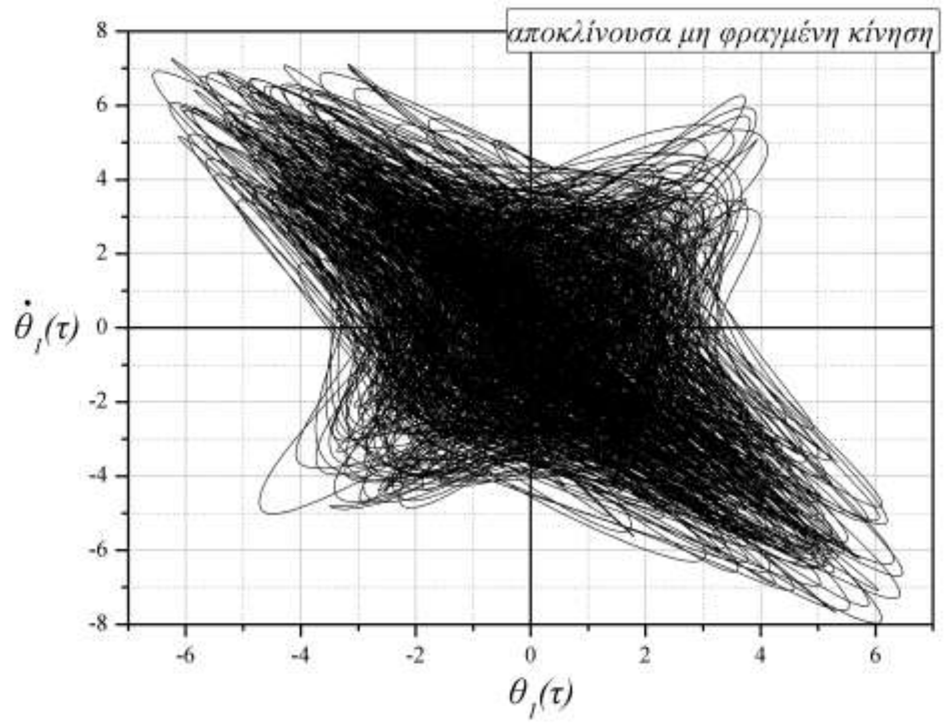
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.005, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.01

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

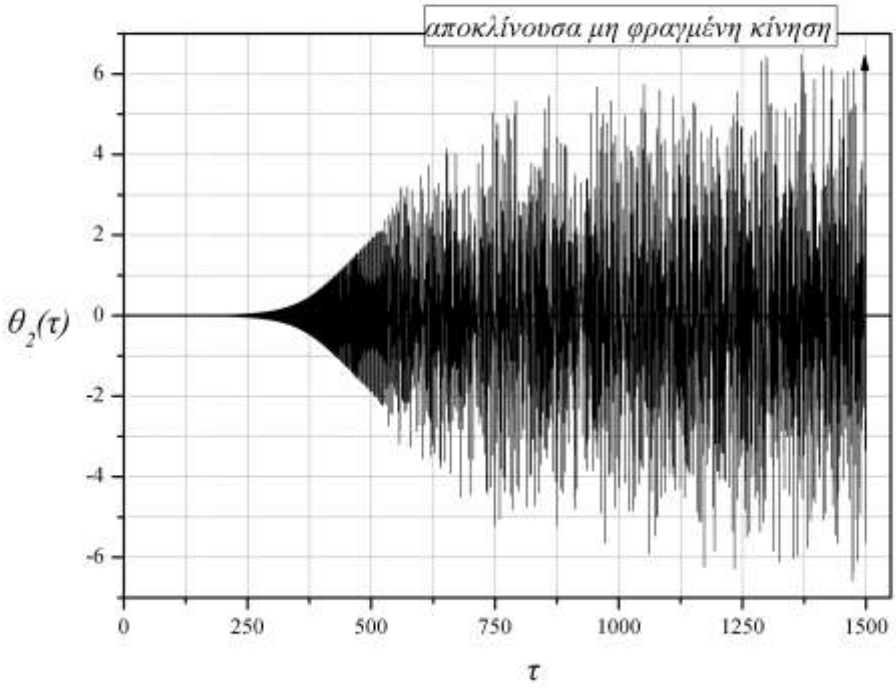
$$\rho_1 \to -0.00151 - 0.22923i, \rho_2 \to -0.00151 + 0.22923i,$$

$$\rho_3 \to -0.00088 - 1.56741i, \rho_4 \to -0.00088 + 1.56741i,$$

$$\rho_5 \to 0.0188 - 3.93574i, \rho_6 \to 0.0188 + 3.93574i$$



Εικόνα 4.2.1.2.α



Εικόνα 4.2.1.2.β

4.2.1.2.1 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_1$ με c23=0.01

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 $<= 0$, το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: k1 ≥ 0.6176397647058827

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 2.5$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00175 - 0.30122i,$$

$$\rho_2 \to -0.00175 + 0.30122i,$$

$$\rho_3 \to 0.00071 - 1.75865i,$$

$$\rho_4 \to 0.00071 + 1.75865i,$$

$$\rho_5 \to 0.01753 - 4.22087i,$$

$$\rho_6 \to 0.01753 + 4.22087i$$

4.2.1.2.2 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_2$ με c23=0.01

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

k2 ≥ 0.6666603076923079

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

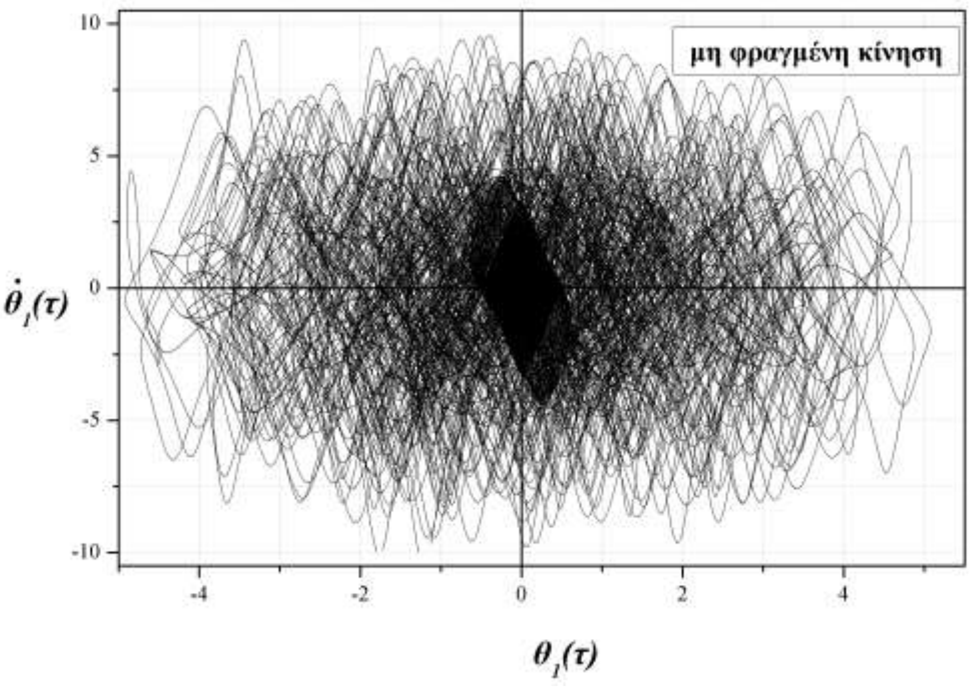
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 3$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00137 - 0.25167i, \rho_2 \to -0.00137 + 0.25167i,$$

$$\rho_3 \to 0.00140 - 1.69237i, \rho_4 \to 0.00140 + 1.69237i,$$

$$\rho_5 \to 0.01646 - 5.75081i, \rho_6 \to 0.016462 + 5.75081i$$



Εικόνα 4.2.1.2.2.α

4.2.1.2.3 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$ με c23=0.01

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < m1 \leq 0.7826140869565221$

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.77$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00149 - 0.22809i, \rho_2 \to -0.00149 + 0.22809i,$$

$$\rho_3 \to -0.00135 - 1.46779i, \rho_4 \to -0.00135 + 1.46779i,$$

$$\rho_5 \to 0.01654 - 3.40372i, \rho_6 \to 0.01654 + 3.40372i$$

4.2.1.2.4 Περίπτωση $\alpha_3 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$ με c23=0.01

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a3 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < m2 \leq 1.3611179999999994$

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.008, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1.35$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.00138 - 0.21975i, \rho_2 \to -0.00138 + 0.21975i,$$

$$\rho_3 \to -0.00082 - 1.45221i, \rho_4 \to -0.00082 + 1.45221i,$$

$$\rho_5 \to 0.016382 - 3.81392i, \rho_6 \to 0.016382 + 3.81392i$$

4.2.2 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$

Στην περίπτωση α5≤0 πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για εξωτερικό φορτίο λ=0 έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των παραμέτρων c_{11}, c_{22} , c_{23}, c_{33}, $\bar{m}_1$,

$\bar{m}_2$, $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, έχοντας αφήσει ελεύθερη μόνο την παράμετρο c_{12} τη μία φορά και τη παράμετρο c_{23} την άλλη. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις αναζητώντας κάθε φορά τις συνθήκες που πρέπει να πληρούν οι παράμετροι $\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{m}_1$, $\bar{m}_2$, έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των άλλων παραμέτρων.

Σημειώνεται ότι σε όλες τις παραπάνω εφαρμογές το μητρώο απόσβεσης είναι ελάχιστα αρνητικά ορισμένο γεγονός το οποίο ανταποκρίνεται σε πραγματικές δομοστατικές κατασκευές. Οι περιπτώσεις θετικά ορισμένου ή ημι-ορισμένου μητρώου απόσβεσης αποτελούν πρόβλημα προς περαιτέρω διερεύνηση, στα πλαίσια υψηλότερης στάθμης μεταπτυχιακών σπουδών.

4.2.2.1 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το c_{12}

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a5 <= 0$

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c12 \leq -0.013$

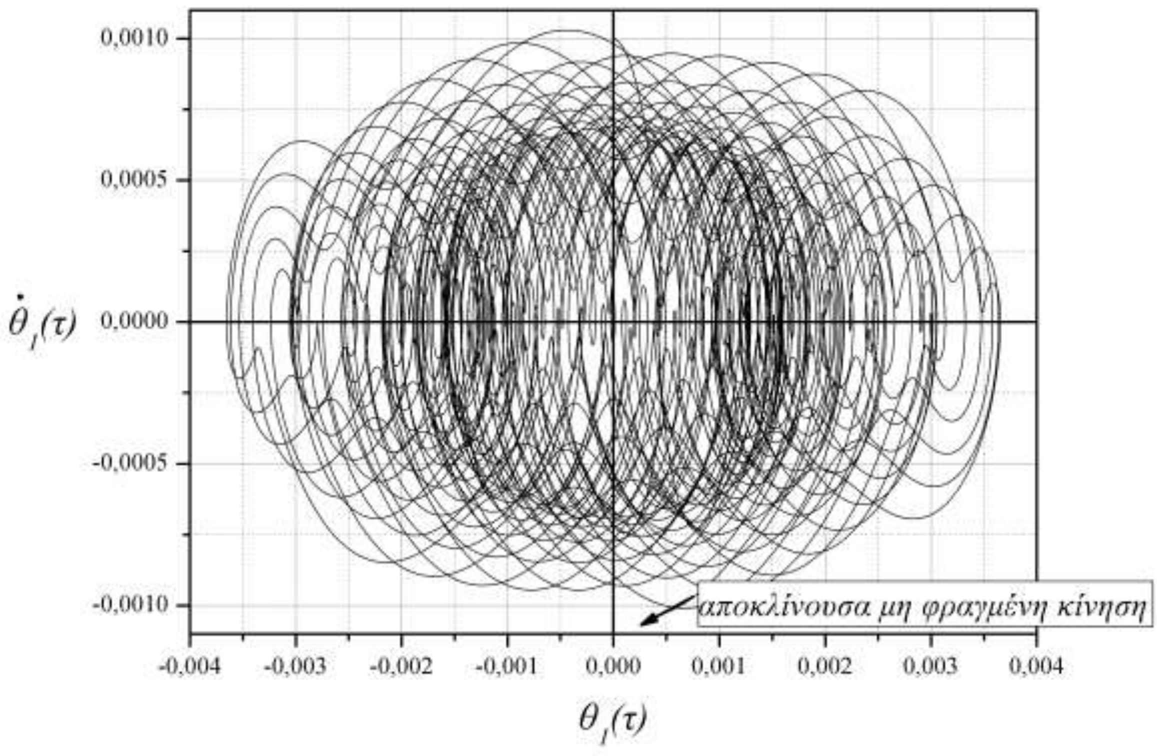
Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{23}=0.005, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{12}=-0.03

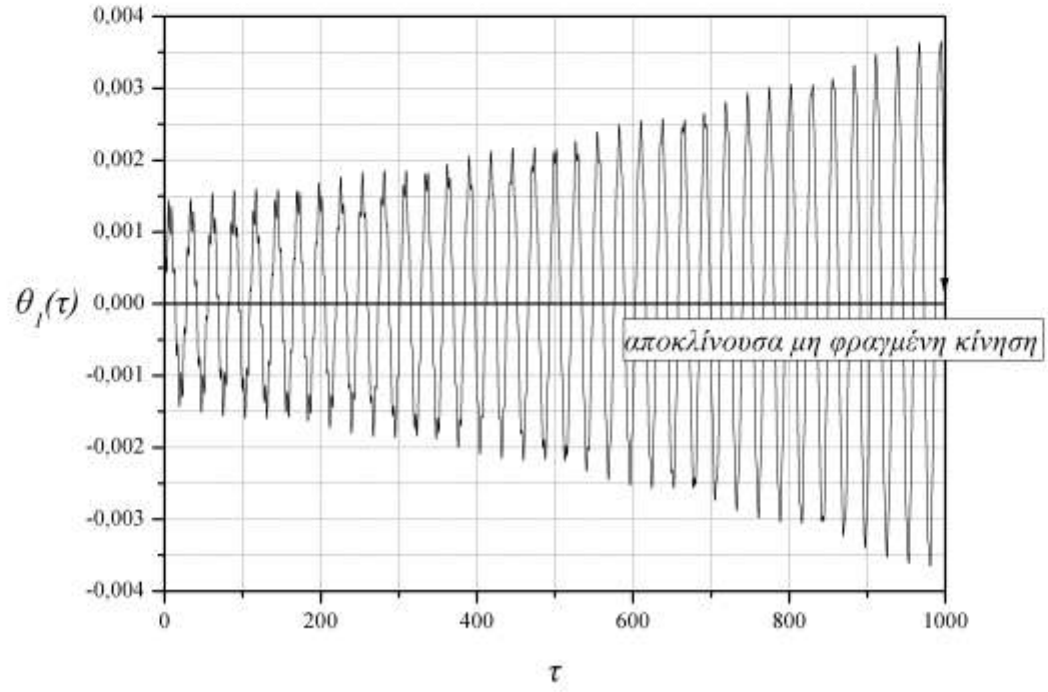
$$\rho_1 \to -0.05893 - 3.9350i, \rho_2 \to -0.05893 + 3.9350i,$$

$$\rho_3 \to -0.00067 - 1.56750i, \rho_4 \to -0.00067 + 1.56750i,$$

$$\rho_5 \to 0.00110 - 0.22924i, \rho_6 \to 0.00110 + 0.22924i$$



Εικόνα 4.2.2.1.α



Εικόνα 4.2.2.1.β

4.2.2.1.1 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_1$ με c12= -0.03

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

k1 ≤ 3.6153846153846154

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

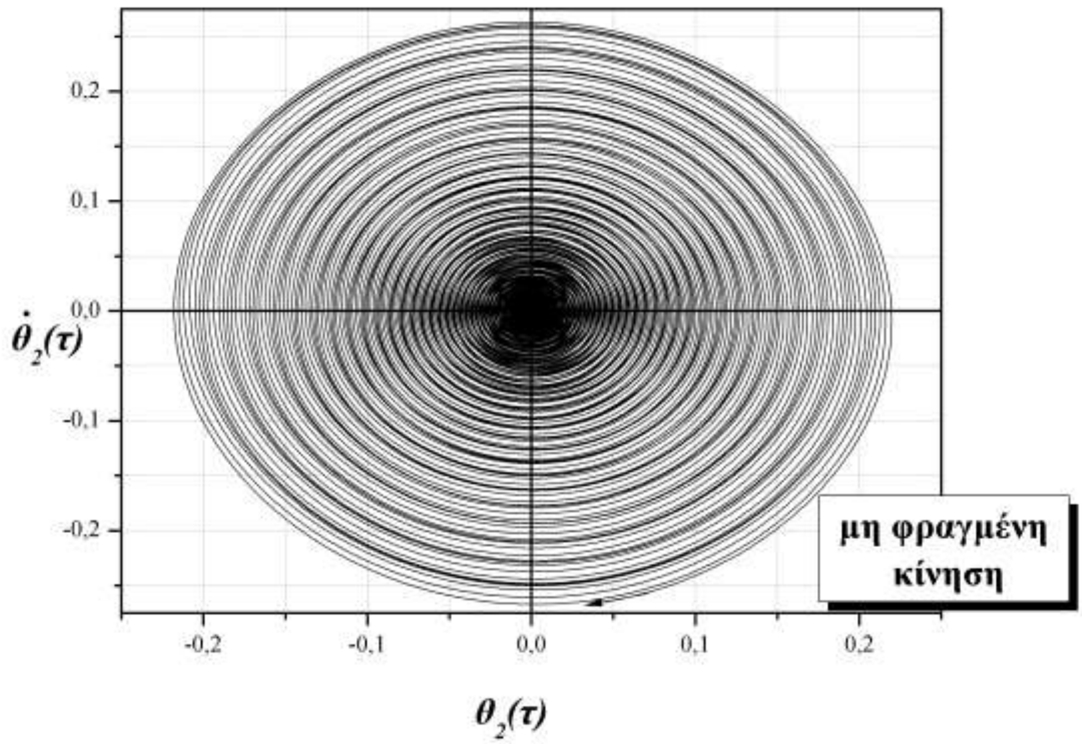
c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}= -0.03, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 3$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.06313 - 4.31643i, \rho_2 \to -0.06313 + 4.31643i,$$

$$\rho_3 \to 0.00033 - 0.31404i, \rho_4 \to 0.00033 + 0.31404i,$$

$$\rho_5 \to 0.00429 - 1.80682i, \rho_6 \to 0.00429 + 1.80682i$$



Εικόνα 4.2.2.1.1.α

4.2.2.1.2 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_2$ με c12= -0.03

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 $<=$ 0 , το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: k2 ≥ 0.26086956521739135

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}= -0.03, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 3$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.06405 - 5.75043i, \rho_2 \to -0.06405 + 5.75043i,$$

$$\rho_3 \to 0.00136 - 0.25167i, \rho_4 \to 0.00136 + 0.25167i,$$

$$\rho_5 \to 0.00419 - 1.69237i, \rho_6 \to 0.00419 + 1.69237i$$

4.2.2.1.3 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$ με c12= -0.03

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 $<=$ 0 , το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: m1 > 0

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}= -0.03, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 1.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.01359 - 2.89430i, \rho_2 \to -0.01359 + 2.89430i,$$

$$\rho_3 \to -0.00466 - 1.25347i, \rho_4 \to -0.00466 + 1.25347i,$$

$$\rho_5 \to 0.00109 - 0.22505i, \rho_6 \to 0.00109 + 0.22505i$$

4.2.2.1.4 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$ με c12= -0.03

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 $<=$ 0 , το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: m2 > 0

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}= -0.03, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1.5$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}=0.005

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.03008 - 3.77814i, \rho_2 \to -0.03008 + 3.77814i,$$

$$\rho_3 \to -0.00082 - 1.41464i, \rho_4 \to -0.00082 + 1.41464i,$$

$$\rho_5 \to 0.00441 - 0.21599i, \rho_6 \to 0.00441 + 0.21599i,$$

4.2.2.2 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το c_{23}

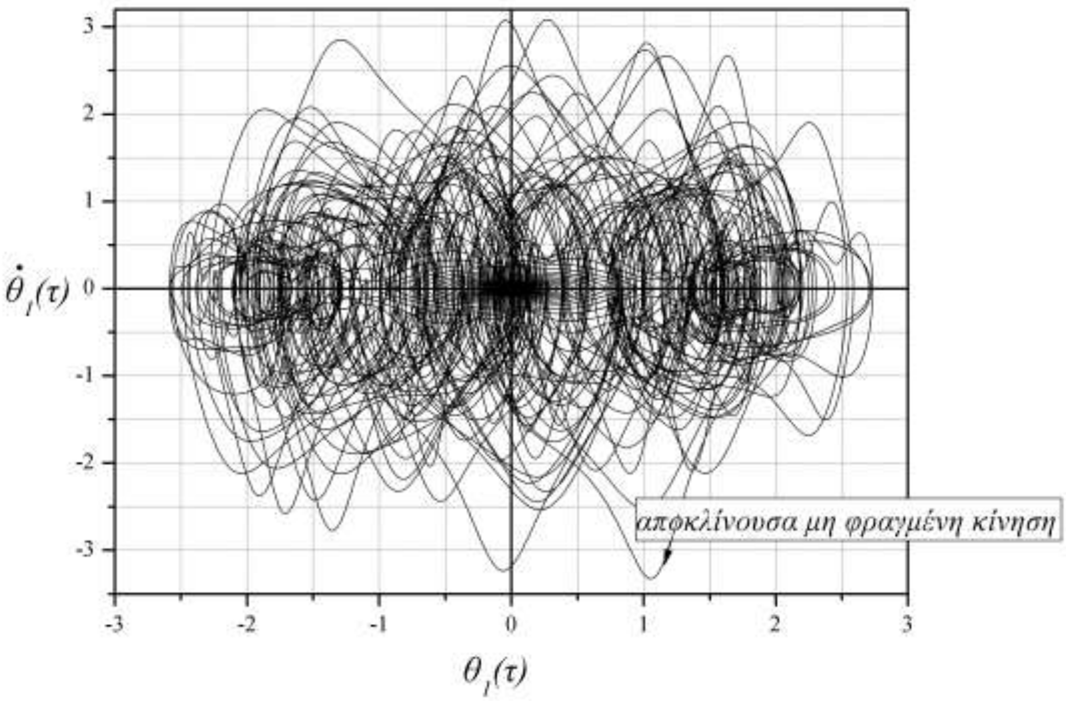
Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$a5 <= 0$, το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: $c23 \leq -0.004$

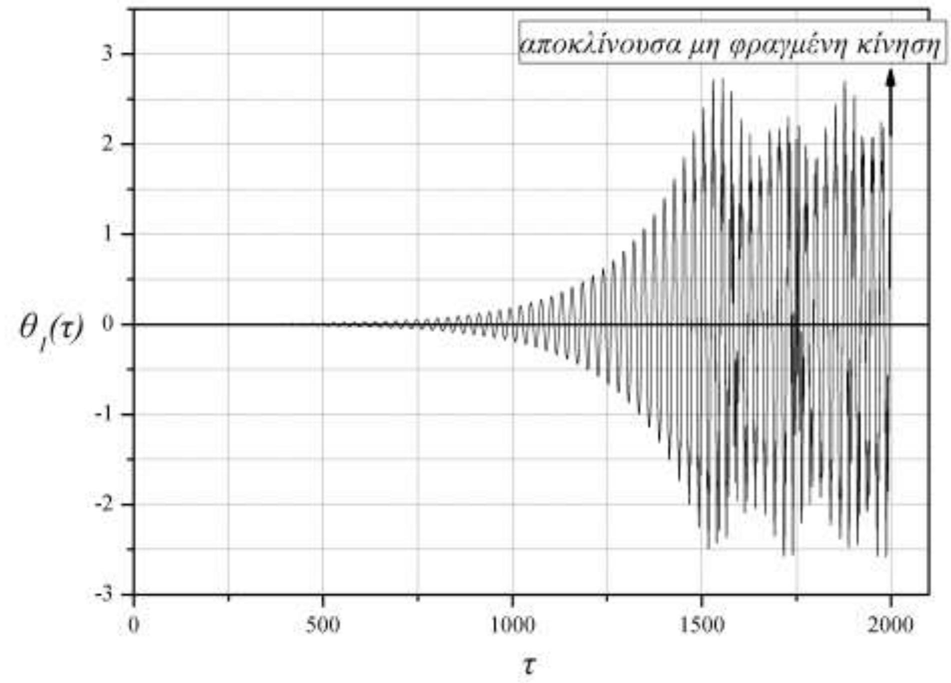
Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{23}=-0.05, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{12}=0.005

$$\rho_1 \to -0.04685 - 3.93368i, \rho_2 \to -0.04685 + 3.93368i, \rho_3 \to -0.00167 - 1.5679i,$$
$$\rho_4 \to -0.00167 + 1.5679i, \rho_5 \to 0.0050 - 0.22921i,\ \rho_6 \to 0.00503 + 0.22921i,$$



Εικόνα 4.2.2.2.α



Εικόνα 4.2.2.2.β

4.2.2.2.1 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_1$ με c23=-0.05

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

k1 ≥ −0.8969072164948454

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.005, c_{33}=0.001, $\overline{m}_1 = 0.5$, $\overline{\mathrm{m}}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 3$ $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}= -0.05

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \rightarrow -0.03471 - 4.31497i,$$

$$\rho_2 \rightarrow -0.03471 + 4.31497i,$$

$$\rho_3 \rightarrow -0.01565 - 1.80741i,$$

$$\rho_4 \rightarrow -0.01565 + 1.80741i,$$

$$\rho_5 \to 0.00687 - 0.31398i,$$

$$\rho_6 \to 0.00687 + 0.31398i$$

4.2.2.2.2 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_2$ με c23=-0.05

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

k2 ≥ −1.1395348837209303

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.005, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 3$ c_{23}= -0.05

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.03095 - 5.74941i,$$

$$\rho_2 \to -0.03095 + 5.74941i,$$

$$\rho_3 \to -0.01673 - 1.69261i,$$

$$\rho_4 \to -0.01673 + 1.69261i,$$

$$\rho_5 \to 0.00418 - 0.25165i,$$

$$\rho_6 \to 0.00418 + 0.25165i$$

4.2.2.2.3 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$ με c23=-0.05

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 <= 0 , το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής: m1 > 0

Για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.005, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 1$, $\bar{m}_2 = 1$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}= -0.05

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.05775 - 3.16267i,$$

$$\rho_2 \to -0.05775 + 3.16267i,$$

$$\rho_3 \to 0.00490 - 0.22710i,$$

$$\rho_4 \to 0.00490 + 0.22710i,$$

$$\rho_5 \to 0.00534 - 1.39169i,$$

$$\rho_6 \to 0.00534 + 1.39169i$$

4.2.2.2.4 Περίπτωση $\alpha_5 \leq 0$ και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$ με c23=-0.05

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a5 <= 0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

m2 > 0

Σχεδιάστηκαν τα πορτραίτα επιπέδου φάσης (phase plain portraits) για τις εξής τιμές των παραμέτρων:

c_{11}=0.001, c_{22}=0.001 , c_{12}=0.005, c_{33}=0.001, $\bar{m}_1 = 0.5$, $\bar{\mathrm{m}}_2 = 1.5$, $\bar{k}_1 = 1$, $\bar{k}_2 = 1$ c_{23}= -0.05

οι ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στο σημείο ισορροπίας είναι οι εξής:

$$\rho_1 \to -0.03008 - 3.77814i,$$

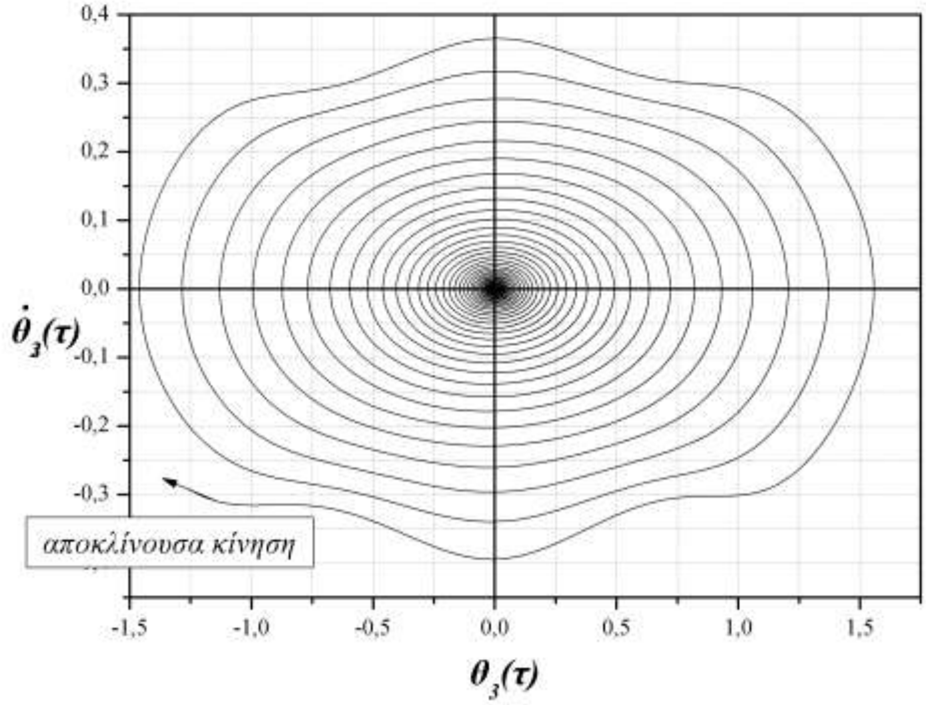
$$\rho_2 \to -0.03008 + 3.77814i,$$

$$\rho_3 \to -0.00082 - 1.41464i,$$

$$\rho_4 \to -0.00082 + 1.41464i,$$

$$\rho_5 \to 0.00441 - 0.21599i,$$

$$\rho_6 \to 0.00441 + 0.21599i$$



Εικόνα 4.2.2.2.4.α

Σε όσες εφαρμογές δεν έχουν παρουσιαστεί αποτελέσματα δυναμικής απόκρισης (για λόγους οικονομίας της ύλης) τα σημεία ισορροπίας είναι ασυμπτωτικά ασταθή και αναμένονται παρόμοιες μορφές δυναμικής αστάθειας πριν το πρώτο φορτίο στατικού λυγισμού, φαινόμενα τα οποία ***αποτελούν νέο εύρημα*** της σχετικής βιβλιογραφίας.

Σαν επόμενο βήμα της όλης μελέτης θα μπορούσε κανείς να εξετάσει τις περιπτώσεις διακλαδώσεων Hopf ***για λ=0*** μέσω συμβολικών επιλύσεων αλλά και καταστρατήγησης των συνθηκών ***για η≠0***, που και αυτά αποτελούν κατά τεκμήριο γνωστικά αντικείμενα διδακτορικής διατριβής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^{o} :ΕΥΡΗΜΑΤΑ, ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Στην παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή, η οποία αποτελεί συνέχεια προηγούμενων μελετών, δίνεται έμφαση στη συμπεριφορά ασυμπτωτικής ευστάθειας χαμηλού βαθμού ελευθερίας προσομοιωμάτων πραγματικών κατασκευών, με ρεαλιστικούς συνδυασμούς των παραμέτρων μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης. Οι κατασκευές αυτές προσομοιάζονται με τον ίδιο τρόπο με σκοπό τις ιδιομορφικές προσεγγίσεις και την εν γένει αντισεισμική συμπεριφορά τους και το προϊόν των απλουστευμένων αυτών γραμμικοποιημένων δυναμικών αναλύσεων αποτελεί βάση αντισεισμικού σχεδιασμού. Τούτο όμως, από αυτά που βρέθηκαν στη παρούσα διατριβή δεν πρέπει να ληφθεί ως πλήρως αξιόπιστο καθώς όπως δείχτηκε μέσω πλήρους μη-γραμμικής δυναμικής ανάλυσης, τα μοντέλα αυτά ακόμα και χωρίς φορτίο (που αντιστοιχεί σε πραγματικές συνθήκες σε διαδικασίες ανέγερσης και αρχικής σταθεροποίησης) μπορεί να εμφανίσουν αστάθεια λόγω μόνο μιας ελάχιστης αρχικής διαταραχής.

Το ανωτέρω σπουδαιότατο εύρημα αποτελεί και τη βασική συνεισφορά της παρούσας διατριβής στο σχετικό επιστημονικό πεδίο, και αυτή συνδυάζεται με αρκετά ενδιαφέροντα υποπροϊόντα, σχετιζόμενα όμως με επίσης αντίστοιχα δημοσιευθέντα αποτελέσματα.

Προτείνεται όπως το όλο θέμα αποτελέσει αντικείμενο διδακτορικής διατριβής σε άμεση σχέση με το ευρύ επιστημονικό πεδίο της αντισεισμικής ενίσχυσης υφιστάμενων κτηριακών κατασκευών, ώστε να προκύψουν ορθολογικές νέες κατανομές μαζών, δυσκαμψιών και απόσβεσης.

Θερμές ευχαριστίες στον ακαδημαικό Α.Ν. Κουνάδη για την πολύτιμη βοήθειά του καθώς και στον καθηγητή του Florida Atlantic University κύριο Isaac Elishakof για την παροχή του λογισμικού δυναμικής ανάλυσης του τριβάθμιου σε C++, καθώς και στον καθηγητή του πολυτεχνείου Σιγκαπούρης κύριο C. M. Wang για την παροχή οδηγιών σε ό,τι αφορά τον προσανατολισμό της διατριβής

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Anthony N. Kounadis (1997), Non-potential Dissipative Systems Exhibiting Periodic Attractors in Regions of Divergence, Chaos, Solitons and Fractals Vol.8, No.4, pp. 583-612.

2. D.S. Sophianopoulos, A.N. Kounadis, A.F. Vakakis (2002), Complex dynamics of perfect discrete systems under partial follower forces, International Journal of Non-linear Mechanics 37, pp. 1121-1138.

3. Anthony N. Kounadis (2006), Hamiltonian weakly damped autonomous systems exhibiting periodic attractors, Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP) 57, pp. 324-350.

4. Anthony N. Kounadis (2006), Flutter instability and other singularity phenomena in symmetric via combination of mass distribution and weak damping, International Journal of Non-linear Mechanics 42, pp. 24-35.

5. D.S. Sophianopoulos, G.T. Michaltsos, A.N. Kounadis (2008), The effect of infinitesimal damping on the dynamic instability mechanism of concervative systems, Mathematical Problems in Engineering Vol.2008, Article I.D. 471080, doi: 10.1155/2008/471080.

6. Anthony N. Kounadis (2009), The effect of infinitesimal damping on nonconcervative divergence instability systems, JoMMS 4(7-8), pp. 1415 – 1428.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ – ΛΙΣΤΕΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ MATHEMATICA ΚΑΙ BASIC (ΓΙΑ ΤΟ ΤΡΙΒΑΘΜΙΟ)

Πρόγραμμα αριθμητικής επίλυσης τριβάθμιου συντηρητικού συστήματος

```
'Program Trib2007.bas

DEFDBL A-Z

CLS

PRINT "                Εισαγωγή παραμέτρων

print "                -----------------------------------

PRINT "Θέλεις εισαγωγή παραμέτρων από αρχείο (Y/N)"
```

```
INPUT A$
IF A$="N" THEN GOTO AA1
GOTO AA2
AA2:
INPUT "Δώσε το όνομα του αρχείου παραμέτρων";PAR$
PRINT "Προσοχή! Το αρχείο αυτό πρέπει να περιέχει σε μιά στήλη
PRINT "τις τιμές των m1,m2,k1,k2,c11,c12,c22,c23,c33,v1,v2,v3,λ"
OPEN PAR$ FOR INPUT AS #1
DO UNTIL EOF(1)
INPUT #1,MM1
INPUT #1,MM2
INPUT #1,KK1
INPUT #1,KK2
INPUT #1,CC11
INPUT #1,CC12
INPUT #1,CC22
INPUT #1,CC23
INPUT #1,CC33
INPUT #1,V1
INPUT #1,V2
INPUT #1,V3
INPUT #1,LL
LOOP
CLOSE #1
GOTO Y1
AA1:
INPUT "                 m1  =  ";MM1
INPUT "                 m2  =  ";MM2
INPUT "                 K1  =  ";KK1
INPUT "                 K2  =  ";KK2
```

```
INPUT "                c11 =  ";CC11
INPUT "                c12 =  ";CC12
INPUT "                c22 =  ";CC22
INPUT "                c23 =  ";CC23
INPUT "                c33 =  ";CC33
INPUT "                v1  =  ";V1
INPUT "                v2  =  ";V2
INPUT "                v3  =  ";V3
INPUT "          Φορτίο      λ  =  ";LL
Y1:
CLS
PRINT "Μόλις εισάγατε τις ακόλουθες παραμέτρους:"
print using "k1  = ##.####";KK1
print using "k2  = ##.####";KK2
print using "cc1 = ##.####";CC11
print using "c12 = ##.####";CC12
print using "c22 = ##.####";CC22
print using "c23 = ##.####";CC23
print using "c33 = ##.####";CC33
print using "v1 = ##.####";V1
print using "v2 = ##.####";V2
print using "v3 = ##.####";V3
print using "m1 = ##.####";MM1
print using "m2 = ##.####";MM2
PRINT USING "λ  = ##.######";LL
PRINT "Σε  ποιά  ομάδα  αρχείων θα γραφούν
INPUT "παράμετροι καθώς  και  αποτελέσματα";FL$
'Ορισμός αρχείων
FL2$=FL$+".DAT"
```

```
CLS

INPUT "Αρχή χρόνου  ";TS

INPUT "Τέλος χρόνου ";TE

INPUT "Βήμα χρόνου  ";ST

CLS

PRINT " Θέλεις αποτελέσματα στο αρχείο ";FL2$;";"

PRINT " Αν ναι πάτησε Y και enter, αλλιώς N και enter"

INPUT GA$

IF GA$="N" THEN

MEM=0:GOTO ZARK

ELSE

MEM=1:GOTO ZARKO

END IF

ZARK:

MM=1

100 CLS: PRINT "Χαράσσεται η καμπύλη Θ3(τ),Θ3'(τ)"

INPUT "Εισάγετε τις κλίμακες των αξόνων Θ3,Θ3'";ASDX,ASDY:CLS

SCREEN 12:WINDOW (-ASDX,-ASDY)-(ASDX,ASDY)

LINE (0,ASDY)-(0,-ASDY),9:LINE (ASDX,0)-(-ASDX,0),9

PSET (0,0),4

N1=6:U(1)=0:U(2)=V1:U(3)=0:U(4)=V2:U(5)=0:U(6)=V3:U=TS

FOR X=TS+ST TO TE STEP ST

LOCATE 21,45:PRINT USING "Load =##.#######";LL

LOCATE 22,45:PRINT USING "time =####.####";X

LOCATE 23,45:PRINT USING "Θ3(t)=####.#####";U(5)

FOR I=1 TO N1:U1(I)=U(I):NEXT I

U1=U

FOR J=1 TO 3

GOSUB 18510

FOR I=1 TO N1:SK(I,J)=ST*AA(I):NEXT I
```

```
FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+0.5*SK(I,J):NEXT I

U=U1+0.5*ST

NEXT J

FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+SK(I,3):NEXT I

U=U1+ST

GOSUB 18510

FOR I=1 TO N1:SK(I,4)=ST*AA(I):NEXT I

FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+(SK(I,1)+2*SK(I,2)+2*SK(I,3)+SK(I,4))/6:

NEXT I

ON ERROR GOTO EEE:LINE -(U(5),U(6)),4:ON ERROR GOTO EEE

NEXT X

EEE:

BEEP:WHILE NOT INSTAT:WEND

GOTO STER

ZARKO:

QR$="####.## ###.####^^^ ###.####^^^ ###.####^^^ ###.####^^^
###.####^^^ ###.####^^^":CLS

OPEN FL2$ FOR OUTPUT AS #1

PRINT #1,USING QR$;0,0,V1,0,V2,0,V3

N1=6:U(1)=0:U(2)=V1:U(3)=0:U(4)=V2:U(5)=0:U(6)=V3:U=TS

FOR X=TS TO TE STEP ST

FOR I=1 TO N1:U1(I)=U(I):NEXT I

U1=U

FOR J=1 TO 3

GOSUB 18510

FOR I=1 TO N1:SK(I,J)=ST*AA(I):NEXT I

FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+0.5*SK(I,J):NEXT I

U=U1+0.5*ST

NEXT J

FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+SK(I,3):NEXT I
```

```
U=U1+ST

GOSUB 18510

FOR I=1 TO N1:SK(I,4)=ST*AA(I):NEXT I

FOR I=1 TO N1:U(I)=U1(I)+(SK(I,1)+2*SK(I,2)+2*SK(I,3)+SK(I,4))/6:

NEXT I

LOCATE 1,1:PRINT USING QR$;X,U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6)

PRINT #1,USING QR$;X,U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6)

NEXT X

CLOSE #1

BEEP:BEEP

CLS:PRINT "Θέλεις σχέδια στην οθόνη (1) ή συνέχεια του προγράμματος
(2);"

INPUT ER0T

IF ER0T=1 THEN

GOTO SXEDIA

ELSE

GOTO PLOT

END IF

SXEDIA:

CLS

1001 PRINT "                Επιλογή σχεδίων για εμφάνιση στην οθόνη"

PRINT     "                 Καμπύλη τ,Θ1(τ)..................1

    PRINT "                 Καμπύλη τ,Θ1'(τ).................2

    PRINT "                 Καμπύλη τ,Θ2(τ)..................3

    PRINT "                 Καμπύλη τ,Θ2'(τ).................4

    PRINT "                 Καμπύλη τ,Θ3(τ)..................5

    PRINT "                 Καμπύλη τ,Θ3'(τ).................6

    PRINT "                 Phase plane Θ1(τ),Θ1'(τ).........7

    PRINT "                 Phase plane Θ2(τ),Θ2'(τ).........8

    PRINT "                 Phase plane Θ3(τ),Θ3'(τ).........9
```

```
INPUT "                    Τι επιλέγετε....................";SXD
'Υπολογισμός μεγίστων των περιεχομένων του αρχείου αποτελεσμάτων
MAXQ1=0:MAXQ2=0:MAXQ3=0:MAXQ1T=0:MAXQ2T=0:MAXQ3T=0:MXQ=0
OPEN FL2$ FOR INPUT AS #1
DO UNTIL EOF(1)
INPUT #1,T,Q1,Q1T,Q2,Q2T,Q3,Q3T

AQ1=ABS(Q1):AQ1T=ABS(Q1T)
AQ2=ABS(Q2):AQ2T=ABS(Q2T)
AQ3=ABS(Q3):AQ3T=ABS(Q3T)
IF AQ1>=MAXQ1 THEN MAXQ1=AQ1
IF AQ1T>=MAXQ1T THEN MAXQ1T=AQ1T
IF AQ2>=MAXQ2 THEN MAXQ2=AQ2
IF AQ2T>=MAXQ2T THEN MAXQ2T=AQ2T
IF AQ3>=MAXQ3 THEN MAXQ3=AQ3
IF AQ3T>=MAXQ3T THEN MAXQ3T=AQ3T
LOOP
CLOSE #1
GOSUB WDRAW
DELAY 2:MM=2
CLS:PRINT "Θέλεις άλλο σχέδιο στην οθόνη (Y/N)"
INPUT SX$
IF SX$="Y" THEN
CLS:GOTO 1001
ELSE
GOTO PLOT
END IF
PLOT:
CLS
```

```
PRINT " Προετοιμασία για σχεδίαση σε laser printer με HP-GL emulation"

IF MM=2 THEN GOTO PESTO

    GOTO GRAFTO

PESTO:

PRINT " Υπάρχει αρχείο αποτελεσμάτων. Χρησιμοποιήσε Origin!!"

GOTO STER

GRAFTO:

'It remains to be seen

STER:

BEEP

DELAY 1

LOCATE 10,10:PRINT "What happened to TRIB2007.bas?.... Terminated
(II)!!!"

stop:end

18510 REM

KM1=(1+MM2)*(U(4)^2)*SIN(U(1)-U(3))

KM2=(U(6)^2)*SIN(U(1)-U(5))

KM3=CC11*U(2)+CC12*U(4)

KM4=KK1*U(1)

KM5=-KK2*(U(3)-U(1))

KM6=-LL*SIN(U(1))

LFT1=-(KM1+KM2+KM3+KM4+KM5+KM6)

RM1=-(1+MM2)*(U(2)^2)*SIN(U(1)-U(3))

RM2=(U(6)^2)*SIN(U(3)-U(5))

RM3=CC22*U(4)+CC12*U(2)+CC23*U(6)

RM4=KK2*(U(3)-U(1))

RM5=-U(5)+U(3)

RM6=-LL*SIN(U(3))

LFT2=-(RM1+RM2+RM3+RM4+RM5+RM6)

FM1=-(U(4)^2)*SIN(U(3)-U(5))
```

```
FM2=-(U(2)^2)*SIN(U(1)-U(5))

FM3=CC33*U(6)+CC23*U(4)

FM4=U(5)-U(3)

FM5=-LL*SIN(U(5))

LFT3=-(FM1+FM2+FM3+FM4+FM5)

SK1=1+MM1+MM2

SK2=(1+MM2)*COS(U(1)-U(3))

SK3=COS(U(1)-U(5))

TK1=(1+MM2)*COS(U(1)-U(3))

TK2=1+MM2

TK3=COS(U(3)-U(5))

FK1=COS(U(1)-U(5))

FK2=COS(U(3)-U(5))

FK3=1

PAN1=LFT1*(TK2*FK3-FK2*TK3)-SK2*(LFT2*FK3-LFT3*TK3)+SK3*(LFT2*FK2-
LFT3*TK2)

PAN2=SK1*(LFT2*FK3-LFT3*TK3)-LFT1*(TK1*FK3-FK1*TK3)+SK3*(TK1*LFT3-
FK1*LFT2)

PAN3=SK1*(TK2*LFT3-FK2*LFT2)-SK2*(TK1*LFT3-FK1*LFT2)+LFT1*(TK1*FK2-
FK1*TK2)

KAT=SK1*(TK2*FK3-FK2*TK3)-SK2*(TK1*FK3-FK1*TK3)+SK3*(TK1*FK2-FK1*TK2)

AA(1)=U(2):AA(3)=U(4):AA(5)=U(6)

AA(2)=PAN1/KAT:AA(4)=PAN2/KAT:AA(6)=PAN3/KAT


RETURN

WDRAW:

CLS

IF SXD=1 THEN GOTO SX1

IF SXD=2 THEN GOTO SX2

IF SXD=3 THEN GOTO SX3

IF SXD=4 THEN GOTO SX4

IF SXD=5 THEN GOTO SX5
```

```
IF SXD=6 THEN GOTO SX6

IF SXD=7 THEN GOTO SX7

IF SXD=8 THEN GOTO SX8

IF SXD=9 THEN GOTO SX9

SX1:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ1(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ1)-(TE-TS,MAXQ1)

LINE (0,MAXQ1)-(0,-MAXQ1),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(0,0),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX2:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ1'(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ1T)-(TE-TS,MAXQ1T)

LINE (0,MAXQ1T)-(0,-MAXQ1T),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(V1,0),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX3:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ2(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ2)-(TE-TS,MAXQ2)

LINE (0,MAXQ2)-(0,-MAXQ2),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(0,0),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX4:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ2'(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ2T)-(TE-TS,MAXQ2T)
```

```
LINE (0,MAXQ2T)-(0,-MAXQ2T),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(0,V2),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX5:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ3(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ3)-(TE-TS,MAXQ3)

LINE (0,MAXQ3)-(0,-MAXQ3),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(0,0),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX6:

ART$="                  Καμπύλη τ,Θ3'(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (0,-MAXQ3T)-(TE-TS,MAXQ3T)

LINE (0,MAXQ3T)-(0,-MAXQ3T),9:LINE (0,0)-(TE-TS,0),9

PSET(0,V3),4

GOSUB CURV:GOTO 1003

SX7:

ART$="Phase plane portrait Θ1(τ),Θ1'(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (-MAXQ1,-MAXQ1T)-(MAXQ1,MAXQ1T)

LINE (-MAXQ1,0)-(MAXQ1,0),9:LINE (0,-MAXQ1T)-(0,MAXQ1T),9

PSET (0,V1),4

GOSUB CURV

GOTO 1003

SX8:

ART$="Phase plane portrait Θ2(τ),Θ2'(τ)"

LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2

CLS:SCREEN 12:WINDOW (-MAXQ2,-MAXQ2T)-(MAXQ2,MAXQ2T)

LINE (-MAXQ2,0)-(MAXQ2,0),9:LINE (0,-MAXQ2T)-(0,MAXQ2T),9
```

```
PSET (0,V2),4
GOSUB CURV
GOTO 1003
SX9:
ART$="Phase plane portrait Θ3(τ),Θ3'(τ)"
LOCATE 5,5:PRINT ART$:DELAY 2
CLS:SCREEN 12:WINDOW (-MAXQ3,-MAXQ3T)-(MAXQ3,MAXQ3T)
LINE (-MAXQ3,0)-(MAXQ3,0),9:LINE (0,-MAXQ3T)-(0,MAXQ3T),9
PSET (0,V3),4
GOSUB CURV
1003 RETURN

CURV:
OPEN FL2$ FOR INPUT AS #1
DO UNTIL EOF(1)
INPUT #1,T,Q1,Q1T,Q2,Q2T,Q3,Q3T
IF SXD=1 THEN GOTO F1
IF SXD=2 THEN GOTO F2
IF SXD=3 THEN GOTO F3
IF SXD=4 THEN GOTO F4
IF SXD=5 THEN GOTO F5
IF SXD=6 THEN GOTO F6
IF SXD=7 THEN GOTO F7
IF SXD=8 THEN GOTO F8
IF SXD=9 THEN GOTO F9
F1:
XX=T:YY=Q1
GOTO F10
F2:
```

```
XX=T:YY=Q1T
GOTO F10
F3:
XX=T:YY=Q2
GOTO F10
F4:
XX=T:YY=Q2T
GOTO F10
F5:
XX=T:YY=Q3
GOTO F10
F6:
XX=T:YY=Q3T
GOTO F10
F7:
XX=Q1:YY=Q1T
GOTO F10
F8:
XX=Q2:YY=Q2T
GOTO F10
F9:
XX=Q3:YY=Q3T
F10:
LINE -(XX,YY),4
LOOP
CLOSE #1
BEEP:DELAY 2
CLS:SCREEN 0
RETURN
```

Συμβολικός Υπολογισμός Συνθηκών Παραβίασης Ασυμπτωτικής Ευστάθειας

1) Σύστημα Δύο Βαθμών ελευθερίας

1.1. Περίπτωση α2=0

Η επίλυση των συνθηκών πραγματοποιήθηκε με την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica. Έγινε διαχωρισμός ως προς την τιμή του μητρώου απόσβεσης Cc ως εξής:

1.1.1. Περίπτωση Cc>0

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

```
λα2<λc1 && c11>0 && c22>0 && cc>0 && k>0 && m>0 && η>0 && η η0
```

Και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$k > 2 \wedge c22 > 0 \wedge c11 > \frac{c12^2}{c22} \wedge ((\eta = \frac{4k}{k^2+4k+4} \wedge m$$
$$> \frac{k\eta \mathrm{c}12^2 + 2\eta \mathrm{c}12^2 - 2\mathrm{c}12^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + 4k - k^2\eta - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta - \mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta - 6k\eta - 8\eta + 4}{2(2\eta - 1)}$$
$$- \frac{1}{2}\sqrt{(}\frac{1}{\eta(2\eta-1)^2}(k^2\eta^3\mathrm{c}12^4 + 4k\eta^3\mathrm{c}12^4 + 4\eta^3\mathrm{c}12^4 - 4k\eta^2\mathrm{c}12^4 - 2k^3\eta^3\mathrm{c}12^2$$
$$- 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^3\mathrm{c}12^2 - 16k^2\eta^3\mathrm{c}12^2 - 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^3\mathrm{c}12^2 - 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^3\mathrm{c}12^2 - 40k\eta^3\mathrm{c}12^2$$
$$- 32\eta^3\mathrm{c}12^2 + 12k^2\eta^2\mathrm{c}12^2 + 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^2\mathrm{c}12^2 + 48k\eta^2\mathrm{c}12^2 + 16\eta^2\mathrm{c}12^2 - 16k\eta\mathrm{c}12^2 + k^4\eta^3$$
$$+ 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^3\eta^3 + 12k^3\eta^3 + 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2\eta^3 + \mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2\eta^3 + 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^3 + 52k^2\eta^3$$
$$+ 32\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^3 + 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k\eta^3 + 40\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^3 + 96k\eta^3 + 64\eta^3 - 8k^3\eta^2 - 12\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^2$$
$$- 64k^2\eta^2 - 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^2 - 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k\eta^2 - 48\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^2 - 144k\eta^2 - 64\eta^2 - 16k + 20k^2\eta$$
$$+ 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta + 80k\eta + 16\eta))) \vee (\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \frac{1}{2} \wedge m$$
$$> \frac{k\eta \mathrm{c}12^2 + 2\eta \mathrm{c}12^2 - 2\mathrm{c}12^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + 4k - k^2\eta - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta - \mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta - 6k\eta - 8\eta + 4}{2(2\eta - 1)}$$
$$+ \frac{1}{2}\sqrt{(}\frac{1}{\eta(2\eta-1)^2}(k^2\eta^3\mathrm{c}12^4 + 4k\eta^3\mathrm{c}12^4 + 4\eta^3\mathrm{c}12^4 - 4k\eta^2\mathrm{c}12^4 - 2k^3\eta^3\mathrm{c}12^2$$
$$- 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^3\mathrm{c}12^2 - 16k^2\eta^3\mathrm{c}12^2 - 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^3\mathrm{c}12^2 - 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^3\mathrm{c}12^2 - 40k\eta^3\mathrm{c}12^2$$
$$- 32\eta^3\mathrm{c}12^2 + 12k^2\eta^2\mathrm{c}12^2 + 8\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^2\mathrm{c}12^2 + 48k\eta^2\mathrm{c}12^2 + 16\eta^2\mathrm{c}12^2 - 16k\eta\mathrm{c}12^2 + k^4\eta^3$$
$$+ 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^3\eta^3 + 12k^3\eta^3 + 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2\eta^3 + \mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2\eta^3 + 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^3 + 52k^2\eta^3$$
$$+ 32\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^3 + 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k\eta^3 + 40\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^3 + 96k\eta^3 + 64\eta^3 - 8k^3\eta^2 - 12\mathrm{c}11\mathrm{c}22k^2\eta^2$$
$$- 64k^2\eta^2 - 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22\eta^2 - 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k\eta^2 - 48\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta^2 - 144k\eta^2 - 64\eta^2 - 16k + 20k^2\eta$$
$$+ 16\mathrm{c}11\mathrm{c}22k\eta + 80k\eta + 16\eta))))$$

1.1.2. Περίπτωση Cc=0

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

`λα2<λc1 && c11>0 && c22>0 && cc==0 && k>0 && m>0 && η>0 && η η0`

Και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$k > 2 \wedge m > \frac{2k+4}{k-2} \wedge \frac{4k}{k^2+4k+4} \leq \eta$$

$$< \frac{-k^2+4mk-4k+m^2+4m}{2m(k^2+6k+2m+8)}$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k^4+8mk^3+8k^3+14m^2k^2+56mk^2+16k^2+8m^3k+56m^2k+96mk+m^4+8m^3+16m^2}{m^2(k^2+6k+2m+8)^2}}$$

$$\wedge\, \mathrm{c22} > 0 \wedge (\mathrm{c12} < 0 \vee \mathrm{c12} > 0) \wedge \mathrm{c11} = \frac{\mathrm{c12}^2}{\mathrm{c22}}$$

1.1.3. Περίπτωση Cc<0

Στην περίπτωση αυτή, έγινε διαχωρισμός των αποτελεσμάτων ανάλογα με το πρόσημο της παραμέτρου c22, δηλαδή αν αυτή είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη του μηδενός.

1.1.3α. Περίπτωση Cc<0 Και C_{22}>0

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

$\lambda\alpha 2 < \lambda c1 \;\&\&\; cc < 0 \;\&\&\; c22 > 0 \;\&\&\; k > 0 \;\&\&\; m > 0 \;\&\&\; 0.5 > \eta \geqslant \eta 0$

Και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$(0 < k < 2. \wedge m > 0 \wedge (4.\mathrm{k})/(\mathrm{k2}+4.\mathrm{k}+4.) \leq \eta < 0.5 \wedge \mathrm{c22} > 0 \wedge \mathrm{c11}$$

$$< \frac{0.5\,(2.\mathrm{c12}^2+\mathrm{k\,m}\,\eta+2.\mathrm{m}\,\eta-2.\mathrm{m}-4.)}{\mathrm{c22}}$$

$$-0.5\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3+4k^2m\eta^2+4k^2\eta+4km^2\eta^3-4km^2\eta^2+16k\eta^2m-16km\eta+16k\eta-16k+4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m+16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}}\ \mathrm{V}\ (2. < k < 2.82843 \wedge ((0 < m \leq (2.\mathrm{k}+4.)/(\mathrm{k}-2.) \wedge \frac{4.\mathrm{k}}{\mathrm{k}^2+4.\mathrm{k}+4.} \leq \eta$$

$$< 0.5 \wedge \mathrm{c22} > 0 \wedge\ \mathrm{c11} < (0.5\,(2.c12^2+\mathrm{k\,m\,\eta}+2.\mathrm{m\,\eta}-2.\mathrm{m}-4.))/\mathrm{c22}$$

$$-0.5\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3+4k^2m\eta^2+4k^2\eta+4km^2\eta^3-4km^2\eta^2+16k\eta^2m-16km\eta+16k\eta-16k+4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m+16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}})\vee(\mathrm{m}>(2.k+4.)/(k-2.)\wedge(((4.\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2+4.\mathrm{k}+4.)$$

$$\leq\eta\leq((0.5\,(-1.\mathrm{k}^2+4.\mathrm{k\,m}-4.\mathrm{k}+\mathrm{m2}+4.\mathrm{m}))/(\mathrm{m}\,(\mathrm{k2}+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)))+0.5$$

$$\sqrt{\frac{\mathrm{k}^4+8\,\mathrm{k}^3\,\mathrm{m}+8.\mathrm{k}^3+14.\mathrm{k}^2\,\mathrm{m}^2+56.\mathrm{k}^2\,\mathrm{m}+16.\mathrm{k}^2+8.\mathrm{k\,m}^3+56.\mathrm{k\,m}^2+96.\mathrm{k\,m}}{\mathrm{m}^2\,(\mathrm{k}^2+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{\mathrm{m}^4+8.\mathrm{m}^3+16.\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}^2\,(\mathrm{k}^2+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)^2}}\wedge\mathrm{c22}>0\wedge\mathrm{c11}<\frac{\mathrm{c12}^2}{\mathrm{c22}})\vee$$

$$(\left(\frac{0.5\,(-1.\mathrm{k}^2+4.\mathrm{k\,m}-4.\mathrm{k}+\mathrm{m}^2+4.\mathrm{m})}{\mathrm{m}\,(\mathrm{k}^2+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)}\right)+0.5$$

$$\sqrt{\frac{\mathrm{k}^4+8\,\mathrm{k}^3\,\mathrm{m}+8.\mathrm{k}^3+14.\mathrm{k}^2\,\mathrm{m}^2+56.\mathrm{k}^2\,\mathrm{m}+16.\mathrm{k}^2+8.\mathrm{k\,m}^3+56.\mathrm{k\,m}^2+96.\mathrm{k\,m}}{\mathrm{m}^2\,(\mathrm{k}^2+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{\mathrm{m}^4+8.\mathrm{m}^3+16.\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}^2\,(\mathrm{k}^2+6.\mathrm{k}+2.\mathrm{m}+8.)^2}}<\eta<0.5\wedge\mathrm{c22}>0\wedge$$

$$\mathrm{c11}<\frac{0.5\,(2.\mathrm{c12}^2+\mathrm{k\,m}\,\eta+2.\mathrm{m}\,\eta-2.\mathrm{m}-4.))}{\mathrm{c22}}-0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3+4k^2m\eta^2+4k^2\eta+4km^2\eta^3-4km^2\eta^2+16k\eta^2m-16km\eta+16k\eta-16k+4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m+16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

1.1.3β. Περίπτωση Cc<0 Και C_{22} <0

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

$\lambda\alpha 2<\lambda c1$ && $cc<0$ && $c22<0$ && $k>0$ && $m>0$ && $0.5>\eta\geqslant\eta 0$

Και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$(0<k<2.\wedge m>0\wedge(4.\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2+4.\mathrm{k}+4.)\leq\eta<0.5\wedge\mathrm{c22}<0\wedge\mathrm{c11}$$

$$> \frac{0.5\ (2.\,\mathrm{c12}^2 + \mathrm{k\ m}\ \eta + 2.\,\mathrm{m}\ \eta - 2.\,\mathrm{m} - 4.)}{\mathrm{c22}} - 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}})$$

$\vee\ ((4.\,\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2 + 4.\,\mathrm{k} + 4.) < \eta < 0.5 \wedge \mathrm{c22} < 0 \wedge$

$$\mathrm{c11} > \frac{\left(0.5\ (2.\,\mathrm{c12}^2 + \mathrm{k\ m}\ \eta + 2.\,\mathrm{m}\ \eta - 2.\,\mathrm{m} - 4.)\right)}{\mathrm{c22}} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}})))$$

$\vee\ (2. < k < 2.82843 \wedge ((0 < m \leq (2.\,\mathrm{k} + 4.)/(\mathrm{k} - 2.) \wedge$

$((\eta = (4.\,\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2 + 4.\,\mathrm{k} + 4.) \wedge \mathrm{c22} < 0 \wedge \mathrm{c11} > (0.5\ (2.\,c12^2 + \mathrm{k\ m}\ \eta + 2.\,\mathrm{m}\ \eta - 2.\,\mathrm{m} - 4.))/\mathrm{c22}$

$$-0.5\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}})\ \vee$$

$((4.\,\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2 + 4.\,\mathrm{k} + 4.) < \eta < 0.5 \wedge \mathrm{c22} < 0 \wedge$

$$\mathrm{c11} > \frac{0.5\ (2.\,\mathrm{c12}^2 + \mathrm{k\ m}\ \eta + 2.\,\mathrm{m}\ \eta - 2.\,\mathrm{m} - 4.)}{\mathrm{c22}}$$

$$+0.5\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}})))\ \vee$$

$(\mathrm{m} > (2.\,k + 4.)/(k - 2.) \wedge (((4.\,\mathrm{k})/(\mathrm{k}^2 + 4.\,\mathrm{k} + 4.) \leq \eta$

$$\leq \frac{0.5\,(-1.\,k^2 + 4.\,k\,m - 4.\,k + m^2 + 4.\,m)}{m\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^4 + 8\,k^3\,m + 8.\,k^3 + 14.\,k^2\,m^2\ + 56.\,k^2\,m + 16.\,k^2 + 8.\,k\,m^3 + 56.\,k\,m^2 + 96.\,k\,m}{m^2\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{m^4 + 8.\,m^3 + 16.\,m^2}{m^2(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)^2}}\ \wedge c22 < 0 \wedge c11 > \frac{c12^2}{c22}) \vee$$

$$(\frac{0.5\,(-1.\,k^2 + 4.\,k\,m - 4.\,k + m^2 + 4.\,m)}{m\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^4 + 8\,k^3\,m + 8.\,k^3 + 14.\,k^2\,m^2\ + 56.\,k^2\,m + 16.\,k^2 + 8.\,k\,m^3 + 56.\,k\,m^2 + 96.\,k\,m}{m^2\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{m^4 + 8.\,m^3 + 16.\,m^2}{m^2(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.)^2}}\ < \eta < 0.5 \wedge c22 < 0 \wedge$$

$$c11 > \frac{0.5\,(2.\,c12^2 + k\,m\,\eta + 2.\,m\,\eta - 2.\,m - 4.)}{c22} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{c22^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{c22^2\eta}})))))$$

$$\vee (k \geq 2.82843 \wedge ((0 < m < (2.k + 4.)/(k - 2.) \wedge ((\eta = \frac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} \wedge$$

$$c22 < 0 \wedge c11 > \frac{0.5\,(2.\,c12^2 + k\,m\,\eta + 2.\,m\,\eta - 2.\,m - 4.)}{c22} - 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{c22^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{c22^2\eta}})\ \vee$$

$$((4.\,k)/(k^2 + 4.\,k + 4.) < \eta < 0.5 \wedge c22 < 0 \wedge$$

$$c11 > \frac{0.5\,(2.\,c12^2 + k\,m\,\eta + 2.\,m\,\eta - 2.\,m - 4.\,)}{c22} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{c22^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{c22^2\eta}}))) \lor$$

$$(m = \frac{2.\,k + 4.}{k - 2.} \land ((\eta = \frac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} \land c22 < 0 \land c11 > \frac{c12^2}{c22}) \lor$$

$$(\frac{4.\,k}{k2 + 4.\,k + 4.} < \eta < 0.5 \land c22 < 0 \land c11 > \frac{0.5\,(2.\,c12^2 + k\,m\,\eta + 2.\,m\,\eta - 2.\,m - 4.\,)}{c22} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{c22^2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{16\eta^2m + 16\eta}{c22^2\eta}}))) \lor$$

$$(m > \frac{2.\,k + 4.}{k - 2.} \lor ((\frac{4.\,k}{k2 + 4.\,k + 4.} \le \eta \le \frac{0.5\,(-1.\,k^2 + 4.\,k\,m - 4.\,k + m^2 + 4.\,m)}{m\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^4 + 8\,k^3\,m + 8.\,k^3 + 14.\,k^2\,m^2 + 56.\,k^2\,m + 16.\,k^2 + 8.\,k\,m^3 + 56.\,k\,m^2 + 96.\,k\,m}{m^2\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{m^4 + 8.\,m^3 + 16.\,m^2}{m^2(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)^2}} \land c22 < 0 \land c11 > \frac{c12^2}{c22}) \lor$$

$$(\frac{0.5\,(-1.\,k^2 + 4.\,k\,m - 4.\,k + m^2 + 4.\,m)}{m\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)} + 0.5$$

$$\sqrt{\frac{k^4 + 8\,k^3\,m + 8.\,k^3 + 14.\,k^2\,m^2 + 56.\,k^2\,m + 16.\,k^2 + 8.\,k\,m^3 + 56.\,k\,m^2 + 96.\,k\,m}{m^2\,(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{m^4 + 8.\,m^3 + 16.\,m^2}{m^2(k^2 + 6.\,k + 2.\,m + 8.\,)^2}}$$

$$< \eta < 0.5 \land c22 < 0 \land$$

$\mathrm{c11} > \dfrac{0.5\,(2.\,\mathrm{c12}^2 + \mathrm{k\,m\,\eta} + 2.\,\mathrm{m\,\eta} - 2.\,\mathrm{m} - 4.)}{\mathrm{c22}} + 0.5$

$\sqrt{\dfrac{k^2m^2\eta^3 + 4k^2m\eta^2 + 4k^2\eta + 4km^2\eta^3 - 4km^2\eta^2 + 16k\eta^2m - 16km\eta + 16k\eta - 16k + 4m^2\eta^3}{\mathrm{c22}^2\eta}}$

$\sqrt{\dfrac{16\eta^2m + 16\eta}{\mathrm{c22}^2\eta}}))))$

1.2. Περίπτωση α3=0

Η επίλυση των συνθηκών πραγματοποιήθηκε με την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica, όπως και για την περίπτωση α2=0.

1.2.1. Γενική Περίπτωση

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

$\lambda\alpha3 < \lambda c1 \,\&\&\, \mathrm{c11} > 0 \,\&\&\, \mathrm{c22} > 0 \,\&\&\, k > 0 \,\&\&\, m > 0 \,\&\&\, \eta > 0 \,\&\&\, \eta > \eta0$

Λόγω του υπερβολικά μεγάλου όγκου της λύσης, ενδεικτικά παρατίθεται ένα μέρος αυτής:

$\mathrm{c22} > 0 \wedge$

$((\mathrm{c12} < \mathrm{Root}[\#1^3 + 43\#1^2\mathrm{c22} + 355\#1\mathrm{c22}^2 + 569\mathrm{c22}^3\&,1] \wedge$

$((0 < \mathrm{c11} < -2\sqrt{2}\sqrt{\mathrm{c22}^2 - \mathrm{c12c22}} - \mathrm{c12} + 3\mathrm{c22} \wedge ((0 < k < \dfrac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} -$

$\sqrt{\dfrac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} \wedge ((\dfrac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta <$

$\dfrac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2 - \mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})}$

$-\dfrac{1}{2}\surd((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k -$

$2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 +$

$2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 - 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k +$

$+4\mathrm{c11c22}^3k^3 + 6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k +$

$\mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 - 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 -$

$-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 - 2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k +$

$4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$\vee\, (\eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$

$(\frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} - \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}}$

$\leq k \leq \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} +$

$+\frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} \wedge \eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$(\sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} +$

$+\frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} < k < \frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge$

$((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$

$+\frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} -$

$\frac{1}{2}(SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2$

$+2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 - 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k +$

$+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 + 6\mathrm{c11c22}^3k^2 +$

$+2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 - 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k +$

$+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 - 2\mathrm{c12c22}^3k^2 +$

$4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$

$\vee (k = \frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee (\frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} < k <$

$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$

$\wedge (k = \frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee (\frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} < k <$

$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$

$\wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$$\vee\ (\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2 k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$+ \frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2 k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{1}{2} SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 +$$

$$+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 -$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^3 - 2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$\vee\ (k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$$

$$\vee\ (\mathrm{c11} = -2\sqrt{2}\sqrt{\mathrm{c22}^2 - \mathrm{c12c22}} - \mathrm{c12} + 3\mathrm{c22} \wedge$$

$$\wedge ((0 < k < \frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} - \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} \wedge$$

$$\wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2 k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$+ \frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2 k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} -$$

$-\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$

$-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k + 4\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^3 +$

$+6\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$

$(k = \frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} - \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12} - 6\mathrm{c11}\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12}\mathrm{c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} \wedge$

$\wedge \eta > \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} - \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12} - 6\mathrm{c11}\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12}\mathrm{c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} <$

$< k < \frac{-\mathrm{c11} - \mathrm{c12} - \mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta <$

$< \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11}\mathrm{c12}k + 3\mathrm{c11}\mathrm{c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$

$+ \frac{-\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2 - 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}k - 2\mathrm{c12}\mathrm{c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})}$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4c11^2c12c22k^2+8c11^2c12c22k-4c11^2c12c22+9c11^2c22^2k^2+6c11^2c22^2k-$

$-2c11^2c22^2+2c11c12^3k^2-2c11c12^3k+2c11c12^2c22k^3+2c11c12^2c22k^2-$

$-2c11c12^2c22k+2c11c12c22^2k^3+6c11c12c22^2k^2+2c11c12c22^2k+4c11c22^3k^3+$

$+6c11c22^3k^2+2c11c22^3k+c12^4k^2-2c12^4k+c12^4+2c12^3c22k^3-2c12^3c22k^2-$

$-4c12^3c22k+4c12^3c22+c12^2c22^2k^4-6c12^2c22^2k^2+6c12^2c22^2-2c12c22^3k^3-$

$-2c12c22^3k^2+4c12c22^3k+4c12c22^3+c22^4k^2+2c22^4k+c22^4)/$

$/((c11-c12)^2(2c11+2c12k+2c12+c22k^2+3c22k+2c22)^2))\wedge m>0)\vee$

$\vee\left(\eta>\frac{c12+c22}{c12-c11}\wedge m>0\right)))\vee$

$\vee\left(k=\frac{-c11-c12-c22}{c22}\wedge\left(\left(\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{c12+c22}{c12-c11}\wedge m>0\right)\vee\right.\right.$

$\vee\left(\eta>\frac{c12+c22}{c12-c11}\wedge m>0\right)))\vee\left(\frac{-c11-c12-c22}{c22}<k<\right.$

$<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8c11c22+4c12^2+4c12c22+c22^2}{c22^2}}+\frac{-2c12-3c22}{2c22}\wedge$

$\wedge\left(\left(\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{c12+c22}{c12-c11}\wedge m>0\right)\vee\right.$

$\vee\left(\eta>\frac{c11^2+c11c12k+3c11c22k-3c12^2k-c12^2}{2(c11-c12)(2c11+2c12k+2c12+c22k^2+3c22k+2c22)}+\right.$

$+\frac{-c12c22k^2-4c12c22k-2c12c22-c22^2k-c22^2}{2(c11-c12)(2c11+2c12k+2c12+c22k^2+3c22k+2c22)}+$

$\frac{1}{2}SQRT((c11^4+2c11^3c12k+6c11^3c22k+c11^2c12^2k^2+2c11^2c12^2k-2c11^2c12^2+$

$+4c11^2c12c22k^2+8c11^2c12c22k-4c11^2c12c22+9c11^2c22^2k^2+6c11^2c22^2k-$

$-2c11^2c22^2+2c11c12^3k^2-2c11c12^3k+2c11c12^2c22k^3+2c11c12^2c22k^2-$

$-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^3 + 6\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k + 4\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^3 +$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k + \mathrm{c}12^4k^2 - 2\mathrm{c}12^4k + \mathrm{c}12^4 + 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3 - 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2 -$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k + 4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4 - 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2 - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3 -$

$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3 + \mathrm{c}22^4k^2 + 2\mathrm{c}22^4k + \mathrm{c}22^4)/$

$/((\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)^2(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)^2)) \wedge m > 0))) \vee$

$\vee\ (k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + 4\mathrm{c}12^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + \mathrm{c}22^2}{\mathrm{c}22^2}} + \frac{-2\mathrm{c}12 - 3\mathrm{c}22}{2\mathrm{c}22} \wedge$

$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22}{\mathrm{c}12 - \mathrm{c}11} \wedge m > 0))) \vee$

$\vee\ (-2\sqrt{2}\sqrt{\mathrm{c}22^2 - \mathrm{c}12\mathrm{c}22} - \mathrm{c}12 + 3\mathrm{c}22 < \mathrm{c}11 < -\mathrm{c}12 - 2\mathrm{c}22 \wedge$

$\wedge\ ((0 < k < \frac{-\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12 - \mathrm{c}22}{\mathrm{c}22} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta <$

$< \frac{\mathrm{c}11^2 + \mathrm{c}11\mathrm{c}12k + 3\mathrm{c}11\mathrm{c}22k - 3\mathrm{c}12^2k - \mathrm{c}12^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} +$

$\frac{-\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 - 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 - \mathrm{c}22^2k - \mathrm{c}22^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} -$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c}11^4 + 2\mathrm{c}11^3\mathrm{c}12k + 6\mathrm{c}11^3\mathrm{c}22k + \mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k^2 + 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k - 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2 +$

$+4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 + 8\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + 9\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k -$

$-2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k^2 - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^3 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^2 -$

$-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^3 + 6\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k + 4\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^3 +$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k + \mathrm{c}12^4k^2 - 2\mathrm{c}12^4k + \mathrm{c}12^4 + 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3 - 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2 -$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k + 4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4 - 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2 - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$

$(k = \frac{-\mathrm{c11}-\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge ((\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee (\frac{-\mathrm{c11}-\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} < k <$

$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$

$((\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$

$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$

$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$

$$\vee\ (k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + 4\mathrm{c}12^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + \mathrm{c}22^2}{\mathrm{c}22^2}} + \frac{-2\mathrm{c}12 - 3\mathrm{c}22}{2\mathrm{c}22} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22}{\mathrm{c}12 - \mathrm{c}11} \wedge m > 0))) \vee$$

$$(\mathrm{c}11 = -\mathrm{c}12 - 2\mathrm{c}22 \wedge ((0 < k < \frac{-\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12 - \mathrm{c}22}{\mathrm{c}22} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta <$$

$$< \frac{\mathrm{c}11^2 + \mathrm{c}11\mathrm{c}12k + 3\mathrm{c}11\mathrm{c}22k - 3\mathrm{c}12^2k - \mathrm{c}12^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} +$$

$$\frac{-\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 - 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 - \mathrm{c}22^2k - \mathrm{c}22^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} -$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c}11^4 + 2\mathrm{c}11^3\mathrm{c}12k + 6\mathrm{c}11^3\mathrm{c}22k + \mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k^2 + 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k - 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2 +$$

$$+4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 + 8\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + 9\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k -$$

$$-2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k^2 - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^3 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^2 -$$

$$-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^3 + 6\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k + 4\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k + \mathrm{c}12^4k^2 - 2\mathrm{c}12^4k + \mathrm{c}12^4 + 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3 - 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2 -$$

$$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k + 4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4 - 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2 - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3 -$$

$$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3 + \mathrm{c}22^4k^2 + 2\mathrm{c}22^4k + \mathrm{c}22^4)/$$

$$/((\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)^2(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)^2)) \wedge m > 0) \vee$$

$$\vee\ (\eta > \frac{\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22}{\mathrm{c}12 - \mathrm{c}11} \wedge m > 0))) \vee$$

$$(k = \frac{-\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12 - \mathrm{c}22}{\mathrm{c}22} \wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22}{\mathrm{c}12 - \mathrm{c}11} \wedge m > 0) \vee$$

$$\vee \left(\eta > \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0\right))) \vee \left(\frac{-\mathrm{c11}-\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} < k <\right.$$

$$< -2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}} \wedge$$

$$((\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$$

$$\eta > \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$(k = -2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\eta > \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$

$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$

$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$(-2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2 - 2\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12} + \mathrm{c22})^2}} - \frac{2(\mathrm{c11} + \mathrm{c22})}{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}} < k <$

$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$

$\wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$

$\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$

$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$

$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2+2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k+\mathrm{c}12^4k^2-2\mathrm{c}12^4k+\mathrm{c}12^4+2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3-2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2-$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k+4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22+\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4-6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2+6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3-$

$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2+4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k+4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3+\mathrm{c}22^4k^2+2\mathrm{c}22^4k+\mathrm{c}22^4)/$

$/((\mathrm{c}11-\mathrm{c}12)^2(2\mathrm{c}11+2\mathrm{c}12k+2\mathrm{c}12+\mathrm{c}22k^2+3\mathrm{c}22k+2\mathrm{c}22)^2))\wedge m>0)))\vee$

$(k\geq\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c}11\mathrm{c}22+4\mathrm{c}12^2+4\mathrm{c}12\mathrm{c}22+\mathrm{c}22^2}{\mathrm{c}22^2}}+\frac{-2\mathrm{c}12-3\mathrm{c}22}{2\mathrm{c}22}\wedge$

$\wedge\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c}12+\mathrm{c}22}{\mathrm{c}12-\mathrm{c}11}\wedge m>0)))\vee$

$\vee(-\mathrm{c}12-2\mathrm{c}22<\mathrm{c}11<-\mathrm{c}12-\mathrm{c}22\wedge((0<k<\frac{-\mathrm{c}11-\mathrm{c}12-\mathrm{c}22}{\mathrm{c}22}\wedge$

$\wedge((\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<$

$<\frac{\mathrm{c}11^2+\mathrm{c}11\mathrm{c}12k+3\mathrm{c}11\mathrm{c}22k-3\mathrm{c}12^2k-\mathrm{c}12^2}{2(\mathrm{c}11-\mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11+2\mathrm{c}12k+2\mathrm{c}12+\mathrm{c}22k^2+3\mathrm{c}22k+2\mathrm{c}22)}+$

$\frac{-\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2-4\mathrm{c}12\mathrm{c}22k-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22-\mathrm{c}22^2k-\mathrm{c}22^2}{2(\mathrm{c}11-\mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11+2\mathrm{c}12k+2\mathrm{c}12+\mathrm{c}22k^2+3\mathrm{c}22k+2\mathrm{c}22)}-$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c}11^4+2\mathrm{c}11^3\mathrm{c}12k+6\mathrm{c}11^3\mathrm{c}22k+\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k^2+2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k-2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2+$

$+4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2+8\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k-4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22+9\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2+6\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k-$

$-2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2+2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k^2-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k+2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^3+2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^2-$

$-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k+2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^3+6\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^2+2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k+4\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^3+$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2+2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k+\mathrm{c}12^4k^2-2\mathrm{c}12^4k+\mathrm{c}12^4+2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3-2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2-$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k+4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22+\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4-6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2+6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3-$

$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2+4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k+4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3+\mathrm{c}22^4k^2+2\mathrm{c}22^4k+\mathrm{c}22^4)/$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m>0) \vee$

$\vee\, (\eta > \dfrac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m>0))) \vee$

$(k = \dfrac{-\mathrm{c11}-\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} \wedge ((\dfrac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \dfrac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m>0) \vee$

$\vee\, (\eta > \dfrac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m>0))) \vee (\dfrac{-\mathrm{c11}-\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}{\mathrm{c22}} < k <$

$< -2\sqrt{-\dfrac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11}\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12}\mathrm{c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}} - \dfrac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}} \wedge$

$((\dfrac{4k}{k^2+4k+4} < \eta < \dfrac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m>0) \vee$

$\vee\, (\eta > \dfrac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11}\mathrm{c12}k+3\mathrm{c11}\mathrm{c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\dfrac{-\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2-4\mathrm{c12}\mathrm{c22}k-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\dfrac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k^2-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^2-$

$-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^3+6\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k+4\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^3+$

$+6\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^3-$

$-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^2+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m>0))) \vee$

$$\vee\ (-2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\leq$$

$$k\leq 2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\wedge$$

$$\wedge\ \eta>\frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)\ \vee$$

$$(2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}<k<$$

$$<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}}+\frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}}\wedge$$

$$\wedge\ ((\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}}\wedge m>0)\ \vee$$

$$(\eta > \frac{c11^2 + c11c12k + 3c11c22k - 3c12^2k - c12^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{-c12c22k^2 - 4c12c22k - 2c12c22 - c22^2k - c22^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((c11^4 + 2c11^3c12k + 6c11^3c22k + c11^2c12^2k^2 + 2c11^2c12^2k - 2c11^2c12^2 +$$

$$+4c11^2c12c22k^2 + 8c11^2c12c22k - 4c11^2c12c22 + 9c11^2c22^2k^2 + 6c11^2c22^2k -$$

$$-2c11^2c22^2 + 2c11c12^3k^2 - 2c11c12^3k + 2c11c12^2c22k^3 + 2c11c12^2c22k^2 -$$

$$-2c11c12^2c22k + 2c11c12c22^2k^3 + 6c11c12c22^2k^2 + 2c11c12c22^2k + 4c11c22^3k^3 +$$

$$+6c11c22^3k^2 + 2c11c22^3k + c12^4k^2 - 2c12^4k + c12^4 + 2c12^3c22k^3 - 2c12^3c22k^2 -$$

$$-4c12^3c22k + 4c12^3c22 + c12^2c22^2k^4 - 6c12^2c22^2k^2 + 6c12^2c22^2 - 2c12c22^3k^3 -$$

$$-2c12c22^3k^2 + 4c12c22^3k + 4c12c22^3 + c22^4k^2 + 2c22^4k + c22^4)/$$

$$/((c11 - c12)^2(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)^2)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$(k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8c11c22 + 4c12^2 + 4c12c22 + c22^2}{c22^2}} + \frac{-2c12 - 3c22}{2c22} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{c12 + c22}{c12 - c11} \wedge m > 0))) \vee (c11\square - c12 - c22 \wedge$$

$$\wedge ((0 < k < -2\sqrt{-\frac{-c11^2 - 2c11c22 + c12^2 + 2c12c22}{(c12 + c22)^2}} - \frac{2(c11 + c22)}{c12 + c22} \wedge$$

$$((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{c12 + c22}{c12 - c11} \wedge m > 0) \vee$$

$$\vee (\eta > \frac{c11^2 + c11c12k + 3c11c22k - 3c12^2k - c12^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{-c12c22k^2 - 4c12c22k - 2c12c22 - c22^2k - c22^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)))\vee$$

$$\vee\left(-2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\leq\right.$$

$$\leq k\leq 2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\wedge$$

$$\wedge\eta>\frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0) \vee$

$$(2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2 - 2\mathrm{c11}\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12}\mathrm{c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}} - \frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}} < k <$$

$$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11}\mathrm{c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\wedge\ ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$$

$$(\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11}\mathrm{c12}k + 3\mathrm{c11}\mathrm{c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{-\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2 - 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}k - 2\mathrm{c12}\mathrm{c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$

$-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k + 4\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^3 +$

$+6\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^3 -$

$-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k + 4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$

$$(k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$$

$$\vee (-\mathrm{c12} - \mathrm{c22} < \mathrm{c11} \leq 2\sqrt{2}\sqrt{\mathrm{c22}^2 - \mathrm{c12c22}} - \mathrm{c12} + 3\mathrm{c22} \wedge$$

$$((0 < k \leq \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$$

$$(\frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} < k <$$

$$< -2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2 - 2\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12} + \mathrm{c22})^2}} - \frac{2(\mathrm{c11} + \mathrm{c22})}{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}} \wedge$$

$$((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$$

$$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$$

$-4c12^3c22k + 4c12^3c22 + c12^2c22^2k^4 - 6c12^2c22^2k^2 + 6c12^2c22^2 - 2c12c22^3k^3 -$

$-2c12c22^3k^2 + 4c12c22^3k + 4c12c22^3 + c22^4k^2 + 2c22^4k + c22^4)/$

$/((c11 - c12)^2(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)^2)) \wedge m > 0))) \vee$

$$\vee\left(-2\sqrt{-\frac{-c11^2 - 2c11c22 + c12^2 + 2c12c22}{(c12 + c22)^2}} - \frac{2(c11 + c22)}{c12 + c22} \le\right.$$

$$k \le 2\sqrt{-\frac{-c11^2 - 2c11c22 + c12^2 + 2c12c22}{(c12 + c22)^2}} - \frac{2(c11 + c22)}{c12 + c22} \wedge$$

$$\wedge\, \eta > \frac{c11^2 + c11c12k + 3c11c22k - 3c12^2k - c12^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{-c12c22k^2 - 4c12c22k - 2c12c22 - c22^2k - c22^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$\frac{1}{2}SQRT((c11^4 + 2c11^3c12k + 6c11^3c22k + c11^2c12^2k^2 + 2c11^2c12^2k - 2c11^2c12^2 +$

$+4c11^2c12c22k^2 + 8c11^2c12c22k - 4c11^2c12c22 + 9c11^2c22^2k^2 + 6c11^2c22^2k -$

$-2c11^2c22^2 + 2c11c12^3k^2 - 2c11c12^3k + 2c11c12^2c22k^3 + 2c11c12^2c22k^2 -$

$-2c11c12^2c22k + 2c11c12c22^2k^3 + 6c11c12c22^2k^2 + 2c11c12c22^2k + 4c11c22^3k^3 +$

$+6c11c22^3k^2 + 2c11c22^3k + c12^4k^2 - 2c12^4k + c12^4 + 2c12^3c22k^3 - 2c12^3c22k^2 -$

$-4c12^3c22k + 4c12^3c22 + c12^2c22^2k^4 - 6c12^2c22^2k^2 + 6c12^2c22^2 - 2c12c22^3k^3 -$

$-2c12c22^3k^2 + 4c12c22^3k + 4c12c22^3 + c22^4k^2 + 2c22^4k + c22^4)/$

$/((c11 - c12)^2(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)^2)) \wedge m > 0) \vee$

$$\left(2\sqrt{-\frac{-c11^2 - 2c11c22 + c12^2 + 2c12c22}{(c12 + c22)^2}} - \frac{2(c11 + c22)}{c12 + c22} < k <\right.$$

$$< \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\wedge ((\frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0) \vee$$

$$(\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2 k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2 k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 -$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$(k \geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22} + 4\mathrm{c12}^2 + 4\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}} + \frac{-2\mathrm{c12} - 3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c11}} \wedge m > 0))) \vee$$

$$\vee (2\sqrt{2}\sqrt{\mathrm{c22}^2 - \mathrm{c12c22}} - \mathrm{c12} + 3\mathrm{c22} < \mathrm{c11} < \frac{3\mathrm{c12}^2 - 8\mathrm{c12c22} - 19\mathrm{c22}^2}{16\mathrm{c22}} -$$

$$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{9\mathrm{c12}^4+112\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+462\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2+720\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3+425\mathrm{c22}^4}{\mathrm{c22}^2}}\wedge$$

$$((0<k\leq\frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11}\mathrm{c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}}\wedge$$

$$\wedge\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}}\wedge m>0)\vee$$

$$(\frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11}\mathrm{c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}}<k<$$

$$<-2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11}\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12}\mathrm{c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\wedge$$

$$((\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}}\wedge m>0)\vee$$

$$\vee(\eta>\frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11}\mathrm{c12}k+3\mathrm{c11}\mathrm{c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2-4\mathrm{c12}\mathrm{c22}k-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}\mathrm{c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k^2-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^3k+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11}\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^3+6\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c12}\mathrm{c22}^2k+4\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k^2+2\mathrm{c11}\mathrm{c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k^2+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3k+4\mathrm{c12}\mathrm{c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)))\vee$

$$(-2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}\leq k\leq$$

$$\leq\frac{-\mathrm{c11}+\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}-\sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2+2\mathrm{c11c12}-6\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12}-\mathrm{c22})^2}}\wedge$$

$$\eta>\frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)\vee$$

$$(\frac{-\mathrm{c11}+\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}-\sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2+2\mathrm{c11c12}-6\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12}-\mathrm{c22})^2}}<k<$$

$$<\sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2+2\mathrm{c11c12}-6\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12}-\mathrm{c22})^2}}+\frac{-\mathrm{c11}+\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c22}}\wedge$$

$$((\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta <$$

$$< \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}-$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)\vee$$

$$\vee(\eta > \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k + \mathrm{c}12^4k^2 - 2\mathrm{c}12^4k + \mathrm{c}12^4 + 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3 - 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2 -$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k + 4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4 - 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2 - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3 -$

$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3 + \mathrm{c}22^4k^2 + 2\mathrm{c}22^4k + \mathrm{c}22^4)/$

$/((\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)^2(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)^2)) \wedge m > 0))) \vee$

$$\left(\sqrt{\frac{\mathrm{c}11^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12 - 6\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2 + 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + \mathrm{c}22^2}{(\mathrm{c}12 - \mathrm{c}22)^2}} + \frac{-\mathrm{c}11 + \mathrm{c}12 + \mathrm{c}22}{\mathrm{c}12 - \mathrm{c}22} \le k \le\right.$$

$$\le 2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c}11^2 - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2 + 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22}{(\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22)^2}} - \frac{2(\mathrm{c}11 + \mathrm{c}22)}{\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22} \wedge$$

$$\eta > \frac{\mathrm{c}11^2 + \mathrm{c}11\mathrm{c}12k + 3\mathrm{c}11\mathrm{c}22k - 3\mathrm{c}12^2k - \mathrm{c}12^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} +$$

$$\frac{-\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 - 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 - \mathrm{c}22^2k - \mathrm{c}22^2}{2(\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)} +$$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c}11^4 + 2\mathrm{c}11^3\mathrm{c}12k + 6\mathrm{c}11^3\mathrm{c}22k + \mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k^2 + 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2k - 2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12^2 +$

$+4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k^2 + 8\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22k - 4\mathrm{c}11^2\mathrm{c}12\mathrm{c}22 + 9\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2k -$

$-2\mathrm{c}11^2\mathrm{c}22^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k^2 - 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^3k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^3 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k^2 -$

$-2\mathrm{c}11\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^3 + 6\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}12\mathrm{c}22^2k + 4\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^3 +$

$+6\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k^2 + 2\mathrm{c}11\mathrm{c}22^3k + \mathrm{c}12^4k^2 - 2\mathrm{c}12^4k + \mathrm{c}12^4 + 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^3 - 2\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k^2 -$

$-4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22k + 4\mathrm{c}12^3\mathrm{c}22 + \mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^4 - 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2k^2 + 6\mathrm{c}12^2\mathrm{c}22^2 - 2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^3 -$

$-2\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k^2 + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3k + 4\mathrm{c}12\mathrm{c}22^3 + \mathrm{c}22^4k^2 + 2\mathrm{c}22^4k + \mathrm{c}22^4)/$

$/((\mathrm{c}11 - \mathrm{c}12)^2(2\mathrm{c}11 + 2\mathrm{c}12k + 2\mathrm{c}12 + \mathrm{c}22k^2 + 3\mathrm{c}22k + 2\mathrm{c}22)^2)) \wedge m > 0) \vee$

$$(2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2-2\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12}+\mathrm{c22})^2}}-\frac{2(\mathrm{c11}+\mathrm{c22})}{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}<k<$$

$$<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}}+\frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}}\wedge$$

$$\wedge\ ((\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}}\wedge m>0)\vee$$

$$(\eta>\frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})}+$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2))\wedge m>0)))\vee$$

$$(k\geq\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8\mathrm{c11c22}+4\mathrm{c12}^2+4\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{\mathrm{c22}^2}}+\frac{-2\mathrm{c12}-3\mathrm{c22}}{2\mathrm{c22}}\wedge$$

$$\wedge\frac{4k}{k^2+4k+4}<\eta<\frac{\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c11}}\wedge m>0)))\vee$$

$$\vee\ (c11 = \frac{3c12^2 - 8c12c22 - 19c22^2}{16c22} -$$

$$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{9c12^4 + 112c12^3c22 + 462c12^2c22^2 + 720c12c22^3 + 425c22^4}{c22^2}} \wedge$$

$$((0 < k < \frac{-2c12 - 3c22}{2c22} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8c11c22 + 4c12^2 + 4c12c22 + c22^2}{c22^2}} \wedge$$

$$\wedge \frac{4k}{k^2 + 4k + 4} < \eta < \frac{c12 + c22}{c12 - c11} \wedge m > 0) \vee$$

$$(\frac{-2c12 - 3c22}{2c22} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8c11c22 + 4c12^2 + 4c12c22 + c22^2}{c22^2}} < k \leq$$

$$\leq \frac{-c11 + c12 + c22}{c12 - c22} - \sqrt{\frac{c11^2 + 2c11c12 - 6c11c22 + c12^2 + 2c12c22 + c22^2}{(c12 - c22)^2}} \wedge$$

$$\eta > \frac{c11^2 + c11c12k + 3c11c22k - 3c12^2k - c12^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{-c12c22k^2 - 4c12c22k - 2c12c22 - c22^2k - c22^2}{2(c11 - c12)(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((c11^4 + 2c11^3c12k + 6c11^3c22k + c11^2c12^2k^2 + 2c11^2c12^2k - 2c11^2c12^2 +$$

$$+4c11^2c12c22k^2 + 8c11^2c12c22k - 4c11^2c12c22 + 9c11^2c22^2k^2 + 6c11^2c22^2k -$$

$$-2c11^2c22^2 + 2c11c12^3k^2 - 2c11c12^3k + 2c11c12^2c22k^3 + 2c11c12^2c22k^2 -$$

$$-2c11c12^2c22k + 2c11c12c22^2k^3 + 6c11c12c22^2k^2 + 2c11c12c22^2k + 4c11c22^3k^3 +$$

$$+6c11c22^3k^2 + 2c11c22^3k + c12^4k^2 - 2c12^4k + c12^4 + 2c12^3c22k^3 - 2c12^3c22k^2 -$$

$$-4c12^3c22k + 4c12^3c22 + c12^2c22^2k^4 - 6c12^2c22^2k^2 + 6c12^2c22^2 - 2c12c22^3k^3 -$$

$$-2c12c22^3k^2 + 4c12c22^3k + 4c12c22^3 + c22^4k^2 + 2c22^4k + c22^4)/$$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m>0) \vee$

$(\frac{-\mathrm{c11}+\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c22}} - \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2+2\mathrm{c11c12}-6\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12}-\mathrm{c22})^2}} < k <$

$< \sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2+2\mathrm{c11c12}-6\mathrm{c11c22}+\mathrm{c12}^2+2\mathrm{c12c22}+\mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12}-\mathrm{c22})^2}} + \frac{-\mathrm{c11}+\mathrm{c12}+\mathrm{c22}}{\mathrm{c12}-\mathrm{c22}} \wedge$

$((\frac{4k}{k^2+4k+4} < \eta <$

$< \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} -$

$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4+2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k+6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k+\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2+2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2+$

$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2+8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k-4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}+9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k-$

$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2+2\mathrm{c11c12}^3k^2-2\mathrm{c11c12}^3k+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3+2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2-$

$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k+2\mathrm{c11c12c22}^2k^3+6\mathrm{c11c12c22}^2k^2+2\mathrm{c11c12c22}^2k+4\mathrm{c11c22}^3k^3+$

$+6\mathrm{c11c22}^3k^2+2\mathrm{c11c22}^3k+\mathrm{c12}^4k^2-2\mathrm{c12}^4k+\mathrm{c12}^4+2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3-2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2-$

$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k+4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}+\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4-6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2+6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2-2\mathrm{c12c22}^3k^3-$

$-2\mathrm{c12c22}^3k^2+4\mathrm{c12c22}^3k+4\mathrm{c12c22}^3+\mathrm{c22}^4k^2+2\mathrm{c22}^4k+\mathrm{c22}^4)/$

$/((\mathrm{c11}-\mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})^2)) \wedge m>0) \vee$

$\vee (\eta > \frac{\mathrm{c11}^2+\mathrm{c11c12}k+3\mathrm{c11c22}k-3\mathrm{c12}^2k-\mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2-4\mathrm{c12c22}k-2\mathrm{c12c22}-\mathrm{c22}^2k-\mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11}-\mathrm{c12})(2\mathrm{c11}+2\mathrm{c12}k+2\mathrm{c12}+\mathrm{c22}k^2+3\mathrm{c22}k+2\mathrm{c22})} +$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k + 4\mathrm{c12}^3\mathrm{c22} + \mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^4 - 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c12}^2\mathrm{c22}^2 - 2\mathrm{c12c22}^3k^3 -$$

$$-2\mathrm{c12c22}^3k^2 + 4\mathrm{c12c22}^3k + 4\mathrm{c12c22}^3 + \mathrm{c22}^4k^2 + 2\mathrm{c22}^4k + \mathrm{c22}^4)/$$

$$/((\mathrm{c11} - \mathrm{c12})^2(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})^2)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$(\sqrt{\frac{\mathrm{c11}^2 + 2\mathrm{c11c12} - 6\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22} + \mathrm{c22}^2}{(\mathrm{c12} - \mathrm{c22})^2}} + \frac{-\mathrm{c11} + \mathrm{c12} + \mathrm{c22}}{\mathrm{c12} - \mathrm{c22}} \leq k \leq$$

$$\leq 2\sqrt{-\frac{-\mathrm{c11}^2 - 2\mathrm{c11c22} + \mathrm{c12}^2 + 2\mathrm{c12c22}}{(\mathrm{c12} + \mathrm{c22})^2}} - \frac{2(\mathrm{c11} + \mathrm{c22})}{\mathrm{c12} + \mathrm{c22}} \wedge$$

$$\eta > \frac{\mathrm{c11}^2 + \mathrm{c11c12}k + 3\mathrm{c11c22}k - 3\mathrm{c12}^2k - \mathrm{c12}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{-\mathrm{c12c22}k^2 - 4\mathrm{c12c22}k - 2\mathrm{c12c22} - \mathrm{c22}^2k - \mathrm{c22}^2}{2(\mathrm{c11} - \mathrm{c12})(2\mathrm{c11} + 2\mathrm{c12}k + 2\mathrm{c12} + \mathrm{c22}k^2 + 3\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c22})} +$$

$$\frac{1}{2}SQRT((\mathrm{c11}^4 + 2\mathrm{c11}^3\mathrm{c12}k + 6\mathrm{c11}^3\mathrm{c22}k + \mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k^2 + 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2k - 2\mathrm{c11}^2\mathrm{c12}^2 +$$

$$+4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k^2 + 8\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22}k - 4\mathrm{c11}^2\mathrm{c12c22} + 9\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k^2 + 6\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2k -$$

$$-2\mathrm{c11}^2\mathrm{c22}^2 + 2\mathrm{c11c12}^3k^2 - 2\mathrm{c11c12}^3k + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^3 + 2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k^2 -$$

$$-2\mathrm{c11c12}^2\mathrm{c22}k + 2\mathrm{c11c12c22}^2k^3 + 6\mathrm{c11c12c22}^2k^2 + 2\mathrm{c11c12c22}^2k + 4\mathrm{c11c22}^3k^3 +$$

$$+6\mathrm{c11c22}^3k^2 + 2\mathrm{c11c22}^3k + \mathrm{c12}^4k^2 - 2\mathrm{c12}^4k + \mathrm{c12}^4 + 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^3 - 2\mathrm{c12}^3\mathrm{c22}k^2 -$$

$-4c12^3c22k + 4c12^3c22 + c12^2c22^2k^4 - 6c12^2c22^2k^2 + 6c12^2c22^2 - 2c12c22^3k^3 -$

$-2c12c22^3k^2 + 4c12c22^3k + 4c12c22^3 + c22^4k^2 + 2c22^4k + c22^4)/$

$/((c11 - c12)^2(2c11 + 2c12k + 2c12 + c22k^2 + 3c22k + 2c22)^2)) \wedge m > 0)$

1.2.2. Περίπτωση C_{12}≠0

Η περίπτωση α3=0 επιλύθηκε με την συνθήκη $C_{12}\neq 0$ αντί της συνθήκης $C_{22}>0$ που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη περίπτωση για να μειωθεί ο όγκος του αποτελέσματος.

Η περίπτωση αυτή επιλύθηκε για τις παρακάτω συνθήκες :

$\lambda\alpha 3 < \lambda c1$ && $c11 > 0$ && $c12 \neq 0$ && $k > 0$ && $m > 0$ && $0.5 > \eta \geqslant \eta 0$

Και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$(0 < k < 1. \wedge ((\eta = \frac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} \wedge ((c12 < 0 \wedge c11 > 0 \wedge$$

$$\frac{0.5\,(-1.\,c11\,k2\,\eta^2 - 3.\,c11\,k\,\eta^2 + 3.\,c11\,k\,\eta - 2.\,c11\,\eta^2 + c12\,k2\,\eta^2}{k\,\eta - 1.\,k + \eta} +$$

$$+\frac{-1.\,c12\,k2\,\eta + 3.\,c12\,k\,\eta^2 - 4.\,c12\,k\,\eta + 2.\,c12\,k + 2.\,c12\,\eta^2 - 2.\,c12\,\eta)}{k\,\eta - 1.\,k + \eta}$$

$$-0.5SQRT\ ((\frac{1}{(k\,\eta - 1.\,k + \eta)^2})(c11^2\,k^4\,\eta^4 + 6.\,c11^2\,k^3\,\eta^4 - 6.\,c11^2\,k^3\,\eta^3 + 13.\,c12^2\,k^2\,\eta^4$$

$$-18.\,c11^2\,k^2\,\eta^3 + 9.\,c11^2\,k^2\,\eta^2 + 12.\,c11^2\,k\,\eta^4 - 20.\,c11^2\,k\,\eta^3 + 12.\,c11^2\,k\,\eta^2 - 4.\,c11^2\,k\,\eta$$

$$+4.\,c11^2\,\eta^4 - 8.\,c11^2\,\eta^3 + 4.\,c11^2\,\eta^2 - 2.\,c11\,c12\,k^4\,\eta^4 + 2.\,c11\,c12\,k^4\,\eta^3$$

$$-12.\,c11\,c12\,k^3\,\eta^4 + 20.\,c11\,c12k^3\,\eta^3 - 10.\,c11\,c12\,k^3\,\eta^2 - 26.\,c11\,c12\,k^2\,\eta^4 +$$

$$42.\,c11\,c12k^2\,\eta^3 - 24.\,c11\,c12\,k^2\,\eta^2 + 8.\,c11\,c12k^2\,\eta - 24.\,c11\,c12k\,\eta^4 +$$

$$+32.\,c11\,c12\,k\,\eta^3 - 16.\,c11\,c12k\,\eta^2 - 8.\,c11\,c12\,\eta^4 + 8.\,c11\,c12\,\eta^3 +$$

$$+c12^2k^4\,\eta^4 - 2.\,c12^2\,k^4\,\eta^3 + c12^2\,k^4\,\eta^2 + 6.\,c12^2\,k^3\,\eta^4 - 14.\,c12^2\,k^3\,\eta^3 +$$

$$12.\,c12^2\,k^3\,\eta^2 - 4.\,c12^2\,k^3\,\eta + 13.\,c12^2\,k^2\,\eta^4 - 24.\,c12^2\,k^2\,\eta^3 +$$

$+12.\,c12^2 k^2\,\eta^2 + 12.\,c12^2 k\,\eta^4 - 12.\,c12^2\,k\,\eta^3 + 4.\,c12^2\eta^4))$

$< c22 < -1.\,c11\,\eta + c12\,\eta - 1.\,c12 \wedge m > 0) \vee (c12 > 0 \wedge$

$((0 < c11 < (c12\,k\,\eta - 1.\,c12\,k + c12\,\eta)/(k\,\eta + \eta - 1.) \wedge -1.\,c11\,\eta + c12\,\eta - 1.\,c12 < c22 <$

$$\frac{0.5\,(-1.\,c11\,k2\,\eta^2 - 3.\,c11\,k\,\eta^2 + 3.\,c11\,k\,\eta - 2.\,c11\,\eta^2 + c12\,k2\,\eta^2}{k\,\eta - 1.\,k + \eta} +$$

$$+\frac{-1.\,c12\,k2\,\eta + 3.\,c12\,k\,\eta^2 - 4.\,c12\,k\,\eta + 2.\,c12\,k + 2.\,c12\,\eta^2 - 2.\,c12\,\eta)}{k\,\eta - 1.\,k + \eta} -$$

$$-0.5 SQRT\,\left(\frac{1}{(k\,\eta - 1.\,k + \eta)^2}\right)(c11^2\,k^4\,\eta^4 + 6.\,c11^2\,k^3\,\eta^4 - 6.\,c11^2\,k^3\,\eta^3 + 13.\,c12^2\,k^2\,\eta^4$$

$-18.\,c11^2\,k^2\,\eta^3 + 9.\,c11^2\,k^2\,\eta^2 + 12.\,c11^2\,k\,\eta^4 - 20.\,c11^2\,k\,\eta^3 + 12.\,c11^2\,k\,\eta^2 - 4.\,c11^2\,k\,\eta$

$+4.\,c11^2\,\eta^4 - 8.\,c11^2\,\eta^3 + 4.\,c11^2\,\eta^2 - 2.\,c11\,c12\,k^4\,\eta^4 + 2.\,c11\,c12\,k^4\,\eta^3$

$-12.\,c11\,c12\,k^3\,\eta^4 + 20.\,c11\,c12 k^3\,\eta^3 - 10.\,c11\,c12\,k^3\,\eta^2 - 26.\,c11\,c12\,k^2\,\eta^4 +$

$42.\,c11\,c12 k^2\,\eta^3 - 24.\,c11\,c12\,k^2\,\eta^2 + 8.\,c11\,c12 k^2\,\eta - 24.\,c11\,c12 k\,\eta^4 +$

$+32.\,c11\,c12\,k\,\eta^3 - 16.\,c11\,c12 k\,\eta^2 - 8.\,c11\,c12\,\eta^4 + 8.\,c11\,c12\,\eta^3 +$

$+c12^2 k^4\,\eta^4 - 2.\,c12^2\,k^4\,\eta^3 + c12^2\,k^4\,\eta^2 + 6.\,c12^2\,k^3\,\eta^4 - 14.\,c12^2\,k^3\,\eta^3 +$

$12.\,c12^2\,k^3\,\eta^2 - 4.\,c12^2\,k^3\,\eta + 13.\,c12^2\,k^2\,\eta^4 - 24.\,c12^2\,k^2\,\eta^3 +$

$+12.\,c12^2 k^2\,\eta^2 + 12.\,c12^2 k\,\eta^4 - 12.\,c12^2\,k\,\eta^3 + 4.\,c12^2\eta^4) \wedge m > 0) \vee)$

$$(c11 > \frac{c12\,k\,\eta - 1.\,c12\,k + c12\,\eta}{k\,\eta + \eta - 1.} \wedge$$

$$\frac{0.5\,(-1.\,c11\,k2\,\eta^2 - 3.\,c11\,k\,\eta^2 + 3.\,c11\,k\,\eta - 2.\,c11\,\eta^2 + c12\,k2\,\eta^2}{k\,\eta - 1.\,k + \eta} +$$

$$+\frac{-1.\,c12\,k2\,\eta + 3.\,c12\,k\,\eta^2 - 4.\,c12\,k\,\eta + 2.\,c12\,k + 2.\,c12\,\eta^2 - 2.\,c12\,\eta)}{k\,\eta - 1.\,k + \eta} -$$

$$-0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\mathrm{c}12^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$$

$$-18.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta$$

$$+4.\mathrm{c}11^2\,\eta^4-8.\mathrm{c}11^2\,\eta^3+4.\mathrm{c}11^2\,\eta^2-2.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^4\,\eta^4+2.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^4\,\eta^3$$

$$-12.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\mathrm{k}^3\,\eta^4+20.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\mathrm{k}^3\,\eta^3-10.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\mathrm{k}^3\,\eta^2-26.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^2\,\eta^4+$$

$$42.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k^2\,\eta^3-24.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^2\,\eta^2+8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k^2\,\eta-24.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k\,\eta^4+$$

$$+32.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k\,\eta^3-16.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k\,\eta^2-8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\ \ \eta^4+8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\eta^3+$$

$$+\mathrm{c}12^2k^4\,\eta^4-2.\mathrm{c}12^2\,k^4\,\eta^3+\mathrm{c}12^2\,k^4\,\eta^2+6.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^4-14.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^3+$$

$$12.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^2-4.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta+13.\mathrm{c}12^2\,k^2\,\eta^4-24.\mathrm{c}12^2\,k^2\,\eta^3+$$

$$+12.\mathrm{c}12^2k^2\,\eta^2+12.\mathrm{c}12^2k\,\eta^4-12.\mathrm{c}12^2\,k\,\eta^3+4.\mathrm{c}12^2\eta^4)$$

$$< c22 < -1.c11\,\eta+\mathrm{c}12\,\eta-1.\mathrm{c}12\wedge\mathrm{m}>0)))))\mathrm{V}$$

$$(\frac{4.\mathrm{k}}{\mathrm{k}2+4.\mathrm{k}+4.} < \eta < k/(k+1.)\wedge((\mathrm{c}12<0\wedge\mathrm{c}11>0\wedge$$

$$0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\mathrm{c}12^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$$

$$-18.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c}11^2\,\mathrm{k}\,\eta$$

$$+4.\mathrm{c}11^2\,\eta^4-8.\mathrm{c}11^2\,\eta^3+4.\mathrm{c}11^2\,\eta^2-2.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^4\,\eta^4+2.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^4\,\eta^3$$

$$-12.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\mathrm{k}^3\,\eta^4+20.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\mathrm{k}^3\,\eta^3-10.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\mathrm{k}^3\,\eta^2-26.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^2\,\eta^4+$$

$$42.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k^2\,\eta^3-24.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k^2\,\eta^2+8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k^2\,\eta-24.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k\,\eta^4+$$

$$+32.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,k\,\eta^3-16.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12k\,\eta^2-8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\ \ \eta^4+8.\mathrm{c}11\,\mathrm{c}12\,\eta^3+$$

$$+\mathrm{c}12^2k^4\,\eta^4-2.\mathrm{c}12^2\,k^4\,\eta^3+\mathrm{c}12^2\,k^4\,\eta^2+6.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^4-14.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^3+$$

$$12.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta^2-4.\mathrm{c}12^2\,k^3\,\eta+13.\mathrm{c}12^2\,k^2\,\eta^4-24.\mathrm{c}12^2\,k^2\,\eta^3+$$

$+12.\,\mathrm{c12}^2k^2\,\eta^2+12.\,\mathrm{c12}^2k\,\eta^4-12.\,\mathrm{c12}^2\,k\,\eta^3+4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4))+$

$$\frac{0.5\,(-1.\,\mathrm{c11\,k2}\,\eta^2-3.\,\mathrm{c11\,k}\,\eta^2+3.\,\mathrm{c11\,k}\,\eta-2.\,\mathrm{c11}\,\eta^2+\mathrm{c12\,k2}\,\eta^2}{\mathrm{k}\,\eta-1.\,\mathrm{k}+\eta}+$$

$$+\frac{-1.\,\mathrm{c12\,k2}\,\eta+3.\,\mathrm{c12\,k}\,\eta^2-4.\,\mathrm{c12\,k}\,\eta+2.\,\mathrm{c12\,k}+2.\,\mathrm{c12}\,\eta^2-2.\,\mathrm{c12}\,\eta)}{\mathrm{k}\,\eta-1.\,\mathrm{k}+\eta}-$$

$< c22 < -1.\,c11\,\eta+\mathrm{c12}\,\eta-1.\,\mathrm{c12}\wedge\mathrm{m}>0)\mathrm{V}(\mathrm{c12}>0\wedge$

$$((0<c11<\frac{\mathrm{c12\,k}\,\eta-1.\,\mathrm{c12\,k}+\mathrm{c12}\,\eta}{\mathrm{k}\,\eta+\eta-1.}\wedge-1.\,\mathrm{c11}\,\eta+\mathrm{c12}\,\eta-1.\,\mathrm{c12}<c22<$$

$$\frac{0.5\,(-1.\,\mathrm{c11\,k2}\,\eta^2-3.\,\mathrm{c11\,k}\,\eta^2+3.\,\mathrm{c11\,k}\,\eta-2.\,\mathrm{c11}\,\eta^2+\mathrm{c12\,k2}\,\eta^2}{\mathrm{k}\,\eta-1.\,\mathrm{k}+\eta}+$$

$$+\frac{-1.\,\mathrm{c12\,k2}\,\eta+3.\,\mathrm{c12\,k}\,\eta^2-4.\,\mathrm{c12\,k}\,\eta+2.\,\mathrm{c12\,k}+2.\,\mathrm{c12}\,\eta^2-2.\,\mathrm{c12}\,\eta)}{\mathrm{k}\,\eta-1.\,\mathrm{k}+\eta}-$$

$$0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\,\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\,\mathrm{c12}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$$

$-18.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\,\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\,\eta^4-8.\,\mathrm{c11}^2\,\eta^3+4.\,\mathrm{c11}^2\,\eta^2-2.\,\mathrm{c11\,c12}\,k^4\,\eta^4+2.\,\mathrm{c11\,c12}\,k^4\,\eta^3$

$-12.\,\mathrm{c11\,c12\,k}^3\,\eta^4+20.\,\mathrm{c11\,c12k}^3\,\eta^3-10.\,\mathrm{c11\,c12\,k}^3\,\eta^2-26.\,\mathrm{c11\,c12}\,k^2\,\eta^4+$

$42.\,\mathrm{c11\,c12}k^2\,\eta^3-24.\,\mathrm{c11\,c12}\,k^2\,\eta^2+8.\,\mathrm{c11\,c12}k^2\,\eta-24.\,\mathrm{c11\,c12}k\,\eta^4+$

$+32.\,\mathrm{c11\,c12}\,k\,\eta^3-16.\,\mathrm{c11\,c12}k\,\eta^2-8.\,\mathrm{c11\,c12}\ \eta^4+8.\,\mathrm{c11\,c12}\,\eta^3+$

$+\mathrm{c12}^2k^4\,\eta^4-2.\,\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^3+\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^2+6.\,\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^4-14.\,\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^3+$

$12.\,\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^2-4.\,\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta+13.\,\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^4-24.\,\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^3+$

$+12.\,\mathrm{c12}^2k^2\,\eta^2+12.\,\mathrm{c12}^2k\,\eta^4-12.\,\mathrm{c12}^2\,k\,\eta^3+4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4))$

$$\wedge\,\mathrm{m}>0)\mathrm{V}(\mathrm{c11}>\frac{\mathrm{c12\,k}\,\eta-\mathrm{c12\,k}+\mathrm{c12}\,\eta}{\mathrm{k}\,\eta+\eta-1.}\wedge$$

$0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\mathrm{c12}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$

$-18.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta$

$+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^4-8.\mathrm{c11}^2\,\eta^3+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^2-2.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,k^4\,\eta^4+2.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,k^4\,\eta^3$

$-12.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,\mathrm{k}^3\,\eta^4+20.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\mathrm{k}^3\,\eta^3-10.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,\mathrm{k}^3\,\eta^2-26.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,k^2\,\eta^4+$

$42.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}k^2\,\eta^3-24.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,k^2\,\eta^2+8.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}k^2\,\eta-24.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}k\,\eta^4+$

$+32.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,k\,\eta^3-16.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}k\,\eta^2-8.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\ \ \eta^4+8.\mathrm{c11}\,\mathrm{c12}\,\eta^3+$

$+\mathrm{c12}^2k^4\,\eta^4-2.\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^3+\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^2+6.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^4-14.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^3+$

$12.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^2-4.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta+13.\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^4-24.\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^3+$

$+12.\mathrm{c12}^2k^2\,\eta^2+12.\mathrm{c12}^2k\,\eta^4-12.\mathrm{c12}^2\,k\,\eta^3+4.\mathrm{c12}^2\eta^4))+$

$\frac{0.5\,(-1.\mathrm{c11}\,\mathrm{k2}\,\eta^2-3.\mathrm{c11}\,\mathrm{k}\,\eta^2+3.\mathrm{c11}\,\mathrm{k}\,\eta-2.\mathrm{c11}\,\eta^2+\mathrm{c12}\,\mathrm{k2}\,\eta^2}{\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta}+$

$+\frac{-1.\mathrm{c12}\,\mathrm{k2}\,\eta+3.\mathrm{c12}\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c12}\,\mathrm{k}\,\eta+2.\mathrm{c12}\,\mathrm{k}+2.\mathrm{c12}\,\eta^2-2.\mathrm{c12}\,\eta)}{\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta}$

$<c22<-1.c11\,\eta+\mathrm{c12}\,\eta-1.\mathrm{c12}\wedge\mathrm{m}>0)))))\mathrm{V}\ (\eta=\mathrm{k}/(\mathrm{k}+1.)\wedge((\mathrm{c12}<0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge$

(2. c11^2 η2-1. c11^2 η+2. c11 c12 k η2-1. c11 c12 k η-2. c12^2 k η2+3. c12^2 k η-1. c12^2 k-2. c12^2 η2+c12^2 η)/(-1. c11 k^2 η2-3. c11 k η2+3. c11 k η-2. c11 η2+c12 k^2 η2-1. c12 k^2 η+3. c12 k η2-4. c12 k η+2. c12 k+2. c12 η2-2. c12 η)

$<c22<-1.c11\,\eta+\mathrm{c12}\,\eta-1.\mathrm{c12}\wedge\mathrm{m}>0)\mathrm{V}(\mathrm{c12}>0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge$

∧(2. c11^2 η2-1. c11^2 η+2. c11 c12 k η2-1. c11 c12 k η-2. c12^2 k η2+3. c12^2 k η-1. c12^2 k-2. c12^2 η2+c12^2 η)/(-1. c11 k^2 η2-3. c11 k η2+3. c11 k η-2. c11 η2+c12 k^2 η2-1. c12 k^2 η+3. c12 k η2-4. c12 k η+2. c12 k+2. c12 η2-2. c12 η)<

$< c22 < -1.c11\ \eta + c12\ \eta - 1.c12 \wedge m > 0)))V(k/(k+1.) < \eta < 0.5 \wedge$

$\wedge ((c12 < 0 \wedge ((0 < c11 < (c12\ k\ \eta - 1.c12\ k + c12\ \eta)/(k\ \eta + \eta - 1.) \wedge$

$\wedge -1.c11\ \eta + c12\ \eta - 1.c12 < c22 <$

$0.5 SQRT\ (\frac{1}{(k\ \eta - 1.k + \eta)^2})(c11^2\ k^4\ \eta^4 + 6.c11^2\ k^3\ \eta^4 - 6.c11^2\ k^3\ \eta^3 + 13.c12^2\ k^2\ \eta^4$

$-18.c11^2\ k^2\ \eta^3 + 9.c11^2\ k^2\ \eta^2 + 12.c11^2\ k\ \eta^4 - 20.c11^2\ k\ \eta^3 + 12.c11^2\ k\ \eta^2 - 4.c11^2\ k\ \eta$

$+4.c11^2\ \eta^4 - 8.c11^2\ \eta^3 + 4.c11^2\ \eta^2 - 2.c11\ c12\ k^4\ \eta^4 + 2.c11\ c12\ k^4\ \eta^3$

$-12.c11\ c12\ k^3\ \eta^4 + 20.c11\ c12 k^3\ \eta^3 - 10.c11\ c12\ k^3\ \eta^2 - 26.c11\ c12\ k^2\ \eta^4 +$

$42.c11\ c12 k^2\ \eta^3 - 24.c11\ c12\ k^2\ \eta^2 + 8.c11\ c12 k^2\ \eta - 24.c11\ c12 k\ \eta^4 +$

$+32.c11\ c12\ k\ \eta^3 - 16.c11\ c12 k\ \eta^2 - 8.c11\ c12\ \eta^4 + 8.c11\ c12\ \eta^3 +$

$+c12^2 k^4\ \eta^4 - 2.c12^2\ k^4\ \eta^3 + c12^2\ k^4\ \eta^2 + 6.c12^2\ k^3\ \eta^4 - 14.c12^2\ k^3\ \eta^3 +$

$12.c12^2\ k^3\ \eta^2 - 4.c12^2\ k^3\ \eta + 13.c12^2\ k^2\ \eta^4 - 24.c12^2\ k^2\ \eta^3 +$

$+12.c12^2 k^2\ \eta^2 + 12.c12^2 k\ \eta^4 - 12.c12^2\ k\ \eta^3 + 4.c12^2 \eta^4))+$

$\frac{0.5\ (-1.c11\ k2\ \eta^2 - 3.c11\ k\ \eta^2 + 3.c11\ k\ \eta - 2.c11\ \eta^2 + c12\ k2\ \eta^2}{k\ \eta - 1.k + \eta} +$

$+ \frac{-1.c12\ k2\ \eta + 3.c12\ k\ \eta^2 - 4.c12\ k\ \eta + 2.c12\ k + 2.c12\ \eta^2 - 2.c12\ \eta)}{k\ \eta - 1.k + \eta}$

$\wedge m > 0)V(c11 > (c12\ k\ \eta - 1.c12\ k + c12\ \eta)/(k\ \eta + \eta - 1.) \wedge$

$\frac{0.5\ (-1.c11\ k2\ \eta^2 - 3.c11\ k\ \eta^2 + 3.c11\ k\ \eta - 2.c11\ \eta^2 + c12\ k2\ \eta^2}{k\ \eta - 1.k + \eta} +$

$+ \frac{-1.c12\ k2\ \eta + 3.c12\ k\ \eta^2 - 4.c12\ k\ \eta + 2.c12\ k + 2.c12\ \eta^2 - 2.c12\ \eta)}{k\ \eta - 1.k + \eta} -$

$0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\mathrm{c12}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$

$-18.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta$

$+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^4-8.\mathrm{c11}^2\,\eta^3+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^2-2.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^4\,\eta^4+2.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^4\,\eta^3$

$-12.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \mathrm{k}^3\,\eta^4+20.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\mathrm{k}^3\,\eta^3-10.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \mathrm{k}^3\,\eta^2-26.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^2\,\eta^4+$

$42.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k^2\,\eta^3-24.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^2\,\eta^2+8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k^2\,\eta-24.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k\,\eta^4+$

$+32.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k\,\eta^3-16.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k\,\eta^2-8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \ \eta^4+8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\,\eta^3+$

$+\mathrm{c12}^2k^4\,\eta^4-2.\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^3+\mathrm{c12}^2\,k^4\,\eta^2+6.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^4-14.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^3+$

$12.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta^2-4.\mathrm{c12}^2\,k^3\,\eta+13.\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^4-24.\mathrm{c12}^2\,k^2\,\eta^3+$

$+12.\mathrm{c12}^2k^2\,\eta^2+12.\mathrm{c12}^2k\,\eta^4-12.\mathrm{c12}^2\,k\,\eta^3+4.\mathrm{c12}^2\eta^4))$

$< c22 < -1.c11\,\eta+\mathrm{c12}\,\eta-1.\mathrm{c12}\wedge\mathrm{m}>0)))\mathrm{V}(\mathrm{c12}>0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge$

$\frac{0.5\,(-1.\mathrm{c11}\ \mathrm{k2}\,\eta^2-3.\mathrm{c11}\ \mathrm{k}\,\eta^2+3.\mathrm{c11}\ \mathrm{k}\,\eta-2.\mathrm{c11}\,\eta^2+\mathrm{c12}\ \mathrm{k2}\,\eta^2}{\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta}+$

$+\frac{-1.\mathrm{c12}\ \mathrm{k2}\,\eta+3.\mathrm{c12}\ \mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c12}\ \mathrm{k}\,\eta+2.\mathrm{c12}\ \mathrm{k}+2.\mathrm{c12}\,\eta^2-2.\mathrm{c12}\,\eta)}{\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta}-$

$0.5SQRT\ (\frac{1}{(\mathrm{k}\,\eta-1.\mathrm{k}+\eta)^2})(\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^4\,\eta^4+6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^4-6.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^3\,\eta^3+13.\mathrm{c12}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^4$

$-18.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^3+9.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}^2\,\eta^2+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^4-20.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^3+12.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta^2-4.\mathrm{c11}^2\,\mathrm{k}\,\eta$

$+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^4-8.\mathrm{c11}^2\,\eta^3+4.\mathrm{c11}^2\,\eta^2-2.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^4\,\eta^4+2.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^4\,\eta^3$

$-12.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \mathrm{k}^3\,\eta^4+20.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\mathrm{k}^3\,\eta^3-10.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \mathrm{k}^3\,\eta^2-26.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^2\,\eta^4+$

$42.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k^2\,\eta^3-24.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k^2\,\eta^2+8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k^2\,\eta-24.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k\,\eta^4+$

$+32.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ k\,\eta^3-16.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}k\,\eta^2-8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\ \ \eta^4+8.\mathrm{c11}\ \mathrm{c12}\,\eta^3+$

$+c12^2 k^4\, \eta^4 - 2.\, c12^2\, k^4\, \eta^3 + c12^2\, k^4\, \eta^2 + 6.\, c12^2\, k^3\, \eta^4 - 14.\, c12^2\, k^3\, \eta^3 +$

$12.\, c12^2\, k^3\, \eta^2 - 4.\, c12^2\, k^3\, \eta + 13.\, c12^2\, k^2\, \eta^4 - 24.\, c12^2\, k^2\, \eta^3 +$

$+12.\, c12^2 k^2\, \eta^2 + 12.\, c12^2 k\, \eta^4 - 12.\, c12^2\, k\, \eta^3 + 4.\, c12^2 \eta^4))$

$< c22 < -1.\, c11\, \eta + c12\, \eta - 1.\, c12 \wedge m > 0)))))\vee$

$(k = 1. \wedge ((\eta = 0.444444 \wedge ((c12 < 0 \wedge c11 > 0 \wedge -4.5\, (0.148148\, c11 + 0.0740741\, c12)$

$< c22 < -0.444444\, c11 - 0.555556\, c12 \wedge m > 0)\vee(c12 > 0 \wedge$

$((0 < c11 < c12 \wedge -0.444444\, c11 - 0.555556\, c12 < c22 < -4.5$

$(0.148148\, c11 + 0.0740741\, c12) \wedge m > 0)\vee$

$(c11 > c12 \wedge -4.5\, (0.148148\, c11 + 0.0740741\, c12) < c22 < -0.444444\, c11$

$-0.555556\, c12 \wedge m > 0)))))\vee(0.444444 < \eta < 0.5 \wedge$

$((c12 < 0 \wedge c11 > 0 \wedge 0.5 SQRT(\frac{36.\, c11^2\eta^4 - 52.\, c11^2\eta^3 + 25.\, c11^2\eta^2}{(2.\eta - 1.)^2} +$

$\frac{-4.\, c11^2\eta - 72.\, c11c12\eta^4 + 104.\, c11c12\eta^3 - 50.\, c11c12\eta^2 + 8.\, c11c12\eta + 36.\, c12^2\eta^4}{(2.\eta - 1.)^2} +$

$\frac{-52.\, c12^2\eta^3 + 25.\, c12^2\eta^2 - 4.\, c12^2\eta + 0.5(-6.\, c11\eta^2 + 3.\, c11\eta + 6.\, c12\eta^2 - 7.\, c12\eta + 2.\, c12)}{(2.\eta - 1.)^2}$

$< c22 < -1.\, c11\eta + c12\eta - 1.\, c12 \wedge m > 0) \vee (c12 > 0 \wedge ((0 < c11 < \frac{2.\, c12\eta - 1.\, c12}{2.\eta - 1.} \wedge$

$\wedge -1.\, c11\eta + c12\eta - 1.\, c12 < c22 < \frac{0.5(-6.\, c11\eta^2 + 3.\, c11\eta + 6.\, c12\eta^2 - 7.\, c12\eta + 2.\, c12)}{2.\eta - 1.} -$

$-0.5 SQRT(\frac{36.\, c11^2\eta^4 - 52.\, c11^2\eta^3 + 25.\, c11^2\eta^2}{(2.\eta - 1.)^2} +$

$\frac{-4.\, c11^2\eta - 72.\, c11c12\eta^4 + 104.\, c11c12\eta^3 - 50.\, c11c12\eta^2 + 8.\, c11c12\eta + 36.\, c12^2\eta^4}{(2.\eta - 1.)^2} +$

$$\frac{-52.\,\mathrm{c12}^2\eta^3+25.\,\mathrm{c12}^2\eta^2-4.\,\mathrm{c12}^2\eta+0.5(-6.\,\mathrm{c11}\eta^2+3.\,\mathrm{c11}\eta+6.\,\mathrm{c12}\eta^2-7.\,\mathrm{c12}\eta+2.\,\mathrm{c12})}{(2.\,\eta-1.\,)^2})$$

$$\wedge\, m>0)\vee(\mathrm{c11}>\frac{2.\,\mathrm{c12}\eta-1.\,\mathrm{c12}}{2.\,\eta-1.}\wedge 0.5$$

$$5SQRT(\frac{36.\,\mathrm{c11}^2\eta^4-52.\,\mathrm{c11}^2\eta^3+25.\,\mathrm{c11}^2\eta^2}{(2.\,\eta-1.\,)^2}+$$

$$\frac{-4.\,\mathrm{c11}^2\eta-72.\,\mathrm{c11c12}\eta^4+104.\,\mathrm{c11c12}\eta^3-50.\,\mathrm{c11c12}\eta^2+8.\,\mathrm{c11c12}\eta+36.\,\mathrm{c12}^2\eta^4}{(2.\,\eta-1.\,)^2}+$$

$$\frac{-52.\,\mathrm{c12}^2\eta^3+25.\,\mathrm{c12}^2\eta^2-4.\,\mathrm{c12}^2\eta+0.5(-6.\,\mathrm{c11}\eta^2+3.\,\mathrm{c11}\eta+6.\,\mathrm{c12}\eta^2-7.\,\mathrm{c12}\eta+2.\,\mathrm{c12})}{(2.\,\eta-1.\,)^2}$$

$$+\frac{0.5(-6.\,\mathrm{c11}\eta^2+3.\,\mathrm{c11}\eta+6.\,\mathrm{c12}\eta^2-7.\,\mathrm{c12}\eta+2.\,\mathrm{c12})}{2.\,\eta-1.})<\mathrm{c22}<-1.\,\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\,\mathrm{c12}\wedge$$

$$\wedge\, m>0)))))))\vee(1.<k<1.1547005383792517\wedge((\eta=\frac{4.\,k}{k^2+4.\,k+4.}\wedge$$

$$((\mathrm{c12}<0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge$$

$$\frac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2-3.\,\mathrm{c11}k\eta^2+3.\,\mathrm{c11}k\eta-2.\,\mathrm{c11}\eta^2+\mathrm{c12}k^2\eta^2-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta}{k\eta-1.\,k+\eta}+$$

$$\frac{+3.\,\mathrm{c12}k\eta^2-4.\,\mathrm{c12}k\eta+2.\,\mathrm{c12}k+2.\,\mathrm{c12}\eta^2-2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta-1.\,k+\eta}-$$

$$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta-1.\,k+\eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4+6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4-6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3+13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4$$

$$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3+9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2+12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4-20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3+12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2-4.\,\mathrm{c11}^2k\eta+$$

$$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4-8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2-2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4+2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3-12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4-$$

$$-10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2-26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4+42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2+8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta-$$

$$-24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4+32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3-16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4+8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3+$$

$$+\mathrm{c12}^2k^4\eta^4-2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3+\mathrm{c12}^2k^4\eta^2+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4-14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3+12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2-$$

$-4.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^4 - 24.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^3 +$

$+4.\,\mathrm{c}12^2\eta^4)) < \mathrm{c}22 < -1.\,\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\,\mathrm{c}12 \wedge m > 0) \vee (\mathrm{c}12 > 0 \wedge$

$((0 < \mathrm{c}11 < \dfrac{\mathrm{c}12k\eta - 1.\,\mathrm{c}12k + \mathrm{c}12\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge -1.\,\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\,\mathrm{c}12 < \mathrm{c}22 <$

$\dfrac{0.5(-1.\,\mathrm{c}11k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c}11k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c}11k\eta - 2.\,\mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta}$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c}12k^2\eta + 3.\,\mathrm{c}12k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c}12k\eta + 2.\,\mathrm{c}12k + 2.\,\mathrm{c}12\eta^2 - 2.\,\mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c}11^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c}11^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c}11^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c}11^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c}11^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c}11^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^3 - 24.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^2 +$

$+8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta - 24.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^2 - 8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3$

$+\mathrm{c}12^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c}12^2k^4\eta^3 + \mathrm{c}12^2k^4\eta^2 + 6.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^2 -$

$-4.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^4 - 24.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^3$

$+4.\,\mathrm{c}12^2\eta^4)) \wedge m > 0) \vee (\mathrm{c}11 > \dfrac{\mathrm{c}12k\eta - 1.\,\mathrm{c}12k + \mathrm{c}12\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge 0.5$

$\dfrac{(-1.\,\mathrm{c}11k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c}11k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c}11k\eta - 2.\,\mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta}$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c}12k^2\eta + 3.\,\mathrm{c}12k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c}12k\eta + 2.\,\mathrm{c}12k + 2.\,\mathrm{c}12\eta^2 - 2.\,\mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c}11^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c}11^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^2 -$

$-4.\mathrm{c}11^2k\eta+4.\mathrm{c}11^2\eta^4-8.\mathrm{c}11^2\eta^3+4.\mathrm{c}11^2\eta^2-2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^4+2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^3-$

$-12.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^4+20.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^3-10.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^2-26.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^4+42.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^3-$

$-24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^2+8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta-24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^4+32.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^3-16.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^2-$

$-8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4+8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3+\mathrm{c}12^2k^4\eta^4-2.\mathrm{c}12^2k^4\eta^3+\mathrm{c}12^2k^4\eta^2+6.\mathrm{c}12^2k^3\eta^4-$

$-14.\mathrm{c}12^2k^3\eta^3+12.\mathrm{c}12^2k^3\eta^2-4.\mathrm{c}12^2k^3\eta+13.\mathrm{c}12^2k^2\eta^4-24.\mathrm{c}12^2k^2\eta^3+12.\mathrm{c}12^2k^2\eta^2+$

$+12.\mathrm{c}12^2k\eta^4-12.\mathrm{c}12^2k\eta^3+4.\mathrm{c}12^2\eta^4))<\mathrm{c}22<-1.\mathrm{c}11\eta+\mathrm{c}12\eta-1.\mathrm{c}12\wedge m>0)))))\vee$

$(\frac{4.k}{k^2+4.k+4.}<\eta<\frac{1}{k+1.}\wedge((\mathrm{c}12<0\wedge\mathrm{c}11>0\wedge$

$0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta-1.k+\eta)^2}(\mathrm{c}11^2k^4\eta^4+6.\mathrm{c}11^2k^3\eta^4-6.\mathrm{c}11^2k^3\eta^3+13.\mathrm{c}11^2k^2\eta^4-$

$-18.\mathrm{c}11^2k^2\eta^3+9.\mathrm{c}11^2k^2\eta^2+12.\mathrm{c}11^2k\eta^4-20.\mathrm{c}11^2k\eta^3+12.\mathrm{c}11^2k\eta^2-$

$-4.\mathrm{c}11^2k\eta+4.\mathrm{c}11^2\eta^4-8.\mathrm{c}11^2\eta^3+4.\mathrm{c}11^2\eta^2-2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^4+2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^3-$

$-12.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^4+20.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^3-10.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^2-26.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^4+42.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^3-$

$-24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^2+8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta-24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^4+32.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^3-16.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^2-$

$-8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4+8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3+\mathrm{c}12^2k^4\eta^4-2.\mathrm{c}12^2k^4\eta^3+\mathrm{c}12^2k^4\eta^2+6.\mathrm{c}12^2k^3\eta^4-$

$-14.\mathrm{c}12^2k^3\eta^3+12.\mathrm{c}12^2k^3\eta^2-4.\mathrm{c}12^2k^3\eta+13.\mathrm{c}12^2k^2\eta^4-24.\mathrm{c}12^2k^2\eta^3+$

$+12.\mathrm{c}12^2k^2\eta^2+12.\mathrm{c}12^2k\eta^4-12.\mathrm{c}12^2k\eta^3+4.\mathrm{c}12^2\eta^4))+$

$\frac{0.5(-1.\mathrm{c}11k^2\eta^2-3.\mathrm{c}11k\eta^2+3.\mathrm{c}11k\eta-2.\mathrm{c}11\eta^2+\mathrm{c}12k^2\eta^2-}{k\eta-1.k+\eta}$

$\frac{-1.\mathrm{c}12k^2\eta+3.\mathrm{c}12k\eta^2-4.\mathrm{c}12k\eta+2.\mathrm{c}12k+2.\mathrm{c}12\eta^2-2.\mathrm{c}12\eta)}{k\eta-1.k+\eta}$

$<\mathrm{c}22<-1.\mathrm{c}11\eta+\mathrm{c}12\eta-1.\mathrm{c}12\wedge m>0)\vee(\mathrm{c}12>0\wedge$

$\wedge ((0 < \mathrm{c11} < \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$\dfrac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta}$

$\dfrac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta}$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$

$4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 + 6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 -$

$-14.\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 - 24.\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 +$

$+12.\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0) \vee (\mathrm{c11} > \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$

$\wedge\, 0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 -$

$-4.\mathrm{c11}^2k\eta + 4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3$

$-12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 + 20.\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 + 6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 -$

$-14.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta^3 + 12.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta^2 - 4.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta + 13.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^4 - 24.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^3 + 12.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^2 +$

$+12.\, \mathrm{c}12^2 k\eta^4 - 12.\, \mathrm{c}12^2 k\eta^3 + 4.\, \mathrm{c}12^2\eta^4)) +$

$+\dfrac{0.5(-1.\, \mathrm{c}11 k^2\eta^2 - 3.\, \mathrm{c}11 k\eta^2 + 3.\, \mathrm{c}11 k\eta - 2.\, \mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12 k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\, k + \eta}$

$\dfrac{-1.\, \mathrm{c}12 k^2\eta + 3.\, \mathrm{c}12 k\eta^2 - 4.\, \mathrm{c}12 k\eta + 2.\, \mathrm{c}12 k + 2.\, \mathrm{c}12\eta^2 - 2.\, \mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.\, k + \eta}$

$< \mathrm{c}22 < -1.\, \mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\, \mathrm{c}12 \wedge m > 0))))) \vee (\eta = \dfrac{1}{k + 1.} \wedge ((\mathrm{c}12 < 0 \wedge \mathrm{c}11 > 0 \wedge$

$\wedge\, 0.5 SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\, k + \eta)^2}(\mathrm{c}11^2 k^4\eta^4 + 6.\, \mathrm{c}11^2 k^3\eta^4 - 6.\, \mathrm{c}11^2 k^3\eta^3 + 13.\, \mathrm{c}11^2 k^2\eta^4 -$

$-18.\, \mathrm{c}11^2 k^2\eta^3 + 9.\, \mathrm{c}11^2 k^2\eta^2 + 12.\, \mathrm{c}11^2 k\eta^4 - 20.\, \mathrm{c}11^2 k\eta^3 + 12.\, \mathrm{c}11^2 k\eta^2 -$

$-4.\, \mathrm{c}11^2 k\eta + 4.\, \mathrm{c}11^2\eta^4 - 8.\, \mathrm{c}11^2\eta^3 + 4.\, \mathrm{c}11^2\eta^2 - 2.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^4\eta^4 + 2.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^4\eta^3$

$-12.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^3\eta^4 + 20.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^3\eta^3 - 10.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^3\eta^2 - 26.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^2\eta^4 + 42.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^2\eta^3 -$

$-24.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^2\eta^2 + 8.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k^2\eta - 24.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k\eta^4 + 32.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k\eta^3 - 16.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12 k\eta^2 -$

$8.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 8.\, \mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 + \mathrm{c}12^2 k^4\eta^4 - 2.\, \mathrm{c}12^2 k^4\eta^3 + \mathrm{c}12^2 k^4\eta^2 + 6.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta^4 -$

$-14.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta^3 + 12.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta^2 - 4.\, \mathrm{c}12^2 k^3\eta + 13.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^4 - 24.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^3 + 12.\, \mathrm{c}12^2 k^2\eta^2 +$

$+12.\, \mathrm{c}12^2 k\eta^4 - 12.\, \mathrm{c}12^2 k\eta^3 + 4.\, \mathrm{c}12^2\eta^4)) +$

$+\dfrac{0.5(-1.\, \mathrm{c}11 k^2\eta^2 - 3.\, \mathrm{c}11 k\eta^2 + 3.\, \mathrm{c}11 k\eta - 2.\, \mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12 k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\, k + \eta}$

$\dfrac{-1.\, \mathrm{c}12 k^2\eta + 3.\, \mathrm{c}12 k\eta^2 - 4.\, \mathrm{c}12 k\eta + 2.\, \mathrm{c}12 k + 2.\, \mathrm{c}12\eta^2 - 2.\, \mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.\, k + \eta}$

$< \mathrm{c}22 < -1.\, \mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\, \mathrm{c}12 \wedge m > 0) \vee (\mathrm{c}12 > 0 \wedge \mathrm{c}11 > 0 \wedge$

$\wedge -1.\, \mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\, \mathrm{c}12 < \mathrm{c}22 <$

$$\frac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta}$$

$$\frac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$$

$$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$$

$$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 -$$

$$-4.\,\mathrm{c11}^2k\eta + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3$$

$$-12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 + 20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$$

$$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$$

$$8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 + 6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 -$$

$$-14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 - 24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 +$$

$$+12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4))$$

$$\wedge m > 0))) \vee (\frac{1}{k+1.} < \eta < 0.5 \wedge ((\mathrm{c12} < 0 \wedge ((0 < \mathrm{c11} < \frac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\,\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$$

$$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 -$$

$$-4.\,\mathrm{c11}^2k\eta + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3$$

$$-12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 + 20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$$

$$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$$

$$8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 + 6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 -$$

$$-14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 - 24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 +$$

$+12.\mathrm{c}12^2 k\eta^4 - 12.\mathrm{c}12^2 k\eta^3 + 4.\mathrm{c}12^2\eta^4)) +$

$+\dfrac{0.5(-1.\mathrm{c}11k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c}11k\eta^2 + 3.\mathrm{c}11k\eta - 2.\mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta}$

$\dfrac{-1.\mathrm{c}12k^2\eta + 3.\mathrm{c}12k\eta^2 - 4.\mathrm{c}12k\eta + 2.\mathrm{c}12k + 2.\mathrm{c}12\eta^2 - 2.\mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.k + \eta}$

$< \mathrm{c}22 < -1.\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\mathrm{c}12 \wedge m > 0) \vee (\mathrm{c}11 > \dfrac{\mathrm{c}12k\eta - 1.\mathrm{c}12k + \mathrm{c}12\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$

$\wedge -1.\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\mathrm{c}12 < \mathrm{c}22 <$

$< \dfrac{0.5(-1.\mathrm{c}11k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c}11k\eta^2 + 3.\mathrm{c}11k\eta - 2.\mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta}$

$\dfrac{-1.\mathrm{c}12k^2\eta + 3.\mathrm{c}12k\eta^2 - 4.\mathrm{c}12k\eta + 2.\mathrm{c}12k + 2.\mathrm{c}12\eta^2 - 2.\mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c}11^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c}11^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c}11^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c}11^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c}11^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c}11^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c}11^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c}11^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c}11^2k\eta^2 -$

$-4.\mathrm{c}11^2k\eta + 4.\mathrm{c}11^2\eta^4 - 8.\mathrm{c}11^2\eta^3 + 4.\mathrm{c}11^2\eta^2 - 2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^3$

$-12.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^4 + 20.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^3 -$

$-24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta - 24.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^4 + 32.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^3 - 16.\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^2 -$

$8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 8.\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 + \mathrm{c}12^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c}12^2k^4\eta^3 + \mathrm{c}12^2k^4\eta^2 + 6.\mathrm{c}12^2k^3\eta^4 -$

$-14.\mathrm{c}12^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c}12^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c}12^2k^3\eta + 13.\mathrm{c}12^2k^2\eta^4 - 24.\mathrm{c}12^2k^2\eta^3 + 12.\mathrm{c}12^2k^2\eta^2 +$

$+12.\mathrm{c}12^2k\eta^4 - 12.\mathrm{c}12^2k\eta^3 + 4.\mathrm{c}12^2\eta^4)) \wedge$

$\wedge m > 0))) \vee (\mathrm{c}12 > 0 \wedge \mathrm{c}11 > 0 \wedge -1.\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\mathrm{c}12 < \mathrm{c}22 <$

$\dfrac{0.5(-1.\mathrm{c}11k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c}11k\eta^2 + 3.\mathrm{c}11k\eta - 2.\mathrm{c}11\eta^2 + \mathrm{c}12k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta}$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c}12k^2\eta + 3.\,\mathrm{c}12k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c}12k\eta + 2.\,\mathrm{c}12k + 2.\,\mathrm{c}12\eta^2 - 2.\,\mathrm{c}12\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c}11^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c}11^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c}11^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c}11^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}11^2k\eta^2 -$

$-4.\,\mathrm{c}11^2k\eta + 4.\,\mathrm{c}11^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c}11^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c}11^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^4\eta^3$

$-12.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^4 + 20.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k^2\eta - 24.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12k\eta^2 -$

$8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 8.\,\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 + \mathrm{c}12^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c}12^2k^4\eta^3 + \mathrm{c}12^2k^4\eta^2 + 6.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^4 -$

$-14.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c}12^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^4 - 24.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c}12^2k^2\eta^2 +$

$+12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c}12^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c}12^2\eta^4)) \wedge$

$\wedge m > 0))))) \vee (k = 1.1547005383792517 \wedge ((\eta = 0.4641016151377546 \wedge$

$((\mathrm{c}12 < 0 \wedge \mathrm{c}11 > 0 \wedge$

$\wedge \dfrac{0.5(-6.797434948471087\mathrm{c}11\eta^2 + 3.4641016151377544\mathrm{c}11\eta + 6.797434948471087\mathrm{c}12\eta^2 -}{2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517}$

$\dfrac{-7.95213548685034\mathrm{c}12\eta + 2.3094010767585034\mathrm{c}12)}{2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517} -$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517)^2}(46.20512187869615\mathrm{c}11^2\eta^4 -$

$-64.33161507461904\mathrm{c}11^2\eta^3 + 29.856406460551018\mathrm{c}11^2\eta^2 - 4.618802153517007\mathrm{c}11^2\eta -$

$-92.41024375739228\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 135.29798714047166\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 -$

$-65.87121579245805\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^2 + 10.666666666666666\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta +$

$46.20512187869615\mathrm{c}12^2\eta^4 - 70.96637206585261\mathrm{c}12^2\eta^3 + 36.25298639184581\mathrm{c}12^2\eta^2 -$

$-6.158402871356008\mathrm{c}12^2\eta)) < \mathrm{c}22 < -1.\,\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\,\mathrm{c}12 \wedge m > 0) \vee$

$(\mathrm{c}12 > 0 \wedge \mathrm{c}11 > 0 \wedge -1.\,\mathrm{c}11\eta + \mathrm{c}12\eta - 1.\,\mathrm{c}12 < \mathrm{c}22 <$

$$\frac{0.5(-6.797434948471087\mathrm{c}11\eta^2 + 3.4641016151377544\mathrm{c}11\eta + 6.797434948471087\mathrm{c}12\eta^2 -}{2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517}$$

$$\frac{-7.95213548685034\mathrm{c}12\eta + 2.3094010767585034\mathrm{c}12)}{2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517} -$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517)^2}(46.20512187869615\mathrm{c}11^2\eta^4 -$$

$-64.33161507461904\mathrm{c}11^2\eta^3 + 29.856406460551018\mathrm{c}11^2\eta^2 - 4.618802153517007\mathrm{c}11^2\eta -$

$-92.41024375739228\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 + 135.29798714047166\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 -$

$-65.87121579245805\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^2 + 10.666666666666666\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta +$

$46.20512187869615\mathrm{c}12^2\eta^4 - 70.96637206585261\mathrm{c}12^2\eta^3 + 36.25298639184581\mathrm{c}12^2\eta^2 -$

$-6.158402871356008\mathrm{c}12^2\eta) \wedge m > 0))) \vee)(0.4641016151377546 < \eta < 0.5 \wedge ((\mathrm{c}12 < 0 \wedge$

$$((0 < \mathrm{c}11 < \frac{2.1547005383792515\mathrm{c}12\eta - 1.1547005383792517\mathrm{c}12}{2.1547005383792515\eta - 1.} \wedge$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517)^2}(46.20512187869615\mathrm{c}11^2\eta^4 -$$

$-64.33161507461904\mathrm{c}11^2\eta^3 + 29.856406460551018\mathrm{c}11^2\eta^2 -$

$-4.618802153517007\mathrm{c}11^2\eta - 92.41024375739228\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^4 +$

$+135.29798714047166\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^3 - 65.87121579245805\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta^2 +$

$+10.666666666666666\mathrm{c}11\mathrm{c}12\eta + 46.20512187869615\mathrm{c}12^2\eta^4 - 70.96637206585261\mathrm{c}12^2\eta^3$

$+36.25298639184581\mathrm{c}12^2\eta^2 - 6.158402871356008\mathrm{c}12^2\eta)) +$

$$+\frac{0.5(-6.797434948471087\mathrm{c11}\eta^2+3.4641016151377544\mathrm{c11}\eta+6.797434948471087\mathrm{c12}\eta^2-}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}$$

$$\frac{-7.95213548685034\mathrm{c12}\eta+2.3094010767585034\mathrm{c12})}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}$$

$$<\mathrm{c22}<-1.\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\mathrm{c12}\wedge m>0)\vee$$

$$(\mathrm{c11}>\frac{2.1547005383792515\mathrm{c12}\eta-1.1547005383792517\mathrm{c12}}{2.1547005383792515\eta-1.}$$

$$\wedge-1.\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\mathrm{c12}<\mathrm{c22}<$$

$$\frac{0.5(-6.797434948471087\mathrm{c11}\eta^2+3.4641016151377544\mathrm{c11}\eta+6.797434948471087\mathrm{c12}\eta^2-}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}$$

$$\frac{-7.95213548685034\mathrm{c12}\eta+2.3094010767585034\mathrm{c12})}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}-$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517)^2}(46.20512187869615\mathrm{c11}^2\eta^4-$$

$$-64.33161507461904\mathrm{c11}^2\eta^3+29.856406460551018\mathrm{c11}^2\eta^2-$$

$$-4.618802153517007\mathrm{c11}^2\eta-92.41024375739228\mathrm{c11}\mathrm{c12}\eta^4+$$

$$+135.29798714047166\mathrm{c11}\mathrm{c12}\eta^3-65.87121579245805\mathrm{c11}\mathrm{c12}\eta^2+$$

$$+10.666666666666666\mathrm{c11}\mathrm{c12}\eta+46.20512187869615\mathrm{c12}^2\eta^4-70.96637206585261\mathrm{c12}^2\eta^3$$

$$+36.25298639184581\mathrm{c12}^2\eta^2-6.158402871356008\mathrm{c12}^2\eta))\wedge m>0)))\vee$$

$$\vee(\mathrm{c12}>0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge-1.\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\mathrm{c12}<\mathrm{c22}<$$

$$\frac{0.5(-6.797434948471087\mathrm{c11}\eta^2+3.4641016151377544\mathrm{c11}\eta+6.797434948471087\mathrm{c12}\eta^2-}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}$$

$$\frac{-7.95213548685034\mathrm{c12}\eta+2.3094010767585034\mathrm{c12})}{2.1547005383792515\eta-1.1547005383792517}-$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(2.1547005383792515\eta - 1.1547005383792517)^2}(46.20512187869615\mathrm{c11}^2\eta^4 -$$

$$-64.33161507461904\mathrm{c11}^2\eta^3 + 29.856406460551018\mathrm{c11}^2\eta^2 -$$

$$-4.618802153517007\mathrm{c11}^2\eta - 92.41024375739228\mathrm{c11c12}\eta^4 +$$

$$+135.29798714047166\mathrm{c11c12}\eta^3 - 65.87121579245805\mathrm{c11c12}\eta^2 +$$

$$+10.666666666666666\mathrm{c11c12}\eta + 46.20512187869615\mathrm{c12}^2\eta^4 - 70.96637206585261\mathrm{c12}^2\eta^3$$

$$+36.25298639184581\mathrm{c12}^2\eta^2 - 6.158402871356008\mathrm{c12}^2\eta)) \wedge m > 0))))) \vee$$

$$(1.1547005383792517 < k < 2.\wedge ((\eta = \frac{4.k}{k^2 + 4.k + 4.} \wedge ((\mathrm{c12} < 0 \wedge$$

$$\wedge ((0 < \mathrm{c11} < \frac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$$

$$\frac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta} +$$

$$\frac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$$

$$0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$$

$$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$$

$$+4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$$

$$+20.\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$$

$$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$$

$$-8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$$

$$+6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3+12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2+12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4-12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3+4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4))<$

$\mathrm{c22}<-1.\,\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\,\mathrm{c12}\wedge m>0)\vee$

$\vee(\mathrm{c11}>\dfrac{\mathrm{c12}k\eta-1.\,\mathrm{c12}k+\mathrm{c12}\eta}{k\eta+\eta-1.}\wedge-1.\,\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\,\mathrm{c12}<\mathrm{c22}<$

$\dfrac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2-3.\,\mathrm{c11}k\eta^2+3.\,\mathrm{c11}k\eta-2.\,\mathrm{c11}\eta^2+\mathrm{c12}k^2\eta^2-}{k\eta-1.\,k+\eta}+$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta+3.\,\mathrm{c12}k\eta^2-4.\,\mathrm{c12}k\eta+2.\,\mathrm{c12}k+2.\,\mathrm{c12}\eta^2-2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta-1.\,k+\eta}-$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta-1.\,k+\eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4+6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4-6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3+13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4-$

$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3+9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2+12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4-20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3+12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2-4.\,\mathrm{c11}^2k\eta+$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4-8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2-2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4+2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3-12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4+$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3-10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2-26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4+42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3-$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2+8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta-24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4+32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3-16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2-$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4+8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3+\mathrm{c12}^2k^4\eta^4-2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3+\mathrm{c12}^2k^4\eta^2+$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4-14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3+12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2-4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta+13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4-$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3+12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2+12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4-12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3+4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4))\wedge m>0)))\vee$

$\vee(\mathrm{c12}>0\wedge\mathrm{c11}>0\wedge-1.\,\mathrm{c11}\eta+\mathrm{c12}\eta-1.\,\mathrm{c12}<\mathrm{c22}<$

$\dfrac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2-3.\,\mathrm{c11}k\eta^2+3.\,\mathrm{c11}k\eta-2.\,\mathrm{c11}\eta^2+\mathrm{c12}k^2\eta^2-}{k\eta-1.\,k+\eta}+$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta+3.\,\mathrm{c12}k\eta^2-4.\,\mathrm{c12}k\eta+2.\,\mathrm{c12}k+2.\,\mathrm{c12}\eta^2-2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta-1.\,k+\eta}-$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta-1.\,k+\eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4+6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4-6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3+13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4-$

$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))) \vee$

$(\frac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} < \eta < 0.5 \wedge ((\mathrm{c12} < 0 \wedge ((0 < \mathrm{c11} < \frac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\,\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$

$0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) +$

$\frac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta} +$

$\frac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta}$

$< \mathrm{c22} < -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} \wedge m > 0) \vee$

$(\mathrm{c11} > \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$\dfrac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta} +$

$\dfrac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))) \vee$

$(\mathrm{c12} > 0 \wedge \mathrm{c11} > 0 \wedge -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$\dfrac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta} +$

$\dfrac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))))) \vee$

$(k > 2. \wedge ((\eta = \dfrac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} \wedge ((\mathrm{c12} < 0 \wedge ((0 < \mathrm{c11} < \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\,\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$

$\dfrac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta} +$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) <$

$\mathrm{c22} < -1.\,\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\,\mathrm{c12} \wedge m > 0) \vee$

$(\mathrm{c11} > \frac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$\frac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta} +$

$\frac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))) \vee$

$(\mathrm{c12} > 0 \wedge \mathrm{c11} > 0 \wedge -1.\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$\frac{0.5(-1.\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\mathrm{c11}k\eta - 2.\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.k + \eta} +$

$\frac{-1.\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\mathrm{c12}k\eta + 2.\mathrm{c12}k + 2.\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.k + \eta} -$

$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))) \vee$

$(\dfrac{4.\,k}{k^2 + 4.\,k + 4.} < \eta < 0.5 \wedge ((\mathrm{c12} < 0 \wedge ((0 < \mathrm{c11} < \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\,\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge$

$0.5SQRT(\dfrac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$

$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$

$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$

$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$

$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) +$

$\dfrac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta} +$

$\dfrac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta}$

$< \mathrm{c22} < -1.\,\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\,\mathrm{c12} \wedge m > 0) \vee$

$(\mathrm{c11} > \dfrac{\mathrm{c12}k\eta - 1.\,\mathrm{c12}k + \mathrm{c12}\eta}{k\eta + \eta - 1.} \wedge -1.\,\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\,\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$

$$\frac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta} +$$

$$\frac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$$

$$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$$

$$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$$

$$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$$

$$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$$

$$-24.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\,\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\,\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\,\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$$

$$-8.\,\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\,\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\,\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$$

$$+6.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$$

$$-24.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\,\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\,\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\,\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0))) \vee$$

$$(\mathrm{c12} > 0 \wedge \mathrm{c11} > 0 \wedge -1.\,\mathrm{c11}\eta + \mathrm{c12}\eta - 1.\,\mathrm{c12} < \mathrm{c22} <$$

$$\frac{0.5(-1.\,\mathrm{c11}k^2\eta^2 - 3.\,\mathrm{c11}k\eta^2 + 3.\,\mathrm{c11}k\eta - 2.\,\mathrm{c11}\eta^2 + \mathrm{c12}k^2\eta^2 -}{k\eta - 1.\,k + \eta} +$$

$$\frac{-1.\,\mathrm{c12}k^2\eta + 3.\,\mathrm{c12}k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c12}k\eta + 2.\,\mathrm{c12}k + 2.\,\mathrm{c12}\eta^2 - 2.\,\mathrm{c12}\eta)}{k\eta - 1.\,k + \eta} -$$

$$-0.5SQRT(\frac{1}{(k\eta - 1.\,k + \eta)^2}(\mathrm{c11}^2k^4\eta^4 + 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^4 - 6.\,\mathrm{c11}^2k^3\eta^3 + 13.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^4 -$$

$$-18.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^3 + 9.\,\mathrm{c11}^2k^2\eta^2 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^4 - 20.\,\mathrm{c11}^2k\eta^3 + 12.\,\mathrm{c11}^2k\eta^2 - 4.\,\mathrm{c11}^2k\eta +$$

$$+4.\,\mathrm{c11}^2\eta^4 - 8.\,\mathrm{c11}^2\eta^3 + 4.\,\mathrm{c11}^2\eta^2 - 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^4 + 2.\,\mathrm{c11c12}k^4\eta^3 - 12.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^4 +$$

$$+20.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^3 - 10.\,\mathrm{c11c12}k^3\eta^2 - 26.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^4 + 42.\,\mathrm{c11c12}k^2\eta^3 -$$

$-24.\mathrm{c11c12}k^2\eta^2 + 8.\mathrm{c11c12}k^2\eta - 24.\mathrm{c11c12}k\eta^4 + 32.\mathrm{c11c12}k\eta^3 - 16.\mathrm{c11c12}k\eta^2 -$

$-8.\mathrm{c11c12}\eta^4 + 8.\mathrm{c11c12}\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^4 - 2.\mathrm{c12}^2k^4\eta^3 + \mathrm{c12}^2k^4\eta^2 +$

$+6.\mathrm{c12}^2k^3\eta^4 - 14.\mathrm{c12}^2k^3\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^3\eta^2 - 4.\mathrm{c12}^2k^3\eta + 13.\mathrm{c12}^2k^2\eta^4 -$

$-24.\mathrm{c12}^2k^2\eta^3 + 12.\mathrm{c12}^2k^2\eta^2 + 12.\mathrm{c12}^2k\eta^4 - 12.\mathrm{c12}^2k\eta^3 + 4.\mathrm{c12}^2\eta^4)) \wedge m > 0)))))$

2) Σύστημα Τριών Βαθμών Ελευθερίας

2.1. Περίπτωση α3≤0

Στην περίπτωση α3≤0 πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για εξωτερικό φορτίο λ=0 έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των παραμέτρων c_{11}, c_{22} , c_{23}, c_{33}, $\overline{m}_1$,

$\overline{\mathrm{m}}_2$, $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$, η , έχοντας αφήσει ελεύθερη μόνο την παράμετρο c_{12}. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις αναζητώντας κάθε φορά τις συνθήκες που πρέπει να πληρούν οι παράμετροι $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$, $\overline{m}_1$, $\overline{\mathrm{m}}_2$, έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των άλλων παραμέτρων.

2.1.1 Περίπτωση α3≤0 και λ=0 διερευνώντας το C_{12}

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{23} = 0.005, C_{33}= 0.001, $\overline{m}_1$=0.5, $\overline{\mathrm{m}}_2$=1, $\overline{k}_1$=1, $\overline{k}_2$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a3 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$\mathrm{c12} \leq -4000.004 \vee \mathrm{c12} \geq 0.0046$

2.1.2 Περίπτωση α3=0 και λ=0 διερευνώντας το C_{23}

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.005, C_{33}= 0.001, $\overline{m}_1$=0.5, $\overline{\mathrm{m}}_2$=1, $\overline{k}_1$=1, $\overline{k}_2$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a3 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c23 \leq -1000.0034999637502 \vee c23 \geq 0.003499963750253743$

2.1.3 Περίπτωση α3=0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_1$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.008, C_{33}= 0.001, $\bar{m}_1$=0.5, $\bar{m}_2$=1, $c_{23} = 0.005$, $\bar{k}_2$=1 και λ=0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$k1 \geq -0.9285840000000001$

2.1.4 Περίπτωση α3=0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{k}_2$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.008, C_{33}= 0.001, $\bar{m}_1$=0.5, $\bar{m}_2$=1, $c_{23} = 0.005$, $\bar{k}_1$=1 και λ=0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$k2 \leq 3.07694$

2.1.5 Περίπτωση α3=0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

a3 <= 0

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.008, C_{33}= 0.001, $\bar{k}_1$=1, $\bar{m}_2$=1, $c_{23} = 0.005$, $\bar{k}_2$=1 και λ=0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < \mathrm{m1} \leq 1.5384683076923082$

2.1.6 Περίπτωση α3=0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Reduce του προγράμματος Mathematica για τις συνθήκες:

$\mathrm{a3} <= 0$

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.008, C_{33}= 0.001, $\bar{k}_1$=1, $\bar{m}_1$=0.5, $c_{23} = 0.005$, $\bar{k}_2$=1 και λ=0

το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$0 < \mathrm{m2} \leq 7.75004399999999$

2.2. Περίπτωση α5≤0

Όπως και στην περίπτωση α3≤0 έτσι και στην περίπτωση α5≤0 πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για εξωτερικό φορτίο λ=0 έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των παραμέτρων c_{11}, c_{22}, c_{23}, c_{33}, $\bar{m}_1$, $\bar{m}_2$, $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, έχοντας αφήσει ελεύθερη μόνο την παράμετρο c_{12}.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις αναζητώντας κάθε φορά τις συνθήκες που πρέπει να πληρούν οι παράμετροι $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, $\bar{m}_1$, $\bar{m}_2$, έχοντας προσδιορίσει τις τιμές των άλλων παραμέτρων.

2.2.1 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το C_{12}

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{23} = 0.005, C_{33}= 0.001, $\bar{m}_1$=0.5, $\bar{m}_2$=1, $\bar{k}_1$=1, $\bar{k}_2$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c12 \leq -0.013$

2.2.2 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το C_{23}

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} = 0.005, C_{33}= 0.001, $\overline{m}_1$=0.5, $\overline{m}_2$=1, $\overline{k}_1$=1, $\overline{k}_2$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$c23 \leq -0.004$

2.2.3 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το $\overline{k}_1$

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} =- 0.03, C_{33}= 0.001, C_{23} =0.005 $\overline{m}_1$=0.5, $\overline{m}_2$=1, $\overline{k}_2$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$k1 \leq 3.6153846153846154$

2.2.4 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το $\overline{k}_2$

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

C_{11} = 0.001, C_{22} = 0.001, C_{12} =- 0.03, C_{33}= 0.001, C_{23} =0.005 $\overline{m}_1$=0.5, $\overline{m}_2$=1, $\overline{k}_1$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$k2 \geq 0.26086956521739135$

2.2.5 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_1$

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

$C_{11} = 0.001$, $C_{22} = 0.001$, $C_{12} =- 0.03$, $C_{33}= 0.001$, $C_{23} =0.005$, $\bar{k}_1$=1, $\bar{m}_2$=1, $\bar{k}_1$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$m1 > 0$

2.2.6 Περίπτωση α5≤0 και λ=0 διερευνώντας το $\bar{m}_2$

Οι τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έγινε η επίλυση είναι:

$C_{11} = 0.001$, $C_{22} = 0.001$, $C_{12} =- 0.03$, $C_{33}= 0.001$, $C_{23} =0.005$, $\bar{k}_1$=1, $\bar{m}_1$=0.5, $\bar{k}_1$=1 και λ=0.

Χρησιμοποιήθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η εντολή Reduce υπό τις συνθήκες:

a5 <= 0

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το εξής:

$m2 > 0$