ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Διερεύνηση των διδακτικών και μαθησιακών πρακτικών στο δημοτικό σχολείο στο πλαίσιο διαθεματικών “project” με βάση τα μαθηματικά

ΜΕΛΗ ΤΡΙΜΕΛΟΥΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ:

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:	**ΤΡ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΔΗΣ**	ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
	Κ. ΧΑΤΖΗΚΥΡΙΑΚΟΥ	ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
	ΣΤ. ΚΑΛΔΗ	ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ

ΕΚΠΟΝΗΣΗ: **ΛΑΖΑΡΙΔΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

ΒΟΛΟΣ 2010

Στη γυναίκα μου και
στα παιδιά μου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα έρευνα αποτελεί αντικείμενο της διδακτορικής μου διατριβής, την οποία πραγματοποίησα στον τομέα της Διδακτικής των Μαθηματικών, του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Η διαδικασία συγγραφής μίας έρευνας, δεν απέχει πολύ από ένα όμορφο ταξίδι, πλούσιο σε περιπέτειες, που αν και καλοσχεδιασμένο αρχικά, έχει εκπλήξεις κι απρόοπτα και συνεχώς επανασχεδιάζεται. Στην περίπτωση ειδικά μίας ποιοτικής έρευνας, όπως η δική μου, ο αρχικός σχεδιασμός είναι γενικός και ευέλικτος και το ταξίδι διαμορφώνεται συνεχώς στην πορεία, από λιμάνι σε λιμάνι. Αν κατάφερα να φτάσω στον προορισμό μου, θα το κρίνει ο αναγνώστης. Εξάλλου, όπως επισημαίνει ο ποιητής, η Ιθάκη μου πρόσφερε το ωραίο ταξίδι. Από τη δική μου πλευρά θα ήθελα να ευχαριστήσω, όλους εκείνους που δέχτηκαν πρόθυμα να διευκολύνουν την πορεία μου, που με στήριξαν στην προσπάθειά μου και μου υπέδειξαν τις κακοτοπιές. Δίπλα τους «έμαθα ζώντας» κι «έζησα μαθαίνοντας» πάρα πολλά, που ελπίζω ότι με έκαναν καλύτερο εκπαιδευτικό - επιστήμονα, αλλά και καλύτερο άνθρωπο.

Κατ' αρχάς, τις θερμότερες ευχαριστίες μου στον αναπληρωτή καθηγητή κ. Τριαντάφυλλο Τριανταφυλλίδη που είχε και την εποπτεία της έρευνάς μου, γιατί μου άνοιξε το δρόμο και με καθοδήγησε τόσο με τις επιστημονικές γνώσεις του όσο και με την ηθική στήριξη που μου παρείχε, στην ολοκλήρωση του έργου μου. Ευχαριστίες επίσης οφείλω και σε δύο ακόμη πανεπιστημιακούς δασκάλους του Π.Τ.Δ.Ε., τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Χατζηκυριάκου και την επίκουρο καθηγήτρια κ. Σταυρούλα Καλδή, για τους εποικοδομητικούς προβληματισμούς που έθεσαν και τις εύστοχες υποδείξεις τους, σε ότι αφορά την παρούσα έρευνα. Οι τρεις παραπάνω καθηγητές που αποτέλεσαν τη συμβουλευτική επιτροπή, μαζί με τους υπόλοιπους τέσσερις που συμμετείχαν στην επταμελή επιτροπή, με τις πολύτιμες παρατηρήσεις τους στο γραπτό κείμενο και στη συνολική εικόνα της εργασίας, συνέβαλαν στη διαμόρφωση της τελικής δομής της. Τους ευχαριστώ όλους θερμά, γιατί χωρίς την εμψύχωση και την καθοδήγησή τους, θα ήταν αδύνατη η ολοκλήρωση του εγχειρήματός μου.

Θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω επίσης τους εκπαιδευτικούς - συνεργάτες μου στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης που πραγματοποιήσαμε. Το δάσκαλο Θ.Κ. και τις δασκάλες Π.Μ., Ε.Σ. και Β.Κ., οι οποίοι δέχτηκαν να συνεργαστούμε και μου επέτρεψαν να παρίσταμαι στην τάξη τους ως συμμετέχων - παρατηρητής και ως δεύτερος δάσκαλος, υλοποιώντας με τους μαθητές και τις μαθήτριες όλοι μαζί, διαθεματικά "project" με βάση τα μαθηματικά. Αισθάνομαι ασφαλώς την ανάγκη να ευχαριστήσω και όλους τους μαθητές και τις μαθήτριες των τεσσάρων τάξεων, που με βοήθησαν να συλλέξω απαραίτητα δεδομένα για την υλοποίηση της έρευνας και μαζί με τους δασκάλους τους, ήταν οι πρωταγωνιστές και «η ψυχή» αυτής της έρευνας.

Τέλος επιθυμώ να ευχαριστήσω τα τρία μέλη της οικογένειάς μου, τη σύζυγό μου και τα δύο μας παιδιά, καθώς και τη μητέρα μου και τον αείμνηστο πατέρα μου, που όλοι τους με στήριξαν, κυρίως με την αγάπη και την υπομονή τους, στις δυσκολίες της διαδρομής αυτού του εγχειρήματος.

Ιωάννης Θ. Λαζαρίδης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο πλαίσιο της διδακτορικής διατριβής μας επιχειρήθηκε η παρατήρηση τεσσάρων τάξεων δημοτικών σχολείων, που υλοποίησαν στη σχολική τους πράξη διαθεματικές δραστηριότητες - project με βάση τα μαθηματικά, κατά τη διάρκεια των διδακτικών ωρών της ευέλικτης ζώνης. Οι θεματικές των διαθεματικών project ήταν τα «Θέματα Διατροφής» και η «Κυκλοφοριακή Αγωγή».

Σκοπός της έρευνάς μας, μέσα στο νέο μαθησιακό πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών δια μέσου διαθεματικών project, είναι η διερεύνηση των διδακτικών και μαθησιακών πρακτικών, των δασκάλων και των μαθητών αντίστοιχα. Επειδή ο σκοπός της εργασίας μας, μέσα από τη διερεύνηση των πρακτικών, συμπεριλαμβάνει και τον εντοπισμό των πιθανών αλλαγών στην παραδοσιακή πρακτική των δασκάλων και των μαθητών, παρατηρήσαμε τις τέσσερις τάξεις, όχι μόνο στη διάρκεια των ωρών της ευέλικτης ζώνης κατά τη διαθεματική προσέγγιση, αλλά και κατά τη διάρκεια του τυπικού μαθήματος των μαθηματικών, πριν και μετά από την εφαρμογή του διαθεματικού προγράμματος. Με αυτόν τον τρόπο, μέσα από τη σύγκριση των δεδομένων της παρατήρησης, αναμέναμε να εντοπίσουμε τις ενδεχόμενες αλλαγές.

Η μεθοδολογική προσέγγιση που ακολουθείται είναι καθαρά ποιοτική και βασίζεται αφενός στη συμμετοχική παρατήρηση, με δάνεια στοιχεία από την εθνογραφική μεθοδολογία και την έρευνα δράσης και αφετέρου στη μελέτη περιπτώσεων, όπου ως περιπτώσεις θεωρούνται οι τέσσερις σχολικές τάξεις που παρατηρήσαμε. Με καθημερινή παρατήρηση στην τάξη συλλέγονται εμπειρικά δεδομένα και ακολουθεί η περιγραφή τους. Στη συνέχεια η ανάλυση, η σύγκριση κι η κατηγοριοποίηση των δεδομένων, οδηγεί στην ανάδυση θεματικών κατηγοριών και στην εξαγωγή συμπερασμάτων και ερωτημάτων.

Τα συμπεράσματα που αναδύονται είναι αρκετά ελπιδοφόρα, αφού εμφανίζονται δειλά, μερικές ενδείξεις αλλαγής, έστω και πρόσκαιρης, του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών. Συγκεκριμένα διαπιστώσαμε ότι αναδύθηκαν σταδιακά, οι ακόλουθες μεταβολές στη διδακτική πρακτική των τεσσάρων δασκάλων και στη μαθησιακή στάση των μαθητών τους: Τα παιδιά χωρίς να κάνουν τυπικό μάθημα και χωρίς το κίνητρο του βαθμού, έμεναν αφοσιωμένα στο σκοπό τους. Σε αρκετούς μαθητές και μαθήτριες, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και συμμετοχής, τονίσθηκε η αυτοπεποίθηση και ο ενθουσιασμός τους, στο μάθημα των μαθηματικών. Η εμπλοκή των περισσότερων παιδιών κι όχι μόνο των πιο ικανών κι η ανταλλαγή μαθηματικών απόψεων, οδήγησε συχνά σε διεξαγωγή μαθηματικού διαλόγου. Οι εκπαιδευτικοί ρωτούσαν πλέον «γιατί» και «πώς» ενθαρρύνοντας το διάλογο και σταδιακά έδιναν το λόγο στα παιδιά μειώνοντας το δικό τους ποσοστό κατοχής λόγου και κρατούσαν συντονιστικό

ρόλο. Η φύση των δραστηριοτήτων ήταν τέτοια, ώστε οι μαθητές ερευνώντας διεκδικούσαν περισσότερο χώρο. Οι εκπαιδευτικοί αντί να ενισχύουν τον ανταγωνισμό όπως παλιά, συνέβαλλαν στη μείωση του ανταγωνισμού. Αντί να επιμένουν στη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος, έδιναν έμφαση κυρίως στη διαδικασία και στην επίτευξη κατανόησης. Ο δάσκαλος κι οι δασκάλες άρχισαν να αντιμετωπίζουν διαφορετικά τα λάθη των μαθητών, αξιοποιώντας τα διδακτικά. Ερμηνεύοντας τον τρόπο σκέψης που οδήγησε στο λάθος, δημιουργούσαν κατάλληλες προϋποθέσεις για να ανακαλύψουν οι μαθητές μόνοι τους τα λάθη τους και να αυτοδιορθωθούν. Οι εκπαιδευτικοί επίσης άρχισαν να ενθαρρύνουν την ανάδυση στρατηγικών επαγωγικά από τα παιδιά. Εμψύχωναν τους μαθητές, ώστε μέσα από μαθηματική αναζήτηση, να διερευνούν και να διατυπώνουν εναλλακτικούς τρόπους λύσης. Διαπιστώθηκε στην πορεία, η σταδιακή μείωση της καθοδήγησης των εκπαιδευτικών και η αύξηση της αυτονόμησης των μαθητών. Σε σχέση με το παραδοσιακό πρότυπο και το σχολικό βιβλίο, μέσα από τη διαθεματικότητα, υπήρξε διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών. Επιπλέον οι εκπαιδευτικοί έδιναν έμφαση στη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών πλαισίων και μέσα από το ευρύ πεδίο της διαθεματικότητας, επέλεγαν πλαίσια προβλημάτων από την καθημερινή ζωή των μαθητών.

Μπορούμε να συμπεράνουμε με μεγάλη πιθανότητα ότι η συμβολή της διαθεματικής προσέγγισης και της διδακτικής μεθόδου project είναι απαραίτητη, μέσα στο όραμα για αναγέννηση και αναθεώρηση της μαθηματικής εκπαίδευσης που έχει αρχίσει παγκοσμίως να ξεπροβάλλει και σταδιακά να υλοποιείται.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Ένας από τους μέντορες της σύγχρονης διδακτικής των μαθηματικών, ο Ολλανδός Hans Freudenthal (1973) έχει δηλώσει ότι τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα και ως τέτοια πρέπει να τα αντιμετωπίζουμε.

Στις αρχές της δεκαετίας 1960 επικράτησε η στρουκτουραλιστική άποψη στη μαθηματική εκπαίδευση, που στηριζόταν στη θεωρία των συνόλων και σύμφωνα με την οποία, τα μαθηματικά είναι ένα οργανωμένο, κλειστό επαγωγικό σύστημα, ένα ολοκληρωμένο οικοδόμημα. Η δομή αυτού του συστήματος καθορίζει και τη μαθησιακή - διδακτική διαδικασία. Η στρουκτουραλιστική τάση οδήγησε στο επονομαζόμενο ρεύμα των «νέων μαθηματικών» (new mathematics). Παρά την αντίδραση 72 σημαντικών μαθηματικών, παρά την υπογράμμιση της ανάγκης για μαθηματική εκπαίδευση που θα σχετίζεται άμεσα με την εμπειρία εκείνου που μαθαίνει, ο στρουκτουραλισμός αντιστάθηκε σθεναρά. Η αντίδραση συνεχίστηκε με τους Lakatos, Freudenthal κ.α. Κοινή τους θέση ήταν ότι στα πλαίσια της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να δοθεί έμφαση στη διαδικασία «επανακατασκευής» των μαθηματικών εννοιών με βάση τις ήδη υπάρχουσες διαισθητικές γνώσεις των μαθητών και ότι η διδασκαλία πρέπει να γίνεται σε ποικίλα επίπεδα συγκεκριμενοποίησης ή αφαίρεσης. Παρά την αντίδραση, ο στρουκτουραλισμός αρχικά επικράτησε και τα παλαιότερα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών του δημοτικού και του γυμνασίου βασίστηκαν στα «νέα μαθηματικά». Με το φορμαλισμό που επικράτησε στη μαθηματική εκπαίδευση, μέσα από την εκμάθηση κανόνων και τεχνικών και την αυστηρή αξιωματική θεμελίωση (π.χ. Συνολοθεωρία), τα μαθηματικά του σχολείου έχασαν την ανθρώπινη διάστασή τους.

Τις τρεις τελευταίες δεκαετίες, γίνεται διεθνώς μια προσπάθεια να αναδειχθεί η στενή σχέση των μαθηματικών με τον «πραγματικό» κόσμο (ρεαλιστικά μαθηματικά) και με την ανθρώπινη ζωή. Η «πραγματικότητα» μπορεί να αποτελεί τόσο σημείο εκκίνησης της διδασκαλίας όσο και στόχο της, καθώς προσφέρει με άμεσο και βιωματικό τρόπο πρόσβαση στη γνώση.

Όταν το παιδί του σχολείου ενηλικιωθεί και ως νέος άνθρωπος αφήσει τα σχολικά θρανία και ενταχθεί στην κοινωνία των ενηλίκων, θα πρέπει να ενσαρκώσει πολλαπλούς κοινωνικούς ρόλους και να αντιμετωπίσει πλείστα προβλήματα καθημερινών καταστάσεων. Τα προβλήματα αυτά θα είναι πολύπλοκα και πολυδιάστατα και η επίλυσή τους εκτός από θεωρητικές και πρακτικές γνώσεις, θα απαιτεί κυρίως δημιουργική και κριτική σκέψη και ικανότητες επίλυσης προβλήματος, ανάληψης πρωτοβουλιών και λήψης αποφάσεων. Η ίδια, δηλαδή, η ζωή και η πρακτική της καθημερινότητα, δεν μπορεί εκ φύσεως να τμηθεί σε πεδία γνώσεων και σε αντίστοιχα προβλήματα. Αντιθέτως, όμως, κάτι τέτοιο εφαρμόζεται, χιλιάδες χρόνια τώρα (από το "quatrivium" κι ακόμη παλαιότερα) στην εκπαιδευτική πραγματικότητα. Τα παιδιά αποκτούν διάφορες γνώσεις, από ποικίλα γνωστικά πεδία στο σχολείο τους. Όταν όμως χρειαστούν να συνδυάσουν και να συνδέσουν αυτές τις γνώσεις για να επιλύσουν προβλήματα της καθημερινής τους πραγματικότητας, δυσκολεύονται και συχνά αδυνατούν να το κάνουν. Σε αυτό το παιδαγωγικό - εκπαιδευτικό - διδακτικό κενό φιλοδοξεί να απαντήσει η διαθεματικότητα κι η μέθοδος "Project".

Η μαθηματική γλώσσα ως γνωστόν έχει μια ιδιαίτερη δύναμη και αξία, αφού κατορθώνει να αναδεικνύεται χιλιάδες χρόνια τώρα σε έναν πρωταγωνιστικό φορέα σκέψης και παραγωγής πολιτισμού, σε ένα ανυπέρβλητο εργαλείο επικοινωνίας, διαπολιτισμικής αλληλεπίδρασης των διαφόρων λαών, των διαφόρων επιστημόνων των μαθηματικών από κάθε γωνιά της γης, ακόμη κι από ιστορικά διαφορετικές χρονικές περιόδους. Συνεπώς αυτή η αλληλεπιδραστική - ενοποιητική δύναμη των μαθηματικών μπορεί να αναδειχθεί και στον τομέα της διαθεματικότητας.

Ο Τριανταφυλλίδης (1998) αναρωτιέται, αν μπορούμε να μιλάμε για μια ενοποίηση, ως επέκταση της αλληλεπίδρασης, των σχολικών μαθημάτων, όχι «μέσα» από τα μαθηματικά «παρά» μαζί τους και μέσα από την καθημερινή ζωή. Στη συνέχεια, αναρωτιέται και πάλι, αν είναι απαραίτητο η γνώση μιας επιστήμης -εννοώντας τα μαθηματικά- να υποχρεώνει την απάρνηση άλλων μορφών γνώσης, όπως π.χ. οι ανθρωπιστικές επιστήμες. Απαντώντας ο ίδιος, μέσα από μία παραπομπή του Dewey, διαπιστώνει ότι το να ξέρεις καλά μόνο ένα πράγμα, εναντιώνεται στην ίδια τη φύση, που την ορίζουν αναλογίες, επικαλύψεις και συσχετισμοί. Προσθέτει ότι αντί οι επικαλύψεις να χαρακτηρίζουν το ωρολόγιο πρόγραμμα ενός σχολικού μαθήματος, θα μπορούσαμε να εργαστούμε στην κατεύθυνση της ενοποίησης των αναλυτικών προγραμμάτων του σχολείου και να μην παραμείνουμε στον απλό συνωστισμό των μαθημάτων, ο οποίος δεν αποτελεί ενοποίηση, αλλά συρραφή συναγωνιζόμενων στόχων και σπουδών. Ολοκληρώνοντας αυτές τις σκέψεις του ο Τριανταφυλλίδης (1998), προβλέπει προκαταβολικά, ότι ανάλογες προτάσεις προς τη δόμηση του μοντέλου ενός οικουμενικού ανθρώπου (homo universalis), πιθανόν να θεωρηθούν, ρομαντικές, ουτοπικές ή αφελείς, όμως θεωρώντας το διαχωρισμό ρεαλισμού και ουτοπισμού ως ένα ψευδοδίλλημα, μας ενθαρρύνει να συνεχίσουμε να οραματιζόμαστε την ενοποίηση μαθημάτων.

Στη διεθνή εκπαιδευτική πραγματικότητα γίνεται λόγος για τη διαθεματικότητα περισσότερο από έναν αιώνα, ενώ εφαρμόζονται, με διαφορετικά κίνητρα σε κάθε περίοδο, διάφορες εκφάνσεις της. Όμως πλέον και για την ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα, η διαθεματικότητα είναι αίτημα των καιρών, όπως διαφαίνεται εδώ και μια επταετία στις εισηγήσεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου (Π.Ι.), στο νέο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (ΔΕΠΠΣ) και στα νέα Προγράμματα Σπουδών για τα Μαθηματικά του Δημοτικού σχολείου. Όπως χαρακτηριστικά γράφει ο Αλαχιώτης προλογίζοντας την καινοτομία της Ευέλικτης

Ζώνης: «Είναι απαραίτητο να τονιστεί ότι η Ευέλικτη Ζώνη θα χρησιμοποιηθεί ως μέσο καλύτερης προσέγγισης μιας άλλης, γενικά αποδεκτής και προσδοκώμενης αντίληψης για το σχολείο, το οποίο πρέπει να γίνει χώρος χαράς και ζωής και όχι μόνο διδασκαλίας και παθητικής αποδοχής αποσπασματικών γνώσεων» (Αλαχιώτης 2001, σ. 6). Από τον πρώην Πρόεδρο του Π.Ι., η διαθεματικότητα προβλήθηκε ως άμεση εκπαιδευτική ανάγκη που ενθάρρυνε την κριτική σκέψη, τη συλλογική προσπάθεια και τη βιωματική δράση και μες στα επόμενα χρόνια θα γενικευόταν η εφαρμογή της σε όλα τα σχολεία της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Αρχικά εφαρμόσθηκε πιλοτικά σε πολλά σχολεία, ενώ για να διευκολυνθεί η γενικευμένη εφαρμογή μέσα στο πλαίσιο κατάλληλων σχεδίων εργασίας (project), δημιουργήθηκε και νέος τύπος σχολείων Δημοτικών και Γυμνασίων, «Τα σχολεία Ευέλικτης Ζώνης» στο Δημοτικό και «Η Ζώνη Καινοτόμων Δράσεων» στο Γυμνάσιο.

Εξάλλου χρόνια τώρα οι επιστήμονες της Διδακτικής συζητούν για τα προτερήματα της ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας και τα οφέλη από την εφαρμογή της στην τάξη, στη διδασκαλία όλων των μαθημάτων, αλλά και ειδικότερα των μαθηματικών (Johnson & Johnson 1992). Αδιαμφισβήτητο γεγονός όμως, είναι ότι στο Ελληνικό Δημοτικό Σχολείο πολύ μικρή είναι η εφαρμογή της ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας στη σχολική τάξη κι αυτή κυρίως σε μαθήματα όπως η Αισθητική Αγωγή (Τεχνικά, Μουσική) κι η Φυσική Αγωγή. Στα μαθηματικά η εφαρμογή της στην ελληνική σχολική πρακτική και καθημερινότητα είναι σχεδόν ανύπαρκτη. Οι ευθύνες για αυτό επιμερίζονται στους δασκάλους,[1] στους συντάκτες των αναλυτικών προγραμμάτων, στα σχολικά βιβλία, στους σχολικούς συμβούλους και στην παιδαγωγική εποπτεία του ΥΠ.Ε.Π.Θ. και κυρίως στις προϋπάρχουσες στάσεις κι αντιλήψεις των δασκάλων (Chassapis 2003), των μαθητών και των γονέων τους, για τα μαθηματικά, αντιλήψεις που δεν γίνεται τίποτα για να αλλάξουν. Η πραγματικότητα πάντως είναι ότι τα παιδιά στο ελληνικό σχολείο, δεν έχουν μάθει να συνεργάζονται στα μαθηματικά, αντιθέτως έχουν συνηθίσει να ανταγωνίζονται σε ατομική βάση για το ποιος θα βρει πρώτος, γρηγορότερα από τους άλλους τη σωστή λύση του προβλήματος - άσκησης για να πάρει μόνο αυτός τον «έπαινο» του δασκάλου. Δεν έχουν μάθει όπως μας περιγράφει ο Imre Lakatos (1976) να συνεργάζονται, να συζητούν και να ανταλλάσσουν μαθηματικές απόψεις μέσα από ένα γόνιμο «μαθηματικό διάλογο», διατυπώνοντας εικασίες κι αντιπαραδείγματα, υποστηρίζοντας θέσεις δικές τους ή των συμμαθητών τους ή απορρίπτοντάς τες. Οι δάσκαλοι κι αυτοί, δεν έχουν μάθει να ενθαρρύνουν την ομαδική δουλειά και να τη διευκολύνουν, να τη συντονίζουν και τέλος να την αξιολογούν αναλόγως. Αντίθετα, έχοντας οι περισσότεροι παγιωμένη μια υπαλληλική συμπεριφορά και την επακόλουθή της ευθυνοφοβία, διστάζουν, όχι αδικαιολόγητα, για την εισαγωγή οποιασδήποτε εκπαιδευτικής καινοτομίας στο

[1] Όπου αναφέρεται «δάσκαλος» εννοείται και «δασκάλα» στο θηλυκό γένος

μάθημά τους, εκτός κι αν επιβάλλεται εκ των άνωθεν, οπότε οι δισταγμοί ελαττώνονται κάπως χωρίς ποτέ να εξαλείφονται τελείως.

Μέσα σε αυτό το γενικότερο πλαίσιο, είτε με την εφαρμογή περιορισμένων χρονικά διαθεματικών δραστηριοτήτων (στα σχολεία που δεν εφαρμόζουν την Ευέλικτη Ζώνη) όπου όπως προβλέπει το νέο ΔΕΠΠΣ, πρέπει να διατίθεται σε κάθε τάξη ένα 10 % του συνολικού διδακτικού χρόνου των μαθηματικών (8 ώρες περίπου ετησίως) για διαθεματικές δραστηριότητες, είτε με την εφαρμογή μακροχρόνιων διαθεματικών δραστηριοτήτων με τη μορφή “project” (στα σχολεία Ευέλικτης Ζώνης), προσφέρονται οι κατάλληλες συνθήκες για ομαδοσυνεργατική διδασκαλία στα μαθηματικά. Ο δάσκαλος παρουσιάζοντας στα παιδιά ένα διαθεματικό πρόβλημα, θα διαπιστώσει σύντομα ότι είναι αρκετά χρονοβόρο και επίπονο να επιλυθούν τέτοια προβλήματα από κάθε παιδί χωριστά, σε ατομική βάση. Όπως αναφέρει σχετικά ο Ματσαγγούρας (2002, σ.12): «Απόρροια των επιδιώξεων της διαθεματικότητας είναι ότι καθιερώνει μεθοδολογικές προσεγγίσεις συλλογικής - διερευνητικής φύσης». Επιπλέον ένα διαθεματικό πρόβλημα είναι μια καλή ευκαιρία να αναδείξει ο κάθε μαθητής[2] μέσα στην ομάδα του, το ταλέντο του σε διάφορα μαθήματα κι αξιοποιώντας αυτήν την κλίση του να αγαπήσει τελικά και τα μαθηματικά και να βελτιώσει το αυτοσυναίσθημά του στο μάθημα των μαθηματικών.

ΙΙ. ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Από το 1980, πολλές μελέτες στη μαθηματική εκπαίδευση εστιάστηκαν στις αντιλήψεις των δασκάλων για τα μαθηματικά, τη διδασκαλία και τη μάθησή τους (Ernest 1989, Thompson 1992, Wilson & Cooney 2002). Με τον όρο «αντιλήψεις» εννοούμε μια ειδική κατηγορία πεποιθήσεων που περιέχουν σε αυξημένο βαθμό το στοιχείο της υποκειμενικής αξιολόγησης ενός αντικειμένου ή μιας κατάστασης (Φιλίππου, Χρίστου, 2001). Έρευνες υποστηρίζουν ότι οι παραδοχές αυτές των δασκάλων έχουν επηρεαστεί από τις μαθησιακές εμπειρίες και τις διδακτικές πρακτικές που αυτοί βίωσαν είτε ως μαθητές και μαθήτριες είτε ως εκπαιδευόμενοι εκπαιδευτικοί (Fennema & Franke 1992, Patterson & Norwood 2004). Οι ερευνητές κυρίως εργάστηκαν με την προοπτική ότι για να καταλάβουμε τη διδασκαλία από την οπτική γωνία των δασκάλων, πρέπει να κατανοήσουμε τις παραδοχές με τις οποίες οι δάσκαλοι προσδιορίζουν τη δουλειά τους (Nespor 1987). Προσεκτικές αναλύσεις της φύσης της σχέσης μεταξύ παραδοχών και πρακτικής, υποδεικνύουν ότι τα συστήματα παραδοχών είναι δυναμικές νοητικές δομές, επιρρεπείς σε αλλαγή υπό το φως της εμπειρίας. Η έρευνα επίσης δείχνει ότι η σχέση μεταξύ αντιλήψεων και πρακτικής είναι μια διαλεκτική σχέση κι όχι απλά μια σχέση αιτίας - αποτελέσματος. Επομένως οι μελλοντικές έρευνες,

[2] Ομοίως όπου αναφέρεται «μαθητής» εννοείται και «μαθήτρια» στο θηλυκό γένος

ειδικά αυτές που έχουν να κάνουν με επερχόμενες αλλαγές και τον τρόπο επηρεασμού τους, πρέπει να διαφωτίσουν τη διαλεκτική σχέση μεταξύ αντιλήψεων των δασκάλων και της πρακτικής τους. Εξάλλου, αφού οι δάσκαλοι είναι οι κύριοι διαμεσολαβητές μεταξύ της μαθηματικής θεματικής ύλης και των μαθητών, φυσικό είναι να περνούν τις αντιλήψεις τους στους μαθητές, μέσα από τις πρακτικές τους στην τάξη. Αυτή η σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ των μαθηματικών αντιλήψεων των μαθητών και των παραδοχών των δασκάλων είναι χρήσιμο να διερευνηθεί και να επικυρωθούν εμπειρικά οι όποιες υποθέσεις.

Ο Αλαχιώτης γράφει: «Ο ρόλος του εκπαιδευτικού, στο πλαίσιο της έρευνας που διεξάγεται κατά τη διάρκεια ενός σχεδίου εργασίας, είναι διαφοροποιημένος σε σχέση με αυτόν που αναλαμβάνει κατά την παραδοσιακή διδασκαλία. Από φορέας - μεταδότης της γνώσης και κέντρο της διδακτικής διαδικασίας μετατρέπεται σε συνερευνητή, συνεργάτη, καθοδηγητή. Παρακολουθεί τις δραστηριότητες των μαθητών, είναι αρωγός στις δυσκολίες που θα παρουσιαστούν κατά την εκτέλεση του σχεδίου εργασίας, όχι ως αυθεντία αλλά ως εμπειρότερος συμμέτοχος» (Αλαχιώτης 2002, σ. 12). Δεν υπάρχουν όμως σχετικές εμπεριστατωμένες έρευνες στον ελληνικό χώρο οι οποίες να τεκμηριώνουν την ανωτέρω, εύλογη πεποίθηση. Όπως θα έχουμε την ευκαιρία να αναλύσουμε διεξοδικότερα στη συνέχεια, μόνο σε ελάχιστες διεθνείς έρευνες εξετάζεται η επίδραση ενός διαθεματικού προγράμματος στις στάσεις των δασκάλων και των μαθητών.

Είναι δυνατόν να αλλάξει το διδακτικό προφίλ ενός εκπαιδευτικού, απλά και μόνο επειδή αυτός εμπλέκεται σε ένα διαφορετικό διδακτικό - μαθησιακό πλαίσιο ή οι όποιες αλλαγές για να έχουν συνέπεια και συνέχεια πρέπει πρωτίστως να πηγάζουν από αντίστοιχες βαθύτερες διαφοροποιήσεις στάσεων, απόψεων και αντιλήψεων του εκπαιδευτικού αυτού; Ακόμη κι αν δεχτούμε ότι ο ρόλος ενός εκπαιδευτικού αλλάζει κατά τη διάρκεια ενός σχεδίου εργασίας σε σχέση με την παραδοσιακή διδασκαλία, με ποιο τρόπο συμβαίνει αυτό και αυτές οι αλλαγές έχουν βιωσιμότητα στο υπόλοιπο παραδοσιακό πρόγραμμα; Τι συμβαίνει με τα μαθηματικά που ειδικότερα μας ενδιαφέρουν, των οποίων το μοντέλο της διδασκαλίας, μέσα από μια πλατωνική αντίληψη, θεωρείται εδώ και πάρα πολλά χρόνια ως προπύργιο της παραδοσιακής διδασκαλίας;

Το ενδιαφέρον της παρούσας έρευνας εστιάζεται κυρίως στην αντίδραση των δασκάλων σε μια νέα διαθεματική πρόταση με βάση τα μαθηματικά, στη συστηματική παρατήρηση, μελέτη και καταγραφή της καθημερινής σχολικής πρακτικής τους και στη διερεύνηση των πιθανών αλλαγών στη στάση τους, στις αντιλήψεις τους για τα μαθηματικά και στη διδακτική τους συμπεριφορά κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Πολλές και ποικίλες έρευνες έχουν γίνει μέχρι σήμερα, με διαφορετικούς στατιστικούς πληθυσμούς, διαφορετικούς στόχους, διαφορετικές μεθοδολογίες και σχεδιασμούς, γύρω από τις παραδοχές κι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους. Σκοπός τους είναι άλλοτε να περιγραφεί - στοιχειοθετηθεί η ουσία των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών, άλλοτε να διερευνηθεί η σχέση μεταξύ παραδοχών και διδακτικής πρακτικής και άλλοτε να μελετηθεί η δυνατότητα παρέμβασης και αλλαγής στις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών. Αυτή η δυνατότητα αλλαγής μάς ενδιαφέρει στην παρούσα μελέτη. Από τις παραπάνω έρευνες ενδεικτικά αναφέρουμε: α) μια συγκριτική μελέτη των απόψεων και των στάσεων των δασκάλων του δημοτικού σχολείου, γύρω από τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους, που έγινε σε δύο χώρες, την Αγγλία και την Πορτογαλία και τα αποτελέσματά της αναδύονται μέσα από μια διαπολιτισμική προοπτική (Moreira 1992). β) Μια έρευνα μέσα από την κοινωνικοπολιτιστική προοπτική, όπου ξεπερνώντας τα στενά πλαίσια της σχολικής τάξης, γίνεται προσπάθεια να αναλυθεί η σχολική πραγματικότητα σε σχέση με το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον όπου ανήκει και διερευνώνται οι απόψεις κι οι αξίες των δασκάλων γύρω από τη μαθηματική εκπαίδευση σε μια ημιαστική περιοχή και σε μια αστική (Cobb & Yackel 1996). Σε αυτή την έρευνα διαπιστώθηκε ότι σε κάποιες περιοχές, έπειτα από χρήση βιντεοσκοπήσεων συνεντεύξεων και επεισοδίων από το μάθημα της τάξης για να διερευνηθούν οι συνέπειες της παραδοσιακής διδασκαλίας κι ύστερα από σχετική επιμόρφωση, οι 20 από τους 50 δασκάλους άρχισαν να αμφισβητούν παραδοσιακές πρακτικές τους και συμφώνησαν ότι ωφέλιμο για τα παιδιά είναι το μάθημα να οδηγεί σε μαθηματική κατανόηση. Στο τέλος αυτοί οι δάσκαλοι, με την υποστήριξη των ερευνητών, αναθεώρησαν ριζικά τον τρόπο διδασκαλίας τους. Αντίθετα σε κάποιες άλλες περιοχές, οι δάσκαλοι θεωρούσαν προτεραιότητά τους, ένα πειθαρχημένο περιβάλλον και παρ' όλες τις προσπάθειες των ερευνητών, δεν υπήρξε σύγκρουση μεταξύ των συνεπειών της παραδοσιακής μαθηματικής διδασκαλίας και των παγιωμένων απόψεων των δασκάλων για τη μάθηση και το παιδί στο σχολείο. Επομένως οι δάσκαλοι δεν είχαν λόγο να αναθεωρήσουν τις διδακτικές πρακτικές τους.

Οι McLeod και McLeod (2002), ισχυρίζονται ότι η έρευνα σχετικά με τις πεποιθήσεις των δασκάλων έπειτα από σχεδόν 20 χρόνια, δεν έχει αποδώσει τα αναμενόμενα και έχει ασκήσει μικρή επίδραση στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Αυτό σύμφωνα με την άποψή τους οφείλεται σε δύο λόγους. Ο ένας από αυτούς, είναι ότι υπάρχει ανάγκη για αναπτυξιακές δραστηριότητες που θα σχεδιαστούν για να βελτιώσουν τη γνώση των δασκάλων για το ρόλο των πεποιθήσεων και οι οποίες θα ακολουθήσουν υποστηρικτικά την πενιχρή θεωρητική πρόοδο που έχει επιτευχθεί, εφόσον ο τομέας της έρευνας των πεποιθήσεων φιλοδοξεί να ασκήσει επίδραση.

Έρευνες έδειξαν ότι οι αντιλήψεις των δασκάλων μεταβάλλονται ιδιαίτερα δύσκολα κι όταν αυτό συμβαίνει, πραγματοποιείται κυρίως, μέσα από την εφαρμογή νέων πρακτικών διδασκαλίας και διαφορετικών προσεγγίσεων των μαθηματικών εννοιών (Lowery 2002, Rodriguez & Kitchen 2005, Ponte & Chapman 2006, Chapman 2008). Τα κίνητρα για τους δασκάλους ώστε να αναζητήσουν εναλλακτικές διδακτικές πρακτικές, μπορούν να προέλθουν από την ίδια την εμπειρία τους στην τάξη. Αν οι εκπαιδευτές - επιμορφωτές βοηθήσουν τους δασκάλους να εξετάσουν τις παραδοχές και τις πρακτικές τους, όταν αυτοί αναστοχαζόμενοι αντιληφθούν στην πράξη αναποτελεσματικότητα σε πτυχές της διδασκαλίας τους, θα αναζητήσουν εναλλακτικές λύσεις και θα αλλάξουν τις αντιλήψεις και τις πρακτικές τους. Οι προσπάθειες να αυξηθεί η παιδαγωγική γνώση των δασκάλων με πληροφόρηση κι επίδειξη τεχνικών, δεν έχουν αποδώσει τα αναμενόμενα. Η αλλαγή είναι μια μακρόχρονη διαδικασία που θα προέλθει από αναστοχασμό των αντιλήψεων και ανατροφοδότηση μέσα από τη συνεχή πρακτική στην τάξη. Η έρευνα στον τομέα αυτό και η παρουσίαση μελετών περίπτωσης μπορούν να βοηθήσουν στην παρώθηση των δασκάλων για αναστοχασμό των παραδοχών και των πρακτικών τους. Η Chapman (2007, σ. 104) αναφέρει[3]: «Τα συμπεράσματα επίσης δείχνουν ότι είναι σημαντικό να τους παρασχεθούν (στους δασκάλους) εμπειρίες, οι οποίες αντιμετωπίζουν αυτούς τους τομείς της γνώσης των δασκάλων (για τα μαθηματικά, τη διδασκαλία τους και τη γνώση των μαθητών τους) με έναν ενιαίο τρόπο. Παρά να αντιμετωπίζονται οι τομείς γνώσης χωριστά, όπως γίνεται συχνά στην εκπαίδευση των δασκάλων. Μια προσέγγιση που αντιμετωπίζει τις γνώσεις τους συνδεδεμένες μέσα σε καταστάσεις πρακτικής στην τάξη, θα μπορούσε να βοηθήσει τους μελλοντικούς δασκάλους να αναπτύξουν ένα σύνολο γνώσης που είναι χρήσιμο και χρησιμοποιήσιμο».

Αν δούμε λοιπόν το μοντέλο «αναθεώρηση της διδακτικής πρακτικής - δάσκαλοι», ως ανάλογο με το μοντέλο «μάθηση νέου αντικειμένου - μαθητές», διαπιστώνουμε ότι οι αντιλήψεις των δασκάλων, σε μια κονστρουκτιβιστική θεώρηση του μοντέλου, αποτελούν τις άτυπες, προϋπάρχουσες δομές στις οποίες θα βασιστούν οι αναθεωρητές επιστήμονες και θα προσπαθήσουν να τις φέρουν σε κατάσταση «γνωστικής σύγκρουσης» (Tall 1977) για να θελήσουν, οι ίδιοι οι δάσκαλοι να αλλάξουν αντιλήψεις και πρακτικές σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών. Η σύγκρουση όμως αυτή δεν μπορεί να γίνει μόνο σε θεωρητικό επίπεδο, αλλά κυρίως μέσα από τη διδακτική πράξη της καθημερινότητας στην τάξη. Στο μοντέλο «μάθηση νέου αντικειμένου - μαθητές» τις ευκαιρίες για γνωστική σύγκρουση τις δίνουν στο μάθημα της φυσικής τα κατάλληλα πειράματα, στο μάθημα των μαθηματικών τα κατάλληλα προβλήματα και ο μαθηματικός διάλογος που επακολουθεί κατά την επίλυσή τους. Στο μοντέλο «αναθεώρηση της διδακτικής πρακτικής - δάσκαλοι», χρειάζεται αντίστοιχα το κατάλληλο πλαίσιο διδακτικών δραστηριοτήτων, μέσα στο οποίο, οι παραδοσιακές αντιλήψεις των δασκάλων θα αποδεικνύονται ανεπαρκείς κι έπειτα από γνωστική σύγκρουση, θα αναζητούν οι ίδιοι οι δάσκαλοι εναλλακτικούς διδακτικούς δρόμους κι αναδόμηση των αντιλήψεων και των πρακτικών τους.

Η Chapman (2008) αναφέρει ότι η αλλαγή των πεποιθήσεων συνδέεται με την επίτευξη της

[3] Εκτός κι αν αναφέρεται διαφορετικά, όλες οι μεταφράσεις αποσπασμάτων από την αγγλική βιβλιογραφία έγιναν από τον γράφοντα.

αλλαγής και ότι οι πεποιθήσεις μπορούν να αλλάξουν ή να μετασχηματιστούν όταν αποδειχθούν αδικαιολόγητες και τότε εναλλακτικές ή νέες πεποιθήσεις είναι διαθέσιμες να αντικαταστήσουν τις παλιές. Προσθέτει ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι αντίληψης της έννοιας του αναστοχασμού και αναφέρει ως παράδειγμα ότι ο Dewey τον όρισε ως ενεργή, επίμονη και προσεκτική εκτίμηση οποιασδήποτε πεποίθησης ή υποτιθέμενης μορφής γνώσης, λαμβάνοντας υπόψη τα πεδία - τεκμήρια (grounds) που την υποστηρίζουν και τα περαιτέρω συμπεράσματα στα οποία αυτή οδηγεί. Ο αναστοχασμός αρχίζει συχνά όταν ένας μεμονωμένος σπουδαστής αντιμετωπίζει κάποια προβληματική πτυχή της μάθησης και προσπαθεί να την κατανοήσει (Dewey 1933). Ο ορισμός αυτός δηλώνει, σύμφωνα πάντα με την Chapman, ότι λέγοντας απλά σε δόκιμους δασκάλους να αναστοχαστούν, αυτό δεν θα οδηγήσει απαραιτήτως σε αναστοχασμό. Θα πρέπει να εμπλακούν σε μια ενεργή, συνειδητή διαδικασία επανεξέτασης του τρόπου σκέψης τους, των ενεργειών ή των εμπειριών τους, προκειμένου να περιγραφεί, να αναλυθεί, να αξιολογηθεί και με αυτόν τον τρόπο να ανανεωθεί η γνώση τους για τη διδακτική πράξη. Αυτή η διαδικασία απαιτεί μαθησιακές καταστάσεις στις οποίες να μπορούν να βιώσουν συγκρούσεις, προκλήσεις ή εντάσεις και ειδικότερα καταστάσεις στις οποίες να εμφανίζονται αλλαγές.

Υπό την οπτική των προηγούμενων επισημάνσεων, το κύριο ζητούμενο της παρούσας μελέτης είναι κατά πόσο το πλαίσιο διαθεματικών δραστηριοτήτων με πυρήνα τα μαθηματικά, μπορεί να προσφέρει ευκαιρίες για γνωστική σύγκρουση και αλλαγή, έστω και πρόσκαιρη, των παραδοσιακών αντιλήψεων και πρακτικών στο μάθημα των μαθηματικών.

ΙΙΙ. ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΑΙΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ – ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Η εργασία ερευνά ένα ενδιαφέρον θέμα, το διδακτικό και μαθησιακό περιβάλλον που διαμορφώνεται στη σχολική τάξη στο πλαίσιο διαθεματικών προσεγγίσεων στα μαθηματικά. Όπως προαναφέρθηκε η διαθεματική προσέγγιση και, ιδιαίτερα η μέθοδος project, αποτελούν αντικείμενο προβληματισμού στο πεδίο της Διδακτικής των μαθηματικών εδώ και είκοσι πέντε χρόνια. Η επαναφορά τους στο προσκήνιο του ενδιαφέροντος αποτελεί ελληνικό φαινόμενο, εξαιτίας της σχετικής έμφασης που δόθηκε σε αυτές στα νέα προγράμματα σπουδών, με την εφαρμογή της διαθεματικής προσέγγισης μέσα από τη θεσμοθέτησή της με το πρόγραμμα της Ευέλικτης Ζώνης και το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ. 2003). Η ενσωμάτωση του Δ.Ε.Π.Π.Σ. στις οδηγίες προς τους συγγραφείς των νέων σχολικών βιβλίων για όλα τα γνωστικά αντικείμενα (ΥΠΕΠΘ, ΦΕΚ 21072β/Γ2), φανερώνει μία πιο οργανωμένη προσπάθεια εισαγωγής της διαθεματικής διδασκαλίας στο ελληνικό σχολικό πρόγραμμα. Επομένως, η διεξαγωγή ερευνών στις οποίες σχεδιάζεται, εφαρμόζεται και αξιολογείται η διαθεματική διδασκαλία θα μπορούσε να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς στην κατεύθυνση του σχεδιασμού και της υλοποίησης διαθεματικών δραστηριοτήτων. Η αξιοποίηση της διαθεματικής προσέγγισης στο ελληνικό σχολείο διαμορφώνει μια νέα πραγματικότητα και, κατά συνέπεια, προσφέρεται για τη μελέτη της μετάβασης από ένα κατ' εξοχήν παραδοσιακό σε ένα πιο συμβατό με τα σύγχρονα επιστημονικά δεδομένα διδακτικό περιβάλλον. Σε αυτό ακριβώς το σημείο έγκειται το ενδιαφέρον της συγκεκριμένης εργασίας.

Η μέθοδος project έχει τρομερές δυνατότητες και μπορεί να δώσει καταφύγιο σε πολλές διαφορετικές στρατηγικές και τεχνικές. Εμπεριέχει ως σύμφυτες παραμέτρους: τη διαθεματική προσέγγιση θεματικών ενοτήτων, την ομαδοσυνεργατική διάσταση της μάθησης, την απουσία της ατομικής βαθμολόγησης με συνέπεια τη μείωση του ανταγωνισμού σε ατομική βάση, την άμβλυνση του άγχους του χρόνου και την εστίαση κυρίως στη διαδικασία παρά στην επίτευξη του αποτελέσματος, τις «ανοικτές» μαθησιακές καταστάσεις, τη βιωματική μάθηση μέσα σε αυθεντικά πλαίσια της καθημερινής ζωής, το άνοιγμα του σχολείου στην κοινωνία κ.ά. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Αλαχιώτης (2002, σ. 9): «Η Ευέλικτη Ζώνη… είναι μια «ομπρέλα», πέραν των άλλων, που μπορεί να καλύψει κάθε ενδιαφέρουσα παιδαγωγική καινοτομία, σκέψη και πρακτική». Όταν διερευνώνται στην έρευνά μας λοιπόν, οι ενδεχόμενες αλλαγές που συμβαίνουν στις παραδοσιακές νοοτροπίες και συμπεριφορές δασκάλων και μαθητών κατά την υλοποίηση διαφόρων σχεδίων εργασίας και την εφαρμογή της μεθόδου project, η ερμηνεία των διαπιστωμένων αλλαγών δεν γίνεται μονοδιάστατα. Δεν αποδίδονται τα αίτιά τους μόνο στη διαθεματική προσέγγιση ή μόνο στην ομαδοσυνεργατική μάθηση ή μόνο στην απουσία ατομικής βαθμολόγησης, αλλά στη δυναμική σύνθεση και αλληλεπίδραση όλων των ανωτέρω συνιστωσών της μεθόδου project, μέσα από μια συστημική θεώρηση του project ως ενιαίο όλο.

Η διεθνής έρευνα που σχετίζεται με τη διαθεματικότητα εστιάζεται γύρω από τρεις κύριες κι ως ένα βαθμό αλληλοκαλυπτόμενες κατηγορίες. Σύμφωνα με τη Lake (1994), στην πρώτη κατηγορία ανήκει το μεγαλύτερο μέρος των μελετών και αφορά περιγραφές διαθεματικών ενοτήτων ή άλλων τύπων ενοποιημένων προγραμμάτων. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν εκείνες οι μελέτες οι οποίες αναφέρονται σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες από το δημοτικό σχολείο μέχρι το γυμνάσιο και περιγράφουν την επίδραση της διαθεματικότητας στη μαθητική επιτυχία και συμπεριφορά. Σε αυτές τις μελέτες διερευνώνται επίσης οι συμπεριφορές και αντιλήψεις των δασκάλων. Η τρίτη κατηγορία εστιάζει σε μια άλλη περιοχή έρευνας μεγάλου ενδιαφέροντος για τους εκπαιδευτικούς και αφορά στην οργάνωση μιας διαθεματικής διδασκαλίας κι ενός ενιαιοποιημένου προγράμματος.

Οι λίγες διεθνείς έρευνες που σχετίζονται με την επίδραση ενός διαθεματικού προγράμματος στις στάσεις των δασκάλων και των μαθητών αναφέρουν θετικά αποτελέσματα (Edgerton 1990, MacIver 1990, Greene 1991, Boaler 1998). Από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση διαπιστώσαμε ότι υπάρχει διεθνώς ένα μικρό σώμα ερευνών οι οποίες σχετίζονται με την επίδραση ενός διαθεματικού προγράμματος στις στάσεις των δασκάλων. Ιδιαίτερα στην ελληνική βιβλιογραφία, αν και κατά τα τελευταία χρόνια δόθηκε ιδιαίτερη ώθηση στην εφαρμογή της διαθεματικής προσέγγισης και εκδόθηκαν πολλές μελέτες με θετικά σχόλια γύρω από τις επιδράσεις της διαθεματικότητας, αυτές οι μελέτες ήταν περιγραφές διαθεματικών δραστηριοτήτων που εφάρμοσαν διάφοροι δάσκαλοι και δασκάλες στις τάξεις τους και δεν είχαν την εγκυρότητα, το βάθος ανάλυσης και την αξιοπιστία μιας επιστημονικής έρευνας. Ειδικά για την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων με βάση τα μαθηματικά, υπήρχαν κυρίως κάποιες προτάσεις με ενδεικτικά σχέδια εργασίας προς εφαρμογή (Χιονίδου 2001).

Το κενό αυτό λοιπόν στην ερευνητική βιβλιογραφία ήταν ένας από τους λόγους που μας οδήγησαν στην επιλογή και στο σχεδιασμό του συγκεκριμένου ερευνητικού εγχειρήματος. Έχοντας ως δεδομένο τα πορίσματα των αμερικανικής κυρίως προέλευσης ερευνών που περιγράφηκαν παραπάνω, επιχειρήσαμε τη συμμετοχική παρατήρηση δασκάλων που από κοινού με τον ερευνητή, εφάρμοσαν στη σχολική τους πράξη διαθεματικές δραστηριότητες με βάση τα μαθηματικά. Η πρωτοτυπία της έρευνάς μας έγκειται στο γεγονός ότι ο συνδυασμός μελέτης, των δασκάλων, των μαθητών και του μαθησιακού πλαισίου, ως προς τις πιθανές αλλαγές και τον εμπλουτισμό των διδακτικών και των μαθησιακών στρατηγικών τους στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών μέσω διαθεματικών “project”, δεν έχει εξεταστεί στο παρελθόν σε τέτοιο εύρος και με τέτοια ποιοτικά, μεθοδολογικά χαρακτηριστικά, τουλάχιστον στον ελληνικό χώρο.

Σκοπός μας λοιπόν ήταν η διερεύνηση στο νέο μαθησιακό πλαίσιο, πιθανών αλλαγών στην παραδοσιακή, διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων και στη μαθησιακή στάση των μαθητών, οι οποίες συστημικά συνδέονται και αλληλεπιδρούν. Επιχειρήθηκε η αποτύπωση κι η ανάλυση των διδακτικών απόψεων των δασκάλων σε συνάρτηση με τις μαθησιακές πρακτικές των μαθητών τους, όταν εμπλέκονται στην υλοποίηση “project” με βάση τα μαθηματικά. Το κύριο βάρος της ανάλυσης εστίασε στις ενδεχόμενες αλλαγές που συνέβησαν στις αντιλήψεις και στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων.

Πρωταρχικό ερευνητικό ερώτημα είναι αν το πλαίσιο διαθεματικών δραστηριοτήτων με πυρήνα τα μαθηματικά, στο οποίο εμπλέκονται τέσσερις δάσκαλοι και δασκάλες μαζί με τους μαθητές και τις μαθήτριές τους, είναι δυνατόν να αναδειχθεί ως ένα κατάλληλο πλαίσιο που προσφέρει ευκαιρίες ταυτόχρονα για μάθηση και αλλαγή των παραδοσιακών αντιλήψεων και πρακτικών, στο μάθημα των μαθηματικών.

Πρόσθετα ερευνητικά ερωτήματα αποτελούν τα παρακάτω:

- Το φύλο, η ηλικία και τα έτη υπηρεσίας, ως εγγενείς παράγοντες, μπορούν να επηρεάσουν τη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων στο πλαίσιο υλοποίησης διαθεματικού project στα μαθηματικά;
- Αν και πώς επηρεάζεται η μαθησιακή συμπεριφορά των μαθητών στα μαθηματικά, στο πλαίσιο υλοποίησης διαθεματικού project και ποιοι παράγοντες την επηρεάζουν;
- Ποιες συνιστώσες από την κουλτούρα μιας σχολικής τάξης μεταβάλλονται και σε ποιο βαθμό, όταν τα μέλη της τάξης εφαρμόζουν διαθεματικές δραστηριότητες και υλοποιούν "project" στο πλαίσιο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών;
- Ποια χαρακτηριστικά της διδακτικής μεθόδου project ευνοούν αλλαγές στην κουλτούρα της σχολικής τάξης;
- Ποια η βιωσιμότητα των όποιων αλλαγών στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων στα μαθηματικά;
- Με ποιο τρόπο επηρεάζονται η διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών από την εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων με πυρήνα τα μαθηματικά;
- Με ποιες από τις αρχές της σύγχρονης διδακτικής αντίληψης συνάδει και ποια κριτήρια στη μάθηση των μαθηματικών ικανοποιεί, η εφαρμογή της μεθόδου project στα μαθηματικά;
- Η εφαρμογή της μεθόδου project στα μαθηματικά μπορεί να βελτιώσει τη στάση ορισμένων μαθητών και μαθητριών απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών και αν ναι, σε ποιους τομείς;
- Συσχετίζεται η αλλαγή της διδακτικής συμπεριφοράς των δασκάλων και της μαθησιακής συμπεριφοράς των μαθητών, με ανάλογη βελτίωση στη γνώση και την κατανόηση του περιεχομένου στο μάθημα των μαθηματικών;
- Οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που αναδύονται κατά την εξέλιξη ενός project σε μια σχολική τάξη, κατά πόσο είναι συμβατές με την «τυπικά διδακτέα ύλη» της συγκεκριμένης τάξης; Υπάρχουν πιθανές υπερβάσεις στη διδασκόμενη ύλη και αν ναι, αυτές οι υπερβάσεις είναι επιζήμιες ή ωφέλιμες για τη μαθηματική παιδεία των μαθητών;

Αυτά ήταν αρχικά τα ερευνητικά ερωτήματα που θέσαμε, όμως στην πορεία διαπιστώσαμε ότι ήταν πολυάριθμα και είχαν πολύ ευρύ πλαίσιο και θα ήταν πολύ φιλόδοξο εκ μέρους μας εάν αναμέναμε να απαντηθούν πλήρως. Έπειτα από την πιλοτική φάση της έρευνας και την ανάδυση θεματικών κατηγοριών κατά τη διαδικασία της ανάλυσης, τα αρχικά ερευνητικά ερωτήματα περιορίστηκαν, συγκεκριμενοποιήθηκαν και εντοπίστηκαν στους εξής τομείς ενδιαφέροντος:

α) Τη διερεύνηση πιθανών αλλαγών της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά,

β) Την αναζήτηση ενδείξεων βελτίωσης της επικοινωνίας και της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου, γ) Τη διερεύνηση του τρόπου αντιμετώπισης του διαλόγου από τους/τις δασκάλους/δασκάλες,

δ) Την ανάλυση της στάσης των δασκάλων ως προς την ενίσχυση ή τη μείωση του ανταγωνιστικού κλίματος μεταξύ των μαθητών,

ε) Τη διερεύνηση του τρόπου αντιμετώπισης από τους/τις δασκάλους/δασκάλες των λαθών των μαθητών,

στ) Την ανάλυση της στάσης των δασκάλων ως προς την επίτευξη της κατανόησης από τα παιδιά,

ζ) Τη διερεύνηση του τρόπου διδασκαλίας ως προς το αν ενισχύει την ανάδυση στρατηγικών από τους μαθητές ή αν την αποτρέπει μέσω της παροχής «έτοιμων συνταγών»,

η) Την αναζήτηση ενδείξεων πλουραλισμού ως προς τους τρόπους λύσης και ποικιλίας απαντήσεων ή αντίθετα ενδείξεων μονομέρειας και έμφασης σε έναν μόνο αποδεκτό τρόπο λύσης,

θ) Τη διερεύνηση της αντιστρόφως ανάλογης σχέσης της καθοδήγησης των δασκάλων και της αυτονόμησης των μαθητών,

ι) Τη μελέτη των επιπτώσεων της διαθεματικής προσέγγισης στο περιεχόμενο και τις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών και

ια) Τη διερεύνηση της ύπαρξης συμβατότητας των μαθηματικών πλαισίων του προγράμματός μας με τις αρχές της «Πλαισιωμένης μάθησης» και της «Ρεαλιστικής» διάστασης της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Με έρευνα βασισμένη στη συμμετοχική παρατήρηση και τη συνέντευξη, χωρίς αρχικές υποθέσεις, προσπαθήσαμε να γνωρίσουμε την πολυδιάστατη «πραγματικότητα» μαθητών και δασκάλων τεσσάρων συγκεκριμένων τάξεων, για συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα, αναζητώντας ζητήματα που πιθανώς θα αναδύονταν μέσα από τα φαινόμενα και που η μελέτη της σπουδαιότητάς τους θα γινόταν επί τόπου. Απώτερη προσδοκία της έρευνας ήταν να κατορθώσουμε να ανοίξουμε ένα μικρό παράθυρο και να δούμε μέσα από τα μάτια (με μια δυναμική ενσυναίσθησης) των μαθητών και των δασκάλων, «τι συμβαίνει και πώς» στις συγκεκριμένες τάξεις, όταν ασχολούνται με διαθεματικές δραστηριότητες σχετικές με τα μαθηματικά, σε μια πορεία προς την προσωπική «ενσυνείδηση» - “consiencitization” (Freire 1973) και τον αναστοχασμό των εμπλεκομένων στην τάξη των μαθηματικών. Είναι αδύνατον να αποκωδικοποιήσει κανείς εκ των υστέρων, τα τεκταινόμενα σε μια οποιαδήποτε σχολική τάξη. Για αυτό στις μελέτες περίπτωσης που διερευνήσαμε σε χρονική διάρκεια πέραν του τετραμήνου για την καθεμία, εφαρμόστηκε συμμετοχική παρατήρηση με δάνεια στοιχεία από την εθνογραφική μεθοδολογία έρευνας. Ως αναπόσπαστο κομμάτι των σχολικών τάξεων που παρατηρήσαμε, είχαμε την ευκαιρία να καταγράψουμε τα μαθησιακά φαινόμενα κατά τη στιγμή της γέννησής τους. Στην παρούσα έρευνα, παρατηρώντας από τη νέα οπτική γωνία της διαθεματικής προσέγγισης, προέκυψαν ευρήματα για την «καθημερινότητα» των τάξεων, μαθητών και δασκάλων, όπως αυτή εκτυλίχθηκε κατά τη διάρκεια του εγχειρήματος. Στη φάση της ανάλυσης τα ευρήματα που αναδύθηκαν, ομαδοποιήθηκαν σε εννοιολογικές κατηγορίες ώστε να οδηγήσουν σε συμπεράσματα.

IV. ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζουμε αναλυτικά το θεωρητικό υπόβαθρο της ερευνητικής εργασίας. Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρούμε τη θεωρητική εις βάθος διερεύνηση της μεθόδου project και της διαθεματικής προσέγγισης, αναδεικνύοντας τα κύρια χαρακτηριστικά τους και δίνοντας τους αντίστοιχους ορισμούς και παρουσιάζοντας συνοπτικά την ερευνητική βιβλιογραφία όσον αφορά την εφαρμογή της διαθεματικότητας και την επίδρασή της στη μαθητική και διδακτική συμπεριφορά, καθώς και τα ερευνητικά ευρήματα από τη μελέτη της διδακτικής μεθόδου project. Τέλος, στο Κεφάλαιο 1 αναφέρουμε συνοπτικά τις κύριες σύγχρονες θεωρητικές τάσεις στη διδακτική των μαθηματικών και διερευνούμε τη σχέση της διαθεματικότητας και της μεθόδου project με τη διδασκαλία των μαθηματικών που κυρίως μας ενδιαφέρει στην παρούσα εργασία.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζουμε αναλυτικά τη μεθοδολογική προσέγγιση της ερευνητικής μας εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, προβάλλουμε την εφαρμογή της μελέτης περιπτώσεων στο ερευνητικό μας εγχείρημα, τη δειγματοληψία και τις μεθόδους συλλογής δεδομένων που χρησιμοποιήσαμε (παρατήρηση, ερωτηματολόγια, συνεντεύξεις, άτυπες συζητήσεις, ανάλυση γραπτών κειμένων) και σκιαγραφούμε την καθεμία χωριστά. Επίσης, αναφέρουμε εκτενώς τον ρόλο του ερευνητή, τα ηθικά ζητήματα και τους περιορισμούς της έρευνας και παρουσιάζουμε αναλυτικά τη μεθοδολογία ανάλυσης των δεδομένων.

Ακολούθως, στο Κεφάλαιο 3, χρησιμοποιούμε τη μορφή πινάκων για λόγους ευσύνοπτης παρουσίασης. Επιχειρούμε σε έναν πίνακα την αποτύπωση των χαρακτηριστικών των τεσσάρων εκπαιδευτικών - συνεργατών μας στις αντίστοιχες μελέτες περίπτωσης, μέσα στο σχολικό περιβάλλον αλλά και εκτός αυτού. Ακολούθως σε άλλο πίνακα παρουσιάζουμε συγκεντρωτικά τις συνιστώσες της σκηνής των τάξεων και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης. Έπειτα σε τέσσερις ξεχωριστούς πίνακες καταγράφουμε ανά ημέρα συνάντησης σε τέσσερα αντίστοιχα ημερολόγια, τις σημαντικότερες δραστηριότητες, τις διαθεματικές συνδέσεις και τις βιωματικές δράσεις που πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια των τεσσάρων μελετών περίπτωσης.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζουμε αναλυτικά την πιλοτική έρευνα που πραγματοποιήθηκε το σχολικό έτος 2003-04, και η οποία αποτελεί ουσιαστικά και την πρώτη από τις μελέτες περίπτωσης. Παρουσιάζουμε τις διάφορες πτυχές του εγχειρήματος και τη συνεργασία μας με τον Θ.Κ., δάσκαλο μιας Δ΄ τάξης δημοτικού σχολείου του Καρπενησίου του Ν. Ευρυτανίας στο πλαίσιο ενός διαθεματικού προγράμματος με βάση τα μαθηματικά και με τίτλο «Θέματα Διατροφής».

Περιγράφουμε τα τεκταινόμενα σε τέσσερα δίωρα της Ε.Ζ. στη διάρκεια ενός μηνός, κατά τη διαθεματική παρέμβαση. Παρουσιάζουμε επίσης τις απαντήσεις που έδωσαν δάσκαλος, μαθητές και μαθήτριες σε ερωτηματολόγια που τους δόθηκαν από τον ερευνητή. Από τη μελέτη των περιγραφικών αποσπασμάτων και των ερωτηματολογίων, αναδύονται κατά τη φάση της ανάλυσης, οι σταδιακές αλλαγές που παρατηρήθηκαν γύρω από τέσσερις δομικές κατηγορίες: το δάσκαλο, τους μαθητές και τις μαθήτριες, τα προβλήματα - δραστηριότητες και τον ερευνητή. Εντοπίζουμε τις κυριότερες συνιστώσες της κουλτούρας της τάξης στις οποίες συνέβησαν παρατηρήσιμες μεταβολές και, τέλος, αποτυπώνουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την πιλοτική έρευνα και τις προεκτάσεις τους οι οποίες λειτούργησαν ανατροφοδοτικά ώστε να βελτιωθούν τα ερευνητικά εργαλεία, να τροποποιηθούν διάφορες πτυχές της μεθοδολογικής προσέγγισης της έρευνας και να επανασχεδιαστεί η πορεία του κύριου ερευνητικού εγχειρήματος που ακολουθεί, με τη μελέτη τριών ακόμη περιπτώσεων.

Στη συνέχεια στα Κεφάλαια 5, 6 και 7 παρουσιάζουμε τις τρεις μελέτες περίπτωσης που αποτελούν το κύριο σώμα της έρευνας. Η πρώτη από τις τρεις πραγματοποιήθηκε το σχολικό έτος 2004-05, ενώ οι άλλες δύο το σχολικό έτος 2005-06. Οι τρεις μελέτες περίπτωσης είχαν όλες χρονική διάρκεια 22 – 27 διδακτικών ωρών. Με δίωρες συναντήσεις μίας ημέρας ανά εβδομάδα, εξαιρώντας τις πασχαλινές διακοπές που μεσολαβούσαν, η συνολική διάρκεια του κάθε προγράμματος προσέγγιζε τους πέντε (5) μήνες. Κοινό κεντρικό στοιχείο και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, ήταν η ενασχόληση των τάξεων με ένα διαθεματικό πρόγραμμα που είχε ως βάση του τα μαθηματικά. Και οι τρεις μελέτες περίπτωσης πραγματοποιήθηκαν σε πολυθέσια δημοτικά σχολεία του Καρπενησίου του Ν. Ευρυτανίας. Στο εξής, ως 1η μελέτη περίπτωσης θα θεωρούμε την Πιλοτική και θα αναφερόμαστε στις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης ως 2η, 3η και 4η μελέτη περίπτωσης. Η δεύτερη και η τρίτη μελέτη, όπως και η πρώτη - πιλοτική, υλοποιήθηκαν σε μια Δ΄ τάξη, διαφορετική κάθε φορά, ενώ η τέταρτη σε μια Ε΄ τάξη. Η δεύτερη μελέτη περίπτωσης περιλαμβάνει την παρατήρηση της δασκάλας Π.Μ. που ενεπλάκη με την τάξη της σε ένα διαθεματικό project με θέμα την «Κυκλοφοριακή Αγωγή». Με το ίδιο θέμα ασχολήθηκε και στην τέταρτη μελέτη περίπτωσης, η δασκάλα Β.Κ. με τη δική της τάξη. Στην τρίτη χρονικά μελέτη περίπτωσης η δασκάλα Ε.Σ. ενεπλάκη με την τάξη της σε ένα διαθεματικό project με τίτλο «Θέματα Διατροφής», όπως συνέβη και στην πρώτη μελέτη περίπτωσης της πιλοτικής έρευνας. Σε αυτή την τρίτη μελέτη περίπτωσης, μαζί με την περιγραφή και ανάλυση των μαθησιακών επεισοδίων, περιγράφουμε και ένα διδακτικό πείραμα, όπου επιχειρούμε τη μεταφορά και τον παραλληλισμό της διαδικασίας διερεύνησης μαθηματικών προβλημάτων και της διαδικασίας διερεύνησης συνταγών μαγειρικής. Διαπιστώνουμε ότι ενώ οι μαθητές και οι μαθήτριες εύκολα εντοπίζουν περίσσια, ελλιπή ή άσχετα δεδομένα στις συνταγές που έχουν γευθεί ή παρασκευάσει βιωματικά, δυσκολεύονται στην ανάλογη διερεύνηση μαθηματικών προβλημάτων. Σε όλες τις μελέτες περίπτωσης περιγράφουμε τις πρώτες εισαγωγικές συναντήσεις (συνήθως δίωρες) στο μάθημα των μαθηματικών, εστιάζοντας στην κουλτούρα της αντίστοιχης τάξης και κυρίως τις διδακτικές επιλογές της δασκάλας σε ένα παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών πριν από την εφαρμογή του διαθεματικού project. Στο τέλος αυτών των εισαγωγικών διδακτικών επεισοδίων πάντα προτείναμε στα παιδιά την ενασχόληση με το αντίστοιχο σε κάθε περίπτωση διαθεματικό πρόγραμμα και ζητούσαμε τη συγκατάθεσή τους. Πριν από την εφαρμογή του διαθεματικού project μοιράζαμε ένα πρώτο ερωτηματολόγιο στην καθεμία δασκάλα, με σκοπό να καταγραφούν οι αρχικές αντιλήψεις της για τα μαθηματικά και τη διαθεματικότητα.

Στη συνέχεια, σε κάθε μελέτη περίπτωσης, περιγράφουμε αναλυτικά τις δίωρες συναντήσεις στη διάρκεια της Ε.Ζ., κατά τις οποίες υλοποιήθηκαν, από κάθε τάξη τα αντίστοιχα project που είχαν επιλεγεί. Προβάλλουμε τους διαλόγους των μαθητών με τη δασκάλα τους και των μαθητών μεταξύ τους. Αποτυπώνουμε λεπτομερώς τα μαθησιακά επεισόδια που εμπεριέχουν «μαθηματική ενασχόληση», εστιάζοντας τόσο στις νέες μαθηματικές γνώσεις που κατασκευάζονται όσο και στις νέες μαθηματικές δεξιότητες που κατακτούνται από τα παιδιά. Προβάλλουμε επίσης τις συνδέσεις της νέας μαθηματικής γνώσης που διαθεματικά αποκτάται, με τις προϋπάρχουσες γνώσεις των παιδιών και κυρίως με την τυπική, διδαγμένη, σχολική μαθηματική γνώση τους. Κατά αυτόν τον τρόπο αναδύονται επίσης τα γνωστικά, διαθεματικά βήματα που αβίαστα εξελίσσονται κατά τη διάρκεια του διαθεματικού project, τα οποία υπερβαίνουν την τυπική διδακτέα ύλη του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών της αντίστοιχης τάξης.

Σε όλες τις μελέτες περίπτωσης οι δασκάλες μοίρασαν φυλλάδια με φύλλα εργασίας αντίστοιχα με το θέμα. Για κάθε μελέτη περιγράφουμε αναλυτικά τις ατομικές ή ομαδικές εργασίες των μαθητών και μαθητριών σε αυτά τα φυλλάδια. προβάλλοντας τις βιωματικές δραστηριότητες που συνόδευαν τις γραπτές εργασίες. Αυτές τις διακρίνουμε σε βιωματικές δραστηριότητες μέσα στην τάξη, όπως παρασκευή φαγητών και γλυκισμάτων, κατασκευές πινακίδων σήμανσης, ζυγίσεις, ενασχόληση με χειραπτικό υλικό στα μαθηματικά, ζωγραφική στο χαρτί ή με ηλεκτρονικό υπολογιστή, δραματοποιήσεις καταστάσεων και σε βιωματικές δραστηριότητες εκτός τάξης στο προαύλιο του σχολείου, σε γειτονικό χωράφι, στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Περιγράφουμε επίσης την επίσκεψη ειδικών στο σχολείο όπως του υπεύθυνου της τροχαίας της περιοχής.

Ύστερα από την περιγραφή των δίωρων του διαθεματικού project στην Ε.Ζ., ακολουθεί, και στις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης, η περιγραφή ενός τυπικού μαθήματος των μαθηματικών (συνήθως δίωρου), ώστε να καταγραφούν η κουλτούρα της τάξης και κυρίως η διδακτική συμπεριφορά της δασκάλας μετά από το διαθεματικό project. Με αυτόν τον τρόπο συλλέγουμε δεδομένα από μαθησιακά επεισόδια στο τυπικό μάθημα μαθηματικών του ωρολογίου προγράμματος, πριν και μετά το διαθεματικό project, ώστε με τη συγκριτική επεξεργασία τους να μπορέσουμε να αναδείξουμε χρήσιμα συμπεράσματα για ενδεχόμενες αλλαγές. Επίσης προβάλλουμε τις απαντήσεις που έδωσαν δασκάλες και παιδιά, σε ερωτηματολόγια που τους δόθηκαν μετά από την υλοποίηση των projects, προκειμένου να καταγράψουμε τις εντυπώσεις τους από το όλο εγχείρημα, τις πιθανές αλλαγές στις αντιλήψεις τους και τις επιδράσεις του διαθεματικού project στη συμπεριφορά τους.

Γενικά και στις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης, καθόλη τη διάρκεια της περιγραφής των διαθεματικών projects, επιχειρούμε τη συστηματική αποτύπωση οποιουδήποτε σκληρού δεδομένου – από τα λεγόμενα της δασκάλας ή των παιδιών ή του ερευνητή ή από τις απαντήσεις τους στα ερωτηματολόγια – το οποίο δυνητικά είναι αξιοποιήσιμο κατά την επόμενη φάση της ανάλυσης, στην κατεύθυνση της διερεύνησης ενδεχόμενων αλλαγών στην παραδοσιακή διδακτική συμπεριφορά της δασκάλας και στη μαθησιακή συμπεριφορά των παιδιών, οι οποίες συνεχώς βρίσκονται σε συστημική αλληλεπίδραση. Συγκεκριμένα, μέσα από την ανάλυση της 2^{ης}, της 3^{ης} και της 4^{ης} μελέτης περίπτωσης, αναδύθηκαν συσχετικές κατηγορίες τις οποίες για λόγους καλύτερης οργάνωσης παρουσιάζουμε χωριστά ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 5, τις διαπιστωμένες αλλαγές στη στάση των μαθητών στα μαθηματικά και στη διεξαγωγή του μαθηματικού διαλόγου. Στο Κεφάλαιο 6, τις αναδυόμενες αλλαγές στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων και στο Κεφάλαιο 7, τις καταγεγραμμένες αλλαγές στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο.

Ακολούθως, στο Κεφάλαιο 8, συγκρίνουμε τα ευρήματα και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, συμπεριλαμβανομένης και της πρώτης μελέτης περίπτωσης της πιλοτικής έρευνας, εστιάζοντας στις αναδυόμενες ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των περιπτώσεων και στα πιθανά τους αίτια. Επίσης παρουσιάζουμε τα ερευνητικά συμπεράσματα του όλου εγχειρήματος, υποστηρίζοντας τη σπουδαιότητά τους και προτείνοντας την αξιοποίησή τους στην κατεύθυνση του διεθνώς επιδιωκόμενου στόχου της ποιοτικής βελτίωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης. Τέλος προβάλλουμε τις προεκτάσεις των συμπερασμάτων της έρευνας. Από τη μια οι προεκτάσεις αφορούν σε νέες προοπτικές αξιοποίησης της διδακτικής μεθόδου project και της διαθεματικότητας. Από την άλλη αφορούν κάποια νέα ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρήσαμε στη δική μας εργασία εν μέρει να απαντήσουμε, αλλά δεν διερευνήθηκαν εις βάθος και εν πολλοίς παραμένουν αναπάντητα ανοίγοντας νέα ερευνητικά μονοπάτια.

$1^{ο}$ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στα Κεφάλαια 1 και 2, θα παρουσιάσουμε το θεωρητικό πλαίσιο της μεθόδου project και της διαθεματικότητας, τις κύριες σύγχρονες θεωρητικές τάσεις στη διδακτική των μαθηματικών και τη σχέση διαθεματικότητας και μεθόδου project με τη διδασκαλία των μαθηματικών. Επίσης θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία της έρευνας που βασίζεται στη μελέτη περιπτώσεων.

Πιο συγκεκριμένα στο Κεφάλαιο 1 που ακολουθεί, παρουσιάζουμε αναλυτικά το θεωρητικό υπόβαθρο της ερευνητικής εργασίας, το οποίο περιλαμβάνει το θεωρητικό πλαίσιο της διδακτικής μεθόδου project και το θεωρητικό πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης. Κατ' αρχάς επιχειρούμε μια ιστορική ανασκόπηση της διδακτικής μεθόδου project, αναζητώντας τις ρίζες της στο φιλοσοφικό ρεύμα του Πραγματισμού και το κίνημα της «προοδευτικής αγωγής». Σκιαγραφούμε την πορεία εφαρμογής της διδακτικής μεθόδου project από τις αρχές του $20^{ου}$ αιώνα που εφαρμόστηκε και διαδόθηκε από τους θεμελιωτές της Dewey και Kilpatrick έως τα τέλη του αιώνα και ακόμη πιο πρόσφατα έως τη δεκαετία μας και εστιάζουμε στις επιρροές και στις επιδράσεις της διδακτικής μεθόδου project στις κυριότερες σύγχρονες διδακτικές μεθοδολογίες και θεωρίες μάθησης. Συνεχίζοντας την εις βάθος θεωρητική διερεύνηση της διδακτικής μεθόδου project, θα παρουσιάσουμε τους ορισμούς που κατά καιρούς έχουν διατυπωθεί από τους διάφορους θεωρητικούς και θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου.

Θα εστιάσουμε ιδιαίτερα στους νέους ρόλους που προκύπτουν για τους δασκάλους και τους μαθητές κατά την εφαρμογή της μεθόδου και θα εξετάσουμε την επίδραση της μεθόδου στο μαθησιακό πλαίσιο και τα προγράμματα σπουδών. Θα διερευνήσουμε τις μαθησιακές δυνατότητες που προσφέρει η διδακτική μέθοδος project και τα προτερήματα και τα θετικά της στοιχεία, όπως αυτά παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, αλλά δεν θα παραλείψουμε να αναφερθούμε και στις αρνητικές κριτικές, στις παγίδες και στα επικίνδυνα αποτελέσματα που μπορούν να προκύψουν από εσφαλμένη εφαρμογή της μεθόδου. Κατά την αξιολόγηση της μεθόδου αυτό που κυρίως εξετάζεται - το οποίο αποτελεί το κεντρικό σημείο της έρευνάς μας - είναι κατά πόσο οι γνώσεις και οι εμπειρίες που αποκτήθηκαν διαμόρφωσαν καινούργιες αξίες και συμπεριφορές που άλλαξαν παλιότερες αρνητικές στάσεις μαθητών και εκπαιδευτικών. Επίσης θα επιχειρήσουμε μια ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας για τη διδακτική μέθοδο project, όπου θα αναφέρουμε έρευνες που αφορούν την εφαρμογή, την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας ή τη βελτίωση της διδακτικής μεθόδου project. Τέλος θα αναφέρουμε σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, ενδεικτικές κατηγοριοποιήσεις, τα στάδια υλοποίησης ενός project και τα προτεινόμενα επίπεδα εφαρμογής.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε το θεωρητικό πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης και εισαγωγικά θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τη θεωρητική συνάφεια της διδακτικής μεθόδου project και της διαθεματικής προσέγγισης. Θα αναφερθούμε στους επικρατέστερους ορισμούς της διαθεματικής προσέγγισης, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία και θα παρουσιάσουμε τα διάφορα ενδεικνυόμενα μοντέλα διαθεματικότητας. Επίσης θα προσπαθήσουμε να κατανοήσουμε τις λεπτές εννοιολογικές διαφορές συνώνυμων, σχεδόν ταυτόσημων, θεωρητικών όρων και να διακρίνουμε τη διαφορά μεταξύ διαθεματικότητας και διεπιστημονικότητας, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία. Μέσα από μια ιστορική ανασκόπηση της διαθεματικής προσέγγισης θα σκιαγραφήσουμε την πορεία εφαρμογής της διαθεματικής προσέγγισης, η οποία συμπίπτει χρονικά με την πορεία εφαρμογής της διδακτικής μεθόδου project. Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε σε μια ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας για τη διαθεματική προσέγγιση και θα παρουσιάσουμε τις καταγεγραμμένες έρευνες σχετικά με την επίδραση της διαθεματικότητας στη γνώση του περιεχομένου, στη μαθητική και διδακτική συμπεριφορά (που κυρίως μας ενδιαφέρει) και τα ερευνητικά ευρήματα γύρω από την εφαρμογή της. Επίσης θα διερευνήσουμε την αναγκαιότητα της διαθεματικότητας στο σύγχρονο εκπαιδευτικό γίγνεσθαι, όπως αυτή τεκμηριώνεται μέσα από τις πρόσφατες επιστημονικές ανακαλύψεις και τα σύγχρονα θεωρητικά μοντέλα μάθησης, αλλά και μέσα από τις νέες εκπαιδευτικές ανάγκες και απαιτήσεις, όπως αυτές διαμορφώνονται στο πλαίσιο της παγκοσμιοποίησης και των ραγδαίων τεχνολογικών εξελίξεων. Τέλος, θα αναφέρουμε τις κύριες σύγχρονες θεωρητικές τάσεις στη διδακτική των μαθηματικών και θα διερευνήσουμε τη σχέση της διαθεματικότητας και της μεθόδου project με τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Στο Κεφάλαιο 2 θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τη μεθοδολογική προσέγγιση της ερευνητικής μας εργασίας, η οποία είναι καθαρά ποιοτική. Αφού σκιαγραφήσουμε τα χαρακτηριστικά της εφαρμογής της μελέτης περιπτώσεων και αναφέρουμε τις δυνατότητες που προσφέρει, θα εξηγήσουμε πώς αξιοποιούμε τη μελέτη περιπτώσεων στο ερευνητικό μας εγχείρημα, ώστε να γίνει κατανοητή η εκ μέρους μας επιλογή της συγκεκριμένης μεθοδολογικής προσέγγισης. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα ερευνητικά εργαλεία, όπως τη δειγματοληψία και τις μεθόδους συλλογής δεδομένων που χρησιμοποιήσαμε (παρατήρηση, ερωτηματολόγια, συνεντεύξεις, άτυπες συζητήσεις, ανάλυση γραπτών κειμένων) και θα αναφερθούμε αναλυτικά στην κάθε μέθοδο συλλογής δεδομένων χωριστά. Επίσης θα εστιάσουμε στον ρόλο του ερευνητή στην έρευνά μας και στα ηθικά ζητήματα που προκύπτουν και θα περιγράψουμε τους περιορισμούς του ερευνητικού μας εγχειρήματος. Θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία ανάλυσης των δεδομένων, τα στάδια που ακολουθήσαμε σχηματοποιημένα, τα διάφορα επίπεδα ανάλυσης και αφαίρεσης και τα είδη των κατηγοριών που αναδύθηκαν κατά τη διάρκεια της ανάλυσης. Τέλος, θα εξηγήσουμε τον τρόπο κωδικοποίησης των αναλυτικών υπομνημάτων δίνοντας διάφορα παραδείγματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

1.1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ “PROJECT”.

1.1.1. Ιστορική ανασκόπηση της διδακτικής μεθόδου project

Οι ρίζες της μεθόδου project φτάνουν στις αρχιτεκτονικές σχολές της Ευρώπης του 1590 (Knoll 1997). Αναμφίβολα όμως, η διδακτική μέθοδος project θεωρείται ως γέννημα θρέμμα της περιόδου του προοδευτικού κινήματος στην Αμερική, κατά την οποία και γνώρισε τη μεγαλύτερη ανάπτυξή της, ενώ η δεύτερη μεγάλη εποχή της μεθόδου, η εποχή της αναγέννησής της, τοποθετείται στα τέλη των δεκαετιών του 1960 και του 1970 ως μία εναλλακτική προσέγγιση στην παραδοσιακή διδασκαλία κυρίως στη βόρεια και την κεντρική Ευρώπη. Από τις αρχές του 20ου αιώνα μέχρι σήμερα επανέρχεται συχνά σε χρήση από εκπαιδευτικούς ανά τον κόσμο. Στα χρόνια που μεσολάβησαν νέες εκπαιδευτικές θεωρίες και τάσεις προσέδωσαν αξία και βαρύτητα στη διδακτική μέθοδο project. Μεταξύ αυτών ήταν η θεωρία του Jean Piaget για την ανάπτυξη του παιδιού, η οποία συνηγορεί υπέρ των συγκεκριμένων μαθησιακών δραστηριοτήτων και της ενεργούς μάθησης και αντιτάσσεται στην παθητική μάθηση. Επίσης οι σχετικές πιο πρόσφατες θεωρητικές τάσεις υπέρ της «κατασκευαστικής», της «ανακαλυπτικής» και της «βιωματικής» μάθησης ενισχύουν τη διδακτική μέθοδο project. Ενισχυτικά επέδρασε και η θεωρία «της πολλαπλής νοημοσύνης» και των «μαθησιακών τύπων» του Howard Gardner (1983). Η διδακτική μέθοδος project ήταν στις αρχές του 20ου αιώνα και παραμένει και σήμερα, μια πολύ καλή εκπαιδευτική πρακτική εξαιτίας του τρόπου με τον οποίο τα παιδιά αποκτούν εννοιολογικές γνώσεις και δεξιότητες. Αν και τα σημερινά παιδιά έχουν διαφορετικά παιχνίδια και μαθησιακά εργαλεία από παλιά, φαίνεται ότι η ουσία της παιδικής ηλικίας είναι διαχρονική και παγκόσμια.

Οι απαρχές της διδακτικής μεθόδου project βρίσκονται στην εμφάνιση του φιλοσοφικού ρεύματος του Πραγματισμού (pragmatism). Αν ανατρέξει κανείς στις ρίζες των σύγχρονων εκπαιδευτικών θεωριών όπως ο κονστρουκτιβισμός, θα συναντήσει σε δεσπόζουσα θέση ανάμεσα στις πρόδρομες θεωρίες το φιλοσοφικό ρεύμα του Πραγματισμού και το κίνημα της «προοδευτικής αγωγής» (progressive education) με κύριο εκπρόσωπο τον John Dewey (1916).

Ο πραγματισμός (μέσα 19ου αιώνα) απέρριπτε το δυϊσμό της μέχρι τότε φιλοσοφικής σκέψης μεταξύ επιστημολογίας και μεταφυσικής, υπέρ μιας νατουραλιστικής προσέγγισης, σύμφωνα με την οποία η γνώση προκύπτει από μια ενεργό προσαρμογή του ανθρώπινου οργανισμού στο περιβάλλον του. Σύμφωνα με αυτήν την τάση, η αναζήτηση της γνώσης δεν θα έπρεπε να γίνεται αντιληπτή ως αποτελούμενη από ένα μυαλό που παρατηρεί παθητικά τον κόσμο και που ανασύρει από αυτόν ιδέες που εάν είναι αληθινές αντιστοιχούν στην πραγματικότητα, αλλά περισσότερο ως μια διαδικασία που αρχίζει με έναν έλεγχο ή ένα εμπόδιο στην επιτυχή ανθρώπινη δράση, προχωρά στον ενεργό χειρισμό του περιβάλλοντος ώστε να εξετάσει τις υποθέσεις και καταλήγει σε μια αναπροσαρμογή του οργανισμού στο περιβάλλον η οποία επιτρέπει για ακόμη μια φορά τη συνέχιση της ανθρώπινης δράσης.

Κατά τη διάρκεια του μεγαλύτερου μέρους του 20ου αιώνα, ο όρος «προοδευτική αγωγή» χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει ιδέες και πρακτικές οι οποίες στόχευαν να μετατρέψουν τα σχολεία σε πιο αποτελεσματικά κύτταρα μιας δημοκρατικής κοινωνίας. Αν και υπάρχουν πολλές διαφορές ως προς το ύφος και την έμφαση των μεθόδων μεταξύ των εκπροσώπων της προοδευτικής αγωγής, κοινή είναι η πεποίθηση ότι δημοκρατία σημαίνει ενεργή συμμετοχή από όλους τους πολίτες στις κοινωνικές, πολιτικές και οικονομικές αποφάσεις που θα επηρεάσουν τις ζωές τους. Η αγωγή των ενεργών πολιτών σύμφωνα με αυτή την προοπτική, περιλαμβάνει δύο κύρια στοιχεία: α) το σεβασμό της διαφορετικότητας, το οποίο σημαίνει ότι το κάθε άτομο πρέπει να γίνεται σεβαστό ως προς τις ικανότητες, τα ενδιαφέροντα, τις ιδέες, τις ανάγκες και την πολιτιστική του ταυτότητα και β) την ανάπτυξη της κριτικής κοινωνικά στρατευμένης σκέψης, η οποία καθιστά τα άτομα ικανά να κατανοούν και να συμμετέχουν αποτελεσματικά στις δράσεις της κοινότητάς τους μέσω μιας συλλογικής προσπάθειας για να επιτευχθεί ένας κοινός στόχος. Αυτά τα στοιχεία της προοδευτικής αγωγής οριοθετήθηκαν ως «μαθητοκεντρικές» και «κοινωνικά αναθεωρητικές» προσεγγίσεις και στη θεώρηση του John Dewey αντιμετωπίστηκαν ως στοιχεία απαραιτήτως αλληλοσυσχετιζόμενα.

Καθοδηγούμενοι από τον Dewey, οι εκπρόσωποι της προοδευτικής αγωγής αντιτάχθηκαν στην αυξανόμενη εθνική αμερικανική τάση που επεδίωκε να διαχωρίσει την ακαδημαϊκή εκπαίδευση για τους λίγους, από την περιορισμένη στοιχειώδη κατάρτιση για τις μάζες. Στη δεκαετία του 1920 όταν η εκπαίδευση στράφηκε απότομα σε «επιστημονικές τεχνικές» όπως η μέτρηση της νοημοσύνης, οι «προοδευτικοί» εκπαιδευτικοί επέμειναν στη σημασία και άλλων πτυχών της ανθρώπινης ανάπτυξης όπως είναι η συναισθηματική, η καλλιτεχνική και η ανάπτυξη της δημιουργικότητας. Ο Dewey, ο Kilpatrick, ο Thorndike και άλλοι εκπρόσωποι του Teachers College εκείνης της εποχής, ενεργά αντιτάχθηκαν στις συμβατικές πρακτικές εκπαιδευτικές της Αμερικής καθώς το κίνημα της προοδευτικής αγωγής εξελισσόταν.

Η διδακτική μέθοδος project εφαρμόστηκε και τεκμηριώθηκε από τον Dewey κι από τον καλύτερό του μαθητή, όπως δήλωσε ο ίδιος, τον William Kilpatrick. Όταν ο Kilpatrick γνώρισε τον Dewey δήλωσε: «Δε θα μπορούσα να ευχαριστήσω αρκετά τον Dewey για όλα αυτά που έκανε διευρύνοντας την ιδέα ότι το σημείο αφετηρίας στην εκπαίδευση είναι το ατομικό ενδιαφέρον, ότι το καλύτερο είδος εκπαίδευσης αρχίζει με αυτοκινούμενο ενδιαφέρον» (στο Beineke 1998, σ. 32).

Τον Ιούλιο του 1918, ο Kilpatrick με το άρθρο “The Project Method” παρουσίασε την εφαρμογή της εκπαιδευτικής φιλοσοφίας του στη διδασκαλία της σχολικής τάξης. Το άρθρο έγινε εξαιρετικά αποδεκτό στην εκπαιδευτική κοινότητα κι έκανε διάσημο το συγγραφέα του, χωρίς να εκλείψουν βέβαια κι οι αρνητικές κριτικές. Το κλειδί για τη σημασία ή την αξία ενός project σύμφωνα με τον Kilpatrick ήταν ο σκοπός. Η διδακτική μέθοδος project συνέδεε το σκοπό με τη δημοκρατία. Στο Teachers College του Columbia University, ο Kilpatrick και άλλοι μαθητές του Dewey δίδαξαν τις αρχές της προοδευτικής αγωγής σε χιλιάδες δασκάλων και διευθυντών σχολείων και στα μέσα του αιώνα, βιβλία όπως το “Experience and Education” (1938) του Dewey, συνέχισαν να παρέχουν μια προοδευτική κριτική στις συμβατικές θεωρήσεις για τη διδασκαλία, τη μάθηση και τη σχολειοποίηση. Μια σημαντική έρευνα τότε, η «οκτάχρονη μελέτη» ανέδειξε ότι οι μαθητές από «προοδευτικά» γυμνάσια ήταν ικανοί, ευέλικτοι και ευπροσάρμοστοι μαθητευόμενοι και διακρίθηκαν ακόμη και στα καλύτερα πανεπιστήμια (Aikin 1942).

Αν και κατά τη δεκαετία του 1950 κατά τη διάρκεια του ψυχρού πολέμου όπου επικρατούσε ένας πολιτιστικός συντηρητισμός, παραμερίστηκε προσωρινά «η προοδευτική αγωγή», αμέσως μετά, πολλοί θεωρητικοί της αγωγής επανήλθαν στις ιδέες του John Dewey και των συνεργατών του και τις χρησιμοποίησαν αναθεωρημένες για να ερμηνεύσουν τις μετασχηματιζόμενες ανάγκες των σχολείων, των μαθητών και της κοινωνίας στα τέλη του 20ου αιώνα. Οι ανοιχτές σχολικές τάξεις, τα σχολεία «χωρίς τοίχους», η συνεργατική μάθηση, η βιωματική αγωγή και πολλοί άλλοι εναλλακτικοί τύποι σχολείων, όλα έχουν τις φιλοσοφικές τους ρίζες στην Προοδευτική Αγωγή. Σήμερα οι εκπαιδευτικοί και οι θεωρητικοί της αγωγής επανέρχονται στη μελέτη του έργου του Dewey και διερευνούν τη διαχρονική στενή σχέση του με μια «μεταμοντέρνα» εποχή, μια εποχή παγκοσμιοποίησης, επικράτησης του καπιταλισμού και ραγδαίων πολιτιστικών αλλαγών, μια εποχή κατά την οποία ακόμη και η οικολογική ισορροπία του πλανήτη απειλείται σοβαρά. Αν και ο Dewey έγραψε το έργο του έναν αιώνα πριν, τα οράματά του προς μια δημοκρατική αγωγή και μια εκπαίδευση με νόημα, προτείνουν ελπιδοφόρες εναλλακτικές στο καθεστώς της τυποποίησης και της μηχανικής απομνημόνευσης που περισσότερο από ποτέ κυριαρχεί στα σχολεία της χώρας μας. «Για περισσότερα από 100 χρόνια, εκπαιδευτικοί όπως ο Dewey, έχουν αναφερθεί στα οφέλη της εμπειρικής, βιωματικής, μαθητοκεντρικής διδασκαλίας. Οι περισσότεροι δάσκαλοι, γνωρίζοντας την αξία των projects που προκαλούν και κινητοποιούν το ενδιαφέρον και τη συμμετοχή των μαθητών, έχουν σχεδιάσει έρευνες πεδίου, εργαστηριακές μελέτες και διαθεματικές δραστηριότητες που εμπλουτίζουν και επεκτείνουν το πρόγραμμα σπουδών. Η υλοποίηση projects είναι μία μακροχρόνια παράδοση ειδικά στην αμερικανική εκπαίδευση (Markham et al. 2003, σ. 3).

Οι Vanderstraeten και Biesta (1998) αναδεικνύουν τη σχέση συνάφειας και αλληλοκάλυψης που υπάρχει ανάμεσα στο θεωρητικό έργο του Dewey και στη θεωρία του κονστρουκτιβισμού.

Αναφέρουν ότι το σύγχρονο εκπαιδευτικό σύστημα δέχεται αυξανόμενη κριτική επειδή προσφέρει όπως λέγεται «άχρηστη - αδρανή» γνώση που είναι προσβάσιμη μόνο σε στενά, αυστηρά περιορισμένα πλαίσια, αν και θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε ένα ευρύ πεδίο διαφόρων τομέων. Εντοπίζουν τις αιτίες για την περιορισμένη μεταφορά γνώσης κυρίως στη μη συνδυασμένη διάχυση των μαθησιακών καταστάσεων στα σχολεία. Ως εναλλακτική πρόταση παρουσιάζεται «η αυθεντική μάθηση», η απόκτηση της γνώσης σε πλαίσια που τη νοηματοδοτούν. Η επιστημολογική θεωρία που στηρίζει αυτήν την εναλλακτική πρόταση είναι η θεωρία του κονστρουκτιβισμού. Η επιστημολογική προσέγγιση του Dewey, η οποία έχει ως σημείο αφετηρίας της τη στενή σχέση γνώσης και δράσης, μπορεί να συμπληρώσει την κονστρουκτιβιστική εκπαιδευτική έρευνα.

Οι θέσεις του John Dewey έχουν άμεση σχέση με την ποιοτική έρευνα, την ανάδυση των μεθόδων διδασκαλίας μέσα από τη διδακτική εμπειρία και με την εκπαίδευση και καθοδήγηση των δασκάλων που ιδιαιτέρως μας ενδιαφέρει στην παρούσα έρευνα. Ο Dewey αρχικά αναφέρει τις αρνητικές εκπαιδευτικές συνέπειες που προκύπτουν από την απομόνωση της μεθόδου διδασκαλίας από το διδακτικό αντικείμενο για να κάνει πιο σαφές το επιχείρημά του. Επισημαίνει την απουσία συγκεκριμένων καταστάσεων εμπειρίας από την παραδοσιακή μαθησιακή διαδικασία και προσθέτει ότι δεν μπορεί να ανακαλυφθεί οποιαδήποτε μέθοδος χωρίς συγκεκριμένες περιπτώσεις που θα μελετηθούν. Κατά τη γνώμη του η μέθοδος πρέπει να αναδύεται από την παρατήρηση του τι πραγματικά συμβαίνει, με την προοπτική ότι μπορεί να συμβεί καλύτερα την επόμενη φορά. Αλλά παραδοσιακά στη διδασκαλία και στη μάθηση, σπάνια δίνονται αρκετές ευκαιρίες στα παιδιά και στους νέους, ώστε να έχουν τις άμεσες κανονικές εμπειρίες από τις οποίες οι εκπαιδευτές μπορούν να εξάγουν την ιδέα μιας μεθόδου ή ενός σχεδιασμού καλύτερης ανάπτυξης. Οι εμπειρίες αποκτώνται κάτω από τόσο βεβιασμένες συνθήκες ώστε ρίχνουν ελάχιστο ή καθόλου φως στην κανονική εξέλιξη μιας εμπειρίας κατά την κορύφωσή της. Οι «μέθοδοι» τότε επιβάλλονται εξουσιαστικά στους δασκάλους, αντί να προκύπτουν από τη δική τους ενορατική παρατήρηση. Υπό αυτές τις συνθήκες, οι μέθοδοι παρουσιάζουν μια μηχανική ομοιομορφία και υποτίθεται ότι είναι παρόμοιες για όλους τους διαφορετικά σκεπτόμενους εκπαιδευτικούς. Όπου αντιθέτως, παρέχεται ένα περιβάλλον που ενθαρρύνει την κατευθυνόμενη ενασχόληση σε εργασίες και παιχνίδια και προωθούνται ευέλικτες προσωπικές εμπειρίες, τότε οι εξακριβωμένες μέθοδοι θα ποικίλλουν ανάλογα με τα άτομα, αφού είναι βέβαιο ότι κάθε άτομο έχει κάποιο χαρακτηριστικό δικό του τρόπο για να προσεγγίζει τα πράγματα… Και ο Dewey καταλήγει:

> *Υπό την επίδραση του διαχωρισμού της σκέψης από το υλικό, η μέθοδος τείνει να απαξιωθεί σε μια αποστεωμένη ρουτίνα που ακολουθεί μηχανικά προδιαγεγραμμένα βήματα. Κανείς δεν μπορεί να υπολογίσει σε πόσες σχολικές τάξεις, τα παιδιά που διδάσκονται Αριθμητική ή Γραμματική εξαναγκάζονται στην αποστήθιση προδιαγεγραμμένων κανόνων από τη μέθοδο. Αντί να ενθαρρυνθούν να εμπλακούν άμεσα στις θεματικές τους, πειραματιζόμενα με*

μεθόδους που φαίνονται πολλά υποσχόμενες, μαθαίνοντας να τις διακρίνουν από τις συνέπειές τους, αντίθετα πλανάται παντού η υπόθεση ότι υπάρχει μία καθορισμένη μέθοδος που πρέπει να ακολουθηθεί... Τίποτα δεν έχει οδηγήσει την παιδαγωγική θεωρία σε μεγαλύτερη υποβάθμιση από την ταύτισή της με την παροχή στους δασκάλους συνταγών και μοντέλων που πρέπει να εφαρμόζονται κατά τη διδασκαλία. Η πρωτοβουλία και η ευελιξία στην αντιμετώπιση προβλημάτων είναι χαρακτηριστικά οποιασδήποτε αντίληψης, σύμφωνα με την οποία η μέθοδος είναι ένας τρόπος διαχείρισης ενός υλικού ώστε να αναδυθεί ένα συμπέρασμα. Η μηχανική, ξύλινη ακαμψία είναι η αναπόφευκτη κατάληξη οποιασδήποτε θεωρίας προσπαθεί να διαχωρίσει τη σκέψη από τη δράση που κινητοποιείται από ένα σκοπό. (Dewey 1916, σ. 205).

1.1.2. Ορισμός και χαρακτηριστικά της μεθόδου project

Η παρούσα έρευνα βασίζεται στη διδακτική μέθοδο σχεδίων εργασίας (project). Η διδακτική μέθοδος project, γνωστή διεθνώς τις τελευταίες τρεις δεκαετίες ως Project-Based Learning, λαμβάνει υπόψη ότι η γνώση, η σκέψη, η πράξη και το περιβάλλον μάθησης είναι συνδεδεμένα με την απόκτηση υψηλού επιπέδου δεξιοτήτων και ανταποκρίνεται σε μια μαθητοκεντρική προσέγγιση της διδασκαλίας. Είναι μία παιδοκεντρική διδακτική διαδικασία που προωθεί μαθησιακά, την υπευθυνότητα και την αυτονομία των μαθητών. Η Καλδή (2008) αναφέρει ότι η διδακτική μέθοδος project εντάσσεται στο πλαίσιο της «εμπειρικής / βιωματικής μάθησης» (Dewey 1916, 1938, Kilpatrick 1918, Rogers 1969), της «ανοικτής παιδαγωγικής» (Paré 1977, Paquette 1985), της αυτενεργού και συνεργατικής μάθησης. Η μέθοδος αυτή εστιάζεται σε σκόπιμες δραστηριότητες για την επίλυση προβλημάτων, στηρίζεται στις εμπειρίες και στα ενδιαφέροντα των μαθητών και απαιτεί τη συνεργασία μεταξύ διαφορετικών εμπλεκόμενων (π.χ. σχολείου και εξωσχολικών φορέων, εκπαιδευτικού και μαθητών, μαθητών μεταξύ τους).

Ο Kilpatrick (1925) όρισε τη μέθοδο project με τρεις λέξεις ως: “hearty purposeful act”, μια δράση δηλαδή, που είναι σκόπιμη και γίνεται με ενθουσιασμό, ορισμός ο οποίος εμπερικλείει όλη τη φιλοσοφία και την παιδαγωγική αξία της μεθόδου. Σύμφωνα με τον Frey (1986, σ. 9) ως «μέθοδο project» μπορούμε να θεωρήσουμε τον τρόπο της «ομαδικής διδασκαλίας στην οποία συμμετέχουν αποφασιστικά όλοι κι η ίδια η διδασκαλία διαμορφώνεται και διεξάγεται από όλους όσους συμμετέχουν».

Η διδακτική μέθοδος project, σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία, αφορά στη διερεύνηση ενός θέματος σε βάθος, όπου τα κυρίαρχα ερωτήματα, οι ιδέες, οι υποθέσεις, η ερευνητική κατεύθυνση και οι δραστηριότητες κατά τη διάρκειά της διερεύνησης, προέρχονται από τη συνεργασία μαθητών και εκπαιδευτικού ώστε να αποτελέσουν εμπειρίες και μαθησιακά βιώματα (Katz & Chard 1999, Thomas 2000, Markham et al. 2003). Βασικό χαρακτηριστικό της διδακτικής μεθόδου project είναι η διερεύνηση ερωτημάτων που προκύπτουν από το διάλογο του δασκάλου της τάξης με τους μαθητές και τα οποία είναι δυνατόν να αποσαφηνιστούν κατά τη διάρκεια της μελέτης και πρόκειται για ζητήματα που οδηγούν τα παιδιά σε διερεύνηση σε βάθος, αυθεντικών και σημαντικών θεμάτων για την εκπαίδευσή τους. Σε συνεργασία μεταξύ δασκάλου - παιδιών και με συλλογική ευθύνη στην τάξη, γίνεται ο σχεδιασμός του μαθήματος που συνήθως στοχεύει στην ολοκλήρωση κάποιου έργου το οποίο μπορεί να έχει τη μορφή ενός συνολικού τελικού προϊόντος ή αποσπασματικών τελικών προϊόντων (Frey 1994). Οι επιτυχείς παιδαγωγικοί σχεδιασμοί που στοχεύουν στην ανάπτυξη γενικών δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος, στη βαθύτερη εννοιολογική κατανόηση και στην εφαρμόσιμη γνώση, σύμφωνα με τους van Merriënboer και Pass (2003, σ. 3), περιλαμβάνουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: «α) τη χρήση σύνθετων, ρεαλιστικών και προκλητικών προβλημάτων που παρακινούν τους μαθητές σε ενεργές και κατασκευαστικές διαδικασίες απόκτησης γνώσεων και ικανοτήτων, β) την εφαρμογή της συλλογικής εργασίας, το σχηματισμό μικρών ομάδων και την παροχή άφθονων ευκαιριών για αλληλεπίδραση, επικοινωνία και συνεργασία, και γ) την ενθάρρυνση των μαθητών να θέσουν τους δικούς τους στόχους και την παροχή καθοδήγησης στους μαθητές ώστε να αναλάβουν οι ίδιοι την ευθύνη της μάθησής τους».

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν χωριστά κατά τομέα, κάποια βασικά χαρακτηριστικά της διδακτικής μεθόδου project για το παιδί, τον εκπαιδευτικό και τα αναλυτικά προγράμματα, όπως αυτά έχουν τεκμηριωθεί κατά καιρούς από τους θεωρητικούς της μεθόδου.

Όσον αφορά τα παιδιά, ο Kilpatrick πίστευε ότι η εκπαίδευση πρέπει να εστιάζει κυρίως στην ανάπτυξη του χαρακτήρα και της προσωπικότητας και όχι μόνο στην απόκτηση πληροφοριών. Ήθελε τα παιδιά να αλληλεπιδρούν με τους συμμαθητές τους, με τους γονείς τους κι ευρέως με την κοινωνία και διέβλεψε τη σημασία της προσωπικής εμπλοκής, της πρωτοβουλίας, της συνεργασίας, ακόμη και της ψυχαγωγίας, ως σπουδαία στοιχεία της μαθησιακής διαδικασίας. Το πιο σημαντικό στοιχείο της μεθόδου, κατά τον Kilpatrick, είναι η διάθεση των παιδιών να συμμετέχουν. Ο Kilpatrick γράφει χαρακτηριστικά (1925, σ. 348): «Όταν ο σκοπός πεθάνει και ο δάσκαλος συνεχίζει να απαιτεί την ολοκλήρωση αυτού που έχει ξεκινήσει τότε το project γίνεται καθήκον».

Μέσα από τη διδακτική μέθοδο project τα παιδιά ανακαλύπτουν ότι η γνώση είναι κυρίως αποτέλεσμα δοκιμής και λάθους, διερεύνησης και επιχειρηματολογίας (Wiggins & McTighe 2005). Κατά τη διδακτική μέθοδο project, η γνώση προκύπτει μέσα από αναστοχασμό, δημιουργική φαντασία, αναλογικές μεταφορές, επιχειρηματολογία, δοκιμάζεται και σφυρηλατείται, δεν προκύπτει όπως παραδοσιακά πολλοί μαθητές πιστεύουν από ένα μεταφορικό δέντρο της γνώσης ή από τις σελίδες ενός σχολικού βιβλίου. Σύμφωνα με τους Wiggins και McTighe (2005) μπορεί να αποκαλέσει κανείς τη μέθοδο project ως «κινητοποίηση του νου» ή «μια περιπέτεια, λιγότερο ή περισσότερο» όπως παλαιότερα την αποκάλεσε ο Kilpatrick.

Παρόλο που το σχολείο προσπαθεί να προετοιμάσει τους μαθητές για την καθημερινή ζωή τους, το εκπαιδευτικό περιβάλλον του σχολείου είναι πολύ διαφορετικό από την πραγματική ζωή κι η επιτυχία στο σχολικό περιβάλλον συχνά δεν εγγυάται την εξίσου καλή απόδοση σε άλλο περιβάλλον (Brown, Collins & Duguid 1989). Στην πραγματικότητα, τα σημερινά σχολεία μάλλον είναι αντίθετα προς οποιοδήποτε χρήσιμο μαθησιακό τομέα, διότι οι προσβάσιμες πηγές, η καλλιέργεια των αναλυτικών δεξιοτήτων και οι τύποι των δραστηριοτήτων που εφαρμόζονται στα σχολεία, διαφέρουν δραματικά από τη χρήση τους σε εξωσχολικά περιβάλλοντα, συμπεριλαμβανομένης της επιστημονικής δραστηριότητας (Roth & Bowen 1995). Ο μακροπρόθεσμος στόχος είναι να συμβάλλουμε στην ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών ώστε να μαθαίνουν για τον εαυτό τους (Bransford, Sherwood, Vye & Rieser 1986, Resnick 1987, Bruer 1993). Αν η μάθηση γίνεται κατανοητή ως μια δραστηριότητα κατασκευής της γνώσης, τότε οι μαθητές χρειάζεται να είναι ενεργοί διανοητικά.

Η εφαρμογή της διδακτικής μεθόδου project συνεπάγεται τις παρακάτω μαθητικές ενέργειες, οι οποίες οδηγούν στην ανάπτυξη συγκεκριμένων γνωστικών και επικοινωνιακών δεξιοτήτων: Τα παιδιά επιχειρηματολογούν για μια συγκεκριμένη άποψη, εξηγούν τις ιδέες τους, προτείνουν πιθανές λύσεις, προβλέπουν αποτελέσματα και διαμορφώνουν υποθέσεις, ελέγχουν την ακρίβεια γεγονότων και λεπτομερειών, παίρνουν συνεντεύξεις, αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και ξαναδοκιμάζουν με διαφορετικό τρόπο διάφορα πράγματα που δεν πέτυχαν, αναφέρουν και καταγράφουν παρατηρήσεις και ευρήματα (Frey 1994, Thomas 2000, McGrath 2002, Harris 2002, Solomon 2003). Κατά τη διάρκεια ενός project οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν τις βασικές δεξιότητες που έχουν αποκτήσει από τα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος σε πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Έρευνες που συνδέουν αποκτηθείσες δεξιότητες στη σχολική τάξη με την εφαρμογή τους σε πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής (Curtis 2002) έχουν δείξει ότι η ανάθεση στους μαθητές εργασιών που είναι παρόμοιες με αυτές που εκπονούνται στον επαγγελματικό χώρο έχει ως αποτέλεσμα την ενεργή συμμετοχή και κινητοποίηση των μαθητών σε βαθμό που ξεπερνά τις προσδοκίες μας.

Πολλοί ασκούν κριτική στη διδακτική μέθοδο project ανησυχώντας ότι δεν επιτυγχάνονται ευρύτεροι μαθησιακοί στόχοι μέσω αυτής. Ισχυρίζονται πως αν και τα project είναι ευχάριστα για τα παιδιά, τα σημερινά, ανταγωνιστικά εκπαιδευτικά συστήματα έχουν ανάγκη να επιτυγχάνουν άμεσα μαθησιακά προϊόντα, γνώσεις και δεξιότητες. Αλλιώς οι μαθητές θα αποτύχουν όταν έρθουν αντιμέτωποι με πανεθνικά τυποποιημένα διαβαθμισμένα τεστ. Οι Newmann, Marks και Gamoran (1996) αντιτάσσονται σε αυτές τις απόψεις και ισχυρίζονται ότι τα αποτελέσματα ερευνών καταρρίπτουν αυτές τις ανησυχίες. Ενδεικτικά αναφέρουν μια συγκριτική έρευνα των Knapp, Shields και Turnbull (1995) γύρω από το πλεονέκτημα των εναλλακτικών διαδικασιών μάθησης σε σχέση με τις παραδοσιακές διδακτικές προσεγγίσεις. Το 1992 η ερευνητική ομάδα εξέτασε τη διδασκαλία των μαθηματικών, της ανάγνωσης και της γραφής σε 140 σχολικές τάξεις, 15 δημοτικών σχολείων από έξι (6) μη προνομιούχες εκπαιδευτικές περιφέρειες. Η έρευνα έδειξε ότι όταν οι δάσκαλοι επεδίωκαν την κατανόηση και τη νοηματοδότηση και όχι την απομνημόνευση και όταν συνέδεαν τη διδασκόμενη ύλη με τις εμπειρίες των παιδιών, οι μαθητές τότε σταθερά είχαν καλύτερες επιδόσεις από άλλους μαθητές παραδοσιακών τάξεων, ως προς την επίτευξη προηγμένων δεξιοτήτων και τα πήγαιναν το ίδιο καλά ή και καλύτερα σε παραδοσιακές δοκιμασίες. Παρόλα αυτά υπάρχει ο πραγματικός κίνδυνος, ο δάσκαλος που εργάζεται στο χαλαρά δομημένο περιβάλλον ενός project, να απομακρυνθεί από τους κύριους βασικούς στόχους, όπως επισημαίνει η Reed (1998). Ήδη 80 χρόνια πριν, ο Kilpatrick συμβούλευε τους δασκάλους να σχεδιάζουν στρατηγικά τα project καθοδηγώντας τα παιδιά, ώστε να μη χάνονται οι κύριοι μαθησιακοί στόχοι.

Ο κίνδυνος στη διδασκαλία με project είναι αρκετά υψηλός, ώστε ο δάσκαλος να βρεθεί προ εκπλήξεων και να παρατηρήσει ότι οι μαθητές δεν μπορούν να αρχίσουν, να χάνονται και να μην είναι μαθησιακά παραγωγικοί. Προτείνεται η δημιουργία ημι-δομημένων παιδαγωγικών σεναρίων που καθορίζουν μια ενορχηστρωμένη ακολουθία μαθησιακών δραστηριοτήτων. Ένα τέτοιο σενάριο ορίζουν οι ερευνητές στον τομέα της συλλογικής μάθησης με υποστήριξη υπολογιστών (computer-supported collaborative learning) ως μια ιστορία που οι μαθητές και οι δάσκαλοι πρέπει να παίξουν ακριβώς με τον ίδιο τρόπο, όπως οι ηθοποιοί παίζουν ένα κινηματογραφικό σενάριο (Dillenbourg, Schneider & Synteta 2005).

Η τεχνολογία του διαδικτύου υποστηρίζει επίσης τις περισσότερες ανοικτές, δημιουργικές κι ενεργές παιδαγωγικές δράσεις, καθώς οι μαθητές μπορούν να είναι και παραγωγοί πληροφοριών και όχι μόνο αναγνώστες και χειριστές πληκτρολογίων. Υπάρχει ένας ικανός αριθμός κατάλληλου λογισμικού βασισμένου στη λύση προβλημάτων και στην εφαρμογή project, με δημοφιλή σενάρια (Reigeluth 1999, Wilson & Lowry 2001, Morsund 2002, Häkkinen 2002). Είναι πολύ σημαντικό, η διδασκαλία να μπορεί να εμπνέει ενθουσιασμό, να ενθαρρύνει το ενδιαφέρον και την προσήλωση των μαθητών και να ενισχύει τη δημιουργικότητα. Οι Rieber, Smith και Noah (1998) υποστηρίζουν ότι η ίδια η μαθησιακή διαδικασία πρέπει να είναι ενδιαφέρουσα και όχι απλά το αποτέλεσμά της, αν πραγματικά επιθυμούμε να επιτύχουμε τη μέγιστη δυνατή κινητοποίηση των παιδιών.

Όσον αφορά τον εκπαιδευτικό, η Novick (1996) επισημαίνει το σημαντικό ρόλο του δασκάλου σε ένα project, ο οποίος μετακινείται από το ρόλο του εξεταστή στο ρόλο του συνεργάτη στο πλαίσιο της ομαδικής συνδιερεύνησης. Το κρίσιμο θέμα με τους δασκάλους, συμφωνούν οι ειδικοί, είναι να βρουν τη χρυσή τομή ανάμεσα στην υπερβολικά μεγάλη και στην υπερβολικά μικρή εμπλοκή. Από τη μία, μέσα από το project να παρέχεται χώρος στα παιδιά για πρωτοβουλία και εξερεύνηση κι από την άλλη, να παρέχεται συγχρόνως ένα πλαίσιο καθοδήγησης των μαθητών προς την επίτευξη ανώτερων κριτηρίων. Οι Wiggins και McTighe (2005) υπογραμμίζουν τη διαθεματική διάσταση της διδακτικής μεθόδου project. Ξεκινώντας από ένα απλό ερώτημα, υπό την καθοδήγηση του δασκάλου, τα παιδιά μπορούν να κάνουν ένα πνευματικό ταξίδι καταργώντας τα σύνορα ανάμεσα στα ακαδημαϊκά γνωστικά αντικείμενα. Η διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας περιστρέφεται όπως γράφουν οι Wiggins και McTighe (2005) γύρω από αυτό που αποκαλούν μια «μεγάλη ιδέα». Για να επιτύχουν οι εκπαιδευτικοί την κατανόηση μιας «μεγάλης ιδέας», θα πρέπει να σχεδιάζουν δραστηριότητες όχι για «κάλυψη», αλλά για «αποκάλυψη». Γράφουν ότι οι μαθητές, αν θέλουμε να κατανοήσουν ένα γνωστικό αντικείμενο, περισσότερο από το να μάθουν για το γνωστικό αντικείμενο, χρειάζονται μαθήματα που θα τους καταστήσουν ικανούς να βιώσουν άμεσα την εξερεύνηση, την επιχειρηματολογία, τις εφαρμογές και τις διάφορες οπτικές γωνίες που κρύβονται κάτω από τα γεγονότα και τις θεωρίες που μαθαίνουν. Οι μαθητές πρέπει να «κάνουν» το μαθησιακό φαινόμενο, όχι απλά να μαθαίνουν τα αποτελέσματά του.

Ο ρόλος του δασκάλου κατά τη διάρκεια ενός project είναι συμβουλευτικός και καθοδηγητικός, συντονιστικός και επικοινωνιακός (Katz & Chard 1999). Επιπλέον, η μάθηση διαμέσου των project δίνει τη δυνατότητα στους δασκάλους να λάβουν υπόψη τους διαφορετικούς τρόπους που τα παιδιά μαθαίνουν κι επεξεργάζονται πληροφορίες (Davies 1993). Οι ενδοατομικές και οι διατομικές διαφορές των μαθητών είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψη από τους δασκάλους στο σχεδιασμό και την εφαρμογή της διδασκαλίας. Οι εκπαιδευτικοί χρειάζεται να παρουσιάζουν τη νέα γνώση με τρόπο κατανοητό σε όλα τα παιδιά (Davies 1993) για να υπάρχουν θετικά μαθησιακά αποτελέσματα. Η αναγνώριση του διαφοροποιημένου, ετερογενούς συνόλου των μαθητών κι η ενεργητική συμμετοχή όλων, είναι κύριο στοιχείο της διδακτικής μεθόδου project.

Όσον αφορά τα αναλυτικά προγράμματα, ο Kilpatrick αντιτάχθηκε στην εκ προοιμίου κατάτμηση των αναλυτικών προγραμμάτων κατά γνωστικό αντικείμενο, την οποία αποκάλεσε «τυποποίηση από τους ενήλικες μιας προ-τακτοποιημένης γνώσης». Η κεντρική εκπαιδευτική ιδέα που συνδέθηκε με τον Kilpatrick ήταν η φράση του: «Μαθαίνουμε αυτά που ζούμε». Συχνά επέκτεινε αυτή την ιδέα προσθέτοντας ότι: «Μαθαίνουμε αυτά που ζούμε και στη συνέχεια ζούμε αυτά που έχουμε μάθει» και «Μαθαίνουμε αυτά που ζούμε και τόσο περισσότερο τα μαθαίνουμε όσο περισσότερο τα ζούμε» (στο Beineke 1998).

Αν και η διδακτική μέθοδος project δεν είναι κάτι καινούργιο για την προσχολική και δημοτική εκπαίδευση (Sharan & Sharan 1992), το ενδιαφέρον για την εμπλοκή των μαθητών σε ομαδικά project, αναπτύσσεται όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια. Αυτό το ανανεωμένο ενδιαφέρον βασίζεται στις νεώτερες έρευνες για τη μάθηση των παιδιών (Kandel & Hawkins 1992), σε μια τάση προς ολιστική αντιμετώπιση του αναλυτικού προγράμματος και στις εντυπωσιακές αναφορές για ομαδικά project που επιχειρήθηκαν στα νηπιαγωγεία του Reggio Emilia (Edwards et al. 1993). Σύμφωνα με τις Katz και Chard (1999), ένα project είναι μια σε βάθος έρευνα ενός θέματος που αξίζει κανείς να μάθει περισσότερα για αυτό. Το χαρακτηριστικό στοιχείο ενός project είναι ότι αυτό είναι μια προσπάθεια έρευνας που εστιάζεται στην ανεύρεση απαντήσεων σε ερωτήσεις, σχετικά με ένα θέμα που έχει τεθεί από τα παιδιά ή από το δάσκαλο ή σε συνεργασία μεταξύ τους. Σκοπός του project είναι να μάθει κανείς περισσότερα για το θέμα, παρά να αναζητήσει σωστές απαντήσεις σε ερωτήσεις που έχουν τεθεί από το δάσκαλο. Οι υποστηρικτές της διδακτικής μεθόδου project δεν υπονοούν ότι η εργασία με τον τρόπο αυτό θα αποτελέσει όλο το αναλυτικό πρόγραμμα (Chard 1992). Περισσότερο το θεωρούν ως κάτι συμπληρωματικό στα πιο επίσημα συστηματικά μέρη του αναλυτικού προγράμματος.

Σύμφωνα με το Χρυσαφίδη (1996) η Βιωματική - Επικοινωνιακή διδασκαλία που έκφρασή της, μέσα στην καθημερινή διδακτική πρακτική έχει τη μέθοδο project, έχει στόχο να αλλάξει το κλίμα του σχολείου, της σχολικής ζωής και της κατάκτησης της γνώσης. Η εισαγωγή της φιλοδοξεί να φέρει μια σειρά από αλλαγές, με πρώτη την αλλαγή των «κλειστών» αναλυτικών προγραμμάτων και την υιοθέτηση «ανοιχτών» που θα δίνουν προτεραιότητα στην αναζήτηση, την επικοινωνία και τη συνεργασία μαθητών κι εκπαιδευτικών (συνεργατικό σχολείο). Επίσης θα οδηγήσει σε αλλαγή των παραδοσιακών διδακτικών προτύπων, γιατί η Βιωματική - Επικοινωνιακή μέθοδος καταργεί το μονοπώλιο του σχεδιασμού από τον εκπαιδευτικό, εξαλείφει την κωδικοποίηση των μαθησιακών ενδιαφερόντων του μαθητή, μειώνει τη θεσμοθετημένη επιβολή του δασκάλου στο μάθημα και συσχετίζει το διδακτέο με την καθημερινή ζωή. Εκτός από το ότι αναιρεί παιδαγωγικά επιζήμιες παραδοσιακές πρακτικές, επιτυγχάνει προς μια θετική κατεύθυνση, τη δραστηριοποίηση των παιδιών, καλλιεργεί τη δημιουργική σκέψη και τη συνεργατικότητα και βοηθά στην ένταξη της σχολικής ζωής στην κοινωνία και την εμπλοκή της κοινωνίας στη σχολική ζωή.

Οι στόχοι της Βιωματικής - Επικοινωνιακής μεθόδου μπορούν να συνοψισθούν στην κινητοποίηση των συμμετεχόντων μέσα από αυτόνομες πράξεις, στη σύνδεση της θεωρητικής γνώσης με την πράξη, στην κοινωνική μάθηση και πράξη μέσα από το κοινωνικό περιβάλλον των μαθητών και μέσα από τις μεταβαλλόμενες απόψεις της ομάδας. Επίσης η μέθοδος αποσκοπεί στην άρση του διαχωρισμού σχολικής και εξωσχολικής μάθησης και δράσης, στην εξασφάλιση της μεγαλύτερης δυνατής επιτυχίας μια που ο σχεδιασμός κι η πραγματοποίηση των προγραμμάτων διέπονται από κανόνες προαποφασισμένους και παρμένους με συλλογική ευθύνη και τέλος στην υλοποίηση της διδακτικής αρχής της βιωματικής μάθησης «μαθαίνω πράττοντας».

Η διδακτική μέθοδος project έχει τρομερές δυνατότητες τις οποίες όπως σημειώνει ο Frey (1986) τις ανακαλύπτει κανείς κατά τη διάρκεια της βίωσης και της εξέλιξης ενός project. Εμπεριέχει τη διαθεματική προσέγγιση θεματικών ενοτήτων,[4] την ομαδοσυνεργατική διάσταση της

[4] Αυτό δε σημαίνει ότι σε ένα project εφαρμόζεται απαραίτητα η διαθεματική προσέγγιση. Ένα project μπορεί να είναι διαθεματικό, αλλά μπορεί και να μην είναι. Εάν η θεματική εξακτίνωση παραπέμπει σε ποικίλους γνωστικούς κλάδους, τότε μπορεί να αναγνωριστεί ως ένα διαθεματικό project.

μάθησης, την απουσία της ατομικής βαθμολόγησης, την εστίαση κυρίως στη διαδικασία παρά στην επίτευξη του αποτελέσματος, τις «ανοικτές» μαθησιακές καταστάσεις, τη βιωματική μάθηση μέσα σε αυθεντικά πλαίσια της καθημερινής ζωής και το άνοιγμα του σχολείου στην κοινωνία. Σύμφωνα με τον Frey, η ποιότητα των ενεργειών και η συλλογική προσπάθεια έχουν ιδιαίτερη παιδαγωγική αξία που καθορίζει την επιτυχία ή όχι ενός προγράμματος project, έστω κι αν το τελικό αποτέλεσμα δεν θεωρείται επιτυχημένο. Τελικά στην αξιολόγηση του project αυτό που κυρίως μας ενδιαφέρει είναι το κατά πόσο οι γνώσεις και οι εμπειρίες που αποκτήθηκαν διαμόρφωσαν καινούργιες αξίες και συμπεριφορές που άλλαξαν παλιότερες αρνητικές στάσεις μαθητών και εκπαιδευτικών. Οι αλλαγές αυτές αποτελούν την ουσία της πραγματικής μάθησης. Αυτό είναι και το καίριο σημείο στο οποίο εστιάστηκε ολόκληρη η ερευνητική μου προσπάθεια. Η διερεύνηση των πιθανών αλλαγών στους ρόλους μαθητών και δασκάλου, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να εμπλακούν πιο ενεργά από ό,τι στο παραδοσιακό μάθημα, μέσα από διαδικασίες αυτορυθμιζόμενης μάθησης και ο δάσκαλος μειώνοντας το βαθμό καθοδήγησης, από κέντρο της μαθησιακής διαδικασίας να μεταβεί σε συντονιστικό, βοηθητικό, εμψυχωτικό ρόλο.

1.1.3. Ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας για τη διδακτική μέθοδο project

Διεθνώς η διδακτική μέθοδος project έχει διερευνηθεί συστηματικά (Krajcik, Czerniak & Berger 1999, Katz & Chard 1999, Chard 2001, McGrath 2002, Curtis 2002, Gardner 2003, Howell 2003, Solomon 2003, Markham et al. 2003, Wurdinger et al. 2007).

Στον ελληνικό χώρο, εξαιτίας της πρόσφατης εισαγωγής της στα προγράμματα σπουδών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, μόλις τα τελευταία χρόνια γίνεται αξιόλογη προσπάθεια διερεύνησης της εφαρμογής της (Χρυσαφίδης 1998, Κοσσυβάκη 2003, Ματσαγγούρας 2003, Κούσουλας 2005). Ερευνητικές μελέτες σχετικά με την εφαρμογή της μεθόδου project στη σχολική εκπαίδευση οι οποίες δημοσιεύθηκαν σε ελληνικά περιοδικά, κατέγραψαν οφέλη τα οποία όμως δεν διερευνήθηκαν συστηματικά με βάση μία επιστημονική ερευνητική μεθοδολογία. Συνεπώς είναι επιστημονικά αναγκαίο να διερευνηθούν συστηματικά τα αποτελέσματα κι οι επιπτώσεις από την εφαρμογή της μεθόδου project.

Εκτός από τις απλές μελέτες διεθνώς, οι οποίες, όπως και στις ελληνικές περιπτώσεις, παρουσιάζουν ενδεικτικά project με καινοτόμες πρακτικές ως παραδείγματα προς εφαρμογή, υπάρχουν και συστηματικές καταγραφές των αποτελεσμάτων της εφαρμογής της διδακτικής μεθόδου project σε παιδιά δημοτικού σχολείου, με επιστημονική ερευνητική μεθοδολογία. Αυτές οι επιστημονικά καταγεγραμμένες μελέτες διακρίνονται στις παρακάτω κατηγορίες:

α) Έρευνες που αφορούν την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της διδακτικής μεθόδου project. Η εφαρμογή της κατά τη διάρκεια ενός ή δύο σχολικών ετών, σε σχολεία των ΗΠΑ, είχε θετικά αποτελέσματα στις ακαδημαϊκές επιδόσεις των μαθητών όπως αυτές καταγράφηκαν σε εθνικές δοκιμασίες (Thomas 2000). Πρόσφατα ερευνητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι οι νέες γνώσεις που αποκτούν οι μαθητές όταν αναλαμβάνουν να διεκπεραιώσουν ατομικές ή ομαδικές εργασίες τύπου project, παραμένουν για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα σε σχέση με τη χρήση της παραδοσιακής διάλεξης στο πλαίσιο της άμεσης διδασκαλίας (Reeder 2003, Dori 2003). Η μάθηση μέσω project φαίνεται ότι είναι μια αποτελεσματική διδακτική μέθοδος σε σχέση με την παραδοσιακή μάθηση, κυρίως όσον αφορά την ανάπτυξη δεξιοτήτων με σκοπό την επίλυση προβλημάτων της πραγματικής ζωής (Hargreaves 1997, Wurdinger & Rudolph 2009). Θετικά αποτελέσματα σημειώθηκαν και στην απόκτηση συγκεκριμένων δεξιοτήτων, όπως ο σχεδιασμός κι η παρουσίαση αναπαραστάσεων για τεχνικά προβλήματα και η διόρθωση της προσωπικής εργασίας με βάση τη μελέτη διαθέσιμων πηγών και υλικών (Barron et al.1998, Dym & Little 2004).

β) Έρευνες που αφορούν την αποτελεσματικότητα της διδακτικής μεθόδου project σε σχέση με το ρόλο των μαθητικών χαρακτηριστικών. Η διδακτική μέθοδος project θεωρείται ως ένας αποτελεσματικός τρόπος προσαρμογής της διδασκαλίας στα διαφορετικά μαθησιακά στυλ ή τους τύπους πολλαπλής νοημοσύνης σε σχέση με την παραδοσιακή διδασκαλία (Thomas 2000). Από την εφαρμογή project σε σχολικές τάξεις, παρατηρήθηκε ότι υπήρξαν περιπτώσεις μαθητών – εκπλήξεων που παρουσίασαν σημαντικές επιδόσεις ή και χαμηλές αντίστροφα σε σχέση με τις επιδόσεις στα υπόλοιπα μαθήματα. Ο Thomas (2000) αναφέρει ότι, όπως εντόπισαν ερευνητές, μαθητές χαμηλού γνωστικού επιπέδου είχαν πολύ μεγαλύτερη πρόοδο σε θέματα κριτικής σκέψης και κοινωνικής συμπεριφοράς σε σχέση με τους συμμαθητές τους με υψηλό γνωστικό επίπεδο.

γ) Έρευνες που αφορούν τη βελτίωση της διδακτικής μεθόδου project. Αυτές οι έρευνες έχουν σχεδιαστεί για να αντιμετωπίσουν ποικιλία προβλημάτων που έχουν προκύψει από τη μειωμένη αποτελεσματικότητα της μαθητικής συμμετοχής όταν εφαρμόστηκε η μέθοδος project. Αναφέρθηκαν περιπτώσεις όπου οι μαθητές δεν παρουσίαζαν αυξημένα κίνητρα για μάθηση, δεν ήταν ικανοί να διατυπώσουν κεντρικά ερωτήματα ώστε να οδηγηθούν σε κατανόηση βασικών εννοιών (Barron et al. 1998), δεν ήταν ικανοί να χρησιμοποιήσουν τεχνολογικά εργαλεία, να διαχειριστούν το χρόνο εργασίας και να επιμερίσουν την εργασία τους. Επίσης μερικοί μαθητές δυσκολεύονταν να συνεργαστούν μεταξύ τους, να ελέγξουν τις γνώσεις τους χρησιμοποιώντας μεταγνωστικές τεχνικές και μη λαμβάνοντας σοβαρά υπόψη την εργασία με project την εκτελούσαν επιφανειακά και δεν μελετούσαν για να την διορθώσουν (Thomas 2000).

δ) Έρευνες που αφορούν την εφαρμογή της διδακτικής μεθόδου project σε μικτές μαθησιακά τάξεις. Σε ερευνητικές μελέτες διερευνήθηκε η συμβολή της μεθόδου project στο πλαίσιο διδασκαλίας των κοινωνικών επιστημών σε μικτές μαθησιακά τάξεις και καταγράφηκαν τα μαθησιακά αποτελέσματα σε μαθητές με και χωρίς δυσκολίες μάθησης (Ferretti & Okolo 1996, Okolo & Ferretti 2000, Ferretti, MacArthur & Okolo 2001, MacArthur, Ferretti & Okolo 2002). Σε έρευνα που έκαναν σε μια ΣΤ΄ τάξη δημοτικού σχολείου με μαθητές με και χωρίς δυσκολίες μάθησης, οι ερευνητές εφάρμοσαν τη διδακτική μέθοδο project στις κοινωνικές επιστήμες κι οι ποσοτικές μετρήσεις έδειξαν μαθησιακά οφέλη στο γνωστικό και κοινωνικό τομέα για όλους τους μαθητές και ιδιαίτερα για αυτούς με μαθησιακές δυσκολίες (ό.π.). Επίσης, ερευνητική μελέτη για την αποτελεσματικότητα της διδακτικής μεθόδου project σε μικτές μαθησιακά τάξεις ελληνικών δημοτικών σχολείων στο πλαίσιο διδασκαλίας της Μελέτης Περιβάλλοντος έχει δείξει ότι οι μαθητές μπορούν να αποκομίσουν οφέλη μέσω της διδακτικής μεθόδου project στην ακαδημαϊκή απόδοση, στην απόκτηση κινήτρων, στη συνεργατική μάθηση και στη βελτίωση της συμμετοχής στη διαδικασία μάθησης. Επίσης, οι μαθητές που έχουν ήδη μάθει να εργάζονται συνεργατικά, όταν διδάσκονται με τη διδακτική μέθοδο project, δεσμεύονται στην επίτευξη του σκοπού της ομάδας και κατανοούν την ανάγκη για αλληλοϋποστήριξη στην πορεία της μάθησης, ανεξαρτήτου εθνικής ή φυλετικής καταγωγής (Filippatou & Kaldi 2009, Kaldi, Filippatou & Govaris υπό δημοσίευση).

Διαπιστώθηκε ότι δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ των ερευνών που έχουν εκπονηθεί για τη μέθοδο project και τη διδακτική πράξη. Οι εκπαιδευτικοί δηλαδή σπάνια χρησιμοποιούν τα ερευνητικά ευρήματα από την εφαρμογή της μεθόδου project στη διδακτική τους πράξη. Επίσης δυσκολεύονται να λάβουν πρωτοβουλία και να δομήσουν ένα μοντέλο διδασκαλίας με βάση τη δική τους γνώση για το πώς μαθαίνουν καλύτερα οι μαθητές. Ερευνητικά δεδομένα διεθνώς έχουν δείξει παρόλα αυτά ότι με ελάχιστη επιμόρφωση οι εκπαιδευτικοί μπορούν πολύ γρήγορα να κατακτήσουν τη διδακτική μεθοδολογία του project (Wurdinger et al. 2007).

1.1.4. Κατηγοριοποιήσεις project

Ανάλογα με το χρονικό πλαίσιο εφαρμογής, ο Frey (1986) διακρίνει τρεις κατηγορίες project: α) Τα μικρά project που διαρκούν από ένα έως δύο δίωρα και περιορίζονται στο σχολικό περιβάλλον, δηλαδή εμπλέκονται μόνο οι μαθητές και ο εκπαιδευτικός. β) Τα μέτρια project που διαρκούν από μια ημέρα μέχρι και δύο εβδομάδες, έχουν περιορισμένο εύρος μελέτης, αλλά κρίνεται απαραίτητη η εμπλοκή και εξωσχολικών προσώπων ή φορέων. γ) Τα μεγάλα project που διαρκούν από μία εβδομάδα μέχρι και χρόνια. Όπως και στα μέτρια project ο εκπαιδευτικός και τα παιδιά αντλούν θέματα για μελέτη από τις ενότητες του αναλυτικού προγράμματος. Όμως μπορούν επιπλέον να επεξεργαστούν και θέματα γενικού ενδιαφέροντος των παιδιών και της τοπικής κοινωνίας. Τότε θεωρείται κρίσιμη και σημαντική η εμπλοκή τοπικών εξωσχολικών φορέων.

Μπορούμε να διακρίνουμε τα στάδια υλοποίησης ενός project ως εξής: α) την επιλογή του υπό μελέτη θέματος, β) τον προγραμματισμό των δραστηριοτήτων σε επίπεδο περιεχομένου και οργάνωσης της μαθησιακής διαδικασίας και γ) την υλοποίηση (Καλδή 2008). Αρχικά μετά την επιλογή του θέματος, διατυπώνονται καθοδηγητικά ερωτήματα που οδηγούν στον καθορισμό διδακτικών στόχων. Οι διδακτικοί στόχοι παραπέμπουν σε επιμέρους θεματικές ενότητες μελέτης του υπό εξέταση θέματος. Αν πραγματοποιηθεί θεματική εξακτίνωση σε επιμέρους θεματικές ενότητες, που θα παραπέμπει σε ποικίλους γνωστικούς τομείς, τότε προκύπτει διαθεματικό project.

Στο τέλος η αξιολόγηση γνωστικών δομών και δεξιοτήτων πραγματοποιείται όπως έχει προγραμματιστεί είτε αποκλειστικά από το δάσκαλο ή τη δασκάλα είτε σε συνδυασμό με αυτοαξιολόγηση και ετεροαξιολόγηση. Η διαμορφωτική αξιολόγηση της διαδικαστικής εμπειρίας κατά τη διάρκεια και η τελική αξιολόγηση στο τέλος, συνήθως περιλαμβάνουν την ανταλλαγή των απόψεων των παιδιών σχετικά με τις δραστηριότητες, την έκφραση των συναισθημάτων τους κατά τη διάρκεια βιωματικών εμπειριών και άλλων δραστηριοτήτων, την εκτίμησή τους για τις γνώσεις που αποκόμισαν και τη διατύπωση περαιτέρω προτάσεων.

Σύμφωνα με την Καλδή (2008) προτείνεται η σταδιακή εφαρμογή της διδακτικής μεθόδου project. Ανάλογα με το βαθμό εξοικείωσης του εκπαιδευτικού και των παιδιών με αυτή τη διδακτική μέθοδο, προτείνονται τα εξής επίπεδα εφαρμογής: α) Για αρχική εφαρμογή προτείνεται ένα project που έχει σχεδιαστεί από τον εκπαιδευτικό και παρουσιάζεται στα παιδιά προς εφαρμογή. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά εξοικειώνονται με τη συγκεκριμένη μέθοδο και τα κύρια χαρακτηριστικά της (βιωματική, διερευνητική μάθηση, ομαδική εργασία, μελέτη βάσει του περιεχομένου ενός θέματος) προτού αναλάβουν πιο ενεργό ρόλο προγραμματισμού - σχεδιασμού, ενώ ταυτόχρονα ο δάσκαλος ή η δασκάλα εξοικειώνεται με μαθητοκεντρικές μορφές διδασκαλίας. β) Σε ένα δεύτερο επίπεδο εφαρμογής, όταν ήδη ο εκπαιδευτικός έχει εξοικειωθεί με τη μεθοδολογία του project, προτείνεται η εφαρμογή ενός project που έχει σχεδιαστεί μεν από τον εκπαιδευτικό, αλλά προβάλλεται στους μαθητές και ως προϊόν της δικής τους συνεισφοράς στο σχεδιασμό. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά εξοικειώνονται με το σχεδιασμό και προγραμματισμό ενός project. Σε αυτές τις δύο περιπτώσεις εφαρμογής project δεν μπορούμε να αναφερθούμε στην εφαρμογή ενός «αυθεντικού» project σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά που ήδη παρουσιάστηκαν. Μπορούν να χαρακτηριστούν όμως ως «υβρίδια» project που ενσωματώνουν μεν τα χαρακτηριστικά ενός project ως προς τη μεθοδολογία υλοποίησης και τον τρόπο μάθησης, αλλά δεν περιλαμβάνουν ως προς το σχεδιασμό και προγραμματισμό, την ενεργή μαθητική συμμετοχή η οποία θεωρείται απαραίτητη σε ένα «αυθεντικό» project (Καλδή 2008). γ) Σε ένα τελικό επίπεδο εφαρμογής, προτείνεται η υλοποίηση ενός project που σχεδιάζεται, προγραμματίζεται και διεκπεραιώνεται από κοινού με το δάσκαλο ή τη δασκάλα και τους μαθητές και τις μαθήτριες. Τότε μπορούμε να αναφερθούμε στην εφαρμογή ενός «αυθεντικού» project.

1.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

1.2.1. Εισαγωγή

Κυρίαρχο στοιχείο ενός project είναι η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης. Η αυτονόητη παραδοχή του παραδοσιακού σχολείου σχετικά με το χώρο προέλευσης της σχολικής γνώσης είναι ότι πρέπει να προέρχεται από το χώρο της επιστημονικής γνώσης, αφού προηγουμένως γίνει απλοποίηση και επιλογή των απολύτως βασικών και ουσιωδών στοιχείων της, πάντα βέβαια με κριτήριο τις πνευματικές δυνατότητες κάθε σχολικής βαθμίδας. Πρώτος ο Dewey (1938) και άλλοι οπαδοί του πραγματισμού αμφισβήτησαν την παραπάνω παραδοχή και τόνισαν τη σημασία των παιδικών βιωμάτων και των εμπειρικο-βιωματικών γνώσεων που προκύπτουν από αυτά. Η διαθεματική προσέγγιση ως αντίληψη της πορείας της σχολικής ζωής μέσω της διασύνδεσης θεματικών ενοτήτων, προβάλλεται ως αποτέλεσμα επιστημολογικών και επιστημονικών προσεγγίσεων που αναφέρονται αντίστοιχα στη συστημική αντιμετώπιση του ανθρώπου και του περιβάλλοντός του, καθώς και σε επιστημονικά πορίσματα της Μορφολογικής Ψυχολογίας. Οι εποικοδομιστές χρησιμοποιούν τον όρο "integration" - «ενιαιοποίηση» που χρησιμοποιεί και η διαθεματική προσέγγιση, για να δηλώσουν τη διαδικασία ένταξης των νέων πληροφοριών στα προϋπάρχοντα σχήματα, καθώς επίσης για να δηλώσουν τις διαθεματικές συναρτήσεις (Gallagher 1993, σ. 185). Μέσα από τη διπλή αυτή μορφή ενιαιοποίησης πιστεύουν οι εποικοδομιστές ότι προωθείται η μάθηση. Εμπειρίες και γνώσεις ενοποιούνται χωρίς στεγανά και περιχαρακώσεις, μέσα από διαθεματικές συναρτήσεις, τις οποίες αποθαρρύνει ο κατακερματισμός - πολυμερισμός του περιεχομένου του αναλυτικού προγράμματος σε ανεξάρτητα, αυτοτελή διδακτικά αντικείμενα.

Ο Cone και οι συνεργάτες του (1998), θεωρώντας ότι θα έπρεπε να γίνει πιο κατανοητή η θεωρητική διαδικασία, παρουσίασαν τρία μοντέλα: το διασυνδεμένο, το κοινό και το συνεργατικό, χωρίς ωστόσο να καταργούν τη δυνατότητα πλοκής τους ή τη δημιουργία νέων. Το διασυνδεμένο μοντέλο επιτρέπει τον ανεξάρτητο σχεδιασμό, την επιλογή περιεχομένου από άλλες γνωστικές περιοχές και την ενοποίηση του νέου περιεχομένου με τον καταλληλότερο τρόπο. Στο κοινό μοντέλο δύο περιοχές ενοποιούνται μέσω όμοιας δεξιότητας, θέματος ή αντίληψης που είναι μέρος του περιεχομένου και των δύο. Στο συνεργατικό μοντέλο, οι δεξιότητες, τα θέματα και οι αντιλήψεις ενός ή περισσοτέρων γνωστικών περιοχών αναμειγνύονται ώστε η μάθηση να επιδιώκεται ταυτόχρονα σε όλες τις περιοχές. Το αποτέλεσμα είναι ένα πρόγραμμα σπουδών στο οποίο οι μαθητές κερδίζουν πολλαπλές προοπτικές και μία καλύτερη κατανόηση της συσχέτισης των γνωστικών περιοχών. Με αυτό το μοντέλο διδάσκονται συνήθως γενικά θέματα, όπως τα «Θέματα Διατροφής» ή το θέμα «Κυκλοφοριακή Αγωγή» που επιχειρήσαμε στην παρούσα έρευνα.

Πολλοί εκπαιδευτικοί οργανισμοί (π.χ. National Association for the Education of Young Children) υποστήριξαν τη διαθεματική διδασκαλία. Έκτοτε, προγράμματα (Cone & Cone 1999, Friela, Kellehera, Campbella & Nolan 1999), συνέδρια (Purcell & Werner 1996), βιβλία (Silver, Strong & Perini 2000, Haynes 2002) και άρθρα (Bilbe 1992, Waites 1993, Ballantyne 1999, Gunn & King 2003, Weinberg & Harding 2004) συνεχίζουν να δίνουν έμφαση στο θέμα αυτό. Η Lake (1994) επιχείρησε να καταγράψει τα ευρήματα των ερευνών που αφορούσαν στη διαθεματική διδασκαλία. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής έδειξαν ότι μία μειοψηφία ερευνών περιλαμβάνει αναφορές σε προγράμματα σπουδών που έχουν σχεδιαστεί για να καθορίσουν την αποτελεσματικότητα των διαθεματικών προγραμμάτων ως προς το περιεχόμενο της μάθησης. Σχετικές έρευνες ασχολήθηκαν επίσης με τον τρόπο υλοποίησης των διαθεματικών προγραμμάτων, προκειμένου να είναι αποτελεσματικά, ενώ το μεγαλύτερο ποσοστό των ερευνών περιέγραφαν την εμπειρία των δασκάλων που μετείχαν σε τέτοια προγράμματα.

Αν και δεν είναι απαραίτητα ένας νέος τρόπος θέασης της διδασκαλίας, η διαθεματική προσέγγιση έχει προσελκύσει ένα μεγάλο ποσοστό ενδιαφέροντος στα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα. Στα εκπαιδευτικά περιοδικά που είναι βασισμένα και στην έρευνα, αλλά και στις ανέκδοτες καταγραφές των επιτυχιών διαφόρων δασκάλων, αναφέρονται πολλά παραδείγματα δασκάλων που συνδέουν διαφορετικές θεματικές περιοχές και παρέχουν μαθησιακές εμπειρίες γεμάτες νόημα, οι οποίες αναπτύσσουν τις δεξιότητες και τη γνώση, ενώ ταυτόχρονα οδηγούν στην κατανόηση εννοιολογικών συσχετισμών. Φαίνεται επίσης ότι η διαθεματική προσέγγιση βοηθά τους μαθητές να αποκτούν τον έλεγχο της μάθησής τους.

1.2.2. Ορισμοί

Η διαθεματική προσέγγιση αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία με διάφορους συνώνυμους όρους ως «integrated curriculum», «interdisciplinary teaching», «thematic teaching», «synergistic teaching» και «cross-curriculum approach».

Ο ορισμός του Dressel (1958, σ. 3-25) για τη διαθεματική προσέγγιση υπό τον όρο «integrative curriculum» προχωρά πέρα από τη σύνδεση θεματικών περιοχών, στη δημιουργία νέων προτύπων για την κατανόηση του κόσμου: «Στη διαθεματική προσέγγιση, οι σχεδιασμένες μαθησιακές εμπειρίες δεν παρέχουν στους μαθητευόμενους μόνο μία ενιαία θέαση της κοινά αποδεκτής γνώσης (μαθαίνοντας τα πρότυπα, τα συστήματα, τις δομές του μορφωτικού αγαθού), αλλά παρωθούν επίσης κι αναπτύσσουν τη δυνατότητα των μαθητευομένων να αντιλαμβάνονται νέες σχέσεις και ως αποτέλεσμα να δημιουργούν νέα πρότυπα, συστήματα και δομές».

Συνώνυμος με τον προηγούμενο όρο, είναι ο όρος «interdisciplinary curriculum» που ορίζεται στο Dictionary of Education (Good 1973) ως ένας τρόπος οργάνωσης του Α.Π. που διαπερνά μέσω των διαφόρων γνωστικών αντικειμένων για να εστιάσει στην κατανόηση προβλημάτων της καθημερινής ζωής ή σε ευρείες περιοχές μελέτης που συνενώνουν τα διάφορα τμήματα του Α.Π. σε ένα συνδυασμό γεμάτο νόημα.

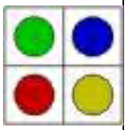
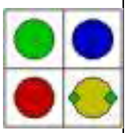
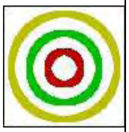
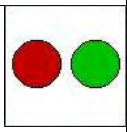
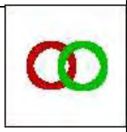
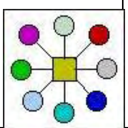
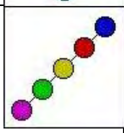
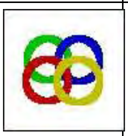
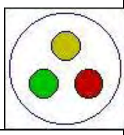
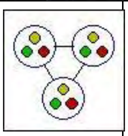
Ένας βασικός ορισμός της διαθεματικής μελέτης διατυπώθηκε από τους Humphreys, Post & Ellis (1981, σ. 11) ως μελέτη «κατά την οποία τα παιδιά εξερευνούν ευρέως τη γνώση σε ποικίλα θέματα που σχετίζονται με ορισμένες πτυχές του περιβάλλοντός τους». Ο Humphreys διαβλέπει δεσμούς μεταξύ των ανθρωπιστικών επιστημών, των τεχνών επικοινωνίας, των μαθηματικών, των φυσικών επιστημών, των κοινωνικών επιστημών, της μουσικής και των εικαστικών. Δεξιότητες και γνώση αναπτύσσονται και εφαρμόζονται σε περισσότερες από μία περιοχές μελέτης.

Συμφωνώντας με τα προηγούμενα, η Shoemaker (1989, σ. 5) διετύπωσε έναν παρόμοιο ορισμό της διαθεματικής προσέγγισης υπό τον όρο «integrated curriculum» ως εκπαίδευσης οργανωμένης «με τέτοιο τρόπο ώστε διαπερνά δια μέσω των διαφόρων γνωστικών αντικειμένων και συνενώνει ποικίλες πλευρές του Α.Π. σε συνδυασμούς γεμάτους νόημα, προκειμένου να εστιάσει σε ευρείες περιοχές μελέτης. Αντιμετωπίζει τη διδασκαλία και τη μάθηση με έναν ολιστικό τρόπο και αντικατοπτρίζει τον πραγματικό κόσμο που βρίσκεται σε διαρκή αλληλεπίδραση». Είναι σαφής η ομοιότητα μεταξύ αυτού του ορισμού διαθεματικής προσέγγισης και του προηγούμενου υπό τον όρο «interdisciplinary curriculum».

Η Jacobs (1989) ορίζει ότι διαθεματική διδασκαλία είναι η προσέγγιση γνώσης και προγραμμάτων σπουδών, η οποία συνειδητά εφαρμόζει τη μεθοδολογία και τη γλώσσα από περισσότερες από μία γνωστικές περιοχές προκειμένου να εξεταστεί ένα κεντρικό θέμα, πρόβλημα ή εμπειρία. Υπάρχουν και αρκετοί άλλοι ορισμοί για τη διαθεματική μάθηση, όλοι όμως συγκλίνουν στο ότι είναι μία εκπαιδευτική προσέγγιση που προετοιμάζει τα παιδιά για μία δια βίου μάθηση. Όσοι υποστηρίζουν τη διαθεματική μάθηση στο σχολικό περιβάλλον δεν θεωρούν την εκπαίδευση ως διδασκαλία διακριτής τμηματικής θεματικής ύλης, αλλά ως τον κύριο παράγοντα για την ανάπτυξη των ικανοτήτων που απαιτεί η ζωή στον 21^{ο}αιώνα.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο υπάρχουν ποικίλα επίπεδα διαθεματικότητας, σύμφωνα με τον Palmer (1991, σ. 59), που περιγράφει πρακτικές όπως την ανάπτυξη δευτερευόντων διαθεματικών σκοπών στο βιβλίο δασκάλου που περιέχει τις κατευθυντήριες γραμμές του Α.Π., την ανάπτυξη υποδειγματικών μαθημάτων που περιλαμβάνουν διαθεματικές δραστηριότητες - αξιολογήσεις και την ανάπτυξη δραστηριοτήτων εμπλουτισμού ή εμβάθυνσης με μια διαθεματική προοπτική συμπεριλαμβανομένων προτάσεων για διαθεματικές προεκτάσεις σε κάθε γνωστικό στόχο. Επίσης προσθέτει την ανάπτυξη δραστηριοτήτων αξιολόγησης που από τη φύση τους είναι διαθεματικές και την ύπαρξη ενδεικτικών διαθεματικών σχεδιασμών σε όλα τα βιβλία δασκάλου που περιέχουν τις κατευθυντήριες γραμμές του Α.Π. Μερικοί συγγραφείς προχώρησαν πέρα από έναν απλό ορισμό της διαθεματικότητας, στη στοιχειοθέτηση ενός συνεχούς της διαθεματικότητας. Η Fogarty (1991), για παράδειγμα, περιέγραψε δέκα επίπεδα διαθεματικότητας (βλ. ακόλουθο πίνακα 1.1).

Πίνακας 1.1 (Δέκα επίπεδα διαθεματικότητας)

Ονομασία		Περιγραφή	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Κατακερματισμένη (Fragmented)		Χωριστά και ευδιάκριτα μαθήματα-ειδικότητες.	Σαφής και ξεχωριστή εικόνα κάθε μαθήματος-ειδικότητας.	Οι συνδέσεις δεν γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές. Μικρή μεταβίβαση γνώσης.
Συνδεδεμένη (Connected)		Οι θεματικές μέσα σε ένα μάθημα συνδέονται	Οι έννοιες - κλειδιά συνδέονται, οδηγώντας στην αναθεώρηση, ανακεφαλαίωση και αφομοίωση των εννοιών σ' ένα μάθημα.	Τα μαθήματα-ειδικότητες δεν σχετίζονται, η εστίαση του περιεχομένου παραμένει μέσα σε ένα μάθημα-ειδικότητα.
Ένθετη (Nested)		Οι κοινωνικές, νοητικές και οι δεξιότητες περιεχομένου στοχεύουν σε μια θεματική περιοχή.	Εστιάζει άμεσα σε διάφορα θέματα, οδηγώντας σε εμπλουτισμένη και ενισχυμένη μάθηση.	Οι μαθητές μπορεί να μπερδευτούν και να αποπροσανατολιστούν ως προς τις κύριες έννοιες της δραστηριότητας ή του μαθήματος.
Διαδοχική (Sequenced)		Παρόμοιες έννοιες διδάσκονται διαδοχικά, αν και τα μαθήματα είναι χωριστά.	Διευκολύνει τη μεταβίβαση της γνώσης μέσα από διαφορετικές θεματικές περιοχές.	Απαιτεί διαρκή συνεργασία & ευελιξία αφού οι εκπ/κοί έχουν μικρότερη αυτονομία στην εφαρμογή του Α.Π.
Κοινή (Shared)		Ο ομαδικός σχεδιασμός και/ή η διδασκαλία που εμπλέκει δύο μαθήματα εστιάζει σε κοινές έννοιες, δεξιότητες ή στάσεις.	Κοινές διδακτικές εμπειρίες· με δύο εκπ/κούς σε μία ομάδα είναι ευκολότερη η συνεργασία.	Απαιτεί χρόνο, ευελιξία, δέσμευση και συμβιβασμούς.
Εξακτινωμένη (Webbed)		Θεματική διδασκαλία που χρησιμοποιεί ως βάση ένα θέμα που διδάσκεται σε πολλά μαθήματα.	Δίνει κίνητρα στους μαθητές, βοηθά τους μαθητές να αντιληφθούν συνδέσεις μεταξύ εννοιών.	Το θέμα πρέπει να επιλέγεται προσεκτικά, με σκέψη, για να είναι σημαντικό, με έγκυρο σχετικό περιεχόμεν
Συνυφασμένη (Threaded)		Νοητικές κοινωνικές δεξιότητες, πολλαπλής νοημοσύνης & δεξιότητες μελέτης "συνυφαίνονται" δια μέσου των μαθημάτων.	Οι μαθητές μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν, διευκολύνοντας τη μελλοντική μεταβίβαση της γνώσης.	Τα μαθήματα - ειδικότητες παραμένουν ξεχωριστά.
Ενιαιοποιημένη (Integrated)		Προτεραιότητες που επικαλύπτουν πολλαπλά μαθήματα διερευνούνται για κοινές δεξιότητες, έννοιες και στάσεις.	Ενθαρρύνει τους μαθητές να αντιληφθούν διασυνδέσεις, σχέσεις μεταξύ μαθημάτων, τα παιδιά παρωθούνται βλέποντας συνδέσεις.	Απαιτεί διατμηματικές ομάδες με κοινό σχεδιασμό και διδακτικό χρόνο.
Εμβυθισμένη (Immersed)		Ο μαθητής ενιαιοποιεί τη γνώση εξετάζοντάς την μέσω της προοπτικής ενός τομέα ενδιαφέροντος.	Η ενιαιοποίηση – ολοκλήρωση επιτυγχάνεται μέσα από το μαθητευόμενο.	Μπορεί να μειώσει το εύρος εστίασης του μαθητευόμενου.
Δικτυωμένη (Networked)		Ο μαθητευόμενος κατευθύνει τη διαδικασία ολοκλήρωσης μέσα από την επιλογή ενός δικτύου πόρων και ειδικών.	Δημιουργεί εκ των προτέρων δυναμική, παρακινώντας το μαθητή με νέα γνώση, δεξιότητες ή έννοιες.	Ο μαθητευόμενος μπορεί να εμπλακεί ελάχιστα, οι προσπάθειες γίνονται αναποτελεσματικές.

Πηγή: Fogarty, 1991

Αρχίζοντας από τη μορφή ενδοκλαδικής διαθεματικότητας σε μια μεμονωμένη γνωστική περιοχή, με τρεις παραλλαγές - μοντέλα (κατακερματισμένο, συνδεδεμένο και ένθετο), συνέχισε με τη μορφή ενοποίησης διαφορετικών μαθημάτων - ειδικοτήτων, με πέντε μοντέλα (διαδοχικό, κοινό, εξακτινωμένο, συνυφασμένο κι ενιαιοποιημένο). Το διαδοχικό μοντέλο με τη διαπραγμάτευση του ίδιου θέματος διαδοχικά σε διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, μοιάζει με την «ενιαία συγκεντρωτική διδασκαλία» που εφαρμόζαμε παλαιότερα στην ελληνική εκπαίδευση. Τέλος η Fogarty κατέληξε στη μορφή ενιαιοποίησης μέσα από τους μαθητές και δια μέσου των μαθητών, με δύο μοντέλα (εμβυθισμένο και δικτυωμένο). Η εργασία αυτή υποστηρίχθηκε και από άλλους ερευνητές που ενεπλάκησαν στην εφαρμογή της διαθεματικότητας (Jacobs 1989, Shoemaker 1989). Αυτές οι διαφοροποιήσεις μπορεί να ποικίλλουν από το μοντέλο δύο δασκάλων που διδάσκουν την ίδια θεματική, ο καθένας χωριστά, το μοντέλο του ομαδικού σχεδιασμού διαθεματικών ενοτήτων, μέχρι τη μορφή πλήρους διαθεματικότητας που αναφέρεται με τον όρο «synergistic teaching».

Οι Bonds, Cox και Gantt-Bonds (1993) γράφουν ότι η διαθεματική διδασκαλία (synergistic teaching) υπερβαίνει την απλή κατάργηση των στεγανών ανάμεσα στις θεματικές περιοχές και προχωρά σε μια προσέγγιση διδασκαλίας δια μέσου της οποίας όλα τα σχολικά μαθήματα συσχετίζονται και διδάσκονται με τέτοιο τρόπο ώστε να καθίστανται σχεδόν αδιαχώριστα. Ό,τι μαθαίνεται και εφαρμόζεται σε μια περιοχή του αναλυτικού προγράμματος, συσχετίζεται και χρησιμοποιείται για να ενισχύσει και να επεκτείνει τη γνώση και τις δεξιότητες που η μάθησή τους έγινε σε άλλες περιοχές του αναλυτικού προγράμματος. Αυτή η διαδικασία διαθεματικής διδασκαλίας επιτρέπει στο μαθητή να αντιληφθεί γρήγορα τους συσχετισμούς μάθησης σε όλες τις περιοχές του αναλυτικού προγράμματος και να καταστεί ικανός να τους εφαρμόζει στο πλαίσιο καθενός από τα σχολικά γνωστικά αντικείμενα. Η διαθεματική διδασκαλία δεν ενιαιοποιεί απλώς, αλλά παρουσιάζει το περιεχόμενο και τις δεξιότητες με τέτοιο τρόπο ώστε σχεδόν ολόκληρη η μαθησιακή διαδικασία να λαμβάνει νέες διαστάσεις, νέο νόημα, διότι η διασύνδεση μεταξύ δεξιοτήτων και περιεχομένου διαπερνά τις διαχωριστικές γραμμές των γνωστικών αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος. Στη διαθεματική προσέγγιση, η ταυτόχρονη διδασκαλία εννοιών και δεξιοτήτων χωρίς αναφορά σε περιοχές του αναλυτικού προγράμματος, έχει μεγαλύτερο αποτέλεσμα από ότι θα είχε το άθροισμα από τη μάθηση των ίδιων εννοιών και δεξιοτήτων χωριστά σε διακριτά γνωστικά αντικείμενα (αποκτά δηλαδή δυναμική).

Στην ελληνική βιβλιογραφία ο Ματσαγγούρας (2002) αναφέρει ότι η διεθνής βιβλιογραφία χρησιμοποιεί ποικιλία όρων για να προσδιορίσει τις διαφορετικές μορφές ενδο-κλαδικής και δια-κλαδικής συνοχής, συσχέτισης, συνδυασμού, μετασχηματισμού και ενιαιοποίησης της σχολικής γνώσης. Τον όρο “integrated curriculum” τον αποδίδει ως «ενιαιοποιημένο πρόγραμμα» στα ελληνικά και τον όρο “interdisciplinary curriculum” ως «διεπιστημονικό πρόγραμμα». Αναφέρει επίσης τον όρο που χρησιμοποιεί ο Miller (1998) "thematic integration" τον οποίο αποδίδει ως «θεματική ενιαιοποίηση», τον όρο που χρησιμοποιεί ο Bafumo (1998) "integrated thematic curriculum" και τους όρους του Schumacher (1995) "integrated themes" και "cross curricular themes" τους οποίους αντιστοιχεί στους ελληνικούς όρους διαθεματικό πρόγραμμα και διαθεματικότητα, οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην ελληνική βιβλιογραφία (Θεοφιλίδης 1997, Κοσσυβάκη 1997). Προσθέτει επίσης ότι παρά το γεγονός ότι στην ελληνική και ξένη βιβλιογραφία οι παραπάνω όροι χαρακτηρίζονται από ασάφεια κι εκλαμβάνονται ως ταυτόσημοι συχνά, εκείνος θεωρεί ότι πρόκειται για συγγενείς, αλλά όχι ταυτόσημους όρους που παραπέμπουν σε τύπους προγραμμάτων σπουδών διαφορετικής φιλοσοφίας, οργάνωσης και περιεχομένου.

Ο Ματσαγγούρας (2002) διακρίνει τα διεπιστημονικά και τα διαθεματικά προγράμματα σπουδών. Με τον όρο διεπιστημονικότητα (interdisciplinarity) αναφέρεται στη θεωρητική αρχή οργάνωσης του αναλυτικού προγράμματος που διατηρεί τα διακριτά μαθήματα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους, αλλά επιχειρεί να κάνει διασυνδέσεις και συσχετίσεις μεταξύ του περιεχομένου των διαφορετικών μαθημάτων, προκειμένου να εξασφαλίσει πληρέστερη και σφαιρικότερη μελέτη του περιεχομένου των μαθημάτων. Το είδος της συσχέτισης, ο βαθμός διασύνδεσης και ο τρόπος οργάνωσης του γνωσιακού περιεχομένου διαφοροποιούνται από προσέγγιση σε προσέγγιση. Τα μαθήματα διατηρούν τα όρια και τα χαρακτηριστικά τους και ζητούμενο αποτελεί η ανεύρεση τρόπων συσχέτισης του περιεχομένου τους.

Αντίθετα με τον όρο διαθεματικότητα (thematic ή cross curricular thematic approach) αναφέρεται στη θεωρητική αρχή οργάνωσης του αναλυτικού προγράμματος που καταλύει τα διακριτά μαθήματα ως πλαίσια οργάνωσης της σχολικής γνώσης, παρακάμπτει τις προτεραιότητες και τις εσωτερικές δομές τους και επιχειρεί να προσεγγίσει τη σχολική γνώση ενιαιοποιημένη, όπως προκύπτει από τη σφαιρική μελέτη θεμάτων καθολικού ενδιαφέροντος. Προτεραιότητα έχουν στα διαθεματικά προγράμματα σπουδών, τα υπό μελέτη θέματα που αποτελούν μέρος της «πραγματικότητας» κι απαιτούν για να γίνουν κατανοητά τη σύμπραξη γνώσεων από διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους. Οι γνώσεις μέσα σε αυτά, εμφανίζονται ως ενιαιοποιημένα μορφώματα και όχι ως κατακερματισμένες και αποπλαισιωμένες αφαιρέσεις. Η επιλογή κι η οργάνωση των γνώσεων από τις διαφορετικές επιστήμες γίνεται με βάση τις ανάγκες του θέματος και όχι με βάση τις δομές και τη γενικότερη λογική των επιστημονικών κλάδων. Συγκρίνοντας ο Ματσαγγούρας τους όρους διαθεματικότητα (cross curricular themes) και ενιαιοποίηση (integration) γράφει ότι αποτελούν τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος. Για αυτό κι εκείνος κάνει λόγο για διαθεματικές ενιαιοποιήσεις, τις οποίες αντιδιαστέλλει από τις διεπιστημονικές διασυνδέσεις. Στα διαθεματικά προγράμματα οι επιστήμες χάνουν τα διακριτά τους όρια και ως σημείο εκκίνησης και πλαίσιο οργάνωσης της σχολικής γνώσης λειτουργούν τα εξεταζόμενα θέματα όπως αυτά συσχετίζονται με τα ενδιαφέροντα, τις εμπειρίες και τις ανάγκες των μαθητών. Ζητούμενο αποτελεί ποια γνώση πρέπει να επιλεγεί κάθε φορά, από ποιον επιστημονικό τομέα και με ποια σειρά, προκειμένου να κατανοήσουν οι μαθητές τα υπό μελέτη θέματα. Τέλος καταλήγει ο Ματσαγγούρας ότι οι όροι διαθεματικός και διαθεματικότητα αποτελούν νεολογισμούς που δεν υπάρχουν στα πρόσφατα νεοελληνικά λεξικά, αλλά δημιουργήθηκαν κατ' αναλογία προς το διεπιστημονικός - διεπιστημονικότητα για να δηλώσουν με το δεύτερο συνθετικό την κατά θέματα (-θεματική) προσέγγιση και οργάνωση της σχολικής γνώσης και με το πρόθεμα δια- την αναμενόμενη συσχέτιση της γνώσης εντός και μεταξύ των εξεταζόμενων θεμάτων.

1.2.3. Ιστορική ανασκόπηση της διαθεματικής προσέγγισης

Ο Humphreys (Humphreys et al. 1981, σ. xi) γράφει πως θεωρείται προφανώς δεδομένο ότι οι μαθητές συν τω χρόνω θα αντιληφθούν από μόνοι τους με ποιο τρόπο τα διάφορα αντικείμενα αλληλοσυνδέονται. Δυστυχώς, η πραγματικότητα είναι ότι οι μαθητές έχουν την τάση να μαθαίνουν αυτό που τους διδάσκουμε. Αν διδάσκουμε τη συνεκτικότητα και την ενιαιοποίηση, θα τις μάθουν. Αν διδάσκουμε το διαχωρισμό και την ασυνέχεια, αυτά θα μάθουν. Θα ήταν αβάσιμο να υποθέτουμε διαφορετικά.

Η διαθεματική διδασκαλία δεν αποτελεί καινούργιο θέμα στο χώρο της εκπαίδευσης. Εμφανίστηκε, όπως ήδη αναφέρθηκε, με τη μέθοδο project περίπου το 1900. Τα θεμέλια της διαθεματικής προσέγγισης βρίσκονται στο έργο των Dewey, Piaget, Bruner και άλλων, οι οποίοι πίστευαν σε μία ολιστική θεώρηση της μάθησης. Οι υποστηρικτές του προοδευτικού κινήματος του 1930 συνηγόρησαν υπέρ ενός ενιαιοποιημένου αναλυτικού προγράμματος που έμεινε γνωστό ως “core curriculum” (Vars 1987). Κατά τις δεκαετίες 1960 και 1970 οι αντίστοιχες προσπάθειες εμπεριείχαν εμπειρίες - παραδείγματα ενεργητικής μάθησης με σκοπό να ενισχυθεί η δημιουργική σκέψη, η επίλυση προβλημάτων κι η καθοδηγούμενη ανακάλυψη. Τη δεκαετία του 1980 έγινε ξανά στροφή στο παραδοσιακό πρόγραμμα σπουδών, ενώ στα μέσα του 1990 και κοντά στον 21ο αιώνα το ενδιαφέρον για τη διαθεματική διδασκαλία αναζωπυρώθηκε και έτσι αναπτύχθηκαν διάφορα θεωρητικά μοντέλα για αυτήν από ειδικούς στο σχεδιασμό σχολικών προγραμμάτων. Η αύξηση της γνώσης και των απαιτήσεων του αναλυτικού προγράμματος, η αποσπασματικότητα των διδακτικών σχεδιασμών, η συζήτηση γύρω από την καταλληλότητα των αναλυτικών προγραμμάτων κι η έλλειψη συνδέσεων και συσχετίσεων μεταξύ των μαθημάτων, όλα έχουν αναφερθεί ως αιτίες του αυξανόμενου ενδιαφέροντος για τη διαθεματικότητα (Jacobs 1989, Markus 1991).

Ο Benjamin (1989, σ. 8-16) υπογραμμίζει τις ανάγκες ενός σύγχρονου σχολείου που πρέπει να ανταποκριθεί προς μια συνολική αλληλεξάρτηση και διασύνδεση πολύπλοκων συστημάτων, την αύξηση της γνώσης στον 21ο αιώνα σε ποσότητα και πολυπλοκότητα και την ανάγκη οι εργαζόμενοι να έχουν την ικανότητα άντλησης πληροφοριών από πολλά διαφορετικά πεδία και την ικανότητα λύσης προβλημάτων που απαιτούν αλληλοσυσχετιζόμενους παράγοντες. Όλα τα ανωτέρω οδηγούν στη συζήτηση γύρω από τη διαθεματικότητα, ως μια κονστρουκτιβιστική θέαση της μάθησης, η οποία δίνει έμφαση στη βαθιά κατανόηση των γνωστικών αντικειμένων.

1.2.4. Ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας για τη διαθεματική προσέγγιση

Η διεθνής έρευνα που σχετίζεται με τη διαθεματικότητα εστιάζεται γύρω από τρεις κύριες κατηγορίες, οι οποίες ως προς ένα βαθμό αλληλοκαλύπτονται. Το μεγαλύτερο μέρος των μελετών αφορά περιγραφές διαθεματικών ενοτήτων ή άλλων τύπων ενοποιημένων προγραμμάτων, τις οποίες οι συγγραφείς - μελετητές πραγματικά εφάρμοσαν στις τάξεις τους ή τις οποίες κατέγραψε ένας παρατηρητής. Τα περισσότερα από αυτά τα άρθρα είναι εξειδικευμένα ως προς τη σχολική τάξη και συνδέουν διαθεματικά δύο ή τρεις γνωστικές περιοχές. Κάποια περιλαμβάνουν πραγματικά σχέδια μαθήματος, ενώ άλλα είναι πιο περιγραφικά. Κάποια επίσης περιλαμβάνουν τις αντιλήψεις των δασκάλων για την επίδραση της διαθεματικότητας. Κάποια άλλα περιέχουν συγκρίσεις, είτε ανάμεσα σε δύο τάξεις που διδάχτηκαν διαφορετικά μέσα στην ίδια χρονιά είτε ανάμεσα σε δύο τάξεις που διδάχτηκαν σε διαδοχικές χρονιές. Σύμφωνα με τη Lake (1994), αρκετά άρθρα, τα οποία αναφέρονται σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες από το δημοτικό σχολείο μέχρι το γυμνάσιο, περιγράφουν την επίδραση της διαθεματικότητας στη μαθητική επιτυχία και συμπεριφορά. Διερευνώνται επίσης οι συμπεριφορές κι οι αντιλήψεις των δασκάλων. Άλλη μια περιοχή έρευνας μεγάλου ενδιαφέροντος για τους εκπαιδευτικούς περιλαμβάνει άρθρα που σχετίζονται με το πώς οργανώνεται μια διαθεματική διδασκαλία κι ένα ενιαιοποιημένο πρόγραμμα. Κάποιες πηγές παρουσιάζουν πληροφορίες για τους τρόπους με τους οποίους η ενιαιοποίηση του αναλυτικού προγράμματος έχει γίνει πράξη με αποτελεσματικότητα.

Αρκετές μελέτες περιγράφουν παραδείγματα από σχολικές τάξεις, στο δημοτικό (Malecki 1990) ή στο γυμνάσιο (Needham 1993), στις οποίες εφαρμόστηκε η διαθεματική διδασκαλία. Τα παραδείγματα αυτά περιλαμβάνουν περιπτώσεις στις οποίες όλο το αναλυτικό πρόγραμμα αντιμετωπίστηκε ως ενιαίο και περιπτώσεις οι οποίες εστίασαν σε συγκεκριμένες περιοχές, όπως για παράδειγμα «η γραφή». Υπάρχουν επίσης παραδείγματα από το λύκειο, την ανώτατη (Watkins 1990) και από την επαγγελματική εκπαίδευση (Ladewig 1987). Πολλά από τα άρθρα έχουν γραφεί από εν ενεργεία εκπαιδευτικούς της τάξης ή από ερευνητές που συμμετείχαν ως παρατηρητές σε συγκεκριμένες τάξεις. Αν και τα περισσότερα δεν παρουσιάζουν λεπτομερείς περιγραφές, ωστόσο εξυπηρετούν ως μια στιγμιαία απεικόνιση του τι διαδραματίζεται καθημερινά στη σχολική τάξη.

Ένας μικρότερος αριθμός ερευνών αφορά συγκριτικές μελέτες οι οποίες σχεδιάστηκαν για να διερευνήσουν την επίδραση της διαθεματικότητας στη μάθηση περιεχομένου και στη συμπεριφορά. Ένας ευρύτερος αριθμός μελετών αφορά τη διερεύνηση τρόπων επιτυχούς εφαρμογής της διαθεματικότητας. Το μεγαλύτερο μέρος των σχετικών με τη διαθεματικότητα άρθρων, αφορά καταγραφές των εμπειριών των δασκάλων με τη μορφή περιγραφών διαθεματικών ενοτήτων τις οποίες αυτοί οι δάσκαλοι εφάρμοσαν στη διδασκαλία τους, μόνοι τους ή σε συνεργασία με άλλους δασκάλους. Από όλες αυτές τις μελέτες αναδύεται η πεποίθηση των συγγραφέων - δασκάλων ότι ένα διαθεματικό πρόγραμμα ανταποκρίνεται καλύτερα στις ανάγκες των μαθητών τους, αν και τις περισσότερες φορές οι συγγραφείς δεν στοιχειοθέτησαν μια εξειδικευμένη έρευνα για να τεκμηριώσουν κάτι τέτοιο.

Σύμφωνα με τη Lake (1994), ακόμη και εκείνες οι ερευνητικές μελέτες οι οποίες τεκμηριώνουν την επίδραση της διαθεματικότητας, συγκρινόμενες με μελέτες που αναφέρονται σε διδασκαλίες παραδοσιακής μορφής όπου τα γνωστικά αντικείμενα διδάσκονται χωριστά, εμπλέκουν αρκετά μικρότερο αριθμό μαθητών. Είναι πολύ δύσκολο να καθοριστούν όλες εκείνες οι μεταβλητές που πρέπει να διερευνηθούν κατά τη μελέτη της προόδου των μαθητών. Είναι απαραίτητο να λαμβάνεται υπόψη ότι ποικίλοι παράγοντες διαδραματίζουν ρόλο και πρέπει να διερευνώνται κατά τη μελέτη της επιτυχίας ή της αποτυχίας ενός προγράμματος, μιας σχολικής τάξης, μιας σχολικής χρονιάς ή μιας θεματικής ενότητας. Παρ’ όλες αυτές τις δυσκολίες, τα στοιχεία από όλες τις ανωτέρω μελέτες συνηγορούν υπέρ της εφαρμογής ενός διαθεματικού προγράμματος τόσο στο δημοτικό σχολείο, όσο και στο γυμνάσιο.

Τα ευρήματα των ερευνών στο πεδίο της διαθεματικότητας μπορούμε να τα κατατάξουμε σε τρεις κύριες κατηγορίες: α) την επίδραση της διαθεματικότητας στη γνώση του περιεχομένου, β) την επίδραση στη στάση και συμπεριφορά (που κυρίως μας ενδιαφέρει στην παρούσα μελέτη) και γ) την έρευνα γύρω από την εφαρμογή.

Όσον αφορά *την επίδραση της διαθεματικότητας στη γνώση του περιεχομένου*, μια ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας καταδεικνύει ότι αναφέρθηκαν θετικά αποτελέσματα στη διαδικασία της μάθησης όταν τα παιδιά ενεπλάκησαν σε διαθεματικό πρόγραμμα. Οι θεματικές περιοχές ενιαιοποίησης συμπεριελάμβαναν: 1) την ανάγνωση, τα μαθηματικά και τις τέχνες, 2) τη γραφή μέσω όλων των γνωστικών αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος, 3) τη φυσική και τη λογοτεχνία, 4) την ιστορία, τη φυσική και τα μαθηματικά, 5) την ιστορία και τη λογοτεχνία, 6) ενιαιοποιημένες τις ανθρωπιστικές επιστήμες, 7) την υγεία και την ανάγνωση, 8) τομείς των μαθηματικών, 9) τις κοινωνικές και νομικές επιστήμες, 10) τη φυσική αγωγή, τις τέχνες, την υγεία και τη λογοτεχνία και 11) τη φυσική, τις κοινωνικές επιστήμες, την υγεία και τις τέχνες (Vye 1990, Spiegel 1990, Goldbort 1991, Aschbacher 1991, Shoemaker 1991, Greene 1991, Williams 1991, Haynes 2002, Weinberg & Harding 2004, Rodriguez & Kitchen 2005).

Ήδη πολύ νωρίς ο Vars (1965), συνοψίζοντας πέντε κύριες ερευνητικές μελέτες, ανέφερε ότι στα σχολικά προγράμματα των μεγαλύτερων τάξεων του δημοτικού και των μικρότερων του γυμνασίου όπου εφαρμόστηκαν τα «core programs» - μια προγενέστερη μορφή διαθεματικότητας, δεν διαπιστώθηκε απώλεια μάθησης των γνωστικών αντικειμένων. Η συνολική εκτίμηση ήταν ότι οι μαθητές στα διαθεματικά προγράμματα τα πήγαν το ίδιο καλά ή και καλύτερα από ό,τι οι μαθητές στα παραδοσιακά προγράμματα όπου διδάσκονταν χωριστά τα γνωστικά αντικείμενα.

Αργότερα, ένα διαθεματικό πρόγραμμα ομαδοσυνεργατικής προσέγγισης ήταν το πρόγραμμα «Humanitas», που είχε διττό στόχο την επαγγελματική εξέλιξη των δασκάλων και τον εμπλουτισμό της γνώσης των μαθητών στις ανθρωπιστικές σπουδές και εφαρμόστηκε στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση στα γυμνάσια του Los Angeles (Aschbacher 1991). Καταγράφηκαν οι επιδράσεις σε μαθητές και δασκάλους. Το πρόγραμμα «Humanitas» συγκρίθηκε ως προς τα αποτελέσματά του με άλλα 16 πιο παραδοσιακά στην προσέγγισή τους σχολεία. Αξιολογήσεις δεξιοτήτων, εποπτεία των δασκάλων, των μαθητών και των διοικητικών, παρατηρήσεις σχολικών τάξεων, συνεντεύξεις σε δασκάλους και μαθητές, ανάλυση των εργασιών και των διαγωνισμάτων των μαθητών, ανάλυση των φακέλων (portfolios) των μαθητών, καταγραφή της παρουσίας και της συμμετοχής των μαθητών, καταγραφή στιγμών σύμπτωσης των γνωστικών αντικειμένων και τέλος καταγραφή συμπεριφορών και τυποποιημένων τεστ, όλα λήφθηκαν υπόψη σε αυτή την έρευνα, αναδεικνύοντάς την ως μία από τις πιο εμπεριστατωμένες εξερευνήσεις διαθεματικής ενοποίησης του αναλυτικού προγράμματος. Το πρόγραμμα «Humanitas», όπως δείχνουν τα ευρήματα, είχε στατιστικά μια σημαντικά θετική επίδραση στη γνώση του γραπτού λόγου και του περιεχομένου, ακόμη και σε μαθητές που συμμετείχαν στο πρόγραμμα μόνο για μια χρονιά. Οι μεγαλύτερες ωφέλειες προέκυψαν στην εννοιολογική κατανόηση. Οι ομάδες ελέγχου των μαθητών δεν είχαν καμιά ωφέλεια στην εννοιολογική κατανόηση κατά τη διάρκεια του ίδιου χρονικού πλαισίου.

Αν και κατά την αξιολόγηση του project «Humanitas», ενεπλάκη ένα μεγάλο πλήθος μαθητών και μια ομάδα ελέγχου, υπάρχουν ωστόσο πολλές άλλες μελέτες μικρότερης κλίμακας (Mansfield 1989, Oster 1993), οι οποίες αναφέρουν θετικά αποτελέσματα προόδου των μαθητών οι οποίοι συμμετείχαν σε ένα διαθεματικό πρόγραμμα. Ο Levitan (1991) αναφέρει ότι μια αλλαγή από ένα πρόγραμμα γλωσσικής τέχνης με βάση τη λογοτεχνία σε ένα πρόγραμμα με βάση τη φυσική και τη λογοτεχνία για μαθητές έκτης τάξης, είχε ως αποτέλεσμα τη βελτίωση της προόδου για την πλειοψηφία των μαθητών. Παρόμοια αποτελέσματα έχουν αναφερθεί από τον Willett (1992) σε μια μελέτη όπου συμμετείχαν 87 μαθητές πέμπτης τάξης. Η διαθεματική διασύνδεση της μελέτης των μαθηματικών και της τέχνης είχε ως αποτέλεσμα υψηλότερες επιδόσεις σε επαναληπτικά τεστ από τις επιδόσεις των μαθητών που είχαν διδαχθεί μεμονωμένα τις μαθηματικές έννοιες από τον κανονικό δάσκαλο της τάξης. «Τα δεδομένα δείχνουν ότι η ενσωμάτωση δραστηριοτήτων της τέχνης μέσα στα μαθηματικά και στην ανάγνωση, μπορούν να βελτιώσουν τη μάθηση ορισμένων εννοιών» (Levitan 1991, σ. 12). Παρόμοια αποτελέσματα αναφέρθηκαν από τον Friend (1984) σε μια μελέτη ενιαιοποίησης των μαθηματικών και της φυσικής, στην οποία συμμετείχαν μαθητές της πρώτης τάξης του γυμνασίου.

Αυτά τα ευρήματα φαίνονται πολύ λογικά όταν κανείς λάβει υπόψη του το έργο του Schmidt (1983), ο οποίος βρήκε ότι στις τάξεις που διδασκόταν η γλωσσική τέχνη διαθεματικά, το ποσό του χρόνου που καταναλώθηκε στη διδασκαλία της τέχνης και της λογοτεχνίας ήταν περισσότερο από διπλάσιο από το ποσό του χρόνου που καταναλώθηκε για τα ίδια αντικείμενα σε τάξεις όπου δεν διδάχτηκαν διαθεματικά.

Όσον αφορά *την επίδραση στη στάση και συμπεριφορά*, υπάρχει ένα μικρό σώμα ερευνών οι οποίες σχετίζονται με την επίδραση ενός διαθεματικού προγράμματος στις στάσεις των μαθητών. Οι μαθητές στο πρόγραμμα «Humanitas» που αναφέρθηκε προηγουμένως, έμειναν στο σχολείο περισσότερο, εργάστηκαν πιο επίπονα (σύμφωνα με αντικειμενικές μετρήσεις και τις δικές τους προσωπικές αναφορές) και τους άρεσε το σχολείο περισσότερο.

Ο Vars (1965) αναφέρει ότι η παρώθηση για μάθηση αυξάνεται όταν οι μαθητές εργάζονται σε «πραγματικά» προβλήματα - ένα κοινό χαρακτηριστικό των διαθεματικών προγραμμάτων. Όταν οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στο σχεδιασμό της μάθησής τους κι έχουν τη δυνατότητα επιλογών, παρωθούνται περισσότερο και τα προβλήματα συμπεριφοράς ελαττώνονται. Η Jacobs (1989) επίσης αναφέρει ότι τα διαθεματικά προγράμματα είναι συνυφασμένα με μεγαλύτερο βαθμό αυτορρύθμισης των μαθητών, υψηλότερο βαθμό παρακολούθησης και συμμετοχής, υψηλότερα επίπεδα ολοκλήρωσης των «κατ' οίκον» εργασιών και γενικά υιοθέτηση στάσεων μεγαλύτερης αποδοχής και καλύτερης αντιμετώπισης του σχολείου. Οι μαθητές εμπλέκονται στη διαδικασία της μάθησής τους καθώς κάνουν διαθεματικές διασυνδέσεις μεταξύ των γνωστικών αντικειμένων και εξωσχολικών καταστάσεων της καθημερινής ζωής. Ο MacIver (1990) επίσης βρήκε ότι οι μαθητές που ενεπλάκησαν σε διαθεματικά προγράμματα, καλλιέργησαν το πνεύμα ομαδικότητας και βελτίωσαν τις στάσεις τους και τις συνήθειές τους στον τρόπο που εργάζονται. Αυτό αποδόθηκε εν μέρει στο γεγονός ότι οι δάσκαλοι συναντιόνταν σε ομάδες κι είχαν τη δυνατότητα να αναγνωρίζουν γρήγορα και να αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα κάποιου μαθητή.

Οι μαθητές δεν είναι οι μόνοι που αντιδρούν θετικά στις διαθεματικές εμπειρίες τους. Σε μια μελέτη ενός διαθεματικού προγράμματος, ο Edgerton (1990) βρήκε ότι μετά από ένα χρόνο το 83% των δασκάλων που ενεπλάκησαν, προτιμούσαν να συνεχίσουν με το διαθεματικό πρόγραμμα παρά να επιστρέψουν σε ένα παραδοσιακό πρόγραμμα. Ο MacIver (1990) βρήκε ότι οι δάσκαλοι εκτιμούν θετικά το στοιχείο της κοινωνικής στήριξης που ενυπάρχει στη συνεργασία μεταξύ τους, την οποία ενθαρρύνει η διαθεματική προσέγγιση και αισθάνονται ότι έχουν τη δυνατότητα να διδάσκουν αποτελεσματικότερα όταν εφαρμόζουν διαθεματικές προσεγγίσεις. Ανακαλύπτουν νέα ενδιαφέροντα και διδακτικές τεχνικές οι οποίες ανανεώνουν - φρεσκάρουν τη διδασκαλία τους.

Όταν οι δάσκαλοι που συμμετείχαν στο πρόγραμμα «Mid-California Science Improvement Program» έδωσαν συνέντευξη σε έναν ανεξάρτητο αξιολογητή, τα ευρήματα έδειξαν θεαματική αύξηση στο διδακτικό χρόνο της φυσικής και μεγαλύτερη εξοικείωση των δασκάλων στη διδασκαλία της φυσικής. Καταγράφηκαν βελτιώσεις στις στάσεις των δασκάλων και στις συμπεριφορές και στην πρόοδο των μαθητών. Αυτά τα αποτελέσματα ήταν σταθερά και για τα χαρισματικά και για τα «εκπαιδευτικώς μη προνομιούχα παιδιά» (Greene 1991).

Όσον αφορά *την έρευνα γύρω από την εφαρμογή*, τα σχετικά ερευνητικά ευρήματα έχουν ορισμένα κοινά χαρακτηριστικά. Ένα στοιχείο που αναδύεται άμεσα με σαφήνεια είναι ότι η διαθεματικότητα και η ενιαιοποίηση του Α.Π. χρειάζονται χρόνο. Χρειάζεται χρόνος για κοινό σχεδιασμό που θα επιτρέπει στους, στις εκπαιδευτικούς την επιλογή θεμάτων, την εξερεύνηση πηγών, τη συζήτηση των μαθησιακών αναγκών των μαθητών και το συντονισμό διδακτικών προγραμμάτων. Διευρυμένα πεδία όπως η κοινότητα, η μεταβολή ή τα διάφορα συστήματα έχουν αναδειχθεί ως αποτελεσματικοί θεματικοί οργανωτές (Shoemaker 1991).

Βασισμένη η Shoemaker σε λεπτομερή ανασκόπηση της βιβλιογραφίας και σε συζητήσεις με εκπαιδευτικούς, καταγράφει τα ουσιώδη στοιχεία ενός διαθεματικού προγράμματος. Αναφέρει συγκεκριμένα τις θεμελιώδεις ικανότητες και διαδικασίες, όπως είναι αυτές που αφορούν την ανάγνωση και τα μαθηματικά, αλλά επίσης, τις κοινωνικές δεξιότητες και τη λύση προβλημάτων. Οι οργανωτικές αρχές γύρω από τις οποίες το πρόγραμμα οικοδομείται είναι θέματα και γνωστικά πεδία του Α.Π. Είναι ευρεία θέματα - π.χ. «Οι ανθρώπινες Κοινότητες» - και ενιαιοποιούν το περιεχόμενο από πολλές γνωστικές περιοχές. Κάθε γνωστικό πεδίο διαιρείται περαιτέρω σε θεματικά κεφάλαια π.χ. «Περιβάλλοντα» ή «Ποικιλότητα». Για να προσδιοριστούν περισσότερο τα θεματικά κεφάλαια και να εστιαστούν οι δραστηριότητες χρησιμοποιούνται «Ζητήματα – Ερωτήσεις». Ως προς την ανάπτυξη μιας ενότητας, οι δάσκαλοι σχεδιάζουν τις δραστηριότητες που θα οδηγήσουν στην ανάπτυξη της γνώσης και των ικανοτήτων οι οποίες σχετίζονται με τις έννοιες των θεματικών κεφαλαίων και απαντούν στις θεμελιώδεις ερωτήσεις. Οι δάσκαλοι επίσης συλλέγουν πηγές και αναπτύσσουν σχέδια μαθημάτων και στρατηγικές αξιολόγησης. Κατά την αξιολόγηση, η ενότητα αξιολογείται μέσα από τη διαρκή εκτίμηση της προόδου των μαθητών. Όταν οι εκπαιδευτικοί εξετάζουν τα, κατά τη Shoemaker, θεμελιώδη στοιχεία, δίνουν στους όρους διευρυμένους ορισμούς. Για παράδειγμα, τα θεματικά κεφάλαια μπορεί να αντιστοιχούν σε υπάρχουσες δομές μέσα στο σχολείο, όπως είναι λογοτεχνικά έργα ή διαθεματικές περιοχές.

Οι επιτυχημένες προσπάθειες προς τη διαθεματικότητα έχουν την τάση να συμπεριλαμβάνουν τα ανωτέρω στοιχεία ή μια παραλλαγή τους. Ο Palmer (1991) προτείνει οι εκπαιδευτικοί και οι επόπτες των Α.Π. να εργάζονται μαζί και να προσδιορίζουν κοινούς στόχους, σκοπούς, ικανότητες και θέματα. Οι εκπαιδευτικοί να εργάζονται από κοινού για να βρίσκουν κατάλληλες συνδέσεις στις θεματικές περιοχές. Για παράδειγμα, οι ερευνητικές ικανότητες μπορεί να αποτελούν μέρος της φυσικής, των μαθηματικών, της μουσικής, των γλωσσικών τεχνών και των κοινωνικών μελετών. Από αυτήν τη συζήτηση θα βοηθηθούν οι εκπαιδευτικοί ώστε να επινοήσουν σχέδια προς διδασκαλία. Κάθε σχέδιο χρειάζεται χρόνο, ενθουσιώδεις εκπαιδευτικούς, ευέλικτα χρονοδιαγράμματα και ομάδες των οποίων τα μέλη είναι ικανά να εργάζονται μαζί (Brandt 1991).

Καθώς η διαθεματικότητα – η ενιαιοποίηση του Α.Π. αλλάζει την όψη της διδασκαλίας, μπορεί να οδηγήσει σε αλλαγή και των στρατηγικών αξιολόγησης. Καθώς οι μαθητές εμπλέκονται σε «πραγματικές» αποστολές, οι εκπαιδευτικοί ανακαλύπτουν ότι χρειάζεται να σχεδιάσουν νέες στρατηγικές αξιολόγησης της εκτέλεσης μιας αποστολής, οι οποίες δίνουν μια πραγματική εικόνα για την εννοιολογική κατανόηση από τους μαθητές.

Όταν η Jacobs ξεκίνησε ένα σχέδιο εφαρμογής, η εμπειρία της την ώθησε να προσδιορίσει τα εξής τέσσερα βήματα που είναι απαραίτητα για την επιτυχία του σχεδίου (1991, σ. 27):

1. Η υλοποίηση μιας έρευνας δράσης για να διερευνηθούν οι τρέχουσες πηγές και οι καλύτερες δυνατές πρακτικές.
2. Η ανάπτυξη μιας διαθεματικής πρότασης για ενιαιοποίηση του Α.Π.
3. Εφαρμογή και παρώθηση του πιλοτικού προγράμματος με ταυτόχρονη συνεχή αξιολόγηση των μαθητών και του προγράμματος.
4. Υιοθέτηση ενός προγράμματος και περαιτέρω συνέχιση της αξιολόγησης.

Τα παραπάνω ευρήματα τεκμηριώνουν τις θετικές επιδράσεις της διαθεματικότητας. Η Lipson (Lipson et al. 1993) ανακεφαλαιώνοντας καταλήγει ότι η διαθεματικότητα και το ενιαιοποιημένο Α.Π. βοηθούν τους μαθητές να εφαρμόζουν ικανότητες. Μια διαθεματικά αποκτημένη γνώση οδηγεί σε ταχύτερη ανάκτηση πληροφοριών. Επίσης οι πολλαπλές προοπτικές οδηγούν σε μια περισσότερο ενιαιοποιημένη βάση γνώσεων. Το διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών ενισχύει το βάθος και το εύρος της μάθησης, παρωθεί τις θετικές στάσεις και συμπεριφορές των μαθητών και παρέχει περισσότερο ποιοτικό χρόνο για την εξερεύνηση του προγράμματος σπουδών.

Συμπερασματικά, μεταξύ των παραγόντων που πρέπει να εξεταστούν σε ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών είναι οι κοινοί ορισμοί των εμπλεκόμενων όρων (όπως θέμα, σκέλος ή έκβαση), οι διαθέσιμοι πόροι - πηγές, η δυνατότητα ευελιξίας στο σχεδιασμό κι οι πιθανές υπηρεσίες υποστήριξης (Jacobs 1989, MacIver 1990, Gehrke 1991, Lipson et al. 1993). Πρόσθετοι παράγοντες που πρέπει να εξεταστούν είναι τα θέματα και οι έννοιες που θα ενοποιηθούν διαθεματικά, οι περαιτέρω δυνατές συνδέσεις κι ευρύτερες διαθεματικές εκδοχές, η έκταση - δομή του προγράμματος σπουδών, ο τρόπος υλοποίησης της αξιολόγησης, οι δυνατότητες υποστήριξης από τους γονείς και την κοινότητα. Σημαντικοί παράγοντες επίσης είναι ο εντοπισμός θεμάτων μέσα από τα οποία προωθείται η δημιουργία συνδέσεων κι η μεταβίβαση της μάθησης και ο χρόνος προγραμματισμού της ομάδας των δασκάλων που χρησιμοποιείται για να ανταλλαγούν πληροφορίες για το περιεχόμενο, τις διδακτικές μεθόδους, τους τομείς εμπειρίας και τους μαθητές.

Όταν οι δάσκαλοι επιλέγουν θέματα, είναι απαραίτητο να αποφεύγουν αυτά που ενώ εκ πρώτης όψεως διευκολύνουν, δεν εμπεριέχουν καμία ευρύτερη, νοηματικά σημαντική έννοια. Ενώ ένας ορισμένος δάσκαλος μπορεί να έχει ή να μην έχει την εξειδικευμένη γνώση σε κάθε θεματική περιοχή, τα μέλη ομάδων εκπαιδευτικών είναι σε θέση να εργαστούν μαζί για να βρουν τις συνδέσεις που ενιαιοποιούν διαθεματικά τις μεμονωμένες θεματικές περιοχές (Lipson et al. 1993). Αποτελεσματικότερα είναι τα θέματα που προωθούν τη σύνδεση των εννοιών και οδηγούν σε βαθύτερη κατανόηση. Ένα θέμα είναι κάτι περισσότερο από μια σειρά δραστηριοτήτων. Είναι ένας τρόπος για να διευκολυνθεί η μάθηση και η κατανόηση των εννοιολογικών συνδέσεων από τους μαθητές. Δραστηριότητες που συνδέονται αυθαίρετα δεν είναι χρήσιμες (Brophy & Alleman 1991). Κατά συνέπεια, ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών είναι ένας τρόπος, όχι το τελικό αποτέλεσμα. Οι κακώς σχεδιασμένες ενότητες δεν επιτυγχάνουν το στόχο της βαθύτερης κατανόησης και μάθησης. Κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία πρέπει να εξεταστεί καθώς οι δάσκαλοι επιχειρούν την ενιαιοποίηση του προγράμματος σπουδών. Είναι απαραίτητο σε κάθε σχολείο να διερευνηθεί ξεχωριστά η καλύτερη δυνατή διαδικασία που θα ικανοποιήσει τις ανάγκες του συγκεκριμένου συνόλου μαθητών. Ένα γυμνάσιο μπορεί να αντιμετωπίσει διαφορετικούς περιορισμούς από ένα δημοτικό σχολείο. Από το να περάσουμε απότομα από ένα παραδοσιακό πρόγραμμα που εστιάζει στα διακριτά μαθήματα, σε ένα εξ ολοκλήρου διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών, μεγαλύτερη επιτυχία διαπιστώνεται όταν τα σχολεία κάνουν σταδιακές αλλαγές, διασφαλίζοντας ότι ο κάθε εμπλεκόμενος αισθάνεται πως συμμετέχει στις αλλαγές και δεσμεύεται για την επιτυχία τους.

Μερικά γνωστικά αντικείμενα προσφέρονται περισσότερο για διαθεματικές διασυνδέσεις, όπως τα μαθηματικά κι η φυσική ή οι γλωσσικές τέχνες κι οι κοινωνικές μελέτες. Εντούτοις και σε μη παραδοσιακούς συνδυασμούς έχουν υπάρξει πολύ επιτυχημένες προσπάθειες π.χ. τέχνη και μαθηματικά. Οι δάσκαλοι εμπλεκόμενοι όλο και περισσότερο με τη διαθεματικότητα, βλέπουν συνδέσεις που δεν είχαν δει αρχικά. Όπως οι δάσκαλοι βλέπουν τις συνδέσεις και αναπτύσσουν μαθησιακές δραστηριότητες και αξιολογήσεις δομημένες γύρω από τις συνδέσεις, το ίδιο τις αντιλαμβάνονται σταδιακά και τα παιδιά. Αυτή η κατανόηση οδηγεί σε πιο επιτυχημένη μάθηση.

Από την ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας, αναδύονται αρκετοί τομείς για περαιτέρω έρευνα. Ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών μπορεί να μην υπακούει σε μια λογική ακολουθία μέσα σε ένα γνωστικό αντικείμενο όπως τα μαθηματικά. Περαιτέρω έρευνα θα απαιτηθεί για την επίδραση αυτού του παράγοντα, εάν οι εκπαιδευτικοί επιθυμούν να εξετάσουν το ρόλο της ακολουθίας στις αποφάσεις επιλογής ενός προγράμματος σπουδών. Μπορεί να αναδειχθεί ότι οι επιλογές ακολουθίας και διάρθρωσης της ύλης που επικρατούν, προκύπτουν περισσότερο ως προϊόν των εγχειριδίων παρά από την πραγματική ανάγκη για κατανόηση. Όταν το πρόγραμμα σπουδών βασίζεται σε ευρείες έννοιες που συνδέονται με θεματικές ενότητες, οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν πρόσβαση στη γνώση με πολύ διαφορετικούς τρόπους, που καθιστούν την παραδοσιακή ακολουθία και διάρθρωση λιγότερο σημαντική. Αυτό είναι ένα θέμα που δεν έχει διερευνηθεί πλήρως στην έρευνα για το διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών.

Μία άλλη επίπτωση (Humphreys et al. 1981), περιστρέφεται γύρω από τη δυσκολία αξιολόγησης της μάθησης των μαθητών με παραδοσιακές μεθόδους. Εάν τα θέματα προς διερεύνηση προκύπτουν, εν μέρει, από το ενδιαφέρον μαθητών και δασκάλων, θα υπάρχει κατά την επεξεργασία λιγότερη εμπειρία εκ μέρους των δασκάλων. Αυτό το γεγονός μπορεί να εμποδίσει την επιτυχημένη εφαρμογή τυποποιημένων δοκιμασιών και να οδηγήσει στην απαίτηση εναλλακτικών μεθόδων αξιολόγησης της κατανόησης των θεμελιωδών εννοιών από τους μαθητές.

Οι εκπαιδευτικοί που δεν έχουν επαρκή εμπειρία ώστε να αναπτύξουν προσεκτικά και με περίσκεψη μια διαθεματική ενότητα, μπορεί να οδηγηθούν σε μια μη δομημένη, «λίγο από όλα» προσέγγιση (Jacobs 1989), παρά σε μια πραγματικά διαθεματική μαθησιακή προσέγγιση. Κάτι τέτοιο δεν διευκολύνει τα είδη κατανόησης που τα διαθεματικά προγράμματα επιδιώκουν και που όπως αναφέρθηκε τεκμηριωμένα μπορούν να επιτύχουν. Μπορεί να υπάρξει δυσκολία συνεργασίας επίσης, στους εκπαιδευτικούς που εμπλέκονται σε διαθεματικό πρόγραμμα (Gunn & King 2003). Χρειάζεται να εξερευνηθούν πληρέστερα οι καλύτερες δυνατές εκπαιδευτικές πρακτικές, τόσο για τους νεοδιόριστους, όσο και για τους έμπειρους εκπαιδευτικούς. Ένα σχετικό ζήτημα είναι ο βαθμός στον οποίο οι υποψήφιοι δάσκαλοι, απόφοιτοι των Παιδαγωγικών Τμημάτων, είναι έτοιμοι να διδάξουν θέματα που βρίσκονται στην κατεύθυνση ενός διαθεματικού προγράμματος σπουδών.

Χρειάζεται προσοχή ώστε να μη θεωρηθεί σε καμιά περίπτωση η διαθεματικότητα ως πανάκεια. Μπορεί σίγουρα να υπάρξουν περιπτώσεις όπου η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας δεν είναι η καταλληλότερη. Μια προσεκτική εξέταση των επιτυχώς εφαρμοσμένων διαθεματικών προγραμμάτων, μπορεί να μας βοηθήσει να εξάγουμε συμπεράσματα για το βαθμό ως προς τον οποίο η διαθεματικότητα μπορεί ή πρέπει να εφαρμοστεί σε μια συγκεκριμένη περίπτωση.

1.2.5. Η αναγκαιότητα της διαθεματικότητας

Η τάση προς τη διαθεματική προσέγγιση απομακρύνεται από την απομνημόνευση μεμονωμένων γεγονότων και σχημάτων, προς την κατανόηση εννοιών μεστών σε νόημα και των συνδέσεων μεταξύ τους. Ο Perkins (1991, σ. 7) συνηγορώντας υπέρ μιας διδασκαλίας που καλλιεργεί την ικανότητα μεταβίβασης της μάθησης και την κριτική σκέψη, δηλώνει ότι το ενδιαφέρον για τη σύνδεση των γνωστικών αντικειμένων, την ενιαιοποίηση των ιδεών μέσα και δια μέσου των θεματικών περιοχών και τη σύνδεση με στοιχεία της εξωσχολικής ζωής, είναι σύμφυτο με το ενδιαφέρον για κατανόηση με μια ευρύτερη και βαθύτερη έννοια. Υπάρχει μια φυσική συμμαχία μεταξύ αυτών που πασχίζουν προς μια διδασκαλία με κατανόηση και αυτών που προσπαθούν για την εφαρμογή μιας διαθεματικής εκπαίδευσης. Από αυτή την άποψη πολλοί υποστηρίζουν την καθιέρωση της διαθεματικότητας και της ενιαιοποίησης του προγράμματος ως έναν τρόπο βελτίωσης της εκπαίδευσης που εστιάζει στην κατανόηση.

Υπάρχουν εξάλλου ερευνητικές μελέτες γύρω από τον τρόπο μάθησης των παιδιών ως εγκεφαλικής λειτουργίας που υποστηρίζουν τη διαθεματικότητα (Cromwell 1989, Shoemaker 1989, Caine & Caine 1991). Υπάρχει η πεποίθηση ότι η μάθηση συντελείται αποτελεσματικότερα και ταχύτερα, όταν συμβαίνει σε πλαίσια με νόημα, με κυρίαρχο το βιωματικό, εμπειρικό στοιχείο.

Ασφαλώς ο κάθε μαθητής είναι μοναδικός και μαθαίνει με το δικό του διαφορετικό τρόπο. Για να καλυφθούν όλες οι διαφορετικές ανάγκες πρέπει να παρέχουμε περιθώρια επιλογής στους μαθητές, σύμφωνα και με τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης (Gardner 1983). Η διαθεματικότητα και η εφαρμογή της με τη μέθοδο project παρέχουν περιθώρια επιλογής στους μαθητές. Άλλο ένα επιχείρημα υπέρ της διαθεματικότητας πηγάζει από την κοινή λογική των εκπαιδευτικών της πράξης. Οι αυξανόμενες γνωστικές ανάγκες που πρέπει να καλύψουν, ξεπερνούν την παραδοσιακή διδακτέα ύλη και διευρύνονται σε θέματα όπως τα ναρκωτικά, η προστασία από το AIDS κ.ά. Η διαθεματικότητα αναδεικνύεται ως ένας τρόπος για να καλυφθούν τόσο οι ανάγκες των μαθητών όσο και οι απαιτήσεις της πολιτείας.

Τέλος το σύγχρονο φαινόμενο της παγκοσμιοποίησης, καθώς και οι ραγδαίες αλλαγές στην τεχνολογία, ωθούν την εκπαίδευση προς την κατεύθυνση της διαθεματικότητας. Η ικανότητα επίτευξης συνδέσεων, επίλυσης προβλημάτων μέσα από πολλαπλές εναλλακτικές προοπτικές και η δεξιότητα ενσωμάτωσης πληροφοριών από διαφορετικά πεδία, θα είναι στο μέλλον σημαντικά συστατικά της επιτυχίας των αυριανών ενηλίκων. Σύμφωνα με τους Lipson et al. (1993, σ. 252), ένα διαρκές επιχείρημα υπέρ της διαθεματικότητας είναι ότι συνιστά ένα τρόπο για να αποφύγουμε την αποσπασματική και ασύνδετη απόκτηση μεμονωμένων γνώσεων, ενώ αντίθετα μεταμορφώνει την πρόσληψη της γνώσης σε υποκειμενικά λειτουργικό τρόπο μάθησης των νέων πληροφοριών.

1.3. ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ, ΜΕΘΟΔΟΣ «PROJECT» ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Στα δύο προηγούμενα υποκεφάλαια, διερευνήσαμε χωριστά το θεωρητικό πλαίσιο της διδακτικής μεθόδου project και το θεωρητικό πλαίσιο της διαθεματικότητας. Σε αυτό το υποκεφάλαιο, επιχειρούμε να μελετήσουμε συνδυαστικά τη διαθεματικότητα και τη μέθοδο project και τη σχέση τους με τη διδασκαλία των μαθηματικών. Ένα συνδυασμό των δύο εννοιών, της διαθεματικότητας και του project επιτυγχάνουμε υπό το σύνθετο όρο «διαθεματικά σχέδια εργασίας (project)». Τον όρο διαθεματικά “project”, τον χρησιμοποιούμε ήδη από τον τίτλο της εργασίας μας και τον επαναλαμβάνουμε συχνά σε όλο το έργο μας, για αυτό, λόγω της ιδιαίτερης βαρύτητάς του για τη μελέτη μας, θα τον αναλύσουμε στη συνέχεια. Δανειστήκαμε τον όρο «διαθεματικά σχέδια εργασίας (project)» από τον Ματσαγγούρα (2002, σ. 116) που τον χρησιμοποιεί πρώτος.

Σε άλλο σημείο ο Ματσαγγούρας (σ. 217) εξηγεί ότι με τον όρο «σχέδιο εργασίας» αποδίδει τον αγγλόφωνο όρο “project method” τον οποίο καθιέρωσε με το ομώνυμο άρθρο του στην παιδαγωγική βιβλιογραφία ο Kilpatrick (1918). Επισημαίνει ο Ματσαγγούρας ότι ο όρος project φαίνεται ότι είχε από την αρχή κάποια σημασιολογικά προβλήματα σε τέτοιο σημείο, που ανάγκασαν τον Kilpatrick, τον πρώτο θεωρητικό του project, να χαρακτηρίσει αργότερα τον όρο «προκλητικό και ασαφή» (Knoll 1997). Αυτές οι σημασιολογικές δυσκολίες, εμφανίσθηκαν και στην ελληνική απόδοση του όρου. Ετυμολογικά, ο όρος project προέρχεται από το λατινικό ρήμα projicio που σημαίνει προβάλλω. Το πρόβλημα με τους όρους «σχέδιο εργασίας» και «σχέδιο δράσης» που χρησιμοποιούνται συχνότερα τις τελευταίες δεκαετίες (Κοσσυβάκη 1997 σ. 266, Κανάκης 2001, Ματσαγγούρας 2002) είναι ότι επικεντρώνουν στο στοιχείο του σχεδιασμού, που σαφώς ενυπάρχει και όχι στο στοιχείο της σκόπιμης δράσης ή της μεθοδευμένης εργασίας που θέλει κυρίως να προβάλει ο ορισμός του project από τον Kilpatrick (1918). Η διαφοροποίηση στην ελληνική απόδοση του όρου “project method” οφείλεται, σύμφωνα με τον Ματσαγγούρα, στο γεγονός ότι άλλοι προτάσσουν τα βιώματα και τα ενδιαφέροντα (ψυχολογικό στοιχείο), άλλοι το στρατηγικό σχεδιασμό (μεθοδολογικό στοιχείο) και άλλοι τη σκόπιμη παρέμβαση στο κοινωνικό πεδίο (κοινωνικό στοιχείο), τρία στοιχεία που συνυπάρχουν στην εν λόγω μέθοδο.

Σχετικά με τον όρο «διαθεματικά σχέδια εργασίας (project)», που ευρέως χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία, ο Ματσαγγούρας τον χρησιμοποιεί σε αντιδιαστολή με τον όρο «διεπιστημονικά σχέδια εργασίας». Γράφει: «Στα σχέδια εργασίας τα θέματα προέρχονται από ποικίλους χώρους και μπορούν είτε να περιορίζονται στην αναζήτηση δεδομένων από συγγενείς κλάδους, που εξηγούν την ιδιαίτερη φύση του θέματος, οπότε παίρνουν διεπιστημονικό χαρακτήρα, είτε να αναφέρονται στις προεκτάσεις που έχει το υπό μελέτη θέμα σε χώρους πέρα από αυτόν στον οποίο ανήκει, οπότε το σχέδιο εργασίας παίρνει διαθεματικό χαρακτήρα. … Όταν σημείο εκκίνησης του σχεδίου εργασίας είναι το γνήσιο ενδιαφέρον για την ολόπλευρη μελέτη του θέματος, τότε το σχέδιο εργασίας είναι διαθεματικής φύσης» (Ματσαγγούρας 2002, σ. 116-117). Συνεχίζοντας δίνει ως παράδειγμα ότι ένα σχέδιο εργασίας π.χ. που συνεξετάζει στοιχεία γεωλογίας, φυσικής και μαθηματικών, για να περιγράψει τον τρόπο δημιουργίας - λειτουργίας ενός ηφαιστείου, είναι διεπιστημονικό σχέδιο εργασίας, ενώ ένα σχέδιο εργασίας που αναφέρεται σε εκρήξεις ηφαιστείου με ιστορικές συνέπειες, στο λεξιλόγιο, στις γλωσσικές εκφράσεις για τα ηφαίστεια, στην οικονομική αξιοποίηση των προϊόντων του ηφαιστείου κ.α. είναι διαθεματικό σχέδιο εργασίας. Προσθέτει ότι στα διαθεματικά σχέδια εργασίας προέχει η μελέτη του θέματος, χωρίς μέριμνα για την προώθηση των διακριτών επιστημονικών κλάδων. Κριτήρια ανάπτυξης του σχεδίου εργασίας αποτελούν η φύση του θέματος και τα ενδιαφέροντα των μαθητών.

Εκτός από τις παραπάνω θεωρητικές διευκρινίσεις που εντοπίσαμε στην ελληνική βιβλιογραφία για τον όρο «διαθεματικά project», επανεξετάζοντας τους πολλούς και διαφορετικούς ορισμούς που αναφέραμε στα δύο προηγούμενα υποκεφάλαια για τη διαθεματικότητα και τη μέθοδο project, ενστερνιζόμαστε κυρίως στην έρευνά μας, τον ορισμό του Kilpatrick για τη μέθοδο project, του θεμελιωτή του όρου, ως «σκόπιμης πράξης ολόψυχου ενδιαφέροντος», η οποία πράξη όμως ενέχει και το μεθοδολογικό στοιχείο του στρατηγικού σχεδιασμού. Επίσης για τη διαθεματική προσέγγιση ενστερνιζόμαστε τον ορισμό της Jacobs (1989) που αναφέραμε νωρίτερα, η οποία ορίζει ότι διαθεματική διδασκαλία είναι η προσέγγιση γνώσης και προγραμμάτων σπουδών, η οποία συνειδητά εφαρμόζει τη μεθοδολογία και τη γλώσσα από περισσότερες από μία γνωστικές περιοχές προκειμένου να εξεταστεί ένα κεντρικό θέμα, πρόβλημα ή εμπειρία. Από το συνδυασμό των παραπάνω ορισμών για τη διαθεματικότητα και το project, μπορούμε να ορίσουμε τον σύνθετο όρο «διαθεματικά project». Τέλος από τα δέκα επίπεδα διαθεματικότητας της Fogarty (1991), που περιγράψαμε προηγουμένως στον Πίνακα 1.1, κατά τη γνώμη μας, ανταποκρίνεται περισσότερο στον όρο «διαθεματικά project», το ένατο επίπεδο της εμβυθισμένης (immersed) διαθεματικότητας, όπου οι μαθητές ενοποιούν τη γνώση εξετάζοντάς την μέσω της οπτικής ενός τομέα ενδιαφέροντος και η ενιαιοποίηση - ολοκλήρωση επιτυγχάνεται μέσα από τους μαθητευόμενους.

Όσον αφορά τα μαθηματικά, δύο κύριες τάσεις έχουν επικρατήσει στην έρευνα της εκπαίδευσης των μαθηματικών, κατά τη διάρκεια της περασμένης εικοσαετίας. Η πρώτη είναι ο Κονστρουκτιβισμός (Constructivism) που θεωρητικά ξεκίνησε και θεμελιώθηκε από την επιστημολογική επιχειρηματολογία του Von Glasersfeld (1984, 1987, 1989), σύμφωνα με τον οποίο, οι μαθητές κατασκευάζουν ενεργά τους δικούς τους μαθηματικούς τρόπους γνώσης, καθώς προσπαθούν να οργανώσουν τις προσωπικές τους εμπειρίες. Αναδείχθηκε το συμπέρασμα ότι ο κάθε μαθητής κατανοεί διαφορετικά τα μαθηματικά αντικείμενα μέσα σε κοινές διδακτικές δραστηριότητες. Από την κατασκευαστική θεωρία γνώσης (Κονστρουκτιβισμό) προκύπτει ότι η ουσιαστική μάθηση των μαθηματικών είναι μια διαδικασία λύσης προβλημάτων. Η μεταφορά της μάθησης ως κατασκευής (Posch 1986) έχει ενθαρρύνει εκπαιδευτικούς να αναπτύξουν μία μέθοδο διδασκαλίας προσανατολισμένη στην επίλυση προβλημάτων. Η χρήση των προβλημάτων, ως μέσον για την ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών μας, τους δίνει την ευκαιρία να μάθουν μαθηματικά, με τρόπο ανάλογο προς αυτόν που δείχνει η ιστορική εξέλιξη ότι επινοήθηκαν τα μαθηματικά. Η δεύτερη τάση δίνει έμφαση στην κοινωνική και πολιτιστική φύση της μαθηματικής δραστηριότητας και θεωρητικά εμπνεύστηκε από το έργο του Vygotsky (1978). Σύμφωνα με αυτήν, την Κοινωνικοπολιτιστική Θεωρία, η ανάπτυξη κι η μάθηση δεν είναι ατομική γνωστική αυτο-οργάνωση, αλλά πολιτιστική μύηση σε καθιερωμένες, εδραιωμένες πρακτικές. Η μαθηματική δραστηριότητα ενός ατόμου, επηρεάζεται βαθιά από τη συμμετοχή του σε περιρρέουσες πολιτιστικές δραστηριότητες στις κοινωνικές ομάδες που ανήκει (οικογένεια, φίλους, σχολείο κ.ά.).

Η σύνθεση και ο συντονισμός των ανωτέρω προσεγγίσεων σε ένα κοινό, συνδυαστικό, θεωρητικό πλαίσιο με το όνομα «Κοινωνικός Κονστρουκτιβισμός» (Cobb 1994, O' Connor 1998) είναι και το επικρατέστερο διδακτικά μοντέλο που αναδεικνύεται στη σύγχρονη προσπάθεια αναμόρφωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης ως ο πρωταγωνιστής. Η Sfard (1998) καταλήγει σε δύο μεταφορές για τις θεωρίες μαθηματικής μάθησης που αντιστοιχούν στις δύο ανωτέρω τάσεις: τη μεταφορά της απόκτησης (Πιαζετιανό ατομοκεντρικό μοντέλο) και τη μεταφορά της συμμετοχής (Βυγκοτσκιανό κοινωνικοπολιτιστικό μοντέλο). Επίσης κατά τη διερεύνηση μιας μαθηματικής διδασκαλίας, χρήσιμο είναι να λαμβάνουμε υπόψη μεταξύ άλλων και τους εξής δύο θεωρητικούς πυλώνες: α) Την Επίλυση Προβλημάτων (Schoenfeld 1983) και β) Τη θεωρία Πλαισιωμένης Μάθησης (Lave & Wenger 1991).

Η εκπαιδευτική κοινότητα των μαθηματικών στις ΗΠΑ, επικρίθηκε πριν από μία δεκαετία για την αποτυχία να επιτευχθούν ουσιαστικές συνδέσεις μεταξύ της ακαδημαϊκής έρευνας και της σχολικής πρακτικής. Για παράδειγμα, ο Bruce Alberts, ο πρόεδρος του NRC, εθνικού συμβουλίου έρευνας (National Research Council), ισχυρίστηκε: «Είναι σαφές με οξύτητα ότι η έρευνα δεν κατόρθωσε το είδος της επιρροής στην εκπαίδευση που είναι ορατό στην ιατρική πρακτική, στις διαστημικές εξερευνήσεις, στην ενέργεια και σε πολλά άλλα πεδία» (NRC 1999, σ. vii, NRC 2000, 2002). Αυτές οι απόψεις αντανακλώνται και στην αναφορά της επιτροπής Glenn: «Πριν να είναι πολύ αργά: Μια αναφορά προς το έθνος από την εθνική επιτροπή για τη διδασκαλία των μαθηματικών και της φυσικής», (U.S. Department of Education: Glenn Report, 2000).

Όσον αφορά την αναγκαιότητα εφαρμογής της διαθεματικής προσέγγισης και στη μαθηματική εκπαίδευση, που κυρίως μας ενδιαφέρει, οι Dorfler και McLone (1986) αναφέρουν: «Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη της τεχνολογίας, η αλληλεπίδραση των Μαθηματικών με τα άλλα επιστημονικά πεδία, διευρύνθηκε τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά… Τα Μαθηματικά μπορούμε να τα δούμε στο κέντρο ενός πολυσύνθετου δικτύου που τα συνδέει με τα άλλα μαθήματα. Αυτές οι συνδέσεις είναι αμφίδρομες. Τα άλλα μαθήματα είναι αμφότερα και πηγές για μαθηματικές ιδέες και πεδία εφαρμογής… Η διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών με κατανόηση, δεν μπορεί να επιτευχθεί σε απομόνωση, αν πράγματι αντιλαμβανόμαστε τα

Μαθηματικά ως μια ανθρώπινη δραστηριότητα που στοχεύει στην κατανόηση “της πραγματικότητας” και στη λύση προβλημάτων μέσα σε αυτήν» (σ. 75-76).

Ήδη πολύ νωρίς, ο Whitehead (1948) πρότεινε ότι η μόνη λύση για βελτίωση του εκπαιδευτικού γίγνεσθαι, είναι η κατάργηση της επιζήμιας αποσύνδεσης των γνωστικών πεδίων, που σκοτώνει τη ζωντάνια ενός σύγχρονου curriculum. Το ζητούμενο παραμένει και τα μαθηματικά μπορούν να αναδείξουν την ενοποιητική τους δύναμη στον τομέα «διαθεματικότητα».

Το Εθνικό Συμβούλιο Δασκάλων των Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (N.C.T.M.) στις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά» (2000), περιλαμβάνει το κριτήριο “Connections” όπου αναφέρει ότι τα προγράμματα σπουδών από το Νηπιαγωγείο μέχρι τη $12^{η}$ τάξη οφείλουν να καθιστούν τους μαθητές ικανούς να αναγνωρίζουν και να εφαρμόζουν μαθηματικά σε πλαίσια έξω από τα μαθηματικά. Ειδικότερα τα σχολικά μαθηματικά πρέπει να συμπεριλαμβάνουν ευκαιρίες για μαθηματική μάθηση μέσα από δραστηριότητες αναδυόμενες έξω από τα μαθηματικά. Οι συνδέσεις μπορούν να γίνονται είτε με άλλα γνωστικά πεδία και μαθήματα είτε με την καθημερινή ζωή των μαθητών. Είναι απαραίτητη η δυνατότητα για βιωματική μάθηση των μαθηματικών σε ένα πλαίσιο.

Όσον αφορά την εφαρμογή της μεθόδου project στη μαθηματική εκπαίδευση, οι Rodriguez και Kitchen αναφέρονται στην αντίσταση που προβάλλουν οι εκπαιδευτικοί στην προσπάθεια που γίνεται για παιδαγωγική αλλαγή και προτείνουν σύγχρονους τρόπους για τη διδασκαλία των μαθηματικών και της φυσικής, μέσα από μια διαπολιτισμική προοπτική, υπό το θεωρητικό πρίσμα του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού. Σε αυτούς τους τρόπους που προτείνουν συμπεριλαμβάνεται σε δεσπόζουσα θέση η μέθοδος project (Rodriguez & Kitchen 2005). Σε άλλη έρευνα αναφέρονται τα πλεονεκτήματα της μεθόδου project κατά την εφαρμογή της στη μαθηματική εκπαίδευση μειονοτήτων που παρουσιάζουν γλωσσικές δυσκολίες, όπως είναι οι μαθητές ινδιάνικης καταγωγής (Reyhner & Davison 1992). Η εφαρμογή της διδακτικής μεθόδου project προτείνεται επίσης για την καθοδήγηση κι εκπαίδευση υποψήφιων δασκάλων που πρόκειται να διδάξουν σε δίγλωσσες τάξεις που διδάσκονται την αγγλική ως δεύτερη ξένη γλώσσα (Austin & Fraser-Abder 1995).

Θετικά αποτελέσματα εμφανίστηκαν στην κατανόηση του γνωστικού αντικειμένου από τους μαθητές, όταν πραγματοποιήθηκε μακροπρόθεσμη μελέτη τριών ετών, συγκρίνοντας την παραδοσιακή διδασκαλία και τη διδακτική μέθοδο project στο πλαίσιο διδασκαλίας των μαθηματικών σε δύο βρετανικά σχολεία υποχρεωτικής δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (Boaler 1998). Οι μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθηματικά με τη διδακτική μέθοδο project είχαν υψηλότερες επιδόσεις σε εθνικές εξετάσεις σε σχέση με τους μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθηματικά με την παραδοσιακή διδασκαλία. Οι μαθητές της παραδοσιακής προσέγγισης ανέπτυξαν μια διαδικαστική γνώση περιορισμένης ισχύος σε μη οικείες καταστάσεις. Αντίθετα οι μαθητές που «έκαναν» μαθηματικά σε ένα ανοικτό μαθησιακό περιβάλλον, βασισμένο στη μέθοδο project, ανέπτυξαν μια εννοιολογική κατανόηση που τους βοήθησε να αντιμετωπίσουν με επιτυχία, μια ευρεία κλίμακα αξιολογήσεων και καταστάσεων σε σχολικά και εξωσχολικά περιβάλλοντα.

Σχετικές πηγές της διεθνούς βιβλιογραφίας παρουσιάζουν διαθεματικές δραστηριότητες σύνδεσης των μαθηματικών και της γραφής με τη φυσική αγωγή (Banister & Harlow 1997), σύνδεσης των μαθηματικών με τη φυσική (Friend 1984), (Briers 1986), (Berlin & White 1992), (Westerberg & Whiting 1992), σύνδεσης των μαθηματικών με την τέχνη ή με τη γλώσσα (Willett 1992, Martinez 1992). Τα τελευταία χρόνια με τη ραγδαία ανάπτυξη της πληροφορικής και τις εφαρμογές της στην εκπαίδευση, αναπτύχθηκαν διαθεματικές δραστηριότητες που συνδύασαν τα μαθηματικά και την πληροφορική, οι οποίες, σύμφωνα με ερευνητές (Noss & Hoyles 1996), μπορούν να οδηγήσουν σε αλλαγή της κουλτούρας της μαθηματικής διδασκαλίας και μάθησης.

Όσον αφορά την ελληνική βιβλιογραφία, αρκετές διαθεματικές δραστηριότητες με παιδαγωγικά παιχνίδια και προσομοιώσεις με τη χρήση του Η/Υ είναι καταγεγραμμένες στα Πρακτικά των ετήσιων Πανελλήνιων Συνεδρίων «Διδακτικής Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση». Αναφέρω ενδεικτικά το πρόγραμμα προσομοίωσης “The Oregon Trail” που έχει μεταφραστεί στα ελληνικά (Ράπτης & Ράπτη 2000) και βάζει τους μαθητές στο ρόλο των πιονέρων του παρελθόντος εμπλέκοντάς τους σε δραστηριότητες σχετικές με Ιστορία, Γλώσσα, Μαθηματικά (αγορές για το ταξίδι και συναλλαγές βάσει υπολογισμών), Γεωγραφία, Καλλιτεχνικά και Μουσική. Επίσης ένα προτεινόμενο μοντέλο διεπιστημονικής διδασκαλίας το οποίο συνδυάζει τη Λογική και τη Γεωμετρία (Χατζηκυριάκου 2001). Ειδικά για την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων με βάση τα μαθηματικά, υπάρχουν κυρίως κάποιες προτάσεις με ενδεικτικά σχέδια εργασίας προς εφαρμογή (Χιονίδου 2001). Μία μελέτη στην Α΄ Λυκείου για την ενοποίηση μέσω εφαρμογής διαθεματικού project, της δραματικής τέχνης και των μαθηματικών, είχε θετικά αποτελέσματα ως προς την αλλαγή στάσης των παιδιών για τα μαθηματικά και επηρέασε την κουλτούρα της τάξης (Κοταρίνου & Σταθοπούλου 2009).

Οι υποστηρικτές της μεθόδου project (Chard 1992) δεν προτείνουν το μοντέλο εργασίας με τον τρόπο αυτό να αποτελέσει οδηγό για την εκπόνηση ολόκληρου του αναλυτικού προγράμματος. Περισσότερο το θεωρούν ως κάτι συμπληρωματικό στα πιο επίσημα συστηματικά μέρη του αναλυτικού προγράμματος. Η εργασία του project δεν είναι ξεχωριστό διδακτικό αντικείμενο όπως τα μαθηματικά για παράδειγμα. Προσφέρει όμως το πλαίσιο για τη διερεύνηση και τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων. Θα πρέπει δηλαδή να θεωρηθεί ότι ενσωματώνεται στην υπόλοιπη εργασία που περιλαμβάνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα.

Το μάθημα των μαθηματικών μπορεί να γίνεται πιο ευχάριστο και δημιουργικό για μαθητές και δασκάλους και να αναπτύσσεται η δυναμική της ομάδας στους μαθητές, με μιμητικά παιχνίδια, παιχνίδια ρόλων, θεατρικό παιχνίδι, καλλιτεχνικές δημιουργίες και πλείστες άλλες διαθεματικές δραστηριότητες όπως αυτές που αναφέρονται στο ΔΕΠΠΣ και ΑΠΣ των μαθηματικών (Χιονίδου 2002). Η αξιολόγηση των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο μπορεί να αποτελεί μέρος ενός συστήματος ανατροφοδότησης που να συνδέεται με τα Αναλυτικά Προγράμματα (Τζεκάκη & Δεληγιωργάκος 2000). Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στη διαδικασία μάθησης, ερευνώντας κι ανακαλύπτοντας συνεργατικά μέσα στην ομάδα τους. Τελικά τα παιδιά εκτιμούν τη σπουδαιότητα των μαθηματικών και τη χρησιμότητά τους, αφού αυτά διαχέονται σε όλα τα πεδία εφαρμογής των άλλων μαθημάτων, από τη Γυμναστική και τα Θρησκευτικά, μέχρι τη Γλώσσα και την Ιστορία. (Υποδυόμενοι π.χ. μια ομάδα από μαθητές και μαθήτριες, τους ταμίες και τους πελάτες μιας τράπεζας, εμπλέκονται σε μαθηματικές δραστηριότητες υπολογισμού Τόκων, συναλλαγματικών ισοτιμιών κ.λπ. αλλά ταυτόχρονα ασκούνται και στη Γλώσσα επικοινωνιακά, χρησιμοποιώντας εξειδικευμένο λεξιλόγιο και ορολογία, εκφράσεις ευγενείας σε πλάγιο λόγο κι επίσης καλλιεργούν την ικανότητα δραματοποίησης και την αισθητική τους ικανότητα, μέσα από την εικαστική παραγωγή και διαμόρφωση σκηνικών τραπεζικών ταμείων).

Με βάση τα πορίσματα των προηγούμενων ερευνών για τη διδακτική μέθοδο project και τη διαθεματικότητα, επιχειρήσαμε τη συμμετοχική παρατήρηση δασκάλων που μαζί με τον ερευνητή, εφάρμοσαν στην τάξη τους διαθεματικά project με βάση τα μαθηματικά. Ο συνδυασμός μελέτης, των δασκάλων, των μαθητών και του μαθησιακού πλαισίου, ως προς τις πιθανές αλλαγές στη στάση τους και τον εμπλουτισμό των διδακτικών και μαθησιακών πρακτικών τους στα μαθηματικά, μέσω διαθεματικών project, δεν έχει εξεταστεί στο παρελθόν σε τέτοιο εύρος και με τέτοια ποιοτικά, μεθοδολογικά χαρακτηριστικά, τουλάχιστον στο δημοτικό σχολείο, στον ελληνικό χώρο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η παρούσα ερευνητική μελέτη περιλαμβάνει την κατασκευή πακέτου διαθεματικών δραστηριοτήτων που έχουν πυρήνα τα μαθηματικά και μέσα από πεδία σύνδεσης διαχέονται σε άλλα γνωστικά αντικείμενα και τα αντίστοιχα προγράμματα σπουδών τους. Παράλληλα περιλαμβάνει τη συνεργασία με τέσσερις δασκάλους και δασκάλες που εμπλέκονται τόσο στη διαμόρφωση των διαθεματικών δραστηριοτήτων, όσο και στην εφαρμογή τους στη σχολική καθημερινή πράξη. Επίσης προβλέπει τη συχνή παρατήρηση και περιγραφή της σχολικής πρακτικής των ανωτέρω συναδέλφων, των βημάτων τους μέσα στην τάξη, μέσα από ένα μοντέλο διαθεματικότητας στα μαθηματικά. Συμπεριλαμβάνει τη διεξαγωγή άτυπων συζητήσεων και τη συμπλήρωση ερωτηματολογίων με ερωτήσεις ανοικτού τύπου, για μαθητές και δασκάλους. Το ερευνητικό εγχείρημα καταλήγει στην ανάλυση όλων των δεδομένων, είτε από τα μαθησιακά επεισόδια είτε από τα ερωτηματολόγια και στην κωδικοποίηση των ευρημάτων.

Οι εκπαιδευτικοί που κατά τη διάρκεια της έρευνας συνεργάστηκαν σε πρόγραμμα διαθεματικής προσέγγισης, είχαν τη δυνατότητα να επιλέξουν το θέμα του προγράμματος που ανταποκρινόταν στα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες της τάξης τους. Στη συνέχεια προχωρούσαν σε συνεργασία με τον ερευνητή, στο σχεδιασμό του πλάνου υλοποίησης του προγράμματος, έθεταν σκοπό και στόχους, επέλεγαν τη μεθοδολογία δράσης των project και καθόριζαν τα πεδία σύνδεσης των προγραμμάτων σπουδών των μαθηματικών με τα άλλα μαθήματα. Προγραμμάτιζαν από κοινού με τον ερευνητή, το χρονοδιάγραμμα διεξαγωγής των project, τις πιθανές συνεργασίες με εξωσχολικούς φορείς, τις ενδεχόμενες επισκέψεις κι εξωσχολικές δραστηριότητες.

Αν θέλουμε σύμφωνα με τις κατηγοριοποιήσεις του προηγούμενου κεφαλαίου, να δώσουμε το στίγμα των project που εφαρμόσαμε και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, μπορούμε ανάλογα με τα χαρακτηριστικά τους να σκιαγραφήσουμε τα συγκεκριμένα δικά μας project. Ως προς τη χρονική διάρκεια υλοποίησης και τα τέσσερα project ήταν «μεγάλα», καθώς διήρκεσαν από ένα μήνα (πιλοτική μελέτη περίπτωσης) έως τέσσερις με πέντε (4-5) μήνες. Ανάλογα με το βαθμό εξοικείωσης εκπαιδευτικού και παιδιών με τη διδακτική μέθοδο project και το επίπεδο εφαρμογής, τα συγκεκριμένα δικά μας project μπορεί να χαρακτηριστούν ως «υβρίδια» project, καθώς δεν περιλαμβάνουν την ενεργή συμμετοχή των παιδιών στο σχεδιασμό και προγραμματισμό, η οποία είναι απαραίτητη για ένα «αυθεντικό» project (Καλδή 2008). Όμως αν επιθυμούμε να κατατάξουμε τα συγκεκριμένα τέσσερα project σε ένα από τα επίπεδα εφαρμογής που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, τότε θα τα κατατάξουμε στο δεύτερο επίπεδο εφαρμογής. Τα δικά μας project είχαν μεν σχεδιαστεί από τον ερευνητή και το δάσκαλο ή τη δασκάλα της κάθε τάξης, αλλά προβλήθηκαν στα παιδιά και ως προϊόν της δικής τους συνεισφοράς στο σχεδιασμό. Ήδη κατά την επιλογή του θέματος, μπορεί μεν ερευνητής και δάσκαλος ή δασκάλα να επιλέγαμε από κοινού το θέμα, όμως πάντα θέταμε το θέμα ως πρόταση και ως υπόθεση εργασίας και μόνο αφού εξασφαλίζαμε τη συγκατάθεση των παιδιών προχωρούσαμε στην υλοποίηση του project. Ακόμη και σε ενδιάμεσες φάσεις, πρώτα ζητούσαμε τη συγκατάθεση των παιδιών κι έπειτα προχωρούσαμε στο επόμενο βήμα. Όταν για παράδειγμα προέκυψε σύγκριση δεδομένων από έναν πίνακα, προτείναμε στα παιδιά την κατασκευή ραβδογράμματος και όταν εκείνα δέχτηκαν, προχωρήσαμε. Όταν προτείναμε κάποια βιωματική δράση, πρώτα συμφωνούσαν τα παιδιά και έπειτα την υλοποιούσαμε. Επίσης κατά το διάλογο ή την κατασκευή ανοικτών μαθηματικών προβλημάτων, συχνά τα παιδιά με τις προτάσεις τους κατηύθυναν τις δράσεις μας, χωρίς να υπάρχει χαραγμένη από εμάς τους δασκάλους μια αυστηρά προκαθορισμένη πορεία. Αντίθετα η όλη δράση μας χαρακτηριζόταν από μία δυναμική και υπήρχε η ευελιξία της συνεχούς διαμόρφωσης του σχεδιασμού του έργου μας. Με αυτόν τον τρόπο δινόταν η ευκαιρία στο δάσκαλο ή στη δασκάλα να αφουγκραστεί τις αντιδράσεις των μαθητών και με διαρκή ανατροφοδότηση, να επαναπροσδιορίζει τα επόμενα βήματα.

Σκοπός του εγχειρήματος στο νέο μαθησιακό πλαίσιο των διαθεματικών δραστηριοτήτων, ήταν η διερεύνηση πιθανών αλλαγών στην παραδοσιακή στάση και στη διδακτική συμπεριφορά των εμπλεκόμενων δασκάλων. Με τον όρο «παραδοσιακή στάση» εννοούμε το παραδοσιακό, δασκαλοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας που συνδέεται με τον «αυταρχικό τύπο» δασκάλου, στο οποίο ο δάσκαλος θεωρείται αυθεντία και πηγή της γνώσης, έχει την απόλυτη καθοδήγηση της μάθησης, μονοπωλεί την κατοχή του λόγου και η διαδικασία της μάθησης εκτυλίσσεται μέσα από μετωπική διδασκαλία με διάλεξη ή επίδειξη. Με τον όρο «διδακτική συμπεριφορά» εννοούμε γενικά τις πρακτικές διδασκαλίας, την επικοινωνία στην τάξη και τη διαχείριση της μαθηματικής γνώσης. Αναζητήσαμε απαντήσεις στα αρχικά ερευνητικά ερωτήματα που είχαμε θέσει και ήδη έχουμε αναφέρει στην Εισαγωγή. Το κύριο ερώτημα ήταν αν στο διαθεματικό πλαίσιο των project, θα συνέβαιναν μεταβολές στο ρόλο των εκπαιδευτικών, ώστε από αυθεντίες - πηγές γνώσης, που όλα ξεκινούν και τελειώνουν σε αυτούς (στήσιμο ενός προβλήματος, επίλυσή του σε όλες τις φάσεις, αξιολόγηση κι ανατροφοδότηση), να γίνουν συντονιστές της διαδικασίας μάθησης, διευκολυντές της έρευνας των μαθητών (Tew 2000), με διακριτική και διαρκή παρουσία. Επιδίωξη του σχεδιασμού των project ήταν να θέτουν οι εκπαιδευτικοί ένα μαθηματικό πρόβλημα με διαθεματικό πλαίσιο κι έπειτα οι μαθητές, κατά μόνας ή ομαδικά, να αναλαμβάνουν δράση για συλλογή δεδομένων, μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος κι οργάνωση των δεδομένων, κάθετη μαθηματικοποίηση, αποπλαισίωση κι επίλυση του προβλήματος. Το όλο εγχείρημα αναμέναμε να μοιάζει μ' ένα «κυνήγι θησαυρού» και αν και για τα παιδιά ο θησαυρός φάνταζε ότι είναι η επιθυμητή λύση του προβλήματος, στην πραγματικότητα ο θησαυρός ήταν η ανάπτυξη της κριτικής τους σκέψης, της ικανότητάς τους «να μάθουν πώς να μαθαίνουν», της νοητικής τους αυτονομίας και της λήψης από μέρους τους πρωτοβουλιών και αποφάσεων. Στο τέλος οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να αξιολογήσουν το εγχείρημα - μοντέλο διαθεματικότητας με βάση τα μαθηματικά. Μετά από το κάθε πρόγραμμα καλούσαμε τους δασκάλους και τις δασκάλες, να απαντήσουν σε ερωτηματολόγια για το πώς βίωσαν το όλο εγχείρημα κι αν οι ίδιοι είχαν διαπιστώσει κάποιες αλλαγές στη διδακτική τους πρακτική. Ταυτόχρονα, μέσα από ποιοτική έρευνα και συμμετοχική παρατήρηση στην τάξη, θα είχαμε καταλήξει σε δικά μας συμπεράσματα που θα διασταυρώναμε με αυτά των δασκάλων.

Η έρευνά μας ακολουθεί τη συμβολική και κυρίως την κριτική παράδοση. Συμβολική παράδοση (ερμηνευτική) με σκοπό να ερμηνευθεί το πώς οι άνθρωποι (στην περίπτωσή μας οι δάσκαλοι - μαθητές) συνδέονται με τον κοινωνικό κόσμο που έχουν δημιουργήσει κι ερμηνεία των κοινωνικών αλληλεπιδράσεών τους και των κανόνων συμπεριφοράς που απορρέουν από αυτές. Επιχειρείται επίσης ερμηνεία του συμβολικού τρόπου επικοινωνίας τους. Κριτική παράδοση με σκοπό να αποκαλυφθούν οι κοινωνικές συνθήκες που περιορίζουν τις ενέργειές μας. Βασική αρχή της είναι ότι τα άτομα μέσω σκέψης και δράσης μπορούν να βελτιώσουν τον κοινωνικό κόσμο μέσα στον οποίο ζουν. Κεντρικός στόχος είναι η επίτευξη αυτοσυνείδησης. Να συνειδητοποιήσω πού βρίσκομαι, τι κάνω, για να δω πώς μπορώ να αλλάξω κάποια πράγματα. Υπάρχει η απλή κριτική, δηλαδή η απλή περιγραφή των γεγονότων που συμβαίνουν μες στην τάξη και δεν προτείνεται πολιτική αλλαγής, όμως η τελευταία τάση κριτικής θεώρησης που ενστερνιζόμαστε κι εμείς, είναι η προσπάθεια αλλαγής. Τα άτομα (δάσκαλοι, μαθητές) συμμετέχουν ενεργά από την αρχή σε όλη τη διαδικασία της έρευνας. Στόχος είναι, να αποκτήσουν όλοι (δάσκαλοι, μαθητές), αυτοσυνείδηση. Χαρακτηριστικό είναι η ενεργητική, κατά το δυνατόν ισότιμη συμμετοχή όλων.

2.1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Η μεθοδολογία της έρευνάς μας είναι καθαρά ποιοτική. Στις κοινωνικές επιστήμες, τα φαινόμενα μπορούν να ερευνηθούν μέσω μιας ποσοτικής ή μιας ποιοτικής μορφής έρευνας. Η ποσοτική έρευνα εκφράζει το θετικιστικό τρόπο σκέψης ο οποίος εφαρμόζεται στις φυσικές επιστήμες, ενώ η ποιοτική έρευνα εκφράζει το μη θετικιστικό τρόπο σκέψης που κυρίως επικρατεί στις ανθρωπιστικές επιστήμες και η οποία αντίθετα από ότι συμβαίνει στη φυσική επιστήμη, «εστιάζει σε μια σχέση υποκειμένου με υποκείμενο στο ερευνητικό της πεδίο και όχι σε μια σχέση υποκειμένου – αντικειμένου». Επίσης «όταν στις κοινωνικές επιστήμες μελετώνται φαινόμενα με ποσοτική έρευνα, ο θετικιστικός τρόπος σκέψης δεν διευκολύνει την ενδοσκόπηση και την κατανόηση του “πώς και γιατί” συγκεκριμένων επεισοδίων (Cohen & Manion 1994, σ. 25 & σ. 28).

Η μελέτη σε βάθος μέσω της ποιοτικής προσέγγισης μπορεί να φωτίσει πτυχές μιας κατάστασης, μιας δράσης ή των πρωταγωνιστών που ερευνώνται, οι οποίες θα ήταν λιγότερο πιθανό να εμφανιστούν μέσω της ποσοτικής προσέγγισης (Kaldi 1999). Η δυναμική ενός τέτοιου ποιοτικού, νατουραλιστικού, ερευνητικού μοντέλου βασίζεται «στην ανακάλυψη, την ενόραση και την κατανόηση υπό το πρίσμα εκείνων που μελετώνται (η οποία) παρέχει τις πιο ελπιδοφόρες υποσχέσεις προς την επίτευξη σημαντικών συνεισφορών στη γνώση και στην πρακτική της εκπαίδευσης» (Merriam 1988, σ. 3). Σύμφωνα με ερευνητές (Patton 1990, 2001, Cohen & Manion 1994), οι ποιοτικές προσεγγίσεις θεωρούνται νατουραλιστικές, διότι σε αυτές ο ερευνητής δεν προσπαθεί να χειραγωγήσει το ερευνητικό περιβάλλον, αλλά περισσότερο να κατανοήσει τα εμφανιζόμενα με φυσικότητα φαινόμενα (γεγονός, πρόγραμμα, κοινότητα, σχέση ή αλληλεπίδραση) μέσα στο φυσικό τους πλαίσιο.

Η ποιοτική προσέγγιση δεν ασχολείται με «τη δοκιμή μιας εκ των προτέρων διατυπωμένης θεωρίας ή υπόθεσης, αλλά περισσότερο με την παραγωγή ιδεών από τα δεδομένα» (Hitchcock & Hughes 1989, σ. 73), μέσα από κατηγοριοποιήσεις και συσχετισμούς που θα αναδυθούν από τα δεδομένα. Επίσης, οι τρόποι αξιολόγησης των αποτελεσμάτων σε μία ποιοτική έρευνα, διαφέρουν από αυτούς, σε μία ποσοτική έρευνα (Patton 2001). Ο Burgess (1985, σσ. 8-9) σκιαγραφεί τα χαρακτηριστικά της ποιοτικής έρευνας, τα οποία εμπίπτουν και στη δική μας έρευνα:

α) Ο ερευνητής εργάζεται σε ένα φυσικό περιβάλλον και αυτό είναι η θεμελιώδης πηγή συλλογής δεδομένων. Στην παρούσα μελέτη, αυτό είναι το σχολικό περιβάλλον των τεσσάρων τάξεων και οι δραστηριότητες που συνέβαιναν σε αυτές, κατά τη διάρκεια του προγράμματος.

β) Η μελέτη μπορεί να σχεδιαστεί και να επανασχεδιαστεί. Στην παρούσα έρευνα, ο ερευνητής είχε τη δυνατότητα του επανασχεδιασμού του εγχειρήματος όποτε χρειαζόταν. Όχι μόνο μετά την πιλοτική μελέτη, αλλά διαρκώς, υπήρχαν τροποποιήσεις στον ερευνητικό σχεδιασμό. Ιδιαίτερα δυναμική διάσταση αναπτύχθηκε στο συνεχή επανασχεδιασμό των τεσσάρων project των τεσσάρων τάξεων που μελετήσαμε – αν και ανά δύο είχαν ίδια θεματική, αφού ο σχεδιασμός προέκυπτε μέσα από αλληλεπίδραση των απόψεων των δασκάλων, των μαθητών και του ερευνητή.

γ) Η έρευνα ενδιαφέρεται για τις κοινωνικές διαδικασίες και για τα νοήματα που αναδύονται και όχι μόνο απλά για τα εξαγόμενα προϊόντα και τις τελικές εκβάσεις. Ιδιαίτερη έμφαση δώσαμε καθόλη τη διάρκεια της έρευνάς μας, στις κοινωνικές σχέσεις και αλληλεπιδράσεις των δασκάλων με τους μαθητές και τις μαθήτριες και με το μαθησιακό υλικό, αφού μόνο με αυτόν τον τρόπο θα μπορούσαμε να παρατηρήσουμε, να καταγράψουμε και να μελετήσουμε τις ενδεχόμενες αλλαγές στη συμπεριφορά των δασκάλων.

δ) Η συλλογή δεδομένων και η ανάλυσή τους διαδραματίζονται σχεδόν ταυτόχρονα.

Η μεθοδολογική προσέγγιση της έρευνάς μας είναι η μελέτη περιπτώσεων, όπου ως περιπτώσεις εκλαμβάνονται οι τέσσερις σχολικές τάξεις που ενεπλάκησαν στην υλοποίηση αντίστοιχων project. Επομένως η μεθοδολογική προσέγγιση βασίζεται στη συμμετοχική παρατήρηση και στην επακόλουθη καταγραφή, κωδικοποίηση και ανάλυση των δεδομένων παρατήρησης. Έχοντας μια πειραματική διάσταση, δανείζεται μεθοδολογικά στοιχεία από την εθνογραφική έρευνα (Heath 1982, Anderson 1989) και την έρευνα δράσης (Elliott 1991, Altrichter, Posch & Somekh 2001, Κατσαρού & Τσάφος 2003). Δανείζεται στοιχεία από την εθνογραφική έρευνα όσον αφορά την περιγραφή, την ανάλυση και τη διαδικασία της κωδικοποίησης των ποιοτικών δεδομένων σε θεματικές κατηγορίες. Επίσης παρ’ όλες τις αποκλίσεις της, η έρευνά μας διατηρεί πολλά από τα χαρακτηριστικά της έρευνας δράσης. Σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, οι δάσκαλοι ή οι δασκάλες, σταδιακά, όλο και περισσότερο συμμετείχαν ενεργά στη συνδιαμόρφωση του υλικού και στο σχεδιασμό, την αξιολόγηση και την επανατροφοδότηση της διαδικασίας.

Άλλωστε όπως διατύπωσε ο Elliott, στο συνέδριο με θέμα «Ο εκπαιδευτικός ως ερευνητής» που πραγματοποιήθηκε στον ελληνικό χώρο: «η έρευνα δράσης ερμηνεύεται καλύτερα ως μία μορφή εφαρμοσμένης έρευνας που αποσκοπεί στην παραγωγή γνώσης χρήσιμης για τη δράση σε ένα πλαίσιο εκπαιδευτικής αλλαγής. Μια τέτοια μορφή έρευνας θα είναι ανοικτή στη χρήση μιας μεγάλης ποικιλίας ερευνητικών μεθόδων, συμπεριλαμβανομένων και των μελετών περίπτωσης, που αποσκοπούν στον έλεγχο των συνεπειών των ευρημάτων για τη δράση στις τάξεις και τα σχολεία. Θα είναι συνήθως μία συνεργατική διαδικασία, στην οποία δεν θα συμμετέχουν μόνο εκπαιδευτικοί και επαγγελματίες ερευνητές αλλά και άλλοι παράγοντες αλλαγής κι ενδιαφερόμενοι, όπως διοικητικά στελέχη της εκπαίδευσης, σύμβουλοι ή ακόμη και μαθητές» (Elliott 2002, σ. 29).

Με έρευνα βασισμένη στη συμμετοχική παρατήρηση, χωρίς αρχικές υποθέσεις, προσπαθήσαμε να συναντήσουμε την πολυδιάστατη «πραγματικότητα» μαθητών, μαθητριών και δασκάλων κάποιων συγκεκριμένων τάξεων, για συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα, αναζητώντας ερωτήματα που πιθανώς θα αναδύονταν από τα φαινόμενα και που η μελέτη της σπουδαιότητάς τους θα γινόταν άμεσα επί τόπου. Καθόλη τη διάρκεια της έρευνας αναπτύχθηκε ένας εσωτερικός διάλογος ανάμεσα στον ερευνητή και το υλικό, με στόχο την αναστοχαστικότητα (reflexivity), την εξέταση του θέματος από διάφορες οπτικές γωνίες και το διαρκή έλεγχο της αξιοπιστίας της έρευνας. Κατά την έρευνα ακολουθήσαμε μια κυκλική διαλεκτική διαδικασία. Την επιλογή μιας συγκεκριμένης τάξης, ακολούθησε η διαμόρφωση εθνογραφικών ερωτήσεων, με βάση τις οποίες πραγματοποιήσαμε τη συλλογή, καταγραφή και κωδικοποίηση των εθνογραφικών δεδομένων και τέλος την ανάλυσή τους. Ακολούθησε η εκ νέου διαμόρφωση εθνογραφικών ερωτήσεων και το όλο εγχείρημα ολοκληρώθηκε με τη συγγραφή συμπερασμάτων - προτάσεων.

2.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ ΣΤΟΝ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ

Όπως ήδη αναφέρθηκε η μεθοδολογική προσέγγιση της έρευνάς μας είναι κυρίως η μελέτη περιπτώσεων. Η μελέτη περιπτώσεων αναφέρεται στη συλλογή και την παρουσίαση αναλυτικών πληροφοριών για ένα συγκεκριμένο συμμετέχοντα ή μια μικρή ομάδα. Η μελέτη περιπτώσεων είναι μία μορφή ποιοτικής περιγραφικής έρευνας, η οποία εξετάζει λεπτομερώς ένα μεμονωμένο άτομο ή μία μικρή ομάδα συμμετεχόντων, συνάγοντας συμπεράσματα μόνο για το συγκεκριμένο συμμετέχοντα ή την ομάδα και μόνο μέσα στο συγκεκριμένο πλαίσιο. Οι ερευνητές δεν εστιάζουν στην ανακάλυψη μιας καθολικής, γενικεύσιμης αλήθειας, ούτε αναζητούν σχέσεις αιτίας - αιτιατού, αντί αυτού, δίνεται έμφαση στην εξερεύνηση και την περιγραφή.

Η έρευνα με τη μελέτη περιπτώσεων αν και ξεκίνησε από την ανθρωπολογία και την κοινωνιολογία, κατατάσσεται γενικά ως μία κοινή στρατηγική της εμπειρικής έρευνας (Merriam 1988, Knirk 1991, Gilgun 1994, Yin 1994, Thaller 1994) και σε διάφορους πρόσθετους κλάδους των κοινωνικών επιστημών (π.χ. εκπαίδευση, ψυχολογία, πολιτική επιστήμη). Μπορούμε να προσδιορίσουμε μερικά χαρακτηριστικά της ερευνητικής στρατηγικής της μελέτης περιπτώσεων (Yin 1994, σσ. 13-14): α) Μια μελέτη περίπτωσης ερευνά ένα σύγχρονο φαινόμενο μέσα στο καθημερινό πλαίσιό του, ειδικά όταν τα όρια μεταξύ του φαινομένου και του πλαισίου δεν είναι σαφώς διακριτά. β) Η μελέτη περίπτωσης ερευνά την τεχνικά διακριτή κατάσταση κατά την οποία υπάρχουν πολλές περισσότερες μεταβλητές ενδιαφέροντος από αυτές που δείχνουν τα δεδομένα κι ως επακόλουθο στηρίζεται σε πολλαπλές πηγές ενδείξεων, με τα στοιχεία να πρέπει να συγκλίνουν σε τριγωνοποίηση. γ) Η έρευνα με τη μελέτη περίπτωσης μπορεί να βασιστεί σε οποιοδήποτε μείγμα ποσοτικών και ποιοτικών στοιχείων. δ) Η έρευνα με τη μελέτη περίπτωσης δεν αποτελεί μια δειγματική έρευνα.

Η μελέτη μιας περίπτωσης δε συνεπάγεται την κατανόηση άλλων περιπτώσεων, παρά την κατανόηση της συγκεκριμένης περίπτωσης (Stake 1995). Εντούτοις όταν υιοθετείται η έρευνα περιπτωσιολογικής μελέτης με πολλαπλές περιπτώσεις, τότε μπορούν να γίνουν συγκρίσεις κι όπως ο Yin (1994, σ. 48) αναφέρει: «οι κοινές ενδείξεις από πολλαπλές περιπτώσεις είναι συχνά πιο αδιάψευστες κι η συνολική μελέτη επομένως θεωρείται ως πιο στέρεα τεκμηριωμένη».

Στη δεκαετία του 1950 ανέτειλε μία νέα εποχή στην έρευνα με τη μελέτη περιπτώσεων, κατά την οποία αναδείχθηκε η χρήση της μελέτης περιπτώσεων ως μεθόδου διδασκαλίας (Armisted 1984). Ο βασικός σκοπός της καθιέρωσης της μελέτης περιπτώσεων ως στρατηγικής διδασκαλίας ήταν να μεταβιβαστεί ένα μεγάλο μέρος της ευθύνης της μάθησης, από το δάσκαλο προς το σπουδαστή, του οποίου ο ρόλος, κατά συνέπεια, μετατοπίζεται από την παθητική απορρόφηση προς την ενεργό κατασκευή (Boehrer 1990). Μερικοί ερευνητές (Merseth 1991, Kleinfeld 1992, Shulman 1992) εστιάζουν στη μεγάλη αποτελεσματικότητα που φαίνεται ότι έχει η μέχρι τώρα εφαρμογή των μελετών περίπτωσης και στη δυνατότητα περαιτέρω αξιοποίησης, στον τομέα της εκπαίδευσης και της επιμόρφωσης των δασκάλων. Στην εκπαιδευτική έρευνα, οι μελέτες περιπτώσεων έχουν χρησιμοποιηθεί από πλήθος ερευνητών (Ball 1981, Driscoll 1985, Williams 1987, Berkenkotter et al. 1988, Vulliamy 1990, Crossley & Bennett 1997), οι οποίοι θέλησαν να εστιάσουν στις εκπαιδευτικές διαδικασίες και στην ποικιλία των απόψεων μεταξύ των μαθητών και των δασκάλων, είτε από μια ανθρωπολογική (Spindler 1982) είτε από μια κοινωνιολογική προοπτική (Hammersley & Woods 1976). Η παρούσα έρευνα υιοθέτησε τον ερευνητικό σχεδιασμό της μελέτης περιπτώσεων, λόγω του ενδιαφέροντός της για την κατανόηση της σχέσης επίδρασης της διαθεματικής προσέγγισης και των project στη στάση δασκάλων και μαθητών και τη διερεύνηση πιθανών αλλαγών, κατά τρόπο ολιστικό μέσα σε ένα «πραγματικό» πλαίσιο καθημερινής ζωής, δηλαδή το περιβάλλον των τεσσάρων σχολικών τάξεων.

Ο Yin (1994) διακρίνει την έρευνα περιπτωσιολογικής μελέτης σε μελέτη απλής περίπτωσης και σε μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων. Το σχέδιο μελέτης πολλαπλών περιπτώσεων αναφέρεται στη μελέτη περισσότερων από μίας περίπτωσης. Ένα κοινό παράδειγμα είναι «η μελέτη σχολικών καινοτομιών, κατά την οποία ανεξάρτητες καινοτομίες διαδραματίζονται σε τόπους διαφορετικούς» (Yin 1994, σ. 44). Η παρούσα έρευνα βασίζεται στη μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων, καθώς διερευνά τον τρόπο με τον οποίο τέσσερις διαφορετικές σχολικές τάξεις (τρεις Δ΄ και μία Ε΄) από δύο διαφορετικά σχολεία, εφαρμόζουν προγράμματα project με κοινό πυρήνα τα μαθηματικά και ευρύτερες θεματικές τα «Θέματα Διατροφής» και την «Κυκλοφοριακή Αγωγή». Μελετά επίσης τις πιθανές αλλαγές που συμβαίνουν, κατά την εφαρμογή των ανωτέρω project, στις στάσεις δασκάλων και μαθητών. Οι τέσσερις τάξεις είχαν διαφορετικά χαρακτηριστικά όπως: διαφορετικό δάσκαλο, διαφορετικό πλήθος και σύνθεση μαθητών, διαφορετικό μαθησιακό επίπεδο, διαφορετική χρονική περίοδο διεξαγωγής του project και διαφορετικές θεματικές project (δύο τάξεις επεξεργάστηκαν τα «Θέματα Διατροφής» και δύο την «Κυκλοφοριακή Αγωγή»).

«Η μονάδα ανάλυσης» (Merriam 1988, σ. 45), σε μια μελέτη περίπτωσης, θεωρείται για παράδειγμα: ένα ίδρυμα ή ένα πρόγραμμα ή μια διαδικασία ή μια οργανωτική θέση. Στην παρούσα μελέτη οι μονάδες ανάλυσης είναι τα project που εφαρμόστηκαν σε καθεμία από τις διαφορετικές τάξεις της μελέτης πολλαπλών περιπτώσεων και ιδιαίτερα οι συμπεριφορές των δασκάλων και των μαθητών, κυρίως κατά την εμπλοκή τους με μαθηματικές δραστηριότητες. Η Merriam (1988) σκιαγραφώντας περισσότερο την ποιοτική μελέτη περίπτωσης, διακρίνει τέσσερις ουσιαστικές ιδιότητές της. Μια ποιοτική μελέτη περίπτωσης είναι: Συγκεκριμενοποιημένη, δηλαδή εστιάζει σε συγκεκριμένη κατάσταση, γεγονός, πρόγραμμα ή φαινόμενο. Περιγραφική, αφού το τελικό προϊόν της είναι μια πλούσια περιγραφή του υπό μελέτη φαινομένου. Ευρετική από τη στιγμή που διευκολύνει την κατανόηση εκ μέρους του αναγνώστη του υπό μελέτη φαινομένου και δύναται να οδηγήσει στην ανακάλυψη νέων νοημάτων, επεκτείνει την εμπειρία του αναγνώστη ή επιβεβαιώνει αυτά που είναι ήδη γνωστά. Επαγωγική, αφού οι γενικεύσεις, οι έννοιες και η κατανόηση αναδύονται από τα δεδομένα που τεκμηριώνονται από το ίδιο το πλαίσιο.

Από τις παραπάνω ιδιότητες, η παρούσα έρευνα - μελέτη εμπεριέχει και τις τέσσερις. Είναι συγκεκριμενοποιημένη επειδή εστιάζει σε δασκάλους με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που διδάσκουν σε συγκεκριμένες τάξεις και εφαρμόζουν συγκεκριμένα project. Είναι περιγραφική επειδή ένα μεγάλο μέρος της αναφέρεται σε λεπτομερειακή περιγραφή των μαθησιακών επεισοδίων και των συνιστωσών τους (των διαλόγων, των στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων, της χρήσης χειραπτικού υλικού, των βιωματικών δράσεων κ.ά.). Είναι ευρετική επειδή ο αναγνώστης μέσα από αυτήν μπορεί να επεκτείνει την εμπειρία του ή να επιβεβαιώσει αυτά που ήδη γνωρίζει για την εφαρμογή της μεθόδου project και της διαθεματικής προσέγγισης και για την επίδρασή τους στη στάση των δασκάλων και των μαθητών στις ελληνικές σχολικές τάξεις. Τέλος είναι και επαγωγική, καθώς οποιεσδήποτε γενικεύσεις και συμπεράσματα αναδύονται μέσα από τα δεδομένα και όχι από κάποια εκ των προτέρων διατυπωμένη υπόθεση.

Μια κριτική του ερευνητικού σχεδιασμού της μελέτης περίπτωσης είναι ότι φαίνεται να παρέχει μια πτωχή βάση για γενικεύσεις (Davey 1991, Stake 1995). Εντούτοις ο Stake (1995, σσ. 7-8) υποστηρίζει ότι όταν μια μελέτη περίπτωσης μελετάται επί μακρόν και ορισμένες αντιδράσεις ή δραστηριότητες επανέρχονται ξανά και ξανά, τότε οποιαδήποτε γενίκευση για τη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης, παραμένει η ίδια μια ισχυρή γενίκευση. Ο Stake προσθέτει ότι είναι κοινή ερευνητική πρακτική το να μπορεί μια γενίκευση να επαναπροσδιορίζεται και να προκύπτει μια τροποποιημένη γενίκευση και διακρίνει τις γενικεύσεις σε «μικρές» (petite) και «μεγάλες» (grand), όλες υποκείμενες σε ενδεχόμενη τροποποίηση. Επιπλέον δηλώνει ότι η συγκεκριμενοποίηση κι όχι η γενίκευση, είναι η πραγματική αποστολή της μελέτης περίπτωσης, γιατί μελετώντας μια ιδιαίτερη περίπτωση φθάνουμε στο σημείο να την γνωρίζουμε καλά, για να δείξουμε κυρίως τι συμβαίνει στη συγκεκριμένη περίπτωση κι όχι πώς διαφέρει από άλλες περιπτώσεις.

Είναι εμφανές ότι στην παρούσα έρευνα, η μελέτη των τεσσάρων σχολικών τάξεων ως μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων, σύμφωνα με τα επιχειρήματα του Stake για τις γενικεύσεις στις μελέτες περίπτωσης, οδηγεί πρώτιστα σε συγκεκριμενοποίηση, δεδομένου ότι εξετάσαμε τι συνέβη στις συγκεκριμένες τάξεις κατά τη διάρκεια των διαθεματικών προγραμμάτων. Επιπλέον καθώς ορισμένες αντιδράσεις κι απαντήσεις επανέρχονται ξανά και ξανά (τόσο κατά την παρατήρηση των μαθησιακών επεισοδίων, όσο και στα ερωτηματολόγια μαθητών και δασκάλων), σύμφωνα με τα επιχειρήματα του Stake, αυτό επιτρέπει τη γενίκευση. Επομένως, «petite» και «grand» γενικεύσεις μπορούν να γίνουν μέσα από τις διασταυρώσεις των μελετών των περιπτώσεων των τεσσάρων σχολικών τάξεων, εντοπίζοντας τις κοινές παρατηρήσεις που επαναλαμβάνονται σε όλες τις μελέτες. Σε ορισμένες περιπτώσεις επίσης μπορούν να γίνουν γενικεύσεις για τις διαφορές μεταξύ των τεσσάρων τάξεων και των αντίστοιχων δασκάλων τους.

Σύμφωνα με μια άλλη προσέγγιση στο ζήτημα της γενίκευσης των ευρημάτων, εναπόκειται στον αναγνώστη της μελέτης περίπτωσης να καθορίσει το βαθμό στον οποίο τα συμπεράσματα είναι εφαρμόσιμα ή γενικεύσιμα σε άλλες καταστάσεις. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως «δυνατότητα γενίκευσης των αναγνωστών/χρηστών» (reader/user generalisability) (Wilson 1979). Η ευθύνη τότε του ερευνητή είναι να παρέχει το δυνατόν περισσότερες περιγραφές του πλαισίου, των συμμετεχόντων και του περιεχομένου των περιπτώσεων, έτσι ώστε ο αναγνώστης να μπορεί να αποφασίσει πόσο παρόμοια είναι η συγκεκριμένη κατάσταση με άλλες, ώστε να καταστήσει τα συμπεράσματα εφαρμόσιμα και γενικεύσιμα σε άλλες περιπτώσεις. Αυτή η διαδικασία είναι παρόμοια με τον όρο «δυνατότητα μεταβίβασης» (transferability) (Guba & Lincoln 1994). Οι ερευνητές υποστηρίζουν ότι είναι ένα εμπειρικό θέμα που εξαρτάται από το βαθμό ομοιότητας μεταξύ των αποστελλόμενων και των λαμβανόμενων πλαισίων και γράφουν πως ο μελετητής γνωρίζει μόνο το αρχικό, αποστελλόμενο, ερευνητικό πλαίσιο κι η ευθύνη του ολοκληρώνεται με την παροχή ικανοποιητικών περιγραφικών δεδομένων που θα διευκολύνουν πιθανές κρίσεις για τη συνάφεια του πλαισίου, ενώ ένας άλλος ερευνητής - αναγνώστης που επιδιώκει να το εφαρμόσει κάπου αλλού, θα λάβει την απόφαση εάν υπάρχουν ικανοποιητικές ομοιότητες που επιτρέπουν τη δυνατότητα της μεταβίβασης. Επομένως καθήκον της μελέτης μας δεν είναι μόνο να παρασχεθεί η δυνατότητα μεταβίβασης, αλλά να παρασχεθούν τα απαραίτητα περιγραφικά δεδομένα για πιθανές αποφάσεις από μελλοντικούς ερευνητές, ως προς τη δυνατότητα μεταβίβασης.

Το κύριο πλεονέκτημα της χρήσης των μελετών περίπτωσης μπορεί να σχετίζεται με τη φύση του ερευνητικού προβλήματος. Η Merriam (1988, σ. 32) δηλώνει: «η μελέτη περίπτωσης προσφέρει έναν τρόπο διερεύνησης σύνθετων κοινωνικών μονάδων που αποτελούνται από πολλαπλές μεταβλητές πιθανής σπουδαιότητας στην κατανόηση του φαινομένου». Σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κύρια δύναμη της παρούσας μελέτης βρίσκεται ακριβώς στη διερεύνηση ενός πολυσύνθετου φαινομένου, όπως είναι η σχέση επίδρασης της διαθεματικής προσέγγισης και των project στη στάση των δασκάλων και των μαθητών, στο περιβάλλον τεσσάρων σχολικών τάξεων, ώστε να επιτευχθεί κατανόηση και να βελτιωθεί η διδακτική πρακτική, ιδιαίτερα στη διδασκαλία των μαθηματικών. Το υπό μελέτη φαινόμενο αποτελείται από πολλαπλές μεταβλητές όπως είναι: το περιεχόμενο και η διαδικασία εφαρμογής των project, η γνώση που αποκτούν τα παιδιά, η διαθεματική προσέγγιση, η στάση των δασκάλων και των παιδιών ως προς τα project και ιδιαίτερα απέναντι στα μαθηματικά όπως διδάσκονται μέσω των project, η στάση τους κατά την παραδοσιακή διδασκαλία κ.ά. Επίσης ο ερευνητικός σχεδιασμός των μελετών περίπτωσης επιτρέπει στον ερευνητή όταν συλλέγει δεδομένα και αποκτά επίγνωση ιδιαίτερων φαινομένων, να αλλάζει την εστίαση της μελέτης, να υιοθετεί νέες, περαιτέρω μεθόδους συλλογής δεδομένων και να θέτει νέα ερευνητικά ερωτήματα (Gall et al. 1996). Ομοίως στην παρούσα μελέτη, ο ερευνητικός σχεδιασμός των πολλαπλών μελετών περίπτωσης, μας επέτρεψε να επαναπροσδιορίσουμε τις μεθόδους συλλογής των δεδομένων μας και να θέσουμε και νέα ερευνητικά ερωτήματα κατά την εξέλιξη της μελέτης μέσα από μια δυναμική διαδικασία.

Από την πιλοτική έρευνα που διεξάγαμε κατά την πρώτη μελέτη περίπτωσης αναδύθηκαν χρήσιμες ενδείξεις για τη δομή και την εξέλιξη του ερευνητικού εγχειρήματος, οι οποίες λειτούργησαν στη συνέχεια ανατροφοδοτικά προκειμένου να γίνουν παρεμβάσεις βελτίωσης στα ερευνητικά εργαλεία και στην ανάπτυξη των διαφόρων φάσεων του εγχειρήματος. Οι ενδείξεις αυτές και οι τροποποιήσεις στις οποίες οδήγησαν, παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια, στο τέλος του 4ου Κεφαλαίου όπου περιλαμβάνεται ολόκληρη η πιλοτική έρευνα.

2.3. ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ

Οι στρατηγικές δειγματοληψίας στην ποιοτική έρευνα διακρίνονται σε δύο ευρείες κατηγορίες (Cohen & Manion 1994, σσ. 87-89): 1) σκόπιμη δειγματοληψία και 2) δειγματοληψία τυχαίας πιθανότητας. Ανάμεσα σε αυτές τις δύο κύριες κατηγορίες προσδιορίζονται διάφορες υποκατηγορίες για να περιγράψουν τον τρόπο επιλογής του πληθυσμού σε διαφορετικά είδη μελετών. Στην παρούσα έρευνα δύο στρατηγικές δειγματοληψίας χρησιμοποιήθηκαν που ανήκουν κι οι δύο σε υποκατηγορίες της ευρύτερης κατηγορίας «σκόπιμη δειγματοληψία»: η δειγματοληψία με βάση ορισμένο κριτήριο και η ευκαιριακή δειγματοληψία.

α) Η δειγματοληψία με βάση ορισμένο κριτήριο, ορίζεται ως «η διαδικασία επιλογής περιπτώσεων που ικανοποιούν ορισμένο κριτήριο» (Patton 1990, σ. 183). Η δειγματοληψία με βάση ορισμένα κριτήρια χρησιμοποιήθηκε στην αρχική επιλογή των σχολικών τάξεων - περιπτώσεων της μελέτης μας. Πρώτο κριτήριο ήταν η ηλικία των παιδιών των τάξεων. Ένα δεύτερο κριτήριο ήταν η επιθυμία των δασκάλων και των παιδιών των συγκεκριμένων τάξεων να επεξεργαστούν, στα πλαίσια του προγράμματος Αγωγής Υγείας και του διώρου της Ευέλικτης Ζώνης, τις θεματικές «Θέματα Διατροφής» και «Κυκλοφοριακή Αγωγή» που μέσα από μια διαθεματική προσέγγιση ήταν δυνατόν να προσανατολιστούν στη διερεύνηση ανοικτών μαθηματικών προβλημάτων. Εξάλλου η συναίνεση παιδιών και δασκάλων ως προς την εφαρμογή των αντίστοιχων project, ήταν απαραίτητη προϋπόθεση για τη διεξαγωγή της έρευνας. Εφόσον κύριος στόχος του εγχειρήματος ήταν η διερεύνηση της διδακτικής συμπεριφοράς των δασκάλων στο πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης με βάση τα μαθηματικά και η μελέτη των πιθανών αλλαγών σε σχέση με την παραδοσιακή στάση τους κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, ένα βασικό κριτήριο που έπαιξε καθοριστικό ρόλο κατά την επιλογή συνεργατών - δασκάλων, ήταν η προσωπικότητα και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του διδακτικού προφίλ κάθε εκπαιδευτικού. Υπηρετώντας στην ίδια περιφέρεια ως σχολικός σύμβουλος - συνάδελφος με τους υποψήφιους εκπαιδευτικούς συνεργάτες, είχαμε το προνόμιο να γνωριζόμαστε εκ των προτέρων.

β) Η ευκαιριακή δειγματοληψία επιτρέπει την ευελιξία, καθώς δεν είναι δυνατόν πάντα να λαμβάνονται εκ των προτέρων οι αποφάσεις για το ποιες δραστηριότητες θα παρατηρηθούν, ποια άτομα θα παρατηρηθούν και θα δώσουν απαντήσεις σε συνεντεύξεις ή ερωτηματολόγια και ποιες χρονικές περίοδοι θα επιλεγούν για συλλογή των δεδομένων (Patton 1990, σ. 179). Η ευκαιριακή δειγματοληψία χρησιμοποιήθηκε όποτε προέκυψαν απρόβλεπτες εκ των προτέρων ευκαιρίες, αφού είχε αρχίσει η έρευνα πεδίου. Π.χ. χρησιμοποιήσαμε ευκαιριακή δειγματοληψία όταν έπρεπε να αποφασίσουμε για την παρατήρηση προτεινόμενων δραστηριοτήτων που δεν είχαν σχεδιαστεί απ' την αρχή (κατασκευή ραβδογράμματος, παρασκευή συνταγών μαγειρικής, ζύγιση ποσοτήτων τροφίμων, χρήση χειραπτικού υλικού, επισκέψεις σε περιβόλι και στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής κ.ά.) και για το ποιες χρονικές περίοδοι προσφέρονταν για τη συλλογή των δεδομένων (ιδιαίτερα στο ορεινό περιβάλλον του Καρπενησίου όπου οι καιρικές συνθήκες είναι ιδιαίτερα δύσκολες και απρόβλεπτες και συχνά ο μεγάλος όγκος χιονοπτώσεων μπορεί να αποτρέψει όχι μόνο τις εξωτερικές εκπαιδευτικές δράσεις, αλλά ακόμα και τη λειτουργία του ίδιου του σχολείου).

Το δείγμα μαθητών και δασκάλων και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης (βλ. ακόλουθο πίνακα 2.1) ήταν από δημοτικά σχολεία του Καρπενησίου (ημιαστικής προέλευσης). Οι μαθητές και οι μαθήτριες προέρχονταν από την Δ΄ και από την Ε΄ τάξη και η χρονολογική ηλικία τους κυμαινόταν από 9 έως 11 έτη. Όλα τα παιδιά προέρχονταν από κανονικές τάξεις δημόσιων δημοτικών σχολείων και δεν παρουσίαζαν αισθητηριακές ή νοητικές ανεπάρκειες ούτε αυξημένες μαθησιακές δυσκολίες. Ήταν όλα Ελληνόπουλα στην εθνικότητα με μητρική γλώσσα την ελληνική.

Πίνακας 2.1 (Οι τέσσερις σχολικές τάξεις - μελέτες περίπτωσης)

Δ΄ τάξη	Δ΄ τάξη	Δ΄ τάξη	Ε΄ τάξη
1 δάσκαλος 13 μαθητές/μαθήτριες	1 δασκάλα 14 μαθητές/μαθήτριες	1 δασκάλα 24 μαθητές/μαθήτριες	1 δασκάλα 19 μαθητές/μαθήτριες

Ο Woods (1986, σ. 51) αναφέρει τον όρο «προοδευτική εστίαση» (progressive focusing) - ως μια σημαντική διαδικασία με την οποία μπορεί κάποιος ερευνητής «να βγάλει νόημα από το 'χάος' που αρχικά παρατηρεί». Με τη διαδικασία της προοδευτικής εστίασης, από όλες τις σχολικές τάξεις καταλήξαμε στις τέσσερις που τελικά μελετήσαμε. Χρησιμοποιήσαμε όμως την προοδευτική εστίαση ακόμη και κατά τη διάρκεια της παρατήρησης των μαθησιακών φαινομένων. Ενώ αρχικά παρατηρούσαμε και καταγράφαμε με την παραμικρή λεπτομέρεια ό,τι έπεφτε στην αντίληψή μας, έπειτα από διαδοχικές αναγνώσεις σταδιακά προσπαθήσαμε να ελαττώσουμε τον όγκο των περιγραφικών δεδομένων, ώστε να εστιάσουμε σε αυτά που ήταν απαραίτητα για να δοθούν απαντήσεις στα ερευνητικά μας ερωτήματα.

2.4. ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Υπάρχουν έξι κύριες τεχνικές συλλογής δεδομένων, οι οποίες καθορίζονται ρητά από τους McMillan και Schumacher (1989, σ. 39): «παρατήρηση, ερωτηματολόγιο, συνέντευξη, έγγραφα, γραπτές δοκιμασίες και αβίαστα μέτρα (unobtrusive measures)». Αυτές οι μέθοδοι μπορούν διαφορετικά να χρησιμοποιηθούν είτε σε μια ποιοτική είτε σε μια ποσοτική ερευνητική προσέγγιση. Η θεμελιώδης διαφορά τους είναι «ότι οι ποσοτικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούν αριθμούς για να περιγράψουν τα φαινόμενα, ενώ οι ποιοτικές τεχνικές χρησιμοποιούν αφηγηματικές περιγραφές» (McMillan & Schumacher 1989, σ. 39).

Στην παρούσα μελέτη υιοθετήσαμε τις εξής ποιοτικές μεθόδους για να απαντήσουμε στα ερευνητικά ερωτήματα: συμμετοχική παρατήρηση, ερωτηματολόγια - συνεντεύξεις, άτυπες συζητήσεις και ανάλυση γραπτών κειμένων - εργασιών των μαθητών. Η μεθοδολογική τριγωνοποίηση ορίζεται ως η χρήση πολλαπλών μεθόδων για να μελετηθεί ένα μοναδικό πρόβλημα ή πρόγραμμα (Patton 1990, σ. 186, Slavin 1992, σ. 72). Αλλού σκιαγραφείται ως «προσέγγιση μεταξύ μεθόδων (between-method approach) η χρήση διαφορετικών μεθόδων σε σχέση με το ίδιο αντικείμενο μελέτης» (Brannen 1992, σ. 11). Η τριγωνοποίηση είναι μία από τις σημαντικότερες έννοιες στην ποιοτική έρευνα. Ο Denzin (1978, σ. 308) αναφέρει ότι «η τριγωνοποίηση (triangulation) μπορεί να λάβει πολλές μορφές, αλλά το βασικό χαρακτηριστικό γνώρισμά της παραμένει ο συνδυασμός δύο ή περισσοτέρων διαφορετικών ερευνητικών στρατηγικών κατά τη μελέτη των ίδιων εμπειρικών μονάδων». Η τριγωνοποίηση διαφορετικών τρόπων συλλογής δεδομένων ως δράση η οποία αυξάνει την αξιοπιστία και την εσωτερική εγκυρότητα, υποστηρίζεται από τους Lincoln και Guba (1985, σ. 301 και σσ. 305-306).

Στην έρευνά μας χρησιμοποιήσαμε τριγωνοποίηση και των ερευνητικών μεθόδων και των ατόμων που συμμετείχαν στις διαδικασίες των project. Εξετάσαμε τα προγράμματα σε κάθε σχολική τάξη - μελέτη περίπτωσης με τις τέσσερις διαφορετικές ερευνητικές μεθόδους που ήδη αναφέραμε. Δηλαδή, με συμμετοχική από τον ερευνητή παρατήρηση της διαδικασίας υλοποίησης των project στο περιβάλλον εντός κι εκτός των τάξεων (χρησιμοποιήσαμε και μη συμμετοχική παρατήρηση στο μάθημα των μαθηματικών πριν και μετά τα project, για να διαπιστώσουμε το αρχικό κλίμα της τάξης και τις πιθανές αλλαγές στο τέλος), με ερωτηματολόγια ανοικτών ερωτήσεων (τύπου συνέντευξης) σε όλους τους δασκάλους και τις δασκάλες και σε όλους τους μαθητές και τις μαθήτριες, με την καταγραφή άτυπων συζητήσεων με εκπαιδευτικούς και παιδιά κατά τη διάρκεια των διαλειμμάτων ή ενδιάμεσων διαστημάτων και με τη συλλογή γραπτών κειμένων - έργων που παρήχθησαν από τις σχολικές τάξεις κατά τη διάρκεια των project (φύλλων εργασίας, εργασιών γραπτής έκφρασης, έργων ζωγραφικής, φωτογραφικού υλικού). Χρησιμοποιώντας τριγωνοποίηση θελήσαμε να ενισχύσουμε την αξιοπιστία των ευρημάτων, να παρουσιάσουμε σφαιρικά τη διαδικασία υλοποίησης των project στις σχολικές τάξεις της μελέτης και να παρουσιάσουμε τις σχετικές απόψεις εκπαιδευτικών και παιδιών.

Η άλλη μορφή τριγωνοποίησης που χρησιμοποιήσαμε ήταν των συμπεριφορών και των απόψεων των ατόμων που ενεπλάκησαν στη διαδικασία εφαρμογής των project στις σχολικές τάξεις της μελέτης περίπτωσης. Συνδυάσαμε δεδομένα που αφορούσαν μια συγκεκριμένη κατάσταση, τα οποία συγκεντρώσαμε από τρεις οπτικές γωνίες. Κατ' αρχάς, αναδείξαμε την οπτική γωνία των δασκάλων που εφάρμοσαν τα project στις τάξεις τους, μέσα από την παρατήρηση των μαθημάτων τους, μέσα από τις απαντήσεις τους σε ερωτηματολόγια - συνεντεύξεις και μέσα από άτυπες συζητήσεις μας. Δευτερευόντως, προβάλαμε την οπτική γωνία των μαθητών και των μαθητριών επίσης μέσα από παρατήρηση, απαντήσεις σε ερωτηματολόγια και άτυπες συζητήσεις. Τρίτον, χρησιμοποιήσαμε τη δική μας οπτική γωνία, του συμμετέχοντα παρατηρητή – ερευνητή για να γίνει κατανοητή η διαδικασία εφαρμογής του περιεχόμενου και της μεθοδολογίας των project και να προβληθούν οι στάσεις δασκάλων και παιδιών όπως εκδηλώθηκαν στον ερευνητή.

Αυτές οι δύο κύριες μορφές τριγωνοποίησης προσδίδουν αξιοπιστία στη συλλογή και την ποιότητα των δεδομένων. Στη συνέχεια θα διερευνήσουμε διεξοδικότερα τις μεθόδους συλλογής δεδομένων που χρησιμοποιήσαμε σε αυτήν τη μελέτη, το σκεπτικό για τη χρήση καθεμίας από αυτές, την περιγραφή τους και τη διαδικασία εφαρμογής τους.

2.4.1. Παρατήρηση

Η παρατήρηση ήταν η κύρια μέθοδος συλλογής δεδομένων στην παρούσα έρευνα. Η παρατήρηση των τάξεων πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια της εφαρμογής των project στις σχολικές τάξεις της μελέτης περίπτωσης. Παρατήρηση πραγματοποιήσαμε επίσης πριν και μετά τα project, στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών, ώστε να δοθεί η δυνατότητα για συγκρίσεις ανάμεσα στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών και στη διδακτική συμπεριφορά τους στη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω project. Όπως γράφει ο Patton (1990, σ. 202) «Ο σκοπός των περιγραφικών δεδομένων είναι να περιγραφεί το περιβάλλον το οποίο παρατηρήθηκε, οι δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν σε αυτό το περιβάλλον, τα άτομα που συμμετείχαν σε αυτές τις δραστηριότητες και το νόημα από οτιδήποτε παρατηρήθηκε ιδωμένο από την οπτική γωνία των παρατηρηθέντων».

Η παρατήρηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στις ποσοτικές και στις ποιοτικές μελέτες, αλλά με διαφορετικό τρόπο. Ο Gall (1996, σ. 343) συγκρίνοντας τη λειτουργία της παρατήρησης στις ποσοτικές και στις ποιοτικές μελέτες, συμπεραίνει ότι στην ποιοτική έρευνα: «οι ερευνητές δεν επιδιώκουν να παραμείνουν ουδέτεροι ή "αντικειμενικοί" για τα φαινόμενα που παρατηρούνται,... η εστίαση είναι πολύ πιο αναδυόμενη και μη καθοδηγούμενη από a priori υποθέσεις,... η εστίαση της παρατήρησης είναι πολύ ευρύτερη». Επιπλέον αυτές οι διαφορές επηρεάζουν τη μέθοδο καταγραφής των παρατηρήσεων. Στις ποιοτικές προσεγγίσεις υπάρχουν στάδια παρατήρησης (Spradley 1980) όπως το περιγραφικό, το εστιασμένο και έπειτα το επιλεγμένο. Επίσης «οι σημειώσεις πεδίου πρέπει να είναι περιγραφικές και στοχαστικές, λεπτομερείς και συγκεκριμένες, να περιλαμβάνουν οπτικές λεπτομέρειες όπου χρειάζεται» (Gall et al. 1996, σσ. 350-351).

Στην παρούσα μελέτη η παρατήρηση και στις τέσσερις τάξεις ακολούθησε την ποιοτική προσέγγιση, προκειμένου να περιγραφούν οι μαθησιακές διαδικασίες κατά το παραδοσιακό μάθημα και κατά την εφαρμογή των project και να αναδειχθούν όλες οι ενδεχόμενες αλλαγές στις πρακτικές δασκάλων και παιδιών. Αν και θα μπορούσαμε να έχουμε βασιστεί μόνο σε περιγραφές των φάσεων εφαρμογής των project από τα παιδιά και τους δασκάλους μέσα από συνεντεύξεις κι ερωτηματολόγια, η παρουσία του ερευνητή και η άμεση προσωπική εμπλοκή του στην παρατήρηση, πρόσθεσαν εγκυρότητα στη συλλογή δεδομένων και συνέβαλαν στη δυνατότητα τριγωνοποίησης. Εξάλλου εφόσον θέλαμε να σκιαγραφήσουμε με πιστότητα τις διδακτικές συμπεριφορές των δασκάλων κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών είτε σε παραδοσιακό μάθημα είτε μέσω project, δεν μπορούσαμε να αρκεστούμε στην αυτοαξιολόγηση των ίδιων των δασκάλων. Πιθανόν κάποιος δάσκαλος, απαντώντας σε ερωτηματολόγια για τη διδακτική του συμπεριφορά, να την χαρακτηρίσει δημοκρατική και να δηλώσει ότι εφαρμόζει ενεργό μαθητοκεντρική προσέγγιση, ακόμη κι όταν αυτό δε συμβαίνει. Το ότι απαντά με αυτόν τον τρόπο δε γίνεται συνήθως συνειδητά - εκτός κι αν υπάρχει παρερμηνεία κι ελλιπής κατανόηση των εννοιών - αλλά υποσυνείδητα, αφού απαντά όχι για αυτό που πραγματικά συμβαίνει, αλλά για αυτό που θα επιθυμούσε να συμβαίνει σύμφωνα με τη θεωρητική του κατάρτιση.

Δεδομένου ότι «η παρατήρηση είναι μια συνεχής διαδικασία και δεν περιορίζεται σε ένα ή δύο επεισόδια» (Wiersma 1986, σ. 244), η παρουσία του ερευνητή ήταν συνεχής σε κάθε σχολική τάξη κατά τη διάρκεια της εφαρμογής των προγραμμάτων. Ανάλογα με τη διάρκεια εφαρμογής των project σε κάθε τάξη, ποικίλει και η διάρκεια της παρατήρησης, η οποία μάλιστα είναι μεγαλύτερη από τη διάρκεια εφαρμογής των project, αφού όπως έχουμε αναφέρει, πραγματοποιήσαμε περαιτέρω παρατήρηση πριν και μετά τα project, στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών. Στην πιλοτική έρευνα το σχολικό έτος 2003-04, η παρατήρηση διήρκεσε τέσσερα εβδομαδιαία δίωρα Ε.Ζ., στη διάρκεια ενός μηνός. Η παρατήρηση στις υπόλοιπες τρεις μελέτες περίπτωσης τα σχολικά έτη 2004-05 και 2005-06, είχε χρονική διάρκεια 26 διδακτικών ωρών κατά μέσον όρο σε κάθε περίπτωση, με δίωρες εβδομαδιαίες συναντήσεις. Όπου μεσολάβησαν οι πασχαλινές διακοπές, η συνολική διάρκεια της παρατήρησης κάθε προγράμματος προσέγγισε τους πέντε (5) μήνες.

Εξαιτίας της εμπλοκής μας είχαμε χρόνο για ελάχιστες σημειώσεις κατά τη γέννηση των φαινομένων για αυτό η παρατήρηση - καταγραφή δεδομένων, βασίστηκε στη βιντεοσκόπηση ή ηχογράφηση, στη μνημονική ικανότητα του ερευνητή και στις σημειώσεις γραφείου. Η λεπτομερειακή καταγραφή των δεδομένων στο τετράδιο σημειώσεων, γινόταν αμέσως μετά τη λήξη του μαθήματος, μόλις ο ερευνητής επέστρεφε στο χώρο του και βασιζόταν στις λέξεις κλειδιά που είχε σημειώσει την ώρα του μαθήματος, στη μνημονική του ικανότητα και στην απομαγνητοφώνηση ή αποβιντεοσκόπηση των διδακτικών επεισοδίων.

Οι σημειώσεις πεδίου για τα μαθησιακά επεισόδια ήταν κατά το δυνατόν συγκεκριμένες και λεπτομερείς. Δεδομένου ότι η διδακτική πρακτική κάθε εκπαιδευτικού συνεπαγόταν λεπτές διαφορές, έπρεπε συχνά να εστιάζουμε τις παρατηρήσεις μας σε διαφορετικές μεταβλητές κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας (π.χ. την εργασία ολόκληρης της τάξης ή την εργασία ενός ζευγαριού – μιας ομάδας ή τη φύση της μαθησιακής δραστηριότητας). Εντούτοις, επειδή η λεπτομερής καταγραφή των δεδομένων βασίστηκε κυρίως στην ηχογράφησή τους, υπήρξαν πρακτικές, λειτουργικές δυσκολίες στην ταυτόχρονη καταγραφή δεδομένων από πολλές ηχητικές πηγές π.χ. εργασία ολόκληρης της τάξης και εργασία μιας ομάδας, αφού κατά την απομαγνητοφώνηση οι ταυτόχρονες συζητήσεις σε πολλές ομάδες, αλληλοκαλύπτονταν και συγχέονταν οι ήχοι, χωρίς να διακρίνονται τα λόγια των παιδιών και των δασκάλων. Έτσι καταγράψαμε αναλυτικές περιγραφές της διδασκαλίας σε ολόκληρη την τάξη, των καθοδηγημένων από τη δασκάλα συζητήσεων μεταξύ μαθητών, των βιωματικών δραστηριοτήτων, αλλά δεν καταγράψαμε αναλυτικές πληροφορίες κατά τη διάρκεια της εργασίας ενός ζευγαριού ή μιας ομάδας. Για την εργασία συγκεκριμένων ομάδων αντλήσαμε πληροφορίες από τα φύλλα εργασίας των ομάδων και τις σημειώσεις του ερευνητή. Στη βιβλιογραφία της μεθοδολογίας της εκπαιδευτικής έρευνας εξηγούνται οι δυσκολίες στην παρατήρηση και στην καταγραφή όλων των δεδομένων ενός πεδίου και προτείνεται ως λύση, η λήψη αποφάσεων για την εστίαση της παρατήρησης σε ορισμένες πτυχές (Woods 1986). Εντούτοις άλλοι ερευνητές (Hammersley 1984, Ball 1984) βρίσκουν αυτές τις δυσκολίες αναπόφευκτες λόγω των προβλημάτων στην πρόσβαση, στη διερευνητική φύση μιας μελέτης και στη συλλογή και προβολή των δεδομένων μέσω δύο μόνο αυτιών και ματιών.

Κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων δεν χρησιμοποιήσαμε ένα προκαθορισμένο σχέδιο παρατήρησης επειδή προτιμήσαμε να έχουμε την ευελιξία να καταγράφουμε οτιδήποτε συνέβαινε στην τάξη, χωρίς αποκλεισμούς από προκαθορισμένες λίστες θεμάτων προς παρατήρηση που συνεπάγεται ένα σχέδιο. Για κάθε τάξη καταγράφαμε σε ένα σημειωματάριο πληροφορίες για το σχεδιάγραμμα της τάξης, το πλήθος των παιδιών, τις απουσίες τις ημέρες της παρατήρησης και όλες τις δραστηριότητες εντός κι εκτός τάξης που αφορούσαν τα project. Κρατούσαμε επίσης σημειώσεις για ιδιαίτερα γεγονότα κι άτυπες συζητήσεις κατά τη διάρκεια της παρουσίας μας στα σχολεία (στους διαδρόμους, στο γραφείο των δασκάλων ή στο προαύλιο) προκειμένου να γίνει κατανοητό το εκπαιδευτικό περιβάλλον και η κουλτούρα κάθε σχολείου. Στις σημειώσεις του ερευνητή εκτός από περιγραφικές πληροφορίες καταγράφαμε κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων και «στοχαστικές πληροφορίες» (Gall et al. 1996, σ. 350) οι οποίες περιλαμβάνουν στοχασμούς για τις μεθόδους συλλογής και ανάλυσης δεδομένων, για τα ηθικά διλήμματα και τις συγκρούσεις, για σκέψεις του παρατηρητή και αναδυόμενες ερμηνείες. Παρόμοιους στοχασμούς περιελάμβαναν και οι δικές μας καταγεγραμμένες πληροφορίες, οι οποίες μας βοήθησαν να θέτουμε κρίσιμες ερωτήσεις στις σημειώσεις γραφείου. Για αυτό η εργασία πεδίου κατά τη διάρκεια της μελέτης μας, χρησίμεψε και ως μια στοχαστική περίοδος για μεθοδολογικά ζητήματα που αφορούσαν το ρόλο του ερευνητή σε μια τάξη, τον τρόπο διερεύνησης της σχέσης δασκάλων και μαθητών και για θεωρητικά ζητήματα όπως το ρόλο της κουλτούρας της σχολικής τάξης, τις αντιλήψεις των δασκάλων για τη διδασκαλία των μαθηματικών και τις δυσκολίες αλλαγής τους.

Στην ποιοτική έρευνα ένα άλλο ζήτημα που αφορά την παρατήρηση είναι η εναλλαγή ρόλων του ερευνητή μεταξύ του πλήρους παρατηρητή και του πλήρους συμμετέχοντος στο παρατηρούμενο περιβάλλον. Στο ενδιάμεσο διάστημα μεταξύ των δύο άκρων, υπάρχουν οι ρόλοι του παρατηρητή - συμμετέχοντος και του συμμετέχοντος - παρατηρητή (Gall et al. 1996). Ο συμμετέχων - παρατηρητής είναι ο ερευνητής που αλληλεπιδρά στενά με τα άτομα και αν και προσπαθεί να είναι μέρος της ομάδας δεν συμμετέχει παρά μόνο στις δραστηριότητες που είναι σχετικές με την ερευνητική μελέτη του. Ο ρόλος μας στην έρευνα όπως θα αναλυθεί παρακάτω, ήταν κυρίως αυτός του «συμμετέχοντα - παρατηρητή».

Έχουν καταγραφεί (Patton 1990) πλεονεκτήματα της παρατήρησης ως ερευνητικής μεθόδου, τα οποία ισχύουν και στην παρούσα έρευνα. Ο ερευνητής: 1) επιτυγχάνει μεγαλύτερη κατανόηση του πλαισίου μέσα στο οποίο λειτουργεί το πρόγραμμα, 2) βλέπει πράγματα που διαφεύγουν από τη συνειδητοποίηση των συμμετεχόντων, 3) προσανατολίζεται στην ανακάλυψη, γίνεται πιο «ανοικτός» και ακολουθεί επαγωγική προσέγγιση, 4) λαμβάνει πληροφορίες τις οποίες οι συμμετέχοντες μπορεί να είναι απρόθυμοι να δώσουν απαντώντας σε συνέντευξη, 5) υπερβαίνει τις επιλεκτικές αντιλήψεις, προκαταλήψεις των συμμετεχόντων, 6) αποκτά πρόσβαση στην προσωπική γνώση και την άμεση εμπειρία, οι οποίες ως κύριες πηγές βοηθούν στην ενίσχυση της κατανόησης και της ερμηνείας του προγράμματος που μελετάται.

Εντούτοις έχουν καταγραφεί (Foster 1996) και μερικά μειονεκτήματα της παρατήρησης ως ερευνητικής μεθόδου: 1) το πρόβλημα της αλλοίωσης της εικόνας, δηλαδή όσοι παρατηρούνται μπορεί να αλλάξουν τρόπο συμπεριφοράς συνειδητά ή ασυνείδητα, ώστε οι απεικονίσεις να μην είναι αντιπροσωπευτικές της καθημερινής συμπεριφοράς, 2) οι παρατηρήσεις φιλτράρονται μέσω του ερμηνευτικού φακού του παρατηρητή και επηρεάζονται από αυτό που ο παρατηρητής επιλέγει να παρατηρήσει και 3) συχνά ο χρονικός περιορισμός αποτρέπει μια πλήρη σειρά παρατηρήσεων.

Συνοπτικά, η παρατήρηση είναι μια σημαντική μέθοδος συλλογής ποιοτικών δεδομένων επειδή επιτρέπει στον ερευνητή να διερευνήσει ο ίδιος, παρά μόνο να λάβει πληροφορίες από τους ερευνούμενους. Στην έρευνά μας, οι παρατηρήσεις μάς βοήθησαν να κατανοήσουμε το πλαίσιο μέσα στο οποίο εκτυλίχθηκαν τα project και να συλλέξουμε πληροφορίες που θα μπορούσαν να έχουν διαφύγει από τη συνειδητοποίηση των συμμετεχόντων ή πληροφορίες για τις οποίες οι συμμετέχοντες θα ήταν απρόθυμοι να μιλήσουν. Αυτό ήταν πολύ σημαντικό ιδιαίτερα στη δική μας μελέτη, η οποία είχε ως σκοπό να σκιαγραφηθούν οι διδακτικές συμπεριφορές των δασκάλων στα μαθηματικά μέσω project και να αναδειχθούν αλλαγές σε σχέση με την παραδοσιακή διδασκαλία.

2.4.2. Ερωτηματολόγια

Χρησιμοποιήσαμε ερωτηματολόγια με ανοικτού τύπου ερωτήσεις, στους μαθητές και στους δασκάλους. Προτιμήσαμε τη μορφή των γραπτών ερωτηματολογίων με τη μορφή δομημένης συνέντευξης, από τις προφορικές συνεντεύξεις, επειδή θέλαμε να δώσουμε τη δυνατότητα σε όλους ανεξαιρέτως τους συμμετέχοντες (μαθητές και δασκάλους) στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, να απαντήσουν σε ανοικτές ερωτήσεις ώστε να καταγραφούν οι εμπειρίες τους και οι εντυπώσεις τους από το όλο εγχείρημα, οι πιθανές αλλαγές στις αντιλήψεις τους και οι επιδράσεις της διαθεματικής παρέμβασης στη συμπεριφορά τους. Τα ερωτηματολόγια είναι η πιο κατάλληλη μέθοδος συλλογής δεδομένων προκειμένου να ληφθούν πολλές πληροφορίες σε λίγο χρόνο. Εάν επιλέγαμε τη μορφή προφορικών συνεντεύξεων θα ήταν χρονικά δύσκολο να ερωτηθούν όλοι οι συμμετέχοντες (70 παιδιά και 4 εκπαιδευτικοί), αφού ακόμη κι αν ο ερευνητής διέθετε τον απαραίτητο χρόνο, ήταν πρακτικά αδύνατο να βρεθούν κενά χρονικά διαστήματα για τα παιδιά, στα πλαίσια του σχολικού προγράμματος. Θα ήμαστε λοιπόν αναγκασμένοι να επιλέξουμε ορισμένα μόνο παιδιά και από αυτά να πάρουμε συνέντευξη, κάτι το οποίο όπως αναφέραμε δεν επιθυμούσαμε.

Η χρήση ερωτηματολογίων ταυτίζεται συνήθως με τη διενέργεια ποσοτικών ερευνών. Εντούτοις μπορούν να χρησιμοποιηθούν ερωτηματολόγια για να παρέχουν στον ερευνητή είτε ποσοτικές είτε ποιοτικές πληροφορίες, ανάλογα με το σχεδιασμό του ερωτηματολογίου, δηλαδή τον τρόπο διατύπωσης των ερωτήσεων. Υπάρχουν δύο κύριοι τύποι ερωτήσεων: «Ανοικτές και κλειστές» (Kvale 1996, Gall et al. 1996, Oppenheim 1992, McMillan & Schumacher 1989). «Στον ανοικτό τύπο οι ερωτηθέντες απαντούν με όποιο τρόπο θέλουν, ενώ στον κλειστό τύπο επιλέγουν μεταξύ προκαθορισμένων απαντήσεων» (McMillan & Schumacher 1989, σ. 258). Οι ερωτήσεις ανοικτού τύπου δεν ζητούν απαντήσεις καθορισμένου μεγέθους και τέλους, ωστόσο είναι πιο δύσκολο να κωδικοποιηθούν και να ταξινομηθούν. Η προσέγγιση της δικής μας έρευνας είναι καθαρά ποιοτική. Η χρήση επομένως των ερωτηματολογίων αποσκοπούσε στο να αναδειχθούν κάποια ποιοτικά χαρακτηριστικά και όχι στατιστικά δεδομένα. Για αυτό οι ερωτήσεις των ερωτηματολογίων ήταν ανοικτού τύπου. Μοναδική εξαίρεση αποτέλεσαν κάποιες ερωτήσεις κλειστού τύπου οι οποίες ζητούσαν επιλογή από προκαθορισμένες απαντήσεις και υπήρχαν στο πρώτο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στις δασκάλες πριν από το διαθεματικό project. Συγκεκριμένα ήταν οι δύο πρώτες δημογραφικές ερωτήσεις που ζητούσαν φύλο και ηλικία, η τέταρτη ερώτηση που ζητούσε από τις δασκάλες να χαρακτηρίσουν το αυτοσυναίσθημά τους στη διδασκαλία των μαθηματικών και η πέμπτη ερώτηση που ζητούσε από τις δασκάλες να επιλέξουν από μια λίστα τις λέξεις που κατά τη γνώμη τους σχετίζονται περισσότερο με τα μαθηματικά, ώστε να αναδειχθούν οι πεποιθήσεις τους. Επίσης σε σχέση με τις προφορικές συνεντεύξεις, τα ερωτηματολόγια έδωσαν τη δυνατότητα στο δάσκαλο και στις δασκάλες να σκεφτούν περισσότερο τις απαντήσεις τους. Στη δική μας έρευνα τα ερωτηματολόγια λειτούργησαν ως μία παράλληλη με την παρατήρηση, οδός συλλογής δεδομένων, ώστε να επιτευχθεί διασταύρωση των στοιχείων και τριγωνοποίηση.

Τα ερωτηματολόγια στην παρούσα έρευνα, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Αυτά που δώσαμε στους μαθητές και στις μαθήτριες των τεσσάρων σχολικών τάξεων που συμμετείχαν στο ερευνητικό εγχείρημα και αυτά που δόθηκαν στις δασκάλες και στο δάσκαλο των τάξεων αυτών. Ενώ στην πιλοτική έρευνα δώσαμε μόνο στο τέλος του προγράμματος δύο ερωτηματολόγια προς συμπλήρωση, ένα στο δάσκαλο κι από ένα στα παιδιά, μετά την πιλοτική έρευνα στις επόμενες τρεις μελέτες περίπτωσης, δώσαμε στις δασκάλες κι ένα ερωτηματολόγιο στην αρχή του project με σκοπό να διερευνήσουμε τις προϋπάρχουσες αντιλήψεις, στάσεις και πεποιθήσεις τους για τα μαθηματικά και τη διαθεματικότητα. Για το σκοπό αυτό ενίοτε καταγράφαμε κι άτυπες συζητήσεις που είχαμε με τους συμμετέχοντες. Επομένως χρησιμοποιήθηκαν για τις δασκάλες δύο διαφορετικά ερωτηματολόγια, ένα πριν το διαθεματικό project κι ένα μετά από αυτό. Ένα μόνο ερωτηματολόγιο χρησιμοποιήθηκε για τα παιδιά, το οποίο δόθηκε μετά από την υλοποίηση των project, προκειμένου να καταγραφούν κυρίως εμπειρίες κι εντυπώσεις τους από το εγχείρημα. Τα δύο ερωτηματολόγια των δασκάλων και το ένα των παιδιών παρουσιάζονται στα Παραρτήματα Α.7, Β.3& Β.10.

Δεδομένου ότι η παρούσα έρευνα είναι ποιοτική, ο τύπος συνέντευξης που κυρίως χρησιμοποιήσαμε ήταν η τυποποιημένη ανοικτή συνέντευξη (McMillan & Schumacher 1989, Patton 1990, Gall et al. 1996, Kvale 1996). Χρησιμοποιήσαμε συγκεκριμένο σύνολο ερωτήσεων ανοικτού τύπου και η ακολουθία και η διατύπωση των ερωτήσεων προκαθορίστηκαν. Αυτός ήταν και ο λόγος που μπορούσαν να αποτυπωθούν με τη μορφή ερωτηματολογίου. Κάθε ερωτώμενος γνώριζε τη διαδικασία στην οποία θα υποβληθεί (τυπική συνέντευξη) και απαντούσε προαιρετικά κι ανώνυμα, στο ερωτηματολόγιο. Εκτός από την τυποποιημένη ανοικτή συνέντευξη με τη μορφή ερωτηματολογίου, υπήρξαν περιπτώσεις όπου χρησιμοποιήσαμε και την άτυπη συνομιλητική προσέγγιση. Σε αυτές τις περιπτώσεις όμως, θα αναφερθούμε διεξοδικά σε άλλο σημείο (βλ. 2.4.3).

Βασικό στοιχείο στο σχεδιασμό μιας συνέντευξης είναι το περιεχόμενο και το είδος των ερωτήσεων που υποβάλλονται, τα οποία εξαρτώνται από τον ερευνητικό σκοπό, το θεωρητικό και ερευνητικό πλαίσιο και το δείγμα. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται (McMillan & Schumacher 1989, Patton 1990, Kvale 1996) έξι τύποι ερωτήσεων που αποσκοπούν σε: «Συμπεριφορά και εμπειρία, Γνώμη και αξία, συναίσθημα, γνώση, αισθητηριακές και δημογραφικές ερωτήσεις υποβάθρου». Από αυτές τις κατηγορίες χρησιμοποιήσαμε τους ακόλουθους τύπους ερωτήσεων:

Ερωτήσεις ανάδειξης της συμπεριφοράς. Για παράδειγμα στο 1ο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στις δασκάλες πριν από το διαθεματικό project, η 4η ερώτηση τους ζητούσε να χαρακτηρίσουν το αυτοσυναίσθημά τους στη διδασκαλία των μαθηματικών και η 5η ερώτηση τους ζητούσε να επιλέξουν από μια λίστα τις λέξεις που κατά τη γνώμη τους σχετίζονται περισσότερο με τα μαθηματικά, ώστε να αναδειχθούν οι πεποιθήσεις τους. Αυτοσυναίσθημα και πεποιθήσεις συνδέονται στενά με τη διδακτική συμπεριφορά. Η 6η ερώτηση τους ζητούσε να προβλέψουν αν η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στα μάθημα των μαθηματικών θα επέφερε αλλαγές και ποιες θα ήταν αυτές, τόσο στη σχέση ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά όσο και στο δικό τους διδακτικό στυλ. Στο 2ο ερωτηματολόγιο με την 4η ερώτηση ρωτούνταν οι εκπαιδευτικοί αν διαπίστωσαν αλλαγές στη στάση των παιδιών στα μαθηματικά.

Ερωτήσεις ανάδειξης της εμπειρίας. Π.χ. στο 2ο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους εκπαιδευτικούς μετά το διαθεματικό project, οι τρεις πρώτες ερωτήσεις τους ζητούσαν να χαρακτηρίσουν τη διδακτική εμπειρία του διαθεματικού project και να αναφέρουν ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας και αν αποκόμισαν κάτι ως δάσκαλοι και τι είναι αυτό. Στο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στα παιδιά δύο ερωτήσεις τους ζητούσαν, να ανακαλέσουν από τη μνήμη τους αυτό που θυμούνται πιο πολύ και να συγκρίνουν σε τι διέφερε το διαθεματικό project από τα άλλα μαθήματα.

Ερωτήσεις ανάδειξης της γνώμης και της αξίας. Τα ερωτηματολόγια των δασκάλων όπως και αυτά των παιδιών ήταν διάχυτα από ερωτήσεις που περιείχαν τις εκφράσεις «κατά τη γνώμη σας», «κατά την άποψή σας», «πώς θα χαρακτηρίζατε…», ώστε να αναδυθούν οι ερμηνευτικές διαδικασίες των μαθητών και των δασκάλων που συμμετείχαν στα προγράμματα.

Ερωτήσεις ανάδειξης συναισθημάτων για να αναδυθούν οι συναισθηματικές αντιδράσεις παιδιών και δασκάλων στο περιεχόμενο και τη μεθοδολογία των προγραμμάτων. Π.χ. η 1^{η} ερώτηση στο ερωτηματολόγιο των παιδιών, τα ρωτά αν τους άρεσε η διαθεματική ενότητα και γιατί. Στα ερωτηματολόγια δασκάλων και παιδιών η τελευταία ερώτηση τους ρωτούσε αν θα ήθελαν να επαναλάβουν μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον. Επίσης μία ερώτηση ζητούσε από τις δασκάλες να χαρακτηρίσουν το αυτοσυναίσθημά τους στα μαθηματικά

Ερωτήσεις γνώσης δεν υπήρχαν στο ερωτηματολόγιο των παιδιών, γιατί δεν ήταν αυτός ο στόχος μας, εκτός από μία που πιο πολύ εντάσσεται στις ερωτήσεις κρίσης (γνώμης) και ζητούσε από τα παιδιά να αναφέρουν τα σχολικά μαθήματα που νομίζουν ότι έχουν σχέση με τα θέματα με τα οποία ασχολήθηκαν στη διαθεματική ενότητα και να τα υπογραμμίσουν από μια λίστα.

Δημογραφικές ερωτήσεις υπόβαθρου δεν υπήρχαν στο ερωτηματολόγιο των παιδιών, αφού ήταν δεδομένες οι τάξεις από τις οποίες προέρχονταν και επομένως γνωστές και οι ηλικίες τους. Στο 1^{ο} ερωτηματολόγιο που δόθηκε πριν από το διαθεματικό project στις δασκάλες, υπήρχαν τρεις δημογραφικές ερωτήσεις που ρωτούσαν για το φύλο, την ηλικία και τα έτη υπηρεσίας, ώστε να ελεγχθεί αν οι τρεις αυτοί παράγοντες επηρεάζουν τη διδακτική συμπεριφορά ενός εκπαιδευτικού.

Υπάρχουν και ερωτήσεις στα ερωτηματολόγια που χρησιμοποιήσαμε, οι οποίες εμπίπτουν σε δύο ή τρεις κατηγορίες κι είναι δύσκολη η μονομερής κατάταξή τους. Η διαμόρφωση των ερωτήσεων προέκυψε από τα ερευνητικά ερωτήματα, από τις συζητήσεις με το δάσκαλο και τις δασκάλες και κυρίως από τις παρατηρήσεις των επεισοδίων στις τάξεις. Ο χρόνος συμπλήρωσης των ερωτηματολογίων των παιδιών ήταν κατά μέσο όρο δέκα λεπτά και η συμπλήρωση γινόταν αμέσως μετά από την ολοκλήρωση των project. Η παρουσία του ερευνητή κατά τη διάρκεια της συμπλήρωσης των ερωτηματολογίων ήταν απαραίτητη, προκειμένου: α) να περιοριστεί η πιθανότητα παρεμβάσεων και άσκησης επιρροής στις απαντήσεις των μαθητών από το δάσκαλο της τάξης, β) να περιοριστεί η πιθανότητα αντιγραφής μεταξύ των παιδιών δεδομένου ότι κάθε παιδί θα αντιμετωπιζόταν ως μεμονωμένη μονάδα πληροφοριών στην ανάλυση, γ) να απαντά σε οποιεσδήποτε ερωτήσεις των παιδιών για το ερωτηματολόγιο και να δίνει τις απαραίτητες διευκρινίσεις και τέλος όταν οι μαθητές άφηναν λόγω αφηρημάδας, αναπάντητες ερωτήσεις να το επισημαίνει και να τους δίνει πίσω το ερωτηματολόγιο, για να τις συμπληρώσουν. Τα ερωτηματολόγια που δόθηκαν στους εκπαιδευτικούς των τάξεων της μελέτης περιπτώσεων, συμπληρώθηκαν από αυτούς εκτός σχολείου, επειδή δεν επαρκούσε ο χρόνος των διαλειμμάτων.

2.4.3. Άτυπες συζητήσεις

Καταγράψαμε μια σειρά από άτυπες συζητήσεις με εκπαιδευτικούς και παιδιά. Είχαμε σύντομες συνομιλίες με μερικά παιδιά στα διαλείμματα ή κατά τη διάρκεια βιωματικών δράσεων των προγραμμάτων (π.χ. στην αίθουσα υπολογιστών, στην επίσκεψη στο περιβόλι, στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής) γύρω από τις εκάστοτε εμπειρίες και εντυπώσεις τους. Αρκετές συζητήσεις είχαμε όμως και με το δάσκαλο και τις δασκάλες κατά τη διάρκεια των προγραμμάτων ή στα διαλείμματα ή και εκτός σχολείου. Σημαντικές πληροφορίες από τις άτυπες συζητήσεις τις καταγράφαμε σε σημειωματάριο αμέσως μετά το πέρας των συζητήσεων.

Οι συζητήσεις που είχαμε με το δάσκαλο και τις δασκάλες διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Πρώτα ήταν οι συζητήσεις με τη μορφή άτυπης συνομιλητικής συνέντευξης που αναφέραμε παραπάνω και με τις οποίες επιθυμούσαμε να ανιχνεύσουμε τις απόψεις, τις εμπειρίες και τις εντυπώσεις των εκπαιδευτικών γύρω από τα υλοποιούμενα project. Με αυτόν τον τρόπο οι εκπαιδευτικοί αποκάλυπταν πληροφορίες τις οποίες δίσταζαν ή δεν είχαν την ευκαιρία να αποκαλύψουν απαντώντας στο ερωτηματολόγιο. Ακολούθως ήταν οι συζητήσεις γύρω από τη συνεχή διαμορφωτική αξιολόγηση της υλοποίησης των project. Μέσα από αυτές τις συζητήσεις έγινε εκτίμηση των φάσεων υλοποίησης των project σε σχέση με την ανταπόκριση των παιδιών, ώστε να υπάρχει διαρκής ανατροφοδότηση και επανασχεδιασμός όταν και όπου χρειαζόταν, με προσθήκες ή αφαιρέσεις ή με βελτιώσεις στα αρχικώς προβλεπόμενα. Έγιναν επίσης πολλές συζητήσεις μεταξύ του ερευνητή και του ή της εκάστοτε εκπαιδευτικού γύρω από το σχεδιασμό του υλικού και ιδιαίτερα των μαθηματικών δραστηριοτήτων που περιελάμβανε κάθε πρόγραμμα. Μέσα από συζητήσεις αποτιμήθηκε σε σχέση με το μαθησιακό επίπεδο των παιδιών η δυσκολία των δραστηριοτήτων. Ο δάσκαλος και οι δασκάλες έχοντας γνώση της τυπικά διδαχθείσης ύλης των μαθητών τους στα μαθηματικά, προσπαθούσαν να συγχρονίσουν τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών τους κατά τις δύο παράλληλες διδακτικές διαδικασίες, τη διαθεματική προσέγγιση της Ε.Ζ. και το τυπικό μάθημα των μαθηματικών και να εκμεταλλευτούν τις προϋπάρχουσες γνώσεις από τη μια μαθησιακή διαδικασία ώστε να υποστηρίξουν την εξέλιξη της άλλης.

Τα περισσότερα φυλλάδια εργασίας που δόθηκαν στα παιδιά, τα παρήγαγε αρχικά ο ερευνητής σε μια πρώτη εκδοχή και ύστερα από προσεκτική μελέτη από τον ή την εκάστοτε εκπαιδευτικό γίνονταν διεξοδικές συζητήσεις γύρω από προτάσεις βελτίωσης - προσαρμογής στο επίπεδο της εκάστοτε τάξης, στις οποίες από κοινού συμφωνούσαμε. Τέλος η προετοιμασία των εξωσχολικών επισκέψεων γινόταν ύστερα από σχετικές συζητήσεις όπου προγραμματίζονταν οι λεπτομέρειες και σχεδιάζονταν με ευελιξία εναλλακτικά σενάρια για το χρονικό πλαίσιο υλοποίησης, λόγω των δυσμενών κι ευμετάβλητων καιρικών συνθηκών στο Ν. Ευρυτανίας.

2.4.4. Ανάλυση γραπτών κειμένων

Αν και κατά την ανάλυση, κυρίως χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα από τα ημερολόγια παρατήρησης και τα ερωτηματολόγια, κάποια γραπτά κείμενα που παρήχθησαν κατά τη διάρκεια των προγραμμάτων, πρωτίστως γραπτές εργασίες των μαθητών και δευτερευόντως επίσημα έγγραφα των σχολείων, παρείχαν ένα πρόσθετο πλαίσιο συλλογής και διασταύρωσης ερευνητικών δεδομένων. Η εργασία των μαθητών «μπορεί να παρέχει ενδείξεις για τις απόψεις και τις στάσεις τους σε μια σειρά θεμάτων και πολλές πληροφορίες για το υπόβαθρό τους και τις προϋπάρχουσες εμπειρίες τους» (Woods 1986, σ. 98).

Στα επίσημα έγγραφα του κάθε σχολείου περιλαμβάνονται αναλυτικά προγράμματα (Α.Π.Σ. - Δ.Ε.Π.Π.Σ.), χρονοδιαγράμματα, ωρολόγια προγράμματα, σχέδια μαθήματος, σχολικά εγχειρίδια που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια των project, φυλλάδια - φύλλα εργασίας που παρήχθησαν από τους εκπαιδευτικούς και τον ερευνητή και εγκύκλιες διαταγές σχετικές με τις θεματικές των project (π.χ. για την Κυκλοφοριακή Αγωγή: η Εγκύκλιος της Διεύθυνσης Σπουδών του ΥΠΕΠΘ, η οποία προτείνει μεταξύ άλλων την εφαρμογή στα σχολεία της μεθοδολογίας των project και οι Εγκύκλιοι της Αστυνομικής Διεύθυνσης Ευρυτανίας σχετικά με την πραγματοποίηση διαλέξεων για την κυκλοφοριακή διαπαιδαγώγηση των μαθητών από αξιωματικό της τροχαίας, βλ. Παράρτημα Β.8). Χρησιμοποιήσαμε στοιχεία από τα επίσημα έγγραφα για τον προγραμματισμό, το σχεδιασμό και τη φιλοσοφία των προγραμμάτων.

Επίσης μέσα από ανάλυση περιεχομένου στα σχολικά εγχειρίδια και στα φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήσαμε κατά τη διάρκεια των project, αναδύθηκαν χρήσιμες πληροφορίες για το μαθηματικό περιεχόμενο των project και πώς αυτό διασυνδέθηκε με τα «Θέματα διατροφής» ή με την «Κυκλοφοριακή αγωγή», αλλά και με τη διδαχθείσα ύλη στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Ειδικά τα φύλλα εργασίας με μαθηματικές δραστηριότητες που παρήχθησαν αποκλειστικά από τους εκπαιδευτικούς χωρίς την παρέμβασή μας και τα χρησιμοποιήσαμε πριν και μετά από τα διαθεματικά project, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, μαρτυρούν μέσα από την ανάλυση του περιεχομένου τους, τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά. Στις εργασίες των παιδιών περιλαμβάνονται απαντήσεις σε φύλλα εργασίας με ανοικτές μαθηματικές δραστηριότητες, τα οποία επεξεργάστηκαν οι μαθητές άλλοτε ατομικά και άλλοτε ομαδικά, εργασίες γραπτής έκφρασης με θέμα: «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου», έργα ζωγραφικής στο χαρτί ή ψηφιακά με ηλεκτρονικό υπολογιστή, με θέμα: «Υγιεινή Διατροφή και Σωματική Άσκηση» ή «Αυτοκίνητα και πινακίδες σήμανσης», πλούσιο φωτογραφικό υλικό από τις βιωματικές δράσεις που πραγματοποιήθηκαν εντός και εκτός τάξης (βλ. τα σχετικά Παραρτήματα). Οι εργασίες των παιδιών παρείχαν δεδομένα, για τη μαθηματική γνώση των μαθητών τόσο την προϋπάρχουσα όσο και τη νεοαποκτηθείσα μέσα από τα διαθεματικά project, για τη βιωματική και διαθεματική διάσταση των υλοποιούμενων project και για τη στάση των παιδιών απέναντι στα μαθηματικά και στη διδακτική μέθοδο project.

Συνεπώς η ανάλυση γραπτών κειμένων - εργασιών των μαθητών, προσέφερε πρόσθετη τεκμηρίωση, η οποία μέσω τριγωνοποίησης διασταυρώθηκε με τα υπόλοιπα δεδομένα που συγκεντρώσαμε από την παρατήρηση, τα ερωτηματολόγια και τις άτυπες συζητήσεις.

2.5. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΡΕΥΝΗΤΗ

Κατά τη διάρκεια της έρευνας πεδίου, οι ερευνητές ενσαρκώνουν είτε σκόπιμα είτε ασυνείδητα διαφορετικούς ρόλους. Ο Delamont (1984) και ο Hammersley (1984) στις διδακτορικές έρευνές τους είχαν το ρόλο των δασκάλων, ενώ ο Fuller είχε το ρόλο του «επίτιμου μαθητή» (1984) και ο Pryor (1995) εξισώθηκε με τους αρωγούς των κηδεμόνων που ήταν συνήθεις στο πεδίο έρευνάς του. Κάθε είδος ρόλου συνεπάγεται κάποια πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα.

Κατά τη διάρκεια της έρευνάς μας σε όλες τις αρχικές επαφές ενημερώσαμε εκπαιδευτικούς και παιδιά για τη συνεργασία μας και το περιεχόμενό της και στη συνέχεια ο ερευνητής ενσάρκωσε το ρόλο του δεύτερου δασκάλου της κάθε τάξης. Από τη μια μεριά, εφόσον επιδίωξή μας ήταν να μελετήσουμε την ενασχόληση των τάξεων με συγκεκριμένες διαθεματικές δραστηριότητες που σχετίζονται με τα μαθηματικά, η ενεργός εμπλοκή του ερευνητή ήταν απαραίτητη ώστε να προσανατολιστεί η όλη μαθησιακή διαδικασία. Συμμετείχαμε ενεργά σε όλες τις φάσεις της επεξεργασίας των ενοτήτων, δηλαδή στην επιλογή του θέματος, στο σχεδιασμό και στην παρουσίαση προς τους μαθητές από κοινού με το δάσκαλο ή τη δασκάλα της τάξης, του όλου πλαισίου - προβλήματος και τέλος στο συντονισμό της συζήτησης και στην παροχή υποστήριξης κατά τη διάρκεια των εργασιών των παιδιών. Επειδή συμμετείχαμε ενεργά σε όλες τις φάσεις, ο βαθμός συμμετοχής προσέγγισε το επίπεδο του συμμετέχοντος παρατηρητή. Η έμφαση του ρόλου του ερευνητή δόθηκε στη συμμετοχή. Αναπτύξαμε σχέσεις με τα δρώντα πρόσωπα και παράλληλα συλλέξαμε δεδομένα, ενώ ήταν γνωστό με σαφήνεια ότι η έρευνα απετέλεσε το λόγο της παρουσίας μας στη σκηνή. Από την άλλη, βαδίζοντας σε μια μέση οδό προσπαθώντας να κρατήσουμε τις ισορροπίες, διαρκής ήταν η μέριμνα για τήρηση χαμηλών τόνων στη συμμετοχή, ώστε να υπάρχει η κατάλληλη απόσταση από τα δρώντα πρόσωπα και τα φαινόμενα εν εξελίξει, που θα επέτρεπαν να λειτουργήσουμε αντικειμενικά διεξάγοντας ερευνητικό έργο με επιστημονικές προϋποθέσεις. Σχετικά με τη συμμετοχική παρατήρηση ο Woods (1986, σ. 34) γράφει: «Με το να συμμετάσχει κάποιος, αμφότερα επιδρά στο περιβάλλον και επηρεάζεται από αυτό. Αλλά πρέπει να προσπαθήσει να συνδυάσει τη βαθιά προσωπική εμπλοκή και ένα βαθμό αποστασιοποίησης».

Ο παράλληλος ρόλος του ερευνητή ως σχολικού συμβούλου, που μες στα καθήκοντά του είναι οι επισκέψεις στις σχολικές τάξεις και η παρακολούθηση μαθημάτων, βοήθησε καταλυτικά στην αποδοχή του ρόλου του, ως συμμετέχοντος παρατηρητή, από μαθητές και δασκάλους. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι έγινε προσπάθεια να συγκαλυφθεί η ιδιότητα του ερευνητή ή ότι χρησιμοποιήσαμε σε οποιαδήποτε περίπτωση την εξουσία της θέσης του σχολικού συμβούλου. Ο ούτως ή άλλως υπαρκτός κίνδυνος να θεωρήσουν κάποιοι δάσκαλοι τον ερευνητή ως αξιολογητή των μαθημάτων τους (βλ. Griffiths 1995) στην περίπτωσή μας ήταν ενδεχομένως αυξημένος.

Η συνεργασία μας με τους εκπαιδευτικούς σε όλες τις μελέτες περίπτωσης ήταν αρμονική, βοηθώντας να αισθανθούμε ισότιμα μέλη της κοινότητας της τάξης. Οι διδακτικοί μας ρόλοι αναπτύσσονταν παράλληλα, χωρίς να προσπαθήσει να παραγκωνίσει ο ένας τον άλλον. Η κοινή μας πορεία μοιάζει με αυτή που περιγράφεται σε άλλες έρευνες (Louden 1989, Oberg & Underwood 1992) ως μια πορεία αυτοανάπτυξης και κατανόησης μέσω της συνεργασίας, που βοηθά στον αναστοχασμό επί της εκπαιδευτικής πρακτικής μας.

Αρχικά ο ρόλος του ερευνητή ήταν περισσότερο καθοδηγητικός, επειδή οι εκπαιδευτικοί - συνεργάτες ήταν πιο διστακτικοί να εμπλακούν σε διαθεματικές δραστηριότητες, εξαιτίας και της δεδομένης απειρίας των περισσότερων στον τομέα αυτό. Όμως ακολούθως, ο ρόλος του ερευνητή εξελίχθηκε σταδιακά σε ενισχυτικό του διαλόγου, της εποικοδομητικής αντιμετώπισης του λάθους και της υπογράμμισης του ρεαλιστικού πλαισίου του προγράμματος. Ως προς την ενθάρρυνση του διαλόγου, ο ερευνητής εναλλάξ με τον, την εκπαιδευτικό της τάξης, προωθούσαν το διάλογο και όταν ενίοτε η ροή της συζήτησης «κολλούσε» με κίνδυνο να φτάσει σε αδιέξοδο, παρενέβαιναν και διευκόλυναν τη συνέχισή της.

Η συνύπαρξη του ερευνητή ως δεύτερου δασκάλου στην τάξη, με διαφορετικό διδακτικό στιλ και νοοτροπία από τον πρώτο, οπωσδήποτε επηρέασε. Ο ερευνητής με το «καινοτόμο» παράδειγμά του επηρέασε τους δασκάλους της τάξης, κατά την εφαρμογή των διαθεματικών δραστηριοτήτων του εκάστοτε project και τους βοήθησε όποτε χρειάστηκε, στην εύρεση και στη χρήση του χειραπτικού υλικού και στην υλοποίηση των βιωματικών δράσεων. Όμως επίσης, η παρουσία του ερευνητή επηρέασε και τους μαθητές κι ιδιαίτερα μερικούς, οι οποίοι, λόγω της παρουσίας του «νέου προσώπου» και μέσα από το φαινόμενο του Πυγμαλίωνα, άλλαξαν στάση και βελτιώθηκε η συμμετοχή τους στο μάθημα. Οι Πατρώνης και Γιωτοπούλου (1993) γράφουν σχετικά: «Έχει παρατηρηθεί αρκετές φορές - και από μας ιδιαίτερα - όταν ένας ερευνητής μπαίνει σε μια τάξη, είτε για ένα πείραμα είτε ακόμη και για συμμετοχική παρατήρηση του ίδιου του (κανονικού) μαθήματος, να συμβαίνει μια εντυπωσιακή αλλαγή: Μαθητές οι οποίοι θεωρούνταν, μέχρι εκείνη τη στιγμή, "αδύνατοι" ή "με σοβαρό πρόβλημα" στα μαθηματικά, να διακρίνονται στη διαδικασία της συζήτησης».

Στην παρούσα έρευνα το περιβάλλον αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας δεν περιορίστηκε μόνο στις σχολικές τάξεις. Με τους δασκάλους της έρευνας συναντιόμασταν και επικοινωνούσαμε και έξω από το σχολείο και με μερικούς αναπτύχθηκε μια φιλική σχέση. Στις άτυπες συζητήσεις μού ανέφεραν τις προσωπικές απόψεις και τις πεποιθήσεις τους για τα υλοποιούμενα project.

Η επικοινωνία με τα παιδιά γινόταν κυρίως κατά τη διάρκεια των διαλειμμάτων και των βιωματικών δράσεων και μερικές φορές κατά τη διάρκεια των μαθημάτων. Όταν τα παιδιά εργάζονταν σε ομάδες, συνήθως περπατούσαμε ήσυχα γύρω από τις ομάδες και καθόμασταν μαζί τους για να αφουγκραστούμε και να παρατηρήσουμε τι έκαναν ή για να τα βοηθήσουμε στο έργο τους. Τα παιδιά συνέδεσαν την παρουσία μας στο σχολείο με τα προγράμματα project, ώστε όταν αυτά είχαν ήδη ολοκληρωθεί, οι περισσότεροι από τους μαθητές όταν μας έβλεπαν, ρωτούσαν εάν θα κάναμε πάλι ένα παρόμοιο πρόγραμμα.

2.6. ΗΘΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ

Κατά τη διάρκεια μιας εμπειρικής έρευνας, ανακύπτουν διάφορα ηθικά ζητήματα σχετικά με την εδραίωση των ανθρωπίνων σχέσεων, τη χρονική περίοδο και τον τρόπο συλλογής των δεδομένων, την ανάλυση των στοιχείων και οποιαδήποτε ενδεχόμενη διάδοση των δεδομένων. Οι κύριοι τύποι ηθικών ζητημάτων, όπως προσδιορίζονται στη βιβλιογραφία, είναι η «συγκατάθεση ύστερα από ενημέρωση, εξαπάτηση ή συγκεκαλυμμένη έρευνα, η ευθύνη του ερευνητή στους πληροφοριοδότες, τους χορηγούς και τους συναδέλφους, οι συνεπαγόμενοι κίνδυνοι έναντι των οφελών, η αμοιβαιότητα και η παρέμβαση» (Lipson 1994, σ. 343).

Η «συγκατάθεση ύστερα από ενημέρωση» κατά την έρευνα σε έμψυχο περιβάλλον (Sieber 1982, Kimmel 1988, McMillan & Schumacher 1989, Patton 1990, Burgess 1991, Hornsby-Smith 1993, Lipson 1994, Cohen & Manion 1994) φαίνεται να είναι ένα λεπτό ζήτημα. Στην εκπαιδευτική έρευνα είναι συνήθως απαραίτητο να ρωτούνται τα υποψήφια προς συμμετοχή υποκείμενα και να διασφαλίζεται η κατανόηση της μελέτης. Εντούτοις υπάρχουν περιπτώσεις όπου «η γνώση της συμμετοχής μπορεί να ακυρώσει τα αποτελέσματα» (McMillan & Schumacher 1989, σ. 198) και σε γενικές γραμμές «η πλήρης κοινοποίηση κάθε στοιχείου προς συγκατάθεση είναι περιττή» (Kimmel 1988, σ. 69).

Στην παρούσα μελέτη διασφαλίστηκε όσο το δυνατόν περισσότερο η εκ των προτέρων συγκατάθεση ύστερα από ενημέρωση των υποκειμένων της έρευνας. Οι εκπαιδευτικοί περισσότερο και τα παιδιά λιγότερο, γνώριζαν το ερευνητικό ενδιαφέρον μας για τη μελέτη της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών μέσω της εφαρμογής διαθεματικών project και ενημερώθηκαν για τις αναγκαίες φάσεις της έρευνας, δηλαδή την παρατήρηση των μαθημάτων και τη συμπλήρωση ερωτηματολογίων από μαθητές και δασκάλους. Αν και σε όλες τις περιπτώσεις στις πρώτες συναντήσεις ζητήθηκε η συγκατάθεση των παιδιών προκειμένου να ξεκινήσει η εφαρμογή του εκάστοτε project, ωστόσο οι μαθητές δεν ρωτήθηκαν ποτέ εάν δέχονται την παρουσία μας στην τάξη τους. Παρομοίως η Delamont αναφέρει για την έρευνά της ότι «οι μαθητές δεν ρωτήθηκαν ποτέ, από κανέναν, εάν τους ενοχλεί να συμπληρώνουν ερωτηματολόγια ή να υπόκεινται σε παρατήρηση» (Delamont 1984, σ. 25).

Αν και διασφαλίστηκε η συγκατάθεση των δασκάλων ύστερα από ενημέρωση, η έρευνά μας κατά ένα μεγάλο βαθμό, μπορεί να θεωρηθεί ως συγκεκαλυμμένη. Εξ αιτίας της ανάγκης για έγκυρα ερευνητικά δεδομένα, δεν αποκαλύψαμε στο δάσκαλο και στις δασκάλες τον κυριότερο από τους τομείς εστίασης της παρατήρησης στην τάξη, ο οποίος αποτελεί και το θεματικό πυρήνα της ερευνητικής μας μελέτης: τη διερεύνηση στο πλαίσιο των project, των πιθανών αλλαγών στη διδακτική πρακτική των δασκάλων κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Προσπαθήσαμε να αποφύγουμε τη δημιουργία μιας απειλητικής ατμόσφαιρας για τους δασκάλους, μη δηλώνοντας άμεσα ότι οι δάσκαλοι θα ήταν τα κύρια ερευνητικά υποκείμενα και συνεχώς θα αξιολογούνταν και θα συγκρίνονταν, τόσο μεταξύ τους, όσο και με τον ίδιο τους τον εαυτό, στη διάρκεια του project και κατά την παραδοσιακή διδασκαλία. Εάν αντίθετα αποκαλύπταμε πλήρως το σκοπό της έρευνας, υπήρχε ο κίνδυνος οι εκπαιδευτικοί να αισθανθούν ότι «μπαίνουν στο μικροσκόπιο», να αγχωθούν και σκόπιμα να τροποποιήσουν τη διδακτική συμπεριφορά τους αλλοιώνοντας με αυτόν τον τρόπο τα ερευνητικά αποτελέσματα.

Ανεξάρτητα από τις προσπάθειές μας, μερικές δασκάλες (κυρίως η Π.Μ. στη 2η μελέτη και η Β.Κ. στην 4η μελέτη) ούτως ή άλλως μας αντιμετώπισαν ως ένα βαθμό, αρχικά κυρίως, ως αξιολογητή. Είτε εκδηλώνοντας υπερβολική ευγένεια, είτε εκδηλώνοντας νευρικότητα και άγχος, είτε εκμαιεύοντας με κάθε τρόπο σωστές απαντήσεις από τους μαθητές τους, φανέρωναν έμμεσα ότι αισθάνονταν άβολα με τη συνεχή παρουσία μας. Αντισταθμιστικά εμείς προσπαθούσαμε να αποφεύγουμε οποιαδήποτε αξιολογική κρίση, να κάνουμε χρήση χιούμορ – συχνά αυτοσαρκασμού – και όταν υπήρχαν δισταγμοί εκ μέρους των δασκάλων, να μοιραζόμαστε μαζί τους την ευθύνη της διδακτικής διαδικασίας. Αυτά κυρίως συνέβαιναν στην αρχή, μέχρι «να σπάσει ο πάγος». Σταδιακά, ακόμη και οι δασκάλες που ξεκίνησαν διστακτικά, εξοικειώθηκαν με την παρουσία μας και με το νέο μαθησιακό πλαίσιο των project και άρχισαν να παίρνουν ολοένα και περισσότερες πρωτοβουλίες. Η υπονοούμενη και μερικές φορές ρητή ανησυχία των δασκάλων για το ρόλο του ερευνητή - παρατηρητή, είναι ένα ζήτημα που διαπιστώθηκε επίσης από τον King κατά την έρευνά του σε τάξεις νηπίων: «Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι οι επισκέψεις μου συζητιόνταν κατά την απουσία μου... Οι περισσότεροι ενήλικοι που μπαίνουν σε τάξεις, κάνουν αξιολογικές κρίσεις για αυτά που βλέπουν. Ο δάσκαλος μπορεί να μην ξέρει ποιες είναι αυτές, αλλά ξέρει ότι γίνονται» (King 1984, σ. 121).

Σε γενικές γραμμές, όπως ήδη αναφέραμε, η στάση των δασκάλων ήταν στάση αποδοχής κι η σχέση μας ήταν σχέση αμοιβαίας κατανόησης και συνεργασίας. Η στάση των δασκάλων φαίνεται ότι επηρέασε και τη στάση των παιδιών απέναντί μας, η οποία κι αυτή ήταν στάση αποδοχής.

Οι συνάδελφοι που συμμετείχαν εκδήλωσαν ενδιαφέρον για τη λήψη μιας γραπτής έκθεσης των ερευνητικών συμπερασμάτων. Επειδή αισθανθήκαμε ευγνωμοσύνη απέναντί τους για τη συμμετοχή τους και την αμέριστη βοήθειά τους στο ερευνητικό μας έργο, τους δώσαμε από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας μία βεβαίωση συμμετοχής στο πρόγραμμα. Εντούτοις λάβαμε την απόφαση για τη χορήγηση αυτών των βεβαιώσεων προς το τέλος του προγράμματος και σε καμία περίπτωση οι συνάδελφοι δεν γνώριζαν από την αρχή ότι θα τους χορηγηθεί βεβαίωση ώστε να λειτουργήσει ως κίνητρο για τη συμμετοχή τους.

Η διαδικασία απάντησης ερωτηματολογίων από τους μαθητές περιλαμβάνει ηθικά ζητήματα. Αν και τα ερωτηματολόγια εμφανίζονται να είναι μια ευκαιρία για να εκφραστούν (Rubin & Rubin 1995), στην περίπτωση των μαθητών, το σχολικό περιβάλλον μπορεί να επηρεάσει το περιεχόμενο των απαντήσεων. Όπως έχει επισημανθεί από τον Edwards (1997), οι μαθητές απαντώντας σε ένα ερωτηματολόγιο, μπορεί να αναζητούν την πρέπουσα απάντηση που θα ευχαριστήσει τον ερευνητή ή μπορεί να θεωρήσουν ότι εξετάζονται ή αντίθετα να αισθάνονται ελεύθεροι να εκφραστούν. Αυτά τα ζητήματα έχουν αναλυθεί από το Simons (1981) που διεξήγαγε μη δομημένη συνέντευξη σε μια έρευνα μελέτης περίπτωσης σε σχολικό περιβάλλον. Στην παρούσα μελέτη δίνοντας τα ερωτηματολόγια στα παιδιά, κάναμε σαφές εκ των προτέρων ότι θα τα συμπληρώσουν ανώνυμα, γράφοντας ό,τι πιστεύουν κι ότι σε καμιά περίπτωση δεν θα αξιολογηθούν οι απαντήσεις τους. Αν και η συντριπτική πλειοψηφία των παιδιών στις απαντήσεις τους αποφάνθηκαν θετικά για τις μαθησιακές εμπειρίες τους κατά τη διάρκεια των project, υπήρξαν και δύο περιπτώσεις παιδιών που αποφάνθηκαν αρνητικά.

Προκειμένου να προστατευθεί η ταυτότητα του δείγματος στη γραπτή έκθεση της έρευνας, χρησιμοποιήσαμε ψευδώνυμα για τα ονόματα των παιδιών και τα αρχικά των ονομάτων για τα ονόματα των δασκάλων. Η παρούσα έρευνα δεν περιλαμβάνει οποιοδήποτε κίνδυνο αμηχανίας για τους συμμετέχοντες και η ανωνυμία παρέχει προστασία από την κοινοποίηση οποιωνδήποτε πληροφοριών για τις περιοχές και τα υποκείμενα της έρευνας. Τα σχολεία κι οι τάξεις μελετήθηκαν ως περιπτώσεις εξαιτίας του ακαδημαϊκού και προσωπικού ενδιαφέροντος του ερευνητή και δεν αντιμετωπίστηκαν ως θεσμοί προς αξιολόγηση. Αυτός είναι ένας «τρόπος προστασίας του δικαιώματος της ιδιωτικότητας ενός συμμετέχοντος μέσω της υπόσχεσης της εμπιστευτικότητας» (Cohen & Manion 1994, σ. 367) που η Delamont χρησιμοποίησε επίσης στην έρευνά της: «είμαι οπαδός των ψευδώνυμων παρά των πραγματικών ονομάτων, επειδή τα άτομα πρέπει να προστατεύονται είτε το επιθυμούν είτε όχι» (Delamont 1984, σ. 31). Επίσης για να προστατευθεί η ανωνυμία και τα προσωπικά δεδομένα των συμμετεχόντων στην έρευνα, σε οποιοδήποτε φωτογραφικό υλικό το οποίο περιλαμβάνεται στο Παράρτημα της γραπτής έκθεσης και περιέχει πρόσωπα, έχουν αλλοιωθεί τα χαρακτηριστικά των προσώπων ώστε να μην είναι αναγνωρίσιμα.

2.7. ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

Στους περιορισμούς της παρούσας μελέτης θα εξεταστεί εάν και σε ποιο βαθμό, τα αρχικά ερευνητικά ερωτήματα είναι δυνατόν να απαντηθούν επαρκώς μέσω των μεθόδων και του δείγματος που χρησιμοποιούμε. Σαφώς δεν θα ήταν δυνατόν σε τέσσερις μελέτες περίπτωσης να μελετηθούν όλα τα διαφορετικά μοντέλα ενσωμάτωσης της διαθεματικής διάστασης στα μαθηματικά, τα οποία αναδείχθηκαν κατά την ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας. Στην παρούσα μελέτη επιλέγουμε κι εφαρμόζουμε ένα διαθεματικό μοντέλο, το οποίο σχεδιάζουμε σε συνεργασία με τους εκπαιδευτικούς.

Επίσης δεν θα ήταν δυνατόν να διερευνηθούν σε όλους τους δασκάλους και τις δασκάλες, που έχουν τελείως διαφορετικό διδακτικό στυλ ο ένας από τον άλλο, οι ενδεχόμενες αλλαγές στη διδακτική στάση τους όταν εφαρμόζουν project στα μαθηματικά. Επομένως έπρεπε να επιλεγούν κάποιες περιπτώσεις κι αυτές ήταν οι συγκεκριμένοι τέσσερις δάσκαλοι και δασκάλες. Ο αριθμός επίσης των σχολικών τάξεων της μελέτης θα μπορούσε να θεωρηθεί ως περιορισμός.

Τα ευρήματα λοιπόν της παρούσας έρευνας ισχύουν για τις συγκεκριμένες μελέτες περίπτωσης που διερευνήθηκαν και θα ήταν παρακινδυνευμένο να γενικευτούν. Τα συμπεράσματα μπορούν να είναι ενδεικτικά παραδείγματα μόνο για εκείνες τις περιπτώσεις σχολικών τάξεων και δασκάλων που έχουν παρόμοια παιδαγωγική προσέγγιση με τις περιπτώσεις αυτής της μελέτης. Τελικά, επαφίεται στον εκάστοτε αναγνώστη να αποφασίσει για ποια σχολεία και για ποιους εκπαιδευτικούς, μπορούν να ισχύσουν τα συμπεράσματα αυτής της μελέτης. Τα project που υλοποιήθηκαν, μπορούν να θεωρηθούν ως πρόταση παρά ως γενίκευση της εφαρμογής παρόμοιων πρωτοβουλιών. Επίσης στη μελέτη δεν περιελήφθησαν αστικά ή ολιγοθέσια σχολεία, επομένως τα συμπεράσματα θα μπορούσαν να είναι μόνο ενδεικτικά παραδείγματα για οποιαδήποτε παρόμοια σχολεία με αυτά της μελέτης, δηλαδή μεσαίου μεγέθους και ημιαστικά.

Αυτή η μελέτη στο περιβάλλον των συγκεκριμένων σχολικών τάξεων, εστίασε στη διερεύνηση στο νέο μαθησιακό πλαίσιο των project, των πιθανών αλλαγών στη συμπεριφορά των δασκάλων και των μαθητών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Δεδομένου ότι η συμπεριφορά και οι αντιλήψεις διαμορφώνονται όχι μόνο μέσα στους σχολικούς τοίχους, αλλά και έξω από αυτούς, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί περισσότερη έρευνα για το κοινωνικό υπόβαθρο των μαθητών και των δασκάλων και να αναδειχθούν οι όποιοι εξωσχολικοί παράγοντες επηρεάζουν τη συμπεριφορά τους. Ενώ για το δάσκαλο και τις δασκάλες καταγράφουμε, έστω συνοπτικά, κάποια στοιχεία για το εξωσχολικό περιβάλλον τους, δε συμβαίνει το ίδιο για τους μαθητές και τις μαθήτριες για τους οποίους αναφέρονται μόνο ελάχιστα ευκαιριακά στοιχεία. Περαιτέρω έρευνα είναι πέρα από τις δυνατότητες αυτής της μελέτης.

Όσον αφορά την επίσημη, τυπική κουλτούρα του κάθε σχολείου, επειδή το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα είναι καθαρά συγκεντρωτικό, αυτή εν πολλοίς σκιαγραφείται από τις κατευθύνσεις της κεντρικής εκπαιδευτικής πολιτικής, όπως αποτυπώνονται στους νόμους, τις εγκυκλίους και τα προγράμματα σπουδών. Για την άτυπη κουλτούρα του κάθε σχολείου, η οποία προσδιορίζεται από τις προσωπικότητες του διευθυντή, των μελών του συλλόγου διδασκόντων, των εκπροσώπων των γονέων και τη σχεσιοδυναμική μεταξύ τους, μόνο μια αμυδρή, γενική εικόνα σκιαγραφείται.

Όπως αναδείχθηκε κατά την ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας, ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών μπορεί να μην υπακούει σε μια λογική διάρθρωση της ύλης μέσα σε ένα γνωστικό αντικείμενο όπως τα μαθηματικά. Αυτό είναι ένα θέμα που δεν έχει διερευνηθεί πλήρως στην παγκόσμια έρευνα. Στο ερευνητικό μας εγχείρημα θα επιχειρήσουμε να αγγίξουμε μερικές διαστάσεις του, όμως δεν αναμένεται να διερευνηθεί το θέμα εις βάθος, επειδή δεν είναι αυτός ο κύριος στόχος.

Μια άλλη διάσταση που εμείς θα αγγίξουμε ακροθιγώς επειδή ξεπερνά το στόχο μας, αλλά η οποία χρήζει περισσότερης μελέτης, είναι η αναζήτηση και διερεύνηση κατάλληλων εναλλακτικών μεθόδων αξιολόγησης όσον αφορά την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων, για τη διαπίστωση του βαθμού κατανόησης από τα παιδιά των θεμελιωδών, διαθεματικών εννοιών.

2.8. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

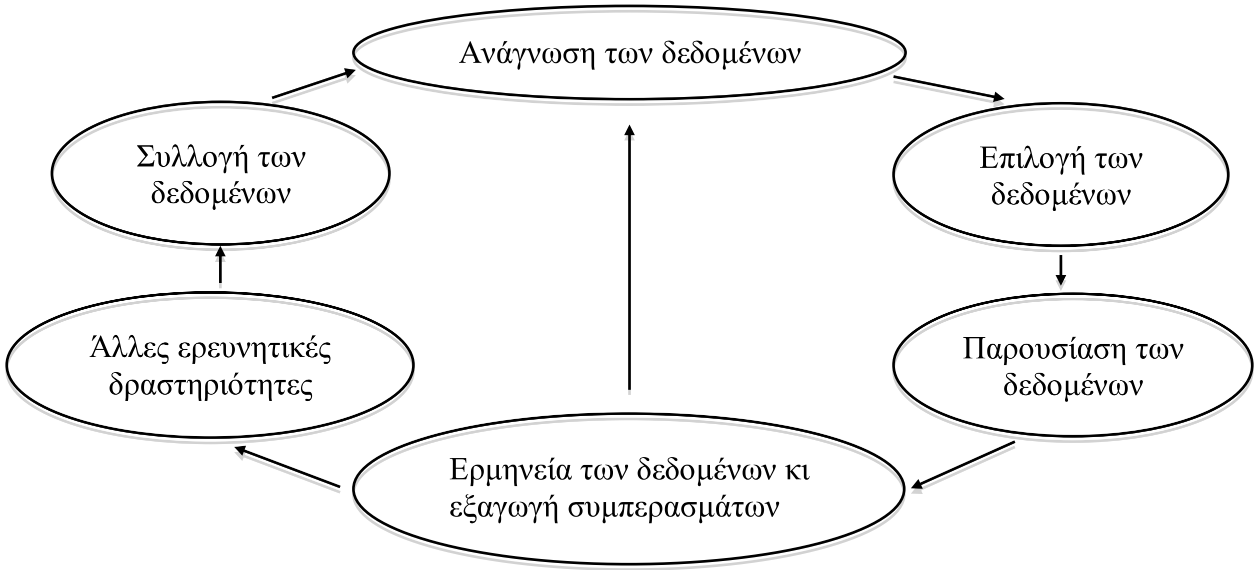
Κατά τη διάρκεια μιας ποιοτικής μελέτης, μία από τις σημαντικότερες φάσεις είναι η ερμηνεία και η ανάλυση, ώστε να παραχθούν θεωρητικά συμπεράσματα από τα δεδομένα. Η πρόκληση για τον ερευνητή, είναι να αποκωδικοποιήσει το ουσιαστικό νόημα των δεδομένων (Hitchcock & Hughes 1989, Patton 1990, Dey 1993) προσδιορίζοντας κανονικότητες που θα οδηγήσουν στην ανάδυση θεωρητικών συμπερασμάτων για το θέμα που μελετάται. Το μοντέλο της ποιοτικής έρευνας δεν επιβάλλει κανέναν κανόνα στον ερευνητή κατά την ανάλυση, αλλά αντίθετα του παρέχει περιθώρια να χρησιμοποιήσει τις δικές του τεχνικές και αντιλήψεις στην ανάλυση των δεδομένων. Ανάλογα με τη φύση της έρευνας, μπορούν να ακολουθηθούν διάφορες στρατηγικές.

Η παρούσα έρευνα ακολούθησε το σχεδιασμό της μελέτης πολλαπλών περιπτώσεων (τα δεδομένα συγκεντρώθηκαν από τέσσερις περιπτώσεις - σχολικές τάξεις), επομένως η κύρια στρατηγική ανάλυσης των δεδομένων υιοθετήθηκε από τον ερευνητικό σχεδιασμό της μελέτης περιπτώσεων. Συγκεκριμένα η «ανάλυση με διασταύρωση περιπτώσεων» (cross-case analysis) (Merriam 1988) ήταν βασική τεχνική για την ανάλυση.

Η Merriam (1988, σ. 154) αναφέρει ότι «μια ποιοτική επαγωγική μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων επιδιώκει να δομήσει αφαιρέσεις δια μέσου των περιπτώσεων» κι ο ερευνητής προσπαθεί να διαπιστώσει «διαδικασίες και αποτελέσματα που εμφανίζονται σε πολλές περιπτώσεις» (Miles & Huberman 1984, σ. 151).

Κατά τη διαδικασία της ανάλυσης ακολουθήσαμε το παρακάτω σχήμα που προτείνουν οι Miles και Huberman (1984, σ. 23):

Σχήμα 2.1. Στάδια επεξεργασίας των δεδομένων κατά τη διαδικασία της ανάλυσης



Η ανάλυση ακολούθησε δύο χρονολογικές φάσεις: την άτυπη και την τυπική. Η πρώτη συνέβη κατά τη διάρκεια της συλλογής των δεδομένων και αμέσως μετά από αυτήν. Η οργάνωση - ταξινόμηση των δεδομένων ήταν ουσιαστικές διαδικασίες, μόλις αυτά συλλέχθηκαν. Αρχικά συλλέξαμε ακατέργαστα δεδομένα (σημειώσεις πεδίου, απομαγνητοφωνήσεις) και ερωτηματολόγια και σε δεύτερη φάση κατασκευάσαμε χωριστά αρχεία κάθε περίπτωσης - σχολικής τάξης.

Δεδομένου ότι μεσολαβούσε ένα χρονικό διάστημα μεταξύ της κάθε μελέτης περίπτωσης, είχαμε τη δυνατότητα να διαμορφώσουμε μια τυπική ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν από κάθε μελέτη περίπτωσης. Τυπική ανάλυση σημαίνει «η αναζήτηση θεματικών, η ανάπτυξη αναλυτικών κατηγοριών» και θεωρείται ως η πιο διαδεδομένη τεχνική μεταξύ των ερευνητών ποιοτικών μελετών (Dey 1993, Mason 1994, Miles & Huberman 1994). Οι Boulton και Hammersley (1996) προτείνουν τα ακόλουθα βήματα για την ανάλυση ποιοτικών δεδομένων: α) προσεκτική ανάγνωση των δεδομένων η οποία συνήθως εστιάζει σε ένα δευτερεύον δείγμα – υποσύνολο των δεδομένων, β) καταγραφή σημειώσεων – τίτλων για τις κατηγορίες με τις οποίες τα δεδομένα σχετίζονται, γ) ομαδοποίηση τμημάτων των στοιχείων από διαφορετικά μέρη των δεδομένων που είναι σχετικά με ορισμένη κατηγορία την οποία αποκαλούν «Θεμελιωμένη θεωρητικοποίηση» (grounded theorizing) και δ) σύγκριση και αντιπαραβολή όλων των στοιχείων των δεδομένων που έχουν συμπεριληφθεί στην ίδια κατηγορία.

Ωστόσο, ένα χρονικό πρόβλημα που δημιουργείται σε τέτοιου είδους έρευνες, όπως υπογραμμίζουν οι Miles και Huberman (1994) είναι ότι η ποιοτική έρευνα έχει να κάνει με λέξεις, όχι με αριθμούς. «Οι λέξεις είναι ‘παχύτερες’ από τους αριθμούς και συνήθως έχουν πολλαπλές σημασίες … Η πρόκληση είναι να είναι κανείς εξαιρετικά προσεκτικός με τους στόχους της έρευνας και τους εννοιολογικούς φακούς που θα φορέσει – αφήνοντας ταυτόχρονα τον εαυτό του ανοικτό σε πράγματα που δεν γνώριζε ή δεν περίμενε» (Miles & Huberman 1994, σ. 56).

Στην παρούσα μελέτη ακολουθήσαμε τα βήματα που περιγράψαμε ανωτέρω. Αρχικά διαβάσαμε τα δεδομένα και κρατήσαμε μερικές σημειώσεις. Κατόπιν διαβάσαμε πάλι τα δεδομένα πιο προσεκτικά και προσπαθήσαμε εντοπίζοντας κανονικότητες και ομοιότητες να διακρίνουμε κάποιες κατηγορίες. Καταγράψαμε τίτλους για τις θεματικές - κατηγορίες με τις οποίες σχετίζονταν τα δεδομένα. Τα δεδομένα που αφορούσαν την ίδια ή παρόμοια κατηγορία σημειώνονταν με στυλό ιδίου χρώματος. Κατόπιν συγκεντρώσαμε μαζί, τμήματα των δεδομένων από τις παρατηρήσεις, τα ερωτηματολόγια ή τα έγγραφα που ήταν σχετικά με ορισμένη κατηγορία και τέλος συγκρίναμε όλα τα δεδομένα που συμπεριλαμβάνονταν στην ίδια κατηγορία. Ακολουθήσαμε αυτή τη διαδικασία για κάθε περίπτωση - σχολική τάξη, παράγοντας ένα κείμενο ανάλυσης για κάθε περίπτωση. Στο τέλος θέσαμε τα κείμενα αυτά μαζί, ανάλογα με τις θεματικές τους και τα παρουσιάσαμε ενιαία.

Όταν εντοπίζαμε κανονικότητες και ομοιότητες προσπαθώντας να διακρίνουμε κάποιες κατηγορίες και σημειώναμε με στυλό ιδίου χρώματος τα δεδομένα που σχετίζονταν με την ίδια κατηγορία, ουσιαστικά προσπαθούσαμε να αναδείξουμε και να σχηματοποιήσουμε τα πρότυπα που αναδύονταν από την ανάλυση των δεδομένων. Οι Altrichter, Posch και Somekh (2001) γράφουν ότι τα «πρότυπα» είναι «κανονικότητες συμπεριφοράς» ή «μορφές αλληλεπίδρασης που εμφανίζονται ξανά και ξανά». Ένα πολύ απλό και επαναλαμβανόμενο πρότυπο είναι η αλληλουχία των εναλλαγών του λόγου μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή. Μιλάει ο εκπαιδευτικός (Ε), αμέσως μετά μιλάει ένας μαθητής (Μ) και αμέσως μετά πάλι ο εκπαιδευτικός (Ε). Θα μπορούσαμε να το ονομάσουμε πρότυπο Ε-Μ-Ε. Σύμφωνα με τους Altrichter, Posch και Somekh τα πρότυπα χαρακτηρίζουν, δομούν κι ερμηνεύουν τα δεδομένα. Κατά κανόνα, προκαλούνται από ασυνείδητες αντιδράσεις ρουτίνας, που έχουν καθιερωθεί μέσα από την εμπειρία. Οι ίδιοι συγγραφείς διακρίνουν στάδια κατά την ανάλυση προτύπων. Στο πρώτο στάδιο προσδιορίζουμε τι αποτελεί πρότυπο, δηλαδή ποια είναι τα στοιχεία που το συνθέτουν και ποιες είναι οι σχέσεις ανάμεσα σε αυτά τα στοιχεία, που μας επιτρέπουν να αναγνωρίσουμε ένα πρότυπο ως μονάδα στη ροή των γεγονότων. Αρχικά περιγράφουμε απλώς τα πρότυπα εντοπίζοντάς τα διαισθητικά και μετά επεξεργαζόμαστε τα χαρακτηριστικά και τις σχέσεις τους. Σε ένα δεύτερο στάδιο αναζητούμε τη σημασία του προτύπου, δηλαδή τι δείχνει για παράδειγμα ως προς τις παραδοχές, τις δεξιότητες, τις προθέσεις ή τους φόβους των μαθητών ή του εκπαιδευτικού. Θεωρούμε ως δεδομένο ότι τα πρότυπα είναι επιφανειακά συμπτώματα θεμελιωδών σχέσεων και οι σχέσεις που υποδηλώνουν ξεπερνούν τα ίδια τα δεδομένα.

Κατά τις αρχικές μας ενέργειες, προσπαθώντας μέσα από διαδοχικές συγκρίσεις να αναδείξουμε ομοιότητες και να εντοπίσουμε επαναλαμβανόμενες μορφές αλληλεπίδρασης ή επαναλαμβανόμενες συμπεριφορές, θεσπίσαμε διάφορα κριτήρια που μας οδήγησαν στο να κυκλώσουμε δύο αποσπάσματα δεδομένων με το ίδιο χρώμα, ώστε να τα εντάξουμε στο ίδιο πρότυπο - κατηγορία. Κριτήριο για την ταξινόμηση ενός επεισοδίου σε μια συγκεκριμένη κατηγορία - πρότυπο, ήταν το είδος της πληροφορίας που περιείχε το διδακτικό επεισόδιο, καθώς και η μορφή του. Σε μερικές περιπτώσεις ένα επεισόδιο ταξινομήθηκε σε περισσότερες από μία κατηγορίες, επειδή περιείχε πληροφορίες που σχετίζονταν με αυτές. Οι κατηγορίες - πρότυπα αναδύθηκαν από τα δεδομένα που συγκεντρώθηκαν και δεν ήταν προκαθορισμένες.

Μερικές φορές κατά τη θέσπιση των κριτηρίων ταξινόμησης των επεισοδίων περάσαμε από πιο γενικά στην αρχή σε πιο εξειδικευμένα. Για παράδειγμα ενώ κυκλώναμε αρχικά όλα τα επεισόδια που σχετίζονταν με μορφές αλληλεπίδρασης και διαλόγους δασκάλου - μαθητών ή των μαθητών μεταξύ τους, σε δεύτερη φάση ταξινομήσαμε σε ξεχωριστή κατηγορία τους διαλόγους που είχαν μαθηματικό περιεχόμενο και τους οποίους ονομάζουμε «μαθηματικούς διαλόγους». Με αυτόν τον τρόπο αναδύθηκαν για παράδειγμα, δύο ξεχωριστές κατηγορίες: «διεξαγωγή συζήτησης - μαθηματικού διαλόγου» (βλ. Κεφ. 5) και «ενθάρρυνση του διαλόγου» από τους εκπαιδευτικούς (βλ. Κεφ. 6).

Στην πρώτη κατηγορία μελετήσαμε την πορεία εξέλιξης της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου και διαπιστώσαμε ότι υπήρξε βελτίωση, συγκρίνοντας τους διαλόγους στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ. και τους μαθηματικούς διαλόγους κατά τη διαθεματική προσέγγιση και μετά από αυτήν. Στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών ένα πρότυπο αλληλεπίδρασης που καταγράφαμε συχνά στις τέσσερις τάξεις ήταν ο τριαδικός διάλογος. Είχε το σχήμα: ερώτηση δασκάλου – απάντηση μαθητή – αξιολόγηση δασκάλου και οι μαθητές καθοδηγούνταν σε σύντομες απαντήσεις. Έρευνες έχουν δείξει τις αρνητικές επιπτώσεις που έχει αυτή η μορφή επικοινωνίας στη μάθηση των μαθητών (Erlwanger 1973, Confrey 1990). Σταδιακά, κατά την Ε.Ζ. και μετά από αυτήν, οι μαθητές εμπλεκόμενοι σε μαθηματικό διάλογο, άρχισαν να συμμετέχουν ενεργά, διατυπώνοντας εικασίες, κάνοντας εκτιμήσεις και νοερούς κατά προσέγγιση υπολογισμούς και με το συντονισμό των δασκάλων, άρχισαν να επιχειρηματολογούν υπέρ της στρατηγικής ενός συμμαθητή τους ή προσπαθούσαν με αντεπιχειρήματα να καταρρίψουν μια πρόταση με την οποία διαφωνούσαν. Γενικά, δάσκαλοι και μαθητές άρχισαν να αναπτύσσουν επικοινωνιακές δεξιότητες στα μαθηματικά, παρόμοιες με αυτές που καθορίζει το Εθνικό Συμβούλιο Δασκάλων των Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (N.C.T.M.) στις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά» (2000), όπου περιλαμβάνει τα κριτήρια: «Επικοινωνία» (Communication), «Συλλογισμός και Απόδειξη» (Reasoning and Proof), «Ο ρόλος του δασκάλου στο διάλογο» (Teacher's Role in Discourse), «Ο ρόλος των μαθητών στο διάλογο» (Students' Role in Discourse) και «Τρόποι ενθάρρυνσης του διαλόγου» (Tools for enhancing discourse).

Στη δεύτερη κατηγορία μελετήσαμε την αλλαγή της διδακτικής στάσης των δασκάλων που ενώ στο παραδοσιακό μάθημα απευθύνονταν στους μαθητές μόνο μέσω ερωτήσεων εξέτασης, κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης δημιούργησαν περισσότερες ευκαιρίες για συμμετοχή των παιδιών στο διάλογο και αυξήθηκε το ποσοστό κατοχής του λόγου από τους μαθητές, συζητώντας για μη μαθηματικά θέματα, γενικότερου ενδιαφέροντος, όπως για παράδειγμα, θέματα διατροφής, θέματα κοινωνικής δικαιοσύνης κι εξάλειψης των φαινομένων υποσιτισμού - υπερσιτισμού, θέματα κυκλοφοριακής αγωγής όπως προτάσεις για την προστασία, την οδική ασφάλεια και τη μείωση των τροχαίων ατυχημάτων ή προτάσεις για τη μείωση των καυσαερίων και την προστασία του περιβάλλοντος κ.α.

Τα ανωτέρω κριτήρια ταξινόμησης των επεισοδίων, τα οποία θεσπίσαμε, στην ουσία παρέμειναν αρκετά γενικά, εφόσον θέλαμε να αναλύσουμε ολόκληρο το φάσμα των διδακτικών επεισοδίων που παρατηρήσαμε, με όλη την ποικιλία των φαινομένων που εμπεριείχε, εντοπίζοντας μορφές αλληλεπίδρασης και συμπεριφορές. Ως αποτέλεσμα, αναδύθηκαν έντεκα συσχετικές κατηγορίες. Εάν περιορίζαμε όμως το ερευνητικό ενδιαφέρον μας, εντοπίζοντάς το αποκλειστικά, για παράδειγμα στο φαινόμενο του μαθηματικού διαλόγου και επιθυμούσαμε να προχωρήσουμε σε μία πιο λεπτομερή και εμπεριστατωμένη, εκ βαθέων ανάλυση των επεισοδίων που εμπεριείχαν διαφόρων μορφών μαθηματικούς διαλόγους, τότε θα θεσπίζαμε περισσότερα και πιο εξειδικευμένα κριτήρια ταξινόμησης, ανάλογα με τα επί μέρους είδη και τις μορφές μαθηματικών διαλόγων που θα εντοπίζαμε στο κείμενο παρατήρησης. Στη δική μας μελέτη, το κριτήριο ταξινόμησης των επεισοδίων στην κατηγορία: «διεξαγωγή συζήτησης - μαθηματικού διαλόγου», παρόλο που έγινε πιο εξειδικευμένο, ουσιαστικά παρέμεινε αρκετά γενικό.

Αν ανατρέξουμε στη βιβλιογραφία σχετικά με τη μαθηματική γλώσσα, το μαθηματικό «λόγο» (discourse) και το μαθηματικό διάλογο, θα διαπιστώσουμε μία τεράστια ποικιλία ερευνών, από τις οποίες ενδεικτικά μόνο θα αναφέρουμε μερικές. Την τελευταία δεκαετία, η αναπτυσσόμενη έμφαση στην επίδραση της γλώσσας στη μαθηματική εκπαίδευση και η σύνδεση των πρακτικών της γλώσσας με τις κοινωνικές επιστήμες σηματοδότησε την κοινωνική στροφή του πεδίου (Lerman 2000). Η Morgan (2006) αναφέρει ότι η στροφή του ενδιαφέροντος «στη γλώσσα» στις θεωρητικές μελέτες των ερευνητών της εκπαίδευσης των μαθηματικών, είχε ως συνεπακόλουθο την αυξανόμενη προσοχή για τη φύση της γλώσσας και άλλων σημειωτικών συστημάτων (π.χ. χειρονομίες) που χρησιμοποιούνται στις μαθηματικές δραστηριότητες και στο ρόλο που αυτά τα συστήματα μπορούν να διαδραματίσουν στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών και γενικά στη μαθηματική ενασχόληση. Ξεκινώντας από θεωρίες της γλωσσολογίας και της σημειωτικής, οι μελέτες εξελίχθηκαν και αναπτύχθηκαν για να ανταποκριθούν στις ανάγκες των ερευνητών της εκπαίδευσης των μαθηματικών (βλ. Duval 2000, Sfard 2000, Anderson et al. 2003).

Συγχρόνως, αυξανόμενος αριθμός εμπειρικών μελετών εστιάζει στη γλωσσική επικοινωνία μέσα στις τάξεις και ειδικά στην αλληλεπίδραση μεταξύ των δασκάλων και των μαθητών (βλ. Steinbring et al.1998, Cobb et al. 2000, Zack & Graves 2001, Wagner & Eisenmann 2008). Η Morgan (2006) επίσης υποστηρίζει ότι η θεωρία του Halliday (1978) της γλώσσας ως κοινωνικού σημαινόμενου και τα σχετικά εργαλεία της συστημικής λειτουργικής γλωσσολογίας (Halliday 1985) παρέχουν μερικούς ισχυρούς τρόπους ώστε να αναπτύξουμε τη γνώση μας για τις χρήσεις της γλώσσας μέσα στις μαθηματικές πρακτικές, η οποία γνώση μπορεί να είναι χρήσιμη στη διδασκαλία και στη μάθηση. Η κατασκευή μαθηματικών εννοιών θεωρείται πλέον ότι προκύπτει μέσα από την αλληλεπίδραση δασκάλου και μαθητών ή των μαθητών μεταξύ τους και οι ιδέες για τις διαδικασίες της κατασκευής εννοιών έχουν παρασχεθεί από αναλύσεις τέτοιου είδους αλληλεπιδράσεων, οι οποίες αναλύσεις χρησιμοποιούν διάφορες προσεγγίσεις για το «λόγο» και τη σημειωτική (Radford 2000, Kieran 2001, Sfard 2001, S'aenz-Ludlow 2004).

Σε άλλο σημείο η Morgan (2007), προλογίζοντας τις εισηγήσεις που παρουσιάστηκαν στο 5^{o} Συνέδριο της Ευρωπαϊκής εταιρείας Έρευνας στη Μαθηματική Εκπαίδευση (CERME 5) και σχολιάζοντας τις συζητήσεις της ομάδας εργασίας του συνεδρίου για τη γλώσσα και τα μαθηματικά (Working Group 8), επισημαίνει την ύπαρξη μεγάλης ποικιλίας στους προσανατολισμούς και στις μεθοδολογίες των ερευνητών που διερευνούν τη σχέση της γλώσσας και της μαθηματικής εκπαίδευσης. Διακρίνει δύο κύριες τάσεις: τη μελέτη της φύσης της γλώσσας και της χρήσης της στη μαθηματική ενασχόληση και στη μάθηση των μαθηματικών και τη μελέτη άλλων ζητημάτων, όπου χρησιμοποιείται η γλώσσα ως εργαλείο για την εξέτασή τους. Σε αυτούς τους δύο ευρείς προσανατολισμούς υπάρχει επίσης ιδιαίτερη ποικιλομορφία. Για παράδειγμα, κατά τη μελέτη της φύσης της γλώσσας που χρησιμοποιείται στα μαθηματικά, πρέπει να γίνουν επιλογές για το επίπεδο ανάλυσης στο οποίο η γλώσσα πρόκειται να μελετηθεί. Η εστίαση μπορεί να ποικίλει από τη λεπτομερή μελέτη της φύσης και της λειτουργίας μεμονωμένων γλωσσικών σημείων ή τη συνολική εκτίμηση σε πιο ολιστικό επίπεδο, της φύσης και της λειτουργίας της γλώσσας στις μαθηματικές πρακτικές. Συνεχίζοντας η Morgan (2007) διαπιστώνει ότι μεταξύ άλλων μεθοδολογικών ζητημάτων, η επιλογή, το είδος και η επεξεργασία των δεδομένων παρατήρησης είναι ιδιαίτερα σημαντικό θέμα και χρειάζεται ρητή διευκρίνιση. Πολλές έρευνες παρουσιάζουν «επεισόδια» από δεδομένα που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις στις τάξεις. Ένα «επεισόδιο» εντούτοις, μπορεί να είναι απλά ένα απόσπασμα, επιλεγμένο ίσως για να επεξηγήσει ένα σημείο ή μπορεί να είναι πιο «λογικά» προσδιορισμένο από το περιεχόμενό του, τα αλληλεπιδραστικά χαρακτηριστικά του ή τη σημασία του. Η Morgan προσθέτει ότι η φύση των επεισοδίων που παρουσιάζονται στις έρευνες δεν γίνεται πάντα σαφής στον αναγνώστη, με αποτέλεσμα ενίοτε να επηρεάζεται και ο τρόπος με τον οποίο τα αποτελέσματα της ανάλυσής τους γίνονται κατανοητά: ως αναδυόμενα ζητήματα ή ως υποθέσεις, ως στιγμιότυπα μιας αναπτυξιακής διαδικασίας που έχει μελετηθεί εκτενέστερα ή ως αντιπροσωπευτικά δείγματα ευρύτερων φαινομένων. Καταλήγοντας η Morgan γράφει, ότι οι ερευνητές που συμμετείχαν στο συνέδριο, στην ομάδα εργασίας για τη γλώσσα και τα μαθηματικά (Tatsis, Moraová & Novotná, César και Brandt), έχοντας ως κοινό ενδιαφέρον τη διερεύνηση των θεωρητικών και μεθοδολογικών διαφορών στη γλωσσολογική και σημειολογική ανάλυση των διδακτικών επεισοδίων, επιχείρησαν τέσσερις συμπληρωματικές αναλύσεις από διαφορετικές οπτικές σε ένα διδακτικό επεισόδιο που αρχικά παρουσιάστηκε στην εισήγηση των Cohors - Fresenborg & Kaune (2007), ώστε από τη σύγκριση να αναδειχθούν ανάγλυφα οι διαφορές των προσεγγίσεων.

Σύμφωνα εξάλλου με την Cestari (2004), διαφορετικές προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την καλύτερη κατανόηση της αλληλεπίδρασης των μαθητών και των εκπαιδευτικών: η ανάλυση του λόγου (Coulthard 1985), η ανάλυση συζητήσεων (Sacks, Schegloff & Jefferson 1974), η ανάλυση του κριτικού λόγου (Fairclough 1995) κι οι διαλογικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία (Markova & Foppa 1990, Linell 1998). Επίσης η Cestari αναφέρει το παράδειγμα που δίνει η Preiss (2004) της ανάλυσης ενός αποσπάσματος διαλόγου, όταν ο δάσκαλος κι οι μαθητές ασχολούνται με την έννοια του ποσοστού. Στις παραπάνω προσεγγίσεις της μικρο-ανάλυσης διδακτικών επεισοδίων, ακολουθώντας τα πρότυπα θεωρητικών της γλωσσολογίας, η ανάλυση είναι λεπτομερής, δομημένη και αναφέρεται ξεχωριστά στα δομικά στοιχεία ενός διαλόγου. Δηλαδή, εκτός από την αναφορά της ταυτότητας των συμμετεχόντων στο διάλογο, κάθε εναλλαγή στην κατοχή του λόγου χρονομετρείται, χαρακτηρίζεται ως προς το είδος του περιεχομένου της αν είναι π.χ. ερώτηση, πρόβλημα, επεξήγηση, επιβεβαίωση, παρότρυνση, απάντηση, λύση, αξιολόγηση κ.α. Επίσης σε μερικές έρευνες χρονομετρούνται οι χρόνοι αντίδρασης και τα διαστήματα σιωπής - παύσης που μεσολαβούν ανάμεσα σε δύο ομιλητές, καθώς επίσης υπολογίζεται και ο συνολικός χρόνος κατοχής του λόγου από τον κάθε συμμετέχοντα στο διάλογο, π.χ. του δασκάλου και του μαθητή.

Όσον αφορά τη δική μας έρευνα, όπως αναφέραμε, το μεθοδολογικό μοντέλο ανάλυσης των επεισοδίων που εμπεριείχαν διαλόγους, κινήθηκε σε ολιστικό επίπεδο, προσπαθώντας μέσα από την ερμηνεία διαφόρων χαρακτηριστικών των διαλόγων να αναδυθούν συνολικές εκτιμήσεις. Σε αυτήν την γενική προσέγγιση οδηγηθήκαμε, διότι μέσα από ένα ευρύ ερευνητικό πεδίο, επιθυμούσαμε να αναλύσουμε όλο το φάσμα των διδακτικών επεισοδίων που παρατηρήσαμε και με αυτόν τον τρόπο αναδύθηκαν έντεκα συσχετικές κατηγορίες. Εάν προχωρούσαμε σε λεπτομερή ανάλυση, για παράδειγμα των μαθηματικών διαλόγων, η έκταση του κειμένου ανάλυσης μόνο της μίας συσχετικής κατηγορίας, θα ισοδυναμούσε με την έκταση του κειμένου ανάλυσης που στην παρούσα εργασία αφιερώθηκε και στις έντεκα συσχετικές κατηγορίες.

Επίσης στη δική μας μελέτη, το κριτήριο ταξινόμησης των επεισοδίων στην κατηγορία: «αλλαγή της στάσης μαθητών απέναντι στα μαθηματικά», καθορίστηκε από τη συγκριτική ανάλυση διαφόρων στιγμιότυπων συμπεριφοράς ορισμένων μαθητών, όπως για παράδειγμα η Αγγελική στη δεύτερη μελέτη περίπτωσης, των οποίων η στάση απέναντι στα μαθηματικά, κατά τη διαθεματική προσέγγιση, βελτιώθηκε σημαντικά σε σχέση με το παραδοσιακό μάθημα. Διάφοροι ερευνητές, όπως οι Perkkila & Aarnos (2007), έχουν μελετήσει τις στάσεις και τις αντιλήψεις των μαθητών. Στην περίπτωση της Αγγελικής που αναφέραμε, πριν από την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η συμπεριφορά της έδειχνε μία αρνητική προδιάθεση για τα μαθηματικά και μία κακή «χημεία» με τη δασκάλα. Κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, συνέβη αλλαγή στη συμπεριφορά της, όπως διαπιστώσαμε από την παρατήρηση. Τα δυναμικά στοιχεία του χαρακτήρα της Αγγελικής, η διάθεση για ανάληψη πρωτοβουλιών κι έντονη συμμετοχή στο διάλογο, τα οποία καταπιέζονταν στο παραδοσιακό μάθημα όπως γινόταν παλιότερα, βρήκαν διέξοδο στο ευέλικτο, βιωματικό, ανοικτό πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης και της Ε.Ζ. Της δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος για ενεργητική συμμετοχή και αυτή ανταποκρίθηκε με ενθουσιασμό. Σε αυτήν τη συσχετική κατηγορία επίσης, εκτός από τις δικές μας παρατηρήσεις, εντάξαμε και τις σχετικές απαντήσεις των δασκάλων και των μαθητών στα ερωτηματολόγια, οι οποίες επίσης τεκμηρίωναν μία διαφαινόμενη αλλαγή στάσης συγκεκριμένων μαθητών.

Διαρκής ήταν, όπως έχουμε αναφέρει, η προσπάθεια χρήσης της τριγωνοποίησης (Somekh 1983) στην έρευνά μας, ως αποδεικτικό της εγκυρότητας και της επιστημονικής αξιοπιστίας της. Ακολουθώντας το παράδειγμα που αναφέρει για την τάξη του ο Moon (1990), συνδυάσαμε δεδομένα που αφορούσαν μια συγκεκριμένη κατάσταση, τα οποία συγκεντρώσαμε από τρεις οπτικές γωνίες: α) την οπτική γωνία της δασκάλας, β) την οπτική γωνία μεμονωμένων μαθητών και γ) τη δική μας οπτική γωνία του ερευνητή. Είναι επίσης εμφανές ότι για κάθε κατηγορία, συγκεντρώσαμε δεδομένα από τα ερωτηματολόγια, τις παρατηρήσεις, τις συζητήσεις και τα κείμενα, προκειμένου να τεκμηριώσουμε την κατηγορία. Αυτό είναι άμεσο αποτέλεσμα της μεθοδολογικής χρήσης της τριγωνοποίησης.

Αρχικά, ακολουθώντας το παράδειγμα της τακτικής του Willis (1977), επιλέξαμε να παρουσιάσουμε πρώτα την περιγραφή της κοινωνικής σκηνής των συγκεκριμένων τάξεων και των φαινομένων τους, με την παράθεση σχολίων μέσα σε παρενθέσεις και στη συνέχεια να εκθέσουμε την ανάλυση που απορρέει από την περιγραφή και τη θεωρία που αναδύεται από την ανάλυση.

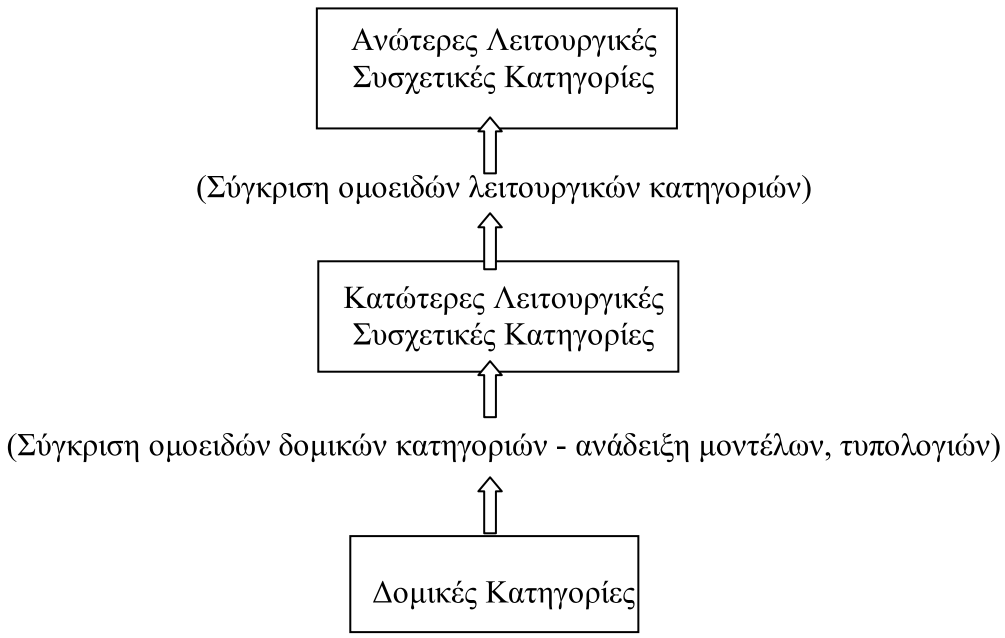
Στην προσπάθεια να ελέγξουμε πόσο αξιόπιστα είναι τα δεδομένα μας η χρήση της αναλυτικής επαγωγής (analytic induction) και της «κλίμακας του συμπερασμού» ήταν καταλυτικές (Argyris, Putnam, MacLain Smith 1985). Η κλίμακα αυτή αποτελείται από τρεις βαθμίδες. Κάθε βαθμίδα συμβολίζει δεδομένα διαφορετικής ποιότητας και διαφέρει ανάλογα με το κατά πόσο τα δεδομένα μπορούν να εξεταστούν και από άλλους εκτός του ερευνητή. Οι δυο πρώτες βαθμίδες αφορούν τα «σκληρά δεδομένα», ενώ η τρίτη προχωρά σε εξατομικευμένες, προσωπικές ερμηνείες και συμπεράσματα. Οι τρεις αυτές βαθμίδες δεν είναι διακριτές κατά την παρουσίαση των αναλυτικών υπομνημάτων μας και συνήθως αναφέρουμε και τις τρεις μαζί.

Για να προσδιορίσουμε τις κύριες κατηγορίες που αναδύονταν από τα δεδομένα που συλλέξαμε από την παρατήρηση, τα ερωτηματολόγια, τις άτυπες συζητήσεις και τα γραπτά κείμενα και τελικά να διατυπώσουμε τα θεωρητικά συμπεράσματα, χρησιμοποιήσαμε κυρίως την «Ανάλυση Περιεχομένου» (Content Analysis) και την «Θεμελιωμένη θεωρία» (Grounded Theory). Η ανάλυση περιεχομένου αναφέρεται «στη διαδικασία προσδιορισμού, κωδικοποίησης και κατηγοριοποίησης των αρχικών κανονικοτήτων στα δεδομένα, αναλύοντας κυρίως το περιεχόμενο των συνεντεύξεων και των παρατηρήσεων» (Patton 1990, σ. 381). Η «Θεμελιωμένη θεωρία», όπως περιγράφεται από τους Glaser και Strauss (1968, σ. 98): «σημαίνει την παραγωγή ανάλυσης και ερμηνείας η οποία στηρίζεται στα δεδομένα που ο ερευνητής συλλέγει, δεδομένου ότι απαιτείται από τον ερευνητή να κινείται συνειδητά προς τα πίσω και προς τα εμπρός μεταξύ των δεδομένων και των αναδυόμενων ερμηνειών, των αναλύσεων και τελικά της θεωρίας». Επίσης σύμφωνα με τους Strauss και Corbin (1990, σ. 23) «Θεμελιωμένη θεωρία είναι μία θεωρία που παράγεται επαγωγικά από την έρευνα ενός φαινομένου που εξετάζεται. Αυτό σημαίνει ότι ανακαλύπτεται, αναπτύσσεται και προσωρινά επαληθεύεται μέσα από μία συστηματική συλλογή και ανάλυση δεδομένων που αναφέρονται στο συγκεκριμένο φαινόμενο. Για το λόγο αυτό, η συλλογή δεδομένων, η ανάλυση κι η θεωρία βρίσκονται σε αμοιβαία σχέση μεταξύ τους. Στην Θεμελιωμένη θεωρία δεν ξεκινά κανείς με μία θεωρία την οποία επιβεβαιώνει. Αντίθετα, ξεκινά σε μία περιοχή έρευνας και ό,τι είναι σχετικό με αυτή την περιοχή αφήνεται να αναδειχθεί».

Η ανάλυση κάθε μελέτης περίπτωσης μπορεί να χαρακτηριστεί ως πραγματιστική (substantive) (Glaser & Strauss 1968), αφού αναφέρεται στην εμπειρική περιοχή συγκεκριμένων σχολικών τάξεων κατά το συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο που τις παρατηρήσαμε. Μία ανάλυση πραγματιστική οδηγεί μόνη της σε πραγματιστική θεωρία (substantive theory). Η γενική θεωρία (formal theory) προϋποθέτει την ύπαρξη πολλών ομοειδών πραγματιστικών θεωριών, βασισμένων σε ποιοτική έρευνα και η μετάβαση σε αυτήν γίνεται με τη συγκριτική ανάλυση των διαφόρων εμπειρικών περιοχών. Η διατύπωση μιας τέτοιας γενικής θεωρίας ξεπερνά τους σκοπούς της εκάστοτε μελέτης περίπτωσης. Εντούτοις, στην τελική συνολική αποτίμηση, κατά την ανασκόπηση των ευρημάτων της έρευνας, θα μας απασχολήσει η συγκριτική ανάλυση των διαφόρων εμπειρικών περιοχών των μελετών περίπτωσης και η διατύπωση κάποιων γενικών συμπερασμάτων.

Η ανάλυση βασίστηκε αφενός σε ξαφνικές εμπνεύσεις, σκέψεις και αναλυτικές ιδέες που γεννήθηκαν τη στιγμή της παρατήρησης και της περιγραφής, προσπαθώντας να φωτίσουν τα γεγονότα και να συμβάλουν στην κατανόηση των φαινομένων, αφετέρου στην καταγραφή αναλυτικών υπομνημάτων (Hammersley & Atkinson 1983) που συντάξαμε κατά τη διαδικασία της κωδικοποίησης των ποιοτικών δεδομένων σε θεματικές κατηγορίες. Δανειστήκαμε επίσης στοιχεία από τη μεθοδολογία της έρευνας δράσης (Altrichter, Posch & Somekh 2001). Για να κωδικοποιήσουμε, δηλαδή να επεξεργαστούμε εννοιολογικά τα γεγονότα, τα οργανώσαμε σε κατηγορίες (Schatzman & Strauss 1973). Λάβαμε επίσης υπ' όψιν μας τις οδηγίες εθνογραφικής ανάλυσης και συγγραφής της Πηγιάκη (1994), η οποία σχηματοποιεί τα στάδια ανέλιξης της εθνογραφικής ανάλυσης σύμφωνα με τα είδη θεματικών κατηγοριών. Καθοδηγηθήκαμε με αυτόν τον τρόπο ώστε να διακρίνουμε τις θεματικές κατηγορίες, να ταξινομήσουμε και κωδικοποιήσουμε τα εθνογραφικά δεδομένα μας. Περνώντας από διαφορετικά επίπεδα αφαίρεσης, με τη «μέθοδο της συνεχούς σύγκρισης», οι θεματικές κατηγορίες εξελίχθηκαν ως εξής (από κάτω προς τα επάνω):

Σχήμα 2.2. Επίπεδα αφαίρεσης και ανάδυσης των θεματικών κατηγοριών



Όπως αναφέρει η Πηγιάκη (σσ. 167-168): «είναι θέμα του εθνογράφου να αποφασίσει από ποιο επίπεδο της ανάλυσης θα αντλήσει τις θεματικές κατηγορίες που θα τις χρησιμοποιήσει ως βάση για τη διαμόρφωση των κεφαλαίων του συγγράμματος. Η προτίμηση των κατηγοριών του ενός επιπέδου, όχι μόνο δεν αποκλείει, αλλά επιβάλλει πλήρη χρήση του αναλυτικού υλικού των κατηγοριών των άλλων επιπέδων για την τελική συγγραφή». Προτιμήσαμε κατά τη συγγραφή της εθνογραφικής ανάλυσης, να ξεδιπλώσουμε παράλληλα θεματικές κατηγορίες από όλα τα επίπεδα, ώστε να παραμένει ορατή και ζωντανή στο σύγγραμμά μας, η άμεση σχέση των περιγραφόμενων εμπειρικών ποιοτικών δεδομένων και των αναδυόμενων από την ανάλυσή τους συμπερασμάτων.

Προτιμήσαμε κατά τη διάρκεια της ανάλυσης των δεδομένων, αρχικά να χρησιμοποιήσουμε τις Δομικές Θεματικές Κατηγορίες: «Δάσκαλος - Δασκάλα, Ερευνητής, Μαθητές, Προβλήματα -

Δραστηριότητες». Στη συνέχεια, μέσα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης και ομαδοποίησης των ομοειδών δομικών κατηγοριών και των κατώτερων λειτουργικών συσχετικών κατηγοριών που αποτελούσαν οι ίδιες οι μελέτες περίπτωσης, καταλήξαμε τελικά στις εξής ανώτερες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες: «Αλλαγή της στάσης μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, Διεξαγωγή συζήτησης - μαθηματικού διαλόγου, Ενθάρρυνση του διαλόγου, Μείωση του ανταγωνισμού των μαθητών, Αντιμετώπιση του λάθους, Έμφαση στην κατανόηση, Ανάδυση στρατηγικών από τους μαθητές, Ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης - ποικιλίας απαντήσεων, Πορεία προς την αυτονόμηση των μαθητών, Διεύρυνση περιεχομένου - διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών και Έμφαση στη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών πλαισίων».

Για παράδειγμα, κατά την ανάλυση της θεματικής κατηγορίας «Δάσκαλος - Δασκάλα», θέσαμε αρχικά κάποιους ευρύτερους άξονες όπως οι στρατηγικές διδασκαλίας, οι στάσεις και αντιλήψεις, οι γνώσεις και δεξιότητες, η συμπεριφορά, η επικοινωνία κι οι αλληλεπιδράσεις με τους μαθητές. Συνειδητή επιλογή στο σχεδιασμό της έρευνας ήταν να μην καθοριστούν εξ αρχής με απόλυτο τρόπο τα ερμηνευτικά εργαλεία της ανάλυσης, αφού κάτι τέτοιο θα μπορούσε να αποβεί εις βάρος της δυναμικής διάστασης της ερευνητικής προσπάθειας συμβάλλοντας στη διαμόρφωση ενός έτοιμου, στατικού, προκαθορισμένου προϊόντος. Για αυτό οι όποιοι άξονες ανάλυσης αρχικά τέθηκαν, ήταν γενικοί και ευέλικτοι. Δεν ήταν σκόπιμο εξάλλου, ούτε ήταν στις επιδιώξεις της έρευνας να κατακερματιστεί η «πραγματικότητα» της τάξης σε «διδακτική συμπεριφορά» των δασκάλων και «μαθησιακή στάση» των μαθητών, αφού κάτι τέτοιο δεν υφίσταται. Δεν μπορεί κανείς να απομονώσει μία συνιστώσα της εκπαιδευτικής πράξης και να την μελετήσει μεμονωμένα, αφού οι διδακτικές συμπεριφορές των δασκάλων και οι μαθησιακές συμπεριφορές των μαθητών συστημικά διαπλέκονται και αλληλοεπηρεάζονται. Τα ευρήματα λοιπόν που αναδύθηκαν από την ανάλυση, δημιούργησαν συνδυαστικά νέες συσχετικές κατηγορίες για τη συμπεριφορά των δασκάλων και των μαθητών που αντιστοιχούν στους αρχικούς άξονες και τους προεκτείνουν. Τέλος, όπως αναφέραμε, κατά τη διερεύνηση όλων των μελετών περίπτωσης, μέσα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης κι ομαδοποίησης, καταλήξαμε σε κοινές ανώτερες συσχετικές κατηγορίες.

Αρχικά, κατά τη φάση της αποτύπωσης του εγχειρήματος κάθε μελέτης περίπτωσης, πρώτη φάση ήταν η περιγραφή αναλυτικά κατά ημέρα εργασίας παρουσιάζοντας λεπτομερώς όλους τους διαλόγους και τα τεκταινόμενα της κάθε συνάντησης. Στη συνέχεια ακολουθούσε η ανάλυση όλων όσων παρουσιάστηκαν στη φάση της περιγραφής, χωριστά για κάθε δομική κατηγορία.

Ειδικά για την ανάλυση της θεματικής κατηγορίας «Δάσκαλος - Δασκάλα», λάβαμε υπόψη και στοιχεία εκτός της διδακτικής διαδικασίας, τα οποία ήταν ενδεικτικά της προσωπικότητας των συγκεκριμένων δασκάλων. Όπως αναφέρουν οι Hargreaves και Fullan (1995, σ. 38): «για να κατανοήσουμε την εξέλιξη των εκπαιδευτικών, πρέπει να κατανοήσουμε όχι μόνο τις γνώσεις και τις δεξιότητες που πρέπει να αποκτήσουν οι εκπαιδευτικοί, αλλά και την προσωπικότητα του εκπαιδευτικού». Οι Goodson και Walker (1990) προτείνουν να αρχίσουμε εξετάζοντας το έργο του εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της εξωσχολικής ζωής του. Εκεί που οι Goodson και Walker και ο Thiessen (1989) διαχώρισαν την εργασία στην τάξη από την εξωσχολική ζωή, ο Huberman (1989) έντεχνα τις ενώνει και σε έρευνα εξετάζει την επίδραση του κύκλου ζωής του εκπαιδευτικού στον τρόπο που προσεγγίζει τη διδασκαλία. Τέλος οι Townsend και Butt (1990) παρουσιάζουν τις πρακτικές επιπτώσεις της καταγραφής της εξωσχολικής ζωής στην κατανόηση της πρακτικής του εκπαιδευτικού, ώστε να δρομολογηθεί διαδικασία εξέλιξης για αλλαγή της. Γι' αυτό το λόγο προσπαθήσαμε να γνωρίσουμε τους εκπαιδευτικούς κι εκτός σχολικού περιβάλλοντος.

Όπως προαναφέραμε, στη φάση της ανάλυσης, προτιμήσαμε αρχικά να χρησιμοποιήσουμε δομικές κατηγορίες. Στη συνέχεια μέσα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης και ομαδοποίησης ομοειδών δομικών κατηγοριών και κατώτερων λειτουργικών συσχετικών κατηγοριών, καταλήξαμε σε ανώτερες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες. Η ανάδυση εξάλλου συσχετικών κατηγοριών είναι αναγκαία εάν επιθυμούμε να έχουμε σφαιρική κι εμπεριστατωμένη ερμηνεία των φαινομένων που παρατηρήθηκαν και καταγράφηκαν στην περιγραφή. Διαπιστώνουμε για παράδειγμα, αλλαγή της στάσης ενός μαθητή απέναντι στα μαθηματικά. Τίθενται εύλογα μια σειρά από ερωτήματα. Η συγκεκριμένη αλλαγή οφείλεται ενδογενώς μόνο στο συγκεκριμένο μαθητή, στη μεταβολή του τρόπου αντιμετώπισης μαθηματικών καταστάσεων και του τρόπου σκέψης του; Η αλλαγή της διδακτικής στάσης του δασκάλου απέναντι στο μαθητή είναι η αιτία της συγκεκριμένης αλλαγής στη συμπεριφορά του μαθητή; Η συνύπαρξη ενός δεύτερου δασκάλου στην τάξη με διαφορετικό διδακτικό στιλ και νοοτροπία από τον πρώτο είναι η αιτία της αλλαγής; Ή μήπως τέλος η αλλαγή στη στάση του μαθητή απέναντι στα μαθηματικά είναι αποτέλεσμα της μεταβολής - βελτίωσης του διδακτικού - μαθησιακού υλικού, εκτός από τις έμψυχες συνιστώσες της τάξης; Η βελτίωση αυτή στην περίπτωσή μας συνέβη μέσα από την αλλαγή ολόκληρου του πλαισίου με την προσθήκη διαθεματικών δραστηριοτήτων, την υιοθέτηση του παιδαγωγικού, μη αυταρχικού κλίματος της ευέλικτης ζώνης, χωρίς την απειλή της αρνητικής βαθμολογίας και το άγχος του χρόνου και συνοδεύτηκε από πρωτότυπες δραστηριότητες και «ανοικτές» προβληματικές καταστάσεις - σαφώς διαφορετικές από αυτές του σχολικού βιβλίου - που δόθηκαν σε φυλλάδια στους μαθητές.

Θα ήταν αφελές και απλοϊκό να υποθέσουμε ότι η αλλαγή της οπτικής γωνίας θεώρησης των μαθηματικών από το μαθητή οφείλεται σε μία μόνο αιτία. Αν πάλι δεχτούμε ότι όλες οι ανωτέρω αλλαγές συνέβαλαν αιτιακά με μία γραμμική διαδοχή, η μία μετά την άλλη, ποια ήταν η πρώτη αλλαγή που προκάλεσε ως αλυσιδωτή αντίδραση την εξέλιξη και των υπολοίπων; Αν καταλήξουμε σε μια αιτία θα είναι αυθαίρετο, γι' αυτό για να μην εμπλακούμε σε ένα φαύλο κύκλο, αντί για αιτιακή συσχέτιση, μια εναλλακτική λύση είναι η συστημική άποψη (Selvini-

Palazzoli et al. 1978, Luhman 1968). Σύμφωνα με αυτήν την άποψη μια τάξη θεωρείται ως ένα σύστημα στο οποίο κάθε μέλος της, εμπλέκεται σε μια σχέση με όλους τους άλλους. Μια αλλαγή στη συμπεριφορά ενός μέλους προκαλεί αλλαγή σε όλο το σύστημα. Στα μέλη μπορούμε να συμπεριλάβουμε και τις μη έμψυχες συνιστώσες της τάξης π.χ. Α.Π., σχολικό βιβλίο - δραστηριότητες, μαθησιακό πλαίσιο, κ.ά.

Μέσα από την επιδίωξη της τεκμηρίωσης των συσχετικών κατηγοριών, αναδύθηκε η ανάγκη κωδικοποίησης των αναλυτικών υπομνημάτων των δομικών κατηγοριών που αναπτύχθηκαν κατά την πρώτη φάση της ανάλυσης, ώστε ο μελετητής να έχει γρήγορη και εύκολη πρόσβαση σε αυτά. Κάθε αναλυτικό υπόμνημα δομικής κατηγορίας αναφέρεται με τη σειρά του στο περιγραφικό απόσπασμα από τα τεκταινόμενα και τους διαλόγους όπως συνέβησαν στην τάξη. Με αυτόν τον τρόπο οι συσχετικές κατηγορίες βρίσκονται σε ένα τρίτο επίπεδο και αναδύονται από το δεύτερο επίπεδο των δομικών κατηγοριών, οι οποίες με τη σειρά τους αναδείχθηκαν από το πρώτο επίπεδο των περιγραφικών αποσπασμάτων (σκληρά δεδομένα).

Υπήρξαν δύο φάσεις κωδικοποίησης. Κατά την αρχική φάση τα αναλυτικά υπομνήματα κωδικοποιήθηκαν χωριστά για κάθε μελέτη περίπτωσης, η οποία αποτελούσε ξεχωριστή ενότητα. Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα κωδικοποίησης κατά την αρχική φάση:

Σχήμα 2.3. Κωδικοποίηση κατά την αρχική φάση της ανάλυσης

Δ/π.Ε.Ζ.(ή μ.Ε.Ζ)./Α1

δομική κατηγορία: Δασκάλα/ πριν (ή μετά) την Ευέλικτη Ζώνη/ Αναλυτικό υπόμνημα αρ.1.

Μ/ 9^{η} Ε.Ζ./Α44

δομική κατηγορία: Μαθητές/ κατά την Ε.Ζ. 9η συνάντηση/ Αναλυτικό υπόμνημα 44.

Στην τελική φάση, κωδικοποιήθηκαν συνδυαστικά για τις τρεις μελέτες περίπτωσης (με εξαίρεση την 1^{η} Μ.Π.), τα αναλυτικά υπομνήματα ανά συσχετική κατηγορία, σε κεφάλαια συγκεντρωτικά.

Ένα παράδειγμα κωδικοποίησης κατά την τελική φάση είναι το επόμενο:

Σχήμα 2.4. Κωδικοποίηση κατά την τελική φάση της ανάλυσης

3^{η} Μ.Π. / Δ / 5^{η} Ε.Ζ. / α.17

α΄ τετράδιο σημειώσεων υπόμνημα 17

αύξων αριθμός / δομική κατηγορία: Δασκάλα / κατά την Ε.Ζ. 5η συνάντηση /
μελέτης περίπτωσης
χρονολογικά

Στις δομικές κατηγορίες αντί για Δ ή Μ μπορεί να μπει Ε: Ερευνητής, Π: Προβλήματα, Ερ/γιο: Ερωτηματολόγιο.

2^{o} ΜΕΡΟΣ

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ – ΠΡΩΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Στα Κεφάλαια 3 και 4, θα παρουσιάσουμε το προφίλ των τεσσάρων εκπαιδευτικών στις αντίστοιχες μελέτες περίπτωσης, τις συνιστώσες της σκηνής των τάξεων, τα ημερολόγια δράσης για όλες τις μελέτες περίπτωσης, τους λόγους που μας οδήγησαν κάθε φορά στην επιλογή θέματος και συνεργάτη - εκπαιδευτικού και θα ολοκληρώσουμε με την αναλυτική παρουσίαση της πιλοτικής έρευνας, την περιγραφή και την ανάλυση των αποσπασμάτων της και τα συμπεράσματα που αναδύθηκαν, τα οποία λειτούργησαν ανατροφοδοτικά για τη συνέχεια της έρευνας.

Στο Κεφάλαιο 3, επιχειρούμε αρχικά σε έναν πίνακα, την αποτύπωση του προφίλ των τεσσάρων εκπαιδευτικών - συνεργατών στις αντίστοιχες μελέτες περίπτωσης, μέσα στο σχολικό περιβάλλον αλλά και εκτός αυτού. Αναφέρεται η προϋπηρεσία των εκπαιδευτικών και τα χαρακτηριστικά τους μέσα και έξω από την τάξη, όπως αυτά προέκυψαν από τις απαντήσεις τους στα ερωτηματολόγια, από άτυπες συζητήσεις και από την παρατήρησή τους εντός και εκτός του σχολικού περιβάλλοντος. Ακολούθως στο δεύτερο πίνακα παρουσιάζουμε συγκεντρωτικά τις συνιστώσες της σκηνής των τάξεων και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης. Για κάθε τάξη σκιαγραφούνται σε αδρές γραμμές, η κοινωνική ομάδα έρευνας, ο χώρος και το υλικό πλαίσιο, η χρονική διάρκεια του προγράμματος, το έμψυχο υλικό που συμμετείχε και το διδακτικό - μαθησιακό υλικό που χρησιμοποιήθηκε. Σε ολόκληρο το Κεφάλαιο, χρησιμοποιούμε τη μορφή πινάκων για λόγους ευσύνοπτης παρουσίασης.

Έπειτα σε τέσσερις ξεχωριστούς πίνακες καταγράφουμε τα ημερολόγια δράσης για όλες τις μελέτες περίπτωσης. Ανά ημέρα συνάντησης αναφέρουμε τις σημαντικότερες δραστηριότητες, τις διαθεματικές συνδέσεις και τις βιωματικές δράσεις που πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια των τεσσάρων μελετών περίπτωσης. Πριν από τα ημερολόγια δράσης, σε μορφή κειμένου, εκτός πινάκων, παρουσιάζονται οι λόγοι που μας οδήγησαν κάθε φορά στην επιλογή του συγκεκριμένου θέματος του project και του συγκεκριμένου συνεργάτη - εκπαιδευτικού και περιγράφεται το είδος της συνεργασίας μας κατά τη διάρκεια του εγχειρήματος. Μετά από τους πίνακες, σε μορφή κειμένου, σχολιάζουμε κάποια αξιοσημείωτα περιστατικά και επιχειρούμε την απεικόνιση των αναφερομένων δράσεων, μέσω της σύνδεσής τους με αυθεντικά δείγματα της εργασίας των μαθητών και των δασκάλων που παρατίθενται στα παραρτήματα στο τέλος

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζουμε αναλυτικά την πιλοτική έρευνα που πραγματοποιήθηκε το σχολικό έτος 2003-04 και η οποία αποτελεί ουσιαστικά και την πρώτη από τις μελέτες περίπτωσης.

Παρουσιάζουμε τις διάφορες πτυχές του εγχειρήματος και τη συνεργασία μας με τον Θ.Κ., δάσκαλο μιας Δ΄ τάξης δημοτικού σχολείου του Καρπενησίου του Ν. Ευρυτανίας στο πλαίσιο ενός διαθεματικού προγράμματος με βάση τα μαθηματικά και με τίτλο «Θέματα Διατροφής». Περιγράφουμε τα τεκταινόμενα σε τέσσερα δίωρα της Ε.Ζ. στη διάρκεια ενός μηνός, κατά τη διαθεματική παρέμβαση. Παρουσιάζουμε επίσης τις απαντήσεις που έδωσαν δάσκαλος, μαθητές και μαθήτριες σε ερωτηματολόγια που τους δόθηκαν από τον ερευνητή. Από τη μελέτη των περιγραφικών αποσπασμάτων και των ερωτηματολογίων, αναδύονται κατά τη φάση της ανάλυσης, οι σταδιακές αλλαγές που παρατηρήθηκαν γύρω από τέσσερις δομικές κατηγορίες: το δάσκαλο, τους μαθητές και τις μαθήτριες, τα προβλήματα - δραστηριότητες και τον ερευνητή.

Από την περιγραφή και την ανάλυση των αποσπασμάτων και την ομαδοποίηση των ομοειδών αναλυτικών υπομνημάτων, εντοπίζουμε τις κυριότερες συνιστώσες της κουλτούρας της τάξης στις οποίες συνέβησαν παρατηρήσιμες μεταβολές. Συγκεκριμένα κατά τη φάση της ανάλυσης της θεματικής του δασκάλου, ομαδοποιούμε στις εξής εννοιολογικές κατηγορίες τα ευρήματα που αναδύθηκαν: τον καθοδηγητικό ρόλο του δασκάλου, την έμφαση στο αποτέλεσμα, την αντιμετώπιση των λαθών των μαθητών από το δάσκαλο, την παρότρυνση των μαθητών σε μαθηματικό διάλογο, την εφαρμογή εξατομικευμένης διδασκαλίας, τη χρήση αναπαραστάσεων, εποπτικού και χειραπτικού υλικού, την ανάδυση στρατηγικών, τη μείωση του ανταγωνισμού και την έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση. Επίσης κατά τη φάση της ανάλυσης της θεματικής των μαθητών, ομαδοποιούμε στις εξής εννοιολογικές κατηγορίες τα ευρήματα που αναδύθηκαν: την ανάδυση της ανάγκης χρήσης μαθηματικών πρακτικών, την ύπαρξη μαθηματικού διαλόγου και συνεργασίας, τον πλουραλισμό των απόψεων και των λύσεων, την κατασκευή άτυπων μαθηματικών γνώσεων και την αυτονόμηση των μαθητών και των μαθητριών.

Τέλος, αποτυπώνουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την πιλοτική έρευνα και τις προεκτάσεις τους, οι οποίες λειτούργησαν ανατροφοδοτικά ώστε να βελτιωθούν τα ερευνητικά εργαλεία, να τροποποιηθούν διάφορες πτυχές της μεθοδολογικής προσέγγισης της έρευνας και να επανασχεδιαστεί η πορεία του κύριου ερευνητικού εγχειρήματος που ακολουθεί, με τη μελέτη τριών ακόμη περιπτώσεων και θα παρουσιαστεί στο τρίτο μέρος της εργασίας μας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Στον επόμενο πίνακα 3.1 επιχειρούμε την αποτύπωση των χαρακτηριστικών των τεσσάρων εκπαιδευτικών - συνεργατών μας στις αντίστοιχες μελέτες περίπτωσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά προέκυψαν από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στα ερωτηματολόγια, από άτυπες συζητήσεις κι από την παρατήρηση των δασκάλων εντός του σχολικού περιβάλλοντος, αλλά κι εκτός αυτού.

Πίνακας 3.1 (Συνοπτική παρουσίαση του προφίλ των εκπαιδευτικών)

Εκπαι-δευτικοί	Θ.Κ. (δάσκαλος) (πιλοτική έρευνα)	Π.Μ. (δασκάλα) (2η μελέτη περ/σης)	Ε.Σ. (δασκάλα) (3η μελέτη)	Β.Κ. (δασκάλα) (4η μελέτη)
Προϋπηρεσία	19 έτη	3 έτη	4 έτη	20 έτη
Εκπαιδευ-τικά χαρακτη-ριστικά (Μέσα στην τάξη)	Επαγγελματική σεμνότητα. Ανοιχτός σε καινοτομίες. Διδακτική αυτοπεποίθη-ση. Μετριοπάθεια. Εργατικότητα. Εσωτερική ευγένεια.	Ανασφαλής κι αγχωμένη με τη διδασκαλία των μαθηματικών Ηπίων τόνων, ευγενική και στην τάξη μιλά χαμηλόφωνα, χωρίς εντάσεις. Αφηρημένη μερικές φορές.	Αυτοπεποίθηση. Δε φοβόταν να εκτεθεί Απάντησε σε ερωτηματολόγιο ότι έ-χει «υψηλό» αυτοσυναίσθημα & σύγχρονες πεποιθήσεις στα μαθηματικά.	Μέτριο αυτοσυναίσθημα. Χρήση διδακτικά καταιγισμού ερωτήσεων για ανακεφαλαίωση & επανάληψη. Τα παιδιά ανταποκρίνονταν
Χαρακτη-ριστικά (Έξω από την τάξη)	Παρακολούθησε «Εξομοίωση» χωρίς «Διδακτική μαθηματικών», αγχωμένος για την προετοιμασία του και τις εξετάσεις. Έγγαμος με ένα παιδί. Λιγομίλητος, έδειχνε «κλειστός κοινωνικά τύπος», με άποψη τεκμηριωμένη όμως για όλα. Η συστολή του τον έκανε να δείχνει κρυψίνους. Στο 1ο διάλειμμα τον έβρισκα να διορθώνει. Πάντα τυπικός στις υποχρεώσεις του, με αίσθηση του καθήκοντος, χωρίς ενδείξεις εγωισμού ή αλαζονείας. Τοποθέτησή του 1,5 χρόνο μετά, στη θέση του Υπεύθυνου Αγωγής υγείας.	«Διδ/κή μαθ/κών» είχε διδαχτεί στο Π.Τ.Δ.Ε. 3 χρόνια πριν και πρόσφατα στα Π.Ε.Κ. κατά την εισαγωγική επιμόρφωση. Στον ελεύθερο χρόνο της ασχολείτο με την οικογενειακή επιχείρηση εμπορίας ενδυμάτων. Έγγαμη με δύο παιδιά - νήπια. Αρχικά φάνηκε διστακτική κι αναγκαζόμουν να παίρνω συχνά το λόγο. Σταδιακά απαλλάχθηκε από το άγχος, άρχισε να παίρνει το λόγο και να αναλαμβάνει διδακτικές πρωτοβουλίες.	«Διδ/κή μαθ/κών» είχε διδαχτεί στο Π.Τ.Δ.Ε. πρόσφατα Δύο χρόνια πριν σε μονοθέσιο σχολείο, σε επίσκεψή μου ως σχ. σύμβουλος δε με άφηνε να φύγω για να δείξουν τα παιδιά τι έχουν μάθει. Την ίδια χρονιά 2003-4, στο ίδιο σχολείο, παρά τις αντίξοες συνθήκες του μονοθέσιου υλοποίησε project με τίτλο:«Ελαιόδεντρο -Ελιά-Λάδι». Υλοποίησε & 2 εκδηλώσεις παιδικής λογοτεχνίας. Άγαμη 35 ετών. Εργατική και βοηθούσε στον οικογενειακό ξενώνα. Με σύγχρονες διδακτικές απόψεις, επιθυμία αυτοεξέλιξης	Παρακολούθησε «Εξομοίωση» χωρίς «Διδακτική μαθηματικών». Μετριοπαθής. Έγγαμη με παιδιά. Φιλότιμη, ήρθε για μάθημα με 38 πυρετό. Τυπική στις υποχρεώσεις της, με αίσθηση του καθήκοντος. Έδειχνε αγάπη για το επάγγελμά της. Την ενδιέφερε η εκτίμηση της τοπικής κοινωνίας. Γενικά δίδασκε παραδοσιακά ως προς τις μεθόδους και επιτυχημένα ως προς την επίτευξη των στόχων.

Προτιμούμε ενίοτε κατά την παρουσίαση των στοιχείων τη μορφή πινάκων για λόγους ευσύνοπτης παρουσίασης. Ακολούθως στο δεύτερο πίνακα 3.2 επιχειρούμε συγκεντρωτικά την αποτύπωση των συνιστωσών της σκηνής των τάξεων και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης.

Πίνακας 3.2 (Η σκηνή των τάξεων στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης)

Κοινωνική ομάδα έρευνας	Δ΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου	Δ΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου	Δ΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου	Ε΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου
Χώρος - υλικό πλαίσιο	Μικρή αίθουσα ασφυκτικά γεμάτη. Διάταξη θρανίων σε συνδυασμό μετω πικού σχήματος & «Π»: |=|	Ευρύχωρη αίθουσα, Αιθ. πληροφορικής, προαύλιο, πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Διάταξη θρανίων μετωπικά.	Αίθουσα με θρανία διάταξη διπλού «Π» σε ομάδες ανά 2 αντι κριστά, τραπέζι παρα σκευής συνταγών, πε ριβόλι, προαύλιο	Ευρύχωρη αίθουσα. Αιθ. πληροφορικής, προαύλιο, πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Διάταξη θρανίων μετωπικά.
Χρονική διάρκεια	Σχολ.έτος 2003-04 Σε 4 εβδομάδες, 4 δίωρα Ε.Ζ. κάθε Τρίτη: 25/11/03, 2/12/03, 9/12/03 και 16/12/03	Σχολ.έτος 2004-05, 26 διδακτικές ώρες. Εισαγωγική 1 ώρας συνάντηση στα μα- θηματικά 16/12/04, διαθεματικό project σε κάθε δίωρο Ε.Ζ. για 12 εβδομάδες κάθε Τρίτη, από τις 15/2 ως τις 29/3/05 κι από τις 5/4 ως τις 19/4 και 10 & 17/5. Τελευταία 1 ώρα συ νάντηση στα μαθη- ματικά 25/5/2005.	Σχολ.έτος 2005-06, 22 διδακτικές ώρες. Εισαγωγική 1 ώρας συνάντηση στα μαθη ματικά στις 13/1/06, διαθεματικό project σε κάθε δίωρο Ε.Ζ. για 10 εβδομάδες κάθε Τρίτη, από τις 31/1 ως τις 28/3/06 και στις 11/4/2006. Τελευταία μονόω- ρη συνάντηση στα μαθηματικά στις 19/5/2005	Σχολ.έτος 2005-06, 27 διδ/κές ώρες. Εισα γωγική συνάντηση 1 ώρας στα μαθηματικά 8/2/06, διαθεματικό project κάθε δίωρο Ε.Ζ. σε 12 βδομάδες. Παρασκευή 10/2/06, κάθε Πέμπτη από16/2 ως 16/3/06 & τις 30/3 & 13/4/06, Τρίτη στις 14/3/06, 9/5&16/5/06. Δύο τελευταίες 1ωρες συναντήσεις στα μαθη ματικά 23/5 & 30/5/06
Έμψυχο υλικό	1 δάσκαλος 13 μαθητές-τριες: αγόρια 9 κορίτσια 4 4 ομάδες: 3Χ3, 1Χ4	1 δασκάλα 14 μαθητές-τριες: αγόρια 5 κορίτσια 9 ομάδες: 7 ζευγάρια	1 δασκάλα 24 μαθητές-τριες: αγόρια 16 κορίτσια 8 ομάδες: 6 τετράδες	1 δασκάλα 19 μαθητές-τριες: αγόρια 8 κορίτσια 11 8 ομάδες: 5Χ2, 3Χ3.
Διδακτικό-μαθησιακό υλικό	Παλιό σχολ. βιβλίο μαθηματικών. Φυλλά διο 8σέλιδο με πληρο φορίες και φύλλα ερ γασιών ως σημείο ανα φοράς. Φυλλάδιο με ραβδογράμματα & προβλήματα παιδιών. Χωριστό φύλλο:«Χρό νος Σωματικής Άσκη σης για να καούν θερ μίδες από διάφορες λι χουδιές» εικαστική έκ φραση για «Υγιεινή διατροφή & σωματι- κή άσκηση», «Θερμι- δομετρητής τσέπης».	Παλιό σχ.βιβλίο μα θηματικών. Βιβλίο του Π.Ι. για Κυκλο φοριακή αγωγή φυλ λάδια παιδιών για τροχαία ατυχήματα, φύλλα εργασίας της δασκάλας με μαθη- ματικά προβλήματα φυλλάδιο «προς γο- νείς συμβουλές», μοντέλο σηματοδό τη & φυλλάδιο «οδι κής σήμανσης». Έ- να 10σέλιδο φυλλά διο με τίτλο «Διάφο ρα είδη λόγων».	Παλιό σχ. βιβλίο μα θηματικών. Φυλλάδιο 8σέλιδο με πληροφορί ες & φύλλα εργασιών ως σημείο αναφοράς. Φυλλάδιο με ραβδο- γράμματα & προβλή- ματα παιδιών. Χωρι- στό φύλλο:«Χρόνος Σωματικής Άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχου- διές», εικαστική έκ- φραση για «Υγιεινή διατροφή & σωματι- κή άσκηση», «Θερμι δομετρητής τσέπης».	Παλιό σχ. βιβλίο μα- θηματικών. Βιβλία του Π.Ι. για Ε.Ζ. - Κυ κλοφοριακή αγωγή φυλλάδια παιδιών για τροχαία ατυχήματα, φύλλα εργασίας της δασκάλας με μαθημα τικά προβλήματα, φυλ λάδιο με «Συμβουλές προς γονείς», μοντέλο φωτεινού σηματοδότη & φυλλάδιο «Οδικής Σήμανσης». Ένα φυλ- λάδιο 10σέλιδο με τίτλο «Διάφορα είδη λόγων».

3.1. ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ – ΠΡΩΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Η πιλοτική φάση της παρούσας μελέτης πραγματοποιήθηκε σε μία Δ΄ τάξη Δημοτικού του Καρπενησίου, για ένα μήνα, το σχολικό έτος 2003-04. Το θέμα που επιλέχθηκε για την εφαρμογή διαθεματικού project ήταν τα «Θέματα Διατροφής». Η επιλογή βασίστηκε στους εξής παράγοντες:

❖ Το αμερικανικής προέλευσης άρθρο "Fractions attack" των Alcaro P., Alston A., Katims N.

❖ Το κατάλληλο θεσμικό πλαίσιο που διαμορφώνεται από το Π.Ι., μέσα από την εφαρμογή του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και της καινοτομίας της Ευέλικτης Ζώνης (Ε.Ζ.) όπου η διαθεματικότητα γίνεται πράξη. Η υλοποίηση των καινοτόμων δράσεων Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης και Αγωγής Υγείας (κυρίως στην περίπτωσή μας), για τις οποίες έχουν συσταθεί οργανικές θέσεις υπευθύνων - εκπαιδευτικών στις Δ/νσεις Εκπ/σης.

Η επιλογή του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού έγινε βάσει προσωπικής γνωριμίας με το δάσκαλο Θ.Κ. της Δ΄ τάξης Δ.Σ. του Καρπενησίου, ο οποίος μου εκμυστηρεύτηκε ότι αναζητούσε πρωτότυπα θέματα για να τα επεξεργαστεί με τους μαθητές του, στα πλαίσια του προγράμματος Αγωγής Υγείας και του διώρου της Ευέλικτης Ζώνης που έχει ενταχθεί στο εβδομαδιαίο σχολικό πρόγραμμα. Με ενδιέφερε να ασχοληθώ στην έρευνά μου με μαθητές Δ΄ - Ε΄ τάξης. Έχοντας τακτικές επαφές με δασκάλους και δασκάλες του Καρπενησίου, διέκρινα στο πρόσωπο του συναδέλφου Θ.Κ., την «ήρεμη δύναμη», που χρειαζόμουν για την έρευνά μου.

Αρχικά συζήτησα μαζί του σε γενικές γραμμές για την ενότητα «Θέματα Διατροφής», κατόπιν του έδωσα να διαβάσει κάποιες μεταφρασμένες σημειώσεις μου από το άρθρο "Fractions Attack" και να δει πώς μια άλλη δασκάλα Δ΄ τάξης, η Patricia Alcaro, στο δημοτικό σχολείο του Point Road των Η.Π.Α., διαπραγματεύτηκε με τους μαθητές της ένα διατροφικό θέμα. Όταν τέλος του πρότεινα αν θέλει να δοκιμάσουμε την επεξεργασία ενός παρόμοιου προγράμματος με τους μαθητές του, έδειξε ζωηρό ενδιαφέρον και δέχτηκε με ενθουσιασμό. Μαζί κατασκευάσαμε ένα οκτασέλιδο φυλλάδιο, συμβουλευόμενοι ένα βιβλίο αγωγής υγείας και δύο βιβλία φυσικής[5]. Μαζί σχεδιάσαμε το όλο πρόγραμμα, συνδιαμορφώσαμε τους σκοπούς και τους στόχους, τη μεθοδολογία και τις φάσεις επεξεργασίας του θέματός μας, πάντα σε ανοικτό κι ευέλικτο πλαίσιο, αφού στην πράξη συχνά χρειάστηκε να τροποποιηθούν οι αρχικοί σχεδιασμοί, έχοντας πάντα ως γνώμονα την ανταπόκριση των μαθητών. Συμφωνήσαμε από την αρχή πως το πρώτο δίωρο θα ήταν διερευνητικό ως προς το αν το θέμα ενδιέφερε τα παιδιά. Μαζί με το δάσκαλο ισότιμα, παρουσιάσαμε στα παιδιά τις διάφορες υποενότητες του θέματος και συντονίσαμε τις εργασίες. Όταν τα παιδιά εργάζονταν σιωπηρά, ατομικά ή ομαδικά, ταυτόχρονα περιφερόμασταν στις ομάδες, για να βοηθήσουμε και να

[5] Διατροφή και Υγεία. (2000). Βιβλίο Αγωγής Υγείας Β΄ Λυκείου, έκδοση ΟΕΔΒ, Αθήνα.
Φυσικά Ε΄ Τάξης Δημοτικού. (1994). σ. 43 και σ.58, έκδ. ΟΕΔΒ. Φυσική Κόκοτα, Π. (2001). σ. 40-41, έκδ. ΟΕΔΒ.

συντονίσουμε την εργασία τους. Συντονίζαμε επίσης το μαθηματικό διάλογο που διεξαγόταν. Εκ των υστέρων, μπορώ να διαβεβαιώσω ότι η συνεργασία μας με το δάσκαλο, ήταν άψογη.

Όσον αφορά το διδακτικό - μαθησιακό υλικό, εκτός από όσα αναφέρονται στον ανωτέρω πίνακα 3.2, δηλαδή το φυλλάδιο 8 σελίδων (βλ. Παράρτημα Α.1), την $4^{η}$ σελίδα του φυλλαδίου όπου τα παιδιά εργάστηκαν ατομικά και το φύλλο εργασίας όπου ομαδικά κατασκεύασαν ραβδογράμματα κι έφτιαξαν προβλήματα που έλυσαν (βλ. Παράρτημα Α.2), την $7^{η}$ σελίδα του φυλλαδίου όπου συμπλήρωσαν «Το ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης» για 3 ημέρες (βλ. Παράρτημα Α.3) και τα εικαστικά έργα (βλ. Παράρτημα Α.4), τον κυριότερο ρόλο είχε η τελευταία σελίδα του φυλλαδίου με τίτλο «Πόσες θερμίδες καίμε σε δέκα λεπτά». Λειτούργησε ως προοργανωτής κι εισήγαγε σε ένα ανοικτό πρόβλημα που δόθηκε σε ξεχωριστό φύλλο με τίτλο «Χρόνος Σωματικής Άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές» κι εκτελέστηκε συνδυαστικά με την τελευταία σελίδα (βλ. Παράρτημα Α.5).

Ακολούθως στον πίνακα 3.3 καταγράφουμε ανά ημέρα συνάντησης σε ένα ημερολόγιο, τις σημαντικότερες δραστηριότητες, τις διαθεματικές συνδέσεις και τις βιωματικές δράσεις που πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της πιλοτικής έρευνας – πρώτης μελέτης περίπτωσης.

Πίνακας 3.3 (Ημερολόγιο δράσης Πιλοτικής Έρευνας – Πρώτης Μελέτης Περίπτωσης)

Ημερομηνίες παρατήρησης	**Δραστηριότητες για το project «Θέματα Διατροφής»**	**Διαθεματική σύνδεση**	**Βιωματικές δράσεις**
21/11/03	• Εισαγωγική συνάντηση: Ο δάσκαλος κι εγώ προτείνουμε στα παιδιά να ασχοληθούμε στην Ε.Ζ. με «Θέματα διατροφής» και συμφωνούν.	-----	-----
25/11/03	• Διανομή φυλλαδίου. Συζήτηση στην τάξη για την ενέργεια και τις μορφές της σύνδεσή της με την τροφή. Ορισμός της θερμίδας. • Παχυσαρκία – θερμίδες. Πίνακας δύο στηλών με 100 γραμ. διάφορων ειδών τροφών - αντίστοιχη ενέργεια σε θερμίδες. • Πρόβλημα: με δεδομένο ότι τα παιδιά 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2.800 θερμ. ζητείται ποιες τροφές & σε ποια ποσότητα επιλέγουν απ' τον πίνακα για να καλύψουν τις ημερήσιες ενεργειακές ανάγκες τους.	• Φυσική • Ραβδόγραμμα σύγκριση τροφών (μαθηματικά) • Επίλυση προβλήματος (μαθηματικά)	-----
2/12/03	• Ομαδική κατασκευή ραβδογράμματος. • Κατασκευή προβλήματος σε κάθε ομάδα με στοιχεία του πίνακα και λύση του. • Κανόνες σωστής διατροφής. Η συμβολή της σωματικής άσκησης στην καλή υγεία. Απαραίτητη η ισορροπία ανάμεσα στις θερμίδες που παίρνουμε και που ξοδεύουμε. • Μελέτη πίνακα με είδη τροφίμων κι αντίστοιχο χρόνο σωματικών ασκήσεων που	• Κατασκευή ραβδογράμματος, προβλήματος (μαθηματικά) • Αγωγή Υγείας • Μελέτη Περιβάλλοντος • Φυσική Αγωγή	-----

	χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες τους. •Μελέτη ενός ημερολογίου διατροφής και σωματικής άσκησης για 3 ημέρες και ανάθεση της προαιρετικής συμπλήρωσής του.	•Υπολογισμός θερμίδων (μαθηματικά)	
9/12/03	•Μελέτη πίνακα τελευταίας σελίδας του φυλλαδίου με τίτλο «Πόσες θερμίδες καίμε σε δέκα λεπτά». Στην 1η σειρά οι σωματικές ασκήσεις: Περπάτημα, ποδηλασία, πατινάζ, σχοινάκι, τρέξιμο. Στη 2η σειρά οι αντίστοιχες θερμίδες που καίγονται σε 10 λεπτά. Σύγκριση των σωματικών ασκήσεων. •Ανοικτό πρόβλημα με τίτλο «Χρόνος σωματικής άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές» που εκτελέστηκε συνδυαστικά με τον πίνακα που μελετήθηκε πριν. •Τα παιδιά έπρεπε να βρουν σε πόσα λεπτά θα καούν οι θερμίδες από μια λιχουδιά κάνοντας μια σωματική άσκηση του πίνακα. (Π.χ απ’ τον πίνακα σε 10 λεπτά περπάτημα καιμε 25 θερμίδες. Για να κάψουμε τις 150 που δίνουν τα πατατάκια πόσα λεπτά περπάτημα χρειαζόμαστε;). Σε κάθε ομάδα μπορούσαν να επιλέξουν όποια λιχουδιά θέλουν.	•Φυσική Αγωγή •Επίλυση ανοικτού προβλήματος αποτελούμενου από πίνακα με 5 είδη σωματικών ασκήσεων και 8 είδη λιχουδιών. Παράγονταν 8Χ5= 40 προβλήματα-συνδυασμοί λιχουδιάς-σωμ.άσκησης (μαθηματικά)	•Τα παιδιά έκοβαν χάρτινους κυκλικούς δίσκους να αναπαραστήσουν τα λεπτά, να βρουν κλάσματα που χρειάζονταν.
16/12/03	•Τα παιδιά διάβασαν τα ημερολόγια διατροφής & σωματικής άσκησης που τους είχαν δοθεί στις 2/12/03 & τα είχαν συμπληρώσει. Κατέγραψαν τις ποσότητες και τα είδη των τροφών που κατανάλωσαν και το χρόνο και το είδος των σωματικών ασκήσεων που έκαναν σε μια μέρα. Βρήκαν για κάθε μέρα τις συνολικές θερμίδες που πήραν απ’τις τροφές και που ξόδεψαν για σωμ. ασκήσεις και διερεύνησαν αν υπήρχε ισορροπία θερμίδων. •Ζωγραφική με θέμα «Υγιεινή διατροφή & σωματική άσκηση». •Δομημένη συνέντευξη: δάσκαλος & μαθητές απάντησαν σε ερωτηματολόγια.	•Αγωγή Υγείας •Υπολογισμός θερμίδων (μαθηματικά) •Εικαστικά	•Έρευνα και καταγραφή στοιχείων της καθημερινής ζωής των μαθητών σε ημερολόγια.

Στις 25/11/03 οι μαθητές επίλυαν το πρόβλημα επί 25 λεπτά χωρίς να δυσφορήσουν, χωρίς να εγκαταλείψουν την προσπάθεια μέχρι το τέλος.

Στις 9/12/03 τα παιδιά σε κάθε ομάδα μπορούσαν να επιλέξουν όποιο συνδυασμό «λιχουδιάς - σωματικής άσκησης» ήθελαν, ώστε να λύσουν μαθηματικό πρόβλημα διαφορετικής δυσκολίας. Επομένως το πλαίσιο συνέβαλε στη διαφοροποιημένη μάθηση. Τα παιδιά στη Δ΄ τάξη είχαν διδαχθεί τους δεκαδικούς κι είχαν μόνο στοιχειώδεις γνώσεις κλασμάτων. Άλλοτε κόβοντας χαρτονένιους κυκλικούς δίσκους για να αναπαραστήσουν κλάσματα του λεπτού που χρειάζονταν, άλλοτε επινοώντας στρατηγικές όπως τη διαρκή διχοτόμηση ή παραλλαγές της αναγωγής στη μονάδα, τα παιδιά σε κάθε ομάδα ασχολήθηκαν με συνδυασμούς που επέλεξαν κι έμειναν αφοσιωμένα στο σκοπό τους κατά τη διάρκεια ενός διώρου, «κάνοντας» μαθηματικά.

Στις 16/12/03 τα παιδιά ασχολήθηκαν για 20 λεπτά με την κατασκευή ζωγραφικών συνθέσεων απεικονίζοντας το θέμα με ποικιλία εκδοχών κι απόψεων (βλ. Παράρτημα Α.4). Τέλος ο δάσκαλος και τα παιδιά κλήθηκαν να απαντήσουν γραπτά σε συγκεκριμένες ερωτήσεις, με σκοπό την πληροφόρηση της έρευνας με σημαντικό υλικό (Ερωτηματολόγιο Δασκάλου: βλ. Παράρτημα Α.6, Ερωτηματολόγια μαθητών: βλ. Παράρτημα Α.7).

3.2. ΔΕΥΤΕΡΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Μετά την ολοκλήρωση της πιλοτικής έρευνας και την εξαγωγή συμπερασμάτων για πιθανές παραλείψεις και λάθη, τα οποία λειτούργησαν στη συνέχεια ανατροφοδοτικά και θα παρουσιαστούν σε επόμενο κεφάλαιο, προχώρησα στην κύρια φάση της έρευνας. Αναζητώντας συνεργάτες για να συνεχίσω, εκπαιδευτικούς με ιδιαίτερα, ανομοιογενή χαρακτηριστικά, συναντήθηκα αρχές Δεκεμβρίου 2004 με τη δασκάλα Π.Μ. με την οποία γνωριζόμασταν ήδη και είχε αναλάβει την Δ΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου για το σχολικό έτος 2004-05. Είχε υπηρετήσει με το καθεστώς της αναπληρώτριας σε μονοθέσιο σχολείο κατά το σχολικό έτος 2002-03 και ως νεοδιόριστη στην Ε΄ τάξη άλλου Δ.Σ. του Καρπενησίου κατά το σχολικό έτος 2003-04. Είχα παρακολουθήσει τρεις διδασκαλίες της και στα δύο σχολεία. Όταν μάλιστα δίδασκε στην Ε΄ τάξη, είχα παρακολουθήσει διδασκαλία της στα μαθηματικά, στην ενότητα «Πώς μετατρέπουμε ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα». Μου είχε κάνει τότε εντύπωση που είχε διδάξει μόνο τον τρόπο εύρεσης Ε.Κ.Π. που πρότεινε το βιβλίο του μαθητή. Δηλαδή εύρεση των πολλαπλασίων δύο αριθμών, έπειτα εύρεση των κοινών πολλαπλασίων και τέλος εντοπισμό του ελαχίστου από τα κοινά πολλαπλάσια. Με αυτόν τον τρόπο ζητούσε από τους μαθητές να μετατρέπουν ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα. Όταν είχε τελειώσει το μάθημα, την είχα ρωτήσει γιατί δεν διδάσκει και τους άλλους τρόπους εύρεσης Ε.Κ.Π. Μου απάντησε ότι δεν θυμόταν άλλους τρόπους, εκτός από αυτόν του βιβλίου. Όταν της πρότεινα να της δώσω φυλλάδια με παραδείγματα εφαρμογής άλλων τρόπων, δέχτηκε με προθυμία να τα μελετήσει. Μου εκμυστηρεύτηκε επίσης ότι ενώ στη Γλώσσα και στα θεωρητικά μαθήματα αισθάνεται αυτοπεποίθηση διδακτικά, στα Μαθηματικά αγχώνεται και νιώθει ανασφάλεια. (Παρόμοιες ανασφάλειες εκδηλώνονται σε αρκετούς δασκάλους, κυρίως σε αυτούς που κατά τη φάση της λυκειακής εκπαίδευσής τους ακολούθησαν κλασική - θεωρητική κατεύθυνση σπουδών). Το 2004 συναντηθήκαμε λοιπόν σε άλλο Δ.Σ. του Καρπενησίου που εφάρμοζε πρόγραμμα Ε.Ζ.

Η δασκάλα Π.Μ. αποδέχτηκε την πρότασή μου για συνεργασία. Δεν ήταν τυχαία η επιλογή της συγκεκριμένης δασκάλας. Κατ’ αρχήν με ενδιέφερε να ασχοληθώ και σε αυτή τη φάση της έρευνας όπως και στην πιλοτική, με παιδιά Δ΄ τάξης, για να διαπιστώσω πώς συμπεριφέρεται μια άλλη Δ΄ τάξη, με άλλο δάσκαλο, σε μια άλλη διαθεματική προσέγγιση και ποιες πιθανές ομοιότητες και διαφορές θα προέκυπταν στη συμπεριφορά όλων των παραγόντων σε αυτή τη μελέτη περίπτωσης σε σχέση με αυτήν της πιλοτικής φάσης της προηγούμενης σχολικής χρονιάς. Επειδή γνώριζα τη συγκεκριμένη δασκάλα, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του διδακτικού προφίλ της τα οποία αναφέρθηκαν στον Πίνακα 3.1, κέντρισαν το ερευνητικό ενδιαφέρον μου.

Στόχος της έρευνας και στη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης, ήταν να παρατηρήσω και να καταγράψω μέσα από την «πραγματικότητα» της τάξης, αν και πώς αλλάζει η διδακτική συμπεριφορά της συγκεκριμένης δασκάλας, από το παραδοσιακό - καθημερινό μάθημα των μαθηματικών πριν την έρευνα, σε σχέση με την ενασχόληση με τη διαθεματική προσέγγιση στα μαθηματικά, μετά την έρευνα. Να διερευνήσω αν και κατά πόσο μειώθηκαν ορισμένα αρνητικά χαρακτηριστικά της μαθηματικής διδασκαλίας της δασκάλας, όπως το άγχος, η ανασφάλεια, η προσκόλληση σε πεπατημένες στρατηγικές και η συνεπακόλουθη αμηχανία και μείωση της αυτοκυριαρχίας στην οργάνωση του μαθήματος όταν βρίσκεται σε μη οικεία μονοπάτια -διδακτικά πλαίσια. Ή να διαπιστώσω αντιστρόφως αν και πόσο ενισχύθηκαν κάποια προϋπάρχοντα θετικά χαρακτηριστικά ή εμφανίστηκαν νέα, όπως η ανάληψη πρωτοβουλιών, η σύνθεση και παραγωγή ανοικτών μαθηματικών προβλημάτων, η ικανότητα ανατροφοδότησης της διδακτικής στρατηγικής μέσα από τις αντιδράσεις των μαθητών κι η δυνατότητα εμψύχωσης ενός μαθηματικού διαλόγου στην τάξη. Η παρατήρηση - καταγραφή του διδακτικού προφίλ της δασκάλας στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών δεν μπορούσε να βασιστεί μόνο στις αναμνήσεις κι εντυπώσεις από παρακολούθηση διδασκαλιών τις προηγούμενες χρονιές, αλλά έπρεπε να συγκεντρωθούν έγκυρα και πρόσφατα δεδομένα από τη μαθηματική διδασκαλία της δασκάλας στη συγκεκριμένη Δ΄ τάξη, όπου θα διεξαγόταν η διαθεματική προσέγγιση. Για αυτό την παρακάλεσα να παρακολουθήσω ένα μάθημα σε μια ενότητα των μαθηματικών κατά την πρώτη μου επίσκεψη στην τάξη, ώστε να έχω μια πρώτη εικόνα για τις προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών και τα διαφορετικά μαθηματικά επίπεδα της τάξης. Βέβαια σκοπός μου μεταξύ άλλων, ήταν να καταγράψω και το διδακτικό προφίλ της ίδιας της δασκάλας. Αν και δέχτηκε να συνεργαστούμε, διέκρινα κάποιες επιφυλάξεις στο κατά πόσο ήταν πρόθυμη να εκτεθεί.

Μου ανέφερε ότι αναζητούσε θέματα για να τα επεξεργαστεί με τους μαθητές της στα πλαίσια των προγραμμάτων Αγωγής Υγείας και Ευέλικτης Ζώνης (Ε.Ζ.) που είχε αναλάβει. Συζητώντας καταλήξαμε να προτείνουμε στα παιδιά να ασχοληθούμε με το ευρύ θέμα της Κυκλοφοριακή Αγωγής. Στην επιλογή αυτή μας οδήγησαν μια σειρά από παραμέτρους:

α) Το θέμα αυτό εντάσσεται στη θεματολογία και του προγράμματος της Αγωγής Υγείας και της καινοτομίας της Ε.Ζ. Δύο σχολικά βιβλία εξέδωσε το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (Π.Ι.) για τους μαθητές, με σκοπό να υποστηρίξει την καινοτομία της Ε.Ζ., με τίτλο «Βλέπω το σημερινό κόσμο». Το ένα έχει κείμενα και το άλλο διαθεματικές δραστηριότητες. Αναφέρονται σε 12 γενικές θεματικές ενότητες, ενδεικτικές για σχέδια εργασίας της Ε.Ζ. μία από τις οποίες είναι «Η Κυκλοφοριακή Αγωγή». Στο εγχειρίδιο «Οδηγός Σχεδίων Εργασίας για τον Εκπαιδευτικό» το 14^{ο} ενδεικτικό σχέδιο εργασίας που παρουσιάζεται έχει θέμα: «Πρόληψη χρήσης οινοπνευματούχων ποτών και τροχαίων ατυχημάτων».

β) Στα πλαίσια της έρευνας αναζητούσαμε ένα θέμα που όχι μόνο θα ικανοποιεί τις απαιτήσεις της Ε.Ζ. και της Αγωγής Υγείας, αλλά κυρίως θα προσανατολιστεί στη διερεύνηση ανοικτών μαθηματικών προβλημάτων. Η θεματική της Κυκλοφοριακής Αγωγής μάς παρείχε αυτή τη δυνατότητα. Μάλιστα στο νέο Δ.Ε.Π.Π.Σ. (2003) τόμος Α΄ (Πρ/μα Σπουδών Μαθηματικών Δ΄ τάξης, σ. 326), ένα από τα δύο προτεινόμενα σχέδια εργασίας έχει θέμα: «Το αυτοκίνητο».

Όσον αφορά τα βιβλία του Π.Ι. τα σχετικά με την Κυκλοφοριακή Αγωγή που αναφέρονται στον ανωτέρω πίνακα 3.2 ως μαθησιακό υλικό για τη 2^{η} μελέτη περίπτωσης, αναλυτικότερα, μελετήσαμε κατά σειρά, ένα κείμενο του Καββαθά που αναφέρεται στην «Κυκλοφοριακή Αγωγή», από το βιβλίο του Π.Ι.: «Βλέπω το σημερινό κόσμο: Πολυθεματικό βιβλίο δημοτικού σχολείου για την Ε.Ζ.» και το βιβλίο του Π.Ι.: «Βλέπω το σημερινό κόσμο: Δημιουργικές - Διαθεματικές δραστηριότητες για την Ε.Ζ. του δημοτικού σχολείου» και ειδικότερα το κεφ. «Κυκλοφοριακή Αγωγή» (βλ. Παράρτημα Β.1). Κυρίως επεξεργαστήκαμε το δεκασέλιδο φυλλάδιο που αναφέρεται στον πίνακα 3.2, με τίτλο «Διάφορα είδη λόγων» (βλ. Παράρτημα Β.2).

Πριν να ξεκινήσει η συνεργασία μας, άφησα στη δασκάλα να συμπληρώσει ένα ερωτηματολόγιο που συνέταξα για εκείνη (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Π.Μ. αρ.1: Παράρτημα Β.3). Κυριότερος σκοπός αυτού του ερωτηματολογίου ήταν να διερευνηθούν οι προϋπάρχουσες αντιλήψεις, στάσεις και πεποιθήσεις της δασκάλας σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών και την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων. Το πλάνο των συναντήσεων βασίστηκε στο ωρολόγιο πρόγραμμα της τάξης, εφόσον οι συναντήσεις μας πραγματοποιούνταν στα προβλεπόμενα κάθε εβδομάδα δίωρα Ευέλικτης Ζώνης.

Η συνεργασία μας με τη δασκάλα ήταν άψογη. Γενικά η δασκάλα δεν έδειξε ότι αισθάνεται να απειλείται από την παρουσία μου. Μόνο στις πρώτες συναντήσεις φάνηκε λίγο διστακτική και αναγκαζόμουν να παίρνω συχνότερα το λόγο. Σταδιακά στάθηκε στα πόδια της, συνειδητοποίησε ότι δεν υπήρχαν αυστηροί κανόνες στο όλο πρόγραμμα, αλλά ένα ευέλικτο πλαίσιο, απαλλάχθηκε από το άγχος κι άρχισε να παίρνει περισσότερο το λόγο αναλαμβάνοντας διδακτικές πρωτοβουλίες. Σχηματοποιώντας με μορφή τριγώνου τις αμφίδρομες σχέσεις αλληλεπίδρασης που αναπτύχθηκαν μεταξύ δασκάλας, ερευνητή και μαθητών, θα έλεγα ότι μάθαμε όλοι, πολλά και σημαντικά, ο ένας από τον άλλον. Ο Pappas (1993) μελέτησε αυτές τις σχέσεις σε ένα διαθεματικό πρόγραμμα.

Πίνακας 3.4 (Ημερολόγιο δράσης Δεύτερης Μελέτης Περίπτωσης)

Ημερομηνίες παρατήρησης	**Δραστηριότητες για το project «Κυκλοφοριακή Αγωγή»**	**Διαθεματική σύνδεση**	**Βιωματικές δράσεις**
16/12/2004	•Εισαγωγική συνάντηση στα μαθηματικά. Παρατήρηση παραδοσιακής διδασκαλίας της δασκάλας πριν το διαθεματικό project στην ενότητα: «Πώς αφαιρούμε άθροισμα από αριθμό». Η δασκάλα προτείνει για την Ε.Ζ. το θέμα «Κυκλοφοριακή αγωγή» και τα παιδιά ομόφωνα συμφωνούν.	Μαθηματικά.	-----
15/2/2005	•Μελέτη κι ανάλυση κειμένου του Καββαθά για την «Κυκλ/κή Αγωγή» απ' του ΠΙ. «Βλέπω το σημερινό κόσμο:Πολυθεματικό βιβλίο δημ/κού σχ. για την Ε.Ζ» Η επεξεργασία στατιστικών στοιχείων ανέδειξε προβλήματα ποσοστών & λόγων	•Εννοιολογική επεξεργασία κι ανάλυση κειμένου (γλώσσα) •Επίλυση προβλημάτων ποσοστών & λόγων (μαθηματικά)	-----
22/2/2005	• Μελέτη 2ου βιβλίου Π.Ι.: Δημιουργικές-διαθεματικές δραστηριότητες για την Ε.Ζ. του δ.σχ.», κεφ. «Κυκλοφοριακή Αγωγή». • Ανάδυση γεωμετρικών προβλημάτων π.χ. γιατί διασχίζουμε κάθετα το δρόμο. • Ανάλυση έννοιας & μονάδων ταχύτητας. • Κατασκευή κι επίλυση προβλημάτων με δεδομένα την απόσταση και το χρόνο και ζητούμενο τη μέση ταχύτητα. • Κατάθεση προτάσεων για διαθεματικές δράσεις π.χ. Αναζήτηση πληροφοριών για κυκλοφ/κή αγωγή & τροχαία ατυχήματα.	•Κοινωνικός προβληματισμός (κοινωνική & πολιτική αγωγή). •Γεωμετρικά προβλήματα (μαθηματικά). •Φυσική. •Επίλυση προβλημάτων ταχύτητας (μαθηματικά - φυσική). •Διαθεματικές δράσεις •Ερευνητική - ανακαλυπτική μάθηση	•Αναζήτηση πληροφοριών για την κυκλοφοριακή αγωγή & τα τροχαία ατυχήματα.
1/3/2005	• Αφού χρονομετρήσαμε, βρήκαμε την ταχύτητα των μαθητών σε μ./δευτερόλεπτο • Επίλυση αρχικού προβλήματος με δεδομένα απόσταση και χρόνο και ζητούμενο την ταχύτητα αυτοκινήτου. Κατασκευή 2 αντίστροφων προβλημάτων με ζητούμενα το χρόνο και την απόσταση αντίστοιχα. Επίλυση 3 προβλημάτων της δασκάλας (αρχικό & αντίστροφα) όπως προηγουμένως. •Μαθητές διατύπωσαν τις γενικές σχέσεις απόστασης, χρόνου, ταχύτητας. • Ανάγνωση & σχολιασμός πληροφοριών που έφεραν δύο μαθήτριες.	•Φυσική Αγωγή •Μαθηματικά •Επίλυση-κατασκευή προβλημάτων ταχύτητας (μαθηματικά). •Φυσική. • Διαθεματικές δράσεις • Ερευνητική μάθηση	• Χρονομέτρηση της ταχύτητας των μαθητών στα 60 μ. στο προαύλιο. Εύρεση-επεξεργασία πληροφοριών
8/3/2005	• Μελέτη 2 φυλλαδίων της δασκάλας με στατιστικά στοιχεία, αιτίες πρόκλησης κι απλούς κανόνες για την αποφυγή τροχαίων ατυχημάτων & συμβουλές για γονείς •Επίδειξη μοντέλου φωτεινού σηματοδότη συζήτηση ρυθμιστικής λειτουργίας του. •Μελέτη φυλλαδίου «Οδικής Σήμανσης»	•Επεξεργασία στατιστικών στοιχείων (μαθηματικά). •Κυκλοφοριακή αγωγή • Αγωγή υγείας • Μελέτη Περιβάλλοντος.	•Παιδιά δραματοποίησαν πέρασμα διάβασης - φανάρι ως πεζοί-αυτοκ/τα •Ψηφιακή σχεδίαση σε αίθ.πληρ/κής αυτ/των-πινακίδων

15/3/2005	• Τα παιδιά κατασκεύασαν με καλαμάκια σχήματα όπως των πινακίδων σήμανσης. • Αναδύθηκαν 3 γεωμετρικά προβλήματα. Ο υπολογισμός περιμέτρου ισόπλευρου τριγώνου, κανονικού οκταγώνου όπως το σήμα STOP κι έγινε διερεύνηση των συνθηκών κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου. • Τα παιδιά έγραψαν έκθεση με τίτλο «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου».	• Τεχνικά • Γεωμετρία (μαθηματικά). • Γραπτή έκφραση (γλώσσα)	• Κατασκευές. • Διερεύνηση συνθηκών κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου μέσα από μια κονστρουκτιβιστική μαθησιακή διαδικασία με χειραπτικό υλικό.
22/3/2005	• Επίσκεψη στο σχολείο αξιωματικού της τροχαίας που έδειξε στο αμφιθέατρο διαφάνειες στα παιδιά, συζήτησε μαζί τους κι αυτά του έκαναν ερωτήσεις.	• Κυκλοφοριακή αγωγή • Διαθεματικές δράσεις	• Επεξεργασία συζήτηση θεμάτων κυκλοφοριακής αγωγής με τροχονόμο.
29/3/2005	• Επίσκεψη στο πάρκο Κυκλοφοριακής Αγωγής στο Κεφαλόβρυσο Ευρυτανίας.	• Κυκλοφοριακή αγωγή	• Βιωματικές καταστάσεις προσομοίωσης
5/4/2005	• Διανομή σε κάθε ζευγάρι παιδιών 10σέλιδου φυλλαδίου με θέμα Διάφορα είδη λό γων. Τα παιδιά διερεύνησαν αρχικά σε διάφορα πλαίσια την έννοια του λόγου.	• Διερεύνηση της έννοιας του λόγου (μαθηματικά)	-----
12/4/2005	• Τα παιδιά διερεύνησαν το χάρτη της πόλης του Καρπενησίου κι εντόπισαν τα 4 πιο επικίνδυνα σημεία κυκλοφορίας. • Το σενάριο ήταν ότι τα παιδιά ως βοηθοί & τροχονόμοι θα βοηθούσαν το δημοτικό συμβούλιο να αποφασίσει. Έπρεπε να επιλέξουν το πιο επικίνδυνο σημείο να μπουν σ' αυτό φανάρια & πινακίδες. • Ανέτρεξαν στο φυλλάδιο όπου υπήρχε πίνακας με τις μετρήσεις ταχύτητας για 1 ώρα σε κάθε περιοχή. Σε κάθε περιοχή υπήρχε ο αριθμός των παραβατών & των νόμιμων οδηγών. Τα παιδιά συνέκριναν & κατέταξαν τις 4 περιοχές αφού πρώτα αποφάσισαν σε ζευγάρια για το κριτήριο επικινδυνότητας. Στη σχέση παραβατών - νόμιμων, άλλοι χρησιμοποίησαν αναλογική κι άλλοι αθροιστική συλλογιστική.	• Γεωγραφία – Μελέτη Περιβάλλοντος. • Προσομοίωση σεναρίου. Κατάσταση προβληματισμού. • Επίλυση ανοιχτού προβλήματος με δυνατότητα ποικιλίας απαντήσεων (μαθηματικά).	• Έρευνα σε χάρτη & καταγραφή στοιχείων της κυκλοφοριακής κατάστασης της πόλης που ζούσαν οι μαθητές • Ενσάρκωση ρόλων.
19/4/2005	• Παρατηρήσαμε στην εικόνα του φυλλαδίου ότι η ηλεκτρονική πινακίδα δείχνει το ποσοστό των νόμιμων οδηγών. Τα παιδιά έγραψαν γιατί νομίζουν ότι μπήκε η πινακίδα και γιατί προτιμήθηκε να δείχνει το ποσοστό των νόμιμων. Στην ερώτηση πώς συνδέεται το ποσοστό με το λόγο, απάντησαν ότι τα ποσοστά είναι λόγοι μέρος/όλο με διαιρέτη το 100 κι ότι το ποσοστό 91% είναι ο λόγος 91:100. Διερεύνησαν αν θα αλλάξει το ποσοστό με 1 ακόμη παραβάτη	• Διαθεματικές ερωτήσεις καλλιέργειας κριτικής σκέψης. • Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά.	-----

	Υπολόγισαν 100-91=9 είναι παραβάτες & βρήκαν λόγο παραβατών στα 300 με τη σχέση 9/100=□/300. Δεδομένου ότι στο Πέταλο 2 αυτοκίνητα με υπερβολική ταχύ τητα για κάθε 3 με κανονική συμπέραναν ότι λιγότερα από τα μισά είχαν υπερβολι-κή ταχύτητα. Για να βρουν το ποσοστό υπολόγισαν από το λόγο μέρος/μέρος 2:3 το λόγο μέρος /όλο 2:5 όπως πριν, από τα ισοδύναμα 2/5=□/100 βρήκαν το ποσοστό 40%.		
10/5/2005	• Πλαίσιο δραστηριοτήτων βασισμένο σε πίνακα δεδομένων. Το σενάριο ήταν ότι το όριο ταχύτητας ήταν 80χμ/ω. Η ένδει ξη πινακίδας μηδενίστηκε 6.00 π.μ. Στον πίνακα αναφέρονταν οι ταχύτητες 6 αυτο-κινήτων που πέρασαν μετά. Η 1η ερώτηση ζητούσε το ποσοστό των νόμιμων που έ-δειχνε η πινακίδα στις 6:01 π.μ. & 6:04. Τα παιδιά βρήκαν με κλάσματα ισοδύνα μα στις 6.01 λόγο1:1 ποσοστό 100% στις 6.04 λόγο 2:3 ποσοστό 67%. Στη 2η ερώ τηση «Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό παραβατών» ένα παιδί είπε στις 6.12 γιατί 2 στα 6 ήταν παραβάτες. Μετά παιδιά βρή καν ότι στις 6.02 στα 2 αυτ/τα το 1 ήταν παραβάτης. Συγκρίνοντας τους λόγους 2:6 & 1:2 βρήκαν ότι στις 6.02 το πο-σοστό παραβατών 50% ήταν μεγαλύτερο.	• Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά.	-----
17/5/2005	Τελευταία συνάντηση στην Ε.Ζ. Στην τε-λευταία σελίδα του φυλλαδίου διαβάσαμε το κείμενο στο πλαίσιο κάνοντας ανακε-φαλαίωση. Επαναλάβαμε διαφορές των λόγων μέρος/μέρος & μέρος/όλο. Επανα-λάβαμε τα βήματα που κάναμε για να με-τατρέψουμε λόγο μέρος/μέρος σε ποσο-στό. Από το λόγο μέρος/μέρος, βρίσκαμε λόγο μέρος/όλο και με τα ισοδύναμα κλά-σματα το μετατρέπαμε σε ποσοστό. Μετά κλήθηκαν τα παιδιά να δώσουν παραδείγ-ματα λόγων μέρους/μέρους και μέρους/ό-λου. Κλήθηκαν να πλαισιώσουν με λόγια μια κατάσταση για δοσμένο λόγο μέρους/ μέρους «1/3», να βρουν λόγο μέρος/όλο να τον πουν με λόγια και να τον μετατρέ ψουν σε ποσοστό. Τέλος κλήθηκαν να γράψουν ένα ποσοστό για τις καταστά- σεις: «1 σε 5 οδηγούς, νεαρός», «3 σε 5 αυτοκίνητα κόκκινα» Δασκάλα & μαθητές απάντησαν σε ερωτηματολόγια.	• Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά. • Γλωσσική πλαισίωση αφηρημένων λόγων.	-----

25/05/2005	• Συνάντηση στα μαθηματικά μετά το διαθε ματικό project. Ενότητα προς διδασκαλία «Αφαίρεση δεκαδικών αριθμών». Η δα σκάλα έδωσε δικό της πρόβλημα: «Είχα 1,5 € κι έδωσα 0,75 € πόσα μου έμειναν;» Ζήτησε στα παιδιά νοερούς υπολογισμούς & εκτίμηση κατά προσέγγιση στο αποτέ- λεσμα 2 παιδιά προεκτείνοντας το ένα την υπόθε ση του άλλου εκτίμησαν προσεγγι στικά τα όρια στο 1,5-0,75. Μετά η δα σκάλα ζήτησε γραπτά να υπολογίσουν ακριβώς το αποτέλεσμα. Ένα παιδί μετέ τρεψε τα δεδομένα από ευρώ σε λεπτά κι έκανε αφαίρεση ακεραίων αντί δεκαδι- κών. Άλλα το έλυσαν με κάθετη αφαίρε ση δεκαδικών. Παρουσιάστηκαν οι 2 τρό ποι λύσης κι η αρχική πρόβλεψη επαλη θεύτηκε. Στη συνέχεια είδαμε λυμένο πρό βλημα του βιβλίου με κάθετη αφαίρεση δεκαδικών κι επαναλάβαμε τις νόρμες αφαίρεσης δεκαδικών. Τα παιδιά έκαναν κάθετα αφαιρέσεις. Ένα παιδί στην αφαί ρεση 147,500-18,8 βάζοντας τους αριθ- μούς κάθετα έκανε λάθος. Η δασκάλα αξιοποίησε το λάθος ώστε να αναδυθεί επαγωγικά ο κανόνας. Το παιδί με βάση προϋπάρχουσες γνώσεις στην αφαίρεση ακεραίων & την αξία θέσης, οδηγήθηκε σε γνωστική σύγκρουση διορθώνοντας το λάθος του. Στην αφαίρεση 45κ.-900 γρ. μαθήτρια πρότεινε να τα κάνουν όλα γρ. για να κάνει αφαίρεση ακεραίων κι η δασκάλα την ενθάρρυνε να το κάνει. Ο Νίκος τα έκανε κιλά όλα δίνοντας λύση με αφαίρεση δεκαδικών.	• Μαθηματικά.	-----

Στο παράρτημα βλέπουμε φωτογραφίες από το τρέξιμο παιδιών στις 1/3/05 (Παράρτημα Β.4), φυλλάδιο με προβλήματα και φυλλάδιο με τίτλο «Οδική Σήμανση» που μοίρασε η δασκάλα, το φυλλάδιο με πληροφορίες & τίτλο «Τροχαία Ατυχήματα» που έφερε μια μαθήτρια, (βλ. Παράρτημα Β.5), φωτογραφίες από την κατασκευή με καλαμάκια σχημάτων όπως των πινακίδων σήμανσης στις 15/3/05 (βλ. Παράρτημα Β.6), εκθέσεις με τίτλο «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου» (βλ. Παράρτημα Β.7) και τις εγκυκλίους του ΥΠΕΠΘ και της Τροχαίας για «Κυκλοφοριακή Αγωγή» (Παράρτημα Β.8). Από τις 5/4/05 για πέντε συναντήσεις ασχοληθήκαμε με ένα 10σέλιδο φυλλάδιο (βλ. Παράρτημα Β.2). Αυτό το φυλλάδιο το παρήγαγα αρχικά εγώ, κατόπιν η δασκάλα το μελέτησε κι έκανε προτάσεις βελτίωσης. Είχε τίτλο «Διάφορα είδη λόγων» και περιείχε ανοικτές μαθηματικές προβληματικές καταστάσεις βασισμένες στα δύο είδη λόγων, τους λόγους μέρος/μέρος και μέρος/όλον και τη μετατροπή λόγων στα αντίστοιχα ποσοστά. Για ενδεικτικές εργασίες παιδιών (βλ. Παράρτημα Β.9). Στις 17/5/05 δασκάλα & παιδιά απάντησαν σε ερωτηματολόγια (Ερ/γιο δασκάλας Π.Μ. αρ.2 Παράρτημα Β.10, Ερ/για παιδιών Παράρτημα Β.11).

3.3. ΤΡΙΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Συνεχίζοντας να αναζητώ συνεργάτες, δασκάλους και δασκάλες με ιδιαίτερα και ανομοιογενή χαρακτηριστικά για να συνεχίσω την έρευνα, συναντήθηκα αρχές Δεκεμβρίου του 2005 με τη δασκάλα Ε.Σ. που είχε αναλάβει τη Δ΄ τάξη Δ.Σ. του Καρπενησίου για το σχολ. έτος 2005-06. Με την εν λόγω δασκάλα γνωριζόμασταν ήδη από τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη. Συναντηθήκαμε λοιπόν σε εξαθέσιο Δ.Σ. του Καρπενησίου. Της πρότεινα να συνεργαστούμε κι εκείνη συμφώνησε με ενθουσιασμό και συναποφασίσαμε την υλοποίηση ενός σχεδίου εργασίας με τίτλο: «Θέματα Διατροφής». Θέλησα και σε αυτήν τη φάση της έρευνας, όπως παλιότερα στη 2^{η} μελέτη περίπτωσης, να μη σταματήσω στην περιγραφή και ανάλυση μόνο της διαθεματικής παρέμβασης στα πλαίσια ενός τριμήνου στα δίωρα της Ε.Ζ., αλλά να επεκταθώ και στην παρατήρηση της συμπεριφοράς της δασκάλας και σε δύο διδακτικές ώρες του καθημερινού μαθήματος των μαθηματικών, μία στην αρχή πριν και μία στο τέλος μετά την ολοκλήρωση της διδακτικής παρέμβασης, για να διαπιστώσω τι τελικά άλλαξε, όχι στις παιδαγωγικά ιδανικές συνθήκες της Ε.Ζ., αλλά υπό κανονικές συνθήκες στο τυπικό μάθημα μαθηματικών του Ω.Π.

Η επιλογή της συγκεκριμένης δασκάλας δεν ήταν τυχαία. Κατ' αρχάς με ενδιέφερε να ασχοληθώ και σε αυτήν τη φάση της έρευνας όπως στις προηγούμενες, με μαθητές, μαθήτριες Δ΄ τάξης, για να διαπιστώσω πώς συμπεριφέρεται μια άλλη Δ΄ τάξη, με άλλη δασκάλα, στο ίδιο διαθεματικό project με την πιλοτική φάση, τα «Θέματα Διατροφής». Με ενδιέφερε να διερευνήσω ποιες πιθανές ομοιότητες και διαφορές θα προέκυπταν στη συμπεριφορά όλων των συντελεστών σε αυτή τη μελέτη περίπτωσης σε σχέση με τις δύο προηγούμενες. Έπειτα όπως ήδη ανέφερα, γνώριζα τη συγκεκριμένη δασκάλα. Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του διδακτικού προφίλ της που αναφέρονται στον πίνακα 3.1 στην αρχή του κεφαλαίου, κέντρισαν το ερευνητικό ενδιαφέρον μου.

Ο στόχος της έρευνας και στη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης παρέμενε ο ίδιος. Επειδή έπρεπε να συλλέξω έγκυρα και πρόσφατα δεδομένα από τη μαθηματική διδασκαλία της δασκάλας στη συγκεκριμένη Δ΄ τάξη, όπου θα διεξαγόταν και η διαθεματική προσέγγιση, την παρακάλεσα να παρακολουθήσω, κατά την πρώτη μου επίσκεψη στην τάξη, ένα μάθημα σε μια ενότητα των μαθηματικών, ώστε να έχω μια εικόνα για τις προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών και τα διαφορετικά μαθηματικά επίπεδα της τάξης. Δέχτηκε πρόθυμα. Μου ανέφερε ότι ήδη είχαν αρχίσει να επεξεργάζονται με τους μαθητές της στην Ε.Ζ. στο πλαίσιο του προγράμματος Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης, το θέμα: «Παραδοσιακά προϊόντα της Ευρυτανίας». Ήδη είχαν παρασκευάσει σε αυτό το πρόγραμμα συνταγές και είχαν δοκιμάσει μερικά εδέσματα που είχαν φτιάξει. Συζητώντας καταλήξαμε στην απόφαση να προτείνουμε στα παιδιά να ασχοληθούμε με το ευρύτερο project: «Θέματα Διατροφής» όπου θα εντάσσαμε το ειδικό θέμα «παραδοσιακά προϊόντα της Ευρυτανίας και οι συνταγές τους». Στην επιλογή για ενασχόληση με το project «Θέματα Διατροφής», μας οδήγησαν επίσης οι λόγοι, που έχουν ήδη αναφερθεί στην πιλοτική μελέτη περίπτωσης.

Όσον αφορά το μαθησιακό υλικό, εκτός από το φυλλάδιο (Παράρτημα Α.1) και τα σχετικά στον πίνακα 3.2, κάναμε και τις ακόλουθες δραστηριότητες: α) βιωματικές δραστηριότητες εντός τάξης όπως παρασκευή φαγητών και γλυκισμάτων (βλ. Παράρτημα Γ.1), μέτρηση δοσολογιών - εύρεση της μισής ποσότητας, ζύγιση μικρών ποσοτήτων τροφίμων, αναπαράσταση ισοδύναμων κλασμάτων και β) βιωματικές δραστηριότητες εκτός τάξης όπως εκτέλεση σωματικών ασκήσεων στο προαύλιο, επίσκεψη σε περιβόλι (βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Γ.8). Στην 4η σελίδα του φυλλαδίου, τα παιδιά εργάστηκαν ατομικά γράφοντας. Συμπληρωματικά κατασκεύασαν σε ομάδες, ραβδογράμματα, έφτιαξαν κι έλυσαν προβλήματα (βλ. Παράρτημα Γ.2). Στην 7η σελίδα του φυλλαδίου, τα παιδιά συμβουλευόμενα το θερμιδομετρητή[6] (βλ. Παράρτημα Γ.3), συμπλήρωσαν «Το ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης για 3 ημέρες» (βλ. Παράρτημα Γ.3). Πρόσθετη εργασία, ήταν η εικαστική τους έκφραση με θέμα: «Υγιεινή Διατροφή και Σωματική Άσκηση» (βλ. Παράρτημα Γ.4). Η τελευταία σελίδα του φυλλαδίου με τίτλο «Πόσες θερμίδες καίμε σε δέκα λεπτά» ήταν ο προοργανωτής που εισήγαγε σε ένα ανοικτό πρόβλημα, σε ξεχωριστό φύλλο, με τίτλο «Χρόνος σωματικής άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές» κι εκτελέστηκε συνδυαστικά με την τελευταία σελίδα (βλ. Παράρτημα Γ.6, εργασίες μαθητικών ομάδων).

Πριν ξεκινήσει η συνεργασία μας, έδωσα ένα ερωτηματολόγιο στη δασκάλα που συνέταξα για εκείνη. Σκοπός ήταν να διερευνηθούν οι προϋπάρχουσες αντιλήψεις και στάσεις της δασκάλας σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών και την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων.

Πίνακας 3.5 (Ημερολόγιο δράσης Τρίτης Μελέτης Περίπτωσης)

Ημερομηνίες παρατήρησης	**Δραστηριότητες για το project «Θέματα Διατροφής»**	**Διαθεματική σύνδεση**	**Βιωματικές δράσεις**
13/1/2006	• Εισαγωγική συνάντηση στα μαθηματικά. Παρατήρηση παραδοσιακής διδασκαλίας της δασκάλας 2 διδακτικών ωρών πριν το διαθεματι- κό project στην ενότητα: «Πώς διαιρούμε διαφο- ρά με αριθμό». Η δασκάλα προτείνει να ασχολη- θούν στην Ε.Ζ. με	• Μαθηματικά.	-----

[6] Cook, L. (1990). Θερμιδομετρητής ετοίμων φαγητών, Εκδόσεις Erian, Αθήνα.

	«Θέματα διατροφής» & τα παιδιά ομόφωνα συμφωνούν.		
31/1/2006	• Ήδη έκαναν στην περιβαλλοντική εκπ/ση το πρόγραμμα: «παραδοσιακά προϊόντα του τόπου μας» και θα το εξελίσσαμε στο project:«Θέματα Διατροφής». Τα παιδιά με τη δασκάλα είχαν φτιάξει μπακλαβά, μαρμελάδα & ζυμαρόπιτα. Χωρίζονταν σε ομάδες, έβαζαν τα υλικά στο τραπέζι πινγκ πονγκ, τα ανακάτευαν & στο κυλικείο τα έψηναν. Στην τάξη έγραφαν τη συνταγή & την έδιναν στη δασκάλα να ελέγξει. • Επιχειρήθηκε ο παραλληλισμός των διαδικασιών διερεύνησης συνταγών μαγειρικής & μαθηματι- κών προβλημάτων. Τα παιδιά εύκολα εντόπισαν ελλιπή, περίσσια ή άσχετα δεδομένα σε συνταγές, αλλά σε ανάλογη διερεύνηση προβλημάτων δυσκολεύτηκαν. • Διανομή φυλλαδίου-συζήτηση στην τάξη για την ενέργεια, τις μορφές της & σύνδεση με την τροφή. • Στο τέλος, η δασκάλα μοίρασε σε κάθε παιδί ένα κομμάτι από τη ζυμαρόπιτα που είχαν φτιάξει.	• Περιβαλλοντι- κή εκπαίδευση • Μαγειρική – Ζαχαροπλαστική • Συνταγές μαγειρικής & μαθηματικά προβλήματα. (παραλληλισμός-μαθηματικά) • Φυσική	• Παρασκευή συνταγών • Δοκιμή πίτας που φτιάχτηκε στην τάξη.
7/2/2006	• Δασκάλα & παιδιά κατασκεύασαν μαθηματικά προβλήματα με πλαίσιο συνταγές που είχαν κάνει. Υπολόγισαν τις ποσότητες υλικών για διπλάσια δόση γλυκού. Πολλοί δυσκολεύτηκαν να βρουν τη διπλάσια ποσότητα από τις 2½ κού- πες φρυγανιά. Η δασκάλα έφερε για εποπτικό υλικό μπουκάλι νερό με 6 ποτήρια. Γέμισε νερό 2 ποτήρια και μισό κι έβαλε δίπλα άλλα 2 και μισό. Τα παιδιά	• Κατασκευή κι Επίλυση Προβλημάτων με πλαίσιο συνταγές. (μαθηματικά)	• Τα παιδιά βρήκαν το δι-πλάσιο & τρι- πλάσιο των 2½ & 3½ χρησιμοποιώ- ντας ως επο- πτικό υλικό ποτήρια νερό & ρίχνοντας το 1 μισό στο άλλο.

	πρόσθεσαν ρίχνοντας το 1 μισό στο άλλο. Τελικά όλοι κατάλαβαν ότι το διπλά- σιο του 2½ είναι 5. Μετά υπολόγισαν το διπλά- σιο του 3½, του 4½ και του 6½. Υπολόγισαν τις ποσότητες υλικών για τριπλάσια δόση γλυκού. Στο τριπλάσιο του 2½ χρησιμοποίησαν το ίδιο εποπτικό υλικό. Μετά στο ίδιο πλαίσιο ζητούσαν «τα μισά» υλικά. Υπολόγισαν το μισό των αρι- θμών 3, 9, 11, 13, 22, 15, 19 κι όταν δυσκολεύο- νταν επιμεριστικά χρησιμοποιούσαν εποπτικό υλικό. Μετά η δασκάλα έθεσε 2 προβλήματα: 1)«Το ένα κομμάτι μηλόπιτα έχει 250 θερμίδες. Τα 5 πόσες θερμίδες έχουν;», 2) «Ένα ταψί μπα- κλαβά έχει 80 κομμάτια. Πόσα θα πάρει κάθε παιδί της τάξης; Θα περισσέψουν για τους δασκά λους»; Τα παιδιά τα έλυσαν & στο 2ο ανοικτό πρόβλημα εντόπισαν τα κρυφά δεδομένα 24 παιδιά, 10 δάσκαλοι & βρήκαν πιθανούς συνδυα- σμούς - λύσεις. Μετά έλυσαν πρόβλημα με 1 βάζο μαρμελάδα, βρήκαν απόβαρο & μεικτό βάρος. • Τέλος η δασκάλα μας μοίρασε από ένα κομμάτι λαχανόπιτα που έφτιαξαν πριν στην τάξη.		• Δοκιμή πίτας που φτιάχτηκε στην τάξη.
14/2/2006	• Παχυσαρκία-Ανάλυση εννοιών «υπερσιτισμός»-«υποσιτισμός». Κοινωνικός προβληματισμός για τη δίκαιη κατανομή των αγαθών του πλανήτη. Έν νοια θερμίδων- Ισορροπία στις θερμίδες που παίρ νουμε και που ξοδεύουμε - Ορισμός θερμίδας. • Τα παιδιά στο κολατσιό που είχαν, διάβασαν στις συσκευασίες την αντίστοιχη ενέργεια σε θερμίδες.	• Κοινωνική & πολιτική αγωγή. • Μελέτη Περι- βάλλοντος • Φυσική •Διαθεματική ανακάλυψη- δράση	• Εύρεση & α- νάγνωση σε συσκευασίες της αντίστοιχης ενέργειας σε θερμίδες.

	• Πίνακας 2 στηλών με 100 γρ. διάφορων ειδών τροφών - αντίστοιχη ενέργεια σε θερμίδες.		
21/2/2006	• Ομαδική κατασκευή ραβδογράμματος. • Κατασκευή προβλήματος σε κάθε ομάδα με στοι χεία του πίνακα και λύση του. Διαπίστωση ότι τα παιδιά δεν έχουν διαισθητική αντίληψη ποσοτήτων.	• Κατασκευή ρα βδογράμματος, προβλήματος (μαθηματικά)	-----
28/2/2006	•Πρόβλημα: με δεδομένο ότι τα παιδιά 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2800 θερμ.ζητείτα ποιες τροφές & σε ποια ποσότητα επιλέγουν απ'το πίνα κα να καλύψουν ημερήσιες ενεργειακές ανάγκες. •Κανόνες σωστής διατροφής. Η συμβολή της σω- ματικής άσκησης στην καλή υγεία. Απαραίτητη η ισορροπία θερμίδων που παίρνουμε & ξοδεύουμε •Μελέτη πίνακα με είδη τροφών κι αντίστοιχο χρό νο σωματικών ασκήσεων να καού οι θερμίδες.	•Επίλυση προβλήματος (μαθηματικά) • Αγωγή Υγείας • Μελέτη Περι- βάλλοντος •Φυσική Αγωγή	-----
7/3/2006	• Μελέτη ημερολογίου διατροφής & σωματικής ά- σκησης για 3 ημέρες, ανάθεση συμπλήρωσής του • Η δασκάλα έφερε κρέας, βούτυρο, μακαρόνια, τρόφιμα αναφερόμενα στον πίνακα του φυλλαδί ου & μια ζυγαριά κουζίνας. Επειδή διαπίστωσε αδυναμία στη διαισθητική αντίληψη των ποσοτή των προσπάθησε ζυγίζοντας 100 γρ. των ανωτέ- ρω τροφών να βοηθήσει τα παιδιά να αντιλη- φθούν ποσότητες. •Μελέτη πίνακα τελευταίας σελίδας φυλλαδίου με τίτλο «Πόσες θερμίδες καίμε σε δέκα λεπτά».Στην 1η σειρά οι σωματικές ασκήσεις:	Υπολογισμός θερμ.(μαθημ/κά) •Οικιακή Οικονομία •Φυσική Αγωγή •Φυσική (παραμε τρικές διαδ/σίες) •Επίλυση ανοικτού προβλήματος αποτελούμενου από πίνακα με 8Χ5=40 προβλή ματα-συνδυα- σμούς λιχουδιάς -σωματικής άσκησης (μαθηματικά)	•Ζυγίσεις στην τάξη 100 γρ. κρέας, βούτυ- ρο, μακαρόνια, ώστε τα παιδιά να αντιλη- φθούν τις ποσότητες

	Περπάτημα, πο δηλασία, πατινάζ, σχοινάκι, τρέξιμο. Στη 2η σει- ρά αντίστοιχες θερμ. που καίγονται σε 10 λεπτά • Έγινε κατανοητό ότι 2 παράγοντες συμβάλλουν στο πόσες θερμίδες καίγονται. Το είδος & ο χρό- νος της άσκησης. Στον πίνακα κρα- τούσαν σταθερό το χρόνο, για όλες τις ασκήσει 10 λεπτά. •Ανοικτό πρόβλημα με τίτλο «Χρόνος σωματικής άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές» που εκτελέστηκε συνδυαστικά με τον πίνακα που μελετήθηκε πριν. Τα παιδιά έπρεπε να βρουν σε πόσα λεπτά θα καούν οι θερμίδες από μια λιχουδιά κάνοντας σωματική άσκηση του πίνακα. Κάθε ομάδα επέλεξε τη λιχουδιά που ήθελε		
14/3/2006	•Μια ομάδα έλυσε τους συνδυασμούς πατινάζ και περπάτημα με πατατάκια. Στο συνδυασμό πατατά κια- ποδηλασία σε διαφωνία έγινε μαθηματικός διάλογος. Στον πολλαπλασιασμό 37μισι Χ 4 δεν είχαν διδαχθεί κλάσματα, δεκαδικούς και βρήκαν το γινόμενο κόβοντας χάρτινους κυκλικούς δίσκους για να βρουν τα 4 μισά λεπτά. Στα πατατάκια-τρέξιμο έκαναν αναγωγή στη μονάδα. Η πρόσθεση 18½ λεπτών & ¼ έγινε με 2 τρό- πους. Ή μετατρέποντας λεπτά σε δεύτερα βρήκαν συμμιγή 18΄ 45΄΄ ή με κομμάτια χάρτινου δίσκου βρήκαν το μικτό 18¾	•Επίλυση προβλημάτων (μαθηματικά)	• Τα παιδιά έκο βαν χάρτινους κυκλικού δί- σκους να ανα- παραστήσουν λεπτά
21/3/2006	•Το συνδυασμό μπισκότο- περπάτημα τον έλυσαν 2 ομάδες με διαφορετικές στρατηγικές:με διαρκή διχοτόμηση και με αναλογική σκέψη & παραλλα- γές αναγωγής στη μονάδα.	•Επίλυση προβλημάτων (μαθηματικά)	•Στο 5:10 υπέθε σαν ότι αντί για 5 θερμ σε 10 λεπτά είχαν να μοιράσουν κουλούρια σε παιδιά & έκα- ναν σχήμα με 5

	Ομοίως, παιδιά υπο- λόγισαν το χρόνο για τους συνδυασμούς κέικ με περπάτημα & με πατινάζ. Τη διαίρεση 5:10 δυσκολεύτηκαν & την έκαναν σχηματικά. Στο συνδυασμό κέικ σχοινάκι από τα 10 λεπτά 60 θερμ. ήθελαν να φτάσουν στις 240 θερμ. του κέικ. Κάποια μαθήτρια πρότεινε επαναλαμβανό μενη πρόσθεση του 60, μία άλλη βελτιώνοντας αντιπρότεινε πολλαπλασιασμό. Βρήκαν και τους συνδυασμούς κέικ-τρέξιμο & κέικ-ποδήλατο.		κύκλους -10 τελείες & βρή καν ότι κάθε παιδί θα πάρει μισό κουλούρι.
28/3/2006	• Τα παιδιά διάβασαν τα ημερολόγια διατροφής & σωματικής άσκησης που τους είχαν δοθεί & τα είχαν συμπληρώσει. Κατέγραψαν τις ποσότητες, τα είδη των τροφών που κατανάλωσαν & το χρό νο & το είδος των σωματικών ασκήσεων που έκα ναν σε 1 μέρα. Βρήκαν για κάθε μέρα τις συνολι κές θερμίδες που πήραν απ' τις τροφές και που ξόδεψαν για σωμ. ασκήσεις και διερεύνησαν αν υπήρχε ισορροπία θερμίδων. Σχολιάστηκαν αρνητικά υπερβολές που αναφέρθηκαν. Στον υπολογισμό θερμίδων από το θερμιδομετρητή προέκυπταν μαθηματικά προβλήματα π.χ. από τις θερμ. σε 60΄ μιας σωμ. άσκησης έπρεπε να βρεθούν οι θερμ. για τα 45΄ κάποιου. Χρησιμοποιήθηκε η αναγωγή στη μονάδα. • Η δασκάλα ζήτησε να κάνουν ένα συνδυασμό από τον πίνακα του φυλλαδίου βιωματικά. Μοιρά σαμε στον καθένα από ένα μπισκότο κι από τον πίνακα υπολογίσαμε ότι τις 55 θερμ. του μπισκό	• Αγωγή Υγείας • Υπολογισμός θερμίδων (μαθηματικά) • Επίλυση προβλήματος (μαθηματικά) • Φυσική Αγωγή • Διαθεματικές δραστηριότητες	• Έρευνα και καταγραφή στοιχείων της καθημερινής ζωής των μαθητών σε ημερολόγια. • Βιωματική εκτέλεση στο προαύλιο 9΄ σχοινάκι ή 7΄ τρέξιμο για να καούν οι θερ-μίδες από το μπισκότο που φάγαμε.

	του τις καίμε σε 9΄ σχοινάκι ή σε 7΄ τρέξιμο. Βγή καμε στο προαύλιο & κάναμε 9΄ σχοινάκι ή 7΄ τρέξιμο για να κάψουμε τις θερμίδες από το μπισκότο που φάγαμε. Διαπιστώσαμε πόσο εύκολα, γρήγορα τρως ένα μπισκότο & πόσο δύσκολα καις τις θερμίδες που παίρνεις.		
11/4/2006	• Ζωγραφική με θέμα «Υγιεινή διατροφή & σωμα τική άσκηση». Δομημένη συνέντευξη: δασκάλα & μαθητές απάντησαν σε ερωτηματολόγια. • Επίσκεψη σε περιβόλι-καλλιέργεια λαχανικών.	•Εικαστικά	• Επίσκεψη σε περιβόλι, καλ-λιέργεια πατά- τας-εξοικείωση
19/5/2006	• Συνάντηση στα μαθηματικά μετά το διαθεματικό project. Ενότητα προς διδασκαλία:«Πώς δημιουρ γούμε ισοδύναμα κλάσματα». Τα παιδιά ανά ομά δες παρακολουθούσαν με τα βιβλία κλειστά. Η δασκάλα είχε φέρει 2 σοκολάτες & τις έκοψε σε κομμάτια. Την 1η χώρισε σε 2 μισά & την άλλη σε 4 τέταρτα. Μαθήτρια στον πίνακα έφερε σε 2 ορθογώνια τις τομές. Τα παιδιά εντόπισαν ότι στην 1η πήραν το ½ και στη 2η τα 2/4. Τότε η δα σκάλα ρώτησε πότε πήραν μεγαλύτερο κομμάτι. Δύο παιδιά απάντησαν ότι και τα 2 είναι το ίδιο και τα έβαλαν δίπλα για να δείξουν ότι είναι ίσα. Μετά η δασκάλα μοίρασε από 12 φασόλια. Ζήτη σε από τα παιδιά να βάλουν ένα μολύβι ανάμεσα για να φτιάξουν με τα φασόλια το ½. Τα παιδιά τα χώρισαν σε 2 ίσα μέρη, από 6 σε κάθε μέρος κι αναπαραστήσαμε τη διαδικασία στον πίνακα. Μετά η δασκάλα ζήτησε να βάλουν 3 μολύβια για να χωρίσουν τα	•Μαθηματικά.	•Αναπαράστα- ση κάποιων ισοδύναμων κλασμάτων με κομμάτια από σοκολάτες και χωρισμό πλήθους φασολιών.

	12 φασόλια σε τέταρτα και να βρουν τα 2/4. Τα παιδιά κατέληξαν ότι τα 2/4 είναι 6 φασόλια. Η δασκάλα ρώτησε, πότε είχαν πιο πολλά, με το ½ ή με τα 2/4. Όλα απάντησαν ότι το ½ και το 2/4 είναι ίσα. Μετά η δασκάλα ζήτησε να βάλουν τα 12 φασόλια σε τριάδες, να τα χωρίσουν σε τρίτα & να πάρουν το 1/3. Μετά να χωρίσουν τα 12 φασόλια σε έκτα και να πά ρουν το 1/6. Ρώτησε πότε είχαν περισσότερα, με το 1/3 ή με τα 2/6 κι απάντησαν ότι είναι ίσα, 4 φασόλια. Η δασκάλα εξήγησε ότι η διαφορά στη σοκολάτα και στα φασόλια είναι ότι η σοκολάτα είναι μέγεθος μη μετρήσιμο-ενιαίο, ενώ τα φασό λια είναι πλήθος, μετρήσιμα ξεχωριστά πράγμα τα και στα δύο βρήκαν το ½ και το 2/4. Η δασκά λα είπε ότι τα κλάσματα που είναι ίσα, έχουν ίση αξία, ίση ποσότητα σοκολάτας, ίσο αριθμό φασο λιών, ίση δύναμη, τα λέμε ισοδύναμα. Μετά η δα σκάλα ζήτησε να παρατηρήσουν αν έχουν σχέση τα ισοδύναμα, δείχνοντας αριθμητές και παρονο μαστές στα ζευγάρια των ισοδύναμων κλασμά των στον πίνακα. Τα παιδιά κατέληξαν ότι τα ισοδύναμα κλάσματα προέκυψαν πολλαπλασιάζο ντας με το 2 ή το 3, αριθμητή & παρονομαστή. Συμπέραναν ότι σε όλα τα ισοδύναμα κλάσματα, το ένα βγαίνει από το άλλο πολλαπλασιάζοντας με τον ίδιο αριθμό, αριθμητή & παρονομαστή. Ύστερα η δασκάλα έδωσε το πρόβλημα: «η Άννα τρώει το 1/3 σοκολάτας, ο Κώστας τα 2/6		

	κι ο Νί κος τα 3/9. Ποιος πήρε μεγαλύτερο κομμάτι;».Τα παιδιά απάντησαν ότι & τα 3 κομμάτια είναι ίσα. Ύστερα η δασκάλα ζήτησε να βρουν ένα κλάσμα ισοδύναμο του 1/5 που ο αριθμητής του είναι 2 κι έγραψε στον πίνακα 1/5=2/;. Ένα παιδί αμέσως απάντησε σωστά κι εξήγησε πώς σκέφτηκε. • Τα παιδιά άνοιξαν τα βιβλία τους & ανταποκρίθη- καν επιτυχώς σε όλα τα ερωτήματα ασκήσεις. Μετά η δασκάλα έβαλε δικό της πρόβλημα. Έγρ ψε τη σειρά των ισοδυνάμων 1/3=2/6=3/9=;/; & ζητούσε να βρουν τους όρους του τελευταίου κλά σματος. Βρήκαν επιτυχώς το ζητούμενο κλάσμα & το επόμενο απ' αυτό. Η δασκάλα ρώτησε: «Αυτή η σειρά ισοδύναμων πότε τελειώνει;» & 2 παιδιά απάντησαν ότι δεν τελειώνει ποτέ… πάει μέχρι το άπειρο, γιατί οι αριθμοί δεν τελειώνουν ποτέ. Τέλος η δασκάλα ζήτησε να διερευνήσουν 2 δικά της προβλήματα από ό,τι είχαν μάθει στα κλάσματα μέχρι τότε Ειδικά το 2^{o}, ήταν ένα ανοιχτό πρόβλημα πλαισίωσης. Ζήτησε να φτιάξουν δικό τους πρόβλημα με τους δοσμένους αριθμούς: 1/2, 1500. Δυο παιδι πρότειναν το πρόβλημα: «Σε πλοίο υπήρχαν 1500 επιβάτες. Το ½ ήταν άντρες. Πόσες ήταν οι γυναίκες;». Ένας πρότεινε άλλο: «Σε περιβόλι...1500 δέντρα. Το ½ είναι πορτοκαλιές. Πόσες είναι οι λεμονιές;».		

Στις 21/2/2006 όλες οι ομάδες παρουσίασαν τα ραβδογράμματα και τα προβλήματα που έφτιαξαν (βλ. Παράρτημα Γ.2). Στις 28/3/2006 τα παιδιά διάβασαν τα ημερολόγια διατροφής και σωματικής άσκησης που είχαν συμπληρώσει για 3 ημέρες (βλ. Παράρτημα Γ.3). Την ίδια ημέρα, η βιωματική δράση άρεσε στα παιδιά και μάλιστα συμμετείχαμε κι εμείς, η δασκάλα κάνοντας σχοινάκι μαζί με τα παιδιά κι εγώ φωτογραφίζοντας (βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Γ.7). Στις 11/4/2006 τα παιδιά ζωγράφισαν κάτι με θέμα: «Υγιεινή διατροφή & σωματική άσκηση» (βλ. Παράρτημα Γ.4). Την ίδια ημέρα επισκέφτηκαν γειτονικό περιβόλι κι εξοικειώθηκαν με την καλλιέργεια πατάτας (φωτ/φίες Παράρτημα Γ.8). Μετά χρησιμοποιήθηκε δομημένη συνέντευξη για τη δασκάλα (Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Ε.Σ. αρ.2: βλ. Παράρτημα Γ.5) και για τα παιδιά (Ερωτηματολόγια μαθητών: βλ. Παράρτημα Γ.6). Όταν όλοι συμπλήρωσαν τα ερωτηματολόγια, διάβασαν τις απαντήσεις τους. Ιδιαίτερη εντύπωση μάς προκάλεσε η απάντηση του Γιάννη: «Μου άρεσε…γιατί ήμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλύαμε ό,τι τρώγαμε κι ό,τι κάναμε το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων».

Στις 19/5/2006 σε ένα θρανίο η δασκάλα είχε τοποθετήσει δύο σοκολάτες που είχε φέρει και τις έκοψε σε κομμάτια (βλ. φωτογραφία Παράρτημα Γ.9). Τα παιδιά τοποθέτησαν μολύβι ώστε να χωριστούν τα 6 ζευγάρια φασολιών σε 2 ίσα μέρη (βλ. φωτογραφία Παράρτημα Γ.9). Μια ομάδα λανθασμένα έβαλε 1 φασόλι πάνω, 2 κάτω, στη μέση μολύβι (βλ. Παράρτημα Γ.9).

3.4. ΤΕΤΑΡΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Αρχές Ιανουαρίου 2006 συναντήθηκα με τη δασκάλα Β.Κ. με την οποία γνωριζόμασταν ήδη. Είχε αναλάβει την Ε΄ τάξη δημοτικού σχολείου του Καρπενησίου για το σχολικό έτος 2005-06 και εφάρμοζε πρόγραμμα Ευέλικτης Ζώνης (Ε.Ζ.), ένα δίωρο κάθε εβδομάδα.

Η δασκάλα Β.Κ. δέχτηκε με ενθουσιασμό όταν της πρότεινα να συνεργαστούμε. Η επιλογή της δεν ήταν τυχαία. Κατ' αρχήν με ενδιέφερε η αλλαγή του μαθησιακού επιπέδου του μαθητικού πληθυσμού σε αυτήν την έρευνα, ώστε να ασχοληθώ με παιδιά Ε΄ τάξης κι έπειτα τα χαρακτηριστικά του διδακτικού προφίλ της συγκεκριμένης δασκάλας (βλ. πίνακα 3.1 στην αρχή του κεφαλαίου) κέντρισαν το ενδιαφέρον μου. Η παρατήρηση του διδακτικού προφίλ της δασκάλας στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών δεν μπορούσε να βασιστεί μόνο στις αναμνήσεις από παρακολούθηση διδασκαλιών, κατά τις περασμένες σχολικές χρονιές, αλλά έπρεπε να συγκεντρωθούν έγκυρα και πρόσφατα δεδομένα από τη μαθηματική διδασκαλία της στη συγκεκριμένη Ε΄ τάξη, όπου θα εφαρμοζόταν το project. Για αυτό την παρακάλεσα να παρακολουθήσω ένα μάθημα σε ενότητα μαθηματικών, κατά την πρώτη επίσκεψη στην τάξη.

Μου ανέφερε ότι αναζητά θέματα για να τα επεξεργαστεί με την τάξη της στα πλαίσια των προγραμμάτων Αγωγής Υγείας και Ευέλικτης Ζώνης (Ε.Ζ.) που είχε αναλάβει. Συζητώντας καταλήξαμε να προτείνουμε στους μαθητές και στις μαθήτριες να ασχοληθούμε με το ευρύ θέμα «Κυκλοφοριακή Αγωγή». Στην επιλογή αυτή μας οδήγησαν οι ίδιοι δύο λόγοι που ίσχυσαν και στη δεύτερη μελέτη περίπτωσης με τη δασκάλα Π.Μ., όταν για πρώτη φορά είχαμε εφαρμόσει ένα project με θέμα την «Κυκλοφοριακή Αγωγή».

Όσον αφορά το διδακτικό - μαθησιακό υλικό, μελετήσαμε σχεδόν το ίδιο υλικό που είχαμε επεξεργαστεί και στη 2η μελέτη περίπτωσης με τη δασκάλα Π.Μ. (βλ. πίνακα 3.2 στην αρχή του κεφαλαίου). Ο περισσότερος χρόνος αφιερώθηκε σε ένα 10σέλιδο φυλλάδιο με τίτλο «Διάφορα είδη λόγων» (βλ. Παράρτημα Β.2). Από αυτό το φυλλάδιο στη 2η μελέτη περίπτωσης δεν είχαμε επεξεργαστεί 2 σελίδες (τη 2η και 3η από το τέλος) επειδή πιστεύαμε ότι θα ήταν δύσκολες για την Δ΄ τάξη. Τώρα όμως με την Ε΄ τάξη επεξεργαστήκαμε και αυτές τις σελίδες.

Το πλάνο συναντήσεων βασίστηκε στο ωρολόγιο πρόγραμμα, στα προβλεπόμενα δίωρα Ε.Ζ. Πριν να ξεκινήσει η συνεργασία μας, άφησα στη δασκάλα να συμπληρώσει ένα ερωτηματολόγιο (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Β.Κ. αρ.1: Παράρτημα Δ.1). Σε κατ' ιδίαν άτυπη συζήτηση που είχαμε ενδιαμέσως στο πρόγραμμα, μου είπε ότι τα παιδιά δείχνουν να περνούν πολύ ωραία στην ώρα της Ε.Ζ. και κάνουν μαθηματικά με ενθουσιασμό. Είπε επίσης ότι είναι πολύ πρωτότυπες οι δραστηριότητες και αρέσουν στα παιδιά. Ανταποκρίθηκε πολύ θετικά τόσο στη συνεργασία μας, όσο και στη νέα διδακτική μέθοδο του project. Όπως φαίνεται και από τις απαντήσεις της στο 2ο ερωτηματολόγιο (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Β.Κ. αρ.2: Παράρτημα Δ.1) αξιολόγησε θετικά τη διαθεματική μας παρέμβαση και εντόπισε πολλές εποικοδομητικές αλλαγές σε συγκεκριμένους μαθητές και μαθήτριές της. Όταν συναντηθήκαμε μερικούς μήνες μετά το τέλος της έρευνας, την επόμενη σχολική χρονιά, μου είπε ότι η θετική της γνώμη για το πρόγραμμά μας με την πάροδο του χρόνου ενισχύθηκε ακόμη περισσότερο. Επειδή στο μεταξύ εκείνη τη χρονιά είχε αρχίσει η χρήση των νέων σχολικών βιβλίων, η δασκάλα Β.Κ. μου είπε ότι η δική μας προηγούμενη παρέμβαση, βοήθησε και την ίδια αλλά και τα παιδιά ώστε να εισαχθούν στη νέα φιλοσοφία της διδασκαλίας των μαθηματικών και να προσαρμοστούν επιτυχώς στις απαιτήσεις των νέων βιβλίων.

Πίνακας 3.6 (Ημερολόγιο δράσης Τέταρτης Μελέτης Περίπτωσης)

Ημερομηνίες παρατήρησης	**Δραστηριότητες για το project «Θέματα Διατροφής»**	**Διαθεματική σύνδεση**	**Βιωματικές δράσεις**
8/2/2006	• Εισαγωγική συνάντηση στα μαθηματικά. Παρα- τήρηση παραδοσιακής διδασκαλίας της δασκά- λας πριν το διαθεματικό project στην ενότητα: "Ισοδύναμα κλάσματα, Απλοποίηση Κλασμάτων Η δασκάλα προτείνει στην ΕΖ. το θέμα Κυκλοφο ριακή Αγωγή & τα παιδιά ομόφωνα συμφωνούν	• Μαθηματικά.	-----

10/2/2006	•Μελέτη & ανάλυση κειμένου του Καββαθά για την Κυκλοφοριακή Αγωγή από τ «Βλέπω το ση μερινό κόσμο:Πολυθεματικό βιβλίο δημ/κού σχ. Ε.Ζ.» του Π.Ι. Η επεξεργασία στατιστικών στοι- χείων ανέδειξε προβλήματα ποσοστών-λόγων. •Μελέτη 2ου βιβλίου Π.Ι.:«Δημιουργικές-διαθεμα τικές δραστηριότητες για Ε.Ζ του δ.σχ.» κεφ. «Κυκλοφοριακή Αγωγή». Ανάδυση γεωμετρικού προβλήματος «γιατί περνούμ κάθετα το δρόμο». •Κατάθεση προτάσεων για διαθεματικές δράσεις, αναζήτηση πληροφοριών για τροχαία ατυχήματα.	•Επεξεργασία & ανάλυση κειμέ- νου (γλώσσα). •Επίλυση προ- βλημάτων ποσο- στών-λόγων & γεωμετρίας (μαθηματικά). •Διαθεματικές δράσεις.	•Αναζήτηση πληροφοριών για κυκλοφοριακή αγωγή & τα τροχαία ατυχήματα.
16/2/2006	• Ανάγνωση & σχολιασμός πληροφοριών που έφε ραν 2 μαθήτριες. Μία έφερε φωτογραφίες τρακα- ρισμένων αυτοκινήτων σχολιασμένες με λεζάντες •Μελέτη 2 φυλλαδίων της δασκάλας με στατιστι- κά στοιχεία, αιτίες πρόκλησης & κανόνες για α- ποφυγή τροχαίων & συμβουλές για τους γονείς. •Μελέτη φυλλαδίου «Οδικής Σήμανσης». •Τα παιδιά κατασκεύασαν με καλαμάκια σχήματα όπως τω πινακίδων σήμανσης. Αναδύθηκαν 3 γεωμετρικά προβλήματα: Υπολογισμός περιμέ- τρου ισόπλευρου τριγώνου κανονικού οκταγώνου π.χ. σήμα STOP και διερεύνηση συνθηκών κατα- σκευής ισοσκελούς τριγώνου.	• Ερευνητική μάθηση. •Επεξεργασία στατιστικών (μαθηματικά). • Αγωγή υγείας • Μελέτη Περιβάλλοντος. • Τεχνικά • Γεωμετρία (μαθηματικά).	•Επεξεργασία πληροφοριών. •Κατασκευές. •Διερεύνηση συνθηκών κα- τασκευής ισο σκελούς τριγώ ν μέσα από κονστρουκτιβι στικη μαθησια κή δια δικασία με χειραπτικό υλικό.
23/2/2006	•Ανάλυση της έννοιας και των μονάδων μέτρησης της ταχύτητας. Επίλυση αρχικού	• Φυσική •Επίλυση -κατασκευή προβλημάτων ταχύτητας	

	προβλήματος με δεδομένα απόσταση και χρόνο και ζητούμενο την ταχύτητα αυτοκινήτου. Κατασκευή 2 αντίστρο- φων προβλημάτων με ζητούμενα χρόνο& απόστα ση αντίστοιχα. Μαθητές διατύπωσαν τις γενικές σχέσεις απόστασης, χρόνου, ταχύτητας. Επίλυση σε ομάδες σχετικών προβλημάτων της δασκάλας με συμμιγείς-δεκαδικούς-κλασματικούς • Τα παιδιά έγραψαν έκθεση με τίτλο «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου».	(μαθηματικά). • Γραπτή έκφρα- ση (γλώσσα)	-----
2/3/2006	•Διανομή σε κάθε ζευγάρι παιδιών 10σέλιδου φυλ λαδίου με τίτλο «Διάφορα είδη λόγων» που περι- είχε μαθηματικές δραστηριότητες στα 2 είδη λό γων, τους λόγους μέρος/μέρος & μέρος/όλον & τη μετατροπή λόγων σε αντίστοιχα ποσοστά. Τα παιδιά διερεύνησαν αρχικά σε διάφορα πλαίσια την έννοια του λόγου και τα 2 είδη λόγων. •Ψηφιακή σχεδίαση αυτοκινήτων-πινακίδων.	• Διερεύνηση της έννοιας του λόγου (μαθηματικά) •Πληροφορική •Εικαστικά	• Ψηφιακή σχεδίαση σε αίθ.πληρ/κής αυτοκινήτων-πινακίδων.
9/3/2006	• Τα παιδιά διερεύνησαν το χάρτη της πόλης του Καρπενησίου κι εντόπισαν τα 4 πιο επικίνδυνα σημεία κυκλοφορίας. Το σενάριο ήταν ότι τα παι διά ως βοηθοί & τροχονόμοι θα βοηθούσαν το δη μοτικό συμβούλιο να αποφασίσει επιλογή του πιο επικίνδυνου σημείου για να μπουν σ' αυτό φανά ρια & πινακίδες. Ανέτρεξαν στο φυλλάδιο όπου υπήρχε πίνακας με τις μετρήσεις ταχύτητας για 1 ώρα σε κάθε περιοχή. Σε	• Γεωγραφία - Μελέτη Περιβάλλοντος. • Προσομοίωση σεναρίου. Κατάσταση προ- βληματισμού. • Επίλυση ανοιχτού προβλήματος με δυνατότητα ποικιλίας απαντήσεων (μαθηματικά).	• Έρευνα σε χάρτη & καταγραφ στοιχείων της κυκλοφοριακής κατάστασης της πόλης που ζούσαν οι μαθητές. • Ενσάρκωση ρόλων.

	κάθε περιοχή υπήρχε το πλήθος παραβατών & νόμιμων οδηγών Τα παιδιά συνέκριναν & κατέταξαν τις 4 περιοχές αφού πρώτα αποφάσισαν σε ζευγάρια για το κριτήριο επικινδυνότητας. Στη σχέση παραβατών -νόμιμων, χρησιμοποίησαν αναλογική ή αθροιστι κή συλλογιστική. Άλλοι έφτιαξαν με λόγους ετε- ρώνυμα κλάσματα τα’καναν ομώνυμα σύγκριναν		
14/3/2006	•Επίσκεψη στο σχολείο τροχονόμου που έδειξε στο αμφιθέατρο διαφάνειες στα παιδιά συζήτησε μαζί τους κι αυτά του έκαναν ερωτήσεις.	•Κυκλ/κή αγωγή •Διαθεματικές δράσεις.	•Συζήτηση θεμά των κυκ.αγωγ τροχονόμο.
16/3/2006	•Παρατηρήσαμε στην εικόνα του φυλλαδίου ότι η ηλεκτρονική πινακίδα δείχνει το ποσοστό νόμι μων οδηγών. Τα παιδιά έγραψαν γιατί νομίζουν ότι η πινακίδα προτιμήθηκε να δείχνει ποσοστό των νόμιμων. Στην ερώτηση πώς συνδέεται το πο σοστό με το λόγο απάντησαν ότι τα ποσοστά εί- ναι λόγοι μέρος/όλο με διαιρέτη το 100&το ποσο στό 91%είναι ο λόγος 91:100. Διερεύνησαν αν θ’ αλλάξει το ποσοστό με 1 ακόμη παραβάτη. Βρή- καν ότι 100-91=9 είναι παραβάτες & το λόγο παραβατών στα 300 με τη σχέση 9/100=□/300.	• Διαθεματικές ερωτήσεις καλλιέργειας κριτικής σκέψης. • Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά.	-----
30/3/2006	• Χρονομετρήσαμε στο προαύλιο τα παιδιά στα 28μ & βρήκαμε την ταχύτητά του σε μ./δεύτερο. •Στο φυλλάδιο δεδομένου ότι στο Πέταλο ήταν 2 αυτοκίνητα με υπερβολική ταχύτητα για κάθε 3 με	•Φυσική Αγωγή •Φυσική •Επίλυση προβλημάτων ταχύτητας (μαθηματικά).	• Τρέξιμο & χρονομέτρηση τι ταχύτητας των μαθητών στα 2 στο προαύλιο.

	κανονική, τα παιδιά βρήκαν ότι λιγότερα από τα μισά είχαν υπερβολική. Για να βρουν το ποσοστό, υπολόγισαν από το λόγο μέρος/μέρος 2:3 το λόγο μέρος/όλο 2:5 κι από τα ισοδύναμα κλάσματα 2/5=□/100 βρήκαν το ποσοστό 40%.		
13/4/2006	• Πλαίσιο δραστηριοτήτων βασισμένο σε πίνακα δεδομένων του φυλλαδίου. Το σενάριο ήταν ότι το όριο ταχύτητας ήταν 80χμ/ω Η ένδειξη της πι- νακίδας μηδενίστηκε 6.00 π.μ. Στον πίνακα ανα- φέρονταν οι ταχύτητες 6 αυτοκινήτων που πέρα- σαν μετά. Η 1^η ερώτηση ζητούσε το ποσοστό των νόμιμων που έδειχνε η πινακίδα στις 6:01&6:04. •Τα παιδιά βρήκαν με ισοδύναμα κλάσματα στις 6.01 λόγο 1:1 & ποσοστό 100%, 6.04 λόγο 2:3 & ποσοστό 66,6%. Στη 2^{η}ερώτηση«Πότε ήταν μεγα λύτερο το ποσοστό παραβατών» ένα παιδί είπε στις 6.12 γιατί 2 στα 6 ήταν παραβάτες. Μετά τα παιδιά βρήκαν ότι στις 6.02 στα 2 αυτ/τα το1 ήταν παραβάτης. Σύγκριναν τους λόγους 2:6 & 1:2 βρήκαν ότι στις 6.02 το ποσοστό ήταν 50% & ήταν μεγαλύτερο.	• Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά.	-----
9/5/2006	•Με την Ε΄ τάξη κάναμε 2 σελίδες (7η & 8η) του φυλλαδίου που στη 2^η μελέτη περίπτωσης είχαμε παραλείψει. Υπήρχε πλαίσιο βασισμένο σε πίνα κα δεδομένων. Το σενάριο ήταν ότι η ηλεκτρονι κή πινακίδα ρυθμίστηκε ώστε τα στοιχεία να αλ- λάζουν κάθε 10 λεπτά. Ο πίνακας έδειχνε	• Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά. • Επίλυση ανοιχτών προβλημάτων (μαθηματικά). • Διαθεματικές ερωτήσεις καλλιέργειας μαθηματικής & κυρίως κριτικής σκέψης, βασι σμένες στη σύγκριση δύο διαφορετικών τρόπων παρου σίασης& υπολο γισμού δεδομέ νων	

	6.00-7.00 ανά 10λεπτο σε 2 στήλες πλήθος παραβατών - νόμιμων. Υπήρχαν 2 τρόποι υπολογισμού του λόγου & του ποσοστού. Ο 1ος τρόπος χρησιμο- ποιούσε τις πληροφορίες από κάθε 10λεπτο, χω- ρίς να λαμβάνονται υπόψη προηγούμενες ενδεί- ξεις. Ο 2ος, όλες τις πληροφορίες από τις 6:00 μέχρι την εκάστοτε χρονική στιγμή. Τέθηκαν 2 ερωτήματα: «α)Ποιος απ’ τους τρόπους νομίζετε ότι είναι ο καλύτερος; Εξηγήστε γιατί τον διαλέ- ξατε. Δώστε παράδειγμα…& β)Με τις πληροφο- ρίες του πίνακα συμπληρώθηκαν οι παρακάτω 2 πίνακες, στον καθένα έχουν υπολογιστεί με δια φορετικό τρόπο, ο λόγος & το ποσοστό των νόμι μων. Συμπληρώστε τα κενά τους». Τα παιδιά ξε κίνησαν απ’ τη 2η ερώτηση. Μελετώντας τους 2 πίνακες, εφάρμοσαν στον 1ο πίνακα τον 1ο τρόπο & στον 2ο τον 2ο τρόπο. Ξαναβρήκαν τα συμπλη- ρωμένα στοιχεία των πινάκων κι επαληθεύτηκαν. Μετά εφαρμόζοντας τον αντίστοιχο για κάθε πί- νακα τρόπο, βρήκαν και συμπλήρωσαν τα κενά. Απ’ τον αρχικό πίνακα βρήκαν λόγο μέρος/μέρος μετά λόγο μέρος/όλο των νόμιμων & το αντίστοι- χο ποσοστό με τη μέθοδο του παράγοντα αλλα- γής των ισοδύναμων κλασμάτων. Πάντα πολλα- πλασίαζαν, εκτός από 1 φορά με λόγο 162/200& τότε διαίρεσαν τους όρους με το 2. Στο 2ο πίνακα	με ανοιχτά κριτήρια σύγκρι σης που πρέπει τα ίδια τα παιδιά να καθορίσουν.	

	δυσκολεύτηκαν περισσότερο γιατί έπρεπε να συ- νυπολογίζουν κι όλες τις προηγούμενες ενδείξεις. Τέλος γύρισαν να απαντήσουν στο 2^{o} ερώτημα. Οι περισσότεροι αφού συζήτησαν απάντησαν ότι θεωρούν καλύτερο το 2^{o} τρόπο γιατί συνυπολογί- ζονται όλα τα αυτοκίνητα που πέρασαν απ' τις 6 & οι οδηγοί έχουν πλήρη εικόνα των δρόμων.		
16/5/2006	•Επίσκεψη τάξης στο πάρκο Κυκλοφοριακής αγω- γής στο Κεφαλόβρυσο Ευρυτανίας. Τ παιδιά διερεύνησαν τη λειτουργία πινακίδων σήμανσης.	•Κυκλοφοριακή αγωγή	•Βιωματικές καταστάσεις προσομοίωσης
23/5/2006	•Τελευταία συνάντηση στην Ε.Ζ. Στην τελευταία σελίδα του φυλλαδίου διαβάσαμε κείμενο σε πλαίσιο κάνοντας ανακεφαλαίωση. Επαναλάβαμε τη διαφορά στους λόγους μέρος/μέρος & μέρος/ όλο. Επαναλάβαμε τα βήματα που κάναμε για να μετατρέψουμε λόγο μέρος/μέρος σε ποσοστό. Απ το λόγο μέρος/μέρος, βρίσκαμε λόγο μέρος/όλο & με τα ισοδύναμα κλάσματα τον μετατρέπαμε σε ποσοστό. Μετά κλήθηκαν τα παιδιά να δώ- σουν παραδείγματα λόγων μέρους/μέρους & με ρους/όλου. Κλήθηκαν να πλαισιώσουν με λόγια μια κατάσταση για το δοσμένο λόγο μέρους/μέ- ρους «1/3», να βρουν το λόγο μέρους/όλου, να τον πουν με λόγια & να τον μετατρέψουν σε πο σοστό. Τέλος κλήθηκαν να γράψουν ένα ποσο στό για τις καταστάσεις:«1 σε 5	• Μαθηματικές δραστηριότητες με λόγους και ποσοστά. •Γλωσσική πλαισίωση αφηρημένων λόγων.	-----

	οδηγούς είναι νεαρός» και «3 στα 5 αυτοκίνητα είναι κόκκινα». Δασκάλα-μαθητές απάντησαν σε ερωτηματολόγια		
25/5/2006	• 1η συνάντηση στα μαθηματικά μετά το διαθεμα τικό project. Ενότητα προς διδασκαλία «Κύκλος-κυκλικός δίσκος». Στο βιβλίο δασκάλου οι στο- χοι του μαθήματος ήταν τα παιδιά να κατανοή- σουν τις έννοιες κύκλος-κυκλικός δίσκος, στοιχεί α του κύκλου όπως κέντρο, ακτίνα, διάμετρος, χορδή & τόξο. Να χρησιμοποιούν διαβήτη για τη χάραξη κύκλων. Η δασκάλα με καταιγισμό ερω τήσεων, απέσπασε επιτυχείς απαντήσεις σχετικά με τους ορισμούς και τα χαρακτηριστικά των νέ ων εννοιών. Ενίοτε προκαλούσε τις απαντήσεις των παιδιών ρωτώντας εσκεμμένα με λανθασμέ νες ερωτήσεις π.χ. «με ποιο όργανο φτιάχνω κύ κλους, με χάρακα ή με γνώμονα;». Τα στοιχεία που ανέφερε τα έδειχνε στον πίνακα σε σχέδιο. Τα παιδιά έδωσαν ορισμό της διαμέτρου της χορδής & του τόξου, διερεύνησαν τη σχέση της ακτίνας με τη διάμετρο & κατανόησαν την έν- νοια των ομόκεντρων κύκλων. Τα παιδιά άνοιξαν τα βιβλία τους όταν ολοκληρώθηκε η εισαγωγή των νέων εννοιών. Οι δραστηριότητες & το συ- μπέρασμα του βιβλίου χρησιμοποιήθηκαν για εμπέδωση ήδη διδαγμένων γνώσεων. • Στο τέλος τα παιδιά με την προτροπή της δασκά- λας	• Γεωμετρικές έννοιες σχετικά με τον κύκλο και τον κυκλικό δίσκο (μαθηματικά). • Παντομίμα-δραματοποίηση (Θεατρική αγωγή).	• Βιωματική δράση με παντομί δρα ματοποίηση & αναπαράσταση ενός κύκλου τ κέντρου του, μίας χορδής, μία ακτίνας και μίας διαμέτρου.

	βγήκαν στο προαύλιο&πιασμένα χέρι-χέρ σε αλυσίδες προσπάθησαν μ δραματοποίηση να α- ναπαραστήσουν τον κύκλο&κάποια στοιχεία του		
30/5/2006	• 2η συνάντηση στα μαθηματικά. Ενότητα προς δι δασκαλία «Μήκος του κύκλου». Στο βιβλίο δα- σκάλου προβλεπόταν στόχος τα παιδιά να κατά- νοήσουν τη σχέση του μήκους του κύκλου με τη διάμετρο & με βάση τη σχέση να βρίσκουν το μη κος του κύκλου. Ξεκινήσαμε με το εισαγωγικό πρόβλημα του βιβλίου όπου σε κορμό δέντρου δίνεται το μήκος του κύκλου 2,042μ. & ρωτά αν μπορούμε να βρούμε το μήκος της διαμέτρου της κυκλικής τομής, χωρίς να κόψουμε το δέντρο. Τα παιδιά συμπέραναν ότι σε κυκλικό δίσκο ή κύλιν- δρο μπορούμε να μετράμε με μεζούρα ή σπάγκο. • Ζευγάρια παιδιών μέτρησαν διαδοχικά την περί- μετρο & τη διάμετρο, σε ψάθινο καλάθι, σε στε- φάνι γυμναστικής σε ρολόι τοίχου & σε γλάστρα Κατέγραφαν τα αποτελέσματα των μετρήσεων στον πίνακα & για κάθε αντικείμενο διαιρούσαν με αριθμομηχανή περίμετρο&διάμετρο. Παρατή- ρησαν ότι πάντα ο λόγος ήταν περίπου 3,14. Η δα σκάλα είπε ότι αυτό το σταθερό λόγο το λέμε «π» • Μετά επανήλθαμε στο πρόβλημα του βιβλίου. Τα παιδιά συμπέραναν ότι αφού στο δέντρο γνώρι- ζαν το	• Γεωμετρικές έννοιες σχετικά με το μήκος του κύκλου. Επίλυση προβλημάτων (μαθηματικά). Ανάδειξη των σχέσεων μεταξύ μήκους κύκλου, διαμέτρου ή ακτίνας και αριθμού «π». (μαθηματικά).	• Μετρήσεις της περιμέτρου κα της διαμέτρου διαφόρων κυκλικών αντικειμένων. • Βιωματική ανακάλυψη του σταθερού λόγου «π»: μήκος τ κύκλου προς διάμετρο.

	μήκος κύκλου & ζητούσαν τη διάμετρο θα έβρισκαν τη διάμετρο διαιρώντας το μήκος κύ- κλου με το «π», δ=Κ:π, δ=2,042:3,14=0,65 μ. Με τά διάβασαν την υπόδειξη του βιβλίου κι αποφάν θηκαν ότι αυτά έφτασαν μόνα τους στο συμπέρα σμα που το βιβλίο έδινε έτοιμο. Διάβασαν τις δρα στηριότητες & με ερωτήσεις της δασκάλας «πώς βρίσκουμε το Κ όταν ξέρουμε π & δ» κ.τ.λ., οδη γήθηκαν στη διατύπωση των τύπων: Κ=π·δ, δ= Κ:π & π=Κ:δ που αναφέρονται σε πλαίσιο- συμπέρασμα. • Προέκτειναν πώς μπορούμε να βρούμε μήκος κύ-κλου, αν ξέρουμε την ακτίνα του. Η δασκάλα προ έτρεψε τα παιδιά να μετρήσουν σπίτι την περίμε τρο & τη διάμετρο ενός πιάτου & διαιρώντας να επαληθεύσουν ότι βγαίνει πηλίκο περίπου 3,14.		

Στις 16/2/2006 αναρτήσαμε στον πίνακα ανακοινώσεων της τάξης τις πληροφορίες και τις φωτογραφίες που έφεραν μαθήτριες (βλ. Παράρτημα Δ.2). Επίσης για την κατασκευή με καλαμάκια σχημάτων όπως των πινακίδων σήμανσης και τη διερεύνηση συνθηκών κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου (βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Δ.2). Στις 23/2/2006 η δασκάλα μοίρασε φυλλάδια με δικά της προβλήματα που περιείχαν συμμιγείς, δεκαδικούς και κλασματικούς (βλ. Παράρτημα Δ.3) και ζήτησε από τα παιδιά να γράψουν έκθεση με τίτλο: «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου» (βλ. Παράρτημα Δ.4). Στις 2/3/2006 τα παιδιά στην αίθουσα Πληροφορικής σχεδίασαν με πρόγραμμα Ζωγραφικής των Windows, αυτοκίνητα και πινακίδες (βλ. Παράρτημα Δ.5). Στις 9/3/2006 κατά τη σύγκριση της σχέσης παραβατών - νόμιμων οδηγών δόθηκε η δυνατότητα στα ζευγάρια των παιδιών να κατασκευάσουν εξατομικευμένα τη δική τους λύση, κάτι που φαίνεται κι από την ποικιλία των απαντήσεων (βλ. Παράρτημα Δ.6). Στις 30/3/2006 με τη βοήθεια της Γυμνάστριας χρονομετρήσαμε την ταχύτητα όλων των παιδιών στα 28 μ. και στην τάξη βρήκαμε την ταχύτητα των παιδιών σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Στις 9/5/2006 παρά τις δυσκολίες, τα παιδιά συμπλήρωσαν επιτυχώς τα κενά και στους δύο πίνακες (βλ. Παράρτημα Δ.6).

Στις 16/5/2006 επισκεφτήκαμε το πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής (φωτογραφίες Παράρτημα Δ.7). Στην τελευταία συνάντηση στην Ε.Ζ. χρησιμοποιήθηκε δομημένη συνέντευξη για τη δασκάλα και τα παιδιά (Ερωτημ/γιο δασκάλας Β.Κ. αρ.2: Παράρτημα Δ.1, Ερωτημ/για μαθητών: Παράρτημα Δ.8). Στις 25/5/2006 τα παιδιά με δραματοποίηση (Καλδρυμίδου 2003), αναπαράστησαν έναν κύκλο και τα στοιχεία του όπως: κέντρο, χορδή, ακτίνα και διάμετρο (βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Δ.9). Στις 30/5/2006 ζευγάρια παιδιών μέτρησαν την περίμετρο και τη διάμετρο σε ψάθινο καλάθι, σε στεφάνι γυμναστικής, σε ρολόι τοίχου και σε μια γλάστρα (βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Δ.10).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ – ΠΡΩΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Κατά τη συγγραφή της ανάλυσης χρησιμοποίησα τις Δομικές Θεματικές Κατηγορίες: «Δάσκαλος ή Δασκάλα, Μαθητές ή Μαθήτριες, Προβλήματα - Δραστηριότητες, Ερευνητής».

4.1. ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: «Ο ΔΑΣΚΑΛΟΣ»

Θα προσπαθήσουμε να αποτυπώσουμε τη διδακτική πρακτική του δασκάλου όπως διαφαίνεται μέσα από τη συμπεριφορά του, τις στρατηγικές διδασκαλίας, τις στάσεις και τις αντιλήψεις, τις γνώσεις και τις δεξιότητες, την επικοινωνία του και τις αλληλεπιδράσεις με τους μαθητές του.

Καθοδηγητικός Ρόλος

Αφήνοντας να διαφανεί το δημοκρατικό του προφίλ, ο δάσκαλος κατά την εισαγωγική συνάντηση προσπαθεί να έχει τη συγκατάθεση των μαθητών πριν ξεκινήσει και έστω και με τεχνητό τρόπο, οι μαθητές πιστεύουν ότι συναποφασίζουν για την επιλογή του θέματος.

Μάνος: Δηλαδή θα μάθουμε τι κάνει να τρώμε και τι όχι;
Δάσκαλος: Και αυτό και άλλα πολλά, όπως γιατί χρειάζεται να τρώμε, γιατί παχαίνουμε, γιατί είναι ωφέλιμο να γυμναζόμαστε…(Ο Μάνος απαντά: «Α, ωραία, εμένα μ' αρέσει»).
Δάσκαλος: Οι άλλοι τι λέτε; συμφωνούμε λοιπόν; (Όλοι απαντούν καταφατικά).
(Εισαγωγική Συνάντηση, απόσπασμα α.1)

Στην 4η σελίδα του φυλλαδίου που μοιράσαμε στα παιδιά την πρώτη μέρα (βλ. Παράρτημα Α.2) υπάρχει ένα πρόβλημα. Με δεδομένο ότι τα παιδιά των 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2.800 θερμίδες, ζητείται από τους μαθητές «Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγαν από αυτές που υπάρχουν στον πίνακα, ώστε να καλύψουν τις ανάγκες τους σε ενέργεια για μια ημέρα». Υπάρχει κι ένα σκίτσο με δύο παιδιά, την Ισμήνη και τον Ιάσονα. Πριν ξεκινήσουν να ασχολούνται τα παιδιά με το πρόβλημα ο δάσκαλος παρεμβαίνει:

Δάσκαλος: Μπορούμε να απαντήσουμε στο πρόβλημα όπως η Ισμήνη; Μαθηματικά είναι σωστή η απάντησή της, αφού 5 σοκολάτες x 529 =2.645 θερμίδες.
Παναγιώτα: Όχι, γιατί όπως λέει κι ο Ιάσονας μια υγιεινή διατροφή χρειάζεται ποικιλία τροφών. Όχι μόνο ένα είδος, σε μεγάλες ποσότητες.
Δάσκαλος: Ωραία! Αρχίστε να εργάζεστε στο πρόβλημα, ώστε με τροφές από τον πίνακα σε διάφορες ποσότητες να φτάσετε κοντά στις 2.800 θερμίδες που χρειάζεστε σε μία μέρα...
Δάσκαλος: 100 γρ. χοιρινό κρέας δε φτάνει, πάρε 200 γρ. Παιδιά αν δε φτάνει, να αυξήσουμε την ποσότητα. (Ο Θανάσης στέκεται αμήχανος).
Νίκος: Εγώ διάλεξα τις τηγανιτές πατάτες, τα 100 γραμ. έχουν 253 θερμίδες.
Δάσκαλος: Άρα τα 200 γρ. έχουν 506 θερμίδες.
(1η ημέρα, απόσπασμα α.2)

Ακολουθώντας στρατηγικές - όπως αυτές που προτείνει ο Polya (1991, σσ. 20-21) στη φάση κατανόησης ενός προβλήματος - ο δάσκαλος υπογραμμίζει κατά την εκφώνηση τα σημεία που πρέπει να προσεχτούν. Στη συνέχεια όμως στη φάση της επινόησης ενός σχεδίου, ο δάσκαλος γίνεται πιο καθοδηγητικός και με παραδοσιακή, δασκαλοκεντρική προσέγγιση, αντί να παρακινήσει τους μαθητές να επινοήσουν μόνοι τους ένα σχέδιο λύσης, ανασκευάζει ο ίδιος την εκφώνηση, ώστε να δώσει στους μαθητές με τη μορφή γενικών οδηγιών, ένα σχέδιο για το τι πρέπει να κάνουν. Με αυτόν τον τρόπο περιορίζει τη νοητική αυτονομία των μαθητών. Ευτυχώς το «ανοικτό» πρόβλημα εξισορροπεί την κατάσταση αφήνοντας περιθώρια επιλογών.

Δάσκαλος: Ο πίνακας λέει ότι π.χ. 100 γρ. γάλα μας δίνουν 65 θερμίδες, αν πάρω 200 γρ. γάλα, πόσες θερμίδες θα μου δώσουν; (Ο Νίκος απαντά: «65+65»).
Δάσκαλος: Πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το 200 από το 100; (Ο Νίκος απαντά: «Δύο»).
Δάσκαλος: Άρα και οι θερμίδες που θα δώσουν τα 200 γρ. πόσες φορές μεγαλύτερες θα είναι από τις 65 που δίνουν τα 100; (Σιωπή. Τα παιδιά δυσκολεύονταν στον αναλογικό τρόπο σκέψης). Ο Νίκος είπε ότι τα 200 γρ. θα δώσουν 65+65. Πώς το βρήκες; (Ο Νίκος εξηγεί). Με πολλαπλασιασμό πώς θα εκφράσουμε το 65+65; (Ο Δημήτρης λέει: «2 φορές το 65»).
Δάσκαλος: Ωραία, βλέπουμε λοιπόν ότι τα 200 γρ. που είναι 2Χ100 δίνουν διπλάσιες θερμίδες. Τα 300 γρ. γάλα δηλ. 3Χ100 θα μας δώσουν τριπλάσιες θερμίδες δηλαδή 3Χ65. Μπορείς να αυξήσεις ή να μειώσεις το αποτέλεσμα σε θερμίδες. Παίζεις με την ποσότητα με συσχετισμούς.
(1η ημέρα, απόσπασμα α.3)

Όταν αποτυγχάνει ο δάσκαλος με αναλογικό τρόπο σκέψης «συνθετικά» μέσα από ερωτήσεις, να οδηγήσει τους μαθητές κατευθείαν στην υιοθέτηση του πολλαπλασιασμού, ξεκινά από το ζητούμενο «αναλυτικά» και με αντίστροφη διαδικασία ρωτά: «Με πολλαπλασιασμό… το 65+65;». Με κάθετη μαθηματικοποίηση, προσπαθεί από την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση, να οδηγήσει τους μαθητές αφαιρετικά, στη χρήση του πολλαπλασιασμού και να δομήσει την έννοια της αναλογίας μέσα από τη σχέση των ποσών: γρ. τροφής - θερμίδες. Τέλος διατυπώνει άμεσα, χωρίς διαπραγμάτευση με τους μαθητές, μια νόρμα για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Τα παιδιά κατά την πρώτη ημέρα δεν δούλεψαν σε ομάδες. Την δεύτερη ημέρα όμως, αφήσαμε χρόνο για ενδοομαδικό προγραμματισμό και κατανομή ρόλων, χωρίς να αναμειχθούμε. Απλώς υπενθυμίσαμε κάποιες καλές πρακτικές της ομαδοσυνεργατικής μάθησης, όπως για παράδειγμα τον ορισμό εκπροσώπων στις ομάδες και τον ισότιμο καταμερισμό ευθυνών (Ματσαγγούρας 2000). Έτσι σχηματίστηκαν τρεις ομάδες με τρία μέλη και μια με τέσσερα.

Δάσκαλος: Συμφωνείστε κατ' αρχήν όλα τα μέλη στην ομάδα, ποια λιχουδιά θέλετε. Διαλέξτε μια λιχουδιά από την 1η στήλη. Θέλετε τα πατατάκια, το παγωτό;… Με 10 λεπτά περπάτημα καίμε 25 θερμίδες, για να κάψουμε τις 300 που μας δίνει μια μπάλα παγωτό, πόσα λεπτά περπάτημα χρειαζόμαστε; Για σκεφτείτε έναν τρόπο στην ομάδα σας, συζητείστε για να τον βρείτε. Ό,τι τρόπο δοκιμάζετε, γράψτε τον εδώ, στο φύλλο εργασίας. Χρειαζόμαστε στο τέλος έναν εκπρόσωπο από *κάθε ομάδα που θα ανακοινώσει τον τρόπο που σκέφτηκε η ομάδα του. Αυτός ο τελικός τρόπος θα βγει αν συνθέσετε, τις διαφορετικές σας ιδέες (βλ. Παράρτημα Α.5).*

(2η ημέρα, απόσπασμα α.4)

Τα παιδιά αυτής της τάξης δεν έχουν εθιστεί σε ομαδική εργασία. Ορισμένα παιδιά μάλιστα είχαν δηλώσει ότι δεν είχαν εργαστεί ποτέ ξανά ομαδικά στα Μαθηματικά. Για αυτό ο δάσκαλος παρεμβαίνει για να συντονίσει το έργο των μαθητών στις ομάδες.

Δάσκαλος: Για σκεφτείτε, στα 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες, στο 1 λεπτό πόσες θερμίδες καίμε; Τι θα κάνουμε;… Ωραία σε 1 λεπτό λοιπόν καίμε 4 θερμίδες, στα 2 λεπτά;…

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.5)

Ως αποτέλεσμα αυτής της παρέμβασης ο δάσκαλος καθοδηγεί τη λύση των μαθητών σε αναγωγή στη μονάδα. Η διαδικασία καταλήγει να έχει ελάχιστη μαθησιακή αξία, αφού ο δάσκαλος με ερωτήσεις καθοδηγεί στον τρόπο σκέψης του και τα παιδιά συμμετέχουν παθητικά υπολογίζοντας ενδιάμεσα αποτελέσματα. Δεν κατανοούν το σχέδιο λύσης ούτε έχουν ευκαιρία να το επινοήσουν.

Έμφαση στο αποτέλεσμα

Ο δάσκαλος δε δίνει το χρόνο στους μαθητές να βρουν οι ίδιοι το δρόμο τους ή να διορθώσουν μόνοι το λάθος τους. Εστιάζει κυρίως στο αποτέλεσμα της λύσης ενός προβλήματος κι όχι στη διαδικασία, προτιμά να δίνει άμεσες οδηγίες, χωρίς να αφήνει μεγάλα περιθώρια για προσωπική αναζήτηση. Δίνει έμφαση στην επίτευξη του αποτελέσματος, παρά στη μαθηματική κατανόηση.

Δάσκαλος: 100 γρ. χοιρινό κρέας δε φτάνει, πάρε 200 γρ. Παιδιά αν δε φτάνει, να αυξήσουμε την ποσότητα. (Ο Θανάσης στέκεται αμήχανος).
Νίκος: Εγώ διάλεξα τις τηγανιτές πατάτες, τα 100 γραμ. έχουν 253 θερμίδες.
Δάσκαλος: Άρα τα 200 γραμ. έχουν 506 θερμίδες… (Στην Παναγιώτα)…Έχεις πλησιάσει. Πού θα βρω άλλες να τις προσθέσω; Οι τηγανητές πατάτες… 253, το μισό; Περίπου 126. Βάζουμε λοιπόν και 50 γρ. πατάτες… (Η Παναγιώτα λέει: Βρίσκω 2.797 θερμίδες…).
Δάσκαλος (στο Θανάση): Είσαι στις 3.006 θερμίδες, τι πρέπει να βγάλεις;

(Ημέρα 1η, απόσπασμα α.6)

Ο δάσκαλος, δείχνοντας έμμεσα ότι τον ενδιαφέρει η κατανόηση της διαδικασίας, συχνά ζητά από τους μαθητές, με ερωτήσεις όπως: «Πώς το βρήκες;», να εξηγούν τη διαδικασία λύσης τους.

Δάσκαλος: Άρα και οι θερμίδες που θα δώσουν τα 200 γρ. πόσες φορές μεγαλύτερες θα είναι από τις 65 που δίνουν τα 100; (Σιωπή. Τα παιδιά δυσκολεύονταν στον αναλογικό τρόπο σκέψης. Ο Νίκος είπε ότι τα 200 γρ. θα δώσουν 65+65). Πώς το βρήκες; (Ο Νίκος εξηγεί τον τρόπο σκέψης του). Με πολλαπλασιασμό πώς μπορούμε να εκφράσουμε το 65+65;

(Ημέρα 1η, απόσπασμα α.7)

Συχνά, αν τα παιδιά δυσκολεύονται να απαντήσουν, οι δάσκαλοι επαναλαμβάνουμε την αρχική μας εξήγηση ή αλλάζουμε την ερώτηση σε πιο εύκολη. Δεν κατανοούμε ότι η συλλογιστική μας δεν έχει νόημα για τους μαθητές. Έτσι στο τέλος κουραζόμαστε, πιεσμένοι από έλλειψη χρόνου και δίνουμε εμείς την απάντηση στην ερώτησή μας.

Δάσκαλος: Σε πόσο χρόνο καίμε λοιπόν τις 55;…(Αμηχανία)…Είπατε ότι στα 10 λεπτά καίμε 50 θερμίδες και βρήκατε ότι στο 1 λεπτό καίμε 5. Για να αυξήσουμε λοιπόν τις θερμίδες, από 50 να τις κάνουμε 55 να ανέβουμε 5 θερμίδες, πόσο θ' αυξήσουμε το χρόνο;…(Σιωπή).. Ένα λεπτό δε θ' ανέβουμε; Αφού για 5 θερμίδες περνά ένα λεπτό…

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.8)

Στη γαλλική βιβλιογραφία η Regine (1986) και ο Brousseau (1990) αναφέρονται στην έννοια του "διδακτικού συμβολαίου". Το διδακτικό συμβόλαιο είναι το σύνολο των κανόνων που καθορίζουν έμμεσα, αυτό που θα διαχειρίζεται ο κάθε εταίρος - μέλος της διδακτικής σχέσης, για το οποίο θα είναι υπεύθυνος ο ένας απέναντι στον άλλο. Ο δάσκαλος επιθυμεί οι μαθητές του να επιτύχουν. Τείνει να διευκολύνει την πορεία προς την επιτυχία με τρόπους που γίνονται ρήξεις του διδακτικού συμβολαίου εκ μέρους του, στο μέτρο που το συμβόλαιο απαιτεί από το διδάσκοντα να οδηγήσει τους μαθητές στην κατοχή αυτών των γνώσεων, που προσπαθεί να αποφευχθούν. Είναι το αποτέλεσμα «Topaze» από ομώνυμο έργο. Δεν τελειώνει την προσπάθεια ο μαθητής, δε φτάνει σε επίπεδο κατανόησης ώστε να πραγματοποιήσει μόνος του το μαθησιακό στόχο.

Ο δάσκαλος θέτει αυτοσκοπό τη λύση του προβλήματος και χαράσσοντας δική του στρατηγική λύσης, προσπαθεί με ερωτήσεις σε επιμέρους πτυχές να εμπλακούν οι μαθητές στη διαδικασία. Τον ενδιαφέρει η λύση και λιγότερο η διαδικασία λύσης. Εδώ είναι που η Σύγχρονη Διδακτική διαφωνεί, αφού δέχεται ότι πρέπει να μας ενδιαφέρει κυρίως η διαδικασία και όχι το αποτέλεσμα μόνο. Η Κολέζα στην εισαγωγή στο (Streefland 2000) αναφέρει ότι πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη διαδικασία επανακατασκευής μαθηματικών εννοιών. Η Μπούφη (1995) γράφει ότι δεν πρέπει να είναι σκοπός της δασκάλας τα παιδιά να μιμηθούν λύσεις που συχνά δεν έχουν νόημα για τα ίδια, αλλά να τους προσφέρει ευκαιρίες να τις κατασκευάζουν και ότι συχνά το ενδιαφέρον των μαθητών εστιάζεται στα αποτελέσματα της εργασίας τους, παρά στις διαδικασίες επίλυσης. Προσθέτει ότι από τις αντιλήψεις των δασκάλων διαμορφώνονται παρόμοιες αντιλήψεις και στους μαθητές. Χαρακτηριστική στο απόσπασμα η αλλαγή προσώπου που χρησιμοποιεί ο δάσκαλος. Ενώ ξεκινά με 2ο πληθυντικού «θέλετε να βρείτε» καταλήγει σε 1ο ενικού «και θα βρω». Το «και θα βρω» θα το χαρακτηρίζαμε Ενικό - Πληθυντικό, αναφέρεται και στον άγνωστο μαθητή. Λέμε: «για να λύσω την εξίσωση θα πάρω». Όχι μόνο εγώ κι εσύ. Σχετίζεται με την επιστημολογία των μαθηματικών και σχετικές πεποιθήσεις για την καθολικότητα των «αντικειμενικών αληθειών» τους που υπερβαίνουν τα εκάστοτε υποκείμενα (Rotman 1993, Triadafillidis 1998).

Δάσκαλος: Θέλετε να βρείτε στο συνδυασμό πατατάκια - σχοινάκι, πόσος χρόνος χρειάζεται… Ωραία, για ανέβα κι άλλο… Άμα προσθέσω 120+30 παίρνω 150 θερμίδες που θέλουμε. Άρα και *για το χρόνο, θα προσθέσω στα 20 λεπτά που καίμε 120 θερμίδες,, άλλα 5 λεπτά για τις 30 θερμίδες και θα βρω 25 λεπτά...*

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.9)

Πάγια τακτική κάποιων δασκάλων είναι η χρήση μηχανιστικών τρόπων επίλυσης προβλημάτων, η εύρεση της λέξης κλειδί, η αποστήθιση κανόνων, η παγίωση νορμών που η γενίκευσή τους οδηγεί σε παρανοήσεις. Τα παιδιά έχοντας συνηθίσει σε έτοιμες συνταγές, τις αναμένουν από το δάσκαλο.

Δάσκαλος: Σκεφτείτε λίγο τώρα, στα 10 λεπτά τρέξιμο 80 θερμίδες, στο 1 λεπτό; Ξέρουμε τα πολλά και ζητάμε το 1. Τι κάνουμε; ...
Δάσκαλος: Ας πάρουμε το προηγούμενο παράδειγμα, τα πατατάκια με την ποδηλασία και να βρούμε το 1 λεπτό. Αφού ξέρουμε ότι στα 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες στο 1 λεπτό πόσες καίμε; Γνωρίζουμε τα πολλά, τα 10 και ζητάμε το 1...

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.10)

Η αντιμετώπιση του λάθους

Τα παιδιά της τρίτης ομάδας έκαναν λάθος στα δεδομένα στα οποία εφάρμοσαν τη σωστή στρατηγική τους. Ο δάσκαλος τα παρακινεί να ξετυλίξουν το κουβάρι από την αρχή ώστε φτάνοντας σε γνωστική σύγκρουση να βρουν μόνα τους το λάθος.

Δάσκαλος: Με τι ασχοληθήκατε εσείς, με τα πατατάκια; Γιατί τα σβήσατε; Για να τα πάρουμε λοιπόν πάλι από την αρχή. Και οι τρεις να σκέφτεστε και να λέτε και ο Μάριος να γράφει στο χαρτί. Στα 10 λεπτά περπάτημα πόσες θερμίδες καίμε;
Μάριος Φ.: 25. Στα 20 λεπτά 50 θερμίδες. Στα 30 λεπτά 75 θερμίδες...Στα 60 λεπτά 150 θερμίδες. Το βρήκαμε, στις 150 θέλαμε να φτάσουμε, που έχουν τα πατατάκια...

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.11)

Σε περιπτώσεις παιδιών που έφταναν σε αδιέξοδο ζητώντας βοήθεια, ο δάσκαλος άλλοτε απέφευγε να δώσει έτοιμη λύση κι άλλοτε έδινε άμεσα τη σωστή απάντηση χωρίς να επενδύσει στο λάθος. Στο απόσπασμα α.12 ο μαθητής μετά από την παρότρυνση του δασκάλου βρίσκει ένα προηγμένο τρόπο λύσης, ενώ στο απόσπασμα α.13 το παιδί δέχεται παθητικά την απάντηση του δασκάλου.

Μάριος: Τώρα τι θα κάνουμε κύριε; Αν πάμε στα 40 λεπτά καίμε 160 θερμίδες. Θέλουμε 150.
Δάσκαλος: Για σκεφτείτε το λίγο...

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.12)

Δημήτρης: 15;
Δάσκαλος: Αφού στα 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες, στα μισά στα 5, θα καίμε το μισό, δηλαδή 20. Έχουμε λοιπόν στα 30 λεπτά 120 θερμίδες και στα 35 λεπτά 120+20=140 θερμίδες.

(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.13)

Παρότρυνση σε διάλογο

Ο δάσκαλος με δική του πρωτοβουλία προσπαθεί με ερωτήσεις να διερευνήσει τις προϋπάρχουσες γνώσεις των παιδιών γύρω από τα θέματα διατροφής θέλοντας επίσης να κεντρίσει την περιέργεια - στάδιο αφόρμησης - για να εισάγει το νέο μαθησιακό πλαίσιο, την προβληματική κατάσταση.

Δάσκαλος: Γιατί τρώμε; (Ο Δήμος λέει: «Για να μεγαλώσουμε», η Μάρα: «γιατί πεινάμε»). Τι μας προσφέρει το φαγητό; (Ο Νίκος λέει: «Υγεία», ο Μάνος: «Δύναμη», ο Θάνος: «Ζωή»).
Δάσκαλος: Πολύ ωραία. Δύναμη, υγεία, ζωή, με άλλα λόγια μας προσφέρει ενέργεια. Κι όταν ζούμε, δουλεύουμε, αθλούμαστε τι χρειάζεται να καταναλώσουμε;…(Σιωπή). Μήπως πάλι ενέργεια; Σε τι μετράμε την ενέργεια που παίρνουμε με τις τροφές; (Η Βέρα λέει: «Σε κιλά!»).
Δάσκαλος: Σε θερμίδες! (Ο Μάριος λέει: «Έχω ακούσει ότι 1 σοκολάτα έχει 500 θερμίδες»). Αυτό σημαίνει ότι αν φάμε 1 σοκολάτα θα πάρουμε 500 θερμίδες. Ο οργανισμός σας χρειάζεται ημερησίως 2800 θερμίδες. Αν πάρουμε περισσότερες, τι συμβαίνει;
Δήμος: Παχαίνουμε. (Ο δάσκαλος ρωτά: «Αν πάρω λιγότερες;», η Μάρα λέει: «Αδυνατίζω»).
(Ημέρα 1η, απόσπασμα α.14)

Ο Ausubel (1968) είχε πει ότι αν ήθελε να συμπυκνώσει τα συμπεράσματα της Γνωστικής Ψυχολογίας σε μια αρχή, θα τόνιζε τη σημασία που έχει η προϋπάρχουσα γνώση στην πορεία απόκτησης της νέας. Αργότερα με τη σπειροειδή διάταξη της διδακτέας ύλης (Brunner 1977) δινόταν κυρίως βάρος στις τυπικές προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών. Στην εποχή μας υπό το πρίσμα των πορισμάτων της Σύγχρονης Διδακτικής (Cobb 1994) δίνεται εξίσου έμφαση στις άτυπες προϋπάρχουσες γνώσεις ακόμη και εκτός σχολείου. Στη δική μας πρωτότυπη ενότητα, οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών ήταν περισσότερο άτυπες και λιγότερο τυπικές. Αρχικά διαπιστώνουμε ότι ακόμη και όταν ο δάσκαλος δεν κατορθώνει να διευκολύνει τα παιδιά να κατασκευάσουν τη ζητούμενη έννοια, προσπαθεί αναδομώντας κι ερμηνεύοντας προηγούμενες απαντήσεις τους, να αναδυθεί σταδιακά η νέα έννοια - κλειδί. Έπειτα αξιοποιεί διδακτικά την άτυπη προϋπάρχουσα γνώση του Μάριου και τέλος με τη χρήση κατάλληλων ερωτήσεων επιδιώκει να αναδυθεί από τις απαντήσεις, η ανάγκη της ισορροπίας θερμίδων.

Ο δάσκαλος σε κρίσιμες φάσεις της πορείας επίλυσης των προβλημάτων ανακεφαλαίωνε και ζητούσε από κάθε εκπρόσωπο να παρουσιάσει τη στρατηγική που η ομάδα του είχε επινοήσει.

Δάσκαλος: Μάλιστα, διαλέξατε στην ομάδα Δ΄ το παγωτό που δίνει 300 θερμίδες. Σε 10 λεπτά περπάτημα 25 θερμίδες. Μετά λέτε σε 20 λεπτά καίμε 50 θερμίδες κι ανεβαίνοντας έτσι βρήκατε ότι σε 120 λεπτά περπάτημα καίγονται οι 300 θερμίδες που μας δίνει το παγωτό... Παιδιά, για να δούμε την ομάδα Δ, τι έκανε; Ποιος θα μας τα παρουσιάσει; Ο Δημήτρης. Για πες μας Δημήτρη, τι κάνατε; (Ο Δημήτρης παρουσιάζει τη λύση της ομάδας του κι ο ερευνητής γράφει στον πίνακα ό,τι λέει. Από τις υπόλοιπες ομάδες έχουν σταματήσει τη δουλειά τους και παρακολουθούν τον τρόπο επίλυσης της ομάδας Δ. Σταδιακά εμπλέκονται ενεργά)...
(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.15)

Ο δάσκαλος ανακεφαλαίωσε κι ο εκπρόσωπος της ομάδας Δ παρουσίασε τη στρατηγική της ομάδας για να τεθεί σε συζήτηση και να παρακινηθούν οι άλλες ομάδες να την υιοθετήσουν ή να αναπτύξουν δική τους.

Η μάθηση είναι πολιτιστική μύηση εδραιωμένων πρακτικών, σύμφωνα με την Κοινωνικοπολιτιστική Προσέγγιση (Vygotsky 1978). Στόχος του δασκάλου ήταν να κοινοποιηθούν οι τρόποι σκέψης κάθε ομάδας στις υπόλοιπες ομάδες, ώστε να οικειοποιηθούν οι μαθητές εκείνους που τους εξυπηρετούσαν. Όμως κι αυτοί που άκουγαν δικό τους τρόπο καλλιεργούσαν τη μεταγνώση τους περνώντας σε αφαιρετικά στάδια, κάθετης μαθηματικοποίησης των διαφόρων τυχαίων πρακτικών σε γενικούς κανόνες.

Εξατομικευμένη διδασκαλία

Σε αντίθεση με το παλαιό εγχειρίδιο της Δ΄ τάξης στα Μαθηματικά που περιείχε μόνο ελάχιστες ευκαιρίες νοητικής αυτονομίας και κατασκευής προβλημάτων με ελεύθερη επιλογή από βάσεις δεδομένων, όλο το μαθησιακό υλικό που κατασκευάσαμε με το δάσκαλο για την ενότητά μας ήταν γεμάτο από μαθησιακές ευκαιρίες δημιουργικής κατασκευής και κριτικής σκέψης, με ελεύθερη επιλογή των παραμέτρων από τα παιδιά. Ο δάσκαλος παρακίνησε τις ομάδες να εκτελέσουν τη 2^{η} εργασία της 4ης σελίδας του φύλλου εργασίας (βλ. Παράρτημα Α.2), να διατυπώσουν δηλαδή ένα δικό τους πρόβλημα στην κάθε ομάδα με κάποια από τα στοιχεία της γραφικής παράστασης - πίνακα και να το λύσουν. Από τις τέσσερις ομάδες, μόνο η ομάδα Γ΄, αισθάνθηκε την ανάγκη να αξιοποιήσει τις συγκρίσεις που κάναμε στο ραβδόγραμμα και στο πρόβλημα που έφτιαξε, ρωτούσε πόσο περισσότερες θερμίδες έχουν τα 100 γρ. βούτυρο από τα 100 γρ. ντομάτα και απάντησε με αφαίρεση. Όλες οι άλλες ομάδες έφτιαξαν απλά προβλήματα πρόσθεσης με 2, 3 και 4 διαφορετικά είδη τροφίμων και τις αντίστοιχες θερμίδες τους.

Ο δάσκαλος παρακινώντας τα παιδιά να εργαστούν με νοητική αυτονομία και ποικιλία επιλογών, είχε τη δυνατότητα να εφαρμόσει στην πράξη την πολυσυζητημένη εξατομικευμένη εργασία με βάση τις ατομικές διαφορές των μαθητών. Την εξατομικευμένη διδασκαλία ανέκαθεν υποστήριζαν πολλοί επιστήμονες της Αγωγής και στην εποχή μας ενισχύεται από τα επιστημολογικά πορίσματα του Κονστρουκτιβισμού (Von Glasersfeld 1984) και από τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης (Gardner 1983). Η εξατομίκευση όμως έγινε με βάση τις ανάγκες και τις επιλογές κάθε ομάδας μαθητών, στα πλαίσια της συνεργασίας των μελών της. Στο επόμενο απόσπασμα ο Βασίλης ανήκει στην ομάδα Α, μια ομάδα που είχε συγκριτικά αδύναμη μαθηματική παρουσία.

> *Δάσκαλος: Για να δούμε τώρα για το πατινάζ. Πες εσύ Βασίλη.*
> *Βασίλης: Στα 10 λεπτά πατινάζ 50 θερμίδες, στα 20 λεπτά πατινάζ 100 θερμίδες, στα 30 λεπτά πατινάζ 150 θερμίδες. Ωραία, φτάσαμε στο 150. Αυτό ήταν εύκολο…*
> *(Ημέρα 3^{η}, απόσπασμα α.16)*

Ήταν σωστές οι επιλογές από το δάσκαλο και του απλού προβλήματος πατινάζ - πατατάκια και του συγκεκριμένου μαθητή, να το λύσει μεγαλόφωνα. Η ομάδα Α χρειαζόταν εύκολες προβληματικές καταστάσεις με ακέραια πολλαπλάσια για να τις λύσει με επιτυχία και να τονωθεί η αυτοπεποίθηση των μελών της, κυρίως του Βασίλη που νωρίτερα αντιμετώπισε δυσκολίες και πειράγματα παιδιών.

Χρήση αναπαραστάσεων

Ο δάσκαλος σε σημεία που έπρεπε να στηρίξει τη σκέψη των παιδιών και την ανάπτυξη στρατηγικών, κατέφευγε σε χρήση αναπαραστάσεων, στον πίνακα ή μέσω χειραπτικών υλικών.

> *Δάσκαλος: Ορίστε! Ας πούμε ότι τα 5 λεπτά, τα παριστάνουμε με αυτά τα 5 κυκλάκια (Ζωγραφίζει πάνω στο θρανίο 5 κυκλικούς δίσκους)…Τα μισά και των πέντε λεπτών;…Τις 10 θα τις καίμε στα μισά λεπτά. Πόσο είναι το μισό του 2,5;… (Σιωπή)…Για σχεδιάστε στο φύλλο σας 2,5 λεπτά με κύκλους. Ας υποθέσουμε ότι ένας κύκλος, είναι ο κύκλος που κάνει ο δείκτης των δευτερολέπτων στο ρολόι, για να μετρήσει ένα λεπτό. Πόσους κύκλους θα χρειαστούμε;…*
>
> *(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.17)*

Ο δάσκαλος προσπαθεί να νοηματοδοτήσει τη σχέση λεπτού - κύκλου για να διευκολύνει την υιοθέτηση των κύκλων ως μοντέλου αναπαράστασης. Με την υπόθεση ότι ένας κύκλος είναι η τροχιά που διαγράφει ο δείκτης των δευτερολέπτων για ένα λεπτό, ο μαθητής κατανοεί την επιλογή του κύκλου ως μοντέλου του λεπτού. Παρακάτω ο δάσκαλος χρησιμοποιεί μοντέλα κυκλικών δίσκων για την αναπαράσταση κλασματικών μεριδίων.

> *Δάσκαλος: Τι δείχνουν τα μουντζουρωμένα κομμάτια που βρήκατε; Για μαζέψτε τα λίγο! Πόσο είναι τελικά το μισό του 2,5;…(Σιωπή-αμηχανία)…*
>
> *(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.18)*

Ο δάσκαλος πήρε ένα φύλλο χαρτί, έκοψε τρεις κυκλικούς δίσκους και εκτέλεσε την προηγούμενη διαδικασία από την αρχή, κόβοντας αυτή τη φορά τα κομμάτια. Στη συνέχεια διχοτομώντας-κόβοντας και συνθέτοντας τα κομμάτια, τα παιδιά κατέληξαν ότι το μισό των 2,5 λεπτών είναι 1¼ λεπτά και άρα στα 1¼ λεπτά τρέξιμο καίμε 10 θερμίδες. Γνώριζαν ήδη από πριν ότι στα 17,5 λεπτά καίμε 140 θερμίδες. Το νέο πρόβλημα ήταν τώρα πώς θα πρόσθεταν 17,5 και 1¼ λεπτά. Με τη βοήθεια πάλι μοντέλων αναπαράστασης, κομμένων χάρτινων κυκλικών δίσκων, οι μαθητές μετέτρεψαν το 17,5 σε 17 2/4 και στη συνέχεια υπολόγισαν ότι 17 2/4 και 1¼ κάνει 18¾. Τέλος κατέληξαν ότι τις 150 θερμίδες που μας δίνουν τα πατατάκια, τις καίμε σε 18¾ λεπτά τρέξιμο.

Στη συγκεκριμένη κατάσταση οι μαθητές αν και σχεδιαστικά χώρισαν τους 2,5 κύκλους στα μισά τους και τα σκιαγράφησαν, όταν ζητήθηκε να τα συνθέσουν ώστε να εκφράσουν αριθμητικά το μισό του 2,5 έμειναν άπραγοι. Τότε ανατροφοδοτώντας τη στρατηγική του ο δάσκαλος τροποποίησε τη διδακτική τακτική του. Αντί για σχέδιο στον πίνακα κι αντί ο ίδιος δάσκαλος να χειρίζεται τους κυκλικούς δίσκους, η διαδικασία συνεχίστηκε με κυκλικούς δίσκους που έκοψαν τα ίδια τα παιδιά. Έτσι κατάφεραν να συνθέσουν μόνα τους τα κομμάτια, υπενθυμίζοντάς μας ότι όσο πιο χειροπιαστό είναι το μοντέλο αναπαράστασης, τόσο πιο οικείο είναι στα παιδιά, ώστε να εκτελέσουν νοητικές πράξεις (Piaget 1965, Brunner 1977).

Ανάδυση στρατηγικών

Ο δάσκαλος ενθαρρύνει την ανάδυση στρατηγικών από τα παιδιά. Οργανώνει άτυπες σποραδικές πρακτικές και τις κατευθύνει μέσα από μια διαδικασία επανεπινόησης, ώστε οι στρατηγικές να αναδύονται με αφετηρία τις λύσεις των παιδιών.

Μάριος (εντελώς αυθόρμητα): Τις πιο πολλές θερμίδες τις παίρνουμε από το βούτυρο.
Δάσκαλος: Πολύ σωστά. Και τις λιγότερες; (Η Μαρία λέει: «Από τη ντομάτα»). (Η αυθόρμητη σύγκριση από τα παιδιά των τροφών ως προς τις θερμίδες, μας έδωσε την ιδέα μιας γραφικής παράστασης - ραβδογράμματος, χωρίς να έχουμε προετοιμαστεί για αυτό με το δάσκαλο).
Ερευνητής: Τι θα λέγατε παιδιά, αν κάναμε μια γραφική παράσταση με τα στοιχεία του πίνακα; (Μουδιασμένο «ναι», ακούστηκε. Ήθελαν, αλλά δίσταζαν. Ζωγράφισα 2 κάθετους άξονες).
Ερευνητής: Θυμηθείτε παιδιά κι άλλες γραφικές παραστάσεις που έχετε κάνει από τη Β΄ ως και τη Δ΄ τάξη με γραμματόσημα, σπιρτόκουτα, φρούτα κ.α. Αν θέλαμε να φτιάξουμε ράβδους που να δείχνουν τις θερμίδες, εδώ στον οριζόντιο άξονα, ποια στοιχεία θα βάζαμε;
Πετρίνα: Τα τρόφιμα…. (Ο Βασίλης λέει: «Και στον κάθετο τις θερμίδες»).
Δάσκαλος: Σε ποια τροφή η ράβδος θα ήταν ψηλότερη; (Ο Μάριος λέει: «Στο βούτυρο»). (Επειδή δεν υπήρχαν κατάλληλα μέσα (π.χ. χαρτί μιλιμετρέ) ούτε τα παιδιά ήταν εξοικειωμένα με την κατασκευή διαβαθμισμένων αξόνων, αποφασίσαμε να επανέλθουμε σε επόμενο δίωρο).
Δάσκαλος: Τι θα λέγατε, θα θέλατε την επόμενη φορά να προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε αυτό το ραβδόγραμμα που είπαμε; (Ένα δυνατό «ναι» ακούστηκε από μερικά παιδιά).

(Ημέρα 1^{η}, απόσπασμα α.19)

Η αυθόρμητη επιθυμία των μαθητών να συγκρίνουν τις τροφές ως προς τις θερμίδες τους στον πίνακα του φυλλαδίου (βλ. Παράρτημα Α.2), μας έδωσε την ιδέα κατασκευής ραβδογράμματος. Αντίθετα από τη συνήθη παραδοσιακή πρακτική, κατορθώσαμε να υπάρχει ευελιξία και συνεχής επανασχεδιασμός της πορείας διδασκαλίας που βασιζόταν στην ανατροφοδότηση από τις αντιδράσεις των μαθητών. Έτσι επετεύχθη εν μέρει, το μάθημα στην τάξη να είναι διαρκώς εξελισσόμενο με πλήρη δυναμική.

Διαφορετικές ομάδες μαθητών με την υποστήριξη του δασκάλου, έλυσαν το ίδιο πρόβλημα με διαφορετικούς τρόπους. Ένα πρόβλημα λύνεται με πολλούς τρόπους κι είναι μαθησιακά ωφέλιμο, τα παιδιά να μην επιμένουν μόνο στον ένα. Για να συμβεί αυτό σε μια τάξη εξοικειωμένη στον ένα τρόπο λύσης, σημαντικό είναι ο δάσκαλος να παρακινεί υποδειγματικά σε αναζήτηση πολλών τρόπων. Στην ανακεφαλαίωση που ακολούθησε, ο δάσκαλος αξιοποιεί τη στρατηγική που αναδύθηκε. Πατώντας στη διαρκή διχοτόμηση εκμαιεύει τη στρατηγική Αναγωγής στη Μονάδα.

Δάσκαλος: Αν κόβουμε τα 10 λεπτά συνεχώς σε μικρότερα κομμάτια, ποιο θα είναι το μικρότερο κομμάτι που μπορούμε να φτάσουμε; (Ο Μάριος λέει: «Το 1 λεπτό»). Μάλιστα! Το 1 λεπτό. Ας πάρουμε το προηγούμενο παράδειγμα, πατατάκια με ποδηλασία κι αντί να βρούμε το μισό των 10 λεπτών και μετά το μισό του μισού, να βρούμε το 1 λεπτό. Αφού ξέρουμε ότι στα 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες στο 1 λεπτό πόσες καίμε; Ξέρουμε τα πολλά και ζητάμε το 1…

(Ημέρα 3^{η}, απόσπασμα α.20)

Ο δάσκαλος κι η Μάρα έδωσαν ένα παράδειγμα αναγωγής όπου η μονάδα είναι η 1 θερμίδα.

Δάσκαλος: Στην ομάδα Γ, κόβοντας το λεπτό σε δευτερόλεπτα, αντί να ψάχνουν να βρουν πρώτα στο 1 λεπτό πόσες θερμίδες καίμε, έψαξαν αντίστροφα τη 1 θερμίδα σε πόσο χρόνο την καίμε. Είπαν σε 1 λεπτό 4 θερμίδες, 1 θερμίδα σε πόσο χρόνο; Πώς το βρήκατε, Μάρα;
Μάρα: Αφού 1 λεπτό έχει 60 δεύτερα, διαιρέσαμε 60:4 και βρήκαμε 15 δευτερόλεπτα.
(Ημέρα 3η, απόσπασμα α.21)

Οι μαθητές διαπιστώνουν ότι ακόμη και μια παγιωμένη στρατηγική, όπως η Αναγωγή στη Μονάδα, μπορεί να χρησιμοποιείται εναλλακτικά με διάφορες εκφάνσεις.

Μείωση του ανταγωνισμού

Στο διαθεματικό project δεν υπάρχει βαθμολόγηση, με όποιες ανταγωνιστικές προεκτάσεις. Όλοι επαινούνται από το δάσκαλο για τη συμμετοχή και την προσπάθειά τους. «Σημασία έχει ότι όλοι προσπαθείτε να πλησιάσετε» έλεγε συχνά ο δάσκαλος. Το επόμενο επεισόδιο είναι χαρακτηριστικό της σημασίας που προσέδιδε ο δάσκαλος στη συνεργασία μεταξύ των παιδιών. Ένας μαθητής της Α ομάδας, τραβούσε το φύλλο εργασίας από τον άλλο. Δυσκολεύονταν στην κατανομή ρόλων. Υπήρχε διαμάχη ανάμεσα στα δύο αγόρια της ομάδας, το Δημήτρη και το Βασίλη.

Δάσκαλος: «Η Α ομάδα δεν τελείωσε ακόμα! Εδώ έχουμε ένα πρόβλημα στην ομάδα. Για να συζητήσουμε όλοι μαζί! Τα τρία παιδιά της ομάδας δεν μπορούν να συνεργαστούν, ο καθένας θέλει να κάνει μόνος του όλη τη δουλειά. Είναι σωστό αυτό;».
Τάξη: Όχιιι!
Δημήτρης (Α΄ ομάδας): Ο Βασίλης, κύριε! (Ο Βασίλης θλιμμένος σκύβει το κεφάλι).
Δάσκαλος: Δε φταίει μόνο ο Βασίλης. Στην ομάδα τι πρέπει να κάνουμε;
Πετρίνα: Όλοι να δουλεύουμε. (Ο Δάσκαλος λέει: «Όλοι να δουλεύουμε εξίσου, όχι μόνο ένας. Καθένας ένα κομματάκι. Ο Βασίλης να διαβάσει το πρόβλημα που φτιάξατε κι η Πετρίνα να μας πει τη λύση… Συνεργασία! Μάθαμε στη Γλώσσα το μύθο με τις βέργες που μαζί δε σπάνε).
(Ημέρα 2η, απόσπασμα α.22)

Ο δάσκαλος φέρνει προς συζήτηση σε όλη την τάξη τις δυσκολίες αυτές, όπως υποστηρίζει και η σύγχρονη αντίληψη της Διδακτικής των Μαθηματικών δίνοντας έμφαση στην επικοινωνία. Έτσι μέσα από τη συζήτηση αναδύονται μαθησιακές νόρμες καλής συνεργασίας κι επικοινωνίας που αφού οι μαθητές συμμετέχουν στη διαμόρφωσή τους, δεσμεύονται ψυχολογικά και να τους τηρούν. Αποφεύγοντας τις γενικές οδηγίες, ο δάσκαλος ξεκινάει πάντα από ειδικά περιστατικά, όπως το συγκεκριμένο, για να δώσει στα παιδιά την ευκαιρία να καταλάβουν καλύτερα τις υποχρεώσεις τους. Εάν επέβαλε με τρόπο αυταρχικό τις προσδοκίες του, τα παιδιά δεν θα είχαν λόγους να ενεργούν σύμφωνα με αυτές (Μπούφη 1995). Τέλος ο δάσκαλος χρησιμοποιεί παράδειγμα από μύθο διδαγμένο στο μάθημα της Γλώσσας, κάνοντας διαθεματικό άλμα, για να τονίσει την αξία της συνεργασίας. Σε 2η ανάγνωση του περιγραφικού αποσπάσματος παρατηρούμε πως όταν βάλλεται ένας μαθητής κι έχει έρθει σε δύσκολη θέση, ο δάσκαλος έχει την ευαισθησία να προσπαθεί να τον υπερασπιστεί και να τον βοηθήσει να βγει από τη δυσμενή θέση. Στη συνέχεια δίνει το λόγο στον ίδιο μαθητή, για να διαβάσει το γραπτό της ομάδας και να βρει διέξοδο στην αμηχανία του.

Έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση

Ο δάσκαλος είπε στις ομάδες να κάνουν μετά το ραβδόγραμμα τη 2η άσκηση του φύλλου εργασίας (βλ. Παράρτημα Α.2): Να διατυπώσουν ένα δικό τους πρόβλημα σε κάθε ομάδα με κάποια από τα στοιχεία του πίνακα και να το λύσουν. Έπειτα σχολίασε κάποιες απαντήσεις.

> *Δάσκαλος: Όταν τρώτε πρωινό, ψωμί με βούτυρο, αλείφετε τόση ποσότητα βούτυρο στο ψωμί, όση είναι η ποσότητα του ψωμιού; (Ο Θάνος λέει: «Όχι! Βάζουμε λίγο βούτυρο και πιο πολύ ψωμί»). Άρα στο πρόβλημα που γράψατε ίσες ποσότητες βούτυρο και ψωμί, δεν περιγράφετε πραγματική κατάσταση καθημερινής ζωής. Προτιμάτε να γράφετε αλήθειες μέσ' απ' τη ζωή.*
>
> *(Ημέρα 2η, απόσπασμα α.23)*

Ο δάσκαλος προσπαθεί να τονίσει τη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών που πρέπει να αντιμετωπίζονται ως μια ακόμη ανθρώπινη δραστηριότητα. Θέλει να επισημάνει την αναγκαία σύνδεση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή.

> *Δάσκαλος: 100 γρ. βούτυρο πολύ δεν είναι Αλέξανδρε;*
>
> *(Ημέρα 4η, απόσπασμα α.24)*

Με αυτήν την παρατήρηση στα δεδομένα του ημερολογίου διατροφής ενός μαθητή, ο δάσκαλος προσπαθεί να υπενθυμίσει τη σχέση των αριθμών με την καθημερινή ζωή (Streefland 2000), αλλά και να κατακρίνει ως ανθυγιεινή τη χρήση μεγάλης ποσότητας βουτύρου στη διατροφή.

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου

Στο τέλος ο δάσκαλος συμπλήρωσε ένα ερωτηματολόγιο (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλου Θ.Κ.: Παράρτημα Α.6). Περιγράφοντας τη διδακτική εμπειρία ως διαφορετική προσέγγιση των Μαθηματικών, συγκαταλέγει στα θετικά σημεία τη διαθεματική διάσταση όπου τα Μαθηματικά συνδέθηκαν με άλλα μαθήματα και με την καθημερινή ζωή. Επίσης τονίζει ότι το μάθημα έγινε ευχάριστο με τις διάφορες δραστηριότητες. Αρνητικά σημεία δεν εντόπισε. Αναφέρει κάποιες δυσκολίες σύμφυτες με την όλη προσέγγιση. Απαιτείται από τον εκπαιδευτικό προετοιμασία και σύνταξη φύλλων εργασίας. Τα καινοτόμα προγράμματα συναντούν και αντιστάσεις από μερίδα εκπαιδευτικών, αφού τους ξεβολεύουν και αυξάνουν το φόρτο εργασίας (Goodson & Walker 1990). Αναφερόμενος στην τάξη διαπιστώνει μια αρχική δυσκολία στο να μπορέσουν να δουλέψουν ομαδικά οι μαθητές. Δυσκολία αναφέρει και ως προς την πρόβλεψη της χρονικής διάρκειας υλοποίησης. Στην ερώτηση τι αποκόμισε, απαντά ότι ήταν για αυτόν μια εμπειρία διαφορετική όπου η τάξη εργαζόμενη ομαδοσυνεργατικά έφτασε στη σωστή λύση προβλημάτων. Το ότι ανέφερε ως επίτευξη του στόχου τη σωστή λύση των προβλημάτων, μαρτυρά ενδόμυχες αντιλήψεις που ήδη τονίσαμε. Σε ερώτηση αν διαπίστωσε αλλαγή στάσης των μαθητών στα Μαθηματικά, απαντά πως οι μαθητές όλοι προβληματίζονταν.

4.2. ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: «ΟΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΚΑΙ ΟΙ ΜΑΘΗΤΡΙΕΣ»

Μέσα από το διαθεματικό project, η μάθηση των μαθηματικών συνδέθηκε με την καθημερινή ζωή, έγινε πιο ευχάριστη, με ποικιλία δραστηριοτήτων και τα παιδιά συμμετείχαν με ενθουσιασμό. Οι μαθητές εργάζονταν σε ομάδες, πρότειναν κάποιοι έναν τρόπο λύσης κι οι άλλοι στήριζαν ή κατέρριπταν την αρχική εικασία. Η εμπλοκή όλων των μαθητών, όχι μόνο των «ικανών» κι η ανταλλαγή μαθηματικών απόψεων οδήγησε συχνά σε διεξαγωγή «Μαθηματικού Διαλόγου». Σημαντικό είναι ότι τα παιδιά χωρίς να κάνουν μάθημα παραδοσιακά και χωρίς το εξωτερικό κίνητρο του βαθμού, έμειναν αφοσιωμένα στο σκοπό τους μέχρι το τέλος, με εσωτερική πειθαρχία.

Ανάδυση της ανάγκης χρήσης μαθηματικών πρακτικών

Ένα κορίτσι διάβασε τον πίνακα με διάφορα είδη τροφών (100 γρ.) και την ενέργεια που δίνουν.

> *Μάριος (εντελώς αυθόρμητα): Τις πιο πολλές θερμίδες τις παίρνουμε από το βούτυρο.*
> *Ερευνητής: Πολύ σωστά. Και τις λιγότερες; (Η Μάρα λέει: «Από την ντομάτα». Η αυθόρμητη σύγκριση από τα παιδιά των τροφών ως προς τις θερμίδες τους, μας έδωσε την ιδέα ενός ραβδογράμματος, χωρίς να έχουμε προετοιμαστεί με το δάσκαλο για κάτι τέτοιο).*
> *(Ημέρα 1η, απόσπασμα β.25)*

Η σύγκριση των παιδιών μάς ανατροφοδοτεί, αφήνουμε για αργότερα ό,τι είχαμε σχεδιάσει, για να προχωρήσουν τα παιδιά σε κατασκευή ραβδογράμματος που θα οπτικοποιεί τις συγκρίσεις.

Κατόπιν ο δάσκαλος παρακίνησε τις ομάδες να εκτελέσουν τη δεύτερη άσκηση του φύλλου εργασίας που δώσαμε συμπληρωματικά στο φυλλάδιο (βλ. Παράρτημα Α.2). Να διατυπώσουν δικό τους πρόβλημα σε κάθε ομάδα με κάποια από τα στοιχεία της γραφικής παράστασης - πίνακα και να το λύσουν. Από τις τέσσερις ομάδες, μόνο η μία, προσπάθησε να αξιοποιήσει τις συγκρίσεις που κάναμε στο ραβδόγραμμα και στο πρόβλημα που έφτιαξε, ρωτούσε πόσο περισσότερες θερμίδες έχουν τα 100 γρ. βούτυρο από τα 100 γρ. ντομάτα και απαντούσε με αφαίρεση. Όλες οι άλλες ομάδες έφτιαξαν απλά προβλήματα πρόσθεσης με 2, 3 και 4 διαφορετικά είδη τροφίμων και τις αντίστοιχες θερμίδες τους εμφανώς επηρεασμένοι από προηγούμενο πρόβλημα του φυλλαδίου.

> *Δάσκαλος: Με 10 λεπτά περπάτημα καίμε 25 θερμίδες, για να κάψουμε τις 300 που μας δίνει μια μπάλα παγωτό, πόσα λεπτά περπάτημα χρειαζόμαστε; Για σκεφτείτε έναν τρόπο μες στην ομάδα σας, συζητείστε για να τον βρείτε. Ό,τι κάνετε, ό,τι αποφασίζετε κι ό,τι τρόπο δοκιμάζετε, γράψτε τον εδώ, στο φύλλο εργασίας (βλ. Παράρτημα Α.5)…*
> *Δημήτρης: Να κάνουμε πινακάκι;*
> *Δάσκαλος: Κάντε πινακάκι, κάντε ό,τι θέλετε. (Η ομάδα του Δημήτρη αποδέχθηκε την ιδέα του και σε δύο στήλες ξεκινώντας από το «10 λεπτά 25 θερμίδες» άρχισαν να αυξάνουν λεπτά και θερμίδες ώσπου να φτάσουν στις ζητούμενες 300 θερμίδες.*
> *(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.26)*

Από τους ίδιους τους μαθητές, αναδύεται η ανάγκη οργάνωσης των δεδομένων τους με κάποιο μαθηματικό τρόπο όπως η κατασκευή πίνακα διπλής εισόδου.

Μάριος: Στα 35 λεπτά ποδήλατο 140 θερμίδες. Στα δυόμισι λεπτά, πώς να το γράψω κύριε; (Του πρότεινα το 2½). Στα 2½ λεπτά 10 θερμίδες. Άρα στα 37½ λεπτά ποδήλατο 150 θερμίδες.

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.27)

Ο μαθητής (αν και δεν έχει ακόμη διδαχθεί ρητούς), αισθάνεται μόνος του την ανάγκη να εκφράσει τη λέξη «δυόμισι» με μαθηματικό σύμβολο και ζητά βοήθεια, δείχνοντας να έχει κατανοήσει την αναγκαιότητα χρήσης της Μαθηματικής Γλώσσας.

Ύπαρξη Μαθηματικού Διαλόγου και Συνεργασίας

(Εργάστηκαν ομαδικά σε 4 ομάδες: 3Χ3 και 1Χ4. Σημαντική εμπειρία ήταν για αυτά ο ενδοομαδικός προγραμματισμός και η κατανομή ρόλων. Εμείς δεν αναμειχθήκαμε καθόλου, απλώς τους είπαμε ότι σε κάθε ομάδα καλό είναι: 1) να οριστεί ένας εκπρόσωπος που θα μας παρουσιάσει στην τάξη στο τέλος συνθετικά, το έργο ολόκληρης της ομάδας και 2) όλα τα παιδιά να εργαστούν ισότιμα. Το σημαντικό είναι ότι όλα τα παιδιά συνεισέφεραν στην ομαδική εργασία. Όταν κατασκεύασαν το ραβδόγραμμα, σηκώθηκαν οι εκπρόσωποι των ομάδων και φτιάξαμε ένα όμοιο στον πίνακα. Κάναμε συγκρίσεις των τροφών ως προς τις θερμίδες τους. Κατόπιν ο δάσκαλος παρακίνησε τις ομάδες να εκτελέσουν τη 2η εργασία του φυλλαδίου, Παράρτημα Α.2: Να διατυπώσουν δικό τους πρόβλημα και να το λύσουν. Παραθέτουμε στη συνέχεια αποσπάσματα από την επεξεργασία του 2ου προβλήματος).

Μάριος (ομάδα Γ): Φτιάξαμε 2 προβλήματα! Πρόβλημα 1ο. Πόσο περισσότερες θερμίδες έχει το βούτυρο από τη ντομάτα; (Ο ερευνητής ρωτά: «Μάλιστα και τι κάνατε;»). Αφαίρεση 740-14 =726 περισσότερες. Εγώ έφτιαξα το πρόβλημα κι η Μάρα το έλυσε.
Δάσκαλος: Η Μάρα από την ίδια ομάδα να μας πει το 2ο πρόβλημα που έφτιαξαν.
Μάρα: Πρόβλημα 2ο. Έφαγα χοιρινό κρέας και σοκολάτα. Πόσες θερμίδες πήρα;
Δάσκαλος: Τι κάνατε; (Η Μάρα λέει: «Πρόσθεση…670+529 και βρήκαμε 1199 θερμίδες»).
Δάσκαλος: Η Β΄ ομάδα! (Ο Θάνος λέει: «βούτυρο 100 γρ. έχει 740 θερμ., ψωμί 100 γρ. έχει 218 θερμ. Πόσες έχουν τα δυο μαζί; Κάναμε πρόσθεση 740+218=958 θερμίδες»).

(Ημέρα 2η, απόσπασμα β.28)

Σύμφωνα με το Vygotsky (1978) και την κοινωνικοπολιτιστική θεωρία, η γνώση προσδιορίζεται κοινωνικά και οι μαθητές πρέπει να μυηθούν σε αυτήν. Οι 3 στις 4 ομάδες (Β΄, Γ΄, Δ΄) εργάστηκαν εποικοδομητικά και τελείωσαν σε συντομότερο χρονικό διάστημα με λιγότερη βοήθεια (από ό,τι πριν που τα παιδιά εργάστηκαν ατομικά στο πρόβλημα με τις 2800 θερμίδες).

(Ο ένας μαθητής της Α΄ ομάδας, τραβούσε το φύλλο εργασίας από τον άλλο. Δυσκολεύονταν στον ενδοομαδικό προγραμματισμό και την κατανομή ρόλων. Υπήρχε διαμάχη ανάμεσα στα 2 αγόρια της ομάδας, το Δημήτρη και το Βασίλη. Κατά την παρουσίαση της λύσης της ομάδας τους, ο Δημήτρης είπε για το Βασίλη: «Λάθος το ΄χει! Βρίσκει 594, ενώ είναι 602»).

(Ημέρα 2η, απόσπασμα β.29)

Καθώς πρώτη φορά οι μαθητές εργάζονταν ομαδοσυνεργατικά σε μαθηματικές δραστηριότητες, υπήρξαν δυσκολίες στη συνεργασία σε όλες τις ομάδες. Οι δυσκολίες αυτές αναδείχτηκαν εντονότερες στην ομάδα Α΄, κυρίως λόγω της κακής συνδυαστικά σύνθεσης της ομάδας. Από τα 3 παιδιά της ομάδας, ο Βασίλης κι ο Δημήτρης είχαν αρνητική «χημεία» μεταξύ τους. Ευθύνες για τη σύνθεση της ομάδας, φέρουμε κι εμείς οι δάσκαλοι. Δημήτρης και Βασίλης παρουσίασαν προβληματική συμπεριφορά μες στην ομάδα. Θυμίζουν δύο άλλους μαθητές τον Αργύρη και το Βασίλη, που αναφέρει ο Παναγάκος (2002), απ' τους οποίους ο ένας βελτίωσε τη συμπεριφορά του στην ομάδα (έπειτα από 4 ώρες διδακτικής παρέμβασης), ενώ ο άλλος δεν μπόρεσε να συνεργαστεί ως το τέλος με τους συμμαθητές του, παρά μόνο με τον ερευνητή. Συγκρίνοντας τα δύο παιδιά ως προς στοιχεία της συμπεριφοράς τους, μπορούμε να πούμε ότι ο Βασίλης είχε χαμηλό αυτοσυναίσθημα ως μαθητής κι ως προσωπικότητα (υπέρβαρος), ήταν συναισθηματικά ευάλωτος, εσωστρεφής, ντροπαλός και δεν είχε φίλους στην τάξη. Αντίθετα ο Δημήτρης είχε εγωισμό, αυτοπεποίθηση, ανταγωνιστικές τάσεις, αλλά κι αυτός δεν είχε συμπάθειες στην τάξη.

(Ο Δημήτρης παρουσιάζει τη λύση της ομάδας του κι εγώ γράφω στον πίνακα ό,τι λέει. Από τις υπόλοιπες ομάδες έχουν σταματήσει τη δουλειά τους και παρακολουθούν τον τρόπο επίλυσης της ομάδας Δ΄. Σταδιακά εμπλέκονται ενεργά)...

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.30)

Οι υπόλοιπες ομάδες παρακολουθούν τον τρόπο επίλυσης της ομάδας δ΄. Σταδιακά εμπλέκονται ενεργά. Ο Μάριος από την ομάδα γ΄ παρεμβαίνει και το αποτέλεσμα στο οποίο κατέληξε ο Δημήτρης, τα 120 λεπτά, το μετατρέπει σε 2 ώρες. Ο ρόλος εμάς των δασκάλων έχει περιοριστεί στην υποστήριξη της παρουσίασης των τρόπων λύσης των ομάδων (διευκολυντές μάθησης). Πρωταγωνιστές αναδεικνύονται τα ίδια τα παιδιά που έστω και για λίγο, εμπλέκονται σε ενεργό μαθηματικό διάλογο προσπαθώντας να οικειοποιηθούν ο ένας τη λύση του άλλου, βρίσκοντας την «κοινή γνώση" (Edwards & Mercer 1987), τα κοινά νοήματα (shared meanings).

Φωτεινή: Με 10 λεπτά ποδήλατο καίμε 40 θερμίδες. Με 20 λεπτά 80… Με 70… 280 θερμίδες. Ερευνητής: Με τα 80 λεπτά;…(Τρία παιδιά διαμαρτύρονται έντονα: «Με 75 λεπτά ποδήλατο! Άμα πούμε με 80 λεπτά, πάμε στις 320 θερμίδες. Η μπάλα παγωτό μας δίνει 300 θερμίδες»).

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.31)

Τα παιδιά με διορθώνουν. Είναι εντυπωσιακός ο τρόπος που υπερασπίζονται τη λύση τους, επιχειρηματολογούν και ξεδιπλώνουν τον τρόπο σκέψης τους. Όταν τα παιδιά προβάλλουν ένα αντεπιχείρημα εμπλέκονται με περισσότερο πάθος στην υποστήριξη της θέσης τους από ό,τι απαντώντας σε μια ακαδημαϊκή ερώτηση του δασκάλου. Σε άλλο σημείο εξηγούν στο δάσκαλο.

Δάσκαλος: Πώς βρίσκετε 75... Το μισό από πού; Για εξηγήστε μου, γιατί δεν καταλαβαίνω...
Δήμος: Βάλαμε το μισό για να βγει αυτό που ψάχνουμε. (Ο Δημήτρης λέει: «Δηλαδή είπαμε με 70 λεπτά ποδήλατο καίμε 280 θερμίδες. Στα 10 λεπτά ποδήλατο 40 θερμίδες, στο μισό, δηλαδή στα 5 λεπτά 20 θερμίδες…280+20=300 θερμίδες». Ο δάσκαλος λέει: «Τώρα καταλαβαίνω»).

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.32)

Σε αυτό το απόσπασμα ο Δημήτρης καταλαβαίνει ότι η επεξήγηση του συμμαθητή του από την ίδια ομάδα δεν είναι πλήρης. Αυθόρμητα αναλαμβάνει την υποχρέωση να τη συμπληρώσει.

Μάριος: Όχι, δεν υπάρχει ισορροπία! Είναι οι μισές περίπου από τις 2.800 που χρειάζεται ο Αλέξανδρος. Δε θα έχει δύναμη, θα αδυνατίσει. Αν όμως δεν είχε παίξει 2 ώρες ποδόσφαιρο;

(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.33)

Με εικασίες κι αντιπαραδείγματα διεξάγεται γνήσιος μαθηματικός διάλογος. Ο Μάριος κάνει την εικασία ότι αν ο Αλέξης δεν είχε παίξει 2 ώρες ποδόσφαιρο, θα πλησίαζε τις 2800 θερμίδες.

Πλουραλισμός απόψεων και λύσεων

Όταν διατύπωσαν σε κάθε ομάδα δικό τους πρόβλημα με στοιχεία του πίνακα, από τις τέσσερις ομάδες μόνο η ομάδα Γ έφτιαξε πρόβλημα αφαίρεσης ζητώντας πόσο περισσότερες θερμίδες έχει το βούτυρο, απ' τη ντομάτα (100 γρ.). Οι άλλες ομάδες έφτιαξαν προβλήματα πρόσθεσης.

Θανάσης (Β ομάδα): Το βούτυρο 100 γρ. έχει 740 θερμ., ένα ψωμί 100 γρ. έχει 218 θερμ. Πόσες θερμίδες έχουν και τα δυο; Κάναμε πρόσθεση 740+218=958 θερμίδες…
Βαρβάρα (Δ ομάδα): Έφτιαξα σάντουιτς με ντομάτα, τυρί και ψωμί. Πόσες θερμίδες θα πάρω;
Βασίλης (Α ομάδα): Σήμερα το μεσημέρι έφαγα μακαρόνια, τηγανητές πατάτες, ψωμί και ντομάτα. Πόσες θερμίδες πήρα;

(Ημέρα 2η, απόσπασμα β.34)

Ένα πρόβλημα αφαίρεσης, τρία πρόσθεσης. Όμως και στα προβλήματα πρόσθεσης, παρουσιάζει ενδιαφέρον ο διαφορετικός τρόπος γλωσσικής πλαισίωσης των δεδομένων σε κάθε ομάδα.

Δάσκαλος: Για να καούν λοιπόν οι θερμίδες του παγωτού, πόσα λεπτά χρειαζόμαστε;
Δημήτρης: 120 λεπτά.
Μάριος (ομάδα Γ): Δηλαδή 2 ώρες.

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.35)

Κάθε μαθητής εκφράζει ελεύθερα το αριθμητικό αποτέλεσμα στις μετρικές μονάδες χρόνου που προτιμά. Είναι σημαντικό να κατανοήσουν οι μαθητές ότι δεν υπάρχει μόνο μια αποδεκτή λύση ούτε ένας τρόπος έκφρασης, αλλά διαλέγουμε το σύστημα αναφοράς που μας ταιριάζει.

(Ο συνδυασμός πατατάκια - ποδηλασία είχε νωρίτερα λυθεί απ' την ομάδα Γ. Ξεκινώντας από τη σχέση σε 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες, βρήκαν ανεβαίνοντας ότι σε 30 λεπτά 120 θερμίδες και διχοτομώντας και προσθέτοντας το μισό κατέληξαν ότι σε 37,5 λεπτά 150 θερμίδες. Η ομάδα Β υιοθετώντας αναγωγή στη μονάδα, βρήκε ότι αφού στα 10 λεπτά 40 θερμίδες σε 1 λεπτό 40:10=4 θερμίδες κι υπολόγισε ότι σε 8 λεπτά καίμε 8Χ4=32 θερμίδες και συνεχίζοντας κατέληξε ότι στα 38 λεπτά καίμε 120+32=152 θερμίδες).

(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.36)

Η ομάδα Β ανέπτυξε διαφορετικό τρόπο συλλογιστικής από την ομάδα Γ κι ενισχύθηκε η άποψη ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι λύσης στο ίδιο πρόβλημα. Η ομάδα Β υπολόγισε κατά προσέγγιση.

Ερευνητής: …ψάχνω να βρω πρώτα στο 1 λεπτό πόσες θερμίδες καίμε...

Δάσκαλος: Στην ομάδα Γ βρήκαν αντίστροφα τη 1 θερμίδα σε πόσο χρόνο την καίμε...
Μάρα: Είπαμε 1 λεπτό 4 θερμίδες, 1 θερμίδα σε πόσο χρόνο…15 δευτερόλεπτα…κάναμε 60:4.
(Ημέρα 3^{η}, απόσπασμα β.37)

Η ομάδα Γ ασχολήθηκε με ένα παράδειγμα αναγωγής στη μονάδα, όπου η μονάδα δεν ήταν το 1 λεπτό όπως πριν, αλλά 1 θερμίδα. Μετέτρεψε το λεπτό σε δεύτερα κι εργάστηκε με ακεραίους.

Κατασκευή άτυπων μαθηματικών γνώσεων

Ζωγραφίζουμε ζυγό ισορροπίας με τις θερμίδες που παίρνουμε και καταναλώνουμε εκατέρωθεν.

Ερευνητής: Πού πρέπει να γέρνει η ζυγαριά;
Φωτεινή: Απ’ τη μεριά των παραπανίσιων θερμίδων που παίρνουμε.
Μάρα: Τότε παχαίνουμε, γιατί οι θερμίδες που παίρνουμε είναι περισσότερες.
Ερευνητής: Αν γέρνει απ’ την άλλη μεριά;
Δήμος: Καταναλώνουμε περισσότερες απ’ όσες παίρνουμε κι αδυνατίζουμε, κουραζόμαστε.
Ερευνητής: Άρα η ζυγαριά (αναλογικό - νοητικό μοντέλο) πού πρέπει να γέρνει τελικά;
Δημήτρης: Δεν πρέπει να γέρνει πουθενά, πρέπει να υπάρχει ισορροπία.
(Ημέρα 1^{η}, απόσπασμα β.38)

Αναδύεται μέσα από το διάλογο των μαθητών, η ζητούμενη έννοια της ισορροπίας μεταξύ των θερμίδων που παίρνουμε και των θερμίδων που καταναλώνουμε. Αργότερα με δεδομένο ότι σε 10 λεπτά ποδήλατο καίμε 40 θερμίδες, ζητείται σε πόσα λεπτά καίμε τις 150 απ’ τα πατατάκια.

Μάρα: Στα 30 λεπτά 120 θερμίδες… Το βρήκα. Δε θ’ ανεβούμε 10 λεπτά, αλλά 5. Στα 10 λεπτά καίμε 40 θερμίδες, άρα στα 5 λεπτά καίμε το μισό, 20 θερμίδες...
(Ημέρα 3^{η}, απόσπασμα β.39)

Η Μάρα χωρίς να γνωρίζει τυπικά «αναλογίες», με ξαφνική έμπνευση κι ενορατική σκέψη, διαισθάνεται την αναλογική σχέση: μισές θερμίδες - μισός χρόνος σωματικής άσκησης.

Δάσκαλος: Άρα οι 5 μισοί κύκλοι, πόσους ολόκληρους μου δίνουν;
Μάριος: Ένας κύκλος από αυτούς τους 2 μισούς κι ένας από τους άλλους 2 μισούς και μένει και μισός. (Με ενθουσιασμό). Δύο ολόκληρους κι έναν μισό... Δυόμισι λεπτά.
(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.40)

Μάριος: 35 λεπτά ποδήλατο 140 θερμίδες... Σε 2½ λεπτά 10. Άρα σε 37½ λεπτά 150 θερμίδες.
(Ημέρα 3η, απόσπασμα β.41)

Στο απόσπασμα β.40 ο μαθητής με τη βοήθεια χειραπτικού υλικού, έχει ήδη βρει με γεωμετρικό τρόπο το μισό του 5 και σε επόμενο αφαιρετικό στάδιο αποπλαισίωσης, αποσυνδέει τη σκέψη του από τους ορατούς κυκλικούς δίσκους και περνά στην αφηρημένη έννοια των λεπτών. Στο απόσπασμα β.41, με διαισθητικό τρόπο, σκεπτόμενος τριάντα πέντε και δυόμισι, έκανε μόνος του την πρόσθεση και βρήκε τριάντα εφτάμισι, χωρίς να γνωρίζει τις τεχνικές πρόσθεσης ακεραίου με δεκαδικό ή με μεικτό αριθμό. Διαπιστώνουμε πόσο πιο εύκολες είναι συχνά οι άτυπες νοερές πράξεις με το μυαλό, από τις πιο τυπικές πράξεις με χαρτί και με μολύβι και πόσο απαραίτητο είναι το αβίαστο πέρασμα από τις πρώτες για να καταλήξουμε στις δεύτερες.

Αλέξανδρος: Στα 10 λεπτά ποδήλατο…40 θερμίδες. Στις 2 ώρες έχουμε 2Χ60=120 λεπτά, το 120 είναι 12 φορές μεγαλύτερο του 10, άρα θα κάψουμε 12 φορές περισσότερες θερμίδες από τις 40 που καίμε στα 10 λεπτά. Δηλαδή 12Χ40=480. Το ίδιο έκανα στο τρέξιμο, εκεί είναι στα 10 λεπτά 80 θερμίδες, άρα σε 1 ώρα, δηλαδή 60 λεπτά, θα καίμε 6Χ80=480 θερμίδες.

(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.42)

Ο τρόπος λύσης του Αλέξανδρου ήταν προηγμένος μαθηματικά.

Αυτονόμηση των μαθητών και των μαθητριών

Η πλουραλιστική, παιδαγωγική θεώρηση της διαθεματικότητας και της μεθόδου project, επιτρέπει σε δασκάλους και μαθητές να επιλέξουν θέμα ενασχόλησης, να προγραμματίσουν, να σχεδιάσουν, αυξάνοντας την πρωτοβουλιακή δράση και τη νοητική αυτονομία. Ο Ματσαγγούρας γράφει (2002, σ. 12): «Στη φάση προγραμματισμού, για την επιλογή των θεμάτων και τον καθορισμό στόχων και διαδικασιών, ο εκπαιδευτικός εμπλέκει με αυθεντικό τρόπο τους μαθητές της τάξης του».

Μάνος: Δηλαδή θα μάθουμε τι κάνει να τρώμε και τι όχι;
Δάσκαλος: Και αυτό και άλλα πολλά, όπως γιατί χρειάζεται να τρώμε, γιατί παχαίνουμε, γιατί είναι ωφέλιμο να γυμναζόμαστε…(Ο Μάνος απαντά: «Α, ωραία, εμένα μ’ αρέσει»). Οι άλλοι τι λέτε; συμφωνούμε λοιπόν; (Όλοι απαντούν καταφατικά). Ωραία, από την Τρίτη ξεκινάμε.

(Εισαγωγική Συνάντηση, απόσπασμα α.1)

Τα παιδιά συναποφασίζουν για την επιλογή του θέματος, αφού πριν ξεκινήσει το project, ο δάσκαλος ζητά τη συγκατάθεσή τους. Την 1η ημέρα του project, κατά τη διάρκεια της εργασίας των μαθητών υπήρχε διαφορετικός βαθμός αυτονόμησης στη σχέση εξάρτησής τους από τους δασκάλους. Μερικά παιδιά ζητούσαν βοήθεια για να προχωρήσουν, άλλα μας φώναζαν για να πάρουν επιβεβαίωση και να συνεχίσουν, άλλα τελείωσαν χωρίς να ζητήσουν βοήθεια ή έπαινο.

Μάρα: Κύριε το ’κανα. (Η Μάρα λέει ότι το βρήκε κι εγώ κοιτάζοντας στο γραπτό της βλέπω να προσθέτει διάφορα αυθαίρετα νούμερα που δεν υπάρχουν στον πίνακα στη στήλη των θερμίδων και να φτάνει σε άθροισμα 2.800. Την ρωτώ: «Πού βρήκες αυτά τα νούμερα;»).
Μάρα: Πουθενά, εγώ τα σκέφτηκα. Εσείς δεν είπατε ότι μπορούμε να πάρουμε όσα γραμμάρια θέλουμε; Πήρα κι εγώ 600+250+300+750+900=2.800.
Ερευνητής: Ναι, αλλά τα νούμερα που πρόσθεσες, όπως είπες, δείχνουν γραμμάρια. Το 2.800 που μας δίνει το πρόβλημα, τι δείχνει; (Η Μάρα λέει: «Θερμίδες!»). Για σκέψου, μπορώ να προσθέτω πορτοκάλια και να βρίσκω καρέκλες; (Η Μάρα λέει: «Όχι»). Να προσθέτω γραμμάρια και να βρίσκω θερμίδες; (Η Μάρα λέει: «Ούτε αυτό. Έχω λάθος»… Μετά από λίγη ώρα κι ενώ βοηθούσαμε άλλους μαθητές, η Μάρα έφτασε στις 2.776 θερμίδες).
Δάσκαλος: Τα 100 γρ. ντομάτα; (Η Μάρα: «14 θερμίδες»). Τα 150 γρ. ντομάτα; Τι θα κάνεις; (Η Μάρα λέει: «Θα βάλω 100 γρ. ντομάτα δηλαδή 14 θερμίδες 2.776+14=2.790 και μετά θα βάλω άλλα 50 γρ. που δίνουν το μισό του 14 δηλαδή 7 θερμίδες…2.790+7=2.797).

(Ημέρα 1η, απόσπασμα β.43)

Βλέπουμε ότι το ίδιο παιδί, η Μάρα, που αρχικά είχε παρανοήσει τα δεδομένα του προβλήματος και είχε προχωρήσει τελείως λάθος, όταν κατανόησε το λάθος της, έφτασε δουλεύοντας με αφοσίωση και νοητική αυτονομία, κοντά στο ζητούμενο 2.800. Αν δεν είχαμε αξιοποιήσει το λάθος της εποικοδομητικά η κατάληξη θα ήταν πιθανότατα διαφορετική. Η Μάρα συνέχισε να αναζητά άλλες 3 θερμίδες για να φτάσει ακριβώς στο 2800. Είχε βρει τη σχέση 50 γρ. 7 θερμίδες και ρωτούσε τα 30 γρ. ντομάτα πόσες θερμίδες θα δώσουν. Της απάντησα ότι το 30 είναι περίπου 3 φορές μικρότερο από το 100, άρα θα δώσουν 3 φορές λιγότερες από 14, περίπου 5 θερμίδες. Η Μάρα είπε: «Όχι, θέλω 3 θερμίδες, θα βάλω πιο λίγο ντομάτα, θα βάλω 20 γρ.».

Την 4η ημέρα, εντύπωση προκάλεσε το γραπτό του Αλέξη. Εμείς δε ζητήσαμε να καταγράψουν στο ημερολόγιο διατροφής και τις θερμίδες που παίρνουν ή καίνε. Ο Αλέξης όμως το έκανε από μόνος του συνειδητοποιώντας τη λειτουργική σκοπιμότητα του ημερολογίου. Τα παιδιά, όταν σε ένα ευέλικτο πλαίσιο τους επιτρέψουμε να κινηθούν αυτόνομα, ξεπερνούν τις προσδοκίες μας. Στη συνέχεια οι μαθητές χρησιμοποιούν θερμιδομετρητή και με προσωπική έρευνα βρίσκουν τις θερμίδες για διάφορα είδη τροφών (διερευνητική, ανακαλυπτική μάθηση).

Ερευνητής: Από το θερμιδομετρητή…Ποιος θα βρει τις θερμίδες που δεν έγραψε ο Αλέξης;
Μάνος: Στη σελ. 44 Πορτοκάλι χυμός φυσικός …85 θερμίδες.
Πετρίνα: Σελ. 36…ένα μέτριο μανταρίνι 40 θερμίδες.
Φανή: Μήλα (1 μέτριο)…132 θερμίδες.

(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.44)

Το σημαντικό είναι ότι τα παιδιά, χωρίς να έχουν το εξωτερικό κίνητρο και το φόβο του βαθμού - αφού στην Ε.Ζ. δε χρησιμοποιούνται βαθμοί, χωρίς να κάνουν μάθημα κατά την παραδοσιακή έννοια - αφού από την αρχή επισημάνθηκε ότι η Ε.Ζ. δεν είναι μάθημα, έμειναν στρατευμένοι στο σκοπό τους μέχρι το τέλος, με εσωτερική πειθαρχία. «Έκαναν» Μαθηματικά, δείχνοντας ότι το απολαμβάνουν, στα πλαίσια της ενότητας «Θέματα Διατροφής». Στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών μιας άλλης ημέρας πριν το project - όταν παρακολούθησα το δάσκαλο αποκλειστικά ως παρατηρητής, μερικά παιδιά με την προκατάληψη ότι «τώρα έχουμε μαθηματικά» - με οποιαδήποτε αρνητική φόρτιση έχει ο όρος «μαθηματικά» για τα παιδιά που κατά τη λαϊκή έκφραση «Τα έχουν πάρει από φόβο» - δε συμμετείχαν με τον ίδιο ενθουσιασμό, αλλά και ο ίδιος ο δάσκαλος ήταν πολύ πιο σφιγμένος κι οι διατυπώσεις του πιο φορμαλιστικές.

Ερωτηματολόγιο Μαθητών

Γενικά τα παιδιά (Παράρτημα Α.7: Ερωτηματολόγια μαθητών) τοποθετήθηκαν θετικά για την κοινή εμπειρία που ζήσαμε αυτές τις 4 εβδομάδες, στα πλαίσια της Ε.Ζ. Στην 1η ερώτηση, όλοι έγραψαν ότι τους άρεσε η ενότητα «Θέματα Διατροφής» και απαντώντας στο γιατί, οι περισσότεροι έγραψαν επειδή τους φάνηκε σαν παιχνίδι (όχι σαν παραδοσιακό μάθημα) ή επειδή έκαναν μαθηματικά και ζωγραφική, περνώντας ωραία. Στη 2η ερώτηση: «Τι θυμούνται πιο πολύ από την ενότητα που κάναμε», άλλοι απάντησαν τον πίνακα με τις θερμίδες και τα λεπτά, άλλοι το ραβδόγραμμα με τις κολόνες και ένας απάντησε ότι θυμάται πιο πολύ αυτά που έκανε την τελευταία ημέρα, δηλαδή την επεξεργασία των ημερολογίων, τη ζωγραφική και τα ερωτηματολόγια. Στη συζήτηση μια μαθήτρια απάντησε ότι θυμάται πιο πολύ το δικό τους πρόβλημα που έφτιαξαν. Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τα άλλα μαθήματα», όλοι σχεδόν απάντησαν ότι διέφερε γιατί ήταν σαν παιχνίδι, εκτός από δύο που απάντησαν ότι διέφερε γιατί αναφερόταν σε θέματα Υγείας και θέματα Διατροφής. Μια μαθήτρια στη συζήτηση, απάντησε ότι διέφερε γιατί δούλευαν σε ομάδες. Στην 4η ερώτηση, έπειτα από συζήτηση οι μαθητές κατέληξαν ότι στην ενότητά μας ασχολήθηκαν με θέματα που σχετίζονται με τα εξής σχολικά μαθήματα: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Φυσική, Χημεία, Τεχνικά. Έτσι αναδύθηκε από τους ίδιους τους μαθητές, η παραδοχή της διαθεματικής διάστασης της ενότητας που ασχοληθήκαμε. Στην τελευταία ερώτηση του ερωτηματολογίου τους «αν θα ήθελαν να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον», όλοι απάντησαν καταφατικά.

4.3. ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: «ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ - ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ»

Η διαθεματική διάσταση

Στις δύο πρώτες συναντήσεις, διερευνήσαμε με τα παιδιά, θέματα Φυσικής Ε΄ & ΣΤ΄ τάξης, όπως η έννοια της ενέργειας, μορφές και μετατροπές της ενέργειας, για να καταλήξουμε στην ενέργεια που παίρνουν οι άνθρωποι από τις τροφές και στη συνέχεια καταναλώνουν με δραστηριότητες και σωματικές ασκήσεις (θεμελιώδης έννοια, σχέσεις - κλειδιά για την ενότητα). Σχεδιάσαμε ένα ζυγό για την έννοια της ισορροπίας μεταξύ των θερμίδων που παίρνουμε και των θερμίδων που καταναλώνουμε και συζητήσαμε για τις επιπτώσεις της διατάραξης αυτής της ισορροπίας. Συζητήσαμε επίσης για την αναγκαιότητα της καλής διατροφής και της σωματικής άσκησης. Κατασκευάσαμε ραβδόγραμμα για να αναπαραστήσουμε «μαθηματικά» συγκρίσεις. Η διαθεματική εξακτίνωση αναδύθηκε αβίαστα κατά την επεξεργασία της ενότητας.

Την 4η ημέρα, τα παιδιά διάβασαν τα ημερολόγια διατροφής και σωματικής άσκησης που είχαν συμπληρώσει για 3 ημέρες. Με ακρίβεια κατέγραψαν τις ποσότητες και τα είδη των τροφών που κατανάλωσαν σε μια μέρα και το χρόνο και το είδος των σωματικών ασκήσεων που είχαν εκτελέσει (βλ. Παράρτημα Α.3). Ο Αλέξης κατέγραψε αναλυτικά, όχι μόνο τις τροφές και τις σωματικές ασκήσεις, αλλά και τις θερμίδες που παίρνουμε ή καίμε. Διαβάσαμε μία ημέρα από το ημερολόγιό του και μετά τη σχολιάσαμε. Στη συνέχεια ο δάσκαλος παρότρυνε τα παιδιά να προσθέσουν χωριστά τις θερμίδες που πήρε και που έκαψε ο Αλέξης αυτή την ημέρα και να διερευνήσουν αν υπάρχει ισορροπία θερμίδων. Τέλος, χρησιμοποιώντας θερμιδομετρητή τσέπης, βρήκαν τις θερμίδες και συμπλήρωσαν και τα δικά τους ημερολόγια.

> *Ερευνητής: Πώς βρήκες Αλέξη ότι σε 2 ώρες ποδήλατο καίμε 480 θερμίδες και σε 1 ώρα τρέξιμο επίσης 480 θερμίδες; (Ο Αλέξης απαντά: «Από το πινακάκι. Στα 10 λεπτά ποδήλατο …40 θερμίδες. Στις 2 ώρες 2X60=120 λεπτά, το 120 είναι 12 φορές μεγαλύτερο του 10, άρα θα κάψουμε 12 φορές περισσότερες από τις 40 των 10 λεπτών και 12X40=480. Το ίδιο έκανα στο τρέξιμο…σε 10 λεπτά 80 θερμίδες, άρα σε 1 ώρα…60 λεπτά, 6X80=480 θερμίδες»).*
>
> *(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.45)*

Διαπιστώνουμε, πώς μέσα από την καταγραφή ενός ημερολογίου διατροφής και σωματικής άσκησης, διαθεματικά αναδύονται, ελκυστικά μαθηματικά προβλήματα και μάλιστα κάθε παιδί κατασκευάζει για κάθε ημέρα το δικό του πρόβλημα με δικά του δεδομένα (ποσότητες - είδος τροφών, είδος - χρόνος σωματικών ασκήσεων). Έπειτα ο δάσκαλος ενθάρρυνε τα παιδιά να εκφραστούν εικαστικά, εμπνευσμένα από ό,τι είχαμε συζητήσει σε όλη την ενότητα.

> *Δάσκαλος: …Βγάλτε τώρα τα «Μπλοκ Ζωγραφικής» σας και ζωγραφίστε ό,τι θέλετε, με θέμα «Υγιεινή διατροφή και Σωματική άσκηση» (Γράφει ο δάσκαλος στον πίνακα το θέμα).*
>
> *(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.46)*

Όχι μόνο στα μαθηματικά προβλήματα, αλλά και στη ζωγραφική, τα παιδιά απεικόνισαν το θέμα με ποικιλία εκδοχών και απόψεων, αναπτύσσοντας έτσι την πρωτοβουλιακή δράση και τη νοητική αυτονομία τους (Παράρτημα Α.4). Όταν όλοι τελείωσαν, αναρτήσαμε τις ζωγραφιές των μαθητών στον πίνακα ανακοινώσεων και τις συζητήσαμε. Από τη συζήτηση προέκυψαν συνδέσεις με τα προηγούμενα που είχαμε πει ή κάνει. Με αφορμή τις ζωγραφιές, επαναλάβαμε την αναγκαιότητα της σωματικής άσκησης (απεικονίζονταν η ποδηλασία, το σχοινάκι, το τρέξιμο, το μπάσκετ) και τη σπουδαιότητα της υγιεινής διατροφής με πολλά φρούτα και λαχανικά κι ελάχιστα γλυκά.

Στην 4η ερώτηση του ερωτηματολογίου (βλ. Παράρτημα Α.7), τα παιδιά έδιναν επιχειρήματα προφορικά, για να τεκμηριώσουν την υπογραμμισμένη απάντησή τους. Είπαν ότι έκαναν Γλώσσα, γιατί έμαθαν καινούργιες λέξεις, γιατί έγραψαν δικό τους πρόβλημα επικοινωνώντας γραπτά και γιατί ανέπτυξαν επιχειρηματολογία επικοινωνώντας προφορικά. Είπαν ότι έκαναν Μαθηματικά μέσα από όλα αυτά τα προβλήματα που έλυσαν. Είπαν ότι έκαναν Μελέτη Περιβάλλοντος, γιατί έμαθαν για το σώμα που χρειάζεται ενέργεια και για το περιβάλλον. Έκαναν Φυσική, γιατί έμαθαν για την ενέργεια, τη θερμότητα και τη θερμίδα… Και τέλος έκαναν Τεχνικά, όταν ζωγράφισαν με θέμα: «Υγιεινή Διατροφή και Σωματικές Ασκήσεις» κι όταν έκαναν τα ραβδογράμματα. Από τις απαντήσεις αναδύθηκε η διαθεματική διάσταση των προβλημάτων που ασχοληθήκαμε.

Πλουραλισμός απόψεων και λύσεων (ευρύτητα των πλαισίων των προβλημάτων)

Είναι σημαντικό να περάσει η αντίληψη στους μαθητές ότι δεν υπάρχει μόνο ένας τρόπος για να λύσουν ένα πρόβλημα. Αυτό είναι περισσότερο εμφανές στα ανοικτά προβλήματα που η λύση δεν είναι μία και προφανής, αλλά επιδέχονται πολλές λύσεις. Τέτοια είναι και τα προβλήματα όπου οι μαθητές επιλέγουν συνδυασμούς, όπως το συγκεκριμένο πρόβλημα στο απόσπασμά μας. Το ευέλικτο πλαίσιο της διαθεματικότητας δίνει έμφαση στην ανακαλυπτική και ομαδοσυνεργατική μάθηση, μέσα από προσωπική αναζήτηση και ανάληψη πρωτοβουλιών και επιδέχεται μόνο παρόμοια «ανοικτού» τύπου προβλήματα με πολλαπλές επιλογές και απαντήσεις. Αντίθετα στα βιβλία των μαθηματικών και στα φυλλάδια των δασκάλων, σπάνια συναντά κανείς προβλήματα με ελευθερία επιλογής δεδομένων και τρόπων λύσης, αφού στόχος είναι ένα συγκεντρωτικό σύστημα απαντήσεων που να διευκολύνει τη βαθμολόγηση.

> *(Τα παιδιά διάβασαν όλους τους συνδυασμούς ασκήσεων - θερμίδων που αναφέρονταν στον πίνακα. Κατόπιν δόθηκε σε κάθε ομάδα ένα ξεχωριστό φύλλο εργασίας - πίνακας, με τίτλο: «Χρόνος Σωματικής Άσκησης που χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές», Παράρτημα Α.5. Ο δάσκαλος είπε: «Σε κάθε ομάδα διαλέξτε όποια λιχουδιά θέλετε»... Αργότερα η ομάδα Δ είπε: «Τελειώσαμε! Εμείς διαλέξαμε το περπάτημα με το παγωτό»... Η ομάδα Β είπε: «Εμείς διαλέξαμε το περπάτημα με τα πατατάκια»...).*
>
> *(Ημέρα 3^{η}, απόσπασμα β.47)*

Η μεγαλύτερη δραστηριότητα της ενότητας δόθηκε την 3η ημέρα. Ήταν ένας πίνακας διπλής εισόδου με 5 είδη σωματικών ασκήσεων και 8 είδη λιχουδιών, από τον οποίο παράγονταν 8Χ5=40 μαθηματικά προβλήματα, συνδυασμοί «λιχουδιάς - σωματικής άσκησης». Αναδύθηκαν πλείστες μαθησιακές ευκαιρίες. Είναι σημαντικό, ότι όπως και σε προηγούμενα προβλήματα, οι μαθητές είχαν πολλά περιθώρια επιλογής συνδυασμών ανάμεσα σε 40 διαφορετικούς ώστε κάθε ομάδα να μπορεί να επιλέγει εξατομικευμένα συνδυασμούς ανάλογα με τις ανάγκες της.

Την 3^{η} ημέρα η ομάδα Β επεξεργάστηκε το συνδυασμό τρέξιμο - πατατάκια. Ποικιλία μαθηματικών δεξιοτήτων θίχτηκαν και αναπτύχθηκαν άτυπα και ήταν: α) Πρόσθεση δεκαδικού και μεικτού (17,5 + 1 ¼), β) Πρόσθεση μεικτού και μεικτού με ετερώνυμα κλάσματα (17 ½ + 1 ¼) και γ) Μετατροπή ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα (17 2/4 + 1 ¼). Φυσικά, όλες τις παραπάνω πράξεις, δεν τις κάναμε αλγεβρικά, αλλά γεωμετρικά με χειραπτικό υλικό, προσθέτοντας κομμάτια χάρτινων κυκλικών δίσκων. Αυτή η διαδικασία επίλυσης δεν ήταν η πιο σύντομη για να βρεθεί το αρχικό ζητούμενο, αλλά παρήχθησαν μαθησιακές ευκαιρίες για να αποκτήσουν οι μαθητές άτυπες, προϋπάρχουσες γνώσεις και δεξιότητες που θα τους βοηθήσουν στην κατανόηση νέων προς διδασκαλία μαθηματικών δομών την επόμενη χρονιά στην Ε΄ τάξη.

Την 4η ημέρα κάποιο παιδί απαντώντας στο ερωτηματολόγιο, αυθόρμητα είπε ότι του άρεσε η ενότητα γιατί του φάνηκε σαν παιχνίδι και κάποιο άλλο είπε ότι του άρεσε γιατί πέρασε ωραία. Στη 2η ερώτηση, τι θυμούνταν πιο πολύ από αυτά που κάναμε, η Βαρβάρα είπε ότι θυμόταν το πρόβλημα που φτιάξανε μόνοι τους, ο Μάριος ότι θυμόταν αυτό με τα κουτάκια, τις θερμίδες και τα λεπτά, ο Δημήτρης το ραβδόγραμμα και η Φωτεινή το ημερολόγιο που έκαναν εκείνη την ημέρα. Τους παροτρύναμε να τα γράψουν (βλ. Παράρτημα Α.7). Είναι αξιοσημείωτο ότι οι μαθητές απάντησαν πως από ολόκληρη την ενότητα θυμούνταν πιο πολύ τα μαθηματικά προβλήματα που ασχολήθηκαν. Δεν έγραψαν ως συνήθως για κάποια ζωγραφιά, μια ευχάριστη συζήτηση ή κάποιο αστείο, αλλά για μαθηματικά προβλήματα που έλυσαν και κυρίως που κατασκεύασαν μόνοι τους (problem posing), σε τυπικά ή σε άτυπα πλαίσια (English 1998, Brown & Walter 2005). Τα θυμούνταν περισσότερο, γιατί τους προσήλκυσαν το ενδιαφέρον.

«Ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων μέσα από τα ενδιαφέροντα των παιδιών

(Μετά ο δάσκαλος παρακίνησε τις ομάδες να εκτελέσουν τη 2η εργασία του φυλλαδίου: Να διατυπώσουν δικό τους πρόβλημα σε κάθε ομάδα με στοιχεία του πίνακα και να το λύσουν).

(Ημέρα 2η, απόσπασμα β.48)

Κατά τη 2η δραστηριότητα, αφέθηκαν τα παιδιά ελεύθερα, με μεγάλα περιθώρια επιλογής, να σχεδιάσουν, να αποφασίσουν στις ομάδες και να καταλήξουν στην κατασκευή και στη λύση ενός προβλήματος. Κάθε ομάδα, λειτουργώντας εξατομικευμένα, επέλεγε το βαθμό δυσκολίας ανάλογα με τις «μαθηματικές» δυνατότητες των μελών της. Με ανατροφοδότηση της διαδικασίας από αντιδράσεις των παιδιών και κατασκευή προβλημάτων που να ανταποκρίνονται στις επιθυμίες, τις προτιμήσεις τους για συγκεκριμένα είδη διατροφής, τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντά τους, το πλαίσιο είχε δυναμική. Αντίθετα στην παραδοσιακή διδασκαλία τα προβλήματα σχεδιάζονται μακριά από τους μαθητές, χωρίς να ικανοποιούν ανάγκες τους. Συνήθως χρησιμοποιούνται τα προβλήματα του βιβλίου που είναι ίδια για όλα τα παιδιά της επικράτειας ανεξάρτητα των ιδιαίτερων τοπικών συνθηκών κι ενδιαφερόντων κι είναι γραμμένα σε ξύλινη γλώσσα, ενώ αναφέρονται σε εμπειρίες από τον κόσμο των μεγάλων και όχι από το περιβάλλον των παιδιών. Κατά την 4η συνάντηση, στο ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης, τα παιδιά κατέγραψαν με ακρίβεια ποσότητες και είδη τροφών που κατανάλωσαν σε μια μέρα και το χρόνο και το είδος των σωματικών ασκήσεων που εκτέλεσαν την ίδια ημέρα.

Μάνος: Από το θερμιδομετρητή το βρήκα, σελ. 44 πορτοκάλι χυμός φυσικός …85 θερμίδες.
Πετρίνα: Σελ. 36…ένα μέτριο μανταρίνι 40 θερμίδες.
Φανή: Μήλα (1 μέτριο)…132 θερμίδες.

(Ημέρα 4η, απόσπασμα β.44)

Τα παιδιά κατέγραψαν στο ημερολόγιο πραγματικές καταστάσεις από την καθημερινή ζωή τους, σχετικά με τη διατροφή τους και τις σωματικές ασκήσεις που κάνουν. Στο πλαίσιο των ανοικτών διαθεματικών προβλημάτων, ακόμη και τα δεδομένα τα βρίσκουν οι μαθητές με προσωπική έρευνα. Έτσι έχουν την ικανοποίηση ότι κατασκευάζουν το δικό τους πρόβλημα με δικά τους δεδομένα που έχει ιδιαίτερη συναισθηματική αξία για αυτούς κι οπωσδήποτε προσελκύει το ενδιαφέρον τους πολύ περισσότερο από ένα «μη οικείο» πρόβλημα του βιβλίου.

4.4. ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: «Ο ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ ΩΣ ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΔΑΣΚΑΛΟΣ»

Αναπόφευκτα, μα και βάσει του προγραμματισμού που είχε προηγηθεί, ο ερευνητής έπαιζε το ρόλο δεύτερου δασκάλου στην τάξη. Ο ρόλος αυτός αναδύθηκε στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων του project μέσα από τις βιωματικές εμπειρίες, ώστε κι ο ερευνητής να εναρμονίσει τις ενέργειες του με τους στόχους του ερευνητικού προγράμματος. Αρχικά ο ρόλος του ερευνητή ήταν περισσότερο καθοδηγητικός, όμως ακολούθως εξελίχθηκε σε ενισχυτικό του διαλόγου, της εποικοδομητικής αντιμετώπισης του λάθους και της υπογράμμισης του ρεαλιστικού πλαισίου του προγράμματος.

Την 1η ημέρα ο ερευνητής, για να διευκολύνει στην κατανόηση της έννοιας της ισορροπίας μεταξύ των θερμίδων που παίρνουμε και που καταναλώνουμε, χρησιμοποίησε ως αναλογικό μοντέλο σκέψης το ζυγό ισορροπίας που ζωγράφισε και στον πίνακα. Με την ερώτηση «πού πρέπει να γέρνει η ζυγαριά;» προκάλεσε τα παιδιά, υποβάλλοντας τη σκέψη τους στην κατεύθυνση της ανισορροπίας. Ενθάρρυνε το διάλογο των παιδιών, ώσπου έφτασαν μόνα τους στην έννοια της ισορροπίας, με τη δήλωση ενός μαθητή ότι η ζυγαριά δεν πρέπει να γέρνει πουθενά. Συχνά ο ερευνητής, με αφορμή κάποια προβλήματα επικοινωνίας μεταξύ παιδιών, προσπαθούσε με οδηγίες να υπενθυμίσει κάποιες αρχές σωστής επικοινωνίας κι ομαλής διεξαγωγής εποικοδομητικού διαλόγου. Όταν παρουσιάζονταν στις ομάδες προβλήματα συνεργασίας μεταξύ μαθητών, ο ερευνητής μαζί με το δάσκαλο υπενθύμιζαν σε όλη την τάξη, πώς πρέπει να λειτουργούν τα μέλη μιας ομάδας στα πλαίσια της αρμονικής συνεργασίας. Την 1η ημέρα επίσης, μια μαθήτρια πρόσθεσε αυθαίρετες ποσότητες σε γραμμάρια για να βρει 2.800 θερμίδες, δείχνοντας πλήρη έλλειψη κατανόησης. Ο ερευνητής προσπάθησε με ερωτήσεις, χωρίς να της πει ότι κάνει λάθος, να την οδηγήσει σε κατάσταση γνωστικής σύγκρουσης, με βάση τις απαντήσεις της. Στο τέλος η μαθήτρια έφτασε σε σημείο να ανακαλύψει μόνη το λάθος της. Η Καφούση (1994) γράφει ότι το λάθος μπορεί να παίξει ένα καθοριστικό ρόλο στην πορεία της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Είναι «ένα παράθυρο στη σκέψη του μαθητή» κι ο δάσκαλος οφείλει να γίνει ακροατής και ερμηνευτής των ιδεών του μαθητή δίνοντάς του την ευκαιρία να αναλύσει τον τρόπο σκέψης που τον οδήγησε στο λανθασμένο συμπέρασμα.

Την 3η ημέρα, εισαγωγικά στη δραστηριότητα με τίτλο: «Χρόνος σωματικής άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές» που εκτελέστηκε συνδυαστικά με τον πίνακα «Πόσες θερμίδες καίμε σε δέκα λεπτά», ο ερευνητής προσπάθησε με ερωτήσεις, να γίνει κατανοητή η έννοια της παραμετρικής διαδικασίας. Ανέφερε ότι όταν έχουμε τρία μεγέθη αλληλοεξαρτώμενα μεταξύ τους, για να μελετήσουμε τη συμμεταβολή των δύο, πρέπει να έχουμε το τρίτο μέγεθος σταθερό. Στη δραστηριότητά μας τα μεγέθη ήταν: το είδος της σωματικής άσκησης, οι καταναλωνόμενες θερμίδες κι ο χρόνος εκτέλεσης της άσκησης. Η κατανόηση της έννοιας των συμμεταβλητών μεγεθών, ως προϋπάρχουσα γνώση, θα βοηθούσε τα παιδιά στην επόμενη Ε΄ τάξη, εκτός από τα Μαθηματικά και στο μάθημα της Φυσικής, στην εκτέλεση πειραμάτων, π.χ. στη μελέτη της ανάπτυξης ενός φυτού, με παραμέτρους: υγρασία, φως και είδος εδάφους και θα συνέβαλε στην εξοικείωση με τις επιστημονικές διαδικασίες.

Την 3η ημέρα επίσης, όταν τα παιδιά κατά τη διαδικασία λύσης τους, έφτασαν να αναζητούν το μισό του πέντε και το μισό του δυόμισι, ο ερευνητής με ερωτήσεις ενθάρρυνε τη συζήτηση. Εν γνώσει του ωθούσε τους μαθητές σε βαθύτερα μαθηματικά πεδία κι ας μην είχαν έτοιμα εργαλεία για να αντιμετωπίσουν τέτοιες μαθηματικές καταστάσεις. Έτσι μόνο θα αναγκάζονταν να «κατασκευάσουν» τις νέες γνώσεις τους. Ως τώρα είχαν μάθει να εργάζονται μόνο στο σύνολο των ακεραίων και προς την άνοιξη, διδάχθηκαν πρώτη φορά τα κλάσματα και τους δεκαδικούς. Στην παραδοσιακή διδασκαλία και στα παλιά βιβλία των μαθηματικών, το βιβλίο του δασκάλου πρότεινε ο εκάστοτε δάσκαλος να λύνει υποδειγματικά ο ίδιος ένα πρόβλημα στον πίνακα και κατόπιν οι μαθητές καλούνταν να μιμηθούν το παράδειγμά του, εφαρμόζοντας τη νέα γνώση σε διάφορα προβλήματα που βρίσκονταν στο τέλος του κεφαλαίου. Συνέβαινε δηλαδή το αντίστροφο από ό,τι συνέβη ιστορικά στην πορεία εξέλιξης των μαθηματικών. Αντί το πρόβλημα να είναι η «ατμομηχανή» που εμψυχώνει ολόκληρη τη διδακτική διαδικασία, στην παραδοσιακή σχολική τάξη το πρόβλημα ήταν το «τελευταίο βαγόνι». Ο Freudenthal (1983) χαρακτηρίζει τη συγκεκριμένη λειτουργία των προβλημάτων ιστορικά αβάσιμη και την ονομάζει αντιδιδακτική αντιστροφή. Αντίθετα στόχος του project ήταν, να βρεθούν τα παιδιά σε άγνωστα μονοπάτια όπου έπρεπε να ανακαλύψουν το δικό τους δρόμο, επανεπινοώντας την ιστορική πορεία εξέλιξης της μαθηματικής έννοιας των ρητών αριθμών.

Το χαλαρό πλαίσιο της Ε.Ζ. παρείχε τη δυνατότητα στον ερευνητή για χρήση χιούμορ και αναφορά αυτοβιογραφικών σχολίων. Με τον τρόπο αυτό, η ατμόσφαιρα στην τάξη γινόταν πιο ευχάριστη και το κλίμα πιο παιδαγωγικό. Ο ερευνητής π.χ. εξομολογήθηκε ότι δεν μπορεί να κάνει σχοινάκι, αποκαθηλώνοντας την εικόνα της αυθεντίας που ίσως είχαν οι μαθητές για αυτόν, ώστε η επαφή τους να γίνει πιο ανθρώπινη. Κατά τη διάρκεια της διερεύνησης των προβλημάτων από τους μαθητές, ο ερευνητής απέφευγε όσο μπορούσε να δώσει «έτοιμες συνταγές». Όταν διαφορετικές ομάδες μαθητών πρότειναν διάφορους τρόπους λύσης σε ένα πρόβλημα, οι τρόποι αυτοί άλλοτε ήταν στην ουσία παραλλαγές του ίδιου τρόπου και άλλοτε ήταν πραγματικά διαφορετικές διαδικασίες λύσης. Ο ερευνητής τότε καθοδηγούσε τα παιδιά ώστε να συγκρίνουν τους διάφορους τρόπους, για να αναδυθούν κριτήρια για το πότε δύο τρόποι σκέψης και λύσης είναι ίδιοι ή διαφορετικοί. Από τη συζήτηση αναδύθηκε μια νόρμα σχετικά με το «τι μετρά ως διαφορετική λύση». Σύμφωνα με αυτήν, διαφορετικές θεωρούνται οι λύσεις που βασίζονται σε ανόμοιες ποσοτικές ερμηνείες ή διαφορετικές διαδικασίες υπολογισμού. Επίσης ο ερευνητής κι ο δάσκαλος προσπαθούσαν με ερωτήσεις ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά στη σύγκριση των διάφορων τρόπων, ώστε να κρίνουν ποιος είναι ο πιο σύντομος και πιο κομψός. Ο ερευνητής σε κάθε ευκαιρία ενθάρρυνε το διάλογο, επιμένοντας μετά από απαντήσεις παιδιών για περαιτέρω διευκρινίσεις. Προφασιζόμενος ότι δεν καταλάβαινε τις εξηγήσεις των παιδιών, τα ωθούσε να δίνουν πλήρεις εξηγήσεις και να τεκμηριώνουν τις απαντήσεις τους.

Συχνά από το αρχικό πρόβλημα προέκυπταν στην πορεία μικρότερα προβλήματα, τα οποία αφού τα έλυναν οι μαθητές έπρεπε να τους υπενθυμίσουμε να ξαναγυρίσουν στην αρχή για να συνδυάσουν τα παλιά με τα νέα δεδομένα και να βρουν την τελική λύση. Βοηθώντας τους μαθητές να κάνουν ανακεφαλαίωση της διαδικασίας λύσης, τους βοηθούσαμε να αποκτήσουν «μεταγνώση» (metacognition) (Κωσταρίδου - Ευκλείδη 1997, σ. 297). Να συνειδητοποιήσουν δηλαδή τη γνωστική πορεία που ακολούθησαν και να μάθουν πώς να μαθαίνουν. Όταν ένας μαθητής, με δική του πρωτοβουλία, κατέγραψε στο ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης και τις θερμίδες που παίρνει ή καίει, δίπλα στις τροφές και τις σωματικές ασκήσεις αντίστοιχα, ο ερευνητής επαίνεσε τη συμπεριφορά του ως παραδειγματική για να παρακινηθούν και οι υπόλοιποι να τη μιμηθούν και να αναδειχθεί η λειτουργική σκοπιμότητα του ημερολογίου.

Την 4η ημέρα δίνοντας ο ερευνητής τα ερωτηματολόγια στους μαθητές, τους γνωστοποίησε ότι οι απαντήσεις θα βοηθήσουν στην έρευνά του. Με την παράκληση να γράψουν ανώνυμα την αλήθεια τους, προσπάθησε να μην επηρεαστούν στις απαντήσεις τους από το τι πίστευαν ότι θα άρεσε στους δασκάλους, αλλά να γράψουν ό,τι οι ίδιοι οι μαθητές πραγματικά πίστευαν. Ταυτόχρονα λέγοντας ότι περιμένει να τον βοηθήσουν, κατέβηκε από το θρόνο του δασκάλου - αυθεντία κι έδειξε την εκτίμηση και το σεβασμό του στους μαθητές. Με το ίδιο σκεπτικό αποχαιρετώντας τους στο τέλος, τους αποκάλεσε συνεργάτες.

4.5. ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Στην πιλοτική έρευνα παρατηρήθηκαν και καταγράφηκαν οι όποιες αλλαγές στις διδακτικές - μαθησιακές συμπεριφορές εκδηλώθηκαν στα πλαίσια της Ε.Ζ. με διαθεματικές προσεγγίσεις βασισμένες στα μαθηματικά και σε θέματα διατροφής. Όπως διαπιστώθηκε από την κωδικοποίηση - ανάλυση των εθνογραφικών δεδομένων, αρκετές ήταν οι ενδείξεις αλλαγής σε διδακτικές παραδοσιακές αντιλήψεις και πρακτικές του δασκάλου και σε μαθησιακές στάσεις των μαθητών. Κάποια ερωτήματα όμως εύλογα αναδύθηκαν και έμειναν αναπάντητα.

Ένα πρώτο ερώτημα ήταν: «Αυτές οι αλλαγές στη διδακτική συμπεριφορά του δασκάλου ήταν πρόσκαιρες ή παγιώθηκαν σε μονιμότερη βάση, πόση βιωσιμότητα - σταθερότητα είχαν;». Υπήρξαν αλλαγές που ευνοήθηκαν από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του παιδαγωγικά ευχάριστου κι ευέλικτου πλαισίου της Ε.Ζ. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι η απαλλαγή από το άγχος του χρόνου και της κάλυψης της διδακτέας ύλης, η δυνατότητα καλλιέργειας πιο δημοκρατικών κι ανθρώπινων σχέσεων μεταξύ δασκάλου - μαθητών και των μαθητών μεταξύ τους, η μείωση της ανταγωνιστικής διάθεσης μεταξύ των μαθητών κι αντίθετα η αύξηση της συνεργατικότητας (λόγω της απουσίας της βαθμολογίας και της μη ενθάρρυνσης του ανταγωνισμού από το δάσκαλο). Επίσης το πλαίσιο της Ε.Ζ. ευνόησε την αύξηση της δημιουργικότητας των δασκάλων ως προς την αναζήτηση πηγών για την προετοιμασία της διδασκαλίας μιας ενότητας και έδωσε ευκαιρίες για καλλιέργεια της επινοητικότητας δασκάλων και μαθητών. Όπως διαπιστώθηκε, μέσα σε ένα πολύ ευέλικτο πλαίσιο όπως αυτό της Ε.Ζ., μαθητές και δάσκαλοι κατασκεύαζαν ανοικτά μαθηματικά προβλήματα και στρατηγικές λύσης, χωρίς να δεσμεύονται και να οριοθετείται η δράση τους από Α.Π., βιβλίο δασκάλου και βιβλίο μαθητή όπως γίνεται στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών.

Ένα δεύτερο λοιπόν ερώτημα ήταν: «Αυτές οι αλλαγές, οι άρρηκτα συνδεδεμένες και συνυφασμένες με τη διαθεματικότητα όπως υλοποιείται στο ιδιαίτερο παιδαγωγικό πλαίσιο του project στην Ε.Ζ., θα μπορούσαν να διατηρηθούν και εκτός Ε.Ζ. σε διαθεματικές προσεγγίσεις - δραστηριότητες στο καθημερινό μάθημα των μαθηματικών, όπου όλοι οι ανωτέρω αναφερθέντες ανασταλτικοί παράγοντες ενυπάρχουν;». Ανατροφοδοτώντας την πορεία της έρευνάς μας με τους παραπάνω προβληματισμούς, προσπαθήσαμε να δώσουμε τις ελάχιστες απαντήσεις σε αναπάντητα ερωτήματα που αναδύθηκαν από την πιλοτική έρευνα (γιατί οπωσδήποτε στα περιορισμένα πλαίσια της έρευνας δεν είναι δυνατόν να απαντηθούν διεξοδικά όλα τα ερωτήματα που ανακύπτουν, πολλά από τα οποία παραμένουν για περαιτέρω προβληματισμό κι ερευνητικές προεκτάσεις).

Αποφασίσαμε στη νέα φάση της έρευνας, στις επόμενες μελέτες περίπτωσης να μη σταματήσουμε στην περιγραφή και ανάλυση μόνο της διαθεματικής παρέμβασης στα πλαίσια ενός τετραμήνου στα δίωρα της Ε.Ζ., αλλά να επεκταθούμε και στην παρατήρηση - καταγραφή της συμπεριφοράς δασκάλων και μαθητών και σε δύο διδακτικές ώρες του καθημερινού μαθήματος των μαθηματικών, μία στην αρχή πριν και μία στο τέλος μετά την ολοκλήρωση της διαθεματικής παρέμβασης, για να διαπιστωθεί τι τελικά άλλαξε, όχι στις παιδαγωγικά ιδανικές συνθήκες του project και της Ε.Ζ., αλλά υπό κανονικές συνθήκες στο τυπικό μάθημα μαθηματικών του ωρολογίου προγράμματος. Όμως λόγω της ιδιότητας του ερευνητή ως σχολικού συμβούλου της περιοχής, οι άτυπες παρατηρήσεις των δασκάλων πριν και μετά την εφαρμογή του διαθεματικού προγράμματος ήταν πολύ περισσότερες από τις δύο τυπικές συναντήσεις που αναφέραμε.

Εξάλλου, κατά τη διατύπωση του σκοπού του ερευνητικού εγχειρήματος, κυρίαρχη θέση έχει η διερεύνηση των πιθανών αλλαγών. Για να εξεταστούν αλλαγές θα πρέπει η εργασία ως προς ένα βαθμό να είναι και συγκριτική, δηλαδή να παρουσιάζεται η διδακτική και μαθησιακή στάση των δασκάλων και των μαθητών αντίστοιχα και στην παραδοσιακή προσέγγιση πριν από τη διαθεματική παρέμβαση και κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν, ώστε να μπορούν να εντοπιστούν οι διαφορές που προκύπτουν. Αποφασίσαμε λοιπόν για την κάθε μελέτη περίπτωσης, όπως προαναφέρθηκε, να χωριστεί η διαδικασία παρατήρησης και περιγραφής σε τρεις φάσεις.

Σε πρώτη φάση καταγράφηκε η συμπεριφορά δασκάλων και μαθητών σε δύο διδακτικές ώρες του καθημερινού μαθήματος μαθηματικών, πριν τη διαθεματική διδακτική παρέμβαση. Στη δεύτερη φάση, που απετέλεσε το κύριο μέρος της έρευνας, καταγράφηκε η εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων με τη μέθοδο project στις ώρες της Ε.Ζ. και παρατηρήθηκαν οι αντίστοιχες συμπεριφορές δασκάλων - παιδιών. Τέλος σε τρίτη φάση, μετά την ολοκλήρωση του διαθεματικού project, καταγράφηκε η συμπεριφορά δασκάλων και παιδιών σε δύο τυπικές διδακτικές ώρες του καθημερινού μαθήματος των μαθηματικών και σε ακόμη περισσότερες άτυπες παρατηρήσεις με κάθε ευκαιρία της επίσκεψης του ερευνητή ως σχολικού συμβούλου στη συγκεκριμένη τάξη.

Αποφασίσαμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε Τυπική Συνέντευξη μέσω ερωτηματολογίου για το δάσκαλο, εκτός από το τέλος και στην αρχή των μελετών περίπτωσης. Ενώ στην πιλοτική έρευνα δώσαμε μόνο στο τέλος του εγχειρήματος, δύο ερωτηματολόγια προς συμπλήρωση, ένα στο δάσκαλο και από ένα στους μαθητές, στις τρεις επόμενες μελέτες περίπτωσης, δώσαμε στις δασκάλες κι ένα άλλο ερωτηματολόγιο στην αρχή του εγχειρήματος, με σκοπό να διερευνήσουμε τις προϋπάρχουσες αντιλήψεις, στάσεις και πεποιθήσεις τους για τα μαθηματικά.

Στην πιλοτική έρευνα κατά τη συγγραφή της ανάλυσης προτιμήσαμε να χρησιμοποιήσουμε ως υπότιτλους στα υποκεφάλαια και συνεπώς ως οργανωτές, τις Δομικές Θεματικές Κατηγορίες: «Δάσκαλος, Ερευνητής, Μαθητές, Προβλήματα». Συγκρίνοντας κατόπιν τις τέσσερις δομικές κατηγορίες, παρατηρήσαμε ότι υπήρχαν σε όλες τα ίδια σχεδόν επαναλαμβανόμενα φαινόμενα, δοσμένα από διαφορετική οπτική γωνία κάθε φορά. Συνειδητοποιήσαμε ότι ομαδοποιώντας ομοειδή φαινόμενα των δομικών κατηγοριών, μπορούσαμε να οδηγηθούμε σε ανάδυση λειτουργικών συσχετικών κατηγοριών. Αποφασίσαμε στις τρεις επόμενες μελέτες περίπτωσης, η οργάνωση και παρουσίαση της ανάλυσης να βασιστεί στις ανώτερες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες που θα προέκυπταν σε κάθε μελέτη περίπτωσης.

Ένα ακόμη συμπέρασμα που αναδύθηκε από την πιλοτική έρευνα ήταν ότι στα πλαίσια των project, υπήρχε ανάγκη για ακόμη περισσότερες βιωματικές δράσεις. Το περιορισμένο χρονικό πλαίσιο της πιλοτικής έρευνας, μόνο τέσσερις εβδομάδες, η απειρία που συνεπάγεται η πρώτη πιλοτική εφαρμογή και το προφίλ του συγκεκριμένου δασκάλου της πρώτης μελέτης περίπτωσης, λειτούργησαν συνδυαστικά μην ενθαρρύνοντας την υλοποίηση πολλών βιωματικών δράσεων. Στη συνέχεια, στις επόμενες μελέτες περίπτωσης, δόθηκε περισσότερη έμφαση στην πραγματοποίηση πολλών και ουσιαστικών βιωματικών δράσεων, οι οποίες δεν ήταν αποκομμένες από τις υπόλοιπες φάσεις του εγχειρήματος, αλλά αναδύονταν σε κάθε ευκαιρία μέσα από την επεξεργασία και τη διερεύνηση των θεματικών ενοτήτων και μέσα από τις προτάσεις δασκάλων και παιδιών.

Επίσης στην πιλοτική έρευνα παρατηρώντας το ποσοστό κατοχής του λόγου και παρέμβασης από τον ερευνητή, κυρίως προς τα παιδιά, αναδύθηκε το συμπέρασμα ότι ήταν πολύ μεγάλο και μελλοντικά στις τρεις επόμενες μελέτες περίπτωσης, έπρεπε να μειωθεί, ώστε να δοθεί περισσότερος χώρος και χρόνος στις δασκάλες των τάξεων για να αναλάβουν πρωτοβουλίες.

Προέκυψαν επίσης ειδικότερα συμπεράσματα που λειτούργησαν ανατροφοδοτικά, για τον τρόπο ανάπτυξης της συγκεκριμένης ενότητας: «Θέματα Διατροφής». Για παράδειγμα διαπιστώθηκε ότι στην κατασκευή ραβδογράμματος, ήμασταν δάσκαλος κι ερευνητής, υπέρμετρα καθοδηγητικοί δίνοντας έτοιμες τις βάσεις των διαβαθμισμένων αξόνων κι η αποστολή των μαθητών ήταν να μεταφέρουν και να απεικονίσουν τα δεδομένα του πίνακα με μορφή ραβδογράμματος, καθορίζοντας τις οροφές των αξόνων (βλ. Παράρτημα Α.2).

Μέσα από διαδοχικές αναγνώσεις του πρωτογενούς υλικού που συλλέχθηκε από την παρατήρηση, αναδύθηκαν αφαιρετικά σημαντικές αλλαγές στη συμπεριφορά του δασκάλου και των μαθητών. Ο παραδοσιακά καθοδηγητικός ρόλος του δασκάλου, αν και διατηρήθηκε μέχρι τέλους, βαθμιαία ελαττώθηκε. Ομοίως, η μονομερής έμφαση στο αποτέλεσμα, κατά την πρώτη ημέρα, σταδιακά υποχώρησε και δόθηκε εξίσου έμφαση στη διαδικασία. Η αντιμετώπιση των λαθών των μαθητών από το δάσκαλο, ήταν αισθητά βελτιωμένη. Ο δάσκαλος ενθάρρυνε το διάλογο, χρησιμοποιούσε διαφοροποιημένη διδασκαλία, έκανε χρήση αναπαραστάσεων για να υποστηρίξει τη σκέψη των μαθητών και να διευκολύνει την ανάδυση στρατηγικών. Δεν ενίσχυε όπως παλιά τις ανταγωνιστικές διαδικασίες, αντίθετα συνέβαλε στην καλλιέργεια κλίματος συνεργατικότητας. Τέλος υπογράμμιζε σε κάθε ευκαιρία το ρεαλιστικό πλαίσιο του project που βασιζόταν σε καταστάσεις καθημερινής ζωής. Η διαδικασία ανάλυσης κι ανάδυσης των ανωτέρω αλλαγών κι η αποκτημένη εμπειρία από την πιλοτική έρευνα, μας προϊδέασαν για το πώς έπρεπε στη συνέχεια να εργαστούμε στις τρεις επόμενες μελέτες περίπτωσης.

3ο ΜΕΡΟΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ 2ΗΣ, 3ΗΣ ΚΑΙ 4ΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Στα Κεφάλαια 5, 6 και 7 που θα ακολουθήσουν, θα παρουσιάσουμε συνδυαστικά συσχετικές κατηγορίες και από τις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης - σχολικές τάξεις που παρατηρήσαμε. Συγκεκριμένα, στο 5ο κεφάλαιο θα αναδείξουμε αλλαγές που διαπιστώσαμε στη μαθησιακή στάση των μαθητών, στο 6ο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε αλλαγές στη διδακτική στάση των δασκάλων και στο 7ο κεφάλαιο θα εστιάσουμε σε αλλαγές στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο. Οι συσχετικές κατηγορίες που τεκμηριώνονται μέσα από πλήθος αναλυτικών υπομνημάτων και αντίστοιχων περιγραφικών αποσπασμάτων είναι ενδεικτικές για τις αλλαγές που καταγράφηκαν στη στάση των μαθητών, των δασκάλων που κυρίως μας ενδιαφέρουν και τις αλλαγές στο ευρύτερο πλαίσιο των σχολικών τάξεων ως συστημικών όλων. Όπως έχει αναφερθεί ήδη στο 3ο κεφάλαιο, η χρονική διάρκεια της παρατήρησης σε καθεμία από τις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης ήταν από 22 έως 27 διδακτικές ώρες, στη διάρκεια 12 έως 15 εβδομάδων και ήταν πολύ μεγαλύτερη από τη διάρκεια παρατήρησης της πρώτης μελέτης περίπτωσης στην πιλοτική έρευνα, της οποίας την ανάλυση παρουσιάσαμε στο προηγούμενο 4ο κεφάλαιο. Επομένως ο όγκος των δεδομένων παρατήρησης σε καθεμία από τις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης ήταν κατά πολύ μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο όγκο δεδομένων της πιλοτικής έρευνας. Το γεγονός αυτό οδήγησε σε πολύ περισσότερα αναλυτικά υπομνήματα, από τα οποία αναδύθηκαν οι συσχετικές κατηγορίες που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια.

Όπως έχουμε προαναφέρει, κατά τη συγγραφή της εθνογραφικής ανάλυσης, προτιμήσαμε αρχικά να χρησιμοποιήσουμε δομικές κατηγορίες. Στη συνέχεια μέσα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης και ομαδοποίησης ομοειδών δομικών κατηγοριών και κατώτερων λειτουργικών συσχετικών κατηγοριών, καταλήξαμε σε ανώτερες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες. Έπειτα από λεπτομερή περιγραφή και διεξοδική ανάλυση μαθησιακών επεισοδίων, πριν από την Ευέλικτη Ζώνη (π.Ε.Ζ.) στο μάθημα των μαθηματικών, κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης (Ε.Ζ.), αλλά και μετά την ολοκλήρωσή της ξανά στα μαθηματικά (μ.Ε.Ζ.), εμφανίστηκαν σταδιακά αλλαγές στη μαθησιακή στάση των μαθητών, στη διδακτική στάση των δασκάλων και στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο και των τριών σχολικών τάξεων που παρατηρήσαμε.

Κατά τη διάρκεια της παρουσίασης των δεδομένων συχνά εκφραζόμαστε θετικά για τη «σύγχρονη διδακτική προσέγγιση» έναντι της «παραδοσιακής διδακτικής προσέγγισης». Προς αποφυγήν παρανοήσεων διευκρινίζεται εδώ ότι με τη χρήση του όρου «σύγχρονη», εννοείται μία διδακτική προσέγγιση η οποία συνδέεται με τη βαθιά κατανόηση της μαθηματικής γνώσης και η οποία βασίζεται στις σύγχρονες θεωρητικές τάσεις του Κοινωνικού Κονστρουκτιβισμού, της Επίλυσης Προβλημάτων, της πλαισιωμένης μάθησης, τις αρχές και τα κριτήρια του NCTM και συνάδει με το μοντέλο μίας εξελικτικής - εποικοδομητικής διδασκαλίας. Αντίθετα με τον όρο «παραδοσιακή» εννοείται μία διδακτική προσέγγιση η οποία δίνει έμφαση στην επιφανειακή - διαδικαστική γνώση των μαθηματικών και συνάδει με το συμπεριφοριστικό μοντέλο διδασκαλίας. Τα έτη υπηρεσίας ενός εκπαιδευτικού δεν σχετίζονται άμεσα με το αν αυτός διδάσκει με «παραδοσιακή» ή «σύγχρονη» προσέγγιση. Είναι δυνατόν κάποιοι «παλαιοί» εκπαιδευτικοί να διδάσκουν τα μαθηματικά με στόχο την κατανόηση και αντίθετα κάποιοι «νέοι» εκπαιδευτικοί να διδάσκουν τα μαθηματικά δίνοντας έμφαση στην επιφανειακή - διαδικαστική γνώση και στην απομνημόνευση μηχανικών διαδικασιών χωρίς κατανόηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Η ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΣΤΑΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Η ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΔΙΑΛΟΓΟΥ

(ΑΝΑΛΥΣΗ 2^{ΗΣ}, 3^{ΗΣ} ΚΑΙ 4^{ΗΣ} ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ)

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιάσουμε δύο συσχετικές κατηγορίες που αναδύθηκαν από τις μελέτες περίπτωσης που παρατηρήσαμε και οι οποίες αφορούν τις αλλαγές που διαπιστώσαμε στη μαθησιακή στάση των μαθητών, κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project. Από τις δύο αυτές συσχετικές κατηγορίες, η πρώτη εστιάζει στις ενδείξεις που τεκμηριώνουν την αλλαγή της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά. Η δεύτερη εστιάζει στην καταγεγραμμένη πρόοδο στη διεξαγωγή της συζήτησης μεταξύ των μελών της σχολικής τάξης και στη βελτίωση του μαθηματικού διάλογου, συγκρίνοντας τις παρατηρήσεις, πριν από τη διαθεματική προσέγγιση και την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project και μετά τη διαθεματική προσέγγιση και την Ε.Ζ. ξανά στο μάθημα των μαθηματικών.

5.1. ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΣΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

5.1.1. 2^{η} Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στο μάθημα μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ., υπήρχε ένας διάχυτος εκνευρισμός στην ατμόσφαιρα της τάξης, με επίκεντρο τη συμπεριφορά της δασκάλας. Αν και δε φώναζε και θα τη χαρακτηρίζαμε ήπιων τόνων έως κι υποτονική, εκδήλωνε άγχος κι αμηχανία, όταν οι φάσεις της διδασκαλίας που είχε προσχεδιάσει δεν εξελίσσονταν όπως περίμενε. Τότε προσπαθούσε με βίαιο κι άκομψο τρόπο να εξάγει το αποτέλεσμα που επιθυμούσε, ενώ οι μαθητές αποδιοργανώνονταν, μην μπορώντας να ακολουθήσουν το ρυθμό της. Στον τομέα της πειθαρχίας υπήρχε χαλαρότητα. Κάποια ζευγάρια παιδιών ψιθύριζαν και κρυφογελούσαν, χωρίς καμία συμμετοχή στο μάθημα.

Θα αναπτύξουμε τις αλλαγές στη μαθησιακή στάση των μαθητών παρακολουθώντας την πορεία δύο συγκεκριμένων παιδιών, των οποίων οι αλλαγές στάσης ήταν πιο εμφανείς, ώστε οι αλλαγές να γίνουν περισσότερο αντιληπτές. Όμως θα αναφέρουμε ενδείξεις και για αλλαγές στη στάση όλων των παιδιών, όπως αυτές αναδύονται από τις απαντήσεις μαθητών-δασκάλας στα ερωτηματολόγια.

> *(Μια μαθήτρια, η Αγγελική, πεταγόταν, διέκοπτε, προσπαθούσε να είναι το επίκεντρο της προσοχής κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Όταν η δασκάλα έβαλε τα προβλήματα για το σπίτι και αμέσως χτύπησε το κουδούνι για διάλειμμα, η Αγγελική φώναξε: «Επιτέλους, τελειώσαμε»).*
> *(2ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.5)*

Εστιάζουμε στην περίπτωση της Αγγελικής παρατηρώντας τη στάση της πριν, κατά τη διάρκεια και μετά την Ε.Ζ. Στο μάθημα των μαθηματικών, η μαθήτρια δείχνει αγένεια κι υπάρχει «κακή χημεία» στις σχέσεις της με τη δασκάλα. Διαπιστώνουμε ότι πριν την Ε.Ζ. η Αγγελική αντιμετωπίζει το μάθημα των μαθηματικών ως αγγαρεία και στο τέλος, ανακουφισμένη αναφωνεί: «Επιτέλους…».

Αγγελική: Ήταν μικροί και χωματόδρομοι, τώρα είναι μεγάλοι και ασφαλτοστρωμένοι… Εκεί, κύριε, μερικές φορές δε φαίνεται ούτε η Ακρόπολη από το νέφος… Τα παλιά τα χρόνια κυρία, ο αέρας στην Αθήνα θα ήταν καθαρός όπως σήμερα στο Καρπενήσι.

(2ηΜ.Π./Ε/1ηΕ.Ζ.&Μ/1ηΕ.Ζ./στ.2)

Στην 1η συνάντηση της προσέγγισης, η Αγγελική που στο μάθημα μαθηματικών προηγουμένως έδειξε αρνητική στάση, άρχισε «να ανοίγεται» πρώτα σε εμένα και στη συνέχεια στη δασκάλα. Συμμετέχει στο διάλογο με καλή προδιάθεση κι ενθουσιασμό. Η επιθυμία της να πρωταγωνιστεί στην ανοιχτή συζήτηση η οποία δεν έχει εξεταστική μορφή, είναι ένα κίνητρο προσέλκυσης του ενδιαφέροντός της. Στο ανοικτό πλαίσιο της Ε.Ζ. της δίνονται περισσότερες ευκαιρίες για διάλογο. Το γεγονός ότι «ανοίγεται» πρώτα σε εμένα είναι αξιοσημείωτο. Οι Πατρώνης και Γιωτοπούλου (1993, σσ. 65-66) γράφουν: «Έχει παρατηρηθεί αρκετές φορές -και από μας ιδιαίτερα- όταν ένας ερευνητής μπαίνει σε μια τάξη, είτε για ένα πείραμα είτε ακόμη και για συμμετοχική παρατήρηση του ίδιου του κανονικού μαθήματος, να συμβαίνει μια εντυπωσιακή αλλαγή: Μαθητές οι οποίοι θεωρούνταν, μέχρι εκείνη τη στιγμή, "αδύνατοι" ή "με σοβαρό πρόβλημα" στα μαθηματικά, να διακρίνονται στη διαδικασία της συζήτησης για τις φαεινές τους ιδέες ή τις στοχαστικές τους παρατηρήσεις και, αντίθετα, μαθητές οι οποίοι θεωρούνταν "δυνατοί" να σωπαίνουν ή να μην μπορούν να σκεφτούν... Το γεγονός της αλλαγής της συμπεριφοράς των μαθητών με την παρουσία ενός νέου προσώπου στην τάξη... στο φαινόμενο του Πυγμαλίωνα». Η γνώμη του καθηγητή της τάξης για τον κάθε μαθητή, έχει εγγραφεί στη συνείδηση του μαθητή σαν μια «ταυτότητα», με χαρακτηρισμούς αξίας ή απαξίας που τον επηρεάζουν σαν «αντικειμενικοί» χαρακτηρισμοί. Για ορισμένα παιδιά, μια νέα παρουσία εκπαιδευτικού ή ερευνητή στην τάξη και ένας νέος τρόπος που αυτός θα θέσει ένα ζήτημα δημιουργούν προϋποθέσεις αλλαγής των ανειλημμένων ρόλων. Οι μαθητές δεν έχουν πια «ταυτότητες» ως προς το νέο συνομιλητή και μπορεί απρόσμενα να αναπτύξουν ένα γνωστικό δυναμικό, που είχε προηγουμένως εμποδιστεί ή απωθηθεί μέσα τους.

Δασκάλα: Η επόμενη πρόταση λέει ότι στις χώρες Ε.Ε. τα ατυχήματα μειώθηκαν κατά 32%… Αν δηλαδή πριν 30 χρόνια είχαμε 100 πόσα έχουμε σήμερα; (Η Αγγελική λέει: «Λιγότερα»). Σωστά, λιγότερα, γιατί; (Η Αγγελική απαντά: «Γιατί μας λέει ότι μειώθηκαν»). Σωστά, πόσα έγιναν; Μπορείς να το υπολογίσεις στον πίνακα; (Η Αγγελική γράφει: «100-32→ 68. Έγιναν 68 κυρία»).
Λένε ότι φταίει το κράτος που δεν κάνει δρόμους, δε βάζει τροχονόμους. Φταίει μόνο το κράτος;
Αγγελική: Όχι, φταίνε κι οι οδηγοί που τρέχουν σαν τρελοί και δεν προσέχουν.

(2ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.4)

Διαπιστώνουμε αποκατάσταση του κλίματος συνεργασίας ανάμεσα στην Αγγελική και στη δασκάλα. Η Αγγελική υπολογίζει τη μείωση κατά 32%. Η συμμετοχή της στο μάθημα γίνεται έντονη. Ιδιαίτερα ανταποκρίνεται σε ανοιχτές ερωτήσεις γενικότερου κοινωνικού προβληματισμού.

Δασκάλα: Ενώ στην Ελλάδα το ποσοστό θυμάτων σε πεζούς είναι 25% το αντίστοιχο σε Σουηδία, Γερμανία, Αμερική είναι μόνο 12%-13%. Πάλι έχουμε αρνητικό ρεκόρ. Φταίνε μόνο οι οδηγοί;
Αγγελική (σοβαρά): Φταίνε κι οι πεζοί που δεν προσέχουν όταν περνούν το δρόμο.
(2ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.9)

Η συμμετοχή της Αγγελικής στο μάθημα συνεχίζει να είναι έντονη και διαρκής. Απαντά πρόθυμα τόσο σε ερωτήσεις μαθηματικού περιεχομένου όσο και σε ερωτήσεις γενικότερου ενδιαφέροντος.

Δασκάλα: Θυμάστε που είχαμε πει ότι ενώ για μεγάλες αποστάσεις τις ταχύτητες αυτοκινήτων τις μετράμε σε χλμ/ώρα, σε ταχύτητες ανθρώπων…τα μ/δ; (Αγγελική: «Κάτι λίγα θυμόμαστε κυρία»).
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.13)

Η Αγγελική απαντά ειλικρινά. Αν και στην παραδοσιακή διδασκαλία εκφραζόταν με το θάρρος της γνώμης της, τότε απλώς γκρίνιαζε, ενώ τώρα έχει εποικοδομητική επικοινωνία με τη δασκάλα.

«Τα προσεχή χρόνια αναμένεται να αυξηθεί η θνητότητα στην παιδική ηλικία από τροχαία, ως αποτέλεσμα της αύξησης της συχνότητας των ταξιδιών με το αυτοκίνητο».
Ερευνητής: Πώς δικαιολογούν οι συγγραφείς την πρόβλεψη;… Φανταστείτε σε ένα άδειο δωμάτιο ότι πετάτε λαστιχένια μπαλάκια. Πότε είναι πιο πιθανές πολλές συγκρούσεις, όταν πετάμε 5 ή 50;
Αγγελική: Όπως στο λούνα-παρκ, στα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια, όταν είναι λίγα στην πίστα δεν τρακάρεις πολύ και δεν έχει πλάκα, ενώ όταν είναι πολλά γίνεται χαμός.
(2ηΜ.Π./Ε/3ηΕ.Ζ.) & (2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.24)

Το δικό μου παράδειγμα στο προηγούμενο απόσπασμα βοηθά στη συνέχεια την Αγγελική να κατασκευάσει ένα μοντέλο αναπαράστασης με τα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια στο λούνα-παρκ.

Αγγελική: Σε ένα μαγαζί με ψωμιά είχε 1 καρβέλι και 3 μαργαρίτες, ο λόγος καρβέλι προς μαργαρίτες είναι 1:3… Κι εμείς 1 καρβέλι σε 4 ψωμιά.
Δασκάλα: Στην 4…το λόγο που γράψατε στην 3 που είναι μέρος/όλο να τον κάνουμε ποσοστό...
Αγγελική: Τα καρβέλια είναι το 25% των ψωμιών…
(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.58&60)

Αρκετές ημέρες μετά, διαπιστώνουμε ότι η Αγγελική συνεχίζει κατά τη διάρκεια όλης σχεδόν της διαθεματικής προσέγγισης να έχει εποικοδομητική συμμετοχή σε μαθηματικές δραστηριότητες.

Εκτός από την Αγγελική και ο Άγγελος άλλαξε στάση στα μαθηματικά και άρχισε να ξανακερδίζει τη χαμένη του αυτοπεποίθηση. Ο Άγγελος ήταν από τους πιο αδύναμους μαθητές με χαμηλή αυτοπεποίθηση. Σε αυτό το συμπέρασμα καταλήξαμε από την προσωπική παρατήρηση πριν και κατά την Ε.Ζ., αλλά και από τα λεγόμενα της ίδιας της δασκάλας.

Άγγελος: Το κάναμε! ... (στον πίνακα) 1/5=□/100. Διαίρεσα το 100 με το 5... Βρήκα 20. Μετά πολλαπλασίασα το 1 με το 20 και βρήκα 20/100.

Ερευνητής: Άρα τι ποσοστό έχουμε;
Άγγελος: 20% είναι νεαροί.

(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.61)

Είναι πολύ σημαντικό το ότι ο Άγγελος σηκώθηκε στον πίνακα και έλυσε με επιτυχία το πρόβλημα. Το να ξανακερδίσει την αυτοπεποίθησή του ακόμη και μόνο ένας μαθητής στα μαθηματικά, ίσως είναι σημαντικότερο από την επίτευξη όλων των άλλων μαθησιακών στόχων. Η διαθεματική προσέγγιση και η Ε.Ζ. προσφέρουν τέτοιες ευκαιρίες σε αδύναμους μαθητές. Αυτό φαίνεται όχι μόνο από το συγκεκριμένο παράδειγμα, αλλά και από πολλές αναφορές για σχέδια εργασίας που εφάρμοσαν άλλοι εκπαιδευτικοί και από σχετικές βιβλιογραφικές αναφορές. Ο Ματσαγγούρας (2002, σ.11) αναφέρει ότι η Ε.Ζ. ως εκπαιδευτική καινοτομία αποβλέπει στο να αναπτύξει τα εσωτερικά κίνητρα, τις δεξιότητες της αυτορυθμιζόμενης μάθησης και την αυτοεκτίμηση όλων των μαθητών. Επίσης ο Αλαχιώτης (2002, σ.9) αναφέρει σχόλια πιλοτικών σχολείων: «διαπιστώνουμε ότι συνεχώς τονώνεται το αυτοσυναίσθημα των μαθητών», «μαθητές που ένιωθαν απομονωμένοι ή αξιολογούσαν τους εαυτούς τους περιττούς, τώρα δραστηριοποιούνται μες στην ομάδα τους».

Δασκάλα: Είχα στην τσέπη μου 1,5 € κι έδωσα στο κυλικείο 0,75 € για να αγοράσω ένα χυμό. Πόσα ευρώ μου έμειναν; Κατά προσέγγιση μπορεί να μας πει κάποιος πόσα ευρώ έμειναν;
Αγγελική: Αφού ρωτάει πόσα μου έμειναν θα κάνουμε αφαίρεση.

(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.1)

Στην τελευταία συνάντηση στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η Αγγελική η οποία στο 1ο μάθημα μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση, εκδήλωνε κακή «χημεία» με τη δασκάλα κι εντελώς αρνητική στάση για τα μαθηματικά, τώρα είναι η πρώτη που προσπαθεί να απαντήσει στην ερώτηση της δασκάλας. Σημαντικό είναι το γεγονός ότι η Αγγελική παρουσιάζει, ως φαίνεται, μια παγιωμένη αλλαγή στη μαθηματική συμπεριφορά της. Ακόμη και μετά τη διαθεματική προσέγγιση, στο τυπικό, καθημερινό μάθημα μαθηματικών, συνεχίζει να συμμετέχει εποικοδομητικά.

Αν και τα ερωτηματολόγια ήταν ανώνυμα, η Αγγελική συμπλήρωσε οικειοθελώς το όνομά της και το διακόσμησε με μια καρδιά. Στις ερωτήσεις απάντησε ότι της άρεσε η ενότητα «κυκλοφοριακή αγωγή» επειδή της αρέσουν τα αυτοκίνητα και ότι θυμάται όλα τα μαθήματα - συναντήσεις εξίσου. Στην ερώτηση σε τι διέφερε από τα άλλα μαθήματα απάντησε ότι διέφερε γιατί οι δάσκαλοι που είχαν ήταν πολύ καλοί και πρόσθεσε ότι το μάθημα της άρεσε γιατί έκαναν διαφορετικά μαθήματα. Στην ερώτηση αν θα ήθελε να επαναλάβει μία παρόμοια δραστηριότητα, απάντησε καταφατικά.

Γενικά, στην ερώτηση (μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο/ζ.3η), σε τι διέφερε η προσέγγισή μας από τα άλλα μαθήματα, τα παιδιά απάντησαν ενδεικτικά ότι διέφερε γιατί δεν είχαν βιβλίο κι ότι αντί για ένα δάσκαλο είχαν δύο, γιατί δεν υπήρχαν βαθμοί, δεν έκαναν διαγωνίσματα κι ήταν το μάθημα πιο παιχνιδιάρικο. Επίσης διέφερε γιατί μιλούσαν για πολλά πράγματα κάθε φορά, έκαναν διαφορετικά μαθήματα και διάφορες συζητήσεις, έλυναν πολλά προβλήματα κι ήταν το μάθημα πιο ενδιαφέρον. Διαπιστώνουμε ότι οι μαθητές εντόπισαν ως διαφορές: τη διεξαγωγή συζητήσεων, τη διαθεματική προσέγγιση, τη λύση προβλημάτων και βρήκαν το διαθεματικό project πιο ενδιαφέρον από τα άλλα παραδοσιακά μαθήματα. Στην πλειοψηφία τους τα παιδιά δέχτηκαν θετικά την προσέγγισή μας και απάντησαν ότι τους άρεσε το όλο εγχείρημα και ευχαρίστως θα επαναλάμβαναν παρόμοια δραστηριότητα. Εκτός από τα παιδιά και η δασκάλα απάντησε σε ερωτηματολόγιο μετά την Ε.Ζ.

Στην ερώτηση (μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2/γ.4η) αν διαπίστωσε κάποια αλλαγή στη στάση των μαθητών της ως προς τα μαθηματικά, η δασκάλα απάντησε ότι τα παιδιά στο πρόγραμμα έδειξαν αρκετό ενδιαφέρον. Κάποιοι μαθητές εξέφρασαν περισσότερη ευχαρίστηση για το ότι ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά πέρα από το σχολικό πρόγραμμα (εννοώντας πέρα από το τυπικό μάθημα μαθηματικών) κι έδειξαν ότι προσπάθησαν παραπάνω από την καθημερινή τους συμμετοχή στο μάθημα των μαθηματικών. Το ότι στην προσέγγισή μας η μαθησιακή διαδικασία στα μαθηματικά, όποτε συνέβη, έγινε περισσότερο ενδιαφέρουσα για τους μαθητές, από ό,τι στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, είναι κάτι που επισημαίνει η δασκάλα, αλλά και εμείς το διαπιστώσαμε κατά την εθνογραφική παρατήρηση και οι μαθητές το εντόπισαν απαντώντας στα δικά τους ερωτηματολόγια.

Σε μερικά παιδιά, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και συμμετοχής, τονίσθηκε η αυτοπεποίθηση και ο ενθουσιασμός τους, στο μάθημα των μαθηματικών. Ενδεικτικά εστιάσαμε στις περιπτώσεις της Αγγελικής και του Άγγελου. Στην περίπτωση της Αγγελικής, που όπως διαπιστώσαμε πριν την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών, η συμπεριφορά της έδειχνε μία αρνητική προδιάθεση για τα μαθηματικά και μία κακή «χημεία» με τη δασκάλα, συνέβη μία εκπληκτική αλλαγή συμπεριφοράς, όπως διαπιστώσαμε από την παρατήρηση τόσο κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., όσο και στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. Τα δυναμικά στοιχεία του χαρακτήρα της, η διάθεση για ανάληψη πρωτοβουλιών κι έντονη συμμετοχή στο διάλογο, τα οποία φαίνεται ότι καταπιέζονταν στο τυπικό, παραδοσιακό μάθημα όπως γινόταν παλιότερα, βρήκαν διέξοδο στο ευέλικτο, βιωματικό, ανοικτό πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης και της Ε.Ζ. Της δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος για ενεργητική συμμετοχή και αυτή ανταποκρίθηκε με ενθουσιασμό. Ακόμη ένας μαθητής που εμφανώς άλλαξε στάση στα μαθηματικά και άρχισε να ξανακερδίζει τη χαμένη του αυτοπεποίθηση, ήταν ο Άγγελος. Η αλλαγή στη στάση των μαθητών στα μαθηματικά, εδραιωνόταν σταδιακά όσο προχωρούσε η διαθεματική προσέγγιση και συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών.

5.1.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ., δασκάλα και μαθητές συμμετέχουν διεκπεραιωτικά στο μάθημα με μια αίσθηση καθήκοντος ότι κάποια πράγματα πρέπει να γίνουν. Η δασκάλα ρωτά και τα παιδιά απαντούν, χωρίς να τους δίνονται περιθώρια αυτονομίας και ευκαιρίες για να καλλιεργήσουν την κριτική τους σκέψη. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, αυτό το κλίμα σταδιακά αλλάζει. Τα παιδιά δείχνουν αυξημένο ενδιαφέρον και ακόμα και συνήθως αμέτοχοι μαθητές εμπλέκονται ουσιαστικά.

«Το κατάστημα ενδυμάτων εισέπραξε από σακάκια 3.000 € και 2.700 €. Πόσα σακάκια πούλησε;». (Η δασκάλα παρατηρεί ότι με αυτά τα δεδομένα δε λύνεται το πρόβλημα και ρωτά τι λείπει. Ο Οδυσσέας δεν μπορεί να απαντήσει κι ο Αντώνης λέει ότι λείπει η τιμή σακακιού... Ο Οδυσσέας γράφει (3.000+2.700):150=5.700. Η δασκάλα ρωτά τι λείπει για να ισχύει η ισότητα).
(Στην 1η συνάντηση στην Ε.Ζ. έγινε διερεύνηση συνταγών με ελλιπή υλικά)…
Οδυσσέας: Υπάρχει ένα λάθος, το σιρόπι θέλει και ζάχαρη….
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ.) & (3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.2)

Ενώ στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., ο Οδυσσέας δεν μπορούσε να εντοπίσει τα λάθη, κατά την Ε.Ζ. ο Οδυσσέας βρίσκει το λάθος στη συνταγή, δείχνοντας ενδείξεις της ικανότητάς του για κριτική σκέψη. Στο παραδοσιακό μάθημα δεν δόθηκαν αρκετές ευκαιρίες ανάδειξης της κριτικής σκέψης.

Γιάννος: Πεντέμισι. (Για το Γιάννο μου έχει πει η δασκάλα ότι είναι συνήθως αδιάφορος).
Ερευνητής: Μπράβο! Είδες που τα καταφέρνεις μια χαρά άμα θέλεις!
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.19)

Ο Γιάννος, μαθητής συνήθως αδιάφορος, εμπλέκεται στη διαδικασία και δίνει τη σωστή απάντηση.

(Στη μέση χρονικά του προγράμματος, στο τέλος της 5ης συνάντησης, η δασκάλα προτείνει να περάσουν στην τελευταία σελίδα του φυλλαδίου. Ο Νίκος ρωτά: «Δηλαδή σήμερα τελειώνουμε;»).
Δασκάλα: Όχι! Θέλετε να τελειώσουμε πιο γρήγορα το πρόγραμμα; (Όλοι απαντούν αρνητικά).
(3ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.35)

Τα παιδιά δείχνουν αυθόρμητα να απολαμβάνουν το πρόγραμμα, χωρίς να βιάζονται να περατωθεί. Η κινητοποίηση του ενδιαφέροντος είναι βασική παιδαγωγική αρχή. Στο επόμενο επεισόδιο, ο Νίκος εκδηλώνει τον ενθουσιασμό που ένιωσε κατά την κορύφωση της ενορατικής σκέψης του.

(Ζητούμενο ήταν σε πόσα λεπτά ποδήλατο καίγονται οι 150 θερμίδες από τα πατατάκια, με δεδομένο ότι σε 10 λεπτά καίγονται 40 θερμίδες. Μέσ' από το διάλογο, ο Νίκος ακούει τον τρόπο λύσης της α΄ ομάδας που βρήκε 148 θερμίδες σε 37 λεπτά και τον τρόπο της β΄ ομάδας που βρήκε 152 θερμίδες σε 38 λεπτά κι επινοεί το ακριβές αποτέλεσμα βρίσκοντας το μέσο όρο).
Νίκος (πετάγεται φωνάζοντας): Άρα είναι 37 μισό.
(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.43)

Είναι η έξαψη κατά τη στιγμή της ανακάλυψης - επινόησης που έρχεται μετά από μια διαδικασία αναζήτησης. Παρόμοια αλλά μεγαλύτερη έξαψη, νιώθουν και οι μαθηματικοί επιστήμονες τη στιγμή της ανακάλυψης. Το να βιώσουν οι μαθητές στιγμές συγκίνησης από τα μαθηματικά, είναι βασικό εσωτερικό κίνητρο που θα τους κάνει να αγαπήσουν τα μαθηματικά. Ομοίως κι ακολούθως.

Νεφέλη: Εμείς είπαμε 60+60+60+60=240 θερμίδες… 4 φορές το 60… 240…
Δασκάλα: Ο αντίστοιχος χρόνος πόσος είναι;
Αναστασία: 10+10+10+10=40 ή αλλιώς 4 φορές το 10… 40 λεπτά…
Νεφέλη: Να πούμε και το τρέξιμο; (Η δασκάλα τους επιτρέπει να πουν και άλλο συνδυασμό).

(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.59)

Η Αναστασία κι η Νεφέλη ολοκληρώνουν επιτυχώς την παρουσίαση του τρόπου λύσης τους, τον οποίο τρόπο μάλιστα βελτιώνουν καθώς τον παρουσιάζουν κι από την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση περνούν στον πολλαπλασιασμό. Ως αποτέλεσμα, τονίζεται η αυτοπεποίθησή τους κι ο ενθουσιασμός τους για συμμετοχή στο μάθημα. Αυτό φαίνεται αφού ζητούν με λαχτάρα να πουν κι άλλο συνδυασμό κι η δασκάλα ικανοποιεί το αίτημά τους. Με αυτόν τον τρόπο η επιβράβευση των μαθητριών δεν είναι ένας έπαινος, εξωτερικό κίνητρο ως συνήθως, αλλά ένα εσωτερικό κίνητρο, το να ασχοληθούν με δεύτερο συνδυασμό και να απολαύσουν τη χαρά της μαθηματικής ενασχόλησης.

Δασκάλα: Ατομικά, δεν μπορούμε ομαδικά, γιατί καθένας έχει γράψει δικό του μενού διατροφής.
Νίκος: Κυρία, μερικά φαγητά που έχουμε τα ίδια, μπορούμε άμα τα βρίσκει ο ένας στο θερμιδομετρητή να τα λέει και στους άλλους…
Δασκάλα: Πολύ σωστά! Η συνεργασία θα σας βοηθήσει να γλιτώσετε χρόνο.
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.65)

Αντί για οξύ ανταγωνισμό σε ατομική βάση όπως στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., τα ίδια τα παιδιά ανακαλύπτουν προοπτικές συνεργασίας, ακόμη κι όταν η δασκάλα προτείνει ατομικές δραστηριότητες. Εξάλλου η εξοικονόμηση χρόνου μέσω του καταμερισμού των πτυχών ενός έργου ήταν βασικό κίνητρο που οδήγησε τον προϊστορικό άνθρωπο στην ομαδική ζωή. Η συνεργασία δεν επιβάλλεται από τη δασκάλα, αλλά προτείνεται από τα ίδια τα παιδιά.

Όταν τα παιδιά συμπλήρωσαν τα ερωτηματολόγια, διάβασαν μεγαλόφωνα τις απαντήσεις τους. Εντύπωση προκάλεσε η απάντηση του Γιάννη (10ηΕ.Ζ/Ερ/γιο μαθ. 1η ερ./στ.77) κι η δασκάλα του είπε να την ξαναδιαβάσει.: «Μου άρεσε…γιατί ήμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλύαμε ό,τι τρώγαμε κι ό,τι κάναμε, το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων». Ως κατακλείδα η απάντηση αυτή ήταν η καλύτερη αξιολογική κρίση που θα μπορούσε να επιτύχει το εγχείρημά μας. Το σημαντικό είναι ότι προήλθε αυθόρμητα κι ανεπιτήδευτα αυτή η θετική αξιολόγηση από τους ίδιους τους μαθητές. Η τεκμηρίωση του Γιάννη ως προς το γιατί του άρεσε η ενότητα «θέματα διατροφής» συμπεριλαμβάνει πολλές από τις διαστάσεις της μαθησιακής διαδικασίας που θέλαμε εξ αρχής να επηρεάσουμε με τη διδακτική μας προσέγγιση: α) την ομαδοσυνεργατική μάθηση («ήμασταν μια ομάδα»), β) την πλαισιωμένη-«ρεαλιστική» μάθηση, τη σύνδεση με την καθημερινή ζωή («λύναμε προβλήματα της ζωής μας», «αναλύαμε ό,τι τρώγαμε») και γ) την παιδαγωγική διάσταση ενός ευχάριστου, δημοκρατικού κλίματος ενθάρρυνσης της νοητικής αυτονομίας («κι ό,τι κάναμε, το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων»).

Η δασκάλα απαντώντας στην ερώτηση (μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2, 4η ερ.), αν διαπίστωσε κάποια αλλαγή στη στάση των παιδιών ως προς τα μαθηματικά, έγραψε ότι επιβεβαιώθηκαν οι μαθητές ακόμη μια φορά ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι έξω από μας. Στο τέλος της απάντησης συμπλήρωσε με αστερίσκο, πως όταν έκανε στους μαθητές προφορικά την ερώτηση: «έχει αλλάξει η γνώμη σας για τα μαθηματικά μετά από όλα αυτά;», οι 9 στους 24 απάντησαν θετικά. Αυτό είναι το πιο σημαντικό στοιχείο στην απάντηση της δασκάλας, η οποία όπως μου εξήγησε, πήρε πρωτοβουλία σε χρονική στιγμή που δεν ήμουν στην τάξη και ρώτησε απευθείας τους μαθητές, αν άλλαξε η γνώμη τους για τα μαθηματικά. Το ότι απάντησαν θετικά σχεδόν οι μισοί είναι πολύ ελπιδοφόρο.

5.1.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ., η δασκάλα ρωτά, συνήθως για να εξετάσει ή να ελέγξει προϋπάρχουσες γνώσεις και τα παιδιά απαντούν, χωρίς να τους δίνονται ευκαιρίες να «κάνουν» μαθηματικά με ευχαρίστηση. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, το ενδιαφέρον και το ποσοστό αυθόρμητης συμμετοχής των παιδιών σε μαθηματικές δραστηριότητες, αυξάνεται.

Στο τέλος του διώρου σε κατ’ ιδίαν συζήτηση στο διάλειμμα (5ηΕ.Ζ./β.168), η δασκάλα μού είπε ότι τα παιδιά περνούν πολύ ωραία στην ώρα της Ε.Ζ. και κάνουν μαθηματικά με ενθουσιασμό. Είπε επίσης ότι οι δραστηριότητες του φυλλαδίου είναι πολύ πρωτότυπες κι αρέσουν στα παιδιά. Η ίδια η δασκάλα που γνωρίζει καλύτερα τους μαθητές της και μπορεί να συγκρίνει, διαπίστωσε θετική στάση των παιδιών απέναντι στα μαθηματικά όπως αυτά διδάσκονταν στα πλαίσια του project.

Η Μαριάννα που ήταν στην ίδια ομάδα με την Κατερίνα και τη Μαρία, καθόλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων παρέμενε αμέτοχη. Η δασκάλα τους έκανε συστάσεις να συμμετέχουν όλοι. Μετά από λίγο τα παιδιά λένε τις λύσεις τους. Η Μαριάννα σηκώνει χέρι και παίρνει το λόγο.

> *Μαριάννα: Εμείς βρήκαμε το λόγο 2/5 και είπαμε ότι το 5 για να γίνει 100 πολλαπλασιάζεται 20 φορές, άρα και το 2 θα μεγαλώσει 20 φορές. Βρήκαμε σε ποσοστό 40% των αυτοκινήτων.*
> *(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.202)*

Η Μαριάννα η οποία και στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. παρουσίαζε μικρή συμμετοχή και χαμηλή αυτοπεποίθηση, αρχικά κατά τη διάρκεια της διαθεματικής δραστηριότητας εξακολουθούσε να παραμένει αμέτοχη, ακόμη και μετά το χωρισμό των μαθητών σε ομάδες. Οι άλλες δύο μαθήτριες της ομάδας της, ασχολούνταν με τις δραστηριότητες κι εκείνη είχε παραιτηθεί. Ύστερα από παρέμβαση της δασκάλας, η Μαριάννα άλλαξε στάση κι άρχισε να συμμετέχει παρουσιάζοντας τη λύση της ομάδας της. Το σημαντικό είναι ότι πλέον η δασκάλα βρήκε χρόνο να ασχοληθεί μαζί της. Το ίδιο ενεργά συνεχίζει να συμμετέχει η Μαριάννα και στο απόσπασμα β.231. Και παρακάτω στο απόσπασμα β.262, το ζευγάρι που ήταν το πιο «αδύναμο μαθηματικά» συμμετέχει με ενδιαφέρον.

> *Δασκάλα: Την 3η σειρά. Μαριάννα, έλα!*

Μαριάννα: Πήγαμε πίσω στη σ.7 κι είδαμε τον παλιό πίνακα στην 3η σειρά. Υπερβαίνουν το όριο 9 αυτοκίνητα και 24 δεν υπερβαίνουν. Προσθέτουμε 24+9=33, άρα σ' εκείνο το δεκάλεπτο ο λόγος μέρος/όλο αυτών που δεν υπερβαίνουν το όριο είναι 24:33 και το γράφουμε στο κουτάκι.
(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.231)

Μαρία - Μαριάννα: Το 1/4 θα γίνει 25/100. Το 4 για να γίνει 100 πολλαπλασιάζεται επί 25, άρα και το 1 επί 25 και θα έχουμε 25/100 ή 25%. Η γάτα ως προς όλα τα ζώα είναι το 25%.
(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./β.262)

Ερευνητής: Να το πάρει το ποτάμι το δεύτερο ποσοστό; Να το πει κάποιος;
Πάνος: Όχι κύριε, περιμένετε λίγο να τα κάνουμε όλα. (Τα παιδιά εμπλέκονται στη δραστηριότητα και προσπαθούν να συμπληρώσουν όλα τα κενά του πίνακα, σ.8. Επικρατούν ζωηρές συζητήσεις).
(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.228)

Τα παιδιά εμπλέκονται με ενθουσιασμό στις μαθηματικές δραστηριότητες του φυλλαδίου. Ακολούθως, διαπιστώνουμε ότι οι αλλαγές στη στάση των παιδιών συνεχίστηκαν και μετά την Ε.Ζ.

Στην 5η ερώτηση τα παιδιά ρωτήθηκαν αν θα ήθελαν να επαναλάβουν μια παρόμοια δραστηριότητα. Ένας απάντησε ότι θα ήθελε μια δραστηριότητα - πλαίσιο με τους λόγους μέρος/μέρος και μέρος/όλο επειδή είναι διασκεδαστικό.
(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο μαθητών/β.276)

Ένας μαθητής μέσα από το πρόγραμμα, ανακάλυψε την ψυχαγωγική διάσταση των μαθηματικών.

Βάσια: Κυρία, είναι λίγο σαν μαγικό. Πάντα βγαίνει 3,14.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.36)

Η Βάσια ανακαλύπτει μια «μαγεία» στα μαθηματικά και τις μαθηματικές σχέσεις, γιατί σε όλους τους κύκλους το πηλίκο Κ:δ πάντα βγαίνει 3,14. Πολλές μαθηματικές σχέσεις που υπάρχουν στη φύση π.χ. η «χρυσή τομή», αναδεικνύοντας τα μαθηματικά ως μέτρο της αρμονίας του σύμπαντος, εντυπωσιάζουν τα παιδιά όταν τις ανακαλύπτουν και τους δημιουργούν κίνητρο για να αγαπήσουν τα μαθηματικά. Από την άλλη δημιουργούν πεποιθήσεις για την καθολικότητα των μαθηματικών «αντικειμενικών αληθειών», οι οποίες ευθύνονται για μια πλατωνική αντίληψη των μαθηματικών.

Από τις απαντήσεις της δασκάλας στο ερωτηματολόγιο αναδεικνύονται ανάγλυφα οι αλλαγές στη στάση των μαθητών, σύμφωνα με την άποψή της (μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2/γ.46&γ.47). Είναι ενδεικτικό για την εγκυρότητα και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της έρευνας το ότι οι αλλαγές που εντόπισε η δασκάλα, συμπίπτουν με τις ανώτερες συσχετικές κατηγορίες που αναδείξαμε εμείς.

Στη 2η ερώτηση: «Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;», η δασκάλα επισημαίνει κάποιες σημαντικές θετικές αλλαγές στη στάση των μαθητών. Απάντησε ότι τα θετικά της όλης προσπάθειας ήταν αρκετά. Δόθηκε περισσότερος χρόνος έκφρασης στα παιδιά κι ο δικός της ρόλος ήταν συντονιστικός. Τα παιδιά εργαζόμενα ομαδικά ανέπτυξαν κριτική σκέψη κι απέκτησαν αυτοπεποίθηση. Κάποιοι μαθητές ενθαρρύνθηκαν, κατανόησαν τις δυνατότητές τους κι έδιναν λύσεις χωρίς να φοβούνται αν είναι σωστές ή όχι. Επίσης απέκτησαν την ικανότητα να κατασκευάζουν προβλήματα, να βρίσκουν διάφορους τρόπους λύσης και να αποδέχονται τον πιο κατανοητό. Το σπουδαιότερο ήταν ότι δέχονταν τα λάθη τους και προσπαθούσαν να τα διορθώσουν. Ακόμη με το συγκεκριμένο πρόγραμμα δόθηκε η ευκαιρία στα παιδιά να επισκεφτούν εξωσχολικούς παράγοντες (Δήμο, Τροχαία) να ενημερωθούν πάνω σε θέματα «κυκλοφοριακής αγωγής» και να ευαισθητοποιηθούν. Τα μόνα αρνητικά κατά τη γνώμη της ήταν ο περιορισμένος χρόνος και το ότι στις ομάδες ανομοιογενούς σύνθεσης κάποιοι αδύνατοι μαθητές χάζευαν και επαναπαύονταν στη δουλειά των άλλων.

Στην 4η ερώτηση αν διαπίστωσε κάποια αλλαγή στη στάση των παιδιών ως προς τα μαθηματικά, η δασκάλα εντόπισε θετικές αλλαγές στη στάση τεσσάρων παιδιών στα μαθηματικά και αρνητική αλλαγή στη στάση μιας μαθήτριας που έγινε πιο αδιάφορη:

> *Τα παιδιά δουλεύοντας ομαδικά ακολούθησαν στρατηγικές επίλυσης των προβλημάτων κι ένιωθαν σαν μικροί ερευνητές. Κάποιοι μαθητές αγάπησαν τα μαθηματικά και δεν τα θεωρούσαν πια, δύσκολο μάθημα. Συγκεκριμένα ο Ταξιάρχης που πάντα δυσανασχετούσε όταν άκουγε μαθηματικά κι αντιδρούσε λέγοντας πως είναι δύσκολα και βαρετά, έδειξε τέτοιο ενδιαφέρον που δεν το περίμενα. Η Ελένη άρχισε να αντιμετωπίζει το λάθος στα μαθηματικά πιο ψύχραιμα και να μην πανικοβάλλεται. Η Αθανασία προσπαθούσε να βρει διάφορους τρόπους επίλυσης των προβλημάτων. Ο Κλεάνθης που συνήθως δούλευε μόνος του ενθαρρύνθηκε με την ομαδική εργασία. Γενικά τα παιδιά κατάλαβαν ότι μέσα από τα μαθηματικά μπορούμε να κάνουμε κι άλλα μαθήματα. Όμως η Μαριάννα αδιαφόρησε πιο πολύ για τα μαθηματικά με αυτόν τον τρόπο.*
> *(4ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2 ερ.4η)*

Η συγκεκριμένη μαθήτρια ήταν σε μία ανομοιογενή ομάδα με παιδιά πιο «ικανά» στα μαθηματικά κι όπως έγραψε η δασκάλα στη 2η ερώτηση, κάποιοι αδύνατοι μαθητές στις ομάδες επαναπαύονταν στη δουλειά των άλλων.

5.2. ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΣΥΖΗΤΗΣΗΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΔΙΑΛΟΓΟΥ

5.2.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Γενικά στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ευέλικτη Ζώνη, ο διάλογος μεταξύ μαθητών και δασκάλας και μεταξύ των μαθητών είναι εντελώς ανύπαρκτος. Η μοναδική επικοινωνία μεταξύ δασκάλας και μαθητών έχει τη μορφή ερωτήσεων εξέτασης από τη δασκάλα προς τους μαθητές.

> *Δασκάλα: Ποιες πράξεις κάναμε στον πρώτο και ποιες στο δεύτερο τρόπο; …*
> *Ερευνητής: Βλέπετε παιδιά στον πρώτο τρόπο… ποιον τρόπο θα διαλέγατε ως ευκολότερο;… Θέλουμε να τα υπολογίσουμε με το νου, ποιος τρόπος μας συμφέρει ο πρώτος ή ο δεύτερος;*
> *(2ηΜ.Π./Ε/π.Ε.Ζ./δ.1)*

Ενθαρρύνω το διάλογο ζητώντας από τα παιδιά τη σύγκριση των δύο τρόπων αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό, ώστε να αναδειχθεί η πρακτική αξία κατά την εκτέλεση νοερών πράξεων.

Πριν βγουν τα παιδιά για διάλειμμα, η δασκάλα τούς είπε: «Ο κύριος κι εγώ θέλουμε να σας προτείνουμε κάτι. Να ασχοληθούμε τους επόμενους μήνες στις ώρες της Ευέλικτης ζώνης με θέματα Κυκλοφοριακής Αγωγής... Συμφωνείτε με αυτή την πρόταση;». Όλοι δέχτηκαν ομόφωνα.
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.19)

Για πρώτη φορά η δασκάλα δε ρωτά για να εξετάσει τους μαθητές, αλλά για να ζητήσει τη συγκατάθεσή τους ώστε να ξεκινήσει από την επόμενη φορά το σχέδιο εργασίας μας στην Ε.Ζ. Στην 1η συνάντηση Ε.Ζ. μέσα από συζήτηση γύρω από δεδομένα του κειμένου, αναδεικνύεται μια κατάσταση προβληματισμού. Δίνονται ευκαιρίες για καλλιέργεια της κριτικής σκέψης και μέσα από κοινωνικό προβληματισμό τα παιδιά προτείνουν λύσεις και εντοπίζουν αίτια και ελλείψεις.

Δασκάλα:…Ενώ στην Ελλάδα τα ατυχήματα διπλασιάστηκαν, στις υπόλοιπες χώρες της Ε.Ε. μειώθηκαν σημαντικά. Τέτοια συμπεράσματα μας κάνουν περήφανους για τη χώρα μας;…
Αλεξάνδρα: Όχι, κυρία! Μας κάνουν να ντρεπόμαστε…
Ερευνητής:…είναι άλλο ένα αρνητικό ρεκόρ για τη χώρα μας…πρώτοι στο κάπνισμα στην Ε.Ε., απ΄ τους πρώτους σε τροχαία. Πάμε καλά ή πρέπει να προσέξουμε κάτι να αλλάξουμε;
Αγγελική: Πρέπει να αλλάξουμε. Να μειώσουμε κι εμείς τα τροχαία ατυχήματα στη χώρα μας.
Δασκάλα:…Εσείς τι λέτε, φταίει μόνο το κράτος;…
Αγγελική: Όχι, φταίνε και οι οδηγοί που τρέχουν σαν τρελοί και δεν προσέχουν…
Αλεξάνδρα: Πρέπει να προσπαθήσουμε να αλλάξουμε τις κακές συνήθειες ως οδηγοί και πεζοί.
Ερευνητής: Ο Γκάντι είπε: «Εσύ πρέπει να γίνεις η αλλαγή που εύχεσαι να δεις στον κόσμο».
(2ηΜ.Π./Π/1ηΕ.Ζ./η.5)

Διαπιστώνουμε ότι η ποιότητα του διαλόγου μέσα από εξω-μαθηματικά πλαίσια, βελτιώθηκε σημαντικά. Με την αναγνώριση του προβλήματος της ύπαρξης υπερβολικού αριθμού τροχαίων ατυχημάτων, τη σύγκριση της κατάστασης στη χώρα μας με άλλες ευρωπαϊκές χώρες και την ανάλυση των αιτιών του προβλήματος, υλοποιούνται οι στόχοι της κυκλοφοριακής αγωγής και της κοινωνικής αγωγής, αλλά αναδεικνύεται κι η σπουδαιότητα της ανάληψης της ατομικής ευθύνης.

Δασκάλα: Η επόμενη πρόταση μας λέει ότι στο ίδιο διάστημα στις χώρες της Ε.Ε. τα ατυχήματα μειώθηκαν κατά 32%… Αν… είχαμε… 100 ατυχήματα, πόσα έχουμε σήμερα;
Αγγελική: Λιγότερα.
Δασκάλα: Σωστά, λιγότερα, γιατί;
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.5)

Με πρωτοβουλία της δασκάλας, γίνεται στροφή στο περιεχόμενο του διαλόγου από γενικά θέματα κυκλοφοριακής αγωγής σε μαθηματικά θέματα. Η δασκάλα ζητά τεκμηρίωση των απαντήσεων. Στη συνέχεια έχουμε διάλογο και διαφωνία μεταξύ δύο μαθητών.

Ερευνητής: …ο πληθυσμός στην Ελλάδα…10 εκατομμύρια, αφού ξέρουμε ότι ο 1 στους 10 σκοτώνεται πρόωρα από τροχαίο, στο συνολικό πληθυσμό…, πόσοι θα σκοτωθούν;
Αγγελική: Ο 1 στα 10 εκατομμύρια.
Νίκος: Όχι, το 1 εκατομμύριο στα 10 εκατομμύρια.

Ερευνητής: Τι λέτε οι υπόλοιποι; (Σιωπή, οι υπόλοιποι διστάζουν να εμπλακούν στο διάλογο). Πριν βρήκατε ότι 10 στους 100 θα σκοτωθούν πρόωρα σε τροχαίο. Αγγελική είπες αντίστοιχα ότι 1 στα 10 εκατομμύρια θα σκοτωθεί. (Γράφω). Το 100 ή το 10.000.000 είναι μεγαλύτερο;
Αγγελική: Το 10.000.000.
Ερευνητής: Γίνεται λοιπόν στους 100 να σκοτωθούν οι 10, ενώ στα 10.000.000 που είναι όπως λες πιο μεγάλο πλήθος να σκοτωθεί πρόωρα από τροχαίο μόνο 1 άνθρωπος;
Αγγελική: Όχι, έκανα λάθος. Ο Νίκος είχε δίκιο. Είναι το 1 εκατομμύριο στα 10 εκατομμύρια.
(2ηΜ.Π./Ε/1ηΕ.Ζ./δ.15)

Προσπαθώ ανεπιτυχώς να εμπλέξω στο διάλογο την υπόλοιπη τάξη. Με μία διαδικασία εξελικτικής διδασκαλίας, καθοδηγώ την Αγγελική, χωρίς να της πω ότι κάνει λάθος, σε κατάσταση «γνωστικής σύγκρουσης», όπου διαπιστώνει μόνη της ότι έκανε λάθος και υιοθετεί την απάντηση του Νίκου. Κατόπιν με ένα ερώτημά μου, ενθαρρύνεται ο διάλογος κι αναδύεται ένα γεωμετρικό πρόβλημα από μια δραστηριότητα της καθημερινής ζωής. Η δασκάλα συνεχίζει προεκτείνοντας.

Ερευνητής: Ένας κανόνας λέει: «διάσχισε κάθετα το δρόμο». Γιατί λέει κάθετα κι όχι διαγώνια;...
Δασκάλα: Ποια είναι πιο σύντομη διαδρομή από αυτές που ζωγράφισα, η κάθετη ή οι πλάγιες;
Νίκος: Η κάθετη νομίζω…
Δασκάλα: Νομίζεις, πώς θα σιγουρευτείς; Τι κάνουμε να δούμε πόσο μακρύ ή κοντό είναι κάτι;
Νίκος: Το μετράμε.
Δασκάλα: Για πάρε λοιπόν Νίκο το χάρακα και μέτρησε τις διαδρομές.
(2ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./δ.17) & (2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19)

Η δασκάλα μέσα από το διάλογο αναδεικνύει την ανάγκη μέτρησης και απόδειξης. Στη συνέχεια προσπαθώ να παρακινήσω κι άλλους εκτός του Νίκου, να συμμετέχουν στο διάλογο.

Ερευνητής: Όλο οι ίδιοι συμμετέχουν…οι υπόλοιποι γιατί δε μιλάτε; Όλοι να λέμε τη γνώμη μας.
(2ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./α.19)

Στο επόμενο απόσπασμα, από την απάντηση της Αγγελικής σε ερώτηση της δασκάλας, αν θυμούνται τι είχαν πει παλιά στις μονάδες ταχύτητας, διαπιστώνουμε ότι στο ανοιχτό πλαίσιο διαλόγου της Ε.Ζ. χωρίς βαθμολογία, οι σχέσεις δασκάλου - μαθητών είναι πιο ειλικρινείς και η ανατροφοδότηση του δασκάλου από τις αντιδράσεις των μαθητών είναι πιο έγκυρη.

Αγγελική: Κάτι λίγα θυμόμαστε, κυρία! … Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.13&14)

Τα παιδιά δε διστάζουν να πουν ότι δεν θυμούνται ή να υποβάλλουν ένσταση όταν αδικούνται. Κατόπιν, όταν η Μάγδα ξεκινά να διατυπώνει το πρόβλημα και διστάζει να συνεχίσει, η δασκάλα προσπαθεί να εμπλακούν όσο γίνεται περισσότερα παιδιά στη διατύπωση του προβλήματος.

Μάγδα: Ένα αυτοκίνητο ταξίδεψε από τη Λαμία στην Αθήνα σε 2 ώρες. … (Διστάζει).
Δασκάλα: Θέλει κανείς να βοηθήσει τη Μάγδα;
Νίκος: Η απόσταση Λαμία-Αθήνα είναι 200 χλμ. Πόση είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου;
Ερευνητής: Ποιος θα μας το ξαναπεί ολόκληρο; Λέγε Αγγελική.

Άγγελος: Ένα αυτοκίνητο έκανε από τη Λαμία στην Αθήνα 2 ώρες. Αν ξέρουμε ότι Λαμία-Αθήνα είναι 200 χλμ. με πόση ταχύτητα έτρεχε το αυτοκίνητο;

(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.16&17)

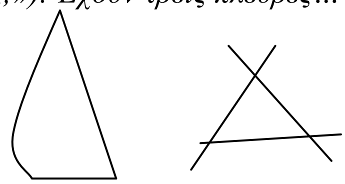
Είναι χαρακτηριστικό ότι κάθε φορά που κάποιος μαθητής, όπως στο απόσπασμα ο Νίκος κι ο Άγγελος, επαναδιατυπώνει λεκτικά το ίδιο πρόβλημα, η σύνταξη κι οι λέξεις που χρησιμοποιεί είναι διαφορετικές από αυτές που ο δάσκαλος ή ο συμμαθητής χρησιμοποίησαν σε προηγούμενη διατύπωση. Αυτό το φαινόμενο επιβεβαιώνει την κατασκευαστική θεωρία μάθησης που υποστηρίζει ότι οι μαθητές ενεργά κι υποκειμενικά κατασκευάζουν τη γνώση τους, καθένας με το δικό του τρόπο, σύμφωνα με τις προϋπάρχουσες γνωστικές δομές τους.

Ερευνητής: Υπάρχει κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τις πιθανότητες. Π.χ. μας λέει ότι η αύξηση των αυτοκινήτων, θα οδηγήσει σε αύξηση τροχαίων ατυχημάτων. Φανταστείτε ότι πετάτε… μπαλάκια. Πότε είναι πιο πιθανό να έχουμε πολλές συγκρούσεις, όταν πετάμε 5 ή 50;
Νίκος: Φυσικά όταν πετάμε στο πάτωμα 50, κύριε.
Αγγελική: Όπως στο λούνα-παρκ, στα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια, όταν είναι λίγα στην πίστα δεν τρακάρεις πολύ και δεν έχει πλάκα, ενώ όταν είναι πολλά γίνεται χαμός.

(2ηΜ.Π./Ε/3ηΕ.Ζ.) & (2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.24)

Το δικό μου παράδειγμα βοηθά την Αγγελική να επινοήσει για την πρόβλεψη των πιθανοτήτων, ένα μοντέλο αναπαράστασης με τα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια στο λούνα-παρκ. Στο επόμενο απόσπασμα προσπαθούμε με ερωτήσεις να διερευνήσουμε τι σημαίνει «τρίγωνο» για τα παιδιά, αλλά και να δώσουμε το έναυσμα για να ξεκινήσει μια συζήτηση.

Αγγελική: Είναι τρίγωνα. (Ο Ερευνητής ρωτά: «Πώς το κατάλαβες;»). Έχουν τρεις πλευρές…
Μάγδα: Και τρεις γωνίες.
Ερευνητής(στον πίνακα): Να σας μπερδέψω λίγο. Τα σχήματα που ζωγράφισα είναι τρίγωνα;
Αγγελική: Όχι, δεν είναι!
Ερευνητής: Μα έχουν τρεις πλευρές…
Αγγελική: Στο πρώτο όλες οι πλευρές δεν είναι ίσιες. Πρέπει να είναι όλες ευθείες. Στο δεύτερο σχήμα οι πλευρές δεν ακουμπάνε ακριβώς, περισσεύουν, αλλιώς θα ήταν τρίγωνο…



Σχήμα 5.1. Διερεύνηση τριγώνων

Δασκάλα: Ας περάσουμε στην άλλη σελίδα. Τι σχήματα έχουν οι πινακίδες αυτής της κατηγορίας;
Βίκυ: Οι πιο πολλές είναι κύκλοι, μία είναι τρίγωνο ανάποδο, μία είναι τετράγωνο, μία ορθογώνιο και μία, αυτή με το STOP είναι εξάγωνο.
Νίκος: Τι λέει, κυρία! Αυτή με το STOP δεν είναι εξάγωνο, έχει οκτώ γωνίες. Είναι οκτάγωνο!
Ερευνητής: Πράγματι, οκτάγωνο είναι. Για να σε ρωτήσω για να ξεκαθαρίσουμε κάτι, Βίκυ. Είπες πριν ότι η πρώτη πινακίδα, της υποχρεωτικής παραχώρησης προτεραιότητας είναι ανάποδο τρίγωνο. Είναι ξεχωριστό σχήμα αυτό; Δεν είναι τρίγωνο;
Βίκυ: Όχι, τρίγωνο είναι κι αυτό. Μόνο που το έχουν βάλει ανάποδα.
Δασκάλα: Στην τελευταία, την 3η κατηγορία, τι σχήμα έχουν οι πινακίδες;
Αλεξάνδρα Κ.: Οι περισσότερες είναι ορθογώνια.
Δασκάλα: Πού κατάλαβες ότι είναι ορθογώνια κι όχι τετράγωνα;
Αλεξάνδρα Κ.: Τα τετράγωνα έχουν όλες τις πλευρές ίσες, αυτά εδώ δεν τις έχουν…

(2ηΜ.Π./Ε/4ηΕ.Ζ.) & (2ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.26)

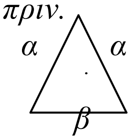
Διερευνούμε διεξοδικά τις απαντήσεις των μαθητών ζητώντας περαιτέρω εξηγήσεις, με στόχο να διαπιστωθούν πιθανές παρερμηνείες, πρωτοτυπικά φαινόμενα στα γεωμετρικά σχήματα κι έλλειψη κατανόησης. Ενθαρρύνουμε την επιχειρηματολογία των παιδιών προκαλώντας σύγκριση των χαρακτηριστικών των ορθογωνίων και των τετραγώνων ώστε να αναδειχθεί η διαφορά τους. Είναι σημαντικό ότι η Αγγελική και η Μάγδα εμπλέκονται στο διάλογο και επιχειρηματολογούν προσπαθώντας να τεκμηριώσουν την άποψή τους για το ποιο από τα προτεινόμενα σχήματα είναι τρίγωνο και ποιο όχι. Επίσης έχουμε ένα μικρό διάλογο μεταξύ δύο συμμαθητών, όπου ο Νίκος διαφωνεί με τη Βίκυ και προσπαθεί να τη διορθώσει, επιχειρηματολογώντας υπέρ της αλήθειας της δικής του άποψης. Χαρακτηριστικό είναι το ότι τα παιδιά δεν έχουν συνηθίσει να διαλέγονται άμεσα μεταξύ τους φαινόμενο πολύ σύνηθες στις ελληνικές σχολικές τάξεις. Με τη φράση «Τι λέει, κυρία!» ο Νίκος ενώ θέλει να αντικρούσει τη Βίκυ, δεν απευθύνει το λόγο απευθείας στη Βίκυ, αλλά στην «αυθεντία» της κυρίας. Τέτοια επεισόδια είναι ενδεικτικά για την ποιότητα του διαλόγου μεταξύ μαθητών, μαθητριών, που διεξάγεται στις ελληνικές παραδοσιακές σχολικές τάξεις. Η άμεση επικοινωνία μεταξύ μαθητών ήδη από την Α΄ δημοτικού, έχει καταστεί σαφές ότι «απαγορεύεται» γιατί είναι φλυαρία. Είναι πολύ δύσκολο να αλλάξουν ξαφνικά στάση οι μαθητές και γνωρίζοντας πότε κάνουν εποικοδομητικό διάλογο να διαλέγονται άμεσα μεταξύ τους.

Αγγελική: Θα μετρήσουμε τα καλαμάκια και θα τα προσθέσουμε.
Μάγδα: Κυρία, δε χρειάζεται να μετρήσουμε και τα 3 καλαμάκια, αφού είναι ίσα. Αρκεί… το 1 … Μέτρησα το ένα καλαμάκι και βρήκα 24 εκατοστά. Είπα μετά 24+24+24=72.
Δασκάλα: Αντί να κάνετε την πρόσθεση 24+24+24, ποια άλλη πράξη μπορείτε να κάνετε;
Νίκος: Πολλαπλασιασμό 3·24.

(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.44&45)

Στο διάλογο η μαθηματική σκέψη προάγεται, αφού το ένα παιδί συμπληρώνει τη σκέψη του άλλου.

Ερευνητής: Θα ήθελα τώρα παιδιά, να δοκιμάσουμε κάτι άλλο. Θα σας δώσω στην κάθε ομάδα, στο κάθε θρανίο, 3 καλαμάκια κατάλληλα μετρημένα και κομμένα, τα 2 ίσα μεταξύ τους και τ' άλλο όχι. Θέλουμε η κάθε ομάδα να κατασκευάσει ένα ισοσκελές τρίγωνο, ενώνοντας στις άκρες τους τα καλαμάκια, πάνω στο θρανίο... Θέλω τώρα να προσπαθήσετε να μαντέψετε. Τι λέτε; Μπορείτε πάντα να φτιάξετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με οποιουδήποτε μήκους καλαμάκια;…
Νίκος: Μπορούμε!
Μάγδα: Δεν είμαστε σίγουρες.
Ερευνητής: Για να δούμε! Θα σας δώσω σε κάθε θρανίο 3 άλλα καλαμάκια. Τα δύο ίσα από 6 εκατοστά το καθένα και το τρίτο με μήκος 15 εκ… Πήρατε όλοι τα καινούργια καλαμάκια; Για δοκιμάστε τώρα να κατασκευάσετε πάλι στο θρανίο σας ένα ισοσκελές τρίγωνο όπως πριν.
Νίκος: Ωχ, δε γίνεται! Τα δύο ίσα καλαμάκια δε φτάνουν να ακουμπήσουν.
Αγγελική: Κύριε, το τρίγωνο μένει από πάνω ανοιχτό…
Βίκυ: Οι δύο ίσες πλευρές χρειάζεται να είναι πιο μεγάλες…
Ερευνητής: Ας ξαναδούμε τι βρήκαμε. Όταν το άθροισμα των 2 ίσων πλευρών είναι μεγαλύτερο από την άλλη πλευρά, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο. Όταν είναι μικρότερο ή ίσο με την άλλη



Σχήμα 5.2. Συν-θήκη τριγωνικής ανισότητας

πλευρά, τότε δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο. Δηλαδή (σχεδιάζω το σχήμα 5.2.) αν α είναι το μήκος των ίσων πλευρών και β της 3ης πλευράς πρέπει να ισχύει α+α>β ή 2·α>β.
(2ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.28&29)

Με χρήση χειραπτικού υλικού και προσέγγιση εξελικτικής διδασκαλίας, επιχειρείται διαλογικά η διερεύνηση της κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου και της συνθήκης τριγωνικής ανισότητας. Στη συνέχεια ο ερευνητής διαπιστώνει ότι ένας μαθητής διόρθωσε την αρχική απάντησή του.

Ερευνητής: Και γιατί το άλλαξες μετά, βρήκες μόνος σου το λάθος σου;
Νίκος: Συζητήσαμε με τη Μάγδα και βρήκαμε το λάθος μου και το διόρθωσα.
(2ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.36)

Με την απάντηση του Νίκου, αναδύεται και κοινοποιείται σε όλους τους μαθητές η αξία της συνεργασίας και του διαλόγου κατά την επίλυση προβλημάτων στα μαθηματικά. Μέσα από το διάλογο δημιουργούνται ευκαιρίες για γνωστική σύγκρουση κι αναδόμηση λανθασμένων στρατηγικών. Η επικοινωνία κι ο μαθηματικός διάλογος είναι ένας από τους θεμέλιους λίθους της σύγχρονης αντίληψης στη διδακτική των μαθηματικών (Κοινωνικοπολιτιστική προσέγγιση).

Δασκάλα: Τι είδους λόγος είναι αυτός;
Δημήτρης: Είναι λόγος μέρος/μέρος.
Δασκάλα: Γιατί είναι μέρος/μέρος, Δημήτρη;
Δημήτρης: Γιατί τα 5 αγόρια είναι ένα μέρος. Τα 9 κορίτσια είναι κι αυτά ένα μέρος…
Ερευνητής: Έχει κανείς να πει κάτι άλλο; Θέλουμε να λέτε και κάτι διαφορετικό για να γίνεται διάλογος. Ο Νίκος κάτι θέλει να πει…
Νίκος: Τώρα δε θα έπρεπε να μας ζητάει το λόγο που δίνουν τα κορίτσια προς όλα τα παιδιά;
Ερευνητής: Θα μπορούσε να μας ζητάει κι αυτό! Εδώ ο Νίκος έφτιαξε κι άλλο πρόβλημα…
Δασκάλα: Ωραία! Είναι καλό να κατασκευάζετε δικά σας προβλήματα κι ας μην τα έχει γραμμένα στο φυλλάδιο. Ποιος θα απαντήσει; Για σκεφτείτε το! Μαγδαληνή;
Μάγδα: Θα πούμε 9:14 γιατί το 9 είναι τα κορίτσια και 14 όλα τα παιδιά.
Δασκάλα: Και τι είδους λόγος είναι αυτός;
Μάγδα: Είναι λόγος μέρος/όλο.
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.60) & (2ηΜ.Π./Ε/8ηΕ.Ζ.) & (2ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ.)

Η δασκάλα δεν αρκείται στη σωστή απάντηση, αλλά ζητά περισσότερες εξηγήσεις. Αξιολογεί θετικά την προσπάθεια του Νίκου να κατασκευάσει δικό του πρόβλημα προεκτείνοντας το αρχικό και παροτρύνει τους υπόλοιπους να κάνουν το ίδιο. Ενθαρρύνω τη διατύπωση διαφορετικών απόψεων τονίζοντας την αξία τους για τη διεξαγωγή διαλόγου, με αποτέλεσμα να παρακινηθεί ο Νίκος και να προεκτείνει τη μαθησιακή δραστηριότητα, προτείνοντας ένα δικό του πρόβλημα.

Δασκάλα: Ποιο είναι το κυριότερο... Ποιο θα είναι το κριτήριο με το οποίο θα κρίνουμε πόσο επικίνδυνη είναι μια περιοχή και ποια είναι περισσότερο ή λιγότερο επικίνδυνη από την άλλη!
(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.66)

Η δασκάλα τονίζει ότι πρέπει να προσέξουν οι μαθητές στη σύγκριση των περιοχών του φυλλαδίου (βλ. Παράρτημα Β.2), το κριτήριο με το οποίο θα συγκρίνουν και πρέπει να καταλήξουν σε κάθε ζευγάρι μέσα από διάλογο σε κοινώς αποδεκτά κριτήρια σύγκρισης (shared meanings).

Μάγδα: Η Περιοχή 1 είναι η λιγότερο επικίνδυνη γιατί είναι παραβάτες λιγότεροι από νόμιμους.
Δασκάλα: Η αμέσως πιο επικίνδυνη ποια θα είναι;
Νίκος: Η 3, γιατί είναι σχεδόν ίσοι οι παραβάτες με τους νόμιμους οδηγούς, 30 με 29.
(2ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.41)

Ο Νίκος υιοθετεί τον τρόπο σκέψης και κατάταξης της Μάγδας και όταν αυτή σταματά, αυτός τον προωθεί περαιτέρω. Είναι η συμπεριφορά του Νίκου, ένα από τα βασικά ζητούμενα για τη διεξαγωγή ενός γνήσιου μαθηματικού διαλόγου κατά τα πρότυπα του Lakatos.

Δασκάλα: Και μετά θα πάει η Περιοχή 2 που απέμεινε;
Αλέξανδρος: Μα βάζουμε από τη λιγότερο στην πιο επικίνδυνη, πρώτα η Περιοχή 2, μετά η Π4.
Μάγδα: Όχι, γιατί η Περιοχή 4 έχει 4 μόνο παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους, ενώ η Περιοχή 2 έχει 22 παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους.
(2ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.42)

Μέσα από το διάλογο και τη διαφωνία μεταξύ του Αλέξανδρου και της Μάγδας δίνεται ισχυρό, εσωτερικό κίνητρο στη Μάγδα για να διατυπώσει έντονα, αβίαστα και με σαφήνεια την επιχειρηματολογία της. Εάν της είχε ζητηθεί από τη δασκάλα να τεκμηριώσει τη θέση της, πιθανώς μέσα στο αφύσικο, τεχνητό πλαίσιο της ερώτησης της δασκάλας, η επιχειρηματολογία της Μάγδας να μην ήταν τόσο άρτια δομημένη όσο στο φυσικό πλαίσιο της διαφωνίας με το συμμαθητή της.

Μάγδα: Εγώ τι θα βάλω; Ένας λύκος σε τι; Όλα μαζί δεν είναι ούτε λύκοι ούτε γουρουνάκια…
Δασκάλα: Είναι όμως…;
Τάνια: Ζώα! Ένας λύκος σε τέσσερα ζώα…
Αγγελική: Κι εμείς ένα καρβέλι σε τέσσερα ψωμιά.
(2ηΜ.Π./Π/12ηΕ.Ζ./η.43)

Μέσα από την εύρεση των λόγων μέρους/όλου που προέκυψαν από τους λόγους μέρους/μέρους που διατύπωσαν τα παιδιά, δίνεται η ευκαιρία διαλογικά στους μαθητές να εξασκηθούν αβίαστα σε ταξινομήσεις από αρχικές τάξεις στη συμπεριληπτική τάξη και σε διερεύνηση σχέσεων εγκλεισμού.

Δασκάλα: Πείτε δικό σας παράδειγμα… (Η Μάγδα σηκώνει χέρι)… Πες ξανά, Μάγδα!
(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.100)

Η δασκάλα αναγκάζεται να δώσει ξανά το λόγο στη Μάγδα. Προσπαθώντας να είναι δημοκρατική και να μην επιβάλλει ποιος θα μιλήσει, δίνει το λόγο σε αυτούς που κινούνται και τελικά οι ίδιοι μαθητές μονοπωλούν τη συζήτηση. Εντοπίζουμε το ίδιο φαινόμενο μέσα από τριγωνοποίηση με τις διαφορετικές οπτικές γωνίες, της δασκάλας, του ερευνητή ως δασκάλου και ως παρατηρητή. Είναι συχνό φαινόμενο στο μάθημα των μαθηματικών 3-5 μαθητές να πρωταγωνιστούν, ενώ οι άλλοι είτε από ανασφάλεια είτε από αδιαφορία να προσπαθούν να κρυφτούν και να περάσουν απαρατήρητοι στη μαθησιακή διαδικασία. Διαπιστώνουμε τη συστημική αλληλεπίδραση και τις αμφίδρομες σχέσεις που δημιουργούνται ανάμεσα σε μαθητές και δασκάλους. Όταν μόνο λίγοι μαθητές σηκώνουν το χέρι και θέλουν να συμμετέχουν, αναγκάζεται ο δάσκαλος να διαλέγεται με τους λίγους «καλούς» που μονοπωλούν τη συζήτηση. Μπορούμε όμως να πούμε ότι ευθύνονται αποκλειστικά οι μαθητές για το φαινόμενο αυτό; Όταν οι δάσκαλοι συστηματικά τους δίνουν λίγο χρόνο συμμετοχής στο διάλογο και δίνουν το λόγο μόνο στους μαθητές που πρώτοι θα σκεφτούν ή θα τελειώσουν τη λύση κι όταν οι δάσκαλοί τους τόσα χρόνια ενοχοποιούν τα λάθη τους, με αποτέλεσμα οι μαθητές να φοβούνται να μιλήσουν αν δεν είναι σίγουροι για να μην αξιολογηθούν αρνητικά, σίγουρα δεν ευθύνονται τα παιδιά, βασικά για αυτή την κατάσταση. Αντίστροφα, καταλαβαίνουμε πόσο δύσκολο είναι ένας δάσκαλος, ακόμη και με τις καλύτερες προθέσεις, να αλλάξει παγιωμένες νοοτροπίες των μαθητών από τις προηγούμενες τάξεις και να κατορθώσει να εμπλέξει την πλειοψηφία των μαθητών στο διάλογο. Ακολουθούν επεισόδια μετά την Ε.Ζ.

Δασκάλα: Παρατηρείτε τίποτα; Θέλετε να πείτε κάτι;…
Αγγελική: Αφαίρεση κάνει όπως εμείς.

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.11)

Η δασκάλα με την ερώτηση: «Παρατηρείτε…κάτι;» ενθαρρύνει τα παιδιά να εξάγουν τα ίδια το συμπέρασμα. Ενώ παραμένει καθοδηγητική, έχει αρχίσει να δίνει περισσότερο το λόγο στα παιδιά, δίνοντάς τους ευκαιρίες συμμετοχής στη διαδικασία μάθησης. Το ίδιο κάνει και στη συνέχεια.

Δασκάλα: Κατά προσέγγιση μπορεί να μας πει κάποιος…;
Μάγδα: Αν… έκανε 0,5 € θα μου έμενε 1,5-0,5=1 €. Τώρα που κάνει 0,75 …λιγότερα από 1 €.
Ερευνητής: Λιγότερο από 1 € είναι και το 0. Για σκέψου Μάγδα ή κάποιος άλλος μέχρι πού μπορούμε να κατέβουμε; …(Σιωπή)…Λιγότερο από 1 ευρώ και περισσότερο από πόσο;
Νίκος: Αν ο χυμός έκανε 1 € θα μας έμενε 1,5-1=0,5 €. Όμως κάνει 0,75 δηλαδή λιγότερο από 1 €, άρα θα μείνουν περισσότερα από 0,5 €.
Ερευνητής: Πολύ ωραία! ... Άρα το αποτέλεσμα θα είναι ανάμεσα στο μισό 0,5 € και στο 1 €.
(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.2&3) & (2ηΜ.Π./Ε/μ.Ε.Ζ./δ.53)

Με παρότρυνση της δασκάλας, η Μάγδα με δημιουργική σκέψη κάνει μια εύστοχη υπόθεση. Στην εικασία της Μάγδας, είδα μια πολύτιμη μαθησιακή ευκαιρία και προέκτεινα τη σκέψη της ώστε να βοηθηθεί η ίδια ή άλλος μαθητής για να συνεχίσει τη στρατηγική της προσέγγισης. Έχουμε διεξαγωγή γνήσιου μαθηματικού διαλόγου με διατύπωση εικασιών μεταξύ Μάγδας και Νίκου. Ο ένας μαθητής προεκτείνει την υπόθεση του άλλου κι οι δύο μαζί εκτιμούν προσεγγιστικά τα όρια ανάμεσα στα οποία θα κινηθεί το αποτέλεσμα της αφαίρεσης 1,5-0,75.

Ερευνητής: Ναι, αλλά ο Άγγελος με τον τρόπο του το ίδιο βρήκε. Πώς σας φαίνεται ο τρόπος;
(2ηΜ.Π./Ε/μ.Ε.Ζ./δ.54)

Παρεμβαίνω με την ερώτησή μου για να ενθαρρύνω το διάλογο μέσα από τη σύγκριση δύο τρόπων.

> *Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τ' άλλα μαθήματα», έδωσαν τις…απαντήσεις: «μιλούσαμε για πολλά πράγματα σε ένα μάθημα, κάναμε διαφορετικά μαθήματα, κάναμε συζητήσεις, πολλά προβλήματα, ήταν πιο ενδιαφέρον».*
>
> *(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο/ζ.1η)*

Απαντώντας στην 3η ερώτηση του ερωτηματολογίου με τις φράσεις: «μιλούσαμε… κάναμε συζητήσεις», τα παιδιά έδωσαν έμφαση στη διεξαγωγή διαλόγου κατά τη διάρκεια του project.

Αν θέλαμε, συσχετίζοντας και ανακεφαλαιώνοντας όλα τα ανωτέρω υπομνήματα, να κάνουμε ένα γενικότερο σχόλιο για την ποσοτική και ποιοτική εξέλιξη του διαλόγου κατά τη διάρκεια της έρευνας, θα μπορούσαμε να πούμε ότι εμφανώς υπήρξε πρόοδος στον τομέα του διαλόγου στην τάξη. Η συμμετοχή των παιδιών στο μάθημα βελτιώθηκε σημαντικά, τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά. Στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από την ευέλικτη ζώνη και τη διαθεματική προσέγγιση, η συμμετοχή των μαθητών είχε μόνο τη μορφή απαντήσεων σε εξεταστικής μορφής ερωτήσεις της δασκάλας. Κατά τη διάρκεια της ευέλικτης ζώνης, σταδιακά, η διαθεματική προσέγγιση λειτούργησε ως «δούρειος ίππος» ώστε να αλωθεί εν μέρει το μονοπώλιο κατοχής του λόγου από τη δασκάλα. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση αρχικά οι μαθητές, μαθήτριες ξεθάρρεψαν και «ξεκουμπώθηκαν» συζητώντας για μη μαθηματικά θέματα, γενικότερου κοινωνικού ενδιαφέροντος, όπως ήταν τα θέματα που έθιγε το κείμενο του Καββαθά για την κυκλοφοριακή αγωγή. Με αυτόν τον τρόπο, δασκάλα και παιδιά συνήθισαν να συζητούν, να εκφράζουν τη γνώμη τους, να επιχειρηματολογούν. Έμαθαν να διαλέγονται, να ακούν και να σέβονται τη γνώμη του συνομιλητή τους, σε ένα χαλαρό, δημοκρατικό πλαίσιο συζήτησης, χωρίς το άγχος του χρόνου και της αρνητικής βαθμολογίας. Στην πορεία του εγχειρήματος η θεματολογία της προσέγγισης και κατά συνέπεια του διαλόγου γινόταν όλο και πιο μαθηματική. Μέσα από μια συνεχώς αυξανόμενη μαθηματικοποίηση ο διάλογος εξελίχθηκε σε μαθηματικό διάλογο. Τα παιδιά κατά την εμπλοκή τους σε μαθηματικές δραστηριότητες και κατά τη διερεύνηση και λύση των διαφόρων προβλημάτων, άρχισαν να επιχειρηματολογούν υπέρ της στρατηγικής που είχαν επινοήσει ή να υιοθετούν και να προεκτείνουν τον τρόπο σκέψης κάποιου συμμαθητή τους. Άλλες φορές πάλι διατύπωναν εικασίες, έκαναν υποθέσεις και κατά προσέγγιση νοερούς υπολογισμούς και εκτιμήσεις ή με αντεπιχειρήματα, προσπαθούσαν να καταρρίψουν τις προτεινόμενες λύσεις συμμαθητών τους με τις οποίες διαφωνούσαν. Ο μαθηματικός διάλογος κατά την ανάδυση των διαφόρων στρατηγικών στην τάξη, είχε συχνά τη δυναμική και τη μορφή των διαλόγων που περιγράφει ο Lakatos (1976) στο "Proofs and Refutations". Σημαντικό γεγονός είναι ότι αυτή η καταγεγραμμένη πρόοδος στον τομέα του διαλόγου συνεχίστηκε, όπως φαίνεται από τα αντίστοιχα υπομνήματα, κατά ένα μεγάλο ποσοστό και μετά τη διαθεματική προσέγγιση και την Ε.Ζ. στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

5.2.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στη συγκεκριμένη τάξη στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., αναδεικνύονται κάποιες ευκαιρίες διαλόγου μεταξύ των παιδιών, ωστόσο κι αυτές εξελίσσονται ή υπό την ασφυκτική πίεση της καθοδήγησης της δασκάλας ή όταν ένα παιδί παρεμβαίνει για να διορθώσει το άλλο με ανταγωνιστική διάθεση.

Δασκάλα: ...με ποιον αριθμό αν πολλαπλασιάσω το 5 του 15, θα βρω αριθμό που τελειώνει σε 0; (Η Ελένη προτείνει, με το 2, ο Γιάννης με το 4, ο Μάριος με το 6 ή με το 8).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.9)

Αφού τόνισε η δασκάλα ότι το 15 στο 120 πρέπει να χωράει ακριβώς, παρακινεί τους μαθητές με τη μέθοδο της δοκιμής και του λάθους να υποθέτουν και να επαληθεύουν, ώστε να βρουν με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσουν το 15 ώστε να βρουν 120. Δίνει έτσι την ευκαιρία στους μαθητές, να διερευνήσουν και να διαλεχθούν. Ωστόσο η καθοδήγηση είναι υπερβολικά υψηλή.

Νίκος: Κυρία, δε γίνεται! Αφού είναι μεγαλύτερο το 60 από το 57.

(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.3)

Ο Οδυσσέας αφηρημένος κάνοντας διαίρεση, εκτελεί αφαίρεση όπου ο αφαιρετέος είναι πιο μεγάλος από το μειωτέο. Το κραυγαλέο λάθος κάνει το Νίκο να παρέμβει για να διορθώσει. Όμως ο Νίκος δεν απευθύνεται άμεσα στον Οδυσσέα που είχε λάθος, αλλά στην αυθεντία της δασκάλας.

Νεφέλη: Δεν ξέρω και καλά το δεύτερο τρόπο...
Νίκος: Ήθελες όμως να σηκωθείς…
Δασκάλα: Νίκο, σε παρακαλώ! Τι θα κάνουμε Νεφέλη, αντί για πρόσθεση και διαίρεση;

(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.5)

Η Νεφέλη αν και σηκώνει χέρι, όταν την επιλέγει η δασκάλα, λέει ότι δεν ξέρει καλά τον τρόπο, ενώ στο τέλος με ενθάρρυνση της δασκάλας τα καταφέρνει. Δείχνει χαμηλή αυτοπεποίθηση και μας θυμίζει μια πρακτική πολλών μαθητών. Συχνά τα παιδιά σηκώνουν χέρι, όχι για να προτείνουν λύσεις, αλλά επειδή θέλουν να «κινούνται» κατά την καθομιλουμένη, για να εισπράξουν θετική εικόνα από το δάσκαλό τους. Σε μια τάξη με σύγχρονη διδακτική ατμόσφαιρα θα έπρεπε οι μαθητές να συμμετέχουν με εικασίες χωρίς να είναι σίγουροι και χωρίς να φοβούνται την αρνητική αξιολόγηση. Στη συγκεκριμένη τάξη κάτι τέτοιο δε συμβαίνει, αφού ακόμη κι ο συμμαθητής της Νίκος, επικρίνει τη Νεφέλη ότι αφού ήθελε να σηκωθεί δεν μπορεί να λέει ότι δεν ξέρει.

Δασκάλα: Τι παρατηρούμε, κέρδισε ή έχασε; …
Θεόφιλος: Τα πούλησε λιγότερο από όσο τα αγόρασε, άρα έχασε.

(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.7)

Ο μαθητής δίνει απάντηση στην ερώτηση της δασκάλας και αυθόρμητα αιτιολογεί την απάντησή του, εξηγώντας γιατί πιστεύει ότι ο έμπορος έχασε, χωρίς να του ζητήσει αιτιολόγηση η δασκάλα.

Οδυσσέας: Η διαίρεση είναι σωστή, έκανα επαλήθευση…
Νίκος: Να ξαναδιαβάσουμε το πρόβλημα…
Δασκάλα: Για κοίτα στην αφαίρεση…
Νίκος: Υπάρχει λάθος, ο Μάριος είχε γράψει 1.477.

(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.8)

Ο Οδυσσέας, ο Νίκος κι η δασκάλα συμμετέχουν εναλλάξ στη διαδικασία επαλήθευσης και εντοπισμού του λάθους στην προηγούμενη επίλυση του προβλήματος.

Μάριος: Εκτός αν δε φάνε οι δύο δάσκαλοι ή κάποιοι πάρουν από μισό…
Γιάννης: Να πάρουμε εμείς από 2 κι εσείς οι δάσκαλοι από 3. Θα έχουμε 48 στα παιδιά και 3Χ10=30 στους δασκάλους και περισσεύουν 2…
Νίκος: Όχι, δεν μας συμφέρει… (Η δασκάλα λέει: «Είναι κι αυτή μια σκέψη»).

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.50)

Το ανοικτό πρόβλημα που έθεσε η δασκάλα, δε ζητά πόσα το πολύ κομμάτια θα πάρει καθένα από τα 24 παιδιά, αλλά απλώς πόσα κομμάτια μπορεί να πάρει ο καθένας. Επιτρέπει με αυτόν τον τρόπο πολλούς συνδυασμούς λύσεων. Οι μαθητές εμπλέκονται σε ένα γόνιμο μαθηματικό διάλογο μεταξύ τους και με τη δασκάλα κι αναδύονται πολλοί εναλλακτικοί συνδυασμοί - λύσεις, όπως: (3Χ24)+8 δεν φτάνουν τα κομμάτια για τους 10 δασκάλους ή (2Χ24)+(2Χ10)+12 φτάνουν να πάρουν όλοι από 2 και περισσεύουν 12 ή (2Χ24)+(3Χ10)+2 να πάρουν οι μαθητές από 2 κι οι δάσκαλοι από 3.

Αντώνης: Βρήκα 3.900 γρ. Πολλαπλασίασα το 1.300 με το 3. (Ο ερευνητής ζητά κι άλλο τρόπο).
Γιάννης: Βρήκα 3.900, αλλά το βρήκα αλλιώς. Πρόσθεσα στο 2.600 το1.300.

(3ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./δ.9)

Ζητώντας κι άλλη απάντηση, δίνεται η ευκαιρία στο Γιάννη να παρουσιάσει το δικό του τρόπο σκέψης. Ο Γιάννης βασίστηκε στο αποτέλεσμα που είχαμε βρει για τη διπλάσια ποσότητα 2.600 γρ. καρύδι κι αφού πρόσθεσε 1.300, βρήκε 3.900 για την τριπλάσια ποσότητα, με επιμερισμό.

Δασκάλα: Γεωργία, το μισό του 13; …
Γεωργία: Εξίμισι…(Η δασκάλα ρωτά: «γιατί»). Γιατί 6+6=12…μισό και μισό ένα… 12+1…13

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.21)

Η μαθήτρια υποστηρίζει την απάντησή της, με ανάλυση και αντίστροφη διαδικασία. Ξεκινά από το 6,5 που έδωσε ως απάντηση και διπλασιάζοντάς το προσθετικά βρίσκει 13 κι επαληθεύεται.

Νεφέλη: Εμείς βάφουμε τις ράβδους πολύχρωμες…
Θεόφιλος: Εμείς τις βάφουμε κόκκινες… (Μες στις ομάδες επικρατούσαν έντονες συζητήσεις, διαφωνίες. Στο τέλος κάθε ομάδα παρουσίασε το δικό της ραβδόγραμμα).

(3ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.29)

Διεξαγωγή αυθόρμητου διαλόγου μεταξύ παιδιών, χωρίς την υποβολή ερωτήσεων των δασκάλων. Ακολούθως, μέσα από τη διατύπωση ελλιπούς προβλήματος της ομάδας του Γιώργου, αναδύεται η ανάγκη σαφήνειας των δεδομένων κι όχι μόνο των αριθμητικών, αλλά και των γλωσσικών.

Γιώργος: Ένα πιάτο έχει 275 θερμίδες και τηγανίζουμε άλλο ένα. Πόσες θερμίδες έχουν τα 2;
Νεφέλη: Κυρία, τι πιάτο;…
Δασκάλα: Ο Οδυσσέας που το σκέφτηκε, θα μας εξηγήσει κιόλας…Θα προσπαθώ λοιπόν…Να έχει λογική… σωστή σύνταξη. Όταν κάνουμε μαθηματικά δεν ξεχνάμε τη γλώσσα… στη γλώσσα δεν ξεχνάμε τα μαθηματικά.

(3ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.31)

Η δασκάλα βρίσκει ευκαιρία να αναφερθεί στη στενή σχέση γλώσσας - μαθηματικών (διαθεματική διάσταση). Η όλη συζήτηση γίνεται χωρίς καθοδήγηση της δασκάλας. Όταν ο Γιώργος διατυπώνει το πρόβλημα με την αοριστολογία «ένα πιάτο...», η Νεφέλη ρωτά: «κυρία, τι πιάτο;». Τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα να συζητούν άμεσα μεταξύ τους, αλλά έμμεσα μέσω της «Κυρίας». Η δασκάλα όμως εμπλέκεται διακριτικά κι απευθύνει το λόγο στον Οδυσσέα για να εξηγήσει ο ίδιος τι εννοεί.

Νεφέλη: Νίκο πόσο βρήκες;
Νίκος: 2.802
Θεόφιλος: Πόσο σου βγήκε Αντώνη, εμένα μου βγήκε...

(3ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.33)

Ενώ στο παραδοσιακό μάθημα, οι μαθητές δε συζητούσαν μεταξύ τους και στην αρχή του project άρχισαν να διαλέγονται έμμεσα με ενδιάμεσο τη δασκάλα, τώρα απευθύνουν το λόγο άμεσα ο ένας στον άλλο, όμως με πλαίσιο μια απλοϊκή, ανταγωνιστική διαδικασία, τη σύγκριση αποτελεσμάτων.

Μάριος: Βρήκαμε 148 θερμίδες σε 37 λεπτά…
Νεφέλη: Εμείς βρήκαμε 152 θερμίδες σε 38 λεπτά...
Νίκος: Δε θα είναι ούτε 37…ούτε 38…είπα αφού το 150 είναι ανάμεσα στο 148 και στο 152 που βρήκαν οι άλλοι θα είναι τα λεπτά ανάμεσα στο 37 και στο 38, άρα 37μισι.

(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.45)

Μέσα από το μαθηματικό διάλογο, ο Νίκος ακούει τη λύση και τα αποτελέσματα των άλλων ομάδων κι επινοεί το ακριβές αποτέλεσμα, βρίσκοντας το μέσον όρο των δύο προηγούμενων. Στα επόμενα τρία αποσπάσματα μετά την Ε.Ζ. η ποιότητα του διαλόγου έχει βελτιωθεί αισθητά.

Δασκάλα: Είναι ίδιο, Κώστα, σίγουρα; Από τη μια σοκολάτα έχω πάρει το 1/2 κι από την άλλη τα 2/4. Πού το ξέρουμε ότι είναι ίδιο;… Είναι μικρότερο το κομμάτι αυτό από αυτό;…
Γιάννης: Όχι! Άμα τα βάλουμε δίπλα-δίπλα είναι ίσα.

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.6)

Αν και ο Κώστας απάντησε σωστά, η δασκάλα επιμένει με ερωτήσεις να ζητά περισσότερες εξηγήσεις, ακόμα κι αποδείξεις για το λόγο που είναι ίσα τα δύο κλάσματα. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά συνηθίζουν να εξηγούν, να υποστηρίζουν με επιχειρήματα τις θέσεις τους και να επινοούν αποδεικτικές διαδικασίες. Η καλλιέργεια της κριτικής σκέψης, της επιχειρηματολογίας και της αποδεικτικής διαδικασίας είναι ζητούμενα της σύγχρονης διδακτικής των μαθηματικών. Στο τέλος ο Γιάννης για να αποδείξει ότι είναι ίσα, λέει: «άμα τα βάλουμε δίπλα». Η μέθοδός του μοιάζει με την αποδεικτική διαδικασία της επίθεσης που χρησιμοποιείται στη γεωμετρία από την αρχαιότητα.

Δασκάλα: Με τον ίδιο αριθμό! Μήπως αυτό συμβαίνει πάντα;…
Γιάννης: Αν πολλαπλασιάσουμε με άλλο αριθμό τον αριθμητή και με άλλο τον παρονομαστή, θα βρούμε κλάσμα που δεν θα έχει ίση αξία…(Η δασκάλα λέει: «Ναι, δε θα 'ναι ισοδύναμο»).
(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.4)

Μαθηματική αξία αποδεικτικά, έχει ο τρόπος σκέψης του Γιάννη. Διαισθανόμενος ότι δεν μπορούν με σιγουριά να απαντήσουν στην ερώτηση της δασκάλας: «μήπως αυτό συμβαίνει πάντα;», για το μηχανισμό παραγωγής ισοδύναμων κλασμάτων, αφού είναι αδύνατον να δοκιμάσουν όλα τα άπειρα ζευγάρια ισοδύναμων κλασμάτων, ο Γιάννης σκέφτεται με τη μέθοδο της απαγωγής σε άτοπο.

Μάριος: Σε ένα κρουαζιερόπλοιο υπήρχαν 1.500 επιβάτες…(Σταματάει, κοντοστέκεται, η Νεφέλη παίρνει αυθόρμητα το λόγο για να συνεχίσει τη σκέψη του και να ολοκληρώσει).
Νεφέλη: Το 1/2 από αυτούς τους επιβάτες ήταν άντρες. Πόσες ήταν οι γυναίκες;…
Γιάννης: Άλλο πρόβλημα, σε περιβόλι έχουμε 1.500 δέντρα, το ½ πορτοκαλιές, πόσες οι λεμονιές;
(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.6)

Ενώ στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. ο μαθηματικός διάλογος μεταξύ των παιδιών διεξαγόταν ελάχιστα, τώρα μετά τη διαθεματική προσέγγιση έχει βελτιωθεί η ποιότητα του μαθηματικού διαλόγου. Ένας μαθητής ξεκινά να διατυπώνει την απάντησή του κι όταν κοντοστέκεται, η συμμαθήτριά του παίρνει αυθόρμητα το λόγο, όχι για να τον διορθώσει, αλλά για να βοηθήσει, συνεχίζοντας τη σκέψη του κι ολοκληρώνοντας το πρόβλημα. Ο διάλογος κι η συνεργασία μεταξύ μαθητών, ώστε ο ένας να παίρνει τη σκυτάλη και να ξετυλίγει το κουβάρι από εκεί που το άφησε ο άλλος, είναι δύο σημαντικές αλλαγές στη συμπεριφορά των παιδιών.

5.2.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στην τάξη αυτή, στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., ο διάλογος μαθητών - δασκάλας έχει τη μορφή ερωτήσεων εξέτασης διδαγμένων γνώσεων. Ο διάλογος μεταξύ μαθητών είναι σχεδόν ανύπαρκτος.

Η δασκάλα ζωγραφίζει στον πίνακα 4 ίδιες σοκολάτες και λέει ότι από την 1η ένα παιδί έφαγε το 1/2, από τη 2η ένα άλλο τα 2/4, από την 3η ένα άλλο τα 4/8 κι από την 4η ένα άλλο τα 8/16. Τέλος ρωτά: «Παρατηρείτε κάτι; Ποιο απ' τα παιδιά έφαγε περισσότερη σοκολάτα;».
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.3)

Μέχρι τώρα η δασκάλα ρωτούσε τα παιδιά για να εξετάσει διδαγμένες γνώσεις. Κατά τη φάση της εισαγωγής στη νέα ενότητα «ισοδύναμα κλάσματα», για πρώτη φορά η δασκάλα θέτει «ανοικτή» ερώτηση που επιδέχεται πολλές απαντήσεις και ρωτά τα παιδιά τι παρατηρούν.

Δασκάλα: Το 1/2 με το 2/4, το 4/8 και το 8/16 έχουν ίδιους όρους; (Βάσια: «Όχι»)…Αυτά λοιπόν τα κλάσματα τα λέμε ισοδύναμα, πώς τα λέμε; (Όλοι μαζί: «ισοδύναμα»). Ποια κλάσματα θα λέμε ισοδύναμα, ποιος θα πει; (Ιάσων: «Αυτά με διαφορετικούς όρους»). Αλλά ίδια αξία, ίση δύναμη.
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.5)

Πτωχή ποιότητα μαθηματικού διαλόγου. Η δασκάλα διατυπώνει ερωτήσεις που επιδέχονται μονολεκτικές απαντήσεις, ζητά από τα παιδιά να επαναλάβουν - αποστηθίσουν ένα νέο όρο που διατύπωσε αυτή και προσπαθεί ανεπιτυχώς να εξάγει επαγωγικά κανόνες απ' τα παιδιά.

Γιάννης: Κυρία να ρωτήσω κάτι; Αν κάποιο παιδί είχε μεγαλύτερη σοκολάτα…;
Δασκάλα: Ήταν ίδιες οι σοκολάτες, αυτό το ξεκαθαρίσαμε απ' την αρχή. (Αλλάζει θέμα…).
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.7)

Η δασκάλα την αποκλίνουσα ερώτηση δεν την αφήνει ούτε να διατυπωθεί ολόκληρη. Δείχνει αγχωμένη και καθετί που δεν το έχει προγραμματίσει, της προκαλεί ενόχληση.

Δασκάλα: Ποια κλάσματα λέμε ισοδύναμα; Χέρι!
Ταξιάρχης: Αυτά που έχουν ίδια αξία, αλλά διαφορετικούς όρους.
Δασκάλα: Με ποιους τρόπους δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα;
Βάσια: Με πολλαπλασιασμό ή με διαίρεση…(Η δασκάλα ρωτά πώς λέγεται η διαδικασία όταν δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση και ο Ιάσονας απαντά πως λέγεται απλοποίηση).
Δασκάλα: Γιατί…απλοποίηση; Γιατί δημιουργώ πιο απλά…(Όλοι απαντούν: «κλάσματα»).
Δασκάλα: Το 6/12 με τι θα το διαιρέσω για να βρω ισοδύναμο; (Η Αφροδίτη απαντά: «με το 2»).
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.16)

Γενικά η ποιότητα του μαθηματικού διαλόγου περιορίζεται σε ερωτήσεις της δασκάλας και απαντήσεις των μαθητών υπό τη μορφή διαρκούς εξέτασης.

Δασκάλα: Τώρα με τι θα πολλαπλασιάσουμε το ¾, με τι θέλετε;
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.22)

Πρώτη φορά η δασκάλα σε ερώτησή της δίνει περιθώρια επιλογής στα παιδιά.

Έλσα (διαβάζει): Η χρήση καταλυτών βοήθησε να βελτιωθεί η ποιότητα του αέρα κατά 27%.
Ερευνητής: Τι είναι 27% πώς λέμε τέτοιους αριθμούς; (Όλοι απαντούν πως τους λέμε ποσοστά).
Ερευνητής: Τα ξέρετε, βλέπω. Τα έχετε κάνει με την κυρία σας; (Ο Ιάσων απαντά θετικά).
Δασκάλα: Και ποια κλάσματα μπορούμε να γράψουμε με τη μορφή ποσοστού; Όλα τα κλάσματα;
Βάσια: Αυτά που έχουν παρανομαστή το 100.
Δασκάλα: Και πώς τα λέμε αυτά τα κλάσματα; (Η Βάσια απαντά πως τα λέμε δεκαδικά).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14)

Σε ανοιχτές ερωτήσεις γενικού ενδιαφέροντος τα παιδιά συμμετέχουν αυθόρμητα και η δασκάλα μειώνει το δικό της ποσοστό κατοχής του λόγου. Όταν μέσα από στοιχεία του κειμένου ο διάλογος αποκτά μαθηματικό περιεχόμενο, η δασκάλα επανέρχεται στο παραδοσιακό ελεγκτικό της στυλ και απευθύνεται με ερωτήσεις στους μαθητές για να ελέγξει αν μπορούν να ανακαλέσουν διδαγμένες γνώσεις. Συνεχίζει να δίνει έμφαση στην αποστήθιση μαθηματικών όρων όπως στο μάθημα π.Ε.Ζ.

Δασκάλα: Τα ατυχήματα αυξήθηκαν κατά 105. Πώς το καταλαβαίνετε αυτό; Πόσα έγιναν;
Πάνος: 205. Αφού λέει αυξήθηκαν, θα κάνουμε πρόσθεση.
Δασκάλα (γράφει στον πίνακα 100→ ;): Πάνω στο βελάκι τι θα βάλουμε; (Ο Πάνος λέει +105).
Ερευνητής: Ουσιαστικά από 100 έγιναν 205. Τι έπαθαν; (Ο Ιάσονας λέει ότι διπλασιάστηκαν).
Δασκάλα: Στη συνέχεια αναφέρει ότι στο ίδιο διάστημα στις χώρες της Ε.Ε. τα ατυχήματα μειώθηκαν κατά 32%. Αν είχαμε 100 πόσα έχουμε σήμερα; (Η Αφροδίτη λέει: «100-32=68»).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.17)

Ο διάλογος αποκτά ξανά μαθηματικό περιεχόμενο, όμως η δασκάλα άρχισε να ρωτά πάνω σε μη διδαγμένες γνώσεις κι ο τρόπος που ρωτά είναι λιγότερο ασφυκτικός από πριν. Τα παιδιά ανταποκρίνονται με επιτυχία στις ερωτήσεις.

Δασκάλα: Το ποσοστό 25% πώς βγήκε, από ποιο δεκαδικό κλάσμα; (Η Έλσα λέει από το 25/100). Το 25/100 με το αρχικό 1/4 είναι ισοδύναμα; Πώς προέκυψε το 25/100 από το 1/4;
Ευαγγελία: Πολλαπλασιάσαμε αριθμητή και παρανομαστή με το 25.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.25)

Η δασκάλα παίρνοντας αφορμή από στατιστικά στοιχεία του κειμένου διεξάγει μαθηματικό διάλογο αξιοποιώντας προϋπάρχουσες γνώσεις των παιδιών π.χ. «ισοδύναμα κλάσματα».

Δασκάλα: Αν δεν έδινε το 25, πώς θα βρίσκαμε εμείς απ' το 1/4 το ποσοστό; (Γράφει 1/4=;/100).
Ιάσονας: Το 4 μεγάλωσε 25 φορές κι έγινε 100. Άρα επί 25 φορές και το 1 θα έχουμε 25/100.
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.26)

Τα παιδιά αρχίζουν να μην απαντούν μονολεκτικά σε μαθηματικές ερωτήσεις.

Δασκάλα: Λέει ότι στην Ε.Ε. το κόστος ξεπερνά τα 100 τρισεκατομμύρια. Δηλαδή πόσα μηδενικά;
Ταξιάρχης: 6 τα εκατομμύρια, 9 τα δισεκατομμύρια, 12 τα τρισεκατομμύρια.
Δασκάλα: Ο 1 στους 10 θα χάσει τη ζωή του 40 χρόνια πριν από την ηλικία που προβλέπουν οι στατιστικές. Αν είναι να ζει μέχρι τα 80, ο 1 στους 10 θα σκοτωθεί από τροχαίο σε ποια ηλικία;
Ιάσονας: 40 χρονών. (Η δασκάλα ρωτά σε τι ποσοστό αντιστοιχεί ο 1 στους 10 και δίνει πρόβλημα όπου ζητά στα 10 εκατομμύρια Έλληνες πόσοι θα χάσουν τη ζωή τους πρόωρα)…
Φώτης (σε άλλο σημείο): Λέει ότι 7 στους 100 Έλληνες φοράνε ζώνη δηλαδή ποσοστό 7%.
Δασκάλα: Αν θέλουμε να βρούμε στο Καρπενήσι στους 10000 κατοίκους, πόσοι φοράνε ζώνη;
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.30)

Η δασκάλα σε κάθε ευκαιρία που της δίνουν τα στατιστικά στοιχεία του κειμένου, διεξάγει συζήτηση και κατασκευάζει δικά της προβλήματα. Ο μαθηματικός διάλογος κυλά με φυσικότητα μέσα από τη ροή του κειμένου και δε γίνεται εξαναγκαστικά με στημένες ερωτήσεις. Τα παιδιά ανταποκρίνονται θετικά στις ερωτήσεις της δασκάλας.

Δασκάλα: Γιατί ένας κανόνας λέει «διάσχισε κάθετα το δρόμο»;
Αποστόλης: Επειδή είναι πιο σύντομα. Αν πάμε πλάγια μπορεί να μας προλάβουν αυτοκίνητα.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.32)

Αναδύεται ένα γεωμετρικό πρόβλημα από το διάλογο, μέσα από μια εμπειρία καθημερινής ζωής.

Δασκάλα: Οι πινακίδες κινδύνου τι σχήμα έχουν; (Τα παιδιά απαντούν ότι το σχήμα είναι τρίγωνο). Τι τρίγωνο είναι αυτό; (Ο Πάνος λέει ότι είναι ισόπλευρο, η Βάσια ισοσκελές).
Δασκάλα: Τι διαφορά έχει το ισόπλευρο με το ισοσκελές;
Πάνος: Το ισόπλευρο έχει και τις 3 πλευρές ίσες, ενώ το ισοσκελές έχει μόνο 2 ίσες.
Δασκάλα: Η πινακίδα STOP τι σχήμα έχει; (Ο Φώτης λέει ότι είναι πολύγωνο). Πολύγωνο είναι πολύ γενική έννοια, πιο συγκεκριμένα αν μετρήσουμε τις πλευρές;
Φώτης: Οκτάγωνο, έχει 8 γωνίες, 8 πλευρές. (Η δασκάλα λέει ότι επειδή πλευρές και γωνίες είναι ίσες, το οκτάγωνο λέγεται κανονικό και ρωτά για το είδος των γωνιών. Δείχνει ένα μη κανονικό).
(4ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.35)

Η δασκάλα ορμώμενη από τις πινακίδες σήμανσης, ενθαρρύνει το διάλογο γύρω από στοιχεία γεωμετρίας. Εμπεδώνονται διδαγμένες γνώσεις για τα είδη τριγώνων και πολυγώνων.

(Τα παιδιά εργάζονται για 15 λεπτά σε ζευγάρια, για να λύσουν τα προβλήματα κι εξελίσσονται ζωηρές συζητήσεις μεταξύ τους. Στο κασετόφωνο όμως καταγράφονται όλες οι συζητήσεις μαζί ώστε να μη διακρίνεται ξεχωριστά η συζήτηση καθενός ζευγαριού. Δασκάλα κι ερευνητής περιφέρονται από θρανίο σε θρανίο και βοηθούν σε πρακτικές δυσκολίες, όπως στην εκτέλεση πράξεων. Κάποια στιγμή από ένα ζευγάρι ακούγονται διαφωνίες όπως η φράση: «τι λες μωρέ;»).
(4ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./β.55)

Διεξαγωγή έντονου μαθηματικού διαλόγου.

Δασκάλα: Τι διαφορά έχουν οι δύο τρόποι;
Πάνος: Αθανασία κι Αφροδίτη έκαναν πρώτα διαίρεση με το 8 και μετά πολλαπλασιασμό με το 5, ενώ πριν η Βάσια κι η Έλσα έκαναν το ανάποδο, πρώτα πολλαπλασιασμό, μετά διαίρεση...
Δασκάλα: Πάντα να ξέρετε ότι στα περισσότερα προβλήματα υπάρχουν πολλοί τρόποι… κι εμείς στα μαθηματικά βρίσκουμε πολλούς τρόπους και συνήθως διαλέγουμε ποιον;
Φώτης: Τον πιο γρήγορο και πιο έξυπνο.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.66)

Έχει βελτιωθεί η ποιότητα του μαθηματικού διαλόγου. Η δασκάλα δεν περιορίζεται σε ερωτήσεις για την εκτέλεση πράξεων, αλλά θέτει ερωτήσεις κρίσης.

Δασκάλα: Τι σημαίνει τριπλάσιο το ύψος του; (Η Νίκη λέει ότι σημαίνει 3 φορές μεγαλύτερο). Πώς βρίσκουμε πόσες φορές μεγαλύτερο είναι ένα μέγεθος από ένα άλλο, με αφαίρεση;
Πάνος: Όχι, με διαίρεση 6:2=3. (Μετά η δασκάλα ρωτά πώς αλλιώς μπορεί να είναι τριπλάσιο το ένα δέντρο από το άλλο και αν το ψηλό δέντρο είναι 9, 30 και 15 μ. πόσο θα είναι το κοντό. Οι μαθητές απαντούν ότι το κοντό θα είναι 3, 10 και 5 μ. αντίστοιχα).
(4ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.87)

Η δασκάλα μέσα από μαθηματικό διάλογο επιδιώκει την κατανόηση της έννοιας του «τριπλάσιου» και της έννοιας του «λόγου».

Δασκάλα: Για σκεφτείτε πώς θα συγκρίνετε τις περιοχές; Τι έχει σημασία;
Δημήτρης: Με ποιο τρόπο θα τις συγκρίνουμε (Η δασκάλα συμπληρώνει: «με ποιο κριτήριο»).
Κλεάνθης: Να συγκρίνουμε μόνο παραβάτες από κάθε περιοχή, να αγνοήσουμε τους νόμιμους.
Δημήτρης: Μήπως να προσθέταμε όλους τους παραβάτες και τους νόμιμους και να συγκρίναμε;
Φώτης: Ναι, αλλά είναι 4 διαφορετικές περιοχές, γιατί να τις ενώσουμε όλες μαζί;

Δασκάλα: Ποια είναι η πιο επικίνδυνη περιοχή; (Ο Αποστόλης λέει η 2η, ο Ιάσονας η 4η). Συζητήστε το ακόμη μεταξύ σας και θα μας πείτε γιατί είναι η 2η ή η 4η…
Ταξιάρχης: Δε συμφωνώ με τον Κλεάνθη που είπε να συγκρίνουμε μόνο τους παραβάτες. Λέω να συνδυάσουμε παραβάτες - νόμιμους. (Η δασκάλα ρωτά πώς θα τα συνδυάσουν… Ζητά ιδέες).
Εύα - Νίκη: Κατά τη γνώμη μας πιο επικίνδυνη είναι η περιοχή 4 (Π4) γιατί οι παραβάτες είναι 4 κι οι νόμιμοι 0. (Η δασκάλα ρωτά για την αμέσως πιο επικίνδυνη).
Ταξιάρχης: Μετά είναι η περιοχή 2 γιατί οι παραβάτες είναι διπλάσιοι από τους νόμιμους.
Εύα: Μετά η Π3 γιατί παραβάτες και νόμιμοι είναι ίσοι…(Η δασκάλα δίνει το λόγο στο Φώτη).
Φώτης: Το κάναμε με λόγους. Όλοι είναι λόγοι μέρος/μέρος, παραβάτες προς νόμιμους. Π1:1/15, Π2:42/20, Π3:30/29 και Π4:4/0. (Η δασκάλα παρεμβαίνει: «4/0 σχέση, όχι διαίρεση, γιατί με μηδέν δε γίνεται»). Πιο επικίνδυνη είναι η Π2 γιατί οι παραβάτες είναι διπλάσιοι από τους νόμιμους…
Δασκάλα: Δε λέμε ότι αυτό είναι το μόνο σωστό. Ο καθένας λέει ότι νομίζει. Την υπόλοιπη ώρα κάθε ομάδα καταθέτει την πρότασή της και τέλος η δασκάλα ανακεφαλαιώνει λέγοντας ότι 5 ομάδες έβαλαν με σειρά επικινδυνότητας Π4>Π2>Π3>Π1 και 2 ομάδες έβαλαν Π2>Π4>Π3>Π1.

(4ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.138)

Διεξάγεται έντονος μαθηματικός διάλογος. Οι ομάδες των παιδιών αναζητούν κοινώς αποδεκτά κριτήρια σύγκρισης για την επικινδυνότητα των περιοχών. Κάθε ζευγάρι παιδιών καταθέτει την άποψή του. Ο ένας υπερασπίζεται την άποψη του άλλου ή την αντικρούει με αντεπιχειρήματα. Η δασκάλα μοιράζει το λόγο και συντονίζει τη συζήτηση. Τονίζει την ανάγκη τεκμηρίωσης κι επιχειρηματολογίας. Ενθαρρύνει την κατάθεση προτάσεων και τέλος ανακεφαλαιώνει ομαδοποιώντας τις προτάσεις των ζευγαριών.

Βάσια: Μετά τα κλάσματα επειδή ήταν ετερώνυμα για να τα συγκρίνουμε τα κάναμε ομώνυμα και πιο μεγάλο είναι το τελευταίο, δηλαδή η Π4 είναι η πιο επικίνδυνη, μετά η Π2, η Π3 κι η Π1.
Έλσα: Τα γράψαμε και με τα σύμβολα της ανισότητας Π4>Π2>Π3>Π1.
Φώτης: Δεν είναι η Π4 πιο επικίνδυνη, είναι η Π2. Στην Π4 είναι 4 παραβάτες, στην Π2…42.
Αφροδίτη: Ναι, αλλά στην Π4 οι παραβάτες είναι τετραπλάσιοι από τους νόμιμους.
Φώτης: Τετραπλάσιο από το 0; Τι τετραπλάσιο, κυρία, πολλαπλασιάζεται το 0;

(4ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./β.152)

Από τα παραπάνω διαπιστώνεται, αυθόρμητος μαθηματικός διάλογος των παιδιών χωρίς να τον επιβάλει η δασκάλα. Η Βάσια κι η Έλσα από την ίδια ομάδα καταθέτουν την πρότασή τους, αλλά ο Φώτης από άλλη ομάδα διαφωνεί και με αντεπιχειρήματα προσπαθεί να τις αντικρούσει. Η Αφροδίτη διαφωνεί με το Φώτη κι υποστηρίζει την πρόταση των κοριτσιών. Όμως παρόλο που ο διάλογος είναι αυθόρμητος, ακόμη πλανάται η σκιά της καθοδήγησης της δασκάλας στο υποσυνείδητο των παιδιών. Ο Φώτης θέλοντας να αντικρούσει την Αφροδίτη δεν απευθύνεται άμεσα σε αυτή, αλλά χρησιμοποιεί ως ενδιάμεσο την αυθεντία της «κυρίας», όπου κι απευθύνεται.

Φώτης: Ναι, αλλά …4 αυτοκίνητα; Δεν είναι λίγα; …στην Π2 περνούν 42+20=62 αυτοκίνητα…
Εύα: Στην Περιοχή 2 που είναι πιο πολλά τα αυτοκίνητα θα πηγαίνουν πιο αργά, ενώ στην Π4 που είναι πολύ λιγότερα θα πηγαίνουν πιο γρήγορα και θα είναι επικίνδυνο να τρακάρουν.

(4ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./β.161)

Η Εύα αντικρούει την προηγούμενη άποψη του συμμαθητή της. Ενώ ο Φώτης δίνει έμφαση στη συχνότητα των διερχόμενων αυτοκινήτων στις δύο περιοχές, εκείνη δίνει έμφαση στην ταχύτητά τους. Τα παιδιά διαλέγονται με δημιουργική σκέψη προτείνοντας αποκλίνουσες λύσεις.

(Διαβάζουμε την άσκηση 2, σ. 3 φυλλαδίου, όπου δίνεται μια 5η Περιοχή και ζητείται αν θ' αλλάξει η κατάταξη. Η δασκάλα ρωτά το λόγο παραβάτες/νόμιμοι της Π5 κι ο Πάνος λέει: «1/3»).
Δασκάλα: Το νέο εύρημα θα αλλάξει την αναφορά που γράψατε στην άσκηση 1;
Πάνος: Όχι! Εμείς είχαμε γράψει ότι πιο επικίνδυνη είναι η Π4 όπου όλοι οι οδηγοί είναι παραβάτες. Σε αυτήν την 5η περιοχή οι παραβάτες είναι πιο λίγοι από τους νόμιμους.
Ιάσονας: Συμφωνούμε! Κι εμείς που είχαμε γράψει πιο επικίνδυνη την Π2 λέμε ότι δε θα αλλάξει.
(4ηΜ.Π./Π/7ηΕ.Ζ./β.171)

Με αφορμή τη δραστηριότητα του φυλλαδίου, οι εκπρόσωποι των δύο τάσεων που αυθόρμητα σχηματίστηκαν στην τάξη, διατυπώνουν τις απαντήσεις τους τεκμηριώνοντάς τες.

Δασκάλα: Τι θα προτιμούσατε αν ήσασταν οδηγοί και περνούσατε από την πινακίδα;
Κλεάνθης: Αν συγκρίνουμε τα 2 πινακάκια στη σ. 8 βλέπουμε ότι συνήθως στο 2ο με το 2ο τρόπο, το ποσοστό των νόμιμων είναι πιο μικρό, όπως στο 2ο, 3ο, 4ο και 5ο δεκάλεπτο.
Ερευνητής: Ωραία παρατήρηση! Επίσης στο 2ο πίνακα όπου μελετάμε μεγαλύτερη χρονική περίοδο και μεγαλύτερο δείγμα αυτοκινήτων, τα ποσοστά δεν αλλάζουν απότομα από δεκάλεπτο σε δεκάλεπτο, όπως στον 1ο πίνακα. (Τα παιδιά στα ζευγάρια αρχίζουν να συζητούν μεταξύ τους για να αποφασίσουν τι θα απαντήσουν στην ερώτηση 7α)…
Πάνος: Ο 1ος τρόπος είναι καλύτερος γιατί τα ποσοστά των νόμιμων είναι μεγαλύτερα.
Ελένη: Ο 2ος τρόπος είναι καλύτερος γιατί θα μπορούμε να ελέγχουμε όλα τα αυτοκίνητα από τις 6 το πρωί. (Η δασκάλα παρατηρεί ότι έτσι θα έχουμε μεγαλύτερο δείγμα. Η Βαγγελιώ, ο Ταξιάρχης, κι ο Ιάσονας συμφωνούν με την Ελένη κι έχουν παρόμοια επιχειρήματα).
Ιάσονας: Ο 2ος γιατί αν ήμασταν οδηγοί θα θέλαμε να βλέπουμε τους παραβάτες από τις 6.
Δασκάλα: Κανείς εκτός από τον Πάνο δεν διάλεξε τον 1ο τρόπο; Να σας πω εγώ ένα επιχείρημα υπέρ του 1ου τρόπου; Θα έγραφα ότι τον προτιμώ γιατί όσο είμαι εγώ κι οδηγώ στο δρόμο, με ενδιαφέρει το δεκάλεπτο που δείχνει αυτούς που πέρασαν λίγο πριν από μένα, γιατί αυτούς θα συναντήσω παρακάτω αν υπάρχει κανένα ατύχημα, τι με νοιάζουν αυτοί που πέρασαν μισή ώρα πριν, αυτοί κοντεύουν να φτάσουν κιόλας Αθήνα, δε θα τους συναντήσω.
Ιάσονας: Μπορεί όμως και οι οδηγοί που πέρασαν μισή ώρα πριν να έχουν σταματήσει για καφέ και να τους προλάβουμε. (Ο ερευνητής κρίνει σωστό το σχόλιο κι όλοι βάζουμε τα γέλια).
(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.248)

Αναδύεται το γεγονός ότι τα ίδια αριθμητικά δεδομένα, μπορούμε να επιλέξουμε να τα μελετήσουμε διαφορετικά, ανάλογα με τις ανάγκες μας. Με αφορμή τις ανοιχτές ερωτήσεις κρίσης του φυλλαδίου και με την ενθάρρυνση της δασκάλας, η ποιότητα του διαλόγου έχει βελτιωθεί σημαντικά. Τα παιδιά δεν απαντούν μονολεκτικά όπως παλιά ούτε υπό την πίεση ελεγκτικών ερωτήσεων της δασκάλας. Συμμετέχουν αυθόρμητα στο διάλογο επιχειρηματολογώντας για να υποστηρίξουν τη γνώμη τους ή τη γνώμη του συμμαθητή τους με τον οποίο συμφωνούν. Στα επόμενα τέσσερα επεισόδια μετά την Ε.Ζ. διαπιστώνουμε ότι η ποιότητα διαλόγου έχει βελτιωθεί.

Δασκάλα: Πριν μάθετε το διαβήτη, όταν ήσασταν μικροί και κάνατε κύκλους, πώς τους κάνατε;
Μαρία: Με το χέρι, μια τάπα, ένα καπάκι, ένα ποτήρι.
Μαριάννα: Σχεδιάζαμε το γύρω - γύρω στο σελοτέιπ, σε ένα νόμισμα.
Δασκάλα: Όμως τι μειονεκτήματα έχει αυτός ο τρόπος κατασκευής;
Κλεάνθης: Δεν μπορούμε ν' αλλάξουμε από μεγάλους σε μικρούς κύκλους όπως με το διαβήτη.
Έλσα: Το κέρμα έχει σταθερή ακτίνα, δεν αλλάζει. Με το διαβήτη κάνουμε ό,τι κύκλο θέλουμε.
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.3)

Τα παιδιά εναλλάσσονται στην κατοχή του λόγου και δεν απαντούν μονολεκτικά όπως παλιά.

Δασκάλα (σχεδιάζει μια χορδή): Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα είναι διάμετρος ή χορδή;
Νικολέτα: Είναι χορδή, γιατί δεν περνάει από το κέντρο του κύκλου…
Δασκάλα: Τι διαφορά έχει από τη χορδή το τόξο;
Ιάσονας: Το τόξο είναι καμπύλη γραμμή, ενώ η χορδή είναι ευθύγραμμο τμήμα.
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.12)

Η Νικολέτα απαντώντας στην ερώτηση της δασκάλας τεκμηριώνει την απάντησή της με ένα επιχείρημα. Κατόπιν η δασκάλα ζητώντας από τα παιδιά να συγκρίνουν τη χορδή με το τόξο και να βρουν τη διαφορά, καλλιεργεί την κριτική σκέψη τους.

Δασκάλα: Τι παρατηρείτε λοιπόν;
Κλεάνθης: Μετρήσαμε σε άλλο κύκλο μήκος και διάμετρο και βρήκαμε πάλι Κ:δ=3,14 όπως πριν.
Βάσια: Κυρία, είναι λίγο σαν μαγικό. Πάντα βγαίνει 3,14.
Δασκάλα: Ακριβώς! Είτε μετρήσουμε το πιάτο που τρώμε είτε την κούπα είτε τον κορμό δέντρου, σε οποιοδήποτε κύκλο κι αν μετρήσουμε μήκος και διάμετρο και τα διαιρέσουμε, τι θα βρούμε;
Έλσα: 3,14 περίπου.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.35)

Ανάμεσα στη δασκάλα και τρία παιδιά συντελείται μαθηματικός διάλογος κι αναδύεται από τις παρατηρήσεις των παιδιών η γενίκευση της σχέσης του μήκους ενός κύκλου ως προς τη διάμετρο.

Ιάσονας: Στο ρολόι του τοίχου, μετρήσαμε και βρήκαμε μήκος 26 και διάμετρο 8,3 εκ.
Δασκάλα: Αν διαιρέσουμε το μήκος 26, με τη διάμετρο 8,3 ... (Η Έλσα λέει ότι θα βγει 3,14).
Δασκάλα: Θα βγει σίγουρα, για να δούμε…
Έλσα: 26:8,2=3,132 περίπου 3,14.
Ιάσονας: Και στη γλάστρα να μετρήσουμε το γύρω - γύρω, πάλι το ίδιο θα βγει. Για να δούμε...
(Τα παιδιά μετρούν και βρίσκουν Κ=64 και δ=20,5 διαιρούν και βρίσκουν περίπου 3,14).
Δασκάλα: Τι παρατηρούμε; Σε τόσους κύκλους πάντα τι βρίσκαμε; (Η Βάσια λέει: «3,14»).
Δασκάλα: Το παρατήρησαν από την αρχαιότητα οι μεγάλοι γεωμέτρες κι ακόμα ως σήμερα ισχύει.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.36)

Η δασκάλα σε έναν άλλο κύκλο με άλλα δεδομένα μετρήσεων ρωτά τι θα συμβεί αν διαιρέσουν το μήκος με τη διάμετρο. Η Έλσα με βάση το συμπέρασμα που αναδύθηκε πριν, κάνει παραγωγικά την εικασία ότι θα βγει 3,14. Η δασκάλα δεν της δίνει θετική απάντηση, αλλά παρακινεί να κάνουν τη διαίρεση και να δουν. Με τη στάση της αυτή εξοικειώνει τα παιδιά με επιστημολογικές, αποδεικτικές διαδικασίες ποπεριανής φιλοσοφίας. Ακόμη κι αν έχουν προκύψει από παρατηρήσεις γενικά συμπεράσματα, αυτά δεν έχουν παντοτινή ισχύ, ούτε είναι υπεράνω διάψευσης. Συνέχεια πρέπει να εξετάζονται κι όταν επαληθεύονται αποκτούν μεγαλύτερη βιωσιμότητα και αξιοπιστία.

Τόσο κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης, όσο και στο μάθημα των μαθηματικών μετά την Ε.Ζ., διαπιστώνουμε μια αισθητή βελτίωση της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου, σε σύγκριση με το μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. Μέσα από βιωματικές δράσεις, καταστάσεις ανακαλυπτικής μάθησης και μαθηματικής αναζήτησης, οι μαθητές και οι μαθήτριες αναλάμβαναν πρωτοβουλίες, γίνονταν μικροί ερευνητές, συζητούσαν τρόπους αντιμετώπισης των προβλημάτων, δοκίμαζαν ιδέες, έλεγχαν εικασίες και τεκμηρίωναν την ορθότητά τους στην τάξη.

5.3. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Θα παρουσιάσουμε τα κύρια ευρήματα που αναδύθηκαν από την ανάλυση των επεισοδίων των τριών μελετών περίπτωσης, σχετικά με τις αλλαγές που διαπιστώσαμε στη μαθησιακή στάση των μαθητών. Στις δύο συσχετικές κατηγορίες που προέκυψαν, εστιάσαμε σε ενδείξεις αλλαγής της στάσης των παιδιών στο μάθημα των μαθηματικών και στη βελτίωση του μαθηματικού διαλόγου.

Στην πρώτη συσχετική κατηγορία, διαπιστώσαμε ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση, σε αρκετά παιδιά, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και συμμετοχής, τονίσθηκε η αυτοπεποίθηση και ο ενθουσιασμός τους στο μάθημα των μαθηματικών. Ενδεικτικά αναφέρουμε τον Άγγελο, την Αγγελική, τη Νεφέλη, την Αναστασία και τη Μαριάννα. Τα παιδιά ενεπλάκησαν ενεργά στη διαδικασία της μάθησης, ερευνώντας κι ανακαλύπτοντας μέσα στην ομάδα τους και μέσα από τα διαθεματικά project, αγάπησαν τα μαθηματικά ακόμη περισσότερο. Τη βελτίωση της στάσης ορισμένων παιδιών στα μαθηματικά, ανέφεραν και οι εκπαιδευτικοί στα ερωτηματολόγια, δίνοντας και συγκεκριμένα παραδείγματα. Τα παιδιά επίσης, στην ερώτηση του ερωτηματολογίου για το αν τους άρεσαν τα project και για ποιο λόγο, απάντησαν καταφατικά και τεκμηρίωσαν τις απαντήσεις τους με ποικιλία επιχειρημάτων. Με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης (παρατήρηση ερευνητή - απαντήσεις δασκάλων σε ερωτηματολόγια - δηλώσεις μαθητών), μπορούμε να πούμε ότι υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις πως το μάθημα των μαθηματικών έγινε πιο ενδιαφέρον για τα παιδιά κι η συμμετοχή μερικών παιδιών στο μάθημα αυξήθηκε τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά. Αν και κάποιος με παραδοσιακές αντιλήψεις πιθανώς θα προέβλεπε ότι αφού στην Ε.Ζ. δεν υπάρχουν βαθμολογίες ούτε γραπτά διαγωνίσματα, δεν υπάρχει το συμπεριφοριστικό μοντέλο που είναι δομημένο γύρω από εξωτερικά κίνητρα, αμοιβές κι επαίνους, όλα αυτά θα οδηγούσαν σε αδιαφορία των μαθητών και στην έλλειψη συμμετοχής τους στο μάθημα, παρόλα αυτά η συμμετοχή και το ενδιαφέρον των περισσότερων μαθητών αυξήθηκαν. Έδειξαν οι μαθητές κι οι μαθήτριες ότι είναι αρκετά πιο ώριμοι και συνειδητοποιημένοι από όσο συχνά αναμένουμε και ότι το ενδιαφέρον κι η συμμετοχή τους δεν ενθαρρύνεται από εξωτερικά κίνητρα, αλλά από γνήσια εσωτερικά κίνητρα όπως αυτά που τους δόθηκαν στην προσέγγισή μας, π.χ. η βιωματική μάθηση με δραστηριότητες στο προαύλιο, στην αίθουσα πληροφορικής, στο χάρτη της πόλης τους, η ενεργητική συμμετοχή στο διάλογο της τάξης, η ικανοποίηση της περιέργειάς τους σε ανοιχτά ερωτήματα, η συμμετοχή τους σε μία ομάδα κι η αποδοχή τους από τα μέλη της, η ανάληψη πρωτοβουλιών κ.ά.

Η αλλαγή στη στάση των μαθητών στα μαθηματικά και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, εδραιωνόταν σταδιακά όσο προχωρούσε η διαθεματική προσέγγιση και συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών. Σε αρκετά παιδιά, τονίσθηκε η αυτοπεποίθηση, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος για τη μαθηματική μάθηση και ο βαθμός συμμετοχής τους στα μαθηματικά. Αυτό το στοιχείο που προκύπτει ως «σκληρό» δεδομένο μέσα από τη διασταύρωση με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης, είναι πολύ ελπιδοφόρο και το θεωρούμε ως θετική αξιολογική ένδειξη για τη συμβολή της προσέγγισής μας στην κατεύθυνση της ποιοτικής βελτίωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης. Με την ελπίδα ότι έστω και ένα παιδί είναι πιθανόν να ξαναποκτήσει το χαμένο ενδιαφέρον του για τα μαθηματικά ή τη χαμένη του αυτοπεποίθηση, αξίζει να προσπαθήσουμε.

Στη δεύτερη συσχετική κατηγορία, διαπιστώσαμε ότι υπήρξε βελτίωση της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου και της επικοινωνίας μεταξύ των μελών της τάξης. Στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ., η συμμετοχή των μαθητών είχε μόνο τη μορφή απαντήσεων σε εξεταστικής μορφής ερωτήσεις των δασκάλων. Η διαθεματική προσέγγιση συνέβαλε ώστε να αυξηθεί το ποσοστό κατοχής του λόγου από τους μαθητές. Τα παιδιά, συζητώντας αρχικά για μη μαθηματικά θέματα, γενικότερου κοινωνικού ενδιαφέροντος, έμαθαν να διαλέγονται και σταδιακά, μέσα από συνεχώς αυξανόμενη μαθηματικοποίηση, η συζήτηση εξελίχθηκε σε μαθηματικό διάλογο. Οι μαθητές διατύπωναν εικασίες, έκαναν εκτιμήσεις και κατά προσέγγιση νοερούς υπολογισμούς. Με το συντονισμό των δασκάλων, επιχειρηματολογούσαν υπέρ της στρατηγικής ενός συμμαθητή τους ή προσπαθούσαν με αντεπιχειρήματα να καταρρίψουν μια πρόταση με την οποία διαφωνούσαν. Η εμπλοκή των περισσότερων παιδιών κι όχι μόνο των πιο ικανών κι η ανταλλαγή μαθηματικών απόψεων, οδήγησε συχνά σε διεξαγωγή μαθηματικού διαλόγου, ο οποίος διάλογος είχε συχνά τη δυναμική των διαλόγων που περιγράφει ο Lakatos (1976) στο “Proofs and Refutations”.

Η πρόοδος στον τομέα του μαθηματικού διαλόγου στη 2η και στην 3η Μ.Π., εξελίχθηκε σταθερά κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και συνεχίστηκε, σε μεγάλο βαθμό και μετά την Ε.Ζ. Στην 4η Μ.Π. όμως, εμφανίστηκε μία σχετική αστάθεια. Όταν η συζήτηση αφορούσε θέματα γενικού ενδιαφέροντος, η δασκάλα απλώς συντόνιζε. Όταν όμως ο διάλογος αποκτούσε μαθηματικό περιεχόμενο και κυρίως όταν περιστρεφόταν γύρω από ήδη διδαγμένες μαθηματικές γνώσεις, η δασκάλα αρχικά επανερχόταν στο παραδοσιακό ελεγκτικό της στυλ κι απευθυνόταν με ερωτήσεις στους μαθητές για να τους ελέγξει. Τελικά όμως και στην 4η Μ.Π. κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν, διαπιστώσαμε βελτίωση της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6
ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΔΑΣΚΑΛΩΝ
(ΑΝΑΛΥΣΗ 2^{ΗΣ}, 3^{ΗΣ} ΚΑΙ 4^{ΗΣ} ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ)

Από τις συσχετικές κατηγορίες που αναδύθηκαν και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, διαπιστώθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι η συμμετοχή των παιδιών στο μάθημα βελτιώθηκε σημαντικά, ποσοτικά αλλά και ποιοτικά. Υπήρξε βελτίωση ως προς τη στάση των μαθητών στα μαθηματικά και ως προς τη συμμετοχή στο διάλογο στην τάξη. Η πρόοδος αυτή οφείλεται, όπως θα έχουμε την ευκαιρία να δούμε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, κατά ένα μεγάλο βαθμό στη συμπεριφορά των δασκάλων μέσα από σταδιακή αλλαγή της στάσης τους.

Περιγράφοντας και αναλύοντας τη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, τόσο στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από την ευέλικτη ζώνη, όσο και κατά τη διάρκεια της διαθεματικής μας προσέγγισης, αλλά και μετά την ολοκλήρωση του εγχειρήματος ξανά στο μάθημα των μαθηματικών, διαπιστώσαμε σημαντικές ποιοτικές αλλαγές στη διδακτική συμπεριφορά τους. Μερικές από τις αλλαγές αυτές όσο προχωρούσε η διαθεματική προσέγγιση εδραιώνονταν σταδιακά, όλο και περισσότερο, παρουσιάζοντας αξιοσημείωτη σταθερότητα. Άλλες πάλι, πρόσκαιρα κάποια στιγμή, εμφάνιζαν μια ελπιδοφόρα δυναμική μιας προοδευτικής τάσης, όμως στα επόμενα επεισόδια η συμπεριφορά των δασκάλων επανερχόταν σε παραδοσιακές πρακτικές δείχνοντας ότι σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να θεωρηθούν οι οποιεσδήποτε μεταβολές παγιωμένες και οριστικές. Θετικά κρίνεται το γεγονός ότι η καταγεγραμμένη πρόοδος στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων συνεχίστηκε σε μεγάλο βαθμό και μετά τη διαθεματική προσέγγιση, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

Έπειτα από την πιλοτική φάση της έρευνας, τα ερευνητικά ερωτήματα προσανατολίστηκαν σε ορισμένους τομείς ενδιαφέροντος που αφορούν τη διερεύνηση αλλαγών στη διδακτική στάση των δασκάλων. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα διερευνήσουμε, τον τρόπο αντιμετώπισης του διαλόγου από τους/τις εκπαιδευτικούς, την αποθάρρυνση του ανταγωνισμού, τη στάση των δασκάλων ως προς τα λάθη των μαθητών και ως προς την επίτευξη της κατανόησης, την ενίσχυση από τους/τις εκπαιδευτικούς της ανάδυσης στρατηγικών μέσα από τα παιδιά, την ύπαρξη ενδείξεων πλουραλισμού των τρόπων λύσης και την πορεία προς την αυτονόμηση των παιδιών. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κυριότερες αλλαγές που εντοπίστηκαν στη συμπεριφορά των δασκάλων, μέσα από αντίστοιχες συσχετικές κατηγορίες.

6.1. ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΤΟΥ ΔΙΑΛΟΓΟΥ

6.1.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από την ευέλικτη ζώνη, ο διάλογος μεταξύ δασκάλας και μαθητών έχει τη μορφή ερωτήσεων από τη δασκάλα και απαντήσεων από τους μαθητές.

Δασκάλα: Τι υπολογίσατε πρώτα, στον πρώτο τρόπο και τι μετά;
Μάγδα: Πρώτα προσθέσαμε τις εικόνες 3+4=7. Μετά αφαιρέσαμε 11-7=4 περίσσεψαν 4 εικόνες.
Δασκάλα: Ωραία, ποιος θα μας πει τον άλλο τρόπο; Τι κάναμε πρώτα και τι μετά;
Έλενα: Πρώτα αφαιρέσαμε 11-3=8 και μετά, απ' αυτό που βρήκαμε αφαιρέσαμε το 4, 8-4=4.
Δασκάλα: Ποιες πράξεις κάναμε στον πρώτο και ποιες στο δεύτερο τρόπο;
Αλέξανδρος: Στον 1ο τρόπο κάναμε μια πρόσθεση και μια αφαίρεση, ενώ στο 2ο δυο αφαιρέσεις.
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.13)

Δασκάλα (Πριν το διάλειμμα για την επόμενη φορά): Ο κύριος (ερευνητής) κι εγώ θέλουμε να σας προτείνουμε να ασχοληθούμε στις ώρες της Ε.Ζ. με θέματα Κυκλοφοριακής Αγωγής. Έτσι κι ένα πρόγραμμα Αγωγής Υγείας θα υλοποιήσουμε και με ενδιαφέρουσες διαθεματικές δραστηριότητες θα ασχοληθούμε στην Ε.Ζ. και ο κύριος (ερευνητής) θα πραγματοποιήσει την έρευνά του. Συμφωνείτε με αυτή την πρόταση; (Όλοι δέχτηκαν ομόφωνα την πρόταση της δασκάλας τους).
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.19)

Πρώτη φορά η δασκάλα δε ρωτά για να εξετάσει τους μαθητές, αλλά για να ζητήσει τη συγκατάθεσή τους ώστε να ξεκινήσει την επόμενη φορά το σχέδιο εργασίας μας στην Ε.Ζ.

Δασκάλα: Η αύξηση των αυτοκινήτων πώς άλλαξε την εικόνα των πόλεων; …(Σιωπή).
Ερευνητής: Ας πούμε στους δρόμους εδώ στο Καρπενήσι, τι αλλαγές επέφερε; Τα παλιά χρόνια πριν να αυξηθούν τ' αυτοκίνητα πώς ήταν οι περισσότεροι δρόμοι;
Αγγελική: Ήταν μικροί και χωματόδρομοι, τώρα είναι μεγάλοι και ασφαλτοστρωμένοι.
Δασκάλα: Ωραία, άλλη αλλαγή;
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.2)

Η ποιότητα του διαλόγου εξακολουθεί να είναι αρκετά χαμηλή ως προς την αυθόρμητη εμπλοκή των μαθητών. Οι ερωτήσεις γίνονται εναλλάξ, από τη δασκάλα και από τον ερευνητή. Στη συνέχεια όμως της συνάντησης, η δασκάλα προωθεί τη συζήτηση και την καλλιέργεια της κριτικής σκέψης, καθώς θέτει μια ανοικτή ερώτηση στο απόσπασμα β.3 κι αρχίζει να επιμένει στο «γιατί» στο απόσπασμα β.7, ζητώντας από τα παιδιά να επιχειρηματολογούν υποστηρίζοντας την άποψή τους.

Δασκάλα: Πώς μπορούμε να περιορίσουμε τη ρύπανση από τ' αυτοκίνητα;
Δημήτρης: Με τους καταλύτες που βάζουμε στα αυτοκίνητα.
Αλεξάνδρα: Κι αν τα χρησιμοποιούμε λιγότερο κι αντί για αυτά…μέσα μαζικής μεταφοράς.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.3)

Δασκάλα: …Αν πριν από χρόνια είχαμε … 100 ατυχήματα, πόσα έχουμε σήμερα;
Αγγελική: Λιγότερα.
Δασκάλα: Σωστά, λιγότερα, γιατί;
Αγγελική: Γιατί μας λέει ότι μειώθηκαν.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.7)

Στον επόμενο διάλογο με την καθοδήγηση της δασκάλας έχουμε ανάδειξη της στοχοθεσίας της Κυκλοφοριακής Αγωγής, ενώ στο αμέσως επόμενο απόσπασμα β.14 εξακτινώνουμε τη συζήτηση διαθεματικά και οδηγούμε τους μαθητές στην ενασχόληση με οικονομικά θέματα.

Αγγελική: Όπως στο πέταλο του Μαλιακού, στο Ασπρονέρι κυρία, που σκοτώθηκαν τα παιδιά.
Αλεξάνδρα: Και στα Τέμπη έγινε το ίδιο.
Αγγελική: Τώρα άρχισαν να φτιάχνουν το δρόμο…
Αλεξάνδρα: Άκουσα στην τηλεόραση πως θα τελειώσει το 2008.
Δασκάλα: Κάλλιο αργά, παρά ποτέ. Δυστυχώς…μετά παίρνουμε μέτρα. Ενώ το καλύτερο θα ήταν να παίρναμε μέτρα από πριν, για να προλάβουμε το κακό. Ένα τέτοιο μέτρο είναι και αυτό που κάνουμε μαζί…η Κυκλοφοριακή Αγωγή στα σχολεία. Αν τα παιδιά αποκτήσουν καλές συνήθειες από μικρά ως πεζοί και ποδηλάτες θα προσέχουν περισσότερο, αλλά κι αργότερα όταν μεγαλώσουν και γίνουν οδηγοί θα ξέρουν τι πρέπει να προσέχουν και τι να μην κάνουν.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.10)

Δασκάλα: Παρακάτω μας λέει ότι το κόστος της απώλειας τόσων ανθρώπων στην Ελλάδα ξεπερνάει το ένα τρισεκατομμύριο δραχμές, ενώ στην Ε.Ε. ξεπερνάει τα 100. Γιατί ο θάνατος ή ο τραυματισμός Ελλήνων από τροχαία κοστίζει στην οικονομία της Ελλάδας;
Αλέξανδρος: Γιατί όταν σκοτώνονται άνθρωποι, αυτοί που δουλεύουν…γίνονται λιγότεροι.
Ερευνητής: Και δεν είναι μόνο αυτοί που σκοτώνονται… 2500 κατά μέσον όρο το χρόνο. Είναι κι οι… 3500 που τραυματίζονται σοβαρά. Μπορούν μετά αυτοί να εργαστούν… σοβαρή αναπηρία;
Αγγελική: Όχι και πρέπει οι δικοί τους να τους φροντίζουν για να ζήσουν.
Ερευνητής: Κι όχι μόνο οι δικοί τους, αλλά κι η πολιτεία πρέπει να δίνει αναπηρικές συντάξεις.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14)

Η δασκάλα μέσα από τον επόμενο διάλογο αναδεικνύει την ανάγκη μέτρησης και απόδειξης.

Δασκάλα: Ποια είναι πιο σύντομη διαδρομή από αυτές που ζωγράφισε, η κάθετη ή οι πλάγιες;
Νίκος: Η κάθετη νομίζω…
Δασκάλα: Νομίζεις πώς θα σιγουρευτείς; Τι κάνουμε να δούμε πόσο μακρύ ή κοντό είναι κάτι;
Νίκος: Το μετράμε.
Δασκάλα: Για πάρε λοιπόν Νίκο το χάρακα και μέτρησε τις διαδρομές.
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19)

Σε περιπτώσεις που κάποιοι μαθητές δεν μπορούν να ολοκληρώσουν την εργασία, η δασκάλα προσπαθεί να εμπλέξει και άλλους μαθητές. Για παράδειγμα:

Μάγδα: Ένα αυτοκίνητο ταξίδεψε από τη Λαμία στην Αθήνα σε 2 ώρες… (Διστάζει)…
Δασκάλα: Θέλει κανείς να βοηθήσει τη Μάγδα;
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.31)

Σε επόμενη συνάντηση, η δασκάλα εμπλέκει τα παιδιά σε ένα γόνιμο μαθηματικό διάλογο με θέμα την εύρεση της περιμέτρου ενός συγκεκριμένου ισόπλευρου τριγώνου που κατασκεύασαν.

Μάγδα: … Τη βρήκα την περίμετρο. Είναι 72 εκατοστά.
Δασκάλα: Για πες μας πώς το βρήκες!
Μάγδα: Μέτρησα το ένα καλαμάκι και βρήκα 24 εκατοστά. Είπα μετά 24+24+24=72.
Δασκάλα: Αντί να κάνετε την πρόσθεση 24+24+24, ποια άλλη πράξη μπορείτε να κάνετε;

Νίκος: Πολλαπλασιασμό 3·24.

(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.44)

Η δασκάλα ρωτά τη Μάγδα πώς βρήκε την περίμετρο και βοηθά τα παιδιά καθοδηγώντας διακριτικά, να προβληματιστούν και να βελτιώσουν «μαθηματικά» τη στρατηγική της Μάγδας.

Δασκάλα: Όπως είστε ομάδες, συνεργαστείτε, συζητείστε μεταξύ σας κι ό,τι συμφωνήσετε γράψτε το. Δεν μας νοιάζει αν κάνετε λάθος. Αυτό που θέλουμε είναι να συζητάτε και να μας λέτε ιδέες.

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.55&56)

Η δασκάλα δίνει έμφαση στην ανάγκη ύπαρξης συζήτησης και συμφωνίας μες στις ομάδες και τονίζει ότι σημασία έχει η διεξαγωγή συζήτησης κι η εξαγωγή ιδεών, παρά το σωστό αποτέλεσμα. Στον επόμενο διάλογο δεν αρκείται στη σωστή απάντηση, αλλά ζητά περισσότερες εξηγήσεις.

Δασκάλα: Τι είδους λόγος είναι αυτός;
Δημήτρης: Είναι λόγος μέρος/μέρος.
Δασκάλα: Γιατί είναι μέρος/μέρος Δημήτρη; …
Νίκος: Τώρα δε θα έπρεπε να μας ζητάει το λόγο που δίνουν τα κορίτσια προς όλα τα παιδιά; …
Δασκάλα: Ωραία! Είναι καλό να κατασκευάζετε δικά σας προβλήματα κι ας μην τα έχει γραμμένα στο φυλλάδιο. Ποιος θα απαντήσει; Για σκεφτείτε το! Μαγδαληνή;
Μάγδα: Θα πούμε 9:14 γιατί το 9 είναι τα κορίτσια και 14 όλα τα παιδιά.

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.57)

Η δασκάλα αξιολογεί θετικά την προσπάθεια του Νίκου να κατασκευάσει ένα δικό του πρόβλημα προεκτείνοντας το αρχικό και παροτρύνει τους υπόλοιπους μαθητές να κάνουν το ίδιο. Ακολούθως δε διστάζει να εκτεθεί και να ρωτήσει όταν έχει απορία, αποποιούμενη το ρόλο της αυθεντίας.

Ερευνητής: Συμφωνείτε; Έχουμε καμιά απορία;
Όλοι μαζί: Όχι!
Δασκάλα: Να ρωτήσω εγώ κάτι; Θα μπορούσε να υπάρχει λόγος όλον/όλον;

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.61)

Με αυτόν τον τρόπο έρχεται κοντά στα παιδιά, γίνεται σχεδόν ισότιμη, ενθαρρύνοντας το διάλογο.

Νίκος: Κάτω, αφού το 1 κιλό έχει 1000 γραμ.… Κυρία, το βρήκα! Είναι 0,900.
Δασκάλα: Πώς το βρήκες;
Νίκος: Είπα, αφού είναι κάτω από 1 κιλό, ο ακέραιος θα είναι 0, άρα 0,900.

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.19)

Μετά την Ε.Ζ. η δασκάλα εξακολουθεί να μην αρκείται στη σωστή απάντηση, αλλά ρωτά το Νίκο «πώς το βρήκε». Ρωτά «γιατί», «πώς», πιο συχνά από ό,τι πριν την Ε.Ζ. ενθαρρύνοντας το διάλογο.

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι η δασκάλα σταδιακά, κι ως ένα βαθμό, αλλάζει διδακτική συμπεριφορά και αφήνει περισσότερα περιθώρια για συμμετοχή των μαθητών και των μαθητριών στο διάλογο. Άλλοτε μιμούμενη το δικό μου παράδειγμα θέτει ανοικτές ερωτήσεις κρίσης που κινητοποιούν τη συζήτηση, άλλοτε συνειδητά η ίδια η δασκάλα μειώνει το δικό της ποσοστό κατοχής του λόγου και δίνει περισσότερο το λόγο στους μαθητές. Άλλοτε πάλι η φύση, η υφή της δραστηριότητας είναι τέτοια (π.χ. γενικό θέμα κοινωνικού προβληματισμού, βιωματική δραστηριότητα, κατασκευή με χειραπτικό υλικό, εξερευνήσεις στο χάρτη, εργασία στον υπολογιστή, επίσκεψη στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής) ώστε οι μαθητές κρίνοντας, επιλέγοντας, ερευνώντας ή κατασκευάζοντας από μόνοι τους διεκδικούν περισσότερο χώρο και χρόνο και συμμετέχουν πιο δυναμικά στο διάλογο περιορίζοντας το ρόλο της δασκάλας. Στην πορεία του εγχειρήματος η θεματολογία της προσέγγισης και κατά συνέπεια του διαλόγου γίνεται όλο και πιο μαθηματική. Μέσα από μια συνεχώς αυξανόμενη μαθηματικοποίηση ο διάλογος εξελίσσεται κυρίως σε μαθηματικό διάλογο. Με το συντονισμό και την καθοδήγηση της δασκάλας, τα παιδιά κατά την εμπλοκή τους σε μαθηματικές δραστηριότητες και κατά τη διερεύνηση και λύση των διαφόρων προβλημάτων, επιχειρηματολογούν υπέρ της στρατηγικής που έχουν επινοήσει ή υιοθετούν και προεκτείνουν τον τρόπο σκέψης κάποιου συμμαθητή τους. Διατυπώνουν εικασίες, κάνουν κατά προσέγγιση νοερούς υπολογισμούς και εκτιμήσεις. Προσπαθούν με αντεπιχειρήματα να καταρρίψουν τις προτεινόμενες λύσεις συμμαθητών τους με τις οποίες διαφωνούν. Θετικό είναι τέλος το γεγονός ότι η ενθάρρυνση του διαλόγου από τη δασκάλα μέσα από μια σταδιακή αλλαγή της στάσης της, δε σταματά με την ολοκλήρωση της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά φαίνεται να συνεχίζεται - όπως διαπιστώνουμε από το ανωτέρω υπόμνημα γ.19 - και μετά την Ε.Ζ., στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

6.1.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., υπήρξαν ελάχιστες στιγμές διαλόγου μεταξύ δασκάλας - μαθητών.

Δασκάλα: Σε όσα προβλήματα λύσατε, διαλέξατε αυτόν τον 1ο τρόπο. Γιατί; …
Μάριος: Για να είναι πιο σύντομος.

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.29)

Η δασκάλα παρατηρεί τη μαθηματική συμπεριφορά των μαθητών και ζητά να την αιτιολογήσουν. Παίρνει μηνύματα από αντιδράσεις τους, ανατροφοδοτώντας τη διδασκαλία της. Θεωρεί το μάθημα δυναμική διαδικασία αλληλεπίδρασης δασκάλων-μαθητών κι όχι στατικό, προκαθορισμένο προϊόν.

(Στα τελευταία πέντε λεπτά έγινε η πρόταση του θέματος που θα επεξεργαζόμασταν…).
Δασκάλα: Τι λέτε παιδιά; Συμφωνείτε; Θέλετε να δουλέψουμε αυτό το θέμα; (Όλοι δέχτηκαν).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.37)

Η δασκάλα παρουσιάζει τις πτυχές του project: «Θέματα Διατροφής» και προτείνει μελλοντική συνεργασία μαζί μου. Τα παιδιά δεν συναποφασίζουν για την επιλογή του θέματος και την υλοποίηση του προγράμματος, αλλά ζητείται η γνώμη τους και δίνουν ομόφωνα συγκατάθεση.

Δασκάλα: Από τα υλικά που βάλαμε στην πίτα, τι νομίζετε; Η πίτα έχει πολλές θερμίδες ή λίγες;
Όλοι μαζί: Πολλές.

Δασκάλα: Τι νομίζετε ότι κάνει την πίτα να έχει πολλές θερμίδες; (Ο Νίκος λέει το λάδι, ο Μάριος το τυρί, ο Αντώνης το βούτυρο).
Δασκάλα: Το υλικό που έχει τις λιγότερες θερμίδες ποιο είναι; (Ο Θεόφιλος λέει τη φαρίνα, ο Κώστας τα αβγά, ο Αντώνης το κολοκύθι).
Ερευνητής: Τα φρούτα και λαχανικά όπως το κολοκύθι, τα χρησιμοποιούν στις δίαιτες, γιατί;
Αντώνης: Γιατί συνήθως έχουν τις λιγότερες θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.4)

Τα παιδιά ήδη έχουν άτυπες προϋπάρχουσες γνώσεις γύρω από τα θέματα διατροφής, όπως είναι η διάκριση των τροφών σε θερμιδογόνες και μη. Με τη συζήτηση που ενθαρρύνεται από τη δασκάλα με ερωτήσεις, αναδύονται οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών, ώστε να ξεκινήσει το project.

Δασκάλα: Ενέργεια χρειαζόμαστε μόνο για να κάνουμε πράγματα; (Ο Νίκος απαντά αρνητικά). Αν αποφασίσω να μη σηκωθώ από το κρεβάτι, να μην κάνω τίποτα μερικές μέρες, χρειάζομαι να φάω για να έχω ενέργεια;
Οδυσσέας: Ναι, γιατί και ξαπλωμένοι καταναλώνουμε ενέργεια.
Δασκάλα: Όταν κοιμόμαστε;
Ελένη: Και τότε καταναλώνουμε ενέργεια και μόνο που αναπνέουμε.
Δασκάλα: Αν για μερικές μέρες δεν τρώμε τίποτα, από πού παίρνουμε ενέργεια για να ζήσουμε;
Γιάννης: Από τα παχάκια μας. (Η δασκάλα παραφράζει: «από το συσσωρευμένο λίπος μας»).
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.16)

Η δασκάλα αναλαμβάνει πρωτοβουλία και με ερωτήσεις κατευθύνει το διάλογο ώστε να εμβαθύνουν τα παιδιά στην έννοια της κατανάλωσης ενέργειας και στη σχέση της με την ανθρώπινη φυσιολογική λειτουργία. Οριοθετούν σφαιρικά την έννοια «κατανάλωση ενέργειας» με τη διαπίστωση ότι δε γίνεται μόνο όταν εκτελούμε εργασία, αλλά κι όταν απλώς ζούμε.

Δασκάλα: Την ενέργεια από το ηλεκτρικό ρεύμα τη λέμε ηλεκτρική. Για να ψηθεί όμως η πίτα, η ηλεκτρική ενέργεια σε τι μετατράπηκε; ... (Σιωπή)...
Ερευνητής: Αν ο φούρνος ήταν με κάρβουνα τι χρειάζεται να ψηθεί η πίτα;
Οδυσσέας: Θερμότητα.
Δασκάλα: Στην κουζίνα, η ηλεκτρική ενέργεια μετατράπηκε σε θερμότητα ή θερμική ενέργεια όπως λέμε. Στον ανεμιστήρα η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε...;
Θεόφιλος: Γυρνάει τον έλικα. (Η δασκάλα λέει: «Τον κινεί, μετατρέπεται σε κινητική»).
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.17)

Διαπιστώνουμε μια άτυπη συνεργασία που λειτουργεί ως «μυστική συμφωνία» μεταξύ δασκάλας και ερευνητή. Η δασκάλα ρωτά κάτι, οι μαθητές δεν μπορούν να απαντήσουν κι έχουμε σιωπή κι αμηχανία με κίνδυνο να περάσουμε σε μονόλογο. Τότε ο ερευνητής με τις ερωτήσεις του δίνει λύση, παίρνοντας τη σκυτάλη από τη δασκάλα και ξεμπλοκάροντας το διάλογο. Σε άλλα επεισόδια γίνεται το αντίθετο κι είναι η δασκάλα που βοηθά τον ερευνητή και διασώζει τη ροή του διαλόγου.

Δασκάλα: Με την ίδια λογική το διπλάσιο του 3½ ποιο θα είναι; 3½ και 3½; Χεράκια...
Γεωργία: 7.
Δασκάλα: Το διπλάσιο του 4½; (Ο Αντώνης απαντά σιγανά: «9»). Πόσο; Δυνατά! (Ο Αντώνης ξαναλέει: «9»). Πώς το βρήκες; (Ο Αντώνης εξηγεί: «Είπα... 8+1=9»).

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.29)

Όταν ο Αντώνης απαντά διστακτικά, η δασκάλα τον παροτρύνει να επαναλάβει δυνατά την απάντησή του για να αποκτήσει το θάρρος της γνώμης του και να τονωθεί η αυτοπεποίθησή του. Επειδή απάντησε διστακτικά, η δασκάλα αμφιβάλλει αν έχει κατανοήσει κι επιμένει να της πει πώς το βρήκε. Τη Γεωργία που απάντησε με αυτοπεποίθηση, δεν τη ρώτησε.

Δασκάλα: Από πού παίρνουμε ενέργεια; (Ο Γιάννης λέει: «Από τα τρόφιμα»). Όταν αθλούμαι τι την κάνω την ενέργεια; (Η Νεφέλη λέει: «Την καταναλώνω»). Τ' αυτοκίνητα για να κινηθούν από πού παίρνουν ενέργεια; (Ο Νικόλας λέει: «Από τη βενζίνη». Ο Κώστας διαβάζει το κείμενο με τίτλο: «Παχυσαρκία»)... Μπερδεύτηκες στη λέξη υπερσιτισμός. Τι σημαίνει αυτή η λέξη; (Ο Αποστόλης λέει: «Είναι σύνθετη λέξη. Υπέρ και σιτισμός»). «Υπέρ» σημαίνει υπερβολικά, πάνω από το κανονικό. «Σιτισμός», σίτιση, είναι το φαγητό. Όταν σε κάποιον δίνουν περισσότερο φαγητό από όσο χρειάζεται τότε υπερσιτίζεται. Το αντίθετο του «υπερσιτισμού» ποιο είναι;…Αν βάλουμε «υπό» αντί για «υπέρ» στο σιτισμό; (Ο Νίκος λέει: «Υποσιτισμός»). Ποιο είναι το παράλογο στον κόσμο; Στις αναπτυγμένες χώρες τα παιδιά υπερσιτίζονται και παχαίνουν ή πετάνε τα φαγητά. (Η Νεφέλη λέει: «Μερικά παιδιά έχουν πολλά φαγητά. Μερικά όμως σε άλλες χώρες της γης δεν έχουν καθόλου να φάνε κι ό,τι βρίσκουν τους αρέσει δεν τους αρέσει το τρώνε, γιατί πεινάνε»). Αυτά τα παιδάκια δεν υπερσιτίζονται, αλλά..; (Όλοι απαντούν: «Υποσιτίζονται»).
Ερευνητής: Παιδάκια που ο Σαμαράκης τα λέει «παιδιά όλο μάτια». Αδύνατα, σκελετωμένα.
Δασκάλα: Είναι δίκαιο; Τι θα 'πρεπε να γίνεται κατά τη γνώμη σας που είπε κι ο Χριστός;
Λάμπρος: Να παίρνουμε τα φαγητά και να τα δίνουμε στα παιδιά που δεν έχουν.
Δασκάλα: Ο πλούτος να μοιράζεται εξίσου, ώστε ούτε να υπερσιτίζονται ούτε να υποσιτίζονται.
Ερευνητής: Συμβαίνει καμιά φορά οι παραγωγοί, οι αγρότες, για να κρατήσουν ψηλά τις τιμές, να πετάνε τα ροδάκινα, τα φρούτα στις χωματερές κι αλλού τα παιδιά να πεθαίνουν από πείνα.
Κώστας: Να βάζαμε κάπου όλα τα φαγητά που περίσσευαν για να τα στείλουμε όπου πεινάνε.
Δασκάλα: Μπορούμε με το δικό μας τρόπο ζωής, να μη συμβάλλουμε στην αδικία. (Ο Αντώνης λέει: «Να μην πετάμε τα φαγητά»). Τουλάχιστον να γίνουμε εμείς σε προσωπικό επίπεδο πιο ώριμοι όπως διαχειριζόμαστε τα πράγματα. Όταν δηλαδή χρειάζομαι 2 κιλά πορτοκάλια κι αγοράζω 6 κιλά και μου σαπίζουν και τα πετάω, εκεί εγώ δεν έχω ευθύνη; Έχω ευθύνη. Γιατί αν όλοι σκεφτόμασταν… εσείς τα παιδιά θα σκεφτείτε «το πορτοκάλι». Οι μεγάλοι θα σκεφτούν «τις πηγές ενέργειας». Το πετρέλαιο, το νερό. Πώς θα τις αξιοποιήσουν…

(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.53)

Με αφορμή τις εικόνες και τις δραστηριότητες του φυλλαδίου, η δασκάλα ενθαρρύνει το διάλογο, όπου εμπλέκονται εννέα μαθητές. Μέσα από το διάλογο οι μαθητές επεξεργάζονται διαθεματικά έννοιες της Φυσικής όπως: «ενέργεια, πηγές ενέργειας και κατανάλωση ενέργειας» και δύσκολες έννοιες της γλώσσας όπως: «υπερσιτισμός-υποσιτισμός». Επίσης συζητούν για θέματα κοινωνικού προβληματισμού όπως για την άνιση κατανομή των αγαθών και του πλούτου στις διάφορες χώρες του κόσμου, τα παιδιά που υπερσιτίζονται κι υποσιτίζονται, την κοινωνική αδικία και για το τι μπορούμε να κάνουμε, ατομικά κι όλοι μαζί, για να βοηθήσουμε στην άμβλυνση του προβλήματος.

Νεφέλη: Από τη μια τις παραπανίσιες θερμίδες που παίρνω κι από την άλλη που καταναλώνω.
Ερευνητής: Ποιες πρέπει να 'ναι πιο πολλές; (Ο Νίκος λέει: «Οι θερμίδες που παίρνω»).

Δασκάλα: Αν οι παραπανίσιες θερμίδες που παίρνουμε είναι πιο πολλές, τι γίνεται τότε; (Ο Νίκος λέει: «Χοντραίνουμε»). Τελικά στη ζυγαριά ποιες θερμίδες πρέπει να 'ναι πιο πολλές, αυτές που παίρνουμε ή αυτές που ξοδεύουμε; (Ο Νίκος λέει: «Αυτές που ξοδεύουμε»).
Νεφέλη: Εμένα μ' αρέσει όσες παίρνω παραπάνω, τόσες να ξοδεύω.
Δασκάλα: Δηλαδή η ζυγαριά από πού να γέρνει; (Πολλά παιδιά λένε: Να μη γέρνει, να είναι ίσα).
Ερευνητής: Να υπάρχει δηλαδή, πώς το λέμε…; (Ο Θεόφιλος συμπληρώνει: «Ισορροπία»).
(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.55)

Η δασκάλα κι εγώ ενθαρρύνουμε το διάλογο και μέσα από υιοθέτηση από τα παιδιά του ζυγού ως νοητικού μοντέλου σύγκρισης, αναδύεται η ανάγκη ύπαρξης ισορροπίας ανάμεσα στις παραπανίσιες θερμίδες που παίρνουμε και σε αυτές που καταναλώνουμε.

Δασκάλα: Θα συζητήσετε το πρόβλημα μεταξύ σας στην ομάδα και μετά θα το γράψετε…ομαδικά.
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.61)

Η δασκάλα ενθαρρύνει τις ομάδες να συζητήσουν και συναποφασίζοντας να φτιάξουν προβλήματα.

Δασκάλα: Γιατί λέει καλή σωματική και ψυχική υγεία;
Γεωργία: Γιατί όταν αθλείται κάποιος γίνεται χαρούμενος και αυτό του κάνει καλό στην ψυχή.
Νίκος: Ναι, γιατί άμα αισθάνεται άσχημα για το σώμα του, ντρέπεται …
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.78)

Δασκάλα: Γιατί, άλλα λεπτά χρειαζόμαστε για το περπάτημα, άλλα για τη γυμναστική, άλλα για το ποδόσφαιρο για να κάψουμε τις ίδιες θερμίδες από το ένα χάμπουργκερ;
Νίκος: Γιατί σε κάθε άθλημα, κινείσαι αλλιώτικα και άρα δεν καις τις ίδιες θερμίδες.
Θεόφιλος: Όταν κουραζόμαστε πιο πολύ, τότε καίμε και πιο πολλές θερμίδες.
Ερευνητής: Μάλιστα! Είναι το ίδιο να παίζω 10 λεπτά σκάκι ή να κάνω 10 λεπτά σχοινάκι;
Γιάννης: Στα 10 λεπτά σχοινάκι καίμε περισσότερες.
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.80)

Γιάννης: Γιατί δίνει περισσότερες θερμίδες η σοκολάτα, αφού τσιπς και σοκολάτα είναι 100 γρ;
Δασκάλα: Να απαντήσουν οι συμμαθητές σου. Νίκο; …
Νίκος: …περισσότερες θερμίδες γιατί έτσι είναι φτιαγμένη. Δεν παίζει ρόλο μόνο η ποσότητα.
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.82)

Ερευνητής: Στο πινακάκι παλιά που μελετήσαμε, πόσα γραμμάρια τροφής είχαμε;
Γιάννης: Όλα ήταν 100 γραμμάρια, το γάλα, το βούτυρο, τα βερίκοκα.
Δασκάλα: Όλα ήταν 100 γρ., η ενέργεια σε θερμίδες ήταν ίδια; (Ο Γιάννης λέει: «Όχι!»). Γιατί αφού όλα ήταν 100 γρ. Δεν ταιριάζει με την ερώτησή σου; Γιατί δεν είναι ίδια;
Οδυσσέας: Γιατί το καθένα είναι διαφορετικό από το άλλο. Ας έχουν ίδια ποσότητα.
Ερευνητής: Παίζει ρόλο, το είδος, η ποιότητα, το διαφορετικό είδος τροφής. Τι έχει σημασία;
Γιάννης: Η ποιότητα, όχι μόνο η ποσότητα.
(3ηΜ.Π./Ε/5ηΕ.Ζ./δ.20)

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω αποσπάσματα, η δασκάλα ενθαρρύνει το διάλογο και καλλιεργεί την κριτική σκέψη των μαθητών, διερευνώντας έννοιες απαραίτητες για τη συνέχεια του project.

Γιάννης: Με ποδήλατο καις περισσότερες θερμίδες από τρέξιμο, κουνάς πόδια, κάνεις πετάλι.
Δασκάλα: Είναι δύο ξεχωριστές κινήσεις αυτές, να κουνάς τα πόδια σου και να κάνεις πετάλι;
Γιάννης: Ναι κυρία, άμα κάνεις ποδήλατο στην ανηφόρα, είναι πολύ δύσκολο.

Ερευνητής: Πότε θα κουραστείς πιο πολύ; Άμα τρέξεις ή άμα κάνεις ποδήλατο 10 λεπτά;
Γιάννης: Όταν κάνω ποδήλατο.
Δασκάλα: Θα το δοκιμάσουμε μία μέρα με λιακάδα στην αυλή.

(3ηΜ.Π./Μ/6ηΕ.Ζ./στ.37)

Παρόλο που ο δοσμένος πίνακας του φυλλαδίου έδινε την πληροφορία ότι με 10 λεπτά τρέξιμο καίγονται περισσότερες θερμίδες από ό,τι με 10 λεπτά ποδήλατο, ο Γιάννης ανατρέχοντας στην προσωπική, βιωματική του εμπειρία το αμφισβητεί και πεισματικά μέχρι το τέλος επιμένει ότι με το ποδήλατο καίγονται περισσότερες θερμίδες. Ως ένα σημείο είναι υγιές το ότι ο Γιάννης αμφισβητεί την «αυθεντία» του φυλλαδίου και των δύο δασκάλων του που προσπαθούν μάταια να τον μεταπείσουν. Έχουμε ένα παράδειγμα αυτονόμησης μαθητή και από το βιβλίο και από το δάσκαλο. Ο Lakatos στην επιστημολογία του διατύπωσε τη «θεωρία της αμφισβήτησης». Η αμφισβήτηση οδηγεί σε έρευνα, στην πιθανή αναθεώρηση και τελικά στην πρόοδο της επιστήμης.

Ερευνητής: 3/4 λεπτού είναι παραπάνω από λεπτό ή λιγότερο; (Νίκος-Γιάννης λένε: «Λιγότερο»).
Δασκάλα: Το καταλαβαίνουμε; Γιατί; …
Νίκος: Ολόκληρο το 1 λεπτό είναι ένας κύκλος, ενώ τα ¾…λιγότερο (στο σχήμα σκιάζει τα ¾).

(3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.34)

Όταν τα παιδιά απαντούν σωστά, η δασκάλα ζητά να δικαιολογήσουν την απάντησή τους. Τότε οι μαθητές καταφεύγουν στη χρήση σχήματος και εποπτικού υλικού, όπως έκανε ο Νίκος παραπάνω.

Νίκος: Έχω γράψει για βραδινό πίτσα… (Η δασκάλα λέει: «1 κομμάτι 380 θερμίδες»).
Γεωργία: Έχω γράψει 2 μπιφτέκια μικρά…
Νεφέλη: Το βρήκα! Έχω γράψει κι εγώ μπιφτέκι. Είναι 330 θερμίδες…

(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.66)

Η συνεργασία κι ο διάλογος αναδύονται αυθόρμητα μέσα από την κοινή αναζήτηση.

Δασκάλα: Τώρα έχω 1/5 και θέλω να βρω ένα κλάσμα ισοδύναμό του, μπορείτε να το βρείτε; Ο αριθμητής είναι 2, ποιος αριθμός θα είναι παρανομαστής; (Γράφει 1/5=2/;). Θεόφιλε!…
Θεόφιλος: 10
Δασκάλα: Πώς το βρήκες;

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.27)

Η δασκάλα μετά την Ε.Ζ. ζητά από το μαθητή να εξηγήσει τον τρόπο σκέψης του. Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα δε ρωτούσε «πώς» και «γιατί», ήταν πολύ καθοδηγητική δίνοντας έμφαση στην εκτέλεση πράξεων, χωρίς να επιτρέπει την αυτόνομη εργασία των μαθητών.

Η δασκάλα σταδιακά αλλάζει διδακτική συμπεριφορά αφήνοντας περισσότερα περιθώρια για συμμετοχή των μαθητών στο διάλογο. Η ενθάρρυνση του διαλόγου δε σταματά με την ολοκλήρωση της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά φαίνεται από το ανωτέρω υπόμνημα (γ.27) ότι συνεχίζεται και μετά την Ε.Ζ., στα μαθηματικά.

6.1.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., ο διάλογος δασκάλας και μαθητών έχει τη μορφή ερωτήσεων εξέτασης από τη δασκάλα και απαντήσεων από τους μαθητές.

Ταξιάρχης: Ο Κώστας Καββαθάς. Είναι δημοσιογράφος.
Δασκάλα: Και διευθυντής στο περιοδικό «4 τροχοί», ένα περιοδικό για αυτοκίνητα.
Αποστόλης: Εμένα γράφει ο θείος μου στην Αθήνα σε αυτό το περιοδικό.
Δασκάλα: Ωραία, θα του πεις να μας στείλει και ένα τεύχος να το δούμε.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.1)

Από τις σπάνιες φορές ως τώρα που μαθητής διαλέγεται με τη δασκάλα χωρίς να απαντά σε ερωτήσεις της. Απλά αναφέρει αυθόρμητα κάτι σε σχέση με τον εαυτό του.

(Στη συνέχεια η δασκάλα έκανε ερωτήσεις κατανόησης για το κείμενο που διάβασαν τα παιδιά).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.3)

Η ποιότητα του διαλόγου παραμένει πτωχή. Ο διάλογος είναι της μορφής «ερώτηση δασκάλας - απάντηση μαθητή» όπως ήταν στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ.

(Από το σχολιασμό του κειμένου προέκυψε ότι ο συγγραφέας με φίλους του όταν ήταν μικροί για να παίξουν, παρατηρούσαν τα αυτοκίνητα που περνούσαν, κατέγραφαν τις μάρκες κι όποιος ήξερε περισσότερες κέρδιζε αυτοκόλλητο. Ακολούθησε συζήτηση για τις συλλογές που κάνουν τα παιδιά, ο Φώτης είπε ότι κάνει συλλογή από νομίσματα κι ο Αποστόλης με καπάκια. Η δασκάλα ανέφερε συλλογές και ταξινομήσεις που έκαναν τα παιδιά στη Μελέτη Περιβάλλοντος χωρίζοντας τα φυτά σε κατηγορίες κι ο ερευνητής ανέφερε ότι οι συλλογές ενέχουν επιστημονικές διαδικασίες).
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.5)

Μέσα από τη συζήτηση για το παιχνίδι που έπαιζε ο συγγραφέας με φίλους του, αναδείχτηκαν άτυπα οι επιστημονικές διαδικασίες: παρατήρηση, συλλογή, καταγραφή και ταξινόμηση.

Δασκάλα: Μόνο προβλήματα μας έφεραν τα αυτοκίνητα, θετικά δεν μας έφεραν;
Φώτης: Έκαναν πιο εύκολες τις μετακινήσεις…
Δασκάλα: Ένα άλλο πρόβλημα έχει να κάνει με την κυκλοφορία των αυτοκινήτων.
Παναγιώτης: Όπως στον κεντρικό δρόμο, άμα διπλοπαρκάρει κανείς σταματά η κυκλοφορία.
Αφροδίτη: Μια φορά είχαμε πάει στην Αθήνα, σχολούσαν όλοι και φρακάραμε μία ώρα.
Έλσα: Καλοκαίρι στην Αθήνα ξεκινήσαμε για Ακρόπολη, είχε μποτιλιάρισμα και γυρίσαμε πίσω.
Δημήτρης: Εμείς στην Αθήνα είχαμε πέσει σε κίνηση κι ήμασταν σε ταξί κι έγραφε κι η ταρίφα.
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.10)

Η δασκάλα ενθαρρύνει το διάλογο με ανοικτές ερωτήσεις κρίσης και όχι μόνο με κλειστές ερωτήσεις για έλεγχο διδαγμένων γνώσεων. Τα παιδιά συμμετέχουν αυθόρμητα στο διάλογο καταθέτοντας προσωπικές εμπειρίες, χωρίς την αίσθηση ότι εξετάζονται όπως παλαιότερα.

Δασκάλα: Ένα μέτρο για τη βελτίωση του κυκλοφοριακού;
Αθανασία: Τα μέσα μαζικής μεταφοράς, τα λεωφορεία, το τραμ, το Μετρό.
Δασκάλα: «Μέσα» σημαίνει τρόποι. «Μαζικής» τι σημαίνει;
Φώτης: Μεταφέρουν μάζες, πολλούς ανθρώπους μαζί. (Η δασκάλα ρωτά αν έχουν μπει σε μετρό).

Αποστόλης: Είναι σαν τρένο, έχει βαγόνια, σαν πολλά λεωφορεία μαζί.
Έλσα: Εμείς από τα Πατήσια στο ξενοδοχείο φτάσαμε σε ένα τέταρτο στο Μοναστηράκι.
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.15)

Όταν ο διάλογος επανέρχεται σε στοιχεία του κειμένου χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο η συζήτηση ξαναγίνεται χαλαρή και τα παιδιά συμμετέχουν αυθόρμητα καταθέτοντας γνώμες κι εμπειρίες.

Δασκάλα: Το κείμενο αναφέρει ότι το κόστος της απώλειας 2.500 ανθρώπων κατά μέσο όρο το χρόνο στην Ελλάδα ξεπερνάει το ένα τρισεκατομμύριο δραχμές, ενώ στην Ε.Ε. ξεπερνάει τα 100. Γιατί ο θάνατος ή ο τραυματισμός Ελλήνων από τροχαία κοστίζει στην οικονομία;
Φώτης: Γιατί λιγοστεύουν αυτοί που δουλεύουν…
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.29)

Η δασκάλα προεκτείνει τη συζήτηση διαθεματικά σε οικονομικά θέματα και με αφορμή το κείμενο ενθαρρύνει το διάλογο με ερωτήσεις κρίσης.

Βάσια: Κι οι γονείς μας δεν φοράνε ζώνη.
Δασκάλα: Εδώ τι λέει όμως, ότι ακόμα κι αν δεν φοράνε πρέπει να τους το θυμίζετε εσείς.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.75)

Μέσα από το διάλογο η δασκάλα περνά το μήνυμα ότι κι οι ενήλικες δεν είναι αυθεντίες.

(Η δασκάλα μοίρασε τα παιδιά σε ομάδες και τους έδωσε από ένα φυλλάδιο με σήματα οδικής σήμανσης. Ακολούθησε συζήτηση γύρω από τα 3 είδη των πινακίδων σήμανσης, την αξία και τη λειτουργικότητά τους. Τα παιδιά κατέθεσαν εμπειρίες τους σχετικά με προβλήματα που αντιμετώπισαν οι δικοί τους λόγω δικής τους αμέλειας ή λόγω έλλειψης πινακίδων σήμανσης).
(4ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./β.34)

Κλεάνθης (σχόλιο σε οδηγίες): Γιατί δεν πρέπει να ακούμε μουσική με ακουστικά στο ποδήλατο;
Δασκάλα: Ποιος θα απαντήσει;
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.125)

Δασκάλα: Ξεκινάμε να πούμε το 2ο πρόβλημα κι όλοι προσέχουμε να πούμε τη γνώμη μας.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.126)

(Τα παιδιά προσπαθούν να εντοπίσουν τα 4 πιο επικίνδυνα σημεία από πλευράς ταχύτητας).
Κλεάνθης: Κοντά στο γήπεδο εκεί που είναι η διασταύρωση είναι επικίνδυνα.
Έλσα: Χαριλάου Τρικούπη και Γεννηματά μετά το ΚΤΕΛ είναι επικίνδυνη διασταύρωση.
Ιωάννα: Εκεί στο νοσοκομείο που έχει μια διασταύρωση…
Εύα: Πού λες μωρέ; Δεν μπορείς να εξηγήσεις πιο καλά;
Νίκη: Στο ξενοδοχείο... (Ο Πάνος λέει πως δεν είναι επικίνδυνο σημείο κι η δασκάλα ρωτά γιατί).
Πάνος: Δεν τρέχουν πολύ εκεί. Υπάρχουν πιο επικίνδυνα σημεία.
(4ηΜ.Π./Π&Δ/5ηΕ.Ζ./β.131&135)

Δασκάλα: Άλλες ιδέες; Γιατί δείχνει το ποσοστό για τους νόμιμους και όχι για τους παραβάτες;
Πάνος: Για να βλέπουν οι οδηγοί το μεγαλύτερο ποσοστό των νόμιμων οδηγών.
Δημήτρης: Για καλό παράδειγμα. Αν έβαζαν τους παραβάτες θα έδιναν κακό παράδειγμα.
(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.178)

Από τα παραπάνω αποσπάσματα φαίνεται ότι η δασκάλα συχνά ενθαρρύνει το διάλογο και την εποικοδομητική αντιπαράθεση. Στο απόσπασμα β.131&135 η φύση της δραστηριότητας κι οι ερωτήσεις της δασκάλας διαμορφώνουν πλαίσιο ενθάρρυνσης ενός αυθόρμητου διαλόγου μεταξύ των παιδιών. Η Εύα ζητά απ' την Ιωάννα να εξηγήσει καλύτερα. Αναδύεται η ανάγκη σαφών εξηγήσεων, στο πλαίσιο της σωστής επικοινωνίας. Η δασκάλα ρωτώντας τον Ιάσονα «γιατί» τον προτρέπει να επιχειρηματολογήσει.

Δασκάλα: Θέλουμε επιχειρήματα σαν να είστε βουλευτές στη Βουλή, να υποστηρίζετε τη γνώμη σας. Όλες οι ομάδες θα μας πουν τι έγραψαν.

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.249)

Η δασκάλα ενθαρρύνει το διάλογο και ζητά την τεκμηρίωση των απόψεων με επιχειρήματα.

(Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τ' άλλα μαθήματα», δόθηκε η απάντηση: «Διέφερε γιατί συζητούσαμε για διάφορα πράγματα).

(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο)

Τα παιδιά εντοπίζουν την ύπαρξη διαλόγου στην τάξη, ως διαφορά του project «Κυκλοφοριακή αγωγή» από τα άλλα παραδοσιακά μαθήματα που έκαναν μέχρι τότε.

Η δασκάλα σταδιακά αλλάζει διδακτική στάση και δημιουργεί ευκαιρίες συμμετοχής στο διάλογο.

6.2. ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΣΤΗ ΜΕΙΩΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

6.2.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Από τα τέσσερα επόμενα υπομνήματα διαπιστώνουμε ότι στο μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ., η δασκάλα, αγχωμένη με το χρόνο, δίνει έμφαση στο αποτέλεσμα κι όχι στη διαδικασία. Έχοντας αυτές τις προτεραιότητες καλλιεργεί με τη στάση της, κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά.

(Άφησε ελάχιστο χρόνο στους μαθητές για να το λύσουν και ύστερα ρώτησε: «βρήκε κανείς κάτι;». Ο Νίκος σήκωσε το χέρι, σηκώθηκε στον πίνακα και παρουσίασε τον τρόπο του: «Θα προσθέσω 20+50 για να βρω…και μετά ό,τι βρω θα το αφαιρέσω από το 150»).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.3)

Η δασκάλα μόλις έθεσε το πρόβλημα, αγχωμένη με το χρόνο δεν έδωσε τα περιθώρια σε όλους να απαντήσουν. Ο πρώτος μαθητής που βρίσκει τη λύση, με την προτροπή της δασκάλας, σηκώνεται στον πίνακα, παρουσιάζει τον τρόπο λύσης του και εκτελεί τις πράξεις για να βρει το αποτέλεσμα. Συχνά τα παιδιά βιάζονται να λύσουν ένα πρόβλημα, γιατί έχουν μάθει ότι δεν αρκεί να το λύνουν σωστά, αλλά πρέπει να το λύνουν και γρήγορα για να ικανοποιήσουν το δάσκαλο. Για αυτό ο Dewey (1938) είπε ότι σε τέτοιες περιπτώσεις καλό είναι το «στάσου και σκέψου» (stop and think).

Δασκάλα: Σας αφήνω λίγο χρόνο να το λύσετε μόνοι σας.

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.8)

Η δασκάλα φαίνεται όπως και πριν, αγχωμένη για το χρόνο. Το χειρότερο είναι ότι το άγχος της προσπαθεί να το μεταβιβάσει και στα παιδιά παροτρύνοντάς τα να συμμετέχουν σε αγώνα δρόμου περισσότερο, παρά στη διερεύνηση ενός προβλήματος που θα προσφέρει ένα συναρπαστικό ταξίδι.

(Πλησίαζαν τη δασκάλα κι έδειχναν τη λύση τους, άλλοτε ολοκληρωμένη, άλλοτε μισοτελειωμένη για να πάρουν την επιβεβαίωση της δασκάλας και να συνεχίσουν).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.11)

Τα παιδιά ζητούσαν από τη δασκάλα επιβεβαίωση κι ανταγωνίζονταν για το ποιος θα πάρει πρώτος τον έπαινό της. Στη συνέχεια, το πρώτο ζευγάρι που έφθασε σε λύση, πήρε το λόγο δύο φορές.

Έλενα - Μάγδα: Κυρία το βρήκαμε.
Δασκάλα: Πόσους τρόπους βρήκατε; … Τι υπολογίσατε πρώτα στον 1ο τρόπο και τι μετά;

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.12)

Ακολούθως, ήδη από την 1η ημέρα της Ε.Ζ., η δασκάλα αρχίζει να προσπαθεί να μειώσει το ανταγωνιστικό κλίμα, ενθαρρύνοντας τη συμμετοχή περισσότερων παιδιών στις διαδικασίες.

Αγγελική: Θα διαιρέσουμε το 2500 με το 4, όπως κάναμε πριν με το 100.
Δασκάλα: Ωραία, σήκω Νεκτάριε και κάνε τη διαίρεση του 2500 με το 4.

(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.12)

Η δασκάλα εμπλέκει κι άλλο παιδί στη λύση του προβλήματος ώστε να συμμετέχουν περισσότεροι.

Μάγδα: Ένα αυτοκίνητο ταξίδεψε από τη Λαμία στην Αθήνα σε 2 ώρες.…(Διστάζει).
Δασκάλα: Θέλει κανείς να βοηθήσει τη Μάγδα;

(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.31)

Η δασκάλα προσπαθεί να εμπλακούν όσο γίνεται περισσότεροι στη διατύπωση του προβλήματος, ώστε να επωφεληθούν από τη μαθησιακή ευκαιρία και να συνηθίσουν να συνεργάζονται.

Δασκάλα: Ας το λύσουμε τώρα. Όποιος το βρει πρώτος, ας σηκωθεί να το λύσει στον πίνακα.

(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.32)

Η δασκάλα πέφτει ξανά στη γνωστή παγίδα - πάγια τακτική πολλών δασκάλων της παραδοσιακής μαθηματικής εκπαίδευσης. Αγχωμένη για τη γρήγορη επίτευξη αποτελέσματος, παρωθεί σε άκρατο ανταγωνισμό τους μαθητές, καταστρέφοντας το κλίμα συνεργατικότητας που σε άλλες φάσεις προσπάθησε να δημιουργήσει. Είναι ένα νοσηρό φαινόμενο της παραδοσιακής διδασκαλίας των μαθηματικών. Οι μαθητές εργάζονται κατά μόνας στην επίλυση του προβλήματος και ο πρώτος που θα το λύσει σωστά, παίρνει την επιβράβευση του δασκάλου, την καταξίωση και αναγνώριση των συμμαθητών του. Σηκώνεται να λύσει το πρόβλημα υποδειγματικά στον πίνακα και για λίγα λεπτά να πάρει τη θέση του δασκάλου, αποκτώντας κι αυτός ένα μικρό μερίδιο από την εξουσία και το κύρος της αυθεντίας του δασκάλου. Μ' αυτόν τον τρόπο ωφελούνται μαθησιακά μόνο οι λίγοι «καλοί» μαθητές που ανταγωνίζονται μεταξύ τους για την πρωτιά. Οι υπόλοιποι μετά από μερικές συνεχείς αποτυχημένες προσπάθειες, σύμφωνα με το φαινόμενο της αυτοεκπληρούμενης προφητείας, χάνουν το ενδιαφέρον τους, μειώνεται η αυτοπεποίθησή τους και δεν εμπλέκονται ούτε καν από την αρχή στην επίλυση του προβλήματος. Απλώς προσποιούνται ότι εργάζονται, περιμένοντας κάποιος από τους «πρώτους» να σηκωθεί για να λύσει το πρόβλημα στον πίνακα.

Αγγελική-Τάνια: Κυρία, να σας πούμε;
Αλεξάνδρα Μ.- Αλεξάνδρα Κ.: Κυρία, το βρήκαμε!
(Η δασκάλα κάνει ότι δεν ακούει και συνεχίζει να περιμένει να τελειώσουν κι οι άλλοι).
Δασκάλα (Σε λίγο, αφού τέλειωσαν όλοι): Ποιος θα πει λοιπόν τώρα τι έγραψε η ομάδα του;
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.58)

Έχουμε σημαντική αλλαγή διδακτικής στάσης από τη δασκάλα. Στο προηγούμενο απόσπασμα και στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα έδινε αμέσως το λόγο στο μαθητή που τελείωνε πρώτος. Στο απόσπασμά μας, παρά την πιεστική προθυμία των τεσσάρων κοριτσιών που βρήκαν πρώτες την απάντηση να πουν τη λύση, η δασκάλα δεν τους δίνει το λόγο, περιμένει υπομονετικά να τελειώσουν όλοι, ώστε όλοι να έχουν την ευκαιρία να απαντήσουν.

Δασκάλα: Βρείτε και πείτε μας κι οι άλλοι, άλλους τρόπους κατάταξης, σύγκρισης. Άλλες ιδέες.
Νίκη-Μαρία: Εμείς βάλαμε στη σειρά τις περιοχές…κοιτάζοντας πόσοι είναι οι παραβάτες.
Δασκάλα: Είναι μια άλλη άποψη αυτή. Σε αύξουσα σειρά…κοιτάζοντας το πλήθος παραβατών.
(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.71)

Η δασκάλα δεν αρκείται στην 1η απάντηση, αλλά ζητά κι άλλους τρόπους σκέψης. Δεν αξιολογεί τις απαντήσεις, ώστε να μην αποθαρρυνθούν οι υπόλοιποι να αναφέρουν δικές τους στρατηγικές.

Δασκάλα: Πότε λοιπόν ήταν μεγαλύτερο το μέρος, το ποσοστό των παραβατών, στις 6.12 που ήταν 2:6 ή στις 6.02 που ήταν 1:2 δηλαδή τα μισά; (Ο Νίκος απαντά: «Στις 6.02»).
(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.92)

Αντίθετα με προηγουμένως, η δασκάλα τώρα αρκείται στην 1η απάντηση. Οι αλλαγές στη στάση της δεν έχουν παγιωθεί και με την πρώτη συγκυρία εφαρμόζει ξανά παραδοσιακές πρακτικές.

Δασκάλα: Ωραία, κάθε ομάδα γράψτε τα δικά σας παραδείγματα. (Όταν τελείωσαν, τα διάβασαν).
(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.101)

Η δασκάλα έκανε υπομονή περιμένοντας να τελειώσουν όλα τα ζευγάρια για να αρχίσουν να ανακοινώνουν ό,τι έγραψαν. Παλαιότερα όμως, δεν έδινε το χρόνο σε όλους να ολοκληρώσουν.

Στο ερωτηματολόγιο στα θετικά σημεία του εγχειρήματος, η δασκάλα αναφέρει ότι τα παιδιά εργάστηκαν χωρισμένα σε ομάδες (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2/γ.2η).

Αλεξάνδρα: Κυρία το βρήκα!
Δασκάλα: Οι άλλοι;…(Σιωπή)… Ας περιμένουμε λιγάκι …Πες μας Αλέξανδρε!

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4)

Διαπιστώνουμε σημαντική αλλαγή στη διδακτική στάση της δασκάλας. Ενώ στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ., έδειχνε αγχωμένη με το χρόνο και μόλις ένας μαθητής έβρισκε τη σωστή απάντηση του έδινε αμέσως το λόγο, χωρίς να περιμένει τους υπόλοιπους, τώρα πάλι σε τυπικό μάθημα μαθηματικών, δε δίνει το λόγο στην Αλεξάνδρα που πρώτη έλυσε το πρόβλημα, αλλά της ζητά να περιμένουν. Μόλις αρκετοί μαθητές σηκώνουν το χέρι, δίνει το λόγο όχι στην Αλεξάνδρα που τελείωσε πρώτη, αλλά στον Αλέξανδρο. Θέλει να απαλλάξει τα παιδιά από το άγχος για το χρόνο και για το ποιος θα λύσει πρώτος το πρόβλημα. Γενικά φαίνεται η δασκάλα λιγότερο αγχωμένη και καθόλου ανασφαλής, σε αντίθεση με την πρώτη συνάντηση στα μαθηματικά. Όμως στη συνέχεια στο τελευταίο απόσπασμα, δασκάλα και μαθητές επανέρχονται στην παραδοσιακή πρακτική τους.

(Οι μαθητές άνοιξαν το πρόχειρο κι έκαναν κάθετα τις αφαιρέσεις... Όποιος τελείωνε πρώτος σηκωνόταν κι έκανε την αφαίρεση στον πίνακα).

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.14)

Προκειμένου να γλιτώσουν χρόνο, όποιος τελειώνει πρώτος σηκώνεται στον πίνακα. Μια τακτική ιδιαίτερα επιζήμια για τους «αδύναμους» μαθητές, η οποία καλλιεργεί αισθήματα ανταγωνισμού.

Γενικά λοιπόν συμπεραίνουμε ότι η διδακτική συμπεριφορά της δασκάλας μεταβάλλεται κι από το τυπικό μάθημα μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση όπου καλλιεργούσε κι ενθάρρυνε τον ανταγωνισμό μεταξύ των μαθητών, έφτασε στο σημείο να δίνει το χρόνο και τη δυνατότητα σε όλους για να απαντήσουν, προσπαθώντας να μειώσει τον ανταγωνισμό. Αντί να δίνει έμφαση στη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος όπως παλιά, άρχισε να δίνει έμφαση κυρίως στη διαδικασία και στην κατανόηση. Όμως οι όποιες αλλαγές καταγράφηκαν και αναλύθηκαν προηγουμένως δεν παγιώθηκαν σε μόνιμη βάση. Συχνά η δασκάλα έδειξε να αμφιταλαντεύεται ανάμεσα στην παλιά της παραδοσιακή πρακτική και στη σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά που είχε μόλις υιοθετήσει. Ακόμη όμως και αυτό, το ασταθές και αμφίβολα βιώσιμο σπέρμα της αλλαγής που εμφυτεύθηκε δειλά - δειλά, είναι ενθαρρυντικό και ελπιδοφόρο.

6.2.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα αγχωμένη με το χρόνο και με στόχο τη γρήγορη επίτευξη αποτελέσματος, καλλιεργεί με τη στάση της, κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά.

Δασκάλα: Να δούμε το 2ο τρόπο. (Κάποιοι σηκώνουν χέρι κι η δασκάλα επιλέγει τη Νεφέλη).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.11)

Η δασκάλα επιλέγει ένα από τα παιδιά που σηκώνουν χέρι, για να μιλήσει. Γενικά με αυτόν τον τρόπο σηκώνεται προαιρετικά ένα παιδί που θέλει να μιλήσει, αλλά δημιουργείται ανταγωνισμός των «καλών» μαθητών για το ποιος θα πει τη λύση, ενώ οι «αδύναμοι» μαθητές παραιτούνται. Στη συνέχεια, κατά την Ε.Ζ., η δασκάλα αλλάζει στάση δίνοντας μαθησιακές ευκαιρίες σε όλους.

Γιάννης: Όποιος τελείωσε τι να κάνει;…
Δασκάλα: Περιμένει! Περιμένει να τελειώσουν όλοι.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.20)

Η δασκάλα δεν καλλιεργεί τον ανταγωνισμό για την «πρωτιά» ούτε το άγχος για το χρόνο, αλλά δίνει την ευκαιρία σε όλους να εμπλακούν στην επίλυση του προβλήματος.

Δασκάλα: Οι άλλοι τι βρήκατε;…(Πολλοί μαζί απαντούν: «Το ίδιο»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.24)

Δεν αρκείται η δασκάλα, στον πρώτο που έδωσε σωστή απάντηση, αλλά ρωτά και άλλους μαθητές.

Δασκάλα: Σας ετοιμάσαμε με τον κύριο ένα φύλλο εργασίας…(χώρισε τα 24 παιδιά σε ομάδες των τριών…περιφερόταν από ομάδα σε ομάδα δίνοντας εξηγήσεις)…
Δασκάλα (Είχε δώσει από παλιά, ονόματα στις ομάδες): Η ομάδα «Ηρακλής» δουλεύει άριστα.
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.60)

Δασκάλα: Είστε έτοιμοι να ανακοινώσουμε η κάθε ομάδα στην τάξη το πρόβλημά της;… Οδυσσέας: Κυρία και το δικό μας. (Όλες οι ομάδες παρουσίασαν προβλήματα που έφτιαξαν).
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.62)

Η δασκάλα ενθαρρύνει την ομαδοσυνεργατική μάθηση και τη μείωση του ανταγωνισμού μεταξύ μαθητών. Στην ομαδοσυνεργατική διδασκαλία ο ανταγωνισμός περιορίζεται σε επίπεδο ομάδων μαθητών. Διαπιστώνουμε επίσης ότι η δασκάλα είχε εφαρμόσει παλαιότερα ομαδοσυνεργατική μάθηση πριν το σχέδιο εργασίας, όμως κατά δήλωσή της, όχι στα μαθηματικά. Στο δεύτερο απόσπασμα, αντίθετα από την παραδοσιακή διδακτική συμπεριφορά, η δασκάλα δίνει χρόνο σε όλες τις ομάδες για να ολοκληρώσουν και να παρουσιάσουν τα προβλήματά τους. Με τη στάση της αυτή η δασκάλα μειώνει τον ανταγωνισμό και δίνει μαθησιακές ευκαιρίες σε όλα τα παιδιά.

Μάριος: Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγες από αυτές που υπάρχουν στον πίνακα
Ερευνητής: Για να μπορέσετε να φτάσετε τις 2.800 θερμίδες, ποιες τροφές θα διαλέγατε εσείς ανάλογα τα γούστα σας και σε ποια ποσότητα;…(Ο Νίκος λέει: «2802», ο Γιάννης: «2600»).
(3ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./η.8)

Παρόμοια ανοιχτά προβλήματα, όπως αυτό του φυλλαδίου, δίνουν στους μαθητές τη δυνατότητα επιλογής δεδομένων μέσα από έναν πίνακα με ποικιλία δεδομένων, ανάλογα με τα ενδιαφέροντά τους, το μαθηματικό επίπεδο και τον ατομικό ρυθμό μάθησης. Οι διαδικασίες εξατομικευμένης μάθησης συνεπάγονται μείωση του ανταγωνισμού μεταξύ των μαθητών.

Δασκάλα: Να πείτε ποιοι έφτασαν πιο κοντά στο 2.800, να δω ποιος θυμάται αυτά που άκουσε…
Θυμάται κανείς ποιος απέχει πιο πολύ από το 2800; (Η Γεωργία λέει: «Η Ιωάννα»).
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.75)

Σε αυτό το σημείο φαίνεται ότι η δασκάλα παλινδρομεί σε παραδοσιακές συμπεριφορές, καλλιεργώντας η ίδια τον ανταγωνισμό.

Νεφέλη: Νίκο πόσο βρήκες;…
Νίκος: 2.802… (Αυθόρμητα σύγκριναν τα αποτελέσματά τους).
Θεόφιλος: Πόσο σου βγήκε Αντώνη, εμένα μου βγήκε... και (Οι περισσότεροι ήθελαν μόνο να ανακοινώσουν το αποτέλεσμά τους χωρίς να προσέχουν τις ανακοινώσεις συμμαθητών τους).
(3ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.33)

Στο παραπάνω απόσπασμα τα παιδιά συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους. Η ανταγωνιστική διάθεση κι ο εγωκεντρισμός παραμένουν δείχνοντας ότι δύσκολα αλλάζουν πάγιες παραδοσιακές συνήθειες.

Ερευνητής: Όλοι συμμετέχουμε ενεργά για να πάει καλά η ομάδα… Ομάδα σημαίνει σύνολο.
Δασκάλα: Να δούμε ποιοι θα έχουν την πιο δημιουργική ομάδα…
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.92)

Ο ανταγωνισμός, όταν υπάρχει στις ομαδικές δραστηριότητες του φυλλαδίου, ανάγεται σε συναγωνισμό μεταξύ ομάδων, κάτι που ενθαρρύνει με τα λόγια της και η δασκάλα.

Δασκάλα: Να μας παρουσιάσει κάποια ομάδα κάτι που έχει κάνει, για να ζεσταθούμε λίγο; (Ο Αποστόλης λέει: «Ναι, εμείς!»)… Με ποιο συνδυασμό λιχουδιάς - άσκησης ασχοληθήκατε;
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.95)

Το πλαίσιο συμμετοχής στις δραστηριότητες είναι δημοκρατικό. Προαιρετικά αποφασίζει κάθε ομάδα πότε είναι έτοιμη για να παρουσιάσει την εργασία της κι αυτόβουλα τα μέλη κάθε ομάδας επιλέγουν έναν εκπρόσωπο. Κάθε ομάδα μπορεί να επιλέξει όποιο συνδυασμό λιχουδιάς-σωματικής άσκησης επιθυμεί να παρουσιάσει, μέσα από ένα ευέλικτο και ευρύ φάσμα 5Χ4=20 συνδυασμών όπου κάθε ομάδα μπορεί να εργαστεί εξατομικευμένα, ανάλογα με τις δυνατότητές της. Τέλος κατά την ομαδική εργασία και την προβολή των αποτελεσμάτων της εργασίας από έναν εκπρόσωπο - ο οποίος δεν κρίνεται ατομικά, αλλά όλα τα μέλη της ομάδας είναι συνυπεύθυνα - έχει μειωθεί πολύ ο ανταγωνισμός και το άγχος για την παρουσίαση στον πίνακα.

Νίκος: 3/4;… (Η δασκάλα λέει: «Περιμένουμε να μας πουν όλοι»).
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.112)

Η δασκάλα ακόμη μια φορά δε δίνει το λόγο στον πρώτο που τελειώνει για να απαντήσει, αλλά δίνει χρόνο και δυνατότητα σε όλους για να σκεφτούν και να απαντήσουν.

(Ο Αντώνης κομπιάζει, σταματά. Έρχεται να τον βοηθήσει ο Γιάννης, άλλο μέλος της ομάδας).
(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.39)

Μάριος: Στα 10 λεπτά… (Κοντοστέκεται κι αναλαμβάνει η Γεωργία).
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.61)

Στα δύο αποσπάσματα, υπάρχει αλληλοκάλυψη στις ομάδες, κατά την επεξεργασία και κατά την παρουσίαση ασκήσεων. Με αυτό τον τρόπο μειώνεται ο ανταγωνισμός και το άγχος των μαθητών.

Δασκάλα: Πάμε να δούμε το συνδυασμό κέικ-σχοινάκι. Ποιοι το κάνανε;... Σηκωθείτε Αναστασία και Νεφέλη να μας δείξετε ό,τι κάνατε στην ομάδα σας. (Η δασκάλα διάλεξε τον εύκολο αυτό συνδυασμό για να τονωθεί η αυτοπεποίθηση αυτής της ομάδας).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.122)

Η δασκάλα όπως μου εκμυστηρεύτηκε ήθελε να δώσει μια δεύτερη ευκαιρία στα δύο κορίτσια να δείξουν τη δουλειά τους, γιατί ως τότε, εκτός από κάποιες αποτυχημένες απόπειρες δεν τα είχαν καταφέρει. Διαπιστώνουμε ακόμη μια φορά ότι η δασκάλα αφουγκραζόταν τα τεκταινόμενα και λάμβανε τα μηνύματα. Προσπαθούσε να δίνει ευκαιρίες σε όλους να παρουσιάσουν τη δουλειά τους, ώστε να αποκτήσουν αυτοπεποίθηση. Κατ' αυτόν τον τρόπο μειωνόταν και ο ανταγωνισμός.

(Κάποιος μαθητής ψιθυρίζει ότι ο Μάριος ξανασηκώθηκε από τη δασκάλα στον πίνακα).
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.60)

Ο ανταγωνισμός των παιδιών ως ένα σημείο παραμένει. Δεν πρέπει επανειλημμένα να δίνεται ο λόγος στους ίδιους, γιατί αν ένας μαθητής αισθανθεί αδικημένος μπορεί να οδηγηθεί σε παραίτηση.

Δασκάλα: Ατομικά, δεν μπορούμε ομαδικά γιατί καθένας έχει γράψει δικό του μενού διατροφής ...
Νίκος: Μερικά φαγητά που έχουμε τα ίδια, μπορούμε άμα τα βρίσκει ο ένας να τα λέει στους άλλους. (Η δασκάλα λέει: «Σωστά! Η συνεργασία θα σας βοηθήσει να γλιτώσετε χρόνο»).
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.65)

Αντί για οξύ ανταγωνισμό σε ατομική βάση όπως στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., οι ίδιοι οι μαθητές ανακαλύπτουν προοπτικές συνεργασίας, ακόμη και σε ατομικές δραστηριότητες. Η συνεργασία δεν επιβάλλεται πλέον από τη δασκάλα, αλλά προτείνεται από τα ίδια τα παιδιά.

Η απάντηση του Γιάννη στο ερωτηματολόγιο: «γιατί ήμασταν μια ομάδα», προκάλεσε εντύπωση (10ηΕ.Ζ./στ.77). Τεκμηρίωσε γιατί του άρεσε η ενότητα, αναφέροντας την ομαδοσυνεργατικότητα.

(Οι μαθητές κι οι μαθήτριες καθισμένοι ανά ομάδες, παρακολουθούσαν με τα βιβλία κλειστά).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.1)

Στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. οι μαθητές κάθονταν σε θρανία τοποθετημένα σε σχήμα διπλού «Π». Μετά την Ε.Ζ. η δασκάλα διευθέτησε διαφορετικά το χώρο. Τα θρανία μπήκαν ανά δύο αντικριστά και τα παιδιά κάθονταν σε ομάδες των τεσσάρων (βλ. φωτογ/φίες Παράρτημα Γ.10). Σε αυτή την αλλαγή οδήγησαν οι πολλές ομαδικές δραστηριότητες.

Δασκάλα: Ωραία! Οι δύο ομάδες δουλεύουν σωστά.

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.10)

Η αξιολόγηση των μαθητών γίνεται σε επίπεδο ομάδων από τη δασκάλα.

Δασκάλα: Μόνο δύο σηκώνουν χέρι; Τι σχέση έχει το 2 με το 1 και το 4 με το 2…; Νεφέλη; (Σιωπή). Τι είναι το 1 από το 2 και το 2 από το 4;… (Η Νεφέλη λέει: «το μισό, το ½»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.19)

Αν και δύο από τα παιδιά έχουν βρει τη σχέση και σηκώνουν χέρι για να την πουν, η δασκάλα δεν τους δίνει το λόγο, αλλά απευθυνόμενη στη Νεφέλη προσπαθεί να την ενθαρρύνει.

Ενώ στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα με στόχο τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος, καλλιεργεί κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά, κατά τη διαθεματική προσέγγιση σταδιακά αλλάζει στάση και δίνει μαθησιακές ευκαιρίες σε όλους, αποθαρρύνοντας τη διάθεση ανταγωνισμού. Βέβαια δεν εκλείπουν τελείως κάποιες παλινδρομήσεις σε παραδοσιακή συμπεριφορά. Η δασκάλα εμπλέκει τους μαθητές σε ομαδικές εργασίες και ο συναγωνισμός γίνεται πλέον μεταξύ ομάδων. Στις ομάδες μειώνεται το άγχος των παιδιών κι αυξάνεται η συμμετοχή τους. Οι αλλαγές στη στάση της δασκάλας κι η αποθάρρυνση του ανταγωνισμού, συνεχίζονται στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ.

6.2.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα αγχωμένη ενθαρρύνει κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά. Κατά την διαθεματική προσέγγιση αρχίζει να αλλάζει στάση και να δίνει μαθησιακές ευκαιρίες σε όλους.

Ερευνητής: Τι λέτε; Μπορείτε πάντα να φτιάξετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με οποιουδήποτε μήκους καλαμάκια κι αν σας δώσω; Να ψηφίσουμε, πόσοι λένε «ναι» και πόσοι «όχι». (Μετράμε χέρια και 15 λένε ότι μπορούν πάντα, 4 λένε «όχι». Ύστερα προσπαθούν και βλέπουν ότι δεν μπορούν).
Φώτης: Δε γίνεται, δεν κλείνει, νίκησαν οι 4.
Πάνος: Οι 4 ήταν πιο έξυπνοι από τους άλλους 15.
Δασκάλα: Δεν κάνουμε αγώνες, όλοι καμιά φορά την πατάμε στις εκτιμήσεις μας, αλλά αυτό μας κάνει καλό. Σημασία έχει όταν κάνουμε λάθος να μαθαίνουμε από τα λάθη μας.
(4ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.52)

Όταν η διερεύνηση της κατασκευής ενός ισοσκελούς τριγώνου κινδυνεύει να καταλήξει σε οξύ ανταγωνισμό με τις εκφράσεις των μαθητών «νίκησαν… ήταν πιο έξυπνοι», η δασκάλα παρεμβαίνει προσπαθώντας να μειώσει το ανταγωνιστικό κλίμα.

Κλεάνθης: Να πω τι πράξη θα κάνουμε;
Δασκάλα: Κι οι άλλοι, όλοι θέλω να σκέφτεστε. (Η Εύα λέει ότι θα κάνουμε διαίρεση 300:100=3)
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.116)

Δασκάλα: Στο προαύλιο ο καθένας προαιρετικά θα τρέξει μόνος του. Δεν θα κάνουμε αγώνες. Άλλος είναι καλύτερος στη σφαίρα, άλλος στο τρέξιμο. Απλά θα μετρήσουμε την ταχύτητά μας.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.123)

Η δασκάλα προσπαθεί να μειώσει τις ανταγωνιστικές τάσεις των μαθητών σε δραστηριότητες εντός και εκτός τάξης.

Δασκάλα: Πάμε να λύσουμε προβλήματα ομαδικά σε ζευγάρια. Στο χαρτί να γράψετε τα ονόματά σας. Θα συζητάτε αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε και στο τέλος ένας απ' τους δύο θα παρουσιάζει τη λύση που βρήκατε. (Τα ζευγάρια παιδιών συζητούν μεταξύ τους, συμπληρώνουν ο ένας τη σκέψη του άλλου, προτείνουν λύσεις. Ο ένας διαβάζει τα δεδομένα κι ο άλλος γράφει. Σε ερώτηση του ερευνητή αν έλυναν πρόβλημα για πρώτη φορά ομαδικά, η απάντηση ήταν καταφατική).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.146)

Η επίλυση προβλημάτων σε ομάδες οδηγεί στη μείωση του ανταγωνισμού σε ατομική βάση.

Δασκάλα: Κορίτσια, έχετε τελειώσει; … Λοιπόν όλοι τελειώσατε, ε;
Φώτης: Όχι, κυρία περιμένετε... (Περιμένουμε για ακόμη 5 λεπτά).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.56)

Η δασκάλα δεν βιάζεται όπως στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. να ξεκινήσει την επεξεργασία του προβλήματος μόνο με τις λύσεις των πρώτων, αλλά δίνει χρόνο σε όλους.

Στο εργαστήριο πληροφορικής το ένα παιδί σχολίαζε τη ζωγραφιά του άλλου ή ρωτούσε για τη δική του ζωγραφιά. Μερικοί έλεγαν τις ιδέες τους για τα χρώματα που θα χρησιμοποιούσαν. Μια μαθήτρια είπε για αυτοκίνητο που ζωγράφισε η συμμαθήτριά της: «Α, τι ωραίο, επαναστατικό!»).
(4ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./β.96)

Στο ανοικτό, χωρίς βαθμολογία, πλαίσιο της δραστηριότητας, όλοι βιώνουν τη χαρά της δημιουργίας χωρίς ανταγωνιστική διάθεση.

Φώτης: Το κάναμε με λόγους. Είναι λόγοι μέρος/μέρος, παραβάτες προς νόμιμους Π1:1/15… Η πιο επικίνδυνη είναι η Π2 γιατί οι παραβάτες είναι διπλάσιοι από τους νόμιμους, μετά η Π4 …
Δασκάλα: Δε λέμε ότι αυτό είναι το μόνο σωστό. Ο καθένας λέει ότι νομίζει.
(Την υπόλοιπη ώρα κάθε ομάδα καταθέτει την πρότασή της, τέλος η δασκάλα ανακεφαλαιώνει…).
(4ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.150)

Η δασκάλα δε σταματά στον πρώτο τρόπο, αλλά ενθαρρύνει την ανάδειξη πολλών απαντήσεων.

(Η Μαριάννα που ήταν στην ίδια ομάδα με την Κατερίνα και τη Μαρία, καθόλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων παρέμενε αμέτοχη. Οι άλλες δύο μαθήτριες που είχαν πιο προηγμένο μαθηματικό επίπεδο, είχαν πάρει το φυλλάδιο ανάμεσά τους κι αυτή παρέμενε άπραγη δείχνοντας να το έχει αποδεχθεί. Η δασκάλα έκανε συστάσεις να βάλουν το φυλλάδιο στη μέση συμμετέχοντας όλοι).
(4ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.200)

Η δασκάλα ενδιαφέρεται για τη μαθηματική συμμετοχή όλων των μαθητών κι όχι μόνο των πιο ικανών, σε αντίθεση με το μάθημα μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. Γνωρίζει ότι ο χωρισμός σε ομάδες δε συνεπάγεται αυτομάτως τη συνεργασία, γι' αυτό εποπτεύει και συντονίζει τις ομάδες.

Δασκάλα: Θα προσπαθήσετε στο 2ο δεκάλεπτο τώρα; Για να δούμε ποιος θα τα καταφέρει... (Μετά από λίγο ελέγχει κάποια γραπτά). Μπράβο, Ταξιάρχη κι Αποστόλη! Ελάτε κι οι άλλοι...
(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.226)

Στο απόσπασμα, η δασκάλα παλινδρομεί σε παραδοσιακή συμπεριφορά και αντί να μειώνει, ενθαρρύνει τον ανταγωνισμό για να δώσει κίνητρο στα παιδιά να εμπλακούν στη δραστηριότητα.

Κατά την Ε.Ζ. η δασκάλα απαλλαγμένη από το άγχος, άλλαξε στάση, αποθαρρύνοντας το κλίμα ανταγωνισμού. Η προοδευτική μεταστροφή της συνεχίστηκε στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ.

6.3. ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΟΥ ΛΑΘΟΥΣ

6.3.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Γενικά στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. και στις πρώτες συναντήσεις της διαθεματικής προσέγγισης, η δασκάλα δεν αξιοποιεί τα λάθη των μαθητών ώστε ερμηνεύοντάς τα να βρει την αιτία τους και συνήθως αφήνει αβοήθητους τους μαθητές που κάνουν το λάθος και δίνει εκείνη άμεσα τη σωστή λύση. Μόλις στην 8η συνάντηση αρχίζει κάτι να αλλάζει στη στάση της δασκάλας.

(Στην αρχή υπήρξε σύγχυση. Η δασκάλα δεν παρακίνησε να κόψουν τα εικονίδια και να λύσουν πρακτικά το πρόβλημα ούτε πρότεινε να χωρίσουν δεδομένα - ζητούμενα για να οργανώσουν τη λύση. Μετά από ώρα χωρίς αποτέλεσμα, άρχισε να περιφέρεται στα θρανία και να δίνει οδηγίες).
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.10)

Η δασκάλα δεν παρότρυνε σε κάποια οργανωτική διαδικασία. Τα παιδιά έμειναν αβοήθητα να αναζητούν τυχαία μια λύση κι όταν πέρασε λίγη ώρα, άρχισε η δασκάλα να δίνει άμεσες οδηγίες που παρέπεμπαν σε μίμηση κι εφαρμογή, όπως: «θυμηθείτε πώς λύσαμε προηγούμενο πρόβλημα».

(Εκτός από 2-3 μαθητές οι άλλοι δεν μπόρεσαν να μετασχηματίσουν τα δεδομένα του 1ου τρόπου στο 2ο τρόπο, στην άσκηση: 6874-(2227+1880)→ ; δείχνοντας μια σχετική αδυναμία χειρισμού των αριθμητικών παραστάσεων. Στο τέλος η δασκάλα έβαλε κατ' οίκον εργασία)...
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.17)

Η δασκάλα παρόλο που διαπίστωσε στην άσκηση του βιβλίου ότι η μεγάλη πλειοψηφία των μαθητών δεν μπόρεσε να μετασχηματίσει τα δεδομένα του 1ου τρόπου στο 2ο τρόπο, δεν αναδιοργάνωσε τη διδασκαλία της ώστε να βοηθήσει τους μαθητές που δυσκολεύονταν, αλλά απλώς έβαλε κατ' οίκον εργασία. Διαπιστώνουμε έλλειψη ανατροφοδότησης της διδασκαλίας.

Δασκάλα: Στην ανθοδέσμη έχουμε 5 άσπρα και 7 κόκκινα τριαντάφυλλα, ο λόγος των άσπρων προς τα κόκκινα τριαντάφυλλα πόσο είναι; (Ο Δημήτρης απαντά: «12»). Δε θέλουμε άθροισμα ούτε θέλουμε να κάνουμε καμιά πράξη, απλώς λέμε τη διαίρεση χωρίς να βρούμε αποτέλεσμα.
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.53)

Η δασκάλα δεν αρκείται απλώς να πει στο Δημήτρη ότι έκανε λάθος και να δώσει το λόγο σε κάποιον άλλο μαθητή για να πει τη σωστή απάντηση, όπως γίνεται στην παραδοσιακή διδασκαλία. Ερμηνεύει το λανθασμένο τρόπο σκέψης και καταλαβαίνει ότι ο Δημήτρης έκανε πρόσθεση. Η αξιοποίηση των λαθών ως «ανοιχτό παράθυρο στη σκέψη των μαθητών» είναι το ζητούμενο.

Δασκάλα: Όπως είστε ομάδες… ό,τι συμφωνήσετε γράψτε το. Γράψατε κάτι; Δεν μας νοιάζει αν κάνετε και λάθος. Αυτό που θέλουμε είναι να συζητάτε και να μας λέτε ιδέες.
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.55)

Μαρία: Η αστυνομία ανέφερε πρόσφατα ότι στο Πέταλο του Μαλιακού, δύο αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα για κάθε τρία που είχαν κανονική.
Δασκάλα: Ποιο λόγο έχουμε εδώ; (Η Νίκη απαντά: «2:3»).
Δασκάλα: Τι λόγος είναι αυτός, μέρος/μέρος ή μέρος/όλο; (Η Μαρία απαντά: «μέρος/όλο»).
Δασκάλα: 2 αυτοκίνητα υπερβολική για κάθε τρία που είχαν κανονική.
Μαρία: μέρος/μέρος.
Δασκάλα: Σίγουρα; Γιατί; Όλα τ' αυτοκίνητα πόσα είναι;
Μαρία: Τα 2 είναι ένα μέρος, τα 3 πάλι ένα μέρος. Όλα είναι πέντε 2+3=5…
(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.78)

Η δασκάλα εδώ φαίνεται ότι αλλάζει τη στάση της και απενοχοποιεί τα μαθητικά λάθη, λέγοντας στα παιδιά ότι δεν θα αξιολογηθούν αρνητικά τα λάθη τους. Επιπλέον, στο δεύτερο απόσπασμα, όταν η μαθήτρια κάνει λάθος, η δασκάλα απλώς επαναδιατυπώνει το δοσμένο λόγο κι η μαθήτρια διορθώνει. Τότε η δασκάλα συνεχίζει να τη ρωτά για να βεβαιωθεί ότι η μαθήτρια έχει κατανοήσει.

Δασκάλα: 2 στα 5 είχαν υπερβολική ταχύτητα. Μπορούμε να πούμε ότι ήταν πάνω απ' τα μισά;
Μάγδα: Δε γίνεται να είναι πάνω από τα μισά, γιατί πιο λίγοι είναι όσοι υπερβαίνουν το όριο.
Δασκάλα: Μάλιστα! Αυτή είναι η γνώμη σου. Δε θα πούμε από τώρα αν είναι σωστό ή όχι, αλλά είναι αιτιολογημένη η απάντησή σου, γράψ' την. Γιατί πόσα τα μισά του 5;… Γράψ' την απάντησή σου. Οι άλλοι; Μπορούμε να πούμε πάνω από τα μισά είχαν υπερβολική ταχύτητα;
Δημήτρης: Ναι! (Η δασκάλα λέει: «Γράψε ναι και γιατί, να αιτιολογήσεις την απάντησή σου»).
(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.81)

Η δασκάλα απλά επιμένει στο να αιτιολογούν και να τεκμηριώνουν οι μαθητές τις απαντήσεις τους. Αν και ο Δημήτρης απαντά λανθασμένα, δεν τον διορθώνει, όμως του λέει να γράψει την απάντησή του αιτιολογώντας την. Ελπίζει ότι με αυτόν τον τρόπο, ο μαθητής θα καταλάβει το λάθος του.

Δασκάλα: Μπορούμε να πούμε ότι πάνω από τα μισά αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα;
Αγγελική: Δεν μπορούμε να το βρούμε!
Δασκάλα: Για να δούμε με τα ορθογώνια κουτάκια στον πίνακα, σήκω και ζωγράφισε 5 όπως το εικονίδιο στο φυλλάδιο. Θέλουμε να βρούμε τα μισά των 5 ορθογωνίων. Πόσα είναι;
Αγγελική: Δεν ξέρω είναι δύσκολο.
Δασκάλα: Το μισό του 5 είναι δύσκολο. Το μισό του 6 πόσο είναι; (Η Αγγελική λέει: «3»). Το μισό του 4; (Η Αγγελική λέει: «2»). Το μισό του 5;…(Σιωπή). Για να δούμε τα κουτάκια που παριστάνουν αυτοκίνητα. Σε πόσα μέρη θα τα μοιράσουμε, να βρούμε τα μισά; (Η Αγγελική λέει: «Σε δύο»). Τα 5 αυτοκίνητα σε 2 ίσα μέρη, σε 2 ανθρώπους, πώς θα τα μοιράσουμε στη μέση;
Αγγελική: Θα πάρει ο ένας τα 2 αριστερά κι ο άλλος τα 2 δεξιά.
Δασκάλα: Και το μεσαίο τι θα το κάνουμε;
Αγγελική: Θα το κόψουμε στη μέση.
Δασκάλα: Βάλε την κάθετη γραμμή να φαίνεται πού θα τα χωρίσουμε. Πόσα είναι τα μισά;
Αγγελική: Δύο και μισό.
Δασκάλα: Ωραία, τα 2 αυτοκίνητα με υπερβολική ταχύτητα είναι πάνω ή κάτω από τα μισά;
Αγγελική: Κάτω!
(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.82)

Στο προηγούμενο απόσπασμα η δασκάλα απαλλαγμένη από το άγχος κάλυψης της ύλης, αφιερώνει χρόνο ώστε να δοκιμάσει τρόπους για να βοηθήσει την Αγγελική να υπερβεί τις δυσκολίες της. Παρατηρούμε λοιπόν άλλο ένα παράδειγμα που υποδηλώνει την αλλαγή της στάσης της δασκάλας.

Δασκάλα: Αν το λόγο 1:1 θέλουμε να τον γράψουμε σε ποσοστό στα εκατό, πώς θα το γράψουμε;…(Σιωπή). Πάλι με ισοδύναμα κλάσματα (γράφει στον πίνακα): 1/1 = □/100
Πόσα θα βάλουμε από πάνω αριθμητή στο 100; Έλενα, λέγε! (Η Έλενα απαντά: «1 / 100»).
Δασκάλα: 1 στα 1 είναι 1 στα 100;… (σιωπή). Για να δούμε στον πίνακα τα ισοδύναμα κλάσματα, το 1 πόσο μεγάλωσε για να γίνει 100;
Νίκος: 100 φορές. Θα πολλαπλασιάσουμε και το επάνω 1 με το 100 και θα έχουμε 100/100.
Δασκάλα: Δηλαδή σε ποσοστό; (Ο Νίκος απαντά: «100%»). 2ο παράδειγμα, εδώ στην τάξη αν όλα τα παιδιά ήταν κορίτσια, τι ποσοστό θα ήταν κορίτσια, Έλενα; (Η Έλενα απαντά: 100%).
(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.86)

Η δασκάλα επανέρχεται σε μια παραδοσιακή πρακτική αντιμετώπισης του λάθους των μαθητών, δείχνοντας ότι οποιαδήποτε αλλαγή στη συμπεριφορά της δεν έχει ακόμη παγιωθεί. Η Έλενα απαντά λάθος στην ερώτηση, προφανώς μην έχοντας κατανοήσει την έννοια των ισοδύναμων κλασμάτων. Η δασκάλα την αφήνει αβοήθητη κι επιμένει να ρωτά στην τεχνική με τα ισοδύναμα κλάσματα, ώσπου απαντά σωστά ο Νίκος. Ευτυχώς η δασκάλα θέτει άλλο παρόμοιο παράδειγμα στο τέλος και δίνει το λόγο στην Έλενα που απαντά σωστά κι αποκαθίσταται η αυτοπεποίθησή της.

Δασκάλα: Πάμε στην ερώτηση 6β. Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών; Σε όλο τον πίνακα… (σιωπή)… Για κυκλώστε στο πινακάκι ποια αυτοκίνητα ήταν παραβάτες.
(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.90)

Η ερώτηση προκάλεσε σύγχυση στους μαθητές που δεν ήξεραν από πού να αρχίσουν. Η δασκάλα παρεμβαίνει και τους προτείνει να ξεκινήσουν κυκλώνοντας στο πινακάκι τα αυτοκίνητα που οι οδηγοί ήταν παραβάτες. Διαπιστώνουμε αλλαγή στη στάση της δασκάλας. Ενώ στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών, η δασκάλα έδωσε ένα πρόβλημα και άφησε αβοήθητους τους μαθητές χωρίς να προτείνει τρόπους οργάνωσης, τώρα εμπλέκεται και προσπαθεί να τους διευκολύνει.

Δασκάλα: Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών;
Νίκος: Στις 6.12 γιατί είχαν περάσει περισσότερα αυτοκίνητα.
Δασκάλα: Για να δούμε αυτό που λέει ο Νίκος. Στις 6.12 πόσα αυτοκίνητα ήταν παραβάτες;
Νίκος: 2 στα 6.
Δασκάλα: Κοιτάξτε στον πίνακα, 6.02 πόσα αυτοκίνητα πέρασαν και πόσα ήταν παραβάτες;
Νίκος: Στα 2 που πέρασαν το 1 ήταν παραβάτης. Λόγος 1:2.
Δασκάλα: Πότε λοιπόν ήταν μεγαλύτερο το μέρος, το ποσοστό των παραβατών, στις 6.12 που ήταν 2:6 ή στις 6.02 που ήταν 1:2 δηλαδή τα μισά;
Νίκος: Στις 6.02, έκανα λάθος πριν.
(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.91)

Στην παραδοσιακή διδακτική πρακτική κάποιος δάσκαλος θα είχε πει: «λάθος κάνεις, κάθισε κάτω» και θα είχε δώσει το λόγο σε άλλο μαθητή. Η δασκάλα χωρίς να πει στο Νίκο ότι έκανε λάθος, με ερωτήσεις βήμα προς βήμα τον καθοδηγεί για να φτάσει σε γνωστική σύγκρουση και να κατανοήσει ότι έκανε λάθος. Σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά της δασκάλας στην αντιμετώπιση του λάθους, σύμφωνη με το κονστρουκτιβιστικό μοντέλο, η οποία επαναλαμβάνεται και παρακάτω.

(Ο Νεκτάριος στην αφαίρεση 147,500-18,8 όταν έβαλε τους αριθμούς κάθετα έκανε λάθος).
Δασκάλα: Γιατί έβαλες το 1 κάτω απ' το 1 και το 8 κάτω απ' το 4;
Νεκτάριος: Τα έβαλα με τη σειρά. Έγραψα το ένα ψηφίο κάτω απ' τ' άλλο.
Δασκάλα: Τι δείχνει το 147,500 και το 18,8; (Ο Νεκτάριος απαντά: «Κιλά!»).
Δασκάλα: Πόσα ολόκληρα κιλά έχουν το 147,500 και το 18,8;
Νεκτάριος: 147 κιλά το ένα και 18 το άλλο.
Δασκάλα: Αν αφαιρέσεις 147-18 πώς θα τα γράψεις κάθετα; (Ο Νεκτάριος γράφει σωστά την κάθετη αφαίρεση των ακεραίων και απαντά ότι τα έγραψε έτσι γιατί μπαίνουν μονάδες κάτω από μονάδες κλπ. Τότε η δασκάλα του ζητά να συγκρίνει αυτή τη σωστή κάθετη αφαίρεση ακεραίων με τη λανθασμένη αφαίρεση που έκανε πριν με τους δεκαδικούς και να αξιολογήσει αν είναι σωστή. Ο Νεκτάριος απαντά: «Όχι! Έπρεπε να βάλω το 1 κάτω απ' το 4, το 8 κάτω απ' το 7 και το άλλο 8 κάτω απ' το 5». Τέλος την ξαναγράφει σωστά).

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.16)

Διαπιστώνουμε μια σημαντική αλλαγή στη συμπεριφορά της δασκάλας ως προς την αντιμετώπιση του λάθους των μαθητών. Ενώ στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., είχαμε δει ότι η δασκάλα όταν ένας μαθητής έκανε λάθος τον άφηνε αβοήθητο κι απλά έδινε το λόγο σε κάποιον άλλον, τώρα μετά από τη διαθεματική προσέγγιση στο μάθημα των μαθηματικών, η δασκάλα αξιοποιεί διδακτικά το λάθος του Νεκτάριου. Νοηματοδοτώντας κάθε βήμα της τεχνικής, βοηθά το μαθητή να πατήσει σε στέρεες προϋπάρχουσες γνώσεις του γύρω από την πρόσθεση των ακεραίων και την αξία θέσης ψηφίου και τον οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση. Ο τρόπος αξιοποίησης του λάθους στο παράδειγμά μας, ως «παράθυρου στη σκέψη του μαθητή» είναι υποδειγματικός.

Δασκάλα: Ωραία! Για αυτό κι εμείς για να μην μπερδευόμαστε, είπαμε έναν κανόνα που τον γράφει στο βιβλίο και τον είπαμε στην πρόσθεση. Όταν προσθέτουμε ή αφαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς κάθετα, προσέχουμε οι υποδιαστολές να μπουν στην ίδια στήλη, στοιχημένες σαν τα παιδιά στη γραμμή. Κατάλαβες Νεκτάριε; (Ο Νεκτάριος κουνάει καταφατικά το κεφάλι). Βλέπεις τώρα που τα έγραψες σωστά, οι υποδιαστολές είναι ακριβώς η μια κάτω από την άλλη.

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.17)

Μόνο αφού έχει επιτευχθεί αυτοδιόρθωση, η δασκάλα επαναλαμβάνει τον κανόνα και τον εφαρμόζει στο παράδειγμα του Νεκτάριου. Το πιο σημαντικό είναι ότι αντιμετωπίζοντας πριν το λάθος του Νεκτάριου δε χρησιμοποίησε τον κανόνα, αλλά βοήθησε το μαθητή να κάνει μαθηματικά με κατανόηση και να βρει ο ίδιος το λάθος του. Ένας δάσκαλος που δεν θα έδινε έμφαση στην κατανόηση, αλλά μόνο στην επιφανειακή - διαδικαστική γνώση, θα του είχε πει: «λάθος κάνεις, γιατί δεν έβαλες τις υποδιαστολές τη μια κάτω απ' την άλλη». Αυτό όμως θα ήταν εφαρμογή «τυφλοσούρτη» και δεν θα οδηγούσε σε κατανόηση της αιτίας του λάθους. Η Μα (1999) στη συγκριτική έρευνά της, συμπεραίνει ότι οι εκπαιδευτικοί αναπαριστούν τις μαθηματικές έννοιες και διδάσκουν στα παιδιά μαθηματικά, με τον τρόπο που οι ίδιοι αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά. Αν οι ίδιοι έχουν επιφανειακή - διαδικαστική γνώση ή αν έχουν μαθηματική γνώση που βασίζεται σε βαθιά κατανόηση, αντίστοιχα θα διδάξουν.

Τάνια: Μπορείτε να υπολογίσετε με το νου σας 2μ-0,750μ= ; .
Δασκάλα: Ποιος το βρήκε; ... (Σιωπή)… Το 2 πώς μπορούμε να το γράψουμε ως δεκαδικό;
Νίκος: 2,000 μ.
Δασκάλα: 2,000-0,750 πόσο κάνει λοιπόν;
Νίκος: 1,250 μ. (Εκείνη τη στιγμή χτύπησε το κουδούνι).

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.20)

Ενώ η εκφώνηση του βιβλίου ζητούσε υπολογισμό με το νου, όταν οι μαθητές αδυνατούν να υπολογίσουν τη διαφορά 2μ-0,750μ. η δασκάλα λανθασμένα τους ρωτά πώς μπορούν να γράψουν το 2 ως δεκαδικό. Με αυτόν τον τρόπο, ανάγει έναν υπολογισμό με το νου, σε υπολογισμό με χαρτί και με μολύβι, καταστρέφοντας τη δυναμική και τη μαθησιακή αξία του νοερού υπολογισμού. Ίσως συμβάλλει και το άγχος του χρόνου πριν χτυπήσει το κουδούνι, που κάνει τη δασκάλα να επανέλθει σε παραδοσιακές πρακτικές. Διαπιστώνουμε ακόμη μια φορά ότι οποιαδήποτε αλλαγή στη στάση της δεν έχει παγιωθεί. Συχνά η δασκάλα αμφιταλαντεύεται ανάμεσα στην παλιά της παραδοσιακή πρακτική και στη σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά που έχει μόλις υιοθετήσει και με την πρώτη πίεση επανέρχεται στην παραδοσιακή πρακτική με την οποία λόγω εθισμού είναι πιο εξοικειωμένη.

6.3.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα παρουσιάζει εν μέρει προοδευτική συμπεριφορά. Συνήθως προστατεύει τους μαθητές που κάνουν το λάθος, όμως δεν αξιοποιεί τα λάθη τους ώστε ερμηνεύοντάς τα να βρει την αιτία τους. Κατά την Ε.Ζ., αρχίζει να αξιοποιεί τα λάθη των παιδιών.

Νίκος (εντοπίζει το λάθος του Οδυσσέα): Κυρία δε γίνεται. (Η δασκάλα ρωτά: «Τι θα πούμε;»).
Θα κατέβουμε σε 3 φορές. Να πω εγώ κυρία; (Η δασκάλα αρνείται, ο Οδυσσέας διορθώνει).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.7)

Νεφέλη: Δεν ξέρω και καλά το δεύτερο τρόπο...
Νίκος: Ήθελες όμως να σηκωθείς…
Δασκάλα: Νίκο, σε παρακαλώ! Τι θα κάνουμε Νεφέλη, αντί για πρόσθεση και διαίρεση;

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.12)

Η δασκάλα πριν την Ε.Ζ., προστατεύει τον Οδυσσέα και τη Νεφέλη, στο πρώτο και στο δεύτερο απόσπασμα αντίστοιχα, από τις παρεμβάσεις ενός συμμαθητή τους.

Δασκάλα: Γίνεται να έχουμε υπόλοιπο; …(δεν είχαν μάθει τη διαίρεση με δεκαδικό πηλίκο)…
Μάριος: Κάπου υπάρχει λάθος…
Δασκάλα: Για κοιτάξτε, πού υπάρχει λάθος;

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.20&α.21)

Η δασκάλα ρωτά αν στο πρόβλημα, αναμένεται η διαίρεση να είναι ατελής, βοηθώντας τα παιδιά να εξοικειωθούν κατά την επίλυση προβλημάτων, με μια διαδικασία εκτίμησης κι επαλήθευσης που καλλιεργεί την κριτική σκέψη και τις μεταγνωστικές διαδικασίες αυτορρύθμισης. Στη συνέχεια, δεν δείχνει η ίδια η δασκάλα το λάθος, αλλά παρακινεί τα παιδιά να το βρουν, ώστε να εμπλακούν.

> *(Η Γεωργία γράφει (4.375+4.825):25=… Η δασκάλα δίνει ένα παράδειγμα σε άλλο μαθητή)…*
> *Δασκάλα: Αγοράζω ένα βιβλίο 5 €, το πουλάω 7 €. Πόσο κέρδισα;*
> *Μαθητής: Θα κάνω αφαίρεση.*
> *(Η Γεωργία διορθώνει (4.375-4.825):25= ...).*
> *Δασκάλα: Για πρόσεξε μες στην παρένθεση… γίνεται 4-5; … τι έχουμε πει; …*
> *Γεωργία: Θα τα βάλω ανάποδα… γράφει (4.825-4.375):25=...*
> *(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.23)*

Η δασκάλα αντιμετωπίζει παραδοσιακά το λάθος της Γεωργίας, η οποία λανθασμένα πρότεινε πρόσθεση για να βρεθεί το κέρδος. Όμως η δασκάλα δεν βοηθά τη Γεωργία να βρει το λάθος της και να το διορθώσει κατανοώντας το, αλλά δίνει ένα παράδειγμα σε έναν άλλο μαθητή, ο οποίος προτείνει ότι για να βρεθεί το κέρδος χρειάζεται αφαίρεση. Η Γεωργία διορθώνει αμήχανα το λάθος της, χωρίς να έχει κατανοήσει, αφού αλλάζει μόνο το σύμβολο <+> με το σύμβολο<->, χωρίς να σκεφτεί ότι πρώτα θα γράψει τη μεγαλύτερη τιμή πώλησης και μετά την τιμή αγοράς. Η δασκάλα με υψηλό βαθμό καθοδήγησης παρεμβαίνει για να διορθώσει, δείχνοντάς της η ίδια το λάθος.

> *Δασκάλα: Σήκω Αντώνη να κάνεις τη διαίρεση. (Ο Αντώνης σηκώνεται, αλλά μιλάει με ψιλή φωνή λόγω λαρυγγίτιδας. Κάνει λάθος, μπερδεύεται και δεν μπορεί να συνεχίσει). Αντώνη, δεν είναι η μέρα σου σήμερα, δεν μπορώ να το πιστέψω. Αποστόλη σήκω να τον βοηθήσεις λίγο να συνεχίσει. (Την ίδια στιγμή μου σχολίασε ψιθυρίζοντας: «Δεν μπορώ να καταλάβω τι έπαθε ο Αντώνης, συνήθως είναι πολύ καλός στα μαθηματικά, έχει μάλλον άγχος από την παρουσία σας». Εγώ απάντησα ότι μπορεί να αισθανόταν ανασφάλεια, εξαιτίας της λαρυγγίτιδας).*
> *(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.25)*

Όταν ο Αντώνης κάνει λάθη αναντίστοιχα με τις μαθηματικές ικανότητές του, οι προσδοκίες της δασκάλας προδίδονται. Μπορεί ο λόγος της χαμηλής απόδοσης να ήταν αυτός που ανέφερε η δασκάλα ή που ανέφερα εγώ ή και οι δύο ή κανένας από τους δύο. Ένα είναι σίγουρο. Ότι κι οι μαθητές είναι άνθρωποι, όχι μηχανές και δεν μπορούν να έχουν πάντα σταθερή απόδοση. Σωστά είπε αρχικά η δασκάλα στον Αντώνη: «δεν είναι η μέρα σου σήμερα», αλλά ατυχής ήταν η έκφρασή της: «δεν μπορώ να το πιστέψω» που μόνο άγχος και απογοήτευση προσέδωσε στον ήδη εκτεθειμένο και αμήχανο μαθητή. Στο τέλος σηκώνεται ο Αποστόλης να συνεχίσει και ο Αντώνης τελικά δεν ολοκληρώνει. Όλα ξεκινούν από την παραδοσιακή αντίληψη διδασκαλίας ότι η συμμετοχή ενός μαθητή στο μάθημα των μαθηματικών, με πιο άμεση μορφή την εξέταση στον πίνακα, ισοδυναμεί με αξιολόγηση του μαθητή. Αν είχε απενοχοποιηθεί το λάθος κι η συμμετοχή ήταν πιο αυθόρμητη, το άγχος της ενδεχόμενης αποτυχίας θα ήταν λιγότερο.

Αποστόλης: Εγώ λέω να διαιρέσουμε το 480 με το 35…
Δασκάλα: Τι είναι το 480;… Αν διαιρέσω μολύβια με ευρώ, θα βρω μολύβια για κάθε παιδί;
Αποστόλης: Όχι, έκανα λάθος.

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.13)

Η δασκάλα αντιμετωπίζει το λάθος με σύγχρονη προσέγγιση, σύμφωνα με μία εξελικτική διδασκαλία. Με ερωτήσεις καθοδηγεί τον Αποστόλη να νοηματοδοτήσει τους αριθμούς 480 και 35 για να καταλήξει μόνος του ότι η διαίρεση που πρότεινε - μολύβια δια ευρώ - δεν έχει νόημα. Ο μαθητής φτάνει σε «γνωστική σύγκρουση» και παραδέχεται ότι έκανε λάθος, έχοντας κατανοήσει.

Δασκάλα: Αντώνη, εσύ βρήκες 3½… (Ο Αντώνης λέει: «Είναι λάθος»). Το κατάλαβες; Γιατί; Είπαμε… Γίνεται λοιπόν να είναι 3½; (Ο Αντώνης λέει: «Όχι!»).

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.26)

Η δασκάλα αντιφατικά παρουσιάζει μια ανάμεικτα παραδοσιακή και συνάμα σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά. Δεν αρκείται στη διαπίστωση του μαθητή ότι είναι λάθος αυτό που βρήκε, αλλά ζητά να δει αν κατάλαβε το λάθος του. Ρωτά όμως το μαθητή «γιατί» και χωρίς να περιμένει απάντηση, ξεκινά η ίδια με υψηλή καθοδήγηση να αποδεικνύει γιατί είναι λάθος το 3½ που βρήκε ο Αντώνης.

Κώστας: Εγώ βρήκα δύο…
Δασκάλα: Για να δούμε στον πίνακα… Οι τρεις μισές πόσες είναι Κώστα;…
Κώστας: Μιάμιση. Έκανα λάθος.

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.38)

Ο Κώστας δυσκολεύεται να βρει το μισό του 3. Η δασκάλα χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό ως πλαίσιο αναφοράς, απεικονίζει στον πίνακα τις 3 κούπες ως 6 μισές. Βασίζεται στο ότι τα παιδιά Δ΄ τάξης έχουν κατακτήσει την αρχή διατήρησης της ποσότητας. Η δασκάλα γνωρίζοντας ότι είναι πιο εύκολο για τα παιδιά που δυσκολεύονται, να βρουν το μισό του 6 αντί για το μισό του 3, καθοδηγεί τους μαθητές να καταλήξουν ότι οι 3 γεμάτες κούπες ισοδυναμούν με 6 μισές. Με αυτόν τον τρόπο ο Κώστας βρίσκει ότι το μισό του 3 είναι 3 μισές, δηλαδή μιάμιση κούπα.

Δασκάλα: Όταν κόψουμε το 1 στη μέση έχουμε 2 μισά… Το ένα κομμάτι είναι το μισό… όχι ενάμισι. Εκεί νομίζω Αποστόλη πως λίγο μπερδεύτηκες. Πέρασες το ένα μισό για ενάμισι…

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.45)

Η δασκάλα προσπαθεί να διαγνώσει την αιτία του λάθους του Αποστόλη. Όμως δεν τον οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση, αλλά παραδοσιακά προσπαθεί να του εξηγήσει άμεσα.

Θεόφιλος: 5… (Ο ερευνητής ρωτά: «Το μισό του 10 πόσο είναι;»)…5…(Η δασκάλα ρωτά: «Γίνεται και το μισό του 9 και το μισό του 10 να ’ναι 5;»)… 4…(Η δασκάλα ρωτά: «4+4»)…8...

(3ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./δ.10)

Όταν ο Θεόφιλος απαντά ότι το μισό του 9 είναι 5, παρεμβαίνει ο ερευνητής και τον ρωτά για το μισό του 10. Εύκολα το βρίσκει. Τότε η δασκάλα με την ερώτηση: «Γίνεται και το μισό του 9 και το μισό του 10 να 'ναι 5;» τον οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση. Καταλαβαίνει ότι έχει λάθος, αλλά αυτό δεν αρκεί για να απαντήσει σωστά. Βιαστικά διορθώνει το λάθος με άλλο και λέει 4.

Δασκάλα: Αποστόλη θες να μου πεις πώς βρήκες το 4¼… Και το ¼ πώς σου βγήκε;…
Αποστόλης: Είπα ½ + ½ = 1/4…

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.12)

Τα παιδιά δεν έχουν διδαχτεί τα κλάσματα και λογικό είναι να κάνουν λάθη. Με την ερώτησή της η δασκάλα, ανακάλυψε την αιτία του λάθους του Αποστόλη. Όμως δεν τον βοήθησε να οδηγηθεί σε γνωστική σύγκρουση, αφού πέρασε σε άλλο μαθητή. Το έκανε στη συνέχεια για όλη την τάξη, όταν χρησιμοποίησε 2 μισογεμάτα ποτήρια και χύνοντας το ένα στο άλλο, προέκυψε 1 γεμάτο ποτήρι.

Θεόφιλος: Κυρία κι εγώ βρήκα 7...
Δασκάλα: Έστω ότι είναι σωστό πώς βρήκες το 7;
Θεόφιλος: Είπα 2½ + 2½ =5 και 2½...7½. Λάθος είπα.

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.16)

Ο μαθητής παρακινούμενος από τη δασκάλα να εξηγήσει πώς βρήκε το 7 οδηγείται σε αναθεώρηση της λύσης του και ανακαλύπτει μόνος το λάθος του.

(Η δασκάλα ήδη στο τέλος της 4ης συνάντησης διαπιστώνει ότι… δεν έχουν διαισθητική αντίληψη των ποσοτήτων διαφόρων τροφών. Η διαπίστωση γίνεται έντονη στην 5η συνάντηση).

(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.67)

Η δασκάλα δείχνοντας σύγχρονη διδακτική στάση, αντιμετωπίζει τη μαθησιακή διαδικασία ως κάτι ζωντανό με δυναμική. Αφουγκράζεται τις ελλείψεις των μαθητών της, λαμβάνει τα μηνύματα, τα επεξεργάζεται, προβληματίζεται κι οργανώνει περαιτέρω διδακτική παρέμβαση. Γίνεται διαρκώς διαμορφωτική αξιολόγηση κι ανατροφοδότηση της διδασκαλίας.

Δασκάλα: Αυτά είναι τα 100 γρ. ... τι λέγαμε την προηγούμενη φορά…
Νεφέλη: Ούτε για ένα μωράκι δεν φτάνουν να φάει για μεσημέρι.

(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.88)

Η δασκάλα με τη βιωματική δραστηριότητα της ζύγισης, οδηγεί τους μαθητές σε γνωστική σύγκρουση. Πολλοί την προηγούμενη φορά είχαν γράψει ότι έφαγαν για μεσημεριανό 100 γρ. μακαρόνια με 100 γρ. βούτυρο. Τώρα βλέποντας στο δίσκο της ζυγαριάς πόσες είναι οι αντίστοιχες ποσότητες στην πράξη, διαπιστώνουν τη λανθασμένη αρχική εκτίμησή τους και η Νεφέλη με χιούμορ συμπεραίνει ότι ούτε για μωράκι δε φτάνουν. Οι μαθητές είναι ευκολότερο να κατανοήσουν τα λάθη και να οδηγηθούν σε γνωστικές συγκρούσεις μέσα από χειραπτικό υλικό και πραγματικές καταστάσεις, παρά μέσα από αφαιρετικές μαθηματικές εκφράσεις.

Δασκάλα: Τι βρήκατε για την ποδηλασία; Βλέπω εδώ 50 λεπτά;…Για να το δούμε αυτό…Για να μας πουν κι οι άλλοι, πόσο βρήκατε εσείς για πατατάκια-ποδηλασία; ... Λέει εδώ η ομάδα 50, για *να βάλουμε ένα ερωτηματικό γιατί υπάρχουν διαφωνίες εδώ πέρα…Για τ' άλλα συμφωνείτε οι άλλοι με την ομάδα του Γιάννη…το 30 και το 60; (Όλοι απαντούν καταφατικά).*

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.98)

Η δασκάλα και σε αυτό όπως και σε προηγούμενα αποσπάσματα, ρωτά τις ομάδες για τα αριθμητικά αποτελέσματα που έχουν να προτείνουν η καθεμία και χωρίς να παίρνει η ίδια θέση ως προς το σωστό ή το λάθος, παρακινεί όλη την τάξη να διερευνήσουν μαζί, ποια από τις ομάδες έχει βρει το σωστό αποτέλεσμα. Με αυτόν τον τρόπο προσελκύεται το ενδιαφέρον των μαθητών κι ενθαρρύνεται ο διάλογος, η αναζήτηση. Παρακινεί σε διαδικασίες αυτοδιόρθωσης τα παιδιά. Η θέληση των πολλών κι η σύμφωνη γνώμη τους ανάγεται σε κριτήριο ορθότητας.

Δασκάλα: Πώς βρήκατε το 50, πώς σκεφτήκατε; (Σιωπή). Το 50 πόσο μεγαλύτερο είναι του 10; (Ο Γιάννης λέει: «5 φορές»). Αν πάρω 5 φορές τις θερμίδες που καίμε με ποδήλατο σε 10 λεπτά, 5 φορές το 40 πόσο κάνει;…Εμείς πόσες θέλουμε στα πατατάκια;…Είναι σωστό 50 λεπτά;

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.99)

Η δασκάλα χρησιμοποιεί την ίδια στρατηγική που είχε εφαρμόσει νωρίτερα η ομάδα του Αντώνη. Ακολουθώντας αντίστροφη - αναλυτική διαδικασία, οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση το Γιάννη που κατανοεί το λάθος του κι αναθεωρεί. Με διαδικασία απαγωγής σε άτοπο, βοηθά τους μαθητές να καταλήξουν ότι σε 50 λεπτά ποδήλατο καίγονται 200 κι όχι 150 θερμίδες.

Αν και στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα δεν αξιοποιεί τα λάθη των παιδιών, κατά την Ε.Ζ., η δασκάλα αξιοποιεί τα λάθη των μαθητών και τα ερμηνεύει ώστε να βρει την αιτία τους. Αφουγκράζεται τις ελλείψεις, τις επεξεργάζεται και με ανατροφοδότηση οργανώνει περαιτέρω διδακτικές παρεμβάσεις. Με χρήση χειραπτικού υλικού και με βιωματικές δράσεις π.χ. ζυγίσεις, οδηγεί τα παιδιά που έκαναν τα λάθη σε γνωστικές συγκρούσεις, ώστε να κατανοήσουν τα λάθη τους και να προχωρήσουν σε αυτοδιόρθωση.

6.3.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα δεν αξιοποιεί τα λάθη των μαθητών και αφήνει συχνά αβοήθητα τα παιδιά που κάνουν το λάθος, δίνοντας η ίδια ή κάποιος συμμαθητής τη σωστή λύση.

Δασκάλα: 22/8, τι κλάσμα προέκυψε; Πώς ονομάζω το κλάσμα που έχει αριθμητή μεγαλύτερο απ' τον παρανομαστή, Αποστόλη; (Αποστόλης: «Εεε»). Μαρία; (Η Μαρία απαντά: «Καταχρηστικό»).

Δασκάλα: Το 2/3 μπορούμε να το απλοποιήσουμε περισσότερο, να το κάνουμε πιο απλό; (Ο Αποστόλης λέει ότι μπορούμε. Η δασκάλα σαν να μην άκουσε τον Αποστόλη συνεχίζει). Υπάρχει κανένας διαιρέτης κοινός και για το 2 και για το 3; Όχι!

(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.1&α.13)

Η δασκάλα όταν ένας μαθητής αποτυγχάνει να απαντήσει, δίνει το λόγο σε άλλον, αφήνοντας τον πρώτο αμήχανο. Στο 2ο απόσπασμα, αγνοεί το μαθητή που κάνει λάθος και ρωτά κι απαντά η ίδια.

Δασκάλα: Και βγαίνει; (Ιάσονας και Φώτης απαντούν: «1/2»). Αυτό είναι ανάγωγο; (Τα 2 παιδιά λένε «ναι», ο Ταξιάρχης λέει «όχι»). Με τι άλλο απλοποιείται; (Ο Ταξιάρχης λέει: «Με το 1»).
Δασκάλα: Διαιρώ 3:1 και 6:1 πόσο κάνει;
Ταξιάρχης: Πάλι 3 και 6.
Δασκάλα: Άρα δεν απλοποιείται άλλο.
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.17)

Αυτή τη φορά η δασκάλα δεν αγνοεί το μαθητή που έκανε το λάθος, αλλά του δίνει το λόγο και τον ρωτά ώστε να τον φέρει σε αδιέξοδο. Βιάζεται όμως και πάλι να του δείξει η ίδια το λάθος.

Δασκάλα: Ο 1 στους 10, δηλαδή σε ποσοστό στα 100; (Η Έλσα λέει ότι είναι 1%). Όχι 1%. Για κοιτάξτε με τα ισοδύναμα κλάσματα (γράφει 1/10=;/100). Το 10 πόσο μεγάλωσε για να γίνει 100;
Έλσα: 10 φορές.
Δασκάλα: Άρα στον αριθμητή τι θα βάλουμε; (Η Έλσα απαντά ότι θα βάλουμε το 10).
Δασκάλα: Σε ποσοστό πόσο είναι; (Η Έλσα λέει πως είναι 10%).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.31)

Στο προηγούμενο απόσπασμα, όταν η Έλσα κάνει λάθος, η δασκάλα της δίνει ξανά το λόγο και την καθοδηγεί ώστε να βρει μόνη της το σωστό ποσοστό και να διορθώσει το λάθος της. Η αντιμετώπιση του λάθους της Έλσας από τη δασκάλα είναι βελτιωμένη διδακτικά, σε σύγκριση με το μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. όπου η δασκάλα αγνοούσε το παιδί που έκανε το λάθος.

Δασκάλα: Την ταχύτητα με τι μονάδες τη μετράμε; (Η Εύα λέει πως τη μετράμε σε χιλιόμετρα). Δηλαδή άμα πω ότι Καρπενήσι - Λαμία είναι 78 χλμ. αυτό δείχνει ταχύτητα, πόσο τρέχει το αμάξι;
Εύα: Όχι, πρέπει να πω «τόσα» χιλιόμετρα την ώρα.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.99)

Δασκάλα: Αμάξι έκανε την απόσταση Καρπενήσι - Αθήνα 300 χλμ. σε 3 ώρες, ποια η ταχύτητα…;
Νίκη: 90. (Η δασκάλα τη ρωτά πώς το βρήκε κι η Νίκη απαντά ότι έκανε διαίρεση 300:3. Τότε η δασκάλα την παρακινεί να εκτελέσει γραπτά τη διαίρεση. Η Νίκη το κάνει και βρίσκει 100χλμ/ω).
Νίκη: Ενώ αρχικά σκέφτηκα σωστά ποια πράξη θα κάνω, έκανα λάθος στη διαίρεση με το νου.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.105&107)

Η δασκάλα στο $1^{ο}$ απόσπασμα, οδηγεί με μια ερώτηση την Εύα σε «γνωστική σύγκρουση» ώστε η ίδια να διορθώσει το λάθος της. Στο $2^{ο}$ απόσπασμα, δίνει την ευκαιρία στη Νίκη να διορθώσει το λάθος της και να διαπιστώσει μεταγνωστικά ότι ενώ σκέφθηκε σωστά, έκανε λάθος στη διαίρεση.

Δασκάλα: Η τροχαία λέει: «2 αυτοκίνητα υπερβολική ταχύτητα για κάθε 3 που είχαν κανονική».
Έλσα: Μπορούμε να πούμε ότι το 99% είχαν υπερβολική ταχύτητα.
Δασκάλα: Τα 2 υπερβολική προς 3 κανονική είναι σε ποσοστό 99%; Αυτό σημαίνει ότι σχεδόν όλα τα αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα, συμβαίνει εδώ κάτι τέτοιο;
Έλσα: Όχι! Τα 2 στα 3 είχαν υπερβολική ταχύτητα.
Κλεάνθης: Όλα τα αυτοκίνητα ήταν 5 δεν ήταν 3. Τα 2 στα 5 είχαν υπερβολική ταχύτητα.
(4ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.190)

Η μαθήτρια διατυπώνει λανθασμένο ποσοστό. Η δασκάλα αντί να της ζητήσει να υπολογίσει ξανά το ποσοστό, ώστε να καταλάβει το λάθος της, βιάζεται και λέει η ίδια τι δείχνει το 99%. Έπειτα η μαθήτρια συγχέει τους λόγους μέρος/όλο και μέρος/μέρος, οπότε τη διορθώνει ο συμμαθητής της.

Ταξιάρχης: 1 στους 3.
Δασκάλα: Ως τις 6.04 πόσοι είχαν περάσει Ταξιάρχη; (Ο μαθητής λέει: «3»). Και πόσοι δεν υπερβαίνουν το όριο, είναι νόμιμοι;
Ταξιάρχης: 2 στους 3, το 1ο και το 3ο αυτοκίνητο. Έκανα λάθος. Νόμιζα τους παραβάτες.
(4ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./β.208)

Πάνος: Στις 6.12 ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών.
Δασκάλα: Οι άλλοι τι λέτε;...Για να δούμε. Στις 6.12 πόσοι ήταν παραβάτες;
Πάνος: 2 στους 6. Λόγος μέρος/όλο.
Δασκάλα: Μέχρι τις 6.02 πόσα αυτοκίνητα πέρασαν και πόσα ήταν παραβάτες;
Κλεάνθης: Πέρασαν 2 και το 1 ήταν παραβάτης. Λόγος μέρος/όλο 1 στα 2.
Δασκάλα: Στις 6.12 ήταν 2:6, 6.02 ήταν 1:2. Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών;
Πάνος - Κλεάνθης: Στις 6.02.
Δασκάλα: Στην αρχή όλοι ξεγελαστήκατε, γιατί λέγατε ότι αφού ως τις 6.12 πέρασαν πιο πολλά αυτοκίνητα θα είναι μεγαλύτερο και το ποσοστό των παραβατών.
(4ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.215&216)

Η δασκάλα με ερωτήσεις, βοηθά τον Ταξιάρχη στο 1ο απόσπασμα και τον Πάνο στο 2ο απόσπασμα, όταν κάνουν λάθος και τους καθοδηγεί να ξεκινήσουν από την αρχή ώστε να συνειδητοποιήσουν και να διορθώσουν το λάθος τους. Στο τέλος του 2ου αποσπάσματος, η δασκάλα κάνει μια υπόθεση για να ερμηνεύσει την αιτία του λάθους. Στη σύγχρονη διδακτική άποψη υποστηρίζεται ότι τα λάθη των παιδιών είναι «ανοιχτά παράθυρα στη σκέψη τους». Είναι θετικό το γεγονός ότι η δασκάλα αξιοποιεί τα λάθη, προσπαθώντας να ερμηνεύσει την αιτία τους ώστε να παρέμβει υποστηρικτικά.

Δασκάλα: Και θέλατε από το 162:200 να βρείτε το αντίστοιχο ποσοστό. Εδώ όμως μπερδευτήκατε οι περισσότεροι. Γιατί μπερδευτήκατε; Γιατί η συνήθεια, λέει, είναι η δεύτερη φύση του ανθρώπου. Συνηθίσατε όλοι να κάνετε ισοδύναμα με πολλαπλασιασμό. Είχαμε πει όμως παλιά ότι υπάρχουν δύο τρόποι να παράγουμε από το αρχικό κλάσμα ισοδύναμα. Ποιοι;
(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.237)

Ξανά η δασκάλα ερμηνεύει την αιτία του λάθους των παιδιών, ώστε να παρέμβει υποστηρικτικά.

(Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τ' άλλα μαθήματα», δόθηκε η απάντηση: «Διέφερε γιατί δεν είχαμε άγχος μην κάνουμε λάθος και δουλεύαμε σε ομάδες»).
(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο)

Τα παιδιά εντοπίζουν την απουσία άγχους για το λάθος, η οποία είναι συνέπεια της αλλαγής της στάσης της δασκάλας, αλλά και όλου του μαθησιακού πλαισίου. Επίσης συνδέουν την εργασία σε ομάδες με την απουσία άγχους, κάτι που τεκμηριώνεται επιστημονικά από την έρευνα (Johnson & Johnson 1992) κι αποτελεί επιχείρημα υπέρ της ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας. Στα επόμενα επεισόδια, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχίζει να αξιοποιεί τα λάθη των μαθητών.

Δασκάλα: Τι είναι λοιπόν η διάμετρος του κύκλου;
Βάσια: Είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του κύκλου.
Δασκάλα (δείχνει στο σχήμα): Ναι, αλλά και το ΚΛ ενώνει δύο σημεία του κύκλου, είναι κι αυτό διάμετρος; Ποια είναι η βασική προϋπόθεση;
Βάσια: Πρέπει η διάμετρος να περνάει και από το κέντρο του κύκλου.
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.6)

Η δασκάλα στον ελλιπή ορισμό της διαμέτρου από τη μαθήτρια, απαντά με μια διλημματική ερώτηση παρουσιάζοντάς της και μια χορδή και ζητώντας της να διακρίνει τη διαφορά. Η μαθήτρια κατανοεί το λάθος της και συμπληρώνει τον αρχικό ορισμό της διαμέτρου που είχε διατυπώσει.

Ερώτηση βιβλίου: «Αν φτιάξουμε πολλούς κύκλους με ίδια ακτίνα, τι θα είναι αυτοί οι κύκλοι;».
Ταξιάρχης: Ομόκεντροι.
Δασκάλα: Για προσέξτε, δε μας λέει με το ίδιο κέντρο, αλλά με την ίδια ακτίνα. (Σχεδιάζει δύο κύκλους με διαφορετικό κέντρο, αλλά ίση ακτίνα). Τι είναι αυτοί οι κύκλοι μεταξύ τους;
Ταξιάρχης: Ίσοι!
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.22)

Η δασκάλα δε δίνει κατευθείαν στο μαθητή τη σωστή απάντηση, αλλά σχεδιάζει στον πίνακα κύκλους με ίδια ακτίνα για να υποστηρίξει την ανατροφοδότηση της σκέψης του και τελικά ο ίδιος ο μαθητής να διορθώσει το αρχικό λάθος του.

Δασκάλα: Μας δίνει τη διάμετρο 1,3 μ. και ζητά την ακτίνα. Πόσο θα είναι η ακτίνα, διπλάσια;
Φώτης: Όχι, το μισό... 6,5 μ.
Δασκάλα: Για να δούμε 6,5+ 6, 5 πόσο κάνει;
Φώτης: 13. Έκανα λάθος, θα είναι 0,65.
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.26)

Ο μαθητής κάνει λάθος στον υπολογισμό του μισού του 1,3 κι η δασκάλα με δεύτερη ερώτηση τον οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση και αυτοδιόρθωση.

Κατά την Ε.Ζ. και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, αλλάζει η στάση της δασκάλας. Αξιοποιεί πλέον τα λάθη και οδηγεί τα παιδιά που τα έκαναν σε γνωστικές συγκρούσεις και αυτοδιόρθωση.

6.4. ΕΜΦΑΣΗ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ

6.4.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Ενώ στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., όταν διαπιστωνόταν έλλειψη κατανόησης η δασκάλα δεν παρενέβαινε ιδιαίτερα, σταδιακά με την εφαρμογή της διαθεματικής προσέγγισης αρχίζει να διαφαίνεται μια στροφή στη συμπεριφορά της δασκάλας με έμφαση στην κατανόηση.

(Στη νέα ενότητα: «Πώς αφαιρούμε άθροισμα από αριθμό», στόχος ήταν η ανάδειξη των 2 τρόπων αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό. Η δασκάλα έδωσε φωτοτυπία με το εξής πρόβλημα: «Από τις 11 εικόνες διάλεξε 3 εσύ και 4 ο διπλανός σου. Πόσες εικόνες σας περίσσεψαν; Τι πράξεις κάνατε; Υπάρχει άλλος τρόπος;». Όταν πέρασε η ώρα χωρίς αποτέλεσμα, άρχισε η

δασκάλα να περιφέρεται στα θρανία και να δίνει οδηγίες. Δεν παρακίνησε τους μαθητές να κόψουν τα εικονίδια και να λύσουν πρακτικά το πρόβλημα).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.9)

Αντί η δασκάλα να εκμεταλλευθεί το φύλλο εργασίας που μοίρασε και να ζητήσει με χειραπτικές διαδικασίες να λύσουν το πρόβλημα κόβοντας τα 11 εικονίδια, άφησε μόνους τους μαθητές να βρουν τη λύση αφαιρετικά, μιμούμενοι περισσότερο τον τρόπο λύσης από προηγούμενο πρόβλημα.

Δασκάλα: Ποιες πράξεις κάναμε στον πρώτο και ποιες στο δεύτερο τρόπο;

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.13)

Με την ερώτηση του βιβλίου που επανέλαβε η δασκάλα, στόχος ήταν η αποπλαισίωση κι η εφαρμογή από τους μαθητές ενός «τυφλοσούρτη», μιας μηχανιστικής διαδικασίας που επαναλαμβάνοντάς την θα την μάθουν απ' έξω, ανεξάρτητα από το αν την έχουν κατανοήσει ή όχι.

(Η δασκάλα αγνόησε τα δεντροδιαγράμματα που έδειχναν την προτεραιότητα των πράξεων στους δύο τρόπους αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό κι έδωσε έμφαση στην εκτέλεση των πράξεων κι όχι στους τρόπους. Δεν αναφέρθηκε επίσης στην πρακτική αξία της δυνατότητας επιλογής ανάμεσα στους δύο τρόπους κατά την εκτέλεση των πράξεων).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.14&α.15)

Η δασκάλα μη δίνοντας βαρύτητα στη νοερή εκτέλεση των πράξεων, δεν αναφέρθηκε στην πρακτική αξία των δύο τρόπων. Συνεπώς δεν καλλιεργήθηκε το εσωτερικό κίνητρο στους μαθητές, ώστε να κατανοήσουν γιατί χρειάζεται να μάθουν και τους δύο τρόπους αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό και σε ποιες περιστάσεις τους συμφέρει ο ένας ή ο άλλος τρόπος.

Αναφερόμενη περισσότερο σε μαθησιακά οφέλη από την εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων απάντησε: «Μας βοηθά να κατανοήσουμε καλύτερα την πληθώρα των τεχνικών πληροφοριών και ζητημάτων που μας κατακλύζουν από όλα τα μέσα μαζικής ενημέρωσης…».

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1/α.6η)

Η δασκάλα αναφέρει το ρήμα «κατανοήσουμε». Σε θεωρητική βάση θεωρεί την κατανόηση προτεραιότητα, όμως στα προηγούμενα τρία αποσπάσματα πριν την Ε.Ζ. δεν το έδειξε στην πράξη.

Δασκάλα: …τα ατυχήματα μειώθηκαν κατά 32%. Έχουμε άλλο ένα ποσοστό. Αν δηλαδή πριν από 30 χρόνια είχαμε σε αυτές τις χώρες 100 ατυχήματα, πόσα έχουμε σήμερα;
Αγγελική: Λιγότερα.
Δασκάλα: Σωστά, λιγότερα, γιατί;
Αγγελική: Γιατί μας λέει ότι μειώθηκαν.
Δασκάλα: Σωστά, πόσα ακριβώς έγιναν; Μπορείς να μας το υπολογίσεις στον πίνακα;
Αγγελική (σηκώνεται και γράφει): 100-32→ 68. Έγιναν 68 κυρία.

(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.7)

Η δασκάλα αρχίζει να επιμένει στο «γιατί», ζητώντας από τα παιδιά να επιχειρηματολογούν και να τεκμηριώνουν. Επίσης σε προηγούμενο επεισόδιο η Αγγελική δεν κατανοούσε τη φράση «αυξήθηκαν κατά 105%». Τώρα η δασκάλα με το να της ζητήσει έναν παρόμοιο υπολογισμό, ελέγχει αν η μαθήτρια κατανόησε την έννοια των ποσοστών και δίνει την ευκαιρία για εμπέδωση.

Αλέκα: Τώρα άρχισαν να φτιάχνουν το δρόμο, άκουσα στην τηλεόραση πως θα τελειώσει το 2008.
Δασκάλα: Κάλλιο αργά, παρά ποτέ. Δυστυχώς…μετά παίρνουμε μέτρα. Ενώ το καλύτερο θα ήταν να παίρναμε μέτρα από πριν, για να προλάβουμε το κακό. Ένα τέτοιο μέτρο είναι και αυτό που κάνουμε μαζί…η Κυκλοφοριακή Αγωγή στα σχολεία. Αν τα παιδιά αποκτήσουν καλές συνήθειες από μικρά ως πεζοί και ποδηλάτες θα προσέχουν περισσότερο, αλλά κι αργότερα όταν μεγαλώσουν και γίνουν οδηγοί θα ξέρουν τι πρέπει να προσέχουν και τι να μην κάνουν.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.10)

Ενώ στο μάθημα των μαθηματικών, η δασκάλα δεν αναφέρθηκε στους στόχους της συγκεκριμένης διδακτικής ενότητας, στο απόσπασμά μας αναφέρει το σκοπό της Κυκλοφοριακής Αγωγής. Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές κατανοούν τη σημασία του project κι έχουν εσωτερικό κίνητρο την επίτευξη του στόχου, έχοντας προσανατολισμό στην εργασία τους.

Δασκάλα: Παρακάτω μας λέει ότι το κόστος της απώλειας τόσων ανθρώπων στην Ελλάδα ξεπερνάει το ένα τρισεκατομμύριο δραχμές, ενώ στην Ε.Ε. ξεπερνάει τα 100. Γιατί ο θάνατος ή ο τραυματισμός Ελλήνων από τροχαία κοστίζει στην οικονομία της Ελλάδας;
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14)

Η δασκάλα με ερωτήσεις κατανόησης του κειμένου, εξακτινώνει τη συζήτηση διαθεματικά σε οικονομικά θέματα. Στόχος είναι η κατανόηση ακόμη και στη γλωσσική επεξεργασία του κειμένου.

Δασκάλα: Όταν περνάμε απέναντι ενδιαφέρει ο χρόνος. Θέλουμε να περνάμε γρήγορα ή αργά;
Αγγελική: Γρήγορα γιατί μπορεί να μας προλάβει κανένα αυτοκίνητο.
Δασκάλα: Για να περάσουμε γρήγορα πρέπει να διαλέξουμε την πιο σύντομη διαδρομή. Ποια είναι η πιο σύντομη διαδρομή από αυτές που ζωγράφισε ο Νίκος, η κάθετη ή οι δύο πλάγιες;
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.18)

Η δασκάλα προσπαθεί να στηρίξει τον τρόπο σκέψης των μαθητών με μικρές ερωτήσεις κι επεξηγήσεις, με νοητικές σκαλωσιές (scaffoldings) (Van Der Stuyf 2002).

Νίκος: Η κάθετη νομίζω…
Δασκάλα: Νομίζεις; Πώς θα σιγουρευτείς; Τι κάνουμε για να δούμε πόσο μακρύ είναι κάτι;
Νίκος: Το μετράμε.
Δασκάλα: Για πάρε λοιπόν Νίκο το χάρακα και μέτρησε τις διαδρομές.
Νίκος: Η κάθετη 12 εκ., οι πλάγιες 14 και 13. Η κάθετη είναι πιο σύντομη, είμαι σίγουρος πια.
Δασκάλα: Καταλάβαμε όλοι γιατί μας λέει ο κανόνας «διάσχισε κάθετα το δρόμο»;
Αλεξάνδρα: Γιατί προτιμάμε την πιο μικρή διαδρομή.
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19)

Η δασκάλα βάζει τους μαθητές να μετρήσουν και να ασχοληθούν με χειραπτικές διαδικασίες, ενώ αντίθετα στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. δεν τους παρότρυνε να κόψουν τα εικονίδια από το φυλλάδιο που τους έδωσε. Έχουμε μια διαδικασία μέτρησης και σύγκρισης, ώστε τα παιδιά να μάθουν να επιχειρηματολογούν συνειδητοποιώντας την ανάγκη αποδεικτικής διαδικασίας. Η

Senk (1985) έπειτα από σχετική έρευνα σε Λύκεια διαπίστωσε ότι μόνο το 31% των μαθητών μπορεί να ολοκληρώσει μια απόδειξη. Ένας από τους βασικούς διδακτικούς στόχους που θέτει η NCTM είναι η ανάπτυξη της προηγμένης μαθηματικής σκέψης (Advanced mathematical thinking), στην οποία συμπεριλαμβάνεται η αποδεικτική διαδικασία.

Αγγελική: Το πρώτο αυτοκίνητο έκανε τα 300 χλμ. σε 3 ώρες. Είχε ταχύτητα 300:3=100.
Δασκάλα: Εκατό τι;…Χιλιόμετρα ανά ώρα.
Ερευνητής: Τα 100 μ. όταν τρέχουν σε τι τα μετράνε; χιλιόμετρα ανά ώρα; (Σιωπή, αμηχανία).
Δασκάλα: Σε μικρές αποστάσεις χρησιμοποιούμε ως μονάδες ταχύτητας μέτρα / δευτερόλεπτο. Θέλετε μια μέρα στο προαύλιο να μετρήσει ο Γυμναστής την ταχύτητά μας στα 60 μ.;
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.21&β.23)

Αρχικά η δασκάλα αναδεικνύει την ανάγκη πάγιας αναφοράς των μονάδων μέτρησης, ώστε να αποκτήσουν νόημα οι αφηρημένοι αριθμοί. Στη συνέχεια, επειδή τα παιδιά δε γνώριζαν με τι μονάδες μετράμε την ταχύτητα στα 100μ., η δασκάλα αναγκάστηκε να δώσει η ίδια την απάντηση. Όμως δεν αρκέστηκε στην απάντησή της, αλλά με δική της πρωτοβουλία πρότεινε τη βιωματική δράση μέτρησης της ταχύτητας των παιδιών στο προαύλιο. Η ανάληψη πρωτοβουλιών κι η υιοθέτηση βιωματικών μορφών μάθησης είναι ενδεικτικά στοιχεία αλλαγής της στάσης της. Ακολούθως, μετά τη μέτρηση, υπολογίζεται η ταχύτητα ενός παιδιού.

Δασκάλα (γράφοντας): Έχουμε για το Δημήτρη, γνωστά στοιχεία Απόσταση=60μ. και το χρόνο στον οποίο τα έτρεξε, Χρόνος=12 δευτερόλεπτα. Τι ζητάμε; Ποιο είναι το άγνωστο στοιχείο;
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.26)

Ενώ πριν τη διαθεματική προσέγγιση, η δασκάλα δεν οργάνωνε την επίλυση ενός προβλήματος, εδώ οργανώνει τα δεδομένα του προβλήματος. Ταξινομεί τα γνωστά στοιχεία κι από τα παιδιά ζητά να εντοπίσουν το άγνωστο. Στο επόμενο επεισόδιο έχουμε κατασκευή τριγώνου με καλαμάκια.

Μάγδα: Κυρία, δε χρειάζεται να μετρήσουμε και τα 3 καλαμάκια, αφού είναι ίσα. Αρκεί… το 1! Τη βρήκα την περίμετρο. Είναι 72 εκατοστά.
Δασκάλα: Για πες μας πώς το βρήκες!
Μάγδα: Μέτρησα το ένα καλαμάκι και βρήκα 24 εκατοστά. Είπα μετά 24+24+24=72.
(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.45)

Με την ερώτηση: «Για πες μας πώς το βρήκες!» η δασκάλα δίνει μαθησιακές ευκαιρίες σε όλους τους μαθητές. Η ίδια η Μάγδα έχει την ευκαιρία να ασκηθεί μεταγνωστικά αναστοχαζόμενη τη στρατηγική της κι οι υπόλοιποι έχουν την ευκαιρία να ακούσουν τον τρόπο σκέψης της. Αυτή η αλλαγή στάσης της δασκάλας που αρχίζει να ενδιαφέρεται όχι μόνο για το αποτέλεσμα, αλλά και για τη διαδικασία εύρεσής του, είναι ενδεικτική για την έμφαση που δίνει στην κατανόηση.

Στα ακόλουθα αποσπάσματα η δασκάλα, με μια σειρά από ενέργειές της προωθεί την κατανόηση. Στο απόσπασμα β.51 με την ερώτησή της δείχνει ότι έχει στόχο πλέον την κατανόηση κι όχι τη στείρα αποστήθιση ακαταλαβίστικων όρων. Στο απόσπασμα β.52 κατανοεί την ανάγκη εποπτείας, για αυτό ζωγραφίζει μια ανθοδέσμη και οπτικοποιεί το πρόβλημα υποστηρίζοντας τη σκέψη των παιδιών. Στο απόσπασμα β.57 δεν αρκείται στη σωστή απάντηση, ζητώντας επιπλέον εξηγήσεις, όπως και στο απόσπασμα β.68 που ρωτά «γιατί;» αναγκάζοντας τους μαθητές να τεκμηριώνουν. Στο απόσπασμα β.59 αποτυπώνει τον τρόπο σκέψης της μαθήτριας στον πίνακα, υποστηρίζοντας τη μαθησιακή διαδικασία και διαδραματίζοντας διαμεσολαβητικό ρόλο. Επίσης στο απόσπασμα β.61 δε διστάζει να εκτεθεί και να ρωτήσει όταν έχει απορία προκειμένου να επιτευχθεί κατανόηση.

Δασκάλα: Έχουμε 2 δέντρα, το Α ψηλό με ύψος 6μ. και το Β κοντό 2μ. Κάποιος συγκρίνει τα ύψη και βρίσκει ότι το ύψος του Α είναι τριπλάσιο από το ύψος του Β. Τι σημαίνει τριπλάσιο;
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.51)

Δασκάλα(ζωγραφίζοντας ανθοδέσμη με άσπρα και κόκκινα τριαντάφυλλα): Η ανθοδέσμη έχει…
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.52)

Δασκάλα: Τι είδους λόγος είναι αυτός;…(Η Βίκυ λέει: «μέρος/μέρος»)… Γιατί είναι μέρος/μέρος;
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.57)

Δασκάλα: Για να γράφω εγώ στον πίνακα τι μας λέει η Αγγελική εδώ…
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.59)

Ερευνητής: Συμφωνείτε; Έχουμε καμιά απορία; … (Όλοι μαζί απαντούν: «Όχι!»).
Δασκάλα: Να ρωτήσω εγώ κάτι; Θα μπορούσε να υπάρχει όλον/όλον;
(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.61)

Δασκάλα: Η αμέσως πιο επικίνδυνη περιοχή ποια θα είναι; (Ο Νίκος απαντά: «Η 3»).
Δασκάλα: Γιατί;
(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.68)

Ακολούθως η δασκάλα μετά τη μετατροπή του 9% στο λόγο 27:300, επανέρχεται στο ποσοστό 9%.

Αλεξάνδρα: 3·9=27 κι έχουμε 27/300.
Δασκάλα: Αλλιώς ως λόγο πώς μπορούμε να το γράψουμε; (Η Αλεξάνδρα απαντά: «27:300»).
Δασκάλα: Σε ποσοστό είναι πάλι 9%. Γιατί το ποσοστό είναι πάντα στα 100, οπότε το 27/300 πρέπει να το κάνουμε πάλι 9/100 δηλαδή 9%.
(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.77)

Δασκάλα: Για να βρούμε το ποσοστό τι είδους λόγο πρέπει να βρούμε;
Τάνια: Το λόγο μέρος/όλο.
(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.95)

Η αμφίδρομη μετατροπή των ποσοστών σε λόγους και των λόγων σε ποσοστά και η σφαιρική - ολιστική και όχι απομονωμένη διδασκαλία τους, στο πλαίσιο μιας ενδοκλαδικής διαθεματικότητας, βοηθά τους μαθητές στη συσχετιστική κατανόηση των ποσοστών και των λόγων. Στο 2ο επεισόδιο, ο στόχος της δασκάλας είναι να κατανοήσουν τα παιδιά ότι τα ποσοστά είναι λόγοι μέρος/όλο.

Δασκάλα: Γράφουμε! 3) Το λόγο μέρος/όλο με τα ισοδύναμα κλάσματα το μετατρέπουμε σε ποσοστό % … Δε με νοιάζει τι θα γράψετε, με νοιάζει να καταλάβετε τι κάνουμε…
(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.99)

Η δασκάλα βλέπει ότι κινδυνεύει να μετατραπεί η διαδικασία ανάπτυξης της στρατηγικής σε ένα παραδοσιακό μάθημα που ο δάσκαλος γράφει υποδειγματικά κι οι μαθητές αντιγράφουν για να συμπληρώσουν τις ασκήσεις. Σε μια προσπάθεια να επαναπροσδιορίσει και να υπενθυμίσει στους μαθητές την ουσία της μαθησιακής διαδικασίας, η δασκάλα τονίζει: «με νοιάζει να καταλάβετε τι κάνουμε». Διαπιστώνουμε ότι τουλάχιστον θεωρητικά, στόχος της δασκάλας είναι η μάθηση με κατανόηση. Ακόμη και στο ερωτηματολόγιο (Ερ/γιο αρ.2/2η) η δασκάλα, εστιάζει στην κατανόηση κι αναφέρει ως αρνητικό σημείο του εγχειρήματος ότι «υπήρχε κάποια αδυναμία στην αρχή στο να καταλάβουν τα παιδιά για ποιο λόγο γίνονται όλα αυτά». Στην πράξη όμως η δασκάλα συχνά ασυνείδητα ξεφεύγει από τον κυρίως στόχο και αναλώνει το ενδιαφέρον της σε επιμέρους θέματα όπως η κάλυψη της ύλης, το άγχος του χρόνου κι η επίτευξη του αποτελέσματος. Στα επόμενα επεισόδια, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., συνεχίζει να δίνει έμφαση στην κατανόηση.

Δασκάλα: Ωραία! Το καταλάβαμε όλοι; Υπάρχει απορία;…(Σιωπή)…Ανοίξτε το πρόχειρο…
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.13)

Έχουμε επιφανειακά έμφαση στην κατανόηση. Σύμφωνα με το παραδοσιακό μοντέλο, για να είναι τυπικά κατοχυρωμένη η δασκάλα ρωτά αν όλοι το κατάλαβαν ή υπάρχει καμιά απορία. Όταν κανείς δεν απαντά, θεωρεί τη σιωπή ως θετική ένδειξη και προχωράει παρακάτω.

(Όση ώρα εργάζονταν οι μαθητές, η δασκάλα κι εγώ περιφερόμασταν από θρανίο σε θρανίο).
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.)

Η δασκάλα δεν κάθεται στην έδρα, αλλά περιφέρεται εφαρμόζοντας διαμορφωτική αξιολόγηση, ώστε να διαγνώσει πιθανά προβλήματα κατανόησης.

Δασκάλα: Πόσα κιλά είναι τα 900 γραμ.; …(Σιωπή)… Είναι πάνω ή κάτω από 1 κιλό;
Νίκος: Κάτω, αφού το 1 κιλό έχει 1000 γραμ.…(δευτερόλεπτα μετά)… Κυρία, το βρήκα 0,900.
Δασκάλα: Πώς το βρήκες;
Νίκος: Είπα, αφού είναι κάτω από 1 κιλό, ο ακέραιος θα είναι 0, άρα 0,900.
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.19)

Όταν ο Νίκος απαντά σωστά, η δασκάλα δεν ικανοποιείται, αλλά τον ρωτά «πώς το βρήκε».

Διαπιστώνουμε αλλαγή στη στάση της δασκάλας που έχει αρχίσει να ενδιαφέρεται για μαθηματικά με κατανόηση. Ρωτά τους μαθητές «γιατί» και «πώς» πιο συχνά από ό,τι παλαιότερα. Παρατηρούμε μία στροφή του ενδιαφέροντός της στην επίτευξη της κατανόησης από τα παιδιά, όχι μόνο κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά και στο μάθημα των μαθηματικών μετά την Ε.Ζ.

6.4.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Ήδη στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα ενδιαφέρεται για την επίτευξη κατανόησης. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η διάθεσή της για επίτευξη κατανόησης καλλιεργείται κι ενισχύεται.

Δασκάλα: Τι δείχνουν το 3.000 και το 2.700 €; …
Δασκάλα: Τι βρήκες; ... (Ο Οδυσσέας απαντά: «38 σακάκια»).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.3&α.10)

Η δασκάλα βοηθά τον Οδυσσέα να νοηματοδοτήσει τα δεδομένα και να κατανοήσει το πρόβλημα. Στη συνέχεια του ζητά πλήρη απάντηση, ώστε να αναφέρει και τις μονάδες του αποτελέσματος.

(Η δασκάλα κατόπιν με ένα νέο πρόβλημα εισήγαγε τους μαθητές στο καινούργιο προς διερεύνηση κεφάλαιο, χωρίς να τους πει ότι μπαίνουν σε καινούργιο κεφάλαιο. Μου είπε ότι δεν θέλει να τους το λέει για να μην υποψιάζονται ποιες πράξεις θα κάνουν).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.17)

Η στάση αυτή της δασκάλας προσεγγίζει τη σύγχρονη άποψη της διδακτικής. Δεν επιχειρεί να δώσει στους μαθητές έτοιμη λύση λέγοντάς τους ότι θα μπούμε στο κεφάλαιο με τίτλο: «Πώς διαιρούμε διαφορά με αριθμό», αλλά τους δίνει ένα εισαγωγικό πρόβλημα προς διερεύνηση κι ενώ τα βιβλία παραμένουν κλειστά, σεβόμενη τη νοητική αυτονομία τους και διατηρώντας το ισχυρό εσωτερικό κίνητρο επίλυσης ενός προβλήματος που είναι η περιέργεια για το άγνωστο. Αντίθετα στην παραδοσιακή διδασκαλία με τα παλιά βιβλία, τα παιδιά άνοιγαν τα βιβλία στο νέο κεφάλαιο και προϊδεάζονταν για τις πράξεις και μέσω του τίτλου, αλλά και μέσω του υποδείγματος.

Δασκάλα: Σε όσα προβλήματα λύσατε, διαλέξατε αυτόν τον 1ο τρόπο. Γιατί; …
Μάριος: Για να είναι πιο σύντομος.

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.29)

Η δασκάλα παρατηρεί τη μαθηματική συμπεριφορά των μαθητών και τους ζητά να την αιτιολογήσουν. Παίρνει μηνύματα, ανατροφοδοτώντας τη διδασκαλία της.

Ελένη: Βάζουμε ασπράδι, το χτυπάμε και ρίχνουμε. (Η δασκάλα ρωτά: «Γιατί το κάνουμε;»).

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.3)

Με την ερώτηση «γιατί το κάνουμε;», η δασκάλα δίνει σημασία στην κατανόηση κι όχι απλώς στη μηχανική εκτέλεση οδηγιών, ακόμη και σε εξω-μαθηματικά πλαίσια.

Ερευνητής: Μου είπε η κυρία σας τι κάνατε στην ευέλικτη ζώνη… και είχα την τύχη να δοκιμάσω και τον μπακλαβά σας… Όπως σήμερα που φτιάξατε τη ζυμαρόπιτα, τι κάνατε; …
Νεφέλη: Γράφουμε τη συνταγή που κάναμε στο πρόχειρό μας.

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.5)

Η δασκάλα αξιοποίησε το «ανοικτό» πλαίσιο της Ε.Ζ. ώστε να εφαρμόσει με τα παιδιά βιωματικές δράσεις, όπως η παρασκευή συνταγών, οι οποίες συνέβαλαν στην κατανόηση.

Δασκάλα: Τι δεν ξέρουμε λοιπόν; (Ο Γιάννης λέει: «Πόσο πούλησε τα κατσίκια»). Μπορούμε να βρούμε κέρδος; (Ο Γιάννης λέει: «Όχι!»). Καταλαβαίνουμε όλοι; Αν αυτό το μολύβι ξέρω ότι το αγοράζω 2€ και δεν ξέρω πόσο το πουλάω, μπορώ να βρω κέρδος; (Όλοι λένε: «Όχι!»).

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.8)

Η δασκάλα δεν ικανοποιείται με τη σωστή απάντηση ενός μαθητή, αλλά προσπαθεί να εμπλακεί το σύνολο. Επειδή στο πρόβλημα τα ποσά είναι μεγάλα και η αγοραπωλησία με κατσίκια μακριά από τις παιδικές εμπειρίες, για να διευκολύνει την κατανόηση των σχέσεων των τιμών αγοράς-πώλησης χρησιμοποιεί απλούστερο πρόβλημα, εφαρμόζοντας την τεχνική από τα «απλά στα σύνθετα».

Δασκάλα: Τι μας θυμίζει αυτό σε σχέση με τη συνταγή που είδαμε πριν; (Ο Νίκος λέει: «Κι εκεί έλειπε το καρύδι κι η ζάχαρη»). Έτσι και σε ένα πρόβλημα, αν λείπουν στοιχεία μπορούμε να το λύσουμε; (Όλοι απαντούν: «Όχι!». Ο Αντώνης λέει: «μοιάζουν συνταγές και προβλήματα»).
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.10)

Από το ζεύγος συνταγής - προβλήματος, αναδεικνύοντας τις ομοιότητες και κάνοντας χρήση «μεταφοράς» - αναλογίας, η δασκάλα προσπαθεί να αναδυθεί η αναλογική σχέση μεταξύ συνταγών - προβλημάτων κι όπως βλέπουμε το κατορθώνει.

Νεφέλη: Κανένα από αυτά τα υλικά, δεν είναι μέσα στη μαρμελάδα κράνι. Είναι άσχετα.
Δασκάλα: Βλέπετε λοιπόν τη δύναμη της γνώσης; Αν δεν είχαμε κάνει τη μαρμελάδα κράνι θα καταλαβαίνατε ότι είναι λάθος;... (Όλοι απαντούν: «Όχι!»). Η γνώση είναι σημαντικό πράγμα.
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.11)

Η μαθήτρια αμέσως καταλαβαίνει ότι τα υλικά της συνταγής είναι άσχετα με τη μαρμελάδα κράνι. Η δασκάλα το αποδίδει στην ήδη αποκτημένη γνώση μέσα από την πράξη. Αξίζει να σημειωθεί ιδιαίτερα το ρήμα «κάνει» που χρησιμοποιεί η δασκάλα για να αναφερθεί στην αξία της βιωματικής γνώσης. Φαίνεται ότι η δασκάλα πιστεύει σε ό,τι αποκάλεσε ο Dewey "learning by doing".

Δασκάλα: Αυτό γίνεται; (Ο Μάριος απαντά: «Τυχαία!»). Ναι, αλλά μπορούμε να προσθέσουμε ζώα και να βρούμε χρόνια;... (Ο Μάριος απαντά: «Όχι!»).
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.12)

Η δασκάλα προσπαθεί να αναδειχθεί ότι για το σχεδιασμό της ορθής επίλυσης ενός προβλήματος, απαιτούνται λογικές διεργασίες και σε καμιά περίπτωση ο παράγοντας «τύχη».

Δασκάλα: Μάλιστα! Ας ανακεφαλαιώσουμε λοιπόν τι κάναμε μέχρι τώρα. Ποιος θέλει να πει;
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14)

Η δασκάλα ξανά ζητά από τα παιδιά να ανακεφαλαιώσουν. Η ανακεφαλαίωση είναι μια παλαιά διδακτική τακτική που ενισχύει την εμπέδωση της νέας γνώσης βοηθώντας την να μεταφερθεί από τη βραχυπρόθεσμη στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Στη σύγχρονη διδακτική αντίληψη η διαδικασία της ανακεφαλαίωσης έχει αναδειχθεί αναγκαιότερη από ποτέ, αφού μέσω αυτής και της αυτοαξιολόγησης, οι μαθητές οδηγούνται στη μεταγνώση.

Δασκάλα: Πώς καταλαβαίνουμε την έννοια ενέργεια; Είναι δύσκολη λέξη, αφηρημένη. Μπορούμε να την πιάσουμε, να τη δούμε την ενέργεια; Πώς καταλαβαίνετε τη λέξη ενέργεια;
(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.15)

Διαφαίνεται μέσα από τα λεγόμενα της δασκάλας η άποψή της να θεωρεί δύσκολο οτιδήποτε αφηρημένο. Ως αφηρημένο προσδιορίζει κάτι που δεν μπορούμε να αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας. Σύγχρονη διδακτική αντίληψη που συνάδει και με τη ρεαλιστική διάσταση της διδασκαλίας των μαθηματικών, αλλά και με τα παλαιότερα στάδια γνωστικής ανάπτυξης του Piaget. Με την ερώτηση «πώς καταλαβαίνετε τη λέξη ενέργεια;», αποφεύγει η ίδια η δασκάλα να δώσει ορισμό.

Μάριος: Το 35 είναι παραπανίσιο, δε χρειάζεται. Όπως πριν το ψωμί για τη συνταγή σαλάτας.
(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.8)

Ο Μάριος αναδεικνύει την αναλογία μεταξύ της συνταγής της σαλάτας με περίσσιο δεδομένο το ψωμί και του προβλήματος που εξετάσαμε με περίσσιο δεδομένο τα 35 ευρώ.

Αναστασία: Είδαμε διάφορες συνταγές όπως αυτές που είχαμε κάνει παλιά…
Θεόφιλος: Είδαμε και τρία προβλήματα μαθηματικών που έμοιαζαν με τις συνταγές.
Δασκάλα: Για πείτε μου κάτι, πού δυσκολευτήκατε περισσότερο…
Νίκος: Στα προβλήματα δυσκολευτήκαμε. Τις συνταγές τις βρίσκαμε σχεδόν αμέσως.
(3ηΜ.Π./Π/1ηΕ.Ζ./η.3)

Μέσα από την ανακεφαλαίωση των δραστηριοτήτων που εκτυλίχθηκε, αναδύθηκε η ομοιότητα-παραλληλισμός μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα. Τέλος ο Νίκος συγκρίνει τις διαδικασίες διερεύνησης συνταγών-προβλημάτων κι αποφαίνεται ότι η τάξη δυσκολεύτηκε στα προβλήματα, ενώ στις συνταγές έβρισκε αμέσως το λάθος. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν εξετάσουμε συγκριτικά όλα τα περιγραφικά αποσπάσματα. Αναδύεται η υπεροχή της πλαισιωμένης μάθησης που ισχύει στις συνταγές κι όχι στα μαθηματικά προβλήματα που διδάσκονται αφαιρετικά.

Δασκάλα: Μόνο άνθρωποι κι αυτοκίνητα χρειάζονται ενέργεια; (Ο Οδυσσέας λέει: «Και τα ζώα»…ο Μάριος λέει: «τα φυτά»)...Από πού παίρνουν ενέργεια; (Λένε: «από τον ήλιο, το νερό»).
(3ηΜ.Π./Π/1ηΕ.Ζ./η.4)

Με πυρήνα την έννοια «ενέργεια», γίνεται διαθεματική σύνδεση γνωστικών πεδίων από τη μελέτη περιβάλλοντος, τη φυσική και τη βιολογία, με στόχο τη συσχετιστική κατανόηση της έννοιας.

(Επειδή οι περισσότεροι μαθητές δυσκολεύονταν να υπολογίσουν τη διπλάσια ποσότητα από τις 2½ κούπες φρυγανιά, συμφωνήσαμε με τη δασκάλα ότι χρειαζόμασταν κάποιο εποπτικό υλικό. Τότε πετάχτηκε…επέστρεψε με ένα μπουκάλι νερό και με έξι πλαστικά ποτήρια).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.21)

Με ανατροφοδότηση, πήραμε το μήνυμα από τα παιδιά ότι χρειαζόμασταν κάποιο εποπτικό υλικό. Η δασκάλα με αποφασιστικότητα πήρε άμεσα πρωτοβουλίες. Δεν ανέβαλε τη χρήση του εποπτικού υλικού για άλλη φορά, αλλά την ίδια στιγμή πήγε στο κυλικείο και υλοποίησε την κοινή απόφαση.

Δασκάλα: Να το δούμε με τα ποτήρια…2 ποτήρια γεμάτα με νερό και 1 μισό. Βάζω δίπλα άλλα 2…να τα προσθέσω 2+2…(Ο Μάριος λέει: «4»). Ρίχνω το μισό στο άλλο. (Λέει: «1»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.27)

Η χρήση εποπτικού υλικού και η βιωματική διαδικασία πρόσθεσης 2½+2½ βοηθά στην κατανόηση.

(Ο Γιάννης λέει: «2.600 γραμμάρια»… η δασκάλα τον ρωτά πώς το βρήκε).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.23)

(Ο Αντώνης λέει: «9» κι η δασκάλα τον ρωτά πώς το βρήκε…ο Νικόλας λέει: «13» κι η δασκάλα τον ρωτά «γιατί»…τότε αυτός απαντά: «Γιατί 6+6=12, μισό και μισό 1…13»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.30)

Δασκάλα: Το ’χετε όλοι καταλάβει; ...παρακάτω «Έχει γίνει κατανοητό από όλους τι ζητάμε;».
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.31)

Δασκάλα: Νεφέλη θες να μας πεις πώς σκέφτηκες και βρήκες 7; Δεν μας ενδιαφέρει ποιο είναι το σωστό ή το λάθος. Σημασία έχει ο δρόμος που ακολουθήσαμε. Πάμε να δούμε τι σκέφτηκε.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.34)

Στα παραπάνω αποσπάσματα, η δασκάλα δεν αρκείται στις σωστές απαντήσεις των μαθητών, αλλά τους ρωτά «πώς» και «γιατί», για να βεβαιωθεί ότι κατανόησαν. Στο απόσπασμα β.31 ρωτά συχνά τα παιδιά αν κατάλαβαν, δείχνοντας ότι βασικός στόχος της είναι η μάθηση με κατανόηση. Δεν την ενδιαφέρει μόνο το αποτέλεσμα, αλλά κυρίως η διαδικασία επίλυσης, όπως δηλώνει στο απ. β.34.

Οδυσσέας: Μισό και μισό και μισό…ενάμισι... ένα κι ένα κι ένα...τρία…
Δασκάλα: 3 ποτήρια γεμάτα και 3 μισά, αναπαράστησα σχεδιαστικά τη διαδικασία στον πίνακα.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.35)

Για να βεβαιωθεί η δασκάλα ότι τα παιδιά κατανόησαν πώς προκύπτει το ½+½+½ που υπολόγισε ο Οδυσσέας, το μοντελοποιεί με χειραπτικό υλικό και το αναπαριστά σχεδιαστικά στον πίνακα.

Δασκάλα: Ωραία, νομίζετε ότι τα έχετε καταλάβει τώρα; Ποιος δεν κατάλαβε;…
Αποστόλης: Έτσι κι έτσι.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.43)

Δασκάλα: Το μισό του 21 πόσο είναι; (Ο Αποστόλης λέει: «Θα σπάσω το 21 σε 20 και 1... το μισό του 1»… σκαλώνει)…Έχεις 1 πορτοκάλι…Το μισό πόσο είναι; (Ο Αποστόλης λέει: «Μισό!»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.44)

Αποστόλης: ... Όχι, θα το βάλουμε… επτάμισι.

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.22)

Η δασκάλα έχει ως κύριο στόχο την κατανόηση. Οι μαθητές δεν υποκρίνονται ότι κατάλαβαν. Η ειλικρινής σχέση εμπιστοσύνης ανάμεσα σε δασκάλα και μαθητές και το «ανοιχτό» πλαίσιο του project συνέβαλαν στη διαμόρφωση δημοκρατικού κλίματος. Στο 2ο απόσπασμα, όταν ο μαθητής δυσκολεύεται να βρει το μισό του ένα, η δασκάλα πλαισιώνει το αφηρημένο μισό του ένα, στο μισό ενός πορτοκαλιού που μοιράζεται το παιδί με τη μαμά του, σχεδιάζοντας τη διαδικασία στον πίνακα. Με αυτόν τον τρόπο βοηθά το παιδί να απαντήσει σωστά, κατανοώντας. Στο απόσπασμα στ.22, ο ίδιος μαθητής που πριν είχε αμφιβολίες ότι κατάλαβε, υπολόγισε σωστά με επιμεριστική στρατηγική το μισό του 22, του 21 και του 15 κι έδειξε στον εαυτό του και σε εμάς ότι κατάλαβε.

Δασκάλα: Ένα γραμμάριο νερό είναι πολύ; ένα καπάκι, μια δαχτυλήθρα νερό...Το καταλάβατε;
(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.56)

Δασκάλα: 100 γραμμάρια τροφής…πώς μπορούμε να τα καταλάβουμε με ένα παράδειγμα από την καθημερινή ζωή; Ας πούμε γάλα…μισό ποτήρι. (Η Νεφέλη λέει: «Μισή σοκολάτα»)…Στο χοιρινό κρέας πόσο είναι 100 γρ.; …μια φετούλα. Ντομάτα 100 γρ.;…(Η Ελένη λέει: «μισή ντομάτα»).
(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.57)

Η δασκάλα προσπαθεί να νοηματοδοτήσει την ποσότητα ενός γραμμαρίου νερού αναφέροντας ως εποπτικό μοντέλο το ένα καπάκι, τη μια δαχτυλήθρα με νερό. Ομοίως στο τελευταίο απόσπασμα, η δασκάλα αναπαριστά με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή, αφηρημένες εκφράσεις σε γραμμάρια ποσοτήτων τροφών. Με αυτόν τον τρόπο οπτικοποιούνται: 100 γρ. γάλα ως μισό ποτήρι ή μπιμπερό, 100 γρ. βούτυρο ως μισό πακέτο, 100 γρ. βερίκοκα ως 3-4 βερίκοκα, 100 γρ. σοκολάτα ως μισή σοκολάτα (μεγάλη), 100 γρ. χοιρινό ως μια φετούλα και 100 γρ. ντομάτα ως μισή ντομάτα.

Αναστασία: …Πόσες θερμίδες έχουν και τα δύο τρόφιμα, αν καθένα ζυγίζει 200 γραμμάρια;
Δασκάλα: Πόσες θερμίδες έχουν αν…; Τι θέλετε να πείτε;
Νεφέλη: Εννοούμε …200 κι άλλα 200 γραμμάρια. Τα 100 γραμ. έχουν τόσες θερμίδες, τα 200;
Δασκάλα: Τώρα που το εξήγησες το κατάλαβα. Για ξαναπείτε λοιπόν το ζητούμενο!
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.65)

Η δασκάλα προσπαθεί να κατευθύνει τα κορίτσια να διατυπώσουν με περισσότερη σαφήνεια το ζητούμενο στο πρόβλημά τους. Επιμένει ώστε οι μαθητές να είναι αναλυτικοί στη διατύπωση και τη σύνταξη των προβλημάτων τους. Προσποιείται ότι δεν καταλαβαίνει και ζητά επεξηγήσεις.

(…Η δασκάλα μου ψιθύρισε: «μου έκανε αρνητική εντύπωση που δεν έχουν τα παιδιά καθόλου διαισθητική αντίληψη των ποσοτήτων… θα φέρω να ζυγίσουμε διάφορα τρόφιμα»).
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.76)

Διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα αφουγκράζεται τα μηνύματα των μαθητών και ανατροφοδοτεί τη διδασκαλία της. Δίνει έμφαση στην κατανόηση και στην πλαισίωση μαθηματικών καταστάσεων.

(Αφού διάβασαν τον πίνακα οι μαθητές, οδηγήθηκαν σε συμπεράσματα…)
Δασκάλα: Σε πόσο χρόνο τρώμε ένα χάμπουργκερ;…
Νίκος: Πολύ γρήγορα το τρώμε, πολύ αργά το καταναλώνουμε.
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.79)

Η δασκάλα συντονίζοντας, βοηθά στην ανάδυση συμπερασμάτων και στην ανακάλυψη σχέσεων.

Δασκάλα: Είναι 200 γραμμάρια. Το βλέπετε; Θυμάστε… Κι η μερίδα μακαρόνια πόσο ζυγίζει;
Μάριος: 250 γραμμάρια.
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.89)

Με την καθοδήγηση της δασκάλας οι μαθητές κατανοούν ότι για μια συνηθισμένη μπριζόλα χρειάζονται 200 γραμ. κρέας κι ότι μια μερίδα μακαρόνια ζυγίζει περίπου 250 γραμ. Μετρικές εκφράσεις μέσα από την καθημερινή ζωή των παιδιών που συντελούν στην επίτευξη του αιτήματος του Freudenthal (1973), να διδάσκονται τα μαθηματικά «ως ανθρώπινη δραστηριότητα».

(Η δασκάλα σχεδιάζει στον πίνακα γραμμές και στήλες για να απεικονίσει ένα μέρος του πίνακα... συμπληρώνει…το 30 που βρήκαν τα παιδιά).

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.96)

Η δασκάλα απεικονίζει στον πίνακα, άλλοτε τις προτεινόμενες λύσεις των μαθητών με εικονιστικές αναπαραστάσεις του τρόπου σκέψης τους, άλλοτε έναν πίνακα παρόμοιο με του φυλλαδίου, για να υποστηρίξει τη σκέψη τους και να βοηθήσει στην ομαδική αυτοδιόρθωση. Με αυτόν τον τρόπο η δασκάλα λειτουργεί διαμεσολαβητικά και διευκολύνει την κατανόηση.

Δασκάλα: Πώς τα βρήκατε τα 30 λεπτά, για πείτε μας εδώ σε όλους πώς σκεφτήκατε;

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.97)

Η δασκάλα δεν ικανοποιείται μόνο με τη σωστή απάντηση, αλλά επιμένει για να ξεδιπλώσει η ομάδα τον τρόπο σκέψης της. Παρατηρούμε ότι σε μόνιμη βάση ρωτά πλέον τους μαθητές «πώς» και «γιατί», δίνοντας έμφαση στην κατανόηση και στην ανάδειξη της διαδικασίας.

Ερευνητής: Α! Μπορούμε να το κάνουμε και με χαρτάκια. ...μοιράζω σε κάθε ομάδα, από ένα χαρτονένιο κυκλικό δίσκο… Ας πούμε ότι αυτό είναι ένα λεπτό…
Δασκάλα(δείχνει ρολόι τοίχου): Βλέπετε εκείνος ο κόκκινος, λεπτός δείκτης…Πότε περνάει ένα λεπτό; Όταν αυτός τι κάνει;…(Όλοι λένε: «Ένα γύρο»)… Μια πλήρη περιστροφή. Ας πούμε λοιπόν ότι αυτός είναι ο κύκλος που κάνει ο δείκτης των δευτερολέπτων, εντάξει;

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.104)

Δασκάλα: 5 δια 10;…πόσο κάνει; Έχουμε να μοιράσουμε 5 θερμίδες σε 10 λεπτά. Ας πούμε ότι το 5 δε δείχνει θερμίδες, αλλά κουλούρια και το 10 αντί για λεπτά δείχνει παιδιά…Οπότε κάθε κουλούρι αντιστοιχεί σε 2 παιδιά που πρέπει να το μοιραστούν εξίσου, κάθε παιδί θα πάρει…;
Αποστόλης: Από μισό… Μισή θερμίδα.

(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.120)

Στο 1^{ο} επεισόδιο η δασκάλα κι εγώ γνωρίζουμε ότι το λεπτό είναι μια αφηρημένη χρονική διάρκεια που δύσκολα αναπαριστάται. Προσπαθούμε να υιοθετήσουν τα παιδιά μια δική μας αναπαράσταση και να «δουν» το χάρτινο δίσκο ως ένα λεπτό, ώστε να τον χειριστούν έπειτα ως χειραπτικό υλικό. Έπειτα αφού καταλήξουν σε κάποιο αποτέλεσμα με κυκλικούς δίσκους, κάνοντας αντίστροφο μετασχηματισμό να μετατρέψουν τους δίσκους ξανά σε λεπτά που είναι και το αρχικό ζητούμενο. Στο 2^{ο} επεισόδιο, η δασκάλα υποστηρίζει τη σκέψη των παιδιών με σχήμα στον πίνακα και με την αλλαγή πλαισίου από τα αφηρημένα «θερμίδες-λεπτά» στα συγκεκριμένα «κουλούρια-παιδιά». Τα βοηθά να υπολογίσουν τη διαίρεση 5:10 και να καταλήξουν ότι σε 1 λεπτό καίμε μισή θερμίδα.

Δασκάλα: Αν πάμε λοιπόν να προσθέσουμε 18½ λεπτά και 1/4 του λεπτού τι θα κάνουμε; Πώς μπορώ να προσθέσω το 1/2 και το 1/4;… Αυτά (δείχνει χάρτινα κομμάτια και σχήμα) είναι ίδια;
Ερευνητής: Μπορώ να τα προσθέσω; Αν έχω 1 μέτρο κι 1 χιλιόμετρο μπορώ να προσθέσω και να πω 1+1 είναι 2 χιλιόμετρα;… Το μισό λεπτό, αλλιώς το λέμε 2/4. Είτε 1/2 είτε 2/4 είναι το ίδιο. Αν πάρω κι άλλο ¼ πόσο θα κάνει; 2/4 και 1/4 πόσο θα κάνει;…(Όλοι λένε: «3/4»)…
Γιάννης: 148+2=150 θερμίδες, σε 18 και 2/4 και 1/4 ίσον 18 και 3/4 του λεπτού.
(3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.33)

Τα παιδιά ξεκινούν από την πρόσθεση 18½ + ¼ και καταλήγουν στο αποτέλεσμα 18¾. Το σημαντικό είναι ότι κατανόησαν τη διαδικασία και δεν εφάρμοσαν μηχανικά «τυφλοσούρτες», όπως κάνουν συχνά, δάσκαλοι και μαθητές όταν διδάσκουν ή διδάσκονται τυπικά την πρόσθεση ετερώνυμων κλασμάτων στην Ε΄ τάξη π.χ. βρίσκουν το Ε.Κ.Π., βάζουν καπελάκια κ.λπ.

Ερευνητής: Να μη σας μπερδεύουν, είναι διαφορετικά ονόματα για τον ίδιο αριθμό, για την ίδια ποσότητα. Είτε πούμε Γιάννης, είτε πούμε Ιωάννης είτε πούμε Γιαννάκης για το ίδιο παιδί μιλάμε.
Δασκάλα: Είτε πούμε 18¾ είτε 18 και 45 δευτερόλεπτα ή και με δεκαδικό 18,75 όλα σημαίνουν το ίδιο πράγμα… μπορούμε να διαλέγουμε… τον τρόπο που μας ταιριάζει.
(3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.36)

Με τη διαβεβαίωση ότι είναι το ίδιο είτε πούμε 18 λεπτά και 45 δευτερόλεπτα είτε 18¾ του λεπτού ή και με δεκαδικό 18,75 λεπτά, επιτυγχάνεται η ενδοκλαδική διαθεματικότητα, ενοποιώντας διάφορα μαθηματικά κεφάλαια. Διευκολύνεται η συσχετιστική κατανόηση κι η σφαιρική αντίληψη.

Δασκάλα: Πώς πήγες κατευθείαν στα 8 λεπτά;… (Ο Γιάννης λέει: «Είχαμε φτάσει στα 40 λεπτά 200 θερμίδες…άρα σε 8 λεπτά 40…240 θερμίδες»). Ο χρόνος; (Ο Γιάννης λέει: «…48λεπτά»).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.118)

Ζητώντας η δασκάλα περισσότερες εξηγήσεις από τον Γιάννη, τον παρακινεί να τεκμηριώσει τον τρόπο σκέψης του, ώστε και ο ίδιος να ωφεληθεί μεταγνωστικά, αλλά και οι συμμαθητές του. Στα επόμενα επεισόδια, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχώς επιδιώκει την κατανόηση.

Δασκάλα: Όλοι κοιτάζετε εδώ! Έχουμε δύο σοκολάτες, ωραία; Φέραμε σοκολάτες για να μην κάνουμε το παράδειγμα που θα δούμε, μόνο στον πίνακα με σχέδιο… Θα φάμε κιόλας!…
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2)

Ενώ στο παραδοσιακό μάθημα πριν από την Ε.Ζ. η δασκάλα ποτέ δεν χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό στη διδασκαλία, ούτε καν σχέδιο στον πίνακα, τώρα εισάγει τη νέα ενότητα για τα ισοδύναμα κλάσματα εμφανίζοντας δύο σοκολάτες που η ίδια είχε φέρει. Όπως λέει η ίδια, έφερε τις σοκολάτες για να μην κάνουν το παράδειγμα μόνο με σχέδιο. Ενώ πριν την Ε.Ζ. χρησιμοποιούσε μόνο το πιο αφαιρετικό στάδιο, το 3ο σύμφωνα με τον Brunner, το «συμβολικό», τώρα ανατρέχει στο πρώτο το «πραξιακό», αφού όπως δηλώνει, μόνο το δεύτερο το «εικονιστικό» δεν της αρκεί για να επιτύχει το στόχο της. Διαπιστώνουμε μια αλλαγή στη διδακτική στάση της. Έχει υιοθετήσει πλέον στη διδασκαλία της τη χρήση χειραπτικού υλικού και βιωματικών δραστηριοτήτων. Τα παιδιά, όχι μόνο θα κόψουν τις σοκολάτες σε κομμάτια για να διερευνήσουν σχέσεις ισοδύναμων κλασμάτων, αλλά στο τέλος θα τις φάνε κιόλας για να γευτούν τη χαρά της βιωματικής μάθησης. Η δασκάλα μετά την Ε.Ζ. υποστηρίζει ένα μαθησιακό περιβάλλον όπου ενθαρρύνεται η κατανόηση.

Δασκάλα: Ποιος θέλει να έρθει στον πίνακα; Έλα…! Θέλω να μου γράψεις την πρώτη κίνηση που έκανα. (Σε 2 ορθογώνια σχήματα να φέρει τις τομές που έκανε η δασκάλα στις σοκολάτες).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.3)

Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. τα παιδιά σηκώνονταν στον πίνακα για να εκτελέσουν πράξεις κατά τη λύση ενός προβλήματος. Με αυτόν τον τρόπο αισθάνονταν ότι εξετάζονται κι είχαν άγχος για την ορθή εκτέλεση των πράξεων. Τώρα η δασκάλα καλεί τη Νεφέλη στον πίνακα για να σχεδιάσει και να αποτυπώσει τις τομές που έγιναν στις σοκολάτες. Το όλο πλαίσιο είναι πιο παιδαγωγικό, χωρίς άγχος. Γίνεται παράλληλη αναπαράσταση δύο ισοδύναμων κλασμάτων στο «πραξιακό» και «εικονιστικό» επίπεδο κατά Brunner, για να επιτευχθεί η συσχετιστική κατανόηση.

Νεφέλη: Χωρίσατε τη μία σοκολάτα έτσι στη μέση…
Δασκάλα: Κι αυτό το κομμάτι το παίρνει η Ελένη… Πόσο είναι σε κλάσμα αυτό το κομμάτι; (Ο Φάνης λέει: «Το ½») κι αλλού (η δασκάλα λέει: «αυτή εδώ η σοκολάτα είναι κομμένη σε 4 κομμάτια και παίρνουμε τα 2. Πώς θα το γράψουμε με κλάσμα;»…ο Γιάννης λέει: «Τα 2/4»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4)

Βιωματικά και χειροπιαστά η δασκάλα συνδυάζει την έννοια «κομμάτι» με την έννοια «κλάσμα». Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά κατανοούν τα κλάσματα. Μαθαίνουν να τα χρησιμοποιούν για να εκφράσουν καταστάσεις της καθημερινής ζωής κι εξοικειώνονται στη χρήση τους.

Δασκάλα: Ο Κώστας θα μου πει. Πότε παίρνω μεγαλύτερο κομμάτι; (Ο Κ. λέει: «Ίδιο είναι»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.5)

Η δασκάλα θέτει την κρίσιμη ερώτηση για την κατανόηση της ισοδυναμίας των κλασμάτων, να συγκρίνουν ½ και 2/4 κι ο Κώστας απαντά με επιτυχία δείχνοντας ότι κατανόησε.

Δασκάλα: Όταν έχουμε λοιπόν ½ έχουμε μόνο 1 κομμάτι αλλά μεγάλο, ενώ όταν έχουμε 2/4 έχουμε 2 κομμάτια μικρά… Πάρτε αυτά τα 12 φασόλια… Πάρτε και μολυβάκια να τα χωρίζουμε (Οι μαθητές συνεργάζονται…ώστε να χωριστούν τα 6 ζευγάρια φασολιών σε 2 ίσα μέρη).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.9)

Η δασκάλα γνωρίζει ότι η διδασκαλία της έννοιας των κλασμάτων συμπεριλαμβάνει δύο στόχους: Την κατανόηση της έννοιας του κλάσματος σε συνεχή μεγέθη και σε διακριτές ποσότητες-πληθικούς αριθμούς. Για αυτό ενθαρρύνει τα παιδιά να αναπαραστήσουν το ½ και τα 2/4, πρώτα με τη σοκολάτα τεμαχίζοντάς την και στη συνέχεια κατανέμοντας το πλήθος των 12 φασολιών ώστε να επιτευχθεί σφαιρικά η συσχετιστική κατανόηση της έννοιας της ισοδυναμίας.

Δασκάλα: Βάλτε τα φασολάκια σε δυάδες. Τι χρειάζεται για να βρούμε τα 2/2, να τα χωρίσουμε σε 2…; … Πώς θα τα χωρίσουμε σε 2 ίσα μέρη; (Ο Νίκος λέει: «Θα βάλουμε το μολύβι στη μέση»)… Έλα, Νίκο στον πίνακα και φέρε στο σχέδιο μια γραμμή να τα χωρίσεις.

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.11)

Όπως προηγουμένως, γίνεται σταδιακά η αναπαράσταση πρώτα στο «πραξιακό» και μετά στο «εικονιστικό» επίπεδο κατά Brunner, του μέρους των 12 φασολιών που δείχνει το κλάσμα 1/2.

Δασκάλα: Βάλτε τα φασόλια σε τριάδες… Πότε έχω πιο πολλά, όταν έχω 1/3 ή 2/6;…
Θεόφιλος: Ίσα! Γιατί δίνουν ίσα φασόλια, το 1/3 κάνει 4 φασόλια και τα 2/6 πάλι 4»).

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.14)

Η δασκάλα προσπαθεί με αποπλαισίωση να αναδυθεί η έννοια της ισοδυναμίας των κλασμάτων. Για να επιτύχει το στόχο της χρησιμοποιεί ποικιλία πλαισίων. Πρώτα χρησιμοποιεί όπως είδαμε το πλαίσιο της σοκολάτας και μετά το πλαίσιο των φασολιών. Μετά στο ίδιο πλαίσιο, αυτό των 12 φασολιών, καθοδηγεί τα παιδιά να διερευνήσουν πρώτα την ισοδυναμία ½=2/4 και μετά την ισοδυναμία 1/3=2/6 ώστε να υπάρχει ποικιλία περιπτώσεων ισοδυναμίας και να επιτευχθεί η συσχετιστική κατανόηση. Γνωρίζει η δασκάλα ότι υπάρχει κίνδυνος προσκόλλησης σε ένα πλαίσιο.

Δασκάλα: Για πάμε τώρα στον πίνακα να παρατηρήσουμε τι συμβαίνει; Έχουν καμία σχέση παιδιά τα ισοδύναμα; Αυτό με αυτό, αυτό με αυτό;… Τι γίνεται εδώ, κοιτάξτε καλά, θέλω να παρατηρήσετε αν έχουν σχέση μεταξύ τους οι αριθμητές ή οι παρονομαστές.

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.18)

Δασκάλα: Έχω 1/5 και θέλω να βρω κλάσμα ισοδύναμο με αριθμητή 2, ποιος θα είναι ο παρανομαστής; (Γράφει 1/5=2/; και ο Θεόφιλος λέει ότι παρανομαστής είναι το 10).
Δασκάλα: Πώς το βρήκες;

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.27)

Στο 1^{ο} επεισόδιο η δασκάλα δε δίνει έτοιμη απάντηση για το πώς παράγονται οι σειρές ισοδύναμων κλασμάτων, όπως παραδοσιακά στα σχολικά βιβλία. Παρακινεί τα παιδιά να παρατηρήσουν, να σκεφτούν, να αποκωδικοποιήσουν και να ανακαλύψουν επαγωγικά τη σχέση που υπάρχει. Στο 2^{ο} επεισόδιο η δασκάλα ρωτά το παιδί πώς σκέφτηκε, ενώ στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. δε ρωτούσε «πώς» και «γιατί», ήταν υπέρμετρα καθοδηγητική κι έδινε έμφαση κυρίως στην εκτέλεση πράξεων.

Δασκάλα (σχεδιάζει τούρτες): Για να είναι ισοδύναμα, σε όσο πιο πολλά κομμάτια μοιράζουμε με τον παρανομαστή, τόσο αυξάνουμε κι αυτά που παίρνουμε με τον αριθμητή. Αν κόψετε στα γενέθλια την τούρτα σε 4 κομμάτια να φάτε τα 2 ή την κόψετε σε 8 να φάτε 4, τι θα φάτε…;

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.22)

Τα παιδιά καταλαβαίνουν ότι αυτό που διατύπωσαν με μαθηματικό τρόπο, πως οι όροι του ενός κλάσματος πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό και προκύπτουν οι όροι του ισοδύναμου, πρακτικά σημαίνει ότι όσο αυξάνω το πλήθος των κομματιών που κόβω την ίδια τούρτα, τόσο αυξάνω το πλήθος των κομματιών που παίρνω για να φάω.

Δασκάλα: Κοιτάξτε το 1/2 και τα 2/4. Από τα κομμάτια 1/2 και 2/4 ποιο είναι πιο μεγάλο;
Οδυσσέας: Το 1/2. Είναι δυο φορές πιο μεγάλο από το 1/4.

(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.1)

Με τη χρήση χειραπτικού υλικού οι μαθητές εύκολα υπολογίζουν την αναλογική σχέση 1/2 με 2/4.

(Καθώς η δασκάλα κι εγώ περιφερόμαστε από ομάδα σε ομάδα, ανακαλύπτω ότι η Νεφέλη με την ομάδα της έχουν φτιάξει έναν απίθανο σχηματισμό. Ένα φασόλι πάνω, δύο κάτω και στη μέση οριζόντια ένα μολύβι)…(Η Νεφέλη λέει: «Μα είναι ένα δεύτερο»). (Μου δείχνει το 1 φασόλι ως να δείχνει τον αριθμητή, το μολύβι ως κλασματική γραμμή και τα 2 φασόλια από κάτω ως παρανομαστή. Επειδή μου έκανε εντύπωση ο σχηματισμός τον φωτογράφισα…βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Γ.10), (φώναξα τη δασκάλα να της τον δείξω κι αυτή εξεπλάγην).

(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.3)

Διαπιστώνουμε ότι δεν αρκεί από μόνη της η χρήση χειραπτικού υλικού για να επέλθει η κατανόηση. Ακόμη όμως και στην περίπτωσή μας, το χειραπτικό υλικό βοήθησε να αποκαλυφθεί το έλλειμμα κατανόησης της συγκεκριμένης μαθήτριας. Η Νεφέλη είναι προσκολλημένη στο συμβολικό επίπεδο κατά Brunner κι όταν η δασκάλα ζητά από τα παιδιά να «φτιάξουν» στο πραξιακό επίπεδο το ½ με τα 12 φασόλια, η μαθήτρια ευρισκόμενη σε σύγχυση προσπαθεί να αναπαραστήσει το ½ με τρία φασόλια, βάζοντας 1 φασόλι ως αριθμητή, 1 μολύβι ως κλασματική γραμμή και 2 φασόλια ως παρανομαστή. Συγχέει το πραξιακό με το συμβολικό επίπεδο και προσπαθεί λανθασμένα να αναπαραστήσει αφαιρετικά σύμβολα με χειραπτικό υλικό. Με αυτόν τον τρόπο αποκαλύπτεται έλλειμμα κατανόησης αφού δεν μπορεί να καταλάβει ότι το ½ είναι 6 φασόλια. Είναι μεγάλη η μαθησιακή «ζημιά» που γίνεται στα παιδιά, όταν η διδασκαλία δεν περνά από τα συγκεκριμένα στα αφηρημένα, αλλά περνά αντίστροφα, από αφηρημένα σε συγκεκριμένα. Μπορεί να οδηγήσει σε παρερμηνείες και κενά στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Η Νεφέλη κατά την οικοδόμηση της έννοιας του κλάσματος ξεκίνησε από το συμβολικό στάδιο, κατανοώντας το κλάσμα ως σύμβολο που έχει έναν αριθμό πάνω, έναν κάτω και στη μέση μια γραμμή. Τώρα που της ζητείται να αποδώσει με χειραπτικό υλικό το κλάσμα 1/2, ανάγει τη διαδικασία στη συμβολική μορφή 1/2, γιατί αυτή είναι η μόνη που ξέρει κι έχει αποστηθίσει μηχανικά χωρίς κατανόηση.

Δασκάλα: Κοιτάξτε αυτό με τα ψαράκια. Σε πόσες γυάλες είναι τα ψαράκια; (Ο Γιάννης λέει: «Σε 3»)…Τα μοβ, τα 4 από τα 12, τα 4/12 αν δεν τα δούμε σαν ψάρια, αλλά σαν γυάλες, τι μέρος θα είναι η γυάλα τον μοβ ψαριών από όλες τις γυάλες; (Η Νεφέλη λέει: «Μία γυάλα από τις 3, το 1/3»)… Άρα το 4/12 με ποιο είναι ισοδύναμο; (Η Νεφέλη λέει: «Με το 1/3»).

(3ηΜ.Π./Π/μ.Ε.Ζ./η.19)

Όπως πριν με τα φασόλια, το ίδιο και τώρα με την εικονογραφημένη άσκηση του σχολικού βιβλίου (σ. 81) με ψαράκια και γυάλες, επιδιώκεται η κατανόηση της ισοδυναμίας όταν τα κλάσματα αναπαριστούν μέρη διακριτών ποσοτήτων - πληθικών αριθμών.

Η δασκάλα, ήδη στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., δείχνει ενδιαφέρον για την επίτευξη κατανόησης. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η διάθεσή της για επίτευξη κατανόησης, βρίσκει πρόσφορο πλαίσιο, καλλιεργείται κι ενισχύεται ακόμη περισσότερο. Χρησιμοποιεί συχνά αναπαραστάσεις των αφηρημένων μαθηματικών εννοιών σε «πραξιακό» και «εικονιστικό» επίπεδο, μέσα από τη χρήση χειραπτικού υλικού, τη σχεδίαση στον πίνακα και την υλοποίηση βιωματικών δράσεων. Ζητά από τους μαθητές να τεκμηριώνουν τον τρόπο λύσης τους και να εξηγούν ό,τι κάνουν. Η έμφαση στην κατανόηση παραμένει και μετά από την Ε.Ζ., στο μάθημα των μαθηματικών.

6.4.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Πριν την Ε.Ζ. η δασκάλα εξετάζει μηχανικές διαδικασίες χωρίς να εστιάζει στην κατανόηση.

(Στην αρχή πριν να ανοίξουν τα βιβλία, οι μαθητές βρίσκουν σύντομα το Μ.Κ.Δ. των 12 και 18).
Μαθητές: Κατεβάζουμε το μικρότερο, το 12 στο 18 χωράει 1 φορά υπόλοιπο 6…6 είναι ο Μ.Κ.Δ.
(Στο τέλος με τα βιβλία ανοιχτά, η Αφροδίτη γράφει τους διαιρέτες του 32 και του 64).
Δασκάλα: Λοιπόν ποιοι είναι οι κοινοί διαιρέτες; (Τα παιδιά σιωπούν). Κοινοί, που υπάρχουν και στις δύο ομάδες. Τι σημαίνει κοινό; Π.χ. δύο αδέρφια έχουν ένα δωμάτιο κοινό και για τα δύο. (Τελικά η δασκάλα κυκλώνει η ίδια τους κοινούς διαιρέτες).
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.25)

Ενώ τα παιδιά πριν να ανοίξουν τα βιβλία κατά την εφαρμογή της απλοποίησης, βρήκαν επιτυχώς το Μ.Κ.Δ., τώρα στην ερώτηση ποιοι είναι οι κοινοί διαιρέτες δεν απαντούν και η δασκάλα αναγκάζεται να εξηγήσει την έννοια «κοινός» και τελικά να απαντήσει η ίδια στο ερώτημά της. Τα παιδιά είχαν μάθει μηχανικά να βρίσκουν το Μ.Κ.Δ. με σύντομη μέθοδο, χωρίς πραγματικά να έχουν κατανοήσει την έννοια Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης.

Δασκάλα: Ένα άλλο πρόβλημα που αναφέρει το κείμενο είναι το κυκλοφοριακό. Πώς το καταλαβαίνετε αυτό; Δεν έχει να κάνει με τη μόλυνση, αλλά με την κυκλοφορία… Η αύξηση του πλήθους των αυτοκινήτων άλλαξε την εικόνα των πόλεων. Πώς το καταλαβαίνετε αυτό;
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.11)

Δασκάλα: 1 στα 4 θύματα τροχαίων είναι πεζός, δηλαδή;
Δημήτρης: 1 στους 4 από αυτούς που έπαθαν ατύχημα δεν ήταν σε αμάξι, αλλά περπατούσε.
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.24)

Στο 1ο απόσπασμα, η επανάληψη εκ μέρους της δασκάλας της ερώτησης «πώς το καταλαβαίνετε» σε δύο διαφορετικά σημεία, είναι ένδειξη ότι η δασκάλα δίνει έμφαση στην κατανόηση. Στο 2ο απόσπασμα με την έκφραση «δηλαδή», ζητά από τα παιδιά να της εξηγήσουν, για να δει αν κατανόησαν τη μαθηματική έκφραση 1:4. Ο Δημήτρης ανταποκρίνεται.

Δασκάλα (διαπιστώνει δυσκολίες κι εξηγεί): Είναι περίεργο μέγεθος η ταχύτητα γιατί είναι σχετικό. Δεν είναι απλό, ώστε να εξαρτάται μόνο απ' το μήκος, αλλά εξαρτάται από δύο μεγέθη, ποια είναι αυτά; … Αν ξέρουμε ότι η απόσταση Καρπενήσι - Αθήνα είναι 300χλμ. τι άλλο πρέπει να ξέρουμε για να βρούμε την ταχύτητα ενός αυτοκινήτου; (Ο Πάνος λέει: «Πόσες ώρες κάνει για να φτάσει, το χρόνο»). Αν ξέρουμε μόνο το χρόνο, φτάνει; Αν πούμε ότι ένα αμάξι έκανε 4 ώρες…

Πάνος: Πρέπει να ξέρουμε και ποια απόσταση διέσχισε... Άρα για να βρίσκουμε την ταχύτητα πρέπει να ξέρουμε την απόσταση και το χρόνο.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.102)

Η δασκάλα προσπαθεί με ερωτήσεις να γίνει κατανοητός ο τρόπος εύρεσης κι η έννοια της ταχύτητας.

(Η Εύα διαβάζει το πρόβλημα 6, βλ. Παράρτημα Δ.3, όπου δίνονταν και ζητούνταν αποστάσεις).
Δασκάλα: Τι θα κάνουμε; (Η Εύα λέει ότι θα κάνουν αφαίρεση). Γιατί; (Σιωπή). Να κάνουμε ένα σχέδιο… (σχεδιάζει στον πίνακα). Αν εδώ είναι η Αθήνα κι εδώ η Πάτρα κι εδώ η Τρίπολη όπως στο χάρτη, σε μια ώρα πού είχε φτάσει… περίπου εδώ. Τι ζητάμε να βρούμε;
Νικολέτα (δείχνει στο σχέδιο): Αυτό το κομμάτι που λείπει, θα κάνουμε αφαίρεση 166-85,8=80,2.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.49)

Η δασκάλα ρωτώντας «γιατί» ζητά από την Εύα να τεκμηριώσει την απάντησή της. Όταν αυτή δεν μπορεί, η δασκάλα παρεμβαίνει κι υποστηρίζει τη σκέψη των μαθητών με σχέδιο στον πίνακα.

(Η Έλσα γράφει στον πίνακα ό,τι λέει και βρίσκει 105).
Δασκάλα: Τι είναι αυτά που βρήκες; (Η Έλσα απαντά ότι είναι χλμ. που έχουν διανυθεί ως τώρα).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.59)

Δασκάλα: Όταν γράφουμε την ώρα 7.30 είναι δεκαδικός;
Γιάννης: Όχι δεν έχει υποδιαστολή, έχει τελεία. Αντί τελεία θα μπορούσε να έχει άνω κάτω τελεία.
Ερευνητής: 7.30 δεν είναι 7,30 ώρες γιατί 1 ώρα δεν έχει 100 λεπτά έχει 60…30 λεπτά=30/60.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.68)

Δασκάλα: Τι σημαίνει 91% που γράφει η πινακίδα;
Ιάσονας: Ότι αν ήταν 100 όλα τα αυτοκίνητα που πέρασαν, τα 91 ήταν νόμιμοι οδηγοί.
(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.176)

Δασκάλα: Καταλαβαίνετε τον όρο «στατιστικά ευρήματα»; Τι είναι η στατιστική;
(Ο Πάνος λέει: «Ας πούμε ο μέσος όρος». Η Έλσα λέει ότι στο τέλος του βιβλίου υπάρχει ένα κεφάλαιο που λέγεται στατιστικά στοιχεία κι έχει ραβδογράμματα και πίνακες).
(4ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.184)

Στο απόσπασμα β.59, η δασκάλα ζητά από τη μαθήτρια να νοηματοδοτήσει τον αφηρημένο αριθμό και στο απόσπασμα β.176, επίσης ζητά πλαισίωση του αφηρημένου ποσοστού για να ελέγξει το βαθμό κατανόησης. Στο απόσπασμα β.68, η δασκάλα κι ο ερευνητής επιμένουν για περισσότερη κατανόηση. Επίσης στο επεισόδιο β.184 η δασκάλα ρωτά τα παιδιά αν καταλαβαίνουν, επιμένοντας στην κατανόηση. Μέσα από διαθεματική διάσταση έχουμε γλωσσική ερμηνεία μαθηματικών όρων.

(Η Έλσα διαβάζει την άσκηση 6β: «Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών»).
Αναστασία: Ποτέ δεν ήταν μεγαλύτερο, αφού είπαμε ότι περισσότεροι ήταν οι νόμιμοι.
Δασκάλα: Όχι, δε λέμε να είναι μεγαλύτερο από τους νόμιμους. Ρωτάει σε ποια χρονική περίοδο ήταν μεγαλύτερο, σε σχέση με τις άλλες περιόδους, από τις 6.00 μέχρι τις 6. 12 που έχει ο πίνακας.
(4ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.213)

Η δασκάλα ανατροφοδοτείται από την απάντηση της μαθήτριας, καταλαβαίνει ότι η ερώτηση ήταν ασαφής κι οδήγησε σε εσφαλμένη κατανόηση κι εξηγεί αναλυτικά την εκφώνηση της άσκησης.

Δασκάλα: Ποιος θα επαναλάβει τους δύο τρόπους υπολογισμού στους δύο πίνακες;
Ταξιάρχης: Στον 1ο τρόπο μετρά χωριστά ανά 10 λεπτά, μη λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα.
Λευτέρης: Στο 2ο τρόπο κρατά στη μνήμη όλες τις πληροφορίες από τις 6 το πρωί μέχρι και το δεκάλεπτο που υπολογίζει.

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.223)

Η δασκάλα παρακινεί τα παιδιά να περιγράψουν τους δύο τρόπους υπολογισμού και να εστιάσουν στις διαφορές τους, ώστε να ενισχυθεί η κατανόηση.

Νικολέτα (λέει την 4η σειρά του 1ου πίνακα): Ο λόγος είναι 39:50.
Δασκάλα: Πώς το βρήκες αυτό;…
Νικολέτα (αργότερα, στην 3η σειρά του 2ου πίνακα): 37:57.
Δασκάλα: Πώς το βγάλατε αυτό;

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.232&242)

Η δασκάλα σε δύο διαφορετικά επεισόδια, ρωτά τη μαθήτρια, πώς βρήκαν το αποτέλεσμα που αναφέρουν στην ομάδα της. Δίνει έμφαση στη διαδικασία κι όχι μόνο στο σωστό αποτέλεσμα.

Δασκάλα: Στο 2ο να υπολογίσετε με το 2ο τρόπο. Η 1η σειρά είναι ίδια με το 1ο. Γιατί δεν αλλάζει;
Πάνος: Γιατί πριν το δεκάλεπτο 6.00-6.10 δεν υπάρχουν άλλα αυτοκίνητα που πέρασαν.
Δασκάλα: Η 2η σειρά είναι ίδια στο 2ο πινακάκι και στο 1ο;
Αναστασία: Στο 1ο πινακάκι 6.10-6.20 γράψαμε λόγο 12:20 και ποσοστό 60%. Ενώ στο 2ο στο ίδιο δεκάλεπτο, μας λέει λόγο 13:24 και ποσοστό 54%.
Δασκάλα: Πώς βγήκε αυτό το 13:24;
Αναστασία: Προσθέσαμε και τα προηγούμενα.

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.238)

Με την καθοδήγηση της δασκάλας τα παιδιά εργάστηκαν στη 2η ερώτηση. Μελετώντας τους δύο πίνακες, εφάρμοσαν στον 1ο πίνακα τον 1ο τρόπο και στο 2ο το 2ο τρόπο. Αποκωδικοποίησαν τη διαφορετική μέθοδο υπολογισμού σε κάθε τρόπο, την εφάρμοσαν, ξαναβρήκαν τα συμπληρωμένα στοιχεία των πινάκων κι επαληθεύτηκαν, κατανοώντας τους δύο τρόπους. Ακολούθως στα επόμενα επεισόδια, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχίζει να ενθαρρύνει την κατανόηση.

Ιωάννα: Η διάμετρος είναι διπλάσια από την ακτίνα.
Δασκάλα(στο σχήμα): Πώς το καταλαβαίνουμε; Οι ΟΒ και ΟΓ ακτίνες δεν είναι κι αυτές;
Ιωάννα: Επομένως έχουμε δύο ακτίνες που ενωμένες είναι ίσες με τη διάμετρο.
Δασκάλα: Και η ακτίνα τι σχέση έχει με τη διάμετρο;
Αποστόλης: Η ακτίνα είναι το μισό της διαμέτρου.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.9)

Η δασκάλα δεν αρκείται στην πρώτη σωστή απάντηση, αλλά επιζητώντας την κατανόηση ζητά από τα παιδιά να εξηγήσουν με βάση το σχήμα εστιάζοντας σε δύο ακτίνες διαδοχικές. Τέλος βεβαιώνεται ότι είναι απόλυτα κατανοητή η σχέση διαμέτρου - ακτίνας, ευθέως και αντίστροφα.

Δασκάλα: Ποιους κύκλους θα λέμε ομόκεντρους;

Κλεάνθης: Αυτούς που έχουν το ίδιο κέντρο.
Δασκάλα: Το ίδιο κέντρο και την ίδια επιφάνεια;
Κλεάνθης: Όχι, διαφορετική.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.14)

Η δασκάλα κάνει μια ερώτηση κρίσης στον Κλεάνθη σχετικά με την επιφάνεια των ομόκεντρων κύκλων, ώστε να ελέγξει το βαθμό κατανόησης.

Δασκάλα: Η διάμετρος είπαμε ότι είναι κι αυτή μια χορδή. Κάθε διάμετρος είναι χορδή, κάθε χορδή είναι και διάμετρος; (Πολλοί μαζί απαντούν αρνητικά).

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.20)

Η ερώτηση της δασκάλας είναι αρκετά προωθημένη μαθηματικά και απαιτεί από τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν σχέσεις εγκλεισμού, αμφίδρομα και να ενεργοποιήσουν την κριτική σκέψη τους.

Δασκάλα: Ποιοι κύκλοι είπαμε ότι είναι ομόκεντροι;
Φώτης: Αυτοί που έχουν το ίδιο κέντρο κι είναι ο ένας μέσα στον άλλο. (Η δασκάλα σχεδιάζει δύο κύκλους με διαφορετικό κέντρο, έναν μεγάλο κι έναν μικρό μέσα στο μεγάλο).
Δασκάλα: Αυτοί οι κύκλοι είναι ομόκεντροι;
Φώτης: Όχι! Δεν έχουν το ίδιο κέντρο κι ας είναι ο ένας μέσα στον άλλον.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.23)

Η δασκάλα κατασκευάζει σχεδιαστικά μια δική της ερώτηση, προσπαθώντας να γίνει πλήρως κατανοητή από τα παιδιά, η απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι δύο κύκλοι ομόκεντροι.

Κατά την Ε.Ζ. μέσα από χρήση χειραπτικού υλικού και βιωματικών δράσεων, η δασκάλα ενδιαφέρεται περισσότερο από όσο παλιά για την επίτευξη κατανόησης. Ζητά από τους μαθητές να τεκμηριώνουν και να εξηγούν. Η έμφαση για κατανόηση παραμένει και στο μάθημα μετά την Ε.Ζ.

6.5. ΑΝΑΔΥΣΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ

6.5.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., οι στρατηγικές δεν αναδύονταν μέσα από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών, αλλά δίνονταν έτοιμες από τη δασκάλα.

Νίκος: 20+50=70…150-70=80 ευρώ έμειναν.
Δασκάλα: Άλλο τρόπο βρήκατε; … (Σιωπή…αμηχανία).
Δασκάλα: Αν δεν προσθέσω αυτά που ξόδεψε η τάξη για στολίδια και καθαρίστρια, αλλά τα αφαιρέσω ένα-ένα χωριστά από τα χρήματα που είχε, θα έχω: 150-20=130…130-50=80 …

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ/α.5 & α.8)

Η δασκάλα ρωτά αν βρήκε κάποιος τη λύση με άλλο τρόπο κι όταν κανείς δεν απαντά, με υψηλή καθοδήγηση, δίνει η ίδια την απάντηση, αφού την ενδιαφέρει κυρίως η γρήγορη διεκπεραίωση.

(Η δασκάλα δεν τους παρακίνησε να κόψουν τα εικονίδια και να λύσουν πρακτικά το πρόβλημα).
Δασκάλα: Ποιες πράξεις κάναμε στον πρώτο και ποιες στο δεύτερο τρόπο;

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.9 & α.13)

Αντί η δασκάλα να ζητήσει να λύσουν το πρόβλημα με χειραπτικές διαδικασίες, άφησε μόνους τους μαθητές να βρουν τη λύση αφαιρετικά, μιμούμενοι τις πράξεις από προηγούμενο πρόβλημα. Στόχος της ερώτησης της δασκάλας ήταν η αποπλαισίωση - γενίκευση μιας «ρουτίνας» που τα παιδιά επαναλαμβάνοντάς την θα την μάθουν απ' έξω. Γενικά, στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα δεν δημιούργησε ευκαιρίες για την ανάδυση στρατηγικών από τα παιδιά, όμως κατά τη διαθεματική προσέγγιση, όπως θα φανεί στη συνέχεια, έδωσε περισσότερο το λόγο στους μαθητές.

Δασκάλα: Νομίζεις; Πώς θα σιγουρευτείς; Τι κάνουμε για να δούμε πόσο μακρύ είναι κάτι;
Νίκος: Το μετράμε.
Δασκάλα: Για πάρε λοιπόν Νίκο το χάρακα και μέτρησε τις διαδρομές.
Νίκος: Η κάθετη 12 εκ., οι πλάγιες 14 και 13. Η κάθετη είναι πιο σύντομη, είμαι σίγουρος πια.
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./ β.19&β.20)

Αναδύεται η ανάγκη μέτρησης κι η στρατηγική της αποδεικτικής διαδικασίας μέσω σύγκρισης, ώστε τα παιδιά να μάθουν να επιχειρηματολογούν και να τεκμηριώνουν τα συμπεράσματά τους.

(Αφού έτρεξαν στο προαύλιο τα 60 μ. και κατέγραψαν τους χρόνους τους, ανέβηκαν στην τάξη).
Δασκάλα (γράφοντας): Έχουμε για το Δημήτρη, γνωστά στοιχεία απόσταση=60 μ. χρόνος=12 δεύτερα. Τι ζητάμε; Ποιο είναι το άγνωστο στοιχείο; (Η Μάγδα απαντά: «Ζητάμε την ταχύτητα»).
Δασκάλα: Θυμάται κανείς όταν ξέρουμε απόσταση και χρόνο, πώς βρίσκουμε την ταχύτητα;
Νίκος: Νομίζω ότι διαιρούμε την απόσταση με το χρόνο.
Δασκάλα: Σωστά, βρείτε λοιπόν την ταχύτητα του Δημήτρη στα 60 μέτρα.
Αλεξάνδρα: Είναι 60:12=5 … μέτρα ανά δευτερόλεπτο.
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.26)

Αναδύθηκε βιωματικά η διαδικασία υπολογισμού της ταχύτητας με δεδομένα την απόσταση και το χρόνο και υπολογίστηκε η ταχύτητα των μαθητών σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο.

Αγγελική: Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
Δασκάλα: Επειδή δε βγαίνει ακέραιο αποτέλεσμα, είπαμε να μην ασχοληθούμε… Έχει εδώ στην έδρα κομπιουτεράκι. Θέλεις να το χρησιμοποιήσεις; (Η Αγγελική απαντά: «Ναι, θέλω!»).
Ερευνητής: Λοιπόν, απόσταση=60 μέτρα και χρόνος=13 δευτερόλεπτα.
Αγγελική: Βρήκα 4,6153… (Η Δασκάλα λέει: «Αυτός είναι ένας δεκαδικός αριθμός»).
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.30)

Μέσα από τον κίνδυνο να αισθανθούν μερικοί μαθητές αδικημένοι λόγω άνισης μεταχείρισης, αναδύθηκε η ανάγκη χρήσης αριθμομηχανής. Η εισαγωγή της χρήσης αριθμομηχανής βοήθησε τα παιδιά να υπολογίσουν ταχύτητες με δεκαδικό πηλίκο και τη δασκάλα να εισάγει τους δεκαδικούς.

Δασκάλα: Άρα βγάζω το λευκό χαρτί κι όπου ταχύτητα βάζουμε 100, όπου απόσταση 200 κι όπου χρόνος 2 και η σχέση που είχα πριν γίνεται 100=200:2. Στο 1ο πρόβλημα είχαμε κρυμμένο, δεν γνωρίζαμε το 100, την ταχύτητα $\square$*=200:2. Τώρα θα κρύψουμε ένα άλλο από τα υπόλοιπα δύο στοιχεία και θα βγει ένα νέο, αντίστροφο πρόβλημα. Κρύβω το 2 κι έχουμε 100=200:*$\square$*. Δηλαδή από τα τρία μεγέθη ταχύτητα, απόσταση και χρόνο, ποια ξέρουμε και ποια ζητάμε;*

Αλέκα: Ξέρουμε την ταχύτητα και την απόσταση και ζητάμε το χρόνο.
Δασκάλα: Ποιος θα μας πει το αντίστροφο πρόβλημα με λόγια;
Μάγδα: Ξέρουμε ότι Λαμία-Αθήνα είναι 200 χλμ. Ένα αυτοκίνητο έτρεχε με ταχύτητα 100 χλμ. την ώρα. Σε πόση ώρα έκανε το ταξίδι Λαμία-Αθήνα;
Αλέξανδρος: Κάνουμε διαίρεση 200:100=2 ώρες. (Η Αλέκα λέει:«χρόνος=απόσταση:ταχύτητα»).
Δασκάλα: Στην 1η σχέση 100=200:2 του αρχικού προβλήματος, ας κρύψουμε τώρα το 200…(Η δασκάλα ρωτά τι ξέρουμε και τι ζητάμε).
Αγγελική: Ξέρουμε την ταχύτητα 100 χλμ. την ώρα, ξέρουμε το χρόνο 2 ώρες και ζητάμε την απόσταση. (Η δασκάλα ρωτά τι θα κάνουμε για να βρούμε την απόσταση).
Νίκος: Πολλαπλασιασμό 2·100=200 χλμ. (Η Βίκυ λέει: «Απόσταση=Χρόνος · Ταχύτητα»).
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.34) & (2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.18)

Με αφαιρετική αποπλαισίωση, μέσα από τη διερεύνηση των αντίστροφων προβλημάτων, η δασκάλα καθοδηγεί τα παιδιά να εξάγουν επαγωγικά μετασχηματισμούς εξισώσεων, γενικούς μαθηματικούς τύπους, εύρεσης του χρόνου με δεδομένα απόσταση και ταχύτητα και εύρεσης της απόστασης με δεδομένα την ταχύτητα και το χρόνο. Ξεκινώντας από τη σχέση του αρχικού προβλήματος 100=200:2 και κρύβοντας με λευκό χαρτί το 2, καθιστά ζητούμενο το χρόνο. Στη συνέχεια κρύβοντας το 200 καταλήγουν στη σχέση για την απόσταση. Με τον παιγνιώδη αυτό εποπτικό τρόπο, τα παιδιά κατάφεραν να εντοπίζουν δεδομένα και ζητούμενα, να τα αναδομούν και να φτιάχνουν αντίστροφα προβλήματα. Η διαδικασία οριζόντιας και κάθετης μαθηματικοποίησης ήταν μια πορεία από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο και ξανά στο συγκεκριμένο. Μια άλλη μέρα τα παιδιά εμπλέκονται σε γεωμετρικά προβλήματα, μέσα από κατασκευές σχημάτων με καλαμάκια.

Δασκάλα: Κολλήσατε…3 ίσα καλαμάκια…Πώς θα βρούμε την περίμετρο, του τριγώνου…;
Αγγελική: Θα μετρήσουμε τα καλαμάκια και θα τα προσθέσουμε.
Μάγδα: Δε θα μετρήσουμε και τα τρία αφού είναι ίσα. Αρκεί το ένα…Είναι 72 εκ.
Δασκάλα: Πώς το βρήκες; (Η Μάγδα λέει: Μέτρησα το ένα…24εκ. κι είπα 24+24+24=72).
Νίκος: Αντί για πρόσθεση, μπορούμε να κάνουμε πολλαπλασιασμό 3·24.
(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.43) & (2ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.27)

Στην εύρεση της περιμέτρου ενός ισόπλευρου τριγώνου, η μαθηματική σκέψη των παιδιών προάγεται, καθώς ο ένας συμπληρώνει τον άλλον. Αντί για την πρόσθεση της Μάγδας 24+24+24, ο Νίκος προτείνει τον πολλαπλασιασμό 3·24. Η στρατηγική αναδύεται από προτάσεις των παιδιών. Στη συνέχεια, δίνοντας η δασκάλα ως νοητική σκαλωσιά την προηγούμενη στρατηγική, βοηθά τα παιδιά να αναπτύξουν μια στρατηγική εύρεσης της περιμέτρου ενός κανονικού οκταγώνου.

Δασκάλα: Θυμηθείτε τι κάναμε πριν και πείτε τώρα στο οκτάγωνο, πώς θα βρούμε την περίμετρο;
Αλεξάνδρα: Μετράμε τη μια πλευρά, το 1 καλαμάκι κι ό,τι βρούμε το πολλαπλασιάζουμε με 8…
(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.48)

Μετά, τα παιδιά καλούνται να συγκρίνουν και να κατατάξουν τις 4 περιοχές, αποφασίζοντας για το ποιο θα είναι το κριτήριο επικινδυνότητας και για το αν θα τις κατατάξουν με φθίνουσα ή αύξουσα σειρά. Μπορούν να συγκρίνουν τις περιοχές συνδυάζοντας και τις δύο παραμέτρους κάθε περιοχής, το πλήθος νόμιμων οδηγών και το πλήθος παραβατών. Άλλοι προτιμούν να συγκρίνουν ως προς τη μία μόνο παράμετρο, άλλοι συνδυάζουν τις δύο παραμέτρους αφαιρώντας τα πλήθη παραβατών και νόμιμων κι άλλοι τις συνδυάζουν διαιρώντας για να βρουν το λόγο (βλ. σ.3η, Παράρτημα Β.2).

Μάγδα: Η Περιοχή 1 η λιγότερο επικίνδυνη γιατί οι παραβάτες είναι λιγότεροι απ' τους νόμιμους.
Δασκάλα: Η αμέσως πιο επικίνδυνη ποια θα είναι; (Ο Νίκος απαντά: «Η Περιοχή 3»). Γιατί;
Νίκος: Γιατί είναι σχεδόν ίσοι οι παραβάτες με τους νόμιμους οδηγούς, 30 με 29.
Μάγδα: Μετά η αμέσως πιο επικίνδυνη είναι η Περιοχή 4.
Αλέξανδρος: Μα βάζουμε από τη λιγότερο στην πιο επικίνδυνη, πρώτα η 2 και μετά η 4.
Μάγδα: Όχι, γιατί η Περιοχή 4, έχει 4 μόνο παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους, ενώ η Περιοχή 2 έχει 22 παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους.
Δασκάλα: Είναι μια άποψη αυτή. Η Μάγδα δε συγκρίνει με λόγους, συγκρίνει με αφαίρεση…
Νίκη-Μαρία: Εμείς πήραμε και βάλαμε στη σειρά τις περιοχές από τη λιγότερο στην περισσότερο επικίνδυνη, κοιτάζοντας πόσοι είναι οι παραβάτες. Στην Περιοχή 4 υπάρχουν μόνο 4 παραβάτες. Μετά στην Περιοχή 1… 11 παραβάτες. Στην Περιοχή 3… 30 και στην Περιοχή 2… 42 παραβάτες.
Αλέκα: Εγώ κι η Αλεξάνδρα κάναμε τρόπο παρόμοιο με της Μάγδας, ανάποδα. Βάλαμε στη σειρά τις περιοχές από την περισσότερο στη λιγότερο επικίνδυνη, συγκρίνοντας παραβάτες με νόμιμους.
Νεκτάριος: Θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει λόγους για να συγκρίνει. Από την περισσότερο στη λιγότερο επικίνδυνη: Περιοχή 4 είναι 4:0. Περιοχή 2 είναι 42:20. Περιοχή 3 είναι 30:29 και η Περιοχή 1 είναι 11:15…
(2ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.42-44) & (2ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.34)

Ουσιαστικά ο Νεκτάριος χρησιμοποιεί αναλογική συλλογιστική, ενώ η Μάγδα αθροιστική. Το σημαντικό είναι ότι όλες οι στρατηγικές αναδύθηκαν από τους μαθητές. Ένα ανοιχτό πρόβλημα στο οποίο δεν είναι προφανής η λύση, αλλά προσεγγίζεται έμμεσα, δίνει τη δυνατότητα ανάλογα με το επίπεδο κατανόησης, να κατασκευάσουν τα παιδιά εξατομικευμένα, καθένα τη δική του λύση.

Δασκάλα: 2 στα 5 αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα, κοιτάξτε και τα κουτάκια. Μπορούμε να πούμε ότι πάνω από τα μισά είχαν υπερβολική ταχύτητα; Γιατί ναι ή όχι;
Μάγδα: Δε γίνεται να είναι πάνω από τα μισά, γιατί πιο λίγοι είναι όσοι υπερβαίνουν το όριο.
(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.80)

Η στρατηγική της Μάγδας είναι απλή. Σκέφτεται ότι οι 2 παραβάτες είναι πιο λίγοι απ' τους 3 νόμιμους, ενώ αν χωρίζαμε τα 5 αυτοκίνητα στη μέση, τα μισά μέρη θα ήταν ίσα. Στο επόμενο απόσπασμα ο Νίκος, με δεδομένο το ποσοστό των αυτοκινήτων με υπερβολική ταχύτητα που υπολογίσαμε 40%, υπολογίζει με αφαίρεση το 60% των αυτοκινήτων με κανονική ταχύτητα, δείχνοντας ότι έχει κατανοήσει τη λειτουργία των ποσοστών ως λόγων μέρους/όλου.

Νίκος: Αφού το 40% έχουν υπερβολική ταχύτητα αν αφαιρέσουμε, το 60% θα έχουν κανονική.
(2ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.51)

Στη συνέχεια ο ίδιος μαθητής μαζί με τον Αλέξη, ξεδιπλώνουν μια στρατηγική μετατροπής κλάσματος σε ποσοστό. Τα παιδιά δείχνουν να έχουν κατακτήσει την τεχνική εύρεσης του άγνωστου όρου μιας αναλογίας με τη μέθοδο του παράγοντα αλλαγής στους ενδιάμεσους λόγους.

Δασκάλα: Τι θα έχουμε, Νίκο; …
Νίκος(γράφει): 1/4=□/100…
Αλέξης: Το 4 μεγάλωσε 25 φορές να γίνει 100 και το 1 θα μεγαλώσει 25 φορές… 25/100… 25%.
(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.59)

Στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., τα παιδιά ασκούνται στην εκτίμηση πριν από τη λύση. Η δασκάλα ζητά να κάνουν νοερούς υπολογισμούς και να εκτιμήσουν κατά προσέγγιση το αποτέλεσμα.

Δασκάλα: Κατά προσέγγιση μπορεί να μας πει κάποιος πόσα ευρώ έμειναν;
Μάγδα: Αν ο χυμός έκανε μισό ευρώ δηλ. 0,5 θα μου έμενε 1,5-0,5=1 €. Τώρα που κάνει 0,75 δηλαδή πάνω από 0,5 θα μου μείνουν λιγότερα από 1 €.
Ερευνητής: Λιγότερο από 1 € είναι και το 0. Για σκέψου Μάγδα ή κάποιος άλλος μέχρι πού μπορούμε να κατέβουμε; …(Σιωπή)…Λιγότερο από 1 ευρώ και περισσότερο από πόσο;
Νίκος: Αν ο χυμός έκανε 1 € θα μας έμενε 1,5-1=0,5 €. Όμως κάνει 0,75 δηλαδή λιγότερο από 1 €, άρα θα μείνουν περισσότερα από 0,5 €.
Δασκάλα: Πολύ ωραία! Η Μάγδα βρήκε ότι θα μείνουν λιγότερα από 1 € κι ο Νίκος ότι θα μείνουν περισσότερα από μισό 0,5. Άρα το αποτέλεσμα θα είναι ανάμεσα στο 0,5 € και στο 1 €.
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2) & (2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ.) & (2ηΜ.Π./Ε/μ.Ε.Ζ.)

Η Μάγδα με δημιουργική σκέψη κάνει μια εύστοχη υπόθεση. Ο ερευνητής προεκτείνει τη σκέψη της για να βοηθηθούν τα παιδιά να συνεχίσουν τη στρατηγική της προσέγγισης. Κατόπιν έχουμε διατύπωση εικασίας από το Νίκο κι εκτιμώνται προσεγγιστικά τα όρια ανάμεσα στα οποία θα κινηθεί το υπόλοιπο της αφαίρεσης 1,5-0,75. Αναδύεται μια στρατηγική προσέγγισης της διαφοράς. Στο ίδιο πρόβλημα ο Αλέξης, αντί να επηρεαστεί από τον τίτλο του κεφαλαίου και τη δομή του προβλήματος που έχει ως δεδομένα δεκαδικούς, αυτός προτίμησε να μετατρέψει τα δεδομένα σε λεπτά, με τα οποία είναι πιο εξοικειωμένος και να κάνει αφαίρεση ακεραίων αντί δεκαδικών.

Αλέξης: Κυρία, εγώ το έλυσα με λεπτά… Είπα, αφού ξέρουμε ότι 1€ έχει 100 λεπτά, το 1,5 € είναι 150 λεπτά και το 0,75 € είναι 75 λεπτά. Άρα μου έμειναν 150-75=75 λεπτά
(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.4)

Ο Αλέξης ανέπτυξε εναλλακτική στρατηγική και μετέτρεψε την αφαίρεση δεκαδικών σε αφαίρεση ακεραίων, αλλάζοντας τη μονάδα μέτρησης. Ίδια στρατηγική εφαρμόζει και η Βίκυ παρακάτω.

Βίκυ: 45 κιλά-900 γραμμάρια. Θέλουμε να τα βάλουμε κάθετα και να αφαιρέσουμε.
Δασκάλα: Μπορούμε από κιλά να βγάλουμε γραμμάρια; (Η Βίκυ απαντά: «Όχι!»). Τι κάνουμε;
Βίκυ: Να τα κάνουμε όλα γραμμάρια.
Δασκάλα: Για κάνε τα!
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.18)

Όταν η Βίκυ προτείνει να τα κάνουν όλα γραμμάρια, οπότε να κάνει αφαίρεση ακεραίων, η δασκάλα δεν αντιδρά, αλλά την παροτρύνει να το κάνει, επιτρέποντάς της να κινηθεί με αυτονομία.

Διαπιστώνουμε ότι πριν από τη διαθεματική προσέγγιση, η δασκάλα ήταν αγχωμένη, δεν άφηνε αρκετό χρόνο και χώρο στους μαθητές, με αποτέλεσμα οι στρατηγικές επίλυσης των προβλημάτων να μην αναδύονται από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών, αλλά να αναπτύσσονται με την καθοδήγησή της. Σπάνια οι μαθητές που τελείωναν πρώτοι, προλάβαιναν να κατασκευάσουν μόνοι τους ένα μέρος της λύσης. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η συμμετοχή των παιδιών στο μάθημα βελτιώθηκε σημαντικά, τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά. Οι μαθητές κι οι μαθήτριες κατά την εμπλοκή τους σε μαθηματικές δραστηριότητες, άρχισαν να «κάνουν» μαθηματικά με αναζήτηση (inquiry math) (Richards 1991). Μέσα από τη διερεύνηση των προβλημάτων αναδύονταν σποραδικές στρατηγικές επίλυσης, οι οποίες έπειτα από διαπραγμάτευση μέσα στις ομάδες και σε όλη την τάξη, γίνονταν τελικά αποδεκτές. Διαπιστώσαμε μια σημαντική αλλαγή στη διδακτική στάση της δασκάλας. Έδωσε περισσότερο χρόνο και χώρο στους μαθητές. Κατά το πρότυπο του Gravemejer (1998) οργάνωσε τις άτυπες σποραδικές στρατηγικές των μαθητών και προσπάθησε να τις κατευθύνει μέσα από μια διαδικασία επανεπινόησης (reinvention), ώστε να αναδυθεί η όποια στρατηγική με αφετηρία τις λύσεις των ίδιων των παιδιών. Σημαντικό είναι το γεγονός ότι αυτή η καταγεγραμμένη πρόοδος στον τομέα της στάσης της δασκάλας και της ανάδυσης στρατηγικών από τα παιδιά, συνεχίστηκε όπως είδαμε και μετά την Ε.Ζ., στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

6.5.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., οι στρατηγικές λύσης βασίζονταν κατά μεγάλο ποσοστό στις υποδείξεις της δασκάλας και δεν αναδύονταν μέσα από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών.

(Ο Αντώνης λέει: «9» κι η δασκάλα τον ρωτά πώς το βρήκε…ο Νίκος Δ. λέει: «13» κι η δασκάλα τον ρωτά «γιατί»…τότε αυτός απαντά: «Γιατί 6+6=12, μισό και μισό 1…13»).

(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.30)

Μάριος: Για τα διπλάσια κομμάτια θα χρειαστούμε τα διπλάσια υλικά.

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.10)

Στο 1^{ο} απόσπασμα, η δασκάλα δεν αρκείται στις σωστές απαντήσεις, αλλά ρωτά τον Αντώνη «πώς το βρήκε» και το Νίκο «γιατί», για να δοθεί στους συμμαθητές τους η ευκαιρία να ακούσουν τη στρατηγική τους. Στο 2^{ο} απόσπασμα, αναδύεται από τα παιδιά η έννοια της αναλογίας όπου όταν διπλασιάζονται τα κομμάτια του γλυκού που φτιάχνουμε, χρησιμοποιούμε τα διπλάσια υλικά.

Γιάννης: Έκανα πολλαπλασιασμό με το 2. Είπα 2Χ1300=2600… Με το μυαλό. Είπα 2Χ1000=2000 και 2Χ300=600... 2000+600=2600.

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.11)

Αντώνης: Εγώ βρήκα 3.900 γραμμάρια. Πολλαπλασίασα το 1.300 με το 3.
Γιάννης: …το βρήκα αλλιώς. Πρόσθεσα στο 2.600 το 1.300.

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.15)

Δασκάλα: Γεωργία, το μισό του 13;… (Η Γεωργία λέει: «Εξίμισι»). Γιατί;… (Η Γεωργία λέει: «Γιατί 6+6=12… μισό και μισό ένα… 12+1…13»).

(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.21)

Τρεις στρατηγικές υπολογισμού σε τρία διαφορετικά αποσπάσματα, από τις οποίες οι δύο πρώτες βασίζονται στην επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση. Ο μαθητής στο επεισόδιο στ.11, εξηγεί πώς λογάριασε με το μυαλό του κι ακούγοντας τη στρατηγική του για νοερούς πολλαπλασιασμούς, ωφελούνται κι οι υπόλοιποι μαθητές. Στο απόσπασμα στ.15 τα παιδιά, όχι μόνο λένε τι βρήκαν, αλλά εξηγούν ταυτόχρονα πώς το βρήκαν. Ο Γιάννης βασίστηκε στη διπλάσια ποσότητα που είχαμε βρει πριν κι αφού πρόσθεσε, βρήκε με επιμερισμό την τριπλάσια ποσότητα: (2Χ1300)+(1Χ1300)=3Χ1300. Στο απόσπασμα στ.21, η μαθήτρια επιχειρηματολογεί κι υποστηρίζει την απάντησή της, λειτουργώντας με ανάλυση. Ξεκινώντας από το 6,5 που έδωσε ως απάντηση, το διπλασιάζει προσθετικά, βρίσκει 13 και επαληθεύεται με αντίστροφη διαδικασία.

Δασκάλα: Το μισό του 19, Θεόφιλε;… Με τον τρόπο που έκαναν πριν Αντώνης κι Αποστόλης.
Θεόφιλος: Θα βρούμε το μισό του 10 και το μισό του 9. Το μισό του 10 είναι 5, το μισό του 9…πεντέμισι… ε… τεσσεράμισι. (Ο ερευνητής ρωτά: «Γιατί είναι τεσσεράμισι;»). Επειδή το 5 είναι το μισό του 10. Το 4 είναι το μισό του 8. Άρα το μισό του 9 θα βρίσκεται ανάμεσα στο 4 και στο 5…τεσσεράμισι. (Ο ερευνητής ρωτά: «Άρα πόσο είναι το μισό του 19;»). 5 και 4½…9½.
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.23)

Αναδύονται δύο στρατηγικές εύρεσης του μισού. Πρώτα η στρατηγική με επιμερισμό. Μετά από τους Αντώνη κι Αποστόλη και ο Θεόφιλος αναλύει το 19 στα μέρη του και βρίσκει το μισό του 10 και το μισό του 9. Δεύτερη η στρατηγική υπολογισμού του μισού του 9 με την προσέγγιση ότι θα βρίσκεται ανάμεσα στο μισό του 10 και στο μισό του 8. Ενώ νωρίτερα ο Θεόφιλος δεν μπορούσε να βρει το μισό του 9, τώρα μόνος του χρησιμοποίησε επιτυχώς τη στρατηγική της προσέγγισης.

Δασκάλα: Αν φάτε δύο βρασμένα αβγά;… (Ο Θεόφιλος λέει: «Δύο φορές το 140...280»)…
Ερευνητής: Αν θέλουμε δύο ποτήρια γάλα, 200 γραμμάρια, πόσες θα είναι οι θερμίδες;…
Νεφέλη: Θα διπλασιαστούν και οι θερμίδες. Δύο φορές το 65. (Ο ερευνητής λέει: «Μπορεί κάποιος και να τριπλασιάσει τα γραμ.», ο Μάριος λέει: «Θα τριπλασιαστούν οι θερμ.»… Ο ερευνητής λέει: «Από τα 100 γρ. να βρει τα μισά»… ο Μάριος λέει: «Τις μισές, 100 θερμ.»).
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.72)

Δασκάλα: Για κοιτάξτε…Μας λέει 48 λεπτά ποδόσφαιρο για 1 χάμπουργκερ και από κάτω για 100 γραμ. πατατάκια πάλι 48 λεπτά… Τι σημαίνει;…
Αναστασία: Το 1 χάμπουργκερ και τα 100 γρ. πατατάκια, μας δίνουν τις ίδιες θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.81)

Γιάννης: Αφού 100 γραμ. μακαρόνια 117 θερμίδες, 50 γραμ. 117:2…50 και 5 και 3,5…58,5.
(3ηΜ.Π./Μ/6ηΕ.Ζ./στ.36)

Στο απόσπασμα β.72, από το διάλογο παιδιών-δασκάλων αναδύεται η αναλογική σχέση ποσότητας τροφής και θερμίδων. Στο επεισόδιο β.81, η μαθήτρια επανεπινοεί τη μεταβατική ιδιότητα: «τα προς τρίτον ίσα είναι και μεταξύ τους ίσα» και στο απόσπασμα στ.36, ο Γιάννης επιμεριστικά υπολογίζει με το νου τη δύσκολη διαίρεση 117:2.

Δασκάλα: Μάλιστα, πώς φτάσατε σε αυτόν το συλλογισμό;… Το 4 τι είναι…;

Μάριος: Στα 10 λεπτά 40… στο 1 λεπτό 4 θερμίδες.

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.100)

Αποστόλης: Στο 1 λεπτό 8 θερμίδες, στο μισό λεπτό μισές θερμίδες. (Η δασκάλα λέει: «Θέλουμε 150, λείπουν ακόμα;», ο Φάνης λέει: «2»). Σε 1 λεπτό 8 θερμίδες, σε μισό 4 στο μισό του μισού 2.

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.108)

Αποστόλης: Είπαμε στα 10 λεπτά 25 θερμίδες. Στα μισά λεπτά στα 5, μισές θερμίδες 12μισι.

(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.56)

Στο απόσπασμα β.100, η δασκάλα επιμένει ώστε τα παιδιά να ξεδιπλώσουν τη στρατηγική τους κι ο Μάριος απαντώντας, παρουσιάζει τη στρατηγική τους που βασίζεται στην αναγωγή στη μονάδα. Στο απόσπασμα β.108, με αναλογική σκέψη και συνεχή εύρεση του μισού, τα παιδιά υπολογίζουν ότι σε μισό λεπτό τρέξιμο καίγονται 4 θερμίδες και στο μισό του μισού λεπτού 2 θερμίδες. Στο απόσπασμα στ.56 της επόμενης ημέρας, επίσης αναδύεται η μέθοδος υπολογισμού με διχοτόμηση.

Γιάννης: Σε 10 λεπτά πατινάζ 50 θερμίδες. Τα πατατάκια δίνουν 150 θερμίδες. Το 150 είναι 3 φορές μεγαλύτερο από το 50, άρα κι ο χρόνος θα τριπλασιαστεί. Θα είναι 3Χ10… 30 λεπτά.

(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.40)

Δασκάλα: Με την ίδια στρατηγική το βρήκατε;… (Ο Αντώνης λέει: «Το 150 από το 25 που καίμε σε 10 λεπτά περπάτημα είναι 6 φορές μεγαλύτερο. Άρα 6 φορές το 10 δίνει 60 λεπτά»).

(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.41)

Δασκάλα: Πώς θα βρούμε τις 5 θερμίδες που μας λείπουν ακόμα;… (Ο Γιώργος λέει: «Οι 5 θερμίδες είναι 5 φορές μικρότερες από τις 25, οπότε θα διαιρέσουμε τα 10 λεπτά δια 5»)… Και θα βρούμε;… (Ο Γιώργος λέει: «…έχουμε 22 λεπτά»).

(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.50)

Στο απόσπασμα στ.40, χωρίς ακόμη να έχουν διδαχθεί οι μαθητές τα ισοδύναμα κλάσματα ούτε τις έννοιες της αναλογίας και των ανάλογων ποσών, διαισθητικά εφαρμόζουν την αναλογική σχέση τριπλάσιος χρόνος - τριπλάσιες θερμίδες κάνοντας νοερά διαίρεση μέτρησης. Στη συνέχεια στο απόσπασμα στ.41 στην ίδια ομάδα, ο Αντώνης παρουσιάζει με συνέπεια την ίδια επιτυχημένη στρατηγική και στους δύο συνδυασμούς πατινάζ - πατατάκια και περπάτημα - πατατάκια. Ένδειξη ότι στην ομάδα εμπέδωσαν τη στρατηγική. Αργότερα, στο επεισόδιο στ.50, επίσης με αναλογική σκέψη, ο μαθητής διατυπώνει μία προχωρημένη μαθηματική λύση για το επίπεδο της Δ΄ τάξης.

Μάριος: Στα 10 λεπτά 40 θερμίδες, στο 1 λεπτό 4 θερμίδες… (Η δασκάλα λέει: «Πώς το βρήκες;»)… Με διαίρεση 40:10=4…
Φάνης: Στα 10 λεπτά 80 θερμίδες, στο 1 λεπτό 80:10=8 θερμίδες.

(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.42&στ.47)

Νίκος (πετάγεται φωνάζοντας): Άρα είναι 37 μισό.

(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.45)

Γιάννης: Θα κόψουμε το 10 για να βρούμε 1 λεπτό και θα βρούμε στο 1 λεπτό ότι καίμε 5 θερμίδες… (Η δασκάλα ρωτά: «Πώς το βρήκες αυτό;»). Με διαίρεση 50:10=5… (Η δασκάλα ρωτά: «Και μετά;»). Γιάννης: Στα 8 λεπτά 40 θερμίδες.

(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.54)

Δασκάλα: Σε 1 ώρα γυμναστικής 350 θερμίδες. Στα 45 λεπτά... πόσες;... 1 ώρα πόσα λεπτά είναι;
Θεόφιλος: 60 λεπτά... Θα βρούμε το 1 λεπτό... 350:60... 35:6... περίπου 6 θερμίδες.
Δασκάλα: Τώρα στα 45 λεπτά...(Ο Θεόφιλος λέει: «Θα κάνουμε πολλαπλασιασμό 45Χ6»).
(3ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.129)

Στο 1º απόσπασμα, ο Μάριος κι ο Φάνης εφαρμόζουν με τη στρατηγική τους αναγωγή στη μονάδα. Στο 2º απόσπασμα ο Νίκος ακούει τον τρόπο λύσης της ομάδας του Μάριου που βρήκε 148 θερμίδες σε 37 λεπτά και τον τρόπο λύσης της ομάδας της Νεφέλης που βρήκε 152 θερμίδες σε 38 λεπτά κι επινοεί το ακριβές αποτέλεσμα για τις 150 θερμίδες, βρίσκοντας το μέσο όρο των δύο αποτελεσμάτων. Αναδύεται μια στρατηγική με κατά προσέγγιση υπολογισμό μιας αριθμητικής τιμής, εκτιμώντας πρώτα τα συμμετρικά άκρα της τιμής από δεξιά κι αριστερά. Η δασκάλα υποστηρίζει την παρουσίαση σχεδιάζοντας αριθμογραμμή, όπου απεικονίζει την περιοχή 148 - 152. Στο επεισόδιο στ.54 της 8ης συνάντησης και πάλι αναδύεται αυθόρμητα η στρατηγική της αναγωγής στη μονάδα σε μια ιδιόμορφη εφαρμογή της. Κανονικά θα έπρεπε να ξέρουμε στα 10 λεπτά και να ζητάμε στα 8 λεπτά πόσες θερμίδες καίγονται. Αντί για αυτό ξέρουμε στα 10 λεπτά πόσες θερμίδες καίγονται, βρίσκουμε ότι στο 1 λεπτό καίγονται 5 θερμίδες και μετά με στόχο τις 40 θερμίδες που μας λείπουν, βρίσκουμε πολλαπλασιαστικά ότι οι 8Χ5=40 θερμίδες καίγονται σε 8Χ1=8 λεπτά. Και στην 9η συνάντηση, στο επεισόδιο β.129, ο Θεόφιλος κάνει χρήση της αναγωγής στη μονάδα. Μια ήδη, από προηγούμενες φορές, γνωστή στρατηγική, έχουν τα παιδιά ευκαιρία να την εμπεδώσουν.

Αποστόλης: Στα 20 λεπτά 160, 80+80. Εμείς θέλουμε 150.
Δασκάλα: Άρα πάμε, πάνω από τα 20 λεπτά ή κάτω από τα 20; (Η Αναστασία λέει: «Κάτω»)...
Ερευνητής: Και πώς φτάσατε στα 18 λεπτά;
Φάνης: Στα 10 λεπτά 80 θερμίδες. Στα 8 λεπτά 8 επί 8...64. Στα 18 λεπτά 144 θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.48)

Τα παιδιά με τη μέθοδο δοκιμής και λάθους, αφού έχουν εντοπίσει ότι ο απαιτούμενος χρόνος θα είναι κάτω από 20 λεπτά, ανεβαίνουν δοκιμάζοντας για να φτάσουν στις 150 θερμίδες και φτάνουν στη σχέση στα 18 λεπτά 144 θερμίδες.

Αποστόλης: 25:2. Διαιρέσαμε χωριστά 20 με 2 και 5 με 2... Άρα 10 και 2μισι 12μισι 25:2=12,5.
Δασκάλα: Παρατηρείτε κάτι; Όταν έχουμε διαιρέσεις, θα σπάτε τον αριθμό που θα διαιρέσετε σε κομμάτια, θα κάνετε επιμερισμό και θα διαιρείτε χωριστά κάθε κομμάτι... (και πιο κάτω)...
Δασκάλα: Τώρα που είναι 25:10 πώς το κάνουμε; Τι λέγαμε πριν, αν είναι δύσκολη μια διαίρεση να την κάνουμε κατευθείαν, σπάμε το διαιρετέο;...(Ο Αποστόλης λέει: «Σε κομμάτια. Αντί να πούμε 25:10 θα πούμε χωριστά 20:10 και 5:10... 20 δια 10 κάνει 2 θερμίδες»).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.119)

Αναδύεται η επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης ως προς την πρόσθεση, στην οποία βασίζεται κι ο αλγόριθμος της διαίρεσης. Η δασκάλα δράττεται της ευκαιρίας του παραδείγματος του Αποστόλη και με αποπλαισίωση, αναλύει τις φάσεις της επιμεριστικής προσέγγισης μιας διαίρεσης. Στη συνέχεια, η δασκάλα κι ο Αποστόλης εφαρμόζουν την επιμεριστική ιδιότητα στη διαίρεση 25:10.

Δασκάλα: Άλλες 40...Πού θα τις εξοικονομήσουμε;…
Γιάννης: Στα 10 λεπτά πατινάζ καίμε 50, εμείς θέλουμε όμως 40 για αυτό θα κόψουμε. (και…)
Αποστόλης: Αν βάλω κι άλλα 10 λεπτά θα πάω στα 100 λεπτά 250 θερμίδες. Δεν με συμφέρει αυτό γιατί θέλω 240, για αυτό θα βάλω λιγότερο από 10 λεπτά.
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.53)

Ο Γιάννης κάνει μια πρώτη εκτίμηση - πρόβλεψη, διαπιστώνοντας ότι χρειάζονται λιγότερες θερμίδες από 50, άρα θα κάνουν πατινάζ για λιγότερο από 10 λεπτά, για αυτό θα κόψουν από το χρόνο. Τα παιδιά εξοικειώνονται με τις γενικές διαδικασίες λύσης προβλημάτων που είναι οι πιο σημαντικές. Δηλαδή να κάνουν αρχικά μια εκτίμηση - πρόβλεψη, να καταστρώνουν σχέδιο λύσης κ.λπ. Εκτίμηση, πρόβλεψη κάνει και ο Αποστόλης στο $2^{ο}$ απόσπασμα.

Αποστόλης: Είχαμε φτάσει ότι στα 90 λεπτά 225 θερμίδες και τώρα βρήκαμε ότι στα 5 λεπτά 12,5 θερμίδες. Προσθέτουμε κι έχουμε 90+5…95 λεπτά, 225 και 12,5…225 και 12… 237 και μισό 237,5… (Η δασκάλα ρωτά: «Πόσες μας λείπουν;»). Άλλες 2μισι.
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.57)

Αναλύοντας τις περισσότερες στρατηγικές λύσης που εφάρμοσαν οι μαθητές και στο παρόν εγχείρημα με τη δασκάλα Ε.Σ., αλλά και στην πιλοτική έρευνα με το δάσκαλο Θ.Κ., θα διαπιστώσουμε ότι κοινή προσέγγιση παντού ήταν να θέτουν τις θερμίδες που έδινε η λιχουδιά ως αριθμό - στόχο και μετά με δεδομένες τις θερμίδες που καίγονταν σε 10 λεπτά, να αυξάνουν σιγά-σιγά το χρόνο και τις θερμίδες προσεγγίζοντας το στόχο έως ότου τον βρουν ακριβώς. Με αυτόν τον τρόπο το όλο πρόβλημα τεμαχιζόταν σε επιμέρους μικρά προβλήματα - διάφορα στάδια επίλυσης. Ο επιμερισμός της διαδικασίας επίλυσης ενός σύνθετου προβλήματος σε επί μέρους στάδια, είναι μια σημαντική, γενική, μεταγνωστική διαδικασία λύσης προβλημάτων.

(Στο φυλλάδιο…το συνδυασμό μπάλα παγωτού - περπάτημα: 10 λεπτά περπάτημα 25 θερμίδες, μετά πολλαπλασίασαν επί 4, λεπτά και θερμίδες και βρήκαν στα 40 λεπτά 100 θερμίδες και επί 3…120 λεπτά περπάτημα 300 θερμίδες που ήταν οι ζητούμενες θερμίδες για το παγωτό).
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.62)

Από τον τρόπο λύσης της ομάδας του Γιάννη, στο συνδυασμό παγωτό - περπάτημα, αναδύεται ένας προηγμένος μαθηματικά τρόπος σκέψης. Αφού δεν μπορούσαν τα παιδιά να βρουν κατευθείαν πόσο πρέπει να μεγαλώσει το 25 για να γίνει 300, το έκαναν σε δύο φάσεις. Πρώτα πολλαπλασίασαν 25 με 4 να βρουν 100 και μετά 100 επί 3 για να βρουν 300 θερμίδες.

Η ομάδα του Γιώργου…στο συνδυασμό παγωτό - ποδηλασία έχει γράψει 10 λεπτά 40 θερμίδες κι έχει πολλαπλασιάσει 7 φορές το χρόνο και τις θερμίδες κι έχει βρει στα 70 λεπτά 280 θερμίδες. Μετά, από τα 10 λεπτά 40 θερμίδες βρίσκουν 5 λεπτά 20 θερμίδες. Προσθέτουν ό,τι βρίσκουν και καταλήγουν ότι σε 75 λεπτά 300 θερμίδες και το γράφουν στο κουτάκι.

(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.63)

Με αναλογική σκέψη, πρώτα πολλαπλασιαστικά επί 7 και στη συνέχεια βρίσκοντας το μισό και τέλος προσθέτοντας τα επιμέρους αποτελέσματα, βρίσκουν το ζητούμενο χρόνο 75 λεπτά.

Γιάννης: Σε 10 λεπτά 60 θερμίδες. Σε 1 λεπτό 60:10…6. Αν από τα 10 λεπτά κατεβούμε 1 λεπτό, θα έχουμε σε 9 λεπτά 60-6=54 θερμίδες, κοντά στις 55 που δίνει το μπισκότο.
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.69)

Θεόφιλος: Ξέρουμε ότι σε 10 λεπτά τρέξιμο καίμε 80 θερμίδες. Σε 1 λεπτό θα καίμε 80:10… 8 θερμίδες (σταματάει). (Ο Οδυσσέας λέει: «Νομίζω το βρήκα! 7 φορές το 8 κάνει 56 που είναι κοντά στο 55»)... Σε 7 λεπτά. Θα μεγαλώσουν 7 φορές και τα λεπτά.
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.70)

Στα αποσπάσματα στ.69 και στ.70, αναδύονται ακόμη δύο παραλλαγές της αναγωγής στη μονάδα. Στο πρώτο, ο Γιάννης, αφού βρίσκει το 1 λεπτό, δεν κάνει πολλαπλασιασμό όπως θα αναμέναμε για να βρει τα 9 λεπτά, αλλά με αφαίρεση 60-6 και 10-1 βρίσκει ότι στα 9 λεπτά καίμε 54 θερμίδες. Στο δεύτερο επεισόδιο, η στρατηγική αναπτύσσεται με συνεργασία δύο μαθητών. Στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. στα επόμενα επεισόδια, η δασκάλα επίσης ενθαρρύνει την ανάδυση στρατηγικών.

Δασκάλα: Και τα δύο δηλαδή και το πάνω και το κάτω με τι έχουν πολλαπλασιαστεί;…
Γιάννης: Με το 2, τον ίδιο αριθμό. (Η δασκάλα ρωτά: «Στην άλλη ισοδυναμία 1/3=2/6 τι συνέβη;»)…πάνω κάτω με ίδιο αριθμό. (Η δασκάλα ρωτά: «Μήπως αυτό συμβαίνει πάντα;»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./β.21)

Με την υποστήριξη και την καθοδήγηση της δασκάλας τα παιδιά ανακαλύπτουν μόνα τους ότι και στα δύο ζευγάρια ισοδύναμων κλασμάτων 1/2=2/4 και 1/3=2/6 οι όροι του δευτέρου κλάσματος προέκυψαν από τους όρους του πρώτου με πολλαπλασιασμό με το 2, με τον ίδιο αριθμό. Αφού έχει αναδυθεί από τα παιδιά ο μηχανισμός κι έχει επαληθευτεί σε 2 ζευγάρια ισοδύναμων κλασμάτων, η δασκάλα θέτει το ερώτημα αν συμβαίνει πάντα, ώστε να βοηθήσει τα παιδιά στη γενίκευση.

Δασκάλα (γράφει 1/5=2/;): Έχω 1/5 και θέλω να βρω ένα κλάσμα ισοδύναμο, μπορείτε να το βρείτε; Ο αριθμητής είναι 2, ποιος αριθμός θα είναι παρανομαστής; (Ο Θεόφιλος λέει: «10»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./β.26)

Αφού πριν τα παιδιά με παρατήρηση ανακάλυψαν, το μηχανισμό παραγωγής ισοδύναμων κλασμάτων, τώρα η δασκάλα τούς θέτει ως άσκηση να βρουν τον άγνωστο όρο στην αναλογία 1/5=2/; και να εφαρμόσουν το συμπέρασμα που αναδύθηκε προηγουμένως. Με αυτόν τον τρόπο οικοδομούν τις βάσεις για τη «μέθοδο του παράγοντα αλλαγής», Van de Walle (2005, σ.363), με την οποία θα μπορούν στο μέλλον να λύνουν προβλήματα με ποσά ανάλογα.

Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η δασκάλα έδωσε περισσότερο χρόνο και χώρο στα παιδιά, ώστε να «κάνουν» μαθηματικά με αναζήτηση και οι στρατηγικές να αναδύονται από τους τρόπους λύσης των μαθητών. Η αλλαγή στη στάση της δασκάλας και η ενθάρρυνση της ανάδυσης στρατηγικών από τα παιδιά, συνεχίστηκε και στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ.

6.5.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., οι στρατηγικές δίνονταν έτοιμες από τη δασκάλα.

Δασκάλα: Αν δεν έδινε το 25%. Πώς θα βρίσκαμε εμείς απ' το ¼ το ποσοστό; (Γράφει ¼=;/100).
Ιάσονας: Το 4 μεγάλωσε 25 φορές κι έγινε 100. Άρα επί 25 φορές και το 1 θα έχουμε 25/100.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.27)

Δασκάλα: Αν θέλουμε να βρούμε στο Καρπενήσι στους 10000 κατοίκους, πόσοι φοράνε ζώνη;
Πάνος: Έχει 2 μηδενικά περισσότερα, 100 φορές μεγαλύτερο. Με τα ισοδύναμα κλάσματα το 10000 είναι μεγαλύτερο 100 φορές 7/100=;/10000, θα μεγαλώσει και το 7… 100 φορές… 700.
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.74)

Αρχικά, η δασκάλα με το ερώτημά της προσπαθεί να εκμαιεύσει από τα παιδιά μία στρατηγική για την εύρεση του αντίστοιχου ποσοστού σε δοσμένο κλάσμα και για να διευκολύνει στην ανάδυση της στρατηγικής αναπαριστά στον πίνακα τα κλάσματα. Η στρατηγική βασίζεται στα ισοδύναμα κλάσματα, είναι η μέθοδος «του παράγοντα αλλαγής» και θα μας απασχολήσει σε όλη την ενότητα. Επίσης στο 2ο επεισόδιο η δασκάλα θέτει ένα πρόβλημα κι ο Πάνος εφαρμόζει την ίδια στρατηγική.

Δασκάλα: Για την περίμετρο του οκταγώνου που φτιάξατε, θα μετρήσουμε κάθε πλευρά χωριστά;
Αφροδίτη: Δε χρειάζεται να μετρήσουμε και τα 8 καλαμάκια αφού είναι ίσα. Αρκεί το 1, είναι 7εκ.
Φώτης: Τη βρήκα την περίμετρο. Είναι 8Χ7=56 εκ. Το 8 δείχνει τις ίσες πλευρές του οκταγώνου.
Δασκάλα: Αν έχουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πώς θα βρούμε την περίμετρο;
Ιάσονας: Με τον ίδιο τρόπο, αλλά θα έχουμε 3Χ7=21 εκ. γιατί οι ίσες πλευρές είναι 3.
(4ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.37-38)

Η δασκάλα εμπλέκει τα παιδιά στην εύρεση της περιμέτρου του κανονικού οκταγώνου και του ισόπλευρου τριγώνου. Η στρατηγική εύρεσης αναδύεται μέσα από τις προτάσεις των μαθητών.

Δασκάλα: Τι είπες Πάνο; Σε 6 ώρες διανύει 450 χλμ. και ζητάς τη 1 ώρα, γιατί κάνεις διαίρεση;
Πάνος: Για να βρω τη 1 ώρα. Με αναγωγή στη μονάδα.
Δασκάλα: Τι σημαίνει αυτή η στρατηγική με αναγωγή στη μονάδα;
Πάνος: Ξέρουμε τα πολλά τις 6 ώρες και ζητάμε πάλι τα πολλά τις 10 ώρες και πρώτα πάμε να βρούμε τη 1 και μετά αυτό που χρειαζόμαστε.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.46)

Η δασκάλα, προσποιούμενη την ανήξερη ζητώντας στον Πάνο να παρουσιάσει τη στρατηγική του, έδωσε το λόγο στο μαθητή ο οποίος επιτυχώς παρουσίασε την αναγωγή στη μονάδα. Με αυτόν τον τρόπο ωφελήθηκαν οι συμμαθητές του που τον άκουσαν, αλλά και ο ίδιος μεταγνωστικά.

(Η Κατερίνα αφαίρεσε 12 ώρες 45 λεπτά -7 ώρες 30 λεπτά).
Δασκάλα: Όταν δεν αφαιρείται τι κάνουμε; Αν ο μειωτέος ήταν 12 ώρες και 15 λεπτά;
Κατερίνα: Θα δανειζόμασταν 1 ώρα και θα έμεναν 11 ώρες και θα την μετατρέπαμε σε 60 λεπτά που θα τα βάζαμε με τα 15 και θα είχαμε 75 λεπτά και θα μπορούσαμε να αφαιρέσουμε.

(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.69)

Με την ερώτηση της δασκάλας και την απάντηση της μαθήτριας αναδείχθηκε η τεχνική αφαίρεσης συμμιγών με δανεισμό από μονάδες ανώτερης τάξης.

Δασκάλα: Αμάξι έκανε την απόσταση Καρπενήσι - Αθήνα 300 χλμ. σε 3 ώρες, ποια η ταχύτητα;… Αν θέλουμε να βρίσκουμε την ταχύτητα, όταν ξέρουμε την απόσταση και το χρόνο, τι γράφουμε;
Ιάσονας: Διαιρούμε απόσταση με χρόνο. (Η δασκάλα γράφει: «ταχύτητα= απόσταση/χρόνος»).
Να βρούμε τώρα τα δύο αντίστροφα προβλήματα που βγαίνουν από το πρώτο... Στην πρώτη σχέση 100=300:3 ας κρύψουμε τώρα το 300. Έχουμε (σκεπάζει το 300) 100= $\boxed{}$:3. Ποιος θέλει να μας πει το αντίστροφο πρόβλημα με λόγια;… Αν γενικά ξέρουμε την ταχύτητα και το χρόνο και ζητάμε την απόσταση; (Ο Πάνος λέει: «Απόσταση = Χρόνος · Ταχύτητα»)… Και το 2ο αντίστροφο όπου ξέρουμε απόσταση και ταχύτητα και ζητάμε το χρόνο ποιος θα το πει με λόγια και θα μας πει τι θα κάνουμε; (Η Έλσα λέει: «Αμάξι ταξίδεψε Καρπενήσι - Αθήνα 300 χλμ. με ταχύτητα 100 χλμ/ω πόσο χρόνο έκανε;»). (Ο Ταξιάρχης λέει: «χρόνος= απόσταση/ταχύτητα»).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.108&114)

Με αφετηρία το αρχικό πρόβλημα και τη σχέση εύρεσης της ταχύτητας 100=300:3 μέσα από την κατασκευή των αντίστροφων προβλημάτων, τα παιδιά οδηγήθηκαν επαγωγικά στα αφηρημένα μεγέθη: ταχύτητα, απόσταση, χρόνος και διατύπωσαν τις μεταξύ τους σχέσεις.

Δασκάλα: Έλσα, Βάσια είδα ότι κάνατε έναν πρωτότυπο τρόπο, για πείτε μας τι κάνατε;
Έλσα: Φτιάξαμε τους λόγους παραβάτες προς νόμιμους για καθεμιά περιοχή. Βρήκαμε 11/15, 42/20, 30/29 και 4/0. Επειδή στο τελευταίο δε γίνεται να έχουμε παρανομαστή 0, το γράψαμε 4/1.
Βάσια: Μετά τα κλάσματα αυτά επειδή ήταν ετερώνυμα για να τα συγκρίνουμε τα κάναμε ομώνυμα. Με ανάλυση σε πρώτους παράγοντες βρήκαμε ΕΚΠ=1740. Οπότε τα κλάσματα που είχαμε στην αρχή έγιναν ομώνυμα 1276/1740, 3654/1740, 1800/1740, 6960/1740 και πιο μεγάλο κλάσμα είναι το τελευταίο, δηλαδή η Π4 είναι η πιο επικίνδυνη.
(4ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./β.153&156)

Με τη βοήθεια της δασκάλας αναδύθηκε μια στρατηγική σύγκρισης των περιοχών μέσω λόγων που αντιστοιχούσαν σε ετερώνυμα κλάσματα και τα οποία μετατράπηκαν σε ομώνυμα.

Έλσα: Φτιάξαμε τους λόγους παραβάτες προς νόμιμους για καθεμιά περιοχή. Βρήκαμε 11/15, 42/20, 30/29 και 4/0…βρήκαμε ΕΚΠ=1740…τα κλάσματα έγιναν ομώνυμα… (Ο ερευνητής με αφορμή τον τρόπο των κοριτσιών, ρώτησε τι θα μπορούσαν να κάνουν αντί να βρουν τους λόγους μέρος/μέρος, παραβάτες προς νόμιμους. Ο Ιάσονας απάντησε ότι θα μπορούσαν να βρουν τους λόγους μέρος/όλο, παραβάτες προς όλους τους οδηγούς. Ο ερευνητής συμπλήρωσε ότι αυτό είναι πιο σωστό για να φτιάξουμε κλάσματα, γιατί τα κλάσματα είναι πάντα λόγοι μέρος/όλο κι έφερε παράδειγμα. Μετά ο Ιάσονας βρήκε τους λόγους μέρος/όλο σε κάθε περιοχή, κάναμε τα κλάσματα ομώνυμα και στο τέλος με την αριθμομηχανή βρήκαμε και τα ποσοστά).
(4ηΜ.Π./Ε/5ηΕ.Ζ./β.154)

Με την παρέμβαση του ερευνητή και τη βοήθεια του Ιάσονα, βελτιώθηκε η προηγούμενη στρατηγική των κοριτσιών κι αντί για λόγους μέρος/μέρος υπολογίστηκαν οι λόγοι μέρος/όλο.

(Η δασκάλα στην άσκηση 4β ρωτά αν όλα τα αυτοκίνητα δεν ήταν 100, αλλά 300, πόσοι θα ήταν παραβάτες. Ο Ταξιάρχης απαντά: «27/300»).

Δασκάλα: Πώς το βρήκες; (γράφει στον πίνακα ό,τι λέει ο μαθητής).
Ταξιάρχης: Έγραψα το κλάσμα 9/100. Με τα ισοδύναμα βλέπουμε ότι είναι 9/100 = ;/300. Το 100 μεγάλωσε 3 φορές για να γίνει 300, άρα και το 9 επί 3 θα γίνει 27.
(4ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./β.182)

Δασκάλα (άσκηση 5α): 2 στα 5 έχουν υπερβολική ταχύτητα, είναι πάνω απ' τα μισά; τι γράψατε;
Κατερίνα: Όλα είναι 5. Τα μισά του 5 είναι 2,5. Τα 2 με υπερβολική είναι κάτω απ' τα μισά.
Κλεάνθης: Είπαμε σε κλάσμα το μισό είναι 2/4. Το κλάσμα των αυτοκινήτων με υπερβολική ταχύτητα είναι 2/5. Συγκρίναμε 2/4 και 2/5, μικρότερο είναι αυτό με το μεγαλύτερο παρανομαστή.
Έλσα: Τα μισά αυτοκίνητα σε κλάσμα είναι 1/2. Για να συγκρίνουμε τα 2/5 κι 1/2 τα κάναμε ομώνυμα κι έγιναν 4/10 και 5/10, είναι 4/10<5/10 άρα έχουν υπερβολική κάτω από τα μισά.
(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.192)

Αποστόλης: Βρήκαμε 3/5, πολλαπλασιάσαμε και τους 2 όρους με το 20 και βρήκαμε 60%.
Πάνος: Στο 3/5 βάλαμε καπελάκι αντί για βελάκια, σαν τα ομώνυμα και στο καπελάκι βάλαμε το 20 και πολλαπλασιάσαμε και τους 2 όρους με το 20 και βρήκαμε 60% κανονική ταχύτητα.
Δασκάλα: Όλοι βρήκατε με αυτόν τον τρόπο το δεύτερο ποσοστό για την κανονική ταχύτητα;
Ιάσονας: Είπα 100-40=60. Όλοι είναι 100 κι οι 40 έχουν υπερβολική, οι υπόλοιποι 60 κανονική.
(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.204)

Στο επεισόδιο β.182, ο μαθητής χρησιμοποίησε τη μέθοδο του παράγοντα αλλαγής στα ισοδύναμα κλάσματα, χωρίς να του δοθεί έτοιμη από τη δασκάλα. Στο απόσπασμα β.192, αναδείχθηκαν τρεις διαφορετικοί τρόποι τεκμηρίωσης της ίδιας απάντησης. Επίσης στο επεισόδιο β.204, η δασκάλα ζητά από τα παιδιά τρόπους λύσης, δίνοντας την ευκαιρία να αναδυθούν διαφορετικές στρατηγικές.

Δασκάλα: Θυμάστε αμάξι…Καρπενήσι-Αθήνα 300 χλμ. σε 5 ώρες; Πώς βρίσκαμε την ταχύτητα;
Πάνος: Για να βρούμε την ταχύτητα διαιρούμε την απόσταση με το χρόνο, 300:5=60 χλμ/ώρα.
Δασκάλα: Τώρα για σας παιδιά που τρέξατε τα 28 μ. σε τι μονάδες θα βρούμε την ταχύτητα;
Έλσα: Σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Ας πούμε η δικιά μου είναι 28:7=4 μ/δ.
(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.264)

Η δασκάλα με ερωτήσεις καθοδηγεί τα παιδιά μέσα από προηγούμενες διδαγμένες γνώσεις όπως η εύρεση της ταχύτητας των αυτοκινήτων, ώστε να επιτευχθεί επαγωγικά η μεταβίβαση της γνώσης στο πλαίσιο της ταχύτητας των ανθρώπων. Αναδύθηκαν από τα ίδια τα παιδιά η σχέση υπολογισμού της ταχύτητας και η σύνδεση με τις μονάδες μέτρησής της.

(Κάποια παιδιά είχαν κάνει χρόνο 4΄΄, 5΄΄, 6΄΄ και 7΄΄. Τα παιδιά βρήκαν καθένα τη δική του ταχύτητα. Κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων ομαδοποιώντας είδαμε 4 περιπτώσεις που γράψαμε και στον πίνακα: Τ1=28/4=7μ/δ, Τ2=28/5=5,6μ/δ, Τ3=28/6=4,66μ/δ, Τ4=28/7=4μ/δ).
(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.267)

Δασκάλα: Ποια από τα αυτοκίνητα του πίνακα έχουν υπερβολική ταχύτητα κι είναι παραβάτες;
Κλεάνθης: Μπορούμε να τα κυκλώσουμε αν θέλουμε, είναι το 2ο και το 6ο.
(4ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./β.207)

Στο επεισόδιο β.267, παρατηρώντας τα αποτελέσματα διαπιστώσαμε ότι υπάρχουν 4 περιπτώσεις ταχύτητας κι αναδείχθηκε η ανάγκη ομαδοποίησης των ταχυτήτων των παιδιών σε 4 κατηγορίες. Στο απόσπασμα β.207, αναδύθηκε ένας τρόπος οργάνωσης - επιλογής δεδομένων από έναν πίνακα**.**

Δασκάλα: Και το 25% πώς βγήκε;
Ταξιάρχης: Με τα ισοδύναμα 1/4=;/100 το 4 για να γίνει 100 μεγάλωσε 25 φορές, άρα 25 φορές και το 1 θα γίνει 25/100 ή 25%.
(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.225)

Βάσια: Θα πούμε λόγος μέρος/όλο 12/20. Το 20 για να γίνει 100 πρέπει να το πολλαπλασιάσουμε επί 5. Για να γίνει ισοδύναμο το κλάσμα πρέπει όσο μεγαλώνει ο παρανομαστής, να μεγαλώνει κι ο αριθμητής, γι' αυτό θα πούμε και 12 επί 5 και έχουμε 60/100, δηλαδή 60%.
(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.230)

Αποστόλης: Είναι 162:200 γιατί 162 είναι οι νόμιμοι και 38 οι παραβάτες, 162+38=200.
Δασκάλα: Και θέλατε από το 162:200 να βρείτε το αντίστοιχο ποσοστό… Είχαμε πει παλιά ότι υπάρχουν δύο τρόποι να παράγουμε από το αρχικό κλάσμα, ισοδύναμα. Ποιοι;
Αποστόλης: Ο ένας τρόπος είναι με πολλαπλασιασμό και ο άλλος με διαίρεση.
Δασκάλα: Κι εδώ σε ποια περίπτωση είμαστε; Τι κάνατε Αποστόλη και Ταξιάρχη;
Αποστόλης: Διαίρεση δια 2. Αφού το 200 είναι 2 φορές μεγαλύτερο από το 100, το διαιρούμε δια 2. Άρα δια 2 θα διαιρέσουμε και το 162 και θα βρούμε 162:2=81… 81/100 ή 81%.
(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.237)

Δασκάλα: Ζητά στο πινακάκι να θυμηθούμε τις φάσεις της στρατηγικής που εφαρμόζαμε για να μετατρέψουμε ένα λόγο σε ποσοστό. Ας φέρουμε ένα παράδειγμα. Λέγε Ταξιάρχη.
Ταξιάρχης: 10 αυτοκίνητα με υπερβολική ταχύτητα και 10 με κανονική. Λόγος μέρος/μέρος.
Δασκάλα: 1ο βήμα, διατυπώνουμε λόγο μέρος/μέρος. Τι κάνουμε μετά; Ποιο είναι το 2ο βήμα;
Ιάσονας: Όλα τα αυτοκίνητα είναι 10+10=20. Ο λόγος μέρος/όλο είναι 10 με κανονική προς 20.
Δασκάλα: Ωραία, τι θα κάνουμε τώρα;
Βάσια: Το λόγο μέρος/όλο 10:20 θα τον μετατρέψουμε σε ποσοστό. Γράφουμε 10/20=;/100. Το 20 να γίνει 100 πολλαπλασιάζεται επί 5, άρα επί 5 και το 10 θα γίνει 50 και θα 'χουμε 50/100 ή 50%. (Η δασκάλα ζητά κάποιος να επαναλάβει τα βήματα για να τα γράψουν στον πίνακα; Η Αφροδίτη λέει: «1)Βρίσκουμε πρώτα το λόγο μέρος/μέρος. 2) Βρίσκουμε απ' αυτόν το λόγο μέρος/όλο. 3) Το λόγο μέρος/όλο με τα ισοδύναμα κλάσματα τον μετατρέπουμε σε ποσοστό»).
(4ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.252)

Η γνωστή πλέον μέθοδος του παράγοντα αλλαγής με τα ισοδύναμα κλάσματα, για τη μετατροπή ενός λόγου στο αντίστοιχο ποσοστό, αναδύεται και στα τέσσερα αποσπάσματα. Στο 2^{ο} επεισόδιο, η Βάσια αυθόρμητα τεκμηριώνει κάθε βήμα της στρατηγικής. Στο 3^{ο} επεισόδιο, η ίδια στρατηγική με τη μέθοδο του παράγοντα αλλαγής (βλ. Van de Walle 2005, σ. 363) προεκτείνεται και με διαίρεση. Στο 4^{ο} επεισόδιο, από την ανακεφαλαίωση των δραστηριοτήτων του φυλλαδίου και από το διάλογο δασκάλας - παιδιών εμπεδώνεται η ίδια στρατηγική μετατροπής λόγων σε ποσοστά σε τρία βήματα.

Δασκάλα: Στο λόγο 13:24 δίνει το ποσοστό 54%. Πώς μπορούμε να το βρούμε χωρίς ισοδύναμα;
Κλεάνθης: Να κάνουμε διαίρεση 13 με 24. (Την κάνει στον πίνακα και βρίσκει 0,54. Έπειτα μετατρέπει το δεκαδικό σε κλάσμα 54/100 και τελικά στο ποσοστό 54%).
(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.239)

Αυτή τη φορά αναδύεται μια διαφορετική στρατηγική για τη μετατροπή ενός λόγου σε ποσοστό. Στα επόμενα επεισόδια μετά την Ε.Ζ. η δασκάλα επίσης ενθαρρύνει την ανάδυση στρατηγικών.

Δασκάλα: Όταν έχουμε να μετρήσουμε ένα μήκος π.χ. τη βάση του πίνακα, με τι θα μετρήσουμε;

Φώτης: Με το χάρακα, με το μέτρο.
Δασκάλα: Στο δέντρο το μήκος του κύκλου του κορμού μπορούμε να το μετρήσουμε με χάρακα;
Ιάσονας: Όχι! Με τη μεζούρα.
Δασκάλα: Αν δεν έχουμε μεζούρα;
Κλεάνθης: Με σπάγκο και μετά τεντωμένο θα τον βάλουμε πάνω στο μέτρο να τον μετρήσουμε.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.29)

Μέσα από προβλήματα μέτρησης και το διάλογο δασκάλας - μαθητών, αναδύονται στρατηγικές μέτρησης μηκών σε επίπεδες και κυρτές επιφάνειες.

Κλεάνθης: Είναι πολύ μεγάλο το στεφάνι γυμναστικής και δεν θα φτάσει η μεζούρα.
Βάσια: Θα τη βάλουμε δυο φορές. (Τα παιδιά μετρούν τμηματικά το στεφάνι και βρίσκουν μήκος κύκλου 150+120=270εκ., διάμετρο 86εκ. και 270:86=3,139 Βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Δ.10).
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.34)

Σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο, τα παιδιά καλούνται να επιλύσουν πρακτικά προβλήματα, όπως το πώς θα μετρήσουν με μεζούρα μήκους 1,5 μ. ένα στεφάνι μήκους 2,70 μ. Με αυτόν τον τρόπο «κάνουν μαθηματικά» κι ανακαλύπτουν στρατηγικές σε καταστάσεις καθημερινής ζωής.

Δασκάλα: Τώρα μας λέει, χωρίς να κόψουμε το δέντρο, χωρίς να το τρυπήσουμε, αν μπορούμε να βρούμε τη διάμετρο. Τι είπαμε, τι σχέση έχει το μήκος του κύκλου, με τη διάμετρο;
Κλεάνθης: Το μήκος του κύκλου είναι μεγαλύτερο από τη διάμετρο 3,14 φορές.
Δασκάλα: Για σκεφτείτε, πώς θα μπορέσουμε να βρούμε τη διάμετρο;
Κλεάνθης: Ξέρουμε το μήκος κύκλου Κ=2,042 εκ. Ξέρουμε το π=3,14 και ζητάμε τη διάμετρο δ.
Πάνος: Θα πούμε 2,042:3,14 … βρήκαμε 0,65 εκ. ότι είναι η διάμετρος.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.40)

Μέσα από τη διερεύνηση του προβλήματος του βιβλίου από δύο μαθητές με τη βοήθεια της δασκάλας, αναδύθηκε η στρατηγική εύρεσης της διαμέτρου με δεδομένο το μήκος του κύκλου.

Η δασκάλα άλλαξε στάση κι έδωσε ευκαιρίες στα παιδιά να αναδείξουν δικές τους στρατηγικές.

6.6. ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΠΟΛΛΩΝ ΤΡΟΠΩΝ ΛΥΣΗΣ – ΠΟΙΚΙΛΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

6.6.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στην εισαγωγική συνάντηση στα μαθηματικά το κεφάλαιο προς διδασκαλία: «Πώς αφαιρούμε από αριθμό, άθροισμα», βασιζόταν στους δύο δυνατούς τρόπους αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό.

Δασκάλα: Άλλο τρόπο βρήκατε; ... (Σιωπή…αμηχανία). Αν δεν προσθέσω αυτά που ξόδεψε η τάξη για στολίδια και για την καθαρίστρια, αλλά τα αφαιρέσω ένα - ένα χωριστά από τα χρήματα που είχε στο ταμείο, θα έχω: 150-20=130… 130-50=80.
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.3)

Η δασκάλα ρωτά τα παιδιά αν βρήκαν άλλο τρόπο κι όταν δεν απαντούν, δίνει η ίδια την απάντηση.

(Η δασκάλα αγνόησε τα δεντροδιαγράμματα στην άσκηση 1, σ. 91 του βιβλίου, που έδειχναν την προτεραιότητα των πράξεων κι έδωσε έμφαση στην εκτέλεση των πράξεων. Δεν αναφέρθηκε στην πρακτική αξία της δυνατότητας επιλογής ανάμεσα στους δύο τρόπους).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.14)

Η δασκάλα μη δίνοντας έμφαση στη νοερή εκτέλεση των πράξεων, δεν αναφέρθηκε στην πρακτική αξία των δύο τρόπων. Δεν καλλιεργήθηκε εσωτερικό κίνητρο στα παιδιά, ώστε να κατανοήσουν γιατί χρειάζεται να μάθουν να χρησιμοποιούν και τους δύο τρόπους αφαίρεσης αθροίσματος από αριθμό και σε ποιες περιστάσεις τους συμφέρει ο ένας ή ο άλλος τρόπος. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι πριν από τη διαθεματική προσέγγιση, ακόμη και όταν το αντίστοιχο κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου ζητούσε την εύρεση δύο τρόπων, οι δύο ή περισσότεροι τρόποι επίλυσης δεν αναδύονταν από τη μαθηματική διερεύνηση των μαθητών, αλλά προσφέρονταν ως έτοιμο προϊόν από τη δασκάλα, με απόλυτη καθοδήγηση και μηχανιστικές διαδικασίες. Ακολούθως, κατά τη διαθεματική προσέγγιση, μέσα από διάλογο, ακόμη και σε εξω-μαθηματικά πλαίσια, υπάρχει ποικιλία απόψεων.

Δασκάλα: Πώς μπορούμε να περιορίσουμε τη ρύπανση από τ' αυτοκίνητα;
Δημήτρης: Με τους καταλύτες που βάζουμε στα αυτοκίνητα.
Αλεξάνδρα: Αν τα χρησιμοποιούμε λιγότερο και χρησιμοποιούμε περισσότερο τραμ, μετρό, τρόλεϊ

(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.3)

Η δασκάλα θέτει μια ανοικτή ερώτηση «οικολογικής υφής», η οποία επιδέχεται πολλές απαντήσεις.

Μάγδα: Ένα αυτοκίνητο ταξίδεψε από τη Λαμία στην Αθήνα σε 2 ώρες…
Νίκος: Η απόσταση Λαμία-Αθήνα είναι 200 χλμ. Πόση είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου;…
(Η δασκάλα ρωτά: «Ποιος θα το ξαναπεί;» κι η Αγγελική λέει: «Ένα αυτοκίνητο έκανε από Λαμία σε Αθήνα 2 ώρες. Αν ξέρουμε Λαμία-Αθήνα είναι 200 χλμ. με πόση ταχύτητα έτρεχε;»).

(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.17)

Είναι χαρακτηριστικό ότι κάθε φορά που κάποιο παιδί επαναδιατυπώνει ένα μαθηματικό πρόβλημα η σύνταξη κι οι λέξεις που χρησιμοποιεί, είναι διαφορετικές από αυτές που χρησιμοποίησε ο συμμαθητής ή ο δάσκαλος σε προηγούμενη διατύπωση. Έχουμε ακόμη μια επιβεβαίωση της κατασκευαστικής θεωρίας μάθησης ότι οι μαθητές ενεργά κι υποκειμενικά κατασκευάζουν τη γνώση τους, καθένας με το δικό του τρόπο, σύμφωνα με τις προϋπάρχουσες γνωστικές δομές τους.

Ερευνητής: ...μας λέει ότι η αύξηση των αυτοκινήτων, θα οδηγήσει σε αύξηση ατυχημάτων. Φανταστείτε ότι είστε σε ένα άδειο δωμάτιο και πετάτε στο πάτωμα μπαλάκια, πολλά μαζί. Πότε είναι πιο πιθανό να έχουμε πολλές συγκρούσεις στα μπαλάκια, όταν πετάμε 5 ή όταν πετάμε 50;
Αγγελική: Όπως στο λούνα-παρκ, στα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια, όταν είναι λίγα στην πίστα δεν τρακάρεις πολύ και δεν έχει πλάκα, ενώ όταν είναι πολλά γίνεται χαμός.

(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.24)

Το παράδειγμα του ερευνητή βοηθά την Αγγελική να επινοήσει ένα άλλο μοντέλο αναπαράστασης για την πρόβλεψη των πιθανοτήτων, με τα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια στο λούνα-παρκ.

Δασκάλα: Αντί να κάνετε την πρόσθεση 24+24+24, ποια άλλη πράξη μπορείτε να κάνετε;…
Νίκος: Πολλαπλασιασμό 3·24.
(2ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.46)

Η δασκάλα βοηθά τους μαθητές, παρεμβαίνοντας διακριτικά, να βελτιώσουν τη στρατηγική εύρεσης της περιμέτρου ισόπλευρου τριγώνου, περνώντας σε ανώτερο μαθηματικό επίπεδο. Στο επόμενο απόσπασμα, τα παιδιά κατατάσσοντας τις 4 περιοχές, άλλα προτίμησαν να συγκρίνουν ως προς τη μία παράμετρο, το πλήθος παραβατών, άλλα συνδύασαν τις δύο παραμέτρους, αφαιρώντας τον αριθμό παραβατών και των νόμιμων οδηγών ή διαιρώντας τους και βρίσκοντας το λόγο.

Μάγδα: Η Περιοχή 1 η λιγότερο επικίνδυνη γιατί οι παραβάτες είναι λιγότεροι από τους νόμιμους.
Δασκάλα: Η αμέσως πιο επικίνδυνη ποια θα είναι; (Ο Νίκος απαντά: «Η 3»). Γιατί;
Νίκος: Γιατί είναι σχεδόν ίσοι οι παραβάτες με τους νόμιμους οδηγούς, 30 με 29.
Μάγδα: Μετά η αμέσως πιο επικίνδυνη η Περιοχή 4.
Αλέξανδρος: Μα βάζουμε από τη λιγότερο στην πιο επικίνδυνη, πρώτα η 2 και μετά η 4.
Μάγδα: Όχι, γιατί η Περιοχή 4 έχει 4 μόνο παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους, ενώ η Περιοχή 2 έχει 22 παραβάτες περισσότερους από τους νόμιμους.
Δασκάλα: Είναι μια άποψη αυτή. Η Μάγδα δε συγκρίνει με λόγους, συγκρίνει με αφαίρεση…
Νίκη-Μαρία: Εμείς πήραμε και βάλαμε στη σειρά τις περιοχές από τη λιγότερο στην περισσότερο επικίνδυνη, κοιτάζοντας πόσοι είναι οι παραβάτες. Στην Περιοχή 4 υπάρχουν μόνο 4 παραβάτες. Μετά στην Περιοχή 1 υπάρχουν 11 παραβάτες. Στην Περιοχή 3 υπάρχουν 30 παραβάτες και τέλος στην Περιοχή 2 υπάρχουν 42 παραβάτες…
Αλέκα: Εγώ κι η Αλεξάνδρα κάναμε τρόπο παρόμοιο με της Μάγδας, ανάποδα. Βάλαμε στη σειρά τις περιοχές από την περισσότερο στη λιγότερο επικίνδυνη, συγκρίνοντας παραβάτες με νόμιμους.
Έλενα: Κι εγώ με τη Βίκυ κάναμε παρόμοιο τρόπο με αυτόν που είπε η Αλέκα.
Αλέξανδρος: Κι εγώ με το Δημήτρη κάναμε το ανάποδο από αυτό που είπε η Μάγδα…
Νεκτάριος: Θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει λόγους για να συγκρίνει. Από την περισσότερο στη λιγότερο επικίνδυνη: Περιοχή 4 είναι 4:0. Περιοχή 2 είναι 42:20. Περιοχή 3 είναι 30:29 και η Περιοχή 1 είναι 11:15… (Όταν μαζέψαμε τα συμπληρωμένα φυλλάδια, είδαμε ότι από 7 ζευγάρια, κανένα δεν είχε κάνει ίδια κατάταξη με άλλο).
(2ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.34)

Η δασκάλα με την έκφραση: «είναι μια άποψη αυτή», δεν αξιολογεί τις απαντήσεις, ώστε να μην αποθαρρυνθούν οι υπόλοιποι μαθητές να αναφέρουν δικούς τους τρόπους. Ένα ανοιχτό πρόβλημα χωρίς προφανή λύση, δίνει ευκαιρίες στα παιδιά να κατασκευάσουν εξατομικευμένα τη δική τους λύση, ανάλογα με το επίπεδο κατανόησης. Η ευρύτητα του προβλήματος αποδεικνύεται και από την ποικιλία των απαντήσεων στα φυλλάδια. Εκτός από το κριτήριο σύγκρισης, ακόμη και το είδος κατάταξης, κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά, δημιουργεί ευκαιρίες για διαφορετικούς τρόπους.

Ερευνητής: Πώς θα τις βάλουμε στη σειρά;
Μάγδα: Από τη λιγότερο στην περισσότερο επικίνδυνη…
Νίκος: Κύριε, εγώ έβαλα το ανάποδο.
Δασκάλα: …δύο τρόποι κατάταξης. Από τη λιγότερο στην περισσότερο επικίνδυνη σε αύξουσα σειρά όπως λέμε ή από την περισσότερο στη λιγότερο επικίνδυνη δηλαδή σε φθίνουσα σειρά…
Δασκάλα: Ελάτε, βρείτε και πείτε μας κι οι άλλοι, άλλους τρόπους σκέψης. Άλλες ιδέες.
(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.65&/β.71)

Η δασκάλα κωδικοποιεί τους δύο τρόπους κατάταξης «κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά» που αναδείχθηκαν από τη Μάγδα και το Νίκο, περνώντας το μήνυμα ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι. Επίσης δεν αρκείται στις πρώτες απαντήσεις, αλλά ζητά κι άλλους τρόπους κατάταξης και σκέψης.

Ερευνητής: Για να δούμε, έχετε άλλους τρόπους πραγματικά διαφορετικούς;
(2ηΜ.Π./Ε/9ηΕ.Ζ./δ.42)

Ο ερευνητής θέτει τον προβληματισμό στους μαθητές αν οι τρόποι τους είναι διαφορετικοί. Το πώς πρέπει να εντοπίζονται οι διαφορές ή οι ομοιότητες και πότε μια στρατηγική είναι πράγματι διαφορετική, προκύπτει, όπως αναφέρουν οι Cobb και Yackel (1996), από κοινή διαπραγμάτευση κοινωνικομαθηματικών νορμών (sociomathematical norms) κατά την ανάδειξη των στρατηγικών.

(Οι μαθητές, μαθήτριες στα ζευγάρια, συζήτησαν μεταξύ τους κι έγραψαν… για να βάλουν μυαλό οι παραβάτες… για να δείχνουν το καλό παράδειγμα. Για να τους ενθαρρύνει…).
(2ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.45)

Τα παιδιά συζήτησαν μεταξύ τους ανά ζευγάρι και μέσα από ποικιλία απαντήσεων προσέγγισαν τη λειτουργικότητα της πινακίδας ως μέσο θετικού προτύπου - παραδειγματισμού.

(Είναι χαρακτηριστικό γεγονός, ότι όπου υπήρχε υψηλός βαθμός καθοδήγησης από τη δασκάλα ή από εμένα, υπήρχε και σχετική ομοιομορφία στις απαντήσεις των μαθητών στα φυλλάδια. Αντίθετα, όπου υπήρχε απόλυτη αυτονομία κι οι 7 ομάδες έδωσαν 7 διαφορετικές απαντήσεις).
(2ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.49)

Οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι υψηλός βαθμός καθοδήγησης συνεπάγεται ομοιομορφία στις απαντήσεις των παιδιών σε ανοικτό πρόβλημα. Κατόπιν στο στ.58 έχουμε άλλο ανοικτό πρόβλημα.

(1 καρβέλι/3 μαργαρίτες… 1 μπάλα ποδοσφαίρου/3 μπάλες μπάσκετ, 1 μήλο/3 πορτοκάλια, κασετίνα με 1 γόμα/3 μολύβια, ντουλάπα με 1 μπλούζα/3 παντελόνια, 1 λύκος/3 γουρουνάκια).
(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.58)

Δόθηκε ανοιχτό πρόβλημα όπου ζητήθηκε από τα παιδιά να κάνει το καθένα τη δική του πλαισίωση στον αφηρημένο λόγο 1:3. Τα παιδιά ανταποκρίθηκαν απαντώντας με ποικιλία απαντήσεων.

Δασκάλα: Κατά προσέγγιση μπορεί να μας πει κάποιος πόσα ευρώ έμειναν; ... Πάμε να το υπολογίσουμε ακριβώς τώρα. Θα δούμε αν πρόβλεψαν σωστά η Μάγδα κι ο Νίκος.
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2&3)

Αλεξάνδρα: Κι εγώ το ίδιο βρήκα, αλλά με άλλο τρόπο.
Δασκάλα: Πες μας Αλεξάνδρα, σήκω στον πίνακα.
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.5)

Η δασκάλα στο 1ο απόσπασμα, ζητά και τους δύο τρόπους υπολογισμού, νοερά κατά προσέγγιση και με χαρτί - μολύβι. Στο 2ο απόσπασμα, επίσης ενθαρρύνει την ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης.

Αλέξης: Κυρία, εγώ το έλυσα με λεπτά… Είπα, αφού ξέρουμε ότι 1€ έχει 100 λεπτά, το 1,5 € είναι 150 λεπτά και το 0,75 € είναι 75 λεπτά. Άρα μου έμειναν 150-75=75 λεπτά
Αγγελική: Ο Αλέξης έκανε ζαβολιά, αφαίρεσε λεπτά αντί ευρώ. Σωστός είν' ο τρόπος της Αλέκας.
Δασκάλα: Και οι δύο τρόποι είναι σωστοί αφού είχαν σωστή στρατηγική βήμα-βήμα και βρήκαν το σωστό αποτέλεσμα. Δεν υπάρχει μόνο ένας σωστός τρόπος, υπάρχουν πολλοί.
(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.4) & (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8)

Βίκυ: 45 κιλά-900 γρ. Θέλουμε να τα βάλουμε κάθετα και να αφαιρέσουμε…45 κ.=45000 γρ.
Δασκάλα: Ωραία! Κάνε την αφαίρεση…
Βίκυ: Έχω 45000-900=44100 γραμ.
(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.18)

Στο 1ο απόσπασμα, ο Αλέξης μετέτρεψε τα ευρώ σε λεπτά και έκανε αφαίρεση ακεραίων αντί δεκαδικών. Η δασκάλα αποκαθιστά το κύρος του τρόπου του Αλέξη. Εξηγώντας πότε ένας τρόπος είναι σωστός, αναφέρεται και στη διαδικασία και στο αποτέλεσμα. Το μήνυμα που στέλνει ότι υπάρχουν πολλοί σωστοί τρόποι, είναι σύμφωνο με τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη. Στο 2ο επεισόδιο, όταν η Βίκυ προτείνει να τα κάνει όλα γραμμάρια και να κάνει αφαίρεση ακεραίων, η δασκάλα δεν αντιδρά, αλλά την ενθαρρύνει να προχωρήσει, παρόλο που το κεφάλαιο αφορά την αφαίρεση δεκαδικών. Η Μα (1999) στη συγκριτική της μελέτη για τους δασκάλους του δημοτικού σχολείου στην Κίνα και στις Η.Π.Α. αναφέρει σχετικά για τη διαίρεση: «1¾ : ½», ότι ενώ οι δάσκαλοι στις Η.Π.Α. μόνο 9 από τους 21 που ρωτήθηκαν, έλυσαν σωστά την παραπάνω διαίρεση, όλοι με τον κλασικό διαδικαστικό τρόπο - ακόμη και αυτοί που απέτυχαν επειδή δεν θυμούνταν τη διαδικασία - οι δάσκαλοι στην Κίνα και οι 72 έλυσαν σωστά τη διαίρεση με πολλούς, τουλάχιστον τρεις, διαφορετικούς τρόπους, π.χ. μετέτρεψαν τη διαίρεση κλασματικών σε διαίρεση δεκαδικών ως εξής: «1¾ : ½=1,75:0,5=3,5». Ποικιλία απαντήσεων όμως είχαμε και στο ερωτηματολόγιο.

Στη 2η ερώτηση: «Τι θυμούνται πιο πολύ από την ενότητα που κάναμε», τρεις απάντησαν ότι τους έκαναν περισσότερη εντύπωση τα σήματα, άλλοι τρεις ότι τους έκαναν εντύπωση οι χειροτεχνίες-τα σχήματα που έφτιαξαν με τα καλαμάκια. Τέσσερις έγραψαν ότι θυμούνται πιο πολύ τα προβλήματα για τους λόγους μέρους/μέρους, μέρος/όλον και τα διάφορα ποσοστά, δύο απάντησαν ότι θυμούνται πιο πολύ την ημέρα που πήγαν στην αίθουσα υπολογιστών και ζωγράφισαν ένα αυτοκίνητο κι ένας απάντησε ότι θυμάται πιο πολύ το κείμενο του Καββαθά (Ερ/γιο/ζ.2η). Αν διατυπώσουμε το λογικό συμπέρασμα ότι αυτό το οποίο θυμούνται περισσότερο οι μαθητές είναι αυτό το οποίο τους έκανε την περισσότερο θετική ή αρνητική εντύπωση, διαπιστώνουμε από την ποικιλία των απαντήσεων ότι σε όλους τους μαθητές δεν έκαναν εντύπωση τα ίδια πράγματα. Αυτή η διαπίστωση συνάδει με τη θεωρία πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner (1983).

Διαπιστώνουμε ότι πριν από την Ε.Ζ., οι εναλλακτικοί τρόποι λύσης δεν αναδύονταν από τη διερεύνηση των μαθητών, αλλά δίνονταν έτοιμοι από τη δασκάλα. Αντίθετα κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών, υπήρχε πλουραλισμός απαντήσεων κι οι εναλλακτικοί τρόποι αναδύονταν μέσα από μαθηματική αναζήτηση των παιδιών.

6.6.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Πριν την Ε.Ζ. η δασκάλα επέβαλλε εναλλακτικούς τρόπους χωρίς να προκύπτουν από προτάσεις μαθητών. Κατά την Ε.Ζ. η δασκάλα ενθαρρύνει τον πλουραλισμό στις απαντήσεις των παιδιών.

Μάριος: Διαλέξαμε τον 1ο τρόπο ως πιο σύντομο. (Η δασκάλα λέει: «Πράγματι είναι πιο σύντομος, διευκολύνει. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι δεν πρέπει να ξέρουμε και τους 2 τρόπους»).
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.30)

Η δασκάλα χρησιμοποιεί δογματικά το «πρέπει» για να πείσει τα παιδιά ότι είναι χρήσιμο να γνωρίζουν και τους δύο τρόπους διαίρεσης διαφοράς με αριθμό. Αντί για το στείρο «πρέπει» θα μπορούσε να θέσει κάποια παραδείγματα για να φανεί η πρακτική αξία της επιμεριστικής ιδιότητας και του 2ου τρόπου. Π.χ. στην παράσταση (81-27):9 αν ζητούσε από τα παιδιά να κάνουν νοερά τις πράξεις, θα διαπίστωναν ότι είναι πιο εύκολο να πουν (81:9)-(27:9)=9-3=6. Αρκεί το «πρέπει» από την αυθεντία της δασκάλας παραδοσιακά για να επιβληθεί η μηχανική εφαρμογή μιας στρατηγικής.

Ερευνητής: Το ρομπότ κινείται αιώνια; Θα σταματήσει όταν αδειάσουν οι μπαταρίες…
Οδυσσέας: Αν λειτουργεί με φορτιστή, ξαναφορτίζουμε τις μπαταρίες και ξαναδουλεύει.
(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.9)

Η τεχνολογική ενημερότητα των παιδιών είναι μεγαλύτερη από ότι παλαιότερα κι οδηγεί σε πλουραλισμό ιδεών, με αποτέλεσμα να μην αρκούνται τα παιδιά σε μία μόνο προφανή λύση, αλλά με αποκλίνουσα σκέψη να διερευνούν εναλλακτικές, τεχνολογικά αποδεκτές λύσεις.

Δασκάλα: Βλέπετε, λοιπόν, όταν δε βρίσκουμε με την πρώτη κάτι και σκαλώνουμε κάπου, δεν είναι ανάγκη να αγχωνόμαστε, πρέπει να το παλεύουμε, έτσι;
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.41)

Η δασκάλα παροτρύνει τα παιδιά να μην αγχώνονται και τα παρατούν, αν δεν βρίσκουν αμέσως κάτι, αλλά να προσπαθούν με πολλούς τρόπους. Είναι σημαντικό τα παιδιά να αποκτήσουν καλές μαθησιακές συνήθειες, να μην περιμένουν έτοιμες συνταγές. Διαπιστώνουμε σύγχρονη διδακτική αντίληψη της δασκάλας, έστω κι αν συχνά καταλαμβάνεται κι εκείνη από το άγχος του χρόνου.

Μάριος: Εκτός αν δε φάνε οι δύο δάσκαλοι ή κάποιοι πάρουν από μισό…
Γιάννης: Να πάρουμε εμείς από 2 κι εσείς οι δάσκαλοι από 3. Θα έχουμε 48 στα παιδιά και 3Χ10=30 στους δασκάλους και περισσεύουν 2…
Νίκος: Όχι, δεν μας συμφέρει… (Η δασκάλα λέει: «Είναι κι αυτή μια σκέψη»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.50)

Το ανοικτό πρόβλημα που έθεσε η δασκάλα, δε ζητά πόσα το πολύ κομμάτια θα πάρει καθένα από τα 24 παιδιά, αλλά πόσα κομμάτια μπορεί να πάρει το καθένα. Επιτρέπει με αυτόν τον τρόπο πολλούς συνδυασμούς λύσεων. Οι μαθητές εμπλέκονται σε γόνιμο μαθηματικό διάλογο κι αναδύονται πολλοί εναλλακτικοί συνδυασμοί - λύσεις, όπως: (3Χ24)+8 δεν φτάνουν τα κομμάτια για τους δασκάλους ή (2Χ24)+(2Χ10)+12 φτάνουν να πάρουν όλοι από 2 και περισσεύουν 12 ή (2Χ24)+(3Χ10)+2 να πάρουν τα παιδιά από 2 κι οι δάσκαλοι από 3 κομμάτια.

Ερευνητής: Μισό! Δεν έχει σημασία πώς θα το γράψουμε! Με κλάσμα…½, με δεκαδικό…0,5, μπορεί να το δείτε με ποσοστό 50%…όλα σημαίνουν μισό…μπορείτε να γράψετε τη λέξη μισό.
(3ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./δ.12)

Δασκάλα: Πώς θα το γράψουμε; Ή 37½ με μικτό ή 37,5 με δεκαδικό. Το ίδιο πράγμα είναι παιδιά. Ή 37½ ή 37,5… ποιος τρόπος γραφής σας αρέσει; Γράψτε το όπως σας αρέσει.
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.106)

Στο επεισόδιο δ.12, ο ερευνητής προσπαθεί να εξοικειωθούν τα παιδιά με τη μαθηματική ορολογία και να καταλάβουν ότι υπάρχουν πολλοί εναλλακτικοί τρόποι για να εκφράσουν μια αριθμητική ποσότητα. Ομοίως στο επεισόδιο β.106, στα πλαίσια της κάθετης, ενδοκλαδικής διαθεματικότητας, η δασκάλα συνδέει δύο ενότητες, τους μικτούς και τους δεκαδικούς αριθμούς που εξετάζονται χωριστά στα βιβλία. Διευκολύνει μ' αυτόν τον τρόπο τη συσχετιστική κατανόηση. Ο Van de Walle γράφει: «Όσο περισσότερους τρόπους προσφέρουμε στα παιδιά για να σκεφτούν και να δοκιμάσουν μία ιδέα αναπτυσσόμενη, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να διαμορφωθεί αυτή σωστά και να ενταχθεί σε ένα πλούσιο δίκτυο ιδεών - στη συσχετιστική κατανόηση» (2005, σ. 46).

Νεφέλη: 700 γραμ… 1400:2… (Ο Αντώνης λέει: «Κυρία, να πω εγώ πώς το βρήκα με το νου μου; … Είπα 1400=1000+400... 1000:2=500… 400:2=200… 500+200=700»).
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.18)

Αυθόρμητα ο Αντώνης παίρνει το λόγο κι εξηγεί το νοερό τρόπο υπολογισμού του 1400:2 που είναι μια εφαρμογή της επιμεριστικής ιδιότητας της διαίρεσης ως προς την πρόσθεση. Σημαντικό είναι ότι στο παιδαγωγικό κλίμα του σχεδίου εργασίας, ένας μαθητής αισθάνεται αυθόρμητα την ανάγκη να εξηγήσει πώς σκέφτηκε, παρόλο που πριν η συμμαθήτριά του είπε το αποτέλεσμα με έναν άλλο τρόπο. Η αιτιολόγηση απόψεων κι ο πλουραλισμός τρόπων λύσης είναι χαρακτηριστικά σύγχρονης διδακτικής ατμόσφαιρας. Αντίθετα παραδοσιακά όλα θυσιάζονται υπό το άγχος του χρόνου.

Γιάννης: Έκανα με το νου 3Χ20=60 και 3Χ4=12…Από τα 72 μέχρι τα 80 το υπόλοιπο είναι 8.
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.27)

Ο Γιάννης δεν κάνει διαίρεση, αλλά λογαριάζοντας με το νου, με στρατηγική δοκιμής - λάθους, κάνει επιμεριστικά τον πολλαπλασιασμό 3Χ24=72. Ομοίως δεν κάνει την αφαίρεση 80-72=8, αλλά λογαριάζει νοερά το συμπλήρωμα 8 από 72 μέχρι 80. Διαπιστώνουμε ότι πολλαπλασιασμός και πρόσθεση του φαίνονται πιο οικείες πράξεις από ό,τι οι αντίστροφες διαίρεση κι αφαίρεση.

Ερευνητής: Τι θα γράψουμε στον οριζόντιο άξονα; (Ο Οδυσσέας λέει: «Τις θερμίδες»). Τις θερμίδες γίνεται, αλλά οι ράβδοι θα βγουν οριζόντιες. (Ο Οδυσσέας λέει: «Να βάλουμε τότε τα τρόφιμα, διαφορετικό κάθε κουτί»). Στον κάθετο άξονα; (Η Νεφέλη λέει: «Τις θερμίδες»).
(3ηΜ.Π./Ε/4ηΕ.Ζ./δ.16)

Δασκάλα: Πολύ ωραία. Κι οι δύο τρόποι είναι πολύ καλοί!
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.113)

Στο απόσπασμα δ.16 αναδεικνύονται με ιδέες παιδιών εναλλακτικοί τρόποι κατασκευής ραβδογράμματος. Στο απόσπασμα β.113, επαινώντας η δασκάλα τις δύο διαφορετικές στρατηγικές του Γιώργου και του Οδυσσέα, ενθαρρύνει τα παιδιά να αναζητούν διαφορετικούς τρόπους λύσης.

Νεφέλη: Εμείς είπαμε 60+60+60+60=240 θερμίδες. (Η δασκάλα ρωτά: «Αλλιώς πιο γρήγορα πώς μπορούμε να το πούμε;»). 4 φορές το 60…240. (Η Αναστασία λέει: «10+10+10+10=40 ή 4 φορές το 10»)… (κι αλλού η Νεφέλη λέει: «Στα 10 λεπτά τρέξιμο 80 θερμίδες. Θέλω 240…3 φορές 80». Η δασκάλα ρωτά: «έτσι το κάνατε;». Εκείνη λέει: «Στο χαρτί κάναμε πρόσθεση»).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.123)

Με την παρέμβαση της δασκάλας, η Νεφέλη βελτιώνει τον τρόπο λύσης της κι από επαναλαμβανόμενη πρόσθεση, περνά σε πολλαπλασιασμό. Το μήνυμα το λαμβάνει κι η Αναστασία αφού στη συνέχεια από μόνη της υιοθετεί και τους δύο τρόπους. Η δασκάλα εύστοχα βοηθά όχι μόνο να αναδεικνύονται πολλοί τρόποι λύσης, αλλά τα παιδιά να συγκρίνουν και να υιοθετούν τον κομψότερο τρόπο. Όταν τη δεύτερη φορά παρουσιάζει η Νεφέλη, αν κι όπως δηλώνει «το έκαναν με πρόσθεση στο χαρτί», κατά την παρουσίαση ξεδιπλώνει τη λύση μόνο με πολλαπλασιασμό. Γεγονός που δείχνει ότι κατά το προηγούμενο επεισόδιο κατανόησε βαθιά το συγκριτικό πλεονέκτημα του πολλαπλασιασμού έναντι της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης.

Οδυσσέας: Εγώ στην αρχή, βρήκα τα 2 λεπτά με άλλο τρόπο…(Η δασκάλα λέει: «Για πες μας τον τρόπο!»)… Στα 10 λεπτά 25 θερμίδες. Στο 1 λεπτό 25:10…κάνει 2,5 θερμίδες…στα 2 λεπτά 2,5+2,5=5 θερμίδες που…λείπουν.
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.51)

Αν και προηγουμένως ο Γιώργος ανέπτυξε το δικό του επιτυχημένο τρόπο λύσης, ο Οδυσσέας επιμένει να παρουσιάσει και το δικό του διαφορετικό τρόπο με αναγωγή στη μονάδα.

Γιάννης: Στα 40 λεπτά 4Χ50=200 θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.52)

Γιώργος: Τελικά τον ίδιο τρόπο με το Γιάννη κάναμε και το ίδιο γράψαμε. Απλά προχωρήσαμε πιο αργά. Είπαμε 10 λεπτά πατινάζ 50 θερμίδες…Προσθέσαμε, είπαμε στα 41 λεπτά 205 θερμίδες, στα 42 κι άλλες 5…210, στα 43… 215… Γράψαμε τον τρόπο του Γιάννη που είναι πιο γρήγορος.
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.55)

Στο 1^{ο} επεισόδιο ο Γιάννης δεν ανεβαίνει προσθετικά όπως οι περισσότεροι μαθητές από τα 10 στα 40 λεπτά, αλλά βελτιώνει τη διαδικασία υπολογίζοντας πολλαπλασιαστικά 4Χ10 και 4Χ50. Στο 2^{ο}

επεισόδιο, αναδύεται από την ομάδα του Γιώργου ένας παρόμοιος τρόπος λύσης με τον προηγούμενο, που διαφέρει όμως στο τελικό στάδιο υπολογισμού. Υπολόγισαν προσθετικά κι όχι πολλαπλασιαστικά. Αυθόρμητα όμως τα παιδιά της ομάδας, σύγκριναν τους δύο τρόπους, έσβησαν ό,τι είχαν γράψει κι υιοθέτησαν τον πολλαπλασιαστικό τρόπο, επιτυγχάνοντας αυτοδιόρθωση.

Οδυσσέας: Εμείς το βρήκαμε με λίγο διαφορετικό τρόπο…δε διαιρέσαμε δια 2… αλλά διαιρέσαμε 25 δια 10 για να βρούμε το 1 λεπτό που οι άλλοι το έκαναν αργότερα… σε 1 λεπτό 2,5 θερμίδες. Μετά ανεβαίναμε λεπτό - λεπτό, σε 1 λεπτό 2,5 θερμίδες…και σε 6 λεπτά 15 θερμίδες. Τόσες θερμίδες λείπανε…Αν προσθέσουμε…θα βρούμε τα 96 λεπτά που ζητούσαμε…
Ερευνητής: Πολύ ωραία! Βλέπετε παιδιά πόσες παραλλαγές μπορούμε να έχουμε…
(3ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.58)

Οι μαθητές Οδυσσέας και Γιώργος, παρουσιάζουν το δικό τους τρόπο λύσης και παράλληλα τον συγκρίνουν με τον προηγούμενο τρόπο λύσης της ομάδας του Αποστόλη και βρίσκουν ομοιότητες και διαφορές, στοχαζόμενοι μεταγνωστικά. Ο ερευνητής σχολιάζει ότι δεν είναι δύο ριζικά διαφορετικοί τρόποι, αλλά διαφέρουν σε κάποια στάδια, οπότε είναι παραλλαγές του ίδιου τρόπου.

Ποικίλες απαντήσεις δόθηκαν από τα παιδιά στα ερωτηματολόγια (3ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.73). Στην 1η ερώτηση για να δικαιολογήσουν το λόγο για τον οποίο τους άρεσε η ενότητα: «παίζαμε διάφορα παιχνίδια με τις θερμίδες». Στη 2η ερώτηση για να γράψουν τι θυμούνται πιο πολύ: «βλέπαμε πόσα γραμμάρια είναι το κάθε φαγητό». Στην 3η ερώτηση για να δηλώσουν σε τι διέφερε από τα άλλα μαθήματα η ενότητα που κάναμε: «γιατί μαθαίναμε για σωστή διατροφή» και στην 5η ερώτηση αν θα ήθελαν να επαναλάβουν μια παρόμοια δραστηριότητα: «ναι, γιατί είναι συναρπαστικό».

Δασκάλα: Πώς αλλιώς θα μπορούσαμε να τα χωρίσουμε στη μέση; (Η Ελένη σηκώνεται, σβήνει την κάθετη και φέρνει μια οριζόντια γραμμή ανάμεσα στις 2 εξάδες φασολιών).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.12)

Μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, έχουμε ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης, ακόμη και σχεδιαστικά.

Κατά τη διαθεματική προσέγγιση και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, σε ένα επεισόδιο, οι εναλλακτικοί τρόποι αναδύονται με ενθάρρυνση της δασκάλας, μέσα από προτάσεις των παιδιών.

6.6.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Πριν την Ε.Ζ., οι εναλλακτικοί τρόποι δίνονταν έτοιμοι από τη δασκάλα.

Δασκάλα: Ένας τρόπος λοιπόν για να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα είναι ποιος; (Όλοι μαζί λένε: «Με πολλαπλασιασμό»). Υπάρχει κι άλλος τρόπος. Προσέξτε! Έχουμε το 32/64. Μπορώ να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση 32:2/64:2=16/32. Τι είναι τα 32/64 και 16/32; …
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.9)

Αναδεικνύονται δύο τρόποι παραγωγής ισοδύναμων κλασμάτων που δεν εξάγονται όμως από τα παιδιά, αλλά δίνονται έτοιμοι από τη δασκάλα.

Δασκάλα: Κοιτάξτε το κλάσμα 12/18. Βρείτε τον Μ.Κ.Δ. του 12 και του 18. (Ο Γιάννης ρωτάει με ποιο τρόπο). Είπαμε με το πιο σύντομο τρόπο. Απ' τους αριθμούς που έχουμε τι κάνουμε;
Μαθητές: Κατεβάζουμε το μικρότερο, το 12 στο 18 χωράει 1 φορά υπόλοιπο 6…6 είναι ο Μ.Κ.Δ. (Έπειτα βρίσκουν τον Μ.Κ.Δ. με τον κλασικό τρόπο, εντοπίζοντας τους κοινούς διαιρέτες).
(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.24)

Οι μαθητές έχουν μάθει και εφαρμόζουν πολλούς τρόπους για την εύρεση του Μ.Κ.Δ.

(Το πρόβλημα ήταν, βλ. Παράρτημα Δ.3: «Ένα αυτοκίνητο τρέχει με σταθερή ταχύτητα και διανύει 450 χλμ. σε 6 ώρες. Αν τρέχει με την ίδια ταχύτητα σε 10 ώρες, πόσα χλμ. θα διανύσει;).
Πάνος: Με αναγωγή στη μονάδα… Ξέρουμε τα πολλά τις 6 ώρες και ζητάμε πάλι τα πολλά τις 10 ώρες και πρώτα πάμε να βρούμε τη 1 και μετά αυτό που χρειαζόμαστε.
Δασκάλα: Έχει κανείς άλλο τρόπο; Τι είχαμε πει, άμα ξέρουμε χρόνο και ταχύτητα, τι θα βρούμε;
Κλεάνθης: Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα αν πούμε «ταχύτητα = απόσταση:χρόνος». Τώρα ξέρουμε ότι το αμάξι και στη 2η περίπτωση έχει ίδια ταχύτητα, ξέρουμε ότι ο χρόνος είναι 10 ώρες, άρα μπορούμε να βρούμε την απόσταση «απόσταση = ταχύτητα• χρόνος».
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.44)

Η δασκάλα ζητά και $2^{ο}$ τρόπο επίλυσης, κατευθύνοντας τη σκέψη των παιδιών προς το $2^{ο}$ τρόπο.

(Τα παιδιά ασχολούνται με το πρόβλημα 2, βλ. Παράρτημα Δ.3, όπου δίνεται η απόσταση Αθήνας - Τρίπολης 168 χλμ. κι ότι ένα αυτοκίνητο έχει διανύσει τα 5/8 της απόστασης. Ζητείται πόσα χλμ. έχει να διανύσει ακόμα. Η Έλσα προτείνει να πολλαπλασιάσουν το 168 με το 5/8).
Έλσα: Πολλαπλασιάζω 168 με 5 και διαιρώ με 8…105. Τώρα κάνουμε αφαίρεση 168-105…63.
Δασκάλα: Η άλλη ομάδα τι κάνατε;
Αθανασία - Αφροδίτη: Βρήκαμε πρώτα την κλασματική μονάδα, το 1/8, με διαίρεση 168:8=21. Μετά πολλαπλασιάσαμε με το 5 και βρήκαμε 105 και μετά αφαιρέσαμε.
Δασκάλα: Τι διαφορά έχουν οι δύο τρόποι;
Πάνος: Αθανασία κι Αφροδίτη έκαναν πρώτα διαίρεση με το 8 και μετά πολλαπλασιασμό με το 5, ενώ πριν η Βάσια κι η Έλσα έκαναν το ανάποδο, πρώτα πολλαπλασιασμό και μετά διαίρεση.
Δασκάλα: Άλλος τρόπος;
Πάνος: Η απόσταση των 2 πόλεων σε όγδοα είναι 8/8. Έχει διανύσει τα 5/8. Του μένουν 3/8…
Δασκάλα: Να ξέρετε ότι στα περισσότερα προβλήματα υπάρχουν πολλοί τρόποι. Όπως για να πάμε στην πλατεία εδώ στο Καρπενήσι, πώς μπορούμε να πάμε; (Δύο μαθητές προτείνουν διαδρομές). Έτσι και στα μαθηματικά βρίσκουμε πολλούς τρόπους και διαλέγουμε ποιον;
Φώτης: Τον πιο γρήγορο και πιο έξυπνο.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.62&65)

Η δασκάλα ενθαρρύνει τα παιδιά να παρουσιάσουν πολλούς τρόπους λύσης και ζητά να συγκρίνουν τους διαφορετικούς τρόπους. Παρομοιάζει τους τρόπους επίλυσης με διαφορετικές διαδρομές κι από το διάλογο αναδύεται μια γενική νόρμα για το ποιον τρόπο πρέπει να διαλέγουμε.

(Η Έλσα διάβασε το πρόβλημα 5, Παράρτημα Δ.3, όπου δίνεται ότι ο ποδηλάτης α΄ διένυσε τα 5/8 μιας απόστασης κι ο β΄ τα 5/6 της απόστασης και ζητείται ποιος διέτρεξε περισσότερη απόσταση).
Ελένη - Ιωάννα: Εμείς κάναμε τα κλάσματα 5/8 και 5/6 ομώνυμα με Ε.Κ.Π. το 24 …
Νικολέτα - Ευαγγελία: Εμείς το κάναμε αλλιώς, πιο γρήγορα. Δε χρειάζεται να τα κάνουμε ομώνυμα γιατί έχουν τον ίδιο αριθμητή. (Πολλά ζευγάρια λένε ότι έκαναν το ίδιο). Τα κλάσματα έχουν και τα δύο αριθμητή το 5, άρα μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει το μικρότερο παρανομαστή…
(4ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./β.71)

(Τα παιδιά ανά δύο βρήκαν στην 1η άσκηση του φυλλαδίου το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος κοριτσιών της τάξης 8/11 κι έγραψαν ότι είναι λόγος μέρος/μέρος. Αυθόρμητα χωρίς να το ζητά η άσκηση, βρήκαν και τον αντίστροφο λόγο «κορίτσια προς αγόρια» 11/8).
(4ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./β.91)

Στο 1^{ο} απόσπασμα, δύο ζευγάρια κοριτσιών ξεδιπλώνουν αυθόρμητα δύο διαφορετικούς τρόπους επίλυσης του ίδιου προβλήματος, χωρίς η δασκάλα να παρέμβει. Στο 2^{ο} απόσπασμα, έχουμε εναλλακτική διατύπωση της ίδιας σχέσης με δύο διαφορετικούς λόγους.

Φώτης: Ναι, αλλά …4 αυτοκίνητα; Δεν είναι λίγα;… στην Π2 περνούν 42+20=62 αυτοκίνητα.
Ερευνητής: Είναι ένα δίλημμα αυτό. Αξίζει τον κόπο να χαλαλίσουμε το μοναδικό φανάρι για την Π4 που περνάνε μόνο 4 αυτοκίνητα ή είναι προτιμότερο να το βάλουμε στην Π2 όπου περνάνε 62.
(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.159)

Δασκάλα: Βάλτε λοιπόν κάθε ομάδα ό,τι θέλετε από κάτω, δεν είναι ανάγκη να γράψετε όλοι το ίδιο συμπέρασμα. Να δικαιολογήσετε γιατί νομίζετε ότι πιο επικίνδυνη είναι η Περιοχή 4 ή η Π2.
(4ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.163)

Στο 1^{ο} απόσπασμα, αναδεικνύεται ένα ανοικτό πρόβλημα που επιδέχεται ποικιλία απαντήσεων. Με τα ανοικτά προβλήματα καλλιεργείται η κριτική σκέψη. Στο ίδιο πρόβλημα, στο 2^{ο} απόσπασμα, η δασκάλα λέει ότι δεν είναι απαραίτητο να έχουν όλοι ίδιο τρόπο σκέψης δίνοντας ίδια απάντηση.

Δασκάλα: Αυτό πιστεύεις εσύ! Για γράψτε τι πιστεύετε κάθε ζευγάρι στο κενό του φυλλαδίου…
(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.173)

(Παρόλο που τρεις μαθητές έδωσαν με διαφορετικό τρόπο τη σωστή απάντηση, η δασκάλα ρωτά: «Είναι κανείς που απάντησε ότι πάνω από τα μισά είχαν υπερβολική»; Τέλος όλα τα ζευγάρια διαβάζουν τις απαντήσεις τους κι η δασκάλα γράφει στον πίνακα τις διαφορετικές στρατηγικές.
(4ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.193)

Η δασκάλα δεν παίρνει θέση για το σωστό ή το λάθος κι επιτρέπει στα ζευγάρια των παιδιών να λειτουργούν αυτόνομα. Ενθαρρύνει τον πλουραλισμό των απαντήσεων και στα δύο αποσπάσματα.

Δασκάλα (άσκηση 5β): Το πρώτο κανάλι χρησιμοποιεί λόγο. Ένα άλλο κανάλι θέλει να περιγράψει το ίδιο θέμα, την αναφορά για την ταχύτητα, με ποσοστό.
(4ηΜ.Π./Π/8ηΕ.Ζ./β.196)

Αποστόλης: Βρήκαμε 3/5, πολλαπλασιάσαμε και τους 2 όρους με το 20 και βρήκαμε 60%.
Δασκάλα: Υπάρχει κανένας άλλος με διαφορετικό τρόπο;
Πάνος: Στο 3/5 βάλαμε καπελάκι αντί για βελάκια, σαν τα ομώνυμα και στο καπελάκι βάλαμε το 20 και πολλαπλασιάσαμε και τους 2 όρους με το 20 και βρήκαμε 60%.
Δασκάλα: Όλοι βρήκατε με αυτόν τον τρόπο το δεύτερο ποσοστό για την κανονική ταχύτητα;
Ιάσονας: Είπα 100-40=60. Όλοι είναι 100 κι οι 40 έχουν υπερβολική, οι υπόλοιποι 60 κανονική.
Δασκάλα: Σας άρεσε αυτός ο τρόπος;
Κλεάνθης: Ναι, είναι πιο γρήγορος.
(4ηΜ.Π./Π/8ηΕ.Ζ./β.203&205)

Στο απόσπασμα β.196, από το σενάριο της δραστηριότητας αναδεικνύεται η επικοινωνιακή διάσταση της μαθηματικής γλώσσας. Υπάρχουν πολλοί τρόποι παρουσίασης των μαθηματικών εκφράσεων και καθένας διαλέγει αυτό που του ταιριάζει κάθε φορά. Στο 2^{ο} απόσπασμα, η δασκάλα επιμένει διαρκώς στην αναζήτηση νέων τρόπων λύσης. Ρωτά τα παιδιά ποιος τρόπος τους άρεσε και δίνει την ευκαιρία να συγκρίνουν και να βρουν ποιος είναι ο πιο γρήγορος τρόπος.

> *(Διαβάζουμε τον πίνακα στη σ.7 του φυλλαδίου, που περιέχει τους δύο τρόπους υπολογισμού του ποσοστού των νόμιμων οδηγών. Στον 1^{ο} τρόπο χρησιμοποιούνται οι πληροφορίες χωριστά από κάθε δεκάλεπτο, ενώ στο 2^{ο} όλες από την αρχή της μέτρησης μέχρι την τρέχουσα χρονική στιγμή).*
> *Δασκάλα: Πάμε στην 7α. Αυτοί είναι δύο διαφορετικοί τρόποι υπολογισμού, με διαφορετική λογική κι αποτελέσματα. Δεν υπάρχει σωστός και λάθος τρόπος. Μας ζητά να τους συγκρίνουμε και να διαλέξουμε ποιον προτιμάμε. Καθένας κρίνει με αυτά που έχει στο μυαλό του και το υποστηρίζει με επιχειρήματα. Δε θα κρίνουμε με κριτήριο ποιος τρόπος έχει πιο πολλές πράξεις, γιατί η ηλεκτρονική πινακίδα κάνει εύκολα και γρήγορα τις πράξεις.*
> *(4ηΜ.Π./Π&Δ/10ηΕ.Ζ./ β.221&β.246)*

Από το είδος της δραστηριότητας ενθαρρύνεται ο πλουραλισμός στις μεθόδους παρουσίασης κι υπολογισμού των στατιστικών δεδομένων. Τα παιδιά ασχολήθηκαν με την ερώτηση 7^{α} (Παράρτημα Β.2): «Ποιος απ’ τους τρόπους νομίζετε ότι είναι ο καλύτερος; Εξηγήστε γιατί τον διαλέξατε. Δώστε παράδειγμα». Σε αυτή την περίπτωση δεν είχαμε δύο διαφορετικούς τρόπους της ίδιας λύσης που καταλήγουν σε ίδιο αποτέλεσμα, αλλά δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις που δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα. Ανάλογα με τις ανάγκες μας, επιλέγουμε τον τρόπο που μας ταιριάζει.

> *Ενδεικτικές απαντήσεις (άσκηση 2 τελευταία σελίδα): 1 παπαγάλος 3 καναρίνια, 1 παπαρούνα 3 μαργαρίτες, 1 πράσινο μήλο 3 κόκκινα, 1 άσπρο 3 κόκκινα τριαντάφυλλα, 1 γάτα 3 ποντίκια, 1 λαγουδίνα 3 λαγουδάκια, 1 γαλάζιο μπλουζάκι 3 πορτοκαλιά, 1 λιοντάρι και 3 αντιλόπες).*
> *(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./β.260)*

Κάθε ζευγάρι διατυπώνει τη δική του λεκτική πλαισίωση στο λόγο μέρος/μέρος 1:3 ανάλογα με τα ενδιαφέροντά του. Προκύπτει με αυτό τον τρόπο μεγάλη ποικιλία απαντήσεων.

Τα παιδιά, απαντώντας στο ερωτηματολόγιο στην 1η ερώτηση (4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο), αν τους άρεσε το πρόγραμμά μας, έδωσαν με βάση την υποκειμενική τους γνώμη ακόμη και με διάσταση απόψεων, τις εξής ποικίλες απαντήσεις: «Μου άρεσε γιατί: περιλάμβανε μαθηματικά που μου αρέσουν και γιατί μάθαμε πώς να κυκλοφορούμε στο δρόμο, μάθαμε να εργαζόμαστε σε ομάδες και περνούσαμε ευχάριστες στιγμές, ασχολούμασταν με πολλά μαθήματα και με αμάξια, είχαμε δύο δασκάλους και κάναμε πολλά μαθήματα μαζί, ζωγραφίσαμε αμάξια στους υπολογιστές και βρίσκαμε την ταχύτητα, μαθαίναμε τα σήματα, είχε ενδιαφέρον, μάθαμε πολλά πράγματα και εξασκήσαμε τα μαθηματικά μας, κάναμε για την ταχύτητα και το μάθημα ήταν ευχάριστο, κάναμε κι άλλα μαθήματα όπως μαθηματικά και «σκέφτομαι και γράφω», μου άρεσαν τα στατιστικά στοιχεία, έμαθα πως να κυκλοφορώ καλύτερα και συνδυάσαμε πολλά μαθήματα μαζί, κάναμε διάφορες λύσεις προβλημάτων. Ένας απάντησε δεν μου άρεσε και τόσο, γιατί ήταν λίγο βαρετά».

Στη 2η ερώτηση σχετικά με το τι θυμούνται πιο πολύ από την ενότητα που κάναμε, τα παιδιά απάντησαν ότι θυμούνται: «Τη σιωπή της τάξης όταν έγραφαν και τη χρονομέτρηση της ταχύτητάς τους στο προαύλιο, τα προβλήματα με καταστάσεις κυκλοφορίας, τα προβλήματα με την ταχύτητα, την απόσταση και το χρόνο, το πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής, την επίσκεψη του αστυνομικού στο σχολείο, τον πίνακα ανακοινώσεων όπου έβαλαν φωτογραφίες από ατυχήματα, τα σήματα, τις κατασκευές με καλαμάκια, τους λόγους μέρος/μέρος και μέρος/όλο και τα διάφορα ποσοστά, τη ζωγραφική στην αίθουσα υπολογιστών και το κείμενο του Καββαθά», (4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο). Διαπιστώνουμε από την ποικιλία των απαντήσεων ότι δεν έκαναν σε όλους εντύπωση τα ίδια πράγματα και ότι τα περισσότερα παιδιά θυμούνταν κυρίως τις βιωματικές δραστηριότητες.

Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τ' άλλα μαθήματα», δόθηκαν οι εξής απαντήσεις: «Διέφερε γιατί: είχαμε δυο δασκάλους, δε γράφαμε διαγωνίσματα, κάναμε πολλά μαθήματα μαζί, μάθαμε πολλά στα μαθηματικά, δεν είχαμε διάβασμα για το σπίτι, ήταν ανάμεικτα μαθήματα και κυρίως δεν παίρναμε βαθμούς, κάναμε χαρούμενες δραστηριότητες, δεν είχαμε το άγχος του διαγωνισμού και του βαθμού, δεν κάναμε 1 μάθημα αλλά 6, δεν είχαμε άγχος μην κάνουμε λάθος, δουλεύαμε σε ομάδες, συζητούσαμε για διάφορα πράγματα, ήταν πιο ευχάριστος ο συνδυασμός μαθημάτων», (Μ/12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο). Τα παιδιά δέχτηκαν θετικά το διαθεματικό πρόγραμμα εντοπίζοντας το καθένα σε διαφορετικά σημεία τη διαφορά του project «Κυκλοφοριακή αγωγή» από τα άλλα μαθήματα.

Κατά την Ε.Ζ., μέσα από την αναζήτηση των παιδιών αναδύονταν εναλλακτικοί τρόποι λύσης και υπήρχε μεγαλύτερος πλουραλισμός απαντήσεων.

6.7. Η ΠΟΡΕΙΑ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΑΥΤΟΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

6.7.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Γενικά στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. η επικοινωνία μεταξύ δασκάλας και μαθητών έχει τη μορφή εντολών και ερωτήσεων εξέτασης από τη δασκάλα προς τους μαθητές.

> *(Η δασκάλα άφησε ελάχιστο χρόνο στους μαθητές για να το λύσουν και ύστερα ρώτησε: «βρήκε κανείς κάτι;». Ο Νίκος σήκωσε το χέρι, σηκώθηκε στον πίνακα και παρουσίασε τον τρόπο του).*
> *(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.3)*

> *Δασκάλα: Σας αφήνω λίγο χρόνο να το λύσετε μόνοι σας.*
> *(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.8)*

Από τα παραπάνω φαίνεται το άγχος της δασκάλας για τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος. Η έκφραση «σας αφήνω» υποδηλώνει έμμεσα αυταρχισμό. Η δασκάλα είναι η κεντρική πηγή εξουσίας που κατέχει τα πάντα μες στην τάξη, όπως το χρόνο και τα μοιράζει κατά το δοκούν.

Δασκάλα: Άλλο τρόπο βρήκατε; ... (Σιωπή...αμηχανία). Αν δεν προσθέσω αυτά που ξόδεψε η τάξη για στολίδια και για την καθαρίστρια, αλλά τα αφαιρέσω ένα - ένα χωριστά…
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.5)

Η δασκάλα ρωτά κι όταν κανείς δεν απαντά, με υψηλή καθοδήγηση, δίνει η ίδια άμεσα απάντηση.

(Τα παιδιά ήταν χωρισμένα σε ομάδες. Πλησίαζαν τη δασκάλα κι έδειχναν τη λύση τους, άλλοτε ολοκληρωμένη, άλλοτε μισοτελειωμένη για να πάρουν επιβεβαίωση και να συνεχίσουν).
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.11)

Η δασκάλα ήταν η αυθεντία, το κέντρο αξιολόγησης και αρκετά παιδιά δεν είχαν τη νοητική αυτονομία να προχωρήσουν σε ένα σχέδιο επίλυσης και να το φέρουν εξ ολοκλήρου εις πέρας. Στο επόμενο απόσπασμα, πρώτη φορά η δασκάλα δε ρωτά για να εξετάσει τους μαθητές, αλλά για να ζητήσει τη συγκατάθεσή τους ώστε να ξεκινήσει από την επόμενη φορά το σχέδιο εργασίας μας.

(Η δασκάλα τούς είπε: «Θέλουμε να σας προτείνουμε να ασχοληθούμε στις ώρες της ευέλικτης ζώνης με θέματα Κυκλοφοριακής Αγωγής…Συμφωνείτε;». Όλοι δέχτηκαν ομόφωνα…).
(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.19)

Στο 1^{ο} ερωτηματολόγιο που δόθηκε στη δασκάλα, στην 5^{η} ερώτηση, της ζητήθηκε να συμπληρώσει ένα ψυχογράφημα για τις πεποιθήσεις της σχετικά με τα μαθηματικά, το οποίο έδειξε ότι οι απόψεις της για το τι είναι μαθηματικά και ποιοι οι λόγοι να διδάσκονται, ήταν σύμφωνες με τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη (Ερ/γιο δ/λας Π.Μ. αρ.1: Παράρτημα Β.3). Το διαπιστώσαμε αυτό με έκπληξη, γιατί δεν το αναμέναμε. Κατά την παρατήρηση της διδασκαλίας της δασκάλας στα μαθηματικά (όπως περιγράψαμε), η διδακτική προσέγγιση ήταν κατά το παραδοσιακό πρότυπο επεξηγηματική, δασκαλοκεντρική και απείχε από τις σύγχρονες πεποιθήσεις που εξέφρασε στο ερωτηματολόγιο, οι οποίες μάλλον με μια εποικοδομητική, εξελικτική διδακτική προσέγγιση συνάδουν. Διαπιστώνεται μια αντίφαση ανάμεσα στις θεωρητικές αντιλήψεις της δασκάλας και στις καθημερινές διδακτικές πρακτικές της, φαινόμενο που έχει μελετηθεί σε πολλές περιπτώσεις (Ponte & Chapman 2006). Ακολούθως, ο λόγος 1:3 και η μετατροπή του σε ποσοστό οδηγεί στη δύσκολη διαίρεση 100:3.

Δασκάλα: Ο 1 στους 3 Έλληνες θα μπει τουλάχιστον μια φορά στη ζωή του στο νοσοκομείο εξαιτίας τροχαίου. Αν θέλουμε το 1:3 να το κάνουμε ποσοστό…Το 3 πόσες φορές πρέπει να μεγαλώσει για να γίνει 100;… (Σιωπή)… Για να βρω πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το 100 από το 3, αρκεί να διαιρέσω 100:3 και θα βρω 33,33 έναν περιοδικό δεκαδικό αριθμό όπως λέγεται…
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.16)

Η δασκάλα, αντί να βρει η ίδια το αποτέλεσμα, μειώνοντας τη μαθησιακή αξία του προβλήματος, θα μπορούσε να δώσει στους μαθητές, αριθμομηχανές και να τους αφήσει να ξεδιπλώσουν τη λύση.

Δασκάλα: Θα θέλαμε να ετοιμάσετε ένα παρόμοιο δικό σας πρόβλημα για την άλλη φορά.
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.22)

Είναι ένα θετικό βήμα αλλαγής στάσης προς την κατεύθυνση της αυτονόμησης των παιδιών, το ότι η δασκάλα ζητά από τους μαθητές, να κατασκευάσουν ένα δικό τους πρόβλημα.

Αγγελική: Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
Δασκάλα: Επειδή δε βγαίνει ακέραιο αποτέλεσμα, είπαμε να μην ασχοληθούμε… Έχει εδώ στην έδρα ένα κομπιουτεράκι. Θέλεις να το χρησιμοποιήσεις για να βρεις την ταχύτητά σου που δε βγαίνει ακριβώς; (Η Αγγελική απαντά: «Ναι, θέλω!»).
(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.30)

Όταν η Αγγελική ζήτησε να μετρηθεί κι η δική της ταχύτητα που με τη διαίρεση 60:13 προέκυπτε δεκαδικός αριθμός, στην αρχή αιφνιδιαστήκαμε. Αρχικά η δασκάλα προσπάθησε να αποφύγει την επιθυμία της μαθήτριας, προβάλλοντας τη δογματική προτεραιότητα του προγραμματισμού των δασκάλων, αφού η διαίρεση με δεκαδικό πηλίκο δεν είχε διδαχθεί κι ήταν εκτός ύλης. Βλέποντας ότι υπάρχει κίνδυνος να αισθανθούν μερικοί μαθητές αδικημένοι, ανατροφοδοτούμενη κατέφυγε στον ελιγμό της χρήσης αριθμομηχανής. Κάτι που δεν έκανε στο προηγούμενο απόσπασμα β.16.

Αγγελική: Κάτι λίγα θυμόμαστε, κυρία!… Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.13&14)

Στο ανοιχτό πλαίσιο διαλόγου της Ε.Ζ. όπου δεν υπάρχει βαθμολογία, οι σχέσεις δασκάλου - μαθητή είναι πιο ειλικρινείς. Οι μαθητές δε διστάζουν να πουν ότι δεν κατάλαβαν, ότι δεν θυμούνται κάτι ή να υποβάλουν ένσταση για κάποια πιθανή αδικία εις βάρος τους.

Αλέκα: Είχατε πει να φτιάξουμε πρόβλημα και να φέρουμε πληροφορίες Κυκλοφοριακής Αγωγής.
Δασκάλα: Ας κάνουμε προβλήματα όλοι μαζί, μιας και κανείς δεν έκανε δικό του πρόβλημα …
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.15)

Τα παιδιά έδειξαν απροθυμία στο να επιβαρυνθούν με κατ' οίκον εργασία. Ενώ στην προηγούμενη συνάντηση η δασκάλα πρότεινε να φτιάξουν στο σπίτι, ένα παρόμοιο δικό τους πρόβλημα με ταχύτητες αυτοκινήτων και δεσμεύτηκαν να φέρουν πληροφορίες για θέματα κυκλοφοριακής αγωγής, κανείς δεν έφτιαξε πρόβλημα και μόνο δύο μαθήτριες έφεραν πληροφορίες. Ίσως εμείς δεν τους εμπνεύσαμε αρκετά για κάτι τέτοιο και δεν τους επιτρέψαμε να κάνουν και να υλοποιήσουν δικές τους προτάσεις. Ίσως δεν είχαν εθιστεί μέχρι τότε στο να εργάζονται αυτόνομα κατ' οίκον. Ίσως τέλος η απουσία βαθμολογίας και το μη αυταρχικό πλαίσιο της Ε.Ζ. δημιούργησε σε κάποιους την εντύπωση ότι αφού δεν είναι κανονικό μάθημα, είναι «η ώρα του παιδιού» και δε χρειάζεται να καταπονούνται με τη συλλογή πληροφοριών και την κατασκευή προβλημάτων. Δεν επιμείναμε στο να απαντηθούν τα πιο πάνω ερωτήματα για να μην δημιουργηθεί αυταρχικό κλίμα. Ακολούθως, υπήρξαν φορές στις ομάδες που όλοι ήθελαν να γράφουν κι υπήρχαν προστριβές. Τότε εμείς προσπαθούσαμε να συντονίσουμε το έργο των ομάδων και να συμβιβάσουμε τις διαφορές.

Νίκος: Κυρία, πείτε κάτι, η Μάγδα δε μ' αφήνει να γράψω.
Μάγδα: Γιατί να γράψει αυτός κυρία, θέλω κι εγώ να γράψω.
Δασκάλα: Το ένα πρόβλημα να το γράψει ο ένας και το άλλο ο άλλος, εναλλάξ.
Ερευνητής: Εξάλλου αυτός που γράφει, δεν λύνει μόνος του το πρόβλημα, αλλά ρωτάει και συνεργάζεται με το διπλανό του. Απλώς σαν γραμματέας καταγράφει ό,τι κι οι δύο συμφωνούν.
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.22)

Η συνεργασία δεν είναι μια εύκολη παράμετρος στη μαθησιακή διαδικασία. Ειδικά όταν τα παιδιά δεν έχουν εξοικειωθεί από νήπια ακόμη με αυτήν. Αναγκαζόμαστε, η δασκάλα κι εγώ, να γίνουμε καθοδηγητικοί για να συμβιβάσουμε με διάφορους τρόπους και παραινέσεις τις διαφορές. Στόχος δεν είναι να γεφυρώσουμε μόνο τη συγκεκριμένη διαφορά των συμμαθητών, αλλά να αναδυθούν τρόποι καταμερισμού ευθυνών και κανόνες συμπεριφοράς για όλους, στην ομαδική εργασία.

Αγγελική: Όπως στο λούνα-παρκ, στα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια, όταν είναι λίγα στην πίστα δεν τρακάρεις πολύ και δεν έχει πλάκα, ενώ όταν είναι πολλά γίνεται χαμός.
(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.24)

Αυτόνομα η Αγγελική επινοεί στην πρόβλεψη των πιθανοτήτων, δικό της μοντέλο αναπαράστασης.

(Η δασκάλα έδειξε στα παιδιά ένα πλαστικό μοντέλο φωτεινού σηματοδότη και συζήτησε μαζί τους για τη ρυθμιστική λειτουργία του στην κυκλοφορία. Τα παιδιά δραματοποίησαν το πέρασμα σε διάβαση με φανάρι, υποδυόμενα το ρόλο των πεζών και το ρόλο των αυτοκινήτων).
(2ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.37)

Η δασκάλα με δική της πρωτοβουλία, έκανε χρήση εναλλακτικών μορφών μάθησης.

Δασκάλα: Ένα τρίγωνο που έχει όλες του τις πλευρές ίσες, πώς το ονομάζουμε; …(Σιωπή). Το λέει η λέξη από μόνη της, σύνθετη λέξη, ίσες πλευρές, ισο… (Η Αλεξάνδρα λέει: «…πλευρο»).
(2ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.41)

Η δασκάλα αγχωμένη με το χρόνο, προκειμένου να πάρει γρήγορα την επιθυμητή απάντηση στην ερώτησή της, δίνει η ίδια τη μισή απάντηση, ώστε οι μαθητές απλώς να συμπληρώσουν. Έχουμε όμως μ' αυτόν τον τρόπο ρήξη του διδακτικού συμβολαίου - Φαινόμενο Topaze (Douady 1984).

(Στο χρόνο που απέμεινε, η δασκάλα οδήγησε τα παιδιά στην αίθουσα πληροφορικής… με το πρόγραμμα ζωγραφικής των Windows, αυτοκίνητα, πινακίδες σήμανσης διαφόρων σχημάτων).
(2ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.42)

Η δασκάλα χρησιμοποιώντας εναλλακτικές μορφές μάθησης στο ανοικτό πλαίσιο διαθεματικών δραστηριοτήτων, συνδύασε το έντυπο φυλλάδιο με πινακίδες σήμανσης, τη συζήτηση - διερεύνηση γεωμετρικών εννοιών και τη χρήση Η/Υ και του προγράμματος ζωγραφικής των Windows. Στην αίθουσα πληροφορικής η προσοχή των μαθητών μετατοπίστηκε από τη δασκάλα στον Η/Υ. Η μετωπική διδασκαλία αντικαταστάθηκε από την εργασία σε ομάδες. Η δασκάλα δεν ήξερε πλέον περισσότερα από τα παιδιά στα θέματα ζωγραφικής κι έγινε συνερευνήτρια στη μαθησιακή διαδικασία (Somekh 1992). Στον επόμενο διάλογο αναδύεται η παραδοσιακή στάση ενός μαθητή.

Βίκυ: Οι πιο πολλές είναι κύκλοι…και μία, αυτή με το STOP είναι εξάγωνο.
Νίκος: Τι λέει, κυρία! Αυτή με το STOP δεν είναι εξάγωνο, έχει οκτώ γωνίες. Είναι οκτάγωνο!
(2ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.26)

Με τη φράση «Τι λέει, κυρία!», ο Νίκος ενώ θέλει να αντικρούσει τη Βίκυ, δεν της απευθύνει απευθείας το λόγο, αλλά μέσω της «αυθεντίας» της δασκάλας. Την 5η ημέρα η Βίκυ διερευνά…

Βίκυ: Οι δύο ίσες πλευρές χρειάζεται να είναι πιο μεγάλες…
(2ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.28)

Η Βίκυ με αυτονομία σκέψης, κάνει μια εικασία η οποία προωθεί τη μαθησιακή διαδικασία.

Ερευνητής: Τι λέτε όσοι μαντεύατε ότι πάντα μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο; (Σιωπή)...
(2ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.29)

Τα παιδιά που προηγουμένως στο νοητικό πείραμα, μάντευαν ότι πάντα το τρίγωνο είναι κατασκευάσιμο, με την ερώτηση του ερευνητή βρίσκονται σε κατάσταση γνωστικής σύγκρουσης. Δυσαρεστούνται από τις παλιές δομές τους που τα οδήγησαν σε εσφαλμένα συμπεράσματα και θέλουν να τις αναθεωρήσουν, χωρίς να τους επιβληθεί από την αυθεντία των δασκάλων.

(Στην 6η συνάντηση ήρθε ένας αξιωματικός της τροχαίας, έδειξε διαφάνειες στα παιδιά και του έκαναν ερωτήσεις. Στην 7η συνάντηση τα παιδιά με τη δασκάλα πήγαν στο πάρκο Κυκλοφοριακής Αγωγής στο Κεφαλόβρυσο. Συνάντησαν αστυνομικούς και τον Υπεύθυνο Αγωγής Υγείας).
(2ηΜ.Π./Δ/6η&7ηΕ.Ζ./β.49)

Κατά την 6η κι 7η συνάντηση, η δασκάλα είχε την ευκαιρία να συνεργαστεί με άλλους ειδικούς, να ανταλλάξει απόψεις και κυρίως να ξεφύγει από το κέντρο της μαθησιακής διαδικασίας και να περάσει σε διευκολυντικό ρόλο, ώστε η μαθησιακή διαδικασία από δασκαλοκεντρική να γίνει μαθητοκεντρική. Παρόλο που πολλά θέματα οι μαθητές τα είχαν ήδη συζητήσει μαζί μας, ήταν πιο ενδιαφέρον να τα επεξεργαστούν με ειδικούς. Την 8η ημέρα ο Νίκος έφτιαξε δικό του πρόβλημα.

Νίκος: Τώρα δε θα έπρεπε να μας ζητάει το λόγο που δίνουν τα κορίτσια προς όλα τα παιδιά;
Δασκάλα: Ωραία! Είναι καλό να κατασκευάζετε δικά σας προβλήματα κι ας μην τα έχει γραμμένα.
(2ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.38) & (2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.60)

Ο Νίκος με αυτονομία σκέψης, προεκτείνει τη δραστηριότητα προτείνοντας δικό του πρόβλημα. Η δασκάλα αξιολογεί θετικά την προσπάθειά του και παροτρύνει τους υπόλοιπους να κάνουν το ίδιο.

Αγγελική: Είναι ένας χάρτης που δείχνει το Καρπενήσι!...

Νίκος: Να, εδώ είναι ο δρόμος του σχολείου μας!...
Αλεξάνδρα: Σ΄ αυτό το δρόμο, μένω εγώ!

(2ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./στ.40) & (2ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ.)

Χωρίς να παρέμβουμε, τα παιδιά άρχισαν να αναζητούν το σπίτι τους, το σχολείο κ.τ.λ. Όταν εμπλουτίζεται η διδασκαλία με ένα εποπτικό μέσον που προσελκύει το ενδιαφέρον, ο διδακτικός ρόλος των δασκάλων γίνεται αυτομάτως περισσότερο συντονιστικός και διαμεσολαβητικός. Η περιέργεια των μαθητών τούς δίνει το έναυσμα για να εμπλακούν βιωματικά σε προσωπική έρευνα.

Δασκάλα: Μπορούμε να βάλουμε στη σειρά τις περιοχές με όποιον τρόπο θέλουμε…
Αλέξανδρος: Μα βάζουμε από τη λιγότερο στην πιο επικίνδυνη, πρώτα η Περιοχή 2, μετά η 4.
Μάγδα: Όχι, γιατί η Π4 έχει 4 παραβάτες περισσότερους, ενώ η Π2 έχει 22 περισσότερους.

(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.66) & (2ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.42)

Η δασκάλα δε δίνει έτοιμες λύσεις. Μέσα από το διάλογο και τη διαφωνία μεταξύ των δύο παιδιών, δίνεται εσωτερικό κίνητρο στη Μάγδα για να διατυπώσει αυτόνομα την επιχειρηματολογία της.

(Όταν στο τέλος της ώρας μαζέψαμε τα συμπληρωμένα φυλλάδια, είδαμε χαρακτηριστικά ότι από 7 ζευγάρια σε αντίστοιχα φυλλάδια, κανένα δεν είχε κάνει την ίδια κατάταξη στις περιοχές της ερώτησης 1α με κάποιο άλλο. Στην ερώτηση 1β τα 6 ζευγάρια απάντησαν ότι η πιο επικίνδυνη περιοχή είναι η Περιοχή 2. Μόνο το ζευγάρι Νεκτάριος - Άγγελος απάντησε η Περιοχή 4).

(2ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.44)

Θέσαμε ένα ανοιχτό πρόβλημα κι αφήσαμε να γράψει το κάθε ζευγάρι τη δική του απάντηση, χωρίς να πάρουμε θέση. Αποποιηθήκαμε το ρόλο της «αυθεντίας» και δώσαμε χώρο για αυτονόμηση.

(Είναι χαρακτηριστικό γεγονός, ότι όπου υπήρχε υψηλός βαθμός καθοδήγησης από τη δασκάλα ή από εμένα, υπήρχε και σχετική ομοιομορφία στις απαντήσεις των μαθητών στα φυλλάδια. Αντίθετα, όπου υπήρχε απόλυτη αυτονομία κι οι 7 ομάδες έδωσαν 7 διαφορετικές απαντήσεις).

(2ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.49)

Εμπειρικά οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι υψηλός βαθμός καθοδήγησης συνεπάγεται ομοιομορφία στις απαντήσεις των μαθητών σε ένα ανοικτό πρόβλημα.

Δασκάλα: Παιδιά τι είπαμε το πρωί για τα ισοδύναμα κλάσματα; ... Εδώ τι κλάσμα έχουμε;… Κι αλλιώς ως λόγο πώς μπορούμε να το γράψουμε;…
Αλεξάνδρα: 27:300 ή 27/300.

(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.76)

Η δασκάλα ξαναθυμάται παραδοσιακές πρακτικές. Με ερωτήσεις και υψηλό βαθμό καθοδήγησης, κατευθύνει τα παιδιά, ώστε να αναπτύξουν μια τεχνική μετατροπής των ποσοστών σε λόγους.

Μάγδα: Δε γίνεται να είναι πάνω από τα μισά, γιατί πιο λίγοι είναι όσοι υπερβαίνουν το όριο.
Δασκάλα: Γιατί πόσα είναι τα μισά του 5, Τάνια;
Τάνια: Δυόμισι! (Η Δασκάλα ρωτά: «Είναι πάνω από τα μισά τα 2;»). Όχι!

(2ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.80)

Η δασκάλα συνεχίζει να είναι καθοδηγητική. Δεν εκμεταλλεύεται μαθησιακά την τεκμηρίωση της Μάγδας και καθοδηγεί σε δική της διαδικασία απόδειξης την Τάνια. Ομοίως στο απόσπασμα β.85.

Δασκάλα: Αν το λόγο 1:1 θέλουμε να τον γράψουμε σε ποσοστό στα εκατό, πώς θα το γράψουμε;…(Σιωπή). Πάλι με ισοδύναμα κλάσματα όπως κάναμε και τις προηγούμενες φορές (γράφει: 1/1 = □/100. Πόσα θα βάλουμε αριθμητή στο 100; (Η Έλενα λέει: «1/100»)…

(2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.85)

Μετά τη σιωπή η δασκάλα, ξανά καθοδηγεί τα παιδιά στη δοσμένη τεχνική - «τυφλοσούρτη», με αποτέλεσμα να τους στερεί την ευκαιρία να κατασκευάσουν δική τους μαθηματική γνώση.

(Έντονο βουητό και συνεργασία… με τη δασκάλα περιφερόμαστε κι όταν ζητείται, βοηθάμε).

(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.56)

Η πιο δημιουργική στιγμή στην τάξη, είναι όταν οι δάσκαλοι παύουν να μιλούν κι οι ομάδες μαθητών αρχίζουν να εργάζονται μέσα σε μια δημιουργική φασαρία.

Δασκάλα: Θυμάστε τότε που μας ζήταγε ποσοστό %, π.χ. τότε με τον παρουσιαστή που μας έλεγε 2 με υπερβολική ταχύτητα προς 3 με κανονική; Ο λόγος αυτός τι είδους ήταν;
Νίκος: μέρος/μέρος.
Δασκάλα: Μ' αυτό το λόγο μπορούσαμε να βρούμε κατευθείαν το ποσοστό των παραβατών;
Νίκος: Όχι, έπρεπε να βρούμε το λόγο μέρος/όλο.
Δασκάλα: Και τι είπαμε τότε, αφού 2 με υπερβολική ταχύτητα και 3 με κανονική, όλα μαζί;
Νίκος: 5 και ο λόγος μέρος/όλο ήταν 2/5.
Τάνια: Και σε ποσοστό είχαμε βρει 40%.
Δασκάλα: Αν λοιπόν θέλουμε να βρούμε ποσοστό, ποτέ δε μας κάνει ο λόγος μέρος/μέρος, πρέπει πρώτα να βρούμε λόγο μέρος/όλο και μετά ποσοστό.

(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.95)

Η δασκάλα προσπαθεί επαγωγικά ξεκινώντας από συγκεκριμένο παράδειγμα, με ερωτήσεις, να βοηθήσει τα παιδιά να οδηγηθούν από το μερικό στο γενικό και να αναδυθεί το συμπέρασμα, αλλά ένα βήμα πριν να το διατυπώσουν τα παιδιά, το διατυπώνει η ίδια. Στο απόσπασμα β.97 σε όλη τη φάση ανάδειξης της στρατηγικής, μέσα από διάλογο με τα παιδιά, είναι υπερβολικά καθοδηγητική.

Δασκάλα: Γράφω με τη σειρά τη στρατηγική, τα βήματα που κάναμε: 1)Βρίσκαμε πρώτα το λόγο μέρος/μέρος. Κάνει αυτός ο λόγος για ποσοστό; (Η Μάγδα απαντά: «Όχι, θέλει λόγο μέρος/όλο»). 2) Βρίσκουμε το λόγο μέρος/όλο… Πόσο είναι Μάγδα; (Η Μάγδα απαντά: «5/14»).
Δασκάλα: Το 5/14 να το κάνουμε ποσοστό %. Με τα ισοδύναμα κλάσματα 5/14 = □/100…
Νίκος: Πρέπει να δούμε πόσες φορές πολλαπλασιάζεται το 14 για να γίνει 100…
Δασκάλα: Γράφουμε! 3) Το λόγο μέρος/όλο με τα ισοδύναμα κλάσματα το μετατρέπουμε σε ποσοστό %... (Κάποιος ρωτά: «τι λέει εκεί;»). Δε με νοιάζει τι θα γράψετε, με νοιάζει να καταλάβετε τι κάνουμε… Πάμε στις Ερωτήσεις Ανακεφαλαίωσης.

(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.97)

Μέχρι και το τέλος ακόμη της διαθεματικής προσέγγισης, διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα δεν έχει αποβάλει τελείως συνήθειες της παραδοσιακής διδασκαλίας όπως είναι ο υπερπροστατευτισμός κι η υπέρμετρη καθοδήγηση των μαθητών. Όταν γράφει το 3^o βήμα της στρατηγικής κι οι μαθητές το αντιγράφουν στο φυλλάδιο, κάποιος ρωτά «τι λέει εκεί» ζητώντας διευκρινίσεις για το τι γράφει στον πίνακα. Τότε η δασκάλα βλέπει ότι κινδυνεύει να μετατραπεί η διαδικασία ανάπτυξης της στρατηγικής σε ένα παραδοσιακό μάθημα που ο δάσκαλος γράφει υποδειγματικά και οι μαθητές εφαρμόζουν κι αντιγράφουν και σε μια προσπάθεια να επαναπροσδιορίσει την ουσία της διαδικασίας, τονίζει: «Δε με νοιάζει τι θα γράψετε, με νοιάζει να καταλάβετε…». Διαπιστώνουμε ότι τουλάχιστον θεωρητικά κεντρικός στόχος της δασκάλας είναι η μάθηση με κατανόηση. Στην πράξη όμως, συχνά ασυνείδητα, ξεφεύγει από το στόχο και αναλώνει τη διδακτική πρακτική της σε επιμέρους θέματα, όπως η συμπλήρωση των ασκήσεων με κάθε τρόπο και η κάλυψη της ύλης. Παρόλα αυτά στα επόμενα αποσπάσματα, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχίζει να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών, μειώνοντας τη δική της καθοδήγηση.

Αλέξανδρος: Κυρία, εγώ το έλυσα με λεπτά… Είπα, αφού ξέρουμε ότι 1€ έχει 100 λεπτά, το 1,5 € είναι 150 λεπτά και το 0,75 € είναι 75 λεπτά. Άρα μου έμειναν 150-75=75 λεπτά.

(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.4)

Ο Αλέξανδρος δείχνει αυτονομία σκέψης. Αντί να επηρεαστεί από τον τίτλο του κεφαλαίου και το πρόβλημα που έχει δεδομένα δεκαδικούς, αυτός προτίμησε να τα μετατρέψει όλα σε λεπτά και να κάνει αφαίρεση ακεραίων αντί δεκαδικών. Αντίθετα η Αγγελική είναι εγκλωβισμένη στο βιβλίο.

Αγγελική: Ο Αλέξανδρος έκανε ζαβολιά, δεν αφαίρεσε ευρώ, αφαίρεσε λεπτά…
Δασκάλα: Και οι δύο τρόποι είναι σωστοί αφού είχαν σωστή στρατηγική βήμα-βήμα και βρήκαν το σωστό αποτέλεσμα. Δεν υπάρχει μόνο ένας σωστός τρόπος, υπάρχουν πολλοί.
Αγγελική: Ναι, αλλά το μάθημά μας είναι «η αφαίρεση δεκαδικών», όχι «η αφαίρεση ακεραίων».

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8) & (2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.6)

Η δασκάλα ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών, ώστε να αναζητούν ακόμη και τρόπους που ξεφεύγουν από το σχεδιασμό του βιβλίου. Διαπιστώνουμε από την αντίδραση της Αγγελικής, ποιες επιπτώσεις έχουν στα παιδιά παλαιότερες πρακτικές καθοδήγησης με τις οποίες έχουν ταυτιστεί.

Δασκάλα: Παρατηρείτε τίποτα; Θέλετε να πείτε κάτι;…
Αγγελική: Την αφαίρεση την κάνει το βιβλίο, όπως την κάναμε κι εμείς…

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.11)

Η δασκάλα με την ερώτηση: «Παρατηρείτε…κάτι;», δίνει την ευκαιρία στα παιδιά να εξάγουν τα ίδια το συμπέρασμα. Ενώ παραμένει καθοδηγητική, αρχίζει να δίνει περισσότερο το λόγο στα παιδιά δίνοντάς τους ευκαιρίες να γίνουν συμμέτοχοι στη διαδικασία μάθησης.

Δασκάλα: Για να πάμε παρακάτω. Ανοίξτε το βιβλίο σας στη σ. 105. Διάβασε Δημήτρη!...(Ο Δημήτρης διάβασε το λυμένο πρόβλημα: «Ένα βάζο μέλι ζυγίζει 2,5κ. Αν το απόβαρο είναι 0,750κ. πόσο είναι το καθαρό βάρος του μελιού;»).

(2ηΜ.Π./Π/μ.Ε.Ζ./η.5)

Η δασκάλα αφού εισήγαγε τη νέα ενότητα με ένα δικό της πρόβλημα, τώρα επανέρχεται στην παραδοσιακή πρακτική και χρησιμοποιεί ως σημείο αναφοράς το σχολικό βιβλίο. Στα παλιά σχολικά βιβλία, η πρακτική εισαγωγής στο νέο κεφάλαιο ήταν να παρατίθεται στην αρχή ένα λυμένο πρόβλημα το οποίο οι μαθητές με τη βοήθεια της δασκάλας τους μελετούσαν και αφού έπαιρναν έτοιμο «τυφλοσούρτη» από το παράδειγμα, μιμούμενοι την ίδια τεχνική, καλούνταν να λύσουν κάποια άλυτα προβλήματα για εφαρμογή. Με αυτόν τον τρόπο «στραγγαλιζόταν» η περιέργεια, το πιο βασικό παιδαγωγικά εσωτερικό κίνητρο που έχουν οι μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα. Ευτυχώς στην περίπτωσή μας η δασκάλα δεν ακολούθησε την τακτική του βιβλίου.

Δασκάλα: Ωραία! Αυτός είναι και ο τρόπος που προτείνει το βιβλίο.

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.7)

Με αυτό το σχόλιο μάλλον θέλει η δασκάλα να διευκρινίσει στους μαθητές ποιος είναι ο τυπικά αποδεκτός τρόπος σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο και το Α.Π. Οι Καλαβάσης, Κινικλής, Γιαλαμάς (1992, σ.196) αναφέρουν: «Η στάση των δασκάλων είναι τελείως διαφορετική από τη στάση των καθηγητών απέναντι στα Μαθηματικά. Από το περιεχόμενο της βασικής κατάρτισης και από την καθημερινή πρακτική φαίνεται ότι η γνωστική αναφορά του μαθηματικού αντικειμένου, για τους πρώτους, περιορίζεται στην ίδια τη διδακτέα ύλη και την εικόνα της στο σχολικό βιβλίο. Επομένως ο δάσκαλος δίνει βαρύνουσα σημασία και ρόλο στο σχολικό βιβλίο τόσο ως μαθηματικό περιεχόμενο όσο και ως τρόπο…διδακτικής προσέγγισης».

(Στην 1η ερώτηση αν τους άρεσε η ενότητα «Κυκλοφοριακή Αγωγή», οι 12 μαθητές, μαθήτριες από τους 14, απάντησαν ότι τους άρεσε… Αξιοσημείωτο είναι ότι 2 μαθητές απάντησαν ότι δεν τους άρεσε η ενότητα. Απαντώντας στο γιατί, έδωσαν τις εξής ενδεικτικές απαντήσεις: «Δεν μου άρεσε γιατί βαριόμουνα, δεν μου άρεσε γιατί ζαλίστηκα»).

(2ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο/ζ.1η)

Ακόμη και στον έμμεσο διάλογο μέσα από τις αρνητικές κρίσεις μαθητών στο ερωτηματολόγιο, μπορούμε να διακρίνουμε ένα θετικό στοιχείο όσον αφορά το εγχείρημά μας. Οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να αξιολογήσουν δημοκρατικά και ελεύθερα αυτά που διδάχτηκαν και να τοποθετηθούν ακόμη κι αρνητικά χωρίς κανένα δισταγμό. Συνήθως στην παραδοσιακή πρακτική, ακόμη και όταν σπάνια ρωτούμε την άποψη των μαθητών για το πώς και το τι διδάσκεται σ' ένα μάθημα, υπάρχει μια υποκρισία από τη μεριά μας, των εκπαιδευτικών, αφού οι μαθητές σχεδόν πάντα απαντούν θετικά υπό το φόβο της βαθμολογίας και το άγχος μην δυσαρεστήσουν τον/την εκπαιδευτικό.

Εμφανώς υπήρξε μείωση της καθοδήγησης της δασκάλας και αύξηση της αυτονόμησης των μαθητών στην τάξη. Η συμμετοχή των παιδιών στο μάθημα βελτιώθηκε σημαντικά, τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά. Στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. και τη διαθεματική προσέγγιση, η συμμετοχή των μαθητών είχε μόνο τη μορφή απαντήσεων σε εξεταστικής μορφής ερωτήσεις της δασκάλας. Κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., η διαθεματική προσέγγιση λειτούργησε καταλυτικά, ώστε να αλωθεί εν μέρει σταδιακά το μονοπώλιο κατοχής του χρόνου, του χώρου και του λόγου από τη δασκάλα. Εάν θέλουμε να σχολιάσουμε τη σχέση μεταξύ της καθοδήγησης της δασκάλας και της αυτονόμησης των μαθητών από μία οπτική γωνία συστημικής αλληλεπίδρασης διαπιστώνουμε τα εξής: Βαθμιαία η δασκάλα άρχισε να δίνει όλο και περισσότερα περιθώρια για αυτονόμηση στους μαθητές. Άλλοτε πάλι το είδος της μαθησιακής διαδικασίας (π.χ. βιωματική δράση) και η υφή του ανοικτού προβλήματος ήταν τέτοια που ανάγκαζαν τη δασκάλα να περιορίσει τη συμμετοχή της. Επίσης υπήρξαν φορές που δεν ήταν η δασκάλα που έδινε το χώρο, αλλά ήταν οι μαθητές που τον διεκδικούσαν. Μερικές φορές πάλι, ενώ φαινόταν ότι η δασκάλα είχε την πρόθεση να δώσει περιθώρια αυτονόμησης στους μαθητές, οι ίδιοι έδειχναν απρόθυμοι να τα εκμεταλλευτούν. Εφησυχασμένοι μέσα στο προστατευτικό κουκούλι της αυθεντίας της δασκάλας, έχοντας βαθιά ριζωμένες παραδοσιακές νοοτροπίες και συμπεριφορές, έδειχναν άτολμοι, δίσταζαν να πάρουν το ρίσκο, να αναλάβουν πρωτοβουλίες, να αποδεχτούν την ατομική ευθύνη τους και να αυτονομηθούν. Τους έλειπε το θάρρος που μαζί με την ταπεινοφροσύνη είναι σύμφωνα με το Lakatos, οι δύο απαραίτητες αρετές για εποικοδομητική συμμετοχή σε ένα μαθηματικό διάλογο, Lambert (1988). Τέλος υπήρξαν και παλινωδίες, κάποιες στιγμές στη διάρκεια του προγράμματος π.χ. (4ηΕ.Ζ./β.41), (10ηΕ.Ζ./β.76), (10ηΕ.Ζ./β.80), (11ηΕ.Ζ./β.85), (12ηΕ.Ζ./β.95), (12ηΕ.Ζ./β.97), όπου η δασκάλα ξαναθυμόταν παραδοσιακές πρακτικές της και γινόταν υπέρμετρα καθοδηγητική. Σημαντικό είναι το γεγονός ότι η μείωση της καθοδήγησης της δασκάλας και η αύξηση της αυτονόμησης των μαθητών συνεχίστηκε σε μεγάλο ποσοστό και μετά την Ε.Ζ., στα μαθηματικά.

6.7.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., διαπιστώνεται μεγάλος βαθμός καθοδήγησης εκ μέρους της δασκάλας. Κατά την Ε.Ζ. το μαθησιακό πλαίσιο αρχίζει να γίνεται λιγότερο ασφυκτικό και η δασκάλα δημιουργεί περισσότερες ευκαιρίες για αυτόνομη συμμετοχή των μαθητών.

Δασκάλα: Με αυτά τα δεδομένα δε λύνεται το πρόβλημα, κάτι λείπει. Τι λείπει;
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.2)

Η δασκάλα δεν άφησε περιθώρια. Δεν επέτρεψε στο μαθητή να ξαναπεί το πρόβλημα και να διερευνήσει ο ίδιος αν λύνεται ή όχι. Τουλάχιστον δεν αποκάλυψε η ίδια το δεδομένο που λείπει.

[Ο Οδυσσέας γράφει (3.000+ 2.700):150=5.700].
Δασκάλα: Η παράσταση…δεν είναι ίση με 5.700, τι πρέπει να γράψουμε ακόμη;… Να το δούμε γραμμένο και κάνουμε διαίρεση. [Ο Οδυσσέας συμπληρώνει (3.000+2.700):150=5.700:150].
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.6)

Η δασκάλα διαπιστώνει ότι η ισότητα δεν είναι σωστή κι επιμένει ώστε ο μαθητής να τη διορθώσει. Έχει ως προτεραιότητα να αποκτήσουν οι μαθητές σωστή τυπικά μαθηματική συμπεριφορά όταν επεξεργάζονται αριθμητικές ισότητες και δεν ενδιαφέρεται μόνο για την ταχεία εκτέλεση πράξεων.

Δασκάλα: Με ποιον αριθμό αν πολλαπλασιάσω το 5 του 15, θα βρω αριθμό που τελειώνει σε 0; (Η Ελένη λέει: «Με το 2»… Ο Γιάννης λέει: «Με το 4»… Ο Μάριος λέει: «Με το 6 ή το 8»). Δασκάλα: Θέλετε να δοκιμάσουμε με το μεγαλύτερο, το 8;… 8Χ15=120.

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.9)

Αφού τόνισε η δασκάλα ότι το 15 στο 120 πρέπει να χωράει ακριβώς, παρακινεί τα παιδιά με τη μέθοδο δοκιμής και λάθους να υποθέτουν και να επαληθεύουν, ώστε να βρουν με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσουν το 15 ώστε να βρουν 120. Δίνει ευκαιρίες στα παιδιά να διερευνήσουν και να διαλεχθούν. Ωστόσο η καθοδήγησή της σε όλες τις φάσεις είναι υπερβολικά υψηλή.

Δασκάλα (Η Κων/να γράφει...): Μάριε, άφησε την Κων/να να τα κάνει μόνη της. Κων/να, έβαλες ότι το 15 στο 27 χωράει 5 φορές…όμως δε γίνεται.

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.13)

Η δασκάλα προστατεύει την αυτονομία της Κων/νας από την παρέμβαση του Μάριου, όμως με μια αντιφατική στάση, η ίδια ταυτόχρονα καθοδηγεί τη μαθήτρια, ακυρώνοντας την αυτονομία της.

Δασκάλα: Κων/να για δες 15+15 πόσο κάνουν;… Άρα ούτε 2 φορές δε χωράει το 15 στο 27.

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.14)

Δασκάλα: Άρα από την πρώτη διαίρεση βρήκαμε 20, από τη δεύτερη βρήκαμε 18,… 20+18=...

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.16)

Στο 1ο απόσπασμα, η δασκάλα βοηθά τη μαθήτρια καθοδηγώντας την με πρόσθεση, στη διαίρεση 27:15. Στο 2ο επεισόδιο η δασκάλα ανακεφαλαιώνει, εκβιάζοντας την εξαγωγή του αποτελέσματος.

(Η δασκάλα κατόπιν με ένα νέο πρόβλημα εισήγαγε τους μαθητές στο καινούργιο προς διερεύνηση κεφάλαιο, χωρίς να τους πει ότι μπαίνουν σε καινούργιο κεφάλαιο. Μου είπε ότι δεν θέλει να τους το λέει για να μην υποψιάζονται ποιες πράξεις θα κάνουν).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.17)

Δασκάλα: Γίνεται να έχουμε υπόλοιπο; … (Ο Μάριος λέει: «Κάπου υπάρχει λάθος»).

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.20)

Δασκάλα: Για κοιτάξτε, πού υπάρχει λάθος;

(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.21)

Στα τρία προηγούμενα αποσπάσματα, η στάση της δασκάλας προσεγγίζει τη σύγχρονη άποψη της διδακτικής. Στο 1ο, δεν επιχειρεί να δώσει έτοιμη λύση λέγοντας ότι θα μπούμε στο κεφάλαιο με τίτλο: «Πώς διαιρούμε διαφορά με αριθμό», αλλά δίνει εισαγωγικό πρόβλημα προς διερεύνηση κι ενώ τα βιβλία παραμένουν κλειστά. Σέβεται τη νοητική αυτονομία των μαθητών, διατηρώντας το κίνητρο της περιέργειας. Στο 2ο επεισόδιο, η δασκάλα προσπαθεί να προβληματίσει, αν αναμένεται στο πρόβλημα, η διαίρεση να είναι ατελής. Βοηθά τα παιδιά να εξοικειωθούν με μεταγνωστικές διαδικασίες αυτοαξιολόγησης κι αυτορρύθμισης κατά την επίλυση προβλημάτων. Στο 3ο επεισόδιο, η δασκάλα δε δείχνει το λάθος, αλλά ενθαρρύνοντας την αυτονόμηση, ζητά να το βρουν τα παιδιά.

Δασκάλα: Πόσο ζημιώθηκε λοιπόν το κατάστημα από το κάθε παντελόνι; (Ο Νίκος λέει: «81 €») και… Πόσο κέρδισε από τη μία χειρολαβή; (Ο Αποστόλης λέει: «18 €»).
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.22)

Η δασκάλα και στα δύο προβλήματα επιμένει στη διατύπωση της απάντησης των προβλημάτων που λειτουργεί μεταγνωστικά. Όμως με υψηλό βαθμό καθοδήγησης δεν αφήνει το μαθητή να την διατυπώσει, αφού η ερώτηση εμπεριέχει την απάντηση κι ο μαθητής απλά λέει το αποτέλεσμα.

Δασκάλα: Για πρόσεξε μες στην παρένθεση… γίνεται 4-5 τι έχουμε πει; (Ο Νίκος λέει: «Κάποτε μπορεί να γίνει κυρία»)…στο Γυμνάσιο. (Η Γεωργία λέει: «Θα τα βάλω ανάποδα»).
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.24)

Η δασκάλα με υψηλό βαθμό καθοδήγησης παρεμβαίνει για να διορθώσει τη Γεωργία δείχνοντάς της η ίδια το λάθος, χωρίς να της αφήσει χρόνο να το εντοπίσει μόνη της. Όταν η δασκάλα ρωτά αν γίνεται η αφαίρεση όταν ο μειωτέος είναι μικρότερος από τον αφαιρετέο, ο Νίκος ισχυρίζεται ότι κάποτε γίνεται. Η δασκάλα ενώ είχε αρχίσει να λέει ότι δε γίνεται, συμπληρώνει ότι γίνεται, αλλά στο γυμνάσιο θα πούμε πότε. Η ειλικρίνεια που οφείλει να δείχνει ο/η εκπαιδευτικός όσον αφορά τις «επιστημονικές αλήθειες» είναι σημαντική για την αξιοπιστία του/της, απέναντι στους μαθητές. Η Μα (1999, σ. 3-4) γράφει σχετικά για δύο μελέτες περίπτωσης δασκάλων. Η πρώτη, η Ms Fay λέει στους μαθητές: «Δεν μπορείτε να αφαιρείτε ένα μεγαλύτερο αριθμό από ένα μικρότερο», ενώ η δεύτερη, η Tr.Bernadette λέει: «Μπορούμε να αφαιρέσουμε από το 64 το 46; Για σκεφτείτε το, έχει νόημα;… Εντάξει, τότε 4 να βγάλουμε 6, είμαστε ικανοί να το κάνουμε αυτό;». Σύμφωνα με τη συγγραφέα, η πρώτη δασκάλα έκανε μία ψευδή μαθηματική δήλωση. Αν και τα παιδιά της Β΄ τάξης, στα οποία δίδασκε η συγκεκριμένη δασκάλα, δεν διδάσκονται αφαίρεση με αρνητικό υπόλοιπο, δεν είναι σωστό να προκαλείται σύγχυση στη μελλοντική τους μάθηση, δίνοντας έμφαση σε μία παρανόηση. Αντιθέτως, η δεύτερη δασκάλα απέφυγε την παρανόηση, με το σκεπτικό ότι τα παιδιά της Β΄ τάξης «δεν είναι ακόμη ικανά να αφαιρέσουν 4-6».

(Ο Αποστόλης γράφει στο πηλίκο 16 συμπληρώνοντας το 6, κάνει τον πολλαπλασιασμό 25Χ6 βρίσκει 150 και το γράφει κάτω από το 200. Η δασκάλα δεν τον αφήνει να κάνει αφαίρεση).
Δασκάλα: Έτσι όπως είναι θα έχεις υπόλοιπο μεγαλύτερο από το 25.
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.27)

Η δασκάλα υπό το άγχος του χρόνου δεν αφήνει το μαθητή να βρει μόνος το λάθος του με απλές νύξεις, αλλά του υποδεικνύει άμεσα το λάθος του με υψηλή καθοδήγηση.

Δασκάλα: Κάθε φορά που ζητάω κέρδος ή ζημιά, τι κάνουμε; (Κάποιος λέει: «Αφαίρεση»).
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.32)

Η δασκάλα ρωτώντας καθοδηγεί τα παιδιά, ώστε αυτά να εξάγουν αφαιρετικά ένα γενικό κανόνα.

Δασκάλα: Πάμε στο βιβλίο. Θέλω να δω μόνοι σας να κάνετε την εργασία 1.
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.33)

Διαφαίνεται η διάθεση της δασκάλας, τουλάχιστον στα λόγια, να ενθαρρύνει την αυτονομία.

(Στα τελευταία πέντε λεπτά έγινε η πρόταση του θέματος που θα επεξεργαζόμασταν)… Δασκάλα: Τι λέτε, συμφωνείτε; Θέλετε να δουλέψουμε αυτό το θέμα; (Όλοι μαζί λένε: «Ναι!»).
(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.37)

Η δασκάλα προσπαθεί να έχει τη συγκατάθεση των παιδιών ώστε να ξεκινήσει το project. Τα παιδιά δεν συναποφασίζουν για την επιλογή του θέματος, αλλά τουλάχιστον ζητείται η γνώμη τους.

Δασκάλα: Με αυτά τα δεδομένα δε λύνεται πρόβλημα, τι λείπει; (Ο Αντώνης λέει: «Η τιμή…»).
(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.1)

Λέγοντας η δασκάλα ότι δε λύνεται το πρόβλημα, χάνεται η μαθησιακή ευκαιρία, τα παιδιά να διερευνήσουν αν λύνεται και να γίνει ουσιαστική συζήτηση για προβλήματα με ελλιπή στοιχεία.

Δασκάλα: Θέλετε να δοκιμάσουμε με το μεγαλύτερο, το 8; …
Νίκος: Κι εγώ αυτό θα ’λεγα, κυρία!
(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.4)

Ο Νίκος προσπαθεί να εμφανίσει «εικόνα καλού μαθητή», ώστε να προσελκύσει την εύνοια της κυρίας, γεγονός που δείχνει ότι η δασκάλα θεωρείται αυθεντία - κεντρικός φορέας αξιολόγησης.

(Η δασκάλα λέει: «Για πρόσεξε στην παρένθεση, γίνεται 4-5…τι έχουμε πει; Η Γεωργία λέει: «Θα τα βάλω ανάποδα», γράφει (4.825-4.375):25=...).
(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.9)

Μετά από παρέμβαση της δασκάλας η μαθήτρια διορθώνει, χωρίς να έχει κατανοήσει το λάθος της.

(Περνώντας από τα θρανία τους…διαπιστώσαμε ότι αρκετοί…συμπλήρωσαν την παρόμοια άσκηση 1 από τη σ.132 του προηγούμενου κεφαλαίου «Πώς διαιρούμε άθροισμα με αριθμό»).
(3ηΜ.Π./Μ/π.Ε.Ζ./ε.10)

Όταν η δασκάλα δεν ήταν πολύ καθοδηγητική κι επεξηγηματική, ώστε να δώσει και τον αριθμό της σελίδας όπου έπρεπε να δουλέψουν οι μαθητές, αρκετοί από αφηρημάδα, έκαναν μηχανικά την εργασία 1 από το προηγούμενο κεφάλαιο. Γεγονός που δείχνει έλλειψη προσοχής και κατανόησης, αφού οι μαθητές δεν αναρωτήθηκαν γιατί δεν υπάρχει συνάφεια ανάμεσα στα προβλήματα που εισαγωγικά έλυσαν και στην άσκηση 1 όπου κατά λάθος εργάστηκαν. Αποτελεί φαύλο κύκλο, εφόσον μια δασκάλα συχνά αναγκάζεται να γίνεται υπέρμετρα επεξηγηματική και καθοδηγητική και από την άλλη, επειδή οι μαθητές έχουν μάθει από την Α΄ τάξη στην υπερπροστασία και τη «μασημένη τροφή» από δασκάλους και γονείς, δεν δείχνουν συχνά την απαιτούμενη προσοχή.

Γιάννης: Να προσθέσουμε όλα τα ζώα και να βρούμε πόσο χρονών είναι, δε γίνεται με τίποτα;
Μάριος: Εκτός κι αν στην τύχη προσθέσεις ζώα και βγει 70 κι ο καπετάνιος είναι 70 χρονών.
(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.5)

Όταν θέτω μία παραλλαγή του προβλήματος της Baruk (1985), τα παιδιά δηλώνουν ότι το είχαν επεξεργαστεί την περσινή χρονιά και τότε είχαν μπερδευτεί. Ενώ γνωρίζουν ότι δε λύνεται το πρόβλημα επιμένουν ο Γιάννης κι ο Μάριος να προσπαθούν να συνδέσουν δεδομένα με ζητούμενο έστω και με τυχαίο τρόπο. Η καθοδήγηση κι η αυθεντία των δασκάλων όλα τα χρόνια, μαζί με μια προστατευτική διάθεση δασκάλων, σχολικών βιβλίων που φέρνει τα παιδιά αντιμέτωπα μόνο με προβλήματα που λύνονται, έχει εμπεδώσει συνήθειες βαθιά ριζωμένες.

Δασκάλα (γράφοντας στον πίνακα): Πάμε δίπλα στην παλιά συνταγή και γράφουμε δοσολογία για 80 κομμάτια. Καρύδι πόσο θα βάλουμε;
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.22)

Η δασκάλα περνά σε συντονιστικό ρόλο. Προσπαθεί να υποστηρίξει τη σκέψη των μαθητών. Γράφει στον πίνακα, απεικονίζοντας τις απαντήσεις και τους τρόπους λύσης των μαθητών.

Δασκάλα: Είναι 2½ κούπες. Αν ήταν 2 κούπες, οι διπλάσιες πόσο θα ήταν; (Ο Φάνης λέει: «4»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.25)

Η δασκάλα ακολουθεί κλασική διδακτική πρακτική για να ξεκινήσει η επίλυση του προβλήματος. Κάνει στην αρχή μια υπόθεση για να μεταφερθούν τα παιδιά σε μια ανάλογη πιο απλή κατάσταση.

Δασκάλα: …Οι απαντήσεις στο 7 και στο 7½ παίζουν ε;
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.33)

Η δασκάλα χρησιμοποιεί μια «αργκό» έκφραση ότι οι απαντήσεις παίζουν (αντί κυμαίνονται) στο 7 και στο 7½. Δείχνει διάθεση για τη δημιουργία μιας ατμόσφαιρας οικειότητας στην τάξη.

Δασκάλα: Το μισό του 13, ο Νίκος Δ. να μου πει… (Ο Νικόλας ρωτά: «Τρεισήμισι;»).
Δασκάλα: Το μισό του 12;… (Σιωπή)… Αν έχω 12 καραμέλες… Δεν είναι ωραίο Γιάννη να πετάγεσαι όταν ρωτάμε ένα συμμαθητή. Έλα Νίκο… αν πρόσεχες… Γεωργία, το μισό του 13;»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./ β.42) & (3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.20)

Ο Νικόλας απαντά στην ερώτηση με ερώτηση εκφράζοντας έκδηλα την έλλειψη αυτοπεποίθησης. Μια φιλότιμη διδακτική προσπάθεια της δασκάλας καταλήγει άδοξα. Ο Νίκος Δ. όπως μου είχε πει η δασκάλα, αλλά όπως διαπίστωσα κι εγώ, ήταν αδύναμος ως προς τη μαθηματική συμμετοχή του. Η δασκάλα προσπαθεί να τον βοηθήσει να διορθώσει το λάθος του, να βρει το μισό του 13. Εντάσσει τη μαθησιακή δραστηριότητα σε οικείο πλαίσιο, για το αφηρημένο μισό του 12: «Έχεις

12 καραμέλες και θέλεις να τις μοιραστείς με τον Αποστόλη». Παρόλα αυτά ο μαθητής δεν ανταποκρίνεται. Τη σιωπή του διακόπτει άλλος μαθητής που πετάγεται και δίνει την απάντηση. Η δασκάλα τον επιπλήττει. Έχοντας όμως φτάσει σε αδιέξοδο με το Νίκο, τον εγκαταλείπει.

Αντώνης: Όταν καθόμαστε σε μία καρέκλα καίμε θερμίδες;...(Η δασκάλα λέει: Για προσπάθησε να απαντήσεις ο ίδιος στην ερώτησή σου. Εσύ τι λες...).

(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.54)

Είναι ενδεικτική η στάση της δασκάλας απέναντι στην ερώτηση του Αντώνη κι ας είναι σε εξω-μαθηματικό πλαίσιο. Θεωρώντας ότι ο Αντώνης έχει τις προϋπάρχουσες γνώσεις για να βρει μόνος την απάντηση, δεν του τη δίνει άμεσα η ίδια, αλλά τον βοηθά να την ανακαλύψει.

Δασκάλα: Για να φανεί η σύγκριση των θερμίδων, θέλετε να φτιάξουμε… ραβδόγραμμα;
Πολλοί μαζί: Ναι!

(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.58)

Δασκάλα: Θα φτιάξετε προβλήματα. Θα τα συζητήσετε στην ομάδα και θα τα γράψετε από κάτω.

(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.61)

Στο επεισόδιο β.58, η κατασκευή ραβδογράμματος προκύπτει ως ανάγκη γραφικής αναπαράστασης της σύγκρισης των θερμίδων και δεν επιβάλλεται από τη δασκάλα αποπλαισιωμένα. Στο επεισόδιο β.61, η δασκάλα ενθαρρύνει τους μαθητές να συζητήσουν στις ομάδες και να εργαστούν αυτόνομα.

Νεφέλη: Κυρία, τι πιάτο; (Η δασκάλα λέει: «Ο Οδυσσέας που το σκέφτηκε θα εξηγήσει κιόλας).

(3ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.31)

Τα παιδιά είναι συνηθισμένα να διαλέγονται έμμεσα μέσω της «κυρίας». Εκείνη όμως εμπλέκεται διακριτικά δίνοντας το λόγο στον Οδυσσέα να εξηγήσει.

Δασκάλα(αναφέρεται σε κανόνες σωστής διατροφής): Θα τους διαβάσουμε έναν-έναν κι εσείς θα λέτε τι καταλαβαίνετε και θα κρίνουμε κιόλας αν τους δεχόμαστε και αν συμφωνούμε.

(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.77)

Γιάννης: Κυρία, αφού ένα σακουλάκι τσιπς είναι 100 γρ. και 1 σοκολάτα πάλι 100 γρ., γιατί δίνει περισσότερες θερμίδες η σοκολάτα; (Η δασκάλα λέει: «Να απαντήσουν οι συμμαθητές»).

(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.82)

Αντώνης: Καίμε τις περισσότερες θερμίδες στο τρέξιμο…
Ελένη: Καίμε τις λιγότερες στο περπάτημα.

(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.94)

Στο επεισόδιο β.77, η δασκάλα καλλιεργεί την κριτική σκέψη των παιδιών. Δεν αποδέχονται - a priori - δοσμένους κανόνες, αλλά διερευνούν την «αλήθεια» τους. Στο επεισόδιο β.82, η δασκάλα δε δίνει απάντηση στην απορία του παιδιού, μεταφέροντας το ερώτημα στην τάξη. Στο επεισόδιο β.94, τα ίδια τα παιδιά αυθόρμητα, αρχίζουν να συγκρίνουν τα στοιχεία του πίνακα.

(Ο Μάριος επειδή η δασκάλα τον έβαλε με δύο κορίτσια κι όχι με φίλους του, είχε μουτρώσει και κρατούσε αρνητική στάση) και (...Η δασκάλα μου απάντησε: «Όχι! Πρέπει να συνηθίσει να είναι ευέλικτος και να προσαρμόζεται σε οποιαδήποτε ομάδα», το θέμα έκλεισε εκεί).
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.91)

Κατά το χωρισμό των παιδιών σε ομάδες η δασκάλα έχει το γενικό συντονισμό και την εποπτεία, ώστε να δημιουργηθούν ανομοιογενείς ομάδες και να μην περιθωριοποιηθούν μαθητές. Κάτι τέτοιο μπορεί να δυσαρεστήσει όμως κάποιους. Η δασκάλα δεν υποχώρησε στα παράπονα του Μάριου, αλλά έμεινε συνεπής στις αποφάσεις της. Η αντίληψή της ότι οι μαθητές πρέπει να προσαρμόζονται με ευελιξία σε οποιαδήποτε ομάδα, συμφωνεί με τις νόρμες της ομαδοσυνεργατικής μάθησης που προβλέπουν οι ομάδες μαθητών στην τάξη να αλλάζουν σύνθεση ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Το δημοκρατικό στυλ που ένας δάσκαλος με σύγχρονη διδακτική στάση υιοθετεί, διαφέρει από το στυλ "laissez faire" όπου ο δάσκαλος αδιαφορεί κι αφήνει τους μαθητές να κάνουν ό,τι θέλουν.

Γιάννης: Κύριε, όταν κάνεις ποδήλατο καις πιο πολλές θερμίδες από το τρέξιμο, γιατί κουνάς τα πόδια σου και κάνεις πετάλι…(Η δασκάλα λέει: «Είναι δύο ξεχωριστές κινήσεις αυτές;»).
(3ηΜ.Π./Μ/6ηΕ.Ζ./στ.37)

Ο Γιάννης ανατρέχοντας στη βιωματική του εμπειρία, αμφισβητεί την «αυθεντία» του φυλλαδίου και των δύο δασκάλων που προσπαθούν να τον μεταπείσουν. Είναι ένα παράδειγμα αυτονόμησης.

Νεφέλη: Εμάς η κυρία μάς είπε… (Η δασκάλα λέει: «Έλα, Νεφέλη, τι είπα εγώ;»).
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.102)

Διαπιστώνεται μια συντηρητική παλινδρόμηση στη συμπεριφορά της δασκάλας, η οποία μάλιστα δεν εκδηλώθηκε άμεσα, αλλά κρυφά και συγκαλυμμένα. Την ώρα που εγώ και η δασκάλα βοηθούσαμε κατ' ιδίαν τις ομάδες να ξεδιπλώσουν τις στρατηγικές τους στους συνδυασμούς που είχαν επιλέξει, η δασκάλα όπως φαίνεται, με απόλυτη καθοδήγηση έδωσε έτοιμη τη δική της στρατηγική στην ομάδα της Νεφέλης, χωρίς τα παιδιά να την κατανοήσουν. Κατά την παρουσίαση όταν η Νεφέλη κλήθηκε να παρουσιάσει τη στρατηγική της, άρχισε να πέφτει σε αντιφάσεις δείχνοντας έλλειψη κατανόησης. Όταν πιέστηκε, αποκάλυψε ότι η κυρία τους είπε, αυτά που λέει, θέλοντας η μαθήτρια να μεταβιβάσει την ευθύνη για τις αντιφάσεις που διατύπωσε. Η δασκάλα τότε ένιωσε αμηχανία, γιατί αποκαλύφθηκε ότι εν αγνοία μου είχε προσπαθήσει να επιταχύνει τη διαδικασία και να δώσει έτοιμη συνταγή στους μαθητές. Στο όλο επεισόδιο έχουμε ρήξη διδακτικού συμβολαίου. Αυτό που καλούνται οι μαθητές να βρουν μόνοι τους, τους δίνεται έτοιμο από το δάσκαλο και μετά εξετάζονται ως να το είχαν βρει μόνοι τους.

Δασκάλα: Έχουμε 37 μισό επί 4. Άρα έχουμε 37 ολόκληρα λεπτά επί 4 και 4 μισά.
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.105)

Η δασκάλα με υψηλή καθοδήγηση, εφαρμόζει η ίδια επιμεριστική ιδιότητα και δίνει έτοιμη λύση.

Δασκάλα: Παιδιά! Τώρα δεν κάνουμε διάφορα να περνάει η ώρα, κάνουμε προβληματάκια κι ακονίζουμε το μυαλό μας. Ακούμε ο ένας τον άλλον. Αν δεν ακούμε ο ένας τον άλλον δε γίνεται Νίκο, σωστή δουλειά. Όταν εσύ μιλάς θες να σε ακούνε, το ίδιο να ακούς κι εσύ.
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.107)

Διαπιστώνοντας η δασκάλα ότι κάποιοι μαθητές δεν παρακολουθούν το συμμαθητή τους, προσπαθεί να τους επαναφέρει στην τάξη, υπενθυμίζοντας κάποιες νόρμες ως προς την αμοιβαιότητα που είναι απαραίτητη προϋπόθεση ενός σωστού διαλόγου.

Δασκάλα: Να το δούμε και με άλλο τρόπο, με τα κλάσματα. Για πείτε τι θα κάνουμε;...(Σιωπή). Τι είχαμε; Είχαμε σε 18½ λεπτά ότι ξοδεύουμε 148 θερμίδες. Και είπαμε ότι ...
(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.111)

Η δασκάλα δίνει το λόγο στα παιδιά, αλλά όταν σιωπούν, γίνεται πάλι καθοδηγητική.

(Οι μαθητές...είχαν πάρει στο σπίτι να συμπληρώσουν το ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης για 3 ημέρες, αλλά ελάχιστοι το συμπλήρωσαν και το έφεραν...).
Δασκάλα: Μόνο δύο το φέρατε, πέντε, οι υπόλοιποι; Δεν θα ξεχνάμε, την επόμενη συμπληρωμένα.
(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.38)

Τα παιδιά έδειχναν απρόθυμα να επιβαρυνθούν με κατ' οίκον εργασία στα πλαίσια του project.

Αντώνης: Με τα πατατάκια πάλι;... (Ο ερευνητής λέει: «Με όποιο θες»).
(3ηΜ.Π./Π/7ηΕ.Ζ./η.14)

Ο πίνακας με τους συνδυασμούς «λιχουδιές - σωματικές ασκήσεις», προσέφερε μεγάλη δυνατότητα επιλογών. Τα παιδιά μπορούσαν να επιλέξουν το συνδυασμό που τους ταιριάζει ανάλογα με τις δυνατότητές τους. Αναπτύχθηκε η αυτονόμηση των μαθητών.

(Η τάξη εργάζεται. Η δασκάλα κι εγώ βοηθάμε με άλλοτε συντονιστικό ρόλο κι άλλοτε καθαρά καθοδηγητικό, αναλόγως με το βαθμό εμπλοκής κι ανάληψης πρωτοβουλιών από κάθε ομάδα).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.114)

Αναδύεται έκδηλα η συστημική σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ καθοδήγησης του δασκάλου και διάθεσης εμπλοκής από τα παιδιά. Είναι μια σχέση αντιστρόφως ανάλογη, ένας φαύλος κύκλος καθοδήγησης δασκάλου - αυτονόμησης μαθητών. Οι δάσκαλοι αναγκάζονται συχνά να γίνουν υπέρμετρα καθοδηγητικοί, όταν οι μαθητές κρατούν παθητική στάση και δεν εμπλέκονται. Από την άλλη πολλοί μαθητές επιλέγουν για τον εαυτό τους παθητικό ρόλο, επειδή κάποια στιγμή που προσπάθησαν να εμπλακούν ενεργητικά σε μαθηματικές διαδικασίες, τους αποθάρρυνε κάποιος δάσκαλος ή συμμαθητής με υπερβολικά καθοδηγητική ή επικριτική στάση.

(... η φασαρία έχει ξεπεράσει τα όρια της εποικοδομητικής συζήτησης κι έχει γίνει ενοχλητική).
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.115)

Δύσκολο να βρεθεί η «χρυσή τομή» ώστε κι εποικοδομητική συζήτηση να γίνεται στις ομάδες και να μην προκαλείται φασαρία που εμποδίζει την αυτοσυγκέντρωση των παιδιών.

Δασκάλα: Όπου είμαστε εγώ ή ο κύριος δουλεύουν οι ομάδες, οι άλλες δε μπορούν να δουλεύουν;
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.116)

Και μόνο με αυτό που αναφέρει αυθόρμητα η δασκάλα, αναδεικνύει τη μερική αποτυχία μας παιδαγωγικά ως προς το να αλλάξουν πραγματικά στάση οι μαθητές και να αρχίσουν αυτόβουλα να ενδιαφέρονται για τα μαθηματικά, έχοντας εσωτερικά κίνητρα και όχι εξωτερικά κίνητρα όπως είναι η παρουσία κι η καθοδήγηση των δασκάλων κι ο έπαινος ή η επίπληξη.

Δασκάλα(γράφει στον πίνακα ό,τι λέει ο Γιάννης): Εδώ παιδιά όλοι ακούμε και συμμετέχουμε.
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.117)

Ξανά η δασκάλα προσπαθεί να υπενθυμίσει στα παιδιά ότι όταν μια ομάδα ή ένας μαθητής παρουσιάζει τον τρόπο λύσης του, οι υπόλοιποι πρέπει να παρακολουθούν και να συμμετέχουν. Συγχρόνως γράφει στον πίνακα για να υποστηρίξει τον τρόπο σκέψης του Γιάννη.

Δασκάλα: Αν τα μαζέψουμε όλα αυτά; Πόσο κάνει τελικά 25:10; Σπάσαμε το 25 σε 20 και 5 και… Αν βάλω τις 2,5 θερμίδες στις 237,5 που είχα, πού θα φτάσω;… Σε πόσο χρόνο;…
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.121)

Η δασκάλα καθοδηγεί με ερωτήσεις σε μία στρατηγική λύσης η οποία δεν αναδύεται από τα παιδιά.

Δασκάλα (Μερικοί σηκώνουν χέρι και από αυτούς επιλέγει): Έλα Γεωργία και Μάριε.
(3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.124)

Η δασκάλα δίνει το λόγο σε όσα παιδιά τον ζητούν, ώστε οι μαθητές να συμμετέχουν προαιρετικά.

Ερευνητής: Αν θέλετε χαρτονένιους δίσκους να κόψετε, να ενώσετε, να ερευνήσετε, έχουμε εδώ πέρα στην έδρα, όποιος θέλει ζητάει ή έρχεται και παίρνει. Ή να παριστάνουν λεπτά ή θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Ε/8ηΕ.Ζ./δ.37)

Οι εκπαιδευτικοί δεν επιβάλλουν χρήση χειραπτικού υλικού, το θέτουν στη διάθεση των παιδιών.

Θεόφιλος: Μιάμιση ώρα κολύμπι. Το φυλλάδιο λέει 1 ώρα κολύμπι 400 θερμίδες. (Η δασκάλα λέει: «Μισή ώρα πόσες θερμίδες; 1 ώρα 400, μισή ώρα 200, μιάμιση ώρα;»)…400+200=600.
(3ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.130)

Η δασκάλα καθοδηγώντας υπερβολικά, δεν επιτρέπει στους μαθητές να επωφεληθούν λύνοντας μόνοι τους ένα εύκολο πρόβλημα που αναδύθηκε, αλλά δίνει οδηγίες για να επισπεύσει τη λύση.

(Στη συνέχεια μοιράσαμε από ένα ερωτηματολόγιο να το συμπληρώσουν ανώνυμα…).
Δασκάλα: Στην 1η ερώτηση. Απαντήστε ό,τι πιστεύετε, μπορείτε να γράψετε όχι δε μας άρεσε.
(3ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.72)

Τα παιδιά συμπληρώνουν ανώνυμα τα ερωτηματολόγια και εκφράζουν ελεύθερα τη γνώμη τους.

Η δασκάλα απαντώντας στο ερωτηματολόγιο στην 1η ερώτηση (Ερ/γιο αρ.2 ερ.1), χαρακτηρίζει τη διδακτική προσέγγισή μας ως ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και εποικοδομητική. Ενδιαφέρουσα από μαθησιακή άποψη τη χαρακτήρισαν και αρκετά παιδιά απαντώντας στα δικά τους ερωτηματολόγια, οπότε από τη διασταύρωση των κρίσεων της δασκάλας και των μαθητών, ο αξιολογικός χαρακτηρισμός «ενδιαφέρον» για το εγχείρημά μας αποκτά ιδιαίτερη εγκυρότητα. Πολύ σημαντική για τον κεντρικό στόχο της έρευνάς μας, είναι η δήλωση της δασκάλας ότι θεωρεί τη διδακτική προσέγγισή μας μια ακόμη αφορμή για περισσότερο προβληματισμό αναφορικά με το δικό της ρόλο στη μαθησιακή διαδικασία. Αυτός εξάλλου ήταν και ο κεντρικός στόχος της έρευνάς μας από την αρχή. Μέσα από διαθεματικές προσεγγίσεις στα μαθηματικά να δημιουργηθεί ένα κατάλληλο πλαίσιο διδακτικά και μαθησιακά, το οποίο θα ευνοήσει την ανάληψη πρωτοβουλιών, την αλλαγή - έστω και ελάχιστη ή παροδική - της στάσης δασκάλων και μαθητών και την παρατήρηση και ανάλυση των όποιων διαπιστωμένων αλλαγών. Η δήλωση της δασκάλας ότι θεωρεί το εγχείρημα ως αφορμή για περισσότερο προβληματισμό, δείχνει ότι η έρευνα προσλαμβάνει για τη δασκάλα τη μορφή «έρευνας δράσης». Η δασκάλα, με διάθεση για αυτοεξέλιξη, ενδοσκόπηση κι αναστοχασμό, προβληματίστηκε για το ρόλο της στη διαδικασία μάθησης, μετακινούμενη συνεχώς - όπως φάνηκε - από το άκρο της απόλυτης καθοδήγησης στο άκρο ενός διαμεσολαβητικού, συντονιστικού ρόλου.

Απαντώντας στην 2η ερώτηση (Ερ/γιο αρ.2 ερ.2), η δασκάλα συγκαταλέγει στα θετικά σημεία του εγχειρήματος το ότι δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος στους μαθητές. Ότι σύμφωνα με την άποψη της δασκάλας δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος στους μαθητές - εννοείται από ό,τι στο παραδοσιακό μάθημα - είναι κάτι που διατυπώνεται και από τους ίδιους τους μαθητές στα δικά τους ερωτηματολόγια, αλλά συνάγεται ως συμπέρασμα και από την εθνογραφική ανάλυση όλων των διδακτικών επεισοδίων της έρευνάς μας. Διασταυρώνεται με τη μέθοδο του τριγωνισμού: άποψη δασκάλας - απόψεις μαθητών - ερευνητικές διαπιστώσεις κι ενισχύεται η επιστημονική εγκυρότητα του συμπεράσματος ότι «πράγματι» στη σχολική πράξη αυτής της τάξης κατά τη διάρκεια της έρευνας, συνέβησαν αλλαγές στην κατεύθυνση της αυτονόμησης των μαθητών.

Τα παιδιά, αναζητώντας στην 3η ερώτηση διαφορές του project από τα άλλα μαθήματα (Μ/Ερ/γιο ερ.3) έδωσαν διάφορες απαντήσεις. Διέφερε από τα άλλα μαθήματα: 1) γιατί έτσι μπορούμε να δούμε τι ποσότητες φαγητών μπορούμε να φάμε, 2) επειδή μπορούσαμε να κάνουμε διαιτολόγια και να θυμόμαστε πόσες θερμίδες έχει αυτό που τρώμε, 3) ότι μαθαίνουμε να ζούμε και να τρεφόμαστε, 4) ότι αυτό το μάθημα είναι ευχάριστο και δεν είναι κουραστικό όπως τα άλλα, 5) διέφερε από τα άλλα μαθήματα που κάναμε τα μαθηματικά, γιατί είναι ένα ευχάριστο μάθημα, 6) ότι είναι πιο ευχάριστο και δημιουργικό, 7) γιατί μιλούσαμε για τα φαγητά και τις θερμίδες, 8) διαφέρει γιατί κάνουμε γλώσσα, μαθηματικά, μελέτη περιβάλλοντος, γεωγραφία, φυσική, τεχνικά, χημεία, 8) γιατί μάθαμε καινούργια πράγματα για τις θερμίδες, για τα ραβδογράμματα, 9) γιατί δεν παίρναμε βαθμούς και μαθαίναμε για τις θερμίδες, 10) γιατί σε αυτό είναι πράγματα που θα κάνουμε, ενώ στα άλλα μάθαμε πράγματα που έγιναν, 11) γιατί πάντα μαγειρεύαμε και κάναμε μαθήματα μεγαλύτερων τάξεων και γελούσαμε πάντα και κάναμε κάτι ευχάριστο, 12) επειδή η διατροφή έχει μέσα σχεδόν όλα τα μαθήματα, 13) γιατί είναι μάθημα με πολλές δραστηριότητες, 14) γιατί μαθαίναμε για μια σωστή διατροφή. Τα παιδιά εστίασαν μεταξύ άλλων στην ευχάριστη ατμόσφαιρα αυτού του προγράμματος, όπου τα παιδιά πάντα γελούσαν και δεν έπαιρναν βαθμούς. Άμεσα αναφέρεται από κάποια παιδιά ότι άλλα παραδοσιακά μαθήματα δεν είναι ευχάριστα, αλλά κουραστικά. Ακολούθως παρατηρούμε ότι μετά την Ε.Ζ. η δασκάλα ξαναγίνεται καθοδηγητική.

> *Δασκάλα: Όταν έχουμε 1/2 έχουμε 1 κομμάτι μεγάλο, ενώ στα 2/4 έχουμε 2 κομμάτια μικρά.*
> *(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.7)*

Η δασκάλα με άμεση καθοδήγηση υποδεικνύει την αντιστρόφως ανάλογη σχέση που υπάρχει στα ισοδύναμα κλάσματα ανάμεσα στο πλήθος των κομματιών και στο μέγεθός τους.

> *Δασκάλα: Πόσα φασόλια θα έχει το κάθε μέρος;*
> *Γιάννης: 12:4=3 φασόλια (Η δασκάλα λέει: «φέρε γραμμές στο σχέδιο να τα χωρίσουμε…»). Θα κάνουμε σταυρό... και (Η δασκάλα λέει: «Χωρίστε 12 φασόλια σε 3 και σε 6 ίσα μέρη. Πόσα φασόλια θα έχει κάθε μέρος;». Ο Γιώργος λέει: «4…12:3») κι (Ο Αντώνης λέει: «2…12:6»).*
> *(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./ γ.13)*

Ενώ υπάρχει διαθέσιμο το τρισδιάστατο πλαίσιο με τα φασόλια (πραξιακό επίπεδο), το δισδιάστατο πλαίσιο με το σχέδιο (εικονιστικό επίπεδο), η δασκάλα δεν εκμεταλλεύεται τις δυνατότητες που δίνουν αυτά τα πλαίσια για μάθηση με κατανόηση, αλλά καθοδηγεί τη σκέψη του Γιάννη να βρει πρώτα σε συμβολικό επίπεδο με τη διαίρεση 12:4=3 φασόλια το 1/4 των 12 φασολιών - όπως διδάχτηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο - και στη συνέχεια να χρησιμοποιήσει χειραπτικό υλικό και σχέδιο, απλώς για υποστήριξη κι αναπαράσταση. Ο «διεστραμμένος» τρόπος σκέψης των ενηλίκων - δασκάλων από το αφηρημένο στο συγκεκριμένο, ασυνείδητα επιβάλλεται και στα παιδιά.

> *(Αρχίζει μια σχετική φασαρία κι η δασκάλα χτυπάει παλαμάκια για να επαναφέρει την ησυχία).*
> *(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.2)*

Τα παιδιά δεν είναι ακόμη εξοικειωμένα με ομαδικές και βιωματικές δραστηριότητες και κάνουν φασαρία παίζοντας με τα φασόλια. Τότε η δασκάλα αναγκάζεται να επαναφέρει την τάξη.

Πριν την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, υπήρχε μεγάλος βαθμός καθοδήγησης εκ μέρους της δασκάλας. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση συνέβησαν συστημικές αλλαγές κι αλληλεπίδρασαν αρκετοί παράγοντες. Δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος στους μαθητές. Για να συμβεί αυτό, η ίδια η δασκάλα αυτοπεριορίστηκε σε λιγότερο χρόνο κατοχής του λόγου και σε λιγότερο χώρο, μειώνοντας το βαθμό καθοδήγησής της. Από την άλλη οι μαθητές κι οι μαθήτριες ενθαρρύνθηκαν από το όλο πλαίσιο κι έγιναν πιο διεκδικητικοί απαιτώντας, περισσότερο χώρο, εργαζόμενοι ομαδοσυνεργατικά, αναλαμβάνοντας πρωτοβουλίες, προτείνοντας ιδέες, διατυπώνοντας απορίες που άνοιγαν παράθυρα σε νέες προβληματικές καταστάσεις και περισσότερο χρόνο για κατοχή του λόγου και διεξαγωγή διαλόγου μεταξύ μαθητών ή για ευχάριστες βιωματικές δράσεις. Τέλος το διδακτικό υλικό συνέβαλε επίσης καθοριστικά, με την ποικιλία και την πρωτοτυπία των δραστηριοτήτων, την ευελιξία και τη δυναμική του - αφού συνεχώς διαμορφωνόταν - και με τις βιωματικές καταστάσεις μέσα από την καθημερινή ζωή των παιδιών. Εν κατακλείδι αυξήθηκε η συμμετοχικότητα των μαθητών στο μάθημα. Η δασκάλα στο ερωτηματολόγιο συγκαταλέγει αυτή την αλλαγή στα θετικά κι αυτό είναι ένα σημαντικό στοιχείο αλλαγής στις αντιλήψεις της. Κατά την Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, η στάση της δασκάλας ενίοτε ξαναγίνεται παραδοσιακά καθοδηγητική, π.χ. τα αποσπάσματα (7ηΕ.Ζ./β.102), (7ηΕ.Ζ./β.105), (7ηΕ.Ζ./β.111), (8ηΕ.Ζ./β.121), (9ηΕ.Ζ./β.130), (μ.Ε.Ζ./γ.7), (μ.Ε.Ζ./γ.13) και (μ.Ε.Ζ./ζ.2).

6.7.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Πριν την Ε.Ζ. η συμμετοχή των παιδιών είχε μορφή απαντήσεων σε ελεγκτικές ερωτήσεις.

> *Δασκάλα: Τι είναι αυτό το 1/5 που έχω γράψει στον πίνακα; (Η Ιωάννα απαντά: «Κλασματική μονάδα»). Και τι δείχνει, δηλαδή σε πόσα μέρη χωρίσαμε την ακέραιη μονάδα; (Η Αφροδίτη λέει: «Σε 5»). Και πόσα πήραμε; (Ο Αποστόλης απαντά: «Το 1»). Τι είναι αυτό που έγραψα; (Ο Πάνος λέει: «Κλάσμα»). Τι είναι το κλάσμα; (Ο Αποστόλης λέει: «Ένας αριθμός»). Ένας αριθμός που προκύπτει από τι…; (Η Κατερίνα λέει: «Απ' την επανάληψη της κλασματικής μονάδας»).*
>
> *(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.2)*

Συχνή πρακτική της δασκάλας είναι η χρήση καταιγισμού αλλεπάλληλων ερωτήσεων για έλεγχο των διδαγμένων γνώσεων κι επίτευξη γρήγορης επανάληψης. Όταν μάλιστα η απάντηση του μαθητή δεν την καλύπτει πλήρως, τότε ξαναρωτά με υπαινιγμό, δίνοντας η ίδια την αρχή της επιθυμητής απάντησης. Με αυτόν τον τρόπο καθοδηγεί ασφυκτικά τους μαθητές.

> *Δασκάλα: Για να δούμε πώς δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα. Προσέξτε, αν πολλαπλασιάσω και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό, με το 2, ποιο κλάσμα θα προκύψει; (Πάνος: «2Χ2/4Χ2= 4/8»). Πάλι το 2/4 με ποιον αριθμό θέλετε; (Μαρία: «Με το 3…2Χ3/4Χ3=6/12»). Είναι ισοδύναμα αυτά τα κλάσματα; (Σχεδιάζει 2/4, 4/8 και 6/12). (Αφροδίτη: «Ναι, έχουν ίδια αξία!»).*
>
> *(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.8)*

Ο μηχανισμός δημιουργίας ισοδύναμων κλασμάτων δόθηκε έτοιμος απ' τη δασκάλα. Αντίθετα αν συγκρίνουμε στην 3η Μ.Π. το μάθημα στα ισοδύναμα μετά την Ε.Ζ. από τη δασκάλα Ε.Σ. και μάλιστα σε παιδιά μικρότερης (Δ΄) τάξης, θα διαπιστώσουμε ότι τότε ο ίδιος μηχανισμός είχε αναδυθεί από την παρατήρηση των παιδιών και δεν είχε δοθεί έτοιμος.

Δασκάλα: Τι είναι τα 32/64 και 16/32;…Το 2ο κλάσμα πώς το βλέπεις που έχει μικρότερους όρους, δεν είναι πιο απλό από το πρώτο; Επομένως αυτός ο τρόπος που δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση λέγεται κι απλοποίηση. Θυμηθείτε τη λέξη. Γιατί λέγεται απλοποίηση; Γιατί δημιουργώ κλάσματα πιο απλά. Προσοχή, διαιρώ και τους 2 όρους με ίδιο αριθμό! Δεν μπορώ να διαιρέσω τον αριθμητή με το 2 και τον παρονομαστή με το 3. Καταλάβαμε; Λοιπόν, στο κλάσμα (γράφει) 12/21, διαιρώ τους 2 όρους με το 3, ποιο κλάσμα προκύπτει; (Η Μαρία λέει το 4/7). Το 12/21 μπορώ να το απλοποιήσω με το 4; Το 12 το διαιρεί το 4. Το 21 διαιρείται από το 4; (Όλοι απαντούν αρνητικά). Τι πρέπει να είναι; Κοινός διαιρέτης.

(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.10)

Με απόλυτη καθοδήγηση και παραγωγικό τρόπο διδασκαλίας η δασκάλα διδάσκει τη διαδικασία της απλοποίησης. Ρωτά κι απαντά η ίδια. Ζητά εφαρμογή σε παράδειγμα και αναδεικνύει ότι δεν υπάρχει πάντα κοινός διαιρέτης στους όρους ενός κλάσματος.

Δασκάλα: Αυτό το κλάσμα που δεν απλοποιείται άλλο, λέγεται ανάγωγο. Πώς λέγεται; (Όλοι απαντούν ότι λέγεται ανάγωγο). Ποιο κλάσμα θα λέμε ανάγωγο; Αυτό που δεν μπορούμε να απλοποιήσουμε περισσότερο. Για να επαναλάβουμε λίγο. Ποια κλάσματα λέμε ισοδύναμα; Χέρι!
Ταξιάρχης: Αυτά που έχουν ίδια αξία, αλλά διαφορετικούς όρους.
Δασκάλα: Με ποιους τρόπους δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα;
Βάσια: Με πολλαπλασιασμό ή με διαίρεση…(Η δασκάλα ρωτά πώς λέγεται η διαδικασία όταν δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση και ο Ιάσονας απαντά πως λέγεται απλοποίηση).
Δασκάλα: Γιατί τη λέω απλοποίηση; Γιατί δημιουργώ πιο απλά…
Όλοι μαζί: Πιο απλά κλάσματα.

(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.11)

Συχνή πρακτική της δασκάλας κατά την εισαγωγή νέων εννοιών είναι να ξαναρωτά αυτό που μόλις πριν είπε, για να δει αν οι μαθητές θυμούνται τη νέα ορολογία και τους ορισμούς και να τους βοηθήσει με αυτό τον τρόπο στην αποστήθιση - απομνημόνευση. Επίσης συχνά ρωτά και δίνει η ίδια τη μισή απάντηση περιμένοντας να συμπληρώσουν οι μαθητές την άλλη μισή.

(Η δασκάλα ζητά από τα παιδιά να ανοίξουν το βιβλίο στο κεφάλαιο: «Ισοδύναμα κλάσματα»).

(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.18)

Μετά από αρκετή ώρα η δασκάλα ζητά να ανοίξουν το βιβλίο, αφού πριν, με παραγωγικό τρόπο διδασκαλίας, έχει διδάξει κι έχει εισάγει τις νέες έννοιες και διαδικασίες σύμφωνα με τους στόχους του μαθήματος. Αν και αποφεύγει την εισαγωγή της νέας ενότητας με στείρα ανάγνωση των παραδειγμάτων του βιβλίου, ωστόσο και το δικό της παραγωγικό μοντέλο διδασκαλίας αν και πιο παραστατικό και ενδιαφέρον, δεν διαφέρει πολύ από τη διδακτική τακτική του βιβλίου, αφού και η δασκάλα δίνει έτοιμες συνταγές, ορισμούς και νέους μαθηματικούς όρους. Η γνώση δεν αναδύεται μέσα από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών.

Δασκάλα: Να κι ο 2ος τρόπος που δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση. Πώς λέγεται αυτή η διαδικασία; (Όλοι μαζί απαντούν πως λέγεται απλοποίηση). Το κλάσμα που προκύπτει πως λέγεται; (Όλοι μαζί απαντούν ότι λέγεται ανάγωγο). Στο ¾ με τι πολλαπλασιάσαμε και δημιουργήθηκε το 6/8 και το 9/12; (Ο Δημήτρης απαντά ότι πολλαπλασιάσαμε με το 2 και το 3).

(4ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.21)

Διαβάζοντας τις ερωτήσεις του βιβλίου πάνω σε αυτά που η δασκάλα νωρίτερα είχε διδάξει με κλειστά τα βιβλία, τα παιδιά απαντούν σωστά. Επομένως μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τη διδασκαλία της ως μια παραδοσιακά επιτυχημένη διδασκαλία, αφού επετεύχθησαν οι στόχοι.

Πάνος: 205. Αφού λέει αυξήθηκαν, θα κάνουμε πρόσθεση.
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.19)

Ο μαθητής έχει μάθει τόσα χρόνια καθοδηγούμενος από τους δασκάλους του, να λειτουργεί με λέξεις κλειδιά: «αυξήθηκαν σημαίνει πρόσθεση». Όμως οι «έτοιμες συνταγές» στη λύση προβλημάτων, ως γνωστόν μπορεί να οδηγήσουν και σε παρανοήσεις.

Δασκάλα: Ενώ στην Ελλάδα τα ατυχήματα διπλασιάστηκαν, στις υπόλοιπες χώρες της Ε.Ε. μειώθηκαν. Τέτοια συμπεράσματα μας κάνουν περήφανους;…(Όλοι απαντούν αρνητικά). Δασκάλα: Άλλη μια αρνητική πρωτιά της χώρας μας…πρώτοι στο κάπνισμα και στα τροχαία. Μετά λέμε ότι έχουμε «υπογεννητικότητα» και πεθαίνουν περισσότεροι απ' όσους γεννιούνται. Τι παθαίνει ο πληθυσμός κάθε χρόνο; (Ο Ιάσονας λέει ότι ο πληθυσμός κάθε χρόνο μειώνεται).
(4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.21)

Η δασκάλα θέτει ερωτήσεις κρίσης, κοινωνικής αγωγής. Δε ρωτά μόνο για να εξετάσει όπως παλιά.

(Διαβάσαμε από το βιβλίο του Π.Ι. για την Ε.Ζ. την πρόταση να οργανώσουμε μια έρευνα για τα ατυχήματα κι η δασκάλα είπε: «Συγκεντρώστε άρθρα, φωτογραφίες από περιοδικά και φέρτε τα»). (Αρχικά έγινε ανάγνωση και σχολιασμός πληροφοριών που έφεραν δύο μαθήτριες. Η μία έφερε φωτογραφίες τρακαρισμένων αυτοκινήτων, σχολιασμένες με δικές της λεζάντες, Παράρτημα Δ.2).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ.&2ηΕ.Ζ./β.76)

Η δασκάλα δείχνει να μετακινείται από το μοντέλο δασκαλοκεντρικής μάθησης που εφάρμοζε πριν την Ε.Ζ., προς το μοντέλο της ανακαλυπτικής μάθησης.

(Η δασκάλα στρέφεται σε ένα ζευγάρι όπου ο ένας προσπαθεί να λύσει κι ο άλλος ξεκουράζεται και κάνει τη γενική παρατήρηση ότι όλοι πρέπει να δουλεύουν και να εμπλέκονται στη λύση).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.45)

Οι μαθητές δεν έχουν εθιστεί σε ομαδική εργασία. Επομένως είναι απαραίτητο η δασκάλα να καθοδηγεί και να συντονίζει το έργο των ομάδων ώστε να υπάρχει επιμερισμός του έργου.

Δασκάλα: Να τρέξετε τα 30 μέτρα, η γυμνάστρια να σας χρονομετρήσει και να βρει καθένας την ταχύτητά του. Θέλετε; (Τα παιδιά απάντησαν καταφατικά με ενθουσιασμό).
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.122)

Διαπιστώνεται εμπειρικά ότι οι βιωματικές δράσεις έχουν καθολική αποδοχή από τα παιδιά. Η δασκάλα δεν επιβάλλει την πρότασή της, αλλά ρωτά τους μαθητές αν θέλουν δείχνοντας δημοκρατική διδακτική στάση.

Δασκάλα: Στο 3ο πρόβλημα, Κατερίνα, αν γράψουμε τις ώρες με αυτή τη μορφή μπορούμε να κάνουμε πράξεις; (Η Κατερίνα λέει ότι θα τις κάνουμε συμμιγείς).
Δασκάλα: Ποιους αριθμούς λέμε συμμιγείς, για να δούμε τι θυμάστε;
Πάνος: Αυτούς που γίνονται από ακέραιες μονάδες. (Η δασκάλα δίνει και σε άλλον το λόγο). Φώτης. Αυτούς που αποτελούνται από αριθμούς διαφορετικής τάξης.
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.67)

Η δασκάλα καθοδηγεί τη σκέψη της Κατερίνας. Κατόπιν ζητά τον ορισμό των συμμιγών αριθμών για να ελέγξει διδαγμένες γνώσεις. Η διατύπωση ορισμών όμως από τα παιδιά, μαρτυρά αποστήθιση και δε συνάδει απαραίτητα με μαθηματική κατανόηση.

(Κατά τη διάρκεια της ζωγραφικής στο εργαστήριο πληροφορικής, η δασκάλα κι εγώ βοηθούσαμε υποστηρικτικά. Ο καθοδηγητικός ρόλος της μετατράπηκε σε συντονιστικό. Καθώς προχωρούσε η εργασία αυξανόταν ο ενθουσιασμός. Το πλαίσιο ήταν χαλαρό κι η δασκάλα πιο χαμογελαστή).
(4ηΜ.Π./Π/4ηΕ.Ζ./β.97)

Το είδος της επιτελούμενης δραστηριότητας σαφώς επηρεάζει το βαθμό καθοδήγησης.

(Σύμφωνα με το σενάριο τα παιδιά ως βοηθοί των τροχονόμων θα συζητήσουν και θα υποδείξουν στις δημοτικές αρχές τα 4 χειρότερα σημεία της πόλης του Καρπενησίου από πλευράς ταχύτητας οδηγών…Τα παιδιά με ενθουσιασμό κι έντονη αναζήτηση εξερευνούν το χαρτί του Καρπενησίου).
(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.128)

Σε διαθεματική δράση του φυλλαδίου που στο τέλος κατέληξε σε μαθηματική δραστηριότητα, η πρόβλεψη του σεναρίου για ανάθεση ρόλων στους μαθητές, ενέπνευσε τα παιδιά με εσωτερικά κίνητρα και συνέβαλε στην αυτονόμησή τους.

Δασκάλα: Συμφωνείτε να θεωρούμε το σημείο που πρότειναν Κλεάνθης-Έλσα ως πιο επικίνδυνο;
(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.132)

Η δασκάλα ζητά τη γνώμη των μαθητών συχνότερα απ' ό,τι παλιά, πριν την Ε.Ζ.

Πάνος: Για να βλέπουν οι οδηγοί το μεγαλύτερο ποσοστό των νόμιμων οδηγών.
Δημήτρης: Για καλό παράδειγμα. Αν έβαζαν τους παραβάτες θα έδιναν κακό παράδειγμα.
Δασκάλα: Ωραία! Γράψτε το κάθε ζευγάρι ό,τι νομίζετε.
(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.179)

Εδώ έχουμε μια αντιφατική συμπεριφορά της δασκάλας. Στο τέλος φαινομενικά αφήνει αυτόνομα τα παιδιά, ωστόσο προηγουμένως αξιολόγησε θετικά τις απαντήσεις του Δημήτρη και του Πάνου με την έκφραση «ωραία», οπότε έμμεσα κατηύθυνε τα παιδιά στο τι θα απαντήσουν.

Δασκάλα: Το άλλο κανάλι το λόγο 2/3 θέλει να τον κάνει ποσοστό. Ένα λόγο μέρος/μέρος μπορούμε να τον κάνουμε κατευθείαν ποσοστό;
Ταξιάρχης: Όχι! Ποσοστό μπορεί να γίνει μόνο ένας λόγος μέρος/όλο, όχι ένας λόγος μέρος/μέρος. Το είχαμε πει και την προηγούμενη φορά.
Δασκάλα: Μπράβο που το θυμάστε, είπαμε, πάντα ποσοστά-κλάσματα δείχνουν λόγους μέρος/όλο.
Εύα: Πρέπει από το λόγο μέρος/μέρος 2/3 να βρούμε πρώτα το λόγο μέρος/όλο.

Δασκάλα: Κάντε το αυτό και μετά βρείτε το ποσοστό.

(4ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.197)

Η δασκάλα ξαναθυμάται τον παραδοσιακό της εαυτό. Με υψηλή καθοδήγηση, ελέγχει τις διδαγμένες από προηγούμενη φορά γνώσεις και επαινεί όταν διαπιστώνει ότι τα παιδιά τις θυμούνται. Διατυπώνει γενικό κανόνα. Καθοδηγεί, χρησιμοποιώντας ρήματα σε Προστακτική, για το ποια βήματα θα κάνουν.

Δασκάλα: Μπορούμε να συγκρίνουμε σαν κλάσματα τα 2/6 και το 1/2 ή μπορούμε τους λόγους 2:6 κι 1:2 να τους κάνουμε ποσοστά και μετά να συγκρίνουμε, αφού μας ζητά το ποσοστό παραβατών.

(4ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.197)

Η δασκάλα καθοδηγεί υπέρμετρα και δεν αφήνει χώρο και χρόνο ώστε τα ίδια τα παιδιά να προτείνουν λύσεις.

Δασκάλα: Ο λόγος της 1ης στήλης απ' τον οποίο βρίσκουμε δίπλα ποσοστό, τι είδους λόγος είναι;
Έλσα: Μέρος/όλο. Μόνο απ' αυτόν μπορούμε να βρούμε ποσοστό...
(Τα παιδιά εργάζονται. Δασκάλα κι ερευνητής περιφερόμαστε από θρανίο σε θρανίο και βοηθούμε όταν μας καλούν. Η δασκάλα συνέχεια ενθαρρύνει λέγοντας «μπράβο»).

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.227)

Η δασκάλα ρωτά για να ελέγξει προϋπάρχουσες γνώσεις κι η Έλσα απαντώντας διατυπώνει μια γενίκευση. Οι κανόνες αναδύονται πλέον επαγωγικά, από τα ίδια τα παιδιά. Όταν οι μαθητές εργάζονται ο ρόλος των δασκάλων γίνεται υποστηρικτικός και συντονιστικός.

Δασκάλα: Συμφωνείτε οι άλλοι; Βρήκαμε όλοι τόσο; Θέλει κάποιος κάτι διαφορετικό; (Σιωπή).

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.235)

Η δασκάλα δεν παίρνει θέση, ακόμα κι αν η πρώτη απάντηση είναι σωστή. Δίνει το λόγο στο σύνολο των μαθητών της τάξης για να κρίνουν την ορθότητα και την τελική αποδοχή μιας λύσης.

Πάνος: Από τον πίσω πίνακα προσθέτουμε όλη τη 2η στήλη για να βρούμε πόσα δεν υπερβαίνουν μέχρι τις 6.50…1+12+24+39+58=134. Μετά προσθέτουμε όλη την 1η στήλη για να βρούμε πόσα υπερβαίνουν το όριο 3+8+9+11+42=73. Για να βρούμε όλα τα αυτοκίνητα προσθέτουμε 73 και 134 και βρίσκουμε 207. Ο λόγος μέρος/όλο είναι 134:207 αυτό γράψαμε και στο κουτάκι. (Η δασκάλα ρωτά αν οι υπόλοιποι συμφωνούν κι όλοι απαντούν καταφατικά).
Δασκάλα: Αν διαιρέσουμε 134:207 θα βγει 0,65 που είναι το ποσοστό 65% ήδη γραμμένο δίπλα.

(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.243)

Οι μαθητές έχουν την κατοχή του λόγου σχεδόν εξίσου με τη δασκάλα κι είναι εκείνοι που έχουν την ευθύνη για την εκτέλεση και την παρουσίαση σύνθετων διαδικασιών υπολογισμού, όπως αυτές του 2^{ου} πίνακα της σ.8 του φυλλαδίου. Ο πίνακας είχε συμπληρωμένα σε μερικά κουτάκια τα ποσοστά. Τα παιδιά μπορούσαν να συγκρίνουν μόνα τους τα δοσμένα ποσοστά με αυτά που έβρισκαν από τους λόγους που υπολόγιζαν και να προχωρήσουν σε αυτοδιόρθωση. Η αυτοδιόρθωση ενισχύει τη νοητική αυτονομία των παιδιών κι είναι μια μεταγνωστική διαδικασία.

Στην 11η συνάντηση τα παιδιά με τη δασκάλα πήγαν στο πάρκο Κυκλοφοριακής Αγωγής στο Κεφαλόβρυσο. Τους βοήθησαν αστυνομικοί κι ο Υπεύθυνος Αγωγής Υγείας της Δ/νσης Π.Ε.).
(4ηΜ.Π./Π/11ηΕ.Ζ./β.249)

Η δασκάλα μέσα από βιωματικές δράσεις, είχε την ευκαιρία να ξεφύγει από το κέντρο της μαθησιακής διαδικασίας και να περάσει σε συντονιστικό, διευκολυντικό ρόλο.

Δασκάλα: Πάμε στην τελευταία σελίδα. Ποια είδη λόγων συναντήσαμε στο φυλλάδιο;
Κλεάνθης: Μέρος/μέρος και μέρος/όλο.
Δασκάλα: Αυτοκίνητα με υπερβολική ταχύτητα προς αυτοκίνητα με κανονική, τι λόγος είναι;
Πολλοί μαθητές μαζί: Μέρος/μέρος
Γιάννης: Και αυτοκίνητα με κανονική προς όλα τα αυτοκίνητα είναι λόγος μέρος/όλο.
Δασκάλα: Από αυτά τα είδη λόγων, ποιο μπορούμε να κάνουμε ποσοστό;
Φώτης: Το λόγο μέρος/όλο.
Έλσα: Μπορούμε να κάνουμε ποσοστό και το λόγο μέρος/μέρος, αλλά όχι κατευθείαν. Πρέπει πρώτα να τον μετατρέψουμε σε λόγο μέρος/όλο.
(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./β.251)

Με τη βοήθεια της τελευταίας σελίδας, η δασκάλα ανακεφαλαιώνει και με ερωτήσεις αξιολογεί εάν επετεύχθησαν οι μαθησιακοί στόχοι. Η δασκάλα και πάλι διατυπώνει ελεγκτικές ερωτήσεις, αλλά με πιο δημοκρατικό ύφος, σε αντίθεση με τον ασφυκτικό βομβαρδισμό ερωτήσεων που εφάρμοζε στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. ζητώντας μονολεκτικές απαντήσεις.

Δασκάλα: Στις ερωτήσεις ανακεφαλαίωσης γράψτε σε κάθε ομάδα τα δικά σας παραδείγματα. (Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες κι η δασκάλα κι ο ερευνητής περιφέρονται βοηθώντας όταν τους ζητείται. Όταν τα παιδιά γράφουν τους λόγους λεκτικά, ζητούμε να τους γράψουν και συμβολικά).
(4ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.255)

(Κατόπιν μοιράσαμε στα παιδιά από ένα ερωτηματολόγιο για να απαντήσουν ανώνυμα).
(4ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.268)

Στο 1^{o} επεισόδιο, η δασκάλα δίνει χώρο στα παιδιά για αυτοέκφραση κι υποκειμενική πλαισίωση δραστηριοτήτων. Στο 2^{o}, συμφωνεί να δοθούν ερωτηματολόγια και να απαντηθούν ανώνυμα, ώστε να έχουν περιθώριο τα παιδιά να απαντήσουν ανεπηρέαστα ακόμη και με αρνητικές αξιολογικές κρίσεις. Η ανωνυμία εξασφάλισε την αυτονομία των παιδιών και την ανεξαρτησία της κρίσης τους.

Στην 5η ερώτηση του ερωτηματολογίου τα παιδιά ρωτήθηκαν αν θα ήθελαν να επαναλάβουν μια παρόμοια δραστηριότητα. Ένας μαθητής απάντησε ότι θα ήθελε γιατί θα έκαναν εξερεύνηση και θα έφερναν φωτογραφίες. Από αυτήν την απάντηση αναδύεται έκδηλα η ανάγκη των παιδιών για περισσότερη αυτονομία κι η δίψα τους για ευκαιρίες ανακαλυπτικής μάθησης και προσωπικής αναζήτησης - εξερεύνησης. Ένας άλλος απάντησε ότι μπορεί «ναι», μπορεί και «όχι», ανάλογα με τη δραστηριότητα. Από την απάντηση αυτού του παιδιού, εστιάζουμε στο θάρρος της γνώμης του και στην ωριμότητα της κρίσης του, αφού δεν βιάζεται να απαντήσει δίνοντας λευκή επιταγή, αλλά διατηρεί επιφυλάξεις. Ένα τρίτο παιδί απάντησε ότι θα ήθελε να πάνε με το σχολείο στην εξοχή, να στήσουν σκηνές, να ανάβουν μόνοι τους φωτιά. Από αυτήν την απάντηση (αν και ήταν εκτός θέματος), διαπιστώνεται ότι το παιδί παρακινημένο από τις πολλές βιωματικές δράσεις που κάναμε, ζητά ακόμη περισσότερες και πιο ακραίες. Αναδύεται η δίψα των παιδιών για βιωματική μάθηση εκτός των τειχών του σχολείου. Στα επόμενα επεισόδια μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχίζει να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών, όμως μερικές φορές ξαναγίνεται καθοδηγητική.

(Στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα αρχίζει το μάθημα με βιβλία κλειστά. Την εισαγωγή νέων εννοιών με επίδειξη στον πίνακα, ακολουθούν επαναληπτικές ερωτήσεις).
Δασκάλα: Για να επαναλάβουμε. Μιλήσαμε σήμερα για ποιον;
Κλεάνθης: Για τον κύκλο.
Δασκάλα: Και τι είναι ο κύκλος;
Πάνος: Μια κλειστή καμπύλη γραμμή.
Δασκάλα: Και ποια γραμμή λέμε καμπύλη; Το θυμόμαστε αυτό από πέρσι;
Ιάσονας: Αυτή που δεν έχει καθόλου ευθύγραμμα τμήματα.
Δασκάλα(δείχνει σε σχήμα στον πίνακα): Όλο αυτό λέγεται κύκλος;
Έλσα: Όχι, μόνο η γραμμή. Η γραμμή μαζί με την επιφάνεια που κλείνει λέγεται κυκλικός δίσκος.
Δασκάλα(δείχνει στον πίνακα): Τι είπαμε για το σημείο Ο, τι είναι;
Βάσια: Είναι το κέντρο του κύκλου.
Δασκάλα: Με ποιο όργανο είπαμε ότι φτιάχνουμε κύκλους; Με το χάρακα, με το γνώμονα, με τι;
Κατερίνα: Με το διαβήτη.

(4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.1)

Η δασκάλα, όπως πριν την Ε.Ζ., κάνει μάθημα με κλειστά βιβλία και με αλλεπάλληλες ερωτήσεις επιχειρεί ανακεφαλαίωση των διδαγμένων γνώσεων μέσα από τις απαντήσεις των παιδιών.

Δασκάλα: Πριν μάθετε το διαβήτη, όταν ήσασταν μικροί και κάνατε κύκλους, πώς τους κάνατε;
Μαρία: Με το χέρι, μια τάπα, ένα καπάκι, ένα ποτήρι.
Μαριάννα: Σχεδιάζαμε το γύρω - γύρω στο σελοτέιπ, σε ένα νόμισμα.
Δασκάλα: Όμως τι μειονεκτήματα έχει αυτός ο τρόπος κατασκευής;
Κλεάνθης: Δεν μπορούμε ν' αλλάξουμε από μεγάλους σε μικρούς κύκλους όπως με το διαβήτη.
Έλσα: Το κέρμα έχει σταθερή ακτίνα, δεν αλλάζει. Με το διαβήτη κάνουμε ό,τι κύκλο θέλουμε.

(4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.4)

Ενώ παλαιότερα η δασκάλα έκανε μόνο ερωτήσεις ελέγχου διδαγμένων γνώσεων, τώρα θέτει μια πρωτότυπη, «ανοικτή» ερώτηση που αφορά και τις άτυπες γνώσεις των παιδιών. Ζητώντας από τα παιδιά να συγκρίνουν τους τρόπους κατασκευής κύκλων για να βρουν μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα, καλλιεργεί την κριτική σκέψη κι ενισχύει τη νοητική τους αυτονομία.

Δασκάλα (δείχνει σε σχήμα στον πίνακα): Πόσο απέχει το κέντρο Ο από το Ε και από το Β;
Έλσα: Εξίσου. Η απόσταση του κέντρου του κύκλου από όλα τα σημεία της περιφέρειας είναι ίση.
Δασκάλα: Τι είναι λοιπόν η ακτίνα του κύκλου;
Εύα: Ένα ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο του κύκλου με ένα σημείο του.

Δασκάλα: Μία μόνο ακτίνα μπορούμε να φέρουμε;
Βάσια: Όχι, πάρα πολλές, άπειρες.
Δασκάλα(δείχνει στο σχήμα): Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ είναι κι αυτό ακτίνα;
Αθανασία: Όχι, είναι διάμετρος.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.5)

Η δασκάλα, κατά τη μελέτη των γεωμετρικών φαινομένων υποστηρίζει τη διδασκαλία της με σχέδιο στον πίνακα. Ξαναρχίζει σύμφωνα με την προσφιλή της τακτική να κάνει ερωτήσεις ελέγχου διδαγμένων γνώσεων, να ζητά ορισμούς και με διαρθρωμένες ερωτήσεις να επιχειρεί ανακεφαλαίωση. Ωστόσο οι ερωτήσεις της δασκάλας δεν καθοδηγούν όπως παλαιά σε μία μονολεκτική απάντηση, αλλά είναι «ανοικτές», πιο προκλητικές, συχνά διλημματικές, όπως η ερώτηση για το δυνατό πλήθος των ακτίνων ή τη διάκριση της διαμέτρου από την ακτίνα. Η Έλσα συγκρίνοντας τις αποστάσεις τριών σημείων που της υπέδειξε η δασκάλα, τεκμηριώνει την απάντησή της με ένα γενικό κανόνα. Όταν η δασκάλα ζητά από τα παιδιά να διατυπώσουν το διδαγμένο ορισμό της έννοιας «ακτίνα», μία μαθήτρια απαντά με επιτυχία.

Δασκάλα: Και τι τον κάνει τον κύκλο η διάμετρος;
Κλεάνθης: Χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη.
Δασκάλα: Πώς λέγονται αυτά τα δύο ίσα μέρη;
Ταξιάρχης: Ημικύκλια. Χωρίζει τον κύκλο σε δύο ημικύκλια…
Δασκάλα(στο σχήμα): Ακτίνα είναι η ΟΑ, διάμετρος η ΒΓ, μπορούμε να βρούμε τη σχέση τους;
Ιωάννα: Η διάμετρος είναι διπλάσια από την ακτίνα.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.7-8)

Με υψηλό βαθμό καθοδήγησης, η δασκάλα διατυπώνει μια κλειστή ερώτηση που υπονοεί την απάντηση. Κατόπιν επιμένει για την εμπέδωση της μαθηματικής ορολογίας. Τέλος παρακινεί τα παιδιά μέσα από ερωτήσεις ώστε να βρουν επαγωγικά τη σχέση ακτίνας - διαμέτρου στον κύκλο.

Δασκάλα: Πριν η Βάσια είπε για τη διάμετρο…Όταν ένα ευθύγραμμο τμήμα όπως το ΚΛ ενώνει δύο σημεία του κύκλου και δεν περνά από το κέντρο του, τότε το λέμε χορδή. (Σχεδιάζει μια χορδή ΡΣ). Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα είναι διάμετρος ή χορδή;
Νικολέτα: Είναι χορδή γιατί δεν περνάει από το κέντρο του κύκλου.
Δασκάλα(δείχνει στο σχήμα): Τα βλέπετε τα άκρα της χορδής Ρ, Σ. Δεν είναι και τα άκρα αυτού του τμήματος του κύκλου; (Όλοι απαντούν καταφατικά). Αυτό λοιπόν το κυκλικό τμήμα λέγεται…
Ερευνητής: Ας αφήσουμε να μαντέψουν τα παιδιά.
Δασκάλα: Α, όχι! Δεν το ’χουμε πει αυτό.
Ερευνητής: Ο Ρομπέν των δασών τι κράταγε που μοιάζει με αυτό το κυκλικό τμήμα; (Η Μαρία σηκώνει χέρι, η δασκάλα της δίνει το λόγο κι εκείνη απαντά: «τόξο»).
Δασκάλα: Τι είναι λοιπόν το τόξο;
Κλεάνθης: Ένα μέρος του κύκλου που έχει σαν άκρα τα άκρα της χορδής.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.10-11)

Η δασκάλα με παραδοσιακή συμπεριφορά κατά την εισαγωγή νέας γνώσης, διατυπώνει η ίδια άμεσα ορισμό της χορδής. Μετά ζητά εφαρμογή του ορισμού σε πρόβλημα που σχεδίασε, ώστε να αξιολογήσει αν κατακτήθηκε η έννοια της χορδής. Όταν ξανά η δασκάλα επιχειρεί να δώσει έτοιμη απάντηση στα παιδιά για την έννοια του τόξου κι ο ερευνητής της προτείνει να αφήσει τα παιδιά να βρουν την απάντηση, εκείνη αντιδρά. Με τη φράση: «Α, όχι! Δεν το ’χουμε πει αυτό», αποκαλύπτει τη βαθιά ριζωμένη παραδοσιακή αντίληψή της ότι από τα παιδιά μπορούμε να ζητάμε μόνο προϋπάρχουσες, διδαγμένες γνώσεις. Με αυτόν τον τρόπο όμως στερεί από τα παιδιά ευκαιρίες ώστε να επανεπινοούν τη μαθηματική γνώση μέσα από προσωπική αναζήτηση.

Δασκάλα: Τι κοινό έχουν αυτοί οι δύο κύκλοι που ο μικρός είναι μέσα στο μεγάλο; Τι ίδιο;
Φώτης: Το ίδιο κέντρο.
Δασκάλα: Ίδιο, όμοιο κέντρο. Για σκεφθείτε αυτούς τους κύκλους με όμοιο κέντρο πώς τους λέμε;
Κλεάνθης: Ομόκεντρους.
Δασκάλα: Ποιους κύκλους θα λέμε ομόκεντρους;
Κλεάνθης: Αυτούς που έχουν το ίδιο κέντρο.

(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.13)

Η δασκάλα με σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά, αντίθετα από ό,τι προηγουμένως, προσπαθεί χωρίς να δώσει έτοιμες συνταγές, να αναδυθεί επαγωγικά μέσα από τις απαντήσεις των παιδιών, η έννοια και ο όρος «ομόκεντροι κύκλοι». Στο τέλος ο Κλεάνθης επαναδιατυπώνει τον ορισμό.

Δασκάλα: Τι αναρωτήθηκαν κι άλλοι άνθρωποι, μαθηματικοί πριν από εμάς. Πόσες φορές άραγε είναι μεγαλύτερο το μήκος του κύκλου από τη διάμετρο; Ποιος είναι ο λόγος που λέγαμε, του μήκους του κύκλου ως προς τη διάμετρο. Να βρούμε το λόγο Κ:δ. (Η Έλσα διαιρεί 80:25,5).

(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.31)

Η δασκάλα κάνοντας αναφορά στην ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών, θέτει το κεντρικό ερώτημα του μαθήματος: «ποιος είναι ο λόγος του μήκους του κύκλου ως προς τη διάμετρό του». Έπειτα τα παιδιά κάνουν τη διαίρεση των μηκών της περιμέτρου και της διαμέτρου του συγκεκριμένου κύκλου που μέτρησαν και βρίσκουν επαγωγικά τον αριθμό π = 3,14.

Δασκάλα:. Η σχέση του μήκους αυτού του κύκλου ως προς τη διάμετρό του αφού μετρήσαμε και διαιρέσαμε, βρήκαμε ότι είναι Κ:δ=3,14. Άραγε συμβαίνει αυτό μόνο σ’ αυτόν τον κύκλο; Τι λέτε;
Πάνος: Όχι, σε όλους!
Δασκάλα: Για να δούμε. Να μετρήσουμε έναν άλλο κύκλο, το στεφάνι γυμναστικής.

(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.33)

Η δασκάλα προκαλεί το ερευνητικό ενδιαφέρον των μαθητών θέτοντας ένα καίριο ερώτημα. Αν και κάποιοι δέχονται αμέσως τη γενίκευση, εκείνη εξοικειώνοντας τα παιδιά με ένα είδος αποδεικτικής διαδικασίας, δε δέχεται τη γενίκευση της σχέσης Κ:δ=3,14 με την εξέταση μόνο μιας περίπτωσης κύκλου, αλλά παρακινεί τα παιδιά να μετρήσουν κι άλλους κύκλους και να διερευνήσουν τη σχέση μήκους - διαμέτρου. Αφού μετρούν δεύτερο κύκλο ρωτά τα παιδιά τι παρατηρούν, ώστε μέσ’ από τις παρατηρήσεις επαγωγικά να προκύψει η γενική σχέση - κανόνας.

Δασκάλα: Βλέπετε την υπόδειξη του βιβλίου που μας τη δίνει έτοιμη; Εμείς τη βρήκαμε μόνοι μας.
Βάσια (διαβάζει την υπόδειξη σ.104): Σε κάθε κύκλο, αν διαιρέσουμε το μήκος του με το μήκος της διαμέτρου του, βρίσκουμε πάντα το ίδιο πηλίκο.
Δασκάλα: Αυτό που κάναμε κι εμείς στη γλάστρα, στο στεφάνι, στο ρολόι και στο καλάθι.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.42)

Η δασκάλα με καμάρι διαπιστώνει ότι την «έτοιμη συνταγή» - υπόδειξη του βιβλίου, τα παιδιά κι εκείνη την ανακάλυψαν μόνοι τους, μέσα από μετρήσεις πολλών κυκλικών αντικειμένων. Δείχνει έκδηλα την προτίμησή της στην επαγωγική, ανακαλυπτική μέθοδο διδασκαλίας.

Δασκάλα: Με ποιο γράμμα είπαμε ότι συμβολίζουμε το 3,14;
Βάσια: Με το μικρό π.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.44)

Η δασκάλα προσπαθεί ώστε να εμπεδωθεί από τα παιδιά η μαθηματική γλώσσα και ορολογία.

(Στη συνέχεια διαβάσαμε τα συμπεράσματα της σ.105 και η δασκάλα με ερωτήσεις όπως: «πώς βρίσκουμε το Κ όταν ξέρουμε το π και το δ», «πώς βρίσκουμε το δ όταν ξέρουμε Κ και π» και «πώς βρίσκουμε το π όταν ξέρουμε Κ και δ», καθοδήγησε τα παιδιά, ώστε να διατυπώσουν τους τύπους Κ=π·δ, δ=Κ:π και π=Κ:δ που υπήρχαν στο σχολικό βιβλίο).
Δασκάλα: Μπορούμε να βρούμε το μήκος του κύκλου Κ, αν ξέρουμε το μήκος της ακτίνας του;
Ιάσονας: Πολλαπλασιάζουμε την ακτίνα επί 2 και μετά με το π και βρίσκουμε το Κ.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.45)

Η δασκάλα, όπως και παλαιότερα, καθοδηγεί με ερωτήσεις τα παιδιά σε μια ανακεφαλαίωση, αξιολογώντας η ίδια μέσα από τις απαντήσεις, αν επετεύχθησαν οι μαθησιακοί στόχοι.

(Κατά τη διάρκεια άτυπης συζήτησης που είχαμε με τη δασκάλα σε ένα διάλειμμα μετά από τα δύο μαθήματα στα μαθηματικά, την ρώτησα: «Στη διαθεματική προσέγγιση στην Ε.Ζ. στο πρόγραμμα κυκλοφοριακής αγωγής, έδινες πιο πολύ χώρο και χρόνο στους μαθητές. Σήμερα στα μαθηματικά, συχνά έκανες πάλι το μάθημα με δικές σου συνεχείς ερωτήσεις και απαντήσεις των μαθητών. Γιατί αυτή η διαφορά;». Η δασκάλα απάντησε: «Στην Ε.Ζ. είχαμε χρόνο να το κάνουμε αυτό. Εδώ σε μια διδακτική ώρα μαθηματικών πρέπει να βγει ένα ολόκληρο κεφάλαιο. Αν καθυστερήσω, θα μείνουν στο τέλος της χρονιάς κεφάλαια αδίδακτα και δε θα βγει η ύλη»).
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.281)

Ο ερευνητής με μια ερώτησή του, ενθαρρύνει τη δασκάλα σε ενδοσκόπηση και προσωπικό αναστοχασμό. Μέσα από την απάντηση της δασκάλας αποκαλύπτεται ο τρόπος σκέψης της ο οποίος μαρτυρά ότι διαφορετικά αντιλαμβάνεται τις διδακτικές υποχρεώσεις της στο «χαλαρό» πλαίσιο ενός project στην Ε.Ζ. όπου δεν υπάρχει άγχος για το χρόνο και την κάλυψη της ύλης κι αλλιώς αντιλαμβάνεται τις διδακτικές υποχρεώσεις της στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

Η διαθεματική προσέγγιση λειτούργησε καταλυτικά, ώστε να αλωθεί σταδιακά το μονοπώλιο κατοχής του λόγου από τη δασκάλα και να δοθούν μεγαλύτερα περιθώρια αυτονόμησης στα παιδιά. Στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα συνεχίζει να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών.

Ωστόσο και κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, η στάση της δασκάλας ενίοτε ξαναγίνεται καθοδηγητική, π.χ. τα επεισόδια (8ηΕ.Ζ./β.197), (9ηΕ.Ζ./β.197), (10ηΕ.Ζ./β.227), (12ηΕ.Ζ./β.251), (1ημ.Ε.Ζ./γ.5), (1ημ.Ε.Ζ./γ.7), (2ημ.Ε.Ζ./γ.44) και (2ημ.Ε.Ζ./γ.45).

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε κάποιες από τις απαντήσεις των δασκάλων στα ερωτηματολόγια. Απαντώντας οι δασκάλες στο 1ο ερωτηματολόγιο πριν από την Ε.Ζ. προέβλεψαν κάποιες αλλαγές στη μαθησιακή διαδικασία που κατά τη γνώμη τους πιθανόν να συνέβαιναν λόγω του διαθεματικού project. Απαντώντας μετά την Ε.Ζ. στο 2ο ερωτηματολόγιο, οι δασκάλες επεσήμαναν πλέον κάποιες αλλαγές που διαπίστωσαν, κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του διαθεματικού project.

6.8. ΑΛΛΑΓΕΣ ΠΟΥ ΠΡΟΕΒΛΕΨΑΝ Ή ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΑΝ ΟΙ ΔΑΣΚΑΛΕΣ ΑΠΑΝΤΩΝΤΑΣ ΣΕ ΔΥΟ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

6.8.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

(βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Π.Μ. αρ.1: Παράρτημα Β.3. & Ερ/γιο αρ.2: Παράρτημα Β.10.)

Στην τελευταία ερώτηση, ζητήθηκε από τη δασκάλα να προβλέψει αν η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στο μάθημα των μαθηματικών θα επιφέρει αλλαγές και ποιες θα είναι αυτές και απάντησε ως εξής: «Μας βοηθά να κατανοήσουμε καλύτερα την πληθώρα των τεχνικών πληροφοριών και ζητημάτων που μας κατακλύζουν από όλα τα μέσα μαζικής ενημέρωσης και τα οποία επηρεάζουν άμεσα πολιτικά, κοινωνικά ή προσωπικά ζητήματα», (Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1). Η απάντηση της δασκάλας δεν ανταποκρίνεται στην ερώτηση, αφού αναφέρεται περισσότερο σε μαθησιακά οφέλη από την εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων, παρά σε πιθανές αλλαγές που προβλέπει ότι θα συμβούν στη συμπεριφορά τη δική της ή των μαθητών της.

Στην 3η ερώτηση του 2ου ερωτηματολογίου μετά την Ε.Ζ., αν αποκόμισε κάτι από την όλη προσέγγιση, η δασκάλα απάντησε: «Στο παρελθόν είχα ασχοληθεί και με άλλα προγράμματα στην Ευέλικτη Ζώνη. Σε κανένα απ' αυτά τα προγράμματα η διδασκαλία των μαθηματικών δεν πήρε τόση αξία. Θεωρώ ότι η συμμετοχή μου σε επόμενα προγράμματα θα 'ναι καλύτερης προσέγγισης» (Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2). Διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα θεωρεί ως το νέο στοιχείο του προγράμματος σε σύγκριση με άλλα project, τον κεντρικό ρόλο των μαθηματικών στη διαθεματική προσέγγιση. Επίσης, το γεγονός ότι προβλέπει πως η συμμετοχή της σε επόμενα project θα είναι καλύτερης προσέγγισης, δείχνει ότι πιστεύει πως ωφελήθηκε στην πορεία της επαγγελματικής της εξέλιξης.

6.8.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

(βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Ε.Σ. αρ.1 & Ερ/γιο αρ.2: Παράρτημα Γ.6.)

Η δασκάλα απαντώντας στο αν η διαθεματική προσέγγιση μπορεί να αλλάξει κάτι, γράφει: «Θεωρώ ότι η διαθεματική προσέγγιση των μαθηματικών είναι ένα από τα πιο ασφαλή και δημιουργικά μέσα προκειμένου η έννοια “μαθηματικά” να εννοεί όσα παραπάνω έχουν υπογραμμιστεί (εννοεί τις λέξεις που υπογράμμισε στην 5η ερ.). Μέσα από τη διαθεματικότητα δάσκαλος και διδασκόμενος θα αντιληφθεί όχι μόνο ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι έξω από μας - ένα σύνολο κανόνων, αλλά ότι το ίδιο μας το σώμα, το περιβάλλον και οι νόμοι που διέπουν τη σχέση αυτή βασίζονται σε μια μαθηματική αλληλουχία. Αυτό επιβάλλεται να πιστέψει πρώτα ο δάσκαλος για να μπορέσει να “μυήσει” και τους μαθητές του», (Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1). Η δασκάλα δίνει έμφαση στο μερίδιο ευθύνης που έχει ο δάσκαλος, ο οποίος πρώτος πρέπει να πιστέψει στην αξία της διαθεματικότητας, για να μπορέσει να μυήσει τους μαθητές. Προβλέπει ότι για να συμβεί οποιαδήποτε αλλαγή στη διδακτική πράξη πρέπει πρώτα να αλλάξουν οι αντιλήψεις των δασκάλων.

Στην 3η ερώτηση του 2ου ερωτηματολογίου μετά την Ε.Ζ., αν αποκόμισε κάτι από την όλη προσέγγιση, η δασκάλα απαντά ότι επειδή το διδακτικό της έργο βασίζεται στη φιλοσοφία αυτής της προσπάθειας, τώρα νιώθει πιο σίγουρη και ασφαλής για τις μεθόδους που χρησιμοποιούσε. Επιπλέον συνειδητοποιεί ότι έχει ακόμη αρκετό δρόμο για ακόμη πιο δημιουργικό έργο. (Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2). Η δασκάλα διαπιστώνει μια (σύμφωνα με το κονστρουκτιβιστικό μοντέλο) ενίσχυση κι επιβεβαίωση των προϋπαρχουσών δομών και διδακτικών αντιλήψεών της. Αντίθετα εάν υπήρχε πλήρης ασυμβατότητα μεταξύ των αντιλήψεων της δασκάλας και της φιλοσοφίας της προσέγγισής μας, θα είχαμε «γνωστική σύγκρουση και αναδόμηση». Το ότι αποκόμισε η δασκάλα σιγουριά κι ασφάλεια για τις «εμπειρικές» μεθόδους που χρησιμοποιούσε είναι κάτι πολύ σημαντικό. Εξάλλου αυτή είναι και η αμφίδρομη λειτουργία της παιδαγωγικής - διδακτικής επιστήμης. Πολλοί δάσκαλοι εφαρμόζουν εμπειρικά στην πράξη, σύγχρονες θεωρίες διδακτικής και παιδαγωγικής χωρίς να το έχουν συνειδητοποιήσει και χωρίς να τις έχουν διαβάσει σε κάποιο βιβλίο. Αντίστροφα οι περισσότερες επιστημονικές θεωρίες μάθησης της διδακτικής και της παιδαγωγικής επιστήμης, αναδείχθηκαν κυρίως με την αριστοτελική, επαγωγική μέθοδο, μέσα από παρατήρηση κι ανάλυση μεθόδων διδασκαλίας εμπνευσμένων δασκάλων. Δεν έμεινε η δασκάλα στη διαπίστωση ότι απλώς επιβεβαιώθηκε, αλλά συνέχισε λέγοντας πως συνειδητοποίησε ότι έχει ακόμη αρκετό δρόμο για δημιουργικότερο έργο. Μπορεί να μη συνέβησαν δραματικές αλλαγές στη διδακτική της πράξη, αφού ήδη είχε εναγκαλιστεί τη φιλοσοφία του εγχειρήματός μας, όμως συνέβησαν αρκετές μικρότερες και μέσα από την όλη προσπάθεια συνειδητοποίησε, όπως λέει με διάθεση ενδοσκόπησης, ότι υπάρχουν μεγάλα περιθώρια βελτίωσης της διδακτικής πράξης της.

Στην ερώτηση αν θα ήθελε να επαναληφθεί η συνεργασία μας σε πιο μακροπρόθεσμη βάση, η δασκάλα απαντά πως ύστερα από όσα αναφέρθηκαν είναι ολοφάνερο ότι όχι μόνο θα επιθυμούσαν, αλλά και θα επιδίωκαν στο μέλλον μια σαφώς πιο μακροπρόθεσμη συνεργασία (Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2). Το 1ο πρόσωπο πληθυντικού που χρησιμοποιεί, προφανώς υπονοεί ότι μιλά και εκ μέρους των μαθητών της. Γενικά είναι ελπιδοφόρα τα μηνύματα από την όλη στάση της δασκάλας που δείχνει ειλικρινή διάθεση για αυτοεξέλιξη και συνεργασία με άλλους εκπαιδευτικούς - ερευνητές, την οποία συνεργασία μάλιστα θα την επιδιώξει η ίδια, αν αργήσει να της προταθεί. Η διαμόρφωση μιας προοδευτικής στάσης αρκετών εκπαιδευτικών όπως η δασκάλα μας, που δε θα διστάζουν να εκτεθούν, να τολμήσουν στην πράξη καινοτόμα προγράμματα και να συνεργαστούν με άλλους συναδέλφους τους, θέτει σε μια αισιόδοξη προοπτική μια τάση αυτοεξέλιξης των εκπαιδευτικών. Τέλος στο αν η διαθεματική προσέγγιση μπορεί να αλλάξει κάτι, η δασκάλα δίνει έμφαση στα δύο ερωτηματολόγια στο μερίδιο ευθύνης του δασκάλου. Πιστώνει δε στα υπέρ της προσέγγισής μας ότι μέσα από αυτή βοηθήθηκε να προβληματιστεί για το δικό της ρόλο στη μαθησιακή διαδικασία.

6.8.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

(βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλας Β.Κ. αρ.1 & Ερ/γιο αρ.2: Παράρτημα Δ.1.).

Στο ερωτηματολόγιο αρ.1, απαντώντας η δασκάλα στο αν η διαθεματική προσέγγιση μπορεί να αλλάξει κάτι στο μάθημα των μαθηματικών, γράφει: «Επιφέρει αλλαγές αφού πρέπει να γίνει σύνδεση των μαθηματικών με τ’ άλλα μαθήματα. Ακόμη το διδακτικό στυλ στο μάθημα γίνεται πιο ευέλικτο», (Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1). Η δασκάλα προβλέπει αλλαγές στο μαθησιακό περιεχόμενο ως συνέπεια της σύνδεσης των μαθηματικών με άλλα μαθήματα. Ως προς το διδακτικό στυλ προβλέπει ότι λόγω της διαθεματικής προσέγγισης γίνεται πιο ευέλικτο, παραδεχόμενη έμμεσα ότι το παραδοσιακό διδακτικό στυλ που και την ίδια χαρακτηρίζει είναι στατικό, μονολιθικό και άκαμπτο, δεν ανατροφοδοτείται από τις αντιδράσεις των παιδιών και δεν προσαρμόζεται στις ανάγκες τους.

Στην 1η ερώτηση του 2ου ερωτηματολογίου, πώς θα χαρακτήριζε αυτή τη διδακτική εμπειρία, η δασκάλα απαντά ότι πιστεύει πως η εμπειρία θα την βοηθήσει στη μελλοντική αντιμετώπιση των νέων βιβλίων και θα τη χαρακτήριζε πρωτότυπη κι εποικοδομητική (Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2). Η δασκάλα αξιολογώντας θετικά τη διαθεματική προσέγγιση, προέβλεψε ότι θα βοηθηθεί από αυτήν κατά την εισαγωγή της χρήσης των νέων βιβλίων. Πράγματι όταν ξανασυναντηθήκαμε με τη δασκάλα την επόμενη σχολική χρονιά, επιβεβαίωσε την προηγούμενη πρόβλεψή της. Μου είπε ότι η θετική γνώμη της για το πρόγραμμά μας με την πάροδο του χρόνου ενισχύθηκε και ότι το project βοήθησε και την ίδια, αλλά και τα παιδιά, ώστε να εισαχθούν στη νέα φιλοσοφία της διδασκαλίας των μαθηματικών και να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις των νέων βιβλίων.

Στην 3η ερώτηση του 2ου ερωτηματολογίου, αν αποκόμισε κάτι από την όλη προσέγγιση, η δασκάλα απαντά ότι αυτό που αποκόμισε, είναι ότι με το συγκεκριμένο τρόπο διδασκαλίας και τις βιωματικές δραστηριότητες, το σχολείο γίνεται πιο ευχάριστο και το μάθημα πιο ευέλικτο και ενδιαφέρον. Επίσης πρόσθεσε ότι δίνεται περισσότερος χρόνος έκφρασης στα παιδιά και ο ρόλος του δασκάλου γίνεται συντονιστικός, (Δ/μ.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.2). Η δασκάλα αξιολογεί θετικά τη διαθεματική προσέγγιση και τις διδακτικές δραστηριότητες που αυτή συνεπάγεται. Διαπιστώνει ως προς το ρόλο της, ότι μέσω του διαθεματικού project αυτός γίνεται συντονιστικός, αφήνοντας να εννοηθεί ότι στο παραδοσιακό μάθημα, δεν συντονίζει, αλλά είναι η ίδια στο κέντρο της μάθησης.

6.9. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Θα αναφέρουμε τα κυριότερα ευρήματα που αναδύθηκαν από την ανάλυση των επεισοδίων των τριών μελετών περίπτωσης, σχετικά με τη διερεύνηση αλλαγών και πρόσκαιρων μετακινήσεων στη διδακτική στάση των δασκάλων. Οι συσχετικές κατηγορίες σκιαγραφούνται σε παραγράφους.

Με βάση τα διδακτικά επεισόδια που παρουσιάστηκαν για τις τρεις μελέτες περίπτωσης, μέσα από την ανάλυση διαπιστώσαμε την ενθάρρυνση του διαλόγου από όλες τις δασκάλες στις τάξεις τους. Ενώ στο παραδοσιακό μάθημα πριν από την Ε.Ζ., οι δασκάλες απευθύνονταν στους μαθητές μόνο μέσω ερωτήσεων εξέτασης, κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. άλλαξαν διδακτική στάση, δημιουργώντας περισσότερες ευκαιρίες για συμμετοχή των παιδιών στο διάλογο. Μέσα από θέματα κοινωνικού ενδιαφέροντος έθεταν ερωτήσεις κρίσης και ρωτούσαν τα παιδιά «γιατί» και «πώς», ζητώντας τους να εξηγούν τον τρόπο σκέψης τους, κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Την ύπαρξη διαλόγου στην τάξη εντόπισαν και τα ίδια τα παιδιά, απαντώντας στα ερωτηματολόγια. Η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση του διαλόγου και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, ενισχύθηκε σταδιακά κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και συνεχίστηκε και μετά από αυτήν.

Μέσα από τα αναλυτικά υπομνήματα φαίνεται επίσης και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση, οι δασκάλες άρχισαν να επιδιώκουν τη μείωση του ανταγωνισμού μεταξύ των μαθητών. Πριν από την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι δασκάλες υπό το άγχος του χρόνου, είχαν στόχο τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος και καλλιεργούσαν κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά, δίνοντας το λόγο στον πρώτο μαθητή που έβρισκε τη λύση. Με αυτόν τον τρόπο η επίλυση προβλημάτων έμοιαζε με αγώνα ταχύτητας. Κατά την Ε.Ζ. οι δασκάλες άρχισαν να δημιουργούν μαθησιακές ευκαιρίες, δίνοντας το χρόνο σε όλους για να απαντήσουν. Τα ανοιχτά προβλήματα των διαθεματικών project, έδωσαν την ευκαιρία στις δασκάλες να διεξάγουν διαφοροποιημένη διδασκαλία σε κάποιες μαθηματικές δραστηριότητες, επιτρέποντας στους μαθητές τη δυνατότητα επιλογής δεδομένων, ανάλογα με τα ενδιαφέροντά τους, το μαθηματικό τους επίπεδο και τον ατομικό ρυθμό μάθησης. Επίσης οι δασκάλες οργάνωσαν ομαδικές εργασίες των παιδιών, τις οποίες συντόνιζαν, με αποτέλεσμα να μειωθεί ο ατομικός ανταγωνισμός και ο συναγωνισμός να γίνεται μεταξύ των ομάδων. Η μετατόπιση στη στάση των δασκάλων από την ενίσχυση προς τη μείωση του ανταγωνισμού των μαθητών, κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν στα μαθηματικά και στις τρεις μελέτες περίπτωσης αμφιταλαντευόταν μεταξύ της ενθάρρυνσης και της αποθάρρυνσης του ανταγωνισμού. Με την πρώτη δυσκολία το άγχος των δασκάλων για τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος επανερχόταν και τότε διαπιστώναμε παλινδρομήσεις σε παραδοσιακή συμπεριφορά. Διαπιστώσαμε σε όλες τις μελέτες περίπτωσης ότι ο ανταγωνισμός ως ένα σημείο ποτέ δεν εξαλείφθηκε τελείως. Επίσης όμως διαπιστώσαμε ότι ακόμη και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι δασκάλες συνέχισαν να αποθαρρύνουν τον ανταγωνισμό των μαθητών, παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά για τη μείωση του ανταγωνισμού χαρακτηριστικά της Ε.Ζ., όπως η απουσία βαθμολογίας, η απουσία διδακτέας ύλης και η αυτονομία στο σχεδιασμό που συνεπάγονται την άνεση χρόνου.

Με βάση την ανάλυση των αποσπασμάτων από τις τρεις μελέτες περίπτωσης, διαπιστώσαμε ότι οι δασκάλες, κατά το διαθεματικό project, βελτίωσαν τον τρόπο αντιμετώπισης των λαθών των μαθητών τους. Πριν την Ε.Ζ., οι δασκάλες άφηναν συνήθως αβοήθητα τα παιδιά που έκαναν λάθος, δίνοντας το λόγο σε άλλο παιδί ή δίνοντας εκείνες τη λύση. Αν και στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., οι εκπαιδευτικοί δεν αξιοποιούσαν τα λάθη των παιδιών, κατά την Ε.Ζ., άρχισαν να αξιοποιούν τα λάθη ως «ένα ανοιχτό παράθυρο» στη σκέψη των μαθητών και να τα ερμηνεύουν ώστε να βρουν την αιτία τους. Αφουγκράζονταν τις μαθησιακές ελλείψεις των παιδιών, τις επεξεργάζονταν και με ανατροφοδότηση οργάνωναν περαιτέρω διδακτικές παρεμβάσεις. Με χρήση χειραπτικού υλικού και με βιωματικές δράσεις π.χ. ζυγίσεις, κατασκευές, οδηγούσαν τα παιδιά που έκαναν τα λάθη σε γνωστικές συγκρούσεις, ώστε να κατανοούν τα λάθη τους και να προχωρούν σε αυτοδιόρθωση. Οι εκπαιδευτικοί ενθάρρυναν τα παιδιά να χρησιμοποιούν διαδικασίες αυτορρύθμισης κατά την επίλυση προβλημάτων, όπως είναι η εκτίμηση, η πρόβλεψη και η επαλήθευση. Σε όλες τις μελέτες περίπτωσης διαπιστώσαμε αστάθεια ως προς την αντιμετώπιση του λάθους των παιδιών κι οι δασκάλες συχνά αμφιταλαντεύονταν. Υπό το άγχος του χρόνου, δυσκολεύονταν να ερμηνεύσουν τα λάθη και επανέρχονταν παραδοσιακά στην επιδίωξη της γρήγορης επίτευξης του αποτελέσματος. Ως αποτέλεσμα, δεν έδιναν στα παιδιά που έκαναν λάθος τα χρονικά περιθώρια για αυτοδιόρθωση κι έδιναν το λόγο στον πρώτο μαθητή που ήξερε τη σωστή λύση.

Σύμφωνα με τις ενδείξεις από την ανάλυση των διδακτικών επεισοδίων, κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν, οι δασκάλες άρχισαν να δίνουν έμφαση στην κατανόηση από τους μαθητές. Πριν από την Ε.Ζ., όταν διαπιστωνόταν έλλειψη κατανόησης, η δασκάλα Π.Μ. στη $2^{η}$ Μ.Π. δεν παρενέβαινε ιδιαίτερα. Κατά τη διάρκεια του διαθεματικού project, διαπιστώσαμε μία στροφή του ενδιαφέροντός της στην επίτευξη της κατανόησης από τα παιδιά. Ρωτούσε τους μαθητές «γιατί» και «πώς» πιο συχνά από ό,τι παλαιότερα. Η δασκάλα Ε.Σ. στην $3^{η}$ Μ.Π. ήδη πριν την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, έδειχνε ενδιαφέρον για την επίτευξη κατανόησης, ζητώντας π.χ. από τους μαθητές να νοηματοδοτούν τα αριθμητικά δεδομένα και να εξηγούν τις επιλογές τους κατά τη λύση προβλημάτων. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η διάθεσή της για επίτευξη κατανόησης, βρήκε πρόσφορο πλαίσιο και ενισχύθηκε ακόμη περισσότερο. Χρησιμοποιούσε συχνά αναπαραστάσεις των αφηρημένων μαθηματικών εννοιών σε «πραξιακό» και «εικονιστικό» επίπεδο, μέσα από τη χρήση χειραπτικού υλικού, τη σχεδίαση στον πίνακα και την υλοποίηση βιωματικών δράσεων. Ζητούσε από τα παιδιά να τεκμηριώνουν τον τρόπο λύσης τους. Χρησιμοποιούσε αναλογικά πλαίσια για να επιτευχθεί συσχετιστικά η κατανόηση και η πλαισίωση μαθηματικών καταστάσεων π.χ. παραλληλισμό μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και μαθηματικών προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα. Στην 4^{η} Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. εστίαζε πριν την Ε.Ζ. σε μηχανικές διαδικασίες και όχι στην επίτευξη κατανόησης. Κατά την Ε.Ζ. μέσα από χρήση χειραπτικού υλικού και βιωματικών δράσεων, η δασκάλα ενδιαφέρθηκε περισσότερο για την επίτευξη κατανόησης, ζητώντας από τους μαθητές να τεκμηριώνουν και να εξηγούν τον τρόπο σκέψης τους. Γενικά, κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project, άρχισε να διαφαίνεται μία σταδιακή στροφή του ενδιαφέροντος και των τριών δασκάλων, στην επίτευξη της κατανόησης από τους μαθητές. Μετά τη διδασκαλία μίας νέας έννοιας, ρωτούσαν τους μαθητές αν κατάλαβαν όλοι, αποφεύγοντας να δίνουν έτοιμες λύσεις. Καθοδηγούσαν με ερωτήσεις σε ανακεφαλαιώσεις, ώστε τα παιδιά να αναστοχάζονται μεταγνωστικά. Η μετακίνηση της στάσης των δασκάλων ως προς την έμφαση στην κατανόηση και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, παρέμεινε σταθερά, αυξανόμενη διαρκώς κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και συνεχίστηκε μετά την Ε.Ζ. με αξιοσημείωτη σταθερότητα. Μάλιστα στην 3η Μ.Π. στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., καταγράφηκαν 13 αποσπάσματα και στην 4η Μ.Π. τέσσερα αποσπάσματα, όπου δόθηκε από τις δασκάλες έμφαση στην κατανόηση.

Μέσα από την ανάλυση των διδακτικών επεισοδίων, διαπιστώσαμε ότι κατά το διαθεματικό project, οι εκπαιδευτικοί άρχισαν να ενθαρρύνουν την ανάδυση στρατηγικών από τους μαθητές. Πριν την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι στρατηγικές λύσης δίνονταν έτοιμες από τις δασκάλες. Ο χρόνος για επίλυση προβλημάτων που δινόταν στα παιδιά ήταν ελάχιστος και μόνο όσοι τελείωναν πρώτοι, προλάβαιναν να αναπτύξουν μόνοι τους μία διαδικασία λύσης. Κατά την Ε.Ζ., τα παιδιά «έκαναν» μαθηματικά με αναζήτηση (inquiry math) μέσα από μαθηματικές δραστηριότητες. Κατά τη διερεύνηση προβλημάτων, αναδύονταν στρατηγικές επίλυσης από τα παιδιά, οι οποίες γίνονταν αποδεκτές έπειτα από διαπραγμάτευση στις ομάδες και στην τάξη. Οι δασκάλες ζητούσαν από τα παιδιά να εξηγούν τον τρόπο λύσης τους. Ενθάρρυναν την ανάδυση ενός ενιαίου σχεδίου λύσης, οργανώνοντας και κατευθύνοντας άτυπες σποραδικές στρατηγικές των μαθητών. Η μετακίνηση στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση της ανάδυσης στρατηγικών από τα παιδιά, σταθεροποιήθηκε κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και συνεχίστηκε και μετά, στα μαθηματικά, σε τρία επεισόδια στη 2η Μ.Π., σε δύο στην 3η Μ.Π. και σε τρία επεισόδια στην 4η Μ.Π.

Επίσης, άλλη μία μεταβολή στη στάση των δασκάλων που παρέμεινε αταλάντευτη και την καταγράψαμε και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, είναι ότι οι δασκάλες κατά την Ε.Ζ., άρχισαν να ενθαρρύνουν τα παιδιά, ώστε αυτά να επιζητούν πολλούς τρόπους λύσης και ποικιλία απαντήσεων. Πριν από την Ε.Ζ., ακόμη κι όταν σπάνια προέκυπταν εναλλακτικοί τρόποι λύσης, αυτοί δίνονταν από τις δασκάλες. Κατά την επίλυση προβλημάτων στη διάρκεια της Ε.Ζ., οι εκπαιδευτικοί παρότρυναν τα παιδιά να μην βιάζονται να εγκαταλείψουν αν δεν βρίσκουν τη λύση, αλλά να προσπαθούν με πολλούς τρόπους και όταν δεν μπορούν με τον τυπικό μαθηματικό τρόπο, να χρησιμοποιούν ακόμη και πρακτικό τρόπο με χειραπτικό υλικό. Οι δασκάλες στο πλαίσιο των διαθεματικών project, έθεταν ανοικτά προβλήματα τα οποία επέτρεπαν πολλούς συνδυασμούς και διαφορετικούς τρόπους λύσεων. Ακόμη κι αν είχε διατυπωθεί ένας τρόπος λύσης από ένα μαθητή, οι υπόλοιποι με την ενθάρρυνση των δασκάλων, επέμεναν να αναζητούν κι έναν άλλο τρόπο. Στο τέλος, όλοι οι εναλλακτικοί τρόποι παρουσιάζονταν και οι δασκάλες ενθάρρυναν τα παιδιά να τους συγκρίνουν και να υιοθετήσουν τον κομψότερο. Στο πλαίσιο της κάθετης διαθεματικότητας, οι δασκάλες συνέδεσαν συναφείς μαθηματικές έννοιες, διευκολύνοντας τη συσχετιστική κατανόηση π.χ. συνέδεσαν τους μικτούς κλασματικούς και τους δεκαδικούς, ως διαφορετικούς τρόπους μαθηματικής διατύπωσης της ίδιας αριθμητικής ποσότητας. Απαντώντας στο ερωτηματολόγιο τα παιδιά, κατέθεσαν ποικίλα επιχειρήματα και υπήρξε πλουραλισμός απαντήσεων. Ακόμη και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι δασκάλες συνέχισαν να ενθαρρύνουν την ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης, π.χ. στη 2η Μ.Π. μετά την Ε.Ζ. καταγράψαμε ποικιλία απαντήσεων σε πέντε επεισόδια.

Με βάση τις ενδείξεις από την ανάλυση των αποσπασμάτων, διαπιστώσαμε και στις τρεις μελέτες περίπτωσης μία αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ της καθοδήγησης των δασκάλων και της αυτονόμησης των μαθητών. Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., οι δασκάλες επικοινωνούσαν με τα παιδιά, μέσω εντολών και ελεγκτικών ερωτήσεων και υπήρχε μεγάλος βαθμός καθοδήγησης. Κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., σταδιακά όλο και περισσότερο, η καθοδήγηση των δασκάλων μειωνόταν και αυξανόταν η αυτονόμηση των παιδιών. Μειώθηκε το μερίδιο κατοχής του χρόνου και του λόγου από τις δασκάλες και αυξήθηκε το αντίστοιχο μερίδιο των μαθητών. Η ευελιξία του μαθησιακού πλαισίου επέτρεψε στις εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν περισσότερες ευκαιρίες για αυτόνομη συμμετοχή των παιδιών. Οι δασκάλες αυτοπεριορίστηκαν σε συντονιστικό ρόλο, διευκολύνοντας το διάλογο και τη μαθηματική αναζήτηση των ομάδων. Την αλλαγή του ρόλου τους διαπίστωσαν και οι ίδιες, απαντώντας στα ερωτηματολόγια. Κατά την Ε.Ζ. οι δασκάλες, δεν καθοδηγούσαν ασφυκτικά, δεν έδιναν «έτοιμες λύσεις» ούτε διόρθωναν τα λάθη των μαθητών. Βοηθούσαν τα παιδιά με ερωτήσεις και υποστηρικτικό υλικό, ώστε να επινοούν μόνα τους τις απαντήσεις και να αυτοδιορθώνονται. Πρότειναν τη χρήση χειραπτικού υλικού χωρίς να την επιβάλλουν.

Μερικές φορές όμως ήταν οι μαθητές που με την προβληματική ή παθητική στάση τους ανάγκαζαν τις εκπαιδευτικούς να γίνουν υπέρμετρα καθοδηγητικές. Είτε δυσκολεύονταν να συνεργαστούν στις ομάδες κι επιζητούσαν τη διαιτησία της δασκάλας είτε δεν έκαναν τις εργασίες και περίμεναν έτοιμες λύσεις από τη δασκάλα. Εν κατακλείδι και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν, υπήρξαν διαστήματα κατά τα οποία το κέντρο βάρους της μάθησης μετατοπίστηκε από τη μεριά των δασκάλων προς το μέρος των μαθητών. Όμως οι όποιες αλλαγές δεν είχαν πάντα την ίδια ένταση και σταθερότητα. Η δασκάλα στην 3η Μ.Π. ήταν περισσότερο καθοδηγητική σε σχέση με τη δασκάλα της 2ης Μ.Π. μέχρι το τέλος του project. Κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, οι δασκάλες αμφιταλαντεύονταν, μετακινούμενες από το άκρο της απόλυτης καθοδήγησης στο άκρο ενός ρόλου διαμεσολαβητικού. Στην πορεία προς την αυτονόμηση των παιδιών, η παραδοσιακά υψηλή καθοδήγηση των δασκάλων επανερχόταν συχνά και τελικά δεν εξαλείφθηκε ποτέ. Μετά την Ε.Ζ. στην 3η Μ.Π. και στα τρία επεισόδια, υπήρξε υψηλός βαθμός καθοδήγησης. Ωστόσο στη 2η Μ.Π. σε 4 από τα 6 επεισόδια και στην 4η Μ.Π. σε 5 από τα 11 επεισόδια, η μείωση της καθοδήγησης των δασκάλων συνεχίστηκε μετά την Ε.Ζ., παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά για τη μείωση της καθοδήγησης, χαρακτηριστικά της Ε.Ζ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΟ ΕΥΡΥΤΕΡΟ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

(ΑΝΑΛΥΣΗ 2^{ΗΣ}, 3^{ΗΣ} ΚΑΙ 4^{ΗΣ} ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ)

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιάσουμε δύο συσχετικές κατηγορίες που αναδύθηκαν από τις μελέτες περίπτωσης που παρατηρήσαμε και οι οποίες αφορούν τις αλλαγές που διαπιστώσαμε στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο των τάξεων, κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project. Από τις δύο αυτές συσχετικές κατηγορίες, η πρώτη εστιάζει στη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών και η δεύτερη εστιάζει στην έμφαση που δόθηκε στην «πλαισιωμένη» μάθηση και στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Ως προς τη στοιχειοθέτηση της διεύρυνσης του περιεχομένου και των διαδικασιών της διδασκαλίας των μαθηματικών, μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση, θα διερευνήσουμε αν και κατά πόσο εμπλουτίστηκε η μαθηματική μάθηση με βιωματικές δράσεις και με χρήση χειραπτικού υλικού και αν η μαθηματική ενασχόληση των παιδιών περιορίστηκε ή όχι στη διδακτέα ύλη της τάξης τους. Ως προς την αποτύπωση της έμφασης που δόθηκε στην «πλαισιωμένη» μάθηση και στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων, θα διερευνήσουμε αν και κατά πόσο κατά τη διαθεματική προσέγγιση, η νέα μαθηματική γνώση παρουσιαζόταν σε αυθεντικά πλαίσια μέσα από την καθημερινή ζωή των μαθητών, με τη χρήση χειραπτικού υλικού και βιωματικών δράσεων.

7.1. ΔΙΕΥΡΥΝΣΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ-ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ ΤΩΝ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

7.1.1. 2^{η} Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στο ανοιχτό πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης, δόθηκαν ευκαιρίες στη δασκάλα αφενός για διαθεματικές συνδέσεις γνωστικών πεδίων, αφετέρου για να εμπλουτίσει τη μαθηματική διδασκαλία της με εναλλακτικούς τρόπους μάθησης, βιωματικές δράσεις και χρήση χειραπτικού υλικού. Επίσης στο νέο ευέλικτο πλαίσιο, δόθηκε περισσότερη αυτονομία στα παιδιά για μαθηματική αναζήτηση. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να παραμεριστούν εν μέρει οι περιορισμοί που ισχύουν στο παραδοσιακό μάθημα, του είδους: «αυτό το κάνουμε γιατί είναι στην ύλη, αυτό όχι, γιατί είναι εκτός ύλης». Η μαθηματική αναζήτηση των παιδιών απέκτησε μια δυναμική, έξω από αυστηρά πλάνα και σχέδια μαθήματος, που κανείς δεν μπορούσε να προβλέψει πώς θα εξελιχθεί. Συχνά τα παιδιά, ενεπλάκησαν σε σύνθετες μαθηματικές διαδικασίες, διερευνώντας ανοιχτά προβλήματα κι ασχολήθηκαν με έννοιες που ξεπερνούσαν τη διδακτέα ύλη της τάξης τους. Όποτε αυτό συνέβη έγινε με φυσικότητα, χωρίς να επιβληθεί και τα παιδιά ανταποκρίθηκαν με επιτυχία.

Στην 5η ερώτηση του αρχικού ερωτηματολογίου, ζητήθηκε από τη δασκάλα να διαλέξει από μια λίστα 42 λέξεων, τις λέξεις που κατά τη γνώμη της περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Την ιδέα για κατάρτιση λίστας την εμπνευστήκαμε από το έργο του Skemp (1973). Επετεύχθη ένα σύντομο ψυχογράφημα για τις πεποιθήσεις της δασκάλας για τα μαθηματικά. Οι λέξεις στις πάνω στήλες εμπεριείχαν τη φιλοσοφία της παραδοσιακής αντίληψης και οι λέξεις στις κάτω στήλες εμπεριείχαν τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη για τα μαθηματικά. Η δασκάλα κύκλωσε τις 12 λέξεις απ' τις 18 που υπήρχαν στις κάτω στήλες και μόνο το χαρακτηρισμό «πρακτικά» από τις πάνω στήλες. Η απάντηση της δασκάλας (π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1), έδειξε ότι οι πεποιθήσεις της σχετικά με τα μαθηματικά και τους λόγους που διδάσκονται, ήταν σύμφωνες με τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη. Το διαπιστώσαμε αυτό με έκπληξη, γιατί στο τυπικό μάθημα που παρακολουθήσαμε, η μαθηματική διδασκαλία της δασκάλας ήταν παραδοσιακά, επεξηγηματική ή δασκαλοκεντρική και απείχε από τις σύγχρονες πεποιθήσεις που εξέφρασε στο ερωτηματολόγιο, οι οποίες συνάδουν με μια εποικοδομητική, εξελικτική διδακτική προσέγγιση. Υπάρχει αντίφαση μεταξύ των όσων πιστεύει θεωρητικά η δασκάλα και αυτών που εφαρμόζει στην πράξη. Η δύναμη της προσκόλλησης σε παραδοσιακές διδακτικές πρακτικές που υιοθετήθηκαν από παλαιότερες εμπειρίες είναι μεγάλη.

Δασκάλα:…Ενώ στην Ελλάδα τα ατυχήματα διπλασιάστηκαν, στις υπόλοιπες χώρες της Ε.Ε. μειώθηκαν σημαντικά. Τέτοια συμπεράσματα μας κάνουν περήφανους για τη χώρα μας;…
Αλεξάνδρα: Όχι, κυρία! Μας κάνουν να ντρεπόμαστε…
Ερευνητής: Άλλο ένα αρνητικό ρεκόρ για τη χώρα μας… Πάμε καλά ή πρέπει κάτι να αλλάξουμε;
Αγγελική: Πρέπει να αλλάξουμε. Να μειώσουμε κι εμείς τα τροχαία ατυχήματα στη χώρα μας.
Δασκάλα:…Εσείς τι λέτε, φταίει μόνο το κράτος;…
Αγγελική: Όχι, φταίνε και οι οδηγοί που τρέχουν σαν τρελοί και δεν προσέχουν…
Αλεξάνδρα: Πρέπει να προσπαθήσουμε να αλλάξουμε τις κακές συνήθειες ως οδηγοί και πεζοί.
Ερευνητής: Ο Γκάντι είπε: «Εσύ πρέπει να γίνεις η αλλαγή που εύχεσαι να δεις στον κόσμο.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.8)

Η δασκάλα συγκρίνει την αύξηση κατά 105% των τροχαίων στην Ελλάδα, με την αντίστοιχη μείωση κατά 32% στις χώρες της Ε.Ε. στο ίδιο διάστημα. Αναδύεται το πώς μέσα από στατιστικά στοιχεία και «ψυχρούς» αριθμούς προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα που όπως λέει η μαθήτρια «μας κάνουν να ντρεπόμαστε». Έχουμε ένα διαθεματικό άλμα από τα μαθηματικά σε θέματα κοινωνικού προβληματισμού και η δασκάλα αρχίζει να προτιμά τις ανοιχτές ερωτήσεις κρίσης.

Δημήτρης: Κάθε χρόνο 2500 Έλληνες χάνουν τη ζωή τους στην άσφαλτο…
Δασκάλα: 2500 το χρόνο σκοτώνονται. Πώς σας φαίνεται αυτός ο αριθμός; Σκεφτείτε ότι άλλα κράτη έχουν πόλεμο και δεν έχουν τόσους νεκρούς. Ακούσατε τι έγινε στη Νέα Υόρκη με τους δίδυμους πύργους. Εκεί σκοτώθηκαν 6000 άνθρωποι, ενώ στην Ελλάδα σε πόσα περίπου χρόνια σκοτώνονται 6000 άνθρωποι από τροχαία;
Νίκος: Σε δυόμισι χρόνια περίπου.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.9)

Δημήτρης(διαβάζει): Ένα στα τέσσερα θύματα τροχαίων, δηλαδή ποσοστό 25%, είναι πεζός…

Δασκάλα: Στα 2500 θύματα τροχαίων το χρόνο, με το 1:4, πόσοι είναι οι πεζοί;
Νίκος: Στους 4 ο 1 είναι πεζός, δηλαδή οι πεζοί είναι 4 φορές λιγότεροι.
Αγγελική: Θα διαιρέσουμε το 2500 με το 4, όπως κάναμε πριν με το 100.
Δασκάλα: Ωραία, σήκω Νεκτάριε και κάνε τη διαίρεση του 2500 με το 4…πόσοι πεζοί σκοτώνονται κάθε χρόνο; (Ο Νεκτάριος κάνει τη διαίρεση στον πίνακα και βρίσκει 625).
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.11)

Στο 1ο επεισόδιο η δασκάλα, αυθόρμητα κατασκευάζει ένα γνήσιο πρόβλημα, δίνοντας ευκαιρίες για νοερούς υπολογισμούς κατά προσέγγιση, γεγονός που δε συνέβαινε στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Στο 2ο επεισόδιο επίσης κατασκευάζει πρόβλημα, συνδυάζοντας δεδομένα. Όπως φαίνεται και από τα δύο αποσπάσματα, η δασκάλα αρχίζει να παίρνει πρωτοβουλίες. Κατασκευάζει γνήσια μαθηματικά προβλήματα με αφορμή θέματα κοινωνικού προβληματισμού που προκύπτουν μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση και εκδηλώνει προσωπικό ενδιαφέρον κατά την εμπλοκή της με τη διδασκαλία των μαθηματικών. Στο παραδοσιακό όμως μάθημα μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα είχε εκδηλώσει ανασφάλεια κι αντιμετώπιζε το συγκεκριμένο μάθημα ως καθήκον.

Δασκάλα: Μας λέει ότι το κόστος της απώλειας τόσων ανθρώπων στην Ελλάδα ξεπερνάει το 1 τρισεκατομμύριο δραχμές, ενώ στην Ε.Ε. ξεπερνάει τα 100. Γιατί ο θάνατος ή ο τραυματισμός Ελλήνων από τροχαία κοστίζει στην οικονομία της Ελλάδας;
Αλέξανδρος: Γιατί όταν σκοτώνονται άνθρωποι, αυτοί που δουλεύουν…γίνονται λιγότεροι.
Ερευνητής: Και δεν είναι μόνο αυτοί που σκοτώνονται…2500 κατά μέσο όρο το χρόνο. Είναι και 3500 που τραυματίζονται σοβαρά. Μπορούν μετά αυτοί να εργαστούν…σοβαρή αναπηρία;
Αγγελική: Όχι και πρέπει οι δικοί τους να τους φροντίζουν για να ζήσουν.
Ερευνητής: Κι όχι μόνο οι δικοί τους, αλλά κι η πολιτεία πρέπει να δίνει αναπηρικές συντάξεις.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14)

Εξακτινώνουμε τη συζήτηση διαθεματικά κι οδηγούμε τα παιδιά στην ενασχόληση με οικονομικά θέματα. Αναδύονται θέματα όπως: «η σχέση του πλήθους των εν ενεργεία εργαζομένων με το μέγεθος της παραγωγής πλούτου, η κοινωνική πρόνοια, το κόστος των αναπηρικών συντάξεων».

Δασκάλα: Τέλος μας λέει ότι το 95% των ατυχημάτων θα μπορούσε να είχε αποφευχθεί, αν πρόσεχαν όλοι, οι οδηγοί, οι πεζοί και η Πολιτεία... Δηλαδή αν προσέχαμε όλοι περισσότερο, τα 95 στα 100 ατυχήματα δε θα είχαν γίνει. Πόσα ατυχήματα θα είχαν γίνει μόνο;
Αλεξάνδρα: Τα υπόλοιπα, 100-95=5. Πέντε ατυχήματα κυρία.
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.17)

Αναδύεται από τη δασκάλα ένα απλό πρόβλημα ποσοστών που υπερβαίνει τη διδακτέα ύλη της Δ΄ Δημοτικού. Συγκρίνοντας τα 100 ατυχήματα με τα 5, αναδεικνύεται η αξία της πρόληψης.

Δασκάλα: Ποια είναι πιο σύντομη διαδρομή από αυτές που ζωγράφισε, η κάθετη ή οι πλάγιες;
Νίκος: Η κάθετη νομίζω…
Δασκάλα: Νομίζεις πώς θα σιγουρευτείς; Τι κάνουμε να δούμε πόσο μακρύ ή κοντό είναι κάτι;
Νίκος: Το μετράμε.
Δασκάλα: Για πάρε λοιπόν Νίκο το χάρακα και μέτρησε τις διαδρομές.
Νίκος: Η κάθετη είναι 12 εκ., οι πλάγιες 14 και 13. Η κάθετη είναι η πιο σύντομη, είμαι σίγουρος.

($2^η$Μ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19-20)

Η δασκάλα αναδεικνύει την ανάγκη μέτρησης, εμφανίζοντας μια διαφοροποίηση στη συμπεριφορά της σε σχέση με το τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Στο απόσπασμα ενθαρρύνει τα παιδιά να μετρήσουν και να ασχοληθούν με χειραπτικές διαδικασίες, ενώ αντίθετα στο μάθημα μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., δεν τους παρότρυνε να κόψουν τα εικονίδια από το φυλλάδιο που τους έδωσε. Τέλος από τη δράση του Νίκου προκύπτει μια διαδικασία μέτρησης και σύγκρισης, ώστε τα παιδιά να μάθουν να τεκμηριώνουν τα συμπεράσματά τους με μια αποδεικτική διαδικασία.

Δασκάλα: Αν μπορείτε να ετοιμάσετε παρόμοιο δικό σας πρόβλημα για την άλλη φορά.
($2^η$Μ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.22)

Είναι μια ένδειξη αλλαγής στάσης της δασκάλας, σε σχέση με τις ασκήσεις εφαρμογής που έδινε στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, το ότι ζητά από τα παιδιά να φτιάξουν δικό τους πρόβλημα.

Ερευνητής: Τα 100 μ. όταν τρέχουν σε τι τα μετράνε, χιλιόμετρα ανά ώρα; (Σιωπή, αμηχανία).
Δασκάλα: Σε μικρές αποστάσεις χρησιμοποιούμε μονάδες ταχύτητας μέτρα/δευτερόλεπτο. Θέλετε μια μέρα στο προαύλιο να μετρήσει ο Γυμναστής την ταχύτητά σας στα 60 μ.;
($2^η$Μ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.23)

Τα παιδιά δε γνωρίζουν τις μονάδες ταχύτητας στα 100 μ. Η δασκάλα αναγκάστηκε να δώσει η ίδια την απάντηση. Όμως δεν αρκέστηκε στην απάντησή της, αλλά πρότεινε βιωματική δραστηριότητα μέτρησης της ταχύτητας των μαθητών στα 60 μ. από τον Γυμναστή στο προαύλιο. Η ανάληψη πρωτοβουλιών κι η υιοθέτηση βιωματικών μορφών μάθησης είναι δύο πρόσθετα ενδεικτικά στοιχεία αλλαγής στη διδακτική συμπεριφορά της. Με την ταχύτητα ασχολείται και στη συνέχεια:

Δασκάλα: Σωστά, βρείτε λοιπόν την ταχύτητα του Δημήτρη στα 60 μέτρα.
Αλεξάνδρα: Είναι 60:12=5… μέτρα ανά δευτερόλεπτο.
Δασκάλα: Θυμάστε που την περασμένη φορά είχαμε πει ότι ενώ για μεγάλες αποστάσεις τις ταχύτητες των αυτοκινήτων τις μετρούμε σε χιλιόμετρα ανά ώρα, σε μικρές αποστάσεις και τις ταχύτητες των ανθρώπων χρησιμοποιούμε για μονάδες ταχύτητας τα μέτρα ανά δευτερόλεπτο;
($2^η$Μ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.28)

Η δασκάλα επιμένει στην αποσαφήνιση της διαφοράς των μονάδων ταχύτητας χλμ/ώρα και μέτρα/δευτερόλεπτο, διευρύνοντας το περιεχόμενο των μαθηματικών της Δ΄ τάξης.

Αγγελική: Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
Δασκάλα: Επειδή δε βγαίνει ακέραιο αποτέλεσμα, είπαμε να μην ασχοληθούμε… Έχει εδώ στην έδρα ένα κομπιουτεράκι. Θέλεις να το χρησιμοποιήσεις για να βρεις την ταχύτητά σου που δε βγαίνει ακριβώς; (Η Αγγελική απαντά: «Ναι, θέλω!»).
Ερευνητής: Λοιπόν, απόσταση=60 μέτρα και χρόνος=13 δευτερόλεπτα.
Αγγελική: Βρήκα 4,6153…(Η Δασκάλα λέει: «Αυτός είναι ένας δεκαδικός αριθμός»).
($2^η$Μ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.30)

Δασκάλα και ερευνητής είχαμε προγραμματίσει να ασχοληθούμε μόνο με ζευγάρια δεδομένων απόστασης - χρόνου που έδιναν ακέραιο πηλίκο, επειδή οι μαθητές δεν είχαν ακόμη διδαχτεί διαίρεση με δεκαδικό πηλίκο. Όταν όμως προέκυψε το ενδιαφέρον της Αγγελικής να μετρηθεί κι η δική της ταχύτητα που με τη διαίρεση 60:13 προέκυπτε δεκαδικός αριθμός, αιφνιδιαστήκαμε και αρχικά η δασκάλα προσπάθησε να αποφύγει την επιθυμία της Αγγελικής. Βλέποντας όμως ότι υπάρχει κίνδυνος να αισθανθούν μερικοί μαθητές όπως η Αγγελική αδικημένοι, εξαιτίας της άνισης μεταχείρισης, ανατροφοδοτούμενοι συζητήσαμε και καταφύγαμε στον ελιγμό της χρήσης αριθμομηχανής. Μέχρι τότε η δασκάλα όπως μου είπε, δεν είχε χρησιμοποιήσει ξανά στο μάθημα αριθμομηχανή και την είχε στην έδρα μόνο για δική της χρήση για να επαληθεύει αποτελέσματα πράξεων. Με την ερώτηση της Αγγελικής, συνειδητοποίησε η δασκάλα την ανάγκη χρήσης αριθμομηχανής. Η εισαγωγή της χρήσης της αριθμομηχανής βοήθησε τα παιδιά να υπολογίσουν ταχύτητες με δεκαδικό πηλίκο και τη δασκάλα να εισάγει τους δεκαδικούς.

Ερευνητής: Θα ήθελα τώρα από αυτό το πρόβλημα, να φτιάξουμε τα δύο αντίστροφα...
Δασκάλα: Είναι κάτι που το κάναμε μόλις προχθές στο μάθημα των μαθηματικών. Για να δούμε τι θυμάστε; (Στο βιβλίο 1ο μέρος Δ΄ τάξης, υπάρχουν τα κεφ. «Πώς φτιάχνουμε αντίστροφο πρόβλημα» Πρόσθεσης-Αφαίρεσης σ.87 και Πολλαπλασιασμού-Διαίρεσης σ.135).

($2^η$Μ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.33)

Η δασκάλα έχοντας γνώση της τυπικά διδαχθείσας ύλης των μαθητών της στο μάθημα των μαθηματικών, μπορεί να παρακολουθεί τις ομοιότητες στην εξέταση των μαθηματικών γνωστικών αντικειμένων και με άλματα να προσπαθεί να συγχρονίσει και να προωθήσει ταυτόχρονα τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών της κατά τις δύο παράλληλες διδακτικές διαδικασίες, τη διαθεματική προσέγγιση της Ε.Ζ. και το τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Προσπαθεί να εκμεταλλευτεί τις προϋπάρχουσες γνώσεις από τη μια μαθησιακή διαδικασία ώστε να υποστηρίξει την εξέλιξη της άλλης, αφού η μαθηματική εκπαίδευση είτε ως τυπικό μάθημα είτε ως διαθεματικές δραστηριότητες είτε ως άτυπη γνώση από το εξωσχολικό περιβάλλον, είναι συνεχής και ενιαία.

Δασκάλα: Γενικά, όταν γνωρίζουμε ταχύτητα και χρόνο και ζητάμε την απόσταση, τι κάνουμε;
Βίκυ: Πολλαπλασιασμό. Απόσταση= Χρόνος · Ταχύτητα.

($2^η$Μ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.35)

Η δασκάλα διευρύνει τη διδακτέα ύλη της τάξης και από μια ειδική περίπτωση, με αποπλαισίωση καθοδηγεί σε εξαγωγή γενικού τύπου εύρεσης της απόστασης με δεδομένα ταχύτητα και χρόνο.

«…Υπολογίζεται ότι αν όλα τα παιδιά ταξίδευαν δεμένα στα ειδικά παιδικά καθίσματα οι θάνατοι από τροχαία θα μπορούσαν να μειωθούν κατά 70%...».
Δασκάλα: Τι θέλει να πει αυτό; Αν πέρσι είχαμε 100 θανάτους παιδιών από τροχαία και φέτος τα παιδιά ταξιδεύουν δεμένα στα καθίσματα, με μείωση κατά 70%, πόσοι θα γίνουν οι θάνατοι;
Αλέξανδρος: 100-70=30 θα γίνουν φέτος.
«…Η ύπαρξη ζώνης ασφαλείας και στα πίσω καθίσματα μειώνει τους θανάτους κατά 22%»

Δασκάλα: Ποιος θα πει όπως πριν, αν ήταν 100 οι θάνατοι, μετά τη μείωση πόσοι θα γίνουν;
Τάνια: Θα γίνουν 100-22= 78.

(2^{η}Μ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.36)

Η δασκάλα μέσα από τις ποικίλες προβληματικές καταστάσεις που αναδύονται από το κείμενο, ξεφεύγει από τις παραδοσιακές επιφυλάξεις για το τι είναι στην ύλη και τι όχι και ασχολείται με τη διερεύνηση μαθηματικών θεμάτων που τυπικά διδάσκονται στην ΣΤ΄ Δημοτικού. Οι μαθητές ανταποκρίνονται με επιτυχία, κατασκευάζοντας με αυτόν τον τρόπο άτυπες προϋπάρχουσες γνωστικές δομές που θα τους βοηθήσουν αργότερα όταν έλθει η ώρα της τυπικής διδασκαλίας των ίδιων θεμάτων. Το σημαντικό είναι ότι η δασκάλα που φαινόταν διστακτική κι ανασφαλής πριν την Ε.Ζ., άρχισε μέσα από το ευέλικτο - ανοικτό πλαίσιο των διαθεματικών δραστηριοτήτων, να παίρνει ρίσκα και να αναλαμβάνει πρωτοβουλίες. Ομοίως και στο επόμενο απόσπασμα.

Στον αρχικό σχεδιασμό του project, η δασκάλα μου είχε προτείνει να χρησιμοποιήσουμε σε κάποια φάση του προγράμματος την αίθουσα πληροφορικής του σχολείου και συμφωνήσαμε ότι είναι πολύ καλή ιδέα, αλλά δεν τη συγκεκριμενοποιήσαμε περαιτέρω. Στην 4^{η} συνάντηση (Δ/4ηΕ.Ζ./β.42), η δασκάλα με δική της πρωτοβουλία, οδήγησε τα παιδιά στην αίθουσα πληροφορικής, όπου ζωγράφισαν με το πρόγραμμα ζωγραφικής των Windows, αυτοκίνητα και πινακίδες σήμανσης διαφόρων σχημάτων. Η δασκάλα χρησιμοποιώντας εναλλακτικές μορφές μάθησης στο πλαίσιο των διαθεματικών δραστηριοτήτων, συνδύασε το φυλλάδιο με πινακίδες σήμανσης, τη διαλογική διερεύνηση γεωμετρικών εννοιών και τη χρήση των Η/Υ και του προγράμματος ζωγραφικής.

Δασκάλα: Κολλήσατε λοιπόν στα χαρτόνια σας τρία ίσα καλαμάκια… την περίμετρο του τριγώνου που φτιάξατε;… Για πείτε μου τώρα που φτιάξατε το οκτάγωνο, πώς θα βρούμε την περίμετρο; Θυμηθείτε τι κάναμε πριν με το ισόπλευρο τρίγωνο…
Ερευνητής: Τι λέτε, μπορείτε πάντα να φτιάξετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με οποιουδήποτε μήκους καλαμάκια κι αν σας δώσω;… Ας ξαναδούμε τι βρήκαμε.
Βίκυ: Όταν το άθροισμα των δύο ίσων πλευρών είναι μεγαλύτερο από την άλλη, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο. Όταν το άθροισμα…είναι μικρότερο ή ίσο με την άλλη, δεν μπορούμε...

(2^{η}Μ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.43)

Η δασκάλα οργάνωσε συγκεκριμένες δραστηριότητες κατασκευής προμηθεύοντας τα παιδιά με χειραπτικό υλικό (πλαστικά καλαμάκια) για να κατασκευάσουν γεωμετρικά σχήματα πινακίδων σήμανσης. Αρχικά η δασκάλα σκέφτηκε να κατασκευάσουμε κολλάζ με πινακίδες, αλλά η ιδέα να χρησιμοποιήσουμε καλαμάκια ήταν δική μου. Ακολούθησε η διερεύνηση σύνθετων γεωμετρικών φαινομένων (εκτός διδακτέας ύλης) όπως ο υπολογισμός της περιμέτρου ισόπλευρου τριγώνου και κανονικού οκταγώνου κι η διερεύνηση της αναγκαίας συνθήκης κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου.

(Στην 6η συνάντηση ήρθε ένας αξιωματικός της τροχαίας, έδειξε διαφάνειες στα παιδιά, συζήτησε μαζί τους και του έκαναν ερωτήσεις. Στην 7η συνάντηση τα παιδιά με τη δασκάλα πήγαν στο

πάρκο Κυκλοφοριακής Αγωγής στο Κεφαλόβρυσο. Εκτός από τη δασκάλα, αστυνομικοί κι ο Υπεύθυνος Αγωγής Υγείας της Δ/νσης Π.Ε. Ευρυτανίας βοηθούσαν τα παιδιά).

(2ηΜ.Π./Δ/6η&7ηΕ.Ζ./β.49)

Κατά την 6η και 7η συνάντηση, μπορεί τα παιδιά να μην έκαναν μαθηματικά, όμως είχαν την ευκαιρία να συνδυάσουν βιωματικές με μαθηματικές δράσεις, που προηγήθηκαν ή ακολούθησαν. Την επίσκεψη του αξιωματικού την οργάνωσε η τροχαία για τα σχολεία που εφάρμοζαν πρόγραμμα «Κυκλοφοριακής Αγωγής», ενώ η επίσκεψη στο πάρκο έγινε με πρωτοβουλία της δασκάλας.

(…ασχοληθήκαμε με ένα 10σέλιδο φυλλάδιο που παρήγαγα αρχικά εγώ. Κατόπιν η δασκάλα το μελέτησε κι έκανε προτάσεις βελτίωσης - προσαρμογής στο επίπεδο της τάξης και τέλος, αφού το συνδιαμορφώσαμε, μοιράσαμε από ένα αντίτυπο σε κάθε ζευγάρι μαθητών…).

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.50)

Η δασκάλα είχε την ευκαιρία να συμμετέχει στην παραγωγή πρωτότυπου μαθησιακού υλικού. Βέβαια πάντα είχε τη διάθεση να παράγει και να δώσει στα παιδιά κάποιο δικό της έντυπο - ακόμη και στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. - όμως με στοχοθεσία και πλαίσιο που επιβαλλόταν από το Α.Π. Στο ανοιχτό πλαίσιο της Ε.Ζ. της δόθηκαν περισσότερες ευκαιρίες για ανάληψη πρωτοβουλιών και διοχέτευση της δημιουργικότητάς της, σε στοχοθεσία και περιεχόμενο που συνδιαμορφώσαμε.

Δασκάλα (ζωγραφίζοντας μια ανθοδέσμη με άσπρα και κόκκινα τριαντάφυλλα): Η ανθοδέσμη έχει 5 άσπρα και 7 κόκκινα τριαντάφυλλα, ο λόγος των άσπρων προς τα κόκκινα… πόσο είναι;

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.52)

Η δασκάλα θέλοντας μέσα από το παράδειγμα του φυλλαδίου να διδάξει τα δύο είδη λόγων: τους λόγους μέρος/μέρος και μέρος/όλον, χρησιμοποιεί πλέον εποπτικό υλικό. Κατανοεί την ανάγκη για εποπτεία, ζωγραφίζει ανθοδέσμη με άσπρα - κόκκινα τριαντάφυλλα κι οπτικοποιεί το παράδειγμα.

Δασκάλα: Αν σας ζητήσω το λόγο των κόκκινων προς τα άσπρα, πάλι μέρος/μέρος;

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.54)

Η δασκάλα με δική της πρωτοβουλία προεκτείνοντας την ερώτηση του φυλλαδίου, ζητάει από τους μαθητές τον αντίστροφο από τον αρχικό λόγο, των κόκκινων προς τα άσπρα τριαντάφυλλα.

Δασκάλα: Όπως είστε ομάδες ανά δύο άτομα, να βρείτε τώρα εσείς το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος των κοριτσιών και να γράψετε και τι είδους λόγος είναι αυτός. Συνεργαστείτε, συζητείστε μεταξύ σας και ό,τι συμφωνήσετε γράψτε το….

(2ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.55)

Η δασκάλα εφαρμόζει ομαδοσυνεργατική διδασκαλία στα μαθηματικά, με την οποία τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα. Δίνει έμφαση στη διεξαγωγή διαλόγου στις ομάδες, ώστε όλοι να συμμετέχουν.

Δασκάλα: Ας υποθέσουμε ότι είστε βοηθοί των τροχονόμων και θέλουμε να συζητήσετε και να μας υποδείξετε τα 4 χειρότερα σημεία της πόλης… Γυρίστε στο χάρτη… Τώρα που επιλέξατε τα τέσσερα σημεία, γυρίστε ξανά στη σ.2. …το Δημοτικό Συμβούλιο της πόλης έχει διαθέσιμα *χρήματα για να βάλει φανάρια και σήματα σε 1 μόνο από τα 4 σημεία. Για αυτό ζήτησε από σας να προσδιορίσετε ποιο σημείο απ΄ τα τέσσερα της πόλης χρειάζεται περισσότερο τη σήμανση και τα φανάρια. Για να αποφασίσετε, εγκαταστήσατε ένα παράρτημα-σταθμό ελέγχου σε καθένα από τα σημεία για να καταγράφει τις ταχύτητες των αυτοκινήτων, για μία ώρα το πρωί. Θα μελετήσετε κατόπιν τα ευρήματα και οι αστυνομικοί θα συντάξουν μια αναφορά με τα συμπεράσματά σας προς το Δημοτικό Συμβούλιο. Παρατίθεται πίνακας που δείχνει τις μετρήσεις σε κάθε περιοχή…*

(2^{η}Μ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.64)

Με αυτή την εργασία, τα παιδιά εξοικειώθηκαν με τις επιστημονικές διαδικασίες: έρευνα πεδίου, συλλογή δεδομένων, μέτρηση, καταγραφή, σύγκριση - ταξινόμηση, ανάδυση συμπεράσματος.

Δασκάλα: Ποιο είναι το κυριότερο; Ποιο θα είναι το κριτήριο με το οποίο θα κρίνουμε πόσο επικίνδυνη είναι μια περιοχή και ποια είναι περισσότερο ή λιγότερο επικίνδυνη από την άλλη!

(2^{η}Μ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.66)

Μέχρι τώρα οι μαθητές στην Δ΄ τάξη είχαν συναντήσει απλές συγκρίσεις όπου το μέτρο σύγκρισης ήταν πάντα προφανές. Ειδικά σ’ αυτό το παράδειγμα του φυλλαδίου το κριτήριο επικινδυνότητας δεν είναι καθόλου ξεκάθαρο. Υπάρχουν 4 τουλάχιστον παράμετροι. Το κριτήριο επικινδυνότητας κάθε περιοχής εξαρτάται από τον αριθμό των παραβατών, τον αριθμό των νόμιμων οδηγών, τη σχέση μεταξύ τους, αλλά και τη συχνότητα των αυτοκινήτων που περνούν από την κάθε περιοχή.

(Η δασκάλα, μου εκμυστηρεύτηκε ότι στα μαθηματικά έκαναν από το βιβλίο 2ο τεύχος σ.85, τα προβλήματα 2 και 3 που περιείχαν κλάσματα και βοηθήθηκαν πολύ από τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους στους λόγους που απέκτησαν στην Ε.Ζ).

(2^{η}Μ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.31)

Η υπόθεση ότι οι μαθητές, μέσα από τα άτυπα μαθηματικά προβλήματα με τα οποία ασχοληθήκαμε στην Ε.Ζ. θα ενισχύονταν μαθησιακά και στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, επαληθεύεται από τη διαπίστωση της δασκάλας.

Δασκάλα: Το 9:100 μπορούμε να το γράψουμε 9/100 ή σε ποσοστό 9%.

(2^{η}Μ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.75)

Η δασκάλα συνδέει την έννοια του λόγου με την έννοια του κλάσματος και του ποσοστού.

Δασκάλα: …Για κυκλώστε στο πινακάκι ποια αυτοκίνητα ήταν παραβάτες.

(2^{η}Μ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.90)

Η ερώτηση 6β προκάλεσε σύγχυση στους μαθητές που δεν ήξεραν από πού να αρχίσουν. Στο σχολικό βιβλίο δεν αντιμετώπιζαν συχνά προβλήματα εύρεσης δεδομένων μέσα από πίνακες. Η δασκάλα οργανώνει το έργο τους, προτείνοντας να κυκλώσουν στο πινακάκι τους παραβάτες.

Δασκάλα: Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι ταχύτητες των 6 πρώτων αυτοκινήτων που πέρασαν μετά τις 6.00 π.μ. το πρωί… Διάβασε τον πίνακα κι οι άλλοι μελετήστε τα δεδομένα…

(2^{η}Μ.Π./Π/11ηΕ.Ζ./η.40)

Ένας από τους στόχους τέτοιων δραστηριοτήτων του φυλλαδίου ήταν να εξοικειωθούν οι μαθητές με την ανάγνωση πινάκων και την αποκωδικοποίηση στατιστικών δεδομένων. Σε αντίστοιχες δραστηριότητες που είχε ένα πρόσφατο “test PISA”, εξετάστηκαν μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στην Ελλάδα και δεν απάντησαν με επιτυχία. Η κύρια αιτία της αποτυχίας ήταν ότι η στοχοθεσία του τεστ ήταν διαφορετική από αυτήν των Α.Π. και των σχολικών βιβλίων με τα οποία διδάσκονται τα Ελληνόπουλα.

Δασκάλα: Πότε λοιπόν ήταν μεγαλύτερο το μέρος, το ποσοστό των παραβατών, στις 6.12 που ήταν 2:6 ή στις 6.02 που ήταν 1:2 δηλαδή τα μισά;

(2$^{\eta}$Μ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.92)

Ο Νίκος φτάνει σε δύο λόγους 2:6 και 1:2 τους οποίους η δασκάλα του ζητά να συγκρίνει. Ουσιαστικά έχουμε σύγκριση ετερωνύμων κλασμάτων, κάτι που θα διδαχθεί τυπικά στην Ε΄ τάξη.

Δασκάλα: Πάμε στο κίτρινο πλαίσιο... Όταν π.χ. λέγαμε 2 με υπερβολική ταχύτητα προς 3 με κανονική, αυτός ο λόγος ήταν…; (Η Αλεξάνδρα απαντά: «Λόγος μέρος/μέρος»). Ενώ 3 με κανονική προς το συνολικό πλήθος 5 αυτοκινήτων, ήταν…; (Η Αλεξάνδρα λέει: «μέρος/όλο»).
Δασκάλα: Θυμάστε τότε με τον παρουσιαστή που μας έλεγε 2 με υπερβολική ταχύτητα προς 3 με κανονική; Ο λόγος αυτός τι είδους ήταν; (Ο Νίκος απαντά: «μέρος/μέρος»). Μ’ αυτό το λόγο μπορούσαμε να βρούμε κατευθείαν το ποσοστό αυτοκινήτων με υπερβολική ταχύτητα; (Ο Νίκος απαντά: «Όχι, έπρεπε να βρούμε το λόγο μέρος/όλο»)… Για να εκφράσουμε ένα λόγο σε ποσοστό κάναμε διάφορες στρατηγικές. Γράφω με τη σειρά τα βήματα που κάναμε: Βρίσκαμε πρώτα το λόγο μέρος/μέρος…μετά το λόγο μέρος/όλο…με ισοδύναμα κλάσματα το μετατρέπαμε σε ποσοστό.

(2$^{\eta}$Μ.Π./Δ/8$^{\eta}$ -12$^{\eta}$Ε.Ζ./β.94&β.97)

Οι στόχοι των δραστηριοτήτων του φυλλαδίου (βλ. Παράρτημα Β.2) ήταν τα παιδιά: α) Να συσχετίσουν τους λόγους με τα κλάσματα και τα ποσοστά. β) Να κατανοήσουν σχέσεις ανάμεσα στους λόγους και στις αναλογίες και να τις χρησιμοποιήσουν για να λύνουν προβλήματα. γ) Να διακρίνουν τη διαφορά μεταξύ των λόγων μέρος/μέρος και μέρος/όλο και να χρησιμοποιούν όποιο από τα δύο είδη λόγων χρειάζονται σε προβληματικές καταστάσεις. δ) Να καθορίσουν αν και πώς μπορούν να χρησιμοποιούν λόγους για να λύνουν προβλήματα. ε) Να κατανοήσουν ότι όταν χρησιμοποιούμε λόγους για να κάνουμε συγκρίσεις, οι λόγοι πρέπει να είναι του ίδιου είδους είτε όλοι μέρος/μέρος είτε όλοι μέρος/όλο και στ) Να καταλάβουν ότι όταν θέλουμε να εκφράσουμε ένα λόγο μέρος/μέρος ως κλάσμα, ποσοστό ή δεκαδικό, πρέπει να μετατρέψουμε το λόγο μέρος/μέρος στον αντίστοιχο λόγο μέρος/όλο. Η δασκάλα έγραψε με τη σειρά τα βήματα της στρατηγικής που εφάρμοσαν στην τάξη για να μετατρέψουν ένα λόγο σε ποσοστό. Οι μαθητές εξοικειώθηκαν με τη μεθοδολογία μιας στρατηγικής κατανοώντας ότι για να φτάσεις σε ένα επιθυμητό αποτέλεσμα χρειάζονται κάποια μεθοδικά βήματα με επιμέρους στόχους. Η καταγεγραμμένη αδυναμία μαθητών ήδη από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα (Stevenson 1914) να λύσουν ένα σύνθετο πρόβλημα, έγκειται ακριβώς σε αυτό. Μαντεύουν ένα «μαγικό» τρόπο για να φτάσουν κατευθείαν στο αποτέλεσμα, χωρίς να καταστρώνουν μεθοδικά ένα σχέδιο δράσης βασισμένο σε κατανόηση.

Μάγδα: Εγώ τι θα βάλω; 1 λύκος σε τι; Όλα μαζί δεν είναι ούτε λύκοι ούτε γουρουνάκια…
Δασκάλα: Είναι όμως…;
Τάνια: Ζώα! 1 λύκος σε 4 ζώα…

(2η Μ.Π./Π/12η Ε.Ζ./η.43)

Μέσα από την εύρεση των λόγων μέρους/όλου που προέκυψαν από τους αρχικούς λόγους μέρους/μέρους που διατυπώθηκαν, δόθηκε η ευκαιρία στα παιδιά να εξασκηθούν σε ταξινομήσεις από τις αρχικές τάξεις στη συμπεριληπτική τάξη και στη διερεύνηση σχέσεων εγκλεισμού.

Δασκάλα: Πάμε στην τελευταία σελίδα, τη σ.9. Διάβασε Αλεξάνδρα το κίτρινο πλαίσιο... Νίκος:…και θα γίνει 3·20=60, 60/100, 60%... (Ο Ερευνητής λέει: «Τελειώσαμε το φυλλάδιο…»).

(2η Μ.Π./Π/12η Ε.Ζ./η.44)

Στην τελευταία σελίδα του φυλλαδίου με την ευκαιρία της ανακεφαλαίωσης, έγινε και μία προσπάθεια συνολικής αξιολόγησης. Από τις απαντήσεις των μαθητών μπορούμε να συμπεράνουμε ότι από τους στόχους που θέσαμε στην αρχή οι περισσότεροι επετεύχθησαν. Αν και με αρκετή καθοδήγηση από τη δασκάλα, κατέληξαν σε μία στρατηγική μετατροπής ενός λόγου στο αντίστοιχο ποσοστό. Έβρισκαν τον άγνωστο όρο σε μια αναλογία (τον αριθμητή του κλάσματος που έχει παρανομαστή το εκατό), μέσα από τα ισοδύναμα κλάσματα και τη μέθοδο εύρεσης του παράγοντα αλλαγής στους ενδιάμεσους λόγους της αναλογίας. Σίγουρα οι προϋπάρχουσες τυπικές γνώσεις των παιδιών από το μάθημα των μαθηματικών δεν ήταν τόσες ώστε να μπορέσουν να εμβαθύνουν σε πολλές δραστηριότητες του φυλλαδίου. Καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι εάν το ίδιο φυλλάδιο το επεξεργαζόμασταν με μαθητές, μαθήτριες της Ε΄ τάξης όπου η εξοικείωση τόσο με τα κλάσματα, όσο και με τους δεκαδικούς και τα ποσοστά είναι σαφώς μεγαλύτερη, τα προβλήματα κατανόησης θα ήταν λιγότερα και ίσως οι λύσεις των μαθητών πιο παραγωγικές. Για αυτό την επόμενη σχολική χρονιά αποφασίσαμε αυτό το φυλλάδιο να το επεξεργαστούμε και με μια Ε΄ τάξη του δημοτικού. Είναι θετικό ότι ακόμη και στο επίπεδο Δ΄ δημοτικού, τα παιδιά ανταποκρίθηκαν κατασκευάζοντας μαθηματικές δομές που σε επόμενες τάξεις θα λειτουργήσουν ως προϋπάρχουσες γνώσεις.

Στη 2η ερώτηση του ερωτηματολογίου των μαθητών: «Τι θυμούνται πιο πολύ απ’ την ενότητα που κάναμε», τρεις απάντησαν ότι τους έκαναν περισσότερη εντύπωση τα σήματα και άλλοι τρεις, οι χειροτεχνίες - τα σχήματα που έφτιαξαν με τα καλαμάκια. Τέσσερις έγραψαν ότι θυμούνται πιο πολύ τα προβλήματα για τους λόγους μέρους/μέρους, μέρος/όλον και τα διάφορα ποσοστά, άλλοι δύο έγραψαν ότι θυμούνται την ημέρα που πήγαν στην αίθουσα υπολογιστών κι ένας απάντησε ότι θυμάται πιο πολύ το κείμενο του Καββαθά. Διαπιστώνουμε από την ποικιλία των απαντήσεων ότι σε όλους τους μαθητές δεν έκαναν εντύπωση τα ίδια πράγματα. Αυτή η διαπίστωση συνάδει με τη θεωρία πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner (1983) και θα μπορούσε να ερμηνευτεί από αυτήν.

Τα θέματα που ασχοληθήκαμε με ποια σχολικά μαθήματα έχουν σχέση; Υπογραμμίστε από τα παρακάτω αυτά που νομίζετε. Γλώσσα κάναμε; (Η Αγγελική απαντά: «Όχι!»).
Μάγδα: Τι λες; Μαθαίναμε καινούργιες λέξεις. Γράψαμε και «Σκέφτομαι και γράφω».
Ερευνητής: Μαθηματικά κάναμε; (Ο Νίκος απαντά: «Μπόλικα!»)…
Ερευνητής: Φυσική;…(σιωπή)…Είναι ένα μάθημα που δεν το ξέρετε, θα το κάνετε του χρόνου, αλλά αυτά που κάναμε για την ταχύτητα εκεί ανήκουν.
(2^{η}Μ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./Ερωτηματολόγιο ερ.4^{η} /στ.4η)

Από τις απαντήσεις των παιδιών διαπιστώθηκε ότι στο πλαίσιο των διαθεματικών δραστηριοτήτων δόθηκε η ευκαιρία στα παιδιά να ασχοληθούν με γνωστικά αντικείμενα που αντιστοιχούν σε τυπικά σχολικά μαθήματα που δεν προβλέπονται ακόμη για την τάξη τους (π.χ. φυσική, κοινωνική αγωγή).

Στο ερωτηματολόγιο που δόθηκε (Ερ/γιο αρ.2: βλ. Παρ/μα Β.10), η δασκάλα συγκαταλέγει στα θετικά σημεία της όλης προσπάθειας, ότι τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες, ασχολήθηκαν με θέματα: περιβάλλοντος (κυκλοφοριακής αγωγής, ρύπανσης κ.τ.λ.), γλώσσας (σκέφτομαι και γράφω, ορολογία κ.τ.λ.), μαθηματικών (προβλήματα, πειράματα, συμπεράσματα, καταγραφή), εικαστικών (κολλάζ, παιχνίδι κυκλοφοριακής αγωγής), πληροφορικής (βασικά πλήκτρα και ζωγραφική σημάτων και οχημάτων), γεωγραφίας (προσανατολισμός και εντοπισμός συγκεκριμένων δρόμων κυκλοφορίας οχημάτων) κ.ά. Επίσης στην ερώτηση αν διαπίστωσε κάποια αλλαγή στη στάση των μαθητών ως προς τα μαθηματικά, η δασκάλα απάντησε ότι κάποιοι μαθητές εξέφρασαν περισσότερη ευχαρίστηση για το ότι ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά πέρα από το σχολικό πρόγραμμα, εννοώντας πέρα από το τυπικό μάθημα μαθηματικών.

Δασκάλα: Κατά προσέγγιση μπορεί να μας πει κάποιος πόσα ευρώ έμειναν;
Μάγδα: Αν ο χυμός έκανε μισό ευρώ δηλ. 0,5 θα μου έμενε 1,5-0,5=1 €. Τώρα που κάνει 0,75 δηλαδή πάνω από 0,5 θα μου μείνουν λιγότερα από 1 €.
Ερευνητής: Λιγότερο από 1 € είναι και το 0. Για σκέψου Μάγδα ή κάποιος άλλος μέχρι πού μπορούμε να κατέβουμε; …(Σιωπή)…Λιγότερο από 1 ευρώ και περισσότερο από πόσο;
Νίκος: Αν ο χυμός έκανε 1 € θα μας έμενε 1,5-1=0,5 €. Όμως κάνει 0,75 δηλαδή λιγότερο από 1 €, άρα θα μείνουν περισσότερα από 0,5 €.
Ερευνητής: Πολύ ωραία! Η Μάγδα βρήκε ότι θα μείνουν λιγότερα από 1 € κι ο Νίκος ότι θα μείνουν περισσότερα από μισό 0,5. Άρα το αποτέλεσμα θα είναι ανάμεσα στο 0,5 € και στο 1 €.
Δασκάλα: Ας το υπολογίσουμε ακριβώς. Θα δούμε αν πρόβλεψαν σωστά Μάγδα και Νίκος.
(2^{η}Μ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2)

Η δασκάλα ζητά από τους μαθητές να κάνουν υπολογισμούς με το νου και να εκτιμήσουν κατά προσέγγιση το αποτέλεσμα. Στη συνέχεια η δασκάλα εξάπτοντας την περιέργεια των μαθητών για να δουν αν θα επαληθευτεί η πρόβλεψη της Μάγδας και του Νίκου, δίνει επιπλέον εσωτερικό κίνητρο στους μαθητές να λύσουν το πρόβλημα με χαρτί και μολύβι και να υπολογίσουν ακριβώς το αποτέλεσμα. Η διαδικασία της εκτίμησης κατά προσέγγιση και της πρόβλεψης, ελάχιστα υπήρχε στο παλιό σχολικό βιβλίο των μαθηματικών. Πρόσφατα μόνο ενσωματώθηκε στα νέα βιβλία.

Διαπιστώνουμε λοιπόν μία διεύρυνση τόσο στο περιεχόμενο, όσο και στις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών σε σχέση με το παραδοσιακό πρότυπο και το παλιό σχολικό βιβλίο.

7.1.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Ήδη πριν από τη διαθεματική προσέγγιση η δασκάλα είχε δώσει σημαντικές ενδείξεις για τη θέλησή της να υπερβαίνει διδακτικά τα στενά περιθώρια του σχολικού βιβλίου και να εμπλουτίζει το μάθημά της με πολλές διδακτικές προεκτάσεις. Κατά τη διάρκεια όμως της διαθεματικής προσέγγισης, αυτή η ενυπάρχουσα διάθεση και τάση της δασκάλας, βρήκε ακόμη πιο πρόσφορο έδαφος και καλλιεργήθηκε συστηματικά. Η δασκάλα, χωρίς να το έχει προσχεδιάσει, «περπάτησε» με τους μαθητές της σε νέα μαθηματικά μονοπάτια που ανοίγονταν ευκαιριακά μπροστά της.

> *Δασκάλα: Πριν κάνεις κάθετα την πρόσθεση, γράψ' το οριζόντια με παράσταση στον πίνακα… (Ο Οδυσσέας γράφει (3.000+2.700):150=) και (Η δασκάλα λέει: «Γράψ' το οριζόντια σε αριθμητική παράσταση. Η Νεφέλη γράφει (3.000:150)+(2.700:150)=...»).*
>
> *(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.4)*

Διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα επιχειρεί να εξοικειώσει τους μαθητές με τη χρήση των αριθμητικών παραστάσεων και τη λειτουργία τους ως κατάστρωση του σχεδίου επίλυσης. Στην προηγούμενη μελέτη περίπτωσης με την άλλη δασκάλα σε άλλη Δ΄ τάξη, οι αριθμητικές παραστάσεις κι η χρήση παρενθέσεων είχαν αγνοηθεί σχεδόν τελείως.

> *(Ανέθεσε επίσης στα παιδιά να φτιάξουν ένα δικό τους πρόβλημα με δοσμένους αριθμούς...)*
>
> *(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.34)*

Η δασκάλα ανέθεσε στους μαθητές για κατ' οίκον εργασία, εκτός από τα δύο προβλήματα του βιβλίου, να φτιάξουν κι ένα δικό τους πρόβλημα με δοσμένους αριθμούς. Αυτή η δημιουργική δραστηριότητα (problem posing) που οδηγεί στην πλαισίωση αφηρημένων αριθμών με διαφορετικό υποκειμενικά τρόπο από τον κάθε μαθητή, είναι πολύ ωφέλιμη μαθησιακά για την κατανόηση της λειτουργίας των προβλημάτων και συνάδει με τη σύγχρονη αντίληψη για τα μαθηματικά. Η δασκάλα προεκτείνει τις απαιτήσεις του σχολικού βιβλίου, με ποιοτικές διδακτικές παρεμβάσεις.

Στην 5η ερώτηση του αρχικού ερωτηματολογίου, ζητήθηκε από τη δασκάλα να διαλέξει από μια λίστα 42 λέξεων, τις λέξεις που κατά τη γνώμη της περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Επετεύχθη ένα σύντομο ψυχογράφημα για τις πεποιθήσεις της δασκάλας για τα μαθηματικά. Οι λέξεις στις πάνω στήλες εμπεριείχαν τη φιλοσοφία της παραδοσιακής αντίληψης και στις κάτω στήλες εμπεριείχαν τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη για τα μαθηματικά. Η δασκάλα κύκλωσε λέξεις και από τις πάνω στήλες (τις 7 λέξεις από τις 24 που υπήρχαν) και από τις κάτω στήλες (τις

10 από τις 18). Συγκεκριμένα από τις πάνω στήλες κύκλωσε τις λέξεις: Σύμβολα, θεωρία, λογική, σημαντικά, δημιουργικά, συναρπαστικά, ουσιώδη. Από τις κάτω κύκλωσε τις λέξεις: αναζήτηση, ανακάλυψη, εικασία, απόδειξη, πρόβλεψη, εξέλιξη, δικαιολόγηση, χρηστικότητα, συνεργασία, λύση προβλημάτων. Η απάντηση της δασκάλας (π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1), έδειξε ότι οι πεποιθήσεις της για τα μαθηματικά, ήταν κυρίως σύμφωνες με τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη. Όμως η δύναμη της προσκόλλησης των δασκάλων σε παραδοσιακές πρακτικές που υιοθετήθηκαν από παλαιότερες εμπειρίες ως μαθητές ή από τη διδακτική προϋπηρεσία τους, είναι πολύ μεγάλη.

Δασκάλα: Γράψατε τα υλικά; Τι θα κάνουμε τώρα; ... Πριν να βάλουμε το λάδι; ...
Ελένη: Βάζουμε ασπράδι, το χτυπάμε και το ρίχνουμε.

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.2)

Η δασκάλα επιμένει να αναδυθούν από τα παιδιά τα διάφορα στάδια κατασκευής της ζυμαρόπιτας. Νωρίτερα εκτέλεσαν τα στάδια παρασκευής βιωματικά και τώρα καλούνται να καταγράψουν τη συνταγή με χαρτί και μολύβι. Εξοικειώνονται με τη σταδιακή επεξεργασία προβλημάτων κι ενισχύεται η μάθηση δεξιοτήτων, όπως ο σχεδιασμός, η οργάνωση κι η μεθοδικότητα.

Δασκάλα: Υπάρχουν τέτοια προβλήματα με ελλιπή δεδομένα κι εμείς πρέπει να διαβάζουμε καλά το πρόβλημα πριν ξεκινήσουμε να το λύνουμε. Μας δίνει την τιμή πώλησης στο πρόβλημα για να βρούμε το κέρδος; (Όλοι λένε: «Όχι!»). Μπορούμε να το λύσουμε; (Όλοι λένε: «Όχι!»).

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.9)

Η δασκάλα καλλιεργεί την κριτική σκέψη των μαθητών και τους παροτρύνει να διερευνούν προσεκτικά για το αν μπορεί να λυθεί ένα πρόβλημα, πριν ξεκινήσουν να το λύνουν. Επισημαίνει ότι μπορεί να συναντήσουν προβλήματα που δε λύνονται. Στα νέα βιβλία μαθηματικών τα παιδιά ασκούνται στη διερεύνηση προβλημάτων. Στα παλαιά βιβλία δεν υπήρχε καμία πρόβλεψη.

Δασκάλα: Τι μας θυμίζει αυτό σε σχέση με τη συνταγή που είδαμε πριν; (Ο Νίκος λέει: «Κι εκεί έλειπε το καρύδι κι η ζάχαρη»). Έτσι και σε ένα πρόβλημα, αν λείπουν στοιχεία μπορούμε να το λύσουμε; (Όλοι απαντούν: «Όχι!». Ο Αντώνης λέει: «μοιάζουν συνταγές και προβλήματα»).

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.10)

Μάριος: Το 35 είναι παραπανίσιο, δε χρειάζεται. Όπως πριν το ψωμί για τη συνταγή σαλάτας.

(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.8)

Από τα ζεύγη συνταγών - προβλημάτων, κάνοντας χρήση «μεταφοράς» - αναλογίας, η δασκάλα προσπαθεί να αναδυθεί η σχέση συνταγών - προβλημάτων κι όπως βλέπουμε το κατορθώνει.

Ερευνητής: Αφήνουμε τις συνταγές να δούμε ένα πρόβλημα σαν αυτά που κάνατε προχθές.

(3ηΜ.Π./Π/1ηΕ.Ζ./η.1)

Τα προβλήματα ήταν από κεφάλαια που είχαν διδαχτεί πριν τρεις ημέρες. Καθόλη τη διάρκεια της διδακτικής μας παρέμβασης υπήρχε στενή σχέση και διασύνδεση της ύλης του σχολικού βιβλίου μαθηματικών και των μαθηματικών δραστηριοτήτων που επεξεργαζόμασταν στη διαθεματική παρέμβαση. Στην αρχή όμως διευρύνθηκε το περιεχόμενο κι η διαδικασία των σχολικών μαθηματικών με την εισαγωγή της μεταφοράς - παραλληλισμού μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα.

Δασκάλα: Ας δούμε παιδιά με μερικές συνταγές που φτιάξαμε, κάποια προβλήματα …
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19)

Μέσα από το βιωματικό πλαίσιο των συνταγών που είχαν παρασκευάσει τα παιδιά και των αναλογιών των υλικών, διευρύνεται το πλαίσιο μαθηματικών προβλημάτων.

Δασκάλα: Με την ίδια λογική το διπλάσιο του 3½ ποιο είναι;…Το διπλάσιο του 4½;…του 6½;
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.28)

Η δασκάλα διαπιστώνοντας ότι τα παιδιά έχουν κατανοήσει την πρόσθεση 2½+2½, εκμεταλλεύεται την ευκαιρία και προεκτείνει τη μαθησιακή διαδικασία στο διπλάσιο του 4½ και του 6½. Το ευέλικτο πλαίσιο του project τη βοηθά, αφού δεν υπάρχει αυστηρά καθορισμένη διδακτέα ύλη.

(Χωρίς να το έχουμε προσχεδιάσει, η δασκάλα προτείνει στο ίδιο πλαίσιο προβλήματος να έχουμε ζητούμενο «τα μισά»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.36)

Η δασκάλα παίρνει πρωτοβουλίες προεκτείνοντας το μαθηματικό περιεχόμενο του συγκεκριμένου πλαισίου δραστηριοτήτων με διερεύνηση της έννοιας αναλογίας και στα «μισά».

(Επειδή όμως θεωρεί πρόωρο να βρούμε το μισό στις 2½ κούπες, αποφασίζουμε να αυξήσουμε τη δοσολογία από 40 κομμάτια σε 44…).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.37)

Δίνεται η ευκαιρία στη δασκάλα να κρίνει το μαθηματικό περιεχόμενο. Όταν το θεωρεί πρόωρο και ενδεχομένως υπερβολικό για την ηλικία και τις δυνατότητες των μαθητών, της δίνεται η ευκαιρία να παρέμβει αποτελεσματικά για να αλλάξει τα δεδομένα. Παράγει δικό της μαθησιακό υλικό-πρόβλημα, θέτει η ίδια τη στοχοθεσία και ανάλογα με αυτήν οριοθετεί το νέο πρόβλημα. Αντίθετα παραδοσιακά, η δασκάλα περιορίζεται από το κλειστό Α.Π. και τα βιβλία δασκάλου και μαθητή.

Δασκάλα: …3 κούπες φρυγανιά. Πάμε να γράψουμε τη δοσολογία για τα μισά… (Ο Οδυσσέας απαντά: «μιάμιση» και ο Κώστας λέει ότι βρήκε: «δύο»)… Ας βρούμε τώρα το μισό του 9…
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.39)

Η δασκάλα μέσα από το πλαίσιο με τη συνταγή και την εύρεση των μισών υλικών για τη μισή δόση γλυκού, διαπιστώνει ότι μερικά παιδιά δυσκολεύονται στην εύρεση του μισού περιττών αριθμών. Ανατροφοδοτείται και προεκτείνει τη δραστηριότητα ζητώντας να υπολογιστεί το μισό του 9.

Δασκάλα: Πάμε σε άλλο πρόβλημα; «Ένα ταψί μπακλαβά έχει 80 κομμάτια. Πόσα κομμάτια θα πάρει ο κάθε μαθητής της τάξης μας; Θα περισσέψουν για να κεράσουμε και τους δασκάλους;».
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.49)

Το πρόβλημα που κατασκευάζει η δασκάλα είναι ένα πρωτότυπο ανοικτό πρόβλημα που υπονοεί ως δεδομένα το πλήθος των μαθητών της τάξης και το πλήθος των δασκάλων του σχολείου, χωρίς να τα αναφέρει. Με αυτόν τον τρόπο προεκτείνεται το παραδοσιακό περιεχόμενο του βιβλίου.

Μάριος: Για τα διπλάσια κομμάτια θα χρειαστούμε τα διπλάσια υλικά…
Δασκάλα: Τα υπόλοιπα υλικά για το διπλάσιο καρυδάτο; Λέτε εσείς να γράφω… Πάμε τώρα να βρούμε τα κομμάτια για 3 δόσεις. Σκεφτόμαστε… γράψτε τα υλικά για την τριπλάσια δόση.
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.10) & *(3ηΜ.Π./Π/2ηΕ.Ζ./η.6)*

Αναδύεται η έννοια της αναλογίας. Διπλασιάζονται τα κομμάτια γλυκού, διπλασιάζονται τα υλικά, τριπλάσια κομμάτια - τριπλάσια ποσότητα υλικών. Η έννοια της αναλογίας θα λειτουργήσει ως προϋπάρχουσα δομή και στην Ε΄ τάξη στα ισοδύναμα κλάσματα και στην ΣΤ΄ στα ανάλογα ποσά.

Νεφέλη: Πείραμα θα κάνουμε τώρα!… (Ο Γιάννης λέει: «Όι!»).
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.13)

Και μόνον η εισαγωγή χειραπτικού υλικού στη μαθησιακή διαδικασία και η προσμονή για το τι θα συμβεί στη σκηνή της τάξης, προκαλεί ενθουσιασμό στα παιδιά.

Γεωργία: 3 κιλά είναι 3.000 γραμ. Με τη λεκανίτσα ζυγίζει 3.085 γραμ. Κάνουμε αφαίρεση…
Θεόφιλος: Απόβαρο…(Η δασκάλα ρωτά: «βάρος δοχείου με περιεχόμενο…;). Μεικτό βάρος.
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.28)

Τα παιδιά βρίσκουν τα ζητούμενα του προβλήματος, πόσο ζυγίζει η λεκανίτσα άδεια και πόσο η ζάχαρη με το βάζο. Αφού έχει επιτευχθεί κατανόηση των στρατηγικών υπολογισμού, τότε μόνο αναδύεται η ανάγκη χρήσης μαθηματικής μεταγλώσσας, ώστε να συστηματοποιηθεί η νέα γνώση. Με ερωτήσεις ενθαρρύνεται ο μαθητής να οριοθετήσει τις έννοιες «απόβαρο» και «μεικτό βάρος».

Δασκάλα: Στο τέλος του 2ου τεύχους των μαθηματικών το Μάιο, θα κάνουμε και τότε ραβδογράμματα, βλέπετε; (Δείχνει στους μαθητές τις αντίστοιχες σελίδες…).
(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.59)

Η δασκάλα συνδέει τη χρήση του ραβδογράμματος που θα κατασκευάσουν οι μαθητές στο πλαίσιο του project, με την ύλη του σχολικού βιβλίου μαθηματικών. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά έχουν διπλό εσωτερικό κίνητρο για τη χρήση ραβδογράμματος. Να προωθήσουν τη διερεύνηση του project και να προετοιμαστούν σε μια νέα γνώση που θα συναντήσουν αργότερα στο βιβλίο.

Δασκάλα: Σας ετοιμάσαμε ένα φύλλο εργασίας με τετραγωνάκια πλευράς 1 εκ. στο οποίο θα φτιάξετε σε ομάδες το ραβδόγραμμα. (Μετά η δασκάλα μοίρασε από ένα φύλλο σε κάθε ομάδα… Γενικά εκτός από μικρολάθη… τα ραβδογράμματα όλων των ομάδων απεικόνιζαν με αρκετή αξιοπιστία τα δεδομένα του πίνακα… τα παιδιά υπολόγιζαν το ύψος ράβδων κατά προσέγγιση).

(3ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.30)

Τα παιδιά κατασκεύασαν ομαδικά, ραβδογράμματα σε τετραγωνισμένο χαρτί κι υπολόγισαν κατά προσέγγιση το ύψος των ράβδων που αναπαριστούσαν τα ποσά θερμίδων.

Δασκάλα: Θέλω η κάθε ομάδα να μου κάνει ένα πρόβλημα που θα επιλέξει μόνη της. Μπορεί να χρησιμοποιήσει όποια πράξη θέλει. Μπορεί να είναι πρόβλημα πρόσθεσης, αφαίρεσης, διαίρεσης, πολλαπλασιασμού… Έχετε τόσα πολλά στοιχεία που μπορείτε να κάνετε ό,τι θέλετε.
Μάριος: «Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγες από αυτές που υπάρχουν στον προηγούμενο πίνακα»… (Η δασκάλα λέει: «Για να φτάσετε τις 2.800 θερμίδες, ποιες τροφές από τον πίνακα θα διαλέγατε ανάλογα με τα γούστα σας και σε ποια ποσότητα;).
(3ηΜ.Π./Π/4ηΕ.Ζ./η.7)

Τα παιδιά σε ομάδες είχαν την ευκαιρία να διαλέξουν δεδομένα μέσα από ένα πίνακα με μεγάλη ποικιλία, να δοκιμάσουν αναλογίες και να κατασκευάσουν πρωτότυπα δικά τους προβλήματα. Μια ανοιχτή μαθηματική δραστηριότητα, όπου κάθε παιδί εργάστηκε εξατομικευμένα ανάλογα με το μαθηματικό επίπεδο και τις προτιμήσεις του κατασκευάζοντας απλά ή σύνθετα προβλήματα. Ανοιχτές δραστηριότητες απουσίαζαν από το βιβλίο κι επετεύχθη διεύρυνση του περιεχομένου του.

Δασκάλα: Με το μυαλό… 5Χ5… 25… 2500… 5Χ30=150… 2500+150=2650 περίπου...
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.70)

Η δασκάλα υπολογίζει με το μυαλό της προσεγγιστικά τον πολλαπλασιασμό 5Χ529. Λειτουργεί έτσι ως πρότυπο ενθαρρύνοντας τα παιδιά να εφαρμόζουν νοερούς υπολογισμούς.

Γιάννης: Κυρία, να ρωτήσω κάτι; Αφού ένα σακουλάκι τσιπς είναι 100 γρ. και 1 σοκολάτα με φουντούκια πάλι 100 γρ., γιατί μας δίνει πιο πολλές θερμίδες η σοκολάτα;
(3ηΜ.Π./Μ/5ηΕ.Ζ./στ.34)

Τα παιδιά εθισμένα να συσχετίζουν τις θερμίδες με την ποσότητα τροφής, δυσκολεύονται να κατανοήσουν άλλη μια παράμετρο που επηρεάζει τις θερμίδες, τη χημική σύσταση κάθε τροφής.

(Ρωτούσαν πώς θα χωρέσει το μενού στις λίγες γραμμές…προτείναμε να γράφουν συντετμημένα).
(3ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./η.9)

Πρακτικά προβλήματα όπως το πώς θα οργανώσουν οι μαθητές ένα δεδομένο χώρο για να χωρέσει την απάντηση, είναι καλό να αντιμετωπίζονται, κάτι που σπανίζει στην καθημερινή σχολική πράξη. Τα παιδιά εξοικειώνονται στη λιτή έκφραση, στις συντετμημένες λέξεις της μαθηματικής γλώσσας.

Δασκάλα: Αφού γράψετε όλες τις θερμίδες, μετά τι θα τις κάνουμε; (Ο Θεόφιλος λέει: «Θα τις προσθέσουμε». Εγώ ρωτώ: «Κι αν μας βγει πολύ πιο κάτω ή πολύ πιο πάνω;»…Ο Αντώνης λέει: «Ή θα αυξήσουμε τις ποσότητες ή θα τις μειώσουμε»).
(3ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./η.10)

Οι μαθητές εθίζονται σε διαδικασίες διερεύνησης προβλήματος. Πριν αρχίσουν να λύνουν ένα πρόβλημα, να καταστρώνουν σχέδιο και να προβλέπουν προσεγγιστικά, τα επόμενα. βήματα.

Δασκάλα: Φέραμε εδώ τη ζυγαριά για να δούμε τις ποσότητες. Για να καταλάβουμε τι σημαίνει που γράφατε, 100 γρ. μακαρόνια… Θα κατέβεις κάτω Φάνη μου να πάρεις ένα πιρούνι; (Για να δώσω χρόνο στη δασκάλα να προετοιμαστεί, αφού χρειάστηκε ξανά να κατέβει η ίδια στο κυλικείο για να πάρει κάτι, άρχισα να εξηγώ τι μας οδήγησε στην ανάγκη της ζυγαριάς).
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.86)

Για να υλοποιήσει κανείς μια βιωματική δράση, όπως πείραμα, κατασκευή, ζύγιση, μέτρηση, χρειάζεται καλή προετοιμασία. Το σημαντικότερο όμως για το δάσκαλο είναι να μη φοβάται να εκτεθεί και να τολμά να υλοποιεί δράσεις που βοηθούν στην κατανόηση και συνδέουν σχολική γνώση με καθημερινή ζωή. Η δασκάλα παρασκευάζοντας στο πρόγραμμα περιβαλλοντικής, συνταγές στην τάξη, είχε δείξει παρόμοια στοιχεία και πριν το εγχείρημά μας. Κάτι παράτολμο που και δάσκαλοι με μεγάλη εμπειρία θα δίσταζαν να δοκιμάσουν. Στο παραδοσιακό όμως μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. η ίδια δασκάλα υπό το άγχος του χρόνου και της ύλης, δίσταζε να επεκταθεί σε βιωματικές δράσεις. Στο project τής δόθηκε η ευκαιρία να συνδυάσει μαθηματικά με βιωματικές δράσεις και να ενσωματώσει καταστάσεις καθημερινής ζωής στο μάθημά της.

Δασκάλα: ...Το έχει στα αγγλικά, “cal” από τη λέξη “calories” που σημαίνει θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.93)

Μέχρι νέες λέξεις στα αγγλικά μαθαίνουν τα παιδιά, π.χ. να αναγνωρίζουν τη συντομογραφία “cal”.

Ερευνητής: Χάρις στην κυρία που έφερε τη ζυγαριά, το κρέας, το βούτυρο… έχετε την τύχη και βλέπετε τις ποσότητες ζωντανά, κάνετε δοκιμές. Δεν γίνεται να τα μάθουμε όλα από τις εικόνες...
(3ηΜ.Π./Ε/6ηΕ.Ζ./δ.23)

Ο ερευνητής προσπαθεί να αναδείξει το συγκριτικό πλεονέκτημα της βιωματικής μάθησης.

Ερευνητής: Κρέας ωμό, νωπό. Γιατί αν το ψήσουμε χάνει νερό, βάρος, έχει φύρα όπως λέμε.
(3ηΜ.Π./Ε/6ηΕ.Ζ./δ.25)

Ο όρος «φύρα» χρησιμοποιείται τακτικά σε μαθηματικά προβλήματα. Μέσα από τη βιωματική δραστηριότητα τα παιδιά οικειοποιούνται και το νέο όρο στο λεξιλόγιό τους.

Δασκάλα: Πάμε πάλι στο φυλλάδιο, τελευταία σελίδα... Θα μοιραστείτε σε ομάδες ανά τρεις…
Ερευνητής: Θα ξεκινήσουμε τώρα μια καινούρια δραστηριότητα που θα έχει θερμίδες, αλλά και αρκετά μαθηματικά μέσα...Χρειαζόμαστε όλοι να έχουμε μπροστά την τελευταία σελίδα…
Δασκάλα: Διαβάστε ακόμη μία φορά κάθε σωματική άσκηση και τις αντίστοιχες θερμίδες της.
Ερευνητής: ...Γιατί μας λέει για όλες τις σωματικές ασκήσεις σε 10 λεπτά; Τι είχαμε πει; Παίζει ρόλο μόνο το είδος της σωματικής άσκησης…; (Ο Θεόφιλος λέει: «Και ο χρόνος».)…
Ερευνητής: Καταλάβατε λοιπόν; Δύο πράγματα έχουν σημασία για το πόσες θερμίδες καίγονται. Το ένα είναι το είδος της σωματικής άσκησης, το άλλο ο χρόνος που διαρκεί.
Δασκάλα: Για αυτό, για να μην μπερδευόμαστε…τι μου κρατάει σταθερό;

Αποστόλης: Το χρόνο, για όλες τις ασκήσεις 10 λεπτά.

(3ηΜ.Π./Π/6ηΕ.Ζ./η.12)

Με τη νέα δραστηριότητα του φυλλαδίου και την καθοδήγηση της δασκάλας και τη δική μου τα παιδιά ανοίγουν νέα μαθησιακά μονοπάτια και διευρύνεται το περιεχόμενο κι οι διαδικασίες του σχολικού βιβλίου. Κατ' αρχάς αρχίζουν να εργάζονται ομαδοσυνεργατικά εφαρμόζοντας μια νέα διαδικασία στα μαθηματικά. Επίσης μαθαίνουν να αποκωδικοποιούν έναν πίνακα διπλής εισόδου και εξοικειώνονται με την έννοια μιας παραμετρικής διαδικασίας με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές. Την κατανάλωση θερμίδων που εξαρτάται από το είδος μιας σωματικής άσκησης και τον αντίστοιχο χρόνο κατά τον οποίο εκτελούμε την άσκηση αυτή. Αυτές οι γνώσεις θα λειτουργήσουν ως προϋπάρχουσες δομές αργότερα στο γυμνάσιο όταν θα διδαχθεί η έννοια της συνάρτησης. Από το παραπάνω απόσπασμα καταλήγουμε ότι για να μελετήσουμε σωστά μια παραμετρική διαδικασία όπως είναι η κατανάλωση θερμίδων πρέπει να κρατάμε τη μια μεταβλητή σταθερή και συμφωνήσαμε να κρατήσουμε στο φυλλάδιο, σταθερό το χρόνο, για όλες τις ασκήσεις 10 λεπτά. Οι μαθητές εξοικειώνονται με διαδικασίες της φυσικής που τυπικά θα διδαχτούν την επόμενη χρονιά.

Ερευνητής: 37 μισό επί 4. Ξέρουμε να κάνουμε πολλαπλασιασμό με δεκαδικό;…
Δασκάλα: Όχι, δεν πειράζει. Ας πούμε, το κάνουμε με κουμπιουτεράκι. Δεν υπάρχει πρόβλημα.

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.103)

Η δασκάλα εκφράζει μια προοδευτική διδακτική άποψη που είναι η ένταξη των αριθμομηχανών στη μαθησιακή διαδικασία των μαθηματικών σε ορισμένες περιπτώσεις. Ίσως άλλος, συντηρητικά σκεπτόμενος δάσκαλος, στην παρούσα δραστηριότητα να σταματούσε μπροστά στο εμπόδιο της μη διδαγμένης γνώσης του πολλαπλασιασμού δεκαδικού με ακέραιο, λέγοντας ότι είναι εκτός ύλης.

Δασκάλα: Πώς θα το γράψουμε; Ή 37½ με μικτό ή 37,5 με δεκαδικό. Το ίδιο πράγμα είναι παιδιά. Ή 37½ ή 37,5… ποιος τρόπος γραφής σας αρέσει; Γράψτε το όπως σας αρέσει.

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.106)

Στο πλαίσιο της κάθετης, ενδοκλαδικής διαθεματικότητας, η δασκάλα συνδέει δύο διαφορετικές ενότητες, τους μικτούς κλασματικούς αριθμούς και τους δεκαδικούς που εξετάζονται χωριστά στα βιβλία των μαθηματικών. Διευκολύνει με αυτόν τον τρόπο τη συσχετιστική κατανόηση.

Δασκάλα: 1 λεπτό έχει 60 δευτερόλεπτα, το μισό πόσα έχει;… Και το μισό του μισού, το ¼;
Φάνης: Το μισό του 30… 15.

(3ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.109)

Η δασκάλα προεκτείνει την έκφραση «μισό του μισού» καθοδηγώντας το Φάνη να υιοθετήσει την έκφραση ¼ και να βρει την τιμή του μέρους, ¼ λεπτού πόσα δευτερόλεπτα έχει.

Γιάννης: Θα κόψουμε αυτόν τον κύκλο στη μέση και θα πάρουμε το ένα κομμάτι…

Ερευνητής: Αν έχουμε 4 μισά…πόσα λεπτά θα μας κάνουν;…4 τέτοια κομμάτια άμα έχουμε… (Σιωπή, αμηχανία…Ο ερευνητής ενώνει 4 ημικύκλια). Μισό και μισό; (Όλοι μαζί λένε: «Ένα!»).
Δασκάλα: Πόσα λεπτά είναι λοιπόν τα 4 μισά;… (Ο Γιάννης λέει: «2»).
(3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.30)

Αν και τα παιδιά υιοθετούν το χειραπτικό υλικό κι αναπαριστούν μισό λεπτό με μισό δίσκο, όταν ο ερευνητής ρωτά δείχνοντας μισό δίσκο, πόσα ολόκληρα κάνουν 4 μισά, τα παιδιά δυσκολεύονται. Τότε ο ερευνητής ενώνει 4 μέρη, οπότε τα παιδιά καταλήγουν ότι 4 μισά κάνουν 2. Μια εύκολη για τους ενήλικες νοητική πράξη που ενέχει δυναμικό μετασχηματισμό για τα παιδιά είναι δύσκολη.

Ερευνητής: Αν πάμε λοιπόν να προσθέσουμε 18½ λεπτά και 1/4 του λεπτού τι θα κάνουμε; Πώς μπορώ να προσθέσω το ½ και το ¼;… Αυτά (δείχνει χάρτινα κομμάτια και σχήμα) είναι ίδια κομμάτια; Μπορώ να τα προσθέσω;… Το μισό λεπτό, αλλιώς το λέμε 2/4. Είτε 1/2 είτε 2/4 είναι το ίδιο. Αν πάρω κι άλλο ¼ πόσο θα κάνει; 2/4 και 1/4 πόσο θα κάνει;… (Όλοι λένε: «3/4»)…
Ερευνητής: Το 18 λεπτά 45 δευτερόλεπτα θα μάθετε του χρόνου ότι το λέμε συμμιγή αριθμό. Αποτελείται από διαφόρων ειδών μονάδες…το 18¾ το λέμε μικτό κλασματικό.
(3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.33) & (3ηΜ.Π./Ε/7ηΕ.Ζ./δ.35)

Το απόσπασμα δ.33 αναφέρεται στην πρόσθεση ετερωνύμων κλασμάτων, κάτι που τυπικά θα διδαχθεί στην Ε΄ τάξη με μηχανικές διαδικασίες π.χ. εύρεση Ε.Κ.Π., καπελάκια κ.ά. Στο δ.35 τα παιδιά εμπλουτίζουν τη μαθηματική ορολογία τους με τους καινούργιους όρους «συμμιγής» και «μικτός κλασματικός αριθμός». Όμως δε δόθηκαν με παραγωγή οι ορισμοί των όρων, αλλά πρώτα με επαγωγή, τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαισθητικά τους αριθμούς 18 λεπτά 45 δεύτερα και 18¾.

Γιάννης: Σε 10 λεπτά πατινάζ 50 θερμίδες. Τα πατατάκια δίνουν 150 θερμίδες. Το 150 είναι 3 φορές μεγαλύτερο από το 50, άρα κι ο χρόνος θα τριπλασιαστεί. Θα είναι 3Χ10…30 λεπτά.
(3ηΜ.Π./Μ/*7ηΕ.Ζ./στ.40)*

Δασκάλα: Να προσθέσω και το χρόνο, τα 18½ λεπτά και το 1/4. Αν τα κάνουμε το μισό και το τέταρτο, δευτερόλεπτα…(Ο Γιάννης λέει: «Ναι, μπορούμε να γράψουμε 18 λεπτά 45 δεύτερα»).
(3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.49)

Στο επεισόδιο στ.40, ο πολλαπλασιαστικός τρόπος λύσης που προκύπτει από τη συνειδητοποίηση της αναλογικής σχέσης χρόνου σωματικής άσκησης - αντίστοιχων θερμίδων, χωρίς αναγωγή στη μονάδα, είναι προχωρημένη μαθηματική σκέψη για το επίπεδο της Δ΄ τάξης, αφού διδάσκεται τυπικά στην ΣΤ΄. Στο επεισόδιο στ.49, με καθοδήγηση της δασκάλας, τα παιδιά μετατρέπουν τα 18½ και 1/4 και προσθέτουν το συμμιγή 18λ. 30δ. και τον ακέραιο 15δ. καταλήγοντας σε 18λ. 45δ.

Ερευνητής: 37 μισό επί 4… Άρα έχουμε 148 από το 4Χ37 και 2 από το 4 φορές το μισό, πόσο κάνει;… (Όλοι μαζί απαντούν: «150»).
(3ηΜ.Π./Π/7ηΕ.Ζ./η.15)

Δασκάλα: Σε 15 δεύτερα λέει ο Αποστόλης, καίμε 2 θερμίδες. Τα βάζουμε κι αυτά στα 18 και μισό που είχαμε κι έχουμε 148+2=150 θερμίδες… (Ο Νίκος ρωτά: Πώς θα το γράψουμε;»).
(3ηΜ.Π./Π/7ηΕ.Ζ./η.16)

Αν και τα παιδιά δεν γνωρίζουν ακόμη τον πολλαπλασιασμό ακεραίου με δεκαδικό, με τη βοήθειά μας και με την υποστήριξη χειραπτικού υλικού (χάρτινοι δίσκοι αντί για λεπτά) κατορθώνουν κι υπολογίζουν τον πολλαπλασιασμό 4Χ37,5 και βρίσκουν 150. Μαθαίνουν να αντιμετωπίζουν προβλήματα πέρα από τη διδακτέα ύλη και συνειδητοποιούν ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι για να λύσεις ένα πρόβλημα. Όπου κάποιος δεν μπορεί να υπολογίσει κάτι με τυπικό μαθηματικό αλγόριθμο, μπορεί εναλλακτικά να χρησιμοποιήσει πρακτικό τρόπο με χειραπτικό υλικό, όπως στο πείραμα που ο 'Weight Watcher' βρήκε πρακτικά τα ¾ των ⅔ μερίδας τυριού (Lave 1988). Στο απόσπασμα η.16, αναδύεται η διερεύνηση της πρόσθεσης 18 και μισό λεπτά και 1/4 του λεπτού ή 15 δεύτερα. Πρόσθεση συμμιγούς με ακέραιο ή μεικτού με κλάσμα που διδάσκεται τυπικά στην Ε΄.

Αποστόλης: Είπαμε στα 10 λεπτά 25 θερμίδες…
Ερευνητής: Βλέπετε, ξεκινάμε πάλι από την πηγή, ποιο είναι το πρωτογενές δεδομένο μας; Το μόνο σίγουρο; Γιατί τα άλλα όλα είναι δευτερεύοντα μπορεί και να είναι λανθασμένα…
(3ηΜ.Π./Ε/8ηΕ.Ζ./δ.41)

Εξοικειώνονται τα παιδιά με μια σημαντική επιστημονική διαδικασία. Να μάθουν να διακρίνουν τα πρωτογενή, σκληρά δεδομένα, από τα δευτερεύοντα που κατασκεύασαν και να συνειδητοποιήσουν συγκριτικά το πλεονέκτημα των πρωτογενών δεδομένων ως προς την εγκυρότητα.

Δασκάλα: Στο ημερολόγιο που σας είχαμε πει… γράψατε πρωινό: 1 ποτήρι γάλα. Ψάξτε όλοι να το βρούμε. (Αρχίζουν να ψάχνουν στο θερμιδομετρητή. Η Αναστασία λέει: «Το βρήκα, 165…»).
(3ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.125)

Με το συντονισμό της δασκάλας, τα παιδιά εξοικειώνονται με διαδικασίες έρευνας. Ένας από τους σημαντικότερους στόχους στη σύγχρονη διδακτική, εκτός από την απόκτηση γνώσεων, είναι η ικανότητα αναζήτησης - επεξεργασίας πληροφοριών και κατάλληλης χρήσης των πηγών αναφοράς.

Δασκάλα: Και πώς είναι μαγειρεμένο, είναι ψητό, τηγανητό, βραστό; έχει σημασία για τις θερμίδες… (Ο Θεόφιλος λέει: «Βραστό»)... 230 θερμίδες η μια μερίδα…
Ερευνητής: Από κανονική μερίδα μπιφτέκια… κανονική, γιατί πήρε συνταγές από διάφορα εστιατόρια - άλλοι βάζουν περισσότερο λίπος, άλλοι λιγότερο - βρήκε τις θερμίδες στο μέσον όρο.
(3ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.127)&(3ηΜ.Π./Ε/9ηΕ.Ζ./δ.44)

Μέχρι τότε τα παιδιά είχαν συνειδητοποιήσει ότι το ποσό θερμίδων που δίνει μια τροφή, εξαρτάται από το είδος κι από την ποσότητά της. Με την ερώτηση της δασκάλας γίνεται κατανοητό ότι στο ίδιο είδος τροφής οι θερμίδες διαφέρουν ανάλογα με το πώς είναι μαγειρεμένο. Αναδύεται μέσα από την παρατήρηση του ερευνητή η έννοια του μέσου όρου σε ένα πλαίσιο μη μαθηματικό.

Θεόφιλος: Θα αφαιρέσω από τις 1.257 που πήρα, τις 870 που ξόδεψα... 387 θερμίδες…
Ερευνητής: Πολύ λίγες… (Στη συνέχεια η δασκάλα βοήθησε το Νίκο να υπολογίσει ότι σε μια μέρα πήρε 1.430 θερμίδες, ξόδεψε 780, οπότε με αφαίρεση βρήκε ότι του έμειναν 650 θερμίδες).
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.68)

Κατά τη συμπλήρωση του ημερολογίου τα παιδιά είχαν την ευκαιρία να κατανοήσουν βιωματικά, τη σχέση των θερμίδων που παίρνουμε από τη διατροφή και των θερμίδων που καταναλώνονται από σωματικές ασκήσεις. Συνειδητοποίησαν πόσο ωφέλιμες για τον οργανισμό τους και για τη διατήρηση του βάρους είναι η γύμναση και οι σωματικές ασκήσεις. Διαθεματικά συνδυάστηκαν μαθηματικές καταστάσεις με βασικά θέματα Αγωγής Υγείας και Φυσικής Αγωγής.

Νεφέλη: Ωραία, θα βγούμε στο προαύλιο! (Αρχίζει ο ενθουσιασμός και η φασαρία).
(3ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./στ.71)

Τα παιδιά ενθουσιάστηκαν μόνο με την πληροφόρηση ότι θα βγουν στο προαύλιο για να συνεχίσουν το μάθημα. Η παιδική φύση είναι πιο κοντά στις υπαίθριες δραστηριότητες σε ανοιχτό χώρο, παρά σε μαθησιακές διαδικασίες που κρατούν το παιδί καθηλωμένο σε μια καρέκλα. Για αυτό τα παιδιά έλκονται από βιωματικές δραστηριότητες εκτός σχολικής αιθούσης.

Δασκάλα: Να σταματήσουμε τη συμπλήρωση στα ημερολόγια διατροφής, για να κάνουμε στα 15 λεπτά που μας απομένουν, ένα συνδυασμό από τον πίνακα του φυλλαδίου βιωματικά. Ο κύριος Γιάννης έφερε να σας μοιράσει μπισκότα σοκολάτας… (Στη συνέχεια, η δασκάλα κι εγώ μοιράσαμε σε κάθε παιδί από ένα μπισκότο σοκολάτας. Έπειτα βγήκαμε στο προαύλιο, όπου άλλα παιδιά έτρεξαν για 7 λεπτά κι άλλα έκαναν σχοινάκι για 9 λεπτά με σκοπό να διαπιστώσουν τον κόπο καύσης των θερμίδων σε σχέση με τις δύο αθλητικές δραστηριότητες. Αυτή η βιωματική δραστηριότητα άρεσε ιδιαίτερα στα παιδιά και μάλιστα συμμετείχαμε κι εμείς, η δασκάλα κάνοντας σχοινάκι μαζί με τα παιδιά κι εγώ φωτογραφίζοντας, βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Γ.8).
(3ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.18)

Στα παλιά σχολικά βιβλία και Α.Π., τα μαθηματικά σπανιότατα συνδέονταν με βιωματικές καταστάσεις. Στην προσέγγισή μας τα παιδιά είχαν την ευκαιρία να επεξεργαστούν πρώτα μέσα στην τάξη μια μαθηματική κατάσταση, να βρουν με μαθηματικούς υπολογισμούς σε πόσα λεπτά τρέξιμο και πόσα λεπτά σχοινάκι καίγονται οι θερμίδες που παίρνουμε από ένα μπισκότο σοκολάτας και τέλος να βιώσουν στην πράξη όλα τα αφηρημένα, μαθηματικά δεδομένα. Να γευτούν ένα μπισκότο σοκολάτας και να κάνουν 9 λεπτά σχοινάκι ή 7 λεπτά τρέξιμο, ιδρώνοντας για να κάψουν τις θερμίδες από το μπισκότο. Τα παιδιά με αυτόν τον τρόπο θα αλλάξουν στάση για τα μαθηματικά, συνειδητοποιώντας ότι τα μαθηματικά είναι ακόμη μια ανθρώπινη δραστηριότητα.

(…τελευταία συνάντηση…να ζωγραφίσουν…κάτι με θέμα: «Διατροφή σωματικές ασκήσεις»).
(3ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.131)

Η διαθεματική εξακτίνωση με την προτροπή της δασκάλας συμπεριέλαβε και την ελεύθερη ζωγραφική απόδοση του θέματος: «Διατροφή και σωματικές ασκήσεις». Η ποικιλία της έκφρασης των σχεδίων των παιδιών, μας εντυπωσίασε (βλ. Παράρτημα Γ.5). Η δραστηριότητα αυτή δεν συνέβαλε μόνο στην αισθητική καλλιέργεια των παιδιών. Βοήθησε να εμπεδώσουν την αντίστροφη σχέση των θερμίδων που παίρνουμε από τη διατροφή και των θερμίδων που καταναλώνουμε με σωματικές ασκήσεις. Τα παιδιά ζωγραφίζοντας αυτή τη σχέση την κατανόησαν περισσότερο.

Δασκάλα: Είτε "ναι" είτε "όχι" απαντήσετε, πρέπει να γράψετε "γιατί"… αλλά με επιχειρήματα. Όπως στα κείμενα Γλώσσας: «Όχι, δε μου άρεσε, γιατί… ή Ναι, μου άρεσε, γιατί».
(3ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.132)

Η καλλιέργεια κριτικής σκέψης, αποδεικτικής ικανότητας κι επιχειρηματολογίας είναι στόχοι διαθεματικοί που ενυπάρχουν σε όλα τα μαθήματα. Ειδικά στα μαθηματικά, είναι απαραίτητες προϋποθέσεις για τη διεξαγωγή ενός μαθηματικού διαλόγου, (Lakatos 1976) και NCTM (2000).

Δασκάλα: Μαθηματικά κάναμε; (Ο Γιάννης λέει: «Ναι, μπόλικα»)… Στα θέματα που ασχοληθήκαμε από όλα τα μαθήματα ποιο κάναμε πιο πολύ; (Ο Νίκος λέει: «Μαθηματικά!»).
(3ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./στ.75)

Με αυτές τις προφορικές απαντήσεις των Γιάννη και Νίκου δικαιολογείται και ο τίτλος της ερευνητικής μας προσπάθειας ως «διαθεματική προσέγγιση με βάση τα μαθηματικά».

Απαντώντας στην ερώτηση του ερωτηματολογίου για τα θετικά σημεία της όλης προσπάθειας, η δασκάλα έκρινε θετικά το γεγονός ότι τα μαθηματικά συνδέθηκαν με θέματα καθημερινότητας, επιβεβαιώνοντας τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών.

Δασκάλα: Όλοι κοιτάζετε εδώ! Έχουμε δύο σοκολάτες, ωραία; Φέραμε σοκολάτες για να μην κάνουμε το παράδειγμα που θα δούμε, μόνο στον πίνακα με σχέδιο… Θα φάμε κιόλας!…
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2)

Η δασκάλα φαίνεται ότι υιοθετεί στη διδασκαλία της τη χρήση βιωματικών δραστηριοτήτων και χειραπτικού υλικού, υποστηρίζοντας τη διεύρυνση των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών.

Δασκάλα: Αυτή η σειρά από τα ισοδύναμα πότε τελειώνει; (Ο Οδυσσέας λέει: «Δεν τελειώνει ποτέ…πάει μέχρι το άπειρο»). Γιατί; (Η Νεφέλη λέει: «Γιατί οι αριθμοί δεν τελειώνουν ποτέ»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.28)

Με την ερώτησή της η δασκάλα, παρακινεί τα παιδιά να ασχοληθούν με θέματα όπως το πότε περατώνεται μια σειρά ισοδύναμων κλασμάτων κι η έννοια του απείρου. Παρόμοια θέματα σπάνια διερευνώνται στο δημοτικό σχολείο ακόμη και στην Ε΄ και στην ΣΤ΄ τάξη.

Δασκάλα: Να σκεφτείτε, να φτιάξετε δικό σας πρόβλημα που να έχει τους αριθμούς: 1/2, 1500.
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.30)

Σύγχρονη διδακτική παρέμβαση της δασκάλας. Σε κανένα σημείο στο παραδοσιακό σχολικό βιβλίο δεν υπήρχαν παρόμοια προβλήματα όπου να δίνονται αφηρημένα αριθμητικά δεδομένα και να καλούνται τα παιδιά να τα εντάξουν σε όποιο πλαίσιο θέλουν για να κατασκευάσουν δικό τους πρόβλημα. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά που έχουν συνηθίσει μόνο διαδικασίες αποπλαισίωσης στα προβλήματα, εξοικειώνονται και με διαδικασίες πλαισίωσης και διαπιστώνουν πόσο διαφορετικά προβλήματα προκύπτουν από κάθε παιδί, ανάλογα με τον υποκειμενικό τρόπο σκέψης.

(Το κεφάλαιο «ισοδύναμα κλάσματα» του σχολικού βιβλίου, δεν είχε ασκήσεις...Η δασκάλα όμως έβαλε τις εξής δικές της ασκήσεις: ... 1/4= ;/12=4/;=;/32).

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.32)

Η δασκάλα τολμά διδακτικές υπερβάσεις. Οι ασκήσεις που έβαλε για το σπίτι, υπερβαίνουν τις απαιτήσεις της διδακτέας ύλης της Δ΄ τάξης.

Από τις απαντήσεις των παιδιών στην ερώτηση: «Τι θυμάστε πιο πολύ από την ενότητα που κάναμε;» (Ερ/γιο ερ.2η), αναδύεται το συμπέρασμα ότι οι δραστηριότητες που θυμούνταν πιο πολύ και τους έκαναν περισσότερο εντύπωση, ήταν επί το πλείστον οι βιωματικές δράσεις και οι διάφορες πρωτότυπες δραστηριότητες που ξέφευγαν από την παραδοσιακή μαθησιακή ρουτίνα. Ενδεικτικές απαντήσεις. Θυμάμαι πιο πολύ: «τα ραβδογράμματα», «που προσπαθούσαμε να βρούμε κάποια φαγητά που έχουν όλα μαζί 2.980 θερμίδες», «τις θερμίδες, τα ραβδογράμματα και τα φαγητά», «την πρώτη μέρα που ο κύριος Γιάννης έκανε κάποια λάθη στις συνταγές, αλλά είχε παρόμοιο λάθος και στα προβλήματα που κάναμε», «τα ραβδογράμματα που βάζαμε μέσα τις θερμίδες που καίμε», «που κάναμε κάποια προβλήματα στον πίνακα με τα φαγητά», «που παίρναμε χαρτάκια και τα κόβαμε στη μέση», «όταν μάθαμε να μοιράζουμε ολόκληρο πορτοκάλι σε 4 κομμάτια», «ότι παίρναμε το νερό και το μοιράζαμε σε ποτήρια», «ότι βάλαμε και ζυγίσαμε ένα ωμό κρέας και βλέπαμε τα γραμμάρια και τις θερμίδες», «όταν ζυγίζαμε τα φαγητά…».

Στην ερώτηση: «Σε τι διέφερε (η ενότητα) από τα άλλα μαθήματα που κάνετε;» (Ερ/γιο ερ.3η), δόθηκαν διάφορες απαντήσεις. Ενδεικτικά αναφέρουμε: «διέφερε από τα άλλα μαθήματα: γιατί κάναμε γλώσσα, μαθηματικά, μελέτη περιβάλλοντος, γεωγραφία, φυσική, τεχνικά, χημεία, γιατί σε αυτό είναι πράγματα που θα κάνουμε, ενώ στα άλλα μάθαμε πράγματα που έγιναν, γιατί πάντα μαγειρεύαμε και κάναμε μαθήματα μεγαλύτερων τάξεων και γελούσαμε πάντα και κάναμε κάτι ευχάριστο, επειδή η διατροφή έχει μέσα σχεδόν όλα τα μαθήματα, γιατί είναι ένα μάθημα με πολλές δραστηριότητες». Τα παιδιά εστίασαν μεταξύ άλλων στο ότι στην ενότητα διερεύνησαν και θέματα «απαγορευμένα μέχρι τώρα» διδακτέας ύλης μεγαλύτερων τάξεων. Αυτή τη διαπίστωση την αναφέρει ένας μαθητής ως προτέρημα απαντώντας και σε άλλη σχετική ερώτηση: «κάναμε μαθήματα των παρακάτω τάξεων π.χ. τα κλάσματα». Φαίνεται ότι κολακεύονται τα παιδιά όταν διερευνούν θέματα της ύλης μεγαλύτερων τάξεων κι αισθάνονται πιο απελευθερωμένα από τα όρια που θέτουν το σχολικό βιβλίο, το Α.Π., οι αντιλήψεις του δασκάλου κ.λπ. Τέλος η διαθεματική διάσταση της ενότητας που κάναμε, αναφέρεται ως σημαντική διαφορά από τα άλλα μαθήματα..

Στην ερώτηση του ερωτηματολογίου σχετικά με τις απόψεις των μαθητών για τη σύνδεση των σχολικών μαθημάτων με την ενότητα που διδάχτηκαν στην Ε.Ζ., οι μαθητές απάντησαν ότι το θέμα εξακτινώθηκε από τη σκοπιά της γλώσσας, των μαθηματικών, της μελέτης περιβάλλοντος, της φυσικής, της χημείας και των εικαστικών κι αναδύθηκε η διαθεματική διάσταση του εγχειρήματος.

Δασκάλα: Με τον ίδιο αριθμό! Μήπως αυτό συμβαίνει πάντα;…
Γιάννης: Αν πολλαπλασιάσουμε με άλλο αριθμό τον αριθμητή και με άλλο τον παρονομαστή, θα βρούμε κλάσμα που δεν θα έχει ίση αξία… (Η δασκάλα λέει: «Ναι, δε θα 'ναι ισοδύναμο»).
(3ηΜ.Π./Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.4)

(Αφού ολοκλήρωσαν…δικό της πρόβλημα στον πίνακα. Έγραψε τη σειρά των ισοδυνάμων 1/3=2/6=3/9=;/; και τους ζητούσε να βρουν τους όρους του τελευταίου κλάσματος)…
Κώστας: Είναι 4/12. Γιατί πάει επί 2, επί 3 και μετά επί 4… (Η δασκάλα ρωτά: «Αν θέλουμε να βρούμε και τον αμέσως επόμενο;»… Ο Γιάννης λέει: «Επί 5… 5/15»).
(3ηΜ.Π./Π/μ.Ε.Ζ./η.20)

Στα δύο προηγούμενα επεισόδια έχουμε υπέρβαση της ύλης της Δ΄ τάξης. Ο τρόπος σκέψης του Γιάννη έχει αποδεικτικά, μαθηματική αξία. Σκέφτεται με τη μέθοδο της απαγωγής σε άτοπο. Διατυπώνει τη βάσιμη υπόθεση ότι αν πολλαπλασιάσουμε με διαφορετικούς αριθμούς τους όρους ενός κλάσματος δεν θα προκύψει ισοδύναμο κλάσμα. Διαπιστώνουμε πόση δύναμη έχει η σκέψη των παιδιών που μπορούν να επανεπινοήσουν στην Δ΄ τάξη, αποδεικτικές διαδικασίες που θα διδαχθούν στην ευκλείδεια γεωμετρία στο Γυμνάσιο. Στο 2^{ο} επεισόδιο, το πρόβλημα που έθεσε η δασκάλα, προέκτεινε τις απαιτήσεις του σχολικού βιβλίου. Στο κεφάλαιο «Πώς δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα» του βιβλίου Δ΄ τάξης, δεν υπήρχε καμία αναφορά στη σχέση των όρων των ισοδύναμων κλασμάτων και στο μηχανισμό παραγωγής σειρών ισοδύναμων κλασμάτων. Με δική της πρωτοβουλία, η δασκάλα, ενθάρρυνε τα παιδιά να διερευνήσουν θέματα της ύλης της Ε΄ τάξης.

Διαπιστώθηκε η διεύρυνση, μέσα από το διαθεματικό project, στο περιεχόμενο και στις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών, σε σχέση με το παλιό σχολικό βιβλίο και το Πρόγραμμα Σπουδών. Η μαθηματική μάθηση εμπλουτίστηκε και η μαθηματική ενασχόληση των παιδιών προεκτάθηκε. Με βάση τα διδακτικά επεισόδια και τα αποσπάσματα που παρουσιάστηκαν για την 3η Μ.Π., η δασκάλα επιχείρησε να ενισχύσει την κριτική σκέψη των μαθητών, τη μάθηση δεξιοτήτων, όπως είναι ο σχεδιασμός, η οργάνωση και η μεθοδικότητα, ενσωμάτωσε στη διδασκαλία της χειραπτικό υλικό και βιωματικές δραστηριότητες για να επιτευχθεί κατανόηση μαθηματικών εννοιών, διεύρυνε το μαθηματικό περιεχόμενο πέρα από τη διδακτέα ύλη, το οποίο φάνηκε να γίνεται κατανοητό από τα παιδιά και εφάρμοσε διαθεματικές συνδέσεις που έγιναν αντιληπτές και από τους μαθητές.

7.1.3. 4^{η} Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Στο πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης, τα παιδιά διερευνώντας ανοιχτά προβλήματα, ενεπλάκησαν σε μαθηματικές διαδικασίες και έννοιες που ξεπερνούσαν την ύλη της τάξης τους.

Στην 5η ερώτηση του αρχικού ερωτηματολογίου, ζητήθηκε από τη δασκάλα να διαλέξει από μια λίστα 42 λέξεων, τις λέξεις που κατά τη γνώμη της περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Επετεύχθη ένα σύντομο ψυχογράφημα για τις πεποιθήσεις της δασκάλας για τα μαθηματικά. Οι λέξεις στις πάνω στήλες εμπεριείχαν τη φιλοσοφία της παραδοσιακής αντίληψης και στις κάτω στήλες, τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη για τα μαθηματικά. Η δασκάλα υπογράμμισε λέξεις και από τις πάνω στήλες (τις 8 λέξεις από τις 24 που υπήρχαν) και από τις κάτω στήλες (τις 5 από τις 18). Συγκεκριμένα από τις πάνω στήλες επέλεξε τις λέξεις: Κανόνες, σύμβολα, θεωρία, λογική, συναρπαστικά, ταχύτητα & ακρίβεια, σωστές απαντήσεις. Από τις κάτω υπογράμμισε τις λέξεις: απόδειξη, εξήγηση, εκτέλεση πράξεων, συνεργασία, λύση προβλημάτων. Οι 8 στις 13 λέξεις που υπογράμμισε ήταν από τις πάνω στήλες. Η απάντηση της δασκάλας (π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1), έδειξε ότι οι πεποιθήσεις της για τα μαθηματικά, ήταν περισσότερο σύμφωνες με την παραδοσιακή αντίληψη.

Δασκάλα: Αναφέρει ότι 1 στα 4 θύματα τροχαίων, ποσοστό 25% είναι πεζός. Το 1 στα 4 μπορούμε να το γράψουμε και 1:4 ή και με κλάσμα 1/4. Αυτή τη σχέση 1:4 πώς τη λέμε στα μαθηματικά; ...Δεν το έχουμε μάθει γιατί είναι στην ύλη της Έκτης. Μια τέτοια σχέση που συγκρίνουμε ένα πλήθος ή μέγεθος με ένα άλλο, λέγεται «λόγος».

Δασκάλα: 10 στους 100 Έλληνες θα χάσουν τη ζωή τους από τροχαίο 40 χρόνια πριν. Την άλλη φορά να μου πείτε στα 10.000.000 σε όλους τους Έλληνες, πόσοι θα χάσουν πρόωρα τη ζωή τους;

Ερευνητής: Το ισόπλευρο είναι και ισοσκελές; (Σιωπή, αμηχανία. Δίνω περαιτέρω εξηγήσεις).
Έλσα: Ναι! (Ο ερευνητής ρωτά αν κάθε ισοσκελές είναι κι ισόπλευρο. Όλοι απαντούν αρνητικά).
Ερευνητής: Είναι όπως τα ορθογώνια και τα τετράγωνα. Όλα τα τετράγωνα είναι και ορθογώνια. Όλα τα ορθογώνια είναι και τετράγωνα; (Όλοι μαζί απαντούν αρνητικά).
(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.23)&(4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.32)&(4ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./β.33)

Η δασκάλα με αφορμή στοιχεία του κειμένου, επεκτείνεται σε μαθηματικά θέματα εκτός διδακτέας ύλης της τάξης της. Κατασκευάζει και ένα δικό της πρόβλημα πάνω στα ισοδύναμα κλάσματα. Ο ερευνητής και αυτός διευρύνοντας τη διδακτέα ύλη, με αφορμή σχήματα πινακίδων σήμανσης, ενθαρρύνει συζήτηση κατά την οποία διερευνώνται γεωμετρικές σχέσεις εγκλεισμού.

(Η δασκάλα χώρισε τα παιδιά σε ζευγάρια και μοίρασε σε κάθε θρανίο από 6 καλαμάκια. Έπειτα ζήτησε να κατασκευάσουν στο θρανίο ενώνοντας τα καλαμάκια ένα ισόπλευρο τρίγωνο όπως οι πινακίδες κινδύνου, κανονικό οκτάγωνο όπως το σήμα STOP κι ισοσκελές τρίγωνο…).
Ερευνητής: Τι λέτε; Μπορείτε πάντα να φτιάξετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με οποιουδήποτε μήκους καλαμάκια κι αν σας δώσω;… Ας ξαναδούμε τι βρήκαμε. Όταν το άθροισμα των δύο ίσων πλευρών είναι μεγαλύτερο από την άλλη πλευρά, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο. Όταν το άθροισμα…είναι μικρότερο ή ίσο με την άλλη πλευρά, τότε δεν μπορούμε...
(4ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.36&53)

Η δασκάλα οργάνωσε συγκεκριμένες δραστηριότητες κατασκευής προμηθεύοντας τους μαθητές της με χειραπτικό υλικό (πλαστικά καλαμάκια) για να κατασκευάσουν γεωμετρικά σχήματα πινακίδων σήμανσης. Ακολούθησε η διερεύνηση σύνθετων γεωμετρικών φαινομένων (εκτός διδακτέας ύλης) όπως ο υπολογισμός περιμέτρου κανονικού οκταγώνου, ισόπλευρου τριγώνου και η διερεύνηση της αναγκαίας συνθήκης κατασκευής ενός ισοσκελούς τριγώνου.

Ερευνητής: Η πινακίδα υποχρεωτικής παραχώρησης προτεραιότητας που μοιάζει με ανάποδο τρίγωνο, είναι τρίγωνο; (Μόνο η Κατερίνα λέει ότι δεν είναι κι ο ερευνητής ρωτά γιατί δεν είναι).
Κατερίνα: Γιατί έχουμε συνηθίσει να βλέπουμε τη μυτούλα του τριγώνου προς τα πάνω.
Ερευνητής: Αν θέλουμε όμως να δώσουμε τον ορισμό του τριγώνου θα πούμε για μυτούλα πάνω;
Έλσα: Όχι, θα πούμε μόνο ότι είναι ένα σχήμα, μια τεθλασμένη γραμμή που σχηματίζει 3 γωνίες.
(4ηΜ.Π./Ε/2ηΕ.Ζ./β.39)

Με ερωτήσεις προσπαθώ να διερευνήσω τι σημαίνει «τρίγωνο» και να δοθεί το έναυσμα για συζήτηση. Διερευνώνται μέσα απ’ τις απαντήσεις της Κατερίνας παρερμηνείες στα γεωμετρικά σχήματα, στερεοτυπίες - πρωτοτυπικά φαινόμενα και έλλειψη κατανόησης.

Δασκάλα: Με ποιο μέγεθος μετράμε πόσο γρήγορα πάει κάτι; (Ο Φώτης λέει: «με την ταχύτητα»). Την ταχύτητα με τι μονάδες τη μετράμε; Το μήκος με μέτρα, το βάρος με κιλά, την ταχύτητα; ...
Κλεάνθης: Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα αν πούμε «ταχύτητα=απόσταση:χρόνος». Τώρα ξέρουμε ότι το αμάξι και στη 2η περίπτωση έχει ίδια ταχύτητα, ξέρουμε ότι ο χρόνος είναι 10 ώρες, άρα μπορούμε να βρούμε την απόσταση «απόσταση=ταχύτητα•χρόνος».
(Αργότερα η δασκάλα εξήγησε την έννοια της «μέσης» ταχύτητας).
(4ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./β.48&101)

Προτάθηκε η ιδέα να γράψουν τα παιδιά ένα δικό τους παραμύθι, με δύο παιδιά, τον Προσεκτικούλη και τον Ατακτούλη, που το ένα ακολουθεί τους κανόνες κυκλοφοριακής αγωγής και το άλλο όχι, όμως αυτή η ιδέα τελικά δεν υλοποιήθηκε. Μια δεύτερη ιδέα που προτάθηκε κι υλοποιήθηκε ήταν να γράψουν έκθεση με τίτλο: «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου» (βλ. Παράρτημα Δ.4). Μια τρίτη ιδέα ήταν να καλέσουν έναν τροχονόμο να τους μιλήσει, κάτι που είχε ζητήσει εγγράφως στο σχολείο κι η Διεύθυνση Τροχαίας.
(4ηΜ.Π./Ε/3ηΕ.Ζ./β.126)

(Στον υπόλοιπο χρόνο πήγαμε στο Εργαστήριο πληροφορικής όπου τα παιδιά με το πρόγραμμα ζωγραφικής των Windows ζωγράφισαν αυτοκίνητα και πινακίδες σήμανσης).
(4ηΜ.Π./Π/4ηΕ.Ζ./β.95)

Στο 1^{ο} απόσπασμα, έχουμε διαθεματική σύνδεση μαθηματικών και φυσικής και μάλιστα στοιχείων της φυσικής που διδάσκονται στην ύλη της Β΄ Γυμνασίου. Στο 2^{ο} απόσπασμα, στο πλαίσιο του project, γίνονται προτάσεις και σχεδιασμός διαθεματικών δραστηριοτήτων και υλοποιείται σύνδεση της γλωσσικής έκφρασης με την κυκλοφοριακή αγωγή. Στο 3^{ο} επεισόδιο, επετεύχθη διαθεματική σύνδεση επίσης, μεταξύ πληροφορικής, ζωγραφικής και κυκλοφοριακής αγωγής. Πήραμε ψηφιακά, αποθηκευτικά μέσα για να αποθηκεύσουμε τις εργασίες των παιδιών (βλ. Παράρτημα Δ.5).

Ερευνητής: Αν ένας αθλητής τρέχει, την ταχύτητά του πώς τη μετράμε, σε χιλιόμετρα ανά ώρα;
Αποστόλης: Όχι, κύριε, με το χρονόμετρο. (Η δασκάλα λέει ότι με το χρονόμετρο μετράμε το χρόνο και ρωτά σε τι μονάδες. Ο Αποστόλης απαντά ότι τον μετράμε σε δευτερόλεπτα. Η δασκάλα ρωτά σε τι μονάδες μετράμε τις μικρές αποστάσεις στο στίβο κι ο Κλεάνθης απαντά: «σε μέτρα». Η δασκάλα δίνει παράδειγμα αθλητή που διένυσε απόσταση 100μ. σε χρόνο 10 δεύτερα και τα παιδιά υπολογίζουν τη ταχύτητα 100:10=10μέτρα/δευτερόλεπτο).

Δασκάλα: Επειδή αυτό θέλω να το βιώσετε, παρακάλεσα τη γυμνάστρια μια μέρα να κατέβουμε στο προαύλιο να τρέξετε τα 30 μέτρα, να σας χρονομετρήσει και να βρείτε την ταχύτητά σας.
(4ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./β.118&120)

(Τα παιδιά κατέβηκαν στο προαύλιο όπου η γυμνάστρια χρονομέτρησε όσα ήθελαν να τρέξουν στα 28 μ. Όλα θέλησαν να συμμετέχουν. Έπειτα ανεβήκαμε στην τάξη, μαζί με το χαρτί που είχαμε καταγράψει τους χρόνους κι υπολογίσαμε την ταχύτητα κάθε παιδιού σε μέτρα/δευτερόλεπτο).
(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.263)

Απαντώντας σε ερώτηση, τα παιδιά προσεγγίζουν την ταχύτητα αθλητών με μονάδες «μέτρα ανά δευτερόλεπτο». Η δασκάλα τους προτείνει τη βιωματική δράση μέτρησης της ταχύτητάς τους. Στο 2ο επεισόδιο, μετά από πέντε συναντήσεις, η προηγούμενη, σχεδιασμένη δράση υλοποιείται. Μέσα από τη μέτρηση της ταχύτητας των μαθητών στα 28 μ., τα παιδιά διερευνούν τη δική τους ταχύτητα σε μ/δ, προεκτείνοντας το περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου που περιστρέφεται γύρω από ταχύτητες αυτοκινήτων και εμπλουτίζοντας τις διαδικασίες μάθησης με βιωματικές δράσεις.

Πάνος: Υπάρχει κι άλλος ένας τρόπος νομίζω, αλλά εμείς δεν τον έχουμε κάνει.
Ερευνητής: Δεν έχει σημασία. Μην κολλάτε σ' αυτό. Οι επιστήμονες ανακαλύπτουν πράγματα πέρα απ' αυτά που έμαθαν. Κι εσείς να ανακαλύπτετε τρόπους πέρα απ' αυτούς που μάθατε.
(4ηΜ.Π./Ε/3ηΕ.Ζ./β.63)

Ο ερευνητής ενθαρρύνει τα παιδιά να υπερβαίνουν τα όρια των διδαγμένων μαθηματικών γνώσεων.

Δασκάλα: Το πηλίκο 6:2 λέγεται λόγος του ύψους των δύο δέντρων. Στο βιβλίο ΣΤ΄ δημοτικού του χρόνου θα κάνετε τους λόγους. (Στη συνέχεια διαβάσαμε τον ορισμό της έννοιας του λόγου, τον εξηγήσαμε και εμβαθύναμε στα 2 είδη λόγων, τους λόγους μέρος/μέρος και μέρος/όλον... Διαπιστώσαμε ότι τα κορίτσια στην τάξη είναι περισσότερα απ' τα αγόρια όπως συμβαίνει σε όλη τη χώρα όπου οι γυναίκες είναι περισσότερες απ' τους άντρες. Η δασκάλα είπε ότι η τάξη είναι ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα ολόκληρου του πληθυσμού της χώρας. Έπειτα εξήγησε την έννοια του στατιστικού δείγματος. Τέλος μια μαθήτρια διάβασε μια δραστηριότητα στην 1η σελίδα του φυλλαδίου όπου γίνεται σύνδεση της έννοιας των λόγων και της κυκλοφοριακής αγωγής).
(4ηΜ.Π./Π/4ηΕ.Ζ./β.88-89)

Δηλώνεται άμεσα ότι η έννοια του λόγου που θα επεξεργαστούν θα διδαχθεί τυπικά στην επόμενη τάξη. Οι προεκτάσεις γύρω από τον ορισμό της έννοιας του λόγου και τα είδη λόγων (βλ. Van de Walle 2005, σ. 363), γύρω από την ερμηνεία της έννοιας του στατιστικού δείγματος και η διαθεματική σύνδεση μαθηματικών - κυκλοφοριακής αγωγής μέσα από μια δραστηριότητα με λόγους παραβατών και νόμιμων οδηγών, οδήγησαν σε διεύρυνση μαθηματικού περιεχομένου.

Κατ' αρχάς συμφωνήσαμε να τοποθετήσουμε το χάρτη οριζόντια και να τον προσανατολίσουμε σύμφωνα με τα σημεία του ορίζοντα. Έπειτα τα παιδιά έψαξαν στο χαρτί και βρήκαν τη θέση του σχολείου, του σπιτιού τους, τις καθημερινές διαδρομές. Τέλος σύμφωνα με το σενάριο άρχισαν να αναζητούν τα 4 χειρότερα σημεία της πόλης από πλευράς ταχύτητας των οδηγών.
(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.129)

Η διαθεματική δράση του φυλλαδίου που στο τέλος κατέληξε σε μαθηματική δραστηριότητα, εμπλούτισε το περιεχόμενο διδασκαλίας με στοιχεία ανακαλυπτικής μάθησης και περιστράφηκε γύρω από ένα ανοιχτό πρόβλημα κρίσης με πολλές πιθανές απαντήσεις.

(Αρχίσαμε να επεξεργαζόμαστε τον πίνακα με τις περιοχές. Η δασκάλα ρώτησε πόσες σειρές έχει ο πίνακας και πόσες στήλες κι ο Φώτης απάντησε ότι έχει 4 σειρές, μία για κάθε περιοχή και 2 στήλες, από μία για τους παραβάτες και τους νόμιμους. Τέλος τα παιδιά διάβασαν τα στοιχεία για καθεμιά από τις 4 περιοχές... Αργότερα η δασκάλα ρώτησε πώς λέμε την κατάταξη από το μικρότερο στο μεγαλύτερο κι η Έλσα απάντησε «κατά αύξουσα σειρά». Δεν ήξερε κανείς πώς λέμε τη αντίστροφη κατάταξη κι η δασκάλα είπε: «κατά φθίνουσα σειρά». Τέλος η δασκάλα είπε: «Αυτή η δραστηριότητα δεν είναι σαν αυτά που κάνατε στο βιβλίο, είναι πρωτότυπο πρόβλημα»).

(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.136&140&144)

(Στο τέλος του διώρου σε κατ' ιδίαν συζήτηση στο διάλειμμα, η δασκάλα μού είπε ότι… οι δραστηριότητες του φυλλαδίου είναι πολύ πρωτότυπες κι αρέσουν στα παιδιά).

(4ηΜ.Π./Ε/5ηΕ.Ζ./β.169)

Η αποκωδικοποίηση, ανάγνωση ενός πίνακα δεδομένων διπλής εισόδου κι η ορολογία των τρόπων κατάταξης υπερβαίνουν το πρόγραμμα σπουδών της Ε΄ τάξης. Η ίδια η δασκάλα δηλώνει ότι οι δραστηριότητες του φυλλαδίου είναι πρωτότυπες και ξεφεύγουν από το περιεχόμενο του βιβλίου. Στο 2ο επεισόδιο, επίσης η δασκάλα διαπιστώνει τη διεύρυνση περιεχομένου και την πρωτοτυπία των μαθηματικών δραστηριοτήτων, επιβεβαιώνοντας τις ενδείξεις από την παρατήρηση.

Δασκάλα: Στην Περιοχή 4 σε 1 ώρα πέρασαν 4 οδηγοί κι ήταν όλοι παραβάτες, ποσοστό 100%.
Φώτης: Ναι, αλλά γίνεται σε μια ώρα να περάσουν μόνο 4 αυτοκίνητα; Δεν είναι λίγα;
Δασκάλα: Έχεις δίκιο σ' αυτό και πρέπει να το λάβουμε υπόψη στο 2ο ερώτημα «τι οφείλει να αναφέρει η αστυνομία». Αξίζει το κόστος να ξοδέψουμε χρήματα για να βάλουμε φανάρι στην Π4;
Φώτης: Όχι, γιατί στην Π2 περνούν συνολικά 42+20=62 αυτοκίνητα.
Ερευνητής: Είναι ένα δίλημμα αυτό. Αξίζει τον κόπο να χαλαλίσουμε το μοναδικό φανάρι για την Π4 που περνάνε μόνο 4 αυτοκίνητα ή είναι προτιμότερο να το βάλουμε στην Π2 όπου περνάνε 62. Εσείς τι θα αποφασίζατε ως δημοτικό συμβούλιο; Δεν βοηθούν μόνο ξεκομμένα τα νούμερα, πρέπει και με κριτική σκέψη να τα ερμηνεύουμε, να συνδυάζουμε δεδομένα και να αποφασίζουμε.

(4ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./β.160)

Τα παιδιά στα σχολικά μαθηματικά εμπλέκονται σε προβλήματα που επιδέχονται μόνο μία σωστή λύση, ένας λόγος είναι για να μπορεί να αξιολογείται εύκολα η ικανότητα επίλυσης. Στην περίπτωσή μας έχουμε εμπλουτισμό των παραδοσιακών προβλημάτων με ανοικτά προβλήματα πολλών πιθανών απαντήσεων. Η σύγκριση των δυνατών επιλογών, καλλιεργεί την κριτική σκέψη.

Ερευνητής: Τι θα μπορούσαμε να βρούμε αντί για τους λόγους μέρος/μέρος, παραβάτες/νόμιμους;
Ιάσονας: Θα μπορούσαμε να βρούμε τους λόγους μέρος/όλο παραβάτες προς όλους τους οδηγούς.
Ερευνητής: Αυτό είναι πιο σωστό στη σύγκριση…, γιατί τα κλάσματα είναι πάντα λόγοι μέρος/όλο.

(4ηΜ.Π./Ε/5ηΕ.Ζ./β.165)

Δασκάλα: Το όριο ταχύτητας στο σημείο της πινακίδας είναι 80 χλμ/ω. Αυτό τι σημαίνει;
Ιάσονας: Αυτοί που τρέχουν πάνω από 80 είναι παραβάτες, ενώ μέχρι και 80 είναι νόμιμοι.
Ερευνητής: Το μέχρι και 80 «μαθηματικά» το γράφουμε μικρότερο ή ίσο (γράφει: «≤80»).

Δασκάλα: Οπότε θα το ξέρετε όταν πάτε στο γυμνάσιο.

(4ηΜ.Π./Ε/9ηΕ.Ζ./β.206)

Κάνοντας συσχετισμούς ανάμεσα στα είδη λόγων, μαθητής και ερευνητής μέσα από το διάλογο, προχωρούμε βαθύτερα και διερευνούμε θέματα ανώτερου μαθηματικού επιπέδου. Στο 2ο επεισόδιο, επίσης με πρωτοβουλία του ερευνητή, διερευνάται ένας συμβολισμός που δεν περιέχεται στην ύλη.

(Επίσκεψη στην 6η συνάντηση στο σχολείο, αξιωματικού της τροχαίας που έδειξε στο αμφιθέατρο διαφάνειες στα παιδιά, συζήτησε μαζί τους κι αυτά του έκαναν ερωτήσεις. Στην 11η συνάντηση τα παιδιά με τη δασκάλα πήγαν στο πάρκο Κυκλοφοριακής Αγωγής στο Κεφαλόβρυσο. Τους βοήθησαν αστυνομικοί κι ο Υπεύθυνος Αγωγής Υγείας της Δ/νσης Π.Ε.).

(4ηΜ.Π./Π/6ηΕ.Ζ./β.170) & (4ηΜ.Π./Π/11ηΕ.Ζ./β.249)

Στην 6η και στην 11η συνάντηση, τα παιδιά συνεργάστηκαν με ειδικούς σε θέματα κυκλοφοριακής αγωγής και μέσα από αυτές τις δράσεις, επετεύχθη το «άνοιγμα» του σχολείου στην κοινωνία.

Δασκάλα: Γιατί δείχνει το ποσοστό για τους νόμιμους και όχι για τους παραβάτες;
Πάνος: Για να βλέπουν οι οδηγοί το μεγαλύτερο ποσοστό των νόμιμων οδηγών.
Δημήτρης: Για καλό παράδειγμα. Αν έβαζαν τους παραβάτες θα έδιναν κακό παράδειγμα.

(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.177)

Αυτό το ανοικτό ερώτημα κρίσης, δίνει στα παιδιά το μήνυμα ότι οι αριθμοί δεν είναι ουδέτεροι ως προς τη σημασία τους, αλλά έχει σημασία σημειολογικά κάθε φορά, η επιλογή των στατιστικών στοιχείων που προβάλλουμε.

Δασκάλα: Μπορούμε ένα λόγο μέρους/μέρους να τον γράψουμε κατευθείαν με ποσοστό;
Κλεάνθης: Όχι! Μόνο ο λόγος μέρος/όλο γίνεται ποσοστό. Το 100 στο ποσοστό δείχνει το όλο.
Έλσα: Το ποσοστό είναι κι αυτό ένας λόγος μέρος/όλο με παρανομαστή το 100.

(4ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./β.180)

Δασκάλα: Εδώ τυχαίνει όλα τα αμάξια να είναι 100 οπότε ο λόγος αυτών που δεν υπερβαίνουν είναι 58:100 και συμπίπτει με το ποσοστό 58%. Τα ποσοστά δείχνουν τι θα συνέβαινε αν το όλο, το σύνολο ήταν 100, αλλά συνήθως δεν είναι 100, εδώ όμως τυχαίνει το πραγματικό σύνολο να είναι 100. (Ο Κλεάνθης σχολιάζει πως αυτό γίνεται πολύ σπάνια).

(4ηΜ.Π./Δ/10ηΕ.Ζ./β.236)

Στα δύο αποσπάσματα, η δασκάλα και τα παιδιά διερευνούν θέματα με λόγους και ποσοστά που ξεπερνούν τη διδακτέα ύλη της Ε΄ τάξης.

Ταξιάρχης: Άρα κι ο αριθμητής το 2 θα μεγαλώσει κι αυτός 33,3 φορές και θα έχουμε 66,6.
Δασκάλα: Ωραία! Μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε και να πούμε 67.

(4ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./β.212)

Ιάσονας: Να τα κάνουμε ποσοστά και μετά να τα συγκρίνουμε… 2/6=;/100…100:6=…
Δασκάλα: 16,66 ένας περιοδικός δεκαδικός αριθμός όπως είπαμε άλλη φορά.
Ταξιάρχης: Περίπου 17.

(4ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./β.218)

Η δασκάλα παρακινεί τα παιδιά να χρησιμοποιούν στρογγυλοποιήσεις, η χρήση των οποίων στο παλιό βιβλίο των μαθηματικών δεν ήταν διαδεδομένη. Στο επεισόδιο β.218, επίσης τα παιδιά διερευνούν θέματα εκτός της ύλης της Ε΄ τάξης. Μετατρέπουν κλάσματα σε ποσοστά για να τα συγκρίνουν. Η δασκάλα αναφέρει τους περιοδικούς δεκαδικούς και ο Ταξιάρχης αυθόρμητα κάνει στρογγυλοποίηση, όπως έκανε στο προηγούμενο επεισόδιο η δασκάλα.

Δασκάλα: Γιατί ο λόγος των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο είναι 1:4; Για να πάμε στον πίσω πίνακα σ.7 να δούμε. (Τα παιδιά συνειδητοποιούν ότι η πρωτογενής πηγή δεδομένων είναι ο αρχικός πίνακας στη σ. 7 και ότι από την επεξεργασία των στοιχείων του με τους δύο διαφορετικούς τρόπους προέκυψαν οι δύο πίνακες της σ. 8).
Ελένη: Στο δεκάλεπτο 6.00-6.10, τα 3 υπερβαίνουν και το 1 δεν υπερβαίνει το όριο. Λόγος 1:4.
(4ηΜ.Π./Π/10ηΕ.Ζ./β.224)

Αναδεικνύεται έμμεσα η αξία της πρωτογενούς πηγής δεδομένων. Τα παιδιά κατανοούν ότι οι 2 διαφορετικοί πίνακες στη σ. 8 είναι 2 διαφορετικοί τρόποι ερμηνείας του ίδιου πίνακα στη σ. 7 του φυλλαδίου. Εξοικειώνονται με τις επιστημονικές μεθόδους και κατανοούν ότι τις επιστημονικές «αλήθειες» πρέπει κανείς να τις αναζητά στα πρωτογενή δεδομένα κι όχι στα δευτερεύοντα.

Ερευνητής: Να απαντήσουμε στην ερώτηση 7α που είναι ερώτηση κρίσης κι είναι πιο σημαντική ερώτηση από την 7β, στην οποία απαντώντας πριν κυρίως κάναμε προσθέσεις.
(4ηΜ.Π./Π/10ηΕ.Ζ./β.247)

Στο σχολικό βιβλίο υπήρχαν ερωτήσεις και προβλήματα που απαιτούσαν κυρίως πράξεις. Στις μαθηματικές δραστηριότητες του φυλλαδίου εμπεριέχονταν κι ερωτήσεις κρίσης όπου τα παιδιά καλούνταν να συγκρίνουν δύο τρόπους επεξεργασίας δεδομένων και να επιλέξουν τον καλύτερο.

Δασκάλα: Πάμε στην άσκηση 2, διατυπώστε με λόγια μια κατάσταση για το λόγο μέρους/μέρους 1 προς 3. Κάθε ομάδα γράφει όποιο παράδειγμα θέλει. Φτάνει το 1 με τα 3 να έχουν μια σχέση, να μπορούν τα μέρη να γίνουν σύνολο, όχι π.χ. 1 δάσκαλος 3 τριαντάφυλλα.
(4ηΜ.Π./Π/12ηΕ.Ζ./β.259)

Εδώ παρατηρείται λεκτική πλαισίωση προκειμένου να νοηματοδοτηθεί μια αφηρημένη μαθηματική σχέση. Σύγχρονη μαθηματική δραστηριότητα που εξέλειπε από τα παλιά βιβλία μαθηματικών. Επίσης τα παιδιά ασκούνται στη διατύπωση σχέσεων εγκλεισμού αφού πρέπει να εκφράσουν 2 ομάδες (μέρη) που από τη σύνθεσή τους να προκύπτει λογικά ένα όλο.

Τα παιδιά στο ερωτηματολόγιο (12ηΕ.Ζ./Ερ/γιο) δηλώνουν ότι ασχολήθηκαν στο διαθεματικό πλαίσιο με πολλά γνωστικά αντικείμενα και μέσα από τις απαντήσεις τους επιβεβαιώνεται η διαθεματική διάσταση του project «Κυκλοφοριακή αγωγή». Στην 3η ερώτηση: «Σε τι διέφερε από τ' άλλα μαθήματα», δόθηκαν οι απαντήσεις: «Διέφερε γιατί: κάναμε πολλά μαθήματα μαζί, μάθαμε πολλά στα μαθηματικά, ήταν ανάμεικτα μαθήματα, δεν κάναμε 1 μάθημα αλλά 6, ήταν πιο ευχάριστος ο συνδυασμός μαθημάτων». Στην 4η ερώτηση οι περισσότεροι υπογράμμισαν τα μαθήματα: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Γεωγραφία, Φυσική, Τεχνικά.

Δασκάλα: Για να ανοίξουμε το βιβλίο τώρα στην παράγραφο «σκεπτόμαστε».
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.16)

Μετά την Ε.Ζ., το μεγαλύτερο μέρος της διδασκαλίας έγινε με τα βιβλία κλειστά και μόνο προς το τέλος η δασκάλα ζήτησε να τα ανοίξουν. Δεν αρκέστηκε η δασκάλα μόνο στο περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου, αλλά διεύρυνε το προς διδασκαλία περιεχόμενο.

Δασκάλα: Βλέπετε τι δύσκολο που είναι γλωσσικά να διατυπώσουμε έναν ορισμό μιας έννοιας; Ας πούμε για τον Ταξιάρχη, μπορούμε να πούμε ότι είναι ξανθός, έχει καστανά μάτια, έχει ύψος 1,50 μ., αλλά δεν φτάνουν αυτά για να ορίσουμε ακριβώς τον Ταξιάρχη, γιατί μπορεί να βρούμε κι άλλα παιδιά με τα ίδια χαρακτηριστικά. Έτσι κι εδώ, αν πούμε ότι ομόκεντροι είναι οι κύκλοι που ο ένας είναι μέσα στον άλλο, δεν αρκεί, πρέπει να πούμε ότι θα έχουν το ίδιο κέντρο.
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.24)

Η δασκάλα προχωρά σε επιστημολογικές αναλύσεις της διαδικασίας ενός μαθηματικού ορισμού, οδηγώντας τους μαθητές σε βαθύτερα μονοπάτια μαθηματικού στοχασμού απ’ όσο συνηθίζεται παραδοσιακά στο δημοτικό σχολείο.

(Στα τελευταία λεπτά, η δασκάλα είπε στα παιδιά να κατεβούν στο προαύλιο. Εκεί τους ζήτησε να σχηματίσουν αλυσίδες, πιασμένα χέρι - χέρι ή από τον ώμο και να σχηματίσουν έναν κύκλο με ένα παιδί στο κέντρο, μία χορδή, μία διάμετρο, βλ. φωτογραφίες Παράρτημα Δ.9).
(4ηΜ.Π./Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.28)

Διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα εμπλουτίζει το μάθημά της με βιωματικές δραστηριότητες, όπως παντομίμα και αναπαράσταση γεωμετρικών σχεδίων με ανθρώπινα σώματα. Στο μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. και τη διαθεματική μας προσέγγιση, έλειπαν τελείως οι βιωματικές δραστηριότητες από τη διδακτική μεθοδολογία της δασκάλας.

Δασκάλα: Ποιος θα έρθει να μετρήσει εδώ σε διάφορους κύκλους το γύρω - γύρω; Ξεκινάμε από το 0, αλλά η μεζούρα να είναι τεντωμένη. (Ο Φώτης μετράει το στεφάνι από το καλάθι των αχρήστων. Βρίσκει μήκος κύκλου 80 εκ. και το γράφουμε στον πίνακα Κ=80 εκ. Ο Πάνος και η Έλσα σηκώνονται μετρούν τη διάμετρο και βρίσκουν ότι είναι δ=25,5 εκ.).
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.30)

Οι μαθητές εμπλέκονται βιωματικά σε μετρήσεις περιμέτρων και διαμέτρων διαφόρων κύκλων.

Δασκάλα: Τώρα επειδή δεν έχουμε πολύ χρόνο κάντε το και με το κομπιουτεράκι.
(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.32)

Η δασκάλα δέχεται τη χρήση αριθμομηχανής προς διευκόλυνση των παιδιών στις διαιρέσεις. Για δασκάλους συντηρητικά σκεπτόμενους η χρήση αριθμομηχανής αποτελούσε ακόμη «ταμπού» στα ελληνικά σχολεία, τον καιρό που έγινε η έρευνα, πριν την εισαγωγή των νέων βιβλίων.

Δασκάλα: Κάντε το και στο σπίτι. Πάρτε ένα πιάτο, μετρήστε το μήκος του κύκλου και τη διάμετρό του και διαιρέστε τα, να δείτε αν θα βρείτε περίπου 3,14.

(4ηΜ.Π./Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.43)

Η δασκάλα, γνωρίζοντας ότι μόνο 3 ως 4 ζευγάρια παιδιών ενεπλάκησαν βιωματικά στις μετρήσεις κύκλων στην τάξη και υπάρχει πιθανότητα κάποια παιδιά να έχουν ακόμα αμφιβολίες, ανέθεσε ως κατ' οίκον εργασία για κάθε παιδί, τη μέτρηση της περιμέτρου και της διαμέτρου ενός πιάτου και μέσω της διαίρεσής τους την ανακάλυψη του αριθμού «π».

Μέσα από το διαθεματικό project, διαπιστώθηκε η διεύρυνση στο περιεχόμενο και στις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών, η οποία συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. Με βάση τα επεισόδια της 4ης Μ.Π., η δασκάλα κατασκεύασε προβλήματα με αφορμή στοιχεία του αρχικού κειμένου, οργάνωσε δραστηριότητες κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων με καλαμάκια, εμπλούτισε τη διδασκαλία με ανακαλυπτική εξερεύνηση στο χάρτη και βιωματικές δράσεις π.χ. μέτρηση της ταχύτητας των μαθητών, επίσκεψη τροχονόμου και επίσκεψη στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής, εφάρμοσε διαθεματικές συνδέσεις μεταξύ μαθηματικών, φυσικής, γλωσσικής έκφρασης, πληροφορικής, ζωγραφικής και κυκλοφοριακής αγωγής και διεύρυνε το μαθηματικό περιεχόμενο, διερευνώντας με τα παιδιά, θέματα με λόγους και ποσοστά που ξεπερνούν τη διδακτέα ύλη της Ε΄ τάξης.

7.2. ΕΜΦΑΣΗ ΣΤΗ «ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗ» ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

7.2.1. 2η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Π.Μ.

Στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., η δασκάλα έδωσε πρόβλημα με επίκαιρο χριστουγεννιάτικο θέμα.

(Η νέα ενότητα προς διδασκαλία είχε τίτλο «Πώς αφαιρούμε άθροισμα από αριθμό». Η δασκάλα έδωσε δικό της πρόβλημα: «Στο ταμείο της τάξης συγκεντρώσαμε 150 €. Από αυτά δώσαμε τα Χριστούγεννα, 20 € σε στολίδια για έλατο και 50 € στην καθαρίστρια. Πόσα χρήματα έμειναν;»).

(2ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.1)

Διακρίνεται η επιθυμία της δασκάλας να επιλέγει προβλήματα με θέματα από την καθημερινή ζωή.

Αναφερόμενη η δασκάλα σε μαθησιακά οφέλη από την εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων, απάντησε: «Μας βοηθά να κατανοήσουμε καλύτερα την πληθώρα των τεχνικών πληροφοριών και ζητημάτων που μας κατακλύζουν από όλα τα μέσα μαζικής ενημέρωσης και τα οποία επηρεάζουν άμεσα πολιτικά, κοινωνικά ή προσωπικά ζητήματα», (Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1/α.6η). Βλέπουμε ότι η δασκάλα θεωρεί την ενασχόληση με την επικαιρότητα προς όφελος της μαθησιακής διαδικασίας.

Δασκάλα: Αύξηση κατά 105% των ατυχημάτων στην Ελλάδα, με αντίστοιχη μείωση κατά 32% στις χώρες της Ε.Ε. Ενώ στην Ελλάδα τα ατυχήματα διπλασιάστηκαν, στις υπόλοιπες χώρες της Ε.Ε. μειώθηκαν σημαντικά. Τέτοια συμπεράσματα μας κάνουν περήφανους για τη χώρα μας;…

(2ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.8)

Από τα μαθηματικά περνούμε σε επίκαιρα θέματα κοινωνικού προβληματισμού. Αναδεικνύεται η αξία των μαθηματικών για την καθημερινή ζωή, κάτι που δεν επετεύχθη στο μάθημα πριν την Ε.Ζ.

Δασκάλα: 2500 το χρόνο σκοτώνονται από τροχαία. Ακούσατε τι έγινε στη Ν. Υόρκη με τους δίδυμους πύργους. Εκεί σκοτώθηκαν 6000, στην Ελλάδα σε πόσα χρόνια σκοτώνονται 6000;
(2ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./στ.6)

Η δασκάλα κατασκεύασε ένα μαθηματικό πρόβλημα χρησιμοποιώντας τα στατιστικά στοιχεία του κειμένου και πρόσφατα δεδομένα από την επίκαιρη ειδησεογραφία.

Αγγελική: Όπως στο πέταλο του Μαλιακού, στο Ασπρονέρι κυρία, που σκοτώθηκαν τα παιδιά.
Αλεξάνδρα: Και στα Τέμπη έγινε το ίδιο.
Αγγελική: Τώρα άρχισαν να φτιάχνουν το δρόμο…
Αλεξάνδρα: Άκουσα στην τηλεόραση πως θα τελειώσει το 2008.
(2ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.7)

Τα παιδιά, καλά ενημερωμένα στα θέματα καθημερινής επικαιρότητας, κάνουν αυθόρμητα τοπικές αναφορές. Αναδύεται η ανάγκη σύνδεσης του μαθησιακού πλαισίου με την καθημερινή ζωή.

Ερευνητής: Ένας κανόνας λέει: «Διάσχισε κάθετα το δρόμο». Γιατί λέει κάθετα κι όχι διαγώνια;
(2ηΜ.Π./Π/2ηΕ.Ζ./η.10)

Αναδύθηκε ένα γεωμετρικό πρόβλημα με αφετηρία μια πραγματική δραστηριότητα καθημερινής ζωής. Η γεωμετρία γεννήθηκε από τους αρχαίους Αιγυπτίους, Βαβυλωνίους, Ινδούς, Κινέζους και Έλληνες (Εξαρχάκος 1997, 1999) μέσα από προσπάθεια επίλυσης καθημερινών προβλημάτων. Η ανάγκη βελτίωσης της ποιότητας ζωής είναι αυτή που κινητοποιεί στη λύση προβλημάτων και στην παραγωγή πολιτισμού. Ακολούθως δόθηκε πρόβλημα με πλαίσιο μια γνωστή διαδρομή στα παιδιά.

Ερευνητής: Λέμε π.χ. ότι δύο αυτοκίνητα έκαναν τη διαδρομή Καρπενήσι-Αθήνα, απόσταση 300 χλμ., το 1ο σε 3 ώρες και το 2ο σε 5 ώρες. Πόση ταχύτητα κατά Μ.Ο. είχε το κάθε αυτοκίνητο; …
Αλεξάνδρα: Το 2ο έκανε τα 300 χλμ. σε 5 ώρες. Είχε ταχύτητα 300:5=60 χλμ/ώρα.
Ερευνητής: Στους αγώνες στίβου τα 100 μ. σε τι τα μετράνε; …(Σιωπή…αμηχανία).
Δασκάλα: Σε μικρές αποστάσεις χρησιμοποιούμε ως μονάδες ταχύτητας μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Θέλετε μια μέρα στο προαύλιο να μετρήσει ο γυμναστής την ταχύτητά μας στα 60 μ.;
(2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.23)

Αφού μελέτησαν την έννοια της ταχύτητας, με μονάδα «χιλιόμετρα/ώρα», σε προβλήματα με αυτοκίνητα και μεγάλες διαδρομές - όχι και τόσο οικείο πλαίσιο για τα παιδιά - συνεχίζουν να διερευνούν τη δική τους ταχύτητα με μονάδα «μέτρα/δευτερόλεπτο» (ρεαλιστική προσέγγιση). Η δασκάλα πρότεινε τη βιωματική δράση μέτρησης της ταχύτητας των παιδιών στο προαύλιο. Την επόμενη φορά η βιωματική δράση πραγματοποιήθηκε και τα παιδιά με τα δεδομένα που συνέλεξαν στο προαύλιο, υπολόγισαν υποδειγματικά τις ταχύτητες του Δημήτρη και της Αγγελικής.

Δασκάλα: Έχουμε για το Δημήτρη, γνωστά στοιχεία Απόσταση=60 μ. και Χρόνος=12 δεύτερα…

Αλεξάνδρα: Είναι 60:12=5…μέτρα ανά δευτερόλεπτο…
Αγγελική: Τη δικιά μου ταχύτητα κυρία, δε θα τη βρούμε;
Δασκάλα: Επειδή δε βγαίνει ακέραιο αποτέλεσμα, είπαμε να μην ασχοληθούμε… Έχει… ένα κομπιουτεράκι. Θέλεις να το χρησιμοποιήσεις; (Η Αγγελική βρήκε 4,6153).

(2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.26)

Υπολογίζοντας την ταχύτητα της Αγγελικής, σε ένα «πραγματικό» κι όχι «στημένο» πρόβλημα (όπως αυτά του βιβλίου), προέκυψε η ανάγκη διαίρεσης με δεκαδικό πηλίκο, που δεν είχε διδαχτεί.

Ερευνητής: Για παράδειγμα, μας λέει στο κείμενο ότι η αύξηση του αριθμού των αυτοκινήτων, θα οδηγήσει σε αύξηση των τροχαίων ατυχημάτων. Φανταστείτε σε ένα δωμάτιο πετάτε μπαλάκια, πολλά μαζί. Πότε είναι πιο πιθανό να έχουμε πολλές συγκρούσεις, όταν πετάμε 5 ή 50;…
Αγγελική: Όπως στο λούνα-παρκ, στα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια, όταν είναι λίγα στην πίστα δεν τρακάρεις πολύ και δεν έχει πλάκα, ενώ όταν είναι πολλά γίνεται χαμός.

(2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.24)

Τα μοντέλα των παιδιών είναι καλύτερα, γιατί απορρέουν από τη δική τους «πραγματικότητα» κι είναι προσαρμοσμένα σε ενδιαφέροντα κι εμπειρίες της παιδικής ηλικίας. Σε άλλη συνάντηση, από τη μελέτη των σχημάτων πινακίδων σήμανσης αναδύθηκαν ενδιαφέροντα γεωμετρικά προβλήματα.

(Αναδύθηκαν τρία γεωμετρικά προβλήματα. Ο υπολογισμός της περιμέτρου, ισόπλευρου τριγώνου, κανονικού οκταγώνου - σήματος STOP κι η διερεύνηση των συνθηκών κατασκευής τριγώνου).

(2ηΜ.Π./Π/5ηΕ.Ζ./η.21)

Διαπιστώνουμε, πόσο εύκολα μπορούμε να κατασκευάσουμε προβλήματα, αποκωδικοποιώντας τα μαθηματικά δεδομένα που με αξιοθαύμαστο διαθεματικό τρόπο ενυπάρχουν ενσωματωμένα, σε όλες τις καταστάσεις της καθημερινής ζωής (φαινομενολογική διάσταση). Τα φαινόμενα μέσω των οποίων αποκτούν περιεχόμενο οι μαθηματικές έννοιες, πρέπει ν' αποτελούν τη βάση στήριξης μιας μαθησιακής διαδικασίας που στοχεύει στην κατάκτηση αυτών των εννοιών. Η άποψη αυτή αποτελεί κεντρικό άξονα της σύγχρονης ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης (Streefland 2000).

Αγγελική: Είναι ένας χάρτης που δείχνει το Καρπενήσι!...
Νίκος: Να, εδώ είναι ο δρόμος του σχολείου μας!...
Αλεξάνδρα: Σ΄ αυτό το δρόμο, μένω εγώ!

(2ηΜ.Π./Π/8ηΕ.Ζ./η.30)

Τα παιδιά αυθόρμητα άρχισαν να ψάχνουν στο χάρτη. Όταν εμπλουτίζεται η διδασκαλία με ένα οικείο πλαίσιο, η περιέργεια των μαθητών δίνει το έναυσμα για προσωπική έρευνα.

Δασκάλα: Ας υποθέσουμε ότι είστε βοηθοί των τροχονόμων και θέλουμε να συζητήσετε και να μας υποδείξετε τα 4 χειρότερα σημεία της πόλης του Καρπενησίου από πλευράς ταχύτητας των οδηγών, όπου πρέπει να μπουν φανάρια και πινακίδες. Γυρίστε στο χάρτη…

(2ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.64)

Η δασκάλα απευθύνεται στους μαθητές ως να είναι οι βοηθοί των τροχονόμων και οι κύριοι υπεύθυνοι για την έρευνα που θα γίνει για τη βελτίωση της δικής τους πόλης. Με αυτόν τον τρόπο με προσομοίωση ρόλων, η δασκάλα προσαρμόζει τη δραστηριότητα σε ένα οικείο πλαίσιο της καθημερινής ζωής, στο οποίο τα παιδιά έχουν εσωτερικά κίνητρα κι εμπλέκονται συναισθηματικά.

Ερευνητής: Για να δούμε την αναφορά του παρουσιαστή της τηλεόρασης… Το Πέταλο Μαλιακού το ξέρετε όσοι ταξιδεύετε για Αθήνα, είναι από τα πιο επικίνδυνα κομμάτια της Εθνικής Οδού.
Μαρία (διαβάζει): Η αστυνομία ανέφερε πρόσφατα ότι στο Πέταλο του Μαλιακού, δύο αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα για κάθε τρία που είχαν κανονική.

(2ηΜ.Π./Π/10ηΕ.Ζ./η.38)

Η επιλογή της αναφοράς του Πέταλου του Μαλιακού στο φυλλάδιο, έγινε επειδή το τμήμα αυτό του οδικού άξονα της εθνικής οδού ήταν οικείο στα παιδιά. Ακόμη κι όσοι δεν είχαν ταξιδέψει, άκουγαν για αυτό στα τοπικά, τηλεοπτικά κανάλια λόγω της επικινδυνότητάς του. Το ευέλικτο σχήμα των διαθεματικών δραστηριοτήτων επιτρέπει στον εκάστοτε δάσκαλο να λειτουργήσει αυτόνομα, αποκεντρωμένα και να συνθέσει πλαίσια δραστηριοτήτων κατάλληλα προσαρμοσμένα, αφενός στις τοπικές ιδιαιτερότητες και αφετέρου στα ενδιαφέροντα των μαθητών του.

(1 καρβέλι/3 μαργαρίτες… 1 μπάλα ποδοσφαίρου/3 μπάλες μπάσκετ, 1 μήλο/3 πορτοκάλια, κασετίνα με 1 γόμα/3 μολύβια, ντουλάπα με 1 μπλούζα/3 παντελόνια, 1 λύκος/3 γουρουνάκια).

(2ηΜ.Π./Μ/11ηΕ.Ζ./στ.58)

Δόθηκε ένα ανοιχτό πρόβλημα όπου ζητήθηκε από τα παιδιά να κάνει το καθένα τη δική του πλαισίωση στον αφηρημένο λόγο 1:3. Τα παιδιά ανταποκρίθηκαν με ενθουσιασμό. Διαπιστώνουμε τη δημιουργική δύναμη της φαντασίας τους που με μια ρεαλιστική διάσταση νοηματοδότησαν άψυχους αριθμούς μέσα από πλαίσια της καθημερινότητας, ακόμα και μέσα από τον κόσμο των παραμυθιών. Όπως οι Ολλανδοί επιστήμονες διδακτικής των μαθηματικών δίδαξαν αναλογίες μέσα από τα παραμύθια «Γκιούλιβερ» κι «η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων» (Treffers 1987).

Δασκάλα: Ας θυμηθούμε το παράδειγμα εδώ στην τάξη, αγόρια με κορίτσια, 5:9.

(2ηΜ.Π./Δ/12ηΕ.Ζ./β.96)

Η δασκάλα επέλεξε το «ρεαλιστικό» παράδειγμα της σχέσης «αγόρια:κορίτσια» αυτής της τάξης.

(Η νέα ενότητα προς διδασκαλία είχε τίτλο «Αφαίρεση δεκαδικών αριθμών»… Η δασκάλα προτίμησε να δώσει δικό της πρόβλημα: «Είχα στην τσέπη μου 1,5 € κι έδωσα στο κυλικείο 0,75 € για να αγοράσω ένα χυμό. Πόσα € μου έμειναν;»).

(2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.1)

Διαπιστώνουμε μια πάγια, προοδευτική διδακτική συνήθεια της δασκάλας. Στην τελευταία συνάντηση στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., όπως έπραξε και στην 1η συνάντηση στα μαθηματικά, προτίμησε να ξεκινήσει τη νέα ενότητα όχι με το πρόβλημα του βιβλίου, αλλά με ένα δικό της.

Χρησιμοποίησε ένα ενδιαφέρον πλαίσιο προβλήματος, παρμένο μέσα από τις άτυπες μαθηματικές εμπειρίες της καθημερινής ζωής των μαθητών (την αγορά προϊόντων από το σχολικό κυλικείο).

Κατά τη διάρκεια του project καλλιεργήθηκε περισσότερο η ενυπάρχουσα τάση της δασκάλας να συνδέει τα πλαίσια των μαθηματικών προβλημάτων με την καθημερινή ζωή.

7.2.2. 3η Μελέτη Περίπτωσης της Δ΄ τάξης με τη δασκάλα Ε.Σ.

Η δασκάλα με βάση τη διδασκαλία που παρακολούθησα πριν την υλοποίηση της διαθεματικής προσέγγισης, στα μαθηματικά, δεν χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό στη διδασκαλία, ούτε καν σχέδιο. Έδειξε όμως να επιλέγει πλαίσια προβλημάτων μέσα από την καθημερινή ζωή των παιδιών.

> *(Η δασκάλα λέει: «Άλλο πρόβλημα. Το ίδιο κατάστημα ενδυμάτων - ας πούμε ότι είναι αυτό της μαμάς του Μάριου…») και (Η δασκάλα λέει: «Άλλο πρόβλημα. Ο μπαμπάς του Φάνη αγοράζει 25 χειρολαβές…κέρδισε από τη μία;») και (Ο Αντώνης λέει: «Κυρία, έχετε πει ότι τα προβλήματα πρέπει να 'ναι από μας»… Η δασκάλα λέει: «Ναι, μέσα από τη ζωή μας»).*
>
> *(3ηΜ.Π./Δ/π.Ε.Ζ./α.18)*

Η δασκάλα συνδέει τα δεδομένα των προβλημάτων με την καθημερινή ζωή των μαθητών ώστε να τα επικαιροποιεί. Όλοι στη μικρή κοινωνία γνωρίζουν ότι η μαμά του Μάριου έχει κατάστημα ενδυμάτων κι ο μπαμπάς του Φάνη διατηρεί αντιπροσωπεία αυτοκινήτων. Διαπιστώνουμε μια «ρεαλιστική» διάσταση στον τρόπο πλαισίωσης των προβλημάτων από τη δασκάλα. Η επιθυμία της δασκάλας να είναι τα δεδομένα των προβλημάτων μέσα από τη ζωή των μαθητών, στα δύο πρώτα αποσπάσματα φαίνεται έμμεσα, ενώ στο 3ο με τη δήλωση του Αντώνη αναδύεται άμεσα.

Η δασκάλα στο ερωτηματολόγιο αναφέρει ως όφελος του διαθεματικού project για το δάσκαλο και τους διδασκόμενους, ότι μέσω αυτής θα γίνουν αντιληπτά τα μαθηματικά ως μια ανθρώπινη δραστηριότητα που βρίσκεται παντού μες στη ζωή μας και όχι ως κάτι έξω από μας, ως ένα σύνολο κανόνων, όπως λέει η ίδια κατακρίνοντας έμμεσα τον παραδοσιακό φορμαλισμό: «…Μέσα από τη διαθεματικότητα δάσκαλος και διδασκόμενος θα αντιληφθεί όχι μόνο ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι έξω από μας (ένα σύνολο κανόνων), αλλά ότι το ίδιο μας το σώμα, το περιβάλλον και οι νόμοι που διέπουν τη σχέση αυτή βασίζονται σε μια μαθηματική αλληλουχία.», (Δ/π.Ε.Ζ./Ερ/γιο αρ.1).

> *Ερευνητής: Συνταγή για μαρμελάδα κράνι που φτιάξατε. Μαρμελάδα κράνι (Υλικά): 1 πακέτο φρυγανιές, 1 κομπόστα μήλο, 1 ζελέ, 1 κ. ζάχαρη, 1 βανίλια.*
> *Δασκάλα: Τι παρατηρείτε; (Η Νεφέλη σηκώνει χέρι). Για λέγε Νεφέλη!*
> *Νεφέλη: Κατ' αρχήν κανένα από όλα αυτά τα υλικά, δεν είναι μέσα στη μαρμελάδα κράνι. Είναι άσχετα. Ούτε οι φρυγανιές ούτε το ζελέ ούτε η βανίλια…*
> *Δασκάλα: Βλέπετε λοιπόν τη δύναμη της γνώσης; Η γνώση είναι σημαντική. Αν δεν είχαμε κάνει τη μαρμελάδα θα καταλαβαίνατε ότι είναι λάθος;*
> *Ερευνητής: Κι εδώ επειδή είναι κάτι χειροπιαστό το καταλαβαίνουμε. Αν φτιάξουμε τη συνταγή με φρυγανιές θα το καταλάβουμε αν τη δοκιμάσουμε. Στα μαθηματικά που τα θεωρούμε κάτι αφηρημένο έξω από τη ζωή μας, δεν το καταλαβαίνουμε. Νομίζουμε ότι μπορούμε με*

οποιαδήποτε δεδομένα να βρούμε ό,τι αποτέλεσμα θέλουμε. Όμως δεν είναι έτσι, βγάζουμε συγκεκριμένα πράγματα όπως πριν το κέρδος, βγάζουμε ένα αποτέλεσμα που είναι σαν το φαγητό και μπορούμε να δούμε αν είναι σωστό, αν πέτυχε. Για παράδειγμα σε ένα πρόβλημα μάς ζητάει πόσοι μαθητές πήγαν εκδρομή και βρίσκουμε 15,5 μαθητές. Γίνεται αυτό;
Γιάννης: Όχι! Δεν μπορούμε να έχουμε μισό μαθητή.

(3ηΜ.Π./Ε/1ηΕ.Ζ./δ.4)

Η Νεφέλη αμέσως καταλαβαίνει ότι τα υλικά της συνταγής είναι άσχετα με τη μαρμελάδα κράνι. Η δασκάλα το αποδίδει στην αποκτημένη γνώση μέσα από την πράξη, ενώ εγώ στη «χειροπιαστή φύση» της μαρμελάδας. Η θεωρία πλαισιωμένης μάθησης (Lave & Wenger 1991) έχει δύο κύριες αρχές: α) Χρειάζεται η γνώση να παρουσιάζεται σε αυθεντικά πλαίσια μέσα από τη ζωή. Δεν έχει νόημα η αποπλαισιωμένη, αφηρημένη, γενική γνώση. β) Η μάθηση απαιτεί κοινωνική συνεργασία κι αλληλεπίδραση. Συλλαμβάνονται σωστά η νέα γνώση - μάθηση όταν εντοπίζονται σε κοινότητες πρακτικής (Tennant 1997). Μάταια προσπαθώ να απενοχοποιήσω την αφηρημένη υπόσταση των μαθηματικών, να νοηματοδοτήσω ζητούμενα συγκρίνοντας συνταγές - προβλήματα, αφού δεν είναι τα μαθηματικά αφηρημένα, αλλά ο τρόπος που διδάσκονται. Φέρνω ως παράδειγμα εξαγόμενου 15,5 μαθητές για να υπενθυμίσω ότι η αποπλαισίωση οδηγεί σε παράδοξα αποτελέσματα. Ο Πατρώνης (1993, σ. 68) αναρωτιέται: «Πώς μπορεί οι μαθητές να γράφουν τόσο ‘τρελά’ πράγματα; Το ίδιο θα συμπεριφέρονταν σε πραγματικές καταστάσεις που θα αντιμετώπιζαν στη ζωή τους;»

Δασκάλα: Πώς καταλαβαίνουμε την έννοια ενέργεια; Είναι δύσκολη λέξη, αφηρημένη. Μπορούμε να την πιάσουμε, να τη δούμε την ενέργεια; Πώς καταλαβαίνετε τη λέξη ενέργεια;

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.15)

Φαίνεται μέσα από τα λεγόμενα της δασκάλας ότι θεωρεί δύσκολο οτιδήποτε αφηρημένο. Ως αφηρημένο προσδιορίζει κάτι που δεν μπορούμε να αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας. Σύγχρονη αντίληψη που συνάδει με τη ρεαλιστική διάσταση της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Δασκάλα: Επειδή σε 5 λεπτά χτυπάει, προτείνω να κατεβούμε στο κυλικείο να σας μοιράσω τη ζυμαρόπιτα που έχει ήδη ψηθεί. (Η δασκάλα έβγαλε από το φούρνο τη ζυμαρόπιτα και μοίρασε σε κάθε μαθητή από ένα κομμάτι) και (Στη 2η συνάντηση η τάξη είχε φτιάξει λαχανόψωμο).

(3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.18)

Σύνδεση των θεμάτων διατροφής με το βιωματικό-πρακτικό μέρος της διατροφής που αρχίζει από την παρασκευή μιας ζυμαρόπιτας κι ολοκληρώνεται με τη δοκιμή της από τον κάθε μαθητή. Η δασκάλα δε φοβάται να αναλάβει πρωτοβουλίες και να εντάξει στο μάθημά της βιωματικές μορφές μάθησης, γεγονός που φανερώνει μια προοδευτική διδακτική συμπεριφορά. Ένας συντηρητικός δάσκαλος θα φοβόταν να επιχειρήσει την παρασκευή ενός φαγητού στην τάξη για πολλούς λόγους. Η συγκεκριμένη δασκάλα, χωρίς να έχει ιδανική υλικοτεχνική υποδομή, αξιοποίησε την κουζίνα στο κυλικείο και το τραπέζι της αντισφαίρισης, εφαρμόζοντας μια εναλλακτική μορφή μάθησης.

Ερευνητής: Ας δούμε δική μου συνταγή μπακλαβά. Το 'χετε κάνει αυτό, μπακλαβάς: 1 πακέτο φύλλο…είναι εντάξει η συνταγή μου; (Ο Οδυσσέας λέει: «Υπάρχει λάθος, το σιρόπι θέλει ζάχαρη»… Η Γεωργία λέει: «Λείπει και το καρύδι»… Ο Αποστόλης λέει: «Της λείπει λάδι»).

(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.1)

Ερευνητής: Να δούμε κι άλλη μια συνταγή, για χωριάτικη σαλάτα…Τι παρατηρείτε; …
Γιάννης: Το ψωμί είναι απαραίτητο για να φτιάξουμε τη σαλάτα;

(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.6)

Αναδεικνύεται η υπεροχή της βιωματικής - πλαισιωμένης μάθησης. Τα παιδιά εντοπίζουν αμέσως ότι από τη συνταγή μπακλαβά, λείπουν η ζάχαρη από το σιρόπι, το καρύδι και το λάδι. Όταν τους δίνω τη συνταγή, επειδή ήδη την έχουν παρασκευάσει βιωματικά, εύκολα διαπιστώνουν ότι είναι ελλιπής. Ακόμη όμως και να μην την είχαν παρασκευάσει οι μαθητές σε Ελλάδα - Τουρκία που γνωρίζουν τον μπακλαβά, θα μπορούσαν να διαγνώσουν ότι λείπει το καρύδι. Εάν αυτή τη συνταγή τη δίναμε σε μαθητές σχολείου της Ισλανδίας ή Νορβηγίας δεν θα είχε κανένα νόημα για αυτούς αφού δε θα γνώριζαν και δε θα είχαν γευτεί το γλυκό «μπακλαβάς». Επίσης στο 2ο επεισόδιο, ο Γιάννης εντοπίζει με κριτική σκέψη ότι στη συνταγή σαλάτας το ψωμί είναι περιττό, χάρη στην άτυπη γνώση που προέρχεται από τη μαθητεία του στον ελληνικό τρόπο διατροφής. Όπως γράφει ο Smith (2003, σ. 2): «η κοινότητα πρακτικής (community of practice) είναι διαφορετική από την κοινότητα ενδιαφέροντος ή τη γεωγραφική κοινότητα στο ότι εμπεριέχει μια κοινή πρακτική».

Ερευνητής: Ας αφήσουμε τις συνταγές να δούμε ένα πρόβλημα… «Ένας κτηνοτρόφος …Πόσο κέρδισε από κάθε κατσίκι;». (Ο Μάριος λέει: «Θα διαιρέσουμε 750:15». Η δασκάλα λέει: «Πόσο κέρδισε…να βρούμε, τι χρειάζεται; …Ο Γιάννης λέει: «Δεν ξέρουμε πόσα λεφτά πήρε»).

(3ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./στ.3)

Τα παιδιά δεν είχαν συνηθίσει να διερευνούν προβλήματα με ελλιπή στοιχεία. Αν και το πρόβλημα ήταν από το κεφάλαιο «Πώς διαιρούμε διαφορά με αριθμό» που είχαν διδαχτεί πριν τρεις μέρες, τα παιδιά εμπλέκονται στη διαδικασία επίλυσης κι αργούν να εντοπίσουν ότι λείπει η τιμή πώλησης. Αν και τυπικά τη διδάχτηκαν, πώς να αποκτήσει νόημα η έννοια «κέρδος» για τα παιδιά; Αφού η εμπειρία μάς λέει ότι δεν έχουν αγοράσει και πουλήσει ποτέ κάτι.

Αναστασία: Είδαμε διάφορες συνταγές όπως αυτές που είχαμε κάνει παλιά…
Θεόφιλος: Είδαμε και τρία προβλήματα μαθηματικών που έμοιαζαν με τις συνταγές.
Ερευνητής: Για πείτε μου κάτι, πού δυσκολευτήκατε περισσότερο…
Νίκος: Στα προβλήματα δυσκολευτήκαμε. Τις συνταγές τις βρίσκαμε σχεδόν αμέσως.

(3ηΜ.Π./Π/1ηΕ.Ζ./η.3)

Μέσα από ανακεφαλαίωση, αναδύθηκε ο παραλληλισμός μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα. Τέλος ο Νίκος σύγκρινε τις διαδικασίες διερεύνησης συνταγών - προβλημάτων συμπεραίνοντας ότι η τάξη δυσκολεύτηκε στα προβλήματα, ενώ στις συνταγές έβρισκε αμέσως το λάθος. Καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα αν συγκρίνουμε τα αποσπάσματα. Αναδύεται η υπεροχή της πλαισιωμένης μάθησης που ισχύει στις συνταγές κι όχι στα μαθηματικά προβλήματα που διδάσκονται αφαιρετικά.

Δασκάλα: Το μισό του 21 πόσο είναι; (Ο Αποστόλης λέει: «Θα σπάσω το 21 σε 20 κι 1...μισό του 1; (σκαλώνει)…Έχεις 1 πορτοκάλι…Το μισό πόσο είναι; (Ο Αποστόλης λέει: «Μισό!»).
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.44)

Όταν ο μαθητής δυσκολεύεται να βρει το μισό του 1, η δασκάλα τον βοηθά να απαντήσει με σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά. Πλαισιώνει το αφηρημένο μισό του 1, στο μισό ενός πορτοκαλιού που μοιράζεται ο μαθητής με τη μαμά του και σχεδιάζει τη διαδικασία στον πίνακα.

Δασκάλα: Ας φτιάξουμε παιδιά κάποια προβλήματα με συνταγές που κάναμε προηγούμενες φορές.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.19)

Δασκάλα: Εντάξει…πρόβλημα; «Ένα ταψί μπακλαβά…80 κομμάτια. Πόσα κομμάτια θα πάρει ο κάθε μαθητής-μαθήτρια της τάξης μας; Θα περισσέψουν για να κεράσουμε και τους δασκάλους;».
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ. Ζ./β.46)

Από το βιωματικό πλαίσιο των συνταγών που είχαν παρασκευάσει τα παιδιά και των αναλογιών των υλικών τους, αναδύεται από τη δασκάλα ένα ρεαλιστικό πλαίσιο μαθηματικών προβλημάτων. Η δασκάλα επίσης κατασκευάζει προβλήματα, αντλώντας δεδομένα από το σχολικό περιβάλλον.

Δασκάλα: Σε λίγο χτυπάει. Η λαχανόπιτα ψήθηκε, κατεβείτε να σας μοιράσω από ένα κομμάτι.
(3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.52)

Όπως και πριν, η δασκάλα συνδέει ευχάριστα το τέλος του διώρου με τη δοκιμή πίτας που τα παιδιά παρασκεύασαν. Το πρόγραμμα διατροφής δεν είναι πλέον κάτι θεωρητικό γεμάτο από αφηρημένες διατροφικές ή μαθηματικές καταστάσεις, αλλά έχει ευχάριστη, ρεαλιστική διάσταση.

Νεφέλη: Πείραμα θα κάνουμε τώρα! ... (Ο Γιάννης με ενθουσιασμό φωνάζει: «Όιιι!»).
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.13)

Και μόνον η εισαγωγή χειραπτικού υλικού στη μαθησιακή διαδικασία και η προσμονή για το τι θα συμβεί στη σκηνή της τάξης, προκαλεί ενθουσιασμό στα παιδιά και αποσπά την προσοχή τους.

Μάριος: …είναι όπως η μαμά μου που έχει μαγαζί με ρούχα…με έκπτωση 50% κάνει το μισό.
(3ηΜ.Π./Μ/2ηΕ.Ζ./στ.24)

Διαπιστώνουμε την κοινωνικοπολιτιστική διάσταση της μαθηματικής μάθησης. Ο μαθητής που η μαμά του έχει κατάστημα ενδυμάτων είναι πιο εξοικειωμένος με τις αριθμητικές εκφράσεις σε ποσοστά. Ακούγοντας ότι το μισό μπορούμε να το γράψουμε και ως 50%, ο Μάριος αρπάζει την ευκαιρία για να πλαισιώσει το αφηρημένο και γενικό 50% με τις σχετικές εμπειρίες του από το κατάστημα για να το αποδώσει ως έκπτωση. Η στάση του Μάριου, μας υπενθυμίζει πόσο έχουν ανάγκη οι μαθητές από συγκεκριμένα πλαίσια αναφοράς, σύμφωνα με μια «ρεαλιστική» διάσταση.

Ερευνητής: Κι άλλοι κάνουν συνταγές κι υπολογίζουν δοσολογίες…
Θεόφιλος: Ο αρωματοποιός για να φτιάξει μία κολόνια…
Μάριος: Ο μπογιατζής που ανακατεύει τις μπογιές… 2 μισά κουτιά μπογιά, κάνουν ένα κουτί.
(3ηΜ.Π./Π/2ηΕ.Ζ./η.5)

Ο διάλογος οδηγεί στην πλαισίωση της αφαιρετικής μαθηματικής έκφρασης ότι 2 μισά κάνουν 1 ολόκληρο. Καταστάσεις όπου τα παιδιά πλαισιώνουν αριθμητικά δεδομένα φτιάχνοντας δικά τους προβλήματα, δεν υπήρχαν στα παλιά βιβλία μαθηματικών. Το ανοικτό πλαίσιο του project δημιούργησε ευκαιρίες πλαισίωσης και δημιουργίας προβλημάτων από τα ίδια τα παιδιά.

Δασκάλα: Ένα γραμμάριο νερό είναι πολύ; ένα καπάκι, μια δαχτυλήθρα νερό...Το καταλάβατε; … Δασκάλα: 100 γραμμάρια τροφής…πώς μπορούμε να τα καταλάβουμε με ένα παράδειγμα από την καθημερινή ζωή; Ας πούμε το γάλα… (Η Νεφέλη λέει: «Μισή σοκολάτα»)… Στο χοιρινό κρέας πόσο είναι 100 γρ.; …μια φετούλα. Ντομάτα 100 γρ.;… (Η Ελένη λέει: «μισή ντομάτα»).
(3ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.56-57)

Η δασκάλα προσπαθεί να νοηματοδοτήσει την ποσότητα ενός γραμμαρίου νερού αναφέροντας ως εποπτικό μοντέλο το καπάκι, τη δαχτυλήθρα. Έπειτα η δασκάλα προσπαθεί να νοηματοδοτήσει τις αφηρημένες εκφράσεις σε γραμμάρια ποσοτήτων τροφών, με παραδείγματα - όπως λέει - από την καθημερινή ζωή. Με αυτόν τον τρόπο αναπαριστώνται: 100 γρ. γάλα ως μισό μπιμπερό - ποτήρι, 100 γρ. βούτυρο ως μισό πακέτο, 100 γρ. βερίκοκα ως 3-4 βερίκοκα, 100 γρ. σοκολάτα ως το μισό μεγάλης σοκολάτας, 100 γρ. χοιρινό ως μια φετούλα και 100 γρ. ντομάτα ως μισή ντομάτα.

Ερευνητής: Έχετε στην τσάντα σας τίποτα από τυποποιημένο κολατσιό για το διάλειμμα;...Στα κουτιά και τις συσκευασίες αναγράφεται το βάρος σε γραμμάρια κι η ενέργεια σε θερμίδες.
(3ηΜ.Π./Ε/3ηΕ.Ζ./δ.14)

Ο ερευνητής παροτρύνει τα παιδιά να ερευνήσουν στα συσκευασμένα τρόφιμα που έχουν φέρει και να διαβάσουν στις συσκευασίες τις αριθμητικές αναφορές σε γραμμάρια και σε θερμίδες.

Δασκάλα:…Λέτε φέτα κι ένα κρέας χοιρινό…ένα μπούτι, πόσο κρέας; (Ο Λάμπρος λέει: «1 κιλό»)…Πάμε στο πρόβλημα… πάλι δε βάλατε ακριβή ποσότητα. Όχι 1 γάλα… Λέμε 1 βούτυρο;
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.64)

Η δασκάλα επιμένει στα προβλήματα, ώστε να γίνουν οι μαθητές πιο λεπτομερείς, αναφέροντας τις ακριβείς ποσότητες. Με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή, όπως «αν σε ρωτήσω πόσο έφαγες, θα πεις ένα χοιρινό;» ή «αν πας στο κρεοπωλείο θα ζητήσεις ένα κρέας;», η δασκάλα συνδέει μαθηματικές εκφράσεις με την καθημερινή ζωή αναδεικνύοντας τη ρεαλιστική διάσταση.

Δασκάλα: …100 γραμ. μακαρόνια δεν είναι λίγα; …βούτυρο 100 γραμ. δεν είναι πάρα πολύ;
(3ηΜ.Π./Δ/4ηΕ.Ζ./β.66)

Δασκάλα: 100 γρ. βούτυρο είναι πολύ. Θα λιγουριάσουμε! Βάζουμε πιο πολύ ψωμί, λίγο βούτυρο.
Ερευνητής: 100 γρ. χοιρινό είναι λίγο, σαν μία φέτα ζαμπόν. Μία μπριζόλα είναι 200 ή 300 γρ.

*(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./*β.74*) & (3ηΜ.Π./Ε/5ηΕ.Ζ./δ.18)*

(...Η δασκάλα μου ψιθύρισε: «μου έκανε αρνητική εντύπωση που δεν έχουν τα παιδιά καθόλου διαισθητική αντίληψη των ποσοτήτων… θα φέρω να ζυγίσουμε διάφορα τρόφιμα»).
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.76)

Γίνεται εμφανές ότι το πλαίσιο των ποσοτήτων τροφών δεν είναι οικείο στα παιδιά. Διατυπώνουν συνταγές με παράλογες αναλογίες. Προκύπτει η ανάγκη εισαγωγής βιωματικών δράσεων. Η δασκάλα αφουγκράζεται τις ελλείψεις των μαθητών και ανατροφοδοτεί τη διδασκαλία της. Δίνει έμφαση στην πλαισίωση των μαθηματικών καταστάσεων με πλαίσια από την καθημερινή ζωή.

Δασκάλα: Μαθηματικά είναι λάθος αυτό που λέει; Να τρώει 5 σοκολάτες των 100 γραμ. την ημέρα; (Ο Νίκος λέει: «Όχι!»)…Με το μυαλό…2650 περίπου, είναι καλά σε θερμίδες, μαθηματικά σωστό. Όμως τι λέει ο Ιάσονας; (Ο Αντώνης διαβάζει: «Μια υγιεινή διατροφή απαιτεί ποικιλία τροφών») ...Μόνο σοκολάτες...; (Η Νεφέλη λέει: «Όχι! Λίγο από όλα»).
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.69)

Αναφερόμενη στο σκίτσο του φυλλαδίου, όπου η Ισμήνη προτείνει να καλύψει τις 2800 θερμίδες, τρώγοντας μόνο σοκολάτες και ο Ιάσονας τη διορθώνει ότι χρειάζεται ποικιλία τροφών, η δασκάλα αναδεικνύει τη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών. Βοηθά τα παιδιά να συμπεράνουν ότι αν και μαθηματικά είναι σωστό αυτό που λέει η Ισμήνη, από τη σκοπιά της υγιεινής είναι λάθος.

Δασκάλα: Κάντε από κάτω ένα μενού: πρωινό, μεσημεριανό, βραδινό. Τι θα τρώγατε;…
Δασκάλα: Να σκέφτεστε τι περίπου τρώτε και πόσο, μπορείτε να γράψετε 3 ποτήρια γάλα στο πρωινό; Υπάρχει κανείς που πίνει τόσα; …Οι θερμίδες βγαίνουν, αλλά… μπορούν να ισχύουν…
Ερευνητής: Αν ανταποκρίνονται στη ζωή σας, στις καθημερινές σας συνήθειες.
(3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.73)

Η δασκάλα ζητά την πλαισίωση με καθημερινές καταστάσεις. Δίνεται έμφαση στη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών πλαισίων και στη σύνδεση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή.

(Η δασκάλα κατέβηκε για ένα λεπτό στο κυλικείο… αποφάσισε με δική της πρωτοβουλία να φέρει στην τάξη, ζυγαριά κουζίνας και διάφορα τρόφιμα αναφερόμενα στον πίνακα του φυλλαδίου).
(3ηΜ.Π./Δ/6ηΕ.Ζ./β.85)

Η δασκάλα πιστεύει στη βιωματική μάθηση και στα ρεαλιστικά πλαίσια ως μέσα υποστήριξης της μαθηματικής σκέψης. Αυτό το αποδεικνύει έμπρακτα, φέρνοντας η ίδια στο σχολείο μια ζυγαριά κουζίνας και διάφορα τρόφιμα που αναφέρονταν στο φυλλάδιο. Η διδασκαλία της είχε δυναμική. Σχεδίασε και υλοποίησε διδακτική παρέμβαση, εισάγοντας στο μάθημα ένα πλαίσιο ζυγίσεων.

Ερευνητής: Κέικ καρότο με πατινάζ; Σαν το κέικ που φτιάξατε με την κυρία. Τι κέικ φτιάξατε; (Ο Κώστας λέει: «σοκολάτας». Ο Γιάννης λέει: «σοκολάτας είναι πιο βαρύ, έχει πολλές θερμίδες»).
(3ηΜ.Π./Ε/8ηΕ.Ζ./δ.39)

Γίνεται σύνδεση προηγούμενων δράσεων της τάξης με το πλαίσιο της δραστηριότητας. Ο Γιάννης αυθόρμητα συγκρίνει ως προς τις θερμίδες, το κέικ σοκολάτας που έφτιαξαν, με το κέικ καρότου.

(Τα παιδιά διάβασαν τα ημερολόγια διατροφής - σωματικής άσκησης που είχαν συμπληρώσει. Κατέγραψαν για 1 μέρα ποσότητες-είδη τροφών που κατανάλωσαν και χρόνο-είδος ασκήσεων). *Γιάννης: ...και βερίκοκα 50 θερμίδες. (Ο ερευνητής λέει: «Βερίκοκα τέτοια εποχή δύσκολα θα βρει κανείς»... Η δασκάλα ρωτά: «Αγόρασες βερίκοκα;»...Ο Μάριος λέει: «Τέτοια εποχή;»...Ο Γιάννης λέει: «Θα βγάλω τα βερίκοκα») και (Ο ερευνητής λέει: «3 ώρες μπάλα υπερβολικό»).*

(3ηΜ.Π./Δ/9ηΕ.Ζ./β.128)

Επικρίνουμε τις υπερβολές στο ημερολόγιο. Ενθαρρύνοντας τα παιδιά να γράφουν για πραγματικές καταστάσεις καθημερινής ζωής κι όχι φανταστικές, δίνεται έμφαση στη «ρεαλιστική διάσταση».

Θεόφιλος: 45 λεπτά γυμναστική. Ο θερμιδομετρητής δίνει...ότι σε 1 ώρα, καίμε 350 θερμίδες...
Δασκάλα: Για να το δούμε, σε 1 ώρα γυμναστική 350 θερμίδες. Στα 45 λεπτά πόσες θερμίδες;

(3ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.17)

Το παιδί συνδυάζοντας δεδομένα από ημερολόγιο - θερμιδομετρητή, κατασκευάζει ένα πρόβλημα.

Δασκάλα: Να κάνουμε ένα συνδυασμό από τον πίνακα του φυλλαδίου βιωματικά. Ο κύριος έφερε να σας μοιράσει μπισκότα σοκολάτας... (Στη συνέχεια βγήκαμε στο προαύλιο, όπου άλλα παιδιά έτρεξαν για 7 λεπτά κι άλλα παιδιά έκαναν σχοινάκι για 9 λεπτά).

(3ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.18)

Η δασκάλα μετασχηματίζει το αφηρημένο μαθηματικό πλαίσιο σε βιωματική δραστηριότητα. Τα παιδιά βρίσκουν ότι σε 7 λεπτά τρέξιμο ή 9 λεπτά σχοινάκι καίνε τις θερμίδες από ένα μπισκότο. Μετά τρώνε ένα μπισκότο και κάνουν 9 λεπτά σχοινάκι ή 7 λεπτά τρέξιμο να κάψουν τις θερμίδες.

(Εντύπωση έκανε η απάντηση του Γιάννη: «Μου άρεσε...γιατί ήμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλύαμε ό,τι τρώγαμε κι ό,τι κάναμε, το κάναμε με χαμόγελο...»).

(3ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ/Ερ/γιο/στ.77)

Η τεκμηρίωση του Γιάννη για το λόγο που του άρεσε η ενότητα, αναφέρεται άμεσα στην πλαισιωμένη, «ρεαλιστική» διάσταση της ενότητας και στη σύνδεση με την καθημερινή ζωή.

Η δασκάλα επιβεβαιώνοντας ότι στο project, τα μαθηματικά συνδέθηκαν με την καθημερινή ζωή, απαντά στο 2ο ερωτηματολόγιο μετά την Ε.Ζ., συγκαταλέγοντας στα θετικά της προσπάθειας ότι τα μαθηματικά συνδέθηκαν με θέματα καθημερινότητας των παιδιών (διατροφή, άσκηση, παιχνίδι). Σε ερώτηση αν διαπίστωσε αλλαγή στη στάση των παιδιών στα μαθηματικά, η δασκάλα απαντά ότι επιβεβαιώθηκαν οι μαθητές ακόμη μια φορά ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι έξω από μας και διαπιστώνει τη «ρεαλιστική» διάσταση και τη σύνδεση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή.

Δασκάλα: Όλοι κοιτάζετε εδώ! Έχουμε δύο σοκολάτες, ωραία; Φέραμε σοκολάτες για να μην κάνουμε το παράδειγμα που θα δούμε, μόνο στον πίνακα με σχέδιο... Θα φάμε κιόλας!...

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2)

Ενώ στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. η δασκάλα δε χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό στη διδασκαλία, ούτε καν σχέδιο, μετά την Ε.Ζ. εισάγει τη νέα ενότητα στα ισοδύναμα κλάσματα εμφανίζοντας δύο σοκολάτες. Δίνεται έμφαση στη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών πλαισίων.

Νεφέλη: Χωρίσατε τη μία σοκολάτα έτσι στη μέση…
Δασκάλα: Κι αυτό το κομμάτι το παίρνει η Ελένη… Πόσο είναι σε κλάσμα αυτό το κομμάτι; (Ο Φάνης λέει: «Το ½») κι αλλού (η δασκάλα λέει: «αυτή εδώ η σοκολάτα είναι κομμένη σε 4 κομμάτια και παίρνουμε τα 2. Πώς θα το γράψουμε με κλάσμα;»…ο Γιάννης λέει: «Τα 2/4»).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4)

Βιωματικά και χειροπιαστά η δασκάλα συνδυάζει την έννοια «κομμάτι» με την έννοια «κλάσμα». Τα παιδιά μαθαίνουν να χρησιμοποιούν κλάσματα για να εκφράσουν καθημερινές καταστάσεις.

Δασκάλα: Πάρτε αυτά τα 12 φασόλια και στοιχίστε τα σε τριάδες σαν μαθητές στη γραμμή…
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8)

Για να γίνει κατανοητή η διάταξη σε τριάδες, η δασκάλα παρομοιάζει τα φασόλια με τους μαθητές στη γραμμή. Χρησιμοποιεί πλαίσιο καθημερινής ζωής με το οποίο τα παιδιά είναι εξοικειωμένα.

Δασκάλα: Θα βγούμε με ησυχία στο προαύλιο κι όσοι θέλουν κάνουν 9 λ. σχοινάκι ή 7 λ. τρέξιμο.
Νεφέλη: Ωραία, θα βγούμε στο προαύλιο! (Αρχίζει ο ενθουσιασμός και η φασαρία).
(3ηΜ.Π./Π/9ηΕ.Ζ./η.18)

Δασκάλα: Λοιπόν παιδάκια, τη βλέπετε αυτήν τη σοκολάτα; (Πάνω σε ένα θρανίο η δασκάλα είχε τοποθετήσει δύο σοκολάτες που είχε η ίδια φέρει)…
Νίκος: Θα φάμε!
Δασκάλα: Θα φάμε κιόλας!
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2)

Δασκάλα: Πάρτε αυτά τα 12 φασόλια… (Αρχίζει μια σχετική φασαρία κι η δασκάλα χτυπάει παλαμάκια για να επαναφέρει την ησυχία).
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8)

Σε μερικές περιπτώσεις το χειραπτικό υλικό έγινε αυτοσκοπός για τους μαθητές. Ασχολούνταν τα παιδιά με αυτό καθεαυτό το υλικό και ξεχνούσαν τον κεντρικό στόχο τους και το όλο πλαίσιο της δραστηριότητας στο οποίο ήταν ενταγμένο το υλικό. Συμβαίνει - κυρίως όταν οι μαθητές δεν είναι συνηθισμένοι σε πρωτότυπο, αυθεντικό υλικό - το υλικό να γίνεται αυτοσκοπός και να προκαλείται αναστάτωση στην τάξη. Στο επεισόδιο η.18, αφού τα παιδιά βρήκαν με μαθηματικό υπολογισμό ότι σε 9 λεπτά σχοινάκι ή σε 7 λεπτά τρέξιμο καίμε τις 55 θερμίδες ενός μπισκότου, μόλις άκουσαν ότι θα βγουν στο προαύλιο, προκλήθηκε αναστάτωση. Η έμπειρη δασκάλα το ανέμενε αυτό, για αυτό προληπτικά τους είπε να βγουν ήσυχα για να μην ενοχλήσουν και τις άλλες τάξεις. Εφόσον ήταν το τέλος της ώρας, αφήσαμε τα παιδιά στο προαύλιο να χαρούν ξένοιαστα κάνοντας 9 λεπτά σχοινάκι ή 7 λεπτά τρέξιμο, χωρίς να υπενθυμίζουμε την αποστολή τους. Είναι σχεδόν βέβαιο ότι πολλά από τα παιδιά, την ώρα που έκαναν τη σωματική άσκηση, ξέχασαν εντελώς το γενικότερο πλαίσιο και δεν σκέφτονταν ότι εκείνη την ώρα καίνε τις θερμίδες του μπισκότου. Όμως στη συγκεκριμένη περίπτωση, δασκάλα και ερευνητής το θεωρήσαμε μη επιζήμιο μαθησιακά και αναμενόμενο. Υπήρξαν όμως άλλες στιγμές, όπως στα επεισόδια γ.2 και γ.8 - λιγότερο στο γ.2 που υπήρχαν μόνο 2 σοκολάτες προς επίδειξη και περισσότερο στο γ.8 όπου μοιράστηκαν φασόλια σε κάθε ομάδα - που τα παιδιά άρχισαν να συζητούν για τη γεύση της σοκολάτας ή να παίζουν με τα φασόλια στο θρανίο και προκλήθηκε αναστάτωση. Στο επεισόδιο με τις σοκολάτες, η δασκάλα Ε.Σ. αγνόησε τα λίγα μουρμουρητά και κόβοντας αμέσως τις σοκολάτες σε κομμάτια προχώρησε σε μαθηματικές ερωτήσεις, επαναφέροντας τα παιδιά στο μαθησιακό σκοπό τους. Στο επεισόδιο με τα φασόλια, αναγκάστηκε να χτυπήσει παλαμάκια για να επαναφέρει την ησυχία. Αιφνιδιάζοντας τα παιδιά με τον κρότο από τα παλαμάκια, απέσπασε στιγμιαία την προσοχή τους και μετά έστρεψε την προσοχή τους σε μαθηματικές δραστηριότητες, δίνοντάς τους οδηγίες για να χωρίσουν τα φασόλια με μολύβια, σε δύο - τρία ίσα μέρη. Ακόμη και στην προηγούμενη (2η) Μ.Π. όταν μοιράστηκε στα παιδιά ο χάρτης του Καρπενησίου και τους ζητήθηκε να εντοπίσουν τα πιο επικίνδυνα σημεία κυκλοφορίας, πέρασε τουλάχιστον ένα πεντάλεπτο με ελεύθερη εξερεύνηση στο χάρτη, όπου τα παιδιά αναζητούσαν το σπίτι τους, το σχολείο κ.ά. Η δασκάλα Π.Μ. άφησε λίγο χρόνο κι αφού η περιέργεια των μαθητών εκτονώθηκε, τους επανέφερε στην αρχική αποστολή τους.

Νεφέλη: Το 1 από τα 2 είναι το 1/2…
Δασκάλα: Απλά, πώς το λέμε το ½, στη Δευτέρα τάξη πώς το λέγατε; (Σιωπή)… Θα σου πει η μαμά σου ποτέ Νεφέλη, δώσε μου το 1/2 του πορτοκαλιού; Τι θα σου πει, δώσε μου…;
(Η Νεφέλη λέει: «Μισό πορτοκάλι»…Η δασκάλα ρωτά: «Το 1 από τα 2 και τα 2 από τα 4 τι είναι;»… Η Νεφέλη λέει: «Πάλι το μισό»).

(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.20)

Η δασκάλα ενθαρρύνει τη Νεφέλη να συνδέσει τη μαθηματική, συμβολική έκφραση 1/2 με την έκφραση «μισό» που χρησιμοποιεί στην καθημερινή ζωή της. Η μαθήτρια, μέσα από συνδέσεις με πλαίσια καθημερινής ζωής όπως «μισό πορτοκάλι», θα νοηματοδοτήσει τον αφηρημένο όρο 1/2.

Στο ερωτηματολόγιο τα παιδιά απάντησαν ότι τους άρεσε η ενότητα που διδάχτηκαν αιτιολογώντας τις απαντήσεις τους με επιχειρήματα υπέρ της χρηστικής σκοπιμότητας του προγράμματος και της ωφέλειας της μάθησης θεμάτων χρήσιμων για την καθημερινή ζωή τους, όπως π.χ. θέματα υγιεινής διατροφής και σωστού διαιτολογίου: «γιατί μαθαίνουμε πόσες θερμίδες παίρνουμε όταν τρώμε και μπορούμε να κάνουμε ένα διαιτολόγιο», «γιατί μαθαίνουμε για τις θερμίδες που παίρνουμε και χάνουμε», «γιατί μαθαίνουμε για τη μαγειρική, τι πράγματα πρέπει να βάλουμε σε ένα φαγητό και πόσο να βάζουμε», «γιατί κάνουμε θέματα υγιεινής διατροφής και μαθαίνουμε να τρώμε σωστά και υγιεινά», «γιατί μαγειρεύουμε φαγητά, γλυκά και μαθαίνουμε για τις θερμίδες» (Ερ/γιο ερ.1).

Δασκάλα: Για να είναι ισοδύναμα, όσο σε πιο πολλά κομμάτια μοιράζουμε από κάτω με τον παρανομαστή, τόσο αυξάνουμε κι αυτά που παίρνουμε με τον αριθμητή. Αν κόψετε στα γενέθλια την τούρτα σε 4 κομμάτια να φάτε 2 ή την κόψετε σε 8 για να φάτε 4, τι θα φάτε και τις δυο φορές; (Σχεδιάζει τούρτες)…είναι πιο πολλά, αλλά πιο μικρά, διπλάσια σε πλήθος, μισά σε μέγεθος.
(3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.22)

Αφού τα παιδιά ανακάλυψαν το μηχανισμό παραγωγής ισοδύναμων κλασμάτων σε συμβολικό επίπεδο, τώρα η δασκάλα επαναφέρει τη συμβολική διαδικασία σε πλαίσια της καθημερινής ζωής.

Τα παιδιά στο ερωτηματολόγιο, αναζητώντας διαφορές του project από άλλα μαθήματα, εστίασαν στη «ρεαλιστική» διάσταση, όπου έμαθαν πράγματα χρήσιμα για την καθημερινή ζωή. Με αυτή τη διαπίστωση υπονοείται ότι στα άλλα μαθήματα δεν αναπτύσσονται τα θέματα καθημερινής ζωής. Διέφερε: «γιατί έτσι μπορούμε να δούμε τι ποσότητες φαγητών μπορούμε να φάμε», «επειδή μπορούσαμε να κάνουμε διαιτολόγια και να θυμόμαστε πόσες θερμίδες έχει αυτό που τρώμε», «ότι μαθαίνουμε να ζούμε και να τρεφόμαστε»… (Ερ/γιο ερ.3).

Από τις απαντήσεις των παιδιών στην ερώτηση αν θα ήθελαν να επαναλάβουν ένα παρόμοιο project, εκτός από γενικά σχόλια, αναδύθηκαν αυθόρμητα και θετικές αξιολογικές κρίσεις για το εγχείρημά μας, βασισμένες κυρίως στη «ρεαλιστική» και στη «βιωματική» διάσταση του πλαισίου: «Ναι, γιατί μου άρεσε κι ήταν πολύ ενδιαφέρον», «γιατί ήταν σαν να ζυγιζόμαστε», «γιατί θέλω να αναλύσω τη ζωή μου», «γιατί κάνουμε διάφορα πράγματα», «δεν θα ήθελα να τελειώσει το μάθημα της ευέλικτης ζώνης», «να βγαίνουμε έξω και να παίζουμε παιχνίδια», «γιατί μ' αρέσει πολύ η μαγειρική», «θα ήθελα σε όλες τις τάξεις να κάνουμε κάτι παρόμοιο», (Ερ/γιο ερ.5).

Η διδακτική συνήθεια της δασκάλας να επιλέγει πλαίσια προβλημάτων από την καθημερινή ζωή των μαθητών, καλλιεργήθηκε ακόμη περισσότερο στο ανοιχτό κι ευέλικτο πλαίσιο της ευέλικτης ζώνης. Πριν την Ε.Ζ. στη διδασκαλία των μαθηματικών, η δασκάλα δεν χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό ή σχέδιο. Μετά το πρόγραμμα πιστεύει πλέον στη βιωματική μάθηση και στα ρεαλιστικά - χειραπτικά πλαίσια ως μέσα υποστήριξης της μαθηματικής σκέψης και το αποδεικνύει έμπρακτα στην τάξη σε κάθε ευκαιρία, ακόμη και μετά την Ε.Ζ., στη διδασκαλία των μαθηματικών.

7.2.3. 4η Μελέτη Περίπτωσης της Ε΄ τάξης με τη δασκάλα Β.Κ.

Πριν την Ε.Ζ. στη διδασκαλία των μαθηματικών, η δασκάλα δεν χρησιμοποιούσε σε μαθηματικές δραστηριότητες πλαίσια από την καθημερινή ζωή, ούτε χειραπτικό υλικό και βιωματικές δράσεις.

Δασκάλα: Αμάξι έκανε την απόσταση Καρπενήσι - Αθήνα 300 χλμ. σε 3 ώρες, ποια η ταχύτητα…;
(4ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./β.100&106)

Η δασκάλα αρχίζει σε δικά της προβλήματα να χρησιμοποιεί δεδομένα από εμπειρίες των παιδιών.

(Διαβάζουμε στη 2η σελίδα του φυλλαδίου (βλ. Παράρτημα Β.2) τη δραστηριότητα με τίτλο «Υπερβολικά γρήγορα». Υποθέτουμε ότι η πόλη που αναφέρει το σενάριο είναι το Καρπενήσι. Εξάλλου ο χάρτης του Καρπενησίου που προηγείται ενισχύει την προηγούμενη υπόθεση).

(4ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.127)

Δασκάλα (στην άσκηση 4): Έχετε δει σε αυτοκινητόδρομους, ηλεκτρονικές πινακίδες που όταν περνάμε δείχνουν την ταχύτητά μας ή και διαφημίσεις, όπως εδώ στο Καρπενήσι, όταν μπαίνουμε υπάρχει πινακίδα που γράφει: «ο Δήμος Καρπενησίου σας καλωσορίζει».

(4ηΜ.Π./Δ/7ηΕ.Ζ./β.175)

Είχαμε προσαρμόσει το σενάριο της δραστηριότητας ώστε να αφορά την πόλη μας. Με αυτόν τον τρόπο σχετιζόταν με καθημερινές εμπειρίες των παιδιών, ενεργοποιώντας εσωτερικά κίνητρα. Και στο 2ο επεισόδιο η δασκάλα συνδέει το μαθησιακό πλαίσιο με καθημερινές εμπειρίες των μαθητών.

Δασκάλα: Ας δούμε μερικές ταχύτητες. Ο Κλεάνθης π.χ. έτρεξε τα 28 μ. σε 5΄΄ τι ταχύτητα έχει;
Ιάσονας: 28:5=5,6 μ/δ. (Κάποια παιδιά είχαν κάνει χρόνο 4΄΄, κάποια 5΄΄, κάποια 6΄΄ και κάποια 7΄΄. Ως άσκηση τα παιδιά βρήκαν το καθένα τη δική του ταχύτητα).

(4ηΜ.Π./Μ/8ηΕ.Ζ./β.266)

Τα παιδιά υπολογίζουν τις δικές τους ταχύτητες στα 28 μ. σε βιωματικό πλαίσιο της καθημερινότητάς τους κι έχουν αυξημένο εσωτερικό κίνητρο κι ενδιαφέρον.

Έλσα: Σχετικά με μια δραστηριότητα όπου αναζητούσαμε πού πρέπει να μπουν φανάρια στην πόλη μας, περάσαμε χθες από τη διασταύρωση στο κολυμβητήριο και συζητώντας με τον μπαμπά μου συμφωνούσαμε ότι πρέπει εκεί να μπουν οπωσδήποτε. Αλλά πρώτα θα σκοτωθούν 2-3 άτομα.

(4ηΜ.Π./Μ/10ηΕ.Ζ./β.249)

Ο προβληματισμός σχετικά με τις δραστηριότητες του φυλλαδίου μεταφέρεται εκτός των σχολικών τειχών και συνδέεται με εμπειρίες των παιδιών. Η σύνδεση του σχολικού μαθησιακού πλαισίου με την εξωσχολική καθημερινότητα συμβάλλει στο «άνοιγμα του σχολείου στην κοινωνία».

(Η δασκάλα ρωτά ποιος θέλει να διαβάσει το παράδειγμά του).
Αθανασία: Το παράδειγμα με τους μαθητές της τάξης μας, 11 κορίτσια προς 8 αγόρια λόγος μέρος/μέρος και 11 κορίτσια προς 19 παιδιά λόγος μέρος/όλο.
Αποστόλης: Κι εμείς γράψαμε για την τάξη, αλλά δύο λόγους μέρος/μέρος και δύο μέρος/όλο. Επιπλέον λόγος μέρος/μέρος 8 αγόρια προς 11 κορίτσια και μέρος/όλο 8 αγόρια προς 19 παιδιά.
(Η Έλσα λέει παράδειγμα με στυλό ροζ - μπλε κι ο Ιάσονας με τριαντάφυλλα κόκκινα - άσπρα).

(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./β.256)

Τα παιδιά δίνουν παραδείγματα λόγων κι από τα δύο είδη μέσα από πλαίσια της καθημερινής ζωής.

Ταξιάρχης (άσκηση 3): Ποιος θα είναι ο λόγος μέρους/όλου στην προηγούμενη κατάσταση…;
Δασκάλα: Από το παράδειγμα λόγου μέρος/μέρος που γράψατε, θα βρείτε το λόγο μέρος/όλο. (Τα παιδιά βρίσκουν το υπερσύνολο που περικλείει τα υποσύνολα που είχαν αναφέρει. Ενδεικτικές απαντήσεις: 1 λιοντάρι σε 4 ζώα, 1 γάτα σε 4 ζώα, 1 παπαρούνα 4 λουλούδια).

(4ηΜ.Π./Μ/12ηΕ.Ζ./β.261)

Τα παιδιά προεκτείνοντας τα πλαίσια των λόγων μέρους/μέρους που κατασκεύασαν προηγουμένως με καταστάσεις από τα ενδιαφέροντά τους, κατασκευάζουν τους αντίστοιχους λόγους μέρος/όλο.

Στο ερωτηματολόγιο, τα παιδιά ρωτήθηκαν αν θα ήθελαν να επαναλάβουν παρόμοιο project. Ένα παιδί απάντησε ότι θα το ήθελε, για να αποκτήσει μια καλή εμπειρία για τη ζωή του και να μάθει ορισμένα χρήσιμα θέματα (Ερ/γιο ερ.5). Φαίνεται ότι τα ίδια τα παιδιά επιθυμούν τη σύνδεση του πλαισίου μάθησης με την καθημερινή πράξη, για να μάθουν «πράγματα χρήσιμα» για τη ζωή τους.

Δασκάλα: Για πείτε μου ένα παράδειγμα με ομόκεντρους κύκλους μέσα από τη ζωή μας.
Έλσα: Αν ρίξω ένα πετραδάκι μέσα σε μια λίμνη που είναι ήρεμη, ξεκινά ένας μικρός κύκλος, μετά μεγαλώνει και σχηματίζονται ομόκεντροι κύκλοι στην επιφάνεια της λίμνης.

(4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.15)

Μετά την Ε.Ζ. η δασκάλα ζητά από τα παιδιά ένα παράδειγμα ομόκεντρων κύκλων από τα βιώματά τους, ώστε να βοηθήσει τα παιδιά να αποκτήσουν νοητικές αναπαραστάσεις ομόκεντρων κύκλων.

Δασκάλα(δείχνει στο σχήμα): Τα βλέπετε τα άκρα της χορδής Ρ, Σ. Δεν είναι και τα άκρα αυτού του τμήματος του κύκλου; (Όλοι απαντούν καταφατικά). Αυτό λοιπόν το κυκλικό τμήμα λέγεται…
Ερευνητής: Ας αφήσουμε να μαντέψουν τα παιδιά.
Δασκάλα: Α, όχι! Δεν το ’χουμε πει αυτό.
Ερευνητής: Ο Ρομπέν των δασών τι κράταγε που μοιάζει με αυτό το κυκλικό τμήμα; (Η Μαρία σηκώνει χέρι, η δασκάλα της δίνει το λόγο κι εκείνη απαντά: «τόξο»).

(4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.10-11)

Όταν η δασκάλα επιχειρεί να δώσει έτοιμη απάντηση στα παιδιά για την έννοια του τόξου κι ο ερευνητής της προτείνει να αφήσει τα παιδιά να βρουν την απάντηση, εκείνη αντιδρά. Με τη φράση: «Α, όχι! Δεν το ’χουμε πει αυτό», αποκαλύπτει τη βαθιά ριζωμένη παραδοσιακή αντίληψή της ότι από τα παιδιά μπορούμε να ζητάμε μόνο προϋπάρχουσες, διδαγμένες γνώσεις.

Δασκάλα: Ένας δίσκος μουσικής είναι ένας…;
Βάσια: Κυκλικός δίσκος.
Δασκάλα: Μια βέρα, χωρίς πάχος, είναι…;
Κλεάνθης: Κύκλος.
Δασκάλα: Το ρολόι του τοίχου όπως το βλέπουμε, τι είναι;
Αθανασία: Είναι κυκλικός δίσκος…
Δασκάλα: Η λέξη ακτίνα, τι σας θυμίζει απ’ το ποδήλατό σας;
Ιάσονας. Τα σύρματα στις ρόδες, που κρατούν το λάστιχο.
Βάσια: Έχουμε όμως και τις ακτίνες του ήλιου.

(4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.18)

Η δασκάλα συνεχίζει με απτά παραδείγματα μέσα από το καθημερινό περιβάλλον να προσπαθεί να υποστηρίξει τα παιδιά, ώστε να νοηματοδοτήσουν τις έννοιες «κύκλος - κυκλικός δίσκος - ακτίνα».

Δασκάλα: Για να ξαναδιαβάσουμε το πρόβλημα του βιβλίου.
Φώτης: Ρωτάει αν μπορούμε να βρούμε τη διάμετρο ενός κορμού δέντρου με μήκος κύκλου 2,042 μ. χωρίς να κόψουμε το δέντρο.

Δασκάλα: Σας είχα πει για το Θαλή, ένα μεγάλο γεωμέτρη που βρήκε τρόπο και μέτρησε την πυραμίδα, χωρίς να σκαρφαλώσει πάνω της...
Κλεάνθης: Α, ναι! Με τη βέργα που μέτρησε τη σκιά της.
Δασκάλα: Οι γεωμέτρες έλυναν τέτοια προβλήματα της καθημερινής ζωής.

(4ηΜ.Π./Δ/2η μ.Ε.Ζ./γ.39)

Η δασκάλα εστιάζει στο πρόβλημα του βιβλίου και στο παράδειγμα από την ιστορία μαθηματικών, ενισχύοντας την αντίληψη ότι με τα μαθηματικά λύνουμε προβλήματα της καθημερινής ζωής.

Διαπιστώνουμε ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η δασκάλα υιοθετεί διαδικασίες βιωματικής μάθησης και πλαίσια δραστηριοτήτων από την καθημερινή ζωή. Δασκάλα και μαθητές, μέσα από την υλοποίηση του διαθεματικού project, δημιούργησαν ευκαιρίες «πλαισιωμένης μάθησης» και μέσα από την επίλυση προβλημάτων της καθημερινότητας ανέδειξαν τη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων.

7.3. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Θα αναφέρουμε τα κυριότερα ευρήματα που αναδύθηκαν από την ανάλυση των επεισοδίων των τριών μελετών περίπτωσης, σχετικά με τις αλλαγές που διαπιστώσαμε στο μαθησιακό πλαίσιο των τάξεων. Στις δύο συσχετικές κατηγορίες που προέκυψαν, εστιάσαμε στη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών και στην έμφαση που δόθηκε στην «πλαισιωμένη» μάθηση και στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων.

Με βάση τα επεισόδια που παρουσιάστηκαν στις τρεις μελέτες περίπτωσης, διαπιστώσαμε σε σχέση με το σχολικό βιβλίο και το Πρόγραμμα Σπουδών, τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών, μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση. Οι δασκάλες επιχείρησαν να ενισχύσουν την κριτική σκέψη των παιδιών και τη μάθηση δεξιοτήτων, όπως είναι ο σχεδιασμός, η οργάνωση και η μεθοδικότητα. Ενσωμάτωσαν στη διδασκαλία τους χειραπτικό υλικό και βιωματικές δραστηριότητες, ώστε να διευκολύνουν την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Διεύρυναν το μαθηματικό περιεχόμενο με θέματα εκτός ύλης. Τα παιδιά κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. ενεπλάκησαν σε ανοιχτά προβλήματα που τυπικά ανήκαν στην ύλη μεγαλύτερων τάξεων και κατόρθωσαν να ανταπεξέλθουν, χωρίς να έχουν έτοιμες λύσεις, επανεπινοώντας στρατηγικές. Ως αποτέλεσμα, κατασκεύασαν γνωστικές δομές που θα αξιοποιήσουν ως προϋπάρχουσες γνώσεις μελλοντικά, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί, γνωρίζοντας τη διδακτέα ύλη, παρακολουθούσαν τις ομοιότητες στην εξέταση των μαθηματικών εννοιών και με γνωστικά άλματα προωθούσαν παράλληλα τη μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών, στις δύο διδακτικές διαδικασίες, το διαθεματικό project και το τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Επίσης οι δασκάλες επιχείρησαν διαθεματικές συνδέσεις, που έγιναν αντιληπτές και από τα παιδιά, όπως φάνηκε από τις απαντήσεις στα ερωτηματολόγια. Στο διαθεματικό πλαίσιο, τα παιδιά ανέπτυξαν συσχετιστική κατανόηση.

Σχετικά με τη σταθερότητα της αλλαγής στη στάση των δασκάλων, διαπιστώσαμε ότι οι εκπαιδευτικοί, με μία μικρή εξαίρεση στην 4η Μ.Π., συνέβαλαν σταθερά στη 2η και στην 3η Μ.Π., ώστε να διευρυνθεί το περιεχόμενο και οι διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών. Στην 4η Μ.Π. η στάση της δασκάλας Β.Κ., παρουσίασε μία στιγμιαία παλινδρόμηση. Ενώ καθ' όλη τη διάρκεια της Ε.Ζ. η δασκάλα ενθάρρυνε τη διεύρυνση του περιεχομένου, στο επεισόδιο ($1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.10-11), όταν σε ερώτηση για την έννοια του τόξου, της πρότεινε ο ερευνητής να αφήσει τα παιδιά να βρουν την απάντηση, εκείνη αντέδρασε λέγοντας: «Α, όχι! Δεν το 'χουμε πει αυτό», αποκαλύπτοντας τη βαθιά ριζωμένη παραδοσιακή αντίληψή της ότι από τα παιδιά μπορούμε να ζητάμε μόνο προϋπάρχουσες, διδαγμένες γνώσεις. Ωστόσο στη συνέχεια, στα υπόλοιπα πέντε επεισόδια στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα ενθάρρυνε ξανά τη διεύρυνση του περιεχομένου και κυρίως των διαδικασιών, εμπλουτίζοντας με βιωματικές δράσεις το μάθημα των μαθηματικών.

Σύμφωνα με την ανάλυση των αποσπασμάτων που παρουσιάστηκαν στις τρεις μελέτες περίπτωσης, διαπιστώσαμε ότι κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, δόθηκε σταθερά έμφαση στην «πλαισιωμένη μάθηση» και στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Στη 2η και στην 3η Μ.Π., η προϋπάρχουσα τάση των δασκάλων να συνδέουν τα πλαίσια των προβλημάτων με την καθημερινή ζωή, ενισχύθηκε ακόμη περισσότερο. Οι δασκάλες κατασκεύαζαν προβλήματα, αντλώντας δεδομένα από το περιβάλλον και τις εμπειρίες των παιδιών. Στη 2η Μ.Π. η δασκάλα ζήτησε από τα παιδιά να πλαισιώσουν τον αφηρημένο λόγο 1:3 (problem posing). Οι μαθητές νοηματοδότησαν τους αριθμούς μέσα από πλαίσια της καθημερινότητάς τους, ακόμη και μέσα από τον κόσμο των παραμυθιών (μαθήτρια απάντησε 1 λύκος : 3 γουρουνάκια). Στη 2η και στην 4η Μ.Π. τα παιδιά διένυσαν τρέχοντας μία απόσταση στο προαύλιο, χρονομετρήθηκαν και έπειτα στην τάξη υπολόγισαν την ταχύτητά τους. Στην 3η Μ.Π. η δασκάλα συνέδεσε τα θέματα διατροφής με το βιωματικό μέρος, παρασκευάζοντας με τα παιδιά στην τάξη εδέσματα, τα οποία στο τέλος δοκίμαζαν οι μαθητές. Έπειτα, μέσα από το πλαίσιο των συνταγών και των αναλογιών των υλικών τους, κατασκεύαζαν «ρεαλιστικά» μαθηματικά προβλήματα. Επίσης αναδύθηκε ένας παραλληλισμός μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα και έπειτα από σύγκριση τα παιδιά αποφάνθηκαν ότι ενώ στα προβλήματα δυσκολεύτηκαν, στις συνταγές έβρισκαν αμέσως το λάθος, αναδεικνύοντας την υπεροχή της πλαισιωμένης μάθησης που ίσχυε στις συνταγές και όχι στα μαθηματικά προβλήματα.

Στην 3η Μ.Π. επίσης, η δασκάλα προσπάθησε να νοηματοδοτήσει τις αφηρημένες ποσότητες τροφών σε γραμμάρια, με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή και με βιωματικές δράσεις, όπως ζύγιση ποσοτήτων τροφών. Επέκρινε τις υπερβολές που κατέγραψαν μερικοί μαθητές στο ημερολόγιο διατροφής κι ενθάρρυνε τα παιδιά να γράφουν για πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Στο τέλος της 3ης Μ.Π. αφού υπολόγισαν τα παιδιά στην τάξη ότι σε εννέα λεπτά σχοινάκι ή σε επτά λεπτά τρέξιμο καίγονται οι θερμίδες από ένα μπισκότο σοκολάτας, έφαγαν ένα μπισκότο και έκαναν στο προαύλιο τον αντίστοιχο χρόνο σχοινάκι ή τρέξιμο, για να κάψουν τις θερμίδες από το μπισκότο. Στην 3η και στην 4η Μ.Π., ενώ στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ., οι δασκάλες δεν χρησιμοποιούσαν χειραπτικό υλικό και βιωματικές δράσεις, κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ, αλλά και μετά από αυτήν, υιοθέτησαν διαδικασίες βιωματικής μάθησης και πλαίσια δραστηριοτήτων από την καθημερινή ζωή, χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό. Π.χ. η δασκάλα Ε.Σ. χρησιμοποίησε σοκολάτες και φασόλια για να διδάξει τα ισοδύναμα κλάσματα, ενώ η δασκάλα Β.Κ. ενθάρρυνε τα παιδιά να μετρήσουν την περίμετρο και τη διάμετρο σε κυκλικά αντικείμενα της τάξης και διαιρώντας, να υπολογίσουν τον αριθμό «π».

Συμπερασματικά, σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, τα παιδιά κατανόησαν ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι αφηρημένο, αλλά είναι μια ακόμη ανθρώπινη δραστηριότητα. Τη «ρεαλιστική» διάσταση της προσέγγισής μας, την διαπίστωσαν και οι μαθητές κι οι εκπαιδευτικοί απαντώντας στα ερωτηματολόγια. Ένας μαθητής, εξηγώντας γιατί του άρεσε η ενότητα «θέματα διατροφής» απάντησε: «Μου άρεσε…γιατί ήμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλύαμε ό,τι τρώγαμε κι ό,τι κάναμε, το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων».

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8
ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΥΡΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

8.1. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

Η παρούσα έρευνα εφάρμοσε τις εκπαιδευτικές μελέτες περίπτωσης, ώστε να επιτευχθεί η λεπτομερής περιγραφή τεσσάρων project για την προώθηση της διδασκαλίας των μαθηματικών μέσα από διαθεματικές προσεγγίσεις σε θέματα διατροφής και κυκλοφοριακής αγωγής. Στο αυθεντικό περιβάλλον τεσσάρων διαφορετικών σχολικών τάξεων σκιαγραφήθηκαν αναλυτικά οι αλλαγές, έστω και πρόσκαιρες, που συνέβησαν στη στάση των παιδιών και των δασκάλων τους. Αρκετοί ερευνητές (Stenhouse 1979, Crossley & Vulliamy 1984, Kenny & Grotelueschen 1984) υποστηρίζουν τη χρήση των μελετών περίπτωσης με λεπτομερή παρατήρηση και περιγραφή στο σχολικό επίπεδο, στη συγκριτική έρευνα στην εκπαίδευση μέσα από διαφορετικούς πολιτισμούς και εκπαιδευτικά συστήματα. Με τον τρόπο αυτό τα δεδομένα επικυρώνονται οικολογικά. «Η οικολογική εγκυρότητα (ecological validity) αναφέρεται στην τάση κατά την οποία η συμπεριφορά που παρατηρείται σε ένα πλαίσιο είναι γενικεύσιμη σε ένα άλλο» (Crossley & Vulliamy 1984, σ. 198). Οι τέσσερις μελέτες περίπτωσης της έρευνάς μας σαφώς δεν αφορούσαν διαφορετικούς πολιτισμούς και διαφορετικά εκπαιδευτικά συστήματα, αφορούσαν όμως τέσσερις διαφορετικές σχολικές τάξεις που ανήκαν σε δύο διαφορετικές σχολικές μονάδες, είχαν διαφορετική σχολική κουλτούρα και οι εκπαιδευτικοί αυτών των τάξεων είχαν διαφορετική παιδαγωγική και διδακτική συμπεριφορά και διαφορετικά χαρακτηριστικά, που τα αναφέραμε ήδη στο 3ο Κεφάλαιο π.χ. οι δύο είχαν αποφοιτήσει από την Παιδαγωγική Ακαδημία και οι άλλοι δύο από τα Π.Τ.Δ.Ε..

Στην παρούσα μελέτη, ακόμα κι αν οι ηλικιακές ομάδες των παιδιών δεν είναι οι ίδιες σε όλες τις περιπτώσεις – οι τρεις πρώτες μελέτες περίπτωσης αφορούν Δ΄ τάξεις ενώ η τέταρτη μια Ε΄ τάξη – μερικά από τα ευρήματα επιτρέπουν μια σύγκριση μικρής κλίμακας των ομοιοτήτων και των διαφορών μεταξύ των συμπεριφορών των τεσσάρων δασκάλων και των μαθητών - μαθητριών τους και των προτύπων συμμετοχής τους στα συγκεκριμένα μαθησιακά περιβάλλοντα. Για παράδειγμα, όταν επαναλαμβάνονται μερικές απαντήσεις στα ερωτηματολόγια από τους μαθητές και τους δασκάλους των τεσσάρων διαφορετικών τάξεων, δίνεται μια ευκαιρία για συγκρίσεις. Ομοίως, κατά τη διάρκεια της υλοποίησης των project, οποιαδήποτε αλλαγή στη διδακτική στάση ενός συγκεκριμένου εκπαιδευτικού από τους τέσσερις, θα μπορούσε να συγκριθεί με τις αλλαγές που παρατηρήσαμε στη διδακτική στάση των τριών άλλων δασκάλων που συμμετείχαν στην έρευνά μας, λαμβάνοντας υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού προφίλ των δασκάλων και των τάξεών τους. Διαδοχικά επίπεδα πολλαπλών συγκρίσεων ανάμεσα στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, ανέδειξαν και συγκρότησαν κοινές συσχετικές κατηγορίες, παρέχοντας το έδαφος για την πιθανή γενίκευση των συμπερασμάτων από τις τέσσερις μελέτες περίπτωσης.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται σε πίνακες συνοπτικά, τα χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού προφίλ των τεσσάρων δασκάλων και τα χαρακτηριστικά της σκηνής των τάξεων των τεσσάρων μελετών περίπτωσης. Αυτά τα χαρακτηριστικά θα προσπαθήσουμε να τα συνδέσουμε με τα δεδομένα της ανάλυσης, ώστε να αναζητήσουμε τις πιθανές αιτίες των διαφορών ή των ομοιοτήτων μεταξύ των συμπεριφορών των τεσσάρων δασκάλων και των τάξεών τους. Με αυτόν τον τρόπο θα αναδειχθεί περισσότερο το τι έμαθαν οι εκπαιδευτικοί από την υλοποίηση των διαθεματικών project με βάση τα μαθηματικά και ποια ήταν η εξέλιξη στη διδακτική συμπεριφορά του καθενός, ξεκινώντας από διαφορετικές αφετηρίες.

Συγκρίνοντας τα χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού προφίλ των τεσσάρων δασκάλων, διαπιστώνουμε ότι τα χαρακτηριστικά του δασκάλου Θ.Κ. της πιλοτικής έρευνας, μοιάζουν περισσότερο με τα χαρακτηριστικά της δασκάλας Β.Κ. της τέταρτης μελέτης περίπτωσης (βλ. πίνακα 3.1). Έχουν και οι δύο 19 - 20 έτη διδακτικής εμπειρίας, δείχνουν μετριοπαθείς, είναι τυπικοί στις υποχρεώσεις τους, με αίσθηση του καθήκοντος και έχουν αρκετή αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Παρακολούθησαν και οι δύο πρόγραμμα «Εξομοίωσης» χωρίς «Διδακτική μαθηματικών» και στην οικογενειακή κατάσταση, όπως και η δασκάλα Π.Μ. είναι έγγαμοι με παιδιά. Από την άλλη μεριά διαπιστώνουμε ότι τα χαρακτηριστικά της δασκάλας Π.Μ. της δεύτερης μελέτης περίπτωσης, έχουν περισσότερα κοινά σημεία με τα χαρακτηριστικά της δασκάλας Ε.Σ. της τρίτης μελέτης περίπτωσης, αλλά έχουν και μια βασική διαφορά. Ομοίως και οι δύο δασκάλες έχουν μικρή διδακτική εμπειρία (3 - 4 έτη) και έχοντας πρόσφατα αποφοιτήσει από τα Παιδαγωγικά Τμήματα έχουν και οι δύο σύγχρονη θεωρητική κατάρτιση, όμως η βασική διαφορά τους είναι ότι η Π.Μ. δείχνει ανασφαλής και αγχωμένη με τη διδασκαλία των μαθηματικών, ενώ αντίθετα η δασκάλα Ε.Σ. έχει υψηλό αυτοσυναίσθημα στα μαθηματικά, σύγχρονες πεποιθήσεις για τη διδασκαλία τους και δεν φοβάται να εκτεθεί (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλων Π.Μ. & Ε.Σ. αρ.1: Παράρτημα Β.3 & Γ.6). Εξάλλου η δασκάλα Ε.Σ. είναι η μόνη από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς - συνεργάτες με προϋπάρχουσα εμπειρία υλοποίησης project από το παρελθόν. Επίσης ακόμη μια διαφορά εντοπίζεται στην οικογενειακή κατάσταση, εφόσον η δασκάλα Ε.Σ. είναι άγαμη. Αυτό ενδεχομένως να υποδηλώνει ότι η Ε.Σ. είχε και περισσότερο ελεύθερο χρόνο για να διαθέσει στην προετοιμασία της διδασκαλίας της. Γεγονός είναι ότι η συγκεκριμένη δασκάλα έδειξε μεγάλη διάθεση, αφιέρωσε πολλή ενέργεια και με δική της πρωτοβουλία οργάνωσε πολλές βιωματικές δράσεις, (βλ. πίνακα 3.5.), φέρνοντας η ίδια στην τάξη υλικά για την παρασκευή συνταγών, πλαστικά ποτήρια και νερό για την εύρεση του διπλάσιου του 2½ και 3½, ποσότητες από νωπό κρέας, βούτυρο, μακαρόνια και μια ζυγαριά κουζίνας ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν τις ποσότητες, σοκολάτες και φασόλια για να αναπαραστήσουν τα παιδιά κάποια ισοδύναμα κλάσματα κ.λ.π.

Αν προσπαθήσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της δεύτερης, της τρίτης και της τέταρτης μελέτης περίπτωσης μεταξύ τους, αλλά και με αυτά της πιλοτικής έρευνας, θα διαπιστώσουμε πολλές ομοιότητες, αλλά και αρκετές διαφορές. Ομοιότητες διαπιστώνονται τόσο στα εξωτερικά χαρακτηριστικά των τεσσάρων μελετών, όσο και στις ποιοτικές αλλαγές που συνέβησαν στη συμπεριφορά δασκάλων και μαθητών. Η διαθεματική προσέγγιση με βάση τα μαθηματικά ήταν το κυρίαρχο στοιχείο σε όλες τις περιπτώσεις. Είτε με τη μορφή των θεμάτων διατροφής είτε με τη θεματική της κυκλοφοριακής αγωγής, μέσα από σχέδια εργασίας φαινομενικά άσχετα με τα μαθηματικά, αναδύθηκαν πολλά και ενδιαφέροντα μαθηματικά προβλήματα, στα οποία δάσκαλοι και μαθητές ενεπλάκησαν, βελτιώνοντας κάποια στοιχεία από τη διδακτική ή μαθησιακή συμπεριφορά τους στα μαθηματικά. Στοιχείο σύμφυτο με τη διαθεματική προσέγγιση ήταν κι η ομαδοσυνεργατική εργασία των μαθητών.

Οι διαφορές σχετίζονται κυρίως με εξωτερικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά των παραμέτρων των ερευνών. Κατ' αρχάς τα θέματα που ερευνήθηκαν στα τέσσερα σχέδια εργασίας των μελετών, ήταν ανά δύο τελείως διαφορετικά. Στην πιλοτική έρευνα και στην τρίτη μελέτη περίπτωσης ασχοληθήκαμε με «Θέματα διατροφής», με θερμίδες, συνταγές, ζύγιση τροφών, αναζήτηση σε θερμιδομετρητές, συμπλήρωση ημερολογίων διατροφής κ.λπ. Στη δεύτερη και στην τέταρτη μελέτη περίπτωσης ασχοληθήκαμε με θέματα «Κυκλοφοριακής αγωγής» και όλες οι βιωματικές δράσεις μας περιστρέφονταν γύρω από αυτόν τον πυρήνα. Διερευνήσαμε τις συνέπειες των τροχαίων ατυχημάτων, τους τρόπους βελτίωσης της υπάρχουσας κατάστασης, τις υποχρεώσεις μας ως οδηγοί και ως πεζοί, μετρήσαμε ταχύτητες αυτοκινήτων κι εξοικειωθήκαμε με στατιστικές διαδικασίες και λόγους μέρους/μέρους, μέρους/όλου και τη μετατροπή τους σε ποσοστά, μελετήσαμε χάρτες και επισκεφτήκαμε το πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Ως προς το χρόνο, η πιλοτική έρευνα - 1η Μ.Π. διήρκεσε τέσσερα διδακτικά δίωρα (ένα δίωρο ανά εβδομάδα), ενώ οι υπόλοιπες τρεις μελέτες περιπτώσεων διήρκεσαν: Η 2η Μ.Π. 26 διδακτικές ώρες στη διάρκεια 14 εβδομάδων (12 δίωρα Ε.Ζ. και 2 μονόωρα στα μαθηματικά, μία ώρα στην αρχή και μία στο τέλος του προγράμματος). Η 3η Μ.Π. 22 διδακτικές ώρες στη διάρκεια 12 εβδομάδων (10 δίωρα Ε.Ζ. και 2 μονόωρα στα μαθηματικά). Η 4η Μ.Π. 27 διδακτικές ώρες στη διάρκεια 15 εβδομάδων (12 δίωρα Ε.Ζ. και 3 μονόωρα στα μαθηματικά, μία ώρα στην αρχή και δύο στο τέλος του προγράμματος). Κατά την πιλοτική έρευνα δεν καταγράφηκε το τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση και μετά από αυτήν, όπως συνέβη στις άλλες μελέτες. Η μεγάλη διδακτική εμπειρία του δασκάλου Θ.Κ. της πιλοτικής έρευνας και της δασκάλας Β.Κ. της τέταρτης μελέτης, έρχεται σε αντίθεση με τη μικρή εμπειρία των δασκάλων Π.Μ. και Ε.Σ. της δεύτερης και της τρίτης μελέτης αντίστοιχα. Το γεγονός αυτό ενδεχομένως υποδηλώνει ότι οι προϋπάρχουσες παραδοσιακές διδακτικές αντιλήψεις έχουν ριζώσει βαθύτερα στο δάσκαλο Θ.Κ. και στη δασκάλα Β.Κ. μετά από 20 έτη διδακτικής πράξης, παρά στις άλλες δύο δασκάλες Π.Μ. και Ε.Σ. με τα 3 - 4 μόνο χρόνια εμπειρίας.

Πιθανότατα ήταν περισσότερο δύσκολο για τους έμπειρους εκπαιδευτικούς, παρά για τις δύο νέες δασκάλες, να αποβάλουν τις παλιές κεκτημένες συνήθειες και πρακτικές ή να τις εξελίξουν προοδευτικά. Όμως αν και οι δύο έμπειροι εκπαιδευτικοί, είχαν διαφορετικά χαρακτηριστικά από τη νέα δασκάλα Π.Μ., κάποια χαρακτηριστικά και των τριών ήταν πηγές αντίστασης στις επιχειρούμενες αλλαγές. Στους δύο πρώτους εκπαιδευτικούς εμπόδιο ήταν η μεγάλη τους εμπειρία και η προσκόλληση σε παραδοσιακές τακτικές, όμως όπως αναδείχτηκε και η άπειρη δασκάλα Π.Μ., η οποία ήταν συγχρόνως ανασφαλής με χαμηλή αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία των μαθηματικών, ήταν απρόθυμη αρχικά να ξεφύγει από σίγουρες παραδοσιακές πεπατημένες και να πειραματιστεί. Ήταν μάλιστα περισσότερο απρόθυμη από το δάσκαλο Θ.Κ., ο οποίος αν και είχε μεγάλη προϋπηρεσία, ήταν «ανοιχτός» σε οτιδήποτε παιδαγωγικά καινοτόμο. Αντίθετα, η εξίσου άπειρη με την Π.Μ. δασκάλα Ε.Σ., με προϋπάρχουσα όμως εμπειρία υλοποίησης project στο παρελθόν και με μεγάλη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία των μαθηματικών, παρουσίασε αρχικά τις λιγότερες αντιστάσεις, αλλά τελικά και τις λιγότερες αλλαγές στη διδακτική συμπεριφορά της, συγκρίνοντας τη διδασκαλία της στα μαθηματικά πριν και μετά από τη διαθεματική προσέγγιση. Αυτό συνέβη γιατί ξεκινώντας το διαθεματικό project η δασκάλα Ε.Σ. είχε ήδη μία προϋπάρχουσα πιο προοδευτική διδακτική συμπεριφορά από τους υπόλοιπους τρεις εκπαιδευτικούς και αυτό είχε ως αποτέλεσμα, πιο πολύ να εμπεδωθούν και να ενισχυθούν, παρά να αλλάξουν, οι αρχικές, προοδευτικές, διδακτικές πρακτικές της. Τη διαπίστωση αυτή διατύπωσε και η ίδια η δασκάλα απαντώντας στο δεύτερο ερωτηματολόγιο. Όμως συμπλήρωσε η δασκάλα λέγοντας πως συνειδητοποίησε ότι έχει ακόμη αρκετό δρόμο για δημιουργικότερο έργο, δηλαδή διαπίστωσε ότι υπάρχουν μεγάλα περιθώρια βελτίωσης της διδακτικής πράξης της. Οι άλλοι τρεις εκπαιδευτικοί, όταν ξεπέρασαν τις αρχικές αμφιβολίες και πείστηκαν μέσα από την πράξη και από την αλληλεπίδραση με τους μαθητές τους ότι η διαθεματική προσέγγιση παρουσιάζει διδακτικό και μαθησιακό ενδιαφέρον, «αφέθηκαν» στο διαθεματικό ταξίδι και παρουσίασαν ενίοτε θεαματικές αλλαγές στην αρχική, παραδοσιακή, διδακτική συμπεριφορά τους.

Κατά την πιλοτική έρευνα συνέβησαν ποιοτικές αλλαγές στη συμπεριφορά του δασκάλου Θ.Κ. Ενώ διατηρήθηκαν ο παραδοσιακά γνώριμος καθοδηγητικός ρόλος του δασκάλου και η έμφαση στο αποτέλεσμα και όχι στη διαδικασία, ωστόσο η αντιμετώπιση των λαθών των μαθητών από το δάσκαλο, με μία μόνο εξαίρεση, ήταν αισθητά βελτιωμένη σε σχέση με το παραδοσιακό πρότυπο. Ομοίως συχνή ήταν εκ μέρους του δασκάλου η παρότρυνση των μαθητών σε μαθηματικό διάλογο. Επίσης εφαρμόστηκε από το δάσκαλο εξατομικευμένη διδασκαλία, αφού το ευέλικτο πλαίσιο του ανοικτού διαθεματικού προβλήματος επέτρεπε την επιλογή κατάλληλων δραστηριοτήτων, ανάλογα με το μαθησιακό επίπεδο των μαθητών. Ο δάσκαλος αντί να προχωρήσει σε αφαιρετικές δομές έκανε χρήση νοητικών αναπαραστάσεων και χειραπτικού υλικού για να υποστηρίξει μαθησιακά τους μαθητές. Διαπιστώθηκε επίσης μια προσπάθεια διαρκούς ανατροφοδότησης της διδασκαλίας του από τις αντιδράσεις των μαθητών. Η διδασκαλία απέκτησε δυναμική, δεν ήταν πλέον στατικό, έτοιμο, προκαθορισμένο προϊόν. Τέλος είχαμε ανάδυση στρατηγικών. Διαπιστώσαμε, με ποιο τρόπο ο δάσκαλος, υποστηρίζοντας την αναδυόμενη από τα παιδιά στρατηγική συνεχούς διχοτόμησης, προσπάθησε να αναδείξει τη στρατηγική της Αναγωγής στη Μονάδα. Αντί με παραγωγή να λύσει ο ίδιος υπόδειγμα Αναγωγής στη Μονάδα και μετά να δώσει έτοιμο αλγόριθμο στους μαθητές, εκείνος οργάνωσε και κατηύθυνε τις άτυπες σποραδικές στρατηγικές των μαθητών μέσα από μια διαδικασία επανεπινόησης, ώστε να αναδυθεί η στρατηγική της Αναγωγής από τις λύσεις των παιδιών.

Αν αντιπαραβάλλουμε τις ανωτέρω αλλαγές που παρατηρήσαμε κατά την πιλοτική έρευνα, με τις αλλαγές που καταγράψαμε στα Κεφάλαια 5, 6 και 7, στις τρεις υπόλοιπες, κύριες μελέτες περίπτωσης, θα διαπιστώσουμε σημαντικές ομοιότητες. Όπως ήταν αναμενόμενο λόγω και της μεγαλύτερης χρονικής διάρκειας υλοποίησης του διαθεματικού προγράμματος, οι αλλαγές που διαπιστώσαμε κυρίως στη δεύτερη και στην τέταρτη μελέτη ήταν περισσότερες από ό,τι στην πιλοτική έρευνα. Αναλύθηκαν βαθύτερα, μέσα και από τη σύγκριση του τυπικού μαθήματος των μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση και μετά από αυτήν.

Ωστόσο και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, σε άλλες λιγότερο και σε άλλες περισσότερο, μέσα από περιγραφή και ανάλυση μαθησιακών επεισοδίων, αναδύθηκαν οι εξής προοδευτικές μεταβολές στη διδακτική στάση και των τεσσάρων δασκάλων, κατά τη διαθεματική προσέγγιση και μετά από αυτήν: α) Οι εκπαιδευτικοί ρωτούν πλέον «γιατί» και «πώς» ενθαρρύνοντας το διάλογο και σταδιακά δίνουν το λόγο στα παιδιά μειώνοντας το δικό τους ποσοστό κατοχής λόγου. Κρατούν συντονιστικό ρόλο. Η φύση των δραστηριοτήτων είναι τέτοια (βιωματική δράση, θέμα κοινωνικού προβληματισμού, κατασκευή με χειραπτικό υλικό, εξερευνήσεις στο χάρτη, εργασία στον υπολογιστή) ώστε οι μαθητές ερευνώντας διεκδικούν περισσότερο χώρο. β) Οι εκπαιδευτικοί αντί να ενισχύουν τον ανταγωνισμό όπως παλιά, συμβάλλουν στη μείωση του ανταγωνισμού. Δίνουν το χρόνο και τη δυνατότητα σε πιο πολλούς μαθητές για να απαντήσουν. Αντί πλέον να επιμένουν στη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος, δίνουν έμφαση κυρίως στη διαδικασία και στην κατανόηση. γ) Οι εκπαιδευτικοί αντιμετωπίζουν διαφορετικά τα λάθη των μαθητών. Αντί όπως παλιά να κρίνουν αρνητικά τα λάθη, αρχίζουν να ερμηνεύουν τον τρόπο σκέψης που οδήγησε στα λάθη και τα αξιοποιούν διδακτικά ως «ανοιχτό παράθυρο στη σκέψη των μαθητών». Δεν διορθώνουν πια τα λάθη, αλλά με κονστρουκτιβιστική διαδικασία δημιουργούν κατάλληλες προϋποθέσεις για να τα ανακαλύψουν οι μαθητές μόνοι τους. δ) Παρατηρούμε στροφή του ενδιαφέροντος των εκπαιδευτικών στην επίτευξη κατανόησης από τους μαθητές. ε) Οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνουν πλέον την ανάδυση στρατηγικών επαγωγικά από τα παιδιά. Οργανώνουν άτυπες σποραδικές πρακτικές και τις κατευθύνουν μέσα από μια διαδικασία επανεπινόησης, ώστε οι στρατηγικές να αναδύονται με αφετηρία λύσεις των παιδιών. στ) Επίσης οι εκπαιδευτικοί εμψυχώνουν τα παιδιά, ώστε μέσα από μαθηματική αναζήτηση, να διερευνούν και να διατυπώνουν εναλλακτικούς τρόπους λύσης για το ίδιο πρόβλημα, με αποτέλεσμα να υπάρχει πλουραλισμός απαντήσεων. ζ) Υπάρχει μείωση της καθοδήγησης των εκπαιδευτικών και αύξηση της αυτονόμησης μερικών μαθητών. η) Σε σχέση με το παραδοσιακό πρότυπο και το σχολικό βιβλίο, έχουμε διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών μέσα από τη διαθεματικότητα. θ) Οι εκπαιδευτικοί δίνουν έμφαση στη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Στο ευρύ πεδίο της διαθεματικότητας επιλέγουν πλαίσια προβλημάτων από την καθημερινή ζωή των μαθητών.

Ενδιαφέρον ως προς την παρατήρηση της επαγγελματικής εξέλιξης των τεσσάρων εκπαιδευτικών - συνεργατών, παρουσιάζουν και κάποιες άτυπες αναφορές και καταγραφές, στο χρονικό διάστημα που ακολούθησε την υλοποίηση των τεσσάρων προγραμμάτων. Ο δάσκαλος Θ.Κ. της πρώτης μελέτης περίπτωσης, υλοποίησε με την τάξη του το διαθεματικό project κατά το σχολικό έτος 2003-04. Διαπιστώναμε ήδη από τότε, αποτυπώνοντας το εκπαιδευτικό προφίλ του συγκεκριμένου δασκάλου, ότι αν και είχε μεγάλη εμπειρία, ήταν «ανοιχτός» σε παιδαγωγικές καινοτομίες. Δύο έτη μετά από την ολοκλήρωση του project, όταν κενώθηκε η θέση του υπεύθυνου του προγράμματος της Αγωγής Υγείας στην οικεία Διεύθυνση Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, ο δάσκαλος Θ.Κ. έθεσε υποψηφιότητα και επελέγη για αυτήν τη θέση, την οποία κατέχει έως τις ημέρες μας το έτος 2010. Για τη δασκάλα Π.Μ. της δεύτερης μελέτης περίπτωσης δεν υπάρχουν επικαιροποιημένα στοιχεία για την επαγγελματική της εξέλιξη. Η δασκάλα Ε.Σ. της τρίτης μελέτης περίπτωσης, για την οποία αποτυπώνοντας το εκπαιδευτικό προφίλ της, είχαμε καταγράψει ήδη από το σχολικό έτος 2005-06, έτος υλοποίησης του project στην τάξη της, ότι έδειχνε επιθυμία για αυτοεξέλιξη, επελέγη το έτος 2010 ύστερα από εξετάσεις, στη διετή Μετεκπαίδευση μέσω του Διδασκαλείου του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Η δασκάλα Β.Κ. της τέταρτης μελέτης περίπτωσης, όταν ξανασυναντηθήκαμε το επόμενο σχολικό έτος 2006-07 από την υλοποίηση του project, μου είπε ότι το διαθεματικό πρόγραμμα βοήθησε τόσο την ίδια όσο και τα παιδιά, ώστε να προσαρμοστούν επιτυχώς στις απαιτήσεις των νέων βιβλίων των μαθηματικών που είχαν εντωμεταξύ εισαχθεί στα δημοτικά σχολεία και να υιοθετήσουν τη νέα φιλοσοφία της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Αν προσπαθήσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα και από τις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, τα οποία σχετίζονται με αλλαγές στη συμπεριφορά των μαθητών και μαθητριών, θα διαπιστώσουμε κυρίως ομοιότητες. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, τα παιδιά χωρίς να κάνουν τυπικό μάθημα και χωρίς το κίνητρο του βαθμού, έμεναν στρατευμένα στο σκοπό τους. Σε αρκετά παιδιά, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και ο βαθμός συμμετοχής, τονίσθηκε η αυτοπεποίθηση και ο ενθουσιασμός τους, στο μάθημα των μαθηματικών. Θετικές αλλαγές στη στάση των μαθητών τους στα μαθηματικά, εντόπισαν και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, μάλιστα ενίοτε ανέφεραν στα ερωτηματολόγια και συγκεκριμένα παραδείγματα μαθητών. Στο τέλος και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, απαντώντας τα παιδιά σε ερωτηματολόγια για το αν τους άρεσαν τα project και για ποιο λόγο, απάντησαν καταφατικά και τεκμηρίωσαν τις απαντήσεις τους με ποικιλία επιχειρημάτων. Η εμπλοκή των περισσότερων παιδιών κι όχι μόνο των πιο ικανών κι η ανταλλαγή μαθηματικών απόψεων οδήγησε συχνά σε διεξαγωγή μαθηματικού διαλόγου.

Συγκρίνοντας τις αλλαγές που συνέβησαν και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, στη στάση των μαθητών και κυρίως των δασκάλων, κατά τη διαθεματική προσέγγιση στην Ε.Ζ. και μετά από αυτήν στο μάθημα των μαθηματικών, διαπιστώσαμε ότι κάποιες από αυτές τις αλλαγές όταν επήλθαν, παρέμειναν μέχρι το τέλος του προγράμματος, διαρκώς ισχυροποιούμενες σταδιακά, ενώ κάποιες άλλες παλινδρομούσαν και η συμπεριφορά των δασκάλων αμφιταλαντευόταν μεταξύ σύγχρονης διδακτικής στάσης και παραδοσιακής πρακτικής. Επίσης υπήρξαν και δύο περιπτώσεις όπου ο δάσκαλος αντιστάθηκε στην αλλαγή της συμπεριφοράς του, ως το τέλος. Απόρροια της προηγούμενης διαπίστωσης ήταν η απόφασή μας να επιχειρήσουμε ένα είδος ταξινόμησης των αλλαγών. Τις αλλαγές που παρατηρήσαμε σε όλες τις μελέτες περίπτωσης και τις καταγράψαμε στα κεφάλαια 4, 5, 6 και 7, τις κατηγοριοποιούμε σε τρεις ομάδες: I) αυτές που επήλθαν και παρέμειναν αταλάντευτες μέχρι το τέλος, II) αυτές που παλινδρομούσαν και III) αυτές που συνάντησαν ισχυρές αντιστάσεις και τελικά ματαιώθηκαν. Όταν θα αναφέρουμε στο εξής τον όρο: «παλινδρόμηση», δεν υποδηλώνουμε σε καμία περίπτωση συνηδειτότητα εκ μέρους των εκπαιδευτικών που ενδεχομένως να μην είχαν οι εκπαιδευτικοί τις στιγμές που «παλινδρομούσαν». Εννοούμε ότι έπειτα από μία πρόσκαιρη μετακίνηση από την παραδοσιακή στάση σε μία σύγχρονη διδακτική πρακτική, παρατηρούμε στο αμέσως επόμενο επεισόδιο, επιστροφή στην παραδοσιακή στάση και γενικά υπάρχει αστάθεια και αμφιταλάντευση στην παρατηρούμενη συμπεριφορά. Η ταξινόμηση θα μας βοηθήσει στη συνέχεια να εμβαθύνουμε στα ποιοτικά χαρακτηριστικά αυτών των αλλαγών, τα οποία σχετίζονται με το βαθμό αποδοχής και οικειοποίησής τους από τους, τις εκπαιδευτικούς. Αξιοσημείωτο είναι ότι στη μεγάλη πλειονότητα των περιπτώσεων, η ίδια αλλαγή - συσχετική κατηγορία, εμφάνιζε την ίδια πορεία στις τέσσερις διαφορετικές μελέτες περίπτωσης, με διαφορετικούς εκπαιδευτικούς, σε διαφορετικές τάξεις. Εάν δηλαδή εκδηλωνόταν στη στάση των δασκάλων και παρέμενε σταθερά μέχρι τέλους, αυτό παρατηρούσαμε ότι συνέβαινε και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης. Ομοίως αν παλινδρομούσε, αυτό συνήθως συνέβαινε σε όλες τις μελέτες περίπτωσης. Αυτή η ομοιομορφία είναι ένδειξη της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων και μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι εκτός από ελάχιστες περιπτώσεις που ο βαθμός αποδοχής ή απόρριψης μίας αλλαγής οφειλόταν κυρίως στα ατομικά χαρακτηριστικά του εκάστοτε εκπαιδευτικού, στη συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων ο βαθμός αποδοχής - απόρριψης μίας αλλαγής οφειλόταν σε ποιοτικά χαρακτηριστικά της ίδιας της αλλαγής αυτής. Η κατάταξη των διαπιστωμένων αλλαγών από την 1η μελέτη-πιλοτική έρευνα είναι αυτή που ενέχει το μεγαλύτερο βαθμό αμφισβήτησης, αφού η πιλοτική έρευνα διήρκεσε μόνο τέσσερα δίωρα και σε αυτή δεν καταγράφηκε το μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. και μετά από αυτήν. Λόγω της μικρής χρονικής διάρκειας της μελέτης, δεν υπήρξαν τα περιθώρια ώστε οι αλλαγές που εκδηλώθηκαν, να αρχίσουν να φθείρονται, να αποδυναμώνονται και να παλινδρομούν. Αντίστροφα από την άλλη, δεν δόθηκαν τα χρονικά περιθώρια στο δάσκαλο της 1ης μελέτης περίπτωσης να αλλάξει διδακτική στάση και να μετακινηθεί από το μοντέλο της δασκαλοκεντρικής προς το μοντέλο της μαθητοκεντρικής διδασκαλίας. Τις τρεις κατηγορίες που αναφέραμε πριν, στις οποίες κατατάξαμε τις αλλαγές στη στάση των δασκάλων και των μαθητών όπως αυτές αναδύθηκαν από τις μελέτες περίπτωσης, θα παρουσιάσουμε αναλυτικά στη συνέχεια:

Ι) Σε αυτές που όταν επήλθαν, παρέμειναν αταλάντευτες μέχρι το τέλος, κατατάσσονται οι περισσότερες αλλαγές. Από την 1η μελέτη περίπτωσης (Μ.Π.) συγκαταλέγουμε: την εκ μέρους του δασκάλου, παρότρυνση των μαθητών σε διάλογο, τη χρήση διαφοροποιημένης διδασκαλίας και αναπαραστάσεων προκειμένου να υποστηριχθεί η σκέψη των μαθητών, τη μείωση του ανταγωνισμού μεταξύ των παιδιών και την έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση του πλαισίου. Επίσης οι καταγεγραμμένες αλλαγές στο 5ο κεφάλαιο, σχεδόν όλες συγκαταλέγονται σε αυτές που όταν επήλθαν, παρέμειναν μέχρι το τέλος. Η αλλαγή στη στάση των μαθητών στα μαθηματικά, στη 2η Μ.Π., στην 3η Μ.Π. και στην 4η Μ.Π., εδραιωνόταν σταδιακά όσο προχωρούσε η διαθεματική προσέγγιση και συνεχίστηκε και μετά από την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών. Η πρόοδος στον τομέα του μαθηματικού διαλόγου στη 2η Μ.Π. και στην 3η Μ.Π., εξελίχθηκε σταθερά κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και συνεχίστηκε, σε μεγάλο βαθμό και μετά την Ε.Ζ. Στην 4η Μ.Π., εμφανίστηκε μία μικρή παλινδρόμηση στον τομέα του μαθηματικού διαλόγου, την οποία θα αναλύσουμε παρακάτω στην αντίστοιχη κατηγορία.

Από το 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση του διαλόγου, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., σταδιακά κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. εδραιώθηκε και συνεχίστηκε και μετά από αυτήν. Π.χ. στην 3η Μ.Π. η δασκάλα, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. (μ.Ε.Ζ.) στο απόσπασμα (3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.27) ζητά από ένα μαθητή να εξηγήσει τον τρόπο σκέψης του, ενώ στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., δε ρωτούσε «πώς» και «γιατί». Επίσης στο 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την έμφαση στην κατανόηση, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., καθόλη τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης παρέμεινε σταθερά, διαρκώς αυξανόμενη, και συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. Π.χ. στη 2η Μ.Π. στο απόσπασμα (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.13) έχουμε έμφαση στην κατανόηση. Στην 3η Μ.Π. στο επεισόδιο (3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2) η δασκάλα Ε.Σ. εισήγαγε τη νέα ενότητα για τα ισοδύναμα κλάσματα εμφανίζοντας δύο σοκολάτες που η ίδια είχε φέρει, ενώ στο παραδοσιακό μάθημα πριν από την Ε.Ζ. ποτέ δεν χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό στη διδασκαλία, ούτε καν σχέδιο στον πίνακα. Μάλιστα στην 3η Μ.Π. η έμφαση εκ μέρους της δασκάλας στην κατανόηση, παρέμεινε στα μαθηματικά (μ.Ε.Ζ.) με αξιοσημείωτη σταθερότητα, αφού καταγράφηκαν 13 αποσπάσματα μετά την Ε.Ζ., όπου δόθηκε ποικιλοτρόπως έμφαση στην κατανόηση. Στην 4η Μ.Π. η έμφαση εκ μέρους της δασκάλας Β.Κ. στην κατανόηση, παρέμεινε μετά την Ε.Ζ. σε τέσσερα καταγεγραμμένα επεισόδια. Η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση της ανάδυσης στρατηγικών από τους μαθητές, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., εδραιώθηκε σταδιακά κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ., όπως παρατηρήσαμε στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, στη 2η Μ.Π. σε τρία επεισόδια, στην 3η Μ.Π. σε δύο επεισόδια, και στην 4η Μ.Π. σε τρία επεισόδια. Επίσης, άλλη μία αλλαγή στη στάση των δασκάλων που παρέμεινε αταλάντευτη και την καταγράψαμε σε όλες τις μελέτες περίπτωσης (1η, 2η, 3η και 4η Μ.Π.), είναι η ενθάρρυνση των παιδιών εκ μέρους των δασκάλων, ώστε να αναδεικνύουν πολλούς τρόπους λύσης και να επιζητούν ποικιλία απαντήσεων. Διαπιστώσαμε ότι πριν από την Ε.Ζ., ακόμη κι όταν σπάνια προέκυπταν εναλλακτικοί τρόποι λύσης, αυτοί δίνονταν έτοιμοι από τους, τις εκπαιδευτικούς. Αντίθετα κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά την Ε.Ζ., υπήρχε πλουραλισμός απαντήσεων κι οι εναλλακτικοί τρόποι αναδύονταν μέσα από μαθηματική αναζήτηση των παιδιών, π.χ. στη 2η Μ.Π. διαπιστώσαμε στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης και ποικιλία απαντήσεων σε πέντε επεισόδια. Την ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης ως στοιχείο μίας αποτελεσματικής διδασκαλίας με στόχο την κατανόηση, προβάλλει η Μα (1999) στη συγκριτική μελέτη της για τους δασκάλους στην Κίνα και στις Η.Π.Α.

Από τις αλλαγές στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο, τις οποίες καταγράψαμε στο 7ο κεφάλαιο και οι δύο παρέμειναν σταθερά μέχρι τέλους σε όλες τις μελέτες, με μία μικρή εξαίρεση στην 4η Μ.Π. Διαπιστώσαμε ότι οι εκπαιδευτικοί συνέβαλαν σταθερά στη 2η και στην 3η Μ.Π. ώστε να διευρυνθεί το περιεχόμενο και οι διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών σε σχέση με το παραδοσιακό πρότυπο και το παλιό σχολικό βιβλίο και αταλάντευτοι διαρκώς έδιναν έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων κατά τη 2η, την 3η και την 4η Μ.Π. Από την ανάλυση των δεδομένων διαπιστώσαμε ότι όχι μόνο κατά το διαθεματικό project, αλλά και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι εκπαιδευτικοί συνέχισαν να υιοθετούν διαδικασίες βιωματικής μάθησης και πλαίσια από την καθημερινή ζωή, συνέχισαν να χρησιμοποιούν χειραπτικό υλικό, να δημιουργούν ευκαιρίες «πλαισιωμένης» μάθησης και ενίοτε να προεκτείνουν τη διδασκαλία τους στα μαθηματικά σε θέματα εκτός διδακτέας ύλης. Π.χ. στο 7ο κεφάλαιο, στη 2η Μ.Π. στο μάθημα των μαθηματικών μετά την Ε.Ζ., στο απόσπασμα (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2), η δασκάλα Π.Μ. ζητά από τους μαθητές να κάνουν υπολογισμούς με το νου και να εκτιμήσουν κατά προσέγγιση το αποτέλεσμα. Η διαδικασία της εκτίμησης κατά προσέγγιση και της πρόβλεψης, ελάχιστα υπήρχε στο παλιό σχολικό βιβλίο των μαθηματικών και πρόσφατα μόνο ενσωματώθηκε στα νέα βιβλία. Στην 3η Μ.Π. στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., σε έξι επεισόδια διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα Ε.Σ. συνέχισε να διευρύνει το περιεχόμενο και τις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών, καθώς υιοθέτησε στη διδασκαλία της τη χρήση βιωματικών δραστηριοτήτων και ενθάρρυνε τους μαθητές να μελετήσουν θέματα που σπάνια διερευνώνται στο δημοτικό σχολείο, όπως το πότε περατώνεται μια σειρά ισοδύναμων κλασμάτων και η έννοια του απείρου (διδακτικά επεισόδια: 3ηΜ.Π./ Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2 και Δ/μ.Ε.Ζ./γ.28). Επίσης στο απόσπασμα Δ/μ.Ε.Ζ./γ.30 η δασκάλα ζήτησε από τα παιδιά (problem posing) να φτιάξουν δικό τους πρόβλημα με τους αριθμούς 1/2 και 1500. Στο παλιό βιβλίο δεν υπήρχαν παρόμοια προβλήματα, όπου τα παιδιά να καλούνται να πλαισιώσουν αριθμητικά δεδομένα. Ομοίως η συγκεκριμένη δασκάλα τόλμησε να υπερβεί τις απαιτήσεις του βιβλίου και τη διδακτέα ύλη της Δ΄ τάξης και να ασχοληθεί με θέματα της Ε΄ τάξης (διδακτικά επεισόδια Δ/μ.Ε.Ζ./γ.32 και Π/μ.Ε.Ζ./η.20). Στο πρόβλημα προς επίλυση στην τάξη και στις ασκήσεις που έθεσε για το σπίτι, έπρεπε τα παιδιά να σχηματίσουν σειρές ισοδύναμων κλασμάτων ή να βρουν άγνωστους όρους σε δοσμένες σειρές.

Ως προς την έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων, στη 2η Μ.Π. κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά από αυτήν στα μαθηματικά, π.χ. στο απόσπασμα (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.1), διαπιστώνουμε ότι η ενυπάρχουσα τάση της δασκάλας να συνδέει τα πλαίσια των προβλημάτων με την καθημερινή ζωή, καλλιεργήθηκε κι ενισχύθηκε, ακόμη περισσότερο. Στην 3η Μ.Π. ήδη πολύ νωρίς, στην 1η συνάντηση (3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.18), η δασκάλα με δική της πρωτοβουλία χωρίς να προβλέπεται από το φυλλάδιο, συνέδεσε τα θέματα διατροφής με το βιωματικό μέρος της διατροφής, παρασκευάζοντας στην τάξη μια ζυμαρόπιτα την οποία στο τέλος δοκίμασαν όλοι οι μαθητές. Στην 3η Μ.Π. μετά την Ε.Ζ. διαπιστώνουμε σε πέντε επεισόδια στα μαθηματικά, ότι η δασκάλα Ε.Σ. συνέχισε να δίνει έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Π.χ. ενδεικτικά αναφέρουμε το απόσπασμα (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4), όπου η δασκάλα, βιωματικά και χειροπιαστά, συνδύασε την έννοια «κομμάτι» σοκολάτας με την έννοια «κλάσμα» και τα παιδιά έμαθαν να χρησιμοποιούν κλάσματα για να εκφράσουν καθημερινές καταστάσεις. Ομοίως, ενθάρρυνε μία μαθήτρια να συνδέσει τη μαθηματική, συμβολική έκφραση 1/2 με την έκφραση «μισό» πορτοκάλι από την καθημερινή ζωή (Δ./μ.Ε.Ζ./γ.20). Για να γίνει κατανοητή η διάταξη σε τριάδες, η δασκάλα παρομοίασε τα φασόλια με τους μαθητές στη γραμμή, χρησιμοποιώντας ένα πλαίσιο καθημερινής ζωής (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8). Τέλος στην 4η Μ.Π., ενώ πριν την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η δασκάλα δεν χρησιμοποιούσε πλαίσια από την καθημερινή ζωή, ούτε χειραπτικό υλικό και βιωματικές δράσεις, κατά τη διάρκεια του project, αλλά και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η δασκάλα υιοθετούσε πλέον διαδικασίες βιωματικής μάθησης και πλαίσια δραστηριοτήτων από την καθημερινή ζωή, ενισχύοντας τη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Π.χ. στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., στο απόσπασμα (4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.15) η δασκάλα ζήτησε από τα παιδιά ένα παράδειγμα ομόκεντρων κύκλων μέσα από τα βιώματά τους. Ομοίως, στο επεισόδιο (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.18) η δασκάλα υποστήριξε τα παιδιά ώστε να νοηματοδοτήσουν τις έννοιες «κύκλος - κυκλικός δίσκος - ακτίνα», με παραδείγματα από το περιβάλλον. Σε ένα άλλο επεισόδιο (Δ/2^{η} μ.Ε.Ζ./γ.39) η δασκάλα εστίασε στο πρόβλημα του βιβλίου και στο παράδειγμα του Θαλή, λέγοντας ότι κι εμείς σήμερα, όπως οι αρχαίοι γεωμέτρες, λύνουμε με τα μαθηματικά, προβλήματα καθημερινής ζωής.

ΙΙ) Ξεχωριστό ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι αλλαγές στη στάση των δασκάλων, οι οποίες διαπιστώσαμε κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν, ότι παλινδρομούσαν και η συμπεριφορά των δασκάλων αμφιταλαντευόταν μεταξύ σύγχρονης διδακτικής στάσης και παραδοσιακής πρακτικής. Η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την αντιμετώπιση του λάθους των μαθητών, σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, παρουσίασε παλινδρόμηση κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά από αυτήν στα μαθηματικά. Στην 1η Μ.Π. (4ο κεφ.), η αλλαγή στη στάση του δασκάλου Θ.Κ. ως προς την αντιμετώπιση του λάθους, παλινδρομούσε κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. Στις περιπτώσεις των παιδιών που ζητούσαν βοήθεια φτάνοντας σε αδιέξοδο, ο δάσκαλος άλλοτε απέφευγε να δώσει έτοιμη λύση, άλλοτε πάλι παλινδρομώντας έδινε άμεσα τη σωστή απάντηση χωρίς να επενδύσει στο λάθος. Στο απόσπασμα (Ημέρα 3η, α.11), ο δάσκαλος ενθάρρυνε τα παιδιά «να ξετυλίξουν το κουβάρι από την αρχή», ώστε φτάνοντας σε γνωστική σύγκρουση να βρουν μόνα τους το λάθος. Στο επόμενο απόσπασμα (Ημέρα 3η, α.12), το παιδί με την παρότρυνση του δασκάλου να ξαναδεί το λάθος, βρήκε προηγμένο τρόπο λύσης, ενώ στο επεισόδιο (Ημέρα 3η, α.13), ο μαθητής δέχτηκε παθητικά την απάντηση που έδωσε ο δάσκαλος.

Από το 6ο κεφάλαιο, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., η αλλαγή στάσης των δασκάλων ως προς την αντιμετώπιση του λάθους των μαθητών, παλινδρομούσε κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν. Στη 2η Μ.Π. η δασκάλα Π.Μ. στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. και στις πρώτες συναντήσεις της Ε.Ζ., δεν αξιοποιούσε τα λάθη των μαθητών και συνήθως άφηνε αβοήθητα τα παιδιά που έκαναν λάθος, δίνοντας εκείνη άμεσα τη λύση. Μόλις στην 8η συνάντηση άρχισε κάτι να αλλάζει στη στάση της, όμως την 11η ημέρα (2ηΜ.Π./Δ/11ηΕ.Ζ./β.86), η δασκάλα επανήλθε σε παραδοσιακή πρακτική αντιμετώπισης του λάθους, αφήνοντας αβοήθητη τη μαθήτρια που έκανε το λάθος, ώσπου να απαντήσει σωστά άλλος μαθητής. Λίγο μετά την ίδια ημέρα (Δ/11ηΕ.Ζ./β.91), η δασκάλα με σύγχρονη στάση, χωρίς να πει σε ένα μαθητή ότι έκανε λάθος, τον καθοδήγησε με ερωτήσεις για να φτάσει σε γνωστική σύγκρουση και να κατανοήσει το λάθος του. Μετά από την Ε.Ζ. στα μαθηματικά (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.16), η δασκάλα αξιοποίησε διδακτικά το λάθος ενός μαθητή. Επίσης στο επεισόδιο (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.17), μόνο αφού επετεύχθη αυτοδιόρθωση, δασκάλα και μαθητές αναφέρθηκαν σε σχετικό κανόνα. Όμως η δασκάλα φάνηκε να παλινδρομεί στην παραδοσιακή αντιμετώπιση του λάθους στο επόμενο διδακτικό επεισόδιο (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.20). Ενώ η εκφώνηση της άσκησης ζητούσε υπολογισμό με το νου, όταν οι μαθητές δυσκολεύτηκαν, η δασκάλα τους καθοδήγησε σε υπολογισμό με χαρτί και με μολύβι. Στο συγκεκριμένο επεισόδιο λίγο πριν χτυπήσει το κουδούνι, μάλλον συνέβαλε και το άγχος του χρόνου.

Στην 3η Μ.Π. η δασκάλα Ε.Σ. στα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. και στις πρώτες συναντήσεις της διαθεματικής προσέγγισης, παρουσίασε εν μέρει προοδευτική συμπεριφορά. Ξεκινώντας από πιο προηγμένη αφετηρία σε σχέση με τους άλλους εκπαιδευτικούς, συνήθως προστάτευε τους μαθητές που έκαναν το λάθος. Στα διδακτικά επεισόδια που αναφέρθηκαν στο 6^{ο} κεφάλαιο η δασκάλα φάνηκε να αντιμετωπίζει τα λάθη των μαθητών με βάση την κονστρουκτιβιστική προσέγγιση. Ειδικότερα, στο επεισόδιο 3ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.13, η δασκάλα αντιμετώπισε το λάθος του μαθητή με σύγχρονη προσέγγιση. Στο επεισόδιο Δ/2ηΕ.Ζ./β.26, η δασκάλα αντιφατικά παρουσίασε μια ανάμεικτα παραδοσιακή και συνάμα σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά. Δεν αρκέστηκε στη διαπίστωση του μαθητή ότι είναι λάθος αυτό που βρήκε, αλλά τον ρώτησε «γιατί», για να δει αν κατάλαβε το λάθος του. Όμως χωρίς να περιμένει απάντηση, τελικά εξήγησε η ίδια το λάθος. Στο επεισόδιο Δ/2ηΕ.Ζ./β.38, η δασκάλα χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό, βοήθησε ένα παιδί που δυσκολευόταν, να βρει το μισό του 3, αλλά στο επεισόδιο Δ/2ηΕ.Ζ./β.45, παλινδρομώντας η δασκάλα, εξήγησε άμεσα σε ένα παιδί το λάθος του. Στο απόσπασμα Δ/6ηΕ.Ζ./β.88, με τη βιωματική δραστηριότητα της ζύγισης, η δασκάλα οδήγησε τα παιδιά σε γνωστική σύγκρουση ώστε να κατανοήσουν το λάθος.

Στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. βελτίωσε τη στάση της απέναντι στην αντιμετώπιση του λάθους των μαθητών, σε σύγκριση με το μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ. όπου συνήθιζε να αγνοεί το παιδί που έκανε το λάθος (π.χ. στο απόσπασμα 4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.31, όταν η μαθήτρια έκανε λάθος, της έδωσε ξανά το λόγο και την καθοδήγησε ώστε να βρει μόνη της το σωστό ποσοστό και να διορθώσει το λάθος). Καθοδηγούσε τους μαθητές σε γνωστική σύγκρουση και αυτοδιόρθωση, αλλά παλινδρομούσε και σε παραδοσιακές τακτικές. Π.χ. στο επεισόδιο Δ/3ηΕ.Ζ./β.99, η δασκάλα οδήγησε τη μαθήτρια σε γνωστική σύγκρουση ώστε η ίδια να διορθώσει το λάθος της. Όμως στο επεισόδιο Δ/8ηΕ.Ζ./β.190, όταν η μαθήτρια διατύπωσε λανθασμένο ποσοστό, η δασκάλα παλινδρομώντας, έδωσε την απάντηση. Έπειτα στο επεισόδιο Μ/9ηΕ.Ζ./β.208, η δασκάλα δεν διόρθωσε η ίδια το λάθος του μαθητή, αλλά έδωσε το λόγο στα παιδιά και με ερωτήσεις, βοήθησε το μαθητή να καταλάβει το λάθος του. Μετά την Ε.Ζ. στα τρία επεισόδια στα μαθηματικά, η δασκάλα αξιοποιούσε τα λάθη των παιδιών με αξιοσημείωτη σταθερότητα. Π.χ. στο επεισόδιο Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.6, στον ελλιπή ορισμό της διαμέτρου από μία μαθήτρια, η δασκάλα παρουσίασε και μία χορδή, ζητώντας από τη μαθήτρια να διακρίνει τη διαφορά και κατανοώντας το λάθος της, να συμπληρώσει τον αρχικό ορισμό.

Διαπιστώσαμε ότι συχνά οι εκπαιδευτικοί αμφιταλαντεύονταν ως προς την αντιμετώπιση του μαθητικού λάθους και με την πρώτη πίεση, συνήθως υπό το άγχος του χρόνου, επανέρχονταν στην παραδοσιακή πρακτική με την οποία λόγω εθισμού ήταν πιο εξοικειωμένοι. Η παγιωμένη τους συνήθεια για γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος φαίνεται πολύ δύσκολο να εκλείψει τελείως. Επίσης η παραδοσιακά, αρνητική φόρτιση της έννοιας του λάθους, ως ένδειξη αποτυχίας της διδασκαλίας και της μάθησης, εν πολλοίς παρέμεινε. Οι δασκάλες ενίοτε δυσκολεύονταν να αναδείξουν την εποικοδομητική αξιοποίηση του λάθους ως «παράθυρου στη σκέψη των παιδιών».

Η πρόοδος στον τομέα του διαλόγου στο 5ο κεφάλαιο, στην 4η Μ.Π., παρουσίασε μια σχετική παλινδρόμηση. Σε ανοιχτές ερωτήσεις γενικού ενδιαφέροντος τα παιδιά συμμετείχαν αυθόρμητα και η δασκάλα Β.Κ. μείωσε το δικό της ποσοστό κατοχής του λόγου. Όταν όμως μέσα από στοιχεία του κειμένου, ο διάλογος απέκτησε μαθηματικό περιεχόμενο, αρχικά η δασκάλα επανήλθε στο παραδοσιακό ελεγκτικό της στυλ και απευθυνόταν με ερωτήσεις στους μαθητές για να ελέγξει αν μπορούν να ανακαλέσουν διδαγμένες γνώσεις (4ηΜ.Π./Δ/1ηΕ.Ζ./β.14), ενώ συνέχιζε να δίνει έμφαση στην αποστήθιση μαθηματικών όρων όπως στο μάθημα πριν την Ε.Ζ. Όταν ο διάλογος επανήλθε σε στοιχεία χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο (Μ/1ηΕ.Ζ./β.15), η συζήτηση ξανάγινε χαλαρή και τα παιδιά συμμετείχαν αυθόρμητα καταθέτοντας γνώμες κι εμπειρίες. Στη συνέχεια (Δ/1ηΕ.Ζ./β.17) ο διάλογος απέκτησε ξανά μαθηματικό περιεχόμενο, όμως η δασκάλα άρχισε να ρωτά για μη διδαγμένες γνώσεις κι ο τρόπος που ρωτούσε ήταν λιγότερο ασφυκτικός από πριν. Τελικά στην 4η Μ.Π. κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν, διαπιστώσαμε βελτίωση της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου. Στον τομέα του διαλόγου, μόνο στην 4η Μ.Π. διαπιστώθηκε παλινδρόμηση, για αυτό και θα προσπαθήσουμε να την ερμηνεύσουμε μέσα από ατομικά χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης δασκάλας. Όταν η συζήτηση περιστρεφόταν γύρω από θέματα γενικού ενδιαφέροντος, η δασκάλα απλώς συντόνιζε τη συζήτηση. Όταν όμως ο διάλογος αποκτούσε μαθηματικό περιεχόμενο και κυρίως όταν περιστρεφόταν γύρω από ήδη διδαγμένες μαθηματικές γνώσεις, αρχικά η δασκάλα επανερχόταν στο παραδοσιακό ελεγκτικό της στυλ κι απευθυνόταν με ερωτήσεις στους μαθητές για να τους ελέγξει. Αυτή η παλινδρόμηση στη συμπεριφορά της δασκάλας Β.Κ. σχετίζεται με τις αντιλήψεις της για τα μαθηματικά και με την παρουσία μου στην τάξη. Η απάντηση της δασκάλας στην ερώτηση του αρχικού ερωτηματολογίου, έδειξε ότι οι πεποιθήσεις της δασκάλας σχετικά με το τι είναι μαθηματικά, ήταν κυρίως σύμφωνες με την παραδοσιακή αντίληψη. Υπογράμμισε μεταξύ άλλων τις λέξεις: Κανόνες, θεωρία, σωστές απαντήσεις. Από τη μία διατηρεί αυτές τις αντιλήψεις για τη φύση των μαθηματικών. Από την άλλη φάνηκε να είναι επηρεασμένη από την παρουσία μου και να συγχέει το ρόλο μου στην τάξη. Έχοντας συνηθίσει τρία χρόνια να με αντιμετωπίζει στην τάξη, με τον αξιολογικό ρόλο του σχολικού συμβούλου και να προσπαθεί να μου αποδείξει, κάνοντας ερωτήσεις στα παιδιά, πόσο καλά έχουν διδαχθεί και εμπεδώσει οι μαθητές, τις διδαγμένες γνώσεις, δυσκολευόταν να με αντιμετωπίσει ως ερευνητή.

Από το 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς τη μετατόπιση από την ενίσχυση προς τη μείωση του ανταγωνισμού των μαθητών, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., παρουσίασε παλινδρόμηση κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά από αυτήν στα μαθηματικά. Στη 2η Μ.Π. η δασκάλα Π.Μ. πριν από την Ε.Ζ., αγχωμένη με το χρόνο, ενθάρρυνε κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά. Ακολούθως, ήδη από την 1η ημέρα της Ε.Ζ., η δασκάλα άρχισε να προσπαθεί να μειώσει το ανταγωνιστικό κλίμα, ενθαρρύνοντας τη συμμετοχή περισσότερων παιδιών στις διαδικασίες. Στην $3^{η}$ συνάντηση (2ηΜ.Π./Δ/3ηΕ.Ζ./32) η δασκάλα, ξανά αγχωμένη για τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος, παρώθησε σε άκρατο ανταγωνισμό τους μαθητές, καταστρέφοντας το κλίμα συνεργατικότητας που σε άλλες φάσεις προσπάθησε να δημιουργήσει. Την 8η ημέρα στο επεισόδιο (Δ/8ηΕ.Ζ./β.58) διαπιστώνουμε σημαντική αλλαγή διδακτικής στάσης από τη δασκάλα, η οποία, παρά την πιεστική προθυμία τεσσάρων κοριτσιών να πουν τη λύση, δεν τους έδωσε το λόγο, αλλά περίμενε υπομονετικά να τελειώσουν όλοι, ώστε να έχουν την ευκαιρία να απαντήσουν. Την 9η και 10η ημέρα π.χ. επεισόδιο (Δ/9ηΕ.Ζ./β.71), η δασκάλα δεν ενθάρρυνε τον ανταγωνισμό, όμως την 11η ημέρα στο επεισόδιο (Δ/11ηΕ.Ζ./β.92) αρκέστηκε στην πρώτη απάντηση ενός μαθητή. Στο επεισόδιο όμως (Δ/12ηΕ.Ζ./β.101), η δασκάλα περίμενε να τελειώσουν όλα τα ζευγάρια. Μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, στο απόσπασμα Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4, διαπιστώσαμε σημαντική αλλαγή στη στάση της δασκάλας, σε σχέση με τα μαθηματικά πριν την Ε.Ζ. Δεν έδινε το λόγο στο πρώτο παιδί που έβρισκε τη λύση, αλλά περίμενε να τελειώσουν όλοι. Αργότερα, δασκάλα και μαθητές επανήλθαν στην παραδοσιακή πρακτική και όποιος τελείωνε πρώτος σηκωνόταν στον πίνακα. Διαπιστώσαμε ότι η αλλαγή στη στάση της δασκάλας Π.Μ. δεν παγιώθηκε. Συχνά η δασκάλα αμφιταλαντευόταν.

Στην 3η Μ.Π. η δασκάλα Ε.Σ., ήδη από τη 2η συνάντηση (3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.20), δεν ενθάρρυνε τον ανταγωνισμό για την «πρωτιά», αλλά έδινε την ευκαιρία σε όλους να εμπλακούν. Αργότερα στο επεισόδιο 3ηΜ.Π./Δ/5ηΕ.Ζ./β.75, η δασκάλα παλινδρόμησε σε παραδοσιακή συμπεριφορά, ζητώντας από τα παιδιά να συγκρίνουν τις λύσεις τους ως προς το βαθμό επίτευξης του αποτελέσματος. Στο επεισόδιο Μ/5ηΕ.Ζ./στ.33 τα ίδια τα παιδιά σύγκριναν αποτελέσματα καλλιεργώντας τον ανταγωνισμό. Στο απόσπασμα Δ/6ηΕ.Ζ./β.92 με ενθάρρυνση της δασκάλας, ο ανταγωνισμός έγινε πλέον συναγωνισμός μεταξύ ομάδων. Στο επεισόδιο Μ/8ηΕ.Ζ./στ.60 ένας μαθητής παραπονέθηκε για έναν άλλον ότι ξανασηκώθηκε. Στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.1) η δασκάλα ενθάρρυνε τη δημιουργία ομάδων, ενώ πριν από την Ε.Ζ. τα παιδιά εργάζονταν ατομικά και στο επεισόδιο (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.19) η δασκάλα δεν έδωσε το λόγο στους πρώτους που τελείωσαν. Διαπιστώσαμε παλινδρόμηση στη στάση της δασκάλας Ε.Σ. όμως μόνο σε μία περίπτωση, αρκετά νωρίς και σε μικρότερο βαθμό από την παλινδρόμηση που διαπιστώσαμε στη στάση της δασκάλας Π.Μ. Μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η αποθάρρυνση του ανταγωνισμού από τη δασκάλα, συνεχίστηκε σταθερά. Στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. στο απόσπασμα 4ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.52 παρενέβη μειώνοντας τον ανταγωνισμό και στο απόσπασμα Δ/8ηΕ.Ζ./β.200, ενδιαφέρθηκε για τη μαθηματική συμμετοχή όλων των μαθητών. Επομένως, επιχειρούσε σε μερικές περιπτώσεις να μειώσει τον ανταγωνισμό μεταξύ των μαθητών, αλλά στη συνέχεια επανήλθε σε δύο επεισόδια παραδοσιακής συμπεριφοράς, καλλιεργώντας τον ανταγωνισμό. Για παράδειγμα στο επεισόδιο Δ/10ηΕ.Ζ./β.226 η δασκάλα επανήλθε σε παραδοσιακή συμπεριφορά καλλιεργώντας τον ανταγωνισμό, για να δώσει κίνητρο στα παιδιά να εμπλακούν και στο επεισόδιο Δ/10ηΕ.Ζ./β.229 δεν έδωσε το λόγο στον πρώτο που τελείωσε, αλλά περίμενε όλους τους μαθητές.

Τελικά μέσα από τις παλινδρομήσεις, σε όλες τις μελέτες περίπτωσης εκτός της πιλοτικής, διαπιστώσαμε ότι ο ανταγωνισμός ως ένα σημείο παρέμεινε και μάλλον ποτέ δεν είναι δυνατόν να εκλείψει τελείως σε μια τάξη, αφού η επιλογή λίγων από τους πολλούς που επιθυμούν να μιλήσουν στα στενά χρονικά περιθώρια μιας διδακτικής ώρας, είναι από τη φύση της μια ανταγωνιστική διαδικασία. Όμως επίσης διαπιστώσαμε ότι στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά για τη μείωση του ανταγωνισμού χαρακτηριστικά της Ε.Ζ., οι δασκάλες σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, συνέχισαν να αποθαρρύνουν τον ανταγωνισμό των μαθητών.

Στην 1η Μ.Π. (4ο κεφ.), η αλλαγή στη στάση του δασκάλου Θ.Κ. ως προς τη μείωση της καθοδήγησής του στην πορεία προς την αυτονόμηση των μαθητών, παλινδρομούσε πολύ συχνά κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και τελικά αντιστάθηκε σθεναρά και ποτέ δεν ολοκληρώθηκε. Ο παραδοσιακά καθοδηγητικός ρόλος του δασκάλου διατηρήθηκε μέχρι τέλους. Για αυτό τη στάση του δασκάλου στην 1η Μ.Π. την κατατάξαμε και θα την αναλύσουμε στην επόμενη κατηγορία.

Από το 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς τη μείωση της καθοδήγησής τους στην πορεία προς την αυτονόμηση των μαθητών, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., παρουσίασε παλινδρόμηση κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. και μετά από αυτήν στα μαθηματικά. Στη 2η Μ.Π. η δασκάλα Π.Μ., σε ένα επεισόδιο (2ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.22) εμφάνισε μία θετική ένδειξη αλλαγής στάσης προς την κατεύθυνση της αυτονόμησης των παιδιών, ζητώντας από τα παιδιά να κατασκευάσουν δικό τους πρόβλημα. Στο επεισόδιο Μ/3ηΕ.Ζ./στ.15 τα παιδιά έδειξαν απρόθυμα να επιβαρυνθούν με κατ' οίκον εργασία και στο απόσπασμα Μ/3ηΕ.Ζ./στ.22, εγώ κι η δασκάλα, αναγκαστήκαμε να γίνουμε καθοδηγητικοί για να συμβιβάσουμε τις διαφορές στις ομάδες, αφού τα παιδιά δυσκολεύονταν να συνεργαστούν. Στο απόσπασμα Δ/4ηΕ.Ζ./β.41, η δασκάλα έδωσε τη μισή απάντηση, προκαλώντας ρήξη του διδακτικού συμβολαίου. Στα επεισόδια Δ/10ηΕ.Ζ./β.76, Δ/10ηΕ.Ζ./β.80 και Δ/11ηΕ.Ζ./β.85, η δασκάλα συνέχισε να είναι υπέρμετρα καθοδηγητική. Στο επεισόδιο Μ/11ηΕ.Ζ./στ.56, οι δάσκαλοι σιωπήσαμε κι οι ομάδες εργάστηκαν δημιουργικά. Στα επεισόδια Δ/12ηΕ.Ζ./β.95 και Δ/12ηΕ.Ζ./β.97, η δασκάλα εξακολούθησε να είναι καθοδηγητική και μέχρι και το τέλος ακόμη της διαθεματικής προσέγγισης, η δασκάλα δεν είχε αποβάλει τελείως συνήθειες της παραδοσιακής διδασκαλίας όπως ο υπερπροστατευτισμός κι η υπέρμετρη καθοδήγηση των μαθητών. Μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα ενθάρρυνε την αυτονόμηση των παιδιών στα επεισόδια Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8 και Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.6, ώστε να αναζητούν ακόμη και τρόπους εκτός του σχεδιασμού του βιβλίου. Ακολούθως και μέχρι το τέλος, η δασκάλα συνέχισε να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών. Αξιοσημείωτο είναι ότι η μείωση της καθοδήγησης της δασκάλας συνεχίστηκε μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, σε τέσσερα από τα έξι επεισόδια. Επομένως η δασκάλα αυτής της Μ.Π. φάνηκε εν μέρει να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών, αλλά δεν ξέφυγε τελείως από συνήθειες της παραδοσιακής διδασκαλίας, όπως η καθοδήγηση των μαθητών.

Στην 3η Μ.Π. η δασκάλα Ε.Σ., στην αρχή της Ε.Ζ., δημιούργησε περισσότερες ευκαιρίες για αυτόνομη συμμετοχή των μαθητών. Στο επεισόδιο 3ηΜ.Π./Δ/2ηΕ.Ζ./β.22 η δασκάλα πέρασε σε συντονιστικό ρόλο, προσπαθώντας να υποστηρίξει τη σκέψη των παιδιών και στο επεισόδιο Δ/5ηΕ.Ζ./β.82 δεν έδωσε απάντηση στην απορία ενός παιδιού, μεταφέροντας το ερώτημα στην τάξη. Όμως στο επεισόδιο Δ/7ηΕ.Ζ./β.102, διαπιστώσαμε ρήξη του διδακτικού συμβολαίου και συντηρητική παλινδρόμηση, η οποία εκδηλώθηκε έμμεσα, από τα λόγια μίας μαθήτριας. Την ώρα που βοηθούσαμε τις ομάδες, η δασκάλα εν αγνοία μου, με απόλυτη καθοδήγηση έδωσε έτοιμη τη δική της στρατηγική στην ομάδα μίας μαθήτριας. Κατά την παρουσίαση, η μαθήτρια θέλοντας να μεταβιβάσει την ευθύνη για τις αντιφάσεις που διατύπωσε, αποκάλυψε ότι η κυρία τους είπε, αυτά που λέει. Στα επεισόδια Δ/7ηΕ.Ζ./β.105 και Δ/7ηΕ.Ζ./β.111 η δασκάλα συνέχισε να είναι καθοδηγητική. Στο επεισόδιο Μ/7ηΕ.Ζ./στ.38 τα παιδιά έδειχναν απρόθυμα να επιβαρυνθούν με κατ' οίκον εργασία στα πλαίσια του project. Στο επεισόδιο Π/7ηΕ.Ζ./η.14 ο πίνακας με τους συνδυασμούς «λιχουδιές - σωματικές ασκήσεις», προσέφερε μεγάλη δυνατότητα επιλογών και αναπτύχθηκε η αυτονόμηση των μαθητών. Η δασκάλα κι εγώ βοηθούσαμε την εργασία των ομάδων με άλλοτε συντονιστικό κι άλλοτε καθοδηγητικό ρόλο, αναλόγως με το βαθμό εμπλοκής κι ανάληψης πρωτοβουλιών από κάθε ομάδα. Στα επεισόδια Δ/8ηΕ.Ζ./β.115 και Δ/8ηΕ.Ζ./β.116, η δασκάλα κι εγώ επιβλέπαμε την εργασία των ομάδων, για να μην προκαλείται φασαρία και γιατί μόνο με την παρουσία και την καθοδήγησή μας διαπιστώναμε ότι εργάζονταν οι ομάδες. Στα επεισόδια Δ/8ηΕ.Ζ./β.121 και Δ/9ηΕ.Ζ./β.130 η δασκάλα συνέχισε να είναι υπερβολικά καθοδηγητική. Σε σχετική ερώτηση στο ερωτηματολόγιο, η δασκάλα δήλωσε ότι θεωρούσε το εγχείρημα ως αφορμή για προβληματισμό, δείχνοντας ότι προβληματίστηκε για το δικό της ρόλο στη διαδικασία μάθησης. Η στάση της δασκάλας μετά την Ε.Ζ. στα επεισόδια Δ/μ.Ε.Ζ./γ.7, Δ/μ.Ε.Ζ./γ.13 και Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.2 ήταν υπερβολικά καθοδηγητική. Επομένως, η διδακτική συμπεριφορά της δασκάλας της 3ης Μ.Π. ως προς την καθοδήγηση των παιδιών, φάνηκε να μετακινείται διαρκώς ανάμεσα στο άκρο της απόλυτης καθοδήγησης των μαθητών και στο άκρο ενός διαμεσολαβητικού, συντονιστικού ρόλου, διευκολυντικού για την αυτονόμηση των μαθητών.

Στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. στο επεισόδιο 4ηΜ.Π./Μ/1ηΕ.Ζ./β.21, έθεσε ερωτήσεις κρίσης και δε ρωτούσε μόνο για να εξετάσει όπως παλιά, όμως στο επεισόδιο Δ/3ηΕ.Ζ./β.67, καθοδήγησε τη σκέψη της μαθήτριας. Στο εργαστήριο πληροφορικής (Π/4ηΕ.Ζ./β.97) ο ρόλος της δασκάλας έγινε συντονιστικός. Στο επεισόδιο Δ/7ηΕ.Ζ./β.179 με αντιφατική συμπεριφορά, αφού πρώτα η δασκάλα αξιολόγησε θετικά τις απαντήσεις δύο παιδιών κατευθύνοντας έμμεσα τα υπόλοιπα, στο τέλος τους επέτρεψε να είναι αυτόνομα. Στα επεισόδια Δ/8ηΕ.Ζ./β.197 και Δ/9ηΕ.Ζ./β.197, η δασκάλα καθοδηγούσε υπέρμετρα και στο επεισόδιο Δ/10ηΕ.Ζ./β.227, ρωτούσε για να ελέγξει γνώσεις. Αντίθετα στα επεισόδια Δ/10ηΕ.Ζ./β.235 και Μ/10ηΕ.Ζ./β.243, η δασκάλα έδωσε το λόγο στους μαθητές, οι οποίοι είχαν πλέον την ευθύνη για την παρουσίαση των διαδικασιών υπολογισμού. Στο επεισόδιο Μ/12ηΕ.Ζ./β.251, η δασκάλα ανακεφαλαιώνοντας, αξιολόγησε και πάλι διατυπώνοντας ελεγκτικές ερωτήσεις, αλλά με πιο δημοκρατικό ύφος, σε σχέση με τον βομβαρδισμό ερωτήσεων πριν την Ε.Ζ. Στα επόμενα επεισόδια μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, η δασκάλα συνέχισε να ενθαρρύνει την αυτονόμηση των παιδιών, όμως ενίοτε ξαναγινόταν παραδοσιακά καθοδηγητική. Στο επεισόδιο Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.4 έθεσε μια «ανοικτή» ερώτηση, ενισχύοντας τη νοητική αυτονομία των παιδιών. Στο επεισόδιο Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.5 η δασκάλα ξανά έκανε, σύμφωνα με την προσφιλή της τακτική, ερωτήσεις ελέγχου διδαγμένων γνώσεων, ζητώντας ορισμούς, όμως οι ερωτήσεις της δεν ζητούσαν όπως παλιά μονολεκτικές απαντήσεις. Στα επεισόδια Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.7-8 και Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.10-11 η δασκάλα επανήλθε σε παραδοσιακή στάση, εκδηλώνοντας υψηλό βαθμό καθοδήγησης. Αντίθετα στο επεισόδιο Δ/1ημ.Ε.Ζ./γ.13, η δασκάλα με σύγχρονη διδακτική στάση, προσπάθησε να μη δώσει έτοιμες συνταγές ώστε να αναδυθεί επαγωγικά η νέα γνώση, μέσα από απαντήσεις παιδιών. Στα επεισόδια Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.44 και Δ/2ημ.Ε.Ζ./γ.45 η δασκάλα παλινδρομώντας, προσπάθησε με «κλειστές» ερωτήσεις να εμπεδώσουν τα παιδιά τη μαθηματική ορολογία και όπως παλαιότερα, καθοδήγησε σε ανακεφαλαίωση, αξιολογώντας αν επετεύχθησαν οι μαθησιακοί στόχοι. Μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, συνολικά σε έξι από τα έντεκα επεισόδια η δασκάλα εμφάνισε παραδοσιακά καθοδηγητική συμπεριφορά και σε πέντε εμφάνισε σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά. Επομένως, η δασκάλα της 4ης Μ.Π. φάνηκε σχεδόν εξίσου, άλλοτε να καθοδηγεί σε υψηλό βαθμό τους μαθητές και άλλοτε να ενθαρρύνει την αυτονόμησή τους.

Συμπερασματικά διαπιστώνουμε παλινδρομήσεις, σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, στη στάση των δασκάλων ως προς τη μείωση της καθοδήγησής τους στην πορεία προς την αυτονόμηση των μαθητών. Ο υψηλός βαθμός καθοδήγησης εκ μέρους των δασκάλων επανερχόταν συχνά και ως ένα σημείο παρέμεινε ως το τέλος, αλλού σε λανθάνουσα κατάσταση (π.χ. 2η, 3η και 4η Μ.Π.) και αλλού επικρατώντας ολοκληρωτικά (π.χ. 1η Μ.Π.). Η διαφαινόμενη δυσκολία στην αλλαγή της στάσης των δασκάλων ως προς τη μείωση της καθοδήγησής τους οφείλεται σε πολλούς παράγοντες. Ήδη στην Εισαγωγή, κατά την οριοθέτηση του προβλήματος, αναφέραμε έρευνες που υποστηρίζουν ότι οι παραδοχές των δασκάλων επηρεάζονται από τις μαθησιακές εμπειρίες και τις διδακτικές πρακτικές που αυτοί βίωσαν είτε ως μαθητές και μαθήτριες είτε ως εκπαιδευόμενοι εκπαιδευτικοί (Fennema & Franke 1992, Patterson & Norwood 2004). Είναι πολύ δύσκολο λοιπόν, για τους εκπαιδευτικούς - συνεργάτες μας στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης να απαγκιστρωθούν και να εγκαταλείψουν το δασκαλοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας, με το οποίο έχουν γαλουχηθεί ήδη από τα μαθητικά τους χρόνια και το οποίο ως νεοδιόριστοι δάσκαλοι πρωτοεφάρμοσαν πιθανότατα στη διδακτική τους πράξη και να μετακινηθούν προς ένα μαθητοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας. Η πλήρης υιοθέτηση εξάλλου, αποκλειστικά του μαθητοκεντρικού μοντέλου διδασκαλίας δεν είναι το ζητούμενο. Σύγχρονες διδακτικές μελέτες (Galton et al. 1980, Ματσαγγούρας 1997, Dreikurs et al. 1998) καταγράφουν ως διαδεδομένο το μικτό μοντέλο διδασκαλίας που ανάλογα με τις φάσεις και τις ανάγκες της διδασκαλίας, συνδυάζει το δασκαλοκεντρικό και το μαθητοκεντρικό μοντέλο.

Έπειτα όταν αναφερόμαστε στις έννοιες: πεποιθήσεις, στάση, συμπεριφορά, διδακτική πρακτική ενός δασκάλου είναι απαραίτητο να έχουμε υπόψη μας ότι αναφερόμαστε σε πάρα πολύ σύνθετες και πολυπαραγοντικές οντότητες. Ο Skott (2009), αναφέρει τη μελέτη περίπτωσης του Larry, ενός νεοδιόριστου δασκάλου μαθηματικών στο ιδιωτικό σχολείο Mellemvang της Δανίας. Σύμφωνα με την ανάλυση (σ. 41) ο Larry συμμετέχει σε ένα σύνολο διαφορετικών δραστηριοτήτων οι οποίες σχετίζονται με τρεις ταυτόχρονες ή τουλάχιστον μερικώς επικαλυπτόμενες κοινότητες πρακτικής: α) την κοινότητα της πρακτικής των δασκάλων που έχει θεσπίσει με τους συναδέλφους του και τη διοίκηση του σχολείου και η οποία στοχεύει κυρίως στα θετικά αποτελέσματα των μαθητών στις εξετάσεις· β) μία κοινότητα πρακτικής της διδασκαλίας με σύγχρονο προσανατολισμό την οποία από παλιά είχε θεσπίσει μέσα από τις εμπειρίες του με τους συμφοιτητές και τους δασκάλους του όταν ήταν ακόμα στο κολέγιο· γ) την κοινότητα πρακτικής της τάξης που έχει θεσπίσει με τους μαθητές του. Αυτές οι δραστηριότητες αμοιβαία αλληλοϋποστηρίζονται ή παρεμποδίζουν η μία την άλλη και λειτουργούν, σύμφωνα με τον όρο της Lave, ως πηγές δόμησης για τις πρακτικές που αναδύονται στην τάξη (Lave 1988).

Οι εκπαιδευτικοί - συνεργάτες στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης της έρευνάς μας, έχουν θεσπίσει διαφορετικές πεποιθήσεις μέσα από τη δράση τους σε διαφορετικές κοινότητες πρακτικής, οι οποίες όλες αυτές, ως συνιστώσες, συνθέτουν και καθορίζουν από κοινού την τελική, παρατηρήσιμη συμπεριφορά των συγκεκριμένων δασκάλων στην τάξη. Η κουλτούρα του εκάστοτε σχολείου, η διοίκηση του σχολείου, οι πρακτικές των συναδέλφων όπως αναδεικνύονται μέσα από συζητήσεις, οι μαθησιακές εμπειρίες από τα μαθητικά ή φοιτητικά χρόνια, το Αναλυτικό Πρόγραμμα, τα βιβλία μαθητών και δασκάλου, το είδος του διδακτικού - μαθησιακού πλαισίου και ασφαλώς η συμπεριφορά των μαθητών της εκάστοτε τάξης (Beswick 2004) όπως αναδύεται μέσα από την αλληλεπίδραση μαθητών και δασκάλου, είναι οι παράγοντες - ψηφίδες που συνθέτουν το τελικό μωσαϊκό, τη συνολική εικόνα, της διδακτικής συμπεριφοράς των δασκάλων στην τάξη. Επομένως όταν μελετούμε και σχεδιάζουμε την αλλαγή της συμπεριφοράς ενός δασκάλου, εάν δεν λάβουμε υπόψη όλους ή τουλάχιστον τους περισσότερους από τους ανωτέρω παράγοντες, ώστε να προσπαθήσουμε να τους επηρεάσουμε, το πιθανότερο είναι να μην επιτύχουμε την επιθυμητή αλλαγή ή να επιτύχουμε πρόσκαιρες μετακινήσεις, μικρής εμβέλειας και αμφίβολης βιωσιμότητας. Στο πρόγραμμά μας μέσα από την υλοποίηση του διαθεματικού project, προσπαθήσαμε να επηρεάσουμε τον παράγοντα του διδακτικού - μαθησιακού πλαισίου, του Αναλυτικού Προγράμματος και των βιβλίων και όπως φάνηκε η αλλαγή σε αυτούς τους παράγοντες επηρέασε συστημικά και τη συμπεριφορά των μαθητών των τεσσάρων τάξεων και τελικά και τη διδακτική συμπεριφορά των τεσσάρων δασκάλων που κυρίως μας ενδιέφερε.

Κατά τη διάρκεια συζήτησης που είχαμε με τη δασκάλα Β.Κ. στην 4η Μ.Π. στο διάλειμμα στο τέλος του προγράμματος, αναζήτησα τους λόγους που η διδακτική της συμπεριφορά στη διαθεματική προσέγγιση στην Ε.Ζ. και στην ενότητα της κυκλοφοριακής αγωγής ενθάρρυνε τη μαθητική αυτονομία ενώ στα μαθηματικά ήταν αρκετά καθοδηγητική προς τους μαθητές. Η δασκάλα απάντησε ότι στην Ε.Ζ. είχαν χρόνο για αναζήτηση, ενώ σε μια διδακτική ώρα μαθηματικών έπρεπε να βγει ένα ολόκληρο κεφάλαιο και αν καθυστερούσε, δε θα έβγαινε η ύλη. Από την απάντηση της δασκάλας αποκαλύπτεται ότι διαφορετικά αντιλαμβάνεται τις διδακτικές υποχρεώσεις της στο «χαλαρό» πλαίσιο ενός project στην Ε.Ζ. όπου δεν υπάρχει άγχος για το χρόνο και την κάλυψη της ύλης κι αλλιώς αντιλαμβάνεται τις διδακτικές υποχρεώσεις της στο μάθημα των μαθηματικών. Η Hoyles (1992) αναφέρθηκε στις πεποιθήσεις (beliefs) των δασκάλων, τις οποίες θεωρεί ως άμεσα, κοινωνικά, συνδεδεμένες με ενσώματες εμπειρίες από τη σχολική τάξη. Περιέγραψε όλες τις πεποιθήσεις ως πλαισιωμένες, αφού εκ της κατασκευής τους, είναι αποτελέσματα εμπειριών οι οποίες απαραιτήτως εμφανίζονται μέσα σε πλαίσια. Ως αποτέλεσμα, υποστήριξε ότι είναι χωρίς νόημα να κάνουμε διάκριση μεταξύ υιοθετημένων και θεσπισμένων πεποιθήσεων ή να εξετάζουμε τη μεταβίβαση των πεποιθήσεων μεταξύ πλαισίων, εφόσον εξ ορισμού, από διαφορετικά πλαίσια, θα προκύψουν διαφορετικές πεποιθήσεις. Φαίνεται ότι η δασκάλα Β.Κ. έχει θεσπίσει στα δύο πλαίσια, διαφορετικές πεποιθήσεις, ως προς το κατάλληλο μοντέλο διδασκαλίας και το βαθμό καθοδήγησης ή αυτονόμησης των μαθητών. Έχει άλλες διδακτικές πεποιθήσεις στο πλαίσιο της Ε.Ζ. και της διαθεματικής προσέγγισης και άλλες πεποιθήσεις στο πλαίσιο του «κανονικού» μαθήματος των μαθηματικών.

Ωστόσο διαπιστώσαμε και στις τρεις κύριες μελέτες περίπτωσης ότι στα μαθηματικά (μ.Ε.Ζ.), οι δασκάλες συνέχισαν ενίοτε να ενθαρρύνουν την αυτονόμηση των παιδιών, παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά χαρακτηριστικά της Ε.Ζ. για τη μείωση της καθοδήγησης.

Επίσης όπως ήδη αναφέραμε, ένας ακόμη παράγοντας που δυσκολεύει την αλλαγή της στάσης των δασκάλων στην κατεύθυνση της μείωσης της καθοδήγησής τους και της αύξησης της αυτονόμησης των παιδιών είναι η παθητική - αδρανής συμπεριφορά των ίδιων των μαθητών. Η αντιστρόφως ανάλογη, συστημική σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ της καθοδήγησης του δασκάλου και της διάθεσης εμπλοκής από τα παιδιά, δημιουργεί ένα φαύλο κύκλο: υπερβολικής καθοδήγησης των δασκάλων - έλλειψης αυτονόμησης των μαθητών. Στο επεισόδιο (3ηΜ.Π./Δ/8ηΕ.Ζ./β.114), η δασκάλα κι εγώ βοηθούσαμε με άλλοτε συντονιστικό κι άλλοτε καθαρά καθοδηγητικό ρόλο, ανάλογα με το βαθμό εμπλοκής κι ανάληψης πρωτοβουλιών από κάθε ομάδα. Η Beswick (2004) αναφέρει τη μελέτη περίπτωσης του Andrew, ενός καθηγητή μαθηματικών και φυσικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση της Αυστραλίας, ο οποίος σύμφωνα με την έρευνα, αν και είχε σύγχρονες διδακτικές πεποιθήσεις για μία εποικοδομητική διδασκαλία των μαθηματικών, στην πράξη, ενώ σε δύο τάξεις εβδόμης βαθμίδας εφάρμοσε εποικοδομητική προσέγγιση, σε μία τάξη δέκατης βαθμίδας με χαμηλό μαθηματικό επίπεδο στον μέσο όρο των μαθητών, εφάρμοσε παραδοσιακή προσέγγιση διδασκαλίας των μαθηματικών. Στο επεισόδιο (2ηΜ.Π./Μ/4ηΕ.Ζ./στ.26), ο μαθητής θέλει να αντικρούσει τη συμμαθήτριά του, αλλά δεν της απευθύνει απευθείας το λόγο, μόνο έμμεσα μέσω της «αυθεντίας» της δασκάλας. Σε δύο επεισόδια διαφορετικών μελετών (2ηΜ.Π./Μ/3ηΕ.Ζ./στ.15) και (3ηΜ.Π./Μ/7ηΕ.Ζ./στ.38) διαπιστώσαμε ότι τα παιδιά έδειχναν απρόθυμα να επιβαρυνθούν με κατ' οίκον εργασία στα πλαίσια του project. Ίσως η απουσία βαθμολογίας και το μη αυταρχικό πλαίσιο της Ε.Ζ. δημιούργησε σε κάποιους την εντύπωση ότι αφού δεν είναι κανονικό μάθημα, δε χρειάζεται να καταπονούνται κατ' οίκον με συλλογή πληροφοριών και κατασκευή προβλημάτων. Τα ιδιαίτερα παιδαγωγικά χαρακτηριστικά της Ε.Ζ., της μεθόδου project και της διαθεματικής προσέγγισης, ενώ συνήθως λειτουργούν θετικά και ευνοούν τη δημιουργία εσωτερικών μαθησιακών κινήτρων, εάν δεν αξιοποιηθούν σωστά από τον, την εκπαιδευτικό, μπορεί να έχουν αρνητικά αποτελέσματα και να δώσουν το λανθασμένο μήνυμα «της ήσσονος προσπάθειας» στους μαθητές που συνηθισμένοι σε εξωτερικά μόνο κίνητρα μάθησης, λειτουργούν συμπεριφοριστικά. Η Reed (1998) έχει επισημάνει τον υπαρκτό κίνδυνο, ο δάσκαλος που εργάζεται στο χαλαρά δομημένο περιβάλλον ενός project, να απομακρυνθεί από τους κύριους βασικούς στόχους.

Από το 7ο κεφάλαιο, στην 4η Μ.Π. με τη δασκάλα Β.Κ., η αλλαγή ως προς τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών, είχε μία παλινδρόμηση. Ενώ στα αποσπάσματα (4ηΜ.Π./Μ/9ηΕ.Ζ./β.212) και (4ηΜ.Π./Δ/$1^{η}$ μ.Ε.Ζ./γ.16), η δασκάλα ενθάρρυνε τη διεύρυνση του περιεχομένου των σχολικών μαθηματικών, στο επεισόδιο (Δ/$1^{η}$ μ.Ε.Ζ./γ.10-11) εμφάνισε παλινδρόμηση. Όταν η δασκάλα επιχείρησε να δώσει έτοιμη απάντηση στα παιδιά για την έννοια του τόξου κι ο ερευνητής της πρότεινε να αφήσει τα παιδιά να βρουν την απάντηση, εκείνη αντέδρασε λέγοντας: «Α, όχι! Δεν το 'χουμε πει αυτό», αποκαλύπτοντας τη βαθιά ριζωμένη παραδοσιακή αντίληψή της ότι από τα παιδιά μπορούμε να ζητάμε μόνο προϋπάρχουσες, διδαγμένες γνώσεις. Στη συνέχεια όμως σε όλα τα υπόλοιπα επεισόδια στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.24), (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.28), (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.30), (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.32) και (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.43), η δασκάλα ενθάρρυνε τη διεύρυνση του περιεχομένου και κυρίως των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών, εμπλουτίζοντας το μάθημά της με βιωματικές δραστηριότητες.

III) Στην τελευταία κατηγορία έχουμε τις αλλαγές στη στάση των δασκάλων, οι οποίες διαπιστώσαμε ότι συνάντησαν ισχυρές αντιστάσεις και τελικά ματαιώθηκαν. Δύο είναι οι αλλαγές που ματαιώθηκαν και καταγράφηκαν και οι δύο στην 1η Μ.Π. (4ο κεφάλαιο), με το δάσκαλο Θ.Κ. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, λόγω της μικρής χρονικής διάρκειας της $1^{ης}$ μελέτης περίπτωσης, δεν δόθηκαν τα χρονικά περιθώρια στο δάσκαλο για να αλλάξει διδακτική στάση.

Πρώτη είναι η μετατόπιση στη στάση του δασκάλου, από την έμφαση πριν από το project στο αποτέλεσμα, προς την έμφαση στη διαδικασία. Ενώ αρχικά ο δάσκαλος εστίαζε κυρίως στο αποτέλεσμα της λύσης κι όχι στη διαδικασία, στο απόσπασμα α.6 (Ημέρα $1^{η}$), δείχνοντας έμμεσα ότι τον ενδιέφερε η κατανόηση της διαδικασίας, ζητούσε από τους μαθητές να εξηγούν τη διαδικασία λύσης τους. Όμως στο απόσπασμα α.7 (Ημέρα $1^{η}$) παλινδρομώντας έδωσε ο ίδιος απάντηση στην ερώτησή του. Ομοίως στο απόσπασμα α.8 (Ημέρα $3^{η}$) όπου έγινε εκ μέρους του ρήξη του διδακτικού συμβολαίου, στο απόσπασμα α.9 (Ημέρα 3η) όπου ο δάσκαλος έθεσε αυτοσκοπό τη λύση του προβλήματος και στο απόσπασμα α.10 (Ημέρα 3η) όπου έκανε χρήση μηχανιστικών τρόπων επίλυσης. Τέλος απαντώντας ο δάσκαλος στο ερωτηματολόγιο (βλ. Ερωτηματολόγιο Δασκάλου Θ.Κ.: Παράρτημα Α.6), ανέφερε ως επίτευξη του στόχου, τη σωστή λύση των προβλημάτων, ένδειξη που μαρτυρά αντιλήψεις του, υπέρ της έμφασης στο αποτέλεσμα.

Δεύτερη αλλαγή που ματαιώθηκε είναι η αλλαγή της στάσης του δασκάλου Θ.Κ. στην κατεύθυνση της μείωσης της καθοδήγησής του. Στα αποσπάσματα (α.2, Ημέρα 1η), (α.3, Ημέρα

1η) και (α.5, Ημέρα $3^η$) ο δάσκαλος απόλυτα καθοδηγητικός, με παραδοσιακή, δασκαλοκεντρική προσέγγιση, έδωσε ο ίδιος στους μαθητές με τη μορφή οδηγιών, ένα σχέδιο για το τι πρέπει να κάνουν, περιορίζοντας τη νοητική αυτονομία τους. Τελικά ο καθοδηγητικός ρόλος του δασκάλου, αν και βαθμιαία ελαττώθηκε, διατηρήθηκε μέχρι τέλους.

8.2. ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΤΩΝ ΕΥΡΗΜΑΤΩΝ

Στην Εισαγωγή, διατυπώσαμε ως σκοπό της εργασίας μας, τη διερεύνηση στο πλαίσιο διαθεματικών project με βάση τα μαθηματικά, των πιθανών αλλαγών που θα συνέβαιναν στην παραδοσιακή, διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων και στη μαθησιακή στάση των μαθητών. Μέσα από την περιγραφή και την ανάλυση των διδακτικών απόψεων και πρακτικών των δασκάλων σε συνάρτηση με τη μαθησιακή στάση των μαθητών τους, όταν οι τάξεις τους ενεπλάκησαν στο νέο μαθησιακό πλαίσιο, αναδύθηκαν σημαντικές στρατηγικές διδασκαλίας και μάθησης με μαθητοκεντρική προσέγγιση.

Από τη θεώρηση των αποτελεσμάτων της έρευνας, λαμβάνουμε απαντήσεις για τα γενικά ερευνητικά ερωτήματα που θέσαμε αρχικά στην Εισαγωγή. Στο κύριο ερευνητικό ερώτημα, αν το πλαίσιο διαθεματικών δραστηριοτήτων με πυρήνα τα μαθηματικά, αναδείχθηκε ως ένα κατάλληλο πλαίσιο που πρόσφερε ευκαιρίες για μάθηση και ώθηση για αλλαγή, των παραδοσιακών αντιλήψεων και πρακτικών, των δασκάλων και των μαθητών, στο μάθημα των μαθηματικών, απαντούμε θετικά. Έπειτα από την ανάλυση διαπιστώθηκε σύμφωνα με ισχυρές ενδείξεις ότι το πλαίσιο των διαθεματικών project λειτούργησε ως κατάλληλο πλαίσιο, δημιουργώντας ευκαιρίες για αλλαγή των παραδοσιακών αντιλήψεων και πρακτικών.

Στα υπόλοιπα γενικά ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν στην αρχή, μπορούμε να δώσουμε κάποιες απαντήσεις σύμφωνα με ισχυρές ενδείξεις που αποκομίσαμε. Οι απαντήσεις αυτές, λόγω του μεγάλου πλήθους και της ευρύτητας του πλαισίου των ερωτημάτων, δεν εξαντλούν πλήρως τους αντίστοιχους προβληματισμούς, ενώ συχνά μεταξύ των απαντήσεων δημιουργούνται επικαλύψεις. Εξάλλου λόγω της ποιοτικής προσέγγισης της έρευνας και του μικρού δείγματος των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, όπως έχουμε αναλυτικά παρουσιάσει στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας, δεν αναμένονταν «απόλυτες» απαντήσεις καθολικής ισχύος.

Στο ερευνητικό ερώτημα αν μπορούν, το φύλο, η ηλικία και τα έτη υπηρεσίας, ως εγγενείς παράγοντες της προσωπικότητας των εκπαιδευτικών, να επηρεάσουν τη διδακτική συμπεριφορά τους στο πλαίσιο υλοποίησης διαθεματικού project στα μαθηματικά, φαίνεται ότι σύμφωνα με τις ενδείξεις που αποκομίσαμε κατά την ανάλυση των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, το φύλο και η ηλικία δεν επηρέασαν τη διδακτική συμπεριφορά των εκπαιδευτικών - συνεργατών μας. Διαπιστώσαμε ενίοτε παρόμοιες συμπεριφορές σε εκπαιδευτικούς διαφορετικού φύλου ή διαφορετικής ηλικίας και αντίστροφα, ανόμοιες συμπεριφορές σε εκπαιδευτικούς του ίδιου φύλου ή παρόμοιας ηλικίας.

Η επαγγελματική εμπειρία, η οποία αφορά ποσοτικά το πλήθος των ετών υπηρεσίας και ποιοτικά το είδος της αποκτηθείσας διδακτικής εμπειρίας, φάνηκε ότι επηρεάζει, άλλοτε θετικά και άλλοτε αρνητικά. Ως προς ένα σημείο, επηρεάζει το βαθμό αυτοπεποίθησης του εκπαιδευτικού. Οι εκπαιδευτικοί Θ.Κ. και Β.Κ. που είχαν μεγάλη προϋπηρεσία, είχαν μέτριο ως υψηλό αυτοσυναίσθημα, ενώ η Π.Μ. που είχε μικρή προϋπηρεσία, είχε χαμηλή αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ο βαθμός αυτοπεποίθησης όμως στη διδασκαλία των μαθηματικών, συσχετίζεται ισχυρά και με άλλους παράγοντες που διαδραματίζουν σημαντικότατο ρόλο, όπως είναι το γνωστικό υπόβαθρο των δασκάλων και οι προϋπάρχουσες εμπειρίες τους ως μαθητές. Η δασκάλα Π.Μ. μου είχε εκμυστηρευτεί παλαιότερα ότι ενώ στη γλώσσα και στα θεωρητικά μαθήματα αισθανόταν αυτοπεποίθηση διδακτικά, στα μαθηματικά αγχωνόταν κι ένιωθε ανασφάλεια. Κατά τη φάση της δευτεροβάθμιας - λυκειακής εκπαίδευσής της είχε ακολουθήσει κλασική κατεύθυνση σπουδών, με θεωρητικά μαθήματα. Η εξίσου άπειρη με την Π.Μ. δασκάλα Ε.Σ. είχε αντίθετα μεγάλη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Άρα όπως προαναφέραμε, φαίνεται ότι η επαγγελματική εμπειρία είναι μεν σημαντικός, αλλά δεν είναι ο μοναδικός ούτε ο καθοριστικός παράγοντας στην οικοδόμηση διδακτικής αυτοπεποίθησης. Επίσης η αυξημένη προϋπηρεσία ενός εκπαιδευτικού μπορεί να επηρεάσει αρνητικά την προδιάθεση για αλλαγή. Αναδείχτηκε αρχικά περισσότερο δύσκολο για τους έμπειρους εκπαιδευτικούς Θ.Κ. και Β.Κ., παρά για τη νέα δασκάλα Ε.Σ., να αποβάλουν παλιές κεκτημένες συνήθειες και πρακτικές στις οποίες υπήρχε ισχυρή προσκόλληση. Όμως και η άπειρη δασκάλα Π.Μ. λόγω της μεγάλης ανασφάλειάς της στη διδασκαλία των μαθηματικών, ήταν αρχικά απρόθυμη να αλλάξει σίγουρες παραδοσιακές πεπατημένες και να πειραματιστεί. Αναφέραμε πριν ότι η επαγγελματική εμπειρία εκτός από την ποσοτική διάσταση με το πλήθος των ετών υπηρεσίας, έχει και μια ποιοτική διάσταση η οποία αφορά το είδος της αποκτηθείσας διδακτικής εμπειρίας. Η δασκάλα Ε.Σ. αν και είχε μικρή προϋπηρεσία, ήταν η μόνη από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς με προϋπάρχουσα εμπειρία υλοποίησης project από το παρελθόν. Η εμπειρία της αυτή τη βοήθησε ώστε να είναι πιο έτοιμη διδακτικά στην πραγματοποίηση των βιωματικών δράσεων και των διαθεματικών δραστηριοτήτων και συνέτεινε στην εξάλειψη των όποιων αντιστάσεων στις αλλαγές που επέφερε το νέο μαθησιακό πλαίσιο.

Τέλος φαίνεται ότι και άλλοι εγγενείς παράγοντες επηρεάζουν τη διδακτική συμπεριφορά, όπως είναι οι οικογενειακές υποχρεώσεις των δασκάλων, το ποσοστό του ελεύθερου χρόνου τους που μπορούν να αφιερώσουν στη διδακτική προετοιμασία τους και κυρίως ο βαθμός διαθεσιμότητάς τους, αφού μπορεί να έχουν ελεύθερο χρόνο, αλλά να μην είναι διατεθειμένοι να αφιερώσουν μεγάλο ποσοστό του ελεύθερου χρόνου στην προετοιμασία του μαθήματός τους (Hargreaves & Fullan 1995, σσ. 175-176). Ειδικά κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών με βιωματικές δράσεις και διαθεματικά project, η προετοιμασία του μαθήματος από το δάσκαλο, απαιτούσε αρκετό χρόνο, αφού δεν περιλάμβανε ως συνήθως μόνο το διάβασμα της ενότητας προς διδασκαλία και την προετοιμασία του φύλλου εργασιών, αλλά και την κατασκευή, συγκέντρωση και παροχή στην τάξη ακόμη περισσότερων χειραπτικών υλικών.

Στο ερευνητικό ερώτημα που αφορά τη διερεύνηση των παραγόντων που επηρεάζουν τη μαθησιακή συμπεριφορά των μαθητών στο πλαίσιο υλοποίησης διαθεματικού project στα μαθηματικά, σύμφωνα με ενδείξεις που αποκομίσαμε κατά την ανάλυση των μαθησιακών επεισοδίων και των απαντήσεων στα ερωτηματολόγια μαθητών και δασκάλων, εντοπίσαμε μερικούς παράγοντες που επηρεάζουν. Σημαντικό ρόλο κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών διαδραματίζουν οι αμφίδρομες σχέσεις που οικοδομούνται μεταξύ δασκάλων - μαθητών και μεταξύ των συμμαθητών μεταξύ τους. Διαπιστώσαμε παραδείγματα μαθητών, όπως αυτό της Αγγελικής στη 2η Μ.Π., οι οποίοι επηρεάστηκαν θετικά από την καινούργια παρουσία του ερευνητή - δεύτερου δασκάλου στην τάξη και μέσα από το φαινόμενο της αυτοεκπληρούμενης προφητείας ή φαινόμενο Πυγμαλίωνα, άλλαξαν στάση απέναντι στα μαθηματικά και αυξήθηκε το ενδιαφέρον και ο βαθμός συμμετοχής τους στο μάθημα.

Σημαντικός παράγοντας αλληλένδετος και με τις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μελών της τάξης, είναι ο βαθμός αυτοπεποίθησης κάθε παιδιού στα μαθηματικά. Είδαμε παιδιά με χαμηλή αυτοπεποίθηση στα μαθηματικά, στα οποία βελτιώθηκε το αυτοσυναίσθημα κατά τη διαθεματική προσέγγιση, όπως ο Βασίλης στην 1η Μ.Π., ο Άγγελος στη 2η Μ.Π., το ζευγάρι Νεφέλη - Αναστασία στην 3η Μ.Π. και η Μαριάννα στην 4η Μ.Π. Σε αυτό συνέβαλε και η ομαδοσυνεργατική μάθηση που ήταν αναπόσπαστο στοιχείο της υλοποίησης των διαθεματικών project. Οι ομαδικές εργασίες αμβλύνουν το παθογόνο άγχος των μαθητών και δημιουργούν περισσότερες ευκαιρίες συμμετοχής και καταξίωσης, αυξάνοντας το βαθμό αυτοπεποίθησης των μαθητών με χαμηλή αυτοπεποίθηση (Johnson & Johnson 1992). Αυτό συμβαίνει όμως όταν υπάρχει αρμονική και ισότιμη συνεργασία μεταξύ των μελών της ομάδας. Επίσης και για έναν πρόσθετο λόγο, βελτιώθηκε κατά τη διαθεματική προσέγγιση το αυτοσυναίσθημα μερικών παιδιών. Οι εκπαιδευτικοί, μέσα στο ευρύ φάσμα μαθηματικών δραστηριοτήτων διαβαθμισμένης δυσκολίας που συχνά κατασκεύαζαν οι ίδιοι, έβρισκαν πρόσφορο πλαίσιο για να διεξάγουν διαφοροποιημένη διδασκαλία, ώστε να δώσουν ευκαιρίες σε όλους τους μαθητές να λύσουν προβλήματα και να αποκτήσουν αυτοπεποίθηση.

Ασφαλώς σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει τη μαθησιακή συμπεριφορά των μαθητών στα μαθηματικά, είναι η προσέλκυση του ενδιαφέροντός τους και η βελτίωση της συμμετοχής τους, ποιοτικά και ποσοτικά. Κατά το διαθεματικό project, σε αρκετά παιδιά, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και συμμετοχής και τονίσθηκε ο ενθουσιασμός τους στο μάθημα των μαθηματικών. Μέσα από βιωματικές δράσεις, καταστάσεις ανακαλυπτικής μάθησης και μαθηματικής αναζήτησης, οι μαθητές και οι μαθήτριες αναλάμβαναν πρωτοβουλίες, γίνονταν μικροί ερευνητές, συζητούσαν τρόπους αντιμετώπισης των προβλημάτων, δοκίμαζαν ιδέες, έλεγχαν εικασίες και τεκμηρίωναν την ορθότητά τους στην τάξη. Ο βαθμός συμμετοχής των παιδιών αυξήθηκε επίσης, επειδή οι εκπαιδευτικοί, αλλάζοντας διδακτικό στυλ από δασκαλοκεντρικό σε μαθητοκεντρικό, παραχώρησαν περισσότερο χρόνο και χώρο στη συμμετοχή των παιδιών.

Τους παραπάνω παράγοντες τους εντόπισαν και οι εκπαιδευτικοί απαντώντας στα ερωτηματολόγια. Παραδείγματος χάριν, η δασκάλα Β.Κ. στη σχετική ερώτηση επιβεβαίωσε την άποψη ότι ο ρόλος της ήταν συντονιστικός και διαμέσου της ομαδικής εργασίας οι μαθητές απέκτησαν κριτική σκέψη και αυτοπεποίθηση.

Στο ερώτημα: «ποιες συνιστώσες από την κουλτούρα μιας σχολικής τάξης μεταβάλλονται και σε ποιο βαθμό, όταν τα μέλη της τάξης εφαρμόζουν διαθεματικές δραστηριότητες και υλοποιούν project στο πλαίσιο των μαθηματικών;», εντοπίζουμε ως κύριες συνιστώσες οι οποίες μεταβάλλονται, τις δομικές θεματικές κατηγορίες που αναδύθηκαν πρωτογενώς κατά τη διαδικασία της ανάλυσης, τουτέστιν: «το δάσκαλο/δασκάλα και τη διδακτική στάση του/της, τους μαθητές/μαθήτριες και τη μαθησιακή στάση τους και τα προβλήματα - δραστηριότητες, δηλαδή το μαθησιακό περιεχόμενο και τη μαθησιακή διαδικασία». Οι τρεις αυτές συνιστώσες συστημικά αλληλεξαρτώνται και αλληλοσυνδέονται αναπτύσσοντας μία δυναμική σχέση μεταξύ τους. Όταν η μία συνιστώσα από αυτές μεταβάλλεται επηρεάζονται και οι υπόλοιπες, εφόσον ολόκληρο το σύστημα της τάξης επαναπροσαρμόζεται ύστερα από κάθε μεταβολή, ώστε να επανέλθει σε νέα κατάσταση ισορροπίας. Όσον αφορά το βαθμό μεταβολής των συνιστωσών, φαίνεται πολύ δύσκολο να μετρηθεί το εύρος μεταβολής και να γίνουν συγκρίσεις ως να αναζητούνται ποσοτικά κριτήρια σε μία αμιγώς ποιοτική προσέγγιση. Ασφαλώς μέσα από την υλοποίηση του διαθεματικού project με βάση τα μαθηματικά, το μαθησιακό πλαίσιο, δηλαδή η συνιστώσα «προβλήματα - δραστηριότητες», μεταβλήθηκε σε πολύ μεγάλο βαθμό. Ως προς τις συνιστώσες των δασκάλων και των μαθητών, εύλογο είναι το συμπέρασμα ότι εάν αρχικά, κατά τη μαθησιακή διαδικασία πριν από την υλοποίηση των διαθεματικών project, αυτές οι δύο συνιστώσες από την κουλτούρα μιας σχολικής τάξης διαδραματίζουν ισότιμο ρόλο, τότε μεταβάλλονται εξίσου. Επειδή όμως στις παραδοσιακές, δασκαλοκεντρικές τάξεις που ερευνήσαμε και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, αρχικά τον κυρίαρχο ρόλο στη διαδικασία μάθησης τον είχαν οι εκπαιδευτικοί, η συμπεριφορά των εκπαιδευτικών ήταν αυτή η οποία υπέστη και τις περισσότερες μεταβολές κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project.

Στο ερώτημα: «ποια χαρακτηριστικά της διδακτικής μεθόδου project ευνοούν αλλαγές στην κουλτούρα της σχολικής τάξης;», ύστερα από την ανάλυση και των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, επιβεβαιώθηκαν τα συμπεράσματα που έχουν κατά καιρούς διατυπωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία και τα οποία αναλυτικά παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο του θεωρητικού υπόβαθρου. Στα τέσσερα διαθεματικά project που υλοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της έρευνας, τα παιδιά, χωρίς να κάνουν μάθημα παραδοσιακά και χωρίς το εξωτερικό κίνητρο του βαθμού, έμειναν αφοσιωμένα στο σκοπό τους μέχρι το τέλος, με εσωτερική πειθαρχία. Επιγραμματικά, ανέπτυξαν με ενθουσιασμό, σκόπιμες δράσεις, όπως περιγράφει τη μέθοδο project ο ορισμός του Kilpatrick (1925). Η προσέγγιση της διδασκαλίας προοδευτικά εξελίχθηκε από δασκαλοκεντρική σε μαθητοκεντρική. Προωθήθηκε η μαθητική αυτονομία και τα παιδιά συχνά αναλάμβαναν την ευθύνη της μάθησής τους. Κατά τη διάρκεια υλοποίησης των τεσσάρων project κυριάρχησαν, η βιωματική και αυτενεργός μάθηση, η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, η επίλυση προβλημάτων που βασίζονταν στα ενδιαφέροντα και στις εμπειρίες των παιδιών και η συνεργασία των διαφόρων εμπλεκομένων, συχνά ακόμη και εξωσχολικών φορέων. Μέσα από βιωματικές δράσεις, θέματα κοινωνικού προβληματισμού, κατασκευές με χειραπτικό υλικό, εξερευνήσεις σε πηγές πληροφόρησης ή έρευνες πεδίου, εικαστικές δημιουργίες στην οθόνη του υπολογιστή ή στο χαρτί, εργασίες παραγωγής γραπτού λόγου και κυρίως μέσα από τη λύση ελκυστικών, μαθηματικών προβλημάτων, τα παιδιά διεκδίκησαν περισσότερο χώρο και χρόνο ενεργούς συμμετοχής στη μαθησιακή διαδικασία και οι εκπαιδευτικοί περιορίστηκαν σε συντονιστικό ρόλο.

Όλοι και όχι μόνο οι πιο «ικανοί» συμμετείχαν αποφασιστικά, μέσα από ομαδοσυνεργατική διδασκαλία και μάθηση, ανταποκρινόμενοι στον ορισμό του Frey (1986) για τη μέθοδο project και η ίδια η διδασκαλία διαμορφωνόταν και διεξαγόταν από όλους όσους συμμετείχαν. Αν και το αρχικό θεματικό πλαίσιο και στα τέσσερα project τέθηκε από τους ή τις εκπαιδευτικούς και η γνώμη των παιδιών απλώς ζητήθηκε για να εξασφαλισθεί η συναίνεσή τους, ωστόσο στην πορεία συχνά διερευνήθηκαν ερωτήματα που προέκυψαν από το διάλογο ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές. Αναδύθηκαν σύνθετα, ρεαλιστικά και ελκυστικά προβλήματα που παρακίνησαν τους μαθητές σε ενεργές και κατασκευαστικές διαδικασίες απόκτησης γνώσεων και ικανοτήτων. Δημιουργήθηκαν άφθονες ευκαιρίες για αλληλεπίδραση, επικοινωνία και συνεργασία και κυρίως για μαθηματικό διάλογο. Μέσα από τις απαντήσεις δασκάλων και παιδιών στα ερωτηματολόγια, διαπιστώνουμε ότι σχεδόν όλοι αντιμετώπισαν την υλοποίηση των project, ως μια συναρπαστική περιπέτεια, ως ένα όμορφο ταξίδι που τους γέμισε εμπειρίες και όχι ως ένα διδακτικό ή μαθησιακό καθήκον (αγγαρεία). Τα παιδιά οικοδόμησαν γνώσεις μέσα από διαδικασίες δοκιμής και λάθους, διερεύνησης και επιχειρηματολογίας. Εξηγούσαν τις ιδέες τους, πρότειναν πιθανές λύσεις, έκαναν προβλέψεις και διαμόρφωναν υποθέσεις τις οποίες κατόπιν έλεγχαν, έθεταν ερωτήσεις σε εξωσχολικούς συνεργάτες, αναλάμβαναν πρωτοβουλίες, ξαναδοκίμαζαν λύσεις με διαφορετικό τρόπο και κατέγραφαν παρατηρήσεις.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες εφάρμοζαν πλέον τις γνώσεις και τις δεξιότητες που είχαν παλαιότερα αποκτήσει από τα διάφορα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος σε πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Με αυτόν τον τρόπο, συχνά επιτυγχανόταν η μεταβίβαση της γνώσης μέσα από διαφορετικά πλαίσια. Έρευνες που συνδέουν αποκτηθείσες δεξιότητες στη σχολική τάξη με την εφαρμογή τους σε πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής (Curtis 2002) έχουν δείξει ότι η ανάθεση στους μαθητές εργασιών, έχει ως αποτέλεσμα την ενεργή συμμετοχή και κινητοποίηση των μαθητών σε βαθμό που ξεπερνά τις προσδοκίες μας. Η διαθεματικότητα που είναι σύμφυτο στοιχείο των project, κυριάρχησε καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνάς μας και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης. Επίσης όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι εκπαιδευτικοί αναγνώριζαν τις διαφορετικές ανάγκες του ετερογενούς συνόλου των παιδιών και μέσα στο ευρύ φάσμα δραστηριοτήτων των project, αξιοποιούσαν ευκαιρίες για να διεξάγουν διαφοροποιημένη διδασκαλία. Τα παιδιά κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, σύμφωνα και με τη φράση του Kilpatrick (στο Beineke 1998), μάθαιναν αυτά που ζούσαν και τόσο περισσότερο τα μάθαιναν όσο περισσότερο τα ζούσαν.

Καταλήγοντας απαντούμε στο προηγούμενο ερώτημα ότι όλα τα χαρακτηριστικά της διδακτικής μεθόδου project, ευνόησαν αλλαγές στην κουλτούρα των σχολικών τάξεων. Χαρακτηριστικά όπως είναι η διαθεματική προσέγγιση των ενοτήτων, η ομαδοσυνεργατική διάσταση της μάθησης, η απουσία της ατομικής βαθμολόγησης, η έμφαση στη διαδικασία και όχι στην επίτευξη του αποτελέσματος, οι «ανοικτές» μαθησιακές καταστάσεις, η βιωματική μάθηση μέσα σε αυθεντικά πλαίσια της καθημερινής ζωής και το άνοιγμα του σχολείου στην κοινωνία, συνέβαλαν ώστε να αλλάξει η διδακτική και μαθησιακή συμπεριφορά των εκπαιδευτικών και των μαθητών αντίστοιχα, στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης της έρευνάς μας.

Στο ερώτημα: «ποια η βιωσιμότητα των όποιων αλλαγών στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων στα μαθηματικά;», οπωσδήποτε είναι δύσκολο να απαντήσουμε με βεβαιότητα, λόγω του περιορισμένου χρόνου παρατήρησης μετά από τις διαθεματικές προσεγγίσεις. Στη μέγιστη περίπτωση, η παρατήρηση μετά από τα διαθεματικά project στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, είχε διάρκεια δύο συναντήσεων (2 - 4 διδακτικών ωρών). Υπήρξαν όμως και άλλες παρατηρήσεις σε κάθε ευκαιρία της επαφής του ερευνητή, μέσω της ιδιότητάς του ως σχολικού συμβούλου, με τους, τις συγκεκριμένους εκπαιδευτικούς - συνεργάτες. Στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, κατά τη διάρκεια των διαθεματικών προσεγγίσεων κατά την Ε.Ζ., αλλά και μετά από αυτήν, το μοντέλο διδασκαλίας από καθαρά δασκαλοκεντρικό, σταδιακά μετακινήθηκε προς στο μαθητοκεντρικό. Υπήρξαν διαστήματα κατά τα οποία το κέντρο βάρους της μάθησης μετατοπίστηκε από τη μεριά των δασκάλων προς το μέρος των μαθητών. Η διαθεματική προσέγγιση βοήθησε ώστε να καταργηθεί η μονοπώληση του διδακτικού χρόνου, του χώρου και του λόγου από τους, τις εκπαιδευτικούς και συνέβαλε ώστε να δοθούν στα παιδιά περισσότερα περιθώρια για νοητική αυτονομία, δημιουργική έρευνα, βιωματική δράση και μαθηματικό διάλογο. Όπως αναλύσαμε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, οι όποιες αλλαγές επισημάνθηκαν, δεν είχαν κατά τη διάρκεια του εγχειρήματος πάντα την ίδια ένταση και σταθερότητα στην εμφάνισή τους. Ακόμη και κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, δάσκαλοι και μαθητές αμφιταλαντεύονταν συχνά, ανάμεσα στην παλιά παραδοσιακή πρακτική τους και στη σύγχρονη στάση που είχαν μόλις υιοθετήσει. Όπως καταγράψαμε, μερικές από τις αλλαγές κατά τη διαθεματική προσέγγιση εδραιώνονταν σταδιακά, παρουσιάζοντας αξιοσημείωτη σταθερότητα. Άλλες αλλαγές, πρόσκαιρα κάποια στιγμή εμφάνιζαν μια ελπιδοφόρα δυναμική μιας προοδευτικής τάσης, όμως στο αμέσως επόμενο επεισόδιο εμφάνιζαν παλινδρόμηση και επανέρχονταν σε γνώριμες παραδοσιακές πρακτικές, δείχνοντας ότι σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να θεωρηθούν παγιωμένες και οριστικές.

Ήδη στο 4ο Κεφάλαιο, στην ανατροφοδότηση από την πιλοτική έρευνα, θέσαμε το ερώτημα, πόση βιωσιμότητα είχαν οι όποιες αλλαγές στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων. Ένα σημαντικό γεγονός που προκύπτει από την ανάλυση είναι ότι η πρόοδος στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων με βάση τα χαρακτηριστικά της διαθεματικής προσέγγισης, της βιωματικής και μαθητοκεντρικής μάθησης, καθώς επίσης και των ρεαλιστικών μαθηματικών συνεχίστηκε και μετά το διαθεματικό project, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών.

Από το 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση του διαλόγου, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. Π.χ. στην 3η Μ.Π. στο απόσπασμα 3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.27. Επίσης στο ίδιο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την έμφαση στην κατανόηση, στη 2η, στην 3η και στην 4η Μ.Π., συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. Π.χ. στα αποσπάσματα 2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.13 και 3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2. Μάλιστα στην 3η Μ.Π. η έμφαση εκ μέρους της δασκάλας στην κατανόηση, παρέμεινε στα μαθηματικά με αξιοσημείωτη σταθερότητα, αφού καταγράφηκαν 13 αποσπάσματα μετά την Ε.Ζ., όπου δόθηκε ποικιλοτρόπως έμφαση στην κατανόηση. Στην 4η Μ.Π. η έμφαση εκ μέρους της δασκάλας Β.Κ. στην κατανόηση, παρέμεινε μετά την Ε.Ζ. σε 4 επεισόδια. Επιπλέον, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς την ενθάρρυνση της ανάδυσης στρατηγικών από τους μαθητές, συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, στη 2η Μ.Π. σε 3 επεισόδια, στην 3η Μ.Π. σε 2 επεισόδια και στην 4η Μ.Π. σε 3 επεισόδια. Άλλη μία αλλαγή στη στάση των δασκάλων που παρέμεινε και μετά την Ε.Ζ., είναι η ενθάρρυνση των παιδιών εκ μέρους των δασκάλων, ώστε να αναδεικνύουν πολλούς τρόπους λύσης και να επιζητούν ποικιλία απαντήσεων. Π.χ. στη 2η Μ.Π. στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., διαπιστώσαμε ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης και ποικιλία απαντήσεων σε 5 επεισόδια.

Στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. συνέχισε να αξιοποιεί τα λάθη των παιδιών μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, σε 3 επεισόδια π.χ. (4ηΜ.Π./Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.6). Επίσης από το 6ο κεφάλαιο, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων ως προς τη μείωση του ανταγωνισμού των μαθητών, συνεχίστηκε και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά. Στη 2η Μ.Π. η δασκάλα Π.Μ. στο απόσπασμα Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4 δεν έδωσε το λόγο στο πρώτο παιδί που βρήκε τη λύση, αλλά περίμενε να τελειώσουν όλοι. Όμως στο τελευταίο απόσπασμα Δ/μ.Ε.Ζ./γ.14, επανήλθε παλινδρομώντας στην παραδοσιακή πρακτική και σήκωνε στον πίνακα, όποιο παιδί τελείωνε πρώτο. Στην 3η Μ.Π. η δασκάλα Ε.Σ., στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. συνέχισε να συμβάλλει στη μείωση του ανταγωνισμού, π.χ. στα αποσπάσματα 3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.1 και Δ/μ.Ε.Ζ./γ.19 η δασκάλα δεν έδωσε το λόγο στους πρώτους που τελείωσαν. Τελικά διαπιστώσαμε ότι στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά για τη μείωση του ανταγωνισμού χαρακτηριστικά της Ε.Ζ., όπως η απουσία άγχους για το χρόνο και την κάλυψη της ύλης, η απουσία βαθμολογίας κ.ά., οι δασκάλες σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, συνέχισαν να αποθαρρύνουν τον ανταγωνισμό των μαθητών.

Ως προς τη μείωση της καθοδήγησης των δασκάλων και την ενίσχυση της αυτονόμησης των μαθητών, η αλλαγή στη στάση των δασκάλων συνέχισε την ίδια ασταθή πορεία με παλινδρομήσεις, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. όπως είχε και κατά τη διάρκεια της Ε.Ζ. Στη 2η Μ.Π. η μείωση της καθοδήγησης της δασκάλας Π.Μ. συνεχίστηκε στα μαθηματικά, σε 4 από τα 6 επεισόδια, π.χ. (2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8) και (Μ/μ.Ε.Ζ./ζ.6). Στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. στα επεισόδια μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, άλλοτε ενθάρρυνε την αυτονόμηση των παιδιών π.χ. (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.4), (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.13) και άλλοτε ξαναγινόταν παραδοσιακά καθοδηγητική π.χ. (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.5), (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.7-8), (Δ/1^{η}μ.Ε.Ζ./γ.10-11), (Δ/2^{η}μ.Ε.Ζ./γ.44) και (Δ/2^{η}μ.Ε.Ζ./γ.45). Μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, συνολικά σε 6 από τα 11 επεισόδια η δασκάλα εμφάνισε παραδοσιακά καθοδηγητική συμπεριφορά και σε 5 εμφάνισε σύγχρονη διδακτική συμπεριφορά. Διαπιστώσαμε ωστόσο και στις τρεις μελέτες περίπτωσης, ότι μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι δασκάλες συνέχισαν ενίοτε να ενθαρρύνουν την αυτονόμηση των μαθητών, παρόλο που εξέλειπαν τα ευνοϊκά χαρακτηριστικά της Ε.Ζ. για τη μείωση της καθοδήγησης, όπως η απουσία άγχους για το χρόνο και την κάλυψη της ύλης και το ευέλικτο κι ευχάριστο βιωματικό πλαίσιο που δημιουργεί ευκαιρίες ερευνητικής μάθησης.

Από τις αλλαγές που καταγράψαμε στο 7ο κεφάλαιο, κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι οι αλλαγές που διαπιστώσαμε στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο, δηλαδή η διεύρυνση στο περιεχόμενο και στις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών και η έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση, δεν σχετίζονται καθόλου με αντίστοιχες αλλαγές στη στάση των δασκάλων, αλλά επιβλήθηκαν καθαρά και μόνο, από το νέο μαθησιακό πλαίσιο των διαθεματικών project και της ευέλικτης ζώνης. Αν ίσχυε ο παραπάνω ισχυρισμός, θα έπρεπε αυτομάτως με την ολοκλήρωση των project, όταν από τις ώρες της ευέλικτης ζώνης περάσαμε στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών, να εκλείψουν μαζί με τα project και την Ε.Ζ. όλα τα σύμφυτα στοιχεία τους. Από την ανάλυση των δεδομένων όμως διαπιστώσαμε ότι όχι μόνο κατά το διαθεματικό project, αλλά και μετά την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, οι εκπαιδευτικοί συνέχισαν να συμβάλλουν στη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών και να δίνουν έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση, π.χ. στη 2η Μ.Π. στο απόσπασμα 2ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2. Στην 3η Μ.Π. στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., σε 6 επεισόδια διαπιστώνουμε ότι η δασκάλα Ε.Σ. συνεχίζει τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών, π.χ. ενδεικτικά αναφέρουμε τα αποσπάσματα (3ηΜ.Π./Δ/μ.Ε.Ζ./γ.2), (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.28), (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.30), (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.32) και (Π/μ.Ε.Ζ./η.20). Επίσης στην 4η Μ.Π. η δασκάλα Β.Κ. μετά την Ε.Ζ., συνεχίζει τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών, εμπλουτίζοντας το μάθημα με βιωματικές δραστηριότητες, π.χ. στα επεισόδια (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.24), (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.28), (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.30), (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.32) και (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.43). Επίσης στο ίδιο κεφάλαιο, ως προς την έμφαση στη «ρεαλιστική» διάσταση, στην 3η Μ.Π. μετά την Ε.Ζ. διαπιστώνουμε σε πέντε επεισόδια στα μαθηματικά, ότι η δασκάλα Ε.Σ. συνέχισε να δίνει έμφαση στη σύνδεση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή, π.χ. αναφέρουμε τα αποσπάσματα (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.4), (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.20) και (Δ/μ.Ε.Ζ./γ.8). Στην 4η Μ.Π., στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., η δασκάλα Β.Κ. συνέχισε να ενισχύει τη «ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων, π.χ. στα αποσπάσματα (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.15), (Δ/$1^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.18) και (Δ/$2^{η}$μ.Ε.Ζ./γ.39).

Συμπερασματικά μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπήρξε βιωσιμότητα των αλλαγών στη στάση των δασκάλων και μετά από τα διαθεματικά project στο «κανονικό» μάθημα των μαθηματικών που παρατηρήθηκε. Δεν ισχυριζόμαστε ότι μέσα από τα διαθεματικά project συνέβησαν ριζικές αλλαγές στις διδακτικές πεποιθήσεις των δασκάλων, οι οποίες παρέμειναν και μετά από την Ε.Ζ. στα μαθηματικά, αφού σύμφωνα με ερευνητές (Hoyles 1992, Lave 1996, Beswick 2004, Skott 2009) είναι ουτοπικό να εξετάζουμε τη μεταβίβαση των πεποιθήσεων μεταξύ πλαισίων, εφόσον έχει ερευνητικά τεκμηριωθεί ότι από διαφορετικά πλαίσια, προκύπτουν διαφορετικές πεποιθήσεις. Ωστόσο μπορούμε να ισχυριστούμε ότι μέσα από τα διαθεματικά project, οι εκπαιδευτικοί - συνεργάτες είχαν την ευκαιρία να γνωρίσουν και να εφαρμόσουν, συχνά να επινοήσουν νέες διδακτικές τεχνικές, σύμφωνες με μια σύγχρονη προσέγγιση εξελικτικής διδασκαλίας κι επίσης είχαν την ευκαιρία να διαπιστώσουν στην πράξη από τις θετικές αντιδράσεις των παιδιών, ότι αυτές οι διδακτικές πρακτικές συμβάλουν στην αύξηση της συμμετοχής και του ενδιαφέροντος των μαθητών και ασυνείδητα ίσως, συνέχισαν να εφαρμόζουν μερικές από τις πρακτικές αυτές, έστω και πρόσκαιρα, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών που παρατηρήσαμε. Παρόλο που στο τυπικό μάθημα έπαψαν να υφίστανται τα ευνοϊκά χαρακτηριστικά της Ε.Ζ. όπως η έλλειψη άγχους για το χρόνο και την κάλυψη της διδακτέας ύλης, η απουσία βαθμολογίας κι επανήλθαν στον αντίποδα τα αρνητικά χαρακτηριστικά με τα οποία είναι φορτισμένο το τυπικό, καθημερινό μάθημα, ασκώντας ψυχολογική πίεση στους εκπαιδευτικούς, δεν εξαλείφθηκαν τελείως τα σπέρματα της αλλαγής που εμφυτεύτηκαν κατά τη διαθεματική προσέγγιση. Οι εκπαιδευτικοί και μετά από τα διαθεματικά project στο «κανονικό» μάθημα των μαθηματικών που παρατηρήθηκε, συνέχισαν να δημιουργούν ευκαιρίες για μαθηματικό διάλογο μεταξύ των μαθητών και να δίνουν το λόγο σε περισσότερα παιδιά μειώνοντας τον ανταγωνισμό, συνέχισαν να δίνουν έμφαση στην κατανόηση και άρχισαν να εκτιμούν την αξία της διαδικασίας επίλυσης και να μην επιζητούν μόνο το αποτέλεσμα με οποιοδήποτε τρόπο. Στο «κανονικό» μάθημα των μαθηματικών που παρατηρήθηκε, έδειξαν να καλλιεργούν ένα κλίμα μαθηματικής αναζήτησης, ώστε οι στρατηγικές λύσης να αναδύονται από την έρευνα των ίδιων των μαθητών, ενθάρρυναν τους διαφορετικούς τρόπους λύσης και βοηθούσαν πλέον τα παιδιά να κατανοούν τα λάθη τους και να αυτοδιορθώνονται. Η διαμόρφωση μιας προοδευτικής στάσης των τεσσάρων εκπαιδευτικών - συνεργατών, οι οποίοι δε δίστασαν να εκτεθούν, να τολμήσουν στην πράξη καινοτόμα προγράμματα και να συνεργαστούν με συναδέλφους τους, θέτει σε μια αισιόδοξη προοπτική μια τάση αυτοεξέλιξης των εκπαιδευτικών. Το κυριότερο είναι ότι μέσα από τα διαθεματικά project, αλλά και μετά από αυτά, οι εκπαιδευτικοί άρχισαν να προβληματίζονται για το ρόλο τους στη μαθησιακή διαδικασία και να ανατροφοδοτούνται μέσα από αναστοχασμό.

Το ερώτημα: «με ποιο τρόπο επηρεάζονται η διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών από την εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων με πυρήνα τους τα μαθηματικά;», κατά ένα μεγάλο μέρος έχει ήδη απαντηθεί. Μέσα από τα διαθεματικά project τα παιδιά απέκτησαν την ικανότητα να αναγνωρίζουν και να εφαρμόζουν μαθηματικά σε πλαίσια έξω από τα μαθηματικά. Τους δόθηκαν ευκαιρίες για μαθηματική αναζήτηση και μάθηση μέσα από δραστηριότητες αναδυόμενες εκτός του πλαισίου του τυπικού μαθήματος των μαθηματικών. Μέσα από τις θεματικές της Διατροφής ή της Κυκλοφοριακής Αγωγής, έγιναν συνδέσεις με άλλα γνωστικά πεδία και μαθήματα και με καταστάσεις της καθημερινής ζωής των μαθητών. Με αυτόν τον τρόπο επετεύχθη η βιωματική μάθηση των μαθηματικών μέσα από πλαίσια με τα οποία τα παιδιά ήταν εξοικειωμένα. Σε μία συγκριτική έρευνα των Knapp, Shields και Turnbull (1995) γύρω από το πλεονέκτημα των εναλλακτικών διαδικασιών μάθησης σε σχέση με τις παραδοσιακές διδακτικές προσεγγίσεις, η ερευνητική ομάδα εξέτασε τη διδασκαλία των μαθηματικών, της ανάγνωσης και της γραφής σε 140 σχολικές τάξεις, 15 δημοτικών σχολείων από έξι (6) μη προνομιούχες εκπαιδευτικές περιφέρειες. Η έρευνα έδειξε ότι όταν οι δάσκαλοι επεδίωκαν την κατανόηση και τη νοηματοδότηση και όχι την απομνημόνευση και όταν συνέδεαν τη διδασκόμενη ύλη με τις εμπειρίες των παιδιών, οι μαθητές τότε σταθερά είχαν καλύτερες επιδόσεις από άλλους μαθητές παραδοσιακών τάξεων, ως προς την επίτευξη προηγμένων δεξιοτήτων και τα πήγαιναν το ίδιο καλά ή και καλύτερα σε παραδοσιακές δοκιμασίες. Ο Willett (1992) σε μια μελέτη όπου συμμετείχαν 87 μαθητές πέμπτης τάξης, αναφέρει τη βελτίωση της προόδου για την πλειοψηφία των μαθητών. Η διαθεματική διασύνδεση της μελέτης των μαθηματικών και της τέχνης είχε ως αποτέλεσμα υψηλότερες επιδόσεις σε επαναληπτικά τεστ, από τις επιδόσεις των μαθητών που είχαν διδαχθεί μεμονωμένα τις μαθηματικές έννοιες από τον κανονικό δάσκαλο της τάξης. Όπως αναφέρει ο Levitan: «η ενσωμάτωση δραστηριοτήτων της τέχνης μέσα στα μαθηματικά… μπορεί να βελτιώσει τη μάθηση ορισμένων εννοιών» (1991, σ. 12). Παρόμοια αποτελέσματα αναφέρθηκαν από τον Friend (1984) σε μια μελέτη ενιαιοποίησης των μαθηματικών και της φυσικής, στην οποία συμμετείχαν μαθητές της πρώτης τάξης του γυμνασίου.

Όπως τα ίδια τα παιδιά απάντησαν στα ερωτηματολόγια (βλ. Κεφ.7), μέσα από τα διαθεματικά project, έκαναν γλώσσα, μαθηματικά, μελέτη περιβάλλοντος, γεωγραφία, φυσική, τεχνικά και χημεία. Όταν ρωτήθηκαν τι θυμούνται περισσότερο από τις ενότητες που έκαναν, π.χ. για τα «Θέματα Διατροφής», απάντησαν ότι θυμούνται τα ραβδογράμματα, τις θερμίδες και τα φαγητά, τα λάθη στις συνταγές και τα προβλήματα που έκαναν όπου υπήρχαν παρόμοια λάθη, κάποια προβλήματα στον πίνακα, τα χαρτάκια που έκοβαν ή το πορτοκάλι που μοίραζαν σε κομμάτια ή το νερό που μοίραζαν σε ποτήρια για να αναπαραστήσουν κλάσματα, τις ζυγίσεις που έκαναν σε τρόφιμα κ.α. Δηλαδή θυμούνταν και τους έκαναν περισσότερο εντύπωση οι μαθηματικές καταστάσεις. Αλλά και οι εκπαιδευτικοί απαντώντας στα ερωτηματολόγια έβρισκαν μόνο θετικά σημεία στην ενασχόληση με τα διαθεματικά project. Π.χ. η δασκάλα Π.Μ. στα θετικά σημεία συγκαταλέγει ότι τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες, ασχολήθηκαν με θέματα: περιβάλλοντος (κυκλοφοριακής αγωγής, ρύπανσης κ.τ.λ.), γλώσσας (σκέφτομαι και γράφω, ορολογία κ.τ.λ.), μαθηματικών (προβλήματα, πειράματα, συμπεράσματα, καταγραφή), εικαστικών (ζωγραφική, κολλάζ, παιχνίδι κυκλοφοριακής αγωγής), πληροφορικής (βασικά πλήκτρα και ζωγραφική σημάτων και οχημάτων), γεωγραφίας (προσανατολισμός και εντοπισμός συγκεκριμένων δρόμων κυκλοφορίας οχημάτων). Πριν την Ε.Ζ. στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί δεν χρησιμοποιούσαν χειραπτικά υλικά ή σχέδια για να υποστηρίξουν τον τρόπο σκέψης των μαθητών. Μετά το πρόγραμμα, άρχισαν να πιστεύουν πλέον στη βιωματική μάθηση και στα ρεαλιστικά - χειραπτικά πλαίσια ως μέσα υποστήριξης της μαθηματικής σκέψης και αυτό φάνηκε, ακόμη και μετά την Ε.Ζ., στο «κανονικό» μάθημα των μαθηματικών που παρατηρήσαμε.

Το Εθνικό Συμβούλιο Δασκάλων των Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (N.C.T.M.) στις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά» (2000), περιλαμβάνει το κριτήριο «Συνδέσεις» (Connections) όπου αναφέρει ότι τα προγράμματα σπουδών οφείλουν να καθιστούν τους μαθητές ικανούς να αναγνωρίζουν και να εφαρμόζουν μαθηματικά σε πλαίσια έξω από τα μαθηματικά. Επίσης αναφέρει ότι οι συνδέσεις μπορούν να γίνονται είτε με άλλα γνωστικά πεδία και μαθήματα είτε με την καθημερινή ζωή των μαθητών και υπογραμμίζει ότι είναι απαραίτητη η παροχή της δυνατότητας για βιωματική μάθηση των μαθηματικών σε ένα πλαίσιο. Αναλύσαμε προηγουμένως με ποιον τρόπο μέσα από τα διαθεματικά project, ενισχύθηκαν οι συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών γνωστικών πεδίων - μαθημάτων και οι συνδέσεις με την καθημερινή ζωή των μαθητών.

Εν κατακλείδι, μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση, τα παιδιά «έκαναν» μαθηματικά σε ένα ανοικτό μαθησιακό περιβάλλον, βασισμένο στη μέθοδο project και ανέπτυξαν εννοιολογική και συσχετιστική κατανόηση η οποία θα τους βοηθήσει μελλοντικά να αντιμετωπίζουν με επιτυχία, μια ευρεία κλίμακα καταστάσεων σε σχολικά και εξωσχολικά περιβάλλοντα. Το μάθημα των μαθηματικών έγινε πιο ευχάριστο και δημιουργικό για μαθητές και δασκάλους και αναπτύχθηκε η δυναμική των ομάδων. Οι μαθητές ενεπλάκησαν πιο ενεργά στη διαδικασία μάθησης, ερευνώντας κι ανακαλύπτοντας συνεργατικά μέσα στην ομάδα τους. Τελικά τα παιδιά εκτίμησαν τη σπουδαιότητα των μαθηματικών και τη χρησιμότητά τους, αφού αυτά διαχέονται σε όλα τα πεδία εφαρμογής των άλλων μαθημάτων και αγάπησαν τα μαθηματικά ακόμη περισσότερο.

Στο ερευνητικό ερώτημα: «Με ποιες από τις αρχές της σύγχρονης διδακτικής αντίληψης συνάδει και ποια κριτήρια στη μάθηση των μαθηματικών ικανοποιεί, η εφαρμογή της μεθόδου project στα μαθηματικά;», μπορούμε να απαντήσουμε συνδυάζοντας τις θεωρητικές αρχές και τα κριτήρια της σύγχρονης διδακτικής αντίληψης για τη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως κατά καιρούς έχουν διατυπωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία - αναλυτικά παρουσιάζονται στο Κεφ. 1 «Θεωρητικό υπόβαθρο» - και τις ενδείξεις που αποκομίσαμε κατά την ανάλυση οι οποίες ανταποκρίνονται στις παραπάνω θεωρητικές αρχές.

Δύο είναι οι θεμέλιοι λίθοι της διδασκαλίας των μαθηματικών, σύμφωνα με τις δύο κύριες θεωρητικές τάσεις που έχουν επικρατήσει στην έρευνα της εκπαίδευσης των μαθηματικών. Η επίλυση προβλημάτων και γενικότερα η εμπλοκή σε μαθηματικές δραστηριότητες, η οποία υποστηρίζεται θεωρητικά από τη θεωρία γνώσης του εποικοδομισμού (Κονστρουκτιβισμό) και ο «μαθηματικός διάλογος», ο μαθηματικός εγγραμματισμός και η μύηση μέσα από τη συμμετοχή σε ομάδες και την κοινωνική αλληλεπίδραση, η οποία υποστηρίζεται θεωρητικά από την Κοινωνικοπολιτιστική Θεωρία και το έργο του Vygotsky. Ήδη αναλύσαμε προηγουμένως με ποιον τρόπο ενισχύθηκαν αμφότερα, μέσα από τα διαθεματικά project, τόσο η ενασχόληση με γνήσιες μαθηματικές δραστηριότητες σε πλαίσια βασισμένα στα ενδιαφέροντα και στην καθημερινή ζωή των παιδιών, όσο και ο διάλογος και η «μαθηματική» αλληλεπίδραση.

Επίσης η σύγχρονη έρευνα γύρω από τη διδακτική των μαθηματικών έχει αναδείξει κάποιες σημαντικές αρχές και κριτήρια στη μάθηση των μαθηματικών. Το Εθνικό Συμβούλιο Δασκάλων των Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (N.C.T.M.) στις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά» (2000), περιλαμβάνει το κριτήριο: «Σημαντικοί μαθηματικοί στόχοι» (Worthwhile

Mathematical Tasks) όπου δίνεται έμφαση στο εύρος στο οποίο αναπτύσσονται οι νέες μαθηματικές έννοιες και στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί σχεδιάζουν δραστηριότητες διαφοροποιημένης διδασκαλίας, ώστε κάθε παιδί να αναπτύξει τις δικές του ικανότητες και τα μαθησιακά του ενδιαφέροντα. Στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης διαπιστώσαμε ότι οι νέες μαθηματικές έννοιες μέσα από τα διαθεματικά project, αναπτύχθηκαν σε βάθος ώστε να επιτευχθεί η εννοιολογική και η συσχετιστική κατανόηση. Όχι μόνο μέσα από οριζόντιας μορφής διαθεματικότητα (μεταξύ διαφορετικών μαθημάτων), αλλά και κάθετης μορφής διαθεματικότητα (ενδοκλαδικής, μεταξύ θεματικών ενοτήτων και κεφαλαίων στα ίδια τα μαθηματικά), τα παιδιά κατανόησαν τις νέες έννοιες στην ολότητά τους. Μέσα από βιωματικές εμπειρίες, επίλυση προβλημάτων και εφαρμογή της προϋπάρχουσας σχολικής γνώσης σε νέες καταστάσεις, τα παιδιά αντιλήφθηκαν για παράδειγμα ότι οι κλασματικοί, οι μικτοί, οι δεκαδικοί και οι συμμιγείς αριθμοί είναι όλοι, διαφορετικές εκφάνσεις της ίδιας αριθμητικής ποσότητας και απέκτησαν τη δυνατότητα να τους χρησιμοποιούν εναλλακτικά, ανάλογα με τις ανάγκες τους. Με αυτόν τον τρόπο απέκτησαν συσχετιστική κατανόηση και έμαθαν να συσχετίζουν τις διάφορες εναλλακτικές μορφές αριθμών, τους παρόμοιους τρόπους επίλυσης προβλημάτων, τις γεωμετρικές με τις αλγεβρικές έννοιες κάνοντας μετρήσεις. Έμαθαν να κάνουν συσχετισμούς διαφόρων μεγεθών (βάρους, ενέργειας - ποσότητας θερμίδων, χρόνου, απόστασης, ταχύτητας) εκτελώντας ζυγίσεις, μετρήσεις και υπολογισμούς ή να συγκρίνουν πληθικές ποσότητες και να διατυπώνουν τις μεταξύ τους σχέσεις με λόγους ή ποσοστά. Ως προς το ερώτημα αν επετεύχθη διαφοροποιημένη διδασκαλία, αναλύσαμε προηγουμένως με ποιον τρόπο οι εκπαιδευτικοί, μέσα από τα διαθεματικά project και το ευρύ φάσμα μαθηματικών δραστηριοτήτων διαβαθμισμένης δυσκολίας που συχνά οι ίδιοι κατασκεύαζαν, έδιναν μαθησιακές ευκαιρίες σε όλα τα παιδιά.

Η προσέγγισή μας μπορεί να αξιολογηθεί και ως προς δύο ακόμη κριτήρια που έχει θεσπίσει το N.C.T.M. με τίτλο: «Ο ρόλος του, της εκπαιδευτικού στο διάλογο» (Teacher's Role in Discourse) και «Ο ρόλος των μαθητών, μαθητριών στο διάλογο» (Students' Role in Discourse). Αναλύσαμε προηγουμένως τον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί ενθάρρυναν το διάλογο. Συχνά αναγκάζονταν να παρεμβαίνουν υπέρμετρα στο διάλογο, μην επιτρέποντας στα παιδιά να διαλεχθούν μεταξύ τους. Αυτό συνέβαινε κυρίως γιατί τα παιδιά έδειχναν απρόθυμα να εμπλακούν σε έναν άμεσο διάλογο μεταξύ τους και συχνά λόγω συνήθειας αναφέρονταν έμμεσα στον τρόπο λύσης του συμμαθητή τους χρησιμοποιώντας ως ενδιάμεσο το δάσκαλο ή τη δασκάλα, στον οποίο ή στην οποία απηύθυναν και το λόγο. Οπωσδήποτε ήταν δύσκολο από την κατάσταση πλήρους ανυπαρξίας μαθηματικού διαλόγου η οποία επικρατούσε στις τάξεις πριν από τις διαθεματικές προσεγγίσεις, να περάσουμε σε μια ιδανική κατάσταση ισότιμου διαλόγου, όπου οι εκπαιδευτικοί της τάξης θα γνώριζαν ακριβώς πότε είναι η κατάλληλη στιγμή να παρέμβουν στη συζήτηση, ώστε να μη χαθεί καμία ευκαιρία συμμετοχής για τους μαθητές. Σίγουρα όμως έγιναν πολλά βήματα προόδου προς αυτήν την κατεύθυνση.

Επίσης ως προς το κριτήριο του N.C.T.M. που αφορά το «Μαθησιακό περιβάλλον» (Learning Environment), διαπιστώνουμε από την ανάλυση στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης ότι μέσα από τα διαθεματικά project, ενθαρρύνθηκε η έρευνα, η συνεργασία, η αυτονομία της σκέψης και η λήψη αποφάσεων υψηλού ρίσκου από εκπαιδευτικούς και μαθητές. Τα παιδιά δεν δίσταζαν πλέον να διατυπώσουν τον τρόπο λύσης τους με το φόβο μην κάνουν λάθος, ενώ οι εκπαιδευτικοί δεν δίσταζαν να οργανώσουν βιωματικές δράσεις που συχνά επιβάρυναν το φόρτο εργασίας τους και να αναλάβουν το ρίσκο της αποτυχίας. Όταν η δασκάλα Ε.Σ. υλοποίησε π.χ. μαζί με τους μαθητές της, την παρασκευή διαφόρων συνταγών στην τάξη, αγνόησε τους πιθανούς κινδύνους για αποτυχία στην εκτέλεση της συνταγής, για διασάλευση της πειθαρχίας, για πιθανή τροφική δηλητηρίαση ή αλλεργική αντίδραση κάποιων μαθητών κατά τη δοκιμή των συνταγών κ.ά.

Στο ερευνητικό ερώτημα, αν βελτιώθηκε η στάση ορισμένων μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών και σε ποιους τομείς, έχουμε ήδη απαντήσει προηγουμένως και τα σχετικά αναλυτικά υπομνήματα παρουσιάζονται στο υποκεφάλαιο 5.1. Όπως αναδύθηκε από την ανάλυση, κατά τη διαθεματική προσέγγιση βελτιώθηκε το αυτοσυναίσθημα ορισμένων παιδιών στο μάθημα των μαθηματικών. Ενδεικτικά αναφέρουμε το Βασίλη, τον Άγγελο, την Αγγελική, τη Νεφέλη, την Αναστασία και τη Μαριάννα. Σε αρκετά παιδιά, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος και συμμετοχής και τονίσθηκε ο ενθουσιασμός τους στο μάθημα των μαθηματικών. Τα ευρήματα της παρούσας μελέτης συμφωνούν με τα ευρήματα άλλων, προηγούμενων ερευνών. Ο Vars (1965) αναφέρει ότι η παρώθηση για μάθηση αυξάνεται όταν οι μαθητές εργάζονται σε «πραγματικά» προβλήματα - ένα κοινό χαρακτηριστικό των διαθεματικών προγραμμάτων. Όταν οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στο σχεδιασμό της μάθησής τους κι έχουν τη δυνατότητα επιλογών, παρωθούνται περισσότερο και τα προβλήματα συμπεριφοράς ελαττώνονται. Η Jacobs (1989) επίσης αναφέρει ότι τα διαθεματικά προγράμματα είναι συνυφασμένα με μεγαλύτερο βαθμό αυτορρύθμισης των μαθητών, υψηλότερο βαθμό παρακολούθησης και συμμετοχής και γενικά υιοθέτηση στάσεων μεγαλύτερης αποδοχής και καλύτερης αντιμετώπισης του σχολείου. Οι μαθητές εμπλέκονται στη διαδικασία της μάθησής τους καθώς κάνουν διαθεματικές διασυνδέσεις μεταξύ των γνωστικών αντικειμένων και εξωσχολικών καταστάσεων της καθημερινής ζωής. Ο MacIver (1990) επίσης βρήκε ότι οι μαθητές που ενεπλάκησαν σε διαθεματικά προγράμματα, καλλιέργησαν το πνεύμα ομαδικότητας και βελτίωσαν τις στάσεις τους και τις συνήθειές τους στον τρόπο που εργάζονται.

Στο ερευνητικό ερώτημα, αν συσχετίζεται η αλλαγή της διδακτικής συμπεριφοράς των δασκάλων και της μαθησιακής συμπεριφοράς των μαθητών, με ανάλογη βελτίωση στη γνώση και την κατανόηση του περιεχομένου στο μάθημα των μαθηματικών, σύμφωνα με τις ενδείξεις που αποκομίσαμε κατά την ανάλυση, φαίνεται ότι συσχετίζεται. Είναι δύσκολη όμως μία απλή απάντηση σε ένα τέτοιο σύνθετο ερώτημα. Κατ’ αρχάς στα διαθεματικά project, το μαθηματικό περιεχόμενο ήταν ευέλικτο, δεν ήταν αυστηρά προκαθορισμένο, αλλά συνεχώς διαμορφωνόταν και συχνά υπερέβαινε την «τυπικά διδακτέα ύλη» των συγκεκριμένων τάξεων. Έπειτα για να μιλήσουμε για βελτίωση στη γνώση και την κατανόηση του μαθηματικού περιεχομένου, θα έπρεπε να έχουμε στοιχεία για να συγκρίνουμε τη διδασκαλία του ίδιου περιεχομένου στο μάθημα των μαθηματικών, στην ίδια τάξη ή σε τάξεις παρόμοιου «μαθηματικού επιπέδου», πριν από τις διαθεματικές προσεγγίσεις και μετά από αυτές. Στην έρευνά μας καταγράψαμε και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης ένα τυπικό μάθημα μαθηματικών πριν και μετά από τις διαθεματικές προσεγγίσεις, αλλά η διδασκαλία γινόταν σε διαφορετικές ενότητες και το μαθηματικό περιεχόμενο δεν ήταν το ίδιο, αφού ανάμεσα στο πρώτο και στο τελευταίο μάθημα μεσολαβούσε χρονικά ένα τετράμηνο και το πρόγραμμα ακολουθούσε τη ροή της διδακτέας ύλης.

Μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα όμως, σύμφωνα με ισχυρές ενδείξεις. Στην Δ΄ τάξη στην 3η Μ.Π., στο μάθημα των μαθηματικών μετά από τη διαθεματική προσέγγιση, η δασκάλα Ε.Σ. δίδαξε την ενότητα «Ισοδύναμα Κλάσματα». Την ίδια ενότητα δίδαξε η δασκάλα Β.Κ. στη δική της Ε΄ τάξη στην 4η Μ.Π., στο μάθημα των μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση. Στην πρώτη περίπτωση η δασκάλα Ε.Σ. χρησιμοποίησε άφθονο χειραπτικό υλικό και με σοκολάτες ή φασόλια που τα χώριζε, βοήθησε τα παιδιά να κατανοήσουν βαθιά την έννοια των ισοδυνάμων κλασμάτων και να επιχειρήσουν και μαθηματικές δραστηριότητες που ξεπερνούσαν τις απαιτήσεις της Δ΄ τάξης, όπως την εύρεση των επόμενων όρων σε σειρές ισοδυνάμων κλασμάτων. Από την άλλη η δασκάλα Β.Κ. δε χρησιμοποίησε καθόλου χειραπτικό υλικό, παρά μόνο ένα σχέδιο στον πίνακα και δίδαξε αφαιρετικά τις νέες έννοιες. Επέμεινε μέσα από παραδείγματα, στην επίδειξη και στην εμπέδωση της διαδικασίας της απλοποίησης. Τα παιδιά, αν και στην Ε΄ τάξη ήταν πιο εξοικειωμένα με τα κλάσματα, κάποιες στιγμές έδειξαν ότι επιφανειακά μόνο είχαν κατανοήσει και ενώ εκτελούσαν μηχανικά κάποιες διαδικασίες, όπως την απλοποίηση, στην πρώτη δυσκολία φανέρωναν έλλειψη ουσιαστικής κατανόησης. Γενικά σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, διαπιστώσαμε ότι τα παιδιά μετά από τα διαθεματικά project απέκτησαν περισσότερη αυτοπεποίθηση στα μαθηματικά, αυξήθηκε ο βαθμός συμμετοχής τους κι εμπλέκονταν με μεγαλύτερη προθυμία κι ενθουσιασμό σε καταστάσεις μαθηματικής αναζήτησης. «Έκαναν» μαθηματικά μέσα από βιωματικές καταστάσεις και «μάθαιναν αυτά που ζούσαν».

Το συμπέρασμά μας ότι μέσω των διαθεματικών project, υπήρξε βελτίωση στην κατανόηση του περιεχομένου στα μαθηματικά, συμφωνεί με τα ευρήματα άλλων ερευνών. Η Boaler (1998), αναφέρει μία μελέτη τριών ετών, όπου έγινε σύγκριση της παραδοσιακής διδασκαλίας και της διδακτικής μεθόδου project στο πλαίσιο διδασκαλίας των μαθηματικών σε δύο βρετανικά γυμνάσια. Εμφανίστηκαν θετικά αποτελέσματα στην κατανόηση του γνωστικού αντικειμένου από τους μαθητές. Οι μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθηματικά με τη διδακτική μέθοδο project είχαν υψηλότερες επιδόσεις σε εθνικές εξετάσεις σε σχέση με τους μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθηματικά με την παραδοσιακή διδασκαλία. Οι μαθητές της παραδοσιακής προσέγγισης ανέπτυξαν μια διαδικαστική γνώση περιορισμένης ισχύος σε μη οικείες καταστάσεις. Αντίθετα οι μαθητές που διδάχτηκαν μαθηματικά με τη μέθοδο project, ανέπτυξαν εννοιολογική κατανόηση και αντιμετώπιζαν με επιτυχία, τόσο σε σχολικά, όσο και σε εξωσχολικά περιβάλλοντα, ένα ευρύ πεδίο δοκιμασιών, αξιολογήσεων και καταστάσεων. Σε άλλη έρευνα αναφέρονται τα πλεονεκτήματα της μεθόδου project κατά την εφαρμογή της στη μαθηματική εκπαίδευση μειονοτήτων που εμφανίζουν γλωσσικές δυσκολίες, όπως είναι οι μαθητές ινδιάνικης καταγωγής (Reyhner & Davison 1992).

Στο ερευνητικό ερώτημα: «κατά πόσο είναι συμβατές με την «τυπικά διδακτέα ύλη» μιας τάξης, οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που αναδύονται κατά την εξέλιξη ενός project στη συγκεκριμένη σχολική τάξη; Υπάρχουν πιθανές υπερβάσεις στη διδασκόμενη ύλη και αν ναι, αυτές οι υπερβάσεις είναι επιζήμιες ή ωφέλιμες για τη μαθηματική παιδεία των μαθητών;», απαντούμε με βάση την περιγραφή των δραστηριοτήτων στο Κεφ. 3 και τα αναλυτικά υπομνήματα στο Κεφ. 7. Συνήθως οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που αναδύονταν κατά την εξέλιξη των project ήταν συμβατές με τη «διδακτέα ύλη» της αντίστοιχης τάξης. Για να επιτευχθεί αυτό, εκπαιδευτικοί και ερευνητής, προσπαθήσαμε όσο ήταν δυνατόν, κατά το σχεδιασμό του μαθηματικού περιεχομένου των project. Συχνά κατά την υλοποίηση των project, όταν προέκυπτε μία ήδη διδαγμένη μαθηματική έννοια, οι εκπαιδευτικοί εφιστούσαν την προσοχή των παιδιών προσπαθώντας να τους υπενθυμίσουν ότι έχουν διδαχθεί τη συγκεκριμένη έννοια πριν από λίγο καιρό στο μάθημα των μαθηματικών. Σύμφωνα όμως με τη σύγχρονη διδακτική αντίληψη, μία διδασκαλία και ακόμη περισσότερο ένα διαθεματικό project, δεν μπορεί εξ ολοκλήρου να προσχεδιαστεί ούτε να προετοιμαστεί εκ των προτέρων. Διαρκώς εξελίσσεται μέσα από την αλληλεπίδραση των μελών της τάξης. Σύμφωνα με ερευνητικές μελέτες (Lake 1994), ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών μπορεί να μην υπακούει σε μια λογική διάρθρωση της ύλης μέσα σε ένα γνωστικό αντικείμενο όπως τα μαθηματικά. Στα διαθεματικά project, δόθηκε αυτονομία για ευέλικτη, μαθηματική ενασχόληση. Συχνά τα παιδιά, διερευνώντας ανοιχτά προβλήματα, ασχολήθηκαν με έννοιες που τυπικά ξεπερνούσαν τη διδακτέα ύλη της τάξης τους. Το γεγονός αυτό ήταν ωφέλιμο για τη μαθηματική τους παιδεία, εφόσον απέκτησαν μαθησιακή αυτονομία αναλαμβάνοντας πρωτοβουλίες και ενισχύθηκε η αυτοπεποίθησή τους ώστε να τολμούν και να προσπαθούν να επιλύουν ακόμη και μη οικείες μαθηματικές δραστηριότητες.

Αυτά ήταν αρχικά, τα γενικά ερευνητικά ερωτήματα που θέσαμε και στα οποία στις προηγούμενες παραγράφους προσπαθήσαμε να απαντήσουμε σε αδρές γραμμές. Έπειτα όμως από την πιλοτική φάση της έρευνας και την ανάδυση θεματικών κατηγοριών κατά τη διαδικασία της ανάλυσης, τα πολύ γενικά, αρχικά ερευνητικά ερωτήματα συγκεκριμενοποιήθηκαν και εντοπίστηκαν σε ορισμένους τομείς ενδιαφέροντος. Με αυτόν τον τρόπο, κατά την ανάλυση των τριών κύριων μελετών περίπτωσης που ακολούθησε στη συνέχεια, εστιάσαμε στα συγκεκριμένα και πιο εξειδικευμένα, τελικά ερευνητικά ερωτήματα και ύστερα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης και ομαδοποίησης ομοειδών θεματικών κατηγοριών, καταλήξαμε σε ανώτερες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες. Οι εν λόγω έντεκα λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες, οι οποίες απαντούν στα αντίστοιχα ερευνητικά ερωτήματα, όπως αυτά εξειδικεύτηκαν στο τέλος, αποτελούν τα κύρια συμπεράσματα της έρευνάς μας και θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, στο επόμενο υποκεφάλαιο.

Τελικά αναδύεται εύλογα το ερώτημα: «τι ήταν αυτό, στο ερευνητικό μας εγχείρημα και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης, που προκάλεσε τις αλλαγές, έστω και πρόσκαιρες, στις διδακτικές πρακτικές των δασκάλων;». Όπως ήδη αναφέραμε στη μεθοδολογία (2^{ο} Κεφάλαιο), θεωρούμε απλοϊκό να υποθέσουμε ότι η αλλαγή στη στάση των δασκάλων οφείλεται σε μία μόνο αιτία. Αν καταλήξουμε σε μία αιτία θα είναι αυθαίρετο, γι’ αυτό για να μην εμπλακούμε σε φαύλο κύκλο, αντί για αιτιακή συσχέτιση, υιοθετήσαμε την εναλλακτική λύση της συστημικής θεώρησης Selvini-Palazzoli et al. 1978). Σύμφωνα με αυτήν, μια τάξη θεωρείται ως ένα σύστημα, στο οποίο κάθε μέλος της, εμπλέκεται σε μια σχέση με όλα τα άλλα. Μια αλλαγή στη συμπεριφορά ενός μέλους προκαλεί αλλαγή σε όλο το σύστημα. Στα μέλη συμπεριλάβαμε και τις μη έμψυχες συνιστώσες της τάξης π.χ. Α.Π., σχολικό βιβλίο, δραστηριότητες, μαθησιακό πλαίσιο κ.ά. Θεωρούμε λοιπόν τη σχολική τάξη κατά τη μαθηματική της ενασχόληση, ως ένα σύστημα, ένα δίκτυο (Valero 2009), μία κοινότητα πρακτικής (Σακονίδης 2008). Εξετάζοντας τη μαθηματική ενασχόληση και πρακτική, ως συμβαίνουσα σε ένα δίκτυο, ο σκοπός του πεδίου της έρευνας είναι να μελετήσει την πολυπλοκότητα αυτού του δικτύου, να παράσχει όψεις στο πώς ο κάθε ξεχωριστός κόμβος του δικτύου λειτουργεί, αλλά και πώς οι διάφοροι κόμβοι αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτό, τα ερευνητικά αντικείμενα ορίζονται με όρους ευρύτερων σχέσεων των κόμβων του δικτύου.

Παρά τις προηγούμενες επιφυλάξεις μας, θα επιχειρήσουμε να δώσουμε μία υποκειμενική ερμηνεία για το αρχικό αίτιο των αλλαγών που παρατηρήσαμε, το οποίο πυροδότησε μία σειρά από αλυσιδωτές αντιδράσεις και αλλαγές, σε ολόκληρο το σύστημα της τάξης. Η μεταβολή του διδακτικού πλαισίου, με τον εμπλουτισμό του με διαθεματικές και βιωματικές δραστηριότητες και πρωτότυπες «ανοικτές» προβληματικές καταστάσεις και την υιοθέτηση του παιδαγωγικού, μη αυταρχικού κλίματος της ευέλικτης ζώνης, χωρίς την ανάγκη βαθμολόγησης και χωρίς το άγχος του χρόνου για το αν θα καλυφθεί η ύλη, «έλυσε» τα χέρια των δασκάλων και τους παρείχε μεγαλύτερη αυτονομία και ευελιξία. Ευνοήθηκε η αύξηση της δημιουργικότητάς τους ως προς την αναζήτηση πηγών για την προετοιμασία της διδασκαλίας μιας ενότητας και δόθηκαν ευκαιρίες για την καλλιέργεια της επινοητικότητας δασκάλων και μαθητών. Μέσα στο ευέλικτο πλαίσιο της Ε.Ζ., οι δάσκαλοι κατασκεύαζαν μαθηματικές δραστηριότητες, χωρίς να δεσμεύονται και να οριοθετείται η δράση τους από το Α.Π., το βιβλίο δασκάλου και το βιβλίο μαθητή, όπως στο παραδοσιακό μάθημα των μαθηματικών. Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του πλαισίου της Ε.Ζ. συνέβαλαν στην καλλιέργεια πιο δημοκρατικών κι ανθρώπινων σχέσεων μεταξύ των μελών της τάξης, στη μείωση της ανταγωνιστικής διάθεσης και στην αύξηση της συνεργατικότητας.

Οι δάσκαλοι, απαλλαγμένοι από το άγχος του χρόνου και το άγχος της κάλυψης της διδακτέας ύλης, χωρίς να είναι υποχρεωμένοι να λογοδοτήσουν για τα μαθηματικά που δίδαξαν στα διαθεματικά project, ούτε στους γονείς ούτε στο Σχολικό Σύμβουλο, ο οποίος συμπτωματικά ήταν ο ερευνητής που τους παρότρυνε και τους ενέπλεξε στο νέο διδακτικό πλαίσιο, αισθάνθηκαν ασφαλείς. Μέσα από αυτή την αίσθηση ασφάλειας, αφέθηκαν, συχνά ασυνείδητα, να πειραματιστούν και να ρισκάρουν, εφαρμόζοντας σύγχρονες, διδακτικές πρακτικές, πολλές από τις οποίες τις γνώριζαν ήδη από φοιτητές ακόμη, αλλά μέσα στο καθημερινό, καταπιεστικό, διδακτικό πρόγραμμα, αναγκάστηκαν να τις εγκαταλείψουν και να τις απομακρύνουν από το διδακτικό τους ρεπερτόριο. Κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project στην Ε.Ζ., δόθηκε η ευκαιρία στους δασκάλους να ανασύρουν προϋπάρχουσες, προοδευτικές πρακτικές τους ή ενίοτε, μιμούμενοι τον ερευνητή που συμμετείχε ως δεύτερος δάσκαλος, τους δόθηκε η ευκαιρία να υιοθετήσουν νέες διδακτικές πρακτικές σύμφωνα με μία εξελικτική, εποικοδομητική διδασκαλία. Στην παραδοσιακή τάξη των μαθηματικών μέσα από τις «τυπικές», καθιερωμένες πρακτικές, είχε «επιβληθεί» μία τάξη πραγμάτων. Αυτή η τάξη πραγμάτων μέσα από την Ε.Ζ. και τα διαθεματικά project, ανατράπηκε. Τελικά αυτό που ισχυροποίησε και επέκτεινε τις αλλαγές σε όλα τα μέλη του συστήματος, σε όλους τους κόμβους του δικτύου, ήταν η αλλαγή στη σχεσιοδυναμική της τάξης. Άλλαξε το είδος των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μελών της τάξης και αναδύθηκαν νέες κοινωνικομαθηματικές νόρμες.

Αναστοχαζόμενοι την πορεία και το περιεχόμενο της ερευνητικής μας προσπάθειας, κατανοούμε την πιθανότητα, ορισμένοι αναγνώστες να προβάλλουν ενστάσεις ότι ενδεχομένως η εργασία έχει έντονα παιδαγωγικά στοιχεία και δεν αφορά αποκλειστικά τη μαθηματική εκπαίδευση. Δεν θα μπορούσε παρά να έχει παιδαγωγικά στοιχεία, εφόσον αναφερόμαστε σε διαθεματικά project, διερευνούμε τη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων και τη μαθησιακή στάση των μαθητών σε μαθηματικές και μη μαθηματικές δραστηριότητες και ολόκληρο το θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας μας βασίζεται στη διαθεματικότητα. Υιοθετώντας διαθεματική και διεπιστημονική θεώρηση, αντιλαμβανόμαστε ότι μία έρευνα για τη μαθηματική εκπαίδευση, έχει συγχρόνως και γενικότερο παιδαγωγικό περιεχόμενο. Επίσης δανειζόμαστε την απάντηση από την

Valero (2009, σ. 71 "LXXI"): «Κατά τη συζήτηση ερευνητικών θεμάτων, η ανησυχία μερικών ερευνητών για τη μαθηματική ταυτότητα ενός δεδομένου project εκφράζεται συχνά με ερωτήσεις όπως: "Αλλά... θα πείραζε εάν κάποιος άλλαζε τη λέξη 'μαθηματικά' με τη λέξη 'γεωγραφία' ή 'ιστορία' σε αυτό το project;" Εάν κατανοούμε τη μαθηματική ταυτότητα της έρευνας της μαθηματικής εκπαίδευσης με τους ευρύτερους όρους που προτείναμε εδώ, ερωτήσεις όπως η παραπάνω θα καταστούν εντελώς χωρίς νόημα και δεν θα υπάρχει πλέον θέμα για να κρίνει κανείς εάν μία έρευνα είναι μια "καθαρά" μαθηματικής εκπαίδευσης έρευνα. Αν μία έρευνα αναδεικνύει με ουσιαστικούς τρόπους το νόημα και τη σπουδαιότητα που οι διαφορετικοί συμμετέχοντες δίνουν στις πρακτικές που σχετίζονται με τα μαθηματικά… τότε η έρευνα αυτή μπορεί να είναι μέρος του πεδίου της μαθηματικής εκπαίδευσης». Η διεύρυνση του ερευνητικού φακού, κατά τη Valero, δεν συνιστά απειλή για την ταυτότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης, αλλά πρόκληση.

8.3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την επισκόπηση των αποτελεσμάτων της έρευνας και τη συζήτηση των ευρημάτων που αναδύθηκαν κατά την ανάλυση των τεσσάρων μελετών περίπτωσης, λαμβάνουμε απαντήσεις για τα κύρια ερευνητικά ερωτήματα, όπως αυτά διαμορφώθηκαν ύστερα από την πιλοτική φάση της έρευνας και αναφέρονται στην Εισαγωγή. Αυτά τα τελικά ερευνητικά ερωτήματα, εντοπίστηκαν στους εξής τομείς ενδιαφέροντος, κατά τη μελέτη των διαθεματικών project:

α) Τη διερεύνηση πιθανών αλλαγών της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά,
β) Την αναζήτηση ενδείξεων βελτίωσης της επικοινωνίας και της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου,
γ) Τη διερεύνηση του τρόπου αντιμετώπισης του διαλόγου από τους/τις δασκάλους/δασκάλες,
δ) Την ανάλυση της στάσης των δασκάλων ως προς την ενίσχυση ή τη μείωση του ανταγωνιστικού κλίματος μεταξύ των μαθητών,
ε) Τη διερεύνηση του τρόπου αντιμετώπισης από τους/τις δασκάλους/δασκάλες των λαθών των μαθητών,
στ) Την ανάλυση της στάσης των δασκάλων ως προς την επίτευξη της κατανόησης από τα παιδιά,
ζ) Τη διερεύνηση του τρόπου διδασκαλίας ως προς το αν ενισχύει την ανάδυση στρατηγικών από τους μαθητές ή αν την αποτρέπει μέσω της παροχής «έτοιμων συνταγών»,
η) Την αναζήτηση ενδείξεων πλουραλισμού ως προς τους τρόπους λύσης και ποικιλίας απαντήσεων ή αντίθετα ενδείξεων μονομέρειας και έμφασης σε έναν μόνο αποδεκτό τρόπο λύσης,
θ) Τη διερεύνηση της αντιστρόφως ανάλογης σχέσης της καθοδήγησης των δασκάλων και της αυτονόμησης των μαθητών,

ι) Τη μελέτη των επιπτώσεων της διαθεματικής προσέγγισης στο περιεχόμενο και τις διαδικασίες των σχολικών μαθηματικών και

ια) Τη διερεύνηση της ύπαρξης συμβατότητας των μαθηματικών πλαισίων του προγράμματός μας με τις αρχές της «Πλαισιωμένης μάθησης» και της «Ρεαλιστικής» διάστασης της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Από αυτά τα ερευνητικά ερωτήματα, τα δύο πρώτα (α, β) αφορούν τη διερεύνηση πιθανών αλλαγών στη μαθησιακή στάση των παιδιών, τα επόμενα επτά (γ - θ) αφορούν τη διερεύνηση πιθανών αλλαγών στη διδακτική στάση των δασκάλων και τα δύο τελευταία (ι, ια) αφορούν αλλαγές στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο. Στα ανωτέρω ερευνητικά ερωτήματα, απαντούν οι αντίστοιχες λειτουργικές συσχετικές κατηγορίες, οι οποίες τεκμηριώνονται μέσα από πλήθος αναλυτικών υπομνημάτων και περιγραφικών αποσπασμάτων (Κεφ. 4, 5, 6 & 7). Οι συσχετικές κατηγορίες είναι ενδεικτικές για τις αλλαγές που καταγράφηκαν στη στάση των μαθητών (Κεφ. 5), στη συμπεριφορά των δασκάλων (Κεφ. 6) και στο ευρύτερο μαθησιακό πλαίσιο (Κεφ. 7) των σχολικών τάξεων που παρατηρήσαμε στις μελέτες περίπτωσης. Στις συσχετικές κατηγορίες καταλήξαμε, έπειτα από διαδοχικά επίπεδα σύγκρισης ομοειδών θεματικών κατηγοριών.

Στο ερευνητικό ερώτημα (α), απαντούμε σύμφωνα με ισχυρές ενδείξεις αλλαγής της στάσης των μαθητών και των μαθητριών απέναντι στα μαθηματικά, τις οποίες διαπιστώσαμε. Τα παιδιά χωρίς να κάνουν μάθημα παραδοσιακά και χωρίς το κίνητρο του βαθμού, έμειναν αφοσιωμένα στο σκοπό τους μέχρι το τέλος, με εσωτερική πειθαρχία. Σε μερικούς μαθητές και μαθήτριες, τονίσθηκε η αυτοπεποίθησή τους, αυξήθηκε ο βαθμός ενδιαφέροντος για τη μαθηματική μάθηση και βελτιώθηκε η συμμετοχή τους, ποσοτικά αλλά και ποιοτικά, στο μάθημα των μαθηματικών. Το μάθημα έγινε πιο ευχάριστο και πιο δημιουργικό για μαθητές και δασκάλους. Τα παιδιά ενεπλάκησαν ενεργά στη διαδικασία της μάθησης, ερευνώντας κι ανακαλύπτοντας συνεργατικά μέσα στην ομάδα τους. Τελικά, μέσα από τα διαθεματικά project, οι μαθητές και οι μαθήτριες εκτίμησαν τη σπουδαιότητα των μαθηματικών και τη χρησιμότητά τους, συνειδητοποιώντας ότι αυτά διαχέονται σε όλα τα πεδία εφαρμογής των άλλων μαθημάτων και αγάπησαν τα μαθηματικά ακόμη περισσότερο. Τη βελτίωση της στάσης ορισμένων παιδιών απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών, ανέφεραν και οι εκπαιδευτικοί απαντώντας στα ερωτηματολόγια. Π.χ. στην ερώτηση αν διαπίστωσε κάποια αλλαγή στη στάση των μαθητών ως προς τα μαθηματικά, η δασκάλα Β.Κ. απάντησε ότι κάποιοι μαθητές εξέφρασαν περισσότερη ευχαρίστηση για το ότι ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά πέρα από το σχολικό πρόγραμμα, εννοώντας πέρα από το τυπικό μάθημα μαθηματικών. Εντόπισε θετικές αλλαγές στη στάση των μαθητών στα μαθηματικά και ανέφερε συγκεκριμένα παραδείγματα τεσσάρων μαθητών που εμφάνισαν αλλαγές. Η δασκάλα Ε.Σ. ανέφερε ότι όταν προφορικά ρώτησε τα παιδιά, αν έχει αλλάξει η γνώμη τους για τα μαθηματικά μετά από όλα αυτά, οι 9 στους 24 μαθητές απάντησαν θετικά. Παρόμοια ευρήματα από άλλες έρευνες τεκμηριώνουν τη θετική επίδραση των διαθεματικών προγραμμάτων στη συμπεριφορά των μαθητών (Vars 1965, Jacobs 1989, MacIver 1990, Aschbacher 1991). Επίσης διάφοροι σύγχρονοι ερευνητές, όπως οι Perkkila και Aarnos (2007), έχουν μελετήσει τις στάσεις και τις αντιλήψεις των μαθητών. Τα παραπάνω σημαντικά ευρήματα που προκύπτουν μέσα από τη διασταύρωση με τη μέθοδο του τριγωνισμού (παρατήρηση ερευνητή - απαντήσεις δασκάλων στα ερωτηματολόγια - δηλώσεις μαθητών), είναι πολύ ελπιδοφόρα και τα θεωρούμε ως θετική αξιολογική ένδειξη για τη συμβολή της διαθεματικής προσέγγισης στην κατεύθυνση της ποιοτικής βελτίωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης. Με την ελπίδα ότι έστω και ένα παιδί, είναι πιθανόν να ξαναποκτήσει κίνητρα και ενδιαφέρον για τα μαθηματικά ή τη χαμένη του αυτοπεποίθηση, αξίζει να προσπαθήσουμε.

Απαντώντας στο ερευνητικό ερώτημα (β), διαπιστώνουμε τη βελτίωση της ποιότητας του μαθηματικού διαλόγου και της επικοινωνίας μεταξύ των μελών της τάξης. Υπήρξε πρόοδος στον τομέα της αλληλεπίδρασης μεταξύ των παιδιών και των δασκάλων και των παιδιών μεταξύ τους. Στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από τη διαθεματική προσέγγιση, η συμμετοχή των μαθητών είχε μόνο τη μορφή απαντήσεων σε εξεταστικής μορφής ερωτήσεις των δασκάλων. Έρευνες έχουν δείξει τις αρνητικές επιπτώσεις που έχει αυτή η μορφή επικοινωνίας στη μάθηση των μαθητών (Erlwanger 1973, Confrey 1990). Η διαθεματική προσέγγιση συνέβαλε ώστε να αλωθεί εν μέρει το μονοπώλιο κατοχής του λόγου από τους, τις εκπαιδευτικούς. Διαπιστώσαμε ότι τα παιδιά, συζητώντας αρχικά για μη μαθηματικά θέματα, γενικότερου κοινωνικού ενδιαφέροντος, έμαθαν να διαλέγονται, να ακούν και να σέβονται τη γνώμη του συνομιλητή τους σε ένα δημοκρατικό πλαίσιο συζήτησης και σταδιακά, μέσα από μια συνεχώς αυξανόμενη μαθηματικοποίηση, η συζήτηση εξελίχθηκε σε μαθηματικό διάλογο. Με το συντονισμό των εκπαιδευτικών, τα παιδιά επιχειρηματολογούσαν υπέρ της στρατηγικής ενός συμμαθητή τους προσπαθώντας να την προεκτείνουν ή διατύπωναν αντεπιχειρήματα για να καταρρίψουν την προτεινόμενη λύση με την οποία διαφωνούσαν. Διατύπωναν εικασίες, έκαναν κατά προσέγγιση νοερούς υπολογισμούς κι εκτιμήσεις. Ο Richards (1991) αναφέρει ότι οι μαθητές που συμμετέχουν σε τέτοιου είδους συζητήσεις, μιλούν μια ξεχωριστή γλώσσα: «τα μαθηματικά της αναζήτησης» (inquiry math) και επισημαίνει ότι η εκμάθησή της αποτελεί τη βασική προϋπόθεση για τη μαθηματική παιδεία των παιδιών. Ο μαθηματικός διάλογος κατά την ανάδυση των διαφόρων στρατηγικών στην τάξη, είχε συχνά τη δυναμική των διαλόγων που περιγράφει ο Lakatos (1976) στο "Proofs and Refutations". Γενικά δάσκαλοι και μαθητές άρχισαν να αναπτύσσουν επικοινωνιακές δεξιότητες στα μαθηματικά, παρόμοιες με αυτές που καθορίζει το Εθνικό Συμβούλιο Δασκάλων των Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (N.C.T.M.) στις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά» (2000), όπου περιλαμβάνει τα κριτήρια: «Επικοινωνία», «Συλλογισμός και Απόδειξη», «Ο ρόλος του δασκάλου στο διάλογο», «Ο ρόλος των μαθητών στο διάλογο» και «Τρόποι ενθάρρυνσης του διαλόγου».

Στο ερευνητικό ερώτημα (γ), διαπιστώνουμε μέσα από την ανάλυση (βλ. Κεφ. 5 & 6) ενθάρρυνση του διαλόγου από το δάσκαλο και τις δασκάλες, στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης. Στο παραδοσιακό μάθημα πριν από την ευέλικτη ζώνη, οι εκπαιδευτικοί επικοινωνούσαν με τους μαθητές τους μόνο μέσω ερωτήσεων εξέτασης. Κατά την υλοποίηση των διαθεματικών project, οι εκπαιδευτικοί σταδιακά άλλαξαν διδακτική συμπεριφορά και άρχισαν να δημιουργούν περισσότερες ευκαιρίες συμμετοχής των παιδιών στο διάλογο, ενθαρρύνοντας την επικοινωνία στην τάξη τους. Έθεταν πλέον ανοικτές ερωτήσεις κρίσης που κινητοποιούσαν τη συζήτηση. Ρωτούσαν τους μαθητές «γιατί» και «πώς», ζητώντας τους να τεκμηριώνουν τη γνώμη τους και τους τρόπους λύσης που προτείνουν. Μείωσαν συνειδητά το δικό τους ποσοστό κατοχής του λόγου και έδωσαν περισσότερο το λόγο στους μαθητές. Αξιοσημείωτο είναι ότι η ενθάρρυνση του διαλόγου από τους εκπαιδευτικούς δε σταμάτησε με την ολοκλήρωση της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά συνεχίστηκε και μετά, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών που έγινε παρακολούθηση. Τα ίδια τα παιδιά στις απαντήσεις τους στα ερωτηματολόγια, εντόπισαν την ύπαρξη διαλόγου στην τάξη, για παράδειγμα στην 4^{η} Μ.Π. στην 3^{η} ερώτηση: «Σε τι διέφερε (το διαθεματικό project) από τα άλλα μαθήματα», δόθηκε η απάντηση: «Διέφερε γιατί συζητούσαμε για διάφορα πράγματα».

Στο ερευνητικό ερώτημα (δ), μέσα από τα αναλυτικά υπομνήματα (βλ. Κεφ. 6), αναδύονται ενδείξεις που τεκμηριώνουν ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση με πρωτοβουλία των δασκάλων, επετεύχθη η μείωση του ανταγωνισμού μεταξύ των μαθητών. Στο μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ., οι εκπαιδευτικοί αγχωμένοι με το χρόνο και με στόχο τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος, καλλιεργούσαν με τη στάση τους, κλίμα ανταγωνισμού στα παιδιά, δίνοντας αμέσως το λόγο στον πρώτο μαθητή που έβρισκε τη λύση. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση οι εκπαιδευτικοί άρχισαν να αλλάζουν στάση και να δίνουν μαθησιακές ευκαιρίες σε όλους. Παρέχοντας το χρόνο και τη δυνατότητα στην πλειοψηφία των μαθητών για να απαντήσουν, προσπάθησαν να μειώσουν τον ανταγωνισμό. Δεν έδιναν πλέον έμφαση μόνο στην επίτευξη του αποτελέσματος, αλλά κυρίως στη διαδικασία και στην κατανόηση. Ενθάρρυναν τα παιδιά να εμπλακούν σε ομαδικές εργασίες, τις οποίες συντόνιζαν και ο συναγωνισμός γινόταν μεταξύ των ομάδων. Οι αλλαγές στη στάση των δασκάλων κι η αποθάρρυνση του ανταγωνισμού, συνεχίστηκαν στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ. στο τυπικό μάθημα που έγινε παρακολούθηση. Συχνά όμως με την πρώτη δυσκολία, το άγχος των δασκάλων για τη γρήγορη επίτευξη του αποτελέσματος επανερχόταν και τότε διαπιστώναμε κάποιες παλινδρομήσεις σε παραδοσιακή συμπεριφορά.

Ακόμη όμως και αυτό, το ασταθές και αμφίβολα βιώσιμο σπέρμα της αλλαγής που εμφυτεύθηκε δειλά, είναι ένα αισιόδοξο μήνυμα.

Στο ερευνητικό ερώτημα (ε), διαπιστώνουμε ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση υπήρξε βελτίωση της αντιμετώπισης των λαθών των μαθητών, από τους εκπαιδευτικούς. Πριν από την Ε.Ζ. στο μάθημα των μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί δεν αξιοποιούσαν διδακτικά τα λάθη των μαθητών. Συνήθως άφηναν αβοήθητους, εκτεθειμένους και αμήχανους τους μαθητές που έκαναν το λάθος και έδιναν εκείνοι ή κάποιος άλλος μαθητής, άμεσα τη σωστή λύση. Τα λάθη παρέμεναν αρνητικά φορτισμένα και μόνο άγχος προσέδιδαν στα παιδιά. Οι μαθητές που είχαν κάνει το λάθος, τελικά δεν κατανοούσαν την αιτία του λάθους τους. Κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, οι εκπαιδευτικοί άρχισαν πλέον να ερμηνεύουν τον τρόπο σκέψης που οδήγησε τους μαθητές στα λάθη και να αξιοποιούν τα λάθη των παιδιών ως «ένα ανοιχτό παράθυρο στη σκέψη τους» (Καφούση 1994). Δημιουργούσαν τις κατάλληλες προϋποθέσεις - οργανώνοντας μαθησιακά περιβάλλοντα με βιωματικές δράσεις και χειραπτικά υλικά - ώστε οι μαθητές που έκαναν το λάθος, μέσα από μια κονστρουκτιβιστική διαδικασία, να οδηγούνται σε γνωστική σύγκρουση, να ανακαλύπτουν την αιτία του λάθους τους και να προχωρούν σε αυτοδιόρθωση. Π.χ. μέσα από την κατασκευή τριγώνων με καλαμάκια, τα παιδιά συμπέραναν ότι ένα τρίγωνο δεν είναι πάντα κατασκευάσιμο και κατέληξαν στη σχέση της τριγωνικής ανισότητας για τα μήκη των πλευρών. Με αυτόν τον τρόπο απενοχοποιήθηκε η έννοια του λάθους. Κατά την επίλυση προβλημάτων, οι εκπαιδευτικοί προσπαθούσαν να καλλιεργείται η κριτική σκέψη και να ενθαρρύνεται η ενασχόληση των παιδιών με διαδικασίες εκτίμησης, πρόβλεψης και επαλήθευσης, ώστε οι μαθητές να αποκτούν μεταγνωστικές δεξιότητες αυτοαξιολόγησης και αυτορρύθμισης. Ο δάσκαλος και οι δασκάλες στην έρευνά μας, κατά τη διαθεματική προσέγγιση, αντιμετώπιζαν τη μαθησιακή διαδικασία ως κάτι ζωντανό με δυναμική. Αφουγκράζονταν τις ελλείψεις των μαθητών τους και οργάνωναν τις περαιτέρω διδακτικές παρεμβάσεις τους, μέσα από μία διαδικασία διαρκούς διαμορφωτικής αξιολόγησης και ανατροφοδότησης της διδασκαλίας.

Απαντώντας στο ερευνητικό ερώτημα (στ), διαπιστώνουμε σύμφωνα με τις ενδείξεις, ότι οι εκπαιδευτικοί, κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά και μετά από αυτήν, άρχισαν να δίνουν έμφαση στην κατανόηση. Ενώ στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ., όταν διαπιστωνόταν έλλειψη κατανόησης, ο δάσκαλος και οι δασκάλες δεν παρενέβαιναν ιδιαίτερα, με την υλοποίηση των διαθεματικών project, άρχισε να διαφαίνεται μία σταδιακή στροφή του ενδιαφέροντος των δασκάλων στην επίτευξη της κατανόησης από τους μαθητές. Αξιοποιώντας το «ανοικτό» πλαίσιο της ευέλικτης ζώνης, εφάρμοσαν βιωματικές δράσεις που συνέβαλαν στην κατανόηση. Χρησιμοποιούσαν συχνά αναπαραστάσεις των αφηρημένων μαθηματικών εννοιών σε «πραξιακό» και «εικονιστικό» επίπεδο, μέσα από τη χρήση χειραπτικού υλικού ή τη σχεδίαση στον πίνακα, υποστηρίζοντας με αυτόν τον τρόπο τη μαθηματική σκέψη των παιδιών. Πλαισίωναν τις μαθηματικές δραστηριότητες με απτά πλαίσια μέσα από την καθημερινή ζωή των παιδιών, χρησιμοποιώντας ποικιλία πλαισίων. Ζητούσαν από τους μαθητές κατά την επίλυση προβλημάτων να νοηματοδοτούν τα δεδομένα τους. Ενίοτε χρησιμοποιούσαν «μεταφορές» και αναλογικά πλαίσια για να επιτευχθεί συσχετιστικά η κατανόηση. Μετά τη διδασκαλία μίας νέας έννοιας, ρωτούσαν τους μαθητές αν κατάλαβαν όλοι, δείχνοντας ότι βασική τους επιδίωξη ήταν η μάθηση με κατανόηση και όχι απλώς το σωστό αποτέλεσμα. Απέφευγαν να δώσουν έτοιμες λύσεις - συνταγές. Δεν δέχονταν πλέον ως απαντήσεις, μόνο τα τελικά αποτελέσματα, αλλά ενθάρρυναν τα παιδιά να τεκμηριώνουν την άποψή τους και να εξηγούν τον τρόπο λύσης τους δείχνοντας ότι κατανόησαν. Με ερωτήσεις καθοδηγούσαν τα παιδιά ώστε να κάνουν ανακεφαλαιώσεις, οι οποίες τα βοηθούσαν μεταγνωστικά να αναστοχαστούν την πορεία σκέψης τους και να κατανοήσουν βαθύτερα. Οι μαθητές και οι μαθήτριες διατύπωναν τις απορίες τους και δεν υποκρίνονταν ότι κατάλαβαν, όπως συμβαίνει συχνά σε παραδοσιακές τάξεις.

Στο ερευνητικό ερώτημα (ζ), διαπιστώνουμε ότι κατά τη διαθεματική προσέγγιση, οι εκπαιδευτικοί άρχισαν να ενθαρρύνουν την ανάδυση στρατηγικών από τους μαθητές. Στο μάθημα των μαθηματικών πριν την Ε.Ζ., οι στρατηγικές δεν αναδύονταν μέσα από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών, αλλά δίνονταν έτοιμες από το δάσκαλο ή τη δασκάλα. Οι διαδικασίες επίλυσης βασίζονταν κατά μεγάλο ποσοστό στις υποδείξεις των δασκάλων. Πριν από τη διαθεματική προσέγγιση, οι εκπαιδευτικοί ήταν αγχωμένοι και δεν άφηναν αρκετό χρόνο και χώρο στους μαθητές. Σπάνια και μόνο τα παιδιά που τελείωναν πρώτα, προλάβαιναν να αναπτύξουν μόνα τους μία διαδικασία λύσης. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, οι μαθητές και οι μαθήτριες κατά την εμπλοκή τους σε μαθηματικές δραστηριότητες, άρχισαν να «κάνουν» μαθηματικά με αναζήτηση (inquiry math) (Richards 1991). Μέσα από τη διερεύνηση των προβλημάτων αναδύονταν σποραδικές στρατηγικές επίλυσης, οι οποίες έπειτα από διαπραγμάτευση μέσα στις ομάδες και σε όλη την τάξη, γίνονταν τελικά αποδεκτές. Οι μαθητές πλέον, δεν έλεγαν μόνο το αποτέλεσμα που βρήκαν, αλλά εξηγούσαν ταυτόχρονα και πώς το βρήκαν. Οι εκπαιδευτικοί, εφαρμόζοντας επαγωγική μέθοδο διδασκαλίας, ενθάρρυναν την ανάδυση διαφόρων τρόπων σκέψης. Κατά το πρότυπο του Gravemejer (1998) οργάνωναν τις άτυπες σποραδικές στρατηγικές των μαθητών και προσπαθούσαν να τις κατευθύνουν μέσα από μια διαδικασία επανεπινόησης (reinvention), ώστε η όποια τελική στρατηγική να αναδύεται μέσα από τις λύσεις των ίδιων των παιδιών. Η αλλαγή στη στάση των δασκάλων και η ενθάρρυνση της ανάδυσης στρατηγικών από τα παιδιά, συνεχίστηκε και στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ.

Στο ερευνητικό ερώτημα (η), διαπιστώνουμε ότι οι εκπαιδευτικοί κατά τη διαθεματική προσέγγιση, άρχισαν να προωθούν την ανάδειξη πολλών τρόπων λύσης και την ποικιλία απαντήσεων. Πριν από την Ε.Ζ., σπάνια παρουσιάζονταν οι εναλλακτικοί τρόποι μιας λύσης και αυτοί δεν αναδύονταν από τη διερεύνηση των μαθητών, αλλά δίνονταν έτοιμοι από το δάσκαλο ή τη δασκάλα. Αντίθετα κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης, αλλά και μετά από αυτήν, στο μάθημα των μαθηματικών, υπήρχε πλουραλισμός απαντήσεων κι οι εναλλακτικοί τρόποι αναδύονταν μέσα από τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών. Οι εκπαιδευτικοί παρότρυναν τους μαθητές κατά την επίλυση προβλημάτων, να μην βιάζονται να εγκαταλείψουν αν δεν βρίσκουν αμέσως τη λύση, αλλά να προσπαθούν με πολλούς τρόπους. Οι μαθητές συνειδητοποίησαν ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι για να λύσουν ένα πρόβλημα και όταν δεν μπορούν με τον τυπικό μαθηματικό τρόπο, μπορούν εναλλακτικά να χρησιμοποιήσουν έναν πρακτικό τρόπο με χειραπτικό υλικό, όπως ο 'Weight Watcher' στο πείραμα της Lave (1988). Τα ανοικτά προβλήματα που έθεταν ο δάσκαλος και οι δασκάλες στα πλαίσια των διαθεματικών project, επέτρεπαν συνδυασμούς και διαφορετικούς τρόπους λύσεων. Συχνά, ακόμη κι αν είχε διατυπωθεί ένας πρώτος τρόπος λύσης από ένα μαθητή, οι υπόλοιποι μαθητές με την ενθάρρυνση των δασκάλων, δεν εγκατέλειπαν την προσπάθεια, αλλά επέμεναν να αναζητούν και έναν άλλο δικό τους τρόπο. Οι εκπαιδευτικοί παρότρυναν την παρουσίαση όλων των εναλλακτικών τρόπων. Στα πλαίσια της κάθετης, ενδοκλαδικής διαθεματικότητας, ο δάσκαλος και οι δασκάλες είχαν την ευκαιρία να συνδέσουν συναφείς μαθηματικές έννοιες π.χ. τους μικτούς κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς και να διευκολύνουν με αυτόν τον τρόπο τη συσχετιστική κατανόηση και τη σφαιρική αντίληψη των παιδιών. Οι εκπαιδευτικοί ενθάρρυναν τα παιδιά να συγκρίνουν εναλλακτικούς τρόπους λύσης και να υιοθετούν τον κομψότερο. Η σύγκριση διαφορετικών τρόπων και ο εντοπισμός ομοιοτήτων και διαφορών, βοηθούσε τους μαθητές μεταγνωστικά. Ακόμη και σε εξω-μαθηματικά πλαίσια, απαντώντας τα παιδιά στο ερωτηματολόγιο, κατέθεταν πολλά και ποικίλα επιχειρήματα για να δικαιολογήσουν τη γνώμη τους και υπήρχε πλουραλισμός απαντήσεων.

Στο ερευνητικό ερώτημα (θ), διαπιστώνουμε ότι σε όλες τις μελέτες περίπτωσης υπήρχε μία αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ της καθοδήγησης των δασκάλων και της αυτονόμησης των μαθητών. Συχνά αναδύθηκε έκδηλα η συστημική σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ της καθοδήγησης των δασκάλων και της διάθεσης εμπλοκής και ανάληψης πρωτοβουλιών από τα παιδιά. Ακόμη και κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης, ενίοτε οι εκπαιδευτικοί αναγκάζονταν να γίνουν υπέρμετρα καθοδηγητικοί, όταν οι μαθητές κρατούσαν μια παθητική στάση και δεν εμπλέκονταν σε διαδικασίες επίλυσης. Από την άλλη, πολλά παιδιά επέλεγαν για τον εαυτό τους παθητικό ρόλο, επειδή κάποια στιγμή που προσπάθησαν να εμπλακούν ενεργητικά σε μαθηματικές διαδικασίες, τα αποθάρρυνε ο δάσκαλος ή κάποιος συμμαθητής με υπερβολικά καθοδηγητική ή επικριτική στάση. Υπάρχει ένας φαύλος κύκλος μεταξύ καθοδήγησης δασκάλων - αυτονόμησης μαθητών.

Από τις ενδείξεις αναδύεται εμφανώς το συμπέρασμα ότι καθώς εξελισσόταν η υλοποίηση των διαθεματικών project, σταδιακά όλο και περισσότερο μειωνόταν η καθοδήγηση των δασκάλων και αυξανόταν η αυτονόμηση των παιδιών. Στο μάθημα των μαθηματικών πριν από την Ε.Ζ. η επικοινωνία μεταξύ δασκάλων και μαθητών είχε τη μορφή εντολών και ελεγκτικών ερωτήσεων και υπήρχε μεγάλος βαθμός καθοδήγησης εκ μέρους των δασκάλων. Κατά την Ε.Ζ. το μαθησιακό πλαίσιο άρχισε να γίνεται λιγότερο ασφυκτικό και οι εκπαιδευτικοί άρχισαν να δημιουργούν περισσότερες ευκαιρίες για αυτόνομη συμμετοχή των παιδιών. Η διαθεματική προσέγγιση λειτούργησε καταλυτικά, ώστε να αλωθεί το μονοπώλιο κατοχής του χρόνου, του χώρου και του λόγου από τους, τις εκπαιδευτικούς. Συνέβησαν συστημικές αλλαγές κι αλληλεπίδρασαν αρκετοί παράγοντες. Οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί αυτοπεριορίστηκαν σε λιγότερο χρόνο κατοχής του λόγου, επιτρέποντας τη διεξαγωγή διαλόγου μεταξύ των μαθητών και σε λιγότερο χώρο μειώνοντας το βαθμό καθοδήγησής τους. Σταδιακά πέρασαν σε συντονιστικό ρόλο, προσπαθώντας να υποστηρίζουν τη σκέψη των μαθητών, διευκολύνοντας το διάλογο και τη μαθηματική αναζήτηση των παιδιών. Έδειξαν διάθεση για τη δημιουργία μιας οικείας, ζεστής, δημοκρατικής ατμόσφαιρας στην τάξη. Από την άλλη, οι μαθητές και οι μαθήτριες ενθαρρύνθηκαν από το όλο πλαίσιο και έγιναν πιο διεκδικητικοί απαιτώντας περισσότερο χώρο και χρόνο, εργαζόμενοι ομαδοσυνεργατικά, αναλαμβάνοντας πρωτοβουλίες, προτείνοντας ιδέες, διατυπώνοντας απορίες που άνοιγαν παράθυρα σε νέες μαθησιακές καταστάσεις. Το μαθησιακό υλικό επίσης συνέβαλε καθοριστικά, με την ευελιξία και τη δυναμική του, την ποικιλία και την πρωτοτυπία των δραστηριοτήτων και τις βιωματικές καταστάσεις μέσα από την καθημερινή ζωή. Είναι σημαντικό το συμπέρασμα ότι η μείωση της καθοδήγησης των δασκάλων είναι περισσότερο εφικτή σε περιπτώσεις όπου η φύση των δραστηριοτήτων το επιτρέπει. Άρα, οι εκπαιδευτικοί όταν σχεδιάζουν δραστηριότητες θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τους ότι αυτές μπορούν να συμβάλουν στην αυτονόμηση των μαθητών. Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, οι εκπαιδευτικοί δεν καθοδηγούσαν με «έτοιμες συνταγές - λύσεις», δεν έδιναν άμεσα οι ίδιοι τις απαντήσεις ούτε διόρθωναν τα λάθη των μαθητών. Με κατάλληλες ερωτήσεις βοηθούσαν τα παιδιά μέσα από εμπειρικές καταστάσεις μαθηματικής αναζήτησης να επινοούν μόνα τους τις απαντήσεις και να αυτοδιορθώνονται. Ακόμη και η χρήση χειραπτικού υλικού δεν επιβαλλόταν στους μαθητές, απλώς οι εκπαιδευτικοί έθεταν το υλικό στη διάθεσή τους σε περίπτωση που το χρειαστούν. Εν κατακλείδι, ακολουθήθηκε πιο συμμετοχικό μοντέλο μάθησης. Κάποιες φορές όμως διαπιστώθηκε ότι η συμπεριφορά των δασκάλων ξαναγινόταν υπέρμετρα καθοδηγητική και υπήρχε μια συντηρητική παλινδρόμηση.

Οι εκπαιδευτικοί και τα παιδιά, στα ερωτηματολόγια, αξιολόγησαν θετικά τη διαθεματική προσέγγιση. Η δασκάλα Β.Κ. διαπίστωσε ότι για τα παιδιά το μάθημα έγινε πιο ενδιαφέρον και τους δόθηκε περισσότερος χρόνος έκφρασης και συμμετοχής. Διαπίστωσε ως προς το ρόλο της, ότι μέσω της διαθεματικής προσέγγισης αυτός έγινε συντονιστικός, αφήνοντας να εννοηθεί ότι στο παραδοσιακό μάθημα δεν ήταν. Πολύ σημαντική για τον κεντρικό στόχο της έρευνάς μας, είναι η δήλωση της δασκάλας Ε.Σ. στο δικό της ερωτηματολόγιο ότι θεωρεί τη διδακτική προσέγγισή μας μία ακόμη αφορμή για περισσότερο προβληματισμό αναφορικά με το δικό της ρόλο στη μαθησιακή διαδικασία. Εάν μέσω της διδακτικής μας προσέγγισης - των διαθεματικών project - καταστεί εφικτό οι εκπαιδευτικοί που θα την εφαρμόσουν, να αρχίσουν να προβληματίζονται για το ρόλο τους στη μαθησιακή διαδικασία, ώστε να αποκτήσουν τη διάθεση για αυτοεξέλιξη, ενδοσκόπηση και αναστοχασμό, τότε η προσέγγισή μας θα έχει συμβάλει στη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης που είναι και το ζητούμενο.

Στο ερευνητικό ερώτημα (ι), διαπιστώνουμε τη διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών, μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση. Η μαθηματική διδασκαλία εμπλουτίστηκε με βιωματικές καταστάσεις προσομοίωσης δραστηριοτήτων και με χρήση χειραπτικού υλικού. Σε όλες τις μελέτες περίπτωσης κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, τα παιδιά απέκτησαν μεγαλύτερη ευελιξία στη μαθηματική τους αναζήτηση. Ως αποτέλεσμα παραμερίστηκαν περιορισμοί του είδους: «αυτό δεν το κάνουμε, γιατί είναι εκτός ύλης». Η μαθηματική ενασχόληση των παιδιών απέκτησε μια δυναμική, έξω από αυστηρά πλάνα και σχέδια μαθήματος και ούτε οι εκπαιδευτικοί δεν μπορούσαν να προβλέψουν πώς θα εξελιχθεί. Οι μαθητές και οι μαθήτριες ενεπλάκησαν σε μαθηματικές καταστάσεις και ανοιχτά προβλήματα που τυπικά ανήκαν στην ύλη μεγαλύτερων τάξεων και κατόρθωσαν να ανταπεξέλθουν, χωρίς να έχουν έτοιμες λύσεις. Επανεπινοώντας στρατηγικές, χωρίς να στηρίζονται σε διδαγμένες συνταγές, εξερεύνησαν άγνωστα μαθηματικά μονοπάτια. Στο διαθεματικό πλαίσιο, ανέπτυξαν συσχετιστική κατανόηση, ώστε μελλοντικά να αντεπεξέρχονται σε μια ευρεία κλίμακα καταστάσεων σε σχολικά και εξωσχολικά περιβάλλοντα. Επίσης κατασκεύασαν γνωστικές δομές που θα τους βοηθήσουν αργότερα ως προϋπάρχουσες γνώσεις στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί έχοντας γνώση της τυπικά διδακτέας ύλης, παρακολουθούσαν τις ομοιότητες στην εξέταση των μαθηματικών εννοιών και με γνωστικά άλματα προωθούσαν τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών τους κατά τις δύο παράλληλες διδακτικές διαδικασίες, τη διαθεματική προσέγγιση και το τυπικό μάθημα των μαθηματικών. Προσπαθούσαν να εκμεταλλευτούν τις προϋπάρχουσες γνώσεις από τη μια μαθησιακή διαδικασία ώστε να υποστηρίξουν την εξέλιξη της άλλης, αφού η μαθηματική εκπαίδευση σε όλες τις εκφάνσεις της είναι συνεχής και ενιαία.

Ως προς το ερευνητικό ερώτημα (ια), διαπιστώνουμε ότι κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project, δόθηκε έμφαση στην «Πλαισιωμένη μάθηση» και στη «Ρεαλιστική» διάσταση των μαθηματικών πλαισίων. Η θεωρία πλαισιωμένης μάθησης (Lave & Wenger 1991) έχει δύο κύριες αρχές: α) χρειάζεται η γνώση να παρουσιάζεται σε αυθεντικά πλαίσια μέσα από τη ζωή· δεν έχει νόημα μια γνώση αποπλαισιωμένη - αφηρημένη – γενική και β) η μάθηση απαιτεί κοινωνική αλληλεπίδραση και συνεργασία· η νέα γνώση και η μάθηση συλλαμβάνονται σωστά όταν εντοπίζονται σε κοινότητες πρακτικής (Tennant 1997 σ. 77, Σακονίδης 2008)). Η διδασκαλία κατά τη διαθεματική προσέγγιση, ακολούθησε τις παραπάνω αρχές. Π.χ. στην τρίτη μελέτη περίπτωσης έγινε σύνδεση των θεμάτων διατροφής με το βιωματικό - πρακτικό μέρος της διατροφής ξεκινώντας από την παρασκευή συνταγών στην τάξη και τη δοκιμή τους από τον κάθε μαθητή. Στη συνέχεια αναδύθηκε ένας παραλληλισμός μεταξύ συνταγών με ελλιπή, άσχετα, περίσσια υλικά και μαθηματικών προβλημάτων με ελλιπή, άσχετα, περίσσια δεδομένα. Στο τέλος έγινε σύγκριση μεταξύ των διαδικασιών διερεύνησης συνταγών - προβλημάτων και τα παιδιά αποφάνθηκαν ότι ενώ στα προβλήματα δυσκολεύτηκαν, στις συνταγές έβρισκαν αμέσως το λάθος. Αναδείχθηκε η υπεροχή της βιωματικής - πλαισιωμένης μάθησης που ίσχυσε στις συνταγές και όχι στα μαθηματικά προβλήματα που μέχρι τότε διδάσκονταν αφαιρετικά, με πλαίσια έξω απ' την καθημερινότητα των παιδιών. Στη συνέχεια μέσα από το βιωματικό πλαίσιο των συνταγών και των αναλογιών των υλικών τους, αναδύθηκαν «ρεαλιστικές» μαθηματικές δραστηριότητες.

Η δασκάλα Β.Κ. η οποία πριν από την Ε.Ζ. στη διδασκαλία των μαθηματικών, δεν χρησιμοποιούσε πλαίσια από την καθημερινή ζωή σε μαθηματικές δραστηριότητες ούτε χειραπτικό υλικό και βιωματικές δράσεις, άρχισε κατά τη διαθεματική προσέγγιση να υιοθετεί διαδικασίες βιωματικής μάθησης και πλαίσια δραστηριοτήτων από την καθημερινή ζωή. Από την άλλη, η προϋπάρχουσα διδακτική συνήθεια των δασκάλων Π.Μ. και Ε.Σ. να επιλέγουν πλαίσια προβλημάτων από την καθημερινή ζωή των μαθητών, καλλιεργήθηκε ακόμη περισσότερο στο ανοιχτό και ευέλικτο πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης.

Στα μαθηματικά πριν από την Ε.Ζ., οι εκπαιδευτικοί δεν χρησιμοποιούσαν χειραπτικό υλικό ή σχέδιο. Μετά το πρόγραμμα, στα μαθηματικά μετά την Ε.Ζ., άρχισαν να πιστεύουν πλέον στη βιωματική μάθηση και στα ρεαλιστικά - χειραπτικά πλαίσια ως μέσα υποστήριξης της μαθηματικής σκέψης και το έδειχναν έμπρακτα σε κάθε ευκαιρία. Π.χ. η δασκάλα Ε.Σ. χρησιμοποίησε σοκολάτες και φασόλια για να διδάξει τα ισοδύναμα κλάσματα, ενώ η δασκάλα Β.Κ. ενθάρρυνε τα παιδιά να μετρήσουν την περίμετρο και τη διάμετρο σε κυκλικά αντικείμενα της τάξης και να υπολογίσουν τον αριθμό «π».

Κατά τη διαθεματική προσέγγιση, παιδιά και εκπαιδευτικοί κατασκεύαζαν προβλήματα με πλαίσια μέσα από την καθημερινή ζωή. Στη δεύτερη μελέτη περίπτωσης π.χ. δόθηκε ανοιχτό πρόβλημα όπου ζητήθηκε από τα παιδιά να πλαισιώσουν τον αφηρημένο λόγο 1:3. Απάντησαν με ενθουσιασμό, νοηματοδοτώντας άψυχους αριθμούς μέσα από πλαίσια της καθημερινότητάς τους, ακόμη και μέσα από τον κόσμο των παραμυθιών (μαθήτρια απάντησε 1 λύκος : 3 γουρουνάκια). Όμοια Ολλανδοί επιστήμονες της διδακτικής (Treffers 1987) δίδαξαν αναλογίες μέσα από τα παραμύθια «Γκιούλιβερ» και «η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων». Στην πρώτη και στην τρίτη μελέτη περίπτωσης, οι εκπαιδευτικοί προσπαθούσαν να νοηματοδοτήσουν τις αφηρημένες μαθηματικές εκφράσεις π.χ. σε γραμμάρια ποσοτήτων τροφών, με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή, όπως μία φέτα, μία μερίδα, ένα ποτήρι κ.ά. αναδεικνύοντας τη ρεαλιστική διάσταση των μαθηματικών. Με την εισαγωγή βιωματικών δράσεων, όπως η ζύγιση ποσοτήτων τροφών, εξοικειώθηκαν τα παιδιά με τις ποσότητες. Οι εκπαιδευτικοί επέκριναν τις ανακρίβειες και τις υπερβολές που κατέγραφαν μερικοί μαθητές στο ημερολόγιο διατροφής τους και ενθάρρυναν τα παιδιά να γράφουν για πραγματικές καταστάσεις μέσα από την καθημερινή ζωή τους. Στο τέλος της τρίτης μελέτης περίπτωσης, τα παιδιά πρώτα βρήκαν μέσα στην τάξη με μαθηματικούς υπολογισμούς σε πόσα λεπτά τρέξιμο και σε πόσα λεπτά σχοινάκι καίγονται οι θερμίδες από ένα μπισκότο σοκολάτας και έπειτα είχαν την ευκαιρία να βιώσουν στην πράξη όλα τα αφηρημένα, μαθηματικά δεδομένα. Να γευτούν ένα μπισκότο σοκολάτας και να κάνουν στο προαύλιο εννέα λεπτά σχοινάκι ή επτά λεπτά τρέξιμο. Να ιδρώσουν και να κουραστούν για να κάψουν τις θερμίδες από το μπισκότο. Με αυτό τον τρόπο συνειδητοποίησαν πόσο εύκολο και γρήγορο είναι να φας ένα μπισκότο και πόσο δύσκολο είναι να κάψεις τις θερμίδες που παίρνεις από αυτό. Στη δεύτερη και στην τέταρτη μελέτη περίπτωσης, τα παιδιά διένυσαν τρέχοντας στο προαύλιο μία συγκεκριμένη απόσταση, χρονομετρήθηκαν και έπειτα στην τάξη υπολόγισαν την ταχύτητά τους. Τελικά σε όλες τις μελέτες περίπτωσης, οι μαθητές και οι μαθήτριες κατανόησαν ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι αφηρημένο που δεν μας αφορά όλους, αλλά μόνο κάποια χαρισματικά παιδιά και κάποιους επιστήμονες. Συνειδητοποίησαν αυτό που δήλωσε ο Freudenthal (1973) ότι τα μαθηματικά είναι ακόμη μια ανθρώπινη δραστηριότητα με την οποία λύνουμε προβλήματα της καθημερινότητας και κάνουμε τη ζωή μας καλύτερη. Τη «ρεαλιστική» διάσταση της προσέγγισής μας, διαπίστωσαν επίσης τα παιδιά και οι εκπαιδευτικοί απαντώντας στα ερωτηματολόγια.

Την καλύτερη αξιολογική κρίση για το εγχείρημά μας, διατύπωσε ένας μαθητής τεκμηριώνοντας στο ανώνυμο ερωτηματολόγιο, γιατί του άρεσε η ενότητα «θέματα διατροφής» στην τρίτη μελέτη περίπτωσης: «Μου άρεσε…γιατί ήμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλύαμε ό,τι τρώγαμε κι ό,τι κάναμε, το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων». Το σημαντικό είναι ότι αυτή η θετική αξιολόγηση προήλθε αυθόρμητα, αβίαστα κι ανεπιτήδευτα. Η απάντηση του μαθητή συμπεριλαμβάνει πολλές από τις διαστάσεις της μαθησιακής διαδικασίας που θέλαμε εξ αρχής να επηρεάσουμε με τη διδακτική μας προσέγγιση: Την ομαδοσυνεργατική μάθηση, την πλαισιωμένη, «ρεαλιστική» μάθηση και τη σύνδεση με την καθημερινή ζωή και την παιδαγωγική διάσταση ενός ευχάριστου, δημοκρατικού κλίματος ενθάρρυνσης της νοητικής αυτονομίας. Σύμφωνα με τον Frey (1986), η ποιότητα των ενεργειών και η συλλογική προσπάθεια έχουν ιδιαίτερη παιδαγωγική αξία που καθορίζει την επιτυχία ή όχι ενός προγράμματος project, έστω κι αν το τελικό αποτέλεσμα δεν θεωρείται επιτυχημένο. Ο Frey προσθέτει ότι τελικά στην αξιολόγηση του project αυτό που κυρίως μας ενδιαφέρει είναι το κατά πόσο οι γνώσεις και οι εμπειρίες που αποκτήθηκαν, διαμόρφωσαν καινούργιες αξίες και συμπεριφορές που άλλαξαν παλιότερες αρνητικές στάσεις μαθητών και εκπαιδευτικών. Οι αλλαγές αυτές αποτελούν την ουσία της πραγματικής μάθησης.

Η πρωτοτυπία της έρευνάς μας έγκειται στο γεγονός ότι ο συνδυασμός μελέτης, των δασκάλων, των μαθητών και του μαθησιακού πλαισίου, ως προς τις πιθανές αλλαγές και τον εμπλουτισμό των διδακτικών και των μαθησιακών πρακτικών τους στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών μέσω διαθεματικών “project”, δεν έχει εξεταστεί στο παρελθόν σε τέτοιο εύρος και με τέτοια ποιοτικά, μεθοδολογικά χαρακτηριστικά, τουλάχιστον στον ελληνικό χώρο.

Με τη διασταύρωση μέσω της μεθόδου του τριγωνισμού: «απόψεις δασκάλων - απόψεις μαθητών - ερευνητικές διαπιστώσεις», ενισχύεται η επιστημονική εγκυρότητα και αξιοπιστία των συμπερασμάτων της ερευνητικής μας προσπάθειας, τα οποία συγκλίνουν στο ότι «πράγματι» συνέβησαν κάποιες αλλαγές στη σχολική πράξη των συγκεκριμένων τάξεων κατά τη διάρκεια των διαθεματικών project. Ένα θετικό γεγονός που προκύπτει από την ανάλυση είναι ότι η καταγεγραμμένη πρόοδος στη διδακτική συμπεριφορά των δασκάλων συνεχίστηκε και μετά τη διαθεματική προσέγγιση, στο τυπικό μάθημα των μαθηματικών που παρακολουθήσαμε.

Παρόμοια ευρήματα από άλλες έρευνες τεκμηριώνουν τη θετική επίδραση των διαθεματικών προγραμμάτων στη συμπεριφορά των δασκάλων. Σε μια μελέτη ενός διαθεματικού προγράμματος, ο Edgerton (1990) βρήκε ότι μετά από ένα χρόνο το 83% των δασκάλων που ενεπλάκησαν, προτιμούσαν να συνεχίσουν με το διαθεματικό πρόγραμμα παρά να επιστρέψουν σε ένα παραδοσιακό πρόγραμμα. Επίσης όσον αφορά την εφαρμογή της μεθόδου project στη μαθηματική εκπαίδευση, οι Rodriguez και Kitchen αναφέρονται στην αντίσταση που προβάλλουν οι εκπαιδευτικοί στην προσπάθεια που γίνεται για παιδαγωγική αλλαγή και προτείνουν σύγχρονους τρόπους για τη διδασκαλία των μαθηματικών και της φυσικής, μέσα από μια διαπολιτισμική προοπτική, υπό το θεωρητικό πρίσμα του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού. Σε αυτούς τους τρόπους που προτείνουν συμπεριλαμβάνεται σε δεσπόζουσα θέση η μέθοδος project (Rodriguez & Kitchen 2005). Ο MacIver (1990) βρήκε ότι οι δάσκαλοι εκτιμούν θετικά το στοιχείο της κοινωνικής στήριξης που ενυπάρχει στη συνεργασία μεταξύ τους, την οποία συνεργασία ενθαρρύνει η διαθεματική προσέγγιση και αισθάνονται ότι αποκτούν τη δυνατότητα να διδάσκουν πιο αποτελεσματικά όταν εφαρμόζουν διαθεματικές προσεγγίσεις. Ανακαλύπτουν νέα ενδιαφέροντα και διδακτικές τεχνικές οι οποίες ανανεώνουν - φρεσκάρουν τη διδασκαλία τους. Όταν οι δάσκαλοι που συμμετείχαν στο πρόγραμμα «Mid-California Science Improvement Program» έδωσαν συνέντευξη σε έναν ανεξάρτητο αξιολογητή, τα ευρήματα έδειξαν θεαματική αύξηση στο διδακτικό χρόνο της φυσικής και μεγαλύτερη εξοικείωση των δασκάλων στη διδασκαλία της φυσικής. Καταγράφηκαν βελτιώσεις στις στάσεις των δασκάλων και στις συμπεριφορές και στην πρόοδο των μαθητών. Αυτά τα αποτελέσματα ήταν σταθερά και για τα χαρισματικά και για τα «εκπαιδευτικώς μη προνομιούχα παιδιά» (Greene 1991). Η εφαρμογή της διδακτικής μεθόδου project προτείνεται επίσης για την εκπαίδευση υποψήφιων δασκάλων που πρόκειται να διδάξουν σε δίγλωσσες τάξεις (Austin & Fraser-Abder 1995).

Όπως αναφέραμε στην Εισαγωγή, έρευνες έδειξαν ότι οι αντιλήψεις των δασκάλων μεταβάλλονται ιδιαίτερα δύσκολα κι όταν αυτό συμβαίνει, πραγματοποιείται κυρίως, μέσα από την εφαρμογή νέων πρακτικών διδασκαλίας και διαφορετικών προσεγγίσεων των μαθηματικών εννοιών (Lowery 2002, Rodriguez & Kitchen 2005, Ponte & Chapman 2006, Chapman 2008). Τα κίνητρα για τους δασκάλους ώστε να αναζητήσουν εναλλακτικές διδακτικές πρακτικές, μπορούν να προέλθουν από την ίδια την εμπειρία τους στην τάξη. Αν οι εκπαιδευτές - επιμορφωτές βοηθήσουν τους δασκάλους να εξετάσουν τις παραδοχές και τις πρακτικές τους, όταν αυτοί αναστοχαζόμενοι αντιληφθούν στην πράξη αναποτελεσματικότητα σε πτυχές της διδασκαλίας τους, θα αναζητήσουν εναλλακτικές λύσεις και θα αλλάξουν τις αντιλήψεις και τις πρακτικές τους. Οι προσπάθειες να αυξηθεί η παιδαγωγική γνώση των δασκάλων με πληροφόρηση και επίδειξη τεχνικών, δεν έχουν αποδώσει τα αναμενόμενα. Η Chapman (2008) προσθέτει ότι, λέγοντας απλά σε δόκιμους δασκάλους να αναστοχαστούν, αυτό δεν θα οδηγήσει απαραιτήτως σε αναστοχασμό. Θα πρέπει να εμπλακούν σε μια ενεργή, συνειδητή διαδικασία επανεξέτασης του τρόπου σκέψης τους, των ενεργειών ή των εμπειριών τους, προκειμένου να περιγραφεί, να αναλυθεί, να αξιολογηθεί και με αυτόν τον τρόπο να ανανεωθεί η γνώση τους για τη διδακτική πράξη. Αυτή η διαδικασία απαιτεί μαθησιακές καταστάσεις, στις οποίες να μπορούν να βιώσουν συγκρούσεις, προκλήσεις ή εντάσεις κι ειδικότερα καταστάσεις στις οποίες να εμφανίζονται αλλαγές. Παρόμοιες καταστάσεις προσπαθήσαμε να δημιουργήσουμε στο ερευνητικό μας εγχείρημα, μέσω της διδασκαλίας των μαθηματικών στο πλαίσιο διαθεματικών project.

Καταλήγοντας μπορούμε να συμπεράνουμε ότι και στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης διαπιστώθηκε πως το πλαίσιο των διαθεματικών δραστηριοτήτων είναι ένα κατάλληλο πλαίσιο που μέσα από την επαφή με νέο, πρωτογενές υλικό, παρέχει πλείστες ευκαιρίες για αλλαγή και εμπλουτισμό των παραδοσιακών αντιλήψεων και πρακτικών, των διδακτικών για τους δασκάλους και των μαθησιακών για τους μαθητές, στο μάθημα των μαθηματικών. Αν και δεν αναμέναμε ριζικές αλλαγές σε παγιωμένες στάσεις και νοοτροπίες πολλών ετών, όπως διαπιστώθηκε έπειτα από ποιοτική έρευνα, οι εκπαιδευτικοί, τα παιδιά και το μαθησιακό υλικό, αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους μέσα σε διαθεματικά πλαίσια, άλλαξαν έστω και πρόσκαιρα και εμπλούτισαν τις παραδοσιακές δομές τους. Ελπιδοφόρα σπέρματα αλλαγής του εκπαιδευτικού γίγνεσθαι των μαθηματικών, έκαναν δειλά την εμφάνισή τους. Θα μπορούσαμε πλέον να συμπεράνουμε με μεγάλη πιθανότητα ότι η συμβολή της διαθεματικής προσέγγισης και της διδακτικής μεθόδου project είναι απαραίτητη, μέσα στο όραμα για αναγέννηση και αναθεώρηση της μαθηματικής εκπαίδευσης που έχει αρχίσει παγκοσμίως να ξεπροβάλλει και σταδιακά να υλοποιείται.

8.4. ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Τα ευρήματα της παρούσης έρευνας, αποσπάσματα της οποίας έχουμε παρουσιάσει σε συνέδρια (Λαζαρίδης 2005, 2007, 2009, Λαζαρίδης & Τριανταφυλλίδης 2010), αναμένεται να εμπλουτίσουν την παιδαγωγική και διδακτική έρευνα στη χώρα μας όσον αφορά τη σχέση μεταξύ της υλοποίησης διαθεματικών δραστηριοτήτων στα μαθηματικά και της ανάδυσης ποιοτικών αλλαγών στη διδακτική στάση των δασκάλων και στη μαθησιακή συμπεριφορά των μαθητών. Η ευαισθητοποίηση των δασκάλων ως προς την επίδραση της ενσωμάτωσης διαθεματικών project - δραστηριοτήτων στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία των μαθηματικών, θα τους δώσει τη δυνατότητα βελτίωσης της μαθηματικής πρακτικής τους και θα προσφέρει ευκαιρίες σε όσους επιθυμούν να βοηθηθούν ώστε να ξεφύγουν από τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας.

Οι McLeod και McLeod (2002), ισχυρίζονται ότι η έρευνα σχετικά με τις πεποιθήσεις των δασκάλων έπειτα από σχεδόν 20 χρόνια, δεν έχει αποδώσει τα αναμενόμενα και έχει ασκήσει μικρή επίδραση στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Αυτό σύμφωνα με την άποψή τους οφείλεται σε δύο λόγους. Ο ένας από αυτούς, είναι ότι υπάρχει ανάγκη για αναπτυξιακές δραστηριότητες που θα σχεδιαστούν για να βελτιώσουν τη γνώση των δασκάλων για το ρόλο των πεποιθήσεων και οι οποίες θα ακολουθήσουν υποστηρικτικά την πενιχρή θεωρητική πρόοδο που έχει επιτευχθεί, εφόσον ο τομέας της έρευνας των πεποιθήσεων φιλοδοξεί να ασκήσει επίδραση. Παρόμοιες αναπτυξιακές δραστηριότητες θα μπορούσε να εμπνεύσει το πρόγραμμά μας, ως μία εναλλακτική πρόταση. Σε ένα επόμενο επίπεδο, οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στις τέσσερις μελέτες περίπτωσης στην υλοποίηση διαθεματικών project στα μαθηματικά, θα μπορούσαν να εμπλακούν πιο συνειδητά σε προσωπικό αναστοχασμό και αυτοπαρατήρηση. Αφού τους κοινοποιούσαμε τα περιγραφικά αποσπάσματα και τα αναλυτικά υπομνήματα της έρευνάς μας, ώστε να αναστοχαστούν μεταγνωστικά, την πορεία που διένυσαν διδακτικά μέσα από το διαθεματικό μας ταξίδι, στην αρχή του προγράμματος πριν από την ευέλικτη ζώνη, κατά τη διάρκεια της διαθεματικής προσέγγισης και μετά από αυτήν, θα συζητούσαμε τα συμπεράσματα, ώστε να συνειδητοποιήσουν το ρόλο που διαδραμάτισε η αλλαγή του μαθησιακού πλαισίου, στον εμπλουτισμό των διδακτικών πρακτικών τους και να διερευνήσουν οι ίδιοι μέσα από προσωπική ενδοσκόπηση, αν και κατά πόσον άλλαξαν πεποιθήσεις για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους. Σε μία επόμενη φάση θα μπορούσαν να υλοποιήσουν δική τους έρευνα δράσης και εφαρμόζοντας στην τάξη τους νέα διαθεματικά project, να κρατούν σημειώσεις σε δικό τους ημερολόγιο παρατήρησης, ώστε να μελετήσουν οι ίδιοι τη διδακτική τους πορεία.

Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας, αναμένεται επίσης να δώσουν έναυσμα για περαιτέρω ερευνητική μελέτη. Η γενική θεώρηση των συμπερασμάτων μας σε συνδυασμό με τα πορίσματα που αναφέρθηκαν κατά την ανασκόπηση της ερευνητικής βιβλιογραφίας, μας κατευθύνουν στη διατύπωση των ακόλουθων προτεινόμενων τομέων για περαιτέρω έρευνα.

Κατ' αρχάς τα ευρήματα της παρούσης έρευνας ισχύουν για τις συγκεκριμένες μελέτες περίπτωσης που διερευνήθηκαν και θα ήταν παρακινδυνευμένο να γενικευτούν. Διαπιστώσαμε ότι στις τέσσερις σχολικές τάξεις που παρατηρήσαμε, οι οποίες ήταν στελεχωμένες με διδακτικό προσωπικό και μαθητικό πληθυσμό ημιαστικής προέλευσης, εμπλουτίστηκε η διδακτική πρακτική των δασκάλων και η μαθησιακή διαδικασία για τους μαθητές, μέσα από την υλοποίηση διαθεματικών project στα μαθηματικά. Με την ολοκλήρωση της έρευνάς μας, φιλοδοξούμε να δώσουμε το έναυσμα και σε άλλους ερευνητές ή ερευνήτριες για να διερευνήσουν τη σχέση της εφαρμογής διαθεματικών δραστηριοτήτων στα μαθηματικά και της πρόκλησης αλλαγών στην παραδοσιακή στάση των δασκάλων και των μαθητών. Ελπίζουμε να διευκολύνουμε ώστε να αναδυθούν και νέες μελέτες, με άλλα χαρακτηριστικά, ίσως με άλλες μεθοδολογικές στρατηγικές έρευνας, σε άλλους πληθυσμούς (αμιγώς αστικούς ή αγροτικούς), με περισσότερο χρόνο παρατήρησης και σε ευρύτερα δείγματα με περισσότερες σχολικές τάξεις, οι οποίες θα προσπαθήσουν να περιγράψουν περαιτέρω το κεντρικό ερευνητικό μας θέμα.

Ένας ακόμη τομέας που χρειάζεται περαιτέρω έρευνα, είναι η διαπίστωση μέσα από τη δική μας έρευνα, αλλά και άλλες ερευνητικές μελέτες (Lake 1994), ότι ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών μπορεί να μην υπακούει σε μια λογική διάρθρωση της ύλης μέσα σε ένα γνωστικό αντικείμενο όπως τα μαθηματικά. Περισσότερη έρευνα θα απαιτηθεί για την επίδραση αυτού του παράγοντα, εάν οι εκπαιδευτικοί επιθυμούν να εξετάσουν το ρόλο της διάρθρωσης της ύλης στις αποφάσεις επιλογής ενός προγράμματος σπουδών. Μπορεί να αναδειχθεί ότι οι επιλογές ακολουθίας και διάρθρωσης της ύλης που επικρατούν, προκύπτουν περισσότερο ως προϊόν των εγχειριδίων παρά από την πραγματική ανάγκη για κατανόηση. Όταν το πρόγραμμα σπουδών βασίζεται σε ευρείες έννοιες που συνδέονται με θεματικές ενότητες, οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν πρόσβαση στη γνώση με πολύ διαφορετικούς τρόπους, οι οποίοι θα καταστήσουν την παραδοσιακή ακολουθία και διάρθρωση λιγότερο σημαντική. Αυτό είναι ένα θέμα που δεν έχει διερευνηθεί πλήρως στην έρευνα για το διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών. Στο ερευνητικό μου εγχείρημα άγγιξα μερικές διαστάσεις του, όμως δεν διερευνήθηκε το θέμα εις βάθος, επειδή δεν ήταν αυτός ο κύριος στόχος. Γεγονός είναι ότι σε όλες τις μελέτες περίπτωσης διαπιστώθηκε μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση, η διεύρυνση του περιεχομένου και των διαδικασιών των σχολικών μαθηματικών. Συχνά μαθητές της Δ΄ τάξης εμπλέκονταν σε μαθηματικά προβλήματα που τυπικά ανήκαν στην ύλη μεγαλύτερων τάξεων. Επίσης η διδασκαλία και η διερεύνηση των μαθηματικών εννοιών που εξετάζαμε δεν ακολουθούσε πάντοτε τη διάρθρωση της ύλης των σχολικών βιβλίων. Εξάλλου οι υποστηρικτές της διδακτικής μεθόδου project δεν υπονοούν ότι η εργασία με τη μέθοδο αυτή θα αποτελέσει όλο το αναλυτικό πρόγραμμα (Chard 1992). Περισσότερο τη θεωρούν ως κάτι συμπληρωματικό στα πιο επίσημα συστηματικά μέρη του αναλυτικού προγράμματος.

Μία άλλη διάσταση που χρήζει περισσότερης ερευνητικής μελέτης όσον αφορά την εφαρμογή διαθεματικών δραστηριοτήτων (Humphreys et al. 1981), είναι αυτή της αναζήτησης και διερεύνησης κατάλληλων εναλλακτικών μεθόδων αξιολόγησης για τη διαπίστωση του βαθμού κατανόησης από τους μαθητές των θεμελιωδών, διαθεματικών εννοιών. Εάν η επιλογή και η διερεύνηση των θεμάτων στα διαθεματικά project, καθοδηγούνται εν μέρει, από το ενδιαφέρον των μαθητών και των δασκάλων, θα υπάρξει μικρή συμβατότητα με τις προϋπάρχουσες εμπειρίες των δασκάλων και τις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης. Μπορεί να επηρεαστεί αρνητικά η απόδοση των παιδιών σε τυποποιημένες δοκιμασίες και να απαιτηθεί η αναζήτηση εναλλακτικών μεθόδων αξιολόγησης για τη διαπίστωση του βαθμού κατανόησης από τους μαθητές των ουσιωδών εννοιών. Στη διδακτική μέθοδο project, αξιολόγηση σημαίνει από κοινού εκτίμηση του έργου, συνολική - από όλα τα μέλη της ομάδας εργασίας - συζήτηση για το κατά πόσο επιτεύχθηκαν οι αρχικοί στόχοι, πώς κύλησε η όλη διαδικασία, ποια ήταν τα αποτελέσματα. Επίσης, στη διδακτική μέθοδο project, αξιολόγηση σημαίνει εκτίμηση της εμπειρίας ατομικά και ομαδικά, εντοπισμός των λαθών και των προβλημάτων που υπήρξαν, αλλά και ανασκόπηση όλου του πλούσιου γνωστικού και βιωματικού υλικού που κατακτήθηκε. Μία τέτοιου τύπου αξιολόγηση περιέχει τόσο ετεροαξιολόγηση, όσο και αυτοαξιολόγηση, εκφράζεται θετικά και όχι αρνητικά και στοχεύει στην πρόοδο και τη βελτίωση της εργασίας και όχι στην αποτίμηση αρνητικής κρίσης για συγκεκριμένα άτομα. Σύμφωνα με τον Frey (1986), η ποιότητα των ενεργειών και η συλλογική προσπάθεια έχουν ιδιαίτερη παιδαγωγική αξία που καθορίζει την επιτυχία ή όχι ενός προγράμματος project, έστω και αν το τελικό αποτέλεσμα δεν θεωρείται επιτυχημένο. Τελικά στην αξιολόγηση του project αυτό που κυρίως μας ενδιαφέρει είναι το κατά πόσο οι γνώσεις και οι εμπειρίες που αποκτήθηκαν διαμόρφωσαν καινούργιες αξίες και συμπεριφορές που άλλαξαν παλιότερες αρνητικές στάσεις μαθητών και εκπαιδευτικών. Οι αλλαγές αυτές αποτελούν και την ουσία της πραγματικής μάθησης. Αυτό είναι και το καίριο σημείο στο οποίο εστιάστηκε ολόκληρη η ερευνητική μας προσπάθεια.

Επίσης ένα σχετικό ζήτημα που αιωρείται, είναι το αν οι απόφοιτοι των Παιδαγωγικών Τμημάτων και οι νεοδιόριστοι εκπαιδευτικοί είναι επαρκώς προετοιμασμένοι και ως προς ποιο βαθμό, ώστε να ανταποκριθούν με επιτυχία στο σχεδιασμό και την ολοκληρωμένη επίτευξη διαθεματικών project. Για το λόγο αυτό προτείνουμε, την εισαγωγή των διαθεματικών project στα προγράμματα σπουδών των ακαδημαϊκών σχολών. Εξάλλου όπως αναδείχθηκε από την έρευνά μας, μέσα από την υλοποίηση διαθεματικών δραστηριοτήτων και τον προσωπικό αναστοχασμό, υπάρχει η ελπίδα, τόσο οι νεοδιόριστοι εκπαιδευτικοί, όσο και οι έμπειροι με μεγάλη προϋπηρεσία, να εμπλουτίσουν τη διδακτική πρακτική τους στη διδασκαλία των μαθηματικών που κυρίως μας ενδιαφέρει. Πολλοί εκπαιδευτικοί που υπηρετούν στα σχολεία της χώρας μας, διατηρούν παραδοσιακές αντιλήψεις και στάσεις και εξακολουθούν να διδάσκουν τα μαθηματικά, όπως τους τα δίδαξαν οι δικοί τους δάσκαλοι πολλά χρόνια πριν. Έχουν κυρίως στόχο τους τη διαδικαστική - επιφανειακή γνώση και όχι την κατανόηση του μαθηματικού περιεχομένου. Αν επιθυμούμε κάτι να αλλάξει, η ενθάρρυνση των παραπάνω εκπαιδευτικών ώστε να εμπλακούν στην υλοποίηση διαθεματικών project, μπορεί να δώσει μία λύση. Στο πλαίσιο της ακαδημαϊκής κοινότητας, των παιδαγωγικών τμημάτων και των καθηγητικών σχολών, τα ευρήματα της παρούσης έρευνας συνηγορούν υπέρ της εισαγωγής διαθεματικών δραστηριοτήτων στις προπαρασκευαστικές διδασκαλίες των φοιτητών και των φοιτητριών. Στο πλαίσιο της δια βίου εκπαίδευσης και της διαρκούς επιμόρφωσης των ήδη υπηρετούντων εκπαιδευτικών, οι εμπλεκόμενοι όλο και περισσότερο, ασπάζονται την άποψη ότι η καλύτερη επιμόρφωση είναι η πράξη. Με βάση τα πορίσματα της έρευνάς μας προτείνουμε στα πλαίσια βιωματικών εργαστηρίων και δειγματικών διδασκαλιών, την υλοποίηση διαθεματικών project από τους επιμορφούμενους εκπαιδευτικούς.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Aikin, W.M. (1942). The Story of the Eight-Year Study, Harper & Brothers, New York.
2. Alcaro P., Alston A., Katims N. (2000). Fractions attack: Snack Attack. Children Thinking and Talking Mathematically. *Teaching Children Mathematics*, 562-567
3. Anderson, G. L. (1989). Critical ethnography in education: Origins, current status and new directions. *Review of Educational Research, 59*(3), 249-270.
4. Anderson, M., S´aenz-Ludlow, A., Zellweger, S. & Cifarelli, V. (eds), (2003). Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing, Ottowa, Legas Publishing.
5. Argyris, C., Putnam, R. & McLain Smith, D. (1985). Action Science, Concepts, methods, and skills for research and intervention, San Francisco: Jossey-Bass.
6. Armisted, C. (1984). How Useful are Case Studies. *Training and Development Journal, 38*(2), 75-77.
7. Aschbacher, P. (1991). Humanitas: A Thematic Curriculum. *Educational Leadership, 49*(2), 16-19.
8. Austin, Th. and Fraser-Abder, P. (1995). Mentoring Mathematics and Science Preservice Teachers for Urban Bilingual Classrooms, *Education and Urban Society, 28,* 67-89.
9. Ausubel, D. (1968). Educational Psychology: A Cognitive View, New York: Holt, Rinehart and Winston.
10. Ball, S. J. (1981). Beachside Comprehensive: a case-study of secondary schooling, Cambridge, Cambridge university Press
11. Ballantyne, R. (1999). Teaching Environmental Concepts, Attitudes and Behaviour through Geography Education: Findings of an International Survey. International Research in Geographical and Environmental Education, Vol. 8, No. 1, Queensland University of Technology, Australia.
12. Banister, S. & Harlow, C. (1997). Integrating math and writing skills into the physical education curriculum. *Teaching Elementary Physical Education*, 28-30.
13. Barron, B.J., Schwartz, D.L., Vye, N.J., Moore, A., Petrosino, A., Zech, L., Bransford, J. & The Cognition and Technology Group at Vanderbilt. (1998). Doing with understanding: Lessons from research on problem- and project-based learning. *The Journal of the Learning Sciences, 7*, 271-311.

14. Baruk, St. (1985). L' age du capitaine, ed. Seuil, Paris.
15. Beineke, J. (1998). And there were giants in the land: The life of William Heard Kilpatrick. New York: Peter Lang.
16. Benjamin, S. (1989). An Ideascope for Education: What Futurists Recommend. *Educational Leadership, 47*(1), 8-16.
17. Berkenkotter, C., Huckin, T., N., & Ackerman J. (1988). Conventions, Conversations, and the Writer: Case Study of a Student in a Rhetoric Ph.D. Program. Research in the Teaching of English, 22, 9-44.
18. Beswick, K. (2004). The impact of teachers' perceptions of student characteristics on the enactment of their beliefs. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 111–118, Bergen, Norway.
19. Berlin, D. & White, A. (1992). A Network for Integrated Science and Mathematics Teaching and Learning. Report from the NSF/SSMA Wingspread Conference: *School Science and Mathematics, 92*(6), 340-343. Report of a National Science Foundation/School Science and Mathematics Association conference.
20. Bilbe, R. (1992). Primary Place: Teaching with Themes. *Instructor 102*(2), 84-85.
21. Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 41-62.
22. Boehrer, J. (1990). Teaching With Cases: Learning to Question. *New Directions for Teaching and Learning, 42*, 41-57.
23. Bonds, C., Cox, C. & Gantt-Bonds, L. (1993). Curriculum Wholeness through Synergistic Teaching. *The Clearing House, 66*/(4), 252-254.
24. Boulton, D. and Hammersley, M. (1996). Analysis of Unstructured Data. In Sapsford, R. and Judd, V. (eds) Data Collection and Analysis. Open University/Sage Publications, London.
25. Brandt, R. (1991). On Interdisciplinary Curriculum: A Conversation with Heidi Hayes Jacobs. *Educational Leadership, 49*(2), 24-26.
26. Bransford, J., Sherwood, R., Vye, N. & Rieser, J. (1986). Teaching thinking and problem solving: Research foundations. *American Psychologist, 41*(10), 1078-1089, Washington DC.
27. Briers, G. (1986). Identification of Math and Science Concepts, Skills, and Experiences Provided in Vocational Agriculture in Texas. Texas A & M University: Department of Agricultural Education. Paris: United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization.
28. Brophy, J., & Alleman, J. (1991). A Caveat: Curriculum Integration Isn't Always a Good Idea. *Educational Leadership, 49*(2), 66.

29. Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu, *Recherches en didactique des Mathématiques (RDM), 9*(3), 309-336.

30. Brown, J., Collins, A., Duguid, P., (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning, *Educational Researcher, 18*, 32-42.

31. Brown, S. & Walter, M. (2005). The Art of Problem Posing (3rd Ed.) Lawrence Erlbaum Associates, Inc., New Jersey.

32. Bruer, J. T. (1993). Schools for Rhought: A Science Of Learning In The Classroom. Mit Press, Cambridge, Ma.

33. Bruner, J. (1977). The process of education: A landmark in educational theory. Cambridge, MA: Harvard University Press.

34. Caine, R. & Caine, G. (1991). Making Connections: Teaching and the Human Brain. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

35. Cestari, M.L. (2004). From the mathematics classrooms: Dialogues and tasks under analysis. Returning to teacher autonomy. In Mogens Niss, ed., Proceedings of the Tenth International Congress on Mathematical Education. Roskilde University, Roskilde, 2008, Denmark.

36. Chapman, O. (2007). Preservice Secondary Mathematics Teachers' Knowledge And Inquiry Teaching Approaches, In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D.Y. (Eds.). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 97-104. Seoul: PME.

37. Chapman, O. (2008). Self-study in mathematics teacher education, Proceedings of the Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, "The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008): Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education", Istituto della Enciclopedia Italiana, Rome.

38. Chard, S.C. (1992). The Project Approach: A Practical Guide for Teachers. Edmonton, Alberta: University of Alberta Printing Services.

39. Chard, S.C. (2001). Project approach: three phases. www.project-approach.com/development/ phases.htm

40. Chassapis, D. (2003), Greek primary schools teachers' beliefs about mathematical knowledge. In A.Gagatsis & S.Papastavridis (Eds.), Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, Hellenic Mathematical Society & Cyprus Mathematical Society, Athens, 409-417.

41. Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development, *Journal Educational Researcher, 23*(7), 13-20.

42. Cobb, P. - Yackel, E. (1996). Constructivist, Emergent and Sociocultural Perspectives in the Context of Developmental Research, *Educational Psychologist, 31*(3/4), 175-190, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
43. Cobb, P., Yackel, E. & McClain, K. (eds), (2000). Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools and Instructional Design, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.
44. Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007). Modelling Classroom Discussions and Categorising Discursive and Metacognitive Activities. In Pitta – Pantazi, D. & Philippou, G. (Eds.), Proceedings of CERME 2007, Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, pp. 1180-1189, Larnaca, Cyprus.
45. Confrey, J. (1990). What Constructivism Implies for Teaching. Maher, C., Davis, R., & Noddings, N. (eds.), Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics, *Journal of Research in Mathematics Education Monograph Series*, *4,* 107-24. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
46. Coulthard, M. (1985). An introduction to discourse analysis. London: Longman.
47. Cromwell, S. (1989). A New Way of Thinking: The Challenge of the Future. *Educational Leadership*, *49*(1), 60-64.
48. Crossley, M. and Bennett, A. (1997). Planning for Case-study Evaluation in Belize, in M. Crossley & G. Vulliamy (eds) Qualitative Educational Research in Developing Countries. New York: Garland.
49. Crossley, M. & Vulliamy, G. (1984). Case study research methods and comparative education. *Comparative Education*, *20*(2): 193-207.
50. Curtis, D. (2002). The Power of Projects. *Educational Leadership*, *60*(1), 50-53.
51. Davey, L. (1991). The Application of Case Study Evaluations. ERIC/TM Digest.
52. Dewey, J. (1916). Democracy and Education. New York: The Free Press.
53. Dewey, J. (1933). How we think. Chicago: Henrey Regney
54. Dewey, J. (1938). Experience and Education. New York: Collier Books, Macmillan.
55. Dillenbourg, P., Schneider, D. and Synteta, V. (2002). Virtual learning environments, in Proceedings of the 3rd Congress on Information and Communication Technologies in Education, Kastaniotis Editions, 3-18, Rhodes.
56. Dorfler, W. & McLone, R.R. (1986). Mathematics as a school subject, In Perspectives on mathematics education, 49-97, Reidel Publishing Company.

57. Dori, Y.J. (2003). From nationwide standardized testing to school-based alternative embedded assessment (in Israel): Students' performance in the Matriculation 2000 project. *Journal of Research in Science Teaching, 40,* 34–52.
58. Douady, R. (1984). De la didactique des Mathématiques à l' heure actuelle, *cahier de didactique no 6,* IREM de Paris 7.
59. Dreikurs, R., Grunwald, B. & Pepper, F. (1998). Maintaining Sanity in the Classroom: Illustrated Teaching Techniques, Rutledge, Danbury, United States.
60. Dressel, P. (1958). The Meaning and Significance of Integration. In The Integration of Educational Experiences, 57th Yearbook of the National Society for the Study of Education, 3-25, ed. N.B. Henry. Chicago: University of Chicago Press.
61. Driscoll, A. (1985). Case Study of a Research Intervention: the University of Utah's Collaborative Approach. San Francisco: Far West Library for Educational Research Development.
62. Duval, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education, in T. Nakahara and M. Koyama (eds.), Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1), Hiroshima University, Hiroshima, Japan, pp. 55–69.
63. Dym, C. & Little, P. (2004). Engineering Design:A Project-Based Introduction (2nd ed) Wiley.
64. Edgerton, R. (1990). Survey Feedback from Secondary School Teachers that are Finishing their First Year Teaching from an Integrated Mathematics Curriculum. Washington, DC.
65. Edwards, D. & Mercer, N. (1987). Common Knowledge: The Development of Understanding in the Classroom, Methuen & Co. Ltd, London.
66. Edwards, D. (1997). Discourse and Cognition, London: Sage
67. Edwards, C., Forman, G. & Gandini, L. (Eds.) (1993). The hundred languages of children: The Reggio Emilia approach to early childhood education. Norwood, NJ: Ablex Publishing.
68. Elliott, J. (1991). Action Research for Educational Change. London: Open University Press.
69. English, L.D. (1998). Children's Problem Posing within Formal and Informal Contexts, *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106, Publ. by: N.C.T.M.
70. Erlwanger, S.H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *Journal of Children's Mathematical Behavior, 1(*2), 7-26.
71. Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), Mathematics teaching. The state of the art, 249–254. London: Falmer.
72. Fairclough, N. (1995). Critical discourse analysis: The critical study of language. London: Longman.

73. Fennema, E. & Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. Handbook of research on mathematics teaching and learning, D.Grouws (Ed.) 147-164, New York: Macmillan.
74. Ferretti, R.P., MacArthur, C.A. & Okolo, C.M. (2001). Teaching for historical understanding in inclusive classrooms. *Learning Disabilities Quarterly, 24*, 59-71.
75. Ferretti, R.P. & Okolo, C.M. (1996). Authenticity in learning: Multimedia design projects in the social studies for students with disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*, 450-460.
76. Filippatou, D. & Kaldi, S. (2009). The effectiveness of project-based learning on pupils with learning difficulties regarding academic performance, group work and motivation. *International Journal of Special Education*, *24*(2), 1-13.
77. Fogarty, R. (1991). The Mindful School: How to Integrate the Curricula. Palatine, IL: Skylight Publishing, Inc.
78. Fogarty, R. (1991). Ten Ways to Integrate Curriculum, *Educational Leadership, 49,* 2.
79. Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task, Dordrecht.
80. Freudenthal, H. (1983). Didactic phenomenology of mathematical structures, Dordrecht: Reidel.
81. Frey, K. (1994). Die Projektmethode (5th ed.) Weinheim, Beltz.
82. Friela, S., Kellehera, C., Campbella, P. & Nolan G. (1999). Evaluation of the Nutrition Education at Primary School (NEAPS) programme, *Public Health Nutrition*, *2*, 549-555, Cambridge University Press.
83. Friend, H. (1984). The Effect of Science and Mathematics Integration on Selected Seventh Grade Students: Attitudes Toward and Achievement in Science. New York: New York City Board of Education.
84. Gall, M.D., Borg, W.R. & Gall, J.P. (1996). Educational research: An introduction (6th ed.). White Plains, NY: Longman.
85. Galton, M., Simon, B. & Croll, P. (1980). Inside the Primary Classroom. London: Routledge & Kegan Paul.
86. Gardner, H. (1983). Frames of Mind:The Theory of Multiple Intelligences, N.Y.:Basic Books.
87. Gardner, J. (2003). Learning about Learning. *Learning and Leading with Technology, 30*(6), 36-39.
88. Gehrke, N. (1991). Explorations of Teachers' Development of Integrative Curriculums. *Journal of Curriculum Supervision, 6*(2), 107-112.
89. Gilgun, J.F. (1994). A Case for Case Studies in Social Work Research. *Social Work*, *39*(4), 371-381.
90. Glaser, B. & Strauss, A. (1968). The Discovery of Grounded Theory, Weidenfeld: London.

91. Glasersfeld, E. von (1984). English translation: An introduction to radical constructivism, in P. Watzlawick (ed.) The invented reality. New York: Norton 1984: 17–40.
92. Glasersfeld, E. von (1987). Siegener Gespräche über radikalen Konstruktivismus. In: Schmidt, S. J. (ed.) Der Diskurs des radikalen Konstruktivismus. Frankfurt: Suhrkamp, 401–440.
93. Glasersfeld, E. von (1989). Constructivism in Education. In: T. Husen & T. N. Postlethwaite, (ed.) International encyclopedia of education, Supplement Vol. 1. Oxford/New York: Pergamon Press, 162–163.
94. Goldbort, R. (1991). Literature, Science, and Liberal Education: Toward Integrative Studies. *Teaching English in the Two-Year College, 18*(2), 121-125.
95. Goldbort, R. (1991). Science in Literature: Materials for a Thematic Teaching Approach. *English Journal, 80*(3), 69-73.
96. Goodson, I. & Walker, R. (1990). Biography, Identity & Schooling, Philadelphia:Falmer Press
97. Gravemejer, K. (1998). Developmental Research as a research method. In Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity, 277-295, Kluwer.
98. Greene, L. (1991). Science-Centered Curriculum in Elementary School. *Educational Leadership 49*(2), 48-51.
99. Guba, E.G. and Lincoln, Y.S. (1994). Competing Paradigms in Qualitative Research. In: Norman K. Denzin and Y.S. Lincoln, eds., Handbook of Qualitative Research, 105-117. Beverly Hills, Ca: Sage Publications.
100. Gunn, J.H. & King, M.B. (2003). Trouble In Paradise: Power, Conflict, and Community in an Interdisciplinary Teaching Team, *Urban Education*, *38*(2), 173-195, Sage Publ., Newbury Park, CA.
101. Häkkinen, P. (2002). Internet-based learning environments for project-enhanced science learning, *Journal of Computer Assisted Learning, 18,* 233.
102. Halliday, M.A.K. (1978). Language as Social Semiotic: The Social Interpretation of Language and Meaning, Edward Arnold, London.
103. Halliday, M.A.K. (1985). An Introduction to Functional Grammar, Edward Arnold, London.
104. Hammersley, M. & Atkinson, P. (1983). Ethnography: principles in practice, Tavistock Pub., London.
105. Hammersley, M. (1984). The researcher exposed: a natural history, in Burgess, R.G. (ed.) The Research Process in Educational Settings: ten case studies, Lewes, Falmer Press.
106. Hammersley, M. and Woods, P. (1976). The Process of Schooling. Milton Keynes: Open University Press.

107. Hargreaves, D.J. (1997). Students' learning and assessment are inextricably linked. European *Journal of Engineering Education, 22*(4), 401-409.

108. Harris, J. (2002). Activity design assessments: an uncharacteristic consensus. *Learning and Leading with Technology, 27*(7), 42-50.

109. Haynes, C. (2002). Innovations in Interdisciplinary Teaching, American Council on Education, Oryx Press.

110. Heath, S.B. (1982). Ethnography in Education: defining the essentials. In: Gillmore, P; Glatthorn, A. (Ed.). Washington, DC: Center for Applied Linguistics, 35-55.

111. Howell, R.T. (2003). The Importance of the Project Method in Technology Education. *Journal of Industrial Teacher Education, 40*(3), 80-86.

112. Hoyles, C. (1992). Mathematics teaching and mathematics teachers: A meta-casestudy. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 32-44.

113. Huberman, M. (1989). The professional life cycle of teachers, *Teachers College Record, 91*, 31-57.

114. Humphreys, A., Post, T. & Ellis, A. (1981). Interdisciplinary Methods: A Thematic Approach. Santa Monica, CA: Goodyear Publishing Company.

115. Jacobs, H.H. (1989). Interdisciplinary Curriculum: Design and Implementation. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

116. Johnson, D.W. & Johnson, R.T. (1992). Positive interdependence: Key to effective cooperation, In Hertz-Lazarowitz R. & Miller N. (Eds.), Interaction in Cooperative groups, 174-199, Cambridge University Press.

117. Kaldi, S. (1999). Projects about the European Union in the Primary Classroom Environment: Cross-Cultural and Educational Case Studies. Unpublished PhD Thesis, Sussex University, England.

118. Kaldi, S., Filippatou, D. & Govaris, C. (forthcoming). Project-based learning in primary schools: effects on pupils' learning and attitudes. *Education 3-13*.

119. Katz, L.G. & Chard, S.C. (1999). Engaging children's minds: The project approach (2nd Ed.). Stamford, CT, Ablex Publishing.

120. Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges, *Educational Studies in Mathematics 46*(1–3), 187–228.

121. Kilpatrick, W.H. (1918). The Project Method. *Teachers Record College, 19,* 320-332.

122. Kilpatrick, W.H. (1925). Foundations of Method, New York: Macmillan.

123. Kleinfeld, J. (1992). Learning to think like a teacher: The study of cases. In J.H. Shulman (Ed.), Case methods in teacher education, 33-49. New York: Teachers College Press.
124. Knapp, M.S., Shields, P.M. & Turnbull, B.J. (1995). Academic Challenge in High-Poverty Classrooms, *Phi Delta Kappan, 76*(10), 770-776, Bloomington.
125. Knirk, F. (1991). Case Materials: Research and Practice. *Performance Improvement Quarterly, 4*(1), 73-81.
126. Knoll, M. (1997). The Project Method, *Journal of Industrial Teacher Education, 34*(3), 59-80.
127. Krajcik, J., Czerniak, C. & Berger, C. (1999). Teaching children science: A project based approach. Boston, McGraw-Hill College.
128. Kvale, S. (1996). InterViews. An introduction to qualitative research interviewing. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
129. Ladewig, B. (1987). The Effective Integration of Basic Competencies into an Applied Discipline. *Journal of Vocational Education Research, 12*(1), 11-19.
130. Lakatos, I. (1976). Proofs and Refutations, Cambridge University Press, Cambridge.
131. Lake, K. (1994). Integrated Curriculum. Close-Up #16. Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory.
132. Lambert, M. (1988). The teacher's role in reinventing the meaning of mathematical knowing in the classroom, article, Institute for Research on Teaching, Michigan State University. East Lansing, MI.
133. Lave, J. (1988). Cognition in practice. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
134. Lave, J. (1996). The practice of learning. In S.Chaiklin & J.Lave (Ed) Understanding practice. Perspectives on activity and context, 3-32. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
135. Lave, J. & Wenger, E. (1991). Situated learning. Legitimate peripheral participation. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
136. Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In Boaler, J. (Ed.), Multiple perspectives on mathematics teaching and learning, 19-44. Westport (USA): Ablex Publishing.
137. Levitan, C. (1991). The Effects of Enriching Science by Changing Language Arts from a Literature Base to a Science Literature Base on Below Average 6th Grade Readers. *Journal of High School Science Research, 2*(2), 20-25.
138. Lincoln, Y.S. & Guba, E.G. (1985). Naturalistic Inquiry. Newbury Park, CA: Sage Pub.
139. Linell, P. (1998). Approaching dialogue: Talk, interaction and contexts in dialogical perspectives. Amsterdam: John Benjamins.

140. Lipson, M., Valencia, S., Wixson, K. & Peters, C. (1993). Integration and Thematic Teaching: Integration to Improve Teaching and Learning. *Language Arts 70*(4), 252-264.
141. Lipson, J.G. (1994). Ethical issues in ethnography. In: J.M. Morse (Ed.) Critical Issues in Qualitative Research Methods, 333-355. Sage, Newbury Park, CA, USA.
142. Louden, W.R. (1989). Understanding teaching: meaning and method on collaborative research, Unpublished doctoral dissertation, University of Toronto.
143. Lowery, V.N. (2002). Construction of teacher knowledge in context: preparing elementary teachers to teach mathematics and science. *School Science and Mathematics, 102*(2), 68-83.
144. Luhman, N. (1968). Zweck-Herrschaft-System.Grundbegriffe und Pramissen Max Webers, Mayntz, R. Burokratische Organization, Koln, Berlin.
145. Ma, L. (1999). Knowing and Teaching Elementary Mathematics, Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
146. MacArthur, C.A., Ferretti, R.P. & Okolo, C.M. (2002). On Defending Controversial Viewpoints: Debates of Sixth Graders About the Desirability of Early 20th-Century American Immigration. *Learning Disabilities Research and Practice, 17*(3), 160-172.
147. MacIver, D. (1990). Meeting the Need of Young Adolescents: Advisory Groups, Interdisciplinary Teaching Teams, and School Transition Programs. *Phi Delta Kappan, 71*(6), 458-465. John Hopkins University Center for Research on Elementary and Middle Schools.
148. McLeod, D. B. & McLeod, S. H. (2002). Synthesis - Beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching, and research. In G.C. Leder, E.Pehkonen, & G.Torner (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 115–123). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
149. Malecki, C. (1990). Teaching Whole Science in a Departmentalized Elementary Setting. *Childhood Education, 66*(4), 232-237.
150. Mansfield, B. (1989). Students' Perceptions of an Integrated Unit: A Case Study. *Social Studies, 80*(4), 135-140.
151. Markham, Th., Larmer, J. & Ravitz, J. (2003). Project Based Learning Handbook, Buck Institute for Education, California.
152. Marková, I. & Foppa, K. (1990). The dynamics of dialogue. Hemel Hempstead: Harvester Wheatsheaf.
153. Markus, M. (1991). Education 2000 Integrated Curriculum. *Phi Delta Kappan, 72*(10),797.
154. Martinez, R. (1992). Sparking Interest in Academics: Welding Class Helps Students Improve English, Math Grades. *The Vocational Education Journal, 67*(8), 34-37.

155. McGrath, D. (2002). Getting Started with Project-Based Learning. *Learning and Leading with Technology, 30*(3), 42-50.
156. Merriam, S.B. (1988). Case Study Research in Education: A Qualitative Approach. Jossey Bass Inc., San Francisco, CA.
157. Merseth, K.K. (1991). The Case for Cases in Teacher Education. RIE. 42p. (ERIC).
158. Miles, M.B. & Huberman A.M. (1984). Qualitative Data Analysis: A Sourcebook of New Methods. Newbury Park, CA: Sage.
159. Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994). Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook, 2nd Edition, Thousand Oaks, CA: Sage.
160. Moreira, C. (1992). Teachers' attitudes towards mathematics and mathematics teaching: perspectives across two countries, 15th PME conference, Vol. 3. Proceedings. p.17-24, Assisi.
161. Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 219-245.
162. Morgan, C. (2007). Multiple perspectives on language and Mathematics: introduction and post-script. The papers presented and the discussions of the Working Group 8, on Language and Mathematics at CERME5. In Pitta – Pantazi, D. & Philippou, G. (Eds.), Proceedings of CERME 2007, 1094-1097, Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Larnaca, Cyprus.
163. Morsund, D. (2002). Project-based learning: Using Information Technology, 2nd ed., ISTE.
164. National Council of Teachers of Mathematics, N.C.T.M. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
165. National Research Council, NRC. (1999). How people learn. Brain, Mind, Experience and School. Committee on Developments in the Science of Learning, Washington, DC: National Academy Press.
166. National Research Council, NRC. (2000). How People Learn: Bridging Research and Practice, Washington, DC: National Academy Press.
167. National Research Council, NRC. (2002). Learning and Understanding: Improving Advanced Study of Mathematics & Science in U.S. High schools, Washington: National Academy Press.
168. Needham, N. (1993). Radical Restructuring: Changing School Culture. *NEA Today, 11*(8), 15.
169. Newmann, F.M. Marks H.M. and Gamoran A. (1996). Authentic Pedagogy and Student Performance, *American Journal of Education, 104*(4), 280-312, The University of Chicago Press.
170. Noss, R. & Hoyles C. (1996). Windows on Mathematical Meanings, Learning Cultures and Computers. Mathematics Education Library, Vol. 17, Kluwer Academic Publishers, Boston.

171. Novick, R. (1996). Developmentally Appropriate and Culturally Responsive Education: Theory in Practice, Northwest Regional Educational Laboratory Program Report, 1-104, Portland, Oregon.
172. Oberg, A. & Underwood, S. (1992). Facilitating teacher self development. In A. Hargreaves & M. Fullan (Eds.). Understanding teacher development, 162-177. London: Cassell.
173. O'Connor, M.C. (1998). Can we trace the "efficacy of social constructivism". *Review of research in education*, *23*(1), 25-71.
174. Okolo, C.M. & Ferretti, R.P. (2000). Preparing future citizens: Technology-supported project-based learning in the social studies. Cuban, L. & Woodward, J. (Eds) Implementing technology in special education: implications for curriculum, professional development, and managing change. CA, Corwin Press, 47-60.
175. Oster, L. (1993). Sub-Saharan Africa: An Interdisciplinary Curriculum Unit. *English Journal, 82*(4), 24-28.
176. Palmer, J. (1991). Planning Wheels Turn Curriculum Around. *Educational Leadership, 49*(2), 57-60.
177. Pappas, C. (1993). Focus on Research: Collaborating with Teachers Developing Integrated Language Arts Programs in Urban Schools. *Language Arts, 70*(4), 297-303.
178. Paquette, C. (1985). Pédagogie ouverte et autodéveloppement. Laval, Editions NHP.
179. Paré, A. (1977). Créativité et pédagogie ouverte. Laval, Editions NHP.
180. Patterson, D.N. & Norwood, S.K. (2004). A case study of teacher beliefs on students' beliefs about multiple representations. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2*, 5-23.
181. Patton, M.Q. (1990). Qualitative evaluation and research methods. (2nd ed.) Newbury Park, CA: Sage.
182. Patton, M.Q. (2001). Qualitative research and evaluation methods. (2nd ed.) London: Thousand oaks, Sage Publications.
183. Perkins, D. N. (1991). Educating for Insight. *Educational Leadership, 49*(2), 4-8.
184. Perkkilä, P. & Aarnos, E. (2007). Children's Talk about Mathematics and Mathematical Talk. University of Jyväskylä. Kokkola University Consortium Chydenius.
185. Piaget, J. (1965). The Child's Conception of Number, The Norton Library, New York.
186. Ponte, J.P. & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers knowledge and practices. In A.Gutierrez & P.Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future (pp. 461-494). Rotterdam: Sense.

187. Preiss, V. (2004). Classroom talk: On the establishement of a rythm of discourse and its content. Paper presented the MERG seminar. Agder University College, Norway.
188. Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis, *Educational Studies in Mathematics 42*(3), 237–268.
189. Reed, E.W. (1998). Projects and Activities: A Means, Not an End, American Educator, Winter 1997-1998, American Federation of Teachers, Washington DC.
190. Reeder, E. (2003). Measuring what counts: Memorization versus understanding. Edutopia, The George Lucas Educational Foundation. Available from: http://glef.org.
191. Reigeluth, C.M. (1999). (Ed.). Instructional-Design Theories and Models: A New Paradigm of Instructional Theory, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.
192. Resnick, L.B. (1987). Education and learning to think. National Research Council (U.S.): Committee on Research in Mathematics, Science & Technology Education, National Academy Press, Washington D.C.
193. Reyhner J. & Davison D.M. (1992). Improving Mathematics And Science Instruction For LEP Middle And High School Students Through Language Activities, Third National Research Symposium On Limited English Proficient Student Issues: Focus On Middle And High School Issues, 2, 549-578, Washington DC: U.S. Department of Education.
194. Richards, J. (1991). Mathematical discussions. In E. von Glaserfeld (Ed.), Constructivism in mathematics education (pp.13-51), Dordrecht: Kluwer.
195. Rieber, L.P., Smith, L. & Noah, D. (1998). The value of serious play, *Educational Technology*, *38*(6), 29-37.
196. Rodriguez, A.J. & Kitchen, R.S. (2005). Preparing Mathematics and Science Teachers for Diverse Classrooms: Promising Strategies for Transformative Pedagogy. Lawrence Erlbaum associates N.J.
197. Rogers, C. (1969). Freedom to Learn. Columbus, OH, Merrill.
198. Roth, W.M. & Bowen, G.M. (1995). Knowing and Interacting: A Study of Culture, Practices, and Resources in a Grade 8 Open-Inquiry Science Classroom Guided by a Cognitive Apprenticeship Metaphor, by Lawrence Erlbaum Associates Inc., London.
199. Rotman, Br. (1993). Ad Infinitum: The Ghost in Turing's Machine: Taking God Out of Mathematics and Putting the Body Back In, Stanford: Stanford University Press.
200. Sacks, H., Schegloff, E.A. & Jefferson, G. (1974). A Simplest Systematics for the Organisation of Turn-Taking for Conversation, in *Language*, *50*:696–735.
201. S´aenz-Ludlow, A. (2004). Metaphor and numerical diagrams in the arithmetical activity of a fourth-grade class, *Journal for Research in Mathematics Education 35*(1), 34–56.

202. Schmidt, W. (1983). Curriculum Integration: Its Use in Language Arts Instruction. Research Series Number 140. East Lansing, MI: Institute for Research on Teaching.
203. Schneider, D. & Synteta, P. (2005). Conception and implementation of rich pedagogical scenarios through collaborative portal sites, (ICOOL) International Conference on Open and Online Learning, 2003 & Colloque de Guéret 2003 selected papers, a University of Mauritius publication, under the auspices of the UNESCO.
204. Selvini-Palazzoli, M., Boscolo, L., Cecchin, G. & Prata, G. (1978). Paradox and Counterparadox: A New Model in the Therapy of the Family in Schizophrenic Transaction. New York: Jason Aronson.
205. Senk, S.L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher, 78*, 448-456.
206. Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being - or how mathematical discourse and mathematical objects create each other, in P.Cobb, E.Yackel & K.McClain (eds) Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ, pp. 37–98.
207. Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning, *Educational Studies in Mathematics 46*(1–3), 13–57.
208. Shoemaker, B. (1989). Integrative Education: A Curriculum for the Twenty-First Century. Oregon School Study Council 33/2.
209. Shoemaker, B. (1991). Education 2000 integrated curriculum. *Phi Delta Kappan*, *72*, 793-797.
210. Shulman, J.H. (1992). Case methods in teacher education (pp. 1-30). New York: Teachers College Press.
211. Silver, H.F., Strong, R.W., Perini, M.J. (2000). So Each May Learn: Integrating Learning Styles and Multiple Intelligences, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria.
212. Skemp, R. (1973). Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Arithmetic Teacher, 40*, 122-124.
213. Skott, J. (2009). Contextualising the notion of 'belief enactment', *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(1), 27–46.
214. Solomon, G. (2003). Project-Based Learning:a Primer. *Technology & Learning*, *23*(6), 20-30.
215. Somekh, B. (1983). Triangulation methods in action: A practical example. Cambridge: *Cambridge Journal of Education 13*(2), 31-37.

216. Somekh, B. (1992). The experience of innovation, paper at the conference of the British Educational Research Association at Stirling.
217. Spiegel, D. (1990). Materials for Integrating Science and Social Studies with the Language Arts. *The Reading Teacher 44*(2), 162-166.
218. Stake, R.E. (1995). The art of case study research. Thousand Oaks, CA: Sage.
219. Steinbring, H., Bartolini Bussi, M.G. & Sierpinska, A. (eds) (1998). Language and Communication in the Mathematics Classroom, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.
220. Stevenson, P.R. (1914). Increasing ability of pupils to solve arithmetic problems. *Educational Research Bulletin III*, p.270, Columbus OH: The Ohio State University.
221. Strauss, A. & Corbin, J. (1990). Basics of Qualitative Research: Grounded Theory, Procedures and Techniques. Newbury Park, CA: Sage Publications.
222. Tall, D. (1977). Cognitive Conflict and the Learning of Mathematics. First Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Utrecht.
223. Tew, M.L. (2000). Changing Teachers to Tutors/Mentors/Learning Facilitators. From One-To-Many to One-To-One Transformation. Creating Learning Communities: Models, Resources, and New Ways of Thinking about Teaching and Learning. Foundation for Educational Renewal.
224. Thaller, E. (1994). Bibliography for the Case Method: Using Case Studies in Teacher Education. 37 p. RIE.
225. Thiessen, D. (1989). Alternative perspectives on teacher development, *Journal of Education Policy, 4*, 289-295.
226. Thomas, J.W. (2000). A review of Research on Project-Based Learning, PhD Thesis, San Rafael University, California, USA.
227. Thompson, A.G. (1992). Teacher’s beliefs and conceptions: A synthesis of the research, In Grows d. (Ed.), Handbook of research of Mathematics teaching and learning, 127-146.
228. Townsend, D. & Butt, R.L. (1990). Collaborative autobiography, action research and professional development, AERA, Boston.
229. Treffers, A. (1987). Three dimensions. A model of goal and theory description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
230. Triadafillidis, Tr.A. (1998). Dominant Epistemologies in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics, 18*(2), 21-27, FLM Publishing Association, Alberta.

231. U.S. Department of Education (USDE) (2000). Before It's Too Late: A Report to the Nation from the National Commission of Mathematics and Science Teaching for the 21st Century (the Glenn Report), Washington, DC: USDE.
232. Valero, P. (2009). Mathematics education as a network of social practices. In Durand-Guerrier,V., Soury-Lavergne, S. & Arzarello, F.(Eds.), Proceedings of CERME 2009, Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Lyon, France.
233. Van Der Stuyf, R.R. (2002). Scaffolding as a Teaching Strategy. Retrieved September 17, 2007, from http://66.102.1.104/scholar.
234. Van Merriënboer, J.G. & Pass, F. (2003). Powerful learning and the many faces of instructional design: Toward a framework for the design of powerful learning environments, in De Corte, Verschaffel, Entwistle and van Merriënboer (Eds), Powerful Learning Environments: Unraveling Basic Components and Dimensions, Pergamon, 3-20, Amsterdam.
235. Vars, G. (1965). A Bibliography of Research on the Effectiveness of Block-Time Programs. Ithica, NY: Junior High School Project, Cornell University.
236. Vars, G. (1987). Interdisciplinary Teaching in the Middle Grades: Why and How. Columbus, OH: National Middle School Association.
237. Vulliamy, G. (1990). The Potential of Qualitative Educational Research Strategies in Developing Countries. In: Graham Vulliamy, K.M. Lewis and D. Stephens, ed., Doing Educational Research in Developing Countries: Qualitative Strategies (7-25). London: The Falmer Press.
238. Vye, N. (1990). The Effects of Anchored Instruction for Teaching Social Studies: Enhancing Comprehension of Setting Information. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA.
239. Vygotsky, L.S. (1978). Mind in Society; The development of Higher Psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.
240. Wagner, D. & Eisenmann, B.H. (2008). “Just don’t”: The suppression and invitation of dialogue in the mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics 67*(2), 143-157.
241. Waites, B. (1993). Targets in the Twilight Zone. *Times Educational Supplement 40*(6): 31.
242. Watkins, B. (1990). In Non-traditional, Interdisciplinary Study at Columbia College, Artists Get a Chance to Broaden Their Horizons, Hone Creativity. *The Chronicle of Higher Education 37*(3), 17.
243. Weinberg, A., Harding, C. (2004). Interdisciplinary Teaching and Collaboration in Higher Education: A Concept Whose Time Has Come, *Journal of Law & Policy*, 14-25, Washington University.

244. Westerberg, J. & Whiting, J. (1992). Popcorn: An Explosive Mixture of General Mathematics and General Science. *Mathematics Teacher 85*(4), 306-309.
245. Whitehead, A.N. (1948). The Aims of Education and Other Essays, New American Library, New York.
246. Wiggins, G. & McTighe, J. (2005). Understanding by Design, Expanded 2nd Edition, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, VA 22311-1714 USA.
247. Willett, L. (1992). The Efficacy of Using the Visual Arts to Teach Math and Reading Concepts. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
248. Williams, D. (1991). A Naturalistic Study of Unified Studies: A Holistic High School Program. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
249. Williams, G. (1987). The Case Method: An Approach to Teaching and Learning in Educational Administration. RIE, 31p.
250. Willis, P. (1977). Learning to Labour: how working class kids get working class jobs, Saxon House: Farnborough.
251. Wilson, B. and Lowry, M. (2001). Constructivist learning on the Web, in L. Burge (Ed.), Learning Technologies : Reflective and Strategic Thinking, San Francisco.
252. Wilson, S. & Cooney, T. (2002). Mathematics teacher change and development. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Torner (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 127–147), Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
253. Wilson, S. (1979). Explorations of the usefulness of case study evaluations, *Evaluation Quarterly, vol. 3*, 446-459.
254. Wurdinger, S. & Rudolph, J. (2009). A different type of success: teaching important life skills through project based learning, *Improving Schools*, *12*(2), 115-129, Sage Publ., Newbury Park, CA.
255. Wurdinger, S., Haar, J., Hugg R. & Bezon J. (2007). A qualitative study using project-based learning in a mainstream middle school, *Improving Schools*, *10*(2), 150-161, Sage Publ., Newbury Park, CA.
256. Yin, K.R. (1994). Case study Research. Design and Methods. (2nd Ed). London: Sage Publ.
257. Zack, V., Graves, B. (2001). Making Mathematical Meaning through Dialogue: Once You Think of It, the Z Minus Three Seems Pretty Weird, *Educational Studies in Mathematics 46*, *1*(3), 229-271.

Β. ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

258. Αλαχιώτης, Σ. (2001). Οδηγός για την Εφαρμογή της Ευέλικτης Ζώνης - Βιβλίο για το Δάσκαλο, σ. 5-7, Αθήνα: έκδοση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου (Π.Ι.).
259. Αλαχιώτης, Σ. (2002). Η Ευέλικτη Ζώνη του σχολείου, *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, τ.6*: Ειδικό αφιέρωμα στην Ευέλικτη Ζώνη, σ. 5-14, Αθήνα: έκδοση του Π.Ι.
260. Altrichter, H., Posch, P., Somekh, B. (2001). Οι εκπαιδευτικοί ερευνούν το έργο τους: Μια Εισαγωγή στις Μεθόδους της Έρευνας Δράσης, Αθήνα: Μεταίχμιο.
261. Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών & Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης (Δ.Ε.Π.Π.Σ.), Τόμος Α΄. (2003). Αθήνα: ΥΠΕΠΘ & Π.Ι.
262. Elliott, J. (2002). Τι είναι η εφαρμοσμένη έρευνα στην εκπαίδευση; Στο Γ.Ε. Μπαγάκης (Επιμ.), Ο εκπαιδευτικός ως ερευνητής, σ. 23-42, Αθήνα: Μεταίχμιο.
263. Frey, K. (1986). Η μέθοδος Project. Μια μορφή συλλογικής εργασίας στο σχολείο. Θεωρία και Πράξη, Θεσσαλονίκη: εκδόσεις Κυριακίδη.
264. Hargreaves, A., Fullan, M. (1995). Η Εξέλιξη των εκπαιδευτικών, Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
265. Θεοφιλίδης, Χ. (1997). Διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας, Αθήνα: Γρηγόρης.
266. Καλαβάσης, Φρ., Κινικλής, Ι., Γιαλαμάς Β. (1992). Μορφή και Περιεχόμενο των Σχολικών βιβλίων των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, Πρακτικά 9ου Συνεδρίου Ε.Μ.Ε., σ.181-196.
267. Καλδή, Σ. (2008). Η διδακτική μέθοδος project στη σχολική τάξη: χαρακτηριστικά και τρόποι διεξαγωγής στο πλαίσιο της μαθητοκεντρικής διδασκαλίας, *Επιστήμες Αγωγής, Τεύχος 4*, σ.91-104, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο: Ε.ΔΙΑ.Μ.ΜΕ.
268. Καλδρυμίδου, Μ. (2003). Το δραματικό παιχνίδι ως μέσο για την προσέγγιση των αναπαραστάσεων των γεωμετρικών σχημάτων, στο Γαγάτσης Α. & Ηλία Ι. (επιμ.) Οι Αναπαραστάσεις και τα γεωμετρικά μοντέλα στη Μάθηση των Μαθητικών, (Τόμος ΙΙ) Λευκωσία: Intercollege Press 117-126.
269. Κανάκης, Ι. (2001). Η Μαθητική Εργασία σε Μικρές Ομάδες, το Σχέδιο Δράσης και η Εφαρμογή του στο Ελληνικό Σχολείο, στο Δ. Χατζηδήμου (επιμ.), Παιδαγωγική και Εκπαίδευση. Θεσσαλονίκη: Κυριακίδης.
270. Κατσαρού, Ε. & Τσάφος, Β. (2003). Από την Έρευνα στη Διδασκαλία. Η εκπαιδευτική έρευνα δράσης. Αθήνα: Σαββάλας.
271. Καφούση, Σ. (1994). Το Λάθος στη Μάθηση και Διδασκαλία των Αριθμητικών Πράξεων, *Ευκλείδης Γ΄, 11*(39), σ.41-57, Ε.Μ.Ε, Αθήνα.
272. Κοσσυβάκη, Φ. (1997). Κριτική επικοινωνιακή διδασκαλία. Αθήνα: Gutenberg.

273. Κοσσυβάκη, Φ. (2003). Εναλλακτική Διδακτική. Αθήνα: Gutenberg.
274. Κοταρίνου, Π. & Σταθοπούλου, Χ. (2009). Ο άνθρωπος που μετρούσε την άμμο: ένα διαθεματικό project για μια ενοποιητική διδασκαλία διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων στο Λύκειο. Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπουρδή, & Ξ. Φεσάκης (Επιμ.). Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές, σ. 781-792. Πρακτικά 3ου Συνεδρίου ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ., Ρόδος, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
275. Κούσουλας, Φ. (2005). Η επίδραση της διαθεματικής διδασκαλίας στην αποκλίνουσα δημιουργική έκφραση των μαθητών του Δημοτικού Σχολείου, σσ. 111-119. Πρακτικά Ε΄ Πανελλήνιου Συνεδρίου με διεθνή συμμετοχή (Β΄ τόμος). Αθήνα: Κέντρο Έρευνας, Επιστήμης και Εκπαίδευσης (ΚΕΕΕ).
276. Κωσταρίδου - Ευκλείδη, Α. (1997). Ψυχολογία της Σκέψης, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
277. Λαζαρίδης, Ι. (2005). Διερεύνηση απόψεων και πρακτικών ενός δασκάλου σε διαθεματικές προσεγγίσεις με βάση τα μαθηματικά: πιλοτική ερευνητική εργασία. Στο Χ. Κυνηγός (Επιμ.). Η Διδακτική Μαθηματικών ως Πεδίο Έρευνας στην Κοινωνία της Γνώσης, σ. 513-523. Πρακτικά 1ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ), Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
278. Λαζαρίδης, Ι. (2007). Τελικά τα μαθηματικά διδάσκονται ως ανθρώπινη δραστηριότητα; Μια μεταφορά-παραβολή μεταξύ διαδικασιών διερεύνησης συνταγών και μαθηματικών προβλημάτων. Χ. Σακονίδης & Δ. Δεσλή (Επιμ.). Τυπικά και Άτυπα Μαθηματικά: Χαρακτηριστικά, Σχέσεις, και Αλληλεπιδράσεις στο Πλαίσιο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, σ. 336-346. Πρακτικά 2ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ), Αλεξανδρούπολη, Εκδόσεις Τυπωθήτω - Γιώργος Δάρδανος.
279. Λαζαρίδης, Ι. (2009). Εξέλιξη των απόψεων και πρακτικών μιας δασκάλας σε διαθεματικές προσεγγίσεις με βάση τα μαθηματικά. Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπουρδή, & Ξ. Φεσάκης (Επιμ.). Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές, σ. 781-792. Πρακτικά 3ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ), Ρόδος, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
280. Λαζαρίδης, Ι. & Τριανταφυλλίδης, Τρ. (2010). Διδακτικές πρακτικές δυο δασκάλων σε διαθεματικές προσεγγίσεις με βάση τα μαθηματικά και στοιχεία φυσικής. Δ. Χασάπης (Επιμ.). Μαθηματικά και Φυσικές επιστήμες στην εκπαίδευση, σ. 199-220. 8ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα, Ηλεκτρονική Έκδοση.

281. Ματσαγγούρας, Η.Γ. (1997). Θεωρία και πράξη της διδασκαλίας. Τόμος Β΄, Στρατηγικές διδασκαλίας: από την πληροφόρηση στην κριτική σκέψη, Αθήνα: Gutenberg.

282. Ματσαγγούρας, Η.Γ. (2000). Ομαδοσυνεργατική Διδασκαλία και Μάθηση, Αθήνα: Γρηγόρης.

283. Ματσαγγούρας, Η.Γ. (2002α). Η Ευέλικτη Ζώνη των καινοτομιών: Διαθεματικές Δραστηριότητες και Σχέδια Εργασίας, Οδηγός Σχεδίων Εργασίας για τον εκπαιδευτικό, σ. 11-17, Αθήνα: Έκδοση Π.Ι.

284. Ματσαγγούρας, Η.Γ. (2002β). Η Διαθεματικότητα στη σχολική γνώση: εννοιοκεντρική αναπλαισίωση και σχέδια εργασίας. Αθήνα: Γρηγόρης.

285. Μπούφη, Α. (1995). Μια προσπάθεια αλλαγής του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο, *Μαθηματική επιθεώρηση τ. 43*, σ. 49-65, Ε.Μ.Ε. Αθήνα.

286. Παναγάκος, Ι. (2002). Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία και κοινωνικοσυναισθηματική ανάπτυξη των μαθητών κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, τ.6*: Ειδικό αφιέρωμα στην Ευέλικτη Ζώνη, σ. 80-90, Αθήνα: έκδοση του Π.Ι.

287. Πατρώνης, Τ. & Γιωτοπούλου, Ο. (1993). Ένας “Διδακτικός” Πυγμαλίωνας, *Ευκλείδης Γ΄, 10*(38), σ. 48-68, Ε.Μ.Ε., Αθήνα.

288. Πηγιάκη, Π. (1994). Εθνογραφία: Η Μελέτη της Ανθρώπινης Διάστασης στην Κοινωνική και Παιδαγωγική Έρευνα, Αθήνα: Γρηγόρης.

289. Polya, G. (1991). Πώς να το λύσω, («How to Solve it»), Αθήνα: εκδόσεις Καρδαμίτσα.

290. Ράπτης, Αρ., Ράπτη, Αθ. (2000). Πληροφορική και Εκπαίδευση, Αθήνα, αυτοέκδοση.

291. Streefland, I. (2000). Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, Εισαγωγή - Επιμέλεια: Ε. Κολέζα, Αθήνα: εκδ. Leader Books.

292. Σακονίδης, Χ. (2008). Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: Μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση. Στο Δραγώνα, Θ. & Φραγκουδάκη, Α. (Επιμ.), Πρόσθεση όχι αφαίρεση, πολλαπλασιασμός όχι διαίρεση, σελ. 289-325. Αθήνα: Μεταίχμιο.

293. Τζεκάκη, Μ. & Δεληγιωργάκος, Ι. (2000). Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκαλία των μαθηματικών. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-ΚΕΕ.

294. Τριανταφυλλίδης, Τ.Α. (1998). «Ιστορίες του Καλού Θεού»: Προς Έναν Επαναπροσδιορισμό της Σχέσης των Μαθηματικών με Άλλα Σχολικά Μαθήματα. *Ουτοπία, 29,* 81-89.

295. Van de Walle, J. (2005). Επιμέλεια: Τρ. Τριανταφυλλίδης. Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική διδασκαλία. Αθήνα: Τυπωθήτω - Γ. Δάρδανος.

296. Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2001). Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των Μαθηματικών. Αθήνα: Ατραπός.

297. Χατζηκυριάκου, Κ. (2001). Ένα μοντέλο διεπιστημονικής διδασκαλίας: Λογική και Γεωμετρία, Πρακτικά 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Διδακτικής των Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση, σ. 290-295, Θεσσαλονίκη.

298. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. (2001). Μαθηματικά, Πλάτωνας, Πληροφορική, Αισθητική και Κυκλοφοριακή Αγωγή: ένα ενδεικτικό σχέδιο εργασίας Μαθηματικών στην Ευέλικτη Ζώνη του Δημοτικού και στη Ζώνη Καινοτόμων Δράσεων του Γυμνασίου, στο Τσολακίδης Κ., (επιμ.), Πρακτικά Συνεδρίου. Η Πληροφορική στην Εκπαίδευση. Τεχνικές, Εφαρμογές, Κατάρτιση Εκπαιδευτικών, σ. 315–334, Π.Τ.Δ.Ε., Ρόδος.

299. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. (2002). Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) των Μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση, *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, τ.7*: Ειδικό αφιέρωμα στη Διαθεματικότητα, σ. 81-101, Αθήνα: έκδοση του Π.Ι.

300. Χρυσαφίδης, Κ. (1998). Βιωματική - επικοινωνιακή διδασκαλία: Η εισαγωγή της μεθόδου project στο σχολείο, Αθήνα: Gutenberg.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Δεδομένα κυρίως από την πιλοτική έρευνα - πρώτη μελέτη περίπτωσης, μερικά από τα οποία, π.χ. ερωτηματολόγια προς συμπλήρωση, ισχύουν και για τις άλλες τρεις μελέτες περίπτωσης.

Α.1. Φυλλάδιο 8 σελίδων για τα «Θέματα Διατροφής» και φύλλο εργασίας.

Α.2. Ενδεικτική εργασία μαθητών στην 4η σελίδα του φυλλαδίου και ενδεικτική εργασία μαθητών με κατασκευή ραβδογράμματος και κατασκευή – επίλυση προβλημάτων.

Α.3. Ενδεικτική εργασία μαθητών στην 7η σελίδα του φυλλαδίου, με συμπλήρωση για τρεις ημέρες στο: «Ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης».

Α.4. Ενδεικτικά εικαστικά έργα ζωγραφικής των μαθητών στα «Θέματα Διατροφής».

Α.5. Ενδεικτικές εργασίες μαθητών στο φύλλο εργασίας με τίτλο: «Χρόνος Σωματικής Άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές».

Α.6. Ερωτηματολόγιο δασκάλου προς συμπλήρωση και ερωτηματολόγιο απαντημένο.

Α.7. Ερωτηματολόγιο μαθητών προς συμπλήρωση και ενδεικτικό ερωτηματολόγιο απαντημένο.

ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΚΑΡΠΕΝΗΣΙΟΥ

ΤΑΞΗ Δ'

ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ

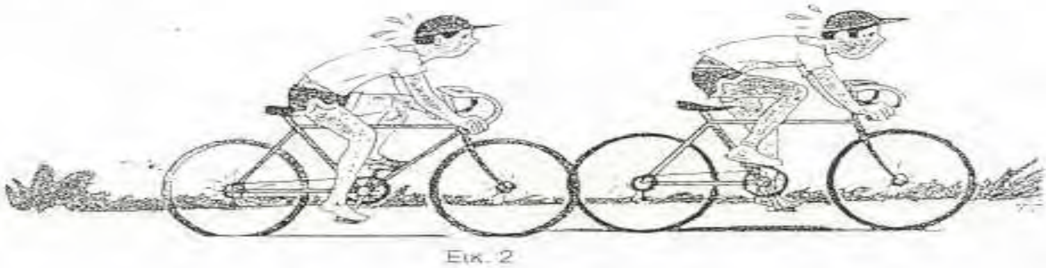
α. Πηγές ενέργειας

Χρειάζεσαι **ενέργεια** για να τρέχεις, να μιλάς, να γράφεις.

▲ Από πού παίρνεις την ενέργεια αυτή;

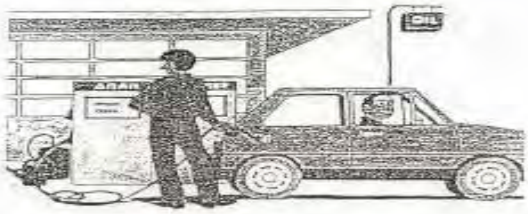
Και όταν αθλείσαι καταναλώνεις ενέργεια.

Εικ. 1



Εικ. 2

• Τα αυτοκίνητα χρειάζονται ενέργεια για να κινηθούν.



Εικ. 3

Παχυσαρκία

Ίσως η λέξη από μόνη της να μη μας φοβίζει· αλλά είναι γεγονός αναμφισβήτητο ότι σήμερα θεωρείται αρρώστια και πολλοί κίνδυνοι προκύπτουν απ' αυτή.

Η μόδα, η αισθητική και η ιατρική μας έχουν επιβάλει – ευτυχώς – για μια υγιεινή διατροφή. Και η καταναλωτική μας κοινωνία, που υποφέρει από υπερσιτισμό, προσπαθεί να την καταπολεμήσει.

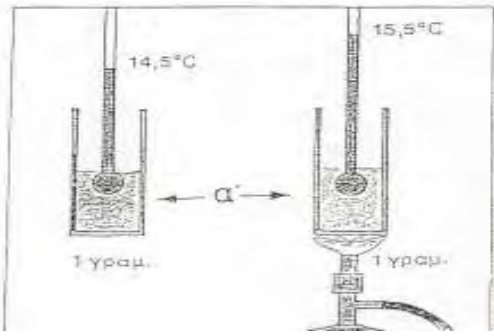
Αλλά γιατί παχαίνουμε;

Γιατί φυσικά τρώμε πολύ, είναι η αυθόρμητη απάντηση. Όλοι ξέρουμε ότι το ανθρώπινο σώμα μοιάζει κάπως σαν τη μηχανή του αυτοκινήτου. Για να τρέξει, πρέπει να εφοδιαστεί με καύσιμη ύλη, δηλαδή βενζίνη... τροφή. Έτσι κι ο οργανισμός του ανθρώπου για να κινηθεί χρειάζεται καύσιμη ύλη... τροφή.

Η παγίδα των θερμίδων

Η τροφή δίνει ενέργεια για να γίνουν οι διάφορες εργασίες. Αυτή η ενέργεια μετριέται με τις θερμίδες. Όταν δεν υπάρχει τροφή δεν υπάρχει ενέργεια. Οτιδήποτε και να κάνουμε χρειαζόμαστε ενέργεια. Ακόμα και όταν κοιμόμαστε. Ο ανθρώπινος οργανισμός για να μας ειδοποιήσει ότι χρειάζεται ενέργεια-θερμίδες, μεταχειρίζεται την πείνα. Και τότε... τρώμε!

Η ποσότητα της τροφής - θερμίδας που χρειάζεται κάθε άνθρωπος, εξαρτάται από το αν είναι άντρας ή γυναίκα, ψηλός ή κοντός, αν εργάζεται πολύ, λίγο ή καθόλου. Πολλές φορές όμως, τρώμε περισσότερο απ' ό,τι ο οργανισμός μας χρειάζεται για να εργαστεί. Αυτή η επί πλέον τροφή στιβάζεται με μορφή λίπους και τα κιλά αυξάνονται.



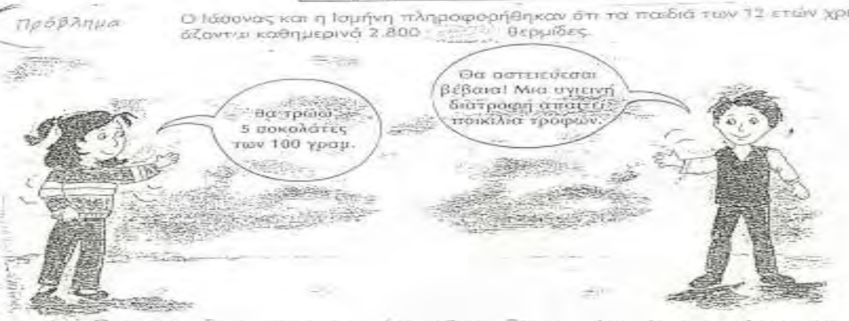
● Έμαθες ότι οι τροφές περιέχουν ενέργεια. Αυτή την ενέργεια τη μετράμε σε θερμίδες.

Σε θερμίδες ακόμα μετράμε και τη θερμότητα που απορροφούν ή που αποδίδουν τα σώματα.

«Μια θερμίδα» είναι η θερμότητα που χρειάζεται για να ανυψωθεί η θερμοκρασία ενός γραμμαρίου νερού κατά ένα βαθμό Κελσίου (εικ. 4, δοχεία α).

100 γραμ. τροφής	Ενέργεια σε θερμίδες
γάλα	65
βούτυρο	740
φρέσκα βερίκοκα	25
βρασμένο αυγό	140
τηγανητές πατάτες	253
μακαρόνια	117
σοκολάτα γάλακτος	529
τυρί φέτα	245
ψωμί	210
χοιρινό κρέας	670
ντομάτα	14

Πρόβλημα Ο Ιάσονας και η Ισμήνη πληροφορήθηκαν ότι τα παιδιά των 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2.800 θερμίδες.



Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγες απ' αυτές που υπάρχουν στον προηγούμενο πίνακα, ώστε να καλύψεις τις ανάγκες σου σε ενέργεια για μία ημέρα;

ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΤΗΣ ΣΩΣΤΗΣ ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ

* Τρώγε πάντα σε ευχάριστο περιβάλλον.
* Παίρνε πάντα πρωινό.
* Τρώγε ποικιλία τροφίμων.
* Τρώγε περισσότερα φρούτα και λαχανικά.
* Απόφυγε τη ζάχαρη και τα γλυκά.
* Απόφυγε τα αναψυκτικά που περιέχουν ζάχαρη.
* Απόφυγε το πολύ αλάτι και τα αλμυρά.

* Ελάττωσε το κόκκινο κρέας και αντικατέστησέ το με κοτόπουλο και ψάρι.
* Απόφυγε τα ζωικά λίπη και προτίμησε το ελαιόλαδο.
* Διατήρησε την ισορροπία μεταξύ των θερμίδων που προσλαμβάνεις και των θερμίδων που ξοδεύεις σε ημερήσια βάση, ώστε να διατηρείς το βάρος σου.

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΩ ΓΙΑ ΤΗ ΣΩΜΑΤΙΚΗ ΜΟΥ ΑΣΚΗΣΗ

Με τη σωματική άσκηση πετυχαίνω

* Καλή φυσική κατάσταση
* Καλή σωματική ανάπτυξη
* Δραστήριο τρόπο ζωής

Σωματικό Βάρος

Όταν δεν γυμνάζεσαι αρκετά
και είτε παίρνεις με το φαγητό σου
παραπάνω θερμίδες από όσες χρειάζεσαι,
είτε δεν ξοδεύεις αυτές που παίρνεις,
το βάρος σου αυξάνεται.

Το αυξημένο βάρος
μπορεί να δημιουργήσει πολλά προβλήματα στην υγεία.

Για να διατηρήσεις κανονικό το βάρος σου
πρέπει να υπάρχει ισορροπία
ανάμεσα στις θερμίδες που παίρνεις με το φαγητό σου
και στις θερμίδες που ξοδεύεις, σε καθημερινή βάση.

* Απαιτούμενος χρόνος άσκησης για την κατανάλωση ορισμένων τροφίμων

Τρόφιμα	Γρήγορο περπάτημα (λεπτά)	Γυμναστική (λεπτά)	Ποδόσφαιρο μπάσκετ (λεπτά)
1 χάμπουργκερ	96	68	48
1 σακουλάκι τσιπς (100gr)	96	68	48
1 σοκολάτα με φουντούκια (100gr)	156	111	78
1 κομμάτι πίτσα	96	68	48
1 μερίδα κοτόπουλο με πατάτες φούρνου	115	82	57
1 μερίδα ψάρι ψητό με βραστά λαχανικά	72	51	36
1 μήλο	21	15	10
1 ποτήρι γάλα και 1,5% λιπαρά	30	21	15
1 φέτα ψωμί	32	23	16

ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ ΚΑΙ ΣΩΜΑΤΙΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Το ημερολόγιο αυτό θα σε βοηθήσει να καταλάβεις τι *τρως ακριβώς* και πόσο *κινείσαι* και *γυμνάζεσαι* κάθε μέρα.

Σημείωσε *ακριβώς* οτιδήποτε τρως και σε ποια ποσότητα κάθε μέρα, χωρίς να παραλείπεις το παραμικρό. Σημείωσε ακριβώς πόσο κινείσαι κάθε μέρα, δηλαδή πόση ώρα περπατάς, πόση ώρα παίζεις παιχνίδια έξω, μπάσκετ, ποδόσφαιρο, κάνεις γυμναστική κά.

	Τι τρώω	Πόσο κινούμαι και γυμνάζομαι
1η μέρα		
2η μέρα		
3η μέρα		

Πόσες θερμίδες καίμε; Δείτε τι μπορείτε να κάνετε σε 10 λεπτά μόνο!

Σωματική άσκηση	Περπάτημα 	Ποδηλασία 	Πατινάζ 	Σχοινάκι 	Τρέξιμο 
Αντίστοιχες θερμίδες που καίγονται σε 10 λεπτά	25	40	50	60	80

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

	Περπάτημα	Ποδηλασία	Πατινάζ	Σχοινάκι	Τρέξιμο
12-15 πατατάκια(**150cal**)					
μπισκότο σοκολάτας(**55cal**)					
μια φέτα κέικ καρότου(**240cal**)					
μια μερίδα(μπάλα) παγωτού σοκολάτα(**300cal**)					
15νιφάδες(1φλυτζάνι) ποπ-κορν(**120cal**)					
μεγάλο ποτήρι(10 oz) αναψυκτικού(**110cal**)					
μια μερίδα λουκουμάδες(**280cal**)					
100γρ. σοκολάτα γάλακτος(**600cal**)					

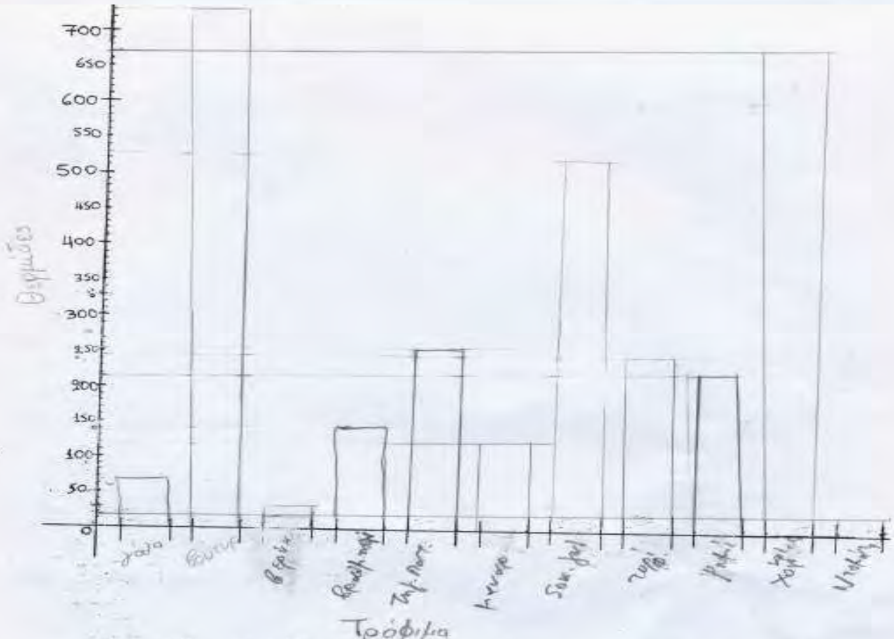
100 γραμ. τροφής	Ενέργεια σε θερμίδες
γάλα	65
βούτυρο	740
φρέσκα βερύκοκα	25
βρασμένο αυγό	140
τηγανητές πατάτες	253
μακαρόνια	117
σοκολάτα γάλακτος	529
τυρί φέτα	245
ψωμί	218
χοιρινό κρέας	670
ντομάτα	14

Πρόβλημα Ο Ιάσονας και η Ισμήνη πληροφορήθηκαν ότι τα παιδιά των 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2.800 θερμίδες.

Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγες απ' αυτές που υπάρχουν στον προηγούμενο πίνακα, ώστε να καλύψεις τις ανάγκες σου σε ενέργεια για μία ημέρα;

200 γρ. γάλα 130 Θ. — 130
50 γρ. βούτυρο 370 Θ. — 370
200 γρ. τηγανητές 506 Θ. — 506
200 γρ. χοιρ. κρέας 1240 Θ. — 1240
100 γρ. σοκ. γάλακ. 529 Θ. — 529
100 γρ. βερίκοκα 25 Θ. — + 25

2800



Σε κάθε ομάδα, με τα στοιχεία του προηγούμενου πίνακα και της γραφικής παράστασης, διατυπώστε ένα δικό σας πρόβλημα και λύστε το.

Πρόβλημα: Έφτιαξα ένα σάντουιτς με ντομάτα, τυρί και ψωμί. Πόσες θερμίδες θα πάρω;

$$\begin{array}{r} 14 \\ 245 \\ +218 \\ \hline 477 \end{array}$$

Απ. Θα πάρω 477 θερμίδες.

ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ ΚΑΙ ΣΩΜΑΤΙΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Το ημερολόγιο αυτό θα σε βοηθήσει να καταλάβεις τι *τρως ακριβώς* και πόσο *κινείσαι* και *γυμνάζεσαι* κάθε μέρα.

Σημείωσε *ακριβώς* οτιδήποτε τρως και σε ποια ποσότητα κάθε μέρα, χωρίς να παραλείπεις το παραμικρό. Σημείωσε ακριβώς πόσο κινείσαι κάθε μέρα, δηλαδή πόση ώρα περπατάς, πόση ώρα παίζεις παιχνίδια έξω, μπάσκετ, ποδόσφαιρο, κάνεις γυμναστική κά.

	Τι τρώω	Πόσο κινούμαι και γυμνάζομαι
1η μέρα Παρασκευή	Πρωί 140 βρασμένο αυγό, 137 γάλα, 210 ψωμί. Χυμό πορτοκάλι παιδικό... μεσημέρι 670 χοιρινό κρέας, ντομάτα, 245 τυρί φέτα 522 σοκολάτα γάλακτος. μήλο Βράδυ ... μακαρόνια, βούτυρο, φρέσκα βερ... 263 κόκα, τηγανητές πατάτες.	Πρωί ποδήλατο = 2ώρες 480 τρέξιμο 1ώρα 480 μεσημέρι περπάτημα 350 ποδόσφαιρο 2ώρες
2η μέρα Σάββατο	125 γάλα, 218 Πρωί ψωμί, 140 βούτυρο. χυμό μεσημέρι ... τηγανητές πατάτες, 245 τυρί φέτα, 24 ντομάτα Βράδυ γάλα = 155 60 παστίτσιο κατσαρίνη	Πρωί τρέξιμο 60 λ. Ποδηλασία 60λ. ποδόσφαιρο 1ώρα μεσημέρι περπάτημα 60 λ. τρέξιμο 1ώρα περπάτημα 60 λ
3η μέρα Κυριακή	Πρωί 140 βρασμένο αυγό, 218 ψωμί χυμό πορτοκάλι ... μεσημέρι μακαρόνια, τυρί φέτα, τηγανητές πατάτες βράδυ χοιρινό κρέας, ντομάτα, βούτυρο φρέσκο βερίκοκα	Πρωί ποδήλατο 1ώρα τρέξιμο 60λ. περπάτημα 1ώρα ποδόσφαιρο 2ώρες μεσημέρι περπάτημα ποδήλατο 1ώρα τρέξιμο, περπάτημα 60λ.

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

	Περπάτημα	Ποδηλασία	Πατινάζ	Σχοινάκι	Τρέξιμο
12-15 πατατάκια(**150cal**)					
μπισκότο σοκολάτας(**55cal**)	35 λ.	15 λ.	11 λ.	9 λ. 10 δ.	8 λ.
μια φέτα κέικ καρότου(**240cal**)					
μια μερίδα(μπάλα) παγωτού σοκολάτα(**300cal**)	120 λ.	75 λ.	60 λ.	50 λ.	40 λ.
15νιφάδες(1φλυτζάνι) ποπ-κορν(**120cal**)					
μεγάλο ποτήρι(10 oz) αναψυκτικού(**110cal**)					
μια μερίδα λουκουμάδες(**280cal**)					
100γρ. σοκολάτα γάλακτος(**600cal**)	240 λ. ή 4ώ. 150 λ.				

10 λ. 25 θ.
20 λ. 50 θ.
30 λ. 75 θ.
40 λ. 100 θ.
50 λ. 125 θ.
60 λ. 150 θ.
70 λ. 175 θ.
80 λ. 200 θ.
90 λ. 225 θ.
100 λ. 250 θ.
110 λ. 275 θ.
120 λ. 300 θ.

10 λ. 40 θ.
20 λ. 80 θ.
30 λ. 120 θ.
40 λ. 160 θ.
50 λ. 200 θ.
60 λ. 240 θ.
70 λ. 280 θ.
75 λ. 300 θ.

10 λ. 50 θ.
20 λ. 100 θ.
30 λ. 150 θ.
40 λ. 200 θ.
50 λ. 250 θ.
60 λ. 300 θ.

10 λ. 60 θ.
20 λ. 120 θ.
30 λ. 180 θ.
40 λ. 240 θ.
50 λ. 300 θ.

5 λ. 40 θ.
8 λ. 50 θ.

6 λ. 360 θ.
7 λ. 420 θ.
8 λ. 480 θ.
9 λ. 540 θ.

10 λ. 80 θ.
20 λ. 160 θ.
30 λ. 220 θ.
40 λ. 300 θ.

10 λ. 25 θ.
20 λ. 50 θ.
25 λ. 35 θ.

10 λ. 40 θ.
15 λ. 55 θ.

10 λ. 30 θ.
15 λ. 55 θ.

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

Ομάδα Β. Παναγιώτας, Θανάσης, Νίκος

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

	Περπάτημα	Ποδηλασία	Πατινάζ	Σχοινάκι	Τρέξιμο
12-15 πατατάκια(**150cal**)	60 λ	38 λ	30 λ	25 λ	18 3/4
μπισκότο σοκολάτας(**55cal**)					
μια φέτα κέικ καρότου(**240cal**)					
μια μερίδα(μπάλα) παγωτού σοκολάτα(**300cal**)					
15νιφάδες(1φλυτζάνι) ποπ-κορν(**120cal**)					
μεγάλο ποτήρι(10 oz) αναψυκτικού(**110cal**)					
μια μερίδα λουκουμάδες(**280cal**)					
100γρ. σοκολάτα γάλακτος(**600cal**)	230 λ				

10 λ 25 θ.
20 λ 50
30 λ 75
40 λ 100
50 λ 125
60 λ 150

10 λ 40 θ.
20 λ 80
30 λ 120
38 λ 150

10 λ 50 θ.
20 λ. 100
30 λ 150

10 λ 60 θ.
20 λ. 120
25 λ. 150

10 λ 80 θ.
20 λ 160

5 λ 40 θ.
10+5 = 15 λ 120 θ.
2,5 λ 20 θ.
17 2/4 λ 140 θ.
1 1/4 10 θ.
18 3/4 λ 150 θ.

Ερωτηματολόγιο

- Πώς θα χαρακτηρίζατε αυτή τη διδακτική εμπειρία;

- Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;

- Αποκομίσατε κάτι, εσείς ως δάσκαλος-α, απ' την όλη προσέγγιση κι αν «ναι» τι είναι αυτό;

- Εσείς που γνωρίζετε καλύτερα τους μαθητές σας, διαπιστώσατε κάποια αλλαγή στη στάση τους όσον αφορά την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά;

- Θα θέλατε στο μέλλον να επαναληφθεί η συνεργασία μας σε πιο μακροπρόθεσμη βάση;

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου

- Πώς θα χαρακτηρίζατε αυτή τη διδ/κή εμπειρία;

Είναι μια άλλη προσέγγιση του μαθήματος των μαθηματικών έξω από την παραδοσιακή και οι μαθητές χωρίς να το καταλάβουν φτάνουν στο «γνωστικό θέμα» της ενότητας που θέλουμε να διδαχθεί. Τα παιδιά δουλεύουν σε ομάδες όπου η ομάδα βοηθάει τον καθένα και όλοι μαζί την ομάδα.

- Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;

Δε νομίζω ότι υπάρχουν αρνητικά σημεία. Το μάθημα των μαθηματικών συνδέθηκε και με άλλα μαθήματα, άλλους γνωστικούς τομείς και με την πραγματικότητα. Με τις διάφορες δραστηριότητες έγινε διαφορετικό και ευχάριστο.
Απαιτείται βέβαια κατάλληλη προετοιμασία από τον δάσκαλο. Σύνταξη φύλλων εργασιών κτλ.
Στην αρχή φάνηκε μια κάποια δυσκολία στο να μπορέσουν να δουλέψουν ομαδικά και επικράτησε το ατομικό στοιχείο.
Αυτό που ίσως φαντάζει δύσκολο είναι να προβλέψουμε τη χρονική διάρκεια που θα χρειαστεί για την υλοποίηση του προγράμματος.

- Αποκομίσατε κάτι, εσείς ως δάσκαλος, απ᾽την όλη προσέγγιση κι αν «ναι» τι είναι αυτό;

Φυσικά αποκόμισα. Ήταν μια εμπειρία όπου μέσα από διαφορετική προσέγγιση απ' την παραδοσιακή η τάξη εργαζόμενη ομαδοσυνεργατικά έφτασε στη σωστή λύση των προβλημάτων και το επιθυμητό αποτέλεσμα.

- Εσείς που γνωρίζετε καλύτερα τους μαθητές σας, διαπιστώσατε κάποια αλλαγή στη στάση τους όσον αφορά την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά;

Είδα ότι με την προσέγγιση αυτή οι μαθητές προβληματίζονταν όλοι. Έλεγε ο καθένας τη σκέψη του, πρότεινε μια λύση, έλεγε ο άλλος τη γνώμη του πάνω σ' αυτή τη σκέψη. Όταν βρίσκονταν μια λύση και τέλος η σωστή υπήρχε πραγματικός ενθουσιασμός.

- Θα θέλατε στο μέλλον να επαναληφθεί η συνεργασία μας σε πιο μακροπρόθεσμη βάση;

Θα ήθελα να επαναληφθεί η συνεργασία μας και στο μέλλον για υλοποίηση παρόμοιων προγραμμάτων καινοτόμων.

<u>Ερωτηματολόγιο</u>

- Σας άρεσε η ενότητα «Θέματα Διατροφής» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;

- Τι θυμάστε πιο πολύ;

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα , νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω:Γλώσσα, Μαθηματικά,ΜελέτηΠεριβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Χημεία, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;

<u>Ερωτηματολόγιο</u>

- Σας άρεσε η ενότητα «Θέματα Διατροφής» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;

Μου άρεσε.Γιάτι έκανα μαθηματικά και ζωγραφική

- Τι θυμάστε πιο πολύ;

Θυμάμαι αυτό μετις κολόνες

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;

Ήταν σαν παιχνίδι.

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα , νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω:<u>Γλώσσα</u>, <u>Μαθηματικά</u>,<u>ΜελέτηΠεριβάλλοντος</u>, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, <u>Φυσική</u>, <u>Χημεία</u>, <u>Τεχνικά</u>.

- Θα θέλατε να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;

Ναι

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Δεδομένα από τη δεύτερη μελέτη περίπτωσης, μερικά από τα οποία, π.χ. ερωτηματολόγια προς συμπλήρωση, ισχύουν και για την τέταρτη μελέτη περίπτωσης.

Β.1. Από τα βιβλία του Π.Ι. για την Ε.Ζ., παραθέτουμε ένα κείμενο του Καββαθά που αναφέρεται στην «Κυκλοφοριακή Αγωγή» και προτεινόμενες διαθεματικές δραστηριότητες για την Ε.Ζ.

Β.2. Δεκασέλιδο φυλλάδιο με τίτλο «Διάφορα είδη λόγων».

Β.3. Ερωτηματολόγιο δασκάλας αρ.1. κενό κι ερωτηματολόγιο δασκαλας Π.Μ. αρ.1. απαντημένο.

Β.4. Φωτογραφίες από τη μέτρηση ταχύτητας παιδιών στο προαύλιο.

Β.5. Φυλλάδιο με προβλήματα ταχύτητας και φυλλάδιο με τίτλο «Οδική Σήμανση» που μοίρασε η δασκάλα. Φυλλάδιο με πληροφορίες & τίτλο «Τροχαία Ατυχήματα» που έφερε μια μαθήτρια.

Β.6. Φωτογραφίες από την κατασκευή με καλαμάκια σχημάτων όπως των πινακίδων σήμανσης.

Β.7. Εκθέσεις με τίτλο «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου».

Β.8. Εγκύκλιοι του ΥΠΕΠΘ και της Τροχαίας για την «Κυκλοφοριακή Αγωγή».

Β.9. Ενδεικτικές εργασίες παιδιών στο φυλλάδιο «Διάφορα είδη λόγων».

Β.10. Ερωτηματολόγιο δασκάλας Π.Μ. αρ.2 απαντημένο.

Β.11. Ενδεικτικά ερωτηματολόγια μαθητών απαντημένα.

Κώστα Καββαθά
Δημοσιογράφου,
Διευθυντή του περιοδικού
«4 Τροχοί»

Λίγη ιστορία

Μια φορά κι έναν καιρό ήταν ένα αγόρι που πήγαινε στην Έκτη Δημοτικού. Το σχολείο ήταν κοντά σε μια πολύβουη λεωφόρο. Στη λεωφόρο περνούσαν εκατοντάδες αυτοκίνητα και μοτοσικλέτες. Το αγόρι τα έβλεπε και ονειρευόταν ότι, κάποια μέρα, θα είχε κι αυτό ένα αυτοκίνητο που θα το οδηγούσε μέχρι την άκρη της γης.

Όταν τελείωνε το μάθημα και ο καιρός ήταν καλός, το αγόρι και τρεις φίλοι από την τάξη του, που κι αυτοί ήθελαν να οδηγήσουν ένα αυτοκίνητο στην άκρη της γης, κάθονταν στα σκαλάκια ενός ωραίου σπιτιού δίπλα στη λεωφόρο και παρατηρούσαν την κίνηση. Βλέπετε, εκείνη την εποχή, τα αυτοκίνητα ήταν λίγα με αποτέλεσμα να κάνουν εντύπωση σε μικρούς και μεγάλους.

Τα κορίτσια που περνούσαν γελούσαν με τα καμώματα των συμμαθητών τους, αλλά εκείνοι δεν έδιναν σημασία. Στην τελευταία σελίδα του τετραδίου τους έγραφαν τις μάρκες των αυτοκινήτων που περνούσαν. Όποιο παιδί ήξερε περισσότερες, κέρδιζε ένα αυτοκόλλητο ή μια εικόνα ποδοσφαιριστή. Έτσι περνούσε η ώρα και, όταν έπεφτε το σκοτάδι, τα παιδιά γύριζαν στο σπίτι για διάβασμα ή παιχνίδι, ανάλογα με την ημέρα.

Όμως, τα χρόνια πέρασαν, τα παιδιά μεγάλωσαν και έκαναν οικογένειες! Τώρα τα παιδιά είναι δύσκολο να καθίσουν στο πλάι ενός πολυσύχναστου δρόμου κι αυτό γιατί τα αυτοκίνητα έγιναν πλέον τόσο πολλά, ώστε δεν υπάρχει χώρος ούτε στο πεζοδρόμιο, για να περπατήσουν.

Η αύξηση του αριθμού των αυτοκινήτων **άλλαξε και την εικόνα των πόλεων όχι μόνο στην Ελλάδα αλλά και σε όλο τον κόσμο.** Κι αυτό γιατί, όπως οι προηγούμενοι αιώνες ήταν οι αιώνες της άμαξας και του αλόγου, ο 20ός και ο 21ος αιώνας είναι οι αιώνες της αυτοκίνησης. Πιο απλά, μέχρι οι επιστήμονες και οι μηχανικοί να ανακαλύψουν ένα νέο μέσο, για να πηγαίνουμε από το ένα σημείο στο άλλο τη στιγμή που θέλουμε, με τον τρόπο που θέλουμε, το επιβατικό αυτοκίνητο είναι το μοναδικό μέσο που προσφέρει ελευθερία στις επιλογές μας.

Τα τελευταία χρόνια όμως, ιδιαίτερα στις πόλεις, αυτή η ελευθερία κινδυνεύει να γίνει «φυλακή» για οδηγούς και πεζούς. Με δεδομένη την κακή κοινωνική συμπεριφορά και την αδιαφορία των περισσότερων Ελλήνων που σταθμεύουν τα αυτοκίνητά τους όπου βρουν, αδιαφορώντας αν μπορούν να περάσουν οι πεζοί, τα λεωφορεία, τα νοσοκομειακά ή οι πυροσβεστικές αντλίες, η ποιότητα ζωής στις πόλεις έχει αλλάξει δραματικά.

Το κυκλοφοριακό και η ρύπανση της ατμόσφαιρας από τις εξατμίσεις εκατοντάδων χιλιάδων αυτοκινήτων παλαιάς τεχνολογίας άλλαξαν και την **ποιότητα** του αέρα που αναπνέουμε, με αποτέλεσμα να εμφανιστεί το «νέφος» που δεν είναι τίποτε άλλο από μια συγκέντρωση δηλητηριωδών αερίων, που οι επιστήμονες αποκαλούν «αέρια του θερμοκηπίου». Εδώ πρέπει να πούμε ότι για την επιδείνωση της ποιότητας της ατμόσφαιρας υπεύθυνα δεν είναι μόνο τα αυτοκίνητα αλλά και οι βιοτεχνικές και βιομηχανικές δραστηριότητες, οι κεντρικές θερμάνσεις και, γενικά, καθετί που εκλύει στην ατμόσφαιρα ρυπαντές.

Τα τελευταία δέκα χρόνια η ρύπανση της ατμόσφαιρας, ιδιαίτερα στην Αθήνα, έχει υποχωρήσει σημαντικά και αυτό οφείλεται κυρίως στη χρήση των καταλυτών στα αυτοκίνητα, που δεν είναι παρά ειδικές παγίδες οι οποίες κατακρατούν ή αλλάζουν τη σύνθεση των ρυπαντών, με αποτέλεσμα η ποιότητα του αέρα που αναπνέουμε να έχει βελτιωθεί κατά 27%. Σημαντικό ρόλο έπαιξαν και, όσο περνάει ο καιρός, θα παίζουν ακόμα μεγαλύτερο τα Μέσα Μαζικής Μεταφοράς όπως το

ΚΥΚΛΟ-
ΦΟΡΙΑΚΗ
ΑΓΩΓΗ

μετρό, το τραμ, ο περιαστικός σιδηρόδρομος αλλά και η κατασκευή νέων, σύγχρονων δρόμων, οι οποίοι, διευκολύνοντας την κυκλοφορία των οχημάτων, τα κάνουν να εκλύουν λιγότερους ρυπαντές από τους κινητήρες τους. Σε δέκα με δεκαπέντε χρόνια τα Μέσα Μαζικής Μεταφοράς που θα αναπτυχθούν στις πόλεις της Ελλάδας θα προσφέρουν στους κατοίκους τους τη δυνατότητα να πάνε από το ένα σημείο στο άλλο χωρίς να χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν το αυτοκίνητό τους, όπως γίνεται στις περισσότερες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Η κατάσταση σήμερα

Όπως είπαμε πιο πάνω, η εξάπλωση της χρήσης του επιβατικού αυτοκινήτου μπορεί να πρόσφερε μία ανεπανάληπτη αίσθηση ελευθερίας, έφερε όμως κι ένα άλλο, σοβαρό πρόβλημα: τα τροχαία ατυχήματα. Όλα τα παιδιά, ακόμα και οι μαθητές της Έκτης Δημοτικού που ετοιμάζονται να πάνε στο Γυμνάσιο, πρέπει να γνωρίζουν μερικά θλιβερά στοιχεία που δείχνουν το μέγεθος του προβλήματος των τροχαίων ατυχημάτων.

Έτσι...

- Τα τελευταία τριάντα χρόνια τα ατυχήματα στην Ελλάδα αυξήθηκαν κατά 105%.
- Στο ίδιο διάστημα στις χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης τα ατυχήματα μειώθηκαν κατά 32%.
- Κάθε χρόνο 2.500 Έλληνες χάνουν τη ζωή τους στην άσφαλτο και 35.000 τραυματίζονται σοβαρά.
- Ένα στα τέσσερα θύματα τροχαίων, δηλαδή ποσοστό 25%, είναι πεζός.
- Το αντίστοιχο ποσοστό στη Σουηδία, στη Γερμανία και στην Αμερική είναι μόνο 12% με 13%.
- Το κόστος της απώλειας τόσων ανθρώπων στην Ελλάδα (αν και η ανθρώπινη ζωή δεν μπορεί να κοστολογηθεί) ξεπερνάει το 1 τρισεκατομμύριο δραχμές!
- Στο σύνολο των χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης το κόστος ξεπερνάει τα 100 τρισεκατομμύρια δραχμές!

- Ο ένας στους δέκα Έλληνες θα χάσει τη ζωή του 40 χρόνια πριν από την ηλικία που προβλέπουν οι στατιστικές.
- Ο ένας στους τρεις Έλληνες θα μπει τουλάχιστον μία φορά στη ζωή του στο νοσοκομείο εξαιτίας ενός τροχαίου.
- Το 95% των ατυχημάτων θα μπορούσε να είχε αποφευχθεί, αν οδηγοί και πεζοί πρόσεχαν περισσότερο στους δρόμους και αν η Πολιτεία είχε φροντίσει να απαλείψει τις πάμπολλες παγίδες που υπάρχουν για οδηγούς και πεζούς.

Τι πρέπει να προσέχουμε στο δρόμο

Για όλους τους παραπάνω λόγους, όταν πηγαίνουμε στο **σχολείο** ή στο **σπίτι** ενός φίλου χωρίς τη συνοδεία των γονέων, πρέπει να **προσέχουμε περισσότερο από τους μεγάλους**. Επειδή τα παιδιά της Έκτης Δημοτικού είναι ακόμα «μικρά», καλύπτονται εύκολα από τον όγκο των σταθμευμένων οχημάτων, με αποτέλεσμα **να μη διακρίνονται** ακόμα και από τον πιο προσεκτικό και πεπειραμένο οδηγό. Προσοχή απαιτείται ακόμα και όταν διασχίζουμε το δρόμο στις **διαβάσεις πεζών**, γιατί υπάρχουν πολλοί οδηγοί που **δεν προσέχουν** τους άλλους.

Αν θέλουμε να διασχίσουμε το δρόμο σε σημείο που **δεν υπάρχει διάβαση πεζών**, κοιτάμε δεξιά, για να βεβαιωθούμε ότι δεν έρχεται κανένα αυτοκίνητο ή μοτοσικλέτα. Αν η κίνηση είναι μεγάλη και κανείς δε σταματάει, ζητάμε τη βοήθεια ενός μεγάλου.

Ποτέ και για **κανένα λόγο** δε βαδίζουμε στο κατάστρωμα της οδού, όσο μικρή και αν είναι η κίνηση. Υπάρχει πάντα ο κίνδυνος κάποιος να μη μας δει, ακριβώς επειδή το ύψος μας είναι «μικρό»!

Μαθαίνοντας να ζούμε με το αυτοκίνητο

Επειδή όλες σχεδόν οι ελληνικές οικογένειες διαθέτουν αυτοκίνητο, φυσικό είναι τα παιδιά να έχουν κάνει πολλές μετακινήσεις, εκδρομές ή και ταξίδια. Το **πρώτο πράγμα** που πρέπει να κάνουμε μόλις καθίσουμε δίπλα στον πατέρα ή στη μητέρα ή στο πίσω κάθισμα **είναι να φορέσουμε τη ζώνη ασφαλείας**, ακόμα κι αν η απόσταση που θα διανύσουμε είναι μικρή. Μία από τις αιτίες που υπάρχουν τόσες χιλιάδες θύματα από τροχαία είναι ότι **μόνο επτά στους εκατό** Έλληνες φοράνε ζώνη! Ένα παιδί που θέλει να ζήσει και να μεγαλώσει σε μια **πολιτισμένη χώρα** και επιθυμεί να συμβάλει στη μείωση των τροχαίων ατυχημάτων πρέπει να **απαιτεί από τους γονείς του να φοράνε ζώνη ασφαλείας αμέσως μόλις μπουν στο αυτοκίνητο**.

Ένα φαινόμενο που υποβιβάζει τον πολιτισμό μας είναι και εκείνο της **κακής κυκλοφοριακής αγωγής** των **περισσότερων** Ελλήνων οδηγών. Όταν πάτε για ψώνια στο κέντρο της πόλης ή στο σουπερμάρκετ, θα έχετε προσέξει ότι πολλοί σταθμεύουν τα αυτοκίνητά τους σε **διπλή** ή **τριπλή** σειρά, **εμποδίζοντας** έτσι όχι μόνο **τη διάβαση των πεζών** αλλά και το πέρασμα των οχημάτων πρώτης ανάγκης, όπως είναι τα **νοσοκομειακά** και τα **πυροσβεστικά.** Δεν υπάρχει χειρότερη συμπεριφορά από το να εμποδίζεις την κίνηση οχημάτων που μεταφέρουν **επιβάτες** ή **ασθενείς** που **κινδυνεύουν** να **πεθάνουν,** αν δε μεταφερθούν γρήγορα στο νοσοκομείο, ή πυροσβεστικών αντλιών που σπεύδουν να σβήσουν μια πυρκαγιά.

Μπορεί τα παιδιά της Έκτης Δημοτικού να μην είναι σε θέση (ακόμα!) να οδηγήσουν, σίγουρα όμως μπορούν να συμβάλουν στη βελτίωση των συνθηκών κυκλοφορίας. Πώς; Πρώτα με το να μην ενοχλούν τον πατέρα ή τη μητέρα, όταν οδηγούν. Οι σημερινές συνθήκες κυκλοφορίας απαιτούν από τον ή την οδηγό μεγάλη προσοχή και αυτοσυγκέντρωση.

Πολλά (κακομαθημένα) παιδιά έχουν μάθει να ανοίγουν το παράθυρο του αυτοκινήτου και να πετούν στο δρόμο τα άχρηστα αντικείμενα. Κανένα παιδί που σέβεται τον εαυτό του και το περιβάλλον δε ρυπαίνει τους δρόμους. Το αντίθετο μάλιστα, πρέπει να κάνει ό,τι μπορεί για να τους διατηρεί καθαρούς, αφού και η πόλη που ζει και μεγαλώνει είναι «σπίτι» του!

Οργανώστε μια μικρή έρευνα για τα τροχαία ατυχήματα. Αφού χωριστείτε σε ομάδες να ερευνήσετε στις εφημερίδες πόσα τροχαία ατυχήματα συμβαίνουν στην Ελλάδα μέσα σ' ένα Σαββατοκύριακο και με πόσα θύματα.

Με αφορμή τα στοιχεία για τα περιστατικά που συγκεντρώσατε, να συζητήσετε στην τάξη σας σχετικά με τα μέτρα που μπορούμε να πάρουμε, για να μειώσουμε το μεγάλο αριθμό των τροχαίων ατυχημάτων που συμβαίνουν στη χώρα μας.

Για να διασχίσεις με ασφάλεια το δρόμο[1]:

- ✔ Πρώτα **βρες ένα ασφαλές μέρος,** για να διασχίσεις το δρόμο (νησίδα ασφαλείας διάβαση με φανάρια).
- ✔ **Σταμάτησε στην άκρη του πεζοδρομίου.** Αν δεν υπάρχει πεζοδρόμιο, να στέκεσαι λίγο πιο έξω από το οδόστρωμα, αλλά σε σημείο απ' όπου να βλέπεις την κυκλοφορία.
- ✔ **Κοίταξε και άκουσε προσεκτικά γύρω σου** για κινούμενα οχήματα.
- ✔ Εάν έρχονται οχήματα, άφησέ τα να περάσουν. Κοίταξε πάλι γύρω σου και άκουσε.
- ✔ Όταν δεν υπάρχουν κοντά σου κινούμενα οχήματα, **διάσχισε κάθετα το δρόμο.**

Μην ξεχνάς:

- ✔ Ένα όχημα μπορεί να πλησιάσει πολύ γρήγορα.
- ✔ Μην τρέχεις, όταν διασχίζεις το δρόμο.
- ✔ Οι οδηγοί χρειάζονται αρκετό χρόνο, για να σε δουν και να σταματήσουν.
- ✔ Όταν ο δρόμος γλιστράει, τα οχήματα χρειάζονται περισσότερο χρόνο, για να μειώσουν την ταχύτητά τους.
- ✔ Να είσαι σίγουρος ότι ο χρόνος είναι αρκετός, ενώ διασχίζεις το δρόμο.
- ✔ Βάδιζε από την υπόγεια ή την υπέργεια διάβαση, όπου υπάρχει.
- ✔ Περπάτα πάντα πάνω στις γραμμές, σε όποιες διαβάσεις υπάρχουν.
- ✔ Χρησιμοποίησε τη διάβαση με σηματοδότη που ενεργοποιείται με κουμπί από τον πεζό (πεζοφάναρο) και βάδισε, όταν εμφανιστεί το πράσινο ανθρωπάκι, αφού βεβαιωθείς ότι η κυκλοφορία έχει σταματήσει.
- ✔ Σε μονόδρομο έλεγξε την πλευρά από όπου έρχονται τα οχήματα. Ποτέ μην ξεκινάς, πριν βεβαιωθείς ότι μπορείς να διασχίσεις με ασφάλεια όλες τις λωρίδες κυκλοφορίας.
- ✔ Να αποφεύγεις το πέρασμα ανάμεσα από σταθμευμένα οχήματα ή έλεγξε καλά, πριν το κάνεις.
- ✔ Όταν κατεβαίνεις από το λεωφορείο, να περιμένεις πρώτα να φύγει και μετά να διασχίσεις το δρόμο.
- ✔ Όταν περιμένεις το λεωφορείο, να στέκεσαι στο πεζοδρόμιο και όχι πάνω στο οδόστρωμα.
- ✔ Μη διασχίζεις τις ισόπεδες σιδηροδρομικές διαβάσεις, χωρίς να ελέγξεις. Σταμάτα πάντοτε πριν από τις γραμμές, όταν κατεβαίνει ή είναι ήδη κατεβασμένη η μπάρα. Μην παίζεις ποτέ πάνω στις γραμμές του τρένου.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΙΔΗ ΛΟΓΩΝ

Έχουμε δύο δέντρα το Α με ύψος 6μ. και το Β με ύψος 2μ. Ένας μαθητής συγκρίνει το ύψος των δέντρων και δηλώνει ότι το ύψος του Α δέντρου είναι τριπλάσιο από το ύψος του Β. Το πηλίκο 6:2 ή 6/2 λέγεται λόγος του ύψους του Α δέντρου προς το ύψος του Β δέντρου.

Λόγος ενός μεγέθους ή ποσού Α προς ένα μέγεθος ή ποσό Β σημαίνει το πηλίκο της διαίρεσης:

(Αριθμός που μετράει το ποσό Α) : (Αριθμός που μετράει το ποσό Β).

Όταν λέμε λοιπόν γενικά λόγο εννοούμε τη σχέση που εκφράζεται με τη διαίρεση δύο αριθμητικών ποσοτήτων. Αυτή η σχέση μας βοηθά να συγκρίνουμε τις ποσότητες αυτές. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο είδη λόγων:

α)Τους λόγους μέρος /μέρος και β)Τους λόγους μέρος /όλον.

Π.χ. σε μια ανθοδέσμη με 5 άσπρα και 7 κόκκινα τριαντάφυλλα, ο λόγος των άσπρων προς τα κόκκινα τριαντάφυλλα είναι 5/7. Αυτός είναι ένας λόγος μέρος /μέρος.

Στην ίδια ανθοδέσμη ο λόγος των άσπρων προς το σύνολο όλων των τριαντάφυλλων της ανθοδέσμης είναι 5/(5+7)=5/12. Αυτός είναι ένας λόγος μέρος /όλον.

<u>Άσκηση:</u> Στην τάξη σας υπάρχουν ….αγόρια και …..κορίτσια. Να βρείτε το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος των κοριτσιών. Τι είδους λόγος είναι αυτός;

……

……

Τώρα να βρείτε το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος όλων των παιδιών της τάξης. Τι είδους λόγος είναι αυτός;

……

……

Στην επόμενη σελίδα του φυλλαδίου μας θα ασχοληθούμε με ένα πλαίσιο δραστηριότητας κυκλοφοριακής αγωγής. Μετρώντας την ταχύτητα όλων των αυτοκινήτων που περνούν από ένα σημείο ελέγχου μιας πόλης, θα χρειαστεί να συγκρίνουμε τον αριθμό των αυτοκινήτων που υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, με τον αριθμό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο. Ο λόγος αυτός είναι ένας λόγος…………/…………… Στη συνέχεια θα χρειαστεί να συγκρίνουμε το πλήθος των αυτοκινήτων που υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, με το συνολικό αριθμό όλων των αυτοκινήτων (παραβατών και μη) που περνούν από το σημείο ελέγχου. Ο λόγος αυτός είναι ένας λόγος…………/……………

ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΑ ΓΡΗΓΟΡΑ

Η τοπική αστυνομία (τμήμα τροχαίας) ανησυχεί για τον αριθμό των οδηγών που τρέχουν υπερβολικά μες στην πόλη. Ύστερα από έρευνες έχει καταλήξει στα 4 χειρότερα σημεία της πόλης από πλευράς ταχύτητας των οδηγών. Το δημοτικό συμβούλιο συμφώνησε να βάλει φανάρια και πινακίδες (stop-παραχώρησης προτεραιότητας) με σκοπό να βελτιωθεί η κατάσταση και τα αυτοκίνητα να κυκλοφορούν πιο αργά. Όμως, το Δημοτικό Συμβούλιο έχει διαθέσιμα χρήματα στον προϋπολογισμό του, για να βάλει φανάρια και σήματα σε 1 μόνο απ' τα 4 σημεία. Γι' αυτό το Συμβούλιο ζήτησε απ' την αστυνομία να προσδιορίσει ποιο σημείο απ' τα τέσσερα της πόλης χρειάζεται περισσότερο τη σήμανση και τα φανάρια.

Με σκοπό να μετρήσει το επιτρεπτό πλήθος των οδηγών που ξεπερνούν το όριο ταχύτητας στα 4 αυτά σημεία της πόλης η αστυνομία εγκατέστησε ένα παράρτημα-σταθμό ελέγχου σε καθένα απ' τα σημεία για να μετρά και να καταγράφει τις ταχύτητες των αυτοκινήτων, για μία ώρα το πρωί. Οι αστυνομικοί θα μελετήσουν κατόπιν τα ευρήματά τους και θα συντάξουν μια αναφορά με τα συμπεράσματά τους προς το Δημοτικό Συμβούλιο.

Παρακάτω παρατίθεται ένας πίνακας που δείχνει τις μετρήσεις σε κάθε περιοχή.

Περιοχές	παραβάτες	Νόμιμοι οδηγοί
Περιοχή 1	11	15
Περιοχή 2	42	20
Περιοχή 3	30	29
Περιοχή 4	4	0

1.α. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα απ' τις 4 αυτές περιοχές της πόλης.

β. Κατά τη γνώμη σας, τι οφείλει η αστυνομία να αναφέρει στο Δημοτικό Συμβούλιο;

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2. Ας υποθέσουμε ότι η αστυνομία βρίσκει άλλο ένα σημείο της πόλης, όπου αφού μετρά, υπολογίζει ότι ο λόγος - η σχέση του αριθμού των παραβατών προς τον αριθμό των μη παραβατών είναι ένα προς τρία: 1:3. Αυτό το εύρημα θα αλλάξει την αναφορά της αστυνομίας προς το Δημοτικό Συμβούλιο; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Σε μια άλλη πόλη έβαλαν μια ηλεκτρονική πινακίδα στον κυριότερο αυτοκινητόδρομο, η οποία δείχνει συνεχώς το ποσοστό των αυτοκινήτων που περνούν απ' το σημείο της πινακίδας και δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας.

3.α) Γιατί νομίζετε ότι έβαλαν αυτή την πινακίδα σ' αυτή την πόλη και γιατί πιστεύετε ότι προτίμησαν να δείχνει η πινακίδα το ποσοστό των οδηγών που δεν είναι παραβάτες;

....

....

....

β) Πώς συνδέεται το ποσοστό με το λόγο;

....

....

γ) Κοιτάξτε την πινακίδα στην ανωτέρω εικόνα. Ας υποθέσουμε ότι το επόμενο αυτοκίνητο που περνά απ' το σημείο της πινακίδας υπερβαίνει το όριο ταχύτητας. Πώς αλλάζει το ποσοστό στην πινακίδα; Εξηγήστε την απάντησή σας.

....

....

....

4.α) Σύμφωνα με την πινακίδα, ποιο μέρος απ' το συνολικό αριθμό εκατό αυτοκινήτων ξεπερνά το όριο ταχύτητας;

....

....

β) Ας υποθέσουμε ότι συνολικά 300 αυτοκίνητα πέρασαν απ' την πινακίδα. Με δεδομένο το μέρος , που απαντήσατε στο προηγούμενο ερώτημα, ότι δείχνει τους παραβάτες, υπολογίστε τον αριθμό των αυτοκινήτων που ξεπερνούσαν το όριο ταχύτητας.

....

....

....

....

Ένα τηλεοπτικό κανάλι αναφέρθηκε στο πρόβλημα της υπερβολικής ταχύτητας στις ειδήσεις των οκτώ. Στο ρεπορτάζ δόθηκαν κάποια στατιστικά ευρήματα για να υπογραμμιστεί η σοβαρότητα της κατάστασης.

5.α. Μπορείτε να συμπεράνετε ότι πάνω απ' τα μισά αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα στο πέταλο του Μαλιακού; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

....

....

....

β. Ένα άλλο τηλεοπτικό κανάλι επέλεξε το ίδιο θέμα. Ο παρουσιαστής των ειδήσεων αυτού του καναλιού θέλει να περιγράψει την αναφορά της αστυνομίας για την ταχύτητα στο πέταλο του Μαλιακού, με τη μορφή ποσοστού. Τι ποσοστό μπορεί να χρησιμοποιήσει;

....

....

Το όριο ταχύτητας στο σημείο του αυτοκινητόδρομου, όπου είναι τοποθετημένη η ηλεκτρονική πινακίδα που αναφέρθηκε πριν, είναι 80 χμ την ώρα. Η ένδειξη της πινακίδας μηδενίζεται στις 6.00 π.μ. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι ταχύτητες των έξι πρώτων αυτοκινήτων που πέρασαν μετά τις 6.00 π.μ. το πρωί.

Αυτοκίνητο	Ώρα	Ταχύτητα (χμ/ώρα)
1	6:00π.μ.	75
2	6:02π.μ.	88
3	6:03π.μ.	80
4	6:05π.μ.	73
5	6:10π.μ.	78
6	6:12π.μ.	97

6. α. Ποιο είναι το ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, το οποίο έδειχνε η ηλεκτρονική πινακίδα στις 6:01 π.μ. και στις 6:04 π.μ.;

....

....

....

β. Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών;

....

....

....

....

....

Η ηλεκτρονική πινακίδα ρυθμίστηκε έτσι, ώστε τα στοιχεία της να αλλάζουν μόνο κάθε 10 λεπτά. Κάθε 10 λεπτά γίνονται ηλεκτρονικά υπολογισμοί και η ένδειξη του ποσοστού στην πινακίδα αλλάζει, αν έχει αλλάξει ο λόγος.

Ώρα	Αριθμός αυτοκινήτων που υπερβαίνουν τα όρια ταχύτητας	Αριθμός αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν τα όρια ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	3	1
6:10-6:20 π.μ.	8	12
6:20-6:30 π.μ.	9	24
6:30-6:40 π.μ.	11	39
6:40-6:50 π.μ.	42	58
6:50-7:00 π.μ.	38	162

Ας συζητήσουμε πώς πρέπει κατά τη γνώμη σας να υπολογίζεται η νέα ένδειξη. Υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι:

- Ο πρώτος τρόπος υπολογισμού είναι να χρησιμοποιούνται μόνο οι πληροφορίες χωριστά από κάθε δεκάλεπτο, για να υπολογιστεί το ποσοστό. Χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι ενδείξεις απ' τα προηγούμενα δεκάλεπτα.
- Ο δεύτερος τρόπος είναι να μηδενιστεί η ένδειξη στις 6:00 π.μ. και μετά να χρησιμοποιούνται όλες οι πληροφορίες από τις 6:00 π.μ. μέχρι την τρέχουσα χρονική στιγμή.

7.α. Ποιος απ' τους τρόπους υπολογισμού νομίζετε ότι είναι ο καλύτερος; Εξηγήστε γιατί διαλέξατε αυτόν τον τρόπο. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ως παράδειγμα τις πληροφορίες του παραπάνω πίνακα.

....

....

....

....

....

....

....

β. Με τις πληροφορίες του παραπάνω πίνακα, συμπληρώθηκαν οι παρακάτω δύο πίνακες, στον καθένα απ' τους οποίους έχουν υπολογιστεί με διαφορετικό τρόπο, ο λόγος και το ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας. Συμπληρώστε μόνοι σας τα κενά στους πίνακες.

❖ Υπολογισμός με τον πρώτο τρόπο

Ώρα	Λόγος των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας	Ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	1:4	25 %
6:10-6:20 π.μ.	12:20	… %
6:20-6:30 π.μ.	…	72 %
6:30-6:40 π.μ.	…	… %
6:40-6:50 π.μ.	…	58 %
6:50-7:00 π.μ.	162:200	… %

❖ Υπολογισμός με το δεύτερο τρόπο

Ώρα	Λόγος των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας	Ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	1:4	25 %
6:10-6:20 π.μ.	13:24	54 %
6:20-6:30 π.μ.	…	65 %
6:30-6:40 π.μ.	76:107	71 %
6:40-6:50 π.μ.	…	65 %
6:50-7:00 π.μ.	…	73 %

Σ' αυτή την ενότητα χρησιμοποιήσατε **2 διαφορετικά είδη λόγων**. Χρησιμοποιήσατε το λόγο του πλήθους των αυτοκινήτων με υπερβολική ταχύτητα προς το πλήθος των αυτοκινήτων με κανονική ταχύτητα. Αυτός ο λόγος ονομάζεται **λόγος μέρους/μέρους.** Επίσης χρησιμοποιήσατε το λόγο του πλήθους των αυτοκινήτων με κανονική ταχύτητα προς το συνολικό πλήθος όλων των αυτοκινήτων. Αυτός ο λόγος ονομάζεται **λόγος μέρους/όλου**. Η διαφορά αν και είναι δυσδιάκριτη, είναι πολύ σημαντική. **Μόνο ένας λόγος μέρους/όλου μπορεί να γραφεί ως ποσοστό στα εκατό**.

Αναδύθηκαν διάφορες στρατηγικές κατά την εργασία μας για να εκφράσουμε ένα λόγο σε ποσοστό. Ας τις θυμηθούμε συζητώντας και ας τις καταγράψουμε:

....
....
....
....
....
....
....

8. Ερωτήσεις Ανακεφαλαίωσης

1.Χρησιμοποιήστε παραδείγματα για να εξηγήσετε πότε χρησιμοποιείται ο λόγος μέρους/μέρους και πότε ο λόγος μέρους/όλου.

....
....
....
....

2. Διατυπώστε με λόγια μια κατάσταση για το λόγο μέρους /μέρους : 1/3.

....
....
....
....

3. Ποιος θα είναι ο λόγος μέρους /όλου σ' αυτή την κατάσταση και τι θα εκφράζει;

....
....
....
....

4. Γράψτε αυτό το λόγο μέρους /όλου ως ποσοστό.

....

5. Γράψτε ένα ποσοστό για κάθε μια απ' τις ακόλουθες καταστάσεις:

α) Ένας στους πέντε οδηγούς είναι νεαρός.

....

β) Τρία στα πέντε αυτοκίνητα είναι κόκκινα.

....

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου αρ.1

- Φύλο: Άρρεν ☐ Θήλυ ☐
- Ηλικία: 25-30 ☐ 30-35 ☐ 35-40 ☐ 40-45 ☐ 45-50 ☐ 50-55 ☐
- Έτη Υπηρεσίας: ....
- Ένας δάσκαλος Δημοτικού Σχολείου που εκ των πραγμάτων πρέπει να διδάσκει τόσα διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, είναι φυσικό να αισθάνεται για ορισμένα γνωστικά αντικείμενα σε σχέση με άλλα, μεγαλύτερη έλξη και υψηλότερη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία του. Πώς θα χαρακτηρίζατε εσείς το αυτοσυναίσθημά σας σε σχέση με το μάθημα των Μαθηματικών;

  Πολύ Χαμηλό ☐ Χαμηλό ☐ Μέτριο ☐ Υψηλό ☐ Πολύ Υψηλό ☐

- Κυκλώστε από την παρακάτω λίστα εκείνες τις λέξεις που σχετίζονται περισσότερο και περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Πάντοτε κατά την άποψή σας από τις δικές σας παλαιότερες σχολικές εμπειρίες ως μαθητές και από τις τρέχουσες διδακτικές πεποιθήσεις σας.

βεβαιότητα	σύμβολα	βαρετά	αδιάφορα	να δουλεύεις μόνος	ουσιώδη
προσέγγιση	θεωρία	σημαντικά	συναρπαστικά	ταχύτητα & ακρίβεια	δύσκολα
κανόνες	λογική	αφιλόξενα	σου τα λένε άλλοι	απόμακρα	σωστές-
μνήμη	πρακτικά	δημιουργικά	μη εφαρμόσιμα	φαντασία	απαντήσεις
εξερεύνηση	κατασκευή	απόδειξη	εξέλιξη	διασκέδαση	ένας τρόπος λύσης
αναζήτηση	ανακάλυψη	εξήγηση	περιγραφή	χρηστικότητα	εκτέλεση πράξεων
παρουσίαση	εικασία	πρόβλεψη	δικαιολόγηση	συνεργασία	λύση προβλημάτων

- Αν σας ζητούσαν να προβλέψετε, η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στο μάθημα των Μαθηματικών επιφέρει αλλαγές; Αν ναι, κατά τη γνώμη σας, ποιες πιθανές αλλαγές θετικές ή αρνητικές θα μπορούσε να επιφέρει, τόσο στη σχέση ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά όσο και στο δικό σας διδακτικό στυλ στο μάθημα αυτό; Καταγράψτε περιληπτικά τις απόψεις σας:

  ....

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου αρ.1

- Φύλο: Άρρεν ☐ Θήλυ ☒
- Ηλικία: 25-30 ☐ 30-35 ☒ 35-40 ☐ 40-45 ☐ 45-50 ☐ 50-55 ☐
- Έτη Υπηρεσίας: ...3......
- Ένας δάσκαλος Δημοτικού Σχολείου που εκ των πραγμάτων πρέπει να διδάσκει τόσα διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, είναι φυσικό να αισθάνεται για ορισμένα γνωστικά αντικείμενα σε σχέση με άλλα, μεγαλύτερη έλξη και υψηλότερη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία του. Πώς θα χαρακτηρίζατε εσείς το αυτοσυναίσθημά σας σε σχέση με το μάθημα των Μαθηματικών;

  Πολύ Χαμηλό ☐ Χαμηλό ☐ Μέτριο ☒ Υψηλό ☐ Πολύ Υψηλό ☐

- Κυκλώστε από την παρακάτω λίστα εκείνες τις λέξεις που σχετίζονται περισσότερο και περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Πάντοτε κατά την άποψή σας από τις δικές σας παλαιότερες σχολικές εμπειρίες ως μαθητές και από τις τρέχουσες διδακτικές πεποιθήσεις σας.

βεβαιότητα	σύμβολα	βαρετά	αδιάφορα	να δουλεύεις μόνος	ουσιώδη
προσέγγιση	θεωρία	σημαντικά	συναρπαστικά	ταχύτητα & ακρίβεια	δύσκολα
κανόνες	λογική	αφιλόξενα	σου τα λένε άλλοι	απόμακρα	σωστές-
μνήμη	πρακτικά	δημιουργικά	μη εφαρμόσιμα	φαντασία	απαντήσεις
εξερεύνηση	κατασκευή	απόδειξη	εξέλιξη	διασκέδαση	ένας τρόπος λύσης
αναζήτηση	ανακάλυψη	εξήγηση	περιγραφή	χρηστικότητα	εκτέλεση πράξεων
παρουσίαση	εικασία	πρόβλεψη	δικαιολόγηση	συνεργασία	λύση προβλημάτων

- Αν σας ζητούσαν να προβλέψετε, η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στο μάθημα των Μαθηματικών επιφέρει αλλαγές; Αν ναι, κατά τη γνώμη σας, ποιες πιθανές αλλαγές θετικές ή αρνητικές θα μπορούσε να επιφέρει, τόσο στη σχέση ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά όσο και στο δικό σας διδακτικό στυλ στο μάθημα αυτό; Καταγράψτε περιληπτικά τις απόψεις σας:

  ....
  Μας βοηθά να κατανοήσουμε καλύτερα την πληθώρα των τεχνικών πληροφοριών και ζητημάτων που μας κατακλύζουν από όλα τα μέσα μαζικής ενημέρωσης και τα οποία επηρεάζουν άμεσα τοπικά, κοινωνικά ή προσωπικά ζητήματα.......................
  ....
  ....

ΤΡΟΧΑΙΑ ΑΤΥΧΗΜΑΤΑ

Σχέση απόστασης, χρόνου, ταχύτητας

• Η διαδρομή Καρπενήσι ~ Αθήνα είναι 270 χιλιόμετρα. Η μέση ταχύτητα ενός αυτοκινήτου που κάνει αυτή την απόσταση είναι 90 χμ/ώρα. Σε πόσες ώρες θα φτάσει στον προορισμό του;

$$\text{Χρόνος} = \frac{\text{Απόσταση}}{\text{Ταχύτητα}} = \frac{270}{90} = 3 \text{ ώρες}$$

270 | 90
270 | 3
000

• Ένας οδηγός κάνει τη διαδρομή Καρπενήσι ~ Αθήνα σε 3 ώρες. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου που κάνει αυτό το ταξίδι είναι 90 χμ/ώρα. Πόσα χιλιόμετρα είναι αυτή η απόσταση;

Απόσταση = χρόνος · ταχύτητα = 3 · 90 = 270 χμ.

90
×3
270

• Η διαδρομή Καρπενήσι ~ Αθήνα είναι 270 χιλιόμετρα. Ένας οδηγός κάνει αυτή την απόσταση σε 3 ώρες. Ποιά είναι η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου;

$$\text{Ταχύτητα} = \frac{\text{Απόσταση}}{\text{Χρόνος}} = \frac{270}{3} = 90 \text{ χμ.}$$

270 | 3
-27 | 90
000

Η κάθε ομάδα αφού λύσει τα προβλήματα να καταγράψει τη σχέση απόστασης, χρόνου, ταχύτητας.


WLF

Τρίτη 15 Μαρτίου 2005

«Σκέφτομαι και γράφω τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου.»

Όταν το αυτοκίνητο ήρθε στη ζωή μας μας έλυσε κάποια προβλήματα αλλά μας έφερε πολλά κακά πράγματα. Ας αρχίσουμε από τα καλά πράγματα, κι ας πάμε μετά στα κακά.
Λοιπόν τα καλά πράγματα είναι ότι όταν ήρθε στη ζωή μας το αυτοκίνητο μας έλυσε ένα πρόβλημα που είναι σημαντικό και αυτό είναι η μεταφορά.
Τα κακά είναι πιό πολλά από τα καλά και αυτά είναι ότι γίνονται πολλοί σκοτωμοί και πολλοί τραυματισμοί.
Άλλο ένα κακό είναι ότι πολλές οικογένειες έχουν πάνω από τρία αυτοκίνητα κι έτσι μολύνεται πιο πολύ το περιβάλον.
Εγώ νομίζω ότι οι οικογένειες πρέπει να έχουν ένα αυτοκίνητο. Άμα θέλουν να πάνε επισκεψη σε ένα γείτονα τους μπορούν να πάνε και με τα πόδια τους όχι με το αυτοκίνητο αφού

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠ. ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π. & Δ. ΕΚΠ/ΣΗΣ ΣΤ. ΕΛΛΑΔΑΣ
Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ
ΑΡΙΘ. ΠΡΩΤ. 2416
ΕΛΗΦΘΗ 23/11/2004

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΣΤΥΝΟΜΙΑ
ΓΕΝ.ΑΣΤΥΝ.Δ/ΝΣΗ ΠΕΡΙΦ.ΣΤΕΡ.ΕΛΛΑΔΟΣ
ΑΣΤΥΝΟΜΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ
ΕΠΙΤΕΛΕΙΟ
ΓΡΑΦΕΙΟ ΑΣΤΥΝΟΜΕΥΣΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ
ΑΡΜΟΔΙΟΣ:ΑΡΧ/ΚΑΣ ΓΥΦΤΟΜΗΤΡΟΣ Δ.
ΤΗΛ.: 22370 89165 Τ.Κ.: 361 00
ΑΡΙΘ. ΠΡΩΤ.: 2519/1/9-ιγ

Καρπενήσι, 22 Νοεμβρίου 2004

ΠΡΟΣ:
1)ΑΣΤΥΝ.ΤΜΗΜΑ ΚΑΡΠΕΝΗΣΙΟΥ
2)ΑΣΤΥΝ.ΤΜΗΜΑ ΚΕΡΑΣΟΧΩΡΙΟΥ
3)ΑΣΤΥΝ.ΤΜΗΜΑ ΦΟΥΡΝΑ
4)Υ/Β' ΚΙΟΥΣΗ Παναγιώτη
Α.Τ.ΦΟΥΡΝΑ-Τ.Κ.360 80

ΚΟΙΝ:
1)ΓΕΝ.ΑΣΤΥΝ.Δ-ΝΣΗ ΠΕΡ.ΣΤΕΡ.ΕΛΛΑΔΟΣ
Τ.Κ.35100 – ΛΑΜΙΑ

2)Δ-ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΝΟΜΑΡΧ.ΑΥΤ/ΣΗΣ ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ
ΕΝΤΑΥΘΑ

ΘΕΜΑ: *''Κυκλοφοριακή διαπαιδαγώγηση μαθητών''*
ΣΧΕΤ: *2519/1/40-ζ από 13-10-2004 Διαταγή Α.Ε.Α./ΔΝΣΗ ΤΡΟΧΑΙΑΣ*

Σας διαβιβάζουμε την ανωτέρω σχετική με την οποία διατάχθηκε η πραγματοποίηση διαλέξεων για ενημέρωση των μαθητών των Δημοτικών Σχολείων της περιφέρειάς μας σε θέματα κυκλοφοριακής αγωγής και για την υλοποίηση αυτής ορίζουμε τα ακόλουθα:

1.-Οι διαλέξεις θα πραγματοποιηθούν από τον Υ/Β ΚΙΟΥΣΗ Παναγιώτη, Διοικητή του Α.Τ. Φουρνά, με βάση το πρόγραμμα που κατάρτισε η Υπηρεσία μας σε συνεργασία με την Δ/νση Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Ευρυτανίας και το οποίο σας διαβιβάζουμε συνημμένα.

2.- Ο παραπάνω αξιωματικός αφού εφοδιασθεί με τη συσκευή προβολής διαφανειών και το εποπτικό υλικό από το Α.Τ. Καρπενησίου, να προετοιμασθεί κατάλληλα προκειμένου ανταποκριθεί πλήρως στα διατασσόμενα με ανωτέρω σχετική.
Ειδικά για την πρώτη εβδομάδα διαλέξεων και προς υποβοήθηση του έργου του, θα διατεθεί και ο Υ/Α ΝΙΚΟΠΟΛΙΔΗΣ Ιωάννης του Επιτελείου μας.

3.- Για τη ακριβή ώρα των διαλέξεων θα προηγείται συνεννόηση με τον Διευθυντές των Δημοτικών Σχολείων.

4.- Κίνηση για μεν την περιοχή του Α.Τ. Καρπενησίου με όχημα της Υπηρεσίας αυτής, για δε την λοιπή περιφέρεια με όχημα του Α.Τ. Καρπενησίου ή της Ο.Π.Κ.Ε. ανάλογα με τις υπηρεσιακές δυνατότητες.

5.- Δικαιολόγηση εκτός έδρας αποζημίωσης σύμφωνα με ισχύοντα.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΝΤΑΒΑΛΗΣ
ΑΣΤΥΝ.ΥΠΟΔ/ΝΤΗΣ

Βαθμός ασφαλείας

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΘΡΗΣΚ/ΤΩΝ
ΕΝΙΑΙΟΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΩΝ

Αθήνα, 10 -10 - 2005
Αριθ. Πρωτ. Βαθμός Προτερ.
Φ.11/669 / 110119/Γ1

Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Π.Ε.
ΤΜΗΜΑ Α΄
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ & ΕΚΠ/ΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΕΠΕΔ
ΤΜΗΜΑ Β΄

Μητροπόλεως 15
10185 ΑΘΗΝΑ

Πληροφορίες : Θεόδωρος Γούπος
Μαρία Σωτηράκου
Τηλέφωνο : 210.32.38.380
210.32.45.750
Fax : 210.32.38.580
210.32.38.425
Nik

ΠΡΟΣ :
1. Περιφερειακούς Δ/ντές Εκπ/σης *(Έδρες τους)*
2. Προϊσταμένους Επιστημονικής και Παιδαγωγικής Καθοδήγησης *(Έδρες τους)*
3. Σχολικούς Συμβούλους Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης *(Έδρες τους)*
4. Δ/ντές Εκπ/σης και Προϊσταμένους Π.Ε. *(Έδρες τους)*
5. Υπευθύνους Αγωγής Υγείας & Περιβαλλοντικής Εκπ/σης *(Μέσω Διευθυντών Εκπαίδευσης)*
6. Δημοτικά Σχολεία και Νηπιαγωγεία *(Μέσω Δ/νσεων και Γραφείων Π.Ε.)*

ΚΟΙΝ:
1. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
Μεσογείων 396
15 341 Αγία Παρασκευή

ΘΕΜΑ: Διδασκαλία της Κυκλοφοριακής Αγωγής στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

1. Εισαγωγή

Η Κυκλοφοριακή Αγωγή είναι μία καινοτόμος δραστηριότητα, η οποία αναβαθμίζει την ποιότητα της προσφερόμενης μάθησης στο πλαίσιο της σχολικής εκπαίδευσης και συνδέει το σχολείο με την κοινωνική πραγματικότητα.

2. *Οι Ειδικότεροι Στόχοι της Κυκλοφοριακής Αγωγής*

Η Κυκλοφοριακή Αγωγή είναι μια δραστηριότητα που έχει ως αφετηρία το σεβασμό της ανθρώπινης ζωής και αποβλέπει στην προάσπιση και προαγωγή του δικαιώματος του παιδιού να ζει και να κινείται με ασφάλεια στο κυκλοφοριακό περιβάλλον.

Η Κυκλοφοριακή Αγωγή στοχεύει:

α. στην ανάπτυξη της ικανότητας του μαθητή για ανάγνωση του οδικού περιβάλλοντος, καθώς και της δεξιότητας για πλήρη επικοινωνία με αυτό.

β. στη μύηση των μαθητών στις διατάξεις του **Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας** *(Κ.Ο.Κ.), ώστε να γίνουν κοινή συνείδηση τα δικαιώματα και οι υποχρεώσεις των χρηστών των οδών ή των χώρων που προορίζονται για δημόσια κυκλοφορία.*

γ. στην οπτική και ακουστική εκπαίδευση των μαθητών, προκειμένου να επιτευχθεί η ανάπτυξη εξαρτημένων αντανακλαστικών κινήσεων, κατά το βάδισμα ή την οδήγηση.

δ. στην πληροφόρηση των μαθητών για τις βασικές αιτίες των ατυχημάτων και τους κινδύνους που ελλοχεύουν, καθώς εκτίθενται στο οδικό περιβάλλον.

ε. στη μύηση των μαθητών για παρατήρηση, πρόβλεψη, εκτίμηση και αντιμετώπιση των οδικών κινδύνων καθώς και στη μετάδοση γενικών κανόνων κοινωνικής συμπεριφοράς που προστατεύουν τα δικαιώματα όλων των πολιτών σε κάθε χώρο δημόσιας κυκλοφορίας.

στ. στην κατανόηση από το μαθητή των αλληλεπιδράσεων μεταξύ του ανθρωπογενούς και του φυσικού περιβάλλοντος.

ζ. στην προαγωγή της συνεργασίας ανάμεσα στην οικογένεια, το σχολείο και το μαθητή, προκειμένου να συνδημιουργήσουν και να συνδιαχειριστούν ζητήματα που αφορούν στην οδική αγωγή των παιδιών.

η. στην προετοιμασία των μαθητών και κατ' επέκταση των αυριανών πολιτών που θα είναι ικανοί να προσαρμοστούν σε κάθε αλλαγή του κυκλοφοριακού περιβάλλοντος, χωρίς να απειλείται και να κινδυνεύει η ζωή η δική τους ή των άλλων χρηστών των χώρων δημόσιας κυκλοφορίας.

θ. στον προβληματισμό των μαθητών σχετικά με το κυκλοφοριακό πρόβλημα των πόλεων και τη μόλυνση του περιβάλλοντος.

ι. στην ορθολογική διαχείριση των ενεργειακών πόρων και τον περιορισμό των καταστρεπτικών συνεπειών που προκύπτουν από τη μη αλόγιστη χρήση των οχημάτων.

3. Κυκλοφοριακή Αγωγή και Μεθοδολογία

Η Κυκλοφοριακή Αγωγή, έχοντας ως βασικό σκοπό την πρόσληψη από το μαθητή ολιστικών, ζωντανών εικόνων της κυκλοφοριακής πραγματικότητας, απαιτεί κυρίως **βιωματική** και **επικοινωνιακή** προσέγγιση της γνώσης που υλοποιείται με σχέδια εργασίας (projects).

Για τη βιωματική διδασκαλία της Κυκλοφοριακής Αγωγής προτείνονται επισκέψεις σε ανάλογους χώρους π.χ. σε *μέσα μαζικής μεταφοράς*, όπως το *τραμ* και το *μετρό*, *συνεντεύξεις* από *τροχονόμους*, *οδηγούς*, *νομικούς* κ.ά., *φωτογραφίσεις*, *βιντεοσκοπήσεις κυκλοφοριακών καταστάσεων* και στοιχείων του οδικού περιβάλλοντος. Επιπλέον, η διδακτική αξιοποίηση των Πάρκων Κυκλοφοριακής Αγωγής, όπου υπάρχουν, θεωρείται αναγκαία. Η κατάκτηση τέτοιου είδους γνώσης θα είναι μόνιμη και δημιουργική και θα αποφεύγεται η στείρα απομνημόνευση.

Μίκη Μαρία

ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΙΔΗ ΛΟΓΩΝ

Έχουμε δύο δέντρα το Α με ύψος 6μ. και το Β με ύψος 2μ. Ένας μαθητής συγκρίνει το ύψος των δέντρων και δηλώνει ότι το ύψος του Α δέντρου είναι τριπλάσιο από το ύψος του Β. Το πηλίκο 6:2 ή 6/2 λέγεται λόγος του ύψους του Α δέντρου προς το ύψος του Β δέντρου.

Λόγος ενός μεγέθους ή ποσού Α προς ένα μέγεθος ή ποσό Β σημαίνει το πηλίκο της διαίρεσης:
(Αριθμός που μετράει το ποσό Α) : (Αριθμός που μετράει το ποσό Β).

Όταν λέμε λοιπόν γενικά λόγο εννοούμε τη σχέση που εκφράζεται με τη διαίρεση δύο αριθμητικών ποσοτήτων. Αυτή η σχέση μας βοηθά να συγκρίνουμε τις ποσότητες αυτές. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο είδη λόγων:
α)Τους λόγους μέρος /μέρος και β)Τους λόγους μέρος /όλον.
Π.χ. σε μια ανθοδέσμη με 5 άσπρα και 7 κόκκινα τριαντάφυλλα, ο λόγος των άσπρων προς τα κόκκινα τριαντάφυλλα είναι 5/7. Αυτός είναι ένας λόγος μέρος /μέρος.
Στην ίδια ανθοδέσμη ο λόγος των άσπρων προς το σύνολο όλων των τριαντάφυλλων της ανθοδέσμης είναι 5/(5+7)=5/12. Αυτός είναι ένας λόγος μέρος /όλον.

Άσκηση: Στην τάξη σας υπάρχουν ..5..αγόρια και ..9..κορίτσια. Να βρείτε το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος των κοριτσιών. Τι είδους λόγος είναι αυτός;
......5/9 μέρος /μέρος......

Τώρα να βρείτε το λόγο του πλήθους των αγοριών ως προς το πλήθος όλων των παιδιών της τάξης. Τι είδους λόγος είναι αυτός;
......5/(5+9)= 5/14 μέρος /όλον......

Στην επόμενη σελίδα του φυλλαδίου μας θα ασχοληθούμε με ένα πλαίσιο δραστηριότητας κυκλοφοριακής αγωγής. Μετρώντας την ταχύτητα όλων των αυτοκινήτων που περνούν από ένα σημείο ελέγχου μιας πόλης, θα χρειαστεί να συγκρίνουμε τον αριθμό των αυτοκινήτων που υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, με τον αριθμό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο. Ο λόγος αυτός είναι ένας λόγος..μέρος / μέρος..... Στη συνέχεια θα χρειαστεί να συγκρίνουμε το πλήθος των αυτοκινήτων που υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, με το συνολικό αριθμό όλων των αυτοκινήτων (παραβατών και μη) που περνούν από το σημείο ελέγχου. Ο λόγος αυτός είναι ένας λόγος..μέρος / όλον......

Η πιο επικίνδυνη είναι η περιοχή 2 γιατί έχει πιο πολλούς παραβάτες από τους κανονικούς οδηγούς.
Η λιγότερο επικίνδυνη είναι η περιοχή 3 γιατί οι παραβάτες είναι σχεδόν ίσιοι με τους κανονικούς.
Η περιοχή 4 είναι επικίνδυνη γιατί δεν υπάρχουν κανονικοί οδηγοί.
Η περιοχή 1 είναι η λιγότερη επικίνδυνη επειδή οι παραβάτες είναι λιγότεροι από τους κανονικούς οδηγούς.
Η αστυνομία θα αναφέρει ότι η Π2 είναι πιο επικίνδυνη.

2. Ας υποθέσουμε ότι η αστυνομία βρίσκει άλλο ένα σημείο της πόλης, όπου αφού μετρά, υπολογίζει ότι ο λόγος - η σχέση του αριθμού των παραβατών προς τον αριθμό των μη παραβατών είναι ένα προς τρία: 1:3. Αυτό το εύρημα θα αλλάξει την αναφορά της αστυνομίας προς το Δημοτικό Συμβούλιο; Γιατί ναι ή γιατί όχι;
Όχι γιατί οι παραβάτες είναι λιγότεροι από τους κανονικούς οδηγούς.

Σε μια άλλη πόλη έβαλαν μια ηλεκτρονική πινακίδα στον κυριότερο αυτοκινητόδρομο, η οποία δείχνει συνεχώς το ποσοστό των αυτοκινήτων που περνούν απ' το σημείο της πινακίδας και δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας.

3.α) Γιατί νομίζετε ότι έβαλαν αυτή την πινακίδα σ' αυτή την πόλη και γιατί πιστεύετε ότι προτίμησαν να δείχνει η πινακίδα το ποσοστό των οδηγών που δεν είναι παραβάτες;

Την βαλανε αυτη την πινακιδα για την ασφαλεια τους. Για να δινουν το καλο παραδειγμα.

β) Πώς συνδέεται το ποσοστό με το λόγο;

Τα ποσοστα ειναι λογοι μερος/ολου που ο διαιρετης ειναι το 100

γ) Κοιτάξτε την πινακίδα στην ανωτέρω εικόνα. Ας υποθέσουμε ότι το επόμενο αυτοκίνητο που περνά απ' το σημείο της πινακίδας υπερβαίνει το όριο ταχύτητας. Πώς αλλάζει το ποσοστό στην πινακίδα; Εξηγήστε την απάντησή σας.

Τα ποσοστα μπορει να αλαξει και να πεσει ενενηντα τοις 100

4.α) Σύμφωνα με την πινακίδα, ποιο μέρος απ' το συνολικό αριθμό εκατό αυτοκινήτων ξεπερνά το όριο ταχύτητας;

9

β) Ας υποθέσουμε ότι συνολικά 300 αυτοκίνητα πέρασαν απ' την πινακίδα. Με δεδομένο το μέρος , που απαντήσατε στο προηγούμενο ερώτημα, ότι δείχνει τους παραβάτες, υπολογίστε τον αριθμό των αυτοκινήτων που ξεπερνούσαν το όριο ταχύτητας.

27:300 ,9%

5.α. Μπορείτε να συμπεράνετε ότι πάνω απ' τα μισά αυτοκίνητα είχαν υπερβολική ταχύτητα στο πέταλο του Μαλιακού; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

Οχι, γιατι τα δυο ειναι κατω απο τα μισα του πεντε.

β. Ένα άλλο τηλεοπτικό κανάλι επέλεξε το ίδιο θέμα. Ο παρουσιαστής των ειδήσεων αυτού του καναλιού θέλει να περιγράψει την αναφορά της αστυνομίας για την ταχύτητα στο πέταλο του Μαλιακού, με τη μορφή ποσοστού. Τι ποσοστό μπορεί να χρησιμοποιήσει;

40% ειχαν υπερβολικη ταχυτητα και 60% ειχαν κανονικη ταχυτητα

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\cdot 20} \frac{40}{100}$$

5

Σ' αυτή την ενότητα χρησιμοποιήσατε **2 διαφορετικά είδη λόγων**. Χρησιμοποιήσατε το λόγο του πλήθους των αυτοκινήτων με υπερβολική ταχύτητα προς το πλήθος των αυτοκινήτων με κανονική ταχύτητα. Αυτός ο λόγος ονομάζεται **λόγος μέρους/μέρους.** Επίσης χρησιμοποιήσατε το λόγο του πλήθους των αυτοκινήτων με κανονική ταχύτητα προς το συνολικό πλήθος όλων των αυτοκινήτων. Αυτός ο λόγος ονομάζεται **λόγος μέρους/όλου.** Η διαφορά αν και είναι δυσδιάκριτη, είναι πολύ σημαντική. **Μόνο ένας λόγος μέρους/όλου μπορεί να γραφεί ως ποσοστό στα εκατό.**

Αναδύθηκαν διάφορες στρατηγικές κατά την εργασία μας για να εκφράσουμε ένα λόγο σε ποσοστό. Ας τις θυμηθούμε συζητώντας και ας τις καταγράψουμε:

[illegible]

8. Ερωτήσεις Ανακεφαλαίωσης

1.Χρησιμοποιήστε παραδείγματα για να εξηγήσετε πότε χρησιμοποιείται ο λόγος μέρους/μέρους και πότε ο λόγος μέρους/όλου.

Ες μια ανθοδεσμη ειναι 15 κοκ. τριανz. 17 ροζ τριανz. λογος μερους/μερους

Ες μια ανθοδεσμη ειναι 15 κοκ. τριαν. 32 ολα τα τριανz. λογος μερους/ολων

2. Διατυπώστε με λόγια μια κατάσταση για το λόγο μέρους /μέρους : 1/3.

Στο παραμυθι ειναι ένας λυκος και τρια γουρουνακια ειναι 1/3

3. Ποιος θα είναι ο λόγος μέρους /όλου σ' αυτή την κατάσταση και τι θα εκφράζει;

Στο παραμυθι ειναι ενα λυκος [illegible]

4. Γράψτε αυτό το λόγο μέρους /όλου ως ποσοστό.

25% [illegible]

5. Γράψτε ένα ποσοστό για κάθε μια απ' τις ακόλουθες καταστάσεις:

α) Ένας στους πέντε οδηγούς είναι νεαρός.

20% των οδηγων ειναι νεαροι

β) Τρία στα πέντε αυτοκίνητα είναι κόκκινα.

60% των αυτοκινητων ειναι κοκκινα

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου αρ.2

- Πώς θα χαρακτηρίζατε αυτή τη διδακτική εμπειρία;

Η διδακτική εμπειρία σ' αυτό το πρόγραμμα ήταν πολύ ενδιαφέρουσα γιατί: α) τα παιδιά εργάστηκαν με δύο δασκάλους ταυτόχρονα την ίδια διδακτική ώρα και β) η διαθεματική προσέγγιση του προγράμματος, έγινε με ιδιαίτερη έμφαση στην ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά.

- Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;

Τα θετικά σημεία ήταν ότι τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες ασχολήθηκαν με θέματα: περιβάλλοντος (κυκλοφοριακής αγωγής, ρύπανσης κ.τ.λ.) γλώσσας (σκέφτομαι και γράφω, ορολογία κ.τ.λ.) μαθηματικών (προβλήματα, πειράματα, συμπεράσματα, καταγραφή) τεχνικών (κολάζ, παιχνίδι κυκλοφοριακής αγωγής), πληροφορικής (βασικά πλήκτρα και ζωγραφική σημάτων και σημάτων), γεωγραφίας (προσανατολισμός και εντοπισμός συγκεκριμένων δρόμων κυκλοφορίας σημάτων), κ.α. Το αρνητικό σημείο ήταν ότι υπήρχε κάποια αδυναμία στην αρχή στο να καταλάβουν τα παιδιά για ποιο λόγο γίνονται όλα αυτά. (δεν είχαν ξαναδουλέψει τέτοιο πρόγραμμα)

- Αποκομίσατε κάτι, εσείς ως δάσκαλος, απ' την όλη προσέγγιση κι αν «ναι» τι είναι αυτό;

Στο παρελθόν είχα ασχοληθεί και με άλλα προγράμματα στην Ευέλικτη Ζώνη. Σε κανένα απ' αυτά τα προγράμματα η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν πήρε τόση αξία. Θεωρώ ότι η συμμετοχή μου σε επόμενα προγράμματα θα είναι καλύτερης προσέγγισης.

- Εσείς που γνωρίζετε καλύτερα τους μαθητές σας, διαπιστώσατε κάποια αλλαγή στη στάση τους όσον αφορά την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά;

Τα παιδιά στο πρόγραμμα έδειξαν αρκετό ενδιαφέρον. Κάποιοι μαθητές εξέφρασαν περισσότερη ευχαρίστηση το ότι ασχολήθηκαν με τα Μαθηματικά πέρα από το σχολικό πρόγραμμα και κάποιοι απ' αυτούς έδειξαν ότι προσπάθησαν παραπάνω από την καθημερινή τους συμμετοχή στο μάθημα των Μαθηματικών.

- Θα θέλατε στο μέλλον να επαναλάβετε στη διδασκαλία των μαθηματικών μια παρόμοια διαθεματική προσέγγιση;

Η γενική εκτίμηση ήταν ότι τα παιδιά όπως κι εγώ χαρήκαμε που συμμετείχαμε στο συγκεκριμένο πρόγραμμα μ' αυτή την ειδική προσέγγιση των Μαθηματικών και ότι θα θέλαμε να επαναλάβουμε μια παρόμοια διαθεματική προσέγγιση στο μέλλον.

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Κυκλοφοριακή Αγωγή» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;
  Ναι, μου άρεσε γιατί μαθαίναμε πολλά πράγματα που χρειαζόμαστε για να κυκλοφορίσουμε στο δρόμο.

- Τι θυμάστε πιο πολύ; Θυμάμαι πιο πολύ στις φωτοτυπίες που κάναμε το λόγο μέρους/όλου και το λόγο μέρους/μέρους

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε; Διαφέρει από τα άλλα μαθήματα γιατί δεν είχε βιβλία και κάναμε μάθημα με δύο υπέροχους και καλούς δασκάλους.

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα, νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβετε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον; Ναι, για να μάθουμε και άλλα πράγματα για το πως να κυκλοφορούμε στο δρόμο.

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Κυκλοφοριακή Αγωγή» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;
  Μου αρεσε επιδή κάναμε μαθηματικά!!!

- Τι θυμάστε πιο πολύ;
  Τα προβλήματα!!!

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;
  Που μηλούσαμε για πολλά πράγματα σε ένα μάθημα.

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα, νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβετε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;
  ΝΑΙ.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Δεδομένα από την τρίτη μελέτη περίπτωσης.

Γ.1. Παρασκευή φαγητών και γλυκισμάτων στο σχολείο.

Γ.2. Ενδεικτική εργασία μαθητών στην 4η σελίδα του φυλλαδίου και ενδεικτική εργασία μαθητών με κατασκευή ραβδογράμματος και κατασκευή - επίλυση προβλημάτων.

Γ.3. Θερμιδομετρητής και ενδεικτική εργασία μαθητών στην 7η σελίδα του φυλλαδίου, με συμπλήρωση για τρεις ημέρες στο: «Ημερολόγιο διατροφής και σωματικής άσκησης».

Γ.4. Εργασίες μαθητών στο φύλλο: «Χρόνος Σωματικής Άσκησης για να καούν θερμίδες από διάφορες λιχουδιές».

Γ.5. Ενδεικτικά εικαστικά έργα ζωγραφικής των μαθητών στα «Θέματα Διατροφής».

Γ.6. Ερωτηματολόγια Δασκάλας Ε.Σ. αρ.1 & αρ.2 απαντημένα.

Γ.7. Ενδεικτικά ερωτηματολόγια μαθητών απαντημένα.

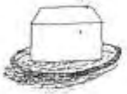
Γ.8. Φωτογραφίες από τη βιωματική εκτέλεση στο προαύλιο 9΄ σχοινάκι ή 7΄ τρέξιμο για να καούν οι θερμίδες από το μπισκότο.

Γ.9. Φωτογραφίες από επισκέψεις, σε περιβόλι με καλλιέργεια πατάτας και σε αγρόκτημα.

Γ.10. Αναπαράσταση ισοδύναμων κλασμάτων με κομμάτια από σοκολάτες και χωρισμό πλήθους φασολιών.


28


ATHL. TEAM
IN TIME
TASMANIAN
milk



φρέσκα βερίκοκα	[illegible]
βρασμένα αυγό	140
τηγανητές πατάτες	253
μακαρόνια	117
σοκολάτα γάλακτος	529
τυρί φέτα	245
ψωμί	218
χοιρινό κρέας	670
ντομάτα	14

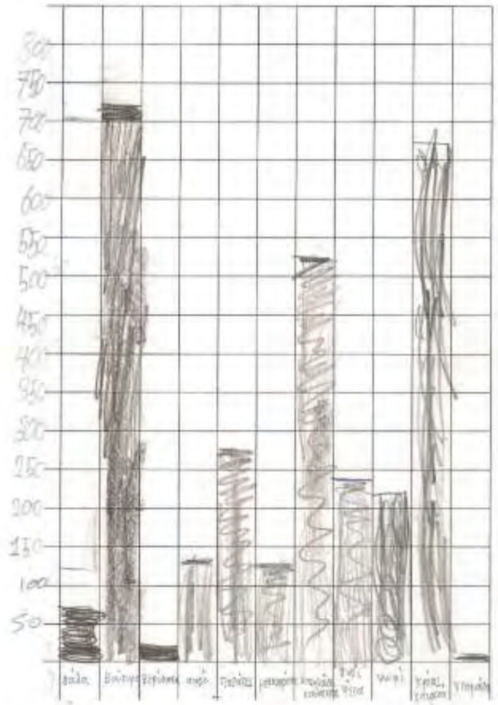
Πρόβλημα Ο Ιάσονας και η Ισμήνη πληροφορήθηκαν ότι τα παιδιά των 12 ετών χρειάζονται καθημερινά 2.800 [illegible] θερμίδες.

127
× 3
351
+740
1.01[illegible]

Ποιες τροφές και σε ποια ποσότητα θα επέλεγες απ' αυτές που υπάρχουν στον προηγούμενο πίνακα, ώστε να καλύψεις τις ανάγκες σου σε ενέργεια για μία ημέρα;

Πρωινό: 1 βρασμένο αυγό = 140 θερμ.
1 ποτήρι γάλα = 65 θερμ. } 930
4 φρέσκα βερίκοκα = 45 θερμ.
Μεσημεριανό: 300 γρ. μακαρόνια με 100 γρ. βούτυρο = 1.091 }
100 γρ. χοιρινό κρέας = [illegible]
Βραδινό: 2 [illegible] = 130
4 [illegible] = 285

Σε κάθε ομάδα με τα στοιχεία του προηγούμενου πίνακα φτιάξτε μια γραφική παράσταση-ραβδόγραμμα με τα διάφορα είδη τροφίμων και την αντίστοιχη ενέργεια σε θερμίδες.



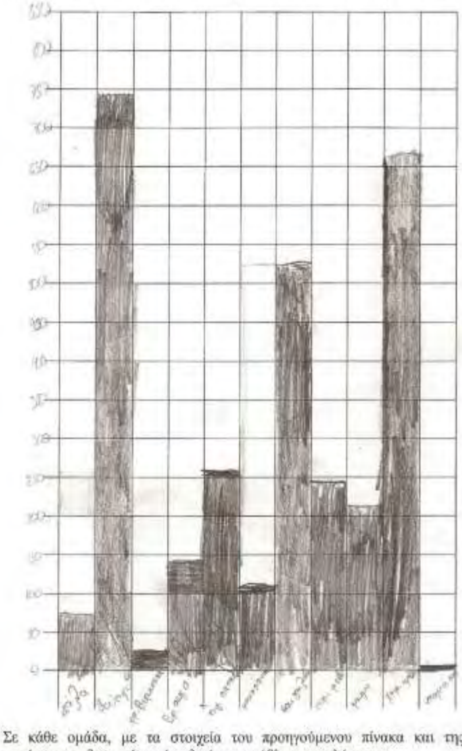
Λοιπόν εί[illegible]
Αντώνης Ζ[illegible]

Σε κάθε ομάδα, με τα στοιχεία του προηγούμενου πίνακα και της γραφικής παράστασης, διατυπώστε ένα δικό σας πρόβλημα και λύστε το.

Πρόβλημα: Η Άννα [illegible] θερμίδες [illegible] 650 [illegible] 1 καλό [illegible] τυρί [illegible] και ένα κρέας χοιρινό [illegible] να πάρει όστις 650 θερμίδες;

Λύση: 200
250
+200
650

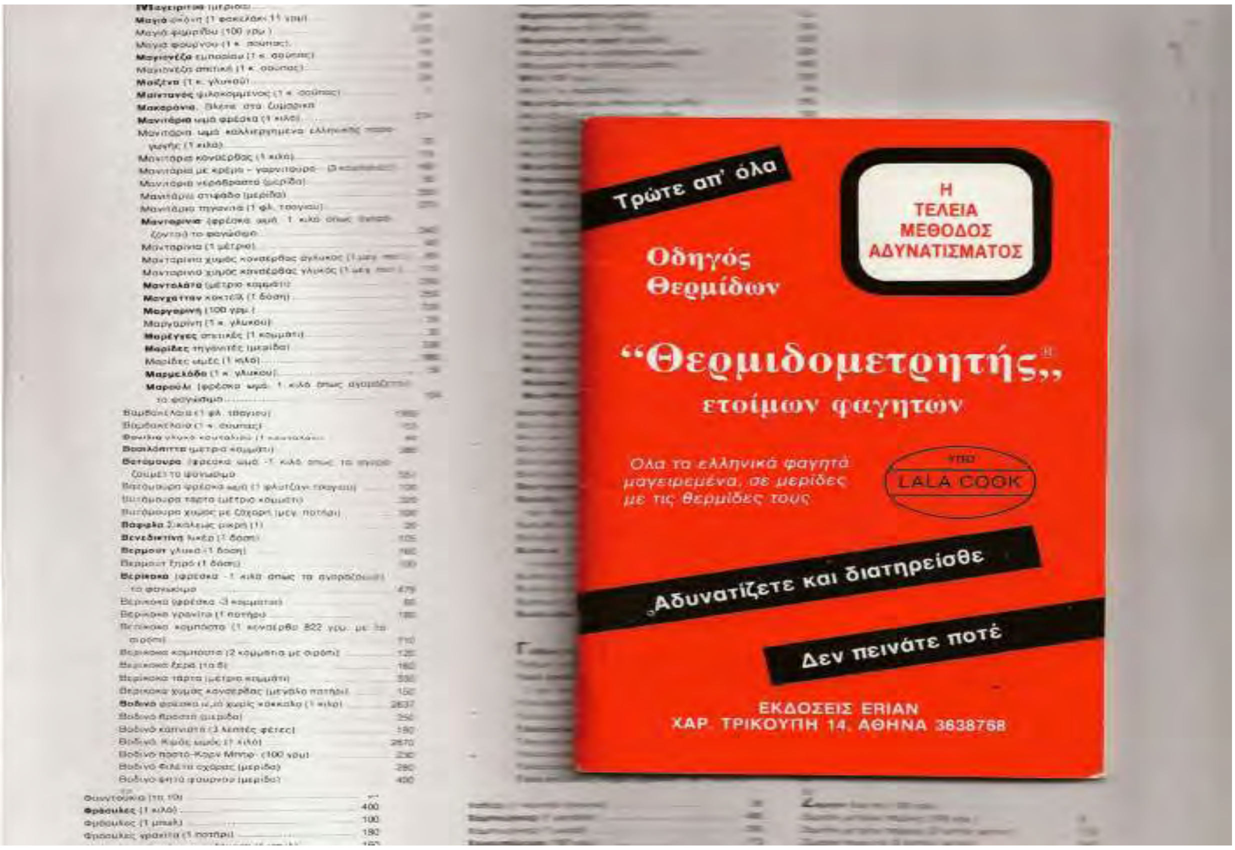
Σε κάθε ομάδα με τα στοιχεία του προηγούμενου πίνακα φτιάξτε μια γραφική παράσταση-ραβδόγραμμα με τα διάφορα είδη τροφίμων και την αντίστοιχη ενέργεια σε θερμίδες.



Σε κάθε ομάδα, με τα στοιχεία του προηγούμενου πίνακα και της γραφικής παράστασης, διατυπώστε ένα δικό σας πρόβλημα και λύστε το.

Πρόβλημα: Ένα [illegible] είχε 65 θερμίδες [illegible] 25 [illegible] θερμίδες [illegible] ένα πιάτο είχε 235 θερμίδες και [illegible] ένα πιάτο.
Πόσες θερμίδες έχουν και τα δύο πιάτα

Λύση:



Το ημερολόγιο αυτό θα σε βοηθήσει να καταλάβεις τι τρως ακριβ και πόσο κινείσαι και γυμνάζεσαι κάθε μέρα.

Σημείωσε ακριβώς οτιδήποτε τρως και σε ποια ποσότητα κάθε μέρα, χω ραλείπεις το παραμικρό. Σημείωσε ακριβώς πόσο κινείσαι κάθε μέρα, δη ώρα περπατάς, πόση ώρα παίζεις παιχνίδια έξω, μπάσκετ, ποδόσφαιρο, μναστική κά.

	Τι τρώω	Πόσο κινούμαι και γυμνάζομαι
Παρασκευή 1η μέρα	πρωινό: γάλα, 1 φέτα ψωμί; μεσημεριανό: κεφτέδες, σαλάτα, τυρί, ψωμί; βραδινό: ψωμί, τυρί; 65, 218, 340, 390; 1350, -193, -218; 218, 140, 945, 4092	1 ώρα τρέξιμο, 1 ώρα μπάλα; 350 +490 = 840; 4092 -840 = 3252
Σάββατο 2η μέρα	πρωινό: γάλα, αυγό, ψωμί; μεσημεριανό: κρέας με μουσακά, σαλάτα; βραδινό: σουβλάκια με πατάτες, σιγανιτες; -65, -140, -218; -670, -117, -193; -35, -253; 1621	1 ώρα τρέξιμο, 1 ώρα μπάλα; 350 +490 = 840; 1621 -840 = 0781
Κυριακή 3η μέρα	πρωινό: γάλα, ζάχαρη; μεσημεριανό: ψάρια, σαλάτα, ψωμί; βραδινό: πίτσα; -65, -250; -183, -218; 300; -380; 1336	1 ώρα τρέξιμο, 1 ώρα μπάλα; 350 +490 = 840; 1336 -840 = 0596

Σημείωσε ακριβώς οτιδήποτε τρως και σε ποια ποσότητα κάθε μέρα, χωρίς να παραλείπεις το παραμικρό. Σημείωσε ακριβώς πόσο κινείσαι κάθε μέρα, δηλαδή πόση ώρα περπατάς, πόση ώρα παίζεις παιχνίδια έξω, μπάσκετ, ποδόσφαιρο, κάνεις γυμναστική κά.

	Τι τρώω	Πόσο κινούμαι και γυμνάζομαι
1η μέρα	100+100=200 θ.; Πρωινό; 96·3=288 θ; 140	270 θ; 600 θ; 1,5 ώρα; 1 ώρα; 350: 60 λεπτά; 45·6=270 θ; 400 θ; 600 θ
2η μέρα	Πρωινό: 200 θ; 400+401=856; 60+132=312 θ	1 ώρα 500 θ
3η μέρα	Πρωινό: με γάλα 200 θ	150 θ; 1 ώρα 300 θ

270
+600
870 θ

1η μέρα: 1.237 θ
− 870
= 367 θ

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν
οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

	Περπάτημα	Ποδηλασία	Πατινάζ	Σχοινάκι	Τρέξιμο
12-15 πατατάκια(**150cal**)	50λ	37,5	30λ	20λ	10
μπισκότο σοκολάτας(**55cal**)	20λ	13,5	10	9λ	9
μια φέτα κέικ καρότου(**240cal**)	96λ	60λ	48λ	40λ	30λ
μια μερίδα(μπάλα) παγωτού σοκολάτα(**300cal**)	150	75	80	50	35λ
15νιφάδες(1φλυτζάνι) ποπ-κορν(**120cal**)					
μεγάλο ποτήρι(10 oz) αναψυκτικού(**110cal**)					
μια μερίδα λουκουμάδες(**280cal**)					
100γρ. σοκολάτα γάλακτος(**600cal**)					

10 λεπτά π. 250
40 λεπτά π. 400
80 λεπτά π. 300

30 λεπτά περπάτημα 150

10λ ποδ. 400θ
30λ ποδ. 300θ
60λ ποδ. 240

10λ σχοινάκι 60θ
30λ σχοινάκι 1800
40λ σχοινάκι 2400
10λ τρέξιμο 80
120λ τρέξιμο 1300

10λ περ. 100θ
124 περ. 300λ

(5)

940

Χρόνος Σωματικής άσκησης που χρειάζεται για να καούν
οι θερμίδες από διάφορες λιχουδιές

	Περπάτημα	Ποδηλασία	Πατινάζ	Σχοινάκι	Τρέξιμο
12-15 πατατάκια(**150cal**)	60 λεπ	37,5 λεπ	30 λεπ	25 λ	18 λεπ
μπισκότο σοκολάτας(**55cal**)	22 λεπ	12 λεπ	10,5 λεπ	8 λεπ	3 λεπ
μια φέτα κέικ καρότου(**240cal**)	96 λεπ	60 λεπ	48λ	40 λεπ	30 λεπ
μια μερίδα(μπάλα) παγωτού σοκολάτα(**300cal**)	120 λ	75 λεπ	60 λεπ		
15νιφάδες(1φλυτζάνι) ποπ-κορν(**120cal**)					
μεγάλο ποτήρι(10 oz) αναψυκτικού(**110cal**)					
μια μερίδα λουκουμάδες(**280cal**)					
100γρ. σοκολάτα γάλακτος(**600cal**)					

(49)

40 × 6 = 240
40 × 6 = 240
80 × 3 = 240

10 25θ
20 50θ
30 75θ
40 100θ
50 125θ
60 150θ

10λ = 50θ
1λ = 5θ

10λ 40θ
12λ 55θ

10λ = 400
10λ => 400

10λ 80θ
20λ 160θ
30λ 240θ

90 λεπ : 225θ
10 λ 25θ
1λ 2,5θ


Θεόφιλος
Παίρνω θερμίδες όταν τρώω
Όταν γυμνάζομαι καταναλώνω θερμίδες

- Φύλο: Άρρεν ☐ Θήλυ ☑
- Ηλικία: 25-30 ☐ 30-35 ☑ 35-40 ☐ 40-45 ☐ 45-50 ☐ 50-55 ☐
- Έτη Υπηρεσίας: ...4.......
- Ένας δάσκαλος Δημοτικού Σχολείου που εκ των πραγμάτων πρέπει να διδάσκει τόσα διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, είναι φυσικό να αισθάνεται για ορισμένα γνωστικά αντικείμενα σε σχέση με άλλα, μεγαλύτερη έλξη και υψηλότερη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία του. Πώς θα χαρακτηρίζατε εσείς το αυτοσυναίσθημά σας σε σχέση με το μάθημα των Μαθηματικών;

  Πολύ Χαμηλό ☐ Χαμηλό ☐ Μέτριο ☐ Υψηλό ☑ Πολύ Υψηλό ☐

- Κυκλώστε από την παρακάτω λίστα εκείνες τις λέξεις που σχετίζονται περισσότερο και περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Πάντοτε κατά την άποψή σας από τις δικές σας παλαιότερες σχολικές εμπειρίες ως μαθητές και από τις τρέχουσες διδακτικές πεποιθήσεις σας.

βεβαιότητα	σύμβολα	βαρετά	αδιάφορα	να δουλεύεις μόνος	ουσιώδη
προσέγγιση	θεωρία	σημαντικά	συναρπαστικά	ταχύτητα & ακρίβεια	δύσκολα
κανόνες	λογική	αφηρημένα	ό,τι τα λένε άλλοι	απόμακρα	σωστές-
μνήμη	πρακτικά	δημιουργικά	μη εφαρμόσιμα	φαντασία	απαντήσεις

εξερεύνηση	κατασκευή	απόδειξη	εξέλιξη	διασκέδαση	ένας τρόπος λύσης
αναζήτηση	ανακάλυψη	εξήγηση	περιγραφή	χρησιμότητα	εκτέλεση πράξεων
παρουσίαση	εικασία	πρόβλεψη	διαπραγμάτευση	συνεργασία	λύση προβλημάτων

- Αν σας ζητούσαν να προβλέψετε, η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στο μάθημα των Μαθηματικών επιφέρει αλλαγές; Αν ναι, κατά τη γνώμη σας, ποιες πιθανές αλλαγές θετικές ή αρνητικές θα μπορούσε να επιφέρει, τόσο στη σχέση ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά όσο και στο δικό σας διδακτικό στυλ στο μάθημα αυτό; Καταγράψτε περιληπτικά τις απόψεις σας:

Θεωρώ ότι η διαθεματική προσέγγιση στα μαθηματικά είναι ένα από τα πιο [illegible] και [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
Για να επιβληθεί να πιστέψει πρώτα ο δάσκαλος για να μπορέσει να "μυήσει" και τους μαθητές του.

Ερωτηματολόγιο

- Πώς θα χαρακτηρίζατε αυτή τη διδακτική εμπειρία;

Θα τη χαρακτήριζα ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και εποικοδομητική. Μια ακόμη αφορμή για περισσότερο προβληματισμό αναφορικά με το δικό μου ρόλο στη μαθησιακή διαδικασία.

- Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;

Δόθηκε περισσότερος χώρος και χρόνος στους μαθητές. Επιπλέον τα μαθηματικά συνδέθηκαν με θέματα και προβληματισμούς της καθημερινότητάς τους - διατροφή, άσκηση, παιχνίδι και αυτό είναι πολύ σημαντικό. Αρνητικά σχόλια δεν μπορούν να υπάρξουν συνεπώς.

- Αποκομίσατε κάτι, εσείς ως δάσκαλος-α, απ' την όλη προσέγγιση κι αν «ναι» τι είναι αυτό;

Επειδή το διδακτικό μου έργο βασίζεται στη διαθεματικότητα αυτής της προσπάθειας, τώρα νιώθω πιο σίγουρη και ασφαλής για τις μεθόδους που χρησιμοποιούσα. Επιπλέον συνειδητοποιώ ότι έχω ακόμη αρκετό δρόμο για ακόμη πιο δημιουργικό έργο.

- Εσείς που γνωρίζετε καλύτερα τους μαθητές σας, διαπιστώσατε κάποια αλλαγή στη στάση τους όσον αφορά την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά;

Επιβεβαιώθηκαν οι μαθητές για μια ακόμη φορά ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι έξω από μας. Και επειδή η διατροφή ήταν πολύ ενδιαφέρον θέμα για τους συνέδεσαν την ώρα των μαθηματικών με κάτι πιο διασκεδαστικό και δημιουργικό και πόσο τους βοηθά το πρόγραμμα.*

- Θα θέλατε στο μέλλον να επαναληφθεί η συνεργασία μας σε πιο μακροπρόθεσμη βάση;

Ύστερα από όσα αναφέρθηκαν είναι αυτονόητο ότι όχι μόνο θα επιθυμούσαμε αλλά και θα επιδιώκαμε στο άμεσο μέλλον μια σαφώς πιο μακροπρόθεσμη συνεργασία.

*Στην ερώτηση: "Έχει αλλάξει η γνώμη σας για τα μαθηματικά μετά απ' όλα αυτά;" Οι 9 στους 24 μαθητές απάντησαν θετικά

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Θέματα Διατροφής» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;

Μου άρεσε η ενότητα Θέματα Διατροφής γιατί είμασταν μια ομάδα που λύναμε προβλήματα της ζωής μας. Αναλίαμε ότι τρώγαμε κι ότι πίναμε κι ότι κάναμε το κάναμε με χαμόγελο κι όχι με πίεση των δασκάλων

- Τι θυμάστε πιο πολύ;

Θυμάμαι πιο πολύ όταν μάθαμε να μοιράζουμε ένα κολόκυθο πορτοκάλι σε 4 και μ...

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;

Διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάναμε τα μαθηματικά γιατί είναι ένα ευχάριστο μάθημα

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα , νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω:Γλώσσα, Μαθηματικά,ΜελέτηΠεριβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Χημεία, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;

Θα ήθελα να επαναληφθεί μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλον γιατί θέλω να αναλύσω την ζωή μου.

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Θέματα Διατροφής» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;

Ναι, μου άρεσε επειδή μαθαίνω να τρέφομαι σωστά, να γράφω θερμίδες, να φτιάχνω ραβδογράμματα, να μαθαίνω για την σωστή και υγιεινή διατροφή και να κάνω εργασίες με θέμα τη διατροφή.

- Τι θυμάστε πιο πολύ;

Πιο πολύ θυμάμαι τις θερμίδες, τα ραβδογράμματα και τα φαγητά.

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;

Απ' τα άλλα μαθήματα η διατροφή διαφέρει περισσότερο επειδή η διατροφή έχει μέσα σχεδόν όλα τα μαθήματα.

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα , νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω:Γλώσσα, Μαθηματικά,ΜελέτηΠεριβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Χημεία, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;

Θα ήθελα πολύ να επαναλάβουμε μια παρόμοια δραστηριότητα στο μέλλον επειδή μου άρεσε πάρα πολύ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

Δεδομένα από την τέταρτη μελέτη περίπτωσης.

Δ.1. Ερωτηματολόγια Δασκάλας Β.Κ. αρ.1 & αρ.2 απαντημένα.

Δ.2. Πίνακας ανακοινώσεων της τάξης με πληροφορίες και φωτογραφίες που έφεραν μαθήτριες. Διερεύνηση με καλαμάκια των συνθηκών κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου.

Δ.3. Φυλλάδιο με προβλήματα που έδωσε η δασκάλα και το ίδιο φυλλάδιο απαντημένο.

Δ.4. Ενδεικτική έκθεση με τίτλο «Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου».

Δ.5. Σχεδίαση από τα παιδιά με το πρόγραμμα Ζωγραφικής των Windows.

Δ.6. Ενδεικτικές εργασίες παιδιών στο φυλλάδιο «Διάφορα είδη λόγων».

Δ.7. Φωτογραφίες από την επίσκεψη στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής.

Δ.8. Ενδεικτικά ερωτηματολόγια μαθητών απαντημένα.

Δ.9. Τα παιδιά με δραματοποίηση, αναπαράστησαν έναν κύκλο και τα στοιχεία του.

Δ.10. Μέτρηση από τα παιδιά της περιμέτρου και της διαμέτρου σε κυκλικά αντικείμενα της τάξης.

Ερωτηματολόγιο Δασκάλου αρ.1

- Φύλο: Άρρεν ☐ Θήλυ ☑
- Ηλικία: 25-30 ☐ 30-35 ☐ 35-40 ☑ 40-45 ☐ 45-50 ☐ 50-55 ☐
- Έτη Υπηρεσίας: ...20....
- Ένας δάσκαλος Δημοτικού Σχολείου που εκ των πραγμάτων πρέπει να διδάσκει τόσα διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, είναι φυσικό να αισθάνεται για ορισμένα γνωστικά αντικείμενα σε σχέση με άλλα, μεγαλύτερη έλξη και υψηλότερη αυτοπεποίθηση στη διδασκαλία του. Πώς θα χαρακτηρίζατε εσείς το αυτοσυναίσθημά σας σε σχέση με το μάθημα των Μαθηματικών;

  Πολύ Χαμηλό ☐ Χαμηλό ☐ Μέτριο ☑ Υψηλό ☐ Πολύ Υψηλό ☐

- Κυκλώστε από την παρακάτω λίστα εκείνες τις λέξεις που σχετίζονται περισσότερο και περιγράφουν καλύτερα τα μαθηματικά. Πάντοτε κατά την άποψή σας από τις δικές σας παλαιότερες σχολικές εμπειρίες ως μαθητές και από τις τρέχουσες διδακτικές πεποιθήσεις σας.

βεβαιότητα	σύμβολα	βαρετά	αδιάφορα	να δουλεύεις μόνος	ουσιώδη
προσέγγιση	θεωρία	σημαντικά	συναρπαστικά	ταχύτητα & ακρίβεια	δύσκολα
κανόνες	λογική	αφιλόξενα	σου τα λένε άλλοι	απόμακρα	σωστές-
μνήμη	πρακτικά	δημιουργικά	μη εφαρμόσιμα	φαντασία	απαντήσεις
εξερεύνηση	κατασκευή	απόδειξη	εξέλιξη	διασκέδαση	ένας τρόπος λύσης
αναζήτηση	ανακάλυψη	εξήγηση	περιγραφή	χρηστικότητα	εκτέλεση πράξεων
παρουσίαση	εικασία	πρόβλεψη	δικαιολόγηση	συνεργασία	λύση προβλημάτων

- Αν σας ζητούσαν να προβλέψετε, η εισαγωγή διαθεματικών δραστηριοτήτων στο μάθημα των Μαθηματικών επιφέρει αλλαγές; Αν ναι, κατά τη γνώμη σας, ποιες πιθανές αλλαγές θετικές ή αρνητικές θα μπορούσε να επιφέρει, τόσο στη σχέση ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά όσο και στο δικό σας διδακτικό στυλ στο μάθημα αυτό; Καταγράψτε περιληπτικά τις απόψεις σας:

  Επιφέρει αλλαγες αφου πρέπει να γίνει σύνδεση των μαθηματικών με τ' άλλα μαθήματα. Ακόμη το διδακτικό στυλ στο μάθημα γίνεται πιο ευέλικτο

Ερωτηματολόγιο

- Πώς θα χαρακτηρίζατε αυτή τη διδακτική εμπειρία;

  Αυτή τη διδακτικη εμπειρία θα τη χαρακτηρίζα πρωτότυπη και εποικοδομητική και πιστεύω ότι θα με βοηθήσει στην αντιμετώπιση και χρήση των νέων βιβλίων.

- Ποια ήταν τα θετικά και ποια τα αρνητικά σημεία της όλης προσπάθειας κατά τη γνώμη σας;

  Τα θετικα της όλης προσπάθειας ήταν αρκετά. Δόθηκε περισσότερος χρόνος έκφρασης στα παιδιά και ο δικός μου ρόλος ήταν συντονιστικός. Τα παιδιά, εργαζόμενα ομαδικά ανέπτυξαν κριτική σκέψη και απέκτησαν αυτοπεποίθηση. Κάποιοι μαθητές ενθαρρύνθηκαν, κατανόησαν τις δυνατότητές τους κι έδιναν λύσεις χωρίς *

- Αποκομίσατε κάτι, εσείς ως δάσκαλος-α, απ' την όλη προσέγγιση κι αν «ναι» τι είναι αυτό;

  Αυτό που αποκόμισα εγώ από την όλη προσέγγιση είναι ότι με το συγκεκριμένο τρόπο διδασκαλίας και τις βιωματικές δραστηριότητες το σχολείο γίνεται πιο ευχάριστο και το μάθημα πιο ευέλικτο και ενδιαφέρον. Δίνεται περισσότερος χρόνος έκφρασης στα παιδιά και ο ρόλος του δασκάλου γίνεται καθοδηγητικός και συντονιστικός

- Εσείς που γνωρίζετε καλύτερα τους μαθητές σας, διαπιστώσατε κάποια αλλαγή στη στάση τους όσον αφορά την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά;

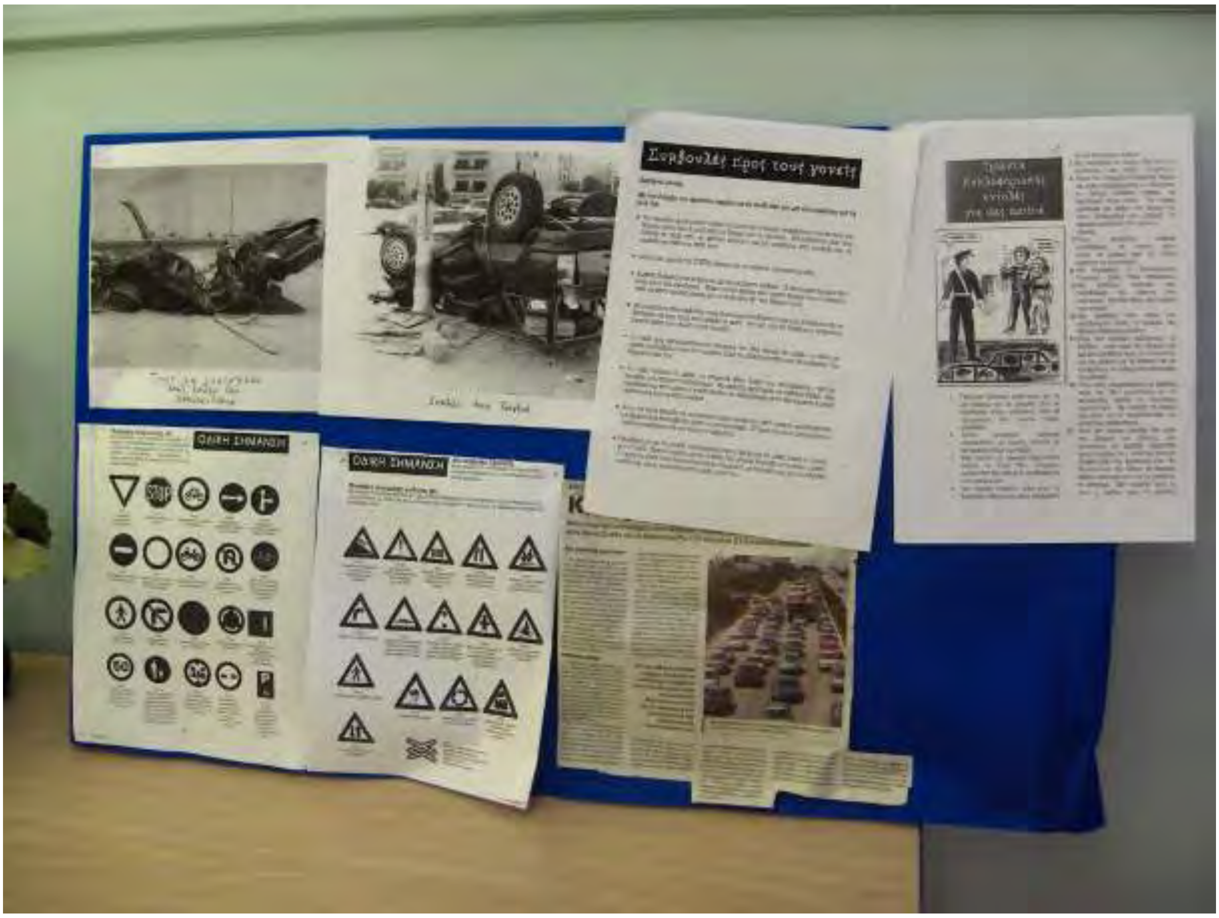
  Τα παιδιά δουλεύοντας ομαδικά ακολούθησαν στρατηγικές επίλυσης των προβλημάτων κι ένιωθαν σαν μικροί ερευνητές. Κάποιοι μαθητές αγάπησαν τα Μαθηματικά και δεν τα θεωρούσαν πια δύσκολο μάθημα. Συγκεκριμένα **

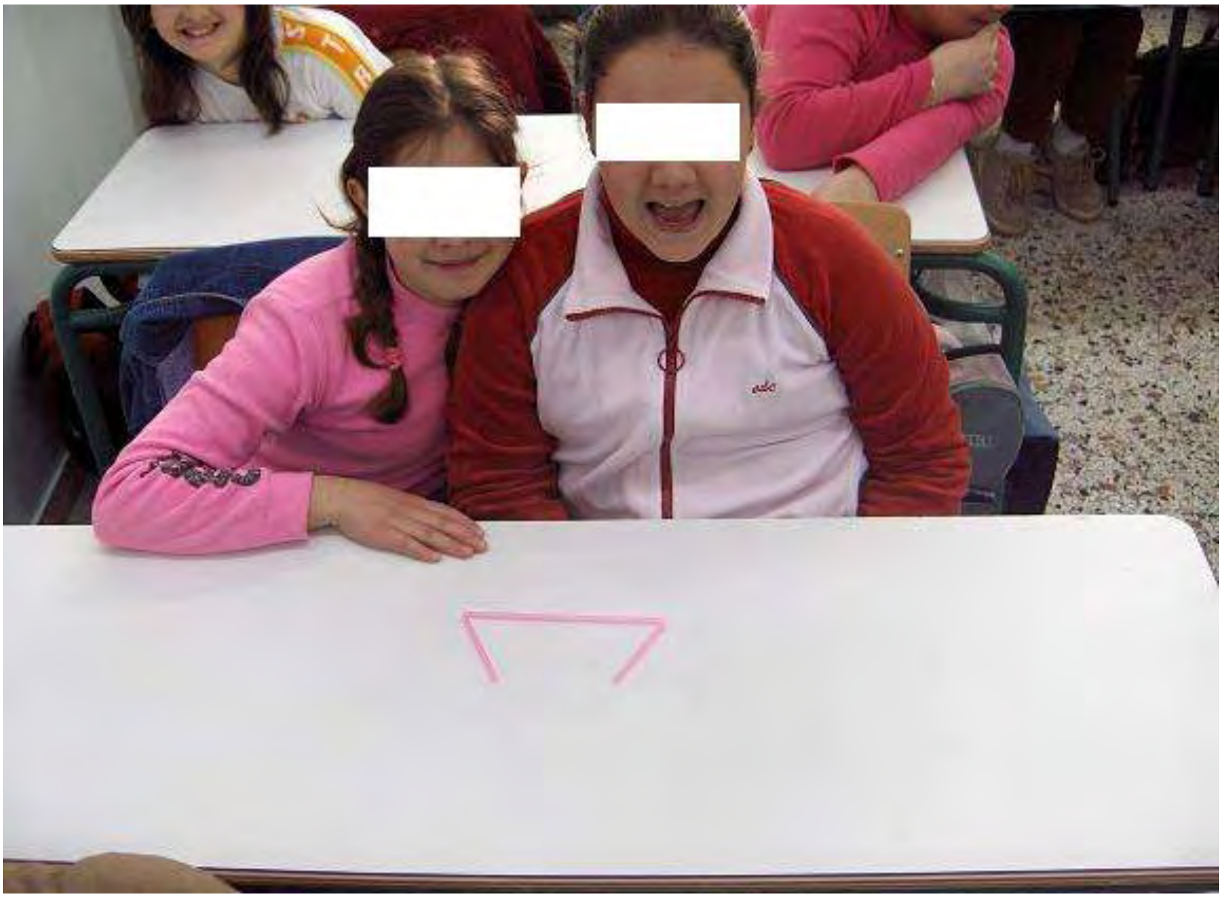
- Θα θέλατε στο μέλλον να επαναληφθεί η συνεργασία μας σε πιο μακροπρόθεσμη βάση;

  Και βέβαια είμαι πρόθυμη να επαναληφθεί στο μέλλον η συνεργασία μας.

*να φοβούνται αν είναι σωστές ή όχι
Επίσης απέκτησαν την ικανότητα να κατασκευάζουν προβλήματα, να βρίσκουν διάφορους τρόπους λύσης και να αποδέχονται τον πιο κατανοητό. Το σπουδαιότερο δέχονται τα λάθη τους και προσπαθούσαν να τα διορθώσουν.
Ακόμη με το συγκεκριμένο πρόγραμμα δόθηκε η ευκαιρία στα παιδιά να επισκεφτούν εξωσχολικούς παράγοντες (Δήμος, Τροχαία) να ενημερωθούν πάνω σε θέματα "Κυκλοφοριακής Αγωγής" και να ευαισθητοποιηθούν.
Το μόνο αρνητικό πιστεύω ίσως ήταν ο περιορισμένος χρόνος και το ότι στις ομάδες που ήταν ανομοιογενούς σύνθεσης κάποιοι αδύνατοι μαθητές χάζευαν και επαναπαύονταν στη δουλειά των άλλων

** . Ο Ταξιάρχης που πάντα όταν άκουγε Μαθηματικά δυσανασχετούσε κι αντιδρούσε λέγοντας πως είναι δύσκολα και βαρετά έδειξε τέτοιο ενδιαφέρον που δεν το περίμενα.
. Η Ελένη άρχισε να αντιμετωπίζει το λάθος στα Μαθηματικά πιο ψύχραιμα και να μην πανικοβάλλεται
. Η Αθανασία προσπαθούσε να βρεις διάφορους τρόπους επίλυσης των προβλημάτων.
. Ο Κλεάνθης που συνήθως δούλευε μόνος του ενθαρρύνθηκε με την ομαδική εργασία
Γενικά τα παιδιά κατάλαβαν ότι μέσα από τα Μαθηματικά μπορούμε να κάνουμε κι άλλα μαθήματα (Γλώσσα, Τεχνικά, Φυσική...)
. Όμως η Μαριάννα αδιαφόρησε πιο πολύ για τα Μαθηματικά με αυτό τον τρόπο.


Συμβουλές προς τους γονείς
ΟΔΙΚΗ ΣΗΜΑΝΣΗ
ΟΔΙΚΗ ΣΗΜΑΝΣΗ



Προβλήματα

1. Ένα αυτοκίνητο τρέχει με σταθερή ταχύτητα και διανύει 450 χμ σε 6 ώρες. Αν τρέχει με την ίδια ταχύτητα σε 10 ώρες, πόσα χμ θα διανύσει;

2. Η απόσταση Αθήνα-Τρίπολη είναι 168 χμ. Ένα αυτοκίνητο έχει διανύσει τα $\frac{5}{8}$ της απόστασης. Πόσα χμ έχει να διανύσει ακόμα;

3. Το λεωφορείο Καρπενήσι - Αθήνα ξεκινά από το Καρπενήσι στις 7.30 π.μ και φτάνει στην Αθήνα στις 12:45 μ.μ. Πόσος είναι ο χρόνος της διαδρομής;

4. Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από την Αθήνα για τη Θεσσαλονίκη. Από την Αθήνα μέχρι τη Λαμία έκαν 214,80 χμ., από τη Λαμία μέχρι τη Λάρισα 141,15 χμ και από τη Λάρισα μέχρι τη Θεσσαλονίκη έκανε 152 χμ. Πόσα χμ είναι η απόσταση Αθήνα-Θεσσαλονίκη;

5. Ένας ποδηλάτης σε μια ώρα διέτρεξε τα $\frac{5}{8}$ μιας απόστασης κι ένας άλλος σε μια ώρα διέτρεξε τα $\frac{5}{6}$ της ίδιας απόστασης. Ποιος διέτρεξε περισσότερη απόσταση;

6. Δυο αυτοκίνητα ξεκίνησαν την ίδια ώρα από την Αθήνα. Το α' πήγαινε για την Τρίπολη που απέχει 166 χμ. και το β' για την Πάτρα που απέχει 213,5 χμ. Ύστερα από μία ώρα το α' είχε διανύσει απόσταση 83,8 χμ. και το β' 89 χμ. Πόσα χμ. ήθελε το κάθε αυτοκίνητο να φτάσει στον προορισμό του;

Προβλήματα

Λύση

① Σε 6 ώρες διανύει 450 χμ
Σε 1 ώρα διανύει 450 : 6 = 75 χμ
Σε 10 ώρες διανύει 75 . 10 = 750 χμ

450 | 6
42 | 75
30
30
0

Απάντηση: Σε 10 ώρες διανύει 750 χμ

② Λύση
Τα $\frac{1}{8}$ του 168 = 168 : 8 = 21
Τα $\frac{5}{8}$ του 168 = 21 · 5 = 105

168
− 105
063

168 | 8
−16 | 21
08
−8
0

21
× 5
105

Απάντηση: Έχει να διανύσει ακόμα 63 χμ

③ Λύση
12 ώρ 45 λ
− 7 ώρ 30 λ
5 ώρ 15 λ

Απάντηση: Ο χρόνος της διαδρομής είναι 5 ώρ. 15 λεπτά

④ Λύση

214,80
141,15
+ 152,00
507,95

Απάντηση: Η απόσταση είναι 507,95 χμ.

Ημερομηνία: 5-4-2006

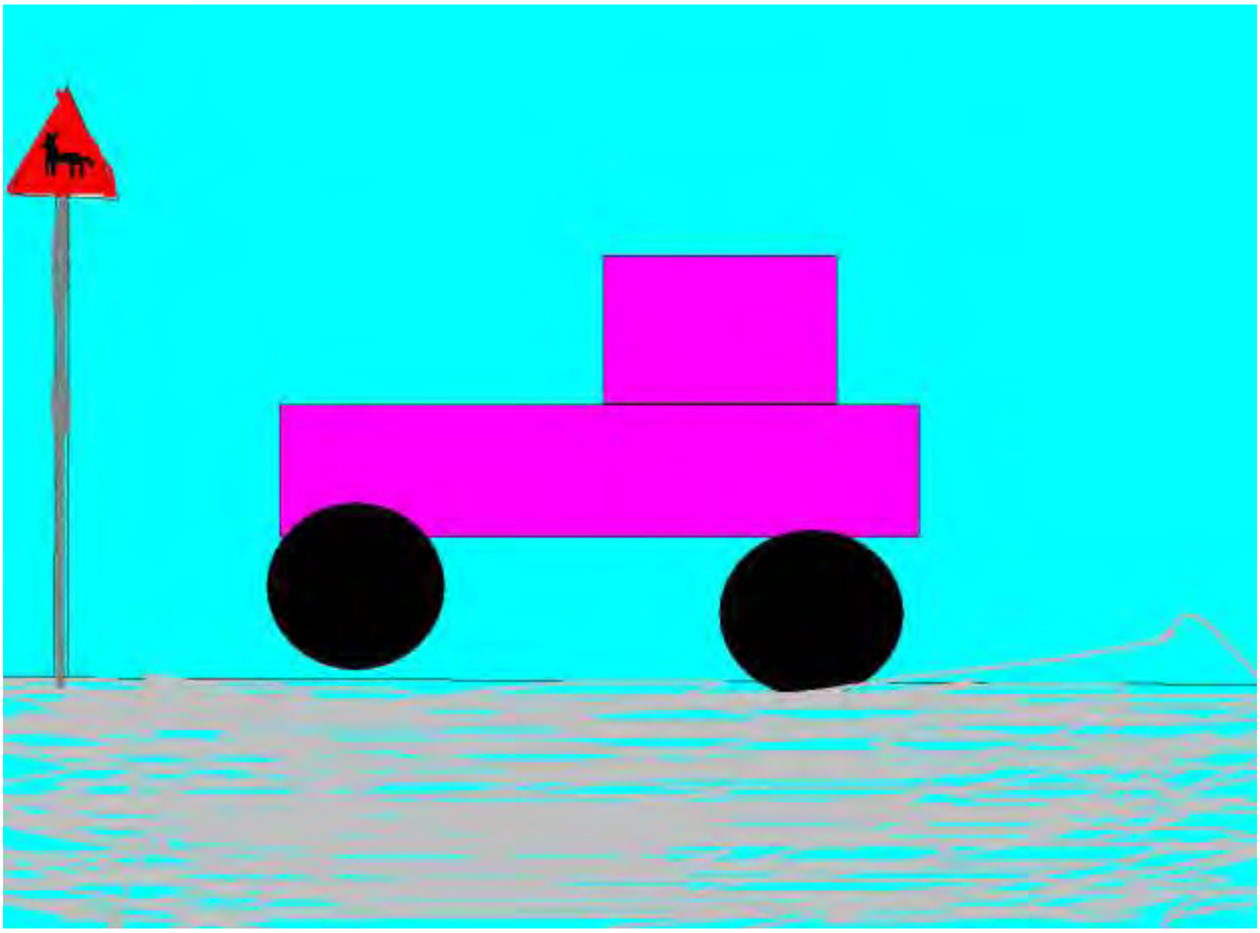
Σκέφτομαι και γράφω
«Τα θετικά και τα αρνητικά του αυτοκινήτου»

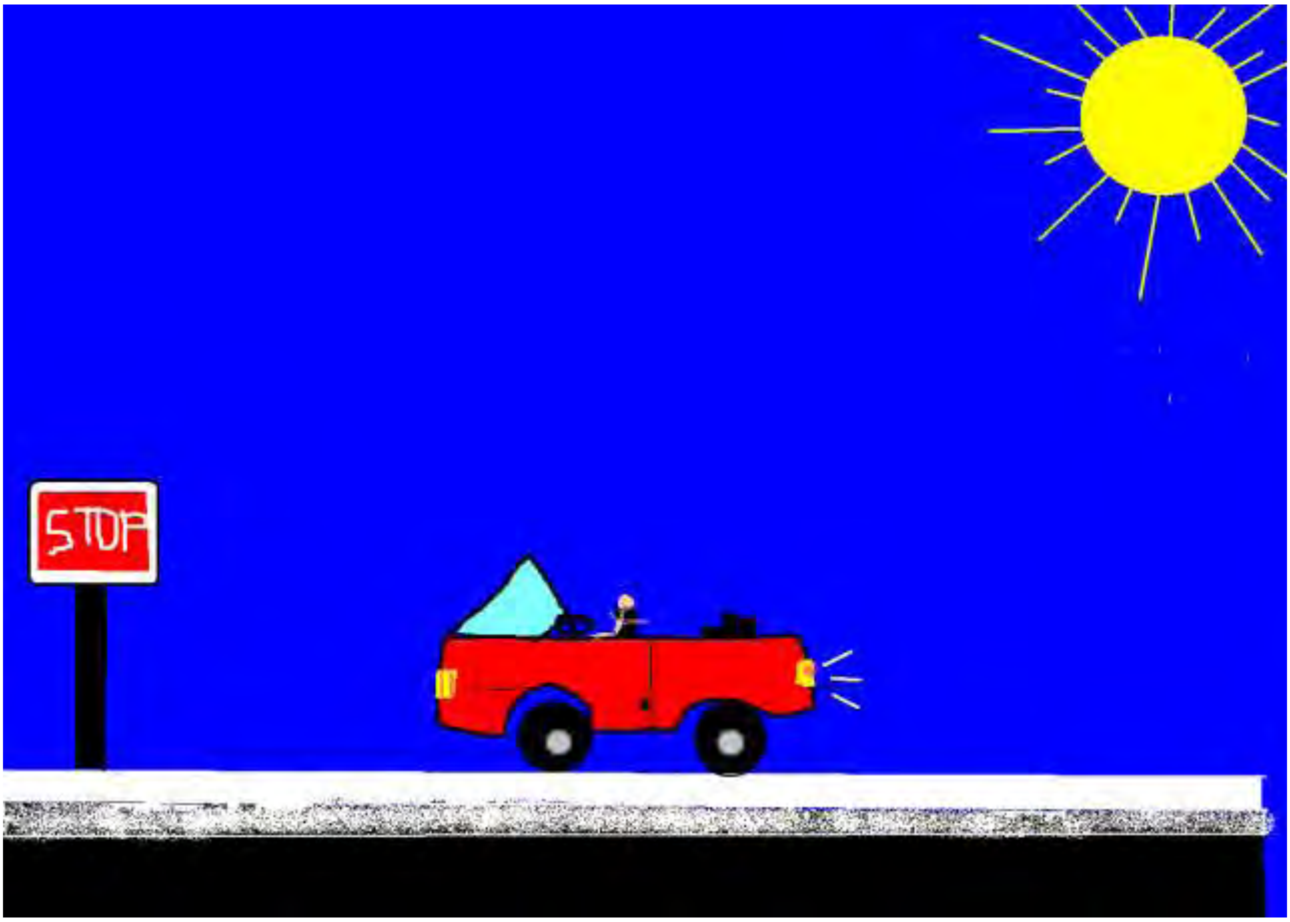
Το αυτοκίνητο σήμερα αποτελεί το δημοφιλέστερο μεταφορικό μέσο.
Ανακαλύφθηκε γύρω στο 19ο αι. και συνεχώς εξελίσσεται. Τις τελευταίες δεκαετίες είναι είδος πρώτης ανάγκης. Υπάρχει σε μεγάλη ποικιλία ειδών και μοντέλων που καλύπτουν όλες τις ανάγκες του σύγχρονου ανθρώπου στον τομέα των μεταφορών.
Οι αυτοκινητοβιομηχανίες εκμεταλλευόμενες τις συνήθειες του σύγχρονου ανθρώπου κατασκευάζουν και εξελίσσουν τα οχήματα στον τομέα των επιβατικών και των εμπορευματικών μεταφορών.

- Συντομεύονται οι χρόνοι.
- Μεταφέρονται αγαθά.
- Αναπτύσσονται οι περιοχές και το εμπόριο.
- Καλύπτονται οι ταξιδιωτικές και ψυχαγωγικές ανάγκες των ανθρώπων.

Τα θετικά μιας ανακάλυψης σαν κι αυτή δεν θα μπορούσαν να μην έχουν αρνητικές συνέπειες.

- Τα καυσαέρια που εκπέμπουν μολύνουν τον ατμοσφαιρικό αέρα με επιπτώσεις σοβαρές και στην υγεία των ανθρώπων.
- Περιορίζονται οι φυσικοί πόροι εξαιτίας της κατανάλωσης καυσίμων.
- Επηρεάζονται οι κλιματολογικές συνθήκες της γης.
- Δημιουργούνται σοβαρά οικολογικά προβλήματα εξαιτίας της ανάγκης δημιουργίας οδικού δικτύου.
- Σοβαρά κυκλοφοριακά προβλήματα δημιουργούνται εξαιτίας του μεγάλου αριθμού οχημάτων και των περιορισμένων χώρων σταθμεύσης.




STOP

Περιοχές

Α τρόπος

α)

1	2	3	4
116	185	58	1.740
11	49	38	4
15	20	29	0

$\frac{1.476}{1.740}$ $\frac{2.654}{1740}$ $\frac{1.800}{1.740}$ $\frac{6.960}{1.740}$ → Π4 > Π2 > Π3 > Π1

β) Κατά τη γνώμη μας το φανάρι θα μπει στην περιοχή 4

Β τρόπος

Π1 → $\frac{11}{15}$	$\frac{11}{26}$	0,4 40%	Κατά τη γνώμη μας το φανάρι θα μπει στην περιοχή 4
Π2 → $\frac{49}{20}$	$\frac{49}{69}$	0,6 60%	
Π3 → $\frac{30}{29}$	$\frac{30}{59}$	0,5 50%	
Π4 → $\frac{4}{0}$	$\frac{4}{4}$	1 100%	

2. Ας υποθέσουμε ότι η αστυνομία βρίσκει άλλο ένα σημείο της πόλης, όπου αφού μετρά υπολογίζει ότι ο λόγος - η σχέση του αριθμού των παραβατών προς τον αριθμό των μη παραβατών είναι ένα προς τρία: 1:3. Αυτό το εύρημα θα αλλάξει την αναφορά της αστυνομίας προς το Δημοτικό Συμβούλιο; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

Την αναφορά της αστυνομίας λεν θα την αλλάξουμε γιατί στα καινούρια στοιχεία οι παραβάτες είναι πολύ λίγοι.

Το όριο ταχύτητας στο σημείο του αυτοκινητόδρομου, όπου είναι τοποθετημένη η ηλεκτρονική πινακίδα που αναφέρθηκε πριν, είναι 80 χμ την ώρα. Η ένδειξη της πινακίδας μηδενίζεται στις 6.00 π.μ. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι ταχύτητες των έξι πρώτων αυτοκινήτων που πέρασαν μετά τις 6.00 π.μ. το πρωί.

$\boxed{}$ νόμιμοι
( ) παραβάτη

Αυτοκίνητο	Ώρα	Ταχύτητα (χμ/ώρα)
1	6:00π.μ.	75
2	6:02π.μ.	88
3	6:03π.μ.	80
4	6:05π.μ.	73
5	6:10π.μ.	78
6	6:12π.μ.	97

6. α. Ποιο είναι το ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας, το οποίο έδειχνε η ηλεκτρονική πινακίδα στις 6:01 π.μ. και στις 6:04 π.μ.;

$\frac{1}{1}$ % } 6:01 π.μ. $\frac{1}{1} = \frac{100}{100} = 100\%$ | $\frac{2}{3}$ % } 6:04 π.μ. $\frac{2}{3} \to \frac{67}{100} = 67\%$

β. Πότε ήταν μεγαλύτερο το ποσοστό των παραβατών;

Ήταν μεγαλύτερο στις 6:12 / 6:02 > 6:02

$\frac{1}{3} = \frac{34}{100} = 34\%$

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$

34% < 50%

Η ηλεκτρονική πινακίδα ρυθμίστηκε έτσι, ώστε τα στοιχεία της να αλλάζουν μόνο κάθε 10 λεπτά. Κάθε 10 λεπτά γίνονται ηλεκτρονικά υπολογισμοί και η ένδειξη του ποσοστού στην πινακίδα αλλάζει, αν έχει αλλάξει ο λόγος.

Ώρα	Αριθμός αυτοκινήτων που υπερβαίνουν τα όρια ταχύτητας	Αριθμός αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν τα όρια ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	3	1
6:10-6:20 π.μ.	8	12
6:20-6:30 π.μ.	9	24
6:30-6:40 π.μ.	11	39
6:40-6:50 π.μ.	42	58
6:50-7:00 π.μ.	38	162

Ας συζητήσουμε πώς πρέπει κατά τη γνώμη σας να υπολογίζεται η νέα ένδειξη. Υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι:

- Ο πρώτος τρόπος υπολογισμού είναι να χρησιμοποιούνται μόνο οι πληροφορίες χωριστά από κάθε δεκάλεπτο, για να υπολογιστεί το ποσοστό. Χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι ενδείξεις απ' τα προηγούμενα δεκάλεπτα.
- Ο δεύτερος τρόπος είναι να μηδενιστεί η ένδειξη στις 6:00 π.μ. και μετά να χρησιμοποιούνται όλες οι πληροφορίες από τις 6:00 π.μ. μέχρι την τρέχουσα χρονική στιγμή.

7.α. Ποιος απ' τους τρόπους υπολογισμού νομίζετε ότι είναι ο καλύτερος; Εξηγήστε γιατί διαλέξατε αυτόν τον τρόπο. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ως παράδειγμα τις πληροφορίες του παραπάνω πίνακα.

Διαλέξαμε το δεύτερο τρόπο γιατί ο δεύτερος τρόπος είναι καλύτερος ... μια για παρακολουθούμε όλα τα αμάξια να ξέρω πόσοι παραβάτες συνεχίζουν και να προσέχω στο ταξίδι μου

β. Με τις πληροφορίες του παραπάνω πίνακα, συμπληρώθηκαν οι παρακάτω δύο πίνακες, στον καθένα απ' τους οποίους έχουν υπολογιστεί με διαφορετικό τρόπο, ο λόγος και το ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας. Συμπληρώστε μόνοι σας τα κενά στους πίνακες.

- Υπολογισμός με τον πρώτο τρόπο

Ώρα	Λόγος των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας	Ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	1:4	25 %
6:10-6:20 π.μ.	12:20	60 %
6:20-6:30 π.μ.	24:33	72 %
6:30-6:40 π.μ.	39:50	78 %
6:40-6:50 π.μ.	58:100	58 %
6:50-7:00 π.μ.	162:200	81 %

α) $12:20=\frac{12}{20}=\frac{60}{100}=60\%$

β) $39:50=\frac{39}{50}=\frac{78}{100}=78\%$

γ) $162:200=\frac{162}{200}=\frac{81}{100}=81\%$

- Υπολογισμός με το δεύτερο τρόπο

Ώρα	Λόγος των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας	Ποσοστό των αυτοκινήτων που δεν υπερβαίνουν το όριο ταχύτητας
6:00-6:10 π.μ.	1:4	25 %
6:10-6:20 π.μ.	13:24	54 %
6:20-6:30 π.μ.	37:57	65 %
6:30-6:40 π.μ.	76:107	71 %
6:40-6:50 π.μ.	134:207	65 %
6:50-7:00 π.μ.	296:407	73 %

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Κυκλοφοριακή Αγωγή» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;
Μου άρεσε πολύ! Γιατί κάναμε κ άλλα μαθήματα όπως μαθηματικό κ σκέφτομαι κ γράφω, σχετικά με την κυκλοφορία. Επίσης μου άρεσε, γιατί μάθαμε πώς να κυκλοφορούμε στο δρόμο.

- Τι θυμάστε πιο πολύ;
Θυμάμαι πιο πολύ τότε που πήγαμε στους υπολογιστές κ ζωγραφίσαμε ένα δικό μας αυτοκίνητο. Επίσης που βγήκαμε στο προαύλιο κ μετρήσαμε την ταχύτητα μας.

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;
Διέφερε στο ότι κάναμε με 9 διαφορετικούς μάθημα, μαζί με από όλα τα μαθήματα κ κάναμε διάφορες ξεχωριστές δραστηριότητες, δε γράφαμε διαγωνίσματα κ δεν παίρναμε βαθμούς

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα, νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβετε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;
Θα το ήθελα πολύ γιατί θα ήθελα πάλι να διασκεδάσω όπως διασκέδασα τώρα.

Ερωτηματολόγιο

- Σας άρεσε η ενότητα «Κυκλοφοριακή Αγωγή» κι αν «ναι» γιατί σας άρεσε;
Μου άρεσε γιατί ασχοληθήκαμε με τα κυκλοφοριακά σήματα, ανανεώσαμε τις γνώσεις μας στα μαθηματικά και δουλέψαμε σε άλλα διάφορα πράγματα.

- Τι θυμάστε πιο πολύ;
Πιο πολύ θυμάμαι τέσσερα πράγματα: το κείμενο του Γιώργου Καραβά, τη χρονομέτρηση μας, τις ζωγραφιές στον υπολογιστή και τα θέματα που ανοπτύξαμε

- Σε τι διέφερε απ' τα άλλα μαθήματα που κάνετε;
Διέφερε γιατί ήταν ανάμεικτα μαθήματα και πάνω από όλα ήταν ότι δεν πέρναμε βαθμούς.

- Τα θέματα με τα οποία ασχοληθήκατε στην ενότητα αυτή της Ε.Ζ. με ποια σχολικά μαθήματα, νομίζετε ότι έχουν σχέση; Υπογραμμίστε τα μαθήματα που νομίζετε απ' τα παρακάτω: Γλώσσα, Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Θρησκευτικά, Γεωγραφία, Φυσική, Τεχνικά.

- Θα θέλατε να επαναλάβετε μια παρόμοια δραστηριότητα και στο μέλλον;
Θα ήθελα να μας πήγαινε το σχολείο το καλοκαίρι στην εξοχή, να στήσουμε τις σκηνές να ανάψουμε μόνοι μας τη φωτιά...

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

Δείγμα από το «Ημερολόγιο Παρατήρησης» του ερευνητή σε χειρόγραφη μορφή.

3η Συνάντηση Ε.Ζ.

Ε: Καλημέρα παιδιά.
(Η τάξη είχε φτιάξει λαχανόρυζο την προηγούμενη ώρα. Λαχανικά στην Ευρυτανία λένε γενικά όλα τα χόρτα και τα λαχανικά).
Δ/λα: Ας δούμε παιδιά με κάποιες συνταγές που φτιάξαμε τις προηγούμενες φορές, κάποια προβλήματα.
Ε: Είχατε γράψει για μια δόση, για 40 κομμάτια κουρκουμπίνια την παρακάτω συνταγή. (Γράφω τη συνταγή στον πίνακα *)
Δ/λα: Αν θέλω να φτιάξω 80 κομμάτια. Τα υλικά για 40 κομμάτια, είναι αυτά που γράψαμε στον πίνακα. Εγώ θέλω τώρα να φτιάξω 80 κομμάτια, πόσα υλικά θα χρησιμοποιήσω; Θέλω να μου γράψετε τη διπλάσια δόση και τα υλικά
Ε: Στη γιορτή που θα κάνουμε αντί για 40 θα έρθουν 80 καλεσμένοι, οπότε θέλουμε 80 κομμάτια.
Μάρκος: Για τα διπλάσια κομμάτια θα χρειαστούμε τα διπλάσια υλικά.
Νίκος: Σωστά, κανένα λάθος! Δ/λα: Γράψτε στα πρόχειρα...
(Οι μαθητές-τριες εργάζονται σιωπηρά στα θρανία τους και εμείς περιμένουμε και προσέχουμε τι κάνουν, δίνοντας εξηγήσεις)
Οδυσσέας: Με το νου να τα κάνουμε ή να τα γράψουμε;
Δ: Όπως σας βολεύει, ~~[illegible]~~ κάνετε τις πράξεις με το νου ή με χαρτί και με μολύβι
Γιάννης Χ.: Όποιος τελειώσει τι να κάνει;
Δ: Περιμένει! Περιμένει να τελειώσουν όλοι.
(Όποιος τελείωνε μας φώναζε για να μας δείξει ότι έγραψε).
Επειδή όπως προέκυψε, οι περισσότεροι μαθητές δυσκολεύονταν στο να υπολογίσουν τη διπλάσια ποσότητα από τις 2½ κούπες φρυγανιά. Συμπληρώνουμε με τη δ/λα ότι χρειαζόμασταν κάποιο επιπλέον υλικό. Τότε πετάχτηκε εκείνη στο μαθητικό και σε δύο λεπτά επέστρεψε με ένα μπουκάλι νερό και με έξι ποτήρια πλαστικά!
Ε: Τελειώσατε όλοι; Να ξεκινήσουμε;
Δ/λα: Πάμε όλοι στην πρώτη συνταγή και γράφουμε τη διπλάσια για 80 κομμάτια κουρκουμπίνια πόσο θα βάλουμε;

Παραδ/κό Μάθημα Μαθηματικών μετά το πρόγραμμα της Ε.Ζ.

(Ένα μήνα μετά απ' την τελευταία μας συνάντηση στην Ε.Ζ. η δασκάλα Ε.Ξ με προσκάλεσε να παρακολουθήσω μια διδακτική ώρα στα μαθηματικά, όπως της είχα ζητήσει. Πήρα μαζί μου και τη φωτογραφική μου μηχανή για κάθε ενδεχόμενο, μη γνωρίζοντας αν θα χρειαστεί να τη χρησιμοποιήσω. Το νέο προς διδασκαλία κεφάλαιο είχε τίτλο «Πώς δημιουργούμε (σύνολα κλάσματα)» (Βιβλίο «Τα μαθηματικά μου - Δ΄ δημοτικού: 2ο μέρος σ. 80-81»).
Οι μαθητές-τριες ~~[illegible]~~ καθισμένοι ανά ομάδες, ~~[illegible]~~ παρακολουθούσαν με κλειστά τα βιβλία τους).
Δ/λα: Λοιπόν (παιδάκια) τη βλέπετε αυτή τη σοκολάτα;
~~(Η δασκάλα έχει [illegible] μια σοκολάτα [illegible])~~
Όλοι μαζί: Ναι!
Δ/λα: Όλοι κοιτάξτε εδώ! Έχουμε δύο σοκολάτες ωραίες; φέραμε σοκολάτες για να την το κάνουμε μόνο στον πίνακα με σχέδιο, το παράδειγμα που θα κάνουμε. Νίκος: Θα τις φάμε μετά!
Εγώ: Μαθηματικά κάνετε, αλλά έχει και διατροφή μέσα όπως στην Ε.Ζ. που κάναμε.
(βλέπε φωτογραφία σ. με σοκολάτες)
Δ/λα: Έχουμε λοιπόν δύο γερμανικές σοκολάτες. (Με το μαχαίρι τα κόβει στα κομμάτια ~~[illegible]~~). Ποιος θέλει να έρθει στον πίνακα; Έλα Νεφέλη! Να μου γράψεις την πρώτη κίνηση που έκανα. (Σε δύο ορθογώνια σχήματα στον πίνακα η Νεφέλη καλείται να φέρει τις τομές που έκανε η δ/λα στις σοκολάτες).
Νεφέλη: Χώρισε τη μια σοκολάτα έτσι στη μέση (σχεδιάζει στον πίνακα)
Δ/λα: Κι αυτό το κομμάτι το παίρνει η Ελένη (παίρνει τη μισή και τη δίνει στην Ελένη). Πόσο είναι αυτό σε κλάσμα το κομμάτι, Φάνη;
Φάνης: Το $\frac{1}{2}$.
Δ/λα: Μετά τι έκανα; βλέπετε όλοι στο πίνακα;
Νεφέλη: Μετά μια ίδια σοκολάτα τη χώρισε σε 4 κομμάτια. Όπως την είχε κάνει πριν, την έκοψε και άλλη μια φορά (σχεδιάζει στον πίνακα).
Δ/λα: Ωραία, αυτή εδώ η σοκολάτα είναι κομμένη σε 4 κομμάτια και παίρνουμε τα 2. Τα 2 στα πόσα;
Γιάννης Χ: Στα 4.
Δ/λα: Πώς θα το γράψουμε με κλάσμα;