

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

**“ Μοντελοποίηση της επανεξυπηρέτησης μαχητικού αεροσκάφους
μέσω οργάνωσης εργασιών και διαχείρισης πόρων “**

υπό

Βαρβασούδη Αντωνίου

Διπλωματούχου Μηχανικού Αεροσκαφών Σ.Μ.Α., 2008

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

2011

© 2011 Βαρβασούδης Αντώνιος

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής: (Επιβλέπων)	Δρ. Λυμπερόπουλος Γεώργιος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής:	Δρ. Κοζανίδης Γεώργιος Λέκτορας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής:	Δρ. Παντελής Δημήτριος Επίκουρος καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο, για την έγκριση του θέματος που του πρότεινα το οποίο προέρχεται από το χώρο του επαγγέλματος μου, αλλά και τη στήριξη του καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας μου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Λέκτορα κ. Γεώργιο Κοζανίδη, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων και στο τρίτο μέλος της εξεταστικής επιτροπής της μεταπτυχιακής εργασίας μου, επίκουρου Καθηγητή κ. Δημήτριου Παντελή, για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου. Ευχαριστώ επίσης τον συνάδελφο μου Ανθυποσημναγό (ΜΑ) Μπέρτο Νικόλαο για την ηθική υποστήριξή του αλλά και τη βοήθεια του σε προβλήματα της εργασίας υπηρεσιακού χαρακτήρα. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Δημήτριο και Παρασκευή Βαρβασούδη και την αδερφή μου Κωνσταντίνα για την ολόψυχη αγάπη και

υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω αυτήν την μεταπτυχιακή εργασία στην μητέρα μου και στον πατέρα μου.

Βαρβασούδης Αντώνιος

“ Μοντελοποίηση της επανεξυπηρέτησης μαχητικού αεροσκάφους μέσω οργάνωσης εργασιών και διαχείρισης πόρων “

Βαρβασούδης Αντώνιος

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2011

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Λυμπερόπουλος Γεώργιος,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Η επανεξυπηρέτηση ενός μαχητικού αεροσκάφους δεν είναι τίποτα άλλο από το συντονισμό μίας σειράς εργασιών στο αεροσκάφος που συνδυάζονται από χρησιμοποίηση ανθρώπινου δυναμικού γι' αυτές, με σκοπό την ετοιμασία του αεροσκάφους ξανά για το πεδίο της μάχης. Σε μία χώρα όπως είναι η Ελλάδα με την κατάσταση που επικρατεί με τη γειτονική χώρα, είναι ένα πρόβλημα που επηρεάζει άμεσα την επιχειρησιακή ετοιμότητα της, δηλαδή το χρόνο αντίδρασης της σε μία κατάσταση κρίσης. Σε αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία αρχικά αναλύεται το προαναφερθέν πρόβλημα πλήρως σε με πραγματικά δεδομένα και κατατάσσεται σε ένα πρόβλημα οργάνωσης εργασιών και διαχείρισης πόρων. Στη συνέχεια αναπτύσσεται η θεωρία που διέπει όλο το πρόβλημα με σκοπό τη μοντελοποίηση του και την αναπαράσταση του σαν ένα αριθμητικό μοντέλο βελτιστοποίησης. Έπειτα ακολουθεί η μοντελοποίηση του με βάση τη θεωρία, ενώ στο τέλος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την επίλυση του.

Λόγω της διαβάθμισης του υλικού ως

‘‘ **ΑΠΟΡΡΗΤΟ** ‘‘

παραλείπονται κάποια τμήματα της μεταπτυχιακής εργασίας από τα παραδιδόμενα αντίγραφα. Από το κεφάλαιο της θεωρίας δεν απουσιάζουν κομμάτια χωρίς όμως να ισχύει το ίδιο για την παρουσίαση του προβλήματος, τη μοντελοποίηση του και τα προκύπτοντα αποτελέσματα και συμπεράσματα αυτού.

Ευχαριστώ για την κατανόηση σας.

‘‘ **Αποδεσμεύσιμο Αντίτυπο** ‘‘

Το αντίτυπο αυτό προορίζεται για μη υπηρεσιακή χρήση και δεν περιέχει

καμία πληροφορία κρίσιμη για την εθνική ασφάλεια.

Πίνακας περιεχομένων

1. Εισαγωγή	13
1.1. Κίνητρο και υπόβαθρο.....	13
1.2. Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	14
1.3. Οργάνωση μεταπτυχιακής εργασίας.....	14
2. Παρουσίαση προβλήματος.....	17
2.1. Εισαγωγή στο πρόβλημα	17
2.2. Turnaround.....	19
2.2.1. Παρουσίαση Turnaround	19
2.2.2. Παρουσίαση προσωπικού	20
2.2.3. Παρουσίαση διαδικασιών	21
2.2.4. Περιορισμοί διαδικασιών.....	28
2.2.4.1. Περιορισμοί αλληλουχίας.....	28
2.2.4.2. Περιορισμοί μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών	31
3. Θεωρία μοντελοποίησης	33
3.1. Εισαγωγή	33
3.2. Οργάνωση εργασιών-απείρων πόρων	33
3.2.1. Κατασκευή δικτύων εργασιών.....	34
3.2.2. Συνοχή δικτύου.....	37
3.2.3. Αλγόριθμος κρίσιμης διαδρομής	38
3.3. Οργάνωση εργασιών - περιορισμένων πόρων.....	41
3.3.1. Κριτήριο ACTIM.....	42

3.4. Οργάνωση εργασιών - περιορισμένων πόρων πολλών ειδών	43
3.4.1. Κριτήριο ACROS.....	43
3.4.2. Κριτήριο AG3.....	44
3.5. Μοντέλο βέλτιστης λύσης.....	45
4. Μοντελοποίηση.....	47
4.1. Μοντελοποίηση διαδικασιών – σχέσεων.....	47
4.2. Μοντελοποίηση πόρων	48
4.3. Μοντελοποίηση μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών-1^{ος} τρόπος.....	49
4.4. Μοντελοποίηση μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών-2^{ος} τρόπος.....	55
5. Αποτελέσματα και συμπεράσματα.....	59
5.1. Εισαγωγή.....	59
5.2. Μορφοποίηση και δίκτυο	60
5.3. Εμπειρικό χρονοδιάγραμμα διαδικασιών	64
5.4. Αποτελέσματα ευρετικού αλγορίθμου.....	65
5.5. Μοντέλο ολικά βέλτιστης λύσης.....	79
5.5.1. Γραμμικό μοντέλο	79
5.5.2. Αποτελέσματα γραμμικού μοντέλου	85
5.5.3. 2^ο γραμμικό μοντέλο	86
5.5.4. Αποτελέσματα 2^{ου} γραμμικού μοντέλου.....	91
5.5.5. Χρονοδιαγράμματα και σχολιασμός ολικά βέλτιστων	92
Βιβλιογραφία	97

Πίνακας εικόνων

Εικόνα 1: αεροσκάφος F-16 Block 52+	19
Εικόνα 2: αναπαράσταση πάνω σε τόξο.....	35
Εικόνα 3: Dummy διαδικασίες	36
Εικόνα 4: αναπαράσταση πάνω σε κόμβο.....	37
Εικόνα 5: πίνακας συνοχής δικτύου.....	38
Εικόνα 6: συνέχεια της εικόνας 5	38
Εικόνα 7: πίνακας κρίσιμης διαδρομής.....	41
Εικόνα 8: πίνακας περιορισμένων πόρων	45
Εικόνα 9: εικονικοί πόροι.....	50
Εικόνα 10: 1 ^η περίπτωση εικονικού πόρου	51
Εικόνα 11: 2 ^η περίπτωση εικονικού πόρου	52
Εικόνα 12: εικονικοί πόροι στο πρόβλημα μας	54

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 1: πίνακας στοιχείων προβλήματος.....	61
Σχήμα 2: πίνακας μέγιστων διατιθέμενων πόρων.....	61
Σχήμα 3: πίνακας μέγιστων χρησιμοποιούμενων πόρων	61
Σχήμα 4: Δίκτυο εργασιών	62
Σχήμα 5: πίνακας κρίσιμης διαδρομής.....	63
Σχήμα 6: εμπειρικό χρονοδιάγραμμα.....	64
Σχήμα 7: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X για W = 0, 25%, 50%, 75%	66
Σχήμα 8: πίνακας επαναλήψεων κριτηρίου διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	67

Σχήμα 9: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 100% ACTIM.....	68
Σχήμα 10: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 75% ACTIM.....	68
Σχήμα 11: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	69
Σχήμα 12: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 25% ACTIM.....	69
Σχήμα 13: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	71
Σχήμα 14: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	71
Σχήμα 15: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	72
Σχήμα 16: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	72
Σχήμα 17: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	73
Σχήμα 18: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	73
Σχήμα 19: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	74
Σχήμα 20: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	74
Σχήμα 21: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	75
Σχήμα 22: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	75
Σχήμα 23: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	76
Σχήμα 24: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM.....	76
Σχήμα 25: Χρόνοι διαμορφώσεων	77
Σχήμα 26: χρόνος γραμμικού μοντέλου	Σχήμα 27: χρόνος 2 ^{ου} γραμμικού μοντέλου
	92
Σχήμα 28: χρονοδιάγραμμα 1 ^{ου} γραμμικού μοντέλου διαμόρφωσης πόρων X.....	94
Σχήμα 29: χρονοδιάγραμμα 2 ^{ου} γραμμικού μοντέλου διαμόρφωσης πόρων X.....	95
Σχήμα 30: ποσοστιαίες μεταβολές χρόνου	95

1. Εισαγωγή

Η Ελλάδα αν και μικρή χώρα αντιμετωπίζει μία συνεχή κατάσταση έντασης από τους γείτονες της. Οι ένοπλες δυνάμεις στηρίζουν την εξωτερική της πολιτική για να προασπίσουν τα συμφέροντα και την ασφάλεια της. Πρωταρχικό ρόλο ανάμεσα στις ένοπλες δυνάμεις παίζει η Πολεμική Αεροπορία που αποτελεί και την αιχμή του δόρατος σε όλες τις πολεμικές επιχειρήσεις. Κύριος στόχος της είναι η σωστή χρησιμοποίηση των διαθέσιμων μέσων και υλικών και ανθρώπινου δυναμικού για να φέρει εις πέρας μία κατάσταση κρίσης που απειλεί το ελληνικό έθνος. Είναι ευνόητο λοιπόν ότι σημαντικό χαρακτηριστικό σε όλα τα προηγούμενα είναι η ταχύτητα αντίδρασης που εξαρτάται από τη δυνατότητα της χώρας να ετοιμάσει τα αεροσκάφη της για έναν ενδεχόμενο πόλεμο. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο όμως απαιτεί ένα τέλειο συντονισμό ανάμεσα σε εργασίες διαφορετικού είδους πάνω στο ίδιο αεροσκάφος αλλά και ανθρώπινου δυναμικού διαφορετικής ειδικευσης σε αυτές τις εργασίες. Όλα τα παραπάνω κατατάσσουν αυτό το πρόβλημα στην κατηγορία της οργάνωσης εργασιών και διαχείρισης πόρων βάσει της οποίας μπορεί να μοντελοποιηθεί και να βελτιστοποιηθεί.

1.1. Κίνητρο και υπόβαθρο

Η επανεξυπηρέτηση ενός αεροσκάφους αποτελεί ένα πρόβλημα που υπάρχει από τότε που δημιουργήθηκε η Πολεμική Αεροπορία. Επίσης η μελέτη και ανάλυση του προϋποθέτει πολύ καλή γνώση όλων των πτυχών του προβλήματος και όχι απλά την εξωτερική παρατήρηση του, διότι πίσω από κάθε βήμα του προβλήματος ακολουθούν κανόνες που αφορούν την ασφάλεια του προσωπικού, του υλικού, των μέσων καθώς επίσης και περιορισμοί της ίδιας της υπηρεσίας όπως αυτοί διαρθρώνονται στην Ελληνική Πολεμική Αεροπορία. Λόγω του επαγγέλματος μου έχω την πρόσβαση σε

ένα τέτοιου είδους “ Διαβαθμισμένο ως ΑΠΟΡΡΗΤΟ ” πρόβλημα και στις πληροφορίες που σχετίζονται με αυτό. Η προσωπική μου επαφή επίσης με το ίδιο το πρόβλημα μου έχει δώσει τη δυνατότητα να το γνωρίσω με όλες του τις πτυχές. Λόγω όλων των προαναφερθέντων αποφάσισα να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο πρόβλημα προκειμένου να το βελτιώσω, διότι μέχρι τώρα αυτό που ακολουθείται είναι μία εμπειρική σειρά εργασιών χωρίς να προσδιορίζεται από κανένα πρότυπο οργάνωσης αυτών.

1.2. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Λόγω της τεράστιας έκτασης του κλάδου της οργάνωσης εργασιών και της διαχείρισης πόρων περιορίστηκα στη σχετική βιβλιογραφία που αναφέρεται στο τέλος από όπου και άντλησα οτιδήποτε χρειάστηκε τόσο στο θεωρητικό κομμάτι του προβλήματος, όσο και στη μοντελοποίηση και τη μελέτη αυτού ως ένα κοινό πρόβλημα διαχείρισης εργασιών και πόρων, με τις δικές του βέβαια ιδιαιτερότητες.

1.3. Οργάνωση μεταπτυχιακής εργασίας

Η υπόλοιπη μεταπτυχιακή εργασία χωρίζεται σε τέσσερις ενότητες δηλαδή στα κεφάλαια 2 έως 5 που ακολουθούν. Συγκεκριμένα:

Στο 2^ο κεφάλαιο γίνεται η πλήρης περιγραφή του προβλήματος, των επιμέρους εργασιών που το αποτελούν, των περιορισμών του αλλά και του ανθρώπινου δυναμικού και το είδος της ειδίκευσης που απαιτείται για να το φέρει εις πέρας.

Στο 3^ο κεφάλαιο αναλύεται όλη η θεωρία που απαιτείται για την κατανόηση του προβλήματος και τη μορφοποίηση του σε ένα μοντέλο για να μπορεί να βελτιστοποιηθεί.

Στο 4^ο κεφάλαιο συνδυάζεται όλη η θεωρία του 3^{ου} και μοντελοποιείται το πρόβλημα αποκτώντας μία αριθμητική και σχηματική υπόσταση επιτρέποντας μας να το μελετήσουμε.

Στο 5^ο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα ακολουθούμενα το καθένα ξεχωριστά από τα δικά του σχόλια και συμπεράσματα.

2. Παρουσίαση προβλήματος

2.1. Εισαγωγή στο πρόβλημα

Στη σύγχρονη εποχή η Ελλάδα αντιμετωπίζει πολλούς κινδύνους που υπονομεύουν την εθνική ακεραιότητα και ασφάλεια. Παρότι είναι μία μικρή χώρα δαπανάει τεράστια ποσά του κρατικού προϋπολογισμού στην εθνική άμυνα οφείλοντας πάντα να ακολουθεί την τελευταία λέξη της τεχνολογίας των οπλικών συστημάτων που χρησιμοποιεί, προασπίζοντας με αυτόν τον τρόπο τα συμφέροντα της. Δεν αρκεί όμως σε μία χώρα μόνο το μέγεθος της δύναμης πυρός που διαθέτει αλλά και η ταχύτητα με την οποία μπορεί να το διαχειριστεί και να το κατανείμει όταν αυτό απαιτηθεί. Μόνο με το συνδυασμό αυτών των χαρακτηριστικών μπορεί να διασφαλιστεί η άμυνα της χώρας και να σταθεί απέναντι στον επιτιθέμενο σαν υπολογίσιμη δύναμη. Όπως σε κάθε άλλη χώρα έτσι και στη δική μας δεν είναι δυνατό να απουσιάζει λοιπόν από τις ένοπλες δυνάμεις η πολεμική αεροπορία. Ο ρόλος της είναι ακριβώς αυτός που προαναφέρθηκε, δηλαδή ο έγκαιρος διαμοιρασμός της δύναμης πυρός ώστε να καταφέρει ένα σοβαρό πλήγμα στον εχθρό, διότι σε αυτές τις εποχές είναι το μοναδικό μέσο που μπορεί να διεισδύσει ταχύτατα σε μεγάλες αποστάσεις και σε τρωτά στρατηγικά σημεία του εχθρού. Η απόδοση όμως αυτή δεν αρκεί να χαρακτηρίζεται από μία κορύφωση στην αρχή της κρίσης και την κατάπτωση μετά, διότι πάλι αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη μη σωστή χρησιμοποίηση της συνολικής δύναμης της χώρας και κατά συνέπεια τον κλονισμό της ασπίδας προστασίας της σε μία επικίνδυνη κατάσταση. Για το λόγο αυτό πρέπει η ετοιμότητα των δυνάμεων να βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα ακόμα και μετά τη διεξαγωγή των πρώτων επιχειρήσεων.

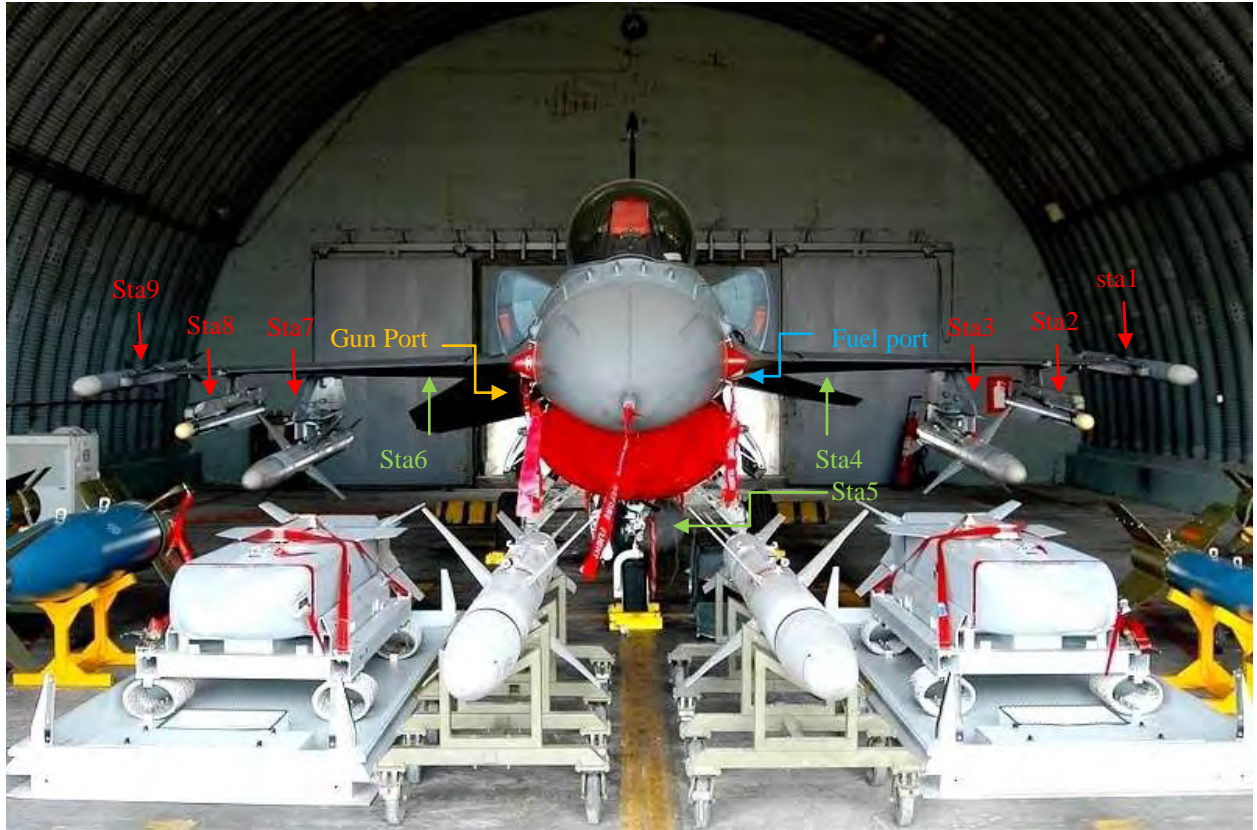
Αναφερόμενος στη χώρα μας πάλι οι διαρκείς παραβιάσεις του εθνικού εναέριου χώρου την έχουν εξαναγκάσει να βρίσκεται σε μία συνεχόμενη κατάσταση κρίσης η

οποία με τη σειρά της απαιτεί την καθημερινή βελτίωση με σκοπό να διατηρείται η επιχειρησιακή ετοιμότητα της χώρας. Με στόχο την παραγωγή όσο το δυνατό μεγαλύτερου πτητικού έργου χωρίς να πραγματοποιείται εις βάρος των κανόνων ασφάλειας πτήσεων και εδάφους, κύριο μέλημα όλων στην πολεμική αεροπορία είναι η μείωση των χρόνων εργασιών που θα καταφέρουν να δώσουν ξανά ένα αεροσκάφος επιχειρησιακά διαθέσιμο για μία νέα αποστολή. Όλα αυτά όμως δεν είναι μόνο αντικρουόμενα μεταξύ τους, αλλά και με το προσωπικό που είναι διαθέσιμο για κάθε αεροσκάφος σε μία περίοδο έντασης.

Από όσα προαναφέρθηκαν είναι εύκολα κατανοητό ότι για να ετοιμαστεί ένα αεροσκάφος για πόλεμο απαιτείται μία σειρά εργασιών που διέπεται από συγκεκριμένους κανόνες οριοθετώντας τις προτεραιότητες μεταξύ τους, καθώς επίσης και συγκεκριμένης κατάρτισης προσωπικό το οποίο αποτελεί τους πόρους που θα φέρουν σε πέρας αυτές τις εργασίες. Όλα αυτά μαζί απαιτούν με τη σειρά τους τέλειο συντονισμό ώστε να επιτευχθεί η δρομολόγηση των εργασιών στον ελάχιστο χρόνο. Η ονομασία λοιπόν του προβλήματος που προαναφέρθηκε σε αεροπορικούς όρους είναι **‘Έπανεξυπηρέτηση αεροσκάφους ‘ ή αλλιώς ‘Turnaround ‘.**

2.2. Turnaround

2.2.1. Παρουσίαση Turnaround



Εικόνα 1: αεροσκάφος F-16 Block 52+

Στην παραπάνω εικόνα παρουσιάζεται το αεροσκάφος στο οποίο αναφερόμαστε και διακρίνουμε με κόκκινο βέλος τις θέσεις ανάρτησης (σταθμούς-stations) των όπλων, με πορτοκαλί την είσοδο φόρτωσης του πυροβόλου, με πράσινο τις θέσεις ανάρτησης εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου και με γαλάζιο την είσοδο πλήρωσης καυσίμου. Συνολικά το αεροσκάφος έχει 9 σταθμούς ανάρτησης φορτίων τέσσερις σε κάθε πτέρυγα και έναν ακόμα στη μέση της ατράκτου στο κάτω μέρος αυτού.

Ξεκινώντας όμως θα πρέπει να επεξηγηθεί ο λόγος που πραγματοποιείται η επανεξυπηρέτηση του αεροσκάφους που έχει επιστρέψει από μία κατάσταση μάχης. Λαμβάνεται ως δεδομένο ότι το αεροσκάφος δεν έχει κάποια ζημιά λόγω της μάχης

αλλά και ούτε κάποια βλάβη διότι πλέον δεν θα ήταν άμεσα πτήσιμο άρα δεν θα μας ενδιέφερε ο χρόνος εξυπηρέτησης αλλά ο χρόνος αποκατάστασης της βλάβης. Βασιζόμενοι τώρα στην προηγούμενη προϋπόθεση το αεροπλάνο γυρνάει στη βάση του έχοντας απορρίψει τις εξωτερικές δεξαμενές καυσίμου και χρησιμοποιήσει όλα τα όπλα του τα οποία συμπεριλαμβάνουν όπλα αέρος-εδάφους και αέρος-αέρος. Προτού όμως μιλήσουμε για τις εργασίες θα αναλυθεί το απαιτούμενο προσωπικό ενώ στο τέλος θα αναφερθούμε στους κανόνες που καθορίζουν τις προτεραιότητες μεταξύ των εργασιών.

2.2.2. Παρουσίαση προσωπικού

Παρακάτω θα γίνει μία αναφορά στο είδος του προσωπικού που χρησιμοποιείται και πως διαχωρίζεται στις κατηγορίες που ακολουθούν. Τα κριτήρια τα οποία σταχυολογούν το προσωπικό είναι :

❖ **Η ειδικότητα** : σύμφωνα με την οποία το προσωπικό διαχωρίζεται σε:

- **Οπλουργούς** : που ασχολούνται με τις φορτώσεις όπλων και τους απαιτούμενους ελέγχους,
- **Μηχανικούς** : που ασχολούνται με τη φόρτωση δεξαμενών καυσίμου,
- **Οδηγούς** : που ασχολούνται με τα οχήματα που λαμβάνουν μέρος στο χώρο εργασιών.

❖ **Και το επίπεδο εξουσιοδότησης** : να εκτελέσουν κάποιες εργασίες σύμφωνα με το οποίο διακρίνουμε :

- **Τους επιθεωρητές** : οι οποίοι έχουν μεγαλύτερη εμπειρία και μπορούν τόσο να εκτελέσουν μία εργασία μόνοι τους εάν αυτό είναι δυνατό αλλά είναι απαραίτητοι όταν πρόκειται για εργασίες που απαιτούν επίβλεψη,

- **Και τους εκτελεστές :** που με τη σειρά τους μπορούν να εκτελέσουν μόνο κάποιες εργασίες χωρίς την επίβλεψη ενός επιθεωρητή.

Στους οδηγούς δεν υπάρχει το δεύτερο κριτήριο διαχωρισμού.

Συνολικά το διαθέσιμο προσωπικό για την επανεξυπηρέτηση είναι δύο επιθεωρητές οπλουργοί, πέντε εκτελεστές οπλουργοί, ένας επιθεωρητής μηχανικός, 3 εκτελεστές μηχανικοί και δύο οδηγοί.

2.2.3. Παρουσίαση διαδικασιών

Έχοντας ορίσει πλέον τις κατηγορίες προσωπικού ακολουθεί η παρουσίαση των διαδικασιών με σύντομη αναφορά στην καθεμία από αυτές. Οι διαδικασίες παρατίθενται σε τυχαία σειρά χωρίς αυτή να υποδηλώνει τις προτεραιότητες μεταξύ τους οι οποίες θα αναλυθούν αργότερα.

- **Αφιξη-Κράτηση κινητήρα**

Είναι η διαδικασία κατά την οποία το αεροσκάφος καταφθάνει στο καταφύγιο όπου και γίνεται η κράτηση (σβήσιμο) του αεροκινητήρα και η ετοιμασία του για τη μεταφορά εντός του καταφυγίου.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Είσοδος στο καταφύγιο**

Σε αυτό το σημείο το αεροσκάφος ρυμουλκείται με σκοπό να εισέλθει στο καταφύγιο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**, **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Ασφάλιση πυροβόλου – Gun Safe**

Εδώ πέρα πραγματοποιείται η ασφάλιση πυροδότησης του πυροβόλου με σκοπό τη μη αναμενόμενη πυροδότηση κατά τη φόρτωση του.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Σύνδεση επίγειου εξοπλισμού παροχής ρεύματος και αέρα ψύξεως (M32-Cooling)**

Το αεροσκάφος έχει απαίτηση από παροχή ρεύματος και αέρα ψύξεως κατά τη διάρκεια των ελέγχων στο έδαφος με σκοπό την προστασία των ηλεκτρονικών του συστημάτων.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση δεξαμενής καυσίμου πτέρυγας σταθμοί 4,6 (wing tank station4,6)**

Οι δεξαμενές καυσίμου είναι πρόσθετος αποθηκευτικός χώρος καυσίμου για το αεροσκάφος που του παρέχουν μεγαλύτερη αυτονομία κατά την πτήση για να καλύπτει μεγαλύτερες αποστάσεις ανάλογα με την αποστολή. Είναι απορριπτόμενες πράγμα το οποίο τις καθιστά αναλώσιμες.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση δεξαμενής καυσίμου ατράκτου σταθμός 5 (centerline tank station 5)**

Οι δεξαμενές καυσίμου είναι πρόσθετος αποθηκευτικός χώρος καυσίμου για το αεροσκάφος που του παρέχουν μεγαλύτερη αυτονομία κατά την πτήση για να καλύπτει μεγαλύτερες αποστάσεις ανάλογα με την αποστολή. Είναι απορριπτόμενες πράγμα το οποίο τις καθιστά αναλώσιμες.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση πυραύλων αέρος-αέρος σταθμοί 1,9 (Air to air Medium Range Missile AIM-120C AAMRAM station 1,9)**

Σε αυτό το σημείο το αεροσκάφος φορτώνεται με πυραύλους αέρος –αέρος τύπου AAMRAM χωρίς όμως τη σύνδεση του όπλου για αποφυγή πιθανής πυροδότησης κατά τον έλεγχο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση πυραύλων αέρος-αέρος σταθμοί 2,8 (Air to air infared Missile IRIS-T 2000 station 2,8)**

Σε αυτό το σημείο το αεροσκάφος φορτώνεται με πυραύλους αέρος –αέρος τύπου IRIS-T 2000 χωρίς όμως τη σύνδεση του όπλου για αποφυγή πιθανής πυροδότησης κατά τον έλεγχο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση όπλων αέρος-εδάφους σταθμοί 3,7 (Cluster bomb unit CBU station 3,7)**

Σε αυτό το σημείο το αεροσκάφος φορτώνεται με όπλα αέρος –εδάφους τύπου CBU χωρίς όμως τη σύνδεση του όπλου για αποφυγή πιθανής πυροδότησης κατά τον έλεγχο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Προετοιμασία σταθμών προς φόρτωση όπλων**

Οι σταθμοί απαιτούν κάποιες ενέργειες από τους οπλουργούς για να φορτωθούν τα όπλα.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Φόρτωση φυσιγγίων πυροβόλου με UALS (Universal ammunition loading system)**

Σε αυτή τη διαδικασία το αεροσκάφος φορτώνεται με φυσίγγια πυροβόλου μέσω ενός κινούμενου οχήματος που διαθέτει ταινία μεταφοράς για τα φυσίγγια για να πραγματοποιείται πιο σύντομα η φόρτωση.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Αφαίρεση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας (Chaff and flares Magazines of ASPIS Airborne Self-Protection Integrated System)**

Το σύστημα αυτοπροστασίας του αεροσκάφους είναι ένα σύστημα που με διάφορους αισθητήρες γύρω από όλο το αεροπλάνο αναγνωρίζει τις απειλές προς αυτό και

εξαπολύει ανάλογα με το είδος της απειλής διάφορα αντίμετρα τα λεγόμενα chaffs ή flares. Αυτά τα αντίμετρα τοποθετούνται μέσα σε ειδικές κυψέλες από όπου επιτρέπεται η πυροδότηση τους.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Λειτουργικός έλεγχος πυροδότησης (Functional Check)**

Κατά τον έλεγχο διαπιστώνεται η καλή κατάσταση των σταθμών ως προς την πυροδότηση των όπλων καθώς επίσης εκτελείτε και έλεγχος διαρροών τάσης προς αποφυγή ακούσιας πυροδότησης κατά τη σύνδεση των όπλων.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X** και **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Επιθεώρηση κρίσιμων περιοχών του αεροσκάφους**

Είναι μία σημαντική εργασία όπου γίνεται έλεγχος σε κάποιες κρίσιμες περιοχές του αεροσκάφους για την πτήση.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Αποσύνδεση επίγειου εξοπλισμού παροχής ρεύματος και αέρα ψύξεως (M32-Cooling)**

Το αεροσκάφος έχει απαίτηση από παροχή ρεύματος και αέρα ψύξεως κατά τη διάρκεια των ελέγχων στο έδαφος με σκοπό την προστασία των ηλεκτρονικών του συστημάτων.

Όταν τελειώσουν οι έλεγχοι πλέον αυτό δεν είναι απαραίτητο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Πλήρωση με καύσιμο JP-8 (Κομπλάρισμα)**

Σε αυτή τη φάση εισέρχεται το κηροζινοφόρο όχημα μέσα στο καταφύγιο με σκοπό την του αεροσκάφους με καύσιμο.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας (Chaff and flares Magazines of ASPIS Airborne Self-Protection Integrated System)**

Το σύστημα αυτοπροστασίας του αεροσκάφους είναι ένα σύστημα που με διάφορους αισθητήρες γύρω από όλο το αεροπλάνο αναγνωρίζει τις απειλές προς αυτό και εξαπολύει ανάλογα με το είδος της απειλής διάφορα αντίμετρα τα λεγόμενα chaffs ή flares. Αυτά τα αντίμετρα τοποθετούνται μέσα σε ειδικές κυψέλες από όπου επιτρέπεται η πυροδότηση τους.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Σύνδεση όπλων και τοποθέτηση πτερυγίων των πυραύλων (buffer-wings)**

Όπως φαίνεται από τον τίτλο καταλαβαίνουμε ότι είναι η φάση κατά την οποία συνδέονται τα όπλα με το αεροσκάφος και τοποθετούνται οι αντωτικές-κατευθυντικές επιφάνειες των πυραύλων.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Τοποθέτηση φυσιγγίων απόρριψης δεξαμενών καυσίμου και όπλων αέρος εδάφους. (cartridges)**

Τα φυσίγγια απόρριψης είναι αυτά που διασφαλίζουν την απαραίτητη πίεση αερίων κατά την πυροδότηση τους με σκοπό το σωστό αποχωρισμό των φορτίων από το αεροσκάφος.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Επιθεώρηση επιθεωρητή οπλουργού**

Σε αυτό το σημείο οι επιθεωρητές οπλουργοί ελέγχουν το αεροσκάφος και τα όπλα μετά το τέλος όλων των εργασιών.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Απομάκρυνση υλικών, εργαλείων και έλεγχος FOD**

Όλα τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν απομακρύνονται και ο χώρος ετοιμάζεται για την εκκίνηση του αεροσκάφους το οποίο είναι σημαντική εργασία για να αποφευχθεί τυχόν αναρρόφηση κάποιου αντικειμένου από τον αεροκινητήρα.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X, X, X και X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Υπογραφή φόρμας του αεροσκάφους**

Με την υπογραφή της φόρμας διασφαλίζεται η ολοκλήρωση όλων των εργασιών.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X, X, X και X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Αποδοχή και εκκίνηση του αεροσκάφους**

Εδώ γίνεται η παραλαβή του αεροσκάφους από το ιπτάμενο προσωπικό και πραγματοποιούνται οι ενέργειες εκκίνησης.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

- **Όπλιση**

Σε αυτή τη φάση το αεροσκάφος έχει τροχοδρομήσει εκτός του καταφυγίου και πραγματοποιείται η αφαίρεση των ασφαλειών πυροδότησης των όπλων που είναι και η τελευταία εργασία πριν την τροχοδρόμηση του για τον διάδρομο απογείωσης.

Απαιτούμενο προσωπικό: **X**

Απαιτούμενος χρόνος: **X**

2.2.4. Περιορισμοί διαδικασιών

2.2.4.1. Περιορισμοί αλληλουχίας

Αφού πλέον έχουμε αναφερθεί στο προσωπικό και στις διαδικασίες του προβλήματος, τώρα πρέπει να αναφερθούμε στους κανόνες που καθορίζουν τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των διαδικασιών. Η αλληλουχία των διαδικασιών καθορίζεται τόσο από κανόνες που διασφαλίζουν την ασφάλεια του προσωπικού, των υλικών και των εργασιών, αλλά και από προβλήματα χωροταξίας εντός του καταφυγίου. Όλα αυτά διευκρινίζονται παρακάτω.

Θα ξεκινήσουμε λοιπόν με τους περιορισμούς οι οποίοι θέτουν τη βασική αλληλουχία των διαδικασιών με πρώτη από όλες την άφιξη του αεροσκάφους και την

κράτηση του κινητήρα όπως και είναι αναμενόμενο. Επειδή παρόλο που βρισκόμαστε σε ειρηνική περίοδο λόγω του ότι η άσκηση προσομοιώνει συνθήκες πολέμου απαγορεύεται να ξεκινήσει οποιαδήποτε εργασία εάν το αεροσκάφος δεν εισέλθει στο καταφύγιο. Μετά την είσοδο του δίνεται η δυνατότητα σε κάποιες εργασίες να ξεκινήσουν που αναλύονται με τη σειρά τους παρακάτω. Αυτές είναι η ασφάλιση του πυροβόλου διότι σε περίπτωση αστοχίας ή ακούσιας πυροδότησης του υπάρχει περίπτωση να έχουμε θάνατο προσωπικού. Παράλληλα με την προηγούμενη εργασία δίνεται η δυνατότητα στους μηχανικούς να ξεκινήσουν τη φόρτωση μιας εκ των τριών εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου δηλαδή ή της δεξαμενής πτέρυγας στο σταθμό 4 ή της αντίστοιχης στο σταθμό 6 ή της κεντρικής δεξαμενής ατράκτου στο σταθμό 5. Επίσης μπορεί να ξεκινήσει η αφαίρεση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας από τους οπλουργούς αλλά και η προετοιμασία των σταθμών φόρτωσης των όπλων. Συνεχίζοντας μετά από την ασφάλιση του πυροβόλου δίνεται η δυνατότητα στους οδηγούς να συνδέσουν τον επίγειο εξοπλισμό παροχής ρεύματος και αέρα ψύξεως για τους ελέγχους αλλά και στους οπλουργούς επιτρέπεται πλέον η φόρτωση φυσιγγίων πυροβόλου με UALS. Επίσης οι οπλουργοί μπορούν μετά την προετοιμασία των σταθμών να ξεκινήσουν άλλες έξι εργασίες, δηλαδή ή το φόρτωμα πυραύλων αέρος-αέρος τύπου AAMRAM στους σταθμούς 1 και 9, το φόρτωμα πυραύλων αέρος-αέρος τύπου IRIS-T στους σταθμούς 2 και 8, ή το φόρτωμα όπλων αέρος-εδάφους τύπου CBU στο σταθμούς 3 και 7. Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω η σύνδεση των όπλων με το αεροσκάφος είναι άλλη εργασία ξεχωριστή και πραγματοποιείται μετά τους ελέγχους για να αποφευχθεί λόγω κάποιας διαρροής τάσης να πυροδοτηθεί κάποιο όπλο και να κινδυνεύσει η ζωή κάποιων από το προσωπικό. Το φόρτωμα των όπλων σημαίνει ότι αναρτώνται στο αεροσκάφος ως βάρος χωρίς να έχουν καμία επικοινωνία με τα ηλεκτρονικά συστήματα αυτού. Στη συνέχεια εφόσον έχουν ολοκληρωθεί η σύνδεση

του επίγειου εξοπλισμού παροχής ρεύματος και αέρα ψύξεως, η φόρτωση του πυροβόλου με φυσίγγια, οι φορτώσεις και των τριών εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου και η αφαίρεση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας, επιτρέπεται στους οπλουργούς να ξεκινήσουν τους απαιτούμενους ελέγχους για να επιτραπεί η έναρξη των περαιτέρω εργασιών. Με την ολοκλήρωση των ελέγχων πλέον μπορεί ο επίγειος εξοπλισμός ρεύματος και αέρα ψύξεως να αποσυνδεθεί και να απομακρυνθεί αλλά και να ξεκινήσει η πλήρωση του αεροσκάφους με καύσιμο. Παράλληλα με τα προηγούμενα δύο επιτρέπεται να ξεκινήσει η τοποθέτηση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας, των φυσιγγίων απόρριψης των εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου αλλά και η τοποθέτηση των πτερυγίων των πυραύλων μαζί με τη σύνδεση των όπλων με το αεροσκάφος. Για να ξεκινήσει τώρα η επιθεώρηση κρίσιμων περιοχών αεροσκάφους του επιθεωρητή μηχανικών προαπαιτείται να έχει ολοκληρωθεί η τοποθέτηση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας αλλά και των φυσιγγίων απόρριψης των εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου, ενώ για την αντίστοιχη επιθεώρηση του επιθεωρητή οπλουργού απαιτείται να έχουν ολοκληρωθεί όλες οι φορτώσεις των πυραύλων αέρος-αέρος, των όπλων αέρος-εδάφους, η τοποθέτηση των πτερυγίων των πυραύλων μαζί με τη σύνδεση των όπλων με το αεροσκάφος, η τοποθέτηση των φυσιγγίων απόρριψης των εξωτερικών δεξαμενών καυσίμου αλλά και η τοποθέτηση των κυψελών του συστήματος αυτοπροστασίας. Στη συνέχεια μετά τον έλεγχο των επιθεωρητών μηχανικών και οπλουργών και αφού έχει ολοκληρωθεί και το κομπλάρισμα του αεροσκάφους μπορεί να υπογραφεί η φόρμα και να ξεκινήσει η απομάκρυνση των υλικών και ο έλεγχος FOD. Μετά την ολοκλήρωση των δύο παραπάνω και την απομάκρυνση του επίγειου εξοπλισμού ρεύματος και αέρα ψύξεως τότε και μόνο μπορεί να πραγματοποιηθεί η αποδοχή και η εκκίνηση του αεροσκάφους ακολουθώντας η όπλιση αυτού.

2.2.4.2. Περιορισμοί μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών

Εκτός όμως από όλους τους προηγούμενους περιορισμούς υπάρχουν και κάποιοι άλλοι που δεν έχουν σχέση με την αλληλουχία των εργασιών αλλά απαγορεύουν την πραγματοποίηση κάποιων εξ' αυτών παράλληλα με κάποιες άλλες. Αυτό σημαίνει ότι δεν μας ενδιαφέρει η σειρά με την οποία θα πραγματοποιηθούν αρκεί να μην δρομολογούνται παράλληλα και αυτό προσδιορίζεται τόσο από κανόνες ασφάλειας αλλά και από παράγοντες χωροταξίας τα οποία αναλύονται παρακάτω.

- Η φόρτωση εξωτερικής δεξαμενής καυσίμου στο σταθμό 4 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλα με τη φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 3 λόγω του ότι στο προσωπικό δεν επαρκεί ο χώρος για να εργαστούν ταυτόχρονα.
- Η φόρτωση εξωτερικής δεξαμενής καυσίμου στο σταθμό 6 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλα με τη φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 7 αλλά και ούτε με τη φόρτωση φυσιγγίων πυροβόλου λόγω του ότι στο προσωπικό δεν επαρκεί ο χώρος για να εργαστούν ταυτόχρονα. Όμως η φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 7 δεν απαγορεύει τη φόρτωση φυσιγγίων πυροβόλου.
- Η φόρτωση πυραύλου αέρος-αέρος στο σταθμό 1 αλλά και όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 3 δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα με την πλήρωση του αεροσκάφους με καύσιμο λόγω χώρου εντός του καταφυγίου.

3. Θεωρία μοντελοποίησης

3.1. Εισαγωγή

Ένα έργο είναι ένα σύνολο διαδικασιών που πρέπει να εκτελεστούν με μια συγκεκριμένη αλληλουχία. Στο παρελθόν αυτό ήταν ένα δύσκολο εγχείρημα για μεγάλα έργα με πολλές διαδικασίες και περιορισμούς, ενώ μέχρι τα τέλη του 19^{ου} αιώνα ήταν κάτι που βασιζόταν κυρίως στην εμπειρία και τις δυνατότητες των διευθυντικών στελεχών. Το διάγραμμα του Gantt υπήρξε η πρώτη επιστημονική προσέγγιση στην οργάνωση εργασιών ενώ στη συνέχεια με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών κυρίως μετά το 1950 εμφανίστηκαν παράλληλα δύο τεχνικές ευρύτατα διαδεδομένες και αποδεκτές. Αυτές είναι η CPM (Critical Path Method) και η PERT (Program Evaluation and Review Technique) οι οποίες βασίζονται στη θεώρηση ότι υπάρχουν άπειροι πόροι διαθέσιμοι για να φέρουν εις πέρας το έργο. Στη συνέχεια θα γίνει μία μικρή αναφορά στα έργα με άπειρους διαθέσιμους πόρους, την κατασκευή των δικτύων αυτών, την εύρεση της κρίσιμης διαδρομής, των αντίστοιχων χρόνων και στο τέλος θα αναφερθούμε στον περιορισμό των πόρων καθώς και το είδος αυτών σε περίπτωση που έχουμε παραπάνω από έναν.

3.2. Οργάνωση εργασιών-απείρων πόρων

Η μέθοδος CPM αναπτύχθηκε από τους Kelley και Walker και χρησιμοποιήθηκε στη βιομηχανία συνδυάζοντας προηγούμενες γνώσεις για τη διάρκεια και το κόστος των εργασιών. Μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα νομοτελειακό κατευθυντικό δίκτυο εργασιών με σκοπό του μοντέλου την εύρεση της μεγαλύτερης διαδρομής. Αντίστοιχα η μέθοδος PERT αναπτύχθηκε το 1959 ως μία συνδυασμένη προσπάθεια των εταιριών Booz, Allen, Hamilton και U.S. Navy σαν ένα εργαλείο ανάπτυξης του πυραύλου

Polaris. Η χρησιμοποίηση της μεθόδου βοήθησε στην ολοκλήρωση του έργου 24 μήνες νωρίτερα. Το βασικό χαρακτηριστικό της είναι η χρήση πιθανοτήτων στον προσδιορισμό του χρόνου εργασιών και γι' αυτό το λόγο διακρίνεται ως ένα πιθανοκρατούμενο κατευθυντικό δίκτυο εργασιών. Σε έρευνα που έγινε σε 400 εταιρίες των Ηνωμένων πολιτειών ένα ποσοστό 80% χρησιμοποιούσε μεθόδους κρίσιμης διαδρομής εκ των οποίων 16% δεν είχαν επιτυχή αποτελέσματα, 61% είχαν μερική πρόοδο και 15% που είχαν υψηλές επιτυχίες. Σε άλλο δείγμα 500 εταιριών αποδείχθηκε ότι οι μέθοδοι CPM και PERT χρησιμοποιούνταν με μεγαλύτερο ποσοστό υπέρ οποιασδήποτε άλλης μεθόδου λήψης αποφάσεων όπως η στατιστική ανάλυση, ο γραμμικός προγραμματισμός και η προσομοίωση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή.

3.2.1. Κατασκευή δικτύων εργασιών

Οποιοδήποτε δίκτυο εργασιών αποτελείται από δύο βασικά στοιχεία τις δραστηριότητες ή διαδικασίες και τα γεγονότα, τα οποία καθορίζονται από σχέσεις προτεραιότητας. Για την καλύτερη κατανόηση του δικτύου γίνεται μια σύντομη ανάλυση αυτών παρακάτω.

- **Δραστηριότητα**

Είναι μία διαδικασία του δικτύου που καταναλώνει χρόνο για να ολοκληρωθεί ένα συγκεκριμένο τμήμα του συνολικού έργου. Κάθε δραστηριότητα πρέπει να ξεκινάει και να τελειώνει σε ένα γεγονός.

- **Γεγονός**

Είναι ένα σημείο χρόνου που σηματοδοτεί την έναρξη ή την ολοκλήρωση μία ή περισσότερων διαδικασιών. Μπορεί επίσης να χαρακτηριστεί ως το σημείο που η

επιτυχής ολοκλήρωση κάποιων διαδικασιών ενεργοποιούν την έναρξη των διαδικασιών που ακολουθούν μετά από εκεί.

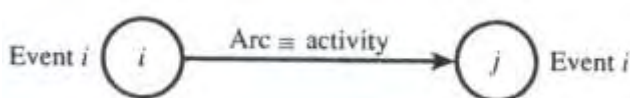
- **Προτεραιότητα**

Είναι ο όρος που περιγράφει τις σχέσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων διαδικασιών μέσα στο δίκτυο. Έτσι λοιπόν όταν λέμε ότι μια διαδικασία A προηγείται της B τότε αυτό μπορούμε να το γράψουμε σαν $A < B$.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στους δύο τρόπους που μπορούμε να αναπαράστησουμε τις διαδικασίες πάνω σε ένα δίκτυο.

I. Αναπαράσταση διαδικασίας πάνω σε τόξο

Σε αυτόν τον τρόπο οι διαδικασίες αναπαριστώνται πάνω στο δίκτυο με τόξα ενώ τα γεγονότα με κόμβους. Τα τόξα δρομολογούνται από κόμβο σε κόμβο και ο κόμβος που βρίσκεται στην αρχή του τόξου είναι η έναρξη της διαδικασίας ενώ ο κόμβος στο βέλος του τόξου είναι το τέλος της εργασίας. Αυτά φαίνονται πιο καθαρά στο ακόλουθο σχήμα:

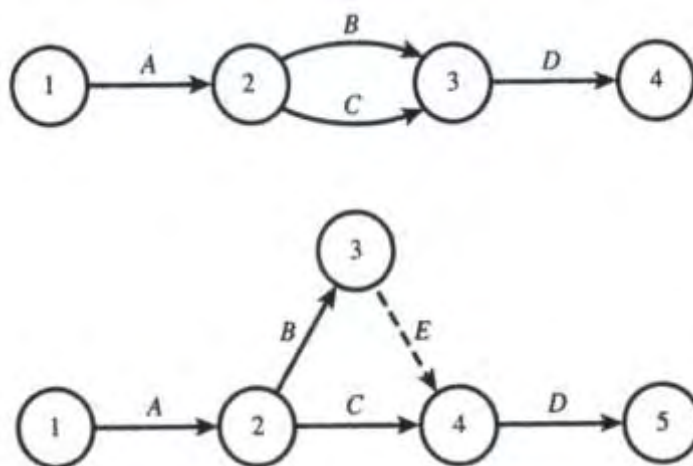


Εικόνα 2: αναπαράσταση πάνω σε τόξο

Τα ακόλουθα χαρακτηριστικά πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν χρησιμοποιείται αυτός ο τρόπος αναπαράστασης του δικτύου:

- i. Όλοι οι κόμβοι πρέπει να αριθμούνται κατά τέτοιο τρόπο έτσι ώστε κάθε τόξο να ξεκινάει από ένα κόμβο με μικρό νούμερο και να καταλήγει σε έναν άλλο με μεγαλύτερο νούμερο.

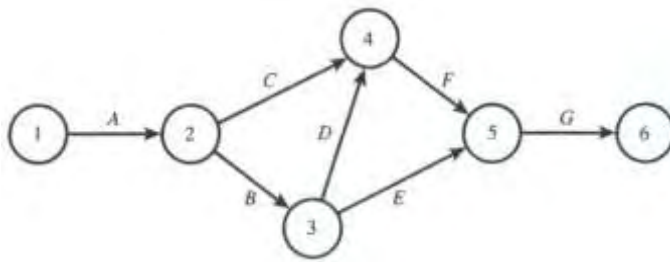
- ii. Σε κάθε κόμβο πρέπει να εισέρχεται ένα τόξο και να εξέρχεται ένα τουλάχιστον με εξαίρεση τον αρχικό κόμβο και τον τελικό .
- iii. Δεν επιτρέπονται ανακυκλώσεις όπως ένα τόξο να φεύγει και να καταλήγει τον ίδιο κόμβο.
- iv. Οποιαδήποτε δύο γεγονότα μπορούν να συνδεθούν το πολύ με ένα τόξο. Σε περίπτωση που δύο διαδικασίες ξεκινούν από τον ίδιο κόμβο και καταλήγουν στον ίδιο επόμενο κόμβο θα πρέπει να παρεμβληθεί ένα άλλο τόξο (dummy), μη υπαρκτό ως διαδικασία, που έχει κατανάλωση μηδενικού χρόνου και χρησιμεύει σε τέτοιες περιπτώσεις για να αποφευχθεί η χρησιμοποίηση των ίδιων ομάδων αριθμών να χαρακτηρίσουν διαφορετικές διαδικασίες. Μία τέτοια αναπαράσταση φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου στο επάνω μέρος της εικόνας φαίνεται η λανθασμένη αναπαράσταση, ενώ στο κάτω παρεμβάλλεται αυτό το εικονικό τόξο :



Εικόνα 3: Dummy διαδικασίες

II. Αναπαράσταση διαδικασίας πάνω σε κόμβο

Σε αυτόν τον τρόπο οι διαδικασίες αναπαριστώνται πάνω στο δίκτυο με κόμβους ενώ οι σχέσεις προτεραιότητας καθορίζονται από τα τόξα που δρομολογούνται από κόμβο σε κόμβο. Δεν είναι όμως τόσο διαδεδομένος αυτός ο τρόπος αναπαράστασης. Η μορφή του φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



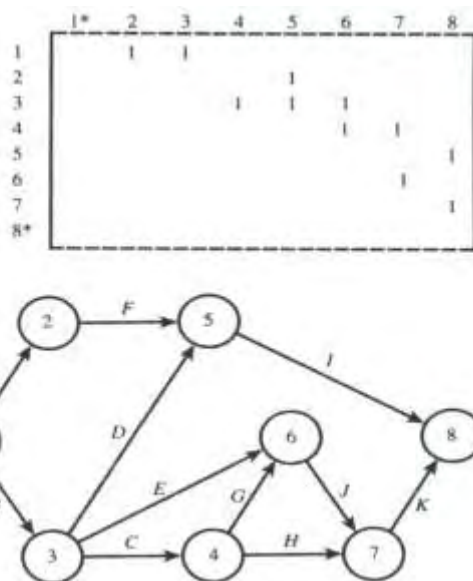
Εικόνα 4: αναπαράσταση πάνω σε κόμβο

3.2.2. Συνοχή δικτύου

Αφού κατασκευαστεί το δίκτυο πρέπει να ελεγχθεί ως προς τη συνοχή των σχέσεων μεταξύ των διαδικασιών. Ένας τρόπος είναι ο πίνακας γειτνίασης (adjacency matrix) μεγέθους $n \times n$ όπου “ n ” το πλήθος των κόμβων. Ο πίνακας περιέχει το 1 για κάθε στοιχείο ij αν ένα τόξο οδηγεί από τον κόμβο i στον j , αλλιώς περιέχει το μηδέν.

Όταν δεν υπάρχει συνοχή στην γραφική μορφή του δικτύου θα υπάρχει ένας κλειστός κύκλος (closed loop) τόξων με αποτέλεσμα κάποια διαδικασία να προηγείται του εαυτού της. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο πίνακας να περιέχει ένα στοιχείο σε κάθε γραμμή και κάθε στήλη. Καταλήγουμε λοιπόν στο ότι εφόσον ο πίνακας είναι ένα σύνολο από μικρότερους υποπίνακες υπάρχει συνοχή αν και μόνο αν σε κάθε υποπίνακα υπάρχει τουλάχιστον μία μηδενική γραμμή ή στήλη. Για να ελέγξουμε τώρα τη συνοχή διαγράφουμε διαδοχικά κάθε γραμμή ή στήλη με μηδενικά στοιχεία και την αντίστοιχη στήλη ή γραμμή μέχρι να διαγραφεί όλος ο πίνακας. Σε περίπτωση που καταλήξουμε σε κάποιον υποπίνακα όπου δεν μπορούμε να διαγράψουμε τίποτα, αυτό

δηλώνει ένα σετ κόμβων μη συνεκτικό μεταξύ τους. Για να γίνει πιο κατανοητό στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται ένα δίκτυο και ο πίνακας που το αντιπροσωπεύει:



Εικόνα 5: πίνακας συνοχής δικτύου

Διαγράφοντας τώρα κάθε γραμμή και στήλη σύμφωνα με αυτά που προαναφέραμε καταλήγουμε στον πίνακα που φαίνεται παρακάτω στον οποίο επίσης διαγράφονται όλες οι γραμμές και οι στήλες αποδεικνύοντας έτσι τη συνοχή του δικτύου.

Delete columns and rows 1* and 8*.

	2*	3*	4	5	6	7
2				1		
3			1	1	1	
4					1	1
5*						
6						1
7*						

Delete columns and rows 2*, 3*, 5*, and 7*.

	4*	6
4		1
6*		

Εικόνα 6: συνέχεια της εικόνας 5

3.2.3. Αλγόριθμος κρίσιμης διαδρομής

Η κρίσιμη διαδρομή ενός δικτύου είναι η μεγαλύτερη διαδρομή από την αρχή μέχρι το τέλος του δικτύου. Η κρίσιμη διαδρομή καθορίζει το χρόνο του συνολικού έργου

(CT). Παρακάτω επεξηγούνται δύο έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια του αλγορίθμου:

- **Νωρίτερος χρόνος έναρξης:** χαρακτηρίζεται ως ο νωρίτερος πιθανός χρόνος που μπορεί να ξεκινήσει μία διαδικασία του έργου και γράφεται ως (ES).(earliest start time)
- **Νωρίτερος χρόνος λήξης:** χαρακτηρίζεται ως ο νωρίτερος πιθανός χρόνος που μπορεί να λήξει μία διαδικασία του έργου και γράφεται ως (EF).(earliest finish time). Ισούται με το άθροισμα του νωρίτερου χρόνου έναρξης και τη διάρκεια της εργασίας. $(EFa) = (ESa) + ta$

Σε ένα δίκτυο διαδικασιών όταν μία διαδικασία ακολουθείται από ένα σύνολο διαδικασιών τότε ο νωρίτερος χρόνος λήξης αυτής ισούται με τον νωρίτερο χρόνο έναρξης όλων όσων την ακολουθούν. Αντίθετα όταν μία διαδικασία ακολουθεί ένα σύνολο διαδικασιών τότε ο μεγαλύτερος νωρίτερος χρόνος λήξης αυτών ισούται με τον νωρίτερο χρόνο έναρξης αυτής.

- **Αργότερος χρόνος έναρξης:** χαρακτηρίζεται ο αργότερος πιθανός χρόνος που μπορεί να καθυστερήσει να ξεκινήσει μία διαδικασία χωρίς να επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος του έργου και γράφεται ως (LS). Είναι προφανές ότι όλες οι διαδικασίες που δεν ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή μπορούν να καθυστερήσουν την έναρξη τους χωρίς αυτό να επηρεάσει το συνολικό χρόνο του έργου. Αντίστοιχα αυτές που ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή είναι ευνόητο ότι έχουν αργότερο χρόνο έναρξης ίσο με τον νωρίτερο χρόνο έναρξης.
- **Αργότερος χρόνος λήξης:** χαρακτηρίζεται ο αργότερος πιθανός χρόνος που μπορεί να καθυστερήσει να λήξει μία διαδικασία χωρίς να επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος του έργου και γράφεται ως (LF). Είναι εύκολα κατανοητό ότι

ισούται με το άθροισμα του αργότερου χρόνου έναρξης και της διάρκειας της διαδικασίας. $LFa = LSa + ta$

Αντίστοιχα αυτές που ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή είναι ευνόητο ότι έχουν αργότερο χρόνο λήξης ίσο με τον νωρίτερο χρόνο λήξης.

Για να υπολογίσουμε τώρα τους δύο τελευταίους χρόνους πρέπει αφού έχουμε διανύσει το δίκτυο από την αρχή προς το τέλος και έχοντας υπολογίσει τους νωρίτερους χρόνους έναρξης και λήξης και κατά συνέπεια τον συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης του έργου (CT), να διανύσουμε τώρα το δίκτυο αντίστροφα θέτοντας σαν αργότερο χρόνο λήξης του έργου τον συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης του έργου (CT). Κινούμενοι πλέον αντίστροφα όταν πριν από μια διαδικασία προηγείται ένα σύνολο διαδικασιών τότε ο αργότερος χρόνος λήξης αυτών είναι ίσος με τον αργότερο χρόνο έναρξης αυτής. Αντίστοιχα όταν μία διαδικασία προηγείται από ένα σύνολο διαδικασιών τότε ο μικρότερος αργότερος χρόνος έναρξης αυτών ισούται με τον αργότερο χρόνο λήξης αυτής.

- **Συνολικό περιθώριο (total slack TS):** ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στον αργότερο και νωρίτερο χρόνο έναρξης μίας διαδικασίας. Όλες οι διαδικασίες που ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή έχουν συνολικό περιθώριο ίσο με μηδέν.

$$TSa = LSa - ESa = LFa - EFa$$

- **Ελεύθερο περιθώριο (free slack FS):** ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στον νωρίτερο χρόνο λήξης μίας διαδικασίας και στον μικρότερο από τους νωρίτερους χρόνους έναρξης όσων διαδικασιών ακολουθούν αυτήν. Το ελεύθερο περιθώριο δεν μπορεί να υπερβαίνει το συνολικό περιθώριο.

Παρακάτω ακολουθεί ένα σχήμα όπου παρουσιάζεται ένας συνολικός πίνακας εργασιών και τα διάφορα μεγέθη που προαναφέρθηκαν έτσι ώστε να γίνει πιο κατανοητό.

<i>Activity</i>	<i>Duration, t</i>	<i>ES</i>	<i>LS</i>	<i>EF (ES + t)</i>	<i>LF (LS + t)</i>	<i>TS (LF – EF)</i>
<i>A</i>	5	0	0	5	5	0
<i>B</i>	4	0	1	4	5	1
<i>C</i>	8	0	1	8	9	1
<i>D</i>	0	4	5	4	5	1
<i>E</i>	6	5	5	11	11	0
<i>F</i>	4	5	11	9	15	6
<i>G</i>	5	4	6	9	11	2
<i>H</i>	2	8	9	10	11	1
<i>I</i>	3	8	12	11	15	4
<i>J</i>	4	11	11	15	15	0

Εικόνα 7: πίνακας κρίσιμης διαδρομής

3.3. Οργάνωση εργασιών - περιορισμένων πόρων

Όπως είναι προφανές για κάποια έργα δεν είναι δυνατό να διαθέτουμε άπειρους πόρους. Περιορίζοντας λοιπόν τους πόρους έχουμε αύξηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης του έργου. Η βέλτιστη λύση σε τέτοιου είδους προβλήματα είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί ιδιαίτερα αν αυτά είναι σε μεγάλη κλίμακα. Ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιηθούν διάφοροι ευρετικοί αλγόριθμοι. Αυτοί δεν είναι τίποτα άλλο από ένα σύνολο κανόνων απόφασης οι οποίοι μπορεί να οδηγήσουν σε ένα ολικά βέλτιστο χωρίς να εγγυούνται κάτι τέτοιο. Παρακάτω θα αναφερθώ σε έναν αλγόριθμο μόνο ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί συνδυαστικά με έναν ακόμα για την χρησιμοποίηση τους στο δικό μου πρόβλημα. Προτού αναλύσουμε κάποιου είδους αλγόριθμο πρέπει να αναφερθούμε σε κάποιες έννοιες.

- **TEARL:** είναι ο χρόνος στον οποίο η διαδικασία δύναται να ξεκινήσει επειδή όλες οι προγενέστερες από αυτήν έχουν ολοκληρωθεί. Μπορεί όμως λόγω έλλειψης πόρων να μην ξεκινήσει σε αυτό το χρόνο αλλά αργότερα.
- **TSTART:** ορίζεται ως ο χρόνος που ξεκινάει η διαδικασία.
- **TFIN:** είναι ο χρόνος στον οποίο ολοκληρώνεται πλέον η διαδικασία και ισούται με το άθροισμα του t_{start} και της διάρκειας της διαδικασίας.
- **Τιμή κριτηρίου:** κάθε κριτήριο ανάλογα με τους κανόνες απόφασης αντιστοιχίζει μία τιμή σε κάθε διαδικασία. Οι διαδικασίες έπειτα από αυτό τοποθετούνται σε σειρά από τη μεγαλύτερη τιμή προς τη μικρότερη με προτεραιότητα πάντα αυτήν που έχει μεγαλύτερη τιμή και της επιτρέπεται μέσω των σχέσεων αλληλουχίας του δικτύου να ξεκινήσει.

Επίσης μέσω συντελεστών βαρύτητας μπορούν να συνδυαστούν περισσότερα από ένα κριτήρια και να προκύψει μία νέα τιμή για κάθε διαδικασία.

3.3.1. Κριτήριο ACTIM

Το κριτήριο παίρνει το όνομα του από το “ Activity time ” που βασίζεται στον αλγόριθμο του BROOK. Αυτό το κριτήριο αναφέρεται στο μέγιστο χρόνο που διαχειρίζεται κάθε διαδικασία από το σημείο που τοποθετείται στο δίκτυο μέχρι το τέλος του. Για να υπολογιστεί η τιμή της κάθε διαδικασίας, ξεκινώντας από καθεμία ξεχωριστά προχωρούμε προς το τέλος του δικτύου από οποιαδήποτε δυνατή διαδρομή αθροίζοντας τους χρόνους διαδικασιών των διαδρομών. Από όλους τους χρόνους που θα προκύψουν για μία διαδικασία επιλέγουμε τον μεγαλύτερο και αυτό επαναλαμβάνεται για όλες τις διαδικασίες.

3.4. Οργάνωση εργασιών - περιορισμένων πόρων πολλών ειδών

Σε αυτό το σημείο η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται ακόμα περισσότερο διότι εκτός από τους περιορισμένους πόρους, έχουμε και πολλά είδη πόρων που απαιτεί η κάθε διαδικασία. Παρόλα αυτά όμως η φιλοσοφία λειτουργίας του αλγορίθμου είναι ίδια εφόσον αφού με κάποιο κριτήριο δοθεί η τιμή προτεραιότητας σε κάποια διαδικασία τότε αυτή ξεκινάει εφόσον υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι όλων των ειδών που αυτή απαιτεί και επιπλέον όλες οι προαπαιτούμενες διαδικασίες έχουν ολοκληρωθεί. Όπως ανέφερα και παραπάνω θα αναφερθώ και σε αυτό το σημείο σε ένα μόνο κριτήριο το οποίο θα χρησιμοποιήσω και για την επίλυση του προβλήματος μου και θα συνδυαστεί με αυτό που αναλύθηκε προηγουμένως.

3.4.1. Κριτήριο ACROS

Το κριτήριο αυτό είναι κάτι αντίστοιχο του ACTIM, μόνο που έχει σχέση με τους απαιτούμενους πόρους και όχι με το χρόνο. Τα βήματα για να υπολογιστεί η τιμή του κριτηρίου για κάθε διαδικασία είναι τα ακόλουθα:

- Αρχικά καθορίζεται σε αυτό το μέγιστο διαθέσιμο πλήθος των πόρων από κάθε είδος I , Ar_i .
- Έπειτα ελέγχεται αν αυτό το πλήθος καλύπτει τις απαιτήσεις κάθε διαδικασίας ξεχωριστά ώστε να μην καταλήξουμε σε μία μη εφικτή κατάσταση.
 $R_{ij} \leq Ar_i$ για κάθε i, j όπου i το είδος του πόρου και j το πλήθος των διαδικασιών και R_{ij} οι απαιτούμενοι πόροι της εργασίας j από τον πόρο είδους i .
- Υπολογίζουμε τον ολικό αριθμό που απαιτείται από το σύνολο των διαδικασιών σε όλο το δίκτυο από το κάθε είδος πόρου. $Sr_i = \sum_j R_{ij}$

- Έπειτα υπολογίζουμε το λόγο του διαθέσιμου πλήθους προς το προηγούμενο σύνολο για κάθε πόρο. $K_i = A_{r_i} / S_{r_i}$
- Τέλος η τιμή του κριτηρίου για κάθε δραστηριότητα είναι το άθροισμα των επιμέρους λόγων του πλήθους των απαιτούμενων πόρων από το κάθε είδος προς τον προηγούμενο λόγο αντίστοιχα.

$$ACROS_j = \sum_i (R_{ij} / k_i)$$

3.4.2. Κριτήριο AG3

Αυτό το κριτήριο είναι ο συνδυασμός των δύο που προαναφέρθηκαν με ένα συντελεστή βαρύτητας w και υπολογίζεται ως εξής:

$$AG3 = w * ACROS + (1 - w) * ACTIM$$

Στη συνέχεια ακολουθεί σαν παράδειγμα ένας πίνακας που χρησιμοποιεί μόνο το κριτήριο ACTIM χωρίς αυτό να αλλάζει κάτι στη μορφή του παρά μόνο την τιμή του κριτηρίου της διαδικασίας που φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα στην πρώτη του γραμμή. Στις επόμενες γραμμές του πίνακα φαίνονται τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν με τη μόνη διαφορά ότι αν έχουμε πολλά είδη πόρων αλλάζει ανάλογα η γραμμή που αναφέρεται στους διαθέσιμους πόρους διότι ο πίνακας που ακολουθεί αφορά μόνο ένα είδος πόρου. Στον παρακάτω πίνακα λοιπόν στη γραμμή που αναφέρεται στις επιτρεπόμενες διαδικασίες εισέρχονται όλες εκείνες που τους επιτρέπεται να ξεκινήσουν λόγω του ότι όλες οι προαπαιτούμενες τους έχουν ολοκληρωθεί, δηλαδή καλύπτουν τους περιορισμούς αλληλουχίας του δικτύου. Από αυτό το σημείο και μετά ελέγχεται το στοιχείο της γραμμής με τους απαιτούμενους πόρους για την καθεμία με το στοιχείο εκείνης με τους διαθέσιμους πόρους για εκείνη τη χρονική στιγμή που

βρισκόμαστε. Εάν οι διαθέσιμοι πόροι το επιτρέπουν τότε ξεκινάει η διαδικασία με τη μεγαλύτερη τιμή κριτηρίου από επιτρεπόμενες.

	Activity							
	1-3	1-2	3-6	2-4	2-5	3-4	4-6	5-6
ACTIM	19	18	16	14	12	10	8	2
Duration	3	4	16	6	10	2	8	2
Resources required	1	2	3	4	2	0	1	1
TEARL	0	0	3	4	4	3	10	14
ISTART	0	0	4	20	26	3	26	36
TFIN	3	4	20	26	36	5	34	38
INOW	0	3	4	5	20	26	34	36
Resources available	4 3 1	2	4 1	1	4 0	4 2 1	2 4 3	
Activity allowed	1+3, 1+2	3+6, 3+4	3+6, 2+4, 2-5	2-4, 2-5	2+4, 2-5	2-5, 4+6		5-6
Iteration number	1	2	3	4	5	6	7	8

Εικόνα 8: πίνακας περιορισμένων πόρων

3.5. Μοντέλο βέλτιστης λύσης

Όπως προαναφέρθηκε στην οργάνωση εργασιών περιορισμένων πόρων υπάρχει περίπτωση μέσω ενός ευρετικού αλγορίθμου να οδηγηθούμε σε ένα ολικά βέλτιστο αποτέλεσμα το οποίο όμως δεν το εγγυάται ο αλγόριθμος αλλά και ούτε εμείς το γνωρίζουμε αν είναι μία ολικά βέλτιστη ή αν είναι απλά μία υποβέλτιστη λύση αυτή στην οποία καταλήξαμε. Για το λόγο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε ένα μοντέλο σε περιβάλλον LINGO το οποίο θα μας δώσει την ολικά βέλτιστη λύση. Για να χρησιμοποιηθεί αυτό θα γίνουν οι ανάλογες τροποποιήσεις με σκοπό να προσαρμοστεί στα δεδομένα του δικού μας προβλήματος.

Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι όλα τα προηγούμενα είναι ασύνδετα με το μοντέλο βέλτιστης λύσης. Κατ' αρχήν χρησιμοποιεί το μοντέλο αυτό, το ίδιο δίκτυο και τους

ίδιους περιορισμούς απλά αλλάζει η προσέγγιση του προβλήματος. Όλα τα προηγούμενα βήματα όμως δεν πρέπει απλά να προηγηθούν για να εξάγουμε το δίκτυο. Είναι πολύ σημαντικά διότι μέσω αυτών υπολογίζουμε έναν υποβέλτιστο χρόνο ολοκλήρωσης του συνολικού έργου τον οποίο χρησιμοποιεί το μοντέλο της βέλτιστης λύσης σαν ένα ανώτατο σημείο του χρόνου το οποίο προσπαθεί να βελτιώσει και να πετύχει μικρότερη τιμή. Σε περίπτωση που δεν είχαμε εφαρμόσει έναν ευρετικό αλγόριθμο θα έπρεπε στη θέση αυτού του χρόνου στο μοντέλο να βάλουμε την τιμή του αθροίσματος του χρόνου όλων των διαδικασιών το οποίο προφανώς έχει μεγαλύτερη τιμή από τον υποβέλτιστο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου. Κατά συνέπεια αυτού, το μοντέλο βέλτιστης λύσης θα είχε μεγαλύτερο σημείο ανώτατου χρόνου να βελτιώσει, δηλαδή χαλαρώνουμε τα περιθώρια βελτιστοποίησης.

4. Μοντελοποίηση

Σε αυτό το σημείο έχουμε ολοκληρώσει την παρουσίαση του προβλήματος μας, των περιορισμών του αλλά και της θεωρίας που θα χρησιμοποιήσουμε για την επίλυση του. Λαμβάνοντας υπόψη όσα έχουμε προαναφέρει μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στην μοντελοποίηση του προβλήματος μας. Με τη μοντελοποίηση αυτού, εννοούμε την πλήρη μετατροπή του από τη μορφή κειμένου που αποτελεί την εκτενή περιγραφή του, σε ένα σύνολο από μαθηματικές σχέσεις που θα μας επιτρέψουν να το μορφοποιήσουμε σε δίκτυο και να μπορέσουμε να το μελετήσουμε εξάγοντας από αυτό όλα τα συμπεράσματα που αναμένουμε.

4.1. Μοντελοποίηση διαδικασιών – σχέσεων

Ξεκινώντας λοιπόν την μοντελοποίηση μας θα πρέπει να καθορίσουμε κατ' αρχάς τον τρόπο αναπαράστασης των διαδικασιών. Επιλέγουμε λοιπόν τον πιο διαδεδομένο τρόπο δηλαδή αυτόν κατά τον οποίο η διαδικασία αναπαρίσταται σαν ένα τόξο με όνομα ένα γράμμα της αγγλικής αλφαβήτου, που ξεκινάει από ένα κόμβο με μικρότερη αρίθμηση από αυτόν στον οποίο καταλήγει. Εφόσον έχουμε τελειώσει με αυτή τη μορφοποίηση μπορούμε μεταφράζοντας την παράγραφο των περιορισμών να εξάγουμε όλες τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των διαδικασιών σε ένα σύνολο σχέσεων του τύπου: “διαδικασία $i < >$ διαδικασία j ” το οποίο σημαίνει ότι η διαδικασία i προηγείται ή έπεται της διαδικασίας j . Με την ίδια ακριβώς λογική πρέπει να μορφοποιήσουμε και την παράγραφο μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών, μόνο που εδώ οι σχέσεις που θα λάβουμε θα είναι της μορφής: “διαδικασία $i \neq$ διαδικασία j ” και μεταφράζεται ότι η διαδικασία i δεν μπορεί να λάβει μέρος παράλληλα με την διαδικασία j χωρίς να παίζει ρόλο ποια διαδικασία θα προηγηθεί από την άλλη. Εάν συνέβαινε κάτι τέτοιο αυτός ο περιορισμός θα μορφοποιούνταν σύμφωνα με τον προηγούμενο τρόπο. Έχοντας φτάσει

μέχρι αυτό το σημείο της μοντελοποίησης μπορούμε να αναπαραστήσουμε γραφικά πλέον το δίκτυο μας. Για την ανάλυση του τώρα σαν ένα πρόβλημα οργάνωσης εργασιών απείρων πόρων και τη εξαγωγή των πρώτων αποτελεσμάτων δεν χρειάζεται να μοντελοποιήσουμε τους πόρους μας ακόμα. Μπορούμε λοιπόν με την παρούσα μορφοποίηση να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο της κρίσιμης διαδρομής και μέσω αυτού αφού βρούμε τη κρίσιμη διαδρομή, να υπολογίσουμε το χρόνο ολοκλήρωσης του έργου, αλλά και τους νωρίτερους και αργότερους χρόνους έναρξης και λήξης των διαδικασιών. Όλη η μορφοποίηση μέχρι αυτό το στάδιο αλλά και το δίκτυο φαίνεται στους πίνακες του επόμενου κεφαλαίου που συνοδεύεται με την ανάλυση όλων αυτών και την επεξήγηση τους, για το λόγο αυτό δεν θα επεκταθούμε παραπάνω σε αυτό το κεφάλαιο.

4.2. Μοντελοποίηση πόρων

Σαν επόμενο βήμα ακολουθεί η μορφοποίηση των πόρων μας έτσι ώστε να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε τον ευρετικό αλγόριθμο με σκοπό την εύρεση μίας υποβέλτιστης λύσης. Από την παρουσίαση του προβλήματος και το απαιτούμενο προσωπικό καταλαβαίνουμε ότι ως πόροι του προβλήματος θα μορφοποιηθεί το ανθρώπινο δυναμικό. Θα μπορούσαμε λοιπόν να το μοντελοποιήσουμε σαν τρία είδη πόρων. Από την ανάλυση όμως των επιμέρους διαδικασιών κατανοούμε ότι κάποιες δεν απαιτούν απλά ένα συγκεκριμένο πλήθος ανθρώπων συγκεκριμένων ειδικοτήτων αλλά επίσης και συγκεκριμένου επιπέδου εξουσιοδότησης εργασιών. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι θα ήταν λάθος η μοντελοποίηση μας να περιλαμβάνει μόνο τρία είδη πόρων που αφορούν μόνο τις ειδικότητες τους. Εντέλει καταλήγουμε σε πέντε είδη πόρων που συμπεριλαμβάνουν και το επίπεδο εξουσιοδότησης των εργασιών και φαίνονται παρακάτω:

- 1^ο είδος: **ΕΟ**: Επιθεωρητής οπλουργός
- 2^ο είδος: **Ο**: Οπλουργός
- 3^ο είδος: **ΕΜ**: Επιθεωρητής μηχανικός
- 4^ο είδος: **Μ**: Μηχανικός
- 5^ο είδος: **Ε**: Οδηγός

Το πλήθος τώρα των διαθέσιμων πόρων (**Ar**) είναι:

- $Ar_1 = \mathbf{X}$
- $Ar_2 = \mathbf{X}$
- $Ar_3 = \mathbf{X}$
- $Ar_4 = \mathbf{X}$
- $Ar_5 = \mathbf{X}$

Οι αντίστοιχες τιμές **Sr_i** και **K_i** θα υπολογίζονται για τον κάθε πίνακα του ευρετικού αλγόριθμου ξεχωριστά. Αυτό διότι η μειούμενη σειρά λόγω της τιμής του κριτηρίου για την κάθε διαδικασία αλλάζει είτε μεταβάλλουμε τον αριθμό των συνολικά διαθέσιμων πόρων, είτε σταθμίσουμε διαφορετικά το κριτήριο μέσω του συντελεστή “**w**”. Ο λόγος που θα χρησιμοποιήσουμε τον ευρετικό αλγόριθμο πάνω από μία φορά επεξηγείται παρακάτω.

4.3. Μοντελοποίηση μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών-1^{ος} τρόπος

Πρέπει όμως με κάποιο τρόπο τόσο στον ευρετικό αλγόριθμο αλλά και στο μοντέλο της βέλτιστης λύσης να καταφέρουμε να δηλώσουμε τις διαδικασίες οι οποίες δεν δύναται να πραγματοποιούνται παράλληλα. Αυτό συμβαίνει για το λόγω του ότι το

δίκτυο δεν μας προσφέρει καμία τέτοιου είδους πληροφορία. Μέσω του δικτύου μπορούμε να μάθουμε μόνο για τις σχέσεις προτεραιότητας και αλληλουχίας των διαδικασιών οι οποίες καθοδηγούν τους αλγορίθμους αλλά δεν μπορούν σε μία τέτοια κατάσταση να δηλώσουν κάτι. Με αυτή τη λογική θα ήταν λάθος να λύσουμε το πρόβλημα στηριζόμενοι μόνο στο δίκτυο διότι τότε θα ήταν σαν να καταργούσαμε από το πρόβλημα μας τους περιορισμούς μη παράλληλης εκτέλεσης των διαδικασιών. Αρά δεν θα λύνουμε το ίδιο πρόβλημα αλλά ένα παρόμοιο με λιγότερους περιορισμούς. Ο χρόνος στον οποίο θα καταλήγαμε θα ήταν σαφώς ελαφρά βελτιωμένος για το λόγο ότι η περιοχή των εφικτών λύσεων του προβλήματος με τους λιγότερους περιορισμούς είναι πιο εκτενής από ότι αν είχαμε το πρόβλημα με τους περισσότερους περιορισμούς, άρα η βέλτιστη λύση δεν θα ήταν τόσο περιορισμένη και κατά συνέπεια θα είχε και μικρότερη τιμή.

Με σκοπό τώρα να μπορέσουμε να δηλώσουμε τις διαδικασίες αυτές και τη σχέση τους θα χρησιμοποιήσουμε κάποια παραπάνω “ εικονικά ” είδη πόρων (dummy resources). Το πλήθος αυτών θα προκύψει από την περαιτέρω ανάλυση. Σαν εικονικό είδος πόρου λοιπόν εννοούμε κάποιον πόρο που στο πραγματικό πρόβλημα δεν υφίσταται, αλλά στη μοντελοποίηση φαίνεται ότι οι απαιτήσεις των διαδικασιών σε πόρους δεν εξαρτώνται μόνο από τους πραγματικούς αλλά και από τους εικονικούς. Άρα εάν έχω “ n ” είδη πραγματικών πόρων και “ m ” είδη εικονικών, τότε μία διαδικασία θα απαιτεί όχι n είδη πόρων που χρειάζεται πραγματικά αλλά $n+m$ είδη πόρων άσχετα αν από κάποιο είδος η απαίτηση της είναι μηδενική.

	virtual resources			dummy resources	
διαδικασία i	$r1$	$r2$	$r3$	$r4$	$r5$

Εικόνα 9: εικονικοί πόροι

Ότι προαναφέρθηκε γίνεται εύκολα κατανοητό από την παραπάνω εικόνα όπου έχουμε τρία είδη πραγματικών πόρων και δύο είδη εικονικών. Η διαδικασία_i σύμφωνα με τον πίνακα απαιτεί πλήθος πόρων $r1, r2, r3$ αντίστοιχα από το κάθε είδος πραγματικού πόρου και $r4, r5$ πλήθος πόρων αντίστοιχα από τα δύο είδη εικονικών. Άρα καταλαβαίνουμε ότι η διαδικασία_i για να ξεκινήσει δεν αρκεί μόνο να υπάρχει διαθέσιμο πλήθος τουλάχιστον $r1, r2, r3$ από το κάθε είδος πραγματικού πόρου αλλά επίσης να υπάρχουν $r4, r5$ τουλάχιστον πόροι από τα εικονικά είδη 4,5. Από όλα αυτά καταλαβαίνουμε ότι στο μοντέλο για να ξεκινήσει μία διαδικασία που της το επιτρέπουν οι σχέσεις αλληλουχίας, πρέπει να γίνει έλεγχος αν υπάρχουν διαθέσιμα όλα τα είδη πόρων πραγματικά και μη.

Πρέπει όμως να προσδιορίσουμε το διαθέσιμο πλήθος από τα εικονικά είδη πόρων το οποίο αναλύεται παρακάτω.

- **Μη παράλληλη εκτέλεση 2 διαδικασιών:** Στην περίπτωση λοιπόν που έχουμε μόνο δύο διαδικασίες, την i και την j , και δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν παράλληλα, τότε στο μοντέλο προστίθεται ένα εικονικό είδος πόρου με διαθέσιμο πλήθος '1'. Οι αντίστοιχες απαιτήσεις των διαδικασιών σε αυτό το είδος πόρου θα είναι 1 στην καθεμία με σκοπό όταν εκτελείται μία από αυτές, άρα ο εικονικός μας πόρος χρησιμοποιείται σε όλο το πλήθος του και δεν υπάρχουν διαθέσιμες μονάδες από αυτόν, να μη μπορεί να εκτελεστεί η άλλη διαδικασία ακόμα και αν είναι διαθέσιμα όλα τα πραγματικά είδη πόρων που η τελευταία απαιτεί.

	virtual resources			dummy resource
διαδικασία i	$r1i$	$r2i$	$r3j$	1
διαδικασία j	$r1j$	$r2j$	$r3i$	1

Εικόνα 10: 1^η περίπτωση εικονικού πόρου

- Μη παράλληλη εκτέλεση 1 διαδικασίας με 2 διαφορετικές:** Στην περίπτωση αυτή μία διαδικασία δεν μπορεί να εκτελεστεί παράλληλα με ένα ζευγάρι άλλων διαδικασιών. Το ζευγάρι όμως δεν έχει “ κανένα ” περιορισμό στο να εκτελεστούν παράλληλα οι δύο διαδικασίες που το αποτελούν. Επίσης δεν υπάρχει κανένας περιορισμός ανάμεσα στις τρεις διαδικασίες για τη σειρά πραγματοποίησης τους αρκεί μόνο η διαδικασία k να μην εκτελεστεί ταυτόχρονα με καμία από τις διαδικασίες i και j . Υπό αυτές τις συνθήκες προσθέτουμε στο μοντέλο ένα εικονικό είδος πόρου με διαθέσιμο πλήθος “ 2 ”. Οι αντίστοιχες απαιτήσεις των διαδικασιών σε αυτό το είδος πόρου είναι 2 στην διαδικασία k εκτός του ζευγαριού και 1 στις διαδικασίες i, j που αποτελούν το ζευγάρι. Όταν λοιπόν εκτελείται η k , άρα χρησιμοποιείται πλήρως ολόκληρος ο εικονικός πόρος τότε δεν μπορεί να δρομολογηθεί καμία από τις διαδικασίες i, j . Στην αντίθετη περίπτωση όταν εκτελείται μία από τις i, j και χρησιμοποιείται μία μονάδα του εικονικού πόρου τότε δεν μπορεί να δρομολογηθεί η k , η οποία απαιτεί 2 μονάδες από τον συγκεκριμένο χώρο, το οποίο και θέλουμε. Μπορεί όμως να ξεκινήσει η άλλη διαδικασία του ζευγαριού η οποία απαιτεί και αυτή μία μονάδα του εικονικού πόρου η οποία υπάρχει διαθέσιμη πράγμα το οποίο δεν μας ενοχλεί. Είναι ευνόητο ότι για να ξεκινήσει οποιαδήποτε από τις παραπάνω διαδικασίες πρέπει να είναι διαθέσιμοι όλοι οι πραγματικοί πόροι που απαιτεί.

	virtual resources			dummy resource
διαδικασία i	$r1i$	$r2i$	$r3j$	1
διαδικασία j	$r1j$	$r2j$	$r3i$	1
διαδικασία k	$r1k$	$r2k$	$r3k$	2

Εικόνα 11: 2^η περίπτωση εικονικού πόρου

Τέλος πρέπει να προσθέσουμε ότι όλες οι υπόλοιπες διαδικασίες του δικτύου που δεν εμπλέκονται στις παραπάνω καταστάσεις έχουν απαιτήσεις μηδενικές από όλα τα είδη εικονικών πόρων που τυχόν να προστέθηκαν στο μοντέλο.

Στο δικό μας πρόβλημα έχουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- Η φόρτωση εξωτερικής δεξαμενής καυσίμου στο σταθμό 4 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλα με τη φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 3 για λόγους που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο. Άρα σύμφωνα με την πρώτη περίπτωση προσθέτουμε στο μοντέλο ένα εικονικό είδος πόρου με διαθέσιμο πλήθος 1 ακολουθούμενο με τις ανάλογες τροποποιήσεις στις απαιτήσεις των εμπλεκόμενων διαδικασιών.
- Η φόρτωση εξωτερικής δεξαμενής καυσίμου στο σταθμό 6 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλα με τη φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 7 αλλά και ούτε με τη φόρτωση φυσιγγίων πυροβόλου χωρίς οι τελευταίες δύο να έχουν κάποιο περιορισμό μεταξύ τους. Άρα σύμφωνα με την δεύτερη περίπτωση προσθέτουμε στο μοντέλο ένα ακόμα εικονικό είδος πόρου με διαθέσιμο πλήθος 2 ακολουθούμενο με τις ανάλογες τροποποιήσεις στις απαιτήσεις των εμπλεκόμενων διαδικασιών, τοποθετώντας απαίτηση ίση με δύο στον συγκεκριμένο εικονικό πόρο για τη φόρτωση εξωτερικής δεξαμενής στο σταθμό 6.
- Η φόρτωση πυραύλου αέρος-αέρος στο σταθμό 1 και η φόρτωση όπλων αέρος-εδάφους στο σταθμό 3 δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα με την πλήρωση του αεροσκάφους με καύσιμο, χωρίς οι πρώτες δύο να έχουν κάποιο περιορισμό μεταξύ τους. Άρα σύμφωνα με την δεύτερη περίπτωση προσθέτουμε στο μοντέλο ένα ακόμα εικονικό είδος πόρου με διαθέσιμο πλήθος 2 ακολουθούμενο με τις ανάλογες τροποποιήσεις στις απαιτήσεις των

εμπλεκόμενων διαδικασιών, τοποθετώντας απαίτηση ίση με δύο στον συγκεκριμένο εικονικό πόρο για την πλήρωση του αεροσκάφους με καύσιμο.

	Διαδικασίες		Περιορισμοί		Χρόν.	Πόροι					Εικονικοί πόροι		
	Περιγραφή	Όνομα	Περιορ.αλληλ.	Περιορ.μηΠαραλ.		ΕΟ	Ο	ΕΜ	Μ	Ε	DA	DB	DC
1η ομάδα	wingtanksta4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1	0	0
	weapons sta3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1	0	0
2η ομάδα	wingtanksta6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	2	0
	weapons sta7	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	1	0
	Φόρτωση πυρ.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	1	0
3η ομάδα	AIM-120sta1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	1
	weapons sta3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	1
	Κομπλάρισμα	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	2

Εικόνα 12: εικονικοί πόροι στο πρόβλημα μας

Λόγω του ότι στο δικό μας πρόβλημα έχουμε μία ομάδα εργασιών της πρώτης περίπτωσης και δύο ομάδες της δεύτερης περίπτωσης, καταλαβαίνουμε ότι πρέπει να προσθέσουμε στο πρόβλημα μας ακόμα τρία είδη πόρων εικονικών για να καλύψουμε τους περιορισμούς μη παράλληλης εκτέλεσης εργασιών όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα. Έτσι λοιπόν για την 1^η ομάδα προστίθεται ο εικονικός πόρος DA, για τη 2^η ο DB και για την 3^η ο DC. Ο καθένας τώρα έχει διαθέσιμο πλήθος αντίστοιχα 1 , 2 , 2 ενώ οι απαιτήσεις των εμπλεκόμενων διαδικασιών έχουν αναλυθεί προηγουμένως.

Πρέπει επίσης να αναφέρουμε ότι οι εικονικοί πόροι δεν λαμβάνουν μέρος στον υπολογισμό της τιμής του κριτηρίου του ευρετικού αλγόριθμου όπως αυτό αναλύθηκε στο 3.4, απλά καλύπτουν τη μη παράλληλη εκτέλεση των διαδικασιών που μας ενδιαφέρουν. Για λόγους απλότητας θα παραληφθούν από τους πίνακες του ευρετικού αλγορίθμου με σκοπό να διευκολυνθεί η ανάγνωση τους.

4.4. Μοντελοποίηση μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών-2^{ος} τρόπος

Όπως προαναφέρθηκε στην αμέσως προηγούμενη υποενότητα, από το δίκτυο δεν παίρνουμε απολύτως καμία πληροφορία για τους περιορισμούς μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών, παρά μόνο για τις σχέσεις προτεραιότητας και αλληλουχίας μεταξύ των διαδικασιών. Έχοντας εξηγήσει παραπάνω γιατί θα ήταν λάθος μας να λύσουμε το πρόβλημα χωρίς αυτούς τους περιορισμούς, θα αναφερθούμε κατευθείαν στη μοντελοποίηση με τον δεύτερο τρόπο.

Όπως προηγουμένως έτσι και σε αυτή τη μοντελοποίηση έχουμε κάποια ζεύγη εργασιών οι οποίες δεν πρέπει να πραγματοποιούνται παράλληλα. Ο αριθμός των ζευγών αυτών προκύπτει από τους περιορισμούς του προβλήματος μας και αναλύεται παρακάτω.

- **Μη παράλληλη εκτέλεση 2 διαδικασιών:** Στην περίπτωση λοιπόν που έχουμε μόνο δύο διαδικασίες, την i και την j , και δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν παράλληλα, τότε στο μοντέλο βέλτιστης λύσης προστίθενται δύο περιορισμοί του τύπου: $1000 * DM1(F) + START(J) \geq START(I) + TIME(I)$

$$1000 * (1 - DM1(F)) + START(I) \geq START(J) + TIME(J)$$

Όπου: $START(I)$: χρονική στιγμή εκκίνησης της διαδικασίας I

$TIME(I)$: χρονική διάρκεια της διαδικασίας I

$DM1(F)$: δυαδική μεταβλητή

Με αυτούς τους περιορισμούς το μοντέλο καταλαβαίνει ότι πρέπει να ορίσει κατάλληλα την δυαδική μεταβλητή ώστε να πετύχει το βέλτιστο χρόνο. Αναλύοντας περαιτέρω αυτούς τους περιορισμούς αν δε λάβουμε υπόψη μας τις δυαδικές μεταβλητές, ο πρώτος μας πληροφορεί ότι η εκκίνηση της διαδικασίας J πρέπει να έπεται από αυτήν της I προσαυξημένη κατά τη διάρκεια της διαδικασίας I , το οποίο είναι και λογικό, ενώ ο δεύτερος το ακριβώς αντίθετο

όπως αυτό φαίνεται και από τους δείκτες. Αυτό όμως δεν είναι κάτι επιτρεπτό καθώς ο ένας περιορισμός αναιρεί τον άλλον. Γι' αυτό το λόγο τοποθετούνται οι δυαδικές μεταβλητές έτσι ώστε να καταφέρει να λειτουργήσει το μοντέλο καταλήγοντας στις εξής δύο περιπτώσεις:

$$\text{➤ } DM1(F) = 0 \quad START(J) \geq START(I) + TIME(I)$$

$$1000 + START(I) \geq START(J) + TIME(J)$$

Δηλαδή με μηδενική τιμή στη δυαδική μεταβλητή ο δεύτερος περιορισμός διαμορφώνεται όπως παραπάνω το οποίο ισχύει πάντα, ενώ ο πρώτος που παίρνει την παραπάνω μορφή, είναι και αυτός που επηρεάζει επιπρόσθετα το ολικό μοντέλο και κατά συνέπεια την δρομολόγηση των διαδικασιών και το συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης του έργου. Αυτό συμβαίνει διότι έχοντας αυτή τη μορφή είναι υπολογίσιμος και σημαντικός σαν περιορισμός, καθώς το μοντέλο τον συνυπολογίζει στο σύνολο των περιορισμών αφού με αυτή τη μορφή καθορίζει μία σχέση αλληλουχίας και προτεραιότητας όμοια με αυτές που καθορίζει το ίδιο το δίκτυο και τοποθετεί την διαδικασία J μετά από την διαδικασία I.

$$\text{➤ } DM1(F) = 1 \quad 1000 + START(J) \geq START(I) + TIME(I)$$

$$START(I) \geq START(J) + TIME(J)$$

Στην περίπτωση τώρα που το μοντέλο αποφασίσει να ορίσει τη δυαδική μεταβλητή ίση τη μονάδα ισχύει ό,τι παραπάνω αλλά ακριβώς το αντίθετο διότι παίρνει ισχύ ο δεύτερος περιορισμός ενώ αχρηστεύεται ο πρώτος.

- **Μη παράλληλη εκτέλεση 1 διαδικασίας με 2 διαφορετικές:** Στην περίπτωση αυτή, όπως έχει προαναφερθεί, μία διαδικασία δεν μπορεί να εκτελεστεί παράλληλα με ένα ζευγάρι άλλων διαδικασιών. Το ζευγάρι όμως δεν έχει ‘‘κανένα’’ περιορισμό στο να εκτελεστούν παράλληλα οι δύο διαδικασίες που

το αποτελούν. Επίσης δεν υπάρχει κανένας περιορισμός ανάμεσα στις τρεις διαδικασίες για τη σειρά πραγματοποίησής τους αρκεί μόνο η διαδικασία k να μην εκτελεστεί ταυτόχρονα με καμία από τις διαδικασίες i και j. Υπό αυτές τις συνθήκες προσθέτουμε στο μοντέλο τέσσερις περιορισμούς που ακολουθούν:

$$1000 \cdot DM1(F) + START(K) \geq START(I) + TIME(I)$$

$$1000 \cdot (1 - DM1(F)) + START(I) \geq START(K) + TIME(K)$$

$$1000 \cdot DM2(F) + START(K) \geq START(J) + TIME(J)$$

$$1000 \cdot (1 - DM2(F)) + START(J) \geq START(K) + TIME(K)$$

Σε αυτόν τον τύπο μορφοποίησης είναι σαν να έχουμε δύο ζεύγη εργασιών της προηγούμενης μορφής άρα μοντελοποιούνται όπως προηγουμένως και γι' αυτό το λόγο προκύπτουν τέσσερις περιορισμοί και δύο δυαδικές μεταβλητές. Κατά την επίλυση του μοντέλου ισχύει ότι ακριβώς και πριν, καθώς ανάλογα με τις τιμές των δυαδικών μεταβλητών μόνο δύο από τους τέσσερις περιορισμούς θα έχουν ισχύ και κατά συνέπεια επίδραση πάνω στη βέλτιστη λύση.

Στο δικό μας το πρόβλημα έχουμε μία ομάδα εργασιών της πρώτης περίπτωσης και δύο ομάδες της δεύτερης περίπτωσης, άρα καταλαβαίνουμε ότι πρέπει να προσθέσουμε συνολικά πέντε ζεύγη περιορισμών και πέντε δυαδικές μεταβλητές. Δεν αναφερόμαστε εκτενέστερα διότι τα ζεύγη διαδικασιών αναλύθηκαν στην αμέσως παραπάνω υποενότητα.

Πρέπει επίσης να πούμε ότι αυτή η μορφοποίηση λαμβάνεται υπόψη μόνο στο μοντέλο βέλτιστης λύσης.

Ο λόγος τώρα που το πρόβλημα μορφοποιείται και με δεύτερο τρόπο είναι ότι στην πρώτη περίπτωση με τους εικονικούς πόρους αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος κατά πολύ διότι οι διαδικασίες δεν εξαρτώνται μόνο από του πραγματικούς πόρους αλλά και από τους εικονικούς άρα κατ' επέκταση αυξάνεται και το πλήθος των

περιορισμών κατά ένα μεγάλο αριθμό. Στην δεύτερη περίπτωση όμως με τους επιπλέον περιορισμούς και τις δυαδικές μεταβλητές αντίστοιχα, το πλήθος των περιορισμών για τη μορφοποίηση της μη παράλληλης εκτέλεσης διαδικασιών, αυξάνεται μόνο κατά δέκα. Το πρόβλημα όμως τώρα ενώ συνεχίζει να είναι γραμμικό έχει περισσότερες μεταβλητές απόφασης να υπολογίσει λόγω των επιπλέον δυαδικών μεταβλητών.

Καθώς λοιπόν η βέλτιστη λύση θα βρεθεί και με τους δυο τρόπους και ευνόητα θα είναι η ίδια, εφόσον η περιγραφή του προβλήματος δεν αλλάζει είτε με τον έναν είτε με τον άλλο τρόπο, αυτό που μας ενδιαφέρει και αποτελεί και το σκοπό που καταλήξαμε σε δύο και όχι σε έναν τρόπο επίλυσης είναι ο χρόνος επεξεργασίας του προβλήματος ο οποίος θα σχολιαστεί μαζί με τα αποτελέσματα στο επόμενο κεφάλαιο.

5. Αποτελέσματα και συμπεράσματα

5.1. Εισαγωγή

Με σκοπό να γίνει πιο κατανοητή η συνέχεια του κεφαλαίου θα πρέπει να αναφερθούμε γενικά στη πορεία εύρεσης των αποτελεσμάτων και το σκοπό που κάποια βήματα γίνονται πριν από κάποια άλλα. Κατ' αρχάς μετά την ονομασία των διαδικασιών με γράμματα και την εξαγωγή των σχέσεων αλληλουχίας μεταξύ τους, προχωρούμε στην αναπαράσταση του δικτύου. Αυτό όπως ειπώθηκε προηγουμένως, μελετώντας το χωρίς τον περιορισμό των πόρων, θα μας δώσει ένα χρόνο ολοκλήρωσης του έργου. Αυτός είναι ο καλύτερος χρόνος στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί όλο το έργο υπό την προϋπόθεση ότι θα δαπανήσουμε σε αυτό όσους πόρους χρειάζεται ανά πάσα στιγμή, πράγμα το οποίο δεν είναι εφικτό λόγω των περιορισμένων πόρων. Επίσης θα μας δώσει τους νωρίτερους και αργότερους χρόνους έναρξης και λήξης των διαδικασιών δίνοντας έτσι μία πιο σαφή εικόνα της κατάστασης.

Έχοντας ολοκληρώσει τα προηγούμενα βήματα μπορούμε να προχωρήσουμε στην εφαρμογή του ευρετικού αλγορίθμου. Ο λόγος του ότι ο ευρετικός αλγόριθμος προηγείται της εύρεσης της βέλτιστης λύσης δεν είναι τυχαίος. Για να βρεθεί η βέλτιστη λύση, στο μοντέλο LINGO απαιτείται ένα όριο υποβέλτιστου χρόνου στο οποίο δύναται να ολοκληρωθεί το έργο, έτσι ώστε να το έχει ως ένα ανώτατο όριο χρόνου το οποίο πρέπει να ελαχιστοποιήσει. Άρα σκοπός μας είναι να βρούμε όσο το δυνατό καλύτερο χρόνο γίνεται μέσω του ευρετικού αλγορίθμου και να τον χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια. Για να γίνει αυτό αρχικά θα εφαρμόσουμε τον ευρετικό αλγόριθμο στο κανονικό μας πρόβλημα και στη συνέχεια θα πραγματοποιηθεί μία ανάλυση ευαισθησίας ως προς το κριτήριο και ως προς την αυξομείωση ορισμένων πόρων. Λέγοντας ανάλυση ευαισθησίας ως προς το κριτήριο εννοούμε ότι

αυξομειώνουμε τον συντελεστή βαρύτητας ‘ w ’ και παρατηρούμε σε πιο σημείο μας δίνει καλύτερα αποτελέσματα. Καταλήγοντας σε ένα συντελεστή βαρύτητας συνεχίζουμε με την ανάλυση ευαισθησίας ως προς τους πόρους αυξομειώνοντας τους κατά κάποιες μονάδες. Δεν είναι δυνατό να αυξομειώσουμε όλα τα είδη πόρων λόγω του περιορισμένου προσωπικού οπότε θα αυξομειώσουμε μόνο μερικούς από αυτούς καθώς και συνδυασμό αυτών το οποίο αναφέρεται παρακάτω πιο αναλυτικά.

Τελειώνοντας από όλα τα προηγούμενα θα καταλήξουμε σε ένα χρόνο, τον οποίο όπως προαναφέρθηκε θα χρησιμοποιήσουμε στο μοντέλο της βέλτιστης λύσης για να προσδιορίσουμε την ολικά βέλτιστη λύση με τους πόρους που έχουμε επιλέξει.

5.2. Μορφοποίηση και δίκτυο

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιαστούν τα συνολικά δεδομένα σε μορφή πίνακα ομαδοποιημένα για να υπάρχει μία πιο σαφή εικόνα και στη συνέχεια το προκύπτον δίκτυο από αυτά. Όπως ειπώθηκε προηγουμένως σκόπιμα παραλείπονται τα δεδομένα των εικονικών πόρων για την πιο ξεκάθαρη μορφή του πίνακα και την εύκολη κατανόηση του. Η ανάλυση του δικτύου θα ακολουθήσει αργότερα.

Στον πρώτο πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα ομαδοποιημένα σε μορφή πίνακα. Δεν συνεχίζουμε σε περαιτέρω ανάλυση τους καθώς αυτή έχει προηγηθεί. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται οι μέγιστοι διαθέσιμοι πόροι από το κάθε είδος ενώ στον τρίτο βλέπουμε τον μέγιστο αριθμό χρησιμοποιούμενων πόρων καθ’ όλη τη διάρκεια της ολοκλήρωσης του έργου. Τα στοιχεία του τρίτου πίνακα χρησιμοποιούνται μόνο στον υπολογισμό της τιμής του κριτηρίου του ευρετικού αλγορίθμου και πουθενά αλλού.

Σχήμα 1: πίνακας στοιχείων προβλήματος

Διαδικασίες		Περιορισμοί			Πόροι (Rij)				
Περιγραφή	Όνομα	Περιορ.αλληλ.	Περιορ.μηΠαραλ.	Χρόν.	ΕΟ	Ο	ΕΜ	Μ	Ε
Άφιξη-Κράτηση	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Είσοδος	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Gun safe	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Σύνδεση M32	X	X	X	X	X	X	X	X	X
wingtanksta4	X	X	X	X	X	X	X	X	X
wingtanksta6	X	X	X	X	X	X	X	X	X
AIM-120sta1	X	X	X	X	X	X	X	X	X
AIM-120sta9	X	X	X	X	X	X	X	X	X
AIM-2000sta2	X	X	X	X	X	X	X	X	X
AIM-2000sta8	X	X	X	X	X	X	X	X	X
weapons sta3	X	X	X	X	X	X	X	X	X
weapons sta7	X	X	X	X	X	X	X	X	X
C I tank sta5	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Προετοιμ. Σταθ.	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Φόρτωση πυρ.	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Αφαίρ. aspis	X	X	X	X	X	X	X	X	X
functional	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Κρίσιμες	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Αποσυνδ. M32	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Κομπλάρισμα	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Τοποθ. aspis	X	X	X	X	X	X	X	X	X
buffer-wings	X	X	X	X	X	X	X	X	X
cartridges	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Επιθεώρ. οπλ.	X	X	X	X	X	X	X	X	X
FOD	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Υπογρ.Φόρμας	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Αποδ.-Εκκίν.	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Όπλιση	X	X	X	X	X	X	X	X	X

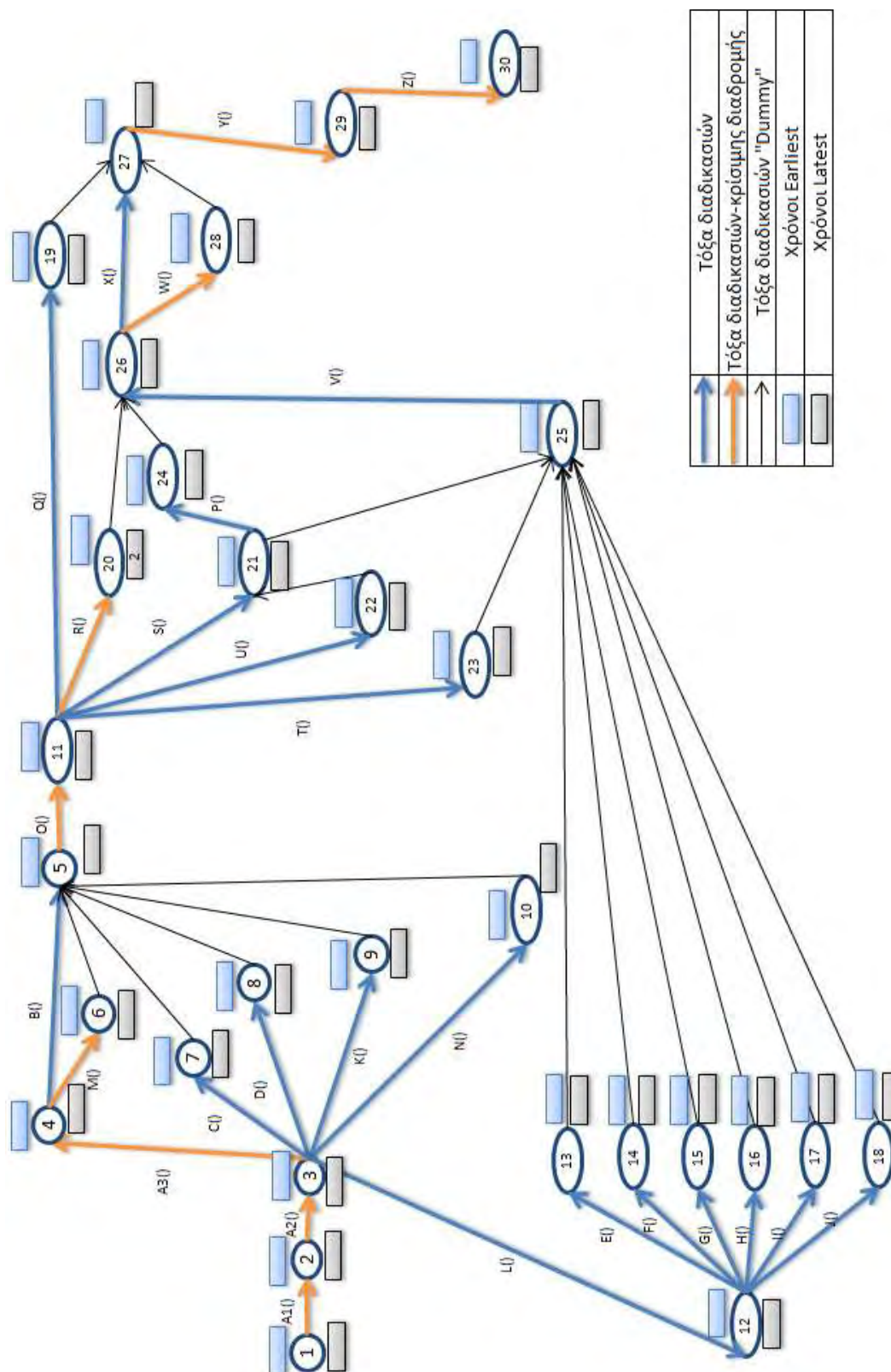
Σχήμα 2: πίνακας μέγιστων διατιθέμενων πόρων

Διαθέσιμοι πόροι (Ari)				
X	X	X	X	X

Σχήμα 3: πίνακας μέγιστων χρησιμοποιούμενων πόρων

Μέγιστοι χρησιμοποιούμενοι πόροι (Sri=Σj Rij)				
X	X	X	X	X

Σχήμα 4: Δίκτυο εργασιών



Σχήμα 5: πίνακας κρίσιμης διαδρομής

Διαδικασίες		Χρόνοι					
Περιγραφή	Όνομα	Διάρκεια	ES	LS	EF=ES+t	LF=LS+t	TS=LF-EF
Αφιξη-Κράτηση	X	X	X	X	X	X	0
Είσοδος	X	X	X	X	X	X	0
Gun safe	X	X	X	X	X	X	0
Σύνδεση M32	X	X	X	X	X	X	6
wingtanksta4	X	X	X	X	X	X	4
wingtanksta6	X	X	X	X	X	X	4
AIM-120sta1	X	X	X	X	X	X	10
AIM-120sta9	X	X	X	X	X	X	10
AIM-2000sta2	X	X	X	X	X	X	14
AIM-2000sta8	X	X	X	X	X	X	14
weapons sta3	X	X	X	X	X	X	3
weapons sta7	X	X	X	X	X	X	3
cl tank sta5	X	X	X	X	X	X	4
Προετοιμ. Σταθ.	X	X	X	X	X	X	3
Φόρτωση πυρ.	X	X	X	X	X	X	0
Αφαρ. aspis	X	X	X	X	X	X	7
functional	X	X	X	X	X	X	0
Κρίσιμες	X	X	X	X	X	X	1
Αποσυνδ. M32	X	X	X	X	X	X	11
Κομπλάρισμα	X	X	X	X	X	X	0
Τοποθ. aspis	X	X	X	X	X	X	3
buffer-wings	X	X	X	X	X	X	1
cartridges	X	X	X	X	X	X	1
Επιθεώρ. οπλ.	X	X	X	X	X	X	1
FOD	X	X	X	X	X	X	0
Υπογρ.Φόρμας	X	X	X	X	X	X	1
Αποδ.-Εκκίν.	X	X	X	X	X	X	0
Όπλιση	X	X	X	X	X	X	0

Στο σχήμα 4 φαίνεται αναλυτικά όλο το δίκτυο διαδικασιών που προκύπτει από το εξεταζόμενο πρόβλημα. Σύμφωνα με τις διευκρινήσεις στο κάτω δεξιό μέρος του δικτύου με πορτοκαλί χρώμα χαρακτηρίζεται η κρίσιμη διαδρομή, με μπλε τα πραγματικά τόξα του δικτύου ενώ με μαύρο τα μη υπαρκτά τόξα του δικτύου. Με τις ετικέτες που συνοδεύουν το δίκτυο διακρίνουμε τους χρόνους οι οποίοι χωρίζονται στους Earliest με μπλε χρώμα και στους Latest με γκρι χρώμα. Ο πίνακας που ακολουθεί το δίκτυο είναι αυτός που προκύπτει από τις σχέσεις των διαδικασιών και μας δίνει τους αντίστοιχους χρόνους του δικτύου που περιγράφηκαν παραπάνω. Ο

Σε αυτή την υποενότητα του κεφαλαίου παρατίθεται το εμπειρικό νοσηροδιάγραμμα

Σχήμα 6: εμπειρικό χρονοδιάγραμμα



5.4. Αποτελέσματα ευρετικού αλγορίθμου

Στη συνέχεια θα ακολουθήσουν τα αποτελέσματα του ευρετικού αλγορίθμου. Για την ευκολία της κατανόησης δεν θα παρατεθούν πίνακες της μορφής που περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 3.4.2 εκτός από έναν μόνο στην περίπτωση που έχουμε **X** επιθεωρητές οπλουργούς, **X** εκτελεστές οπλουργούς, **X** επιθεωρητή μηχανικό, **X** εκτελεστές μηχανικούς και **X** επίγειους. Θα παρουσιαστούν μόνο οι πίνακες με τις τιμές του κριτηρίου του ευρετικού αλγορίθμου και τα αντίστοιχα χρονοδιαγράμματα που αναφέρονται στην κάθε περίπτωση.

Αναφέρομαι στην κάθε περίπτωση διότι το κριτήριο εφαρμόζεται παραπάνω από μία φορά. Αυτό διότι στην αρχή πρέπει να επιλέξουμε με πιο συντελεστή βαρύτητας θα συνεχίσουμε να δουλεύουμε το κριτήριο για να πραγματοποιηθεί στη συνέχεια η ανάλυση ευαισθησίας ως προς τους πόρους. Για να επιλεγεί ο συντελεστής βαρύτητας εφαρμόζουμε το κριτήριο στην αρχική διαμόρφωση πόρων **X** όπως παραπάνω, για συνεισφορά από την τιμή του κριτηρίου ACTIM κατά 100, 75,50 και 25% αντίστοιχα σε σχέση με το κριτήριο ACROS.

Αφού τώρα καταλήξουμε στην τιμή του κριτηρίου συνεχίζουμε με την ανάλυση ευαισθησίας ως προς τους πόρους αυξομειώνοντας αυτούς. Δεν είναι δυνατό να αυξομειώσουμε όλα τα είδη πόρων λόγω του περιορισμένου προσωπικού οπότε θα αυξομειώσουμε κατά μία μονάδα τους επιθεωρητές οπλουργούς και κατά ακόμα μία τους αντίστοιχους εκτελεστές συνοδευόμενο και από τον συνδυασμό να αυξήσουμε κατά μία μονάδα τους επιθεωρητές οπλουργούς και να αυξομειώσουμε σε αυτήν την κατάσταση τους αντίστοιχους εκτελεστές. Θα επεξηγηθεί παρακάτω γιατί επιλέγεται ο ανωτέρω συνδυασμός και όχι ο αντίστοιχος με τη μείωση του αριθμού των επιθεωρητών.

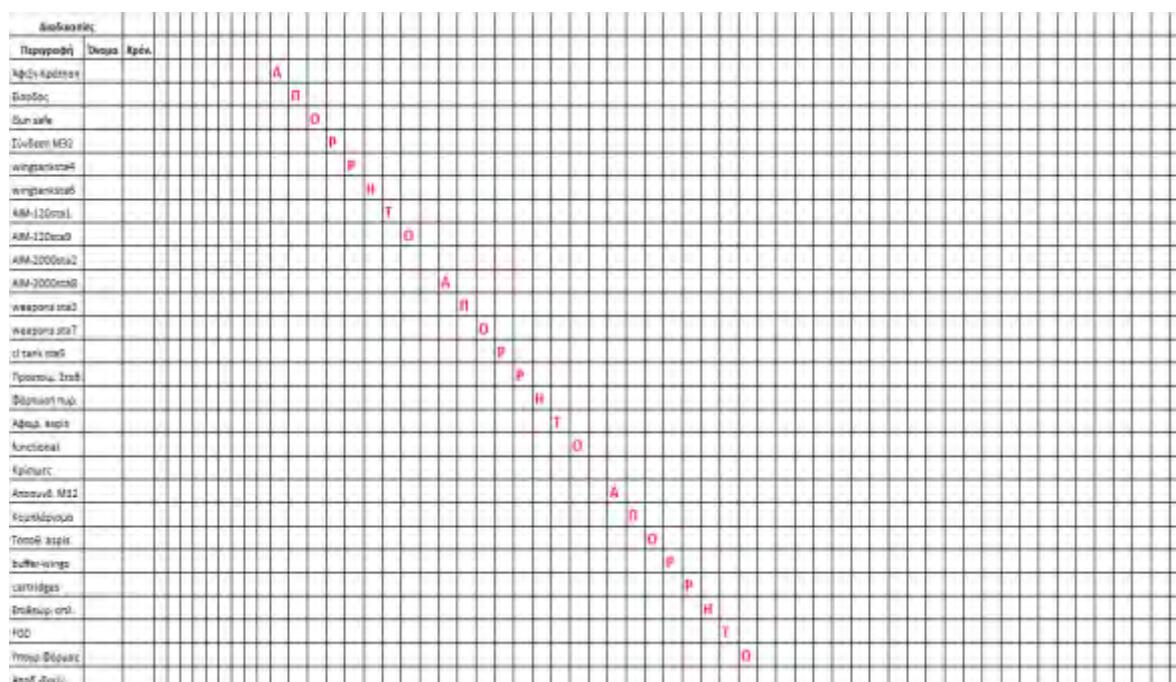
Σχήμα 7: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων **X** για W = 0, 25%, 50%, 75%

Διαδικασίες	Περιορισμοί			NAME	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3-W*ACR+(1-W)*ACT			AG3-W*ACR+(1-W)*ACT			AG3-W*ACR+(1-W)*ACT			
	Περιορ.αλληλ.	Περιορ.μην Παράλ.	Χρόν.						EO	O	EM	M	E	WEIGHT=	0,50	WEIGHT=	0,75	WEIGHT=
Περιγραφή Όνομα																		
Αφίξη-Κράτηση	X	X	X	X	X	X	X	X	12,33	0,25	X	1,00	X	0,62	X	0,44	X	0,81
Είσοδος	X	X	X	X	X	X	X	X	28,00	0,57	X	0,95	X	0,76	X	0,66	X	0,85
Gun safe	X	X	X	X	X	X	X	X	5,80	0,12	X	0,89	X	0,50	X	0,31	X	0,70
Σύνδεση M32	X	X	X	X	X	X	X	X	10,00	0,20	X	0,70	X	0,45	X	0,33	X	0,58
wingtanksta4	X	X	X	X	X	X	X	X	23,00	0,47	X	0,78	X	0,62	X	0,55	X	0,70
wingtanksta6	X	X	X	X	X	X	X	X	23,00	0,47	X	0,78	X	0,62	X	0,55	X	0,70
AIM-120sta1	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,49	X	0,42	X	0,38	X	0,45
AIM-120sta9	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,49	X	0,42	X	0,38	X	0,45
AIM-2000sta2	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,38	X	0,36	X	0,35	X	0,37
AIM-2000sta8	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,38	X	0,36	X	0,35	X	0,37
weapons sta3	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,68	X	0,51	X	0,43	X	0,59
weapons sta7	X	X	X	X	X	X	X	X	17,10	0,35	X	0,68	X	0,51	X	0,43	X	0,59
cl tank sta5	X	X	X	X	X	X	X	X	23,00	0,47	X	0,78	X	0,62	X	0,55	X	0,70
Προστοιμ. Σταθ	X	X	X	X	X	X	X	X	11,60	0,23	X	0,81	X	0,52	X	0,38	X	0,67
Φόρτωση πυρ.	X	X	X	X	X	X	X	X	21,60	0,44	X	0,86	X	0,65	X	0,54	X	0,76
Φόρμ. aspis	X	X	X	X	X	X	X	X	5,80	0,12	X	0,70	X	0,41	X	0,26	X	0,56
functional	X	X	X	X	X	X	X	X	11,30	0,23	X	0,65	X	0,44	X	0,33	X	0,54
Χρόνος	X	X	X	X	X	X	X	X	7,00	0,14	X	0,35	X	0,25	X	0,19	X	0,30
Αποσυνδ. M32	X	X	X	X	X	X	X	X	10,00	0,20	X	0,19	X	0,20	X	0,20	X	0,19
Χαμπάρισμα	X	X	X	X	X	X	X	X	5,00	0,10	X	0,49	X	0,29	X	0,20	X	0,39
Tomoθ. aspis	X	X	X	X	X	X	X	X	5,80	0,12	X	0,41	X	0,26	X	0,19	X	0,33
buffer-wings	X	X	X	X	X	X	X	X	11,60	0,23	X	0,46	X	0,35	X	0,29	X	0,40
cartridges	X	X	X	X	X	X	X	X	5,80	0,12	X	0,46	X	0,29	X	0,20	X	0,37
Επιθεωρ. οπλ.	X	X	X	X	X	X	X	X	11,00	0,22	X	0,32	X	0,27	X	0,25	X	0,30
FOD	X	X	X	X	X	X	X	X	49,37	1,00	X	0,22	X	0,61	X	0,80	X	0,41
Υπογρ.Φόρμας	X	X	X	X	X	X	X	X	23,63	0,48	X	0,19	X	0,33	X	0,41	X	0,26
Αποδ.-Εκκίν.	X	X	X	X	X	X	X	X	0,00	0,00	X	0,14	X	0,07	X	0,03	X	0,10
Όραση	X	X	X	X	X	X	X	X	5,80	0,12	X	0,03	X	0,07	X	0,09	X	0,05

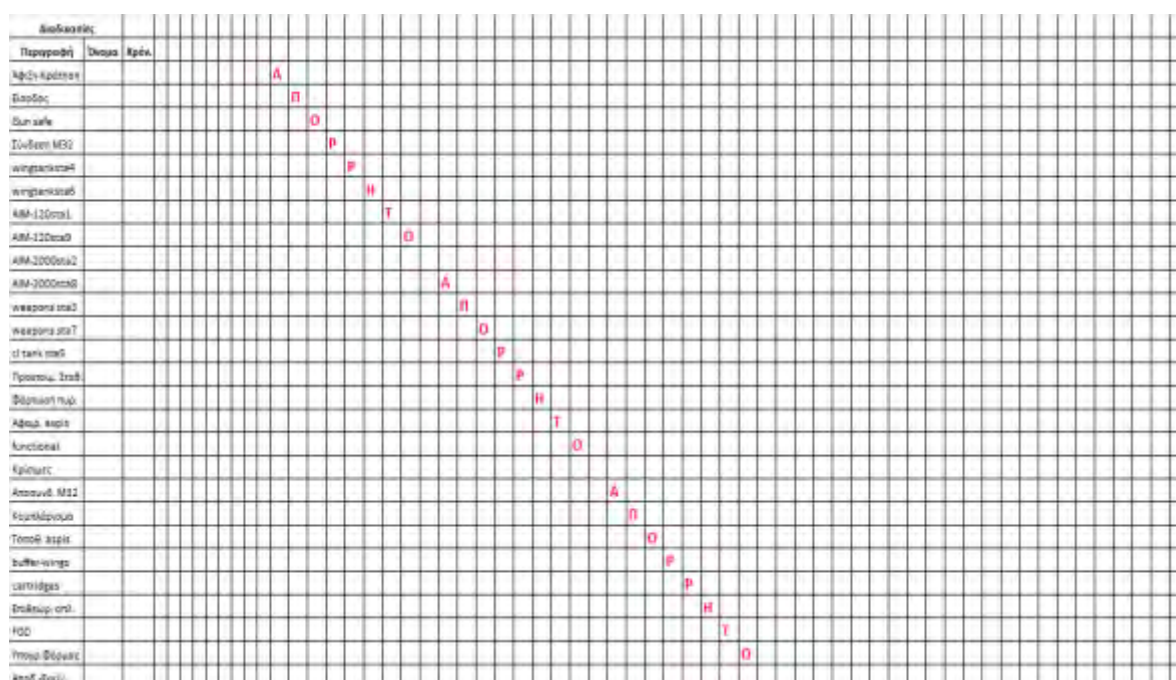
Σχήμα 8: πίνακας επαναλήψεων κριτηρίου διαμόρφωσης πόρων **X**, 50% ACTIM

Διαδοσίες	A2	M	A1	C	D	K	W	L	I	J	A3	B	O	E	F	N	G	H	T	X	R	U	V	S	P	Q	Y	Z
Διάμετρος	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Αυτοπύλη	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
TEARL	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
TSTART	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
TFIN	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
TNOW	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
πρό-διαβίαση	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
επαρ. δοκού	A1	A2	COXL MDK A3N B	DKB BEFG H	DXIJ DIBEFDEFGDEFG	HTRU SQ SQ	OGH GH	FGH GH	OGH GH	GH	SQ	PQ	VQ	Q	WXQ	Q	Q	Y	Z									
επανάληψες	1	2	3	4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18								

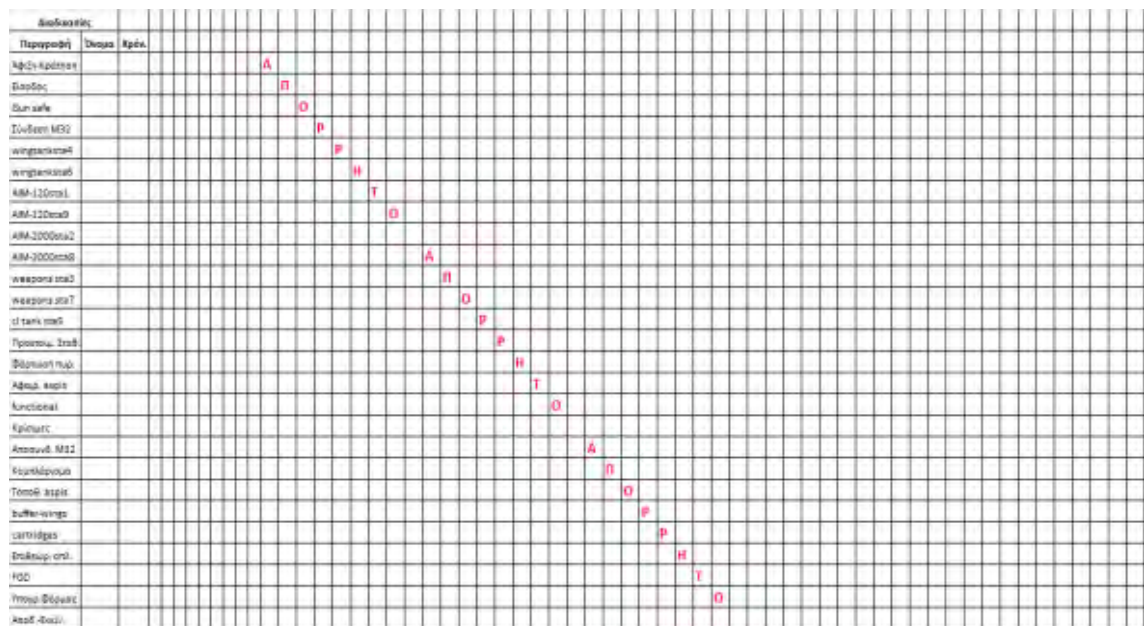
Σχήμα 9: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 100% ACTIM



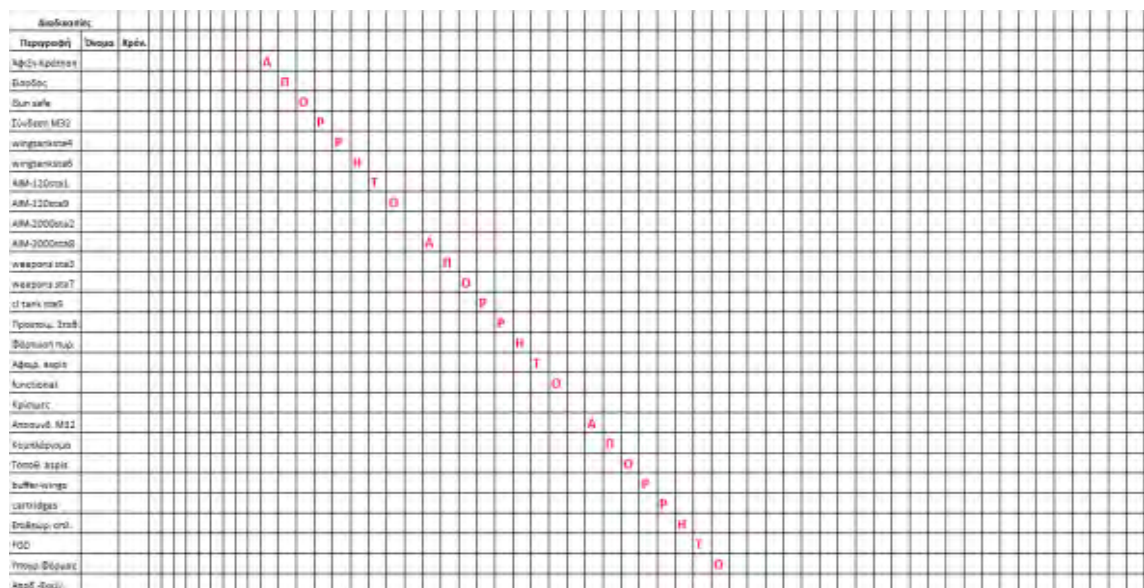
Σχήμα 10: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 75% ACTIM



Σχήμα 11: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



Σχήμα 12: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 25% ACTIM



Όπως φαίνεται από τα προηγούμενα χρονοδιαγράμματα ο χρόνος ξεκινάει στα 0,9 λεπτά με επίδραση μόνο του κριτηρίου ACTIM, συνεχίζει σε αυτό το επίπεδο μέχρι και το 50% της επιρροής του κριτηρίου, ενώ μόλις η συνεισφορά αυτού κατέλθει στο 25% βλέπουμε ότι αυξάνεται στα 0,96 λεπτά. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσουμε ένα συντελεστή βαρύτητας της τάξης του 50% ανάμεσα στα δύο

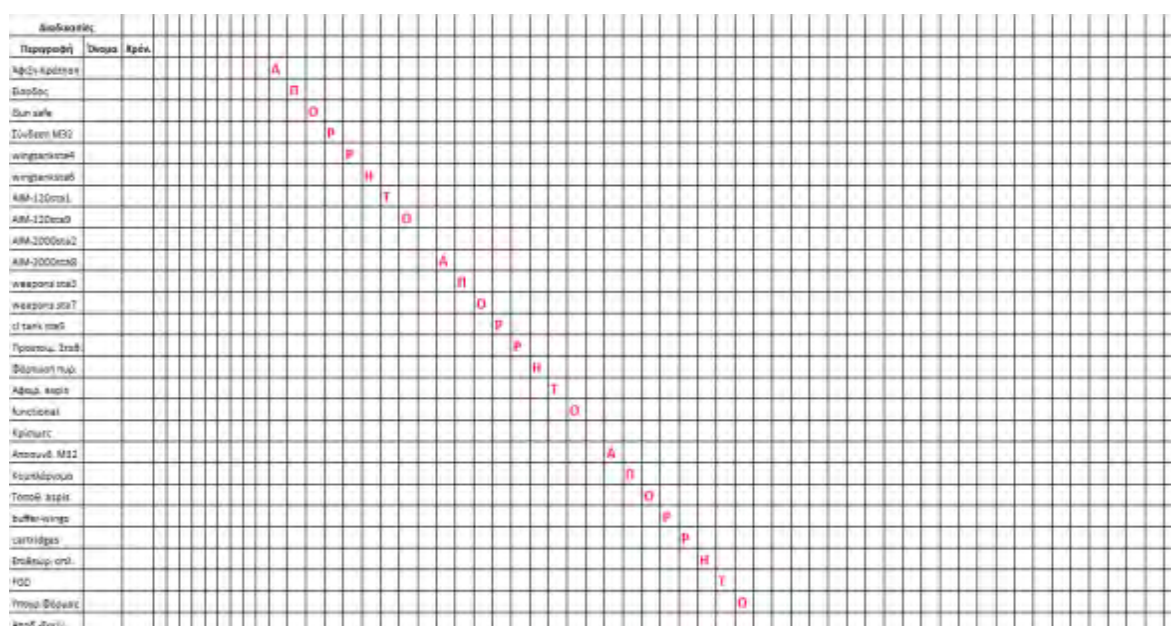
κριτήρια. Αυτό το επιλέγουμε διότι δίνοντας έμφαση μόνο στο ACTIM πετυχαίνουμε καλύτερο χρόνο το οποίο και μας ενδιαφέρει αλλά ενδέχεται να χάσουμε τυχόν βελτιώσεις λόγω του ACROS ως προς τη διαχείριση των πόρων. Η τάξη του 50% επιλέχθηκε διότι από το 100% μέχρι και το 50% μας έδινε τον ίδιο χρόνο. Σε αντίθετη περίπτωση θα επιλεγόταν αυτό που δίνει τον καλύτερο χρόνο.

Έχοντας καταλήξει πλέον στην τιμή του συντελεστή βαρύτητας θα συνεχίσουμε την ανάλυση ευαισθησίας ως προς τους πόρους αυξομειώνοντας τους όπως περιγράφηκε στην αρχή.

Σχήμα 15: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM

NAME	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3=W*ACR+(1-W)*ACT	WEIGHT=	0,50
A1	12,33	0,23	X	1,00	A1		0,61
A2	28,00	0,52	X	0,95	A2		0,73
A3	5,80	0,11	X	0,89	A3		0,50
B	10,00	0,19	X	0,70	B		0,44
C	23,00	0,43	X	0,78	C		0,61
D	23,00	0,43	X	0,78	D		0,61
E	21,60	0,40	X	0,49	E		0,44
F	21,60	0,40	X	0,49	F		0,44
G	21,60	0,40	X	0,38	G		0,39
H	21,60	0,40	X	0,38	H		0,39
I	21,60	0,40	X	0,68	I		0,54
J	21,60	0,40	X	0,68	J		0,54
K	23,00	0,43	X	0,78	K		0,61
L	11,60	0,22	X	0,81	L		0,51
M	21,60	0,40	X	0,86	M		0,63
N	5,80	0,11	X	0,70	N		0,41
O	15,80	0,29	X	0,65	O		0,47
P	7,00	0,13	X	0,35	P		0,24
Q	10,00	0,19	X	0,19	Q		0,19
R	5,00	0,09	X	0,49	R		0,29
S	5,80	0,11	X	0,41	S		0,26
T	11,60	0,22	X	0,46	T		0,34
U	5,80	0,11	X	0,46	U		0,28
V	10,00	0,19	X	0,32	V		0,25
W	53,87	1,00	X	0,22	W		0,61
X	28,13	0,52	X	0,19	X		0,36
Y	0,00	0,00	X	0,14	Y		0,07
Z	5,80	0,11	X	0,03	Z		0,07

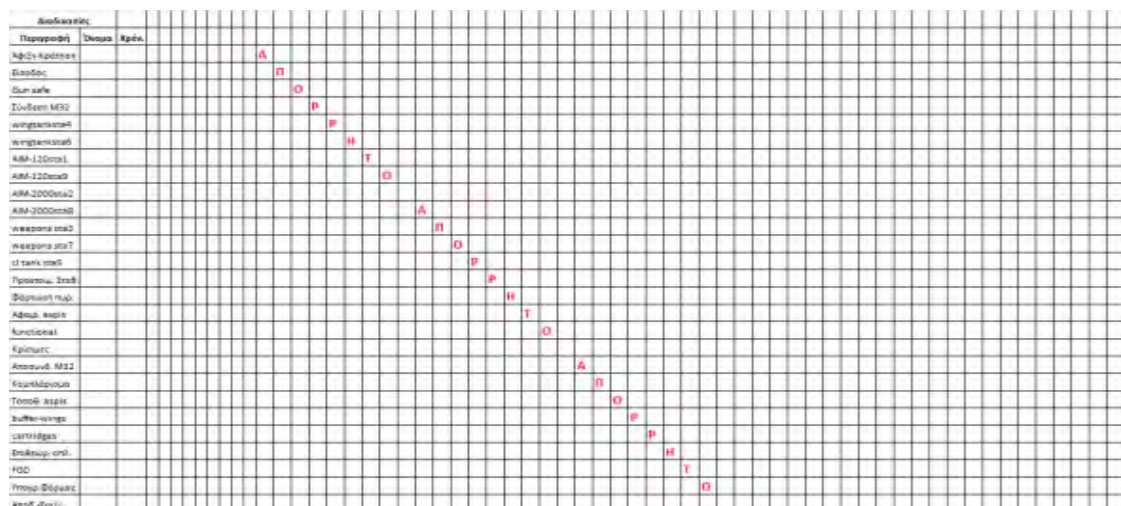
Σχήμα 16: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



Σχήμα 17: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM

	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3=W*ACR+(1-W)*ACT	
NAME					WEIGHT=	0,50
A1	12,33	0,27	X	1,00	A1	0,64
A2	28,00	0,62	X	0,95	A2	0,78
A3	4,83	0,11	X	0,89	A3	0,50
B	10,00	0,22	X	0,70	B	0,46
C	23,00	0,51	X	0,78	C	0,64
D	23,00	0,51	X	0,78	D	0,64
E	15,17	0,33	X	0,49	E	0,41
F	15,17	0,33	X	0,49	F	0,41
G	15,17	0,33	X	0,38	G	0,36
H	15,17	0,33	X	0,38	H	0,36
I	15,17	0,33	X	0,68	I	0,50
J	15,17	0,33	X	0,68	J	0,50
K	23,00	0,51	X	0,78	K	0,64
L	9,67	0,21	X	0,81	L	0,51
M	19,67	0,43	X	0,86	M	0,65
N	4,83	0,11	X	0,70	N	0,40
O	10,33	0,23	X	0,65	O	0,44
P	7,00	0,15	X	0,35	P	0,25
Q	10,00	0,22	X	0,19	Q	0,20
R	5,00	0,11	X	0,49	R	0,30
S	4,83	0,11	X	0,41	S	0,26
T	9,67	0,21	X	0,46	T	0,34
U	4,83	0,11	X	0,46	U	0,28
V	11,00	0,24	X	0,32	V	0,28
W	45,50	1,00	X	0,22	W	0,61
X	22,67	0,50	X	0,19	X	0,34
Y	0,00	0,00	X	0,14	Y	0,07
Z	4,83	0,11	X	0,03	Z	0,07

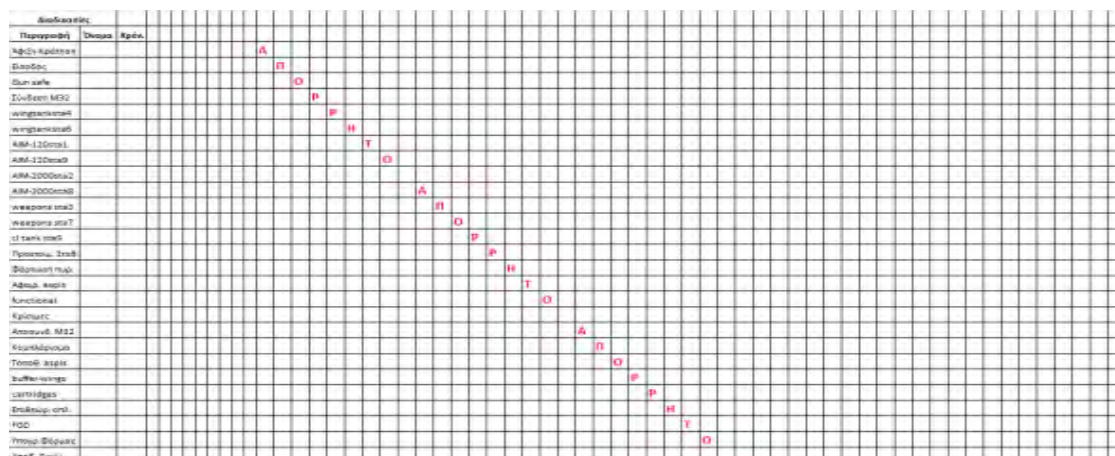
Σχήμα 18: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



Σχήμα 19: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM

	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3=W*ACR+(1-W)*ACT	
NAME					WEIGHT=	0,50
A1	12,33	0,22	X	1,00	A1	0,61
A2	28,00	0,51	X	0,95	A2	0,73
A3	7,25	0,13	X	0,89	A3	0,51
B	10,00	0,18	X	0,70	B	0,44
C	23,00	0,42	X	0,78	C	0,60
D	23,00	0,42	X	0,78	D	0,60
E	20,00	0,36	X	0,49	E	0,42
F	20,00	0,36	X	0,49	F	0,42
G	20,00	0,36	X	0,38	G	0,37
H	20,00	0,36	X	0,38	H	0,37
I	20,00	0,36	X	0,68	I	0,52
J	20,00	0,36	X	0,68	J	0,52
K	23,00	0,42	X	0,78	K	0,60
L	14,50	0,26	X	0,81	L	0,54
M	24,50	0,44	X	0,86	M	0,65
N	7,25	0,13	X	0,70	N	0,42
O	12,75	0,23	X	0,65	O	0,44
P	7,00	0,13	X	0,35	P	0,24
Q	10,00	0,18	X	0,19	Q	0,19
R	5,00	0,09	X	0,49	R	0,29
S	7,25	0,13	X	0,41	S	0,27
T	14,50	0,26	X	0,46	T	0,36
U	7,25	0,13	X	0,46	U	0,30
V	11,00	0,20	X	0,32	V	0,26
W	55,17	1,00	X	0,22	W	0,61
X	25,08	0,45	X	0,19	X	0,32
Y	0,00	0,00	X	0,14	Y	0,07
Z	7.25	0.13	X	0.03	Z	0.08

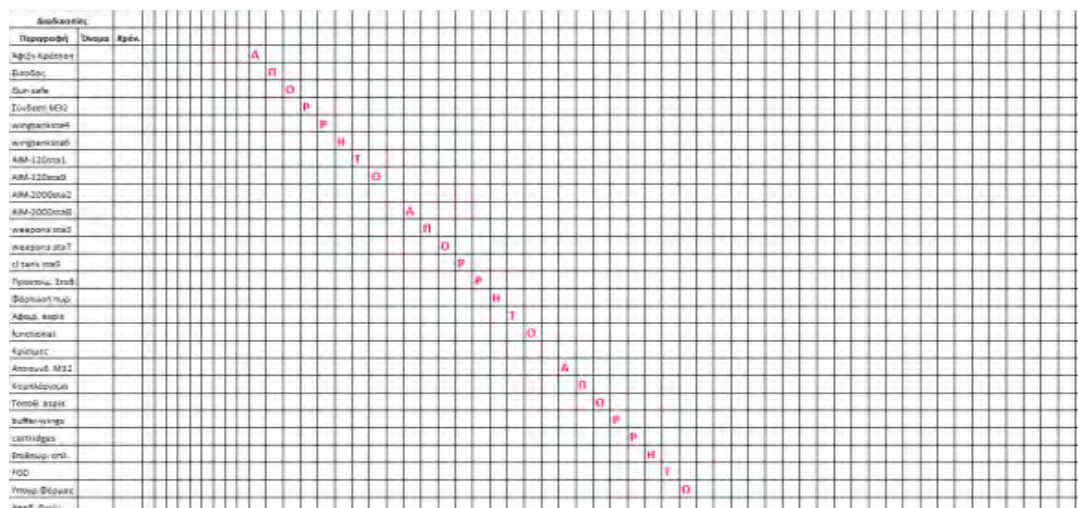
Σχήμα 20: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



Σχήμα 21: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM

	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3=W*ACR+(1-W)*ACT	
NAME					WEIGHT=	0,50
A1	12,33	0,28	X	1,00	A1	0,64
A2	28,00	0,64	X	0,95	A2	0,79
A3	4,83	0,11	X	0,89	A3	0,50
B	10,00	0,23	X	0,70	B	0,47
C	23,00	0,53	X	0,78	C	0,66
D	23,00	0,53	X	0,78	D	0,66
E	13,33	0,31	X	0,49	E	0,40
F	13,33	0,31	X	0,49	F	0,40
G	13,33	0,31	X	0,38	G	0,34
H	13,33	0,31	X	0,38	H	0,34
I	13,33	0,31	X	0,68	I	0,49
J	13,33	0,31	X	0,68	J	0,49
K	23,00	0,53	X	0,78	K	0,66
L	9,67	0,22	X	0,81	L	0,52
M	19,67	0,45	X	0,86	M	0,66
N	4,83	0,11	X	0,70	N	0,41
O	8,50	0,19	X	0,65	O	0,42
P	7,00	0,16	X	0,35	P	0,26
Q	10,00	0,23	X	0,19	Q	0,21
R	5,00	0,11	X	0,49	R	0,30
S	4,83	0,11	X	0,41	S	0,26
T	9,67	0,22	X	0,46	T	0,34
U	4,83	0,11	X	0,46	U	0,29
V	7,33	0,17	X	0,32	V	0,25
W	43,67	1,00	X	0,22	W	0,61
X	20,83	0,48	X	0,19	X	0,33
Y	0,00	0,00	X	0,14	Y	0,07
Z	4,83	0,11	X	0,03	Z	0,07

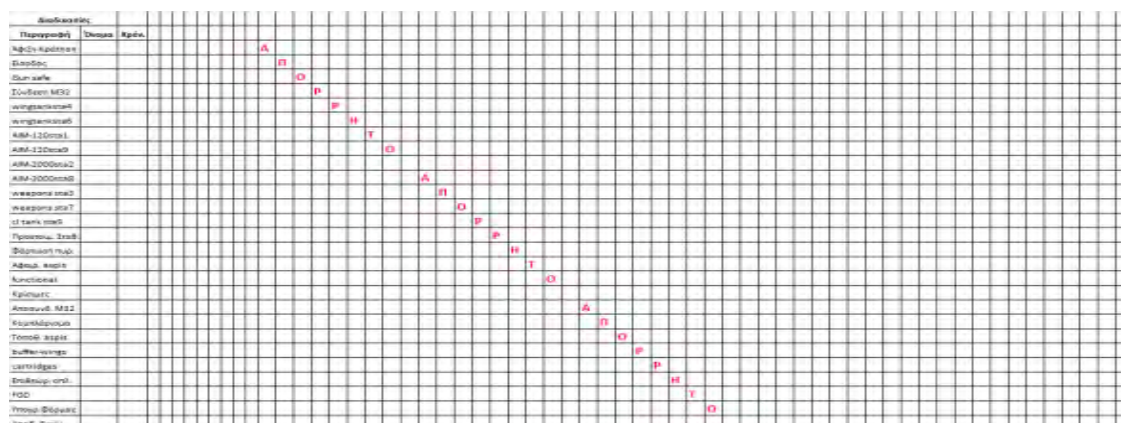
Σχήμα 22: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



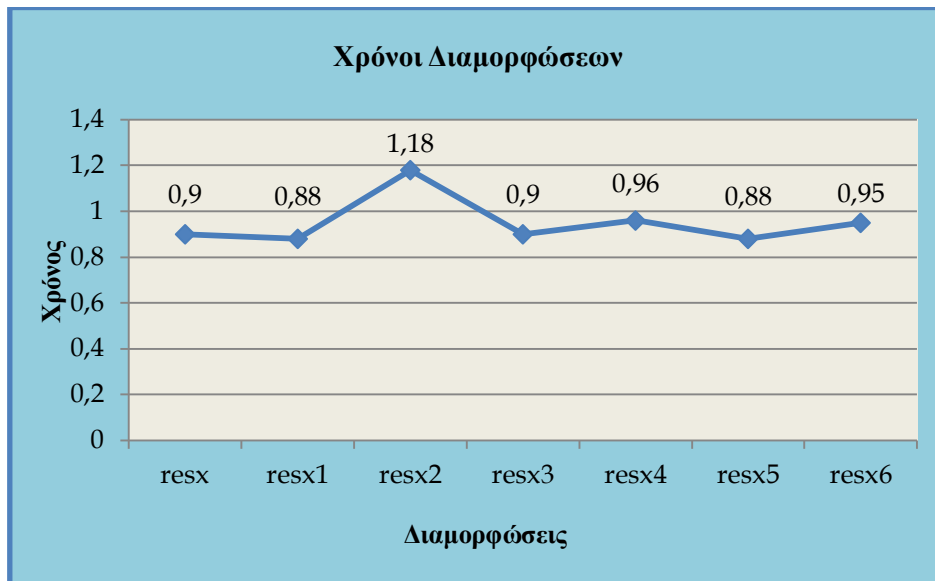
Σχήμα 23: πίνακας κριτηρίου AG3 διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM

	ACROS	ACROS%	ACTIM	ACTIM%	AG3=W*ACR+(1-W)*ACT	
NAME					WEIGHT=	0,50
A1	12,33	0,23	X	1,00	A1	0,62
A2	28,00	0,53	X	0,95	A2	0,74
A3	7,25	0,14	X	0,89	A3	0,51
B	10,00	0,19	X	0,70	B	0,45
C	23,00	0,43	X	0,78	C	0,61
D	23,00	0,43	X	0,78	D	0,61
E	18,17	0,34	X	0,49	E	0,41
F	18,17	0,34	X	0,49	F	0,41
G	18,17	0,34	X	0,38	G	0,36
H	18,17	0,34	X	0,38	H	0,36
I	18,17	0,34	X	0,68	I	0,51
J	18,17	0,34	X	0,68	J	0,51
K	23,00	0,43	X	0,78	K	0,61
L	14,50	0,27	X	0,81	L	0,54
M	24,50	0,46	X	0,86	M	0,66
N	7,25	0,14	X	0,70	N	0,42
O	10,92	0,20	X	0,65	O	0,43
P	7,00	0,13	X	0,35	P	0,24
Q	10,00	0,19	X	0,19	Q	0,19
R	5,00	0,09	X	0,49	R	0,29
S	7,25	0,14	X	0,41	S	0,27
T	14,50	0,27	X	0,46	T	0,37
U	7,25	0,14	X	0,46	U	0,30
V	7,33	0,14	X	0,32	V	0,23
W	53,33	1,00	X	0,22	W	0,61
X	23,25	0,44	X	0,19	X	0,31
Y	0,00	0,00	X	0,14	Y	0,07
Z	7,25	0,14	X	0,03	Z	0,08

Σχήμα 24: χρονοδιάγραμμα διαμόρφωσης πόρων X, 50% ACTIM



Σχήμα 25: Χρόνοι διαμορφώσεων



Στην ανάλυση ευαισθησίας του προβλήματος ως προς τους πόρους διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις ανάλογα με το ποιο είδος πόρου αυξομειώνεται.

- **Αυξομείωση των επιθεωρητών οπλουργών κατά μία μονάδα**

Κατά την αύξηση αυτού του είδους πόρου παρατηρείται μία ελάχιστη μείωση του χρόνου του 0,016 ενώ κατά τη μείωση του βλέπουμε ότι ο χρόνος αυξάνεται δραματικά κατά 0,28 λεπτά. Κατά την αύξηση του πόρου δεν παρατηρείται σημαντική αλλαγή διότι οι εργασίες που καθυστερούν το συνολικό έργο αφενός επηρεάζονται από τη μη παράλληλη εκτέλεση τους και αφετέρου από την έλλειψη εκτελεστών οπλουργών για την υποστήριξη τους. Κατά τη μείωση τώρα η σημαντική αύξηση του χρόνου οφείλεται αποκλειστικά στην έλλειψη πόρων, καθώς οι περισσότερες εργασίες των οπλουργών απαιτούν επιθεωρητή, οπότε η ύπαρξη μόνο ενός δημιουργεί σημαντικό πρόβλημα.

- **Αυξομείωση των εκτελεστών οπλουργών κατά μία μονάδα**

Κατά την αύξηση αυτού του είδους πόρου δεν παρατηρείται καμία αλλαγή στο χρόνο ενώ κατά τη μείωση του βλέπουμε ότι ο χρόνος αυξάνεται κατά 0,06 λεπτά. Στην αύξηση δεν παρατηρείται καμία αλλαγή, αφού οι εργασίες που ευθύνονται κατά κύριο λόγο για το χρόνο ολοκλήρωσης του έργου εξαρτώνται από την ύπαρξη διαθέσιμου επιθεωρητή οπλουργού και όχι εκτελεστή και επίσης κατά την εκτέλεση αυτών των εργασιών υπάρχει συχνά διαθέσιμος εκτελεστής άρα και η ύπαρξη ενός παραπάνω δεν επιφέρει καμία αλλαγή. Αντίστοιχα στη μείωση έχουμε κάποια αλλαγή διότι πλέον δημιουργείται κάποιο πρόβλημα κυρίως στη δρομολόγηση εργασιών που απαιτούν μόνο εκτελεστές οπότε μειώνοντας τη διαθεσιμότητα τους κατά συνέπεια αυξάνεται και ο χρόνος ολοκλήρωσης.

- **Αύξηση επιθεωρητών οπλουργών κατά μία μονάδα και αυξομείωση των αντίστοιχων εκτελεστών**

Καταρχήν επιλέγεται αύξηση των επιθεωρητών και όχι μείωση διότι όχι μόνο επιφέρει θετικό αποτέλεσμα αλλά και διότι η αντίστοιχη μείωση επιφέρει πολύ σημαντική αλλαγή στο χρόνο. Κατά την αυξομείωση τώρα των εκτελεστών οι παρατηρήσεις είναι παρόμοιες με τις προηγούμενες χωρίς να αλλάζει κάτι παρά μόνο μία μικρή μεταβολή στο χρόνο.

Μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης ευαισθησίας πρέπει να επιλέξουμε με βάση τα αποτελέσματα και την κρίση μας σε ποια διαμόρφωση θα εφαρμοστεί το μοντέλο βέλτιστης λύσης. Από τους παραπάνω σχολιασμούς οι μειώσεις στο χρόνο για να επιτευχθούν καταναλώνουν έναν επιθεωρητή οπλουργό παραπάνω, χωρίς να είναι ιδιαίτερα σημαντικές, ενώ ο επιθεωρητής είναι σημαντικό ποσοστό ως προς το διαθέσιμο προσωπικό γι' αυτό το λόγο και απορρίπτονται οι ανωτέρω διαμορφώσεις.

Όσων αφορά τις αυξήσεις στο χρόνο, απορρίπτοντας εξ αρχής αυτή των 1,18 λεπτών η οποία είναι πολύ μεγάλη, οι άλλες δύο επίσης απορρίπτονται διότι το προσωπικό που απελευθερώνεται είναι πολύ μικρό ποσοστό έναντι στο πλεονέκτημα χρόνου που χάνεται.

Από όλα τα προηγούμενα καταλαβαίνουμε ότι ο πιο ιδανικός συνδυασμός προσωπικού για την εκτέλεση του έργου είναι αυτός της διαμόρφωσης **X** με χρόνο που ανέρχεται στα 0,9 λεπτά. Με αυτά τα στοιχεία μπορούμε τώρα να συνεχίσουμε στην εφαρμογή του μοντέλου ολικά βέλτιστης λύσης.

5.5. Μοντέλο ολικά βέλτιστης λύσης

Σε αυτήν την υποενότητα θα παρουσιαστούν τα δύο μοντέλα ολικά βέλτιστης λύσης αρχικά, ενώ στη συνέχεια θα παρατεθούν τα χρονοδιαγράμματα που προκύπτουν από αυτά. Τέλος θα συγκριθούν οι χρόνοι επίλυσης των δύο μοντέλων το οποίο είναι και ο λόγος κατασκευής δύο διαφορετικού είδους ίδιων μοντέλων βελτιστοποίησης. Τα μοντέλα που παρατίθενται παρακάτω είναι σε περιβάλλον LINGO.

5.5.1. Γραμμικό μοντέλο

! PERT/CPM project scheduling with resource constraints(PERTSRD);

! Each activity is described by:

! a) duration, b) set of predecessor activities,

c) set of resources or machines required;

! There is a limited number of each resource/machine.

! An activity cannot be started until:

1) all its predecessors have completed, and

2) resources/machines required are available;

SETS:

! There is a set of tasks with a given duration, and
a start time to be determined;

TASK: TIME, START;

! The precedence relations, the first task in the
precedence relationship needs to be completed before the
second task can be started;

PRED(TASK, TASK);

PERIOD; ! There are a set of periods...;

RESOURCE: CAP; ! and a set of resources, each with a capacity;
 ! Some operations need capacity in some department;
 TXR(TASK, RESOURCE): NEED;
 ! $SX(I, T) = 1$ if task I starts in period T;
 TXP(TASK, PERIOD): SX;
 RXP(RESOURCE, PERIOD);
 ENDSETS

DATA:

! Upper limit on number of periods required
 to complete the project;

PERIOD = X..0,9;

! Task names and duration;

TASK TIME =

A1
 A2
 A3
 B
 C
 D
 E
 F
 G
 H
 I
 J
 K
 L
 M
 N
 O
 P
 Q
 R
 S
 T
 U
 V
 W
 X
 Y
 Z
 Z1 ;

! The predecessor/successor combinations;

PRED= A1,A2,
 A2,A3, A2,C, A2,D, A2,K, A2,N, A2,L,
 A3,B, A3,M,
 L,E, L,F, L,G, L,H, L,I, L,J,
 B,O, M,O, C,O, D,O, K,O, N,O,
 O,Q, O,R, O,S, O,U, O,T,
 S,P, U,P,
 S,V, U,V, T,V, E,V, F,V, G,V, H,V, I,V, J,V,
 R,X, P,X, V,X,
 R,W, P,Q, V,W,
 Q,Y, X,Y, W,Y,
 Y,Z, Z,Z1;

! Available resources;

RESOURCE = RA,RB,RC,RD,RE,DA,DB,DC ;

CAP = **X** ;

! How much each task needs of each resource;

TXR, NEED =

A1, RA,

A1, RB,

A1, RC,

A1, RD,

A1, RE,

A1, DA,

A1, DB,

A1, DC,

A2, RA,

A2, RB,

A2, RC,

A2, RD,

A2, RE,

A2, DA,

A2, DB,

A2, DC,

A3, RA,

A3, RB,

A3, RC,

A3, RD,

A3, RE,

A3, DA,

A3, DB,

A3, DC,

B, RA,

B, RB,

B, RC,

B, RD,

B, RE,

B, DA,

B, DB,

B, DC,

C, RA,

C, RB,

C, RC,

C, RD,

C, RE,

C, DA,

C, DB,

C, DC,

D, RA,

D, RB,

D, RC,

D, RD,

D, RE,

D, DA,

D, DB,

D, DC,

E, RA,

E, RB,

E, RC,

E, RD,

E, RE,

E, DA,

E, DB,

E, DC,

F, RA,
F, RB,
F, RC,
F, RD,
F, RE,
F, DA,
F, DB,
F, DC,
G, RA,
G, RB,
G, RC,
G, RD,
G, RE,
G, DA,
G, DB,
G, DC,
H, RA,
H, RB,
H, RC,
H, RD,
H, RE,
H, DA,
H, DB,
H, DC,
I, RA,
I, RB,
I, RC,
I, RD,
I, RE,
I, DA,
I, DB,
I, DC,
J, RA,
J, RB,
J, RC,
J, RD,
J, RE,
J, DA,
J, DB,
J, DC,
K, RA,
K, RB,
K, RC,
K, RD,
K, RE,
K, DA,
K, DB,
K, DC,
L, RA,
L, RB,
L, RC,
L, RD,
L, RE,
L, DA,
L, DB,
L, DC,
M, RA,
M, RB,
M, RC,

M, RD,
M, RE,
M, DA,
M, DB,
M, DC,
N, RA,
N, RB,
N, RC,
N, RD,
N, RE,
N, DA,
N, DB,
N, DC,
O, RA,
O, RB,
O, RC,
O, RD,
O, RE,
O, DA,
O, DB,
O, DC,
P, RA,
P, RB,
P, RC,
P, RD,
P, RE,
P, DA,
P, DB,
P, DC,
Q, RA,
Q, RB,
Q, RC,
Q, RD,
Q, RE,
Q, DA,
Q, DB,
Q, DC,
R, RA,
R, RB,
R, RC,
R, RD,
R, RE,
R, DA,
R, DB,
R, DC,
S, RA,
S, RB,
S, RC,
S, RD,
S, RE,
S, DA,
S, DB,
S, DC,
T, RA,
T, RB,
T, RC,
T, RD,
T, RE,
T, DA,
T, DB,

T, DC,
U, RA,
U, RB,
U, RC,
U, RD,
U, RE,
U, DA,
U, DB,
U, DC,
V, RA,
V, RB,
V, RC,
V, RD,
V, RE,
V, DA,
V, DB,
V, DC,
W, RA,
W, RB,
W, RC,
W, RD,
W, RE,
W, DA,
W, DB,
W, DC,
X, RA,
X, RB,
X, RC,
X, RD,
X, RE,
X, DA,
X, DB,
X, DC,
Y, RA,
Y, RB,
Y, RC,
Y, RD,
Y, RE,
Y, DA,
Y, DB,
Y, DC,
Z, RA,
Z, RB,
Z, RC,
Z, RD,
Z, RE,
Z, DA,
Z, DB,
Z, DC,
Z1,RA,
Z1,RB,
Z1,RC,
Z1,RD,
Z1,RE,
Z1,DA,
Z1,DB,
Z1,DC, ;

ENDDATA

```

! Minimize start time of last task;
MIN = START( @SIZE( TASK));
! Start time for each task. SX(I,T) = 1 if activity I
starts in period T;
@FOR( TASK( I):
[DEFSTRT] START( I) = @SUM( PERIOD( T): T * SX( I, T));
);
! Each task must be started in some period;
@FOR( TASK( I):
[MUSTDO] @SUM( PERIOD( T): SX( I, T)) = 1;
! The SX vars are binary, i.e., 0 or 1;
@FOR( PERIOD( T): @BIN( SX( I, T)));
);
! Precedence constraints;
@FOR( PRED( I, J):
[PRECD] START(J) >= START( I) + TIME( I);
);
! Resource usage, for each resource R and period T;
! Sum over all tasks I that use resource R in period T;
@FOR( RXP( R, T):
[RSRUSE] @SUM( TXR( I, R):
@SUM( PERIOD( S)| S #GE# ( T - ( TIME( I) - 1)) #AND# S #LE# T:
NEED( I, R) * SX( I, S))) <= CAP( R);
);

END

```

5.5.2. Αποτελέσματα γραμμικού μοντέλου

```

Global optimal solution found.
Objective value: .000000
Objective bound: .000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 46474
Total solver iterations: 24012894

```

Variable	Value	Reduced Cost
TIME(A1)	.000000	0.000000
TIME(A2)	.000000	0.000000
TIME(A3)	.000000	0.000000
TIME(B)	.000000	0.000000
TIME(C)	.000000	0.000000
TIME(D)	.000000	0.000000
TIME(E)	.000000	0.000000
TIME(F)	.000000	0.000000
TIME(G)	.000000	0.000000
TIME(H)	.000000	0.000000
TIME(I)	.000000	0.000000
TIME(J)	.000000	0.000000
TIME(K)	.000000	0.000000
TIME(L)	.000000	0.000000
TIME(M)	.000000	0.000000
TIME(N)	.000000	0.000000
TIME(O)	.000000	0.000000

TIME (P)	.000000	0.000000
TIME (Q)	.000000	0.000000
TIME (R)	.000000	0.000000
TIME (S)	.000000	0.000000
TIME (T)	.000000	0.000000
TIME (U)	.000000	0.000000
TIME (V)	.000000	0.000000
TIME (W)	.000000	0.000000
TIME (X)	.000000	0.000000
TIME (Y)	.000000	0.000000
TIME (Z)	.000000	0.000000
TIME (Z1)	.000000	0.000000
START (A1)	.000000	0.000000
START (A2)	.000000	0.000000
START (A3)	.000000	0.000000
START (B)	.000000	0.000000
START (C)	.000000	0.000000
START (D)	.000000	0.000000
START (E)	.000000	0.000000
START (F)	.000000	0.000000
START (G)	.000000	0.000000
START (H)	.000000	0.000000
START (I)	.000000	0.000000
START (J)	.000000	0.000000
START (K)	.000000	0.000000
START (L)	.000000	0.000000
START (M)	.000000	0.000000
START (N)	.000000	0.000000
START (O)	.000000	0.000000
START (P)	.000000	0.000000
START (Q)	.000000	0.000000
START (R)	.000000	0.000000
START (S)	.000000	0.000000
START (T)	.000000	0.000000
START (U)	.000000	0.000000
START (V)	.000000	0.000000
START (W)	.000000	0.000000
START (X)	.000000	0.000000
START (Y)	.000000	0.000000
START (Z)	.000000	0.000000
START (Z1)	.000000	0.000000

‘‘ τα υπόλοιπα δεν μας ενδιαφέρουν για το λόγο αυτό παραλείπονται ‘‘

5.5.3. 2^ο γραμμικό μοντέλο

SETS:

TASK: TIME, START;

PRED(TASK, TASK);

DUMMY: DM1,DM2;

PRED1(TASK, TASK,DUMMY);

PRED2(TASK, TASK,DUMMY);

PERIOD;

RESOURCE: CAP;

TXR(TASK, RESOURCE): NEED;
TXP(TASK, PERIOD): SX;
RXP(RESOURCE, PERIOD);
ENDSETS

DATA:

PERIOD = **X**..0,9;

DUMMY =
DA
DB
DC
DD
DE;

TASK TIME =

A1
A2
A3
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
W
X
Y
Z
Z1 ;

PRED= A1,A2,
A2,A3, A2,C, A2,D, A2,K, A2,N, A2,L,
A3,B, A3,M,
L,E, L,F, L,G, L,H, L,I, L,J,
B,O, M,O, C,O, D,O, K,O, N,O,
O,Q, O,R, O,S, O,U, O,T,
S,P, U,P,
S,V, U,V, T,V, E,V, F,V, G,V, H,V, I,V, J,V,
R,X, P,X, V,X,
R,W, P,Q, V,W,
Q,Y, X,Y, W,Y,
Y,Z, Z,Z1;

PRED1= I,C,DA, J,D,DB, M,D,DC, R,E,DD, R,I,DE;
PRED2= C,I,DA, D,J,DB, D,M,DC, E,R,DD, I,R,DE;

RESOURCE = RA,RB,RC,RD,RE ;

CAP = **X** ;

TXR, NEED =

A1, RA,
A1, RB,
A1, RC,
A1, RD,
A1, RE,
A2, RA,
A2, RB,
A2, RC,
A2, RD,
A2, RE,
A3, RA,
A3, RB,
A3, RC,
A3, RD,
A3, RE,
B, RA,
B, RB,
B, RC,
B, RD,
B, RE,
C, RA,
C, RB,
C, RC,
C, RD,
C, RE,
D, RA,
D, RB,
D, RC,
D, RD,
D, RE,
E, RA,
E, RB,
E, RC,
E, RD,
E, RE,
F, RA,
F, RB,
F, RC,
F, RD,
F, RE,
G, RA,
G, RB,
G, RC,
G, RD,
G, RE,
H, RA,
H, RB,
H, RC,
H, RD,
H, RE,
I, RA,

I, RB,
I, RC,
I, RD,
I, RE,
J, RA,
J, RB,
J, RC,
J, RD,
J, RE,
K, RA,
K, RB,
K, RC,
K, RD,
K, RE,
L, RA,
L, RB,
L, RC,
L, RD,
L, RE,
M, RA,
M, RB,
M, RC,
M, RD,
M, RE,
N, RA,
N, RB,
N, RC,
N, RD,
N, RE,
O, RA,
O, RB,
O, RC,
O, RD,
O, RE,
P, RA,
P, RB,
P, RC,
P, RD,
P, RE,
Q, RA,
Q, RB,
Q, RC,
Q, RD,
Q, RE,
R, RA,
R, RB,
R, RC,
R, RD,
R, RE,
S, RA,
S, RB,
S, RC,
S, RD,
S, RE,
T, RA,
T, RB,
T, RC,
T, RD,
T, RE,
U, RA,

U, RB,
 U, RC,
 U, RD,
 U, RE,
 V, RA,
 V, RB,
 V, RC,
 V, RD,
 V, RE,
 W, RA,
 W, RB,
 W, RC,
 W, RD,
 W, RE,
 X, RA,
 X, RB,
 X, RC,
 X, RD,
 X, RE,
 Y, RA,
 Y, RB,
 Y, RC,
 Y, RD,
 Y, RE,
 Z, RA,
 Z, RB,
 Z, RC,
 Z, RD,
 Z, RE,
 Z1,RA,
 Z1,RB,
 Z1,RC,
 Z1,RD,
 Z1,RE, ;

ENDDATA

MIN = START(@SIZE(TASK));

@FOR(TASK(I):
 [DEFSTRT] START(I) = @SUM(PERIOD(T): T * SX(I, T));
);

@FOR(TASK(I):
 [MUSTDO] @SUM(PERIOD(T): SX(I, T)) = 1;

@FOR(PERIOD(T): @BIN(SX(I, T)));
);

@FOR(PRED(I, J):
 [PRECD] START(J) >= START(I) + TIME(I);
);

@FOR(DUMMY(T): @BIN(DM1(T)));

@FOR(PRED1(I, J,F):
 [PRECD1] (1000*DM1(F)+START(J)) >= START(I) + TIME(I) ;
);
 @FOR(PRED2(I, J,F):

```
[PRECD2] (1000*(1-DM1(F))+START(J)) >= START( I) + TIME( I) ;
);
```

```
@FOR( RXP( R, T):
[RSRUSE] @SUM( TXR( I, R):
@SUM( PERIOD( S)| S #GE# ( T - ( TIME( I) - 1)) #AND# S #LE# T:
NEED( I, R) * SX( I, S))) <= CAP( R);
);
```

```
END
```

5.5.4. Αποτελέσματα 2^{ου} γραμμικού μοντέλου

Global optimal solution found.

Objective value:	.000000
Objective bound:	.000000
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	62770
Total solver iterations:	22327954

Variable	Value	Reduced Cost
TIME(A1)	.000000	0.000000
TIME(A2)	.000000	0.000000
TIME(A3)	.000000	0.000000
TIME(B)	.000000	0.000000
TIME(C)	.000000	0.000000
TIME(D)	.000000	0.000000
TIME(E)	.000000	0.000000
TIME(F)	.000000	0.000000
TIME(G)	.000000	0.000000
TIME(H)	.000000	0.000000
TIME(I)	.000000	0.000000
TIME(J)	.000000	0.000000
TIME(K)	.000000	0.000000
TIME(L)	.000000	0.000000
TIME(M)	.000000	0.000000
TIME(N)	.000000	0.000000
TIME(O)	.000000	0.000000
TIME(P)	.000000	0.000000
TIME(Q)	.000000	0.000000
TIME(R)	.000000	0.000000
TIME(S)	.000000	0.000000
TIME(T)	.000000	0.000000
TIME(U)	.000000	0.000000
TIME(V)	.000000	0.000000
TIME(W)	.000000	0.000000
TIME(X)	.000000	0.000000
TIME(Y)	.000000	0.000000
TIME(Z)	.000000	0.000000
TIME(Z1)	.000000	0.000000
START(A1)	.000000	0.000000
START(A2)	.000000	0.000000
START(A3)	.000000	0.000000
START(B)	.000000	0.000000
START(C)	.000000	0.000000

START (D)	.00000	0.000000
START (E)	.00000	0.000000
START (F)	.00000	0.000000
START (G)	.00000	0.000000
START (H)	.00000	0.000000
START (I)	.00000	0.000000
START (J)	.00000	0.000000
START (K)	.00000	0.000000
START (L)	.000000	0.000000
START (M)	.000000	0.000000
START (N)	.00000	0.000000
START (O)	.00000	0.000000
START (P)	.00000	0.000000
START (Q)	.00000	0.000000
START (R)	.00000	0.000000
START (S)	.00000	0.000000
START (T)	.00000	0.000000
START (U)	.00000	0.000000
START (V)	.00000	0.000000
START (W)	.00000	0.000000
START (X)	.00000	0.000000
START (Y)	.00000	0.000000
START (Z)	.00000	0.000000
START (Z1)	.00000	0.000000
DM1 (DA)	.000000	0.000000
DM1 (DB)	.000000	0.000000
DM1 (DC)	.000000	0.000000
DM1 (DD)	.000000	0.000000
DM1 (DE)	.000000	0.000000

5.5.5. Χρονοδιαγράμματα και σχολιασμός ολικά βέλτιστων

Σχήμα 26: χρόνος γραμμικού μοντέλου



Σχήμα 27: χρόνος 2^ο γραμμικού μοντέλου



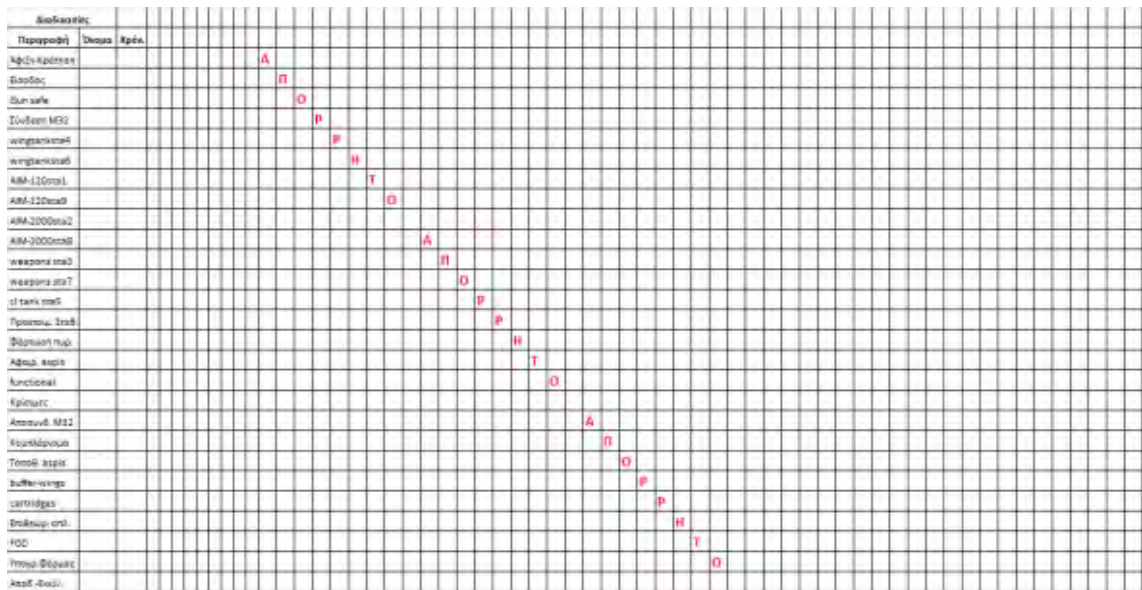
Από τα δύο παραπάνω σχήματα που αναφέρονται στην ολοκλήρωση της λύσης του μοντέλου ολικά βέλτιστης λύσης μπορούμε να εξάγουμε κάποια στοιχεία που αναφέρονται παρακάτω. Καταρχήν στο επάνω αριστερό μέρος των εικόνων διακρίνουμε τον τύπο του προβλήματος Integer Linear Problem (ILP) και για τα δύο, τον τύπο του τελικού αποτελέσματος που όπως βλέπουμε είναι και για τις δύο μορφές ολικά βέλτιστο (Global Optimum) και τέλος το χρόνο ολοκλήρωσης του έργου στη σειρά Objective που ανέρχεται στην τιμή **X**. Η τιμή αυτή όμως δεν είναι η πραγματική αλλά προσυζητημένη κατά **X**, δηλαδή το ολικά βέλτιστο είναι 0,83 λεπτά. Αυτό συμβαίνει διότι το μοντέλο εκ κατασκευής δέχεται το περιθώριο χρόνου που θα βελτιστοποιήσει από την τιμή **X** έως την τιμή 0,9, που είναι και η τιμή του ευρετικού αλγορίθμου που έχουμε προαναφέρει, το οποίο περιθώριο το χρησιμοποιεί σαν ένα όριο βελτιστοποίησης. Επίσης οι δηλώσεις της μεταβλητής START αναφέρονται στην τιμή του χρόνου που ξεκινάει η κάθε διαδικασία το οποίο σημαίνει ότι εφόσον το $START(Z1)=0,85$, η ολοκλήρωση της διαδικασίας Z έγινε στο 0,85. Η διαδικασία Z1 δεν είναι υπαρκτή αλλά ακολουθεί στο τέλος όλου του έργου, έχοντας προαπαιτούμενη την Z που είναι και η τελευταία, έτσι ώστε η αρχή της να σηματοδοτεί το τέλος της Z και κατά συνέπεια το τέλος ολόκληρου του έργου. Από όλα τα προηγούμενα και με την ίδια λογική εφόσον η διαδικασία A1 ξεκινάει στο **X** σημαίνει ότι το πρώτο λεπτό είναι κενό και δεν δρομολογείται καμία εργασία άρα και το συνολικό έργο δεν ολοκληρώνεται στο **X** αλλά στο 0,83.

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο που προαναφέρθηκε στη μοντελοποίηση είναι το πλήθος των περιορισμών. Όπως μπορούμε να διακρίνουμε στα δεξιά των δύο εικόνων στο πλαίσιο Constraints παρατηρούμε ότι στο 1^ο γραμμικό μοντέλο με τους εικονικούς πόρους οι περιορισμοί είναι κατά πολύ αυξημένοι σε σχέση με το πλήθος αυτών στο 2^ο γραμμικό μοντέλο.

Παρακάτω ακολουθούν τα χρονοδιαγράμματα των δύο μοντέλων.

Αριθμ. σειράς	Περιγραφή	Όνομα	Κατά.
1	Αφύψ-Κρίση		
2	Ελαστικό		
3	Εύρη-αφύ		
4	Εύρη-αφύ		
5	Εύρη-αφύ		
6	Εύρη-αφύ		
7	Εύρη-αφύ		
8	Εύρη-αφύ		
9	Εύρη-αφύ		
10	Εύρη-αφύ		
11	Εύρη-αφύ		
12	Εύρη-αφύ		
13	Εύρη-αφύ		
14	Εύρη-αφύ		
15	Εύρη-αφύ		
16	Εύρη-αφύ		
17	Εύρη-αφύ		
18	Εύρη-αφύ		
19	Εύρη-αφύ		
20	Εύρη-αφύ		
21	Εύρη-αφύ		
22	Εύρη-αφύ		
23	Εύρη-αφύ		
24	Εύρη-αφύ		
25	Εύρη-αφύ		
26	Εύρη-αφύ		
27	Εύρη-αφύ		
28	Εύρη-αφύ		
29	Εύρη-αφύ		
30	Εύρη-αφύ		
31	Εύρη-αφύ		
32	Εύρη-αφύ		
33	Εύρη-αφύ		
34	Εύρη-αφύ		
35	Εύρη-αφύ		
36	Εύρη-αφύ		
37	Εύρη-αφύ		
38	Εύρη-αφύ		
39	Εύρη-αφύ		
40	Εύρη-αφύ		
41	Εύρη-αφύ		
42	Εύρη-αφύ		
43	Εύρη-αφύ		
44	Εύρη-αφύ		
45	Εύρη-αφύ		
46	Εύρη-αφύ		
47	Εύρη-αφύ		
48	Εύρη-αφύ		
49	Εύρη-αφύ		
50	Εύρη-αφύ		
51	Εύρη-αφύ		
52	Εύρη-αφύ		
53	Εύρη-αφύ		
54	Εύρη-αφύ		
55	Εύρη-αφύ		
56	Εύρη-αφύ		
57	Εύρη-αφύ		
58	Εύρη-αφύ		
59	Εύρη-αφύ		
60	Εύρη-αφύ		
61	Εύρη-αφύ		
62	Εύρη-αφύ		
63	Εύρη-αφύ		
64	Εύρη-αφύ		
65	Εύρη-αφύ		
66	Εύρη-αφύ		
67	Εύρη-αφύ		
68	Εύρη-αφύ		
69	Εύρη-αφύ		
70	Εύρη-αφύ		
71	Εύρη-αφύ		
72	Εύρη-αφύ		
73	Εύρη-αφύ		
74	Εύρη-αφύ		
75	Εύρη-αφύ		
76	Εύρη-αφύ		
77	Εύρη-αφύ		
78	Εύρη-αφύ		
79	Εύρη-αφύ		
80	Εύρη-αφύ		
81	Εύρη-αφύ		
82	Εύρη-αφύ		
83	Εύρη-αφύ		
84	Εύρη-αφύ		
85	Εύρη-αφύ		
86	Εύρη-αφύ		
87	Εύρη-αφύ		
88	Εύρη-αφύ		
89	Εύρη-αφύ		
90	Εύρη-αφύ		
91	Εύρη-αφύ		
92	Εύρη-αφύ		
93	Εύρη-αφύ		
94	Εύρη-αφύ		
95	Εύρη-αφύ		
96	Εύρη-αφύ		
97	Εύρη-αφύ		
98	Εύρη-αφύ		
99	Εύρη-αφύ		
100	Εύρη-αφύ		

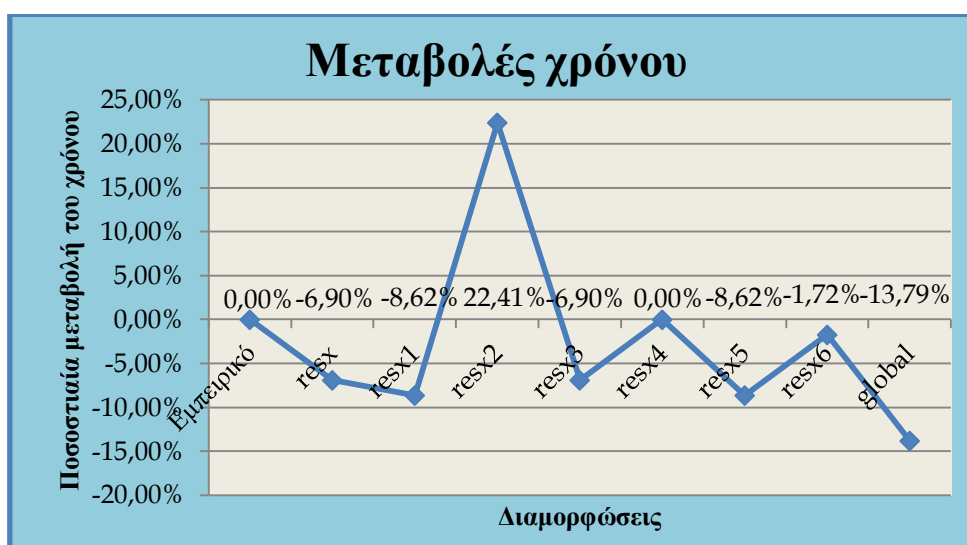
Σχήμα 29: χρονοδιάγραμμα 2^{ov} γραμμικού μοντέλου διαμόρφωσης πόρων **X**



Όπως βλέπουμε στα δύο χρονοδιαγράμματα ο χρόνος ολοκλήρωσης του έργου είναι 0,83 λεπτά και στα δύο, τροποποιείται όμως η σειρά δρομολόγησης των διαδικασιών. Αυτό πιθανότατα οφείλεται στον διαφορετικό τρόπο μοντελοποίησης των ίδιων περιορισμών.

Παρακάτω ακολουθεί το διάγραμμα ποσοστιαίων μεταβολών του χρόνου καθ' όλη την έκταση της εργασίας ανάλογα με τη διαμόρφωση πόρων.

Σχήμα 30: ποσοστιαίες μεταβολές χρόνου



Βιβλιογραφία

1. ITOD USAF Technical Orders TOGRXX-XXX-.....
2. Analysis and control of production systems- second edition
Elsayed A. Elsayed, Thomas O. Boucher
W.J. FABRYCKY and J.H. MIZE editors
3. LINGO User's Guide
LINDO Systems INC.
4. Optimization modeling with LINGO-5th Edition
LINDO Systems INC.