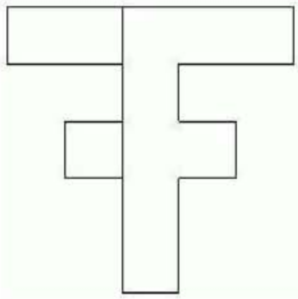
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Π.Τ.Δ.Ε.

«Σύγχρονα Περιβάλλοντα Μάθησης και Παραγωγή Διδακτικού Υλικού»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΜΑ: Ανάπτυξη και χρήση Ψηφιακού και Χειραπτικού Υλικού για τη Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας σε Μαθητές και Μαθήτριες της Πρώτης Τάξης του Γυμνασίου.



ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Αστέριος Σκόδρας

Α΄ ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Τριαντάφυλλος Τριανταφυλλίδης

Β΄ ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Παναγιώτης Πολίτης

Γ΄ ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Χρήστος Μαρκόπουλος
(ΠΤΔΕ Πανεπιστημίου Πατρών)

Βόλος 2010

Ευχαριστίες

Αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Τριαντάφυλλο Τριανταφυλλίδη που χωρίς τη σημαντική συμβολή του δε θα ήταν εφικτή η πραγματοποίηση της παρούσας εργασίας, καθώς και τους επιβλέποντες κκ. Πολίτη και Μαρκόπουλο για τη βοήθειά τους στην εκπόνηση της εργασίας μου. Ευχαριστώ, επίσης, τη συμφοιτήτριά μου Κίτσιου Σταυρούλα για την υποστήριξη που μου προσέφερε μέσω των εποικοδομητικών διαδικτυακών συζητήσεων σχετικά με τη συγγραφή της εργασίας μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της οικογένειάς μου για την συμπαράστασή τους και την υπομονή τους κατά τη διάρκεια της έρευνας και της συγγραφής της εργασίας μου. Τέλος, ευχαριστώ τα παιδιά των τμημάτων A_1 και A_2 που χωρίς τη βοήθειά τους δεν θα ήταν εφικτή η παρούσα έρευνα, καθώς και τον Διευθυντή του Γυμνασίου και τους συναδέλφους καθηγητές που βοήθησαν στην διεξαγωγή των διδακτικών παρεμβάσεων.

Στη Σπυριδούλα, το Θανάση και το Βύρωνα

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία περιγράφεται η υλοποίηση και η αξιολόγηση των μαθησιακών αποτελεσμάτων μιας διδασκαλίας στην αξονική συμμετρία και τον άξονα συμμετρίας σε μαθητές και μαθήτριες της Α΄ Γυμνασίου ενός σχολείου του Νομού Καρδίτσας. Η διδασκαλία αυτή πραγματοποιήθηκε μέσω δύο δίωρων ομαδοσυνεργατικών και εποικοδομητικού τύπου διδακτικών παρεμβάσεων με χρήση χειραπτικών υλικών και εφαρμογών που σχεδιάστηκαν για το Λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας Geogebra. Τα μαθησιακά αποτελέσματα των διδακτικών παρεμβάσεων και η μελέτη των στοιχείων που συλλέχτηκαν, παρουσιάζονται αναλυτικά και στη συνέχεια συγκρίνονται με αυτά της ομάδας ελέγχου αλλά και με τα αποτελέσματα άλλων ερευνών που έχουν υλοποιηθεί στο παρελθόν και έχουν καταγραφεί στη διεθνή βιβλιογραφία.

Η ποιοτική και ποσοτική επεξεργασία των αποτελεσμάτων ανέδειξε την τροποποίηση των αντιλήψεων των μαθητών[1] που προέκυψε μετά τις διδακτικές παρεμβάσεις με συνέπεια να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι το ομαδοσυνεργατικό εποικοδομητικό μοντέλο, στηριζόμενο στα χειραπτικά υλικά και στις Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ), δίνει βελτιωμένα μαθησιακά αποτελέσματα σε σύγκριση με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας.

ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ

Γεωμετρία, Αξονική Συμμετρία, ΤΠΕ, Χειραπτικά Υλικά, Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.

[1] Η χρήση του αρσενικού γένους στο κείμενο δεν υποδηλώνει έμφυλες διακρίσεις.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Σύγχρονα Περιβάλλοντα Μάθησης και Παραγωγή Διδακτικού Υλικού». Το θέμα της είναι η διδασκαλία των εννοιών της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων σε μαθητές και μαθήτριες της Α΄ Γυμνασίου. Οι μαθητές στα πλαίσια αυτής της διδασκαλίας εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά και χρησιμοποίησαν εκπαιδευτικά λογισμικά και χειραπτικά υλικά. Σκοπός της εργασίας ήταν να διδαχθούν τα παιδιά αυτές τις ενότητες της Γεωμετρίας με εποικοδομητικό τρόπο και να διαπιστωθεί αν η διδασκαλία αυτή προσφέρει καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα σε σχέση με τον παραδοσιακό δασκαλοκεντρικό τρόπο μετωπικής διδασκαλίας.

Η εργασία αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, στο Θεωρητικό Πλαίσιο, γίνεται αναφορά σε βασικές θεωρητικές αρχές και έννοιες στις οποίες στηρίχτηκε ο σχεδιασμός και η πραγματοποίηση της διδασκαλίας, όπως ο Εκπαιδευτικός Σχεδιασμός, ο Εποικοδομητισμός, η Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία και μάθηση, τα χειραπτικά υλικά και οι ΤΠΕ, αλλά και σε βασικά χαρακτηριστικά της διδασκαλίας της Γεωμετρίας και των Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας. Επιπλέον, γίνεται συνοπτική βιβλιογραφική αναφορά σε έρευνες πάνω στην αξονική συμμετρία και τον άξονα συμμετρίας που έχουν καταγράψει τις αντιλήψεις και παρερμηνείες των μαθητών. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζονται οι διδακτικές παρεμβάσεις του διδακτικού πειράματος, η μέθοδος, το δείγμα, τα αποτελέσματα της διδασκαλίας, και η εργασία ολοκληρώνεται με τη συζήτηση, τις προτάσεις και το γενικό συμπέρασμα.

Η διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο είναι ουσιώδης και η αξία της αδιαμφισβήτητη, αφού γενικά η συμμετρία υπάρχει παντού και η ανάγκη εξοικείωσης των μαθητών από το δημοτικό ακόμα θεωρείται πολύ σημαντική. Έτσι στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (ΑΠΣ) και Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (ΔΕΠΠΣ), η συμμετρία κατέχει περίοπτη θέση αφού διδάσκεται από την Α΄ Δημοτικού μέχρι την Α΄ Γυμνασίου, ενώ γίνονται αρκετές αναφορές σε αυτή και στις άλλες τάξεις του Γυμνασίου αλλά και σε όλο το Λύκειο (ΑΠΣ, ΔΕΠΠΣ 2003). Στην παρούσα εργασία διδάσκεται η έννοια της συμμετρίας σε 12 παιδιά, ηλικίας 12 ετών, με χρήση εποικοδομητικών εργαλείων, κατά τη διάρκεια δύο δίωρων διδακτικών παρεμβάσεων. Οι μαθητές αυτοί πηγαίνουν στην Α΄ τάξη του Γυμνασίου σε ένα σχολείο του Νομού Καρδίτσας. Πριν και μετά τις παρεμβάσεις συμπληρώθηκαν από τα παιδιά αρχικά και τελικά ερωτηματολόγια, ενώ χρησιμοποιήθηκαν συνεντεύξεις για τη συλλογή πληροφοριών σχετικών με το θέμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΓΧΡΟΝΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΩΝ ΜΑΘΗΣΗΣ

1.1.1. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ – ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ «ΔΕΣΤΕ»

Το παιδαγωγικό ρεύμα το οποίο συνέβαλε καθοριστικά στη σχεδίαση και οργάνωση συστημάτων διδασκαλίας, εκπαίδευσης και κατάρτισης είναι ο Εκπαιδευτικός Σχεδιασμός (Instructional Design). Οι δραστηριότητες του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού στοχεύουν στη συστηματική επιλογή διαδικασιών, μεθόδων ή συμβουλών, που αποβλέπουν στη βελτίωση της Διδακτικής Μεθοδολογίας και στη δημιουργία και λειτουργία αποτελεσματικών, αποδοτικών και παραγωγικών περιβαλλόντων μάθησης. Ο κλάδος του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού αποτελεί μια από τις σημαντικότερες προσεγγίσεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση. Για να σχεδιαστεί και να υλοποιηθεί η οποιαδήποτε εκπαιδευτική διαδικασία, θεωρείται απαραίτητο να προσδιοριστούν και να περιγραφούν με ακρίβεια όλα τα συστήματα, όλα τα στάδια και όλοι οι παράγοντες και να εξετασθούν οι σχέσεις μεταξύ των στοιχείων αυτών σε συνάφεια με τους επιδιωκόμενους διδακτικούς στόχους (Gagne & Briggs, 1979˙ Σολομωνίδου, 2006).

Σύμφωνα με τον Εκπαιδευτικό Σχεδιασμό, ένα εποικοδομητικό, μαθητοκεντρικό, γνωσιοκεντρικό και τεχνολογικά εμπλουτισμένο περιβάλλον μάθησης πρέπει να διερευνά και να λαμβάνει υπόψη του τις αντιλήψεις των μαθητών, να επινοεί και να διαμορφώνει το περιεχόμενο μέσα από κατάλληλους μετασχηματισμούς και να δίνει βασικό ρόλο σε ανάλογες διδακτικές καταστάσεις και δραστηριότητες που έχουν νόημα για τα παιδιά και υποστηρίζουν τη μάθηση με κατανόηση. Συμπεριλαμβάνοντας τα προηγούμενα η Σολομωνίδου (2006) εισάγει το «ΔΕΣΤΕ» που προτείνεται ως μοντέλο εποικοδομητικής σχεδίασης σύγχρονων περιβαλλόντων μάθησης και περιλαμβάνει τα εξής πέντε στάδια:

- Διερεύνηση και μελέτη των αρχικών αντιλήψεων των μαθητών.
- «Επινόηση» του περιεχομένου του περιβάλλοντος μάθησης και διαμόρφωσή του μέσα από διαδοχικούς διδακτικούς μετασχηματισμούς, με βάση τόσο την επιστημονική γνώση όσο και τις αρχικές ιδέες των μαθητών.

- Σχεδίαση εποικοδομητικών διδακτικών καταστάσεων και διαδικασιών.
- Τεχνική ανάπτυξη του σύγχρονου περιβάλλοντος μάθησης με τη χρήση κατάλληλων ψηφιακών μέσων και συμβόλων και διαμορφωτική αξιολόγησή του.
- Εφαρμογή του περιβάλλοντος σε συνθήκες πραγματικής μάθησης και συνολική αξιολόγησή του με βάση, μεταξύ άλλων, τις τελικές αντιλήψεις, γνώσεις και δεξιότητες των μαθητών.

Καθώς το μοντέλο ΔΕΣΤΕ βασίζεται κατεξοχήν στη θεωρία του εποικοδομητισμού για το σχεδιασμό διερευνητικών μαθημάτων, και ειδικότερα για το σχεδιασμό του παρόντος διδακτικού πειράματος, παρακάτω γίνεται μια συνοπτική αναφορά στις βασικές αρχές και θέσεις της παιδαγωγικής αυτής θεωρίας.

1.1.2. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΗΤΙΣΜΟΥ

Σήμερα, είναι γενικά αποδεκτό ότι η συγκρότηση νέας γνώσης είναι μια εσωτερική διαδικασία που πραγματοποιείται από τα παιδιά τα οποία μαθαίνουν δρώντας. Η μάθηση δεν θεωρείται πλέον μια διαδικασία κατά την οποία η γνώση δίνεται έτοιμη και απορροφάται από το μαθητή ή μεταδίδεται άμεσα από το δάσκαλο. Με τον όρο «μάθηση» γίνεται πλέον αναφορά στην ανάπτυξη κάθε είδους διανοητικών καταστάσεων και ικανοτήτων, όπως η εννοιολογική γνώση, οι τεχνικές δεξιότητες, οι αυτόματοι κανόνες, τα νοητικά μοντέλα και η επίλυση προβλημάτων (Σολομωνίδου, 2006). Η μάθηση είναι η αλλαγή στη συμπεριφορά, που προκαλείται από το εξωτερικό περιβάλλον και τις επιδράσεις του, στις οποίες όμως το άτομο δεν αντιδρά μηχανιστικά, αλλά τις επιλέγει, τις ερμηνεύει, τις οργανώνει και κατόπιν δρα (Παληός, 2005). Η παιδαγωγική προσέγγιση που εκφράζει και έχει ως βάση την παραπάνω θεώρηση της μάθησης είναι η θεωρία του εποικοδομητισμού (constructivism), η οποία διαφοροποιείται ανάλογα με το σημείο που εστιάζουν οι εκπρόσωποί της (Ράπτης & Ράπτης, 2001). Συνδυάζοντας, λοιπόν, τις διαφορετικές ερμηνείες της θεωρίας του εποικοδομητισμού προκύπτει εμπλουτισμένος ο ορισμός της μάθησης και επειδή στόχος της παρούσας έρευνας είναι να αναδείξει μια ανανεωμένη εκπαιδευτική διαδικασία σε ένα εποικοδομητικό πλαίσιο κρίνεται ως σκόπιμη η αποσαφήνιση των διαφορετικών πτυχών του.

Ο εποικοδομητισμός άρχισε να αναπτύσσεται από τα μέσα του 20ού αιώνα βασισμένος στις γνωστικές θεωρίες μάθησης και στο έργο του Jean Piaget, ο οποίος περιέγραψε την ανάπτυξη της λογικής σκέψης του παιδιού ως μια εξελικτική διαδικασία, που διαμορφώνεται μέσα από διαφορετικά στάδια (Τουμάσης, 2004). Ο Piaget υποστήριξε ότι κατά τη διάρκεια της διανοητικής ανάπτυξης του παιδιού η μάθηση επιτυγχάνεται με την οικοδόμηση των γνωστικών δομών του (αναπαραστάσεις, σχήματα, δίκτυο εννοιών), ώστε να αντιληφθεί και να κατανοήσει τις φυσικές εμπειρίες μέσα στο περιβάλλον του. Τα στάδια από τα οποία περνάει σύμφωνα με την ηλικία του είναι τα εξής:

1. Μέχρι 2 ετών: Στάδιο της αισθησιοκινητικής αντίληψης (αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και οικοδόμηση εννοιών).
2. Από 2 έως 7 ετών: Στάδιο της προλογικής και συμβολικής αντίληψη (αδυναμία εννοιοποίησης με αφαίρεση, συγκεκριμένο πλαίσιο).
3. Από 7 έως 11 ετών: Στάδιο των συγκεκριμένων αντιληπτικών ενεργειών (δυνατότητα εννοιοποίησης και δημιουργία λογικών δομών).
4. Από 11 έως 15 ετών: Στάδιο των συγκεκριμένων ή τυπικών αντιληπτικών ενεργειών (οι γνωστικές δομές δίνουν πλέον τη δυνατότητα πραγματικής πρόσβασης στην αφαίρεση).

Σύμφωνα με τον Piaget η ανθρώπινη αντίληψη είναι ένα σύστημα ενεργειών που προσαρμόζεται στο βιολογικό περιβάλλον. Για να συντελεστεί η μάθηση πρέπει να αποκατασταθεί η ισορροπία ανάμεσα στο περιβάλλον και τον οργανισμό, καθώς η αντίληψη οικοδομείται από τις διαδικασίες εξισορρόπησης των γνωστικών δομών, των ευκολιών ή δυσκολιών του περιβάλλοντος (Atherton, 2010˙ Brown, Collins & Duguid,1989˙ Kanuka & Anderson, 1999˙ Σολομωνίδου, 2006).

Έτσι, στο πλαίσιο του γνωστικού εποικοδομητισμού το κάθε άτομο κατασκευάζει τη γνώση μέσα από τη δράση του στο περιβάλλον στο οποίο ζει. Βασικές έννοιες του γνωστικού εποικοδομητισμού είναι η αφομοίωση (assimilation) και η προσαρμογή (accommodation), τις οποίες εισήγαγε ο Piaget, για την περιγραφή της ένταξης των αντιλήψεων στα υπάρχοντα νοητικά μοντέλα και την αλλαγή των νοητικών μοντέλων για την ερμηνεία αντιλήψεων, οι οποίες διαφορετικά δεν θα γίνονταν κατανοητές.

Η μάθηση, συμπληρωματικά, υπό το πρίσμα του ριζοσπαστικού εποικοδομητισμού, είναι προσωπική υπόθεση του μαθητή, ο οποίος, αφού δράσει κατασκευάζει τη νέα γνώση αξιοποιώντας τα ήδη υπάρχοντα γνωστικά σχήματα μέσω της ανακατασκευής ή της επέκτασής τους. Κάθε άτομο κατασκευάζει τις δικές του αναπαραστάσεις με βάση τις προσωπικές του εμπειρίες και αυτή η γνώση που αποκτά γενικά είναι ανθρώπινη κατασκευή (von Glasersfeld, 1990). Ο ριζοσπαστικός εποικοδομητισμός θεωρεί, λοιπόν, την πραγματικότητα μόνο ως μια επινόηση ή ένα προϊόν υπόθεσης ή μια λειτουργία από τη γνωστική μας δομή. Η γνώση για την πραγματικότητα είναι η οργάνωση των εμπειριών μας, ώστε αυτές να αποκτήσουν νόημα, ενώ η μάθηση απαιτεί την αυτορρύθμιση και την οικοδόμηση γνωστικών δομών μέσα από αφαιρέσεις και συλλογισμούς (Σολομωνίδου, 2006). Δεν υπάρχει, λοιπόν, αντικειμενική γνώση, αφού αυτή δεν μπορεί να νοηθεί ανεξάρτητα από τον άνθρωπο του οποίου είναι κατασκεύασμα. Η οικοδόμηση του νοήματος είναι συνεχής και ενεργητική πρακτική και εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις προηγούμενες γνώσεις του, καθώς και από τους στόχους και τα κίνητρά του (Kukla, 2000˙ Σταυρίδου, 2000).

Συμπερασματικά, δεν υπάρχει μοναδική «σωστή» αναπαράσταση της γνώσης. Επομένως, το λάθος απενοχοποιείται, καθώς εκλαμβάνεται απλά ως ένα γνωστικό σχήμα ή μια «θεωρία» του μαθητή. Το λάθος αξιοποιείται δημιουργικά για να καθοδηγήσει στην οργάνωση της διδασκαλίας και τη διαμόρφωση των διδακτικών στόχων, αποτελεί ένδειξη για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά και είναι πλέον διδακτικό εργαλείο με το οποίο ο διδάσκων μπορεί να εκτιμά και να ξανασχεδιάζει μια διδακτική πορεία, ενώ μπορεί να οδηγήσει το παιδί στην έρευνα για νέους τρόπους προσέγγισης του προβλήματος που επιχειρεί να λύσει (Cobb, 1991˙ Borasi 1994˙ Ράπτης & Ράπτη, 2001˙ Κάβββουρα, 2004). Με την εποικοδομητική μέθοδο η μάθηση αντιμετωπίζεται ως μια φυσική και λογική διαδικασία που συνδέεται άμεσα με την επιστημονική πρακτική, ώστε τα παιδιά να βελτιώσουν τη στάση τους προς το μάθημα, ενώ παράλληλα όσα από αυτά παρουσιάζουν προβλήματα κοινωνικοποίησης ή προβλήματα συμπεριφοράς να αναπτύξουν την αυτοεκτίμησή τους (Κόκκοτας, 2002).

Συνυπολογίζοντας τον παράγοντα της σχολικής τάξης και της επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών και μεταξύ των μαθητών και του δασκάλου, δηλαδή το επίπεδο της κοινωνικής αλληλεπίδρασης, ο κοινωνικός εποικοδομητισμός με κύριο εκπρόσωπο τον Vygotsky επιχειρεί να τονίσει την επιρροή του πολιτισμικού και κοινωνικού πλαισίου στη μάθηση (Σολομωνίδου, 2006). Σε αυτή τη θεωρητική βάση η γνώση δομείται ενεργά μέσω της γλώσσας σε κοινωνικό επίπεδο και για το λόγο αυτό η δομημένη γνώση είναι απολύτως συνυφασμένη με το περιβάλλον στο οποίο συναπαντάται (Vygotsky, 1978). Αποδεικνύοντας επιστημονικά ο Vygotsky τον κοινωνικό χαρακτήρα της μάθησης εισήγαγε την έννοια της εσωτερικής αναπτυξιακής ετοιμότητας του μαθητευομένου, τη «ζώνη επικείμενης ανάπτυξης» (zone of proximal development), την οποία, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά η Σολομωνίδου (2006), μπορεί το άτομο να καλλιεργήσει ιδιαίτερα μέσα από την αρωγή που θα δεχθεί από το κοινωνικό του περιβάλλον, καθώς και από τα κατάλληλα πολιτιστικά εργαλεία. Το κατεξοχήν κατάλληλο πλαίσιο για την ανάπτυξη αυτής της αλληλεπίδρασης του μαθητή με το περιβάλλον και, ειδικότερα, μεταξύ των συμμετεχόντων της διδακτικής διαδικασίας (δασκάλου, μαθητών αλλά και των διδακτικών υλικών) είναι η ομαδοσυνεργατική μέθοδος διδασκαλίας για την οποία θα γίνει αναλυτικότερα λόγος παρακάτω.

Βασικός στόχος της εποικοδομητικής διδασκαλίας ειδικά στα μαθηματικά είναι η παροχή ευκαιριών και η καλλιέργεια κινήτρων για να κατασκευάσει μόνο του το παιδί τις θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες και να συνειδητοποιήσει τις δυνατότητες του για μαθηματική σκέψη και μάθηση (Τουμάσης, 2004). Ο εποικοδομητισμός ως θεωρία μάθησης συγκεκριμένα στο πεδίο αυτό σημαίνει διδασκαλία με διαδικασίες επίλυσης προβλήματος. Η μαθηματική γνώση δε μεταφέρεται στα παιδιά αλλά αυτά μόνα τους αναπτύσσουν τις μαθηματικές έννοιες, καθώς συμμετέχουν στις δραστηριότητες και προσπαθούν να κατανοήσουν και να εξηγήσουν αυτά που βλέπουν ή ακούν από τους άλλους. Η μάθηση ενεργοποιείται μέσα από προβληματικές καταστάσεις τις οποίες τα παιδιά καλούνται να επιλύσουν και ενεργητικά εξερευνούν, ενώ παράλληλα ψάχνουν για πρότυπα, σχηματίζουν διάφορες ιδέες και υποθέσεις, τις αξιολογούν, γενικεύουν και αιτιολογούν τις ιδέες που δημιουργούν με σκοπό την επίλυση του προβλήματος (Σολομωνίδου, 2006).

Κατά τη Noddings (1990) ο εποικοδομητισμός είναι μια μετα-επιστημονική θέση. Οι αρχές του προϋποθέτουν εγκατάλειψη της παραδοσιακής επιστημονικής γλώσσας. Δεν είναι παντού δυνατό να διδαχθεί ο επιστημονικός λόγος, αφού ο ρόλος του δασκάλου εδώ είναι διαφορετικός από το ρόλο του στην παραδοσιακή διδασκαλία. Ο Εποικοδομητισμός εμφανίζεται ως μια θεωρία για τη μάθηση και όχι ως περιγραφή διδασκαλίας ή σύνολο συμβουλευτικών τεχνικών που μπορεί να αποσπαστεί από τη θεωρία. Αποτελεί, τελικά, μια γενική Επιστημολογική θεωρία, που δεν μας δίνει συγκεκριμένες οδηγίες διδασκαλίας. Το κύριο ζήτημα είναι με ποιον τρόπο ο δάσκαλος των μαθηματικών μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές του να κατασκευάσουν οι ίδιοι ιδέες και έννοιες, για τις οποίες η μαθηματική κοινότητα χρειάστηκε χιλιάδες χρόνια να αναπτύξει. Έτσι, ο δάσκαλος των μαθηματικών αναλαμβάνει το σύνθετο και σημαντικό έργο να σχεδιάσει εκείνες τις διδακτικές καταστάσεις ή δραστηριότητες εποικοδομητικού χαρακτήρα που θα οδηγήσουν στο επιδιωκόμενο μαθησιακό αποτέλεσμα (Καλαβάσης & Μεϊμάρης, 2000).

Οι μαθηματικές έννοιες παρουσιάζονται στα βιβλία αλλά και διδάσκονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να βασίζονται στις προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών και να τους δίνεται η ευκαιρία να ανακαλύψουν και να κατανοήσουν εξελικτικά τις νέες έννοιες. Οι μαθητές ζουν μέσα σε ένα οικογενειακό και γενικότερα κοινωνικό περιβάλλον από το οποίο προσλαμβάνουν πολλές γνώσεις και δεξιότητες με τη μορφή της άτυπης γνώσης. Έτσι, στο σχολείο πριν από τη διδασκαλία μιας καινούργιας έννοιας διαθέτουν πολλές προϋπάρχουσες, γνώσεις και ιδέες σχετικά με αυτήν, οι οποίες προέρχονται από το σχολικό ή το εξωσχολικό περιβάλλον. Η διδασκαλία θα πρέπει να έχει ως αφετηρία αυτές τις προϋπάρχουσες γνώσεις και ιδέες τους και να δομεί, με βάση αυτές, τις νέες έννοιες (Λεμονίδης, 2003), σημείο που λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά το σχεδιασμό του διδακτικού πειράματος για την παρούσα έρευνα με τη χρήση ερωτηματολογίων που αποσκοπούν στην ανίχνευση ακριβώς των αρχικών ιδεών των μαθητών σχετικά με την αξονική συμμετρία.

1.1.3. ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗ

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η διδασκαλία πρέπει να πραγματοποιείται με τέτοιο τρόπο, ώστε να δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να συμμετέχει, να προβληματίζεται, να δέχεται ερεθίσματα, να αλληλεπιδρά με τις καταστάσεις που του παρουσιάζονται και με τους συμμαθητές του για να συντελεστεί η κατασκευή της γνώσης (Λεμονίδης, 2002). Η γνώση αποκτάται και οικοδομείται μόνο μέσα στην κοινωνία και οι ρίζες της βρίσκονται στην κοινωνική δραστηριότητα του ανθρώπου (Garnham & Oakhill, 1994). Γενικά, η μαθησιακή δραστηριότητα δε νοείται έξω από το κοινωνικό, ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο, μέσα στο οποίο διαδραματίζεται (Κόμης, 2004˙ Ματσαγγούρας, 2004). Η μάθηση είναι μια κοινωνική δραστηριότητα κατά την οποία οι μαθητές εμπλέκονται σε μια κατασκευή εννοιών μέσω συζητήσεων και διαπραγματεύσεων με τους άλλους συμμαθητές τους και με τους διδάσκοντες (Solomon 1987).

Η κατάκτηση και οικοδόμηση της γνώσης από τους μαθητές επιτυγχάνεται καλύτερα μέσα σε ένα περιβάλλον που έχει σχεδιαστεί με γνώμονα την ενίσχυση της επικοινωνίας, της αλληλεπίδρασης και της συνεργασίας ανάμεσα σε εκπαιδευτικούς και μαθητές, ή και ανάμεσα στους ίδιους τους μαθητές, με στόχο τη δημιουργία των λεγόμενων κοινοτήτων μάθησης (Μακράκης, 2000). Η πιο κατάλληλη μέθοδος διδασκαλίας για την έμπρακτη εφαρμογή των παραπάνω θεωρητικών αρχών και εννοιών είναι η ομαδοσυνεργατική ή ομαδοκεντρική διδασκαλία, γεγονός που οδήγησε και τον ερευνητή στην επιλογή αυτής ως διδακτικής μεθόδου. Ειδικότερα, η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία είναι ευρύτερα αναγνωρισμένη ως μια διδακτική πρακτική που προωθεί τη μάθηση και την κοινωνικοποίηση σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης (Ματσαγγούρας, 2004). Μέσω της ομαδοκεντρικής διδασκαλίας και των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μαθητών, προωθούνται μαθητοκεντρικά και ανοιχτά μοντέλα διδασκαλίας (Ράπτης & Ράπτη, 2001).

Ο Crook (1998) αναφέρει ότι η ομαδοσυνεργατική μάθηση πλεονεκτεί έναντι της ατομικής μάθησης, επειδή επιτρέπει την ανταλλαγή απόψεων μέσω διαλόγου, οι οποίες οδηγούν σε κοινωνικογνωστικές συγκρούσεις (Ματσαγγούρας, 2004). Η ομαδοσυνεργατική μάθηση ενισχύει την ανάπτυξη επικοινωνιακών δεξιοτήτων, ικανοτήτων δόμησης της συνεργασίας, αναζήτησης έκφρασης, ανταλλαγής απόψεων και ιδεών. Ενθαρρύνει την ανάπτυξη διαλογικής σχέσης μεταξύ των συμμετεχόντων με αυξανόμενο βαθμό ατομικής και συλλογικής ευθύνης. Οι συνεργατικές μέθοδοι διδασκαλίας αποτελούν ενεργητικό και δημιουργικό περιβάλλον μάθησης μέσα στο οποίο οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στη διατύπωση ερωτημάτων και στη συλλογική διαπραγμάτευση των μαθησιακών δραστηριοτήτων αποφεύγοντας την απλή αναπαραγωγή της πληροφορίας που παρουσιάστηκε από τον δάσκαλο ή περιέχεται σε κάποιο βιβλίο (Κόκκοτας, 2002).

Κατά τον Piaget, ο μαθητής μαθαίνει όχι μόνο κάνοντας αλλά και στοχαζόμενος πάνω σε αυτά που κάνει προτείνοντας ως αποτελεσματικό τρόπο εργασίας που βοηθά σε αυτό την εργασία σε μικρές ομάδες (3-4 ατόμων). Ένας μαθητής που δύσκολα μιλά σε ολόκληρη την τάξη, το κάνει ευκολότερα στην ομάδα του. Ο μαθητής δρα σε αντικείμενα γύρω του και συνεργάζεται για την επίλυση κάποιου προβλήματος στηριζόμενος πάντα σε στρατηγικές επίλυσης τις οποίες και μαθαίνει ως δυναμική γνώση. Εργαζόμενος σε ομάδες, παρατηρεί, κάνει μετρήσεις και καταγράφει δεδομένα, ενώ στην προσπάθεια του να απαντήσει σε ερώτηση συμμαθητή του, αρχίζει να σκέφτεται πάνω στις ενέργειές του (Καλαβάσης & Μεϊμάρης, 2000).

Η θεωρία του Vygotsky (1978) για το ρόλο της συνεργασίας στη διεύρυνση της ζώνης επικείμενης ανάπτυξης του παιδιού υποστηρίζει ότι οι πιο αδύνατοι μαθητές μαθαίνουν από τους καλύτερους, ενώ στους τελευταίους δίνεται η ευκαιρία για την εμπέδωση της ύλης. Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης φωτίζει το γεγονός ότι όταν ένα άτομο που μαθαίνει ενθαρρύνεται και καθοδηγείται από ένα άλλο άτομο, που είναι περισσότερο εξελιγμένο νοητικά και κατέχει περισσότερες γνώσεις, μπορεί να πετύχει πολύ περισσότερα πράγματα στον τομέα της απόκτησης γνώσεων και της ανάπτυξης δεξιοτήτων σε σύγκριση με την ατομική εργασία (Σολομωνίδου, 2006). Επιπλέον, κατά τον Gardner (2003), οι μαθητές με ανεπτυγμένη την κοινωνική νοημοσύνη μαθαίνουν καλύτερα σε ομαδοσυνεργατικό περιβάλλον μέσα από την αλληλεπίδραση με άλλους, ενώ όλα τα παιδιά έχουν την ευκαιρία να αναπτύξουν τη συγκεκριμένη μορφή νοημοσύνης μέσα στο περιβάλλον αυτό.

Ο ρόλος του δασκάλου ως βοηθού των μαθητών είναι πιο προσιτός και κατανοητός για τα παιδιά από τον απόμακρο ρόλο του εκπαιδευτικού από την έδρα. Στα εποικοδομητικά και κοινωνικοπολιτισμικά περιβάλλοντα μάθησης ο δάσκαλος δεν προσφέρει πληροφορίες ούτε μεταδίδει γνώσεις, αλλά δίνει ερεθίσματα και λειτουργεί ως σύμβουλος και συμπαραστάτης. Έχει ρόλο κυρίως συντονιστή και εμψυχωτή στη διαδικασία της μάθησης. Αναγνωρίζει ότι ο μαθητής παίζει τον κεντρικό πλέον ρόλο σε όλα τα στάδια του μαθήματος (Τουμάσης & Αρβανίτης, 2003). Η αλληλεπίδραση μαθητών μεταξύ τους και μεταξύ του δασκάλου και εκείνων επιδρά σημαντικά στο τι μαθαίνεται και το πώς μαθαίνεται. Κάθε μαθητής έχει ικανότητες αρχηγού που μπορούν να ενισχυθούν. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν πολλά αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους, ενώ ο δάσκαλος βοηθά τη διαδικασία της μάθησης (Cobb, Wood & Yackel, 1990). Μετά το τέλος της εκπαιδευτικής διαδικασίας τα παιδιά δε μιμούνται το δάσκαλο, αλλά υποστηρίζουν τις απόψεις τους και ο εκείνος σέβεται τις απόψεις αυτές, που είναι διαφορετικές από τις δικές του (Σολομωνίδου, 2006).

Διάφορες έρευνες έχουν αποκαλύψει ότι με την ομαδοκεντρική διδασκαλία επιτυγχάνονται σημαντικές μαθησιακές επιδόσεις και τα παιδιά, μέσα από κοινωνικοποιητικές διαδικασίες, αναπτύσσουν τη σκέψη τους, κατανοώντας και εμπεδώνοντας παράλληλα τη νέα γνώση, ενώ μέσα από τις κοινωνικές επαφές τους με τα άλλα παιδιά και γενικότερα τους ανθρώπους γύρω τους, διαμορφώνουν νοητικές κατασκευές (Gilbert, Osborn & Fensham, 1982). Σημαντικός είναι στο σημείο αυτό και ο ρόλος των χειραπτικών υλικών και των υπολογιστικών περιβαλλόντων για τη διδασκαλία των μαθηματικών, καθώς στοχεύουν στην ενεργοποίηση των μαθητών, στην δράση τους σε αυτά και στον αναστοχαστικό συλλογισμό τους, στο να σκεφτούν και να προβληματιστούν, δηλαδή, οι μαθητές σχετικά με τις ενέργειές τους. Οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ), λοιπόν, επιχειρούν να δημιουργήσουν εκείνες τις προϋποθέσεις, ώστε να συμβάλουν δημιουργικά στη μαθησιακή διαδικασία προσφέροντας στο μαθητή ένα νέο, συνεργατικό, διαδραστικό και αλληλεπιδραστικό περιβάλλον.

1.1.4. ΟΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες οι εξελίξεις στην εκπαιδευτική τεχνολογία υπήρξαν ραγδαίες καθώς οι ταχύτατα αναπτυσσόμενες Τεχνολογίες της Πληροφορίας και

Επικοινωνιών (ΤΠΕ) συνέβαλαν στη δημιουργία νέων δυνατοτήτων για την εκπαίδευση. Οι υπολογιστές και οι ΤΠΕ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εργαλεία διδασκαλίας και μάθησης σε μια ποικιλία γνωστικών αντικείμενων και ως ισχυρά γνωστικά ή νοητικά εργαλεία, μια διάσταση η οποία οφείλεται στις πρωτοφανείς δυνατότητες αλληλεπίδρασης μεταξύ των μέσων αυτών με το χρήστη (Σολομωνίδου, 2006). Στη δεκαετία του 1980 σχεδιάστηκαν προγράμματα Εκπαιδευτικού Λογισμικού τα οποία εισήγαγαν νέες διαστάσεις στην εκπαίδευση. Τέτοια προγράμματα ήταν εκείνα τα οποία στηρίζονταν σε γλώσσες προγραμματισμού όπως η Logo (Κορδάκη, 2001). Στα επόμενα χρόνια αναπτύχθηκαν και στα Μαθηματικά, Σύγχρονα Περιβάλλοντα Μάθησης με χρήση ΤΠΕ τα οποία βρίσκονται σε συνεχή βελτίωση και τα οποία στηρίζονται στο θεωρητικό υπόβαθρο του εποικοδομητισμού.

Οι δυνατότητες που έχουν οι ΤΠΕ στη υποβοήθηση της μάθησης είναι ιδιαίτερα σημαντικές. Οι εφαρμογές και τα λογισμικά εποικοδομητικού τύπου, το διαδίκτυο και οι δυνατότητες επικοινωνίας που αυτό παρέχει, η άμεση πρόσβαση στη γνώση και την πληροφορία καθώς και ο υψηλός βαθμός αλληλεπίδρασης που μπορεί να υπάρχει, καθιστούν τις ΤΠΕ ένα μέσο ταιριαστό που συμβαδίζει με την εποικοδομητική αντίληψη. Ειδικά περιβάλλοντα μάθησης, καινοτομικά και σύγχρονα, που ενσωματώνουν τις πιο σύγχρονες αντιλήψεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση στις Φυσικές Επιστήμες και στα Μαθηματικά μπορούν να αναπτυχθούν με τη βοήθεια των ΤΠΕ και ιδιαίτερα με την αξιοποίηση και χρήση των πολυμέσων και υπερμέσων, καθώς και των δικτύων υπολογιστών. Ιδιαίτερα μεγάλη σημασία έχει η σύλληψη και ο σχεδιασμός αυτών των ειδικών περιβαλλόντων μάθησης, ώστε να προωθούν την αλλαγή των νοητικών σχημάτων, την τροποποίηση ή την αντικατάσταση των παραστάσεων και των αντιλήψεων των εκπαιδευομένων προς νοητικά σχήματα και αντιλήψεις που να είναι αποδεκτά από επιστημονική άποψη (Σταυρίδου & Σολομωνίδου 1997). Μεγάλη ωφέλεια από τη χρήση του υπολογιστή αποκομίζουν μαθητές με σημαντικές γνωστικές αδυναμίες και μειωμένη συγκέντρωση και οι οποίοι συναντούν επανειλημμένως απροσπέλαστα γνωστικά εμπόδια στο σχολικό εγχειρίδιο (Ράπτης & Ράπτη, 2001).

Για το σχεδιασμό εποικοδομητικών μαθησιακών περιβαλλόντων με υπολογιστή, καθοριστικό ρόλο έπαιξε ο S. Papert ο οποίος προτίμησε μια διαφορετική προσέγγιση στη μάθηση και τη διδασκαλία με τη βοήθεια του υπολογιστή, επηρεασμένος κυρίως από τη γνωστική θεωρία του Piaget, του οποίου υπήρξε συνεργάτης για ένα διάστημα. Έτσι αξιοποιώντας την επιστημολογική θεωρία του Piaget, υποστήριξε ότι η μάθηση είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική όταν πραγματοποιείται στο πλαίσιο μιας και συγκεκριμένης δραστηριότητας, κατά την οποία ο μαθητής πειραματίζεται κατασκευάζοντας ένα προϊόν που έχει νόημα για τον ίδιο. Ο Papert θέλησε να δώσει έμφαση στη συμμετοχή του μαθητευόμενου στη διαδικασία της μάθησης και στην ανακάλυψη των τρόπων, με τους οποίους χτίζει ενεργά το γνωστικό του οικοδόμημα, αλλά και κατανοεί τη διαδικασία αυτή (Ράπτης & Ράπτη, 2001). Ο ίδιος αναφέρει ότι, η χρήση των υπολογιστικών τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία αναθεωρεί τις υπάρχουσες δομές αναφορικά με το ρόλο του μαθητή, προσφέροντας δυνατότητες για εναλλακτικές μορφές έκφρασης, διερεύνησης, οικοδόμησης και προσέγγισης της γνώσης (Papert, 1980).

Ο Papert υιοθέτησε την έννοια του εποικοδομητισμού και προσπάθησε να υλοποιήσει μια ελκυστική μαθησιακή διαδικασία σύμφωνη με τις αρχές του μέσω της νέας τεχνολογίας. Δημιούργησε τη γλώσσα προγραμματισμού Logo για παιδιά, στα τέλη της δεκαετίας του ’60 στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο Μασαχουσέτης (MIT). Η γλώσσα Logo έχει εκτιμηθεί ιδιαίτερα ως μεταγνωστικό εργαλείο, που βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη και να διαμορφώσουν τη στάση τους απέναντι στο κοινωνικό περιβάλλον. Η θεωρία του προχώρησε εξελικτικά το γνωστικό εποικοδομητισμό του Piaget και την ευρετική μάθηση του Bruner, εμπλέκοντας το μαθητή όχι απλά στην κατανόηση των εννοιών, των σχέσεών τους και τη δόμησή τους σε νοητικά σχήματα, αλλά και στη διαδικασία της ίδιας της κατασκευής τους (Διαμαντής & Τερζίδης, 2008).

1.1.5. Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Τα χειραπτικά υλικά είναι αντικείμενα σχεδιασμένα να αναπαριστούν με συγκεκριμένο και ρητό τρόπο μαθηματικές ιδέες που είναι αφηρημένες. Μπορούν οπτικά αλλά και απτικά να χρησιμοποιηθούν από τους διδασκόμενους μέσω χειρισμών με τα χέρια. Οι κατασκευαστές των χειραπτικών υλικών τα διαφημίζουν, ως υλικά που κάνουν τη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών διασκέδαση και τα προωθούν χαρακτηρίζοντάς τα ως καταλύτες για την ενεργή εμπλοκή μαθητών στα μαθηματικά (Moyer, 2001). Τα χειραπτικά υλικά βοηθούν τα παιδιά να κατανοήσουν αφηρημένες έννοιες μέσα από συγκεκριμένες αλληλεπιδράσεις και υποστηρίζουν την προσπάθειά τους να κάνουν τις συνδέσεις μεταξύ της αφηρημένης στοχευμένης έννοιας και συγκεκριμένων χειροπιαστών παραδειγμάτων των εννοιών αυτών. Τα παιδιά χρησιμοποιώντας χειραπτικά αλλά και ΤΠΕ σε κοινωνικο-τεχνικό περιβάλλον ενθουσιάζονται να μοιράζονται και να δημιουργούν σχέδια και να μιλούν για αυτά με μαθηματικό τρόπο. Αυτός ο μαθηματικός τρόπος έκφρασης των παιδιών φαίνεται να υποστηρίζεται πολλαπλά κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων και η δημιουργία των αντικειμένων από τα παιδιά επιδρά και επεκτείνει τη μαθησιακή τους δραστηριότητα και έξω από την τάξη μαθηματικών (Lamberty, 2008). Η αποτελεσματικότητα των χειραπτικών υλικών φαίνεται καθαρά όταν συγκρίνεται η μακροχρόνια χρήση των υλικών για την αναπαράσταση αφηρημένων ιδεών με την καθαρά συμβολική και παραδοσιακή διδασκαλία. Σύμφωνα με την έρευνα του Sowell η χρήση των χειραπτικών υλικών για ένα σχολικό έτος ή και περισσότερο έδωσε θετικά αποτελέσματα σε μέτριο ή μεγάλο βαθμό σε μαθητές του δημοτικού (Sowell, 1989). Τα ευρήματα πολλών άλλων ερευνών έχουν δείξει, επίσης, ότι οι μαθητές που χρησιμοποιούν χειραπτικά υλικά κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών ξεπερνούν στις επιδόσεις και στην κατανόηση των μαθηματικών αυτούς που δεν τα χρησιμοποιούν ενώ οι εκπαιδευτικοί παίζουν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία μαθηματικών περιβαλλόντων μάθησης που παρέχουν στους μαθητές αναπαραστάσεις οι οποίες ενισχύουν τη σκέψη τους (Moyer, 2001).

Η χρησιμότητα των χειραπτικών υλικών καθορίζεται από τον τρόπο που αυτά χρησιμοποιούνται από τα παιδιά και τους δασκάλους σε κοινές και ουσιαστικές χρήσεις. Ως εκ τούτου, η ύπαρξη απλά συγκεκριμένων χειραπτικών υλικών, δεν προβάλλει αυτομάτως την έννοια των μαθηματικών ιδεών που βρίσκονται πίσω τους. Οι μαθητές πρέπει να προβληματιστούν σχετικά με τις δράσεις τους με τα χειραπτικά υλικά για την κατασκευή μαθηματικού νοήματος (Moyer, 2001). Τα χειραπτικά υλικά μπορούν να παίξουν ένα σημαντικό ρόλο στην κατασκευή των ιδεών των μαθητών. Θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν πριν από την επιστημονική συμβολική διδασκαλία των μαθηματικών ενώ και οι εκπαιδευτικοί αλλά και οι μαθητές θα πρέπει να αποφεύγουν τη χρήση χειραπτικών υλικών απρόσεκτα καθιστώντας τα αυτοσκοπό, αντί να τα χρησιμοποιούν ως μέσο για το σκοπό αυτό. Αυτό πρέπει να προσεχθεί διότι τα χειραπτικά υλικά δε φέρουν αυθύπαρκτα κάποια έννοια ή κάποια μαθηματική ιδέα μέσα τους από την κατασκευή τους. Από μόνα τους δεν αρκούν, πρέπει να χρησιμοποιηθούν στο πλαίσιο της εκπαίδευσης για να ενεργοποιήσουν και να εμπλέξουν τους μαθητές στις διαδικασίες σκέψης με την βοήθεια των εκπαιδευτικών. Επιπλέον, ο ορισμός του τι συνιστά χειραπτικό υλικό μπορεί να επεκταθεί για να συμπεριλάβει εικονικά χειραπτικά υλικά σε ηλεκτρονικό υπολογιστή (Η/Υ) τα οποία σε ορισμένες φάσεις της μάθησης, μπορεί να είναι πιο αποτελεσματικά από ότι τα φυσικά χειραπτικά υλικά (Clements, 1999).

Σύμφωνα επίσης με τη θεωρία πολλαπλής νοημοσύνης που εισήγαγε ο Gardner (2003), οι μαθητές με κιναισθητική νοημοσύνη μαθαίνουν καλύτερα με χρήση χειραπτικών υλικών ενώ η ενασχόληση των παιδιών με αυτά βελτιώνει τη νοημοσύνη αυτού του είδους.

Κατά τον Piaget, ο χειρισμός υλικών αντικειμένων δημιουργεί τη βάση της γνώσης και οι δραστηριότητες που εμπλέκουν χειραπτικά υλικά και θεμελιώδεις για να αποκτήσουν τα παιδιά εμπειρία στη χωρική αντίληψη (Piaget & Inhelder, 1967).

Για όλα τα παραπάνω, συμπεριλήφθηκαν από τον ερευνητή της παρούσας έρευνας, κατά το σχεδιασμό του διδακτικού πειράματος, χειραπτικά υλικά διαφόρων ειδών που αξιοποιούνται εποικοδομητικά μέσω συγκεκριμένων εφαρμογών οι οποίες αφορούν στην αξονική συμμετρία και τον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων.

1.2. Η ΑΞΟΝΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

1.2.1. Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Η αξία της διδασκαλίας του μαθήματος της Γεωμετρίας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, είναι αδιαμφισβήτητη. Η Γεωμετρία αναπτύσσει την ικανότητα αντίληψης του χώρου και καλλιεργεί αυτήν της νοερής σύλληψης των αντικειμένων. Συνδέει άμεσα τα μαθηματικά με τον πραγματικό κόσμο και βοηθάει στην κατανόηση αφηρημένων μαθηματικών ιδεών από άλλες περιοχές των μαθηματικών, μέσω της δημιουργίας γεωμετρικών μοντέλων ερμηνείας. Η Γεωμετρία είναι συναρπαστική εξαιτίας της λογικής δομής της, και αποτελεί εξαιρετικό παράδειγμα μαθηματικού συστήματος, στην πραγματικότητα του πιο απλού και κατανοητού για τους μαθητές (Τουμάσης, 2004). Οι Piaget, Inhelder και Szeminska (1960) θεώρησαν τη Γεωμετρία κυρίως ως την επιστήμη του χώρου και έκαναν εκτεταμένες έρευνες στον τομέα της σκέψης και της λογικής των παιδιών και στις γεωμετρικές έννοιες που έχουν συνέπειες στη διδασκαλία της. Ο Piaget και οι συνεργάτες του περιέγραψαν τις διαδικασίες σκέψης των παιδιών και προσπάθησαν να εισαγάγουν μεθόδους για έρευνα, αυτόνομη σκέψη και κατανόηση. Σχεδόν την ίδια εποχή οι Van Hieles εισήγαγαν το μοντέλο της ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης που ονομάστηκε μοντέλο Van Hieles. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό υπάρχουν πέντε επίπεδα κατανόησης της Γεωμετρίας και ο μαθητής κινείται από το ένα επίπεδο προς το άλλο με τη σειρά και δε μπορεί να ανέβει επίπεδο αν δε έχει αποκομίσει αρκετή εμπειρία σκέψης στο τρέχον επίπεδό του. Τα επίπεδα στο μοντέλο Van Hieles είναι:

- 1^{ο} Επίπεδο (Αρχικό επίπεδο): Οι μαθητές έχουν οπτική αντίληψη του χώρου και οι γεωμετρικές οντότητες γίνονται αντιληπτές ως ολότητες και όχι ως σχήματα που αποτελούνται από διάφορα μέρη και έχουν ιδιότητες.
- 2^{ο} Επίπεδο (Ανάλυση): Οι μαθητές αρχίζουν μέσω πειραματισμού και παρατήρησης να διακρίνουν τα χαρακτηριστικά των σχημάτων.
- 3^{ο} Επίπεδο (Άτυπη σκέψη): Οι μαθητές μπορούν να διακρίνουν σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων των σχημάτων, να αναγνωρίσουν οικογένειες σχημάτων και να κατανοήσουν ορισμούς.

- 4ο Επίπεδο (Τυπική σκέψη): Οι μαθητές αντιλαμβάνονται τις αλληλοσυσχετίσεις και το ρόλο των θεωρημάτων, αξιωμάτων και αποδείξεων. Μπορούν να κατασκευάσουν μια απόδειξη και να εξετάσουν το σύνολο των ιδιοτήτων ενός σχήματος προχωρώντας και σε υποθέσεις.
- 5ο Επίπεδο (Αυστηρότητα): Οι μαθητές μπορούν να εργαστούν με αυστηρότητα χρησιμοποιώντας ένα σύνολο αξιωμάτων. Η Γεωμετρία κατανοείται ως ένα αφηρημένο αξιωματικό σύστημα δηλαδή ένα σύνολο αντικειμένων που συνδέονται με κάποιες σχέσεις (Van Hiele, 1986).

Την σημαντική συμβολή των Van Hieles και των Piaget et al. μέσω των θεωριών τους στη διδασκαλία της Γεωμετρίας ακολούθησαν έρευνες στη δυναμική ανάπτυξη των μεθοδολογιών διδασκαλίας και μάθησης. Σύμφωνα με τους Piaget και Inhelder (1967) ο χειρισμός υλικών αντικειμένων δημιουργεί τη βάση της ανθρώπινης γνώσης. Οι δραστηριότητες που περιλαμβάνουν χειραπτικά υλικά είναι αυθόρμητες και θεμελιώδεις για να αποκτήσουν τα παιδιά εμπειρία στη χωρική αντίληψη.

Σύμφωνα με έρευνα του Küchemann (1980), η παραδοσιακή Ευκλείδεια Γεωμετρία δεν ήταν κατάλληλη για την πλειοψηφία των γυμνασίων. Το γεγονός αυτό οι Van Hieles το ερμήνευσαν με τον ισχυρισμό ότι η γεωμετρική σκέψη βρίσκεται σε ένα σχετικά ανεβασμένο επίπεδο, ενώ οι μαθητές συχνά δεν είχαν αρκετή εμπειρία σκέψης σε κατώτερα επίπεδα ικανοτήτων με αποτέλεσμα να μη μπορούν να περάσουν σε αυτό το ανώτερο επίπεδο. Οι Van Hieles ενδιαφέρονταν να αναπτύξουν μεθοδολογία σχετικά με τη μελέτη της γεωμετρίας και περιέγραψαν τη συσχέτιση ανάμεσα στη σκέψη και τη μάθηση, ενώ στόχος τους ήταν να βρουν μια μέθοδο για να καλλιεργήσουν στους μαθητές βαθιά γνώση (Saads & Edwards, 1997).

Η διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο είναι ουσιώδης, αφού γενικά στην καθημερινότητά του ο άνθρωπος όχι μόνο έρχεται σε επαφή συνεχώς με συμμετρικά αντικείμενα, αλλά και πολλές φορές πρέπει να δημιουργήσει συμμετρίες. Από το ΑΠΣ και ΔΕΠΠΣ (2003) προβλέπεται διδασκαλία της αξονικής συμμετρίας σε όλες τις τάξεις του Δημοτικού καθώς και στην πρώτη τάξη του Γυμνασίου. Μετά τη Β΄ Γυμνασίου τα παιδιά δεν ξαναδιδάσκονται συμμετρία. Εντούτοις σε όλες τις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου θα συναντήσουν κεφάλαια των Μαθηματικών αλλά και άλλων μαθημάτων που θα αναφέρονται σε αυτή. Ειδικότερα, σύμφωνα με το ΑΠΣ, τα παιδιά στην Α΄ Δημοτικού αναγνωρίζουν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα παρατηρώντας τα. Στη Β΄ Δημοτικού αναγνωρίζουν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας και συμπληρώνουν το συμμετρικό ενός σχήματος. Στις τάξεις Γ΄, Δ΄, Ε΄ και ΣΤ΄ οι μαθητές εξασκούνται στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα. Τέλος στην Α΄ Γυμνασίου έρχονται σε επαφή με την έννοια της συμμετρίας ως προς άξονα και τη έννοια αυτή τη χρησιμοποιούν στην ανάλυση διαφόρων άλλων μαθηματικών καταστάσεων, όπως για παράδειγμα η μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος. Επιπλέον στο ΔΕΠΠΣ προβλέπεται και προτείνεται διαθεματικό σχέδιο εργασίας με τίτλο «η συμμετρία στη ζωή μας» κατά το οποίο οι μαθητές βρίσκουν συμμετρικά σχήματα από διάφορες κατηγορίες κατασκευών της καθημερινής ζωής σήμερα αλλά και στο παρελθόν (π.χ. κατοικίες στην αρχαία Ελλάδα, στο Μεσαίωνα κ.λπ., κτίρια, χαλιά, ταπετσαρίες, υφάσματα, πλακάκια κ.λπ.), τις παρουσιάζουν σε ομαδικές συνθέσεις και συζητούν για το ρόλο και το είδος της συμμετρίας σε διάφορες περιπτώσεις (ΔΕΠΠΣ 2003).

Γενικά οι διδακτικές παρεμβάσεις που σχεδιάζονται οφείλουν να στοχεύουν στους άξονες που θέτει το ΑΠΣ-ΔΕΠΠΣ και να στηρίζονται στις σύγχρονες θεωρίες περί μάθησης ώστε να πετυχαίνουν το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα. Οι σχολικές δραστηριότητες πρέπει να οδηγούν τους μαθητές στο να προσεγγίζουν τα προβλήματα με μαθηματικά και επιστημονικά μέσα και να τους καλλιεργούν την ικανότητα κριτικής αντιμετώπισης των μαθηματικών εφαρμογών (Keitel, 2000). Ανάμεσα σε άλλα οι δραστηριότητες, οι διαδικασίες, οι διδακτικές παρεμβάσεις, τα στάδια μιας διδασκαλίας, το μαθησιακό περιβάλλον αποτελούν πεδίο μελέτης και έρευνας του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού (Gagne & Briggs, 1979˙ Σολομωνίδου, 2006).

1.2.2. Η ΕΝΣΩΜΑΤΩΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ – ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - GEOGEBRA

Με την εισαγωγή των Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας στην εκπαίδευση έχει αλλάξει ο τρόπος προσέγγισης και διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Τα δυναμικά ψηφιακά περιβάλλοντα αποτελούν εικονικά εργαστήρια στα οποία οι μαθητές μπορούν να παίξουν, να διερευνήσουν και να μάθουν μαθηματικά (Arcavi & Hadas, 2000). Εργαζόμενοι σε αυτά τα ψηφιακά περιβάλλοντα, μέσα σε ελάχιστο χρόνο, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κατασκευάσουν πολλά σχήματα με μεγάλη ακρίβεια. Παρέχεται επίσης η δυνατότητα άμεσης τροποποίησης, μετακίνησης και μετασχηματισμού των σχημάτων στο χώρο, με τη βοήθεια του ποντικιού, χωρίς να μεταβάλλονται οι κρίσιμες γεωμετρικές τους ιδιότητες. Οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν, όχι μόνο κοιτάζοντας την εικόνα, αλλά μετρώντας, συγκρίνοντας και αλλάζοντας τα σχήματα (Arcavi & Hadas, 2000). Επίσης μπορούν, με χρήση του πληκτρολογίου ή του ποντικιού, να διορθώνουν αμέσως τα λάθη τους με αποτέλεσμα το λάθος να αξιοποιείται και να οδηγεί συχνά στην ανάπτυξη εννοιών ή στην τροποποίηση λανθασμένων αντιλήψεων. Επιπλέον, επειδή είναι δυνατή και η κίνηση των σχημάτων, οι μαθητές μπορούν τα χειριστούν κατάλληλα και να παρατηρήσουν τα αποτελέσματα των χειρισμών τους άμεσα. Τα πιο γνωστά Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας είναι το Cabri Geometry, το Geogebra και το Sketchpad, αλλά υπάρχουν και άλλα λογισμικά λιγότερο γνωστά.

Το Geogebra είναι ένα Λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας που ανήκει στο χώρο του ανοικτού/ελεύθερου λογισμικού. Αναπτύχθηκε από το Markus Hohenwarter στο Florida Atlantic University για τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών στο σχολείο. Έχει σχεδιαστεί, ώστε να συνδυάζει διάφορα Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας με υπολογιστικά συστήματα άλγεβρας σε ένα απλό και εύκολο στη χρήση πρόγραμμα με σκοπό τη διδασκαλία των μαθηματικών ενώ παράλληλα είναι ένα δυναμικό λογισμικό για τη διδασκαλία των μαθηματικών που ενώνει τη Γεωμετρία, την Άλγεβρα και την Ανάλυση. Έχει λάβει αρκετά διεθνή βραβεία συμπεριλαμβανομένων και των Βραβείων Λογισμικού Εκπαίδευσης της Ευρώπης και της Γερμανίας. Ως δυναμικό σύστημα γεωμετρίας, το Geogebra δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να κάνει κατασκευές με σημεία, διανύσματα, ευθύγραμμα τμήματα, επίπεδα σχήματα, ευθείες, κωνικές τομές και άλλα, και στη συνέχεια να τα τροποποιήσει με ένα δυναμικό τρόπο καθώς επίσης και να χρησιμοποιήσει συναρτήσεις. Είναι ιδιαίτερα εύχρηστο, ενσωματώνεται σε αρκετές εκδόσεις Linux που έχουν εκπαιδευτική κατεύθυνση, ενώ μπορεί να τρέξει σε πολλές και διαφορετικές πλατφόρμες. Το μηδενικό κόστος επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να εγκαταστήσει το λογισμικό αυτό σε όλους τους υπολογιστές του σχολείου, ενώ παράλληλα μπορεί να το προσφέρει και στους μαθητές ώστε η εργασία που γίνεται στο σχολείο να μπορεί να συνεχιστεί και στο σπίτι (Hohenwarter, 2007).

1.2.3. ΕΡΕΥΝΕΣ ΣΤΗΝ ΑΞΟΝΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ – ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Η συμμετρία είναι ένα θεμελιώδες μέρος της γεωμετρίας, της φύσης, και των σχημάτων. Δημιουργεί μοτίβα που μας βοηθούν να οργανώσουμε τον κόσμο μας εννοιολογικά. Συμμετρία υπάρχει παντού, και στη φύση αλλά και στα αντικείμενα που κατασκευάζονται από ανθρώπους (έπιπλα, κτίρια, αυτοκίνητα, κ.α.). Μερικά παραδείγματα επαγγελμάτων που ενσωματώνουν τις ιδέες τις συμμετρίας είναι καλλιτέχνες, τεχνίτες, μουσικοί, χορογράφοι αλλά και μαθηματικοί. Είναι σημαντικό να διδαχθεί η συμμετρία στις μικρές τάξεις, εξερευνώντας αντικείμενα που είναι συμμετρικά και δεν έχουν σχέση οπωσδήποτε με τα Μαθηματικά, διότι βοηθά τα παιδιά να κατανοήσουν τα πράγματα που βλέπουν κάθε μέρα μέσα από ένα διαφορετικό πλαίσιο. Επιτρέπει στα παιδιά να ακολουθήσουν τους κανόνες για να δημιουργήσουν τα δικά τους σχήματα, και αυτό με τη σειρά του, τους βοηθά να ανακαλύψουν τι τους αρέσει και τι όχι. Αυτή η περιοχή της γεωμετρίας φέρνει κοντά τα μαθηματικά με την καθημερινότητα με πιο ουσιαστικό τρόπο που δεν είναι τόσο μαθηματικά «αυστηρός» και οι μαθητές συχνά ξεχνούν ενώ μελετούν τη συμμετρία και τις ιδιότητές της, ότι μελετούν μαθηματικά (Knuchel, 2004). Η συμμετρία παίζει σπουδαίο ρόλο στην επίλυση προβλημάτων και συνδέει διάφορους κλάδους των μαθηματικών όπως Γεωμετρία, Άλγεβρα, Πιθανότητες και Ανάλυση (Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000). Πέρα από τη γεωμετρική της σημασίας, η συμμετρία έχει αναγνωρισθεί ως τρόπος σκέψης, ως ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάπτυξη υψηλού επιπέδου μαθηματικής αντίληψης στα πλαίσια της αποτελεσματικής επίλυσης προβλημάτων. Από τα αποτελέσματα πολλών ερευνών προκύπτει ότι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών (πάνω από 50%) αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση της αξονικής συμμετρίας. Είναι ευκολότερο όμως για τους μαθητές να κατασκευάζουν τα συμμετρικά μη πολύπλοκων σχημάτων, αλλά και σχημάτων τα οποία είναι κάθετα ή παράλληλα στον άξονα συμμετρίας (Μαστρογιάννης & Κορδάκη, 2007α).

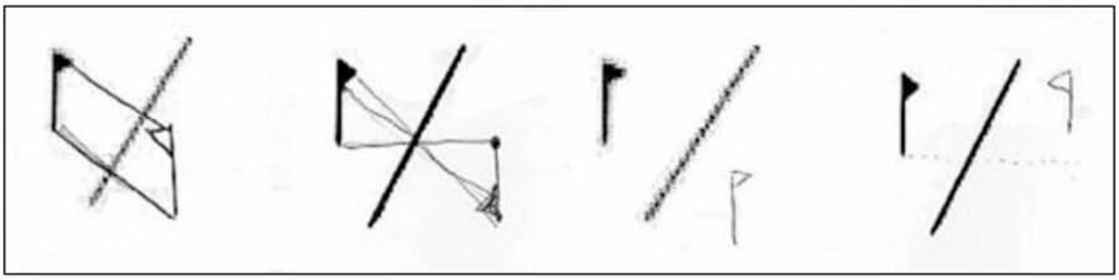
Πολλές έρευνες έχουν γίνει για την εξακρίβωση των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις έννοιες της συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας αλλά και για τον εντοπισμό των λανθασμένων αντιλήψεων και ιδεών τους. Είναι αξιοσημείωτο ότι τις παρερμηνείες και τις λανθασμένες αντιλήψεις τους οι μαθητές πολλές φορές τις «κουβαλάνε» και στην ενήλικη φάση της ζωής τους γεγονός που επιβεβαιώνεται από πολλές έρευνες που έχουν γίνει σε φοιτητές και φοιτήτριες για τις έννοιες της γεωμετρίας.

Οι δυσκολίες οι παρερμηνείες και οι λανθασμένες απόψεις αναδεικνύονται από την έρευνα των Μαρκόπουλου, Παναγιωτακόπουλου και Ποτάρη (2008) που έγινε σε δείγμα 127 φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης σύμφωνα με την οποία ακόμη και οι φοιτητές δε δίνουν ορθές απαντήσεις σε θέματα συμμετρίας. Η έρευνα ζητούσε από αυτούς να βρουν τα συμμετρικά κάποιων σχημάτων ως προς μια ευθεία. Η ευθεία αυτή στα διάφορα ερωτήματα έπαιρνε διάφορες θέσεις (οριζόντια, κατακόρυφη, πλάγια) και σε άλλες περιπτώσεις έτεμνε τα σχήματα ενώ σε άλλες ήταν εξωτερική των σχημάτων. Μόνο το 22% των φοιτητών έδωσε σωστή απάντηση σε όλα τα ερωτήματα και σε όλες τις δυνατές θέσεις της ευθείας. Οι φοιτητές που έδωσαν σωστές απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα αλλά για μια μόνο θέση της ευθείας ήταν 74 (58,3%). Όπως φαίνεται στον πίνακα 1, από τους 74 φοιτητές που πέτυχαν τουλάχιστον μία σωστή απάντηση για το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς ευθεία, το 93,2% έδωσε ορθή απάντηση όταν η ευθεία αυτή ήταν κατακόρυφη και μάλιστα έξω από το σχήμα του οποίου έπρεπε να σχεδιάσουν το συμμετρικό.

		Σωστές απαντήσεις για όλα τα σχήματα (από 74)	(%) από 74 φοιτητές
Κατακόρυφη ευθεία	Εξωτερική	69	93,2
	Εσωτερική	58	78,4
Οριζόντια ευθεία	Εξωτερική	40	54
	Εσωτερική	35	47,3

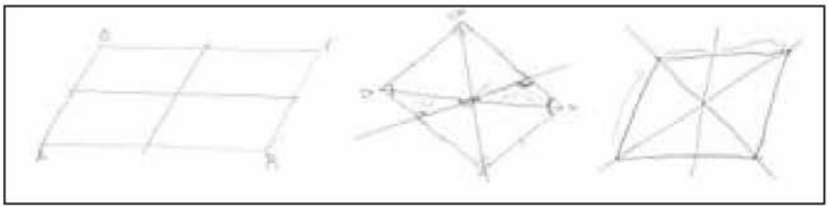
Πίνακας 1: Ορθές απαντήσεις των φοιτητών

Έρευνα σε 54 φοιτητές παιδαγωγικού τμήματος διενήργησε και ο Son (2006) με παρόμοια αποτελέσματα. Στην πρώτη ερώτηση για τους άξονες συμμετρίας διαφόρων σχημάτων, το 24% απάντησαν λανθασμένα. Στις περιπτώσεις αυτές των λανθασμένων απαντήσεων το 69% των φοιτητών σχεδίαζαν δύο άξονες συμμετρίας στο παραλληλόγραμμο. Στη δεύτερη ερώτηση που ζητούσε να περιγράψουν τις ιδιότητες της αξονικής συμμετρίας, το 36% των φοιτητών δεν έδωσαν ορθή απάντηση. Στην τρίτη ερώτηση, το 17% των φοιτητών έδωσαν λανθασμένες απαντήσεις που φαίνονται στο επόμενο σχήμα (Εικόνα 1).



Εικόνα 1: 17% των φοιτητών έδωσαν αυτές τις λανθασμένες απαντήσεις.

Επίσης σε έρευνα των Τσελεπίδη και Μαρκόπουλου (2005) σε φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης παρουσιάσθηκαν πολλές λανθασμένες αντιλήψεις σχετικά με τον άξονα συμμετρίας του παραλληλογράμμου. Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται αυτές οι παρερμηνείες (Εικόνα 2).

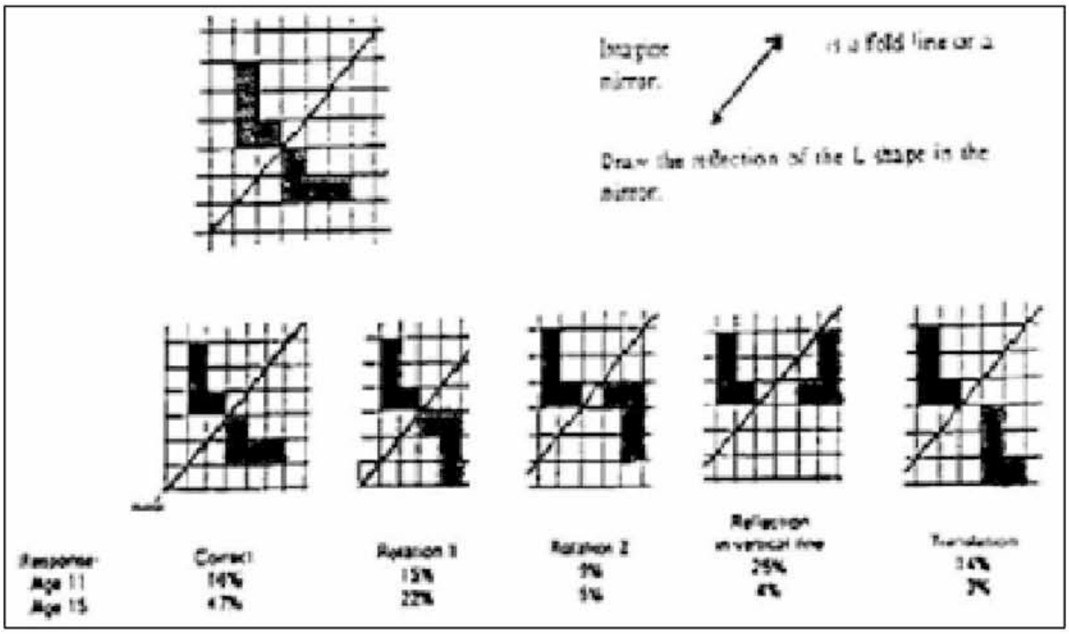


Εικόνα 2: Λανθασμένοι άξονες συμμετρίας στο παραλληλόγραμμο

Οι φοιτητές φαίνεται να θεώρησαν ότι άξονας συμμετρίας ενός σχήματος είναι κάθε ευθεία που το χωρίζει σε δύο ίσα σχήματα ή σε δύο ισεμβαδικά σχήματα.

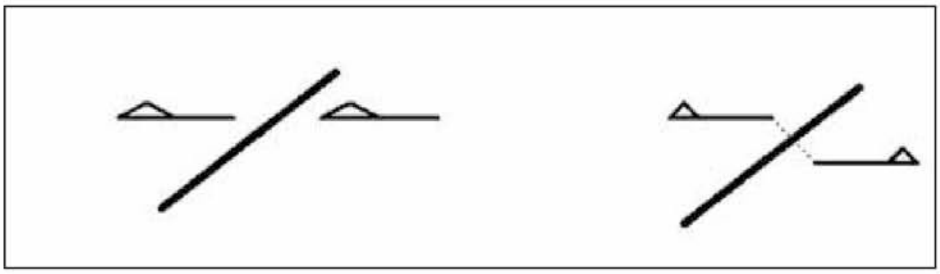
Πολλές έρευνες έχουν διεξαχθεί και σε μαθητές και μαθήτριες από το 1980 μέχρι σήμερα. Σύμφωνα με τις έρευνες που διεξήχθηκαν από την Assessment of Performance Unit (APU, 1981), η μελέτη της αξονικής συμμετρίας δημιουργεί σημαντικά εννοιολογικά προβλήματα στα περισσότερα παιδιά. Η Assessment of

Performance Unit (APU), (Μονάδα Αξιολόγησης των Επιδόσεων), εκτελούσε το μεγαλύτερο κομμάτι της έρευνας του Υπουργείου Παιδείας και Επιστημών της Μεγάλης Βρετανίας κατά τη διάρκεια των δεκαετιών του 1970 και του 1980. Σκοπός της ήταν η διεξαγωγή ερευνών στα σχολεία για να προσδιοριστούν τα εθνικά επίπεδα ικανότητας στην αγγλική γλώσσα και στα μαθηματικά. Τα δεδομένα και τα αποτελέσματα των ερευνών της, δείχνουν ότι η αξονική συμμετρία ήταν αρκετά κατανοητή σε μαθητές 11 και 15 ετών. Παιδιά και των δύο ηλικιών είχαν σημαντικές δυσκολίες με την αξονική συμμετρία όταν ο άξονας ήταν σε διαγώνια θέση και όταν οι γραμμές των αντικειμένων δεν ήταν παράλληλες ή κάθετες στον άξονα. Οι δυσκολίες αναδύθηκαν στη εύρεση του συμμετρικού ενός σχήματος με μορφή «L» και μιας ευθείας ως άξονα στις 45^{o}. Ακόμα και στην ηλικία των 15 ετών περισσότερα από τα μισά παιδιά του δείγματος δεν μπορούσαν να απαντήσουν σωστά. Τα διάφορα λάθη φαίνονται στην επόμενο σχήμα (Εικόνα 3).



Εικόνα 3: Δυσκολίες και λάθη στη σχεδίαση του L στις ηλικίες 11 και 15 ετών στις έρευνες της APU.

Παρόμοια ευρήματα είχε η έρευνα του Küchemann (1980) σε ομάδα παιδιών 14 ετών που έδειξε ότι οι μαθητές δυσκολεύονταν να βρουν το συμμετρικό ενός σχήματος όταν ο άξονας είχε κλίση. Ο Küchemann επίσης συμπέρανε ότι όταν και ο άξονας είχε κλίση αλλά και το αντικείμενο που έπρεπε να βρουν το συμμετρικό του δεν ήταν κάθετο στον άξονα, όπως στο παρακάτω σχήμα, τότε οι μαθητές είτε δεν λάμβαναν εντελώς καθόλου υπόψη τους την κλίση της ευθείας ή θεωρούσαν τις δύο κλίσεις ανεξάρτητα (Εικόνα 4).



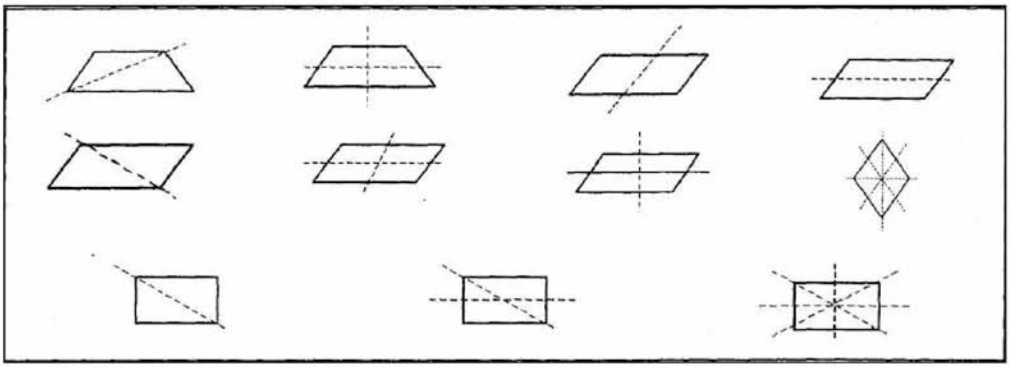
Εικόνα 4: Απαντήσεις όταν η ευθεία ήταν πλάγια.

Παρόμοια επίσης αποτελέσματα με τις έρευνες της APU και του Küchemann είχε και η έρευνα που διενήργησαν οι Γαγάτσης και Γαλλής (1989).

Στην έρευνα των Γαγάτση και Ντίνα (1986) σχετικά με τις αντιλήψεις των μαθητών και καθηγητών για την αξονική συμμετρία, κλήθηκαν μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου να συμπληρώσουν ερωτηματολόγιο που περιείχε 49 ερωτήσεις κατασκευής συμμετρικού σχήματος ως προς ευθεία. Για την ευθεία αυτή οι μαθητές συχνά θεωρούσαν ότι πρέπει να είναι αποκλειστικά ή οριζόντια ή κατακόρυφη, και παρατηρήθηκαν πολλές περιπτώσεις οριζόντιας και κατακόρυφης μετατόπισης των σχημάτων στις απαντήσεις, γεγονός που έχει καταγραφεί και στις προαναφερθείσες έρευνες.

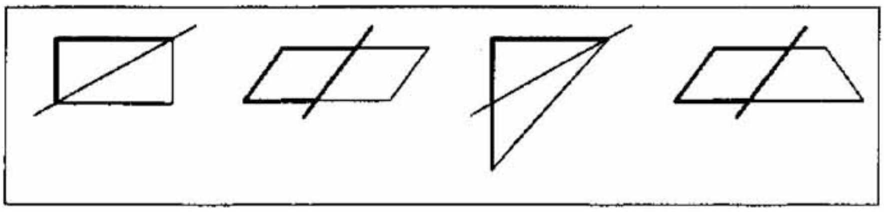
Στην έρευνα που πραγματοποιήθηκε από το Μαστρογιάννη και την Κορδάκη (2007β) σχετικά με τις αντιλήψεις των μαθητών του δημοτικού για την αμφίπλευρη συμμετρία, δόθηκαν σε μαθητές του δημοτικού διάφορα σχήματα τα οποία προέρχονταν από την καθημερινή ζωή και ήταν γεωμετρικά ή μη-γεωμετρικά και επίσης δόθηκαν και τυπικά γεωμετρικά σχήματα. Οι μαθητές ήταν σε θέση να κατανοήσουν και να αναγνωρίσουν τα συμμετρικά σχήματα κυρίως μέσω της δίπλωσης. Επίσης, στην ίδια έρευνα παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές αναγνώριζαν ευκολότερα τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας από τον οριζόντιο ή τους πλάγιους άξονες.

Οι Leikin, Berman & Zaslavsky (2000) στην έρευνά τους βρήκαν ότι οι μαθητές είχαν αρκετές δυσκολίες στον προσδιορισμό του άξονα συμμετρίας πολλών επίπεδων σχημάτων. Τα παιδιά δυσκολεύτηκαν ιδιαίτερα με το παραλληλόγραμμο ενώ πολύ απλό σχήμα θεώρησαν το τετράγωνο όσον αφορά στην εύρεση και σχεδίαση των αξόνων συμμετρίας του. Στο επόμενο σχήμα καταγράφηκαν μερικά από τα πιο συνηθισμένα λάθη των μαθητών στην έρευνα του Leikin και των συνεργατών του τα οποία επιβεβαίωσαν και άλλες έρευνες (Sherris, 1998· Hoyles & Healy, 1997· Xistouri, 2007) (Εικόνα 5).



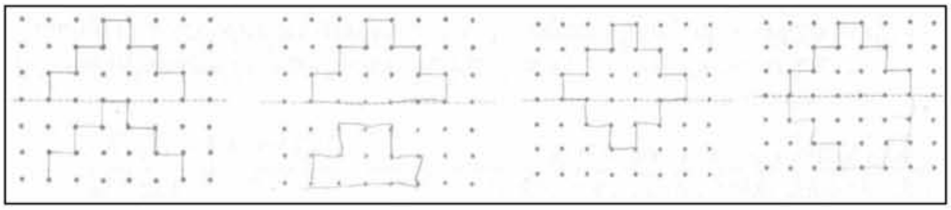
Εικόνα 5: Μη επιτυχημένες προσπάθειες σχεδίασης αξόνων συμμετρίας.

Στο επόμενο σχήμα (Εικόνα 6) παρόλο που οι γραμμές που έφεραν οι μαθητές δεν είναι άξονες συμμετρίας, εντούτοις στις δύο πρώτες περιπτώσεις οι γραμμές χωρίζουν τα σχήματα σε δύο ίσα μέρη ενώ αυτό δεν συμβαίνει στα δύο τελευταία σχήματα. Οι πρώτες δύο απαντήσεις ήταν πολύ πιο συνηθισμένες ενώ οι δύο τελευταίες αρκετά σπάνιες. Στο post-test της έρευνας τα λάθη μειώθηκαν αισθητά.



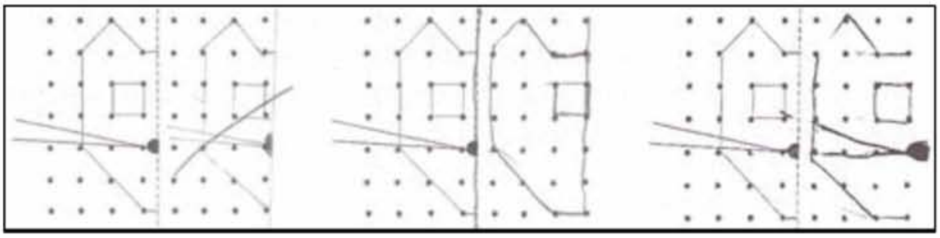
Εικόνα 6: Μη επιτυχημένες προσπάθειες σχεδίασης αξόνων συμμετρίας.

Στην έρευνα της Τσικοπούλου (2008) σε 927 μαθητές από 48 δημοτικά σχολεία, οι κατηγορίες των λαθών που έκαναν οι μαθητές και οι μαθήτριες στο πρώτο ερώτημα της έρευνας ήταν κυρίως η κατακόρυφη μεταφορά του αρχικού σχήματος ως προς τον οριζόντιο άξονα συμμετρίας και η μέτρηση λανθασμένων αποστάσεων ή και τα δύο λάθη ταυτόχρονα. Το ποσοστό αυτό των λαθών ήταν 6%. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται όλα τα αναφερθέντα (Εικόνα 7).

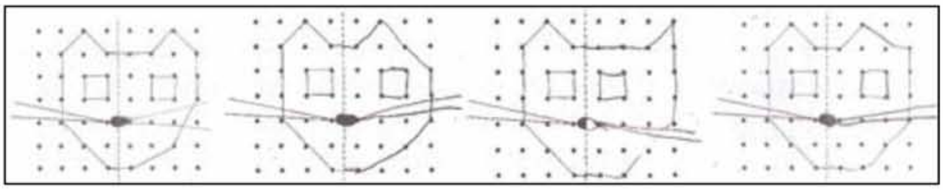


Εικόνα 7: Κατηγορίες συνηθέστερων λανθασμένων απαντήσεων

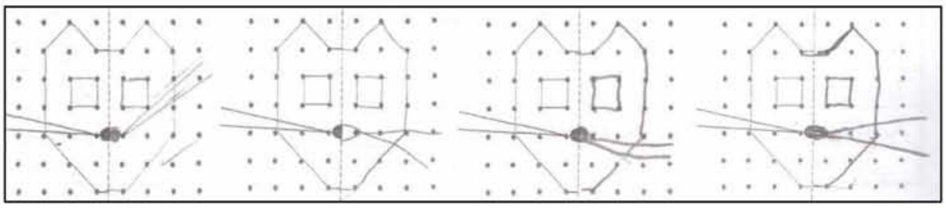
Επίσης στο δεύτερο ερώτημα της έρευνας επαναλήφθηκαν ίδιου τύπου λάθη και επιπλέον προστέθηκαν λάθη στα «μουστάκια της γάτας». Το ποσοστό των λαθών που αφορούσαν οριζόντια μεταφορά ή χρησιμοποίηση λανθασμένων αποστάσεων ήταν 13,3% ενώ λάθη στα μουστάκια της γάτας και διάφορα άλλα έκανε το 39,74% των μαθητών (Εικόνες 8, 9 και 10).



Εικόνα 8: Οριζόντια μεταφορά στον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας.



Εικόνα 9: Λανθασμένη μέτρηση αποστάσεων.



Εικόνα 10: Μουστάκια με λανθασμένες κλίσεις.

Ως λογική συνέπεια των προηγουμένων και βάση αυτών, προκύπτει το ερώτημα, κατά πόσο μπορεί ένα ομαδοσυνεργατικό και εποικοδομητικό μαθησιακό περιβάλλον, που ο δομικός του σχεδιασμός στηρίζεται στα χειραπτικά υλικά και τα εκπαιδευτικά λογισμικά, να συμβάλλει στην τροποποίηση των παραστάσεων και των αρχικών αντιλήψεων των μαθητών στις έννοιες της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας. Στα πλαίσια, λοιπόν, της διερεύνησης του κατά πόσο συμβάλλουν οι ΤΠΕ και τα χειραπτικά υλικά, όταν έχουν ενταχθεί στη μαθησιακή διαδικασία, έλαβε χώρα και το παρόν διδακτικό πείραμα που εκτός της διδακτικής παρέμβασης που περιλαμβάνει μελέτησε, επίσης, την επίδραση αυτών των υλικών και λογισμικών εποικοδομητικού τύπου στη διδασκαλία, ενώ προσπάθησε να ανιχνεύσει τις αλλαγές στις αρχικές ιδέες των παιδιών στην έννοια της συμμετρίας ως προς άξονα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΜΕ ΘΕΜΑ ΤΗΝ ΑΞΟΝΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΣΤΗΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2.1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

2.1.1. ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η εργασία αυτή είχε δύο διαφορετικές κατευθύνσεις ως προς τους στόχους της. Από τη μία ήταν διδακτικού προσανατολισμού με συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους και από την άλλη περιείχε στοιχεία ερευνητικού χαρακτήρα που στόχευαν στη σύγκριση δύο διαφορετικών περιβαλλόντων μάθησης.

Η διδακτική προσέγγιση είχε ως γενικό σκοπό την εποικοδομητική αξιοποίηση των χειραπτικών υλικών και των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία, καθώς επίσης και την οργάνωση και αξιολόγηση μιας διδακτικής παρέμβασης ομαδοσυνεργατικού και εποικοδομητικού τύπου. Στην ερευνητική διαδικασία ο γενικός στόχος ήταν να διαπιστωθεί αν τα μαθησιακά αποτελέσματα μιας σύγχρονης εποικοδομητικής διδασκαλίας είναι καλύτερα και έχουν μονιμότερο χαρακτήρα σε σχέση με αυτά της παραδοσιακής διδασκαλίας. Για να πραγματοποιηθούν οι σκοποί και οι στόχοι αυτοί, επιλέχθηκε το διδακτικό πείραμα που ως ερευνητική διαδικασία θεωρείται η πιο κατάλληλη προσέγγιση τέτοιων περιπτώσεων αφού αποτελεί παρέμβαση μικρής κλίμακας στη λειτουργία του πραγματικού κόσμου και εξέταση από κοντά των επιδράσεων αυτής της παρέμβασης (Steffe & Thompson, 2000).

Ειδικότεροι μαθησιακοί στόχοι και σκοποί της εργασίας ήταν οι μαθητές και οι μαθήτριες:

- Να γνωρίσουν τις βασικές έννοιες στη συμμετρία ως προς άξονα και τον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων.
- Να μπορούν να κατασκευάσουν το συμμετρικό δοθέντος σχήματος ως προς άξονα και να σχεδιάζουν τους άξονες συμμετρίας ενός σχήματος.
- Να γνωρίσουν τις προαναφερθείσες έννοιες με τη χρήση των ΤΠΕ και των χειραπτικών υλικών μέσω ενός λογισμικού και εφαρμογών εποικοδομητικού τύπου.

- Να εργαστούν ομαδοσυνεργατικά και να συνειδητοποιήσουν την αξία της συνεργασίας και του διαλόγου.

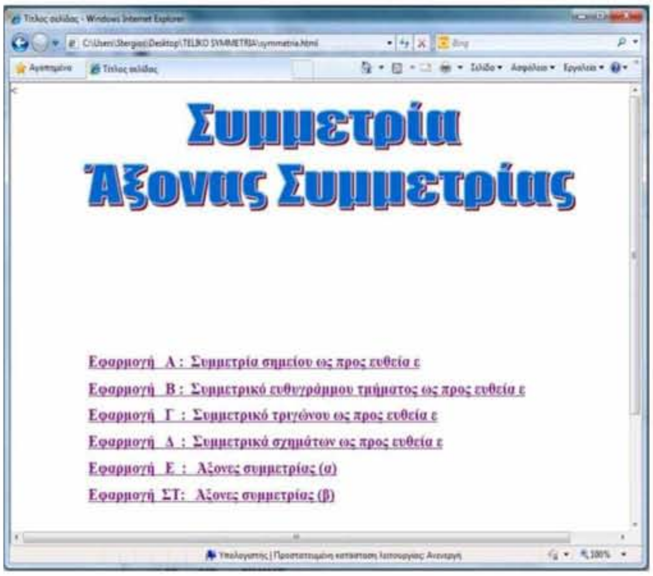
2.1.2. ΔΕΙΓΜΑ

Οι μαθητές και οι μαθήτριες που μετείχαν στο διδακτικό πείραμα προέρχονταν από αγροτική περιοχή του Νομού Καρδίτσας και φοιτούσαν στην Α΄ Γυμνασίου. Όλοι οι μαθητές ήταν εξοικειωμένοι στη χρήση Ηλεκτρονικού Υπολογιστή (Η/Υ), αφού στην αρχή της σχολικής χρονιάς είχε δοθεί δωρεάν στον κάθε μαθητή ένας φορητός Η/Υ σύμφωνα με επιδοτούμενο πρόγραμμα που συγχρηματοδότησε το Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (ΥΠΕΠΘ) και η Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΕ). Οι επιδόσεις των παιδιών θεωρούνται εν γένει μάλλον χαμηλές και χαρακτηρίζονται από ανομοιογένεια αφού και στα δύο τμήματα της Α΄ Γυμνασίου υπήρχαν κάποιοι μαθητές με υψηλή σχολική επίδοση αλλά και αρκετοί με πολύ χαμηλή σχολική επίδοση. Αρχικά επιλέχθηκαν δύο τμήματα της Α΄ Γυμνασίου. Το ένα τμήμα (Τ1) μετείχε και στην έρευνα και στη διδακτική παρέμβαση ενώ το άλλο (Τ2) λειτούργησε ως ομάδα ελέγχου συμμετέχοντας στην έρευνα αλλά έχοντας διδαχθεί την ενότητα αυτή με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Οι μαθητές και των δύο τμημάτων είχαν διδαχθεί ήδη στο δημοτικό σχολείο και σύμφωνα με το ΑΠΣ αρκετά περί συμμετρίας ως προς άξονα αλλά και τον άξονα συμμετρίας διαφόρων σχημάτων. Σύμφωνα με το ΑΠΣ (2003) και στις έξι τάξεις του δημοτικού υπάρχουν διδακτικές ενότητες που αναφέρονται στη συμμετρία με ενσωμάτωση εννοιών και με επίπεδο δυσκολίας που ανταποκρίνεται κάθε φορά στην ηλικία των μαθητών.

2.1.3. ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΡΓΑ

Για τη διδακτική παρέμβαση εφαρμόστηκε το μοντέλο εποικοδομητικής σχεδίασης σύγχρονων περιβαλλόντων μάθησης, ΔΕΣΤΕ (Σολομωνίδου, 2006). Αυτό αφορούσε στη διερεύνηση των αρχικών αντιλήψεων των παιδιών, την επινόηση του περιεχόμενου του περιβάλλοντος μάθησης και το σχεδιασμό της εποικοδομητικής διδακτικής διαδικασίας βάση των προηγουμένων. Ακολούθησε η ανάπτυξη του κατάλληλου ψηφιακού περιβάλλοντος και η εφαρμογή σε συνθήκες πραγματικής μάθησης κατά τη διάρκεια των διδακτικών παρεμβάσεων.

Για τη διδακτική παρέμβαση χρησιμοποιήθηκαν φορητοί Η/Υ στους οποίους είχε ήδη εγκατασταθεί από τον ερευνητή το διαδραστικό περιβάλλον δυναμικής άλγεβρας και γεωμετρίας Geogebra. Για το ψηφιακό αυτό περιβάλλον Geogebra σχεδιάστηκαν έξι μικροεφαρμογές εποικοδομητικού τύπου και μία ιστοσελίδα που περιείχε συνδέσεις με τις εφαρμογές αυτές. Η ιστοσελίδα σχεδιάστηκε με σκοπό να βοηθήσει τους μαθητές να επιλέγουν την εφαρμογή με την οποία θα εργάζονταν (Εικόνα 11).



Εικόνα 11: Αρχική ιστοσελίδα επιλογής (menu) της επιθυμητής εφαρμογής.

Οι ενότητες που θα διδάσκονταν οι μαθητές ήταν οι Β.2.1 και Β.2.2. του σχολικού εγχειριδίου της Α΄ Γυμνασίου, δηλαδή στο δεύτερο μέρος του εγχειριδίου και στο δεύτερο κεφάλαιο, τις ενότητες 1 και 2 που αναφέρονται στις έννοιες της συμμετρίας ως προς ευθεία και στον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων (Βανδουλάκης, Καλλιγάς, Μαρκάκης & Φερεντίνος, 2007).

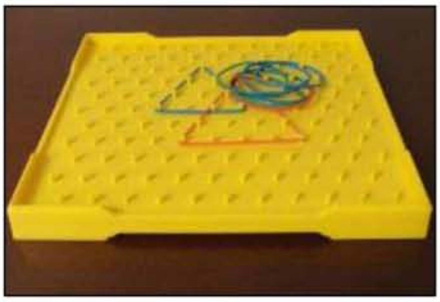
Οι τέσσερις πρώτες μικροεφαρμογές στο περιβάλλον του Geogebra αφορούσαν στις έννοιες της συμμετρίας σημείου ως προς άξονα, ευθυγράμμου τμήματος ως προς άξονα, τριγώνου ως προς άξονα αλλά και άλλων κυρτών σχημάτων. Οι υπόλοιπες δύο εφαρμογές αφορούσαν στην εύρεση και σχεδίαση των αξόνων συμμετρίας γνωστών σχημάτων.

Οι πέντε από αυτές τις έξι μικροεφαρμογές (Α, Β, Γ, Ε και ΣΤ) αποτέλεσαν την πρώτη φάση της παρέμβασης διάρκειας μιας διδακτικής ώρας (45 λεπτών) κατά την οποία οι μαθητές χωρίστηκαν σε τέσσερις ομάδες των τριών ατόμων και εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά στην ομάδα τους χρησιμοποιώντας ένα φορητό Η/Υ η κάθε ομάδα και ατομικά φύλλα δραστηριοτήτων (Παράρτημα II). Η πρώτη φάση είχε σκοπό τόσο να εξοικειωθούν οι μαθητές στο περιβάλλον Geogebra όσο και να εισαχθούν με εποικοδομητικό τρόπο στην έννοια της συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας των διαφόρων σχημάτων.

Στη δεύτερη, διάρκειας δύο διδακτικών ωρών χρησιμοποιήθηκε ένας φορητός υπολογιστής, η μικροεφαρμογή (Δ) του Geogebra και αντίστοιχα φύλλα εργασίας που έπρεπε να συμπληρωθούν ομαδικά (Παράρτημα III). Στη δεύτερη αυτή φάση χρησιμοποιήθηκαν, επίσης, γεωπίνακες τετραγωνικοί και ισομετρικοί δηλαδή γεωπίνακες που οι ακίδες τους ήταν σε διάταξη ώστε να σχηματίζονται τετράγωνα και ισόπλευρα τρίγωνα αντίστοιχα. Στα φύλλα εργασίας υπήρχαν εφαρμογές εποικοδομητικού χαρακτήρα σχεδιασμένες για αυτούς τους γεωπίνακες. Για πολλούς δασκάλους και καθηγητές μαθηματικών, ο γεωπίνακας είναι ένα από τα πιο χρήσιμα εκπαιδευτικά χειραπτικά υλικά που υπάρχουν. Οι περισσότερες εφαρμογές και ιδέες που υλοποιούνται στους γεωπίνακες αφορούν στους ορθογώνιους γεωπίνακες. Υπάρχουν όμως γεωμετρικές ιδέες που δεν μπορούν να παρασταθούν σε ορθογώνιο γεωπίνακα. Για παράδειγμα, ένα ισόπλευρο τρίγωνο δεν μπορεί να κατασκευαστεί σε ορθογώνιο γεωπίνακα και κατά συνέπεια, ούτε το κανονικό εξάγωνο. Αυτό το κατασκευαστικό εμπόδιο καλύπτεται από τη χρήση ισομετρικών γεωπινάκων. Ο ισομετρικός γεωπίνακας επιτρέπει την κατασκευή ισόπλευρων τρίγωνων και κανονικών εξαγώνων. Ο Harkin (1975) αναφέρει ότι ο γεωπίνακας είναι το καλύτερο χειραπτικό υλικό ως μέσο για την καλλιέργεια του πνεύματος της εξερεύνησης στα μαθηματικά. Αυτό το πνεύμα της έρευνας αποτελεί σημαντικό στοιχείο για τη δημιουργία αυτόνομων φορέων λήψης αποφάσεων μεταξύ των μαθητών στα μαθηματικά και η ανοικτή και πλούσια δομή που χαρακτηρίζει το γεωπίνακα συντελεί στην ανάπτυξη ενός παιδαγωγικού στυλ που είναι ευρετικού χαρακτήρα

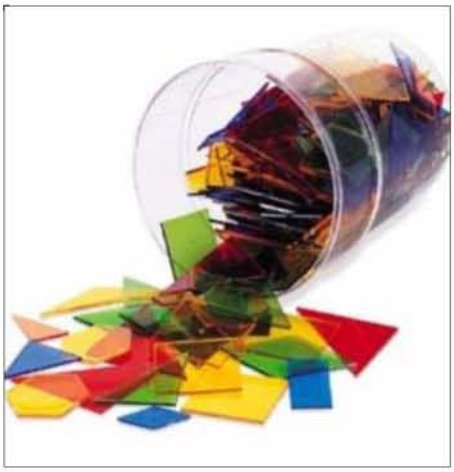
(Harkin, 1975). Στις επόμενες δύο φωτογραφίες απεικονίζονται ένας ορθογώνιος και ένας ισομετρικός γεωπίνακας αντίστοιχα.

Εικόνα 12: Ορθογώνιος Γεωπίνακας

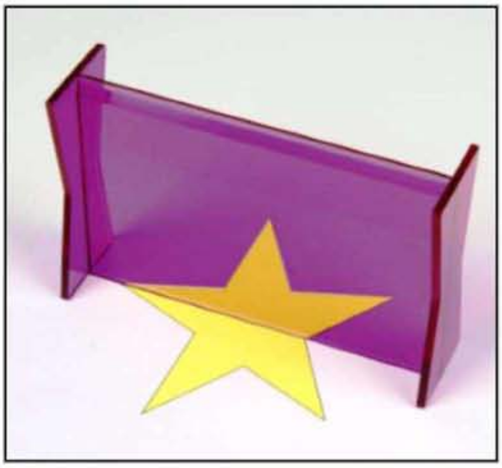


Εικόνα 13: Ισομετρικός Γεωπίνακας

Επίσης στα χειραπτικά υλικά που χρησιμοποιήθηκαν περιλαμβάνονταν πλαστικά σχήματα (τετράγωνα, ορθογώνια, παραλληλόγραμμα, κανονικά πολύγωνα, ισόπλευρα και ισοσκελή τρίγωνα κ.α.) καθώς και καθρεφτάκια τα οποία χρησιμοποιούνταν για να ελεγχθεί αν κάποιο σχήμα έχει άξονα συμμετρίας (Εικόνες 14 και 15).

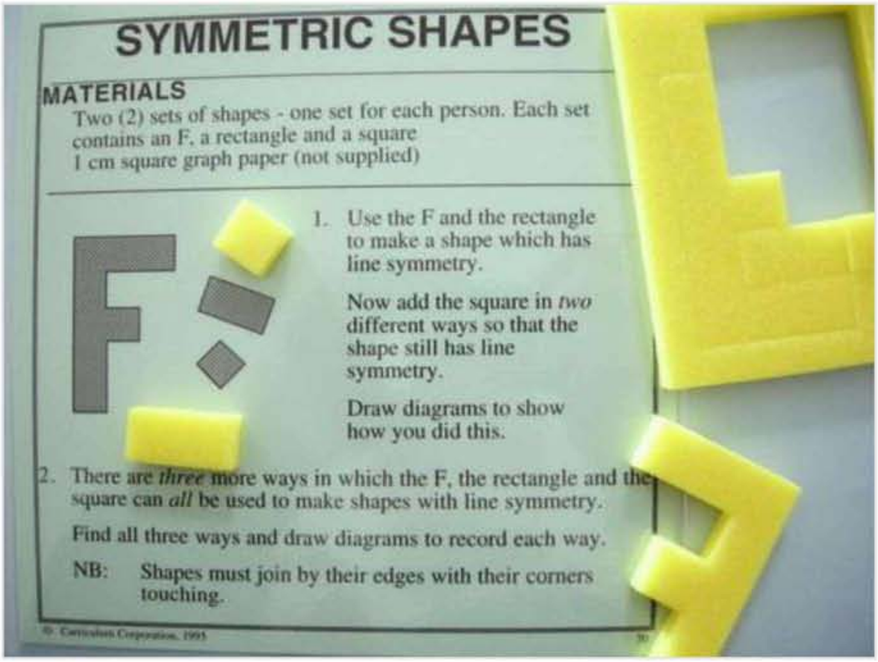


Εικόνα 14. Συλλογή από διαφανή πλαστικά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα



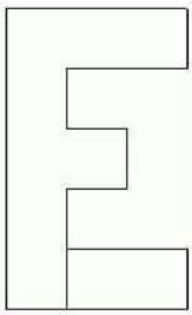
Εικόνα 15. Ημιδιαφανές πλαστικό καθρεφτάκι για τον έλεγχο της συμμετρίας.

Για τα υλικά αυτά σχεδιάστηκαν εφαρμογές εποικοδομητικού τύπου που συμπεριλήφθηκαν στα φύλλα εργασίας. Τέλος ως χειραπτικά υλικά χρησιμοποιήθηκαν επίσης σχήματα που έχει δημιουργήσει και έχει εισαγάγει στην εκπαιδευτική διαδικασία της διδασκαλίας της συμμετρίας ο Geoff Giles. Τα σχήματα αυτά (δύο ή τρία μαζί σε κάθε παζλ) από χαρτόνι ή αφρολέξ πρέπει να συνδυαστούν όλα μεταξύ τους ώστε να σχηματίσουν ένα μεγαλύτερο συμπαγές σχήμα που να έχει άξονα συμμετρίας. Στην επόμενη εικόνα παρουσιάζεται ένα από αυτά τα Giles-παζλ μαζί με τις οδηγίες χρήσης του στα αγγλικά (Εικόνα 16).



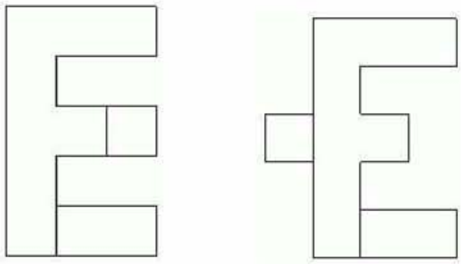
Εικόνα 16. Giles-παζλ μαζί με τις οδηγίες χρήσης στα αγγλικά.

Στην εργασία του Geoff Giles και στο Developments in Mathematics Education Project πρωτοπαρουσιάζονται δραστηριότητες αυτού του τύπου. Για παράδειγμα, στην προηγούμενη εικόνα ο μαθητής πρέπει πρώτα να συνδυάσει το σχήμα F με το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ώστε να ενώνονται κατά μια πλευρά και να σχηματίσουν ένα νέο σχήμα που να έχει άξονα συμμετρίας όπως φαίνεται στην εικόνα 17.



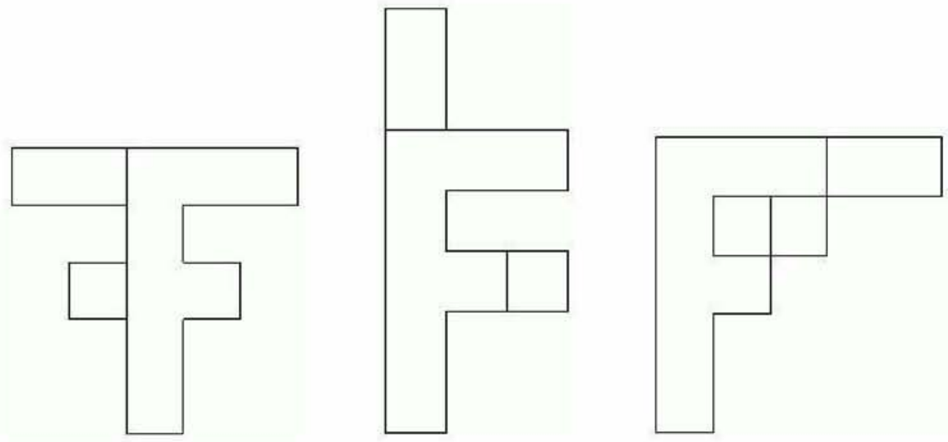
Εικόνα 17: Λύση με χρήση δύο κομματιών

Στη συνέχεια ο μαθητής πρόσθετε το τετράγωνο με δύο διαφορετικούς τρόπους ώστε να διατηρηθεί η αξονική συμμετρία (Εικόνα 18).



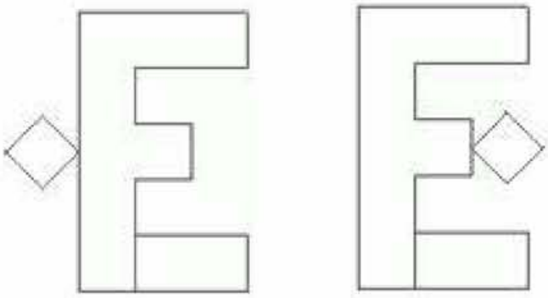
Εικόνα 18: Δύο λύσεις με χρήση τριών κομματιών

Υπάρχουν και άλλοι πιο δύσκολοι τρόποι να συνδυαστεί το F με το ορθογώνιο και το τετράγωνο ώστε το τελικό σχήμα να έχει άξονα συμμετρίας (Εικόνα 19).



Εικόνα 19: Πιό περίπλοκες λύσεις με χρήση τριών κομματιών

Ο Giles απαιτούσε τα κομμάτια να ενώνονται πλευρά με πλευρά. Όμως, αν επιτραπεί να ενώνονται πλευρά με κορυφή προκύπτουν περισσότερες λύσεις και η δραστηριότητα γίνεται πιο πλούσια και ενδιαφέρουσα (Εικόνα 20).



Εικόνα 20: Εναλλακτικές λύσεις.

Σε αυτή τη φάση της διδακτικής παρέμβασης σχηματίστηκαν τέσσερις σταθμοί εργασίας ένας σε κάθε γωνία της αίθουσας. Στον πρώτο σταθμό εργασίας υπήρχαν Giles-παζλ. Στο δεύτερο σταθμό εργασίας υπήρχαν τα πλαστικά σχήματα, και στον τρίτο σταθμό εργασίας μερικοί γεωπίνακες και των δύο ειδών ενώ καθρεφτάκια υπήρχαν και στους τρείς αυτούς σταθμούς. Τέλος στον τέταρτο σταθμό εργασίας υπήρχε ένας φορητός Η/Υ με εγκατεστημένη την εφαρμογή Geogebra και αποθηκευμένες τις μικροεφαρμογές έτοιμες για χρήση. Οι μαθητές εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά στους σταθμούς εργασίας συμπληρώνοντας τα αντίστοιχα φύλλα δραστηριοτήτων και μόλις ολοκληρωνόταν η εργασία τους στον κάθε σταθμό μετακινούνταν κυκλικά, ώστε όλες οι ομάδες να περάσουν και να εργαστούν σε όλους τους σταθμούς εργασίας. Τα φύλλα εργασίας στη δεύτερη φάση ήταν ομαδικά και οι μαθητές τα συμπλήρωναν κατόπιν συνεργασίας και συνεννόησης μέσα στην ομάδα τους (Παράρτημα ΙΙΙ).

Το λογισμικό Geogebra επιλέχθηκε διότι σαν περιβάλλον μάθησης είναι δυναμικού τύπου, αφού οι μορφές και το μέγεθος των σχημάτων μπορούν να μεταβάλλονται σύμφωνα με τον αρχικό σχεδιασμό μιας μικροεφαρμογής και παράλληλα να διατηρούνται κάποιες ιδιότητες των σχημάτων εφόσον το επιλέξει ο σχεδιαστής της μικροεφαρμογής. Επίσης ο μαθητής μπορεί να μετακινεί σχήματα και να δοκιμάζει οτιδήποτε χωρίς να καταστρέφει την αρχική εφαρμογή αφού μπορεί με το πάτημα ενός κουμπιού να διαγράψει όλες τις ενέργειες που έχει κάνει και να αρχίσει από την αρχή. Η αλληλεπίδραση με το λογισμικό Geogebra είναι ισχυρή και το περιβάλλον μπορεί να χαρακτηριστεί ως εποικοδομητικού τύπου. Η χρήση, βέβαια, του ηλεκτρονικού υπολογιστή (Η/Υ) δεν επιλέχθηκε μόνο εξαιτίας του λογισμικού Geogebra, αλλά, επιπλέον, επειδή ο Η/Υ αποτελεί ευχάριστο περιβάλλον εργασίας, ενώ παράλληλα οι μαθητές ήταν αρκετά εξοικειωμένοι με τη χρήση του και δεν αντιμετώπιζαν ιδιαίτερες δυσκολίες προσαρμογής στο περιβάλλον αυτό. Τα χειραπτικά υλικά επιλέχθηκαν όχι μόνο γιατί με αυτά οι μαθητές μπορούσαν να εμβαθύνουν εποικοδομητικά στις έννοιες τις συμμετρίας αλλά κι επειδή θα τους βοηθούσε να ενεργοποιήσουν και να αναπτύξουν περισσότερο και τις άλλες κατηγορίες της νοημοσύνης όπως χωρική και κιναισθητική σύμφωνα με τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner. Επιπλέον, επιλέχθηκε η ομαδοσυνεργατική μέθοδος διότι κατά το Vygotsky (1978), το κοινωνικό περιβάλλον είναι πολύ σημαντικό στη διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης, αλλά και κατά τη θεωρία πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner (1993) η εργασία σε ομάδες δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να αναπτύξουν και να χρησιμοποιήσουν την διαπροσωπική και την ενδοπροσωπική νοημοσύνη.

2.1.4. ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η συλλογή ερευνητικών δεδομένων κατέστη δυνατή μέσω ερωτηματολογίων πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση (Παράρτημα Ι). Πρώτα δόθηκε το αρχικό ερωτηματολόγιο (pre-test) και στα δύο τμήματα Τ1 και Τ2 της Α΄ Γυμνασίου που, όπως προαναφέρθηκε, κατασκευάστηκε λαμβάνοντας υπόψη προηγούμενες έρευνες που είχαν γίνει σχετικά με τις δυσκολίες των παιδιών στην αξονική συμμετρία αλλά και τις εναλλακτικές ιδέες τους για το θέμα αυτό. Μετά τη διδακτική παρέμβαση στο Τ1 και την παραδοσιακή διδασκαλία του ιδίου θέματος στο τμήμα Τ2, που αποτελούσε την ομάδα ελέγχου, και ύστερα από την πάροδο περίπου δέκα εβδομάδων δόθηκε και στα δύο τμήματα το ίδιο ερωτηματολόγιο (post-test). Επίσης, στο τμήμα Τ1 μετά τη συμπλήρωση των pre-test και post-test χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο της δομημένης συνέντευξης σε όλους τους μαθητές. Οι ερωτήσεις που υποβλήθηκαν στις ατομικές συνεντεύξεις είχαν σχέση με τη διαδικασία που είχε ακολουθήσει ο μαθητής ώστε να εξιχνιαστεί και να εξακριβωθεί η παρανόηση που μπορεί να υπήρχε ή απλά να αναδυθεί μια νέα ιδέα που ίσως να είχε ο ίδιος. Σε ορισμένες περιπτώσεις οι ερωτήσεις είχαν σκοπό απλά να διευκρινιστεί ο τρόπος εργασίας που ακολουθήθηκε από το μαθητή ενώ σε άλλες περιπτώσεις τους ζητήθηκε να δώσουν κάποιον ορισμό και να περιγράψουν κάποια διαδικασία ή κάποια σχήματα. Κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης και στις δύο φάσεις της διδασκαλίας χρησιμοποιήθηκαν φύλλα δραστηριοτήτων από τους μαθητές (Παράρτημα III & IV). Επίσης, ηχογραφήθηκαν διάλογοι μεταξύ των μαθητών κατά τη διάρκεια της παρέμβασης και κατά τη διάρκεια της εργασίας τους σε ομάδες, ενώ παράλληλα υπήρχε και φύλλο παρατήρησης που συμπληρώθηκε με οτιδήποτε κρινόταν απαραίτητο να καταγραφεί κατά τη διάρκεια της όλης παρέμβασης.

2.1.5. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Αρχικά επιλέχθηκαν τα δύο τμήματα Τ1 και Τ2, το μεν Τ1 θα αποτελούσε το τμήμα που θα μετείχε σε όλες τις φάσεις της έρευνας και των διδακτικών παρεμβάσεων, ενώ το Τ2 θα χρησίμευε σαν Ομάδα Ελέγχου (ΟΕ).

Πριν τη διδακτική παρέμβαση δόθηκαν στους μαθητές ερωτηματολόγια (pre-test) που περιείχαν εφαρμογές και ασκήσεις σχετικές με τη συμμετρία ως προς άξονα και με τον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων, ώστε να διερευνηθούν οι αρχικές ιδέες και γνώσεις τους (Παράρτημα I). Τα ερωτηματολόγια δόθηκαν και στα δύο τμήματα και κατασκευάστηκαν λαμβάνοντας υπόψη τη σχετική με το θέμα βιβλιογραφία, ενώ οι ερωτήσεις εστίαζαν στα προβλήματα που συνήθως έχουν οι μαθητές σχετικά με τη συμμετρία. Οι απαντήσεις τους στα pre-test λήφθηκαν υπόψη στο σχεδιασμό συγκεκριμένων εφαρμογών στο Geogebra, αλλά και στην επιλογή των χειραπτικών υλικών (γεωπίνακες, Giles-παζλ, πλαστικά σχήματα), ενώ παράλληλα κατασκευάστηκαν συγκεκριμένα φύλλα δραστηριοτήτων ώστε να ανταποκρίνονται περισσότερο στις ανάγκες, τις αδυναμίες και τις παρανοήσεις τους όπως αυτές καταγράφηκαν στο αρχικό ερωτηματολόγιο. Επίσης, τους ζητήθηκε να χρησιμοποιήσουν ψευδώνυμα αντί των πραγματικών τους ονομάτων, ώστε να διαφυλαχθεί το απόρρητο των προσωπικών δεδομένων μέσα στην εργασία αυτή. Όλοι οι μαθητές χρησιμοποίησαν ψευδώνυμα τα οποία επέλεξαν και διατήρησαν σε όλες τις φάσεις του διδακτικού πειράματος. Για λόγους δεοντολογίας στην παρούσα εργασία δε θα χρησιμοποιηθούν τα ψευδώνυμα που επέλεξαν οι μαθητές αλλά κάποια άλλα φανταστικά ονόματα επιλεγμένα τυχαία. Για τη συμπλήρωση των αρχικών ερωτηματολογίων (pre-test) τους δόθηκε συνολικός χρόνος 15 λεπτών. Τα ερωτηματολόγια ήταν σαφή και πλήρη ως προς αυτά που ζητούσαν από αυτούς, παρ' όλα αυτά δόθηκαν επιπλέον διευκρινίσεις όπου και όταν αυτές ζητήθηκαν από ορισμένους. Στο ερωτηματολόγιο επίσης υπήρχε μια τελική ερώτηση-παρότρυνση και αρκετός χώρος για να γράψουν προαιρετικά όσοι ήθελαν οτιδήποτε σχετικό με τη διαδικασία ή κάποια ιδέα τους ή απλά παρατηρήσεις και επισημάνσεις που τυχόν ήθελαν να κάνουν.

Μετά την συμπλήρωση των ερωτηματολογίων ακολούθησε το στάδιο των ατομικών συνεντεύξεων των μαθητών του τμήματος T_1. Ζητήθηκε από τον καθένα μαθητή να αναλύσει τη διαδικασία που ακολούθησε και να αναπτύξει οποιαδήποτε ιδέα ή παρατήρηση είχε για το θέμα. Οι συνεντεύξεις αφορούσαν γενικά στο θέμα της συμμετρίας και στον άξονα συμμετρίας αλλά και σε κάθε ερώτηση του ερωτηματολογίου ξεχωριστά. Μετά το πέρας της όλης αυτής διαδικασίας το υλικό που συγκεντρώθηκε αξιολογήθηκε και χρησιμοποιήθηκε για να επινοηθεί και να σχεδιαστεί η διδακτική παρέμβαση σύμφωνα με το μοντέλο «ΔΕΣΤΕ». Οι απαντήσεις και οι ιδέες των παιδιών λήφθηκαν υπόψη και για την επιλογή του λογισμικού αλλά και για την επιλογή των κατάλληλων χειραπτικών υλικών, ενώ η διδακτική παρέμβαση «χτίστηκε» πάνω στα δεδομένα που πρόεκυψαν από τις απαντήσεις αυτές. Για παράδειγμα βλέποντας ότι οι μαθητές συνάντησαν κάποιες δυσκολίες χρησιμοποιώντας τους ισομετρικούς και τους ορθογώνιους καμβάδες επιλέχθηκαν γεωπίνακες ορθογώνιοι και ισομετρικοί ώστε να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες και σχεδιάστηκαν αντίστοιχες δραστηριότητες για αυτούς ή αξιολογώντας ότι πολλοί μαθητές δυσκολεύονταν στο να εντοπίσουν τους άξονες συμμετρίας πολλών βασικών σχημάτων, επιλέχθηκαν γεωμετρικά πλαστικά σχήματα στα οποία μπορούσαν να βρουν τους άξονες συμμετρίας χρησιμοποιώντας το καθρεφτάκι και σχεδιάστηκαν για αυτά αντίστοιχες δραστηριότητες.

Μερικές ημέρες πριν από τη διδακτική παρέμβαση προηγήθηκε μια μικροδιδασκαλία διάρκειας 20 λεπτών που είχε σκοπό να βοηθήσει τα παιδιά να χρησιμοποιούν με ορθό τρόπο τα γεωμετρικά όργανα αφού είχε ανιχνευτεί από το αρχικό ερωτηματολόγιο και από τις συνεντεύξεις ότι κάποιοι δεν ήταν αρκετά εξοικειωμένοι με αυτά. Παράλληλα για τις ανάγκες της μικροδιδασκαλίας δόθηκαν στους μαθητές φύλλα εργασίας με τέσσερις δραστηριότητες που αναφέρονταν στην κατασκευή απλών γεωμετρικών σχημάτων και απαιτούσαν από αυτούς να χρησιμοποιήσουν τα γεωμετρικά όργανα για να σχεδιάσουν τα σχήματα αυτά (Παράρτημα ΙΙ).

Επίσης στο πλαίσιο της εξοικείωσης με το λογισμικό Geogebra οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να γνωρίσουν και να πειραματιστούν με το περιβάλλον σε ένα αρχικό στάδιο κατά τη διάρκεια ενός δεκαπενταλέπτου στο οποίο εργάστηκαν με τους φορητούς υπολογιστές στο περιβάλλον Geogebra, δύο μέρες πριν τη διδακτική παρέμβαση.

Η διδακτική παρέμβαση αποτελούνταν από δύο φάσεις. Η πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε την $4^η$ και $5^η$ ώρα του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου. Οι μαθητές χωρίστηκαν σε τέσσερις ομάδες των τριών ατόμων και κάθε ομάδα εργάστηκε σε ένα φορητό υπολογιστή. Η αίθουσα είχε ήδη διαμορφωθεί κατάλληλα και είχαν δημιουργηθεί τέσσερις σταθμοί εργασίας που ο καθένας τους θα φιλοξενούσε μια ομάδα μαθητών. Οι μαθητές μέσα στην κάθε ομάδα, είχαν κάποιας μορφή συνεργασίας αλλά λόγω του ότι δεν είχαν προγενέστερες εμπειρίες ομαδοσυνεργατικής εργασίας, ήταν αρχικά λιγότερο ομιλητικοί και συνεργάσιμοι μεταξύ τους, όσο όμως προχωρούσε η διαδικασία άρχισαν να εξοικειώνονται στο νέο για αυτούς ομαδοσυνεργατικό περιβάλλον εργασίας. Όλοι οι μαθητές του τμήματος ανεξαιρέτως εργάστηκαν και χειρίστηκαν τον ηλεκτρονικό υπολογιστή σε όλες τις εφαρμογές του Geogebra. Μέσα στην ομάδα κατά τη διάρκεια που ένας μαθητής χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή οι άλλοι δύο σχολίαζαν βοηθούσαν ή συμπλήρωναν στο φύλλο εργασίας την αντίστοιχη δραστηριότητα που σχετιζόταν με τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Στην όλη διαδικασία ο διδάσκων εκπαιδευτικός δε χρειάστηκε να δώσει επεξηγήσεις στους μαθητές αφού δε συνάντησαν δυσκολίες ούτε στη χρήση του λογισμικού αλλά ούτε και στο φύλλο εργασίας. Τυχόν μικροπροβλήματα που μπορεί να αντιμετώπιζε κάποιος μαθητής τα έλυνε συζητώντας τα μέσα στο πλαίσιο της ομάδας του αποτελεσματικά και γρήγορα.

Η δεύτερη φάση της διδακτικής παρέμβασης πραγματοποιήθηκε την $5^η$ και $6^η$ ώρα του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου και περίπου μία εβδομάδα μετά την πρώτη φάση. Στη δεύτερη αυτή φάση οι μαθητές διατηρώντας τις ήδη υπάρχουσες ομάδες εργάστηκαν και πάλι ομαδοσυνεργατικά στην ειδικά διαμορφωμένη αίθουσα με τους τέσσερις σταθμούς εργασίας. Οι σταθμοί εργασίας περιείχαν χειραπτικά υλικά (Giles-παζλ, ορθογώνιους και ισομετρικούς καμβάδες, πλαστικά σχήματα) και έναν φορητό υπολογιστή. Δόθηκε στους μαθητές ένα φύλλο δραστηριοτήτων ανά ομάδα (Παράρτημα IV) και οι μαθητές αφού εργάζονταν στο σταθμό εργασίας, συμπλήρωναν στο φύλλο εργασίας την αντίστοιχη δραστηριότητα και όταν τελείωναν όλοι, μετακινούνταν κυκλικά στον επόμενο σταθμό εργασίας. Οι οδηγίες στα φύλλα δραστηριοτήτων ήταν σαφείς και δεν χρειάστηκε σχεδόν καθόλου η βοήθεια/παρέμβαση του διδάσκοντος στην όλη διαδικασία παρά μόνο όταν οι ομάδες έπρεπε να μετακινηθούν σε νέο σταθμό εργασίας.

Στον πρώτο σταθμό εργασίας, που είχε τα Giles-παζλ, οι μαθητές καλούνταν να σχεδιάσουν στο φύλλο εργασίας όλες τις λύσεις που θα έβρισκαν από δύο συγκεκριμένα παζλ που θα επέλεγαν οι ίδιοι. Είχαν τη δυνατότητα να ασχοληθούν και με περισσότερα παζλ αλλά στο τέλος θα επέλεγαν μόνο δύο από αυτά και θα σχεδίαζαν όλες τις λύσεις που βρήκαν στο φύλλο εργασίας. Στο δεύτερο σταθμό εργασίας με τα πλαστικά σχήματα οι μαθητές έπρεπε να ανακαλύψουν όλους τους άξονες συμμετρίας αυτών των σχημάτων να τους επαληθεύσουν με το καθρεφτάκι και να απαντήσουν στις αντίστοιχες ερωτήσεις του φύλλου εργασίας. Στη συνέχεια συνθέτοντας δύο ή περισσότερα σχήματα έπρεπε να δημιουργήσουν νέα σχήματα τα οποία να έχουν άξονες συμμετρίας και να καταγράψουν κάποια από αυτά στο φύλλο εργασίας τους στην αντίστοιχη δραστηριότητα. Στον τρίτο σταθμό εργασίας όπου βρίσκονταν οι ισομετρικοί και οι ορθογώνιοι καμβάδες, οι μαθητές έπρεπε να μεταφέρουν σε αυτούς τα σχήματα που δίνονταν στο φύλλο εργασίας, καθώς και τον άξονα και στη συνέχεια να βρουν τα συμμετρικά τους ως προς αυτόν τον άξονα. Μπορούσαν δε να επαληθεύσουν με καθρεφτάκι την απάντησή τους και στη συνέχεια έπρεπε να μεταφέρουν τις απαντήσεις αυτές στο ομαδικό φύλλο εργασίας. Αντίστοιχα εργάζονταν και στον τέταρτο σταθμό εργασίας στο φορητό Η/Υ με την μικροεφαρμογή Δ΄ του Geogebra και στη συνέχεια με τη δραστηριότητα του φύλλου εργασίας τους.

Μετά το πέρας της διαδικασίας και αφού όλες οι ομάδες είχαν εργαστεί σε όλους τους σταθμούς εργασίας οι μαθητές παρέδωσαν τα φύλλα εργασίας στο διδάσκοντα.

Το τμήμα Τ2 που λειτουργούσε ως ομάδα ελέγχου διδάχθηκε τις ίδιες έννοιες με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας από την υπεύθυνη για τα μαθηματικά διδάσκουσα εκπαιδευτικό. Στο τμήμα Τ2 δεν χρησιμοποιήθηκαν ούτε ΤΠΕ, ούτε χειραπτικά υλικά. Η διαδικασία περιλάμβανε κατά μέτωπο διδασκαλία με τρόπο δασκαλοκεντρικό χωρίς ομαδοσυνεργατική μεταξύ των μαθητών. Ο χρόνος διδασκαλίας των εννοιών ήταν περίπου ο ίδιος με το χρόνο που χρησιμοποιήθηκε για την παρέμβαση στο τμήμα Τ1. Η εκπαιδευτικός είχε ενημερωθεί για τα αποτελέσματα του pre-test πριν από την πραγματοποίηση της διδασκαλία της οπότε γνώριζε τις αδυναμίες και τις παρερμηνείες των παιδιών για την έννοια της αξονικής συμμετρίας.

Μετά από περίπου δέκα εβδομάδες οι μαθητές και των δύο τμημάτων κλήθηκαν να συμπληρώσουν το post-test που περιείχε ίδιες ερωτήσεις με το pre-test. Τους δόθηκε χρόνος 15 λεπτών όπως ακριβώς και στο pre-test. Οι μαθητές, όπως και στο pre-test, δεν συνάντησαν ιδιαίτερες δυσκολίες στη συμπλήρωση των ερωτηματολογίων, αφού αυτά ήταν σαφή και πλήρη ως προς το τι ζητούσαν από το μαθητή να κάνει κι έτσι δε χρειάστηκε να δοθεί καμία διευκρίνηση πάνω σ’ αυτά. Μετά την συμπλήρωση των ερωτηματολογίων οι μαθητές του Τ1 τμήματος πέρασαν από συνέντευξη και ρωτήθηκαν σχετικά με τις απαντήσεις που έδωσαν στα post-test. Η συνέντευξη είχε ως σκοπό να ανιχνεύσει τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν οι μαθητές αλλά και να αναδείξει τυχόν ιδέες που μπορεί να είχαν να αναπτύξουν σχετικά με το θέμα της συμμετρίας.

2.1.6. ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

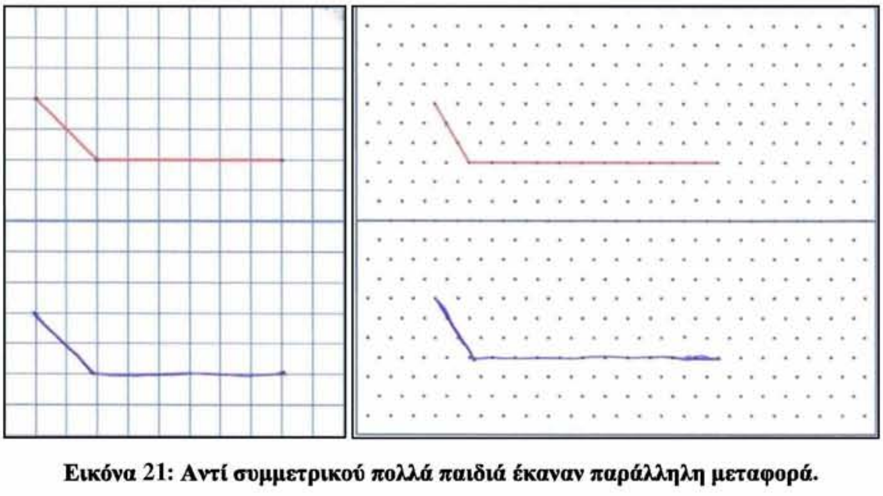
Τα ερωτηματολόγια (pre-test και post-test) και των δύο τμημάτων, οι εστιασμένες συνεντεύξεις των μαθητών του τμήματος Τ1 για το pre-test και το post-test, τα φύλλα εργασίας των δύο φάσεων της παρέμβασης, το φύλο παρατήρησης του διδάσκοντα-ερευνητή και τα ηχογραφημένα στιγμιότυπα από την παρέμβαση αποτέλεσαν τα ερευνητικά δεδομένα στα οποία θα γίνονταν επεξεργασία και ανάλυση. Το δείγμα των μαθητών ήταν μικρό, (12 μαθητές στο κάθε ένα τμήμα), αριθμός αρκετά μικρότερος από τα 30 άτομα που θεωρείται από πολλούς ως ο ελάχιστος αριθμός περιπτώσεων, εάν ο ερευνητής σχεδιάζει να χρησιμοποιήσει κάποια μορφή στατιστικής ανάλυσης (Cohen & Manion, 1994). Επιπλέον στο διδακτικό πείραμα ενδιαφέρει περισσότερο τον ερευνητή να εξερευνήσει και να αναλύσει τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των απαντήσεων των ερωτηματολογίων και των διαδικασιών (διδακτική παρέμβαση, εργασία σε ομάδες, συμπλήρωση ερωτηματολογίων, διάλογοι μεταξύ των μαθητών, κ.α.) και όχι απλά να παρουσιάσει και να επεξεργαστεί μεταβλητές, όπως η βαθμολογία. Παρακάτω επιχειρείται μεν με διάφορους στοιχειώδεις τρόπους η παρουσίαση και η επεξεργασία αριθμητικών δεδομένων. Αυτά τα δεδομένα όμως δεν είναι ικανά να μεταφέρουν την πολυπλοκότητα των απαντήσεων των μαθητών ούτε μπορούν να αντικαταστήσουν την περιγραφή του τρόπου εργασίας των παιδιών μέσα στις ομάδες τους. Για τους παραπάνω λόγους εξάλλου επιλέχθηκε το διδακτικό πείραμα ως βασική μέθοδος αυτής της εργασίας, ενώ η επεξεργασία των δεδομένων, ως προϊόν, μπορεί να αποτελέσει αρχείο περιγραφικού υλικού αρκετά πλούσιου, ώστε να μπορεί να δεχτεί μεταγενέστερη επανερμηνεία (Cohen & Manion, 1994). Έτσι, στα αποτελέσματα περιγράφονται όλες οι διαδικασίες κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης ενώ κάποια αριθμητικά δεδομένα που προκύπτουν χρησιμοποιούνται για τις συγκρίσεις μεταξύ των pre-test και post-test στα δύο τμήματα Τ1 και Τ2, αλλά και για συγκρίσεις μεταξύ των τμημάτων αυτών.

2.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

2.2.1. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ PRE-TEST

Το αρχικό ερωτηματολόγιο (pre-test) (Παράρτημα I) ανέδειξε αδυναμίες των μαθητών και στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς ευθεία αλλά και στην έννοια και την κατασκευή του άξονα συμμετρίας διαφόρων επιπέδων σχημάτων. Παρακάτω αναλύεται ξεχωριστά το κάθε ερώτημα του αρχικού ερωτηματολογίου.

Το πρώτο ερώτημα ζητούσε από τους μαθητές να κατασκευάσουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς έναν οριζόντιο άξονα. Τα δύο υποερωτήματα αφορούσαν σε δύο ίδια σχήματα, των οποίων έπρεπε οι μαθητές να σχεδιάσουν τα συμμετρικά, σχεδιασμένα σε καμβάδες διαφορετικού τύπου. Οι καμβάδες επιλέχθηκαν να χρησιμοποιηθούν στα ερωτηματολόγια και στο πρώτο ερώτημα αλλά και σε κάποια επόμενα, ώστε να διευκολυνθούν οι μαθητές στο σχεδιασμό των απαντήσεων. Στο πρώτο υποερώτημα ο καμβάς αποτελούνταν από τετραγωνάκια ενώ στο δεύτερο υποερώτημα υπήρχε ισομετρικός καμβάς κατασκευασμένος από κουκίδες. Και στο τμήμα Τ1 αλλά και στο Τ2 ήταν πλήθος οι απαντήσεις των μαθητών που αντί για τη σχεδίαση ενός συμμετρικού σχήματος, σχεδίαζαν μεν ένα σχήμα ίδιο, αλλά που προέκυπτε όμως από παράλληλη μεταφορά του αρχικού. Στις περισσότερες περιπτώσεις δεν αλλοιωνόταν το μέγεθος ή η μορφή του αρχικού σχήματος αλλά τα παιδιά αντιλαμβάνονταν τη συμμετρία απλά σαν σχέση «ισότητας» μεταξύ των δύο σχημάτων, οπότε σχεδίαζαν το αρχικό σχήμα αφού το μετέφεραν στο άλλο ημιεπίπεδο του καμβά (Εικόνα 21).



Εικόνα 21: Αντί συμμετρικού πολλά παιδιά έκαναν παράλληλη μεταφορά.

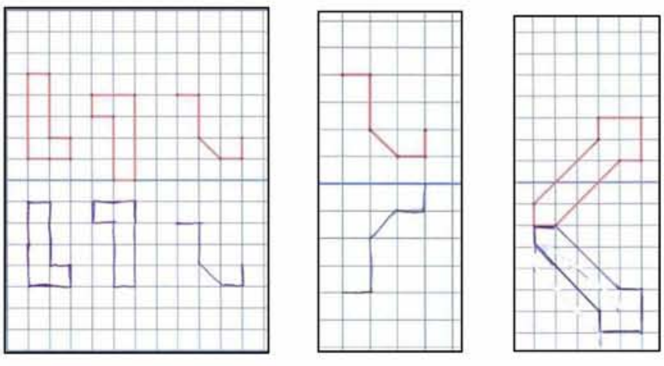
Στο τμήμα ελέγχου Τ2 το 50% των μαθητών έδωσε ολοκληρωμένη απάντηση ενώ στο τμήμα Τ1 μόνο το 17% των παιδιών απάντησε σωστά (Πίνακας 1).

1ο Ερώτημα	Τ1		Τ2	
1.1	2	17%	6	50%
1.2	2	17%	6	50%

Πίνακας 2: Οι ορθές απαντήσεις των 12 παιδιών.

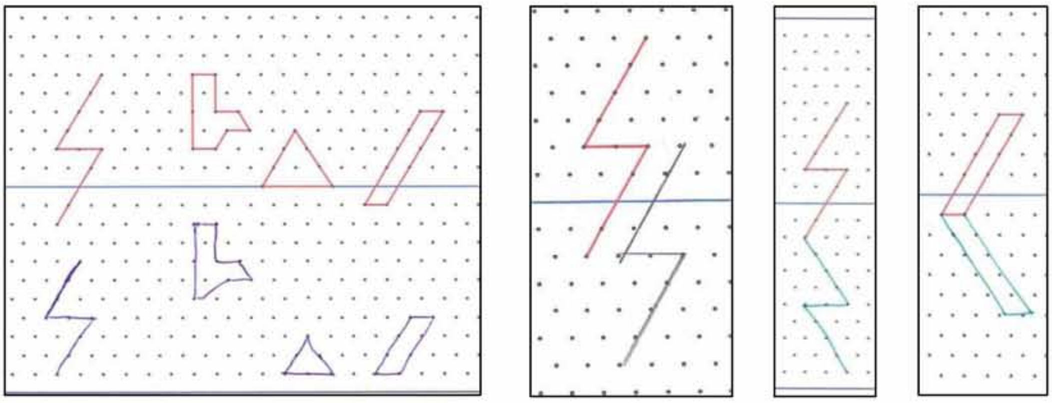
Επίσης λόγω της ομοιότητας των δύο υποερωτημάτων όσοι μαθητές απάντησαν σωστά είχαν και τις δύο ερωτήσεις σωστές ενώ οι μαθητές που δεν είχαν πλήρη απάντηση στο ένα υποερώτημα δεν είχαν ούτε στο άλλο.

Το δεύτερο ερώτημα του pre-test περιείχε και αυτό 2 καμβάδες έναν με ορθογώνιο πλέγμα και έναν ισομετρικό με κουκίδες. Το ερώτημα ζητούσε από τους μαθητές να σχεδιάσουν τα συμμετρικά 8 διαφορετικών σχημάτων ως προς έναν οριζόντιο άξονα. Οι επιστημονικά μη αποδεκτές απαντήσεις των μαθητών μετά τη συμπλήρωση των ερωτηματολογίων ήταν διαφόρων ειδών με επικρατούσα μη αποδεκτή απάντηση την παράλληλη μεταφορά των σχημάτων στο άλλο ημιεπίπεδο κάτω από τον άξονα. Επίσης καταγράφηκαν και άλλες μορφές ασαφειών και ατελών απαντήσεων οι οποίες μαζί με τις παράλληλες μεταφορές παρουσιάζονται στις επόμενες εικόνες (Εικόνες 22 και 23).



22.α 22.β 22.γ

Εικόνα 22: Στα σχήματα 22.α, 22.β και 22.γ καταγράφονται παρερμηνείες των μαθητών.

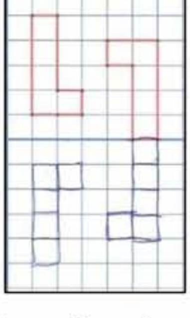


23.α 23.β 23.γ 23.δ

Εικόνα 23: Στα σχήματα 23.α, 23.β 23.γ και 23.δ καταγράφονται επίσης και άλλες παρερμηνείες.

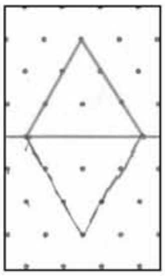
Από τα σχήματα αυτά και ειδικότερα από τα 22.γ, 23.γ και 23.δ, φαίνεται ότι σε ορισμένες περιπτώσεις οι μαθητές δεν λάμβαναν καθόλου υπόψη τους τον άξονα και απλά προσπαθούσαν να αντιγράψουν το αρχικό σχήμα με κάποιο τρόπο που να παραπέμπει σε συμμετρία. Ειδικά για αυτά σχήματα, τα παιδιά, όταν ρωτήθηκαν στη συνέντευξη απάντησαν όλα σχεδόν με τον ίδιο τρόπο ως εξής, «έφτιαξα αυτά τα σχήματα ώστε όταν διπλωθεί το χαρτί να συμπέσει το ένα σχήμα πάνω στο άλλο και άρα να είναι συμμετρικά», αγνοώντας βέβαια ότι θα έπρεπε να διπλώσουν το χαρτί κατά μήκος του δοθέντος άξονα συμμετρίας και όχι κατά μήκος μιας ευθείας διαφορετικής από τη δοθείσα. Αυτό όμως συνέβη μόνο για τα σχήματα που ήταν σχεδιασμένα με τέτοιο τρόπο ώστε τμήματά τους να βρίσκονται ταυτόχρονα και στα δύο ημιεπίπεδα του καμβά.

Η Τόνια μαθήτρια του τμήματος Τ1 όταν ρωτήθηκε για το πώς σχεδίασε το συμμετρικό του σχήματος L απάντησε: «Το χώρισα σε κομματάκια σαν πλακάκια και τα σχεδίασα ένα-ένα για να βγει το ζητούμενο συμμετρικό. Έτσι κάθε φορά έπρεπε να βρίσκω μόνο το πού βρίσκεται ένα μόνο πλακάκι» (Εικόνα 24).



Εικόνα 24: Χωρισμός του L σε "πλακίδια".

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι ο σχεδιασμός του συμμετρικού του τριγώνου στο δεύτερο καμβά δυσκόλεψε λιγότερο τα παιδιά τα οποία παρουσίασαν μεγάλο ποσοστό επιτυχίας στη συγκεκριμένη περίπτωση με 42% στο τμήμα Τ1 και 75% στο τμήμα Τ2. Στη συνέντευξη τα παιδιά είπαν ότι επειδή η πλευρά του τριγώνου βρίσκονταν πάνω στον άξονα τους «βόλεψε» αφού γνώριζαν ήδη τη μία πλευρά του συμμετρικού τριγώνου που έπρεπε να σχεδιάσουν και το μόνο που χρειάζονταν ήταν να βρουν την τρίτη κορυφή που δεν ανήκε στην ευθεία (Εικόνα 25).



Εικόνα 25: Το συμμετρικό του τριγώνου δυσκόλεψε λιγότερο τα παιδιά

Για τα σχήματα της $2^{ης}$ άσκησης τα ποσοστά επιτυχία κυμάνθηκαν από 8% μέχρι 25% για το τμήμα Τ1 ενώ για το τμήμα Τ2 οι τιμές ήταν 8% μέχρι 67%. Στον επόμενο πίνακα καταγράφονται αυτά τα ποσοστά επιτυχίας για το κάθε τμήμα στο κάθε υποερώτημα συγκεντρωτικά (Πίνακας 3).

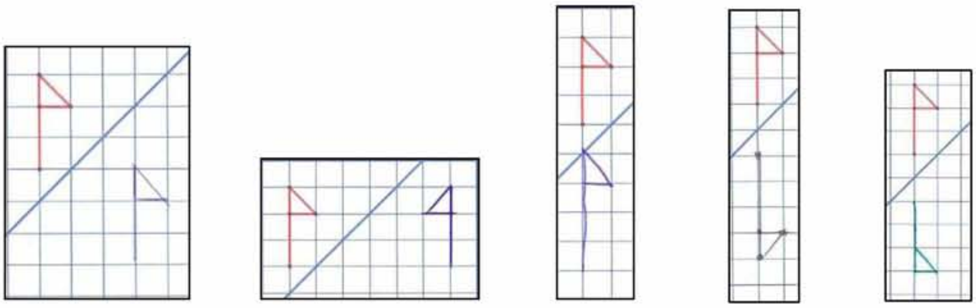
2^o Ερώτημα	Τ1	Τ2
2.1	25%	67%
2.2	25%	67%
2.3	25%	58%
2.4	8%	17%
2.5	8%	17%
2.6	17%	25%
2.7	42%	75%
2.8	8%	8%

Πίνακας 3: Επιτυχημένες απαντήσεις στο δεύτερο ερώτημα.

Το 3^o ερώτημα διέφερε από το 2^o στο ότι η ευθεία ως προς την οποία έπρεπε τα παιδιά να σχεδιάσουν τα συμμετρικά των 8 δοθέντων σχημάτων, ήταν κεκλιμένη. Στον πρώτο καμβά οι μαθητές έπρεπε να σχεδιάσουν 4 συμμετρικά σχημάτων ως προς μια ευθεία που σχημάτιζε γωνία 45% με την οριζόντιο. Στο δεύτερο καμβά, που ήταν ισομετρικός, η αντίστοιχη ευθεία σχημάτιζε γωνία 60% και οι μαθητές έπρεπε να σχεδιάσουν άλλα 4 συμμετρικά δοθέντων σχημάτων.

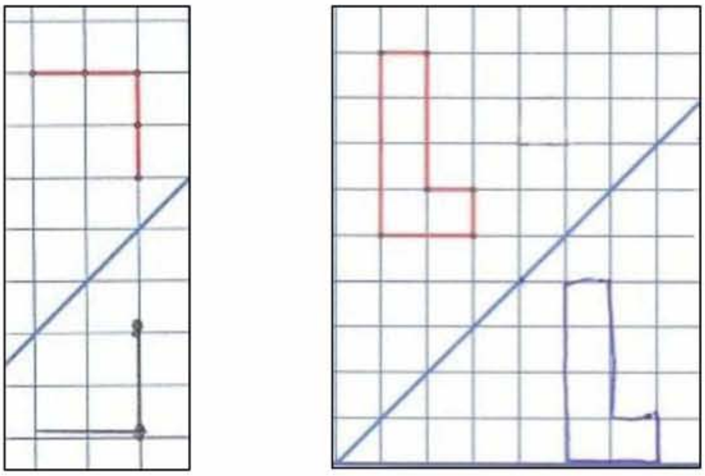
Το ερώτημα 3 δυσκόλεψε αρκετά όλους τους μαθητές και είναι αξιοσημείωτο ότι στο σύνολο των δύο τμημάτων το ποσοστό των αποδεκτών απαντήσεων ήταν μόλις 4,7% ή με απόλυτους αριθμούς, βρέθηκαν μόνο 9 σωστές απαντήσεις στις 192 ερωτήσεις συνολικά.

Στις παρακάτω εικόνες ομαδοποιούνται οι διάφορες παρανοήσεις, ασάφειες και μη αποδεκτές απαντήσεις των παιδιών (Εικόνες 26, 27 και 28).

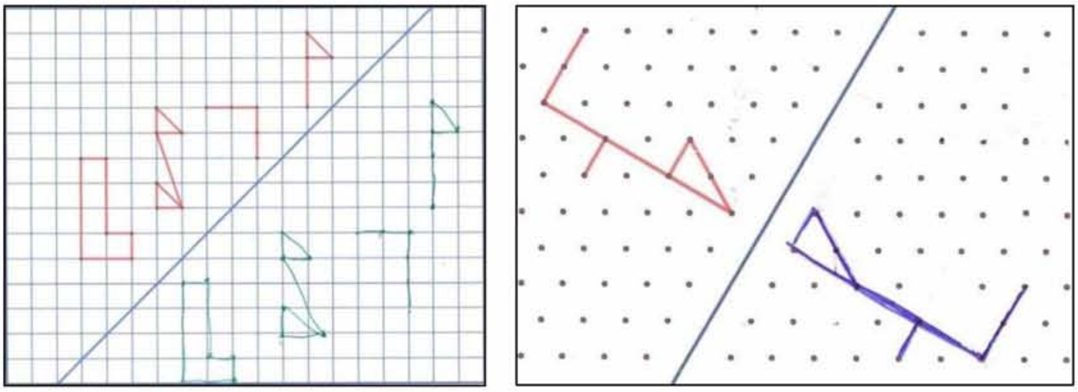


26.α 26.β 26.γ 26.δ 26.ε

Εικόνα 26: Στα σχήματα 26.α έως 26.ε καταγράφονται παρερμηνείες των μαθητών.



Εικόνα 27: Στα σχήματα 27.α και 27.β φαίνονται άλλες παρερμηνείες.



Εικόνα 28: Στα σχήματα 28.α έως 28.β φαίνονται και άλλες παρερμηνείες των μαθητών.

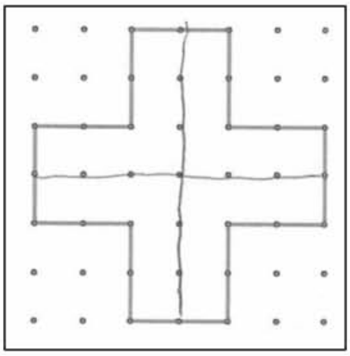
Τα σχήματα 26.α έως 26.ε δείχνουν τις διάφορες απαντήσεις των παιδιών στο υποερώτημα 3.4. Περισσότερες φορές εμφανίστηκε στις απαντήσεις των παιδιών το σχήμα 26.α και το σχήμα 26.β. Στο σχήμα 27.β φαίνεται μια μη αποδεκτή απάντηση, για το συμμετρικό του σχήματος L, η οποία εμφανίστηκε αρκετές φορές στις απαντήσεις των παιδιών (50% στο Τ1 και 17% στο Τ2).

Οι επιστημονικά αποδεκτές απαντήσεις στο ερώτημα 3 ήταν ελάχιστες. Στο τμήμα Τ1 βρέθηκαν συνολικά μόνο 9,3% αποδεκτών απαντήσεων ενώ στο τμήμα Τ2 δεν βρέθηκε ούτε μία αποδεκτή απάντηση. Υπήρχε επίσης μεγάλο μέρος των μαθητών και στα δύο τμήματα που δεν έγραψαν απολύτως τίποτα στο ερωτηματολόγιο για το ερώτημα 3 (25% στο τμήμα Τ1 και 50% στο τμήμα Τ2) (Πίνακας 4).

3ο Ερώτημα	Τ1	Τ2
3.1	8%	0%
3.2	8%	0%
3.3	8%	0%
3.4	8%	0%
3.5	8%	0%
3.6	8%	0%
3.7	8%	0%
3.8	17%	0%

Πίνακας 4: Το ποσοστό των επιτυχημένων απαντήσεων στο ερώτημα 3

Στο τέταρτο ερώτημα δόθηκαν στους μαθητές τρεις καμβάδες που περιείχαν διάφορα σχήματα (τετράγωνα, ορθογώνια, κανονικά πολύγωνα, ρόμβους, ισόπλευρα και ισοσκελή τρίγωνα, παραλληλόγραμμα και άλλα κυρτά και μη-κυρτά σχήματα). Τα σχήματα αυτά ήταν προσαρμοσμένα πάνω στις γραμμές ή στις κουκίδες των καμβάδων κι έτσι στο μεν ισομετρικό καμβά δεν γινόταν να υπάρξει τετράγωνο που οι κορυφές του να ορίζονται από τα σημεία του καμβά, στο δε ορθογώνιο καμβά δεν μπορούσε να σχηματιστεί ισόπλευρο τρίγωνο που να ορίζεται από κορυφές προσαρμοσμένες στις κουκίδες του καμβά. Οι μαθητές έπρεπε να σχεδιάσουν όλους τους άξονες συμμετρίας των σχημάτων που μπορούσαν να βρουν. Παράλληλα θα έπρεπε να διαπιστώσουν ότι παρόμοια σχήματα στον ορθογώνιο και στον ισομετρικό καμβά δεν έχουν και τους ίδιους άξονες συμμετρίας αφού τα σχήματα διαφέρουν στις ιδιότητες τους λόγω του εκάστοτε καμβά που τα περιέχει. Κανένας μαθητής δεν κατάφερε να βρει όλους τους άξονες συμμετρίας των σχημάτων, ενώ κάποιοι σχεδίαζαν διάφορες ευθείες γραμμές θεωρώντας εσφαλμένα ότι αποτελούσαν άξονες συμμετρίας των δοθέντων σχημάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι μαθητές δυσκολεύονταν περισσότερο στον εντοπισμό και τη σχεδίαση των αξόνων συμμετρίας σε μη κυρτά σχήματα όπως για παράδειγμα σε έναν σταυρό (Εικόνα 29).

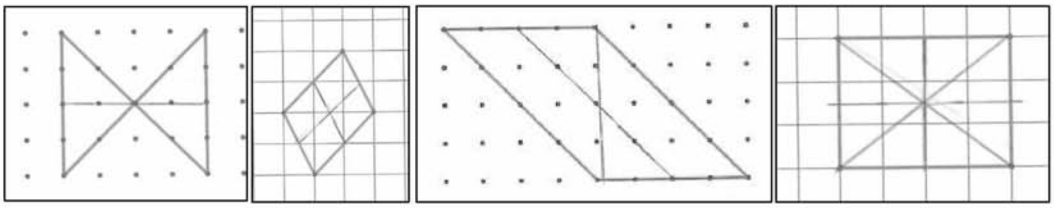


Εικόνα 29: Στο σταυρό τα περισσότερα παιδιά σχεδίαζαν μόνο 2 άξονες συμμετρίας

Οι συνηθέστερες μη αποδεκτές απαντήσεις που καταγράφηκαν ήταν:

- Το παραλληλόγραμμο έχει άξονες συμμετρίας τις διαγωνίους του.
- Το ορθογώνιο έχει άξονες συμμετρίας τις διαγωνίους του.
- Η μεσοπαράλληλος ενός παραλληλογράμμου είναι άξονας συμμετρίας αυτού.
- Το ισοσκελές τρίγωνο έχει 3 άξονες συμμετρίας.

Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα των παρανοήσεων των παιδιών φαίνονται στα επόμενα σχήματα (Εικόνα 30).



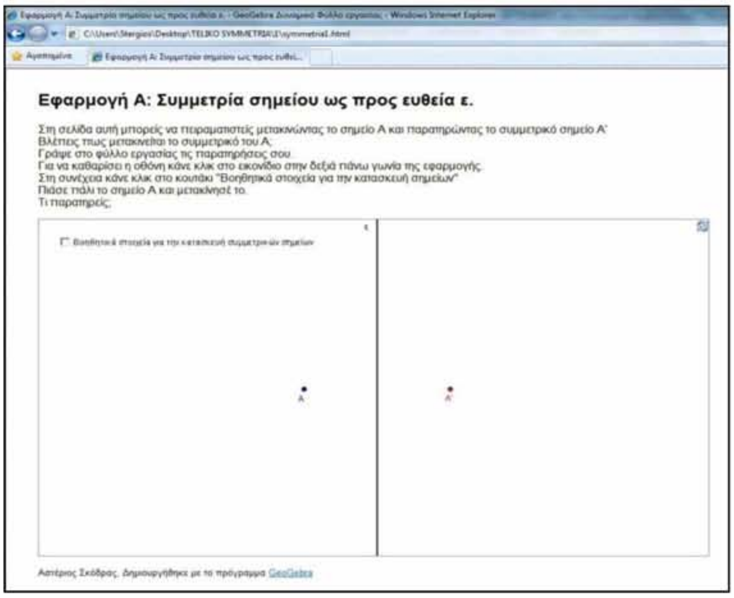
Εικόνα 30: Διάφορες παρανοήσεις που εμφανίζονται στο σχεδιασμό του άξονα συμμετρίας.

Τα παιδιά συνάντησαν αρκετές δυσκολίες στο να απαντήσουν με επιτυχία το pre-test και σε ότι έχει σχέση με εύρεση συμμετρικού κάποιου σχήματος ως προς ευθεία αλλά και στην έννοια του άξονα συμμετρίας. Είχαν γενικά κάποιες αντιλήψεις για τη συμμετρία και τον άξονα συμμετρίας αλλά δεν είχαν όμως ολοκληρωμένη γνώση και άποψη για αυτά, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν αρκετές αδυναμίες στη διαπραγμάτευση του θέματος όπως φάνηκε και στις απαντήσεις τους στο αρχικό ερωτηματολόγιο. Στη συμμετρία ως προς ευθεία υπήρξαν πάρα πολλές απαντήσεις με παράλληλη μεταφορά ενώ στη σχεδίαση του άξονα συμμετρίας οι διαγώνιοι των τετραπλεύρων ήταν σχεδόν μόνιμη επιλογή των παιδιών.

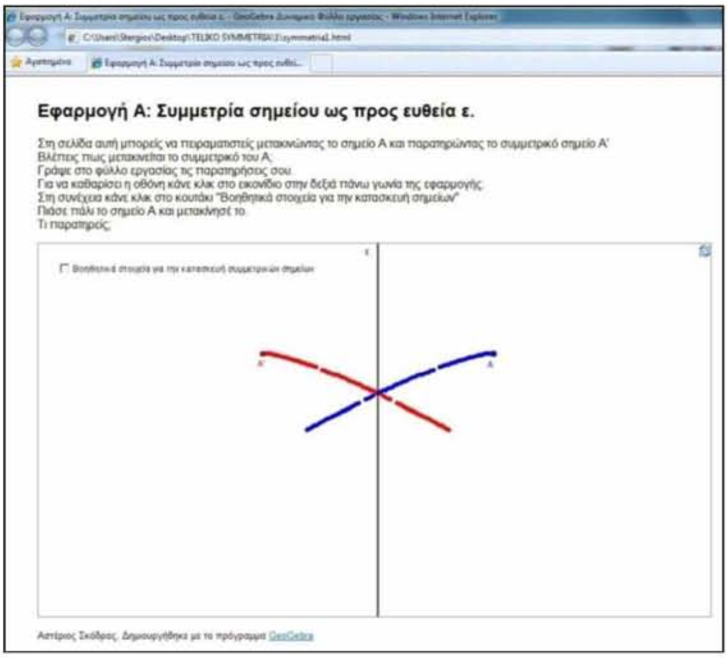
2.2.2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ 1ης ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ

Στην πρώτη συνάντηση κατά τη διδακτική παρέμβαση χρησιμοποιήθηκαν πέντε εφαρμογές σχεδιασμένες για το Geogebra οι οποίες ήταν χωρισμένες σε δύο θεματικές ενότητες. Η πρώτη αποτελούνταν από τις εφαρμογές Α, Β και Γ και αναφέρονταν στη σχεδίαση συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα συμμετρίας ενώ η δεύτερη θεματική ενότητα από τις εφαρμογές Ε και ΣΤ και είχε σχέση με τους άξονες συμμετρίας διαφόρων επίπεδων σχημάτων. Η εφαρμογή Δ είχε αρχικά σχεδιαστεί για την 1η διδακτική παρέμβαση όμως χρησιμοποιήθηκε τελικά στη 2η διδακτική παρέμβαση για να αποτελέσει το συνδετικό κρίκο μεταξύ των 2 αυτών παρεμβάσεων. Οι μαθητές εργάζονταν ομαδικά και συμπλήρωναν το φύλλο δραστηριοτήτων ατομικά (Παράρτημα ΙΙΙ).

Αναλυτικότερα η 1η εφαρμογή (Εικόνα 31), έδινε στους μαθητές τη δυνατότητα να μετακινήσουν ένα σημείο Α, με μπλε χρώμα, στην οθόνη της εφαρμογής και να παρατηρήσουν την κίνηση που εκτελούσε (Εικόνα 32) το συμμετρικό Α΄ κόκκινου χρώματος.



Εικόνα 31: 1η μικροεφαρμογή του Geogebra

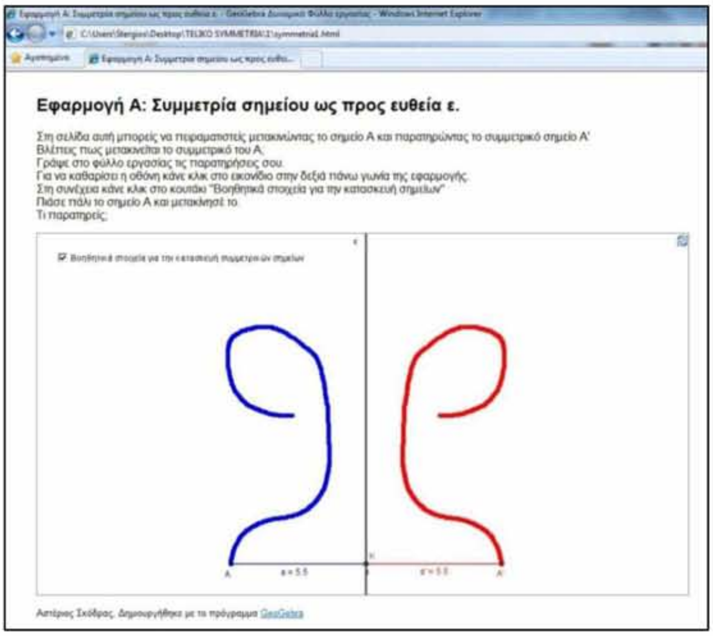


Εικόνα 32: Η καταγραφή της κίνησης των σημείων στην εφαρμογή

Υπήρχε αντίστοιχη ερώτηση στο φύλλο εργασίας και οι μαθητές έπρεπε να περιγράψουν αυτό που παρατήρησαν να συμβαίνει στην οθόνη του υπολογιστή όταν μετακινούσαν το σημείο Α. Στις απαντήσεις των περισσότερων παιδιών χρησιμοποιήθηκε ο όρος συμμετρία ή συμμετρικό ενώ σε άλλα παιδιά παρ' όλο που δεν υπήρχε αναφορά στον όρο «συμμετρία», έγινε περιγραφή αυτής. Μερικές χαρακτηριστικές και ενδεικτικές απαντήσεις ήταν:

- «Στην απέναντι πλευρά δημιουργήθηκε το συμμετρικό σχήμα του σχήματος που σχεδίασα».
- «Όταν κουνάμε το ένα σημείο τότε κουνιέται και το άλλο έτσι ώστε να σχηματίσουν ένα σχήμα συμμετρικό».
- «Όταν μετακινώ το σημείο από την αριστερή μεριά μετακινείται και από δεξιά».

Στη συνέχεια οι μαθητές ενεργοποιούσαν την επιλογή «Βοηθητικά στοιχεία για την κατασκευή συμμετρικών σημείων» και μπορούσαν να δουν στην οθόνη στοιχεία για τις αποστάσεις των Α και Α΄ από την ευθεία ε και μετακινώντας το σημείο Α να παρατηρήσουν ότι το Α΄ μετακινείται με τέτοιο τρόπο ώστε οι αποστάσεις από την ε να είναι πάντα ίδιες (Εικόνα 33).



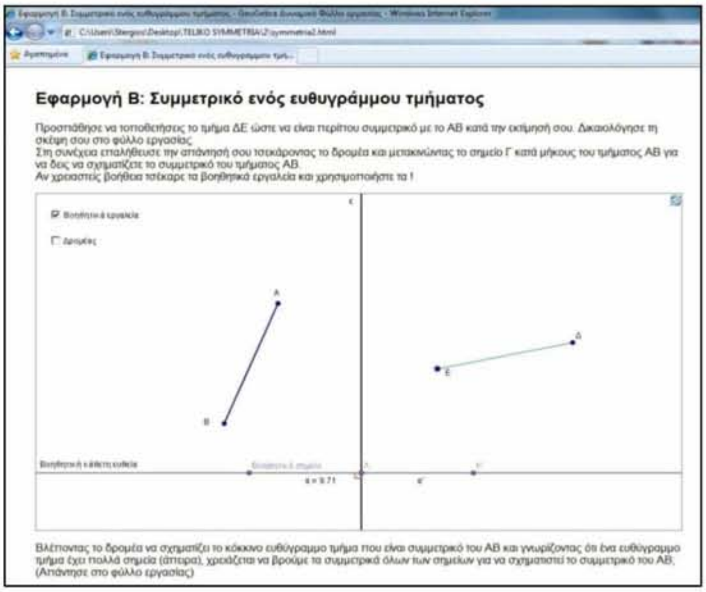
Εικόνα 33: Στην μικροεφαρμογή φαίνονται οι αποστάσεις του Α και Α΄ από την ευθεία ε.

Έτσι, μπορούσαν να παρατηρήσουν άμεσα τη σχέση που συνδέει δύο συμμετρικά σημεία ως προς άξονα. Στο φύλλο εργασίας υπήρχε ερώτηση για το τι παρατηρούν και τους ζητήθηκε να περιγράψουν εν συντομία αυτό που έβλεπαν να συμβαίνει στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Παρατίθενται κάποιες χαρακτηριστικές απαντήσεις των μαθητών παρακάτω:

- «Τα δύο σημεία απέχουν πάντα το ίδιο από την ευθεία ε».
- «Τα δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι συμμετρικά».
- «Με τα βοηθητικά στοιχεία μπορούμε να μετρήσουμε αποστάσεις».

Στο φύλλο εργασίας υπήρχε και μια τελευταία ερώτηση για την πρώτη εφαρμογή που ζητούσε από τους μαθητές να γράψουν τι θα συμβεί αν το σημείο Α περάσει στο άλλο ημιεπίπεδο και η πιο αντιπροσωπευτική απάντηση ήταν, «αν το σημείο Α περάσει στο δεξιό μέρος του σχήματος, το σημείο Α΄ θα περάσει στο αριστερό μέρος του σχήματος και πάλι θα δημιουργηθεί το συμμετρικό του».

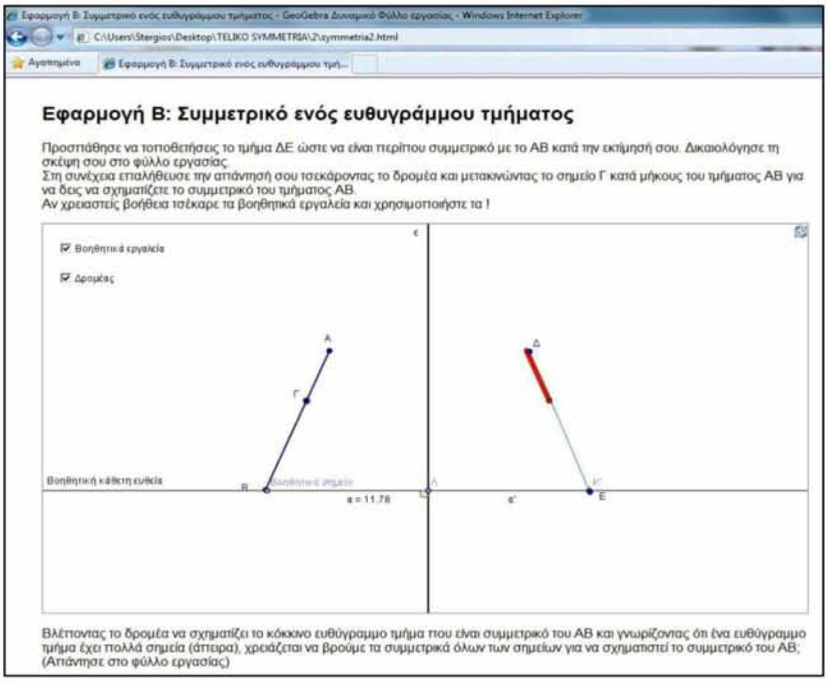
Η δεύτερη εφαρμογή (Εικόνα 34) έδινε τη δυνατότητα στους μαθητές να μετακινήσουν κατάλληλα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ, ώστε να το καταστήσουν συμμετρικό με το ΑΒ. Για το σκοπό αυτό τους δόθηκε και μια βοηθητική κάθετη ευθεία στην ε, καθώς και βοηθητικό σημείο πάνω στην ευθεία αυτή που μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τις μετρήσεις.



Εικόνα 34: 2η μικροεφαρμογή του Geogebra

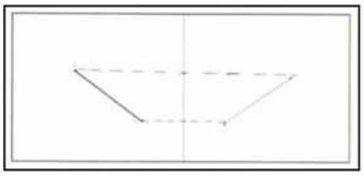
Οι μαθητές μπορούσαν να μετακινήσουν το ΓΔ παράλληλα ή να το περιστρέψουν και να χρησιμοποιήσουν τη βοηθητική ευθεία μετακινώντας την στο ύψος που τη χρειάζονταν. Στο τέλος, επιλέγοντας το δρομέα μπορούσαν να επαληθεύσουν την απάντησή τους. Πολλοί μαθητές αρχικά δεν επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν τη βοηθητική ευθεία. Χαρακτηριστικός είναι ο διάλογος που ακολουθεί.

Γιάννης: Κύριε κοιτάξτε, μπορώ να βρω το συμμετρικό πιο εύκολα και πιο γρήγορα χωρίς να χρησιμοποιώ τη βοηθητική ευθεία.
Καθηγητής: Και πως το κάνεις αυτό Γιάννη
Γιάννης: Κοιτάξτε, υπολογίζω περίπου σε ποιο ύψος είναι το σημείο Α και μετακινώ εκεί το σημείο Γ σε απόσταση από την ευθεία όσο είναι η απόσταση του Α από αυτήν. Το ίδιο κάνω και με το Δ και είμαι έτοιμος.
Καθηγητής: Έκανες την επαλήθευση με το δρομέα;
Γιάννης: Ναι ... χάνει λιγάκι αλλά άμα προσπαθήσω να είμαι πιο προσεκτικός θα τα καταφέρω καλύτερα.
Μαρία: Γιάννη αυτό που κάνεις μου φαίνεται ότι είναι ίδιο με αυτό που μας ζητάει η εφαρμογή απλά μας δίνει και εργαλεία για να μετράμε αντί να προσπαθούμε μόνοι μας.
Γιάννης: Γιατί είναι το ίδιο αφού εγώ δε χρησιμοποιώ τη βοηθητική ευθεία;
Ελίζα: Ναι αλλά όμως μετράς στο περίπου τις αποστάσεις. Και η βοηθητική ευθεία αυτό δεν κάνει αλλά πιο σωστά όμως;
Γιάννης: Ωχ ! Δίκιο έχετε! Η βοηθητική ευθεία ουσιαστικά με βοηθάει να βρω και το ύψος των σημείων αλλά και την απόσταση.
Και μετά από λίγο ο Γιάννης είπε: *Έτσι τελικά είναι πιο εύκολο και πιο ακριβές. Κοιτάξτε πόσο καλά το κατάφερα τώρα.*
(Εικόνα 35)

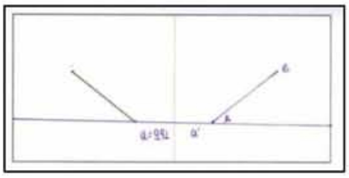


Εικόνα 35: Εύρεση συμμετρικού ευθυγράμμου τμήματος και επαλήθευσή του με το δρομέα.

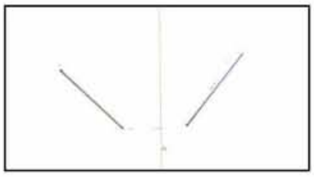
Στη 2η εφαρμογή υπήρχε ερώτημα για το αν τελικά χρειάζεται να βρει κάποιος όλα τα συμμετρικά σημεία για να μπορέσει να σχεδιάσει ένα ευθύγραμμο τμήμα και το 90% των μαθητών απάντησαν με διάφορους τρόπους ότι μόνο τα συμμετρικά των σημείων Α και Β είναι απαραίτητο να βρεθούν. Επίσης στο φύλλο εργασίας ζητήθηκε από τους μαθητές να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός δοθέντος ευθύγραμμου τμήματος με χρήση του κανόνα και του γνώμονα. Οι απαντήσεις ήταν τριών κατηγοριών και ο αριθμός των απαντήσεων στην κάθε κατηγορία ήταν περίπου ο ίδιος. Μόνο περίπου το 1/3 των παιδιών κατασκεύασαν το συμμετρικό τμήμα όπως ζητούσε το ερώτημα χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά όργανα (Εικόνα 36.α). Ένα άλλο 1/3 των μαθητών βρήκε το συμμετρικό του ενός άκρου του ευθύγραμμου τμήματος και χωρίς να βρουν το συμμετρικό του άλλου άκρου σχεδίασαν το τμήμα κατά προσέγγιση (Εικόνα 36.β). Οι υπόλοιποι μαθητές σχεδίασαν ολόκληρο το συμμετρικό τμήμα χωρίς καμία χρήση γεωμετρικών οργάνων ή κάθετων γραμμών (Εικόνα 36.γ). Στις επόμενες εικόνες φαίνονται αντιπροσωπευτικά οι τρεις διαφορετικές απαντήσεις των παιδιών.



Εικόνα 36.α: Με χρήση 2 σημείων

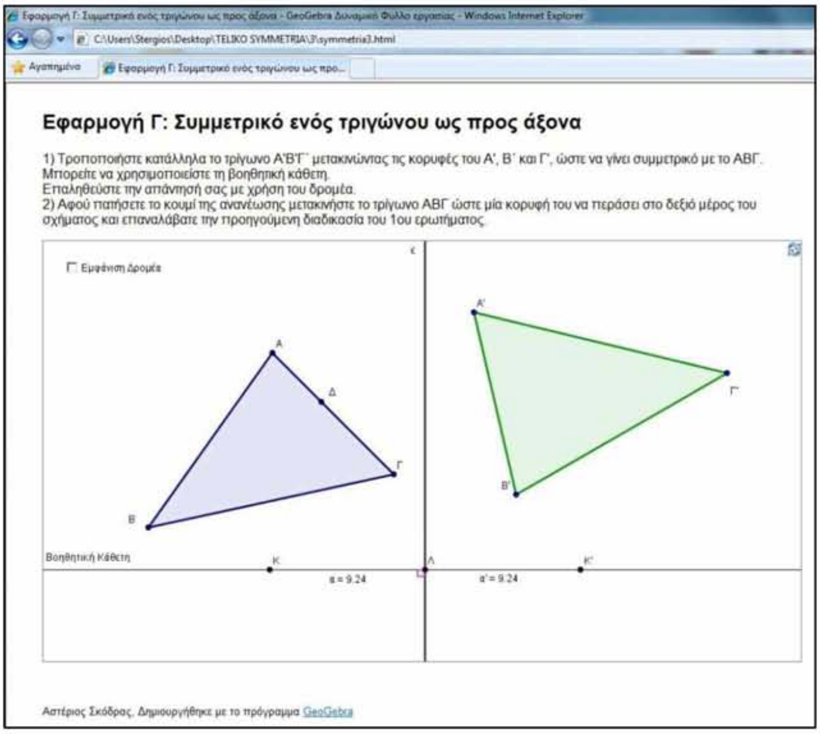


Εικόνα 36.β: Με 1 σημείο



Εικόνα 36.γ: Χωρίς χρήση σημείων

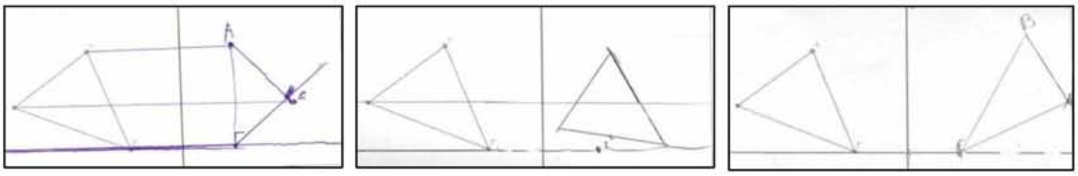
Η 3η εφαρμογή (Εφαρμογή Γ, εικόνα 7) ως φυσική συνέχεια της 2ης εφαρμογής ζητούσε από τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν τη βοηθητική ευθεία ώστε μετακινώντας τις κορυφές του τριγώνου Α΄Β΄Γ΄ να το τοποθετήσουν έτσι ώστε να είναι συμμετρικό με το ΑΒΓ.



Εικόνα 37: 3η μικροεφαρμογή του Geogebra

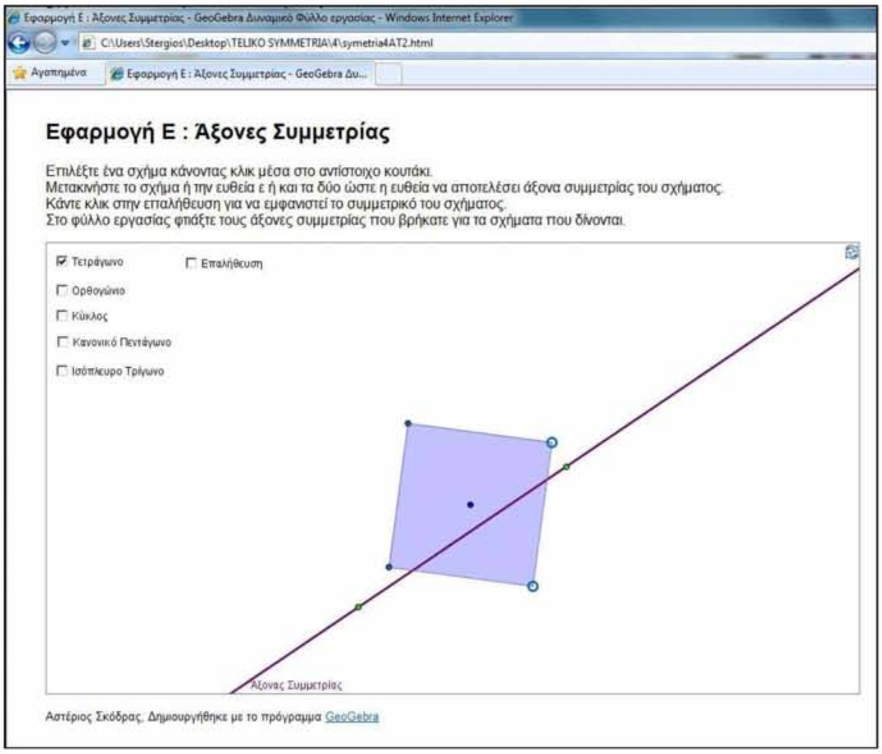
Οι μαθητές έχοντας αποκτήσει εμπειρία από τις προηγούμενες εφαρμογές χρησιμοποίησαν με επιτυχία τη βοηθητική ευθεία και κατόρθωσαν να τοποθετήσουν σωστά το τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄. Μετά από τη χρήση του υπολογιστή οι μαθητές έπρεπε να ασχοληθούν με το ερώτημα 7 του φύλλου εργασίας και να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός τριγώνου χρησιμοποιώντας κανόνα και γνώμονα αλλά πολύ λίγα παιδιά κατάφεραν με επιτυχία να ολοκληρώσουν την κατασκευή του συμμετρικού τριγώνου.

Στα παρακάτω τρία σχήματα φαίνονται οι κυριότερες μη πλήρεις απόπειρες σχεδιασμού του συμμετρικού τριγώνου (Εικόνα 38).

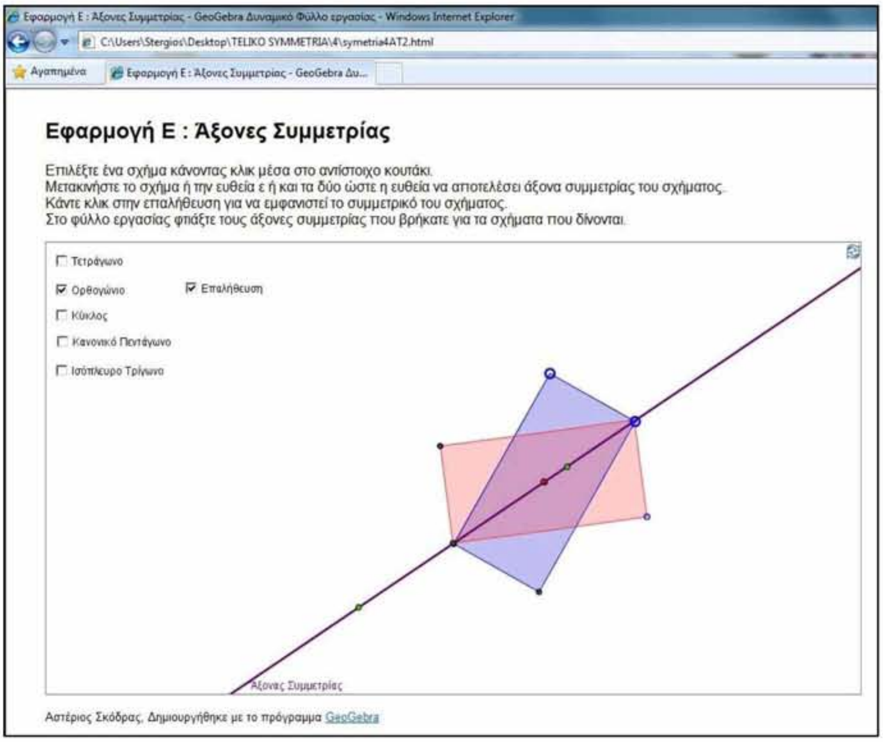


Εικόνα 38: Μη αποδεκτές απαντήσεις στη σχεδίαση του συμμετρικού ενός τριγώνου ως προς άξονα.

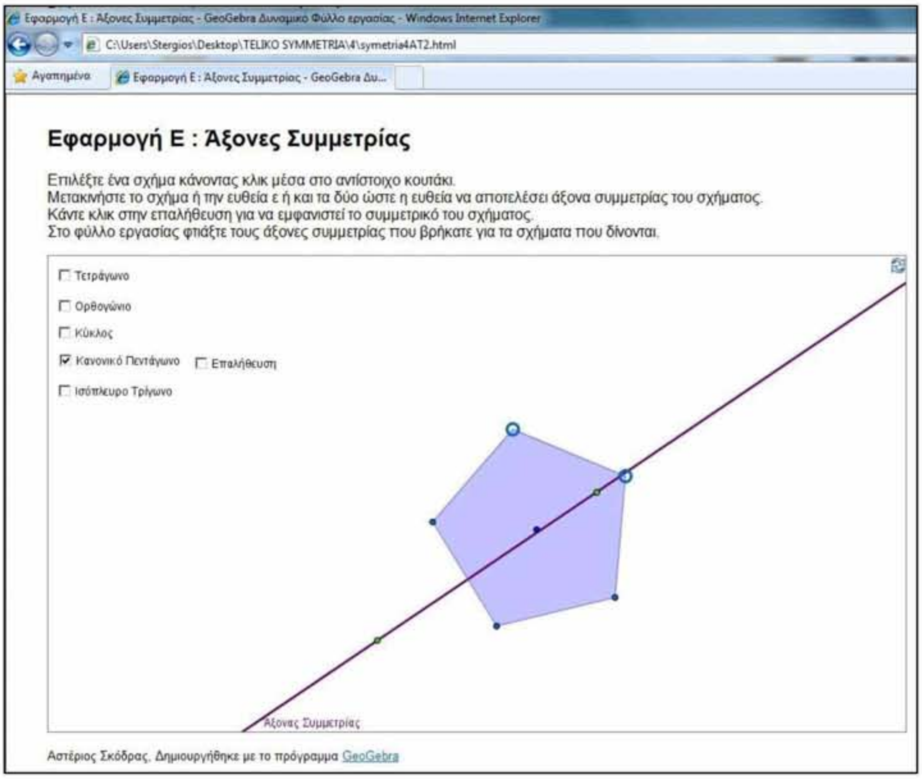
Οι Ε΄ και ΣΤ΄ εφαρμογές αφορούσαν στους άξονες συμμετρίας διαφόρων βασικών σχημάτων (Εικόνες 39 έως 44).



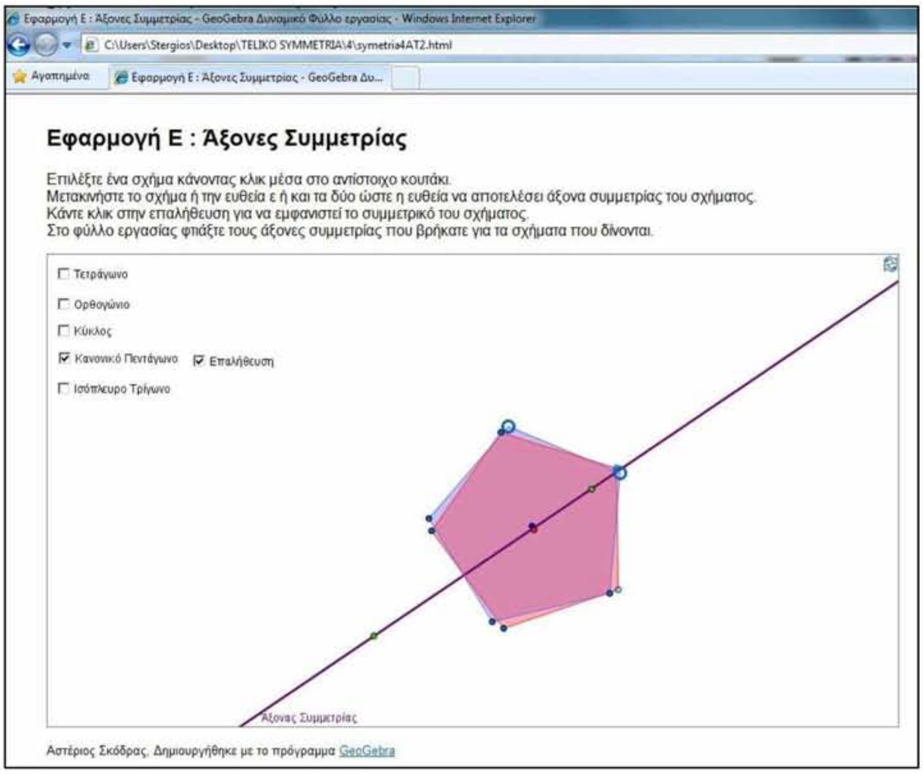
Εικόνα 39: Επιλογή του τετραγώνου και διερεύνηση των αξόνων συμμετρίας του.



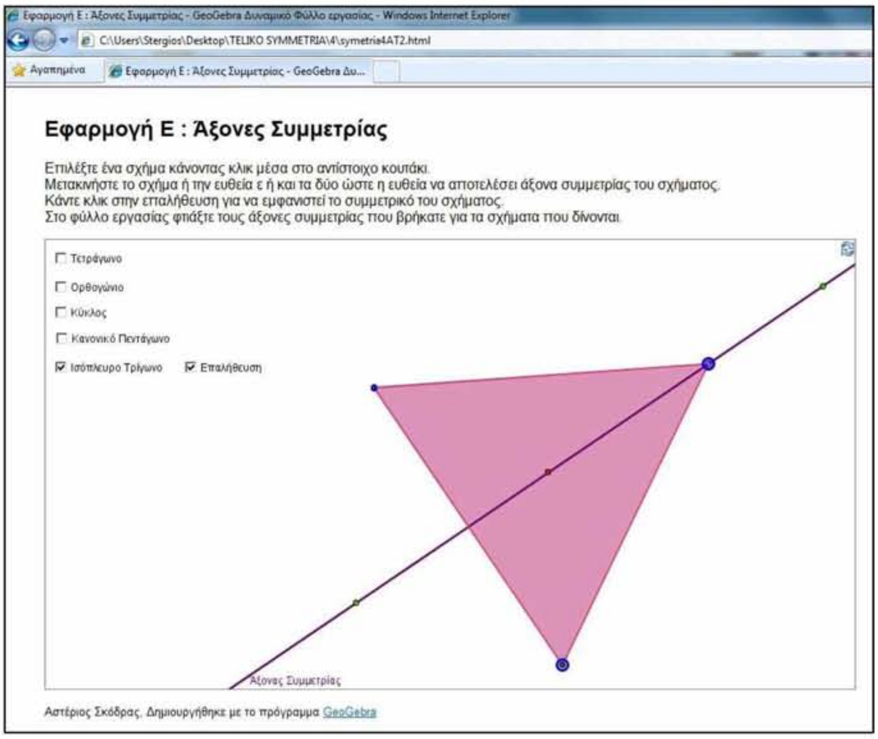
Εικόνα 40: Έλεγχος για το αν η διαγώνιος του ορθογωνίου αποτελεί άξονα συμμετρίας αυτού.



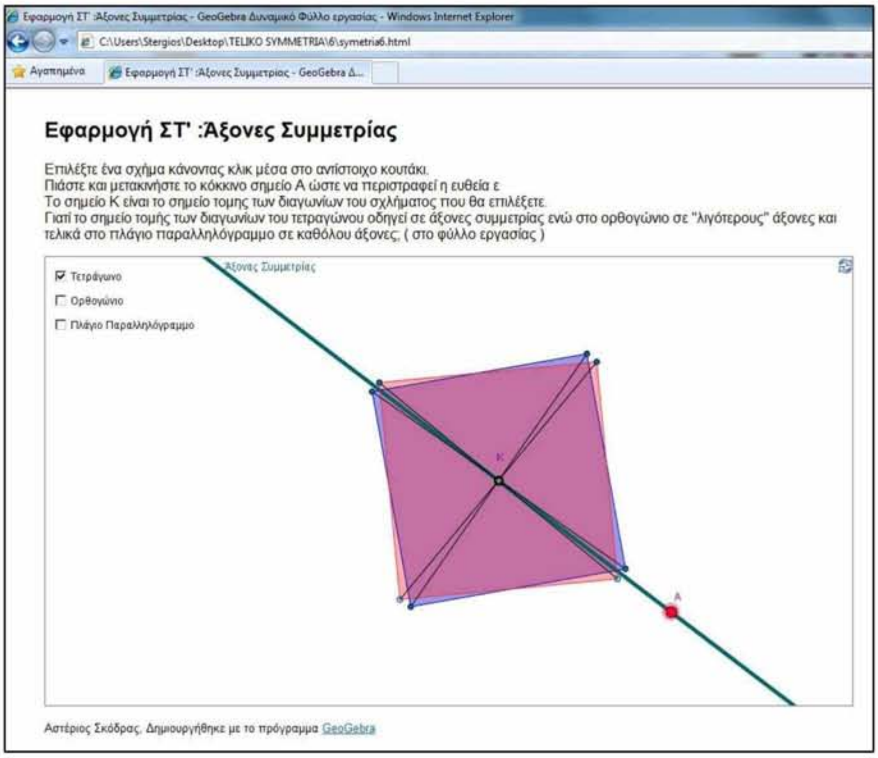
Εικόνα 41: Επιλογή του κανονικού πενταγώνου και διερεύνηση των αξόνων συμμετρίας του.



Εικόνα 42: Έλεγχος για έναν άξονα συμμετρίας του κανονικού πενταγώνου.



Εικόνα 43: Εύρεση και έλεγχος για έναν άξονα συμμετρίας του ισόπλευρου τριγώνου



Εικόνα 44: Έλεγχος για τον άξονα συμμετρίας του τετραγώνου

Για τις δύο τελευταίες αυτές εφαρμογές παρέχονταν εργαλεία τα οποία οι μαθητές μπορούσαν να χειριστούν κατάλληλα για να διερευνήσουν αν το δοθέν σχήμα είχε άξονα συμμετρίας. Τα δοθέντα σχήματα όπως δείχνουν και οι εικόνες 39 έως 44, ήταν ένα κανονικό πεντάγωνο, ένα ορθογώνιο, ένας κύκλος, ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα τετράγωνο. Αξίζει να αναφερθεί ότι οι μαθητές έδειχναν ενθουσιασμένοι με τις εφαρμογές και ανυπομονούσαν να έρθει η σειρά τους για να εργαστούν στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Αφού ολοκλήρωναν την εργασία τους στην εφαρμογή συμπλήρωναν τους άξονες συμμετρίας διαφόρων σχημάτων στο φύλλο δραστηριοτήτων. Σχεδόν όλοι οι μαθητές ανταποκρίθηκαν στις απαιτήσεις αυτής της εφαρμογής και στο φύλλο δραστηριοτήτων σχεδίασαν σχεδόν όλους τους άξονες συμμετρίας αποφεύγοντας να θεωρήσουν τις διαγωνίους του ορθογωνίου ως άξονες συμμετρίας σε ποσοστό 100%.

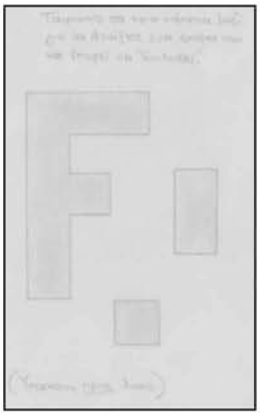
Οι δραστηριότητες του φύλλου εργασίας της 1ης διδακτικής παρέμβασης ολοκληρώνονταν ρωτώντας τους μαθητές για ποιο λόγο το τετράγωνο είχε περισσότερους άξονες συμμετρίας από το ορθογώνιο ενώ το παραλληλόγραμμο δεν είχε κανέναν άξονα συμμετρίας. Παρακάτω παρατίθενται οι πιο αντιπροσωπευτικές απαντήσεις των μαθητών:

- «Το πλάγιο παραλληλόγραμμο δεν έχει ίσες γωνίες»
- «Το τετράγωνο έχει 4 πλευρές ίσες ενώ το ορθογώνιο έχει 2 πλευρές ίσες ενώ το παραλληλόγραμμο δεν έχει πλευρές ίσες»
- «Στο τετράγωνο όλες οι πλευρές είναι ίσες αλλά όχι στο ορθογώνιο»

2.2.3. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ 2^{ης} ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ

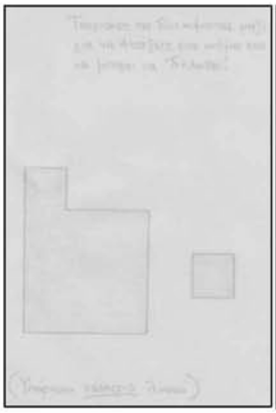
Μετά από περίπου μία εβδομάδα πραγματοποιήθηκε η 2^{η} διδακτική παρέμβαση. Στη δίωρη αυτή παρέμβαση δόθηκε στην κάθε ομάδα ένα φύλλο εργασίας (Παράρτημα IV) που έπρεπε να συμπληρωθεί ομαδικά ενώ παράλληλα οι μαθητές θα εργάζονταν πρώτα στο σταθμό εργασίας τους ομαδοσυνεργατικά.

Στο πρώτο σταθμό εργασίας υπήρχαν Giles-παζλ και οι μαθητές έπρεπε να ασχοληθούν με αυτά και να ταιριάξουν τα κομμάτια μαζί με τέτοιο τρόπο ώστε να φτιάξουν ένα σχήμα το οποίο θα μπορούσε να διπλωθεί, δηλαδή να φτιάξουν σχήμα που να έχει άξονα συμμετρίας (Εικόνες 45.α έως 45.δ).

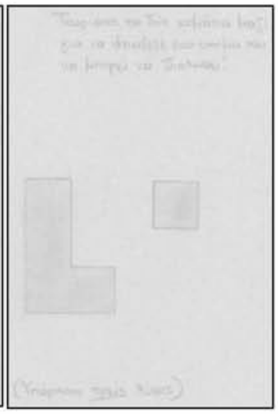


Εικόνα 45.α

Εικόνα 45.β

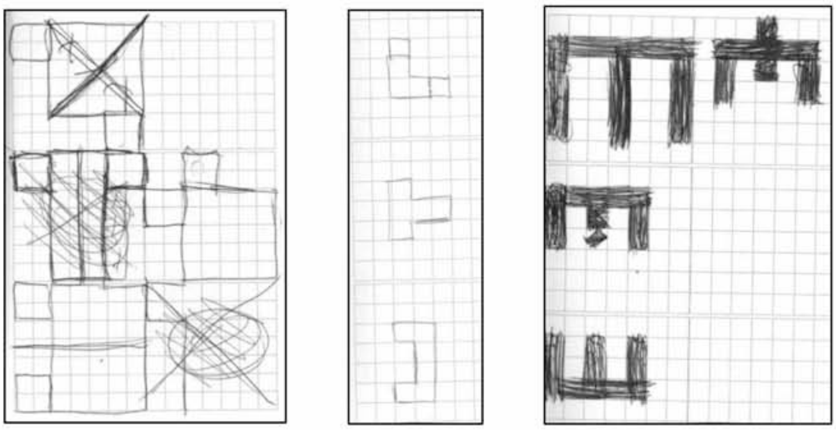


Εικόνα 45.γ



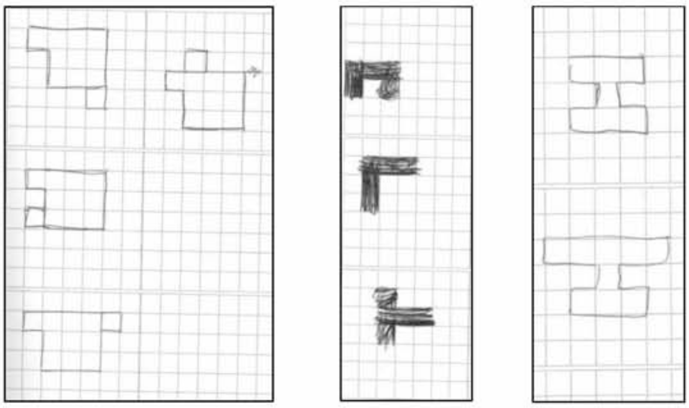
Εικόνα 45.δ

Σε κάθε παζλ έπρεπε να βρουν όλες τις δυνατές λύσεις και να τις περάσουν στο φύλλο εργασίας. Οι μαθητές βρήκαν ιδιαίτερα διασκεδαστικά τα παζλ του Giles αφού σύμφωνα με τους ίδιους «τα παιχνίδια μας αρέσουν περισσότερο παρά τα μαθήματα». Αξιοσημείωτο, επίσης, είναι ότι παρόλο που τελείωναν με το συγκεκριμένο σταθμό εργασίας ήθελαν να συνεχίσουν να ψάχνουν και με άλλα παζλ για να βρουν λύσεις. Γενικά για όλα τα χειραπτικά υλικά τα παιδιά δήλωσαν ότι ήταν πολύ συναρπαστικά και ευχάριστα. Στις επόμενες εικόνες φαίνονται κάποιες από τις απαντήσεις των παιδιών στις εργασίες με τα Giles-παζλ (Εικόνες 46.α έως 47.γ).



46.α **46.β** **46.γ**

Εικόνα 46: Αντιπροσωπευτικές απαντήσεις των παιδιών στα Giles παζλ.



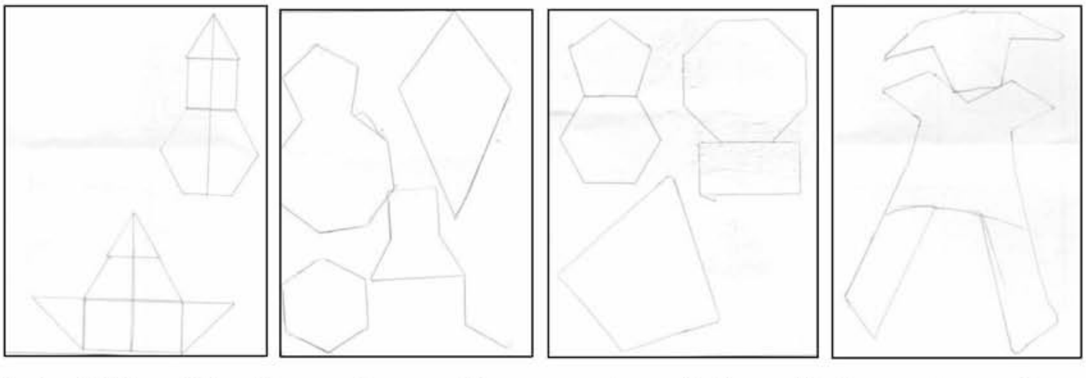
47.α **47.β** **47.γ**

Εικόνα 47: Αντιπροσωπευτικές απαντήσεις των παιδιών στα Giles παζλ.

Μία μαθήτρια, η Μαργαρίτα, μετά από μερικές προσπάθειες ανακάλυψε και χρησιμοποίησε μια δική της μέθοδο για να βρίσκει τα συμμετρικά σύνθετα σχήματα. Αντί να προσπαθεί να σχηματίσει πρώτα το σύνθετο σχήμα και μετά να ελέγξει για άξονες συμμετρίας η μαθήτρια χρησιμοποιούσε το καθρεφτάκι πάνω στο μεγαλύτερο κομμάτι και έβρισκε με αυτό τον τρόπο ποιο κομμάτι θα χρειάζονταν για να συμπληρωθεί το παζλ. Έκανε δοκιμές χρησιμοποιώντας πολλές ευθείες ως δυνητικούς άξονες συμμετρίας και έβρισκε κάθε φορά το συμπλήρωμα που θα έπρεπε να έχει για να φτιάξει σχήμα με άξονα συμμετρίας. Έτσι, όταν τα κομμάτια που έπρεπε να βάλει ως συμπληρώματα τα είχε στην κατοχή της, έβρισκε μία από τις λύσεις του παζλ. Όλοι πάντως οι μαθητές αντιμετώπισαν την εργασία στα παζλ δείχνοντας ιδιαίτερο ενδιαφέρον και βρήκαν σχεδόν όλες τις δυνατές περιπτώσεις στο κάθε παζλ.

Στο δεύτερο σταθμό εργασίας, με τα διάφορα πλαστικά επίπεδα σχήματα, οι μαθητές έπρεπε να ασχοληθούν με δύο δραστηριότητες στο φύλλο εργασίας. Αρχικά έπρεπε να βρουν πόσους άξονες συμμετρίας έχει το ισοσκελές τρίγωνο, το τετράγωνο, το κανονικό εξάγωνο, το κανονικό οκτάγωνο, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το ισοσκελές τραπέζιο, και για το σκοπό αυτό μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν τα πλαστικά επίπεδα σχήματα και το καθρεφτάκι. Τα παιδιά εξοικειώθηκαν αμέσως στη χρήση αυτών των χειραπτικών υλικών και απάντησαν χωρίς ιδιαίτερη δυσκολία στο πρώτο αυτό θέμα. Πιο συγκεκριμένα στα δύο σχήματα που δύο ομάδες δεν βρήκαν όλους τους άξονες συμμετρίας ήταν το εξάγωνο όπου μία ομάδα απάντησε ότι έχουμε 3 άξονες συμμετρίας και το οκτάγωνο στο οποίο η μία ομάδα απάντησε 4 άξονες συμμετρίας και μία άλλη 5. Επίσης μία ομάδα έγραψε ότι το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο δεν έχει άξονα συμμετρίας. Όλες οι υπόλοιπες απαντήσεις των τεσσάρων ομάδων ήταν ορθές για όλα τα σχήματα.

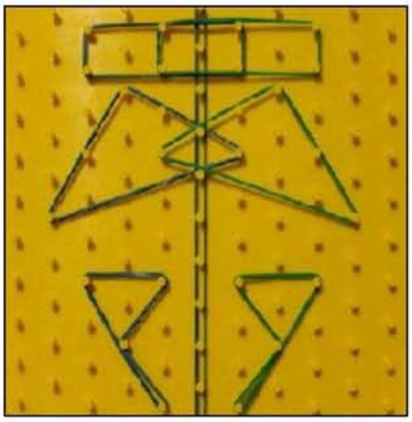
Το δεύτερο θέμα του φύλλου εργασίας, στον ίδιο σταθμό εργασίας, ήταν ανοικτού τύπου και τα παιδιά συνδυάζοντας δύο ή περισσότερα επίπεδα σχήματα συνέθεταν ότι σχήμα ήθελαν αρκεί όμως το σχήμα αυτό να είχε άξονα συμμετρίας. Κατόπιν μπορούσαν με ειδικό stencil να ζωγραφίσουν τη σύνθεσή τους στο φύλλο εργασίας. Τα παιδιά αντιμετώπισαν το θέμα αυτό ως παιχνίδι και διασκέδαση και στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι δημιουργίες των τεσσάρων ομάδων (Εικόνα 48).



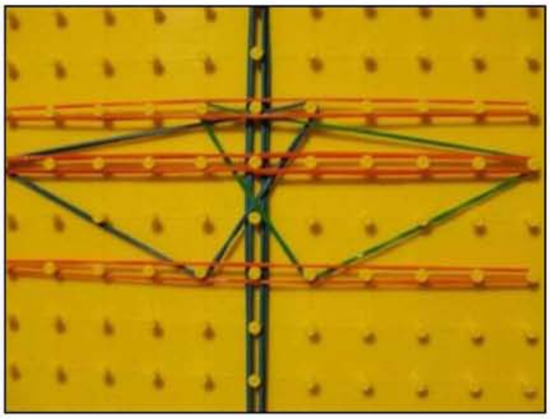
Εικόνα 48: Τα παιδιά σχεδίασαν σχήματα με άξονα συμμετρίας συνδυάζοντας δύο ή περισσότερα σχήματα.

Περιμένοντας σε αυτό το σταθμό εργασίας μέχρι να τελειώσουν και οι υπόλοιπες ομάδες, τα παιδιά συνέχιζαν να δημιουργούν διάφορες συνθέσεις που είχαν άξονα συμμετρίας και απεικόνιζαν σπίτια, βάρκες, ζωάκια κ.α.

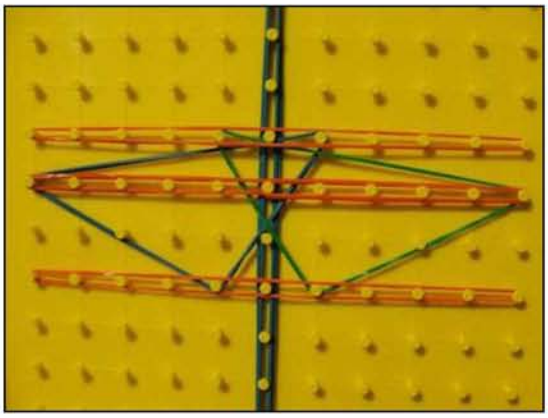
Στον τρίτο σταθμό εργασίας με τους ορθογώνιους και ισομετρικούς γεωπίνακες οι μαθητές έπρεπε να σχηματίσουν μια ευθεία και μερικά σχήματα που τους έδινε το φύλλο εργασίας στην αντίστοιχη άσκηση χρησιμοποιώντας μπλε και πράσινα λαστιχάκια και να δημιουργήσουν τα συμμετρικά αυτών ως προς την ευθεία. Τα παιδιά έδειχναν ενθουσιασμένα σε όλη τη διάρκεια της εργασίας τους με τους γεωπίνακες και ενώ οι δύο ομάδες τελείωσαν την άσκηση μόνο με δύο λάθη συνολικά, οι άλλες δύο ομάδες δυσκολεύτηκαν κάπως στον ισομετρικό καμβά. Στις επόμενες τέσσερις φωτογραφίες αποτυπώνεται ένα δείγμα από τις ολοκληρωμένες προσπάθειες των παιδιών.



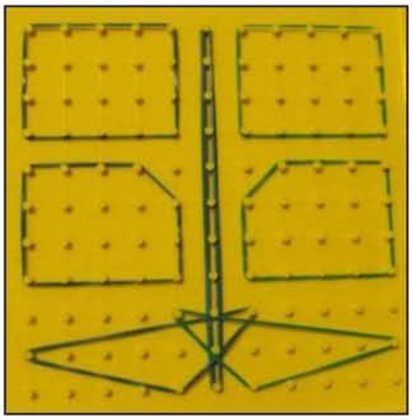
Εικόνα 49



Εικόνα 50



Εικόνα 51

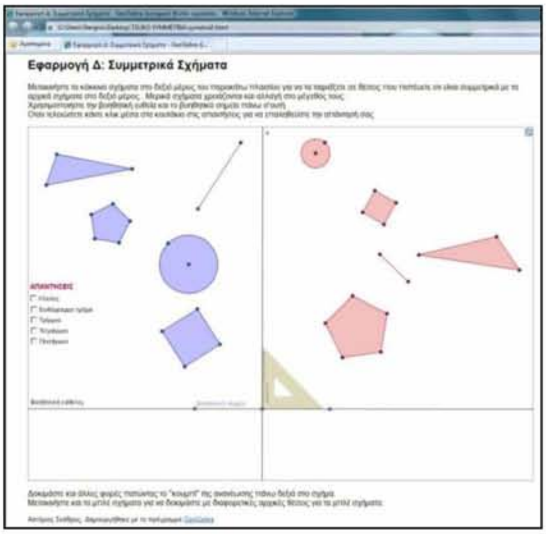


Εικόνα 52

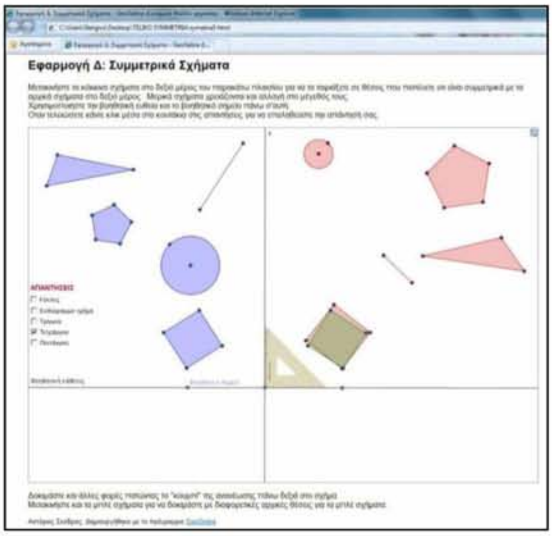
Στις εικόνες 49,50,51 και 52 φαίνονται οι επιτυχημένες προσπάθειες των παιδιών.

Στη συνέχεια τα παιδιά σχεδίασαν αυτά τα σχήματα στα ομαδικά φύλλα εργασίας τους. Η εργασία αυτή αφορούσε στη συμμετρία ως προς κατακόρυφη ευθεία γεγονός που διευκόλυνε τους μαθητές αρκετά και με τη βοήθεια των χειραπτικών υλικών οι ολοκληρωμένες ορθές απαντήσεις έφτασαν το 67%.

Στον τέταρτο σταθμό εργασίας που υπήρχε ο φορητός Η/Υ, οι μαθητές έπρεπε να ασχοληθούν με μια εφαρμογή που αναφερόταν στη σχεδίαση συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα χρησιμοποιώντας εργαλεία, όπως γνώμονας και κανόνας, σχεδιασμένα ψηφιακά στο περιβάλλον του Geogebra (Εικόνες 53 και 54).

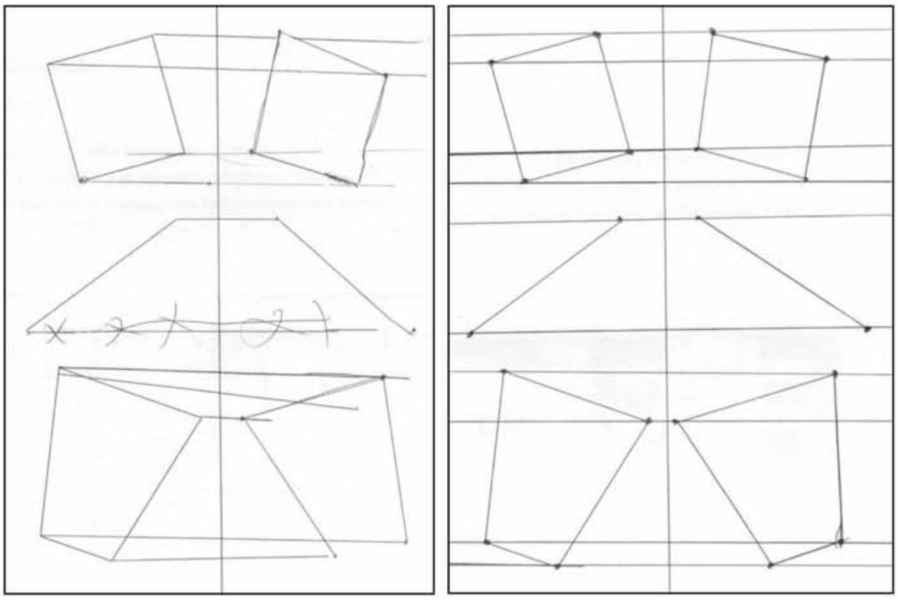


Εικόνα 53: Μικροεφαρμογή για το Geogebra.



Εικόνα 54: Τα παιδιά εύρισκαν τα συμμετρικά δοθέντων σχημάτων.

Οι μαθητές αφού έβρισκαν τα συμμετρικά των σχημάτων με χρήση των εργαλείων στη μικροεφαρμογή και τελικά επαλήθευαν τις λύσεις τους, στη συνέχεια έπρεπε να εφαρμόσουν μια παρόμοια διαδικασία στα φύλλα εργασίας τους, δηλαδή με χρήση γεωμετρικών οργάνων να σχεδιάσουν τα συμμετρικά κάποιων σχημάτων που δινόταν στο φύλλο εργασίας τους. Η εφαρμογή αυτή έπαιζε και το ρόλο του συνδετικού κρίκου με την προηγούμενη διδακτική παρέμβαση αφού αποτελούσε συνέχεια αυτής. Στα φύλλα εργασίας όλες οι ομάδες βρήκαν σωστά όλα τα συμμετρικά σχήματα. Ένας από τους λόγους της εύρεσης όλων των συμμετρικών σχημάτων σωστά και ολοκληρωμένα με χρήση γεωμετρικών σχημάτων ήταν και το γεγονός ότι οι μαθητές στη δεύτερη αυτή παρέμβαση και σε όλους τους σταθμούς εργασίας είχαν ομαδικό φύλλο εργασίας και συνεργάστηκαν για να βρουν την απάντηση των ερωτημάτων. Η ομαδοσυνεργατική επηρέασε όλα τα αποτελέσματα των ερωτημάτων στο δεύτερο αυτό φύλλο εργασίας με αποτέλεσμα να εμφανίζονται σε αυτό λιγότερες μη αποδεκτές απαντήσεις και ασάφειες. Στις επόμενες εικόνες φαίνεται η εργασία των δύο ομάδων από τις τέσσερις (Εικόνες 55 και 56).



Εικόνα 55 **Εικόνα 56**
Εύρεση συμμετρικών από τις δύο ομάδες εκ των τεσσάρων με χρήση κανόνα και γνώμονα

2.2.4. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ POST-TEST

Όπως έχει ήδη αναφερθεί το post-test (Παράρτημα I) είχε τις ίδιες ερωτήσεις με το pre-test, ώστε να καταστεί δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων και να φανούν οι αλλαγές στις αντιλήψεις των μαθητών σε σχέση με την έννοια της αξονικής συμμετρίας. Το post-τεστ διεξήχθη στο τέλος της σχολικής χρονιάς, περίπου δέκα εβδομάδες μετά τη διδακτική παρέμβαση και περίπου τρεις μήνες μετά το pre-test. Παρακάτω αναλύεται το κάθε ερώτημα του post-test ξεχωριστά και τα αποτελέσματα που προκύπτουν.

Στο πρώτο ερώτημα και τα δύο τμήματα T1 και T2 (ομάδα ελέγχου) είχαν πολλές ορθές απαντήσεις. Στο τμήμα T1, στο πρώτο υποερώτημα, από τις 12 απαντήσεις υπήρχαν 11 ή 92% ορθές και πλήρεις απαντήσεις και στο δεύτερο υποερώτημα 67%. Στο τμήμα T2 τα αντίστοιχα ποσοστά ήταν 77% και 67%. Η αύξηση του ποσοστού των ορθών απαντήσεων του τμήματος T1 στα ερωτήματα αυτά ήταν εντυπωσιακή, αφού στο pre-test τα ποσοστά ήταν μόλις 17% και στα δύο υποερωτήματα ενώ στο post-test 79%. Αντίστοιχα στο τμήμα T2 υπήρξε άνοδος από το 50% στο 75% ορθών απαντήσεων και στα 2 πρώτα υποερωτήματα της πρώτης ερώτησης. Στις επιστημονικά μη αποδεκτές απαντήσεις οι μαθητές ακριβώς όπως και στο pre-test αντί για το συμμετρικό σχεδίαζαν ένα σχήμα που προέκυπτε από παράλληλη μεταφορά του δοθέντος σχήματος (Πίνακας 5).

1ο Ερώτημα	T1		T2	
1.1	2	17%	6	50%
1.2	2	17%	6	50%

Πίνακας 5: Οι ορθές απαντήσεις των 12 παιδιών του κάθε τμήματος στο 1ο ερώτημα.

Στο δεύτερο ερώτημα παρουσιάστηκε σημαντική αλλαγή στο τμήμα T1 από 20% ορθών απαντήσεων στο pre-test σε 45% στο post-test ενώ στο τμήμα T2 οι σωστές απαντήσεις παρουσίασαν άνοδο από 42% σε 44%. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα ποσοστά ορθών απαντήσεων στα υποερωτήματα της 2ης ερώτησης του post-test (Πίνακας 6).

2ο Ερώτημα	T1	T2
2.1	58%	67%
2.2	50%	58%
2.3	58%	50%
2.4	42%	42%
2.5	33%	25%
2.6	25%	8%
2.7	75%	75%
2.8	17%	25%

Πίνακας 6: Το ποσοστό των επιτυχημένων απαντήσεων των παιδιών του κάθε τμήματος στο 2ο ερώτημα

Οι επιστημονικά μη-αποδεκτές απαντήσεις στο post-test ήταν ακριβώς του ίδιου τύπου με αυτές που περιγράφηκαν στο pre-test αλλά αριθμητικά λιγότερες.

Στο τρίτο ερώτημα το τμήμα T1 παρουσίασε αύξηση από 9,4% στο pre-test σε 33% στο post-test και το τμήμα ελέγχου T2 από 0% σε 11,4% αντίστοιχα. Οι μη αποδεκτές απαντήσεις των μαθητών και των δύο τμημάτων, ήταν και πάλι του ίδιου τύπου με αυτά του pre-test, αλλά συγκριτικά λιγότερες. Το τρίτο ερώτημα συγκέντρωσε το μικρότερο ποσοστό ορθών απαντήσεων σε σχέση και με το πρώτο και με το δεύτερο ερώτημα και στο pre-test αλλά και στο post-test. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα ποσοστά ορθών απαντήσεων στα υποερωτήματα της 3ης ερώτησης του post-test (Πίνακας 7).

3ο Ερώτημα	T1	T2
3.1	25%	8%
3.2	25%	8%
3.3	50%	17%
3.4	50%	17%
3.5	17%	0%
3.6	33%	8%
3.7	25%	17%
3.8	33%	17%

Πίνακας 7: Το ποσοστό των επιτυχημένων απαντήσεων των παιδιών του κάθε τμήματος στο 3ο ερώτημα.

Ένας μαθητής του τμήματος Τ1, ο Ντίνος, που είχε αρκετές ορθές απαντήσεις στο ερώτημα αυτό, είπε ότι σκέφτηκε μια τεχνική την οποία και εφάρμοζε. Πιο συγκεκριμένα ο Ντίνος είπε, «στρέφω το χαρτί έτσι ώστε να μου φαίνεται η πλάγια ευθεία γραμμή σαν κατακόρυφη κι μετά είναι εύκολο να βρω τα συμμετρικά».

Στο τέταρτο ερώτημα που αναφερόταν στους άξονες συμμετρίας παρατηρήθηκε αλλαγή στάσης στο γεγονός ότι μόνο ένας μαθητής του τμήματος Τ1 σχεδίασε άξονες συμμετρίας στο παραλληλόγραμμο σε αντίθεση με το pre-test που η πιο συνηθισμένη επιστημονικά μη αποδεκτή απάντηση ήταν ο σχεδιασμός αξόνων συμμετρίας στο πλάγιο παραλληλόγραμμο. Σε μικρότερο βαθμό βελτιώθηκαν οι απαντήσεις που αφορούσαν το ορθογώνιο με 67% των μαθητών να σχεδιάζουν σωστά τους άξονες συμμετρίας του ορθογωνίου ενώ στο pre-test το αντίστοιχο ποσοστό ήταν 33%. Στο τμήμα Τ2 οι διαφορές που σημειώθηκαν ήταν αμελητέες.

2.2.5. ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕΤΑΞΥ ΟΜΑΔΑΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ ΚΑΙ ΟΜΑΔΑΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

Για την ποσοτική επεξεργασία των αποτελεσμάτων των pre-test και post-test χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικές μέθοδοι βαθμολόγησης.

Μέθοδος πρώτη

Στην πρώτη μέθοδο χρησιμοποιήθηκε κλίμακα βαθμολόγησης (από 0 έως 10) για το καθένα από τα τέσσερα ερωτήματα των test. Η κλίμακα αυτή, μετρούσε ταυτόχρονα και την ορθότητα μιας απάντησης, αλλά και τη γενική εικόνα και μορφή της απάντησης. Μπορεί, για παράδειγμα, μια απάντηση να μην ήταν επιστημονικά αποδεκτή, αλλά παρ' όλα αυτά να μη βαθμολογήθηκε με 0, αφού σε αυτήν υπήρχαν στοιχεία από τα οποία φαινόταν ότι ο μαθητής είχε κάποιες γνώσεις για το θέμα, αλλά απλά δεν κατάφερε να δώσει ολοκληρωμένη απάντηση, οπότε η απάντηση του βαθμολογήθηκε συνυπολογίζοντας αυτά τα στοιχεία. Όλα τα ερωτηματολόγια εξετάστηκαν και βαθμολογήθηκαν τηρώντας τα ίδια κριτήρια βαθμολόγησης για τις μη-πλήρεις και μη-αποδεκτές απαντήσεις. Μετά τη βαθμολόγηση των test προέκυψαν τα παρακάτω δεδομένα όπως καταγράφονται στον πίνακα 8 για το τμήμα Τ1 που δέχθηκε τη διδακτική παρέμβαση ενώ στον πίνακα 9 καταγράφονται τα δεδομένα του τμήματος Τ2 που αποτελούσε την ομάδα ελέγχου της έρευνας.

Τμήμα Τ1	Ερώτηση 1η		Ερώτηση 2η		Ερώτηση 3η		Ερώτηση 4η	
Α.Α. Μαθητή	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
1	0	10	0	5	0	3	4	7
2	0	6	0	1	0	1	0	1
3	0	10	0	3	0	0	0	8
4	0	7	1	3	0	1	2	8
5	0	10	0	2	0	0	0	2
6	10	10	10	10	10	10	8	9,5
7	0	10	0	9	0	10	3	7
8	1	10	5	10	0	10	5	6
9	10	10	6	9	0	6	4	8
10	0	4	0	2	0	1	0	2
11	0	4	0	0	0	0	0	1
12	0	10	1	6	0	3	3	4

Πίνακας 8: Οι βαθμολογίες των μαθητών στο τμήμα Τ1.

Τμήμα Τ2	Ερώτηση 1η		Ερώτηση 2η		Ερώτηση 3η		Ερώτηση 4η	
Α.Α. Μαθητή	**Pre-test**	**Post-test**	**Pre-test**	**Post-test**	**Pre-test**	**Post-test**	**Pre-test**	**Post-test**
1	10	10	7	8	0	0	5	5
2	10	10	7	7	3	3	8	9
3	10	10	6	6	0	0	6	6
4	10	10	5	7	0	4	6	6
5	10	10	10	8	1	10	6	7
6	5	10	2	1	1	0	0	1
7	10	10	9	10	0	3	6	8
8	4	9,5	6	5	0	1	0	2
9	1	0	3	0	0	0	0	0
10	0	5	1	5	0	0	0	3
11	0	10	2	0	0	0	2	2
12	0	0	0	0	0	0	1	1

Πίνακας 9: Οι βαθμολογίες των μαθητών στο τμήμα ελέγχου Τ2.

Από τους πίνακες αυτούς φαίνεται αρχικά ότι το τμήμα Τ2 που αποτελούσε την ομάδα ελέγχου βαθμολογήθηκε στο pre-test με υψηλότερη βαθμολογία σε σχέση με το Τ1 τμήμα και ειδικότερα στις ερωτήσεις 1 και 2. Το άθροισμα όλων των βαθμών των μαθητών στο pre-test του τμήματος Τ2 ήταν 173 ενώ για το Τ1 ήταν μόλις 88. Τα αντίστοιχα αθροίσματα των post-test ήταν 222,5 για το Τ2 και 269,5 για το Τ1 ενώ η συνολική διαφορά μεταξύ της βαθμολογίας του post-test από το pre-test για το τμήμα ελέγχου Τ2 διαμορφώθηκε στο 49,5 και για το τμήμα Τ1 181,5.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα προκύπτουν ποσοστά επιτυχίας για τα δύο τμήματα Τ1 και Τ2 που απεικονίζονται στον πίνακα 10. Σε αυτόν τον πίνακα φαίνεται ότι στο τμήμα Τ1 το ποσοστό επιτυχίας των μαθητών στα ερωτηματολόγια ανέβηκε από 17% σε 56% ενώ στο τμήμα Τ2 παρόλο που το αρχικό ποσοστό επιτυχίας στο pre-test ήταν 36% δηλαδή πολύ υψηλότερο από το αντίστοιχο του τμήματος Τ1 τελικά στο post-test υπήρχε μόνο μια μικρή άνοδος 10%. Στα αποτελέσματα του post-test το τμήμα Τ1 είχε τελικά καλύτερα ποσοστά επιστημονικά αποδεκτών απαντήσεων σε σχέση με το τμήμα ελέγχου Τ2 (Πίνακας 10).

α.α.Μαθητή τμήματος Τ1	Pre-test τμήματος Τ1	Post-test τμήματος Τ1	α.α.Μαθητή τμήματος Τ2	Pre-test τμήματος Τ2	Post-test τμήματος Τ2
1	10%	63%	1	55%	58%
2	0%	23%	2	70%	73%
3	0%	53%	3	55%	55%
4	8%	48%	4	53%	68%
5	0%	35%	5	68%	88%
6	95%	99%	6	20%	30%
7	8%	90%	7	63%	78%
8	28%	90%	8	25%	44%
9	50%	83%	9	10%	0%
10	0%	23%	10	3%	33%
11	0%	13%	11	10%	30%
12	10%	58%	12	3%	3%
Μέσος Όρος	17%	56%	Μέσος Όρος	36%	46%

Πίνακας 10: Ποσοστά επιτυχίας στα ερωτήματα του pre-test και του post-test για τα τμήματα Τ1 και Τ2.

Από τον πίνακα 10, επίσης, φαίνεται ότι δεν υπήρχε μαθητής στο Τ1 που να μη βελτίωσε την επίδοσή του ενώ στην ομάδα ελέγχου δύο παιδιά διατήρησαν την ίδια βαθμολογία ενώ ένα παιδί πήρε μικρότερη βαθμολογία στο post-test και γενικά οι διαφορές στην ομάδα ελέγχου ανάμεσα στο pre-test και το post-test ήταν σε ορισμένες περιπτώσεις αμελητέες σε αντίθεση με το τμήμα Τ1 που οι διαφορές ήταν πολύ μεγάλες.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζεται η συνολική βαθμολογία των 12 μαθητών και στα 4 ερωτήματα αθροιστικά. Η μέγιστη δυνατή βαθμολογία ήταν το 40 και στον πίνακα παρουσιάζεται και η απόλυτη διαφορά της βαθμολογίας μεταξύ του pre-test και του post-test και στα δύο τμήματα Τ1 και Τ2 (Πίνακας 11).

Τμήμα Τ1	Pre-test	Post-test	Διαφορά στην επίδοση		Τμήμα Τ2	Pre-test	Post-test	Διαφορά στην επίδοση
1	4	25	21		1	22	23	1
2	0	9	9		2	28	29	1
3	0	21	21		3	22	22	0
4	3	19	16		4	21	27	6
5	0	14	14		5	27	35	8
6	38	39,5	1,5		6	8	12	4
7	3	36	33		7	25	31	6
8	11	36	25		8	10	17,5	7,5
9	20	33	13		9	4	0	-4
10	0	9	9		10	1	13	12
11	0	5	5		11	4	12	8
12	4	23	19		12	1	1	0

Πίνακας 11: Συνολική βαθμολογία όλων των μαθητών στο pre-test και post-test των τμημάτων Τ1 και Τ2.

Στην τελευταία στήλη για το κάθε τμήμα στον προηγούμενο πίνακα αποτυπώνεται η διαφορά στη συνολική βαθμολογία του κάθε μαθητή ανάμεσα στα pre-test και post-test. Από τη σύγκριση των στηλών αυτών στους δύο πίνακες εντυπωσιακές διαφορές παρατηρήθηκαν στο τμήμα T1, ενώ στο τμήμα T2 οι διαφορές ήταν πολύ μικρότερες έως και μηδενικές ή αρνητικές. Οι μέσοι όροι αυτών των διαφορών ήταν 15,54 και 4,13 για τα δύο τμήματα αντίστοιχα, από τους οποίους προκύπτει ότι η μέση αύξηση της επίδοσης στη κλίμακα (0-10), για τον κάθε μαθητή και το κάθε ερώτημα του post-test του τμήματος T1, ήταν 3,89, ενώ αντίστοιχα για το T2 η αύξηση ήταν μόλις 1,03.

Μέθοδος δεύτερη

Στη δεύτερη μέθοδο βαθμολόγησης βαθμολογήθηκαν όλα τα υποερωτήματα των ερωτήσεων 1,2 και 3, με μία μονάδα το καθένα μόνο στην περίπτωση πλήρους και σωστής απάντησης. Απαντήσεις λανθασμένες ή ακόμη και στο μεγαλύτερο μέρος σωστές που όμως περιείχαν ένα μικρό λάθος ή μια ατέλεια βαθμολογήθηκαν με 0. Όλα τα υποερωτήματα ήταν 18, οπότε η συνολική μέγιστη βαθμολογία ανά τμήμα ήταν οι 216 βαθμοί (12 μαθητές επί 18 μονάδες ο ένας).

Σύμφωνα με αυτόν τον τρόπο βαθμολόγησης καταρτίστηκε ο παρακάτω πίνακας για το πλήθος των επιτυχημένων απαντήσεων (Πίνακας 12).

	Pre-test				Post-test			
	T1		T2		T1		T2	
1α	2	17%	6	50%	11	92%	10	83%
1β	2	17%	6	50%	8	67%	8	67%
2α	3	25%	8	67%	7	58%	8	67%
2β	3	25%	8	67%	6	50%	7	58%
2γ	3	25%	7	58%	7	58%	6	50%
2δ	1	8%	2	17%	5	42%	5	42%
2ε	1	8%	2	17%	4	33%	3	25%
2στ	2	17%	3	25%	3	25%	1	8%
2ζ	5	42%	9	75%	9	75%	9	75%
2η	1	8%	1	8%	2	17%	3	25%
3α	1	8%	0	0%	3	25%	1	8%
3β	1	8%	0	0%	3	25%	1	8%
3γ	1	8%	0	0%	6	50%	2	17%
3δ	1	8%	0	0%	6	50%	2	17%
3ε	1	8%	0	0%	2	17%	0	0%
3στ	1	8%	0	0%	4	33%	1	8%
3ζ	1	8%	0	0%	3	25%	2	17%
3η	2	17%	0	0%	4	33%	2	17%
	32	**16,32%**	**52**	**27,08%**	**93**	**48,43%**	**71**	**36,98%**

Πίνακας 12: Επιτυχημένες απαντήσεις στα ερωτήματα 1, 2 και 3 στο pre-test και στο post-test και για τα δύο τμήματα T1 και T2.

Και σε αυτόν τον πίνακα παρατηρείται σημαντική διαφορά μεταξύ του pre-test και του post-test για το τμήμα Τ1 και μικρότερη για το τμήμα Τ2.

Επίσης για το ερώτημα 4 που αφορούσε στους άξονες συμμετρίας ακολουθήθηκε η παρακάτω μέθοδος βαθμολόγησης. Κάθε μη-πλήρης απάντηση θεωρήθηκε μη-αποδεκτή και κάθε πλήρης αποδεκτή. Μη πλήρης θεωρήθηκε μια απάντηση όταν έλειπε έστω και ένας άξονας συμμετρίας ή όταν είχε σχεδιαστεί έστω και ένας μη-αποδεκτός άξονας συμμετρίας. Με τη μέθοδο αυτή μετρήθηκαν τα αποτελέσματα των pre-test και post-test και σε σύνολο 252 ερωτήσεων συνολικά το τμήμα Τ1 είχε 86 αποδεκτές απαντήσεις στο pre-test (34,12%) και 157 στο post-test (62,30%) ενώ το τμήμα Τ2 είχε 69 αποδεκτές απαντήσεις στο pre-test (27,38%) και 97 στο post-test (38,49%), όπως φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας 13).

	T1		T2	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Αποδεκτές απαντήσεις	81	157	69	97
Ποσοστό	32,14%	62,30%	27,38%	38,49%

Πίνακας 13: Αποτελέσματα των Τ1 και Τ2 στην 4η ερώτηση για τους άξονες συμμετρίας επίπεδων σχημάτων.

2.3. ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσίασε η έρευνα, μπορεί να ειπωθεί ότι υπάρχουν πολλές ομοιότητες με τα αποτελέσματα προηγουμένων ερευνών (Küchemann, 1980˙ APU, 1981 & 1982˙ Son, 2006˙ Μαρκόπουλου, 2008˙ Τσελεπίδη 2005˙ Γαγάτση 1986 και 1989˙ Leikin et al., 2000˙ Τσικοπούλου, 2008). Πιο συγκεκριμένα τα ευρήματα στη συμμετρία όταν ο άξονας είχε κλίση ήταν παρόμοια με τα ευρήματα της έρευνας του Küchemann και του Son. Οι μη αποδεκτές απαντήσεις των παιδιών και των δύο τμημάτων στο τρίτο ερώτημα του pre-test και του post-test, ήταν διαφόρων ειδών και συμφωνούσαν με τα ευρήματα προηγουμένων ερευνών (Küchemann, 1980), (APU, 1981 & 1982). Για το συμμετρικό του σχήματος L, οι μη αποδεκτές απαντήσεις των παιδιών στο pre-test ήταν 50% στο τμήμα Τ1 και 17% στο τμήμα Τ2 αποτελέσματα που ταιριάζουν σε κάποιο βαθμό με τα ευρήματα της APU (1981 & 1982) στα οποία το αντίστοιχο ποσοστό ήταν 34%. Ο πολύ μικρός αριθμός των ορθών απαντήσεων στο ερώτημα 3 στο pre-test, μόνο 9 ορθές απαντήσεις από τις 192, ήταν κατά κάποιο τρόπο αναμενόμενος αφού έχουν καταγραφεί παρόμοια αποτελέσματα στις έρευνες της APU.

Στο ζήτημα των αξόνων συμμετρίας ενός επίπεδου σχήματος η έρευνα είχε παρόμοια ευρήματα με αυτά των Leikin, Berman & Zaslavsky (2000), των Τσελεπίδη & Μαρκόπουλου (2005) αλλά και πολλών άλλων προαναφερθέντων ερευνών (Sherris, 1998˙ Hoyles & Healy, 1997˙ Xistouri, 2007), αφού υπήρξε μεγάλη ομοιότητα στις μη αποδεκτές απαντήσεις των μαθητών που σχετίζονταν με παραλληλόγραμμα και ορθογώνια, και των αντίστοιχων αποτελεσμάτων στις προαναφερθείσες έρευνες.

Οι διδακτικοί στόχοι της παρούσας εργασίας, συγκρινόμενοι με τα αποτελέσματα της ανάλυσης των pre-test και post-test και με τα δεδομένα της παρατήρησης, φαίνεται πως επιτεύχθηκαν σε ικανοποιητικό βαθμό. Οι μαθητές γνώρισαν τις βασικές έννοιες της συμμετρίας και τον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων εργαζόμενοι σε εφαρμογές εποικοδομητικού τύπου με χρήση ΤΠΕ και χειραπτικών υλικών. Παράλληλα, οι φορητοί Η/Υ και τα χειραπτικά υλικά μετέτρεψαν τη σχολική αίθουσα, κάνοντάς την πιο ευχάριστη και προκάλεσαν το ενδιαφέρον αλλά και τον ενθουσιασμό των μαθητών, οι οποίοι λειτούργησαν στο πλαίσιο της ομαδικής εργασίας έχοντας καλή διάθεση για συνεργασία και ανταλλαγή απόψεων. Ο συνδυασμός των ΤΠΕ με τα χειραπτικά υλικά αλλά και η όλη διαδικασία της ομαδικής εργασίας ήταν μια πρωτόγνωρη εμπειρία για τους συγκεκριμένους μαθητές. Με τη συμπλήρωση και των post-test η δήλωσή τους, «περάσαμε πολύ καλά και μάθαμε κιόλας αρκετά πράγματα», δείχνει ότι το μαθησιακό περιβάλλον θεωρήθηκε από αυτούς ιδιαίτερα ελκυστικό και σύγχρονο, ενώ μετά την ολοκλήρωση της όλης διαδικασίας εκφράστηκε η επιθυμία τους να επαναληφθεί μια παρόμοια διδασκαλία στο μέλλον. Η χρήση των χειραπτικών υλικών δημιούργησε κατά μια έννοια αυθεντικό πλαίσιο μάθησης που επιβεβαίωσε τον ισχυρισμό ότι η μελέτη μέσα σε αυθεντικά πλαίσια είναι απαραίτητη για την ουσιαστική μάθηση με κατανόηση (Σολομωνίδου, 2006). Στο περιβάλλον αυτό οι μαθητές εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά συνειδητοποιώντας την αξία του διαλόγου και της συνεργασίας, γεγονός που αποτυπώθηκε στο ομαδικό φύλλο εργασίας της δεύτερης διδακτικής παρέμβασης, Οι μαθητές ανέπτυξαν την κριτική τους ικανότητα, τη δημιουργική τους σκέψη διατυπώνοντας και ελέγχοντας τις υποθέσεις τους. Συζήτησαν τις απόψεις τους μεταξύ τους και σε ορισμένες περιπτώσεις πρότειναν νέες τεχνικές προσεγγίσεις των θεμάτων. Γενικά η όλη έρευνα συμπεριλαμβανομένων και των διδασκαλιών μπορεί να κριθεί ως επιτυχής και από το γεγονός ότι υπήρξε μεγάλη θετική διαφορά στις βαθμολογίες των pre-test και post-test. Η διαφορά αυτή δείχνει ότι η χρήση των ΤΠΕ και των χειραπτικών υλικών σε ένα ομαδοσυνεργατικό περιβάλλον εποικοδομητικού τύπου μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να οικοδομήσουν νέα γνώση η οποία θα έχει μονιμότερο χαρακτήρα συγκρινόμενη με την αποκτηθείσα γνώση μέσω της παραδοσιακής διδασκαλίας. Την παρατήρηση αυτή έρχεται να επιβεβαιώσει και η σύγκριση των αποτελεσμάτων των pro-test και post-test μεταξύ του τμήματος Τ1 και του τμήματος Τ2, που αποτέλεσε την ομάδα ελέγχου της διαδικασίας. Η μεγάλη διαφορά που παρατηρήθηκε μεταξύ των αποτελεσμάτων αυτών αναδεικνύει την υπεροχή των Σύγχρονων Εποικοδομητικών Περιβαλλόντων Μάθησης έναντι των δασκαλοκεντρικών μοντέλων μετωπικής διδασκαλίας.

Το όλο εγχείρημα ικανοποίησε μαθητές και διδάσκοντα αφού οι πρώτοι συμμετείχαν ενεργά σε όλα τα στάδια της διδασκαλίας διαμορφώνοντας κλίμα ευχάριστο που τους προδιέθετε για ενεργητική μάθηση ενώ ο σχεδιασμός της διδασκαλίας και η επιλογή των υλικών από το διδάσκοντα δημιούργησε στους μαθητές την αίσθηση του παιχνιδιού.

Σημαντικό, επίσης, είναι το γεγονός ότι η εργασία σε ομάδες ενεργοποίησε και μαθητές που έδειχναν λιγότερο ενδιαφέρον γενικότερα για τα μαθήματα του σχολείου. Ύστερα από συζήτηση με την υπεύθυνη του τμήματος προέκυψε ότι αρκετοί μαθητές που έδειχναν σχετικά αδιάφοροι στο σχολείο, είχαν ενεργή συμμετοχή κατά τη διάρκεια των διδακτικών παρεμβάσεων της έρευνας γεγονός που της προκάλεσε ευχάριστη έκπληξη. Μαθητές με δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών της συμμετρίας και αδυναμία στις επιδόσεις στα μαθηματικά και τη γεωμετρία, οι οποίοι γενικά στο παρελθόν εξαιτίας αυτών των αδυναμιών είχαν απομονωθεί και «αυτοεξοριστεί» κατά τη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών, συμμετείχαν ενεργά στις διδακτικές παρεμβάσεις που πραγματοποιήθηκαν. Είναι πολύ σημαντικό να ανακτά ένα παιδί την αυτοπεποίθηση του για τα μαθηματικά και παρόμοιες διδακτικές παρεμβάσεις με αυτή που πραγματοποιήθηκε για το σκοπό της έρευνας μπορούν να βοηθήσουν προς την κατεύθυνση αυτή.

Η εργασία των παιδιών κατά τη διάρκεια των διδακτικών παρεμβάσεων σε υπολογιστές και η συνεργασία μεταξύ τους κρίνεται ικανοποιητική και σε αυτό συντέλεσε το γεγονός ότι οι μαθητές ήταν αρκετά εξοικειωμένοι με τις ΤΠΕ ενώ όλοι ήταν κάτοχοι ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η χρήση του ποντικιού αλλά και του περιβάλλοντος Geogebra δεν δημιούργησε δυσκολία στα παιδιά, τα οποία μέσα σε μερικά λεπτά μπορούσαν να χειρίζονται τις εφαρμογές με άνεση και αυτοπεποίθηση. Η χρήση των χειραπτικών υλικών από τα παιδιά έγινε χωρίς ιδιαίτερα προβλήματα και δημιούργησε περιβάλλον ευχάριστο και εποικοδομητικό μέσα στο οποίο εργάζονταν και ένιωθαν ευχάριστα. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι, όταν τελείωνε κάποια δραστηριότητα που απαιτούσε χρήση χειραπτικών υλικών, τα παιδιά ήθελαν να συνεχίσουν να δουλεύουν με τα υλικά αυτά.

Δυσκολίες παρουσιάστηκαν κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων, οι οποίες ηχογραφήθηκαν, αφού τα παιδιά δεν ήταν συνηθισμένα σε αυτή τη διαδικασία και παρόλο που ο διδάσκων δημιουργούσε ατμόσφαιρα στην οποία οι μαθητές θα ένιωθαν πιο οικεία, πολλοί από αυτούς δεν μπόρεσαν να εκφράσουν αυτό που θα ήθελαν και απαντούσαν αρκετές φορές σχεδόν μονολεκτικά. Αυτό έκανε πιο δύσκολο το στάδιο της επεξεργασίας των δεδομένων της έρευνας, αφού σε ορισμένες περιπτώσεις ο μαθητής δε μιλούσε κατά τη διάρκεια της συνέντευξης και δεν περιέγραφε ο ίδιος τη διαδικασία που ακολούθησε για να απαντήσει σε κάποιο συγκεκριμένο ερώτημα του pre-test και του post-τεστ. Έτσι, αναγκαζόταν ο διδάσκων να υποθέτει μια διαδικασία και μια πορεία εργασίας που πιθανόν ακολούθησε ο μαθητής και αυτός απλά να συμφωνεί ή να διαφωνεί με την περιγραφή αυτή. Παρόμοια προβλήματα παρουσιάστηκαν και στις ηχογραφήσεις που έγιναν κατά τη διάρκεια των διδακτικών παρεμβάσεων.

Εάν επαναλαμβανόταν το όλο εγχείρημα της παρούσας έρευνας θα είχε ενδιαφέρον να διαφοροποιηθούν λίγο τα φύλλα εργασίας, ώστε να εμπλουτιστούν και με άλλες περιπτώσεις συμμετρίας και αξόνων συμμετρίας. Αλλά και στο περιβάλλον του Geogebra θα μπορούσαν οι εφαρμογές να γίνουν ακόμη πιο ελκυστικές, ενώ αν το περιβάλλον του σχολείου είναι κατάλληλο και υπάρχει υλικοτεχνική υποδομή και ευρυζωνική σύνδεση στο διαδίκτυο θα είχε ενδιαφέρον και η χρήση αυτού με διάφορους τρόπους, όπως διαδικτυακές java εφαρμογές για τη γεωμετρία, δικτυακούς τόπους εικονικών χειραπτικών υλικών, διαδικτυακές παρουσιάσεις powerpoint, οπτικοακουστικό υλικό (π.χ. video και άλλα).

Η διεξαγωγή της όλης έρευνας και της διδασκαλίας απαιτεί κυρίως εμπειρία στο σχεδιασμό και την υλοποίηση, μελέτη πολλών παραμέτρων, ευελιξία στις μεθόδους, σχεδίαση και τήρηση χρονοδιαγράμματος, διαχείριση υλικών, προσαρμογή στα δεδομένα της σχολικής μονάδας, αλλά και πολλών άλλων επιμέρους στοιχείων. Είναι βέβαιο ότι όσο καλά και να σχεδιαστεί μια τέτοιου τύπου ερευνητική διαδικασία θα παρουσιαστούν αρκετές φορές απρόβλεπτες καταστάσεις και προβλήματα και η εμπειρία του ερευνητή στη διεξαγωγή τέτοιων ερευνών αποτελεί καταλυτικό παράγοντα για την ελαχιστοποίηση των προβλημάτων και την επιτυχία του διδακτικού πειράματος. Έτσι, κάθε έρευνα εκτός των άλλων συμβάλλει και στην απόκτηση εμπειριών από την πλευρά του ερευνητή. Η εργασία σε περιβάλλον με μαθητές έχει πάντοτε δυναμικά χαρακτηριστικά και μέσα σε αυτό και οι διδάσκοντες αλλά και οι μαθητές χτίζουν τη νέα γνώση.

2.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Το συγκεκριμένο διδακτικό πείραμα έδειξε ότι η χρήση των ΤΠΕ αλλά και των χειραπτικών υλικών μέσα σε εποικοδομητικό περιβάλλον συντελούν στην οικοδόμηση της γνώσης και δημιουργούν ένα ευχάριστο μαθησιακό περιβάλλον. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων του pre-test και του post-test και στα δύο τμήματα έδειξε ότι οι διδακτικές παρεμβάσεις που πραγματοποιήθηκαν είχαν πολύ καλύτερα και πιο μόνιμα μαθησιακά αποτελέσματα από τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Επίσης στις διδακτικές παρεμβάσεις μέσω του ελκυστικού μαθησιακού περιβάλλοντος που δημιουργήθηκε και σε συνδυασμό με την ομαδοσυνεργατική ενεργοποιήθηκε όλο το σύνολο των μαθητών σε αντίθεση με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας όπου υπάρχουν μαθητές που νιώθουν απομονωμένοι. Έγινε φανερό από την έρευνα ότι θα πρέπει το σχολείο να εργαστεί προς την κατεύθυνση της δημιουργίας περισσότερων τέτοιων εποικοδομητικών περιβαλλόντων μάθησης.

Προκειμένου να ενταχθούν οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση, είναι αναγκαίο να τεθούν ορισμένες βασικές προϋποθέσεις όπως η υλικοτεχνική υποδομή, οι προσαρμογές στο αναλυτικό και ωρολόγιο πρόγραμμα, η διαρκής επιμόρφωση των εκπαιδευτικών και η υποστήριξη σε παιδαγωγικό και τεχνικό επίπεδο. «Ο εκπαιδευτικός γνωρίζοντας τις δυνατότητες και τους περιορισμούς της τεχνολογίας αξιοποιεί τα χαρακτηριστικά της και καθοδηγεί τους μαθητές στην εργασία τους με τον υπολογιστή κατά τέτοιον τρόπο, ώστε να προωθούνται γνωστικές διεργασίες και να δημιουργούνται νοητικά μοντέλα για θέματα που είναι δύσκολο ή ακόμα και αδύνατο να αντιμετωπιστούν με άλλα μέσα» (Μικρόπουλος, 2006).

Ειδικά τα τελευταία χρόνια που σχεδόν όλα τα σχολεία έχουν την υλικοτεχνική υποδομή για να υποστηρίξουν τέτοια περιβάλλοντα μάθησης θα πρέπει να γίνουν περισσότερες αλλαγές στο ΑΠΣ και το ΔΕΠΠΣ με σκοπό την πλήρη ενσωμάτωση αυτών των σύγχρονων και εποικοδομητικών περιβαλλόντων μάθησης στη μαθησιακή διαδικασία.

Η χρήση επίσης των χειραπτικών υλικών στη διδασκαλία απαιτεί από την πλευρά του εκπαιδευτικού, σχεδιασμό δραστηριοτήτων εποικοδομητικού τύπου διότι τα χειραπτικά υλικά από μόνα τους δεν κρύβουν καμία ιδέα και χωρίς συγκεκριμένες δραστηριότητες και συγκεκριμένη στόχευση είναι ουσιαστικά μη χρηστικά.

Η παρούσα έρευνα στη διδασκαλία της συμμετρίας και των εννοιών της φανέρωσε ότι είναι δυνατόν αυτήν να διδάσκεται με εποικοδομητικό τρόπο στην Α΄ γυμνασίου. Οι μαθητές αντιμετωπίζουν θετικά τις νέες εποικοδομητικές προσεγγίσεις της διδασκαλίας και εργάζονται αποδοτικότερα ενώ τα μαθησιακά αποτελέσματα είναι πιο μόνιμου χαρακτήρα. Σύμφωνα, επίσης, με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (ΔΕΠΠΣ 2003), η εκπαίδευση πρέπει να υποστηρίζει ενεργητικές και συμμετοχικές μεθόδους προσέγγισης της γνώσης, ώστε να εξασφαλίζεται το απαραίτητο γνωστικό υπόβαθρο και τα εργαλεία εκείνα που θα βοηθούν το κάθε άτομο να ανταποκρίνεται στις ανάγκες για εξειδίκευση, όπως υπαγορεύουν οι εξελίξεις του παρόντος και οι προοπτικές του μέλλοντος.

Τέλος, στην έρευνα, επίσης, παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά είχαν μεγαλύτερη ευχέρεια στο να βρίσκουν το συμμετρικό ως προς μια ευθεία όταν η ευθεία αυτή ήταν κατακόρυφη παρά όταν ήταν οριζόντια. Τέτοιου είδους παρατηρήσεων έχουν γίνει και στις προηγούμενες έρευνες που αναφέρθηκαν αλλά αφορούσαν σε πλάγιους άξονες. Θα μπορούσε να αποτελέσει θέμα μιας μελλοντική έρευνας η εξέταση αυτής της συμπεριφοράς στις απαντήσεις των παιδιών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Arcavi, A., & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. Στο *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5*(1), 25-45.

Assessment of Performance Unit (APU) (1980, 81, 82). *Mathematical performance Primary survey report Nos. 1-3* HSMO. London.

Atherton, J. S. (2010). *Learning and Teaching. Piaget's developmental theory* Available at: http://www.learningandteaching.info/learning/piaget.htm Last Accessed: 6 October 2010.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on Errors as "Springboards for Inquiry": A Teaching Experiment. Στο *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(2), 166-208.

Brown, J.S., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. Στο *Educational Researcher, 18*(1), 32-42.

Clements, D. H. (1999). 'Concrete manipulatives', concrete ideas. In *Contemporary Issues in Early Childhood, 1*(1), 45-60.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1990). Classroom as learning environments for teachers and researchers, in *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph* Vol. 4, Davis, Robert B., Maher, Carolyn A., Noddings, Nel (Eds.). Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics.1990. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P. (1991). Reconstructing Elementary School Mathematics. Στο *Focus on Learning Problems in Mathematics, 13*(2), 3-23.

Crook, C. (1998). Children as computer users: the case of collaborative learning. Στο *Computers and Education, 30*(3/4), 237-247.

Gagne, R.M. & Briggs, L.J. (1979). *Principles of instructional design.* New York: Holt, Rinehart and Winston.

Gardner, H. (1993). *Multiple Intelligences*. New York: Basic Books.

Garnham, A. & Oakhill, J. (1994). *Thinking & Reasoning*. Oxford: Blackwell Publishers.

Gilbert, J., Osborne, R. & Fensham, P. (1982). Children's Science and its Consequences for Teaching. *Science Education, 66* (4).

Glasersfeld von, E. (1990). "Environment and Education." In L.P. Steffe & T. Wood (eds.), *Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives*, (pp. 200-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Harkin, J. B. (1975). Introducing the Geoboard. Στο *Educational Studies in Mathematics 6*, (1), pp. 113-118.

Hart, K. M., Kerslake, D., Brown, M. L., Ruddock, G., Kuchemann, D. E. & McCartney, M., (1981). *Children's Understanding of Mathematics.* London: John Murray.

Hoyles, C. & Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry, *International journal of computers in mathematical learning* , 2 (1) pp. 27-59.

Kanuka, H. & Anderson, T. (1999). Using constructivism in technology mediated learning: Constructing order out of the chaos in the literature. *Radical Pedagogy, 1*(2). [Online]. Available at: http://radicalpedagogy.icaap.org/content/issue1_2 /02kanuka1_2.html

Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum, *The Montana Mathematics Enthusiast, 1*(1), 3-8.

Küchemann, D.E. (1980). Children's difficulties with single reflections and rotations. *Mathematics in schools. 9*(2), 12-13.

Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In Hart K. (Ed.). *Children's Understanding of Mathematics,* 11-16 . London: John Murray. pp.102-119.

Küchemann, D. E. (1981). Reflection and rotation. In Hart K. (Ed.). *Children's understanding of mathematics: 11-16.* London: John Murray. pp. 137-157.

Kukla, A. (2000). *Social Constructivism and the Philosophy of Science*. New York: Routledge.

Lamberty, K. K. (2008). Creating Mathematical Artifacts: Extending Children's Engagement with Math Beyond the Classroom. In *IDC 2008 – Papers July 11-13*, pp. 226-233.

Leikin, R., Berman, A. & Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*. *12*, 16-34.

Markopoulos, C., Panagiotakopoulos, C. & Potari, D. (2008). Prospective primary teachers' conceptions of axial symmetry. *11th International Congress on Mathematical Education (ICME-11)*, Monterrey, Mexico.

Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 47*(2), 175-197.

Noddings Nel (1990). Constructivism in Mathematics Education in *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph,* Vol. 4, Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics (1990), (pp. 7-18) Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Papert, S. (1980). *Mindstroms, Children, Computers and Powerful Ideas.* New York: Basic Books.

Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. London: Routledge and Kegan Paul.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1967). *The Child's Conception of Space*. London: W. W. Norton & Company.

Saads, S. M. L. & Edwards, C. W. (1997). Understanding shapes and space from reflection and rotation. Στο *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 28*(3), 437–446.

Sherris K. (1998), *The Teaching of Reflection*, Centre for Maths Education at Manchester Metropolitan University, Institute of Education, Didsbury, UK. Online at http://www.partnership.mmu.ac.uk/cme/Student_Writings/CDAE/Karen_Sherris /Karen_Sherris.html

Solomon, J. (1987). Social influences on the construction of pupils' understanding of science. *Studies in Science Education*, 14, 63–82.

Son, J. (2006). Investigating Pre-service Teachers' Understanding and Strategies on a Student's errors of reflective symmetry. Στο Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, pp. 145-152. Prague: PME.

Sowell, E. J. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction. Στο *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(5), pp. 498-505.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education,* pp.267-307. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight.* Orlando FL: Academic Press.

Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. Στο Pitta – Pantazi, D. & Philippou, G. (Eds.). *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 526-535

Βανδουλάκης, Ι., Καλλιγάς, Χ., Μαρκάκης, Ν. & Φερεντίνος, Σ. (2007). *Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου.* Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων.

Γαγάτσης, Α. & Ντίνας, Α. (1995). Αντιλήψεις των Ελλήνων μαθητών και καθηγητών για την αξονική συμμετρία. Στο Γαγάτσης Α. *Διδακτική των μαθηματικών, Θεωρία – Έρευνα.* Θεσσαλονίκη. ART of TEXT. σελ. 190-238

Γαγάτσης, Α. & Γαλλής, Ε. (1989). Αντιλήψεις των μαθητών στην ορθογώνια συμμετρία. Στο *Παιδαγωγική Επιθεώρηση 1989*(11), σελ. 173-207.

Cohen, L., Manion, L. (1994). *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας.* Αθήνα: Μεταίχμιο.

Διαμαντής, Κ. & Τερζίδης, Σ. (2008). *Θεωρίες μάθησης.* Στην ιστοσελίδα http://www.ictscenarios.gr/Theories_Mathisis

Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007). Βοήθεια Geogebra. Εγχειρίδιο Χρήσης 3.0. Στην ιστοσελίδα http://www.geogebra.org/help/docuel.pdf

Κάββουρα, Θ. (2004). Ιστορικές Πηγές και Περιβάλλοντα Μάθησης Ιστορίας με τη Χρήση Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας. Στο Αγγελάκος, Κ. & Κόκκινος, Γ. *Η Διαθεματικότητα στο Σύγχρονο Σχολείο και η Διδασκαλία της Ιστορίας με τη Χρήση Πηγών.* Αθήνα: Μεταίχμιο.

Καλαβάσης, Φ.,& Μεϊμάρης, Μ., (2000). *Αξιολόγηση και Διδασκαλία των Μαθηματικών.* Αθήνα : Gutemberg.

Keitel, C. (2000). Διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών σε διεπιστημονικό πλαίσιο: τα Μαθηματικά και η κοινωνική πρακτική τους μέσα στην τάξη. Στο Καλαβάσης, Φ., & Μεϊμάρης, Μ. *Διεπιστημονική Προσέγγιση των Μαθηματικών και της Διδασκαλίας τους.* Αθήνα : Gutemberg.

Κόκκοτας, Π. (2002). *Διδακτική των Φυσικών Επιστημών – Σύγχρονες προσεγγίσεις στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Κόμης, Β. (2004). *Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των τεχνολογιών της πληροφορίας και των επικοινωνιών.* Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.

Κορδάκη, Μ. (2001). *Θέματα διδακτικής της γεωμετρίας στο περιβάλλον του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri-geometry II.* Αθήνα: Καστανιώτης.

Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (1997). *Ψυχολογία της Σκέψης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Λεμονίδης, Χ. (2002). Μια νέα πρόταση διδασκαλίας για τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου. *Θέματα στην Εκπαίδευση 3*(1), σελ. 5 - 22.

Λεμονίδης, Χ. (2003). *Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου*. Αθήνα: Πατάκη.

Μακράκης, Β. (2000). *Υπερμέσα στην εκπαίδευση: μια κοινωνικο-εποικοδομιστική προσέγγιση*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Μαστρογιάννης, Α. & Κορδάκη, Μ. (2007α). *Δυναμικά περιβάλλοντα γεωμετρίας και η έννοια της Συμμετρίας στο Δημοτικό σχολείο*. 4ο Πανελλήνιο Συνέδριο της ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ. Θέμα: Τ.Π.Ε. & Εκπαίδευση.

Μαστρογιάννης Α. & Κορδάκη Μ. (2007β). *Αμφίπλευρη συμμετρία: Αντιλήψεις μαθητών Δημοτικού*. 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ), 358-368.

Ματσαγγούρας, Η. (2004). *Ομαδοσυνεργατική Διδασκαλία και Μάθηση*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Ματσαγγούρας, Η. (2004). *Στρατηγικές διδασκαλίας: Η κριτική σκέψη στη διδακτική πράξη*. Αθήνα: Gutenberg.

Μικρόπουλος, Τ. Α. (2006). *Ο υπολογιστής ως γνωστικό εργαλείο*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Παληός, Ζ.(2005). Θεωρίες Μάθησης και Μάθηση Ενηλίκων. Στο Α. Κόκκος (επιμ.) *Εκπαιδευτικό υλικό για τους εκπαιδευτές θεωρητικής κατάρτισης*. Αθήνα: ΕΚΕΠΙΣ τόμος 1 σελ. 61-65.

Ράπτης, Α., Ράπτη, Α. (2001). *Μάθηση και διδασκαλία στην εποχή της πληροφορίας: Ολική προσέγγιση*. *Τόμος Α'*. Αθήνα: Ράπτης.

Σολομωνίδου, Χ. (2006). *Νέες τάσεις στην εκπαιδευτική τεχνολογία. Εποικοδομητισμός και σύγχρονα περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Σταυρίδου, Ε., Σολομωνίδου, Χ. (1997). *Διανύσματα στη Φυσική και τα Μαθηματικά. Συμβουλευτικός οδηγός για τον καθηγητή και την καθηγήτρια*. Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Σταυρίδου, Ε. (2000). *Συνεργατική μάθηση στις Φυσικές Επιστήμες. Μια εφαρμογή στο Δημοτικό σχολείο.* Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Τουμάσης, Μ. & Αρβανίτης, Τ. (2003). *Διδασκαλία μαθηματικών με Η/Υ*. Αθήνα: Σαββάλας.

Τουμάσης, Μ. (2004). *Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών.* Αθήνα: Gutenberg.

Τσελεπίδης, Κ. & Μαρκόπουλος, Χ. (2005). *Συμμετρία: σχέση ισότητας ή γεωμετρικός μετασχηματισμός;*. 1ο Συνέδριο Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Τσικοπούλου, Σ. (2008). *Οι Αντιλήψεις των μαθητών της Ε΄ τάξης του Δημοτικού για την αξονική συμμετρία*. 25^{o} Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας. Βόλος. σελ. 313-325.

ΥΠ.Ε.Π.Θ. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης*. Αθήνα. Ο.Ε.Δ.Β.

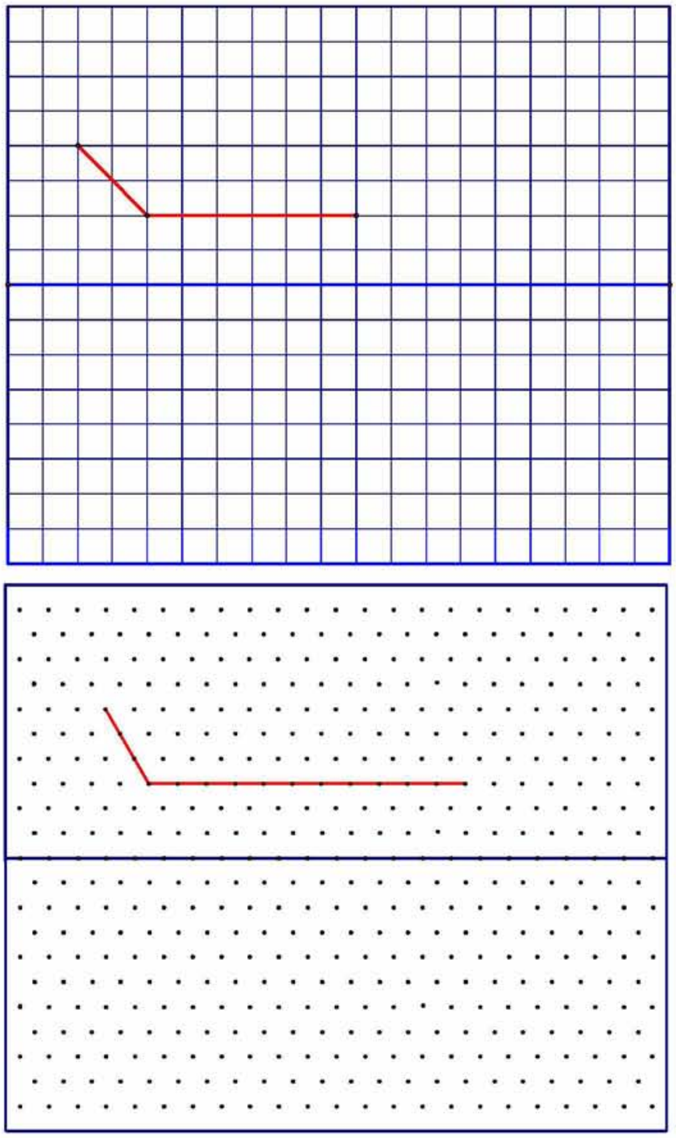
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Όνομα (Ψευδώνυμο): ....Τμήμα : ....   Ημερομηνία : ....

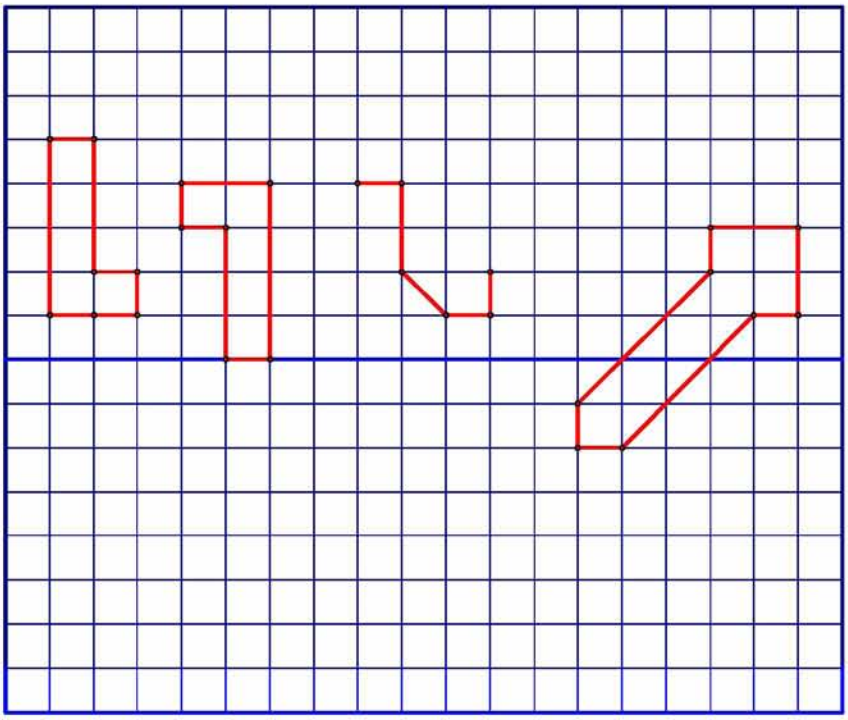
Αγαπητοί μαθητές και αγαπητές μαθήτριες. Οι επόμενες ερωτήσεις δεν έχουν σκοπό να σας βαθμολογήσουν αλλά απλά να διερευνήσουν τις ιδέες σας σχετικά με την έννοια της συμμετρίας. Απαντήστε σε όλα τα ερωτήματα. Ακόμη και αν δεν είστε απόλυτα βέβαιοι/ες για την ορθότητα της απάντησης σας είναι σημαντικό να απαντήσετε. Στο τέλος υπάρχει χώρος για τις δικές σας παρατηρήσεις, απόψεις , σκέψεις και ιδέες.

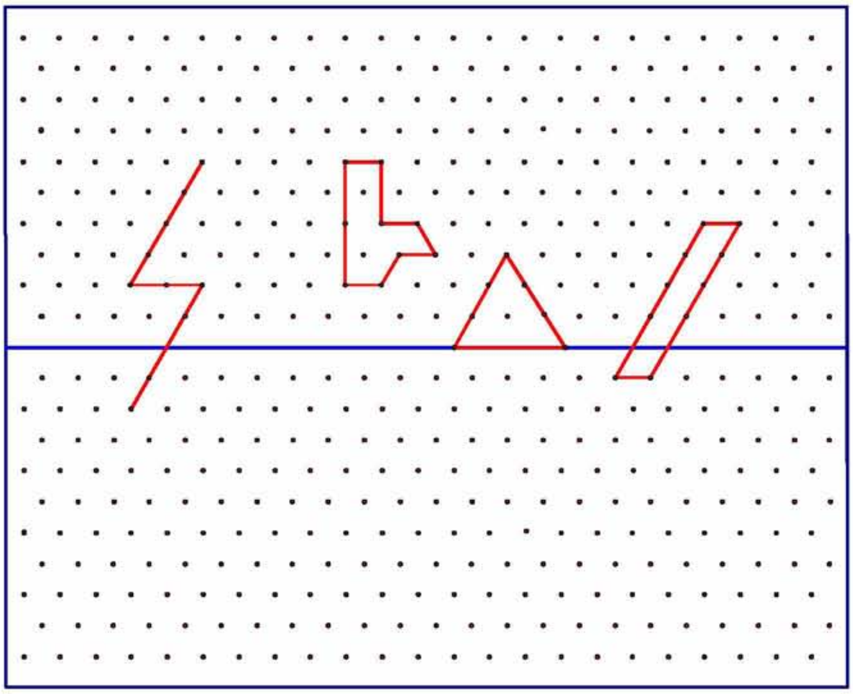
1. **Δείξτε πως βρίσκουμε το συμμετρικό της τεθλασμένης γραμμής στους παρακάτω δύο καμβάδες. Περιγράψτε σύντομα την όλη διαδικασία στο άδειο πλαίσιο.**



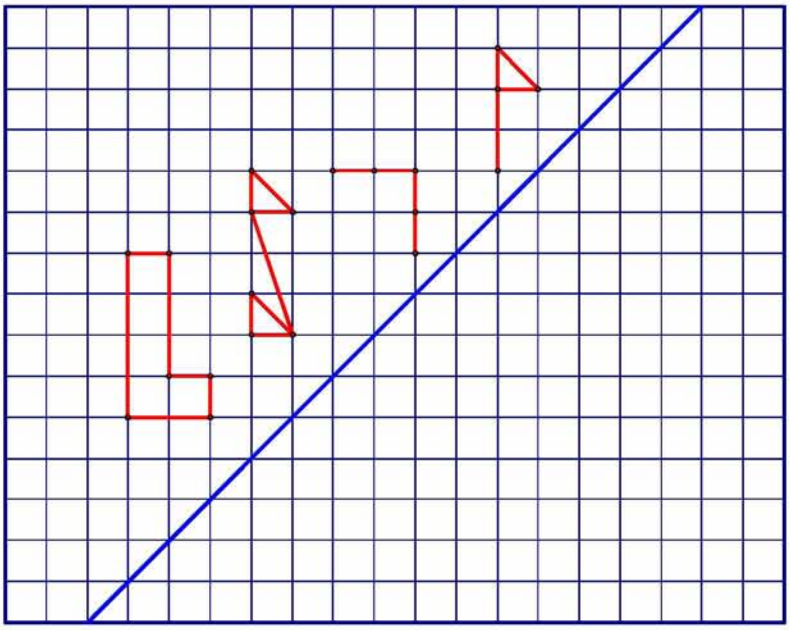
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

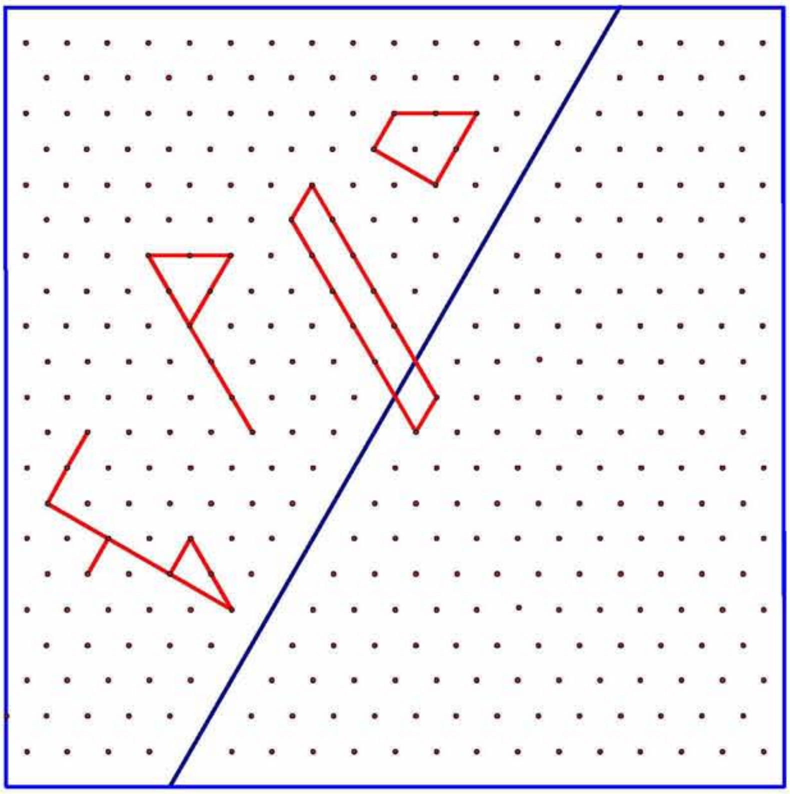
2. **Σχεδιάστε τέσσερα σχήματα που να είναι συμμετρικά με τα τέσσερα σχήματα που ήδη υπάρχουν ως προς τη γραμμή στη μέση του σχήματος. Κάντε το ίδιο και με τα τέσσερα σχήματα του δεύτερου πλαισίου.**



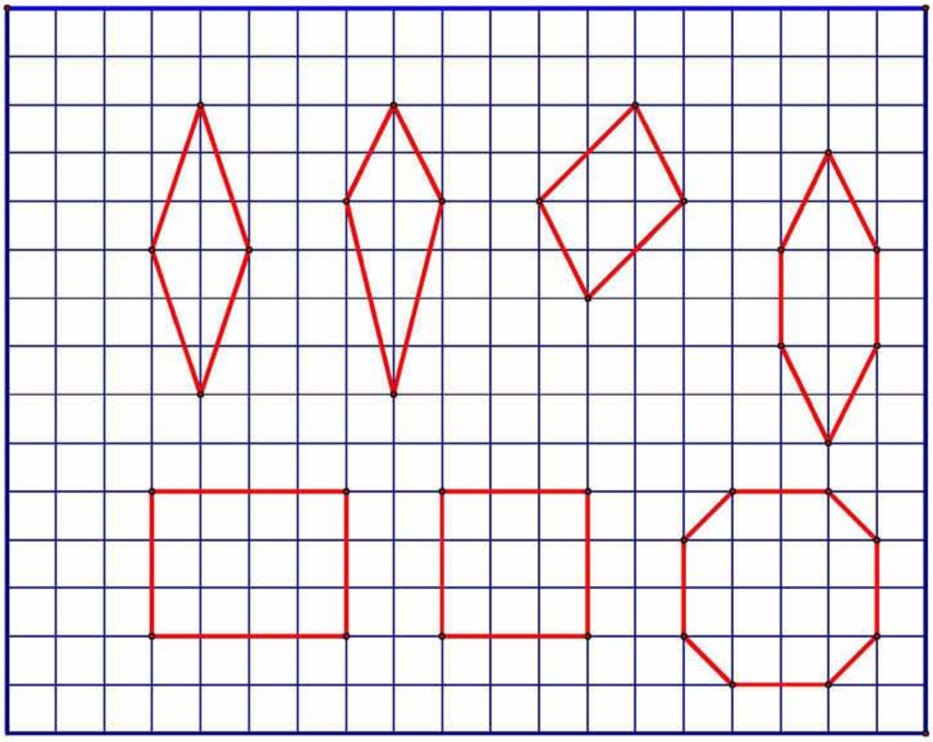


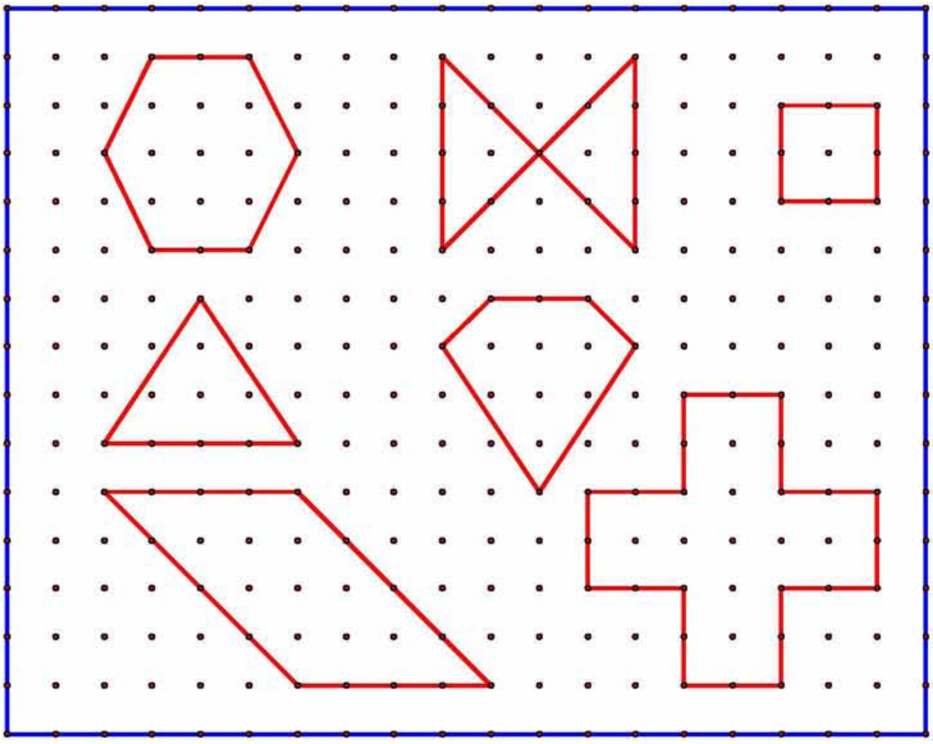
3. **Σχεδιάστε τέσσερα σχήματα που να είναι συμμετρικά με τα τέσσερα σχήματα που ήδη υπάρχουν ως προς τη πλάγια γραμμή. Κάντε το ίδιο με τα τέσσερα σχήματα του δεύτερου πλαισίου.**

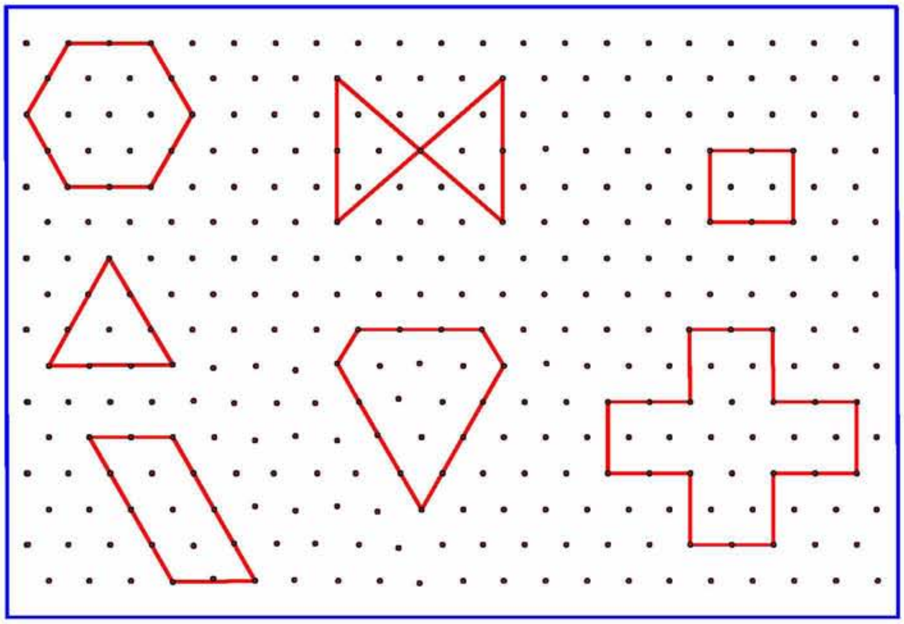




4. **Σχεδιάστε όσους περισσότερους άξονες συμμετρίας μπορείτε να βρείτε στα παρακάτω σχήματα.**







5. **Αν έχετε κάποια παρατήρηση, κάποια διαπίστωση ή κάποια ιδέα μπορείτε να την αναπτύξετε εδώ :**

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Σας ευχαριστώ για τη συμμετοχή σας.

<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ</u>

Όνομα (Ψευδώνυμο) : …………………………Τμήμα …..… Ημερομηνία …/…/ 2010

<u>Φύλλο εργασίας</u>

1. Με χρήση του κανόνα και του γνώμονα να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές με μήκη 6cm και **8** cm.

2. Με χρήση του κανόνα και του γνώμονα να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και να φέρετε της διαγώνιές του.

3. Με χρήση του κανόνα και του γνώμονα να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση 8 cm και έπειτα να φέρετε το ύψος του.

4. Με χρήση του διαβήτη του κανόνα και του γνώμονα να σχεδιάσετε έναν κύκλο με ακτίνα 3.5 cm και να έπειτα να σχεδιάσετε δύο διαμέτρους κάθετες μεταξύ τους.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

Όνομα (ψευδώνυμο) ……………………Τμήμα ….. Ημερομηνία …/…/ 2010

Εφαρμογή Α: **Συμμετρία σημείου ως προς ευθεία ε**

1. Γράψτε εν συντομία τι παρατηρήσατε χρησιμοποιώντας την 1η εφαρμογή

   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………

2. Γράψτε εν συντομία τι παρατηρήσατε χρησιμοποιώντας την 1η εφαρμογή με χρήση των βοηθητικών στοιχείων.

   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………

3. Τι γίνεται όταν το σημείο Α περάσει στο δεξιό μέρος του σχήματος;

   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………

Εφαρμογή Β: **Συμμετρικό ενός ευθυγράμμου τμήματος**

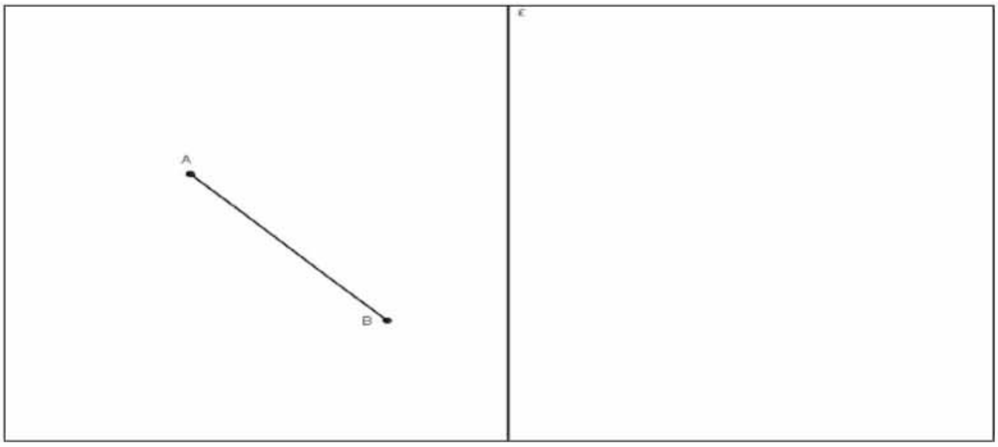
4. Προσπάθησε να τοποθετήσεις το τμήμα ΔΕ ώστε να είναι περίπου συμμετρικό με το ΑΒ κατά την εκτίμησή σου. Δικαιολόγησε τη σκέψη σου.

 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………

5. Βλέποντας το δρομέα να σχηματίζει το κόκκινο ευθύγραμμο τμήμα που είναι συμμετρικό του ΑΒ και γνωρίζοντας ότι ένα ευθύγραμμο τμήμα έχει πολλά σημεία (άπειρα), χρειάζεται να βρούμε τα συμμετρικά όλων των σημείων για να σχηματιστεί το συμμετρικό του ΑΒ;

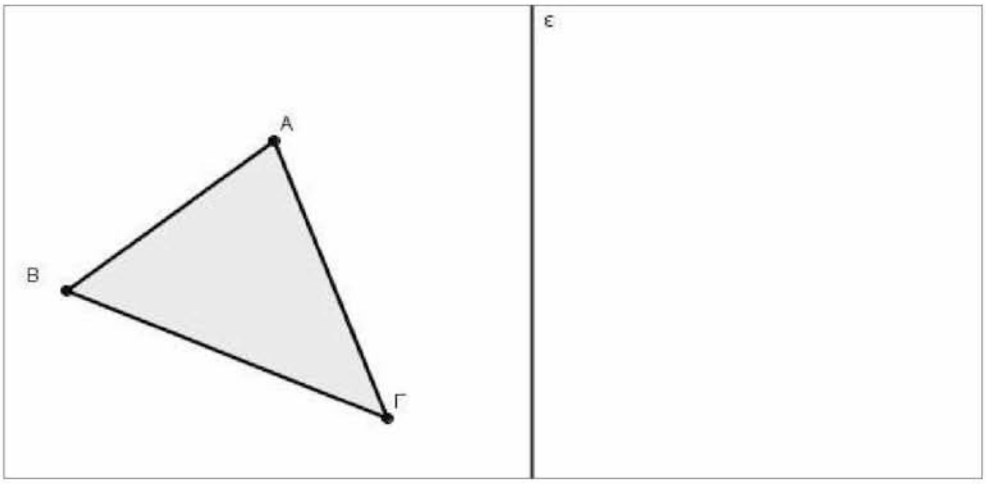
 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………
 ………………………………………………………………………………………

6. Χρησιμοποιώντας κανόνα και γνώμονα σχεδιάστε το συμμετρικό του τμήματος στο παρακάτω σχήμα



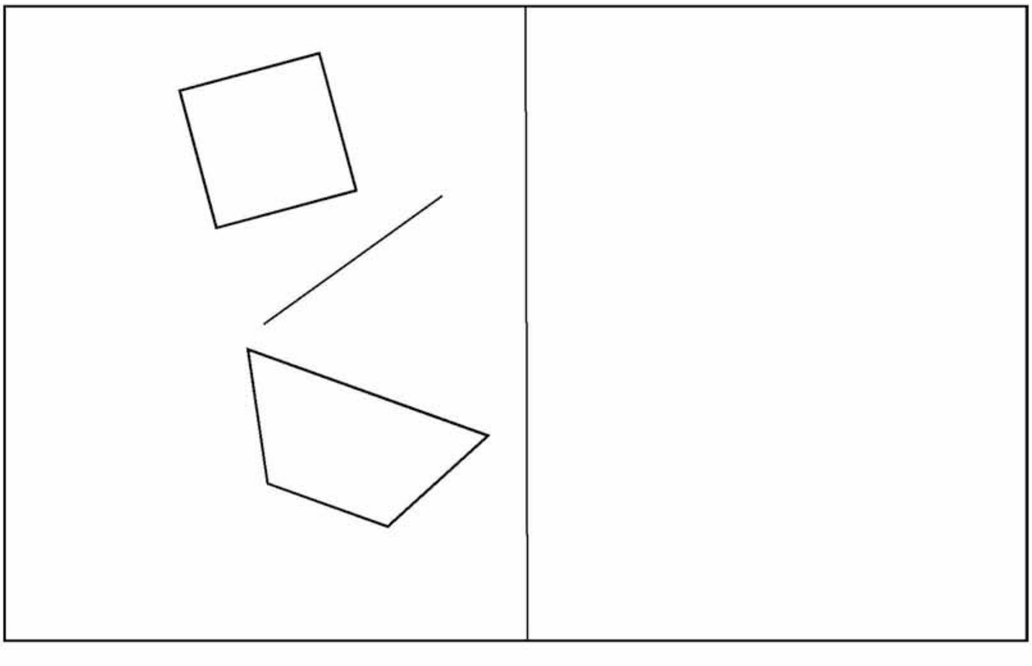
Εφαρμογή Γ: **Συμμετρικό ενός τριγώνου ως προς άξονα**

7. Χρησιμοποιώντας κανόνα και γνώμονα σχεδιάστε το συμμετρικό του τριγώνου στο παρακάτω σχήμα



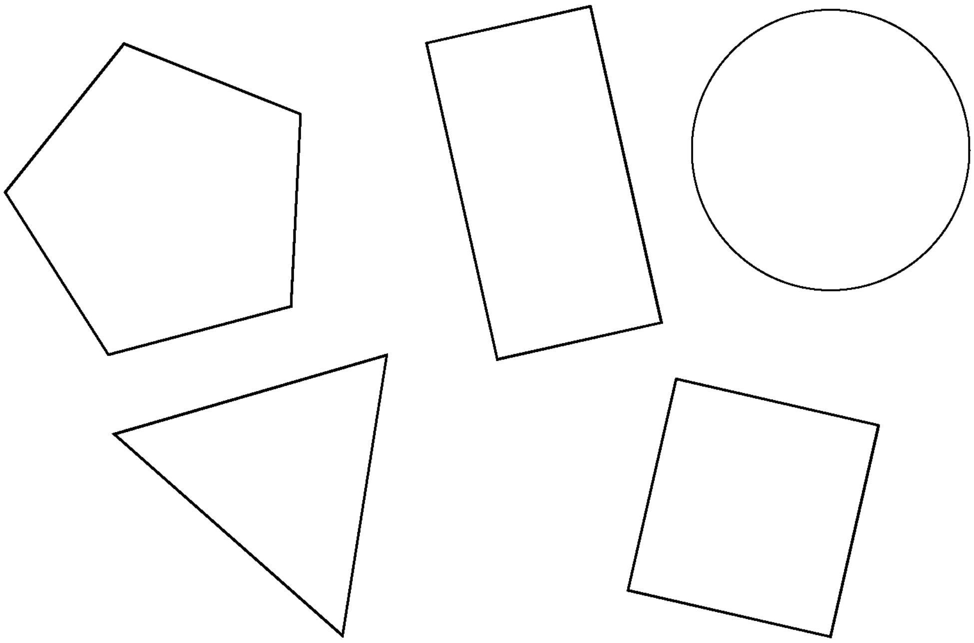
Εφαρμογή Δ: **Συμμετρικά σχημάτων ως προς άξονα**

8. Σχεδιάστε τα συμμετρικά των σχημάτων ως προς τον άξονα χρησιμοποιώντας γνώμονα και κανόνα.



Εφαρμογές Ε και ΣΤ: **Άξονες συμμετρίας**

9. Στα παρακάτω σχήματα σχεδιάστε τους άξονες συμμετρίας που βρήκατε με χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή.



10. Γιατί το τετράγωνο έχει περισσότερους άξονες συμμετρίας από το ορθογώνιο και γιατί το παραλληλόγραμμο δεν έχει κανένα άξονα συμμετρίας;

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV

Όνομα (ψευδώνυμο) …………….. Τμήμα ……. Ημερομηνία …/…/ 2010

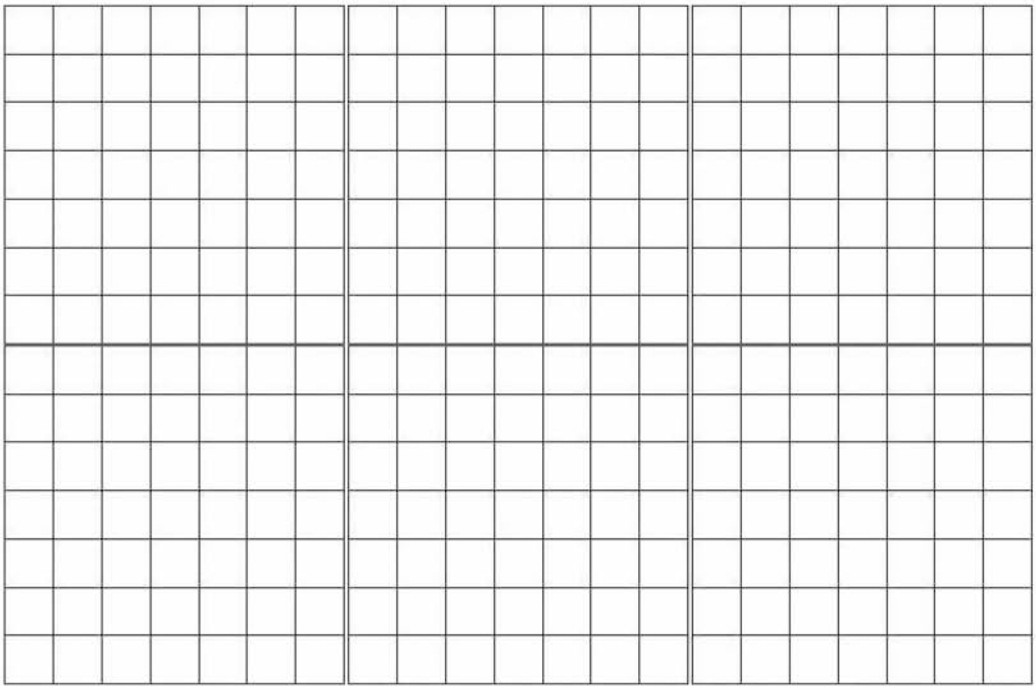
Άξονας συμμετρίας

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

1. Ασχοληθείτε με 2 παζλ ατομικά και συζητήστε τα αποτελέσματα στην ομάδα σας. Αφού ταιριάξετε τα κομμάτια μεταξύ τους και βρείτε τις ζητούμενες λύσεις και σχεδιάστε τις στα παρακάτω πλαίσια (μία σε κάθε πλαίσιο).

Αριθμός του παζλ: ……..

Αριθμός του παζλ: ………..



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

2. Χρησιμοποιώντας το καθρεφτάκι και τα πράσινα σχήματα βρείτε πόσους άξονες συμμετρίας έχουν τα παρακάτω σχήματα.

α. Ισοσκελές τρίγωνο ……………………

β. Τετράγωνο ……………………

γ. Κανονικό εξάγωνο ……………………

δ. Κανονικό οκτάγωνο ………………….

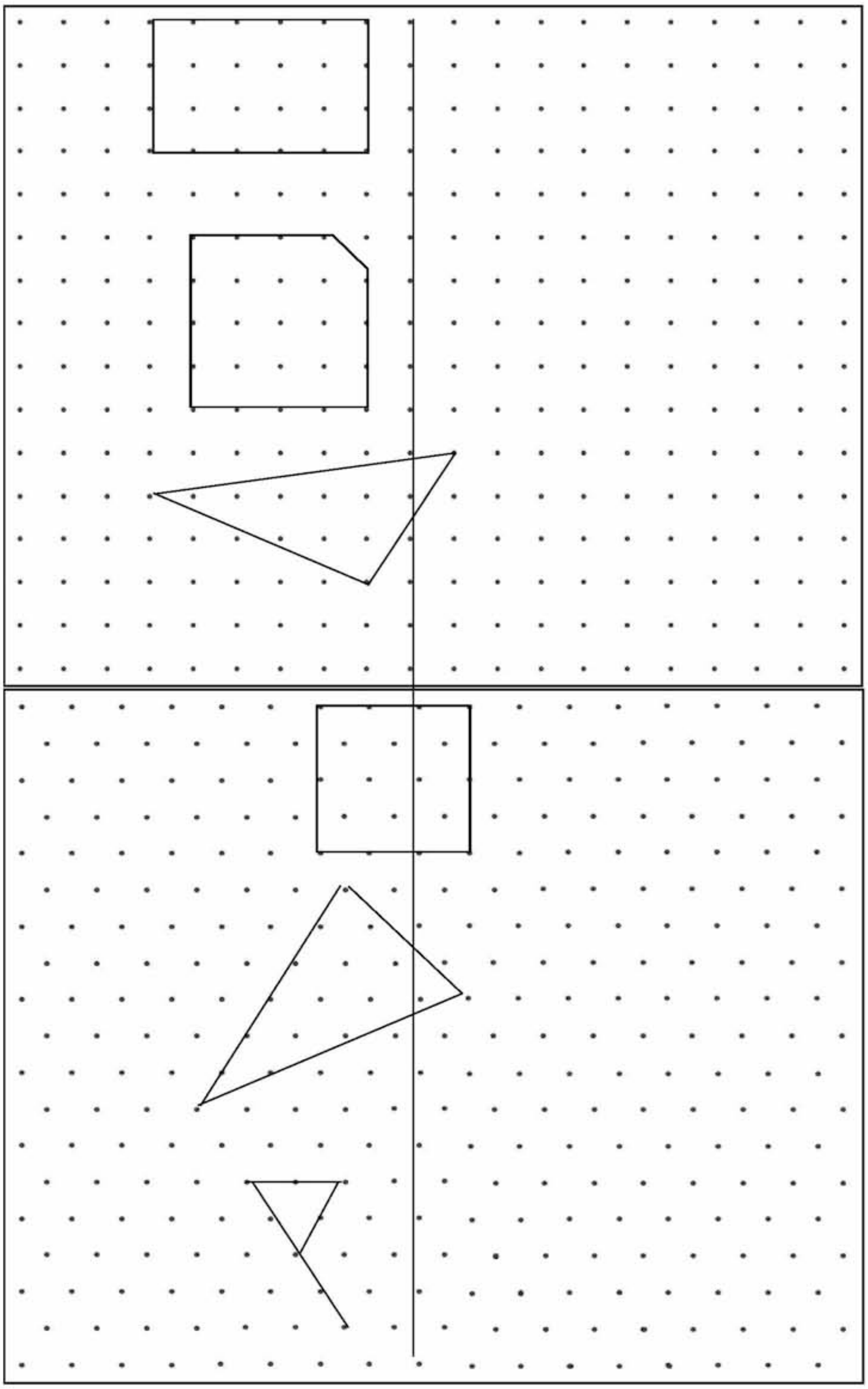
ε. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ……..….

ζ. Ισοσκελές τραπέζιο …………………….

3. Χρησιμοποιώντας δύο ή και περισσότερα πράσινα γεωμετρικά σχήματα δημιουργήστε μεγαλύτερα σχήματα που να έχουν άξονα συμμετρίας. Επαληθεύστε την απάντησή σας με το καθρεφτάκι. Δημιουργήστε 5 σχήματα που να έχουν άξονα συμμετρίας. Ζωγραφίστε 2 από αυτά στο παρακάτω πλαίσιο χρησιμοποιώντας το stencil.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

4. Στο γεωπίνακα σχηματίστε τα παρακάτω σχήματα με λαστιχάκια μπλε χρώματος και με λαστιχάκια πράσινου χρώματος κατασκευάστε τα συμμετρικά αυτών των σχημάτων. Στη συνέχεια σχεδιάστε τα συμμετρικά που βρήκατε στα παρακάτω πλαίσια.



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4

4. Σχεδιάστε τα συμμετρικά των σχημάτων ως προς τον άξονα χρησιμοποιώντας γνώμονα και κανόνα.