



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΜΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**

**ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΩΝ
ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΤΩΝ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ ΩΣ
ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ REGIME-SWITCHING**

Επιμέλεια: Γεωργία Κών/νου Γαλάνη

Επιβλέπων Καθηγητής: Αναπ. Καθηγητής Γεώργιος Εμμ. Χάλκος

Βόλος 2010

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιανουάριος 2010

Η Δηλούσα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Χάλκο Γεώργιο για την πολύτιμη βοήθειά του, τις χρήσιμες υποδείξεις καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας αυτής. Επιπλέον θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την προθυμία του να μου προσφέρει συμβουλές κατά τη διάρκεια των σπουδών μου στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα. Η αφοσίωση του στην επιστήμη αλλά και στην διδασκαλία αυτής αποτελεί για μένα κινητήριο δύναμη για την προσπάθειά μου.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους καθηγητές του Μεταπτυχιακού Προγράμματος του τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για τη συνεχή προσπάθειά τους να μου μεταδώσουν γνώση και εμπειρία. Ιδιαίτερα ευχαριστώ την κ. Αναγνώστου Αγγελική, τον κ. Κεβόρκ Ηλία, κ. Μπέλλου Βικτωρία, τον κ. Παπαδάμου Στέφανο, κ. Τζερεμέ Νικόλαο, για την βοήθειά τους στην επίλυση αποριών των εκάστοτε εργασιών του Μεταπτυχιακού Προγράμματος αλλά και για την άριστη συνεργασία μας.

Ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω στους γονείς μου για την ηθική και υλική στήριξη τους αλλά και στον Τζιβινίκο Τρύφωνα για την συμπαράσταση και βοήθεια που μου προσέφερε. Ευχαριστώ τέλος τους φίλους και συναδέλφους του μεταπτυχιακού και ιδιαιτέρως τον Κωνσταντίνο Τσαρδούνη.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	3
Abstract.....	4
1. Εισαγωγή.....	5
2. Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	8
2.1 Προσδιοριστικοί παράγοντες των επιτοκίων.....	8
2.2 Μακροοικονομικές θεωρίες των επιτοκίων.....	9
2.3 Διαχρονική δομή των επιτοκίων.....	12
2.3.1 Θεωρία αμερόληπτων προσδοκιών.....	12
2.3.2 Θεωρία του ασφαλίστρου ρευστότητας.....	13
2.3.3 Θεωρία κατάτμησης των αγορών.....	13
2.4 Νομισματική πολιτική και επιτόκια.....	14
2.5 Πετρελαϊκή κρίση 1973-1975.....	15
2.6 Κρίση της χρηματιστηριακής αγοράς του 1987.....	16
3. Υποδείγματα επιτοκίων στην υπάρχουσα βιβλιογραφία.....	18
3.1 Υποδείγματα Diffusion.....	18
3.2 Χαρακτηριστικά χρηματοοικονομικών χρονοσειρών.....	21
3.3 Υποδείγματα μεταβλητότητας.....	22
3.3.1 Γενικευμένη αυτοπαλίνδρομη υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα.....	22
3.4 Υποδείγματα Markov regime switching.....	25
3.4.1 Generalized Regime-Switching υπόδειγμα του Gray.....	29
3.4.2 Markov Regime Switching GARCH υπόδειγμα του Klaassen.....	35
4. Εμπειρική μεθοδολογία.....	39
4.1 Δεδομένα.....	39
4.2 Μεθοδολογία.....	42
4.3 Οικονομετρικοί Έλεγχοι.....	43
4.3.1 Έλεγχοι Κανονικότητας.....	43
4.3.2 Έλεγχος Στασιμότητας.....	44
4.3.3 Έλεγχος επιδράσεων ARCH.....	45
4.3.4 Έλεγχος Ljung -Box.....	46
4.3.5 Έλεγχος Engle.....	46
4.3.6 Έλεγχος Engle-Ng.....	46

4.4 Εκτίμηση Υποδείγματος	48
4.4.1 Εκτίμηση με GARCH (1,1).....	48
4.4.1.1 Παρατηρήσεις για τα υποδείγματα ARCH/GARCH	48
4.4.2 Εκτίμηση με EGARCH (1,1)	49
4.4.3 Εκτίμηση με GJR-GARCH (1,1)	50
4.5 Κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων	50
5. Εμπειρικά Αποτελέσματα και σχόλια.....	52
5.1 Αποτελέσματα για το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης	52
5.1.1 Υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης ενός καθεστώτος.....	52
5.1.2 Υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστώτων	53
5.2 Αποτελέσματα υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων με την προσθήκη της GARCH της διαδικασίας	57
5.2.1 Υπόδειγμα GARCH ενός καθεστώτος.....	57
5.2.2 Υπόδειγμα GARCH μεταβολής καθεστώτων	62
5.3 Αποτελέσματα γενικευμένου υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων	64
5.3.1 Γενικευμένο υπόδειγμα ενός καθεστώτος.....	64
5.3.2 Γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων.....	66
5.3.3 Γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με χρονικά μεταβλητές πιθανότητες	68
5.4 Εντός του δείγματος αξιολόγηση	72
5.5 Εκτός του δείγματος αξιολόγηση	74
6. Συμπεράσματα.....	78
Βιβλιογραφία.....	81
Παράρτημα	88

Περίληψη

Η παρούσα μελέτη εξετάζει υποδείγματα ώστε να λάβει υπόψη της τα χαρακτηριστικά της πολύ σημαντικής μεταβλητής των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων. Τα υποδείγματα διάχυσης δεν είναι ικανά να λάβουν υπόψη τους την επαναφορά στο μακροπρόθεσμο μέσο και την συσπείρωση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες. Το πολυσυζητημένο GARCH υπόδειγμα είναι κατάλληλο ως προς την προσαρμοστικότητα στα δεδομένα, υπάρχουν όμως περιθώρια βελτίωσης. Ειδικότερα δεν λαμβάνει υπόψη τις δομικές αλλαγές που υπάρχουν στο δείγμα. Αναπτύχθηκε λοιπόν το γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων (GRS). Το υπόδειγμα αυτό σε αντίθεση με τα προηγούμενα τα οποία υποθέτουν μια σταθερή δομή του υπό συνθήκη μέσου και της υπό συνθήκης διακύμανσης, επιτρέπει το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο να μεταβάλλεται μεταξύ δύο καθεστώτων εκ των οποίων το ένα χαρακτηρίζεται από υψηλή μεταβλητότητα ενώ το δεύτερο χαμηλής μεταβλητότητας. Το υπόδειγμα GRS ενσωματώνει την GARCH διαδικασία, την τετραγωνική ρίζα του Cox, et al (1985) που αφορά την επίδραση από τη μεταβολή των επιτοκίων και τέλος ενσωματώνει τις δομικές αλλαγές ενδογενώς. Η μεταβολή μεταξύ των δύο καθεστώτων κυριαρχείται από μια πρώτης τάξης Markov διαδικασία. Συγκρινόμενο το υπόδειγμα GRS με μια σειρά από υποδείγματα αποδίδει καλύτερα ως προς την προβλεπτική ικανότητα της μεταβλητότητας των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων.

Λέξεις κλειδιά : Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο, υπό συνθήκη μεταβλητότητα, μεταβολή καθεστώτων, Markov διαδικασία.

Ταξινόμηση JEL : C52, C53, G12

Abstract

This study examines models so that to consider the characteristics of the very important variable of short-term interest rates. The diffusion model is not able to consider the mean-reversion to the long-run mean and the volatility clustering . The much- debated GARCH model is appropriate in terms of goodness-of-fit statistics , but there is room for improvement. In particular it does not take into account the structural breaks present in the sample. So, it is developed the generalized model of regime switching (GRS). This model unlike the previous which assume a stable structure of the conditional means and conditional variance, allow short-term interest rate to vary between two regimes of which one is characterized by high volatility and the second low volatility. The GRS model incorporates GARCH process, the square root of Cox, et al (1985) witch is referred to the effect of changes in interest rates and finally integrates the structural changes endogenously. The change between the two regimes dominated by a first-order Markov process. Compared GRS model with a range of models perform better in terms of forecasting performance of the volatility of short-term interest rates.

Keywords: Short-term interest rate, conditional volatility, regime switching, Markov process.

JEL classification: C52, C53, G12

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Το επιτόκιο αποτελεί αναμφισβήτητα μια σημαντική μεταβλητή διότι αποτελεί μέρος του οικονομικού μηχανισμού. Συνδέεται με σημαντικές μακροοικονομικές μεταβλητές όπως η αποταμίευση, η επένδυση, ο πληθωρισμός.

Σχετικά με το ρόλο του επιτοκίου και τον τρόπο που συνδέεται με σημαντικές μακροοικονομικές μεταβλητές έχουν αναπτυχθεί μακροοικονομικές θεωρίες όπως η νεοκλασική και η κενσουανή. Επίσης το επιτόκιο αποτελεί μεταβλητή κλειδί για τον επηρεασμό ποικίλων αξιόγραφων όπως μετοχές. Συνεπώς επηρεάζονται από αυτό αποφάσεις οικονομούντων ατόμων και επιχειρήσεων.

Ένας άλλος βασικός ρόλος του επιτοκίου και συγκεκριμένα του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου είναι ότι αποτελεί μέρος της νομισματικής πολιτικής των Κεντρικών Τραπεζών. Οι βασικοί στόχοι της νομισματικής πολιτικής είναι η σταθερότητα των χρηματοοικονομικών αγορών, η σταθερότητα του επιπέδου τιμών, η οικονομική ανάπτυξη, η σταθερότητα των διεθνών συναλλαγών και η σταθερότητα των επιτοκίων. Αλλαγές της νομισματικής πολιτικής λόγω της αστάθειας του οικονομικού περιβάλλοντος μπορεί να επηρεάσει την μεταβλητότητα των επιτοκίων. Η περίοδος 1979-1982 γνωστή ως το πείραμα της Fed κατά το οποίο η Fed απέκλινε από τη συνήθη πολιτική στοχεύσεις των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων, χρησιμοποιώντας ως όργανο νομισματικής πολιτικής τα NBR's (*non borrowed reserves*) ώστε να χαλιναγωγήσει τον υψηλό πληθωρισμό προκάλεσε μεταβλητότητα των επιτοκίων μεγαλύτερη από το μέσο όρο.

Μεταβολές επίσης στο οικονομικό περιβάλλον που προέρχονται από πολέμους και χρηματοοικονομικές κρίσεις αποτελούν σημαντικούς παράγοντες έντονης διακύμανσης του εξεταζόμενου βραχυπρόθεσμου επιτοκίου. Το αμερικανικό μηνιαίο ομόλογο δημοσίου παρουσίασε έντονη μεταβλητότητα κατά την διάρκεια της πετρελαϊκής κρίσης του OPEC αλλά και μετά την χρηματιστηριακή κρίση του 1987. Η περίοδος λοιπόν από τις αρχές του 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994 αποτελεί ενδεικτική περίοδο έντονης μεταβλητότητας. Την συγκεκριμένη περίοδο παρουσιάζονται καθεστώτα χαμηλής και υψηλής μεταβλητότητας του επιτοκίου.

Λόγω της σημαντικότητας των επιτοκίων στην επίδραση της πραγματικής οικονομίας αναπτύχθηκαν υποδείγματα τα οποία προσπαθούν να ερμηνεύσουν τα βασικά

χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης μεταβλητής όπως την επαναφορά στο μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου (*mean reversion*) και την συσπείρωση σε στοιβάδες μεταβλητότητα (*volatility clustering*). Τα υποδείγματα διάχυσης όπως πρότειναν οι Merton (1973), Vasicek (1977), Cox et al (1985), Dothan (1978), Cox (1975), Cox and Ross (1976), Black Scholes (1973) βασίζονται σε μια γενική διαφορική στοχαστική εξίσωση από την οποία δημιουργούνται υποδείγματα θέτοντας κατάλληλους κάθε φορά περιορισμούς. Σύμφωνα όμως με τους Ball and Torous (1999) τα υποδείγματα διάχυσης είναι μη αποτελεσματικά στην περιγραφή των χαρακτηριστικών του επιτοκίου λόγω της σταθερής δομής του υπό συνθήκη μέσου και της υπό συνθήκης διακύμανσης.

Εισήχθη στην βιβλιογραφία λοιπόν το GARCH υπόδειγμα από τον Bollerslev (1986) το οποίο είναι ικανό να λάβει υπόψη τη συσπείρωση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες. Μειονέκτημα του υποδείματος αυτού όμως είναι οι υπερτιμημένες εκτιμήσεις των παραμέτρων που σχετίζονται με την μεταβλητότητα με αποτέλεσμα να φαίνεται ότι υπάρχει μεγαλύτερη εμμονή από υπάρχει στην πραγματικότητα. Σύμφωνα με τους Lamoureaux and Lastrapes (1990) οι λάθος αυτές εκτιμήσεις των παραμέτρων πιθανό να προέρχονται από την ύπαρξη δομικών αλλαγών στην διαδικασία της υπό συνθήκης διακύμανσης.

Για την συμπερίληψη των δομικών αλλαγών που υπάρχει στην διαδικασία της διακύμανσης δημιουργήθηκαν υποδείγματα όπως των Hamilton (1998- 1990), Cai (1994), Hamilton and Susmel (1994). Τα υποδείγματα αυτά μεταβολής καθεστώτων επιτρέπουν στις εκάστοτε οικονομικές μεταβλητές να εξαρτώνται από διακριτά καθεστάτα κάθε σημείο του χρόνου.

Ο Gray εισήγαγε το γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με χρονικά μεταβλητές πιθανότητας μετάβασης. Το πλεονέκτημα του υποδείματος αυτού σε σχέση με τα προηγούμενα στην βιβλιογραφία είναι οι χρονικά μεταβλητές πρώτες ροπές του υποδείματος. Το υπόδειγμα αποτελείται από μια πρώτης τάξης Markov διαδικασία, από την GARCH διαδικασία που χαρακτηρίζει την υπό συνθήκη διακύμανση αλλά και από την τετραγωνική ρίζα του Cox et al (1985) η οποία αφορά τις επιδράσεις από τα επίπεδα των επιτοκίων.

Το υπόδειγμα λοιπόν αυτό σε σύγκριση με υποδείγματα σταθερής διακύμανσης αλλά και των υποδειμάτων GARCH μεταβολής καθεστώτων με σταθερές πιθανότητες μετάβασης υπερέχει από πλευράς προβλεπτικής ικανότητας της υπό συνθήκης διακύμανσης.

Η παρούσα μελέτη οργανώνεται ως ακολούθως. Στο κεφάλαιο 2 περιγράφονται βασικές μακροοικονομικές θεωρίες του επιτοκίου. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται υποδείγματα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το

υπόδειγμα του Gray (1996) η εμπειρική μεθοδολογία και περιγράφονται τα δεδομένα. Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα εμπειρικά αποτελέσματα και στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 2

Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1 Προσδιοριστικοί παράγοντες των επιτοκίων

Το επιτόκιο αποτελεί μια πολύ σημαντική μεταβλητή και είναι αναμφισβήτητα μέρος του οικονομικού μηχανισμού. Το επιτόκιο είναι η ποσοστιαία απόδοση που υπόσχεται ένας δανειζόμενος στο δανειστή του. Στην βιβλιογραφία αναφέρονται διαφορετικά είδη επιτοκίων όμως τείνουν να κινούνται προς τα πάνω ή προς τα κάτω όλα μαζί γι' αυτό θα αναφερόμαστε στο επιτόκιο σαν να υπάρχει μόνο ένα. Το επιτόκιο εξαρτάται από ποικιλία παραγόντων που αναφέρονται εν συντομία παρακάτω.

A) Ένας από τους παράγοντες που επηρεάζουν το επιτόκιο είναι η προθυμία για αποταμίευση. Τα επιτόκια προσδιορίζονται από την ισορροπία της ζήτησης και της προσφοράς στην ελεύθερη αγορά. Η προσφορά των κεφαλαίων επηρεάζεται από την προθυμία των καταναλωτών, των επιχειρήσεων και των κυβερνήσεων να αποταμιεύουν. Η ζήτηση προσδιορίζεται από την επιθυμία των επιχειρήσεων, των ιδιωτών και των κυβερνήσεων να επενδύουν.

B) Επίσης ο ρυθμός του πληθωρισμού επηρεάζει το επιτόκιο. Σύμφωνα με το Fisher (1867-1947) το ονομαστικό επιτόκιο είναι το άθροισμα του πραγματικού επιτοκίου και του ρυθμού του προσδωκόμενου πληθωρισμού όπως (Mankiw, 2002):

$$i = r + \pi^e \quad (2.1.1)$$

Επιπλέον σύμφωνα με την ποσοτική θεωρία του χρήματος μια άνοδος της προσφοράς χρήματος κατά ένα ποσοστό προκαλεί άνοδο του πληθωρισμού κατά το αντίστοιχο ποσοστό. Σε αντιστοιχία με την εξίσωση Fisher η αύξηση του πληθωρισμού προκαλεί αύξηση του ονομαστικού επιτοκίου. Σύμφωνα με τον Mundell (1963) οι αυξήσεις στον προσδωκόμενο πληθωρισμό προκαλούν μειώσεις στη ζήτηση όπως φαίνεται στο υπόδειγμα IS-LM και αυτό προκαλεί μείωση του πραγματικού επιτοκίου. Ο Tobin (1965) υποστηρίζει ότι αυτή η μείωση της πραγματικής ισορροπίας θα προκαλέσει αύξηση στη ζήτηση για πραγματικά κεφάλαια και αυτό θα μειώσει και την παραγωγικότητα και το πραγματικό επιτόκιο. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως αποτέλεσμα Mundell-Tobin.

Γ) Ο πιστωτικός κίνδυνος είναι ακόμη ένας παράγοντας επηρεασμού του επιτοκίου καθώς όσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος αποπληρωμής ενός δανείου τόσο υψηλότερο θα είναι το επιτόκιο.

Δ) Ένας άλλος παράγοντας είναι η χρονική διάρκεια δανεισμού των κεφαλαίων. Η σχέση μεταξύ της ζωής ενός ομολόγου και του επιτοκίου απεικονίζεται στην καμπύλη απόδοσης. Τα ομόλογα με μεγαλύτερη διάρκεια αποδίδουν συνήθως υψηλότερο επιτόκιο από αυτά που έχουν μικρότερη διάρκεια.

Ε) Το φορολογικό καθεστώς επίσης επηρεάζει τα επιτόκια. Επειδή οι τόκοι των κρατικών ομολόγων είναι αφορολόγητοι οι δανειστές είναι πρόθυμοι να αποδεχτούν ένα σχετικά χαμηλότερο επιτόκιο.

2.2 Μακροοικονομικές θεωρίες των επιτοκίων

Σχετικά με το ρόλο και τον προσδιορισμό του επιτοκίου μέσα στην οικονομία είναι σημαντικό να αναφερθούμε στις δύο βασικές μακροοικονομικές θεωρίες: Την νεοκλασική θεωρία του επιτοκίου και την κεϋνσιανή θεωρία περί καθορισμού της τιμής ισορροπίας του επιτοκίου.

Οι κλασικοί οικονομολόγοι απλοποίησαν την ανάλυσή τους αγνοώντας τους χρηματοπιστωτικούς διαμεσολαβητές και υποθέτοντας ότι οι κυβερνήσεις δεν έχουν ελλείμματα ή πλεονάσματα. Σύμφωνα με την παραδοσιακή κλασική θεωρία του επιτοκίου στο βραχυχρόνιο ορίζοντα, το επιτόκιο καθορίζεται ελεύθερα στην αγορά όπου προσφέρονται και ζητούνται αποταμιευτικά κεφάλαια. Το επιτόκιο λοιπόν εξισορροπεί την προσφορά και τη ζήτηση οποιονδήποτε χρηματοοικονομικών πόρων που εμφανίζονται στο νομισματοπιστωτικό σύστημα. Η ζήτηση για δανειακά κεφάλαια αποτελεί ουσιαστικά τη ζήτηση κεφαλαίων για επενδύσεις οι οποίες εξαρτώνται από την οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου. Η αγορά περισσότερων κεφαλαίων μπορεί να επιτευχθεί όταν το ύψος του επιτοκίου μειωθεί ώστε το κόστος του κεφαλαίου να μπορεί να είναι μικρότερο από την αποδοτικότητα του κεφαλαίου. Αυτός ο συλλογισμός εξηγεί γιατί η ζήτηση αποταμιεύσεων είναι φθίνουσα συνάρτηση του επιτοκίου. Από την άλλη πλευρά, η προσφορά προέρχεται από την ροπή προς αποταμίευση (το ποσοστό του εισοδήματος που αποταμιεύεται) που ενισχύεται από μια αύξηση του επιτοκίου αλλά και την ενίσχυση της ελκυστικότητας των ομολογιών έναντι άλλων τοποθετήσεων όπως η διακράτηση μετρητών ή η αγορά μετοχών στην κεφαλαιαγορά.

Ας συνεχίσουμε με την παραδοσιακή θεωρία του επιτοκίου στη βραχυχρόνια περίοδο. Σε μια κλειστή οικονομία με πλήρη απασχόληση, χωρίς δημόσιο τομέα όπου ισχύει η ισότητα:

$$s(r, y) = i(r) \quad (2.2.1)$$

Όπου s η πραγματική αποταμίευση, r το επιτόκιο και i η επένδυση, το μακροοικονομικό μοντέλο IS-LM ενσωματώνει την θεωρία των δανειακών κεφαλαίων. Ωστόσο, όταν δεν υπάρχει πλήρης απασχόληση το επιτόκιο στο υπόδειγμα IS-LM επηρεάζεται από το αν η προσφορά χρήματος είναι μεγαλύτερη από την ζήτηση ή αντίστροφα.

Σε ονομαστικούς όρους το υπόδειγμα IS-LM με κυβερνητικό τομέα βασιζόμενο στον νόμο του Walras συνεπάγεται τα εξής:

$$P f^s = s(r, y; g, t) + [M^s - P m^d(r; y)] \quad (2.2.2)$$

$$P f^d = P i(r) \quad (2.2.3)$$

Όπου P το επίπεδο των τιμών, f^s η πραγματική ροή των δανειακών κεφαλαίων (ομολόγων), f^d η πραγματική ροή της ζήτησης δανειακών κεφαλαίων (ομολόγων), m^d (*demand for real balances*).

Σε πραγματικούς όρους η ισότητα είναι (J.Handa, 2000):

$$i(r) = s(r, y, g, t) + [M/P - P m^d(r, y)] \quad (2.2.4)$$

$$\text{έτσι ώστε: } r = \varphi(P, y, M, g, t) \quad (2.2.5)$$

Η ισότητα (2.2.4) επιτρέπει αλλαγές στο επίπεδο των τιμών που επηρεάζουν την ισορροπία των επιτοκίων. Το γενικό υπόδειγμα IS-LM που περιλαμβάνει τις εξισώσεις (2.2.1) ως (2.2.5) αποτελεί την κλασική θεωρία των επιτοκίων στον βραχυχρόνιο ορίζοντα. Ωστόσο, στην υπάρχουσα βιβλιογραφία σχετικά με την κλασική παραδοσιακή θεωρία το επίπεδο των τιμών προσδιορίζεται ανεξάρτητα έτσι η εξίσωση (2.2.4) δεν περιλαμβάνει το επίπεδο τιμών και το εισόδημα. Αυτοί οι περιορισμοί μετατρέπουν την ισότητα (2.2.4) στην κλασική θεωρία των επιτοκίων στην μακροχρόνια περίοδο των δανειακών κεφαλαίων όπου το επιτόκιο είναι ανεξάρτητο από το επίπεδο τιμών.

Η τιμή ισορροπίας του επιτοκίου κατά τον Κένυς προσδιορίζεται από την προσφορά και ζήτηση χρήματος σύμφωνα με τη θεωρία προτίμησης της ρευστότητας. Υπάρχουν διαφορετικά κίνητρα για τα οικονομούντα άτομα να ζητούν χρήμα για παρακράτηση όπως η ζήτηση χρήματος για συναλλακτικούς σκοπούς που είναι συνάρτηση του εισοδήματος και η ζήτηση χρήματος για κερδοσκοπικούς σκοπούς που είναι συνάρτηση του επιτοκίου. Η προσφορά χρήματος είναι μια εξωγενής μεταβλητή που επιλέγεται από το Ομοσπονδιακό

Αποθεματικό σύστημα (*Fed*). Το επιτόκιο λοιπόν ισορροπίας προσδιορίζεται από την προσφορά και ζήτηση χρήματος. Οι σχέσεις της θεωρίας προτίμησης της ρευστότητας μπορεί να ενσωματωθούν στο υπόδειγμα IS-LM αντί των σχέσεων της θεωρίας των δανειακών κεφαλαίων. Η διαφορά είναι ότι αν ενσωματωθεί η θεωρία δανειακών κεφαλαίων στο υπόδειγμα το επιτόκιο προσδιορίζεται από την αγορά δανειακών κεφαλαίων ή ομολόγων ενώ αν ενσωματωθεί η κεϋνσιανή θεωρία το επιτόκιο προσδιορίζεται μέσω της αγοράς χρήματος.

Οι προ-κεϋνσιανές κλασικές θεωρίες του επιτοκίου δημιουργήθηκαν κάτω από τις υποθέσεις μιας κλειστής οικονομίας, χωρίς κυβερνητικό τομέα, χωρίς χρηματοπιστωτικούς διαμεσολαβητές όπως τα τραπεζικά ιδρύματα αλλά με την ύπαρξη της υπόθεσης της πλήρους απασχόλησης. Ωστόσο, για να προσαρμόσουμε την κλασική θεωρία στα σύγχρονα δεδομένα πρέπει να αναπροσδιορίσουμε τις βασικές υποθέσεις του υποδείματός μας. Αυτό προϋποθέτει να συμπεριλάβουμε τις μεταβολές της απασχόλησης, το επίπεδο τιμών και την ύπαρξη χρηματοπιστωτικών διαμεσολαβητών όπως οι τράπεζες. Συμπεριλαμβάνοντας λοιπόν αυτές τις αλλαγές στο σύγχρονη θεωρία των δανειακών κεφαλαίων τότε το υπόδειγμα IS-LM παίρνει τη μορφή:

$$P f^s = s(r, y; g, t) + [\varphi B - P m^d(r; y)] \quad (2.2.6)$$

$$P f^d = P i(r) \quad (2.2.7)$$

Όπου B είναι η νομισματική βάση και φ αντιπροσωπεύει την επίδραση των χρηματοπιστωτικών διαμεσολαβητών.

$$P i(r) = s(r, y; g, t) + [\varphi B - P m^d(r; y)] \quad (2.2.8)$$

$$\text{Έτσι ώστε (J.Handa, 2000): } r = \varphi(P, y; M, g, t, B, \varphi) \quad (2.2.9)$$

Η τελευταία εξίσωση δείχνει ότι οι χρηματοπιστωτικοί διαμεσολαβητές μπορούν να επηρεάσουν τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια μέσω του φ όπως μπορούν και οι νομισματικές αρχές μέσω του B της νομισματικής βάσης και οι δημόσιες αρχές μέσω των δημοσίων δαπανών (g) και των δημοσίων εσόδων (t). Οι εξισώσεις (2.2.8) και (2.2.9) αποτελούν το γενικευμένο μοντέλο της θεωρίας των δανειακών κεφαλαίων κατά το οποίο το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο δεν αποφασίζεται πλέον μόνο από το ρυθμό της χρονικής προτίμησης και την οριακή παραγωγικότητα των επενδύσεων όπως συνέβαινε όταν η αποταμίευση ήταν η μοναδική πηγή της προσφοράς και η επένδυση ήταν η μοναδική πηγή ζήτησης κεφαλαίων.

2.3 Η διαχρονική δομή των επιτοκίων

Η διαχρονική δομή των επιτοκίων αναφέρεται ως η διαφορά των επιτοκίων λόγω της εξάρτησης τους από χρεόγραφα που διαφέρουν ως προς το χρόνο ωρίμανσής τους. Η καμπύλη απόδοσης λοιπόν απεικονίζει τις αποδόσεις των διαφόρων χρεογράφων. Οι καμπύλες που αναλύονται συνήθως είναι εκείνων των προϊόντων που θεωρούνται σημείο αναφοράς του χρηματοπιστωτικού συστήματος. Κυρίαρχο ρόλο έχουν τα κυβερνητικά ομόλογα ή οι κυβερνητικοί τίτλοι.

Η καμπύλη απόδοσης μπορεί να είναι ανοδική όσο αυξάνεται ο χρόνος ωρίμανσης και όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος ωρίμανσης τα επιτόκια των απομακρυσμένων διαστημάτων είναι μεγαλύτερα από αυτά των κοντινών. Όταν οι προσδοκίες για την πορεία των επιτοκίων είναι αρνητικές τότε αναμένεται ότι τα επιτόκια θα μειωθούν και η κλίση της καμπύλης θα είναι καθοδική. Η καμπύλη παραμένει οριζόντια όταν δεν αναμένεται αλλαγή του επιπέδου των αποδόσεων. Οι βασικοί προσδιοριστικοί παράγοντες της μορφής της καμπύλης είναι ο αναμενόμενος ρυθμός πληθωρισμού μέσω της γνωστής σχέσης Fisher και ο επιχειρηματικός κύκλος.

Όσον αφορά το σχηματισμό της καμπύλης απόδοσης σύμφωνα με τον επιχειρηματικό κύκλο οι μακροχρόνιες αποδόσεις είναι συνήθως υψηλότερες από τις βραχυχρόνιες γιατί υπόκεινται σε μεγαλύτερη αβεβαιότητα των τιμών. Ωστόσο, οι βραχυχρόνιες αποδόσεις είναι περισσότερο μεταβλητές. Αυξάνονται δηλαδή γρηγορότερα σε περιόδους ανόδου του επιχειρηματικού κύκλου και μειώνονται απότομα σε περιόδους υφέσεων. Οι μεγάλες μεταβολές στα βραχυπρόθεσμα επιτόκια, οι μικρότερες μεταβολές των μεσοπρόθεσμων επιτοκίων και οι ανεπαίσθητες μεταβολές των μακροχρόνιων επιτοκίων είναι αυτές που προκαλούν αλλαγές στο σχήμα της καμπύλης απόδοσης των επιτοκίων.

Η κλίση της καμπύλης εξηγείται βάσει των ακόλουθων θεωριών.

2.3.1 Θεωρία αμερόληπτων προσδοκιών

Σύμφωνα με τη θεωρία των προσδοκιών η σχέση μεταξύ των επιτοκίων και διαφορετικού χρόνου ωρίμανσης των χρεογράφων αποδίδεται στις σχηματιζόμενες προσδοκίες σχετικά με τα μελλοντικά επιτόκια.

Τα μακροπρόθεσμα επιτόκια είναι οι τροποποιημένοι γεωμετρικοί μέσοι των τρεχόντων και των προσδοκώμενων βραχυπρόθεσμων επιτοκίων. Αν τα προσδοκώμενα βραχυπρόθεσμα επιτόκια υπερβαίνουν τα τρέχοντα, τότε τα μακροπρόθεσμα επιτόκια θα

είναι υψηλότερα των τρεχόντων βραχυπρόθεσμων. Αντιθέτως αν προσδοκάται πτώση των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων, τα τρέχοντα μακροπρόθεσμα επιτόκια θα είναι χαμηλότερα των τρεχόντων βραχυπρόθεσμων. Εάν προσδοκάται ότι τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια δεν θα μεταβληθούν τότε τα τρέχοντα μακροπρόθεσμα και τα βραχυπρόθεσμα θα είναι ίσα.

2.3.2 Θεωρία του ασφαλίστρου ρευστότητας

Η θεωρία προσδοκίων προϋποθέτει τέλεια χρηματοπιστωτική αγορά. Έτσι τα προθεσμιακά επιτόκια αποτελούν αμερόληπτες προβλέψεις των μελλοντικών βραχυχρόνιων επιτοκίων. Στην πραγματικότητα όμως υπάρχει η αβεβαιότητα η οποία θα πρέπει να ενσωματωθεί στις αγορές.

Σύμφωνα με την θεωρία ασφαλίστρου ρευστότητας η κάθε επένδυση εμπεριέχει κίνδυνο ο οποίος μεγαλώνει ανάλογα με το χρόνο ζωής της επένδυσης. Είναι προφανές, ότι όσο μεγαλύτερος χρόνος ζωής της επένδυσης, τόσο μεγαλύτερο κίνδυνο αναλαμβάνουν οι επενδυτές, οι οποίοι για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο αυτό για τοποθέτηση κεφαλαίων μακροχρόνιας διάρκειας θα πρέπει να λάβουν κάποιο ασφάλιστρο ρευστότητας. Το προθεσμιακό λοιπόν επιτόκιο δεν αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση του προσδοκώμενου μελλοντικού επιτοκίου εφόσον είναι συστηματικά επαυξημένο κατά το ποσό του ασφαλίστρου.

2.3.3 Θεωρία κατάτμησης των αγορών

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή η μορφή της καμπύλης της διαχρονικής δομής των επιτοκίων προσδιορίζεται από τη συμπεριφορά των θεσμικών επενδυτών κατά τους οποίους αναλόγως του ενδιαφέροντος δραστηριοποίησης δημιουργούνται ειδικοί χώροι αγοράς και ζήτησης προϊόντων και ως εκ τούτου επιτοκίων.

Επέρχεται λοιπόν η κατάτμηση της συνολικής αγοράς σε επιμέρους. Η θεωρία κατάτμησης της αγοράς βασίζεται στην υπόθεση της μη τέλει υποκατάστασης μεταξύ χρεογράφων με διαφορετικό χρόνο ωρίμανσης. Τα επιτόκια των χρεογράφων με διαφορετικές περιόδους ωρίμανσης προσδιορίζονται από τις συνθήκες προσφοράς και ζήτησης που διαμορφώνονται εντός του πλαισίου των διακριτών περιόδων ωρίμανσης (Μελάς, 2002).

2.4 Νομισματική πολιτική και επιτόκια

Σημαντικός είναι επίσης ο ρόλος των τραπεζών για το σχεδιασμό της νομισματικής πολιτικής. Οι ενέργειες των κεντρικών τραπεζών επηρεάζουν τα επιτόκια, την προσφορά χρήματος, μεταβλητές οι οποίες έχουν άμεσες επιδράσεις όχι μόνο στην χρηματοοικονομική αγορά αλλά γενικότερα στην ανάπτυξη της οικονομίας. Οι βασικοί στόχοι της νομισματικής πολιτικής είναι η σταθερότητα του επιπέδου τιμών, η υψηλή απασχόληση, η οικονομική ανάπτυξη, η σταθερότητα στις χρηματοοικονομικές αγορές, η σταθερότητα στην αγορά των διεθνών συναλλαγών αλλά και η σταθερότητα των επιτοκίων. Η σταθερότητα των επιτοκίων είναι επιθυμητή γιατί η υψηλή μεταβλητότητα των επιτοκίων προκαλεί αβεβαιότητα στην οικονομία με αποτέλεσμα να είναι δυσκολότερο να προβλέψουμε το μέλλον. Ταυτόχρονα, η σταθερότητα των επιτοκίων έχει αντίκτυπο και στη χρηματοοικονομική αγορά. Συγκεκριμένα, η μεταβλητότητα των επιτοκίων τις δεκαετίες του '80 και του '90 δημιούργησε έντονα προβλήματα στις αποταμιεύσεις των τραπεζών. (Mishkin, 2007)

Μεταξύ των βασικών μεταβλητών στόχων για την επίτευξη της νομισματικής πολιτικής είναι τα νομισματικά ή τα διαθέσιμα αποθεματικά και τα επιτόκια. Βασιζόμενοι στο υπόδειγμα IS-LM, αν υποθέσουμε ότι η κεντρική τράπεζα στοχεύει την προσφορά χρήματος διατηρώντας την σταθερή και οι τυχαίες αιφνίδιες διαταραχές συμβαίνουν στην καμπύλη IS, το εισόδημα και το επιτόκιο θα μεταβληθούν. Από την άλλη πλευρά αν τα επιτόκια κρατηθούν σταθερά, τότε η μεταβλητότητα στο εισόδημα είναι μεγαλύτερη. Αν υποθέσουμε στη συνέχεια ότι η εξωτερική αιφνίδια διαταραχή (*shock*) έχει επίπτωση στην αγορά χρήματος δηλαδή στην καμπύλη LM, τότε κρατώντας το επιτόκιο σταθερό θα έχουμε μικρότερη μεταβλητότητα στην συνολική ζήτηση από ότι αν στοχεύσουμε στη διατήρηση της προσφοράς χρήματος. Συμπερασματικά, για να μειώσουμε την μεταβλητότητα στη συνολική ζήτηση επιλέγουμε στοχευμένα επιτόκια (*interest rate targeting*) όταν οι εξωτερικές αιφνίδιες διαταραχές ανακύπτουν στην αγορά χρήματος, ενώ επιλέγουμε στοχευμένα νομισματικά μεγέθη (προφανώς M_s) monetary targeting όταν οι εξωτερικές αιφνίδιες διαταραχές *shock* ανακύπτουν στην αγορά αγαθών που συνεπάγεται ότι θα μεταβληθεί η καμπύλη IS. Σε κάθε περίπτωση η επιλογή της καταλληλότερης νομισματικής πολιτικής είναι πολύ δύσκολη καθώς και οι δύο τύποι των αιφνίδιων διαταραχών συμβαίνουν στην πραγματική οικονομία. (Handa, 2000).

Τα επιτόκια αποτελούσαν την πιο κοινή μεταβλητή ως μέσω νομισματικής πολιτικής. Συχνά χρησιμοποιείται το επιτόκιο των ομολόγων (*Treasury bill rate*). Το επιτόκιο αυτό αντανακλά τα επιτόκια της οικονομίας και χρησιμοποιείται ως μεταβλητή στα

βραχυπρόθεσμα μακροοικονομικά μοντέλα που σχετίζονται με το επιτόκιο. Για την επιλογή της καταλληλότερης μεταβλητής ως μέσο άσκησης νομισματικής πολιτικής είναι αναγκαίο η μεταβλητή να μπορεί να παρατηρείται εύκολα, να μετράται, να ελέγχεται και να προβλέπεται το αποτέλεσμα από τις κεντρικές τράπεζες. Τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια παρατηρούνται, μετρώνται, ελέγχονται και προβλέπονται σχετικά ευκολότερα από τα διαθέσιμα των τραπεζών όπως τα NBR's (*non borrowed reserves*) γι' αυτό χρησιμοποιούνται γενικά ως όργανο πολιτικής.

Όμως, υπάρχουν και αδυναμίες στη χρησιμοποίηση των βραχυπρόθεσμων ονομαστικών επιτοκίων ως ενδιάμεσοι στόχοι της νομισματικής πολιτικής. Οι κεντρικές τράπεζες μπορούν να αποφασίσουν το γενικό επίπεδο των επιτοκίων αλλά δεν μπορούν να αποφασίσουν το ίδιο καλά για τις διαφορές μεταξύ των επιτοκίων. Επίσης, η υστέρηση της επίδρασης των μεταβολών των επιτοκίων στην συνολική ζήτηση έχει ως αποτέλεσμα να υποεκτιμάται ενώ η μακροχρόνια επίδραση υπερεκτιμάται. Αυτό δημιουργεί αβεβαιότητα και οι υπεύθυνοι χάραξης οικονομικής πολιτικής πρέπει να λαμβάνουν υπόψη όλους τους παράγοντες.

Στο τέλος της δεκαετίας του '70 ο ρυθμός αύξησης του αποθέματος του χρήματος ήταν μεγαλύτερος από τον επιθυμητό, ο ρυθμός του πληθωρισμού ήταν αυξανόμενος και το δολάριο υποτιμήθηκε στις ξένες αγορές συναλλάγματος. Στην προσπάθεια να ανατρέψει την κατάσταση αυτή το Fed απέκλινε από τη συνήθη πολιτική στόχευσης των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων αλλά χρησιμοποίησε ως όργανο νομισματικής πολιτικής τα NBR's (Friedman, 1984). Το αποτέλεσμα της πολιτικής αυτής ήταν πολύ μεγαλύτερη μεταβλητότητα των επιτοκίων την περίοδο αυτή που προκάλεσε αύξηση της προσφοράς χρήματος αντί μείωση όπως αναμενόταν. Δηλαδή αλλαγές στην λειτουργική διαδικασία είναι πιθανόν να επηρέασαν απροσδόκητα την δομική σχέση των ονομαστικών επιτοκίων με μακροοικονομικές μεταβλητές.

Επίσης αλλαγές στο οικονομικό περιβάλλον συνέπεσαν με περιόδους υψηλής μεταβλητότητας όπως η πετρελαϊκή κρίση, η κρίση στο χρηματιστήριο το 1987 και πόλεμοι.

2.5 Πετρελαϊκή Κρίση 1973-1975

Τον Οκτώβριο του 1973 πραγματοποιήθηκε η πρώτη ισχυρή πετρελαϊκή κρίση όταν τα μέλη της Οργάνωσης των Αραβικών Χωρών Εξαγωγής Πετρελαίου ή ΟΡΑΕΚ (που αποτελείται από τα μέλη του ΟΡΕΚ συν την Αίγυπτο και τη Συρία) διακήρυξαν εμπάργκο πετρελαίου ως απάντηση στην απόφαση των ΗΠΑ να επανεξετάσει τον ανεφοδιασμό των

ισραηλινών στρατιωτικών δυνάμεων κατά την διάρκεια του πολέμου Yom Kippur¹ που διήρκησε μέχρι το τέλος του 1974. Το εμπάργκο κατά τη διάρκεια του πολέμου διατάραξε τη ροή του αργού πετρελαίου, προκαλώντας πανικό στην αγορά. Η τιμή του αργού εκτινάσσεται από τα 2,5 δολάρια το βαρέλι στα 12 δολάρια, αύξηση περίπου 300%. Η πραγματοποίηση αυτού του εμπάργκο είχε μεγαλύτερες επιπτώσεις στην Ευρώπη και στην Ιαπωνία, οι οποίες ήταν εξαρτημένες κατά 75% και 80% αντίστοιχα από το Αραβικό πετρέλαιο. Η εξάρτηση των ΗΠΑ τότε δεν ξεπερνούσε το 10%, αλλά προκειμένου να βοηθήσει την Ευρώπη και την Ιαπωνία έδωσε το παράδειγμα της ενεργειακής εγκράτειας και κάλεσε όλες τις χώρες της Δύσης να κάνουν το ίδιο. Η πρώτη πετρελαϊκή κρίση υπήρξε σκληρή για την παγκόσμια οικονομία.

Η περίοδος αυτή συνοδεύτηκε από μεταβλητότητα σε μακροοικονομικά μεγέθη όπως επένδυση, κατανάλωση, δείκτης ανεργίας (Guo and Kliesen, 2005). Η περίοδος αυτή συμπίπτει χρονικά με την έντονη μεταβλητότητα των βραχυπρόθεσμων αμερικανικών επιτοκίων.

2.6 Κρίση της χρηματιστηριακής αγοράς του 1987

Στις 19 Οκτώβρη του 1987 ο S&P² 500 δείκτης κατέρρευσε 20% με αποτέλεσμα το γεγονός αυτό να προκαλέσει κρίση στην χρηματαγορά. Η σταθερότητα των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων και το μέλλον της οικονομίας επηρεάστηκε από την έντονη μεταβλητότητα της κεφαλαιαγοράς.

Η Κεντρική Τράπεζα στην προσπάθειά της να παρεμποδίσει την διάχυση των αρνητικών επιπτώσεων αυτής της μεταβλητότητας προς την πραγματική οικονομία, ενέργησε με τρόπο ώστε να παρέχει την απαραίτητη ρευστότητα στο χρηματοπιστωτικό σύστημα. Μείωσε λοιπόν το επιτόκιο των κρατικών ομολόγων και ακολούθησαν και άλλα βραχυπρόθεσμα επιτόκια την μείωση αυτή ώστε να μειωθούν τα κόστη των δανειζόμενων. Επιπλέον διενεργεί πράξεις ανοικτής αγοράς εξασφαλίζοντας υψηλό προφίλ για να τονίσει την στήριξη της ρευστότητας στην αγορά. Τέλος διενεργεί πλήθος εποπτικών προσπαθειών για την εξασφάλιση της ευρωστίας του χρηματοπιστωτικού συστήματος (Carlson, 2007).

Αμέσως μετά την πτώση των τιμών των μετοχών το 1987 παρατηρήθηκε έντονη μεταβλητότητα της αγοράς μετοχών. Συγχρόνως, παρατηρήθηκε έντονη μεταβλητότητα στα

¹ Στις 6 Οκτωβρίου του 1973, η Συρία και η Αίγυπτος εξαπέλυσε επίθεση στο Yom Kippur του Ισραήλ. Η αραβοισραηλινή αυτή σύγκρουση επιδείνωσε την ήδη υπάρχουσα κρίση.

² Standard & Poor's.

βραχυπρόθεσμα επιτόκια. Η σύνδεση των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων με την κεφαλαιαγορά απορρέει από την σύνδεση αυτής με μακροοικονομικές μεταβλητές όπως η κατανάλωση, η επένδυση και η εργασία (Schwert, 1989). Η μεταβλητότητα αυτή αμέσως μετά την κρίση της κεφαλαιαγοράς δεν ήταν μεμονωμένο φαινόμενο στην ιστορία αντιθέτως συμβαίνει συχνά καθώς όταν συμβαίνουν αρνητικές αιφνίδιες διαταραχές, η οικονομική μεταβλητότητα είναι μεγαλύτερη σε μέγεθος σε σύγκριση με μια θετική αιφνίδια διαταραχή, σύμφωνα με τους Hamilton (1989), Stambaugh (1988) και Schwert (1988).

Οι μεταβολές λοιπόν στο οικονομικό περιβάλλον και η μεταβλητότητα των επιτοκίων έχουν δημιουργήσει το έδαφος για την ανάπτυξη της βιβλιογραφίας σχετικά με υποδείγματα που προσπαθούν να ερμηνεύσουν τις μεταβολές και πιθανόν να προβλέψουν το επιτόκιο (Engle και Patton, 2001).

Κεφάλαιο 3

Υποδείγματα επιτοκίων στην υπάρχουσα βιβλιογραφία

Οι μεταβολές των επιτοκίων και πιο συγκεκριμένα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων, επηρεάζουν την αξία των αξιόγραφων και συνεπώς επηρεάζουν τις αποφάσεις των οικονομούντων ατόμων, των επιχειρήσεων και των τραπεζών. Είναι λοιπόν σημαντική μεταβλητή στο χρηματοοικονομικό τομέα. Η σημαντικότητα τους αυτή οδήγησε σε μοντελοποίηση αυτών των μεταβλητών ώστε να προβλεφθούν οι περίοδοι μεταβλητότητας και να περιοριστεί η αβεβαιότητα .

Βέβαια τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν δεν μπορούσαν να εγγυηθούν τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα ώστε να προβλέψουν την μεταβλητότητα των επιτοκίων που είναι απαραίτητη για την αξιολόγηση των ευαίσθητων στις μεταβολές των επιτοκίων και για να διαμορφώσουν σωστή πολιτική διαχείρισης του επιτοκιακού κινδύνου. Κάποια από τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα είναι τα diffusion και τα υποδείγματα GARCH .

Η μοντελοποίηση των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων γίνεται με σκοπό να βρεθούν δύο βασικά χαρακτηριστικά τους. Η επαναφορά του μέσου (*mean reversion*) και η μη δεσμευμένη κατανομή των αλλαγών των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων δημιουργούν λεπτοκύρτωση η οποία σύμφωνα με τον Engle (1982) οφείλεται στην ύπαρξη αυτοπαλίνδρομης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας .

3.1 Υποδείγματα Diffusion

Τα περισσότερα υποδείγματα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων τίθενται εντός πλαισίου συνεχούς χρόνου και χρησιμοποιούνται ειδικότερα να εξετάσουν θεμελιώδη θέματα των χρηματοοικονομικών.

Ειδικότερα η συμπεριφορά των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων αντιπροσωπεύεται γενικά από μια Markov διαδικασία σε συνεχή χρόνο (Niizeki, 1998). Το χαρακτηριστικό του μοντέλου είναι ότι συμπεριλαμβάνει όρους όπως τον υπό συνθήκη μέσο και την υπό συνθήκη διακύμανση.

Η γενική στοχαστική διαφορική εξίσωση του επιτοκίου είναι η εξής:

$$dr_t = (a + br_t) dt + \sigma r_t^2 dW_t \quad (3.1.1)$$

Η διαφορική αυτή εξίσωση περιλαμβάνει μια σειρά από γνωστά μοντέλα των επιτοκίων. Τα μοντέλα αυτά μπορούν να δημιουργηθούν θέτοντας κατάλληλους περιορισμούς στις παραμέτρους a , b , σ , γ . Αναλόγως λοιπόν με τις περιοριστικές υποθέσεις έχουμε τα εξής υποδείγματα (Chan et al, 1992):

$$\text{Merton} \quad dr_t = a dt + \sigma dW_t \quad (3.1.2)$$

$$\text{Vasicek} \quad dr_t = (a + br_t) dt + \sigma dW_t \quad (3.1.3)$$

$$\text{CIR SR} \quad dr_t = (a + br_t) dt + \sigma r_t^{1/2} dW_t \quad (3.1.4)$$

$$\text{Dothan} \quad dr_t = \sigma r_t dW_t \quad (3.1.5)$$

$$\text{GBM} \quad dr_t = br_t dt + \sigma r_t dW_t \quad (3.1.6)$$

$$\text{Brennan –Schwartz} \quad dr_t = (a + br_t) dt + \sigma r_t dW_t \quad (3.1.7)$$

$$\text{CIR VR} \quad dr_t = \sigma r_t^{3/2} dW_t \quad (3.1.8)$$

$$\text{CEV} \quad dr_t = br_t dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (3.1.9)$$

Σύμφωνα με τον Merton (1973) αν θέσουμε $b=0$ και $\gamma=0$, η στοχαστική διαδικασία του επιτοκίου είναι απλά μια Brownian motion με περιπλάνηση όπου ο όρος a αντιπροσωπεύει την περιπλάνηση και το σ αντιπροσωπεύει την μεταβλητότητα.

Το δεύτερο υπόδειγμα είναι μια Ornstein-Uhlenbeck διαδικασία που χρησιμοποιείται από τον Vasicek (1977) και υποθέτει ότι υπάρχει επαναφορά του στοχαστικού επιτοκίου γύρω από μια κεντρική τιμή του μέσου. Ο Vasicek (1977) θέλοντας να τονίσει την σημαντικότητα της δημιουργίας ενός κατάλληλου υποδείγματος που να μοντελοποιεί το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο είπε “εφόσον απουσιάζουν εμπειρικά αποτελέσματα που να χαρακτηρίζουν την διαδικασία του επιτοκίου, η εξειδίκευση του υποδείγματος που πρότεινε ήταν μόνο ένα παράδειγμα” (Smith, 2002). Τα δύο παραπάνω μοντέλα, η υπό συνθήκη διακύμανση ή αλλιώς η μεταβλητότητα των αλλαγών του επιτοκίου είναι σταθερή.

Το τρίτο υπόδειγμα υπό τον περιορισμό $\gamma=0,5$ συλλαμβάνει δυναμικές του επιτοκίου όπως η επαναφορά του μέσου και η ετεροσκεδαστικότητα. Η τετραγωνική ρίζα SR (*squared root*) σύμφωνα με τους Cox, Ingersoll και Ross (1985) χρησιμοποιείται για να σχηματιστεί ένα γενικής ισορροπίας διαχρονικής δομής υπόδειγμα. Το υπόδειγμα αυτό χρησιμοποιείται εκτενώς στη δημιουργία μοντέλων αξιολόγησης των ευαίσθητων στα επιτόκια αξιόγραφων.

Θέτοντας $a=0$, $b=0$ και $\gamma=1$ έχουμε το υπόδειγμα του Dothan (1978) κατά το οποίο η διακύμανση μεταβάλλεται με το χρόνο και είναι ανάλογη με το επίπεδο του επιτοκίου. Το

υπόδειγμα υποθέτει ότι τα επιτόκια ακολουθούν μια γεωμετρική Wiener διαδικασία χωρίς περιπλάνηση. Η διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται ευρέως στην χρηματοοικονομική θεωρία και βασίζεται στο επόμενο υπόδειγμα Black and Scholes (1973) σύμφωνα με το οποίο $a=0$ και $\gamma=1$. Το GBM (*geometric Brownian motion*) υπόδειγμα είναι μέρος του Brennan-Schwartz υποδείγματος υπό τον περιορισμό $a=0$. Αντίστοιχα το μοντέλο του Dothan είναι μέρος του μοντέλου GBM υπό τον περιορισμό $b=0$. Τα τρία τελευταία μοντέλα λοιπόν υπονοούν ότι οι αλλαγές της υπό συνθήκης μεταβλητότητας του επιτοκίου είναι αναλογικές του επιπέδου του επιτοκίου στο τετράγωνο r^2 .

Το έβδομο υπόδειγμα εισήχθη μέσω του υποδείγματος CIR³ (1980) στην μελέτη για τα ευαίσθητα αξιόγραφα στα ποικίλα επιτόκια μεταβλητών επιπέδων VR (*variable-rate*). Τέλος το τελευταίο υπόδειγμα είναι το CEV (*constant elasticity of variance*) και εισήχθη από μελέτη του Cox (1975) και από μελέτη των Cox και Ross (1976).

Σύμφωνα με το Chan et al. (1992) πολλά υποδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν στη βιβλιογραφία χρησιμοποιήθηκαν ως ειδικές περιπτώσεις της γενικής στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης (3.1.1).

Για την βαθμονόμηση της γενικής διαφορικής εξίσωσης χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο διακριτού χρόνου:

$$r_{t+1} - r_t = a + b r_t + \varepsilon_{t+1} \quad (3.1.10)$$

$$E[\varepsilon_{t+1} | \Phi_{t-1}] = 0 \quad (3.1.11)$$

και

$$E[\varepsilon_{t+1}^2 | \Phi_{t-1}] = \sigma^2 r_t^{2\gamma} \quad (3.1.12)$$

Όπου Φ_{t-1} είναι παράγοντας που μας πληροφορεί σε χρόνο $t-1$. Αυτό το υπόδειγμα έχει το πλεονέκτημα να επιτρέπει στην διακύμανση των επιτοκίων να εξαρτάται άμεσα από το επίπεδο των επιτοκίων. Τα δύο βασικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών των επιτοκίων όπως η επαναφορά του μέσου και η λεπτοκύρτωση μπορούν να συληφθούν θέτοντας $b < 0$ και $\gamma > 0$ αντίστοιχα.

Οι εκτιμημένοι παράμετροι αυτού του υποδείγματος μπορούν να εκτιμηθούν με την γνωστή γενικευμένη μέθοδο των ροπών (*GMM*) σύμφωνα με τον (Hansen, 1982) (Smith, 2002). Επίσης βρέθηκε ότι το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο χαρακτηρίζεται από την επαναφορά στο μέσο. Όσον αφορά την παράμετρο που αναφέρεται στην ελαστικότητα της μεταβλητότητας ισούται με 1.49999 (*standard error 0.2519*). Η παράμετρος αυτή της ελαστικότητας στο υπόδειγμα δείχνει ότι η μεταβλητότητα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων

³ Cox, Ingersoll, Ross

είναι εκρηκτική. Την ίδια στιγμή, άλλα υποδείγματα θέτουν την μεταβλητότητα στο εύρος μεταξύ 0 και 1.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό όλων αυτών των μοντέλων είναι ότι υπάρχει η υπόθεση ότι οι παράμετροι είναι σταθεροί σε όλη τη διάρκεια του δείγματος. Αναφερόμαστε στα μοντέλα αυτά ως υποδείγματα ενός καθεστώτος (*single regime models*). Ωστόσο, είναι πιθανό να αλλάξει ο οικονομικός και πολιτικός μηχανισμός που επηρεάζει τα επιτόκια. Στην περίπτωση αυτή οι παράμετροι του υποδείγματος του επιτοκίου ή η δομή του υποδείγματος μπορεί να μεταβληθεί με τη μεταβολή του πολιτικού και οικονομικού περιβάλλοντος (Dahlquist και Gray, 2000).

Σύμφωνα με τον Gray (1996) και τους Ball and Torous (1999) τα μοντέλα αυτά είναι μη αποτελεσματικά καθώς είναι πιθανόν να γίνουν λάθος εκτιμήσεις. Οι λάθος αυτές εκτιμήσεις των παραπάνω μοντέλων του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου, δημιουργούνται λόγω της σταθερής δομής του υπό συνθήκη μέσου και των διακυμάνσεων.

3.2 Χαρακτηριστικά χρηματοοικονομικών σειρών

Για να καταλήξει κάποιος στην σωστή επιλογή ενός υποδείγματος ώστε να ερμηνεύσει τις μεταβολές των χρηματοοικονομικών σειρών για να γίνουν προβλέψεις, πρέπει να κατανοήσει τα χαρακτηριστικά των σειρών όπως τιμές μετοχών, επιτόκια και συναλλαγματικές ισοτιμίες.

Σύμφωνα με τον (Rydberg, 2000) τα βασικά αυτά χαρακτηριστικά είναι τα ακόλουθα:

Είναι γενικότερα αποδεκτό ότι η κατανομή μιας χρηματοοικονομικής σειράς η οποία είτε εκφράζεται ως αποδόσεις, είτε είναι ολοκληρωμένη ως $I(1)$ διαδικασία, έχει πιο παχιές ουρές από ότι έχει μια κανονική κατανομή (Fan και Yao, 2003).

Επίσης η μεταβλητότητα των σειρών συσπειρώνεται σε στοιβάδες υψηλής και χαμηλής μεταβλητότητας. Έτσι η μεταβλητότητα κινείται μέσα σε ένα σταθερό εύρος. Σε αυτό το εύρος υπάρχουν και μεμονωμένοι περίοδοι που αποκλίνει από αυτό (Tsay, 2002).

Επιπροσθέτως ένα άλλο χαρακτηριστικό είναι ότι οι κατανομές πολλές φορές παρουσιάζουν ασυμμετρία και πολύ περισσότερο αρνητική ασυμμετρία. Αυτό συνεπάγεται ότι η σειρά αντιδρά σε αρνητικές πληροφορίες πολύ πιο έντονα από ότι σε θετικές πληροφορίες (Engle και Ng, 1993).

3.3 Υποδείγματα μεταβλητότητας (Volatility models)

Βασικά μέρη αυτών των υποδειγμάτων είναι ο υπό συνθήκη μέσος και η υπό συνθήκη διακύμανση δεδομένης της πληροφόρησης που είναι διαθέσιμη μέχρι την χρονική στιγμή $t-1$.

Συγκεκριμένα ο υπό συνθήκη μέσος είναι ο εξής :

$$\mu_t = E[r_t | \Phi_{t-1}] \quad (3.3.1)$$

Όπου r_t αναφέρεται στην απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου.

Η υπό συνθήκη διακύμανση εκφράζεται ως εξής:

$$\sigma^2 = Var(r_t | \Phi_{t-1}) = E[(r_t - \mu)^2 | \Phi_{t-1}] \quad (3.3.2)$$

$$\text{Όπου } r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (3.3.3)$$

Ο όρος ε_t αναφέρεται στην αιφνίδια διαταραχή.

Τα υποδείγματα που υποδειγματοποιούν την υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη αφορά υποδείγματα που περιγράφονται σύμφωνα με την εξέλιξη της υπό συνθήκης διακύμανσης μιας αιφνίδιας διαταραχής. Η δεύτερη κατηγορία αφορά υποδείγματα που χρησιμοποιούν μια στοχαστική εξίσωση για να περιγράψουν την διακύμανση. Στη συνέχεια αναφερόμαστε σε υποδείγματα της πρώτης κατηγορίας.

3.3.1 Γενικευμένη αυτοπαλίνδρομη υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα. (GARCH models)

Αν και τα diffusion models είναι πολύ δημοφιλή , έρευνες όπως των (Brenner, Harjes, Kroner 1996) και των (Andersen and Lund 1997) έδειξαν ότι τα μοντέλα αυτά είναι περιοριστικά ως προς την αναφορά τους στην εξάρτηση της μεταβλητότητας μόνο από το επίπεδο των επιτοκίων. Για να συληφθεί η επιμονή σε στοιβάδες μεταβλητότητα (*persistent volatility clustering*) σύμφωνα με τους Brenner et al (1996) μπορούν να χρησιμοποιηθούν εξειδικεύσεις του υποδείματος GARCH. Σύμφωνα με τον Mandelbrot (1963) οι μεγάλες μεταβολές συνήθως τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες μεταβολές και αντίστοιχα οι μικρές μεταβολές ακολουθούνται από μικρές μεταβολές. Το φαινόμενο αυτό είναι η γνωστή συσσώρευση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες.

Τα GARCH υποδείγματα πλεονεκτούν σε σχέση με τα diffusion υποδείγματα (Hong, Li, Zhao, 2004). Το υπόδειγμα GARCH εισήχθη στην βιβλιογραφία από τον

Bollerslev (1986). Στο υπόδειγμα αυτό ο υπό συνθήκη μέσος και η υπό συνθήκη διακύμανση μοντελοποιούνται ταυτόχρονα, (Χάλκος, 2006):

$$r_t = a + b r_{t-1} + e_t \quad (3.3.1.1)$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση δίνεται ως εξής :

$$h_t = \omega + a e_{t-1}^2 + b h_{t-1} \quad (3.3.1.2)$$

Η συσσώρευση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες αποτελεί ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό σε πολλές χρηματοοικονομικές χρονοσειρές όπως επίσης και η λεπτοκύρτωση. Όσον αφορά την μεταβλητότητα οι μεταβολές της μεταβλητής ακολουθείται από του ίδιου μεγέθους μεταβολές. Η λεπτοκύρτωση ή αλλιώς το φαινόμενο των παχιών ουρών (*heavy tails*) αναφέρεται στο ότι η κατανομή της εκάστοτε μεταβλητής έχεις πιο παχιές ουρές από τη κανονική κατανομή. Το υπόδειγμα GARCH μπορεί να λάβει υπόψη αυτά τα χαρακτηριστικά (Engle και Patton, 2001).

Ένα από τα προβλήματα του μοντέλου αυτού είναι ότι οι εκτιμήσεις των παραμέτρων που σχετίζονται με την μεταβλητότητα είναι πολύ μεγαλύτερες από τις πραγματικές. Κατά τον Bollerslev(1986) η διαδικασία της διακύμανσης είναι στάσιμη ως προς την συνδιακύμανση (*covariance stationary*) όταν $a+b < 1$ υποθέτοντας ότι $a, b \geq 0$ για να βεβαιώσουμε ότι η υπό συνθήκη διακύμανση είναι μη αρνητική. Αν παραβιαστεί η ανισότητα $a+b < 1$, τότε αιφνίδιες διαταραχές που επιδρούν στην μεταβλητότητα είναι επίμονες. Όταν το άθροισμα των παραμέτρων ισούται με τη μονάδα, τότε αναφερόμαστε σε μία ολοκληρωμένη GARCH διαδικασία (*IGARCH*). Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, περίοδοι υψηλής μεταβλητότητας ακολουθούνται από παρόμοιας μεταβλητότητας περιόδους και συνεπώς η εξαρτημένη μεταβλητή που στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα επιτόκια, εμφανίζουν διαδοχικές παρατηρήσεις που είναι απομακρυσμένες. Η IGARCH διαδικασία υποθέτει λοιπόν ότι οι παρατηρήσεις αυτές θα έχουν μια επίμονη επίδραση στην διακύμανση αν και αυτή η επιμονή δεν θα είναι μακράς διάρκειας. Συνεπώς η IGARCH διαδικασία είναι ένα επαρκές οικονομετρικό εργαλείο για τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές καθώς μέτρα την επιμονή της μεταβλητότητας (Franses, 1994).

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων των GARCH υποδειγμάτων όσον αφορά τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια είναι $a+b > 1$, που σημαίνει ότι η υπό συνθήκη διακύμανση δεν είναι στάσιμη ως προς την διακύμανση (*covariance stationary*). Για παράδειγμα σύμφωνα με αναφορά των Engle, Ng και Rothschild (1990) για τις εκτιμήσεις των παραμέτρων ενός χαρτοφυλακίου με αμερικανικά αξιόγραφα ήταν $a+b=1,0096$. Επίσης, σύμφωνα με αναφορές του Kees, Nissen, Schotman και Wolff (1994) οι παράμετροι για μηνιαίο

ομόλογο ήταν $a+b=1,073$. Σύμφωνα με τον Gray (1996) αναφορικά με εκτιμήσεις στοιχείων εβδομαδιαίων 30-ημερών ομολόγων οι παράμετροι ήταν $a+b=1,0303$.

Παρόλα αυτά, συχνά στα οικονομετρικά τεστ δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση ότι η υπό συνθήκη διακύμανση ακολουθεί μια IGARCH ($a+b=1$) διαδικασία. Σε κάθε περίπτωση η ισχυρή επιμονή στην μεταβλητότητα, που σημαίνει ότι η τωρινή διακύμανση έχει μεγάλη επίδραση στην πρόβλεψη της διακύμανσης για πολλές περιόδους στο μέλλον (Engle and Patton 2001), μπορεί να είναι αιτία των αλλαγών του οικονομικού μηχανισμού που προκαλείται από το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο. Σύμφωνα με τους Lamoureux and Lastrapes (1990) και Diebold (1986) οι δομικές αλλαγές στην διακύμανση είναι πιθανό να δημιουργήσουν λάθος εκτίμηση στις παραμέτρους ώστε η επιμονή στη διακύμανση που συνεπάγονται οι αλλαγές αυτές να είναι υπερτιμημένη. Οι εκτιμήσεις λοιπόν των παραμέτρων ενός GARCH μοντέλου είναι μεροληπτικές. Συνεπώς σε περιόδους ομαδοποίησης της μεταβλητότητας σε στοιβάδες οι μεταβολές των καθεστώτων είναι λανθασμένες. Είναι απαραίτητα λοιπόν μοντέλα των οποίων οι παράμετροι επιτρέπονται να μεταβάλλονται με την μεταβολή του χρόνου (Bauwens et al 2006).

Συνοψίζοντας, τα παραπάνω μοντέλα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων υποθέτουν η δομική μορφή του υπό συνθήκη μέσου και της υπό συνθήκη διακύμανσης είναι σταθερή (Gray, 1996). Είναι λοιπόν δύσκολο να σχηματιστεί μια ακριβής εικόνα για την πορεία των επιτοκίων καθώς ο οικονομικός μηχανισμός μεταβάλλεται. Επιπλέον, τα GARCH μοντέλα αδυνατούν να έχουν αντικειμενικές προβλέψεις σε περιόδους μεταβλητότητας λόγω μεμονωμένων αιφνίδιων διαταραχών. Ο Hamilton (1989) εισήγαγε λοιπόν ένα μοντέλο Markov regime switching model ώστε να ερμηνεύσει τον αμερικανικό επιχειρηματικό κύκλο οποίος χαρακτηρίζεται από περιοδικές αλλαγές όπως ύφεση και ανάκαμψη και αντίστροφα. Οι δομικές αλλαγές (*structural breaks*) συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο αυτό ενδογενώς. Η ύπαρξη λοιπόν των δομικών αλλαγών όπως το πείραμα του 1979-1982 δικαιολογεί την δημιουργία μοντέλων μεταβολής καθεστώτων (*regime switching*). Τέτοιου είδους μοντέλα προσπαθούν να συλλάβουν διακριτές αλλαγές στην συμπεριφορά χρηματοοικονομικών μεταβλητών επιτρέποντας τις παραμέτρους να παίρνουν διαφορετικές τιμές σε διαφορετικές χρονικές περιόδους.

3.4 Υποδείγματα Markov regime switching

Τα τελευταία χρόνια οι οικονομήτρες μοντελοποίησαν αρκετές οικονομικές χρονολογικές σειρές ως regime-switching διαδικασίες. Στα μοντέλα αυτά υπάρχει η υπόθεση ότι η κατανομή της μεταβλητής εξαρτάται από το συγκεκριμένο καθεστώς (*regime*). Όταν η οικονομία λοιπόν μεταβαίνει από το ένα καθεστώς στο άλλο τότε συμβαίνουν ουσιαστικές αλλαγές στις χρονολογικές σειρές.

Τα μοντέλα Markov regime-switching αποδείχθηκαν χρήσιμα ώστε να μοντελοποιούν μια πληθώρα από χρονολογικές σειρές. Εκτός από τον Hamilton (1988,1989) που εισήγαγε τα μοντέλα αυτά ακολούθησαν οι Engel και Hamilton (1990), Engel (1994), Vigfusson (1997), Bollen, Gray και Whaley (2000), Dewachter (2001), Klaassen (2002), Brunetti et al. (2003) Beine, Laurent and Lecourt (2003) οι οποίοι ασχολήθηκαν με regime switching στις συναλλαγματικές ισοτιμίες, οι Hamilton (1989), Goodwin (1993), Durland and McCurdy(1994), Filardo (1994), Layton and Smith (2000) ασχολήθηκαν με την μοντελοποίηση χρονοσειρών που αφορούν τον επιχειρηματικό κύκλο, οι Turner, Startz and Nelson (1989), Pagan and Schwert (1990), Hamilton and Susmel (1994), Dueker (1997), Ryden, Terasvirta and Asbrink (1998), Billo and Pelizzon (2000), Maheu and McCurdy (2000), Susmel (2000), Perez-Quiros and Timmermann (2001), Bhar and Hamori (2004) ασχολήθηκαν με την μοντελοποίηση χρονοσειρών που αναφέρονται στη χρηματιστηριακή αγορά (Haas et al. 2004), οι Bianchi and Zoega (1998), Montgomery et al. (1998) με χρονοσειρές που αφορούσαν την ανεργία (Chen and Lin 2000), οι Hamilton (1988), Sola and Drifill (1994), Garcia and Perron (1996), Gray (1996) χρησιμοποίησαν την Markov switching διαδικασία για την μοντελοποίηση των επιτοκίων (Chen and Lin 2000).

Σύμφωνα με το δημοφιλές Markov regime-switching υπόδειγμα του Hamilton (1988-1990), (Bollen et al 2000) που εφαρμόστηκε σε λογαριθμικές μεταβολές των συναλλαγματικών ισοτιμιών υπάρχουν δυο καθεστώτα για τον μέσο της λογαριθμικής ισοτιμίας $y_t = \ln[E_t / E_{t-1}]^4$ καθώς επίσης και δύο καθεστώτα για την διακύμανση. Ως μεταβλητή που καθορίζει τα καθεστώτα του μέσου ορίζεται S_{mt} . Η αλλαγή του μέσου σε χρόνο t είναι m_i όπου $i=1,2$. Αντίστοιχα ως μεταβλητή που καθορίζει τα δύο καθεστώτα της διακύμανσης σ_i ορίζεται $S_{\sigma t} = i$ όπου $i=1,2$. Οι μεταβλητές των καθεστώτων των ροπών S_{mt} και $S_{\sigma t}$ εξελίσσονται σύμφωνα με μία πρώτης τάξης Markov διαδικασία. Ακολουθούν οι μήτρες μετάβασης των πιθανοτήτων (*transition probabilities matrix*) για το μέσο και την διακύμανση αντίστοιχα:

⁴Το E_t αντιπροσωπεύει τη συναλλαγματική ισοτιμία σε δολάρια ανά μονάδα ξένου νομίσματος.

$$\Pi_{\mu} = \begin{bmatrix} P_{\mu} & 1-P_{\mu} \\ 1-Q_{\mu} & Q_{\mu} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

και

$$\Pi_{\sigma} = \begin{bmatrix} P_{\sigma} & 1-P_{\sigma} \\ 1-Q_{\sigma} & Q_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

Για το καθεστώς του μέσου ισχύει:

$$P_{\mu} = Pr(S_{\mu t+1}=1 | S_{\mu t}=1) \quad (3.4.3)$$

και

$$Q_{\mu} = Pr(S_{\mu t+1}=2 | S_{\mu t}=2) \quad (3.4.4)$$

Αντίστοιχα ισχύει και για P_{σ} και Q_{σ} .

Η μεταβλητή S_t εξελίσσεται ως μια Markov διαδικασία με μήτρα μετάβασης πιθανοτήτων υπό την υπόθεση ότι οι αλλαγές καθεστώτων του μέσου και της διακύμανσης είναι ανεξάρτητες:

$$\Pi = \begin{bmatrix} P_{\mu}P_{\sigma} & (1-P_{\mu})P_{\sigma} & P_{\mu}(1-P_{\sigma}) & (1-P_{\mu})(1-P_{\sigma}) \\ (1-Q_{\mu})P_{\sigma} & Q_{\mu}P_{\sigma} & (1-Q_{\mu})(1-P_{\sigma}) & Q_{\mu}(1-P_{\sigma}) \\ P_{\mu}(1-Q_{\sigma}) & (1-P_{\mu})(1-Q_{\sigma}) & P_{\mu}Q_{\sigma} & (1-P_{\mu})Q_{\sigma} \\ (1-Q_{\mu})(1-Q_{\sigma}) & Q_{\mu}(1-Q_{\sigma}) & (1-Q_{\mu})Q_{\sigma} & Q_{\mu}Q_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

Η υπό συνθήκη κατανομή του της λογαριθμικής συναλλαγματικής ισοτιμίας είναι:

$$y_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\mu_1, \sigma_1) \text{ αν } S_t=1 \\ N(\mu_2, \sigma_1) \text{ αν } S_t=2 \\ N(\mu_1, \sigma_2) \text{ αν } S_t=3 \\ N(\mu_2, \sigma_2) \text{ αν } S_t=4 \end{cases} \quad (3.4.6)$$

Όπου Φ_{t-1} είναι ο παράγοντας πληροφόρησης σε χρόνο $t-1$. Όπου S_t εξελίσσεται σύμφωνα με την μήτρα Π . Το μοντέλο του Hamilton αναφέρεται σε όρους αλλαγών των πιθανοτήτων (*switching probabilities*), $Pr(S_t/S_{t-1})$. Σύμφωνα με τον Gray (1996) το μοντέλο μπορεί να απλοποιηθεί σε όρους πιθανοτήτων των καθεστώτων (*regime probabilities*), $Pr(S_t/\Phi_{t-1})$. Ορίζουμε λοιπόν διάλυσμα των πιθανοτήτων των καθεστώτων (*regime probabilities*) $P_{i,t-1}$ ως εξής:

$$P_{t,t-1} = \begin{bmatrix} P_{1t,t-1} \\ P_{2t,t-1} \\ P_{3t,t-1} \\ P_{4t,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

Όπου $P_{it,t-1} = Pr(S_t=i/\Phi_{t-1})$ για $i=1, \dots, 4$. Αντίστοιχα ορίζουμε $P_{it,t} = Pr(S_t=i/\Phi_t)$.

Στη συνέχεια ορίζεται το διάνυσμα των τιμών της υπό συνθήκη πιθανοφάνειας (*conditional likelihood*) ως εξής:

$$f_t = \begin{bmatrix} f(y_t | S_t=1, \Phi_{t-1}) \\ f(y_t | S_t=2, \Phi_{t-1}) \\ f(y_t | S_t=3, \Phi_{t-1}) \\ f(y_t | S_t=4, \Phi_{t-1}) \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

$$f(y_t | S_t=1, \Phi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{|y_t - \mu_1|^2}{\sigma_1^2} \right\} \quad (3.4.9)$$

Σύμφωνα με τους Hamilton(1994) και Gray(1996) ισχύει:

$$P_t = \Pi' \left| \frac{f_{t-1} \times P_{t-1}}{t'(f_{t-1} \times P_{t-1})} \right| \quad (3.4.10)$$

Όπου p_t είναι συντομία του $Pr(S_t=i/\Phi_{t-1})$ και το σύμβολο \times δηλώνει τον πολλαπλασιασμό των στοιχείων των μητρών.

Τα περισσότερα regime switching μοντέλα εκτιμώνται με την βοήθεια της μεθόδου της μεγιστοποίησης της συνάρτησης της πιθανοφάνειας. Στο μοντέλο που έχουμε ήδη περιγράψει, η πυκνότητα των δεδομένων έχει τέσσερις συντελεστές, έναν για κάθε καθεστώς. Η συνάρτηση της log-likelihood κατασκευάζεται ως το σταθμισμένο άθροισμα των τεσσάρων συντελεστών. Η συνάρτηση λοιπόν της log-likelihood που μεγιστοποιείται είναι η εξής :

$$\sum_{t=1}^T \ln[f(y_t | \tilde{y}_{t-1})] \quad (3.4.11)$$

$$\text{Όπου } \tilde{y}_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\} \quad (3.4.12)$$

Οι Hamilton και Susmel (1994) και Cai (1994) ακολούθως πρότειναν ένα Markov switching ARCH (SWARCH) μοντέλο συνδέοντας το Markov Regime Switching μοντέλο με ένα ARCH μοντέλο. Ο λόγος που χρησιμοποιείται ένα ARCH μοντέλο αντί ένα GARCH είναι γιατί τα regime switching GARCH μοντέλα αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της χρονικής εξάρτησης (*path-dependence*) της υπό συνθήκης διακύμανσης από τα διαδοχικά καθεστάτα μέχρι το χρόνο t . Η υπό συνθήκη διακύμανση το χρόνο t στα SW-GARCH μοντέλα εξαρτάται από την υπό συνθήκη διακύμανση το χρόνο $t-1$ και από την μεταβλητή του καθεστώτος (s_t) του χρόνου t . Αντίστοιχα η υπό συνθήκη διακύμανση το χρόνο $t-1$ εξαρτάται από την υπό συνθήκη διακύμανση του χρονικού διαστήματος $t-2$ και από το

καθεστώς (*regime*) του χρονικού διαστήματος $t-1$, δηλαδή S_{t-1} . Συνεπώς η υπό συνθήκη διακύμανση το χρόνο t εξαρτάται από μια ολόκληρη διαδοχή καθεστώτων μέχρι το χρόνο t . Για παράδειγμα όταν υπάρχουν M καθεστώτα και N παρατηρήσεις, για να σχηματιστεί η συνάρτηση της πιθανοφάνειας χρειάζονται M^N στοιχεία. Το χαρακτηριστικό αυτό καθιστά αδύνατη την εκτίμηση μεγάλων δειγμάτων (Chen and Lin 1999; Klaassen 2002; Haas et al 2004; Frommel and Hannover 2004; Bauwens et al 2006).

Στο μοντέλο αυτό κάθε καθεστώς χαρακτηρίζεται από μια διαφορετική ARCH διαδικασία. Επίσης, η υπό συνθήκη διακύμανση παίρνει διαφορετικές τιμές για κάθε διαφορετικό καθεστώς. Το SWARCH μοντέλο δύο καθεστώτων με g_{s_t} δείκτη καθεστώτων g_1, g_2 μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_{s_t} + u_t, \\ u_t &= \tilde{u}_t \sqrt{g_{s_t}}, \\ \tilde{u}_t &= \varepsilon_t \sqrt{h_t}, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, 1), \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \tilde{u}_{t-i}^2, \end{aligned} \tag{3.4.13}$$

Η μεταβλητή s_t δεν είναι δυνατό να παρατηρηθεί από τον εκάστοτε οικονομήτη, πράγμα που ισχύει σε όλα Markov switching μοντέλα (Hamilton 1994). Η συγκεκριμένη μεταβλητή ακολουθεί μια πρώτης τάξης διαδικασία μαρκοβιανής αλυσίδας και παίρνει τιμές 1 και 2 για τα δύο διαφορετικά καθεστώτα. Όπου ε_t είναι ο διαταρακτικός όρος με μηδενικό μέσο και μοναδιαία διακύμανση. Η μεταβλητή u_t υποδηλώνει την ARCH διαδικασία που εξαρτάται από την ύπαρξη των δύο διαφορετικών καθεστώτων.

Οι παράμετροι του συγκεκριμένου μοντέλου εκτιμώνται με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (*maximum likelihood method*).

Γενικότερα τα regime switching μοντέλα επιτρέπουν τις οικονομικές μεταβλητές να εξαρτώνται από διακριτά καθεστώτα κάθε σημείο του χρόνου. Στα περισσότερα μοντέλα όμως οι ροπές που εξαρτώνται από τα εκάστοτε καθεστώτα είναι σταθερές. Δηλαδή ο μέσος και η διακύμανση διατηρούνται σταθερές σε κάθε καθεστώς μην επιτρέποντας έτσι τη σωστή εκτίμηση των χαρακτηριστικών δυναμικών της χρονολογικής σειράς.

3.4.1 Generalized Regime-Switching⁵ υπόδειγμα του Gray

Συγκρίνοντας με το μοντέλο του Cai (1994) και το SWARCH⁶ των Hamilton και Susmel (1994) μοντέλο, το μοντέλο του Gray προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία δεδομένου ότι φιλοξενεί χρονικά μεταβλητές υπό συνθήκη ροπές όπως ο υπό συνθήκη μέσος και η διακύμανση. Συγκεκριμένα, ο υπό συνθήκη μέσος και η διακύμανση επιτρέπεται να μεταβάλλονται μέσα σε κάθε καθεστώς regime (Kuan, 2002 ; Gu and Zivot 2005). Επίσης σε αντίθεση με προηγούμενες έρευνες ο Gray (1996) ενσωματώνει την GARCH επίδραση που συνεπάγεται την συμπερίληψη ενός ακόμη βασικού χαρακτηριστικού των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών που είναι η εμμονή⁷ της υπό συνθήκης διακύμανσης (*persistence*) (Li and Yang 1998). Τα απλά ARCH/GARCH υποδείγματα παρέχουν ένα καλό τρόπο να εξηγούν την εμμονή της μεταβλητότητας. Όμως στα υποδείγματα που δεν ενσωματώνουν δομικές αλλαγές της μεταβλητότητας η εκτίμηση της εμμονής υπερεκτιμάται (Sun, 2004). Σύμφωνα με τους Lamoureaux και Lastrapes (1990), η προφανής υψηλή εμμονή που φαίνεται από την εκτίμηση ενός απλού GARCH υποδείγματος μπορεί να είναι παραπλανητική καθώς δεν μπορεί να ερμηνεύσει τις δομικές αλλαγές στην διαδικασία της μεταβλητότητας.

Όσον αφορά την εμμονή των αιφνίδιων διαταραχών σύμφωνα με τον Friedman and Laibson (1989), (Liu, 2000) μεγάλες αιφνίδιες διαταραχές στη χρηματιστηριακή αγορά δεν είναι τόσο επίμονες όσο μετρίου μεγέθους αιφνίδιες διαταραχές. Γενικότερα, όταν ξεσπάει μία μεγάλη μεγέθους αιφνίδια διαταραχή σε μια αγορά μπορούμε να το φανταστούμε σαν να απελευθερώνει μια πίεση (*relieving pressure*) έτσι ώστε μεγάλα shock όταν ξεσπούν χάνουν την επίδραση τους άμεσα και είναι λιγότερο επίμονα από ότι τα μικρότερα shock που χάνουν την ενέργειά τους σταδιακά.

Η γενική μορφή του μοντέλου είναι η εξής:

$$\Delta r_t = \mu[\theta_\mu(S_t), \Phi_{t-1}] + \sqrt{h[\theta_h(S_t), \Phi_{t-1}]} z_t \quad (3.4.1.1)$$

Σύμφωνα με το μοντέλο GRS $\Delta r_t = \mu_{it} + \sqrt{h_{it}} z_t$, όπου μ αφορά το μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου, όπου h_{it} είναι η υπό συνθήκη διακύμανση και z_t είναι ο διαταρακτικός όρος με μηδενικό μέσο και μοναδιαία διακύμανση.

⁵ GRS model

⁶ Switching ARCH μοντέλο

⁷ Επειδή η εκτίμηση της εμμονής από ένα single-regime GARCH model δεν είναι η καλύτερη δυνατή και πιο συγκεκριμένα υπερεκτιμάται, εισάγουμε τα καθεστώτα για να βελτιώσουμε την εκτίμηση της εμμονής της μεταβλητότητας που προέρχεται από αιφνίδιες διαταραχές (Klaassen, 2002).

Το GRS μοντέλο με σκοπό να περιγράψει με πιο αντικειμενικό τρόπο τα χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών σειρών έχει σχηματιστεί συνδυάζοντας τρία διαφορετικά μοντέλα όπως το GARCH μοντέλο, το μοντέλο διάχυσης ή diffusion model σύμφωνα με τους Cox, Ingersoll and Ross (1985) και το Markov regime –switching μοντέλο.

Το κύριο χαρακτηριστικό των μοντέλων Markov regime-switching είναι η δυνατότητα οι παράμετροι να μεταβάλλονται μεταξύ των διαφορετικών καθεστώτων (Marcucci, 2005). Όπου S_t στο GRS μοντέλο, είναι ο μη παρατηρημένος (*unobserved*) δείκτης των καθεστώτων που στην συγκεκριμένη περίπτωση παίρνει δύο τιμές (1 ή 2), Φ_{t-1} είναι η πληροφόρηση που είναι διαθέσιμη το χρόνο t-1, θ_μ είναι παράμετροι της συνάρτησης του μέσου και θ_h αφορούν τις παραμέτρους της συνάρτησης της διακύμανσης .

Η μεταβλητή του καθεστώτος S_t ακολουθεί μια πρώτης τάξης Markov αλυσίδα σύμφωνα με τον Hamilton (1988, 1989, 1990) όπως:

$$\begin{aligned} \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= P, \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 1] &= (1 - P), \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 2] &= Q, \\ \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 2] &= (1 - Q). \end{aligned} \tag{3.4.1.2}$$

Αναλυτικότερα η πιθανότητα μετάβασης (*transition probability*) P ή αλλιώς P_{11} δείχνει την πιθανότητα αλλαγής από το καθεστώς 1 που βρίσκονταν σε χρόνο t-1 στο δεύτερο καθεστώς το χρόνο t. Το P_{11} αναφέρεται στην πιθανότητα να παραμείνει στο καθεστώς 1. Αντίστοιχα η πιθανότητα μετάβασης Q ή P_{22} αναφέρεται στην πιθανότητα να παραμείνει στο καθεστώς 2. Η πιθανότητα μετάβασης 1-P ή P_{12} δεδομένου ότι τη χρονική στιγμή t-1 είμαστε στο καθεστώς 1 τη χρονική στιγμή t μεταβαίνουμε στο καθεστώς 2. Αντίστροφα ισχύει για το 1-Q ή P_{21} . Ας υποθέσουμε ότι ένα από τα δύο καθεστάτα χαρακτηρίζεται από υψηλή μεταβλητότητα και το άλλο από χαμηλή. Αν η πιθανότητα να παραμείνει στο χαμηλής μεταβλητότητας καθεστώς έστω P_{11} μεγαλώσει, τότε η πιθανότητα να συμβεί μια μεταβολή μικραίνει αντίστοιχα (McDill και Sheeahan, 2006).

Σε μορφή μήτρας οι πιθανότητες μετάβασης (*transition matrix*) σχηματίζονται ως εξής:

$$P = \begin{bmatrix} P & 1-Q \\ 1-P & Q \end{bmatrix} \tag{3.4.1.3}$$

ή

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{21} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (3.4.1.4)$$

Τα στοιχεία της διαγώνιου της μήτρας των πιθανοτήτων μετάβασης P_{11} , P_{22} προσφέρουν σημαντική πληροφόρηση σχετικά με την αναμενόμενη διάρκεια ενός καθεστώτος. Συγκεκριμένα, δίνουν απάντηση στην ερώτηση πόση χρονική διάρκεια θα παραμείνει στο καθεστώς στο οποίο βρίσκεται την τρέχουσα περίοδο έστω $S_t = j$ (Chen and Lin , 2000; Dahlquist and Gray, 2000; Kalimipalli and Susmel, 2004; Caporale and Spagnolo, 2004; Sun, 2004; Ismail and Isa , 2007).

Ορίζουμε ως D την διάρκεια παραμονής στο καθεστώς j έτσι ώστε (Kim and Nelson, 1999):

$$\begin{aligned} D=1, \text{ Αν } S_t = j \text{ και } S_{t+1} \neq j \text{ τότε } Pr[D=1] &= (1 - p_{jj}) \\ D=2, \text{ Αν } S_t = S_{t+1} = j \text{ και } S_{t+2} \neq j \text{ τότε } Pr[D=2] &= p_{jj}(1 - p_{jj}) \\ D=3, \text{ Αν } S_t = S_{t+1} = S_{t+2} = j \text{ και } S_{t+3} \neq j \text{ τότε } Pr[D=3] &= p_{jj}^2(1 - p_{jj}) \\ D=4, \text{ Αν } S_t = S_{t+1} = S_{t+2} = S_{t+3} = j \text{ και } S_{t+4} \neq j \text{ τότε } Pr[D=4] &= p_{jj}^3(1 - p_{jj}) \dots \end{aligned}$$

....κ.ο.κ

Η αναμενόμενη λοιπόν διάρκεια του καθεστώτος j προσδιορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} E(D) &= \sum_{j=1}^{\infty} j Pr[D=j] \\ &= 1 \times Pr[S_{t+1} \neq j | S_t = j] \\ &\quad + 2 \times Pr[S_{t+1} = j, S_{t+2} \neq j | S_t = j] \\ &\quad + 3 \times Pr[S_{t+1} = j, S_{t+2} = j, S_{t+3} \neq j | S_t = j] \\ &\quad + 4 \times Pr[S_{t+1} = j, S_{t+2} = j, S_{t+3} = j, S_{t+4} \neq j | S_t = j] + \dots \\ &= 1 \times (1 - p_{jj}) + 2 \times p_{jj}(1 - p_{jj}) + 3 \times p_{jj}^2(1 - p_{jj}) + \dots \\ &= \frac{1}{1 - p_{jj}} \end{aligned} \quad (3.4.1.5)$$

Στο GRS μοντέλο οι πιθανότητες μετάβασης εξαρτώνται από το επίπεδο του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου r_{t-1} . Η πιθανότητα μετάβασης για το καθεστώς 1 και αντίστοιχα για το καθεστώς 2 είναι $P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1})$ και $Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1})$, όπου c_i και d_i για $i=1,2$ είναι άγνωστοι παράμετροι και Φ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής κατά την οποία διασφαλίζεται ότι οι πιθανότητες μετάβασης είναι μεταξύ του μηδενός και της μονάδας $0 < P < 1$ και $0 < Q < 1$.

Ταυτόχρονα, η υπό συνθήκη κατανομή της μεταβολής του επιτοκίου Δr_t αποτελείται από την κατανομή στο καθεστώς 1 $N(\mu_{1t}, h_{1t})$ και $N(\mu_{2t}, h_{2t})$ στο καθεστώς 2.

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\mu_{1t}, h_{1t}) & \text{w.p. } p_{1t}, \\ N(\mu_{2t}, h_{2t}) & \text{w.p. } (1 - p_{1t}), \end{cases} \quad (3.4.1.6)$$

Όπου $p_{1t} = P(S_t = 1 | \Phi_{t-1})$ αποτελεί την πιθανότητα η διαδικασία να είναι στο καθεστώς 1 την χρονική στιγμή t με την διαθέσιμη πληροφόρηση που υπάρχει το χρόνο $t-1$. Η πιθανότητα αυτή ονομάζεται αλλιώς εκ των προτέρων πιθανότητα (*ex ante regime probability*) γιατί βασίζεται μόνο στην ήδη διαθέσιμη πληροφόρηση και επιπλέον γιατί προβλέπει το καθεστώς της επόμενης περιόδου (Ahrens, 1999).

Για να υπολογίσουμε λοιπόν την πιθανότητα *ex ante* $p_{1t} = P(S_t = 1 | \Phi_{t-1})$, χρησιμοποιούμε την μέθοδο (*quasi maximum likelihood*) (Bollerslev and Wooldridge, 1992) η οποία είναι ευρέως γνωστή στην βιβλιογραφία που αναφέρεται στα regime-switching. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως όταν δεν υπάρχει κανονικότητα των καταλοίπων. Η μη κανονικότητα λοιπόν λαμβάνεται υπόψη με τη μέθοδο αυτή κατά την οποία χρησιμοποιείται μια μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης η οποία είναι ισχυρή (*robust*) στην μη κανονικότητα των καταλοίπων (Brooks, 2008).

Η εκ των προτέρων πιθανότητα ορίζεται ως εξής:

$$p_{1t} = (1 - Q) \left[\frac{q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})}{q_{1t-1}p_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] + P \left[\frac{q_{1t-1}p_{1t-1}}{q_{1t-1}p_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \quad (3.4.1.7)$$

$$\text{Όπου: } p_{1t} = Pr(S_t = 1 | \tilde{r}_{t-1}) \quad (3.4.1.8)$$

$$q_{1t} = f(\Delta r_t | S_t = 1) \quad (3.4.1.9)$$

$$q_{2t} = f(\Delta r_t | S_t = 2) \quad (3.4.1.10)$$

$$P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \quad (3.4.1.11)$$

$$Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \quad (3.4.1.12)$$

Οι όροι μέσα στις αγκύλες αντιπροσωπεύουν τις πιθανότητες $Pr(S_{t-1} = 2 | \Phi_{t-1})$ και $Pr(S_{t-1} = 1 | \Phi_{t-1})$ αντίστοιχα.

Συνεχίζοντας, ένα βασικό χαρακτηριστικό των βραχυχρόνιων επιτοκίων είναι ότι το επιτόκιο επαναφέρεται στο μέσο (*mean revert*). Ο απλούστερος τρόπος να μοντελοποιήσουμε την επαναφορά του μέσου είναι να επιτρέψουμε τη μεταβολή του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου να εξαρτάται γραμμικά από το επίπεδο του βραχυχρόνιου επιτοκίου της τελευταίας περιόδου (McDill και Sheehan, 2006).

Για κάθε καθεστώς λοιπόν η δομική μορφή του υπό συνθήκη μέσου που ενσωματώνει την επαναφορά του μέσου είναι :

$$\mu_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} r_{t-1} \quad (3.4.1.13)$$

$$\text{Για το καθεστώς 1 : } \mu_{1t} = \alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1} \quad (3.4.1.14)$$

$$\text{Για το καθεστώς 2 : } \mu_{2t} = \alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1} \quad (3.4.1.15)$$

Όπου μ δείχνει το μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου (*long-run level*) του επιτοκίου r_t . Η μεταβολή του επιτοκίου Δr_t είναι θετική όταν το r_{t-1} είναι κάτω από το μακροχρόνιο επίπεδο (*long-run level*). Αντίστοιχα η μεταβολή του επιτοκίου Δr_t είναι αρνητική όταν r_{t-1} είναι πάνω από το μακροχρόνιο επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή το επιτόκιο προσαρμόζεται στο μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως επαναφορά του μέσου *mean reversion* (kuan, 2002) Μια ένδειξη ότι τα επιτόκια επαναφέρονται στο μέσο φαίνεται από το συντελεστή του επιτοκίου r_{t-1} στον τύπο $\mu_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} r_{t-1}$ (Demitras, 2006). Συγκεκριμένα, ο συντελεστής του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου στον παραπάνω τύπο όταν είναι αρνητικός είναι ένδειξη ότι υπάρχει επαναφορά του μέσου. Το μακροχρόνιο επίπεδο του (*long-run level*) προσδιορίζεται από την αναλογία των όρων $\frac{\alpha_{0i}}{\alpha_{1i}}$.

Επίσης το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ικανό να λάβει υπόψη ένα ακόμη χαρακτηριστικό των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων που είναι η διαφορετική ταχύτητα της επαναφοράς του μέσου (*speed of mean reversion*) (Sun, 2002), γνώρισμα το οποίο προκαλεί μη γραμμικότητα (*non-linearity*) (Bali and Wu 2006). Συνεπώς το μέγεθος των παραμέτρων του μέσου όπως α_{0i} και α_{1i} είναι ένδειξη της ταχύτητας της επαναφοράς του μέσου. Για παράδειγμα, εάν το μέγεθος της εκτίμησης του συντελεστή του r_{t-1} , α_{11} από τον τύπο του μέσου, $\mu_{1t} = \alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}$ είναι μεγαλύτερο από τον αντίστοιχο συντελεστή για το καθεστώς 2, τότε στο καθεστώς 1 υπάρχει μεγαλύτερη ταχύτητα επαναφοράς του μέσου από ότι υπάρχει στο καθεστώς 2.

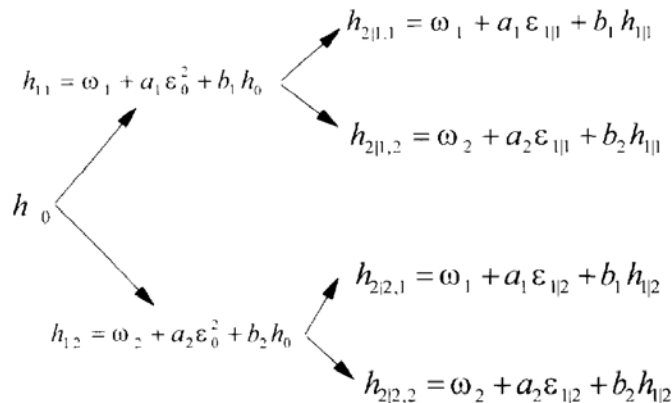
Ένα ακόμη σημαντικό σημείο του μοντέλου είναι ο προσδιορισμός της υπό συνθήκης διακύμανσης η οποία ακολουθεί μια GARCH διαδικασία η οποία υπόκειται σε μεταβολή καθεστώτος (*regime switching*) όπως :

$$h_{t,st} = \omega_{,st} + \alpha_{,st} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{,st} h_{t-1} \quad (3.4.1.16)$$

Η αναδρομική μορφή όμως της GARCH διαδικασίας δημιουργεί το πρόβλημα της εξάρτησης από το μονοπάτι (*path-dependence*) δηλαδή η υπό συνθήκη διακύμανση εξαρτάται από μια ολόκληρη διαδοχή των δεδομένων. Στο παρακάτω σχήμα (σχ. 1), φαίνεται η εξέλιξη των υπό συνθήκη διακυμάνσεων σε ένα εξαρτημένο από το μονοπάτι (*path-dependent*) GARCH μοντέλο. Κάθε υπό συνθήκη διακύμανση δεν εξαρτάται μόνο από το τρέχον καθεστώς αλλά από μία ολόκληρη διαδοχή της διαδικασίας. Συγκεκριμένα, ο όρος $h^2_{2/1,2}$ αφορά την υπό συνθήκη διακύμανση της περιόδου 2 δεδομένου ότι η διαδικασία

βρίσκονται στα καθεστώτα 1,2 αντίστοιχα τις χρονικές στιγμές 1 και 2. Αναλογικά, ο όρος $\varepsilon^2_{1/2}$ αντιπροσωπεύει το τετράγωνο των καταλοίπων την χρονική στιγμή 1 δεδομένου ότι η διαδικασία βρίσκεται στο καθεστώς 2.

Σχήμα 1. Η εξέλιξη των υπό συνθήκη διακυμάνσεων ως ένα *path-dependent* GARCH μοντέλο.



Πηγή: Gray (1996, σελ. 35)

Ο Gray όμως προσπαθώντας να επιλύσει το πρόβλημα αυτό χωρίς να εξαιρέσει την GARCH διαδικασία από το GRS μοντέλο, προτείνει την χρησιμοποίηση την αναμενόμενη υπό συνθήκη διακύμανση με υστέρηση της προηγούμενης περιόδου $E_{t-2}(h_{t-1})$ αντί την υπό συνθήκη διακύμανση με υστέρηση. Η εκδοχή αυτή διατηρεί την GARCH διαδικασία και ταυτόχρονα επιτρέπει την εύκολη εκτίμηση του μοντέλου.

$$h_{t-1} = E_{t-2}(h_{t-1}) = E(r_{t-1}^2 | \Phi_{t-2}) - [E(r_{t-1} | \Phi_{t-2})]^2 \quad (3.4.1.17)$$

$$= p_{1t-1}(\mu_{1t-1}^2 + h_{1t-1}) + (1 - p_{1t-1})(\mu_{2t-1}^2 + h_{2t-1}) - [p_{1t-1}\mu_{1t-1} + (1 - p_{1t-1})\mu_{2t-1}]^2$$

Αντίστοιχα γίνεται για τους όρους των σφαλμάτων ε_{t-1} :

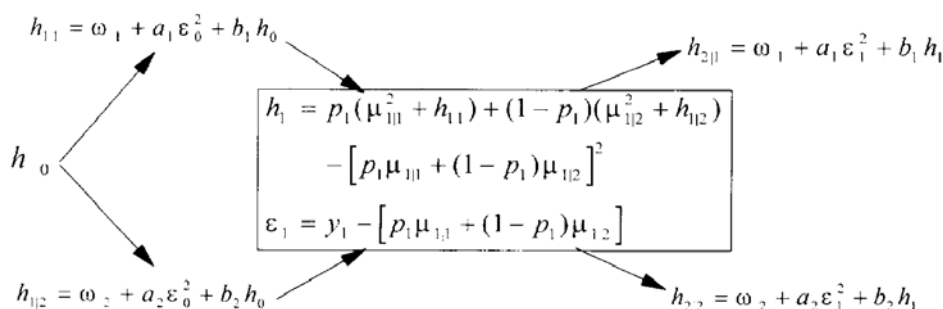
$$\varepsilon_{t-1} = r_{t-1} - E(r_{t-1} | \Phi_{t-2}) \quad (3.4.1.18)$$

$$= r_{t-1} - [p_{1t-1}\mu_{1t-1} + (1 - p_{1t-1})\mu_{2t-1}]$$

Στο σχήμα 2 παρουσιάζεται η εξέλιξη των υπό συνθήκη διακυμάνσεων σε ένα μη εξαρτημένο από το μονοπάτι (*path-independent*) GARCH μοντέλο. Αναλυτικά, σε κάθε χρονική στιγμή η υπό συνθήκη διακύμανση και τα κατάλοιπα σε κάθε καθεστώς συνδέονται σε μια συνάρτηση υπό συνθήκης διακύμανσης και καταλοίπων αντίστοιχα. Η υπό συνθήκη διακύμανση εξαρτάται μόνο από το τρέχον καθεστώς και όχι σε μια ολόκληρη διαδοχή καθεστώτων της διαδικασίας. Ο όρος $h^2_{2/1}$ αναφέρεται στην υπό συνθήκη διακύμανση την χρονική στιγμή 2, δεδομένου ότι η διαδικασία βρίσκεται στο καθεστώς 1. Οι όροι $h^2_{1/}$ και $\varepsilon_{1/}$

αποτελούν την υπό συνθήκη διακύμανση και το κατάλοιπο αντίστοιχα αφού έχουν ανασυνδεθεί την χρονική στιγμή 1.

Σχήμα 2. Η εξέλιξη των υπό συνθήκη διακυμάνσεων ως ένα path-independent GARCH μοντέλο.



Πηγή: Gray (1996, σελ. 36)

Η υπό συνθήκη διακύμανση του GRS υποδείγματος στην γενική της μορφή είναι η ακόλουθη:

$$h_{t,st} = \omega_{,st} + \alpha_{,st} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{,st} h_{t-1} + \sigma_{,st}^2 \sqrt{r_{t-1}} \quad (3.4.1.19)$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση εκτός από την συμπερίληψη των GARCH επιδράσεων, ενσωματώνει επιπλέον την διαδικασία της τετραγωνικής ρίζας του Cox, Ingersoll και Ross (1985). Ο όρος δηλαδή $\sigma_{,st}^2 \sqrt{r_{t-1}}$ αφορά τις επιδράσεις από τα επίπεδα των επιτοκίων. Ειδικότερα, η μεταβλητότητα είναι ανάλογη με το επίπεδο των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων. Όταν δηλαδή τα επιτόκια είναι σε υψηλά επίπεδα η μεταβλητότητα αντίστοιχα τείνει να είναι υψηλή. Επίσης στο υπόδειγμα του Cox et al. (1985), η παράμετρος της ελαστικότητας της μεταβλητότητας είχε τεθεί ίση με 0.5. Το υπόδειγμα λοιπόν του Gray συμμορφώθηκε με αυτόν τον περιορισμό εφόσον ενσωμάτωσε στο υπόδειγμά του το δημοφιλές αυτό υπόδειγμα της διαχρονικής δομής του επιτοκίου.

3.4.2 Markov Regime Switching GARCH υπόδειγμα του Klaassen

Ο Klaassen εισήγαγε ένα υπόδειγμα regime-switching GARCH μοντελοποιώντας συναλλαγματικές ισοτιμίες (*exchange rate*). Το συγκεκριμένο υπόδειγμα είναι παρόμοιο με αυτό που πρότεινε ο Gray (1996) με κάποιες όμως διαφοροποιήσεις ώστε να συμβάλλει στην βελτιστοποίησή του.

Το υπόδειγμα regime-switching GARCH του Klaassen αποτελείται από τέσσερα μέρη τα οποία είναι ο μέσος, η διαδικασία των καθεστώτων (*regime process*), η διακύμανση και η κατανομή.

Ο μέσος του υποδείγματος παίρνει τη μορφή του τυχαίου περιπάτου με περιπλάνηση (*drift*). Σύμφωνα με τους Meese και Rogoff (1983) καθώς και με τους MacDonald και Taylor (1992) η μορφή του τυχαίου περιπάτου σε δομικά μοντέλα των συναλλαγματικών ισοτιμιών είναι καθοριστικής σημασίας για την ερμηνευτική τους δύναμη ιδιαίτερα σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα.

Βασικό στοιχείο του υποδείγματος είναι επίσης και η διαδικασία των καθεστώτων στα επίπεδα της μεταβλητότητας η οποία αποσκοπεί στην ερμηνεία μέρους της εμμονής της μεταβλητότητας που δεν μπορεί να ερμηνευτεί από ένα απλό single-regime GARCH υπόδειγμα. Υπάρχουν λοιπόν δύο καθεστάτα διακύμανσης από τα οποία το πρώτο είναι το καθεστώς χαμηλής διακύμανσης.

Η διαφοροποίηση του υποδείγματος του Klaassen με του Gray αφορά το τρίτο στοιχείο του μοντέλου που είναι η υπό συνθήκη διακύμανση. Η εξειδίκευση της υπό συνθήκης διακύμανσης έχει την ακόλουθη μορφή :

$$h_{t,st} = \omega_{,st} + \alpha_{,st} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{,st} h_{t-1} \quad (3.4.2.1)$$

Ο Gray όπως έχουμε αναφέρει προσπάθησε να επιλύσει το πρόβλημα της εξάρτησης από το μονοπάτι με το να χρησιμοποιήσει την αναμενόμενη υπό συνθήκη διακύμανση με υστέρηση της προηγούμενης περιόδου $E_{t-2}(h_{t-1})$ στην εξειδίκευση της υπό συνθήκης διακύμανσης αντί την υπό συνθήκη διακύμανση με υστέρηση δηλαδή $h_{t-1} = E_{t-2}(h_{t-1})$ (Klaassen, 2002).

Ο Klaassen από την άλλη πλευρά προτείνει την χρησιμοποίηση της υπό συνθήκη αναμενόμενης τιμής $E_{t-1}(h_{t-1})$ αντί $E_{t-2}(h_{t-1})$ για την αντικατάσταση της υπό συνθήκη διακύμανσης με υστέρηση h_{t-1} .

Αναλυτικά η υπό συνθήκη διακύμανση γίνεται:

$$h_{t,st} = \omega_{,st} + \alpha_{,st} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{,st} E_{t-1}(h_{t-1}) \quad (3.4.2.2)$$

Η διαφοροποίηση αυτή του υποδείγματος του Klaassen βελτιώνει το υπόδειγμα σε σύγκριση με του Gray. Η εξειδίκευση του Klaassen χρησιμοποιεί την μεταβλητή του καθεστώτος την χρονική στιγμή t , S_t και την πληροφόρηση μέχρι την χρονική στιγμή $t-1$ ενώ ο Gray χρησιμοποιεί την μεταβλητή του καθεστώτος την χρονική στιγμή $t-1$, S_{t-1} και την πληροφορία μέχρι την χρονική στιγμή $t-2$. Συνεπώς το συγκεκριμένο υπόδειγμα έχει στη διάθεση του περισσότερη χρήσιμη πληροφόρηση και αυτό το καθιστά πιο αποτελεσματικό.

Ένα ακόμη σημαντικό πλεονέκτημα του υποδείγματος σε σχέση με την προηγούμενη βιβλιογραφία είναι ότι το υπόδειγμα του Klaassen επιτρέπει πολλαπλά βήματα πρόβλεψης της μεταβλητότητας μπροστά (*multi-step ahead volatility forecasts*) που μπορούν να εκτιμηθούν αναδρομικά (*recursively*) όπως σε ένα τυπικό GARCH μοντέλο (Marcucci, 2005).

Η πρόβλεψη της μεταβλητότητας k βημάτων μπροστά η οποία εξαρτάται από την διαθέσιμη πληροφόρηση μέχρι τη χρονική στιγμή $T-1$ έχει την μορφή:

$$\hat{h}_{T,T+k} = \sum_{i=1}^2 Pr(s_{T+k} = i | \psi_{T-1}) \hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i}, \quad (3.4.2.3)$$

Όπου $\hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i}$ αναφέρεται στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας k βημάτων μπροστά στο καθεστώς i την χρονική στιγμή T . Υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i} = \alpha_{0, s_{T+k}=i} + (\alpha_{1, s_{T+k}=i} + \beta_{1, s_{T+k}=i}) E_{T-1}(\hat{h}_{T,T+k-1} | s_{T+k} = i) \quad (3.4.2.4)$$

Το τελευταίο μέρος του υποδείγματος του Klaassen αφορά την κατανομή. Ο διαταρακτικός όρος κατανέμεται με την t -κατανομή με n βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι είναι ανεξάρτητοι από την υπό συνθήκη πληροφόρηση (*conditional information*) Φ_{t-1} . Η χρήση της t -κατανομής αντί της κανονικής είναι ευρέως γνωστή στα υποδείγματα *single-regime* GARCH (Bollerslev, Chou and Kroner, 1992). Η χρήση της κατανομής αυτής είναι εξίσου χρήσιμη για τα υποδείγματα *regime-switching*. Οι πιο παχιές ουρές της t -κατανομής σε αντίθεση με της κανονικής κατανομής ουσιαστικά βελτιώνει την ικανότητα του μοντέλου να διακρίνει την ύπαρξη των διαφορετικών καθεστώτων (Frommel, Hannover 2004).

Εκτός από τους Gray (1996) και Klaassen (2002) ακολούθησαν και άλλες μελέτες σχετικά με το Markov-Switching GARCH υπόδειγμα. Κάποιες από τις μελέτες αυτές είναι των Bollen et al. (2000), του Dueker (1997) ο οποίος ενσωμάτωσε εν μέρη την εκδοχή του Gray ως προς την επίλυση του προβλήματος του *path dependence* και εισήγαγε μια σειρά από διαφορετικά SW-GARCH υποδείγματα, και των Haas et al. (2004) οι οποίοι εισήγαγαν διαφοροποιήσεις για τη βελτίωση του RS-GARCH υποδείγματος. Ακολουθούν έρευνες του Marcucci (2005) ο οποίος συγκρίνει μοντέλα όπως GARCH, EGARCH και GJR-GARCH με μια σειρά από SW-GARCH υποδείγματα σε όρους ικανότητας πρόβλεψης. Το

συμπέρασμα της έρευνας του Marcucci (2005) είναι ότι η προβλεπτική ικανότητα των SW-GARCH υποδειγμάτων είναι πολύ μεγαλύτερη από την προβλεπτική ικανότητα των single-regime GARCH υποδειγμάτων σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα. Άλλες μελέτες είναι των Fong και See (2001,2002), των Franq και Zakoian (2005), του Lee και Yoder (2007), των Abramson και Cohen (2007a, 2007b), των Brunetti et al (2007) και άλλων.

Κεφάλαιο 4

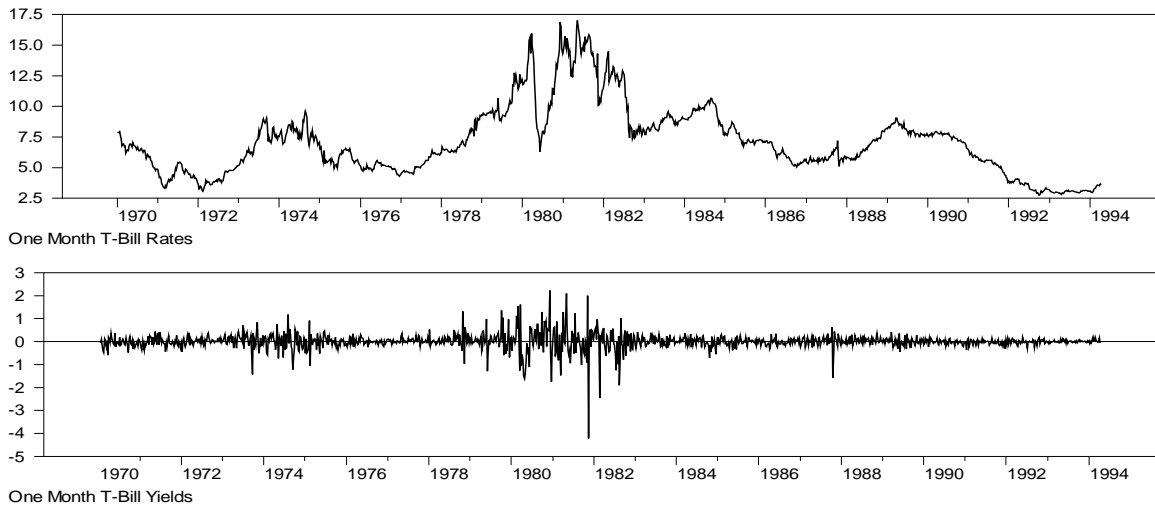
Εμπειρική μεθοδολογία

4.1 Δεδομένα

Στην παρακάτω μελέτη χρησιμοποιούμε εβδομαδιαία δεδομένα του μηνιαίου έντοκου γραμματίου του αμερικάνικου δημοσίου (*U.S. Treasury Bill*). Το δείγμα αποτελείται από 1267 παρατηρήσεις που αφορούν την περίοδο από το Ιανουάριο του 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994. Κατά τη διάρκεια της περιόδου αυτής μεσολαβούν τρία σημαντικά γεγονότα τα οποία και προκαλούν την έντονη μεταβλητότητα της χρονοσειράς. Κατά την περίοδο μεταξύ 1973 έως 1975 παρατηρήθηκε μεταβλητότητα μεγαλύτερη από τον μέσο όρο. Η περίοδος αυτή συμπίπτει με την γνωστή πετρελαϊκή κρίση (OPEC). Άλλο σημαντικό γεγονός που διαδραματίστηκε κατά το τέλος της δεκαετίας του '70 ήταν το επονομαζόμενο πείραμα της Fed κατά το οποίο η κεντρική τράπεζα απέκλινε από την συνήθης πολιτική στόχευσης των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων αλλά χρησιμοποίησε ως μέσο νομισματικής πολιτικής τα NBR's. Επόμενο γεγονός ήταν η κρίση του χρηματιστηρίου του 1987 που επηρέασε την μεταβλητότητα των επιτοκίων .

Από το παρακάτω σχήμα που περιλαμβάνει δύο διαγράμματα μπορούμε να δούμε τις μεταβολές της χρονοσειράς του δείγματος την εξεταζόμενη περίοδο. Όπως φαίνεται υπάρχει έντονη μεταβλητότητα τις περιόδους 1973-1975, στο τέλος της δεκαετίας '70 και αμέσως μετά την κρίση του χρηματιστηρίου που συνέβη τον Οκτώβριο του 1987. Το πρώτο διάγραμμα στο επάνω μέρος του σχήματος αφορά την μεταβολή του επιτοκίου σε εβδομαδιαία βάση. Το διάγραμμα στο κάτω μέρος αναφέρεται στα δεδομένα σε πρώτες διαφορές καθώς σύμφωνα με τον Επαυξημένο Έλεγχο Dickey-Fuller (Dickey και Fuller, 1981) η σειρά μας μετατρέπεται σε στάσιμη στις πρώτες διαφορές. Παρατηρούμε επίσης, ότι εμφανίζεται το φαινόμενο της συσπείρωσης της μεταβλητότητας σε στοιβάδες, δηλαδή μεγάλες μεταβολές ακολουθούνται από μεγάλες μεταβολές και αντίστοιχα μικρές μεταβολές ακολουθούνται από μικρές όπως αναμένεται να συμβαίνει στις περισσότερες χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές.

Σχήμα 1. Το πρώτο διάγραμμα αναφέρεται στις μεταβολές του επιτοκίου την χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994. Το δεύτερο διάγραμμα απεικονίζει τις πρώτες διαφορές των δεδομένων. Το σύνολο του δείγματος αποτελείται από 1267 παρατηρήσεις.



Τα περιγραφικά στατιστικά της σειράς παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα.1.

Πίνακας 1. Τα περιγραφικά στατιστικά αναφέρονται στις πρώτες διαφορές του μηνιαίου αμερικανικού ομολόγου σε εβδομαδιαία συχνότητα της περιόδου από τον Ιανουάριο του 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994. Το σύνολο του δείγματος αποτελείται από 1267 παρατηρήσεις.

Μέσος	-0.003412
Τυπικό σφάλμα	0.349574
Διακύμανση	0.122202
Ασσυμετρία	-1.513380
Υπερβάλλουσα Κύρτωση	25.487014
Jarque-Bera Έλεγχος Κανονικότητας	34749.018 (p=0,000)
Συσχέτιση ($\Delta r_t, r_{t-1}$)	-0.057752

Όπως φαίνεται η μέση μεταβολή του επιτοκίου είναι κοντά στη μηδενική τιμή - 0.003412. Χαρακτηριστικό επίσης είναι ότι υπάρχει αρνητική ασυμμετρία -1.513380 και υπερβάλλουσα κύρτωση αφού ισχύει $k > 3$, 25.487014. Αυτές οι τιμές δείχνουν ότι δεν υπάρχει κανονικότητα κάτι που επιβεβαιώνεται και από την στατιστική JB που ισούται με 34749.018 (p=0,000). Τέλος η συσχέτιση μεταξύ της μεταβολής του επιτοκίου Δr_t και του επιτοκίου με μία υστέρηση r_{t-1} είναι αρνητική.

Αν λοιπόν υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ της μεταβολής του επιτοκίου και του επιτοκίου με μια υστέρηση τότε ισχύει:

$$\text{cov}(\Delta r_t, r_{t-1}) < 0 \quad (4.1.1)$$

Εφόσον το υπόδειγμα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\Delta r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} \quad (4.1.2)$$

Ο συντελεστής του επιτοκίου με μία υστέρηση μπορεί να πάρει την ακόλουθη μορφή:

$$\alpha_1 = \frac{\text{Cov}(\Delta r_t, r_{t-1})}{\text{Var}(r_{t-1})} \quad (4.1.3)$$

Η διακύμανση είναι πάντα θετικός αριθμός, επομένως αν η συνδιακύμανση είναι αρνητική σημαίνει ότι και ο συντελεστής α_1 θα έχει αρνητικό πρόσημο. Όταν συμβαίνει αυτό τότε υπάρχουν ενδείξεις ύπαρξης επαναφοράς στο μέσο.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (ACF) και (PACF) για τις πρώτες διαφορές του επιτοκίου στον Πίνακα 2 και το τετράγωνο των πρώτων διαφορών του επιτοκίου στον Πίνακα 3. Στον Πίνακα 2 υπάρχει ένδειξη μικρής αυτοσυσχέτισης που σημαίνει ότι η σειρά μας στις πρώτες διαφορές σχεδόν δεν συσχετίζεται (*uncorrelated*). Με σκοπό να εξετάσουμε το επίπεδο σημαντικότητας της αυτοσυσχέτισης εφαρμόζουμε Ljung and Box (1978) Q test. Σύμφωνα με το τεστ αυτό η μηδενική υπόθεση είναι ότι δεν υπάρχει σειριακή αυτοσυσχέτιση. Στον Πίνακα 2, η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφτεί μέχρι την 25^η υστέρηση για 0,01 επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας.

Στην συνέχεια ο Πίνακας 3 μας πληροφορεί ότι αν υπάρχει ένδειξη σειριακής αυτοσυσχέτισης στο τετράγωνο των πρώτων διαφορών του επιτοκίου τότε αυτό αποδεικνύει την ύπαρξη ARCH επιδράσεων στη σειρά μας. Πράγματι σύμφωνα με το LBQ test φαίνεται ότι έχουμε σειριακή συσχέτιση για επίπεδο σημαντικότητας 0,01 που συνεπάγεται ότι υπάρχουν ARCH επιδράσεις στην σειρά μας.

Πίνακας 2. Αποτελέσματα ACF, PACF, Ljung και Box Q Test για τις πρώτες διαφορές του επιτοκίου.

Υστέρηση	ACF	PACF	Στατ. LBQ	p-value
1	-0.016	-0.016	0.3196	0.572
2	0.034	0.034	1.7663	0.413
3	0.074	0.075	8.6590	0.034
4	0.027	0.028	9.5773	0.048
5	0.042	0.038	11.785	0.038
10	-0.001	0.011	20.813	0.022
15	-0.032	-0.047	28.780	0.017
20	-0.003	0.010	34.560	0.023

25	0.032	0.011	41.622	0.020
30	0.023	0.049	78.031	0.000
35	0.030	0.004	95.760	0.000

Πίνακας 3. Αποτελέσματα ACF, PACF, Ljung και Box Q Test για το τετράγωνο των πρώτων διαφορών του επιτοκίου.

Υστέρηση	ACF	PACF	Στατ. LBQ	p-value
1	0.204	0.204	52.970	0.000
2	0.122	0.084	71.807	0.000
3	0.057	0.018	75.985	0.000
4	0.068	0.046	81.874	0.000
5	0.092	0.068	92.645	0.000
10	0.046	0.004	120.69	0.000
15	0.079	-0.021	218.08	0.000
20	0.031	-0.013	241.27	0.000
25	0.076	0.036	277.34	0.000
30	0.052	0.019	358.24	0.000
35	0.155	0.108	424.03	0.000

Για να επιβεβαιώσουμε πράγματι την ύπαρξη της υπό συνθήκης ετεροσκεδαστικότητας εφαρμόζουμε τον έλεγχο Engle (1982) . Πράγματι σύμφωνα με το αποτέλεσμα του παρακάτω Πίνακα συμπεραίνουμε ότι η χρήση GARCH υποδειγμάτων για την ερμηνεία της υπό συνθήκης διακύμανσης είναι απαραίτητη.

Πίνακας 4. Αποτελέσματα ελέγχου Engle.

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	15.11255	Prob. F(5,1254)	0.0000
Obs*R-squared	71.60932	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

4.2 Μεθοδολογία

Το εμπειρικό μέρος συνίσταται στην εκτίμηση της χρονοσειράς των βραχυχρόνιων επιτοκίων με μια σειρά από υποδείγματα. Αρχικά εκτιμάται το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης και στη συνέχεια το ίδιο υπόδειγμα στο οποίο έχουν προστεθεί μεταβολές μεταξύ δύο καθεστώτων εκ των οποίων το πρώτο καθεστώς χαρακτηρίζεται από υψηλή μεταβλητότητα και το δεύτερο από χαμηλή. Ακολούθως εκτιμάται το υπόδειγμα του οποίου η διακύμανση ορίζεται ως μια GARCH διαδικασία. Στο σημείο αυτό γίνεται έλεγχος Engle-Ng των καταλοίπων της προηγούμενης εκτίμησης για την ύπαρξη ασύμμετρων επιδράσεων.

Εκτιμώνται λοιπόν ασύμμετρα GARCH υποδείγματα όπως EGARCH και GJR-GARCH με κανονική, t-student και GED κατανομή. Το υπόδειγμα επιλέγεται σύμφωνα με τα κριτήρια AIC, (Akaike, 1974) και SBIC, (Schwarz, 1978) και την μικρότερη τιμή της συνάρτησης log-likelihood. Το επόμενο βήμα είναι η ενσωμάτωση μεταβολών μεταξύ καθεστώτων σύμφωνα με την Markov διαδικασία στο επιλεγμένο υπόδειγμα του προηγούμενου βήματος. Στο τελευταίο βήμα εκτιμάται το γενικευμένο υπόδειγμα σύμφωνα με τον Gray (1996). Κάθε φορά που εκτιμάται ένα υπόδειγμα ελέγχεται η στατιστική LBQ ώστε να διαπιστωθεί η ακρίβεια ερμηνείας των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς. Η σύγκριση των υποδειγμάτων γίνεται με την βοήθεια των κριτηρίων AIC, SBIC και HQIC παρόλα αυτά τα μέτρα αυτά δεν αρκούν ώστε να μετρήσουμε την προβλεπτική ικανότητα του τελικού υποδείγματος ως προς την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται τα γνωστά μέτρα MAE, MSE και R² σύμφωνα με τον Gray (1996). Αφού χωριστεί η δειγματική περίοδος σε δύο, πραγματοποιούμε τέσσερις ελέγχους οι οποίοι αφορούν διαφορετικές περιόδους κάθε φορά. Το πρώτο μέρος του δείγματος εκτιμάται και ακολουθεί μια εντός του δείγματος αξιολόγηση. Στη συνέχεια διενεργείται πρόβλεψη στο υπόλοιπο μέρος του δείγματος και ακολουθεί μια εκτός του δείγματος αξιολόγηση ως προς την προβλεπτική ικανότητα του υποδείγματος.

Οι εκτιμήσεις των υποδειγμάτων γίνονται με την βοήθεια των προγραμμάτων RATS και EViews. Οι παράμετροι εκτιμούνται με την QMLE μέθοδο κατά την οποία παράγονται ασυμπτωτικά τυπικά σφάλματα τα οποία είναι έγκυρα υπό την υπόθεση της μη-κανονικότητας. Για την εκτίμηση αυτή των παραμέτρων χρησιμοποιείται ο Broyden Fletcher, Goldfarb και Shanno αλγόριθμος.

4.3 Οικονομετρικοί Έλεγχοι

4.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Αν ο διαταρακτικός όρος κατανέμεται κανονικά τότε μπορούμε να βασιστούμε στους ελέγχους με τις στατιστικές t και F. Σε αντίθετη περίπτωση ο έλεγχος δεν είναι έγκυρος. Η κανονικότητα των καταλοίπων ελέγχεται με τον έλεγχο Jarque-Bera. Ο συγκεκριμένος έλεγχος γίνεται με την ακόλουθη στατιστική:

$$JB = T \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (4.3.1.1)$$

Όπου S αναφέρεται στην ασυμμετρία και ορίζεται με βάση την τρίτη κεντρική ροπή. Αν η μεταβλητή αυτή ακολουθεί την κανονική κατανομή τότε $S=0$. Όπου k αναφέρεται στην κύρτωση η οποία ορίζεται με την τέταρτη κεντρική ροπή. Αντίστοιχα αν η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή τότε $k=3$.

Η μηδενική υπόθεση του ελέγχου JB είναι ότι ο διαταρακτικός όρος ακολουθεί την κανονική κατανομή. Αν δεν απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση τότε η στατιστική JB ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή χ^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας. Η μηδέν υπόθεση απορρίπτεται σε περίπτωση που η στατιστική JB έχει πολύ υψηλή τιμή και συγχρόνως η p -value έχει πολύ χαμηλή τιμή (Χάλκος, 2006).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου κανονικότητας η χρονοσειρά μας δεν κατανέμεται κανονικά εφόσον η στατιστική JB είναι πολύ υψηλή και η p -value είναι χαμηλή. Συγχρόνως παρατηρούμε ότι υπάρχει υπερβάλλουσα ασυμμετρία καθώς η τιμή της τρίτης κεντρικής ροπής υπερβαίνει την τιμή 0 όπως επίσης και υπερβάλλουσα κύρτωση καθώς $k>3$. Πρέπει λοιπόν να βρεθεί το κατάλληλο υπόδειγμα που ερμηνεύει τα χαρακτηριστικά αυτά της χρονοσειράς.

4.3.2 Έλεγχος Στασιμότητας

Ένας από τους βασικούς σκοπούς της οικονομετρικής ανάλυσης των χρηματοοικονομικών σειρών είναι η διενέργεια προβλέψεων. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητη η στασιμότητα των σειρών. Μια ασθενώς στάσιμη σειρά ή αλλιώς κατά συνδιακύμανση στάσιμη (*covariance stationary*) είναι η σειρά της οποίας ο μέσος, η διακύμανση και η συνδιακύμανση είναι σταθερή για κάθε δεδομένη υστέρηση.

Αν υπάρχουν αιφνίδιες διαταραχές και η σειρά είναι στάσιμη τότε οι διαταραχές αυτές έχουν ολοένα μικρότερη επίδραση στην μεταβλητή την χρονική περίοδο $t+1$, $t+2$, κ.ο.κ.. Αν αντίθετα τα δεδομένα είναι μη-στάσιμα τότε η επίδραση των αιφνίδιων διαταραχών δεν θα μειώνεται σταδιακά αλλά θα έχει εμμονή. Η χρησιμοποίηση λοιπόν μη στάσιμης χρονοσειράς μπορεί να οδηγήσει σε φαινομενική παλινδρόμηση. Μια ένδειξη αυτού του φαινομένου είναι ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 είναι μεγαλύτερος από την τιμή του τεστ Durbin-Watson (DW).

Για τον έλεγχο ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας ή αλλιώς μη στασιμότητας ένας συνήθης τρόπος είναι με τον έλεγχο του επαυξημένου DF ή ADF (*augmented DF*). Ο έλεγχος απαιτεί την παλινδρόμηση των παρακάτω υποδειγμάτων:

$$\Delta X_t = a_1 X_{t-1} + \sum_j \varphi_j \Delta X_{t-1} + e_t \quad (4.3.2.1)$$

$$\Delta X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \sum_j \varphi_j \Delta X_{t-1} + e_t \quad (4.3.2.2)$$

$$\Delta X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \sum_j \varphi_j \Delta X_{t-1} + \gamma_t + e_t \quad (4.3.2.3)$$

Η μηδενική υπόθεση για τον έλεγχο της μοναδιαίας ρίζας είναι $H_0 : a_1=1$ ότι η σειρά ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Για τον έλεγχο της παραπάνω μηδενικής υπόθεσης ελέγχουμε τη στατιστική t-student του συντελεστή a_1 . Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται αν η στατιστική t-student είναι μεγαλύτερη από την κριτική τιμή τ .

Σύμφωνα με το έλεγχο της στασιμότητας αν στα επίπεδα της σειράς παρατηρείται ότι είναι μη στάσιμη για όλα τα επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας δηλαδή $\alpha=0,01$ ή $0,05$ ή $0,1$ τότε το επόμενο βήμα είναι να ελέγξουμε την στασιμότητα των πρώτων διαφορών με την μέθοδο ADF.

4.3.3 Έλεγχος επιδράσεων ARCH

Για τον έλεγχο της ύπαρξης επιδράσεων ARCH μπορούμε να αντλήσουμε πληροφορίες από τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (ACF) και (PACF) από το τετράγωνο των καταλοίπων. Με σκοπό να εξετάσουμε το επίπεδο σημαντικότητας της αυτοσυσχέτισης εφαρμόζουμε Ljung and Box (1978) Q test. Σύμφωνα με το τεστ αυτό η μηδενική υπόθεση είναι ότι δεν υπάρχει σειριακή αυτοσυσχέτιση. Αν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση τότε υπάρχει ένδειξη ύπαρξης ARCH επιδράσεων και προχωρούμε στον έλεγχο ARCH για να διαπιστώσουμε αν πράγματι τα μοντέλα ARCH/GARCH είναι κατάλληλα για την ερμηνεία των χαρακτηριστικών της χρονολογικής σειράς.

Ειδικότερα το LBQ test είναι χρήσιμο στο να διατυπωθεί αν υπάρχει υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα στα κατάλοιπα και είναι ισοδύναμο με τον έλεγχο Engle (1982), (Tsay, 2002).

4.3.4 Έλεγχος Ljung-Box

Σύμφωνα με τους McLeod και Li (1983) η Ljung-Box στατιστική μπορεί να εφαρμοστεί στο τετράγωνο των καταλοίπων ενός υποδείγματος της μορφής ARMA(p,q). Σκοπός αυτής της εφαρμογής είναι να διαπιστωθεί η καταλληλότητα ή μη ενός υποδείγματος .

Η στατιστική του ελέγχου προσδιορίζεται ως εξής:

$$Q(m) = T(T+2) \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i^2(\varepsilon_t^2)}{T-i} \quad (4.3.4.1)$$

Όπου T είναι το μέγεθος του δείγματος, m είναι ο αριθμός συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ε_t είναι τα κατάλοιπα και $\hat{p}_i^2(\varepsilon_t^2)$ είναι η υστέρηση i της ACF των καταλοίπων στο τετράγωνο. Η μηδενική υπόθεση λοιπόν της καταλληλότητας του υποδείγματος απορρίπτεται αν η στατιστική Q είναι μεγαλύτερη από την X^2 με βαθμούς ελευθερίας $m-p-q$ (Tsay, 2002).

4.3.5 Έλεγχος Engle (1982)

Προτού εκτιμήσουμε ένα GARCH υπόδειγμα, είναι συνετό να εφαρμόσουμε τον έλεγχο Engle (1982) (Brooks, 2008) για να επαληθεύσουμε ότι αυτού του είδους τα υποδείγματα είναι τα κατάλληλα για να εκτιμήσουμε την σειρά μας.

Ο συγκεκριμένος έλεγχος για την παρουσία ARCH επιδράσεων στα κατάλοιπα είναι εκτιμήσουμε μια γραμμική παλινδρόμηση με εξαρτημένη την στάσιμη σειρά μας πάνω σε AR(1) και MA(1). Στη συνέχεια κάνουμε έλεγχο ύπαρξης υπό συνθήκης ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα επιλέγοντας αριθμό υστερήσεων.

4.3.6 Έλεγχος Engle-Ng

Το τυπικό GARCH μοντέλο δεν είναι ικανό να λάβει υπόψη ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών σειρών που είναι η ασυμμετρία στην μεταβλητότητα. Για το λόγο αυτό οι Engle και Ng (1993) πρότειναν μια σειρά από ελέγχους ασυμμετρίας στην μεταβλητότητα. Κατασκεύασαν λοιπόν τρία διαγνωστικά τεστ τα οποία είναι γνωστά ως Sign Bias Test, το Negative Size Bias Test και το Positive Size Bias Test.

Αναλυτικότερα το λεγόμενο Sign Bias Test εξετάζει την επίδραση των θετικών και αρνητικών αιφνίδιων διαταραχών στην μεταβλητότητα η οποία δεν έχει προβλεφθεί από το μοντέλο που λαμβάνουμε υπόψη (*model under consideration*). Το test αυτό χρησιμοποιεί την ψευδομεταβλητή S_{t-1}^- η οποία παίρνει την τιμή 1 όταν η ο διαταρακτικός όρος με μια υστέρηση είναι αρνητικός ε_{t-1} ενώ παίρνει την τιμή 0 όταν συμβαίνει το αντίθετο.

Στη συνέχεια το Negative Size Bias Test στις διαφορετικές επιδράσεις που μπορεί να έχουν μεγάλες και μικρές αρνητικές διαταραχές που δεν έχουν προβλεφθεί από το υπόδειγμα. Το συγκεκριμένο test χρησιμοποιεί την μεταβλητή $S_{t-1}^- * \varepsilon_{t-1}$.

Το Positive Size test χρησιμοποιεί την μεταβλητή $S_{t-1}^+ * \varepsilon_{t-1}$. Όπου S_{t-1}^+ ορίζεται ως $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$. Το test αυτό επικεντρώνεται στις διαφορετικές επιδράσεις που μπορεί να έχουν μεγάλες και μικρού μεγέθους αιφνίδιες διαταραχές οι οποίες δεν έχουν ερμηνευτεί από το υπόδειγμα.

Τα τρία test έχουν την σχηματίζονται ως ακολούθως:

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^- + e_t \quad (4.3.6.1)$$

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^- u_{t-1} + e_t \quad (4.3.6.2)$$

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^+ u_{t-1} + e_t \quad (4.3.6.3)$$

Για να δούμε τις διαφορετικές επιδράσεις ελέγχουμε τη στατιστική σημαντικότητα της παραμέτρου b.

Ο συνολικός έλεγχος παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\hat{u}_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + e_t \quad (4.3.6.4)$$

Ελέγχοντας λοιπόν την στατιστική σημαντικότητα της παραμέτρου b_1 ελέγχουμε στην ουσία αν αρνητικές και θετικές αιφνίδιες διαταραχές έχουν διαφορετικές επιδράσεις στην μεταβλητότητα. Αντίστοιχα οι συντελεστές b_2 και b_3 μας ενημερώνουν για τις επιδράσεις στην μεταβλητότητα που έχουν διαφορετικού μεγέθους θετικές και αρνητικές επιδράσεις.

Από την τελευταία λοιπόν παλινδρόμηση σχηματίζουμε τον όρο $T * R^2$ τον οποίο συγκρίνουμε με την X^2 κατανομή με τρεις βαθμούς ελευθερίας για να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση: Δεν υπάρχουν ασύμμετρες επιδράσεις, αν ισχύει $T R^2 > X^2$.

4.4 Εκτίμηση Υποδείγματος

4.4.1 Εκτίμηση με GARCH

Όπως έχουμε αναφέρει μια γενικότερη προσέγγιση της αυτοπαλίνδρομης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας γίνεται με ένα GARCH(p,q) υπόδειγμα που έχει την εξής γνωστή μορφή:

$$h = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + bh_{t-1} \quad (4.4.1.1)$$

Για τις παραμέτρους ω , a , b ισχύει $\omega > 0$, $a > 0$ και $b > 0$ έτσι ώστε να διασφαλιστεί ότι η υπό συνθήκη διακύμανση είναι θετική.

Στις περισσότερες μελέτες που αναφέρονται στην μοντελοποίηση της μεταβλητότητας των χρηματοοικονομικών αποδόσεων με GARCH υποδείγματα υποθέτουν την χρησιμοποίηση του GARCH(1,1) μοντέλου (Bollerslev, Chou, Kroner, 1992), και (Hansen, Lunde, 2005). Σύμφωνα με τον Bollerslev (1986) πρέπει να ισχύει η ανισότητα $a + b < 1$ ώστε να διασφαλίζεται ότι η διαδικασία είναι στάσιμη ως προς την συνδιακύμανση. Στην περίπτωση η μη δεσμευμένη διακύμανση εκφράζεται ως εξής:

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{[1-a-b]} \quad (4.4.1.2)$$

Αν $a+b=1$ τότε υπάρχει μοναδιαία στην διακύμανση " unit root in variance " και η υπό συνθήκη μεταβλητότητα είναι πολύ επίμονη. Το υπόδειγμα που είναι κατάλληλο σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να οριστεί ως ένα IGARCH (*integrated*). Το πρόβλημα όμως που υπάρχει στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι δεν υπάρχει θεωρητική θεμελίωση σχετικά με την ύπαρξη της μη στάσιμης διαδικασίας ως προς την διακύμανση όπως υπάρχει για την μη στασιμότητα ως προς την διακύμανση (Fog, 1996).

Για να λάβουμε υπόψη την μη κανονική κατανομή καταλοίπων εκτιμούμε τις παραμέτρους με Quasi Maximum Likelihood.

4.4.1.1 Παρατηρήσεις για τα υποδείγματα ARCH/GARCH

Τόσο τα υποδείγματα ARCH όσο και τα υποδείγματα GARCH είναι περιοριστικά. Ένας λόγος είναι ότι τα μοντέλα υποθέτουν ότι θετικές και αρνητικές αιφνίδιες διαταραχές έχουν την ίδια επίδραση στην μεταβλητότητα. Αυτό συμβαίνει γιατί τα υποδείγματα εξαρτώνται από το τετράγωνο των προηγούμενων αιφνίδιων διαταραχών.

Επίσης ένα ακόμη πρόβλημα είναι ότι πρέπει να τίθενται επιπλέον περιορισμοί στις παραμέτρους της διακύμανσης έτσι ώστε η διακύμανση να παραμένει πάντα σταθερή και πεπερασμένη.

Τα ARCH/GARCH υποδείγματα μας παρέχουν ένα μηχανικό τρόπο περιγραφής της συμπεριφοράς της υπό συνθήκης διακύμανσης και δεν μας παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τις αιτίες που προκαλούν τις εκάστοτε συμπεριφορές της μεταβλητότητας.

Τέλος τα υποδείγματα αυτά υπερεκτιμούν τις εκτιμήσεις της μεταβλητότητας.

Για την προσέγγιση λοιπόν των πραγματικών χαρακτηριστικών της μεταβλητότητας προτάθηκαν υποδείγματα όπως EGARCH και GJR-GARCH (Tsay, 2002).

4.4.2 Εκτίμηση με EGARCH (1,1)

Σύμφωνα με τον Nelson (1991) η απλή δομή του GARCH υποδείγματος ενσωματώνει περιορισμούς. Σύμφωνα με έρευνες όπως του Black (1976) (Nelson, 1991), θετικές ή αρνητικές αιφνίδιες διαταραχές μπορεί να έχουν ασύμμετρες επιδράσεις στην μεταβλητότητα. Επίσης, οι περιορισμοί της μη αρνητικότητας όπως η υπόθεση του θετικού b , δημιουργούν δυσκολίες στην εκτίμηση των GARCH υποδειγμάτων. Ένας ακόμη περιορισμός του απλού υποδείγματος είναι η δυσκολία ερμηνείας της εμμονής των αιφνίδιων διαταραχών στην υπό συνθήκη διακύμανση. Η εκτίμηση της εμμονής είναι σημαντική γιατί σύμφωνα με τους Poterba και Summers (1986) (Nelson, 1991) αν η εμμονή μιας αιφνίδιας διαταραχή διαρκεί επ' αορίστων μπορεί να μετατοπίσει την καμπύλη της διαχρονικής δομής του ασφάλιστρου κινδύνου και επομένως αυτό να έχει ως επακόλουθο σημαντικές επιδράσεις στην επένδυση μακροπρόθεσμων κεφαλαιουχικών αγαθών.

"If volatility shocks persist indefinitely, they may move the whole term structure of risk premia, and are therefore likely to have a significant impact on investment in long-lived capital goods" (Poterba and Summers, 1986).

Ο Nelson λοιπόν πρότεινε την εκθετική μορφή του GARCH υποδείγματος. Η υπό συνθήκη διακύμανση του EGARCH (1,1) μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\ln(h_t) = \omega + \alpha \left| \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + b \ln(h_{t-1}) + \xi \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \quad (4.4.2.1)$$

Όπου ξ είναι η παράμετρος ασυμμετρίας που συλλαμβάνει το φαινόμενο της μόγλευσης (*leverage effect*) όπου οι αρνητικές και οι θετικές διαταραχές δεν έχουν την ίδια επίδραση στην μεταβλητότητα.

Επίσης η η λογαριθμοποιημένη υπό συνθήκη διακύμανση με υστέρηση συντελεί στην χαλάρωση του περιορισμού του θετικού b του GARCH υποδείγματος. Ταυτόχρονα η χρήση των καταλοίπων με υστέρηση χωρίς να είναι υψωμένα στο τετράγωνο επιτρέπει στο E-GARCH μοντέλο να ανταποκρίνεται ασύμμετρα στις θετικές και αρνητικές τιμές των καταλοίπων με υστέρηση.

4.4.3 Εκτίμηση με GJR-GARCH (1,1)

Το υπόδειγμα αυτό προτάθηκε από τους Glosten, Jaganathan και Runkle (1993). Βασίζεται σε μια τροποποίηση της υπό συνθήκη διακύμανσης της συνάρτησης GARCH. Το GJR-GARCH (1,1) σχηματίζεται ως εξής (Forte και Manera, 2002):

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 (1 - I[\varepsilon_{t-1} > 0]) + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 I[\varepsilon_{t-1} > 0] + \beta_1 h_{t-1} \quad (4.4.3.1)$$

Όπου $I[\varepsilon_{t-1} > 0]$ ο όρος αυτός ισούται με τη μονάδα αν ο διαταρακτικός όρος με υστέρηση είναι μεγαλύτερος από το μηδέν, δηλαδή $\varepsilon_{t-1} > 0$. Αν ισχύει το αντίθετο τότε ο όρος $I[\varepsilon_{t-1} > 0]$ παίρνει την τιμή μηδέν. Επιπροσθέτως πρέπει να ισχύουν και οι συνθήκες μη αρνητικότητας ώστε να διασφαλίζεται η θετική υπό συνθήκη διακύμανση. Συγκεκριμένα πρέπει να ισχύει $\alpha_0 > 0$, $(\alpha_1 + \gamma_1)/2 > 0$ και $\beta_1 > 0$.

Ακολούθως η μη δεσμευμένη διακύμανση ορίζεται ως εξής:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \gamma_1)/2 - \beta_1} \quad (4.4.3.2)$$

Η διαδικασία είναι στάσιμη ως προς την συνδιακύμανση αν ισχύει $(\alpha_1 + \gamma_1)/2 + \beta_1 < 1$.

4.5 Κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων

Η υπό συνθήκη κατανομή των καταλοίπων των υποδειγμάτων ARCH/GARCH στις χρηματοοικονομικές σειρές είναι μη κανονική (Hamilton, 1994).

Σύμφωνα με τον Bollerslev (1987) προκειμένου να ληφθούν υπόψη τα χαρακτηριστικά των σειρών αυτών πρότεινε την κατανομή student t. Επίσης, σύμφωνα με τον Nelson (1991) προτείνεται η χρησιμοποίηση της GED κατανομής για την εκτίμηση της EGARCH κατανομής (Hamilton, 1994; Marcucci, 2001).

Η υπό συνθήκη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\right) \quad (4.5.1)$$

Μεγιστοποιώντας την υπό συνθήκη συνάρτηση πιθανότητας με την μέθοδο MLE υπό την υπόθεση της κανονικότητας, η υπό συνθήκη συνάρτηση της log-likelihood γίνεται:

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(2\pi) + \ln(h_t) + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right] \quad (4.5.2)$$

Συνεχίζοντας, η κατανομή των καταλοίπων πολλές φορές παρουσιάζεται με πιο παχιές ουρές, εμφανίζει δηλαδή την λεγόμενη λεπτοκύρτωση. Μια τέτοια κατανομή είναι η t-κατανομή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι η εξής:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu/2)} (\nu-2)^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{h_t}} \left[1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t(\nu-2)} \right]^{-\frac{(\nu+1)}{2}} \quad (4.5.3)$$

Όπου $\Gamma(\cdot)$ είναι η συνάρτηση Gamma και ν είναι οι βαθμοί ελευθερίας που πρέπει να είναι $\nu > 2$. Όταν οι βαθμοί ελευθερίας τείνουν στο άπειρο, τότε η t κατανομή γίνεται κανονική κατανομή. Έτσι λιγότεροι βαθμοί ελευθερίας συνεπάγονται πιο παχιές ουρές.

Η συνάρτηση της log-likelihood:

$$L = T \left[\ln[\Gamma((\nu+1)/2)] - \ln[\Gamma(\nu/2)] - \frac{1}{2} \ln[\pi(\nu-2)] \right] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(h_t^2) + (\nu+1) \ln\left(1 + \frac{u_t^2}{h_t^2(\nu-2)}\right) \right] \quad (4.5.4)$$

Αντίστοιχα, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την GED κατανομή ορίζεται:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{\nu \exp\left[\left(\frac{-1}{2}\right) \left| \frac{\varepsilon_t}{\delta \sqrt{h_t}} \right|^\nu\right]}{\delta 2^{\left(\frac{\nu+1}{\nu}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) \sqrt{h_t}} \quad (4.5.5)$$

$$\text{Όπου: } \delta = \sqrt{\frac{2^{\left(\frac{2}{\nu}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{\nu}\right)}} \quad (4.5.6)$$

Όπου Γ είναι η συνάρτηση Gamma και ν είναι η παράμετρος από την οποία φαίνεται πόσο παχιές είναι οι ουρές της κατανομής. Η GED κατανομή μετατρέπεται σε κανονική κατανομή όταν $\nu=2$, όταν ισχύει $\nu < 2$ τότε οι ουρές της κατανομής είναι πιο παχιές ενώ όταν ισχύει $\nu > 2$ τότε η κανονική κατανομή έχει πιο παχιές ουρές από την GED κατανομή.

Η συνάρτηση της log-likelihood για την κατανομή GED ορίζεται :

$$L = \sum_{t=1}^T \left[\ln(n/\delta) - \frac{1}{2} \left| \frac{\varepsilon_t}{\delta \sqrt{h_t}} \right|^\nu - \left(\frac{\nu+1}{\nu}\right) \ln(2) - \ln[\Gamma(1/\nu)] - \frac{1}{2} \ln(h_t) \right] \quad (4.5.7)$$

Κεφάλαιο 5

Εμπειρικά Αποτελέσματα και σχόλια

5.1 Αποτελέσματα για το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης.

5.1.1 Υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης ενός καθεστώτος.

Το υπόδειγμα ενός καθεστώτος σταθερής διακύμανσης που εκτιμάται ορίζεται ως εξής:

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim N(\alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}, b_0) \quad (5.5.1.1)$$

Στο υπόδειγμα αυτό οι μεταβολές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου κατανέμονται με μέσο $\alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}$ και τυπική απόκλιση b_0 .

Στον παρακάτω Πίνακα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου υποδείγματος. Παρατηρούμε ότι ο υπό συνθήκη μέσος είναι μη στατιστικά σημαντικός για επίπεδο σημαντικότητας 0.05. Η τιμή της log-likelihood παρατηρούμε ότι είναι αρκετά υψηλή.

Πίνακας 1

Υπόδειγμα ενός καθεστώτος		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.0475	1.19877
α_{02}	-	-
α_{11}	-0.0072	-1.09115
α_{12}	-	-
b_{01}	0.3491	13.7362*
b_{02}	-	-
P	-	-
Q	-	-
Log-likelihood= -463.1435		

Στη συνέχεια η στατιστική του ελέγχου LBQ ύπαρξης σειριακής αυτοσυσχέτισης που παρουσιάζεται στον παρακάτω Πίνακα 2, δείχνει πως το υπόδειγμα ενός καθεστώτος σταθερής διακύμανσης επιδέχεται αρκετές βελτιώσεις ώστε να λάβει υπόψη τα δυναμικά χαρακτηριστικά του μεταβαλλόμενου βραχυπρόθεσμου επιτοκίου.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	52.97	0.000
2	71.81	0.000
3	75.98	0.000
5	92.64	0.000
10	120.69	0.000
15	218.08	0.000

Ως συνέπεια λοιπόν της μη επαρκούς περιγραφής των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς μας όπως οι δομικές αλλαγές στην διαδικασία της διακύμανσης, μετατρέπουμε το υπόδειγμα σε δύο καθεστώτων σταθερής διακύμανσης.

5.1.2 Υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστώτων

Το υπόδειγμα δύο καθεστώτων ορίζεται ως ακολούθως :

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}, b_{01}), p_{1t} \\ N(\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}, b_{02}), 1 - p_{1t} \end{cases} \quad (5.1.2.1)$$

Όπου $p_{1t} = Pr(S_t = 1 | r_{t-1}^*)$ είναι η πιθανότητα να βρίσκεται στο καθεστώς 1 την χρονική στιγμή t δεδομένης της προηγούμενης υπάρχουσας πληροφόρησης. Η p_{1t} ορίζεται ως εξής:

$$p_{1t} = (1 - Q) \left[\frac{q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})}{q_{1t-1} p_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] + P \left[\frac{q_{1t-1} p_{1t-1}}{q_{1t-1} p_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \quad (5.1.2.2)$$

$$\text{Όπου } q_{1t} = f(\Delta r_t | S_t = 1) \text{ και } q_{2t} = f(\Delta r_t | S_t = 2) \quad (5.1.2.3)$$

Οι όροι στις αγκύλες ορίζονται ως $Pr(S_{t-1} = 2 | \Phi_{t-1})$ και $Pr(S_{t-1} = 1 | \Phi_{t-1})$ αντίστοιχα.

Η παραπάνω λοιπόν εξίσωση είναι ισοδύναμη με την εξής:

$$p_{1t} = Pr(S_t = 1 | S_{t-1} = 2) Pr(S_{t-1} = 2 | \Phi_{t-1}) + Pr(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) Pr(S_{t-1} = 1 | \Phi_{t-1}) \quad (5.1.2.4)$$

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του υποδείγματος μεταβολής μεταξύ δύο καθεστώτων (*regime switching*).

Πίνακας 1

Υπόδειγμα Μεταβολής Καθεστώτων

Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.1685	1.2481
α_{02}	-0.0056	-0.3518
α_{11}	-0.0190	-1.5055
α_{12}	0.0014	0.5674
b_{01}	0.6714	21.5617* ⁸
b_{02}	0.1494	34.5194 *
P	0.9674	73.1833 *
Q	0.9906	260.6842*

Log-likelihood= 111.8712

Στο καθεστώς 1 η μεταβολή των επιτοκίων κατανέμεται με μέσο $\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}^9$ και τυπική απόκλιση b_{01} . Δηλαδή 0.1685-0.019 r_{t-1} και 0.6714.

Το μακροχρόνιο επίπεδο μέσης μεταβολής των επιτοκίων στο συγκεκριμένο καθεστώς είναι 8.87% .

Αν στο καθεστώς αυτό το μακροχρόνιο επίπεδο είναι μεγαλύτερο από το επιτόκιο με μία υστέρηση τότε η μεταβολή του επιτοκίου είναι θετική. Αν αντίθετα το μακροχρόνιο επίπεδο του επιτοκίου είναι μικρότερο από το επιτόκιο με μια υστέρηση τότε η μεταβολή του επιτοκίου θα είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει επαναφορά του μέσου πράγμα που επιβεβαιώνεται με το αρνητικό πρόσημο του συντελεστή του επιτοκίου με υστέρηση.

Όσον αφορά την τυπική απόκλιση μας πληροφορεί ότι το καθεστώς 1 χαρακτηρίζεται από υψηλή διακύμανση και υψηλό επίπεδο επιτοκίων αντίστοιχα.

Η πιθανότητα μετάβασης $P_{11}= 0.9674$ μας πληροφορεί ότι σε αυτό το καθεστώς υπάρχει εμμονή. Η αναμενόμενη διάρκεια παραμονής στο συγκεκριμένο καθεστώς ορίζεται ως $1/1- P_{11} \approx 30$. Αυτό σημαίνει ότι για περίπου 30 εβδομάδες το επιτόκιο θα υφίσταται εντός πλαισίου του καθεστώτος 1.

⁸ Το σύμβολο * αναφέρεται στην στατιστική σημαντικότητα για επίπεδο 0.05.

⁹ Οι συντελεστές του υπό συνθήκη μέσου δεν είναι στατιστικά σημαντικοί . Παρόλα αυτά μας παρέχουν σημαντική πληροφόρηση από πλευράς οικονομικής ερμηνείας.

Στο δεύτερο καθεστώς η μεταβολή του επιτοκίου κατανέμεται με μέσο $\alpha_{02} + \alpha_{12}r_{t-1}$ και τυπική απόκλιση b_{02} . Δηλαδή $-0.0056 + 0.0014r_{t-1}$ και 0.1494 . Το μακροχρόνιο επίπεδο της μεταβολής του επιτοκίου είναι περίπου 4%.

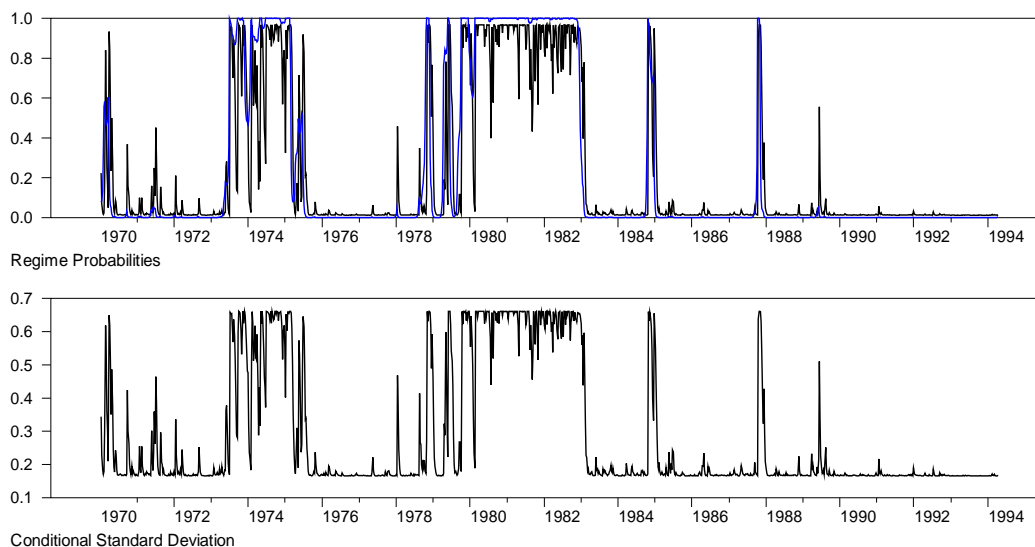
Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ένδειξη θετικής επαναφοράς στο μέσο στο καθεστώς αυτό. Αυτό συνεπάγεται ότι επιτόκια που είναι μεγαλύτερα από το μακροχρόνιο επίπεδο της μέσης μεταβολής, τείνουν να αυξάνουν περισσότερο και να μην επαναφέρονται. Αυτή η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται ως τυχαίος περίπατος και είναι εξορισμού μη στάσιμη.

Όσον αφορά την τυπική απόκλιση του καθεστώτος είναι περίπου τέσσερις φορές μικρότερη από την τυπική απόκλιση του πρώτου καθεστώτος. Το καθεστώς αυτό χαρακτηρίζεται από χαμηλή διακύμανση και χαμηλό επίπεδο επιτοκίων.

Η πιθανότητα παραμονής στο καθεστώς αυτό $P_{22}=0.9906$ δείχνει ότι υπάρχει μεγαλύτερη εμμονή από ότι υπάρχει στο πρώτο καθεστώς. Η αναμενόμενη διάρκεια εμμονής υπολογίζεται περίπου σε 106 εβδομάδες.

Ακολουθώντας με σκοπό να δούμε πως εξελίσσεται στην περίοδο εκτίμησης η μεταβλητότητα στα δύο διαφορετικά καθεστάτα αναφερόμαστε στο παρακάτω διάγραμμα που περιλαμβάνει τις εκ των προτέρων και τις ομαλοποιημένες πιθανότητες. Συγκεκριμένα, οι ομαλοποιημένες πιθανότητες που βασίζονται στις παρατηρήσεις όλου του δείγματος, μας παρέχουν πληροφορίες σχετικά με την διαδικασία που βρίσκεται σε κάποιο καθεστώς μεταβλητότητας μια δεδομένη χρονική στιγμή. Σύμφωνα με τον Hamilton (1989), υποθέτουμε ότι η διαδικασία βρίσκεται στο υψηλής μεταβλητότητας καθεστώς με δεδομένη χρονική στιγμή αν η ομαλοποιημένη πιθανότητας είναι μεγαλύτερη από 0.5. Η εκ των προτέρων πιθανότητες μας παρέχουν πληροφόρηση σχετικά με το καθεστώς της μεταβλητότητας στο οποίο βρίσκεται η διαδικασία μια χρονική στιγμή t βασισμένη στις παρατηρήσεις μέχρι την $t-1$ χρονική στιγμή.

Σχήμα 1. Το παρακάτω διάγραμμα βασίζεται στο δείγμα των μηνιαίων επιτοκίων σε εβδομαδιαία συχνότητα. Η δειγματική περίοδος είναι μεταξύ Ιανουαρίου το 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994 και αφορά 1,267 παρατηρήσεις.



Το πρώτο διάγραμμα του παραπάνω σχήματος 1 περιέχει τις εκ των προτέρων και τις ομαλοποιημένες πιθανότητες. Οι περίοδοι όπου η διαδικασία βρίσκεται σε υψηλής μεταβλητότητας καθεστώσ είναι 1973-1975, 1979-1983 και τέλος του 1987.

Το δεύτερο διάγραμμα του σχήματος παρουσιάζει την συμπεριφορά της υπό συνθήκης διακύμανσης. Όπως φαίνεται η υπό συνθήκη διακύμανση μιμείται τις πιθανότητες των καθεστώτων. Αυτή η αδυναμία θα ξεπεραστεί με την εφαρμογή του πλήρες υποδείγματος GRS σύμφωνα με τον Gray (1996).

Πραγματοποιώντας τον έλεγχο LBQ στα τυποποιημένα τετράγωνα των καταλοίπων που παρουσιάζεται στον ακόλουθο Πίνακα 2, ελέγχουμε την ακρίβεια του υποδείγματος στην ερμηνεία της χρονοσειράς. Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ένδειξη σειριακής αυτοσυσχέτισης πράγμα που υπονοεί την καλύτερη ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος μεταβολής μεταξύ δύο καθεστώτων. Αυτό επαληθεύεται και με την τιμή της log-likelihood η οποία είναι αρκετά μικρότερη από αυτή του υποδείγματος ενός καθεστώτος.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	2.99	0.083
2	7.08	0.029
3	7.43	0.059
5	9.21	0.101
10	14.27	0.161

Συνοψίζοντας, οι πιθανότητες μετάβασης ή καλύτερα παραμονής στα εκάστοτε καθεστώτα είναι συγκρίσιμες με αυτές που αναφέρονται στην μελέτη του Cai (1994) όπως 0.9878 και 0.9402 αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα αυτά υπονοούν ότι η επίδραση μιας αιφνίδιας διαταραχής στην μεταβλητότητα είναι πολύ επίμονη στο καθεστώς που χαρακτηρίζεται από την μικρότερη διακύμανση των επιτοκίων (Kalimipalli και Susmel, 2004).

Συγχρόνως η συμπεριφορά των βραχυπρόθεσμων αμερικανικών επιτοκίων ως τυχαίος περίπατος στο καθεστώς χαμηλής μεταβλητότητας είναι συγκρίσιμα με αυτά των μελετών των Ait-Sahalia (1996, a, b) , των Stanton (1997), Jiag (1998) και Conley et al. (1997), που υποδειγματοποιούν τριμηνιαία αμερικανικά έντοκα γραμμάτια δημοσίου.

Για να ερμηνεύσουν την συμπεριφορά της επαναφοράς στον μέσο, οι Ait-Sahalia (1996, a) και οι Bali και Wu (2005), υιοθέτησαν την άποψη ότι ο λόγος που τα επιτόκια επαναφέρονται στο μέσο όταν φτάνουν σε υψηλά επίπεδο ίσως είναι αποτέλεσμα των δραστικών μέτρων της Κεντρικής Τράπεζας η οποία προσπαθεί να προσαρμόσει τα επιτόκια ώστε να περιοριστεί ο υψηλός πληθωρισμός. Περίοδοι που αποδεικνύουν το επιχείρημα αυτό, είναι κατά την διάρκεια του πειράματος της Fed το 1979-1982 (Chua και Suardi , 2005).

5.2 Αποτελέσματα υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων με την προσθήκη της GARCH διαδικασίας.

5.2.1 Υπόδειγμα GARCH ενός καθεστώτος

Σε αντίθεση με τα δύο προηγούμενα υποδείγματα όπου η διακύμανση ήταν σταθερή , στα ακόλουθα υποδείγματα υποθέτουμε ότι η υπό συνθήκη διακύμανση είναι μια GARCH διαδικασία της γνωστής μορφής:

$$h_{1t} = b_{01} + b_{11} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{21} h_{t-1} \tag{5.2.1.1}$$

$$\text{με } \varepsilon_t | \Phi_t \sim N(0, h_t) \tag{5.2.1.2}$$

Η μεταβολή του επιτοκίου κατανέμεται με μέσο $\alpha_{01} + \alpha_{11}r_{t-1}$ και διακύμανση h_{1t} . Όπως:

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim N(\alpha_{01} + \alpha_{11}r_{t-1}, h_{1t}) \quad (5.2.1.3)$$

Πίνακας 1 μας πληροφορεί για το απλό GARCH υπόδειγμα ενός καθεστώτος:

Πίνακας 1

Υπόδειγμα GARCH		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.0058	0.4949
α_{02}	-	-
α_{11}	-0.0013	-0.6001
α_{12}	-	-
b_{01}	0.0004	2.0522 *
b_{11}	0.2097	6.2610 *
b_{21}	0.8203	32.8877*
b_{02}	-	-
b_{12}	-	-
b_{22}	-	-
P	-	-
Q	-	-
Log-likelihood=129.7472		

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι ο συντελεστής του επιτοκίου με μια υστέρηση έχει αρνητικό πρόσημο. Αυτό συνεπάγεται ότι η συνδιακύμανση της μεταβολής του επιτοκίου με το επιτόκιο με μία υστέρηση είναι αρνητική. Αυτό επιβεβαιώνει την ύπαρξη της επαναφοράς του μέσου.

Ισχύει: $\text{Cov}(\Delta r_t, r_{t-1}) < 0$

Ο μακροχρόνιος μέσος υπολογίζεται $\alpha_{01}/\alpha_{11}=4.54\%$. Παρατηρούμε ότι είναι μικρότερος από εκείνον του υποδείγματος με σταθερή διακύμανση.

Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο άξιο ερμηνείας είναι η εμμονή της μεταβλητότητας. Η εμμονή της μεταβλητότητας του συγκριμένου υποδείγματος υπολογίζεται από το άθροισμα του συντελεστή ε_{t-1}^2 στη συνάρτηση της υπό συνθήκης διακύμανσης και της παραμέτρου της υπό συνθήκη διακύμανσης με μία υστέρηση h_{t-1} . Ειδικότερα $b_{11} + b_{21} = 1.0303$.

Σε περίπτωση που $b_{11} + b_{21} > 1$ που στην προκειμένη περίπτωση ισχύει, η υπόθεση της στασιμότητας ως προς συνδιακύμανση απορρίπτεται. Αυτό σημαίνει ότι μια αιφνίδια διαταραχή επιδρά στην μεταβλητότητα με εκρηκτικό τρόπο. Η επίδραση δηλαδή της αιφνίδιας διαταραχής σταματά να έχει ισχύ ή σβήνει με αργό ρυθμό (Frommel και Hannover, 2004).

Στη συνέχεια για να διαπιστώσουμε αν το συγκεκριμένο υπόδειγμα περιγράφει επαρκώς τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς και συγκεκριμένα αν εντοπίζει την συσπείρωση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες ελέγχουμε το τετράγωνο των καταλοίπων με την στατιστική LBQ. Παρατηρούμε στον Πίνακα 2 ότι υπάρχει ένδειξη σειριακής αυτοσυσχέτισης για επίπεδο σημαντικότητας 0.1 και 0.05.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	6.30	0.012
2	6.30	0.042
3	10.93	0.012
5	13.29	0.021
10	16.35	0.090
15	21.43	0.123

Η χρονοσειρά λοιπόν θα πρέπει να εκτιμηθεί με κάποιο καταλληλότερο υπόδειγμα που την περιγράφει επαρκώς. Σύμφωνα με πλήθος μελετών η μεταβλητότητα των χρηματοοικονομικών αγορών επιδεικνύει μια εμμονή στην συμπεριφορά της που πράγματι δεν μπορεί να ερμηνευτεί με το κλασικό GARCH υπόδειγμα (Bauwens et al., 2006).

Πριν προχωρήσουμε στην εισαγωγή των δομικών αλλαγών στο υπόδειγμα ενδογενώς, είναι συνετό να εκτιμήσουμε τη χρονοσειρά με υποδείγματα που συλλαμβάνουν χαρακτηριστικά όπως η ασυμμετρία στην μεταβλητότητα. Τέτοια υποδείγματα είναι το EGARCH το οποίο πρότεινε ο Nelson (1991) και το GJR-GARCH που πρότειναν οι Glosten et al. (1993).

Έπειτα από την διενέργεια των διαγνωστικών ελέγχων που πρότειναν οι Engle, Ng (1993) διαπιστώθηκε ότι το μέγεθος των αιφνίδιων διαταραχών έχει επίδραση στην μεταβλητότητα. Σύμφωνα λοιπόν, με τον από κοινού έλεγχο ασυμμετρίας η μηδενική υπόθεση μη ύπαρξης ασύμμετρων επιδράσεων απορρίπτεται.

Στον Πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εκτίμησης των υποδειγμάτων ενός καθεστώτος GARCH, EGARCH και GJR-GARCH. Τα υποδείγματα

αυτά εκτιμήθηκαν με διαφορετικές κατανομές όπως αυτή της κανονικής της t και της GED. Οι τελευταίες δύο κατανομές προτάθηκαν από τους Bollerslev (1987) και Nelson (1991) αντίστοιχα για να συλλάβουν το χαρακτηριστικό των παχιών ουρών ή της λεπτοκύρτωσης των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών.

Παρατηρούμε ότι σε κανένα υπόδειγμα οι παράμετροι των συντελεστών της μέσης μεταβολής του επιτοκίου δεν είναι στατιστικά σημαντικοί για κανένα επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας. Όσον αφορά την εξίσωση της υπό συνθήκη διακύμανσης οι παράμετροι είναι στατιστικά σημαντικοί. Ειδικότερα, το GARCH υπόδειγμα με την κανονική κατανομή είναι το επικρατέστερο σύμφωνα με την συνάρτηση της πιθανοφάνειας log likelihood και το μέτρο AIC. Επίσης ο έλεγχος LBQ μας πληροφορεί την ακρίβεια της ερμηνείας του GARCH υποδείγματος.

Σχετικά με τα ασύμμετρα υποδείγματα EGARCH και GJR-GARCH, ο όρος ασυμμετρίας ξ είναι στατιστικά σημαντικός στα υποδείγματα EGARCH και GJR-GARCH εκτός από το EGARCH με την κανονική κατανομή. Για επίπεδο σημαντικότητας 0.05 ο όρος ασυμμετρίας είναι στατιστικά σημαντικός στο EGARCH μοντέλο με την GED κατανομή και GJR-GARCH με την t και GED κατανομή. Για επίπεδο σημαντικότητας 0.1 ο όρος ασυμμετρίας είναι στατιστικά σημαντικός στο EGARCH μοντέλο με την t κατανομή και στο GJR-GARCH με την κανονική κατανομή. Ωστόσο οι τιμές της log-likelihood και αντίστοιχα των AIC είναι αρκετά υψηλότερες σε σύγκριση με το απλό GARCH υπόδειγμα. Τέλος ο έλεγχος LBQ δείχνει την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης και επομένως μη επαρκούς ερμηνείας των χαρακτηριστικών της συγκεκριμένης χρονοσειράς.

	GARCH			EGARCH			GJR-GARCH		
	Normal	Student's t	GED	Normal	Student's t	GED	Normal	Student's t	GED
α_{01}	0.0058 (0.49) ¹⁰	0.0027 (0.23)	0.0028 (0.06)	0.0113 (1.02)	0.0050 (0.46)	0.0024 (0.24)	0.0145 (1.36)	0.0063 (0.53)	0.0042 (0.39)
α_{11}	-0.0013 (-0.60)	-0.0009 (-0.47)	-0.0009 (-0.44)	-0.0015 (-0.81)	-0.0012 (-0.66)	-0.0008 (-0.48)	-0.0025 (-1.33)	-0.0015 (-0.75)	-0.0014 (-0.75)
β_{01}	0.0004** ¹¹ (2.05)	0.0005** (2.30)	0.0004** (2.01)	-0.3057*** (-5.71)	-0.2063*** (-6.42)	-0.2518*** (-7.52)	0.0003** (2.16)	0.0004** (2.27)	0.0003** (1.98)
β_{11}	0.2097*** (6.26)	0.1588*** (5.81)	0.1772*** (6.93)	0.3523*** (5.64)	0.2368*** (6.89)	0.2864*** (8.38)	0.2055*** (3.72)	0.1621*** (5.17)	0.1635*** (6.08)
β_{21}	0.8203*** (32.88)	0.8576*** (44.30)	0.8354*** (44.71)	0.9843*** (142.39)	0.9884*** (217.46)	0.9871*** (190.48)	0.8600*** (39.49)	0.8816*** (50.18)	0.8782*** (51.37)
ξ	-	-	-	0.0550 (1.51)	0.0299* (1.68)	0.0366** (1.99)	-0.0951* (-1.74)	-0.0676** (-2.16)	-0.0698** (-2.44)
Log(L)	129.742	194.848	188.792	135.933	200.828	192.922	134.788	197.114	191.074
AIC	-0.1970	-0.2983	-0.2887	-0.2052	-0.3062	-0.2937	-0.2034	-0.3003	-0.2907
LBQ(15)	21.43 (0.12) ¹²	26.43 (0.03)	24.72 (0.05)	25.50 (0.04)	34.30 (0.00)	30.47 (0.01)	25.23 (0.05)	27.68 (0.02)	26.95 (0.03)

¹⁰ Οι τιμές μέσα στις παρενθέσεις αναφέρονται στις t-statistic τιμές.

¹¹ Όπου *, **, *** αναφέρεται σε 90%, 95%, 99% επίπεδο σημαντικότητας αντίστοιχα.

¹² Οι τιμές μέσα στις παρενθέσεις αναφέρονται στις κριτικές τιμές p-values της στατιστικής LBQ.

5.2.2 Υπόδειγμα GARCH μεταβολής καθεστώτων

Στη συνέχεια εξετάζουμε την ακρίβεια του υποδείγματος το οποίο ενσωματώνει ενδογενώς τις δομικές αλλαγές στις εξισώσεις του μέσου και στην υπό συνθήκη διακύμανση.

Η μεταβολή των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων κατανέμεται με μέσο $\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}$ για το πρώτο καθεστώς και $\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}$ για το δεύτερο καθεστώς. Αντίστοιχα η διακύμανση για το πρώτο και το δεύτερο καθεστώς είναι:

$$h_{1t} = b_{01} + b_{11} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{21} h_{t-1} \text{ και } h_{2t} = b_{02} + b_{12} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{22} h_{t-1} \quad (5.2.2.1)$$

Ισχύει :

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}, h_{1t}), p_{1t} \\ N(\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}, h_{2t}), 1 - p_{1t} \end{cases} \quad (5.2.2.2)$$

$$\text{Ο μέσος με μία υστέρηση } \mu_{it-1} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} r_{t-2} \quad (5.2.2.3)$$

Η συνάρτηση της υπό συνθήκης διακύμανσης:

$$h_{it} = b_{0i} + b_{1i} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{2i} h_{t-1} \quad (5.2.2.4)$$

Τα κατάλοιπα με μια υστέρηση σχηματίζονται όπως:

$$\varepsilon_{t-1} = \Delta r_{t-1} - [p_{1t-1} \mu_{1t-1} + (1 - p_{1t-1}) \mu_{2t-1}] \quad (5.2.2.5)$$

Η p_{1t} ορίζεται ως εξής:

$$p_{1t} = (1 - Q) \left[\frac{q_{2t-1} (1 - p_{1t-1})}{q_{1t-1} p_{1t-1} + q_{2t-1} (1 - p_{1t-1})} \right] + P \left[\frac{q_{1t-1} p_{1t-1}}{q_{1t-1} p_{1t-1} + q_{2t-1} (1 - p_{1t-1})} \right] \quad (5.2.2.6)$$

Σύμφωνα λοιπόν με τα αποτελέσματα του Πίνακα 1 η εξίσωση του μέσου είναι $0.1407 - 0.0141 r_{t-1}$ για το πρώτο καθεστώς. Ο μακροχρόνιος μέσος είναι 9.98%. Στο καθεστώς αυτό υψηλής μεταβλητότητας υπάρχει ένδειξη επαναφοράς του μέσου στο μακροχρόνιο μέσο επίπεδο του επιτοκίου. Ο μέσος για το καθεστώς 2 είναι $-0.0011 + 0.0006 r_{t-1}$. Στο καθεστώς αυτό χαμηλής μεταβλητότητας δεν υπάρχει ένδειξη θετικής επαναφοράς στο μέσο μακροχρόνιο επίπεδο 1.83% αλλά αντιθέτως υπάρχει ένδειξη αρνητικής επαναφοράς.

Ακολουθώντας με την βοήθεια των παραμέτρων της υπό συνθήκης διακύμανσης η οποία διαφέρει σε κάθε καθεστώς μπορούμε να συμπεράνουμε το μέγεθος της εμμονής στο εκάστοτε καθεστώς.

Στο πρώτο καθεστώς η εμμογή υπολογίζεται ως $b_{11} + b_{21} = 0.6515$ και στο δεύτερο καθεστώς $b_{12} + b_{22} = 0.4251$. Παρατηρούμε ότι η εμμογή είναι μικρότερη σε σύγκριση με το απλό GARCH υπόδειγμα το οποίο δεν μπορεί να ενσωματώσει τις δομικές αλλαγές. Επιπλέον, οι GARCH διαδικασίες σε κάθε καθεστώς είναι στάσιμες στοιχείο που δίνει προβάδισμα στο υπόδειγμα μεταβολής του καθεστώτος. ως προς την συνδιακύμανση. Ο βαθμός ευαισθησίας στις πρόσφατες αιφνίδιες διαταραχές είναι μεγαλύτερος στο πρώτο καθεστώς από ότι στο δεύτερο λόγω την ανισότητα των παραμέτρων $b_{11} > b_{12}$.

Πίνακας 1

Υπόδειγμα Regime-Switching GARCH		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.1482	1.4140
α_{02}	-0.0011	-0.1445
α_{11}	-0.01481	-1.4511
α_{12}	0.0006	0.4792
b_{01}	0.1877	4.2875*
b_{11}	0.4555	3.3322*
b_{21}	0.1960	1.7529
b_{02}	0.0105	6.1443*
b_{12}	0.1650	3.2563*
b_{22}	0.2601	3.7947*
P	0.9728	75.2713*
Q	0.9894	222.5021*

Log-likelihood=151.1716

Η διάρκεια της εμμογής στα καθεστώτα μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια των πιθανοτήτων παραμονής στο κάθε καθεστώς. Η παραμονή λοιπόν στο καθεστώς 1 αναμένεται να είναι περίπου στις 36 εβδομάδες, ενώ στο δεύτερο καθεστώς χαμηλής μεταβλητότητας η διάρκεια παραμονής αναμένεται να είναι περίπου 94 εβδομάδες.

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι η συμπεριφορά του βραχυχρόνιου επιτοκίου σε κάθε καθεστώς διαφέρει. Κατά την διάρκεια λοιπόν υψηλής μεταβλητότητας των επιτοκίων όπου ο μέσος είναι περίπου 10% οι μεμονωμένες αιφνίδιες διαταραχές έχουν μια μεγάλη και άμεση επίδραση στην υπό συνθήκη διακύμανση που σβήνει

όμως γρήγορα. Αντιθέτως σε περιόδους χαμηλής μεταβλητότητας των επιτοκίων έχουν μικρότερη άμεση επίδραση που όμως έχει μεγαλύτερη εμμονή.

5.3 Αποτελέσματα γενικευμένου υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων (*Generalized regime-switching model*).

5.3.1 Γενικευμένο υπόδειγμα ενός καθεστώτος.

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αναφέρεται στο ενός καθεστώτος γενικευμένο υπόδειγμα. Η διαφορά του υποδείγματος αυτού με το GARCH ενός καθεστώτος είναι ότι προστίθεται ο όρος $\sigma^2 r_{t-1}$ ο οποίος μας πληροφορεί για τις επιδράσεις στην υπό συνθήκη διακύμανση που έχουν τα διαφορετικά επίπεδα του επιτοκίου. Έτσι το τελευταίο υπόδειγμα μας πληροφορεί για τις επιδράσεις GARCH αλλά και για τις επιδράσεις των επιπέδων των επιτοκίων.

Το υπόδειγμα μπορεί να πάρει την εξής μορφή:

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim N(\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}, u_{1t}) \quad (5.3.1.1)$$

Όπου $u_{1t} = h_{1t} + \sigma_1^2 r_{t-1}$, ο όρος που μας πληροφορεί για τις επιδράσεις GARCH αλλά και για την επίδραση του επιπέδου των επιτοκίων.

Η υπό συνθήκη διακύμανση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$h_{1t} = b_{11} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{21} u_{t-1} \quad (5.3.1.2)$$

Πίνακας 1

Υπόδειγμα Single GRS		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.0046	0.4007
α_{02}	-	-
α_{11}	-0.0008	-0.3889
α_{12}	-	-
b_{11}	0.2266	6.49431*
b_{21}	0.7893	28.1279*
σ_1	0.0132	6.2928*
b_{12}	-	-
b_{22}	-	-
σ_2	-	-
P/c ₁	-	-
d ₁	-	-

Q/c_2	-	-
d_2	-	-
Log-likelihood=136.0330		

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ο σταθερός όρος b_{0i} της συνάρτησης της υπό συνθήκης διακύμανσης $h_{it} = b_{0i} + b_{1i}\varepsilon_{t-1}^2 + b_{2i}h_{t-1}$. Ο λόγος που έχει απορριφθεί από το υπόδειγμα είναι ότι συγκλίνει στο μηδέν και έτσι είναι άνευ ερμηνευτικής σημαντικότητας.

Η συνάρτηση του μέσου στο συγκεκριμένο υπόδειγμα ορίζεται ως $0.0046 - 0.0008r_{t-1}$ και οι παράμετροι είναι μη στατιστικά σημαντικοί. Παρ'όλα αυτά παρατηρούμε του αρνητικό πρόσημο του συντελεστή του επιτοκίου με υστέρηση, φανερώνει ένδειξη επαναφοράς στο μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου 5.75%.

Το άθροισμα των παραμέτρων της υπό συνθήκης διακύμανσης $b_{11} + b_{21} > 1$ είναι μεγαλύτερο της μονάδας. Το αποτέλεσμα αυτό είναι συγκρίσιμο με αυτό του απλού GARCH υποδείγματος.

Ακολούθως παρατηρούμε ότι οι παράμετροι των GARCH επιδράσεων και της επίδρασης από τα επίπεδα των επιτοκίων είναι στατιστικά σημαντικοί. Οι παράγοντες αυτοί λοιπόν $h_{it}, \sigma_i^2 r_{t-1}$ είναι σημαντικοί στον χαρακτηρισμό της συμπεριφοράς της μεταβλητότητας του δείγματος.

Όσον αφορά όμως την ακρίβεια ερμηνείας των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς σύμφωνα με το LBQ έλεγχο τα αποτελέσματα του Πίνακα 2 είναι απογοητευτικά καθώς υπάρχει σειριακή αυτοσυσχέτιση για επίπεδο σημαντικότητας 0,1.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	4.95	0.026
2	4.96	0.084
3	9.67	0.022
5	11.86	0.037
10	14.11	0.168
15	18.52	0.236

5.3.2 Γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με σταθερές πιθανότητες.

Ενσωματώνοντας ενδογενώς τις μεταβολές μεταξύ δύο καθεστώτων όπως και στα προηγούμενα υποδείγματα, το γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων μεταβολής καθεστώτων μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}, u_{1t}), P_{1t} \\ N(\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}, u_{2t}), 1 - P_{1t} \end{cases} \quad (5.3.2.1)$$

Με $u_{it} = h_{it} + \sigma_i^2 r_{t-1}$ που περιλαμβάνει τις GARCH επιδράσεις και την επίδραση από την μεταβολή του επιπέδου των επιτοκίων.

Όπου $h_{it} = b_{1i} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{2i} u_{t-1}$ αφορά την υπό συνθήκη διακύμανση ή αλλιώς μεταβλητότητα των επιτοκίων.

$$\text{Με } \varepsilon_{t-1} = \Delta r_{t-1} - [P_{1t-1} \mu_{1t-1} + (1 - P_{1t-1}) \mu_{2t-1}] \quad (5.3.2.2)$$

$$\text{Όπου } \mu_{it-1} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} r_{t-2} \quad (5.3.2.3)$$

Ο όρος u_{it} με μία υστέρηση σχηματίζεται ως ακολούθως:

$$u_{t-1} = P_{1t-1} [\mu_{1t-1}^2 + u_{1t-1}] + (1 - P_{1t-1}) [\mu_{2t-1}^2 + u_{2t-1}] - [P_{1t-1} \mu_{1t-1} + (1 - P_{1t-1}) \mu_{2t-1}]^2, \quad (5.3.2.4)$$

Η εκ των προτέρων πιθανότητα και συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας σχηματίζονται όπως και στα προηγούμενα υποδείγματα:

$$P_{1t} = (1 - Q) \left[\frac{q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})}{q_{1t-1}P_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})} \right] + P \left[\frac{q_{1t-1}P_{1t-1}}{q_{1t-1}P_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})} \right] \quad (5.3.2.5)$$

$$\text{Όπου } q_{1t} = f(\Delta r_t | S_t = 1) \text{ και } q_{2t} = f(\Delta r_t | S_t = 2) \quad (5.3.2.6)$$

Τέλος, όπου $P_i = P$, $Q_i = Q$ αφορούν τις σταθερές πιθανότητες μετάβασης από το ένα καθεστώς στο άλλο.

Τα εκτιμημένα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα:

Πίνακας 1

Regime Switching GRS (C. P.)		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.0573	2.1611*
α_{02}	0.0013	0.2869
α_{11}	-0.0062	-2.0750*
α_{12}	0.0002	0.3110

b ₁₁	0.3017	5.3993 *
b ₂₁	0.0958	1.7827
σ ₁	0.1546	24.4586*
b ₁₂	0.1532	4.1870*
b ₂₂	0.2245	7.0241*
σ ₂	0.0432	31.7582*
P	0.9675	92.5007*
d ₁	-	-
Q	0.9880	259.3176*
d ₂	-	-

Log-likelihood=176.5520

Η μεταβολή των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων κατανέμεται με μέσο $\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}$ για το πρώτο καθεστώς και $\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}$ για το δεύτερο καθεστώς

Αναλυτικά $0.0573 - 0.0062r_{t-1}$ για το πρώτο καθεστώς και ο μακροχρόνιος μέσος είναι περίπου 9.2%. Στο καθεστώς αυτό των υψηλών επιτοκίων υπάρχει ένδειξη επαναφοράς στο μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου.

Για το δεύτερο καθεστώς η συνάρτηση του υπό συνθήκη μέσου είναι $0.0013 + 0.0002 r_{t-1}$ και ο μακροχρόνιος μέσος ισούται με 6.5%. Σε αυτό το καθεστώς υπάρχει αρνητική επαναφορά που σημαίνει ότι τα επιτόκια δεν επαναφέρονται στο μακροχρόνιο επίπεδο αλλά ακολουθούν ένα τυχαίο περίπατο.

Ο όρος που φανερώνει την επίδραση από τα επίπεδα του επιτοκίου στο πρώτο καθεστώς εισέρχεται στατιστικά σημαντικά στο υπόδειγμα. Στο καθεστώς 2 οι παράμετροι της υπό συνθήκης διακύμανσης και του όρου των επιπέδων των επιτοκίων είναι στατιστικά σημαντικοί. Εντούτοις, η τιμή της εκτίμησης του όρου ευαισθησίας των επιπέδων των επιτοκίων είναι τόσο μικρή στο δεύτερο καθεστώς που είναι άνευ οικονομικής ερμηνείας.

Το άθροισμα των παραμέτρων της υπό συνθήκης διακύμανσης για τα δύο καθεστώτα είναι ισούται $b_{11} + b_{21} < 0.4$ ενώ το άθροισμα των αντίστοιχων παραμέτρων του υποδείγματος ενός καθεστώτος είναι μεγαλύτερο της μονάδας. Επίσης στα υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτος ο όρος που αφορά τα επίπεδα των επιτοκίων είναι μεγαλύτερος σε σύγκριση με το υπόδειγμα ενός καθεστώτος. Ο λόγος που υπάρχει αυτή η διαφορά των εκτιμήσεων είναι ότι η GARCH διαδικασία στο υπόδειγμα ενός καθεστώτος δεν είναι ικανή να λάβει υπόψη τα δυναμικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς, με αποτέλεσμα να εξάγονται λανθασμένες εκτιμήσεις.

Όσον αφορά την πιθανότητα παραμονής στο πρώτο καθεστώς της υψηλής μεταβλητότητας ισούται με 0.97 περίπου που σημαίνει ότι η επίδραση μιας αιφνίδιας διαταραχής είναι αρκετά επίμονη αλλά σβήνει πολύ γρηγορότερα από ότι η επίδραση μιας αιφνίδιας διαταραχής στο δεύτερο καθεστώς όπου η πιθανότητα παραμονής σε αυτό ισούται με 0.99 περίπου.

Σύμφωνα με τον έλεγχο LBQ όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 2 διαπιστώνουμε ότι το υπόδειγμα που ενσωματώνει τις μεταβολές μεταξύ δύο καθεστώτων περιγράφει πιο αποτελεσματικά τα χαρακτηριστικά της εκτιμηθείς χρονοσειράς από ότι το γενικευμένο υπόδειγμα ενός καθεστώτος.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	0.04	0.851
2	0.29	0.867
3	1.95	0.583
5	1.96	0.854
10	2.79	0.986
15	5.02	0.992

5.3.3 Γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με χρονικά μεταβλητές πιθανότητες.

Η μεταβολή του επιτοκίου κατανέμεται ως εξής:

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\alpha_{01} + \alpha_{11} r_{t-1}, u_{1t}), P_{1t} \\ N(\alpha_{02} + \alpha_{12} r_{t-1}, u_{2t}), 1 - P_{1t} \end{cases} \quad (5.3.3.1)$$

Όπου $u_{it} = h_{it} + \sigma_i^2 r_{t-1}$ περιλαμβάνει τις GARCH επιδράσεις και την επίδραση από την μεταβολή του επιπέδου των επιτοκίων όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα.

Με $h_{it} = b_{i1} \varepsilon_{t-1}^2 + b_{i2} u_{t-1}$ που αναφέρεται στην υπό συνθήκη διακύμανση.

Με $\varepsilon_{t-1} = \Delta r_{t-1} - [P_{1t-1} \mu_{1t-1} + (1 - P_{1t-1}) \mu_{2t-1}]$ που αφορούν τα κατάλοιπα με μια υστέρηση ομοίως με (5.3.2.2).

Όπου $\mu_{it-1} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} r_{t-2}$ αναφέρεται στον υπό συνθήκη μέσο ομοίως με (5.3.2.3).

Ο όρος u_{it} με μία υστέρηση σχηματίζεται ομοίως με την (5.3.2.4) :

$$u_{t-1} = P_{1t-1} [\mu_{1t-1}^2 + u_{1t-1}] + (1 - P_{1t-1}) [\mu_{2t-1}^2 + u_{2t-1}] - [P_{1t-1} \mu_{1t-1} + (1 - P_{1t-1}) \mu_{2t-1}]^2$$

Η εκ των προτέρων πιθανότητα και συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας σχηματίζονται όπως και στα προηγούμενα υποδείγματα με την διαφορά ότι οι πιθανότητες μετάβασης μεταβάλλονται με τον χρόνο και δεν ισχύει $P_t = P$ και $Q_t = Q$:

$$P_{1t} = (1 - Q_t) \left[\frac{q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})}{q_{1t-1}P_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})} \right] + P_t \left[\frac{q_{1t-1}P_{1t-1}}{q_{1t-1}P_{1t-1} + q_{2t-1}(1 - P_{1t-1})} \right] \quad (5.3.3.2)$$

$$\text{Όπου } q_{1t} = f(\Delta r_t | S_t = 1) \text{ και } q_{2t} = f(\Delta r_t | S_t = 2) \quad (5.3.3.3)$$

Οι μεταβαλλόμενες με τον χρόνο πιθανότητες ορίζονται όπως παρακάτω:

$$P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \text{ και } Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \quad (5.3.3.4)$$

Το υπόδειγμα αυτό αποτελεί το πλήρες γενικευμένο υπόδειγμα σύμφωνα με τον Gray (1996). Η διαφορά του υποδείγματος αυτού είναι ότι χαλαρώνει η υπόθεση των σταθερών πιθανοτήτων μετάβασης και επιτρέπεται πλέον οι πιθανότητες να εξαρτώνται από το κάθε καθεστώς.

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης του υποδείγματος αυτού παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα:

Πίνακας 1

Regime Switching GRS (T. V. P.)¹³		
Παράμετροι	Εκτιμήσεις	t(p-value)
α_{01}	0.0494	0.4070
α_{02}	-0.0023	0.1913
α_{11}	-0.0085	-0.6515
α_{12}	0.0012	0.5889
b_{11}	0.2182	2.2505*
b_{21}	0.0271	0.1773
σ_1	0.1896	6.3506*
b_{12}	0.1783	3.8008*
b_{22}	0.3336	3.0161*
σ_2	0.0371	6.8418*
c_1	-0.3222	-0.2855
d_1	0.1657	1.3627
c_2	2.5825	4.1037*
d_2	-0.0945	-1.2829
Log-likelihood=183.5710		

¹³ Γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με πιθανότητα μεταβαλλόμενη με το χρόνο.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον έλεγχο του λόγου πιθανοφάνειας για να αποφανθούμε αν η χαλάρωση της υπόθεσης των σταθερών πιθανοτήτων είναι σημαντική ή όχι. Η LRT στατιστική κατανέμεται με την χ^2_2 κατανομή με δύο βαθμούς ελευθερίας για 0.01 επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας και ισούται με 14.038 υπό την μηδενική υπόθεση. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το γενικευμένο υπόδειγμα με τις χρονικά μεταβαλλόμενες πιθανότητες υπερσχύει αυτού με τις σταθερές πιθανότητες μετάβασης.

Παρατηρούμε επίσης από τα αποτελέσματα ότι το πρώτο καθεστώς χαρακτηρίζεται από υψηλής μεταβλητότητας επιτόκια τα οποία επαναφέρονται στο μακροχρόνιο επίπεδο του μέσου. Αντίστοιχα το δεύτερο καθεστώς χαμηλής μεταβλητότητας, ακολουθεί τυχαίο περίπατο.

Όσον αφορά τους όρους c_1, c_2, d_1, d_2 , που προστέθηκαν σε αυτό το υπόδειγμα επηρεάζουν τις πιθανότητες παραμονής στο καθεστώς 1 και στο καθεστώς 2. Ειδικότερα το θετικό πρόσημο της d_1 παραμέτρου σημαίνει ότι η πιθανότητα παραμονής στο υψηλής διακύμανσης καθεστώς μειώνεται όταν μειώνεται το επίπεδο του επιτοκίου. Σε αντίθετη περίπτωση η πιθανότητα παραμονής στο καθεστώς αυτό αυξάνεται όταν το επίπεδο των επιτοκίων αυξάνεται. Το αρνητικό πρόσημο από την άλλη μεριά της παραμέτρου d_2 μας πληροφορεί ότι η πιθανότητα παραμονής στο χαμηλής μεταβλητότητας καθεστώς μειώνεται όταν αυξάνεται το επίπεδο των επιτοκίων ενώ αντίστοιχα αυξάνεται όταν το επίπεδο των επιτοκίων μειώνεται. Συνεπώς όταν το επίπεδο των επιτοκίων αυξάνεται, η πιθανότητας παραμονής ή μετάβασης στο καθεστώς της υψηλής μεταβλητότητας των επιτοκίων αυξάνεται.

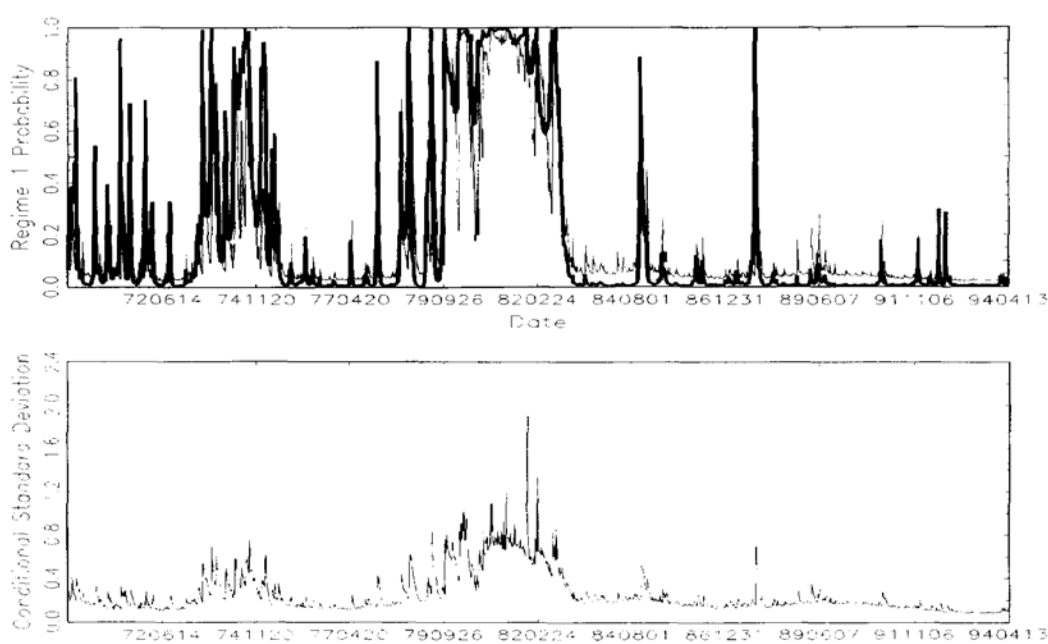
Επιπλέον σύμφωνα με τον έλεγχο LBQ διαπιστώνουμε ότι το πλήρες γενικευμένο υπόδειγμα που ενσωματώνει την μεταβολή των πιθανοτήτων σύμφωνα με τον χρόνο περιγράφει με περισσότερη ακρίβεια τα χαρακτηριστικά των αμερικανικών βραχυχρόνιων επιτοκίων της συγκεκριμένης περιόδου.

Πίνακας 2

Υστέρηση	Στατ. LBQ	p-value
1	0.02	0.903
2	0.04	0.978
3	2.11	0.550
5	2.26	0.813
10	7.11	0.715
15	11.65	0.705

Το σχήμα 1 που ακολουθεί αναφέρεται στις εκ των προτέρων και ομαλοποιημένες πιθανότητες του υποδείγματος αυτού. Το πρώτο διάγραμμα του παραπάνω σχήματος περιέχει τις εκ των προτέρων και τις ομαλοποιημένες πιθανότητες. Οι περίοδοι όπου η διαδικασία βρίσκεται σε υψηλής μεταβλητότητας καθεστώς είναι 1973-1975, 1979-1983 και τέλος του 1987. Το δεύτερο διάγραμμα του σχήματος παρουσιάζει την συμπεριφορά της υπό συνθήκης διακύμανσης. Όπως φαίνεται η υπό συνθήκη διακύμανση δεν μιμείται πλέον τις πιθανότητες των καθεστώτων όπως συνέβαινε στο υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστώτων.

Σχήμα 1. Το παρακάτω διάγραμμα βασίζεται στο δείγμα των μηνιαίων επιτοκίων σε εβδομαδιαία συχνότητα. Η δειγματική περίοδος είναι μεταξύ Ιανουαρίου του 1970 μέχρι τον Απρίλιο του 1994 και αφορά 1,267 παρατηρήσεις.



Πηγή: Gray (1996, σελ. 46)

Συνοψίζοντας, η συμπεριφορά των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων είναι πολύ διαφορετική σε διαφορετικά καθεστάτα. Αυτή η συμπεριφορά είναι εφάμιλλη και στο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με την προσθήκη της GARCH καινοτομίας. Κατά την διάρκεια λοιπόν περιόδων υψηλών και μεταβλητών επιτοκίων όπως στο καθεστώς 1 υπάρχει ένδειξη επαναφοράς στο μακροχρόνιο μέσο. Η υπό συνθήκη

διακύμανση εξαρτάται από το επίπεδο των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων και η επίδραση των αιφνίδιων διαταραχών σβήνει γρήγορα. Κατά την διάρκεια από την άλλη πλευρά χαμηλής μεταβλητότητας των επιτοκίων, τα επιτόκια ακολουθούν ένα τυχαίο περίπατο και οι αιφνίδιες διαταραχές έχουν μικρότερη αλλά μεγαλύτερη σε διάρκεια επίδραση στην υπό συνθήκη διακύμανση. Η προσθήκη λοιπόν του δεύτερου καθεστώτος θεωρείται σημαντική από άποψη οικονομικής ερμηνείας, καθώς υπάρχει εντελώς διαφορετική συμπεριφορά σε κάθε καθεστώς.

5.4 Εντός του δείγματος αξιολόγηση (*In-sample evaluation*)

Για να κάνουμε σύγκριση μεταξύ των υποδειγμάτων μεταβολής καθεστώτων και των απλών υποδειγμάτων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κριτήρια επιλογής όπως το AIC σύμφωνα με το Akaike (1974), το Schwarz Bayesian κριτήριο πληροφόρησης σύμφωνα Schwarz (1978) και το Hannan Quinn κριτήριο επιλογής σύμφωνα με Hannan Quinn (1979)¹⁴. Έκτος από αυτά τα κριτήρια υπάρχουν και άλλα όπως το κριτήριο της γενικευμένης διασταυρούμενης αξιολογήσεως GCS (Craven and Wabba, 1979; Engle et al, 1986), το κριτήριο SH σύμφωνα με τον Shibata (1981), το κριτήριο RICE, Rice (1981) και το κριτήριο προβλέψεως PC σύμφωνα με τον Amemiya (1985).

Αυτή η πληθώρα των κριτηρίων δεν μας εξασφαλίζει με σιγουριά το καλύτερο ως προς την προσαρμογή υπόδειγμα καθώς το κάθε κριτήριο αναφέρεται σε διαφορετικές τιμές των αθροισμάτων των τετραγώνων των καταλοίπων που είναι βασικό στοιχείο για τον υπολογισμό των παραπάνω κριτηρίων. Ο Ramanathan (1992) διευρύνοντας τα κριτήρια κατέληξε ότι ορισμένα από αυτά είναι πλεονάζοντα (Κάτος, 2004). Τα κύρια κριτήρια που χρησιμοποιούν τα στατιστικά πακέτα είναι τα ακόλουθα:

$$AIC = \frac{-2L}{T} + \frac{2k}{T} \quad (5.4.1)$$

$$SBIC = \frac{-2L}{T} + \frac{k \ln(T)}{T} \quad (5.4.2)$$

¹⁴ Για την σύγκριση μεταξύ των απλών υποδειγμάτων και αυτών με την προσθήκη της μεταβολής καθεστώτων δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το LRT έλεγχο. Αυτό συμβαίνει διότι οι πιθανότητες μετάβασης δεν αναγνωρίζονται υπό την μηδενική υπόθεση και έτσι η στατιστική LRT δεν ακολουθεί για την X^2 κατανομή (Hamilton and Susmel, 1994).

$$HQIC = \frac{-2L}{T} + \frac{2k \ln(\ln(T))}{T} \quad (5.4.3)$$

Όπου L είναι η τιμή της συνάρτησης log-likelihood, όπου T είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων και k είναι ο αριθμός των εκτιμημένων παραμέτρων.

Η τιμή των μέτρων ποικίλη ανάλογα με το πόσο ενοχοποιούν τον αριθμό των εκτιμημένων παραμέτρων. Το κριτήριο SBIC για παράδειγμα θέτει μεγαλύτερη ποινή σε υποδείγματα με περισσότερους συντελεστές από ότι το κριτήριο AIC. Το υπόδειγμα που επιλέγεται σύμφωνα με τα κριτήρια είναι αυτό με τις μικρότερες τιμές των μέτρων.

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα υποδείγματα τα οποία συγκρίνονται με τα AIC, SBIC, HQIC κριτήρια πληροφόρησης.

Πίνακας1. Σύγκριση των υποδειγμάτων με τα κριτήρια πληροφόρησης.

		AIC	SBIC	HQIC	L ¹⁵
1.	C.V	0.7348	0.7429	0.7378	-463.143
2.	R.S.- C. V.	-0.1640	-0.1315	-0.1518	111.871
3.	GARCH	-0.1970	-0.1767	-0.1894	129.742
4.	R.S.- GARCH	0.2198	-0.1823	-0.2077	151.171
5.	GRS-simple	-0.2070	-0.1866	0.1993	136.033
6.	GRS-C.P.	-0.2599	-0.2112	-0.2416	176.552
7.	GRS-T.V.	-0.2678	0.2110	-0.2465	183.571

Σημείωση: Όπου C.V (constant variance) αναφέρεται στο υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης, όπου R.S.-C.V είναι το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστών, όπου R.S-GARCH το GARCH υπόδειγμα μεταβολής καθεστών και το GRS είναι το γενικευμένο υπόδειγμα με την απλή εκδοχή Simple, με την εκδοχή μεταβολής καθεστών GRS-C.P. και με πιθανότητες που μεταβάλλονται με τον χρόνο GRS-T.V.

Όπως παρατηρούμε λοιπόν στον Πίνακα 1 σύμφωνα με τα κριτήρια πληροφόρησης AIC, SBIC, HQIC το καταλληλότερο υπόδειγμα ως προς την

¹⁵ Αναφέρεται στην log-likelihood συνάρτηση.

προσαρμογή στα δεδομένα είναι το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστώτων R.S.-C.V. Ακολουθεί το απλό GARCH υπόδειγμα, το GRS-Simple, και τελευταίο κατατάσσεται το GRS-T.V. Διαπιστώνουμε ότι όταν εισάγεται στο υπόδειγμα η υπό συνθήκη διακύμανση ως GARCH καινοτομία (αυτό συμβαίνει στα υποδείγματα 3-7), τότε το καλύτερο υπόδειγμα με βάση τα κριτήρια είναι το απλό GARCH υπόδειγμα. Τα κριτήρια λοιπόν θέτουν μεγάλη ποινή στην προσθήκη περισσότερων παραμέτρων στο υπόδειγμα.

5.5 Εκτός του δείγματος αξιολόγηση (*Out of sample evaluation*)

Τα παραπάνω κριτήρια δεν είναι αρκετά ώστε να μετρηθεί η προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων στην πρόβλεψη της υπό συνθήκης διακύμανσης. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται τα εξής μέτρα ακρίβειας RMSE¹⁶, MAE¹⁷ και R² όπως χρησιμοποιούνται και στους (Fong και See, 2001; Smith, 2002; Klaassen 2002). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Για την διεξαγωγή των μέτρων χρησιμοποιούνται η πραγματική μεταβλητότητα και η προβλεπόμενη. Η πραγματική μεταβλητότητα των επιτοκίων και η προβλεπόμενη εκφράζεται ως εξής:

$$av_t = \varepsilon_t^2 \quad (5.5.1)$$

$$fv_t = E_{t-1}[\varepsilon_t^2] \quad (5.5.2)$$

Όπου ε_t αναφέρεται στα κατάλοιπα που ως γνωστόν εκφράζονται ως εξής:

$$\varepsilon_t = \Delta r_t - E_{t-1}[\Delta r_t] \quad (5.5.3)$$

Όπου R² σχηματίζεται με τον ακόλουθο τύπο:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (av_t - fv_t)^2}{\sum_{t=1}^T av_t^2} \quad (5.5.4)$$

Όπως παρατηρούμε πραγματοποιούνται test σε τέσσερις διαφορετικούς περιόδους. Για να γίνει εκτός του δείγματος αξιολόγηση (*out-of-sample evaluation*), το δείγμα των 1267 παρατηρήσεων αρχικά διασπάται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος

¹⁶ RMSE: Root Mean Squared Error

¹⁷ MAE: Mean Absolute Error

¹⁸ av_t: actual volatility

¹⁹ fv_t: forecast volatility

του δείγματος γίνεται εντός του δείγματος αξιολόγηση (*in-sample evaluation*) της πρόβλεψης της μεταβλητότητας με τα προαναφερθέντα μέτρα για τέσσερις διαφορετικούς περιόδους. Η πρώτη περίοδος αρχίζει από τον Ιανουάριο του 1970 μέχρι τον Δεκέμβριο του 1978 και περιλαμβάνει την πετρελαϊκή κρίση του OPEC . Η δεύτερη περίοδος αρχίζει από τον Ιανουάριο 1970 μέχρι τον Δεκέμβριο του 1981 και περιλαμβάνει την πετρελαϊκή κρίση του OPEC και ένα μέρος της περιόδου του πειράματος της Fed. Η τρίτη περίοδος είναι μεταξύ του Ιανουαρίου του 1970 μέχρι τον Δεκέμβριο του 1982 και περιλαμβάνει την πετρελαϊκή κρίση του OPEC και όλη την περίοδο του πειράματος της Fed. Τέλος η τέταρτη περίοδος αφορά την αρχή του δείγματος όπως στις προηγούμενες περιόδους μέχρι τον Απρίλιο του 1991 και περιλαμβάνει την πετρελαϊκή κρίση του OPEC, το πείραμα της Fed και την κρίση του 1987.

Σύμφωνα με τα μέτρα όπως φαίνεται και στις τέσσερις περιόδους αποδίδει καλύτερα το γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με χρονικά μεταβλητές πιθανότητες μετάβασης δηλαδή το GRS.

Πίνακας 1. Εντός του δείγματος αξιολόγηση

Εντός του δείγματος αξιολόγηση					
	Περίοδος	Μέτρα	C.V	GARCH	GRS
1 ^η	Ιανουάριος 1970- Δεκέμβριος 1978	RMSE	0.1847	0.1857	0.1835
		MAE	0.0805	0.0787	0.0711
		R ²	0.1136	0.1253	0.1439
2 ^η	Ιανουάριος 1970- Δεκέμβριος 1981	RMSE	0.8362	0.8682	0.8127
		MAE	0.2623	0.2554	0.2215
		R ²	0.0486	0.0003	0.1115
3 ^η	Ιανουάριος 1970- Δεκέμβριος 1982	RMSE	1.1233	1.2080	0.5528
		MAE	0.4264	0.4396	0.3737
		R ²	0.0709	-0.0212 ²⁰	0.1279
4 ^η	Ιανουάριος 1970-	RMSE	0.6686	0.6870	0.6378

²⁰ Οι αρνητικές τιμές του R² είναι αποτέλεσμα της μεγαλύτερης τιμής της προβλεπόμενης μεταβλητότητας από την πραγματική μεταβλητότητα. Δηλαδή προβλέπεται ότι τα επιτόκια την περίοδο της πρόβλεψης θα είναι περισσότερο μεταβλητά από τελικά ισχύει στην πραγματικότητα.

Απρίλιος 1991	MAE	0.1924	0.1807	0.1561
	R ²	0.0405	0.0098	0.1351

Τα αποτελέσματα αντίστοιχα για την αξιολόγηση των υποδειγμάτων για την προβλεπτική τους ικανότητα σχετικά με την υπό συνθήκη διακύμανση παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα:

Πίνακας 2. Εκτός του δείγματος αξιολόγηση

Εκτός του δείγματος αξιολόγηση					
Περίοδος	Μέτρα	C.V	GARCH	GRS	
1 ^η Ιανουάριος 1979- Απρίλιος 1994	RMSE	0.7760	0.7895	0.7625	
	MAE	0.1704	0.1990	0.1778	
	R ²	0.0261	0.0352	0.0862	
2 ^η Ιανουάριος 1982- Απρίλιος 1994	RMSE	0.3332	0.3294	0.3172	
	MAE	0.1885	0.0859	0.1244	
	R ²	-0.1511	-0.0529	0.0471	
3 ^η Ιανουάριος 1983- Απρίλιος 1994	RMSE	0.3041	0.1414	0.1363	
	MAE	0.2687	0.0602	0.0583	
	R ²	-4.3375	-0.1311	0.0419	
4 ^η Ιανουάριος 1991- Απρίλιος 1994	RMSE	0.1287	0.0184	0.0178	
	MAE	0.1274	0.0137	0.0140	
	R ²	-36.9382	-0.0053	0.0370	

Όπως ακριβώς συμβαίνει και με την εντός του δείγματος αξιολόγηση πραγματοποιούνται test σε τέσσερις περιόδους οι οποίες όμως αρχίζουν από το τέλος της περιόδους της εκτός του δείγματος αξιολόγησης και τελειώνει τον Απρίλιο του 1994. Η πρώτη περίοδος περιλαμβάνει το πείραμα της Fed και την κρίση του 1987. Την περίοδο αυτή το GRS υπόδειγμα αποδίδει καλά, αλλά το καλύτερο υπόδειγμα από πλευράς προβλεπτικής ικανότητας είναι το C.V.. Η δεύτερη περίοδος περιλαμβάνει ένα μέρος του πειράματος της Fed και την κρίση του 1987. Η περίοδος αυτή είναι λιγότερη μεταβλητή από ότι στην αντίστοιχη περίοδο της εντός του δείγματος αξιολόγησης. Το υπόδειγμα λοιπόν C.V. προβλέπει μεγαλύτερη μεταβλητότητα των επιτοκίων από ότι ισχύει στην πραγματικότητα για αυτό και η

τιμή του R^2 είναι αρνητική. Η τρίτη περίοδος περιλαμβάνει μόνο την κρίση του 1987. Συνεπώς τα υποδείγματα C.V. και GARCH εμφανίζουν αρνητικές τιμές του μέτρου R^2 . Η τέταρτη τέλος περίοδος δεν περιλαμβάνει καμία αιφνίδια διαταραχή δηλαδή είναι μια περίοδος χαμηλής μεταβλητότητας των επιτοκίων. Το GRS υπόδειγμα αποδίδει καλύτερα στις τρεις τελευταίες περιόδους όπου η προβλεπόμενη μεταβλητότητα είναι μεγαλύτερη από την πραγματική. Εν ολίγης η εκτός του δείγματος αξιολόγηση του υποδείγματος GRS είναι συνεπής με την εντός του δείγματος αξιολόγηση όπου υπερέχει το GRS υπόδειγμα.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Η μεταβλητότητα των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών και ειδικότερα των εξεταζόμενων βραχυπρόθεσμων επιτοκίων είναι σημαντική από άποψη διαχείρισης κινδύνου των τραπεζών αλλά και χρηματοοικονομικών αποφάσεων των οικονομούντων ατόμων εφόσον τα επιτόκια επηρεάζουν την τιμή των περισσότερων αξιόγραφων. Συγκεκριμένα η σχέση μεταξύ των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων και των αποδόσεων των μετοχών έχει σχολιαστεί πολλές φορές στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Σύμφωνα με τους Shanken (1990) και Campbell (1987) η απόδοση των ονομαστικών μηνιαίων ομολόγων σχετίζεται θετικά με την διακύμανση της αγοράς (*market variance*) αλλά σχετίζεται αρνητικά με τις μελλοντικές αποδόσεις των μετοχών (*future stock returns*). Επίσης το μηνιαίο επιτόκιο βοηθά στην εκτίμηση της πρόβλεψης της διακύμανσης των υπερβαλλόντων κερδών των μετοχών όπως αναφέρουν οι Breen et al (1989).

Το υπόδειγμα GRS που αναπτύχθηκε συμπεριλαμβάνει το υπόδειγμα GARCH ως διαδικασία της υπό συνθήκης διακύμανσης και την τετραγωνική ρίζα των Cox et al (1985). Ο υπό συνθήκη μέσος και η υπό συνθήκη διακύμανση του υποδείγματος επιτρέπεται να μεταβάλλονται μεταξύ δυο καθεστώτων. Η μεταβολή των καθεστώτων αυτών κυριαρχείται από μια πρώτης τάξης Markov διαδικασία. Ταυτόχρονα οι πιθανότητες μετάβασης από το ένα καθεστώς στο άλλο είναι χρονικά μεταβλητές και εξαρτώνται από το επίπεδο του επιτοκίου. Τα καθεστάτα χαρακτηρίζονται από υψηλή και χαμηλή μεταβλητότητα. Η εμμονή στα καθεστάτα είναι κοντά στην μονάδα, συνεπώς η αναμενόμενη διάρκεια παραμονής σε αυτά να είναι μεγάλη. Βέβαια το καθεστώς υψηλής μεταβλητότητας χαρακτηρίζεται από μικρότερη εμμονή από το χαμηλότερης μεταβλητότητας. Αναλυτικότερα η υπό συνθήκη διακύμανση στο καθεστώς 2 χαμηλής μεταβλητότητας φαίνεται σύμφωνα με την στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών να ακολουθεί μια GARCH διαδικασία με μικρότερες τιμές των παραμέτρων που είναι ενδεικτικές του μεγέθους της εμμονής από ότι έχει παρατηρηθεί σε έρευνες όπως των Cai (1994) και Hamilton and Susmel (1994). Η υπό συνθήκη διακύμανση από την άλλη πλευρά στο καθεστώς 1 υψηλής μεταβλητότητας παίρνει μια διαφορετική μορφή και δείχνει να επηρεάζεται και από το επίπεδο των επιτοκίων. Η επίδραση των αιφνίδιων διαταραχών στην

εξεταζόμενη περίοδο του δείγματος είναι μεγαλύτερη κατά την διάρκεια υψηλής μεταβλητότητας, διαρκεί όμως λιγότερη από την περίοδο χαμηλής. Όταν τα επιτόκια αυξάνονται η πιθανότητα η διαδικασία να μεταβεί στο υψηλής μεταβλητότητας καθεστώς αυξάνεται. Επίσης στο καθεστώς 1 υπάρχει ένδειξη επαναφοράς στο μακροπρόθεσμο μέσο ενώ το δεύτερο είναι μη στάσιμο καθεστώς. Όμως λόγω της στατιστικής σημαντικότητας του όρου που αφορά το επίπεδο των επιτοκίων στο καθεστώς 1 όταν τα επιτόκια αυξάνονται είναι πιθανότερο η διαδικασία να μεταβεί στο καθεστώς υψηλής μεταβλητότητας και να αποτραπεί η τυχαία περιπλάνηση.

Το GRS υπόδειγμα συγκρίνεται με υποδείγματα όπως σταθερής διακύμανσης ενός καθεστώτος και μεταβολής καθεστώτος, GARCH ενός καθεστώτος και μεταβολής καθεστώτος. Η ικανότητα του να λάβει υπόψη του χαρακτηριστικά όπως τη συσπείρωση της μεταβλητότητας σε στοιβάδες αλλά και τη λεπτοκύρτωση υπερτερεί σε σύγκριση με τα υπόλοιπα υποδείγματα.

Μια προτεινόμενη ενσωμάτωση στο υπόδειγμα του Gray (1996) είναι οι ασύμμετρες επιδράσεις μέσω της διαδικασίας EGARCH και GRS-GARCH διαδικασιών. Τα υποδείγματα αυτά όμως στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων δεν είναι αποτελεσματικά ως προς την προσαρμογή τους στα δεδομένα. Συνεπώς περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να γίνει σε μεταγενέστερη περίοδο.

Η προσαρμογή του τελικού υποδείγματος στα δεδομένα δεν είναι ικανοποιητική σε σύγκριση με όλα τα εξεταζόμενα υποδείγματα που αναφέρθηκαν διότι ποινικοποιείται η προσθήκη των παραμέτρων του. Ως προς την αποτελεσματική λοιπόν προσαρμογή στα δεδομένα υπερέχει το υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης μεταβολής καθεστώτων και ακολουθεί το απλό GARCH υπόδειγμα.

Οι έλεγχοι όμως για τον έλεγχο της προσαρμογής του υποδείγματος στα δεδομένα δεν επαρκούν για συμπεράνουμε την προβλεπτική ικανότητα του τελικού GRS μοντέλου. Σύμφωνα λοιπόν με μέτρα ακρίβειας της προβλεπτικότητας η ικανότητα του υποδείγματος ως προς την πρόβλεψη της μεταβλητότητας των επιτοκίων υπερτερεί σε σύγκριση με υποδείγματα ενός καθεστώτος όπως σταθερής διακύμανσης και απλό GARCH υπόδειγμα. Το συμπέρασμα αυτό είναι συνεπές και με μετέπειτα έρευνες που έγιναν όπως των Klaassen (2002) και Marcucci (2002).

Συνοψίζοντας, η κάθε χρηματοοικονομική μεταβλητή που επιλέγεται να εξετασθεί στη δεδομένη περίοδο του δείγματος εμφανίζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά που χρήζουν και διαφορετικής αντιμετώπισης. Το υπόδειγμα λοιπόν

που επιλέγεται πρέπει να προσαρμόζεται κάθε φορά ώστε να επιτυγχάνεται η καλύτερη προβλεπτική ικανότητα και η καλύτερη προσαρμοστικότητα στο επιλεγόμενο δείγμα.

Βιβλιογραφία

Ξενογλώσση Βιβλιογραφία

- Abel Andrew B, Bernanke Ben S. (2008). *Macroeconomics*, Pearson (International Edition).
- Abramson A. and I. Cohen. (2006). State smoothing in markov-switching time-frequency GARCH models. *IEEE Signal Processing Letters*, **13**, 377-380.
- Abramson A. and I. Cohen.. (2007). On the stationarity of markov-switching GARCH processes. *Econometric Theory*, **23**, 485-500.
- Ahrens R. (1999). Improving market-based forecasts of short-term interest rates: Time-varying stationarity and the predictive content of switching regime-expectations, Working paper, University of Frankfurt.
- Ball, C.A., Torous, W.N. (1999). The stochastic volatility of short-term interest rates: some international evidence. *Journal of Finance*, **54**, 2339–2359.
- Bali T., G., Wu L. (2006). A comprehensive analysis of short-term interest-rate dynamics, *Journal of Banking & Finance*, **30**, 1269-1290.
- Beine, M., Laurent, S., and Lecourt, C. (2003). Official Central Bank Interventions and Exchange Rate Volatility: Evidence from a Regime-Switching Analysis. *European Economic Review*, **47**, 891–911.
- Black and Myron Scholes. (1973). The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637-654.
- Bollen, N. P. B., Gray, S. F., and Whaley, R. E. (2000). Regime Switching in Foreign Exchange Rates: Evidence from Currency Option Prices, *Journal of Econometrics*, **94**, 239–276.
- Bollerslev T.(1986).Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- Bollerslev T. (1987). A Conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, **69**, 542-547.
- Bollerslev T., R. Y. Chou, and K. P. Kroner. (1992). ARCH modelling in finance:A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, **52**,5-59.

- Breen W., Glosten R. L. and Jaganathan R. (1989). Economic significance of predictable variations in stock index returns, *The Journal of Finance*, **44**, 1177-1189.
- Brenner Robin J., Richard H. Harjes, and Kenneth F. Kroner. (1996). Another Look at Models of the Short-Term Interest Rate, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **31**, 85-107.
- Brunetti, C., Mariano, R. S., Scotti, C., and Tan, H. H. (2002). Markov Switching GARCH Models of Currency Crises in Southeast Asia., *Working paper*, Singapore Management University.
- Bauwens L., Preminger A., and Rombouts Jeroen V.K. (2006). Regime switching GARCH models, *Core Discussion paper*.
- Campbell J. Y. (1987). Stock returns and the term structure, *Journal of Financial Economics*, **18**, 373-399.
- Cai J. (1994). A markov model of unconditional variance in ARCH. *Journal of Business and Economic Statistics*, **12**, 309-316.
- Caporale G., M., and Spagnolo N. (2004). Modelling East Asian exchange rates: a Markov-switching approach, *Applied Financial Economics*, **14**, 233-242.
- Carlson M. (2007). A Brief History of the 1987 Stock Market Crash with a Discussion of the Federal Reserve Response, *Finance and Economics Discussion series*, Federal Reserve Board, Washington.
- Chan K., Karolyi A., Longstaff F., and Sanders A. (1992). An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate, *The Journal of Finance*, **47**, 1209-1227.
- Chen S.,-W., Lin J.,-L. (2000). Switching ARCH models of stock market volatility in Taiwan, *Economics and Finance*, **4**, 1-21.
- Chua C., L., and Suardi S. (2005). Is there a Unit Root in East-Asian Short-Term Interest Rates?, *Working paper*, The University of Melbourne, Australia.
- Cox, J.C., J.E. Ingersoll, and S.A. Ross. (1985). A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica* , **53**, 385-407.
- Cox, John C. (1975). Notes on option pricing I: constant elasticity of variance diffusions, *Working paper*, Stanford University.
- Cox, John C., and Stephen A. Ross. (1976). The valuation of options for alternative stochastic processes, *Journal of Financial Economics*, **3**, 145-166.
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll, and Stephen A. Ross. (1980). An analysis of variable rate loan contracts, *Journal of Finance*, **35**, 389-403.

- Dahlquist, M. and S.F. Gray. (2000). Regime-switching and interest rates in the European Monetary System, *Journal of International Economics*, **50**, 399-419.
- Dewachter, H. (2001). Can Markov Switching Models Replicate Chartist Profits in the Foreign Exchange Market? *Journal of International Money and Finance*, **20**, 25–41.
- Demitras K., O. (2006). Nonlinear Asymmetric models of the short term interest rate, *Journal of Futures Markets*, **26**, 869-894.
- Diebold F.X. (1986). Modeling the persistence of conditional variances: A comment, *Econometric Reviews*, **5**, 51-56.
- Dickey A., D. and Wayne A. Fuller. (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica*, **49**, 1057-1072.
- Diebold, F.X., J-H Lee and G.C. Weinbach. (1994). Regime switching with time varying transition probabilities in : C. Hargreaves, ed., *Nonstationary time series analysis and cointegration* (Oxford University Press. Oxford) 283-302.
- Dothan, Uri L. (1978). On the term structure of interest rates, *Journal of Financial Economics*, **6**, 59-69.
- Dueker M. J. (1997). Markov switching in GARCH processes and mean-reverting stock market volatility. *Journal of Business and Economic Statistics*, **15**, 26-34.
- Durland, J. Michael, and Thomas H. McCurdy. (1994). Duration-Dependent Transition in a Markov Model of U.S. GNP Growth, *Journal of Business and Economic Statistics*, **12**, 279–289.
- Engel, C. M., 1994, Can the Markov Switching Model Forecast Exchange Rates? *Journal of International Economics*, **36**, 151–165.
- Engel, C. M. and Hamilton, J. D. (1990). Long Swings in the Dollar: Are they in the Data and do Markets know it?, *American Economic Review*, **80**, 689–713.
- Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom , *Econometrica*, **50**, 987-1007.
- Engle R. F. and V. K. Ng. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, **48**, 1749-78.
- Engle R. F. and A. J. Patton. (2001). What good is a volatility model?, *Quantitative Finance*, **1**, 237-245.

- Engle, R.F., Ng, and M Rothschild. (1990). Asset pricing with a factor ARCH covariance structure: Empirical estimates for Treasury bills, *Journal of Econometrics*, **45**, 213-238.
- Fan J., Yao Q. (2003). *Nonlinear Time Series: Nonparametric and parametric methods*, Springer, New York.
- Filardo, Andrew J. (1994). Business-Cycle Phases and their Transitional Dynamics, *Journal of Business and Economic Statistics*, **12**, 299–309.
- Fong W. M. and K. H See.,2001, Modelling the conditional volatility of commodity index futures as a regime switching process. *Journal Of Applied Econometrics*, 16, 133-163.
- Fong W. M. and K. H. See. (2002). A markov switching model of the conditional volatility of crude oil futures prices. *Energy Economics*, **24**, 71-95.
- Fong W. M.. (1997). Volatility persistence and switching ARCH in Japanese stock returns. *Financial Engineering and the Japanese Markets*, **4**, 37-57.
- Forte G., and Manera M., 2002, Forecasting volatility European stock markets with non-linear GARCH models, Working Paper , Bocconi University, Milan, Italy.
- Francq C. and J. M. Zakoian. (2005). The L2-structures of standard and switching-regime GARCH models. *Stochastic Processes And Their Applications*,**115**, 1557-1582.
- Franses P. H. (1995). IGARCH and variance change in the US long-run interest rate, *Applied Economics Letters*, **2**, 113-114.
- Frommel M., Hannover U. (2004). Modeling exchange rate volatility in the run-up to EMU using a Markov Switching GARCH Model, *Discussion paper* No. 306.
- Garcia, R. and P. Perron. (1996). An Analysis of the Real Interest Rate Under Regime Shifts, *The Review of Economics and Statistics*, **78**, 111–125.
- Glosten L. R., R. Jagannathan, and D. Runkle. (1993).On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, **48**, 1779-1801.
- Goodwin, Thomas H., 1993, Business-Cycle Analysis with a Markov-Switching Model, *Journal of Business and Economic Statistics* 11, 331–339.
- Gray, S.F. (1996). Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process, *Journal of Financial Economics*, **42**, 27–62.

- Gu Y. and Zivot E. (2005). A Comparison of Univariate Stochastic Volatility Models for U.S. Short Rates Using EMM Estimation, *Working paper*, University of Washington Seattle.
- Guo H., and Kliesen Kevin L. (2005). Oil Price Volatility and U.S. Macroeconomic, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, **87**, 669-83.
- Haas M., S. Mittnik, and M. S. Paollega. (2004). A new approach in markov-switching GARCH models. *Journal Of Financial Econometrics*, **2**, 493-530.
- Handa J., *Monetary Economics*, Routledge, London and New York.
- Hamilton J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey, US.
- Hamilton J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle. *Econometrica*, **57**, 357-84.
- Hamilton J. D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, **45**, 39-70.
- Hamilton J. D. (1994). and R. Susmel. Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics*, **64**, 307-33.
- Hansen P. R. and A. Lunde. (2005). A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, **20**, 873-889.
- Harris R., Sollis R. (2003). *Applied time series modeling and forecasting*, Wiley & Sons Ltd, England.
- Hong Y., Li H., Zhao F. (2004). Out-of-Sample performance of discrete-time spot interest rate models, *Journal of Business and Economic Statistics*, **22**, 458-473.
- Kalimipalli M., Susmel R. (2004). Regime-switching stochastic volatility and short-term interest rates, *Journal of Empirical Finance*, **11**, 309-329.
- Kees, G.K., F.G.J.A. Nissen, P.C. Schotman, and C.C.P. Wolff. (1994). The dynamics of short-term interest rate volatility reconsidered, *Working paper* (Limburg Institute of Financial Economics, Limburg).
- Kim Chang-Jin and Nelson Charles R. (1999). *State-Space Models with regime switching*, MIT, England.
- Klaassen F. (2002). Improving GARCH volatility forecasts. *Empirical Economics*, **27**, 363-394.

- Kuan C-M. (2002). Lecture on the Markov switching model, *Working paper*, Institute of Economics, Academia Sinica, Taiwan.
- Lamoureux C. G. and W. D. Lastrapes. (1990). Persistence in variance, structural change and the GARCH model. *Journal of Business Economics Statistics*, **8**, 225-234.
- Layton, Allan P., and Daniel R. Smith. (2000). A Further Note on the Three Phases of the US Business Cycle, *Applied Economics forthcoming*, **32**, 1133-1143.
- Lee H.,-T., Yoder K., J. (2007). A bivariate Markov regime switching GARCH approach to estimate varying minimum variance hedge ratios, *Applied Economics* , **39**, 1253-1265.
- Liu M. (2000). Modeling long memory in stock market volatility, *Journal of Econometrics*, **99**, 139-171.
- Ljung G. M. and G. E. P. Box. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, **65**, 297-303.
- Mandelbrot B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, **36**, 394-419.
- Marcucci J. (2001). Regime-Switching GARCH in the analysis and forecasting of stock-market volatility and the effects on option evaluation, *Working Paper*, Pisa and University of California, San Diego.
- Marcucci J. (2005). Forecasting stock market volatility with regime-switching GARCH models. *Working Paper*, University of California, San Diego.
- McDill K., M., Sheehan K., P. (2006). Sources of historical banking panics: A Markov switching approach, *Working paper*, Federal Deposit Insurance Corporation.
- Merton, Robert C. (1973). Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**, 141-183.
- Nelson D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, **59**, 347-370.
- Niizeki M. (1998). A comparison of short-term interest rate models: empirical tests of interest rate volatility, *Journal of Applied Economics*, **8**, 505-512.
- Poterba, J. M., and L. H. Summers. (1986). The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations, *American Economic Review*, **76**, 1142-1151.
- Schwert G., W. (1989). Business cycles, Financial crises, and Stock Volatility, *National Bureau of Economic Research*, **31**, 83-126.

Shanken J. (1990). Intertemporal Asset Pricing, *Journal of Econometrics*, **45**, 99-120.

Sola, M. and J. Driffill. (1994). Testing the Term Structure of Interest Rates Using a Stationary Vector Autoregression with Regime Switching, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **18**, 601–628.

Sun L. (2005). Regime shifts in interest rate volatility, *Journal of empirical finance*, **12**, 418-434.

Tsay R., (2002). *Analysis of Financial Time Series Financial Econometrics*, Wiley & Sons, INC, Canada.

Vasicek, Oldrich, (1977). An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, **5**, 177-188.

Vigfusson, R. (1997). Switching between Chartists and Fundamentalists: A Markov Regime–Switching Approach. *International Journal of Finance and Economics*, **2**, 291–305.

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

Blanchard Oliver (2006), *Μακροοικονομική*, Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη.

Κάτος Αναστάσιος Β. (2004), *Οικονομετρία Θεωρία και Εφαρμογές*, Εκδόσεις Ζυγός, Θεσσαλονίκη.

Μελάς Κ. (2002), *Εισαγωγή στη Τραπεζική και Χρηματοοικονομική Διοικητική*, Εξάντας, Αθήνα.

Χάλκος Γεώργιος Εμμ. (2006), *Οικονομετρία Θεωρία και Πράξη*, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, Αθήνα.

Χάλκος Γεώργιος Εμμ. (2006), *Στατιστική Θεωρία Εφαρμογές & Χρήση Στατιστικών Προγραμμάτων σε Η/Υ*, Τυπωθήτω -Γιώργος Δαρδάνος, Αθήνα.

Παράρτημα

A. Αποτελέσματα από το πρόγραμμα RATS

Τα αποτελέσματα από το πρόγραμμα έχουν εξαχθεί σε συνεργασία με τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Γ. Χάλκο.

Παρακάτω δίνονται οι εντολές για τις εκτιμήσεις των εμπειρικών αποτελεσμάτων με την βοήθεια του προγράμματος RATS.

Με τις παρακάτω εντολές διαβάζω τα δεδομένα μέσω του προγράμματος RATS και εξάγω το σχήμα 1 στο υποκεφάλαιο 4.1 του κεφαλαίου 4.

```
open data weekly.xls
calendar(w) 1970:1:7
data(format=xls,org=columns) 1970:01:07 1994:04:13 rate
diff rate / drate
spgraph(vfields=2,window="Figure 3")
graph(footer="One Month T-Bill Rates")
graph(footer="One Month T-Bill Yields")
spgraph(done)
```

Στη συνέχεια χρησιμοποιώ τις Markov switching λειτουργίες και τις διαδικασίες της markov.src. και υπολογίζω δύο καθεστώτα.

```
source markov.src
```

Οι τιμές των P και Q χειρίζονται μέσω των markov.src. λειτουργιών ως μια μήτρα $N-1 \times N$ (που ονομάζεται P). Επίσης ο όρος $P(i,j)$ αναφέρεται στις πιθανότητες μετάβασης από το καθεστώς j στο καθεστώς i. Η Νιοστή γραμμή υπολογίζεται ως από την μονάδα αφαιρούμε το άθροισμα των υπολοίπων στοιχείων της στήλης.

```
dec rect p(nstates-1,nstates)
```

Ο παρακάτω όρος pstar είναι ένα διάνυσμα που χρησιμοποιείται ώστε να παρακολουθεί τις εκτιμημένες πιθανότητες πριν παρατηρηθούν τα δεδομένα .

```
dec vect pstar(nstates)
```

Για να υπολογίσουμε τις ομαλοποιημένες πιθανότητες smoothed probabilities χρησιμοποιούμε τις παρακάτω εντολές.

```
dec series[vect] pt_t pt_t1 psmooth
gset psmooth 1 1994:04:13 = %zeros(nstates,1)
```

Για να εξάγουμε τα περιγραφικά στατιστικά καθώς και την συσχέτιση μεταξύ της διαφοράς των επιτοκίων με το επιτόκιο με μια υστέρηση που αφορούν τον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 4.1 του κεφαλαίου 4.

stats drate

Περιγραφικά στατιστικά της διαφοράς του επιτοκίου.

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Observations	1266		
Sample Mean	-0.003412	Variance	0.122202
Standard Error	0.349574	of Sample Mean	0.009825
t-Statistic (Mean=0)	-0.347319	Signif Level	0.728410
Skewness	-1.513380	Signif Level (Sk=0)	0.000000
Kurtosis (excess)	25.487014	Signif Level (Ku=0)	0.000000
Jarque-Bera	34749.017925	Signif Level (JB=0)	0.000000

Μήτρα Συσχέτισης.

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

	DRATE	RATE{1}
DRATE	1.000000000000	-0.05775207512
RATE{1}	-0.05775207512	1.000000000000

Ακολούθως εξάγω τα αποτελέσματα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.1.1 του κεφαλαίου 5.

linreg(robust) drate

Υπόδειγμα σταθερής διακύμανσης ή γραμμικό.

Linear Regression - Estimation by Least Squares
With Heteroscedasticity-Consistent (Eicker-White) Standard Errors

Dependent Variable DRATE

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations	1266	Degrees of Freedom	1264
Centered R**2	0.003335	R Bar **2	0.002547
Uncentered R**2	0.003430	T x R**2	4.343
Mean of Dependent Variable	-0.003412322		
Std Error of Dependent Variable	0.349573720		
Standard Error of Estimate	0.349128289		
Sum of Squared Residuals	154.06967022		
Log Likelihood	-463.14354		
Durbin-Watson Statistic	2.023872		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	0.047512539	0.039634502	1.19877	0.23061849
2. RATE{1}	-0.007204770	0.006602922	-1.09115	0.27520743

Για να δημιουργήσω τις αρχικές συνθήκες τις οποίες θα χρησιμοποιήσω αργότερα χρησιμοποιώ τις εξής εντολές.

```
compute olsvar=%seesq  
compute olsbeta=%beta
```

Προχωρώ υπολογίζοντας το υπόδειγμα regime switching υποθέτοντας σταθερή διακύμανση.

```
nonlin a01 a02 a11 a12 b01 b02 p
```

Η υπόθεση αρχικών συνθηκών για τα MS υποδείγματα είναι δύσκολη γιατί τα υποδείγματα αυτά δεν είναι διεθνώς αναγνωρισμένα. Έτσι, χρησιμοποιούνται οι τιμές από τα αποτελέσματα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης για το καθεστώς 1 και μηδενικές τιμές για τους συντελεστές του μέσου για το δεύτερο καθεστώς.

```
compute a01=olsbeta(1),a11=olsbeta(2),b01=sqrt(olsvar)
```

Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται αρχικές υποθέσεις για την μήτρα p ώστε τα δύο καθεστά να γίνουν σχεδόν επίμονα.. Η παραμονή λοιπόν στο καθεστώς 2 υπολογίζεται ως $1-0.1=0.9$.

```
compute p=|.8,.1|
```

Η συνάρτηση Simple Regime F αποδίδει τα δύο ανύσματα των συναρτήσεων των πυκνοτήτων σε δύο καθεστά.

```
function SimpleRegimeF t  
type vector SimpleRegimeF
```

```
compute SimpleRegimeF=|%density((drate(t)-a01-a11*rate(t-1))/b01)/b01,$  
%density((drate(t)-a02-a12*rate(t-1))/b02)/b02|
```

Παρακάτω υπολογίζεται η τυπική συνάρτηση log -likelihood FRML για το υπόδειγμα Markov switching. Ο όρος pt_t1 χρησιμοποιείται σε περίπτωση που είναι επιθυμητός ο υπολογισμός των ομαλοποιημένων πιθανοτήτων smoothed probabilities.

```
frml logl = f=SimpleRegimeF(t),$
```

```
maximize(start=(pstar=%mcergodic(p)),method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,pit  
ers=5) logl 2 1994:4:13
```

Εξάγονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 2 του υποκεφαλαίου 5.1.1 του κεφ. 5.

Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 22 Iterations. Final criterion was 0.0000013 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13
 Usable Observations 1266
 Function Value 111.87123494

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	0.168598390	0.135075408	1.24818	0.21196523
2. A02	-0.005618766	0.015968522	-0.35187	0.72493941
3. A11	-0.019004612	0.012623057	-1.50555	0.13218339
4. A12	0.001444535	0.002545467	0.56749	0.57037916
5. B01	0.671482333	0.031142230	21.56179	0.00000000
6. B02	0.149478675	0.004330277	34.51942	0.00000000
7. P(1,1)	0.967476627	0.013219899	73.18336	0.00000000
8. P(1,2)	0.009389706	0.003828820	2.45238	0.01419164

Από τα παραπάνω δεν είναι ξεκάθαρο ποια κατάλοιπα χρησιμοποιούνται για τους διαγνωστικούς ελέγχους του υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων . Τα τυποποιημένα κατάλοιπα σταθμίζονται με τις εκ των προτέρων πιθανότητες ex ante probabilities έτσι ώστε να εξαχθούν τα αποτελέσματα του LBQ ελέγχου που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2 του υποκεφαλαίου 5.1.1.

```
set ustd = %dot(pt_t1,|(drate-a01-a11*rate{1})/b01,(drate-a02-a12*rate{1})/b02|)
graph
set usqr = ustd**2
```

Αποτελέσματα LBQ ελέγχου.

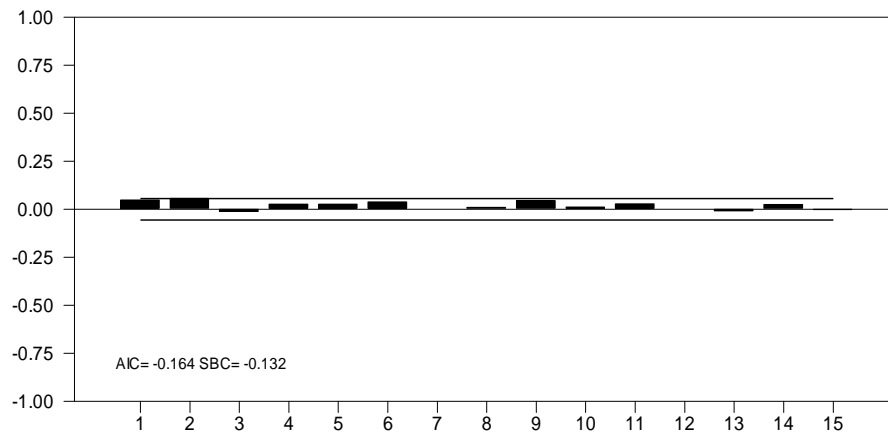
Lag	Corr	Partial	LB Q	Q Signif
1	0.049	0.049	2.997587	0.0834
2	0.057	0.054	7.075631	0.0291
3	-0.017	-0.022	7.429543	0.0594
4	0.027	0.026	8.333399	0.0801
5	0.026	0.026	9.218155	0.1007
6	0.039	0.034	11.206413	0.0822
7	0.003	-0.002	11.217007	0.1294
8	0.011	0.007	11.371271	0.1815
9	0.046	0.046	14.066495	0.1200
10	0.013	0.005	14.269178	0.1611
11	0.028	0.021	15.305929	0.1689
12	-0.000	-0.003	15.305945	0.2251
13	-0.013	-0.018	15.513318	0.2764
14	0.025	0.025	16.301789	0.2953
15	-0.007	-0.013	16.364656	0.3582

Υπολογίζουμε τις ομαλοποιημένες και τις εκ των προτέρων πιθανότητες smoothed probabilities and the ex ante probabilities.

```
@%mssmooth p pt_t pt_t1 psmooth
```

```
set smooth %regstart() %regend() = psmooth(t)(1)
```

Residual Analysis



Υπολογίζουμε στη συνέχεια τη υπό συνθήκη τυπική απόκλιση conditional standard deviation και το σχήμα 1 του υποκεφαλαίου 5.1.2.

```
set condstddev = sqrt(exante*b01**2+(1-exante)*b02**2)
spgraph(vfields=2,window="Figure 4")
# exante
# condstddev
spgraph(done)
```

Τα αποτελέσματα του απλού υποδείγματος GARCH ενός καθεστώτος (Single regime GARCH model) εξάγονται ως εξής:

```
garch(p=1,q=1,reg,resids=u,hseries=h) / drate
compute onestate=%beta
```

Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.2.1.

Υπόδειγμα GARCH

GARCH Model - Estimation by BFGS

Convergence in 23 Iterations. Final criterion was 0.0000000 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Log Likelihood 129.74721213

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	0.005883198	0.011885621	0.49498	0.62061108
2. RATE{1}	-0.001301526	0.002168880	-0.60009	0.54844554
3. C	0.000421932	0.000205600	2.05219	0.04015088
4. A	0.209759229	0.033502464	6.26101	0.00000000

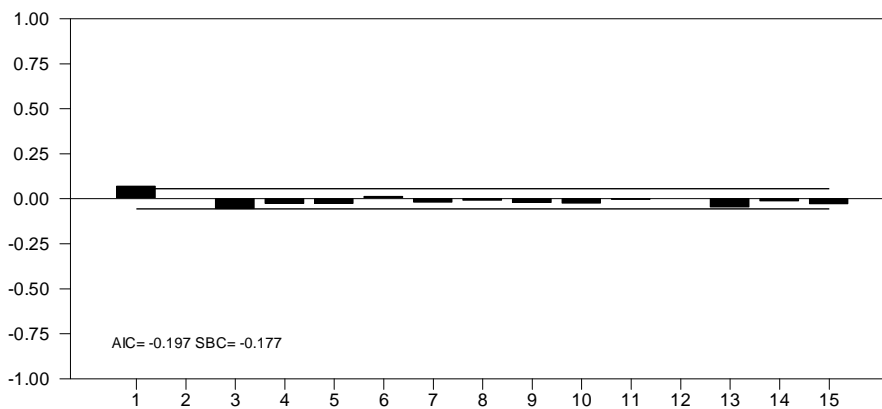
5. B 0.820387369 0.024945123 32.88769 0.00000000

Εξάγουμε στη συνέχεια τα αποτελέσματα του ελέγχου LBQ που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2 του υποκεφαλαίου 5.2.1.

set usqr = u**2/h

Lag	Corr	Partial	LB Q	Q Signif
1	0.070	0.070	6.303434	0.0121
2	0.002	-0.003	6.308668	0.0427
3	-0.060	-0.061	10.938285	0.0121
4	-0.031	-0.022	12.135390	0.0164
5	-0.030	-0.027	13.299159	0.0207
6	0.014	0.015	13.549901	0.0351
7	-0.024	-0.029	14.269390	0.0466
8	-0.013	-0.014	14.490209	0.0698
9	-0.025	-0.023	15.284913	0.0834
10	-0.029	-0.029	16.350783	0.0900
11	-0.008	-0.006	16.423560	0.1261
12	0.002	-0.002	16.428367	0.1724
13	-0.051	-0.056	19.762887	0.1013
14	-0.017	-0.014	20.112057	0.1266
15	-0.032	-0.033	21.436750	0.1234

Residual Analysis



Εξάγουμε τα αποτελέσματα του υποδείγματος μεταβολής καθεστώτων GARCH (Regime-switching GARCH)

```
nonlin a01 a02 a11 a12 b01 b11 b21 b02 b12 b22 p
compute a02=%beta(1),a12=%beta(2),b02=%beta(3),b12=%beta(4),b22=%beta(5)
compute p=|.95|.05|
```

Στη συνέχεια θέτουμε συνθήκες:

```
set uu = olsvar
set h = olsvar
```

Η συνάρτηση RegimeGARCHF μετατρέπει το άνωσμα των πυκνοτήτων σε δύο καθεστώτα.

```
function RegimeGARCHF t
type vector RegimeGARCHF
type integer t
local real hh1 hh2 mu1 mu2 mu
```

Υπολογίζουμε τις εξαρτημένες από το κάθε καθεστώς διακυμάνσεις.

```
compute hh1=b01+b11*uu(t-1)+b21*h(t-1)
```

Υπολογίζουμε τους εξαρτημένους από κάθε καθεστώς μέσους.

```
compute mu1=a01+a11*rate(t-1)
compute mu2=a02+a12*rate(t-1)
```

Υπολογίζουμε το άνωσμα των πυκνοτήτων στα δύο καθεστώτα.

```
compute RegimeGARCHF=||%density((drate(t)-mu1)/sqrt(hh1))/sqrt(hh1),$
```

Υπολογίζουμε τις τιμές των τετράγωνων των καταλοίπων uu και της διακύμανσης h που θα χρησιμοποιηθεί στην ακόλουθη περίοδο.

```
compute mu=mu1*pstar(1)+mu2*pstar(2)
compute h(t)=pstar(1)*(mu1**2+hh1)+pstar(2)*(mu2**2+hh2)-mu**2
```

```
frml logl = f=RegimeGARCHF(t),$
```

Με το παρακάτω συνδυασμό εντολών μεγιστοποιείται η μήτρα p σε ένα υψηλό επίπεδο εμμονής και γίνεται προσπάθεια να εξαχθούν εκτιμήσεις που διαχωρίζουν τα δύο καθεστώτα.

```
nonlin a01 a02 a11 a12 b01 b11 b21 b02 b12 b22
maximize(start=(pstar=%mcergodic(p)),method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,pit
ers=50) logl 2 *
```

Οι παρακάτω αρχικές υποθέσεις οι οποίες είναι το αποτέλεσμα της προσπάθειας να εξαχθούν οι ίδιες τιμές με το άρθρο βρίσκουν ένα τοπικό μέγιστο με υψηλότερη πιθανοφάνεια και εντελώς διαφορετική συμπεριφορά.

```
compute a01=.1407,a02=-.0011,a11=-.0141,a12=.0006
compute p=|.9739,1-.9896|
maximize(start=(pstar=%mcergodic(p)),method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,pit
ers=50,trace) logl *
```

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.2.2.

Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με την προσθήκη της GARCH καινοτομίας

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 27 Iterations. Final criterion was 0.0000017 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 136.38131579

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	0.115071971	0.100686417	1.14287	0.25309057
2. A02	-0.004959626	0.013877953	-0.35737	0.72081151
3. A11	-0.012713676	0.010310959	-1.23303	0.21756620
4. A12	0.001363571	0.002272052	0.60015	0.54840674
5. B01	0.157855364	0.060543195	2.60732	0.00912546
6. B11	0.416383833	0.131215311	3.17329	0.00150723
7. B21	0.310101926	0.172561640	1.79705	0.07232765
8. B02	0.009489303	0.001514609	6.26518	0.00000000
9. B12	0.167219534	0.052372750	3.19287	0.00140865
10. B22	0.190051531	0.047179930	4.02823	0.00005620

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 28 Iterations. Final criterion was 0.0000093 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 151.17163014

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	0.148265790	0.104854765	1.41401	0.15735868
2. A02	-0.001122821	0.007767130	-0.14456	0.88505781
3. A11	-0.014812109	0.010207070	-1.45116	0.14673483
4. A12	0.000608371	0.001269368	0.47927	0.63174581
5. B01	0.187718016	0.043782537	4.28751	0.00001807
6. B11	0.455520663	0.136699588	3.33228	0.00086139
7. B21	0.196005586	0.111815277	1.75294	0.07961213
8. B02	0.010505522	0.001709787	6.14435	0.00000000
9. B12	0.164987405	0.050666685	3.25633	0.00112863
10. B22	0.260117818	0.068546341	3.79477	0.00014778
11. P(1,1)	0.972779488	0.012923631	75.27137	0.00000000
12. P(1,2)	0.010648168	0.004446791	2.39457	0.01663972

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 53 Iterations. Final criterion was 0.0000074 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266
 Function Value 165.15237118

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. A01	0.012148118	0.014269535	0.85133	0.39458472
2. A02	-0.026300107	0.015912086	-1.65284	0.09836376
3. A11	-0.005407095	0.002644063	-2.04500	0.04085534
4. A12	0.006647273	0.002610557	2.54630	0.01088703
5. B01	0.000217077	0.000518191	0.41891	0.67528017
6. B11	0.470790596	0.057648524	8.16657	0.00000000
7. B21	0.192685567	0.052979191	3.63700	0.00027583
8. B02	0.000828695	0.000650578	1.27378	0.20274019
9. B12	-0.015852254	0.006123901	-2.58859	0.00963704
10. B22	1.329396269	0.110315198	12.05089	0.00000000
11. P(1,1)	0.475034116	0.095194330	4.99015	0.00000060
12. P(1,2)	0.299597000	0.118080487	2.53723	0.01117345

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι εντολές του ενός καθεστώτος GRS υποδείγματος

```
nonlin a01 a11 b11 b21 sig1
u=eps,uu=u**2,h=b11*uu{1}+b21*h{1}+sig1**2*rate{1},%logdensity(h,u)
compute a01=olsbeta(1),a11=olsbeta(2)
```

Υπολογίζουμε τις υποθετικές τιμές για sig1, b11 and b21 χρησιμοποιώντας την τιμή sig1 η οποία θα έδινε την διακύμανση OLS στο μέσο του επιτοκίου.

```
stats(noprint) rate
set uu = olsvar
set h = olsvar
maximize(method=bfgs, iters=100, pmethod=simplex, pitters=10) logl 2 *
```

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.3.1.

Γενικευμένο Υπόδειγμα ενός καθεστώτος.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
 Convergence in 19 Iterations. Final criterion was 0.0000003 <= 0.0000100
 Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13
 Usable Observations 1266
 Function Value 136.14600758

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. A01	0.004626699	0.011544508	0.40077	0.68858909
2. A11	-0.000820065	0.002108331	-0.38896	0.69730273
3. B11	0.226660692	0.034901445	6.49431	0.00000000
4. B21	0.789347013	0.028062721	28.12796	0.00000000

5. SIG1 0.013267728 0.002108369 6.29289 0.00000000

Εξάγουμε τα αποτελέσματα για το σταθερής πιθανότητας GRS υπόδειγμα (Constant probability GRS model).

```
nonlin a01 a02 a11 a12 b11 b21 sig1 b12 b22 sig2 p
```

Η συνάρτηση RegimeGRSF μετατρέπει το διάνυσμα των πυκνοτήτων σε δύο καθεστώτα.

```
function RegimeGRSF t
type integer t
local real hh1 hh2 mu1 mu2 mu
```

Υπολογίζουμε τις εξαρτημένες από το καθεστώς διακυμάνσεις.

```
compute hh1=sig1**2*rate(t-1)+b11*uu(t-1)+b21*h(t-1)
compute hh2=sig2**2*rate(t-1)+b12*uu(t-1)+b22*h(t-1)
```

Υπολογίζουμε τους εξαρτημένους από το καθεστώς μέσους.

```
compute mu1=a01+a11*rate(t-1)
compute mu2=a02+a12*rate(t-1)
```

Υπολογίζουμε το διάνυσμα των πυκνοτήτων των δύο καθεστώτων.

```
compute RegimeGRSF=||%density((drate(t)-mu1)/sqrt(hh1))/sqrt(hh1),$
```

Υπολογίζουμε τις τιμές των τετραγωνικών καταλοίπων uu και την τιμή της διακύμανσης για να χρησιμοποιηθούν την επόμενη περίοδο.

```
compute mu=mu1*pstar(1)+mu2*pstar(2)
compute h(t)=pstar(1)*(mu1**2+hh1)+pstar(2)*(mu2**2+hh2)-mu**2
end
```

```
frml logl = f=RegimeGRSF(t),$
pt_t1=%mcstate(p,pstar),pt_t=pstar=%msupdate(f,pt_t1,fpt),log(fpt)
```

Με τις παρακάτω εντολές εξάγονται εκτιμήσεις με υψηλότερη πιθανοφάνεια από αυτή που εμφανίζεται από το άρθρο. Υπάρχει ξανά διαφορετική συμπεριφορά με ένα από τα καθεστώτα να δείχνει εκρηκτική διακύμανση της GARCH διαδικασίας αλλά με σχετικά χαμηλότερη εμμονή. Τρέχουμε λοιπόν ποικίλα τοπικά μέγιστα υποθέτοντας διαφορετικές αρχικές τιμές.

```
compute a01=-0.053016809,a02=0.010500163,a11=0.013715255,a12=-0.002995684
compute p=||0.092535011,0.314810580||
maximize(start=(pstar=%mcergodic(p)),method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,pit
ers=50) logl 2 *
```

Γενικευμένο Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με σταθερές πιθανότητες .

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 1 Iterations. Final criterion was 0.0000038 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 179.21105754

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	-0.05302229	0.01522162	-3.48335	0.00049518
2. A02	0.01053678	0.00450861	2.33703	0.01943747
3. A11	0.01371762	0.00222073	6.17708	0.00000000
4. A12	-0.00300358	0.00073566	-4.08283	0.00004449
5. B11	0.23597570	0.02724967	8.65976	0.00000000
6. B21	2.14236200	0.05403877	39.64490	0.00000000
7. SIG1	0.00000033	26.13600937	1.28026e-08	0.99999999
8. B12	0.16004976	0.01993203	8.02978	0.00000000
9. B22	0.40914636	0.01110919	36.82954	0.00000000
10. SIG2	0.01780784	0.00137666	12.93556	0.00000000
11. P(1,1)	0.09255076	0.02453614	3.77202	0.00016193
12. P(1,2)	0.31485296	0.01122220	28.05626	0.00000000

Εξάγουμε τα αποτελέσματα για το GRS υπόδειγμα στο οποίο οι πιθανότητες μεταβάλλονται με τον χρόνο (Time varying probability GRS model).

```
stats(noprint) rate
compute avgrate=%mean
```

Η συνάρτηση RegimeGRSF χρησιμοποιείται και εδώ. Η διαφορά είναι ότι η P μήτρα υπολογίζεται για κάθε σημείο των δεδομένων.

```
nonlin a01 a02 a11 a12 b11 b21 sig1 b12 b22 sig2 c1 d1 c2 d2
frml logl = p=||%cdf(c1+d1*rate{1}),%cdf(-c2-d2*rate{1})||,f=RegimeGRSF(t),$
pt_t1=%mcstate(p,pstar),pt_t=pstar=%msupdate(f,pt_t1,fpt),log(fpt)
```

Θέτουμε τον όρο pstar στο εργοδικό²¹ καθεστώς που υπολογίζεται στο μέσο για την μεταβλητή του επιτοκίου.

Ως αρχικές υποθετικές τιμές παίρνουμε τις προηγούμενες εκτιμήσεις και εξάγουμε τις πιθανότητες μετάβασης ως σταθερές στο 0.95. Βασιζόμενοι σε αυτές τις εκτιμήσεις βρίσκουμε ξανά υψηλότερη τιμή πιθανοφάνειας.

```
maximize(start=(pstar=%mcergodic(||%cdf(c1+d1*avgrate),%cdf(-c2-
d2*avgrate)||)), $method=bfgs, iters=100, pmethod=simplex, pitters=50) logl 2 *
```

²¹ Το χρονικό μονοπάτι της στοχαστικής διαδικασίας δεν είναι ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες.

Γενικευμένο Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με πιθανότητες που μεταβάλλονται με τον χρόνο.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 1 Iterations. Final criterion was 0.0000000 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 186.88830941

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	-0.0260359	0.0158280	-1.64493	0.09998410
2. A02	0.0055002	0.0046141	1.19203	0.23324883
3. A11	0.0074356	0.0024646	3.01697	0.00255318
4. A12	-0.0016391	0.0007869	-2.08297	0.03725412
5. B11	0.2324616	0.0295688	7.86171	0.00000000
6. B21	2.1717697	0.0573597	37.86231	0.00000000
7. SIG1	-0.0000001	396.7792398	-3.03959e-10	1.00000000
8. B12	0.1697975	0.0209737	8.09575	0.00000000
9. B22	0.3701905	0.0121056	30.58020	0.00000000
10. SIG2	0.0224392	0.0013062	17.17908	0.00000000
11. C1	-1.7125019	0.1641316	-10.43371	0.00000000
12. D1	0.0372413	0.0156522	2.37929	0.01734587
13. C2	0.8464876	0.0352313	24.02655	0.00000000
14. D2	-0.0505761	0.0039346	-12.85402	0.00000000

Σε περίπτωση που θέσουμε διαφορετικές αρχικές τιμές τα αποτελέσματα για το γενικευμένο υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων σταθερών πιθανοτήτων είναι διαφορετικά

compute a01=-0.0550,a02=0.0014,a11=-0.0060,a12=0.0002

compute b11=0.3038,b21=0.0936,sig1=0.1550

compute b12=0.1528,b22=0.2383,sig2=0.0420

compute p=||0.9698,0.0119||

maximize(start=(pstar=%mcergodic(p)),method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,piters=50) logl 2 *

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.3.2.

Γενικευμένο Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με σταθερές πιθανότητες

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 3 Iterations. Final criterion was 0.0000098 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 176.55201819

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
----------	-------	-----------	--------	--------

```

*****
*****
1. A01          0.057331577  0.026528289   2.16115  0.03068385
2. A02          0.001279383  0.004459006   0.28692  0.77417270
3. A11         -0.006199175  0.002987524  -2.07502  0.03798462
4. A12          0.000220435  0.000708730   0.31103  0.75577886
5. B11          0.301766091  0.055889638   5.39932  0.00000007
6. B21          0.095783242  0.053727465   1.78276  0.07462518
7. SIG1         0.154588466  0.006320390  24.45869  0.00000000
8. B12          0.153218247  0.036593526   4.18703  0.00002826
9. B22          0.224484574  0.031959184   7.02410  0.00000000
10. SIG2        0.043177160  0.001359560  31.75819  0.00000000
11. P(1,1)      0.967572352  0.010460164  92.50069  0.00000000
12. P(1,2)      0.012094034  0.003816023   3.16928  0.00152819

```

Πληκτρολογώντας τις ίδιες εντολές για να εξάγουμε το γενικευμένο υπόδειγμα με χρονικά μεταβαλλόμενες πιθανότητες.

```

stats(noprint) rate
compute avgrate=%mean

```

```

nonlin a01 a02 a11 a12 b11 b21 sig1 b12 b22 sig2 c1 d1 c2 d2
frml logl = p=||%cdf(c1+d1*rate{ 1 }),%cdf(-c2-d2*rate{ 1 })||,f=RegimeGRSF(t),$
pt_t1=%mcstate(p,pstar),pt_t=pstar=%msupdate(f,pt_t1,fpt),log(fpt)

```

```

compute c1=c2=%invnormal(.95),d1=d2=0.0
d2*avgrate)||),$method=bfgs,itors=100,pmethod=simplex,piters=50) logl 2 *

```

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 του υποκεφαλαίου 5.3.3.

Γενικευμένο Υπόδειγμα μεταβολής καθεστώτων με σταθερές πιθανότητες

MAXIMIZE - Estimation by BFGS

Convergence in 41 Iterations. Final criterion was 0.0000000 <= 0.0000100

Weekly Data From 1970:01:14 To 1994:04:13

Usable Observations 1266

Function Value 183.57096341

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. A01	0.049387822	0.121323564	0.40708	0.68395271
2. A02	-0.002277130	0.011903089	-0.19131	0.84828603
3. A11	-0.008539341	0.013105654	-0.65158	0.51467417
4. A12	0.001203215	0.002043095	0.58892	0.55591660
5. B11	0.218238245	0.096970055	2.25057	0.02441256
6. B21	0.027126433	0.152965701	0.17734	0.85924392
7. SIG1	0.189636726	0.029861133	6.35062	0.00000000
8. B12	0.178285782	0.046906732	3.80086	0.00014420
9. B22	0.333644144	0.110620298	3.01612	0.00256032

10. SIG2	0.037141506	0.005428550	6.84188	0.00000000
11. C1	-0.322236955	1.128351003	-0.28558	0.77519814
12. D1	0.165717323	0.121604620	1.36276	0.17295969
13. C2	2.582451748	0.629298309	4.10370	0.00004066
14. D2	-0.094469282	0.073632295	-1.28299	0.19949661

B. Αποτελέσματα από το πρόγραμμα EVIEWS

Ελεγχος στασιμότητας της χρονοσειράς των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων με την βοήθεια του προγράμματος EVIEWS.

Null Hypothesis: RATE has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=22)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.056679	0.2627
Test critical values: 1% level	-3.435303	
5% level	-2.863615	
10% level	-2.567924	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(RATE)

Method: Least Squares

Date: 12/13/09 Time: 13:01

Sample (adjusted): 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-			
RATE(-1)	0.007205	0.003503	-2.056679	0.0399
C	0.047513	0.026634	1.783901	0.0747
	-			
R-squared	0.003335	Mean dependent var		0.003412
Adjusted R-squared	0.002547	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.349128	Akaike info criterion		0.734824
Sum squared resid	154.0697	Schwarz criterion		0.742950
	-			
Log likelihood	463.1435	Hannan-Quinn criter.		0.737877
F-statistic	4.229930	Durbin-Watson stat		2.023872
Prob(F-statistic)	0.039922			

Εφόσον τα επιτόκια είναι μη στάσιμα στα επίπεδα ελέγχουμε αν είναι στάσιμα σε πρώτες διαφορές.

Null Hypothesis: D(RATE) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=22)

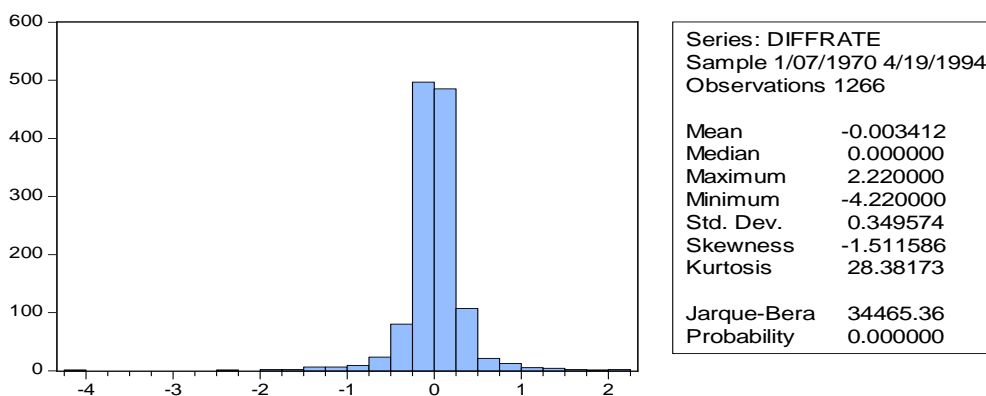
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-36.10685	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.435307	
5% level	-2.863617	
10% level	-2.567925	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(RATE,2)
 Method: Least Squares
 Date: 12/13/09 Time: 13:02
 Sample (adjusted): 1/21/1970 4/13/1994
 Included observations: 1265 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(RATE(-1))	1.015871	0.028135	-36.10685	0.0000
C	0.003445	0.009836	-0.350220	0.7262
R-squared	0.507929	Mean dependent var	-3.16E-05	
Adjusted R-squared	0.507540	S.D. dependent var	0.498472	
S.E. of regression	0.349806	Akaike info criterion	0.738701	
Sum squared resid	154.5456	Schwarz criterion	0.746832	
Log likelihood	465.2284	Hannan-Quinn criter.	0.741756	
F-statistic	1303.705	Durbin-Watson stat	1.998914	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Στη συνέχεια ακολουθεί ο έλεγχος της κανονικής κατανομής των καταλοίπων.



Ακολουθεί έλεγχος σειριακής αυτοσυσχέτισης στις διαφορές του επιτοκίου. Ο έλεγχος αυτός παρουσιάζεται στον Πίνακα 2 του υποκεφαλαίου 4.1.

Date: 12/13/09 Time: 13:34
 Sample: 1/07/1970 4/19/1994
 Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.016	-0.016	0.3196	0.572
		2	0.034	0.034	1.7663	0.413
	*	3	0.074	0.075	8.6590	0.034
		4	0.027	0.028	9.5773	0.048
		5	0.042	0.038	11.785	0.038
		6	-0.008	-0.014	11.860	0.065
	*	7	-0.061	-0.069	16.671	0.020
		8	-0.052	-0.061	20.059	0.010
		9	-0.024	-0.024	20.813	0.014
		10	-0.001	0.011	20.813	0.022
		11	-0.052	-0.037	24.247	0.012
		12	0.043	0.054	26.609	0.009
		13	-0.014	-0.004	26.852	0.013
		14	-0.021	-0.022	27.430	0.017
		15	-0.032	-0.047	28.780	0.017
		16	0.019	0.014	29.221	0.022
		17	-0.056	-0.057	33.185	0.011
		18	-0.012	-0.013	33.385	0.015
		19	-0.030	-0.024	34.550	0.016
		20	-0.003	0.010	34.560	0.023
		21	0.012	0.017	34.761	0.030
		22	0.057	0.060	39.001	0.014
		23	0.031	0.037	40.262	0.014
		24	0.002	-0.011	40.265	0.020
		25	0.032	0.011	41.622	0.020

Έλεγχος για σειριακή αυτοσυσχέτιση στις πρώτες διαφορές των επιτοκίων. Ο έλεγχος παρουσιάζεται στον Πίνακα 3 του υποκεφαλαίου 4.1.

Date: 12/13/09 Time: 13:35
 Sample: 1/07/1970 4/19/1994
 Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*	*	1	0.204	0.204	52.970	0.000
*	*	2	0.122	0.084	71.807	0.000
		3	0.057	0.018	75.985	0.000
		4	0.068	0.046	81.874	0.000
*		5	0.092	0.068	92.645	0.000
		6	0.065	0.026	97.951	0.000
		7	0.072	0.041	104.62	0.000
		8	0.054	0.021	108.32	0.000
*		9	0.087	0.059	117.96	0.000
		10	0.046	0.004	120.69	0.000
		11	0.065	0.035	126.12	0.000
		12	0.063	0.030	131.22	0.000
		13	0.016	-0.024	131.54	0.000
**	**	14	0.247	0.240	210.04	0.000
*		15	0.079	-0.021	218.08	0.000
		16	0.051	-0.017	221.36	0.000
*		17	0.086	0.067	230.88	0.000
		18	0.036	-0.021	232.60	0.000
*		19	0.076	0.030	240.00	0.000
		20	0.031	-0.013	241.27	0.000
*		21	0.105	0.072	255.36	0.000
		22	0.050	-0.002	258.54	0.000
*		23	0.084	0.028	267.74	0.000
		24	0.041	0.002	269.88	0.000
*		25	0.076	0.036	277.34	0.000

Έλεγχος για επιδράσεις ARCH που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4 του υποκεφαλαίου 4.1.

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	15.11255	Prob. F(5,1254)	0.0000
Obs*R-squared	71.60932	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

Test Equation:
 Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares
 Date: 11/15/09 Time: 20:13
 Sample (adjusted): 8 1267
 Included observations: 1260 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.076928	0.018389	4.183328	0.0000
RESID^2(-1)	0.181756	0.028168	6.452561	0.0000
RESID^2(-2)	0.079929	0.028616	2.793105	0.0053
RESID^2(-3)	0.004249	0.028705	0.148022	0.8823
RESID^2(-4)	0.033308	0.028617	1.163933	0.2447
RESID^2(-5)	0.070796	0.028168	2.513325	0.0121
R-squared	0.056833	Mean dependent var		0.122266
Adjusted R-squared	0.053072	S.D. dependent var		0.633581
S.E. of regression	0.616539	Akaike info criterion		1.875359
Sum squared resid	476.6704	Schwarz criterion		1.899830
	-			
Log likelihood	1175.476	Hannan-Quinn criter.		1.884555
F-statistic	15.11255	Durbin-Watson stat		2.003690
Prob(F-statistic)	0.000000			

Εκτίμηση με απλό GARCH υπόδειγμα

Dependent Variable: DINTERWEEK
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Normal distribution
 Date: 12/07/09 Time: 23:30
 Sample (adjusted): 2 1267
 Included observations: 1266 after adjustments
 Convergence achieved after 27 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.005941	0.010850	0.547557	0.5840
INTERWEEK(-1)	-0.001321	0.001963	-0.673287	0.5008
Variance Equation				
C	0.000426	0.000188	2.269050	0.0233
RESID(-1)^2	0.213141	0.042311	5.037506	0.0000
GARCH(-1)	0.818684	0.026121	31.34211	0.0000
R-squared	0.001111	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.002057	S.D. dependent var		0.349574

S.E. of regression	0.349933	Akaike info criterion	-0.197082
Sum squared resid	154.4135	Schwarz criterion	-0.176767
Log likelihood	129.7527	Hannan-Quinn criter.	-0.189450
F-statistic	0.350705	Durbin-Watson stat	2.031282
Prob(F-statistic)	0.843647		

Στη συνέχεια ακολουθεί έλεγχος Engle-Ng που πραγματοποιείται στα κατάλοιπα ενός εκτιμημένου GARCH υποδείγματος.

Ο 1^{ος} έλεγχος αφορά την μεροληψία μεγέθους ο οποίος βασίζεται στην στατιστική σημαντικότητα της παραμέτρου b όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^- + e_t \quad (B.1)$$

Dependent Variable: RESID2
Method: Least Squares
Date: 12/29/09 Time: 15:14
Sample (adjusted): 1/14/1970 4/13/1994
Included observations: 1266 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.106577	0.025297	4.212996	0.0000
SMINUS	0.030882	0.035832	0.861842	0.3889
R-squared	0.000587	Mean dependent var		0.121969
Adjusted R-squared	-0.000203	S.D. dependent var		0.637406
S.E. of regression	0.637471	Akaike info criterion		1.938961
Sum squared resid	513.6500	Schwarz criterion		1.947087
Log likelihood	-1225.362	Hannan-Quinn criter.		1.942014
F-statistic	0.742772	Durbin-Watson stat		1.587194
Prob(F-statistic)	0.388938			

Ο 2^{ος} έλεγχος αφορά την αρνητική μεροληψία μεγέθους που βασίζεται στην στατιστική σημαντικότητας της παραμέτρου b όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^- u_{t-1} + e_t \quad (B.2)$$

Dependent Variable: RESID2
Method: Least Squares
Date: 12/29/09 Time: 15:15
Sample (adjusted): 1/21/1970 4/13/1994
Included observations: 1265 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.121520	0.017763	6.841350	0.0000
GINMINUS	0.364032	0.073190	4.973767	0.0000
R-squared	0.019211	Mean dependent var		0.122065

Adjusted R-squared	0.018434	S.D. dependent var	0.637649
S.E. of regression	0.631744	Akaike info criterion	1.920915
Sum squared resid	504.0641	Schwarz criterion	1.929046
Log likelihood	-1212.979	Hannan-Quinn criter.	1.923970
F-statistic	24.73836	Durbin-Watson stat	1.580143
Prob(F-statistic)	0.000001		

Ο 3^{ος} έλεγχος αναφέρεται στην θετική μεροληψία μεγέθους και βασίζεται στην στατιστική σημαντικότητα της παραμέτρου b όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\hat{u}_t^2 = a + b S_{t-1}^+ u_{t-1} + e_t \quad (\text{B.3})$$

Dependent Variable: RESID2
Method: Least Squares
Date: 12/29/09 Time: 15:15
Sample (adjusted): 1/21/1970 4/13/1994
Included observations: 1265 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.122059	0.017936	6.805437	0.0000
GINPLUS	-0.004095	0.071364	-0.057378	0.9543

R-squared	0.000003	Mean dependent var	0.122065
Adjusted R-squared	-0.000789	S.D. dependent var	0.637649
S.E. of regression	0.637900	Akaike info criterion	1.940310
Sum squared resid	513.9358	Schwarz criterion	1.948441
Log likelihood	-1225.246	Hannan-Quinn criter.	1.943365
F-statistic	0.003292	Durbin-Watson stat	1.589971
Prob(F-statistic)	0.954253		

Ο 4^{ος} συνολικός έλεγχος βασίζεται στην στατιστική σημαντικότητα των παραμέτρων b₁, b₂, b₃ όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\hat{u}_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + e_t \quad (\text{B.4})$$

Dependent Variable: RESID2
Method: Least Squares
Date: 12/29/09 Time: 15:16
Sample (adjusted): 1/21/1970 4/13/1994
Included observations: 1265 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.106564	0.025084	4.248368	0.0000
SMINUS	0.030017	0.035544	0.844511	0.3985
GINMINUS	0.363649	0.073229	4.965908	0.0000
GINPLUS	-0.004451	0.070713	-0.062952	0.9498

R-squared	0.019768	Mean dependent var	0.122065
Adjusted R-squared	0.017436	S.D. dependent var	0.637649
S.E. of regression	0.632065	Akaike info criterion	1.923509
Sum squared resid	503.7778	Schwarz criterion	1.939771
Log likelihood	-1212.619	Hannan-Quinn criter.	1.929619
F-statistic	8.476597	Durbin-Watson stat	1.583283
Prob(F-statistic)	0.000014		

Ακολουθεί η εκτίμηση των υποδείγματος GARCH με t και GED κατανομή, το υπόδειγμα EGARCH με κανονική, t και GED κατανομή όπως επίσης και το υπόδειγμα GJR-GARCH με κανονική, t, και GED κατανομή. Οι εκτιμήσεις αυτές παρουσιάζονται στον συγκεντρωτικό Πίνακα 3 του υποκεφαλαίου 5.2.1.

Εκτίμηση με απλό GARCH υπόδειγμα με t-κατανομή.

Dependent Variable: DINTERWEEK
Method: ML - ARCH (BHHH) - Student's t distribution
Date: 12/11/09 Time: 13:06
Sample (adjusted): 2 1267
Included observations: 1266 after adjustments
Convergence achieved after 309 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002722	0.011853	0.229629	0.8184
INTERWEEK(-1)	-0.000936	0.001968	-0.475516	0.6344

Variance Equation				
C	0.000514	0.000224	2.296715	0.0216
RESID(-1)^2	0.158895	0.027344	5.811043	0.0000
GARCH(-1)	0.857681	0.019363	44.29456	0.0000

T-DIST. DOF	4.230363	0.572611	7.387851	0.0000
-------------	----------	----------	----------	--------

R-squared	0.000808	Mean dependent var	-0.003412
Adjusted R-squared	-0.003157	S.D. dependent var	0.349574
S.E. of regression	0.350125	Akaike info criterion	-0.298339
Sum squared resid	154.4603	Schwarz criterion	-0.273962
Log likelihood	194.8488	Hannan-Quinn criter.	-0.289181
F-statistic	0.203812	Durbin-Watson stat	2.031449
Prob(F-statistic)	0.960948		

Εκτίμηση με απλό GARCH υπόδειγμα με GED κατανομή.

Dependent Variable: DIFFRATE
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Generalized error distribution (GED)
 Date: 12/29/09 Time: 23:01
 Sample (adjusted): 1/14/1970 4/13/1994
 Included observations: 1266 after adjustments
 Convergence achieved after 14 iterations
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000677	0.010747	0.063018	0.9498
RATE(-1)	-0.000797	0.001824	-0.437047	0.6621
Variance Equation				
C	0.000419	0.000208	2.014219	0.0440
RESID(-1)^2	0.169884	0.024513	6.930447	0.0000
GARCH(-1)	0.845403	0.018909	44.70902	0.0000
GED PARAMETER	1.183967	0.059321	19.95878	0.0000
R-squared	0.000678	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.003288	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.350148	Akaike info criterion		-0.288771
Sum squared resid	154.4805	Schwarz criterion		-0.264394
Log likelihood	188.7921	Hannan-Quinn criter.		-0.279613
F-statistic	0.170921	Durbin-Watson stat		2.031465
Prob(F-statistic)	0.973371			

Εκτίμηση EGARCH υποδείγματος με κανονική κατανομή.

Dependent Variable: DINTERWEEK
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Normal distribution
 Date: 12/11/09 Time: 13:14
 Sample (adjusted): 2 1267
 Included observations: 1266 after adjustments
 Convergence achieved after 77 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 LOG(GARCH) = C(3) + C(4)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(5)
 *RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.011394	0.011172	1.019895	0.3078
INTERWEEK(-1)	-0.001536	0.001926	-0.797598	0.4251
Variance Equation				

C(3)	-0.305727	0.053575	-5.706534	0.0000
C(4)	0.352328	0.062475	5.639545	0.0000
C(5)	0.055057	0.036466	1.509815	0.1311
C(6)	0.984394	0.006913	142.3981	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.001143	Mean dependent var	-0.003412	
Adjusted R-squared	-0.002821	S.D. dependent var	0.349574	
S.E. of regression	0.350066	Akaike info criterion	-0.205267	
Sum squared resid	154.4086	Schwarz criterion	-0.180889	
Log likelihood	135.9338	Hannan-Quinn criter.	-0.196108	
F-statistic	0.288292	Durbin-Watson stat	2.030910	
Prob(F-statistic)	0.919625			

Εκτίμηση EGARCH υποδείγματος με t κατανομή.

Dependent Variable: DINTERWEEK

Method: ML - ARCH (BHHH) - Student's t distribution

Date: 12/11/09 Time: 13:19

Sample (adjusted): 2 1267

Included observations: 1266 after adjustments

Convergence achieved after 47 iterations

Presample variance: backcast (parameter = 0.7)

LOG(GARCH) = C(3) + C(4)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(5)
*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.005034	0.010816	0.465466	0.6416
INTERWEEK(-1)	-0.001257	0.001892	-0.664184	0.5066
<hr/>				
Variance Equation				
C(3)	-0.206338	0.032150	-6.417907	0.0000
C(4)	0.236859	0.034366	6.892227	0.0000
C(5)	0.029965	0.017862	1.677573	0.0934
C(6)	0.988446	0.004545	217.4596	0.0000
<hr/>				
T-DIST. DOF	4.285055	0.576062	7.438532	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.001060	Mean dependent var	-0.003412	
Adjusted R-squared	-0.003700	S.D. dependent var	0.349574	
S.E. of regression	0.350220	Akaike info criterion	-0.306206	
Sum squared resid	154.4213	Schwarz criterion	-0.277766	
Log likelihood	200.8286	Hannan-Quinn criter.	-0.295521	
F-statistic	0.222748	Durbin-Watson stat	2.031310	
Prob(F-statistic)	0.969527			

Εκτίμηση EGARCH υποδείγματος με GED κατανομή

Dependent Variable: DINTERWEEK
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Generalized error distribution (GED)
 Date: 12/11/09 Time: 13:21
 Sample (adjusted): 2 1267
 Included observations: 1266 after adjustments
 Failure to improve Likelihood after 106 iterations
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(3) + \text{C}(4) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(5) * \text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(6) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002495	0.010164	0.245424	0.8061
INTERWEEK(-1)	-0.000866	0.001789	-0.483985	0.6284
Variance Equation				
C(3)	-0.251893	0.033487	-7.522091	0.0000
C(4)	0.286472	0.034156	8.387180	0.0000
C(5)	0.036678	0.018466	1.986195	0.0470
C(6)	0.987183	0.005182	190.4867	0.0000
GED PARAMETER	1.192335	0.060753	19.62600	0.0000
R-squared	0.000753	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.004009	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.350274	Akaike info criterion		-0.293716
Sum squared resid	154.4688	Schwarz criterion		-0.265276
Log likelihood	192.9221	Hannan-Quinn criter.		-0.283031
F-statistic	0.158163	Durbin-Watson stat		2.031479
Prob(F-statistic)	0.987432			

Εκτίμηση GJR-GARCH υποδείγματος με κανονική κατανομή.

Dependent Variable: DINTERWEEK
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Normal distribution
 Date: 12/11/09 Time: 13:22
 Sample (adjusted): 2 1267
 Included observations: 1266 after adjustments
 Convergence achieved after 39 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 $\text{GARCH} = \text{C}(3) + \text{C}(4) * \text{RESID}(-1)^2 + \text{C}(5) * \text{RESID}(-1)^2 * (\text{RESID}(-1) < 0) + \text{C}(6) * \text{GARCH}(-1)$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.014518	0.010671	1.360487	0.1737
INTERWEEK(-1)	-0.002545	0.001903	-1.337133	0.1812

Variance Equation

C	0.000323	0.000149	2.166420	0.0303
RESID(-1)^2	0.205539	0.055210	3.722881	0.0002
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.095187	0.054596	-1.743482	0.0812
GARCH(-1)	0.860059	0.021779	39.49071	0.0000
R-squared	0.001940	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.002021	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.349927	Akaike info criterion		-0.203457
Sum squared resid	154.2854	Schwarz criterion		-0.179080
Log likelihood	134.7884	Hannan-Quinn criter.		-0.194299
F-statistic	0.489806	Durbin-Watson stat		2.030483
Prob(F-statistic)	0.784071			

Εκτίμηση GJR-GARCH υποδείγματος με t κατανομή.

Dependent Variable: DINTERWEEK

Method: ML - ARCH (BHHH) - Student's t distribution

Date: 12/11/09 Time: 13:24

Sample (adjusted): 2 1267

Included observations: 1266 after adjustments

Convergence achieved after 381 iterations

Presample variance: backcast (parameter = 0.7)

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) +
C(6)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.006393	0.012001	0.532644	0.5943
INTERWEEK(-1)	-0.001509	0.002018	-0.747944	0.4545
Variance Equation				
C	0.000419	0.000184	2.274159	0.0230
RESID(-1)^2	0.162190	0.031323	5.178063	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.067628	0.031286	-2.161599	0.0306
GARCH(-1)	0.881625	0.017569	50.18042	0.0000
T-DIST. DOF	4.315545	0.597938	7.217385	0.0000
R-squared	0.001245	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.003515	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.350188	Akaike info criterion		-0.300339
Sum squared resid	154.3928	Schwarz criterion		-0.271898
Log likelihood	197.1144	Hannan-Quinn criter.		-0.289654
F-statistic	0.261566	Durbin-Watson stat		2.031172
Prob(F-statistic)	0.954646			

Εκτίμηση GJR-GARCH υποδείγματος με GED κατανομή.

Dependent Variable: DIFFRATE
 Method: ML - ARCH (BHHH) - Generalized error distribution (GED)
 Date: 12/29/09 Time: 23:16
 Sample (adjusted): 1/14/1970 4/13/1994
 Included observations: 1266 after adjustments
 Convergence achieved after 23 iterations
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) +
 C(6)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.004257	0.010971	0.388003	0.6980
RATE(-1)	-0.001423	0.001884	-0.755161	0.4502
Variance Equation				
C	0.000321	0.000162	1.975499	0.0482
RESID(-1)^2	0.163547	0.026884	6.083347	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.069897	0.028557	-2.447600	0.0144
GARCH(-1)	0.878297	0.017095	51.37769	0.0000
GED PARAMETER	1.194810	0.060438	19.76907	0.0000
R-squared	0.001140	Mean dependent var		-0.003412
Adjusted R-squared	-0.003620	S.D. dependent var		0.349574
S.E. of regression	0.350206	Akaike info criterion		-0.290797
Sum squared resid	154.4090	Schwarz criterion		-0.262357
Log likelihood	191.0747	Hannan-Quinn criter.		-0.280112
F-statistic	0.239572	Durbin-Watson stat		2.031136
Prob(F-statistic)	0.963450			

Ακολούθως παρουσιάζονται οι έλεγχοι για σειριακή αυτοσυσχέτιση στο τετράγωνο των καταλοίπων των υποδειγμάτων GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, με κανονική κατανομή, t και GED αντίστοιχα. Στοιχεία των παρακάτω ελέγχων αποτελούν μέρος του Πίνακα 3 του υποκεφαλαίου 5.2.1.

Έλεγχος LBQ για το GARCH υπόδειγμα με κανονική κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:06
 Sample: 1/14/1970 4/13/1994
 Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.071	0.071	6.3311	0.012
		2 0.001	-0.004	6.3319	0.042
		3 -0.062	-0.062	11.274	0.010
		4 -0.032	-0.023	12.576	0.014
		5 -0.030	-0.026	13.710	0.018

				6	0.016	0.016	14.027	0.029
				7	-0.023	-0.029	14.704	0.040
				8	-0.014	-0.015	14.961	0.060
				9	-0.025	-0.023	15.770	0.072
				10	-0.029	-0.029	16.844	0.078
				11	-0.008	-0.007	16.929	0.110
				12	0.001	-0.004	16.930	0.152
				13	-0.052	-0.057	20.359	0.087
				14	-0.017	-0.014	20.721	0.109
				15	-0.031	-0.032	21.978	0.108
				16	-0.041	-0.045	24.095	0.087
				17	-0.009	-0.011	24.191	0.114
				18	0.017	0.009	24.582	0.137
*		*		19	0.107	0.099	39.256	0.004
		*		20	-0.045	-0.070	41.882	0.003
				21	0.020	0.025	42.381	0.004
				22	-0.024	-0.018	43.098	0.005
				23	0.028	0.025	44.117	0.005
				24	0.007	0.004	44.182	0.007
				25	0.018	0.006	44.586	0.009

Έλεγχος LBQ για το GARCH υπόδειγμα με t κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:10

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob			
*		*		1	0.102	0.102	13.076	0.000
				2	0.015	0.005	13.379	0.001
				3	-0.054	-0.056	17.058	0.001
				4	-0.026	-0.015	17.921	0.001
				5	-0.022	-0.017	18.548	0.002
				6	0.023	0.025	19.249	0.004
				7	-0.018	-0.025	19.664	0.006
				8	-0.010	-0.010	19.804	0.011
				9	-0.022	-0.018	20.441	0.015
				10	-0.028	-0.026	21.468	0.018
				11	-0.002	0.003	21.473	0.029
				12	0.005	0.001	21.502	0.043
				13	-0.051	-0.056	24.870	0.024
				14	-0.012	-0.004	25.070	0.034
				15	-0.033	-0.030	26.436	0.034
				16	-0.040	-0.040	28.514	0.027
				17	-0.009	-0.005	28.629	0.038
				18	0.021	0.017	29.186	0.046
*		*		19	0.083	0.076	37.951	0.006
		*		20	-0.043	-0.067	40.305	0.005
				21	0.018	0.027	40.707	0.006
				22	-0.024	-0.020	41.466	0.007
				23	0.022	0.020	42.095	0.009

				24	0.007	0.004	42.168	0.012
				25	0.012	0.001	42.358	0.016

Έλεγχος LBQ για το GARCH υπόδειγμα με GED κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:11
Sample: 1/14/1970 4/13/1994
Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*	*	1	0.090	0.090	10.259	0.001
		2	0.009	0.001	10.364	0.006
		3	-0.057	-0.059	14.524	0.002
		4	-0.029	-0.018	15.563	0.004
		5	-0.026	-0.021	16.398	0.006
		6	0.020	0.021	16.885	0.010
		7	-0.021	-0.027	17.424	0.015
		8	-0.012	-0.012	17.621	0.024
		9	-0.024	-0.021	18.379	0.031
		10	-0.030	-0.028	19.509	0.034
		11	-0.004	-0.000	19.532	0.052
		12	0.002	-0.001	19.539	0.076
		13	-0.052	-0.057	23.056	0.041
		14	-0.015	-0.008	23.341	0.055
		15	-0.033	-0.032	24.722	0.054
		16	-0.042	-0.043	26.948	0.042
		17	-0.009	-0.007	27.056	0.057
		18	0.019	0.013	27.530	0.070
*	*	19	0.090	0.083	37.955	0.006
	*	20	-0.044	-0.069	40.501	0.004
		21	0.018	0.026	40.899	0.006
		22	-0.024	-0.020	41.634	0.007
		23	0.024	0.021	42.399	0.008
		24	0.007	0.003	42.460	0.011
		25	0.013	0.001	42.687	0.015

Έλεγχος LBQ για το EGARCH υπόδειγμα με κανονική κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:15
Sample: 1/14/1970 4/13/1994
Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*	*	1	0.095	0.095	11.490	0.001
		2	0.016	0.007	11.824	0.003
		3	-0.056	-0.059	15.785	0.001
		4	-0.019	-0.009	16.255	0.003
		5	-0.022	-0.018	16.874	0.005

				6	0.010	0.011	17.007	0.009
				7	-0.027	-0.030	17.909	0.012
				8	-0.013	-0.011	18.131	0.020
				9	-0.017	-0.013	18.484	0.030
				10	-0.041	-0.042	20.655	0.024
				11	-0.021	-0.014	21.203	0.031
				12	-0.005	-0.004	21.233	0.047
				13	-0.055	-0.059	25.083	0.023
				14	-0.007	-0.001	25.148	0.033
				15	-0.017	-0.018	25.503	0.044
				16	-0.036	-0.041	27.136	0.040
				17	-0.011	-0.009	27.298	0.054
				18	0.004	0.000	27.319	0.073
*		*		19	0.084	0.080	36.391	0.009
		*		20	-0.042	-0.067	38.636	0.007
				21	0.020	0.024	39.129	0.009
				22	-0.022	-0.018	39.773	0.011
				23	0.028	0.021	40.812	0.012
				24	-0.003	-0.007	40.821	0.017
				25	0.013	0.005	41.048	0.023

Έλεγχος LBQ για το EGARCH υπόδειγμα με t κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:17

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob			
*		*		1	0.134	0.134	22.892	0.000
				2	0.040	0.022	24.918	0.000
				3	-0.040	-0.050	27.001	0.000
				4	-0.015	-0.004	27.274	0.000
				5	-0.012	-0.007	27.467	0.000
				6	0.017	0.018	27.834	0.000
				7	-0.018	-0.023	28.232	0.000
				8	-0.010	-0.007	28.353	0.000
				9	-0.012	-0.007	28.537	0.001
				10	-0.037	-0.036	30.304	0.001
				11	-0.011	-0.001	30.448	0.001
				12	-0.004	-0.001	30.466	0.002
				13	-0.049	-0.052	33.558	0.001
				14	0.012	0.024	33.732	0.002
				15	-0.021	-0.024	34.309	0.003
				16	-0.039	-0.039	36.278	0.003
				17	-0.008	0.003	36.362	0.004
				18	0.014	0.014	36.598	0.006
				19	0.060	0.055	41.176	0.002
				20	-0.038	-0.061	42.993	0.002
				21	0.022	0.032	43.599	0.003
				22	-0.020	-0.019	44.119	0.003
				23	0.021	0.017	44.705	0.004

				24	0.001	-0.001	44.706	0.006
				25	0.011	0.004	44.859	0.009

Έλεγχος LBQ για το EGARCH υπόδειγμα με GED κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:19

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*		*		1	0.118	0.118	17.702	0.000
				2	0.029	0.015	18.734	0.000
				3	-0.049	-0.055	21.747	0.000
				4	-0.018	-0.006	22.143	0.000
				5	-0.018	-0.013	22.546	0.000
				6	0.013	0.014	22.747	0.001
				7	-0.023	-0.027	23.402	0.001
				8	-0.012	-0.009	23.587	0.003
				9	-0.015	-0.011	23.889	0.004
				10	-0.040	-0.040	25.947	0.004
				11	-0.016	-0.007	26.269	0.006
				12	-0.006	-0.004	26.312	0.010
				13	-0.053	-0.057	29.962	0.005
				14	0.004	0.014	29.978	0.008
				15	-0.020	-0.022	30.501	0.010
				16	-0.040	-0.042	32.535	0.009
				17	-0.010	-0.001	32.653	0.012
				18	0.009	0.008	32.768	0.018
				19	0.072	0.068	39.417	0.004
		*		20	-0.041	-0.066	41.561	0.003
				21	0.021	0.030	42.156	0.004
				22	-0.021	-0.019	42.738	0.005
				23	0.026	0.020	43.594	0.006
				24	-0.000	-0.004	43.594	0.009
				25	0.012	0.004	43.789	0.011

Έλεγχος LBQ για το GJR-GARCH υπόδειγμα με κανονική κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:21

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*		*		1	0.087	0.087	9.5319	0.002
				2	0.008	0.000	9.6091	0.008
				3	-0.057	-0.058	13.687	0.003
				4	-0.021	-0.011	14.249	0.007
				5	-0.024	-0.020	14.962	0.011

				6	0.017	0.018	15.315	0.018
				7	-0.026	-0.031	16.190	0.023
				8	-0.014	-0.012	16.436	0.037
				9	-0.027	-0.023	17.357	0.043
				10	-0.040	-0.040	19.437	0.035
				11	-0.007	-0.001	19.493	0.053
				12	-0.002	-0.005	19.496	0.077
				13	-0.056	-0.062	23.582	0.035
				14	-0.023	-0.017	24.264	0.043
				15	-0.027	-0.026	25.229	0.047
				16	-0.043	-0.046	27.592	0.035
				17	-0.012	-0.012	27.782	0.048
				18	0.007	0.000	27.837	0.065
				19	0.066	0.059	33.363	0.022
			*	20	-0.045	-0.066	35.969	0.016
				21	0.003	0.007	35.979	0.022
				22	-0.025	-0.023	36.770	0.025
				23	0.015	0.006	37.069	0.032
				24	-0.003	-0.009	37.082	0.043
				25	0.003	-0.009	37.093	0.057

Έλεγχος LBQ για το GJR-GARCH υπόδειγμα με t κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:22

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
*		*	1	0.105	0.105	14.039	0.000
			2	0.019	0.008	14.505	0.001
			3	-0.051	-0.054	17.794	0.000
			4	-0.021	-0.010	18.337	0.001
			5	-0.019	-0.014	18.805	0.002
			6	0.025	0.026	19.581	0.003
			7	-0.020	-0.027	20.115	0.005
			8	-0.010	-0.008	20.241	0.009
			9	-0.023	-0.018	20.906	0.013
			10	-0.036	-0.033	22.518	0.013
			11	-0.002	0.006	22.522	0.021
			12	0.002	-0.002	22.525	0.032
			13	-0.054	-0.058	26.290	0.016
			14	-0.015	-0.005	26.578	0.022
			15	-0.029	-0.026	27.684	0.024
			16	-0.042	-0.041	29.916	0.018
			17	-0.011	-0.007	30.084	0.026
			18	0.012	0.010	30.281	0.035
			19	0.059	0.054	34.740	0.015
			20	-0.043	-0.063	37.149	0.011
			21	0.006	0.015	37.191	0.016
			22	-0.026	-0.022	38.048	0.018
			23	0.013	0.008	38.255	0.024
			24	-0.001	-0.004	38.256	0.033

| | | | 25 0.005 -0.005 38.283 0.043

Έλεγχος LBQ για το GJR-GARCH υπόδειγμα με GED κατανομή.

Date: 01/06/10 Time: 13:24

Sample: 1/14/1970 4/13/1994

Included observations: 1266

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
*	*	1 0.100	0.100	12.631	0.000
		2 0.015	0.005	12.930	0.002
		3 -0.052	-0.055	16.384	0.001
		4 -0.021	-0.011	16.958	0.002
		5 -0.021	-0.016	17.509	0.004
		6 0.022	0.023	18.100	0.006
		7 -0.022	-0.028	18.736	0.009
		8 -0.011	-0.009	18.898	0.015
		9 -0.024	-0.020	19.662	0.020
		10 -0.038	-0.036	21.484	0.018
		11 -0.003	0.004	21.494	0.029
		12 -0.000	-0.004	21.494	0.044
		13 -0.056	-0.060	25.442	0.020
		14 -0.018	-0.009	25.848	0.027
		15 -0.029	-0.027	26.956	0.029
		16 -0.043	-0.044	29.365	0.022
		17 -0.011	-0.008	29.534	0.030
		18 0.010	0.007	29.674	0.041
		19 0.059	0.053	34.146	0.018
		20 -0.044	-0.064	36.679	0.013
		21 0.004	0.011	36.699	0.018
		22 -0.025	-0.022	37.514	0.021
		23 0.013	0.007	37.732	0.027
		24 -0.002	-0.006	37.739	0.037
		25 0.003	-0.007	37.750	0.049