

Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένης Οικονομικής
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Διπλωματική εργασία:
ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΟΤΑΝ Η ΖΗΤΗΣΗ
ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΖΕΤΑΙ

Φωτεινή Ι. Μπέκου

Επιβλέπων καθηγητής: **Επίκουρος καθηγητής Ηλίας Κεβόρκ**

Βόλος, 2010

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης, έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιούνιος 2010

Ευχαριστίες

Στην παρούσα εργασία συνέβαλε καθοριστικά η αδιάλειπτη καθοδήγηση του επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Κεβόρκ, στον οποίο οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ, τόσο για τις γνώσεις που μοιράστηκε αφειδώλευτα, όσο και για την ενθάρρυνση του καθ' όλη την διάρκεια διεκπεραίωσής της. Επίσης, επιθυμώ να ευχαριστήσω συλλήβδην τους καθηγητές που είχα την ευτυχία να διδαχθώ από εκείνους, για τις γνώσεις που μου μεταλαμπάδευσαν και κυρίως για τον κριτικό τρόπο σκέψης που μου εμφύσησαν. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω και ονομαστικά τον κ. Χάλκο, πρόεδρο του μεταπτυχιακού προγράμματος, για την υλοποιηθείσα και ιδιαιτέρως επικοδομητική ιδέα των επισκεπτών καθηγητών, καθώς επίσης και για την επίδειξη ιδιαίτερου ζήλου ως προς την επίλυση τυχόν προβλημάτων που ανέκυπταν, διευκολύνοντας την προσπάθεια μάθησης όλων των φοιτητών. Τέλος, ένα ξεχωριστό ευχαριστώ αξίζει στους φίλους και την οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράσταση και υποστήριξη.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....σελ.6	σελ.6
Κεφάλαιο 1	
1.1 Σύντομη επισκόπηση των τριών βασικών υποδειγμάτων διαχείρισης αποθεμάτων.....σελ.7	σελ.7
1.1.1 Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης (Continuous review system).....σελ.7	σελ.7
1.1.2 Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης (Periodic review system).....σελ.9	σελ.9
1.1.3 Το υπόδειγμα αποθεμάτων μιας περιόδου (The single-period problem / Newsboy problem)σελ.10	σελ.10
1.2 Επισκόπηση μεθόδων προσδιορισμού του σημείου αναπαραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτησησελ.12	σελ.12
Κεφάλαιο 2	
2.1 Εκτίμηση υποδειγμάτων ARMA με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας ...σελ.16	σελ.16
2.2 Εκτίμηση υποδείγματος AR(1) με την ακριβή μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας.....σελ.17	σελ.17
2.3 Εκτιμητές υπό συνθήκη μεγίστης πιθανοφάνειας.....σελ.19	σελ.19
2.4 Δημιουργία προσομοιωμένων σειρών AR(1).....σελ.21	σελ.21
Κεφάλαιο 3	
3.1 Διαμόρφωση αντικειμενικής συνάρτησης κόστους.....σελ.23	σελ.23
3.2 Χρήσιμοι ορισμοί.....σελ.27	σελ.27
3.3 Προσδιορισμός της ποσότητας παραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση: Η μέθοδος Hadley-Whitin.....σελ.28	σελ.28
3.4 Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση: Η Μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος (exact).....σελ.30	σελ.30
3.5 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στα μεγέθη Q, I, ETC.....σελ.32	σελ.32
3.5.1 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στην ποσότητα παραγγελίας.....σελ.33	σελ.33
3.5.2 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στο μέσο απόθεμα.....σελ.35	σελ.35
3.5.3 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στο συνολικό κόστος.....σελ.36	σελ.36

Κεφάλαιο 4

Εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας, της κάλυψης και συγκρίσεις μεροληψίας

4.1 Άριστη ποσότητα παραγγελίας και μεροληψίασελ.38

4.2 Κάλυψη (Coverage)σελ.47

Κεφάλαιο 5

5.1 Συμπεράσματα.....σελ.51

5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις.....σελ.52

Βιβλιογραφίασελ.54

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μελέτη πραγματεύεται το ζήτημα ύπαρξης αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης σε ένα σύστημα συνεχούς επιθεώρησης αποθέματος και επιχειρεί να αναδείξει τις επιπτώσεις της στον υπολογισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Ειδικότερα, χρησιμοποιώντας Monte-Carlo προσομοιώσεις και τις μεθόδους ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin, υπολογίζεται η άριστη ποσότητα παραγγελίας, καθώς επίσης η κάλυψη και η μεροληψία, για δύο περιπτώσεις. Όταν σε μη ανεξάρτητα δεδομένα χρησιμοποιούνται τύποι που λαμβάνουν υπόψη την αυτοσυσχέτιση και τύποι που την αγνοούν. Από την ανάλυση, συμπεραίνεται ότι για μικρό βαθμό αυτοσυσχέτισης και οι δύο μέθοδοι αποδίδουν ικανοποιητικά αποτελέσματα είτε ληφθεί υπόψη η αυτοσυσχέτιση στους τύπους είτε όχι. Επιπροσθέτως, ότι, και οι δύο μέθοδοι αποτυγχάνουν να προβλέψουν με υψηλή πιθανότητα την άριστη ποσότητα παραγγελίας, παρούσης υψηλής αυτοσυσχέτισης σε καμία από τις δύο περιπτώσεις. Οι καλύψεις δεν είναι υψηλές και δεν διαφοροποιούνται με βάση το λόγο q αλλά, με βάση το βαθμό αυτοσυσχέτισης (ϕ).

ABSTRACT

The present study deals with the issue of autocorrelated demand in a continuous review system and attempts to exhibit the repercussions of it on the optimum order quantity. Specifically, using Monte-Carlo simulations and the methods Exact and Hadley-Whitin, calculates the optimum order quantity, as well as the coverage and the bias for two cases. When on dependent data are using formulae that take under consideration the autocorrelation and formulae that do not. From the analysis, is concluded that for low autocorrelation both methods perform robustly whether takes under consideration the autocorrelation or not. Additionally, that both methods fail to forecast with high probability the optimum order quantity, when high autocorrelation is present for neither of the two cases. The coverages aren't too high and do not differentiate based on fraction q but, based on the autocorrelation degree.

Λέξεις κλειδιά: Μέθοδος Exact, μέθοδος Hadley-Whitin, Monte-Carlo προσομοιώσεις, άριστη ποσότητα παραγγελίας, αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση

Κωδικοί JEL: C15, C44, D24, M11

Κεφάλαιο 1

1.1 Σύντομη επισκόπηση των τριών βασικών υποδειγμάτων διαχείρισης αποθεμάτων: Newsboy problem, Continuous Review and Periodic review systems

Εφαρμόζοντας μια αποθεματική πολιτική, επιθυμητός στόχος κρίνεται η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους (Silver et al., 1998). Για την επίτευξη του στόχου, λαμβάνονται αποφάσεις που αφορούν τον προσδιορισμό του σημείου αναπαραγγελίας και του στοκ ασφαλείας. Και για τον προσδιορισμό του σημείου αναπαραγγελίας οφείλεται να ορισθεί ένα επίπεδο εξυπηρέτησης (Silver et al., 1998). Το σημείο αναπαραγγελίας καθορίζει πότε θα γίνει η παραγγελία, και το στοκ ασφαλείας παρέχει το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης απέναντι στην αβεβαιότητα της ζήτησης και στους διάφορους χρόνους παράδοσης (lead time). Στην πράξη, η υπόθεση της ανεξαρτησίας της ζήτησης μπορεί να μην ισχύει. Συγκεκριμένα, η ζήτηση δείχνει μια τάση να αυτοσυσχετίζεται. Ακόμη, θέτοντας το στοκ ασφαλείας είτε πολύ υψηλά είτε πολύ χαμηλά ενδέχεται να δημιουργηθούν σημαντικές οικονομικές επιπλοκές (Fotopoulos et al., 1988).

1.1.1 Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης (Continuous review system)

Στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή, και επομένως η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών δεν παραμένει η ίδια. Σε κάθε περίοδο η στάθμη του αποθέματος μειώνεται λόγω της ζήτησης. Όταν η στάθμη του αποθέματος πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο δίνεται η παραγγελία Q μονάδων. Η ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια στους διάφορους κύκλους αναπαραγγελίας (Krajewski and Ritzman, 1992).

Αρκετοί μελετητές ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα, τροποποιώντας το με τέτοιο τρόπο ώστε να συνδράμει στην υλοποίηση της οικονομικής σκέψης τους. Για παράδειγμα, οι Mohebbi και Posner (2002) εξέτασαν την δυνατότητα τοποθέτησης και δεύτερης

παραγγελίας, ενώ αναμένεται η άφιξη της προηγούμενης. Οι Ghalebsaz-Jeddi et al. (2004) ενδιαφέρθηκαν για τον τρόπο που αντιδρά το υπόδειγμα στην περίπτωση πολλών προϊόντων, όπου υπάρχει περιορισμός προϋπολογισμού (budget constraint) ή περιορισμός στο χώρο αποθήκευσης (storage constraint). Οι Sculli και Shum (1990), ασχολήθηκαν με τον τρόπο χειρισμού του υποδείγματος, υπαρχόντων πολλών προμηθευτών, διασαφηνίζοντας το διττό τρόπο τοποθέτησης της παραγγελίας – είτε ταυτόχρονα σε όλους είτε σε διαφορετικό χρόνο στον καθένα. Υπάρχουν περιπτώσεις, όμως, όπου ενδέχεται να υπάρχει μια κωλυσιεργία στην τοποθέτηση της παραγγελίας, αφότου πέσει η στάθμη του αποθέματος, εξαιτίας μιας τροχοπέδης που δεν είναι εύκολο να προσπελαστεί, φέρνοντας την επιχείρηση αντιμέτωπη με μία καθυστέρηση παραγγελίας (ordering delay). Επί αυτού του θέματος, ο Lee (1995) πρότεινε την δική του άριστη πολιτική. Από την άλλη, οι Thiel et al. (2010) δημιούργησαν ένα μοντέλο για την ανακρίβεια στην καταγραφή του αποθέματος, που μπορεί να οφείλεται σε χρονική καθυστέρηση της ροής πληροφοριών, κλοπή, λανθασμένη καταγραφή των πωλήσεων, κτλ., μετρώντας την επίδραση που ασκεί στο επίπεδο εξυπηρέτησης και κατ' επέκταση στην οικονομική απόδοση της εταιρείας (χαμένες πωλήσεις, ποινές καθυστέρησης).

Ο Stulman (1989) βρήκε το μέγιστο επιτρεπόμενο υπερβάλλον απόθεμα, ώστε να μην κληθεί αργότερα ένας υπεύθυνος λήψης αποφάσεων (manager) να το αντιμετωπίσει - δηλαδή να αποφασίσει είτε πως δεν θα παραγγείλει ξανά και θα περιμένει η ζήτηση να μειώσει το απόθεμα είτε να πουλήσει το απόθεμα σε τιμή που να αντικατοπτρίζει την δυσμενή θέση που βρίσκεται η επιχείρηση (distress sale). Ο Burgin (1970), πάλι, ασχολείται με την ακριβώς αντίθετη περίπτωση, προσπαθώντας να προσδιορίσει μια εμπειρική σχέση ανάμεσα στο χρόνο που έχει ξεμείνει από απόθεμα μια επιχείρηση και στις χαμένες πωλήσεις. Για την εύρεση της καλύτερης αποθεματικής πολιτικής που μεγιστοποιεί το κέρδος, οι Chen και Simchi-Levi (2006) θέλησαν να συντονίσουν τις στρατηγικές ανανέωσης του αποθέματος με τις πολιτικές τιμής. Οι συγγραφείς Liu και Lian (1999), ασχολήθηκαν με προϊόντα με πεπερασμένη διάρκεια ζωής (πχ. φρέσκα φρούτα), όπου η απόφαση επιλογής μιας μονάδας από το απόθεμα είναι εξίσου σημαντική με την απόφαση ανανέωσης του αποθέματος, στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των ληγμένων προϊόντων. Ενώ, ο Weiss (1980) είχε εξετάσει την ίδια περίπτωση προϊόντων (perishable items) από την σκοπιά των χαμένων πωλήσεων.

Οι Moinzadeh και Nahmias (1988) τροποποίησαν έτσι το υπόδειγμα, ώστε να μελετήσουν την περίπτωση δύο προμηθευτών με διαφορετικούς χρόνους παράδοσης. Αν και, στο κλασσικό μοντέλο ο χρόνος παράδοσης (lead time) είναι ανεξάρτητος από το μέγεθος της παραγγελίας, οι Çakanyildirim et al. (2000) μελέτησαν την περίπτωση όπου είναι εξαρτημένος, παρουσιάζοντας μάλιστα, και οικονομίες κλίμακας. Με μια άλλη παράμετρο που, συνήθως, οι συγγραφείς εκλαμβάνουν ως σταθερή, συγκεκριμένα το κόστος παραγγελίας, ασχολήθηκαν οι Ouyang et al.(1999), δεχόμενοι την υπόθεση ότι μπορεί να μειωθεί μέσω εκπαίδευσης των εργατών, αλλαγές στις διάφορες διαδικασίες και απόκτηση ειδικού εξοπλισμού. Οι Moon και Gallego (1994) εφάρμοσαν το κριτήριο minmax, υπολογίζοντας το μέγιστο ποσό που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι αρμόδιοι για να μάθουν την κατανομή του χρόνου παράδοσης. Ακόμη, οι Singhal et al. (1994) ανέλυσαν την επίδραση του κινδύνου των αποφάσεων της εταιρείας στο μέγεθος της παρτίδας (lot size) και στο σημείο αναπαραγγελίας.

1.1.2 Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης (Periodic review system)

Στο υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης, η στάθμη του αποθέματος ελέγχεται (επιθεωρείται) κατά τακτά χρονικά διαστήματα, και μετά από κάθε έλεγχο δίνεται η παραγγελία (Silver et al., 1998). Περιοδική επιθεώρηση σημαίνει ότι, η στάθμη του αποθέματος ελέγχεται στην αρχή κάθε περιόδου και ότι, όλες οι ανανεώσεις προκαλούνται μετά από αυτές τις επιθεωρήσεις. Η περίοδος μπορεί να είναι μια ημέρα ή μια εβδομάδα. Εν αρχή, είναι εμφανές ότι, αν η περίοδος ελέγχου της στάθμης είναι πολύ μικρή δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά μεταξύ συνεχούς και περιοδικής επιθεώρησης (Axsäter, 2006).

Και αυτό το υπόδειγμα έχει δεχτεί επεκτάσεις, όπως ακριβώς και τα προηγούμενα. Στο κλασσικό μοντέλο υποτίθεται ότι, η ποσότητα παραγγελίας θα φτάσει με μία μόνο παράδοση. Ο Chiang (2001) προέβει στη μετατροπή του υποδείγματος, έτσι ώστε να μπορεί να δεχτεί περισσότερες από μία παραδόσεις της παραγγελθείσας

ποσότητας, οι οποίες φθάνουν σε διαφορετικούς χρόνους (order splitting). Κατ' αυτόν τον τρόπο, βρήκε το μέγιστο αριθμό παραδόσεων, προσπαθώντας να επιτύχει μείωση του στοκ και ως εκ τούτου μείωση του συνολικού κόστους. Εκτός από τις κανονικές παραγγελίες, ο Chiang (2003) στο άρθρο του επεσήμανε και μια άλλη προοπτική παραγγελιών, τις εκτάκτου ανάγκης (emergency ordering). Οι εκτάκτου ανάγκης παραγγελίες γίνονται, κατά τον Bylka (2005), για να ικανοποιήσουν την υπάρχουσα ζήτηση, αμέσως μόλις δημιουργείται έλλειψη αποθέματος (inventory shortage), για να αποφευχθεί η αντιμετώπιση ενός πιθανού περιορισμού στο μέγεθος της παραγγελίας (order size bounds) ή στο χώρο αποθήκευσης (space constraints). Επίσης, εδραιωμένη θεωρείται, κατά τον Urban (2005), η αντίληψη ότι, η πλειονότητα των καταναλωτικών προϊόντων δεν αντιμετωπίζουν ανεξάρτητη ζήτηση. Γι' αυτό στο άρθρο του, ενσωμάτωσε στο υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης την επίδραση της αυτοσυσχέτισης.

Και σε αυτό το μοντέλο, οι χαμένες πωλήσεις υπήρξαν αντικείμενο προέκτασης του υποδείγματος, στην οποία προέβησαν οι Johansen και Hill (2000). Όπως επίσης, οι Moon και Gallego (1994) εφάρμοσαν το κριτήριο minmax, όχι μόνο για το σύστημα συνεχούς επιθεώρησης, αλλά και για το συγκεκριμένο, το περιοδικής επιθεώρησης. Ακόμη, οι Ohno et al. (1994) προσπάθησαν να οδηγηθούν στην εύρεση της άριστης πολιτικής παραγγελίας, όταν σε μια επιχείρηση λειτουργούν με περιοδική επιθεώρηση περισσότερα του ενός προϊόντα. Τα προϊόντα πεπερασμένης διάρκειας ζωής (perishable items) κέντρισαν το ενδιαφέρον του Chiu (1995), όπου, σε σχετικό δικό του άρθρο, τα συνδύασε με το σύστημα περιοδικής επιθεώρησης. Και σε αυτό το υπόδειγμα – το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης – υπήρξε ενδιαφέρον για τροποποίηση της υπόθεσης σταθερότητας των κόστους παραγγελίας και χρόνου παράδοσης. Συγκεκριμένα, οι Chuang et al. (2004) στο άρθρο τους προσπάθησαν να επιτύχουν μείωσή των.

1.1.3 Το υπόδειγμα αποθεμάτων μιας περιόδου (The single-period problem / Newsboy problem)

Το υπόδειγμα αποθεμάτων μιας περιόδου (Single period inventory model or The newsboy problem) χειρίζεται αποθεματικές πολιτικές προϊόντων των οποίων η

ζήτηση διαρκεί έναν αποθεματικό κύκλο (μια περίοδο) (Kevork, 2010). Είναι ένα πρόβλημα εύρεσης της άριστης ποσότητας παραγγελίας, κατά τον Axsäter (2006), όπου λαμβάνεται υπόψη το κόστος μιας μεγάλης ή μικρής παραγγελίας. Ακόμη, υπάρχουν δύο τρόποι προσέγγισης του υποδείγματος, η ελαχιστοποίηση των αναμενόμενων κοστών - απόρροια της υπερεκτίμησης ή υποτίμησης της ζήτησης-, ή η μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους. Και οι δύο προσεγγίσεις αποφέρουν τα ίδια αποτελέσματα (Khouja, 1999).

Το εν λόγω μοντέλο έχει δεχθεί διάφορες επεκτάσεις, μερικές εκ των οποίων είναι οι ακόλουθες. Οι Khouja et al. (1996) μελέτησαν το κλασσικό μοντέλο με δύο προϊόντα και τη δυνατότητα υποκατάστασης του προϊόντος σε περίπτωση έλλειψης αποθέματος. Ο Lau (1980), επεδίωξε να επιτύχει δύο νέους στόχους, τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας και τη μεγιστοποίηση της πιθανότητας επίτευξης του κέρδους - στόχο (budgeted profit target). Το κλασσικό υπόδειγμα αποθεμάτων μιας περιόδου αφήνει απ' έξω τον κίνδυνο, αφού ο μόνος κίνδυνος που υπάρχει έγκειται στην αβεβαιότητα της ζήτησης, γι' αυτό οι Ward et al (1991) μελέτησαν τον κίνδυνο που ελλοχεύουν οι διαφορετικές αποφάσεις για την επιχείρηση. Ακόμη, ο Anvari (1987) έλαβε υπόψη τον κίνδυνο, που είναι πρόθυμοι να δεχτούν οι μέτοχοι της επιχείρησης, κάνοντας χρήση του υποδείγματος CAPM. Ο Shih (1980) συμπεριέλαβε, στο μοντέλο του, την ύπαρξη ελαττωματικού προϊόντος στην παραγγελία. Οι Pantumsinchai και Knowles (1991) προέβησαν σε μια άλλου είδους επέκταση, που αφορούσε τις εκπτώσεις στις ποσότητες που προσφέρουν οι προμηθευτές. Εκπτώσεις, που διαχωρίζονται σε εκπτώσεις για όλη την ποσότητα (Lin, Kroll, 1997) και σε σταδιακές εκπτώσεις (Khouja, 1995). Οι Khouja και Mehrez (1995) εξέτασαν την επίδραση, ενός περιορισμού στον προϋπολογισμό ή στην αποθήκευση, στην άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Ο Nahmias (1994) καταπιάστηκε με την εκτίμηση των παραμέτρων που προσδιορίζουν την κατανομή της ζήτησης, όταν στο υπόδειγμα περικλείονται και οι χαμένες πωλήσεις. Χρησιμοποιεί τρεις εκτιμητές, τον εκτιμητή μεγίστης πιθανοφάνειας (MLE), τον καλύτερο γραμμικό αμερόληπτο εκτιμητή (BLUE) και έναν εκτιμητή που, ανέπτυξε ο ίδιος και, παρουσίασε στο συγκεκριμένο άρθρο. Κατόπιν εφαρμογής προσομοιώσεων, συμπέρανε ότι ο εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας (MLE) δίνει τα πιο συνεπή αποτελέσματα, επισημαίνοντας

παράλληλα, ότι οι διαφορές μεταξύ των τριών ήταν μικρές. Συνήθως, όσον αφορά την κατανομή της ζήτησης, υποθέεται ότι τα δεδομένα ακολουθούν είτε την κανονική κατανομή, όταν η ζήτηση ανά κύκλο είναι σχετικά μεγάλη, είτε την κατανομή Poisson, όταν υπάρχουν χαμηλής ζήτησης προϊόντα. Οι Agrawal και Smith (1996) απέδειξαν ότι η αρνητική διωνυμική κατανομή παράγει καλύτερα αποτελέσματα από τις κανονική και κατανομή Poisson, οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικά επίπεδα στοκ, και ανέπτυξαν μια μέθοδο εκτίμησης των παραμέτρων (μέσος, διακύμανση) που προσδιορίζουν την κατανομή της ζήτησης, για την περίπτωση των μη παρατηρηθέντων χαμένων πωλήσεων. Εντούτοις, σε χαμηλά επίπεδα εξυπηρέτησης (π.χ. 70% ή 80%) τα επίπεδα στοκ τείνουν να είναι ίδια και για τις τρεις κατανομές ζήτησης.

Ο Conrad (1976) αναφέρθηκε σε μια εσφαλμένη πρακτική, συγκεκριμένα στην εξίσωση των πωλήσεων με την ζήτηση. Υπογράμμισε ότι, η πωλημένη ποσότητα δεν είναι ίση με την ζήτηση, διότι παραβλέπεται κατ' αυτόν τον τρόπο η υποκατάσταση του προϊόντος με το ίδιο προϊόν άλλης εταιρείας ή με άλλο υποκατάστατο προϊόν. Με βάση δεδομένα πωλήσεων (sales data) την πιθανή κατανομή της ζήτησης και το άριστο στοκ. Ακόμη, ο Hill (1997) εφαρμόζοντας την μεθοδολογία του Bayes κατέληξε σε καλύτερα αποτελέσματα, με δεδομένο ένα υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης, συγκριτικά με τρεις κατανομές, την διωνυμική, την Poisson και την εκθετική (exponential).

Εν κατακλείδι, η μείωση του κύκλου ζωής των προϊόντων, που προήλθε από την τεχνολογική πρόοδο, βοηθά στο να παραμένει το μοντέλο ακόμη επίκαιρο (Khouja, 1999).

1.2 Επισκόπηση μεθόδων προσδιορισμού του σημείου αναπαραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση

Οι Urban (2000) και Ray (1982) εξέτασαν πώς επηρεάζεται το σημείο αναπαραγγελίας, όταν έχω αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση, ενώ σε αυτό το άρθρο θα εξεταστεί η επίδραση που έχει η αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στην άριστη ποσότητα παραγγελίας. Το σημείο αναπαραγγελίας λογίζεται ως το άθροισμα της

αναμενόμενης ζήτησης και του στοκ ασφαλείας. Για αυτό το λόγο, για την εξαγωγή χρήσιμων αποτελεσμάτων από την εφαρμογή της άριστης πολιτικής, είναι σημαντικό να αναγνωριστεί, αν η ζήτηση είναι ανεξάρτητη ή ακολουθεί κάποιο πρότυπο (pattern). Ακόμη, οι παράγοντες που καθορίζουν το στοκ ασφαλείας είναι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας (replenishment lead time), η διακύμανση της ζήτησης (variability of demand) και το επίπεδο εξυπηρέτησης (service level) (Silver et al., 1998).

Ο Ray (1982), στο άρθρο του, υπογραμμίζει τη σημαντικότητα της διακύμανσης της αναμενόμενης ζήτησης στο χρόνο παράδοσης για τον καθορισμό του σωστού σημείου αναπαραγγελίας. Συνεπώς, για να χρησιμοποιηθεί ο σωστός τύπος του σημείου αναπαραγγελίας πρέπει να ελεγχθεί η ανεξαρτησία των δεδομένων, και αν αυτή δεν ισχύει, να προσδιοριστεί η ύπαρξη θετικής ή αρνητικής συσχέτισης καθώς και ο βαθμός της συσχέτισης, ώστε να αποφύγουμε την δημιουργία υπερβολικού αποθέματος ή υπερβολικών ελλείψεων αποθέματος. Μια θετική συσχέτιση αυξάνει την διακύμανση της αναμενόμενης ζήτησης στο χρόνο παράδοσης $[Var(S_L)]$ και, εν συνεχεία, αυξάνει και το σημείο αναπαραγγελίας (R). Από την άλλη η αρνητική συσχέτιση μειώνει την διακύμανση, καθώς και το σημείο αναπαραγγελίας (R).

Ο Urban (2000) μέσω ενός αριθμητικού παραδείγματος σύγκρινε, με τη βοήθεια των μέσων μονάδων έλλειψης προϊόντος (average units short) και μέσων μονάδων περίσσιου προϊόντος (average units excess), τρεις προσεγγίσεις καθορισμού του σημείου αναπαραγγελίας. Συγκεκριμένα, σύγκρινε τις παραδοσιακή προσέγγιση του σημείου αναπαραγγελίας (traditional reorder point), προσέγγιση σημείου αναπαραγγελίας βάσει των τιμών ζήτησης (reorder point based on moments) και προσέγγιση μεταβλητού σημείου αναπαραγγελίας (variable reorder level). Ο καθορισμός του σημείου αναπαραγγελίας μέσω της παραδοσιακής προσέγγισης (traditional reorder point), δεν ελέγχει την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στα δεδομένα. Ενώ, η προσέγγιση βάσει των τιμών ζήτησης (reorder point based on moments) χρησιμοποιεί για να υπολογίσει το σημείο αναπαραγγελίας τις τιμές της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης, λαμβάνοντας υπόψη την αυτοσυσχέτιση τροποποιώντας το στοκ ασφαλείας. Και η τρίτη προσέγγιση, του μεταβλητού σημείου

αναπαραγγελίας (variable reorder level), υπολογίζει το σημείο αναπαραγγελίας χρησιμοποιώντας προβλέψεις (forecasts).

Τα συμπεράσματα που εξήγαγε μπορούν να συνοψιστούν ως εξής: η παραδοσιακή προσέγγιση του σημείου αναπαραγγελίας (traditional reorder point) οδηγεί σε έλλειψη πολλών μονάδων, διότι, μη λαμβάνοντας υπόψη την αυτοσυσχέτιση, προσδιορίζει ένα χαμηλό στοκ ασφαλείας (υποεκτίμηση του στοκ ασφαλείας) και, ως εκ τούτου, ένα χαμηλό σημείο αναπαραγγελίας. Η προσέγγιση βάσει των τιμών ζήτησης (reorder point based on moments), όπως προδίδει και το όνομά της, βασίζεται στην πρόσφατα παρατηρηθείσα ζήτηση, οδηγώντας βραχυπρόθεσμα είτε σε υπερβάλλον απόθεμα (excessive inventories), όταν η πρόσφατα παρατηρηθείσα ζήτηση είναι χαμηλή, είτε σε υπερβάλλουσα έλλειψη αποθέματος (excessive shortages), όταν η πρόσφατα παρατηρηθείσα ζήτηση είναι υψηλή. Η προσέγγιση μεταβλητού σημείου αναπαραγγελίας (variable reorder level) δεν δίνει σταθερή αναμενόμενη ζήτηση στο χρόνο παράδοσης $E(D_L)$ και εξαρτάται από την πρόσφατα παρατηρηθείσα ζήτηση, γεγονός που μας οδηγεί στην επαγωγή παρόμοιων συμπερασμάτων με την προσέγγιση βάσει των τιμών ζήτησης (reorder point based on moments). Προτιμητέα προσέγγιση, κατά τον Urban (2000), αναδεικνύεται η προσέγγιση μεταβλητού σημείου αναπαραγγελίας (variable reorder level), η οποία λαμβάνει υπόψη την αυτοσυσχέτιση - κάτι που αγνοεί η παραδοσιακή προσέγγιση του σημείου αναπαραγγελίας (traditional reorder point) - και έχει χαμηλότερο κόστος από την προσέγγιση βάσει των τιμών ζήτησης (reorder point based on moments).

Ο Ray (1980) απέδειξε στο άρθρο του ότι, όταν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση, το να παρθεί ως δεδομένο ανεξάρτητη ζήτηση, θα οδηγήσει σε υπερβάλλουσα ποσότητα στοκ, ενώ στην περίπτωση ύπαρξης αρνητικής αυτοσυσχέτισης θα υπάρξει έλλειψη αποθέματος. Και ακόμη, υπογράμμισε, ότι η κατάσταση θα χειροτερεύει, καθώς θα αυξάνει ο αναμενόμενος χρόνος παράδοσης (expected lead time). Σε μεταγενέστερο άρθρο του, ο ίδιος συγγραφέας (Ray, 1981) πρότεινε μια μέθοδο για τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας, παρούσης αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης. Αρκετά αργότερα, οι Marmorstein και Zinn (1993) επιβεβαίωσαν ότι, ακόμη και όταν η αυτοσυσχέτιση είναι μικρή, η επίδραση της στο στοκ ασφαλείας είναι σημαντική - η αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση επηρεάζει τη διακύμανση της ζήτησης κατά τη διάρκεια

του χρόνου παράδοσης και κατ' αυτόν τον τρόπο επιδρά στον προσδιορισμό του στοκ ασφαλείας. Οι Erkip et al. (1990) υπολόγισαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας εξετάζοντας ένα πολυεπίπεδο αποθεματικό σύστημα (multi-echelon inventory system), δεχόμενος την ύπαρξη τόσο χρονικής αυτοσυσχέτισης, όσο και αυτοσυσχέτισης μεταξύ αποθηκών - στο σύστημα που περιέγραψε, μία κεντρική αποθήκη προμηθεύει άλλες μικρότερες αποθήκες, εκεί έγκειται, λοιπόν, η αυτοσυσχέτιση μεταξύ αποθηκών.

Οι Lau και Wang (1987) ασχολήθηκαν με τον χρόνο παράδοσης, δίνοντας έμφαση στον τρόπο με τον οποίο η αυτοσυσχέτιση μπορεί να επηρεάσει την εκτίμηση της κατανομής της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης και, ως εκ τούτου, τις αποφάσεις που θα παρθούν, όσον αφορά την αποθεματική πολιτική γενικότερα. Η ενασχόληση με την εκτίμηση της κατανομής της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης συνεχίστηκε, αλλά αυτή τη φορά ήταν οι An et al. (1989), που σε άρθρο τους, αφού βρήκαν την κατανομή - μέσω διαφορετικής διαδικασίας απ' ότι οι Lau και Wang (1987) -, πρότειναν τρόπους υπολογισμού του στοκ ασφαλείας (safety stock) και του σημείου αναπαραγγελίας. Θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης είναι μεταβλητός, άροντας έτσι την συνήθη υπόθεση περί σταθερότητάς του, και δεχόμενοι αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση, οι Chandra και Grabis (2008) προσπάθησαν να βρουν την τιμή που πρέπει να λάβει ο χρόνος παράδοσης, έτσι ώστε μια μείωσή του να έχει θετικό αντίκτυπο στην αποθεματική πολιτική. Από την μια πλευρά, ο προμηθευτής θα αυξήσει την τιμή για τις παραγγελίες με μικρό χρόνο παράδοσης και συνεπώς και το κόστος αποθέματος, και από την άλλη, οι μικροί χρόνοι παράδοσης προσφέρουν καλύτερη πληροφόρηση για τη δεχόμενη ζήτηση και επιτρέπουν τη διακράτηση μικρότερου στοκ ασφαλείας, οδηγώντας σε μείωση του κόστους αποθέματος.

Κεφάλαιο 2

2.1 Εκτίμηση υποδειγμάτων ARMA με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας (Maximum likelihood estimation of ARMA)

Η εκτίμηση υποδειγμάτων ARMA με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας, περιγράφεται από τα ακόλουθα βήματα (Hamilton, 1994):

Θεωρούμε ότι έχουμε ένα υπόδειγμα ARMA της μορφής:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.1)$$

Για να χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας, πρέπει να κάνουμε μια υπόθεση για την κατανομή πιθανότητας (probability distribution) που ακολουθεί ο διαταρακτικός όρος (Gujarati, 2003). Οπότε, έχουμε τον διαταρακτικό όρο να ακολουθεί τη διαδικασία λευκού θορύβου (white noise) με $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, όπου ισχύουν (Hamilton, 1994):

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad (2.2)$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_T) = \begin{cases} \sigma^2 & (t = T) \\ 0 & (otherwise) \end{cases} \quad (2.3)$$

Η μέθοδος της μεγίστης πιθανοφάνειας μας παρέχει έναν ασυμπτωτικά αποτελεσματικό εκτιμητή για μία ή περισσότερες παραμέτρους (Greene, 2008). Συγκεκριμένα, επιδιώκει τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων $\delta, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma^2$ με βάση τις παρατηρήσεις της Y (Hamilton, 1994).

$$\text{Θέτουμε } \theta = (\delta, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma^2)' \quad (2.4)$$

Υποθέτουμε, ότι έχουμε παρατηρήσει ένα δείγμα T (y_1, y_2, \dots, y_T). Στη συνέχεια πρέπει να υπολογίσουμε την πυκνότητα πιθανότητας (probability density):

$$f_{Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1}(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1; \theta) \quad (2.5)$$

Η τιμή του εκτιμητή μεγίστης πιθανοφάνειας θ μεγιστοποιεί την (2.5) και μας δείχνει την πιθανότητα να έχουμε παρατηρήσει ένα τέτοιο δείγμα.

Η κεντρική ιδέα πίσω από την συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood, ML) είναι η συνάρτηση πιθανοφάνειας (likelihood function) (Gujarati, 2003). Και γενικά, για να υπολογίσουμε τους εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας, προχωρούμε αρχικώς στον υπολογισμό της συνάρτησης πιθανοφάνειας και μετέπειτα στην εύρεση των τιμών του θ που μεγιστοποιούν αυτή την συνάρτηση (Hamilton, 1994).

2.2 Εκτίμηση υποδείγματος AR(1) με την ακριβή μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας (Exact maximum likelihood estimation of AR(1))

Η ανάλυση που ακολουθεί, συμβαδίζει με την ανάλυση που περιγράφει ο Hamilton (1994).

Έστω ότι έχουμε μια διαδικασία AR(1),

$$Y_t = \delta + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

με $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2)$. Το διάνυσμα των πληθυσμιακών παραμέτρων που πρέπει να εκτιμήσουμε είναι $\theta = (\delta, \phi, \sigma^2)'$. Ακόμη, θεωρούμε ότι η Y_1 , η πρώτη παρατήρηση του δείγματος, είναι μια τυχαία μεταβλητή με στάσιμο μέσο $E(Y_1) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi}$ και

στάσιμη διακύμανση $E(Y_1 - \mu)^2 = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$. Και ότι, η συνάρτηση πυκνότητας

πιθανότητας της είναι της ακόλουθης μορφής,

$$f_{Y_1}(y_1; \theta) = f_{Y_1}(y_1; \delta, \phi, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\phi^2}}} \times \exp \left[-\frac{\left\{ y_1 - \left[\frac{\delta}{1-\phi} \right] \right\}^2}{\frac{2\sigma^2}{1-\phi^2}} \right] \quad (2.7)$$

Συνεχίζοντας, για την Y_2 έχουμε,

$$Y_2 = \delta + \phi Y_1 + \varepsilon_2 \quad (2.8)$$

Θεωρώντας την Y_1 δοθείσα, $Y_2|Y_1 = y_1 \sim N((\delta + \phi y_1), \sigma^2)$, πράγμα που σημαίνει

$$f_{Y_2|Y_1}(y_2|y_1; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-(y_2 - \delta - \phi y_1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.9)$$

Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών Y_1 και Y_2

$$\text{μπορεί να γραφεί ως } f_{Y_2|Y_1}(y_2|y_1; \theta) = f_{Y_2|Y_1}(y_2|y_1; \theta) \times f_{Y_1}(y_1; \theta)$$

Γενικά, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας t μεταβλητών είναι της μορφής,

$$\begin{aligned} & f_{Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1}(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1; \theta) \\ &= f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t | y_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-(y_t - \delta - \phi y_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Και η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των πρώτων t παρατηρήσεων,

$$\begin{aligned} & f_{Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1}(y_t, y_{t-1}, \dots, y_1; \theta) \\ &= f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t | y_{t-1}; \theta) \times f_{Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1}(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1; \theta) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Συνεπώς, η συνάρτηση πιθανοφάνειας του δείγματος μπορεί να υπολογιστεί ως,

$$f_{Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1}(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1; \theta) = f_{Y_1}(y_1; \theta) \times \prod_{t=2}^T f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t | y_{t-1}; \theta) \quad (2.12)$$

Λογαριθμίζοντας την (2.12), έχουμε,

$$L(\theta) = \ln f_{Y_1}(y_1; \theta) + \sum_{t=2}^T \ln f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t | y_{t-1}; \theta) \quad (2.13)$$

Η λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας για ένα δείγμα T παρατηρήσεων, είναι,

$$L(\theta) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} - \frac{\left\{ y_1 - \left[\frac{\delta}{(1-\phi)} \right] \right\}^2}{\frac{2\sigma^2}{1-\phi^2}} - \frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma^2) - \sum_{t=2}^T \left[\frac{(y_t - \delta - \phi y_{t-1})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (2.14)$$

Ο εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας $\hat{\theta}$ λαμβάνεται από την μεγιστοποίηση της (2.14). Θεωρητικά ακούγεται απλό, στην πράξη, όμως, έχουμε ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων για το $\hat{\theta}$ και τους όρους (y_1, y_2, \dots, y_T) και για το οποίο δεν υπάρχει εύκολη λύση. Η μεγιστοποίηση της (2.14) απαιτεί επίσης, επαναληπτικές ή αριθμητικές διαδικασίες (iterative or numerical procedures).

2.3 Εκτιμητές υπό συνθήκη μεγίστης πιθανοφάνειας (Conditional maximum likelihood estimates)

Μια εναλλακτική στην αριθμητική μεγιστοποίηση που απαιτεί η ακριβής μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας (exact maximum likelihood), είναι να θεωρήσουμε την y_1 ως δοθείσα και να μεγιστοποιήσουμε την συνάρτηση πιθανοφάνειας δοθέντος της y_1 . Δηλαδή,

$$f_{y_T, y_{T-1}, \dots, y_2 | y_1} (y_T, y_{T-1}, \dots, y_2 | y_1; \theta) = \prod_{t=2}^T f_{y_t | y_{t-1}} (y_t | y_{t-1}; \theta) \quad (2.15)$$

Συνεπώς στοχεύουμε στην μεγιστοποίηση της ακόλουθης συνάρτησης,

$$\begin{aligned} & \ln f_{y_T, y_{T-1}, \dots, y_2 | y_1} (y_T, y_{T-1}, \dots, y_2 | y_1; \theta) \\ &= -\frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma^2) - \sum_{t=2}^T \left[\frac{(y_t - \delta - \phi y_{t-1})^2}{2\sigma^2} \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Η μεγιστοποίηση της παραπάνω συνάρτησης, ως προς δ και ϕ , ισοδυναμεί με ελαχιστοποίηση της

$$\sum_{t=2}^T (Y_t - \delta - \phi Y_{t-1})^2 \quad (2.17)$$

η οποία αποκτιέται με μια απλή παλινδρόμηση (OLS) της y_t πάνω σε ένα σταθερό και την y_{t-1} .

Οι υπό συνθήκη μεγίστης πιθανοφάνειας (conditional maximum likelihood) εκτιμήσεις για τα δ και ϕ δίνονται από την παρακάτω εξίσωση,

$$\begin{bmatrix} \hat{c} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T-1 & \sum y_{t-1} \\ \sum y_{t-1} & \sum y_{t-1}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum y_t \\ \sum y_{t-1} y_t \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

όπου, Σ υποδηλώνει το άθροισμα με $t = 2, 3, \dots, T$.

Η διακύμανση με βάση αυτή την μέθοδο δίνεται από τον ακόλουθο τύπο,

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{t=2}^T \left[\frac{\left(y_t - \hat{\delta} - \hat{\phi} y_{t-1} \right)^2}{T-3} \right] \quad (2.19)$$

Δηλαδή, ο MLE είναι ο μέσος του τετραγώνου των καταλοίπων που εκτιμούμε με μια απλή OLS παλινδρόμηση.

Σε αντίθεση με την ακριβή μεγίστη πιθανοφάνεια (exact maximum likelihood), η υπό συνθήκη μεγίστη πιθανοφάνεια (conditional maximum likelihood) είναι πιο εύκολη στον υπολογισμό της. Επιπλέον, αν το δείγμα είναι αρκούντως μεγάλο, τότε η επίδραση της πρώτης παρατήρησης στο αποτέλεσμα είναι αμελητέα. Πιο συγκεκριμένα, όταν έχουμε μεγάλο δείγμα και ισχύει $|\phi| < 1$, οι ακριβής και υπό συνθήκη μεγίστη πιθανοφάνεια (exact και conditional maximum likelihood) έχουν την ίδια κατανομή. Όταν $|\phi| > 1$, η υπό συνθήκη μεγίστη πιθανοφάνεια συνεχίζει να παρέχει συνεπής εκτιμητές, ενώ η ακριβής (exact) όχι. Γι' αυτούς τους λόγους, προτιμάται η εκτίμηση των παραμέτρων μέσω της OLS (conditional maximum likelihood).

2.4 Δημιουργία προσομοιωμένων σειρών AR(1)

Οι προσομοιωμένες σειρές AR(1) οι οποίες δημιουργήθηκαν με τη μέθοδο Monte-Carlo θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τη μελέτη της συμπεριφοράς των μεθόδων Exact και Hadley-Whitin, υπό την προϋπόθεση ότι τα δεδομένα αυτοσυσχετίζονται. Στο τμήμα αυτό περιγράφουμε, κατ' αρχάς, τη διαδικασία παραγωγής των προσομοιωμένων αυτών σειρών.

Σε πρώτο στάδιο παρήχθησαν 1000 σειρές 1000 τυχαίων αριθμών από την τυποποιημένη κανονική κατανομή, $Z \sim N(0,1)$. Σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο παρήχθησαν αυτοί οι τυχαίοι αριθμοί, καθώς επίσης, και το βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας των σειρών προσομοίωσης, μπορεί κανείς να ανατρέξει στο σχετικό άρθρο του Kevork (2010). Ακολούθως, οι συγκεκριμένες σειρές χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία 1000 σειρών που ακολουθούν το AR(1) υπόδειγμα. Δηλαδή, δημιουργήθηκαν τιμές της ζήτησης που, ενδέχεται, να αντιμετωπίζει ένα προϊόν όταν η ζήτηση αυτή αυτοσυσχετίζεται – δηλαδή ακολουθεί το υπόδειγμα AR(1). Κατ' αυτόν τον τρόπο παρήχθησαν τα απαραίτητα δεδομένα που απαιτούνται για τα μετέπειτα στάδια της παρούσας έρευνας.

Για τη δημιουργία των AR(1) σειρών, ακολουθήθηκε ειδική διαδικασία για τον προσδιορισμό των τιμών του στάσιμου μέσου, μ_L , και της στάσιμης διακύμανσης σ_L^2 της εκάστοτε σειράς. Ειδικότερα, για τον υπολογισμό της διακύμανσης χρησιμοποιήθηκε ο τύπος του συντελεστή μεταβλητότητας (CV). Θέτοντας $CV = 0,2$ διασφαλίζουμε ότι η ζήτηση δεν θα είναι αρνητική (Kevork, 2010) αν και, οι Lau και Lau (2002) υποστηρίζουν ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να παίρνει και τιμές μεγαλύτερες του 0,2 αλλά μικρότερες του 0,3. Όμως, με $CV \leq 0,2$ υπάρχει μια αμελητέα πιθανότητα της τάξης του 0,00003% να παραχθούν αρνητικές τιμές, ενώ αντίθετα με $0,25 \leq CV \leq 0,3$ ένας ανησυχητικά σημαντικός αριθμός αρνητικών τιμών αρχίζει να εμφανίζεται (Kevork, 2010). Λύνοντας, λοιπόν, τον τύπο του CV ως προς την τυπική απόκλιση και υψώνοντάς την (τυπική απόκλιση) στο τετράγωνο βρίσκεται η διακύμανση που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή των σειρών, δηλαδή

$$\sigma^2 = (1 - \phi^2) \times 0,04 \times \mu^2 \quad (2.20)$$

Επιπλέον, στην εξαγωγή λήφθηκαν υπόψη και τρεις διαφορετικές τιμές για το ϕ ($\phi=0,2, 0,5, 0,8$) που δείχνουν και διαφορετικούς βαθμούς αυτοσυσχέτισης. Σύμφωνα με τους Halkos και Kenork (2006), ένα στάσιμο $AR(1)$ με ϕ κοντά στη μονάδα είναι πολύ πιθανό να καταλήξει σε τυχαίο περίπατο, όπου η μη απόρριψη της υπόθεσης του τυχαίου περιπάτου για ορισμένες μεταβλητές μπορεί να οδηγήσει σε σχέσεις που δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα.

Το $AR(1)$ είναι της μορφής: $Y_t = \delta + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t$ με το διαταρακτικό όρο να ακολουθεί την κανονική κατανομή $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Όταν το Y_t είναι στάσιμο, τότε ισχύουν για τον μέσο και την διακύμανση ότι, $E(Y_t) = \frac{\delta}{1-\phi}$ και $Var(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$ (Δημέλη, 2002).

Στην εργασία υποθέεται ότι το Y_t αναφέρεται στη ζήτηση που υπάρχει κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης. Θεωρώντας την πρώτη παρατήρηση που θα δημιουργηθεί, ως μια τυχαία μεταβλητή η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή

$$Y_1 \sim N\left(\frac{\delta}{1-\phi}, \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}\right) \quad (2.21)$$

αφαιρείται και ο μέσος και η τυπική απόκλιση

$$\frac{Y_1 - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{1-\phi^2}}} = Z_1 \Rightarrow Y_1 = \mu + Z_1 \frac{\sigma}{\sqrt{1-\phi^2}} \quad (2.22)$$

Η δεύτερη παρατήρηση υπολογίζεται ως εξής. Θεωρούμε ότι ακολουθεί το $AR(1)$,

$$Y_2 = \delta + \phi Y_1 + \varepsilon \quad (2.23)$$

με το $\varepsilon \sim (0, \sigma^2)$, όπου $\sigma^2 = (1 - \phi^2) \times 0,04 \times \mu^2$.

Με το ίδιο σκεπτικό όπως παραπάνω, υπολογίζεται και ο διαταρακτικός όρος,

$$\frac{\varepsilon - 0}{\sqrt{\sigma^2}} = Z_2 \quad (2.24)$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο, κατασκευάστηκαν οι Y_t , η χρήση των οποίων περιγράφεται σε επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 3

3.1 Διαμόρφωση αντικειμενικής συνάρτησης κόστους

Η συνάρτηση του συνολικού κόστους είναι ένας συγκερασμός του κόστους ανανέωσης αποθέματος (replenishment ή ordering cost), του κόστους αποθεματοποίησης (holding cost) και κόστους έλλειψης αποθέματος (shortage cost). Το κόστος ανανέωσης αποθέματος ουσιαστικά αναφέρεται στο κόστος που μια επιχείρηση δέχεται θέτοντας μια παραγγελία προϊόντων σε έναν εξωτερικό προμηθευτή (κόστος ανάλυσης των χαρακτηριστικών των διαφόρων πωλητών, κόστος επιθεώρησης των υλικών, κτλ) ή σε ένα εσωτερικό προμηθευτή, ή αλλιώς, αναφέρεται στο κόστος εσωτερικής παραγωγής των προϊόντων (κόστη αλλαγής της παραγωγικής διαδικασίας, έλεγχοι ποιότητας, κτλ). Εννοείται ότι, ανάλογα με τον αριθμό των παραγγελιών μεταβάλλεται αντίστοιχα και το κόστος (Tersine, 1994). Η αποθήκευση του προϊόντος προσμετράται, στο συνολικό κόστος που αντιμετωπίζει μια επιχείρηση, μέσω του κόστους αποθεματοποίησης. Ειδικότερα, στη διατήρηση αποθηκευμένων προϊόντων ενσωματώνονται κόστη όπως, ασφάλειες, κόστος αποθήκευσης, κόστος απαρχαίωσης (obsolescence) προϊόντος, κόστος φθοράς (deterioration) προϊόντος, κτλ (Tersine, 1994). Και, με τον όρο κόστος έλλειψης αποθέματος ποσοτικοποιείται η ανικανοποίητη ζήτηση. Το μέγεθος του συγκεκριμένου κόστους είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με την αντίδραση του πελάτη – προσμονή επόμενης παραγγελίας (κόστος διακράτησης παραγγελίας σε εκκρεμότητα, backordering cost), αγορά κάποιου υποκατάστατου προϊόντος ή οριστική ακύρωση της αγοράς (present or even future profit loss → goodwill erosion) (Tersine, 1994).

Η συνάρτηση κόστους που ελαχιστοποιείται είναι η ακόλουθη (Lau and Lau, 2002):

$$TC(Q, R) = \left(\frac{A \times D}{Q}\right) + (\pi D \times \frac{S_R}{Q}) + (h \times I) \quad (3.1)$$

$$\text{όπου } S_R = \int_R^{\infty} (x - R) f_{\omega}(x) dx \quad (3.2)$$

Όταν όμως, θεωρούμε ότι η επικοινωνιακή πολιτική σε σχέση με τους πελάτες είναι επιτυχημένη, δηλαδή σε περίπτωση έλλειψης αποθέματος ο πελάτης είναι πρόθυμος όχι μόνο να περιμένει την άφιξη της νέας παραγγελίας αλλά και να επανέλθει στην

επιχείρηση για να ξαναγοράσει το προϊόν, δεχόμαστε ότι αντιμετωπίζουμε μηδενικό κόστος έλλειψης ($\pi=0$) (Κεβόρκ, 2009), και τότε η συνάρτηση κόστους τροποποιείται ως ακολούθως (Lau and Lau, 2002):

$$TC(Q, R) = \left(\frac{A \times D}{Q}\right) + (h \times I) \quad (3.3)$$

όπου,

A = σταθερό κόστος ανανέωσης αποθέματος (fixed order cost)

π = κόστος έλλειψης αποθέματος ανά μονάδα (shortage cost / unit)

D = ετήσια ζήτηση (annual demand)

Q = ποσότητα παραγγελίας (order quantity)

R = σημείο αναπαραγγελίας (reorder point)

h = κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα ανά χρόνο (holding cost / unit / year)

Το πιο σημαντικό στοιχείο για τη διαμόρφωση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μεγέθους του μέσου αποθέματος που οδηγεί στον προσδιορισμό του κόστους αποθεματοποίησης (Κεβόρκ, 2009). Για τον προσδιορισμό του επιπέδου του μέσου αποθέματος (average inventory level) έχουν προταθεί εναλλακτικές μέθοδοι (Lau and Lau, 2002) οι οποίες περιγράφονται παρακάτω

Μέθοδος 1: Ακριβής προσδιορισμός του μέσου αποθέματος (The Exact Method)

$$I = \left(\frac{1}{Q}\right) \int_{\max(0, R)}^{Q+R} \left\{ \int_0^Y (Y-x) f_{\omega}(x) d(x) \right\} dY \quad (3.4)$$

Μέθοδος 2: Hadley-Whitin

$$I_{HW} = \frac{1}{2} Q + R - \mu_{\omega} \quad (3.5)$$

Μέθοδος 3: Wagner

$$I_W = I_{HW} + \frac{1}{2} \mu_{\omega} \frac{S_R}{Q} \quad (3.6)$$

Μέθοδος 4: Love

$$I_L = I_{HW} + \frac{1}{2} S_R \quad (3.7)$$

Μέθοδος 5: Yano

$$I_Y = \frac{1}{2} Q - S_R + \frac{1}{2} \frac{S_R^2}{Q} \quad (3.8)$$

Μέθοδος 6: Lau and Lau (formula 1)

$$I_1 = I_{HW} + \frac{1}{2} \frac{(R - \mu_\omega)^2}{Q} \quad (3.9)$$

Μέθοδος 7: Lau and Lau (formula 2)

Χρήση του I_{HW} αν $z_1 > 0.6$

Χρήση του I_1 αν $z_1 \leq 0.6$ αλλά $z_2 > -0.5$

Θέτω $I_2 = 0$ αν $z_2 \leq 0.5$

Όπου,

$$z_1 = \frac{R - \mu_\omega}{\sigma_\omega} \quad (3.10)$$

$$\text{και } z_2 = \frac{Q + R - \mu_\omega}{\sigma_\omega} \quad (3.11)$$

Η μέθοδος 1 είναι το σημείο αναφοράς (benchmark) με το οποίο οι Lau and Lau (2002) συγκρίνουν τις άλλες μεθόδους. Για να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο των Hadley-Whitin πρέπει η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος (stockout probability) να είναι μικρή. Οι μέθοδοι των Wagner, Love, και Yano προτάθηκαν για να επιτύχουν μεγαλύτερη ακρίβεια στις περιπτώσεις όπου, οι προϋποθέσεις για την χρησιμοποίηση της μεθόδου των Hadley-Whitin παραβιάζονται. Η απόδοση (performance) της μεθόδου των Hadley-Whitin είναι καλή, όταν η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος

(stockout probability) είναι μικρή, εντούτοις, με βάση τη σύγκριση των Lau και Lau (2002), η μέθοδος συνεχίζει να είναι καλή, και μάλιστα να ανταπεξέρχεται ικανοποιητικότερα (πιο robust) σε σχέση με των Wagner, Love και Yano, ακόμα και με πιθανότητα έλλειψης αποθέματος πιο μεγάλη. Σαφώς, καθώς αυτή η πιθανότητα συνεχίζει να αυξάνει η μέθοδος των Hadley-Whitin καταρρέει. Ακόμη, οι μέθοδοι των Wagner, Love, και Yano αποδίδουν καλά για μερικές τιμές (Q , R) και άσχημα για κάποιες άλλες. Η μέθοδος του Yano, είναι καλή για $z_1 < -1.6$ και κακή όταν $-1 < z_1 < 0.6$. Το αντίθετο ισχύει για τις μεθόδους των Love και Wagner. Σύμφωνα με τους Lau και Lau (2002), η μέθοδος των Hadley-Whitin είναι εξίσου καλή με του Love και την I_1 , και καλύτερη σε σχέση με του Yano. Όμως, καλύτερη μέθοδος, τόσο από πλευράς απλότητας στη χρήση του τύπου, όσο και από ακρίβειας των εξαγόμενων αποτελεσμάτων, αναδεικνύεται η μέθοδος 6.

Η ακριβής μέθοδος προσδιορισμού του μέσου αποθέματος υποθέτει αιτιοκρατικούς χρόνους παράδοσης (deterministic leadtimes). Οι μέθοδοι των Love, Wagner, Hadley-Whitin και η I_1 είναι έγκυρες και με στοχαστικούς χρόνους παράδοσης (stochastic leadtimes). Χρησιμοποιείται, λοιπόν, η ακριβής μέθοδος προσδιορισμού του μέσου αποθέματος ως σημείο αναφοράς, γιατί δεν υπάρχει αντίστοιχη ακριβής μέθοδος προσδιορισμού του μέσου αποθέματος για στοχαστικούς χρόνους παράδοσης. Επίσης, ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση κόστους, αν το π είναι πολύ μικρό, τότε προκαλείται εκφυλισμός (degeneracy), αφού καταλήγουμε σε αρνητική πιθανότητα και σε χωρίς νόημα λύσεις, όπως για παράδειγμα το συνολικό κόστος και το σημείο αναπαραγωγής να προσεγγίζουν το μείον άπειρο.

Κατά τους Lau et al. (2002), η μέθοδος των Hadley-Whitin χρησιμοποιείται περισσότερο, γιατί στην exact είναι δύσκολο να εκτιμηθεί το διπλό ολοκλήρωμα και ακόμη, είναι δύσκολη η εκτίμηση των παραγωγίσεων από την συνάρτηση κόστους.

Θεωρητικά και εμπειρικά, οι LTDs (Lead Time Demand, ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης) είναι πιθανόν να έχουν μη κανονική μορφή (non normal shapes). Για μια μη αρνητική κανονική κατανομή, ο συντελεστής μεταβλητότητας (cv, coefficient of variation) δεν πρέπει να υπερβαίνει το 0,3 (Lau et al., 2002).

3.2 Χρήσιμοι ορισμοί

Ζήτηση : μπορεί να είναι σταθερή (constant) ή μεταβλητή (variable), συσχετισμένη (dependent) ή ανεξάρτητη (independent) (Tersine, 1994).

Απόθεμα (inventory) : μπορεί να αποτελείται από προμήθειες (supplies), πρώτες ύλες (raw materials), ενδιάμεσα αγαθά (in-process goods), τελικά αγαθά (finished goods) (Tersine, 1994).

Προμήθεια αποθέματος : μπορεί να είναι είτε εσωτερική (η επιχείρηση παράγει το προϊόν, και ένα τμήμα της επιχείρησης παραγγέλνει από ένα άλλο - της ίδιας επιχείρησης πάντα) είτε εξωτερική (η επιχείρηση παραγγέλνει από εξωτερικούς προμηθευτές) (Tersine, 1994).

Κύκλος αποθέματος (inventory cycle) : η χρονική περίοδος μεταξύ δύο διαδοχικών παραλαβών των Q μονάδων προϊόντος που έχουν παραγγελθεί (Silver et al., 1998).

Σημείο αναπαραγγελίας (reorder point) : η στάθμη του αποθέματος κάτω από την οποία δίνεται η παραγγελία των Q μονάδων προϊόντος (Silver et al., 1998).

Χρόνος παράδοσης της παραγγελίας (lead time) : η χρονική περίοδος που απαιτείται από την στιγμή που δίνεται η παραγγελία μέχρι την στιγμή που παραλαμβάνεται. Μπορεί να είναι σταθερός (constant lead time) ή μεταβλητός (variable lead time) (Silver et al., 1998).

Επίπεδο εξυπηρέτησης ($1-\alpha$) : η πιθανότητα η συνολική ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μικρότερη ή ίση από το σημείο αναπαραγγελίας (Silver et al., 1998).

Παραγγελία σε εκκρεμότητα (backorder) : είναι μια παραγγελία που θα ικανοποιηθεί αργότερα. Δηλαδή, η επιχείρηση δεν έχει απώλεια πωλήσεων, αλλά οι πελάτες περιμένουν να ικανοποιηθούν από την ίδια επιχείρηση, όταν θα ξαναφέρει το προϊόν με την επόμενη παραγγελία που θα παραλάβει. Αναφέρεται ως «αιχμάλωτη» ζήτηση

(captive demand). Τα άλλα ενδεχόμενα που μπορεί να κλιθεί να αντιμετωπίσει η επιχείρηση είναι η πλήρης ή μερική απώλεια πωλήσεων (totally or partially lost sales) (Tersine, 1994).

Στοκ ασφαλείας : Η επιπλέον ποσότητα από την μέση ζήτηση στον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας που κρατείται ως απόθεμα ώστε να εξασφαλίζεται το επίπεδο εξυπηρέτησης που έχει ορισθεί (Silver et al., 1998).

Συνολικό κόστος : είναι το άθροισμα του κόστους παραγγελίας, του κόστους παρακράτησης και του κόστους έλλειψης αποθέματος (Silver et al., 1998).

3.3 Προσδιορισμός της ποσότητας παραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση: Η μέθοδος Hadley-Whitin

Για τον προσδιορισμό του επιπέδου του μέσου αποθέματος, χρησιμοποιείται ο τύπος των Hadley-Whitin (Κεβόρκ, 2009):

$$I_{HW} = \frac{1}{2} \times Q_{HW} + B \quad (3.12)$$

Αντικαθιστώντας τον στην 3.2:

$$ETC_{HW} = \frac{A \times \bar{D}}{Q} + h \times I_{HW} = \frac{A \times \bar{D}}{Q} + \frac{h}{2} \times Q + h \times B \quad (3.13)$$

Παίρνουμε την πρώτη παράγωγο, και εξάγουμε την άριστη ποσότητα παραγγελίας:

$$\frac{dETC_{HW}}{dQ} = -\frac{A \times \bar{D}}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \Rightarrow Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \bar{D}}{h}} \quad (3.14)$$

ή

$$Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \bar{D}}{h}} = \sqrt{EOQ^2} = \sigma_L \sqrt{\left(\frac{EOQ}{\sigma_L}\right)^2} = \sigma_L \sqrt{q^2} = \sigma_L \times q \quad (3.15)$$

Ο νέος τύπος του μέσου αποθέματος, ο οποίος περιλαμβάνει και την άριστη ποσότητα παραγγελίας, διαμορφώνεται ως εξής:

$$I_{HW}^* = \frac{1}{2} \times Q_{HW}^* + B = \frac{1}{2} \times Q_{HW}^* + \kappa \times \sigma_L \quad (3.16)$$

Και ο νέος τύπος που εκφράζει το συνολικό κόστος, έχει τροποποιηθεί με βάση την ποσότητα παραγγελίας ως ακολούθως:

$$ETC_{HW}^* = \frac{A \times \bar{D}}{Q_{HW}^*} + \frac{h}{2} \times Q_{HW}^* + h \times B \Rightarrow$$

$$ETC_{HW}^* = h \times (Q_{HW}^* + \kappa \times \sigma_L) \quad (3.17)$$

Η τυπική απόκλιση για το **AR(1)** είναι (Χάλκος, 2006):

$$\sigma_L = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \phi^2}} \quad (3.18)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την τυπική απόκλιση, οι τύποι του μέσου αποθέματος και του συνολικού κόστους μετασχηματίζονται ως ακολούθως για το **AR(1)**:

$$I_{HWAR}^* = \frac{1}{2} \times Q_{HW}^* + \kappa \times \sigma_L = \frac{1}{2} \times Q_{HW}^* + \kappa \times \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \phi^2}} \quad (3.19)$$

$$ETC_{HWAR}^* = h \times \left(Q_{HW}^* + \kappa \times \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \phi^2}} \right) \quad (3.20)$$

Ο τύπος της άριστης ποσότητας παραγγελίας παραμένει αμετάβλητος, ακόμη και αν αντιμετωπίσουμε αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση $AR(1)$. Κι αυτό, γιατί ο συγκεκριμένος τύπος δεν περιλαμβάνει την μεταβλητή της τυπικής απόκλισης.

3.4 Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας με αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση: Η Μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος (exact)

Ο τύπος του μέσου αποθέματος, σύμφωνα με την μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος, είναι ο ακόλουθος (Κεβόρκ, 2009):

$$I_C = \frac{Q_C}{2} + B + \frac{1}{2} \times \frac{\Theta_\kappa}{Q_C} \quad (3.21)$$

$$\text{Με } \Theta_\kappa = \sigma_L^2(1 - \Phi_\kappa) - \kappa \times \sigma_L \times S_\kappa \quad (3.22)$$

$$\text{όπου } S_\kappa = \sigma_L [\phi_\kappa - \kappa \times (1 - \Phi_\kappa)] \quad (3.23)$$

Η συνάρτηση κόστους είναι (δεχόμενοι μηδενικό κόστος έλλειψης, $\pi=0$):

$$ETC_C = \frac{A \times \bar{D}}{Q_C} + h \times I_C = \frac{A \times \bar{D}}{Q_C} + h \times \frac{Q_C}{2} + h \times B + \frac{h}{2} \times \frac{\Theta_\kappa}{Q_C} \quad (3.24)$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο 3.21 τον τύπο 3.22, έχουμε:

$$\Theta_\kappa = \sigma_L^2(1 - \Phi_\kappa) - \kappa \times \sigma_L \{ \sigma_L [\phi_\kappa - \kappa(1 - \Phi_\kappa)] \} \Rightarrow$$

$$\Theta_\kappa = \sigma_L^2 [(1 + \kappa^2)(1 - \Phi_\kappa) - \kappa \times \phi_\kappa] \quad (3.25)$$

Εν συνεχεία, θέτω:

$$\Theta_\kappa = \sigma_L^2 \times \delta_1 \quad (3.26)$$

$$\text{όπου } \delta_1 = (1 + \kappa^2)(1 - \Phi_\kappa) - \kappa \times \phi_\kappa \quad (3.27)$$

Η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης κόστους:

$$\frac{dETC_c}{dQ_c} = -\frac{A \times \bar{D}}{Q_c^2} + \frac{h}{2} - \frac{h}{2} \times \frac{\Theta_\kappa}{Q_c^2} = 0 \Rightarrow$$

$$Q_c^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \bar{D}}{h} + \sigma_L^2 [(1 + \kappa^2)(1 - \Phi_\kappa) - \kappa \times \phi_\kappa]} \Rightarrow$$

$$Q_c^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \bar{D}}{h} + \sigma_L^2 \times \delta_1} \quad (3.28)$$

$$\text{ή } Q_c^* = \sqrt{EOQ^2 + \sigma_L^2 \times \delta_1} = \sigma_L \sqrt{\left(\frac{EOQ}{\sigma_L}\right)^2 + \delta_1} = \sigma_L \sqrt{q^2 + \delta_1} \quad (3.29)$$

Οι τύποι του μέσου αποθέματος και του κόστους, διαμορφώνονται, ως ακολούθως, ώστε να περιέχουν την άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$I_c^* = \frac{Q_c^*}{2} + B + \frac{1}{2} \times \frac{\Theta_\kappa}{Q_c^*} \quad (3.30)$$

$$ETC_c^* = \frac{A \times \bar{D}}{Q_c^*} + h \times I_c^* = \frac{A \times \bar{D}}{Q_c^*} + h \times \frac{Q_c^*}{2} + h \times B + \frac{h}{2} \times \frac{\Theta_\kappa}{Q_c^*} \quad (3.31)$$

Ο τύπος της άριστης ποσότητας παραγγελίας, περιλαμβάνοντας την μεταβλητή της τυπικής απόκλισης τροποποιείται ανάλογα, όταν αντιμετωπίζουμε αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση AR(1).

Οπότε για **AR(1)** έχουμε:

$$Q_{CAR}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \bar{D}}{h} + \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2} \times \delta_1} \quad (3.32)$$

$$\text{ή } Q_{CAR}^* = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \phi^2}} \sqrt{q^2 + \delta_1} \quad (3.33)$$

Ο νέος τύπος του μέσου αποθέματος, διαμορφώνεται ως εξής:

$$I_{CAR}^* = \frac{Q_{CAR}^*}{2} + B + \frac{1}{2} \times \frac{\Theta_{\kappa AR}}{Q_{CAR}^*} \Rightarrow$$

$$I_{CAR}^* = \frac{1}{2} \left(Q_{CAR}^* + \frac{\Theta_{\kappa AR}}{Q_{CAR}^*} \right) + B \Rightarrow$$

$$I_{CAR}^* = \frac{1}{2} \left[\frac{(Q_{CAR}^*)^2 + \Theta_{\kappa AR}}{Q_{CAR}^*} \right] + B \quad (3.34)$$

όπου, έχει μεταβληθεί χρησιμοποιώντας τον τροποποιημένο τύπο του Θ_{κ} ,

$$\Theta_{\kappa AR} = \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2} \times \left[(1 + \kappa^2)(1 - \Phi_{\kappa}) - \kappa \times \phi_{\kappa} \right] \quad (3.35)$$

Και ο νέος τύπος που εκφράζει το συνολικό κόστος, περιλαμβάνει το νέο τύπο της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του μέσου αποθέματος:

$$ETC_{CAR}^* = \frac{A \times \bar{D}}{Q_{CAR}^*} + h \times I_{CAR}^* \quad (3.36)$$

3.5 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στα μεγέθη Q, I, ETC

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω τύπους στο παρακάτω αριθμητικό παράδειγμα, επιχειρήθηκε να δοθεί μια πιο σαφή εικόνα της επιρροής της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος στη λήψη αποφάσεων και στη χάραξη πολιτικής μιας επιχείρησης, όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται.

Στο αριθμητικό παράδειγμα χρησιμοποιήθηκαν κάποια δεδομένα που βασίστηκαν σε παραδείγματα των Lau και Lau (2002). Συγκεκριμένα, το σταθερό κόστος ανανέωσης αποθέματος ισούται με $A = 70$, το κόστος αποθεματοποίησης με $h = 0,6$, $\beta = 50$ (διότι αναφερόμαστε στις 50 εργάσιμες εβδομάδες του έτους), και η μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης με $\mu_L = 300$. Για την αναμενόμενη ζήτηση, ισχύει η σχέση $\bar{D} = \beta \times \mu_L = 50 \times 300 = 15000$. Ο τύπος της διακύμανσης που χρησιμοποιήθηκε για

να ληφθεί υπόψη η αυτοσυσχέτιση είναι ο $\sigma_L = \frac{\sigma}{\sqrt{1-\phi^2}}$ (3.18), με την τυπική

απόκλιση να ισούται με $\sigma = 60$ και να εξετάζονται τρεις διαφορετικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης, δηλαδή $\phi = 0,2, 0,5, 0,8$. Επίσης, εξετάστηκαν και τρεις διαφορετικές τιμές για το λόγο q , δηλαδή $q = 10, 30, 50$. Το q ισούται με το λόγο της άριστης ποσότητας παραγγελίας των Hadley-Whitin ως προς την τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης.

3.5.1 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στην ποσότητα παραγγελίας

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων A, h, β, μ_L και σ_L ($\sigma_L^2 = 3750, 4800, 10000$ εν αντιστοιχία με τα $\phi = 0,2, 0,5, 0,8$) στον πίνακα 1 δίνονται οι τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας με βάση την ακριβή μέθοδο υπολογισμού του μέσου αποθέματος όταν αγνοείται η αυτοσυσχέτιση. Οι τιμές αυτές προκύπτουν με εφαρμογή του τύπου 3.28 ή 3.29.

Πίνακας 1: Η άριστη ποσότητα παραγγελίας Q_C^* όταν αγνοείται η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
600,38	1800,13	3000,08

Πίνακας 2: Η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας Q_{CAR}^* όταν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	612,76	1837,25	3061,94
$\phi = 0,5$	693,26	2078,61	3464,19
$\phi = 0,8$	1000,64	3000,21	5000,13

Πίνακας 3: Σφάλμα προσέγγισης, $Q_{CAR}^* - Q_c^*$

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	12,38	37,12	61,86
$\phi = 0,5$	92,88	278,48	464,11
$\phi = 0,8$	400,26	1200,08	2000,05

Πίνακας 4: Σφάλμα προσέγγισης ως ποσοστό, $(Q_{CAR}^* - Q_c^*) / Q_{CAR}^*$

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	2,02037	2,02041	2,020287791
$\phi = 0,5$	13,3976	13,3974	13,39735984
$\phi = 0,8$	40,0004	39,9999	39,99996

Από τους παραπάνω πίνακες προκύπτει ότι, μη λαμβάνοντας υπόψη την αυτοσυσχέτιση, η ποσότητα παραγγελίας χρησιμοποιώντας την ακριβή μέθοδο υπολογισμού του μέσου αποθέματος αυξάνεται με την άνοδο του λόγου q (βλ. Πίνακα 1). Το ίδιο παρατηρείται όταν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση, με την επιπλέον παρατήρηση ότι, η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας αυξάνεται καθώς αυξάνεται και ο βαθμός αυτοσυσχέτισης (βλ. Πίνακα 2). Αναφορικά με το σφάλμα προσέγγισης (βλ. Πίνακα 3), οι αποκλίσεις $Q_{CAR}^* - Q_c^*$ δείχνουν να οξύνονται όλο και περισσότερο με την άνοδο του βαθμού αυτοσυσχέτισης. Παρόμοια είναι και η αντίδραση της ποσότητας παραγγελίας αυξανόμενου του λόγου q . Συνοπτικά και ο λόγος q και ο βαθμός αυτοσυσχέτισης παρουσιάζουν μια θετική σχέση με το μέγεθος του σφάλματος πρόβλεψης. Από τον πίνακα 4, παρατηρούμε τις τιμές του σφάλματος προσέγγισης ως ποσοστό. Βλέπουμε ότι οι πραγματικές τιμές σε υψηλό βαθμό αυτοσυσχέτισης ($\phi = 0,8$) αποκλίνουν κατά 40% από τις άριστες τιμές που δεν λαμβάνουν υπόψη την αυτοσυσχέτιση. Πολύ μεγάλη διαφορά τιμών και, ως εκ τούτου, μεγάλο θα είναι και το πρόβλημα σε μια επιχείρηση αν αντιμετωπίζει αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση και παραλείψει να την συμπεριλάβει στην εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας.

3.5.2 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στο μέσο απόθεμα

Το μέσο απόθεμα υπολογίζεται με βάση τις τιμές των ποσοτήτων παραγγελίας και του στοκ ασφαλείας B , το οποίο υπολογίζεται δεχόμενοι ότι $\kappa=1,96$ και, ακόμη, ισχύοντος του τύπου $B = \kappa \times \sigma_L$, χρησιμοποιείται και η κατάλληλη τυπική απόκλιση, $\sigma_L=60$ αν χρησιμοποιείται ο τύπος 3.30 (όπου δεν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση) (βλ. Πίνακα 5) ή $\sigma_L^2 = 3750, 4800, 10000$ αν χρησιμοποιείται ο τύπος 3.34 (όπου λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση) (βλ. Πίνακα 6), στην περίπτωση του οποίου λαμβάνεται η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης.

Πίνακας 5: Το μέσο απόθεμα I_C^* όταν αγνοείται η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
418,17	1017,79	1617,72

Πίνακας 6: Το πραγματικό μέσο απόθεμα I_{CAR}^* όταν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	426,8	1038,78	1651,07
$\phi = 0,5$	482,87	1175,24	1867,98
$\phi = 0,8$	696,96	1696,32	2696,19

Εξετάζοντας το μέσο απόθεμα, οι τιμές που υπολογίστηκαν φαίνεται να διαφοροποιούνται σημαντικά παρούσης της αυτοσυσχέτισης. Και εδώ, μπορούμε να επισημάνουμε τη θετική σχέση που υπάρχει μεταξύ των q και μέσου αποθέματος, και η οποία ισχύει και είτε λαμβάνω υπόψη την αυτοσυσχέτιση είτε όχι. Για κάθε q ξεχωριστά, η παρουσία αυτοσυσχέτισης αυξάνει περισσότερο τις τιμές του μέσου αποθέματος συγκριτικά με την περίπτωση όπου η αυτοσυσχέτιση αγνοείται. Επιπλέον με βάση τον πίνακα 6 οι τιμές του μέσου αποθέματος αυξάνουν περισσότερο καθώς ανεβαίνει ο βαθμός αυτοσυσχέτισης. Ακόμη, ειδικότερα, είναι εμφανές ότι οι τιμές, που εξάγονται για οποιοδήποτε q και για βαθμούς

αυτοσυσχέτισης $\phi=0,2$ και $\phi=0,5$ είναι αρκετά κοντά, με εξαίρεση την περίπτωση όπου υπάρχει $\phi=0,8$. Επιπροσθέτως, οι τιμές του μέσου αποθέματος υπολογισμένες με την ακριβή μέθοδο υπολογισμού του μέσου αποθέματος μη λαμβάνοντας υπόψη την αυτοσυσχέτιση (βλ. Πίνακα 5) είναι πάντοτε υποεκτιμημένες σε σχέση με όταν λαμβάνεται (βλ. Πίνακα 6).

3.5.3 Επιπτώσεις της αυτοσυσχέτισης στο συνολικό κόστος

Για τον υπολογισμό του συνολικού κόστους χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των ποσοτήτων παραγωγίας και για τις δύο περιπτώσεις – λαμβάνοντας και μη υπόψη την αυτοσυσχέτιση – όπως αυτές εξήχθησαν σε παραπάνω τμήματα, τις τιμές των παραμέτρων A , h , β , μ_L καθώς και τις τιμές του μέσου αποθέματος που υπολογίστηκαν παραπάνω. Για τον υπολογισμό του συνολικού κόστους χρησιμοποιήθηκε ο τύπος 3.31 που δε λαμβάνει υπόψη την αυτοσυσχέτιση και ο τύπος 3.36 που τη λαμβάνει.

Πίνακας 7: Το συνολικό κόστος ETC_C^* όταν αγνοείται η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
1193,97	1800,13	1320,62

Πίνακας 8: Το πραγματικό συνολικό κόστος ETC_{CAR}^* όταν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση στη ζήτηση

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	1969,63	1194,78	1333,56
$\phi = 0,5$	1804,3	1210,29	1423,89
$\phi = 0,8$	1467,51	1367,77	1827,71

Μελετώντας τα αποτελέσματα του συνολικού κόστους, το λιγότερο που μπορεί να λεχθεί είναι ότι παρουσιάζουν μια «ιδιομορφία». Αναλυτικότερα, για $q=10$ συνδυαζόμενο με τα τρία ϕ , οι τιμές του κόστους εμφανίζουν τεράστιες αποκλίσεις όταν στη ακριβή μέθοδο υπολογισμού του μέσου αποθέματος λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση και όταν όχι, με την πρώτη περίπτωση (βλ. Πίνακα 8) να παρουσιάζει

υψηλότερα κόστη. Και ενώ θα αναμένονταν παρόμοια αποτελέσματα καθώς θα αυξάνει το q , τα πράγματα ανατρέπονται. Παρατηρώντας τα εξαγόμενα αποτελέσματα για $q=30$, οι διαφορές για τις δύο περιπτώσεις παραμένουν μεγάλες, είναι τώρα, όμως, η περίπτωση μη συνυπολογισμού και της ύπαρξης αυτοσυσχέτισης που δίνει το υψηλότερο κόστος (βλ. Πίνακα 7). Το ότι είναι αδύνατο να μορφώσουμε κάποια εικόνα από τα δεδομένα γίνεται απολύτως κατανοητό, παρατηρώντας και τις τιμές του κόστους για $q=50$. Οι αποκλίσεις που επισημαίνονται, εμφανίζουν τις δύο περιπτώσεις αρκετά κοντά όταν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μέχρι και για $\phi=0,5$. Ενώ για $\phi=0,8$ οι διαφορές παραμένουν μεγάλες. Όταν για $q=50$ η μέθοδος λαμβάνει υπόψη την αυτοσυσχέτιση (βλ. Πίνακα 8), τότε παρέχει υψηλότερο κόστος, ακριβώς όπως και με το για $q=10$.

Δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το αν επικρατεί θετική ή αρνητική σχέση είτε ανάμεσα στο q και το συνολικό κόστος είτε ανάμεσα στο ϕ και το συνολικό κόστος.

Κεφάλαιο 4

Εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας, της κάλυψης και συγκρίσεις μεροληψίας κάτω από διαφορετικές μορφές αυτοσυσχέτισης και μεγέθους δείγματος

4.1 Άριστη ποσότητα παραγγελίας και μεροληψία

Αφού δημιουργήθηκαν οι 1000 προσομοιωμένες σειρές Y_t για το υπόδειγμα AR(1) κάτω από τις διαφορετικές τιμές ϕ , όπως περιγράφηκε στο τμήμα 4 του δευτέρου κεφαλαίου (κεφάλαιο 2.4), για κάθε μια από τις 1000 σειρές και για μεγέθη δείγματος $T=25, 50, 100, 250, 500$ και 1000 εκτιμήθηκε ο μέσος $\overline{X_L}$ και η δειγματική διακύμανση S_L^2 . Οι δύο αυτές εκτιμήσεις χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια για την εκτίμηση της πραγματικής άριστης ποσότητας παραγγελίας και των διαστημάτων εμπιστοσύνης για αυτήν (την άριστη ποσότητα παραγγελίας), δηλαδή εφαρμόστηκαν οι εκτιμητές

$$\hat{Q}_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \beta}{h} \overline{X_L}} \quad (4.1)$$

και

$$\hat{Q}_C^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \beta}{h} \overline{X_L} + S_L^2 \times \delta_1} \quad (4.2)$$

που προϋποθέτουν ανεξαρτησία παρατηρήσεων για όλα τα χρησιμοποιούμενα μεγέθη δείγματος και για κάθε ϕ .

Στη συνέχεια για κάθε σειρά και για κάθε συνδυασμό μεγέθους δείγματος και ϕ προσαρμόστηκε υπόδειγμα AR(1) χρησιμοποιώντας OLS με τη χρήση του οικονομετρικού πακέτου EViews. Με βάση τα εκτιμηθέντα αποτελέσματα του EViews, κατασκευάστηκαν νέες σειρές για το δειγματικό μέσο (Sample Mean) και τη δειγματική διακύμανση (Sample Variance) με βάση τις στοχαστικές ιδιότητες του AR(1). Το EViews «τρέχοντας» τις Y_t με AR(1) ως ανεξάρτητη μεταβλητή, υπολογίζει απευθείας το στάσιμο μέσο, ο οποίος είναι αποτελεί συγκεκριμένα το

δειγματικό μέσο που προαναφέρθηκε. Ακόμη, από τα αποτελέσματα του EViews χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της δειγματικής διακύμανσης, το τυπικό σφάλμα της παλινδρόμησης (S.E. of regression) και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης ϕ στη σχέση $Var(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$ (Δημέλη, 2002). Στη συνέχεια εκτιμήθηκε και πάλι η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας, όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται χρησιμοποιώντας και τους δύο εκτιμητές (Exact και Hadley-Whitin). Οι εκτιμητές, λοιπόν, που εφαρμόστηκαν ήταν οι

$$\hat{Q}_{HVAR}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \beta}{h} \hat{\mu}_L} \quad (4.3)$$

και

$$\hat{Q}_{CAR}^* = \sqrt{\frac{2 \times A \times \beta}{h} \hat{\mu}_L + \frac{\hat{S}_e^2}{1-\phi^2} \times \delta_1} \quad (4.4)$$

Προχωρώντας στους πίνακες με τα αποτελέσματα, αρχικά έχουμε για τον πίνακα 9, ότι χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των παραμέτρων $\sigma_L=60$, $\beta=50$, $\mu_L=300$. Θέτοντας το λόγο q διαδοχικά ίσο με 10, 30, 50, τον επιλύουμε ως προς τον λόγο $\frac{2A}{h}$ και βρίσκουμε τις τιμές του κλάσματος οι οποίες χρησιμοποιούνται στον τύπο για την πραγματική άριστη ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος, δηλαδή $\frac{2A}{h}=24, 216, 600$ για $q=10, 30, 50$ αντίστοιχα.

Ακόμη, η διακύμανση που χρησιμοποιήθηκε βασίστηκε στον τύπο $\frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$ με $\sigma=60$ και $\phi=0,2, 0,5, 0,8$, δηλαδή $\sigma_L^2=3750, 4800, 10000$. Εφαρμόζοντας στον τύπο 3.28 τα παραπάνω δεδομένα υπολογίστηκαν οι τιμές του πίνακα 9. Όσον αφορά τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται σε αυτό το κεφάλαιο γενικότερα, επισημαίνονται ποια είναι αυτά κάθε φορά για να μην συγχέονται με εκείνα του κεφαλαίου 3.5.

Πίνακας 9: Οι πραγματικές τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας Q_c^*

	$q = 10$	$q = 30$	$q = 50$
$\phi = 0,2$	600,0203	1800,0068	3000,004
$\phi = 0,5$	600,0259	1800,0086	3000,0052
$\phi = 0,8$	600,054	1800,018	3000,0108

Στον πίνακα 9 δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές μεταξύ των πραγματικών ποσοτήτων παραγγελίας καθώς αυξάνει ο βαθμός αυτοσυσχέτισης. Εντούτοις, είναι ορατή η αυξητική τάση των πραγματικών ποσοτήτων παραγγελίας καθώς αυξάνει ο λόγος q .

Για τις άριστες ποσότητες παραγγελίας που υπολογίζονται στους πίνακες 10 και 12, και υποθέτουν ανεξαρτησία δεδομένων, χρησιμοποιήθηκαν οι εκτιμητές 4.1 και 4.2. Επίσης, για τον υπολογισμό των εκτιμητών χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές του λόγου $\frac{2A}{h} = 24, 216, 600$ για $q = 10, 30, 50$ αντίστοιχα. Επιπλέον, στους εκτιμητές χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές του μέσου $\overline{X_L}$ και της δειγματικής διακύμανσης S_L^2 (η S_L^2 χρειάζεται μόνο για τον 4.2 εκτιμητή), ο τρόπος υπολογισμού των οποίων αναφέρεται στην πρώτη παράγραφο αυτού του κεφαλαίου.

Ο πίνακας 11 αναφέρεται στην μεροληψία των εκτιμημένων αναμενόμενων τιμών άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος. Προκύπτει από την εξής αφαίρεση, από αυτές τις εκτιμημένες τιμές (δεδομένα του πίνακα 10) αφαιρούνται οι πραγματικές τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας, που αντιστοιχούν στα δεδομένα του πίνακα 9. Ανάλογα έχει κατασκευαστεί και ο πίνακας 13, αφαιρώντας τις πραγματικές τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας από τις εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin (αντιστοιχούν στα δεδομένα του πίνακα 12).

Πίνακας 10: Οι εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας Q_C^* που βασίζεται σε ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	599,5404	599,3251	598,7682	1798,5706	1797,9275	1796,2668	2997,6109	2996,539	2993,773
T=50	599,7690	599,6526	599,282	1799,2556	1798,9077	1797,8016	2998,7525	2998,173	2996,33
T=100	599,7916	599,663	599,2834	1799,3229	1798,938	1797,8024	2998,8645	2998,223	2996,331
T=250	599,8455	599,7681	599,5818	1799,4847	1799,2529	1798,6952	2999,1343	2998,748	2997,819
T=500	599,8329	599,7532	599,5489	1799,4468	1799,2079	1798,5957	2999,071	2998,673	2997,653
T=1000	599,9480	599,9154	599,8265	1799,7922	1799,6943	1799,4279	2999,6467	2999,484	2999,04

Πίνακας 11: Μεροληψία του $E(Q_C^*)$ έναντι του πραγματικού Q_C^* καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	-0,4799	-0,7008	-1,2858	-1,4362	-2,0811	-3,7512	-2,3931	-3,4662	-6,2378
T=50	-0,2513	-0,3733	-0,772	-0,7512	-1,1009	-2,2164	-1,2515	-1,8322	-3,6808
T=100	-0,2287	-0,3629	-0,7706	-0,6839	-1,0706	-2,2156	-1,1395	-1,7822	-3,6798
T=250	-0,1748	-0,2578	-0,4722	-0,5221	-0,7557	-1,3228	-0,8697	-1,2572	-2,1918
T=500	-0,1874	-0,2727	-0,5051	-0,56	-0,8007	-1,4223	-0,933	-1,3322	-2,3578
T=1000	-0,0723	-0,1105	-0,2275	-0,2146	-0,3143	-0,5901	-0,3573	-0,5212	-0,9708

Πίνακας 12: Οι εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας Q_{HW}^* που βασίζεται σε ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	599,5214	599,3072	598,7540	1798,5643	1797,9215	1796,2621	2997,6071	2996,5359	2993,7702
T=50	599,7497	599,6338	599,2653	1799,2492	1798,9014	1797,796	2998,7486	2998,1691	2996,3267
T=100	599,7721	599,6439	599,2655	1799,3164	1798,9317	1797,7964	2998,8606	2998,2194	2996,3273
T=250	599,8261	599,7488	599,5629	1799,4782	1799,2464	1798,6889	2999,1304	2998,7441	2997,8148
T=500	599,8134	599,7338	599,5298	1799,4403	1799,2014	1798,5893	2999,0671	2998,669	2997,6489
T=1000	599,9286	599,8959	599,8072	1799,7857	1799,6879	1799,4215	2999,6428	2999,4798	2999,0358

Πίνακας 13: Μεροληψία του $E(Q_{HW}^*)$ έναντι του πραγματικού Q_C^* καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	-0,4989	-0,7187	-1,3	-1,4425	-2,0871	-3,7559	-2,3969	-3,4693	-6,2406
T=50	-0,2706	-0,3921	-0,7887	-0,7576	-1,1072	-2,222	-1,2554	-1,8361	-3,6841
T=100	-0,2482	-0,382	-0,7885	-0,6904	-1,0769	-2,2216	-1,1434	-1,7858	-3,6835
T=250	-0,1942	-0,2771	-0,4911	-0,5286	-0,7622	-1,3291	-0,8736	-1,2611	-2,196
T=500	-0,2069	-0,2921	-0,5242	-0,5665	-0,8072	-1,4287	-0,9369	-1,3362	-2,3619
T=1000	-0,0917	-0,13	-0,2468	-0,2211	-0,3207	-0,5965	-0,3612	-0,5254	-0,975

Στους πίνακες 14 και 16, επειδή αναφέρονται σε μη ανεξάρτητα δεδομένα, χρησιμοποιήθηκαν οι εκτιμητές 4.3 και 4.4. Για τον υπολογισμό των εκτιμητών χρησιμοποιήθηκαν, και εδώ, οι τιμές του λόγου $\frac{2A}{h}=24, 216, 600$ για $q=10, 30, 50$ αντίστοιχα. Οι τιμές του δειγματοληπτικού μέσου που χρησιμοποιήθηκαν υπολογίστηκαν από το Eviews. Ακόμη, για τον εκτιμητή της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος, χρησιμοποιείται και η δειγματοληπτική διακύμανση η οποία υπολογίστηκε με βάση τα αποτελέσματα του Eviews, όπως έχει ήδη αναφερθεί.

Ο πίνακας 15, που αναφέρεται στην μεροληψία, έχει προκύψει αφαιρώντας από τις εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος, που αντιστοιχούν στα δεδομένα του πίνακα 14, τις πραγματικές τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας, που αντιστοιχούν στα δεδομένα του πίνακα 9. Κάτι αντίστοιχο πραγματοποιείται και στον πίνακα 17, οι πραγματικές τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας αφαιρούνται από τις εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin.

Πίνακας 14: Οι εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας Q_{CAR}^* που βασίζεται σε μη ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	599,431	599,1765	598,264	1798,24	1797,4793	1794,7498	2997,0596	2995,7922	2991,2439
T=50	599,7119	599,5612	599,2529	1799,0829	1798,6324	1797,7129	2998,4645	2997,7138	2996,1821
T=100	599,7688	599,6395	599,2606	1799,2539	1798,8668	1797,7332	2998,7495	2998,1045	2996,2156
T=250	599,8352	599,7483	599,51	1799,4537	1799,1933	1798,4795	2999,0825	2998,6485	2997,4591
T=500	599,828	599,7434	599,5209	1799,4319	1799,1785	1798,5116	2999,0462	2998,6239	2997,5125
T=1000	599,9461	599,9133	599,8256	1799,7863	1799,6879	1799,4253	2999,6369	2999,4729	2999,0354

Πίνακας 15: Μεροληψία του $E(Q_{CAR}^*)$ έναντι του πραγματικού Q_C^* καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	-0,5893	-0,8494	-1,79	-1,7668	-2,5293	-5,2682	-2,9445	-4,213	-8,7669
T=50	-0,3084	-0,4647	-0,8011	-0,9239	-1,3762	-2,3051	-1,5396	-2,2914	-3,8287
T=100	-0,2515	-0,3864	-0,7934	-0,7529	-1,1418	-2,2848	-1,2546	-1,9007	-3,7952
T=250	-0,1851	-0,2776	-0,544	-0,5531	-0,8153	-1,5385	-0,9216	-1,3567	-2,5517
T=500	-0,1923	-0,2825	-0,5331	-0,5749	-0,8301	-1,5064	-0,9579	-1,3813	-2,4983
T=1000	-0,0742	-0,1126	-0,2284	-0,2205	-0,3207	-0,5927	-0,3672	-0,5323	-0,9754

Πίνακας 16: Οι εκτιμημένες αναμενόμενες τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας Q_{HWAR}^* που βασίζεται σε μη ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	599,4111	599,1577	598,2482	1798,2334	1797,4731	1794,7445	2997,0556	2995,7884	2991,2408
T=50	599,6921	599,542	599,2357	1799,0763	1798,6259	1797,7072	2998,4605	2997,7099	2996,1787
T=100	599,7491	599,6201	599,2424	1799,2474	1798,8604	1797,7272	2998,7456	2998,1006	2996,212
T=250	599,8157	599,7289	599,4911	1799,4472	1799,1868	1798,4732	2999,0786	2998,6447	2997,4553
T=500	599,8085	599,724	599,5017	1799,4254	1799,172	1798,5052	2999,0423	2998,62	2997,5087
T=1000	599,9266	599,8938	599,8063	1799,7798	1799,6814	1799,4189	2999,633	2999,469	2999,0315

Πίνακας 17: Μεροληψία του $E(Q_{HWAR}^*)$ έναντι του πραγματικού Q_C^* καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	-0,6092	-0,8682	-1,8058	-1,7734	-2,5355	-5,2735	-2,9485	-4,2168	-8,77
T=50	-0,3282	-0,4839	-0,8183	-0,9305	-1,3827	-2,3108	-1,5436	-2,2953	-3,8321
T=100	-0,2712	-0,4058	-0,8116	-0,7594	-1,1482	-2,2908	-1,2585	-1,9046	-3,7988
T=250	-0,2046	-0,297	-0,5629	-0,5596	-0,8218	-1,5448	-0,9255	-1,3605	-2,5555
T=500	-0,2118	-0,3019	-0,5523	-0,5814	-0,8366	-1,5128	-0,9618	-1,3852	-2,5021
T=1000	-0,0937	-0,1321	-0,2477	-0,227	-0,3272	-0,5991	-0,3711	-0,5362	-0,9793

Μελετώντας, εν συνεχεία, τα αποτελέσματα για την άριστη ποσότητα παραγγελίας που εξάγονται από τις δύο μεθόδους (μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin) για τις περιπτώσεις όπου, σε εξαρτημένα δεδομένα εφαρμόστηκαν και τύποι που προϋποθέτουν ανεξαρτησία παρατηρήσεων (βλ. Πίνακες 10 και 12) αλλά και οι ενδεδειγμένοι τύποι για μη ανεξάρτητα δεδομένα (βλ. Πίνακες 14 και 16), οι διαφορές που παρατηρούνται μεταξύ των δύο μεθόδων δεν είναι σημαντικές. Παρατηρείται, επίσης, ότι, ούτε η αύξηση του μεγέθους του δείγματος αλλά, ούτε και η άνοδος του βαθμού συσχέτισης επιφέρουν άξιες λόγου αλλαγές στην ποσότητα παραγγελίας (βλ. Πίνακες 10 και 14). Το ίδιο ισχύει και για την μέθοδο Hadley-Whitin (βλ. Πίνακες 12 και 16). Σημαντικό, εντούτοις, συμπέρασμα είναι ότι, και μεταξύ τους, δηλαδή οι αποκλίσεις που παρουσιάζονται μεταξύ της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin (βλ. τον Πίνακα 10 με τον 12, και τον 14 με τον 16) είναι σχεδόν μηδαμινές και περιορίζονται σε διαφορές επί των δεκαδικών των τιμών των ποσοτήτων παραγγελίας. Οι τιμές άριστης ποσότητας παραγγελίας, που εξήχθησαν χρησιμοποιώντας τύπους για μη ανεξάρτητα δεδομένα (βλ. Πίνακες 14 και 16), είναι πολύ κοντά στις τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας που εξήχθησαν μη λαμβάνοντας υπόψη την αυτοσυσχέτιση των παρατηρήσεων (βλ. Πίνακες 10 και 12) και για τις δύο μεθόδους (μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin). Δηλαδή, η μέθοδος Hadley-Whitin (βλ. Πίνακα 12) δείχνει να ανταπεξέρχεται ακόμη και σε υψηλό βαθμό αυτοσυσχέτισης. Ας μην ξεχνάμε, από την άλλη, ότι το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι αρκετά υψηλό ($\alpha = 97,5\%$).

Επισημαίνεται, ακόμη, ότι, ούτε το μέγεθος δείγματος (T) αλλά, ούτε και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης (ϕ) δείχνουν να έχουν σημαντική επιρροή στις εκτιμημένες ποσότητες παραγγελίας (βλ. Πίνακες 10, 12, 14 και 16). Όμως, αυξάνοντας το λόγο q , οι εκτιμημένες ποσότητες παραγγελίας αυξάνουν αλματωδώς (βλ. Πίνακες 10, 12, 14 και 16). Παρατηρείται ακόμη, η αυξητική πορεία του λόγου q και των ποσοτήτων παραγγελίας με την μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος (βλ. Πίνακες 10 και 14), όπου για $q = 30$ λαμβάνουμε ποσότητα παραγγελίας τριπλάσια του $q = 10$ και για $q = 50$ πενταπλάσια του $q = 10$. Αντίστοιχα, τα ίδια συμπεράσματα ισχύουν και για την Hadley-Whitin (βλ. Πίνακες 12 και 16). Γενικά δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των εκτιμημένων

ποσοτήτων παραγγελίας που υπολογίζει η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και εκείνων της μεθόδου Hadley-Whitin, είτε χρησιμοποιούνται τύποι για ανεξάρτητα είτε για εξαρτημένα δεδομένα.

Η μεροληψία δείχνει πόσο απέχει η εκτιμημένη τιμή από την πραγματική. Συγκεκριμένα, εδώ εξετάζουμε τη διαφορά που υπάρχει σε σχέση με την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας. Με βάση τους πίνακες αποτελεσμάτων, αυτή η διαφορά κρίνεται ως πολύ μικρή, σχεδόν ασήμαντη (βλ. Πίνακες 11, 13, 15 και 17). Εξετάζοντας, ακόμη, το πώς μεταβάλλεται εντός κάθε ϕ με την αύξηση του μεγέθους δείγματος αντιλαμβανόμαστε ότι, η μεροληψία μειώνεται (βλ. Πίνακες 11, 13, 15 και 17). Χαρακτηριστικό είναι δε, ότι αντιμετωπίζουμε αρνητική μεροληψία (βλ. Πίνακες 11, 13, 15 και 17), δηλαδή οι εκτιμημένες τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας είτε με την μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος είτε με την Hadley-Whitin είναι υποτιμημένες σε σχέση με την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας. Αλλά, καθώς ο βαθμός αυτοσυσχέτισης αυξάνει (ϕ), το ίδιο αυξητική παρουσιάζεται και η μεροληψία (βλ. Πίνακες 11, 13, 15 και 17). Την ίδια αυξητική τάση επιδεικνύει (η μεροληψία) και αυξάνοντας του λόγου q (βλ. Πίνακες 11, 13, 15 και 17). Επειδή η εκτίμηση της μεροληψίας βασίζεται στις ποσότητες παραγγελίας, και εδώ, δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές είτε χρησιμοποιούμε τύπους για ανεξάρτητα δεδομένα είτε για μη (ανεξάρτητα). Επιπροσθέτως, συγκρίνοντας τους πίνακες 11 και 15, ενώ θα αναμέναμε η μεροληψία να μικραίνει όταν συμπεριλαμβάνεται η αυτοσυσχέτιση (βλ. Πίνακας 15), αυτό που παρατηρείται είναι ακριβώς το αντίθετο.

4.2 Κάλυψη (Coverage)

Η κάλυψη (coverage) αποτελεί εκτίμηση της πιθανότητας το διάστημα εμπιστοσύνης της εκάστοτε μεθόδου να περιλαμβάνει την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας (Κεβόρκ, 2009). Κατασκευάζοντας διάστημα εμπιστοσύνης για τον πληθυσμιακό μέσο, οι Halkos και Kevork (2003) παρατήρησαν ότι, το *ACL* (Actual Confidence Level) διαφέρει από το *NCL* (Nominal Confidence Level, $1 - \alpha_N$). Βασιζόμενοι στη δομή (structure) και το επίπεδο (level) της αυτοσυσχέτισης, διαπίστωσαν ότι, η συνήθης σχέση που τους διέπει, λαμβάνει τη μορφή $ACL < NCL$,

καθώς και ότι, η διαφορά των ACL και NCL είναι μικρότερη όταν υπάρχει $MA(1)$ απ' ότι στο $AR(1)$. Επιπλέον, με βάση μεταγενέστερο άρθρο των Halkos και Kenork (2006), στην περίπτωση ενός $AR(1)$ όπου επιζητείται η πρόβλεψη της τιμής y_{T+s} , το πραγματικό διάστημα εμπιστοσύνης (ACL) παραμένει αμετάβλητο στις αλλαγές των μ και σ_ε , αλλά εξαρτάται από τα y_T (επηρεάζεται από τη θέση στην κατανομή, κοντά στη δεξιά ή αριστερή ουρά της κατανομής ή κοντά στο μέσο της κατανομής), s (δείγμα, ανάλογα με το αν είναι μεγάλο ή μικρό) και ϕ (αν είναι κοντά στην μονάδα ή όχι). Έχοντας ως αποτέλεσμα, το ACL να είναι μικρότερο από το NCL όταν το ϕ είναι κοντά στην μονάδα και το s είναι μικρό, και μεγαλύτερο όταν το ϕ δεν είναι κοντά στην μονάδα και το s είναι μεγάλο.

Με βάση τον Κεβόρκ (2009), για τους εκτιμητές \hat{Q}_{HW}^* και \hat{Q}_C^* ισχύει ότι,

$$\hat{Q}_{HW}^* \sim \alpha N \left(Q_{HW}^*, \frac{(Q_{HW}^*)^2 \times (CV)^2}{4 \times T} \right) \quad (4.5)$$

και

$$\hat{Q}_C^* \sim \alpha N \left(Q_C^*, \frac{\sigma_L^2}{4 \times T \times Q_C^*} \left[\left(\frac{2A\beta}{h} \right)^2 + 2\delta_1^2 \times \sigma_L^2 \right] \right) \quad (4.6)$$

όπου αN σημαίνει «ασυμπτωτικά κανονική». Επίσης, για τους εκτιμητές και των δύο εξεταζόμενων μεθόδων (Exact και Hadley-Whitin) έχουν κατασκευαστεί διαστήματα εμπιστοσύνης, τα οποία είναι, σύμφωνα πάντα με τον Κεβόρκ (2009), τα παρακάτω.

$$\hat{Q}_{HW}^* \pm 1,96 \times \sqrt{\frac{(\hat{Q}_{HW}^*)^2 \times (CV)^2}{4 \times T}} \quad (4.7)$$

και

$$\hat{Q}_C^* \pm 1,96 \times \sqrt{\frac{S_L^2}{4 \times T \times \hat{Q}_C^*} \left[\left(\frac{2A\beta}{h} \right)^2 + 2\delta_1^2 \times S_L^2 \right]} \quad (4.8)$$

Συγκεκριμένα για την εργασία, εξετάζοντας την κάλυψη για τις δύο μεθόδους για την περίπτωση εφαρμογής τύπων ανεξαρτησίας σε μη ανεξάρτητα δεδομένα, εξάγουμε κάποια συμπεράσματα που αλλάζουν άρδην τη διαμορφωθείσα εικόνα, όπως αυτή περιγράφηκε αναλύοντας τους συγκεντρωτικούς πίνακες των αποτελεσμάτων της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Με βάση, λοιπόν, τους πίνακες που παρουσιάζουν την κάλυψη του Q_C^* , όταν εφαρμόζεται ο \hat{Q}_{HW}^* ή ο \hat{Q}_C^* , είμαστε σε θέση να δούμε την πραγματική ή καλύτερα την ολοκληρωμένη εικόνα για τις εκτιμημένες ποσότητες παραγγελίας.

Αναλυτικότερα, τα αποτελέσματα της κάλυψης και για τις δύο μεθόδους, ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος (βλ. Πίνακα 19) και Hadley-Whitin (βλ. Πίνακα 18), δείχνουν ότι, η πιθανότητα να προβλεφθεί η ποσότητα παραγγελίας φθίνει και προσεγγίζει το μισό ακόμη (coverage=0,495), καθώς αυξάνει ο βαθμός αυτοσυσχέτισης.

Οι τιμές της κάλυψης μεταξύ των μεθόδων ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin δεν διαφέρουν, διότι οι ποσότητες που έχουν υπολογιστεί είναι πολύ κοντά, και ως εκ τούτου, αυτό αντικατοπτρίζεται και στις εκτιμώμενες τιμές κάλυψης. Η αύξηση του ϕ μειώνει τις τιμές κάλυψης, φτάνοντας σε σημείο όπου για $\phi = 0,8$ η κάλυψη να είναι εξαιρετικά χαμηλή και ίση με 0,495 (ισχύει και για τον Πίνακα 18 και για τον Πίνακα 19). Εξετάζοντας την πορεία τους μέσα στο ίδιο ϕ , παρατηρείται ότι, η αύξηση του μεγέθους του δείγματος αυξάνει τις τιμές κάλυψης αλλά όχι σημαντικά (ισχύει και για τον Πίνακα 18 και για τον Πίνακα 19). Επειδή δεν υπήρχαν, επί της ουσίας, αξιοπρόσεκτες αποκλίσεις της ποσότητας παραγγελίας (και για τις δύο μεθόδους) καθώς αυξάνονταν ο λόγος q , η ίδια εικόνα είναι εμφανής και για τις τιμές κάλυψης από την αύξηση του λόγου q , εικόνα που ισχύει και για τις δύο μεθόδους και πάλι (βλ. Πίνακα 18 και Πίνακα 19). Κι ακόμη, οι διαφορές είναι ελάχιστον σημασίας και αφορούν το τρίτο δεκαδικό ψηφίο της τιμής κάλυψης. Έχοντας υπόψη ότι, σύμφωνα με τους Halkos και Kevork (2006), το πραγματικό διάστημα εμπιστοσύνης υπολογίζεται όταν, ο βαθμός αυτοσυσχέτισης είναι κοντά στη μονάδα και το μέγεθος του δείγματος είναι μικρό, και τις αντίστοιχες τιμές κάλυψης, μπορούμε να αποφανθούμε ότι, και οι δύο μέθοδοι δεν έχουν επιτύχει το στόχο τους, την ορθή εκτίμηση της ποσότητας παραγγελίας.

Πίνακας 18: Κάλυψη του Q_C^* όταν εφαρμόζεται ο \hat{Q}_{HW}^* που βασίζεται στην ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	0,864	0,7	0,446	0,864	0,7	0,445	0,864	0,7	0,445
T=50	0,874	0,707	0,441	0,874	0,707	0,441	0,874	0,707	0,441
T=100	0,87	0,714	0,469	0,87	0,714	0,468	0,87	0,715	0,468
T=250	0,901	0,74	0,483	0,901	0,741	0,482	0,901	0,741	0,482
T=500	0,882	0,736	0,493	0,882	0,736	0,492	0,882	0,736	0,492
T=1000	0,898	0,741	0,497	0,898	0,74	0,495	0,898	0,74	0,495

Πίνακας 19: Κάλυψη του Q_C^* όταν εφαρμόζεται ο \hat{Q}_C^* που βασίζεται στην ανεξαρτησία των παρατηρήσεων καθώς αυξάνει ο λόγος q

	$q = 10$			$q = 30$			$q = 50$		
	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,2$	$\phi = 0,5$	$\phi = 0,8$
T=25	0,864	0,7	0,446	0,864	0,7	0,445	0,864	0,7	0,445
T=50	0,874	0,707	0,44	0,874	0,707	0,441	0,874	0,707	0,441
T=100	0,87	0,714	0,468	0,87	0,715	0,468	0,87	0,715	0,468
T=250	0,901	0,741	0,483	0,901	0,741	0,482	0,901	0,741	0,482
T=500	0,882	0,736	0,491	0,882	0,736	0,492	0,882	0,736	0,492
T=1000	0,898	0,74	0,497	0,898	0,74	0,495	0,898	0,74	0,495

Κεφάλαιο 5

5.1 Συμπεράσματα

Και η μέθοδος Hadley-Whitin και η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος αποτυγχάνουν να υπολογίσουν την άριστη ποσότητα παραγγελίας, όταν χρησιμοποιούνται οι τύποι που προϋποθέτουν ανεξαρτησία παρατηρήσεων.

Ακόμη, η μέθοδος Hadley-Whitin για βαθμό αυτοσυσχέτισης μεγαλύτερο του 0,5 αποτυγχάνει να υπολογίσει με μεγάλη πιθανότητα την άριστη ποσότητα παραγγελίας (σύμφωνα με την κάλυψη). Αλλά, το ίδιο ισχύει και για τη μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος.

Για μικρό βαθμό αυτοσυσχέτισης και οι δύο μέθοδοι αποδίδουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, συγκρίνοντας τις μεθόδους μεταξύ τους βάσει της κάλυψης.

Όμως, αποδεικνύεται και εδώ, αυτό που υποστηρίζει και το άρθρο των Lau και Lau (2002) , ότι δηλαδή η μέθοδος Hadley-Whitin ανταποκρίνεται καλά – το βλέπουμε αυτό και συγκριτικά με τις τιμές που δίνει η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος – σε χαμηλότερο βαθμό αυτοσυσχέτισης όταν θέτεται υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης (σε όλη την εργασία έχει χρησιμοποιηθεί $\alpha = 97,5\%$), υπολογίζοντας με καλή πιθανότητα την άριστη ποσότητα παραγγελίας (σύμφωνα με την κάλυψη).

Για βαθμό αυτοσυσχέτισης μεγαλύτερο του 0,5 οι τιμές κάλυψης μειώνονται σχεδόν στο μισό (0,495), δηλαδή υπάρχει πιθανότητα 49,5% το διάστημα εμπιστοσύνης, και των δύο μεθόδων (ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος και Hadley-Whitin), να περιλαμβάνει την πραγματική άριστη τιμή. Ενώ υποθέτεται πιθανότητα 97,5%, η πιθανότητα που ισχύει είναι στην πραγματικότητα πολύ μικρότερη, 49,5%.

Οι καλύψεις δεν διαφοροποιούνται με βάση το λόγο q αλλά με βάση το βαθμό αυτοσυσχέτισης (ϕ).

Οι τιμές κάλυψης είναι απογοητευτικές ακόμη και όταν, χρησιμοποιείται η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος με τύπους για ανεξάρτητα δεδομένα. Αμφισβητείται η δυνατότητα ακόμη και αυτής της μεθόδου να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα για την ποσότητα παραγγελίας.

Η μεροληψία αναμενόταν να αμβλύνεται στην περίπτωση όπου χρησιμοποιείται ο τύπος στον οποίο συμπεριλαμβάνεται η αυτοσυσχέτιση κατά τον υπολογισμό της ποσότητας παραγγελίας με τη μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του αποθέματος, κάτι που δεν συμβαίνει.

5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις

Μια πιθανή μελλοντική προέκταση θα ήταν η διερεύνηση της επίδρασης της αυτοσυσχέτισης στο συνολικό κόστος. Όπως μπορεί κάποιος να παρατηρήσει στην τρίτη υποενότητα της πέμπτης ενότητας του τρίτου κεφαλαίου (3.5.3), η συμπεριφορά του συνολικού κόστους δεν παρουσιάζει κάποια συγκεκριμένη και ξεκάθαρη σχέση είτε με ϕ το είτε με το λόγο q . Συνεπώς υπάρχει χώρος για περαιτέρω μελέτη.

Σημαντική προέκταση θα ήταν η δημιουργία διαστημάτων εμπιστοσύνης για την περίπτωση που τα δεδομένα δεν είναι ανεξάρτητα. Για ανεξάρτητα δεδομένα υπάρχουν διαστήματα εμπιστοσύνης, με βάση τα οποία υπολογίζεται η κάλυψη. Ο ρόλος της κάλυψης είναι ιδιαίτερος σημαντικός, αφού βοηθά στο να γίνει αντιληπτή η πραγματική πιθανότητα με την οποία μπορεί να προβλεφθεί η ποσότητα παραγγελίας.

Κι ακόμη, μελέτη απαιτεί το φαινόμενο της μη άμβλυνσης των τιμών της μεροληψίας, παρότι λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση για τη μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του αποθέματος. Οι παρατηρηθείσες διαφορές μεταξύ των τιμών μεροληψίας, υπολογιζόμενων λαμβανομένης και μη υπόψη της αυτοσυσχέτισης για τη μέθοδο ακριβούς προσδιορισμού του αποθέματος, δεν είναι μεγάλες. Εντούτοις, θα πρέπει να διερευνηθεί αν οι διαφορές αυτές οφείλονται στον αριθμό των προσομοιώσεων που χρησιμοποιήθηκε (εν προκειμένω, 1000 προσομοιώσεις) –

δηλαδή απαιτείται μεγαλύτερος αριθμός προσομοιώσεων – ή αν πρέπει να αναζητηθούν στην εγκυρότητα των εκτιμήσεων (αναφορικά με την εκτιμημένη διακύμανση και τον εκτιμημένο μέσο) του $AR(1)$.

Βιβλιογραφία

Agrawal N. and Smith S.A. (1996). Estimating negative binomial demand for retail inventory management with unobservable lost sales, *Naval Research Logistics*, **43**, 839-861

An B-G, Fotopoulos S.B., and Wang M-C (1989). Estimating the Lead-Time Demand Distribution for an Autocorrelated Demand by the Pearson System and a Normal Approximation, *Naval Research Logistics*, **36**, 463-411

Anvari M. (1987). Optimality Criteria and Risk in Inventory Models: The Case of the Newsboy Problem, *The Journal of the Operational Research Society*, **38**, 7, 625-632

Axsäter S.(2006). *Inventory Control*, Springer Science & Business Media, second edition, New York, USA

Burgin T.A. (1970). Back Ordering in Inventory Control, *Operational Research Quarterly*, **21**, 4, 453-461

Bylka S. (2005). Turnpike policies for periodic review inventory model with emergency orders, *International journal of production economics*, **93-94**, 357-373

Çakanyildirim M., Bookbinder J. H. and Gerchak Y. (2000). Continuous review inventory models where random lead time depends on lot size and reserved capacity, *International journal of production economics*, **68**, 217-228

Chandra C. and Grabis J. (2008). Inventory management with variable lead-time dependent procurement cost, *Omega*, **36**, 877-887

Chen X. and Simchi-Levi D. (2006). Coordinating inventory control and pricing strategies: The continuous review model, *Operations Research Letters*, **34**, 323-332

Chiang C. (2001). Order splitting under periodic review inventory systems, *International journal of production economics*, **70**, 67-76

Chiang C. (2003). Optimal replenishment for a periodic review inventory system with two supply modes, *European Journal of Operational Research*, **149**, 229-244

Chiu H.N.(1995). A heuristic (R, T) periodic review perishable inventory model with lead times, *International journal of production economics*, **42**, 1-15

Chuang B-R, Ouyang L-Y, Chuang K-W (2004). A note on periodic review inventory model with controllable setup cost and lead time, *Computers & Operations Research*, **31**, 549-561

Conrad S.A. (1976). Sales data and the estimation of demand, *Operational Research Quarterly*, **27**, 123-127

Erkip N., Hausman W.H. and Nahmias S. (1990). Optimal Centralized Ordering Policies in Multi-Echelon Inventory Systems with Correlated Demands, *Management Science*, **36**, 3, 381-392

Fotopoulos S., Wang M-C and Rao S.S. (1988). Safety stock determination with correlated demands and arbitrary lead times, *European Journal of Operational Research*, **35**, 172-181

Ghalebsaz-Jeddi B., Shultes B. C. and Haji R. (2004). A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorders, and a budget constraint, *European Journal of Operational Research*, **158**, 456-469

Greene W.H. (2008). *Econometric Analysis*, 6th edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey

Gujarati D.N. (2003). *Basic Econometrics*, 4th edition, McGraw-Hill/Irwin Companies, Inc, New York

Halkos G.E. and Kevork I.S. (2003). Confidence intervals in stationary autocorrelated time series, *Archives of Economic History*, **15**, 2, 31-51

Halkos G.E. and Kevork I.S. (2006). Forecasting the stationary AR(1) with an almost unit root, *Applied Economics Letters*, **13**, 789-793

Hamilton J.D. (1994). *Times Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey

Hill R.M. (1997). Applying Bayesian methodology with a uniform prior to the single period inventory model, *European Journal of Operational Research*, **98**, 555-562

Johansen S.G., Hill R.M. (2000). The (r,Q) control of a periodic-review inventory system with continuous demand and lost sales, *International journal of production economics*, **68**, 279-286

Kevork I.S. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single period inventory decisions, *Omega*, **38**, 218-227

Khouja M. (1995). The newsboy problem under progressive multiple discounts, *European Journal of Operational Research*, **84**, 458-466

Khouja M. (1999). The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research, *Omega, The International Journal of Management Science*, **27**, 537-553

Khouja M. and Mehrez M. (1995). A multi-product constrained newsboy problem with progressive multiple discounts, *Computers and Industrial Engineering*, **30**, 95-101

Khouja M., Mehrez A. and Rabinowitz G. (1996). A two-item newsboy problem with substitutability, *International Journal of Production Economics*, **44**, 267-275

Krajewski L.J. and Ritzman L.P. (1992). *Operations Management: Strategy And Analysis*, Addison-wesley

Lau AH-L and Lau H-S (2002). A comparison of different methods for estimating the average level in a (Q, R) system with backorders, *International journal of production economics*, **79**, 303-316.

Lau AH-L, Lau H-S and Robinson L.W. (2002). Convenient expressions for computing the exact annual cost of a continuous-review (Q, R) system with backordering, *Journal of the operational research society*, **53**, 655-663.

Lau H-S (1980). The Newsboy Problem under Alternative Optimization Objectives, *The Journal of the Operational Research Society*, **31**, 6, 525-535

Lau H-S and Wang M-C (1987). Estimating the lead-time demand distribution when the daily demand is non-normal and autocorrelated, *European Journal of Operational Research*, **29**, 60-69

Lee H-S (1995). On continuous review stochastic (s, S) inventory systems with ordering delays, *Computers and Industrial Engineering*, **28**, 4, 763-771

Lin C-S and Kroll D.E. (1997). The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discounts, *European Journal of Operational Research*, **100**, 562-565

Liu L. and Lian Z. (1999). (s, S) Continuous Review Models for Products with Fixed Lifetimes, *Operations Research*, **47**, 1, 150-158

Marmorstein H. and Zinn W. (1993). A conditional effect of autocorrelated demand on safety stock determination, *European Journal of Operational Research*, **68**, 139-142

Mohebbi E. and Posner M-JM (2002). Multiple replenishment orders in a continuous-review inventory system with lost sales, *Operations Research Letters*, **30**, 117-129

Moinzadeh K. and Nahmias S. (1988). A Continuous Review Model for an Inventory System with Two Supply Modes, *Management Science*, **34**, 6, 761-773

Moon I. and Gallego G. (1994). Distribution Free Procedures for Some Inventory Models, *The Journal of the Operational Research Society*, **45**, 6, 651-658

Moon I. and Gallego G. (1994). Distribution Free Procedures for Some Inventory Models

Nahmias S. (1994). Demand estimation in lost sales inventory systems, *Naval Research Logistics*, **41**, 739-757

Ohno K., Ishigaki T.,Yoshii T. (1994). A New Algorithm for a Multi-item Periodic Review Inventory System, *Mathematical Methods of Operations Research*, **39**, 349-364

Ouyang L-Y, Chen C-K, and Chang H-C (1999). Lead Time and Ordering Cost Reductions in Continuous Review Inventory Systems with Partial Backorders, *The Journal of the Operational Research Society*, **50**, 12, 1272-1279

Pantumsinchai P. and Knowles T.W. (1991). Standard container size discounts and the single-period inventory problem, *Decision Science*, **22**, 612-619

Ray W. D. (1981). Computation of Reorder Levels When the Demands are Correlated and the Lead Time Random, *The Journal of the Operational Research Society*, **32**, 1, 27-34

Ray W.D. (1980). The Significance of Correlated Demands and Variable Lead Times for Stock Control Policies, *The Journal of the Operational Research Society*, **31**, 2, 187-190

Ray W.D. (1982). ARIMA Forecasting Models in Inventory Control, *Journal of the operational research society*, **33**, 567-574.

Sculli D. and Shum Y.W. (1990). Analysis of a Continuous Review Stock-Control Model with Multiple Suppliers, *The Journal of the Operational Research Society*, **41**, 9, 873-877

Shih W. (1980). Optimal inventory policies when stockouts result from defective products, *International Journal of Production Research*, **18**, 6, 677-686

Silver E.A., Pyke D.F. and Peterson R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, John Wiley and Sons

Singhal V.R., Raturi A.S. and Bryant J. (1994). On incorporating business risk into continuous review inventory models, *European Journal of Operational Research*, **75**, 136-150

Stulman A. (1989). Excess Inventory with Stochastic Demand: Continuous Reporting Model, *The Journal of the Operational Research Society*, **40**, 11, 1041 -1047

Tersine R.J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th edition, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey

Thiel D., Hovelaque V. and Hoa VT- L (2010). Impact of inventory in accuracy on service-level quality in (Q, R) continuous-review lost-sales inventory models, *International journal of production economics*, **123**, 301-311

Urban T.L. (2000). Reorder level determination with serially-correlated demand, *Journal of the operational research society*, **51**, 762-768.

Urban T.L. (2005). A periodic-review model with serially-correlated inventory-level-dependent demand, *International journal of production economics*, **95**, 287-295

Ward S.C., Chapman C.B. and Klein J.H. (1991). Theoretical Versus Applied Models: The Newsboy Problem, *Omega International Journal of Management Science*, **19**, 4, 197-206

Weiss H.J. (1980). Optimal Ordering Policies for Continuous Review Perishable Inventory Models, *Operations Research*, **28**, 2, 365-374

Δημέλη Σ. (2002). *Σύγχρονες μέθοδοι ανάλυσης χρονολογικών σειρών*, εκδόσεις Κριτική

Κεβόρκ Η.Σ. (2009). Αξιολόγηση εναλλακτικών εκτιμητριών της άριστης ποσότητας παραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος.

Χάλκος Γ.Ε. (2006). Οικονομετρία, Θεωρία και Πράξη, εκδόσεις Β. Γκιούρδας, Αθήνα