

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΤΙΣ ΘΕΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΟΙΗΜΑΤΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ: Χατζηκυριάκου Κωνσταντίνος
Τριανταφυλλίδης Τριαντάφυλλος
Παπαρούση Μαρίτα

ΒΟΛΟΣ 2012



Τελειώνοντας αυτή την ευχάριστη, γεμάτη συγκινήσεις και γνώσεις εμπειρία θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές και τις καθηγήτριες του ΠΜΣ του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης Θεσσαλίας που με τις γνώσεις τους και την καθοδήγησή τους μου προσέφεραν τη βοήθεια που χρειαζόμουν για να φτάσω στην επίτευξη των στόχων που είχα θέσει με την ένταξή μου στο συγκεκριμένο πρόγραμμα σπουδών: να παρακολουθήσω τις διαλέξεις και τα μαθήματα αποκτώντας τις γνώσεις που θα με βοηθήσουν στο παιδαγωγικό έργο που ασκώ σαν εκπαιδευτικός και τέλος να συγγράψω αυτή την εργασία που η ενασχόλησή μου μαζί της μου έδειξε τρόπους μαθησιακούς που μέχρι τώρα δεν γνώριζα.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τους επιβλέποντες καθηγητές της εργασίας αυτής κ.κ. Χατζηκυριάκου Κώστα, Τριανταφυλλίδη Τριαντάφυλλο και Παπαρούση Μαρίτα για την εποικοδομητική συνεργασία που είχα μαζί τους και την καθοδήγηση που παρείχαν η οποία συνέβαλε ουσιαστικά στην πραγματοποίησή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τη συνάδελφο αλλά κυρίως καλή μου φίλη Νατάσα για τη βοήθεια και τις συμβουλές της.

Κυρίως όμως θα ευχαριστήσω την οικογένειά μου. Τη σύζυγό μου Πηνελόπη και τον γιο μου Απόστολο – Νεκτάριο που μου συμπαραστάθηκαν και στάθηκαν δίπλα μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευρετήριο εικόνων.....	σελ 6
Περίληψη	σελ 8
Εισαγωγή	σελ 9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

Μαθηματικά και λογοτεχνία.....	σελ 12
1.1. Συσχέτιση λογοτεχνίας και μαθηματικών.....	σελ 12
1.1.1. Διερεύνηση Σχέσεων λογοτεχνίας και μαθηματικών.....	σελ 12
1.1.2. Μορφές σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία μέσα από τη συγγραφή κειμένων. Η μαθηματική λογοτεχνία.....	σελ 15
1.2. Μαθηματικά και λογοτεχνία στην εκπαιδευτική πράξη.....	σελ 17
1.2.1. Επιχειρήματα για τη χρησιμοποίηση λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών.....	σελ 17
1.2.2. Τρόποι χρησιμοποίησης λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών.....	σελ 21
1.2.3. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη χρησιμοποίηση κειμένων μαθηματικής λογοτεχνίας κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών.....	σελ 23

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

Μαθηματικά και ποίηση.....	σελ 27
2.1. Συσχέτιση ποίησης και μαθηματικών.....	σελ 27

2.1.1. Διερεύνηση σχέσεων ποίησης και μαθηματικών.....σελ 27	
2.1.2. Μορφές σύνδεσης των μαθηματικών με την ποίηση μέσα από τη συγγραφή ποιημάτων.....σελ 34	
2.2. Ποίηση και μαθηματικά στην τάξη. Τρόποι αξιοποίησης των ποιημάτων στη μαθησιακή διαδικασία.....σελ 38	
2.2.1. Η χρησιμότητα της ποίησης κατά τη μαθησιακή διαδικασία. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού.....σελ 38	
2.2.2. Τρόποι και στρατηγικές χρησιμοποίησης των ποιημάτων κατά τη μαθησιακή διαδικασία.....σελ 43	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

Το πρόβλημα και η επίλυσή του στα μαθηματικά.....σελ 47	
3.1. Τι είναι πρόβλημα και η διαδικασία επίλυσής του στα μαθηματικά.....σελ 47	
3.1.1. Τι είναι πρόβλημα και η σημασία του στα μαθηματικά.....σελ 47	
3.1.2. Η διαδικασία και οι στόχοι της επίλυσης των προβλημάτων στα μαθηματικά.....σελ 50	
3.2. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη διδασκαλία επίλυσης προβλημάτων στα μαθηματικά.....σελ 56	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Η διαθεματική προσέγγιση κατά τη μαθησιακή διαδικασία.....σελ 59	
4.1. Η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας και η χρησιμότητά της κατά την εκπαιδευτική πράξη.....σελ 59	
4.1.1 Η διαθεματική προσέγγιση (Interdisciplinary Approach) στη μαθησιακή διαδικασία. Ορισμός.....σελ 59	

4.1.2. Η ομαδοσυνεργατική μέθοδος ως τρόπος εφαρμογής του διαθεματικού τρόπου διδασκαλίας.....σελ 60	
4.1.3. Η χρησιμότητα και ο σχεδιασμός μιας διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας στη μαθησιακή διαδικασία.....σελ 62	
4.2. Η διαθεματική προσέγγιση (Interdisciplinary Approach) στα μαθηματικά..... σελ 66	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

Ο σχεδιασμός και η εφαρμογή της διδακτικής διαδικασίαςσελ 71	
5.1. Τα χαρακτηριστικά της διδακτικής παρέμβασης.....σελ 71	
5.2. Η επιλογή των ποιημάτων.....σελ 72	
5.3. Τα Φύλλα Εργασίας.....σελ 75	
5.4. Η διδακτική διαδικασία.....σελ 77	
5.4.1. 1η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης.....σελ 85	
5.4.2. 2η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης.....σελ 95	
5.4.3. 3η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης.....σελ 104	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

Αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης & διαδικασίαςσελ 110	
---	--

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....σελ 117	
---------------------------------	--

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....σελ 127	
------------------------------	--

Ευρετήριο εικόνων

1^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

1^ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 1^η : Απάντηση στην πρώτη και δεύτερη ερώτησησελ 86

Εικόνα 2^η : Απάντηση στην πρώτη και δεύτερη ερώτησησελ 86

Εικόνα 3^η : Απάντηση στην τέταρτη ερώτησησελ 87

Εικόνα 4^η : Απάντηση στην τέταρτη ερώτησησελ 88

Εικόνα 5^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 88

Εικόνα 6^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 89

Εικόνα 7^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 89

3^ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 8^η : Προσπάθεια επίλυσης του προβλήματοςσελ 90

Εικόνα 9^η : Προσπάθεια επεξήγησης του τρόπου επίλυσης του
προβλήματοςσελ 91

Εικόνα 10^η : Προσπάθεια επίλυσης του προβλήματοςσελ 91

Εικόνα 11^η : Προσπάθεια επεξήγησης του τρόπου επίλυσης του
προβλήματοςσελ 92

Εικόνα 12^η : Προσπάθεια επίλυσης του προβλήματοςσελ 93

Εικόνα 13^η : Λανθασμένη προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος σελ 93

2^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

1^ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 14^η : Απάντηση στη δεύτερη ερώτησησελ 96

Εικόνα 15^η : Απάντηση στη δεύτερη ερώτησησελ 96

Εικόνα 16^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 97

Εικόνα 17^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 98

Εικόνα 18^η : Προσπάθεια διατύπωσης του προβλήματοςσελ 98

2ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 19^η : Επιτυχημένη προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος σελ 99

Εικόνα 20^η : Λανθασμένη προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος σελ 100

3ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 21^η : Απάντηση στην πρώτη ερώτησησελ 101

Εικόνα 22^η : Απάντηση στην πρώτη ερώτησησελ 102

Εικόνα 23^η : : Απάντηση στην πρώτη ερώτησησελ 102

3^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

1ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 24^η : Απάντηση στη δεύτερη ερώτησησελ 105

Εικόνα 25^η : Απάντηση στη δεύτερη ερώτησησελ 105

3ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 26^η : Επιτυχημένη απάντηση σχετικά με τον τρόπο λύσης του
προβλήματοςσελ 107

Εικόνα 27^η : Επιτυχημένη απάντηση σχετικά με τον τρόπο λύσης του
προβλήματοςσελ 108

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία σκοπό είχε την εξέταση και την έρευνα, σε σχέση με την πρόσφατη βιβλιογραφία, της δυνατότητας ενσωμάτωσης της ποίησης στο μάθημα των μαθηματικών σε επίπεδο δημοτικού σχολείου με σκοπό τη διερεύνηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών. Έγινε προσπάθεια για το σχεδιασμό, την παραγωγή, τη διδακτική αξιοποίηση και αξιολόγηση εκπαιδευτικού υλικού που αξιοποιεί την παιδαγωγική και αισθητική αξία ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου καθώς επίσης και αξιολόγηση της μαθησιακής διαδικασίας κατά την οποία διδάχθηκε το υλικό αυτό. Για το σκοπό αυτό επιλέχθηκαν τρία ποιήματα στα οποία στηρίχθηκε η προσπάθεια δημιουργίας φύλλων εργασίας τα οποία στη συνέχεια αξιοποιήθηκαν διδασκτικά και παιδαγωγικά σε τρεις δίωρες διδασκαλίες. Το υλικό που προέκυψε μετά την εφαρμογή της έρευνας και τη διδακτική παρέμβαση αναλύεται και αξιολογείται με σκοπό να αποτελέσει ίσως αφετηρία για να αλλάξει ο τρόπος των διδακτικών παρεμβάσεων που πραγματοποιούν οι εκπαιδευτικοί στη χώρα μας.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο σκοπός και το πεδίο εφαρμογής των μαθηματικών σαν επιστημονική δραστηριότητα τείνει να αλλάζει με την πάροδο των χρόνων περνώντας πλέον από τη στατικότητα και την απλή καταγραφή σε μία δυναμική αντιμετώπιση και εξεύρεση λύσεων προβλημάτων. Στο παρελθόν τα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών ήταν απομονωμένα από όλες τις υπόλοιπες μαθησιακές κατευθύνσεις σχεδιασμένα απλά να προσφέρουν βασικές υπολογιστικές δεξιότητες που εστιάζονταν κυρίως στην απλή απομνημόνευση κανόνων και διαδικασιών. Οι μαθητές αξιοποιούσαν και βελτίωναν τις μαθηματικές τους δεξιότητες χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τα σχολικά εγχειρίδια, χαρτί και μολύβι, και απομνημονεύοντας χωρίς πολλές φορές να κατανοούν τη δομή των βασικών μαθηματικών διεργασιών. Η παροχή ενός πλαισίου μάθησης μέσω του οποίου το παιδί μπορεί να οικοδομήσει εμπειρικά τη γνώση τείνει να γίνει ο σκοπός των εκπαιδευτικών που θέλουν να προάγουν και να αναπτύξουν τη μαθηματική ικανότητα και γνώση των μαθητών τους πάνω στην επίλυση προβλημάτων τόσο στο σχολικό περιβάλλον αλλά κυρίως στην καθημερινότητά τους. Οι συνεχείς μεταβολές και η εξέλιξη της γνώσης και της τεχνολογίας και η ανάγκη εξεύρεσης νέων τρόπων αντιμετώπισης των μαθησιακών αναγκών των μαθητών οδήγησαν τους ερευνητές στην ανακάλυψη και την εφαρμογή νέων εκπαιδευτικών μεθόδων μία από τις οποίες είναι και αυτή η οποία εμπλέκει στη μαθησιακή διαδικασία τη λογοτεχνία.

Στα μαθηματικά η επίλυση προβλημάτων, η επικοινωνία και η σύνδεση των αποτελεσμάτων της έρευνας και της γνώσης γενικότερα με την πραγματικότητα είναι το κυρίως ζητούμενο (Lewis et al., 1993). Αυτό

θα μπορούσε να επιτευχθεί ευκολότερα μέσω της διδασκαλίας μαθηματικών εννοιών μέσα από λογοτεχνικά κείμενα πράγμα το οποίο και υποστηρίζεται ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η σχεδίαση, η παραγωγή και διδακτική εφαρμογή και αξιοποίηση διαθεματικού – παιδαγωγικού υλικού και η εξέταση – αξιολόγηση αυτής της προσπάθειας λαμβάνοντας υπόψη και την πρόσφατη βιβλιογραφία και έρευνα.

Για το λόγο αυτό επιλέχθηκαν τρία ποιήματα μαθηματικού περιεχομένου τα οποία αποτέλεσαν την αφετηρία μιας διαθεματικής προσέγγισης του μαθήματος των μαθηματικών στα πλαίσια του εβδομαδιαίου δώρου μαθήματος της ευέλικτης ζώνης στην Έκτη τάξη του δημοτικού. Κατόπιν ακολούθησε ο σχεδιασμός, η παραγωγή, η διδακτική εφαρμογή και η αξιολόγηση του παιδαγωγικού υλικού καθώς και η καταγραφή των παιδαγωγικών, διδακτικών και μαθησιακών δεδομένων που παρατηρήθηκαν σε επίπεδο τάξης και η αξιολόγησή τους.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται προσπάθεια να αναδείξουμε τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα σε δυο θεωρητικά αντίθετους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά. Θα διαπιστώσουμε επίσης ότι η συνεργασία μαθηματικών και λογοτεχνίας, επειδή πολλές φορές μοιράζονται κοινές μαθησιακές δεξιότητες, θα μπορούσε να βοηθήσει τα παιδιά να κατακτήσουν τη μαθηματική γνώση ευκολότερα και με πιο ευχάριστο για τα ίδια τρόπο.

Στο δεύτερο κεφάλαιο διερευνάται η σχέση που μπορεί να υπάρχει μεταξύ μαθηματικών και ποίησης. Γίνεται καταγραφή των λόγων για τους οποίους θα μπορούσε να αξιοποιηθεί η ποίηση με διαθεματικό τρόπο κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών ενώ γίνεται αναφορά στις προσπάθειες που έγιναν μέχρι τώρα προς αυτή την κατεύθυνση. Γίνεται δηλαδή απόπειρα ώστε να αναδειχθεί η χρησιμότητα που θα είχε η

ενσωμάτωση ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου στη μαθησιακή διαδικασία ώστε να βοηθηθούν οι μαθητές να κατανοήσουν ευκολότερα τις μαθηματικές έννοιες και να αποκτήσουν θετικότερη στάση απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται προσπάθεια ανάδειξης της σημασίας αλλά και της χρησιμότητας που θα μπορούσε να έχει η διδακτική αξιοποίηση των προβλημάτων, ιδιαίτερα αυτών με μαθηματικό περιεχόμενο. Ειδικότερα γίνεται αναφορά στο τι είναι πρόβλημα και πώς θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν τα προβλήματα ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά.

Στο τέταρτο κεφάλαιο υποστηρίζεται η σημασία της χρησιμοποίησης της διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας καθώς και τα οφέλη που θα μπορούσαν να αποκομίσουν τα παιδιά κατά την εφαρμογή της στη τάξη ιδιαίτερα κατά την ώρα της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται προσπάθεια να περιγραφεί ο στόχος πραγματοποίησης της διδακτικής παρέμβασης, ο τρόπος με τον οποίο σχεδιάστηκε καθώς και τα αποτελέσματα της εφαρμογής της. Γίνεται επίσης αναφορά στα φύλλα εργασίας και στα ποιήματα τα οποία επιλέχθηκαν να διδαχτούν καθώς και ο τρόπος με τον οποίο διδάχτηκαν.

Στο έκτο κεφάλαιο θα επιχειρηθεί αξιολόγηση τόσο των φύλλων εργασίας όσο και της διδακτικής παρέμβασης που ακολουθήθηκε καθώς και διατύπωση συμπερασμάτων και προτάσεων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν από τον εκπαιδευτικό που θα ήθελε να ακολουθήσει μία παρόμοια διδακτική προσέγγιση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

Μαθηματικά και λογοτεχνία

Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα σε δυο θεωρητικά αντίθετους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά. Θα διαπιστώσουμε επίσης ότι η συνεργασία μαθηματικών και λογοτεχνίας, επειδή πολλές φορές μοιράζονται κοινές μαθησιακές δεξιότητες, θα μπορούσε να βοηθήσει τα παιδιά να κατακτήσουν τη μαθηματική γνώση ευκολότερα και με πιο ευχάριστο για τα ίδια τρόπο.

1.1. Συσχέτιση Λογοτεχνίας και Μαθηματικών

1.1.1. Διερεύνηση Σχέσεων Λογοτεχνίας και Μαθηματικών

Τα μαθηματικά και η λογοτεχνία είναι διαφορετικές μορφές της ανθρώπινης δραστηριότητας. Η Φίλη (1987) υποστηρίζει ότι, παρόλο που ο ένας χώρος θεωρείται ανεξάρτητος από τον άλλο, οι παράλληλες αναζητήσεις, οι αλληλεπιδράσεις και η συνάφεια της λογοτεχνίας με τις επιστήμες και κυρίως με τα μαθηματικά αποτελούν μία πραγματικότητα (Φίλη Χ., 1987). Σύμφωνα με ορισμένους ερευνητές η διερεύνηση, η κατανόηση και η ενίσχυση των μαθηματικών εννοιών μπορεί να πραγματοποιηθεί ευκολότερα μέσα από τη χρησιμοποίηση λογοτεχνικών κειμένων. Η λογοτεχνία εγείρει φαντασία και συναίσθημα, καθιστώντας την απόκτηση της γνώσης ευχάριστη και αξιομνημόνευτη, συνδέοντας με την πραγματικότητα μαθηματικές ιδέες που πολλοί άνθρωποι βλέπουν αποκομμένες από την καθημερινότητά τους.

Εξετάζοντας τις σχέσεις που προκύπτουν ανάμεσα σε λογοτεχνία

και επιστήμη θα διαπιστώσουμε ότι σημαντικό ρόλο παίζει η γλώσσα (Corry L., 2007). Αν και η μαθηματική γλώσσα θεωρείται ότι είναι διαφορετική από τη λογοτεχνική, το ερώτημα που τίθεται είναι, εάν ανεξάρτητα από αυτή τη διαφοροποίηση, μπορεί να υπάρξει κάποια μορφή σύγκλισης, κάποια μορφή σύνδεσης μεταξύ τους.

Οι συνδέσεις μεταξύ γλώσσας και μάθησης είναι απαραίτητες και εμφανείς σε όλους τους τομείς της γνώσης. Για τα μαθηματικά, συγκεκριμένα, οι γλωσσικές δεξιότητες θεωρούνται αναγκαίες για τους μαθητές ώστε να σκέπτονται και να επικοινωνούν αποτελεσματικά με μαθηματικό τρόπο. Ο διαχωρισμός των μαθηματικών και της γλώσσας μαθηματικών οδηγιών, σύμφωνα με τον Moyer (2000), θα δυσκόλευε ιδιαίτερα τα παιδιά κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας (Moyer P., 2000).

Ο Corry (2006) δηλώνει ότι υπάρχει μια αμοιβαία αλληλεπίδραση μεταξύ λογοτεχνίας και επιστήμης η οποία θεωρείται ότι είναι πολύπλοκη και ασταθής ενώ σύμφωνα με τον Koehler (1982) *«η αλληλεπίδραση λογοτεχνίας και μαθηματικών είναι φυσική και ενδιαφέρουσα και βασίζεται στο γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που πηγάζει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο που ζούμε. Γι' αυτό τα μαθηματικά ανταποκρίνονται στην ανθρώπινη εμπειρία και παρέχουν τους συγγραφείς με υλικό για να δημιουργήσουν ενδιαφέροντα θέματα και εικόνες. Συνήθως, οι συγγραφείς εμπνέονται από τη γεωμετρία, τις πιθανότητες και τη στατιστική γιατί σχετίζονται πιο πολύ με τον κόσμο που ζούμε»* (Koehler D. O., 1982, σελ.81).

Αντίστοιχος με αυτόν της λογοτεχνικής με τη μαθηματική γλώσσα είναι ο συσχετισμός που αφορά τον αφηγηματικό τρόπο σκέψης με τον παραδειγματικό ή λογικό – επιστημονικό. Ο Bruner αναφέρει ότι *«οι δύο τρόποι (σκέψης) αν και συμπληρωματικοί δεν ανα γονται ο ένας στο*

άλλον. Προσπάθειες για να αναχθεί ο ένας στον άλλον ή να αγνοηθεί ο ένας σε βάρος του άλλου αποτυγχάνουν αναπόφευκτα να συλλάβουν την ποικιλομορφία της σκέψης» (Bruner J., 2002, σελ. 29). Άρα δεν μπορεί να αγνοηθεί ο αφηγηματικός τρόπος σκέψης, ιδιαίτερα όταν ασχολούμαστε με τα μαθηματικά αλλά και το αντίστροφο, ο παραδειγματικός τρόπος σκέψης όταν μελετούμε τη λογοτεχνία. Αναφερόμενοι ειδικά στα μαθηματικά, επειδή ως επιστήμη χαρακτηρίζονται από πολύ ιδιαίτερο συμβολισμό και περιορισμένο πλαίσιο επεξεργασίας, είναι απαραίτητη η συνεργασία αφηγηματικού και παραδειγματικού τρόπου σκέψης ώστε να επιτευχθεί το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα στα πλαίσια της μαθησιακής διαδικασίας.

Ο Stevens (2000) εξετάζοντας έργα διαφόρων συγγραφέων και ποιητών αναφέρει ότι ανάμεσα σε λογοτεχνία και μαθηματικά υπάρχουν σχέσεις αμφίδρομες που τις καταδεικνύουν περιπτώσεις επιρροών μεταξύ του ενός προς τον άλλο τομέα. Σχετικά αναφέρει περιπτώσεις επιρροής των μαθηματικών σε λογοτεχνικά κείμενα καθώς και επιρροής λογοτεχνικών κειμένων σε μαθηματικά προβλήματα δίνοντας για παράδειγμα της πρώτης περίπτωσης τις εργασίες των Oulipo ενώ παραδείγματα της δεύτερης περίπτωσης μπορεί κάποιος να διακρίνει στο πουργατόριο του Δάντη και στα έργα του Μπόρχες (Stevens B., 2000).

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η λογοτεχνική γλώσσα επιδρά συμπληρωματικά στην κατανόηση της μαθηματικής γλώσσας και η μαθηματική, λογικο – επιστημονική σκέψη βοηθά στην ανακάλυψη των μηνυμάτων που κρύβουν τα λογοτεχνικά κείμενα.

1.1.2. Μορφές σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία μέσα από τη συγγραφή κειμένων. Η μαθηματική λογοτεχνία

Στην παράγραφο αυτή καταγράφονται συγγραφικά έργα Ελλήνων και ξένων δημιουργών που διακρίνονται από τη σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία και επιχειρείται ο διαχωρισμός τους σε κατηγορίες ανάλογα με κάποιο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό τους.

Ο Χατζηκυριάκου (2007) θέλοντας να δώσει τον ορισμό της μαθηματικής λογοτεχνίας αναφέρει ότι *«λέγοντας μαθηματική λογοτεχνία, εννοούμε έναν μεγάλο αριθμό ετερογενών κειμένων που αναφέρονται στα μαθηματικά και τον κόσμο τους και δεν έχουν συγγραφεί ως μαθηματικές μονογραφίες ή μαθηματικά εγχειρίδια. Τα κείμενα αυτά μπορεί να είναι βιογραφίες ή αυτοβιογραφίες μαθηματικών, μυθιστορήματα και διηγήματα με ήρωες μαθηματικούς ή μαθηματικά αντικείμενα, αφηγήματα με ρητές ή λιγότερο ρητές αναφορές σε μαθηματικές έννοιες, ανθολογίες με σπαζοκεφαλίες και ψυχαγωγικά μαθηματικά προβλήματα, αλλά και κάποια κείμενα μαθηματικής εκλαΐκευσης»* (Χατζηκυριάκου Κ., 2007, σελ. 278).

Επιχειρώντας λοιπόν μια κατάταξη στο είδος της βιβλιογραφίας που προκύπτει από τη σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία, ανάλογα με το χαρακτήρα συγγραφής τους μπορούμε να διακρίνουμε τις παρακάτω κατηγορίες έργων καθώς και κάποια αντιπροσωπευτικά δείγματα που παραθέτει ο Μιχαηλίδης για κάθε κατηγορία (2007, σελ.18-26).

Κατ' αρχήν υπάρχουν κείμενα που αναφέρονται σε μαθηματικές έννοιες ή γεγονότα, σε προσωπικότητες μαθηματικών ή στην ιστορία των μαθηματικών τα οποία αποτελούν πηγή λογοτεχνικής έμπνευσης για το συγγραφέα και εμπεριέχουν έντονα το στοιχείο του μύθου. Σε αυτή την κατηγορία μπορούν να συμπεριληφθούν οι «*Όρνιθες*» του Αριστοφάνη,

καθώς ο Αριστοφάνης αναφέρεται στον τετραγωνισμό του κύκλου που απασχολούσε έντονα τους γεωμέτρους εκείνης της εποχής, «*Η Αλίκη στη Χώρα των Θαυμάτων*» του Lewis Carrol, το «*Flatland*» του Edwin Abbot, «*Το πειραχτήρι των αριθμών*» του Hans Magnus Enzensberger, «*Το Θεώρημα του Παπαγάλου*», η «*Επιχείρηση Μεσημβρία*», «*Τα αστέρια της Βερενίκης*» του Ντενί Γκετζ, η «*Flatter land*» του Ian Stewart, «*Η ράβδος του Ευκλείδη*» του Jean Pierre Luminet, «*Ο άνθρωπος που μετρούσε*» του Malba Tahan, «*Το βιβλίο Κόλαση*» του Κάρλο Φραμπέτι, «*Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκο'λντμπαχ*» του Απόστολου Δοξιάδη, τα «*Πυθαγόρεια εγκλήματα*» του Τεύκρου Μιχαηλίδη κ.α.

Σε μια δεύτερη κατηγορία ανήκουν κείμενα ο συγγραφέας έχει θέσει σκοπό της συγγραφής τους τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών ή τη γνωριμία με προσωπικότητες και γεγονότα από την ιστορία των μαθηματικών. Δύο από αυτά είναι, «*Οι μαγικοί αριθμοί και τα ταξιδιάρικα αστέρια: Τα πρώτα βήματα της επιστήμης*» της Άννας Παρίζη που περιέχει την ιστορία των μαθηματικών στην Αρχαία Ελλάδα και η «*Επιπεδία: Αφηγήματα σε δύο διαστάσεις*» του Νίκου Τσιώτσιου. Στον πρόλογο του βιβλίου ο συγγραφέας αναφέρει ότι, «*Διδακτικές προσεγγίσεις που λαμβάνουν υπόψη τους τη σημασία της γλώσσας για τη μάθηση και συνδυάζουν τη διδασκαλία της Γλώσσας με τη διδασκαλία των Μαθηματικών μπορεί να συμβάλλουν στη βελτίωση και τον εμπλουτισμό και των δύο γνωστικών αντικειμένων*» (Τσιώτσος Ν., 2002).

Τρίτη κατηγορία λογοτεχνικών κειμένων που ανήκουν στη μαθηματική λογοτεχνία είναι τα λογοτεχνικά κείμενα που σκοπός του συγγραφέα είναι η εκλαΐκευση μαθηματικών εννοιών. Παραδείγματα εκλαϊκευτικών βιβλίων αποτελούν το «*Από την παράνοια στους αλγορίθμους. Η 17^η νύχτα κι άλλες διαδρομές*» του Απόστολου Δοξιάδη,

«Η μουσική των πρώτων αριθμών» του Marcus Du Sautoy, το «Ολίγη επιστήμη για όλους» του Claude Allègre, «Ο θαυμαστός κόσμος των Fractal» του Τάσου Μπούντη κ.α.

Τέλος μια ακόμη κατηγορία μπορεί να συμπεριλάβει τις μυθιστορηματικές βιογραφίες που δεν αποτελούν νέο λογοτεχνικό είδος αλλά μερικές από αυτές, λόγω της μεγάλης τους δημοφιλίας και αναγνωσιμότητας, έγιναν κινηματογραφικές ταινίες όπως το «*A Beautiful Mind*» της Sylvia Nasar καθώς και το «*The French Mathematician*» του Tom Petsinis (Μιχαηλίδης Τ., 2002).

1.2. Μαθηματικά και λογοτεχνία στην εκπαιδευτική πράξη

1.2.1. Επιχειρήματα για τη χρησιμοποίηση λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών

Η μαθηματική λογοτεχνία θα μπορούσε να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό αφού προσφέρεται σαν εναλλακτική προσέγγιση κατά τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Επίσης θα μπορούσε να συντελέσει στην αποφόρτιση του μαθησιακού περιβάλλοντος από την τυχόν ύπαρξη άγχους, φοβίας και προκαταλήψεων εκ μέρους των μαθητών απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα δημιουργώντας ταυτόχρονα ένα περιβάλλον ευχάριστης και εποικοδομητικής μάθησης για τα παιδιά.

Η λογοτεχνία κινητοποιεί τους μαθητές για να μάθουν, τους παρέχει ένα ουσιαστικό πλαίσιο για τα μαθηματικά, αναδεικνύει τα μαθηματικά ως ένα είδος γλωσσικής επικοινωνίας, δείχνει ότι τα μαθηματικά αναπτύσσονται εντός της ανθρώπινης εμπειρίας, προάγει την ανάπτυξη της λογικής των αριθμών και ενσωματώνει τα μαθηματικά σε άλλους τομείς του προγράμματος σπουδών. Η ανάγνωση αποσπασμάτων μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μία

αλληλεπιδραστική εποικοδομητική διαδικασία η οποία ενώ επιτρέπει στους μαθητές να ερμηνεύσουν και να κατανοήσουν μαθηματικού περιεχομένου θέματα παράλληλα προωθεί δεξιότητες που αφορούν τη σκέψη (Wilburne J. M.; Napoli M., 2008). Ο Draper (2002) σημειώνει ότι *«Λογοτεχνία και οι τρόποι εκμάθησής της είναι αναγκαία τμήματα της διδασκαλίας των μαθηματικών»* (σ. 523).

Στις Η.Π.Α. το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) μαζί με τη International Reading Association (IRA) καθώς και το National Council of Teachers of English (NCTE) ζητούν την επίτευξη μαθησιακών στόχων σε διάφορους τομείς της εκπαιδευτικής διαδικασίας μέσω της ενσωμάτωσης λογοτεχνικών κειμένων κατά την εκπαιδευτική πράξη. Η ενσωμάτωση της λογοτεχνίας στο διδακτικό πλαίσιο γενικότερα δεν είναι μια νέα πρακτική, αλλά έχει αποκτήσει βαρύνουσα σημασία καθώς εκπαιδευτικές οργανώσεις και σχολεία έχουν ανακαλύψει την πληθώρα των βιβλίων που μπορούν να ενσωματωθούν σε ολόκληρο το πρόγραμμα σπουδών. Μαθήματα μαθηματικών που βασίζονται στη λογοτεχνία εκπληρώνουν τους εθνικούς στόχους και τα πρότυπα που έχουν τεθεί όσον αφορά τη διδασκαλία των μαθηματικών και της ανάγνωσης. Η ενσωμάτωση της λογοτεχνίας μέσα σε μαθήματα μαθηματικών θα μπορούσε, σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών, να βοηθήσει στην αντιμετώπιση φαινομένων αναλφαριθμητισμού, αλλά και ταυτόχρονα να προωθήσει τη μαθηματική γλώσσα και την επίλυση προβλημάτων. Επιπλέον, οι οπτικές αναπαραστάσεις στα έντυπα βιβλία όχι μόνο τονώνουν την αναγνωσιμότητα, αλλά παρέχουν επίσης κατατοπιστικές πληροφορίες που ευνοούν την περιέργεια των παιδιών. Η χρησιμοποίηση των λογοτεχνικών μαθηματικών κειμένων θα ήταν δυνατό να προσφέρει στους αναγνώστες ευκαιρίες να δοκιμάσουν διαφορετικές στρατηγικές και να αναστοχαστούν προηγούμενες εμπειρίες τους, να διευρύνουν τη μάθηση.

Σύμφωνα με μελετητές που διερεύννησαν τις επιδράσεις που είχε η χρησιμοποίηση μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων κατά την εκπαιδευτική διαδικασία, διαπιστώθηκαν τα παρακάτω:

1. Η χρήση μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων θα μπορούσε να απεικονίζει τα μαθηματικά μέσα σε περιβάλλοντα που έχουν νόημα για τα παιδιά.
2. Τα παιδιά είναι σε θέση να δουν τα μαθηματικά ως ένα φυσικό μέρος της ζωής, όχι μόνο ως δύσκολο πρόβλημα στην τάξη (Usnick V. & Maxson S., 1996).
3. Η σύγκλιση λογοτεχνίας και μαθηματικών παρέχει μαθηματικές ιδέες σε πραγματικά περιβάλλοντα μάθησης και δίνει ευκαιρίες για πολλαπλές και πλούσιες σε φαντασία επιλύσεις προβλημάτων.
4. Ο μαθηματικός λόγος, η μαθηματική ορολογία που προκύπτουν από κείμενα μαθηματικής λογοτεχνίας, παρέχει ευκαιρίες για τους μαθητές να επικοινωνήσουν μαθηματικά και να δικαιολογήσουν το σκεπτικό τους. Επίσης επιτρέπει στους μαθητές να αποκτήσουν επίγνωση και σε άλλους τομείς των ικανοτήτων τους (Mc Duffe A. & Young T., 2003).
5. Επιτρέπει στα παιδιά να πιστεύουν, να δικαιολογούν, να επιλύουν προβλήματα, να συγκρίνουν και να ανακαλύπτουν αντιθέσεις, να ασκούν κριτική και να επικοινωνούν με τρόπους, τόσο παλιούς όσο και νέους.
6. Επιτρέπει στα παιδιά να κερδίσουν εμπειρίες με την επίλυση λεκτικών προβλημάτων σε ιστορίες που τους είναι ήδη γνωστές (Ward R., 2005).

Εξετάζοντας τα σχόλια και τις απόψεις από τη μεριά των εκπαιδευτικών, ο Clarke (2002) σε μελέτη με την οποία συνέδεσε

λογοτεχνία με μαθηματικά κατά την εκπαιδευτική πράξη, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι σαν αποτέλεσμα της σύγκλισης αυτής ήταν ότι τα παιδιά βελτίωσαν τις επιδόσεις τους στο να επεξηγούν τη συλλογιστική και τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν κατά την επίλυση προβλημάτων, απολάμβαναν τα μαθηματικά περισσότερο, επέδειξαν μεγαλύτερη συνολική εμμονή σε δύσκολες εργασίες, αναστοχάστηκαν περισσότερο σχετικά με το τι είχαν μάθει, και απόλαυσαν ένα μεγάλο επίπεδο επιτυχίας (Clarke D., 2002). Η έρευνα δείχνει επίσης ότι, όταν λογοτεχνία και μαθηματικά είναι συνδεδεμένα με ένα αλληλεπιδραστικό και κατανοητό τρόπο, τα παιδιά θα κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες ευκολότερα και θα διατηρήσουν αυτή τη γνώση. Οι βαθμολογίες τους στα μαθηματικά αποδείχθηκε επίσης ότι αυξήθηκαν σημαντικά όταν στρατηγικές επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων συνδυάζονται με κείμενα λογοτεχνίας (Jennings C.M., 1992).

Συμπερασματικά λοιπόν αποδεικνύεται ότι η φαντασία και η δημιουργικότητα των παιδιών τονώνονται μέσω της ανάγνωσης μιας ενδιαφέρουσας και συναρπαστικής ιστορίας συνδεδεμένης με τα μαθηματικά. Η Jenner αναφέρει ότι *"εντυπωσιάστηκε από την πολυπλοκότητα της μαθηματικής σκέψης των παιδιών και την περιληπτικότητα των μαθηματικών ιδεών τους κατά τη διάρκεια της ανάγνωσης..."* των μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων που χρησιμοποίησε (2002, σ. 168). Οι Mc Duffe και Young (2003) εξηγούν ότι η μαθηματική λογοτεχνία θα ήταν δυνατό να παρέχει απεικονίσεις των μαθηματικών εφαρμογών που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη των στόχων της ζωής (Mc Duffe A.&Young T., 2003). Ο Moyer (2000) δηλώνει ότι, τα προβλήματα που έχουν ενσωματωθεί μέσα σε κείμενα επιτρέπουν τα παιδιά να αντιληφθούν ότι τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου είναι συχνά «ακατάστατα» και μπορούν να έχουν πολλές νόμιμες λύσεις (Moyer P., 2000).

1.2.2. Τρόποι χρησιμοποίησης λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των μαθηματικών

Πεποιθήσεις, προκαταλήψεις, παρανοήσεις και λανθασμένα πιστεύω των μαθητών για τα μαθηματικά και τη μαθηματική γνώση τούς δημιουργούν φοβίες και άγχος απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών διαμορφώνοντας αρνητικές στάσεις, επηρεάζοντας τη σχέση τους μ' αυτό και δυσχεραίνοντας την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Οι συγκεκριμένοι συναισθηματικοί και ψυχολογικοί παράγοντες ασκούν αρνητική επίδραση πάνω στη λογική σκέψη που αντιπροσωπεύουν τα μαθηματικά σαν επιστήμη αφού, σύμφωνα με τη γνωστική ψυχολογία, η μάθηση δε συντελείται ανεξάρτητα από τα συναισθήματα. Η διαμόρφωση θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά αποτελεί προϋπόθεση για την κατανόησή τους (Μηλιώνης Χ., 2001).

Ένας βασικός λόγος που ένας μεγάλος αριθμός μαθητών έχει αρνητικά συναισθήματα απέναντι στα μαθηματικά είναι ο ότι δεν τα καταλαβαίνουν. Οι μαθητές δεν έχουν αναπτύξει το κατάλληλο λεξιλόγιο που θα τους βοηθήσει να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και να αποκτήσουν μαθηματικές γνώσεις. Επίσης ο τρόπος που διδάσκονται τα μαθηματικά δε συνεισφέρει ούτε στην εκτίμηση της αξίας τους από τους μαθητές ούτε στην ενίσχυση του μαθηματικού τους λεξιλογίου ούτε τελικά στην κατανόησή τους (Κολέζα Ε., 2007, σ.45).

Μία στρατηγική για να επιτύχουμε την ενίσχυση του μαθηματικού λεξιλογίου που χρησιμοποιούν οι μαθητές είναι η χρήση λογοτεχνικών κειμένων ώστε να δημιουργήσουμε δυναμικά και αλληλεπιδραστικά μαθησιακά περιβάλλοντα. Μία άλλη στρατηγική είναι η αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας και χρήσης μαθηματικών εννοιών από τους διδάσκοντες, ώστε να επιτευχθεί το καλύτερο μαθησιακό αποτέλεσμα, με τη χρήση και επεξήγηση των εννοιών αυτών μέσω των κατάλληλων

λογοτεχνικών κειμένων (Meijnen G. W., Lagerweij N. W. & de Jong P. F., 2003). Η από κοινού χρήση και συσχέτιση μαθηματικού λόγου και παροχής οδηγιών από το διδάσκοντα για την επίλυση προβλημάτων με κατάλληλα επιλεγμένα λογοτεχνικά κείμενα, θα ήταν δυνατό να δώσει μία σημαντική ευκαιρία στον μαθητή να αναπτύξει το μαθηματικό του λεξιλόγιο.

Για να εφαρμοστούν όμως οι παραπάνω στρατηγικές ενίσχυσης του μαθηματικού λεξιλογίου που χρησιμοποιούν οι μαθητές κρίνεται απαραίτητη η δημιουργία του κατάλληλου μαθησιακού περιβάλλοντος. Αυτό επιτυγχάνεται μέσα από διαθεματικές ή διεπιστημονικές μεθόδους διδασκαλίας. Η διαθεματική προσέγγιση ως τρόπος επιλογής και οργάνωσης της σχολικής γνώσης βοηθά το μαθητή να κατανοήσει τη διασύνδεση που υπάρχει ανάμεσα στα διάφορα σχολικά μαθήματα και αντικείμενα μάθησης, να κάνει συσχετίσεις, συνθέσεις και γενικεύσεις, στοχεύοντας στην ολιστική αντίληψη της γνώσης και την ανάπτυξη των γλωσσικών του δεξιοτήτων.

Η μαθηματική λογοτεχνία καλύπτοντας ένα ευρύ πεδίο λογοτεχνικών ειδών προσφέρει τις δυνατότητες για την ανάπτυξη διαθεματικών προσεγγίσεων στο χώρο του σχολείου. Η ανάγνωση ενός λογοτεχνικού κειμένου με μαθηματικό περιεχόμενο, η συζήτηση πάνω στο λεξιλόγιό του, η συγγραφή μιας απλής ή συνθετικής εργασίας, η παρουσίαση ενός διαλόγου μέσα από ένα θεατρικό δρώμενο, είναι δράσεις που θα ήταν δυνατό να εμπλουτίσουν το μαθηματικό λεξιλόγιο των μαθητών και να αποβάλλουν τις αρνητικές τους στάσεις απέναντι στα μαθηματικά γενικότερα (Μηλιώνης Χ., 2001). Κατά τη διάρκεια της ανάγνωσης ενός λογοτεχνικού κειμένου και των ποικίλων δραστηριοτήτων που το ακολουθούν, καλλιεργείται η κατανόηση της ειδικής γλώσσας στη γραπτή και προφορική της μορφή καθώς και η

χρήση της στην απλοποίηση σύνθετων καταστάσεων, στην οργάνωση των διαθέσιμων στοιχείων και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων (Τριανταφυλλίδης Τρ., 2006).

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να διδάξουμε Μαθηματικά μέσα από τη χρήση λογοτεχνικών κειμένων. Η Κολέζα (2007) προτείνει τους παρακάτω τέσσερις:

1. Να δοθεί το συμπληρωματικό μαθηματικό λογοτεχνικό κείμενο πριν αρχίσει η διδασκαλία των Μαθηματικών. Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, ενώ γίνεται αναφορά στο λογοτεχνικό κείμενο, οι μαθητές απαντούν σε ερωτήσεις σχετικές με το κείμενο.
2. Το συμπληρωματικό λογοτεχνικό κείμενο να δοθεί στο τέλος της διδασκαλίας και τα ερωτήματα που θα δοθούν στους μαθητές να έχουν σαν σκοπό να τους κάνουν να αναστοχαστούν επάνω στις έννοιες που έχουν ήδη διδαχθεί.
3. Να δοθεί το λογοτεχνικό κείμενο στους μαθητές και να τους ζητηθεί οι ίδιοι να το ερευνήσουν και να διατυπώσουν ερωτήματα που παράγονται από αυτό.
4. Αφού οι μαθητές έχουν ήδη έχουν έρθει σε επαφή και έχουν διαβάσει σχετικά μαθηματικά λογοτεχνικά κείμενα, να τους ζητηθεί να γράψουν οι ίδιοι κείμενα πάνω σε μαθηματικές ιδέες που έχουν διδαχθεί (Κολέζα Ε., 2007).

1.2.3. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη χρησιμοποίηση κειμένων μαθηματικής λογοτεχνίας κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών

Ο ρόλος των εκπαιδευτικών κατά την επιλογή και σωστή χρήση των λογοτεχνικών κειμένων, που κάνουν τη σύνδεση λογοτεχνία/μαθηματικά θεωρείται ιδιαίτερα σημαντικός. Τα κείμενα αυτά, που μοιράζονται με τους μαθητές τους, θα βοηθήσουν τα παιδιά να συνδέσουν τη

μαθηματική λογοτεχνία με την καθημερινότητά τους καθώς και με άλλες περιοχές και μορφές της γνώσης ενώ οικοδομούν τη νέα μαθηματική γνώση. Όταν τα λογοτεχνικά κείμενα έχουν επιλεγεί να βοηθήσουν το μαθητή να αναπτύξει και να καλλιεργήσει μαθηματικές ιδέες, τα μαθηματικά έρχονται πιο κοντά στον άνθρωπο, τονίζεται η σχέση τους με την τέχνη και αναπτύσσονται στα παιδιά θετικές στάσεις απέναντί τους. Επίσης τα παιδιά τα αντιμετωπίζουν με ευχαρίστηση, ενδιαφέρον και αυτοπεποίθηση.

Ο Hyde (2006) προτείνει στους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιούν κατά τη μαθησιακή διαδικασία δοκιμασμένες στρατηγικές όπως ερωτήσεις, συνδέσεις με προηγούμενες γνώσεις, οπτικοποιήσεις, προβλέψεις, καθορισμό των σημαντικών σημείων, συνθέσεις κι όλα αυτά μέσα από την αλληλεπίδραση που προέρχεται από τη διδασκαλία μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων και μαθηματικών (Hyde A.A., 2006). Οι εκπαιδευτικοί καλό είναι να παρέχουν στους μαθητές τους δραστηριότητες που αναδεικνύουν με απτό κι αποτελεσματικό τρόπο τη διασύνδεση λογοτεχνίας και μαθηματικών μέσα από τη μαθησιακή διαδικασία. Αυτές οι δραστηριότητες θα πρέπει να είναι ικανές να δώσουν στους εκπαιδευτικούς και στους μαθητές τους την ευκαιρία να κάνουν άμεση διερεύνηση της μαθηματικής γνώσης, να καλλιεργήσουν και να επεκτείνουν τη μαθηματική γλώσσα και να κάνουν τα μαθηματικά ένα ευχάριστο και εποικοδομητικό αντικείμενο μάθησης.

Για να επιτευχθεί ευκολότερα αυτός ο στόχος οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δανειστούν για να διδάξουν στους μαθητές τους δοκιμασμένους τρόπους και στρατηγικές ανάγνωσης μαθηματικών λογοτεχνικών κειμένων από μελέτες και συμπεράσματα ερευνητών οι οποίοι ασχολήθηκαν με τη διαδικασία σκέψης και μάθησης ιδιαίτερα των παιδιών. Οι Flood & Lapp (1990) προτείνουν στους εκπαιδευτικούς να

χρησιμοποιήσουν οι μαθητές τους, τους παρακάτω τρόπους ανάγνωσης ώστε τα παιδιά να κατανοήσουν τις καινούριες μαθηματικές έννοιες με τη βοήθεια λογοτεχνικών κειμένων:

1. Πριν την ανάγνωση του κειμένου ο μαθητής θα πρέπει

- Να κάνει μια προεπισκόπηση του κειμένου, κοιτάζοντας τον τίτλο και τις εικόνες προκειμένου να συσχετίσει το νέο περιεχόμενο μάθησης με τυχόν παλαιότερες εμπειρίες του.
- Να δημιουργήσει ένα νέο μαθησιακό πλαίσιο με την ενεργοποίηση των κατάλληλων γνώσεων που ήδη κατέχει μέσω ερωτήσεων που θα κάνει στον εαυτό του σχετικά με το τι αυτός γνωρίζει ήδη σχετικά με το θέμα, το λεξιλόγιο και τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το θέμα.
- Μέσω ερωτήσεων που θα κάνει στον εαυτό του να θέσει στόχους για το τι θέλει να μάθει κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

2. Κατά τη διάρκεια της ανάγνωσης ο μαθητής θα πρέπει

- Να κάνει έλεγχο της κατανόησης αυτών που διαβάζει παραφράζοντας και επεξηγώντας λέξεις και φράσεις που χρησιμοποιεί ο συγγραφέας.
- Να ελέγχει την κατανόηση αυτών που διαβάζει χρησιμοποιώντας τα συμφραζόμενα για να κάνει επεξήγηση λέξεων και εννοιών που τυχόν του είναι άγνωστες.
- Να μπορεί να ενσωματώνει τις νέες έννοιες με τις υπάρχουσες γνώσεις του, αναθεωρώντας συνεχώς τους σκοπούς για τους οποίους κάνει την ανάγνωση του κειμένου.

3. Μετά την ανάγνωση του κειμένου ο μαθητής θα πρέπει

- Να μπορεί να κάνει μια περίληψη αυτών που διάβασε

αναφέροντας την πλοκή ή τη γενικότερη ιδέα του κειμένου.

- Να κάνει μια αξιολόγηση των νοημάτων που περιέχει το κείμενο.
- Να ξέρει πώς θα εφαρμόσει και θα επεκτείνει την καινούρια γνώση στην καθημερινή του ζωή (Flood J. & Lapp D., 1990).

Σύμφωνα με τον Draper (2002) καθεμία από τις στρατηγικές αυτές δεν έχει σκοπό να περιορίσει τους τρόπους διδασκαλίας και μάθησης σε μία αυστηρή λίστα. Θα μπορούσε να θεωρηθεί όμως σαν ένα εργαλείο το οποίο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν για να κάνουν τα μαθηματικά κείμενα πιο ενδιαφέροντα για τους μαθητές τους ώστε τα παιδιά να αναπτύξουν την ικανότητα να καταλαβαίνουν και να βγάζουν νόημα από τις μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται (Draper R., 2002).

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η σωστή επιλογή και χρησιμοποίηση με εποικοδομητικό τρόπο λογοτεχνικών κειμένων κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών θα μπορούσε να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό ώστε να επιτύχει ευκολότερα και αβίαστα την εξοικείωση των μαθητών του με τις μαθηματικές έννοιες. Θα μπορούσε επίσης να βοηθήσει ώστε να διαμορφωθεί θετική στάση των παιδιών απέναντι στα μαθηματικά εξαλείφοντας το άγχος και τη φοβία που τυχόν αντιμετωπίζουν όταν έρχονται σε επαφή μαζί τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

Μαθηματικά και ποίηση

Στο κεφάλαιο αυτό θα διερευνήσουμε και θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τις σχέσεις που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ μαθηματικών και ποίησης. Ειδικότερα θα αναφερθούμε σε προσπάθειες που έγιναν να χρησιμοποιηθεί η ποίηση για να βοηθηθούν οι μαθητές να κατανοήσουν ευκολότερα τις μαθηματικές έννοιες και να αποκτήσουν θετικότερη στάση απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα.

2.1. Συσχέτιση ποίησης και μαθηματικών

2.1.1. Διερεύνηση σχέσεων ποίησης και μαθηματικών

Με την πρώτη ματιά, η γλώσσα των μαθηματικών και η γλώσσα της ποίησης φαίνονται να απέχουν πολύ η μία από την άλλη. Πιστεύεται ότι οι ποιητές χρησιμοποιούν πολλές φορές, με έξυπνο τρόπο, την ασάφεια, τη μεταφορά και εκφράσεις με διφορούμενο χαρακτήρα. Από την άλλη, στα μαθηματικά, χρησιμοποιείται συνήθως γλώσσα με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τη σαφήνεια και την ακρίβεια. Παρ' όλα αυτά όμως μαθηματικοί όπως ο Albert Einstein (1879– 1955) σημείωσαν ότι «τα απλά μαθηματικά αντιπροσωπεύουν, με τον τρόπο τους, την ποίηση των λογικών ιδεών». Επιπλέον, ο Αμερικανός ζωγράφος Thomas Hill (1829 – 1908) ανέφερε ότι αν και τα μαθηματικά πιστεύεται ότι είναι "συνήθως ο αντίποδας της ποίησης, ωστόσο, μαθηματικά και ποίηση είναι πάρα πολύ κοντά το ένα στο άλλο , αφού θεωρούνται και οι δυο τομείς που χρησιμοποιούν ως επί το πλείστον τη φαντασία." (Strate L. & Winslow D., 2009, σελ.102-103). Επίσης, όπως οι φυσικές επιστήμες έχουν δανειστεί

εκφράσεις από την ποίηση σαν «τη δύναμη της αγάπης ή τη δύναμη της καταπίεσης» έτσι και ο μαθηματικός λόγος έχει αντίστοιχα προσφέρει γλωσσικό υλικό σε αρκετούς ποιητές. Για παράδειγμα στον Οδυσσέα Ελύτη " ... και τα σχήματα όλα καθαρογραμμένα μέσ' στα φρούτα ο κύκλος , το τετράγωνο , το τρίγωνο και ο ρόμβος όπως τα βλέπουν τα πουλιά , να γίνει απλός ο κόσμος." (Από τη συλλογή: Ο μικρός Ναυτίλος 1988), στον Κ. Καβάφη, στον Γιάννη Ρίτσο, στον Γ. Βαφόπουλο, στον Έκτορα Κακναβάτο.

Ο Μπαλής (1990) θέλοντας να αναφερθεί στα μαθητικά χρόνια του Ελύτη και στη σχέση που είχε με τα μαθηματικά παραθέτει τα λόγια του ποιητή ο οποίος και προτρέπει σε μια διαφορετική αντιμετώπιση των μαθηματικών από τη μεριά των ενηλίκων και κυρίως των εκπαιδευτικών (χάρτης 21–23, σελ.285, Εν λευκώ, εκδ. Ίκαρος), «τον καιρό που δεν καταλάβαινα τα μαθηματικά θυμάμαι, μου λέγανε ότι δεν είχα παρά να μετατοπισθώ κατά ένα βήμα , σαν συλλογιστικός μηχανισμός, για να διατρέξω την απέραντη και συνάμα μηδαμινή απόσταση που ένοιωθα να με χωρίζει απ' αυτόν τον χώρο. Και αναρωτιέμαι: μήπως θα ήταν χρήσιμο να το αντιστρέψουμε αυτό σήμερα; Και από τη μεριά τη δική μας να εξηγήσουμε στα παιδιά ότι μια διαφορετική από μέρους τους διαχείριση των στοιχείων της πραγματικότητας θα μπορούσε πάλι να τα βγάλει σε αλλιώς ανστηρά και αλλιώς αποδεκτέα μαθηματικά;» (Μπαλής Στ., 1990)

Η μαθηματική εκπαίδευση των περισσότερων ανθρώπων δεν είναι διαφοροποιημένη. Ξεκινά στο νηπιαγωγείο με ασκήσεις καταμέτρησης αντικειμένων ή μαθαίνοντας τους αριθμούς με το παιχνίδι και τη χρησιμοποίηση λέξεων που περιέχουν ρίμες. Αυτό γίνεται για να διδαχθεί το παιδί τις καινούριες μαθηματικές έννοιες με την αξιοποίηση της ομορφιάς και της ευχαρίστησης που προσφέρει η ανάγνωση ενός

παιδικού ποιήματος καθώς επίσης και για να ενισχυθεί η προσοχή του και η διατήρηση των αφηρημένων εννοιών στη μνήμη.

Ορισμένοι αρχαίοι πολιτισμοί, όπως για παράδειγμα ο ινδικός κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα, κατέγραφαν και δίδασκαν τις μαθηματικές έννοιες σε μορφή στίχου. Σήμερα, ποιήματα εμπνευσμένα από τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται στη διαμόρφωση νέου διδακτικού υλικού, εστιάζοντας σε μια συγκεκριμένη πτυχή των εννοιών που πρόκειται να διδαχθούν στη τάξη και ενεργώντας ταυτόχρονα σαν αφορμή για την έναρξη συζητήσεων και προβληματισμού σε επίπεδο τάξης ή μικρής ομάδας, ή ανάθεσης εργασιών τύπου project που βασίζονται στο περιεχόμενο του ποιήματος. Η προσεκτική επιλογή των ποιημάτων καθώς και η προσεκτική επιλογή διαθεματικών εργασιών θα μπορούσε να επιτύχει πρόσθετα παιδαγωγικά οφέλη, όπως είναι η καλύτερη ένταξη των παιδαγωγικών υλικών στο διδακτικό έργο και η ευκολότερη εκμάθηση και χρησιμοποίηση των εφαρμογών που προσφέρουν. Ένας τρόπος χρησιμοποίησης της ποίησης σε διαφορετικό τύπο διαθεματικής εργασίας, με παρόμοιους όμως στόχους και επιθυμητά αποτελέσματα, ζητά από τους μαθητές να συνθέσουν το δικό τους ποίημα το οποίο θα έχει σχέση με μαθηματικές τεχνικές ή έννοιες (Glaz S., 2011, σελ. 25-26).

Ο Cohen (2011) σημειώνει ότι «όπως η ποίηση, έτσι και τα εφαρμοσμένα μαθηματικά συνδυάζουν πολλαπλές έννοιες, οικονομία, μοτίβο και μυστήριο. Κατά την επιστημονική ή πρακτική εφαρμογή τους, τα εφαρμοσμένα μαθηματικά αναφέρονται σε κάτι έξω από τα ίδια. Τα λίγα σύμβολα που χρησιμοποιούν χρησιμοποιούνται στην επεξήγηση πολλών μαθηματικών εννοιών. Η χρήση συμβόλων συχνά συνεπάγεται εσωτερική επανάληψη και συμμετρία. Είναι γεμάτα με μη αναμενόμενες αλήθειες, μη αναμενόμενες εφαρμογές και ποικιλόμορφα δοκίμια που

αντιπροσωπεύουν διαφορετικές πτυχές μιας ενιαίας αλήθειας» (Cohen E. J., 2011, σελ. 195). Ποίηση και εφαρμοσμένα μαθηματικά χρησιμοποιούν πολλές φορές, με μεγάλη επιτυχία, σύμβολα και λέξεις για την ουσιαστικότερη, ομορφότερη και οικονομικότερη ανάδειξη των νοημάτων στα οποία αναφέρονται. Η κατανόηση των εν λόγω ομοιοτήτων ανάμεσά τους θα ήταν δυνατό να καταστήσει την ποίηση ένα εργαλείο στην κατανόηση των εφαρμοσμένων μαθηματικών και αντίστοιχα τα εφαρμοσμένα μαθηματικά ένα εργαλείο κατανόησης της ποίησης.

Ο Μπαλής (2005) αναφερόμενος στις ομοιότητες μεταξύ μαθηματικών και ποίησης σε σχέση με την αισθητική και την ομορφιά παραθέτει τα λόγια του Γάλλου μαθηματικού Poincaré (1854–1912) ο οποίος έγραψε ότι, *«ο επιστήμονας δε μελετά τη φύση επειδή είναι χρήσιμο να κάνει κάτι τέτοιο. Τη μελετά επειδή βρίσκει ευχαρίστηση σ' αυτό, και βρίσκει ευχαρίστηση επειδή είναι όμορφη. Αν η φύση δεν ήταν όμορφη δεν θα ήταν άξια να τη γνωρίσουμε κι η ζωή μας δεν θα ήταν άξια για να τη ζήσουμε. Εννοώ την εσωτερική ομορφιά που έρχεται με την αρμονική τάξη των μερών και την οποία μία καθαρή ευφυΐα μπορεί να συλλάβει. Ένας μαθηματικός αντλεί από την εργασία του την ίδια συγκίνηση που αισθάνεται κι ένας καλλιτέχνης. Η χαρά του είναι το ίδιο μεγάλη και της ίδιας ποιότητας»*. Αναφέρει επίσης τα λεγόμενα του Ούγγρου μαθηματικού Gabriel Andrew Dirac (1925–1984) που μιλώντας επίσης για τη μαθηματική ομορφιά λέει ότι *«η μαθηματική ομορφιά δεν μπορεί να οριστεί περισσότερο απ' ό,τι μπορεί να οριστεί η ομορφιά στην τέχνη, αλλά εκείνοι που μελετούν τα μαθηματικά δεν έχουν συνήθως καμία δυσκολία στο να την εκτιμήσουν»*. Ενώ ο Γερμανός μαθηματικός Werner Karl Heisenberg (1901–1976) επισημαίνει ότι *«δυο γλώσσες έχει ο άνθρωπος για να αντιμετωπίσει την πραγματικότητα, τα μαθηματικά και την ποίηση»* (Μπαλής Στ., 2005, σελ 449-452).

Αναφερόμενοι στην ομορφιά θα ήταν χρήσιμο να σημειώσουμε ότι η ομορφιά είναι τις περισσότερες φορές κοινό χαρακτηριστικό γνώρισμα ανάμεσα σε ένα ποίημα και σε ένα θεώρημα. Όπως ένα ποίημα έτσι κι ένα μαθηματικό θεώρημα συνήθως χαρακτηρίζεται από χάρη και απλότητα. Είναι ακριβές και δεν παρέχει περιττές πληροφορίες. Ο μαθηματικός δεν γράφει με σκοπό να μπερδέψει τον αναγνώστη αλλά να επεξηγήσει έννοιες με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Τέτοιου είδους αποδείξεις οδηγούν τον αναγνώστη σε ένα συνειρμό από λογικές σκέψεις και συμπεράσματα ακριβώς όπως ένα ωραίο ποίημα δίνει συνειρμικά έντονες συναισθηματικές συγκινήσεις. Ο Άγγλος μαθηματικός G. H. Hardy ανέφερε σχετικά ότι *«τα έργα των μαθηματικών, όπως και των ζωγράφων αλλά και των ποιητών πρέπει να είναι όμορφα. Οι ιδέες όπως τα χρώματα και οι λέξεις πρέπει να συνταιριάζονται με αρμονία. Η ομορφιά είναι η πρώτη δοκιμασία για ένα μαθηματικό θεώρημα, δεν υπάρχει θέση στον κόσμο για “άσχημα μαθηματικά”... μπορεί να είναι πολύ δύσκολο να εξηγήσει κανείς τι είναι μαθηματική ομορφιά αλλά είναι αληθινή όπως η ομορφιά γενικότερα – μπορεί να μην ξέρουμε να εξηγήσουμε ακριβώς τι εννοούμε μιλώντας για την ομορφιά ενός ποιήματος αλλά αυτό δεν αποκλείει το γεγονός ότι μπορούμε να την αναγνωρίσουμε όταν διαβάζουμε ένα τέτοιο»* (Hardy G. H., 1941, σελ. 25).

Ο Μπαλής (2005) υποστηρίζει ότι ομοιότητες μεταξύ μαθηματικών και ποίησης μπορούν να παρατηρηθούν επίσης και στους παρακάτω τομείς:

1. Τόσο τα μαθηματικά όσο και η ποίηση βασίζονται και οικοδομούνται με λέξεις και ιδέες. Οι μαθηματικοί οικοδομούν έννοιες και θεωρήματα τα οποία απευθύνονται κυρίως στο μυαλό των ανθρώπων. Οι ποιητές φτιάχνουν μεν τα έργα τους με λέξεις και ιδέες αλλά δημιουργούν νοήματα, εικόνες και ρυθμούς που

απευθύνονται στην ψυχή του ανθρώπου. Και στις δύο περιπτώσεις τα δημιουργήματα ανταποκρίνονται στις προσδοκίες των ανθρώπων όταν είναι ωραία.

2. Τα μαθηματικά περιγράφουν και ερμηνεύουν τον κόσμο χρησιμοποιώντας κυρίως την λογική. Η ποίηση περιγράφει και ερμηνεύει τον κόσμο κυρίως μέσα από την ευαισθησία του ποιητή. Και οι δύο τομείς όμως έχουν ως σκοπό την κατανόηση του κόσμου γύρω μας.

3. Δεν υπάρχει εύκολος δρόμος που να οδηγεί στη μαθηματική γνώση. Δεν υπάρχει εύκολος δρόμος για τη δημιουργία αξιόλογων ποιητικών έργων. Η προσπάθεια και η αφοσίωση είναι κοινά γνωρίσματα τόσο του μαθηματικού όσο και του ποιητή. Τόσο ο μαθηματικός όσο και ο ποιητής πρέπει να δουλέψουν σκληρά και πρέπει να διαθέτουν εκτός από γνώσεις, διαίσθηση και φαντασία, ενόραση και δημιουργικότητα, μυαλό και ψυχή. Όταν ευαισθησία και λογική συμπορεύονται τότε μαθηματικά και ποίηση βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση του κόσμου γύρω μας (Μπαλής Στ., 2005).

Η χρήση εικόνων και παραστάσεων, η χρήση συμβολικής γλώσσας καθώς και μεταφορικών ερμηνειών είναι επίσης ένα κοινό χαρακτηριστικό μαθηματικών και ποίησης. Ο Eisner (1997) αναφέρει ότι *«η ποίηση εφευρέθηκε για να μας πει ό,τι οι λέξεις ποτέ δε λένε. Η ποίηση υπερβαίνει τα όρια της γλώσσας και αναδεικνύει οτιδήποτε δεν μπορεί να αρθρωθεί με λόγια»* (Eisner, E. W., 1997, σελ.6). Η γλώσσα των μαθηματικών με το συμβολισμό που την χαρακτηρίζει εξυπηρετεί τον ίδιο σκοπό. Και οι δύο τομείς πραγματεύονται πολλές φορές την γνώση με τον ίδιο τρόπο χρησιμοποιώντας εικόνες, ιδέες και κυρίως μεταφορικές ερμηνείες οι οποίες για την ποίηση είναι τις περισσότερες φορές βασικό μέσον έκφρασης ενώ για τα μαθηματικά είναι συνήθως η

βάση εκμάθησης των μαθηματικών εννοιών. Σφαίρες, μπάλες, γειτονιές, μέθοδος, αλυσίδες, δίκτυα, όρια, δέματα, πηγές, τροχιές, δρομολόγια, αποστάσεις, αποχρώσεις είναι μεταφορικές έννοιες παρμένες από τον ποιητικό λόγο οι οποίες χρησιμοποιούνται αρκετά και στα μαθηματικά. Χρησιμοποιώντας μεταφορές παρμένες από ποιήματα οι μαθητές είναι δυνατό να αποκτήσουν βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών που αυτές περιγράφουν (Bahls P., 2009).

Ο Τριανταφυλλίδης (2006) αναφέρει ότι η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στην ποίηση και στα μαθηματικά μοιάζει να καθορίζεται από το επιστημονικό τους πλαίσιο. Κοινό γνώρισμά τους είναι το ότι απευθύνονται σε ένα ιδιαίτερο και συγκεκριμένο επιστημονικό ακροατήριο, λόγω του πολύ συγκεκριμένου και ιδιαίτερου επιστημονικού πεδίου με το οποίο πραγματεύονται. Η συγκεκριμένη διαφοροποίηση όμως δεν αποτρέπει ποίηση και μαθηματικά από το να συνεργαστούν κατά την εκπαιδευτική διαδικασία και ούτε δημιουργεί ιεραρχίες που θα τοποθετήσουν τον ένα τομέα στην υπηρεσία του άλλου. Δεν είναι αποδεκτό να χρησιμοποιηθούν τα μαθηματικά ως ποίηση ή να διδάσκονται μαθηματικές έννοιες με απώτερο σκοπό την ικανοποίηση της αισθητικής και μόνο. Διαφωνίες υπάρχουν αντίστοιχα και στη χρησιμοποίηση της ποίησης μόνο με μαθηματικά μέσα ή των ποιημάτων ως εργαλείων εξάσκησης της μνήμης και λύσης λεκτικών προβλημάτων με αποκλειστικό σκοπό την επεξήγηση της μαθηματικής γνώσης. Το να χρησιμοποιηθεί η ποίηση σαν εργαλείο για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών θα πρέπει να αναφέρεται μονάχα στην ενίσχυση της μεταφορικής σκέψης και της λειτουργίας της γλώσσας γενικότερα (Τριανταφυλλίδης T., 2006).

2.1.2. Μορφές σύνδεσης των μαθηματικών με την ποίηση μέσα από τη συγγραφή ποιημάτων

Από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα η βιβλιογραφία έχει αναδείξει αρκετά παραδείγματα ποιητών, Ελλήνων και ξένων, των οποίων τα έργα κάνουν αναφορές στα μαθηματικά ή επηρεάζονται από αυτά. Για παράδειγμα ο Αισχύλος στον «Προμηθέα Δεσμώτη» θέλοντας να τονίσει τη σημασία των αριθμών στη ζωή των ανθρώπων τούς παρουσιάζει σαν ένα δώρο από τον Προμηθέα προς το ανθρώπινο γένος παραθέτοντας τα λόγια του ήρωα,

«Μα και τον αριθμό πρώτη σοφία τούς βρήκα εγώ....»

Ο Όμηρος στην Οδύσσεια μέσα από το διάλογο Τηλέμαχου – Οδυσσέα θέλοντας να τονίσει τον δύσκολο αγώνα πατέρα, γιου ενάντια στους μνηστήρες που εκμεταλλεύονται την περιουσία και το σπίτι τους μας αναφέρει τον αριθμό των μνηστήρων με ποιητικό τρόπο λέγοντας

Πατέρα, είχα πάντα ακουστά το μεγαλείο της φήμης σου,
πως είσαι ακοντιστής δεινός, πως παίρνεις ζυγισμένες αποφάσεις.
Όμως αυτό που λες πάει πολύ – με πιάνει αλήθεια δέος
πως είναι δυνατόν οι δυο να αγωνιστούμε με πολλούς γενναίους.
Γιατί δεν είναι οι μνηστήρες μόνο δέκα ή δυο φορές το δέκα
είναι πολλοί και πολλαπλάσιοι – άκου να δεις τώρα τον αριθμό
τους:

απ' το Δουλίχιο πενηνταδύο νέοι διαλεχτοί
που τους ακολουθούν κι έξι παραγιοί
από τη Σάμη εικοσιτέσσερις, είκοσι απ' τη Ζάκυνθο
των Αχαιών βλαστοί μέσα από την Ιθάκη δώδεκα, οι καλύτεροι
Ομήρου Οδύσσεια, ραψωδία π, στίχοι 232 – 241

Αλλά και νεότεροι ποιητές μας όπως ο Οδυσσέας Ελύτης συνέδεσε την ποίηση με τα μαθηματικά, τόσο σε επίπεδο περιεχομένου όσο και φόρμας.

Στο παρακάτω ποίημα μας μιλάει σχετικά για την αγάπη που είχε για τη συγκεκριμένη επιστήμη,

Αν δεν έχεις κάνει έρωτα
ποτέ σου με τα μαθηματικά,
δεν θα μπορέσεις ν' αποδείξεις
ότι τα γραφτά σου τους μοιάζουν
αν δεν σου λείψει ένα κομμάτι ζωής,
όνειρα μην περιμένεις.

Πηγή: συγκεντρωτική έκδοση Οδυσσέας Ελύτης, Ποίηση (εκδ. Ίκαρος, 2002)

Ο αλεξανδρινός ποιητής Κωνσταντίνος Καβάφης συνέδεσε επίσης τα μαθηματικά με την ποίηση. Στο ποίημα «Πρόσθεσις», ο Καβάφης μιλάει για τη «μεγάλη πρόσθεσις» του χρόνου και δίνει μια εικόνα του αθροίσματος και των μονάδων με φιλοσοφική διάθεση:

Αν ευτυχής ή δυστυχής είμαι δεν εξετάζω.
Πλην ένα πράγμα με χαράν στον νου μου πάντα βάζω —
που στην μεγάλη πρόσθεσι (την πρόσθεσί των που μισώ)
που έχει τόσους αριθμούς, δεν είμ' εγώ εκεί
απ' τες πολλές μονάδες μια. Μεσ στ' ολικό ποσό
δεν αριθμήθηκα. Κι αυτή η χαρά μ' αρκεί.

(Από τα Κρυμμένα Ποιήματα 1877-1923, Ίκαρος 1993).

Ο υπερρεαλιστής ποιητής Ε. Κακναβάτος χρησιμοποιεί μαθηματικούς όρους και έννοιες σε πολλά ποιήματά του: «Μη φυλάγεσαι από την αταξία/ είναι ευφυνής/ Η τάξη είναι αγκύλωση Φυλάξου/ Η τάξη στο ανατομείο/ Ψάξτε μέσα της για νεοπλάσματα/ για άτυπα κύτταρα αριθμού/ για συμφύσεις χωροχρόνου/ Το Χάος σηματοδοτεί δε λέει» κι επίσης, «Άφεγγη απόψε η Σελάνα/ κάθισε στο βυθό επωάζοντας τα έμμηνα της./ Πέραν του απείρου, ο ορίζοντας/ τρικλίζει φορτωμένος

τρεις άγριες γεωμετρίες» (Ε. Κακναβάτος, Χαοτικά Ι εκδ. Άγρα). Με τέσσερις στίχους ο Ε. Κακναβάτος, παρατηρώντας τη φύση γύρω του αποκαλύπτει τις μαθηματικές ιδιότητες που την χαρακτηρίζουν και την προσαρμόζει σε γεωμετρική μορφή, η οποία όντας δυναμική κι αεικίνητη, παίρνει τον χαρακτηρισμό «άγρια» από τον ποιητή (Μπαλής Στ., 2004).

Ο Θεσσαλονικιός ποιητής Γιώργος Βαφόπουλος χρησιμοποίησε το μοντέλο της γεωμετρίας και τη γλώσσα των μαθηματικών σε πολλά ποιήματά του, για να εκφράσει τις ιδέες και τα αισθήματά του, αποτέλεσμα της μεγάλης του αγάπης για τα μαθηματικά και της φοίτησής του στο μαθηματικό τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα των έργων του είναι «Ο μεγάλος κώνος» όπου η ζωή του ανθρώπου παρομοιάζεται με ένα γεωμετρικό σχήμα τη βάση του οποίου αντιπροσωπεύουν τα παιδικά χρόνια με τις σπείρες του σχήματος αυτού να είναι μεγάλες σε μέγεθος ενώ όσο ανεβαίνουμε προς την κορυφή οι σπείρες μικραίνουν,

Ας δεχθούμε πως η δομή του κόσμου
είν' ένας κώνος, που απ' τη βάση ως την κορυφή του
διατρέχεται από μια γραμμή σπειροειδή.

Ο άνθρωπος του οιδιπόδειου αινίγματος
ξεκινά την αυγή, πάνω στ' αχνάρια της γραμμής,
με τα τέσσερα πόδια. Στα μισά του δρόμου
στυλώνεται στα δυο του, για να ιδεί κατάματα
τον ήλιο του λαμπρού μεσημεριού.
Και το βράδυ φθάνει στην κορυφή του κώνου,
σέρνοντας τώρα το τρίτο του ποδάρι,

έτοιμος ν' αντικρίσει τη μεγάλη δύση..
Από τη συλλογή «Τα επιγενόμενα» (1977)

Πηγή: Καθημερινή – Στέφανος Μπαλής

Στην ξένη βιβλιογραφία υπάρχουν επίσης πολλά παραδείγματα ποιητών που χρησιμοποιούν μαθηματικές εκφράσεις κατά τη συγγραφή των έργων τους. Αρχαίος Ινδός άγνωστος ποιητής (περί τα 100 π.Χ) μιλάει για την αξία του "Γκανίτ", δηλαδή των μαθηματικών: *“Όπως τα φτερά που παγωνιού και τα πολύτιμα πετράδια τοποθετούνται στο ψηλότερο μέρος του κορμιού έτσι και η θέση του Γκανίτ είναι στο ψηλότερο κλαδί των Βέδα”* (Μιχαηλίδης Γ., 2004).

Άλλο παράδειγμα θα μπορούσε να αποτελέσει *“Το ποίημα του χιονιού”* του Γερμανού ποιητή Durs Grünbein που μιλάει αλληγορικά για τη ζωή του Ρενέ Ντεκάρτ θεμελιωτή της Αναλυτικής Γεωμετρίας και υποστηρικτή της επιστημονικής τεκμηρίωσης. *«Χιόνιζε όλη νύχτα. Μέχρι εκεί όπου φτάνει το μάτι, πάνω σε μια λευκή έκταση, στολίζεται η χώρα με λευκούς κώνους. Η κρυστάλλινη φανέλα τους, πλεγμένη από νιφάδες σκεπάζει αρυτίδωτα τους δρόμους. Μια εξίσωση που μόλις γεννήθηκε σύρθηκε στους λόφους. Κοιτάξτε μπροστά από το σπίτι τη λευκή μεγαλοπρέπεια»* (Λίλλης Γ. & Πούτας Θ., 2006).

Η σύγχρονη αμερικανική λογοτεχνία έχει να παρουσιάσει επίσης πολλά έργα συγγραφέων και ποιητών οι οποίοι χρησιμοποιούν την ποίηση και τα μαθηματικά για τη συγγραφή έργων κυρίως παιδικής λογοτεχνίας. Ορισμένοι από αυτούς είναι, ο Greg Tang με μεγάλο αριθμό συγγραφής τέτοιων έργων όπως τα *«Math Poems in the Library»*, *«Math Appeal»*, *«The Grapes of Math: Mind Stretching Math Riddles»*, *«Math Fables: Lessons that Count»*, *«Math Potatoes: More Mind Stretching Math Riddles»*, η Betsy Franco με τα *«Mathematickles!»*, η Harriet Ziefert με το *«Mother Goose Math»*, ο Carl Sandburg με το *«Arithmetic»*, η Shona McKellar με το

«*Counting Rhymes*», ο Allan Jacobs με το «*D. Arithmetic in Verse and Rhyme*», η Sara Atherlay με το βιβλίο «*Math in the Bath (And Other Fun Places Too!)*» και πάρα πολλοί άλλοι (Πηγή: Library of the university of Illinois).

Επίσης υπάρχουν στο διαδίκτυο ιστοσελίδες οι οποίες προσφέρουν διαδικτυακό υλικό το οποίο απευθύνεται σε γονείς, μαθητές κι εκπαιδευτικούς με ποιήματα τα οποία θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν είτε στην σχολική τάξη είτε στο σπίτι για να έρθει το παιδί σε στενότερη επαφή με τα μαθηματικά. Τέτοιες ιστοσελίδες είναι Mr. R's Math Poems , Poetry Math, Math 142 poems, Math Forum-ask Dr. Math Archives: Poetry and Mathematics.

2.2. Ποίηση και μαθηματικά στην τάξη. Τρόποι αξιοποίησης των ποιημάτων στη μαθησιακή διαδικασία

2.2.1. Η χρησιμότητα της ποίησης κατά τη μαθησιακή διαδικασία. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού

Η πρόκληση να χρησιμοποιήσουμε εξειδικευμένους τομείς από το χώρο της τέχνης για να μπορέσει να βελτιωθεί η εκμάθηση μαθηματικών εννοιών προϋποθέτει την καλλιέργεια δεξιοτήτων, όπως ο συνειρμός και οι μεταφορές, που θα μπορούσαν να οδηγήσουν στην ευκολότερη κατανόηση των εννοιών αυτών.

Ο Bahls (2009) θέλοντας να απαντήσει στο ερώτημα «γιατί ποίηση» κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών ισχυρίζεται ότι η ποίηση μπορεί να εξυπηρετήσει δύο σημαντικούς σκοπούς κατά την εισαγωγή των μαθητών στη διδασκαλία ενός νέου μαθηματικού κεφαλαίου (1) η ποίηση θα μπορούσε να προσφέρει ένα νέο είδος

κατανόησης της γνώσης, ένα νέ ο τρόπο, ο οποίος βασίζεται στη γλωσσική μεταφορά και μέσω της οποίας τα παιδιά θα μπορέσουν να εξετάσουν και να επανεξετάσουν τις μαθηματικές ιδέες (2) η ποίηση θα μπορούσε να ενθαρρύνει τα παιδιά και να τους δώσει ένα συναίσθημα εμπιστοσύνης, προσφέροντάς τους έναν καινούριο τρόπο έκφρασης τον οποίο μπορούν να χρησιμοποιούν για να εκφράζονται ευκολότερα στα μαθηματικά. Υπάρχει ένα μεγάλο και αυξανόμενο πλήθος γλωσσικών και οπτικών μεταφορών οι οποίες γ ια να χρησιμοποιούνται στη σωστή εκμάθηση και κατανόηση των μαθηματικών σήμερα, (στα οποία σύγχρονα μαθηματικά συγκαταλέγονται αντικείμενα μάθησης που ονομάζονται πεδία, δακτύλιοι, δέσμες και ροές και παίζουν δεσπόζουσα ρόλο στη μαθηματική επιστήμη) θα έπρεπε ο έλεγχος και η χρησιμοποίησή τους να γίνεται από ένα επιστήμονα που ίσως θα διέθετε και τις ικανότητες ενός ποιητή (Bahls P., 2009, σελ. 76-78). Ο ίδιος παραθέτει τα λόγια του Cahnmann (2003) ο οποίος υποστηρίζει ότι «η ποίηση είναι ένα διαφορετικό μέσο έκφρασης για να μπορέσουμε να πούμε ό,τι ίσως δεν μπορεί να εκφραστεί διαφορετικά». Η γλώσσα της ποίησης θα μπορούσε να προσφέρει επομένως στα παιδιά πρόσβαση σε τρόπους κατανόησης των καινούριων εννοιών που πιθανώς δεν έχουν ποτέ φανταστεί.

Οι La Bonty και Danielson (2004) συνηγορώντας υπέρ της χρησιμότητας της διδασκαλίας της ποίησης πρώτα ως μέσο καλλιέργειας της ικανότητας του παιδιού να σκέπτεται μεταφορικά, αλλά και ως μέσο κατανόησης των μαθηματικών εννοιών, παραθέτουν απόψεις ερευνητών όπως ο Steinberg (1999) οι οποίοι υποστηρίζουν ότι η ποίηση εξασκεί την ικανότητα των παιδιών να σκέφτονται με μεταφορικό τρόπο γεγονός το οποίο θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν πρόδρομος για την περιληπτική σκέψη (La Bonty J., & Danielson K., 2004).

Ο εκπαιδευτικός για να αναπτύξει τη γνωστική ικανότητα των παιδιών στα μαθηματικά αλλά και γενικότερα στη μαθησιακή διαδικασία, είναι καλό να βρίσκει τρόπους ώστε να αναδεικνύει και να καλλιεργεί τις δυνατότητές τους να κάνουν συνειρμούς και μεταφορές ανάμεσα σε έννοιες και γνώσεις από ποικίλες πληροφορίες που δέχονται όπως εικόνες, σύμβολα και γεγονότα της καθημερινότητας. Υλικό τέτοιου είδους θα ήταν δυνατό να προσφέρει σαν ερέθισμα ένα συγκεκριμένο κείμενο ή ποίημα μαθηματικού περιεχομένου ώστε κατόπιν το παιδί να μπορέσει να τις ανάγει σε ένα μαθηματικό φαινόμενο το οποίο και θέλει ο ίδιος να διδάξει (Alagic M., 2009, σελ.117). Αν οι μαθητές αποκτήσουν την ικανότητα να κάνουν συνειρμούς που ανάγονται σε ένα μαθηματικό φαινόμενο μέσα από τις έννοιες με τις οποίες έρχονται σε επαφή και περιέχονται σε ένα κείμενο ή ποίημα μαθηματικού περιεχομένου και μπορέσουν να κατανοήσουν τις ιδιαίτερες εσωτερικές σχέσεις του φαινομένου αυτού τότε η αφομοίωση της νέας γνώσης θα μπορούσε να γίνει ευκολότερα και να αποκτήσει νόημα για το παιδί.

Η ποίηση θα μπορούσε επίσης να αποτελέσει ένα πολύτιμο εργαλείο για να αναπτύξουν τα παιδιά τις μαθηματικές γλωσσικές τους ικανότητες (Hadaway, Vardell, & Young, 2001). Οι La Bonty και Danielson (2004) αναφέρουν ότι οι μαθηματικές ικανότητες των παιδιών εξαρτώνται άμεσα από την ικανότητά τους να βλέπουν τα μαθηματικά σαν ένα είδος επικοινωνίας και να διαθέτουν την ικανότητα να καταλαβαίνουν τη γλώσσα των μαθηματικών. Οι ίδιοι ερευνητές επικαλούμενοι τις έρευνες των Christison & Bassano (1995) αναφέρονται στο σημαντικό ρόλο που θα μπορούσε να παίξει η χρησιμοποίηση της ποίησης στην κατανόηση των μαθηματικών λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της καθώς τα περισσότερα ποιήματα συνδυάζουν συντομία, ρυθμό και επανάληψη. Επίσης η απαγγελία ποιημάτων θα

μπορούσε να ενισχύσει τη γλωσσική ικανότητα στον προφορικό λόγο και στην εκφραστικότητα των μαθητών. Η συντομία και η οικονομία στο λόγο, η ομορφιά που πολλές φορές μας έρχεται στο μυαλό στο άκουσμα της απαγγελίας ενός ποιήματος, και η ξεκάθαρη και λιτή αναφορά στα νοήματα που θέλει να μεταδώσει, θα μπορούσαν να κάνουν την ποίηση ιδανικό εργαλείο για την ανάπτυξη των μαθηματικών γλωσσικών ικανοτήτων. Η χρήση ποιημάτων στη μαθησιακή διαδικασία θα μπορούσε να προσφέρει στους μαθητές τη δυνατότητα να βελτιώσουν την ικανότητά τους στην έκφραση, στο να ακούν με προσοχή και επίσης να εμπλουτίσουν το λεξιλόγιό τους. Οι μαθητές διαβάζοντας ή ακούγοντας ποιήματα με μαθηματικό περιεχόμενο αποκτούν πλουσιότερο μαθηματικό λεξιλόγιο ενώ ικανοποιείται και η ανάγκη τους για το άκουσμα όμορφων λέξεων (La Bonty J., & Danielson K., 2004).

Ο Τριανταφυλλίδης (2006) σε έρευνα την οποία πραγματοποίησε σε πολυπολιτισμικά σχολεία του Βόλου κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η ποίηση θα μπορούσε να αποτελέσει ένα βοηθητικό μέσο έκφρασης μαθηματικών ιδεών και εννοιών τόσο για παιδιά μεταναστών που αντιμετωπίζουν γλωσσικά προβλήματα αλλά και για ντόπιους μαθητές ώστε να μπορέσουν να εκφράσουν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τόσο τις μαθηματικές πράξεις όσο και τα συναισθήματα που τους δημιουργούνται κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Με αυτό τον τρόπο καταδείχτηκε ότι τα μαθηματικά όταν συνεργαστούν με την ποίηση το μαθησιακό αποτέλεσμα που θα προκύψει θα μπορούσε να βοηθήσει το μαθητή όχι μόνο στην βελτίωση των γλωσσικών του ικανοτήτων αλλά κυρίως στον συναισθηματικό τομέα και στην τόνωση της αυτοπεποίθησής του (Τριανταφυλλίδης Τρ., 2006).

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η ποίηση θα μπορούσε να συνεισφέρει γλωσσικά στην υιοθέτηση νέων τρόπων έκφρασης των μαθηματικών

ιδεών. Α υτό υποστηρίζεται ότι συμβαίνει γιατί τ α μαθηματικά, μέχρι σήμερα, χρησιμοποιούν τρόπους έκφρασης οι οποίοι δεν θα μπορούσαν να βοηθήσουν την μαθηματική επιστήμη του μέλλοντος στην επεξήγηση και κατανόηση των ιδεών που αντιπροσωπεύει λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της ένα εκ των οποίων είναι και η πολυπλοκότητα.

Η μάθηση, της οποίας η επίτευξη προϋποθέτει πολλές φορές την ύπαρξη γνωστικών και συναισθηματικών συγκρούσεων, συνεπάγεται την εννοιολογική αλλαγή και ως εκ τούτου, μπορεί να είναι διαδικασία δύσκολη και πολλές φορές απογοητευτική για τους μαθητές. Η ενασχόληση των παιδιών με ποιήματα που περιέχουν μαθηματικές έννοιες επιτυγχάνει τις περισσότερες φορές πολλούς μαθησιακούς στόχους. Αναπτύσσει τις ικανότητες του μαθητή ώστε να μάθει να ακούει, να μιλά, να διαβάζει και να γράφει κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να αποδεικνύει την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και σχέσεων τις οποίες του παρουσίασε ο εκπαιδευτικός (La Bonty J., Danielson K., 2004). Ο ρόλος του εκπαιδευτικού σε ό,τι φαίνεται δύσκολο και ακατόρθωτο για το μαθητή πρέπει να είναι βοηθητικός παρέχοντας τα μέσα για να κάνει το παιδί τους συνειρμούς που χρειάζεται, να ενώσει τη νέα γνώση με παλαιότερες εμπειρίες του.

Το διδακτικό υλικό που ενσωματώνει μαθηματικά και τέχνες θα πρέπει να επιλέγεται προσεκτικά από τον εκπαιδευτικό ώστε να μπορέσει να υποστηρίξει ευκολότερα την εκμάθηση των καινούριων μαθηματικών εννοιών καθώς και τη βαθύτερη κατανόησή τους. Η Alagic (2009) υποστηρίζει ότι οι εκπαιδευτικοί θα ήταν χρήσιμο να (1) επιλέξουν υλικό το οποίο θα ενσωμάτωνε την χρησιμοποίηση της τέχνης στα μαθηματικά κατά τρόπο παιδαγωγικό και ουσιαστικό (2) να αναπτύξουν εργαλεία τα οποία και θα αξιολογήσουν το κατά πόσο αυτή η παιδαγωγική παρέμβαση επιτυγχάνει τους μαθησιακούς και παιδαγωγικούς στόχους

που έχουν θέσει (Alagic M., 2009, σελ.117). Ως διδακτική μέθοδος για να επιτευχθούν ευκολότερα οι μαθησιακοί στόχοι ανάπτυξης γλωσσικών και συνειρμικών δεξιοτήτων, καλό θα ήταν να χρησιμοποιείται κατά τη διδασκαλία ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου η συνεργατική μέθοδος εργασίας η οποία πιστεύεται ότι θα μπορούσε να βοηθήσει τα παιδιά να λειτουργήσουν σαν λύτες προβλημάτων παρά σαν απλοί δέκτες πληροφοριών (Hadaway et al., 2001).

2.2.2. Τρόποι και στρατηγικές χρησιμοποίησης των ποιημάτων κατά τη μαθησιακή διαδικασία

Οι Schneider & Fletcher (2005) σε έρευνες που πραγματοποίησαν σχετικά με τη χρησιμοποίηση ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η χρήση τέτοιου είδους υλικού προάγει τη μαθησιακή διαδικασία σαν μια δραστηριότητα εποικοδομητική, δημιουργική, που συνεπάγεται ειδικές γνωστικές στρατηγικές, πριν, κατά και μετά την διδασκαλία. Η διδασκαλία των μαθηματικών με τη χρήση ποιημάτων βοηθά τα παιδιά να εξοικειωθούν τόσο με τις καινούριες μαθηματικές έννοιες όσο και να βελτιώσουν τις αναγνωστικές τους δεξιότητες. Οι ίδιες, αναφερόμενες σε βιβλία με μαθηματικά ποιήματα του Αμερικανού συγγραφέα Greg Tang, απαριθμούν τις παρακάτω στρατηγικές που προτείνει κι ο συγγραφέας και οι οποίες θα μπορούσαν να βοηθήσουν τα παιδιά να μάθουν ευκολότερα, αβίαστα και πιο διασκεδαστικά τις νέες μαθηματικές έννοιες χρησιμοποιώντας την ποίηση:

- Οι μαθητές καλό θα ήταν να έχουν “ανοιχτό μυαλό” και να αποδέχονται το καινούριο. Αυτό θα το πετύχουν πιο εύκολα όταν

χρησιμοποιούν όσο το δυνατόν περισσότερα είδη μεθόδων στη λύση προβλημάτων που περιέχονται σε ποιήματα μαθηματικού περιεχομένου και βλέπουν το πρόβλημα από διάφορες οπτικές γωνίες. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο προτείνεται ο εκπαιδευτικός να τους παρέχει οπτικά αλλά και λεκτικά στοιχεία τα οποία θα βοηθήσουν τα παιδιά να βρουν νέες μεθόδους λύσης. Οι εικόνες επίσης, που καλό θα είναι να συνοδεύουν το ποίημα, θα μπορούσαν να οδηγήσουν το παιδί να αποκωδικοποιήσει από μόνο του τις τυχόν άγνωστες λέξεις και έννοιες.

- Τα παιδιά επιθυμητό θα ήταν να μάθουν να σκέφτονται και να λειτουργούν με στρατηγική στη λύση προβλημάτων. Ένα παράδειγμα που προτείνεται στον τομέα αυτό είναι βρίσκουν μεθόδους εξοικονόμησης του χρόνου που έχουν στη διάθεσή τους. Αυτό θα μπορούσε να γίνει αν εστιάζουν την προσοχή τους στην ουσία του προβλήματος που παρουσιάζεται στο ποίημα απομονώνοντας όλα εκείνα τα στοιχεία που είναι απαραίτητα για τη λύση του (Schneider K. B., Fletcher E., 2005).

Οι Whitin & Piwko (2008) προτείνουν επίσης στους εκπαιδευτικούς τις παρακάτω διδακτικές στρατηγικές τις οποίες και εφάρμοσαν στην πράξη κατά τη διδασκαλία νέων γεωμετρικών εννοιών (συγκεκριμένα του πολυγώνου). Οι εκπαιδευτικοί καλό θα είναι: (1) να ψάχνουν συνεχώς νέες στρατηγικές για να ενσωματώσουν την ποίηση με τα μαθηματικά. Οι ερευνητές βοήθησαν τους μαθητές τους να ανακαλύψουν οι ίδιοι τις λογοτεχνικές δομές σε ένα βιβλίο με ποιήματα μαθηματικού περιεχομένου. Κατόπιν, αφού τα παιδιά τις κατάλαβαν και τις υιοθέτησαν, ζήτησαν από τους μαθητές τους να δημιουργήσουν ποιήματα στα οποία χρησιμοποίησαν το μαθηματικό τους λεξιλόγιο με τρόπο που να βγαίνει νόημα. (2) Να προσφέρουν στα παιδιά πολλούς και διαφορετικούς τρόπους για να γνωρίσουν μια καινούρια έννοια. Τα

παιδιά με την προτροπή των ερευνητών χειρίστηκαν και εξέτασαν τρισδιάστατα μοντέλα των γεωμετρικών στερεών υλικών, ψηλάφισαν τις όψεις των στερεών, προχώρησαν σε έρευνα για τον εντοπισμό πολυγωνικών σχημάτων στο περιβάλλον τους. Έγγραψαν ποιήματα για να εκφράσουν ό,τι κατάλαβαν από τις παραπάνω εμπειρίες. Οι Whitin και Piwko (2008) επισημαίνουν ότι όταν οι εκπαιδευτικοί προσφέρουν στα παιδιά ποικίλους τρόπους για να εκφράσουν τις γνώσεις τους, μπορεί να αυξηθεί και η πιθανότητα περισσότερα παιδιά να φτάσουν στην επιτυχία να κατακτήσουν τις νέες μαθηματικές έννοιες. (3) Να επεκτείνουν τις παρατηρήσεις των παιδιών. Οι εκπαιδευτικοί καλό θα είναι να χρησιμοποιούν ανοικτού τύπου ερωτήσεις όπως: «Πώς θα μπορούσες να εκφράσεις την ιδέα σου με άλλο τρόπο;», «Πώς θα μπορούσαμε να δοκιμάσουμε την ιδέα σου;», «Πώς θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις την ιδέα σου σχετικά με το σχέδιο καθώς γράφεις το ποίημα σου;». Τέτοιου είδους ερωτήσεις βασίζονται σε ό,τι έχουν ήδη μάθει τα παιδιά και προκαλούν τον προβληματισμό τους. Όσο περισσότερο τα παιδιά δείχνουν ενδιαφέρον, προσέχουν, συμμετέχουν και αναρωτιούνται, τόσο περισσότερες είναι οι δυνατότητες για τον εκπαιδευτικό να επεκτείνει τη μάθησή τους. (4) Να υποστηρίζουν τις προσπάθειες των παιδιών κατά την ανάλυση του γραπτού ενός συγγραφέα ενώ ταυτόχρονα οι εκπαιδευτικοί καλό θα είναι να κάνουν μια προσεκτική επιλογή των ποιημάτων που πρόκειται να χρησιμοποιήσουν ώστε να ανταποκρίνονται στις δυνατότητες των παιδιών χωρίς το περιεχόμενό τους να είναι ούτε πολύ δύσκολο ούτε και πολύ εύκολο (Whitin J. D. και Piwko M., 2008).

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η χρησιμοποίηση της ποίησης κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών θα μπορούσε να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό καθώς με την προσεκτική και επιτυχημένη επιλογή του διδακτικού υλικού και την εφαρμογή μεθόδων διδασκαλίας που προάγουν τη συνεργασία και την επικοινωνιακή μάθηση το παιδί

θα ήταν δυνατό να διαμορφώσει μια θετική στάση απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα και να κατακτήσει ευκολότερα τη μαθηματική γνώση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

Το πρόβλημα και η επίλυσή του στα μαθηματικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τη σημασία και τη χρησιμότητα που θα μπορούσε να προσφέρει η αξιοποίηση των προβλημάτων, ιδιαίτερα αυτών με μαθηματικό περιεχόμενο, κατά τη μαθησιακή διαδικασία. Ειδικότερα θα αναφερθούμε στο τι είναι πρόβλημα και πώς θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν τα προβλήματα ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά και να βοηθηθούν ώστε να κατανοήσουν ευκολότερα τις μαθηματικές έννοιες.

3.1. Τι είναι πρόβλημα και η διαδικασία επίλυσής του στα μαθηματικά

3.1.1. Τι είναι πρόβλημα και η σημασία του στα μαθηματικά

Πρόβλημα θα μπορούσε να θεωρηθεί μία κατάσταση στην οποία ένα άτομο ή μία ομάδα ατόμων καλείται να επιτελέσει ένα έργο για το οποίο δεν γνωρίζει τον τρόπο ή τον αλγόριθμο ο οποίος θα του επιτρέψει μία ολοκληρωμένη και γενικά αποδεκτή λύση του. Είναι ένα είδος εργασίας για το οποίο:

- Αυτός που το αντιμετωπίζει θέλει ή θα πρέπει να βρει μια λύση
- Το άτομο που το αντιμετωπίζει δε διαθέτει έτοιμες διαδικασίες επίλυσης του προβλήματος
- Το άτομο πρέπει να κάνει προσπάθεια επίλυσής του

Ο Willoughby (1990) ορίζει τον όρο “πρόβλημα” ως μία κατάσταση στην οποία ενώ κάποιος επιθυμεί να πραγματοποιήσει ένα ορισμένο στόχο και

σκοπό, αν και έχει δυσκολίες και συναντά εμπόδια κατά την επίτευξη αυτού του στόχου, ταυτόχρονα όμως διαθέτει τα απαραίτητα κίνητρα, την γνώση και τις δυνατότητες ώστε να καταβάλει μία σοβαρή προσπάθεια (όχι απαραίτητα επιτυχημένη) για να φθάσει στην επίτευξη του στόχου που έθεσε (Willoughby S. S., 1990).

Ο Pólya (1981) αναφέρει ότι «το να έχουμε ένα πρόβλημα σημαίνει ότι πρέπει να ερευνούμε συνειδητά για κάποια κατάλληλη ενέργεια (δράση), ώστε να επιτύχουμε έναν σαφώς κατανοητό, αλλά όχι άμεσα επιτεύξιμο στόχο» (σελ. 117). Ένα πρόβλημα είναι μαθηματικό ή μαθητικοποιήσιμο εάν μπορεί να διατυπωθεί με μαθηματικούς όρους.

Στις Η.Π.Α. το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) θέλοντας να επισημάνει τη σημασία της χρήσης του προβλήματος κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών παραθέτει δέκα κριτήρια επιλογής μαθηματικών προβλημάτων:

1. Το πρόβλημα θα πρέπει να περιέχει ενσωματωμένες σημαντικές και χρήσιμες μαθηματικές έννοιες.
2. Το πρόβλημα καλό θα ήταν να απαιτεί υψηλού επιπέδου σκέψη για την επίλυσή του.
3. Σκοπός της διδασκαλίας του προβλήματος πρέπει να είναι η συμβολή του στην εννοιολογική ανάπτυξη των μαθητών.
4. Το πρόβλημα θα πρέπει να δημιουργεί ευκαιρίες για τον εκπαιδευτικό ώστε να αξιολογήσει τι έμαθαν οι μαθητές του καθώς και αν αντιμετωπίζουν κάποια δυσκολία στα μαθηματικά.
5. Το πρόβλημα θα ήταν καλό να μπορεί να προσεγγιστεί από τους μαθητές με πολλούς τρόπους χρησιμοποιώντας διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.
6. Το πρόβλημα θα πρέπει να επιτρέπει διάφορες λύσεις ή να επιτρέπει διαφορετικές αποφάσεις για να λυθεί οι οποίες πρέπει να

λαμβάνονται υπόψη από όλους και να δικαιολογούνται από τους μαθητές.

7. Το πρόβλημα είναι καλό να ενθαρρύνει τη συμμετοχή και την έκφραση όλων των μαθητών.

8. Το πρόβλημα θα πρέπει να συνδέεται με τις σημαντικές μαθηματικές ιδέες των μαθητών.

9. Το πρόβλημα είναι καλό να έχει επιλεγεί ώστε να προάγει το μαθηματικό ταλέντο.

10. Το πρόβλημα θεωρείται απαραίτητο να δίνει την ευκαιρία να εξασκηθούν οι μαθητές σε μαθηματικές δεξιότητες.

Φυσικά, δεν είναι αναμενόμενο ότι κάθε πρόβλημα που επιλέγει ένα εκπαιδευτικός θα πρέπει να πληρεί και τα δέκα παραπάνω κριτήρια. Το ποια κριτήρια θα πληρεί για να διδάξει εξαρτάται από τους παιδαγωγικούς και μαθησιακούς στόχους που έχει θέσει ο ίδιος. Για παράδειγμα, ορισμένα προβλήματα χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο επειδή παρέχουν στους μαθητές την ευκαιρία να εξασκηθούν με κάποια δεξιότητα (κριτήριο 10), ενώ άλλα χρησιμοποιούνται κυρίως για να ενθαρρύνουν τους μαθητές να συνεργαστούν μεταξύ τους και να δικαιολογήσει ο ένας στον άλλο τον προβληματισμό και τη σκέψη του κατά την επίλυση του προβλήματος (κριτήρια 6 και 7). Οι ερευνητές τείνουν να συμφωνήσουν ότι τα πρώτα τέσσερα κριτήρια (ενσωμάτωση σημαντικών μαθηματικών εννοιών, χρησιμοποίηση ανώτερου επιπέδου μαθηματικής σκέψης, εννοιολογική ανάπτυξη και ευκαιρία για την αξιολόγηση της μάθησης) θα έπρεπε να θεωρούνται απαραίτητα για την επιλογή όλων των προβλημάτων. Η πραγματική αξία αυτών των κριτηρίων είναι ότι θα μπορούσαν να παρέχουν στους εκπαιδευτικούς κατευθυντήριες γραμμές για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με το πώς να μετατρέψουν τη διαδικασία της χρησιμοποίησης και της επίλυσης των

προβλημάτων σε κεντρικό άξονα της διδασκαλίας των μαθηματικών (NCTM, 2010).

3.1.2. Η διαδικασία και οι στόχοι της επίλυσης των προβλημάτων στα μαθηματικά

Για τους περισσότερους μαθηματικούς ή για τους ανθρώπους γενικότερα που ασχολούνται με την επιστήμη των μαθηματικών, τα μαθηματικά είναι συνήθως συνώνυμα με την επίλυση προβλημάτων, τη δημιουργία λεκτικών προβλημάτων, μοτίβων, την ερμηνεία αριθμητικών στοιχείων, την ανάπτυξη γεωμετρικών κατασκευών, την απόδειξη θεωρημάτων κ.λ.π.

Επίλυση προβλημάτων μπορεί να οριστεί η προσπάθεια να βρεθεί λύση σε περιπτώσεις όπου η σειρά δράσεων που πρέπει να πραγματοποιηθούν για να επιτευχθεί η λύση του προβλήματος δεν είναι άμεσα γνωστή (Cooper T., 1986).

Η επίλυση προβλημάτων στα μαθηματικά απαιτεί μια ποικιλία ικανοτήτων συμπεριλαμβανομένης της ανάλυσης και κατανόησης των παρεχόμενων πληροφοριών, το σχεδιασμό και μεθοδικό τρόπο εργασίας, τον έλεγχο των αποτελεσμάτων και τη χρησιμοποίηση εναλλακτικών στρατηγικών επίλυσης. Επιτυχημένη προσπάθεια επίλυσης θεωρείται αυτή που είναι αποτέλεσμα της ενσωμάτωσης και χρησιμοποίησης μιας σειράς ευρετικών στρατηγικών προσέγγισης του προβλήματος (Schoenfeld, 1992). Οι ευρετικές μέθοδοι μπορούν να περιγραφούν ως ένα είδος στρατηγικής, που βοηθούν τους εμπλεκόμενους με το πρόβλημα να το προσεγγίσουν, να το κατανοήσουν και να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικά τους πόρους και τα στοιχεία που τους παρέχονται για να το λύσουν (Schoenfeld, 1992). Το πλάνο χρησιμοποίησης ευρετικών

στρατηγικών με το οποίο συνηγορούν αρκετοί ερευνητές (π.χ. Schoenfeld, 1992) για τη διευκόλυνση στην επίλυση προβλημάτων προέρχεται από τον Pólya (1957) ο οποίος και προτείνει για την επίλυση του προβλήματος (1) την κατανόησή του από τον λύτη, (2) την εκπόνηση ενός σχεδίου λύσης, (3) την εφαρμογή του σχεδίου αυτού και (4) την εξέταση από το λύτη των μεθόδων που χρησιμοποίησε ώστε να επαληθεύσει τη λύση στην οποία κατέληξε.

Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω απαραίτητη προϋπόθεση για την επίλυση ενός προβλήματος είναι ο λύτης να έχει κατανοήσει το τι του ζητά το πρόβλημα. Η διαδικασία αυτή απαιτεί όχι μόνο να καταλάβουμε τι ψάχνουμε να βρούμε αλλά και την επισήμανση των ζωτικών πληροφοριών οι οποίες θα συνθέσουν την προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος. Οι περισσότεροι άνθρωποι ίσως δεν μπορέσουν να επισημάνουν τις σημαντικότερες πληροφορίες που τους παρέχει το πρόβλημα με την πρώτη κιόλας ανάγνωσή του. Σχεδόν πάντα ο λύτης θα χρειαστεί να διαβάσει ένα πρόβλημα αρκετές φορές, τόσο κατά την έναρξη όσο και κατά τη διάρκεια της εμπλοκής του με αυτό. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας επίλυσης, οι περισσότεροι άνθρωποι μπορεί να θεωρήσουν απαραίτητο ότι πρέπει να κοιτάξουν «πίσω στην αρχική ερώτηση» για να βεβαιωθούν ότι είναι στο σωστό δρόμο επίλυσης του προβλήματος.

Κατά το δεύτερο στάδιο της εφαρμογής τεχνικών επίλυσης προβλημάτων κατά τον Pólya σημαντικό είναι να μπορέσει ο λύτης να καταλήξει σε μια κατάλληλη στρατηγική επίλυσης. Για να επιτευχθεί αυτό πρέπει να βρει και να αναγνωρίσει τη σύνδεση μεταξύ των δεδομένων και του αγνώστου. Στην περίπτωση που θα υπάρξουν δυσκολίες για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, θα μπορούσε να καταφύγει στη λύση εναλλακτικών προβλημάτων παρόμοιων με αυτό που αντιμετωπίζει.

Θα πρέπει να αποκτήσει απαραίτητα ένα σχέδιο επίλυσης το οποίο και θα ακολουθήσει. Η φάση αυτή της διερεύνησης θα βοηθήσει το λύτη να κατανοήσει καλύτερα το πρόβλημα και ίσως να εντοπίσει πληροφορίες τις οποίες τυχόν είχε παραβλέψει και θα τον βοηθήσουν στο έργο του. Ο εκπαιδευτικός, κατά τη φάση της εκπόνησης ενός σχεδίου λύσης του προβλήματος από τους μαθητές του, καλό θα είναι να τους ενθαρρύνει και να τους παρέχει στοιχεία και προτροπές που κατά τη γνώμη του θα τους κάνουν να φτάσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Θα μπορούσε να τους συμβουλέψει:

- να κοιτάξουν πάλι το άγνωστο. Να προσπαθήσουν να σκεφτούν ένα ίδιο ή κάποιο παρόμοιο με το άγνωστο πρόβλημα
- εάν γνωρίζουν, να χρησιμοποιήσουν κάποιο θεώρημα που έχει σχέση με το πρόβλημα και θα τους βοηθήσει στην επίλυσή του
- να σκεφτούν εάν έχουν λύσει παρόμοιο πρόβλημα ή εάν έχουν λύσει το ίδιο πρόβλημα με ελαφρώς διαφορετική μορφή
- να εξετάσουν εάν έχουν λάβει υπόψη τους όλα τα δεδομένα ή εάν κάποιο στοιχείο το οποίο είναι σημαντικό το έχουν παραβλέψει

Αφού επιλεγεί η κατάλληλη στρατηγική επίλυσης του προβλήματος μπορούν οι μαθητές να προχωρήσουν στο τρίτο στάδιο, τη λύση του προβλήματος. Κατά τη φάση αυτή είναι σημαντικό για τα παιδιά να μπορούν να επεξηγούν τι κάνουν. Αυτό θεωρείται απαραίτητο για να μπορέσουν να εξηγήσουν κατόπιν στην υπόλοιπη τάξη τους τρόπους λύσης καθώς και τη διαδικασία την οποία υιοθέτησαν και ακολούθησαν. Θα μπορούσε επίσης να χρησιμοποιηθεί στην εξεύρεση τυχόν σφαλμάτων στα οποία επέπεσαν εάν δεν επιτευχθεί η σωστή λύση του προβλήματος. Πρέπει τα παιδιά να αναγνωρίζουν ότι τα βήματα που ακολουθούν προς τη λύση του προβλήματος είναι τα σωστά αλλά και να μπορούν να το

αποδεικνύουν, αν τους ζητηθεί.

Στο τέταρτο στάδιο της επίλυσης προβλημάτων ο μαθητής καλό θα είναι να εξετάσει την ορθότητα της λύσης στην οποία κατέληξε καθώς και να συζητήσει τον τρόπο με τον οποίο μπόρεσε να φτάσει στη λύση αυτή. Αυτό θα βοηθήσει τα παιδιά, ακούγοντας και κρίνοντας τις απόψεις των συμμαθητών τους, να κατανοήσουν ότι ίσως υπάρχουν και άλλοι τρόποι λύσης οι οποίοι θα ήταν πιο εύκολο να ακολουθηθούν δίνοντάς τους ταυτόχρονα μια πληρέστερη αντίληψη του προβλήματος που αντιμετώπισαν. Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να ζητήσει από τους μαθητές του να γενικεύσουν και να επεκτείνουν το πρόβλημα το οποίο έλυσαν χρησιμοποιώντας την επίλυσή ως τρόπο λύσης και άλλων παρόμοιων προβλημάτων.

Ο Schoenfeld (1983) σε έρευνα που πραγματοποίησε σε κολεγιακά τμήματα μαθηματικών στις Η.Π.Α. κατέληξε στους παρακάτω στόχους τους οποίους θα πρέπει να προσπαθεί να εκπληρώσει η επίλυση προβλημάτων κατά τη μαθησιακή διαδικασία:

1. να βοηθά κατ' αρχήν τους μαθητές να ώστε να σκέφτονται δημιουργικά ή /και να τους βοηθά ώστε να καλλιεργούν τις ικανότητές τους στην επίλυση προβλημάτων (συνήθως με επίκεντρο τις ευρετικές στρατηγικές)
2. να προετοιμάζει τους μαθητές για τις σχολικές εξετάσεις ή ακόμη και για τους μαθηματικούς διαγωνισμούς επίλυσης προβλημάτων
3. να παρέχει στους μελλοντικούς εκπαιδευτικούς οι οποίοι θα διδάξουν μαθηματικά μεθόδους εύρεσης στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων που κατόπιν οι ίδιοι θα διδάξουν στους μαθητές τους
4. να παρέχει και να διδάσκει τεχνικές αντιμετώπισης

μαθηματικών ζητημάτων, ιδιαίτερα ζητημάτων και προβλημάτων που αναφέρονται στα μαθηματικά μοντέλα

5. να παρέχει τρόπους ώστε να ενισχυθούν οι μεταγνωστικές ικανότητες και να καλλιεργεί τον κριτικό προβληματισμό και τις αναλυτικές συλλογιστικές δεξιότητες των μαθητών

Ένας από τους στόχους της διδασκαλίας των μαθηματικών μέσω της επίλυσης προβλημάτων θα μπορούσε επίσης να θεωρηθεί ότι είναι η ενθάρρυνση των μαθητών να βελτιώσουν και να οικοδομήσουν τις νοητικές τους διεργασίες σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο, καθώς μέσα από τις νέες εμπειρίες που αποκομίζουν από τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων τους δίνεται η δυνατότητα να απορρίψουν ορισμένες λανθασμένες ιδέες που μπορεί να έχουν υιοθετήσει και να συνειδητοποιήσουν κάποιες περαιτέρω δυνατότητες που ήδη κατέχουν (Carpenter T.P., 1989).

Ένα άλλο ζητούμενο της διδασκαλίας προβλημάτων στα μαθηματικά θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι, καθώς οι μαθητές αναπτύσσουν τη νέα γνώση, σημαντικό είναι να κατανοούν ταυτόχρονα και τότε θα μπορούσαν να την χρησιμοποιήσουν καθώς και τις δυνατότητες που θα μπορούσαν να τους προσφέρουν οι νέες στρατηγικές που διδάχτηκαν μέσα από την επίλυση προβλημάτων. Μέσω αυτής της προσέγγισης, δίνεται έμφαση στο να γίνουν τα παιδιά υπεύθυνα για την οικοδόμηση της δικής τους γνώσης και να πάψουν να αισθάνονται ότι οι τρόποι επίλυσης προβλημάτων και οι αλγόριθμοι τους οποίους χρησιμοποιούν είναι κάτι έξω από τα ίδια άρα είναι γνώση στείρα και ουσιαστικά μη αξιοποιήσιμη. Είναι πολύ σημαντικό τα παιδιά να μάθουν να εξερευνούν, να παρατηρούν, να αναλύουν, να ανακαλύπτουν, να συνθέτουν, να κάνουν λάθος. Οι μαθητές καλό θα είναι επίσης μάθουν να αναπτύσσουν τις δικές τους θεωρίες και απόψεις, να τις δοκιμάζουν

στην πράξη, να δοκιμάζουν τις απόψεις των συμμαθητών τους, να τις απορρίπτουν αλλά και να δοκιμάζουν και να χρησιμοποιούν κάποιες άλλες. Τα παιδιά θα μπορούσαν να ασχοληθούν περισσότερο με την επίλυση προβλημάτων διατυπώνοντας και λύνοντας δικά τους προβλήματα, ή αναδιατυπώνοντας προβλήματα με δικά τους λόγια ώστε να διευκολυνθεί η κατανόησή τους. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να ενθαρρύνονται να συζητούν τις μαθησιακές διεργασίες που επιχειρούν, προκειμένου να βελτιωθεί η κατανόηση, να αποκτήσουν νέες γνώσεις κατά την ενασχόλησή τους με το πρόβλημα και να κοινοποιούν τις ιδέες τους (Stacey K. and Groves S., 1985).

Η Taplin (1998) συνηγορώντας υπέρ της σπουδαιότητας που έχει η επίλυση προβλημάτων στα μαθηματικά παραθέτει τις απόψεις των Polya (1980) και Gardner (1985) οι οποίοι χαρακτηρίζουν τη διαδικασία αυτή ως μία πτυχή της επιστήμης των μαθηματικών η οποία θα μπορούσε να συμβάλλει στην ανάπτυξη της νοημοσύνης και της λογικής σκέψης. *«Εάν η εκπαίδευση αποτύχει να συμβάλει στην ανάπτυξη της νοημοσύνης, είναι προφανώς ελλιπής. Επίσης πρέπει να ειπωθεί ότι νοημοσύνη είναι ουσιαστικά η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων: προβλημάτων της καθημερινότητας, προσωπικών προβλημάτων...»* (Polya, 1980, σελ. 1). Η ίδια αναφέρει επίσης ότι σύμφωνα με τον Gardner (1985) οι σύγχρονοι ορισμοί της νοημοσύνης την ορίζουν σαν νοημοσύνη πρακτικών εφαρμογών, η οποία δίνει τη δυνατότητα *«στο άτομο να επιλύει τα πραγματικά προβλήματα και τις δυσκολίες που αυτός ή αυτή αντιμετωπίζει»* (σελ. 60). Ενθαρρύνει επίσης τον εκπαιδευτικό ώστε να ζητά από το παιδί να βρει ή να δημιουργεί μαθηματικά προβλήματα ώστε *«με αυτόν τον τρόπο να καθορίσει τα θεμέλια για την απόκτηση νέων γνώσεων»* (σελ. 85) (Taplin M., 1998).

3.2. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη διδασκαλία επίλυσης προβλημάτων στα μαθηματικά

Μια σημαντική παράμετρος κατά τη διδασκαλία επίλυσης προβλημάτων στα μαθηματικά θα μπορούσε να θεωρηθεί ο ρόλος του εκπαιδευτικού. Η επιτυχημένη διδασκαλία της επίλυσης προβλημάτων απαιτεί γνώση του μαθηματικού περιεχομένου, γνώση των ευρετικών στρατηγικών λύσης προβλημάτων, παραγωγική ικανότητα στη δημιουργία και λύση προβλημάτων, προσπάθεια αλλαγής των τυχόν αρνητικών απόψεων των παιδιών για τα μαθηματικά και ταυτόχρονα διαμόρφωση θετικής στάσης από τους μαθητές απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα.

Ο εκπαιδευτικός για να επιτύχει τα παραπάνω θα πρέπει να προσπαθεί να δημιουργεί κατάλληλο μαθησιακό περιβάλλον στην τάξη ώστε οι μαθητές κατά τη διάρκεια της επίλυσης προβλημάτων να μπορούν ελεύθερα να εικάζουν, να εκφράζουν συλλογισμούς και υποθέσεις και κατόπιν οι ίδιοι να ελέγχουν την ορθότητα των συλλογισμών και των υποθέσεων που διατύπωσαν. Ο εκπαιδευτικός πρέπει επίσης να διαθέτει την ικανότητα επιλογής και χρησιμοποίησης ανοιχτού τύπου προβλημάτων τα οποία είναι επιθυμητό να συνδυάζουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- μικρή (σύντομη) εκφώνηση και άμεσα κατανοητή
- να μην εμπεριέχουν (εμφανή) στοιχεία ούτε μεθόδου ούτε λύσης τους
- να επιτρέπουν σε όποιον τα διερευνά να πραγματοποιεί δοκιμές

Κατόπιν καλό θα είναι να δώσει την κατάλληλη καθοδήγηση για την επίλυσή τους η οποία δεν θα πρέπει να είναι ούτε μεγάλη ούτε μικρή ώστε σύμφωνα με τον Pólya (1981) «να μένει στο μαθητή ένα λογικό μερίδιο

εργασίας. *Αν ο μαθητής δεν είναι ικανός να καταφέρει πολλά, ο δάσκαλος πρέπει τουλάχιστον να του μεταφέρει την ψευδαίσθηση της ανεξάρτητης εργασίας*» (Pólya G., 1981, σελ. 34).

Η χρησιμοποίηση προβλημάτων στα μαθηματικά υποστηρίζεται ιδιαίτερα από τους Sigurdson, Olson & Mason (1994) οι οποίοι μάλιστα αναφέρουν ότι «οι εκπαιδευτικοί θα ήταν δυνατό να προσφέρουν πολλά περισσότερα κατά το εκπαιδευτικό τους έργο εάν η διδασκαλία τους στηριζόταν στην επίλυση προβλημάτων» (σελ.364). Προς αυτή την κατεύθυνση οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν:

- να ενθαρρύνουν τους μαθητές τους να λύνουν προβλήματα με μια ποικιλία τρόπων και να συζητούν κατόπιν τους τρόπους λύσης που ακολούθησαν
- μέσα από την επίλυση προβλημάτων να έχει η διδασκαλία νόημα για όλους τους μαθητές
- να διδάσκουν μεθόδους που θα βοηθούσαν τους μαθητές στην έρευνα και ανακάλυψη
- να διδάσκουν στους μαθητές τους μεθόδους επίλυσης των προβλημάτων όπως τη σωστή ανάγνωση και εύρεση των σημαντικών στοιχείων σε ένα πρόβλημα, τη δυνατότητα να μπορούν τα παιδιά να σχεδιάζουν διαγράμματα που αφορούν τα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν και
- να ενθαρρύνουν τους μαθητές τους να κάνουν υποθέσεις, εκτιμήσεις και επαληθεύσεις σε όλες τις μαθηματικές δραστηριότητες

Παρόλο που οι παραπάνω απόψεις εμφανίζονται περισσότερο σαν κάποιες "κατευθυντήριες γραμμές για μια καλή διδασκαλία", μια τέτοια διδακτική προσέγγιση θα μπορούσε να έχει ένα σωστό μαθησιακό αντίκτυπο στη τάξη. Η δυσκολία έγκειται στην εφαρμογή. Ουσιαστικά

εναπόκειται στους εκπαιδευτικούς εάν θα αναθεωρήσουν τις απόψεις τους σχετικά με τη διδακτική μέθοδο που χρησιμοποιούν κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών (Sigurdson S., Olson A. & Mason R., 1994).

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η διδασκαλία με βάση την επίλυση προβλημάτων περιλαμβάνει εκπαιδευτικές δραστηριότητες που θεωρούνται αρκετά σημαντικές για την εκμάθηση των μαθηματικών. Και αυτό γιατί μία τέτοιου είδους διδασκαλία θα μπορούσε να συντελέσει στη δημιουργία ενός μαθησιακού περιβάλλοντος μέσα στο οποίο τα παιδιά καλούνται να (α) απασχοληθούν σε εργασίες που προσφέρουν ποικίλες προκλήσεις (β) να συζητήσουν τη σημασία της χρησιμοποίησης διαφορετικών τύπων στρατηγικών επίλυσης καθώς και μεταγνωστικών στρατηγικών (γ) να συμμετέχουν σε συζητήσεις σε μικρές και μεγαλύτερες ομάδες (δ) να αντιδρούν και να μαθαίνουν μέσα από την αλληλεπίδραση και τη συμμετοχή τους σε δραστηριότητες είτε με τον εκπαιδευτικό της τάξης είτε και με τους υπόλοιπους συμμαθητές τους (ε) να κοινοποιούν τις ιδέες τους σε γραπτή και προφορική μορφή και (στ) να αναζητούν συνδέσεις και επεκτάσεις των προβλημάτων τα οποία επεξεργάστηκαν και έλυσαν. Αυτές οι δραστηριότητες μάθησης πιστεύεται ότι διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στο να βοηθήσουν τους μαθητές να δουν τα μαθηματικά ως μια δυναμική επιστήμη στην οποία έχουν τη δυνατότητα να συμμετέχουν ισότιμα σε δραστηριότητες, ανακαλύψεις και συζητήσεις και να αναγνωρίζουν έτσι την αξία της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Η διαθεματική προσέγγιση στη μαθησιακή διαδικασία

Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τη σημασία χρησιμοποίησης της διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας καθώς και να επισημάνουμε τα οφέλη που θα μπορούσε να αποκομίσει το παιδί κατά την εφαρμογή της στη τάξη ιδιαίτερα κατά την ώρα της διδασκαλίας των μαθηματικών.

4.1. Η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας και η χρησιμότητά της κατά την εκπαιδευτική πράξη

4.1.1. Η διαθεματική προσέγγιση (Interdisciplinary Approach) στη μαθησιακή διαδικασία. Ορισμός

Διαθεματική προσέγγιση διδασκαλίας θα μπορούσε να οριστεί ο τρόπος επιλογής και οργάνωσης της σχολικής γνώσης ο οποίος βοηθά το μαθητή (1) να κατανοήσει τη διασύνδεση που υπάρχει ανάμεσα στα διάφορα σχολικά μαθήματα και αντικείμενα μάθησης (2) να κάνει συσχετίσεις, συνθέσεις και γενικεύσεις, στοχεύοντας στην ολιστική αντίληψη της γνώσης και την ανάπτυξη των μαθησιακών του δεξιοτήτων. Ο Ματσαγγούρας (2009) υποστηρίζει ότι «με τον όρο διαθεματικότητα αναφερόμαστε στη θεωρητική αρχή οργάνωσης του Αναλυτικού Προγράμματος που καταλύει τα διακριτά μαθήματα ως πλαίσια οργάνωσης της σχολικής γνώσης, παραθεωρεί τις προτεραιότητές τους και τις εσωτερικές δομές τους, και επιχειρεί να προσεγγίσει τη σχολική γνώση ενιαιοποιημένη, όπως προκύπτει από τη σφαιρική μελέτη θεμάτων καθολικού ενδιαφέροντος και μείζονος σημασίας για τον πολιτισμό»

(Ματσαγγούρας Η., 2009, σελ. 48). Η διαθεματικότητα θεωρείται ένας τρόπος οργάνωσης του Α.Π. που αντιμετωπίζει τη γνώση ως ενιαία ολότητα. Ταυτόχρονα επιχειρεί να την προσεγγίσει μέσα από διερεύνηση θεμάτων, ζητημάτων, προβληματικών καταστάσεων, που παρουσιάζουν ενδιαφέρον για τους μαθητές, διατηρώντας παράλληλα τα μαθήματα διακριτά στη διάταξη της σχολικής γνώσης και προσπαθώντας με διάφορους τρόπους να συσχετίσει το περιεχόμενό τους. Σε μια διαθεματική προσέγγιση ένα θέμα διερευνάται και αντιμετωπίζεται από τις όσο δυνατό περισσότερες διαστάσεις του με τη συμβολή δεξιοτήτων από την επιστήμη και από την καθημερινότητα του παιδιού. Με αυτό τον τρόπο και με τη συνδρομή όλων των εμπλεκόμενων γνωστικών αντικειμένων, συγκροτείται ένα ενιαίο σύνολο γνώσεων. Ταυτόχρονα με τη σύνδεση της σχολικής γνώσης με την καθημερινή ζωή αναδεικνύεται η αξία όλων των μαθημάτων μέσω των οποίων μεταδίδεται η γνώση στο παιδί.

4.1.2. Η ομαδοσυνεργατική μέθοδος ως τρόπος εφαρμογής του διαθεματικού τρόπου διδασκαλίας

Η διαθεματικότητα κατά την εφαρμογή της στη μαθησιακή διαδικασία είναι επιθυμητό να στηρίζεται στην ομαδοσυνεργατική μέθοδο διδασκαλίας. Ως ομαδοσυνεργατική μέθοδο μάθησης θα μπορούσε να ονομαστεί εκείνη κατά την οποία τα παιδιά εργάζονται μαζί σε ομάδες των 2 έως 5 ατόμων. Το μέλος της κάθε ομάδας συμμετέχει στη λύση ενός κοινού θέματος χωρίς την εμφανή και συνεχή παρέμβαση του εκπαιδευτικού. Η σύνθεση της ομάδας θεωρείται καλό να μην είναι τυχαία, αλλά να καθορίζεται με συστηματικό τρόπο. Η σωστή λειτουργία των ομάδων χαρακτηρίζεται από τη συνεργασία των παιδιών μεταξύ

τους, την ανταλλαγή απόψεων, την παρατήρηση εξέλιξης φαινομένων (εργαστηριακές ασκήσεις), την περιγραφή εμπειριών.

Ως γενικότερα οφέλη εφαρμογής της συγκεκριμένης μεθόδου διδασκαλίας αναφέρονται

1. η βελτίωση της επίδοσης των μαθητών
2. η καλλιέργεια «υψηλού επιπέδου» γνωστικής διαδικασίας
3. η ενεργητική μάθηση
4. η παροχή ισότητας ευκαιριών στους μαθητές
5. η αποδοχή ατόμων διαφορετικής εθνικότητας, φυλής και φύλου
6. η διαχείριση της ετερογένειας της τάξης (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. 1998).

Στα μαθηματικά συγκεκριμένα, σύμφωνα με τη Χιονίδου (1998), η εφαρμογή της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου διδασκαλίας θα μπορούσε να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμη στην

- Ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των μελών της ομάδας
- Από κοινού ανάπτυξη της αναπαράστασης του προβλήματος
- Δυνατότητα «διαφορετικής μετάφρασης» των δεδομένων του προβλήματος σε μαθηματικές σχέσεις από τα μέλη της ομάδας
- Ύπαρξη ποικιλίας στρατηγικών αντιμετώπισης του προβλήματος που επινοούνται από τα μέλη της ομάδας
- Ύπαρξη αναστοχαστικών στρατηγικών τις οποίες «αναγκάζεται» να χρησιμοποιήσει ο μαθητευόμενος
- Εξάσκηση των μελών της ομάδας στο να θέτουν ερωτήσεις, να ζητούν ακριβείς λεπτομέρειες, να εκτιμούν και να προβλέπουν, να υποθέτουν
- Επινόηση και χρήση επικοινωνιακών τα οποία πρέπει να πείσουν τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας

- Χρήση της μαθηματικής γλώσσας από τα μέλη της ομάδας (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. 1998).

Ο εκπαιδευτικός που θα επιλέξει να εφαρμόσει τη διδακτική αυτή μέθοδο καλό θα είναι να συζητήσει πρώτα με τους μαθητές του και να θέσουν μαζί κανόνες συμπεριφοράς που θα καθορίζουν τη συμμετοχή και την ένταξη του καθενός παιδιού στις ομάδες εργασίας. Θα μπορούσε να επισημανθεί από τον ίδιο και να γίνει αποδεκτό από τα παιδιά ότι συμμετέχοντας και δουλεύοντας ομαδικά θα πρέπει ο καθένας ξεχωριστά (1) να ακούει προσεκτικά και να δείχνει σεβασμό στις γνώμες των άλλων μελών (2) όταν χρειάζεται να ζητά βοήθεια από τα μέλη της ομάδας του (3) να συνεισφέρει με όποιον τρόπο μπορεί στο θέμα με το οποίο εργάζεται η ομάδα. Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε επίσης να ενθαρρύνει τους μαθητές του ώστε να διατυπώνουν τις απόψεις τους κατά την επιλογή του θέματος που θα επεξεργαστούν ενώ κάθε ένα από τα παιδιά θα ήταν επιθυμητό να μπορεί να επιλέγει την ομάδα στην οποία θέλει να συμμετέχει.

4.1.3. Η χρησιμότητα και ο σχεδιασμός μιας διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας στη μαθησιακή διαδικασία

Στις περισσότερες χώρες του κόσμου η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας τείνει πλέον να χρησιμοποιείται σε μεγάλο ποσοστό σε όλες τις βαθμίδες της εκπαιδευτικής διαδικασίας από την πρώιμη σχολική ηλικία έως τις βαθμίδες της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, ενώ ταυτόχρονα γίνεται προοδευτικά όλο και πιο δημοφιλής ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς. Για την Jones (2010) η διαθεματική μέθοδος είναι όχι μόνο ο προτιμώμενος τρόπος διδασκαλίας για τα περισσότερα σχολικά μαθήματα αλλά, όπως υποστηρίζει, ο αναγκαίος τρόπος ενασχόλησης

του μαθητή με αυτά. Αναφερόμενη σε αυτή την αναγκαιότητα παραθέτει τα λόγια του Boehm (2003) ο οποίος θέλοντας να τονίσει τη σημασία εισαγωγής και χρησιμοποίησης νέων διδακτικών μεθόδων στην αμερικανική εκπαίδευση μας πληροφορεί ότι από «τα ευρήματα της Αμερικανικής Εταιρείας Αξιολόγησης της Εκπαίδευσης (*National Assessment of Education Progress*), τις έρευνες της Αμερικανικής Εθνικής Γεωγραφικής Εταιρείας (*National Geographic Society*) καθώς και από πάρα πολλά άλλα ευρήματα και γεγονότα οι γνώσεις των μαθητών στις Η.Π.Α. σε σχέση με την Ιστορία και τη Γεωγραφία είναι σχετικά μικρές και δεν τους βοηθούν να κατανοήσουν τον κόσμο εκτός της χώρας τους. Αυτό θα μπορούσε να αντιμετωπισθεί με την εισαγωγή νέων διαθεματικών/διεπιστημονικών μεθόδων στα αμερικανικά σχολεία με τέτοιο τρόπο ώστε να εμπλουτίσουν το περιεχόμενο της μάθησης ανοίγοντας νέους επιστημονικούς ορίζοντες και κάνοντάς την πιο ενδιαφέρουσα» (Boehm R., 2003, σελ.17).

Με την εφαρμογή διαθεματικών μεθόδων διδασκαλίας κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας πιστεύεται ότι θα ήταν δυνατό τα παιδιά να συμμετέχουν ενεργά στην οικοδόμηση της γνώσης, ανταλλάσσοντας ιδέες και απόψεις σχετικά με την καινούρια γνώση που τους παρουσιάζεται, ερευνώντας την και εξετάζοντάς την από διάφορες πλευρές. Κατ' αυτόν τον τρόπο εξάπτεται το ενδιαφέρον τους για μάθηση ενώ τους παρέχεται κίνητρο για περαιτέρω αν αζήτηση και έρευνα. Η Lee (2007) αναφέρει ότι όταν οι μαθητές αποκτήσουν τη δεξιότητα να διακρίνουν τις διασυνδέσεις ανάμεσα στα διαφορετικά πεδία των γνωστικών αντικειμένων με τα οποία πραγματεύονται αυτό τους δίνει τη δυνατότητα:

1. να ξέρουν να χρησιμοποιούν τις μαθησιακές δεξιότητες που έχουν αποκτήσει και σε νέους τομείς γνώσης

2. να μπορούν να συσχετίζουν αυτά που έμαθαν με καταστάσεις και γεγονότα που αντιμετωπίζουν στην καθημερινότητά τους

Η ίδια αναφέρει ότι η εφαρμογή διαθεματικών μεθόδων διδασκαλίας θα μπορούσε να προσφέρει ένα ενδιαφέρον και γεμάτο μαθησιακές προκλήσεις περιβάλλον όχι μόνο για τους μαθητές αλλά και για τους εκπαιδευτικούς που τυχόν τις χρησιμοποιούν στην τάξη. Υποστηρίζει ότι κατ' αυτό τον τρόπο δίνεται στον εκπαιδευτικό η δυνατότητα να πειραματιστεί σε νέα γνωστικά πεδία αποκτώντας καινούριες εκπαιδευτικές δεξιότητες ή και εμπλουτίζοντας αυτές που ήδη έχει (Lee M., 2007).

Ένα άλλο όφελος της διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας για τον εκπαιδευτικό που τυχόν θα την εφαρμόσει είναι η απόκτηση δεξιοτήτων χρήσης του διδακτικού χρόνου που διαθέτει με τρόπο αποδοτικό και ωφέλιμο. Το γεγονός αυτό θα του προσέφερε τη δυνατότητα να προγραμματίσει ευκολότερα τη διάρκεια παρουσίασης των καινούριων γνωστικών αντικειμένων καθώς και τη διάρκεια ενασχόλησης των μαθητών με αυτά. Αυτό θα μπορούσε να βοηθήσει ώστε να αξιοποιηθεί κατά το μέγιστο η εμπλοκή των παιδιών με την έρευνα και την ανακάλυψη των δεσμών ανάμεσα στα γνωστικά αντικείμενα (Coffey H., 2009).

Η Coffey (2009) παραθέτει κάποιες σκέψεις – προτάσεις για τη σχεδίαση μιας όσο το δυνατό αποτελεσματικότερης διαθεματικής διδασκαλίας προτείνοντας στους εκπαιδευτικούς να λάβουν υπόψη τους τα παρακάτω:

- Οι μαθητές κατά τη διάρκεια μιας διαθεματικού περιεχομένου διδασκαλίας χρήσιμο θα είναι να έχουν ήδη ένα όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος γνώσεων και δεξιοτήτων σε σχέση με τον επιστημονικό τομέα ή το μάθημα με το οποίο θα ασχοληθούν

ξεχωριστά. Τα παιδιά δε θα μπορούσαν ειδικά να επωφεληθούν πλήρως από μια διαθεματικού περιεχομένου διδασκαλία χωρίς να έχουν ήδη κάποιες γνώσεις σχετικά με τον καθένα από τους επιστημονικούς τομείς - μαθήματα που θα εμπλακούν στη μαθησιακή διαδικασία

- Τα παιδιά, καλό θα είναι επίσης, να έχουν αποκτήσει από πριν κάποιες δεξιότητες και εμπειρίες διαθεματικού περιεχομένου που θα τους έχει μεταδώσει ο εκπαιδευτικός
- Ο εκπαιδευτικός πρέπει να έχει σχεδιάσει και να θελήσει να εφαρμόσει μια διαθεματική διδασκαλία η οποία θα βασίζεται στα διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα με τα οποία πραγματεύεται ξεχωριστά ο κάθε επιστημονικός κλάδος που θα εμπλακεί σε αυτήν
- Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει μεριμνήσει ώστε η διδασκαλία που θα πραγματοποιήσει να έχει την απαιτούμενη ευελιξία ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες και στα ενδιαφέροντα των μαθητών του
- Οι διαθεματικού περιεχομένου διδασκαλίες καλό θα ήταν να πραγματοποιούνται με απώτερο στόχο να αντιμετωπιστούν ευκολότερα φαινόμενα όπως ο κατακερματισμός της γνώσης αλλά και η ανάδειξη της χρησιμότητας - καταλληλότητας των παρεχόμενων γνωστικών δεξιοτήτων
- Ιδιαίτερα χρήσιμο θεωρείται, αν το επιτρέπουν οι σχολικές συνθήκες, κατά τη σχεδίαση και εφαρμογή μιας διαθεματικού περιεχομένου διδασκαλίας να συμμετέχουν όσο το δυνατό περισσότεροι από τους εκπαιδευτικούς του σχολείου. Αυτό θα βοηθούσε στην ανταλλαγή απόψεων και προτάσεων που θα μπορούσαν να συνεισφέρουν θετικά στον καλύτερο σχεδιασμό

τέτοιων πρωτοβουλιών.

- Οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να μεταδώσουν στους μαθητές τους την ανάγκη και την επιθυμία να βοηθήσουν και οι ίδιοι στην έρευνα και απάντηση επιστημονικών και παιδαγωγικών ερωτημάτων ό πως «τι είναι γνώση, εμείς τι γνωρίζουμε και πώς μπορούμε να παρουσιάσουμε – μεταδώσουμε αυτό που γνωρίζουμε στο σχολείο όπου εργαζόμαστε».
- Οι διαθεματικού τύπου διδασκαλίες προσφέρουν μία μεγάλη ποικιλία από γνώσεις που προέρχονται από διαφορετικού τύπου επιστημονικά πεδία. Τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν, να ερευνήσουν και να αξιοποιήσουν στην καθημερινότητά τους, εκτός από τις γνώσεις που τυχόν θα αποκομίσουν, τους δεσμούς και τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα επιστημονικά πεδία με τα οποία πραγματεύονται τη γνώση. Αφού λοιπόν είναι οι κύριοι πρωταγωνιστές και μετέχοντες σε αυτή τη διαδικασία καλό και ωφέλιμο θα ήταν να έχουν άποψη και γνώμη στο σχεδιασμό και στην υλοποίησή της (Coffey H., 2009).

4.2 Η διαθεματική προσέγγιση (Interdisciplinary Approach) στα μαθηματικά

Η διαθεματική προσέγγιση, όπως ειπώθηκε, αντιμετωπίζει τη γνώση ολιστικά, την ενιαιοποιεί, επιτρέποντας στο μαθητή να την κατακτήσει ευκολότερα και αβίαστα. Μέσα από διαθεματικού τύπου διδασκαλίες καλό θα είναι να προσφέρεται η δυνατότητα στο παιδί να ανακαλύπτει από μόνο του τις τυχόν διασυνδέσεις ανάμεσα στους επιστημονικούς τομείς και στα σχολικά μαθήματα που εμπλέκονται στη μαθησιακή διαδικασία, να κάνει συσχετίσεις και γενικεύσεις οι οποίες θα δώσουν

νόημα σ' αυτό που θα κληθεί να μάθει.

Η χρησιμοποίηση διαθεματικών εφαρμογών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως υποστηρίζουν αρκετοί ερευνητές, φαίνεται ότι θα μπορούσε να προσδώσει στη μαθηματική επιστήμη την αξία και τη σημασία που της αναλογεί. Ο Λαζαρίδης (2010) θέλοντας να τονίσει την αναγκαιότητα της εφαρμογής της διαθεματικότητας ιδιαίτερα στη μαθηματική εκπαίδευση, παραθέτει τα λόγια των Dorfler & McLone (1986) οι οποίοι υποστηρίζουν ότι *«τα τελευταία χρόνια, με την ανάπτυξη της τεχνολογίας, η αλληλεπίδραση των μαθηματικών με τα άλλα επιστημονικά πεδία διευρύνθηκε τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά. Τα μαθηματικά μπορούμε να τα δούμε στο κέντρο ενός πολυσύνθετου δικτύου που τα συνδέει με τα άλλα μαθήματα. Αυτές οι συνδέσεις είναι αμφίδρομες. Τα άλλα μαθήματα είναι αμφότερα και πηγές για μαθηματικές ιδέες και πεδία εφαρμογής. Η διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών με κατανόηση δεν μπορεί να επιτευχθεί σε απομόνωση, αν πράγματι αντιλαμβανόμαστε τα μαθηματικά ως μια ανθρώπινη δραστηριότητα που στοχεύει στην κατανόηση “της πραγματικότητας” και στη λύση προβλημάτων μέσα σ' αυτήν»* (Dorfler & McLone, 1986, σ. 75-76).

Η Korey (2002) θεωρεί απαραίτητη τη χρησιμοποίηση διαθεματικών μεθόδων κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Η ίδια θέλοντας να αναδείξει τους λόγους για τους οποίους θα μπορούσαν οι εκπαιδευτικοί να αξιοποιήσουν τη μαθηματική γνώση με διαθεματικό τρόπο, υποστηρίζει ότι μία τέτοια διδακτική επιλογή θα μπορούσε να τους βοηθήσει να επιτύχουν τα εξής:

- Να τονίσουν στους μαθητές τους το πώς ενσωματώνονται τα μαθηματικά σε άλλους επιστημονικούς τομείς ώστε τα παιδιά να τα κατανοήσουν καλύτερα και να αναδειχθεί έτσι η επιστημονική

τους σημασία

- Να αναπτύξουν το ενδιαφέρον των μαθητών χρησιμοποιώντας κατά τη διδασκαλία πρωτότυπες και ενδιαφέρουσες μαθηματικές εφαρμογές που δεν θα έχουν απαραίτητα υπολογιστικό προσανατολισμό
- Να αναπτύξουν την εμπιστοσύνη των μαθητών απέναντι στις μαθηματικές τους ικανότητες χρησιμοποιώντας καινοτόμες παιδαγωγικές μεθόδους μέσω διαθεματικών προσεγγίσεων
- Να προσδώσουν νέες προοπτικές και να ορίσουν νέους στόχους στη διδασκαλία τους περιλαμβάνοντας ταυτόχρονα και τα μαθηματικά (Korey J., 2002).

Εκτός από ξένους ερευνητές, τα τελευταία χρόνια, υπάρχουν και στην ελληνική εκπαιδευτική και επιστημονική κοινότητα ερευνητές – παιδαγωγοί οι οποίοι τονίζουν τη σημασία της διαθεματικής διδασκαλίας των μαθηματικών. Η Σαμπάνη κ.ά. (2005) αναφέρει ότι η χρησιμοποίηση διαθεματικών τρόπων διδασκαλίας θα μπορούσε να συμβάλει ώστε:

- Τα σχολικά μαθηματικά να μη θεωρούνται έννοιες και δεξιότητες απομονωμένες από την πραγματικότητα, αλλά μια ανθρώπινη δραστηριότητα η οποία έχει άμεση σχέση με την καθημερινότητα
- Η τάξη των μαθηματικών να μετατραπεί σε εργαστήριο κατασκευής και εφαρμογής της μαθηματικής γνώσης με την εφαρμογή σύγχρονων διδακτικών προσεγγίσεων όπως η πληροφορική, οι συνθετικές εργασίες, η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία
- Ο ρόλος του εκπαιδευτικού θα μπορούσε να περιορίζεται στην οργάνωση της γνώσης και στη διευκόλυνση αφομοίωσής της από τους μαθητές (Σαμπάνη Σ. κ.ά., 2005).

Ο Παναγάκος (2004) αναφερόμενος επίσης στη σημασία που έχει η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης στη διδασκαλία των μαθηματικών υποστηρίζει ότι:

1. Η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας θα μπορούσε να βοηθήσει τα παιδιά να κατανοήσουν ευκολότερα τις μαθηματικές έννοιες αφού με τη διαθεματική προσέγγιση αναδεικνύονται δεσμοί που υπάρχουν μεταξύ των μαθηματικών και διαφόρων κλάδων της επιστήμης ενώ ταυτόχρονα διδάσκεται η νέα γνώση μέσα από διάφορες οπτικές γωνίες γεγονόσ που θα μπορούσε να συντελέσει στην ευκολότερη αφομοίωσή της
2. Τα παιδιά μέσω των καινοτόμων μεθόδων διδασκαλίας είναι εφικτό να αποβάλουν τις τυχόν φοβίες που έχουν και να αλλάξουν στάση απέναντι στο συγκεκριμένο μάθημα . Σε αυτό συντελούν ιδιαίτερα οι ομαδοσυνεργατικές πρακτικές κατάκτησης της γνώσης που εφαρμόζονται συνήθως κατά τις διαθεματικές προσεγγίσεις αφού πιστεύεται ότι με αυτό τον τρόπο μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να απαλλαγούν από τις ανασφάλειες που τυχόν έχουν αναπτύξει μέσω της συνεργασίας και της αλληλοβοήθειας
3. Μέσω της διαθεματικότητας η μαθηματική γνώση θα μπορούσε να αποκτήσει νόημα για το παιδί αφού κατά τη διασύνδεσή της με άλλους επιστημονικούς κλάδους καταδεικνύεται η σημασία της για την οικοδόμηση της γνώσης (Παναγάκος Ι., 2004).

Συμπερασματικά θα μπορούσε να ειπωθεί ότι η διαθεματική μέθοδος διδασκαλίας, όταν επιλεγεί να εφαρμοσθεί κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, θα ήταν δυνατό να βοηθήσει το παιδί ώστε να αποβάλει τις φοβίες και ανασφάλειες που τυχόν έχουν επιφέρει

παλαιότερες και ίσως λανθασμένες πρακτικές προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης αναδεικνύοντας ταυτόχρονα την χρησιμότητα που έχουν τα μαθηματικά στην καθημερινότητά του. Με την ταυτόχρονη χρησιμοποίηση της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου διδασκαλίας θα μπορούσε να καλλιεργηθεί πνεύμα αλληλοβοήθειας και συνεργασίας ανάμεσα στους μαθητές ώστε να αναδειχθούν ευκολότερα οι ικανότητές τους στην έρευνα, στην ανάλυση, στην κρίση και τη σύνθεση, ικανότητες που είναι δυνατό να αποδειχθούν ιδιαίτερα παραγωγικές στην απόκτηση και αφομοίωση της μαθηματικής γνώσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

Ο σχεδιασμός και η εφαρμογή της διδακτικής διαδικασίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε τον στόχο της διδακτικής παρέμβασής μας, τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάστηκε καθώς και τα αποτελέσματα της εφαρμογής της.

5.1. Τα χαρακτηριστικά της διδακτικής παρέμβασης

Στόχος της διδακτικής παρέμβασης που πραγματοποιήσαμε ήταν (1) ο σχεδιασμός, η παραγωγή, η διδακτική εφαρμογή και αξιολόγηση εκπαιδευτικού υλικού που αξιοποιεί την παιδαγωγική και αισθητική αξία ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου (2) η καταγραφή και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδακτικής αξιοποίησης του υλικού αυτού μέσω της διαθεματικής προσέγγισης του μαθήματος των μαθηματικών σε επίπεδο δημοτικού σχολείου.

Για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης διδακτικής παρέμβασης επιλέξαμε την έκτη τάξη ενός σχολείου της πόλης του Βόλου. Υπεύθυνος εκπαιδευτικός της τάξης ήταν ο εκπαιδευτικός – ερευνητής της παρούσας εργασίας. Η τάξη αποτελούνταν από πέντε αγόρια και δύο κορίτσια με μαθησιακές δεξιότητες και γνωστικό επίπεδο σημαντικά διαφοροποιημένο αφού ανάμεσα στα παιδιά υπήρχαν αποκλίσεις τόσο στην επίδοση στα σχολικά μαθήματα όσο και στη γενικότερη συμπεριφορά τους στην τάξη. Πρέπει να αναφερθεί ότι ο τρόπος με τον οποίο ορισμένα από τα παιδιά είχαν συνηθίσει να

αντιμετωπίζουν τους συμμαθητές τους, αρνούμενα να επιδείξουν σύμπνοια και αλληλοβοήθεια μεταξύ τους, καθόριζε σε σημαντικό βαθμό τις επιδόσεις της τάξης γενικότερα.

Η διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης καθορίστηκε σε τρία διδακτικά δώρα στο πλαίσιο της ευέλικτης ζώνης. Για να πραγματοποιηθούν οι συγκεκριμένες διδακτικές παρεμβάσεις παράξαμε φύλλα εργασίας, οργανώσαμε διαφορετικά την τάξη, δημιουργώντας ολιγομελείς ομάδες ατόμων, μαγνητοσκοπήσαμε τις διδακτικές παρεμβάσεις και επιχειρήσαμε να διαφοροποιήσουμε τον ρόλο του εκπαιδευτικού στην όλη διαδικασία.

Από τα παιδιά ζητήθηκε να συμπληρώσουν και να λύσουν τις ασκήσεις που περιείχαν τα φύλλα εργασίας ατομικά κατά την πρώτη διδακτική παρέμβαση και ομαδικά στις δύο επόμενες, εκφράζοντας το καθένα μέσα από διάλογο και συζήτηση τη γνώμη του. Αφού τα παιδιά αντάλλασσαν απόψεις και λύσεις για τα υπό διερεύνηση προβλήματα και κατέληγαν σε συμπεράσματα, ακολουθούσε διαλογική συζήτηση είτε σε επίπεδο ομάδας είτε σε επίπεδο τάξης για την ορθότητα των λύσεων που είχαν δοθεί. Στο τέλος κάθε διδακτικού δώρου πραγματοποιήθηκαν μεταγνωστικού περιεχομένου δραστηριότητες που αφορούσαν την όλη μαθησιακή διαδικασία. Μέσα από τις δραστηριότητες αυτές τα παιδιά είχαν την ευκαιρία να αναφερθούν στις εντυπώσεις και στις εμπειρίες που είχαν αποκομίσει εντοπίζοντας ταυτόχρονα αρνητικά και θετικά στοιχεία της διδακτικής παρέμβασης.

Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των παρεμβάσεων που πραγματοποιήσαμε έγινε (1) μέσω των φύλλων εργασίας που συμπλήρωναν τα παιδιά κατά την ώρα της διδασκαλίας, (2) μέσω του βαθμού συμμετοχής του καθενός παιδιού ξεχωριστά στις εργασίες που τους είχαν ανατεθεί και (3) μέσω της γενικότερης μαθησιακής

συμπεριφοράς που επέδειξε κάθε μαθητής κατά τη διάρκεια των διδακτικών παρεμβάσεων στην τάξη.

5.2. Η επιλογή των ποιημάτων

Για τη διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών επιλέξαμε τρία ποιήματα με μαθηματικό περιεχόμενο. Τα δύο από αυτά ανήκουν στην *Παλατινή Ανθολογία* ποιημάτων. Ο τίτλος *Παλατινή Ανθολογία* (*Anthologia Graeca*) έχει δοθεί σε μια συλλογή ποιημάτων που απαρτίζεται από δέκα βιβλία και περιλαμβάνει περίπου 4.000 επιγράμματα με 23.000 στίχους, τα οποία γράφτηκαν από τον 6ο αι. π.Χ. έως τον 9ο αι. μ.Χ. και την οποία συνέταξε ο Κ. Κεφαλάς, πρωθιερέας των βυζαντινών ανακτόρων, περίπου στο 900 μ.Χ. Από τη συλλογή αυτή έχει σωθεί μόνο ένα χειρόγραφο με δύο τμήματα (κώδικες). Ο πρώτος κώδικας στον οποίο περιέχονται τα πρώτα οκτώ βιβλία, φυλάσσεται στην Παλατινή Βιβλιοθήκη της Χαϊδελβέργης από το όνομα της οποίας ονομάστηκε η συλλογή *Παλατινή Ανθολογία*. Ο άλλος κώδικας στον οποίο διασώζονται δύο βιβλία βρίσκεται στο Παρίσι. Μεταξύ των επιγραμμάτων της συλλογής υπάρχουν και σαράντα έξι επιγράμματα ανώνυμων συγγραφέων που παρουσιάζουν μαθηματικό ενδιαφέρον περιέχοντας διαφόρων ειδών προβλήματα. Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται σε θέματα διανομής αντικειμένων (π.χ. μήλων, καρυδιών κ.λπ.), στην εύρεση του βάρους, υπάρχουν επίσης προβλήματα χρόνου και μείξεως κ.ά. (πηγή: <http://el.wikipedia.org>). Μετά την επιλογή των ποιημάτων ακολούθησε η μετάφρασή τους από τον εκπαιδευτικό ερευνητή στη νέα ελληνική με τρόπο που να είναι κατανοητός σε μαθητές της έκτης δημοτικού.

Οι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκαν τα συγκεκριμένα ποιήματα είναι οι εξής:

- Παρουσιάζουν μαθηματικού τύπου προβλήματα τα οποία θα μπορούσαν να λυθούν από τα παιδιά της έκτης τάξης του δημοτικού σχολείου
- Μπορούν να διδαχθούν διαθεματικά αφού περιέχουν στοιχεία και αναφορές με τις οποίες θα μπορούσε να γίνει σύνδεση του περιεχομένου τους με επιστημονικούς τομείς όπως η γεωγραφία, η ιστορία κ.ά.
- Περιέχουν γλωσσικά φαινόμενα και λέξεις ως επί το πλείστον άγνωστες για τους μαθητές γεγονός το οποίο θα μπορούσε να προσφέρει τη δυνατότητα στο παιδί για ερευνητική μάθηση και καλύτερη εμπέδωση των γλωσσικών φαινομένων
- Υποθέσαμε ότι η διδασκαλία παρόμοιου είδους ποιημάτων θα μπορούσε να αποβάλει φοβίες και άγχη τα οποία ίσως έχουν αποκτήσει οι μαθητές απέναντι στα μαθηματικά εγείροντας ταυτόχρονα το ενδιαφέρον τους

Το τρίτο από τα ποιήματα με τίτλο «*Πρόβλημα τέταρτο: Των 100 πτηνών*» ανήκει στην ποιητική συλλογή «*Βιβλία Μαθηματικών*» του θεσσαλονικιού ποιητή και μαθηματικού Μανώλη Ξεξάκη. Το ποίημα παρουσιάζει ένα μαθηματικό πρόβλημα στο οποίο ορίζεται ένα ποσό χρημάτων και ο λύτης καλείται να «αγοράσει» με αυτό ένα αριθμό πτηνών – εκατό στη συγκεκριμένη περίπτωση. Επίσης ο λύτης πρέπει να έχει υπόψη του ότι τα είδη των πτηνών που θα μπορούσε να «αγοράσει» είναι τρία και το καθένα απ' αυτά κοστίζει ένα προκαθορισμένο ποσό. Τα ποιήματα του είδους αυτού πιστεύεται ότι είναι δημιούργημα του κινέζου ποιητή *Chang Ch'ui – chien* ο οποίος τα δημοσίευσε σε έργο του το οποίο περιέχει 92 συνολικά προβλήματα ανάμεσα στο 468 και 486 π.Χ. Σε όλα τα προβλήματα που δημοσίευσε δίνει τις απαντήσεις και σε μερικά από αυτά, όπως στο συγκεκριμένο είδος, δίνει στον αναγνώστη

και τον τρόπο λύσης. Τα προβλήματα του είδους αυτού ονομάστηκαν «προβλήματα των εκατό πτηνών» επειδή αναφέρονται αποκλειστικά σε αγοραπωλησίες πτηνών και πολύ σπάνια σε άλλο είδος ζώου.

(πηγή:http://www-groups.dcs.stand.ac.uk/history/Biographies/Zhang_Qiuqian.html του School of Mathematical and Computational Sciences, University of St. Andrews, 2000)

Οι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκε το συγκεκριμένο ποίημα είναι οι εξής:

- Είναι γραμμένο σε απλή και κατανοητή γλώσσα
- Το μαθηματικό πρόβλημα το οποίο μας παρουσιάζει θα μπορούσε να λυθεί από τα παιδιά καθώς μπορούν να προκύψουν πάνω από μία λύσεις με σχετικά εύκολο τρόπο εξεύρεσης του αποτελέσματος
- Μπορεί να γίνει αφετηρία διαθεματικής προσέγγισης καθώς αναφέρονται στοιχεία από άλλους επιστημονικούς κλάδους όπως η φυσική, η ιστορία κ.ά.

5.3. Τα Φύλλα Εργασίας

Τα φύλλα εργασίας σχεδιάστηκαν με βάση το περιεχόμενο του εκάστοτε υπό εξέταση ποιήματος. Οι μαθηματικές αναφορές που υπάρχουν σε κάθε ποίημα μας οδήγησε σε αποφάσεις και επιλογές σε σχέση με το είδος των μαθηματικών προβλημάτων και εννοιών που έπρεπε να διδαχθούν στα παιδιά. Έτσι αποφασίσαμε ότι τα προβλήματα που προέκυπταν από το περιεχόμενο των δύο ποιημάτων που ανήκουν στην Παλατινή Ανθολογία να λυθούν με τη χρησιμοποίηση κλασμάτων ενώ το τρίτο με τίτλο «*Πρόβλημα τέταρτο: Των 100 πτηνών*» με μεθόδους που αναφέρονται στην πρακτική αριθμητική.

Σχετικά με τη διαθεματική προσέγγιση η οποία επιχειρήθηκε, έγινε

προσπάθεια αρχικά να επισημάνουμε τα σημεία και τις αναφορές που περιέχονται σε κάθε ποίημα ξεχωριστά και οι οποίες θα μπορούσαν να αποτελέσουν την αφορμή, το συνδετικό κρίκο για ανάπτυξη εφαρμογών διαθεματικού περιεχομένου. Κατόπιν σχεδιάστηκαν διαθεματικού τύπου δραστηριότητες με σκοπό την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων από τους μαθητές μέσα από ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών τομέων. Συγκεκριμένα τα σχολικά μαθήματα τα οποία προσπαθήσαμε να εμπλέξουμε στη διαθεματική διαδικασία είναι:

- Στην πρώτη διδακτική παρέμβαση μαθηματικά, γλώσσα, ιστορία – μυθολογία
- Στη δεύτερη διδακτική παρέμβαση μαθηματικά, γλώσσα, γεωγραφία, περιβαλλοντική εκπαίδευση, ιστορία – μυθολογία, τεχνικά
- Στην τρίτη διδακτική παρέμβαση μαθηματικά, γλώσσα, ιστορία.

Τα κριτήρια επιλογής των δραστηριοτήτων διαθεματικού περιεχομένου αποτέλεσαν σημείο προβληματισμού καθώς έπρεπε να ληφθούν υπόψη τα εξής :

1. Οι δραστηριότητες και το διδακτικό υλικό προοριζόταν για παιδιά. Αυτό σημαίνει ο ότι θα έπρεπε να σχεδιαστούν δραστηριότητες που να ανταποκρίνονται στην ηλικία και στο γνωστικό υπόβαθρο των παιδιών
2. Οι δραστηριότητες θα έπρεπε να είναι ευχάριστες και παιγνιώδεις για να εξάπτουν το ενδιαφέρον των μαθητών
3. Οι δραστηριότητες κάθε φύλλου εργασίας θα έπρεπε να είναι τόσες και τέτοιες, ώστε να είναι δυνατή η μεθοδική και πλήρης μελέτη και εκτέλεσή τους

Πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι δόθηκε έμφαση στην επιλογή

δραστηριοτήτων οι οποίες θα μπορούσαν να βοηθήσουν το μαθητή να αναπτύξει δεξιότητες και ικανότητες όπως η παρατήρηση, η ανάληψη πρωτοβουλιών, η έρευνα, η κριτική σκέψη.

5.4. Η διδακτική διαδικασία

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιάσουμε το περιεχόμενο (στόχοι, δραστηριότητες, κτλ.) των διδακτικών παρεμβάσεων οι οποίες στηρίχθηκαν στη διδασκαλία φύλλων εργασίας βασισμένων στη διαθεματική προσέγγιση ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου.

Οι διδακτικές παρεμβάσεις πραγματοποιήθηκαν σε τρία δίωρα στα πλαίσια διδασκαλίας του μαθήματος της ευέλικτης ζώνης. Πιο συγκεκριμένα, ο χρόνος της κάθε διδακτικής παρέμβασης κατανεμήθηκε ως εξής: προβλέφθηκαν δέκα λεπτά γνωριμίας και εξοικείωσης των μαθητών με το προς διαπραγμάτευση ποίημα, είκοσι λεπτά ενασχόλησης των παιδιών με την ενότητα των μαθηματικών, πενήντα λεπτά διερεύνησης και λύσης ασκήσεων μέσω της διαθεματικής προσέγγισης των υπόλοιπων μαθημάτων, δέκα λεπτά για συζήτηση, εμπέδωση και μεταγνωστικές διεργασίες.

Κάθε φορά που ζητήθηκε από τους μαθητές και τις μαθήτριες να επιλύσουν τις ασκήσεις που περιείχε το καθένα από τα φύλλα εργασίας, η διαδικασία επίλυσης ήταν κοινή και κοινοποιημένη εξ αρχής από τον εκπαιδευτικό. Διαβαζόταν το ποίημα ατομικά και έπειτα ακολουθούσε είτε γενικός σχολιασμός είτε επισήμανση των νέων πληροφοριών που έδινε. Κατόπιν οι μαθητές και οι μαθήτριες εμπλέκονταν στις διάφορες προτεινόμενες δραστηριότητες.

Στους παρακάτω πίνακες φαίνονται οι στόχοι και οι δραστηριότητες στις οποίες κλήθηκαν να απαντήσουν οι μαθητές.

ΠΡΩΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ

1 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα	Να έρθουν σε επαφή οι μαθητές με το ποίημα με το οποίο πρόκειται να εργαστούν
II.	Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.	Να εντοπίσουν ό,τι θεωρούν άγνωστο και δυσνόητο στο ποίημα, να συζητηθούν οι απορίες τους στη τάξη και μέσα από το διάλογο και τα συμφραζόμενα να τις επιλύσουν, κατά το δυνατόν, οι ίδιοι.
III.	Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες	Να αναπτύξουν οι μαθητές την ικανότητα σύνθεσης αλλά και διατύπωσης προβλημάτων μαθημ. περιεχομένου.
IV.	Σε ποια γλώσσα είναι γραμμένο το ποίημα της πρώτης σελίδας; Τι σχέση έχει με το ποίημα της δεύτερης σελίδας; Επισημάνε τις διαφορές στο τρόπο που είναι γραμμένα	Να εντοπίσουν και να αναγνωρίσουν οι μαθητές διαφορές ανάμεσα στην αρχαία και στη νέα ελληνική γλώσσα ιδιαίτερα στο τομέα του τονισμού και της στίξης.

2 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Τι νομίζεις ότι σημαίνει η λέξη επίγραμμα;	Να γνωρίσουν οι μαθητές τη σημασία χρησιμοποίησης μίας μορφής ιστορικών πηγών – των επιγραμμάτων
II.	Τι σημαίνει η λέξη Ανθολογία; Ανάφερε, αν έχεις ακούσει, παραδείγματα περιπτώσεων στις οποίες χρησιμοποιούμε τη λέξη αυτή	Να αναπτύξουν οι μαθητές ικανότητες εξήγησης άγνωστων γλωσσικών φαινομένων μέσα από την εννοιολογική και τυπολογική διερεύνησή τους
III.	Τι σημαίνουν οι παρακάτω λέξεις και φράσεις; Πρωθιερέας, ηγεμονία, επιτύμβια επιγράμματα, ερωτικά επιγράμματα, αναθηματικά επιγράμματα, συμποτικά επιγράμματα	Να μάθουν οι μαθητές νέες λέξεις και εκφράσεις ώστε να εμπλουτιστεί το λεξιλόγιό τους
IV.	Τι παρατηρείς στις παραπάνω φωτογραφίες; Πώς είναι γραμμένα τα κείμενα στις επιγραφές;	Να εντοπίσουν και να αναγνωρίσουν οι μαθητές διαφορές ανάμεσα στην αρχαία και στη νέα ελληνική γλώσσα. Να γνωρίσουν τον τρόπο με τον οποίο κατασκευάζονταν τα αρχαία επιγράμματα

3 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα	Να λύσουν οι μαθητές το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζει το ποίημα χρησιμοποιώντας κλασματικούς αριθμούς

4 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Ποια είναι τα πρόσωπα που αναφέρονται στο ποίημα; Για ποιο λόγο συναντήθηκαν;	Να θυμηθούν τα παιδιά τους μυθικούς ήρωες και τα κατορθώματά τους τα οποία γνώρισαν σε προηγούμενες τάξεις με σκοπό να κατανοήσουν το γεγονός στο οποίο αναφέρεται το ποίημα
II.	Θυμάσαι κάποια κατορθώματα του Ηρακλή; Πώς ονομάστηκαν και πότε χρησιμοποιούμε αυτό τον χαρακτηρισμό σήμερα; Ανάφερε ένα δικό σου παράδειγμα	Να θυμηθούν οι μαθητές τα κατορθώματα του Ηρακλή και να μπορέσουν μέσω της επεξήγησης της λέξης «άθλος» να αναπτύξουν δικές τους σκέψεις και απόψεις σχετικές με τη λέξη αυτή

5 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Πόσους στίχους έχει το ποίημα; Πόσες συλλαβές έχει καθένας από	Να μάθουν τα παιδιά ορισμένα από τα στοιχεία με τα οποία

II.	αυτούς; Έχει ομοιοκαταληξία (ρίμα) το ποίημα αυτό; Μπορείς να σκαρώσεις ένα δίστιχο χρησιμοποιώντας ομοιοκατάληκτους στίχους	συγγράφονται τα ποιήματα και συγκεκριμένα το μέτρο Να γνωρίσουν οι μαθητές τι είναι η ρίμα στα ποιήματα και με παιγνιώδη τρόπο να προσπαθήσουν να φτιάξουν ένα δικό τους ποίημα
-----	---	--

ΔΕΥΤΕΡΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ

1 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα	Να έρθουν σε επαφή οι μαθητές με το ποίημα με το οποίο πρόκειται να εργαστούν
II.	Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις	Να εντοπίσουν ό,τι θεωρούν άγνωστο και δυσνόητο στο ποίημα να συζητηθούν οι απορίες τους στη τάξη και μέσα από το διάλογο και τα συμφραζόμενα να τις επιλύσουν, κατά το δυνατόν, οι ίδιοι
III.	Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες	Να αναπτύξουν οι μαθητές την ικανότητα σύνθεσης και διατύπωσης προβλημάτων μαθηματικού περιεχομένου

IV.	Σε ποια γλώσσα είναι γραμμένο το ποίημα της πρώτης σελίδας; Τι σχέση έχει με το ποίημα της δεύτερης σελίδας; Επισημάνε τις διαφορές στο τρόπο που είναι γραμμένα;	Να εντοπίσουν και να αναγνωρίσουν οι μαθητές διαφορές ανάμεσα στην αρχαία και στη νέα ελληνική γλώσσα ιδιαίτερα στο τομέα του τονισμού και της στίξης
-----	---	---

2 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα	Να λύσουν οι μαθητές το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζει το ποίημα χρησιμοποιώντας κλασματικούς αριθμούς

3 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Στο ποίημα που διάβασες αναφέρονται τα ονόματα δύο ποταμών του Νείλου και του Αχελώου. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές πιστεύεις ότι υπάρχουν ανάμεσά τους;	Να μάθουν τα παιδιά να αναγνωρίζουν τα γεωγραφικά στοιχεία με τα οποία γίνεται η διαφοροποίηση ανάμεσα στα είδη ποταμών
II.	Τι γνωρίζεις για τις υπογραμμισμένες στο κείμενο λέξεις ή φράσεις; Αλεξάνδρεια, Ίζημα, Δέλτα ποταμού, Τεχνητή λίμνη	Να μάθουν οι μαθητές τη σημασία χρήσης γεωγραφικών όρων

III.	Ποια είναι η περιβαλλοντική καταστροφή στην οποία καταδίκασε το ποτάμι η ανεξέλεγκτη ανθρώπινη ανάγκη για το νερό; Ποια νομίζεις ότι θα είναι τελικά η τύχη όλων των ειδών της άγριας πανίδας που εξαρτούν τη ζωή τους από το ποτάμι; Τι νομίζεις ότι θα έπρεπε να γίνει;	Να αναπτυχθούν περιβαλλοντικές ευαισθησίες στα παιδιά καθώς και η κριτική τους ικανότητα απέναντι στις ανεξέλεγκτες και καταστροφικές, πολλές φορές, ανθρώπινες δραστηριότητες
------	---	--

4 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Τι νομίζεις ότι ήταν ο κρατήρας για τους αρχαίους Έλληνες;	Να γνωρίσουν τα παιδιά στοιχεία από την αρχαία ελληνική τέχνη και κεραμοποιεία
II.	Ποιους άλλους θεούς της αρχαίας Ελλάδας θυμάσαι, εκτός από το Διόνυσο, και τι γνωρίζεις για τον καθένα απ' αυτούς;	Να θυμηθούν οι μαθητές τους θεούς των αρχαίων Ελλήνων

5 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Αφού διαβάσετε πάλι το ποίημα καθώς και όλες τις πληροφορίες που αναφέρονται στους ποταμούς Νείλο και Αχελώο προσπαθήστε να τους ζωγραφίσετε μαζί με το θεό Διόνυσο να προσπαθούν να γεμίσουν τον κρατήρα που εικονίζεται παρακάτω με νερό και κρασί	Να γίνει προσπάθεια εμπέδωσης όλων των στοιχείων και των εννοιών του ποιήματος με τις οποίες ασχολήθηκαν τα παιδιά και να απαντηθούν τυχόν απορίες που ακόμη έχουν

ΤΡΙΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ

1 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα	Να έρθουν σε επαφή οι μαθητές με το ποίημα με το οποίο πρόκειται να εργαστούν
II.	Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις	Να εντοπίσουν ό,τι θεωρούν άγνωστο και δυσνόητο, να συζητηθούν οι απορίες τους στη τάξη και μέσα από το διάλογο και τα συμφραζόμενα να τις επιλύσουν, κατά το δυνατόν, μόνοι τους

2 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Το ποίημα που διαβάσαμε το έγραψε ο Μανόλης Ξεξάκης. Αφού διαβάσεις προσεκτικά τις πληροφορίες που περιέχονται στην ιστοσελίδα του Εθνικού Κέντρου Πληροφοριών επισήμανε τις σημαντικότερες και συζήτησε με τους συμμαθητές σου για τις λεπτομέρειες της ζωής του συγκεκριμένου ποιητή.	Να γίνουν οι μαθητές ικανοί να ερευνούν, να συλλέγουν και να αξιολογούν στοιχεία και πληροφορίες που αναφέρονται σε βιογραφικά σημειώματα.

3 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Λύσε κι εσύ το πρόβλημα που παρουσιάζει το ποίημα και δείξε πώς κατέληξε ο καθηγητής σε αυτή τη λύση	Να λύσουν οι μαθητές το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζει το ποίημα και να βρουν τρόπους να δικαιολογήσουν τις απαντήσεις που τυχόν θα δώσουν

4 ^ο Φύλλο Εργασίας		
Αριθμός ερώτησης	Δραστηριότητα	Στόχοι
I.	Στο ποίημα αναφέρεται ένας σπουδαίος μαθηματικός ο Ευκλείδης. Τι νομίζεις ότι σημαίνει η φράση με την οποία ο Ευκλείδης απάντησε στον βασιλιά Πτολεμαίο σχετικά με τη μελέτη και την προσπάθεια που χρειάζεται να καταβάλει κάποιος που μελετά μαθηματικά; Συμφωνείς με τα λεγόμενά του;	Να γνωρίσουν οι μαθητές λεπτομέρειες της ζωής ενός σπουδαίου μαθηματικού της αρχαιότητας και μέσα από τα λεγόμενά του να αναγνωρίσουν την αξία της μελέτης και της προσπάθειας για μάθηση

5.4.1. 1^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

Από τους μαθητές ζητήθηκε αρχικά να επιλέξουν το πρώτο φύλλο εργασίας από το φάκελο που τους έδωσε ο εκπαιδευτικός. Κατόπιν τους ζητήθηκε να διαβάσουν σιωπηλά το ποίημα που βρίσκεται στη δεύτερη σελίδα ενώ ταυτόχρονα σημείωναν άγνωστες λέξεις και εκφράσεις που τους δυσκόλευαν. Οι εντυπώσεις και οι κρίσεις των παιδιών για το ποίημα ήταν θετικές γιατί έδειξαν να καταλαβαίνουν το νόημά του ενώ

όποιες απορίες είχαν τις ανέλυσαν με διαλογική συζήτηση σε επίπεδο τάξης. Θεώρησαν άγνωστες τις λέξεις και τις εκφράσεις που αφορούσαν κύρια ονόματα (ανθρώπων, τοποθεσιών κ.ά.) οι οποίες επεξηγήθηκαν από τον διδάσκοντα.

εικόνα 1.

I. Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα.

Ήρθε λοιπόν και ρώτησε τον βασιλιά Αυγεία
Να δει πόση ήταν η δουλειά ο μέγας Ηρακλής.
Τον αριθμό των κοπαδιών εζήτησε να μάθει.
«Εκεί κοντά στον Αλφειό βόσκουνε τα μισά τους,
το ένα όγδοο στις πλαγιές του Κρόνιου του λόφου.
Ένα δωδέκατο στο ιερό του Ταραξίππου,
στην Ήλιδα, γη του Διός, το ένα εικοστό τους.
Σωστό ένα τριακοστό στην Αρκαδία έχω στείλει.
Εδώ μπροστά σου τώρα δες τα τελευταία πενήντα».

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

.....
.....
.....
.....
.....
.....

εικόνα 2.

I. Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα.

Ήρθε λοιπόν και ρώτησε τον βασιλιά Αυγεία
Να δει πόση ήταν η δουλειά ο μέγας Ηρακλής.
Τον αριθμό των κοπαδιών εζήτησε να μάθει.
«Εκεί κοντά στον Αλφειό βόσκουνε τα μισά τους,
το ένα όγδοο στις πλαγιές του Κρόνιου του λόφου.
Ένα δωδέκατο στο ιερό του Ταραξίππου,
στην Ήλιδα, γη του Διός, το ένα εικοστό τους.
Σωστό ένα τριακοστό στην Αρκαδία έχω στείλει.
Εδώ μπροστά σου τώρα δες τα τελευταία πενήντα».

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Άλλες απορίες

.....
.....
.....
.....

Κατόπιν ζητήθηκε από τους μαθητές να εργαστούν στην πρώτη σελίδα του φύλλου εργασίας εντοπίζοντας διαφορές ανάμεσα στο ποίημα που είναι γραμμένο στην αρχαία ελληνική και στο ποίημα που είχαν μόλις διαβάσει. Οι περισσότεροι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα ποιήματα είναι ίδια λόγω του ότι περιέχουν τα ίδια κύρια ονόματα ενώ οι διαφορές που εντόπισαν αφορούσαν κυρίως τον τονισμό των λέξεων. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι τα παιδιά μπερδεψαν τις γραμματικές ορολογίες ονομάζοντας ως σημεία στίξης τα σημεία τονισμού κάτι που διορθώθηκε κατόπιν από τα ίδια. Τους έκανε επίσης εντύπωση στο πρώτο ποίημα η πληθώρα τονικών σημείων ενώ κάποια είχαν ακούσει και ήξεραν την ονομασία τους (ψιλή, δασεία κ.ά.) οπότε και την ανέφεραν προφορικά σε επίπεδο τάξης. Η όλη διαδικασία είχε διάρκεια είκοσι λεπτών περίπου.

εικόνα 3.

IV. Σε ποια γλώσσα είναι γραμμένο το ποίημα της πρώτης σελίδας; Τι σχέση έχει με το ποίημα της δεύτερης σελίδας; Επισημάνε τις διαφορές στο τρόπο που είναι γραμμένα.

Το ποίημα στην πρώτη σελίδα είναι γραμμένο στα αρχαία Ελληνικά και τα δύο ποιήματα είναι το ίδιο πρόβλημα. Στην πρώτη σελίδα το ποίημα έχει διάφορα σημάδια στίξης όπως περισπωμένες κλπ, ενώ στο δεύτερο ποίημα δεν υπάρχουν τέτοια χαρακτηριστικά.

Στην εικόνα 3 φαίνεται το λάθος το οποίο έκαναν κάποια από τα παιδιά ονομάζοντας ως σημεία στίξης τα σημεία τονισμού. Ο εκπαιδευτικός τους επισημάνε ότι εκφράζονται λάθος και τα ίδια κατόπιν διόρθωσαν τα

λεγόμενά τους.

εικόνα 4.

IV. Σε ποια γλώσσα είναι γραμμένο το ποίημα της πρώτης σελίδας; Τι σχέση έχει με το ποίημα της δεύτερης σελίδας; Επισημάνε τις διαφορές στο τρόπο που είναι γραμμένα.

Είναι γραμμένο στην αρχαία ελληνική γλώσσα. Το ποίημα στην δεύτερη σελίδα είναι γραμμένο στα ελληνικά, και είναι το ίδιο ποίημα με το ποίημα της πρώτης σελίδας.

Κατόπιν ζητήθηκε από τους μαθητές να διατυπώσουν το πρόβλημα που περιείχε το ποίημα. Τα παιδιά δε δυσκολεύτηκαν ιδιαίτερα στη διατύπωση του προβλήματος ενώ για να εκφράσουν τα αριθμητικά δεδομένα που αναφέρονται στο πρόβλημα χρησιμοποίησαν κλάσματα επιτυγχάνοντας το στόχο που είχε αρχικά τεθεί από τον διδάσκοντα να αναγνωρίσουν δηλαδή οι μαθητές τη σημασία της χρήσης των κλασματικών αριθμών. Η όλη διαδικασία είχε διάρκεια περίπου δέκα λεπτά.

εικόνα 5.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

Έγινε ο βασιλιάς που είχε το μισό κομμάτι κομμάτι στον Αλφειό. Το $\frac{1}{2}$ στις πλαχινίες του έρπονιου του λόφου, το $\frac{1}{2}$ στο $\frac{8}{10}$ του Ταραζήλου, έγινε Αλφειά γη του δούλη $\frac{1}{2}$ το $\frac{1}{2}$ στην Κρεαδία και εβί τηροστί 7^η κλάση $\frac{20}{30}$ πέννητα. Ποτα έγινε όλα τα κομμάτια.

εικόνα 6.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

Ο βασιλιάς Αργεία έχει κοράδια, στον αργείο το $\frac{1}{8}$ στις ηλιαρές του δόρου το $\frac{1}{8}$ στο Ταραξίη του, στην Ηλίδα του γη του Διός το $\frac{1}{8}$ και ακριβώς $\frac{1}{8}$ στην Αρκαδία και εθελήματα $\frac{1}{8}$ και νεύματα $\frac{1}{8}$ κοράδια έχει ο βασιλιάς Αργεία.

Όπως φαίνεται στις εικόνες 5, 6 αλλά και στην εικόνα 7 τα παιδιά δε δυσκολεύτηκαν να διατυπώσουν το πρόβλημα που περιέχεται στο ποίημα.

εικόνα 7.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

Μια φορά ο βασιλιάς Αργεία είχε στον βασιλιά Αργεία να ρωτήσει πόση ήταν η δουλειά του και να λάβει τον αριθμό των κοράδιων Αργεία του είχε τα εξής λόγια: Στο Αργείο έσκον το ήμισυ του το $\frac{1}{8}$ τις ηλιαρές του κράτος του δόρου το $\frac{1}{8}$ στο Ταραξίη του το $\frac{1}{8}$ στην Ηλίδα γη του Διός και το $\frac{1}{8}$ στην Αρκαδία. Μαροπα του ήταν τα τελέσματα νεύματα Διός ήταν ο, σπουδαίος αριθμός των κοράδιων.

Τα παιδιά κατόπιν ασχολήθηκαν με την επίλυση του προβλήματος. Η επίλυση δυσκόλεψε τους μαθητές οι οποίοι χρειάστηκαν σαράντα λεπτά για να το λύσουν. Από τα επτά παιδιά τέσσερα το έλυσαν, δύο το έλυσαν σχεδόν ολόκληρο και μόνο ένας μαθητής δεν το έλυσε σωστά μπερδεύοντας τα κλάσματα με τους δεκαδικούς αριθμούς. Καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας επίλυσης ο εκπαιδευτικός παρείχε διευκρινίσεις ενώ ταυτόχρονα καταβλήθηκε προσπάθεια αποσαφήνισης των σημείων που δυσκόλευαν τους μαθητές.

εικόνα 8.

3

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατίθεται

ΛΥΣΗ:

• $\frac{1}{8}$ του ζωα

• $\frac{1}{12}$ του ζωα

• $\frac{1}{20}$ του ζωα

• $\frac{1}{30}$ του ζωα

• $\frac{1}{50}$ του ζωα

• $\frac{1}{120}$ του ζωα

Εκπ (8, 12, 20, 30)

$120 : 30 = 4$
 $120 : 12 = 10$
 $120 : 20 = 6$
 $120 : 8 = 15$

$\frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{4}{120} + \frac{6}{120} + \frac{10}{120} + \frac{15}{120} = \frac{35}{120}$

• $\frac{1}{120}$ του ζωα = $\frac{60}{120}$

Αρα $\frac{60}{120} + \frac{35}{120} = \frac{95}{120}$

$\frac{120}{120} - \frac{95}{120} = \frac{25}{120}$

$\frac{25}{120} = 50 \text{ ζωα}$

$\frac{5}{120} = 60 \text{ ζωα}$

Αρα $\frac{10}{120} = 20 \text{ ζωα}$

Αρα $\frac{120}{120} \cdot 2 = 240 \text{ ζωα}$

Αρα $\frac{60}{120} = 20 \cdot 6 = 120 \text{ ζωα}$

Αφού ο μαθητής έλυσε το πρόβλημα κατόπιν του ζητήθηκε να εξηγήσει γραπτά τη λύση στην οποία κατέληξε. Στην εικόνα 9 φαίνεται η προσπάθεια αυτή.

εικόνα 9.

Αν αφαιρέσουμε από το 120/120 το άθροισμα των αριθμών 1/8, 1/20, 1/12 και 1/30 θα έχουμε 25/120. Το 25/120 είναι 50 ζώα
Αρα για να βρούμε το 5/120 θα κάνουμε
 $25 : 5 = \frac{5}{120}$ και $50 \text{ ζώα} : 5 = 10 \text{ ζώα}$
Αρα $\frac{5}{120} = 10 \text{ ζώα}$
Μετά θα βρούμε το $\frac{10}{120}$ πολλαπλασιάζοντας το 5 $\cdot 2 = \frac{10}{120}$ και $10 \cdot 2 = 20 \text{ ζώα}$
Οπότε τα 4 τα (60/120) για να τα βρούμε πολλαπλασιάζουμε το 10 $\cdot 6$
Αρα 20 ζώα $\cdot 6 = 120$ τα ίδια ζώα
Τέλος θα πολλαπλασιάσουμε το 120 $\cdot 2$ για να βρούμε το ολικό ποσό
 $120 \cdot 2 = 240 \text{ ζώα}$

εικόνα 10.

3

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατύπωσες.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}$$

$$\frac{60}{120} + \frac{15}{120} + \frac{10}{120} + \frac{6}{120} + \frac{4}{120} + \frac{2}{120} = \frac{95}{120}$$

$$\frac{60}{120} + \frac{15}{120} + \frac{10}{120} + \frac{6}{120} + \frac{4}{120} = \frac{95}{120}$$

$$\frac{120}{120}$$

$$25$$

Αν τα ζώα ήταν 120 θα έβλεπε γραφικά του 25

Αν τα ζώα ήταν $120 \times 2 = 240$ θα έβλεπε γραφικά του 50.

Το πρόβλημα διόθηκε!

3

Επεξήγηση του τρόπου επίλυσης του προβλήματος ζητήθηκε επίσης από μία μαθήτριά η οποία όπως φαίνεται στην εικόνα 11 έχει λύσει το πρόβλημα. Στην εικόνα 12 φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο έλυσε το παιδί το πρόβλημα.

εικόνα 12.

Βρήκα πρώτα του Ε.ΚΠ $\rightarrow 120$, δηλαδή έκανα
 όλα τα κλάσματα αλάνημα*. Τα πρόσθεσα και βρήκα
 ότι όλα τα $\frac{1}{2}$ εκτός απ' αυτά που είχε μπροστά του
 ήταν 99 με παρανομαστή το 120 , οπότε έκανα $120 \cdot 99$
 και βρήκα ότι τα $25 \frac{1}{2}$ μπροστά του όλα είναι 120 οπότε τα
 $50 = 120 \cdot 2 = 240 \frac{1}{2}$

Στην εικόνα 13 φαίνεται η επιλογή ενός μαθητή να χρησιμοποιήσει δεκαδικούς αριθμούς με λανθασμένο τρόπο.

εικόνα 13.

3

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατύπωσες.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{1}{12} = 0,8$	$\frac{1}{20} = 0,05$	$\frac{1}{30} = 0,032$
2	8	12	20	30

0,032
 0,050
 0,0120
 0,8000
 10,500
 13,94

Η επίλυση του προβλήματος απασχόλησε τους μαθητές μέχρι το τέλος σχεδόν του διδακτικού δώρου. Το γεγονός αυτό δεν έκανε δυνατή την ενασχόληση των μαθητών με τα υπόλοιπα τρία φύλλα εργασίας που είχε

προβλεφθεί να διδαχθούν.

Τα υπόλοιπα δέκα λεπτά του διδακτικού χρόνου αφιερώθηκαν από το διδάσκοντα σε μεταγνωστικού τύπου δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές σχολίασαν θετικά (1) το είδος των εργασιών με τις οποίες απασχολήθηκαν (2) τη μορφή του φύλλου εργασίας αφού τους εντυπωσίασαν οι εικόνες και οι φωτογραφίες που περιέχει (3) τη συνεργασία και την αλληλοβοήθεια που υπήρξε μεταξύ τους. Σχετικά με τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος υπήρξαν θετικές και αρνητικές κρίσεις γιατί ενώ το πρόβλημα τους κέντρισε το ενδιαφέρον, αφού δεν είχαν αντιμετωπίσει άλλη φορά τέτοιου είδους μαθηματικά προβλήματα, η επίλυσή του αξιολογήθηκε ως πάρα πολύ δύσκολη από την πλειοψηφία των παιδιών.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η χρησιμοποίηση του συγκεκριμένου ποιήματος κατά τη διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτέλεσε ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό καθώς τα παιδιά αντιμετώπισαν θετικά το συγκεκριμένο μάθημα και κατέκτησαν ευκολότερα τη μαθηματική γνώση. Το σημείο που θα μπορούσε να αξιολογηθεί αρνητικά στην όλη μαθησιακή διαδικασία γενικότερα ήταν η λάθος αξιοποίηση του διδακτικού χρόνου από τον εκπαιδευτικό. Αυτό συνέβη γιατί (1) όλος σχεδόν ο διδακτικός χρόνος αφιερώθηκε στη διδασκαλία των μαθηματικών και στην επίλυση του προβλήματος (2) το διδακτικό υλικό που προέκυψε μέσα από τα φύλλα εργασίας αποδείχθηκε αδύνατο να διδαχθεί μέσα σε ένα μόνο διδακτικό δίωρο λόγω πληθώρας θεμάτων και ασκήσεων (3) τα παιδιά δεν είχαν διδαχθεί από πριν δεξιότητες διαθεματικού περιεχομένου με αποτέλεσμα και από τους μαθητές να μην γίνεται ορθή χρήση του χρόνου.

5.4.2. 2^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

Αρχικά από τους μαθητές ζητήθηκε να δουλέψουν σε ομάδες των τριών και τεσσάρων ατόμων. Αφού τα παιδιά επέλεξαν τις ομάδες μέσα στις οποίες θα εργάζονταν συνεργατικά, ο εκπαιδευτικός τους έδωσε το φάκελο που περιείχε τα φύλλα εργασίας και άρχισαν να επιλύουν τις ασκήσεις στο πρώτο φύλλο. Συγκεκριμένα τους ζητήθηκε να ξεκινήσουν την ανάγνωση του ποιήματος που είναι γραμμένο στην πρώτη σελίδα. Με την ανάγνωση που έγινε σιωπηλά τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με το ποίημα ενώ ταυτόχρονα σημείωσαν άγνωστες λέξεις και εκφράσεις. Οι εντυπώσεις των παιδιών από το ποίημα ήταν θετικές γιατί έδειξαν να καταλαβαίνουν το νόημά του και όποιες απορίες είχαν τις ανέλυσαν με διαλογική συζήτηση πρώτα σε επίπεδο ομάδας και κατόπιν σε επίπεδο τάξης. Οι περισσότεροι μαθητές θεώρησαν άγνωστες τις λέξεις που αφορούσαν ονομασίες αντικειμένων στην αρχαία ελληνική (θύρσος, κρατήρας κ.ά.) οι οποίες επεξηγήθηκαν από τον διδάσκοντα. Υπήρξαν επίσης παιδιά τα οποία χαρακτήρισαν ως άγνωστες τις λέξεις που αφορούσαν ρήματα και επίθετα της νέας ελληνικής. Οι λέξεις αυτές επεξηγήθηκαν από τα ίδια τα παιδιά μέσα από συζήτηση και ανάλυση της σημασίας τους. Η χρονική διάρκεια της συγκεκριμένης διαδικασίας ήταν περίπου δέκα λεπτά.

εικόνα 14.

- II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

Θύρεο

Άλλες απορίες

εικόνα 15.

- II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

σφιγτε

μεγαλόπρεπος

Σειχίδα

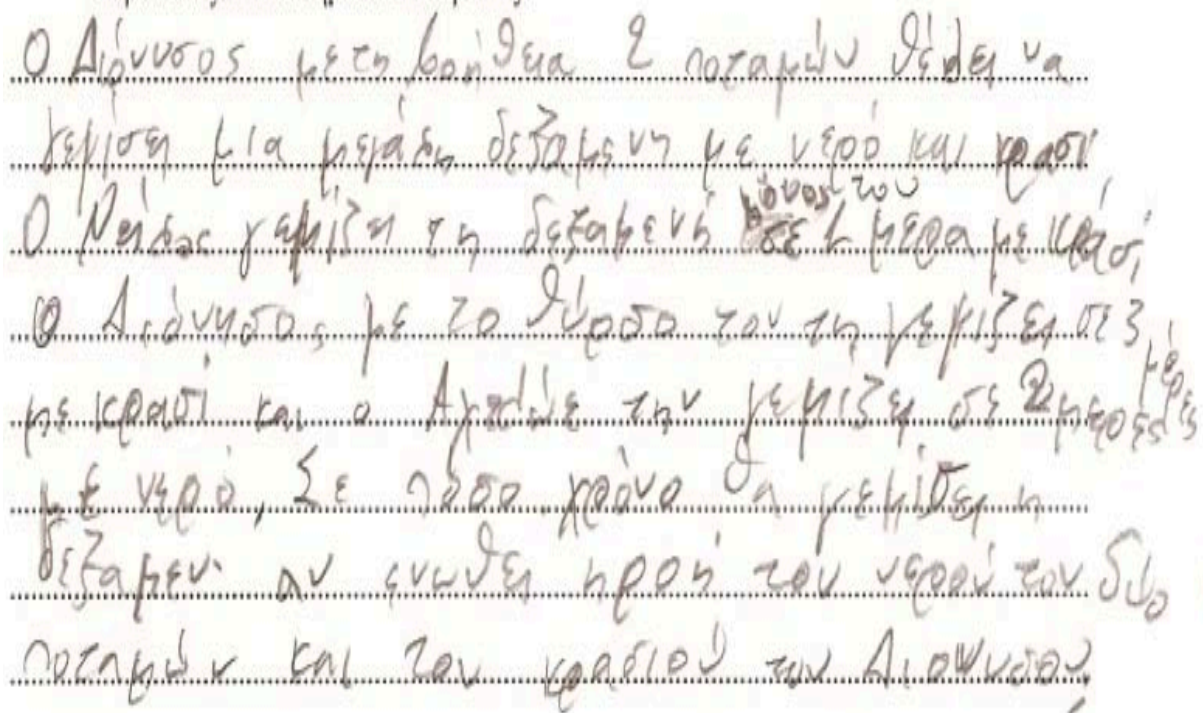
Άλλες απορίες

Ο Βίτκας με τον ... ονομαστικά

Κατόπιν ζητήθηκε από τους μαθητές να διατυπώσουν ομαδικά το πρόβλημα που περιείχε το ποίημα. Τα παιδιά μέσα από διαλογική συζήτηση σε επίπεδο ομάδας δε δυσκολεύτηκαν στη διατύπωση ενώ όταν κάποια ομάδα είχε απορίες ζητούσε τη βοήθεια του διδάσκοντα. Ακολούθησε η διατύπωση του προβλήματος σε επίπεδο τάξης ενώ όποιες ερωτήσεις και αμφιβολίες υπήρξαν επεξηγήθηκαν και επιλύθηκαν από τα ίδια τα παιδιά. Η όλη διαδικασία είχε διάρκεια περίπου δεκαπέντε λεπτά.

εικόνα 16.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.



Ο Διόνυσος με τη βοήθεια 2 ποταμών θέλει να
μερίσει 61α μεράκια δεξαμενών με νερό και κρασί.
Ο Νείδας γαρίζει τη δεξαμενή ^{μόνο του} με κρασί
Ο Διόνυσος με το δούρο του τη μερίζει σε 3
με κρασί και ο Αχελεύς την μερίζει σε 2 μεράκια
με νερό, Σε πόσο χρόνο θα μερίσει η
δεξαμενή αν ενωθεί η ροή του νερού των δύο
ποταμών και του κρασιού των Διονυσίων;

Η εικόνα 16 παρουσιάζει την προσπάθεια μαθητή με αρκετές δυσκολίες στο μάθημα των μαθηματικών. Παρατηρούμε όμως ότι η συνεργασία που ανέπτυξε η ομάδα στην οποία εργαζόταν τον βοήθησε να διατυπώσει σωστά το πρόβλημα που περιείχε το ποίημα.

εικόνα 17.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

Δύο ποταμοί ο Νείλος και ο Αχελώας, μαζί με τον Βάκχο θέλουν να γεμίσουν έναν κρατήρα.
Ο Νείλος ^{μόνος} γεμίζει τον κρατήρα σε 1 μέρα.
Ο Βάκχος ^{μόνος} σε 3 μέρες.
Ο Αχελώας ^{μόνος} σε 9 μέρες.
Αν ενώσει η ροή των 3 ποταμών όλες τις μέρες θα γίνουν να γεμίσουν τον κρατήρα.

εικόνα 18.

III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

Ο Νείλος και ο Αχελώας μαζί με τον Διόνυσο θα ενώσουν νερό και κρασί για να γεμίσουν έναν κρατήρα. Ο Νείλος του γεμίζει ^{μόνος} σε μια μέρα. Ο Αχελώας σε δύο μέρες. Ο Διόνυσος του γεμίζει ^{μόνος} με κρασί σε τρεις μέρες. Αν ενώσουμε τη ροή και των τριών σε πόσες μέρες θα τον γεμίσουν;

Κατόπιν στα παιδιά μοιράστηκε το δεύτερο φύλλο εργασίας και τους ζητήθηκε να λύσουν το πρόβλημα που είχαν διατυπώσει. Οι μαθητές προσπάθησαν να λύσουν το πρόβλημα ομαδοσυνεργατικά εκφράζοντας απόψεις και γνώμες ελεύθερα είτε σε επίπεδο ομάδας είτε κατόπιν σε

εικόνα 19.

Στην εικόνα 19 φαίνεται η σωστή μέθοδος λύσης ενώ στην εικόνα 20 η λανθασμένη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος που επέλεξαν οι ομάδες εργασίας.

εικόνα 20.

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατύπωσε.

Αν ο Αχελώας χυρίζει τον κρατήρα σε 9 κέρια τότε στα εννιά κέρια τον παίρνει ο άλλος Αχελώας ο οποίος χυρίζει και αυτός τον διακρατήρα σε 2 κέρια τότε θα χυρίζον τον κρατήρα σε 1 κέρια. Αν όλα συνέβαιναν τον παίρνει τον κρατήρα τον Αχελώας και τον Νείλο. Ο οποίος χυρίζει τον δεξαμενή σε 12 κέρια κέρια κέρια. Αχελώας τότε και οι δύο μαζί θα τον χυρίζον σε 1 κέρια και 12 κέρια. (Καθώς είναι 1 κέρια + 12 κέρια = 13 κέρια). Αφού ο Θεός Διόνυσος χυρίζει τον δεξαμενή σε 3 κέρια κέρια. Αφ' όσον Νείλος τότε θα παίρνει 1 κέρια + 12 κέρια = 13 κέρια. Άρα 13 : 3 = 19 κέρια.

Απάντηση: Αν και οι δύο μαζί ενάρεκα επιπλέον τον παίρνει τον κρατήρα και τον κρατήρα τότε θα χυρίσσουν τον δεξαμενή σε 12 κέρια.

Ακολούθησε συζήτηση σε επίπεδο τάξης για τους τρόπους οι οποίοι είχαν χρησιμοποιηθεί από τις ομάδες κατά τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Οι μαθητές που ανήκαν στην ομάδα που έλυσε σωστά το πρόβλημα εξήγησαν στους συμμαθητές τους τις σκέψεις και τις μεθόδους που χρησιμοποίησαν κατά την εργασία τους βοηθώντας και τα υπόλοιπα παιδιά να κατανοήσουν ποιες επιλογές τους ήταν λανθασμένες. Η συγκεκριμένη μαθησιακή διαδικασία είχε διάρκεια περίπου σαράντα λεπτά.

Από τα παιδιά ζητήθηκε μετά την επίλυση του προβλήματος να ασχοληθούν με τις ασκήσεις που περιέχονται στο τρίτο φύλλο εργασίας.

Αφού διάβασαν τις πληροφορίες που αφορούν τους ποταμούς Αχελώο και Νείλο ζητήθηκε από τους μαθητές να επισημάνουν ομοιότητες και διαφορές που χαρακτηρίζουν τα δύο ποτάμια.

εικόνα 21.

Στο ποίημα που διάβασες αναφέρονται τα ονόματα δύο ποταμών του Νείλου και του Αχελώου.

- I. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές πιστεύεις ότι υπάρχουν ανάμεσά τους;

Ομοιότητες

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Διαφορές

..... Ο Νείλος ποταμός είναι μεγαλύτερος σε μήκος

..... από τον Αχελώο ποταμό. Ο Νείλος ξεκινά στην

..... Λιβύη και θάλασσα ενώ ο Αχελώος στο Ιόνιο πέλαγος

Στην εικόνα 22 φαίνεται η απάντηση που έδωσε ένας από τους πιο αδύναμους μαθησιακά μαθητές της τάξης. Όπως μπορούμε να συμπεράνουμε από το γραπτό του ο μαθητής έχει δώσει την πιο ολοκληρωμένη απάντηση από τους υπόλοιπους. Πιστεύουμε ότι σε αυτό τον οδήγησε η μορφή των ερωτήσεων που τέθηκαν στα παιδιά καθώς βοήθησαν τους πιο αδύναμους μαθησιακά μαθητές να αναδείξουν γνωστικές ικανότητες που έχουν.

εικόνα 22.

Στο ποίημα που διάβασες αναφέρονται τα ονόματα δύο ποταμών του Νείλου και του Αχελώου.

I. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές πιστεύεις ότι υπάρχουν ανάμεσά τους;

Ομοιότητες

Ο Νείδος

Διαφορές

Ο Νείδος είναι ο μεγαλύτερος ποταμός από τον Αχελώο. Ο Νείδος εκβάλει στα εσώτερικα θάλασσα ενώ ο Αχελώος στο Ιόνιο Πέλαγος.

εικόνα 23.

Στο ποίημα που διάβασες αναφέρονται τα ονόματα δύο ποταμών του Νείλου και του Αχελώου.

I. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές πιστεύεις ότι υπάρχουν ανάμεσά τους;

Ομοιότητες

Είναι και οι δύο ποταμοί, καταλήγουν σε μια θάλασσα.

Διαφορές

Ο Νείλος είναι μεγαλύτερος.

Λόγω του περιορισμένου χρόνου που απέμενε για μία ολοκληρωμένη διδακτική αξιοποίηση του συγκεκριμένου φύλλου εργασίας ζητήθηκε από τα παιδιά να διατυπώσουν τις υπόλοιπες ομοιότητες και διαφορές που είχαν επισημάνει ανάμεσα στα χαρακτηριστικά των δύο ποταμών, προφορικά. Η διδακτική παρέμβαση είχε διάρκεια δεκαπέντε περίπου λεπτά.

Το 3ο φύλλο εργασίας κέντρισε το ενδιαφέρον των μαθητών λόγω του σχετικά μικρού βαθμού δυσκολίας των ασκήσεων που περιέχει, του απλού και κατανοητού τρόπου με τον οποίο δίνει πληροφορίες στο παιδί αλλά και εξαιτίας του τρόπου με τον οποίο παρουσιάζει τη νέα γνώση (φωτογραφίες, χρώματα, κ.ά.).

Τα υπόλοιπα δέκα λεπτά του διδακτικού χρόνου αφιερώθηκαν από το διδάσκοντα σε μεταγνωστικού τύπου δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές σχολίασαν θετικά (1) το είδος των εργασιών με τις οποίες απασχολήθηκαν (2) τη μορφή του φύλλου εργασίας αφού τους εντυπωσίασαν οι εικόνες και οι φωτογραφίες που περιέχει (3) τη συνεργασία και την αλληλοβοήθεια που υπήρξε μεταξύ τους σε επίπεδο ομάδας και τάξης. Σχετικά με την επίλυση του μαθηματικού προβλήματος καταγράφηκαν πάλι σχόλια θετικά και αρνητικά παρόμοια με την πρώτη διδακτική παρέμβαση. Το πρόβλημα χαρακτηρίστηκε από τα παιδιά ως ενδιαφέρον και πρωτότυπο. Ταυτόχρονα όμως αξιολογήθηκε ως δύσκολο και απαιτητικό.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι και κατά τη δεύτερη διδακτική παρέμβαση η χρησιμοποίηση της ποίησης κατά τη διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτέλεσε ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό. Παρόλο όμως που τα παιδιά είχαν ήδη αποκτήσει κάποιες εμπειρίες και δεξιότητες διαθεματικού περιεχομένου η σχεδιασμένη μαθησιακή διαδικασία δεν ολοκληρώθηκε

καθώς αποδείχθηκε λάθος η αξιοποίηση του διδακτικού χρόνου από τον εκπαιδευτικό. Αυτό συνέβη γιατί (1) όλος σχεδόν ο διδακτικός χρόνος αφιερώθηκε στη διδασκαλία των μαθηματικών και στην επίλυση του προβλήματος (2) το διδακτικό υλικό που προέκυψε μέσα από τα φύλλα εργασίας αποδείχθηκε σχεδόν αδύνατο να διδαχθεί μέσα σε ένα μόνο διδακτικό δίωρο λόγω πληθώρας θεμάτων και ασκήσεων.

5.4.3. 3^η Ενότητα διδακτικής παρέμβασης

Αρχικά από τους μαθητές ζητήθηκε να δουλέψουν σε ομάδα των πέντε ατόμων. Αυτό έγινε γιατί κατά τη συγκεκριμένη, προγραμματισμένη διδακτική παρέμβαση έλειπαν λόγω ασθένειας δύο μαθητές. Ο εκπαιδευτικός έδωσε στα παιδιά το φάκελο που περιείχε τα φύλλα εργασίας και άρχισαν να επιλύουν τις ασκήσεις στο πρώτο φύλλο. Συγκεκριμένα τους ζητήθηκε να ξεκινήσουν την ανάγνωση του ποιήματος που είναι γραμμένο στην πρώτη σελίδα. Με την ανάγνωση που έγινε σιωπηλά τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με το ποίημα ενώ ταυτόχρονα σημείωσαν άγνωστες λέξεις και εκφράσεις. Οι κρίσεις των παιδιών για το ποίημα ήταν θετικές γιατί τους κέντρισε το ενδιαφέρον ο πρωτότυπος τρόπος με τον οποίο είναι γραμμένο και δήλωσαν ότι κατάλαβαν το νόημά του. Απορίες σχετικές με το νόημα δε διατυπώθηκαν. Οι περισσότεροι μαθητές θεώρησαν άγνωστες τις λέξεις *αβρονιές*, *βαρόμετρο*, *απροσδιόριστος*, *ατίθασος*. Η πρώτη επεξηγήθηκε από τον διδάσκοντα ενώ οι υπόλοιπες, αφού έγινε ετυμολογική και εννοιολογική ανάλυση, από τα παιδιά. Η χρονική διάρκεια της συγκεκριμένης διαδικασίας ήταν περίπου 15 λεπτά.

εικόνα 24.

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

απόδομα
αβρονιές
αυτολογία φειδιότων
βραβεύω

Άλλες απορίες

εικόνα 25.

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

αβρονιές
απόδομα
δεινός
Απροσδιοριστός

Άλλες απορίες

Κατόπιν δόθηκε στους μαθητές το δεύτερο φύλλο εργασίας. Οι μαθητές διαβάζοντάς το κλήθηκαν να επισημάνουν πληροφορίες για τον ποιητή – μαθηματικό που έγραψε το συγκεκριμένο ποίημα. Μετά μέσα από συζήτηση μεταξύ τους και με τον διδάσκοντα κατέληξαν σε συμπεράσματα για το πώς ένας μαθηματικός μπορεί να ασχολείται ταυτόχρονα με την ποίηση και με τα μαθηματικά. Τα παιδιά διατύπωσαν το συμπέρασμα ότι υπάρχουν σχέσεις και συνδέσεις ανάμεσα σε δύο θεωρητικά αντίθετους τομείς της ανθρώπινης γνώσης την ποίηση και τα μαθηματικά και αυτό φαίνεται μέσα από τη συγγραφή ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου. Η συγκεκριμένη μαθησιακή διαδικασία είχε διάρκεια περίπου δεκαπέντε λεπτά.

Ακολούθησε η ενασχόληση των μαθητών με το τρίτο φύλλο εργασίας. Ζητήθηκε από τα παιδιά να λύσουν το πρόβλημα που παρουσιάζει το ποίημα προσπαθώντας ταυτόχρονα να επαληθεύσουν τη λύση η οποία τους είχε ήδη γίνει γνωστή. Αυτό έκανε εντύπωση στους μαθητές και, κατά τα λεγόμενά τους, θεώρησαν ιδιαίτερα διασκεδαστικό και πρωτότυπο το συγκεκριμένο είδος προβλημάτων που τους ζητούσε να φανταστούν και να επαληθεύσουν τη διαδικασία επίλυσης που είχε ακολουθήσει ο ποιητής. Μετά από έρευνα και διαλογική συζήτηση μέσα στην ομάδα , δοκιμές, προσπάθειες υιοθέτησης, επαλήθευσης και απόρριψης διαφόρων μεθόδων επίλυσης του προβλήματος οι μαθητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο τρόπος λύσης που είχε χρησιμοποιήσει ο ποιητής περιλαμβάνει εφαρμογές από την πρακτική αριθμητική. Το συμπέρασμά τους αποδείχθηκε σωστό και αυτό χαροποίησε ιδιαίτερα τα παιδιά. Όλοι οι μαθητές συμμετείχαν στην έρευνα γεγονός το οποίο έδωσε την ευκαιρία και σε παιδιά με χαμηλή αυτοεκτίμηση και επίδοση στα μαθηματικά να αναδείξουν τις ικανότητές τους στο συγκεκριμένο μάθημα. Η διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης ήταν 40 περίπου λεπτά.

εικόνα 26.

Λύσε κι εσύ το πρόβλημα που παρουσιάζει το ποίημα και δείξε πώς κατέληξε ο καθηγητής σε αυτή τη λύση.

Γιὰ εὐὲ τὴ λύση, ἔκανα συνδέσμους μετὰ χειρὸς ἀντιθέτικε
τὴ λύση

Ο καθηγητὴς αἶχε εὐὲ τὸ πρόβλημα συντόματι
ἀπὸ τὴ ποίημα κοστίζει 5 € ἔχε $19.5 = 95$ ἡ λύση
1 € τίς 1.4 - 4 € + 95 = 96 € καὶ ἀντὶ τοῦ
συνεργάζετο κοστίζουν 1 € ἔπε 80. $1.4 = 4 + 96 = 100$

Αὐτὰρ εἶς ἔχουσιν 100 € καὶ 100 λευὰ μαζὶ
 $80 + 2 + 19 = 100$ (οὕτως)

Στην εικόνα 26 φαίνεται η απάντηση μαθητή ο οποίος είχε επιδείξει αδυναμίες μάθησης στα μαθηματικά. Η απάντησή του κρίνεται επιτυχημένη και δείχνει πόσο βοήθησε η χρήση καινοτόμων μεθόδων διδασκαλίας όχι μόνο στην βελτίωση της επίδοσης των παιδιών στα μαθηματικά αλλά και στην τόνωση της αυτοπεποίθησής τους. Τα σχόλια των υπόλοιπων παιδιών για την προσπάθεια του συμμαθητή τους ήταν ιδιαίτερα εγκωμιαστικά και αυτό χαροποίησε όχι μόνο το παιδί που τα άκουσε αλλά και τον εκπαιδευτικό.

εικόνα 27.

Λύσε κι εσύ το πρόβλημα που παρουσιάζει το ποίημα και δείξε πώς κατέληξε ο καθηγητής σε αυτή τη λύση.

Για να το λύσει έκανε συνδυασμούς, πήρε 20
 βρήκε τη λύση

Ο καθηγητής έχει δώσει το πρόβλημα σωστά γιατί
 όλα η 1 κοίτα κοίτα 5€ τότε $19 \cdot 5 = 95$, η 1 και
 1€ τότε $1 \cdot 1 = 1€ + 95 = 96€$ και αν τα 20 σφαιρίδια
 είναι 1€ τότε τα 80 $1 \cdot 4 = 4 + 96 = 100€$

Απάντηση έχουμε 100€ και 100 σφαιρίδια γιατί
 $80 + 1 + 19 = 100$ (σφαιρίδια)

Κατόπιν τα παιδιά διάβασαν το κείμενο που αφορά τη ζωή του Ευκλείδη και περιέχεται στο τέταρτο φύλλο εργασίας. Η απάντηση στο ερώτημα που αφορά τα λεγόμενα του Ευκλείδη για τη μάθηση απαντήθηκε προφορικά διότι ο διδακτικός χρόνος ήταν περιορισμένος. Οι απαντήσεις που δόθηκαν από τα παιδιά πέτυχαν το μαθησιακό στόχο που είχε τεθεί να αναδειχθεί δηλαδή η σημασία της εργασίας και της μελέτης. Οι μαθητές αφού διάβασαν τα λόγια του Έλληνα μαθηματικού, ο οποίος επισήμανε στο βασιλιά Πτολεμαίο ότι δεν υπάρχει εύκολος δρόμος για την κατάκτηση της γνώσης, ανέφεραν και οι ίδιοι παραδείγματα της καθημερινότητάς τους η οποία χαρακτηρίζεται από εντατική εργασία και ελάχιστο ελεύθερο χρόνο.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι και κατά την τρίτη διδακτική παρέμβαση η χρησιμοποίηση της ποίησης κατά τη διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτέλεσε ένα χρήσιμο

εργαλείο για τον εκπαιδευτικό καθώς οι μαθησιακοί στόχοι που είχαμε θέσει επιτεύχθηκαν και τα παιδιά εξέφρασαν θετικά σχόλια και ικανοποίηση για το σύνολο των εργασιών με τις οποίες απασχολήθηκαν. Ο μικρός αριθμός των παιδιών που συμμετείχαν και οι εμπειρίες και δεξιότητες διαθεματικού περιεχομένου που είχαν ήδη αποκτήσει βοήθησαν ώστε να ολοκληρωθεί σχεδόν η σχεδιασμένη διδακτική παρέμβαση. Αυτό, κατά την γνώμη μας, συνέβη επίσης γιατί (1) δεν αφιερώθηκε όλος ο διδακτικός χρόνος στη διδασκαλία των μαθηματικών και στην επίλυση του προβλήματος (2) το διδακτικό υλικό που προέκυψε μέσα από τα φύλλα εργασίας αξιοποιήθηκε σχεδόν σε ένα διδακτικό δίωρο λόγω του σωστού σχεδιασμού και της πρόβλεψης να μην χαρακτηρίζεται από πληθώρα θεμάτων και ασκήσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

Αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης και διαδικασίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα επιχειρήσουμε να αξιολογήσουμε τη διδακτική παρέμβαση και τη μαθησιακή διαδικασία που ακολουθήθηκε καθώς και θα διατυπώσουμε συμπεράσματα και προτάσεις που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν από τον εκπαιδευτικό που θα ήθελε να ακολουθήσει μία παρόμοια διδακτική προσέγγιση.

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή σκοπός της παρούσας εργασίας – έρευνας ήταν (1) ο σχεδιασμός, η παραγωγή, η διδακτική εφαρμογή και αξιολόγηση υλικού διαθεματικού περιεχομένου το οποίο βασίζεται στο περιεχόμενο τριών ποιημάτων στα οποία παρουσιάζονται μαθηματικές έννοιες και φαινόμενα (2) η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδακτικής παρέμβασης κατά την οποία διδάχθηκε το υλικό αυτό. Τα συμπεράσματα τα οποία διατυπώνονται είναι αποτέλεσμα της επεξεργασίας των δεδομένων και της παρατήρησης των συμβάντων τα οποία καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια των τριών δώρων διδακτικών παρεμβάσεων στις οποίες οι μαθητές της Στ' τ άξης ενός Δημοτικού Σχολείου της πόλης του Βόλου προσπάθησαν να επιλύσουν τις εργασίες που περιέχονται στα φύλλα εργασίας.

Μέσα από τις διδακτικές προσεγγίσεις που πραγματοποιήσαμε θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε, ως γενικό συμπέρασμα της όλης διαδικασίας, ότι αναδείχθηκε ο ρόλος των μαθηματικών ως συνδετικού κρίκου στις διαθεματικές διασυνδέσεις που επιχειρήθηκαν μεταξύ των επιστημονικών κλάδων που επιλέχθηκαν για να ερευνήσουν οι μαθητές τη γνώση και τις δεξιότητες που τους ζητήθηκαν. Τα παιδιά ενδιαφέρθηκαν να συμπληρώσουν τις εργασίες που περιείχε το κάθε

φύλλο εργασίας καθώς τους άρεσε ο πρωτότυπος τρόπος παρουσίασής τους και ασχολήθηκαν ιδιαίτερα με το μαθηματικό μέρος. Πρέπει να αναφέρουμε ότι οι ίδιοι οι μαθητές διατύπωσαν την επιθυμία ότι θα ήταν προτιμότερο τα μαθηματικά να διδάσκονται με πιο ευχάριστο και διασκεδαστικό τρόπο όπως έγινε μέσα από τη διαθεματική τους προσέγγιση και τη διασύνδεσή τους με ποιήματα μαθηματικού περιεχομένου.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι και στις τρεις διδακτικές μας παρεμβάσεις καταγράφηκαν θετικές εντυπώσεις και κρίσεις από τα παιδιά για το περιεχόμενο και τη μορφή των ποιημάτων. Τα ίδια αναφέρθηκαν με ικανοποίηση στις πρωτότυπες και καινοτόμες αναφορές που γίνονται μέσω των δύο πρώτων ποιημάτων στην ελληνική μυθολογία καθώς και στις γνώσεις που αποκόμισαν μέσω της διαθεματικής διασύνδεσης μαθηματικών – γεωγραφίας. Ενδιαφέρθηκαν και ασχολήθηκαν ιδιαίτερα με τις ασκήσεις που περιέχουν στοιχεία ιστορικά και μυθολογικά επαληθεύοντας έτσι το στόχο που είχαμε θέσει να υπάρξουν μαθησιακά οφέλη για τους μαθητές από τη διασύνδεση μαθηματικών και ιστορίας. Κατά την ενασχόλησή τους με το τρίτο ποίημα και τα βιογραφικά στοιχεία που αναφέρονται στον ποιητή – μαθηματικό που το συνέγραψε, έγινε δυνατή η επίτευξη του στόχου που είχαμε θέσει, να αναδείξουμε τη σχέση που θα μπορούσε να υπάρξει ανάμεσα στα μαθηματικά και στην ποίηση.

Τα παιδιά δε δυσκολεύτηκαν να διατυπώσουν τα προβλήματα που περιέχονται στα δύο πρώτα ποιήματα. Σε αυτό βοήθησε η μετάφραση και οι αλλαγές που πραγματοποιήσαμε στην αρχική μορφή των ποιημάτων ώστε η γλώσσα με την οποία διδάχθηκαν τα ποιήματα στους μαθητές να είναι απλή και κατανοητή. Έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον κατά την ενασχόλησή τους με τη διερεύνηση, ανακάλυψη και

διατύπωση του τρόπου με τον οποίο ο ποιητής επιλύει το πρόβλημα στο τρίτο ποίημα χαρακτηρίζοντας τη συγκεκριμένη δραστηριότητα πολύ πιο συναρπαστική από αυτό που τους ζητείται συνήθως να κάνουν κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, την απλή επίλυση ασκήσεων και μαθηματικών προβλημάτων.

Σχετικά με τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων που περιέχονται στα ποιήματα τα παιδιά εξέφρασαν θετικές και αρνητικές κρίσεις. Αυτό συνέβη γιατί αν και τα προβλήματα με την πρωτοτυπία και την καινοτομία με την οποία τους παρουσιάστηκαν τους κέντρισαν το ενδιαφέρον, η επίλυσή τους όμως αξιολογήθηκε ως πάρα πολύ δύσκολη από την πλειοψηφία των μαθητών. Οι συγκεκριμένες μαθηματικές ασκήσεις που επιλέχθηκαν κρίνονται τελικά ως αυξημένης δυσκολίας, ίσως και επιπέδου γυμνασίου, οπότε σε παρόμοιες μελλοντικές διδακτικές προσεγγίσεις θα έπρεπε να γίνει πρώτα μια προεργασία – προετοιμασία των μαθητών σε παρόμοιου τύπου προβλήματα. Στην περίπτωση αυτή όμως, θετικό στοιχείο το οποίο κατά την γνώμη μας πρέπει να αναφερθεί, είναι ότι η δυσκολία των μαθηματικών προβλημάτων δεν αποθάρρυνε καθόλου τα παιδιά τα οποία ασχολήθηκαν με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη συμπλήρωση των εργασιών που τους ζητήθηκαν.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η χρησιμοποίηση των συγκεκριμένων ποιημάτων κατά τη διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτέλεσε ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εκπαιδευτικό καθώς τα παιδιά αντιμετώπισαν θετικά το συγκεκριμένο μάθημα και κατέκτησαν ευκολότερα τη μαθηματική γνώση.

Ένα δεύτερο σημείο που θα μπορούσε να αξιολογηθεί αρνητικά στην όλη μαθησιακή διαδικασία γενικότερα ήταν η λάθος αξιοποίηση του διδακτικού χρόνου από τον εκπαιδευτικό. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα είτε την αδυναμία πραγματοποίησης και ολοκλήρωσης του μεγαλύτερου

μέρους των ασκήσεων που περιέχουν τα φύλλα εργασίας είτε την αποσπασματική ενασχόληση των παιδιών με κάποιες από αυτές. Αυτό κατά την γνώμη μας συνέβη γιατί (1) όλος σχεδόν ο διδακτικός χρόνος αφιερώθηκε στη διδασκαλία των μαθηματικών και στην επίλυση των προβλημάτων (2) το διδακτικό υλικό που προέκυψε μέσα από τα φύλλα εργασίας κατέστη τελικά αδύνατο να διδαχθεί μέσα σε ένα μόνο διδακτικό δίωρο λόγω πληθώρας θεμάτων και ασκήσεων (3) τα παιδιά δεν είχαν διδαχθεί από πριν δεξιότητες διαθεματικού περιεχομένου με αποτέλεσμα και από τους μαθητές να μην γίνεται ορθή χρήση του χρόνου.

Για να αντιμετωπισθούν οι δυσκολίες που προαναφέραμε, σε μελλοντικές παρόμοιου τύπου διδακτικές παρεμβάσεις, καλό θα είναι να καταβληθεί προσπάθεια από την πλευρά του εκπαιδευτικού ώστε να επιλέξει και να διαμορφώσει φύλλα εργασίας στα οποία:

- ο όγκος των εργασιών με τις οποίες θα κληθούν οι μαθητές να ασχοληθούν να είναι ανάλογος των δυνατοτήτων τους.
- να υπάρξει απαρέγκλιτη τήρηση του διδακτικού χρόνου που θα μπορεί να διαθέσει.
- να έχει φροντίσει ώστε οι μαθητές να έχουν κάποιες εμπειρίες και γνώσεις διαθεματικού περιεχομένου ώστε να γνωρίζουν πώς να ασχοληθούν με τις εργασίες που θα τους δοθούν.
- οι μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που θα επιλεγούν για διαθεματική διαπραγμάτευση και διασύνδεση να ανταποκρίνονται στο μαθησιακό επίπεδο των παιδιών στα οποία θα διδαχθούν.

Ο τρόπος με τον οποίο διδάξαμε τα φύλλα εργασίας ήταν η ατομική εργασία των παιδιών στην τάξη κατά την πρώτη διδακτική παρέμβαση και η ομαδοσυνεργατική μέθοδος κατά τις άλλες δύο

διδασκαλίες που πραγματοποιήσαμε. Η αλλαγή της διδακτικής αντιμετώπισης έγινε κυρίως για να μπορέσουμε να κατανείμουμε ορθά τον διδακτικό χρόνο κατά την εφαρμογή της διδασκαλίας. Από τους μαθητές ζητήθηκε να συνεργαστούν σε ομάδες κατά την ενασχόλησή τους με τις εργασίες που περιέχονται στα φύλλα εργασίας. Αν και τελικά δεν επιτεύχθηκε τελείως ο στόχος της σωστής διαχείρισης του χρόνου η αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας είχε οφέλη στην γενικότερη συμπεριφορά των μαθητών μέσα στην τάξη.

Σε μία τάξη η οποία χαρακτηριζόταν ως επί το πλείστον από προβληματικές συμπεριφορές και μικρές έως ανύπαρκτες επιδόσεις στον τομέα της σύμπτωσης, της αλληλοβοήθειας και της συνεργασίας, με αποτέλεσμα η γενικότερη επίδοση των μαθητών στα μαθήματα να κυμαίνεται σε χαμηλά γενικά επίπεδα, η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης με την ταυτόχρονη εργασία σε ομάδες προσέφερε πάρα πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα τόσο στη μάθηση όσο και στη συμπεριφορά των παιδιών. Η συνεργασία ανάμεσα στα μέλη των ομάδων υπήρξε σχεδόν υποδειγματική και το σημαντικότερο είναι ότι αυτό επισημάνθηκε από τους ίδιους τους μαθητές στο τέλος της εκάστοτε διδακτικής παρέμβασης όταν και υπήρξαν εφαρμογές μεταγνωστικού περιεχομένου με στόχο να αναδειχθούν από τα ίδια τα παιδιά τόσο τα θετικά όσο και τα αρνητικά σημεία των μαθησιακών ενεργειών και συμπεριφορών που είχαν καταδειχθεί και επισημανθεί στην τάξη. Η ανάπτυξη θετικού κλίματος συνεργασίας και σύμπτωσης διατηρήθηκε για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα το οποίο προσδιορίζεται σχεδόν μέχρι το τέλος του σχολικού έτους.

Ένα από τα οφέλη της εφαρμογής της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου διδασκαλίας θα μπορούσε να θεωρηθεί επίσης, η ανάδειξη στην πράξη των μαθηματικών ικανοτήτων που κατέχουν δύο από τους

σχετικά πιο αδύναμους στις επιδόσεις μαθητές της τάξης οι οποίοι μετά την αναπέρωση του ενδιαφέροντός και της αυτοπεποίθησής τους με τις διαθεματικές προσεγγίσεις των εργασιών και των προβλημάτων που τους ζητήθηκε να επιλύσουν, βοήθησαν σημαντικά στο έργο των ομάδων τους με αποτέλεσμα να κερδίσουν το σεβασμό και τα εγκώμια των συμμαθητών τους και να αποκτήσουν μία θετικότερη στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Από τη μεριά του εκπαιδευτικού – ερευνητή θα μπορούσαν να επισημανθούν τα εξής θετικά στοιχεία της εφαρμογής της συγκεκριμένης διαθεματικής μεθόδου διδασκαλίας:

- Επιτεύχθηκε σε σημαντικό βαθμό η συμμετοχή των μαθητών της τάξης στις εργασίες και στα προβλήματα που τους ζητήθηκε να επιλύσουν
- Μέσω της έρευνας και της γενικότερης ενασχόλησης με τη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση αναδείχθηκε η αξία εφαρμογής νέων τρόπων και μεθόδων διδασκαλίας
- Οι συνάδελφοι εκπαιδευτικοί στο σχολείο όπου εφαρμόστηκε η διδακτική προσέγγιση επέδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την όλη διαδικασία και σε σχετική ερώτηση απάντησαν ότι θα προσπαθήσουν και οι ίδιοι να την εφαρμόσουν στο μέλλον στις τάξεις που διδάσκουν
- Εφαρμόζοντας νέες και καινοτόμες μεθόδους διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός αισθάνεται την ικανοποίηση ότι προσφέρει περισσότερο στο διδακτικό κομμάτι της εργασίας του ιδιαίτερα όταν ακούει λόγια ικανοποίησης από τους μαθητές του όπως και συνέβη με τη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση με τα παιδιά που έλαβαν μέρος

Συμπερασματικά λοιπόν προτείνεται στους εκπαιδευτικούς που θα

επιθυμούσαν να εφαρμόσουν διαθεματικές/διεπιστημονικές μεθόδους διδασκαλίας να στηρίξουν την προσπάθειά τους στη χρησιμοποίηση ποιημάτων μαθηματικού περιεχομένου. Η διασύνδεση ποιήσης - μαθηματικών θα ήταν δυνατό να εμπλουτίσει, να κάνει ενδιαφέρον, διασκεδαστικό και πολύ πιο συναρπαστικό το περιεχόμενο της διδασκαλίας βοηθώντας ταυτόχρονα τους μαθητές να αποβάλουν το άγχος, τις αμφιβολίες και τις ανασφάλειες που έχουν τυχόν αποκομίσει σε σχέση με το μάθημα των μαθηματικών.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

- Bruner, J. (2002). *Δημιουργώντας Ιστορίες: Νόμος, Λογοτεχνία, Ζωή*. (Γ. Κουγιουμουτζάκη, Κ. Πολυδάκη & Β. Τσούρτου, μετάφραση). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα
- Dorfler, W., McLone, R.R.(1986).*Mathematics as a school subject, In Perspectives on mathematics education*. 49-97,Reidel Publishing Company.Στο Λαζαρίδης, Θ.Ι.,(2010).Διδακτικές απόψεις ενός δασκάλου και μαθησιακές πρακτικές των μαθητών του σε διαθεματικές προσεγγίσεις με βάση τα μαθηματικά. *Επιστημονικό Βήμα*, τ. 14, - Δεκέμβριος 2010
- Hardy, G.H. (1941).*A Mathematician's Apology*. Cambridge: University Press, p. 25.Στο Μπαλής Στ. (2001). *Μαθηματικά και ποίηση*. 18ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ρόδος
- Κολέζα, Ε. (2007) *Τα μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της λογοτεχνίας: ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων*.Στο Δ. Χασάπης (επιμ) *Μαθηματικά και Λογοτεχνία*.6ο Δήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Publish City, 27-47
- Αίλλης, Γ. & Πούτας Θ., (2006). Του χιονιού ή ο Ντεκάρτ στη Γερμανία. *Ηλεκτρο. Περ. Poema* <http://www.poema.gr/>
- Ματσαγγούρας, Η., (2009).*Η διαθεματικότητα στη σχολική γνώση.Εννοιοκεντρική αναπλαισίωση και σχέδια εργασίας*.Αθήνα. Εκδόσεις Γρηγόρη
- Μπαλής, Στ. (1990). Τα μαθηματικά στην ποίηση του Οδυσσέα Ελύτη. *Ενκλείδης Γ' , τόμος 7, τεύχος 26*
- Μπαλής, Στ.(2001). *Τα μαθηματικά στην ποίηση και η ποίηση των μαθηματικών*, 22ο συνέδριο μαθηματικής παιδείας Λαμία

- Μπαλής, Στ.(2004).Η ποιητική των αριθμών. *Επτά Ημέρες*. Εφημ. «Η Καθημερινή» σελ. 7-10.
- Μηλιώνης, Χ., (2001). *Μαθηματική Λογοτεχνία: Ένα εργαλείο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Μαθηματικός Αλφαριθμητισμός : Ο ρόλος του σχολείου στην κοινωνία της πληροφορίας και των νέων τεχνολογιών, 18ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 2001, Ρόδος
- Μιχαηλίδης, Τ.(2002). *Μαθηματική Λογοτεχνία. Μια πρόκληση*. Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού, 19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 2002, Κομοτηνή
- Μιχαηλίδης, Τ.(2004). Η μυστική γοητεία των αριθμών. *Επτά Ημέρες*. Εφημ. «Η Καθημερινή» σελ. 3-6.
- Μιχαηλίδης, Τ.(2007). *Λέσχες ανάγνωσης μαθηματικού βιβλίου: Μια εναλλακτική – συμπληρωματική διδακτική πρόταση*. Στο Δ. Χασάπης (επιμ) Μαθηματικά και Λογοτεχνία. 6ο Δήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Publish City, 15-26
- Ξεξάκης, Μ. (2008). *Κορδόνια, Όνειρα, Αημιόσκοι, Χρόνος. Βιβλία Μαθηματικών – Πλόες Ερωτικοί*. Εκδόσεις : Σύγχρονοι Ορίζοντες
- Παναγάκος, Ι. (2004). *Η Διαθεματική Προσέγγιση στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών*. 21ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας. Το Αναλυτικό Πρόγραμμα και η Διδακτική Προσέγγιση των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια και την Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Τρίκαλα 2004.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery*. John Wiley and Sons. Στο Χαλάτσης, Α. (1994). Λύση Προβλημάτων και Μαθηματική Εκπαίδευση. *Ευκλείδης Γ'* . τόμος 11, τεύχος 38
- Σαμπάνη, Σ., κ.ά.(2005). *Η αξιοποίηση των Μαθηματικών Δεξιοτήτων των*

*μαθητών της Στ' τάξης του Δημοτικού στην επίλυση Προβλημάτων της Καθημερινότητας και στην Υλοποίηση Διαθεματικών Στόχων.*22ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας.Οι Σύγχρονες Εφαρμογές των Μαθηματικών και η Αξιοποίηση τους στην Εκπαίδευση. Λαμία 2005

Τσιώτσος, Ν. (2002).Επιπεδία: Αφηγήματα σε δύο διαστάσεις. Αθήνα: Εκδόσεις Κέδρος

Φίλη Χ ., (1987). *Αμφίδρομα, παράλληλες αναζητήσεις επιστήμης και τέχνης*, Σμίλη, Αθήνα.

Χατζηκυριάκου, Κ. . (2007). *Η Διδακτική Αξιοποίηση της Μαθηματικής Λογοτεχνίας στο μάθημα «Διασκεδαστικά Μαθηματικά – Επίλυση Προβλημάτων»*,Στο Δ. Χασάπης (επιμ)Μαθηματικά και Λογοτεχνία.6ο Δήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Publish City, 277-284

Χιονίδου - Μοσκοφόγλου, Μ. (1998). *Θεμελιακή Θεωρία για την Αλλαγή του Ρόλου των Εκπαιδευτικών στα Μαθηματικά. Ανοιχτά – Κλειστά Προβλήματα και Ομαδο-συνεργατική Διδασκαλία και Μάθηση.* Συνέδριο της Διδακτικής των Μαθηματικών. Πανεπιστήμιο Αιγαίου. Ρόδος

Βιβλιογραφία

- Alagic M. (2009). Innovations in mathematics education via the arts. *Journal of Mathematics and the Arts* Vol. 3, No. 3, September 2009, 117–118
- Bahls, P. (2009). Math and Metaphor: Using Poetry to Teach College Mathematics. *The WAC Journal*, Vol. 20
- Boehm, R. (2003). The Best of Both Worlds: Blending History and Geography in the K-12 Curriculum. *Gilbert M. Grosvenor Center for Geographic Education*. Στο Jones, C. (2009). Interdisciplinary Approach - Advantages, Disadvantages, and the Future Benefits of Interdisciplinary Studies. *ESSAI*: Vol. 7, Article 26.
- Burns, M. (1995). *Writing in math class*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Braddon, K., Hall, N., & Taylor, D. (1993). Math through children's literature: *Making the NCTM standards come alive*. Portsmouth, NH: Teacher Ideas Press.
- Carpenter, T. P. (1989). *Teaching as problem solving*. Στο Taplin, M. (1998). *Mathematics Through Problem Solving*. Institute of Sathya Sai Education, Hong Kong
- Coffey, H., (2009). *Interdisciplinary teaching*. LEARN NC. UNC.
- Cooper, T. (1986). *Problem solving*. Queensland: Mathematics Education, Brisbane College of Advanced Education. Στο Muir, T., Beswick, K., Williamson, J. (2008). 'I'm not very good at solving problems': An exploration of students' problem solving behaviors'. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 228–241
- Clarke, D. (2002). Making measurement come alive with a children's storybook. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7(3), 9–13.

- Cohen, E. J. (2011). *Mixing Apples and Oranges: What Poetry and Applied Mathematics Have in Common*. PROCEEDINGS OF THE AMERICAN PHILOSOPHICAL SOCIETY VOL. 155, NO. 2,
- Corry, L. (2007). *Fictional Narrative and the History of Mathematics*. 1-38. To Appear in *Configurations*, (Official Journal of the Society for Arts, Literature and Science),
<http://www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/Math-Narrative.html>
- Christison, M. A. & Bassano S. K. (1995). *Look Who's Talking!* Burlingame, CA: Alta Book Publishers στο La Bonty, J., & Danielson, K.,(2004). Reading and Writing Poetry in Math. *Reading Horizons*, 45, (1)
- Draper, R. (2002). School mathematics reform, constructivism and literacy: A case for literacy instruction in the reform-oriented math classroom. *Journal of Adolescent & Adult Literacy*, 47, 520-529.
- Eisner, E. W. (1997). The promise and perils of alternative forms of data representation. *Educational Researcher*, 26(6), 4-10
- Flood, J., & Lapp, D. (1990). Reading comprehension instruction for at-risk students: Research-based practices that can make a difference. *Journal of Reading*, 33, 490-496
- Hadaway, L. N., Vardell, M. S., Young, A.T., (2001). Scaffolding oral language development through poetry for students learning English. *The Reading Teacher*. May 01
<http://www.accessmylibrary.com/article-1G1-75085276/scaffolding-oral-language-development.html>
- Hyde, A.A. (2006). *Comprehending math: Adapting reading strategies to teach mathematics, K-6*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Gardner, H. (1985). *Frames of Mind*. N.Y: Basic Books. Στο Taplin, M. (1998). *Mathematics Through Problem Solving*. Institute of Sathya Sai Education, Hong Kong

- Glaz, S. (2010). *Poetry Inspired by Mathematics: a Brief Journey through History*. *Proceedings of Bridges Pecs*
- Jenner, D. (2002). Experiencing and understanding mathematics in the midst of a story. *Teaching Children Mathematics*, 9(3), 167–170.
- Jennings, C.M. (1992). Increasing interest and achievement in mathematics through children's literature. *Early Childhood Research Quarterly*, 7(2), 263–276.
- Jones, C. (2009). Interdisciplinary Approach - Advantages, Disadvantages, and the Future Benefits of Interdisciplinary Studies. *ESSAI: Vol. 7, Article 26*.
- Koehler, D. O. (1982). Mathematics and Literature. *Mathematics Magazine*, 55 (2), 81-95.
- Korey, J. (2002). Successful Interdisciplinary Teaching: *Making One Plus One Equal One*. Department of Mathematics, Dartmouth College Hanover, NH 03755, USA.
- La Bonty, J., & Danielson, K., (2004). Reading and Writing Poetry in Math. *Reading Horizons*, 45, (1)
- Lee, M., (2007). *Spark up the American Revolution with Math, Science, and More. An Example of an Integrative Curriculum Unit*. Heldref Publications
- Lewis, B.A., Long, R., & MacKay, M. (1993). Fostering communication in mathematics using children's literature. *The Arithmetic Teacher*, 40, 470-473.
- Στο Jenne, R. K. (2000). *The Math/Literature Connection: 'Adding' to the Number Experience*. New York State Learning Standards for Mathematics, Science, and Technology

- Lipsey, S., I., & Pasternack, B.S. (1993) *Mathematics in Literature*. In White, Alvin. (Eds.), *Essays in Humanistic Mathematics*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Loeb James classical Library (1918). *The Greek anthology V*. translated W. R. Paton, Harvard university press
- Mc Duffe, A., & Young, T. (2003). Promoting mathematical discourse through children's literature. *Teaching Children Mathematics*, 9(7), 385–92.
- Meijnen, G. W., Lagerweij, N. W., & de Jong, P. F. (2003). Instruction characteristics and cognitive achievement of young children in elementary schools. *School Effectiveness and School Improvement*, 14, 159–187.
- Moyer, P. (2000). Communicating mathematically: *Children's literature as a natural connection*. *The Reading Teacher*, 54(3), 246–255.
- Murphy, S.J. (1999, March). Learning math through stories. *School Library Journal*, 122–123.
- National Council of Teachers of Mathematics.(2000). *Principals and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics.(2010). *Why Is Teaching With Problem Solving Important to Student Learning?* . Reston, Authors: Cai, J. & Lester, F.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.) USA: Princeton University Press.
- Στο Muir, T., Beswick, K., Williamson, J. (2008). 'I'm not very good at solving problems': An exploration of students' problem solving behaviors'. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 228–241
- Siegel, M., Borasi, R. & Smith, C. (1989). *A critical review of reading in mathematics instruction: The need for a new synthesis*. Review of reading Mathematics
- Sigurdson, E. S., Olson, T. A. & Mason, R. (1994). Problem Solving and

- Mathematics Learning . *Journal of Mathematical Behavior* 13, 361-388
- Schneider, K. B., & Fletcher E. (2005)."Best Practice" in the Classroom: Teaching Poetry and Mathematics. *Language arts journal of Michigan* vol. 21, article 14, issue 2
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics.Στο D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Stacey, K.& Groves, S. (1985). *Strategies for Problem Solving*, Melbourne, Victoria: VICTRACC. Στο Taplin, M. (1998). *Mathematics Through Problem Solving*. Institute of Sathya Sai Education, Hong Kong
- Steinberg, J. W. (1999). Mastering metaphor through poetry. *Language Arts*, 76(4), 324-331 στο La Bonty, J., & Danielson, K., (2004). Reading and Writing Poetry in Math. *ReadingHorizons*, 45, (1)
- Stevens, B. (2000). Mathematics and Literature: Cross Fertilization. *The Pacific Institute for the Mathematical Sciences Newsletter*, 4 (3), 1-8.
- Strate L. & Winslow D. (2009).*Poetry ring*. Copyright Gale, Cengage Learning.
- Taplin, M. (1998). *Mathematics Through Problem Solving*. Institute of Sathya Sai Education, Hong Kong
- Triandafillidis, T. (2006).“Wishes, lies, and dreams”: Poetry writing in the mathematics classroom, *For the Learning of Mathematics*, 26(2), FLM Public Association, Edmonton, Alberta, Canada.
- Usnick, V., & Maxson, S. (1996).*Is Cinderella mathematically literate? The Clearing House*, 70(1), 44–47.
- Ward, R. (2005). Using children’s literature to inspire K-8 preservice teachers’ future mathematics pedagogy. *The Reading Teacher*, 59(2), 132-143.
- Wilburne J. M., Napoli M. (2008). *Connecting Mathematics and Literature: An*

Analysis of Pre-service Elementary School Teachers' Changing Beliefs and Knowledge IUMPST: The Journal. Vol 2 (Pedagogy), September 2008.
[www.k-12prep.math.ttu.edu]

Willoughby, S.S.(1990).*Mathematics education for a changing world.*
Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Διαδίκτυο

<http://www.thalesandfriends.org/gr>

<http://www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/Math-Narrative.html>

www.k-12prep.math.ttu.edu

<http://www.accessmylibrary.com/article-1G1-75085276/scaffolding-oral-language-development.html>

Library of the university of Illinois

Mr. R's Math Poems

<http://www.poema.gr/>

Poetry Math

Math 142 poems

Math Forum-ask Dr. Math Archives: Poetry and Mathematics

http://users.sch.gr/ianyfantis/d/keimena/k_dia/dia2.htm

<http://www.ehw.gr/l.aspx?id=5683>

<http://pandektis.ekt.gr/pandektis/handle/10442/70657>

<http://el.wikipedia.org/>

<http://www.tovima.gr/culture/article/?aid=318504>

<http://users.sch.gr/pchaloul/Egypt/ancient-Egypt.htm>

[http://users.sch.gr/xtsamis/Oiniades/AksioEpiskepsima/ToPotami/ PhotoAxeloos.htm](http://users.sch.gr/xtsamis/Oiniades/AksioEpiskepsima/ToPotami/PhotoAxeloos.htm)

<http://el.wikipedia.org/wiki>

<http://sites.google.com/site/gemegalyterapotamiakailimnes/home/aphrike>

<http://el.wikipedia.org/wiki> , <http://www.aitnia.gr/Default.aspx?id=271>

http://www.digital-camera.gr/index.php?option=photos&action=view&photo_id=9011

<http://en.wikipedia.org/wiki/Cormorant>

<http://en.wikipedia.org/wiki>

<http://collections.culture.gr/ItemPage.aspx?ObjectID=4100&MainKindID=1&KindID=37>

<http://www.biblionet.gr/main.asp?page=showauthor&personsid=19980>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΤΑ ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όνομα και επώνυμο

Ημερομηνία

1

4.—Εἰς τὴν Αὐγείου κόπρον

Αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαιος,
πληθὺν βουκολίων διζήμενος· ὃς δ' ἀπάμειπτο·
“ Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοάς, φίλος, ἥμισυ τῶνδε
μοῖρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται·
δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' ἱρόν· 5
ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἥλιδα διὰν εἰκοστὴν νεμέθονται·
αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ <γε> τριηκοστὴν προλέλοιπα·
λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.”

I. Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα.

Ἦρθε λοιπόν και ρώτησε τον βασιλιά Αυγεία
Να δει πόση ήταν η δουλειά ο μέγας Ηρακλής.
Τον αριθμό των κοπαδιών εζήτησε να μάθει.
«Εκεί κοντά στον Αλφειό βόσκουνε τα μισά τους,
το ένα όγδοο στις πλαγιές του Κρόνιου του λόφου.
Ένα δωδέκατο στο ιερό του Ταραξίππου,
στην Ἡλίδα, γη του Διός, το ένα εικοστό τους.
Σωστό ένα τριακοστό στην Αρκαδία έχω στείλει.
Εδώ μπροστά σου τώρα δεξ τα τελευταία πενήντα».

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Άλλες απορίες

.....

.....

.....

2

Το ποίημα που διαβάσαμε είναι απόδοση στη νεοελληνική γλώσσα του *επιγράμματος* που συνάντησες στην πρώτη σελίδα. Το επίγραμμα αυτό ανήκει σε μια συλλογή, η οποία ονομάζεται *Παλατινή Ανθολογία*.

I. Τι νομίζεις ότι σημαίνει η λέξη *επίγραμμα*;

.....

.....

.....

.....

.....

II. Τι σημαίνει η λέξη *Ανθολογία*; Ανάφερε, αν έχεις ακούσει, παραδείγματα περιπτώσεων στις οποίες χρησιμοποιούμε τη λέξη αυτή.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Σ το Λεξικό της Κοινής Νεοελληνικής του Ιδρύματος Τριανταφυλλίδη διαβάζουμε:

Επίγραμμα: το ποιητικό είδος που χαρακτηρίζεται από συντομία και αναπτύχθηκε ιδιαίτερα στην αρχαία εποχή, συχνά με σκοπό τη χάραξή του σε ορισμένο μνημείο.

Ανθολογία: η συλλογή ποιητικών ή πεζών κειμένων (ή και αποσπασμάτων), με κάποια κριτήρια (ποιότητα, αντιπροσωπευτικότητα κ.ά.): ανθολογία νεοελληνικής / αφρικανικής ποίησης. Παγκόσμια ανθολογία πεζογραφίας. **α.** Ανθολογία, βιβλίο με ανάλογο περιεχόμενο: ~ Παλατινή / Πλανούδη. **β.** κάθε συλλογή με παρόμοιο υλικό: Μουσική / κινηματογραφική ~.

Στην εγκυκλοπαίδεια Μείζονος Ελληνισμού (<http://www.ehw.gr/l.aspx?id=5683>) διαβάζουμε:

Παλατινή Ανθολογία: Ονομάζεται έτσι η ανθολογία ελληνικών επιγραμμάτων που συνέταξε ο Κ. Κεφαλάς, ο πρωθιερέας των βυζαντινών ανακτόρων, το 900 μ.Χ. Πήρε το όνομά της από το Παλατίνο, γερμανική ηγεμονία με πρωτεύουσα τη Χαϊδελβέργη, στη βιβλιοθήκη της οποίας αποκαλύφθηκε το χειρόγραφο που περιείχε τα 4.000 επιγράμματα, συνταγμένα σε 10 βιβλία (π.χ. επιτύμβια, ερωτικά, αναθηματικά, συμποτικά)

III. Τι σημαίνουν οι παρακάτω λέξεις και φράσεις;

Πρωθιερέας

.....
.....

Ηγεμονία

.....
.....

Επιτύμβια επιγράμματα

.....
.....

Ερωτικά επιγράμματα

.....
.....

Αναθηματικά επιγράμματα

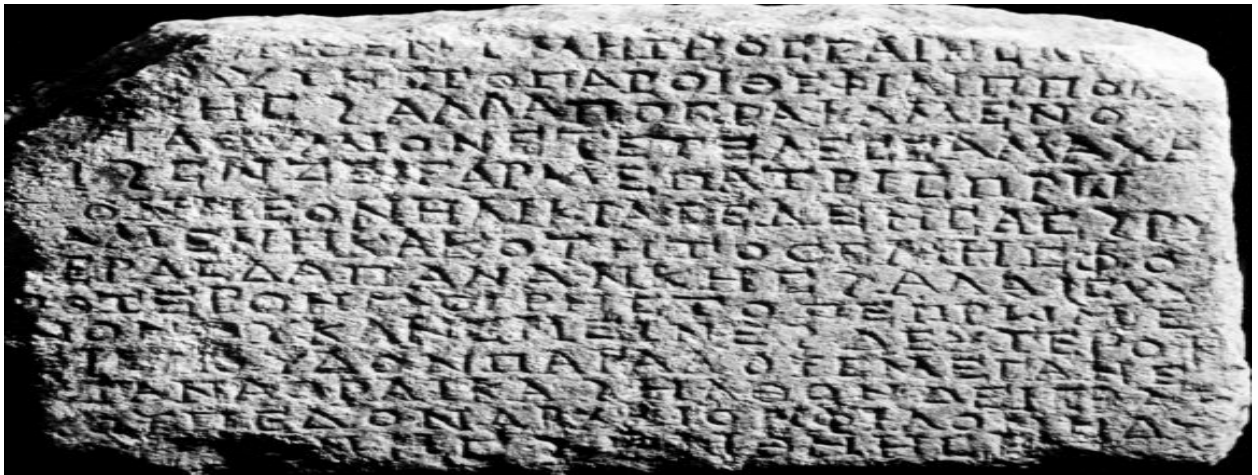
.....
.....

Συμποτικά επιγράμματα

.....
.....

.

Επιτύμβιο επίγραμμα για έναν μονομάχο που βρίσκεται στο Μουσείο Κομοτηνής ΑΓΚ 938



πηγή: Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών <http://pandektis.ekt.gr/pandektis/handle/10442/70657>



Βάση του Αμφικτύονα Μ. Ούλπιου Δοκητίου Λουκίου από τη Νικόπολη, η οποία είχε ανατεθεί στο ιερό των Δελφών

Τι παρατηρείς στις παραπάνω φωτογραφίες; Πώς είναι γραμμένα τα κείμενα στις επιγραφές;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατύπωσες.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

4

I. Ποια είναι τα πρόσωπα που αναφέρονται στο ποίημα; Για ποιο λόγο συναντήθηκαν;

.....

.....

.....

.....

II. Θυμάσαι κάποια κατορθώματα του Ηρακλή; Πώς ονομάστηκαν και πότε χρησιμοποιούμε αυτό τον χαρακτηρισμό σήμερα; Ανάφερε ένα δικό σου παράδειγμα.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



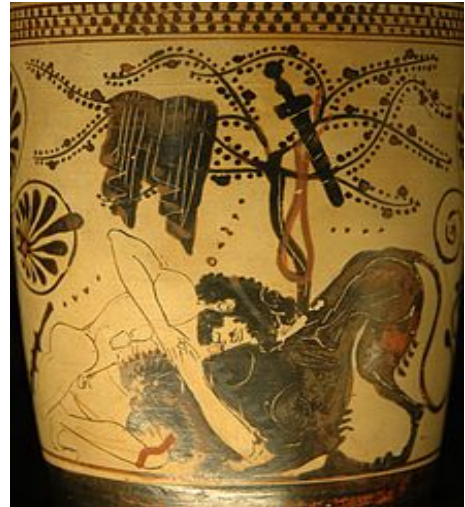
Αναπαράσταση του τρίτου από τον Άντολφ Σμιντ - Νέο Μουσείο Βερολίνου

Πηγή: <http://el.wikipedia.org/>

Άλλες αναπαραστάσεις άθλων του Ηρακλή



Ο Ηρακλής φονεύει τον κένταυρο Νέσσο.
Μελανόμορφος αμφορέας του Ζωγράφου του
Νέσσου, περ. 620-610 π.Χ.



Ο Ηρακλής παλεύει με το λιοντάρι της
Νεμέας. Λευκή λήκυθος του «Ζωγράφου του
Διόσφου», πρώτο τέταρτο 5ου αι. π.Χ.

Μουσείο του Λούβρου

Οι δώδεκα άθλοι του Ηρακλή



Πηγή: <http://www.tovima.gr/culture/article/?aid=318504>

5

Πόσους στίχους έχει το παραπάνω ποίημα; Πόσες συλλαβές έχει καθένας από αυτούς;

.....

.....

.....

.....

Το ποίημα που διάβασες είναι γραμμένο σε ιαμβικό - σύλλαβο στίχο σύμφωνα με τον οποίο ο τόνος πηγαίνει πάντα στη δεύτερη συλλαβή η οποία σημαδεύεται με μία παύλα - ενώ η άτονη με ένα ˘. Προσπάθησε «μετρώντας με τα δάχτυλά σου» να το επαληθεύσεις.

Έχει ο μοιοκαταληξία (ρίμα) το ποίημα αυτό; Μπορείς να σκαρώσεις ένα δίστιχο χρησιμοποιώντας ομοιοκατάληκτους στίχους;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όνομα και επώνυμο

Ημερομηνία

1

I. Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα.

Δυο ποταμοί κι ο Διόνυσος γεμίζουν τον κρατήρα
για ν' αναμείξουν το κρασί μ' όσο νερό του πρέπει.
Ο Νείλος μεγαλόπρεπος με τα πολλά νερά του
σε μία μέρα μοναχός ως πάνω τον γεμίζει.
Ο Βάκχος με τον θύρσο του τρεις μέρες οίνο χύνει
ως να γεμίσει ξέχειλα ο όμορφος κρατήρας,
κι εσύ, Αχελώε, μέρες δυο θέλεις να τον γεμίσεις.
Όμως αν το θελήσετε να σμίζτε τη ροή σας
κι οι τρεις θα τον γεμίσετε μέσα σε λίγες ώρες.

- II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Άλλες απορίες

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- III. Προσπάθησε να διατυπώσεις όσο καλύτερα μπορείς το πρόβλημα που μας παρουσιάζει το ποίημα που διάβασες.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2

Προσπάθησε να λύσεις το πρόβλημα που διατύπωσες.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

3

Στο ποίημα που διάβασες αναφέρονται τα ονόματα δύο ποταμών του Νείλου και του Αχελώου.

I. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές πιστεύεις ότι υπάρχουν ανάμεσά τους;

Ομοιότητες

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Διαφορές

.....

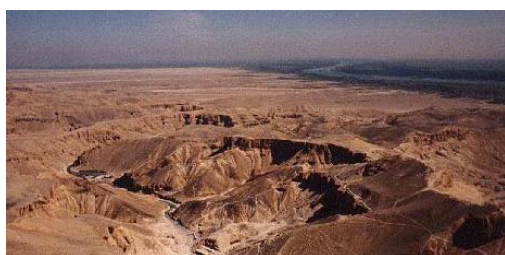
.....

.....

.....

.....

ο ποταμός Νείλος



πηγή: <http://users.sch.gr/pchaloul/Egypt/ancient-Egypt.htm>

ο ποταμός Αχελώος



πηγή:

<http://users.sch.gr/xtsamis/Oiniades/AksioEpiskepsima/ToPotami/PhotoAxeloos.htm>, <http://el.wikipedia.org/wiki>

Στα παρακάτω κείμενα μπορείς να διαβάσεις κάποιες πληροφορίες για τους δύο ποταμούς.

Ο Νείλος είναι ο μεγαλύτερος ποταμός της Αφρικής καθώς και ο μεγαλύτερος ποταμός στον κόσμο με μήκος 6.669 χλμ. Βρίσκεται στη Β. Αφρική. Πηγάζει από τις λίμνες Βικτόρια και Αλβέρτου. Εκβάλλει στη Μεσόγειο Θάλασσα σχηματίζοντας ένα πολύ μεγάλο Δέλτα. Διαρρέει το Σουδάν και την Αίγυπτο. Στις όχθες του είναι χτισμένες πάρα πολλές πόλεις με σημαντικότερες από αυτές το Χαρτούμ, το Κάιρο και την Αλεξάνδρεια. Την ονομασία του την έδωσαν οι αρχαίοι Έλληνες παραφράζοντας τη λέξη νάχαλ που σήμαινε κοιλάδα ή κοιλάδα ποταμού και κατ' επέκταση ποτάμι. Το γεγονός ότι ο Νείλος, σε αντίθεση με άλλους μεγάλους γνωστούς ποταμούς, ρέει από τα νότια προς τα βόρεια, υπήρξε άλυτο μυστήριο για τους αρχαίους Αιγυπτίους και Έλληνες. Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ονόμαζαν το ποταμό Αρ ή Αούρ ή «μαύρο», από το χρώμα μεταφερόμενων από αυτόν ιζημάτων και κυρίως μαύρης λάσπης κατά τις πλημμύρες. Στην Οδύσσεια, το έπος του Ομήρου, ο Νείλος αναφέρεται με το όνομα Αίγυπτος (αρσενικό) και η χώρα δια μέσου της οποίας ρέει ονομάζεται επίσης Αίγυπτος (θηλυκό).

Πηγή: <http://sites.google.com/site/gemegalyterapotamiakailimnes/home/aphrike>

Ο Αχελώος, μετά τον Αλιάκμονα, είναι ο δεύτερος σε μήκος ποταμός της Ελλάδας. Πηγάζει από την οροσειρά της Πίνδου. Έχει μήκος 220 χλμ. και εκβάλλει στο Ιόνιο Πέλαγος. Κατά τη διαδρομή του διαρρέει τους νομούς Τρικάλων, Καρδίτσας, Άρτας και Αιτωλοακαρνανίας. Σχηματίζει, με φράγματα που χτίστηκαν στην κοίτη του, τις τεχνητές λίμνες των Κρεμαστών, του Καστρακίου και του Στράτου. Θεωρείται ο πλουσιότερος σε νερά ποταμός της Ελλάδας. Η ονομασία Αχελώος πιθανότατα προέρχεται από την αρχαιοελληνική γλώσσα και συγκεκριμένα από την ρίζα «αχ» που σημαίνει νερό και το συγκριτικό επίθετο «λώων» που σημαίνει καλύτερος. Ονομάζεται αλλιώς και Ασπροπόταμος ή Άσπρος λόγω μάλλον της αφρισμένης εικόνας του ποταμού κατά τους ανοιξιάτικους μήνες όταν λιώνουν τα χιόνια ή λόγω του λευκού χρώματος των χαλικιών στις όχθες του και της άσπρης λάσπης που κατεβάζει το ρεύμα του. Δυστυχώς μετά το 1960, με τη δημιουργία των φραγμάτων και των τεχνητών λιμνών, εξαφανίστηκαν μερικές απ' τις πιο όμορφες περιοχές στις όχθες του κι ο Αχελώος έπαψε να είναι το θεϊκό ποτάμι αφού μετατράπηκε σε μια σειρά από τεχνητές λίμνες που έχουν αλλοιώσει την άγρια φυσική μορφή του. Τα φράγματα αυτά δημιούργησαν πολλά περιβαλλοντικά προβλήματα στο ποτάμι, στο Δέλτα αλλά και στη Λιμνοθάλασσα στην οποία εκβάλλει.

Στην περιοχή του Δέλτα συναντάμε πάρα πολλά είδη άγριων πτηνών όπως: Καλαμοκανάδες, Στρειδοφάγους, Γελογλάρους, Πετροτριλίδες, Νεροχελίδους, Κοκκινοσκέληδες, Πορφυροτσικνιάδες, Λευκοτσικνιάδες, Αργυροπελεκάνους.

Κάνουν την εμφάνισή τους εδώ τα Όρνια, ο Στικταετός, ο Μαυρόγυπας, ο Χρυσαιτός, ο Φιδαιτός, ο Θαλασσαιός και ο Σπιζαετός. Επίσης, ξεχειμωνιάζουν Φαλαρίδες, Αργυροτσικνιάδες, Κορμοράνοι, Γκισάρια και Σφυριχτάρια.

Πηγή: <http://el.wikipedia.org/wiki> , <http://www.aitnia.gr/Default.aspx?id=271>

II. Τι γνωρίζεις για τις υπογραμμισμένες στο κείμενο λέξεις ή φράσεις;

Αλεξάνδρεια

.....

.....

.....

.....

Ίζημα

.....

.....

.....

.....

Δέλτα ποταμού

.....

.....

.....

.....

Τεχνητή Λίμνη

.....

.....

.....

.....

III. Ποια είναι η περιβαλλοντική καταστροφή στην οποία καταδίκασε το ποτάμι η ανεξέλεγκτη ανθρώπινη ανάγκη για το νερό; Ποια νομίζεις ότι θα είναι τελικά η τύχη όλων των ειδών της άγριας πανίδας που εξαρτούν τη ζωή τους από το ποτάμι; Τι νομίζεις ότι θα έπρεπε να γίνει;

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

Κορμοράνοι στις όχθες του ποταμού Πηνειού



πηγή:http://www.digital-camera.gr/index.php?option=photos&action=view&photo_id=9011

Κορμοράνος



πηγή: <http://en.wikipedia.org/wiki/Cormorant>

4

Στο ποίημα που διάβασες αναφέρεται ο Διόνυσος, ένας από τους **αρχαίους ελληνικούς θεούς** στους οποίους πίστευαν οι πρόγονοί μας, να προσπαθεί να γεμίσει με κρασί έναν **κρατήρα**.

I. Τι νομίζεις ότι ήταν ο κρατήρας για τους αρχαίους Έλληνες;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. Ποιους άλλους θεούς της αρχαίας Ελλάδας θυμάσαι και τι γνωρίζεις για τον καθένα απ' αυτούς;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



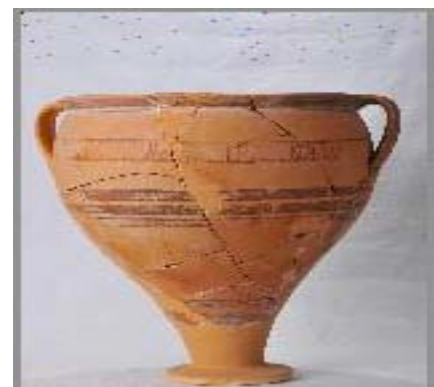
Bacchus (1595) (Διόνυσος)

Πίνακας του Ιταλού ζωγράφου Michelangelo Merisi da Caravaggio (1571-1610)

Πηγή: <http://en.wikipedia.org/wiki>

Στην ιστοσελίδα (http://www.tnmt.edu.gr/aet/thematic_areas/p417.html) του Κέντρου Διάδοσης Επιστημών ΝΟΗΣΙΣ μπορούμε να αντλήσουμε τις παρακάτω πληροφορίες σχετικά με την κεραμική στην αρχαία Ελλάδα και τα σκεύη που κατασκεύαζαν οι αρχαίοι Έλληνες κεραμοποιοί: *“Οι αρχαίοι Έλληνες κεραμείς είχαν δημιουργήσει μία μεγάλη ποικιλία ως προς τα σχήματα των αγγείων που παρήγαγαν, με βασικό σκοπό την εξυπηρέτηση των καθημερινών αναγκών της ζωής, μην παραμελώντας όμως και την αισθητική εμφάνιση των σκευών αυτών. Χαρακτηριστικές είναι οι ονομασίες των επιμέρους μερών των αγγείων: πόδι, χείλος, κοιλιά, ώμος, ονομασίες παρμένες από το ανθρώπινο σώμα, γεγονός που προδίδει ίσως τον ανθρωπομορφικό χαρακτήρα της αρχαίας ελληνικής τέχνης. Παρ’ όλα τα πολλά κεραμικά εργαστήρια που αναπτύχθηκαν στον ελληνικό κόσμο, μεταξύ των σχημάτων των αγγείων υπάρχει εμφανής ομοιομορφία, ενώ και η εξέλιξή τους σε γενικές γραμμές ακολουθεί την ίδια πορεία. Τα αγγεία της αρχαίας κεραμικής μπορούν να διακριθούν σε ανοικτά (π.χ. κρατήρας), κλειστά (π.χ. αμφορέας) και στενόμακρα (π.χ. λήκυθος). Η χρήση όλων αυτών, όπως συμβαίνει και σήμερα δεν ήταν αυστηρά καθορισμένη και έτσι πολλά σχήματα εξυπηρετούσαν περισσότερες ανάγκες. Πολλές φορές η χρήση του αγγείου ήταν αυτή που επέβαλλε και τη διακόσμησή του, με χαρακτηριστικό παράδειγμα τους παναθηναϊκούς αμφορείς. Ο κρατήρας ήταν μεγάλο, ανοιχτό αγγείο, για τη μείξη του κρασιού με το νερό. Οι αρχαίοι έπιναν νερωμένο κρασί με συνήθη αναλογία τρία μέρη νερό και ένα κρασί. Πολλοί αρχαίοι τύποι κρατήρων υπάρχουν: οικιονωτοί, οι καλυκωτοί, οικωδωνόσχημοι και οι ελικωτοί.”*

Δύο αρχαίοι ελληνικοί κρατήρες



πηγή: Υπουργείο Πολιτισμού και Τουρισμού, Αρχαιολογικό μουσείο Θεσσαλονίκης
<http://collections.culture.gr/ItemPage.aspx?ObjectID=4100&MainKindID=1&KindID=37>

5

Αφού διαβάσετε πάλι το ποίημα καθώς και όλες τις πληροφορίες που αναφέρονται στους ποταμούς Νείλο και Αχελώο προσπαθήστε να τους ζωγραφίσετε μαζί με τον θεό Διόνυσο να προσπαθούν να γεμίσουν τον κρατήρα που εικονίζεται παρακάτω με νερό και κρασί.



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όνομα και επώνυμο

Ημερομηνία

1

I. Διάβασε σιωπηλά το παρακάτω ποίημα.

Πρόβλημα τέταρτο: Των 100 πτηνών

Με 100 ευρώ θέλουμε ν' αγοράσουμε 100 πουλιά.

Υπάρχουν ξεπουπουλιασμένα και άλλα κρέμονται
με τα φτερά, χήνες, κότες και σπουργίτια.

Μία χήνα κοστίζει 5 ευρώ, μία κότα 1 ευρώ

και μία ανθοδέσμη από 20 σπουργίτια 1 ευρώ.

Πόσα πουλιά μπορούμε να πάρουμε από το κάθε είδος;

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ

Ο **Torricelli**, εφευρέτης του βαρόμετρου και δεινός μαθηματικός,
έφτιαξε μια ανθολογία θεωρημάτων και προβλημάτων,
συμπληρωματική των Στοιχείων του Ευκλείδη,
με τον παράξενο τίτλο Αγρός Μανιταριών.

Αυτά τα προβλήματα Απροσδιόριστης Ανάλυσης δεν έχουν μπέσα.
Όταν ξυπνήσω το πρωί, με καθαρό μυαλό, θα τα ανακαλύψω όλα.
Καληνύχτα στον εαυτό μου και δεν ανησυχώ. Ή μάλλον
ας κάνω μια απόπειρα τώρα,
όπως είμαι με τις πυτζάμες, να το λύσω.

ΕΠΙΤΕΛΟΥΣ! ΛΥΣΗ! (ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ)

ΘΑΥΜΑΣΙΑ, αλλά και δυστυχώς, κόκαλα θα φάτε.

Η μοναδική λύση είναι: 19 χήνες, 1 κότα και 80 σπουργίτια
που δεν έχουν καθόλου κρέας.

Αν και, όπως λένε, αυτά τα ατίθασα εφηβόπουλα, οι μαθητές μου,
που τα κυνηγούν απλώνοντας δίχτυα στα περάσματα
ανάμεσα στα δέντρα,

η καλύτερη ομελέτα γίνεται με σπουργίτια σταυρωμένα στο τηγάνι.
Όταν ροδίσουν ρίχνουμε βρασμένες αβρονιές, δυο χτυπημένα αυγά
και μπόλικο θυμάρι.

II. Σημείωσε με το μολύβι σου τις λέξεις που σου είναι άγνωστες καθώς και τα σημεία που δεν καταλαβαίνεις.

Άγνωστες λέξεις

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Άλλες απορίες

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Το ποίημα που διαβάσαμε το έγραψε ο Μανόλης Ξεξάκης.

Αφού διαβάσεις προσεκτικά τις πληροφορίες που αφορούν τον ποιητή και περιέχονται στην ιστοσελίδα (<http://www.biblionet.gr/main.asp?page=showauthor&personsid=19980>) ΤΟΥ Εθνικού Κέντρου Βιβλίου,



«Ο Μανόλης Ξεξάκης γεννήθηκε το 1948 στο Ρέθυμνο Κρήτης. Τ ο 1966 εγκαταστάθηκε στη Θεσσαλονίκη, όπου και ζει. Σπούδασε μαθηματικά στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης και εργάστηκε διαδοχικά ως καθηγητής φροντιστηρίου, ως διευθυντής ραδιοφωνίας της ΕΡΤ-2 Θεσσαλονίκης (1983-1989) και ως συνεργάτης διαφημιστικής εταιρίας. Από το 1982 έως το 1987 παρουσίαζε την εκπομπή "Ο κόσμος του βιβλίου" στη ραδιοφωνία

της ΕΡΤ-2. Στα γράμματα πρωτοεμφανίστηκε το 1971 και υπήρξε στενός συνεργάτης του περιοδικού "Το τραμ". Κυκλοφόρησε τα εξής βιβλία: "Ο θάνατος του ιππικού" (αφηγήματα, 1977), "Ασκήσεις μαθηματικών" (ποιήματα, 1980), "Πλόες ερωτικοί" (ποιήματα, 1980), "Κάτοπτρα μελαγχολικού λόγου" (ποιήματα, 1987), "Πού κούκος, πού άνεμος" (μυθιστόρημα, 1987), "Σονάτα κομπολογιών" (διηγήματα και μικρά πεζά, 2000). Διηγήματά του έχουν μεταφραστεί στα γερμανικά και στα αγγλικά.»

3

Λύσε κι εσύ το πρόβλημα που παρουσιάζει το ποίημα και δείξε πώς κατέληξε ο καθηγητής σε αυτή τη λύση.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

4

Στο ποίημα αναφέρεται ένας σπουδαίος μαθηματικός ο Ευκλείδης.

Το έργο του Ευκλείδη «**Στοιχεία**» είναι ένα από τα πιο σημαντικά έργα στην ιστορία των μαθηματικών. Ο Ευκλείδης γεννήθηκε περίπου το 325 π.Χ. και πέθανε το 265 π.Χ. Είναι πιθανό ότι μαθήτευσε στην ακαδημία του Πλάτωνα και έμεινε εκεί μέχρι που ο Πτολεμαίος τον προσκάλεσε να διδάξει στην Αλεξάνδρεια. Μια ιστορία λέει ότι ο Πτολεμαίος τον ρώτησε εάν υπάρχει κάποιος ευκολότερος τρόπος να μάθει γεωμετρία απ' ό,τι με την εκμάθηση όλων των θεωρημάτων. Ο Ευκλείδης απάντησε ότι «δεν υπάρχει βασιλικός δρόμος στη γεωμετρία».

Τι νομίζεις ότι σημαίνει η φράση με την οποία ο Ευκλείδης απάντησε στον βασιλιά Πτολεμαίο σχετικά με τη μελέτη και την προσπάθεια που χρειάζεται να καταβάλει κάποιος που μελετά Μαθηματικά; Συμφωνείς με τα λεγόμενά του;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....