ΠΜΣ Εφαρμοσμένης Οικονομικής

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Διπλωματική Εργασία:

Χρησιμοποίηση των πωλήσεων για εκτίμηση ζήτησης με μη επαρκές απόθεμα: Η περίπτωση των λογοκριμένων υποδειγμάτων (Censored models).

Γεώργιος Α. Γεωργούδης

Επιβλέπων **: Επίκουρος Καθηγητής Ηλίας Κεβόρκ**

Βόλος, Φεβρουάριος 2012

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Υπεύθυνη Δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιανουάριος 2012

Γεωργούδης Γεώργιος

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Ευχαριστίες

Πρωτίστως θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Κεβόρκ Ηλία, για την ευκαιρία που μου έδωσε να με δεχθεί και να με συμπεριλάβει στην ομάδα εργασίας την οποία επέβλεπε, για τις πολύτιμες συμβουλές του, όσο και για την καθοδήγηση του κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Χάλκο Γεώργιο, για την πολύτιμη βοήθεια και την υποστήριξη που μου παρείχε στη διάρκεια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του τμήματος, με τους οποίους συνεργάστηκα, για τις πολύτιμες γνώσεις που μου προσέφεραν, καθώς και τους γονείς και φίλους μου για την συμπαράσταση τους.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Περιεχόμενα

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ ΜΕ ΜΗ ΕΠΑΡΚΕΣ ΑΠΟΘΕΜΑ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΛΟΓΟΚΡΙΜΕΝΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Περίληψη

Η παρούσα μελέτη ασχολείται με τη χρησιμοποίηση λογοκριμένων υποδειγμάτων στο υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου (επίσης γνωστό ως Newsboy ή Newsvendor πρόβλημα) ως εναλλακτικό τρόπο εκτίμησης των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης αποφεύγοντας τη χρήση του κόστους έλλειψης. Κατάλληλες προσομοιώσεις Monte-Carlo δημιουργήθηκαν για την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης, της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών, χρησιμοποιώντας δυο μεθόδους οι οποίες αναφέρονται, η πρώτη στην εκτίμηση υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία και η δεύτερη στην εκτίμηση με λογοκρισία. Η αξιολόγηση των δυο μεθόδων γίνεται βάσει των κριτηρίων της μεροληψίας και της κάλυψης. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν δείχνουν πως η μεροληψία της δεύτερης μεθόδου μικραίνει με την αύξηση του δείγματος και σε κάθε περίπτωση είναι μικρότερη από την αντίστοιχη μεροληψία της πρώτης μεθόδου. Επιπλέον αποδεικνύεται πως η κάλυψη για τη πρώτη μέθοδο μειώνεται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος, ενώ σε καμία περίπτωση δεν επέρχεται σύγκλιση μεταξύ πραγματικού και ονομαστικού επιπέδου εμπιστοσύνης (95%).

Λέξεις κλειδιά: υπόδειγμα Newsboy, λογοκριμένο υπόδειγμα, άριστη ποσότητα παραγγελίας, μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, προσομοιώσεις Monte-Carlo.

Κωδικοί Jel: C15, C24, C44, D24, M11.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

THE USE OF SALES DATA TO ESTIMATE THE DEMAND WITH INSUFFICIENT INVENTORY: THE CASE OF CENSORED MODELS

Abstract

The present study deals with the use of censored models in the Single Period inventory model (also known as the Newsboy or Newsvendor Problem) as an alternative way to estimate the optimal inventory policies avoiding the use of shortage penalty cost. For the estimation of demand parameters, the optimal order quantity and the maximum expected profit appropriate Monte-Carlo simulations where developed, using two methods which are refer, the first in the uncensored estimation and the second in the censored estimation. The evaluation of two methods is made calculating the criteria of bias and coverage. Their results show that the bias in the second method shrinks as the sample size getting larger and always is smaller than the corresponding bias in the first method. In addition, is proved that the coverage for the first method reduces as the sample size getting larger, while on no occasion not observed convergence between real and nominal confidence level (95%).

Key words: Newsboy problem, censored model, optimal order quantity, maximum expected profit, Monte-Carlo simulations.

Jel Codes: C15, C24, C44, D24, M11.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:53 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 1

1.1 Εισαγωγή

Η διαχείριση των αποθεμάτων αποτελεί σημαντικό τμήμα της παγκόσμιας οικονομίας, ιδιαίτερα τα τελευταία 30 χρόνια οι επιχειρήσεις έχουν στρέψει το ενδιαφέρον τους στη διαχείριση των πόρων, αλλά και στη λήψη των αποφάσεων σχετικά με τις πολιτικές αποθεματοποίησης και παραγωγής. Κάθε επιχείρηση στη προσπάθεια της να κερδίσει το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα προσπαθεί να παρέχει το μεγαλύτερο επίπεδο εξυπηρέτησης με τη μικρότερη δυνατή επένδυση σε αποθέματα.

Αν εξετάσουμε τα αποθέματα από τη μακροοικονομική σκοπιά προκύπτει ότι η διακύμανση τους ακολουθεί τους επιχειρηματικούς κύκλους, αν και πολλοί πιστεύουν ότι είναι η κύρια αιτία τους. Αυτό συμβαίνει γιατί σε περιόδους οικονομικής ανάπτυξης οι επιχειρήσεις επενδύουν στη δημιουργία αποθεμάτων, ενώ σε περιόδους οικονομικής ύφεσης μειώνουν τα αποθέματα τους για να εξοικονομήσουν πόρους. Τα είδη που παράγονται και διατηρούν σε απόθεμα διαφέρουν με πολλούς τρόπους. Μπορεί να διαφέρουν στο κόστος, το βάρος, τον όγκο, το χρώμα ή το σχήμα. Οι μονάδες μπορεί να αποθηκεύονται σε καφάσια, βαρέλια, παλέτες, χαρτοκιβώτια ή απλά να τοποθετούνται σε ράφια. Μπορεί να συσκευάζονται μεμονωμένες ή σε χιλιάδες, Μπορεί να είναι φθαρτές λόγω χειροτέρευσης της ποιότητας με το χρόνο, λόγω κλοπής ή να απαξιώνονται εξαιτίας των αλλαγών στη μόδα ή την τεχνολογία. Κάποια προϊόντα αποθηκεύονται σε καθαρούς κλιματιζόμενους χώρους, ενώ άλλα μπορεί να κείτονται στη λάσπη και να εκτίθενται στα καιρικά φαινόμενα.

Η ζήτηση μπορεί επίσης να εκδηλωθεί με διάφορους τρόπους. Τα προϊόντα μπορεί να εξέρχονται από το απόθεμα, σε χιλιάδες, σε δωδεκάδες ή σε μονάδες, Μπορεί να υπάρχουν υποκατάστατα, έτσι ώστε αν δεν υπάρχει κάτι διαθέσιμο, ο πελάτης να μπορεί να χρησιμοποιήσει το υποκατάστατο. Επίσης μπορεί να υπάρχουν συμπληρωματικά προϊόντα, δηλαδή ο πελάτης να μην αγοράζει κάτι αν δεν υπάρχει διαθέσιμο το συμπλήρωμά του. Τα προϊόντα μπορεί να παραλαμβάνονται από τον πελάτη ή να διανέμονται από οχήματα της εταιρίας ή να αποστέλλονται με πλοίο, αεροπλάνο, τραίνο ή φορτηγό. Κάποιοι πελάτες είναι διατιθέμενοι να περιμένουν για ορισμένα προϊόντα, ενώ άλλοι απαιτούν άμεση εξυπηρέτηση με την παραγγελία. Πολλοί πελάτες παραγγέλνουν περισσότερα από ένα προϊόντα σε κάθε παραγγελία.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Τα αγαθά εισάγονται στο απόθεμα με διάφορους τρόπους και σε ποσότητες διαφορετικές από αυτές στις οποίες θα ζητηθούν. Κάποια είδη παραλαμβάνονται χαλασμένα, σε άλλα διαφέρει η ποσότητα ή το είδος σε σχέση με ότι παραγγέλθηκε. Κάποια είδη δεν είναι διαθέσιμα εξαιτίας απεργιών και άλλων προβλημάτων στην επιχείρηση ή στον προμηθευτή. Η παράδοση μιας παραγγελίας μπορεί να πάρει ώρες, βδομάδες ή και μήνες και ο χρόνος ικανοποίησης της παραγγελίας μπορεί να είναι γνωστός ή όχι εκ των προτέρων.

Οι διοικητικές αποφάσεις που αφορούν αποθέματα πρέπει να λαμβάνονται καταρχήν σε επίπεδο μεμονωμένου υλικού ή προϊόντος. Η στοιχειώδης μονάδα αποθέματος που ελέγχεται ονομάζεται κωδικός ή stock-keeping unit (SKU), όπου ένας κωδικός είναι η μονάδα αποθέματος απόλυτα προσδιορισμένη σε ότι αφορά τη λειτουργία, τη μορφή, το μέγεθος, το χρώμα και τη θέση τοποθέτησης. Για παράδειγμα, για το ίδιο σχέδιο ενός ενδύματος, δύο διαφορετικά μεγέθη συνιστούν διαφορετικούς κωδικούς. Κάθε διαφορετική σε μέγεθος ράβδος σιδήρου είναι ένας ξεχωριστός κωδικός. Μια πολυεθνική εταιρία θεωρεί ένα προϊόν σε δύο γεωγραφικές περιοχές, ως δύο διαφορετικούς κωδικούς. Μια τέτοια ταξινόμηση μπορεί να οδηγεί σε μεγάλες συσχετίσεις στη ζήτηση δύο διαφορετικών κωδικών, επειδή μια μεγάλη ομάδα καταναλωτών μπορεί να είναι πρόθυμη να αντικαταστήσει ένα προϊόν με ένα άλλο υποκατάστατό του.

Η μελέτη ενός μεγάλου αριθμού συστημάτων αποθεμάτων με πολλούς κωδικούς απεκάλυψε μια χρήσιμη στατιστική συμπεριφορά στη χρήση των διαφόρων προϊόντων. Ειδικότερα, περί το 20% των κωδικών αποθεμάτων αντιστοιχούν στο 80% της αξίας του συνολικού αποθέματος σε ετήσια βάση. Αυτό δείχνει ότι δεν απαιτείται η ίδια βαρύτητα στον προγραμματισμό και τον έλεγχο όλων των κωδικών. Συνήθως χρησιμοποιούμε τρεις διαβαθμίσεις προτεραιότητας: A (πιο σημαντικά), B (μέσης σημασίας), και C (λιγότερο σημαντικά). Ο κατάλληλος αριθμός διαβαθμίσεων για μια συγκεκριμένη επιχείρηση εξαρτάται από την περίσταση και το βαθμό στον οποίο επιθυμούμε να διαφοροποιήσουμε την προσπάθεια στις διάφορες ομάδες κωδικών. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να ορίσει περισσότερες κατηγορίες αν κάθε κατηγορία έχει διαφορετικό χειρισμό. Ο αριθμός τρία είναι το ελάχιστο αλλά και πιο συχνά χρησιμοποιούμενο πλήθος κατηγοριών. Η ομάδα A απαιτεί την πιο μεγάλη προσοχή και συνήθως κάθε κωδικός εξετάζεται χωριστά . Η ομάδα αυτή συνήθως περιλαμβάνει το 5% έως 10% των κωδικών και συνήθως η αξία αυτών των κωδικών είναι το 50% της συνολικής αξίας του αποθέματος. Η ομάδα B περιλαμβάνει κωδικούς (περίπου το 50%) μικρότερης αλλά όχι ασήμαντης αξίας (σχεδόν

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

το υπόλοιπο 50% της συνολικής αξίας). Κάποια εγχειρίδια συνιστούν να κατατάσσουμε μικρότερο αριθμό κωδικών στην ομάδα Β, όμως η πρόοδος των υπολογιστών τα τελευταία χρόνια μας δίνει τη δυνατότητα να αυξήσουμε τον αριθμό. Η ομάδα C περιλαμβάνει τους αρκετούς εναπομείναντες κωδικούς, οι οποίοι έχουν μικρή συμμετοχή στην αξία του αποθέματος. Οι διαδικασίες απόφασης για τους κωδικούς αυτούς πρέπει να είναι απλές για να μην φορτώνουν το σύστημα διαχείρισης με μεγάλους όγκους πληροφοριών και χρόνο επεξεργασίας. Για τα προϊόντα αυτά, οι επιχειρήσεις συνήθως διατηρούν σχετικά μεγάλους όγκους αποθεμάτων για να ελαχιστοποιήσουν την περίπτωση έλλειψης τέτοιων ασήμαντων υλικών ή προϊόντων. Στα προϊόντα της ομάδας C επιδιώκεται η όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ομαδοποίησης τους με βάση την ετήσια αναγκαία ποσότητα από αυτά, τον προμηθευτή, την εποχικότητα, τον πελάτη ή το χρόνο ικανοποίησης της παραγγελίας τους, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ο αριθμός των αναγκαίων αποφάσεων που πρέπει να διεκπεραιωθούν. Για κάθε τέτοια υποομάδα σχεδιάζεται μια παραγγελία η οποία και παρακολουθείται. Για παράδειγμα, αν ένας κωδικός πρέπει να παραγγελθεί, παραγγέλνουμε και τους άλλους κωδικούς της υποομάδας για να κερδίσουμε χρόνο. Τα συστήματα δύο αποθηκών (two-bin systems) είναι ιδιαίτερα δημοφιλή για τα προϊόντα της ομάδας C γιατί απαιτούν ελάχιστη γραφειοκρατία (Silver et al, 1998).

Οι προβλέψεις σχετικά με τη ζήτηση γίνονται πιο δύσκολα σε συστήματα που υποθέτουν ότι όταν υφίσταται έλλειψη του αποθέματος οι πελάτες δεν είναι διατεθειμένοι να περιμένουν και στρέφονται αλλού για να ικανοποιήσουν τη ζήτησή τους (lost sales systems) από ότι σε συστήματα που υποθέτουν ότι όταν υφίσταται έλλειψη του αποθέματος η ζήτηση δεν χάνεται αλλά κρατούνται παραγγελίες σε εκκρεμότητα (backordering systems). Αυτό υφίσταται γιατί στη πρώτη περίπτωση η πραγματική ζήτηση μπορεί να παρατηρηθεί μόνο όταν δεν υπάρχουν χαμένες πωλήσεις (Nahmias, 1994).

Η εκτίμηση της ζήτησης αλλά και του επιπέδου εξυπηρέτησης αποτελούν ζητήματα κυρίας σημασίας για κάθε επιχείρηση για αυτό και αναπτύσσονται μέθοδοι για την ακριβή εκτίμησή τους. Δυο σημαντικές αντίθετες έννοιες σχετικά με τη πολιτική αποθεμάτων αναφέρει ο Bell (2000): το επίπεδο εξυπηρέτησης, το οποίο ορίζεται ως η πιθανότητα η ζήτηση να μην υπερβαίνει τη ποσότητα παραγγελίας σε μια δεδομένη περίοδο ($D \leq Q$) και το stockout (εξάντληση του αποθέματος), το οποίο ορίζεται ως η πιθανότητα η ζήτηση να υπερβαίνει τη ποσότητα παραγγελίας σε μια δεδομένη περίοδο ($D > Q$).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Τα τρία βασικά υποδείγματα διαχείρισης αποθεμάτων είναι:

- το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης (Continuous review system)
- το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης (Periodic review system)
- το υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου (Newsboy problem), με το οποίο θα ασχοληθούμε στη παρούσα εργασία

Στο πρώτο υπόδειγμα η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία και η χρονική περίοδος μεταξύ δυο διαδοχικών παραγγελιών δεν παραμένει ίδια. Έτσι λοιπόν, συνεχή επιθεώρηση έχουμε όταν η στάθμη του αποθέματος καταγράφεται συνεχώς. Αυτό είναι δυνατόν μέσω κατάλληλου μηχανογραφικού ή και χειρογραφικού συστήματος, που ενημερώνεται σε κάθε κίνηση της αποθήκης. Αντίθετα στην περίπτωση του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης η στάθμη του αποθέματος ενημερώνεται ανά συγκεκριμένα τακτά χρονικά διαστήματα και έπειτα από κάθε έλεγχο δίνεται η παραγγελία. Είναι λογικό πως η συνεχής επιθεώρηση δίνει πιο έγκαιρη πληροφόρηση και κατά συνέπεια οδηγεί σε μικρότερα κόστη αποθήκευσης και παρέχει καλύτερη εξυπηρέτηση (λιγότερες ελλείψεις) με το ίδιο απόθεμα σε σχέση με ένα σύστημα περιοδικής επιθεώρησης. Από την άλλη πλευρά όμως οδηγεί σε υψηλότερα κόστη διαχείρισης του αποθέματος. Επιπλέον η περιοδική επιθεώρηση μπορεί να ενέχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα αλλά τα κύρια πλεονεκτήματα της είναι η δυνατότητα συντονισμού των παραγγελιών πολλών προϊόντων, ανίχνευση φαινόμενων παλαίωσης, φθοράς, απωλειών κλπ. (Silver et al, 1998).

Η παρούσα μελέτη βασίζεται σε υποδείγματα αποθέματος μιας περιόδου (επίσης γνωστά και ως υποδείγματα Newsboy ή Newsvendor) στα οποία, σύμφωνα με το Khouja (1999), το πρόβλημα είναι να βρεθεί η άριστη ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί τα αναμενόμενα κέρδη (ή αυτή που ελαχιστοποιεί τα αναμενόμενα κόστη). Η άριστη ποσότητα παραγγελίας προσδιορίζεται εξισώνοντας τη πιθανότητα η ζήτηση να μην υπερβαίνει τη ποσότητα παραγγελίας με το R (critical fractile), οπού η τιμή του R εξαρτάται από την τιμή πώλησης (p), τη τιμή διάσωσης (v) και τα κόστη αγοράς (c) και έλλειψης (s). Δηλαδή ισχύει ότι:

$$\Pr(D \leq Q) = R = \frac{p-c+s}{p-v+s}$$

Ο όρος ″αναμενόμενα″ (κέρδη) αναφέρεται σε δυο αμοιβαίως αποκλειόμενα ενδεχόμενα: (α) η ζήτηση να υπερεκτιμάται και να παραμένει απόθεμα στο τέλος της περιόδου και (β) η ζήτηση να υποεκτιμάται και να υπάρχουν ανικανοποίητοι πελάτες (lost sales).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Η ζήτηση κατά τη διάρκεια της περιόδου αναφοράς μπορεί να ακολουθεί τη διακριτή κατανομή πιθανότητας, τη κανονική κατανομή (αυτό προϋποθέτει η παρούσα μελέτη), την κατανομή Poisson (Conrad, 1976), την αρνητική δυωνυμική κατανομή (Agrawal and Smith, 1996), κα.

Το υπόδειγμα Newsboy εφαρμόζεται για προϊόντα των οποίων η ζήτηση διαρκεί μια συγκεκριμένη, σχετικά μικρή, χρονική περίοδο. Στην αρχή κάθε περιόδου πρέπει να ληφθεί η απόφαση σχετικά με την ποσότητα παραγγελίας, ανάλογα με τη ζήτηση που αναμένεται κατά τη διάρκεια της περιόδου. Στην κλασική του μορφή υποθέτει ότι δεν υπάρχει σταθερό κόστος στη διενέργεια της παραγγελίας και ότι δεν επιτρέπονται νέες παραγγελίες κατά τη διάρκεια της περιόδου πώλησης. Ειδικότερα υποθέτει ότι όταν μείνει απούλητο κάποιο μέρος της ποσότητας στο τέλος της περιόδου αυτό πωλείται με έκπτωση ή τακτοποιείται μέσω διακανονισμών, ενώ αν η ποσότητα δεν έφτασε έτσι ώστε να καλύψει τη ζήτηση τότε παρατηρείται χαμένο κέρδος, λόγω κόστους έλλειψης (Silver et al, 1998).

Επιπλέον ο Khouja (1999) αναφέρει ότι από το 1988 μέχρι το 1999 έχουν αναπτυχθεί πάνω από 40 μελέτες σχετικά με το υπόδειγμα Newsboy επισημαίνοντας τις προεκτάσεις που έχουν γίνει σχετικά με το κλασικό υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου. Αυτές έχουν σχέση με διαφορετικά αντικείμενα μεγιστοποίησης (όπως η χρησιμότητα), διαφορετικές πολιτικές τιμολόγησης από τους προμηθευτές, διαφορετικά συστήματα εκπτώσεων, διαφορετικά επίπεδα πληροφόρησης για τη ζήτηση, περιπτώσεις με περισσότερα από ένα προϊόντα, διαφορετικούς περιορισμούς, με τη δυνατότητα υποκατάστασης, κα. Στη βιβλιογραφική επισκόπηση του κεφαλαίου 2, παραθέτουμε τη αρθογραφία σχετικά με το πρόβλημα Newsboy (και των προεκτάσεών του), αλλά και για θέματα εκτίμησης της ζήτησης με τη χρήση των εννοιών truncation και censoring.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η έννοια λογοκριμένου υποδείγματος (censored model) αναφέρεται στη περίπτωση οπού δεν υπάρχουν πληροφορίες για την εξαρτημένη μεταβλητή αλλά υπάρχουν οι αντίστοιχες πληροφορίες για την ερμηνευτική. Ενώ στη περίπτωση του περικομμένου υποδείγματος (truncated model) δεν υπάρχουν πληροφορίες ούτε για την εξαρτημένη ούτε για την ανεξάρτητη μεταβλητή (Χρήστου, 2002).

Στο κεφάλαιο 3 γίνεται αναφορά δυο βασικών μελετών σχετικά με τα Newsboy υποδείγματα και οι οποίες βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση της παρούσας μελέτης και στις επεκτάσεις της. Αυτές βασίζονται στη μελέτη του Kevork (2010) στην οποία η ζήτηση κατανέμεται κανονικά και παρατηρείται πλήρως και στη μελέτη των Halkos – Kevork (2011) στην οποία και πάλι η ζήτηση κατανέμεται κανονικά, αλλά παρατηρείται

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

μόνο για τις θετικές τιμές της. Σκοπός της πρώτης μελέτης είναι η εξαγωγή των κατάλληλων εκτιμητών για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, των οποίων η μεταβλητότητα εξαρτάται από τις εκτιμημένες παραμέτρους της ζήτησης. Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) κρατιέται σε επίπεδα μικρότερα ή ίσα του 0,2 έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η μηδαμινή πιθανότητα εμφάνισης αρνητικών τιμών στη ζήτηση, επισημαίνοντας πως η δυνατότητα εφαρμογής υποδειγμάτων αποθέματος μιας περιόδου στις διοικητικές αποφάσεις εξαρτάται από την εκτίμηση της ζήτησης, αλλά και από τη δυνατότητα σωστού υπολογισμού του κόστους έλλειψης. Στη δεύτερη μελέτη λαμβάνεται υπόψη η περίπτωση όπου ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) λαμβάνει υψηλές τιμές οδηγώντας στο πρόβλημα της αύξησης της πιθανότητας να εμφανισθούν αρνητικές τιμές στη ζήτηση (οι οποίες δεν θα είχαν και καμία λογική σημασία), όπως υποδεικνύεται από τις μελέτες των Lau (1997) και Kevork (2010). Για την επίλυση του προβλήματος στη συγκεκριμένη μελέτη πραγματοποιήθηκε η περικοπή (truncation) της κατανομής της ζήτησης στο μηδέν, έτσι ώστε να παρατηρούνται μόνο οι θετικές τιμές της ζήτησης, κάνοντας χρήση τριών εναλλακτικών υποδειγμάτων για τη διεξαγωγή των διαστημάτων εμπιστοσύνης αναφορικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, έτσι ώστε να ερευνηθούν οι επιπτώσεις της υποδειγματοποίησης μόνο των θετικών τιμών της ζήτησης στη λήψη αποφάσεων.

Η παρούσα ανάλυση (στο κεφάλαιο 4) βασίζεται στο υπόδειγμα Newsboy και στη μελέτη που πραγματοποιήθηκε από τον Nahmias (1994), ο οποίος αναφέρθηκε στη διαφορά των πωλήσεων με τη ζήτηση, η οποία έγκειται στο γεγονός ότι οι πωλήσεις είναι πάντα μικρότερες ή ίσες από τη ζήτηση, οδηγώντας στην υποεκτίμηση της τελευταίας. Επίσης ήταν ο πρώτος που αναφέρθηκε στο πρόβλημα της χρησιμοποίησης των πωλήσεων για την εκτίμηση της ζήτησης στη περίπτωση που υφίστανται χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα στη παρούσα ανάλυση γίνεται μια προσπάθεια εφαρμογής της μεθοδολογίας του Nahmias στο υπόδειγμα Newsboy, έτσι ώστε να μπορούμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους της ζήτησης (και κατ' επέκταση την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη) μέσω χρησιμοποίησης των πωλήσεων κάνοντας censoring στις περιπτώσεις όπου υπάρχει stockout, αποφεύγοντας ταυτοχρόνως τη χρήση του κόστους έλλειψης που είναι δύσκολο να εκτιμηθεί στη πράξη. Επίσης κρίνεται απαραίτητη η εφαρμογή ενός αριθμητικού παραδείγματος για τη καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Προκειμένου να εξετάσουμε εάν η εφαρμογή της μεθοδολογίας του Nahmias στο υπόδειγμα Newsboy παρέχει καλές εκτιμήσεις, πραγματοποιούμε την εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών με δυο μεθόδους, έτσι ώστε να αποφανθούμε για το ποια δίνει τα καλύτερα και πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Η πρώτη μέθοδος για την εκτίμηση των άριστων αποθεματικών πολιτικών βασίζεται στη μελέτη του Kevork (2010), στην οποία γίνεται εκτίμηση υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία, ενώ η δεύτερη μέθοδος βασίζεται στις αποδείξεις του κεφαλαίου 4, στις οποίες έχει ληφθεί υπόψη η εκτίμηση με λογοκρισία.

Η εμπειρική προσέγγιση πραγματοποιείται στο κεφάλαιο 5, στο οποίο αρχικά δημιουργούνται 1000 προσομοιωμένες σειρές ζήτησης μέγιστου μήκους 1000 παρατηρήσεων, για επτά μεγέθη δείγματος και για τρία διαφορετικά επίπεδα εξυπηρέτησης. Επίσης στην εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης λαμβάνονται υπόψη περιπτώσεις υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας για κάθε μέθοδο. Στη συνέχεια γίνεται αξιολόγηση των δυο μεθόδων βάσει του μεγέθους της μεροληψίας, ενώ για τη πρώτη μέθοδο πραγματοποιείται υπολογισμός των μέτρων της κάλυψης (coverage), του RAHL (Relative Average of Half Lengths) και του RSDHL (Relative Standard Deviation of Half Lengths), εφόσον είναι διαθέσιμα τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Τέλος θα πρέπει να αναφέρουμε πως για την πραγματοποίηση των παραπάνω διαδικασιών έγινε χρήση του υπολογιστικού προγράμματος Excel, λεπτομέρειες του οποίου σχετικά με τον τρόπο εκτίμησης και υπολογισμού των διαφόρων μεγεθών δίνονται στο Παράρτημα.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική επισκόπηση

2.1 Εκτίμηση ζήτησης

Στο τμήμα αυτό γίνεται μια αναφορά σε θέματα εκτίμησης των παραμέτρων της ζήτησης και στη χρήση των εννοιών truncation και censoring που εμπλέκονται σε αυτά. Επίσης αναφέρουμε διάφορες μελέτες που κάνουν χρήση διαφορετικών κατανομών στη ζήτηση για τη περίπτωση του Newsboy υποδείγματος.

Ο Bell (2000) τόνισε ότι η παρουσία μεγάλου αριθμού stockout δυσκολεύει την εκτίμηση της ζήτησης και μπορεί να οδηγήσει σε μεροληπτικές εκτιμήσεις τόσο του μέσου όσο και της διακύμανσης. Κάνοντας χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας η οποία ήταν βασισμένη στην εξομάλυνση της διακύμανσης της ζήτησης διαχειρίστηκε τα υψηλά ποσοστά stockout χρησιμοποιώντας την αναμενόμενη διακύμανση του παρατηρούμενου stockout.

Ο Conrad (1976) έδειξε τον τρόπο εκτίμησης των παραμέτρων της ζήτησης, η οποία ακολουθεί τη κατανομή Poisson, από δεδομένα πωλήσεων και επισήμανε τη διαφορά μεταξύ πωλήσεων και ζήτησης για τη περίπτωση του Newsboy υποδείγματος. Επιπλέον έδειξε ότι η χρησιμοποίηση των πωλήσεων αντί της ζήτησης μπορεί να οδηγήσει σε μη άριστες ποσότητες παραγγελίας ειδικά στη παρουσία υψηλού αριθμού stockout. Επίσης οι Dominey and Hill (2004) υπέθεσαν ότι η ζήτηση κατά τη διάρκεια της περιόδου ακολουθεί τη κατανομή Poisson. Στόχος τους ήταν να ερευνήσουν την αποτελεσματικότητα των διαφορετικών τρόπων σύνθεσης της κατανομής Poisson (μέσω των κατανομών της κανονικής, λογαριθμικής-κανονικής, γάμμα, και μικτής Erlang), εκεί που η χρήση της πλήρης κατανομής δεν ήταν εφικτή.

Ο Gupta (1952) αναφέρθηκε στο πρόβλημα Type 1 censoring, το οποίο στη στατιστική βιβλιογραφία αφορά την εκτίμηση των παραμέτρων ενός πληθυσμού από ένα δείγμα που είναι λογοκριμένο προς τα πάνω (right-censored sample) από αυτό το πληθυσμό. Έτσι λοιπόν αυτό το πρόβλημα είναι παρόμοιο με αυτό της εκτίμησης των παραμέτρων της ζήτησης από ένα δείγμα παρατηρήσεων που αφορούν πωλήσεις.

Οι Agrawal and Smith (1996) στη μελέτη τους υποθέτουν τρεις κατανομές για τη ζήτηση: τη κανονική, τη Poisson και την αρνητική δυωνυμική, δείχνοντας ότι η τελευταία υπερτερεί έναντι των άλλων δυο. Η μεθοδολογία τους για την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης βασίστηκε στην αρνητική δυωνυμική κατανομή και η αποτελεσματικότητά

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

της παρουσιάστηκε συγκρίνοντας τις ακόλουθες δυο περιπτώσεις: πρώτα όταν παρατηρούνται όλες οι τιμές των πωλήσεων και έπειτα όταν περικόπτονται (truncate) αυτές για τις οποίες η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από το υπάρχον απόθεμα, έτσι ώστε να προσομοιωθούν οι χαμένες πωλήσεις.

Ο Lau (1997) υποστηρίζει ότι πως ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) μπορεί να παίρνει οποιαδήποτε τιμή αρκεί αυτή να είναι μικρότερη από 0,3 διασφαλίζοντας με αυτό τον τρόπο ότι η ζήτηση δεν θα παρουσιάσει αρνητικές τιμές. Από την άλλη μεριά ο Kevork (2010) αποδεικνύει ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας πρέπει να κρατιέται σε επίπεδα μικρότερα ή ίσα του 0,2 εξασφαλίζοντας τη μηδαμινή πιθανότητα (0,00003%) εμφάνισης αρνητικής τιμής στη ζήτηση.

Οι Schweitzer and Cachon (2000) έθεσαν ότι όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης (R-critical fractile) είναι μεγαλύτερο του 0,5 (R>0,5) τότε το προϊόν χαρακτηρίζεται ως υψηλού κέρδους, ενώ στην αντίθετη περίπτωση (R<0,5) ως χαμηλού κέρδους. Προϊόντα υψηλού κέρδους ορίζονται εκείνα για τα οποία ο πωλητής έχει υψηλό περιθώριο κέρδους (profit margin) και επιλέγει να παραγγείλει μεγαλύτερες ποσότητες από αυτά. Ενώ προϊόντα χαμηλού κέρδους είναι εκείνα για τα οποία ο πωλητής αντιμετωπίζει χαμηλό περιθώριο κέρδους και η πιθανή έλλειψή τους δεν θα αποφέρει υψηλό κόστος, για αυτό και οι ποσότητες παραγγελίας είναι μικρότερες.

Οι Berk et al. (2007) επισήμαναν ότι υπάρχουν δυο κύριες μέθοδοι για την εκτίμηση της ζήτησης στη θεωρία αποθεμάτων: η Frequentist και η Bayesian (στο άρθρο τους χρησιμοποιούν τη Μπεϋνζιανή). Σύμφωνα με τη πρώτη οι άγνωστες παραμέτρους της ζήτησης εκτιμώνται με βάση ιστορικά δεδομένα. Σύμφωνα με τη δεύτερη, αρχικά έχουμε μια προγενέστερη κατανομή που βασίζεται σε έμμεσα-βοηθητικά δεδομένα ή υποκειμενικές εκτιμήσεις, με βάση αυτή τη κατανομή η αντίστοιχη μεταγενέστερη δημιουργείται με τη παρουσία νέων δεδομένων που αφορούν τη ζήτηση. Έτσι αυτή η μεταγενέστερη κατανομή βοηθάει στην εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης.

Οι Lau and Lau (1996) κατατάσσουν τις μελέτες πάνω στις χαμένες πωλήσεις σε δυο κατηγορίες: η πρώτη θεωρεί ότι για να εκτιμηθούν οι παράμετροι της ζήτησης (μ, σ) χρησιμοποιούνται δεδομένα πωλήσεων τα οποία λογοκρίνονται (censored) στη παρουσία εξάντλησης του αποθέματος (stockout), ενώ η δεύτερη θεωρεί επαναληπτικές διαδικασίες με τις οποίες εκτιμώνται οι προβλέψεις για τις παραμέτρους της ζήτησης (είναι πιο κατάλληλες για μη στάσιμα πρότυπα ζήτησης).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Ο Wecker (1978) υπέθεσε ότι η ζήτηση ακολουθεί ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα τάξης p [AR(p)]. Επισήμανε πως οι προβλέψεις της ζήτησης που γίνονται με βάση δεδομένων πωλήσεων, για τα οποία δεν έχουν ληφθεί υπόψη τα stockout, είναι υποεκτιμημένες (μεροληπτικές προς τα κάτω) και ότι το μέγεθος της μεροληψίας εξαρτάται από τη συχνότητα των stockout, το συντελεστή μεταβλητότητας και την αυτοσυσχέτιση της ζήτησης.

Χρησιμοποιώντας την μπεϋνζιανή μαρκοβιανή (Bayesian Markov) διαδικασία αποφάσεων, οι Ding et al. (2002) εξέτασαν τις άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης και θεώρησαν ότι η ζήτηση λογοκρίνεται (censored) για αγαθά των οποίων η διάρκεια της ζήτησης είναι σχετικά μικρή. Έδειξαν ότι χρησιμοποιώντας μια γενικευμένη συνεχής κατανομή για τις παραμέτρους της ζήτησης το άριστο επίπεδο αποθέματος στη λογοκριμένη περίπτωση είναι υψηλότερο από αυτό της μη λογοκριμένης περίπτωσης.

Οι Bisi and Dada (2007) μελέτησαν το Newsvendor πρόβλημα έτσι ώστε να καθορίσουν τις άριστες πολιτικές όσον αφορά τη ποσότητα παραγγελίας, αλλά και τη τιμολόγηση των αγαθών σε ένα πεπερασμένο ορίζοντα όπου υπάρχουν μη παρατηρούμενες χαμένες πωλήσεις (unobservable lost sales). Λαμβάνοντας υπόψη αγαθά που υπόκεινται σε απαξίωση-φθορά και αγαθά που δεν υπόκεινται, εξέτασαν τις επιπτώσεις οπού η ζήτηση είναι αβέβαιη και περιγράφεται από προσθετικά και πολλαπλασιαστικά μοντέλα. Έδειξαν ότι, στη περίπτωση των προσθετικών μοντέλων, αν η ζήτηση λογοκριθεί (censored) η άριστη πολιτική θα περιγράφεται από μεγαλύτερη ποσότητα παραγγελίας και την επιβολή μιας υψηλότερης λιανικής τιμής σε σύγκριση με το κλασικό υπόδειγμα μιας περιόδου με πλήρη πληροφόρηση.

Οι Mostard et al. (2005) μελέτησαν τη περίπτωση του Newsboy υποδείγματος στην οποία κάποια προϊόντα μπορούν να επιστραφούν πριν το τέλος της περιόδου και να ξαναπωληθούν εάν υπάρχει επαρκής ζήτηση. Εξαιτίας των μη επαρκών ιστορικών δεδομένων ανέλυσαν την περίπτωση της ελεύθερης κατανομής (distribution free) και παρήγαγαν τη μορφή της ποσότητας παραγγελίας, την οποία σύγκριναν με τις άριστες ποσότητες παραγγελίας όταν η ακαθάριστη ζήτηση ακολουθεί τη κανονική, λογαριθμική-κανονική και ομοιόμορφη (uniform) κατανομή. Έδειξαν ότι για συντελεστές μεταβλητότητας που δεν ξεπερνούν το 0,5 ($CV \leq 0{,}5$) η ποσότητα παραγγελίας για την ελεύθερη κατανομή τα πηγαίνει αρκετά καλά, ενώ για μεγάλους συντελεστές μεταβλητότητας αποκλίνει αρκετά από το άριστο. Την ίδια χρονιά οι Alfares and Elmorra (2005) χρησιμοποιώντας και αυτοί την ελεύθερη κατανομή για το Newsboy υπόδειγμα έλαβαν υπόψη τους ένα κόστος έλλειψης πέρα από τα χαμένα κέρδη.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

2.2 Υπόδειγμα Newsboy και μελέτες σχετικά με το κίνδυνο

Πολλές μελέτες έχουν συσχετίσει το υπόδειγμα Newsboy με την αποστροφή στο κίνδυνο (risk aversion) και τις μεθόδους χρηματοοικονομικής αξιολόγησης. Σκοπός αυτού του τμήματος είναι να παρουσιάσει τις κυριότερες μελέτες που αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία.

Οι Wu et al. (2009) μελέτησαν το Newsvendor υπόδειγμα με αποστροφή στο κίνδυνο (risk averse) όταν η αντικειμενική συνάρτηση έχει τη μορφή μέσου διακύμανσης. Έδειξαν κάτω από ποιες συνθήκες, για τη περίπτωση που η ζήτηση ακολουθεί τη δυναμική (power) κατανομή, ένα άτομο που αποστρέφεται το κίνδυνο δεν θα παραγγείλει λιγότερο από ένα άτομο που αδιαφορεί για το κίνδυνο (risk neutral). Επίσης επεσήμαναν τη σημαντική επίδραση του κόστους των stockout στις άριστες πολιτικές παραγγελίας.

Οι Agrawal and Seshandri (2000) θεώρησαν ένα τροποποιημένο υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου, στο οποίο ένας πωλητής (που αποστρέφεται το κίνδυνο) αντιμετωπίζοντας αβέβαιη ζήτηση από τη πλευρά των καταναλωτών προσπαθεί να επιλέξει την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και τη κατάλληλη τιμή πώλησης με σκοπό να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητά του. Επιπλέον εξέτασαν δυο τρόπους σύμφωνα με τους οποίους η τιμή πώλησης επηρεάζει τη κατανομή της ζήτησης. Στη πρώτη περίπτωση η μεταβολή της τιμής επηρεάζει τη κλίμακα της κατανομής, ενώ στη δεύτερη η μεταβολή της τιμής επηρεάζει τη θέση της κατανομής.

Ο Anvari (1987) έδειξε ότι όταν λαμβάνεται υπόψη η μεταβλητότητα των κερδών σε στοχαστικά υποδείγματα αποθεμάτων μια περιόδου, τα αποτελέσματα είναι πολύ διαφορετικά από αυτά που προκύπτουν από το κριτήριο της μεγιστοποίησης των αναμενόμενων κερδών. Επίσης χρησιμοποιώντας ως προσέγγιση την αξιολόγηση της αγοράς (Market Valuation) μέτρησε αλλά και τιμολόγησε την επικινδυνότητα των επενδύσεων σε αποθέματα.

Οι Eeckhoudt et al. (1995) εξέτασαν τις συνέπειες του κινδύνου και της αποστροφής στο κίνδυνο στο υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου. Μέσω διάφορων αλλαγών στη τιμή και στις παραμέτρους του κόστους προσδιόρισαν τα συγκριτικά-στατικά αποτελέσματα και τα συσχέτισαν με τη περίπτωση του Newsboy προβλήματος με αποστροφή στο κίνδυνο. Έδειξαν ότι η αύξηση του αριθμού των περιόδων παράγει ένα διφορούμενο αποτέλεσμα στην άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Οι Keren and Pliskin (2006) παρήγαγαν τις συνθήκες πρώτης τάξης για τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας για τη περίπτωση του Newsboy προβλήματος με αποστροφή στο κίνδυνο. Επιπλέον, οι Gotoh and Takano (2007) μελέτησαν τη περίπτωση υποδείγματος Newsboy εφαρμόζοντας δυο διαφορετικές ελαχιστοποιήσεις της υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο (CVaR). Εισάγοντας δυο συναρτήσεις απώλειας εξέτασαν το κίνδυνο μείωσης των κερδών ή αύξησης του κόστους.

Οι Wang and Webster (2009) εξέτασαν το υπόδειγμα μιας περιόδου χρησιμοποιώντας μια συνάρτηση χρησιμότητας, η οποία βασίζεται στην αποστροφή στην απώλεια-κίνδυνο (loss aversion), για να υποδειγματοποιήσουν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων των μάνατζερ. Απέδειξαν πως όταν υπάρχουν υψηλά (χαμηλά) κόστη έλλειψης ο πωλητής που αποστρέφεται την απώλεια-κίνδυνο θα παραγγείλει μεγαλύτερη (μικρότερη) ποσότητα από τον πωλητή που αδιαφορεί για τον κίνδυνο (risk neutral). Επίσης έδειξαν ότι στη περίπτωση της αποστροφής στην απώλεια-κίνδυνο η άριστη ποσότητα παραγγελίας μπορεί να αυξηθεί σε μια χονδρική τιμή και να μειωθεί σε μια λιανική τιμή.

2.3 Προεκτάσεις του κλασικού υποδείγματος Newsboy

Στο παρόν τμήμα αναφερόμαστε στη βασική βιβλιογραφία σχετικά με το κλασικό υπόδειγμα Newsboy αλλά και των προεκτάσεων που έχουν σχέση με αυτό. Οι προεκτάσεις του κλασικού υποδείγματος αποθέματος μιας περιόδου έχουν σχέση με τις εναλλακτικές μεθόδους βελτιστοποίησης, τη χρήση περισσότερων από ένα προϊόντα, τη δυνατότητα υποκατάστασης, τη χρήση διαφορετικών πολιτικών τιμολόγησης, τη χρήση πολλαπλών εκπτώσεων, την εφαρμογή διαφορετικών περιορισμών, κ.α.

Ο Lau (1980) ήταν ο πρώτος που προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα Newsboy κάτω από εναλλακτικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Στο άρθρο του θεωρεί δυο μεθόδους: τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας και τη μεγιστοποίηση της πιθανότητας να επιτευχθούν τα επιθυμητά κέρδη. Επίσης στην προσπάθειά του να βρει την άριστη ποσότητα παραγγελίας έλαβε υπόψη δυο περιπτώσεις, όταν το κόστος έλλειψης είναι μηδενικό και όταν παίρνει θετικές τιμές.

Οι Khouja et al. (1996), στο πρόβλημα Newsboy, εισάγουν τη δυνατότητα υποκατάστασης μεταξύ δυο αγαθών. Για την εύρεση της άριστης λύσης χρησιμοποίησαν προσομοιώσεις Monte-Carlo για τις οποίες καθόρισαν τα ανώτατα και κατώτατα όρια για

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

την άριστη ποσότητα παραγγελίας. Μέσω παραδειγμάτων έδειξαν ότι τα αποτελέσματα μπορεί να διαφέρουν σημαντικά από το κλασικό υπόδειγμα Newsboy.

Χρησιμοποιώντας τη δομή του Newsboy προβλήματος με δυο προϊόντα (τα οποία είναι στενά υποκατάστατα) οι Ernst and Kamrad (2006) μέτρησαν τις ανακρίβειες του κόστους αποθεμάτων οι οποίες απορρέουν από τη χρησιμοποίηση των πωλήσεων για την εκτίμηση της ζήτησης. Επίσης αναλύοντας αυτά τα κόστη ερεύνησαν τις καταστάσεις κάτω από τι οποίες αυτές οι ανακρίβειες εξασθενούν ή οξύνονται. Επιπλέον με τον όρο υποκατάσταση αναφέρονται στη περίπτωση όπου οι καταναλωτές, στη παρουσία εξάντλησης του αποθέματος (stockout), υποκαθιστούν το προτιμώμενο προϊόν τους με άλλα παρόμοια προϊόντα της αγοράς.

Οι Lau and Lau (1996) επεκτείνουν το υπόδειγμα Newsboy σε δυο προϊόντα βρίσκοντας τις άριστες ποσότητες παραγγελίας μέσω μεγιστοποίησης της πιθανότητας να επιτευχθεί ο επιθυμητός στόχος των κερδών. Έδειξαν ότι τα αποτελέσματα μπορεί να διαφέρουν αρκετά σε σύγκριση με την επίλυση δυο ξεχωριστών κλασικών υποδειγμάτων Newsboy με ένα προϊόν.

Ο Vairaktarakis (1999) παρουσίασε την ισχυρότητα (robust) του Newsboy προβλήματος με αβέβαιη ζήτηση και με το περιορισμό του προϋπολογισμού (budget constrained). Στο άρθρο του περιγράφει την αβεβαιότητα χρησιμοποιώντας δυο σενάρια για τη ζήτηση: τη ζήτηση σε διαστήματα (όπου υποθέτει ένα υψηλό και ένα χαμηλό όριο για κάθε αγαθό) και τη διακριτή ζήτηση.

Στο άρθρο τους οι Lau and Lau (1996) παρατήρησαν ότι όταν ο περιορισμός του προϋπολογισμού (budget constrained), για το πρόβλημα Newsboy με πολλά προϊόντα, είναι αυστηρός οι υπάρχουσες λύσεις μπορεί να οδηγήσουν σε αρνητικές τιμές σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας. Επίσης οι Malek and Montanari (2005) κάνοντας μια επέκταση της παραπάνω μελέτης επισήμαναν ότι αυτή η αρνητικότητα στις ποσότητες παραγγελίας προέρχεται από το γεγονός ότι τα περισσότερα μοντέλα χαλαρώνουν την υπόθεση του κατώτατου ορίου για τη ποσότητα παραγγελίας.

Οι Lin and Kroll (1997) θεωρώντας το υπόδειγμα Newsboy με τη δυνατότητα εκπτώσεων στη ποσότητα παραγγελίας (είτε σε όλη τη ποσότητα, είτε μεμονωμένα) προσδιόρισαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας μέσω της μεγιστοποίησης των αναμενόμενων κερδών δοθέντος ότι η πιθανότητα για την επίτευξη του επιθυμητού στόχου των κερδών δεν είναι μικρότερη από το προκαθορισμένο επίπεδο κινδύνου. Επιπλέον ανέπτυξαν μια λύση κλειστού τύπου για την άριστη ποσότητα παραγγελίας όταν

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

το κόστος έλλειψης είναι μηδενικό (s=0), αλλά όταν το s παίρνει θετικές τιμές το πρόβλημα επιλύεται μόνο αριθμητικά.

Ο Khouja (1995) επέκτεινε το κλασικό υπόδειγμα Newsboy στην περίπτωση που επιτρέπονται οι πολλαπλές εκπτώσεις επιλύοντας το πρόβλημα μέσω μεγιστοποίησης των αναμενόμενων κερδών και μεγιστοποίησης της πιθανότητας επιτυχίας του επιθυμητού επιπέδου κέρδους. Επίσης οδηγείται σε μια υψηλότερη ποσότητα παραγγελίας συγκρινόμενη με αυτή του κλασικού υποδείγματος και δείχνει ότι η χρήση πολλαπλών εκπτώσεων (όταν είναι εφικτή) παρέχει υψηλότερα κέρδη από ότι η χρήση μιας έκπτωσης.

Το 1996 οι Khouja and Mehrez επεκτείνανε και άλλο το υπόδειγμα Newsboy θεωρώντας τη περίπτωση πολλαπλών προϊόντων με το περιορισμό της αποθήκευσης ή του προϋπολογισμού. Στη μελέτη τους χρησιμοποίησαν ένα σύστημα προοδευτικών πολλαπλών εκπτώσεων αποδεικνύοντας τη μείωση του επιπέδου εξυπηρέτησης και τη μείωση της ποσότητας παραγγελίας για όλα τα προϊόντα.

Στο περιβάλλον του Newsboy προβλήματος ο Khouja (1996) συνδυάζει τις εκπτώσεις στην ποσότητα παραγγελίας που εφαρμόζει ο προμηθευτής με τις πολλαπλές εκπτώσεις των τιμών που εφαρμόζει ο πωλητής πριν καταλήξει στη τιμή διάσωσης (salvage value). Έτσι λοιπόν, λαμβάνοντας υπόψη τις πολλαπλές εκπτώσεις από τη πλευρά του πωλητή, οδηγείται σε μια υψηλότερη ποσότητα παραγγελίας συγκρινόμενη με αυτή του Newsboy προβλήματος με μόνο τη χρήση των εκπτώσεων από τη πλευρά του προμηθευτή.

Οι Haji et al. (2007) υπέθεσαν ότι ο προμηθευτής προσφέρει ολόκληρη τη ποσότητα παραγωγής με έκπτωση και ότι το απόθεμα στην αρχή της περιόδου είναι μια τυχαία μεταβλητή με γνωστή συνάρτηση κατανομής. Έτσι λοιπόν για το υπόδειγμα Newsboy, προσδιόρισαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί τα αναμενόμενα κέρδη στη περίπτωση που η λήψη της απόφασης σχετικά με τη ποσότητα παραγγελίας γίνεται πολύ πιο πριν την έναρξη της περιόδου πώλησης και το διαθέσιμο απόθεμα φθίνει στοχαστικά εξαιτίας διαφόρων παραγόντων, όπως φθορά, εξάτμιση κλπ.

Οι Petrovic et al. (1996) εξήγαγαν τις fuzzy εκδοχές (με ακριβώς ή μη προσδιορισμένα κόστη) του Newsboy υποδείγματος με αβέβαιη ζήτηση. Οι όροι fuzzy demand ή fuzzy cost χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις υποκειμενικές εκτιμήσεις και σημαίνουν πως η ζήτηση ή τα κόστη είναι περίπου d. Με το ίδιο πρόβλημα ασχολήθηκαν και οι Qin and Kar το 2009, οι οποίοι χωρίς να χρησιμοποιήσουν fuzzy μοντέλα εξήγαγαν τις συναρτήσεις της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστών αναμενόμενων κερδών για μια δεδομένη χρονική περίοδο.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Οι Benzion et al. (2008) ερεύνησαν τις επαναλαμβανόμενες αποφάσεις στην αγορά των αγαθών (τα οποία η ζήτησή τους διαρκεί μια μικρή συγκεκριμένη περίοδο (perishable items)) για την περίπτωση του Newsboy υποδείγματος. Λαμβάνοντας υπόψη στην ανάλυσή τους υψηλά και χαμηλά επίπεδα κέρδους έδειξαν ότι τόσο η μάθηση όσο και η σύγκλιση των αποφάσεων σχετικά με τη ποσότητα παραγγελίας επηρεάζεται από τη μέση ζήτηση, την άριστη ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί τα κέρδη και το επίπεδο της ζήτησης στο αμέσως προηγούμενο στάδιο απόφασης.

Οι Haji and Darabi (2010) προσπάθησαν να επεκτείνουν το υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου, έτσι ώστε να είναι πιο ρεαλιστικό και να προσομοιάζει στα δεδομένα της πραγματικής ζωής. Επισημαίνουν πως για τη εύρεση των άριστων αποθεματικών πολιτικών χρειάζεται η εκτίμηση κάποιων παραμέτρων, των οποίων ο προσδιορισμός ίσως ενέχει κάποιο πληροφοριακό κόστος (το οποίο αγνοείται στη κλασική μορφή του Newsboy υποδείγματος). Λαμβάνοντας υπόψη έξη διαφορετικά σενάρια μπόρεσαν να αναλύσουν τις συνέπειες της πρόσθετης πληροφόρησης στις αποθεματικές αποφάσεις και να προσδιορίσουν τις άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης.

Δίνοντας μια διαφορετική διάσταση στο υπόδειγμα Newsboy, ο Atkinson (1979) θεώρησε μια επιχείρηση με ένα ιδιοκτήτη και ένα manager, οι οποίοι έχουν διαφορετικούς στόχους και εκτιμήσεις για την αγορά. Ο manager είναι ελεύθερος να εφαρμόσει οποιαδήποτε πολιτική αποφάσεων βασιζόμενος στην επιπλέον πληροφόρηση που μπορεί να αποκτήσει χωρίς κόστος έτσι ώστε να βελτιώσει τη κατάσταση του ιδιοκτήτη αλλά και τις απολαβές του.

Οι Lippman and McCardle (1997) εξέτασαν την ανταγωνιστική εκδοχή του Newsboy προβλήματος και ερεύνησαν την επίδραση του ανταγωνισμού πάνω στην αποθεματική πολιτική των επιχειρήσεων, θεωρώντας ότι κάθε επιχείρηση πρέπει να διαλέξει ένα επίπεδο αποθέματος ή παραγωγής για ένα αγαθό με τυχαία ζήτηση.

Οι Sen and Zhang (1999) θεώρησαν το πρόβλημα Newsboy με ένα προϊόν το οποίο μπορεί να πωληθεί σε διαφορετικές κατηγορίες ζήτησης και σε διαφορετικές τιμές. Μελέτησαν δυο περιπτώσεις όπου οι τιμές του προϊόντος είτε αυξάνονται (πχ. ξενοδοχεία, αεροπλάνα) είτε μειώνονται (πχ. ρούχα) με τη πάροδο του χρόνου.

Παρουσιάζοντας μια διαφοροποίηση του κλασικού Newsvendor υποδείγματος, οι Chung et al. (2008) επιτρέπουν τη παραγωγή και αύξηση του αποθέματος κατά τη διάρκεια της περιόδου αναφοράς. Επισημαίνουν πως η αγνόηση αυτής της δυνατότητας (εκεί όπου βέβαια είναι εφικτή) μπορεί να οδηγήσει σε μη άριστες αποφάσεις. Έτσι δημιουργώντας μια διαδικασία δυο σταδίων για την περίπτωση πολλών προϊόντων

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

ενσωματώνουν την αντιδραστική παραγωγή (δηλ. αυτή που γίνεται εν μέσω της περιόδου) δίνοντας στην επιχείρηση μια εσωτερική παραγωγική ικανότητα.

Τέλος, στη βάση του προβλήματος Newsboy, ο Khouja (1996) υποθέτει ότι όταν υπάρχει έλλειψη του αποθέματος, ένα μέρος των πελατών είναι πρόθυμο να περιμένει για να ικανοποιήσει τη ζήτησή του από τη δυνατότητα επείγουσας αύξησης του αποθέματος (emergency supply option). Έδειξε ότι η νέα άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι μικρότερη από την άριστη ποσότητα παραγγελίας στη περίπτωση του κλασικού Newsboy προβλήματος.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 3

Μέθοδοι εκτίμησης άριστων αποθεματικών πολιτικών σε υποδείγματα Newsboy

3.1 Εισαγωγή και βασικές έννοιες

Στο τμήμα αυτό παρουσιάζονται τα κοινά στοιχεία δυο βασικών υποδειγμάτων Newsboy, αλλά και οι απαραίτητοι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται παρακάτω. Ειδικότερα στα δυο επόμενα τμήματα εξετάζεται το υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου στο οποίο ο συντελεστής μεταβλητότητας λαμβάνει τιμές μικρότερες του 0,2 και η ζήτηση παρατηρείται πλήρως (Kevork, 2010) και το υπόδειγμα Newsvendor όπου ο συντελεστής μεταβλητότητας λαμβάνει υψηλές τιμές (μεγαλύτερες του 0,2) και η ζήτηση παρατηρείται μόνο για τις θετικές τιμές (Halkos and Kevork, 2011).

Στα περισσότερα υποδείγματα που έχουν αναπτυχθεί οι άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης βασίζονται στην υπόθεση ότι οι παράμετροι της ζήτησης είναι γνωστοί. Αλλά ο βαθμός εφαρμογής των υποδειγμάτων Newsboy, έτσι ώστε να καθοριστεί το επίπεδο εξυπηρέτησης, εξαρτάται από την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης.

Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχει ένας περιορισμένος αριθμός μελετών που έχει πραγματοποιηθεί στο τομέα των επιδράσεων της εκτίμησης της ζήτησης στις άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης, όπως αυτές των Conrad (1976), Nahmias (1994), Agrawal and Smith (1996), Hill (1997) και Bell (2000). Ωστόσο καμία από αυτές τις μελέτες δεν έχει αναδείξει το πρόβλημα υποδειγματοποίησης των άριστων αποθεματικών πολιτικών για τη περίπτωση που η μεταβλητότητα των εκτιμημένων παραμέτρων της ζήτησης επηρεάζει τη ποιότητα των εκτιμήσεων σχετικά με τις άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης. Σε αυτό λοιπόν το πρόβλημα βασίζονται οι μελέτες του Kevork (2010) και των Halkos and Kevork (2011), οι οποίες ερευνούν την επίδραση της μεταβλητότητας των εκτιμήσεων της ζήτησης πάνω στην άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Τα κοινά στοιχεία και η απαραίτητη σημειογραφία παρατίθενται ως εξής:

D_t: το μέγεθος της ζήτηση για τη περίοδο t

Η ζήτηση για τη περίοδο t ακολουθεί τη κανονική κατανομή $D_t \sim N(\mu, \sigma^2)$ και είναι της μορφής $D_t = \mu + \varepsilon_t$, όπου ε_t είναι τα τυχαία σφάλματα που κατανέμονται κανονικά με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$).

p: η τιμή πώλησης του προϊόντος (ανά μονάδα)

c: κόστος αγοράς (ή παραγωγής) του προϊόντος (ανά μονάδα)

v: η τιμή διάσωσης (salvage value) δηλαδή η τιμή (συνήθως κάτω του κόστους) που πωλείται μετά το τέλος της περιόδου η κάθε μονάδα προϊόντος που δεν έχει πωληθεί κατά τη διάρκεια της περιόδου. Παρατηρείται όταν η ποσότητα παραγγελίας είναι μεγαλύτερη από τη ζήτηση της περιόδου.

γ: το ποσοστό του κόστους αγοράς που αντιστοιχεί στη τιμή διάσωσης. Ισχύει ότι $v = \gamma \cdot c, \mu\varepsilon \quad 0 \le \gamma < 1$.

s: κόστος έλλειψης (shortage penalty cost) του ανά μονάδα αποθέματος το οποίο παρατηρείται όταν η ποσότητα παραγγελίας είναι μικρότερη από τη ζήτηση της περιόδου και αναφέρεται:

α) ως το κόστος της τρέχουσας απώλειας από τη πώληση η οποία όμως δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί λόγω της έλλειψης του αποθέματος και

β) ως το κόστος απώλειας της καλής πίστης του πελάτη (loss of goodwill), δηλαδή η παρούσα αξία των μελλοντικών κερδών από τις πωλήσεις που δεν πρόκειται να γίνουν λόγω απώλειας των σημερινών πελατών οι οποίοι θα αναζητήσουν πλέον το προϊόν σε άλλες επιχειρήσεις (Lapin,1994).

δ: το ποσοστό της διαφοράς μεταξύ της τιμής πώλησης και του κόστους αγοράς που αντιστοιχεί στο κόστος έλλειψης. Ισχύει ότι $s = \delta \cdot (p - c), \mu\varepsilon \quad \delta \ge 0$.

μ: η μέση ζήτηση

μ_T: ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας της μέσης ζήτησης

σ^2: η διακύμανση της ζήτησης

σ_T^2: ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας της διακύμανσης της ζήτησης

CV(D): ο συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation) της ζήτησης, ο οποίος ορίζεται ως CV=σ/μ

T: το μέγεθος του δείγματος

Q: η ποσότητα παραγγελίας που επιλέγεται στην αρχή της περιόδου

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

π: το κέρδος που παρατηρείται ανά περίοδο

Ε(π): τα αναμενόμενα κέρδη για κάθε περίοδο

$E(\pi)^*$: τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη

$\hat{E}(\pi)^*_{T+1}$: ο εκτιμητής των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο Τ+1

Q^*: η άριστη ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί τα αναμενόμενα κέρδη

$\hat{Q}^*_{T+1}$: ο εκτιμητής της άριστης ποσότητας παραγγελίας για τη περίοδο Τ+1

R: (critical fractile) παράγοντας που εξαρτάται από τη τιμή πώλησης, τη τιμή διάσωσης και τα κόστη παραγωγής και έλλειψης. Επίσης ως R ορίζεται και το επίπεδο εξυπηρέτησης, αφού $\Pr(D \le Q) = R = \dfrac{p-c+s}{p-v+s}$.

1-R: η πιθανότητα να έχουμε stockout (εξάντληση του αποθέματος), αφού $1-R = 1-\Pr(D \le Q) = \Pr(D > Q)$.

z_R : η αντίστροφη συνάρτηση της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο R.

ϕ_x : η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο x.

Φ_x : η συνάρτηση της αθροιστικής τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο x.

BIF: Bias Indicator Function, το οποίο δείχνει την ύπαρξη μεροληψίας. Η τιμή αυτή θέλουμε να τείνει στη μονάδα.

RAHL: Relative Average of Half Lengths, ο σχετικός μέσος όρος των μέσων αποστάσεων των διαστημάτων εμπιστοσύνης.

RSDHL: Relative Standard Deviation of Half Lengths, ο σχετική τυπική απόκλιση των μέσων αποστάσεων των διαστημάτων εμπιστοσύνης.

Επίσης σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημανθεί ο τρόπος εξαγωγής της συνάρτησης κέρδους για την περίπτωση του κλασικού υποδείγματος μιας περιόδου. Ειδικότερα, στο τέλος κάθε περιόδου δυο αμοιβαίως αποκλειόμενα γεγονότα μπορούν να συμβούν:

Α) η ποσότητα παραγγελίας να είναι μεγαλύτερη ή ίση από τη ζήτηση και να παραμένει απόθεμα (stock). Έτσι η συνάρτηση κέρδους θα έχει τη μορφή

$$\pi = pD_t + v(Q - D_t) - cQ$$

Όπου,

$pD_t \rightarrow$ έσοδα από τη πώληση της ζητούμενης ποσότητας στη τιμή πώλησης p

$v(Q - D_t) \rightarrow$ έσοδα από τη πώληση του stock στη τιμή διάσωσης v

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$cQ \rightarrow$ κόστος από την αγορά Q μονάδων αποθέματος

Προσθαφαιρώντας στη παραπάνω σχέση το παράγοντα pQ και κάνοντας τις πράξεις έχουμε

$$\pi = pD_t + vQ - vD_t - cQ + pQ - pQ = (p-c)Q + v(Q - D_t) - p(Q - D_t)$$

$$\pi = (p-c)Q - (p-v)(Q - D_t) \qquad (3.1\alpha)$$

B) η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη από τη ποσότητα παραγγελίας και έτσι να υπάρχουν ανικανοποίητοι πελάτες. Σε αυτή τη περίπτωση η συνάρτηση κέρδους θα έχει ως εξής

$$\pi = pQ - cQ - s(D_t - Q)$$

Όπου,

$pQ \rightarrow$ έσοδα από τη πώληση Q μονάδων στη τιμή πώλησης p

$cQ \rightarrow$ κόστος από την αγορά Q μονάδων αποθέματος

$s(D_t - Q) \rightarrow$ κόστος από τη ανικανοποίητη ζήτηση

Κάνοντας τις πράξεις στη παραπάνω σχέση έχουμε

$$\pi = (p-c)Q + s(Q - D_t) \qquad (3.1\beta)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.1α) και (3.1β) συμπεραίνουμε πως για κάθε περίπτωση η συνάρτηση κέρδους θα εκφράζεται ως

$$\pi = \begin{cases} (p-c)Q - (p-v)(Q - D_t), & D_t \le Q \\ (p-c)Q + s(Q - D_t), & D_t > Q \end{cases} \qquad (3.1)$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

3.2 Εκτίμηση Q* και E(π)* στη περίπτωση που CV ≤ 0,2

Στην μελέτη του Kevork (2010) θεωρείται το κλασικό υπόδειγμα αποθέματος μιας περιόδου (Newsboy problem) με τη ζήτηση να κατανέμεται κανονικά και να παρατηρείται για όλες τις περιπτώσεις των τιμών. Σκοπός της μελέτη είναι η εξαγωγή των κατάλληλων εκτιμητών για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη των οποίων η μεταβλητότητα εξαρτάται από τις εκτιμημένες παραμέτρους της ζήτησης, επισημαίνοντας πως η δυνατότητα εφαρμογής υποδειγμάτων αποθέματος μιας περιόδου στις διοικητικές αποφάσεις εξαρτάται από την εκτίμηση της ζήτησης.

Στη συγκεκριμένη μελέτη ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) κρατιέται σε επίπεδα μικρότερα ή ίσα του 0,2 εξασφαλίζοντας τη μηδαμινή πιθανότητα (0,00003%) εμφάνισης αρνητικής τιμής στη ζήτηση. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η χρήση περικοπής στο μηδέν όπως γίνεται στη μελέτη των Halkos – Kevork (2011). Σύμφωνα με το Lau (1997) υποστηρίχθηκε ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 0,2 αλλά μικρότερες του 0,3. Στη παρούσα όμως μελέτη μετά τη κατασκευή 10000 σειρών ζήτησης που ακολουθούν την κανονική κατανομή, μέγιστου μεγέθους 300 παρατηρήσεων, με μέσο 300 και τυπική απόκλιση 60, (με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte-Carlo) δεν παρατηρήθηκε αρνητική τιμή στη ζήτηση. Αντίθετα όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας αυξήθηκε σε 0,25 ή 0,3 αρνητικές τιμές άρχισαν να εμφανίζονται στο προσκήνιο.

Αρχικά εξάγονται οι σχέσεις για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τη περίπτωση που η ζήτηση κατανέμεται κανονικά και παρατηρείται πλήρως. Αναλυτικότερα:

Η συνάρτηση κέρδους έχει τη μορφή (όπως δείξαμε και παραπάνω)

$$\pi = \begin{cases} (p-c)Q-(p-v)(Q-D_t), & D_t \le Q \\ (p-c)Q+s(Q-D_t), & D_t > Q \end{cases}$$

Έτσι τα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$\begin{aligned} E(\pi) &= (p-c)Q-(p-v)\left[Q-E(D_t/D_t \le Q)\right]\Pr(D_t \le Q) + \\ &+ s\left[Q-E(D_t/D_t > Q)\right]\Pr(D_t > Q) \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Γνωρίζουμε όμως ότι (Maddala, 1983):

η αναμενόμενη ζήτηση για τη περίοδο t δοθέντος ότι ζήτηση είναι μικρότερη ή ίση από τη ποσότητα παραγγελίας δίνεται ως

$$E(D_t/D_t \le Q) = \mu - \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_z} \qquad (3.2\alpha)$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Ενώ η αναμενόμενη ζήτηση για τη περίοδο t δοθέντος ότι ζήτηση είναι μεγαλύτερη από τη ποσότητα παραγγελίας δίνεται ως

$$E(D_t / D_t > Q) = \mu + \sigma \frac{\phi_z}{1-\Phi_z} \tag{3.2β}$$

Επίσης οι πιθανότητες η ζήτηση να είναι μικρότερη ή ίση (μεγαλύτερη) από η ποσότητα παραγγελίας είναι αντίστοιχα

$$\Pr(D_t \leq Q) = \Phi_z \quad \text{και} \tag{3.2γ}$$

$$\Pr(D_t > Q) = 1 - \Phi_z \tag{3.2δ}$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.2α)-(3.2δ) στη σχέση (3.2) έχουμε

$$E(\pi) = (p-c)Q - (p-v)\left[(Q-\mu) + \sigma \frac{\phi_z}{\Phi_z}\right]\Phi_z +$$

$$+ s\left[(Q-\mu) - \sigma \frac{\phi_z}{1-\Phi_z}\right](1-\Phi_z)$$

Όπου κάνοντας της απαραίτητες πράξεις καταλήγουμε στη τελική σχέση που δίνει τα αναμενόμενα κέρδη

$$E(\pi) = (p-c)Q + s(Q-\mu) - (p-v+s)\{(Q-\mu)\Phi_z + \sigma\varphi_z\}\ , \tag{3.3}$$

όπου τα Φ_z, ϕ_z είναι οι συναρτήσεις της αθροιστικής κανονικής κατανομής και της πυκνότητας πιθανότητας υπολογιζόμενες στο $z = \frac{Q-\mu}{\sigma}$.

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για τη μεγιστοποίηση των αναμενόμενων κερδών καθορίζονται ως

$$\frac{dE(\pi)}{dQ} = (p-c+s) - (p-v+s)\Phi_z = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\Phi_z = \frac{p-c+s}{p-v+s} \tag{3.4}$$

Οι συνθήκες δεύτερης τάξης για τη μεγιστοποίηση των αναμενόμενων κερδών ικανοποιούνται καθώς

$$\frac{d^2E(\pi)}{dQ^2} = -\frac{p-v+s}{\sigma}\varphi_z < 0$$

Επομένως η άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*), εφαρμόζοντας τυποποίηση και συνδυάζοντας με τη σχέση (3.4), ικανοποιεί τη παρακάτω σχέση

$$\Phi_z = \Pr(D_t \leq Q) = \Pr\left(\frac{D_t-\mu}{\sigma} \leq \frac{Q-\mu}{\sigma}\right) = \Pr(Z \leq z_R) = \frac{p-c+s}{p-v+s} = R \tag{3.5}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

και οδηγεί στο ότι

$$Q^* = \mu + z_R\sigma \tag{3.6}$$

Αντικαθιστώντας την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) στη σχέση (3.3) βλέπουμε ότι τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη δίνονται ως

$$E(\pi)^* = (p-c)(\mu + z_R\sigma) + s(\mu + z_R\sigma - \mu) - (p - v + s)\{(\mu + z_R\sigma - \mu)\Phi_z + \sigma\varphi_z\}$$

Επιπλέον κάνοντας χρήση της σχέσης (3.2.5) καταλήγουμε στο ότι

$$E(\pi)^* = (p-c)\mu - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\sigma \tag{3.7}$$

Επιπλέον οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας (ML) για το μέσο (μ) και τη διακύμανση (σ^2) είναι

$$\hat{\mu}_T = \frac{1}{\mathrm{T}}\sum_{t=1}^{T} D_t \quad \text{και} \quad \hat{\sigma}_T^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(D_t - \hat{\mu}_T)^2 \ ,$$

όπου Τ ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Έτσι οι εκτιμητές της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για την περίοδο Τ+1 έχουν τη μορφή

$$\hat{Q}_{T+1}^* = \hat{\mu}_T + z_R\hat{\sigma}_T \tag{3.8}$$

$$\hat{E}(\pi)_{T+1}^* = (p-c)\hat{\mu}_T - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\hat{\sigma}_T \tag{3.9}$$

Με αυτόν τον τρόπο παρατηρούμε ότι κρατώντας σταθερό το επίπεδο εξυπηρέτησης (critical fractile) R σε διαφορετικά δείγματα $D_1, D_2, ..., D_T$ παίρνουμε διαφορετικές τιμές για το μέσο (μ) και τη τυπική απόκλιση (σ), τα οποία αντικαθιστούμε παίρνοντας διαφορετικές τιμές για την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*). Έτσι επιβεβαιώνεται πως η μεταβλητότητα του εκτιμητή $\hat{Q}_{T+1}^*$ και κατ' επέκταση του $\hat{E}(\pi)_{\mathrm{T}+1}^*$ εξαρτάται από τη μεταβλητότητα των εκτιμητών της μέγιστης πιθανοφάνειας $\hat{\mu}_{\mathrm{T}}, \hat{\sigma}_{\mathrm{T}}$ (δηλαδή των παραμέτρων της ζήτησης).

Έπειτα μελετάται η μεροληψία των δυο εκτιμητών σε μικρά δείγματα χρησιμοποιώντας το BIF (Bias Indicator Function), το οποίο ορίζεται ως ο λόγος της αναμενόμενης τιμής του εκτιμητή για την περίοδο Τ+1 προς τη πραγματική τιμή του εκτιμητή. Ειδικότερα έχουμε το BIF για τον εκτιμητή της άριστης ποσότητας παραγγελίας για τη περίοδο Τ+1, ο οποίος δίνεται ως

$$BIF_{\hat{Q}_{T+1}^*} = \frac{E(\hat{Q}_{T+1}^*)}{Q^*}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

και το BIF για τον εκτιμητή των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο T+1, ο οποίος δίνεται ως

$$BIF_{\hat{E}(\pi)^*_{T+1}} = \frac{E[\hat{E}(\pi)^*_{T+1}]}{E(\pi)^*}$$

Γενικότερα θέλουμε η τιμή του BIF να τείνει στη μονάδα γιατί αυτό μας εξασφαλίζει την αμεροληψία των εκτιμητών. Στη περίπτωση που η τιμή του BIF είναι μεγαλύτερη (μικρότερη) της μονάδας έχουμε υπερεκτίμηση (υποεκτίμηση) της πραγματικής τιμής του εκτιμητή. Ειδικότερα επισημαίνεται πως η μεροληψία μειώνεται όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης πλησιάζει τη μονάδα (R→1) ή όταν αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος.

Στη συνέχεια βασιζόμενοι στις ασυμπτωτικές ιδιότητες κατασκευάζεται το (1-α) x 100% διάστημα εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας, το οποίο δίνεται ως:

$$\hat{Q}^*_{T+1} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sqrt{1 + \frac{z_R^2}{2}} \tag{3.10}$$

Στη περίπτωση αυτή βλέπουμε ότι τα άνω και κάτω όρια του διαστήματος εμπιστοσύνης εξαρτώνται από τη τιμή του $z_{\alpha/2}$, η οποία συνήθως λαμβάνει τη τιμή 1,96 στη περίπτωση κατασκευής του 95% διαστήματος εμπιστοσύνης (α=0,05), τη τυπική απόκλιση της ζήτησης (σ), το μέγεθος του δείγματος (T) και την αντίστροφη συνάρτηση της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο R (z_R).

Επίσης βάσει των ασυμπτωτικών κατανομών το (1-α) x 100% διάστημα εμπιστοσύνης για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, έχει ως

$$\hat{E}(\pi)^*_{T+1} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma(p-c)}{\sqrt{T}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}\left((1+\delta)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\right)^2} \tag{3.11}$$

και σε αυτή τη περίπτωση τα άνω και κάτω όρια του διαστήματος εμπιστοσύνης εξαρτώνται από τους ίδιους παράγοντες που αναφέραμε πιο πάνω αλλά τώρα επιπλέον από τη τιμή πώλησης (p) και το κόστος αγοράς (c), τη τιμή δ, το επίπεδο εξυπηρέτησης (R) και τη τιμή συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας υπολογιζόμενη στο z_R .

Έπειτα με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte-Carlo εξετάστηκε η εγκυρότητα των παραπάνω διαστημάτων εμπιστοσύνης για διαφορετικές συνδυασμούς των παραμέτρων T (μέγεθος του δείγματος), R (critical fractile), CV (συντελεστής μεταβλητότητας) και δ. Η αξιολόγηση έγινε με τη χρήση τριών μέτρων: τη κάλυψη (coverage), δηλαδή την εκτίμηση της πιθανότητας το διάστημα εμπιστοσύνης να συμπεριλαμβάνει τη πραγματική τιμή του εκτιμητή, το RAHL (Relative Average Half Length) και το RSDHL (Relative

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Standard Deviation of Half Lengths), που μετράνε αντίστοιχα την ακρίβεια και τη σταθερότητα των μισών αποστάσεων (Half Lengths) που είναι συσχετισμένες με τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι για μικρά δείγματα και οι δυο εκτιμητές είναι μεροληπτικοί. Ειδικότερα:

- Για την άριστη ποσότητα παραγγελίας παρατηρήθηκε πως η πιθανότητα υπο/υπερεκτίμησης εξαρτάται από το εάν έχουμε προϊόν υψηλού ή χαμηλού κέρδους. Για προϊόντα χαμηλού κέρδους (R<0,5) παρατηρήθηκε θετική μεροληψία και τη κατανομή να παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία, έτσι μέσω των προσομοιώσεων αποδείχθηκε ότι υπάρχει περισσότερο από 50% πιθανότητα να υπερεκτιμήσουμε τη πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας. Ενώ για προϊόντα υψηλού κέρδους (R>0,5) παρατηρήθηκε αρνητική μεροληψία και τη κατανομή να παρουσιάζει θετική ασυμμετρία, δείχνοντας ότι υπάρχει περισσότερο από 50% πιθανότητα να υποεκτιμήσουμε τη πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας.
- Για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη αποδείχθηκε ότι για οποιοδήποτε R υπάρχει θετική μεροληψία και η κατανομή παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία, επισημαίνοντας πως η πιθανότητα να υπερεκτιμήσουμε τα πραγματικά μέγιστα κέρδη υπερβαίνει το 50%. Επίσης η αύξηση του κόστους έλλειψης (s) επέφερε ακόμα μεγαλύτερη αύξηση στις πιθανότητες υπερεκτίμησης, υποδεικνύοντας πως ο σωστός προσδιορισμός του s είναι ένας σημαντικός παράγοντας για την ορθή πρόβλεψη των μέγιστων αναμενόμενων κερδών.

Τα αποτελέσματα σχετικά με τις πιθανότητες υπο/υπερεκτίμησης της πραγματικής άριστης ποσότητας παραγγελίας δίνουν πιθανές εξηγήσεις σχετικά με τη διαπίστωση που έγινε από τους Schweitzer and Cachon (2000), οι οποίοι διεξάγοντας δυο πειράματα για να εξηγήσουν τη συμπεριφορά των μάνατζερ σχετικά με τις αποφάσεις αποθεματοποίησης μιας περιόδου κατέληξαν στο γεγονός ότι οι ποσότητες παραγγελίας για προϊόντα υψηλού κέρδους (R>0,5) ήταν χαμηλότερες από τις άριστες ποσότητες παραγγελίας που μεγιστοποιούν τα αναμενόμενα κέρδη. Ενώ οι ποσότητες παραγγελίας για προϊόντα χαμηλού κέρδους (R<0,5) ήταν υψηλότερες από τις άριστες ποσότητες παραγγελίας που μεγιστοποιούν τα αναμενόμενα κέρδη.

Παρόλο που οι δυο εκτιμητές είναι μεροληπτικοί σε μικρά δείγματα, είναι συνεπής και ασυμπτωτικά συγκλίνουν προς τη κανονική κατανομή. Έτσι χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ασυμπτωτικών κατανομών δημιουργήθηκαν τα κατάλληλα διαστήματα εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας (σχ.3.10) και τα μέγιστα

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

αναμενόμενα κέρδη (σχ.3.11), των οποίων η εγκυρότητα ελέγχθηκε με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte-Carlo.

Για δείγματα των 20 παρατηρήσεων και πάνω η κάλυψη (coverage) των διαστημάτων εμπιστοσύνης κρίνεται ως ικανοποιητική σχετικά με τη πιθανότητα να περιέχουν τη πραγματική τιμή του εκτιμητή. Ειδικότερα όσον αφορά την άριστη ποσότητα παραγγελίας η κάλυψη είναι η ίδια για οποιαδήποτε τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας και συγκλίνει στο ονομαστικό επίπεδο εμπιστοσύνης όσο αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος. Ωστόσο ο ρυθμός της κάλυψης εξαρτάται από το επίπεδο εξυπηρέτησης, γιατί όσο πιο κοντά είναι αυτό στο 0,5, τόσο πιο γρήγορα επιτυγχάνεται η σύγκλιση στο ονομαστικό επίπεδο εμπιστοσύνης. Από την άλλη πλευρά στη περίπτωση των μέγιστων αναμενόμενων κερδών η αύξηση του κόστους έλλειψης (s) (δηλαδή μεγαλύτερη τιμή του δ) οδηγεί σε χαμηλότερη κάλυψη. Αλλά για οποιαδήποτε τιμή του δ η σύγκλιση στο ονομαστικό επίπεδο εμπιστοσύνης είναι γρηγορότερη όσο το επίπεδο εξυπηρέτησης τείνει στη μονάδα ($R \to 1$).

Επίσης με τη χρήση των μέτρων RAHL και RSDHL δείχθηκε πως τα διαστήματα εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας παρουσιάζουν ικανοποιητική σταθερότητα και ακρίβεια, σε αντίθεση με τη περίπτωση των μέγιστων αναμενόμενων κερδών όπου για οποιοδήποτε R παρουσιάζεται μικρότερη σταθερότητα και μειωμένη ακρίβεια στη παρουσία υψηλού κόστους έλλειψης.

Τέλος, βάσει των συμπερασμάτων (που αναφέρθηκαν παραπάνω) δόθηκε έμφαση στο γεγονός ότι το ασθενές σημείο εφαρμογής του κλασικού υποδείγματος Newsboy σε καταστάσεις της πραγματικής ζωής είναι η παρουσία του κόστους έλλειψης, παρατηρώντας ότι σε κάθε περίπτωση τα κόστη αυτά θα πρέπει να κρατούνται σε χαμηλά επίπεδα, μέσω ανάπτυξης πολιτικών επικοινωνίας με του πελάτες, έτσι ώστε να μην υπάρχουν χαμένες πωλήσεις.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

3.3 Εκτίμηση Q* και E(π)* στη περίπτωση που CV > 0.2

Η μελέτη για τη περίπτωση του Newsvendor υποδείγματος όπου ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) λαμβάνει υψηλές τιμές πραγματοποιήθηκε από τους Halkos and Kevork (2011). Αυτή η υπόθεση όμως οδηγεί στο πρόβλημα της αύξησης της πιθανότητας να εμφανισθούν αρνητικές τιμές της ζήτησης (οι οποίες δεν θα είχαν και καμία λογική σημασία), όπως υποδεικνύεται από τις μελέτες των Lau (1997) και Kevork (2010).

Για την επίλυση λοιπόν αυτού του προβλήματος στη παρούσα μελέτη υποτίθεται η περικοπή (truncation) της κατανομής της ζήτησης στο μηδέν, έτσι ώστε να παρατηρούνται μόνο οι θετικές τιμές της ζήτησης. Επίσης γίνεται αναφορά στο πρόβλημα της μη συμμετρικότητας, που προκύπτει από την μοντελοποίηση μόνο των θετικών τιμών, σχετικά με την εξαγωγή των διαστημάτων εμπιστοσύνης. Η παρούσα ανάλυση υποθέτει τη χρησιμοποίηση τριών εναλλακτικών υποδειγμάτων για τη διεξαγωγή των διαστημάτων εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, έτσι ώστε να ερευνηθούν οι επιπτώσεις της υποδειγματοποίησης μόνο των θετικών τιμών της ζήτησης.

Αυτά τα τρία υποδείγματα αναφέρονται στις περιπτώσεις όπου η ζήτηση ακολουθεί:

Α) παραδοσιακά τη κανονική κατανομή, αγνοώντας τη περικοπή που έχει γίνει

Β) τη λογαριθμική - κανονική κατανομή

Γ) τη εκθετική κατανομή

Αρχικά εξάγονται οι σχέσεις για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τη περίπτωση που η ζήτηση κατανέμεται κανονικά και λαμβάνεται υπόψη η περικοπή στο μηδέν. Αναλυτικότερα:

Η συνάρτηση κερδών είναι της μορφής

$$\pi = \begin{cases} (p-c)Q - (p-v)(Q-D_t), & 0 < D_t \leq Q \\ (p-c)Q + s(Q-D_t), & D_t > Q \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι τώρα το πρώτο κομμάτι της συνάρτησης κερδών, που αφορά τη περίπτωση που η ζήτηση για τη περίοδο t είναι μικρότερη από τη ποσότητα παραγγελίας, ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της ζήτησης, αυτό γίνεται γιατί από τη στιγμή που χρησιμοποιείται η κανονική κατανομή η ζήτηση μπορεί να λάβει και αρνητικές τιμές. Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν δεν είμαστε αναγκασμένοι να κρατήσουμε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) σε επίπεδα μικρότερα ή ίσα του 0,2 , αλλά τώρα μπορούμε να θέσουμε υψηλότερες τιμές. Στη παρούσα ανάλυση υποτίθεται ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας παίρνει τις τιμές 1 και 1,5.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Επίσης θα πρέπει να τονίσουμε ότι ο μόνος τρόπος για να αποφύγουμε τις αρνητικές τιμές στη ζήτηση (χωρίς να κάνουμε περικοπή στο μηδέν ή να θέσουμε $CV \leq 0{,}2$) είναι να θεωρήσουμε ότι η ζήτηση ακολουθεί την εκθετική ή τη λογαριθμική κατανομή.

Έτσι τα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$E(\pi) = (p-c)Q \cdot \Pr(0 < D_t \leq Q) - (p-v)\left[Q - E(D_t / 0 < D_t \leq Q)\right]\Pr(0 < D_t \leq Q) +$$
$$+ (p-c)Q \cdot \Pr(D_t > Q) + s\left[Q - E(D_t / D_t > Q)\right]\Pr(D_t > Q)$$

(3.12)

Με βάση το Maddala (1983) σχετικά με τη truncated normal, η αναμενόμενη τιμή της ζήτησης για τη περίοδο t δοθέντος ότι αυτή είναι μικρότερη ή ίση από τη ποσότητα παραγγελίας και λαμβάνει θετικές τιμές δίνεται από τη σχέση

$$E(D_t / 0 < D_t \leq Q) = \mu - \sigma \frac{\phi_z - \phi_\theta}{\Phi_z - \Phi_\theta} \qquad (3.12\alpha)$$

Ενώ η αναμενόμενη τιμή της ζήτησης για τη περίοδο t δοθέντος ότι ζήτηση είναι μεγαλύτερη από τη ποσότητα παραγγελίας δίνεται ως

$$E(D_t / D_t > Q) = \mu + \sigma \frac{\phi_z}{1 - \Phi_z} \qquad (3.12\beta)$$

Επίσης οι αντίστοιχες πιθανότητες αναφορικά με τη ζήτηση έχουν ως

$$\Pr(0 < D_t \leq Q) \frac{1}{\Phi_\theta} \int_0^Q \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = \frac{1}{\Phi_\theta} \int_{-\frac{\mu}{\sigma}}^{\frac{Q-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du = 1 - \frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta} \qquad (3.12\gamma)$$

και

$$\Pr(D_t > Q) = 1 - \Phi_z \qquad (3.12\delta)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.12α)-(3.12δ) στη σχέση (3.12) έχουμε

$$E(\pi) = (p-c)Q\left(1 - \frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta}\right) - (p-v)\left[Q - \mu + \sigma\frac{\phi_z - \phi_\theta}{\Phi_z - \Phi_\theta}\right]\left(1 - \frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta}\right) +$$
$$+ (p-c)Q(1-\Phi_z) + s\left[Q - \mu - \sigma\frac{\phi_z}{1-\Phi_z}\right](1-\Phi_z)$$

Και κάνοντας τις απαραίτητες πράξεις καταλήγουμε στο ότι τα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$E(\pi) = (p-c)Q - (p-v)\left[(Q-\mu) - \sigma\frac{\phi_\theta}{\Phi_\theta}\right] +$$
$$+ (p-v+s)\left[(Q-\mu)\frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta} - \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_\theta}\right] \qquad (3.13)$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

όπου ϕ_z, ϕ_θ οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενες αντίστοιχα στα $z = \frac{Q-\mu}{\sigma}$ και $\theta = \frac{1}{CV} = \frac{\mu}{\sigma}$. Επιπλέον Φ_z, Φ_θ οι αντίστοιχες αθροιστικές κατανομές.

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για τη μεγιστοποίηση των αναμενόμενων κερδών είναι

$$\frac{dE(\pi)}{dQ} = (p-c) - (p-v) + (p-v+s)\left[\frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta} - \frac{(Q-\mu)\phi_z}{\sigma\Phi_\theta} - \sigma\left(-\frac{(Q-\mu)\phi_z}{\sigma^2\Phi_\theta}\right)\right] = 0$$

$$-c + v + (p-v+s)\left(\frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta}\right) = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\Phi_z = 1 - \frac{c-v}{p-v+s}\Phi_\theta \tag{3.14}$$

Αφού ισχύουν οι παρακάτω παράγωγοι

$$\frac{d}{dQ}\phi_z = \frac{d}{dQ}\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)^2}\right\} = -\frac{1}{\sigma}\left(\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)\phi_z$$

$$\frac{d}{dQ}\Phi_z = \frac{d}{dQ}\Phi_{\frac{Q-\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\sigma}\phi_z$$

Ενώ οι συνθήκες δεύτερης τάξης ικανοποιούνται καθώς

$$\frac{d^2E(\pi)}{dQ^2} = -\frac{p-v+s}{\sigma\Phi_\theta}\varphi_z < 0$$

Η άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) που μεγιστοποιεί τα αναμενόμενα κέρδη σε συνδυασμό με τη σχέση (3.14) ικανοποιεί τη σχέση

$$\Phi_z = \Pr(D_t \le Q) = \Pr\left(\frac{D_t-\mu}{\sigma} \le \frac{Q-\mu}{\sigma}\right) = \Pr(Z \le z_R) = 1 - \frac{c-v}{p-v+s}\Phi_\theta = R \tag{3.15}$$

η οποία οδηγεί στο ότι

$$Q^* = \mu + z_R\sigma$$

Αντικαθιστώντας την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) στη σχέση (3.13) βλέπουμε ότι τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη δίνονται ως

$$E(\pi)^* = (p-c)(\mu + z_R\sigma) - (p-v)\left[(\mu + z_R\sigma - \mu) - \sigma\frac{\phi_\theta}{\Phi_\theta}\right] +$$

$$+ (p-v+s)\left[(\mu + z_R\sigma - \mu)\frac{1-\Phi_z}{\Phi_\theta} - \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_\theta}\right]$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Επιπλέον κάνοντας χρήση της σχέσης (3.15) καταλήγουμε στο ότι

$$E(\pi)^* = (p-c)\mu + (p-v)\sigma \frac{\phi_\theta}{\Phi_\theta} - (p-v+s)\sigma \frac{\phi_z}{\Phi_\theta}$$

Στη συνέχεια εξάγονται οι σχέσεις για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τις περιπτώσεις που η ζήτηση ακολουθεί τη λογαριθμική-κανονική και εκθετική κατανομή. Ειδικότερα, στη περίπτωση της λογαριθμικής–κανονικής κατανομής όπου $Y \sim N(\mu_{LN}, \sigma_{LN}^2)$ και $D_t = e^Y \Rightarrow \ln D_t = Y$ τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη είναι της μορφής

$$\begin{aligned} E(\pi) &= (p-c)Q - (p-v)\left[Q - E(D_t / D_t \le Q)\right]\Pr(D_t \le Q) + \\ &+ s\left[Q - E(D_t / D_t > Q)\right]\Pr(D_t > Q) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Γνωρίζουμε ότι (Johnson et al., 1994) οι πιθανότητες η ζήτηση να μικρότερη ή ίση (μεγαλύτερη) από τη ποσότητα παραγγελίας καθώς και οι μέσοι αναφορικά με τη ζήτηση είναι

$$\Pr(D_t \le Q) = \Pr(\ln D_t \le \ln Q) = \Pr\left(Z \le \frac{\ln Q - \mu_{LN}}{\sigma_{LN}}\right) = \Pr(Z \le z_{LN}) = \Phi_{z_{LN}} \quad (3.16α)$$

$$\Pr(D_t > Q) = 1 - \Phi_{z_{LN}} \quad (3.16β)$$

$$E(D_t / D_t \le Q) = e^{\mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2}} \frac{\Phi_{z_{LN} - \sigma_{LN}}}{\Phi_{z_{LN}}} \quad (3.16γ)$$

$$E(D_t / D_t > Q) = e^{\mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2}} \frac{1 - \Phi_{z_{LN} - \sigma_{LN}}}{1 - \Phi_{z_{LN}}} \quad (3.16δ)$$

Κάνοντας αντικατάσταση των σχέσεων (3.16α)-(3.16δ) στη σχέση (3.16) λαμβάνουμε τη παρακάτω μορφή των αναμενόμενων κερδών για τη λογαριθμική-κανονική κατανομή

$$E(\pi)_{LN} = (p-c+s)Q - (p-v+s)Q\Phi_{z_{LN}} - se^{\mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2}} + (p-v+s)e^{\mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2}} \Phi_{z_{LN} - \sigma_{LN}} \quad (3.17)$$

Σύμφωνα με τη μεγιστοποίηση της (3.17) έχουμε

$$\frac{dE(\pi)_{LN}}{dQ} = (p-c+s) - (p-v+s)\Phi_{z_{LN}} = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\Phi_{z_{LN}} = \frac{p-c+s}{p-v+s} \quad (3.18)$$

Αφού ισχύουν οι παρακάτω παράγωγοι ως προς τη ποσότητα παραγγελίας

$$\frac{d}{dQ}\Phi_{z_{LN}} = \frac{d\Phi_{z_{LN}}}{dz_{LN}} \cdot \frac{dz_{LN}}{d\ln Q} \cdot \frac{d\ln Q}{dQ} = \frac{\phi_{z_{LN}}}{\sigma Q}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$$\frac{d}{dQ}\Phi_{z_{LN}-\sigma_{LN}} = \frac{d\Phi_{z_{LN}-\sigma_{LN}}}{d(z_{LN}-\sigma_{LN})}\cdot\frac{d(z_{LN}-\sigma_{LN})}{d\ln Q}\cdot\frac{d\ln Q}{dQ} = \frac{\phi_{z_{LN}}}{\sigma_{LN}e^{\mu_{LN}+\frac{\sigma_{LN}^2}{2}}}$$

Δίνοντας ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας ικανοποιεί τη σχέση

$$\Phi_{z_{LN}} = \Pr(D_t \le Q) = \Pr(\ln D_t \le \ln Q) = \Pr\left(Z \le \frac{\ln Q - \mu_{LN}}{\sigma_{LN}}\right) =$$

$$= \Pr(Z \le z_R) = \frac{p-c+s}{p-v+s} = R$$

η οποία οδηγεί στο ότι

$$\ln Q_{LN}^* = \mu_{LN} + z_R\sigma_{LN}$$

Επιπλέον λογαριθμίζοντας τα δυο μέλη της (3.17), αφού πρώτα κάνουμε χρήση της σχέσης (3.18) και της έκφρασης

$$z_{LN} - \sigma_{LN} = \frac{\ln Q_{LN}^* - \mu_{LN}}{\sigma_{LN}} = z_R - \sigma_{LN}$$

καταλήγουμε στο ότι η τελική σχέση που δίνει τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$\ln E(\pi)_{LN}^* = \mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2} + \ln\left[(p-v+s)\Phi_{z_R-\sigma_{LN}} - s\right]$$

Τέλος στη περίπτωση της εκθετικής κατανομής (με μέσο λ) η σχέση για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη έχει και πάλι τη μορφή

$$\begin{aligned} E(\pi) &= (p-c)Q - (p-v)\left[Q - E(D_t / D_t \le Q)\right]\Pr(D_t \le Q) + \\ &+ s\left[Q - E(D_t / D_t > Q)\right]\Pr(D_t > Q) \end{aligned} \qquad (3.19)$$

οπού οι μέσοι και οι πιθανότητες σχετικά με την ζήτηση στη περίοδο t δίνονται από τις σχέσεις

$$E(D_t / D_t \le Q) = -\frac{Qe^{-\frac{Q}{\lambda}} + \lambda e^{-\frac{Q}{\lambda}} - \lambda}{1 - e^{-\frac{Q}{\lambda}}} \qquad (3.19\alpha)$$

$$E(D_t / D_t > Q) = \frac{Qe^{-\frac{Q}{\lambda}} + \lambda e^{-\frac{Q}{\lambda}}}{e^{-\frac{Q}{\lambda}}} \qquad (3.19\beta)$$

$$\Pr(D_t \le Q) = 1 - e^{-\frac{Q}{\lambda}} \qquad (3.19\gamma)$$

$$\Pr(D_t > Q) = e^{-\frac{Q}{\lambda}} \qquad (3.19\delta)$$

Και πάλι αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.19α)-(3.19δ) στη σχέση (3.19) έχουμε τη μορφή της συνάρτησης των αναμενόμενων κερδών

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$$E(\pi)_{\exp} = (p-c+s)Q - (p-v+s)Q + (p-v)\lambda - (p-v+s)\lambda e^{-\frac{Q}{\lambda}} \qquad (3.20)$$

Σύμφωνα με τη μεγιστοποίηση της (3.20)

$$\frac{dE(\pi)_{\exp}}{dQ} = (p-c+s) - (p-v+s) + \frac{1}{\lambda}(p-v+s)\lambda e^{-\frac{Q}{\lambda}} = 0$$

βρίσκουμε ότι

$$e^{-Q/\lambda} = 1 - \frac{p-c+s}{p-v+s}$$

ή γενικότερα ότι

$$\Pr(D_t \le Q) = 1 - e^{-Q/\lambda} = \frac{p-c+s}{p-v+s} = R$$

Λογαριθμίζοντας το δεύτερο και τέταρτο μέλος της παραπάνω σχέσης και λύνοντας ως προς Q έχουμε τη σχέση της άριστης ποσότητας παραγγελίας για την περίπτωση της εκθετικής κατανομής

$$Q^*_{\exp} = -\lambda \cdot \ln(1-R)$$

την οποία αντικαθιστούμε στη σχέση (3.20) παίρνοντας τη τελική σχέση για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για την περίπτωση της εκθετικής κατανομής

$$E(\pi)^*_{\exp} = \lambda\left[(p-c) + (c-v)\ln(1-R)\right]$$

Στο επόμενο τμήμα κατασκευάστηκαν τα διαστήματα εμπιστοσύνης για τη πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη χρησιμοποιώντας τους εκτιμητές από τα τρία εναλλακτικά υποδείγματα. Ειδικότερα:

Για τη περίπτωση της κανονικής κατανομής, η οποία αγνοεί τη περικοπή που ήδη έχει γίνει τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης δίνονται βάσει του Kevork (2010)

$$\hat{Q}^*_{NM} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}_{NM}}{\sqrt{T}} \sqrt{1 + \frac{z_R^2}{2}}$$

$$\hat{E}(\pi)^*_{NM} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}_{NM}(p-c)}{\sqrt{T}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}\left(\left(1 + \frac{s}{p-c}\right)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\right)^2}$$

Οπού $\hat{Q}^*_{NM}$ και $\hat{E}(\pi)^*_{NM}$ οι εκτιμητές για τη περίοδο T+1 της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών

$$\hat{Q}^*_{NM} = \hat{\mu} + z_R \hat{\sigma}$$

$$\hat{E}(\pi)^*_{NM} = (p-c)\hat{\mu} - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\hat{\sigma}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Επιπλέον οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας για το μέσο και τη διακύμανση είναι $\hat{\mu}_{NM} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} D_t$ και $\hat{\sigma}^2_{NM} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(D_t - \hat{\mu}_{NM}\right)^2$ αντίστοιχα.

Για τη περίπτωση της λογαριθμικής-κανονικής κατανομής τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τη Q* και Ε(π)* δίνονται ως

$$\exp\left(\ln \hat{Q}^*_{LN} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}_{LN}}{\sqrt{T}}\sqrt{1+\frac{z_R^2}{2}}\right)$$

$$\exp\left[\ln \hat{E}(\pi)^*_{LN} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}_{LN}}{\sqrt{T}}\sqrt{\left\{1+\frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_{LN} - \frac{(p-v+s)\phi_{z_R-\hat{\sigma}_{LN}}}{(p-v+s)\Phi_{z_R-\hat{\sigma}_{LN}} - s}\right]^2\right\}}\right]$$

Όπου $\ln \hat{Q}^*_{LN}$ και $\ln \hat{E}(\pi)^*_{LN}$ οι ακόλουθοι εκτιμητές για τη περίοδο T+1

$$\ln \hat{Q}^*_{LN} = \hat{\mu}_{LN} + z_R \hat{\sigma}_{LN}$$

$$\ln \hat{E}(\pi)^*_{LN} = \hat{\mu}_{LN} + \frac{\hat{\sigma}^2_{LN}}{2} + \ln\left[(p-v+s)\Phi_{z_R-\hat{\sigma}_{LN}} - s\right]$$

Επίσης οι ML εκτιμητές του μέσου και της διακύμανσης έχουν ως

$\hat{\mu}_{LN} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \ln D_t$ και $\hat{\sigma}^2_{LN} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\ln D_t - \hat{\mu}_{LN}\right)^2$ αντίστοιχα.

Τέλος για τη περίπτωση του υποδείγματος εκθετικής κατανομής με $\hat{\lambda} = \hat{\mu} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} D_t$ τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τη Q* και Ε(π)* δίνονται ως

$$\hat{Q}^*_{\exp} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{T}} \ln(1-R)$$

$$\hat{E}(\pi)^*_{\exp} \pm 1{,}96 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{T}}\left[(p-c)+(c-v)\ln(1-R)\right]$$

Όπου $\hat{Q}^*_{\exp}$ και $\hat{E}(\pi)^*_{\exp}$ οι ακόλουθοι εκτιμητές για τη περίοδο T+1

$$\hat{Q}^*_{\exp} = -\hat{\lambda} \cdot \ln(1-R)$$

$$\hat{E}(\pi)^*_{\exp} = \hat{\lambda}\left[(p-c)+(c-v)\ln(1-R)\right]$$

Για τη μελέτη της επίδοσης των τριών εναλλακτικών υποδειγμάτων κατασκευάστηκαν 10000 σειρές ζήτησης μέγιστου μεγέθους 1000 (θετικών) παρατηρήσεων με βάση την truncated normal με μέσο 300 και συντελεστή μεταβλητότητας 1 (διακύμανση 300^2) και 1,5 (διακύμανση 450^2). Η εγκυρότητά των διαστημάτων εμπιστοσύνης για τους

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

πραγματικούς εκτιμητές (Q^* και $E(\pi)^*$), χρησιμοποιώντας τους εκτιμητές από τα τρία εναλλακτικά υποδείγματα, εξετάστηκε με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte-Carlo για προϊόντα υψηλού (R>0,5) και χαμηλού κέρδους (R<0,5), καθώς και για διαφορετικά μεγέθη δείγματος (T), αλλά και διαφορετικούς συντελεστές μεταβλητότητας (CV).

Επίσης θα πρέπει να τονίσουμε ότι τιμές των παραμέτρων πειραματοποίησης για τα p, c, v και s επιλέχθηκαν έτσι ώστε να ικανοποιούν τις τρεις παρακάτω αρχές:

α) αυξάνοντας το R παρατηρείται μεγαλύτερο περιθώριο κέρδους υποστηρίζοντας την αρχή των Schweitzer και Cachon (2000) σχετικά με τα προϊόντα υψηλού-χαμηλού κέρδους,

β) η τιμή διάσωσης τέθηκε κάτω από το κόστος αγοράς (v < c) και

γ) το κόστος έλλειψης του αποθέματος θεωρήθηκε μηδενικό (s=0), δηλαδή ότι δεν υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση στο παρόν και απώλεια της καλής πίστης του πελάτη στο μέλλον (loss of goodwill). Αυτό διασφαλίζεται θεωρώντας ότι ο πωλητής, όταν υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση, βρίσκει το προϊόν από άλλες πηγές, ενώ η τιμή πώλησης (p) και το κόστος αγοράς (c) παραμένουν ίδια.

Τέλος τα αποτελέσματα αξιολογήθηκαν με τη χρήση τριών μέτρων: τη κάλυψη (coverage), το RAHL (Relative Average of Half Lengths) και το RSDHL (Relative Standard Deviation of Half Lengths). Έδειξαν ότι για προϊόντα χαμηλού κέρδους (R<0,5) και τα τρία διαστήματα εμπιστοσύνης απέτυχαν να καλύψουν το ονομαστικό επίπεδο εμπιστοσύνης (95%). Ενώ για προϊόντα υψηλού κέρδους (R>0,5) τα διαστήματα εμπιστοσύνης της κανονικής και της λογαριθμικής–κανονικής κατανομής πέτυχαν αποδεκτή κάλυψη του ονομαστικού επιπέδου εμπιστοσύνης, αλλά για μόνο ένα περιορισμένο εύρος μικρών δειγμάτων, αλλά ακόμα και σε αυτές τις περιπτώσεις η ακρίβεια και η σταθερότητά τους ήταν μικρή προσφέροντας ελάχιστη πληροφόρηση σχετικά με τη λήψη αποφάσεων. Επιπλέον η κάλυψη των διαστημάτων εμπιστοσύνης και για τις τρεις υποθετικές κατανομές μειώνεται όσο αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 4

Εκτίμηση άριστης αποθεματικής πολιτικής με χαμένες πωλήσεις

4.1 Εισαγωγικές έννοιες

Στο τμήμα αυτό αρχικά παρουσιάζεται η κοινή σημειογραφία που χρησιμοποιείται στο παρόν κεφάλαιο και στη συνέχεια κάποιες εισαγωγικές έννοιες σχετικά με τα τμήματα που ακολουθούν.

Η σημειογραφία που παρατίθεται σε αυτό το κεφάλαιο είναι εν μέρει κοινή με αυτή του τμήματος 3.1, γι' αυτό κρίνεται απαραίτητη η παρουσίαση μόνο των καινούργιων όρων που εμπλέκονται στη ανάλυση. Αυτοί έχουν ως εξής:

x_i: η τιμή μιας παρατήρησης ενός τυχαίου δείγματος μεγέθους n με άγνωστο μέσο και τυπική απόκλιση, όπου i=1,2,…,n

S: μια γνωστή σταθερά στην οποία πρέπει να φτάσει το επίπεδο του αποθέματος (truncation point)

$\bar{x}_r$: ο μέσος όρος των τιμών που είναι κάτω από τη σταθερά S ή ο μέσος όρος των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί

s_r^2: η διακύμανση των τιμών που είναι κάτω από τη σταθερά S ή η διακύμανση των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί

f(x): συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο x

r: ο αριθμός των παρατηρήσεων που δεν έχουν λογοκριθεί

n: το συνολικό μέγεθος του δείγματος (συμπίπτει με τον όρο T του προηγούμενου κεφαλαίου)

ρ: το ποσοστό των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί, ορίζεται ως ρ=r/n

$\tilde{\mu}$: η μέση ζήτηση του περικομένου δείγματος

$\tilde{\mu}_T$: ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας της μέσης ζήτησης του περικομένου δείγματος

$\tilde{\sigma}^2$: η διακύμανση της ζήτησης του περικομένου δείγματος

$\tilde{\sigma}_T^2$: ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας της διακύμανσης της ζήτησης του περικομένου δείγματος

Στο τμήμα 4.2 γίνεται μια περιγραφή της μελέτης του Nahmias (1994) η οποία υποθέτει την εκτίμηση της ζήτησης στη περίπτωση ύπαρξης χαμένων πωλήσεων. Σε αυτή τη μελέτη αναφέρεται η διαφορά της ζήτησης και των πωλήσεων στη περίπτωση εκτίμησης των παραμέτρων της ζήτησης από δεδομένα πωλήσεων, τα οποία λογοκρίνονται προς τα πάνω (right censored samples). Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφορά

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

σχετικά με τη διαφορά ζήτησης και πωλήσεων έγινε από τους Conrad (1976), Wecker (1978) και Ernst and Kamrad (2006), ενώ αναφορά σχετικά με λογοκριμένα υποδείγματα (censored models) έγινε από τους Gupta (1952), Ding et al. (2002) και Lau and Lau (1996).

Στο τμήμα 4.3 πραγματοποιείται η εξαγωγή της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίπτωση του Newsboy υποδείγματος, όταν υπεισέρχονται στην εκτίμηση οι εκτιμητές για το μέσο και τη τυπική απόκλιση βάσει της μεθοδολογίας του Nahmias (1994), καθώς και εφαρμογή λογοκρισίας στις περιπτώσεις που υφίσταται stockout. Τέλος, στο τμήμα 4.4 παρατίθεται ένα αριθμητικό παράδειγμα εφαρμογής της εκτίμησης των άριστων αποθεματικών πολιτικών που αφορά περιπτώσεις που εφαρμόζεται η μέθοδος του Kevork (2010) και η μεθοδολογία που αποδεικνύεται στο τμήμα 4.3 για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

4.2 Εκτίμηση ζήτησης με χαμένες πωλήσεις

Το πρόβλημα της χρησιμοποίησης των πωλήσεων για την εκτίμηση της ζήτησης στη περίπτωση που υπάρχουν χαμένες πωλήσεις εξετάστηκε για πρώτη φορά από τον Nahmias (1994). Στη μελέτη του αναφέρεται το γεγονός πως τα συστήματα πολιτικών αποθεματοποίησης που είχαν αναπτυχθεί μέχρι το 1994 δεν λάμβαναν υπόψη τη διαφορά των πωλήσεων με τη ζήτηση όταν έκαναν προβλέψεις σχετικά με τη ζήτηση. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι οι πωλήσεις είναι πάντα μικρότερες ή ίσες από τη ζήτηση, οδηγώντας στην υποεκτίμηση της ζήτησης. Η χαμηλή όμως εκτίμηση της ζήτησης αποφέρει χαμηλά επίπεδα αποθέματος και μείωση του επιπέδου εξυπηρέτησης, τα οποία με τη σειρά τους οδηγούν σε περισσότερες χαμένες πωλήσεις. Έτσι σε περιόδους οπού υπάρχουν χαμένες πωλήσεις η ζήτηση δεν παρατηρείται πλήρως, αλλά το μόνο που γνωρίζουμε είναι ότι η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από τις πωλήσεις. Ο μόνος τρόπος να είναι ίσες οι πωλήσεις με τη ζήτηση στη παρουσία χαμένων πωλήσεων είναι να μην υφίσταται stockout στο τέλος της περιόδου αναφοράς.

Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος προτάθηκε η χρησιμοποίηση ενός λογοκριμένου υποδείγματος (censored model) για την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης (μ, σ). Ο σκοπός της μελέτης ήταν διπλός: πρώτον, να εξηγηθεί ο τρόπος σύμφωνα με τον οποίο μπορούμε να εκτιμήσουμε τη ζήτηση από ένα λογοκριμένο δείγμα (right-censored sample) το οποίο ακολουθεί τη κανονική κατανομή σε συστήματα

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

αποθεμάτων που περιέχουν χαμένες πωλήσεις. Και δεύτερον η παρουσίαση ενός νέου εκτιμητή για το μέσο και τη διακύμανση της ζήτησης, αλλά και η σύγκρισή του με τους ήδη υπάρχοντες εκτιμητές.

Στην ανάλυση του άρθρου εξετάζεται η χρήση τριών εκτιμητών για το μέσο και τη τυπική απόκλιση (μ, σ):

Α) τον κλασικό εκτιμητή της μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Estimator-MLE),

Β) το καλύτερο γραμμικό αμερόληπτο εκτιμητή (Best Linear Unbiased Estimator-BLUE) και

Γ) το νέο πιο απλοποιημένο εκτιμητή (MLE) που αποδεικνύεται.

Αρχικά παρουσιάζεται ο εκτιμητής της μέγιστης πιθανοφάνειας (MLE) για τη περίπτωση που η ζήτηση ακολουθεί τη κανονική κατανομή $D_t \sim N(\mu,\sigma^2)$. Έστω $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ένα τυχαίο δείγμα από ένα πληθυσμό που ακολουθεί τη κανονική κατανομή με άγνωστο μέσο (μ) και άγνωστη τυπική απόκλιση (σ). Επιπλέον έστω S μια γνωστή σταθερά στην οποία πρέπει να φτάσει το επίπεδο του αποθέματος και η οποία παίζει το ρόλο του σημείου περικοπής στο δείγμα (truncation point). Μόνο οι τιμές του δείγματος, για τις οποίες ισχύει ότι $x_i < S$, παρατηρούνται. Από την άλλη πλευρά θέτουμε το r ως το μέγιστο i για το οποίο ισχύει ότι $x_i < S$, επομένως μόνο οι τιμές $(x_1, x_2, ..., x_r)$ παρατηρούνται, αλλά το μέγεθος του δείγματος n θεωρείται δεδομένο.

Σε αυτό το σημείο μπορούν να ισχύουν τα παρακάτω δυο ενδεχόμενα:

- Αν $x_i < S$ τότε η τιμή παρατηρείται και η ζήτηση είναι ίση με τις πωλήσεις.
- Αν $x_i \geq S$ τότε οι πωλήσεις θέτονται ίσες με τη σταθερά S. Σε αυτή τη περίπτωση το μόνο που ξέρουμε είναι ότι η ζήτηση είναι από S και πάνω, αλλά δεν γνωρίζουμε με ακρίβεια το πόσο.

Έτσι λοιπόν για τον MLE η μορφή των εκτιμητών για το μέσο (μ) και τη τυπική απόκλιση (σ) είναι η ακόλουθη βάσει του Halperin (1952):

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{2}(S - \bar{x}_r) \cdot \left(-h + \sqrt{h^2 + V^2}\right)$$

$$\hat{\mu} = S - \hat{h}\sigma \ ,$$

όπου $\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$ και

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$$V^2 = 4\left[1+\frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i-\bar{x}_r)^2}{r(S-\bar{x}_r)^2}\right]$$

Επίσης η τιμή του h (η οποία μπορεί να λάβει και θετικές και αρνητικές τιμές) είναι η λύση της παρακάτω εξίσωσης:

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)\cdot e^{-0.5h^2}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)\cdot\int_h^\infty e^{-0.5x^2}dx} = \frac{-r}{n-r}h+\frac{2r}{n-r}\cdot\frac{h+\sqrt{h^2+V^2}}{V^2}$$

Επίσης αναφέρεται πως μειονέκτημα του MLE εκτιμητή είναι η εύρεση της τιμής του h που πρέπει να γίνεται κάθε φορά που νέες παρατηρήσεις γίνονται διαθέσιμες.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η πιο απλοποιημένη μορφή του MLE εκτιμητή που υποστηρίζεται από τη μελέτη του Nahmias (1994). Η μορφή των εκτιμητών για το μέσο (μ) και τη διακύμανση (σ^2) εξάγεται σύμφωνα με την ακόλουθη απόδειξη:

Έστω x μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί τη κανονική κατανομή, με f(x) τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Τότε για το μέσο (μ) ισχύει ότι

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{S} xf(x) + \int_{S}^{\infty} xf(x) \qquad (4.1)$$

Γνωρίζουμε ότι για το πρώτο ολοκλήρωμα της σχέσης (4.1) ισχύει ότι

$$\int_S^\infty xf(x) = \sigma\phi\left(\frac{S-\mu}{\sigma}\right)+\mu\left[1-\Phi\left(\frac{S-\mu}{\sigma}\right)\right]$$

Γιατί εφόσον το x ακολουθεί τη κανονική κατανομή σύμφωνα με το Jawitz (2004) στη περίπτωση διπλής περικοπής (double truncation) ισχύει ότι

$$m_N = \int_l^u x^N f(x)dx$$

Άρα,

$$m_1 = \int_l^u xf(x)dx = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{1}{2}l_0^2} - e^{-\frac{1}{2}u_0^2}\right] + \mu(\Phi_{u_0} - \Phi_{l_0})$$

$$m_1 = \mu(\Phi_{u_0} - \Phi_{l_0}) + \sigma\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}l_0^2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}u_0^2}\right]$$

$$m_1 = \mu(\Phi_{u_0} - \Phi_{l_0}) - \sigma\left(\phi_{u_0} - \phi_{l_0}\right)$$

Όπου $u_0 = \frac{u-\mu}{\sigma}$ και $l_0 = \frac{l-\mu}{\sigma}$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στη περίπτωση όμως μονής περικοπής (single truncation) θα ισχύει ότι

$$m_1 = \int_S^{\infty} xf(x)dx = \mu(1-\Phi_z) - \sigma(0-\phi_z) = \mu(1-\Phi_z) + \sigma\phi_z,$$

εφόσον η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπολογιζόμενες στο άπειρο δίνουν 1 και ∞ αντίστοιχα και αφού $z = \frac{S-\mu}{\sigma}$. Επομένως το πρώτο ολοκλήρωμα της σχέσης (4.1) θα είναι της μορφής

$$\int_S^{\infty} xf(x) = \sigma\phi_z + \mu(1-\Phi_z) \qquad (4.1\alpha)$$

Το δεύτερο ολοκλήρωμα της (4.1) μπορεί να θεωρηθεί σαν το μέρος του δείγματος $(x_1, x_2, ..., x_r)$, δηλαδή το μέρος των τιμών που πέφτουν κάτω από τη σταθερά S. Έτσι θα ισχύει ότι

$$\int_{-\infty}^{S} xf(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} x_i$$

Όμως εάν ορίσουμε ως $\bar{x}_r$ το μέσο όρο των τιμών των πρώτων r παρατηρήσεων, ο οποίος δίνεται από τη σχέση

$$\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$$

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$\int_{-\infty}^{S} xf(x) = \frac{r}{n}\bar{x}_r \qquad (4.1\beta)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.1α) και (4.1β) βλέπουμε ότι η σχέση (4.1) έχει τη παρακάτω μορφή

$$\mu = \frac{r}{n}\bar{x}_r + \sigma\phi_z + \mu(1-\Phi_z)$$

στην οποία κάνοντας τις απαραίτητες πράξεις έχουμε ότι

$$\mu\Phi_z = \frac{r}{n}\bar{x}_r + \sigma\phi_z \qquad (4.2)$$

Ωστόσο γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής υπολογιζόμενη στο z_ρ ισούται με τη πιθανότητα η κάθε παρατήρηση x_i να είναι μικρότερη από τη σταθερά S και εφαρμόζοντας τυποποίηση βλέπουμε ότι ισχύει η παρακάτω γενική σχέση

$$\Phi_{z_\rho} = \Pr(x_i < S) = \Pr\left(Z < \frac{S-\mu}{\sigma}\right) = \Pr(Z < z_\rho) = \rho = \frac{r}{n}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Έτσι κάνοντας χρήση της παραπάνω σχέσης η (4.2) μετατρέπεται σε

$$\mu \frac{r}{n} = \frac{r}{n} \bar{x}_r + \sigma \phi_z$$

που δίνει τελικά τον εκτιμητή για τη μέση ζήτηση

$$\tilde{\mu} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma} \phi_{z_\rho}}{\rho} \tag{4.3}$$

Όπου ρ=r/n, η αναλογία των τιμών που βρίσκεται κάτω από τη σταθερά S.

Σχετικά με την εύρεση του εκτιμητή της διακύμανσης της ζήτησης ισχύει με τον ίδιο τρόπο ότι

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{S} (x-\mu)^2 f(x) dx + \int_{S}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx \tag{4.4}$$

Το πρώτο ολοκλήρωμα της σχέσης (4.4) δίνεται ως

$$\int_{-\infty}^{S} (x-\mu)^2 f(x) dx = s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{r} (x_i - \tilde{\mu})^2 \tag{4.4α}$$

Ωστόσο γνωρίζουμε ότι το δεύτερο ολοκλήρωμα της (4.4) είναι ίσο με

$$\int_{S}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx = \sigma^2 \overline{\Phi}_z + \sigma^2 z \phi_z \,, \tag{4.4β}$$

όπου $\overline{\Phi}_z = 1 - \Phi_z$

Έτσι συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.4α) και (4.4β) η (4.4) γίνεται

$$\sigma^2 = s_1^2 + \sigma^2 (\overline{\Phi}_z + z\phi_z) \tag{4.5}$$

Επίσης στη σχέση (4.4α) σχετικά με την s_1^2 αν προσθαφαιρήσουμε τον όρο $\bar{x}_r$ και κάνουμε τις πράξεις θα έχουμε ότι

$$s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r + \bar{x}_r - \tilde{\mu})^2 =$$

$$= \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r)^2 + 2 \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r)(\bar{x}_r - \tilde{\mu}) + r(\bar{x}_r - \tilde{\mu})^2 \right\}$$

Όμως ο μεσαίος όρος της παραπάνω σχέσης είναι μηδέν γιατί

$$\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r)(\bar{x}_r - \tilde{\mu}) = (\bar{x}_r - \tilde{\mu}) \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r) = (\bar{x}_r - \tilde{\mu}) \left[\sum_{i=1}^{r} x_i - r\bar{x}_r \right] =$$

$$= (\bar{x}_r - \tilde{\mu}) \left[\sum_{i=1}^{r} x_i - r \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{r} x_i \right] = 0$$

Έτσι προκύπτει ότι η s_1^2 είναι της μορφής

$$s_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x}_r)^2 + \frac{r}{n-1} (\bar{x}_r - \tilde{\mu})^2 \tag{4.6}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Ωστόσο σύμφωνα με μια τροποποίηση της σχέσης (4.3) βλέπουμε ότι

$$\tilde{\mu} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma}\phi_z}{\rho} \qquad \Rightarrow \qquad (\bar{x}_r - \tilde{\mu})^2 = \frac{\sigma^2(\phi_z)^2}{\rho^2}$$

Και ορίζοντας ως s_r^2 τη διακύμανση των τιμών των πρώτων r παρατηρήσεων, η οποία δίνεται από τη σχέση

$$s_r^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \bar{x}_r\right)^2$$

η (4.6) παίρνει τη μορφή

$$s_1^2 = \left(\frac{r-1}{n-1}\right)s_r^2 + \frac{r\sigma^2(\phi_z)^2}{(n-1)p^2} \tag{4.7}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.7) στη σχέση (4.5) έχουμε

$$\tilde{\sigma}^2 = \left(\frac{r-1}{n-1}\right)s_r^2 + \frac{r\tilde{\sigma}^2(\phi_z)^2}{(n-1)\rho^2} + \tilde{\sigma}^2(\overline{\Phi}_z + z\phi_z)$$

και αφού ισχύει

$$1 - \overline{\Phi}_z = \Phi_z \approx \frac{r}{n} = \rho$$

Λύνοντας ως προς $\tilde{\sigma}^2$ και κάνοντας τις απαραίτητες πράξεις παίρνουμε τη τελική σχέση για τον εκτιμητή της διακύμανσης της ζήτησης

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{\frac{r-1}{n-1}s_r^2}{\rho - z\phi_z - \frac{r(\phi_z)^2}{(n-1)\rho^2}}$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{\rho s_r^2}{\rho - z\phi_z - \frac{(\phi_z)^2}{\rho}} \qquad \Rightarrow \qquad \tilde{\sigma}^2 = \frac{s_r^2}{1 - \left(\frac{z_\rho \phi_{z_\rho}}{\rho}\right) - \left(\frac{\phi_{z_\rho}}{\rho}\right)^2}$$

Επομένως οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας για το μέσο και τη διακύμανση δίνονται αντίστοιχα ως

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\phi_{z_\rho}}{\rho} \tag{4.8}$$

$$\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}^2 = \frac{s_r^2}{1 - \left(\frac{z_\rho \phi_{z_\rho}}{\rho}\right) - \left(\frac{\phi_{z_\rho}}{\rho}\right)^2} \tag{4.9}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Παρατηρώντας ότι και οι δυο εκτιμητές εξαρτώνται από τις τρεις παραμέτρους του δείγματος $(x_1, x_2, ..., x_r)$: το μέσο όρο $\bar{x}_r$, τη διακύμανση s_r^2 και την αναλογία ρ.

Επίσης $\Phi_{z_\rho} = \Pr(Z \leq z_\rho) = \rho$ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής και ϕ_{z_ρ} η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο z_ρ.

Επίσης αναφέρεται πως κύριο πλεονέκτημα του νέου MLE έναντι του κλασικού εκτιμητή είναι ότι αποφεύγεται η εύρεση της τιμής h.

Στη συνέχεια μέσα από προσομοιώσεις Monte-Carlo για 10000 σειρές ζήτησης και για διαφορετικούς συντελεστές μεταβλητότητας (CV=0.2 , CV=0.3 , CV=0.4), διαφορετικά μεγέθη δείγματος (n=10, 40, 70 και 100), με σταθερό μέσο μ=100 και τυπικές αποκλίσεις σ=20, 30 και 40 παρατηρήθηκε ότι ναι μεν ο κλασικός MLE εκτιμητής δίνει καλύτερα αποτελέσματα από το νέο (πιο απλοποιημένο) MLE εκτιμητή, αλλά για μεγάλο μέγεθος παρατηρήσεων (n) και για $S \geq \mu$ οι δύο εκτιμητές δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Ακόμα θα πρέπει να τονίσουμε ότι η περίπτωση όπου $S \geq \mu$ ισχύει τις περισσότερες φορές στα συστήματα αποθεμάτων, εφόσον S=μ αντιπροσωπεύει ένα επίπεδο εξυπηρέτησης στο 50% και τα επίπεδα εξυπηρέτησης στη θεωρία αποθεμάτων κυμαίνονται μεταξύ 75% και 95%.

Εδώ θα πρέπει να επισημάνουμε ότι η μελέτη του Nahmias μπορεί να ενέχει κάποιο λάθος καθώς οι επιλεγόμενοι συντελεστές μεταβλητότητας (CV) δεν εξασφαλίζουν τη συνθήκη μη αρνητικότητας της ζήτησης που αναφέρεται από τους Kevork (2010) και Lau (1997) οι οποίοι υποστηρίζουν ότι οι συντελεστές μεταβλητότητας (CV) δεν πρέπει να ξεπερνούν το 0,2 και 0,3 αντίστοιχα.

Τρίτος εναλλακτικός εκτιμητής είναι ο BLUE. Αναφέρεται πως ο BLUE εκτιμητής για ένα λογοκριμένο δείγμα παράγεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο των εκτεινόμενων ελαχίστων τετραγώνων (extended least squares) έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η διακύμανση του αμερόληπτου γραμμικού εκτιμητή. Για $n \geq 20$ ο Gupta (1952) εξήγαγε τη κατά προσέγγιση μορφή των εκτιμητών για το μέσο (μ) και τη τυπική απόκλιση (σ) :

$$\mu^* = \sum_{i=1}^{r} a_{i,r} x_i \quad \text{και} \quad \sigma^* = \sum_{i=1}^{r} b_{i,r} x_i$$

Πλεονέκτημα των BLUE εκτιμητών είναι ότι είναι αμερόληπτοι, αλλά μειονέκτημά τους είναι ότι απαιτούν μεγαλύτερη αποθήκευση τιμών έτσι ώστε να εφαρμοσθούν σε διαδοχικά συστήματα προβλέψεων.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στη συνέχεια για να διαπιστωθεί εάν ο BLUE εκτιμητής δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τον κλασικό MLE εκτιμητή και το νέο πιο απλοποιημένο εκτιμητή κατασκευάστηκαν 500 σειρές ζήτησης για μικρά μεγέθη δείγματος (n=10). Έτσι λοιπόν μέσα από προσομοιώσεις Monte-Carlo που έγιναν και για τους τρεις εκτιμητές αποδείχθηκε πως ο λιγότερο αποτελεσματικός ήταν ο BLUE εκτιμητής σε σχέση με τους δύο προηγούμενους, προτείνοντας τον νέο MLE για δυο λόγους: πρώτον γιατί δίνει παρόμοια αποτελέσματα με το κλασικό MLE εκτιμητή και δεύτερον γιατί είναι πιο απλοποιημένος.

Τέλος δείχθηκε ο τρόπος σύμφωνα με τον οποίο αυτοί οι τρεις εκτιμητές μπορούν να εφαρμοσθούν σε διαδοχικά συστήματα πρόβλεψης, δίνοντας έμφαση περισσότερο στο κλασικό και στο νέο MLE εκτιμητή. Για τη περίπτωση του γραμμικού εκτιμητή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα σχήμα κινητού μέσου (moving average), ενώ για τις περιπτώσεις του κλασικού MLE εκτιμητή και του νέου εκτιμητή προτείνεται η χρήση της εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing).

Όπως δείχθηκε παραπάνω ο νέος εκτιμητής εξαρτάται από τις παραμέτρους $\bar{x}_r$, s_r^2 και ρ. Ωστόσο και ο κλασικός MLE εκτιμητής εξαρτάται από τις ίδιες παραμέτρους καθώς η σχέση

$$V^2 = 4\left[1 + \frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x}_r)^2}{r(S - \bar{x}_r)^2}\right]$$

μπορεί να γραφεί και ως

$V^2 = 4\left[1 + \frac{s_r^2}{(S - \bar{x}_r)^2}\right]$, δηλαδή συνάρτηση του s_r^2.

Επιπλέον και η παράσταση που δίνει τη τιμή h

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)\cdot e^{-0.5h^2}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)\cdot \int_h^{\infty} e^{-0.5x^2}dx} = \frac{-r}{n-r}h + \frac{2r}{n-r}\cdot\frac{h+\sqrt{h^2+V^2}}{V^2}$$

εξαρτάται από το V^2 και τη σχέση $\frac{r}{n-r}$ η οποία μπορεί να γραφεί και ως (αν διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή με το n) $\frac{\rho}{1-\rho}$ αφού ρ=r/n.

Έτσι λοιπόν το μόνο που χρειάζεται να υπολογιστεί με τη βοήθεια της εκθετικής εξομάλυνσης είναι οι παράμετροι $\bar{x}_r$, s_r^2 και ρ.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Για την εκτίμηση της παραμέτρου $\bar{x}_r$ χρησιμοποιήθηκε ο εξομαλυμένος εκτιμητής $\overline{D}_n$ που αφορά τις τιμές του δείγματος που βρίσκονται κάτω από S. Η μορφή της εκθετικής εξομάλυνσης ήταν η εξής:

$$\overline{D}_n = aD_n + (1-a)\overline{D}_{n-1}, \qquad \overline{D}_n < S$$
$$\overline{D}_n = \overline{D}_{n-1}, \qquad \overline{D}_n \geq S$$

όπου D_n η ζήτηση για τη περίοδο n και α η σταθερά εξομάλυνσης.

Για την εκτίμηση της διακύμανσης των παρατηρήσεων που είναι κάτω από S (s_r^2) χρησιμοποιήθηκε το MAD (Mean Absolute Deviation) με τον ακόλουθο τρόπο:

$$MAD_n = a\left|D_n - \overline{D}_n\right| + (1-a)MAD_{n-1}, \qquad D_n < S$$
$$MAD_n = MAD_{n-1}, \qquad D_n \geq S$$

όπου το s_r ισούται με το MAD πολλαπλασιασμένο με 1,25.

Τέλος για την εκτίμηση της αναλογίας των τιμών κάτω από τη σταθερά S, ρ χρησιμοποιήθηκε η παρακάτω μορφή εκθετικής εξομάλυνσης:

$$\rho_n = aI_n + (1-a)\rho_{n-1},$$

όπου I_n μια δυαδική μεταβλητή η οποία παίρνει τη τιμή 1 αν $D_n < S$ και τη τιμή μηδέν εάν $D_n \geq S$.

Επίσης επισημαίνεται πως θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και διαφορετική τιμή για τη σταθερά εξομάλυνσης (α). Η χρήση μικρότερης τιμής θα εξασφάλιζε μεγαλύτερη σταθερότητα στην εκτίμηση.

Για να μελετηθεί εάν η χρήση της λογοκρισίας βελτιώνει τις εκτιμήσεις για το μέσο και τη διακύμανση, έγινε σύγκριση της παραδοσιακής μεθόδου (η οποία δεν λαμβάνει υπόψη τη λογοκρισία) με αυτή που παρουσιάστηκε παραπάνω για 40 περιόδους. Ειδικότερα οι 10 πρώτες περίοδοι χρησιμοποιήθηκαν για να ξεκινήσει η διαδικασία της εκθετικής εξομάλυνσης. Στη λογοκριμένη περίπτωση πάρθηκαν οι 10 πρώτες τιμές για τις οποίες η ζήτηση ήταν μικρότερη από τη σταθερά S, ενώ σύμφωνα με τη παραδοσιακή μέθοδο πάρθηκαν οι 10 πρώτες τιμές των πωλήσεων.

Έτσι λοιπόν, με τη βοήθεια της μεθόδου της εκθετικής εξομάλυνσης παρατηρήθηκε ότι οι λογοκριμένοι εκτιμητές (censored estimators) έδωσαν καλύτερα αποτελέσματα από τους μη λογοκριμένους εκτιμητές (uncensored estimators) με βάση τη παραδοσιακή μέθοδο. Ειδικότερα οι censored estimators ήταν κοντά στις πραγματικές τιμές των μ, σ παρουσιάζοντας μεγαλύτερη σταθερότητα. Σε αντίθεση με τους uncensored estimators οι οποίοι είχαν υποεκτιμήσει (μεροληπτικοί προς τα κάτω) τις πραγματικές τιμές των

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

εκτιμητών μ, σ. Επίσης θα πρέπει να τονίσουμε ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή για τη σταθερά S και όσο χαμηλότερα τίθεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο μεγαλώνει η μεροληψία. Με αυτόν τον τρόπο υποδεικνύεται ότι η χρήση της λογοκρισίας σε συστήματα χαμένων πωλήσεων βελτιώνει σημαντικά τη ποιότητα των εκτιμήσεων σχετικά με τις παραμέτρους της ζήτησης (μ, σ).

Επίσης θα πρέπει να επισημάνουμε ότι στη μελέτη του Nahmias δεν χρησιμοποιήθηκε πρόβλημα βελτιστοποίησης, κάτι που υιοθετείται στη παρούσα ανάλυση του τμήματος 4.3.

4.3 Χρησιμοποίηση λογοκριμένου υποδείγματος για την εκτίμηση των Q* και E(π)*

Αρχικά οι υποθέσεις που κάνουμε στη βάση του κλασικού υποδείγματος Newsboy είναι ότι και πάλι η ζήτηση για την περίοδο t ακολουθεί τη κανονική κατανομή και είναι της μορφής $D_t = \mu + \varepsilon_t$, όπου ε_t είναι τα τυχαία σφάλματα που κατανέμονται κανονικά με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$). Επιπλέον ο συντελεστής μεταβλητότητας τίθεται μικρότερος ή ίσος του 0,2 ($CV \leq 0{,}2$), έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η συνθήκη μη αρνητικότητας της ζήτησης (Kevork, 2010) και ταυτόχρονα να αποφευχθεί η χρήση της περικοπής στο μηδέν (Halkos and Kevork, 2011).

Επίσης στη παρούσα ανάλυση για τον υπολογισμό των κερδών χρησιμοποιούμε μόνο το άμεσος κόστος αποθεματοποίησης (κόστος αγοράς ή παραγωγής) και όχι το έμμεσο κόστος (shortage) το οποίο δεν μπορεί να εκτιμηθεί εύκολα. Όμως θα πρέπει να επισημάνουμε ότι δεν υποθέτουμε ότι το κόστος έλλειψης του αποθέματος (s) είναι μηδενικό και ότι δεν υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση στο παρόν και απώλεια της καλής πίστης του πελάτη στο μέλλον, αλλά μόνο ότι αποφεύγουμε τη χρήση του.

Έτσι η συνάρτηση κερδών περιγράφεται ως εξής

$$\pi = \begin{cases} (p-c)Q - (p-v)(Q - D_t), & D_t < Q \\ (p-c)Q, & D_t \geq Q \end{cases}$$

Βλέπουμε ότι στη περίπτωση που η ζήτηση είναι μικρότερη από τη ποσότητα παραγγελίας ισχύει η ίδια σχέση με βάση τη μελέτη του Kevork (2010), ενώ για τη περίπτωση που η ζήτηση είναι μεγαλύτερη ή ίση από τη ποσότητα παραγγελίας αποφεύγουμε τη χρήση του κόστους έλλειψης (που είναι δύσκολο να υπολογιστεί στη πράξη), λογοκρίνοντας τη ζήτηση στη ποσότητα παραγγελίας (κάνοντας censoring στο Q), δηλαδή θέτοντας τη ζήτηση ίση με τη ποσότητα παραγγελίας. Ουσιαστικά στη δεύτερη

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

περίπτωση, όπου η ζήτηση είναι μεγαλύτερη ή ίση από τη ποσότητα παραγγελίας, το κέρδος που αποκομίζουμε από τη πώληση Q μονάδων του προϊόντος ισούται με το γινόμενο της ποσότητας αυτών των μονάδων επί το περιθώριο κέρδους (p-c).

Τα αναμενόμενα κέρδη έχουν τη μορφή

$$E(\pi) = (p-c)Q \cdot \Pr(D_t < Q) - (p-v)[Q - E(D_t / D_t < Q)] \cdot \Pr(D_t < Q) + \\ + (p-c)Q \cdot \Pr(D_t \geq Q) \qquad (4.10)$$

Έστω ότι η μεταβλητή x είναι συνεχής και κατανέμεται κανονικά με μέσο μ και διακύμανση σ^2 ($x \sim N(\mu, \sigma^2)$).

Γνωρίζουμε ότι (Maddala, 1983) η αναμενόμενη τιμή του x δοθέντος ότι το x είναι μικρότερο από τη ποσότητα παραγγελίας (Q) είναι

$$E(x / x < Q) = \frac{1}{\Phi_z} \int_{-\infty}^{Q} x f(x) dx \qquad (4.11)$$

Επομένως αυτό που χρειάζεται να υπολογίσουμε είναι το ολοκλήρωμα $\int_{-\infty}^{Q} x f(x) dx$ και

αφού $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ τότε έχουμε ότι

$$\int_{-\infty}^{Q} x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Θέτοντας $z = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad x = \mu + z\sigma$ και ότι

$$dz = \frac{1}{\sigma} dx \quad \Rightarrow \quad dx = \sigma \cdot dz$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα παίρνει τη μορφή

$$\int_{-\infty}^{z(Q)} (\mu + \sigma \cdot z) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \sigma \cdot dz = \mu \int_{-\infty}^{z(Q)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \sigma \int_{-\infty}^{z(Q)} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz =$$

$$= \mu \int_{-\infty}^{z(Q)} \phi_z dz + \sigma \int_{-\infty}^{z(Q)} z \phi_z dz \qquad (4.12)$$

Γνωρίζουμε όμως ότι

$$\Phi_z = \Pr(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \phi_z dz$$

Επίσης η παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας ως προς το z είναι

$$\frac{d\phi_z}{dz} = \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{1}{2} 2z \right) e^{-\frac{1}{2}z^2} = -z\phi_z$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Ολοκληρώνοντας τα δυο άκρα της παραπάνω ισότητας έχουμε

$$\int \frac{d\phi_z}{dz} dz = -\int z\phi_z \quad \Rightarrow \quad \phi_z = -\int z\phi_z dz$$

Έτσι λοιπόν μέσω αντικατάστασης των παραπάνω εκφράσεων στη σχέση (4.12) ισχύει τελικά ότι

$$\int_{-\infty}^{Q} x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = \mu\Phi_z - \sigma\phi_z$$

Επομένως η σχέση (4.11) γίνεται

$$E(x / x < Q) = \frac{1}{\Phi_z} \int_{-\infty}^{Q} xf(x)dx = \frac{1}{\Phi_z}\left(\mu\Phi_z - \sigma\phi_z\right) = \mu - \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_z}$$

Τέλος αν υποθέσουμε πως η μεταβλητή x αντιπροσωπεύει τη ζήτηση για τη περίοδο t τότε ισχύει ότι

$$E(D_t / D_t < Q) = \mu - \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_z} \qquad (4.10\alpha)$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα η ζήτηση να είναι μικρότερη ή ίση και μεγαλύτερη από τη ποσότητα παραγγελίας δίνεται αντίστοιχα ως

$$\Pr(D_t < Q) = \int_{-\infty}^{Q} f(x)dx = \Phi_z \qquad (4.10\beta)$$

και

$$\Pr(D_t \geq Q) = 1 - \Phi_z$$

Επομένως η σχέση (4.10) αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.10α) και (4.10β) θα είναι

$$E(\pi) = (p-c)Q\left[\Phi_z + (1-\Phi_z)\right] - (p-v)\left[(Q-\mu) + \sigma\frac{\phi_z}{\Phi_z}\right] \cdot \Phi_z$$

Τελικά τα αναμενόμενα κέρδη περιγράφονται από τη σχέση

$$E(\pi) = (p-c)Q - (p-v)(Q-\mu)\Phi_z - (p-v)\sigma\phi_z \qquad (4.13)$$

Επίσης στη παρακάτω ανάλυση θα είναι χρήσιμες οι παράγωγοι της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και της συνάρτηση αθροιστικής κατανομής (υπολογιζόμενη στο z) ως προς τη ποσότητα παραγγελίας.

$$\frac{d}{dQ}\phi_z = \frac{d}{dQ}\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)^2}\right\} = -\frac{1}{\sigma}\left(\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)\phi_z$$

$$\frac{d}{dQ}\Phi_z = \frac{d}{dQ}\Phi_{\frac{Q-\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\sigma}\phi_z$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για τη μεγιστοποίηση των κερδών είναι

$$\frac{dE(\pi)}{dQ}=0 \quad \Rightarrow \quad (p-c)-(p-v)\left[\Phi_z+(Q-\mu)\frac{\phi_z}{\sigma}\right]-(p-v)\sigma\left(-\frac{1}{\sigma}\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)\phi_z=0$$

$$(p-c)-(p-v)\left[\Phi_z+\frac{Q-\mu}{\sigma}\phi_z-\frac{Q-\mu}{\sigma}\phi_z\right]=0$$

$$(p-c)=(p-v)\Phi_z \qquad \Rightarrow \qquad \Phi_z=\frac{p-c}{p-v}=R$$

Οι συνθήκες δεύτερης τάξης για τη μεγιστοποίηση των κερδών ικανοποιούνται καθώς

$$\frac{d^2E(\pi)}{dQ^2}=(p-v)\frac{d\Phi_z}{dQ}=-(p-v)\frac{\Phi_z}{\sigma}<0$$

Εφαρμόζοντας τυποποίηση έχουμε:

$$\Phi_z=\Pr(D_t\le Q)=\Pr\left(\frac{D_t-\mu}{\sigma}\le\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)=\Pr(Z\le z_R)$$

Επομένως η άριστη ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί τα κέρδη ικανοποιεί την εξίσωση

$$\Phi_z=\Pr(D_t\le Q)=\Pr\left(\frac{D_t-\mu}{\sigma}\le\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)=\Pr(Z\le z_R)=\frac{p-c}{p-v}=R \tag{4.14}$$

Άρα $z_R=\dfrac{Q-\mu}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad Q^*=\mu+z_R\sigma$ (4.15)

η τελική σχέση που δίνει την άριστη ποσότητα παραγγελίας,

όπου z_R η αντίστροφη συνάρτηση της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο R. Αντικαθιστώντας την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη θα είναι

$$E(\pi)^*=(p-c)(\mu+z_R\sigma)-(p-v)(\mu+z_R\sigma-\mu)\Phi_{z_R}-(p-v)\sigma\phi_{z_R}$$

Μέσω της σχέσης (4.14) αντικαθιστούμε ότι $(p-c)=(p-v)\Phi_{z_R}$ και έχουμε

$$E(\pi)^*=(p-c)\mu+(p-c)z_R\sigma-(p-c)z_R\sigma-(p-v)\sigma\phi_{z_R}$$

$$E(\pi)^*=(p-c)\left(\mu-\frac{\phi_{z_R}}{R}\sigma\right) \tag{4.16}$$

Τα Φ_{z_R},ϕ_{z_R} είναι οι συναρτήσεις της αθροιστικής κανονικής κατανομής και της πυκνότητας πιθανότητας (υπολογιζόμενες στο z_R) και εκφράζονται αντίστοιχα:

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$$\Phi_{\frac{Q^*-\mu}{\sigma}} = \Pr\left(Z \le \frac{Q^*-\mu}{\sigma}\right) = \Pr(Z \le z_R) = \Phi_{z_R} = R$$

$$\phi_{\frac{Q^*-\mu}{\sigma}} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Q^*-\mu}{\sigma}\right)^2} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{z_R^2} = \phi_{z_R}$$

Επομένως ο εκτιμητής της άριστης ποσότητας παραγγελίας για τη περίοδο Τ+1 είναι

$$\tilde{Q}^*_{\mathrm{T}+1} = \tilde{\mu}_{\mathrm{T}} + \hat{z}_R \tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}$$

Αλλά

$$\Phi_{\hat{z}_R} = \Pr\{Z \le \hat{z}_R\} = \Pr\left\{Z \le \frac{\tilde{Q}^*_{T+1} - \tilde{\mu}_T}{\tilde{\sigma}_T}\right\} = \Pr\left\{Z \le \frac{Q-\mu}{\sigma}\right\} = \Pr\{Z \le z_R\} = R = \Phi_{z_R}$$

και οδηγούμαστε στη παρακάτω μορφή

$$\tilde{Q}^*_{\mathrm{T}+1} = \tilde{\mu}_{\mathrm{T}} + z_R \tilde{\sigma}_{\mathrm{T}} \tag{4.17}$$

Με τον ίδιο τρόπο ο εκτιμητής των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο Τ+1 θα είναι

$$\tilde{E}(\pi)^*_{\mathrm{T}+1} = (p-c)\left(\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} - \frac{\phi_{z_R}}{R}\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\right), \tag{4.18}$$

αφού $\varphi_{\hat{z}_R} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{\tilde{Q}^*_{T+1} - \tilde{\mu}_T}{\tilde{\sigma}_T}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{\tilde{\mu}_T + z_R\tilde{\sigma}_T - \tilde{\mu}_T}{\tilde{\sigma}_T}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(z_R) = \varphi_{z_R}$

Όπου μ, σ^2 οι εκτιμητές του μέσου και της διακύμανσης του περικομένου δείγματος βάσει του Nahmias (1994). Ειδικότερα σύμφωνα με τις σχέσεις (4.8) και (4.9) έχουμε αντίστοιχα

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\phi_{z_\rho}}{\rho}$$

$$\tilde{\sigma}^2_{\mathrm{T}} = \frac{s_r^2}{1 - \left(\frac{z_\rho \phi_{z_\rho}}{\rho}\right) - \left(\frac{\phi_{z_\rho}}{\rho}\right)^2}$$

Όπου $\rho = \frac{r}{n}$ η αναλογία των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί,

$$\Phi_{z_\rho} = \Pr(Z \le z_\rho) = \rho$$

$\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$ ο μέσος των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί,

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$s_r^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \bar{x}_r\right)^2$ η διακύμανση των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί

και $\Phi_{z_\rho}, \phi_{z_\rho}$ είναι οι συνάρτηση αθροιστικής κατανομής και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αντίστοιχα (υπολογιζόμενες στο z_ρ).

Με αυτό τον τρόπο υποδεικνύεται ότι η μεταβλητότητα των εκτιμητών για την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*) και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη (Ε(π)*) για τη περίοδο Τ+1 εξαρτάται από τη μεταβλητότητα των εκτιμήσεων για τις παραμέτρους της ζήτησης (μ, σ^2).

Ουσιαστικά η χρήση των παραπάνω εκτιμητών για το μέσο και τη διακύμανση βάσει του Nahmias (1994) διασφαλίζει ότι η χρησιμοποίηση των πωλήσεων αντί της ζήτησης είναι εφικτή, καθώς το περικομμένο δείγμα (truncated sample) περιλαμβάνει μόνο τις τιμές της ζήτησης που βρίσκονται κάτω από την ποσότητα παραγγελίας (η οποία παίζει το ρόλο του σημείου περικοπής-truncation point), δηλαδή τις τιμές για τις οποίες είμαστε σίγουροι ότι η ζήτηση θα ισούται με τις πωλήσεις. Αντίθετα οι τιμές που βρίσκονται πάνω από την ποσότητα παραγγελίας δεν λαμβάνονται υπόψη καθώς σε αυτές τις περιπτώσεις το μόνο που γνωρίζουμε με βεβαιότητα είναι ότι η ζήτηση είναι το λιγότερο ίση με τη ποσότητα παραγγελίας. Επίσης για τη χρησιμοποίηση των πωλήσεων τίθεται ο αυτονόητος περιορισμός ότι οι πωλήσεις δεν μπορούν να ξεπερνούν τη ποσότητα παραγγελίας (δεν έχουμε τη δυνατότητα σε κάθε περίοδο να πωλήσουμε περισσότερη ποσότητα από όση παραγγείλαμε).

Θα πρέπει να πούμε επίσης ότι η χρήση των εκτιμητών για το μέσο (σχ.4.8) και τη διακύμανση (σχ.4.9) του περικομένου δείγματος δεν συμπίπτει απόλυτα με την εξαγωγή της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών στη περίπτωση του λογοκριμένου υποδείγματος γιατί δεν συμπεριλαμβάνει τη πιθανότητα η ζήτηση να είναι ακριβώς ίση με τη ποσότητα παραγγελίας. Αυτό όμως δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μεγάλο μειονέκτημα καθώς η πιθανότητα η ζήτηση (που είναι συνεχής) να λάβει μια συγκεκριμένη τιμή είναι μηδαμινή.

Επιπλέον θα πρέπει να τονίσουμε ότι η χρήση των εκτιμητών (4.17) και (4.18) απαιτεί ότι στην αρχή κάθε περιόδου το σύστημα ξεκινά με το άριστο επίπεδο αποθέματος. Αυτό διασφαλίζεται με την υπόθεση ότι το επιπλέον απόθεμα στο τέλος της περιόδου (αν υπάρχει) διατίθεται σε άλλες πηγές μέσω συμφωνιών που έχουν πραγματοποιηθεί. Σε αυτές τις περιπτώσεις γίνεται χρήση της τιμής διάσωσης (v).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

4.4 Αριθμητικό παράδειγμα

Για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος κρίνεται απαραίτητη η χρήση ενός αριθμητικού παραδείγματος σύμφωνα με τις δυο μεθόδους που αφορούν:

- η πρώτη την εκτίμηση υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία (σύμφωνα με τη μέθοδο του Kevork (2010)) και
- η δεύτερη την εκτίμηση με λογοκρισία που παρουσιάστηκε στο τμήμα 4.3.

Αρχικά για να δημιουργηθεί η σειρά της ζήτησης (50 παρατηρήσεων, δηλαδή t=50 περιόδων) θέτουμε τις παρακάτω παραμέτρους πειραματοποίησης σύμφωνα με το Kevork (2010):

μ=300

$\sigma^2 = 3600 \rightarrow$ σ=60

Επομένως η ζήτηση $D_t \sim N(300{,}60^2)$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{60}{300} = 0{,}2$$

R=0,8

p=200

c=160

v=75

s=300

Πίνακας 1: Σειρά ζήτησης 50 παρατηρήσεων με βάση τις παραμέτρους πειραματοποίησης

t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση
1	290,4908	11	380,1030	21	315,1907	31	328,9602	41	367,0971
2	263,9938	12	296,7398	22	247,9492	32	295,9584	42	352,0125
3	356,4076	13	389,1688	23	284,8099	33	230,3936	43	262,7947
4	348,0069	14	296,8619	24	185,1646	34	420,7778	44	380,6654
5	361,5609	15	369,9340	25	193,8959	35	262,9745	45	415,8303
6	375,4120	16	324,2366	26	348,4107	36	223,4310	46	235,9943
7	196,5353	17	344,4957	27	295,1576	37	350,5117	47	304,7611
8	188,8034	18	242,1751	28	211,9175	38	279,3355	48	326,3584
9	434,5283	19	316,7114	29	278,5585	39	356,4587	49	288,0428
10	313,3093	20	289,3895	30	199,7136	40	366,7123	50	289,0146

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

4.4.1 *Εκτίμηση πρώτης μεθόδου*

Στάδια υπολογιστικής διαδικασίας

Στάδιο 1^{o}:

Αρχικά βρίσκουμε την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας ως

$$Q^* = \mu + z_R\sigma$$

και τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη ως

$$E(\pi)^* = (p-c)\mu - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\sigma$$

Στάδιο 2^{o}:

Στο αρχικό δείγμα (πίνακας 1) κάνουμε censoring (λογοκρισία) στην πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*), δηλαδή τις τιμές της ζήτησης που είναι μεγαλύτερες από Q^* τις θέτουμε ίσες με Q^*, ενώ τις τιμές που είναι μικρότερες τις αφήνουμε όπως είναι. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε το λογοκριμένο δείγμα.

Στάδιο 3^{o}:

Έχοντας το λογοκριμένο δείγμα (censored sample) εκτιμούμε το μέσο και τη διακύμανση ως:

$$\hat{\mu}_T = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} D_t \quad \text{και} \quad \hat{\sigma}_T^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(D_t - \hat{\mu}_T\right)^2,$$

όπου n ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Στάδιο 4^{o}:

Βάσει του τρίτου σταδίου εκτιμούμε την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τη περίοδο T+1 ως:

$$\hat{Q}_{T+1}^* = \hat{\mu}_T + z_R\hat{\sigma}_T \quad \text{και}$$

$$\hat{E}(\pi)_{T+1}^* = (p-c)\hat{\mu}_T - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\hat{\sigma}_T$$

Στάδιο 5^{o}:

Κατασκευάζουμε τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη ως:

$$\hat{Q}_{T+1}^* \pm 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{T}}\sqrt{1+\frac{z_R^2}{2}} \qquad \text{και}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$$\hat{E}(\pi)^*_{T+1} \pm 1{,}96\,\frac{\sigma(p-c)}{\sqrt{T}}\sqrt{1+\frac{1}{2}\left((1+\delta)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\right)^2}\,,$$

όπου $\delta = \dfrac{s}{p-c}$.

<u>Εφαρμογή πρώτης μεθόδου</u>

Στάδιο 1^o:

Αρχικά γνωρίζουμε ότι ισχύει $\Phi_{z_R} = \Pr(Z \le z_R) = R = 0{,}8$.

Χρησιμοποιώντας την εντολή NORMINV(0,8;0;1)=0,845 του υπολογιστικού προγράμματος EXCEL λαμβάνουμε τη τιμή του $\mathrm{z_R} = 0{,}845$. Επίσης με τη χρήση της εντολής NORMDIST(0,845;0;1;FALSE)=0,2795 λαμβάνουμε τη τιμή του $\phi_{z_R} = 0{,}2795$.

Η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι $Q^* = \mu + z_R\sigma = 300 + 0{,}845 \cdot 60 \quad \Rightarrow$ $Q^* = 350{,}7$.

Επίσης τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$E(\pi)^* = (p-c)\mu - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\sigma = (200-160)\cdot 300 - (200-160+300)\,\frac{0{,}2795}{0{,}8}\,60$$

$$\Rightarrow \quad E(\pi)^* = 4872{,}75$$

Στάδιο 2^o:

Το λογοκριμένο δείγμα δείχνει ο ακόλουθος πίνακας.

Πίνακας 2: Λογοκριμένο δείγμα (censored sample) στην άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*)

t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση
1	290,4908	11	350,7000	21	315,1907	31	328,9602	41	350,7000
2	263,9938	12	296,7398	22	247,9492	32	295,9584	42	350,7000
3	350,7000	13	350,7000	23	284,8099	33	230,3936	43	262,7947
4	348,0069	14	296,8619	24	185,1646	34	350,7000	44	350,7000
5	350,7000	15	350,7000	25	193,8959	35	262,9745	45	350,7000
6	350,7000	16	324,2366	26	348,4107	36	223,4310	46	235,9943
7	196,5353	17	344,4957	27	295,1576	37	350,5117	47	304,7611
8	188,8034	18	242,1751	28	211,9175	38	279,3355	48	326,3584
9	350,7000	19	316,7114	29	278,5585	39	350,7000	49	288,0428
10	313,3093	20	289,3895	30	199,7136	40	350,7000	50	289,0146

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στάδιο 3ο:

Η εκτίμηση του μέσου δίνεται ως

$\hat{\mu}_T = \frac{1}{50}\sum_{t=1}^{50} D_t = 297{,}22$, με τη βοήθεια της εντολής AVERAGE του EXCEL.

Ενώ η εκτίμηση της διακύμανση δίνεται ως

$\hat{\sigma}_T^2 = \frac{1}{50}\sum_{t=1}^{50}\left(D_t - 297{,}22\right)^2 = 2789{,}88$, με τη βοήθεια της εντολής VARP του EXCEL.

Επίσης η τυπική απόκλιση δίνεται ως

$\hat{\sigma}_{\mathrm{T}} = 52{,}82$, με τη βοήθεια της εντολής STDEVP του EXCEL.

Στάδιο 4ο:

Οι εκτιμήσεις της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο 51 είναι αντίστοιχα:

$\hat{Q}_{51}^* = 297{,}22 + 0{,}845 \cdot 52{,}82 = 341{,}85 \approx 342$, γιατί είναι προϊόν υψηλού κέρδους (αφού R>0,5).

$$\hat{E}(\pi)_{51}^* = (200-160)\cdot 297{,}22 - (200-160+300)\frac{0{,}2795}{0{,}8}52{,}82 = 5614{,}44$$

Στάδιο 5ο:

Τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και ατ μέγιστα αναμενόμενα κέρδη είναι αντίστοιχα:

$$\hat{Q}_{T+1}^* \pm 1{,}96\frac{52{,}82}{\sqrt{50}}\sqrt{1+\frac{0{,}845^2}{2}} \quad \Rightarrow \quad 341{,}85 \pm 17{,}06$$

Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι $324{,}79 \le Q^* \le 358{,}91$

Επομένως με πιθανότητα 95% η άριστη ποσότητα παραγγελίας θα βρίσκεται μεταξύ των τιμών 324,79 και 358,91. Βλέπουμε ότι η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας (350,7) περιέχεται στο διάστημα εμπιστοσύνης.

$$\hat{E}(\pi)_{T+1}^* \pm 1{,}96\frac{52{,}82(200-160)}{\sqrt{50}}\sqrt{1+\frac{1}{2}\left((1+7{,}5)\frac{0{,}2795}{0{,}8}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad 5614{,}44 \pm 1364{,}54$$

Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι $4249{,}9 \le E(\pi)^* \le 6978{,}98$

Επομένως με πιθανότητα 95% τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη θα βρίσκονται μεταξύ των τιμών 4249,9 και 6978,98. Βλέπουμε ότι τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη (4872,75) περιέχονται στο διάστημα εμπιστοσύνης.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

4.4.2 Εκτίμηση δεύτερης μεθόδου

<u>Στάδια υπολογιστικής διαδικασίας</u>

Στάδιο 1ο:

Αρχικά βρίσκουμε την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας ως

$$Q^* = \mu + z_R \sigma$$

και τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη ως

$$E(\pi)^* = (p-c)\left(\mu - \frac{\phi_{z_R}}{R}\sigma\right)$$

Στάδιο 2ο:

Από το αρχικό δείγμα (πίνακας 1) αφαιρούμε τις τιμές της ζήτησης για τις οποίες η άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*) είναι μεγαλύτερη ή ίση, ενώ κρατούμε μόνο τις τιμές που βρίσκονται κάτω από Q*. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε το περικομμένο δείγμα (truncated sample).

Στάδιο 3ο:

Υπολογίζουμε το μέσο και τη διακύμανση του περικομένου δείγματος, καθώς και την αναλογία των τιμών που είναι κάτω από την άριστη ποσότητα παραγγελίας ως:

$\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$, όπου r ο αριθμός των μη λογοκριμένων τιμών

$$s_r^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \bar{x}_r\right)^2 ,$$

$\rho = \frac{r}{n}$, όπου n το μέγεθος του δείγματος.

Στάδιο 4ο:

Έπειτα βάσει του τρίτου σταδίου οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας για το μέσο και τη διακύμανση δίνονται ως:

$\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\phi_{z_\rho}}{\rho}$ και

$$\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}^2 = \frac{s_r^2}{1 - \left(\frac{z_\rho \phi_{z_\rho}}{\rho}\right) - \left(\frac{\phi_{z_\rho}}{\rho}\right)^2}$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στάδιο 5ο:

Βάσει του τέταρτου σταδίου εκτιμούμε την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τη περίοδο Τ+1 ως:

$\widetilde{Q}^{*}_{\mathrm{T+1}} = \widetilde{\mu}_{\mathrm{T}} + z_R \widetilde{\sigma}_{\mathrm{T}}$ και

$$\widetilde{E}(\pi)^{*}_{\mathrm{T+1}} = (p-c)\left(\widetilde{\mu}_{\mathrm{T}} - \frac{\phi_{z_R}}{R}\widetilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\right)$$

<u>Εφαρμογή δεύτερης μεθόδου</u>

Στάδιο 1ο:

Αρχικά και πάλι ισχύει ότι $\Phi_{z_R} = \Pr(Z \le z_R) = R = 0{,}8$. Έτσι χρησιμοποιώντας την εντολή NORMINV(0,8;0;1)=0,845 του υπολογιστικού προγράμματος EXCEL λαμβάνουμε τη τιμή του $z_R = 0{,}845$. Επίσης με τη χρήση της εντολής NORMDIST(0,845;0;1;FALSE)=0,2795 λαμβάνουμε τη τιμή του $\phi_{z_R} = 0{,}2795$.

Η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι $Q^{*} = \mu + z_R\sigma = 300 + 0{,}845 \cdot 60 \Rightarrow$ $Q^{*} = 350{,}7$.

Επίσης τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη είναι

$$E(\pi)^{*} = (p-c)\left(\mu - \frac{\phi_{z_R}}{R}\sigma\right) = (200-160)\cdot\left(300 - \frac{0{,}2795}{0{,}8}60\right)$$

$$\Rightarrow \quad E(\pi)^{*} = 11161{,}5$$

Στάδιο 2ο:

Ο τροποποιημένος πίνακας βάσει της περικοπής στην Q* είναι:

Πίνακας 3: Περικομμένο δείγμα (truncated sample) στην Q*

t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση	t	Ζήτηση
1	290,4908	11	242,1751	21	211,9175	31	262,7947	41	
2	263,9938	12	316,7114	22	278,5585	32	235,9943	42	
3	348,0069	13	289,3895	23	199,7136	33	304,7611	43	
4	196,5353	14	315,1907	24	328,9602	34	326,3584	44	
5	188,8034	15	247,9492	25	295,9584	35	288,0428	45	
6	313,3093	16	284,8099	26	230,3936	36	289,0146	46	
7	296,7398	17	185,1646	27	262,9745	37		47	
8	296,8619	18	193,8959	28	223,4310	38		48	
9	324,2366	19	348,4107	29	350,5117	39		49	
10	344,4957	20	295,1576	30	279,3355	40		50	

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Παρατηρούμε ότι οι 36 τιμές της ζήτησης από τις 50 βρέθηκαν κάτω από την άριστη ποσότητα παραγγελίας. Γι’ αυτό το λόγο αφαιρέθηκαν οι υπόλοιπες 14.

Στάδιο 3^{o}:

Ο μέσος του περικομμένου δείγματος δίνεται ως

$\bar{x}_r = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{36} x_i = 276{,}42$, με τη βοήθεια της εντολής AVERAGE του EXCEL.

Ενώ η διακύμανση του περικομμένου δίνεται ως

$s_r^2 = \frac{1}{36-1}\sum_{i=1}^{36}\left(x_i - 276{,}42\right)^2 = 2396{,}42$, με τη βοήθεια της εντολής VAR του EXCEL.

Η αναλογία των τιμών που είναι κάτω από την άριστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται ως:

$$\rho = \frac{36}{50} = 0{,}72$$

Γνωρίζουμε ότι $\Phi_{z_\rho} = \Pr(Z \le z_\rho) = \rho = 0{,}72$. Έτσι χρησιμοποιώντας την εντολή NORMINV(0,72;0;1)=0,585 του EXCEL έχουμε τη τιμή του $\mathrm{z}_{\rho} = 0{,}5828$. Επίσης με τη χρήση της εντολής NORMDIST(0,585;0;1;FALSE)=0,3366 λαμβάνουμε τη τιμή του $\phi_{z_\rho} = 0{,}3366$.

Στάδιο 4^{o}:

Η διακύμανση της εκτίμησης υπολογίζεται ως

$$\tilde{\sigma}_T^2 = \frac{2396{,}42}{1-\left(\frac{0{,}5828\cdot 0{,}3366}{0{,}72}\right)-\left(\frac{0{,}3366}{0{,}72}\right)^2} = 4709{,}02 \quad\Rightarrow\quad \tilde{\sigma}_{\mathrm{T}} = 68{,}62$$

Ενώ ο μέσος της εκτίμησης δίνεται ως

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} = 276{,}42 + \frac{68{,}62\cdot 0{,}3366}{0{,}72} = 308{,}5$$

Στάδιο 5^{o}:

Αρχικά θα πρέπει να αναφέρουμε ότι το z_R θα είναι και πάλι 0,845 εφόσον θέλουμε να κρατήσουμε το ίδιο επίπεδο εξυπηρέτησης (R=0,8). Αναλυτικότερα γνωρίζουμε ότι

$$R = \frac{p-c}{p-v} \;\Rightarrow\; p-c = R\cdot(p-v) \;\Rightarrow\; p-c = R\cdot p - R\cdot v \;\Rightarrow$$

$$v = p - \frac{p-c}{R} = 200 - \frac{200-160}{0{,}8} \quad\Rightarrow\quad \mathrm{v}=150$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Βλέπουμε λοιπόν (όπως ήταν και αναμενόμενο) ότι εφόσον αγνοούμε το έμμεσο κόστος έλλειψης (shortage penalty cost) η τιμή διάσωσης (v) διπλασιάζεται από 75 σε 150 μονάδες (σε σχέση με τη περίπτωση χωρίς λογοκρισία).

Η άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τη περίοδο 51 είναι:

$\widetilde{Q}^{*}_{51} = 308{,}5 + 0{,}845 \cdot 68{,}62 = 366{,}48 \approx 367$, γιατί είναι προϊόν υψηλού κέρδους (αφού R>0,5) και

$$\widetilde{E}(\pi)^{*}_{51} = (200 - 160)\left(308{,}5 - \frac{0{,}2795}{0{,}8}68{,}62\right) = 11381{,}2$$

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 5

Εμπειρική αξιολόγηση των μεθόδων

5.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίπτωση που η ζήτηση ακολουθεί τη κανονική κατανομή και ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι μικρότερος ή ίσος του 0,2. Οι μέθοδοι που εφαρμόζονται αναφέρονται:

Α. στην εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης για τη περίπτωση που εφαρμόζεται η μεθοδολογία σύμφωνα με τη μελέτη του Kevork (2010), όπως αυτή παρουσιάστηκε στο παράδειγμα του τμήματος 4.4. Σε αυτή τη περίπτωση η εκτίμηση γίνεται υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία.

Β. στην εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης για τη περίπτωση που εφαρμόζεται η μέθοδος του Nahmias και χρησιμοποιείται λογοκριμένο υπόδειγμα (απόδειξη τμήματος 4.3), όπως αυτή παρουσιάστηκε στο παράδειγμα του τμήματος 4.4.

Η αξιολόγηση και των δυο μεθόδων γίνεται βάσει του μεγέθους της μεροληψίας, δηλαδή της διαφοράς του εκτιμημένου μεγέθους (μ, σ, Q*, E(π)*) από το πραγματικό μέγεθος του εκάστοτε εκτιμητή. Επιπλέον στη δεύτερη μέθοδο επειδή είναι διαθέσιμοι οι τύποι των διαστημάτων εμπιστοσύνης η εγκυρότητά τους ελέγχθηκε σύμφωνα με τα παρακάτω τρία μέτρα: τη κάλυψη (coverage), τα RAHL και RSDHL, όπως αυτά ορίζονται από Kevork (2010).

5.2 Προσδιορισμός πραγματικών μεγεθών και Monte-Carlo προσομοίωσεις

Αρχικά για τη μελέτη της μορφής των κατανομών για την άριστη ποσότητα παραγγελίας ($\hat{Q}^*_{T+1}$) και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη ($\hat{E}(\pi)^*_{T+1}$) για την περίοδο T+1 σε πεπερασμένα δείγματα, δημιουργήθηκαν κατάλληλες προσομοιώσεις Monte-Carlo χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη αναπαραγωγική γεννήτρια αριθμών, η οποία αναφέρεται στο Kevork (2010). Η ποιότητα κάθε ακολουθίας τιμών ελέγχθηκε για διαφορετικά μεγέθη δείγματος (n), χρησιμοποιώντας τρεις εμπειρικούς ελέγχους: το run-up test και τα τεστ ομοιομορφίας μιας και δυο διαστάσεων (Law and Kelton, 1982). Στη παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν 1000 τέτοιες σειρές τιμών, οι οποίες πέρασαν και τα τρία τεστ

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

για διαφορετικά μεγέθη δείγματος σε 5% επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας. Τελικά, χρησιμοποιώντας τις επιλεγόμενες ακολουθίες τυχαίων αριθμών, οι οποίες κατανέμονται ομοιόμορφα στο (0,1), δημιουργήθηκαν τυχαίοι αριθμοί για την τυπική κανονική κατανομή χρησιμοποιώντας τη παραδοσιακή μέθοδο των Box and Muller, η οποία περιγράφεται αναλυτικά από τους Law and Kelton (1982).

Όσον αφορά τη μελέτη της εγκυρότητας των διαστημάτων εμπιστοσύνης σε μικρά δείγματα χρησιμοποιήθηκαν 1000 εκτιμήσεις για την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*) και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη (E(π)*), οι οποίες είναι διαθέσιμες για διαφορετικούς συνδυασμούς του επιπέδου εξυπηρέτησης (R-critical fractile), του μεγέθους του δείγματος (n) και του συντελεστή μεταβλητότητας της ζήτησης (CV(D)=0,2). Για κάθε συνδυασμό, αφού πρώτα αντικαταστήσουμε τον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας για την τυπική απόκλιση (σ), υπολογίζουμε ένα σύνολο από 1000 διαφορετικά διαστήματα εμπιστοσύνης για τη πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη. Αμέσως μετά υπολογίστηκαν τρία στατιστικά μέτρα για την μελέτη της απόδοσης των διαστημάτων εμπιστοσύνης: η κάλυψη (coverage), το RAHL (Relative Average of Half Lengths) και το RSDHL (Relative Standard Deviation of Half Lengths). Για κάθε συνδυασμό των R, CV(D) και n, η κάλυψη συνιστά την εκτίμηση του πραγματικού διαστήματος εμπιστοσύνης και υπολογίζεται ως το ποσοστό να περιέχεται ο πραγματικός εκτιμητής (Q* και E(π)*) στα 1000 διαστήματα εμπιστοσύνης. Τα άλλα δυο μέτρα αφορούν την ακρίβεια και τη σταθερότητα των μέσων διαστημάτων (Half Lengths) τα οποία είναι συνυφασμένα με τα δημιουργηθέντα διαστήματα εμπιστοσύνης. Ειδικότερα τα RAHL και RSDHL υπολογίζονται διαιρώντας το μέσο όρο των μέσων διαστημάτων και τη τυπική απόκλιση των μέσων διαστημάτων με Q* και E(π)* (Kevork, 2010).

Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τον βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας των σειρών προσομοίωσης και της μορφής της γεννήτριας αριθμών περιγράφονται στο Kevork (1990).

Προκειμένου να γίνει η σύγκριση μεταξύ πραγματικών και εκτιμημένων μεγεθών έτσι ώστε να υπολογιστεί η μεροληψία και η κάλυψη θα πρέπει πρώτα να υπολογιστεί η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη. Ειδικότερα για την εκτίμησή τους δημιουργήθηκαν 1000 προσομοιωμένες σειρές ζήτησης, που ακολουθούν τη κανονική κατανομή, σύμφωνα με τη μέθοδο Monte-Carlo

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

(με τον τρόπο που αναφέραμε πιο πάνω) μέγιστου μεγέθους 1000 παρατηρήσεων, με μέσο 300 και τυπική απόκλιση 60 ($D_t \sim N(300,60^2)$).

Όσον αφορά της υπόλοιπες παραμέτρους πειραματοποίησης ο συντελεστής μεταβλητότητας κρατήθηκε ίσος με 0,2 αφού $CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{60}{300} = 0,2$, εξασφαλίζοντας τη συνθήκη μη αρνητικότητας της ζήτησης όπως αυτή αναφέρεται από τους Kevork (2010) και Lau (1997).

Το επίπεδο εξυπηρέτησης R (critical fractile) λήφθηκε ίσο σύμφωνα με τις ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

- για R=0,4 ισχύει ότι
  p=200 , c=190 και v=175
- για R=0,8
  p=200 , c=160 και v=150
- για R=0,95
  p=200 , c=110 και v=105,26

όπως φαίνεται από παραπάνω το R υπολογίστηκε σύμφωνα με τη σχέση $R = \frac{p-c+s}{p-v+s}$ όπως ορίζεται από τους Schweitzer and Cachon (2000). Επίσης για να παρατηρηθούν οι άριστες τιμές για τη Q* και τα Ε(π)*, οι τιμές για τα p, c, v, s επιλέχθηκαν έτσι ώστε να τηρούν τις ακόλουθες αρχές:

α) όταν αυξάνουμε το R πρέπει να αυξάνεται και το περιθώριο κέρδους (p-c), σύμφωνα με την αρχή σχετικά με τα προϊόντα υψηλού (R>0,5) και αντίθετα για προϊόντα χαμηλού κέρδους (R<0,5),

β) η τιμή διάσωσης (v) σε κάθε περίπτωση τέθηκε χαμηλότερα από το κόστος αγοράς (c) και

γ) κρατώντας σταθερό το R για να αποφύγουμε το πρόβλημα αλλαγής του s και του v, υποθέτουμε ότι στην πρώτη μέθοδο το κόστος έλλειψης είναι μηδενικό (s=0), δηλαδή ότι δεν υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση στο παρόν και απώλεια καλής πίστης του πελάτη στο μέλλον (loss of goodwill). Αυτό διασφαλίζεται θεωρώντας ότι ο πωλητής, όταν υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση, μέσω αποτελεσματικών πολιτικών επικοινωνίας με τους πελάτες και βρίσκοντας το προϊόν από άλλες πηγές δεν χάνει πελάτες ενώ η τιμή πώλησης (p) και το κόστος αγοράς (c) παραμένουν ίδια. Από την άλλη πλευρά στην δεύτερη μέθοδο (που προτείνεται στη παρούσα εργασία) πρέπει και πάλι να τονίσουμε ότι δεν υποθέτουμε ότι

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

το κόστος έλλειψης είναι μηδενικό, αλλά το ότι αποφεύγουμε τη χρήση του λογοκρίνοντας τη ζήτηση στην άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Σύμφωνα με τη χρήση των εξισώσεων (3.6) και (3.7) για την πρώτη μέθοδο (και υποθέτοντας ότι s=0) και σύμφωνα με τη χρήση των εξισώσεων (4.15) και (4.16) για τη δεύτερη μέθοδο, οι πραγματικές άριστες τιμές για την Q* και τα Ε(π)* φαίνονται στο πίνακα 4.

Πίνακας 4: Πραγματικές τιμές για την Q* και τα Ε(π)

R	**Q***	**Ε(π)***
0,4	284,7992	2420,486
0,8	350,4973	11160,11
0,95	398,6912	26413,76

Όπως παρατηρούμε όσο αυξάνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο αυξάνονται και οι παρατηρούμενες τιμές για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη συμφωνώντας με τις αρχές που παραθέσαμε παραπάνω.

Στη συνέχεια της ανάλυσής μας αφού πρώτα παρουσιάσουμε τον τρόπο εκτίμησης των παραμέτρων της ζήτησης (μέσος και τυπική απόκλιση) για κάθε μέθοδο, αμέσως μετά γίνεται η εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης σύμφωνα με τις δυο μεθόδους που περιγράψαμε παραπάνω έτσι ώστε να προσδιορίσουμε την καταλληλότερη για την εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών. Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων της ζήτησης καθώς οι τιμές σχετικά με τη τυπική κανονική κατανομή έγιναν με τη βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος Excel (όπως δείχνουμε και στο παράρτημα).

5.3 Εκτίμηση παραμέτρων της ζήτησης

Σύμφωνα με τη πρώτη μέθοδο το δείγμα αρχικά λογοκρίνεται στην άριστη ποσότητα παραγγελίας, ενώ οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας (ML) για το μέσο και τη διακύμανση ακολουθούν την ανάλυση του Kevork (2010) έχοντας ως εξής: $\hat{\mu}_T = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} D_t$ και $\hat{\sigma}_T^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(D_t - \hat{\mu}_T\right)^2$.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο στο δείγμα εφαρμόζεται περικοπή στην άριστη ποσότητα παραγγελίας, έτσι ώστε να κρατηθούν μόνο οι τιμές της ζήτησης (r) που βρίσκονται κάτω από τη ποσότητα παραγγελίας. Σε αυτή τη περίπτωση οι εκτιμήσεις για το μέσο και την τυπική απόκλιση προέρχονται από τη μελέτη του Nahmias (1994) και έχουν την ακόλουθη μορφή (σχέσεις 4.8 και 4.9):

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} = \bar{x}_r + \frac{\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}} \phi_{z_\rho}}{\rho}$$

$$\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}^2 = \frac{s_r^2}{1 - \left(\frac{z_\rho \phi_{z_\rho}}{\rho} \right) - \left(\frac{\phi_{z_\rho}}{\rho} \right)^2}$$

Όπου, $s_r^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^{r} \left(x_i - \bar{x}_r \right)^2$ η διακύμανση των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί,

$\bar{x}_r = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{r} x_i$ ο μέσος των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί και

$\rho = \frac{r}{n}$ η αναλογία των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί και n το μέγεθος του δείγματος.

Οι εκτιμήσεις και για τις δυο μεθόδους χωρίζονται σε τρεις περιπτώσεις ανάλογα με το επίπεδο εξυπηρέτησης:

- όταν R=0,4 εκτός από την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=284,79), λήφθηκαν υπόψη και ακόμα δυο περιπτώσεις όπου η ποσότητα παραγγελίας υποεκτιμάται (Q=250) και υπερεκτιμάται (Q=300)
- όταν R=0,8 εκτός από την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=350,49), λήφθηκαν υπόψη και ακόμα δυο περιπτώσεις υποεκτίμησης της ποσότητας παραγγελίας Q=250 και Q=300
- όταν R=0,95 εκτός από την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=350,49), λήφθηκαν υπόψη και ακόμα δυο περιπτώσεις υποεκτίμησης της ποσότητας παραγγελίας Q=300 και Q=350.

Με αυτόν τον τρόπο θέλουμε να ερευνήσουμε αν η λανθασμένη επιλογή της ποσότητας παραγγελίας (η οποία αντιπροσωπεύει και το σημείο περικοπής ή λογοκρισίας-truncation point) θα επηρεάσει τις εκτιμήσεις σχετικά με τις άριστες πολιτικές αποθεματοποίησης.

Επειδή στην εκτίμηση της δεύτερης μεθόδου δεν χρησιμοποιείται όλο το μέγεθος του δείγματος (n) αλλά μόνο οι r τιμές της ζήτησης που δεν έχουν λογοκριθεί, κρίνεται αναγκαία η παρουσίαση του παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στα ποσοστά των τιμών

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

(ρ) που έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση της δεύτερης μεθόδου, για κάθε συνδυασμό μεγέθους δείγματος με τη ποσότητα παραγγελίας,. Βέβαια στο παρακάτω πίνακα μπορεί πάρα πολύ εύκολα να υπολογιστεί και το ποσοστό των τιμών που, είτε έχουν λογοκριθεί (πρώτη μέθοδος), είτε έχουν περικοφτεί (δεύτερη μέθοδος) από το αρχικό δείγμα, αφαιρώντας τα συγκεκριμένα ποσοστά από τη μονάδα.

Πίνακας 5: Ποσοστά μη λογοκριμένων τιμών και για τις δυο μεθόδους

n	Q=250	Q*=284,79	Q=300	Q=350	Q*=350,49	Q*=398,69
25	0,19324	0,39116	0,49504	0,79696	0,79892	0,9492
50	0,19498	0,39396	0,49648	0,7976	0,79972	0,95
100	0,20011	0,39798	0,49853	0,79682	0,79887	0,95035
200	0,20199	0,39928	0,49976	0,79825	0,80029	0,95087
300	0,2018	0,39858	0,49869	0,79766	0,79994	0,95069
500	0,20345	0,40354	0,50352	0,79827	0,80043	0,94901
1000	0,20335	0,40415	0,50406	0,79848	0,80065	0,94846

Όπως παρατηρούμε για δεδομένη ποσότητα παραγγελίας τα ποσοστά παραμένουν περίπου ίδια με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος, ενώ σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρείται αύξηση του ποσοστού των μη λογοκριμένων τιμών με την αύξηση της ποσότητας παραγγελίας.

Πριν παρουσιάσουμε τους πίνακες με τις εκτιμήσεις των παραπάνω μεγεθών σύμφωνα με τις δυο μεθόδους κρίνεται αναγκαία η παρουσίαση ενός βασικού πίνακα που αναφέρεται στα ποσοστά αφαίρεσης των προβληματικών τιμών στις περιπτώσεις εκτίμησης βάση της δεύτερης μεθόδου. Ειδικότερα αυτές οι προβληματικές τιμές εμφανίζονται στις εξής τρεις περιπτώσεις:

Α. Όταν η αναλογία των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί (ρ) ισούται με τη μονάδα, δηλαδή όταν το σύνολο των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί (r) ισούται με το μέγεθος του δείγματος (n). Έτσι εφόσον ρ=1 δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το z του 1, επειδή αυτή η τιμή δεν ορίζεται μέσω των πινάκων της τυπικής κανονικής κατανομής. Αυτό το πρόβλημα εμφανίζεται συνήθως στις περιπτώσεις όπου η ποσότητα παραγγελίας (truncation point-σημείο περικοπής) λαμβάνει υψηλές τιμές.

Β. Όταν η αναλογία των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί (ρ) ισούται με το μηδέν, δηλαδή όταν δεν υπάρχουν τιμές που δεν έχουν λογοκριθεί (r=0). Έτσι και πάλι δεν ορίζεται τιμή για το z του μηδενός και επιπλέον δεν ορίζεται ο μέσος των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί ($\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$). Αυτό το πρόβλημα παρουσιάζεται σε μικρά μεγέθη του

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

δείγματος και στις περιπτώσεις όπου η ποσότητα παραγγελίας (truncation point-σημείο περικοπής) λαμβάνει χαμηλές τιμές.

Γ. Τέλος, η πιο σπάνια περίπτωση είναι αυτή στην οποία υπάρχει μόνο μια τιμή που δεν έχει λογοκριθεί (r=1) και συνεπώς υπάρχει πρόβλημα υπολογισμού της διακύμανσης των τιμών που δεν έχουν λογοκριθεί ($s_r^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \bar{x}_r\right)^2$). Και πάλι αυτό το πρόβλημα παρουσιάζεται σε μικρά μεγέθη του δείγματος και στις περιπτώσεις όπου η ποσότητα παραγγελίας (truncation point-σημείο περικοπής) λαμβάνει χαμηλές τιμές.

Όπως γίνεται φανερό αυτές οι τρεις περιπτώσεις κάνουν αδύνατη την εκτίμηση του μέσου (σχ.4.8) και της διακύμανσης (σχ.4.9) του περικομένου δείγματος για αυτό και αφαιρέθηκαν από την ανάλυση.

Πίνακας 6: Ποσοστά αφαίρεσης προβληματικών τιμών για τη δεύτερη μέθοδο

n	**Q=250**	**Q*=284,79**	**Q=300**	**Q=350**	**Q*=350,49**	**Q*=398,69**
25	0,094	0,016	0,006	0,036	0,037	0,342
50	0,028	0,001	0	0,006	0,006	0,138
100	0,001	0	0	0	0	0,027
200	0	0	0	0	0	0,001
300	0	0	0	0	0	0
500	0	0	0	0	0	0
1000	0	0	0	0	0	0

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα τα υψηλότερα ποσοστά αντιστοιχούν στις ακραίες περιπτώσεις όπου Q=250 και Q*=398,69. Γενικότερα, σε όλες τις περιπτώσεις βλέπουμε ότι με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος οι πιθανότητες τείνουν στο μηδέν. Ειδικότερα, στη περίπτωση που η άριστη ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει τη τιμή 398,69 (όταν R=0,95) και n=25 παρατηρήσεις, το ποσοστό είναι αρκετά υψηλό και ισούται με 34,2%, αλλά ακόμα και σε αυτή τη περίπτωση μετά την αύξηση του δείγματος στις 200 παρατηρήσεις τα ποσοστά μηδενίζονται.

Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι στους πίνακες που ακολουθούν στη παρακάτω ανάλυση η ένδειξη του αστερίσκου δίπλα στις τιμές θα υποδεικνύει το γεγονός ότι έχει γίνει αφαίρεση των προβληματικών τιμών σύμφωνα με τα ποσοστά που αναφέρθηκαν στο πίνακα 6 έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η εκτίμησή τους.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 7: Εκτιμήσεις του μέσου και της τυπικής απόκλισης χρησιμοποιώντας το διαθέσιμο δείγμα

n	**Q=250**		**Q*=284,79**		**Q=300**		**Q=350**		**Q*=350,49**		**Q*=398,69**	
	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$	$E(\hat{\mu})$	$E(\hat{\sigma})$
25	243,4607	15,3167	268,2723	26,4544	276,7468	31,6177	294,0778	46,1112	294,1784	46,2211	299,6225	53,2404
50	243,5086	16,4049	268,2184	27,6154	276,6565	32,8148	293,919	47,4683	294,0192	47,58	299,4547	54,7898
100	243,33	17,4132	267,8852	28,7187	276,28	33,9581	293,4802	48,7331	293,5808	48,8468	299,0147	56,1531
200	243,209	18,0077	267,7189	29,3171	276,0891	34,5491	293,2165	49,3186	293,3164	49,432	298,7198	56,753
300	243,219	18,1565	267,7426	29,4726	276,1287	34,7144	293,2868	49,5171	293,3869	49,631	298,7989	56,9790
500	243,3343	17,9156	267,7372	29,2654	276,051	34,5253	293,0723	49,3859	293,1721	49,5006	298,6331	56,9851
1000	243,3434	17,9967	267,7422	29,3293	276,0442	34,5834	293,0553	49,4489	293,155	49,5636	298,6345	57,0896

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 8: Εκτιμήσεις μέσου και τυπικής απόκλισης σύμφωνα με τη μέθοδο του Nahmias

n	**Q=250**		**Q*=284,79**		**Q=300**		**Q=350**		**Q*=350,49**		**Q*=398,69**	
	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$	$E(\tilde{\mu})$	$E(\tilde{\sigma})$
25	288,7103*	51,1007*	298,3424*	54,8866*	299,6629*	55,464*	300,835*	56,3475*	300,8247*	56,3391*	300,6664*	56,1849*
50	295,2713*	54,5695*	299,4651*	56,3475*	300,0128	56,7941	300,6196*	57,5035*	300,6104*	57,4953*	300,5562*	57,4655*
100	297,3371*	56,6331*	299,2927	57,9357	299,7645	58,3162	300,2592	58,8587	300,2553	58,8552	300,219*	58,8373*
200	298,5781	58,3195	299,6689	59,0823	299,8217	59,222	299,8217	59,4166	299,976	59,4166	299,9313*	59,3645*
300	299,0825	58,8678	299,8649	59,4291	300,0334	59,5749	300,089	59,67	300,0885	59,6696	300,0235	59,5874
500	297,9933	57,869	298,7154	58,3743	299,0446	58,6367	299,6351	59,2384	299,6385	59,2428	299,8354	59,5294
1000	298,4032	58,2361	298,7714	58,4962	299,0142	58,6898	299,5965	59,2717	299,6002	59,2763	299,8426	59,6256

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του πίνακα 7, σύμφωνα με τη πρώτη μέθοδο σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρείται υποεκτίμηση του πραγματικού μέσου (μ=300) και τις πραγματικής τυπικής απόκλισης (σ=60). Ειδικότερα όσο αυξάνεται η ποσότητα παραγγελίας ή/και το μέγεθος του δείγματος τόσο και οι εκτιμήσεις τείνουν προς τις πραγματικές, με χειρότερη περίπτωση όταν Q=250 όπου παρατηρείται σαφέστατη υποεκτίμηση και των δυο εκτιμητών και καλύτερη όταν Q*=398,69 (σε επίπεδο εξυπηρέτησης R=0,95) όπου οι εκτιμήσεις είναι πιο κοντά στις πραγματικές.

Από την άλλη πλευρά με βάση το πίνακα 8, οι εκτιμήσεις του μέσου και της τυπικής απόκλισης σύμφωνα με τη μέθοδο του Nahmias δείχνουν να τα πηγαίνουν πολύ καλύτερα και να βρίσκονται πιο κοντά στις τιμές των πραγματικών εκτιμητών. Παρατηρώντας και πάλι πως οι εκτιμήσεις σχετικά με την τυπική απόκλιση τείνουν προς τις πραγματικές με την αύξηση της ποσότητας παραγγελίας και την αύξηση του μεγέθους του δείγματος.

Στους πίνακες 9 και 10 γίνεται μια άμεση σύγκριση των δύο μεθόδων, σχετικά με τις εκτιμήσεις των παραμέτρων της ζήτησης, βάσει του μεγέθους της μεροληψίας η οποία ορίζεται ως η διαφορά του εκτιμημένου μεγέθους από τον εκάστοτε πραγματικό εκτιμητή. Ειδικότερα στο πίνακα 9 πραγματοποιείται ο υπολογισμός της μεροληψίας του μέσου (μ) και για τις δύο μεθόδους. Όπως παρατηρούμε στη πρώτη μέθοδο όπου το δείγμα λογοκρίνεται (censored) η μεροληψία για το μέσο είναι κατά γενική ομολογία αρνητική υποδεικνύοντας υποεκτίμηση του πραγματικού εκτιμητή (μ=300). Επίσης παρατηρείται ότι τελικά η αύξηση του μεγέθους του δείγματος δεν επιφέρει μείωση της μεροληψίας αλλά μια μικρή αύξηση, ενώ η αύξηση της ποσότητας παραγγελίας μειώνει διαδοχικά τη μεροληψία, φτάνοντας στη καλύτερη περίπτωση όπου το επίπεδο εξυπηρέτησης ισούται με 0,95 και η άριστη ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει τη τιμή 398,69. Σε αντίθεση με τη πρώτη μέθοδο, η εκτίμηση του μέσου σύμφωνα με τη μέθοδο του Nahmias παρέχει καλύτερες και πιο αξιόπιστες εκτιμήσεις οι οποίες συγκλίνουν προς το πραγματικό μέσο (μικρότερη μεροληψία) με σχετικά μικρές αποκλίσεις για κάθε μέγεθος του δείγματος. Ακόμα και στη περίπτωση που παρατηρείται η μεγαλύτερη τιμή της μεροληψίας (για Q=250) η αύξηση του δείγματος τη μειώνει αισθητά.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 9: Μεροληψία του μέσου και για τις δυο μεθόδους

n	**Q=250**		**Q*=284,79**		**Q=300**		**Q=350**		**Q*=350,49**		**Q*=398,69**	
	censored	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**
25	-56,5393	-11,2897*	-31,7277	-1,65757*	-23,2532	-0,33706*	-5,92217	0,83503*	-5,82164	0,82468*	-0,37752	0,6663*
50	-56,4914	-4,72866*	-31,7816	-0,53487*	-23,3435	0,01285	-6,08096	0,61961*	-5,98083	0,61042*	-0,5453	0,55614*
100	-56,67	-2,66293*	-32,1148	-0,70734	-23,72	-0,23553	-6,51976	0,25925	-6,41921	0,25527	-0,98532	0,21894*
200	-56,791	-1,4219	-32,2811	-0,33114	-23,9109	-0,17836	-6,78346	-0,02376	-6,68362	-0,02399	-1,28022	-0,63549*
300	-56,781	-0,91752	-32,2574	-0,13509	-23,8713	0,33439	-6,71318	0,08903	-6,6131	0,08846	-1,20108	0,02353
500	-56,6666	-2,00675	-32,2628	-1,28462	-23,949	-0,95536	-6,9277	-0,36496	-6,8279	-0,36154	-1,36695	-0,16463
1000	-56,6566	-1,59679	-32,2578	-1,22858	-23,9558	-0,98585	-6,94471	-0,40354	-6,84504	-0,39979	-1,36552	-0,1574

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 10: Μεροληψία της τυπικής απόκλισης και για τις δυο μεθόδους

n	Q=250		Q*=284,79		Q=300		Q=350		Q*=350,49		Q*=398,69	
	censored	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**	**censored**	**Nahmias method**
25	-44,6833	-8,8993*	-33,5456	-5,1134*	-28,3823	-4,5360*	-13,8888	-3,6525*	-13,7789	-3,6608*	-6,7596	-3,815*
50	-43,5951	-5,4304*	-32,3846	-3,6525*	-27,1852	-3,2059	-12,5317	-2,4965*	-12,42	-2,5047*	-5,2102	-2,5344*
100	-42,5868	-3,3669*	-31,2813	-2,06427	-26,0419	-1,68385	-11,2669	-1,14128	-11,1532	-1,14481	-3,8469	-1,1627*
200	-41,9923	-1,68048	-30,6829	-0,91768	-25,4509	-0,77801	-10,6814	-0,58339	-10,568	-0,58339	-3,247	-0,0687*
300	-41,8435	-1,13223	-30,5274	-0,57092	-25,2856	-0,42511	-10,4829	-0,33001	-10,369	-0,33042	-3,021	-0,41257
500	-42,0844	-2,13103	-30,7346	-1,62568	-25,4747	-1,36332	-10,6141	-0,76156	-10,4994	-0,75724	-3,0149	-0,47058
1000	-42,0033	-1,76388	-30,6707	-1,50377	-25,4166	-1,3102	-10,5511	-0,72827	-10,4364	-0,72369	-2,9104	-0,37444

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Παρόμοια αποτελέσματα συναντούμε και στο πίνακα 10 όπου πραγματοποιείται ο υπολογισμός της μεροληψίας της τυπικής απόκλισης (σ) και για τις δύο μεθόδους. Και για τις δυο μεθόδους παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση η μεροληψία είναι αρνητική υποδεικνύοντας την υποεκτίμηση της πραγματικής τυπικής απόκλισης (σ=60), με τη μέθοδο του Nahmias να υπερισχύει έναντι της πρώτης μεθόδου για κάθε συνδυασμό της ποσότητας παραγγελίας (truncation point) με το μέγεθος του δείγματος. Ειδικότερα για την πρώτη μέθοδο βλέπουμε για τις δυο πρώτες ποσότητες παραγγελίας η υποεκτίμηση φθάνει και ξεπερνά το 50%, ενώ γενικά και πάλι ισχύει ότι όσο αυξάνεται η ποσότητα παραγγελιάς ή/και το μέγεθος του δείγματος τόσο μειώνεται η μεροληψία. Από την άλλη πλευρά στη μέθοδο του Nahmias όπως προείπαμε η αρνητική μεροληψία φαίνεται να είναι μικρότερη και να προσεγγίζει τη πραγματική τιμή του εκτιμητή όσο αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος. Συμπεραίνοντας πως η μέθοδος του Nahmias είναι πιο κατάλληλη για την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης.

5.4 Εκτίμηση και προσδιορισμός της μεροληψίας της Q* και των Ε(π)* για τις δυο μεθόδους

Σύμφωνα με τη πρώτη μέθοδο η εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας για την περίοδο Τ+1 γίνεται σύμφωνα με τη σχέση (3.8), ενώ η εκτίμηση των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο Τ+1 γίνεται σύμφωνα με τη σχέση (3.9).

Σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο (αποδείξεις του τμήματος 4.3) η εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας για την περίοδο Τ+1 γίνεται σύμφωνα με τη σχέση (4.17), ενώ η εκτίμηση των μέγιστων αναμενόμενων κερδών για τη περίοδο Τ+1 γίνεται σύμφωνα με τη σχέση (4.18).

Ο υπολογισμός της μεροληψίας της άριστης ποσότητας παραγγελίας και για τις δυο μεθόδους παρουσιάζεται στους επόμενους πίνακες 11, 12 και 13 και αφορά τα τρία επίπεδα εξυπηρέτησης R=0,4 , R=0,8 και R=0,95 αντίστοιχα.

Στον πίνακα 11 βλέπουμε ότι για τη πρώτη μέθοδο στην οποία η εκτίμηση γίνεται υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία και R=0,4 η μεροληψία είναι αρνητική και υπάρχει μια μικρή αύξηση με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος. Επίσης σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=284,79) παρατηρούμε ότι η περίπτωση υποεκτίμησης της ποσότητας παραγγελίας (Q=250) αυξάνει τη μεροληψία, ενώ η περίπτωση υπερεκτίμησης της ποσότητας παραγγελίας (Q=300) τη μειώνει.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 11: Μεροληψία για την άριστη ποσότητα παραγγελίας όταν R=0,4

R=0,4						
n	**Q=250**		**Q*=284,7992**		**Q=300**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-45,2189	-9,03513*	-23,2291	-0,36211*	-16,0627	0,812124*
50	-45,4467	-3,35287*	-23,577	0,390484*	-16,4562	0,825057
100	-45,8807	-1,80994*	-24,1898	-0,18437	-17,1224	0,191068
200	-46,1524	-0,99615	-24,5077	-0,09865	-17,463	0,018751
300	-46,1801	-0,63068	-24,5234	0,00955	-17,4653	0,141139
500	-46,0046	-1,46686	-24,4763	-0,87276	-17,495	-0,60997
1000	-46,0152	-1,14991	-24,4875	-0,84761	-17,5166	-0,65391

Αναφορικά με τα αποτελέσματα της δεύτερης μεθόδου η αύξηση του μεγέθους του δείγματος μειώνει τη μεροληψία, η οποία κάποιες φορές προσεγγίζει τη τιμή μηδέν (δηλαδή η εκτίμηση προσεγγίζει κατά πολύ τη πραγματική τιμή). Επίσης σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας η περίπτωση υποεκτίμησής αυξάνει τη μεροληψία (η οποία παρουσιάζεται αρνητική), ενώ η περίπτωση υπερεκτίμησης την αυξάνει και πάλι αλλά σε μικρότερο βαθμό. Γενικά εκεί όπου Q*=284,79 και Q=300 η μεροληψία φαίνεται να κυμαίνεται μεταξύ αρνητικών και θετικών τιμών, λαμβάνοντας τιμές μεταξύ 0 και 1.

Πίνακας 12: Μεροληψία για την άριστη ποσότητα παραγγελίας όταν R=0,8

R=0,8						
n	**Q=250**		**Q=300**		**Q*=350,4973**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-94,1457	-18,7796*	-47,1404	-4,15466*	-17,4182	-2,25638*
50	-93,1819	-9,29904*	-46,2231	-2,68531	-16,4338	-1,49759*
100	-92,5119	-5,49657*	-45,6375	-1,65369	-15,806	-0,70823
200	-92,1326	-2,83623	-45,3309	-0,83314	-15,5778	-0,51498
300	-91,9974	-1,87043	-45,1522	-0,32434	-15,3399	-0,18963
500	-92,0857	-3,80027	-45,389	-2,10276	-15,6644	-0,99885
1000	-92,0075	-3,08131	-45,3469	-2,08854	-15,6285	-1,00886

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στο πίνακα 12 όπου R=0,8 τα αποτελέσματα της πρώτης μεθόδου δείχνουν αρνητική μεροληψία η οποία σε κάθε περίπτωση μειώνεται κατά λίγο με την αύξηση του δείγματος. Επίσης βλέπουμε τις δυο περιπτώσεις υποεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q*=350,49). Παρατηρούμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από την Q* τόσο η μεροληψία λαμβάνει υψηλότερες τιμές. Η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου μας δίνει παρόμοιες αντιδράσεις παρουσιάζοντας μικρότερες τιμές για τη μεροληψία σε κάθε περίπτωση έναντι της πρώτης μεθόδου.

Πίνακας 13: Μεροληψία για την άριστη ποσότητα παραγγελίας όταν R=0,95

R=0,95						
n	**Q=300**		**Q=350**		**Q*=398,6912**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-69,938	-7,79814*	-28,7672	-5,17275*	-11,4961	-5,60888*
50	-68,0591	-5,26039	-26,6938	-3,48679*	-9,11538	-3,61267*
100	-66,5552	-3,00521	-25,0521	-1,61799	-7,31291	-1,69353*
200	-65,7739	-1,45806	-24,3528	-0,98336	-6,62107	-1,11404*
300	-65,4624	-0,6658	-23,956	-0,45379	-6,17025	-0,65508
500	-65,8511	-3,19783	-24,3863	-1,61763	-6,32597	-0,93866
1000	-65,7624	-3,14093	-24,2997	-1,60143	-6,15264	-0,7733

Στο πίνακα 13 όπου το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι ίσο με 0,95 η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου σε κάθε περίπτωση δίνει αρνητική μεροληψία η οποία μειώνεται και πάλι με την αύξηση του δείγματος, λαμβάνοντας τη μικρότερη τιμή για n=300 παρατηρήσεις. Επίσης η μεροληψία της πρώτης μεθόδου παρέχει όμοιες αντιδράσεις και δείχνει να αυξάνεται με την αύξηση της υποεκτίμησης σχετικά με την Q*=398,69.

Έτσι λοιπόν παρατηρείται ότι δεύτερη μέθοδος, όπου γίνεται εκτίμηση με λογοκρισία, για κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης δίνει καλύτερα αποτελέσματα σχετικά με τη μεροληψία της άριστης ποσότητας παραγγελίας, τα οποία συμφωνούν με τα αποτελέσματα σχετικά με την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης.

Ο υπολογισμός της μεροληψίας των μέγιστων αναμενόμενων κερδών και για τις δυο μεθόδους παρουσιάζεται στους πίνακες 14, 15 και 16 και αφορά τα τρία επίπεδα εξυπηρέτησης R=0,4 , R=0,8 και R=0,95 αντίστοιχα.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 14: Μεροληψία για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη όταν R=0,4

R=0,4						
n	**Q=250**		**Q*=284,7992**		**Q=300**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-133,816	26,9428*	6,724843	32,81213*	41,59998	40,44074*
50	-143,848	5,163811*	-5,02657	29,92944*	29,13461	31,09293
100	-155,372	5,889976*	-19,0156	12,86448	14,32719	13,90825
200	-162,325	2,012054	-26,4581	5,552067	6,710184	5,730884
300	-163,662	1,760432	-27,7237	4,163347	5,50968	4,440335
500	-160,191	0,515124	-25,7758	2,855588	6,559271	3,614063
1000	-160,874	1,068745	-26,3434	2,238471	5,93013	2,796195

Στο πίνακα 14 όπου R=0,4 η μεροληψία του μέγιστου αναμενόμενου κέρδους για την πρώτη μέθοδο φαίνεται να είναι αρνητική (τα Ε(π)* υποεκτιμώνται) για τις περιπτώσεις οπού Q*=284,79 και Q=250 και να αυξάνεται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος, ενώ για την περίπτωση υπερεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q=300) η μεροληψία παρουσιάζεται θετική (τα Ε(π)* υπερεκτιμώνται) και μειώνεται με την αύξηση του δείγματος. Από την άλλη μεριά η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου και για τις τρεις περιπτώσεις δίνει μεροληψία η οποία είναι κυρίως θετική και μικραίνει με την αύξηση του δείγματος παρέχοντας καλύτερα αποτελέσματα συγκριτικά με τη πρώτη μέθοδο.

Πίνακας 15: Μεροληψία για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη όταν R=0,8

R=0,8						
n	**Q=250**		**Q=300**		**Q*=350,4973**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-1636,09	-327,016*	-532,831	50,01308*	-39,9875	84,23244*
50	-1649,41	-113,13*	-553,2	45,39056	-65,3774	59,47791*
100	-1670,66	-59,3872*	-584,264	14,14947	-100,644	26,23585
200	-1683,83	-33,3524	-600,171	3,756434	-119,414	7,206988
300	-1685,51	-20,852	-600,902	7,288275	-119,378	8,163441
500	-1677,56	-50,4398	-601,362	-19,1307	-126,144	-3,8616
1000	-1678,3	-39,1804	-602,447	-21,0935	-127,712	-5,86142

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Στο πίνακα 15 όπου R=0,8 βλέπουμε ότι η μεροληψία είναι και πάλι αρνητική για την πρώτη μέθοδο και αυξάνεται όσο μεγαλώνει η υποεκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q*=350,49) και όσο μεγαλώνει το μέγεθος του δείγματος. Η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου δίνει μικρότερες τιμές σχετικά με το μέγεθος της μεροληψίας οι οποίες μικραίνουν με την αύξηση του δείγματος.

Πίνακας 16: Μεροληψία για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη όταν R=0,95

R=0,95						
n	**Q=300**		**Q=350**		**Q*=398,6912**	
	1η μέθοδος	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**	**1η μέθοδος**	**2η μέθοδος**
25	-1815,48	13,98473*	-397,291	110,8404*	32,06956	97,25215*
50	-1835,3	32,4806	-424,842	80,15732*	1,830629	74,81676*
100	-1880,35	-4,74523	-476,693	34,48399	-51,0912	31,06575*
200	-1903,31	-8,4502	-506,145	3,561624	-83,4945	0,021539*
300	-1901,36	7,163127	-501,76	11,23677	-78,5797	6,14909
500	-1906,5	-72,6622	-519,785	-25,4055	-93,5679	-10,2187
1000	-1907,68	-75,9244	-521,932	-29,2997	-94,4607	-10,5078

Όταν R=0,95 η εφαρμογή της πρώτης μεθόδου δείχνει όμοια αποτελέσματα όπως και πριν με τη μεροληψία να αυξάνεται όσο μεγαλώνει η υποεκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q*=398,69) και όσο μεγαλώνει το μέγεθος του δείγματος. Στη δεύτερη μέθοδο στις περιπτώσεις όπου Q*=398,69 και Q=350 η μεροληψία ξεκινώντας από θετική δείχνει να μειώνεται με τη αύξηση του δείγματος και να γίνεται αρνητική, ενώ για Q=300 η αύξηση του δείγματος παρέχει τελικά την αύξηση της μεροληψίας.

Γενικά λοιπόν σύμφωνα με τη μεροληψία, η δεύτερη μέθοδος δείχνει να δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά την εκτίμηση των μέγιστων αναμενόμενων κερδών και να επικρατεί έναντι της πρώτης μεθόδου σε κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

5.5 Μελέτη διαστημάτων εμπιστοσύνης

Ως κάλυψη ορίζεται η εκτίμηση της πιθανότητας το εξεταζόμενο διάστημα εμπιστοσύνης της εκάστοτε μεθόδου να περιέχει τον πραγματική τιμή του εκτιμητή (Q* και Ε(π)*).

Επειδή τα διαστήματα εμπιστοσύνης είναι μόνο διαθέσιμα για την πρώτη μέθοδο στην οποία η εκτίμηση γίνεται υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει λογοκρισία, μόνο εκεί μπορούμε να υπολογίσουμε τη κάλυψη καθώς και τα μέτρα RAHL (Relative Average of Half Length) και RSDHL (Relative Standard Deviation of Half Lengths) που αφορούν την ακρίβεια και τη σταθερότητα των μέσων διαστημάτων (Half Lengths) τα οποία είναι συνυφασμένα με τα δημιουργηθέντα διαστήματα εμπιστοσύνης, τα οποία κατασκευάστηκαν με πιθανότητα 95%.

Στον πίνακα 17 παρατηρούμε την κάλυψη της άριστης ποσότητας παραγγελίας για τους συνδυασμούς του επιπέδου εξυπηρέτησης (R) με το μέγεθος του δείγματος (n) για κάθε περίπτωση της ποσότητας παραγγελίας. Ειδικότερα όταν R=0,4 βλέπουμε ότι η κάλυψη στις περιπτώσεις της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q*=284,72) και Q=250 εμφανίζεται μηδενική, ενώ στη περίπτωση όπου η ποσότητα παραγγελίας υπερεκτιμάται (Q=300) ναι μεν η κάλυψη παίρνει υψηλότερες τιμές οι οποίες όμως και πάλι μηδενίζονται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος στις 500 παρατηρήσεις. Όταν R=0,8 οι περιπτώσεις υποεκτίμησης της ποσότητας παραγγελίας (Q=250 και Q=300) δίνουν μηδενικές τιμές, ενώ εκεί όπου η ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει την άριστη τιμή της (Q*=350,49) οι τιμές της κάλυψης είναι αρκετά υψηλότερες αλλά και πάλι καταλήγουν στο μηδέν.

Εκεί όπου R=0,95 παρατηρούμε ότι όσο περισσότερο υποεκτιμούμε την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=398,69) τόσο και η κάλυψη μειώνεται, παίρνοντας μόνο μηδενικές τιμές στη περίπτωση που Q=300 και μηδενίζοντας μετά την αύξηση του δείγματος στις 300 παρατηρήσεις στη περίπτωση οπού Q=350. Στη περίπτωση της Q* η κάλυψη ξεκινά αρκετά καλά αγγίζοντας το 83% αλλά και πάλι μετά την αύξηση του δείγματος στις 1000 παρατηρήσεις πέφτει περίπου στο μισό (43,4%).

Σε γενικές γραμμές λοιπόν θα λέγαμε ότι η κάλυψη αυξάνεται με την αύξηση του επιπέδου εξυπηρέτησης και μειώνεται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος. Επίσης σε καμία περίπτωση δεν επήλθε σύγκλιση μεταξύ της πιθανότητας η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας να βρίσκεται στο διάστημα εμπιστοσύνης και του ονομαστικού επιπέδου εμπιστοσύνης (95%).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 17: Κάλυψη για τη Q* στις περιπτώσεις που υφίστανται μεταβολές

n	**R=0,4**			**R=0,8**			**R=0,95**		
	Q=250	**Q*=284,7292**	**Q=300**	**Q=250**	**Q=300**	**Q*=350,4973**	**Q=300**	**Q=350**	**Q*=398,6912**
25	0	0	0,321	0	0	0,708	0	0,511	0,830
50	0	0	0,106	0	0	0,490	0	0,278	0,829
100	0	0	0,022	0	0	0,216	0	0,071	0,831
200	0	0	0,006	0	0	0,037	0	0,006	0,784
300	0	0	0,003	0	0	0,013	0	0	0,751
500	0	0	0	0	0	0,001	0	0	0,644
1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0,434

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 18: Κάλυψη για τη Ε(π)* στις περιπτώσεις που υφίστανται μεταβολές

n	R=0,4			R=0,8			R=0,95		
	Q=250	Q*=284,7292	Q=300	Q=250	Q=300	Q*=350,4973	Q=300	Q=350	Q*=398,6912
25	0,152	0,591	0,620	0	0,454	0,793	0,117	0,804	0,820
50	0,061	0,617	0,655	0	0,203	0,778	0,040	0,750	0,804
100	0,022	0,633	0,685	0	0,068	0,795	0,008	0,729	0,821
200	0	0,571	0,687	0	0,024	0,743	0,001	0,580	0,821
300	0,001	0,549	0,688	0	0,010	0,717	0	0,478	0,838
500	0	0,462	0,697	0	0,002	0,644	0	0,300	0,825
1000	0	0,307	0,708	0	0	0,460	0	0,099	0,790

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Η κάλυψη αναφορικά με τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για κάθε περίπτωση μεταβολών της ποσότητα παραγγελίας φαίνεται στο πίνακα 18. Η κάλυψη σε κάθε περίπτωση εμφανίζεται να παίρνει υψηλότερες τιμές συγκριτικά με το πίνακα 17 και για τα τρία επίπεδα εξυπηρέτησης. Ειδικότερα όταν R=0,4 στις περιπτώσεις της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q*=284,72) και της υποεκτίμησής της (Q=250) η παρατηρούμενη κάλυψη μειώνεται με την αύξηση του δείγματος στο μισό τη πρώτη φορά και μηδενίζοντας τη δεύτερη, ενώ στη περίπτωση υπερεκτίμησης (Q=300) βλέπουμε ότι η κάλυψη αυξάνεται με την αύξηση του δείγματος. Όταν R=0,8 παρατηρείται ότι όσο πιο πολύ υποεκτιμούμε την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=350,49) τόσο και η κάλυψη μειώνεται παίρνοντας μόνο μηδενικές τιμές εκεί όπου Q=250 και μηδενίζοντας με τη χρησιμοποίηση 1000 παρατηρήσεων εκεί όπου Q=300, ενώ στην Q* και πάλι η κάλυψη μειώνεται με τη χρησιμοποίηση περισσοτέρων παρατηρήσεων. Τέλος όταν R=0,95 και πάλι παρατηρείται ότι η κάλυψη μειώνεται με την αύξηση της υποεκτίμησης, λαμβάνοντας τη τιμή μηδέν στη περίπτωση που Q=300 και n=300 και τη τιμή 0,099 στη περίπτωση που Q=350 και n=1000. Σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Q*=398,69) παρατηρούμε ότι η κάλυψη ξεκινά με τη πιθανότητα, τα πραγματικά μέγιστα αναμενόμενα κέρδη να βρίσκονται εντός του διαστήματος εμπιστοσύνης, να ισούται με 82%, στη συνέχεια να υπάρχουν κάποιες αυξομειώσεις και να καταλήγει στη μείωση της πιθανότητας σε 79% με τη χρησιμοποίηση 1000 παρατηρήσεων.

Έτσι λοιπόν και πάλι πρέπει να αναφέρουμε ότι σε καμία περίπτωση δεν επήλθε σύγκλιση μεταξύ πραγματικού και ονομαστικού επιπέδου εμπιστοσύνης (95%) για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη.

Στη συνέχεια της ανάλυσης στους πίνακες 19, 20 και 21 παρουσιάζεται ο υπολογισμός των μέτρων RAHL και RSDHL που αναφέρονται στην ακρίβεια και σταθερότητα των διαστημάτων εμπιστοσύνης σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας. Στον πίνακα 19, για προϊόντα χαμηλού κέρδους (δηλαδή όταν R=0,4<0,5) τα δυο μέτρα παρουσιάζουν αρκετά χαμηλές τιμές, πράγμα επιθυμητό αναφορικά με τη ακρίβεια και τη σταθερότητα των διαστημάτων εμπιστοσύνης, αλλά αντίθετο με τα αποτελέσματα σχετικά με τη κάλυψη που είδαμε πιο πριν. Γενικά παρατηρούμε ότι η αύξηση του μεγέθους του δείγματος καθώς και η περίπτωση υποεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας επιφέρει μικρή μείωση των τιμών των δυο μέτρων, ενώ η περίπτωση υπερεκτίμησης έχει αντίθετα αποτελέσματα με πολύ μικρές όμως διαφορές.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 19: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Q* όταν R=0,4

R=0,4						
n	**Q=250**		**Q*=284,7992**		**Q=300**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,021418	0,012019	0,036992	0,013337	0,044212	0,013368
50	0,016221	0,006569	0,027305	0,00719	0,032446	0,007176
100	0,012175	0,003471	0,020079	0,003707	0,023742	0,003678
200	0,008903	0,001764	0,014494	0,001886	0,01708	0,00187
300	0,007329	0,001182	0,011897	0,001248	0,014013	0,001238
500	0,005602	0,000743	0,009151	0,000763	0,010795	0,000749
1000	0,003979	0,000396	0,006485	0,000401	0,007646	0,000393

Στους πίνακες 20 και 21 για προϊόντα υψηλού κέρδους (R>0,5) παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο όπως και πριν με τις τιμές των δύο μέτρων σε κάθε περίπτωση να κρατούνται σε χαμηλά επίπεδα και να μειώνονται περαιτέρω με την αύξηση του δείγματος. Επίσης στις περιπτώσεις που έχουμε υποεκτίμηση της Q* παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει η υποεκτίμηση τόσο επέρχεται μια μικρή μείωση στη τιμή του RAHL και μια μικρή αύξηση στη τιμή του RSDHL.

Πίνακας 20: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Q* όταν R=0,8

R=0,8						
n	**Q=250**		**Q=300**		**Q*=350,4973**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,019934	0,011186	0,04115	0,012443	0,060156	0,011981
50	0,015097	0,006114	0,030199	0,006679	0,043787	0,006135
100	0,011331	0,003231	0,022098	0,003423	0,031787	0,003119
200	0,008286	0,001642	0,015898	0,001741	0,022746	0,001576
300	0,006821	0,0011	0,013042	0,001153	0,018647	0,001054
500	0,005214	0,000691	0,010048	0,000697	0,014406	0,000626
1000	0,003703	0,000368	0,007117	0,000366	0,010199	0,00032

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 21: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Q* όταν R=0,95

R=0,95						
n	**Q=300**		**Q=350**		**Q*=398,6912**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,047684	0,014418	0,069542	0,013884	0,080293	0,014805
50	0,034994	0,007739	0,050621	0,007113	0,058428	0,007373
100	0,025607	0,003967	0,036748	0,003616	0,042343	0,00378
200	0,018422	0,002017	0,026297	0,001828	0,030261	0,001902
300	0,015113	0,001336	0,021558	0,001223	0,024806	0,00126
500	0,011643	0,000808	0,016654	0,000726	0,019217	0,000734
1000	0,008247	0,000424	0,011791	0,000371	0,013613	0,000364

Στους πίνακες 22, 23 και 24 παρουσιάζεται ο υπολογισμός των μέτρων RAHL και RSDHL που αναφέρονται στην ακρίβεια και σταθερότητα των διαστημάτων εμπιστοσύνης σχετικά με τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη. Και για τα τρία επίπεδα εξυπηρέτησης οι τιμές και των δυο μέτρων παρουσιάζονται και πάλι αρκετά χαμηλές (ίσως λίγο υψηλότερες σε σχέση με τους πίνακες 19, 20 και 21) και δείχνουν να μειώνονται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος. Επίσης για προϊόντα χαμηλού και υψηλού κέρδους παρατηρούνται οι ίδιες μεταβολές σχετικά με τις περιπτώσεις υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας όπως και στους τρεις προηγούμενους πίνακες σχετικά με την ακρίβεια και σταθερότητα για την Q*.

Πίνακας 22: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Ε(π)* όταν R=0,4

R=0,4						
n	**Q=250**		**Q*=284,7992**		**Q=300**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,030039	0,016856	0,051882	0,018706	0,062008	0,018749
50	0,02275	0,009214	0,038296	0,010084	0,045506	0,010064
100	0,017075	0,004868	0,028161	0,0052	0,033299	0,005158
200	0,012486	0,002475	0,020328	0,002646	0,023956	0,002623
300	0,010279	0,001658	0,016686	0,001751	0,019653	0,001737
500	0,007857	0,001042	0,012834	0,00107	0,01514	0,00105
1000	0,005581	0,000555	0,009095	0,000563	0,010724	0,000551

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Πίνακας 23: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Ε(π)* όταν R=0,8

R=0,8						
n	**Q=250**		**Q=300**		**Q*=350,4973**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,022169	0,01244	0,045763	0,013837	0,0669	0,013324
50	0,01679	0,0068	0,033584	0,007428	0,048696	0,006823
100	0,012602	0,003593	0,024575	0,003807	0,03535	0,003469
200	0,009215	0,001826	0,01768	0,001936	0,025296	0,001753
300	0,007586	0,001224	0,014504	0,001282	0,020737	0,001173
500	0,005798	0,000769	0,011174	0,000775	0,016021	0,000696
1000	0,004119	0,000409	0,007914	0,000407	0,011343	0,000356

Πίνακας 24: Ακρίβεια και σταθερότητα των 95% διαστημάτων εμπιστοσύνης για Ε(π)* όταν R=0,95

R=0,95						
n	**Q=300**		**Q=350**		**Q*=398,6912**	
	RAHL	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**	**RAHL**	**RSDHL**
25	0,042355	0,012807	0,06177	0,012332	0,071321	0,01315
50	0,031083	0,006875	0,044964	0,006318	0,051899	0,006549
100	0,022745	0,003523	0,032641	0,003212	0,037611	0,003358
200	0,016363	0,001792	0,023358	0,001624	0,026879	0,001689
300	0,013424	0,001186	0,019149	0,001086	0,022034	0,001119
500	0,010342	0,000717	0,014793	0,000644	0,01707	0,000652
1000	0,007325	0,000376	0,010474	0,00033	0,012092	0,000324

Συμπερασματικά θα λέγαμε πως τα αποτελέσματα των δύο μέτρων τόσο για την Q* όσο και για τα Ε(π)* παρουσιάζονται αρκετά καλά, αλλά έρχονται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα σχετικά με τη κάλυψη των διαστημάτων εμπιστοσύνης. Αυτό ίσως έγκειται στο γεγονός ότι τα συγκεκριμένα διαστήματα εμπιστοσύνης δεν είναι κατάλληλα για τη χρησιμοποίηση σε τέτοιου είδους καταστάσεις ανάλυσης.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Κεφάλαιο 6

6.1 Συμπεράσματα

Στη παρούσα ανάλυση αποδείχθηκε πως η χρησιμοποίηση της μεθοδολογίας του Nahmias στην εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης παρέχει αρκετά καλά αποτελέσματα. Επίσης στη περίπτωση του Newsboy υποδείγματος η χρησιμοποίηση λογοκριμένων υποδειγμάτων (censored models) στην εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης έχει νόημα, υποδεικνύοντας έναν εναλλακτικό τρόπο εκτίμησης αποφεύγοντας τη χρήση του κόστους έλλειψης (που είναι δύσκολο να εκτιμηθεί στη πράξη). Η εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας και των μέγιστων αναμενόμενων κερδών έγινε με τη χρησιμοποίηση δυο διαφορετικών μεθόδων, οι οποίες αξιολογήθηκαν με το μέγεθος της μεροληψίας και των μέτρων της κάλυψης, του RAHL και του RSDHL.

Και για τις δυο μεθόδους πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις Monte-Carlo για επτά μεγέθη δείγματος και για τρία επίπεδα εξυπηρέτησης, επιπλέον λήφθηκαν υπόψη περιπτώσεις υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης της άριστης ποσότητας παραγγελίας.

Αρχικά έγινε η εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης (μ, σ) και έπειτα υπολογισμός της μεροληψίας τους. Όπως αποδείχθηκε η μεροληψία στη πρώτη μέθοδο παρουσιάζεται αρνητική σε κάθε περίπτωση, υποδεικνύοντας υποεκτίμηση τόσο του πραγματικού μέσου όσο και της πραγματικής τυπικής απόκλισης. Επίσης παρατηρείται ότι η αύξηση του μεγέθους του δείγματος τελικά επιφέρει μια μικρή αύξηση της μεροληψίας, ενώ η αύξηση της ποσότητας παραγγελίας μειώνει διαδοχικά τη μεροληψία. Σε αντίθεση με τη πρώτη μέθοδο, ο υπολογισμός της μεροληψίας του μέσου για τη μέθοδο του Nahmias παρουσίασε αρκετά χαμηλές τιμές, δείχνοντας τελικά πως για κάθε συνδυασμό του μεγέθους του δείγματος και της ποσότητας παραγγελίας οι εκτιμήσεις τείνουν προς τη πραγματική τιμή του εκτιμητή. Επίσης η μεροληψία της τυπικής απόκλισης παρουσίασε αρνητικές τιμές οι οποίες μειώνονται σε κάθε περίπτωση με την αύξηση του δείγματος οδηγώντας στο συμπέρασμα πως η μέθοδος του Nahmias είναι πιο κατάλληλη για την εκτίμηση των παραμέτρων της ζήτησης.

Αμέσως μετά πραγματοποιήθηκε ο υπολογισμός της μεροληψίας για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τις δυο μεθόδους. Τα αποτελέσματα έδειξαν να συμφωνούν με τα παραπάνω συμπεράσματα, οδηγώντας και πάλι στη πεποίθηση (όπως αναφέρεται στη μελέτη του Kevork (2010)) ότι η

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

μεταβλητότητα των εκτιμήσεων σχετικά με τις άριστες αποθεματικές πολιτικές επηρεάζεται από τη μεταβλητότητα των εκτιμημένων παραμέτρων της ζήτησης.

Ειδικότερα στη πρώτη μέθοδο για προϊόντα χαμηλού κέρδους ($R<0,5$) η αύξηση του δείγματος αυξάνει τη μεροληψία της άριστης ποσότητας παραγγελίας (Q^*), όπως και η περίπτωση υποεκτίμησης αυτής, ενώ η περίπτωση υπερεκτίμησης της Q^* μειώνει τη μεροληψία. Για προϊόντα υψηλού κέρδους ($R>0,5$) η αύξηση του μεγέθους του δείγματος δείχνει να μειώνει τη μεροληψία, ενώ η αύξηση της υποεκτίμησης της Q^* επιφέρει αύξηση της μεροληψίας. Από την άλλη πλευρά η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου έδωσε παρόμοιες αντιδράσεις με αυτές τις πρώτης μεθόδου, παρουσιάζοντας σε κάθε περίπτωση μείωση της μεροληψίας με την αύξηση του δείγματος και παρέχοντας καλύτερα και πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Σχετικά με τον υπολογισμό της μεροληψίας για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη ($E(\pi)^*$) η δεύτερη μέθοδος έδωσε και πάλι καλύτερα αποτελέσματα, τα οποία δείχνουν μείωση της μεροληψίας με την αύξηση του δείγματος, σε αντίθεση με την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου στην οποία η μεροληψία αυξάνεται (σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις) με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος.

Έχοντας διαθέσιμα μόνο τα διαστήματα εμπιστοσύνης για την πρώτη μέθοδο, μόνο εκεί μπορέσαμε να υπολογίσουμε τη κάλυψη καθώς και τα μέτρα RAHL και RSDHL. Η κάλυψη για την άριστη ποσότητα παραγγελίας εμφανίζεται να αυξάνεται με την αύξηση του επιπέδου εξυπηρέτησης (R) και να μειώνεται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος και της υποεκτίμησης της Q^*. Επίσης παρατηρείται ότι σε αρκετές περιπτώσεις η κάλυψη εμφανίζεται μηδενική, υποδεικνύοντας πως η άριστη ποσότητα παραγγελίας δεν περιέχεται στα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης. Από την άλλη μεριά η κάλυψη για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη δείχνει να τα πηγαίνει καλύτερα παρουσιάζοντας υψηλότερες τιμές, οι οποίες και πάλι μειώνονται με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος (εκτός από τη περίπτωση υπερεκτίμησης της Q^* όταν $R=0,4$) και να αυξάνονται με την αύξηση του επιπέδου εξυπηρέτησης. Επίσης θα πρέπει να επισημάνουμε ότι σε καμία περίπτωση δεν επήλθε σύγκλιση μεταξύ πραγματικού και ονομαστικού επιπέδου εμπιστοσύνης (95%).

Ταυτόχρονα, τα αποτελέσματα υπολογισμού των μέτρων ακρίβειας και σταθερότητας RAHL και RSDHL αντίστοιχα, τόσο για την άριστη ποσότητα παραγγελίας όσο και για τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη παρουσιάζονται αρκετά καλά με χαμηλές τιμές οι οποίες μειώνονται ακόμα περισσότερο με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος, αλλά έρχονται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα σχετικά με τη κάλυψη των διαστημάτων εμπιστοσύνης. Αυτό ίσως έγκειται στο γεγονός ότι τα συγκεκριμένα διαστήματα

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

εμπιστοσύνης δεν είναι κατάλληλα για τη χρησιμοποίηση σε τέτοιου είδους καταστάσεις ανάλυσης.

6.2 Μελλοντικές προεκτάσεις

Πιθανές μελλοντικές προεκτάσεις θα μπορούσε να είναι η παραγωγή της κατάλληλης μεθοδολογίας που να δίνει τον τρόπο κατασκευής των διαστημάτων εμπιστοσύνης, για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη, για τη δεύτερη μέθοδο και η μελέτη τους έτσι ώστε να προσδιοριστούν οι τιμές των παραμέτρων που θα εξασφαλίζουν την εγκυρότητα αυτών των διαστημάτων. Επίσης μια σημαντική προέκταση θα ήταν η μελέτη της δεύτερης μεθόδου σε περιπτώσεις όπου ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες του 0,2 οπότε στη περίπτωση αυτή κρίνεται αναγκαίος ο συνδυασμός περικομμένων και λογοκριμένων υποδειγμάτων (truncated-censored models).

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Βιβλιογραφία

Agrawal V. and Seshadri S. (2000). Impact of Uncertainty and Risk Aversion on Price and Order Quantity in the Newsvendor Problem, *Manufacturing and Service Operations Management*, **2** (4), 410-423.

Agrawal N. and Smith S.A. (1996). Estimating negative binomial demand for retail inventory with unobservable lost sales, *Naval Research Logistics*, **43**, 839-861.

Alfares H.K. and Elmora H.H. (2005). The distribution-free newsboy problem: Extensions to the shortage penalty case, *Int. J. Production Economics*, **93-94**, 465-477.

Anvari M. (1987). Optimality Criteria and Risk in Inventory Models: The Case of the Newsboy Problem, *The Journal of the Operational Research Society*, **38** (7), 625-632.

Atkinson A. (1979). Incentives, uncertainty, and risk in the Newsboy problem, *Decision Sciences*, **10**, 341-357.

Bell P.C (2000). Forecasting Demand Variation When There Are Stockouts, *The Journal of the Operational Research Society*, **51** (3), 358-363.

Benzion U., Cohen Y., Peled R. and Shavit T. (2008). Decision-making and the newsvendor problem: an experimental study, *The Journal of the Operational Research Society*, **59**, 1281-1287.

Berk E., Gurler U. and Levine R. (2007). Bayesian demand updating in the lost sales newsvendor problem: A two-moment approximation, *European Journal of Operation Research*, **182**, 256-281.

Bisi A. and Dada M. (2007). Dynamic Learning, Pricing, and Ordering by a Censored Newsvendor, *Naval Research Logistics*, **54**, 448-461.

Chung C., Flynn J. and Kirca O. (2008). A multi-item newsvendor problem with preseason production and capacitated reactive production, *European Journal of Operation Research*, **188**, 775-792.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Conrad S.A. (1976). Sales Data and the Estimation of Demand, *Operation Research Quarterly*, **27** (1), Part 1, 123-127.

Ding X., Martin L.P. and Bisi A. (2002). The Censored Newsvendor and the Optimal Acquisition of Information, *Operations Research*, **50** (3), 517-527.

Dominey M.J.G. and Hill R.M. (2004). Performance of approximations for compound Poisson distributed demand in the newsboy problem, *Int. J. Production Economics*, **92**, 145-155.

Eeckhoudt L., Gollier C. and Schlesinger H. (1995). The Risk-Averse (and Prudent) Newsboy, *Management Science*, **41** (5), 786-794.

Ernst R. and Kamrad B. (2006). Estimating demand by using sales information: inaccuracies encountered, *European Journal of Operation Research*, **174**, 675-688.

Gotoh J. and Takano Y. (2007). Newsvendor solutions via conditional value-at-risk minimization, *European Journal of Operation Research*, **179**, 80-96.

Gupta A.K. (1952). Estimation of the Mean and Standard Deviation of a Normal Population from a Censored Sample, *Biometrika*, **39** (3-4), 260-273.

Haji M., Haji R. and Darabi H. (2007). Price Discount and Stochastic Initial Inventory in the Newsboy Problem, *Journal of Industrial and Systems Engineering*, **1** (2), 130-138.

Haji M. and Darabi H. (2010). A single-period inventory model with inventory update decision: the newsboy problem extension, *Int Journal of Advanced Manufactory Technology*, **47**, 755-771.

Halkos G. and Kevork I. (2011). Non-negative demand in newsvendor models: The case of singly truncated normal samples, *Munich Personal Repec Archive*, No. 31842.
Online at http://mpra.ub.uni-muenchen.de/31842/.

Halperin M. (1952). Maximum Likelihood Estimation in Truncated Samples, *Annals of Mathematical Statistics*, **23**, 226-238.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Jawitz J.W. (2004). Moments of truncated continuous univariate distributions, *Advances in Water Resources*, **27**, 269-281.

Johnson N.L., Kotz S. and Bakakrishnan N. (1994). *Continuous Univariate Distributions*, 2nd Edition, Wiley New York.

Keren B. and Pliskin J.S. (2006). A benchmark solution for the risk-averse newsvendor problem, *European Journal of Operation Research*, **174**, 1643-1650.

Kevork I.S. (1990). Confidence interval method for discrete event computer simulation: theoretical properties and practical recommendations, Unpublished Ph.D. thesis, University of London.

Kevork I.S. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single period inventory decision, *Omega*, **38**, 218-227.

Khouja M. (1995). The newsboy problem under progressive multiple discounts, *European Journal of Operation Research*, **84**, 458-466.

Khouja M. (1996). A Note on the Newsboy Problem with an Emergency Supply Option, *The Journal of the Operational Research Society*, **47** (12), 1530-1534.

Khouja M. (1996). The Newsboy Problem with Multiple Discounts Offered by Suppliers and Retailers, *Decision Sciences*, **27** (3), 589-599.

Khouja M. (1999). The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research, *Omega, Int. J. Mgmt. Sci.*, **27**, 537-553.

Khouja M. and Mehrez A. (1996). A multi-product constrained newsboy problem with progressive multiple discount, *Computers and Engineering*, **30** (1), 95-101.

Khouja M., Mehrez A. and Rabinowitz G. (1996). A two-item newsboy problem with substitutability, *Int. J. Production Economics*, **44**, 267-275.

Lapin L.L. (1994). *Quantitative methods for business decision with cases*, 6th ed., Duxbury Press, An International Thomson Publishing Company.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Lau H-S. (1980). The Newsboy Problem under Alternative Optimization Objectives, *The Journal of the Operational Research Society,* **31** (6), 525-535.

Lau H-S. (1997). Simple formulas for the expected costs in the newsboy problem: An educational note, *European Journal of Operation Research*, **100**, 557-561.

Lau A.H-L. and Lau H-S. (1988). Maximizing the probability of achieving a target profit in a two-product newsboy problem, *Decision Science*, **19**, 392-408.

Lau A.H-L. and Lau H-S. (1995). The multi-product multi-constraint newsboy problem: Applications, formulation and solution, *Journal of Operation Management*, **13**, 153-162.

Lau A.H-L. and Lau H-S. (1996). Estimating the demand distributions of single-period items having frequent stockout, *European Journal of Operation Research*, **92**, 254-265.

Law A.M. and Kelton W.D. (1982). *Simulation modeling and analysis*, McGraw-Hill Book Company.

Lin C-S. and Kroll D.E. (1997). The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discounts, *European Journal of Operation Research*, **100**, 562-565.

Lippman S.A. and McCardle K.F. (1997). The Competitive Newsboy, *Operations Research*, **45** (1), 54-65.

Maddala G.S. (1983). *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Malek L.L.A. and Montanari R. (2005). An analysis of the multi-product newsboy problem with a budget constraint, *Int. J. Production Economics*, **97**, 296-307.

Mostard J., Koster R. and Teunter R. (2005). The distribution-free newsboy problem with resalable returns, *Int. J. Production Economics*, **97**, 329-342.

Nahmias S. (1994). Demand estimation in lost sales inventory systems, *Naval Research Logistics*, **41**, 739-757.

Petrovic D., Petrovic R. and Vujosevic M. (1996). Fuzzy models for the newsboy problem, *Int. J. Production Economics*, **45**, 435-441.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Qin Z. and Kar S. (2009). Single-period inventory problem under uncertain environment, *National Natural Science Foundation of China*, No. 60874067.

Schweitzer M.E. and Cachon G.P. (2000). Decision Bias in the Newsvendor Problem with a Known Demand Distribution: Experimental Evidence, *Management Science*, **46** (3), 404-420.

Sen A. and Zhang A.X. (1999). The newsboy problem with multiple demand classes, *IIE Transactions*, **31**, 431-444.

Silver E.A., Pyke D.F. and Peterson R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, John Wiley and Sons.

Vairaktarakis G.L. (2000). Robust multi-item newsboy problem with a budget constraint, *Int. J. Production Economics*, **66**, 213-226.

Wang C.X. and Webster S. (2009). The loss-averse newsvendor problem, *Omega*, **37**, 93-105.

Wecker W.E. (1978). Predicting Demand from Sales Data in the Presence of Stockouts, *Management Science*, **24** (10), 1043-1054.

Wu J., Li J., Wang S. and Cheng T.C.E. (2009). Mean-Variance analysis of the newsvendor model with stockout cost, *Omega*, **37**, 724-730.

Χρήστου Γ.Κ. (2004), *Εισαγωγή στην Οικονομετρία*, Τόμος Β, Gutenberg

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Παράρτημα

Σε αυτό το τμήμα γίνεται η περιγραφή της δημιουργίας των προσομοιώσεων, καθώς και η διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση των άριστων αποθεματικών πολιτικών σχετικά με την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για τις δυο μεθόδους που παρουσιάστηκαν. Το υπολογιστικό πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις ήταν το Excel.

Στοιχεία προσομοιώσεων

Για την εκτίμηση των άριστων πολιτικών αποθεματοποίησης με τη μέθοδο Monte-Carlo δημιουργήθηκαν 1000 σειρές ζήτησης μέγιστου μήκους 1000 παρατηρήσεων, που ακολουθούν την τυποποιημένη κανονική κατανομή Z (Z~N(0,1)), με μέσο μ=300 και τυπική απόκλιση σ=60 ($D_t \sim N(300,60^2)$). Οι παράμετροι της ζήτησης ορίστηκαν κατά αυτόν τον τρόπο έτσι ώστε ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) να είναι ο ίδιος και να ισούται 0,2. Για το επίπεδο εξυπηρέτησης R (critical fractile) λήφθηκαν τρεις περιπτώσεις: για προϊόντα χαμηλού κέρδους R=0,4 και για προϊόντα υψηλού κέρδους R=0,8 και R=0,95. Ενώ για το μέγεθος του δείγματος λήφθηκαν επτά περιπτώσεις n=25, 50, 100, 200, 300, 500, 1000.

Περισσότερες πληροφορίες (από αυτές που παρέχονται στο κεφάλαιο 5) σχετικά με τη μορφή γεννήτριας των αριθμών, καθώς και με το βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας των σειρών προσομοίωσης δίνονται από τον Kevork (1990;2010).

Πραγματικές τιμές της Q* και των E(π)*

Οι πραγματικές τιμές για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη για κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης υπολογίστηκαν ως

$$Q^* = \mu + z_R \sigma$$

και

$$E(\pi)^* = (p-c)\left(\mu - \frac{\phi_{z_R}}{R}\sigma\right)$$

Το z_R και το ϕ_{z_R} υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος Excel με τις εντολές NORMINV(R;0;1) και NORMDIST (z_R;0;1;FALSE) αντίστοιχα.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Οι τιμές των παραμέτρων p, c, v και s σχετικά με το επίπεδο εξυπηρέτησης ορίστηκαν σύμφωνα με τις αρχές που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 5.

Εκτίμηση για τις δυο μεθόδους

Αρχικά για τη πρώτη μέθοδο, η οποία στηρίχθηκε στη μελέτη του Kevork (2010), δημιουργήθηκε ένα αρχείο στο Excel στο οποίο μετασχηματίστηκε το αρχικό δείγμα σχετικά με τις σειρές ζήτησης, έτσι ώστε να ληφθεί το λογοκριμένο δείγμα (censored sample). Η εντολή που χρησιμοποιήθηκε για το μετασχηματισμό της κάθε παρατήρησης ήταν η IF(D_t < Q*; D_t ;Q*) όπου βέβαια D_t εννοείται το κάθε κελί (έστω A_{ij} , όπου i οι γραμμές και j οι στήλες). Αμέσως μετά προσδιορίστηκαν οι εκτιμήσεις για την άριστη ποσότητα παραγγελίας και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη (βάση του κεφαλαίου 3) ως

$$\hat{Q}^*_{T+1} = \hat{\mu}_T + z_R \hat{\sigma}_T$$

και

$$\hat{E}(\pi)^*_{T+1} = (p-c)\hat{\mu}_T - (p-c+s)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\hat{\sigma}_T$$

Όπου $\hat{\mu}_T$ και $\hat{\sigma}_T$ οι εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας (ML) για το μέσο και την τυπική απόκλιση του λογοκριμένου δείγματος. Ο μέσος υπολογίστηκε με την εντολή AVERAGE, ενώ η τυπική απόκλιση με την εντολή STDEVP.

Επιπλέον έγινε υπολογισμός των half length και των αντίστοιχων διαστημάτων εμπιστοσύνης για την Q* και τα Ε(π)*, τα οποία δίνονται ως

$$\hat{Q}^*_{T+1} \pm 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{T}}\sqrt{1+\frac{z_R^2}{2}}$$

και

$$\hat{E}(\pi)^*_{T+1} \pm 1{,}96\frac{\sigma(p-c)}{\sqrt{T}}\sqrt{1+\frac{1}{2}\left((1+\delta)\frac{\varphi_{z_R}}{R}\right)^2}$$

Στον παρακάτω πίνακα (τέλος παραρτήματος) παρατίθεται μια ενδεικτική εικόνα της φόρμας προσομοίωσης για R=0,8 και n=1000, στην οποία υπολογίζονται οι εκτιμήσεις για τις άριστες ποσότητες παραγγελιάς και τα μέγιστα αναμενόμενα κέρδη καθώς και ο υπολογισμός των half length, των διαστημάτων εμπιστοσύνης, της μεροληψίας, της κάλυψης και των μέτρων RAHL και RSDHL. Στη γραμμή **a** φαίνονται οι μέσοι όροι κάθε παραμέτρου, οι οποίοι υπολογίζονται με τη χρήση της εντολής AVERAGE, ενώ στη γραμμή **b** για τα Q* και Ε(π)* υπολογίζεται η μεροληψία, αφαιρώντας από το μέσο όρο

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

της γραμμής **a** τη πραγματική τιμή του εκτιμητή που προσδιορίστηκε για R=0,8. Η ίδια διαδικασία γίνεται και στις στήλες mean και stdev όπου υπολογίζεται η μεροληψία αφαιρώντας από τους μέσους τις πραγματικές τιμές για το μέσο (μ=300) και τη τυπική απόκλιση (σ=60). Η κάλυψη (coverage) υπολογίζεται με τη χρήση της εντολής IF(AND(low limit < Q*;upper limit > Q*);1;0). Στη γραμμή **a** της στήλης HL για την Q*, παρουσιάζεται το μέτρο RAHL, το οποίο υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των HL διαιρεμένος με την πραγματική ποσότητα παραγγελίας για R=0,8 σύμφωνα με την εντολή AVERAGE(G2:G1001)/Q*, ενώ στη γραμμή **b** παρουσιάζεται το μέτρο RSDHL το οποίο υπολογίζεται σύμφωνα με την εντολή STDEV(G2:G1001)/Q*. Ομοίως υπολογίζονται τα RAHL και RSDHL για τα Ε(π)* ως AVERAGE(L2:L1001)/Ε(π)* και STDEV(L2:L1001)/Ε(π)*.

Όσον αφορά τη δεύτερη μέθοδο, η εκτίμηση της Q* και των Ε(π)* για την περίοδο Τ+1 έγινε σύμφωνα με τους τύπους που αποδείχθηκαν στο κεφάλαιο 4:

$$\tilde{Q}^*_{\mathrm{T}+1} = \tilde{\mu}_{\mathrm{T}} + z_R \tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}$$

και

$$\tilde{E}(\pi)^*_{\mathrm{T}+1} = (p-c)\left(\tilde{\mu}_{\mathrm{T}} - \frac{\phi_{z_R}}{R}\tilde{\sigma}_{\mathrm{T}}\right)$$

Όπου μ, σ οι εκτιμητές των παραμέτρων της ζήτησης του περικομένου δείγματος (truncated sample), βάσει του Nahmias (1994). Στη συγκεκριμένη μέθοδο δεν πραγματοποιήθηκε υπολογισμός της κάλυψης και των μέτρων RAHL και RSDHL, καθώς δεν είναι διαθέσιμα τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Επιπλέον για τον υπολογισμό των παραμέτρων της ζήτησης στη δεύτερη μέθοδο χρειάστηκε ο προσδιορισμός του r, δηλαδή των τιμών του δείγματος που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση. Η εύρεσή του έγινε αρχικά με τη μετατροπή του αρχικού δείγματος σε τιμές 0 και 1, χρησιμοποιώντας την εντολή IF(D_t < Q*;1;0) και τη μετέπειτα άθροιση των μονάδων (με την εντολή sum) για κάθε σειρά ζήτησης. Επίσης για τον υπολογισμό της σχέσης $\bar{x}_r = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} x_i$ χρησιμοποιήθηκε η εντολή SUMIF, ενώ για τον υπολογισμό της διακύμανσης του περικομένου δείγματος $s_r^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \bar{x}_r\right)^2$ χρησιμοποιήθηκε ο εναλλακτικός τύπος

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

$s_r^2 = \frac{1}{r-1}\left(\sum_{i=1}^{r} x_i^2 - r\bar{x}_r^2\right)$, όπου το $\sum_{i=1}^{r} x_i^2$ υπολογίστηκε και πάλι με τη βοήθεια της εντολής SUMIF.

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

A/A σειράς ζήτησης	mean	stdev	Q*	low-limit	upper-limit	HL	coverage	E(π)*	low-limit	upper-limit	HL	coverage
1	293,4531	49,8086	335,3731	331,7806	338,9656	3,592491	0	11040,9	10913,69	11168,11	127,2113	1
2	291,9956	50,1748	334,2238	330,6049	337,8427	3,618909	0	10977,47	10849,32	11105,62	128,1467	0
3	292,5888	49,3945	334,1603	330,5976	337,7229	3,562627	0	11012,12	10885,97	11138,28	126,1538	0
4	294,6295	51,0800	337,6196	333,9354	341,3038	3,684195	0	11070,16	10939,7	11200,62	130,4586	1
5	293,2207	49,8478	335,1737	331,5784	338,769	3,595323	0	11031,05	10903,74	11158,36	127,3116	0
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
996	291,8216	47,7964	332,0481	328,6007	335,4954	3,447358	0	11003,81	10881,74	11125,88	122,0721	0
997	289,0038	48,6613	329,9582	326,4484	333,4679	3,509743	0	10878,99	10754,7	11003,27	124,2811	0
998	290,0346	47,9280	330,3718	326,915	333,8287	3,456852	0	10930,48	10808,08	11052,89	122,4083	0
999	293,7638	50,2197	336,0297	332,4076	339,6519	3,622143	0	11047,57	10919,31	11175,83	128,2613	1
1000	288,2798	51,7322	331,8188	328,0875	335,55	3,731237	0	10807,04	10674,92	10939,16	132,1243	0
a	293,155	49,5636	334,8688			0,010199	0	11032,4			0,011343	0,460
b	-6,845	-10,4364	-15,6285			0,00032		-127,712			0,000356	

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
12/06/2024 05:53:58 EEST - 18.191.144.68