ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

Μεταπτυχιακή Εργασία

ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΕΓΚΙΒΩΤΙΣΜΕΝΩΝ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ

ΥΠΟ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

υπό

ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΠΑΝΤΑΖΗ

Διπλωματούχου Πολιτικού Μηχανικού Πανεπιστημίου Πατρών, 2000





Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

2006



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.:	5059/1
Ημερ. Εισ.:	23-11-2006
Δωρεά:	Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός:	Δ
	621.867 2
	ΠΑΝ
	<u> </u>

© 2006 Αθανάσιος Πανταζής

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Πενταμελούς Εξεταστικής

Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής:Σπύρος Καραμάνος (Επιβλέπων) Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής:Νικόλαος Αράβας Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής :Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τέταρτος Εξεταστής:Γρηγόρης Χαιδεμενόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πέμπτος Εξεταστής :Νικόλαος Πελεκάσης Επίκουρος Καθηγητής Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας μου, Επίκουρο Καθηγητή κ. Σπύρο Καραμάνο, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου.

Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της μεταπτυχιακής εργασίας μου, τους Καθηγητές Νικόλαο Αράβα, Γρηγόρη Χαιδεμενόπουλο και Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου καθώς και τον Επίκουρο Καθηγητή Νικόλαο Πελεκάση για τις πολύτιμες παρατηρήσεις και συστάσεις.

Ευχαριστώ τους συναδέλφους μου Σωτηρία Χουλιάρα και Λεωνίδα Σπύρου για την πολύτιμη βοήθειάς τους κατά την έναρξη αυτής της εργασίας.

Ευχαριστώ τους γονείς μου για την πολύτιμη ηθική υποστήριξή τους κατά την διάρκεια των σπουδών μου.

Τέλος θα ζητήσω ένα συγνώμη από τα παιδιά μου, τον Γιάννη και την Ανθή, από τα οποία στέρησα ώρες πολύτιμης πατρικής παρουσίας, προκειμένου να φέρω εις πέρας τις μεταπτυχιακές μου σπουδές.

Αθανάσιος Πανταζής

Αφιερώνεται στην Ανθή

Πίνακας Περιεχομένων

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	0
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Γενικα 1.2 Παλαιότερες ερεύνες 1.3 Στόχος της Εργασίας	1 1 8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ	10
2.1 Εισαγωγή 2.2 Ενεργεία δακτύλιου 2.3 δακτύλιος με αρχική ατελεία	10 10 12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	13
 3.1 Εισαγώγγια Εισηματία Εισηματικά Εισημα Εισηματικά Εισημα Εισηματικά Ειση	13 13 14 16 17
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	18
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΎΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/	18 \ETH 20
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/ 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 4.1.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.1.2 ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/ 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 4.1.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.1.2 ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.3 ΤΥΠΟΙ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΘΗΚΑΝ 4.1.4 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.5 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ	
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/ 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 4.1.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.1.2 ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.3 ΤΥΠΟΙ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΘΗΚΑΝ 4.1.4 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.5 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ 4.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ 4.2.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.2.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=160	
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/ 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	
3.6 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕ/ 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 4.1.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.1.2 ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.3 ΤΥΠΟΙ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΘΗΚΑΝ 4.1.4 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 4.1.5 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ 4.2.4 ΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ 4.2.1 ΓΕΝΙΚΑ 4.2.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=160 4.2.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=133 4.2.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=100 4.2.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=89 4.2.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ D/t=80 4.2.7 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ METABAΛΛΟΜΕΝΟ G _Y	

Κατάλογος Πινάκων

Τίνακας 1.1:	8
Πίνακας 3.1:	.15
Πίνακας 4.1:	.22
Πίνακας 5.1:	.37
Τίνακας 5.2	.37

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Λυνισμός ελεύθερου δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση
Σχήμα 1.2: Λυνισμός ενκιβωτισμένου δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση
Σχήμα 1.3: Λυνισμός ελεύθερου δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση
Σχήμα 1.4: Λυνισμός δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση κατά Cheney
Σχήμα 1.5: Λυνισμός δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση κατά Glock 7
Σχήμα 3.1: Τετρακομβικό στοιχείο S4R
Σχήμα 3.2: Οκτακομβικό στοιχείο C3D8R
Σχήμα3.3: Διάνοαμμα πραγματικής τάσης παραμόρφωσης και λογαριθμικής πλαστικής
παραμόρφωσης στην αγελαστική περιοχή
Σχήμα 3.4: Το μοντέλο δακτυλίου – μέσου που μελετήθηκε.
Σχήμα3.5:Λεπτομέρεια του μοντέλου
Σχήμα 3.6: Σχηματική παράσταση εφαρμογής της εξωτερικής δύναμης στο άνω άκοο του
δακτυλίου
Σχήμα 3.7: Σχηματική παράσταση επιβολής ομοιόμορφης εξωτερικής πίεσης
Σχήμα 4.1: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση
του άνω σημείου του δακτυλίου
Σχήμα 4.2: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση του
δακτυλίου
Σχήμα 4.3: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση
του άνω σημείου του δακτυλίου
Σχήμα 4.4: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση του
δακτυλίου
Σχήμα 4.5: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση
του άνω σημείου του δακτυλίου
Σχήμα 4.6: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση του
δακτυλίου
Σχήμα 4.7: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση
του άνω σημείου του δακτυλίου
Σχήμα 4.8: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση του
δακτυλίου
Σχήμα 4.9: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση
του άνω σημείου του δακτυλίου
Σχήμα 4.10: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση του
δακτυλίου
Σχήμα 4.11: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με το Ε'. Στον άξονα Χ
απεικονίζονται τα διαστήματα επιβολής της πίεσης
Σνόμα 4.12: Μεταβολό της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με το σ Στον άξονα Χ
z_{χ} ($\mu a + 12$. We tapovit its empowering meeting the object $\mu e + 0 = y$. Ziov agova X
απεικονίζονται τα διαστήματα επιβολής της πίεσης
Σχήμα5.1: Μεταβολή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού με το όριο διαρροής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της αντοχής μεταλλικών σωλήνων σε εξωτερική πίεση. Σε μερικές περιπτώσεις οι σωλήνες που υπόκεινται σε τέτοιες είδους πιέσεις βρίσκονται εγκιβωτισμένες μέσα σε άλλο μέσο ενώ η εξωτερική πίεση μπορεί να είναι ομοιόμορφη ή ασύμμετρα κατανεμημένη κατά την περιφέρεια του σωλήνα. Η πίεση ενδέχεται να είναι υδροστατική, ή προερχόμενη από υπερκείμενα του σωλήνα υλικά, που μεταβιβάζουν- μεταφέρουν ομοιόμορφα τις άνωθεν πιέσεις.

Οι εν λόγω σωλήνες φέρουν αρχικές ατέλειες είτε εκ κατασκευής, ή ατέλειες που δημιουργήθηκαν κατά την διάρκεια ζωής του σωλήνα, κυρίως από συγκεντρωμένες δυνάμεις που εξασκήθηκαν επάνω του.

Η παρούσα εργασία παρουσιάζει τη μελέτη της συμπεριφοράς χαλύβδινου σωλήνα εγκιβωτισμένου σε συνεχές μέσο (έδαφος) με αρχική ατέλεια που υπόκειται σε ομοιόμορφη εξωτερική πίεση. Η ατέλεια προσομοιώνεται ως μία τοπική ακτινική μετατόπιση (εσωτερικό βαθούλωμα), ενός σημείου της περιφέρειας του σωλήνα.

Η παρουσία αρχικής ατέλειας στα τοιχώματα του σωλήνα επιφέρει την μείωση της αντοχής αυτού, γεγονός που οφείλει να προβλεφθεί στον αρχικό σχεδιασμό.

Για αυτό το λόγο είναι απαραίτητη η ανάπτυξη υπολογιστικών τεχνικών που θα υπολογίζουν γρήγορα οικονομικά και αξιόπιστα την οριακή αντοχή των, εν λόγω εγκιβωτισμένων σωλήνων με την παρουσία των ανωτέρω αρχικών ατελειών.

1.2 Παλαιότερες έρευνες

Η έρευνα σχετικά με κυλινδρικούς σωλήνες χωρίς πλευρικούς περιορισμούς υπό εξωτερική πίεση χρονολογείται από τα μέσα του δεκάτου ενάτου αιώνα (Fairbairn 1858). Στην πειραματική του εργασία, ο Fairbairn συμπέρανε ότι το μήκος του σωλήνα και ο λόγος της διαμέτρου προς το πάχος του τοιχώματος είναι σημαντικοί παράμετροι στον καθορισμό της πίεσης αστοχίας. Ο Bresse (1866), χρησιμοποιώντας την θεωρία μικρών μετατοπίσεων, μελέτησε τη σταθερότητα

ενός λεπτού ελεύθερου περιφερειακά (δηλαδή χωρίς κανένα εξωτερικό εμπόδιο) κυκλικού δακτυλίου υπό εξωτερική υδροστατική πίεση



Σχήμα 1.1 Λυγισμός ελεύθερου δακτυλίου υπό ομοιόμορφη εξωτερική πίεση

και έφτασε στην ακόλουθη διατύπωση

$$P_{cr} = \frac{2 EI}{R^3} \qquad (1.1)$$

όπου P_{cr} =κρίσιμη πίεση κάμψης, Ε= συντελεστής ελαστικότητας, Ι = ροπή αδράνειας της διατομής του δακτυλίου και R = μέση ακτίνα του δακτυλίου.

Ο Bryan (1888) χρησιμοποίησε το κριτήριο ελαχιστοποίησης δυναμικής ενέργειας για να διαμορφώσει μια παρόμοια διατύπωση με την (1.1) για την περίπτωση ενός απεριόριστα μακρύ σωλήνα υπό υδροστατική εξωτερική πίεση. Η εξίσωσή του διαφέρει από την (1.1) στον όρο Ε, ο οποίος έχει αντικατασταθεί απ' τον Ε/(1-v²) για να λάβει υπ' όψη τις συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης του απεριόριστα μακρύ σωλήνα. Λαμβάνοντας υπόψη αυτή την τροποποίηση και αντικαθιστώντας για I=bt³/12, όπου b είναι το πλάτος και σ' αυτή την περίπτωση είναι η μονάδα(διότι θεωρούμε μοναδιαίο μήκος σωλήνα), η εξίσωση που προκύπτει είναι

$$P_{cr} = \frac{2 EI}{1 - v^2} * \left(\frac{t}{D}\right)^3$$
 (1.2)

όπου D = η μέση διάμετρος του σωλήνα, t= το μέσο πάχος του τοιχώματος του σωλήνα και v = ο λόγος Poisson. Αυτή η εξίσωση μπορεί να γραφεί με την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{P}_{cr} = \frac{2 EI}{1 - v^2} * \frac{1}{(SDR - 1)^3}$$
(1.3)

όπου **SDR = standard dimension ratio** = η εξωτερική διάμετρος του σωλήνα/ μέσο πάχος τοιχώματος του σωλήνα.

Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν κι άλλα μοντέλα για τη ευστάθεια ενός κυκλικού ελεύθερου δακτυλίου κάτω από διαφορετικό είδος φορτίου. Παρόμοιες εργασίες αποτελούν οι Boresi (1955), Bodner (1958), Wasserman (1961), Wempner and Kesti (1962), Smith and Simitses (1969), and Lardner (1980).

Οι εξισώσεις (1.1) και (1.2) συχνά αποδίδονται στον Timoshenko εξαιτίας της εργασίας του, για τη ευστάθεια του δακτυλίου που παρουσίασε στο κλασικό του κείμενο (Timoshenko and Gere 1961).

Στο πρόβλημα που εμείς εξετάζουμε ο δακτύλιος συγκρατείται από ένα εξωτερικό τοίχωμα, έτσι ώστε ο δακτύλιος να μπορεί να μετατοπίζεται εσωτερικά και περιφερειακά αλλά όχι εξωτερικά. Το μέγεθος της περιφερειακής παραμόρφωσης που μπορεί να υποστεί ο δακτύλιος κατά την διάρκεια της φόρτισης εξαρτάται και απ' το βαθμό της τριβής που αναπτύσσεται στην επιφάνεια ανάμεσα στην εξωτερική εσοχή και τον εσωτερικό δακτύλιο. Εξαιτίας της ύπαρξης του εξωτερικού τοιχώματος, ο εσωτερικός δακτύλιος θα αστοχήσει σε λυγισμό σύμφωνα με το Σχήμα 1.2 υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης



Σχήμα 1.2: Λυγισμός εγκιβωτισμένου δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση



Σχήμα 1.3: Λυγισμός ελεύθερου δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση

σε αντίθεση με τη συμμετρική κάμψη που προβλέπεται στην εργασία του Timoshenko (Σχήμα 1.3).

Τα είδη του φορτίου που μπορούν να οδηγήσουν στην αστάθεια του εσωτερικού δακτυλίου περιλαμβάνουν τη θερμική διαστολή και την υδροστατική πίεση.

Στη βιβλιογραφία ο όρος «υδροστατικός λυγισμός» χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αστοχία του εσωτερικού δακτυλίου υπό την επίδραση της υδροστατικής πίεσης η οποία επιφέρεται στην επιφάνεια ανάμεσα στον εσωτερικό δακτύλιο και το εξωτερικό τοίχωμα.

Ο υδροστατικός λυγισμός είναι περισσότερο συνηθισμένο φαινόμενο σε εφαρμογές που περιλαμβάνουν την επένδυση του εσωτερικού φθαρμένων αγωγών για να σταματήσει η διαρροή, να βελτιώσει τα χαρακτηριστικά της ροής ή να παρέξει επιπλέον ακαμψία στον εξωτερικό σωλήνα.

Οι Hsu et al. (1964) προσέγγισαν το πρόβλημα θεωρώντας μία μικρή ατέλεια στην επιφάνεια του δακτυλίου και καθόρισαν το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σαν μια συνάρτηση του βάθους της ατέλειας.

Οι Chan and McMinn (1966) μελέτησαν την ευστάθεια λεπτού ατσάλινου αγωγού εγκατεστημένου μέσα σε κυλίνδρους από μπετόν.

Το φορτίο λυγισμού ενός ενσωματωμένου δακτυλίου ή ενός κυλινδρικού κελύφους υπό εξωτερική πίεση έχει ερευνηθεί κυρίως σε σχέση με τους χαλύβδινους αγωγούς υδάτινων διόδων που υπόκεινται εξωτερική υδροστατική πίεση των πόρων του εδάφους. Ο Amstutz (1950, 1953, 1969), ένας πρωτοπόρος σ' αυτό τον τομέα, πρότεινε μια δισδιάστατη θεωρία για την κατάρρευση ενός μακρύ κελύφους που εκτρέπεται σε ημιτονοειδές σχήμα. Ο τύπος Amstutz για την κρίσιμη πίεση λυγισμού έχει χρησιμοποιηθεί συνήθως για σχεδιαστικούς σκοπούς, μολονότι η εγκυρότητά του δεν έχει αποδειχθεί σε θεωρητική βάση , όπως υποστηρίζεται από τους Yamamoto and Matsubara 1982. Οι Zagustin και Herrmann (1967) ερεύνησαν ένα λεπτό ελαστικό δακτύλιο περιορισμένο σε μια άκαμπτη κυκλική επιφάνεια κάτω από ένα ενιαία κατανεμημένο ομοιόμορφο φορτίο. Βρέθηκε μια αναλυτική λύση για τη σχέση ανάμεσα στο φορτίο και στο παραμορφωμένο σχήμα του δακτυλίου.

Οι Yamamoto και Matsubara (1977) μελέτησαν τον λυγισμό ενός κοντού κυκλικού κελύφους περιορισμένου και στα δύο άκρα. Το πρόβλημα διατυπώθηκε χρησιμοποιώντας την μέθοδο πεπερασμένη λωρίδας. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ύπαρξη οποιουδήποτε αρχικού ελαττώματος μειώνει την πίεση κάμψης **δραματικά**.

Οι Yamamoto και Matsubara (1982) παρουσίασαν την μέθοδο πεπερασμένης λωρίδας (finite strip method)για την περίπτωση ενός περιορισμένου μακρού κυλινδρικού κελύφους. Μορφοποίησαν το μοντέλο τους θεωρώντας ότι στο πρώτο στάδιο του φορτίου, οι μετατοπίσεις είναι σχεδόν αμετάβλητες και είναι οι ίδιες όπως εκείνες για ένα αντίστοιχο ελεύθερο κυλινδρικό κέλυφος. Ο λυγισμός σε δύο λοβούς συμβαίνει αμέσως μόλις η πίεση φτάσει στην κρίσιμη τιμή για το ελεύθερο κυλινδρικό κέλυφος. Τότε το κέλυφος διασχίζει (διαπερνά) το κενό που έχει δημιουργηθεί μεταξύ αυτού και του μέσου και έρχεται σε επαφή με το τοίχωμα της εσοχής. Απ' την στιγμή που συμβαίνει η επαφή, οποιαδήποτε περαιτέρω ανάπτυξη της μετατόπισης του κελύφους σταματάει και η ικανότητα του κελύφους να μεταφέρει επιπρόσθετα φορτία αυξάνεται. Βασισμένοι σε αριθμητικά αποτελέσματα, πρότειναν ένα εμπειρικό τύπο για να προβλέψουν το φορτίο λυγισμού για ένα ορισμένο μέγεθος κενού και συγκεκριμένες αναλογίες διαστάσεων.

Οι Kyriakides και Youn (1984) παρουσίασαν μια μελέτη για την κατάρρευση με μεγάλες μετατοπίσεις, περιορισμένων κυκλικών δακτυλίων με λεπτά τοιχώματα υπό εξωτερική πίεση. Ο δακτύλιος θεωρήθηκε ότι έχει αρχική ατέλεια. Η μελέτη έδειξε ότι η πίεση λυγισμού του δακτυλίου είναι συνάρτηση της αρχικής ατέλειας.

Ο Kyriakides (1986) διεξήγαγε ένα πρόγραμμα πειραμάτων σε μακρύς κυλινδρικούς αγωγούς φορτισμένους με συνεχή εξωτερική πίεση. Ο σκοπός της μελέτης ήταν να εξακριβώσει τις συνθήκες υπό τις οποίες ο τοπικός λυγισμός θα μπορούσε να διαδοθεί και να καταστρέψει ολόκληρο το κέλυφος.

Οι Li και Kyriakides (1991) μελέτησαν την αντίδραση και τη σταθερότητα των δύο ομόκεντρων, ελαφρώς αλληλοεπιδρόντων λεπτών ελαστικών δακτυλίων υπό εξωτερικός δακτύλιος θεωρήθηκε ότι είναι τέλεια κυκλικός,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Εισαγωγή

αλλά ο εσωτερικός έχει μία μικρή αρχική ατέλεια. Η πίεση εφαρμόζεται υδροστατικά στον εξωτερικό δακτύλιο καθώς επίσης και στην εσοχή που σχηματίζεται από την ατέλεια. Αυτή η μελέτη διαφέρει απ' τις εργασίες που προαναφέρθηκαν στο ότι θεωρεί το περιβάλλων μέσο, να είναι ένας δακτύλιος με δυνατότητα παραμόρφωσης. Η μελέτη δείχνει ότι η παρουσία του εξωτερικού δακτυλίου αυξάνει την ακαμψία της δομής και οδηγεί σε υψηλότερες πιέσεις λυγισμού. Εάν ο εξωτερικός δακτύλιος είναι σχετικά λεπτός, οι δύο δακτύλιοι παραμορφώνονται με ένα συμμετρικό τρόπο, παρόμοιο με εκείνον που παραμορφώνεται ένας μη περιορισμένος δακτύλιο υπό εξωτερική πίεση.

Όταν η σχετική ακαμψία του εξωτερικού δακτυλίου αυξάνεται, η αντίδραση του σύνθετου σωλήνα (ο εσωτερικός και ο εξωτερικός δακτύλιος μαζί) γίνεται πιο άκαμπτη, και η φύση της αστάθειας οδηγείται σε κατάσταση οριακής αντοχής. Αυτό το οριακό φορτίο εξαρτάται από την σχετική ακαμψία των δύο δακτυλίων και τη γεωμετρία αρχικής παραμόρφωσης.

Για υψηλότερη ακαμψία του εξωτερικού δακτυλίου, ο τρόπος της παραμόρφωσης αλλάζει και παρατηρείται μορφή λυγισμού τύπου snap-through buckling.

Ο Cheney (1971) χρησιμοποίησε τη small deflection linear theory για να μελετήσει τον λυγισμό ενός περιμετρικά εγκιβωτισμένου δακτυλίου, υπό υδροστατική πίεση. Ο δακτύλιος θεωρείται ότι αποτελείται από δύο μέρη: ένα άνω μέρος που κάμπτεται εσωτερικά απ' το άκαμπτο κυκλικό τοίχωμα και ένα χαμηλότερο μέρος που εφαρμόζει πλήρως στο τοίχωμα του άκαμπτου κυκλικού δακτυλίου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4.



Σχήμα 1.4: Λυγισμός δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση κατά Cheney

Στο άνω μέρος του δακτυλίου, ο δακτύλιος είναι ελεύθερος να παίρνει οποιοδήποτε σχήμα είναι συμβατό με τη διαφορική εξίσωση και τις συνθήκες ορίου στο $\theta = \pm \varphi$. Τα τοιχώματα της εσοχής μπορούν να κινηθούν προς το εσωτερικό της εσοχής. Το χαμηλότερο μέρος του δακτυλίου, αυτό που είναι σε συνεχή επαφή με το μέσο μπορεί να μετακινηθεί ακτινικά. Βασιζόμενος σ' αυτές τις υποθέσεις, ο Cheney έβγαλε την ακόλουθη εξίσωση για την κρίσιμη πίεση σε ένα άκαμπτα έγκλειστο λεπτό δακτύλιο με SDR>30:

$$P_{cr} = \frac{2,55 E}{1 - v^2} * \left(\frac{t}{D}\right)^{11/5}$$
(1.4)

Ο Glock (1977) ανέλυσε την ευστάθεια ενός άκαμπτα έγκλειστου λεπτού δακτυλίου υπό εξωτερική υδροστατική πίεση. Ο Glock υπέθεσε ότι δεν υπάρχει τριβή ανάμεσα στο δακτύλιο και την άκαμπτη εσοχή, αλλά αντίθετα με το μοντέλο Cheney, το μοντέλο Glock δεν απαιτεί το τοίχωμα της εσοχής να κινείται προς τα εσωτερικά με το δακτύλιο. Ο Glock χρησιμοποίησε τη θεωρία της μη γραμμικής παραμόρφωσης για να αναπτύξει το μοντέλο του. Ωστόσο, το μοντέλο του Glock δεν αποδεικνύεται πλήρως και οι θεωρητικές βάσεις πάνω στις οποίες δημιουργήθηκε δεν αναφέρονται. Σε μια παρόμοια προσέγγιση στο μοντέλο Cheney (1971), ο Glock (1977) θεώρησε το δακτύλιο να αποτελείται από δύο περιοχές, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5.



Σχήμα 1.5: Λυγισμός δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση κατά Glock

Η περιοχή Ι συμπεριλαμβάνει το ανώτερο μέρος του δακτυλίου, όπου δεν υπάρχει επαφή ανάμεσα στο δακτύλιο και τον εξωτερικό άκαμπτο σωλήνα. Η περιοχή ΙΙ είναι το άκαμπτο τμήμα του δακτυλίου και είναι σε επαφή με τον άκαμπτο σωλήνα. Η περιοχή Ι φέρει και περιφερειακή δύναμη και την ροπή κάμψης. Στην περιοχή ΙΙ, επειδή δεν επιφέρεται καμιά αλλαγή καμπυλότητας σ' αυτό το τμήμα του

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Εισαγωγή

δακτυλίου, η ροπή κάμψης εξαφανίζεται και μόνο η περιφερειακή δύναμη χρειάζεται να μελετηθεί.

Θεωρώντας ότι το μέτρο ελαστικότητας *E* είναι συνεχής η κρίσιμη πίεση των λεπτών δακτυλίων μπορεί να εκφραστεί με ένα τύπο παρόμοιο με την περίπτωση των λεπτότοιχων σωλήνων εγκιβωτισμένων σε άκαμπτο μέσο ως εξής:

$$\mathbf{P}_{cr} = \frac{E}{1 - v^2} * \left(\frac{t}{D}\right)^{2,2}$$
(1.5)

1.3 Στόχος της Εργασίας

Στην παρούσα εργασία μελετάται η οριακή αντοχή χαλύβδινων κυλινδρικών δακτυλίων που φέρουν τοπική ατέλεια στο τοιχώματος υπό μορφή εσωτερικής ακτινικής μετατόπισης εγκιβωτισμένων σε συνεχές μέσο υπό εξωτερική πίεση. Αντικειμενικός σκοπός της εργασίας είναι ο προσδιορισμός του κρίσιμης πίεσης

λυγισμού δακτυλίων ιδίας διαμέτρου, αλλά διαφορετικού πάχους τοιχώματος, καθώς και διαφορετικού υλικού (χάλυβας διαφορετικού ορίου διαρροής και διαφορετικού μέτρου κράτυνσης).

Αναλυτικά οι δακτύλιοι που μελετήθηκαν απεικονίζονται στον Πίνακα 1.1.

		σ _y , _{E=200} GPa, E'=E/500 D=0,8m			E'	
		200MPa	300MPa	350MPa	400MPa	
~	5					
E	6					
os-t(8					_
Jάχ	9					
	10					
IJ						E/500
00 MP 0GPa m						E/1000
σy=20 E=20(t=5mr D=0,8						E/2000

Πίνακας 1.1

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Εισαγωγή

Η αριθμητική επίλυση έγινε με την βοήθεια του προγράμματος ABAQUS.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. Ευστάθεια Δακτυλίου χωρίς περιορισμούς

2.1 Εισαγωγή

Στο σημείο αυτό και πριν συνεχίσουμε στο αντικείμενο της παρούσας εργασίας, κρίνεται σκόπιμο να παρατεθούν ορισμένα στοιχεία από την ευστάθεια λεπτότοιχων δακτυλίων χωρίς περιορισμούς. Οι λεπτότοιχοι δακτύλιοι, αποτελούν μία απλουστευμένη δισδιάστατη θεώρηση του κελύφους. Το πρόβλημα είναι δισδιάστατο, οι βασικές όμως αποδοχές, οι κινηματικές σχέσεις αλλά και πολλά από τα συμπεράσματα μπορούν να γενικευτούν και στην περίπτωση ανάλυσης κελυφών (ένα σαφώς τρισδιάστατο πρόβλημα).

Προκειμένου να καθορισθεί αν ένας δακτύλιος έιναι λεπτότοιχος ή όχι, εξετάζεται ο λόγος D/t. Αν ο λόγος D/t ≥ 50 τότε ο δακτύλιος θεωρείται λεπτότοιχος.

Για τους δακτυλίους που εξετάζονται στην παρούσα εργασία, ο λόγος D/t κυμαίνεται από 160(D=800mm,t=5mm) έως 80(D=800mm,t=10mm). Όσον αφορά «παχύτερους» δακτύλιους, αυτοί πλαστικοποιούνται προτού φτάσουν το ελαστικό φορτίο αστάθειας.

2.2 Ενέργεια δακτυλίου

Η συνολική ενέργεια του δακτυλίου ανά μονάδα μήκους είναι:

$$\Pi = U + V \quad (2.1)$$

Η ενέργεια παραμόρφωσης του δακτυλίου είναι:

$$U = \frac{EAR}{2} \int_{0}^{2\pi} \varepsilon_0^2 d\theta + \frac{EIR}{2} \int_{0}^{2\pi} \kappa_0^2 d\theta \qquad (2.2)$$

όπου

$$\varepsilon_0 = \frac{u'+w}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{u-w'}{R}\right)^2$$
 (2.3)

με τα w και u vα είναι η ακτινική και η εφαπτομενική μετατόπιση ενός σημείου του δακτυλίου αντίστοιχα σε πολικές συντεταγμένες και

$$\kappa = \frac{u' - w''}{R^2} \tag{2.4}$$

Αν το επιβαλλόμενο φορτίο είναι ομοιόμορφη εξωτερική πίεση, και θεωρώντας ότι είναι πάντα κάθετη στην εκάστοτε επιφάνεια, επομένως σε κάθε σημείο αλλάζει διεύθυνση, άρα θα μπορούσε να χαρακτηριστεί μη-συντηρητική, δηλαδή δεν έχει δυναμικό. Όμως, για ομοιόμορφη πίεση σε κλειστό δακτύλιο αποδεικνύεται ότι υπάρχει δυναμικό, ίσο με το γινόμενο της πίεσης επί την περικλειόμενη επιφάνεια. Η μεταβολή δυναμικού είναι:

$$V = -P\Delta A \qquad (2.5)$$

όπου

$$\mathbf{A} = \pi R^2 \quad (2.6)$$

και η συνολική ενέργεια του δακτυλίου είναι:

$$\Pi = R \int_{0}^{2\pi} F d\vartheta = R \int_{0}^{2\pi} F(u, u', w, w', w'') d\vartheta \quad (2.7)$$

$$\mu \varepsilon F = \frac{EA\varepsilon_{0}^{2}}{2} + \frac{EI\kappa^{2}}{2} + P\left(w + \frac{1}{2R}\left(u^{2} - uw' + u'w + w^{2}\right)\right) (2.8)$$

όπου

$$\varepsilon_0 = \frac{u'+w}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{u-w'}{R}\right)^2$$

και

$$\kappa = \frac{u' - w''}{R^2}$$

Θεωρώντας τη μεταβολή

$$\partial \Pi = 0 \tag{2.9}$$

και μετά από πράξεις καταλήγουμε στον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού

$$\mathbf{P}_{cr} = 2 \,\mathrm{E} \left(\frac{t}{D}\right)^3 \tag{2.10}$$

2.3 Δακτύλιος με αρχική ατέλεια

Στην περίπτωση όπου υπάρχει αρχική ατέλεια στον δακτύλιο, οι εξισώσεις δεν είναι ομογενείς και επομένως υπάρχει κανονική λύση. Το πρόβλημα δεν είναι πια πρόβλημα ιδιοτιμών, αλλά ένα μη-γραμμικό πρόβλημα ισορροπίας Δηλαδή για οποιαδήποτε τιμή του P>0 έχω μετατοπίσεις u(θ) και w(θ).

Η σχέση P- w_{max} παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς είναι

$$w_{\max} = \frac{a}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$$
(2.11)
$$\mu\epsilon \alpha = \frac{I}{AR^{2}}$$

ενώ μπορώ να βρώ και την τιμή της πίεσης κατά την οποία έχω «πρώτη διαρροή» στο δακτύλιο. Η τάση κατά την περίμετρο είναι:

$$\sigma_{\theta} = \frac{N_{TOTAL}}{t} + \frac{M(\theta) \frac{t}{2}}{\frac{t^{2}}{12}} \quad \text{kal} \quad \sigma_{\theta, \text{max}} = -\frac{PR}{t} + \frac{PRa}{\left(1 - \frac{P}{P_{cr}}\right)} \left(\frac{1}{\frac{t^{2}}{6}}\right)$$

Για να βρεθεί η τάση στην οποία έχω πρώτη διαρροή αρκεί να εξισώσω $\sigma_y = \sigma_{\theta, \max}$ και επιλύοντας ως προς Py βρίσκω:

$$P_{y}^{2} - \left(\frac{\sigma_{v}}{R/t} + \left[1 + \frac{6R}{t}\left(\frac{a}{R}\right)\right]P_{cr}\right)P_{y} + \frac{\sigma_{y}t}{R}P_{cr} = 0 \quad (2.12)$$

Επιλύοντας ως προς P, βρίσκω την πίεση πρώτης διαρροής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. Αριθμητική Προσομοίωση

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο προσομοιώθηκαν αριθμητικά, τα μέρη που απαρτίζουν το μοντέλο και συγκεκριμένα ο δακτύλιος και το περιβάλλον έδαφος.

3.2 Πεπερασμένα στοιχεία

Ο δακτύλιος προσομοιώθηκε με τετρακομβικά πεπερασμένα στοιχεία S4R(shell element) και το έδαφος με οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία C3D8R (solid element), Σχήμα 3.1 και 3.2 αντίστοιχα.





Σχήμα 3.2: Οκτακομβικό στοιχείο C3D8R του προγράμματος ABAQUS

3.3 Υλικά των μερών του μοντέλου και τύπος ανάλυσης

Σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάσθηκαν, το υλικό θεωρήθηκε ελαστοπλαστικό, γραμμικά κρατυνόμενο με κριτήριο διαρροής Von Mises. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε χάλυβας με μέτρο ελαστικότητας στην ελαστική περιοχή E=200GPa ενώ στη ανελαστική περιοχή E'=E/500. Σε τρεις περιπτώσεις (Πίνακας 1.1) στις οποίες μελετήθηκε η συμπεριφορά του δακτυλίου με διαφορετικό μέτρο κράτυνσης (E') στην ανελαστική περιοχή, χρησιμοποιήθηκαν E'=E/500, E/1000 και E/2000. Το έδαφος μοντελοποιήθηκε σαν ένα ελαστικό ισότροπο και ομοιόμορφο μέσο [2] με μέτρο ελαστικότητας E_{gr}=200MPa(πυκνό αμμοχάλικο).

Τα ζεύγη τιμών τάσης-παραμόρφωσης που χρησιμοποιήθηκαν, τροποποιήθηκαν σε πραγματικές τιμές τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης, σύμφωνα με τους παρακάτω τύπους.

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} (1 + \varepsilon_{nom}) \quad (3.1)$$
$$\varepsilon_{\ln}^{p} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) \frac{\sigma_{true}}{E} \quad (3.2)$$

όπου οι όροι **Φ**nam, **Ε**nam είναι η ονομαστική τάση και παραμόρφωση αντίστοιχα. Στο Σχήμα 3.3 παρατίθεται το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων και στον Πίνακα 3.1 αναλυτικά τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν κατά την αριθμητική ανάλυση, στην ανελαστική περιοχή(Ε/500).



Σχήμα3.3: Διάγραμμα πραγματικής τάσης παραμόρφωσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης στην ανελαστική περιοχή.

σ nom (E/500)	σ nom (E/500)	σ nom (E/500)	σ nom (E/500)
200 MPa	300 MPa	350 MPa	400 MPa
σ true (MPa)	σ true (MPa)	σ true (MPa)	σ true (MPa)
200,20	300,30	350,35	400,40
263,56	373,56	428,56	483,56
335,52	455,52	515,52	575,52
374,50	499,50	562,00	624,50
415,48	545,48	610,48	675,48
ε In pl	ε In pl	ε In pl	εlnpl
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0940	0,0934	0,0932	0,0929
0,1806	0,1800	0,1797	0,1794
0,2213	0,2206	0,2203	0,2200
0,2603	0,2596	0,2593	0,2590

Πίνακας 3.1:Αναλυτικά στοιχεία πραγματικής τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης για κάθε όριο διαρροής που μελετήθηκε.

Λόγω του ότι οι δακτύλιοι κατά τις συγκεκριμένες φορτίσεις παρουσιάζουν γεωμετρικές μη-γραμμικότητες, που οφείλονται στις μεγάλες μετατοπίσεις, χρησιμοποιήθηκε η εντολή NLGEOM. Παράλληλα κατά την διάρκεια επιβολής της εξωτερικής πίεσης στον δακτύλιο και λόγω αστάθειας στη μεταλυγισμική συμπεριφορά, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος "Static, Riks".

3.4 Μοντέλο επίλυσης

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυση αποτελείται από ένα παραμορφώσιμο σώμα, τον δακτύλιο και από το μέσο που τον περιβάλλει. Λόγω συμμετρίας, μοντελοποιήθηκε το μισό του προς εξέταση μοντέλου. Ο δακτύλιος έχει ακτίνα 0,40m, βάθος 0,02m, ενώ οι διαστάσεις του μέσου είναι 0,60mX1,20m X 0,02m.(Σχήμα 3.4) Μεταξύ του δακτυλίου και του μέσου, υπάρχει διάκενο της τάξεως των 0,002m.(Σχήμα 3.5)



Σχήμα 3.4: Το μοντέλο δακτυλίου – μέσου που μελετήθηκε.



Σχήμα3.5:Λεπτομέρεια του μοντέλου.

Αρχικά και τα δύο μέρη σχεδιάστηκαν στο ABAQUS CAE και καθορίσθηκε ο τρόπος αλληλεπίδρασης μεταξύ τους ο οποίος είναι τέτοιος ώστε να μην μεταφέρονται διατμητικές τάσεις [3]. Το έδαφος μοντελοποιήθηκε σαν ένα ελαστικό, ισότροπο, και ομοιόμορφο μέσο [2] ενώ ο δακτύλιος μοντελοποιήθηκε ως ελαστοπλαστικό μέσο με μέτρο ελαστικότητας E=200GPa.

Το μοντέλο στηρίχθηκε με τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες, οι οποίες παρουσιάζονται αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο.

3.5 Συνοριακές συνθήκες

Όπως προαναφέρθηκε, λόγω της συμμετρίας του μοντέλου, σχεδιάστηκέ το μισό του δακτυλίου και του μέσου που το περιβάλλει.

Στην κάτω ακμή του δακτυλίου δεσμεύτηκαν όλοι οι βαθμοί ελευθερίας (U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0), ενώ στην πάνω ακμή αφέθηκε ελεύθερη μετακίνηση ως προς τον άξονα Y(U1=U3=UR1=UR2=UR3=0). Στις πλευρικές ακμές του δακτυλίου δεσμεύτηκε η μετακίνηση ως προς τον άξονα Ζ, καθώς και η στροφές ως προς τους άξονες Χ και Y(U3=UR1=UR2=0).

Το περιβάλλον μέσο δεσμεύτηκε στην κάτω επιφάνειά του σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας(U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0) ενώ πλευρικά δεσμεύτηκε η μετακίνηση ως προς τον άξονα Ζ, καθώς και η στροφές ως προς τους άξονες Χ και Y(U3=UR1=UR2=0).

Οι ανωτέρω συνθήκες στήριξης ισχύουν για όλη την διάρκεια της ανάλυσης.

3.6 Βήματα ανάλυσης

Η μελέτη του μοντέλου προβλέπει την επιβολή ομοιόμορφης εξωτερικής πίεσης περιφερειακά στον δακτύλιο ενώ υπάρχει αρχική ατέλεια στο άνω μέρος του δακτυλίου, υπό την μορφή κατακόρυφης μετατόπισης.

Προκειμένου να δημιουργηθούν οι ανωτέρω συνθήκες, αρχικά επιβλήθηκε κατακόρυφη δύναμη στο άνω άκρο του δακτυλίου("step-1").



Σχήμα 3.6: Σχηματική παράσταση εφαρμογής της εξωτερικής δύναμης στο άνω άκρο του δακτυλίου.

Κατόπιν της δημιουργίας της αρχικής ατέλειας αφαιρέθηκε η δύναμη ενώ ταυτόχρονα επιβλήθηκε η ομοιόμορφη εξωτερική πίεση("step-2") η οποία και παραμένει μέχρι του λυγισμού του δακτυλίου.



Σχήμα 3.7: Σχηματική παράσταση επιβολής ομοιόμορφης εξωτερικής πίεσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη

4.1 Εισαγωγή

4.1.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η οριακή αντοχή μεταλλικών δακτυλίων σε εξωτερική πίεση υπό την παρουσία αρχικής-τοπικής ατέλειας(βύθισης). Γίνεται μία ανάλυση για τον τρόπο με τον οποίο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου και το όριο διαρροής του υλικού επηρεάζουν την αντοχή του κελύφους σε λυγισμό (οριακή αντοχή).

4.1.2 Υλικό και τύπος ανάλυσης

Σε όλες τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν το υλικό θεωρήθηκε ελαστοπλαστικό γραμμικά κρατυνόμενο με κριτήριο διαρροής "Von Mises".Για το λογο αυτό χρησιμοποιήθηκε χάλυβας με μέτρο ελαστικότητας E=200GPa και μέτρο κράτυνσης Ε', το οποίο για κάθε είδος περίπτωσης η οποία μελετούνταν ετίθετο μεταξύ τριών τιμών E/500, E/1000 και E/2000.Τα ζεύγη τιμών τάσης – παραμόρφωσης που χρησιμοποιήθηκαν τροποποιήθηκαν σε πραγματικές τιμές τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης σύμφωνα με τους παρακάτω τύπους:

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} (1 + \varepsilon_{nom}) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{\ln}^{p} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) \frac{\sigma_{true}}{E}$$
 (4.2)

όπου οι όροι σ_{nom} και ε_{nom} , είναι η ονομαστική τάση και παραμόρφωση αντίστοιχα, ο όρος σ_{true} , η πραγματική τάση, ο όρος $\ln(1 + \varepsilon_{nom})$ η συνολική πραγματική παραμόρφωση και τέλος ο όρος ε_{\ln}^{P} είναι η λογαριθμική πλαστική παραμόρφωση. Λόγω του ότι οι δακτύλιοι κατά τις συγκεκριμένες φορτίσεις παρουσιάζουν γεωμετρικές μη-γραμμικότητες, που οφείλονται στις μεγάλες μετατοπίσεις, χρησιμοποιήθηκε η εντολή **NLGEOM.** Παράλληλα κατά την διάρκεια επιβολής της εξωτερικής πίεσης στον δακτύλιο και λόγω αστάθειας στη μεταλυγισμική συμπεριφορά, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος "**Static, Riks".**

4.1.3 Τύποι δακτυλίων που μελετήθηκαν

Η μελέτη των δακτυλίων χωρίζεται σε τρεις ενότητες. Αρχικά μελετήθηκαν δακτύλιοι οι οποίοι ήταν κατασκευασμένοι από το ίδιο υλικό (σ_y=300 MPa E=200GPa, E'=E/500) αλλά είχαν διαφορετικό πάχος. Οι εν λόγω δακτύλιοι σε αδιαστατοποιημένη μορφή είναι :

- D/t=160
- D/t=133
- D/t=100
- D/t=89
- D/t=80

Στην δεύτερη ενότητα μελέτης, οι δακτύλιοι είχαν το ίδιο πάχος(t=5mm), ίδιο μέτρο ελαστικότητας (E=200GPa) και εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας (E'=E/500), αλλά διαφορετικό όριο διαρροής όπως παρακάτω:

- σ_y=200 MPa
- σ_y=300 MPa
- σ_y=350 MPa
- σ_y=400 MPa

Στην τρίτη ενότητα μελέτης οι δακτύλιοι έχουν το ίδιο όριο διαρροής, το ίδιο πάχος και το ίδιο μέτρο ελαστικότητας αλλά διαφορετικό μέτρο κράτυνσης. όπως παρακάτω:

- E'= E/500
- E'= E/1000
- E'= E/2000

		σ _{y, E=200} GPa, E'=E/500 D=0,8m			E'	
		200MPa	300MPa	350MPa	400MPa	
-	5					
E E	6					
os-t(8					
Jάχ	9					
	10					
						E/500
0 MPa) GPa m m						E/1000
σy=20 E=20(t=5mr D=0,8						E/2000

Αναλυτικά οι δακτύλιοι που μελετήθηκαν απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.1: Περιπτώσεις δακτυλίων που μελετήθηκαν.(με γκρί χρώμα)

Για όλες τις παραπάνω περιπτώσεις εξετάζεται η οριακή αντοχής τους στην επιβολή εξωτερικής ομοιόμορφης πίεσης με αρχική ατέλεια, τύπου τοπικής, σημειακής, μετατόπισης εσωτερικά, η οποία δημιουργείται από επιβολή εξωτερικού συγκεντρωμένου φορτίου.

4.1.4 Βήματα ανάλυσης

Σε όλες τις περιπτώσεις που μελετώνται επιβάλλονται τα φορτία σε δύο βήματα (step). Στο πρώτο step επιβάλλεται κατακόρυφη δύναμη σημειακά, προκειμένου να δημιουργηθεί τοπική ατέλεια. Αποτέλεσμα της επιβολής δύναμης είναι η δημιουργία ακτινικής μετατόπισης (βύθισης) του σημείου στο οποίο επιβάλλεται η δύναμη και παραμένουσες τάσεις στον δακτύλιο. Στη συνέχεια αφαιρείται η δύναμη, ενώ ταυτόχρονα επιβάλλεται η εξωτερική πίεση έως ότου επέλθει ο λυγισμός του δακτυλίου.

4.1.5 Συνοριακές συνθήκες

Όπως προαναφέρθηκε, λόγω της συμμετρίας του μοντέλου, σχεδιάστηκέ το μισό του δακτυλίου και του μέσου που το περιβάλλει.

Στην κάτω ακμή του δακτυλίου δεσμεύτηκαν όλοι οι βαθμοί ελευθερίας (U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0), ενώ στην πάνω ακμή αφέθηκε ελεύθερη μετακίνηση ως προς τον άξονα Y(U1=U3=UR1=UR2=UR3=0). Στις πλευρικές ακμές του δακτυλίου δεσμεύτηκε η μετακίνηση ως προς τον άξονα Z, καθώς και η στροφές ως προς τους άξονες X και Y(U3=UR1=UR2=0).

Το περιβάλλον μέσο δεσμεύτηκε στην κάτω επιφάνειά του σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας(U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0) ενώ πλευρικά δεσμεύτηκε η μετακίνηση ως προς τον άξονα Ζ, καθώς και η στροφές ως προς τους άξονες Χ και Y(U3=UR1=UR2=0).

Οι ανωτέρω συνθήκες στήριξης ισχύουν για όλη την διάρκεια της ανάλυσης.

4.2 Αποτελέσματα αναλύσεων

4.2.1 Γενικά

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω. Στα διαγράμματα που ακολουθούν, κατά περίπτωση όταν μεταβάλλεται το πάχος t στον οριζόντιο άξονα X απεικονίζεται η κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου στο οποίο επιβάλλεται η δύναμη ενώ στον κατακόρυφο άξονα Y απεικονίζεται επιβολή της εξωτερικής πίεσης.

Στην περίπτωση κατά την οποία μεταβάλλεται το Ε', στον άξονα Υ απεικονίζεται επιβολή της εξωτερικής πίεσης, ενώ στον άξονα Χ, απεικονίζονται τα διαδοχικά σημεία επιβολής της πίεσης.

Παρόμοια στην περίπτωση κατά την οποία μεταβάλλεται η τάση διαρροής σ_y, στον άξονα Υ απεικονίζεται επιβολή της εξωτερικής πίεσης, ενώ στον άξονα Χ, απεικονίζονται τα διαδοχικά σημεία επιβολής της πίεσης.

4.2.2 Αποτελέσματα για D/t=160

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=5mm

τάση διαρροής σ_ν=300Μpa

Λόγος Poisson v=0,3

Στο Σχήμα 4.1 που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπο την επίδραση εξωτερικής πίεσης. Προηγουμένως έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια της τάξεως των 9mm. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο δακτύλιος μπορεί αν δεχτεί πίεση μέχρι αυτή να φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή και στην συνέχεια αστοχεί, καθώς μηδενίζεται η ακαμψία του. Όπως φαίνεται από το σχήμα ο συγκεκριμένος δακτύλιος αστοχεί, όταν η εξωτερική φτάσει την τιμή των P=589 KPa

Στο Σχήμα 4.2.παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την κατανομή τάσεων κατά Von Mises και την παραμορφωμένη κατάσταση του δακτυλίου.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη

Σχήμα 4.1: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση του άνω σημείου του δακτυλίου.



Σχήμα 4.2: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση

του δακτυλίου.

4.2.3 Αποτελέσματα για D/t=133

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=6mm

τάση διαρροής σ_y=300Mpa

Λόγος Poisson v=0,3

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπο την επίδραση εξωτερικής πίεσης. Προηγουμένως έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια της τάξεως των 9mm. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο δακτύλιος μπορεί αν δεχτεί πίεση μέχρι αυτή να φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή και στην συνέχεια αστοχεί, καθώς μηδενίζεται η ακαμψία του. Όπως φαίνεται από το σχήμα ο συγκεκριμένος δακτύλιος αστοχεί, όταν η εξωτερική φτάσει την τιμή των P=597KPa







μετατόπιση του άνω σημείου του δακτυλίου.



Σχήμα 4.4: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση

του δακτυλίου.

4.2.4 Αποτελέσματα για D/t=100

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου του οποίου τα αποτελέσματα

παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=8mm

τάση διαρροής σ_v=300Μpa

Λόγος Poisson v=0,3

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπο την επίδραση ξωτερικής πίεσης. Προηγουμένως έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια της τάξεως των 10mm. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο δακτύλιος μπορεί αν δεχτεί πίεση μέχρι αυτή να φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή και στην συνέχεια αστοχεί, καθώς μηδενίζεται η ακαμψία του. Όπως φαίνεται από το σχήμα ο συγκεκριμένος δακτύλιος αστοχεί, όταν η εξωτερική φτάσει την τιμή των P=1,128 MPa



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη

χήμα 4.5: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη

μετατόπιση του άνω σημείου του δακτυλίου.



Σχήμα 4.6: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση

του δακτυλίου.

4.2.5 Αποτελέσματα για D/t=89

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=9mm

τάση διαρροής σ_y=300Mpa

Λόγος Poisson v=0,3

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης. Προηγουμένως έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια της τάξεως των 9mm. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο δακτύλιος μπορεί αν δεχτεί πίεση μέχρι αυτή να φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή και στην συνέχεια αστοχεί, καθώς μηδενίζεται η ακαμψία του. Όπως φαίνεται από το σχήμα ο συγκεκριμένος δακτύλιος αστοχεί, όταν η εξωτερική φτάσει την τιμή των P=1,836MPa



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη

Σχήμα 4.7: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη

μετατόπιση του άνω σημείου του δακτυλίου.



Σχήμα 4.8: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση

του δακτυλίου.

4.2.6 Αποτελέσματα για D/t=80

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δακτυλίου του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=10mm

τάση διαρροής σ_y=300Mpa

Λόγος Poisson v=0,3

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης. Προηγουμένως έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια της τάξεως των 8mm. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο δακτύλιος μπορεί αν δεχτεί πίεση μέχρι αυτή να φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή και στην συνέχεια αστοχεί, καθώς μηδενίζεται η ακαμψία του. Όπως φαίνεται από το σχήμα ο συγκεκριμένος δακτύλιος αστοχεί, όταν η εξωτερική φτάσει την τιμή των P=2,700MPa



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη

Σχήμα 4.9: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με την κατακόρυφη



μετατόπιση του άνω σημείου του δακτυλίου.

Σχήμα 4.10: Κατανομή τάσεων κατά Von Mises και η παραμορφωμένη κατάσταση

του δακτυλίου.

4.2.7 Αποτελέσματα για μεταβαλλόμενο Ε'

Στην παρούσα παράγραφο μελετώνται δακτύλιοι με μεταβαλλόμενο μέτρο κράτυνσης Ε'στην ανελαστική περιοχή. Μελετώνται τρεις δακτύλιοι οι οποίοι είχαν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=5mm

τάση διαρροής σ_v=200Μpa

Μέτρο ελαστικότητας E=200GPa

Λόγος Poisson v=0,3

Σε αυτή την περίπτωση, αυτό που μας απασχολεί είναι να διαπιστωθεί κατά πόσο η μεταβολή του μέτρου κράτυνσης επηρεάζει την οριακή αντοχή του δακτυλίου. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης για τρεις διαφορετικές τιμές του Ε'(Ε/500,Ε/1000, Ε/2000). Και σε αυτή την περίπτωση έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια. Στην προκειμένη περίπτωση είναι αδιάφορο το πόση είναι η αρχική ατέλεια, καθώς τα χαρακτηριστικά των δακτυλίων είναι κοινά και η δημιουργία της ατέλειας λαμβάνει χώρα, ενώ ο δακτύλιος είναι ακόμη στην ελαστική περιοχή.

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα και για τις τρεις περιπτώσεις ο δακτύλιος αστοχεί στη ίδια τιμή εξωτερικής πίεσης, η οποία ταυτίζεται με αυτή της παραγράφου 4.2.2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Προσομοίωση δακτυλίων και παραμετρική μελέτη



Σχήμα 4.11: Μεταβολή της επιβαλλόμενης πίεσης σε σχέση με το Ε'.

Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται η μετατόπιση U2.

4.2.8 Αποτελέσματα για μεταβαλλόμενο σ_γ

Στην παρούσα παράγραφο μελετώνται δακτύλιοι με μεταβαλλόμενο όριο διαρροής. Μελετώνται τέσσερις δακτύλιοι με όρια διαρροής σ_y =200, 300, 350 και 400MPa. Τα χαρακτηριστικά των δακτυλίων είναι τα εξής:

Μέση διάμετρος D=800mm

Πάχος δακτυλίου t=5mm

Μέτρο ελαστικότητας E=200GPa

Μέτρο κράτυνσης Ε'= Ε/500

Λόγος Poisson v=0,3

Σε αυτή την περίπτωση, διερευνάται το κατά πόσο η μεταβολή του ορίου διαρροής του υλικού επηρεάζει την οριακή αντοχή του δακτυλίου. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της οριακής αντοχής του δακτυλίου υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης για τέσσερις διαφορετικές τιμές του σ_y (200, 300, 350 και 400MPa) Και σε αυτή την περίπτωση έχει προηγηθεί η επιβολή εξωτερικής δύναμης η οποία έχει προκαλέσει αρχική ατέλεια. Και σε αυτή την περίπτωση είναι αδιάφορο το πόση είναι η αρχική ατέλεια, καθώς τα χαρακτηριστικά των δακτυλίων είναι κοινά και η δημιουργία της ατέλειας λαμβάνει χώρα, ενώ ο δακτύλιος είναι ακόμη στην ελαστική περιοχή.

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζονται οι πιέσεις για τις οποίες αστοχεί ο δακτύλιος, για κάθε ένα όριο διαρροής.





Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται η μετατόπιση U2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. Συμπεράσματα

Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της μελέτης των δακτυλίων στους οποίους μεταβάλλεται το πάχος απεικονίζεται στον Πίνακα 5.1. Επισημαίνεται ότι από την βιβλιογραφία απουσιάζουν αποτελέσματα που αφορούν ελαστοπλαστική ανάλυση δακτυλίων εγκιβωτισμένων σε συνεχές μέσο με αρχική ατέλεια.

t(m)	D(m)	D/t	P(MPa)
0,0050	0,8	160	0,589
0,0060	0,8	133	0,597
0,0080	0,8	100	1,127
0,0090	0,8	88	1,835
0,0100	0,8	80	2,699

Πίνακας 5.1: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης για μεταβαλλόμενο πάχος

Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της μελέτης των δακτυλίων στους οποίους μεταβάλλεται το όριο διαρροής απεικονίζεται στον Πίνακα 5.2.που ακολουθεί. Παράλληλα βλέπουμε πως το όριο διαρροής επηρεάζει αναλογικά την υπολογιζόμενη αριθμητικά κρίσιμη πίεση λυγισμού καθώς δπλασιασμός του ορίου διαρροής του υλικού διπλασιάζει την πίεση στην οποία συμβαίνει λυγισμός του δακτυλίου.

σ _y (MPa)	P(MPa)
200	0,368
300	0,589
350	0,676
400	0,746

Πίνακας 5.2: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης για μεταβαλλόμενο όριο διαρροής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Συμπεράσματα



Παραστατικά τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο Σχήμα 5.1

Σχήμα5.1: Μεταβολή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού με το όριο διαρροής

Συμπερασματικά ,όπως προκύπτει από τους πίνακες 5.1 και 5.2, καθώς και από το σχήμα 4.11, αυτό το οποίο φαίνεται να επηρεάζει την κρίσιμη τιμή λυγισμού ενός δακτυλίου με την αρχική ατέλεια να κινείται 1% της διαμέτρου του δακτυλίου είναι το πάχος του δακτυλίου, καθώς και το σημείο διαρροής του υλικού. Η μεταβολή του μέτρου κράτυνσης στην ανελαστική περιοχή, δεν επηρεάζει την κρίσιμη πίεση λυγισμού.

Επομένως βασικό σημείο προσοχής κατά τον σχεδιασμό αγωγών είναι τόσο το πάχος του αγωγού όσο και υλικό κατασκευής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Omara A.M., Guise K.L., Strughan W.T., and Akl F.A.(1997) "Buckling Models of Thin Circular Pipes Encased in Rigid Cavity"
- [2] Moore I.D.(1988)"Geotechnique 38 No4" 613-618
- [3] Moore I.D.(1989)"Journal of Geotechnical Engineering" Vol 115 No.3, March, 1989
- [4] Bucciareli L.L.and Pian T.H.H.(1967) "Journal of Applied Mechanics" December 1967, 979-984

Kyriakides S. and Babcock C.D. (1981) "Large Deflection collapse Analysis

[5] of an Inelastic Inextensional Ring Under External Pressure" Solid Structures Vol.17 No 10 981-993





