

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΛΗΡΩΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗΣ
ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ**

υπό

ΤΑΣΙΑ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

Διπλωματούχου Μηχανικού Αεροσκαφών Σχολής Ικάρων (Σ.Μ.Α), 2007

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

2011



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 9577/1
Ημερ. Εισ.: 22-06-2011
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: Δ
658.562
ΤΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΛΗΡΩΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗΣ
ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ**

υπό

ΤΑΣΙΑ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

Διπλωματούχου Μηχανικού Αεροσκαφών Σχολής Ικάρων (Σ.Μ.Α), 2007

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

2011

© 2011 Κωνσταντίνος Τασιάς

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Νενές
(Επιβλέπων) Λέκτορας (υπό διορισμό), Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Λέκτορας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Όπως είναι αναμενόμενο, για τη διεκπεραίωση μιας εργασίας σε μεταπτυχιακό επίπεδο, είναι απαραίτητη η συμβολή πολλών ανθρώπων, οι οποίοι, είτε γνωρίζουν σε βάθος το αντικείμενο που πραγματεύεται αυτή, είτε μπορούν με οποιονδήποτε τρόπο να συμβάλλουν στο να φθάσει επιτυχώς σε πέρας. Επομένως, θεωρώ υποχρέωσή μου, να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στη συγκεκριμένη μελέτη, παρέχοντας την τεχνογνωσία, τις πληροφορίες ή την ηθική και υλική συμπαράσταση που απαιτήθηκε για την εκπόνηση αυτής.

Πρωτίστως, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της συγκεκριμένης εργασίας, λέκτορα καθηγητή, κ. Γιώργο Νενέ, για την αμέριστη συμπαράστασή του και την πολύτιμη καθοδήγηση που μού παρείχε κατά τη διεκπεραίωση της συγκεκριμένης μελέτης. Οι ουσιαστικές γνώσεις που μου προσέφερε σχετικά με το επιστημονικό πεδίο του

στατιστικού ελέγχου ποιότητας, τόσο ως καθηγητής μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, όσο και ως επιβλέπων της εργασίας αυτής, σε συνδυασμό με την ηθική στήριξή του και το ενδιαφέρον του, αποδείχτηκαν καταλυτικοί παράγοντες.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της μεταπτυχιακής εργασίας μου, Καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο, Γεώργιο Κοζανίδη, για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω και τους υπόλοιπους καθηγητές του Τομέα Οργάνωσης Παραγωγής και Βιομηχανικής Διοίκησης, του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για τις γνώσεις και τα εργαλεία που μου προσέφεραν κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω τους φίλους μου, αλλά και όσους έχουν πιστέψει σε μένα και με έχουν βοηθήσει να επιτύχω τους στόχους μου, γιατί μου δίνουν ώθηση να επιζητώ την αυτοβελτίωση. Ιδιαίτερα, ευχαριστώ την Κάτια Πασβάντη, για την υπομονή της τους τελευταίους μήνες και για την παροχή απαραίτητου, για την εκπόνηση της εργασίας, υλικού εξοπλισμού.

Επίσης, ευχαριστώ όλους τους συναδέλφους μου, για την υπομονή τους και τη συμπαράστασή τους, κάθε φορά που αυτή απαιτήθηκε κατά τη διάρκεια των Μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Πάνω από όλους ευχαριστώ την οικογένειά μου, στην οποία και αφιερώνω αυτή την εργασία, που όλα αυτά τα χρόνια αποτελεί με τη συμπαράσταση, την κατανόηση και τη στήριξή της, κινητήριο δύναμη αλλά και αρωγό, σε κάθε προσπάθειά μου.

Κωνσταντίνος Τασιάς

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΛΗΡΩΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ
ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ**

ΤΑΣΙΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2011

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Νενές, Λέκτορας

Περίληψη

Στο πλαίσιο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, μελετάται και αναλύεται ένα διάγραμμα ελέγχου τύπου Shewhart, το οποίο είναι πλήρως δυναμικό αναφορικά με τις παραμέτρους σχεδίασης και χρησιμοποιείται για τη συνδυασμένη παρακολούθηση της μέσης τιμής αλλά και της τυπικής απόκλισης ενός βασικού χαρακτηριστικού ποιότητας, σε παραγωγικές διαδικασίες που λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Η συνδυασμένη παρακολούθηση μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης έγκειται στην ύπαρξη δύο συστηματικών αιτιών που δύναται να μεταβάλλουν αυξητικά τη μέση τιμή η μία και την τυπική απόκλιση του χαρακτηριστικού ποιότητας η άλλη, ενώ επίσης είναι δυνατή και η ταυτόχρονη επίδραση αμφοτέρων των προαναφερθεισών συστηματικών αιτιών. Στόχος του διαγράμματος ελέγχου που μελετήθηκε, είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου συνολικού κόστους ελέγχου. Για τη μελέτη και ανάπτυξη αυτού, αξιοποιήθηκε η θεωρία των Μαρκοβιανών αλυσίδων.

Αρχικά, γίνεται μια αναλυτική βιβλιογραφική επισκόπηση, στην οποία διαφαίνεται η συμβολή της μελέτης στο επιστημονικό πεδίο του στατιστικού ελέγχου ποιότητας, μέσω παρουσίας των εργασιών που έχουν ως τώρα εκπονηθεί και οι οποίες σχετίζονται τόσο με στατικά διαγράμματα ελέγχου, όπου οι παράμετροι σχεδίασης παραμένουν σταθερές, όσο και με δυναμικά, όπως αυτό που αναλύεται στη συγκεκριμένη εργασία.

Στη συνέχεια της εργασίας, περιγράφεται λεπτομερώς η προτεινόμενη διαδικασία παρακολούθησης της παραγωγής, η οποία αφορά τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η διαδικασία του ελέγχου σε μια παραγωγική διαδικασία, δηλαδή αναπτύσσεται το διάγραμμα

ελέγχου και ο τρόπος λειτουργίας του, σε θεωρητικό επίπεδο. Η περιγραφή αυτή πλαισιώνεται από τις παραδοχές που έχουν γίνει καθώς και από τα οικονομικά στοιχεία που απαιτείται να ληφθούν υπόψη.

Στο κύριο μέρος της εργασίας, αναπτύσσεται μαθηματικά το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου, μέσω ανάλυσης του μαθηματικού προτύπου που το περιγράφει. Συγκεκριμένα, γίνεται ανάπτυξη της Μαρκοβιανής αλυσίδας μέσω ορισμού των πιθανών καταστάσεων που δύναται να βρίσκεται η διαδικασία μετά από κάθε δειγματοληψία, αλλά και των καταστάσεων στις οποίες είναι πιθανόν να μεταβεί μετά από την αμέσως επόμενη. Όλες αυτές οι πιθανότητες μετάβασης υπολογίζονται στη συνέχεια, καθώς προαπαιτούνται για την επίλυση του μαθηματικού προτύπου που ακολουθεί.

Η επίλυση του προτύπου που αναπτύσσεται, γίνεται σε τρία στάδια: Αρχικά, υπολογίζονται οι πιθανότητες να βρίσκεται μακροπρόθεσμα η διαδικασία σε κάθε μία από τις ορισμένες πιθανές καταστάσεις. Στη συνέχεια, ορίζεται η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου, η οποία στο τελευταίο στάδιο επίλυσης, ελαχιστοποιείται, ώστε να ληφθούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων σχεδίασης.

Έχοντας ολοκληρώσει την επίλυση του μαθηματικού προτύπου, εφαρμόζεται σε ένα ευρύ σύνολο περιπτώσεων, διαφορετικών μεταξύ τους ως προς τα οικονομικά αλλά και τα στατιστικά τους στοιχεία. Γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ τους αλλά και με τα αποτελέσματα που θα είχαμε με τη χρήση του αντίστοιχου στατικού διαγράμματος, δηλαδή του διαγράμματος F_p (Fixed-parameter) \bar{x} -s Shewhart.

Έπειτα, επεκτείνεται και γενικεύεται το μοντέλο, μέσω εξέτασης των ενδεχομένων η διαδικασία μετά από επέμβαση, να μην επανέρχεται με βεβαιότητα σε στατιστικό έλεγχο, αλλά και του ενδεχομένου η συστηματική αιτία που μεταβάλλει τη μέση τιμή, πέρα από αύξηση να δύναται να προκαλέσει και μείωση αυτής.

Τα κυριότερα συμπεράσματα της μελέτης αυτής, είναι:

α. Σε περίπτωση όπου θεμελιώνονται προειδοποιητικές ενδείξεις για επίδραση συστηματικής αιτίας από το διάγραμμα ελέγχου, η καλύτερη πολιτική είναι η άμεση επαναδειγματοληψία μεγαλύτερου δείγματος, ώστε να διαπιστωθεί εάν υπάρχει λόγος να επέμβουμε σε αυτή.

β. Η οικονομική συμπεριφορά του προτεινόμενου διαγράμματος V_p (Variable-parameter) \bar{x} -s Shewhart, είναι σαφώς ανώτερη από αυτή του αντίστοιχου απλούστερου στατικού διαγράμματος F_p \bar{x} -s Shewhart, στο οποίο οι παράμετροι της δειγματοληψίας παραμένουν σταθερές.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Γενικό Πλαίσιο	1
1.2 Βιβλιογραφική Επισκόπηση	4
1.2.1 Στατικά Διαγράμματα.....	4
1.2.2 Δυναμικά Διαγράμματα.....	8
1.3 Δομή Εργασίας	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ.....	15
2.1 Παραδοχές	15
2.2 Γενικά Χαρακτηριστικά	18
2.3 Περιγραφή Διαδικασίας Προτεινόμενου Ελέγχου	19
2.4 Στοιχεία Κόστους	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ.....	29
3.1 Σχεδίαση Μαρκοβιανής Αλυσίδας	29
3.2 Υπολογισμός Πιθανοτήτων Μετάβασης	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ	39
4.1 Εύρεση Πιθανοτήτων Σταθερής Κατάστασης.....	39
4.2 Ορισμός Συνάρτησης Μέσου Συνολικού Κόστους.....	42
4.2.1 Υπολογισμός Μέσου Κόστους Μετάβασης	42
4.2.2 Υπολογισμός Μέσης Διάρκειας Μετάβασης	46

4.3 Συνάρτηση Μέσου Συνολικού Κόστους Ανά Μονάδα Χρόνου	46
4.3.1 Ορισμός Συνάρτησης ECT	47
4.3.2 Ελαχιστοποίηση Συνάρτησης ECT	48
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	49
5.1 Μελέτη Περιπτώσεων και Αριθμητικά Αποτελέσματα	49
5.2 Ανάλυση παραδείγματος	56
5.3 Συγκριτική Ανάλυση Αποτελεσμάτων	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	65
6.1 Ατελής Ενδιάμεση Αποκατάσταση της Διαδικασίας	65
6.2 Μείωση Μέσης Τιμής.....	67
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	75
7.1 Σύνοψη	75
7.2 Συμπεράσματα	77
7.3 Προτάσεις περαιτέρω έρευνας	79
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	81
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	89
Παράρτημα Α: Πίνακας Συμβολισμών	89
Παράρτημα Β: Αλλαγές Πιθανοτήτων Μετάβασης λόγω ανεπιτυχούς αποκατάστασης βλαβών.....	95
Παράρτημα Γ: Κώδικας FORTRAN λογισμικού VASCO	101

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 5-1: Τιμές Μεταβλητών για τα εξεταζόμενα παραδείγματα.....	51
Πίνακας 5-2: Βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης και ελάχιστο συνολικό κόστος για $Vp \bar{x}$ -s Shewhart και $Fp \bar{x}$ -s Shewhart, για τις περιπτώσεις 1-32 του πίνακα 5.1	54
Πίνακας 5-3: Βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης και ελάχιστο συνολικό κόστος για $Vp \bar{x}$ -s Shewhart και $Fp \bar{x}$ -s Shewhart, για τις περιπτώσεις 33-64 του πίνακα 5.1 ...	55

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1-1: Διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Shewhart.....	5
Σχήμα 2-1: Κατανομή μέσης τιμής και μεταβλητότητας σε κατάσταση στατιστικού ελέγχου	17
Σχήμα 2-2: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αρχικές παραμέτρους σχεδίασης.....	22
Σχήμα 2-3: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αυστηρότερες παραμέτρους σχεδίασης	24
Σχήμα 3-1: Στοχαστικό Μητρώο Πιθανοτήτων Μετάβασης.....	32
Σχήμα 4-1: Σχηματική Απεικόνιση Πιθανών Σεναρίων για Υπολογισμό μέσου κόστους μετάβασης.....	43
Σχήμα 6-1: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αρχικές παραμέτρους σχεδίασης για συνδυασμό αμφίπλευρου διαγράμματος μέσης τιμής με μονόπλευρο διάγραμμα τυπικής απόκλισης.....	68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά την έναρξη της παρούσας εργασίας, κρίνεται σκόπιμος ο ορισμός του γενικού πλαισίου του θέματος που πραγματεύεται και μελετά αυτή. Επιπρόσθετα, με τη βοήθεια μιας βιβλιογραφικής επισκόπησης, προσδιορίζεται το αντικείμενο της εργασίας σχετικά με μελέτες που έχουν ήδη δημοσιευτεί. Τέλος, είναι χρήσιμη η παρουσίαση της δομής της εργασίας, όπου περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές της ενότητες. Το παρόν κεφάλαιο πραγματεύεται τα παραπάνω στις παραγράφους που ακολουθούν.

1.1 Γενικό Πλαίσιο

Έχει γίνει σαφές από όλες τις επιχειρήσεις, σε παγκόσμιο επίπεδο, ότι η βελτίωση της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων αποτελεί στρατηγικό στόχο για την πορεία τους και την εξέλιξή τους. Για τον όρο «ποιότητα» έχουν δοθεί πολλοί ορισμοί, με γενικότερα αποδεκτό αυτόν του διεθνούς προτύπου ISO 8402, σύμφωνα με τον οποίο «ποιότητα είναι το σύνολο των ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, που καθορίζουν την ικανότητα ικανοποίησης δηλωμένων ή εννοούμενων αναγκών».

Η ανάγκη βελτίωσης του επιπέδου ποιότητας, η αύξηση του αριθμού των προϊόντων, η πολυπλοκότητα των νέων προϊόντων, είναι ορισμένοι από τους λόγους που οδήγησαν στην ανάπτυξη του *Ελέγχου Ποιότητας* (Quality Control, QC), έτσι ώστε να διασφαλιστεί αλλά και να βελτιωθεί η ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων. Ο έλεγχος ποιότητας συνίσταται σε ένα σύνολο τεχνικών και μεθόδων, που ως επιμέρους σκοπό έχουν την ανάπτυξη ακριβέστερων μέσων ελέγχου αλλά και τη μείωση του κόστους του ελέγχου ποιότητας.

Για την επίτευξη των ανώτερων στόχων, αναπτύχθηκε ο *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας* (Statistical Quality Control, SQC), ο οποίος αφορά την ανάπτυξη στατιστικών μεθόδων σχεδίασης και ανάλυσης εργαλείων ελέγχου ποιότητας. Με τη βοήθεια του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας, εξασφαλίζεται ομοιογενής ποιότητα στα παραγόμενα προϊόντα και μια πιο ορθολογική οργάνωση της εργασίας. Αναφορικά με τον Στατιστικό Έλεγχο Ποιότητας και την κατεύθυνση των στατιστικών εργαλείων που τον καθορίζουν, μπορεί να διακριθεί σε δειγματοληπτικό έλεγχο αποδοχής, που αναφέρεται στην αποδοχή ή μη μιας παρτίδας με τη λήψη σχετικά μικρού δείγματος από αυτήν, σε σχεδιασμό στατιστικών πειραμάτων και σε στατιστικό έλεγχο παραγωγικής διαδικασίας, στον οποίο ανήκει και το στατιστικό εργαλείο που μελετά η παρούσα εργασία.

Ο *στατιστικός έλεγχος παραγωγικής διαδικασίας* ή *Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών* (Statistical Process Control, SPC), χρησιμοποιείται για τον ποιοτικό έλεγχο οποιασδήποτε διεργασίας για την οποία μπορούν να συγκεντρωθούν αριθμητικά δεδομένα, όπως είναι μια παραγωγική διαδικασία ή μια λειτουργία παροχής υπηρεσιών (πωλήσεις, προμήθειες κ.α.). Με τον έλεγχο ποιότητας μιας διαδικασίας, επιτυγχάνεται ομοιομορφία στα παραγόμενα προϊόντα και περιορίζεται η δημιουργία σκάρτων προϊόντων. Η αρχική ανάπτυξη του ελέγχου παραγωγικής διαδικασίας, οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στον Αμερικάνο επιστήμονα W.Shewhart (1931), ο οποίος σχεδίασε τεχνικές με στατιστικό χαρακτήρα και απλές στην εφαρμογή τους, οι οποίες συνετέλεσαν σε βελτίωση της ποιότητας, με εξάλειψη των συστηματικών αιτιών που προκαλούσαν ποιοτικά προβλήματα στις παραγωγικές διαδικασίες.

Στην πορεία των χρόνων, με αφετηρία τα μέχρι σήμερα διαδεδομένα διαγράμματα ελέγχου που εισήγαγε ο Shewhart, έχει αναπτυχθεί πληθώρα στατιστικών εργαλείων ελέγχου ποιότητας. Τα εργαλεία αυτά, διαφέρουν ως προς αρκετούς παράγοντες μεταξύ τους. Ενδεικτικά, αναφέρουμε ορισμένους, όπως το χαρακτηριστικό ποιότητας που μελετούν, το

πλήθος των συστηματικών αιτιών που είναι δυνατόν να επηρεάσουν τη διαδικασία, αν η διαδικασία λειτουργεί συνεχώς ή έχει πεπερασμένη διάρκεια, αν οι παράμετροι της δειγματοληψίας είναι σταθερές ή δυναμικές (μεταβάλλονται κατά τη λειτουργία της διαδικασίας εάν συντρέχουν καθορισμένοι λόγοι), αν η σχεδίαση βασίζεται σε στατιστικά, οικονομικά ή άλλα κριτήρια.

Η παρούσα εργασία ασχολείται με τον στατιστικό έλεγχο ποιότητας παραγωγικών διαδικασιών με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Η παραγωγική διαδικασία αφορά συνεχή γραμμή παραγωγής, δηλαδή λειτουργεί σε άπειρο χρονικό ορίζοντα.
- Το χαρακτηριστικό ποιότητας είναι χαρακτηριστικό μέτρησης. Ειδικότερα, εξετάζεται ως προς τη μέση τιμή του αλλά και την τυπική του απόκλιση.
- Είναι γνωστές οι κατανομές που χαρακτηρίζουν την εμφάνιση βλαβών αλλά και το χαρακτηριστικό ποιότητας, αναφορικά με τη μέση τιμή του και την τυπική του απόκλιση. Οι κατανομές αυτές περιγράφονται διεξοδικότερα σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας.

Σχετικά με το διάγραμμα ελέγχου που προτείνει η εργασία, τα χαρακτηριστικά του συνοψίζονται στα ακόλουθα:

- Αποτελεί συνδυασμό διαγραμμάτων τύπου Shewhart, για την ταυτόχρονη παρακολούθηση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης.
- Χρησιμοποιούνται δυναμικές παράμετροι σχεδίασης, οι οποίες κάτω από συνθήκες που αναλύονται στη συνέχεια της εργασίας, μεταβάλλονται.
- Η σχεδίαση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου γίνεται με βάση οικονομικά κριτήρια.

Συμπερασματικά, το διάγραμμα ελέγχου που ερευνά η εργασία, είναι ένα δυναμικό διάγραμμα ελέγχου, συνδυασμένης παρακολούθησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, με μαθηματικό μοντέλο βασισμένο στις Μαρκοβιανές αλυσίδες, και σχεδίαση που έχει ως γνώμονα οικονομικά κριτήρια. Αποτελεί εξέλιξη άλλων διαγραμμάτων ελέγχου που έχουν μελετηθεί στο παρελθόν και τα οποία αναφέρονται στην βιβλιογραφική επισκόπηση που ακολουθεί, με στόχο τη σύνδεση της παρούσας εργασίας με τις άλλες διεθνείς ερευνητικές μελέτες.

1.2 Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η βιβλιογραφία που σχετίζεται με διαγράμματα ελέγχου ποιότητας μιας παραγωγικής διαδικασίας. Αναλύεται η εξέλιξή τους στην πάροδο των χρόνων υπό το πρίσμα των ερευνών που έχουν πραγματοποιηθεί και προτείνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα. Ειδικότερα, γίνεται αναφορά σε στατικά αλλά και σε δυναμικά διαγράμματα και αναλύεται η απαρχή και εξέλιξη της οικονομικής βελτιστοποίησης αυτών.

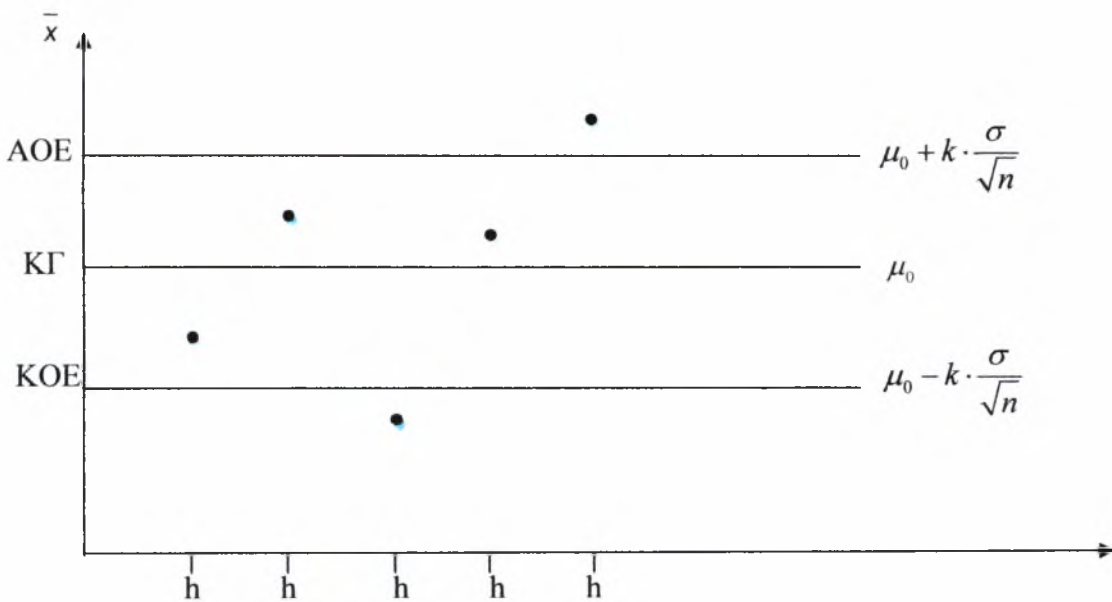
1.2.1 Στατικά Διαγράμματα

Αναφέρθηκε ήδη πως τα θεμέλια του στατιστικού ελέγχου παραγωγής έχουν τεθεί από τον Shewhart, ο οποίος εισήγαγε πρώτος διαγράμματα ελέγχου ποιότητας. Τα διαγράμματα ελέγχου που μελετήθηκαν από τον Shewhart αποτέλεσαν πρόδρομο των μεταγενέστερων διαγραμμάτων τα οποία σχολιάζονται στη συνέχεια.

Αναφορικά με το διάγραμμα ελέγχου Shewhart, η λήψη δειγμάτων ίσου μεγέθους ανά σταθερά χρονικά διαστήματα, συνιστά την πηγή από την οποία αντλείται η πληροφορία που απαιτείται για να εξαχθεί το συμπέρασμα αν έχει επέλθει βλάβη στη διαδικασία ή όχι. Από

την πληροφορία αυτή, εξαρτάται αν απαιτείται να επέμβουμε στη διαδικασία για ενδεχόμενη αποκατάσταση βλάβης ή αν θα συνεχιστεί κανονικά η λειτουργία της.

Αρχικά, το χαρακτηριστικό ποιότητας που μελέτησε ο Shewhart, εξεταζόταν ως προς τη μέση τιμή. Γινόταν η θεώρηση ότι ακολουθούσε κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_0 και τυπική απόκλιση σ_0 και πως η δειγματοληψία πραγματοποιούνταν ανά διαστήματα διάρκειας h . Όταν η μέση τιμή του δείγματος βρίσκεται εκτός του διαστήματος που σχηματίζει ένα άνω και ένα κάτω όριο ελέγχου, τότε απαιτείται επέμβαση στη διαδικασία. Αλλιώς αυτή συνεχίζει κανονικά. Το διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Shewhart απεικονίζεται στο σχήμα 1.1:



Σχήμα 1-1: Διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Shewhart

Στην εξέλιξη των διαγραμμάτων ελέγχου Shewhart, μελετήθηκαν και διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart, τα οποία μελετούσαν το χαρακτηριστικό ποιότητας ως προς τη διασπορά του ή την τυπική του απόκλιση. Ιδιαίτερα, ωστόσο, μελετήθηκαν διαγράμματα που συνδυάζαν τον έλεγχο μέσης τιμής με τον έλεγχο της διασποράς ή της τυπικής απόκλισης του χαρακτηριστικού ποιότητας. Με συνδυασμό των δύο διαγραμμάτων τύπου Shewhart

ασχολήθηκαν οι Gan (1997), Jones και Case (1981), Rahim (1989), ο Saniga (1991) αλλά και οι He και Grigoryan (2003), οι οποίοι μελέτησαν το συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου με τη βοήθεια ενός γενετικού αλγορίθμου. Επίσης, οι βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης για συνδυασμένο διάγραμμα παρακολούθησης της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης, προσδιορίζονται με την ανάπτυξη αλγορίθμου και από τους Chung και Chen (1993). Ακόμη, οι Costa *et al.* (2009) μελέτησαν ένα διάγραμμα ελέγχου συνδυασμένης παρακολούθησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, στο οποίο η δειγματοληψία πραγματοποιείται σε δύο επιμέρους στάδια. Ειδικότερα, αρχικά, εξετάζεται ένα μόνο αντικείμενο του δείγματος που έχει ληφθεί και στην περίπτωση που αυτό βρίσκεται εντός ορίων ελέγχου, γίνεται ο έλεγχος του υπόλοιπου δείγματος. Στην εργασία των Costa και Rahim (2006), μελετάται επίσης ένα συνθετικό διάγραμμα ελέγχου, το οποίο ελέγχει τη διαδικασία ως προς τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση. Ωστόσο, όλες οι παραπάνω μελέτες ασχολήθηκαν με τη βελτιστοποίηση του συνδυασμού διαγραμμάτων ελέγχου από στατιστικής πλευράς.

Πέραν όμως της στατιστικής βελτιστοποίησης, ακολούθησε και η βελτιστοποίηση των διαγραμμάτων ελέγχου με οικονομικά κριτήρια. Πρωτοπόρος υπήρξε ο Duncan (1956), ο οποίος ασχολήθηκε με την οικονομική βελτιστοποίηση διαγράμματος ελέγχου μέσης τιμής τύπου Shewhart. Επίσης, με την οικονομική σχεδίαση διαγραμμάτων ελέγχου ποιότητας ασχολήθηκαν και οι Bather (1963), Knappenberg and Grandage (1969), ο Gibra (1971) αλλά και ο Duncan (1971), ο οποίος επέκτεινε το δικό του μοντέλο σε διαδικασίες πολλαπλών συστηματικών αιτιών, έναντι της μιας συστηματικής αιτίας, όπως αρχικά είχε μελετήσει.

Η σχεδίαση διαγραμμάτων ελέγχου με γνώμονα οικονομικά κριτήρια ακολούθησε και τα συνδυασμένα διαγράμματα ελέγχου μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης από λίγους, ωστόσο, επιστήμονες. Αρχικά, ο Saniga (1977) μελέτησε συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου

παρακολούθησης της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης, με οικονομικά κριτήρια βελτιστοποίησης της σχεδίασης. Στη συνέχεια, οι Saniga και Montgomery (1981) μελέτησαν, επίσης, συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου, από οικονομική πλευρά, για διαδικασίες στις οποίες συμβαίνει μία συστηματική αιτία, η οποία μεταβάλλει ταυτόχρονα μέση τιμή και τυπική απόκλιση. Ο Costa (1993), επεκτείνει την έρευνα σε παραγωγικές διαδικασίες στις οποίες είναι πιθανό να συμβούν δύο ανεξάρτητες συστηματικές αιτίες. Οι Costa και Rahim (2000) μελέτησαν το συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, με το χρόνο εμφάνισης των δύο συστηματικών αιτιών να ακολουθεί κατανομή Weibull. Επίσης, οι Jones και Case (1981) και ο Saniga (1989) πρότειναν τρόπους εύρεσης βέλτιστων παραμέτρων σχεδίασης για συνδυασμένα διαγράμματα Shewhart, από οικονομικής πλευράς.

Επιπλέον, οι Mc Williams *et al.* (2001), δημιούργησαν λογισμικό καθορισμού των παραμέτρων σχεδίασης, για συνδυασμένα διαγράμματα ελέγχου μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, βασιζόμενοι σε στατιστικά, οικονομικά, αλλά και σε συνδυασμένα στατιστικά και οικονομικά, κριτήρια βελτιστοποίησης.

Θα ήταν παράλειψη να μην αναφερθεί ότι η αξιοποίηση της θεωρίας των Μαρκοβιανών αλυσίδων, η οποία χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη μελέτη, μελετήθηκε αρχικά από τον Taylor (1965). Έπειτα, οι Brook και Evans (1972) και στη συνέχεια οι Woodall (1984), Crosier (1986) και οι Fu *et al.* (2002), αλλά και πληθώρα άλλων ερευνητών, χρησιμοποίησαν τη συγκεκριμένη προσέγγιση για μελέτη διαγραμμάτων στατιστικού ελέγχου ποιότητας.

Μέχρι αυτό το σημείο, όλες οι μελέτες που αναφέρθηκαν, αφορούσαν στατικά διαγράμματα. Ακολουθεί, σε συνέχεια των ανωτέρω, η βιβλιογραφική επισκόπηση των

δυναμικών διαγραμμάτων ελέγχου, στα οποία οι μεταβλητές σχεδίασης δεν είναι σταθερές αλλά μεταβάλλονται κάτω από ορισμένες συνθήκες.

1.2.2 Δυναμικά Διαγράμματα

Στην εξέλιξη της επιστήμης που ασχολείται με το στατιστικό έλεγχο ποιότητας, αποδείχθηκε, μέσω συγκριτικών μελετών, ότι η δυναμική συμπεριφορά των μεταβλητών σχεδίασης οδηγούσε σε πιο αποδοτικά διαγράμματα. Έτσι, μελετήθηκαν και εξελέγησαν από κάποιους ερευνητές, δυναμικά διαγράμματα ελέγχου, στα οποία κάποιες (ή όλες) από τις παραμέτρους σχεδίασης, μεταβάλλονται κατά τη λειτουργία της παραγωγικής διαδικασίας.

Δυναμικά διαγράμματα ελέγχου ποιότητας μελετήθηκαν, αρχικά, από τους Reynolds *et al.*(1988). Ακολούθησε μια πληθώρα μελετών πάνω σε δυναμικά διαγράμματα ελέγχου όπως είναι των Chengalur *et al.*(1989), του Reynolds (1996a) και (1996b). Στις παραπάνω μελέτες, μοναδική μεταβαλλόμενη παράμετρος είναι ο χρόνος δειγματοληψίας. Τα διαγράμματα αυτά, συναντώνται στη βιβλιογραφία ως διαγράμματα VSI (Variable Sampling Interval). Με τα VSI διαγράμματα και τη σύγκρισή τους με στατικά διαγράμματα ελέγχου, ασχολήθηκαν και οι Runger και Montgomery (1993).

Ο Croasdale (1974) και ο Daudin (1992), ανέπτυξαν πρώτοι διαγράμματα ελέγχου με μοναδική δυναμική παράμετρο σχεδίασης το μέγεθος του δείγματος. Τα διαγράμματα αυτά είναι τα VSS (Variable Sample Size). Με τη στατιστική συμπεριφορά VSS διαγραμμάτων ελέγχου, ασχολήθηκαν και οι Prabhu *et al.* (1993). Ακόμη, ο Costa (1994) μελέτησε VSS διαγράμματα, με αξιοποίηση της θεωρίας των Μαρκοβιανών αλυσίδων, στα οποία το μέγεθος του δείγματος μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση της μέσης τιμής του δείγματος από τα όρια ελέγχου του διαγράμματος.

Στη συνέχεια, εκπονήθηκαν μελέτες με περισσότερες από μια μεταβαλλόμενες μεταβλητές σχεδίασης, όπως των Prabhu *et al.* (1994,1995), Costa (1997,1998) όπου τόσο ο χρόνος δειγματοληψίας όσο και το μέγεθος του δείγματος αποτελούσαν δυναμικές παραμέτρους. Τα διαγράμματα αυτά είναι γνωστά ως VSSI (Variable Sampling Size και Sampling Interval) και παρουσίαζαν ανώτερη στατιστική συμπεριφορά έναντι των διαγραμμάτων με μία μεταβαλλόμενη παράμετρο και σαφώς ανώτερη έναντι των αντίστοιχων στατικών διαγραμμάτων. Στη διαπίστωση αυτή καταλήγουν και οι Lee *et al.* (2007), οι οποίοι μελετούν, μέσω Μαρκοβιανών αλυσίδων, ένα VSSI διάγραμμα ελέγχου, αποδεικνύοντας την ανωτερότητα της στατιστικής του συμπεριφοράς, έναντι των VSI και VSS διαγραμμάτων.

Διαγράμματα ελέγχου VSSI έχουν μελετηθεί και σε περιπτώσεις όπου εκτός από μεταβολή στη μέση τιμή, μια συστηματική αιτία είναι πιθανό να επιφέρει μεταβολή και στην τυπική απόκλιση. Με διαγράμματα VSSI συνδυασμένης παρακολούθησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης έχει ασχοληθεί ο Costa (1998a,1999a), ο οποίος, με τη χρήση Μαρκοβιανών αλυσίδων, σχεδίασε διαγράμματα ελέγχου με καλύτερη στατιστική συμπεριφορά, κυρίως ως προς την ταχύτητα ανίχνευσης βλαβών από το διάγραμμα ελέγχου, σε σύγκριση με αντίστοιχα στατικά διαγράμματα.

Το συμπέρασμα ότι η συμπεριφορά των δυναμικών διαγραμμάτων ελέγχου υπερεβούσε έναντι των στατικών, αναπόφευκτα οδήγησε σε μελέτες και διαγράμματα με πλήρως μεταβαλλόμενες τις παραμέτρους σχεδίασης (και το όριο ελέγχου). Τα διαγράμματα αυτά, τα οποία ονομάζονται διαγράμματα V_p (Variable-parameter), μελετήθηκαν από τον Costa (1999b), στην εργασία του οποίου μελετάται η στατιστική συμπεριφορά ενός διαγράμματος $V_p \bar{X}$ Shewhart.

Με πλήρως δυναμικά διαγράμματα συνδυασμένης παρακολούθησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης ασχολήθηκε ο Costa (1998b), μελετώντας τη στατιστική συμπεριφορά διαγραμμάτων ελέγχου, όταν στη διαδικασία είναι δυνατό να συμβούν συστηματικές αιτίες που μεταβάλλουν τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, με όλες τις παραμέτρους της δειγματοληψίας, συμπεριλαμβανομένων και των ορίων ελέγχου, να μεταβάλλονται ανάλογα με τη μέση τιμή και την τιμή του εύρους, κατά την πιο πρόσφατη δειγματοληψία. Στην εργασία του αυτή, πραγματοποιείται και συγκριτική μελέτη με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα, η οποία ενισχύει το συμπέρασμα της καλύτερης στατιστικής συμπεριφοράς των δυναμικών διαγραμμάτων ελέγχου έναντι των στατικών. Επίσης, στην εργασία των Costa και De Magalhaes (2007), εξετάζεται συνθετικό, δυναμικό διάγραμμα ελέγχου, το οποίο παρακολουθεί συνδυασμένα τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Κατά αντιστοιχία με τα δυναμικά διαγράμματα ελέγχου με στατιστικά κριτήρια βελτιστοποίησης, εξελίχθηκαν και δυναμικά διαγράμματα τα οποία βελτιστοποιούσαν τη διαδικασία με οικονομική προσέγγιση. Συγκεκριμένα, μελετήθηκαν διαγράμματα VSI με οικονομικά κριτήρια βελτιστοποίησης, αρχικά από τους Chiu και Reynolds (1988), αλλά και από τους Bai και Lee (1998), οι οποίοι συμπεραίνουν ότι οι τρεις πιθανές τιμές για το χρόνο δειγματοληψίας h , αυξάνουν την πολυπλοκότητα του διαγράμματος ελέγχου, χωρίς να επιφέρουν αρκούντως καλύτερα οικονομικά αποτελέσματα έναντι δύο πιθανών τιμών για τη συγκεκριμένη μεταβλητή.

Εκτός από τα διαγράμματα με μόνη μεταβλητή παράμετρο το χρόνο δειγματοληψίας, ερευνήθηκαν με οικονομικά κριτήρια και τα διαγράμματα VSS, στα οποία, όπως προαναφέρθηκε, μόνη δυναμική παράμετρος αποτελεί το μέγεθος του δείγματος. Συγκεκριμένα, οι Park και Reynolds (1994) με την προσθήκη οικονομικών στοιχείων στη

μελέτη των Prabhu *et al.* (1993) που προαναφέρθηκε, μελέτησαν διαγράμματα VSS, από οικονομικής πλευράς.

Διαγράμματα ελέγχου με δυναμικές παραμέτρους τόσο το χρόνο δειγματοληψίας όσο και το μέγεθος δείγματος, δηλαδή διαγράμματα VSSI, και εξέταση για οικονομική βελτιστοποίηση, εκπονήθηκαν από τους Das και Jain (1997), οι οποίοι θεωρούν το χρόνο δειγματοληψίας ως μεταβλητή παράμετρο, αλλά και το μέγεθος του δείγματος ως συνάρτηση του χρόνου δειγματοληψίας. Επίσης, οι Park και Reynolds (1999) μελέτησαν διαγράμματα VSSI, καταλήγοντας στα συμπεράσματα: α. οικονομικής ανωτερότητας διαγραμμάτων VSSI έναντι των στατικών διαγραμμάτων ελέγχου β. μικρής αύξησης κόστους με χρήση ίδιου προειδοποιητικού ορίου για το μέγεθος δείγματος και το χρόνο δειγματοληψίας σε σχέση με τη χρήση διαφορετικών γ. καλύτερης σχεδίασης του διαγράμματος ελέγχου, στις περισσότερες περιπτώσεις, με προσανατολισμό σε μικρή τιμή του σφάλματος α' είδους.

Ακόμη, πλήρως δυναμικά διαγράμματα V_p , με οικονομικό προσανατολισμό, μελετήθηκαν από τους De Magalhaes *et al.* (2001), οι οποίοι χρησιμοποιούν δύο πιθανές τιμές για κάθε παράμετρο του μοντέλου αλλά μελετήθηκαν και στην εργασία του Nenes (2011a). Επίσης, οι Costa και Rahim (2001), αλλά και οι Costa και De Magalhaes (2005), χρησιμοποιούν Μαρκοβιανή προσέγγιση για τη μελέτη πλήρως δυναμικού διαγράμματος ελέγχου, με οικονομικά κριτήρια βελτιστοποίησης. Επιπρόσθετα, οι De Magalhaes *et al.* (2002), αναπτύσσουν ένα διάγραμμα V_p παρακολούθησης της μέσης τιμής, με συνδυασμό στατιστικών και οικονομικών κριτηρίων βελτιστοποίησης.

Αναφορικά με τα δυναμικά διαγράμματα ελέγχου συνδυασμένης παρακολούθησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, με οικονομικά κριτήρια βελτιστοποίησης, έχουν προσελκύσει, μέχρι σήμερα, το ενδιαφέρον σχετικά μικρού αριθμού επιστημόνων, λόγω της

αυξημένης πολυπλοκότητάς τους. Ειδικότερα, στη μελέτη των De Magalhaes και Neto (2005), υφίσταται η πιθανότητα να συμβεί μια μόνο συστηματική αιτία, η οποία είναι δυνατό να μεταβάλλει τη μέση τιμή αλλά και την τυπική απόκλιση της διαδικασίας που παρακολουθείται, με τις παραμέτρους σχεδίασης να είναι μεν μεταβλητές αλλά να προκύπτουν με τη βοήθεια συγκεκριμένων κανόνων, οι οποίοι καθορίζουν τη σχέση μεταξύ αρχικών και αυστηρότερων παραμέτρων σχεδίασης.

Με την ολοκλήρωση της βιβλιογραφικής επισκόπησης, γίνεται ευκολότερα κατανοητή η συμβολή του διαγράμματος ελέγχου που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, στο πεδίο του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας. Συγκεκριμένα, συνοψίζεται στα ακόλουθα σημεία:

α. Αναπτύσσεται ένα πλήρως δυναμικό διάγραμμα τύπου Shewhart, το οποίο εξετάζει τη διαδικασία ως προς τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού αυτής ($Vp \bar{x}$ -s Shewhart). Υπάρχει πιθανή επίδραση δύο ανεξάρτητων συστηματικών αιτιών στη διαδικασία, οι οποίες προκαλούν μεταβολή στη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση ή και στα δύο αυτά μεγέθη ταυτόχρονα. Επίσης, η μελέτη γίνεται με τη χρήση Μαρκοβιανών αλυσίδων και στοχεύει σε οικονομική βελτιστοποίηση των παραμέτρων σχεδίασης.

β. Περιέχονται αριθμητικά αποτελέσματα για πλήθος περιπτώσεων, τα οποία, εν συνεχεία, συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του αντίστοιχου στατικού διαγράμματος. Με τη συγκριτική αυτή ανάλυση, προσδιορίζεται και αριθμητικά, η οικονομική βελτίωση που επιτυγχάνεται από το διάγραμμα ελέγχου που προτείνει η παρούσα εργασία.

Στη συνέχεια, γίνεται μια σύντομη αναφορά στα κεφάλαια που συνθέτουν την ανάπτυξη του διαγράμματος ελέγχου με τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά.

1.3 Δομή Εργασίας

Στο πρώτο κεφάλαιο, το οποίο ολοκληρώνεται με την παρούσα υποπαράγραφο, έγινε μια γενική αναφορά στον επιστημονικό κλάδο στον οποίο ανήκει η εργασία, αλλά και μια επισκόπηση των μελετών, διεθνώς, που έχουν ως τώρα εκπονηθεί και συνδέονται με το συγκεκριμένο αντικείμενο, έτσι ώστε να κατανοηθεί η θέση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου στο ευρύτερο πλαίσιο της επιστήμης του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, αρχικά παρατίθενται οι παραδοχές-συμβάσεις που έχουν γίνει για τη μοντελοποίηση του διαγράμματος. Στη συνέχεια, γίνεται μια παρουσίαση της γενικότερης λειτουργίας των διαγραμμάτων ελέγχου και έπειτα η περιγραφή της διαδικασίας ελέγχου μιας παραγωγής, που παρακολουθείται από το υπό μελέτη διάγραμμα. Τέλος, καταγράφονται και αναλύονται τα στοιχεία κόστους τα οποία επιβαρύνουν την παραγωγική διαδικασία, κατά τη διάρκεια της λειτουργίας της.

Όπως προαναφέρθηκε, η προσέγγιση μελέτης που ακολουθήθηκε, βασίζεται στην αξιοποίηση της θεωρίας των αλυσίδων Markov. Η σχεδίαση της Μαρκοβιανής αλυσίδας, η οποία περιγράφει το $Vp \bar{x}-s$ διάγραμμα Shewhart που εξετάζεται, και ο υπολογισμός των πιθανοτήτων μετάβασης από οποιαδήποτε πιθανή κατάσταση σε οποιαδήποτε άλλη, περιγράφονται αναλυτικά στο τρίτο κεφάλαιο.

Το τέταρτο κεφάλαιο της εργασίας, ασχολείται με την επίλυση του μαθηματικού προτύπου. Συγκεκριμένα, στην υποπαράγραφο 4.1 υπολογίζονται οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης, οι οποίες συνιστούν την πιθανότητα η διαδικασία που παρακολουθείται να βρίσκεται σε μια ορισμένη κατάσταση, μακροπρόθεσμα. Ακολουθεί ο ορισμός της συνάρτησης συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου *ECT* και η ελαχιστοποίησή της.

Έχοντας περιγράψει τον τρόπο επίλυσης του μαθηματικού προτύπου, ακολουθεί ως φυσική συνέχεια η εφαρμογή του για μια σειρά περιπτώσεων και η καταγραφή των αριθμητικών αποτελεσμάτων που εξάγονται από αυτή. Τα αποτελέσματα αυτά δεν θα είχαν μεγάλη σημασία αν δεν συγκρίνονταν με υπάρχοντα διαγράμματα ελέγχου, ώστε να διαφανεί το ποσοστό βελτίωσης που επιτυγχάνεται. Τόσο τα αριθμητικά αποτελέσματα όσο και η σύγκριση αυτών με τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις ίδιες περιπτώσεις από το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα ελέγχου (Fp \bar{x} -s Shewhart), αναλύονται στο πέμπτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας. Στο ίδιο κεφάλαιο, γίνεται και η ανάλυση μιας από τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν με αναγωγή της σε πραγματικές συνθήκες παραγωγής, ώστε να διαφανεί και η πρακτική εφαρμογή της μελέτης.

Στο έκτο κεφάλαιο, διευρύνεται το μοντέλο που έχει αναλυθεί, μέσω επέκτασης αυτού και συγκεκριμένα αίροντας δύο από τις αρχικές θεωρήσεις. Ειδικότερα, εξετάζονται οι απαιτούμενες μεταβολές του μοντέλου λαμβάνοντας υπόψη:

- α. το ενδεχόμενο ατελούς ενδιάμεσης αποκατάστασης της διαδικασίας, δηλαδή αίρεται η παραδοχή επαναφοράς της διαδικασίας με βεβαιότητα σε στατιστικό έλεγχο, όταν πραγματοποιείται επέμβαση για αποκατάσταση της/των συστηματικής/ών αιτίας/ών.
- β. την πιθανότητα η συστηματική αιτία η οποία μεταβάλλει τη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, να επιφέρει εκτός από αύξηση και μείωση αυτής.

Τέλος, στο κεφάλαιο 7, ακολουθεί σύνοψη των αντικειμένων που μελετήθηκαν, τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή, αλλά και προτάσεις περαιτέρω έρευνας που αφορούν το επιστημονικό πεδίο του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας και συγκεκριμένα των διαγραμμάτων ελέγχου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται αρχικά μια περιγραφή των παραδοχών που έγιναν κατά την ανάπτυξη του διαγράμματος ελέγχου που προτείνεται. Στη συνέχεια, περιγράφεται γενικά ο τρόπος παρακολούθησης μιας παραγωγικής διαδικασίας, που συγκεκριμενοποιείται στη συνέχεια, με ανάλυση της διαδικασίας του σχήματος ελέγχου που μελετά η παρούσα εργασία. Επιπρόσθετα, γίνεται σύντομη αναφορά στις στατιστικές κατανομές που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση της προτεινόμενης διαδικασίας ελέγχου. Τέλος, παρουσιάζονται τα στοιχεία κόστους που έχουν χρησιμοποιηθεί, ώστε να επιτευχθεί η σχεδίαση του διαγράμματος ελέγχου με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου συνολικού κόστους ελέγχου ποιότητας.

2.1 Παραδοχές

Για την ανάπτυξη του διαγράμματος ελέγχου που αναλύεται στην εργασία, είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές, οι οποίες δε βλάπτουν τη γενικότητα του μοντέλου, στηρίζονται σε στοιχεία που ισχύουν σε πολλές πραγματικές παραγωγικές διαδικασίες και η άρση ορισμένων μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο περαιτέρω έρευνας.

Αρχικά, θεωρούμε ότι η μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας X σε κατάσταση στατιστικού ελέγχου, ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = \mu_0$ και τυπική απόκλιση $\sigma = \sigma_0$. Θα πρέπει να τονίσουμε, ότι η κανονική κατανομή, προσεγγίζει ικανοποιητικά την κατανομή πληθώρας μεγεθών πραγματικών διαδικασιών.

Επιπλέον, υπάρχει πιθανότητα, σε μια οποιαδήποτε, τυχαία, χρονική στιγμή να συμβεί μία από τις δύο συστηματικές αιτίες. Η πρώτη συστηματική αιτία μεταβάλλει τη μέση τιμή

του χαρακτηριστικού ποιότητας κατά δ τυπικές αποκλίσεις, δηλαδή από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 + \delta \cdot \sigma_0$ με $\delta > 0$. Η άλλη συστηματική αιτία προκαλεί μεταβολή στη μεταβλητότητα του χαρακτηριστικού ποιότητας X , αυξάνοντάς την από σ_0^2 σε $\sigma_1^2 = \gamma^2 \cdot \sigma_0^2$ με $\gamma > 1$.

Αναφορικά με την εμφάνιση των δύο συστηματικών αιτιών, θεωρείται πως αυτή αποτελεί διαδικασία Poisson και πως η εμφάνιση της μιας συστηματικής αιτίας είναι ανεξάρτητη από την εμφάνιση της άλλης, δηλαδή η εμφάνιση της πρώτης συστηματικής αιτίας δεν επηρεάζει την εμφάνιση της δεύτερης και αντίστροφα. Αυτό συνεπάγεται την πιθανότητα ταυτόχρονης επίδρασης των δύο συστηματικών αιτιών στη διαδικασία. Η εμφάνιση των συστηματικών αιτιών στη διαδικασία βάσει κατανομής Poisson, συνεπάγεται ότι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών εμφανίσεων μιας συστηματικής αιτίας ακολουθεί εκθετική κατανομή. Εκμεταλλευόμενοι την έλλειψη μνήμης της εκθετικής κατανομής, χρησιμοποιείται η θεωρία των διακριτών Μαρκοβιανών αλυσίδων για την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου του διαγράμματος ελέγχου που η συγκεκριμένη εργασία ερευνά.

Με την παραδοχή περί κανονικής κατανομής της μέσης τιμής του χαρακτηριστικού ποιότητας, προκύπτει ότι και η μέση τιμή του δείγματος, που συμβολίζεται με \bar{x} , ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή ίση με μ_0 και τυπική απόκλιση ίση με $\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$ σε κατάσταση

στατιστικού ελέγχου, δηλαδή $\bar{x} \sim N(\mu_0, \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}})$, και $\bar{x} \sim N(\mu_0 + \delta \cdot \sigma_0, \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}})$ όταν έχει μεταβληθεί

η μέση τιμή και μόνο αυτή, λόγω επίδρασης της πρώτης συστηματικής αιτίας. Κατά

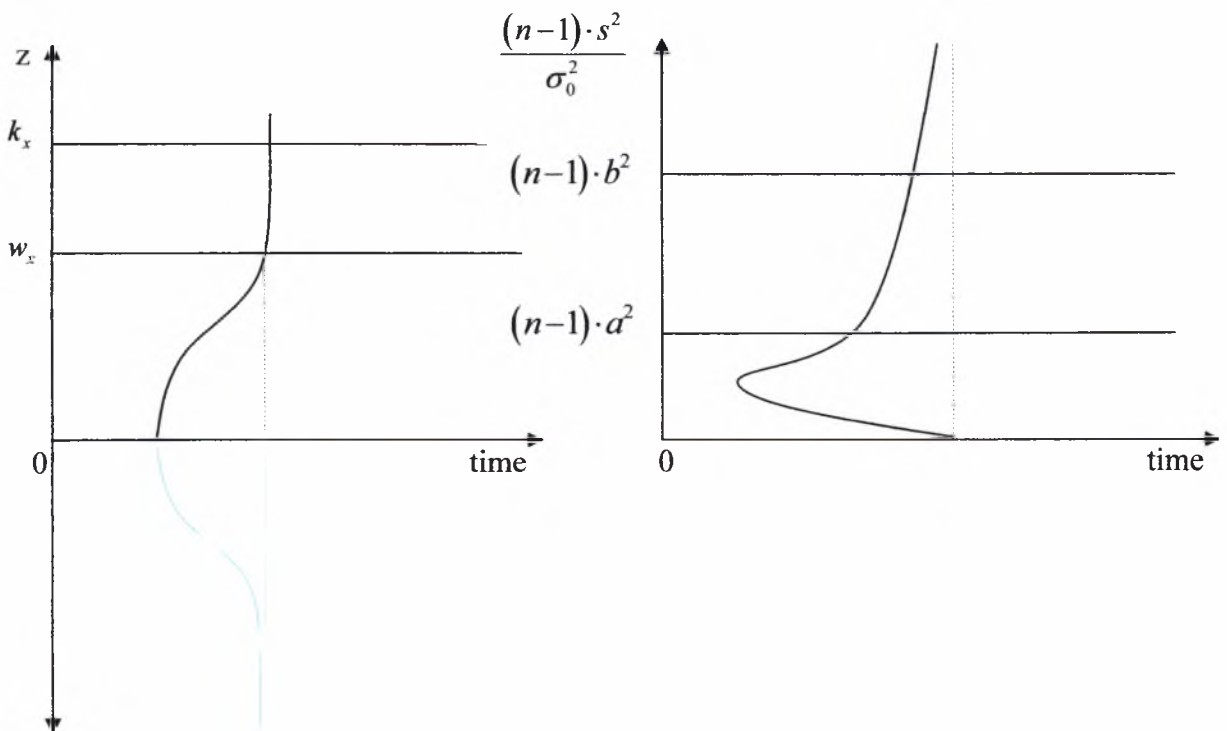
συνέπεια, ισχύει ότι η τυχαία μεταβλητή $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$ ακολουθεί την ανηγμένη κανονική

κατανομή, με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση ίση με τη μονάδα, δηλαδή $z \sim N(0,1)$ όταν

η διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο και $z \sim N(\delta \cdot \sqrt{n}, 1)$, εάν έχουμε επίδραση συστηματικής αιτίας μόνο στη μέση τιμή.

Μία άλλη παραδοχή, η οποία αποτελεί απόρροια της προηγούμενης, είναι ότι η τυχαία μεταβλητή $\frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}$, ακολουθεί την κατανομή χ^2 (Chi-Square), με βαθμούς ελευθερίας εξαρτώμενους από το μέγεθος δείγματος καθώς ισούνται με $n-1$.

Στο σχήμα 2-1 απεικονίζεται η τυπική μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για τη μέση τιμή και τη μεταβλητότητα του χαρακτηριστικού ποιότητας. Είναι χρήσιμο να διευκρινιστεί ότι τα υπόλοιπα στοιχεία που απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα θα αναλυθούν σε επόμενες ενότητες του παρόντος κεφαλαίου.



Σχήμα 2-1: Κατανομή μέσης τιμής και μεταβλητότητας σε κατάσταση στατιστικού ελέγχου

Μία άλλη παραδοχή που έχει γίνει, αφορά τη μελέτη της μέσης τιμής και την πιθανή επίδραση μιας συστηματικής αιτίας, η οποία είναι πιθανόν να προκαλέσει μόνο αύξηση στη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, χωρίς να εξετάζεται το ενδεχόμενο να επιδράσει μειωτικά σε αυτή. Αυτό, οδηγεί, προφανώς, σε χρήση μονόπλευρου διαγράμματος ελέγχου της μέσης τιμής. Η συγκεκριμένη παραδοχή, στα πλαίσια επέκτασης του εξεταζόμενου μοντέλου, πρόκειται να αρθεί σε επόμενο κεφάλαιο της εργασίας, καθώς μελετάται η χρησιμοποίηση αμφίπλευρου διαγράμματος ελέγχου της μέσης τιμής και οι αλλαγές που αυτό επιφέρει στο αρχικά εξεταζόμενο μοντέλο.

Τέλος, έχει πραγματοποιηθεί η σύμβαση ότι η διαδικασία η οποία ελέγχεται λειτουργεί σε άπειρο χρονικό ορίζοντα, καθώς και ότι η ύπαρξη συστηματικής αιτίας, ο εντοπισμός της και στη συνέχεια η αποκατάστασή της, οδηγούν τη διαδικασία εκ νέου σε λειτουργία υπό στατιστικό έλεγχο, με βεβαιότητα.

2.2 Γενικά Χαρακτηριστικά

Η γενικότερη διαδικασία στατιστικού ελέγχου ποιότητας μιας παραγωγής επαφίεται στην απόκτηση πληροφορίας προερχόμενης από τη λήψη δειγμάτων ανά χρονικά διαστήματα, είτε σταθερά είτε μεταβαλλόμενα, και αξιοποίηση της αποκτούμενης πληροφορίας για εξαγωγή συμπερασμάτων. Για να επιτευχθεί αυτό, αναπτύσσονται ολοένα και περισσότερα εργαλεία στατιστικού ελέγχου, τα οποία επιτρέπουν την καλύτερη επεξεργασία και κατ' επέκταση την ορθότερη αξιοποίηση της πληροφορίας. Η σχεδίαση του εργαλείου που θα χρησιμοποιηθεί μπορεί να βασίζεται είτε σε στατιστικά, είτε, εν προκειμένω, σε οικονομικά κριτήρια.

Εμβαθύνοντας λίγο περισσότερο στη μορφή της απαιτούμενης πληροφορίας, θα μπορούσαμε να αναφέρουμε πως το γενικότερο πλαίσιο, αφορά την παρακολούθηση κάποιου χαρακτηριστικού ποιότητας της παραγωγικής διαδικασίας. Το χαρακτηριστικό αυτό της ποιότητας μπορεί να είναι η μέση τιμή ενός σημαντικού για την παραγωγή μεγέθους του προϊόντος (για παράδειγμα βάρος, διαστάσεις του προϊόντος), η τυπική απόκλιση για κάποιο μέγεθος, ή θα μπορούσε να είναι ο συνδυασμός της παρακολούθησης δύο τέτοιων χαρακτηριστικών ποιότητας για αποτελεσματικότερη παρακολούθηση της παραγωγικής διαδικασίας. Η τελευταία περίπτωση μελετάται στην παρούσα εργασία και αναλύεται διεξοδικότερα παρακάτω.

Στη συνέχεια, ορίζονται αποδεκτά όρια εντός των οποίων θεωρούμε ότι η διαδικασία λειτουργεί υπό στατιστικό έλεγχο, δηλαδή δεν έχει επιδράσει καμία συστηματική αιτία. Συγκεντρώνοντας, μέσω δειγματοληπτικών ελέγχων, την απαιτούμενη πληροφορία για την τιμή του ελεγχόμενου χαρακτηριστικού ποιότητας που έχει επιλεγεί, και συγκρίνοντάς την με τα ορισθέντα αποδεκτά όρια, οδηγούμαστε σε απόφαση για το αν θα πρέπει να επέμβουμε στην παραγωγική διαδικασία ή όχι. Με εφαρμογή των γενικών χαρακτηριστικών παρακολούθησης μιας διαδικασίας ως προς την ποιότητά της, ακολουθεί η περιγραφή της συγκεκριμένης διαδικασίας ελέγχου που προτείνεται στην παρούσα μελέτη.

2.3 Περιγραφή Διαδικασίας Προτεινόμενου Ελέγχου

Έχει αποδειχθεί συνολικά από τούς ερευνητές, πως οι δυναμικά μεταβαλλόμενες παράμετροι σχεδίασης, οδηγούν σε διαγράμματα ελέγχου με καλύτερα στατιστικά και οικονομικά αποτελέσματα.

Επίσης, η συνδυασμένη παρακολούθηση ενός χαρακτηριστικού ποιότητας μιας διαδικασίας ως προς τη θέση του αλλά και τη διασπορά του, έχει αποδοτικότερα αποτελέσματα έναντι της μελέτης του ως προς το ένα από τα δύο αυτά μεγέθη.

Ακόμη, είναι γεγονός ότι η βελτίωση της ποιότητας μιας παραγωγικής διαδικασίας συνδέεται άμεσα με τη μείωση του κόστους παραγωγής, ενίοτε κατά μεγάλο ποσοστό. Αυτό έχει προφανές αντίκτυπο στην αύξηση του κέρδους κάθε επιχείρησης.

Για τους παραπάνω λόγους, η εργασία αυτή σχεδιάζει και μελετά ένα δυναμικό διάγραμμα στατιστικού ελέγχου, το οποίο βασίζεται στην παρακολούθηση της μέσης τιμής σε συνδυασμό με την τυπική απόκλιση κάποιου χαρακτηριστικού ποιότητας της παραγωγής. Ειδικότερα, όταν σε μια διαδικασία επιδρούν συστηματικές αιτίες που μεταβάλλουν τη μέση τιμή ή/και την τυπική απόκλιση, τότε το συγκεκριμένο εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ταυτόχρονη παρακολούθησή τους. Η σχεδίαση αυτού του εργαλείου Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας, έχει γίνει με άξονα την ελαχιστοποίηση του μέσου συνολικού κόστους της εκάστοτε παρακολουθούμενης παραγωγικής διαδικασίας.

Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα ελέγχου που προτείνει η παρούσα εργασία, αρχικά λαμβάνεται δείγμα από την παραγωγή, μεγέθους n_1 , με τη βοήθεια του οποίου πληροφορούμαστε τη μέση τιμή αλλά και την τυπική απόκλιση του δείγματος. Ωστόσο, προηγουμένως έχουν ορισθεί το άνω όριο ελέγχου k_{x1} για τη μέση τιμή και αντίστοιχα k_{s1} για την τυπική απόκλιση αλλά και από ένα προειδοποιητικό όριο w_{x1} και w_{s1} , αντίστοιχα. Αν η μέση τιμή αλλά και η τυπική απόκλιση του δείγματος βρίσκονται κάτω από τα αντίστοιχα προειδοποιητικά όρια, τότε η επόμενη δειγματοληψία θα πραγματοποιηθεί μετά από χρονικό διάστημα h_1 .

Η σημασία του προειδοποιητικού ορίου έγκειται στο γεγονός ότι εφόσον κάποιο από τα δύο μεγέθη του χαρακτηριστικού ποιότητας (αρκεί ένα από τα δύο), βρίσκεται στην περιοχή ανάμεσα στο προειδοποιητικό όριο και το άνω όριο ελέγχου, τότε μεταβάλλονται οι παράμετροι σχεδίασης, δηλαδή όλες οι συνθήκες που αφορούν την αμέσως επόμενη δειγματοληψία και γίνονται αυστηρότερες. Αξίζει να αναφέρουμε ότι το συγκεκριμένο διάγραμμα είναι πλήρως δυναμικό, αφού σε τέτοια περίπτωση μεταβάλλονται και οι έξι παράμετροι σχεδίασης. από $n_1, h_1, k_{x1}, w_{x1}, k_{s1}, w_{s1}$ σε $n_2, h_2, k_{x2}, w_{x2}, k_{s2}$ και w_{s2} αντίστοιχα, όπου $n_2 \geq n_1, h_2 \leq h_1, k_{x2} \leq k_{x1}, w_{x2} \leq w_{x1}, k_{s2} \leq k_{s1}$ και $w_{s2} \leq w_{s1}$.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να αποσαφηνιστεί ότι αν και τα προειδοποιητικά όρια αλλά και τα άνω όρια για το διάγραμμα ελέγχου της τυπικής απόκλισης είναι w_{s1}, w_{s2} και k_{s1}, k_{s2} , στις μαθηματικές σχέσεις που συνθέτουν το μαθηματικό μοντέλο και ακολουθούν σε επόμενα κεφάλαια, εμφανίζονται ως a_1, a_2 και b_1, b_2 . Ειδικότερα, τα a_1, a_2, b_1, b_2 , δίνονται από τις σχέσεις:

$$a_1 = c_{4,1} + w_{s1} \cdot \sqrt{1 - c_{4,1}^2} \quad (2.1)$$

$$a_2 = c_{4,2} + w_{s2} \cdot \sqrt{1 - c_{4,2}^2} \quad (2.2)$$

$$b_1 = c_{4,1} + k_{s1} \cdot \sqrt{1 - c_{4,1}^2} \quad (2.3)$$

$$b_2 = c_{4,2} + k_{s2} \cdot \sqrt{1 - c_{4,2}^2} \quad (2.4)$$

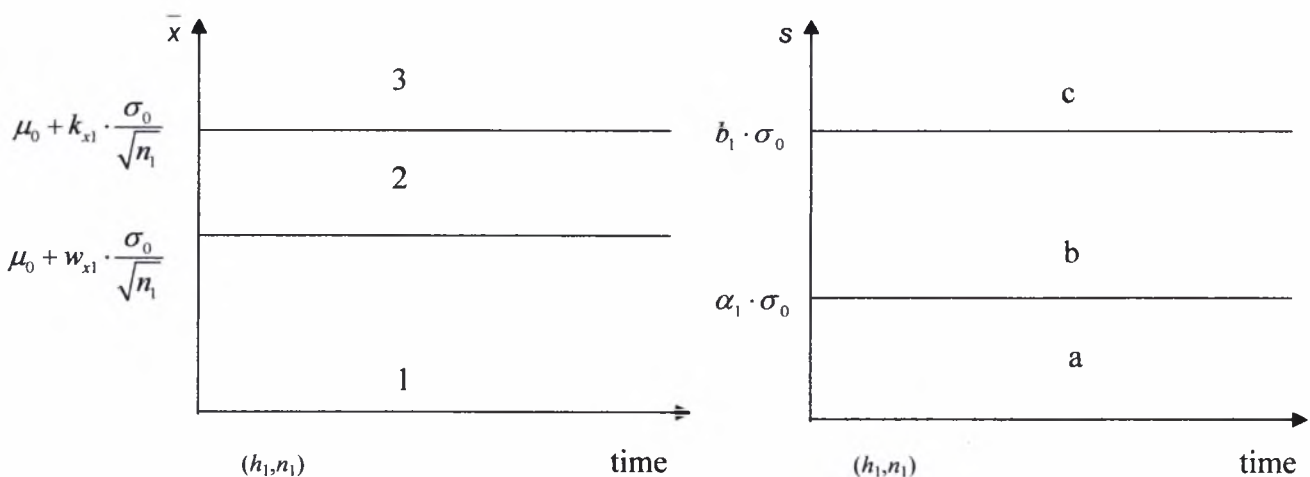
$$\text{όπου } c_{4,i} = \left(\sqrt{\frac{2}{n_i - 1}} \right) \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n_i}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_i - 1}{2}\right)}, \quad i = 1, 2 \quad (2.5)$$

Συμπερασματικά, τα προειδοποιητικά και άνω όρια ελέγχου, έχουν την μορφή $a \cdot \sigma_0$ και $b \cdot \sigma_0$ με την οποία και απεικονίζονται στο μαθηματικό μοντέλο του διαγράμματος ελέγχου. Τονίζεται ότι η διάκριση της σταθεράς c_4 , σε $c_{4,1}$ και $c_{4,2}$, γίνεται λόγω του μεγέθους δείγματος, που μπορεί να λάβει δύο τιμές, n_1 και n_2 .

Στις περιπτώσεις όπου οι τιμές και των δύο διαγραμμάτων βρίσκονται κάτω από τα αντίστοιχα προειδοποιητικά όρια, δε μεταβάλλεται καμιά από τις παραμέτρους σχεδίασης και η διαδικασία συνεχίζει κανονικά. Από την άλλη πλευρά έχουμε επέμβαση και ενδεχόμενη διακοπή της διαδικασίας όταν η τιμή ενός ή και των δύο μεγεθών του χαρακτηριστικού ποιότητας του δείγματος βρίσκεται στην περιοχή πάνω από το άνω όριο ελέγχου.

Γίνεται αντιληπτό, ότι υπάρχει το ενδεχόμενο η διαδικασία να λειτουργεί υπό την επίδραση της πρώτης, της δεύτερης ή και των δύο δυσλειτουργιών ταυτόχρονα, έως ότου αποκαλυφθεί η επίδραση τους και εξαλειφθούν.

Όλα τα παραπάνω σχετικά με την περιγραφή της διαδικασίας γίνονται ευκολότερα κατανοητά με την ακόλουθη σχηματική απεικόνιση (σχήμα 2.2).



Σχήμα 2-2: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αρχικές παραμέτρους σχεδίασης

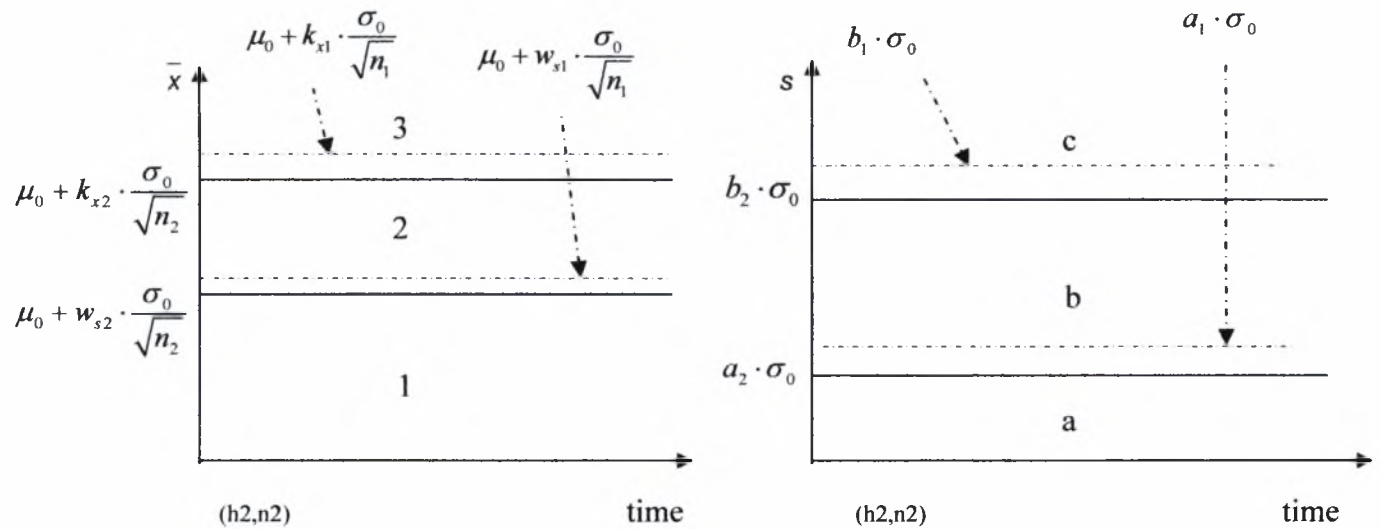
Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις για τους εννιά πιθανούς συνδυασμούς αναφορικά με τις περιοχές που βρίσκεται η τιμή της μέτρησης των δύο μεγεθών που εξετάζονται:

α. Αν οι μετρήσεις του δείγματος βρεθούν στην περιοχή 1 και α (1a) αντίστοιχα στα δύο διαγράμματα, με τις περιοχές να φαίνονται στο παραπάνω σχήμα (σχήμα 2-2), τότε θεωρούμε ότι η διαδικασία βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο, δηλαδή δεν έχει επιδράσει καμία εκ των δύο συστηματικών αιτιών και οι παράμετροι παραμένουν ίδιες για την επόμενη δειγματοληψία που θα γίνει σε χρόνο h_1 μετά την τρέχουσα. Πιο συγκεκριμένα, θα ληφθεί δείγμα μεγέθους n_1 , με τα προειδοποιητικά όρια ελέγχου να παραμένουν w_{x1} και w_{s1} , για τα δύο διαγράμματα ελέγχου και το ίδιο να ισχύει και για τα άνω όρια ελέγχου k_{x1} και k_{s1} .

β. Αν οι μετρήσεις βρεθούν στους συνδυασμούς περιοχών 1b,2a,2b, τότε το διάγραμμα ελέγχου, μάς προειδοποιεί για πιθανή εμφάνιση μιας ή και των δύο συστηματικών αιτιών και μεταβάλλονται οι παράμετροι σχεδίασης σε αυστηρότερες στην επόμενη δειγματοληψία. ($n_2 \geq n_1$, $h_2 \leq h_1$, $k_{x2} \leq k_{x1}$, $w_{x2} \leq w_{x1}$, $k_{s2} \leq k_{s1}$, $w_{s2} \leq w_{s1}$).

γ. Αν οι δύο μετρήσεις ανήκουν σε έναν από τους επόμενους συνδυασμούς, τότε έχουμε επέμβαση στη διαδικασία για εξάλειψη τυχόν συστηματικών αιτιών. Με την επέμβαση στη διαδικασία, υπάρχει η πιθανότητα να διαπιστωθεί ότι η διαδικασία λειτουργεί υπό στατιστικό έλεγχο και κακώς διακόπηκε (False Alarm) ή ότι υπάρχει επίδραση τουλάχιστον μιας συστηματικής αιτίας και να γίνει επιδιόρθωσή της. Συνεπώς, μετά από την επέμβαση αυτή, θεωρούμε ότι η διαδικασία συνεχίζεται με τις αρχικές παραμέτρους δειγματοληψίας ($n_1, h_1, k_{x1}, k_{s1}, w_{x1}, w_{s1}$). Οι συνδυασμοί αυτοί είναι: 3a, 3b, 3c, 1c, 2c.

Η ιδιαιτερότητα της δεύτερης περίπτωσης όπου έχουμε αλλαγή των παραμέτρων σχεδίασης οδηγεί σε διαφορετική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου (σχήμα 2.3).



Σχήμα 2-3: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αυστηρότερες παραμέτρους σχεδίασης (Οι αρχικές παριστάνονται με διακεκομμένες γραμμές)

Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι τα προειδοποιητικά όρια στα δύο διαγράμματα ελέγχου στην περίπτωση που η δειγματοληψία γίνει με τις αυστηρότερες παραμέτρους, δηλαδή w_{x2} και w_{s2} , στην παρούσα εργασία θεωρούνται ίσα με τα αντίστοιχα w_{x1} και w_{s1} . ($w_x = w_{x1} = w_{x2}, w_s = w_{s1} = w_{s2}$). Αυτό γίνεται για λόγους απλότητας του προτύπου αλλά και επειδή δεν επηρεάζεται σχεδόν καθόλου το συνολικό κόστος από την ύπαρξη ενός έναντι δύο διαφορετικών προειδοποιητικών ορίων ελέγχου. Στο συμπέρασμα αυτό καταλήγουν με την εργασία τους οι Park και Reylonds (1999). Συνεπώς, στις περιπτώσεις όπου απαιτείται η λήψη δείγματος μεγέθους n_2 , μετά από χρόνο h_2 , τότε, αν οι τιμές και στα δύο διαγράμματα προκύψουν κάτω των αντίστοιχων προειδοποιητικών ορίων ελέγχου w_x και w_s , περιοχές 1 και a στα δύο διαγράμματα (σχήμα 2-3), τότε η διαδικασία συνεχίζεται κανονικά και η επόμενη δειγματοληψία γίνεται με τις αρχικές παραμέτρους σχεδίασης ($n_1, h_1, k_{x1}, k_{s1}, w_x, w_s$).

Από την άλλη πλευρά, αν βρίσκεται η τιμή, σε ένα ή και στα δύο διαγράμματα ελέγχου, ανάμεσα σε προειδοποιητικό και άνω όριο ελέγχου, χωρίς να υπάρχει ένδειξη εκτός του άνω ορίου ελέγχου σε κανένα διάγραμμα, δηλαδή περιοχές 2a, 2b και 1b, τότε η επόμενη δειγματοληψία θα γίνει με τις αυστηρότερες παραμέτρους σχεδίασης $(n_2, h_2, k_{x2}, k_{s2}, w_x, w_s)$. Τέλος, εάν σε ένα ή και στα δύο διαγράμματα ελέγχου έχουμε τιμή εκτός των άνω ορίων ελέγχου, περιοχές 3 και c, η διαδικασία διακόπτεται προς έλεγχο και πιθανή επιδιόρθωση αυτής.

Επειδή η ισότητα των προειδοποιητικών ορίων ελέγχου, ανάμεσα στις κανονικές αλλά και τις αυστηρότερες παραμέτρους σχεδίασης δεν επηρεάζει την ανάπτυξη και επίλυση του προτύπου, έχει επιλεγεί να εμφανίζονται ως διαφορετικά στις μαθηματικές εξισώσεις που θα ακολουθήσουν, έτσι ώστε να διευκολύνεται ενδεχόμενη επέκταση της μελέτης, με χρήση διαφορετικών προειδοποιητικών ορίων ελέγχου.

2.4 Στοιχεία Κόστους

Γίνεται αναφορά σε προηγούμενες ενότητες, πως η σχεδίαση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου, γίνεται υπό το πρίσμα οικονομικών κριτηρίων. Αυτό οδηγεί τη μοντελοποίηση σε προσπάθεια ελαχιστοποίησης του μέσου συνολικού κόστους της διαδικασίας. Το γεγονός αυτό, καθιστά επιτακτική την ανάγκη ορισμού των επιμέρους στοιχείων κόστους, τα οποία θα διαμορφώσουν στη συνέχεια τη συνάρτηση συνολικού κόστους. Εν συνεχεία, ακολουθεί η ελαχιστοποίηση αυτής η οποία θα αναλυθεί σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας.

Συνολικά, τα επιμέρους στοιχεία κόστους που λαμβάνονται υπόψη για την κατάστρωση της συνάρτησης συνολικού κόστους είναι τα ακόλουθα:

α. Κόστος ελέγχου

Θεωρήθηκε ότι υπάρχει ένα σταθερό κόστος δειγματοληψίας b αλλά και ένα κόστος ελέγχου της κάθε μονάδας προϊόντος, το οποίο συμβολίζεται με c .

β. Κόστος λειτουργίας υπό την επίδραση συστηματικής αιτίας

Σε αυτή την περίπτωση, διακρίνουμε τρία διαφορετικά στοιχεία κόστους, όπως αυτά προκύπτουν από την πιθανή επίδραση μιας εκ των δύο ή την ταυτόχρονη ύπαρξη και των δύο συστηματικών αιτιών. Έτσι, με M_1 συμβολίζουμε το κόστος ποιότητας ανά μονάδα χρόνου λειτουργίας της διαδικασίας, όταν σε αυτή έχει επιδράσει η συστηματική αιτία η οποία προκαλεί αύξηση της μέσης τιμής του χαρακτηριστικού ποιότητας. Κατ' αντιστοιχία, M_2 είναι το κόστος ποιότητας υπό επίδραση δυσλειτουργίας που αυξάνει την τυπική απόκλιση του χαρακτηριστικού και M_3 όταν η διαδικασία βρίσκεται κάτω από την ταυτόχρονη επιρροή των δύο αυτών συστηματικών αιτιών. Είναι προφανές ότι ισχύει η ανισότητα $M_3 \geq M_1, M_2$.

γ. Κόστος αποκατάστασης της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο

Με παρόμοιο σκεπτικό με την προηγούμενη ανάλυση κόστους, ορίζουμε και εδώ τρία διαφορετικά στοιχεία κόστους ανάλογα με το ποια μορφή έχει η απόκλιση από το στατιστικό έλεγχο. Συνεπώς, έχουμε L_{1x} το κόστος επιδιόρθωσης και επαναφοράς της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο μετά από δυσλειτουργία λόγω αύξησης της μέσης τιμής του χαρακτηριστικού ποιότητας. Όμοια, L_{1s} είναι το κόστος αποκατάστασης της δυσλειτουργίας που προκαλεί αύξηση της διασποράς του χαρακτηριστικού ποιότητας και L_{1xs} το κόστος αποκατάστασης της παραγωγικής διαδικασίας ενώ αυτή λειτουργεί

υπό τις δύο αυτές συστηματικές αιτίες συγχρόνως. Εξάγεται το λογικό συμπέρασμα ότι $L_{1,xy} \geq L_{1,x}, L_{1,y}$.

δ. Κόστος λανθασμένης διακοπής λειτουργίας της διαδικασίας

Στην περίπτωση που διακόπτεται η διαδικασία για επέμβαση, χωρίς ωστόσο να υπάρχει ανάγκη αφού δεν έχει επιδράσει κάποια αιτία, αυξάνεται το συνολικό κόστος ελέγχου ποιότητας της διαδικασίας. Το κόστος αυτό ορίζεται ως L_0 και αποτελεί κόστος λόγω λανθασμένων ελέγχων (False alarms), όπου έχουμε επέμβαση στη διαδικασία ενώ αυτή βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο (σφάλμα α' είδους).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό, και αφού έχουν περιγραφεί οι βασικές θεωρητικές αρχές, αναπτύσσεται το μαθηματικό πρότυπο, με τη βοήθεια του οποίου εξάγονται οι βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης του προτεινόμενου εργαλείου ελέγχου ποιότητας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το μαθηματικό πρότυπο χρησιμοποιεί τη θεωρία των αλυσίδων Markov, η ανάπτυξη των οποίων θα ακολουθήσει σε επόμενες παραγράφους του κεφαλαίου.

3.1 Σχεδίαση Μαρκοβιανής Αλυσίδας

Η ανάπτυξη του μαθηματικού προτύπου στηρίζεται στον συνδυασμό της πραγματικής κατάστασης της διαδικασίας και της απόφασης που σε διακριτά χρονικά σημεία λαμβάνεται. Συγκεκριμένα, αν ορίσουμε ως Y_n την πραγματική κατάσταση της διαδικασίας πριν από κάθε δειγματοληψία, βασιζόμενοι στην ανάλυση που έχει προηγηθεί, αυτή μπορεί να πάρει τέσσερις διαφορετικές τιμές ως ακολούθως:

$Y_n = 0$ όταν η διαδικασία βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο

$Y_n = 1$ όταν έχει επιδράσει η πρώτη συστηματική αιτία προκαλώντας αύξηση της μέσης τιμής

$Y_n = 2$ όταν έχει επιδράσει η δεύτερη συστηματική αιτία προκαλώντας αύξηση της τυπικής απόκλισης

$Y_n = 3$ όταν έχουμε ταυτόχρονη επίδραση των δύο συστηματικών αιτιών

Ακολούθως, ονομάζοντας a_n την απόφαση-δράση που λαμβάνεται σε κάθε δειγματοληψία διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

$a_n = 0$ όταν και στα δύο επιμέρους διαγράμματα ελέγχου οι τιμές βρίσκονται στην περιοχή κάτω του προειδοποιητικού ορίου (περίπτωση 1a στο σχήμα 2.2). Σε αυτήν την περίπτωση, η απόφαση που λαμβάνεται είναι η διαδικασία να συνεχίσει να λειτουργεί κανονικά και η επόμενη δειγματοληψία να πραγματοποιηθεί μετά από χρόνο h_1 , με τις παραμέτρους $n_1, k_{x1}, k_{s1}, w_{x1}, w_{s1}$.

$a_n = 1$ όταν τουλάχιστον ένα από τα δύο διαγράμματα ελέγχου βρίσκεται στην περιοχή που σχηματίζεται μεταξύ προειδοποιητικού και άνω ορίου ελέγχου και εφόσον στο άλλο διάγραμμα δεν έχουμε τιμή πάνω από το άνω όριο ελέγχου (περιπτώσεις 1b,2a,2b στο σχήμα 2.2). Υπενθυμίζεται πως κάτω από αυτή τη συνθήκη, αλλάζουν οι παράμετροι της επόμενης δειγματοληψίας σε αυστηρότερες. Έτσι, λαμβάνεται η απόφαση για λήψη δείγματος μετά από χρόνο h_2 και με παραμέτρους $n_2, k_{x2}, k_{s2}, w_{x2}, w_{s2}$.

$a_n = 2$ όταν τουλάχιστον σε ένα από τα δύο διαγράμματα ελέγχου υπάρχει ένδειξη εκτός του ορίου ελέγχου (περιπτώσεις 3a,3b,3c,1c,2c). Προφανώς αυτό οδηγεί σε επέμβαση στη διαδικασία για ενδεχόμενη αποκατάστασή της. Στη συνέχεια, η διαδικασία συνεχίζει τη λειτουργία της υπό στατιστικό έλεγχο και η επόμενη δειγματοληψία είναι όμοια της αρχικής, με παραμέτρους $n_1, h_1, k_{x1}, k_{s1}, w_{x1}, w_{s1}$.

Θεωρώντας το ζεύγος (Y_n, a_n) ως δισδιάστατη κατάσταση μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας, προκύπτει ένα στοχαστικό μητρώο πιθανοτήτων μετάβασης P , από τη μια κατάσταση στην άλλη, διαστάσεων δώδεκα επί δώδεκα (12×12). Για λόγους ευκολίας αναπαράστασης, ορίζουμε ως k την αρχική πραγματική κατάσταση, δηλαδή την τιμή της Y_N

κατά την έναρξη μιας δειγματοληψίας και ως l την τελική, δηλαδή την τιμή που λαμβάνει η μεταβλητή Y_N πριν από την επόμενη δειγματοληψία. Όμοια, ορίζεται ως i η απόφαση a_n που προκύπτει από την τρέχουσα δειγματοληψία και ως j η απόφαση που λαμβάνεται στο χρόνο $N+1$, δηλαδή από το αμέσως επόμενο δείγμα. Με τον τρόπο αυτό, προκύπτουν πιθανοί συνδυασμοί μετάβασης από οποιαδήποτε αρχική πραγματική κατάσταση και απόφαση που λαμβάνεται βάσει των διαγραμμάτων ελέγχου, σε οποιαδήποτε τελική, μεταξύ δύο διαδοχικών δειγματοληψιών. Επιπλέον, η πιθανότητα μετάβασης από μια κατάσταση (k,i) σε κάποια άλλη κατάσταση (l,j) συμβολίζεται ως p_{ij}^{kl} . Σχηματικά, ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας που αναπτύσσεται φαίνεται στο σχήμα 3.1:

	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(3,0)	(3,1)	(3,2)
(0,0)	ρ_{00} ₀₀	ρ_{00} ₀₁	ρ_{00} ₀₂	ρ_{01} ₀₀	ρ_{01} ₀₁	ρ_{01} ₀₂	ρ_{02} ₀₀	ρ_{02} ₀₁	ρ_{02} ₀₂	ρ_{03} ₀₀	ρ_{03} ₀₁	ρ_{03} ₀₂
(0,1)	ρ_{00} ₁₀	ρ_{00} ₁₁	ρ_{00} ₁₂	ρ_{01} ₁₀	ρ_{01} ₁₁	ρ_{01} ₁₂	ρ_{02} ₁₀	ρ_{02} ₁₁	ρ_{02} ₁₂	ρ_{03} ₁₀	ρ_{03} ₁₁	ρ_{03} ₁₂
(0,2)	ρ_{00} ₂₀	ρ_{00} ₂₁	ρ_{00} ₂₂	ρ_{01} ₂₀	ρ_{01} ₂₁	ρ_{01} ₂₂	ρ_{02} ₂₀	ρ_{02} ₂₁	ρ_{02} ₂₂	ρ_{03} ₂₀	ρ_{03} ₂₁	ρ_{03} ₂₂
(1,0)	ρ_{10} ₀₀	ρ_{10} ₀₁	ρ_{10} ₀₂	ρ_{11} ₀₀	ρ_{11} ₀₁	ρ_{11} ₀₂	ρ_{12} ₀₀	ρ_{12} ₀₁	ρ_{12} ₀₂	ρ_{13} ₀₀	ρ_{13} ₀₁	ρ_{13} ₀₂
(1,1)	ρ_{10} ₁₀	ρ_{10} ₁₁	ρ_{10} ₁₂	ρ_{11} ₁₀	ρ_{11} ₁₁	ρ_{11} ₁₂	ρ_{12} ₁₀	ρ_{12} ₁₁	ρ_{12} ₁₂	ρ_{13} ₁₀	ρ_{13} ₁₁	ρ_{13} ₁₂
(1,2)	ρ_{10} ₂₀	ρ_{10} ₂₁	ρ_{10} ₂₂	ρ_{11} ₂₀	ρ_{11} ₂₁	ρ_{11} ₂₂	ρ_{12} ₂₀	ρ_{12} ₂₁	ρ_{12} ₂₂	ρ_{13} ₂₀	ρ_{13} ₂₁	ρ_{13} ₂₂
(2,0)	ρ_{20} ₀₀	ρ_{20} ₀₁	ρ_{20} ₀₂	ρ_{21} ₀₀	ρ_{21} ₀₁	ρ_{21} ₀₂	ρ_{22} ₀₀	ρ_{22} ₀₁	ρ_{22} ₀₂	ρ_{23} ₀₀	ρ_{23} ₀₁	ρ_{23} ₀₂
(2,1)	ρ_{20} ₁₀	ρ_{20} ₁₁	ρ_{20} ₁₂	ρ_{21} ₁₀	ρ_{21} ₁₁	ρ_{21} ₁₂	ρ_{22} ₁₀	ρ_{22} ₁₁	ρ_{22} ₁₂	ρ_{23} ₁₀	ρ_{23} ₁₁	ρ_{23} ₁₂
(2,2)	ρ_{20} ₂₀	ρ_{20} ₂₁	ρ_{20} ₂₂	ρ_{21} ₂₀	ρ_{21} ₂₁	ρ_{21} ₂₂	ρ_{22} ₂₀	ρ_{22} ₂₁	ρ_{22} ₂₂	ρ_{23} ₂₀	ρ_{23} ₂₁	ρ_{23} ₂₂
(3,0)	ρ_{30} ₀₀	ρ_{30} ₀₁	ρ_{30} ₀₂	ρ_{31} ₀₀	ρ_{31} ₀₁	ρ_{31} ₀₂	ρ_{32} ₀₀	ρ_{32} ₀₁	ρ_{32} ₀₂	ρ_{33} ₀₀	ρ_{33} ₀₁	ρ_{33} ₀₂
(3,1)	ρ_{30} ₁₀	ρ_{30} ₁₁	ρ_{30} ₁₂	ρ_{31} ₁₀	ρ_{31} ₁₁	ρ_{31} ₁₂	ρ_{32} ₁₀	ρ_{32} ₁₁	ρ_{32} ₁₂	ρ_{33} ₁₀	ρ_{33} ₁₁	ρ_{33} ₁₂
(3,2)	ρ_{30} ₂₀	ρ_{30} ₂₁	ρ_{30} ₂₂	ρ_{31} ₂₀	ρ_{31} ₂₁	ρ_{31} ₂₂	ρ_{32} ₂₀	ρ_{32} ₂₁	ρ_{32} ₂₂	ρ_{33} ₂₀	ρ_{33} ₂₁	ρ_{33} ₂₂

Σχήμα 3-1:Στοχαστικό Μητρώο Πιθανοτήτων Μετάβασης

3.2 Υπολογισμός Πιθανοτήτων Μετάβασης

Έχοντας ορίσει το μητρώο των πιθανοτήτων μετάβασης και αξιοποιώντας τη θεωρητική ανάλυση του μοντέλου σε προηγούμενα κεφάλαια, είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τις πιθανότητες μετάβασης από μια κατάσταση σε οποιαδήποτε άλλη. Για λόγους οικονομίας χώρου, αναλύεται παρακάτω ο τρόπος υπολογισμού μιας από τις 144 (12×12) πιθανότητες μετάβασης και έπειτα παρατίθενται οι εξισώσεις για όλες τις υπόλοιπες, καθώς η λογική υπολογισμού τους είναι αντίστοιχη.

Γενικότερα, αν θέλουμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα μετάβασης p_{kl} , θα πρέπει να αξιοποιήσουμε την πληροφορία που εξάγεται από την τιμή καθενός από τους τέσσερις δείκτες (k, l, i, j) .

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την p_{00} . Με δεδομένο ότι τόσο η πραγματική αρχική όσο και τελική κατάσταση ισούται με μηδέν ($k = l = 0$), δηλαδή δεν έχει επιδράσει καμία συστηματική αιτία μεταξύ των δύο διαδοχικών δειγματοληψιών, προκύπτει ότι δεν έχει παρουσιαστεί καμία δυσλειτουργία στην παραγωγική διαδικασία κατά την μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη. Επιπρόσθετα, καθώς η απόφαση για τυχόν επέμβαση ή μη στη διαδικασία έχει την τιμή μηδέν ($j = 0$), όπως έχει ήδη αναλυθεί, οι τιμές της μέσης τιμής και της διασποράς του χαρακτηριστικού ποιότητας του δείγματος, θα βρίσκονται στις περιοχές κάτω του προειδοποιητικού ορίου στα αντίστοιχα διαγράμματα ελέγχου. (συνδυασμός 1a στο σχήμα 2.1). Συνοπτικά, συμπεραίνουμε ότι για να βρούμε την πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση $(k, i) = (0, 0)$ στην κατάσταση $(l, j) = (0, 0)$ απαιτείται να πολλαπλασιαστούν οι πιθανότητες των τριών ενδεχομένων που προαναφέρθηκαν, καθώς, είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Δε θα πρέπει να παραλείψουμε την πληροφορία του δείκτη

$i = 0$, βάσει του οποίου η επόμενη δειγματοληψία θα έχει γίνει σε χρόνο h_1 και οι παράμετροι θα είναι $n_1, k_{x1}, k_{s1}, w_{x1}, w_{s1}$.

Ειδικότερα, η πιθανότητα η μέση τιμή δείγματος να είναι κάτω από το προειδοποιητικό όριο ελέγχου του διαγράμματος μέσης τιμής, με δεδομένο ότι ακολουθεί κανονική κατανομή, ισούται με $\Phi(w_{x1})$ (όπου $\Phi(\cdot)$ η ανηγμένη αθροιστική κανονική κατανομή).

Από την άλλη πλευρά, η πιθανότητα η μεταβλητή $\frac{(n_1 - 1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}$, να βρίσκεται κάτω από το προειδοποιητικό όριο του αντίστοιχου διαγράμματος ελέγχου, ισούται με $P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))$, αφού ακολουθεί κατανομή χ^2 (Chi-Square) με $(n_1 - 1)$ βαθμούς ελευθερίας.

Τέλος, το ενδεχόμενο να μην παρουσιαστεί δυσλειτουργία σε χρόνο h_1 , έχει πιθανότητα ίση με το γινόμενο των πιθανοτήτων του να μη συμβεί η πρώτη συστηματική αιτία επί την πιθανότητα να μη συμβεί η δεύτερη συστηματική αιτία κατά το χρονικό διάστημα h_1 , αφού οι δυσλειτουργίες παρουσιάζονται ανεξάρτητα η μια της άλλης. Οι πιθανότητες αυτές, επειδή η εμφάνιση συστηματικής αιτίας γίνεται με κατανομή Poisson, με λ_x, λ_s εμφανίσεις ανά μονάδα χρόνου, θα είναι $e^{-\lambda_x \cdot h_1}$ και $e^{-\lambda_s \cdot h_1}$ αντίστοιχα.

Συνολικά προκύπτει ότι:

$$p_{00} = \Phi(w_{x1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s)h_1} \quad (3.1)$$

Με παρόμοιο σκεπτικό εξάγουμε τις υπόλοιπες πιθανότητες μετάβασης ως συναρτήσεις των παραμέτρων της εκάστοτε δειγματοληψίας. Έτσι:

$$\begin{aligned}
\rho_{00} = \rho_{ij} &= \left\{ \begin{aligned}
&\Phi(w_{x_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_1} && i=0, j=0 \\
&\left[\Phi(w_{x_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \right. \\
&\quad \left. + (\Phi(k_{x_1}) - \Phi(w_{x_1})) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_1} && i=0, j=1 \\
&\left[(1 - \Phi(k_{x_1})) + \Phi(k_{x_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_1} && i=0, j=2 \\
&\Phi(w_{x_2}) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_2} && i=1, j=0 \\
&\left[\Phi(w_{x_2}) \cdot (P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) - P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1))) + \right. \\
&\quad \left. + (\Phi(k_{x_2}) - \Phi(w_{x_2})) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_2} && i=1, j=1 \\
&\left[(1 - \Phi(k_{x_2})) + \Phi(k_{x_2}) \cdot (1 - P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1))) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_2} && i=1, j=2 \\
&\rho_{00} && i=2, j=0,1,2 \\
&\rho_{0j} &&
\end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{11} = \rho_{ij} &= \left\{ \begin{aligned}
&\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_1} && i=0, j=0 \\
&\left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \right. \\
&\quad \left. + (\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_1} && i=0, j=1 \\
&\left[(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_1} && i=0, j=2 \\
&\Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_2} && i=1, j=0 \\
&\left[\Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \cdot (P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) - P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1))) + \right. \\
&\quad \left. + (\Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2})) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right] \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_2} && i=1, j=1 \\
&\left[(1 - \Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2})) + \Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \cdot (1 - P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1))) \right] \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_2} && i=1, j=2 \\
&\rho_{01} && i=2, j=0,1,2 \\
&\rho_{0j} &&
\end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

$$\rho_{ij}^{22} = \begin{cases} \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} & i=0, j=0 \\ \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} & i=0, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} & i=0, j=2 \\ \Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} & i=1, j=0 \\ \left[\Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} & i=1, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} & i=1, j=2 \\ \rho_{0j}^{02} & i=2, j=0,1,2 \end{cases}$$

$$\rho_{ij}^{k0} = \begin{cases} 0 & k=1,2,3 \quad i=0,1 \quad j=0,1,2 \\ \rho_{0j}^{00} & k=1,2,3 \quad i=2 \quad j=0,1,2 \end{cases}$$

$$\rho_{ij}^{k1} = \begin{cases} 0 & k=2,3 \quad i=0,1 \quad j=0,1,2 \\ \rho_{0j}^{01} & k=2,3 \quad i=2 \quad j=0,1,2 \end{cases}$$

$$\rho_{ij}^{k2} = \begin{cases} 0 & k=1,3 \quad i=0,1 \quad j=0,1,2 \\ \rho_{0j}^{02} & k=1,3 \quad i=2 \quad j=0,1,2 \end{cases}$$

$$\rho_{ij}^{33} = \begin{cases} \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) & i=0, j=0 \\ \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] & i=0, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] & i=0, j=2 \\ \Phi\left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) & i=1, j=0 \\ \left[\Phi\left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_2}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right] & i=1, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) \right] & i=1, j=2 \\ \rho_{0j}^{03} & i=2, j=0,1,2 \end{cases}$$

Οι πιθανότητες μετάβασης που δεν παρουσιάζονται παραπάνω, προκύπτουν εύκολα από τις υπάρχουσες, εάν πρωτίστως ορισθούν τα ακόλουθα:

- γ_1 ορίζεται η πιθανότητα να συμβεί η πρώτη συστηματική αιτία που προκαλεί μεταβολή της μέσης τιμής και ισούται με $1 - e^{-\lambda_1 \cdot h}$
- γ_2 ορίζεται η πιθανότητα να συμβεί η δεύτερη συστηματική αιτία που προκαλεί μεταβολή της τυπικής απόκλισης και ισούται με $1 - e^{-\lambda_2 \cdot h}$

Είναι προφανές ότι το h λαμβάνει την τιμή h_1 ή h_2 ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής i ($i=0$ ή $i=1$ αντίστοιχα) σε κάθε υποπερίπτωση.

Συνεπώς, οι πιθανότητες P_{ij}^{01} προκύπτουν από τις P_{ij}^{11} πολλαπλασιάζοντας με γ_1 για κάθε περίπτωση, οι πιθανότητες P_{ij}^{02} προκύπτουν από τις P_{ij}^{22} πολλαπλασιάζοντας με γ_2 για κάθε περίπτωση και οι πιθανότητες μετάβασης $P_{ij}^{03}, P_{ij}^{13}, P_{ij}^{23}$, προκύπτουν από τις P_{ij}^{33} εάν πολλαπλασιάσουμε με $\gamma_1 \cdot \gamma_2, \gamma_2, \gamma_1$, αντίστοιχα, επίσης για κάθε μια περίπτωση μετάβασης.

Προκύπτει από τις σχέσεις που υπολογίζουν τις πιθανότητες μετάβασης, αλλά δεν διαφαίνεται άμεσα, ότι οι πιθανότητες μετάβασης που εμφανίζονται στην τρίτη, έκτη, ένατη και δωδέκατη γραμμή του στοχαστικού μητρώου πιθανοτήτων (σχήμα 3-1), είναι ίσες, κατά στήλη, με τις πιθανότητες μετάβασης της πρώτης γραμμής του ίδιου πίνακα.

Η εξήγηση αυτής της ισότητας, έγκειται στο γεγονός ότι το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου σε αυτές τις περιπτώσεις υποδεικνύει επέμβαση στη διαδικασία ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, με αρχικές καταστάσεις μία εκ των $(Y_N, a_N) = (0,2), (1,2), (2,2), (3,2)$, όπως έχει αναλυθεί προηγούμενα, υποδεικνύεται επέμβαση για τυχόν επίδραση δυσλειτουργιών.

Συνεπώς, όταν μια από αυτές τις καταστάσεις είναι η αρχική κατάσταση, λόγω της παραδοχής που εμφανίζεται τελευταία στην σχετική υποπαράγραφο 2.1, ότι επέμβαση στη διαδικασία συνεπάγεται επιστροφή σε στατιστικό έλεγχο, μπορεί να θεωρηθεί η κατάσταση $(Y_N, a_N) = (0,0)$ ως αρχική. Αυτό προκύπτει, διότι, λόγω της επέμβασης, η διαδικασία, δεδομένα, θα επανέλθει σε στατιστικό έλεγχο. Γίνεται σαφές ότι οι πιθανότητες μετάβασης από μία εκ των ανωτέρω καταστάσεων ($(Y_N, a_N) = (0,2), (1,2), (2,2), (3,2)$) προς οποιαδήποτε άλλη κατάσταση, είναι ίσες με τις αντίστοιχες πιθανότητες μετάβασης όπου η κατάσταση $(Y_N, a_N) = (0,0)$ είναι η αρχική.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ

Έχοντας αναπτύξει στο προηγούμενο κεφάλαιο τη Μαρκοβιανή αλυσίδα για άπειρο χρονικό ορίζοντα και έχοντας υπολογίσει όλες τις πιθανότητες για μετάβαση από οποιαδήποτε από τις δώδεκα πιθανές καταστάσεις σε οποιαδήποτε άλλη, είμαστε σε θέση να συνεχίσουμε με την επίλυση του μαθηματικού προτύπου. Κρίνεται απαραίτητο να βρεθούν οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης για την Μαρκοβιανή αλυσίδα, στη συνέχεια βάσει αυτών των πιθανοτήτων να υπολογιστεί το μέσο κόστος μετάβασης και η αναμενόμενη διάρκεια μετάβασης, και τέλος να οριστεί και να βελτιστοποιηθεί η συνάρτηση του μέσου συνολικού κόστους. Όλα τα παραπάνω που αφορούν την επίλυση του μαθηματικού προτύπου αναπτύσσονται στις παραγράφους αυτού του κεφαλαίου.

4.1 Εύρεση Πιθανοτήτων Σταθερής Κατάστασης

Πριν αναλυθεί ο τρόπος υπολογισμού των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης, είναι χρήσιμο να αναφερθούν ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά τους, έτσι ώστε να διαφανεί η χρησιμότητά τους στην επίλυση του μοντέλου που αναλύεται.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπολογίστηκαν οι πιθανότητες μετάβασης για κάθε πιθανό βήμα από μια κατάσταση σε μια άλλη. Εντούτοις, αυτές οι πιθανότητες αφορούν τη μετάβαση σε ένα ακριβώς βήμα ή αλλιώς μεταξύ δύο δειγματοληψιών. Οι πιθανότητες μετάβασης από μια κατάσταση σε μια άλλη σε περισσότερα από ένα βήματα, γίνεται με τη βοήθεια των εξισώσεων των *Chapman-Kolmogorov*, όπου με ανάλογο πολλαπλασιασμό του στοχαστικού μητρώου πιθανοτήτων βρίσκονται οι πιθανότητες μετάβασης για περισσότερα του ενός βήματα, από μια αρχική κατάσταση της διαδικασίας σε μια οποιαδήποτε άλλη κατάσταση. Ωστόσο, εξετάζοντας τη διαδικασία σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, οι πιθανότητες

μετάβασης σε μια κατάσταση αποδεικνύεται ότι συγκλίνουν σε μια ορισμένη τιμή, η οποία είναι ανεξάρτητη της αρχικής κατάστασης της διαδικασίας. Οι πιθανότητες αυτές, που εκφράζουν την πιθανότητα η διαδικασία να βρίσκεται μακροπρόθεσμα σε κάποια ορισμένη κατάσταση, ονομάζονται πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και τις συμβολίζουμε με π_j , όπου l η πραγματική κατάσταση (Y_N) της διαδικασίας ($l = 0,1,2,3$) και j η απόφαση που παίρνουμε για επέμβαση ή μη στη διαδικασία, αλλά και για τις τιμές των παραμέτρων της επόμενης δειγματοληψίας ($j = 0,1,2$).

Συνεπώς, εκμεταλλευόμενοι το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό, μπορούμε να υπολογίσουμε το κόστος ανά μετάβαση που επιβαρύνει την υπό μελέτη παραγωγική διαδικασία όταν βρίσκεται σε κάθε μία από τις πιθανές καταστάσεις και πολλαπλασιάζοντάς το με την πιθανότητα να βρίσκεται στη δεδομένη κατάσταση, να υπολογίσουμε το αναμενόμενο κόστος κάθε μετάβασης.

Από την άλλη πλευρά, υπάρχει η δυνατότητα να υπολογίσουμε τη μέση διάρκεια κάθε βήματος, αν πολλαπλασιάσουμε τη διάρκεια των επιμέρους μεταβάσεων με την πιθανότητα η διαδικασία να βρίσκεται στις καταστάσεις αυτές.

Αξιοποιώντας τα δύο παραπάνω αποτελέσματα που εξάγουμε με τη βοήθεια των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης ορίζουμε και τη συνάρτηση του συνολικού αναμενόμενου κόστους, γεγονός που έχει καίρια σημασία για την επίλυση του μοντέλου που εξετάζεται.

Έχοντας επεξηγήσει τη σημασία των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης π_j , ακολουθεί η ανάλυση του υπολογισμού αυτών με τη βοήθεια των πιθανοτήτων μετάβασης.

Ο υπολογισμός των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης γίνεται με χρήση των εξισώσεων:

$$\pi_j = \sum_{k=0}^3 \sum_{i=0}^2 p_{kj} \cdot \pi_k \quad \text{για } j = 0, \dots, 3 \quad (4.1)$$

και

$$\sum_{l=0}^3 \sum_{j=0}^2 \pi_l = 1 \quad (4.2)$$

Όπως διαφαίνεται, οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης, υπολογίζονται, επιλύοντας το σύστημα γραμμικών εξισώσεων που προκύπτει με τη βοήθεια των πιθανοτήτων μετάβασης που έχουν προηγουμένως υπολογιστεί.

Συγκεκριμένα, για το μαθηματικό μοντέλο που εξετάζουμε, το σύστημα που πρέπει να επιλυθεί για την εύρεση των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης, είναι ένα γραμμικό σύστημα με δώδεκα συν μία εξισώσεις και δώδεκα αγνώστους (όσες οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης για κάθε μια κατάσταση της διαδικασίας). Για λόγους διευκόλυνσης του αναγνώστη, παρατίθεται η πρώτη από τις δώδεκα εξισώσεις με τη σχέση (4.3), αλλά για λόγους οικονομίας χώρου δεν παρατίθεται όλο το σύστημα των γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} \pi_0 = & \pi_0 \cdot p_{00} + \pi_0 \cdot p_{00} + \pi_0 \cdot p_{00} + \pi_1 \cdot p_{10} + \pi_1 \cdot p_{10} + \pi_1 \cdot p_{10} + \\ & + \pi_2 \cdot p_{20} + \pi_2 \cdot p_{20} + \pi_2 \cdot p_{20} + \pi_3 \cdot p_{30} + \pi_3 \cdot p_{30} + \pi_3 \cdot p_{30} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Είναι προφανές, ότι η επίλυση του συστήματος θα μας δώσει την πιθανότητα η διαδικασία να βρίσκεται σε κάθε μία εκ των δώδεκα καταστάσεων, με τη μορφή των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης.

4.2 Ορισμός Συνάρτησης Μέσου Συνολικού Κόστους

Για την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου, απαιτείται ο ορισμός της συνάρτησης του μέσου συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου, ο οποίος ακολουθεί στις επόμενες υποπαραγράφους. Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης αυτής, καθορίζει τις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης και κατ' επέκταση του διαγράμματος ελέγχου που μελετά η παρούσα εργασία.

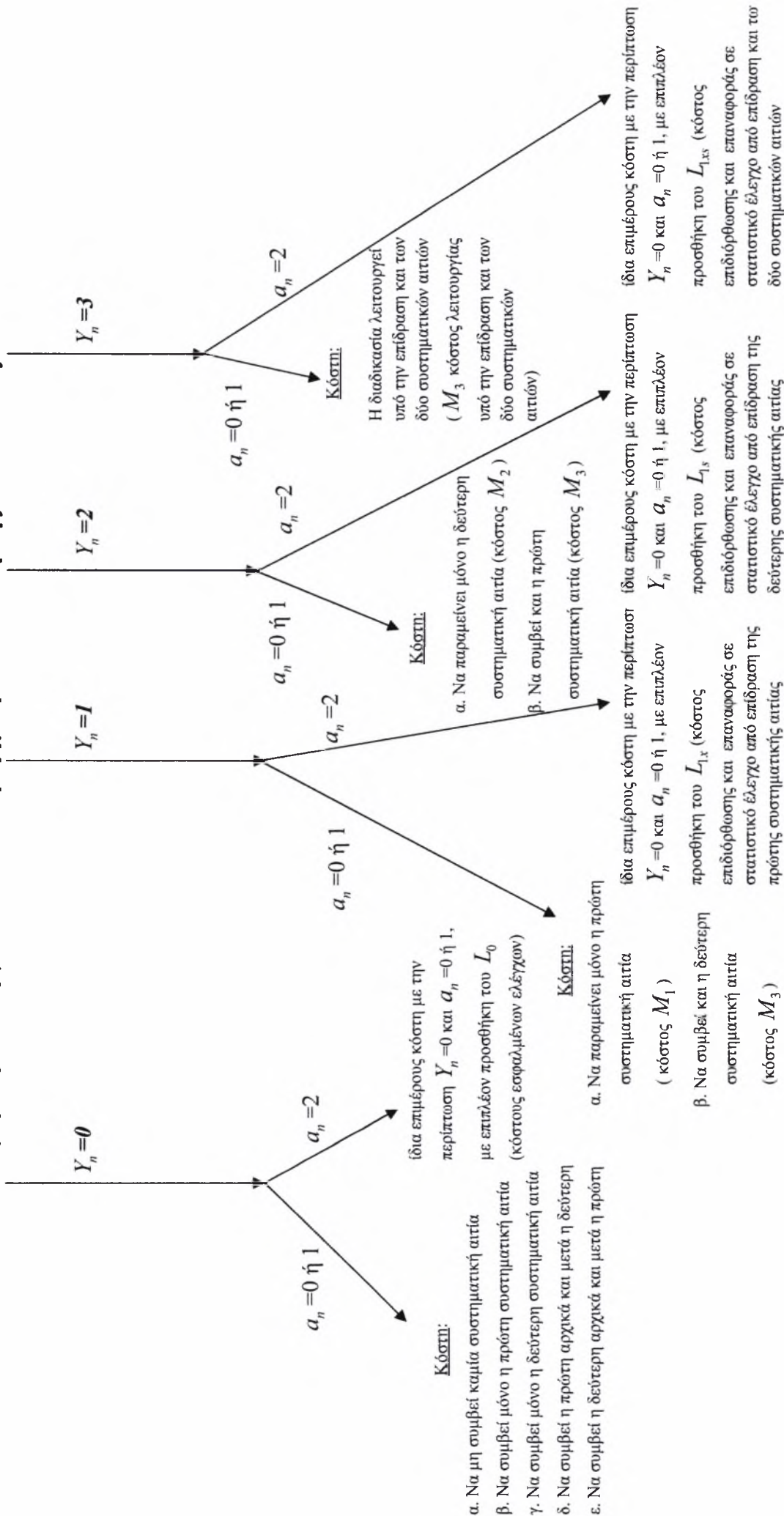
Γενικότερα, η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου, προκύπτει ως το πηλίκο της διαίρεσης του μέσου κόστους ενός βήματος μετάβασης (EC) προς τη μέση διάρκεια αυτού (ET). Για το λόγο αυτό εξετάζονται τα δύο αυτά μεγέθη χωριστά στις επόμενες υποπαραγράφους και έπειτα με διαίρεση αυτών προκύπτει η συνάρτηση που αναζητείται.

4.2.1 Υπολογισμός Μέσου Κόστους Μετάβασης

Για τον υπολογισμό του μέσου κόστους ενός βήματος μετάβασης, απαιτείται να υπολογιστεί το κόστος για κάθε μια πιθανή μετάβαση. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται το κόστος για κάθε μία κατάσταση ως αρχική, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα πιθανά σενάρια μέχρι την επόμενη δειγματοληψία, με το αντίστοιχο οικονομικό τίμημα για τη διαδικασία. Είναι προφανές, πως για το σύστημα των δώδεκα πιθανών καταστάσεων που μελετάται, απαιτείται να προσδιοριστούν δώδεκα κόστη, τα οποία προκύπτουν με τη βοήθεια των στοιχείων κόστους που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.4 της εργασίας.

Γενικότερα, για να υπολογιστούν τα επιμέρους αυτά κόστη, συνυπολογίζονται για κάθε πιθανή αρχική κατάσταση, τα πιθανά σενάρια, τα οποία απεικονίζονται σχηματικά στο σχήμα 4.1:

Επιμέρους Κόστη για κάθε πιθανή κατάσταση της διαδικασίας



Σχήμα 4-1: Σχηματική Απεικόνιση Πιθανών Σεναρίων για Υπολογισμό μέσου κόστους μετάβασης

Ωστόσο, για να υπολογίσουμε το μέσο κόστος μετάβασης, απαιτείται πρωτίστως να υπολογιστούν οι πιθανότητες για κάθε ένα από τα ανωτέρω σενάρια, οι οποίες θα πολλαπλασιαστούν με τα αντίστοιχα κόστη των σεναρίων. Επίσης, είναι αναγκαίος ο υπολογισμός του αναμενόμενου χρόνου εμφάνισης κάθε συστηματικής αιτίας για τις περιπτώσεις-σενάρια όπου κάτι τέτοιο υφίσταται. Αυτές οι πιθανότητες και οι αναμενόμενοι χρόνοι εμφάνισης βλαβών, για κάθε περίπτωση, έχουν ερευνηθεί στην εργασία του Nenes (2011b) και αξιοποιούνται στην παρούσα εργασία για την επίλυση του μοντέλου που αναλύεται.

Συμπερασματικά, τα κόστη που προκύπτουν, για κάθε μια κατάσταση της διαδικασίας ως αρχική, βάσει όσων έχουν προαναφερθεί είναι:

$$\begin{aligned}
 C_0 = c \cdot n_1 + b + M_1 \cdot & \left(\frac{\lambda_x \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}) - \lambda_s \cdot e^{-\lambda_x \cdot h_1} \cdot (1 - e^{-\lambda_s \cdot h_1})}{\lambda_s \cdot (\lambda_x + \lambda_s)} \right) + \\
 & + M_2 \cdot \left(\frac{\lambda_x \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}) - \lambda_s \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_1} \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1})}{\lambda_s \cdot (\lambda_x + \lambda_s)} \right) + \\
 & + M_3 \cdot \left(h_1 - \frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}}{\lambda_x} - \frac{1 - e^{-\lambda_s \cdot h_1}}{\lambda_s} + \frac{1 - e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_1}}{\lambda_x + \lambda_s} \right)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 C_0 = c \cdot n_2 + b + M_1 \cdot & \left(\frac{\lambda_x \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2}) - \lambda_s \cdot e^{-\lambda_x \cdot h_2} \cdot (1 - e^{-\lambda_s \cdot h_2})}{\lambda_s \cdot (\lambda_x + \lambda_s)} \right) + \\
 & + M_2 \cdot \left(\frac{\lambda_x \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2}) - \lambda_s \cdot e^{-\lambda_s \cdot h_2} \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2})}{\lambda_s \cdot (\lambda_x + \lambda_s)} \right) + \\
 & + M_3 \cdot \left(h_2 - \frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2}}{\lambda_x} - \frac{1 - e^{-\lambda_s \cdot h_2}}{\lambda_s} + \frac{1 - e^{-(\lambda_x + \lambda_s) \cdot h_2}}{\lambda_x + \lambda_s} \right)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$C_2 = C_0 + L_0 \tag{4.6}$$

$$C_{10} = c \cdot n_1 + b + M_1 \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}}{\lambda_x} \right) + M_3 \cdot \left(h_1 - \frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}}{\lambda_x} \right) \quad (4.7)$$

$$C_{11} = c \cdot n_2 + b + M_1 \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2}}{\lambda_x} \right) + M_3 \cdot \left(h_2 - \frac{1 - e^{-\lambda_x \cdot h_2}}{\lambda_x} \right) \quad (4.8)$$

$$C_{20} = C_{10} + L_{1x} \quad (4.9)$$

$$C_{30} = c \cdot n_1 + b + M_3 \cdot h_1 \quad (4.10)$$

$$C_{31} = c \cdot n_2 + b + M_3 \cdot h_2 \quad (4.11)$$

$$C_{32} = C_{30} + L_{1xs} \quad (4.12)$$

Τα κόστη C_{20}, C_{21} και C_{22} , προκύπτουν εύκολα από τα κόστη C_{10}, C_{11} και C_{12} αντίστοιχα,

αντικαθιστώντας τα κόστη M_1 με M_2 και L_{1x} με L_{1s} , αλλά και τη συχνότητα εμφάνισης της πρώτης συστηματικής αιτίας λ_x με αυτή της δεύτερης λ_s και αντίστροφα.

Από τις σχέσεις (4.4) έως (4.12) με πολλαπλασιασμό κάθε επιμέρους κόστους με τη μακροπρόθεσμη πιθανότητα να βρίσκεται η διαδικασία στην εκάστοτε κατάσταση, εξάγεται η συνάρτηση μέσου κόστους μετάβασης, ως ακολούθως:

$$\text{Μέσο Κόστος Μετάβασης } EC = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^2 \pi_i \cdot C_{ij}$$

$$C_{00} \cdot \pi_0 + C_{01} \cdot \pi_0 + C_{02} \cdot \pi_0 + C_{10} \cdot \pi_1 + C_{11} \cdot \pi_1 + C_{12} \cdot \pi_1 + C_{20} \cdot \pi_2 + C_{21} \cdot \pi_2 + C_{22} \cdot \pi_2 + C_{30} \cdot \pi_3 + C_{31} \cdot \pi_3 + C_{32} \cdot \pi_3 \quad (4.13)$$

4.2.2 Υπολογισμός Μέσης Διάρκειας Μετάβασης

Για να υπολογιστεί η μέση διάρκεια μετάβασης, απαιτείται να υπολογιστεί η διάρκεια κάθε πιθανής μετάβασης. Κατά αντιστοιχία με το κόστος μετάβασης, υπολογίζεται η διάρκεια για κάθε κατάσταση ως αρχική και έπειτα πολλαπλασιάζεται με την πιθανότητα σταθερής κατάστασης, δηλαδή τη μακροπρόθεσμη πιθανότητα να βρίσκεται η διαδικασία στην κατάσταση αυτή. Ο υπολογισμός της μέσης διάρκειας μετάβασης, γίνεται εύκολα αν ληφθεί υπόψη ότι είναι h_1 για ορισμένες καταστάσεις ως αρχικές και h_2 για τις υπόλοιπες. Συνεπώς:

$$\text{Μέση Διάρκεια Μετάβασης } ET = \sum_{l=0}^3 \sum_{j=0}^2 \pi_l \cdot T_l$$
$$\left(\pi_0 + \frac{\pi_0}{2} + \frac{\pi_1}{0} + \frac{\pi_1}{2} + \frac{\pi_2}{0} + \frac{\pi_2}{2} + \frac{\pi_3}{0} + \frac{\pi_3}{2} \right) \cdot h_1 + \left(\frac{\pi_0}{1} + \frac{\pi_1}{1} + \frac{\pi_2}{1} + \frac{\pi_3}{1} \right) \cdot h_2 \quad (4.14)$$

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο χρόνος που απαιτείται για τη μέτρηση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης κάθε δείγματος θεωρείται αμελητέος. Επιπρόσθετα, αμελητέοι θεωρούνται και οι χρόνοι που απαιτούνται για την εξέταση της διαδικασίας όταν αυτή διακόπτεται για έλεγχο αλλά δεν έχει επιδράσει κάποια συστηματική αιτία, αλλά και οι χρόνοι που απαιτούνται για τον έλεγχο, την αποκατάσταση και την επαναφορά της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο όταν έχει επιδράσει σε αυτή η πρώτη, η δεύτερη ή και οι δύο συστηματικές αιτίες ταυτόχρονα.

4.3 Συνάρτηση Μέσου Συνολικού Κόστους Ανά Μονάδα Χρόνου

Με την επιλογή σχεδίασης διαγράμματος ελέγχου ποιότητας με γνώμονα οικονομικά κριτήρια, κρίνεται αναγκαίος ο ορισμός μιας συνάρτησης μελέτης του συνολικού κόστους

ποιότητας αλλά και η διαδικασία ελαχιστοποίησης αυτής. Στις επόμενες υποπαραγράφους περιγράφονται αμφότερα τα ανωτέρω και ολοκληρώνεται η διαδικασία επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου που μελετάται..

4.3.1 Ορισμός Συνάρτησης ECT

Στις προηγούμενες παραγράφους του παρόντος κεφαλαίου, ορίστηκαν το μέσο κόστος ενός βήματος μετάβασης από μια δειγματοληψία σε επόμενη, αλλά και η μέση διάρκεια ενός τέτοιου βήματος. Τα δύο αυτά στοιχεία, όπως έχει ήδη αναφερθεί, απαιτούνται για τον ορισμό της συνάρτησης μέσου συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου, το οποίο συμβολίζεται με *ECT* (Expected Cost per Time), καθώς το πηλίκο τους είναι ταυτόσημο της συνάρτησης αυτής. Συμπερασματικά, ισχύει από τις σχέσεις (4.13) και (4.14):

$$ECT = \frac{C_0 \cdot \pi_0 + C_0 \cdot \pi_0 + C_0 \cdot \pi_0 + C_1 \cdot \pi_1 + C_1 \cdot \pi_1 + C_1 \cdot \pi_1 + C_2 \cdot \pi_2 + C_2 \cdot \pi_2 + C_2 \cdot \pi_2 + C_3 \cdot \pi_3 + C_3 \cdot \pi_3 + C_3 \cdot \pi_3}{\left(\pi_0 + \pi_0 + \pi_1 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_3 \right) \cdot h_1 + \left(\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \right) \cdot h_2} \quad (4.15)$$

Υπενθυμίζεται, ότι η σχεδίαση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου γίνεται με γνώμονα την οικονομική βελτιστοποίηση. Κατά συνέπεια, αποτελεί τελικό βήμα στην επίλυση του μαθηματικού μοντέλου και απαραίτητο στοιχείο στη σχεδίαση του διαγράμματος, η ελαχιστοποίηση της σχέσης (4.15).

Η ελαχιστοποίηση αυτή, πραγματοποιείται ως προς τις παραμέτρους σχεδίασης του διαγράμματος ελέγχου ποιότητας της διαδικασίας, το οποίο μελετά η εργασία. Συγκεκριμένα, αναζητείται ο συνδυασμός των παραμέτρων $n_1, h_1, k_{x1}, k_{s1}, w_{x1}, w_{s1}$ και $n_2, h_2, k_{x2}, k_{s2}, w_{x2}, w_{s2}$, ο οποίος οδηγεί στο μικρότερο δυνατό κόστος την εκάστοτε υπό μελέτη διαδικασία.

Η διαφορά κάθε παραγωγικής διαδικασίας έγκειται στις τιμές των στοιχείων κόστους, c , b , L_0 , L_{1x} , L_{1s} , L_{1xs} , M_1 , M_2 και M_3 , στο ρυθμό εμφάνισης βλαβών λ_x , λ_s , αλλά και στις μεταβολές δ και γ που επιφέρουν οι βλάβες στη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα. Οι τιμές των μεγεθών αυτών διαφέρουν σε κάθε παραγωγική διαδικασία και προκύπτουν κατά κύριο λόγο από παρακολούθηση και στατιστική ανάλυση της παραγωγής. Ο ακριβής προσδιορισμός των μεγεθών αυτών δεν είναι απλός, αλλά ξεφεύγει από το πεδίο μελέτης της παρούσας εργασίας.

4.3.2 Ελαχιστοποίηση Συνάρτησης ECT

Για την ελαχιστοποίηση του ECT , βάσει της σχέσης (4.15), και τον υπολογισμό των παραμέτρων που απαιτούνται για τη σχεδίαση του διαγράμματος ελέγχου, έχει δημιουργηθεί ένα λογισμικό σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran με την ονομασία *VASCO*. Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα, εισάγονται ως δεδομένα οι τιμές των μεταβλητών που διαφοροποιούν την κάθε παραγωγική διαδικασία, όπως αναλύθηκαν παραπάνω. Στη συνέχεια, μέσω διαδοχικών επαναληπτικών διαδικασιών αναφορικά με τις παραμέτρους σχεδίασης, ακολουθεί τη διαδικασία επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου που αναλύθηκε, και εξάγει ως αποτέλεσμα τις τιμές των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν την τιμή του ECT , καθώς και την ελάχιστη αυτή τιμή (ECT_{min}).

Με τον τρόπο αυτό, έχοντας υπολογίσει τις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης που απαιτούνται για τον ορισμό του διαγράμματος ελέγχου που προτείνεται, ολοκληρώνεται η επίλυση του μαθηματικού μοντέλου, και είναι εφαρμόσιμο στην παρακολούθηση παραγωγικών διαδικασιών ως προς την ποιότητά τους, βάσει ενός χαρακτηριστικού ποιότητας που τις χαρακτηρίζει σε σημαντικό βαθμό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1 Μελέτη Περιπτώσεων και Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό, επιλύεται το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφηκε για μια σειρά περιπτώσεων, ώστε να αξιοποιηθούν τα αποτελέσματα του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου ποιότητας, και στη συνέχεια να είναι δυνατή η σύγκριση αυτών με τα αντίστοιχα αποτελέσματα άλλων απλούστερων διαγραμμάτων.

Το μοντέλο που αναλύεται στην εργασία θα εξεταστεί για 64 συνολικά παραδείγματα, τα οποία διαφέρουν σε οικονομικά αλλά και σε στατιστικά στοιχεία. Πιο συγκεκριμένα, οι παράμετροι που διαφοροποιούν τα παραδείγματα μελέτης είναι τα στοιχεία κόστους, ο ρυθμός εμφάνισης των δύο συστηματικών αιτιών και η μεταβολή, που οι βλάβες επιφέρουν στη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του χαρακτηριστικού ποιότητας. Ωστόσο, στα συγκεκριμένα παραδείγματα, δεν θα εξεταστεί μεταβολή στο μεταβλητό κόστος ελέγχου c ($c = 1$), αλλά και στα κόστη αποκατάστασης της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο L_{1x}, L_{1s}, L_{1xs} ($L_{1x} = L_{1s} = 200, L_{1xs} = 300$), ώστε να διατηρηθεί το μέγεθος του πειράματος σε αποδεκτό επίπεδο. Συνοπτικά, οι έξι παράμετροι που διαφοροποιούνται στα παραδείγματα και οι δύο τιμές που λαμβάνουν (άρα $2^6 = 64$ συνδυασμοί) είναι:

- Σταθερό κόστος ελέγχου b ($b = 0$ ή $b = 5$)
- Κόστος λειτουργίας υπό την επίδραση βλάβης $M_1 = M_2 = M$ ($M = 100$ ή 1000)
 $M_3 = 1,5M$
- Κόστος λανθασμένης διακοπής διαδικασίας L_0 ($L_0 = 100$ ή 200)
- Ρυθμός εμφάνισης βλαβών $\lambda_x = \lambda_s$ ($\lambda_x = \lambda_s = 0.005$ ή 0.05)

- Μεταβολή πρώτης συστηματικής αιτίας σε μέση τιμή δ ($\delta = 0.5$ ή 1)
- Μεταβολή δεύτερης συστηματικής αιτίας σε μεταβλητότητα γ^2 ($\gamma^2 = 2$ ή 4)

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι χρησιμοποιείται ένα προειδοποιητικό όριο για καθένα από τα δύο διαγράμματα ελέγχου, w_x και w_s , καθώς όπως αποδεικνύουν οι Park και Reynolds (1999) σε σχετική τους μελέτη, η επίδραση που επιφέρει το δεύτερο όριο στα αποτελέσματα είναι αμελητέα. Ωστόσο, ειδικά για το διάγραμμα ελέγχου της τυπικής απόκλισης, αν και χρησιμοποιείται ένα μόνο προειδοποιητικό όριο, στις μαθηματικές σχέσεις εμφανίζονται δύο. Υπενθυμίζεται ότι, αυτό συμβαίνει, διότι τα προειδοποιητικά αλλά και τα άνω όρια ελέγχου επηρεάζονται από το μέγεθος δείγματος. Έτσι, αν και θεωρούμε ένα w_s , αυτό μετουσιώνεται στα δύο προειδοποιητικά όρια a_1 και a_2 , όπως αυτά προκύπτουν από τις σχέσεις (2.1) και (2.2).

Με τις τιμές που έχουν επιλεγεί και τον συνδυασμό αυτών δημιουργείται ένα πλήρες σύνολο αριθμητικών παραδειγμάτων, το οποίο παρουσιάζει συμμετρία σε οικονομικά και στατιστικά στοιχεία. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του μαθηματικού προτύπου που αναπτύχθηκε, βελτιστοποιείται οικονομικά κάθε ένα από τα παραδείγματα μελέτης και προσδιορίζεται η βέλτιστη λύση που αφορά τις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης, καθώς και το ελάχιστο κόστος.

Παρακάτω, παρατίθενται πίνακας ο οποίος συγκεντρώνει τα αριθμητικά παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν (πίνακας 5.1):

Πίνακας 5-1: Τιμές μεταβλητών για τα εξεταζόμενα παραδείγματα (Ισχύει για όλα $c = 1$, $L_{ix} = L_{is} = 200$, $L_{ixs} = 300$, $M_1 = M_2 = M$ και $M_3 = 1,5 \cdot M$)

A/A Περίπτωσης	b	M	L_0	$\lambda_x = \lambda_s$	δ	γ^2
1 (33)	0	100	100	0.005	0.5	2 (4)
2 (34)	0	100	200	0.005	0.5	2 (4)
3 (35)	0	1000	100	0.005	0.5	2 (4)
4 (36)	0	1000	200	0.005	0.5	2 (4)
5 (37)	5	100	100	0.005	0.5	2 (4)
6 (38)	5	100	200	0.005	0.5	2 (4)
7 (39)	5	1000	100	0.005	0.5	2 (4)
8 (40)	5	1000	200	0.005	0.5	2 (4)
9 (41)	0	100	100	0.05	0.5	2 (4)
10 (42)	0	100	200	0.05	0.5	2 (4)
11 (43)	0	1000	100	0.05	0.5	2 (4)
12 (44)	0	1000	200	0.05	0.5	2 (4)
13 (45)	5	100	100	0.05	0.5	2 (4)
14 (46)	5	100	200	0.05	0.5	2 (4)
15 (47)	5	1000	100	0.05	0.5	2 (4)
16 (48)	5	1000	200	0.05	0.5	2 (4)
17 (49)	0	100	100	0.005	1	2 (4)
18 (50)	0	100	200	0.005	1	2 (4)
19 (51)	0	1000	100	0.005	1	2 (4)
20 (52)	0	1000	200	0.005	1	2 (4)
21 (53)	5	100	100	0.005	1	2 (4)
22 (54)	5	100	200	0.005	1	2 (4)
23 (55)	5	1000	100	0.005	1	2 (4)
24 (56)	5	1000	200	0.005	1	2 (4)
25 (57)	0	100	100	0.05	1	2 (4)
26 (58)	0	100	200	0.05	1	2 (4)
27 (59)	0	1000	100	0.05	1	2 (4)
28 (60)	0	1000	200	0.05	1	2 (4)
29 (61)	5	100	100	0.05	1	2 (4)
30 (62)	5	100	200	0.05	1	2 (4)
31 (63)	5	1000	100	0.05	1	2 (4)
32 (64)	5	1000	200	0.05	1	2 (4)

Τα παραδείγματα που παρατίθενται παραπάνω, αφορούν μια ευρεία γκάμα συνδυασμών τιμών, για τα μεγέθη των στοιχείων κόστους αλλά και της επιρροής των

συστηματικών αιτιών στην παραγωγική διαδικασία. Για κάθε μία περίπτωση από τις παραπάνω, γίνεται χρήση του μαθηματικού προτύπου που έχει αναλυθεί διεξοδικά σε προηγούμενα κεφάλαια και επίλυσή του με το πρόγραμμα *VASCO*. Συνεπώς, προκύπτουν οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών σχεδίασης για κάθε παράδειγμα, αλλά και το βέλτιστο κόστος, δηλαδή το ελάχιστο *ECT*. Τα παραπάνω αποτελέσματα συγκρίνονται εν συνεχεία με το αντίστοιχο $F_p \bar{x}$ -s Shewhart διάγραμμα ελέγχου. Η σύγκριση παρουσιάζεται ως ποσοστιαία μεταβολή, με στόχο να διαφανεί η μείωση στα οικονομικά αποτελέσματα που επιτυγχάνεται με το $V_p \bar{x}$ -s Shewhart διάγραμμα ελέγχου που μελετά η εργασία. Όλα τα παραπάνω που αφορούν βέλτιστες παραμέτρους σχεδίασης, ελάχιστο κόστος και σύγκριση με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα ελέγχου, απεικονίζονται παρακάτω. Για το σκοπό αυτό, έχουν δημιουργηθεί δύο πίνακες που περιλαμβάνουν τις περιπτώσεις 1-32 (πίνακας 5.2) και 33-64 (πίνακας 5.3). Η τελευταία στήλη παρουσιάζει την ποσοστιαία επί της εκατό μεταβολή του βέλτιστου κόστους του δυναμικού διαγράμματος $V_p \bar{x}$ -s Shewhart που μελετά η εργασία, σε σχέση με το στατικό $F_p \bar{x}$ -s Shewhart το οποίο έχει σταθερές μεταβλητές σχεδίασης. Συγκεκριμένα, απεικονίζει την τιμή της ακόλουθης σχέσης:

$$\frac{ECT_{F_p \bar{x}-s} - ECT_{V_p \bar{x}-s}}{ECT_{F_p \bar{x}-s}} \cdot (100\%) \quad (5.1)$$

Πριν από την καταγραφή των αποτελεσμάτων, θα πρέπει να αναφερθεί ότι τα αποτελέσματα που αφορούν το στατικό διάγραμμα παρουσιάζονται επίσης στους πίνακες 5-2 και 5-3, κατά όμοιο τρόπο για κάθε περίπτωση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του δυναμικού διαγράμματος ελέγχου, το οποίο προτείνει η εργασία. Προφανώς, η μη δυναμικότητα των παραμέτρων κάθε δειγματοληψίας στο διάγραμμα $F_p \bar{x}$ -s Shewhart, οδηγεί σε απαίτηση λιγότερων μεταβλητών που πρέπει να προσδιοριστούν για το συγκεκριμένο διάγραμμα ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, τα εξαγόμενα αποτελέσματα για το

διάγραμμα $Fp \bar{x}$ -s Shewhart, αφορούν τιμές για τις μεταβλητές n, h, k_x, k_s , οι οποίες ορίζονται με όμοιο τρόπο με τις αντίστοιχες μεταβλητές του δυναμικού διαγράμματος $Vp \bar{x}$ -s Shewhart. Φυσικά, εξάγεται και το συνολικό κόστος του στατικού διαγράμματος ελέγχου, ECT_{ip} , το οποίο αποτελεί το κύριο σημείο σύγκρισης των δύο διαγραμμάτων ελέγχου. Η ποσοστιαία διαφορά του συνολικού κόστους του διαγράμματος $Vp \bar{x}$ -s Shewhart σε σχέση με το συνολικό κόστος του διαγράμματος $Fp \bar{x}$ -s Shewhart, για κάθε μία περίπτωση του πίνακα 5-1, εμφανίζεται στην τελευταία στήλη των πινάκων 5-2 και 5-3 και αποτελεί έναν άμεσο τρόπο απόδειξης της οικονομικής ανωτερότητας που επιτυγχάνεται από το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου σε σχέση με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα.

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων του διαγράμματος $Fp \bar{x}$ -s Shewhart, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα *VASCO* που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες επίλυσης του μαθηματικού προτύπου που μελετά η παρούσα μελέτη, με ορισμένες απαραίτητες τροποποιήσεις. Συγκεκριμένα, η κατάργηση των επαναληπτικών διαδικασιών που αφορούν τα προειδοποιητικά όρια w_x και w_s , τις μεταβλητές h_2, n_2, k_{x2} και k_{s2} και οι εξισώσεις $h = h_1$, $n = n_1$, $k_x = k_{x1}$ και $k_s = k_{s1}$, μετατρέπουν το λογισμικό επίλυσης του δυναμικού διαγράμματος ελέγχου σε λογισμικό επίλυσης του στατικού.

Πίνακας 5-2: Βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης και ελάχιστο συνολικό κόστος για $V_p \bar{x}$ -s Shewhart και $F_p \bar{x}$ -s Shewhart, για τις περιπτώσεις 1-32 του πίνακα 5.1

	$F_p \bar{x}$ -s Shewhart					$V_p \bar{x}$ -s Shewhart											ECT _{$V_p \bar{x}$}	(%)
	h	n	kx	ks	ECT _{$F_p \bar{x}$}	h1	h2	n1	n2	kx1	kx2	wx	ks1	ks2	ws	ECT _{$V_p \bar{x}$}		
1	6,4	19	1,5	1,7	11,59	4,0	0	7	16	2,6	2,0	0,8	2,8	2,2	1,1	10,56	8,89	
2	7,3	28	1,9	2,1	12,54	4,4	0	9	24	3,1	2,3	1,0	3,3	2,5	1,2	10,89	13,16	
3	1,9	20	1,6	1,8	32,25	1,2	0	7	18	2,8	2,0	0,9	3,0	2,3	1,1	29,45	8,68	
4	2,3	30	1,9	2,1	36,36	1,3	0	9	24	3,3	2,4	1,0	3,4	2,6	1,2	30,30	16,67	
5	7,7	23	1,5	1,7	12,29	6,5	0	13	18	2,3	1,9	0,8	2,4	2,2	1,0	11,47	6,67	
6	8,7	32	1,9	2,0	13,17	6,7	0	14	25	2,8	2,3	0,9	2,9	2,5	1,1	11,79	10,48	
7	2,4	24	1,5	1,7	35,54	2,0	0	13	19	2,4	2,0	0,8	2,5	2,3	1,0	32,54	8,44	
8	2,6	33	1,9	2,1	38,38	2,0	0	14	27	3,0	2,4	1,0	3,1	2,6	1,1	33,30	13,24	
9	2,2	17	1,5	1,7	45,86	1,7	0	8	13	2,2	1,7	0,8	2,4	2,1	1,0	43,95	4,16	
10	2,6	24	1,8	2,0	48,43	1,9	0	10	19	2,6	2,0	0,9	2,8	2,3	1,1	45,45	6,15	
11	0,6	19	1,6	1,8	115,89	0,4	0	7	16	2,6	2,0	0,8	2,8	2,2	1,1	105,55	8,92	
12	0,7	27	1,9	2,1	125,44	0,4	0	8	23	3,2	2,3	1,0	3,3	2,5	1,2	108,98	13,12	
13	2,8	19	1,4	1,5	47,81	2,6	0	13	14	1,9	1,8	0,7	2,1	2,1	0,9	46,21	3,35	
14	3,1	26	1,7	1,9	50,15	2,7	0	15	20	2,3	2,0	0,9	2,5	2,3	1,0	47,59	5,10	
15	0,8	24	1,5	1,7	122,95	0,7	0	14	19	2,2	2,0	0,8	2,4	2,2	1,0	114,78	6,64	
16	0,9	32	1,8	2,0	131,70	0,7	0	15	25	2,8	2,3	0,9	2,9	2,5	1,1	117,93	10,46	
17	4,5	12	2,2	1,8	9,92	3,1	0	5	12	3,1	2,8	1,4	3,0	2,0	0,9	8,83	10,99	
18	5,4	17	2,6	2,0	10,70	3,0	0	5	16	3,5	3,0	1,5	3,6	2,3	1,0	9,09	15,05	
19	1,4	13	2,3	1,8	27,77	0,9	0	5	12	3,2	2,9	1,4	3,1	2,1	0,9	23,89	13,97	
20	1,6	17	2,6	2,1	30,31	1,0	0	6	18	3,7	3,0	1,6	3,6	2,4	1,0	24,60	18,84	
21	6,2	15	2,2	1,6	10,84	5,5	0	9	14	2,9	2,9	1,5	2,5	2,0	0,7	9,98	7,93	
22	6,9	20	2,6	1,9	11,53	5,5	0	9	18	3,2	3,0	1,5	3,1	2,3	0,8	10,20	11,54	
23	2,0	16	2,3	1,6	30,74	1,7	0	9	15	3,1	3,0	1,5	2,6	2,1	0,7	27,68	9,95	
24	2,0	20	2,6	2,0	33,01	1,7	0	9	20	3,5	3,0	1,6	3,2	2,4	0,8	28,27	14,36	
25	1,6	11	2,1	1,8	41,61	1,2	0	5	10	2,7	2,5	1,3	2,7	1,9	0,9	39,37	5,38	
26	1,9	14	2,4	2,0	43,62	1,3	0	6	13	3,0	2,8	1,4	3,1	2,2	0,9	40,40	7,38	
27	0,5	13	2,2	1,7	99,33	0,3	0	5	12	3,1	2,8	1,4	3,0	2,0	0,9	88,31	11,09	
28	0,5	16	2,6	2,1	107,01	0,3	0	5	16	3,5	3,0	1,5	3,6	2,3	1,0	90,92	15,04	
29	2,3	14	2,1	1,6	44,15	2,1	0	8	11	2,5	2,5	1,3	2,3	1,9	0,6	42,37	4,03	
30	2,4	17	2,4	1,9	45,92	2,1	0	9	15	2,8	2,8	1,5	2,8	2,2	0,7	43,25	5,81	
31	0,6	15	2,2	1,6	108,48	0,5	0	8	13	2,9	2,8	1,4	2,6	2,0	0,7	99,92	7,89	
32	0,7	20	2,6	1,9	115,28	0,6	0	10	19	3,2	3,0	1,6	3,0	2,3	0,8	102,13	11,41	

Πίνακας 5-3: Βέλτιστες παράμετροι σχεδίασης και ελάχιστο συνολικό κόστος για $V_p \bar{x}$ -s Shewhart και $F_p \bar{x}$ -s Shewhart, για τις περιπτώσεις 33-64 του πίνακα 5.1

	$F_p \bar{x}$ -s Shewhart					$V_p \bar{x}$ -s Shewhart											(%)
	h	n	kx	ks	$ECT_{Fp\bar{x}s}$	h1	h2	n1	n2	kx1	kx2	wx	ks1	ks2	ws	$ECT_{Vp\bar{x}s}$	
33	5,4	14	1,5	2,6	10,04	3,3	0	5	13	3,0	1,9	0,7	3,8	3,5	1,8	8,82	12,15
34	6,1	19	1,8	3,0	10,86	3,7	0	6	17	3,5	2,1	0,8	4,1	3,7	1,9	9,06	16,57
35	1,6	14	1,5	2,7	28,15	1,0	0	5	13	3,1	1,9	0,7	4,0	3,6	1,8	23,81	15,42
36	1,9	19	1,8	3,0	30,86	1,1	0	6	17	3,6	2,2	0,7	4,3	3,9	1,9	24,43	20,84
37	6,7	17	1,5	2,6	10,88	5,7	0	9	15	2,5	1,9	0,6	3,4	3,4	1,8	9,92	8,82
38	7,3	22	1,8	3,1	11,62	5,7	0	9	19	3,1	2,1	0,7	3,8	3,8	1,9	10,12	12,91
39	2,0	17	1,5	2,7	30,85	1,7	0	8	15	2,7	1,9	0,6	3,7	3,7	1,7	27,44	11,05
40	2,2	22	1,8	3,1	33,29	1,7	0	9	19	3,3	2,2	0,7	4,0	4,0	1,9	27,93	16,10
41	1,8	12	1,5	2,5	41,91	1,3	0	5	10	2,6	1,7	0,6	3,3	3,2	1,7	39,50	5,75
42	2,1	16	1,8	2,9	44,05	1,4	0	6	15	3,0	1,9	0,8	3,6	3,4	0,8	40,45	8,17
43	0,5	13	1,5	2,6	100,43	0,3	0	5	13	2,7	1,8	3,8	3,8	3,4	1,9	88,48	11,90
44	0,6	19	1,8	3,0	108,63	0,4	0	7	17	3,3	2,1	0,8	4,0	3,7	1,9	90,70	16,51
45	2,4	14	1,4	2,4	44,25	2,1	0	8	11	2,2	1,7	0,5	3,0	3,0	1,6	42,34	4,32
46	2,6	18	1,7	2,8	46,15	2,2	0	9	15	2,7	1,9	0,6	3,3	3,3	1,8	43,19	6,41
47	0,7	17	1,4	2,6	108,84	0,6	0	9	15	2,5	1,8	0,6	3,4	3,4	1,7	99,29	8,77
48	0,7	21	1,8	3,0	116,21	0,6	0	10	19	3,0	2,1	0,7	3,7	3,7	1,9	101,24	12,88
49	3,9	9	2,2	2,6	7,76	2,8	0	4	9	3,3	2,6	1,2	3,8	3,1	1,5	6,67	14,05
50	4,5	11	2,4	2,8	8,12	2,8	0	4	9	3,6	2,8	1,2	4,1	3,3	1,5	6,73	17,12
51	1,2	9	2,2	2,6	20,55	0,7	0	3	8	3,6	2,7	1,1	3,9	3,2	1,5	16,75	18,49
52	1,4	11	2,4	2,8	21,73	0,7	0	3	9	3,9	2,9	1,2	4,5	3,4	1,6	16,90	22,23
53	5,6	11	2,1	2,5	8,80	4,8	0	6	9	3	2,6	1,1	3,4	3,1	1,3	8,01	8,98
54	5,8	13	2,4	2,8	9,09	4,8	0	6	10	3,4	2,8	1,1	3,8	3,3	1,3	8,06	11,33
55	1,8	12	2,2	2,5	23,89	1,5	0	6	10	3,2	2,8	1,1	3,6	3,2	1,3	21,19	11,30
56	1,8	13	2,4	2,8	24,82	1,5	0	6	10	3,5	2,9	1,1	3,8	3,4	1,3	21,31	14,14
57	1,3	8	2,1	2,6	36,26	0,8	0	3	7	3,1	2,4	1,1	3,6	3,0	1,5	33,70	7,06
58	1,5	10	2,4	2,8	37,26	1,0	0	4	9	3,4	2,6	1,2	3,9	3,2	1,5	34,04	8,64
59	0,4	9	2,2	2,6	77,60	0,2	0	3	9	3,5	2,6	1,3	4,2	3,1	1,7	66,72	14,02
60	0,4	10	2,4	2,9	81,34	0,2	0	3	9	3,5	2,6	1,3	4,2	3,1	1,7	67,31	17,25
61	2,0	11	2,1	2,4	39,18	1,7	0	6	8	2,7	2,4	1,1	3,2	2,9	1,2	37,37	4,62
62	2,1	12	2,3	2,7	39,99	1,7	0	6	9	3,0	2,6	1,1	3,5	3,2	1,3	37,65	5,85
63	0,6	12	2,2	2,5	88,05	0,5	0	6	9	3,0	2,6	1,1	3,4	3,1	1,2	80,14	8,98
64	0,6	13	2,4	2,7	90,87	0,5	0	6	10	3,4	2,8	1,1	3,7	3,3	1,3	80,69	11,20

5.2 Ανάλυση παραδείγματος

Πριν αναλυθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν και προτού γίνουν οι συγκρίσεις με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα \bar{x} -s Shewhart, κρίνεται σκόπιμο να μελετηθεί διεξοδικότερα ένα από τα ανωτέρω παραδείγματα, ως πρακτική εφαρμογή. Με τον τρόπο αυτό, θα διαφανεί η σημασία και η ουσία των αποτελεσμάτων, αφού γίνεται ευκολότερα αντιληπτός ο τρόπος χρήσης τους σε πραγματικές συνθήκες.

Συγκεκριμένα, επιλέγουμε τυχαία μία από τις μελετηθείσες περιπτώσεις, προς ανάλυση. Έστω, ότι επιλέγεται η περίπτωση 7 του πίνακα 5-1. Χάριν παραδείγματος, θεωρείται μια εταιρία εμφιαλώσεως κρασιού στην οποία γίνεται εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου ελέγχου ποιότητας.

Έστω, ότι ισχύουν τα παρακάτω στοιχεία για την εταιρία:

α. $\mu_0 = 1$

β. $\sigma_0 = 0,02$

γ. $\delta = 0,5$

δ. $\gamma = \sqrt{2}$

ε. $\lambda_x = \lambda_s = 0,005$

Αναφορικά με τα κόστη που επιβαρύνουν την παραγωγική διαδικασία, για την συγκεκριμένη περίπτωση, προκύπτουν ως ακολούθως:

α. $c = 1$

β. $b = 5$

γ. $L_{1x} = L_{1s} = 200$

δ. $L_{1xs} = 300$

ε. $M_1 = M_2 = 1000$, $M_3 = 1500$

Στη συνέχεια, έχοντας ολοκληρώσει τη συλλογή των απαιτούμενων δεδομένων της διαδικασίας, ακολουθεί η εφαρμογή του μαθηματικού προτύπου που προτείνεται από την εργασία, στη συγκεκριμένη εταιρία εμφιαλώσεως. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου οδηγούν στις ακόλουθες αποφάσεις:

Αρχικά λαμβάνεται δείγμα δεκατριών φιαλών ($n_1 = 13$), το οποίο μετράται ως προς τον όγκο της ποσότητας κρασιού που περιέχει, ο οποίος αποτελεί και το χαρακτηριστικό ποιότητας, τόσο ως προς τη μέση τιμή του, όσο και ως προς την τυπική του απόκλιση.

Από το διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής και αξιοποιώντας τα προτεινόμενα για τον έλεγχο της διαδικασίας αποτελέσματα, προκύπτει ως προειδοποιητικό όριο το $w_{x1} = 0,8$ και ως άνω όριο ελέγχου το $k_{x1} = 2,4$. Αυτό πρακτικά ερμηνεύεται ως εξής: εάν η μέση τιμή

προκύψει μεταξύ των τιμών $\mu_0 + w_x \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}} = 1,0044$ και $\mu_0 + k_{x1} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}} = 1,013$, δηλαδή αν στο

μέσο όρο του δείγματος εμφανίζεται ποσότητα κρασιού μεγαλύτερη κατά 4,4 έως 13 ml από το 1L που πρέπει να περιέχει κάθε φιάλη, τότε απαιτείται η λήψη άμεσα ($h_2 = 0$) δεύτερου δείγματος δεκαεννέα φιαλών ($n_2 = 19$), με αυστηρότερες παραμέτρους δειγματοληψίας, που θα αναλυθούν στη συνέχεια. Επίσης, επισημαίνεται ότι αν η μέση επιπλέον ποσότητα είναι κάτω από 4,4 ml, τότε εξετάζεται το χαρακτηριστικό ποιότητας και ως προς την τυπική του απόκλιση, ενώ αν είναι μεγαλύτερη από 13 ml, τότε σταματάει η διαδικασία για ανίχνευση και επιδιόρθωση τυχόν βλάβης.

Όμοια, γίνεται η χρησιμοποίηση του διαγράμματος ελέγχου τυπικής απόκλισης, με $w_s = 1,0$ και $k_{s1} = 2,5$. Σε αυτό το διάγραμμα, εάν η τυπική απόκλιση του ελεγχόμενου

δείγματος είναι μεταξύ των τιμών $c_{4,1} \cdot \sigma_0 + w_s \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{1 - c_{4,1}^2} = 0,024$ ($c_{4,1} = 0,979$) και

$c_{4,1} \cdot \sigma_0 + k_{s,1} \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{1 - c_{4,1}^2} = 0,03$, τότε, όπως και παραπάνω, η διαδικασία παραπέμπεται σε δεύτερη άμεση δειγματοληψία, με τις συνθήκες αυτής να εξηγούνται αργότερα. Εφόσον, η τυπική απόκλιση του δείγματος, είναι μικρότερη από 0,024 η διαδικασία συνεχίζεται κανονικά, με την επόμενη δειγματοληψία να γίνεται μετά από δύο ώρες ($h_1 = 2$) και το επόμενο δείγμα να εξετάζεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που περιγράφηκε για το αρχικό. Όμως, αν η τυπική απόκλιση ξεπερνά το άνω όριο ελέγχου, είναι δηλαδή μεγαλύτερη από 0,03, τότε διακόπτεται η διαδικασία και ακολουθεί έλεγχος και ενδεχόμενη επιδιόρθωση αυτής.

Στην περίπτωση που ένα ή και τα δύο διαγράμματα ελέγχου, παραπέμπουν σε άμεση επαναδειγματοληψία, χωρίς φυσικά κάποιο αυτά να εμφανίζει τιμή εκτός του άνω ορίου ελέγχου, τότε, όπως ειπώθηκε, λαμβάνεται δείγμα δεκαεννέα φιαλών για το οποίο τα νέα όρια ελέγχου διαφοροποιούνται ως εξής: για το μεν διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής, το άνω όριο ελέγχου γίνεται $\mu_0 + k_{x,2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_2}} = 1,009$, ενώ για το διάγραμμα τυπικής απόκλισης γίνεται

$c_{4,2} \cdot \sigma_0 + k_{s,2} \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{1 - c_{4,2}^2} = 0,027$ ($c_{4,2} = 0,986$). Κατά όμοιο τρόπο, το προειδοποιητικό όριο ελέγχου για το διάγραμμα μέσης τιμής γίνεται $\mu_0 + w_x \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_2}} = 1,0037$, ενώ για το διάγραμμα

ελέγχου της τυπικής απόκλισης έχουμε $c_{4,2} \cdot \sigma_0 + w_s \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{1 - c_{4,2}^2} = 0,023$. Εάν οι μετρούμενες τιμές μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης του νέου δείγματος, είναι κάτω από τα αντίστοιχα προειδοποιητικά όρια ελέγχου, θεωρούμε ότι στη διαδικασία δεν έχει επέλθει κάποια βλάβη και ότι λειτουργεί υπό στατιστικό έλεγχο και η επόμενη δειγματοληψία θα γίνει με τις αρχικές παραμέτρους σχεδίασης. Στην περίπτωση που οι μετρούμενες τιμές βρίσκονται μεταξύ προειδοποιητικών και άνω ορίων ελέγχου, επαναλαμβάνεται άμεση

επαναδειγματοληψία δείγματος δεκαεννέα φιαλών με τα όρια ελέγχου να παραμένουν τα ίδια, ενώ στην περίπτωση που βρίσκονται εκτός ορίων ελέγχου, ακολουθούνται ενέργειες για την αποκατάσταση της διαδικασίας από πιθανές δυσλειτουργίες.

Καλύπτοντας κάθε πιθανή περίπτωση και εκμεταλλευόμενοι το προτεινόμενο από την εργασία διάγραμμα ελέγχου, ολοκληρώνεται η εφαρμογή του σε μια υποτιθέμενη εταιρία, παράδειγμα που δεν απέχει καθόλου από την πραγματικότητα. Συμπερασματικά, η εταιρία εμφιαλώσεως κρασιού που επέλεξε το διάγραμμα ελέγχου που μελετάται για τον έλεγχο της παραγωγικής της διαδικασίας, θα έχει σαφή οφέλη στο κόστος ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων της (συγκεκριμένα μειώνεται κατά 8,44% εάν ως τώρα χρησιμοποιούσε το διάγραμμα $Fp \bar{x}-s$ Shewhart).

5.3 Συγκριτική Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Έχοντας ολοκληρώσει την εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου για τις 64 περιπτώσεις του πίνακα 5-1, με καταγραφή των εξαγόμενων αποτελεσμάτων στους πίνακες 5-2 και 5-3, ακολουθεί ανάλυση αυτών και εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων, κυρίως μέσω σύγκρισης των αποτελεσμάτων με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα $Fp \bar{x}-s$ Shewhart.

Εστιάζοντας στα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5-2 και 5-3, προκύπτουν ορισμένα σημαντικά συμπεράσματα, τόσο ως προς τις παραμέτρους και την επίδρασή τους στο εκάστοτε βέλτιστο σχήμα ελέγχου, κυρίως αναφορικά με το διάγραμμα $Vp \bar{x}-s$ Shewhart, αλλά και ως προς τα αποτελέσματα της σύγκρισης του προτεινόμενου δυναμικού διαγράμματος με το αντίστοιχο στατικό.

Αρχικά, παρατηρούμε, ότι στο σύνολο των περιπτώσεων που εξετάστηκαν, ο βέλτιστος χρόνος δειγματοληψίας στην περίπτωση που αυτή γίνεται με τις αυστηρότερες

παραμέτρους λόγω προειδοποίησης στην προηγούμενη δειγματοληψία, ισούται με μηδέν ($h_2 = 0$). Κατά συνέπεια, θεωρείται ως οικονομικά βέλτιστο η άμεση λήψη δείγματος στις περιπτώσεις που υπάρχει προηγουμένως μέτρηση στην περιοχή ανάμεσα στο προειδοποιητικό και το άνω όριο ελέγχου, σε ένα ή και στα δύο διαγράμματα, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 2.3 της μελέτης. Το συμπέρασμα αυτό, ουσιαστικά επαληθεύει αυτό που έχει ήδη μελετήσει και συμπεράνει ο Nenes (2011a) για δυναμικά διαγράμματα μέσης τιμής τύπου Shewhart, CUSUM αλλά και EWMA, όπου και σε αυτά, το h_2 λαμβάνει τη μικρότερη δυνατή τιμή, υποδεικνύοντας άμεση επαναδειγματοληψία στις περιπτώσεις που υπάρχουν ενδείξεις για βλάβη, για να διατηρηθεί το συνολικό κόστος σε χαμηλότερο επίπεδο. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι λόγω άμεσης επαναδειγματοληψίας του δεύτερου δείγματος, το σταθερό κόστος ελέγχου b , θεωρείται ίσο με μηδέν ($b = 0$). Κατά συνέπεια, το μαθηματικό πρότυπο, στην περίπτωση αυτή, διαφοροποιείται ως προς τις εξισώσεις των μέσων κοστών μετάβασης, για κάθε μια κατάσταση ως αρχική (εξισώσεις (4.4) έως (4.12)), με το σταθερό κόστος ελέγχου σε αυτές, να θεωρείται μηδενικό.

Επίσης, από τη σύγκριση μεταξύ των διαγραμμάτων $Fp \bar{x}$ -s Shewhart και $Vp \bar{x}$ -s Shewhart ως προς το μέσο συνολικό κόστος μετάβασης, καταδεικνύεται η μείωση που επιτυγχάνεται από τη χρήση δυναμικών διαγραμμάτων έναντι στατικών. Ειδικότερα, εξετάζοντας την τελευταία στήλη των πινάκων 5-2 και 5-3, όπου παρουσιάζεται η τιμή του πηλίκου $\frac{ECT_{Fp} - ECT_{Vp}}{ECT_{Fp}} \cdot 100\%$, το οποίο εκφράζει ποσοστιαία τη βελτίωση που επιτυγχάνεται από τη χρήση δυναμικών παραμέτρων, διαφαίνεται και αριθμητικά η οικονομική ανωτερότητα του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου έναντι του αντίστοιχου στατικού. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ένα μέσο ποσοστό βελτίωσης του συνολικού κόστους από το διάγραμμα $Vp \bar{x}$ -s Shewhart έναντι του $Fp \bar{x}$ -s Shewhart ίσο με 10,92%, γεγονός που

οδηγεί στο συμπέρασμα υιοθέτησης δυναμικών παραμέτρων για καλύτερα οικονομικά αποτελέσματα. Το συγκεκριμένο συμπέρασμα εξάγεται στο σύνολο των οικονομικών συγκρίσεων που έχουν γίνει, σε μια πληθώρα μελετών, ανάμεσα σε δυναμικά και στα αντίστοιχα στατικά διαγράμματα, όπως αναφέρεται και στην βιβλιογραφική επισκόπηση στο κεφάλαιο 1 της εργασίας.

Επιπλέον, παρατηρείται εξετάζοντας τα εξαγόμενα αποτελέσματα, ότι στις περιπτώσεις όπου το κόστος λειτουργίας υπό την επίδραση μιας ή και των δύο συστηματικών αιτιών είναι μεγάλο, δηλαδή στις περιπτώσεις όπου τα κόστη M_1, M_2 και M_3 λαμβάνουν τις τιμές 1000, 1000 και 1500, αντίστοιχα, τότε ο χρόνος μεταξύ των δειγματοληψιών h_1 έχει τιμή αρκετά μικρότερη από τις περιπτώσεις όπου ισχύει $M_1 = M_2 = 100$ και $M_3 = 150$. Ειδικότερα, στα παραδείγματα όπου τα συγκεκριμένα κόστη είναι υψηλά, η μεταβλητή h_1 λαμβάνει πολύ μικρότερες τιμές από τα παραδείγματα με χαμηλά κόστη λειτουργίας υπό την επίδραση βλαβών, M_1, M_2 και M_3 , με όλα τα άλλα οικονομικά και στατιστικά στοιχεία ίδια, δηλαδή τα λοιπά στοιχεία κόστους, το ρυθμό εμφάνισης βλαβών, τις μεταβολές στη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση. Δε γίνεται αναφορά στο χρόνο μεταξύ δειγματοληψιών h_2 , γιατί σε κάθε περίπτωση προκύπτει αμελητέος.

Ακόμη, με σύγκριση των τιμών του μεγέθους δείγματος των περιπτώσεων 1-32 με τις αντίστοιχες περιπτώσεις 33-64, όταν δηλαδή αλλάζει μόνο η τιμή της μεταβολής της τυπικής απόκλισης γ , εξάγεται το συμπέρασμα ότι στις περιπτώσεις όπου το τετράγωνο της μεταβολής της τυπικής απόκλισης, γ^2 , λαμβάνει τη μεγαλύτερη από τις δύο πιθανές τιμές της, δηλαδή ισούται με 4, τότε το βέλτιστο μέγεθος δείγματος σε κάθε περίπτωση είναι μικρότερο από το αντίστοιχο όταν το γ^2 ισούται με 2. Αυτό συμβαίνει τόσο για την παράμετρο n_1 όσο και για την “αυστηρότερη” n_2 . Ακριβώς στο ίδιο συμπέρασμα

καταλήγουμε εάν συγκρίνουμε τις περιπτώσεις όπου αυξάνεται μόνο η μεταβολή της μέσης τιμής, δ , λόγω επίδρασης της πρώτης συστηματικής αιτίας, από 0,5 σε 1 τυπικές αποκλίσεις.

Είναι προφανές ότι στις περιπτώσεις όπου το γ^2 λαμβάνει τη μεγαλύτερη τιμή του, τα προειδοποιητικά και τα άνω όρια ελέγχου του διαγράμματος τυπικής απόκλισης είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα όταν το γ^2 ισούται με 2, με όλες τις άλλες μεταβλητές να παραμένουν ίδιες. Το ίδιο ισχύει για τα προειδοποιητικά και άνω όρια ελέγχου του διαγράμματος μέσης τιμής όταν έχουμε μεταβολή της μέσης τιμής από 0,5 σε 1 τυπικές αποκλίσεις (από $\delta = 0,5$ σε $\delta = 1$). Αντίθετη μεταβολή, δηλαδή μείωση, παρατηρείται στην τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους όταν έχουμε αύξηση των μεταβλητών δ ή/και γ^2 με το ποσοστό οικονομικής βελτίωσης έναντι του στατικού διαγράμματος, ωστόσο, να αυξάνεται.

Ένα ακόμα συμπέρασμα, προκύπτει παρατηρώντας τη μεταβολή της τιμής του ελάχιστου συνολικού κόστους καθώς και του χρόνου δειγματοληψίας, όταν αυξάνεται η συχνότητα εμφάνισης των συστηματικών αιτιών. Πιο συγκεκριμένα, αύξηση των μεταβλητών λ_x και λ_s , οδηγεί σε αύξηση το συνολικό κόστος ποιότητας και μείωση της μεταβλητής h_1 , υποδεικνύοντας συχνότερη λήψη δειγμάτων.

Αύξηση του ελάχιστου συνολικού κόστους παρατηρείται και στις περιπτώσεις όπου το σταθερό κόστος ελέγχου b , δε θεωρείται αμελητέο, λαμβάνοντας την τιμή των 5 χρηματικών μονάδων. Σε αυτή την περίπτωση, παρατηρείται αύξηση της τιμής του h_1 , αύξηση του μεγέθους δείγματος, δηλαδή των μεταβλητών n_1 και n_2 , αλλά και μικρή μείωση των προειδοποιητικών και άνω ορίων ελέγχου τόσο του διαγράμματος μέσης τιμής όσο και τυπικής απόκλισης.

Επιπρόσθετα, συγκρίνοντας τα εξαγόμενα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι το κόστος λανθασμένης διακοπής λειτουργίας της διαδικασίας L_0 , το οποίο λαμβάνει τις τιμές $L_0 = 100$ και $L_0 = 200$, δεν επηρεάζει τις βέλτιστες παραμέτρους σχεδίασης αλλά ούτε και την τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους. Συγκεκριμένα, παρατηρώντας τις βέλτιστες παραμέτρους σχεδίασης αλλά και το ελάχιστο συνολικό κόστος ανά ζεύγη περιπτώσεων, δηλαδή όταν η μόνη μεταβλητή που διαφοροποιείται ανάμεσα σε δύο περιπτώσεις είναι το L_0 , οι διαφορές που προκύπτουν είναι αμελητέες.

Τέλος, ένα ακόμη συμπέρασμα το οποίο εξάγεται και το οποίο αφορά τη σύγκριση των βέλτιστων παραμέτρων σχεδίασης είναι ότι ο χρόνος μεταξύ των δειγματοληψιών h , αλλά και το μέγεθος δείγματος n είναι κατά κανόνα μικρότερα στην περίπτωση των δυναμικών διαγραμμάτων έναντι των αντίστοιχων στο στατικό διάγραμμα ελέγχου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Με την παράθεση των αριθμητικών αποτελεσμάτων που εξάγονται από το μοντέλο που ερευνήθηκε για μια σειρά περιπτώσεων, ολοκληρώνεται η πλήρης μελέτη του στατιστικού εργαλείου που προτείνει η εργασία. Ωστόσο, έχει γίνει αναφορά σε προηγούμενο κεφάλαιο στις παραδοχές που έχουν γίνει, οι οποίες προφανώς περιορίζουν τη γενικότητα του μοντέλου, και η άρση των οποίων αποτελεί αντικείμενο περαιτέρω μελέτης.

Μία από τις παραδοχές αυτές, αφορά τη βέβαιη αποκατάσταση της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο, όταν υπάρχει αληθής ένδειξη ότι σε αυτή έχει επιδράσει κάποια συστηματική αιτία. Άλλη μία από τις παραδοχές, είναι η θεώρηση, ότι η συστηματική αιτία που μεταβάλλει τη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, είναι δυνατόν να προκαλέσει μόνο αύξηση σε αυτή, χωρίς να εξετάζεται η πιθανότητα μείωσης της μέσης τιμής.

Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου, εξετάζεται η επέκταση του διαγράμματος \bar{X} -s Shewhart που μελετήθηκε, μέσω της άρσης των δύο αυτών παραδοχών και την καταγραφή των τροποποιήσεων που απαιτεί αυτή η γενίκευση του μοντέλου.

6.1 Ατελής Ενδιάμεση Αποκατάσταση της Διαδικασίας

Όπως αναφέρθηκε, θεωρήθηκε στο αρχικό μοντέλο, ότι στις περιπτώσεις όπου απαιτείται διακοπή της διαδικασίας για αποκατάσταση ενδεχόμενων βλαβών και πιο συγκεκριμένα στις περιπτώσεις όπου όντως είχε επιδράσει κάποια συστηματική αιτία στη διαδικασία, τότε η συστηματική αιτία ή οι συστηματικές αιτίες αποκαθίστανται πλήρως και η διαδικασία επανέρχεται με βεβαιότητα σε στατιστικό έλεγχο.

Ωστόσο, υπάρχει το ενδεχόμενο οι ενδιάμεσες αποκαταστάσεις της συστηματικής αιτίας να μην είναι τέλειες. Συγκεκριμένα, υπάρχει η πιθανότητα να μην αποκαθίσταται πλήρως η βλάβη και η επιρροή να συνεχίζει. Έστω, ότι ορίζεται ως π_1 η πιθανότητα να αποκατασταθεί πλήρως η πρώτη συστηματική αιτία, η οποία μεταβάλλει τη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, όταν, προφανώς, αυτή έχει επιδράσει στη διαδικασία και ανιχνεύεται από το διάγραμμα ελέγχου. Όμοια, ορίζεται ως π_2 η πιθανότητα πλήρους αποκατάστασης της δεύτερης συστηματικής αιτίας, η οποία αυξάνει την τυπική απόκλιση του χαρακτηριστικού ποιότητας. Προφανώς, όταν στη διαδικασία επιδρούν και οι δύο συστηματικές αιτίες, τότε η πιθανότητα να επανέλθει η διαδικασία σε στατιστικό έλεγχο, προκύπτει ως το γινόμενο των δύο επιμέρους πιθανοτήτων αποκατάστασης, δηλαδή ισούται με $\pi_1 \cdot \pi_2$.

Αυτή η γενίκευση του μοντέλου, επιδρά στις τιμές ορισμένων πιθανοτήτων μετάβασης, ώστε να συμπεριληφθούν σε αυτές τα ενδεχόμενα να μην αποκατασταθούν πλήρως οι συστηματικές αιτίες. Για να απαιτηθεί αποκατάσταση της διαδικασίας, απαιτείται πρωτίστως η ανάλογη ένδειξη από το διάγραμμα ελέγχου, συνεπώς οι πιθανότητες μετάβασης που επηρεάζονται και τροποποιούνται, είναι αυτές για τις οποίες ισχύει $a_N = 2$ στην αρχική κατάσταση, όπως εξηγείται αναλυτικά στην παράγραφο 2.3.

Ειδικότερα, οι πιθανότητες που αφορά η ανεπιτυχής αποκατάσταση μιας συστηματικής αιτίας είναι οι $P_{10,20}, P_{10,21}, P_{10,22}, P_{11,20}, P_{11,21}, P_{11,22}, P_{12,20}, P_{12,21}, P_{12,22}, P_{13,20}, P_{13,21}, P_{13,22}$, για ενδεχόμενη ανεπιτυχή αποκατάσταση της πρώτης συστηματικής αιτίας, οι $P_{20,20}, P_{20,21}, P_{20,22}, P_{21,20}, P_{21,21}, P_{21,22}, P_{22,20}, P_{22,21}, P_{22,22}, P_{23,20}, P_{23,21}, P_{23,22}$, ώστε να συμπεριληφθεί το ενδεχόμενο μη πλήρους αποκατάστασης της δεύτερης συστηματικής αιτίας, και οι

$P_{20,20}, P_{20,21}, P_{20,22}, P_{21,20}, P_{21,21}, P_{21,22}, P_{22,20}, P_{22,21}, P_{22,22}, P_{23,20}, P_{23,21}, P_{23,22}$ όταν έχουν επιδράσει και οι δύο

συστηματικές αιτίες και πρέπει να εξεταστούν εκ νέου οι πιθανότητες μετάβασης, ώστε να ληφθεί υπόψη η πιθανότητα μη πλήρους επαναφοράς της διαδικασίας σε στατιστικό έλεγχο.

Το στοχαστικό μητρώο πιθανοτήτων \mathbf{P} που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 3.1 της μελέτης, διατηρεί την ίδια ακριβώς μορφή, με μόνη αλλαγή τις εξισώσεις από τις οποίες προκύπτουν οι πιθανότητες μετάβασης που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Οι νέες εξισώσεις, των επηρεαζόμενων από την ενδεχόμενη ατελή ενδιάμεση αποκατάσταση της διαδικασίας, για λόγους ευκολίας ανάγνωσης, παρατίθενται στο Παράρτημα Β.

6.2 Μείωση Μέσης Τιμής

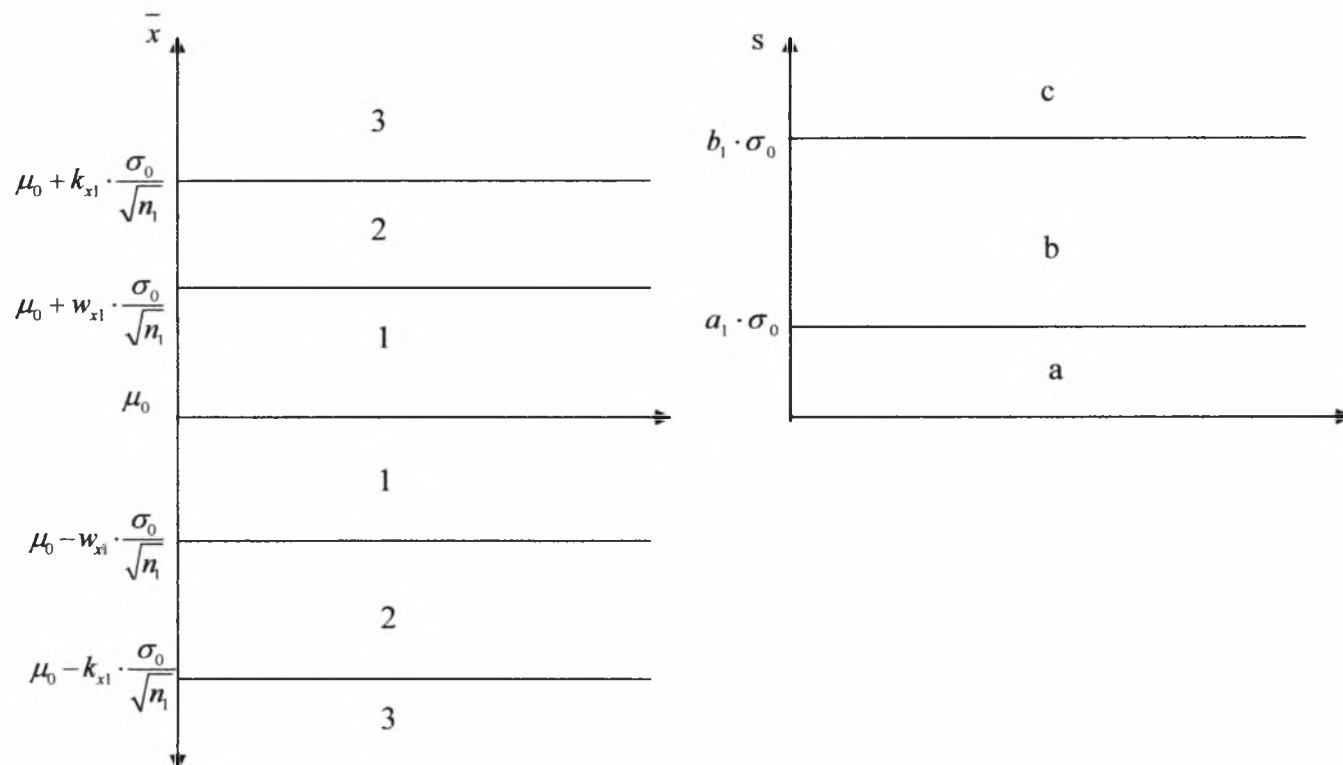
Η άρση της δεύτερης παραδοχής, η οποία γενικεύει αρκετά το μοντέλο που αρχικά ερευνήθηκε, αφορά την πιθανή ύπαρξη δύο συστηματικών αιτιών στη διαδικασία, οι οποίες προκαλούν με την εμφάνισή τους, αύξηση στη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, η μία, και αύξηση της τυπικής του απόκλισης, η άλλη. Όμως, αν και η μείωση της τυπικής απόκλισης δεν μπορεί να θεωρηθεί ως δυσλειτουργία, δεν ισχύει το ίδιο και για τη μέση τιμή. Σε αρκετές παραγωγικές διαδικασίες, η μειωτική επίδραση μιας βλάβης στη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας είναι εξίσου πιθανή και ανεπιθύμητη με την αυξητική.

Συνεπώς, εξετάζεται στη συνέχεια αμφίπλευρο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής, με πιθανή και τη μείωση της μέσης τιμής λόγω βλάβης, συνδυασμένου φυσικά, με το διάγραμμα της τυπικής απόκλισης. Με τον τρόπο αυτό, παρακολουθούνται παραγωγικές διαδικασίες στις οποίες είναι πιθανό να επέλθουν δύο συστηματικές αιτίες, όπως προηγουμένως, με τη διαφορά ότι η πρώτη συστηματική αιτία, δύναται να προκαλέσει εκτός

από αύξηση της μέσης τιμής από την τιμή μ_0 στη $\mu_1 = \mu_0 + \delta \cdot \sigma_0$ και μείωση αυτής, από μ_0 σε $\mu_1 = \mu_0 - \delta \cdot \sigma_0$.

Παρακάτω, φαίνονται σχηματικά τα δύο διαγράμματα ελέγχου, ο συνδυασμός των οποίων οδηγεί σε ένα πιο διευρυμένο μοντέλο, σε σχέση με το αυτό που έχει ήδη ερευνηθεί.

(σχήμα 6-1):



Σχήμα 6-1: Σχηματική απεικόνιση των δύο διαγραμμάτων ελέγχου με αρχικές παραμέτρους σχεδίασης για συνδυασμό αμφίπλευρου διαγράμματος μέσης τιμής με μονόπλευρο διάγραμμα τυπικής απόκλισης

Με τις υπόλοιπες παραδοχές να ισχύουν ως έχουν και την περιγραφή της διαδικασίας του ελέγχου να παραμένει κατά βάση η ίδια, αυτό που διαφοροποιεί το νέο έλεγχο από τον ήδη υπάρχοντα, είναι η ύπαρξη κάτω προειδοποιητικού ορίου και κάτω ορίου ελέγχου, που συμβολίζονται σε στατιστικό έλεγχο με $-w_{x1}$ και $-k_{x1}$, στο διάγραμμα της ανηγμένης μέσης τιμής.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 6-1, προκύπτουν οι ίδιοι πιθανοί συνδυασμοί, αναφορικά με τις συνδυασμένες πιθανές περιοχές που βρίσκεται η τιμή της μέτρησης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης. Συνεπώς, οι συνδυασμοί και η απόφαση που λαμβάνεται για κάθε έναν από αυτούς, δηλαδή η περιγραφή της διαδικασίας του διευρυμένου διαγράμματος ελέγχου, είναι όμοια με αυτή του προϋπάρχοντος, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 2.3 της παρούσας εργασίας.

Δε θα πρέπει να παραληφθεί να αναφερθεί, ότι η παραδοχή πως είναι εξίσου πιθανό η πρώτη συστηματική αιτία να προκαλέσει αύξηση ή μείωση μέσης τιμής και το γεγονός πως τα στοιχεία κόστους είναι τα ίδια, οδηγεί στην ισότητα του άνω και κάτω προειδοποιητικού ορίου και του άνω και κάτω ορίου ελέγχου, τόσο σε στατιστικό έλεγχο όσο και στην περίπτωση που απαιτούνται αυστηρότερες παράμετροι για την επόμενη δειγματοληψία. Για το λόγο αυτό, ο συμβολισμός των κάτω προειδοποιητικών ορίων και κάτω ορίων ελέγχου παραμένει ίδιος με τα αντίστοιχα άνω όρια, με ένα μείον να απαιτείται προφανώς πριν από τα πρώτα. Συμπερασματικά, το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου χρησιμοποιεί συμμετρικό, αμφίπλευρο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής τύπου Shewhart, σε συνδυασμό με μονόπλευρο διάγραμμα ελέγχου τυπικής απόκλισης.

Συνεχίζοντας τη μελέτη του διευρυμένου διαγράμματος ελέγχου στα πρότυπα του απλού διαγράμματος που εξετάστηκε, ακολουθεί η ανάπτυξη του μαθηματικού προτύπου. Με τα στοιχεία κόστους να μην επηρεάζονται από την επέκταση του μοντέλου, τη διαδικασία ελέγχου να παραμένει ίδια, και τις συστηματικές αιτίες να μην επηρεάζονται αριθμητικά, το στοχαστικό μητρώο πιθανοτήτων μετάβασης παραμένει ίδιο στη μορφή του, όπως αυτό φαίνεται στο σχήμα 3-1.

Ωστόσο, η επέκταση του διαγράμματος ελέγχου μέσης τιμής από μονόπλευρο σε αμφίπλευρο, διαφοροποιεί τις πιθανότητες μετάβασης, αλλάζοντας τις εξισώσεις από τις οποίες αυτές εξάγονται, έτσι ώστε να περιλαμβάνονται και οι νέοι πιθανοί συνδυασμοί περιοχών που προκύπτουν. Παρακάτω παρατίθενται οι νέες αυτές εξισώσεις:

$$\rho_{ij}^{00} = \left\{ \begin{array}{ll}
 \left(\Phi(w_{x_1}) - \Phi(-w_{x_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_1} & i=0, j=0 \\
 \left[\left(\Phi(w_{x_1}) - \Phi(-w_{x_1}) \right) \cdot \left(P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) + \right. \\
 \left. + \left(\Phi(k_{x_1}) - \Phi(w_{x_1}) - \Phi(-k_{x_1}) + \Phi(-w_{x_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_1} & i=0, j=1 \\
 \left[\left(1 - \Phi(k_{x_1}) + \Phi(-k_{x_1}) \right) + \left(\Phi(k_{x_1}) - \Phi(-k_{x_1}) \right) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_1} & i=0, j=2 \\
 \left(\Phi(w_{x_2}) - \Phi(-w_{x_2}) \right) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_2} & i=1, j=0 \\
 \left[\left(\Phi(w_{x_2}) - \Phi(-w_{x_2}) \right) \cdot \left(P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) - P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right) + \right. \\
 \left. + \left(\Phi(k_{x_2}) - \Phi(w_{x_2}) - \Phi(-k_{x_2}) + \Phi(-w_{x_2}) \right) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_2} & i=1, j=1 \\
 \left[\left(1 - \Phi(k_{x_2}) + \Phi(-k_{x_2}) \right) + \left(\Phi(k_{x_2}) - \Phi(-k_{x_2}) \right) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_y)h_2} & i=1, j=2 \\
 \rho_{0j}^{00} & i=2, j=0,1,2
 \end{array} \right.$$

$$\rho_{ij}^{22} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} \quad i=0, j=0 \\ \left[\left(\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) + \Phi\left(-\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} \quad i=0, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) + \Phi\left(-\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_1} \quad i=0, j=2 \\ \left(\Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} \quad i=1, j=0 \\ \left[\left(\Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) + \Phi\left(-\frac{w_{x_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} \quad i=1, j=1 \\ \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) + \Phi\left(-\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) \right) + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) - \Phi\left(-\frac{k_{x_2}}{\gamma}\right) \right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda \cdot h_2} \quad i=1, j=2 \\ \rho_{0j}^{02} \quad i=2, j=0,1,2 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left(\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-\lambda \cdot n_1} & i=0, j=0 \\
& \left(\left(\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) \cdot \left(P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) + \right. \\
& \left. \left(\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \Phi(-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot n_1} & i=0, j=1 \\
& \left(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) + \Phi(-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) + \right. \\
& \left. + \left(\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot n_1} & i=0, j=2 \\
& \left(\Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \right) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \cdot e^{-\lambda \cdot n_2} & i=1, j=0 \\
& \left(\left(\Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \right) \cdot \left(P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) - P(\chi_{n_2-1}^2 < \alpha_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right) + \right. \\
& \left(\Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) + \right. \\
& \left. + \Phi(-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \right) \cdot P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot n_2} & i=1, j=1 \\
& \left(1 - \Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) + \Phi(-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) + \right. \\
& \left. + \left(\Phi(k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) - \Phi(-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}) \right) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_2-1}^2 < \beta_2^2 \cdot (n_2 - 1)) \right) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot n_2} & i=1, j=2 \\
& P_{0j} & i=2, j=0,1,2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\Phi \left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) \cdot P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) & i=0, j=0 \\
& \left[\left(\Phi \left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) \cdot \left(P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) + \right. & i=0, j=1 \\
& \left. + \left(\Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \Phi \left(\frac{-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) + \Phi \left(\frac{-w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) \cdot P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right] \\
& \left[1 - \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) + \Phi \left(\frac{-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) + \right. & i=0, j=2 \\
& \left. + \left(\Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) \right] \\
& \left(\Phi \left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) \right) \cdot P \left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1) \right) & i=1, j=0 \\
& \left[\left(\Phi \left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) \right) \cdot \left(P \left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1) \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - P \left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\alpha_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1) \right) \right) + \right. & i=1, j=1 \\
& \left. + \left(\Phi \left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \Phi \left(\frac{-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) + \Phi \left(\frac{-w_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) \right) \cdot P \left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1) \right) \right] \\
& \left[1 - \Phi \left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) + \Phi \left(\frac{-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) + \right. & i=1, j=2 \\
& \left. + \left(\Phi \left(\frac{k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) - \Phi \left(\frac{-k_{x_2} - \delta \cdot \sqrt{n_2}}{\gamma} \right) \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_2-1}^2 < \frac{\beta_2^2}{\gamma} \cdot (n_2 - 1) \right) \right) \right] \\
& \rho_{0j}^{03} & i=2, j=0,1,2
\end{aligned}$$

Οι πιθανότητες, P_{ij}^{k0} , P_{ij}^{k1} και P_{ij}^{k2} , για $k=1,2,3$, $k=2,3$ και $k=1,2$ αντίστοιχα, προκύπτουν από τις ίδιες ακριβώς σχέσεις που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 3 και για λόγους οικονομίας χώρου δεν παρατίθενται.

Επιπρόσθετα, υπενθυμίζεται ότι οι πιθανότητες P_{ij}^{01} προκύπτουν από τις P_{ij}^{11} , πολλαπλασιάζοντας με γ_1 , για κάθε περίπτωση, ενώ οι πιθανότητες μετάβασης P_{ij}^{03} , P_{ij}^{13} , P_{ij}^{23} , προκύπτουν από τις P_{ij}^{33} εάν πολλαπλασιάσουμε με $\gamma_1 \cdot \gamma_2, \gamma_2, \gamma_1$, αντίστοιχα, επίσης για κάθε μια περίπτωση μετάβασης, όπως ίσχυε για τις αντίστοιχες πιθανότητες του προηγούμενου μοντέλου.

Στην πορεία επίλυσης του διευρυμένου μοντέλου, κατά αντιστοιχία με το προηγούμενο μοντέλο, ακολουθεί ο υπολογισμός των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης, ο ορισμός της συνάρτησης συνολικού κόστους και η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης αυτής, που οδηγεί και στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Όλα αυτά τα βήματα, γίνονται κατά πανομοιότυπο τρόπο με το προηγούμενο μοντέλο, όπως περιγράφονται στην επίλυση του μαθηματικού προτύπου του τελευταίου, στο Κεφάλαιο 4.

Κατά συνέπεια, έχει ολοκληρωθεί η περιγραφή ενός ευρύτερου διαγράμματος ελέγχου, με άρση της παραδοχής για αυξητική μόνο επίδραση της πρώτης συστηματικής αιτίας και επέκταση αυτής και σε ενδεχόμενη μείωση, με ανάλυση τόσο της διαδικασίας, όσο και της επίλυσης του μαθηματικού προτύπου του διαγράμματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

7.1 Σύνοψη

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, τύπου Shewhart, με δυναμικές παραμέτρους σχεδίασης, δηλαδή το διάγραμμα $Vp \bar{x} - s$ Shewhart. Η μελέτη του διαγράμματος αυτού έγινε με γνώμονα την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ποιότητας. Το προτεινόμενο διάγραμμα ελέγχου χρησιμοποιείται για παρακολούθηση διαδικασιών, στις οποίες είναι πιθανό να επιδράσουν δύο συστηματικές αιτίες, προκαλώντας είτε αύξηση της μέσης τιμής του χαρακτηριστικού ποιότητας, είτε αύξηση της τυπικής του απόκλισης ή και τα δύο συγχρόνως. Για την ανάπτυξη του μαθηματικού προτύπου του διαγράμματος, αξιοποιήθηκε η θεωρία των Μαρκοβιανών αλυσίδων.

Πιο συγκεκριμένα, μετά από τη βιβλιογραφική επισκόπηση των σχετικών μελετών, ακολούθησε αναλυτική περιγραφή της προτεινόμενης διαδικασίας παρακολούθησης μιας παραγωγής. Έγινε αναφορά στις παραδοχές του προτεινόμενου μοντέλου και λεπτομερής ανάλυση του τρόπου σύνδεσης των δύο επιμέρους διαγραμμάτων ελέγχου, μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης. Ακόμη, παρουσιάστηκαν τα στοιχεία κόστους τα οποία επιβαρύνουν την παραγωγή και τα οποία είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν για την επίλυση του μαθηματικού προτύπου.

Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε το μαθηματικό πρότυπο, με σχεδίαση της Μαρκοβιανής αλυσίδας, μέσω ορισμού όλων των πιθανών καταστάσεων της διαδικασίας. Επιπλέον, ακολούθησε υπολογισμός των πιθανοτήτων μετάβασης από κάθε πιθανή κατάσταση προς όλες τις καταστάσεις, συνθέτοντας με τον τρόπο αυτό το στοχαστικό μητρώο πιθανοτήτων,

που αποτελεί έναν πίνακα διαστάσεων δώδεκα επί δώδεκα (12×12) και περιλαμβάνει τις πιθανότητες μετάβασης της διαδικασίας από οποιαδήποτε πιθανή κατάσταση σε μια δειγματοληψία, σε κάθε πιθανή κατάσταση στην επόμενη δειγματοληψία.

Έχοντας υπολογίσει αυτές τις πιθανότητες μετάβασης ολοκληρώνεται η ανάπτυξη του μαθηματικού προτύπου και ακολουθεί η επίλυσή του. Αρχικά, βάσει της θεωρίας επίλυσης συστημάτων γραμμικών εξισώσεων και της θεωρίας των Μαρκοβιανών αλυσίδων, υπολογίζονται οι μακροπρόθεσμες πιθανότητες να βρίσκεται η διαδικασία που παρακολουθείται σε κάθε μία από τις δώδεκα πιθανές καταστάσεις που έχουν, κατά την ανάπτυξη του προτύπου, οριστεί. Έπειτα, υπολογίζεται το μέσο κόστος μετάβασης EC , αλλά και η μέση διάρκεια μετάβασης ET , τα οποία για τον υπολογισμό τους προαπαιτούν τις πιθανότητες σταθερής κατάστασης οι οποίες έχουν ήδη υπολογιστεί.

Εν συνεχεία, με διαίρεση του μέσου κόστους ανά μετάβαση με τη μέση διάρκεια μετάβασης, προκύπτει η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου, το οποίο συμβολίζεται ως ECT . Για την ελαχιστοποίηση αυτής της συνάρτησης αναζητείται ο βέλτιστος συνδυασμός τιμών για κάθε μία μεταβλητή των παραμέτρων σχεδίασης $(h_1, h_2, n_1, n_2, k_{x1}, k_{x2}, k_{s1}, k_{s2}, w_x, w_s)$. Για να υπολογιστούν οι βέλτιστες αυτές παράμετροι σχεδίασης έχει δημιουργηθεί λογισμικό σε γλώσσα προγραμματισμού *Fortran*, από το οποίο μέσω επαναληπτικών διαδικασιών, εξάγονται οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης αλλά και η τιμή του μέσου συνολικού κόστους στη μονάδα του χρόνου.

Αφού έχει περιγραφεί αναλυτικά τόσο η διαδικασία παρακολούθησης μιας παραγωγής όσο και το μαθηματικό πρότυπο μοντελοποίησης του διαγράμματος ελέγχου, έγινε εφαρμογή αυτών για μια σειρά παραδειγμάτων. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα καταγράφηκαν και στη συνέχεια αναλύθηκαν τόσο ως προς τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων σχεδίασης για κάθε

περίπτωση, όσο και σε σύγκριση με το στατικό διάγραμμα $\bar{X}-s$ Shewhart, εξάγοντας χρήσιμα συμπεράσματα. Επιπρόσθετα, εξετάστηκε σε βάθος και ως εφαρμογή σε πραγματικό παράδειγμα μία από τις 64 περιπτώσεις, έτσι ώστε να διαφανεί η πρακτική χρησιμότητα του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου και ο τρόπος χρήσης του.

Τέλος, έγινε επέκταση του διαγράμματος ελέγχου που μελετήθηκε, σε περιπτώσεις όπου υπάρχει το ενδεχόμενο ατελούς αποκατάστασης των συστηματικών αιτιών και εξετάστηκαν οι αλλαγές που αυτή η πιθανότητα επιφέρει στο πρότυπο. Επιπλέον, το διάγραμμα ελέγχου επεκτάθηκε με την εξέταση αμφίπλευρου διαγράμματος μέσης τιμής, αντί του μονόπλευρου που αρχικά μελετήθηκε. Συνεπώς, προστέθηκε στην επίδραση της πρώτης συστηματικής αιτίας, το ενδεχόμενο να προκαλέσει μείωση στη μέση τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας, πιθανότητα που αποκλειόταν από το αρχικό διάγραμμα ελέγχου. Με τον τρόπο αυτό, αναλύοντας τις διαφοροποιήσεις του διευρυμένου αυτού διαγράμματος σε σχέση με το αρχικό, προέκυψε ένα διαφοροποιημένο διάγραμμα ελέγχου, διαφορετικά εφαρμόσιμο στον έλεγχο ποιότητας παραγωγικών διαδικασιών, στις οποίες επιδρούν συστηματικές αιτίες μεταβολής της μέσης τιμής αλλά και της τυπικής απόκλισης.

7.2 Συμπεράσματα

Η μελέτη ενός δυναμικού διαγράμματος ελέγχου, συνδυασμένης παρακολούθησης της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης του χαρακτηριστικού ποιότητας, οδήγησε στην εξαγωγή ορισμένων χρήσιμων συμπερασμάτων, τα οποία καταγράφονται και αναλύονται στην παρούσα παράγραφο.

Αρχικά, η μελέτη και ανάπτυξη του δυναμικού, ως προς όλες τις παραμέτρους σχεδίασης, διαγράμματος ελέγχου $Vp \bar{X}-s$ Shewhart, κατέδειξε την οικονομική του

ανωτερότητα ως εργαλείου στατιστικού ελέγχου ποιότητας σε σχέση με το αντίστοιχο στατικό διάγραμμα $\bar{Fp} \bar{x} - s$ Shewhart. Το γεγονός αυτό διαφαίνεται από το σύνολο των παραδειγμάτων που εξετάστηκαν και επαληθεύει το γενικό συμπέρασμα της βιβλιογραφίας στο πεδίο του στατιστικού ελέγχου ποιότητας, ότι η αύξηση της πολυπλοκότητας σχεδίασης στατιστικών εργαλείων ελέγχου, οδηγεί σε βελτιωμένη οικονομική αποτελεσματικότητα.

Επίσης, εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο χρόνος που μεσολαβεί μέχρι την επόμενη δειγματοληψία, όταν υπάρχουν ενδείξεις για ύπαρξη συστηματικής αιτίας, θα πρέπει να είναι ο ελάχιστος δυνατός. Αποδεικνύεται μέσω της εφαρμογής του μαθηματικού προτύπου σε διάφορα παραδείγματα, ότι το h_2 λαμβάνει τη μικρότερη δυνατή τιμή, η οποία είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς, συμπεραίνεται ότι στις περιπτώσεις που έχουν οριστεί ως προειδοποιητικές για επίδραση δυσλειτουργιών, είναι οικονομικά αποτελεσματικότερο να γίνεται στο συντομότερο δυνατό χρονικό διάστημα, επαναδειγματοληψία, ώστε να εξετάζεται εάν είναι βάσιμες οι ενδείξεις για βλάβη ή όχι. Και αυτό το συμπέρασμα αποτελεί επαλήθευση συμπεράσματος της βιβλιογραφίας, όπου σε πολλά δυναμικά διαγράμματα που μελετήθηκαν, το h_2 λαμβάνει τη μικρότερη δυνατή τιμή.

Τέλος, συμπεραίνεται, ότι στα δυναμικά διαγράμματα είναι οικονομικά αποτελεσματικότερη η συχνότερη λήψη μικρότερων δειγμάτων, έναντι των λίγων δειγματοληψιών αλλά με μεγαλύτερα μεγέθη δείγματος. Εξετάζοντας, τα εξαγόμενα αποτελέσματα του προτεινόμενου δυναμικού διαγράμματος και συγκρίνοντάς τα με τα αντίστοιχα του στατικού, για κάθε περίπτωση, γίνεται προφανής αυτή η διαπίστωση, υποδεικνύοντας ότι στην περίπτωση του δυναμικού διαγράμματος που υπάρχει ευελιξία ως προς τις τιμές των μεταβλητών προτιμάται αυτή η πολιτική λήψης δειγμάτων.

7.3 Προτάσεις περαιτέρω έρευνας

Είναι προφανές πως η συμβολή της παρούσας μελέτης στη βιβλιογραφία του επιστημονικού πεδίου του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας, δεν εξαντλεί σε καμία περίπτωση, τα περιθώρια για εξέλιξη και περαιτέρω έρευνα στο συγκεκριμένο τομέα.

Αρχικά, θα ήταν ενδιαφέρουσα η εξέταση και βελτιστοποίηση του προτεινόμενου διαγράμματος ελέγχου, εκτός από καθαρά οικονομικά κριτήρια και σε συνδυασμό με στατιστικά κριτήρια. Αυτό, σαφώς θα βελτίωνε τις στατιστικές ιδιότητες του διαγράμματος, όπως την ταχύτητα ανίχνευσης βλαβών, τα σφάλματα α' είδους κ.α.

Επιπλέον, θα μπορούσε να εξεταστεί το δυναμικό διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης και σε παραγωγικές διαδικασίες οι οποίες δε λειτουργούν συνεχώς, αλλά για πεπερασμένο χρονικό διάστημα.

Τέλος, αντικείμενο περαιτέρω μελέτης θα μπορούσε να αποτελέσει η επέκταση του προτεινόμενου διαγράμματος, σε διάγραμμα δυναμικών παραμέτρων με περισσότερες από δύο δυνατές τιμές για κάθε παράμετρο. Αυτή η γενίκευση της δυναμικότητας των παραμέτρων θα οδηγήσει σε οικονομικά ανώτερα αποτελέσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

- [1] Νενές, Γ., 2006. *Συγκριτική Μελέτη Ειδικών Στατικών και Δυναμικών Διαγραμμάτων Στατιστικού Ελέγχου Παραγωγικών Διαδικασιών*. Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Βιομηχανικής Διοίκησης, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.
- [2] Ταγαράς Γ., 2001. *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη

Ξένα

- [3] Bai, D.S., Lee, K.T., 2002. Variable Sampling Interval \bar{X} Control Charts. *International Journal of Production Economics*, **54** (1), 57-64.
- [4] Bather, J.A., 1963. Control Charts and minimization of costs. *Journal of the Royal Statistical Society*, **25**, 49-80.
- [5] Brook, D., Evans, D.A., 1972. An Approach to the Probability Distribution of CUSUM Run Length. *Biometrika*, **59** (3), 539-549.
- [6] Chengular, I.N., Arnold, J.C., Reynolds, M.R., 1989. Variable Sampling Intervals for Multiparameter Shewhart Charts. *Communications in Statistics- Theory and Methods*, **18** (5), 1769-1792.
- [7] Chung, K.J, Chen, S.L, 1993. An algorithm for the determination of optimal design parameters of joint \bar{X} and R control charts. *Computers and Industrial Engineering*, **24** (2), 291-301

- [8] Costa, A.F.B, 1993. Joint Economic Design of \bar{X} and R control charts for processes subject to two independent assignable causes. *IIE Transactions*, **25** (6), 27-33.
- [9] Costa, A.F.B, 1994. Charts with Variable Sample Size. *Journal of Quality Technology*, **26** (3), 155-163.
- [10] Costa, A.F.B, 1997. \bar{X} Chart with Variable Sample Size and Sampling Intervals. *Journal of Quality Technology*, **29** (2), 197-204.
- [11] Costa, A.F.B, 1998a. VSSI \bar{X} Charts with Sampling at Fixed Times. *Communication in Statistics-Theory and Methods*, **27** (11), 2853-2869.
- [12] Costa, A.F.B, 1998b. Joint \bar{X} and R charts with Variable Parameters. *IIE transaction*, **30**, 505-514.
- [13] Costa, A.F.B, 1999a. Joint \bar{X} and R charts with Variable Sample Sizes and Sampling Intervals. *Journal of Quality Technology*, **31** (4), 387-397.
- [14] Costa, A.F.B, 1999b. \bar{X} Charts with Variable Parameters. *Journal of Quality Technology*, **31** (4), 408-416.
- [15] Costa, A.F.B, De Magalhaes, M.S., 2005. Economic Design of two-stage \bar{X} Charts: The Markov Chain Approach. *International Journal of Production Economics*, **95** (1), 9-20.
- [16] Costa, A.F.B, De Magalhaes, M.S., 2007. An adaptive chart for monitoring the process mean and variance. *Quality and Reliability Engineering International*, **23** (7), 821-831.

- [17] Costa, A.F.B, De Magalhaes, M.S., Epprecht, E.K., 2009. Monitoring the process mean and variance using a synthetic control chart with two-stage testing. *International Journal of Production Research*, **47** (18), 5067-5086.
- [18] Costa, A.F.B, Rahim, M.A., 2000. Economic design of \bar{X} and R charts under Weibull shock models. *Quality and Reliability Engineering International*, **16** (2), 143-156.
- [19] Costa, A.F.B, Rahim, M.A., 2001. Economic Design of \bar{X} Charts with Variable Parameters: The Markov Chain Approach. *Journal of Applied Statistics*, **28** (7), 875-885.
- [20] Costa, A.F.B, Rahim, M.A., 2004. Joint \bar{X} and R charts with Two-stage Samplings. *Quality and Reliability Engineering International*, **20** (7), 699-708.
- [21] Costa, A.F.B, Rahim, M.A., 2006. A synthetic control chart for monitoring the process mean and variance. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **12** (1), 81-88.
- [22] Croasdale, P., 1974. Control Charts for a Double-Sampling Scheme Based on Average Production Run Lengths. *International Journal of Production Research*, **12**, 585-592
- [23] Crosier, R.B., 1986. A New Two-Sided Cumulative Sum Control Scheme. *Technometrics*, **28** (3), 187-194.
- [24] Cui, R., Reynolds, M.R., 1988. \bar{X} Charts with Runs Rules and Variable Sampling Intervals. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, **17** (3), 1073-1093.
- [25] Das, T.K., Jain, V., 1997. An Economic Design Model for \bar{X} Charts with Random Sampling Policies. *IIE Transactions*, **29** (6), 507-518.

- [26] Das, T.K., Jain, V., Gosavi, A., 1997. Economic Design of dual-sampling-interval Policies for \bar{X} Charts with and without Run Rules. *IIE Transactions*, **29** (6), 497-506.
- [27] Daudin, J.J., 1992. Double Sampling \bar{X} Charts. *Journal of Quality Technology*, **24** (2), 78-87.
- [28] De Magalhaes, M.S., Epprecht, E.K., Costa, A.F.B., 2001. Economic Design of a Vp \bar{X} Chart. *International Journal of Production Economics*, **74** (1-3), 191-200.
- [29] De Magalhaes, E.K., Costa, A.F.B., M.S., Epprecht, 2002. Constrained Optimization model for the design of an adaptive \bar{X} chart. *International Journal of Production Research*, **40** (13), 3199-3218.
- [30] De Magalhaes, M.S., Neto, F.D.M., 2005. Joint Economic Model for Totally Adaptive \bar{X} and R Charts. *European Journal of Operational Research*, **161** (1), 148-161.
- [31] Duncan, A.J., 1956. The Economic Design of \bar{X} Charts Used to Maintain Current Control of a Process. *Journal of the American Statistical Association*, **51** (274), 228-242.
- [32] Duncan, A.J., 1971. The economic Design of \bar{X} Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes. *American Statistical Association Journal*, **66** (333), 107-121
- [33] Fu, J.C., Spiring, F.A., Xie, H., 2002. On the Average Run Lengths of Quality Control Schemes Using a Markov Chain Approach. *Statistics and Probability Letters*, **56** (4), 369-380.
- [34] Gan, F.F., 1997. Joint monitoring of process mean and variance. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, **30** (7), 4017-4024.

- [35] Gibra, I.N., 1971. Economically Optimal Determination of the Parameters of \bar{X} Control Chart. *Management Science*, 17 (9), 635-646.
- [36] He, D., Grigoryan, A., 2006. Joint Statistical Design of Double Sampling \bar{X} and s Charts. *European Journal of Operational Research*. **168**, 122-142.
- [37] Jones, L.L., Case, K.E., 1981. Economic design of a joint \bar{X} and R control chart. *AIIE Transactions*, **13** (2), 182-195.
- [38] ISO 8402, 1986. *Quality- Vocabulary*. International Organization for Standardization.
- [39] Knappengerger, H.A., Grandage, A.H., 1969. Minimum Cost Quality Control Tests. *AIIE Transactions I*, 24-32.
- [40] McWilliams, T.P., Saniga, E.M., Davis, D.J., 2001. Economic-statistical design of \bar{X} and R or \bar{X} and S charts *Journal of Quality Technology*, **33** (2), 234-241.
- [41] Nenes, G., 2011a. A New Approach for the Economic Design of Fully Adaptive Control Charts. *International Journal of Production Economics*, **131** (2), 631-642.
- [42] Nenes, G., 2011b. Optimization of a fully adaptive Bayesian chart for joint monitoring of the Process Mean and Variance. *working paper*.
- [43] Park, C., Reynolds, M.R., 1994. Economic Design of a Variable Sampling Size \bar{X} Chart. *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, **23** (2), 467-483.
- [44] Park, C., Reynolds, M.R., 1999. Economic Design of a Variable Sampling Rate \bar{X} Chart. *Journal of Quality Technology*, **31** (4), 427-443.

- [45] Prabhu, S.S, Runger, G.C., Keats, J.B., 1993. \bar{X} Chart with Adaptive Sample Sizes. *International Journal of Production Research*, **31** (12), 2895-2909.
- [46] Prabhu, S.S, Montgomery, D.C, Runger, G.C., 1994. A combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval \bar{X} Control Scheme. *Journal of Quality Technology*, **26** (3), 164-176.
- [47] Prabhu, S.S, Montgomery, D.C, Runger, G.C., 1995. A Design Tool to Evaluate Average Time to Signal Properties of Adaptive \bar{X} Charts. *Journal of Quality Technology*, **27** (1), 74-83.
- [48] Rahim, M.A., 1989. Determination of optimal design parameters of joint \bar{X} and R charts. *Journal of Quality Technology*, **21** (1), 65-70.
- [49] Reynolds, M.R., 1989. Optimal Variable Sampling Intervals and Sample Sizes. *Statistical Papers*, **31**, 103-118.
- [50] Reynolds, M.R., 1996a. Shewhart and EWMA Variable Sampling Interval Control Charts with Sampling at Fixed Times. *Journal of Quality Technology*, **28** (2), 199-212.
- [51] Reynolds, M.R., 1996b. Variable-Sampling Interval Control Charts with Sampling with Sampling at Fixed Times. *IIE Transactions*, **28** (6), 497-510.
- [52] Runger, G.C., Montgomery, D.C., 1993. Adaptive Sampling Enhancements for Shewhart Control Charts. *IIE Transactions*, **25** (3), 41-51.
- [53] Saniga, E.M., 1977. Joint economically Optimal Design of \bar{X} and R control charts. *Management Science*, **24** (4), 420-431.

- [54] Saniga, E.M., Montgomery, Douglas, C., 1981. Economical Quality Control Policies for a Single Cause System. *AIIE Transactions*, **13** (3), 258-264.
- [55] Saniga, E.M., 1989. Economical statistical control charts designs with an application on \bar{X} and R charts. *Technometrics*, **23** (2), 156-162.
- [56] Saniga, E.M., 1991. Joint statistical design of \bar{X} and R control charts. *Journal of Quality Technology*, **23** (2), 156-162.
- [57] Shewhart, W.A., 1931. Economic Control of Manufactured Product, *Van Nostrand Reinhold Company, Inc.*, Princeton, N.J.
- [58] Taylor, H.M., 1965. Markovian Sequential Replacement Processes. *Annals of Mathematical Statistics*, **36** (6), 1677-1694.
- [59] Woodall, W.H., 1984. On the Markov Chain Approach to the Two-Sided CUSUM Procedure. *Technometrics*, **26** (1), 41-46.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα Α: Πίνακας Συμβολισμών

γ	Μεταβολή τυπικής απόκλισης
γ_1	Πιθανότητα επίδρασης πρώτης συστηματικής αιτίας (μεταβολή μέσης τιμής)
γ_2	Πιθανότητα επίδρασης δεύτερης συστηματικής αιτίας (μεταβολή τυπικής απόκλισης)
Γ	Κατανομή πιθανότητας Γ
δ	Μεταβολή μέσης τιμής
λ_x	Συχνότητα εμφάνισης πρώτης συστηματικής αιτίας (μεταβολή μέσης τιμής)
λ_s	Συχνότητα εμφάνισης δεύτερης συστηματικής αιτίας (μεταβολή τυπικής απόκλισης)
μ_0	Μέση τιμή διαδικασίας με λειτουργία υπό στατιστικό έλεγχο
$\pi_{l,j}$	Πιθανότητα να βρίσκεται μακροπρόθεσμα η διαδικασία στην κατάσταση (l,j)
π_1	Πιθανότητα αποκατάστασης της διαδικασίας από επίδραση πρώτης συστηματικής αιτίας
π_2	Πιθανότητα αποκατάστασης της διαδικασίας από επίδραση δεύτερης συστηματικής αιτίας

σ	Τυπική απόκλιση χαρακτηριστικού ποιότητας
σ_0	Τυπική απόκλιση διαδικασίας με λειτουργία υπό στατιστικό έλεγχο
$\Phi(\cdot)$	Αθροιστική ανηγμένη κανονική κατανομή
a_1	Προειδοποιητικό όριο διαγράμματος ελέγχου τυπικής απόκλισης, το οποίο προκύπτει ως συνάρτηση του w_{s1} και του μεγέθους δείγματος
a_2	“Αυστηρότερο” προειδοποιητικό όριο διαγράμματος ελέγχου τυπικής απόκλισης, το οποίο προκύπτει ως συνάρτηση του w_{s2} και του μεγέθους δείγματος ($a_2 < a_1$)
a_N	Μεταβλητή ένδειξης της απόφασης για επέμβαση ή όχι στη διαδικασία, βάσει αποτελεσμάτων τελευταίας δειγματοληψίας
b	Σταθερό κόστος ανά δειγματοληψία
b_1	Όριο ελέγχου διαγράμματος τυπικής απόκλισης, το οποίο προκύπτει ως συνάρτηση του k_{s1} και του μεγέθους δείγματος
b_2	“Αυστηρότερο” όριο ελέγχου διαγράμματος τυπικής απόκλισης, το οποίο προκύπτει ως συνάρτηση του k_{s2} και του μεγέθους δείγματος ($b_2 < b_1$)
c	Κόστος ελέγχου ανά μονάδα προϊόντος
c_4	Σταθερά, συνάρτηση του μεγέθους δείγματος, προκύπτει από εξίσωση (2.5)
$C_{l,j}$	Μέσο κόστος ενός βήματος μετάβασης, με την κατάσταση (l,j) ως αρχική
EC	Μέσο κόστος ενός βήματος μετάβασης
ET	Μέση διάρκεια ενός βήματος μετάβασης

ECT	Μέσο συνολικό κόστος ανά μετάβαση
h	Διάστημα μεταξύ διαδοχικών δειγματοληψιών για διάγραμμα ελέγχου Fp-Shewhart
h_1	Διάστημα μεταξύ διαδοχικών δειγματοληψιών για συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής-τυπικής απόκλισης $Vp \bar{x} - s$ Shewhart
h_2	“Αυστηρότερο” διάστημα μεταξύ διαδοχικών δειγματοληψιών για συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής-τυπικής απόκλισης $Vp \bar{x} - s$ Shewhart ($h_2 < h_1$)
k	Όριο ελέγχου για διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Fp-Shewhart
k_{x1}	Όριο ελέγχου για μονόπλευρο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Vp-Shewhart
k_{x2}	“Αυστηρότερο” όριο ελέγχου για μονόπλευρο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Vp-Shewhart ($k_{x2} < k_{x1}$)
k_{s1}	Όριο ελέγχου για μονόπλευρο διάγραμμα ελέγχου τυπικής απόκλισης Vp-Shewhart
k_{s2}	Όριο ελέγχου για μονόπλευρο διάγραμμα ελέγχου τυπικής απόκλισης Vp-Shewhart ($k_{s2} < k_{s1}$)
L_0	Κόστος εσφαλμένης διακοπής λειτουργίας της διαδικασίας
L_{1x}	Κόστος αποκατάστασης διαδικασίας όταν λειτουργεί υπό την επίδραση της πρώτης συστηματικής αιτίας (μεταβολή στη μέση τιμή)
L_{1s}	Κόστος αποκατάστασης διαδικασίας όταν λειτουργεί υπό την επίδραση της δεύτερης συστηματικής αιτίας (μεταβολή στην τυπική απόκλιση)

$L_{1,xs}$	Κόστος αποκατάστασης διαδικασίας όταν λειτουργεί υπό την επίδραση και των δύο συστηματικών αιτιών(μεταβολή σε μέση τιμή και τυπική απόκλιση)
M_i	Κόστος λειτουργίας υπό την επίδραση της συστηματικής αιτίας i ανά μονάδα χρόνου για διάγραμμα Vp -s Shewhart ($i = 1,2,3$)
n	Μέγεθος δείγματος για διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Fp-Shewhart
n_1	Μέγεθος δείγματος για συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής-τυπικής απόκλισης Vp $\bar{x} - s$ Shewhart
n_2	“Αυστηρότερο” μέγεθος δείγματος για συνδυασμένο διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής-τυπικής απόκλισης Vp $\bar{x} - s$ Shewhart ($n_2 > n_1$)
P	Στοχαστικό μητρώο πιθανοτήτων μετάβασης
P_{ij}^{kl}	Πιθανότητες μετάβασης σε ένα βήμα (δειγματοληψία), από την κατάσταση (k,i) στην (l,j) για διάγραμμα Vp $\bar{x} - s$ Shewhart
s	Τυπική απόκλιση δείγματος
T_k	Μέση διάρκεια ενός βήματος μετάβασης, με την κατάσταση (k,i) ως αρχική
w_{x1}	Προειδοποιητικό όριο ελέγχου για διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Vp-Shewhart
w_{x2}	“Αυστηρότερο” προειδοποιητικό όριο ελέγχου για διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής Vp-Shewhart ($w_{x2} < w_{x1}$)

w_{s1}	Προειδοποιητικό όριο ελέγχου για διάγραμμα τυπικής απόκλισης Vp-Shewhart
w_{s2}	“Αυστηρότερο” προειδοποιητικό όριο ελέγχου για διάγραμμα τυπικής απόκλισης Vp-Shewhart ($w_{s2} < w_{s1}$)
\bar{x}	Μέση τιμή δείγματος
Y_N	Μεταβλητή ένδειξης πραγματικής κατάστασης διαδικασίας

Παράρτημα Β: Αλλαγές Πιθανοτήτων Μετάβασης λόγω ανεπιτυχούς αποκατάστασης βλαβών

$$\rho_{20}^{10} = \pi_1 \cdot \Phi(w_{x_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{21}^{10} = \pi_1 \cdot \left[\Phi(w_{x_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \Phi(k_{x_1}) - \Phi(w_{x_1}) \right] \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{22}^{10} = \pi_1 \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1})) + \Phi(k_{x_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{20}^{11} = \pi_1 \cdot \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1} + (1 - \pi_1) \cdot \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{21}^{11} = \pi_1 \cdot \left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right] \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1} + (1 - \pi_1) \cdot \left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right] \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{22}^{11} = \pi_1 \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1} + (1 - \pi_1) \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{20}^{12} = \pi_1 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{21}^{12} = \pi_1 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1))) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right] \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{22}^{12} = \pi_1 \cdot \left[(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right)) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_1}$$

$$\rho_{20}^{13} = \pi_1 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_2}) +$$

$$+ (1 - \pi_1) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_2})$$

$$\rho_{21}^{13} = \pi_1 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_2}) \cdot (1 - e^{-\lambda_3 \cdot h_3}) +$$

$$+ (1 - \pi_1) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_3 \cdot h_3})$$

$$\rho_{22}^{13} = \pi_1 \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_2}) \cdot (1 - e^{-\lambda_3 \cdot h_3}) +$$

$$+ (1 - \pi_1) \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_3 \cdot h_3})$$

$$\rho_{20}^{20} = \pi_2 \cdot \Phi(w_{x_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{21}^{20} = \pi_2 \cdot \left[\Phi(w_{x_1}) \cdot \left(P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi(k_{x_1}) - \Phi(w_{x_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{22}^{20} = \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi(k_{x_1}) \right) + \Phi(k_{x_1}) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) \right] \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot h_1}$$

$$\rho_{20}^{21} = \pi_2 \cdot \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_2}$$

$$\rho_{21}^{21} = \pi_2 \cdot \left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot \left(P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_2}) \cdot e^{-\lambda_3 \cdot h_3}$$

$$\rho_{22}^{21} = \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \right) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot \left(1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_3 \cdot h_3}) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot h_2}$$

$$\rho_{20}^{22} = \pi_2 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1} +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1}$$

$$\rho_{21}^{22} = \pi_2 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1} +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1}$$

$$\rho_{22}^{22} = \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1} +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda_1 \cdot h_1}$$

$$\rho_{20}^{23} = \pi_2 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1})$$

$$\rho_{21}^{23} = \pi_2 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1})$$

$$\rho_{22}^{23} = \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot h_1}) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1}) +$$

$$+ (1 - \pi_2) \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot h_1})$$

$$p_{20}^{30} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \Phi(w_{x_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_b) \cdot h}$$

$$p_{21}^{30} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\Phi(w_{x_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \right. \\ \left. + (\Phi(k_{x_1}) - \Phi(w_{x_1})) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_b) \cdot h}$$

$$p_{22}^{30} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1})) + \Phi(k_{x_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-(\lambda_x + \lambda_b) \cdot h}$$

$$p_{20}^{31} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h} + \\ + \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h}$$

$$p_{21}^{31} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \right. \\ \left. + (\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h} + \\ + \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \left[\Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) - P(\chi_{n_1}^2 < \alpha_1^2 \cdot (n_1 - 1))) + \right. \\ \left. + (\Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) - \Phi(w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) \cdot P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1)) \right] \cdot e^{-\lambda_b \cdot h}$$

$$p_{22}^{31} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h} + \\ + \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \left[(1 - \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1})) + \Phi(k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}) \cdot (1 - P(\chi_{n_1-1}^2 < \beta_1^2 \cdot (n_1 - 1))) \right] \cdot e^{-\lambda_b \cdot h}$$

$$p_{20}^{32} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h} + \\ + \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h}$$

$$p_{21}^{32} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_b \cdot h} + \\ + \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot e^{-\lambda_b \cdot h}$$

$$\rho_{22}^{32} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot e^{-\lambda_x \cdot h} +$$

$$+ \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\left(1 - \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \right) + \Phi\left(\frac{k_{x_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(1 - P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) \right] \cdot e^{-\lambda_x \cdot h}$$

$$\rho_{20}^{33} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ (1 - \pi_1) \cdot (1 - \pi_2) \cdot \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right)$$

$$\rho_{21}^{33} = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h}) +$$

$$+ (1 - \pi_1) \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \cdot \left(P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) - P\left(\chi_{n_1}^2 < \frac{\alpha_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Phi\left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) - \Phi\left(\frac{w_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma}\right) \right) \cdot P\left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1)\right) \right]$$

$$\begin{aligned}
\rho_{33} = & \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \left[\left(1 - \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) + \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}) \cdot (1 - e^{-\lambda_b \cdot h_1}) + \\
& + \pi_1 \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\left(1 - \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) + \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}) + \\
& + \pi_2 \cdot (1 - \pi_1) \cdot \left[\left(1 - \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) + \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) \right] \cdot (1 - e^{-\lambda_x \cdot h_1}) + \\
& + (1 - \pi_1) \cdot (1 - \pi_2) \cdot \left[\left(1 - \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \right) + \Phi \left(\frac{k_{x_1} - \delta \cdot \sqrt{n_1}}{\gamma} \right) \cdot \left(1 - P \left(\chi_{n_1-1}^2 < \frac{\beta_1^2}{\gamma} \cdot (n_1 - 1) \right) \right) \right]
\end{aligned}$$

Παράρτημα Γ: Κώδικας FORTRAN λογισμικού VASCO


```

use msimsl

real    TPM(12,12),at(12,12),BB(12),LP(12),LPt(12),F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9,F10,F11,F12,F13,F14,F15,F16
real    P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,wx1,wx2,kx1,kx2,ks1,ks2,wsl,ws2,a1,a2,b1,b2,n1,n2,d,gtetragwno,g,L,Lx,Ls,LO
      .hl,h2,c41,c42,c41t,c42t
real    TIME,TIMEt,time0,time1,time2,time3,time4,time5,time6,d1,d2,alt,a2t,b1t,b2t
real    TC00,TC01,TC02,TC10,TC11,TC12,TC20,TC21,TC22,TC30,TC31,TC32
real    c,b,COST,COSTt,ECT,L1x,L1s,L1xs,M,M1,M2,M3
real    hlmin,h2min,kx1min,kx2min,ks1min,ks2min,wx1min,wx2min,wslmin,ws2min,ECTmin
real    hlmin2,h2min2,kx1min2,kx2min2,ks1min2,ks2min2,wx1min2,wx2min2,wslmin2,ws2min2,ECTmin2,n1min2,n2min2

real    hlmintotal,h2mintotal,kx1mintotal,kx2mintotal,ks1mintotal,ks2mintotal,wx1mintotal,wx2mintotal,wslmi
ntotal,ws2mintotal,n1mintotal,n2mintotal,ECTmintotal
real    i,j
integer ne,nlmin,n2min,caseno,casenoka,casenopa
parameter (ipath=1)

```

```

!VASCO's STRUCTURE:!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!DATA!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Iterations For a near-optimal solution:!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!A. Transition Probability Matrix (TPM)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!A1. Normal distribution's elements!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!A2. Chi-square distribution's elements!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!A3. Calculation of transition probabilities (TPM)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!B. Limiting Probabilities Calculation (LP)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!C. Expected Cost per time calculation (ECT)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!C1. Calculation of average duration of a transition step (TIME)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!C2. Calculation of average cost of a transition step (TC)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!C3. Calculation of average total cost per time (ECT)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!D. Optimization of design parameters for the near-optimal solution!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Iterations For the economically optimal solution:!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!E. Transition Probability Matrix (TPM)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!E1. Normal distribution's elements!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!E2. Chi-square distribution's elements!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!E3. Calculation of transition probabilities (TPM)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!F. Limiting Probabilities Calculation (LP)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!G. Expected Cost per time calculation (ECT)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!G1. Calculation of average duration of a transition step (TIME)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```
!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!G2. Calculation of average cost of a transition step (TC)!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!G3. Calculation of average total cost per time (ECT)!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
!END OF PROGRAM:!H. Optimization of design parameters for the economically optimal solution!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
```

```
!DATA!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!
```

```
write(*,*) "compute from case:"
read(*,*) casenoka
write(*,*) "          to case:"
read(*,*) casenopa
```

```
do caseno=casenoka,casenopa
```

```
select case(caseno)
```

```
case (1)
b=0
M=100
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2
```

```
case (2)
b=0
M=100
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2
```

```
case (3)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2
```

```
case (4)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2
```

```
case (5)
b=5
M=100
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2
```

```
case (6)
b=5
M=100
L0=200
```

L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2

case (7)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2

case (8)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=2

case (9)
b=0
M=100
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (10)
b=0
M=100
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (11)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (12)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (13)
b=5
M=100
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (14)
b=5
M=100
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (15)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (16)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=2

case (17)
b=0
M=100
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (18)
b=0
M=100
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (19)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (20)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (21)
b=5
M=100
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (22)
b=5
M=100
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (23)
b=5

M=1000
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (24)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=2

case (25)
b=0
M=100
L0=100
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (26)
b=0
M=100
L0=200
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (27)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (28)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (29)
b=5
M=100
L0=100
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (30)
b=5
M=100
L0=200
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (31)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.1

d=1
gtetragwno=2

case (32)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.1
d=1
gtetragwno=2

case (33)
b=0
M=100
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (34)
b=0
M=100
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (35)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (36)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (37)
b=5
M=100
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (38)
b=5
M=100
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (39)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (40)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.01
d=0.5
gtetragwno=4

case (41)
b=0
M=100
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (42)
b=0
M=100
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (43)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (44)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (45)
b=5
M=100
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (46)
b=5
M=100
L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (47)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (48)
b=5
M=1000

L0=200
L=0.1
d=0.5
gtetragwno=4

case (49)
b=0
M=100
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (50)
b=0
M=100
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (51)
b=0
M=1000
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (52)
b=0
M=1000
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (53)
b=5
M=100
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (54)
b=5
M=100
L0=200
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (55)
b=5
M=1000
L0=100
L=0.01
d=1
gtetragwno=4

case (56)
b=5
M=1000
L0=200
L=0.01
d=1

gtetragwno=4

case (57)

b=0

M=100

L0=100

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (58)

b=0

M=100

L0=200

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (59)

b=0

M=1000

L0=100

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (60)

b=0

M=1000

L0=200

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (61)

b=5

M=100

L0=100

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (62)

b=5

M=100

L0=200

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (63)

b=5

M=1000

L0=100

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

case (64)

b=5

M=1000

L0=200

L=0.1

d=1

gtetragwno=4

endselect

$TPM(5,2)=0$
 $TPM(5,3)=0$
 $TPM(5,4)=F4*P3*exp(-Ls*h2)$
 $TPM(5,5)=(F4*(P4-P3)+(F12-F4)*P4)*exp(-Ls*h2)$
 $TPM(5,6)=((1-F12)+F12*(1-P4))*exp(-Ls*h2)$
 $TPM(5,7)=0$
 $TPM(5,8)=0$
 $TPM(5,9)=0$
 $TPM(5,10)=F8*P7*(1-exp(-Ls*h2))$
 $TPM(5,11)=(F8*(P8-P7)+(F16-F8)*P8)*(1-exp(-Ls*h2))$
 $TPM(5,12)=((1-F16)+F16*(1-P8))*(1-exp(-Ls*h2))$

$TPM(6,1)=TPM(1,1)$
 $TPM(6,2)=TPM(1,2)$
 $TPM(6,3)=TPM(1,3)$
 $TPM(6,4)=TPM(1,4)$
 $TPM(6,5)=TPM(1,5)$
 $TPM(6,6)=TPM(1,6)$
 $TPM(6,7)=TPM(1,7)$
 $TPM(6,8)=TPM(1,8)$
 $TPM(6,9)=TPM(1,9)$
 $TPM(6,10)=TPM(1,10)$
 $TPM(6,11)=TPM(1,11)$
 $TPM(6,12)=TPM(1,12)$

$TPM(7,1)=0$
 $TPM(7,2)=0$
 $TPM(7,3)=0$
 $TPM(7,4)=0$
 $TPM(7,5)=0$
 $TPM(7,6)=0$
 $TPM(7,7)=F5*P5*exp(-Lx*h1)$
 $TPM(7,8)=(F13*P6-F5*P5)*exp(-Lx*h1)$
 $TPM(7,9)=(1-F13+F13*(1-P6))*exp(-Lx*h1)$
 $TPM(7,10)=F7*P5*(1-exp(-Lx*h1))$
 $TPM(7,11)=(F15*P6-F7*P5)*(1-exp(-Lx*h1))$
 $TPM(7,12)=(1-F15+F15*(1-P6))*(1-exp(-Lx*h1))$

$TPM(8,1)=0$
 $TPM(8,2)=0$
 $TPM(8,3)=0$
 $TPM(8,4)=0$
 $TPM(8,5)=0$
 $TPM(8,6)=0$
 $TPM(8,7)=F6*P7*exp(-Lx*h2)$
 $TPM(8,8)=(F6*(P8-P7)+(F14-F6)*P8)*exp(-Lx*h2)$
 $TPM(8,9)=((1-F14)+F14*(1-P8))*exp(-Lx*h2)$
 $TPM(8,10)=F8*P7*(1-exp(-Lx*h2))$
 $TPM(8,11)=(F8*(P8-P7)+(F16-F8)*P8)*(1-exp(-Lx*h2))$
 $TPM(8,12)=((1-F16)+F16*(1-P8))*(1-exp(-Lx*h2))$

$TPM(9,1)=TPM(1,1)$
 $TPM(9,2)=TPM(1,2)$
 $TPM(9,3)=TPM(1,3)$
 $TPM(9,4)=TPM(1,4)$
 $TPM(9,5)=TPM(1,5)$
 $TPM(9,6)=TPM(1,6)$
 $TPM(9,7)=TPM(1,7)$
 $TPM(9,8)=TPM(1,8)$
 $TPM(9,9)=TPM(1,9)$
 $TPM(9,10)=TPM(1,10)$
 $TPM(9,11)=TPM(1,11)$
 $TPM(9,12)=TPM(1,12)$

$TPM(10,1)=0$


```

end do
BB(12)=1

ne=12

call LSARG (ne, at, ne, BB, ipath, LP)

```

```

!C!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```

!C1!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```

TIME=(LP(1)+LP(3)+LP(4)+LP(6)+LP(7)+LP(9)+LP(10)+LP(12))*h1+&
      (LP(2)+LP(5)+LP(8)+LP(11))*h2+(1-d1)*time0*LP(3)+&
      (time1+time2)*LP(6)+(time3+time4)*LP(9)+(time5+time6)*LP(12)

```

```

!C2!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```

TC00=c*n1+b+M1*((Lx*(1-exp(-Ls*h1))-Ls*exp(-Ls*h1)*(1-exp(-Lx*h1)))/(Ls*(Lx+Ls)))+&
      M2*((Ls*(1-exp(-Lx*h1))-Ls*exp(-Lx*h1)*(1-exp(-Ls*h1)))/(Lx*(Lx+Ls)))+&
      M3*(h1-((1-exp(-Lx*h1))/Lx)-((1-exp(-Ls*h1))/Ls)+((1-exp(-(Lx+Ls)*h1))/(Lx+Ls)))

```

```

if(h2.gt.0.0001) then
TC01=c*n2+b+M1*((Lx*(1-exp(-Ls*h2))-Ls*exp(-Ls*h2)*(1-exp(-Lx*h2)))/(Ls*(Lx+Ls)))+&
      M2*((Ls*(1-exp(-Lx*h2))-Ls*exp(-Lx*h2)*(1-exp(-Ls*h2)))/(Lx*(Lx+Ls)))+&
      M3*(h2-((1-exp(-Lx*h2))/Lx)-((1-exp(-Ls*h2))/Ls)+((1-exp(-(Lx+Ls)*h2))/(Lx+Ls)))
else
TC01=c*n2
endif

```

```
TC02=TC00+L0
```

```
TC10=c*n1+b+M1*((1-exp(-Ls*h1))/Ls)+M3*(h1-((1-exp(-Ls*h1))/Ls))
```

```

if(h2.gt.0.0001) then
TC11=c*n2+b+M1*((1-exp(-Ls*h2))/Ls)+M3*(h2-((1-exp(-Ls*h2))/Ls))
else
TC11=c*n2
endif

```

```
TC12=TC00+L1x+M1*(d1*time1+d2*time2)
```

```
TC20=c*n1+b+M2*((1-exp(-Lx*h1))/Lx)+M3*(h1-((1-exp(-Lx*h1))/Lx))
```

```

if(h2.gt.0.0001) then
TC21=c*n2+b+M2*((1-exp(-Lx*h2))/Lx)+M3*(h2-((1-exp(-Lx*h2))/Lx))
else
TC21=c*n2
endif

```

```
TC22=TC00+L1s+M2*(d1*time1+d2*time2)
```

```
TC30=c*n1+b+M3*h1
```

```

if(h2.gt.0.0001) then
TC31=c*n2+b+M3*h2
else

```


do h2min2=max(0.0,h2min-0.1),h2min+0.11,0.1

do hlmin2=max(0.1,hlmin-0.4),hlmin+0.41,0.1

do nlmin2=max(nlmin-4,2),nlmin+4,1

do n2min2=max(n2min-4.2),n2min+4,1

!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

wx1min2=wx2min2
wslmin2=ws2min2
c41t=sqrt(2/(nlmin2-1))*gamma(nlmin2/2)/gamma((nlmin2-1)/2)
c42t=sqrt(2/(n2min2-1))*gamma(n2min2/2)/gamma((n2min2-1)/2)
a1t=c41t+wslmin2*sqrt(1-c41t**2)
a2t=c42t+ws2min2*sqrt(1-c42t**2)
b1t=c41t+kslmin2*sqrt(1-c41t**2)
b2t=c42t+ks2min2*sqrt(1-c42t**2)

!E!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!E1!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!F1= $\Phi(wx1)$
F1=anordf(wx1min2)

!F2= $\Phi(wx2)$
F2=anordf(wx2min2)

!F3= $\Phi(wx1-\delta(\text{SQRT}(n1)))$
F3=anordf(wx1min2-d*sqrt(nlmin2))

!F4= $\Phi(wx2-\delta(\text{SQRT}(n2)))$
F4=anordf(wx2min2-d*sqrt(n2min2))

!F5= $\Phi(wx1/\gamma)$
F5=anordf(wx1min2/g)

!F6= $\Phi(wx2/\gamma)$
F6=anordf(wx2min2/g)

!F7= $\Phi((wx1-\delta(\text{SQRT}(n1)))/\gamma)$
F7=anordf((wx1min2-d*sqrt(nlmin2))/g)

!F8= $\Phi((wx2-\delta(\text{SQRT}(n2)))/\gamma)$
F8=anordf((wx2min2-d*sqrt(n2min2))/g)

!F9= $\Phi(kx1)$
F9=anordf(kx1min2)

!F10= $\Phi(kx2)$
F10=anordf(kx2min2)

!F11= $\Phi(kx1-\delta(\text{SQRT}(n1)))$
F11=anordf(kx1min2-d*sqrt(nlmin2))

!F12= $\Phi(kx2-\delta(\text{SQRT}(n2)))$
F12=anordf(kx2min2-d*sqrt(n2min2))

!F13= $\Phi(kx1/\gamma)$
F13=anordf(kx1min2/g)

!F14= $\Phi(kx2/\gamma)$
F14=anordf(kx2min2/g)

!F15= $\Phi((kx1 - \delta(\text{SQRT}(n1)))/\gamma)$
F15=anordf((kx1min2-d*sqrt(n1min2))/g)

!F16= $\Phi((kx2 - \delta(\text{SQRT}(n2)))/\gamma)$
F16=anordf((kx2min2-d*sqrt(n2min2))/g)

!E2!!
!!!!!!!!!!!!

!P1= $P((x^2), (n1-1)) < (\alpha^2) * (n1-1)$
P1=csndf((alt**2)*(n1min2-1), (n1min2-1), 0.0)

!P2= $P((x^2), (n1-1)) < (\beta^2) * (n1-1)$
P2=csndf((b1t**2)*(n1min2-1), (n1min2-1), 0.0)

!P3= $P((x^2), (n2-1)) < (\alpha^2) * (n2-1)$
P3=csndf((a2t**2)*(n2min2-1), (n2min2-1), 0.0)

!P4= $P((x^2), (n2-1)) < (\beta^2) * (n2-1)$
P4=csndf((b2t**2)*(n2min2-1), (n2min2-1), 0.0)

!P5= $P((x^2), (n1-1)) < ((\alpha/\gamma)^2) * (n1-1)$
P5=csndf((alt**2)/(g**2)*(n1min2-1), (n1min2-1), 0.0)

!P6= $P((x^2), (n1-1)) < ((\beta/\gamma)^2) * (n1-1)$
P6=csndf(((b1t/g)**2)*(n1min2-1), (n1min2-1), 0.0)

!P7= $P((x^2), (n2-1)) < ((\alpha/\gamma)^2) * (n2-1)$
P7=csndf(((a2t/g)**2)*(n2min2-1), (n2min2-1), 0.0)

!P8= $P((x^2), (n2-1)) < ((\beta/\gamma)^2) * (n2-1)$
P8=csndf(((b2t/g)**2)*(n2min2-1), (n2min2-1), 0.0)

!E3!!
!!!!!!!!!!!!

!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

TPM(1,1)=F1*P1*exp(-(Lx+Ls)*hlmin2)
TPM(1,2)=(F1*(P2-P1)+(F9-F1)*P2)*exp(-(Lx+Ls)*hlmin2)
TPM(1,3)=(1-F9+F9*(1-P2))*exp(-(Lx+Ls)*hlmin2)
TPM(1,4)=(F3*P1)*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)
TPM(1,5)=(F3*(P2-P1)+(F11-F3)*P2)*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)
TPM(1,6)=(1-F11+F11*(1-P2))*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)
TPM(1,7)=F5*P5*(1-exp(-Ls*hlmin2))*exp(-Lx*hlmin2)
TPM(1,8)=(F13*P6-F5*P5)*(1-exp(-Ls*hlmin2))*exp(-Lx*hlmin2)
TPM(1,9)=(1-F13+F13*(1-P6))*(1-exp(-Ls*hlmin2))*exp(-Lx*hlmin2)
TPM(1,10)=F7*P5*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)
TPM(1,11)=(F15*P6-F7*P5)*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)
TPM(1,12)=(1-F15+F15*(1-P6))*(1-exp(-Lx*hlmin2))*exp(-Ls*hlmin2)

TPM(2,1)=F2*P3*exp(-(Lx+Ls)*h2min2)
TPM(2,2)=(F2*(P4-P3)+(F10-F2)*P4)*exp(-(Lx+Ls)*h2min2)
TPM(2,3)=(1-F10+F10*(1-P4))*exp(-(Lx+Ls)*h2min2)
TPM(2,4)=F4*P3*(1-exp(-Lx*h2min2))*exp(-Ls*h2min2)
TPM(2,5)=(F4*(P4-P3)+(F12-F4)*P4)*(1-exp(-Lx*h2min2))*exp(-Ls*h2min2)
TPM(2,6)=((1-F12)+F12*(1-P4))*(1-exp(-Lx*h2min2))*exp(-Ls*h2min2)
TPM(2,7)=F6*P7*(1-exp(-Ls*h2min2))*exp(-Lx*h2min2)
TPM(2,8)=(F6*(P8-P7)+(F14-F6)*P8)*(1-exp(-Ls*h2min2))*exp(-Lx*h2min2)
TPM(2,9)=((1-F14)+F14*(1-P8))*(1-exp(-Ls*h2min2))*exp(-Lx*h2min2)
TPM(2,10)=F8*P7*(1-exp(-Lx*h2min2))*exp(-Ls*h2min2)

$$\text{TPM}(2, 11) = (F8 * (P8 - P7) + (F16 - F8) * P8) * (1 - \exp(-Lx * h2min2)) * (1 - \exp(-Ls * h2min2))$$

$$\text{TPM}(2, 12) = ((1 - F16) + F16 * (1 - P8)) * (1 - \exp(-Lx * h2min2)) * (1 - \exp(-Ls * h2min2))$$

$$\text{TPM}(3, 1) = \text{TPM}(1, 1)$$

$$\text{TPM}(3, 2) = \text{TPM}(1, 2)$$

$$\text{TPM}(3, 3) = \text{TPM}(1, 3)$$

$$\text{TPM}(3, 4) = \text{TPM}(1, 4)$$

$$\text{TPM}(3, 5) = \text{TPM}(1, 5)$$

$$\text{TPM}(3, 6) = \text{TPM}(1, 6)$$

$$\text{TPM}(3, 7) = \text{TPM}(1, 7)$$

$$\text{TPM}(3, 8) = \text{TPM}(1, 8)$$

$$\text{TPM}(3, 9) = \text{TPM}(1, 9)$$

$$\text{TPM}(3, 10) = \text{TPM}(1, 10)$$

$$\text{TPM}(3, 11) = \text{TPM}(1, 11)$$

$$\text{TPM}(3, 12) = \text{TPM}(1, 12)$$

$$\text{TPM}(4, 1) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 2) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 3) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 4) = F3 * P1 * \exp(-Ls * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(4, 5) = (F3 * (P2 - P1) + (F11 - F3) * P2) * \exp(-Ls * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(4, 6) = (1 - F11 + F11 * (1 - P2)) * \exp(-Ls * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(4, 7) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 8) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 9) = 0$$

$$\text{TPM}(4, 10) = F7 * P5 * (1 - \exp(-Ls * hlmin2))$$

$$\text{TPM}(4, 11) = (F15 * P6 - F7 * P5) * (1 - \exp(-Ls * hlmin2))$$

$$\text{TPM}(4, 12) = (1 - F15 + F15 * (1 - P6)) * (1 - \exp(-Ls * hlmin2))$$

$$\text{TPM}(5, 1) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 2) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 3) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 4) = F4 * P3 * \exp(-Ls * h2min2)$$

$$\text{TPM}(5, 5) = (F4 * (P4 - P3) + (F12 - F4) * P4) * \exp(-Ls * h2min2)$$

$$\text{TPM}(5, 6) = ((1 - F12) + F12 * (1 - P4)) * \exp(-Ls * h2min2)$$

$$\text{TPM}(5, 7) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 8) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 9) = 0$$

$$\text{TPM}(5, 10) = F8 * P7 * (1 - \exp(-Ls * h2min2))$$

$$\text{TPM}(5, 11) = (F8 * (P8 - P7) + (F16 - F8) * P8) * (1 - \exp(-Ls * h2min2))$$

$$\text{TPM}(5, 12) = ((1 - F16) + F16 * (1 - P8)) * (1 - \exp(-Ls * h2min2))$$

$$\text{TPM}(6, 1) = \text{TPM}(1, 1)$$

$$\text{TPM}(6, 2) = \text{TPM}(1, 2)$$

$$\text{TPM}(6, 3) = \text{TPM}(1, 3)$$

$$\text{TPM}(6, 4) = \text{TPM}(1, 4)$$

$$\text{TPM}(6, 5) = \text{TPM}(1, 5)$$

$$\text{TPM}(6, 6) = \text{TPM}(1, 6)$$

$$\text{TPM}(6, 7) = \text{TPM}(1, 7)$$

$$\text{TPM}(6, 8) = \text{TPM}(1, 8)$$

$$\text{TPM}(6, 9) = \text{TPM}(1, 9)$$

$$\text{TPM}(6, 10) = \text{TPM}(1, 10)$$

$$\text{TPM}(6, 11) = \text{TPM}(1, 11)$$

$$\text{TPM}(6, 12) = \text{TPM}(1, 12)$$

$$\text{TPM}(7, 1) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 2) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 3) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 4) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 5) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 6) = 0$$

$$\text{TPM}(7, 7) = F5 * P5 * \exp(-Lx * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(7, 8) = (F13 * P6 - F5 * P5) * \exp(-Lx * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(7, 9) = (1 - F13 + F13 * (1 - P6)) * \exp(-Lx * hlmin2)$$

$$\text{TPM}(7, 10) = F7 * P5 * (1 - \exp(-Lx * hlmin2))$$

$$\text{TPM}(7, 11) = (F15 * P6 - F7 * P5) * (1 - \exp(-Lx * hlmin2))$$

$$\text{TPM}(7,12)=(1-F15+F15*(1-P6))*(1-\exp(-Lx*h1\text{min}2))$$

$$\text{TPM}(8,1)=0$$

$$\text{TPM}(8,2)=0$$

$$\text{TPM}(8,3)=0$$

$$\text{TPM}(8,4)=0$$

$$\text{TPM}(8,5)=0$$

$$\text{TPM}(8,6)=0$$

$$\text{TPM}(8,7)=F6*P7*\exp(-Lx*h2\text{min}2)$$

$$\text{TPM}(8,8)=(F6*(P8-P7)+(F14-F6)*P8)*\exp(-Lx*h2\text{min}2)$$

$$\text{TPM}(8,9)=((1-F14)+F14*(1-P8))*\exp(-Lx*h2\text{min}2)$$

$$\text{TPM}(8,10)=F8*P7*(1-\exp(-Lx*h2\text{min}2))$$

$$\text{TPM}(8,11)=(F8*(P8-P7)+(F16-F8)*P8)*(1-\exp(-Lx*h2\text{min}2))$$

$$\text{TPM}(8,12)=((1-F16)+F16*(1-P8))*(1-\exp(-Lx*h2\text{min}2))$$

$$\text{TPM}(9,1)=\text{TPM}(1,1)$$

$$\text{TPM}(9,2)=\text{TPM}(1,2)$$

$$\text{TPM}(9,3)=\text{TPM}(1,3)$$

$$\text{TPM}(9,4)=\text{TPM}(1,4)$$

$$\text{TPM}(9,5)=\text{TPM}(1,5)$$

$$\text{TPM}(9,6)=\text{TPM}(1,6)$$

$$\text{TPM}(9,7)=\text{TPM}(1,7)$$

$$\text{TPM}(9,8)=\text{TPM}(1,8)$$

$$\text{TPM}(9,9)=\text{TPM}(1,9)$$

$$\text{TPM}(9,10)=\text{TPM}(1,10)$$

$$\text{TPM}(9,11)=\text{TPM}(1,11)$$

$$\text{TPM}(9,12)=\text{TPM}(1,12)$$

$$\text{TPM}(10,1)=0$$

$$\text{TPM}(10,2)=0$$

$$\text{TPM}(10,3)=0$$

$$\text{TPM}(10,4)=0$$

$$\text{TPM}(10,5)=0$$

$$\text{TPM}(10,6)=0$$

$$\text{TPM}(10,7)=0$$

$$\text{TPM}(10,8)=0$$

$$\text{TPM}(10,9)=0$$

$$\text{TPM}(10,10)=F7*P5$$

$$\text{TPM}(10,11)=(F15*P6-F7*P5)$$

$$\text{TPM}(10,12)=(1-F15+F15*(1-P6))$$

$$\text{TPM}(11,1)=0$$

$$\text{TPM}(11,2)=0$$

$$\text{TPM}(11,3)=0$$

$$\text{TPM}(11,4)=0$$

$$\text{TPM}(11,5)=0$$

$$\text{TPM}(11,6)=0$$

$$\text{TPM}(11,7)=0$$

$$\text{TPM}(11,8)=0$$

$$\text{TPM}(11,9)=0$$

$$\text{TPM}(11,10)=F8*P7$$

$$\text{TPM}(11,11)=(F8*(P8-P7)+(F16-F8)*P8)$$

$$\text{TPM}(11,12)=((1-F16)+F16*(1-P8))$$

$$\text{TPM}(12,1)=\text{TPM}(1,1)$$

$$\text{TPM}(12,2)=\text{TPM}(1,2)$$

$$\text{TPM}(12,3)=\text{TPM}(1,3)$$

$$\text{TPM}(12,4)=\text{TPM}(1,4)$$

$$\text{TPM}(12,5)=\text{TPM}(1,5)$$

$$\text{TPM}(12,6)=\text{TPM}(1,6)$$

$$\text{TPM}(12,7)=\text{TPM}(1,7)$$

$$\text{TPM}(12,8)=\text{TPM}(1,8)$$

$$\text{TPM}(12,9)=\text{TPM}(1,9)$$

$$\text{TPM}(12,10)=\text{TPM}(1,10)$$

$$\text{TPM}(12,11)=\text{TPM}(1,11)$$

$$\text{TPM}(12,12)=\text{TPM}(1,12)$$

ΤΑΣΙΑΣ, ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΒΕΠΤΙΣΤΟΡΙΑ Η ΖΗ
ΠΛΗΡΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΓΡΑΜ-
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ
-ΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ
ΤΙΤΛΟΣ ΣΥΜΦΥΑΣΜΕΝΗΣ ΠΑΡΑΚΟ-
-ΠΟΥΣΗΣ ΜΕΤΩΣ ΤΙΜΗΣ

ΛΗΞΗ	ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟΥ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Τηλ.: 24210 06300



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
004000106242

