



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Διπλωματική Εργασία

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

υπό

ΜΑΝΟΠΟΥΛΟ ΔΙΑΝΕΛΟ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας

2008



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 6731/1
Ημερ. Εισ.: 15-11-2008
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜΒ
2008
ΜΑΝ

© 2008 Μανόπουλος Διανέλος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Κώστας Παπαδημητρίου
(Επιβλέπων) Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Τάσος Σταματέλλος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Νίκος Πελεκάσης
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Αρχικά, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Κώστα Παπαδημητρίου, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, ευχαριστώ τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κ. Αναστάσιο Σταματέλλο και Νίκο Πελεκάση για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ευχαριστώ τους συναδέλφους μου Ευάγγελο Ντότσιο, Ιωάννη Νικολάου και Γρηγόρη Καραϊσκό για την πολύτιμη βοήθειά τους στον προγραμματισμό με Matlab, Labview και Comsol Multiphysics. Επίσης, ευχαριστώ την εξαδέλφη μου Πόπη Διαμαντή για τις χρήσιμες υποδείξεις πάνω στην δομή της διπλωματικής εργασίας. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Ιωάννη και Αγνή-Νεφέλη Μανοπούλου για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια, στους οποίους και αφιερώνω αυτή την εργασία.

Διανέλος Μανόπουλος

Περίληψη

Η αναγνώριση των δυναμικών χαρακτηριστικών ενός μηχανικού συστήματος, αφορά τον προσδιορισμό παραμέτρων όπως οι ιδιοσυχνότητες, οι ιδιομορφές και οι συντελεστές απόσβεσής του. Η γνώση των χαρακτηριστικών αυτών είναι πολύ σημαντική για τον προσδιορισμό της δυναμικής του συμπεριφοράς, τη δημιουργία μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και την αναθεώρησή τους.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιείται ακριβής μοντελοποίηση και πειραματική επιβεβαίωση (ως προς την δυναμική συμπεριφορά) τριών συστημάτων, η δομή των οποίων προσομοιάζει κτιριακή κατασκευή. Το πρώτο βασικό σύστημα αποτελεί και τον πρώτο βασικό όροφο της κατασκευής, βάσει του οποίου θα κατασκευαστούν τα υπόλοιπα δύο συστήματα με ακριβή επανάληψή του. Αποτελείται από μια κατακόρυφα τοποθετημένη αλουμινένια πλάκα στο πάνω μέρος της οποίας έχει προσαρτηθεί μια δεύτερη οριζόντια τοποθετημένη αλουμινένια πλάκα. Η σύνδεση των στοιχείων αυτών γίνεται με τη βοήθεια γωνιών από χάλυβα και κοχλιών.

Έτσι, τελικά, προκύπτουν τρία μηχανικά συστήματα μονοόροφης, διόροφης και τριόροφης διάταξης, κατασκευασμένα με τρία βασικά στοιχεία, οι διαστάσεις των οποίων προσδιορίζονται κατάλληλα. Ο έλεγχος – διαστασιολόγηση των στοιχείων και κατ' επέκταση του συστήματος, γίνεται με βάση κάποια κριτήρια και περιορισμούς που εξασφαλίζουν ότι η στατική και δυναμική συμπεριφορά που θα εμφανίσει αυτό, θα είναι αποδεκτή για την υλοποίηση αυτής της εργασίας.

Μετά την εύρεση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών και των ιδιοτήτων των στοιχείων, ακολουθεί πλήρης μοντελοποίηση του πρώτου βασικού μηχανικού συστήματος με τρεις διαφορετικές μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό. Διεξάγεται ανάλυση η οποία εξασφαλίζει την δημιουργία ενός ρεαλιστικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή ενός μοντέλου που θα προσεγγίζει όσο το δυνατόν καλύτερα τη δυναμική συμπεριφορά του πραγματικού συστήματος.

Στη συνέχεια, διεξάγεται μελέτη της σύγκλισης των τιμών των ιδιομορφών που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, για διαφορετικής διακριτοποίησης πλέγματα, η οποία έχει ως στόχο την επιλογή της βέλτιστης διακριτοποίησης, για κάθε μέθοδο μοντελοποίησης ξεχωριστά. Τέλος, συγκρίνονται οι

τρεις μέθοδοι μοντελοποίησης μεταξύ τους, ως προς τα αποτελέσματα, με στόχο την επιλογή της πιο κατάλληλης, λαμβάνοντας υπόψη και παραμέτρους, όπως για παράδειγμα ο χρόνος επίλυσης του εκάστοτε μοντέλου.

Ακολουθεί η περιγραφή του εξοπλισμού που χρησιμοποιήθηκε για την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων και στη συνέχεια η κατασκευή βελτιωμένων πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία λαμβάνουν υπόψη τη μάζα των επιταχυνσιομέτρων στις θέσεις που αυτά τοποθετούνται.

Μετά την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων, δηλαδή την καταγραφή των χρονοϊστοριών της διέγερσης/απόκρισης των τριών συστημάτων, ακολουθεί η αναγνώριση της δυναμικής συμπεριφοράς τους, γνωστή ως ιδιομορφική αναγνώριση. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια λογισμικού, που έχει αναπτύχθει στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Το λογισμικό περιέχει εύχρηστο γραφικό περιβάλλον αλληλεπίδρασης με το χρήστη και επιτρέπει την πλήρη διερεύνηση – ανάλυση των σημάτων καθώς και την εύρεση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών μιας κατασκευής (ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές και συντελεστές απόσβεσης), όταν αυτή διεγερθεί με διάφορους τρόπους.

Τέλος, διεξάγεται λεπτομερής σύγκριση των ιδιομορφικών λύσεων που προκύπτουν από τα πειραματικά δεδομένα με τις αντίστοιχες λύσεις των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με την απόδοση της μοντελοποίησης.

Για να βελτιωθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, η τιμή για το μέτρο ελαστικότητας, που χρησιμοποιείται στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, αναθεωρείται έτσι ώστε οι προβλεπόμενες τιμές για τις ιδιοσυχνότητες να συγκλίνουν με αυτές των μετρήσεων.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 Περιγραφή του Συστήματος – Επιλογή των Γεωμετρικών Χαρακτηριστικών του

1.1 Περιγραφή της πειραματική διάταξης.....	1
1.2 Επιλογή και έλεγχος των σχεδιαστικών παραμέτρων της πειραματικής διάταξης.....	3
1.3 Συμπεράσματα.....	11

Κεφάλαιο 2 Μοντελοποίηση των Συστημάτων

2.1 Μοντελοποίηση με χρήση στερεών στοιχείων (Solid Elements).....	17
2.2 Μοντελοποίηση με χρήση στοιχείων κελύφους (Shell Elements).....	26
2.3 Μοντελοποίηση με χρήση στοιχείων δοκών Euler (Beam Elements).....	35
2.4 Συμπεράσματα – Επιλογή κατάλληλης μεθόδου μοντελοποίησης/διακριτοποίησης.....	40

Κεφάλαιο 3 Ενοργάνωση της Πειραματικής Διάταξης – Ιδιομορφική Ανάλυση

3.1 Ενοργάνωση της πειραματικής διάταξης.....	45
3.2 Ιδιομορφική ανάλυση των πειραματικών μετρήσεων.....	67
3.3 Αποτελέσματα ιδιομορφικής ανάλυσης.....	54

Κεφάλαιο 4 Αναθεώρηση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων – Σύγκρισεις

4.1 Βελτίωση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.....	55
4.2 Σύγκρισεις πειράματος – Βελτιωμένων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.....	57
4.3 Αναθεώρηση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και συγκρίσεις.....	59

Κεφάλαιο 5 Σύνοψη και Συμπεράσματα της Διπλωματικής Εργασίας

Βιβλιογραφία

Κατάλογος Παραρτημάτων

- Παράρτημα Α: Έλεγχος και διαστασιολόγηση των στοιχείων της κατασκευής
- Παράρτημα Β: Έλεγχος σύγκλισης των αποτελεσμάτων για διαφορετικά είδη διακριτοποίησης των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων
- Παράρτημα Γ: Ιδιομορφικές λύσεις μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων
- Παράρτημα Δ: Ιδιομορφική ανάλυση πειραματικών μετρήσεων
- Παράρτημα Ε: Παρουσίαση σχημάτων/φωτογραφιών της πειραματικής διάταξης

Κεφάλαιο 1 Περιγραφή του Συστήματος και Επιλογή των Γεωμετρικών Χαρακτηριστικών του

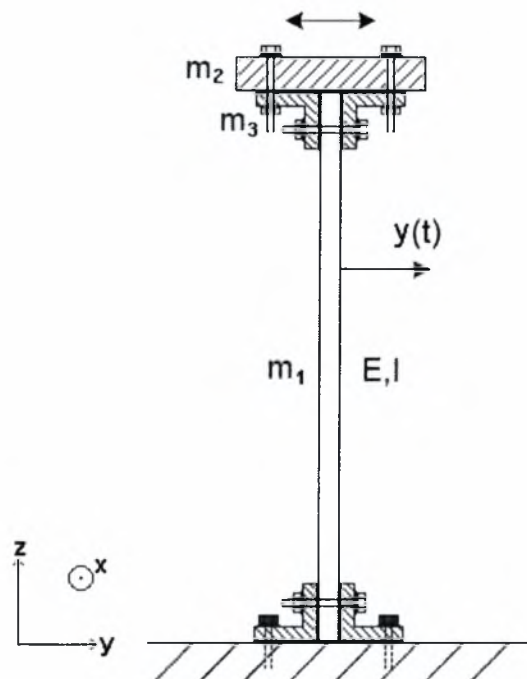
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται και περιγράφεται το βασικό μηχανικό σύστημα το οποίο θα μελετηθεί ως προς τη δυναμική του συμπεριφορά και το οποίο θα αποτελέσει την βάση για την δημιουργία και ανάλυση των υπόλοιπων δύο μηχανικών συστημάτων. Η δυναμική συμπεριφορά κάθε μηχανικού συστήματος, γενικά, εξαρτάται άμεσα από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, τον τύπο των συνθηκών στις συνδέσεις των στοιχείων, καθώς και το είδος υλικού των στοιχείων που το αποτελούν. Διεξάγεται λεπτομερής έλεγχος των στοιχείων της κατασκευής έτσι ώστε η δυναμική συμπεριφορά που θα εμφανίσουν τα προς κατασκευή τρία μηχανικά συστήματα, να υπόκειται σε περιορισμούς που αφορούν την ορθή δυναμική συμπεριφορά του (γραμμική δυναμική συμπεριφορά) και κυρίως την ορθή λειτουργία του εξοπλισμού συλλογής των μετρήσεων, όπως για παράδειγμα τα επιταχυνσιόμετρα.

Η οργάνωση αυτού του κεφαλαίου είναι η εξής: Στο Υποκεφάλαιο 1.1, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη. Στο Υποκεφάλαιο 1.2 πραγματοποιείται αναλυτικός έλεγχος των δυναμικών χαρακτηριστικών της κατασκευής και θέτονται οι περιορισμοί. Στο Υποκεφάλαιο 1.3 πραγματοποιείται η επίλυση των σχέσεων περιορισμών και στη συνέχεια επιλέγονται οι ακριβείς διαστάσεις κάθε στοιχείου της πειραματικής διάταξης.

1.1 Περιγραφή της Πειραματικής Διάταξης

Στην παρούσα διπλωματική θα μελετηθεί αρχικά η δυναμική συμπεριφορά μιας κατακόρυφης πακτωμένης δοκού από αλουμίνιο στην κορυφή της οποίας έχει προσαρτηθεί οριζόντια αλουμινένια πλάκα που παίζει το ρόλο της μάζας - αδράνειας. Το πρώτο αυτό βασικό μηχανικό σύστημα θα κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε

να επιτευχθεί η βέλτιστη μηχανική σύνδεση των στοιχείων καθώς και η επαναληψιμότητα της ως προς τον κατακόρυφο άξονα (δημιουργία συστήματος δύο και τριών ορόφων). Στο Σχήμα 1.1 διακρίνουμε το πρώτο προς κατασκευή σύστημα ενός ορόφου το οποίο αποτελείται από μία αλουμινένια πλάκα ταλάντωσης, μία αλουμινένια οριζόντια πλάκα, τέσσερις γωνίες από χάλυβα, οχτώ κοχλίες, οχτώ παξιμάδια και δώδεκα ροδέλες. Στη βάση, καθώς και στις υπόλοιπες ενώσεις των στοιχείων θεωρείται ότι υπάρχει πλήρης πάκτωση με τη βοήθεια των κοχλιών σύνδεσης.



Σχήμα 1.1: Γραφική Απεικόνιση της πειραματικής διάταξης ενός ορόφου

Η ποιοτική αυτή επιλογή των στοιχείων, οι διαστάσεις των οποίων είναι ακόμα άγνωστες, εξασφάλισε την ορθή μηχανική σύνδεση τους και τη δημιουργία ενός στιβαρού μηχανικού συστήματος που έχει σταθερή δυναμική συμπεριφορά ανεξάρτητα από το είδος και την ένταση της διέγερσης.

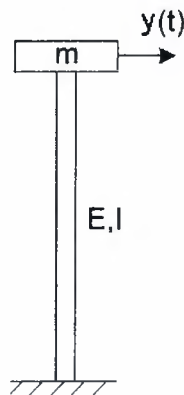
Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.1, τα στοιχεία σύνδεσης του βασικού συστήματος με το έδαφος δεν συμπεριλήφθηκαν αριθμητικά σε αυτό. Έτσι, η κατασκευή έχει τη δυνατότητα επαναληψιμότητας στην κατακόρυφη διεύθυνση (δημιουργία δεύτερου και τρίτου συστήματος), χωρίς την τοποθέτηση πρόσθετων στοιχείων ή βάρους, τόσο

πρακτικά (πειραματική διάταξη) όσο και θεωρητικά (μοντελοποίηση), κάτι που θα μελετηθεί λεπτομερώς σε επόμενα κεφάλαια.

1.2 Επιλογή και Έλεγχος των Σχεδιαστικών Παραμέτρων της Πειραματικής Διάταξης

Όπως γνωρίζουμε μια κατασκευή πακτωμένη στο έδαφος με προσαρτημένο βάρος στην οροφή της, έχει χαρακτηριστική δυναμική συμπεριφορά η οποία εξαρτάται από παράγοντες όπως η μάζα των στοιχείων που την αποτελούν, το μέτρο ελαστικότητας τους και η γεωμετρία τους (Νατσιάβας 2001).

Η πειραματική συλλογή δεδομένων δυναμικής απόκρισης, απαιτεί τη χρήση επιταχυνσιομέτρων και γενικά εξοπλισμού που σε συνεργασία με τον Η/Υ αποθηκεύει τις μετρούμενες στιγμιαίες επιταχύνσεις σε ειδικά μορφοποιημένα αρχεία καταγράφοντας έτσι ολόκληρη την χρονοϊστορία του πειράματος.



Σχήμα 1.2: Ισοδύναμο Μηχανικό Σύστημα

Στην παρούσα διπλωματική τέθηκαν όρια της δυναμικής απόκρισης των συστημάτων που θα κατασκευαστούν, έτσι ώστε αυτή να βρίσκεται μέσα στα όρια μέτρησης του εξοπλισμού που χρησιμοποιήθηκε (επιταχυνσιόμετρα) λαμβάνοντας υπόψη και παραμέτρους όπως η δειγματοληψία μέτρησης και τα σφάλματα που προκύπτουν από αυτή.

Επομένως, αν λάβουμε ως κριτήριο τα όρια μέτρησης των επιταχυνσιομέτρων, τέθηκαν κάτω όρια για την πρώτη ιδιοσυχνότητα που θα εμφανίσουν τα συστήματα του ενός και των τριών ορόφων (μεταβλητές f_{11} και f_{13} αντίστοιχα) και στη συνέχεια διατυπώθηκαν οι δύο βασικοί περιορισμοί επιλογής των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του προβλήματος με βάση αυτό το κριτήριο. Οι περιορισμοί αυτοί είναι οι εξής:

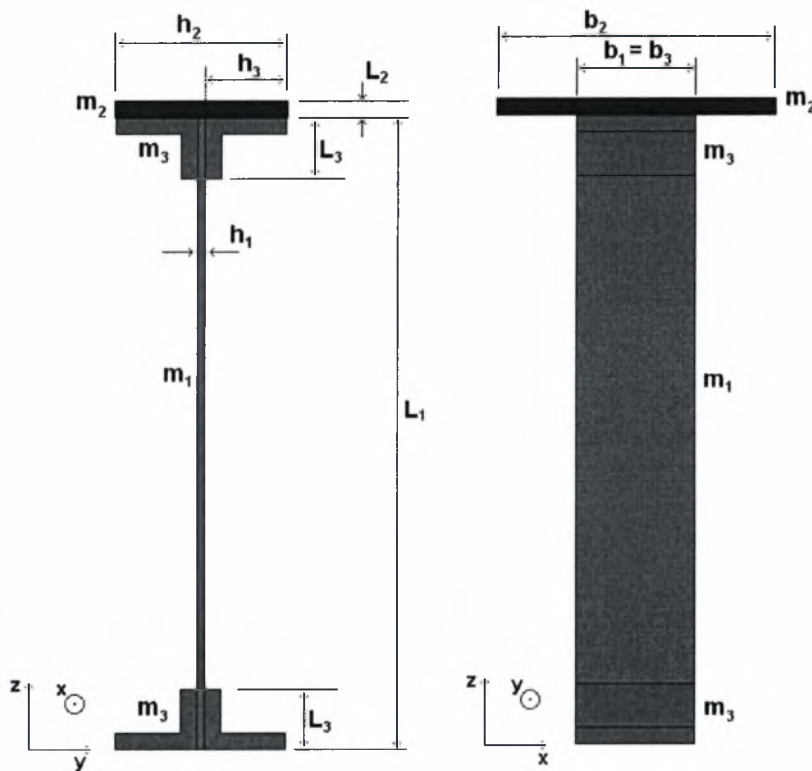
- Για το σύστημα 1 ορόφου:

$$f_{11} < 20 \text{ (Hz)} \quad (1.1)$$

- Για το σύστημα 3 ορόφων:

$$f_{13} > 1 \text{ (Hz)} \quad (1.2)$$

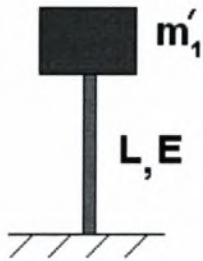
Στο Σχήμα 1.3, που ακολουθεί, παρουσιάζεται το σύστημα του πρώτου ορόφου πλήρως γεωμετρικά παραμετροποιημένο.



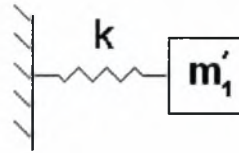
Σχήμα 1.3: Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά Κατασκευής

Στο Σχήμα 1.4α παρουσιάζεται η πρώτη παραδοχή για την επίλυση του συστήματος ενός ορόφου ενώ στο Σχήμα 4.β απεικονίζεται το ισοδύναμο και απλοποιημένο

μαθηματικό μοντέλο μάζας ελατηρίου. Για το βασικό σύστημα του πρώτου ορόφου και με βάση τις παραδοχές που απεικονίζονται στα Σχήματα αυτά, ισχύουν τα εξής:



Σχήμα 1.4α



Σχήμα 1.4β

Με βάση το Σχήμα 1.4α ισχύει:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (1.3)$$

Με παράλληλη επισκόπηση των Σχημάτων 1.3 και 1.4 ισχύει:

$$m_1' = \left(\frac{m_1}{2} + m_2 + 2m_3\right) \quad (1.4)$$

Αντικαθιστώντας το μήκος L του Σχήματος 1.4α με το πραγματικό του Σχήματος 1.3,

$$L = (L_1 - 2L_3) \quad (1.5)$$

καθώς και της πραγματικής ροπής αδράνειας σε κάμψη (Σχήμα 1.3),

$$I = I_{xx} = \frac{b_1 h_1^3}{12} \quad (1.6)$$

καταλήγουμε στις εξής βασικές σχέσεις:

$$k = \frac{Eb_1 h_1^3}{4(L_1 - 2L_3)^3} \quad (1.7)$$

και

$$m_1' = \frac{m_1 + 2m_2 + 4m_3}{2} \quad (1.8)$$

Η πρώτη ιδιοσυχνότητα του συστήματος αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$f_{11} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'_1}} \quad (1.9)$$

η οποία με αντικατάσταση των Σχέσεων (1.7) και (1.8) γίνεται:

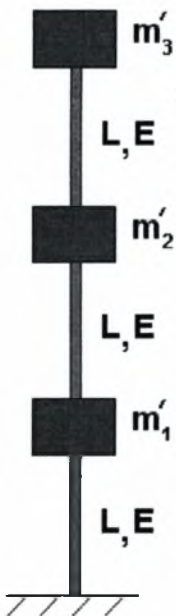
$$f_{11} = \sqrt{\frac{Eb_1h_1^3}{8\pi^2(m_1 + 2m_2 + 4m_3)(L_1 - 2L_3)^3}} \quad (1.10)$$

Τέλος, εισάγοντας τις μεταβλητές διαστάσεων των στοιχείων 1 και 2 (Σχήμα 1.3) και με χρήση του βασικού τύπου $m = \rho V$, η Σχέση (1.10) μετασχηματίζεται ως εξής:

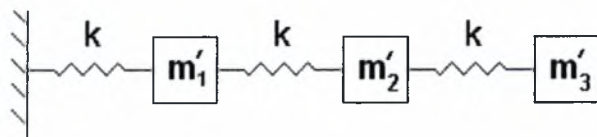
$$f_{11} = \sqrt{\frac{Eb_1h_1^3}{8\pi^2(\rho_1L_1b_1h_1 + 2\rho_2L_2b_2h_2 + 4m_3)(L_1 - 2L_3)^3}} \quad (1.11)$$

Η σχέση 1.11, όπως έχει αυτή διατυπωθεί, υπολογίζει την πρώτη ιδιοσυχνότητα f_{11} του συστήματος. ~~ενός ηρόφου συνάρτησης των γεωμετρικών και φυσικών χαρακτηριστικών του.~~

Για το σύστημα 3 ορόφων και με βάση την παραδοχή που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.6 που ακολουθεί, ισχύουν τα εξής:



Σχήμα 1.5α



Σχήμα 1.5β

όπου

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (1.12)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (1.5) και (1.6) στην (1.12) έχουμε

$$k = \frac{Eb_1h_1^3}{4(L_1 - 2L_2)^3} \quad (1.13)$$

Ακόμη με παράλληλη επισκόπηση των Σχημάτων 1.5α και 1.5β, ισχύουν τα εξής:

$$m_1'' = m_1 + m_2 + 4m_3 \quad (1.14)$$

$$m_2'' = m_1 + m_2 + 4m_3 \quad (1.15)$$

$$m_3'' = \frac{m_1}{2} + m_2 + 2m_3 \quad (1.16)$$

Βάση του ισοδύναμου απλοποιημένου μαθηματικού μοντέλου του Σχήματος 1.5β (σύστημα $3^{\omega\nu}$ βαθμών ελευθερίας), οι εξισώσεις κίνησης σε μητρική μορφή είναι (Νατσάβας 2001):

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (1.17)$$

όπου:

$$M = \begin{pmatrix} m_1'' & 0 & 0 \\ 0 & m_2'' & 0 \\ 0 & 0 & m_3'' \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix}$$

Τα μητρώα αυτά με αντικατάσταση των Σχέσεων (1.13) (1.14) (1.15) και (1.16) καταλήγουν σε:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 + m_2 + 4m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_2 + 4m_3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_1 + 2m_2 + 4m_3}{2} \end{pmatrix}$$

$$K = \frac{Eb_1h_1^3}{4(L_1 - 2L_3)^3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Οι ιδιοσυχνότητες για το σύστημα τριών ορόφων προκύπτουν από την επίλυση του ιδιοπροβλήματος:

$$(K - \omega^2 M)\underline{\phi} = \underline{0} \quad (1.18)$$

Η επίλυση του ιδιοπροβλήματος (σχέση 1.18) δίνει αποτελέσματα για τις ιδιοσυχνότητες για διάφορες τιμές των γεωμετρικών και ποιοτικών χαρακτηριστικών των στοιχείων.

Αν χρησιμοποιηθεί και η θεωρία του λυγισμού στο πρόβλημα μας μπορεί να διατυπωθεί και ένας ακόμα περιορισμός και μάλιστα για το σύστημα των τριών ορόφων όπου έχουμε τη μεγαλύτερη καταπόνηση της κατασκευής (Karaiskos 2008). Ο περιορισμός αυτός γενικά δηλώνει ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού (buckling) της μεταλλικής δοκού πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσιο του αντίστοιχου φορτίου της μάζας m που φέρει στο ανώτερό της σημείο (Σχήμα 1.1), δηλαδή:

$$P_{cr} = a(mg) \quad (1.19)$$

όπου $a \geq 2$

Για το σύστημα τριών ορόφων που μελετάται στην παρούσα διπλωματική ο περιορισμός αυτός εκφράζεται ως ακολούθως. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού της κατώτερης αλουμινένιας δοκού θα πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσιο του αντίστοιχου συνολικού βάρους που φέρουν οι υπόλοιποι 2 πλήρως συνδεδεμένοι όροφοι.

Έτσι, η σχέση 1.18 παίρνει την εξής μορφή:

$$P_{cr} = a(2m_1 + 3m_2 + 10m_3)g \quad (1.20)$$

όπου: $a \geq 2$

Σύμφωνα με την θεωρία του λυγισμού, το κρίσιμο φορτίο μιας κατακόρυφα πακτωμένης δοκού είναι:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (1.21)$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού της δοκού, I είναι η δευτεροβάθμια ροπή αδράνειας της δοκού και L το μήκος της κατακόρυφης δοκού (Σχήμα 1.1).

Η Σχέση (1.20) τροποποιείται αν λάβουμε υπόψη ότι για το σύστημα 3 ορόφων το καθαρό μήκος στο οποίο πραγματοποιείται ο έλεγχος λυγισμού είναι $L = (L_1 - 2L_3)$ και η δευτεροβάθμια ροπή αδράνειας είναι $I = I_{xx}$, εφόσον έχουμε ταλαντωτική κίνηση ως προς τον άξονα y .

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{xx}}{4(L_1 - 2L_3)^2} \quad (1.22)$$

Με αντικατάσταση της Σχέσης (1.6) στην (1.22), καταλήγουμε σε:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E b_1 h_1^3}{48(L_1 - 2L_3)^2} \quad (1.23)$$

Συνδυασμός των Σχέσεων (1.20) και (1.23) δίνει:

$$\frac{\pi^2 E b_1 h_1^3}{48(L_1 - 2L_3)^2} = a(2m_1 + 3m_2 + 10m_3)g \quad (1.24)$$

Τέλος, εισάγοντας πάλι τις μεταβλητές διαστάσεων των στοιχείων 1 και 2 (Σχήμα 1.3) και με χρήση του βασικού τύπου $m = \rho V$, η Σχέση (1.24) μεταχηματίζεται ως εξής:

$$a = \frac{\pi^2 E b_1 h_1^3}{48g(2\rho_1 L_1 b_1 h_1 + 3\rho_2 L_2 b_2 h_2 + 10m_3)(L_1 - 2L_3)^2} \quad (1.25)$$

με $a \geq 2$

Η Σχέση (1.25), όπως έχει αυτή διατυπωθεί, υπολογίζει τον συντελεστή a του κρίσιμου φορτίου λυγισμού του συστήματος τριών ορόφων συναρτήση των γεωμετρικών και ποιοτικών χαρακτηριστικών του ο οποίος θα πρέπει, για κάθε περίπτωση, να υπερβαίνει την τιμή 2.

Συνοψίζοντας τους τρεις βασικούς περιορισμούς καταλήγουμε στις εξής σχέσεις:

$$f_{11} = \sqrt{\frac{Eb_1h_1^3}{8\pi^2(\rho_1L_1b_1h_1 + 2\rho_2L_2b_2h_2 + 4m_3)(L_1 - 2L_3)^3}} < 20 \quad (1.26)$$

$$f_{13} > 1 \quad (1.27)$$

όπου f_{13} η πρώτη ιδιοσυχνότητα που προκύπτει από την επίλυση του ιδιοπροβλήματος της Σχέσης (1.17)

$$a = \frac{\pi^2Eb_1h_1^3}{48g(2\rho_1L_1b_1h_1 + 3\rho_2L_2b_2h_2 + 10m_3)(L_1 - 2L_3)^2} > 2 \quad (1.28)$$

Οι σχέσεις περιορισμών που υπολογίστηκαν παραπάνω, περιέχουν δύο κατηγορίες τιμών.

Η πρώτη κατηγορία είναι οι σταθερές τιμές όπως το μέτρο ελαστικότητας του αλουμινίου $\rho_{al} = \rho_1 = \rho_2 = 2700 \text{ Kg} / \text{m}^3$ και η πυκνότητα του $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.

Η δεύτερη κατηγορία τιμών είναι οι μεταβλητές, δηλαδή τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των στοιχείων της κατασκευής.

Επιλέχθηκαν αυθαίρετα οι τιμές: $L_2 = 0.08 \text{ m}$, $L_3 = 0.03 \text{ m}$, $b_1 = 0.06 \text{ m}$, $b_2 = 0.14 \text{ m}$, $b_3 = 0.06 \text{ m}$, $h_1 = 0.004 \text{ m}$, $h_2 = 0.085 \text{ m}$, $h_3 = 0.04 \text{ m}$. Η επιλογή αυτή καθιστά δυνατή τη συναρμολόγηση των στοιχείων της κατασκευής ενώ αφήνεται ως πραγματική μεταβλητή η L_1 η τιμή της οποίας, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.3 μεταβάλλει το καθαρό μήκος ταλάντωσης και άρα επηρεάζει άμεσα την δυναμική συμπεριφορά του συστήματος. Σημειώνεται ότι για όλους τους υπολογισμούς, η μάζα της γωνίας θεωρήθηκε προσεγγιστικά ότι είναι ίση με 0.3 Kg.

Συνοπτικά όλες οι σταθερές τιμές για τον έλεγχο ικανοποίησης των περιορισμών δίνονται στον Πίνακα 1.1 που ακολουθεί.

Πίνακας 1.1: Σταθερές Τιμές Σχέσεων Περιορισμών

E (GPa)	70
ρ_1 (Kg/m ³)	2700
ρ_2 (Kg/m ³)	2700
L_3 (m)	0.03
h_1 (m)	0.004
h_2 (m)	0.09
b_1 (m)	0.06
b_2 (m)	0.14
m_3 (Kg)	0.3

Οι υπολογισμοί των τριών βασικών περιορισμών πραγματοποιήθηκαν για τις τιμές $L_1 = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40$, με χρήση υπολογιστικού φύλλου Excel καθώς και με χρήση κώδικα σε Matlab. Τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης καθώς και ο έλεγχος ικανοποίησης των περιορισμών των Σχέσεων (1.26), (1.27) και (1.28), παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α.

1.3 Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα του Παραρτήματος Α, παρατηρεί κανείς ότι απορρίπτονται οι Πίνακες Α1, Α2 και Α3 οι οποίοι παρουσιάζουν τιμές μεγαλύτερες των 20Hz για την πρώτη ιδιοσυχνότητα που εμφανίζει το σύστημα ενός ορόφου. Το αποτέλεσμα είναι λογικό καθώς μικρότερα μήκη ταλάντωσης του συστήματος επιφέρουν μεγαλύτερες τιμές ιδιοσυχνοτήτων που αυτό εμφανίζει. Οι υπόλοιποι Πίνακες Α4 – Α7 του Παραρτήματος Α είναι δεκτοί ως προς τα αποτελέσματά τους.

Ο έλεγχος της μεταβλητής a που αναφέρεται στο πρόβλημα ελατοπλαστικού της κατασκευής είναι δεκτός για όλες τις δοκιμές και βρίσκεται πολλές φορές πάνω από το όριο που το όριο που τέθηκε στην Σχέση (1.28).

Μετά από προσεκτική επισκόπηση των πινάκων του Παραρτήματος Α, επιλέχθηκε ο Πίνακας Α5 και πιο συγκεκριμένα η τιμή $L_1 = 0.3m$. Η επιλογή αυτή εκτός από την ικανοποίηση των τριών περιορισμών εξασφαλίζει και σχετικά ανεκτό συνολικό ύψος για το σύστημα τριώροφης κατασκευής

$$L_{tot} = 3(L_1 + L_2) = 3(0.30 + 0.008) = 0.924m \quad (1.29)$$

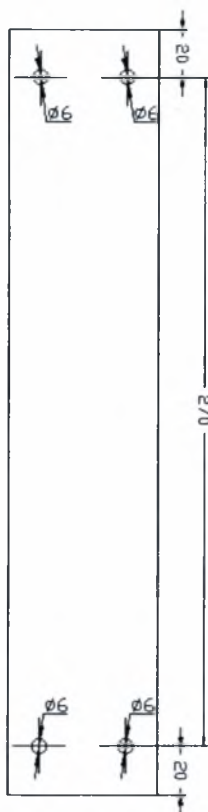
Στον Πίνακα 1.2 που ακολουθεί, παρουσιάζονται συνολικά τα χαρακτηριστικά των στοιχείων της κατασκευής, γεωμετρικά και μη, για έναν πλήρη όροφο.

Πίνακας 1.2: Σύνοψη γεωμετρικών χαρακτηριστικών του βασικού συστήματος της πειραματικής διάταξης

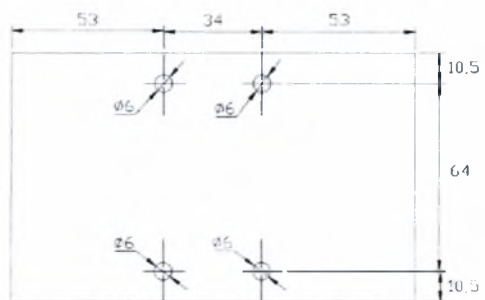
Αρίθμηση Στοιχείου	Είδος Στοιχείου	Πολ/στής Στοιχείων	Μάζα Στοιχείου (g)	Συνολική Μάζα (g)	x (m)	y (m)	z (m)
1	Πλάκα Ταλάντωσης	1	200	200	0.060	0.004	0.310
2	Οριζόντια Πλάκα	1	254	254	0.140	0.085	0.008
3	Γωνία	4	250	1000	-	-	-
4	Κοχλίας	8	8	64	-	-	-
5	Παξιμάδι	8	2	16	-	-	-
6	Ροδέλα	12	2	24	-	-	-
Σύνολο	-	-		1558	-	-	-

Σημειώνεται ότι η ακριβής διάσταση L_1 της πλάκας ταλάντωσης που χρησιμοποιήθηκε τελικά είναι ίση με 0.31m, διαφορά που δεν θα επηρεάσει τα αποτελέσματα των σχέσεων περιορισμών (Πίνακας A5 και A6 του Παραρτήματος A). Ακόμη, το βάρος της κάθε γωνίας που χρησιμοποιήθηκε, βρέθηκε ίσο με 0.25 Kg, τιμή η οποία επαληθεύει και ικανοποιεί τους περιορισμούς (Πίνακας A8 του Παραρτήματος A).

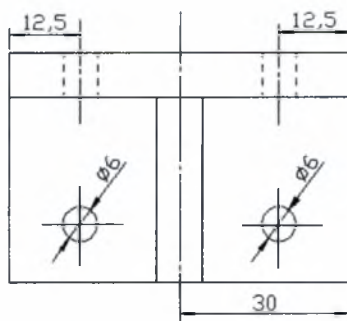
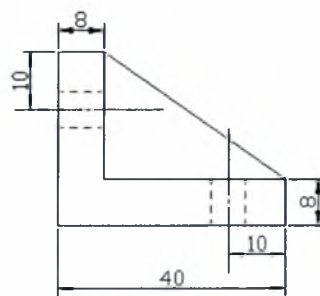
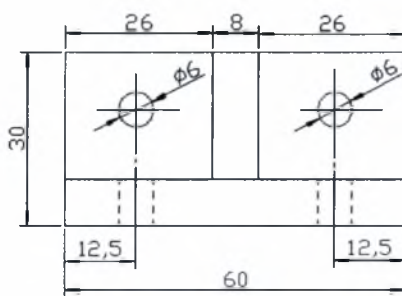
Τα βασικά στοιχεία 1 και 2 που αντιστοιχούν στην πλάκα ταλάντωσης και την οριζόντια πλάκα αντίστοιχα, είναι κατασκευασμένα από αλουμίνιο, ενώ το στοιχείο 3 που αναφέρεται στη γωνία είναι κατασκευασμένο με συγκόλληση απλών κομματιών χάλυβα. Στα Σχήματα 1.6 – 1.8 που ακολουθούν απεικονίζονται οι ακριβείς διαστάσεις της πλάκας ταλάντωσης (Στοιχείο 1), της οριζόντιας πλάκας (Στοιχείο 2) και της γωνίας (Στοιχείο 3) σε πλήρες μηχανολογικό σχέδιο.



Σχήμα 1.6: Στοιχείο 1



Σχήμα 1.7: Στοιχείο 2



Σχήμα 1.8: Στοιχείο 3

Τα πάχη του πρώτου και του δεύτερου στοιχείου, όπως άλλωστε φαίνεται και στον Πίνακα 1.2, είναι 0.004m και 0.08m αντίστοιχα. Τα στοιχεία αυτά ζυγίστηκαν ένα προς ένα στην ζυγαριά ακριβείας του εργαστηρίου και στη συνέχεια υπολογίστηκε το βάρος του συστήματος ενός ορόφου με άθροιση της μάζας κάθε στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του (Πίνακας 1.2).

Σημειώνεται επίσης ότι για λόγους επαλήθευσης, ζυγίστηκε ένας πλήρης συνδεδεμένος όροφος στη ζυγαριά ακριβείας του εργαστηρίου και το βάρος του βρέθηκε πάλι ίσο με 1.558 Kg. Η γνώση του βάρους του βασικού συστήματος 1 ορόφου είναι πολύ χρήσιμη διότι η ακριβής τιμή του θα χρησιμοποιηθεί για έλεγχο συμβατότητας του με το βάρος που ορίζεται κατά τη μοντελοποίηση, μελέτη που διεξάγεται στο Κεφάλαιο 2 που ακολουθεί.

Τέλος, σημειώνεται ότι τα συνολικά ύψη για τα 3 συστήματα που κατασκευάστηκαν (Σχήμα E1 - Παράρτημα E) είναι:

$$L_{1tot} = L_1 + L_2 = 0.31 + 0.008 = 0.318m$$

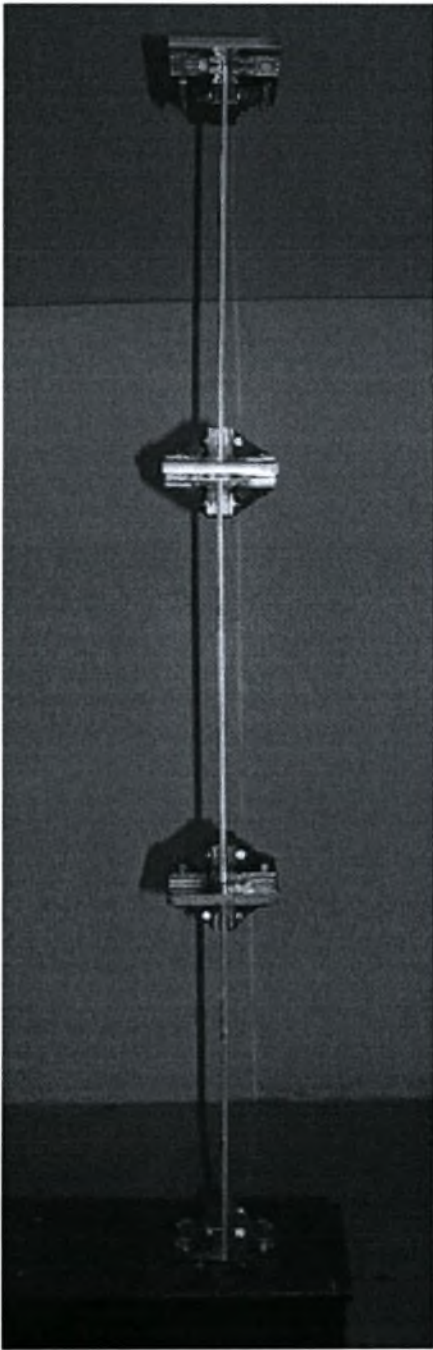
$$L_{2tot} = 2(L_1 + L_2) = 2(0.31 + 0.008) = 0.636m$$

$$L_{3tot} = 3(L_1 + L_2) = 3(0.31 + 0.008) = 0.954m$$

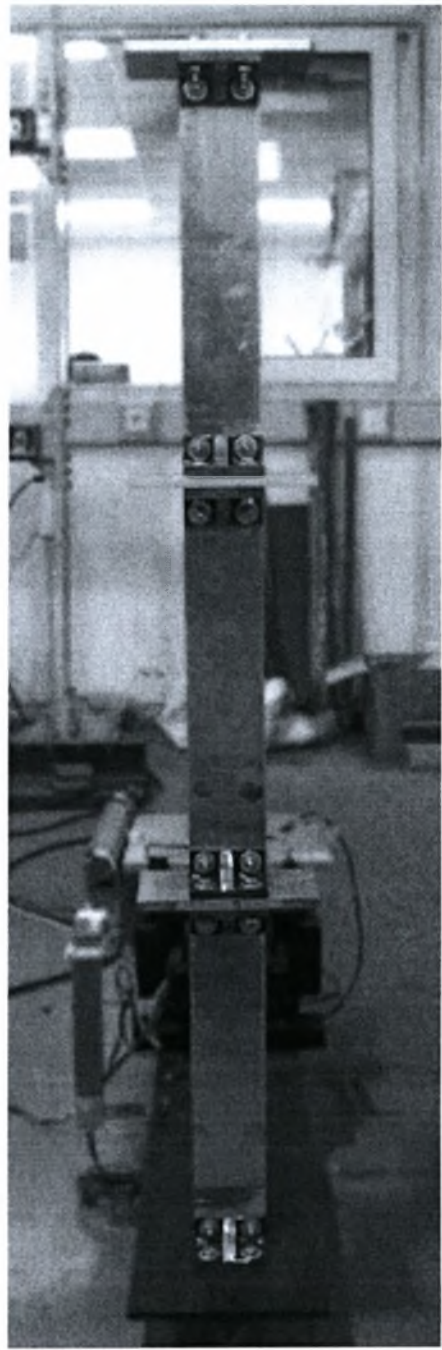
ενώ τα αντίστοιχα βάρη των 3 συστημάτων είναι:

$$M_{1tot} = 1.558Kg \quad M_{2tot} = 3.116Kg \quad M_{3tot} = 4.674Kg$$

Στα Σχήματα 1.9α και 1.9β που ακολουθούν, παρουσιάζεται ενδεικτικά η πειραματική διάταξη του συστήματος τριών ορόφων όπως τελικά κατασκευάστηκε στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων.



Σχήμα 1.9α



Σχήμα 1.9β

Κεφάλαιο 2 Μοντελοποίηση των Συστημάτων

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιείται η μοντελοποίηση της πειραματικής διάταξης με τη βοήθεια υπολογιστικού πακέτου Comsol Multiphysics και παρουσιάζονται πλήρως τα βήματα καθώς και οι θεωρήσεις που έγιναν για την δημιουργία αξιόπιστων και ρεαλιστικών μαθηματικών μοντέλων.

Το λογισμικό Comsol Multiphysics, είναι ένα υπολογιστικό πακέτο το οποίο, βασιζόμενο στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (**Finite Element Method**), επιλύει γεωμετρικά πολύπλοκες κατασκευές και διαφόρων ειδών φυσικά προβλήματα. Μερικά από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του προγράμματος είναι η ευχρηστία στο περιβάλλον δημιουργίας και επεξεργασίας των μοντέλων, η πλήρης παραμετροποίηση των μεταβλητών δημιουργίας του πλέγματος (meshing), η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων καθώς και ο ταχύτατος επιλυτής του (solver).

Σημειώνεται ότι για τη δημιουργία μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων στο λογισμικό Comsol Multiphysics, υπάρχει πλήρης βιβλιοθήκη παραμέτρων υλικού (πυκνότητα ρ , μέτρο ελαστικότητας E , κλπ) για κάθε στοιχείο που σχεδιάζεται. Στην παρούσα διπλωματική αποφεύχθηκε η χρήση της βιβλιοθήκης των υλικών του Femlab, καθώς χρησιμοποιήθηκαν παραδοχές για τον υπολογισμό της πυκνότητας του κάθε στοιχείου (για κάθε μέθοδο αντίστοιχα) με βασικό γνώμονα την διατήρηση του ίδιου συνολικού βάρους μεταξύ του ολοκληρωμένου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και της πραγματικής κατασκευής.

Η μοντελοποίηση γενικά με τη χρήση του λογισμικού αυτού έγινε με τρεις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων: μοντέλα στερεών πεπερασμένων στοιχείων (solid elements), μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων κελύφους (shell elements) και μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων δοκών κατά Euler (Euler beams).

Ο επιλυτής (solver) του Comsol Multiphysics έχει οριστεί έτσι ώστε να υπολογίζει όλες τις ιδιοσυχνότητες που βρίσκονται κάτω από το μισό της συχνότητας δειγματοληψίας της κάρτας και φυσικά μέσα στα όρια του εύρους συχνοτήτων που μπορούν να μετρήσουν τα επιταχυνσιόμετρα (όπως θα παρουσιαστεί σε επόμενο κεφάλαιο), έτσι ώστε να υπάρχει αντιστοιχία πειράματος – μοντελοποίησης ως προς τις λύσεις των ιδιοσυχνοτήτων τους και έτσι ώστε να αποφεύγονται σφάλματα μέτρησης. Έτσι υπολογίστηκαν όλες οι ιδιοσυχνότητες που βρίσκονται κάτω από την τιμή των 500Hz.

Αφού σχεδιάστηκε το εκάστοτε μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και εισήχθησαν όλες οι απαραίτητες παράμετροι, πραγματοποιήθηκε η επίλυση του πρώτου βασικού συστήματος και για τις τρεις μεθόδους μοντελοποίησης για διάφορα είδη πλέγματος ενώ στη συνέχεια με σύγκριση σχετικών σφαλμάτων των αποτελεσμάτων, επιλέχθηκε η ιδανικότερη για το πρόβλημα μέθοδος μοντελοποίησης καθώς και το ιδανικό πλέγμα αυτής. Οι Πίνακες που περιέχουν αυτούς τους υπολογισμούς παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β.

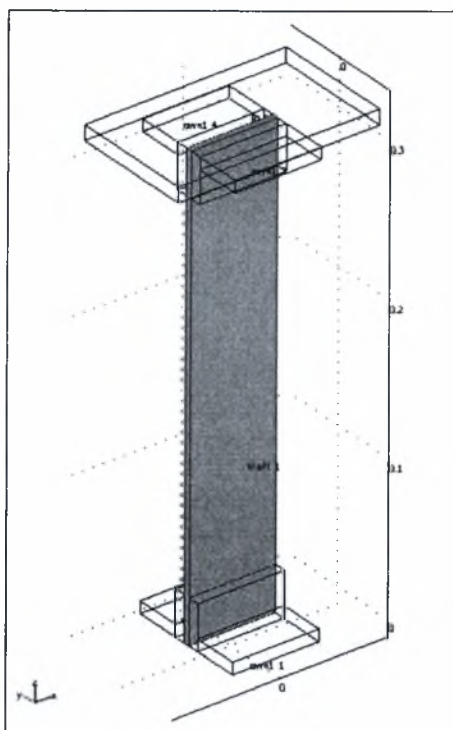
2.1 Μοντελοποίηση με χρήση Στερεών Στοιχείων (Solid Elements)

Ο σχεδιασμός του συστήματος/κατασκευής με χρήση στερεών στοιχείων γίνεται σε σχεδιαστικό περιβάλλον παρόμοιο με κάθε είδους προγράμμα CAD, δηλαδή κάθε στοιχείο σχεδιάζεται σε τρεις διαστάσεις (3D), σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και διακριτοποιείται με ανάλογο τρόπο. Για αυτή την μέθοδο μοντελοποίησης, χρησιμοποιήθηκαν διάφορες παραδοχές (κατά τη σχεδίαση/διακριτοποίηση του συστήματος) οι οποίες αποσκοπούν τόσο στην ταχύτερη επίλυση του προβλήματος (αποφυγή σχεδιαστικών λεπτομερειών όπως οπές στα κύρια στοιχεία, κοχλιοσυνδέσεις, κτλ.) όσο και στην επαναληψιμότητα του προβλήματος.

Με τον όρο επαναληψιμότητα του συστήματος κατά την μοντελοποίηση εννοούμε τον σχεδιασμό του πρώτου ορόφου της κατασκευής με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η αντιγραφή και επικόλληση του (σχεδιαστικά) προς δημιουργία των υπολοίπων 2 μοντέλων (συστήματα δύο και τριών ορόφων) χωρίς να χρειαστεί να τροποποιηθούν τόσο τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, όσο και οι φυσικές ιδιότητες των

στοιχείων που το αποτελούν. Η ιδιότητα αυτή όπως προαναφέρθηκε ισχύει και για την πραγματικό, ήδη κατασκευασμένο βασικό σύστημα ενός ορόφου.

Στο Σχήμα 2.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται το σχεδιαστικό περιβάλλον του Femlab αφού ολοκληρώθηκε η σχεδίαση ενός πλήρους ορόφου. Διακρίνεται η πλάκα ταλάντωσης, η οριζόντια πλάκα και οι τέσσερις γωνίες.



Σχήμα 2.1: Γεωμετρία μοντέλου στερεών πεπερασμένων στοιχείων

Κατά τη σχεδίαση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1, αγνοήθηκαν σχεδιαστικές λεπτομέρειες των τριών βασικών στοιχείων, όπως για παράδειγμα οι κοχλίες, οι οπές, κτλ., καθώς η παρουσία τους δημιουργεί προβλήματα κατά τη λύση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (σημαντική αύξηση του χρόνου επίλυσης λόγω περιττής διακριτοποίησης). Για τον ίδιο λόγο αγνοήθηκε μια μικρή λεπτομέρεια στο τρίτο στοιχείο (Σχήμα 1.8) που ενώνει τα δύο υποτιμήματα της γωνίας.

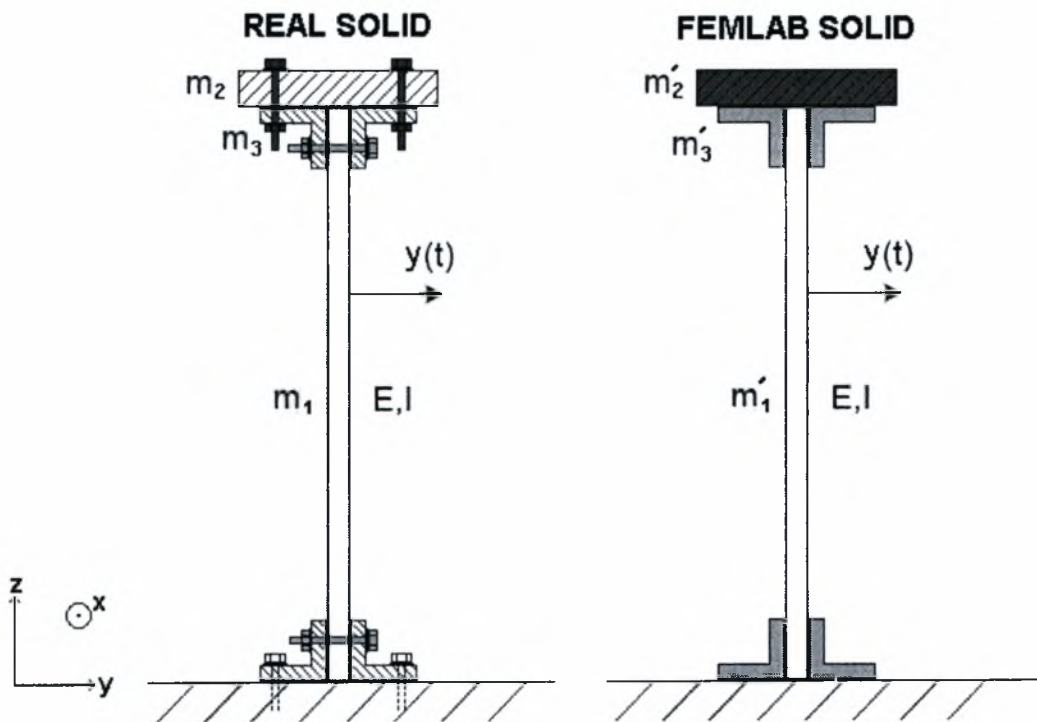
Σημειώνεται ότι η παραδοχές αυτές θα επηρεάσουν ελάχιστα τα αποτελέσματα επίλυσης ως προς τις ιδιοσυχνότητες, δεδομένου ότι τροποποιήθηκε η πυκνότητα του

κάθε στοιχείου του μοντέλου ώστε να συμπεριλάβει τη μάζα των στοιχείων που παραλήφθηκαν.

Στη συνέχεια ακολουθεί μεθοδολογία που εξασφαλίζει ότι το συνολικό βάρος του ισοδύναμου μοντέλου (με την ελλειπή γεωμετρία) θα είναι το ίδιο με το πραγματικό.

Στο Σχήμα 2.2 μπορεί κανείς να διακρίνει οπτικά τον τρόπο συγχώνευσης της μάζας των εξαρτημάτων της πειραματικής κατασκευής στα τρία κύρια στοιχεία του συστήματος ενός ορόφου όταν αυτό μοντελοποιηθεί με τη μέθοδο των στερεών στοιχείων.

Σημειώνεται ότι ο πραγματικός αριθμός των δευτερεύοντων στοιχείων του Σχήματος 2.2 είναι διπλάσιος από αυτόν που εμφανίζεται (λόγω απλούστευσης του Σχήματος 2.2 παραλήφθηκε η απεικόνιση της διάστασης x). Με άλλα λόγια, τα στοιχεία σύνδεσης των δύο άνω γωνιών με την οριζόντια πλάκα (απεικονιζόμενα με κόκκινο) είναι συνολικά τέσσερα. Αντίστοιχα τα στοιχεία σύνδεσης των γωνιών με την πλάκα ταλάντωσης (απεικονιζόμενα με μπλε) είναι συνολικά τέσσερα.



Σχήμα 2.2: Απλοποιήσεις κατά το σχεδιασμό του μοντέλου στερεών πεπερασμένων στοιχείων

Πιο αναλυτικά, οι παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την συγχώνευση του βάρους των εξαρτημάτων στα τρία βασικά στοιχεία του μοντέλου (Σχήμα 2.2) είναι οι εξής:

α) Αγνοήθηκε η σχεδίαση όλων των οπών των τριών βασικών στοιχείων της κατασκευής (πλάκα ταλάντωσης, οριζόντια πλάκα, γωνίες).

β) Η μάζα των τεσσάρων κατακόρυφων συνδετικών στοιχείων (τέσσερις κοχλίες, τέσσερις ροδέλες, τέσσερα περικόχλια) που συνδέουν την οριζόντια πλάκα με τις άνω γωνίες συγχωνεύτηκε στην μάζα της οριζόντιας πλάκας.

γ) Η μάζα των δύο οριζόντιων συνδετικών στοιχείων (δύο κοχλίες, τέσσερις ροδέλες, δύο περικόχλια) που συνδέουν την πλάκα ταλάντωσης με τις δύο άνω γωνίες συγχωνεύτηκε σε αυτές.

δ) Η μάζα των δύο οριζόντιων συνδετικών στοιχείων (δύο κοχλίες, τέσσερις ροδέλες, δύο περικόχλια) που συνδέουν την πλάκα ταλάντωσης με τις δύο κάτω γωνίες συγχωνεύτηκε σε αυτές.

ε) Η μάζα των τεσσάρων κατακόρυφων συνδετικών μέσων (τέσσερις κοχλίες, τέσσερις ροδέλες, τέσσερα παξιμάδια) που συνδέουν τις δύο κάτω γωνίες με το έδαφος αγνοήθηκε καθώς η προσμέτρηση τους στο μοντέλο θα κατέστρεφε την επαναληψιμότητα του προβλήματος (εμφάνιση πρόσθετου βάρους κατά την αντιγραφή του εκάστοτε ορόφου). Η παραδοχή αυτή δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα εφόσον στο σημείο αυτό θεωρούμε ότι έχουμε πάκτωση.

Ακολουθεί ο υπολογισμός αναθεωρημένων πυκνότητων των τριών βασικών στοιχείων της μοντελοποίησης, εξασφαλίζοντας έτσι ότι το συνολικό βάρος του πρώτου ορόφου στο μοντέλο θα είναι ίσο με το πραγματικό βάρος του πρώτου ορόφου της κατασκευής.

Αναλυτικά, οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στους Πίνακες 2.1 – 2.4 που ακολουθούν. Στον Πίνακα 2.1 παρουσιάζεται ο τρόπος και τα αποτελέσματα συγχώνευσης της μάζας των δευτερευόντων στοιχείων στα 3 βασικά στοιχεία. Στον Πίνακα 2.2 υπολογίζεται ο όγκος των στοιχείων (όγκος αναφοράς) που προκύπτει μετά την γεωμετρική απλοποίηση τους. Στον Πίνακα 2.3 υπολογίζονται οι αναθεωρημένες πυκνότητες των 3 βασικών στοιχείων με βάση τα αποτελέσματα των πινάκων 2.1 και 2.2 και τέλος, στον Πίνακα 2.4 γίνεται επαλήθευση ως προς το συνολικό βάρος μεταξύ του μοντέλου και της πραγματικής κατασκευής.

Πίνακας 2.1 Συγχώνευση μαζών

Στοιχείο	Μάζα (Kg)	Αριθμός Κοχλιών	Αριθμός Παξιμαδίων	Αριθμός Ροδέλων	Πρόσθετη μάζα (Kg)	Τελική μάζα (Kg)
Πλάκα Ταλάντωσης	0.201	0	0	0	0	0.201
Οριζόντια Πλάκα	0.254	4	4	4	0.048	0.302
Γωνία	0.250	1	1	2	0.014	0.264
Κοχλίας	0.008	-	-	-	-	-
Περικόχλιο	0.002	-	-	-	-	-
Ροδέλα	0.002	-	-	-	-	-

Πίνακας 2.2 Υπολογισμός Όγκου Αναφοράς

Στοιχείο	x (m)	y (m)	z (m)	V (m ³)
Πλάκα Ταλάντωσης	0.060	0.004	0.310	7.440E-05
Οριζόντια Πλάκα	0.140	0.085	0.008	9.520E-05
Γωνία (Τμήμα 1)	0.060	0.040	0.008	1.920E-05
Γωνία (Τμήμα 2)	0.060	0.008	0.022	1.056E-05
Γωνία	-	-	-	2.976E-05

Πίνακας 2.3 Υπολογισμός Αναθεωρημένης Πυκνότητας

Στοιχείο	Αναθεωρημένη Μάζα (Kg)	Όγκος Αναφοράς (m ³)	Αρχική Πυκνότητα (Kg/m ³)	Τελική Πυκνότητα (Kg/m ³)
Πλάκα Ταλάντωσης	0.201	7.440E-05	2700	2701.61
Οριζόντια Πλάκα	0.302	9.520E-05	2700	3172.27
Γωνία	0.264	2.976E-05	7850	8870.97

Πίνακας 2.4 Επαλήθευση

Στοιχείο	Αριθμός Στοιχείων	Αναθεωρημένη Μάζα (Kg)
Πλάκα Ταλάντωσης	1	0.201
Οριζόντια Πλάκα	1	0.302
Γωνία	4	0.264
Σύνολο	-	1.559

Επομένως, η αναθεώρηση πυκνοτήτων έγινε σωστά και το τελικό βάρος του μοντέλου (Πίνακας 2.4) είναι ίσο με το πραγματικό βάρος του πρώτου ορόφου της κατασκευής (Πίνακας 1.2). Στη συνέχεια οι αναθεωρημένες πυκνότητες εισήχθησαν στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με χρήση στερεών στοιχείων.

Ακολούθησε η εισαγωγή της τιμής του μέτρου ελαστικότητας στο μοντέλο τόσο για τα στοιχεία αλουμινίου (πλάκα ταλάντωσης, οριζόντια πλάκα) με $E = 70GPa$ όσο και για τα στοιχεία χάλυβα (γωνίες) με $E = 200GPa$.

Τέλος, ορίστηκαν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και πιο συγκεκριμένα θεωρήθηκε ότι η επιφάνεια επαφής του πρώτου ορόφου με το έδαφος είναι πακτωμένη πλήρως, ενώ όλες οι υπόλοιπες επιφάνειες είναι ελεύθερες ως προς κάθε διεύθυνση (Σχήμα 2.2). Οι διεπιφάνειες επαφής μεταξύ των στοιχείων είναι πλήρως συνδεδεμένες κάτι που ορίζεται αυτόματα από το πρόγραμμα για κάθε επιφάνεια επαφής.

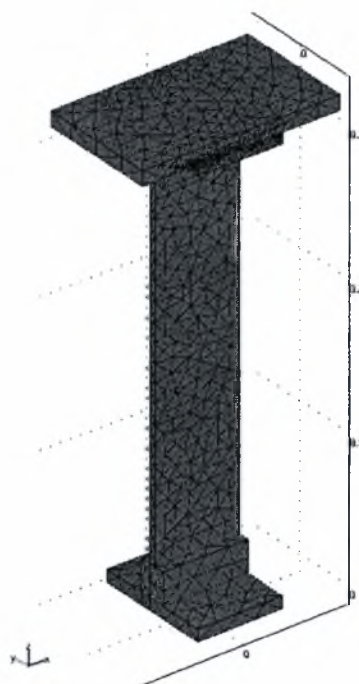
Το επόμενο βήμα, μετά τον σχεδιασμό, την εισαγωγή των φυσικών ιδιοτήτων των στοιχείων και τον καθορισμό των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος, είναι ο ορισμός της πυκνότητας του πλέγματος έτσι ώστε στη συνέχεια να ξεκινήσει η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ως προς τις ιδιοσυχνότητες. Η πυκνότητα πλέγματος που επιλέχθηκε για κάθε στερεό στοιχείο κυμαίνεται σε: «extremely coarse», «extra coarse», «coarser, coarse», «normal», «fine», «finer», «extra fine», «extremely fine».

Στον Πίνακα 2.5 που ακολουθεί παρουσιάζεται αναλυτικά η αντιστοιχία ποιοτικής επιλογής του πλέγματος με τον αριθμό πεπερασμένων στοιχείων ενός πλήρους μοντελοποιημένου ορόφου (πρώτο βασικό σύστημα). Η αύξηση της «ποιοτικής» πυκνότητας του πλέγματος όπως παρατηρεί κανείς δεν συνεπάγεται και την αναλογική αύξηση του αριθμού των πεπερασμένων στοιχείων.

Πίνακας 2.5 Ποιοτική και ποσοτική αντιστοιχία διακριτοποίησης – Solid Elements

i	Είδος Πλέγματος	Αριθμός Πεπερασμένων Στοιχείων
1	Extremely Coarse	670
2	Extra Coarse	1716
3	Coarser	3526
4	Coarse	6015
5	Normal	11025
6	Fine	15832
7	Finer	22803
8	Extra Fine	35637
9	Extremely Fine	58281

Στο Σχήμα 2.3 που ακολουθεί, διακρίνεται το πλέγμα διακριτοποίησης του προβλήματος του συστήματος ενός ορόφου όταν αυτό οριστεί ως “coarse”. Στο Σχήμα αυτό απεικονίζονται τα στερεά πεπερασμένα στοιχεία στα οποία διακριτοποιήθηκε το σύστημα του πρώτου ορόφου.



Σχήμα 2.3: Διακριτοποίηση Μοντέλου Στερεών Πεπερασμένων Στοιχείων

Η επιλογή του πλέγματος του μοντέλου παίζει τεράστιο ρόλο στην ορθότητα των αποτελεσμάτων των ιδιομορφών που θα προκύψουν από την επίλυση του. Αυξάνοντας την πυκνότητα του πλέγματος στο μοντέλο, μειώνεται το υπολογιστικό σφάλμα των υπολογιζόμενων ιδιοσυχνοτήτων λόγω ελλειπούς διακριτοποίησης, ενώ παράλληλα αυξάνεται ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου ως προς ιδιοσυχνότητες/ιδιομορφές κάτι το οποίο συνήθως δεν είναι επιθυμητό.

Στην παρούσα διπλωματική και για την μέθοδο μοντελοποίησης με στερεά στοιχεία διεξήχθη έλεγχος ορθότητας/ακρίβειας των αποτελεσμάτων με μεθοδολογία που θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Για το σύστημα ενός ορόφου, υπολογίστηκαν οι 8 πρώτες ιδιοσυχνότητες και για τα 9 είδη πλέγματος ενώ στη συνέχεια τα αποτελέσματα εισήχθησαν και αποθηκεύτηκαν σε υπολογιστικό φύλλο Excel. Με την εισαγωγή συναρτήσεων στο φύλλο αυτό, υπολογίστηκαν τα ακόλουθα σφάλματα:

α) Για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα και των 8 ιδιοσυχνοτήτων μία προς μία, αν αυτό συγκριθεί με τις ιδιοσυχνότητες που προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος με την βέλτιστη διακριτοποίηση (extremely fine). Η συνάρτηση σχετικού σφάλματος για κάθε ιδιοσυχνότητα είναι:

$$E_{ij,sol} = \frac{f_{ij} - f_{9,i}}{f_{9,j}} \quad (3.1)$$

όπου,

i η προς σύγκριση μέθοδος διακριτοποίησης με $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

j ο αριθμός ιδιοσυχνότητας με $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Έτσι τελικά διεξήχθησαν 8 υπολογισμοί σχετικών σφαλμάτων ιδιοσυχνοτήτων για κάθε μία από τις 8 μεθόδους διακριτοποίησης ξεχωριστά, τα αποτελέσματα των οποίων στη συνέχεια παρουσιάστηκαν στο Υποπαράρτημα Β1.

β) Για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης ξεχωριστά, υπολογίστηκε δείκτης μέσου σχετικού σφάλματος που αναφέρεται και στις 8 ιδιοσυχνότητες παράλληλα. Η συνάρτηση αυτή είναι:

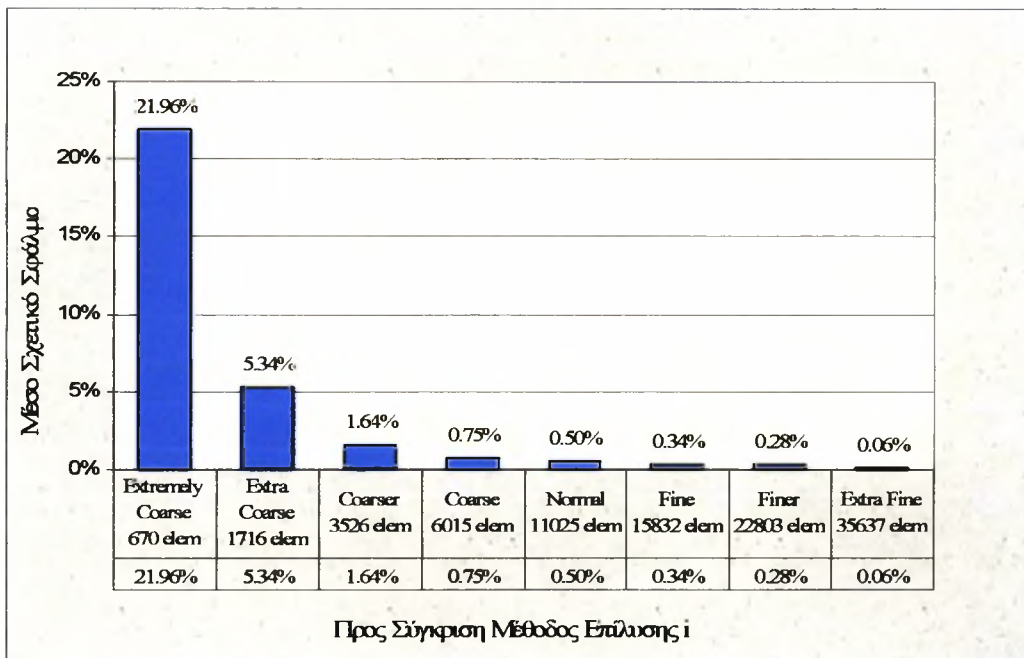
$$E_{tot,i} = \frac{\sum_{j=1}^8 (E_{g_j} - E_{g_j})}{8} \quad (3.2)$$

όπου,

i η προς σύγκριση μέθοδος διακριτοποίησης με $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

j ο αριθμός ιδιοσυχνότητας με $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Έτσι, τελικά διεξήχθησαν 8 υπολογισμοί (δηλαδή για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης) τα αποτελέσματα των οποίων αναπαραστάθηκαν στο Διάγραμμα 2.1 που ακολουθεί.



Διάγραμμα 2.1: Μέσο σχετικό σφάλμα ιδιοσυχνοτικών αποτελεσμάτων για διαφορετικούς τύπους διακριτοποίησης – Στερεά Στοιχεία

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα αυτό, υπάρχει σύγκλιση των αποτελεσμάτων καθώς η πυκνότητα του πλέγματος αυξάνεται. Σημειώνεται ότι επιλέχθηκε και χρησιμοποιήθηκε το «Normal Mesh» ως είδος πλέγματος για το πρώτο βασικό σύστημα, καθώς το σχετικό σφάλμα υπολογισμού ιδιοσυχνοτήτων σε σχέση με το βέλτιστο (ως προς τη διακριτοποίηση) μοντέλο είναι μόλις $E_{s,tot} = 0.50\%$. Στη συνέχεια επιλύθηκε το

σύστημα των τριών ορόφων με χρήση της ίδιας πυκνότητας πλέγματος, όπου διαπιστώθηκε ο πεπερασμένος χρόνος επίλυσης του.

Επεκτείνοντας τη θεωρία σύγκλισης των αποτελεσμάτων για το σύστημα δύο και τριών ορόφων και λαμβάνοντας υπόψη ότι η πυκνότητα του στοιχείων πεπερασμένων στοιχείων ανά όγκο (με σταθερή την ποιοτική επιλογή του πλέγματος) παραμένει αμετάβλητη όσο αυξάνεται ο όγκος της κατασκευής, μπορούμε να γενικεύσουμε θεωρώντας την μοντελοποίηση με πλέγμα «Normal» αξιόπιστη ως προς τα αποτελέσματα και για τα τρία αυτά συστήματα.

Οι ιδιομορφικές λύσεις του πρώτου βασικού συστήματος που προκύπτουν από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων με χρήση της μεθόδου μοντελοποίησης με στερεά στοιχεία, παρουσιάζονται αριθμητικά, κατά αύξουσα σειρά στον Πίνακα 2.6 που ακολουθεί για τις ιδιοσυχνότητες καθώς και σχηματικά στο Υποπάρτημα Γ1 για τις ιδιομορφές.

Πίνακας 2.6 Ιδιομορφικές Λύσεις - Μεθόδος Στερεών Στοιχείων

Αριθμός Ιδιομορφής	Είδος Ιδιομορφής	Συχνότητα (Hz)
1	1 ^η Καμπτική y	9.681
2	1 ^η Στρεπτική z	59.170
3	2 ^η Καμπτική y	129.327
4	1 ^η Καμπτική x	138.013
5	3 ^η Καμπτική y	403.823
6	2 ^η Στρεπτική z	947.763
7	4 ^η Καμπτική y	981.496
8	1 ^η Καμπτική z	1333.484

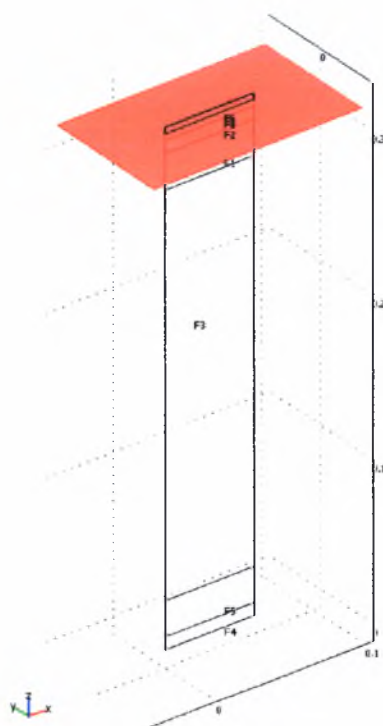
2.2 Μοντελοποίηση με χρήση στοιχείων κελύφους (Shell Elements)

Ο σχεδιασμός/επίλυση με χρήση της μεθόδου στοιχείων κελύφους (shell elements) είναι παρόμοιος με αυτής των στερεών στοιχείων (solid elements) καθώς η σχεδίαση, και απεικόνιση των λύσεων που προκύπτουν πραγματοποιείται σε τρισδιάστατο

περιβάλλον. Μια κύρια διαφορά τους είναι ότι τα στοιχεία της μεθόδου στοιχείων κελύφους αποτελούνται από κελύφη μηδενικού (ως προς τη σχεδίαση και διακριτοποίηση) πάχους, παράμετρος η οποία εισάγεται ως γεωμετρική μεταβλητή στις ιδότητες του υλικού του μοντέλου (σε αντίθεση με την μέθοδο στερεών στοιχείων που χρησιμοποιεί τρισδιάστατα στερεά στοιχεία).

Έτσι παράλληλα με την εισαγωγή των βασικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών κάθε στοιχείου του μοντέλου, είναι απαραίτητη η εισαγωγή κάποιων πρόσθετων χαρακτηριστικών όπως για παράδειγμα το πάχος του εκάστοτε κελύφους.

Στο Σχήμα 2.4 που ακολουθεί, παρουσιάζεται το σχεδιαστικό περιβάλλον ενός πλήρους ορόφου με τη μέθοδο μοντελοποίησης με στοιχεία κελύφους (shell elements).



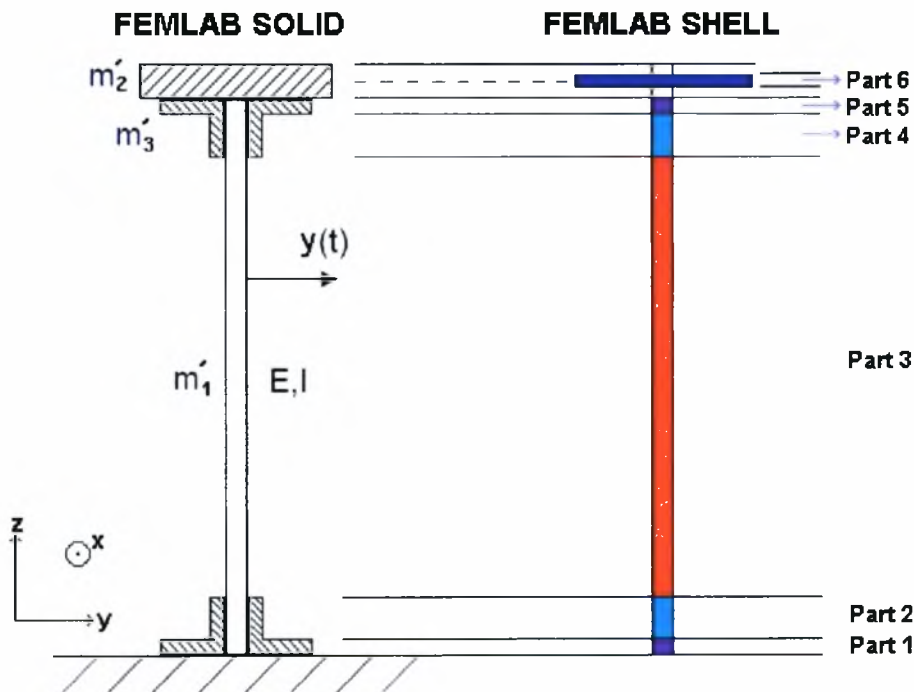
Σχήμα 2.4: Γεωμετρία μοντέλου κελυφοειδών πεπερασμένων στοιχείων

Η σχεδίαση του μοντέλου του συστήματος ενός ορόφου στο λογισμικό Comsol Multiphysics, με την μέθοδο αυτή, είναι απλούστερη σε σχέση με την μέθοδο στερεών στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, το προς δημιουργία μοντέλο αποτελείται από μόλις 2 βασικά κελύφη. Το πρώτο κέλυφος εμπεριέχει ολόκληρη την κατασκευή μαζί με τις 4

γωνίες και είναι χωρισμένο σε έξι μέρη (Parts), ενώ το δεύτερο κομμάτι εμπεριέχει την οριζόντια πλάκα ταλάντωσης.

Η χρήση της μεθόδου αυτής, όπως παρατηρεί κανείς στα Σχήματα 2.4 και 2.5, απαιτεί την χρήση παραδοχών που πρέπει να προσμετρηθούν έτσι ώστε να κατασκευαστεί ένα ακριβές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του εν λόγω συστήματος. Η παράμετρος που θα εξασφαλίσει την ορθότητα της μοντελοποίησης είναι, όπως προαναφέρθηκε, η διατήρηση της μάζας μεταξύ του μοντέλου και της πραγματικής κατασκευής.

Στο Σχήμα 2.5 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για το μοντέλο με στοιχεία κελύφους. Σημειώνεται ότι για τη μελέτη αυτή χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των αναθεωρημένων πυκνοτήτων που υπολογίστηκαν κατά τη μοντελοποίηση με στερεά στοιχεία (Πίνακας 2.3).



Σχήμα 2.5: Απλοποιήσεις για το σχεδιασμό του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων κελύφους

Συνοψίζοντας, η βέλτιστη μοντελοποίηση για τη συγκεκριμένη μέθοδο μοντελοποίησης έγινε θέτοντας τις εξής παραδοχές (Σχήμα 2.5):

α) Το πρώτο κέλυφος μοντελοποιεί ταυτόχρονα την πλάκα ταλάντωσης και τις 4 γωνίες και αποτελείται από 6 διαφορετικά μέρη με διαφορετικό πάχος κελύφους έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.

β) Το δεύτερο κέλυφος είναι ενιαίο και μοντελοποιεί την οριζόντια πλάκα, η θέση του οποίου ως προς τον z άξονα είναι $z_m = L_1 + \frac{L_2}{2}$ ή με αντικατάσταση $z_m = 0.314$. (συντεταγμένη z κέντρου βάρους της οριζόντιας πλάκας).

Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίστηκε η ρεαλιστικότητα και ορθότητα του μοντέλου σε σχέση με την πραγματική κατασκευή.

Οι υπόλοιπες ιδιότητες όπως η πυκνότητα κάθε τμήματος των στοιχείων κελύφους υπολογίστηκαν με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου Excel.

Πιο συγκεκριμένα, υπολογίστηκε ο όγκος και στη συνέχεια η μάζα καθενός από τα τρία βασικά στοιχεία της κατασκευής (πλάκα ταλάντωσης, οριζόντια πλάκα, γωνίες) που αντιστοιχούν στα έξι μέρη του πρώτου κελύφους ξεχωριστά.

Στη συνέχεια αθροίστηκε η μάζα των τμημάτων 1 έως 6 ξεχωριστά και με βάση τον συνολικό όγκο του κάθε τμήματος υπολογίστηκαν οι έξι αναθεωρημένες πυκνότητες και εισήχθησαν στο μοντέλο κελύφους.

Με την μεθοδολογία αυτή εξασφαλίστηκε ότι η μάζα στο πλήρες μοντέλο κελύφους είναι ίση με την μάζα ενός πλήρως πακτωμένου ορόφου και ίση με 1.558 Kg (μετρούμενο βάρος στη ζυγαριά ακριβείας).

Ως αρχικές πυκνότητες χρησιμοποιήθηκαν οι ήδη αναθεωρημένες πυκνότητες που υπολογίστηκαν στο μοντέλο στερεών στοιχείων στις οποίες, όπως προαναφέρθηκε, έχει ενσωματωθεί το βάρος όλων των λοιπών εξαρτημάτων όπως βίδες, ροδέλες, παξιμάδια, κτλ.

Αναλυτικά οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται παρακάτω Πίνακες 2.7 – 2.11.

Πίνακας 2.7 Ανάκτηση διορθωμένων πυκνοτήτων από το μοντέλο Solid

Αριθμός Στοιχείου	Πλήρης Ονομασία	Αναθεωρημένη Πυκνότητα (Kg/m ³)
1	Πλάκα Ταλάντωσης	2701.6129
2	Οριζόντια Πλάκα	3172.2689
3	Γωνία	8870.9677

Πίνακας 2.8 Υπολογισμός μάζας της Πλάκα Ταλάντωσης για όλα τα τμήματα

Στοιχείο 1	Πολ/στής Στοιχείων	x (m)	y (m)	z (m)	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	m (Kg)
Part 1	1	0.060	0.004	0.008	1.920E-06	2701.61	0.0052
Part 2	1	0.060	0.004	0.022	5.280E-06	2701.61	0.0143
Part 3	1	0.060	0.004	0.250	6.000E-05	2701.61	0.1621
Part 4	1	0.060	0.004	0.022	5.280E-06	2701.61	0.0143
Part 5	1	0.060	0.004	0.008	1.920E-06	2701.61	0.0052
Part 6	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	2701.61	0.0000

Πίνακας 2.9 Υπολογισμός μάζας Οριζόντιας Πλάκας για όλα τα τμήματα

Στοιχείο 2	Πολ/στής Στοιχείων	x (m)	y (m)	z (m)	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	m (Kg)
Part 1	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	3172.27	0.0000
Part 2	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	3172.27	0.0000
Part 3	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	3172.27	0.0000
Part 4	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	3172.27	0.0000
Part 5	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	3172.27	0.0000
Part 6	1	0.140	0.085	0.008	9.520E-05	3172.27	0.3020

Πίνακας 2.10 Υπολογισμός μάζας Γωνίας για όλα τα τμήματα

Στοιχείο 3	Πολ/στής Στοιχείων	x (m)	y (m)	z (m)	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	m (Kg)
Part 1	2	0.060	0.040	0.008	3.840E-05	8870.97	0.3406
Part 2	2	0.060	0.008	0.022	2.112E-05	8870.97	0.1874
Part 3	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	8870.97	0.0000
Part 4	2	0.060	0.008	0.022	2.112E-05	8870.97	0.1874
Part 5	2	0.060	0.040	0.008	3.840E-05	8870.97	0.3406
Part 6	0	0.000	0.000	0.000	0.000E+00	8870.97	0.0000

Πίνακας 2.11 Σύνοψη μαζών και υπολογισμός πυκνοτήτων για χρήση στο μοντέλο
Στοιχείων Κελύφους

Σύνολο Στοιχείων	x (m)	y (m)	z (m)	V (m ³)	m (Kg)	ρ (kg/m ³)
Part 1	0.060	0.084	0.008	4.032E-05	0.3458	8577.19
Part 2	0.060	0.020	0.022	2.640E-05	0.2016	7637.10
Part 3	0.060	0.004	0.250	6.000E-05	0.1621	2701.61
Part 4	0.060	0.020	0.022	2.640E-05	0.2016	7637.10
Part 5	0.060	0.084	0.008	4.032E-05	0.3458	8577.19
Part 6	0.140	0.085	0.008	9.520E-05	0.3020	3172.27
Σύνολο	-	-	-	-	1.559	-

Παρατηρώντας τον Πίνακα 2.11, συμπεραίνει κανείς ότι η αναθεώρηση πυκνοτήτων έγινε σωστά και το τελικό βάρος του μοντέλου είναι ίσο με το πραγματικό βάρος του πρώτου ορόφου της κατασκευής.

Στη συνέχεια οι αναθεωρημένες πυκνότητες εισήχθησαν στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με στοιχεία κελύφους.

Ακολούθησε η εισαγωγή παραμέτρων όπως το μέτρο ελαστικότητας $E = 70GPa$ για το δεύτερο κέλυφος καθώς και για το τμήμα 3 του πρώτου κελύφους, ενώ για όλα τα υπόλοιπα τμήματα του πρώτου κελύφους (1,2,3,5,6) τέθηκε ίσο με $E = 200GPa$.

Τέλος, ορίστηκαν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και πιο συγκεκριμένα θεωρήθηκε ότι η κάτω γραμμή του πρώτου κελύφους είναι πακτωμένη πλήρως, ενώ όλες οι υπόλοιπες επιφάνειες είναι ελεύθερες ως προς τη μετατόπιση.

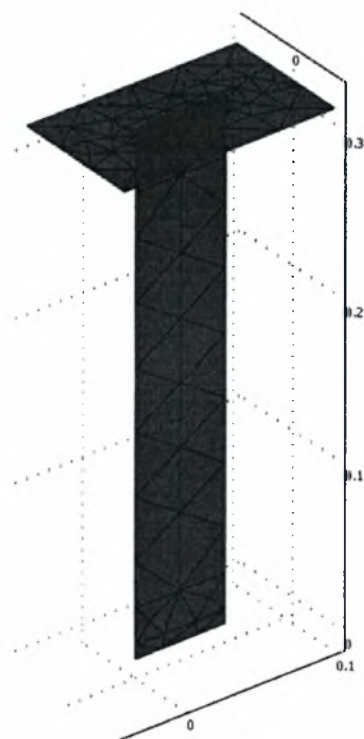
Μετά την εισαγωγή των αναθεωρημένων πυκνοτήτων σε κάθε τμήμα του μοντέλου και τον ορισμό των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος (πάκτωση στη βάση του μοντέλου), επιλύθηκε το πρόβλημα ιδιοσυχνοτήτων – ιδιομορφών για διαφορετικής πυκνότητας πλέγματα και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με βάση το βέλτιστο πλέγμα.

Στον Πίνακα 2.12, που ακολουθεί, παρουσιάζεται η αντιστοιχία μεταξύ ποιοτικής επιλογής πλέγματος και αριθμού πεπερασμένων στοιχείων για το πρόβλημα του ενός ορόφου με χρήση της μεθόδου των στοιχείων κελύφους.

Πίνακας 2.12 Ποιοτική και ποσοτική αντιστοιχία διακριτοποίησης – Shell Elements

i	Είδος Πλέγματος	Αριθμός Πεπερασμένων Στοιχείων
1	Extremely Coarse	36
2	Extra Coarse	87
3	Coarser	118
4	Coarse	170
5	Normal	257
6	Fine	347
7	Finer	524
8	Extra Fine	1070
9	Extremely Fine	2826

Στο Σχήμα 2.6 που ακολουθεί, απεικονίζεται το πλέγμα διακριτοποίησης του προβλήματος ενός ορόφου όταν αυτό οριστεί ως «coarse». Στο Σχήμα αυτό απεικονίζονται τα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους στα οποία διακριτοποιήθηκε το σύστημα του πρώτου ορόφου.



Σχήμα 2.6: Διακριτοποίηση Μοντέλου Κελυφοειδών Πεπερασμένων Στοιχείων

Για το σύστημα ενός ορόφου, υπολογίστηκαν οι 8 πρώτες ιδιοσυχνότητες και για τα 9 είδη πλέγματος ενώ στη συνέχεια τα αποτελέσματα εισήχθησαν και αποθηκεύτηκαν σε υπολογιστικό φύλλο Excel. Με την εισαγωγή συναρτήσεων στο φύλλο αυτό, υπολογίστηκαν τα ακόλουθα σφάλματα:

α) Για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα και των 8 ιδιοσυχνοτήτων μία προς μία, αν αυτό συγκριθεί με τις ιδιοσυχνότητες που προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος με την βέλτιστη διακριτοποίηση (extremely fine). Η συνάρτηση σχετικού σφάλματος για κάθε ιδιοσυχνότητα είναι:

$$E_{ij,sh} = \frac{f_{ij} - f_{9j}}{f_{9j}} \quad (3.3)$$

όπου,

i η προς σύγκριση μέθοδος διακριτοποίησης με $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

j ο αριθμός ιδιοσυχνότητας με $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Έτσι τελικά διεξήχθησαν 8 υπολογισμοί σχετικών σφαλμάτων ιδιοσυχνοτήτων για κάθε μία από τις 8 μεθόδους διακριτοποίησης ξεχωριστά, τα αποτελέσματα των οποίων στη συνέχεια παρουσιάστηκαν στο Υποπαράρτημα Β2.

β) Για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης ξεχωριστά, υπολογίστηκε δείκτης μέσου σχετικού σφάλματος που αναφέρεται και στις 8 ιδιοσυχνότητες παράλληλα. Η συνάρτηση αυτή είναι:

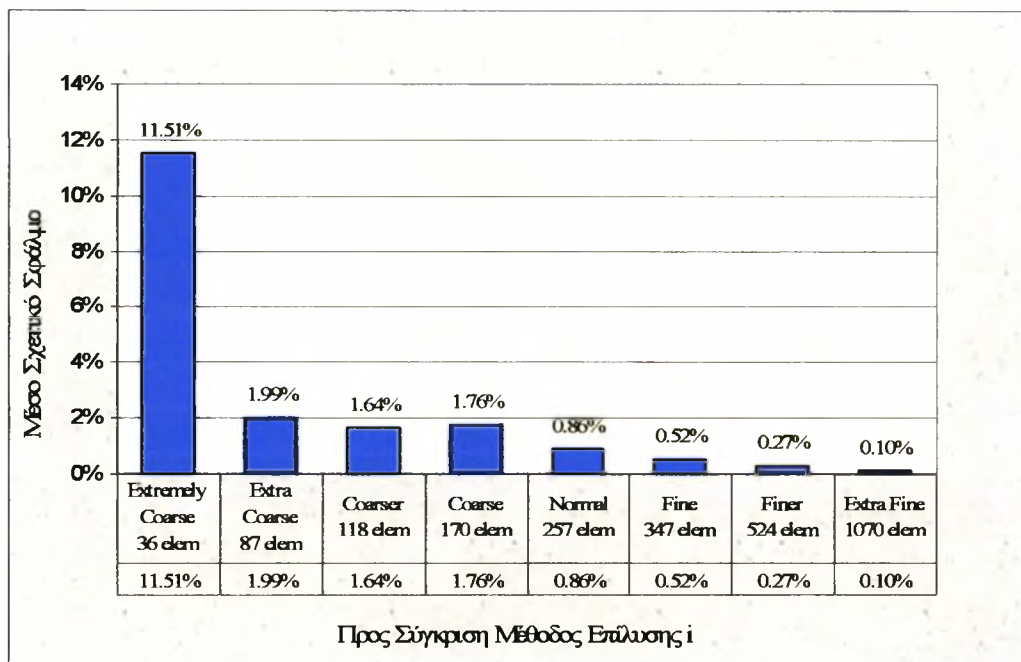
$$E_{tot,i} = \frac{\sum_{j=1}^8 (E_{ij} - E_{9j})}{8} \quad (3.4)$$

όπου,

i η προς σύγκριση μέθοδος διακριτοποίησης με $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

j ο αριθμός ιδιοσυχνότητας με $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Έτσι, τελικά διεξήχθησαν 8 υπολογισμοί (δηλαδή για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης) τα αποτελέσματα των οποίων αναπαραστάθηκαν στο Διάγραμμα 2.2 που ακολουθεί.



Διάγραμμα 2.2: Μέσο σχετικό σφάλμα ιδιοσυχνοτικών αποτελεσμάτων για διαφορετικούς τύπους διακριτοποίησης – Στοιχεία κελύφους

Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2.2, υπάρχει σύγκλιση των αποτελεσμάτων καθώς η πυκνότητα του πλέγματος αυξάνεται. Αν ληφθεί υπόψη η σχετικά μικρή διάρκεια επίλυσης με χρήση στοιχείων κελύφους (ανεξαρτήτως της πυκνότητας του πλέγματος που χρησιμοποιείται), καταλήγει κανείς στην επιλογή του πλέγματος «Extremely Fine» και για τα 3 συστήματα. Σημειώνεται ότι η επιλογή αυτή πραγματοποιήθηκε μετά από έλεγχο χρονικά πεπερασμένης επίλυσης των συστημάτων αυτών και με χρήση του είδους πλέγματος που τελικά επιλέχθηκε.

Οι ιδιομορφικές λύσεις του πρώτου βασικού συστήματος που προκύπτουν από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων κελύφους, παρουσιάζονται αριθμητικά, κατά αύξουσα σειρά στον Πίνακα 2.13 που ακολουθεί καθώς και σχηματικά στο Υποπάρτημα Γ2, για τις ιδιομορφές.

Πίνακας 2.13 (Ιδιομορφικές Λύσεις - Μεθόδος Στοιχείων Κελύφους)

Αριθμός Ιδιομορφής	Είδος Ιδιομορφής	Συχνότητα (Hz)
1	1 ^η Καμπτική y	9.689174
2	1 ^η Στρεπτική z	59.119907
3	2 ^η Καμπτική y	130.080064
4	1 ^η Καμπτική x	139.634622
5	3 ^η Καμπτική y	404.678781
6	2 ^η Στρεπτική z	942.368175
7	4 ^η Καμπτική y	978.270429
8	1 ^η Καμπτική z	1309.339286

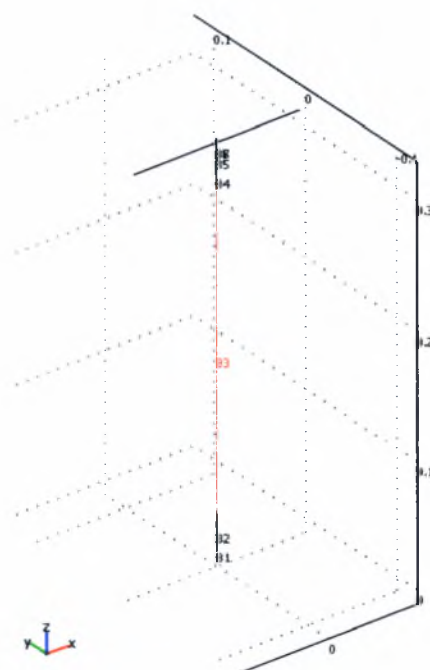
2.3 Μοντελοποίηση με χρήση δοκών Euler (Beam Elements)

Με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δοκού κατά Euler (3D Beam Elements), η μοντελοποίηση γίνεται σε τρισδιάστατο χώρο όπως και στις δύο προηγούμενες μεθόδους με τη μόνη κύρια διαφορά ότι τα στοιχεία αποτελούνται από απλές δοκούς Euler, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οποίων εισάγονται στο πρόγραμμα από το χρήστη και δεν υπολογίζονται αυτόματα. Έτσι, λόγω ελλειπούς γεωμετρίας μοντελοποίησης της μεθόδου αυτής, απαιτείται η εισαγωγή πρόσθετων παραμέτρων μοντελοποίησης, οι οποίες παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 2.14 που ακολουθεί (Comsol 2005).

Πίνακας 2.14 Πρόσθετες Παράμετροι Μοντελοποίησης

PARAMETER	VARIABLE	DESCRIPTION	COMMENT
A	A	Cross-sectional area	
I_{yy}	Iyy	Area moment of inertia about local y-axis	
I_{zz}	Izz	Area moment of inertia about local z-axis	3D Euler beam only
J	J	Torsional constant	3D Euler beam only
height _y (h_y)	heighty	Total section height in the y direction	
height _z (h_z)	heightz	Total section height in the z direction	3D Euler beam only
localxp	localxp	x-coordinate for point defining local xy-plane	3D Euler beam only
localyp	localyp	y-coordinate for point defining local xy-plane	3D Euler beam only
localzp	localzp	z-coordinate for point defining local xy-plane	3D Euler beam only

Η σχεδίαση του μοντέλου είναι ευκολότερη στην περίπτωση αυτή καθώς αποτελείται από μόλις δύο βασικές δοκούς. Το σχεδιαστικό περιβάλλον του συστήματος 1 ορόφου παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.7 που ακολουθεί.

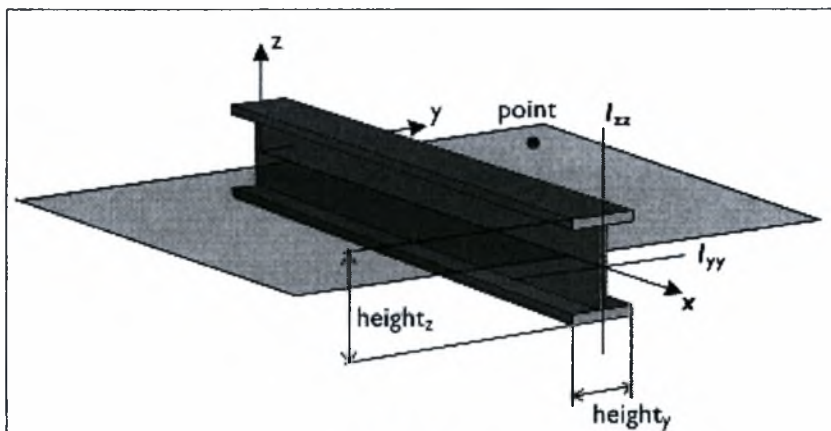


Σχήμα 2.7: Γεωμετρία μοντέλου δοκών κατά Euler

Όπως και με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων κελύφους, έτσι και με τη μέθοδο δοκών κατά Euler, η πρώτη δοκός εμπεριέχει ολόκληρη την κατασκευή μαζί με τις τέσσερις γωνίες και είναι χωρισμένη σε έξι μέρη ενώ η δεύτερη εμπεριέχει την οριζόντια πλάκα ταλάντωσης και θα μπορούσε να χωριστεί σε πέντε μέρη με βάση το Σχήμα 2.5β.

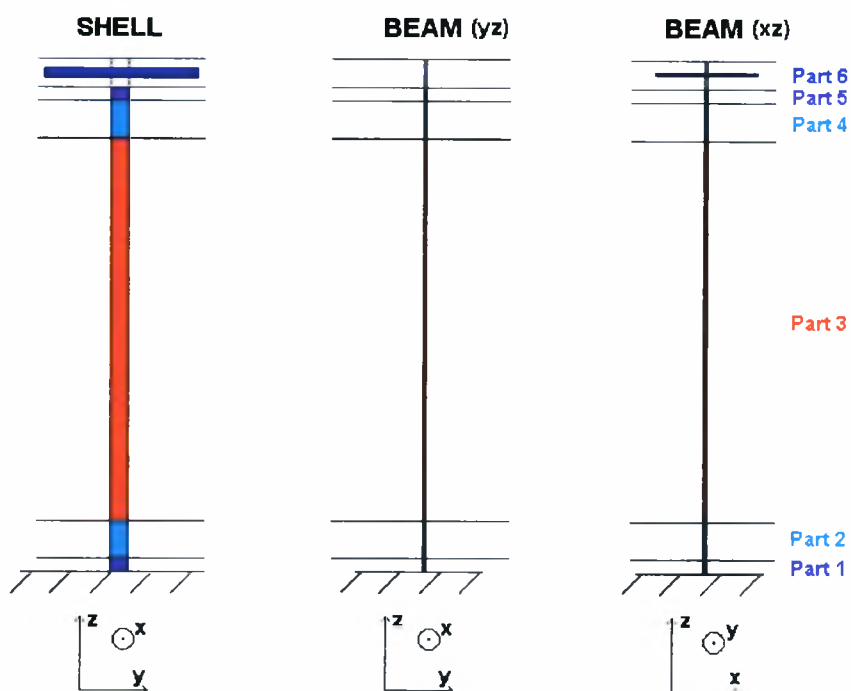
Στη συνέχεια και με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου Excel, υπολογίζουμε τις παραμέτρους αυτές σημειώνοντας ότι οι δευτεροβάθμιες ροπές αδράνειας υπολογίζονται σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων, το οποίο ορίζεται παρακάτω.

Η τοπική κατεύθυνση της δοκού συμπίπτει με τον τοπικό άξονα x . Οι απόλυτες συντεταγμένες ενός πρόσθετου σημείου στο χώρο ($localx_p$, $localy_p$, $localz_p$), ορίζουν το τοπικό επίπεδο xy με y διεύθυνση ορισμένη με τέτοιο τρόπο, ώστε το σημείο να βρίσκεται στο θετικό τεταρτημόριο (Σχήμα 2.8).



Σχήμα 2.8

Οι παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη μέθοδο αυτή έγιναν πάλι με βάση την διατήρηση του ίδιου βάρους έτσι ώστε να δημιουργηθεί το βέλτιστο δυνατό μοντέλο με χρήση των δοκών Euler, εξασφαλίζοντας ότι το βάρος του θα είναι ίδιο με το πραγματικό παρουσιάζονται αναλυτικά στο Σχήμα 2.10 που ακολουθεί.



Σχήμα 2.9: Απλοποιήσεις για το σχεδιασμό του μοντέλου με χρήση δοκών κατά Euler

Όπως φαίνεται στο παραπάνω Σχήμα, για κάθε τμήμα των δοκών Euler, χρησιμοποιήθηκαν οι ήδη υπολογισμένες αναθεωρημένες πυκνότητες της μεθόδου μοντελοποίησης με στοιχεία κελύφους. Στη συνέχεια κατασκευάστηκε υπολογιστικό φύλλο Excel στο οποίο υπολογίστηκαν οι υπόλοιπες παράμετροι και τέλος εισήχθησαν στο μοντέλο για επίλυση.

Πίνακας 2.15 Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της μοντελοποίησης με χρήση δοκών κατά Euler

Σύνολο Στοιχείων	x (m)	y (m)	z (m)	A (m ²)	Local I _{yy} (m ⁴)	Local I _{zz} (m ⁴)	Torsional J
Part 1	0.060	0.084	0.008	0.00504	2.963520E-06	1.512000E-06	3.385E-06
Part 2	0.060	0.020	0.022	0.00120	4.000000E-08	3.600000E-07	1.264E-07
Part 3	0.060	0.004	0.250	0.00024	3.200000E-10	7.200000E-08	1.220E-9
Part 4	0.060	0.020	0.022	0.00120	4.000000E-08	3.600000E-07	1.264E-07
Part 5	0.060	0.084	0.008	0.00504	2.963520E-06	1.512000E-06	3.385E-06
Part 6	0.140	0.085	0.008	0.00068	3.626667E-09	4.094167E-07	1.782E-08

Πίνακας 2.16 Ορισμός τοπικών συντεταγμένων δοκών Euler

Σύνολο Στοιχείων	heighty	heightz	localxp	localyp	localzp
Part 1	0.060	0.084	1	0	1
Part 2	0.060	0.020	1	0	1
Part 3	0.060	0.004	1	0	1
Part 4	0.060	0.020	1	0	1
Part 5	0.060	0.084	1	0	1
Part 6	0.085	0.140	1	1	0.314

Τέλος, σημειώνεται ότι για αυτή τη μέθοδο εισήχθησαν οι ίδιες τιμές φυσικών χαρακτηριστικών των υλικών με αυτές των στοιχείων κελύφους, ενώ οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος είναι πλήρης πάκτωση του κατώτατου σημείου. Ως πλέγμα διακριτοποίησης του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το βέλτιστο (extremely fine - 78 elements) καθώς ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων της μεθόδου αυτής είναι πολύ μικρός και άρα ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος είναι αμελητέος.

Οι ιδιομορφικές λύσεις των τριών συστημάτων που προκύπτουν από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων με χρήση στοιχείων κελύφους, παρουσιάζονται αριθμητικά κατά αύξουσα σειρά στον Πίνακα 2.17 που ακολουθεί καθώς και σχηματικά στο Υποπάρτημα Γ3.

Πίνακας 2.17 Ιδιομορφικές λύσεις μεθόδου Στοιχείων Euler

Αριθμός Ιδιομορφής	Είδος Ιδιομορφής	Συχνότητα (Hz)
1	1 ^η Καμπτική y	9.602669
2	1 ^η Στρεπτική z	57.603462
3	2 ^η Καμπτική y	141.942059
4	1 ^η Καμπτική x	149.308585
5	3 ^η Καμπτική y	430.858081
6	2 ^η Στρεπτική z	774.390203
7	4 ^η Καμπτική y	984.062821
8	1 ^η Καμπτική z	1286.319257

2.4 Συμπεράσματα – Επιλογή βέλτιστης μεθόδου μοντελοποίησης

Από τα αποτελέσματα των 3 μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων, θα συγκριθούν οι ιδιομορφικές λύσεις του μοντέλου με στοιχεία κελύφους με αυτές του μοντέλου στερεών στοιχείων και με παρόμοιο τρόπο αντίστοιχα θα συγκριθούν οι λύσεις του μοντέλου με στοιχεία δοκών Euler με αυτές του μοντέλου στερεών στοιχείων. Η σύγκριση αποσκοπεί στην επιλογή της βέλτιστης μεθόδου μοντελοποίησης (με δεδομένη διακριτοποίηση) και των 3 συστημάτων.

Έτσι εισάγοντας την μεταβλητή σχετικού σφάλματος για το μοντέλο με στοιχεία κελύφους

$$E_{i(sh)} = \frac{\omega_{i(sh)} - \omega_{i(sol)}}{\omega_{i(sol)}}$$

όπου:

$\omega_{i(sh)}$ ιδιοσυχνότητα μεθόδου στοιχείων κελύφους – extremely fine mesh

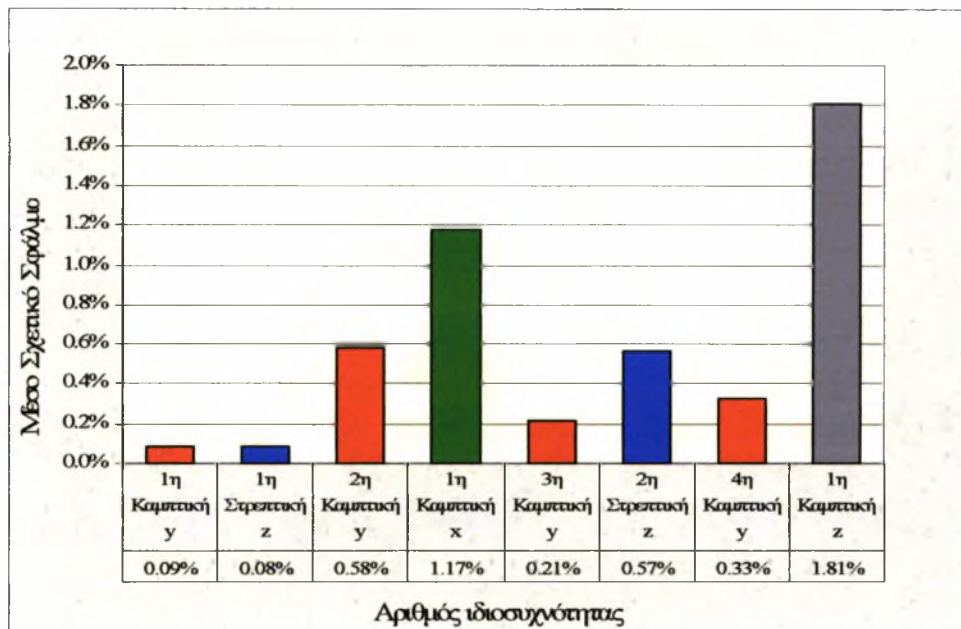
$\omega_{i(sol)}$ ιδιοσυχνότητα μεθόδου στερεών στοιχείων – normal mesh,

παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 2.18 Σύγκριση μεθόδων Solid - Shell

Αριθμός ιδιομορφής	Είδος ιδιομορφής	Μέθοδος Shell	Μέθοδος Solid	Σχετικό Σφάλμα %
1	1η Καμπτική y	9.680586	9.689174	0.09%
2	1η Στρεπτική z	59.170116	59.119907	0.08%
3	2η Καμπτική y	129.326544	130.080064	0.58%
4	1η Καμπτική x	138.013357	139.634622	1.17%
5	3η Καμπτική y	403.822656	404.678781	0.21%
6	2η Στρεπτική z	947.762961	942.368175	0.57%
7	4η Καμπτική y	981.496036	978.270429	0.33%
8	1η Καμπτική z	1333.483865	1309.339286	1.81%
Μέση Τιμή	-	-	-	0.61%

Τα σχετικά σφάλματα κάθε ιδιοσυχνότητας μεταξύ των 2 μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων απεικονίζονται στο διάγραμμα 2.3 που ακολουθεί.



Διάγραμμα 2.3: Σύγκριση αποτελεσμάτων ιδιομορφών μεταξύ των μοντέλων Solid και Shell

Στο Διάγραμμα 2.3 παρατηρεί κανείς ότι τα σχετικά σφάλματα, συνολικά, κυμαίνονται από 0.09% – 1.81%, ενώ αν επικεντρώσουμε στο είδος της ιδιομορφής, παρατηρούμε ότι στα αποτελέσματα των καμπτικών ιδιομορφών ως προς την διεύθυνση y έχουμε την μεγαλύτερη σύγκλιση με μεγαλύτερο σχετικό σφάλμα αυτό της 2^{ης} καμπτικής της τάξης του 0.58%.

Τα σχετικά σφάλματα των στρεπτικών ιδιομορφών, αντίστοιχα, θεωρούνται ικανοποιητικά μικρά με μέγιστο σφάλμα αυτό της 2^{ης} στρεπτικής και ίσο με 0.57%.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη σύγκριση των 2 αυτών μεθόδων είναι ότι αυτές φέρουν τα ίδια σχεδόν αποτελέσματα και κυρίως για τις ιδιομορφές της κύριας διεύθυνσης ταλάντωσης του συστήματος.

Αντίστοιχα, εισάγοντας την μεταβλητή σχετικού σφάλματος για το μοντέλο με στοιχεία

ευκλείδιων δοκών $E_{i(\text{beam})} = \frac{\omega_{i(\text{beam})} - \omega_{i(\text{sol})}}{\omega_{i(\text{beam})}}$, όπου:

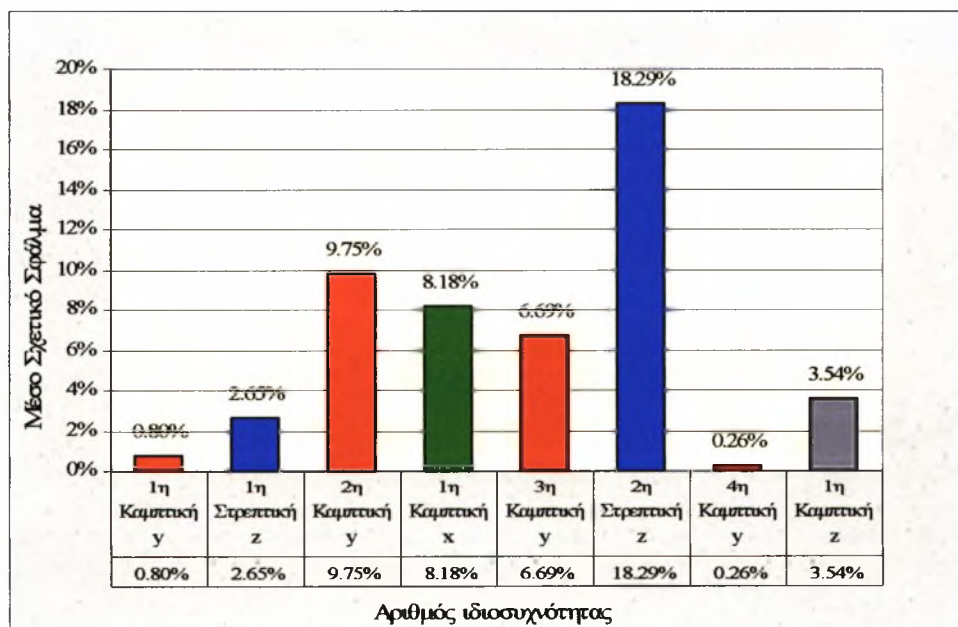
$\omega_{i(\text{beam})}$ ιδιοσυχνότητα μεθόδου δοκών Euler – extremely fine mesh

$\omega_{i(\text{sol})}$ ιδιοσυχνότητα μεθόδου στερεών στοιχείων – normal mesh

παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 2.19 Σύγκριση μεθόδων Solid - Beam

Αριθμός ιδιοσυχνότητας	Είδος ιδιοσυχνότητας	Μέθοδος Solid	Μέθοδος Beam	Σχετικό Σφάλμα %
1	1η Καμπτική y	9.680586	9.602669	0.80%
2	1η Στρεπτική	59.170116	57.603462	2.65%
3	2η Καμπτική y	129.326544	141.942059	9.75%
4	1η Καμπτική x	138.013357	149.308585	8.18%
5	3η Καμπτική y	403.822656	430.858081	6.69%
6	2η Στρεπτική	947.762961	774.390203	18.29%
7	4η Καμπτική y	981.496036	984.062821	0.26%
8	1η Καμπτική z	1333.483865	1286.319257	3.54%
Μέση Τιμή		-	-	6.27%



Διάγραμμα 2.4: Σύγκριση αποτελεσμάτων ιδιομορφών μεταξύ των μοντέλων Solid – Beam

Οι λύσεις που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση με χρήση δοκών Euler δεν συγκλίνουν ικανοποιητικά με αυτές του μοντέλου στερεών στοιχείων καθώς η χρήση της πρώτης μεθόδου αυτής υστερεί σε γεωμετρία, έλλειψη η οποία οδηγεί σε σφάλματα μοντελοποίησης/διακριτοποίησης. Για αυτό το λόγο η μέθοδος μοντελοποίησης με χρήση δοκών Euler απορρίπτεται ως μη αξιόπιστη.

Λαμβάνοντας υπόψη τελικά και την παράμετρο της διάρκειας επίλυσης της κάθε μεθόδου μοντελοποίησης με δεδομένη διακριτοποίηση (που επιλέχθηκε στα προηγούμενα υποκεφάλαια), καταλήγουμε στην χρήση της μεθόδου των στοιχείων κελύφους (Shell Elements) καθώς τα αποτελέσματα της είναι αξιόπιστα (σε σχέση με την μέθοδο των στερεών στοιχείων) και ταυτόχρονα ο χρόνος επίλυσης (ακόμη και για το σύστημα των 3 ορόφων) είναι σχεδόν μηδενικός.

Σημειώνεται ότι ο χρόνος επίλυσης του συστήματος των τριών ορόφων με χρήση της μεθόδου των στερεών πεπερασμένων στοιχείων στο «Femlab» και με την επιλογή της πυκνότερης διακριτοποίησης πεπερασμένων στοιχείων (extremely fine), λύνεται μόνο σε σύγχρονο H/Y (και με λειτουργικό σύστημα 64bit), ενώ η διάρκεια επίλυσης αγγίζει έως και τα 10 λεπτά.

Κεφάλαιο 3 Ενοργάνωση της Πειραματικής Διάταξης - Ιδιομορφική Ανάλυση

Αρχικά, στο κεφάλαιο αυτό δίνεται λεπτομερής περιγραφή του εξοπλισμού που χρησιμοποιήθηκε για την διεκπεραίωση των πειραματικών μετρήσεων της διέγερσης/απόκρισης των τριών συστημάτων που αναπτύχθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια.

Ακολουθεί η κατασκευή και επίλυση των τελικών μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων στα οποία συμπεριλήφθηκαν και τα βάρη των επιταχυνσιόμετρων (μετά από διαπίστωση εξάρτησης των αποτελεσμάτων της μοντελοποίησης από αυτά).

Στη συνέχεια διεξάγονται οι πειραματικές μετρήσεις διέγερσης/απόκρισης των τριών συστημάτων με ταυτόχρονη παρουσίαση και καταγραφή των δεδομένων στον Η/Υ χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό. Τα αρχεία καταγραφής των χρονοϊστοριών της διέγερσης/απόκρισης των συστημάτων οδηγούνται στη συνέχεια σε περιβάλλον «Matlab», όπου μορφοποιούνται κατάλληλα σε Πίνακες και αποθηκεύονται στον Η/Υ.

Ακολουθεί η ιδιομορφική ανάλυση των χρονοϊστοριών των επιταχυνσιόμετρων με τη βοήθεια λογισμικού που ανέπτυξε ο υποψήφιος διδάκτωρ Ε.Ντότσιος σε περιβάλλον «Matlab». Η ανάλυση αυτή δίνει τη δυνατότητα εύρεσης των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών του συστήματος (με βάση τις πειραματικές μετρήσεις) καθώς και την γραφική αναπαράσταση των λύσεων σε ανάλογα Σχήματα.

Μετά από λεπτομερή επεξήγηση των βημάτων της ανάλυσης αυτής, υπολογίστηκαν τελικά οι ιδιομορφές καθώς και οι αντίστοιχοι συντελεστές απόσβεσης των 3 συστημάτων και τέλος παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα αριθμητικά σε Πίνακες του κεφαλαίου και με γραφικό τρόπο, στο Παράρτημα Δ. Τέλος, σχολιάστηκαν τα αποτελέσματα για τις ιδιομορφικές λύσεις των 3 συστημάτων.

3.1 Ενοργάνωση της Πειραματικής Διάταξης

Στο υποκεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται το σύνολο του εξοπλισμού που χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή των χρονοϊστοριών διέγερσης/απόκρισης των συστημάτων πρώτου, δεύτερου και τρίτου ορόφου. Ο εξοπλισμός που παρουσιάζεται παρακάτω, περιλαμβάνει τόσο τα όργανα συλλογής των μετρήσεων όσο και τα προγράμματα που χρησιμοποιήθηκαν για την συλλογή των μετρήσεων με την βοήθεια του Η/Υ. Πιο αναλυτικά, για την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων διέγερσης/απόκρισης των 3 συστημάτων που μελετώνται, χρησιμοποιήθηκαν τα εξής:

α) Ως όργανο μέτρησης της διέγερσης του συστήματος χρησιμοποιήθηκε το σφυρί κρούσης Kistler 9724A5000 (Σχήμα 3.1). Το σφυρί κρούσης περιέχει πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα υψηλής ευαισθησίας η αντίσταση του οποίου μεταβάλλεται ανάλογα με τη φόρτιση που δέχεται αυτό. Ως κεφαλή σφυριού χρησιμοποιήθηκε αυτή με τη σχετικά μεγαλύτερη σκληρότητα, διεγείροντας έτσι τις πιο υψηλές αρμονικές του συστήματος. Το σφυρί συνδέθηκε με τον ενισχυτή σήματος στο κανάλι 1 (στο οποίο επιλέχθηκε ενίσχυση ίση με 100) και στη συνέχεια το σήμα οδηγήθηκε στο πρώτο κανάλι της κάρτας ψηφιοποίησης. Σημειώνεται ότι η κάθε διέγερση του συστήματος έγινε με όσο το δυνατόν όμοιο τρόπο έτσι ώστε να μην έχουμε διακύμανση στα αποτελέσματα απόκρισης του συστήματος.



Σχήμα 3.1 Σφυρί Κρούσης Kistler

β) Ως όργανα μέτρησης και καταγραφής των αποκρίσεων του συστήματος χρησιμοποιήθηκαν επιταχυνσιόμετρα τύπου Piezobeam της εταιρίας Kistler (Σχήμα

3.2). Τα επιταχυνσιόμετρα αυτού του τύπου περιέχουν ένα πιεζοκρύσταλλο το οποίο ανάλογα με τις επιταχύνσεις που δέχεται, παράγει ηλεκτρόνια, μεταβάλλοντας έτσι τη διαφορά δυναμικού. Το εύρος συχνότητας σωστής λειτουργίας τους είναι 0.8 – 5000 Hz ενώ το εύρος πλάτους του σήματος που έχουν τη δυνατότητα να μετρήσουν (μετρούμενο σε μονάδες επιτάχυνσης βαρύτητας) είναι 0 – 10g. Τα επιταχυνσιόμετρα αυτού του τύπου έχουν μάζα ίση με μόλις 7 γραμμάρια ενώ λειτουργούν με ρεύμα τροφοδοσίας που τους παρέχεται από ειδικές συσκευές τροφοδοσίας ή ακόμα και ενίσχυσης στις οποίες θα αναφερθούμε παρακάτω. Σημειώνεται ότι το κάθε επιταχυνσιόμετρο χαρακτηρίζεται από μία μοναδική τιμή μετατροπής της τάσης εξόδου σε μονάδες επιτάχυνσης βαρύτητας. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται παρακάτω στον Πίνακα 3.1. Τέλος, η σύνδεση των επιταχυνσιομέτρων πάνω στην κατασκευή (στις θέσεις που απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4), γίνεται με ειδικό κερί, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η πλήρης ακινησία τους.



Σχήμα 3.2 Επιταχυνσιόμετρο Kistler

γ) Για την λειτουργία – τροφοδοσία των επιταχυνσιομέτρων καθώς και για την ενίσχυση του σήματος του σφυριού, χρησιμοποιήθηκαν ενισχυτές της εταιρίας Kistler (Σχήμα 3.3), με κωδικό 5134A οι οποίοι έχουν ταυτόχρονα και τη δυνατότητα φιλτραρίσματος του εισερχόμενου σήματος με διαφορετική συχνότητα αποκοπής για κάθε κανάλι του. Ο κάθε ενισχυτής σήματος, αποτελείται από 4 κανάλια ενίσχυσης τα οποία λειτουργούν παράλληλα και με εξαιρετικά μικρή αλλοίωση του σήματος. Η δυνατότητα ενίσχυσης κυμαίνεται από 1 μέχρι και 100 φορές και ρυθμίζεται για κάθε ένα κανάλι ξεχωριστά, ενώ οι περιοχές συχνότητας των σημάτων που μπορούν να διαχειριστούν κυμαίνονται από 0.036 – 30000 Hz. Κατά τη διάρκεια των πειραματικών μετρήσεων χρησιμοποιήθηκαν 2 ενισχυτές σήματος Kistler, καθώς τα κανάλια των οργάνων μέτρησης της διέγερσης/απόκρισης είναι συνολικά 7.



Σχήμα 3.3: Ενισχτής Kistler

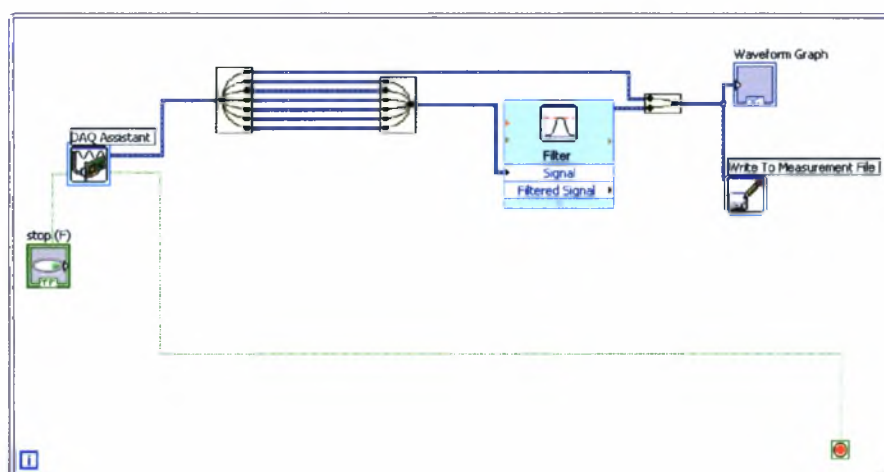
δ) Ως όργανο ψηφιοποίησης του σήματος χρησιμοποιήθηκε η κάρτα της N.I. (Σχήμα 3.4) με κωδικό N.I. PCI-6289, η οποία σε συνεργασία με τον Η/Υ και με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού, ψηφιοποίησε και κατέγραψε τα σήματα διέγερσης – απόκρισης του συστήματος (Σχήμα 3.4). Η κάρτα αυτή έχει τη δυνατότητα ταυτόχρονης καταγραφής μέχρι και 32 καναλιών με τη μέθοδο της περίπλεξης (multiplexing). Για την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων, χρησιμοποιήθηκαν 7 από τα 32 κανάλια της κάρτας ενώ η αντιστοιχία επιταχυνσιομέτρων – καναλιών της κάρτας παρέμεινε σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια τους και φυσικά και για τα 3 συστήματα (1,2,3 όροφοι). Τα εύρη δειγματοληψίας (δηλαδή της συχνότητας ψηφιοποίησης των σημάτων) της κάρτας στα οποία αυτή λειτουργεί κυμαίνονται από 625 KS/s. Σημειώνεται ότι ο ορισμός της συχνότητας λειτουργίας της κάρτας δίνεται μέσω του λογισμικού με το οποίο συνεργάζεται, όπως θα δούμε και παρακάτω.



Σχήμα 3.4: Κάρτα ψηφιοποίησης και συλλογής μετρήσεων N.I. PCI-6289

ε) Η καταγραφή των πειραματικών μετρήσεων εκτός από τον εξοπλισμό (hardware) απαιτεί και την χρήση κατάλληλου λογισμικού (Matlab, Labview, και άλλα). Η χρήση του λογισμικού δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να απεικονίσει, να διαχειριστεί και να καταγράψει τα εισερχόμενα στην κάρτα σήματα για κάθε κανάλι της ξεχωριστά. Στην

παρούσα διπλωματική χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Labview στο οποίο και αναπτύχθηκε – προγραμματίστηκε το περιβάλλον καταγραφής και απεικόνισης όλων των σημάτων διέγερσης/απόκρισης (Labview 2007). Στο Σχήμα 3.5 που ακολουθεί, παρουσιάζεται το προγραμματιστικό περιβάλλον συλλογής/απεικόνισης των μετρήσεων και πιο συγκεκριμένα απεικονίζεται η εικονική ροή των μετρήσεων από το στάδιο εισαγωγής τους στην κάρτα μέχρι και το στάδιο αποθήκευσης/απεικόνισης τους. Στο ίδιο Σχήμα, διακρίνεται και η ύπαρξη φίλτρων μόνο για τα σήματα των επιταχυνσιομέτρων, με χαμηλή συχνότητα αποκοπής, κάτι που απαλοίζει το πρόβλημα διακύμανσης του σήματος λόγω μη σταθεροποιημένης τάσης.

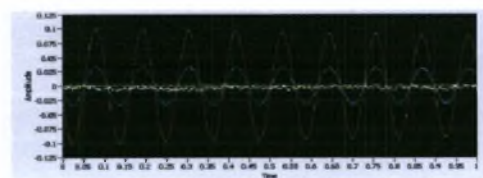


Σχήμα 3.5: Σχεδιαστικό περιβάλλον συλλογής μετρήσεων στο λογισμικό Labview

Στο Σχήμα 3.6α που ακολουθεί, παρουσιάζεται το περιβάλλον λειτουργίας του χρήστη στο οποίο δίνεται η έναρξη/παύση της καταγραφής των σημάτων (με πάτημα εικονικού διακόπτη) ενώ στο Σχήμα 3.6β ο τρόπος απεικόνισής τους στην οθόνη του Η/Υ.



Σχήμα 3.6α



Σχήμα 3.6β

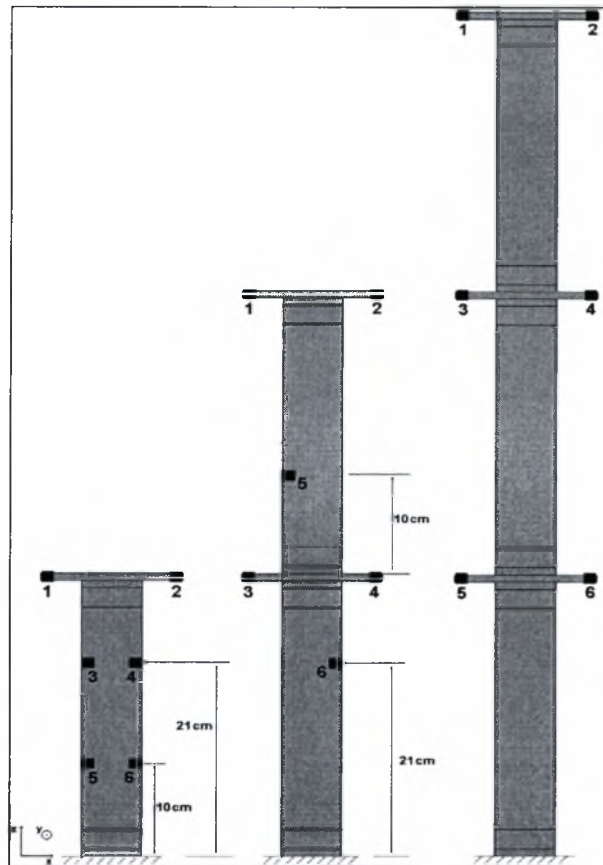
Καταγραφή και απεικόνιση μετρήσεων απόκρισης του βασικού συστήματος

Σημειώνεται ότι η δειγματοληψία λειτουργίας/καταγραφής της κάρτας ορίζεται μέσω του λογισμικού που χρησιμοποιείται. Κατά τη διάρκεια των πειραματικών μετρήσεων, η δειγματοληψία της κάρτας τέθηκε ίση με 1 KHz για όλα τα ενεργά κανάλια. Το τελικό αρχείο καταγραφής που παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.1, αποτελείται από 8 στήλες οι διαστάσεις των οποίων εξαρτώνται από την διάρκεια της κάθε μέτρησης. Σημειώνεται ότι για κάθε δευτερόλεπτο μέτρησης καταγράφονται 1000 μετρήσεις στιγμιαίας επιτάχυνσης για κάθε ένα επιταχυνσιόμετρο ξεχωριστά.

Πίνακας 3.1 Αναλυτική Παρουσίαση του Αρχείου Καταγραφής

Δεδομένα Μέτρησης	Είδος Μέτρησης	Κωδικός οργάνου	Συντελεστής Ενίσχυσης Σήματος	Συντελεστής Μετατροπής mV σε g	Θέση στην πειραματική διάταξη
1η στήλη	Χρόνος σε ms	-	-		-
2η στήλη	Μετρήσεις Σφυριού	9724A5000	100	-	-
3η στήλη	Μετρήσεις 1ου επιταχ.	2031992	1	1.961	1
4η στήλη	Μετρήσεις 2ου επιταχ.	2031993	1	2.000	2
5η στήλη	Μετρήσεις 3ου επιταχ.	C132558	1	2.033	3
6η στήλη	Μετρήσεις 4ου επιταχ.	C132559	1	2.012	4
7η στήλη	Μετρήσεις 5ου επιταχ.	C132560	1	2.083	5
8 ^η στήλη	Μετρήσεις 6ου επιταχ.	C132561	1	2.033	6

Επιπλέον, οι ακριβείς θέσεις των επιταχυνσιομέτρων για κάθε σύστημα ξεχωριστά παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.7 που ακολουθεί.



Σχήμα 3.7: Τοποθέτηση Αισθητήρων

Τα τελικά αρχεία καταγραφής των χρονοϊστοριών των επιταχύνσεων, εισήχθησαν στο λογισμικό «Femlab», τροποποιήθηκαν κατάλληλα (στοίχιση σε Πίνακες, ονομασία στηλών, κτλ.) και τέλος αποθηκεύτηκαν σε αρχείο του Matlab. Η ταξινόμηση αυτή έγινε με συγκεκριμένο τρόπο και με βάση τις οδηγίες του λογισμικού ιδιομορφικής αναγνώρισης «Mtool» που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση τους.

Σημειώνεται ότι στο τελικό αρχείο του Matlab, εκτός από τις μετρήσεις, συμπεριλήφθηκαν Πίνακες που περιέχουν τη γεωμετρία του εκάστοτε συστήματος καθώς και τις ακριβείς θέσεις των επιταχυνσιομέτρων πάνω σε αυτό, κάτι το οποίο δίνει τη δυνατότητα γραφικής παρουσίασης των αποτελεσμάτων της ιδιομορφικής ανάλυσης των χρονοϊστοριών διέγερσης/απόκρισης με ανάλογα σχήματα.

3.2 Ιδιομορφική Ανάλυση

Η διαδικασία της ιδιομορφικής αναγνώρισης περιλαμβάνει τον υπολογισμό ιδιομορφικών χαρακτηριστικών ενός συστήματος (ιδιοσυχνότητες, συντελεστές απόσβεσης) με βάση τις μετρούμενες και καταγεγραμμένες χρονοϊστορίες διέγερσης/απόκρισης του.

Η ανάλυση αυτή για την παρούσα διπλωματική πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού MItool, το οποίο έχει αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας (Ntotsios 2008).

Το λογισμικό αυτό επιτρέπει την πλήρη διερεύνηση και ανάλυση των σημάτων που προέρχονται από μετρήσεις της απόκρισης σε σημεία πάνω στην κατασκευή όταν αυτή διεγείρεται είτε από λειτουργικά φορτία (ambient vibrations), είτε από σεισμικά φορτία (forced vibrations), αλλά και από ελεγχόμενες διεγέρσεις που εφαρμόζονται σε κατασκευές. Το λογισμικό περιλαμβάνει ένα γραφικό περιβάλλον αναπαράστασης των μετρούμενων σημάτων που προέρχεται από την κατασκευή, και γραφικά περιβάλλοντα ανάλυσης και επεξεργασίας των μετρούμενων σημάτων χρησιμοποιώντας μια ποικιλία μεθόδων αναγνώρισης για να υπολογίσει τα ζητούμενα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής.

Μέσω του γραφικού περιβάλλοντος, ο χρήστης απλά επιλέγει τα μετρούμενα σήματα (επιταχύνσεις) που προέρχονται από ένα δίκτυο αισθητήρων πάνω στην κατασκευή, τα μεταφέρει αν απαιτείται στο πεδίο συχνοτήτων (ανάλυση Fourier, ανάλυση διαφασματικής πυκνότητας), ανάλογα με το είδος της φόρτισης, και ορίζει το χρονικό διάστημα ή το εύρος συχνοτήτων στο οποίο θα γίνει η αναγνώριση (Χοροζίδης 2006).

Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τον αριθμό των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που ζητά να υπολογίσει και εκτιμά τις τιμές που μπορεί να έχουν είτε εποπτικά, είτε βοηθούμενος από τα διαγράμματα σταθεροποίησης (stabilization diagrams) που είναι δυνατό να υπολογιστούν.

Τέλος, ο χρήστης αφού επιλέξει τη μεθοδολογία που θα χρησιμοποιηθεί κατά την αναγνώριση, ξεκινά τον αλγόριθμο που επεξεργάζεται το σήμα για να υπολογίσει τις ιδιοσυχνότητες, τους συντελεστές απόσβεσης, τις ιδιομορφές και τους ιδιομορφικούς συντελεστές συνεισφοράς της κατασκευής.

Παρακάτω, ακολουθεί πλήρης επεξήγηση των βημάτων της ιδιομορφικής ανάλυσης των πειραματικών μερήσεων των τριών συστημάτων παράλληλα. Αρχικά, πραγματοποιείται η εισαγωγή των μετρήσεων καταγραφής της ιστορίας των διεγέρσεων – αποκρίσεων του εκάστοτε συστήματος (Σχήματα Δ1.2, Δ1.7, Δ1.11 – Παράρτημα Δ). Παράλληλα εισάγονται στο λογισμικό τα δεδομένα που περιέχουν γεωμετρικές πληροφορίες του συστήματος και τις θέσεις επιταχυνσιομέτρων πάνω σε αυτό (Σχήματα Δ1.1, Δ1.6, Δ1.11 – Παράρτημα Δ). Η εισαγωγή τους είναι απαραίτητη για τους υπολογισμούς ιδιομορφικής ανάλυσης, καθώς και για την λεπτομερή απεικόνιση των ιδιομορφικών λύσεων πάνω στην κατασκευή (Σχήματα Υποπαρτήματος Δ2).

Ακολουθεί μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του εκάστοτε συστήματος στο πεδίο συχνοτήτων από 0 - 400 Hz (Σχήματα Δ1.3, Δ1.9, Δ1.15 – Παράρτημα Δ). Στη συνέχεια πραγματοποιείται ο υπολογισμός της συνάρτησης μετάδοσης $H(\omega)=X(\omega)/F(\omega)$ (Σχήματα Δ1.4, Δ1.10, Δ1.16 – Παράρτημα Δ).

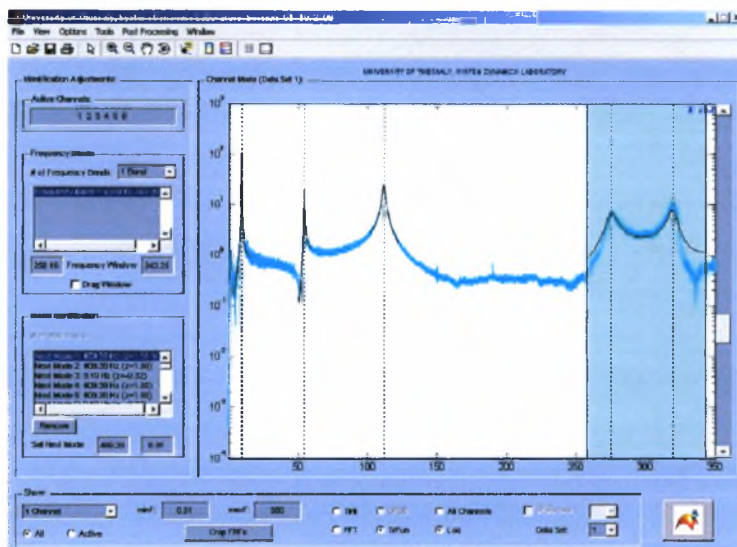
Ακολουθούν τα 3 κύρια βήματα της αναγνώρισης τα οποία είναι:

α) Επιλογή των εύρων συχνοτήτων στα οποία θα πραγματοποιηθεί ο υπολογισμός των ιδιοσυχνότητων του ιδιομορφικού μοντέλου της κατασκευής, και μετά την εμφάνιση των διαγραμμάτων σταθεροποίησης (stabilization diagrams), ακολουθεί επιλογή των αρχικών τιμών ιδιοσυχνοτήτων και συντελεστών απόσβεσης από το χρήστη. Σημειώνεται ότι η επιλογή των εύρων συχνοτήτων και για τα τρία συστήματα πραγματοποιήθηκε σε περιοχές κοντά στις οπτικά εμφανείς ιδιοσυχνότητες, έτσι ώστε σε κάθε τρέξιμο αναγνώρισης να υπολογίζονται μία έως και τρεις ιδιομορφές ταυτόχρονα.

β) Υπολογισμός των ιδιομορφών και των συντελεστών συνεισφοράς με δεδομένα τις ιδιοσυχνότητες και τους συντελεστές απόσβεσης που έχουν οριστεί στο προηγούμενο βήμα.

γ) Υπολογισμός αναθεωρημένων τιμών ιδιομορφικών χαρακτηριστικών με βάση τις εκτιμήσεις των τιμών που υπολογίζονται στα πρώτα 2 βήματα. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται εκτελώντας τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης βαθμίδας Quasi-Newton με στόχο την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος. Ενδεικτικά, στο Σχήμα 3.8 που ακολουθεί, παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της προσέγγισης μεταξύ των μετρούμενων

χρονοϊστοριών και των συναρτήσεων μετάδοσης που υπολογίζονται από το ιδιομορφικό μοντέλο για συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων και για τις μετρήσεις ενός επιταχυνσιόμετρου. Η μαύρη γραμμή παρουσιάζει την προσέγγιση της απόκρισης του ιδιομορφικού μοντέλου.



Σχήμα 3.8: Σύγκριση μετρούμενων συναρτήσεων μετάδοσης και προβλεπόμενων από το ιδιομορφικό μοντέλο

Τα αποτελέσματα της ιδιομορφικής ανάλυσης παρουσιάζονται παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3, που ακολουθεί, ενώ οι αντίστοιχες γραφικές – λεπτομερείς λύσεις παρουσιάζονται στο Υποπάρρημα Δ2. Τα αποτελέσματα είναι διατεταγμένα κατά αύξουσα σειρά ιδιοσυχνοτήτων, ενώ ταυτόχρονα παρουσιάζονται οι συντελεστές απόσβεσης που αντιστοιχούν σε κάθε μια αναγνωρισμένη ιδιομορφή.

3.3 Αποτελέσματα ιδιομορφικής ανάλυσης

Πίνακας 3.3 Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης

Αριθμός Ιδιομορφής	Είδος Ιδιομορφής	Τιμή Ιδιοσυχνότητας (Hz)	Συντελεστές Απόσβεσης
1 όροφος			
1η ιδιομορφή	1η Καμπτική y	9.1075	0.247%
2η ιδιομορφή	1η Στρεπτική z	54.3350	0.218%
3η ιδιομορφή	2η Καμπτική y	111.5299	0.883%
4η ιδιομορφή	3η Καμπτική y	319.8724	0.865%
2 όροφοι			
1η ιδιομορφή	1η Καμπτική y	2.6636	0.108%
2η ιδιομορφή	2η Καμπτική y	15.8865	0.463%
3η ιδιομορφή	1η Στρεπτική z	31.3313	0.293%
4η ιδιομορφή	2η Στρεπτική z	78.2356	0.170%
5η ιδιομορφή	3η Καμπτική y	82.7008	0.656%
6η ιδιομορφή	4η Καμπτική y	149.6037	0.479%
7η ιδιομορφή	5η Καμπτική y	284.0000	0.378%
3 όροφοι			
1η ιδιομορφή	1η Καμπτική y	1.1353	0.024%
2η ιδιομορφή	2η Καμπτική y	7.6409	0.465%
3η ιδιομορφή	3η Καμπτική y	20.6040	0.412%
4η ιδιομορφή	1η Στρεπτική z	21.7205	0.412%
5η ιδιομορφή	2η Στρεπτική z	59.9910	0.346%
6η ιδιομορφή	4η Καμπτική y	74.6917	0.572%
7η ιδιομορφή	3η Στρεπτική z	84.2906	0.280%
8η ιδιομορφή	5η Καμπτική y	114.0648	0.700%
9η ιδιομορφή	6η Καμπτική y	155.1758	0.734%

Από τα αποτελέσματα της ιδιομορφικής αναγνώρισης που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3, φαίνεται πως ήταν δυνατό να διεγερθούν πειραματικά όλες οι ιδιομορφές και να αναγνωριστούν με επιτυχία τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά στο εύρος συχνοτήτων από 0 έως 320 Hz.

Κεφάλαιο 4 Αναθεώρηση Μοντέλων Πεπερασμένων

Στοιχείων – Συγκρίσεις Αποτελεσμάτων

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται σύγκριση των τιμών των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που προέκυψαν από τις μετρήσεις με αυτές που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που κατασκευάστηκαν και περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 2. Τα μοντέλα που κατασκευάστηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, βελτιώθηκαν λαμβάνοντας υπόψη την μάζα των επιταχυνσιομέτρων που τοποθετήθηκαν πάνω στην κατασκευή. Οι τιμές των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που έχουν μετρηθεί πειραματικά θα χρησιμοποιηθούν για την αναθεώρηση των παραμέτρων των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων που κατασκευάστηκαν.

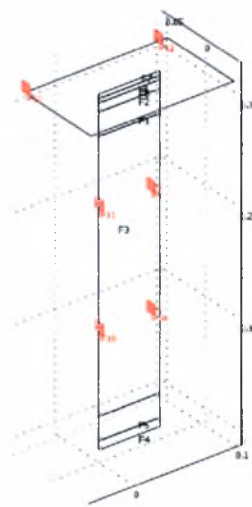
Οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προέκυψαν από την ιδιομορφική ανάλυση συγκρίνονται με αυτές που προκύπτουν από τα μοντέλα με κελυφωτά στοιχεία για τις περιπτώσεις ενός, δύο και τριών ορόφων. Οι ιδιομορφές που έχουν υπολογιστεί δεν συγκρίνονται για το λόγο ότι τα σημεία μέτρησις είναι λιγοστά για να δώσουν επαρκή συμπεράσματα. Παρ' όλα αυτά το κριτήριο MAC (Modal Assurance Criterion) χρησιμοποιείται για τη σωστή αντιστοίχιση των ιδιομορφών που συγκρίνονται.

4.1 Βελτίωση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων

Γνωρίζοντας πλέον και την θέση των αισθητήρων πάνω στα τρία συστήματα της πειραματικής διάταξης, κατασκευάστηκαν πλήρως βελτιωμένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (με την μέθοδο στοιχείων κελύφους που έχει επιλεχθεί ως βέλτιστη) στα οποία συμπεριλήφθηκε και το βάρος των επιταχυνσιομέτρων. Ο λόγος για τον οποίο κατασκευάστηκαν τα τελικά αυτά μοντέλα είναι γιατί θεωρήθηκε ότι η μάζα των επιταχυνσιομέτρων επηρεάζουν τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων.

Εξασφαλίζοντας με ακρίβεια ότι η μάζα των μοντέλων θα είναι ίση με το πραγματική μάζα των συστημάτων, καταλήγει κανείς στην δημιουργία πλήρως ρεαλιστικών μοντέλων που δύναται να προσεγγίσουν την δυναμική συμπεριφορά του πραγματικού συστήματος. Σημειώνεται ότι η δυναμική συμπεριφορά του κάθε συστήματος και ιδίως του 3^{ου}, μοιάζει να είναι πολύ ευαίσθητη (κυρίως για τις υψηλές ιδιοσυχνότητες) στις μεταβολές του βάρους λόγω τοποθέτησης των επιταχυνσιόμετρων.

Έτσι, κατασκευάστηκε το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ενός ορόφου, που απεικονίζεται στο Σχήμα 4.1, με χρήση στοιχείων κελύφους και με ποιοτική επιλογή πλέγματος διακριτοποίησης το «Extremely Fine».



Σχήμα 4.1

Στη συνέχεια, κατασκευάστηκαν τα υπόλοιπα 2 μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων πάνω στα οποία τοποθετήθηκαν τα βάρη των επιταχυνσιόμετρων (στις θέσεις που απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4) και τέλος πραγματοποιήθηκε η επίλυση όλων των συστημάτων ως προς τις ιδιομορφές.

Σημειώνεται ότι αγνοήθηκαν οι ιδιομορφές με συχνότητα άνω των 500Hz, καθώς η εύρεση τους είναι περιττή (κατά την διάρκεια των μετρήσεων η συχνότητα δειγματοληψίας τέθηκε ίση με 1KHz, γεγονός που περιορίζει και την ιδιομορφική ανάλυση σε εύρεση ιδιομορφών με τιμές κάτω των 500Hz περίπου). Τα αποτελέσματα

αυτά παρουσιάζονται αριθμητικά στον Πίνακα 4.1, που ακολουθεί, καθώς και σχηματικά στο Υποπάρτημα Γ2.

4.2 Συγκρίσεις Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων - Ιδιομορφικών Αποτελεσμάτων Πειράματος

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται συγκριτικά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που έχουν μετρηθεί για το σύστημα ενός ορόφου, με αυτές που προβλέπονται από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που κατασκευάστηκε με τη μέθοδο των κελυφοειδών στοιχείων, λαμβάνοντας υπόψη τη μάζα των επιταχυνσιομέτρων που αναφέρθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Επίσης παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα μεταξύ των μετρούμενων τιμών και των τιμών που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα του Πίνακα 4.1 συμπεραίνεται ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των τιμών. Συγκεκριμένα, οι τιμές των σφαλμάτων κυμαίνονται από 5.44% έως 18.76%.

Πίνακας 4.1 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –

Βελτιωμένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για τον πρώτο όροφο

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	9.665142	9.107500	6.12%
2η Καμπτική y	123.571089	111.529900	10.80%
3η Καμπτική y	379.888103	319.872400	18.76%
1η Στρεπτική z	57.292029	54.335000	5.44%

Στους Πίνακες 4.2 και 4.3, παρουσιάζονται συγκριτικά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που έχουν μετρηθεί για τα συστήματα δύο και τριών ορόφων αντίστοιχα, με αυτές που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα μεταξύ των μετρούμενων τιμών και των τιμών που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα, παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα των Πίνακων 4.2 και 4.3 οι τιμές των σφαλμάτων κυμαίνονται από 6.6% έως

27.82% για το σύστημα δύο ορόφων και από 6.61% έως 20.23% για το σύστημα τριών ορόφων αντίστοιχα.

Πίνακας 4.2 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –
Βελτιωμένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για το σύστημα δύο ορόφων

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	2.907119	2.663600	9.14%
2η Καμπτική y	18.130605	15.886500	14.13%
3η Καμπτική y	90.270314	82.700800	9.15%
4η Καμπτική y	170.701388	149.603700	14.10%
5η Καμπτική y	363.931549	284.716500	27.82%
1η Στρεπτική z	33.399137	31.331300	6.60%
2η Στρεπτική z	83.402287	78.235600	6.60%

Πίνακας 4.3 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –
Βελτιωμένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για το σύστημα τριών ορόφων

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	1.364965	1.135300	20.23%
2η Καμπτική y	8.426854	7.640900	10.29%
3η Καμπτική y	24.155532	20.604000	17.24%
4η Καμπτική y	80.837170	74.691700	8.23%
5η Καμπτική y	132.487798	114.064800	16.15%
6η Καμπτική y	183.853695	155.175800	18.48%
1η Στρεπτική z	23.242273	21.720500	7.01%
2η Στρεπτική z	64.053174	59.991900	6.77%
3η Στρεπτική z	89.858204	84.290600	6.61%

Παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα των Πινάκων 4.1, 4.2 και 4.3 συμπεραίνεται ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των τιμών των μετρούμενων ιδιοσυχνοτήτων με αυτές που προβλέπονται από τα διαφορετικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Οι διαφορές αυτές στις τιμές μπορούν να αποδοθούν στο σφάλμα μοντελοποίησης το οποίο έχει εισαχθεί κατά την κατασκευή των μαθηματικών μοντέλων πεπερασμένων

στοιχείων. Με τον όρο σφάλμα μοντελοποίησης περιγράφεται το συνολικό σφάλμα που έχει εισαχθεί στο μοντέλο εξαιτίας σφαλμάτων:

- Στα γεωμετρικά μεγέθη που χρησιμοποιήθηκαν κατά το σχεδιασμό του μοντέλου.
- Στις ακριβείς ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν (μέτρο ελαστικότητας και πυκνότητα) και στις απλοποιήσεις που εφαρμόστηκαν για την ισοδύναμη περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου.
- Στην ύπαρξη της πολυπλοκότητας των συνδέσεων (βίδες) για την συναρμογή της κατασκευής τις οποίες τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων αδυνατούν να περιγράψουν.
- Στην δυναμική συμπεριφορά του εδάφους και της μεταλλικής βάσης πάνω στην οποία έχει στερεωθεί η κατασκευή και δεν λαμβάνεται υπόψη στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων στα οποία η κατασκευή θεωρείται πακτωμένη.

4.3 Αναθεώρηση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και συγκρίσεις με τα πειραματικά αποτελέσματα

Η σύγκριση μεταξύ των τιμών των μετρούμενων ιδιοσυχνοτήτων και των τιμών που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, στους Πίνακες 4.1, 4.2 και 4.3 έδειξε πως οι μετρούμενες τιμές για τις ιδιοσυχνότητες είναι μικρότερες από αυτές που προβλέπουν τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Το γεγονός αυτό μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι ένας από τους λόγους για αυτές τις διαφορές είναι ότι οι τιμές για το μέτρο ελαστικότητας που χρησιμοποιήθηκαν έχουν υπερεκτιμηθεί σε σχέση με τις πραγματικές τιμές. Για το λόγο αυτό θεωρήθηκε σημαντικό να ανεθωρηθεί η τιμή για το μέτρο ελαστικότητας για την πλάκα ταλάντωσης από αλουμίνιο με στόχο την βελτίωση των προβλέψεων των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Η αναθεωρημένη τιμή για το μέτρο ελαστικότητας της πλάκας ταλάντωσης επιλέχθηκε να είναι η τιμή για την οποία η πρόβλεψη για την πρώτη ιδιοσυχνότητα του μοντέλου

πεπερασμένων κελυφοειδών στοιχείων ενός ορόφου να συμπίπτει με την μετρούμενη πειραματικά τιμή. Η τιμή αυτή υπολογίστηκε να είναι 88.73% της ονομαστικής τιμής για το μέτρο ελαστικότητας.

Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται συγκετρωτικά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που έχουν μετρηθεί για το σύστημα ενός ορόφου, με αυτές που προβλέπονται από το αναθεωρημένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που κατασκευάστηκε με τη μέθοδο των κελυφοειδών στοιχείων. Επίσης παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα μεταξύ των μετρούμενων τιμών και των τιμών που προβλέπονται από τα αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα, οι τιμές των σφαλμάτων κυμαίνονται από 0% έως 11.93%. Παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα του Πίνακα 4.4 και συγκρίνοντας τα με αυτά του Πίνακα 4.1 παρατηρείται σημαντική βελτίωση στις τιμές που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων σε σχέση με τις μετρούμενες τιμές.

Πίνακας 4.4 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –
Αναθεωρημένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για τον πρώτο όροφο

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	9.107499	9.107500	0.00%
2η Καμπτική y	116.451198	111.529900	4.41%
3η Καμπτική y	358.033419	319.872400	11.93%
1η Στρεπτική z	53.982015	54.335000	0.65%

Στους Πίνακες 4.5 και 4.6, παρουσιάζονται συγκετρωτικά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που έχουν μετρηθεί για τα συστήματα δύο και τριών ορόφων αντίστοιχα, με αυτές που προβλέπονται από τα αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα μεταξύ των μετρούμενων τιμών και των τιμών που προβλέπονται από τα αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα, παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα των Πίνακων 4.5 και 4.6 οι τιμές των σφαλμάτων κυμαίνονται από 0.61% έως 14.63% για το σύστημα δύο ορόφων και από 1.20% έως 14% για το σύστημα τριών ορόφων αντίστοιχα.

Πίνακας 4.5 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –

Αναθεωρημένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για το σύστημα δύο ορόφων

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	2.754762	2.663600	3.42%
2η Καμπτική y	17.149395	15.886500	7.95%
3η Καμπτική y	83.205938	82.700800	0.61%
4η Καμπτική y	158.540025	149.603700	5.97%
5η Καμπτική y	326.379813	284.716500	14.63%
1η Στρεπτική z	31.753502	31.331300	1.35%
2η Στρεπτική z	79.462296	78.235600	1.57%

Πίνακας 4.6 Συγκρίση Αποτελεσμάτων Πειράματος –

Αναθεωρημένων Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων για το σύστημα τριών ορόφων

Είδος Ιδιομορφής	Αποτελέσματα Μοντελοποίησης (Στοιχεία Κελύφους)	Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης	Σχετικά Σφάλματα %
1η Καμπτική y	1.294194	1.135300	14.00%
2η Καμπτική y	7.986202	7.640900	4.52%
3η Καμπτική y	22.838308	20.604000	10.84%
4η Καμπτική y	73.795591	74.691700	1.20%
5η Καμπτική y	121.323084	114.064800	6.36%
6η Καμπτική y	170.359480	155.175800	9.78%
1η Στρεπτική z	22.254319	21.720500	2.46%
2η Στρεπτική z	61.407806	59.991900	2.36%
3η Στρεπτική z	86.278337	84.290600	2.36%

Παρατηρώντας τα σχετικά σφάλματα των Πινάκων 4.4, 4.5 και 4.6 παρατηρείται σημαντική βελτίωση στις τιμές που προβλέπονται από τα αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων σε σχέση με τις μετρούμενες τιμές. Τέλος, παρατηρείται ότι τα σχετικά σφάλματα αυξάνονται όσο η κατασκευή γίνεται πιο περίπλοκη προσθέτοντας ορόφους, γεγονός που αποδίδεται στο σφάλμα μοντελοποίησης που εισάγεται από την μη επαρκή μοντελοποίηση των συνδέσεων (κοχλίες).

Κεφάλαιο 5 Σύνοψη Διπλωματικής Εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετήθηκε η δυναμική συμπεριφορά τριών συστημάτων, η κατασκευή των οποίων πραγματοποιήθηκε με απλή επανάληψη ενός βασικού συστήματος (πρώτος όροφος κατασκευής). Κατασκευάστηκαν μαθηματικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση των τριών συστημάτων εφαρμόζοντας τρεις διαφορετικές μεθόδους μοντελοποίησης (στερεά στοιχεία, κελυφοειδή στοιχεία και στοιχεία δοκού κατά Euler). Για την κατασκευή των απλούστερων ισοδύναμων μοντέλων χρησιμοποιήθηκαν απλές παραδοχές ως προς την κατανομή της μάζας, της δυσκαμψίας και γενικότερα ως προς τη γεωμετρία τους. Για τα μοντέλα αυτά μελετήθηκε η επιρροή της διακριτοποίησης στις τιμές των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών (ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές) που προβλέπονται από τα μοντέλα, με στόχο την επιλογή της βέλτιστης μεθόδου μοντελοποίησης/διακριτοποίησης. Στη συνέχεια διεξήχθησαν οι πειραματικές μετρήσεις για τη μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς των συστημάτων, μετά από τη διέγερσή τους με κατάλληλο εξοπλισμό. Οι χρονοϊστορίες απόκρισης – διέγερσης του κάθε συστήματος ξεχωριστά εισήχθησαν σε λογισμικό που διαθέτει το εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, το οποίο εκτελεί την ιδιομορφική αναγνώριση και εύρεση των δυναμικών χαρακτηριστικών της πειραματικής διάταξης. Κατασκευάστηκαν βελτιωμένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, στα οποία συμπεριλήφθηκαν και οι μάζες των επιταχυνσιομέτρων. Οι τιμές για τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά, που προέκυψαν από την ιδιομορφική ανάλυση, συγκρίθηκαν με αυτά που προβλέπονται από τα διαφορετικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος, έγινε αναθεώρηση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, ως προς το μέτρο ελαστικότητας, με στόχο τη βελτίωση των προβλέψεων των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, έτσι ώστε οι τιμές για τις ιδιοσυχνότητες που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, να προσεγγίζουν καλύτερα τις μετρούμενες τιμές.

Θεωρώντας ότι τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων στερεών στοιχείων είναι τα πλέον αξιόπιστα και συγκρίνοντας τις τιμές που προβλέπονται από τα μοντέλα στοιχείων κελύφους με αυτά των στερεών στοιχείων για τις ιδιοσυχνότητες φάνηκε πώς οι δύο αυτές μεθοδολογίες μοντελοποίησης δίνουν τα ίδια σχεδόν αποτελέσματα κυρίως για τις καμπτικές ιδιομορφές. Οι λύσεις που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση με χρήση δοκών Euler δεν συγκλίνουν ικανοποιητικά με αυτές του μοντέλου στερεών στοιχείων, καθώς η χρήση της πρώτης μεθόδου υστερεί σε γεωμετρία, έλλειψη η οποία οδηγεί σε σφάλματα μοντελοποίησης/διακριτοποίησης. Λαμβάνοντας υπόψη και την παράμετρο του χρόνου επίλυσης της κάθε μεθόδου μοντελοποίησης με δεδομένη διακριτοποίηση, καταλήγουμε στη χρήση της μεθόδου των στοιχείων κελύφους (Shell Elements) καθώς τα αποτελέσματα της είναι αξιόπιστα και ταυτόχρονα ο χρόνος επίλυσης (ακόμη και για το σύστημα των τριών ορόφων) είναι σχεδόν μηδενικός.

Κατά την πειραματική μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς των τριών κατασκευών, διεγέρθηκαν και αναγνωρίστηκαν με επιτυχία όλες οι καμπτικές και στρεπτικές ιδιομορφές στο εύρος συχνοτήτων από 0 έως 320 Hz με τον δεδομένο πειραματικό εξοπλισμό. Η σύγκριση των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων που υπολογίστηκαν από τις μετρήσεις με τις τιμές που προβλέπονται από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, ανέδειξε το σφάλμα μοντελοποίησης. Το σφάλμα αυτό της μοντελοποίησης αλλάζει τις διαφορετικές μεθοδολογίες μοντελοποίησης και φαίνεται να αυξάνει όσο η κατασκευή γίνεται πιο περίπλοκη, προσθέτοντας ορόφους, καθώς και για τις υψηλότερες αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Το σφάλμα αυτό φαίνεται να οφείλεται:

- Στα γεωμετρικά μεγέθη που χρησιμοποιήθηκαν κατά το σχεδιασμό του μοντέλου.
- Στις ακριβείς ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν (μέτρο ελαστικότητας και πυκνότητα) και στις απλοποιήσεις που εφαρμόστηκαν για την περιγραφή του ισοδύναμου μαθηματικού μοντέλου.
- Στην ύπαρξη της πολυπλοκότητας των συνδέσεων (κοχλιοσυνδέσεις) για την συναρμογή της κατασκευής, τις οποίες τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων αδυνατούν να περιγράψουν.

- Στη δυναμική συμπεριφορά του εδάφους και της μεταλλικής βάσης, πάνω στην οποία έχει στερεωθεί η κατασκευή, παράμετροι που δεν λαμβάνονται υπόψη στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων.

Με στόχο τη βελτίωση των προβλέψεων των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, έτσι ώστε να προσεγγίζουν καλύτερα τις μετρούμενες τιμές, θεωρήθηκε σημαντικό να αναθεωρηθεί η τιμή του μέτρου ελαστικότητας της κατασκευής που χρησιμοποιήθηκε κατά τη μοντελοποίηση. Η αναθεώρηση αυτή έγινε με βάση την πρώτη ιδιοσυχνότητα, για τον πρώτο όροφο, και έδειξε πως η τιμή για το μέτρο ελαστικότητας θα πρέπει να είναι μικρότερη από την ονομαστική τιμή κατά 11.27%, έτσι ώστε οι προβλεπόμενες τιμές για τις ιδιοσυχνότητες να είναι όσο το δυνατόν κοντά σε αυτές που μετρήθηκαν.

Η αναθεώρηση βελτίωσε σημαντικά τις προβλέψεις για τις ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από τα μοντέλα και ανέδειξε πως η μοντελοποίηση αδυνατεί να περιγράψει κυρίως τις συνδέσεις μεταξύ των διαφορετικών στοιχείων της κατασκευής.

Μερικά από τα ερωτήματα που έμειναν αναπάντητα και θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο περαιτέρω εργασίας είναι η πλήρης αναθεώρηση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, έτσι ώστε οι ιδιομορφικές λύσεις που προκύπτουν να προσεγγίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια αυτές των πειραματικών. Η αναθεώρηση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να πραγματοποιηθεί για περισσότερες παραμέτρους (μέτρο ελαστικότητας και μάζα σε περισσότερα στοιχεία της κατασκευής) και λαμβάνοντας υπόψη περισσότερες μετρούμενες ιδιομορφές. Ακόμη, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί πειραματική μέτρηση του μέτρου ελαστικότητας των στοιχείων της κατασκευής, χρησιμοποιώντας μηχανή εφελκυσμού για να διαπιστωθεί αν τα αποτελέσματα της αναθεώρησης για την δυσκαμψία ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

Βιβλιογραφία

- [1] COMSOL AB., (2005), Comsol Multiphysics User's Guide.
[<http://www.comsol.com>]
- [2] Karaiskos G., (2008) "Passive Control Of Structures: Experimental Verification Using Tuned Mass Dampers", MS Thesis Report No SDL-08-03, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University Of Thessaly
- [3] LABVIEW software 8.5 edition
- [4] Νατσιάβας Σ., (2001), Ταλαντώσεις Μηχανικών Συστημάτων
- [5] Ntotsios E. (2008), "Experimental Modal Analysis Using Ambient and Earthquake vibrations: Theory, Software and Applications", MS Thesis Report No SDL-08-01, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University Of Thessaly
- [6] Χοροζίδης Α., (2006) "Μορφική Αναγνώριση Κατασκευών και Μοντελοποίηση Συστημάτων με Δυναμικές Μετρήσεις", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α Έλεγχος και διαστασιολόγηση των στοιχείων της κατασκευής

Πίνακας Α1 ($L_1=0.10\text{m}$)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f_{01}	=	172.9245	<	20	(Hz)
f_{03}	=	29.1943	>	1	(Hz)
a	=	902.7220	>	2	-

Πίνακας Α2 ($L_1=0.15\text{m}$)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f_{01}	=	50.7766	<	20	(Hz)
f_{03}	=	8.5792	>	1	(Hz)
a	=	175.4016	>	2	-

Πίνακας Α3 ($L_1=0.20\text{m}$)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f_{01}	=	25.9409	<	20	(Hz)
f_{03}	=	4.3863	>	1	(Hz)
a	=	71.3219	>	2	-

Πίνακας Α4 ($L_1=0.25\text{m}$)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f_{01}	=	16.2654	<	20	(Hz)
f_{03}	=	2.7523	>	1	(Hz)
a	=	38.1105	>	2	-

Πίνακας A5 (L₁=0.30m)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f ₀₁	=	11.3595	<	20	(Hz)
f ₀₃	=	1.9235	>	1	(Hz)
a	=	23.5132	>	2	-

Πίνακας A6 (L₁=0.35m)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f ₀₁	=	8.4805	<	20	(Hz)
f ₀₃	=	1.4370	>	1	(Hz)
a	=	15.8571	>	2	-

Πίνακας A7 (L₁=0.40m)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f ₀₁	=	6.6253	<	20	(Hz)
f ₀₃	=	1.1234	>	1	(Hz)
a	=	11.3619	>	2	-

Πίνακας A8 (L₁=0.31m, m₃=0.25Kg)

Περιοριστικοί Παράγοντες		Αναλυτική Λύση		Τιμές Περιορισμών	Μονάδες Μέτρησης
f ₀₁	=	11.2715	<	20	(Hz)
f ₀₃	=	1.9255	>	1	(Hz)
a	=	24.5432	>	2	-

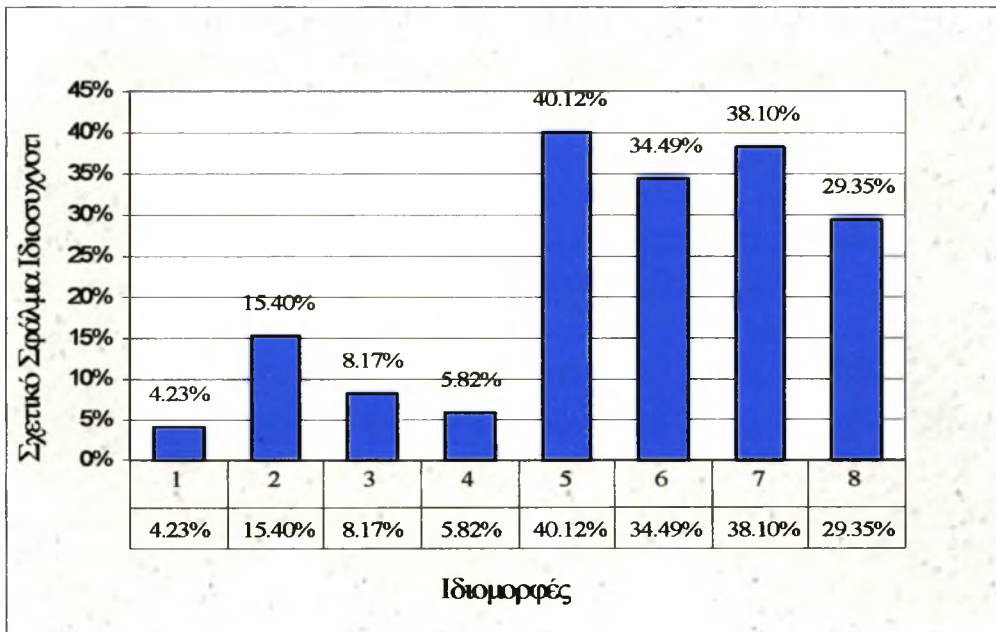
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β Έλεγχος σύγκλισης των αποτελεσμάτων για διαφορετικά είδη διακριτοποίησης των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων

Υποπαράρτημα Β1 Μέθοδος Στερεών Στοιχείων

Πίνακας Β1.1 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extremely Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extremely Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	10.071809	9.663399	4.23%
2	67.855302	58.798519	15.40%
3	139.484384	128.948812	8.17%
4	145.709256	137.699947	5.82%
5	562.518275	401.452479	40.12%
6	1262.617248	938.850484	34.49%
7	1343.997761	973.222448	38.10%
8	1720.172772	1329.834528	29.35%
Μέση Τιμή	-	-	21.96%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extremely Coarse”

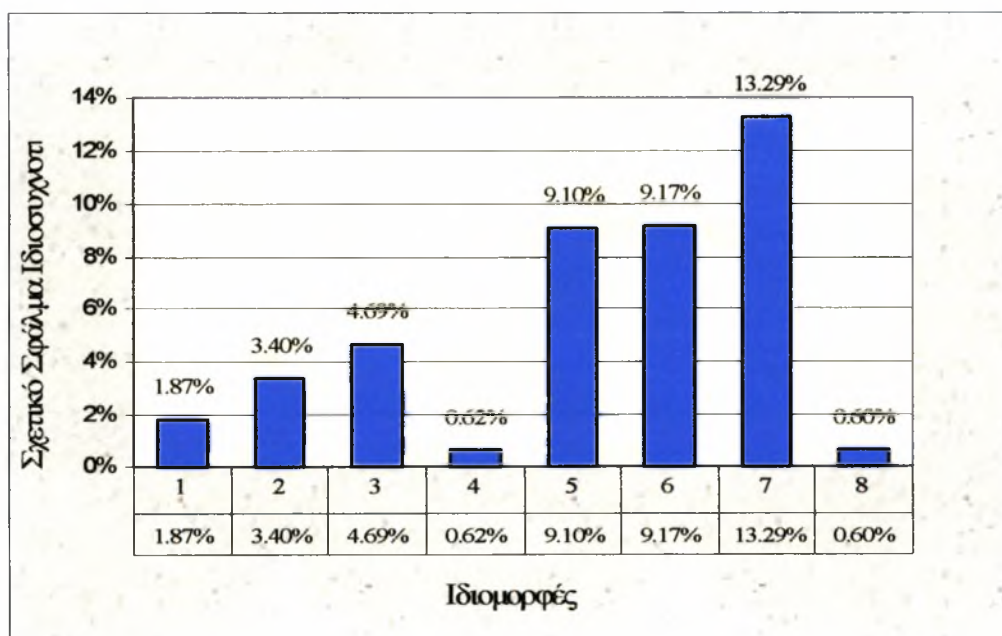


Διάγραμμα Β1.1

Πίνακας Β1.2 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extra Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.844407	9.663399	1.87%
2	60.798395	58.798519	3.40%
3	134.997033	128.948812	4.69%
4	138.552675	137.699947	0.62%
5	437.971078	401.452479	9.10%
6	1024.938414	938.850484	9.17%
7	1102.607655	973.222448	13.29%
8	1337.754686	1329.834528	0.60%
Μέση Τιμή	-	-	5.34%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Coarse”

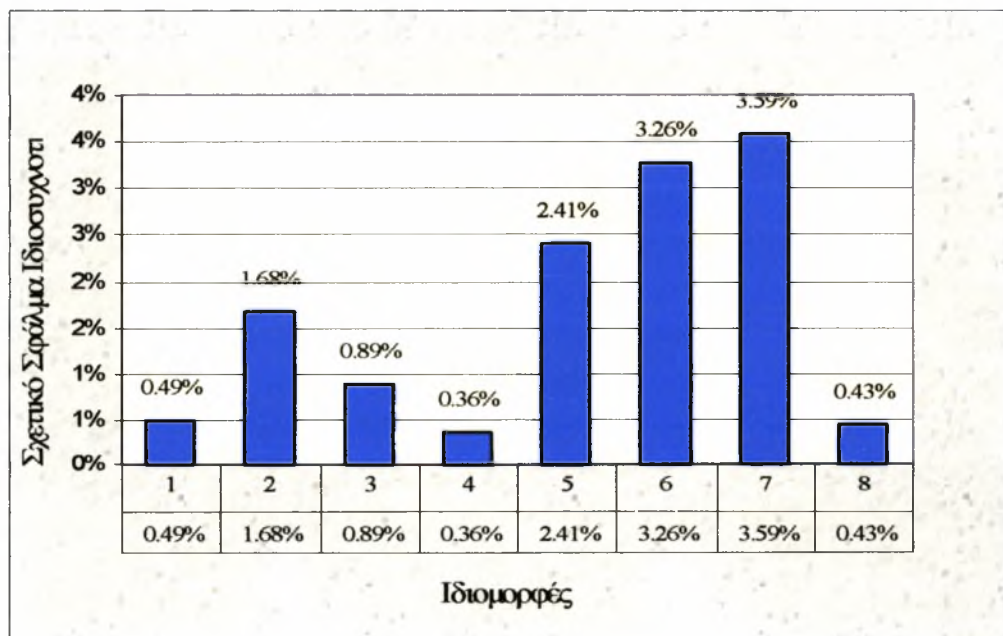


Διάγραμμα Β1.2

Πίνακας Β1.3 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarser”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Coarser (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.710633	9.663399	0.49%
2	59.785615	58.798519	1.68%
3	130.097507	128.948812	0.89%
4	138.195099	137.699947	0.36%
5	411.114939	401.452479	2.41%
6	969.414105	938.850484	3.26%
7	1008.154208	973.222448	3.59%
8	1335.587056	1329.834528	0.43%
Μέση Τιμή	-	-	1.64%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarser”

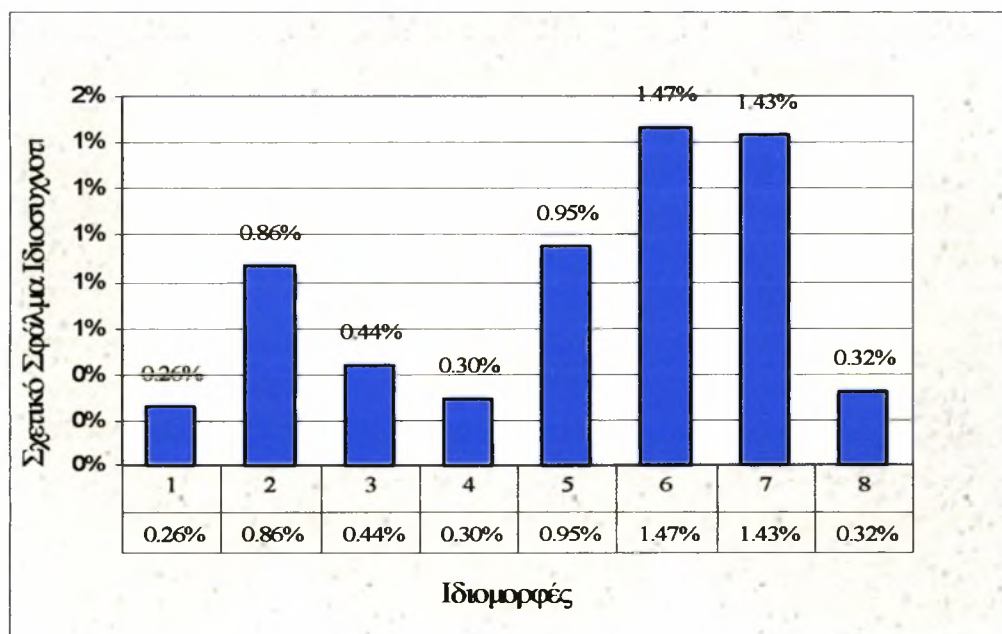


Διάγραμμα Β1.3

Πίνακας Β1.4 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.688444	9.663399	0.26%
2	59.306538	58.798519	0.86%
3	129.521405	128.948812	0.44%
4	138.108904	137.699947	0.30%
5	405.279975	401.452479	0.95%
6	952.633222	938.850484	1.47%
7	987.147502	973.222448	1.43%
8	1334.126798	1329.834528	0.32%
Μέση Τιμή	-	-	0.75%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarse”

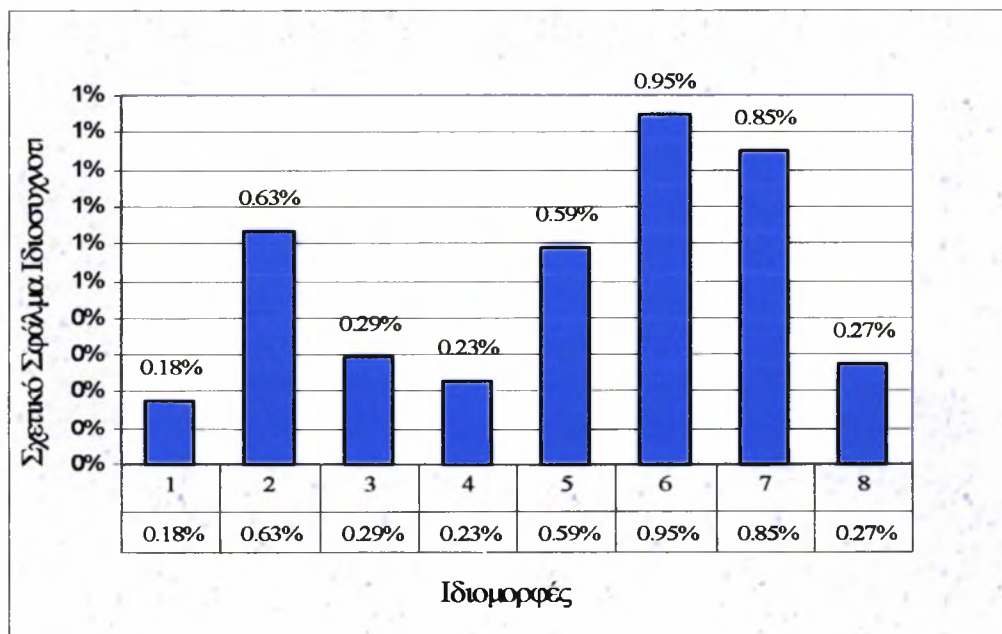


Διάγραμμα Β1.4

Πίνακας Β1.5 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Normal”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Normal (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.680586	9.663399	0.18%
2	59.170116	58.798519	0.63%
3	129.326544	128.948812	0.29%
4	138.013357	137.699947	0.23%
5	403.822656	401.452479	0.59%
6	947.762961	938.850484	0.95%
7	981.496036	973.222448	0.85%
8	1333.483865	1329.834528	0.27%
Μέση Τιμή	-	-	0.50%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Normal”

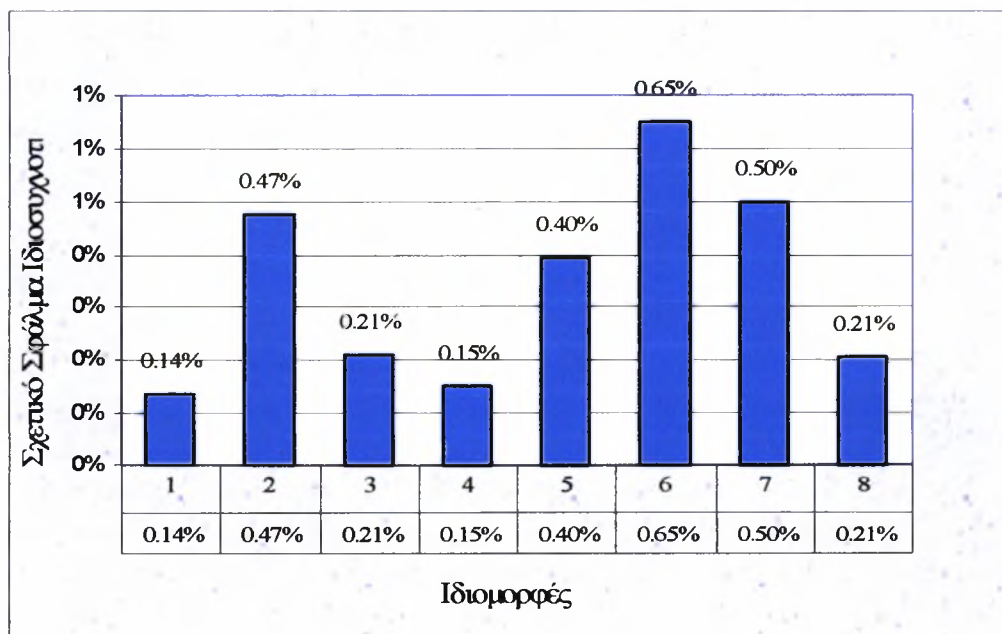


Διάγραμμα Β1.5

Πίνακας Β1.6 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Fine”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Fine (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.67666	9.663399	0.14%
2	59.076973	58.798519	0.47%
3	129.221717	128.948812	0.21%
4	137.905369	137.699947	0.15%
5	403.041036	401.452479	0.40%
6	944.94837	938.850484	0.65%
7	978.053702	973.222448	0.50%
8	1332.581126	1329.834528	0.21%
Μέση Τιμή	-	-	0.34%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Fine”

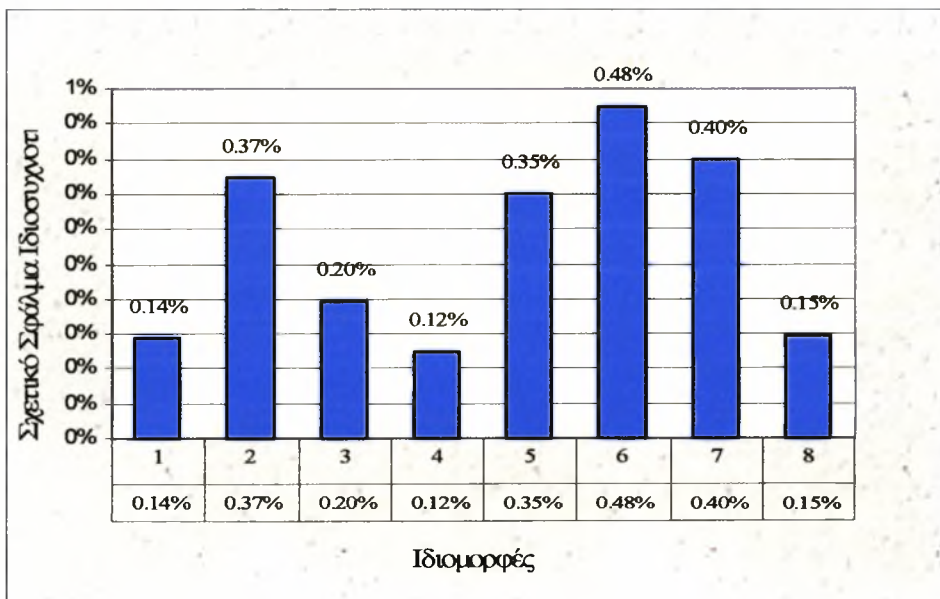


Διάγραμμα Β1.6

Πίνακας Β1.7 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Finer”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Finer (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.67724	9.663399	0.14%
2	59.017812	58.798519	0.37%
3	129.200901	128.948812	0.20%
4	137.871622	137.699947	0.12%
5	402.862444	401.452479	0.35%
6	943.314491	938.850484	0.48%
7	977.100276	973.222448	0.40%
8	1331.797743	1329.834528	0.15%
Μέση Τιμή	-	-	0.28%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Finer”

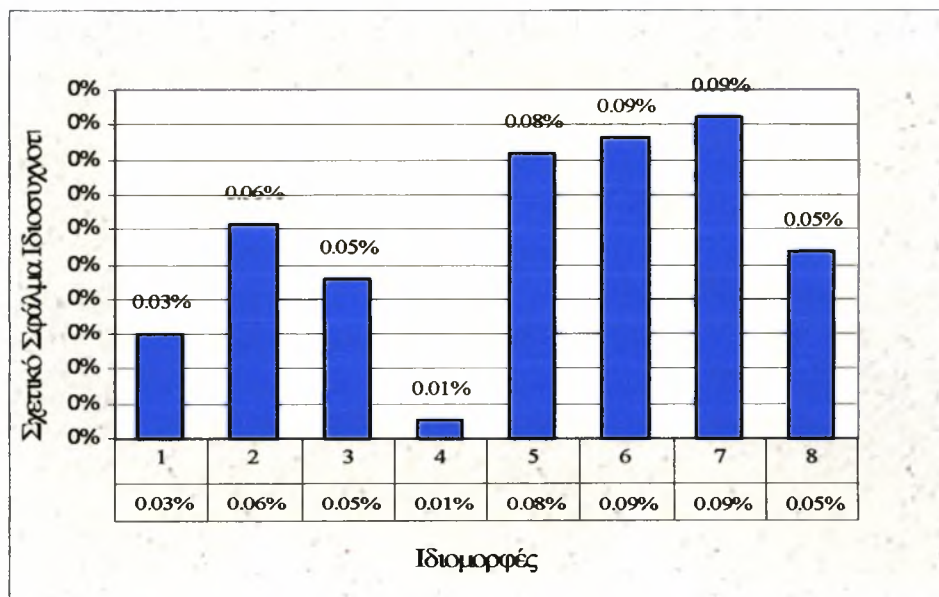


Διάγραμμα Β1.7

Πίνακας Β1.8 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Fine”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extra Fine (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.666308	9.663399	0.03%
2	58.834773	58.798519	0.06%
3	129.008022	128.948812	0.05%
4	137.707424	137.699947	0.01%
5	401.780499	401.452479	0.08%
6	939.661896	938.850484	0.09%
7	974.118011	973.222448	0.09%
8	1330.544368	1329.834528	0.05%
Μέση Τιμή	-	-	0.06%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Fine”



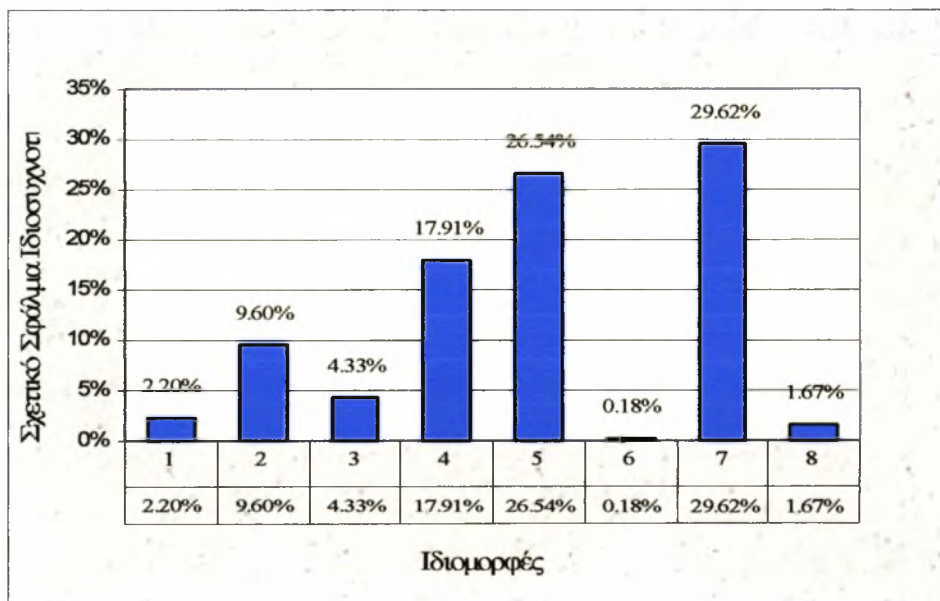
Διάγραμμα Β1.8

Υποπάρτημα Β2 Μέθοδος Στοιχείων Κελύφους

Πίνακας Β2.1 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extremely Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extremely Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.902682	9.689174	2.20%
2	53.443938	59.119907	9.60%
3	135.714981	130.080064	4.33%
4	164.643521	139.634622	17.91%
5	512.095345	404.678781	26.54%
6	944.109857	942.368175	0.18%
7	1268.060417	978.270429	29.62%
8	1331.186976	1309.339286	1.67%
Μέση Τιμή	-	-	11.51%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extremely Coarse”

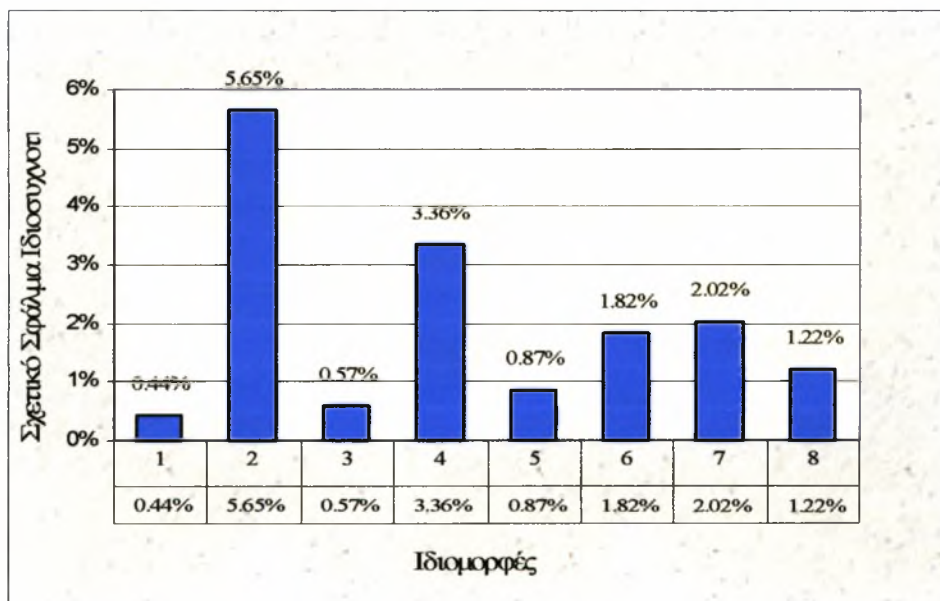


Διάγραμμα Β2.1

Πίνακας Β2.2 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extra Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.731661	9.689174	0.44%
2	55.77856	59.119907	5.65%
3	130.823136	130.080064	0.57%
4	144.327025	139.634622	3.36%
5	408.201519	404.678781	0.87%
6	925.217058	942.368175	1.82%
7	998.038659	978.270429	2.02%
8	1325.294796	1309.339286	1.22%
Μέση Τιμή	-	-	1.99%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Coarse”

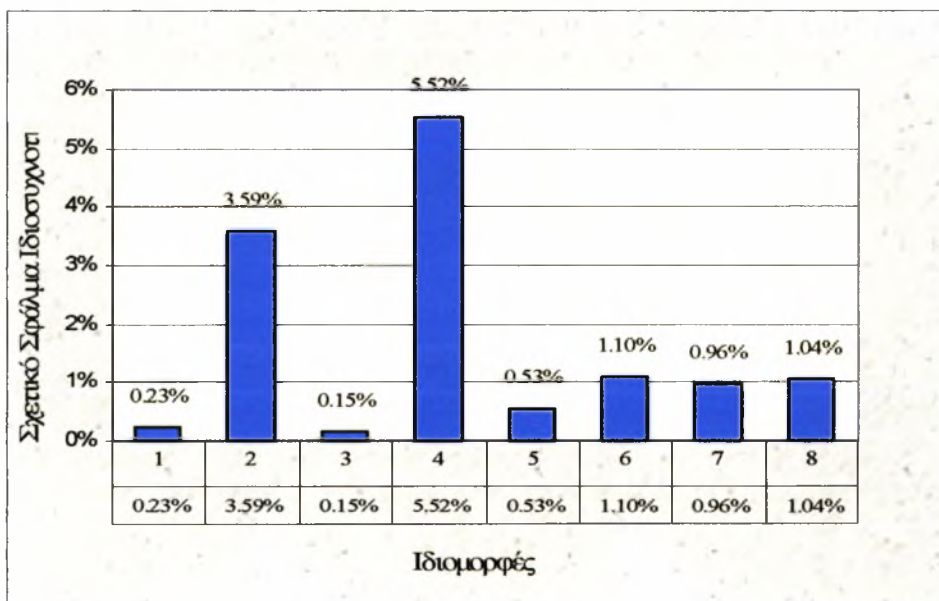


Διάγραμμα Β2.2

Πίνακας Β2.3 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarser”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Coarser (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.711866	9.689174	0.23%
2	56.99697	59.119907	3.59%
3	130.269432	130.080064	0.15%
4	147.335549	139.634622	5.52%
5	402.530448	404.678781	0.53%
6	932.041005	942.368175	1.10%
7	968.878092	978.270429	0.96%
8	1322.934266	1309.339286	1.04%
Μέση Τιμή	-	-	1.64%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarser”

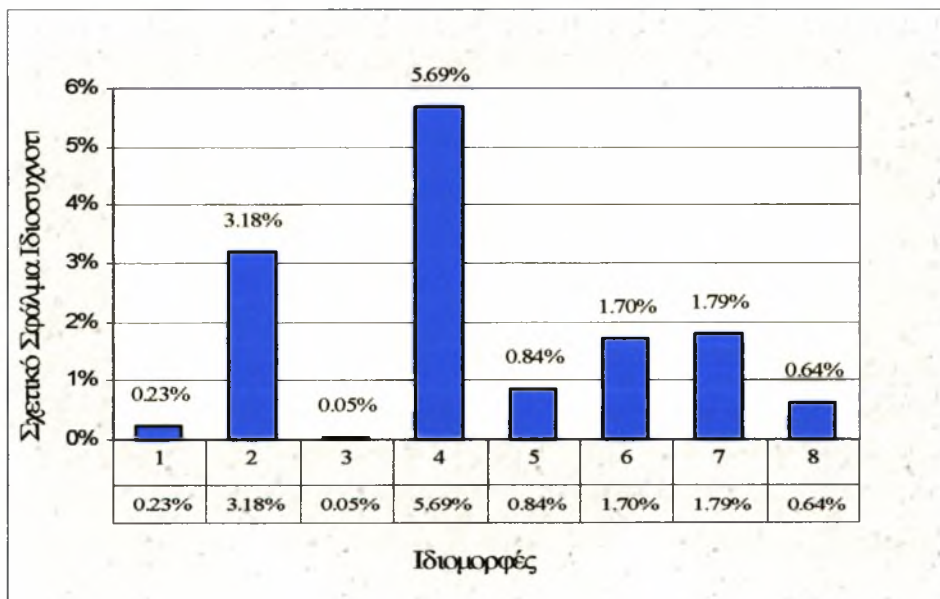


Διάγραμμα Β2.3

Πίνακας Β2.4 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarse”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Coarse (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.711487	9.689174	0.23%
2	57.242533	59.119907	3.18%
3	130.148476	130.080064	0.05%
4	147.580553	139.634622	5.69%
5	401.283872	404.678781	0.84%
6	926.3614	942.368175	1.70%
7	960.791379	978.270429	1.79%
8	1317.726505	1309.339286	0.64%
Μέση Τιμή	-	-	1.76%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Coarse”

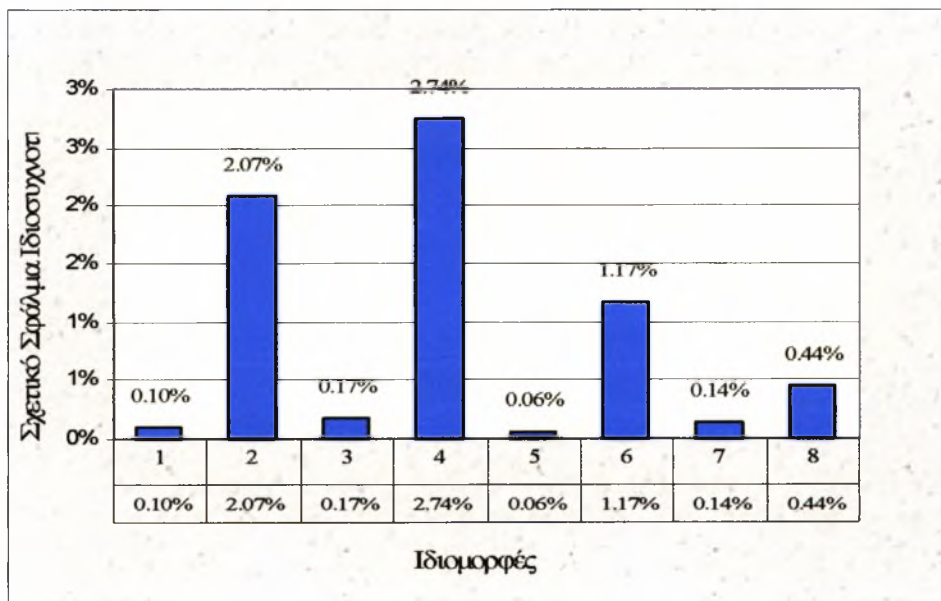


Διάγραμμα Β2.4

Πίνακας Β2.5 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Normal”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Normal (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.69889	9.689174	0.10%
2	57.893178	59.119907	2.07%
3	130.299531	130.080064	0.17%
4	143.467258	139.634622	2.74%
5	404.904566	404.678781	0.06%
6	931.361149	942.368175	1.17%
7	976.877811	978.270429	0.14%
8	1315.141248	1309.339286	0.44%
Μέση Τιμή	-	-	0.86%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Normal”

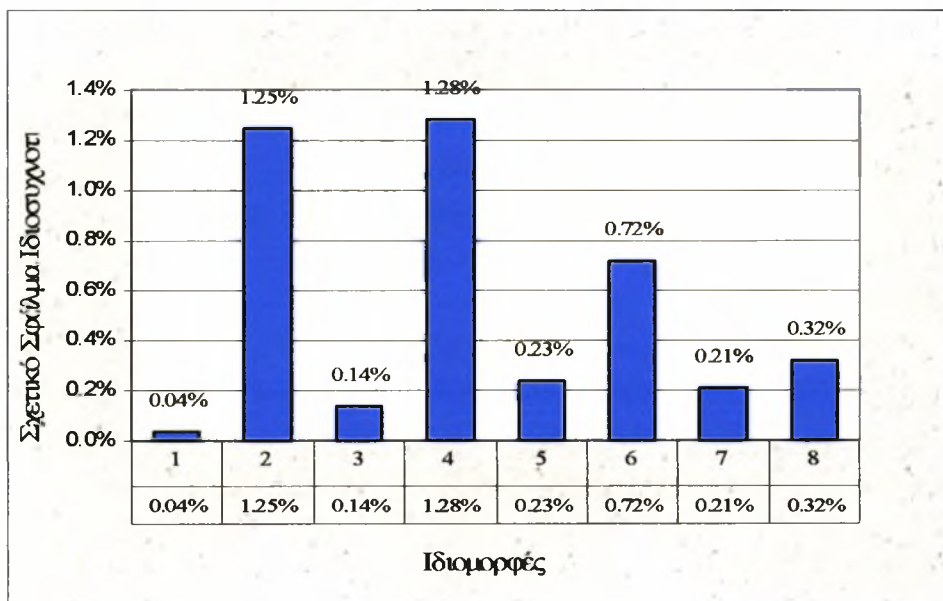


Διάγραμμα Β2.5

Πίνακας Β2.6 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Fine”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Fine (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.692782	9.689174	0.04%
2	58.382789	59.119907	1.25%
3	130.259016	130.080064	0.14%
4	141.424393	139.634622	1.28%
5	405.62956	404.678781	0.23%
6	935.622249	942.368175	0.72%
7	980.349287	978.270429	0.21%
8	1313.541457	1309.339286	0.32%
Μέση Τιμή	-	-	0.52%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Fine”

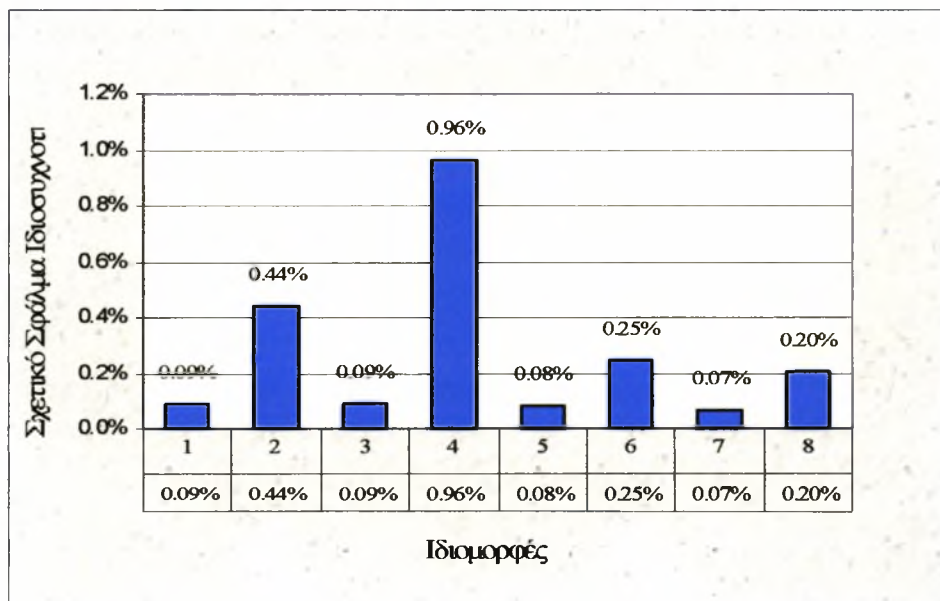


Διάγραμμα Β2.6

Πίνακας Β2.7 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Finer”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Finer (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλτιστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.697677	9.689174	0.09%
2	58.859483	59.119907	0.44%
3	130.198261	130.080064	0.09%
4	140.974816	139.634622	0.96%
5	405.017324	404.678781	0.08%
6	940.025182	942.368175	0.25%
7	977.618536	978.270429	0.07%
8	1311.991671	1309.339286	0.20%
Μέση Τιμή	-	-	0.27%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Finer”

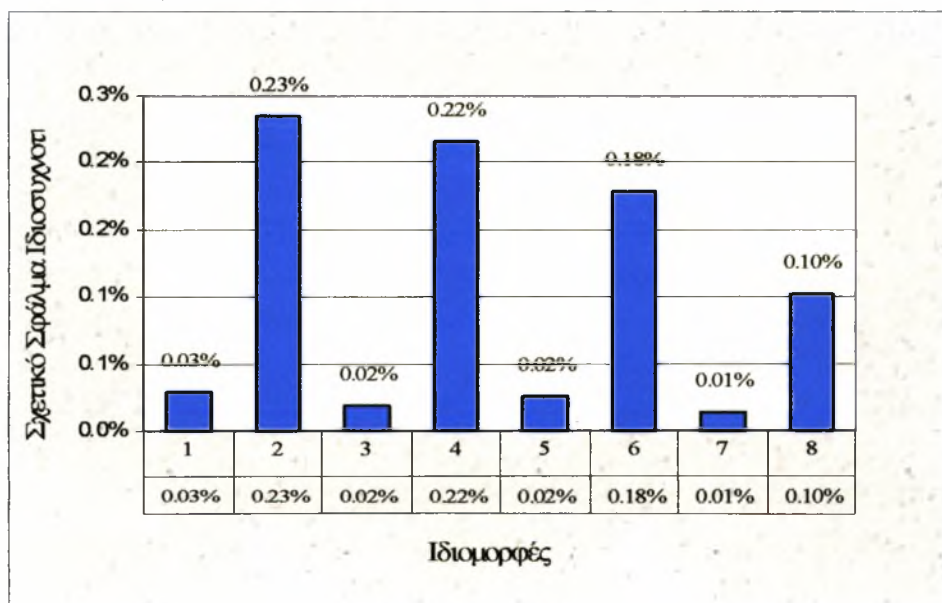


Διάγραμμα Β2.7

Πίνακας Β2.8 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Fine”

Αριθμός Ιδιοσυχνότητας j	Extra Fine (Πλέγμα προς σύγκριση)	Extremely Fine (Βέλπστο Πλέγμα)	Σχετικό Σφάλμα %
1	9.691997	9.689174	0.03%
2	58.981436	59.119907	0.23%
3	130.10413	130.080064	0.02%
4	139.936526	139.634622	0.22%
5	404.778777	404.678781	0.02%
6	940.692154	942.368175	0.18%
7	978.400471	978.270429	0.01%
8	1310.679264	1309.339286	0.10%
Μέση Τιμή	-	-	0.10%

Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για την διακριτοποίηση “Extra Fine”

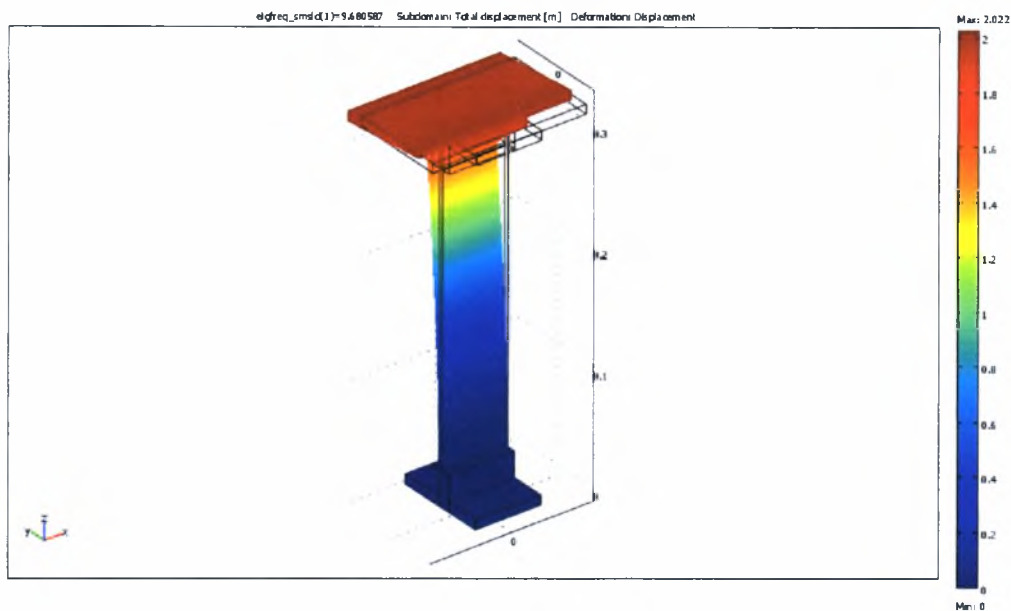


Διάγραμμα Β2.8

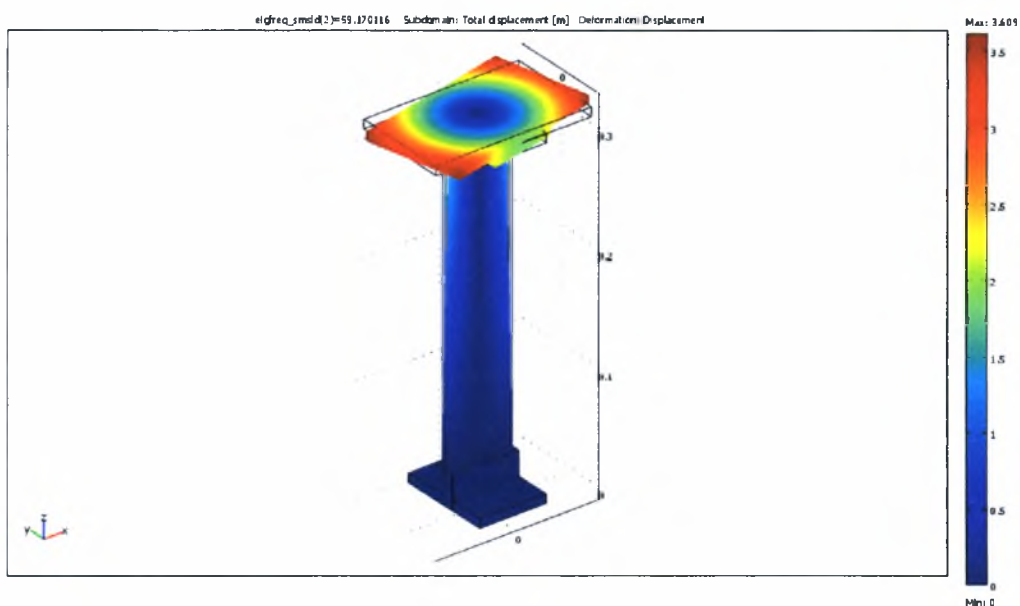
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ **Ιδιομορφικές λύσεις μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων**

Υποπαράρτημα Γ1 **Μέθοδος Στερεών Στοιχείων – Solid Elements**

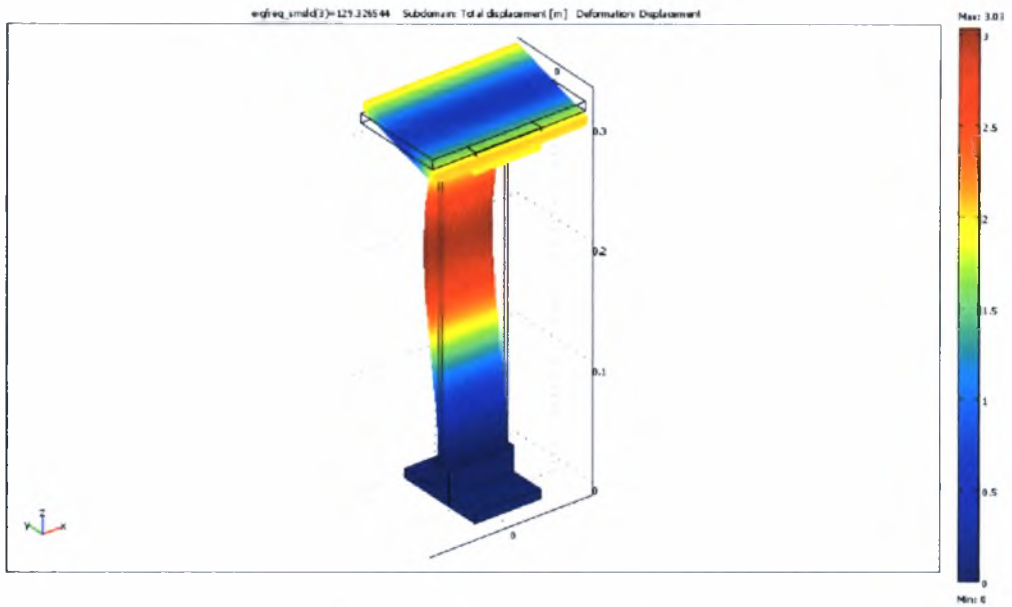
Σύστημα 1 ορόφου



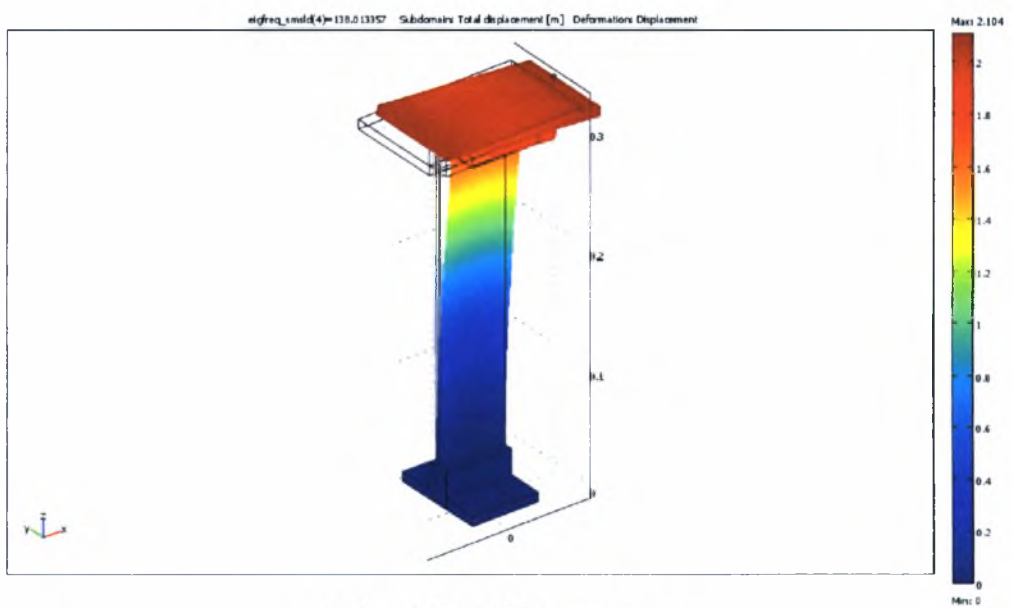
Σχήμα Γ1.1: 1^η Καμπτική γ



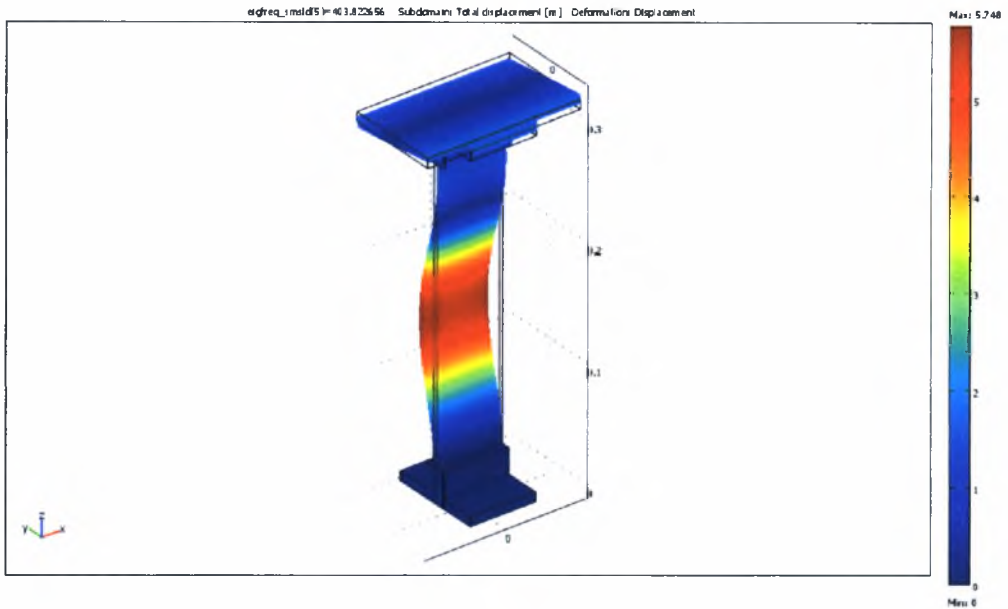
Σχήμα Γ1.2: 1^η Στρεπτική z



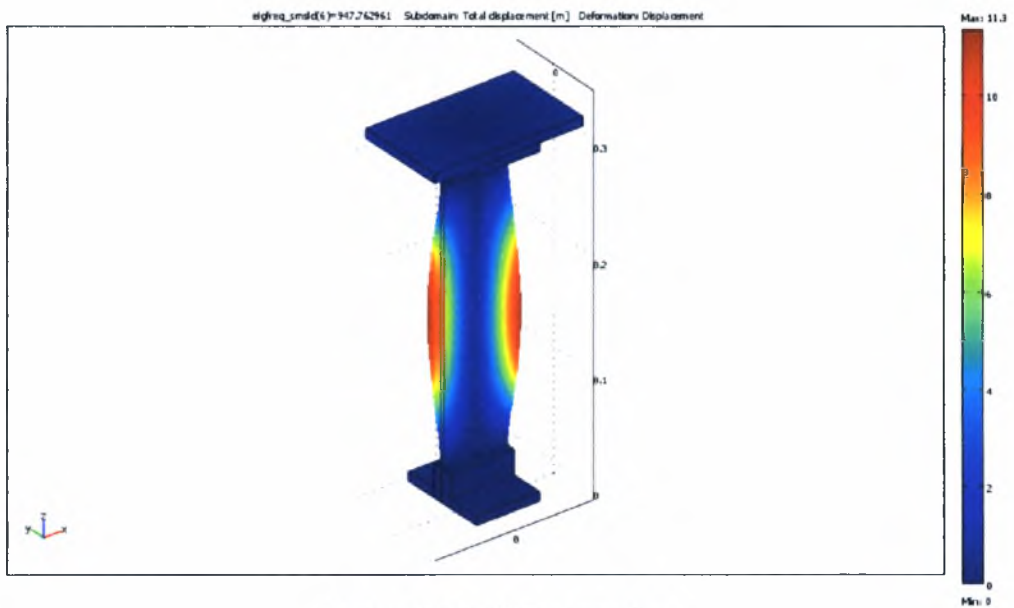
Σχήμα Γ1.3: 2^η Καμπτική y



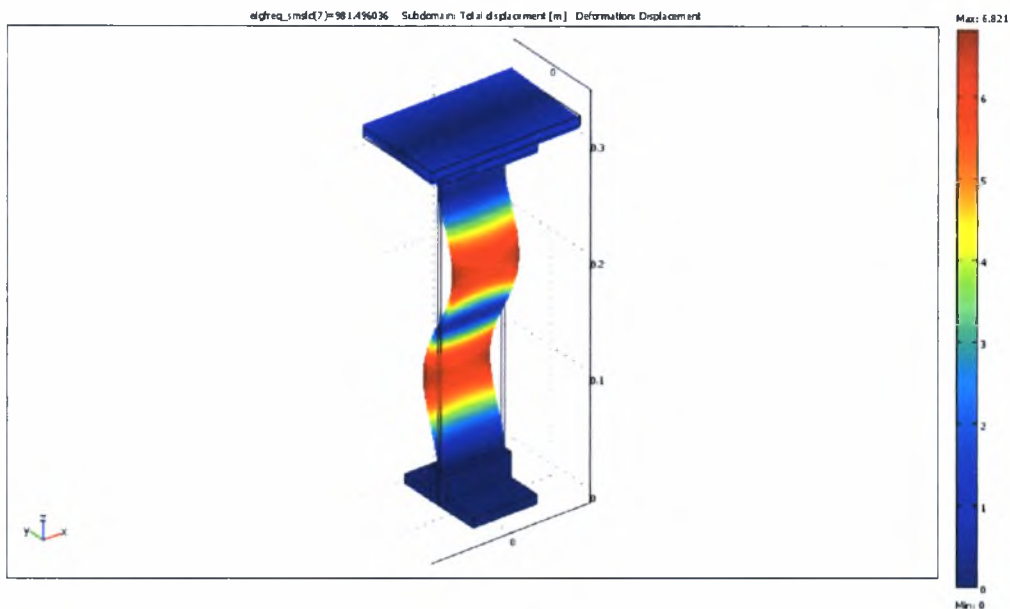
Σχήμα Γ1.4: 1^η Καμπτική x



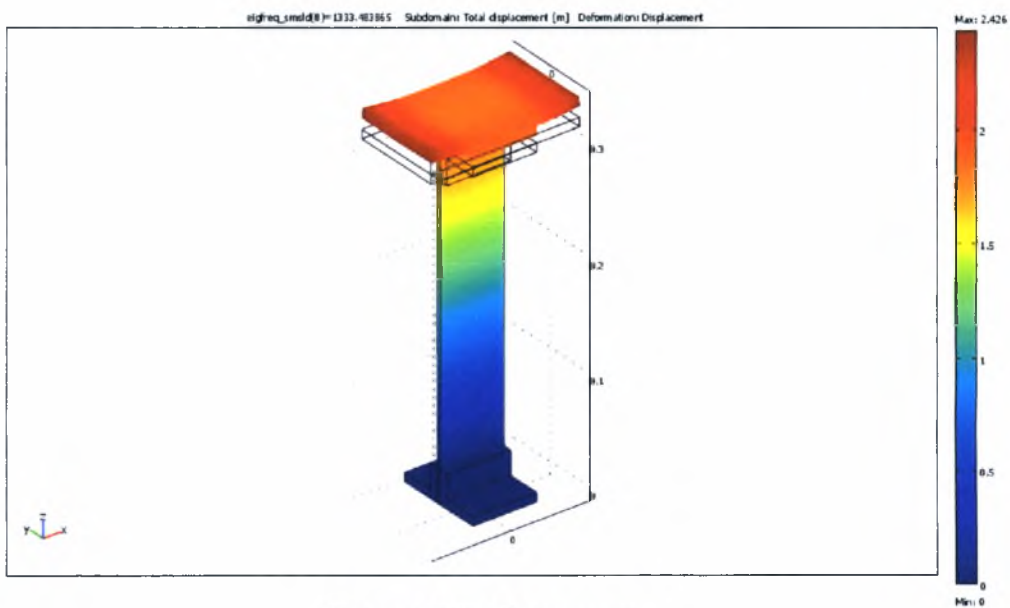
Σχήμα Γ1.5: 3^η Καμπτική y



Σχήμα Γ1.6: 2^η Στρεπτική z



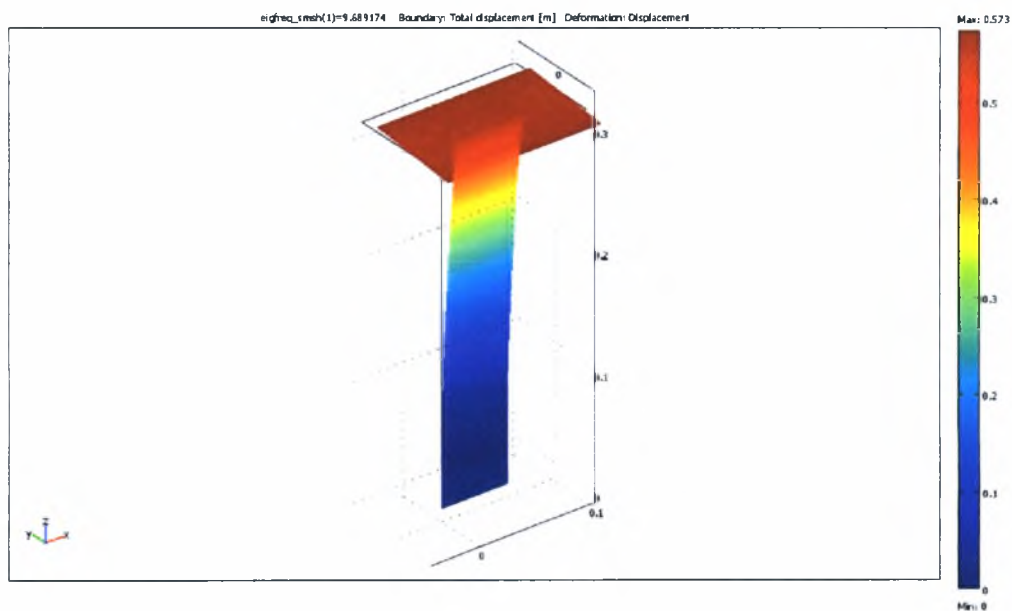
Σχήμα Γ1.7: 4^η Καμπτική y



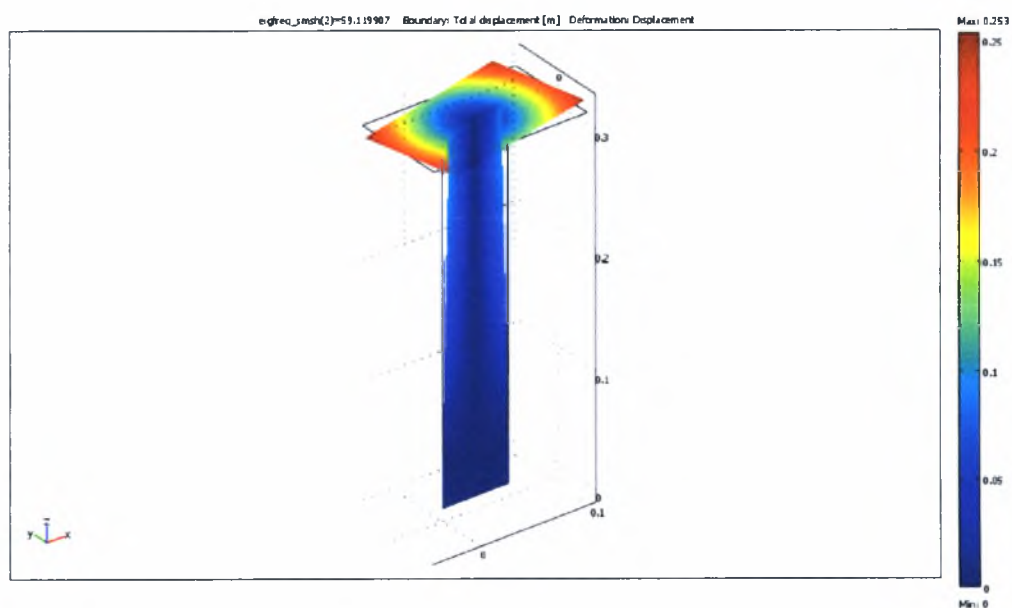
Σχήμα Γ1.8: 1^η Καμπτική z

Υποπαράρτημα Γ2 Μέθοδος Στοιχείων Κελύφους – Shell Elements

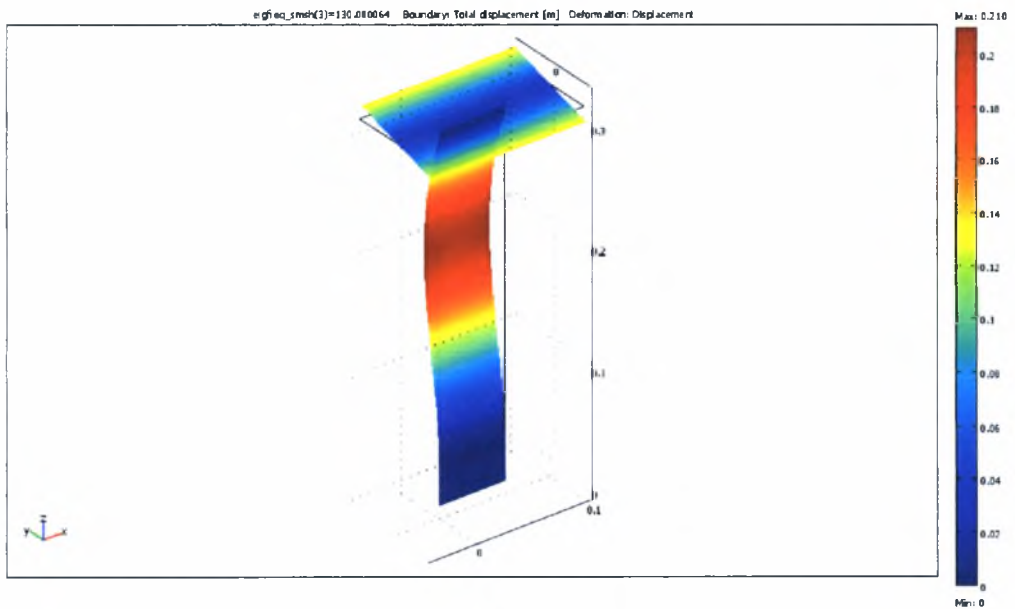
Σύστημα 1 ορόφου



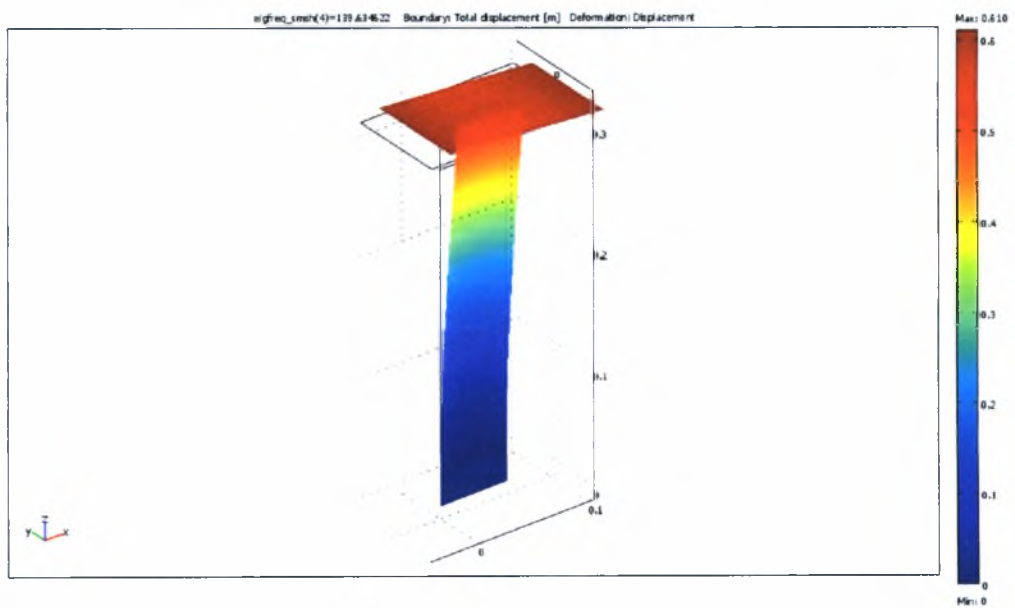
Σχήμα Γ2.1: 1^η Καμπτική y



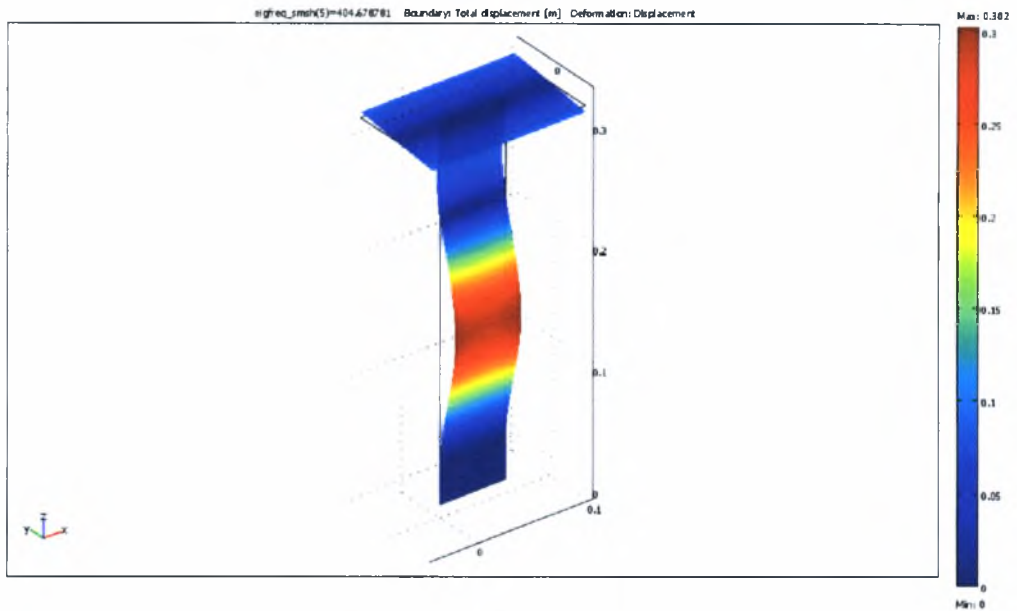
Σχήμα Γ2.2: 1^η Στρεπτική z



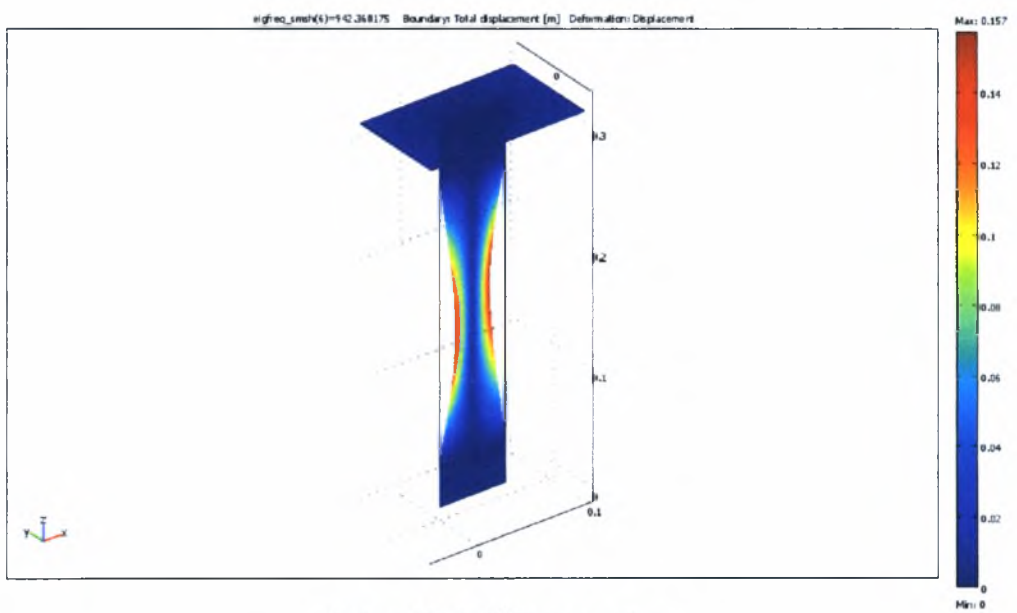
Σχήμα Γ2.3: 2^η Καμπτική γ



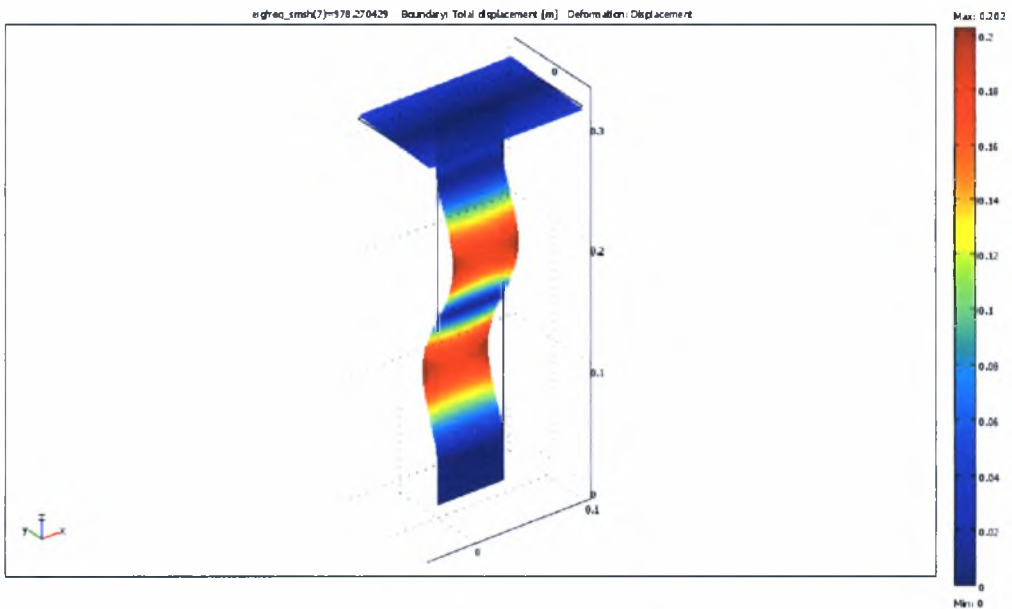
Σχήμα Γ2.4: 1^η Καμπτική γ



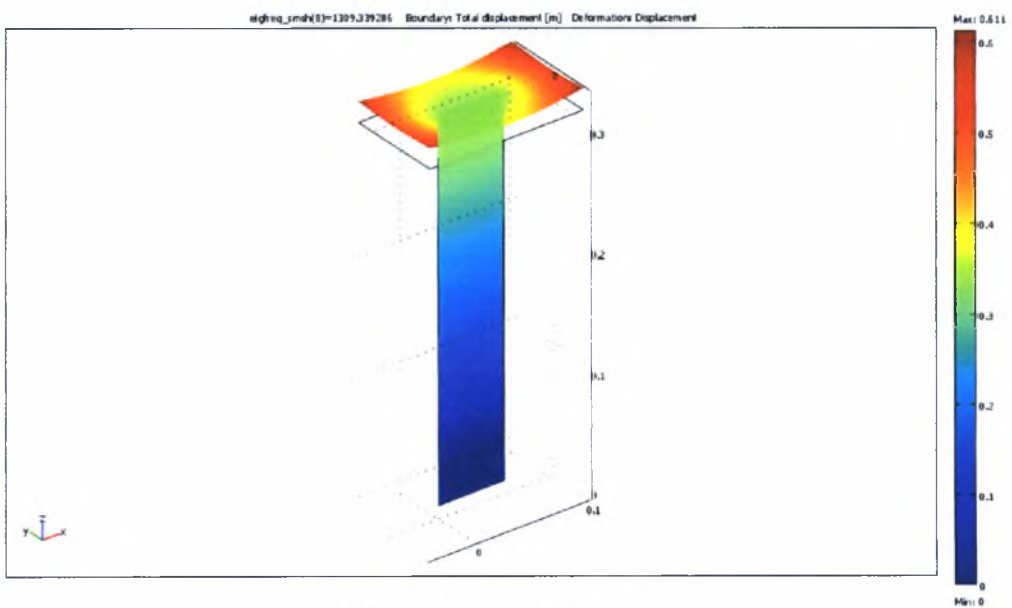
Σχήμα Γ2.5: 3^η Καμπτική y



Σχήμα Γ2.6: 2^η Στρεπτική z



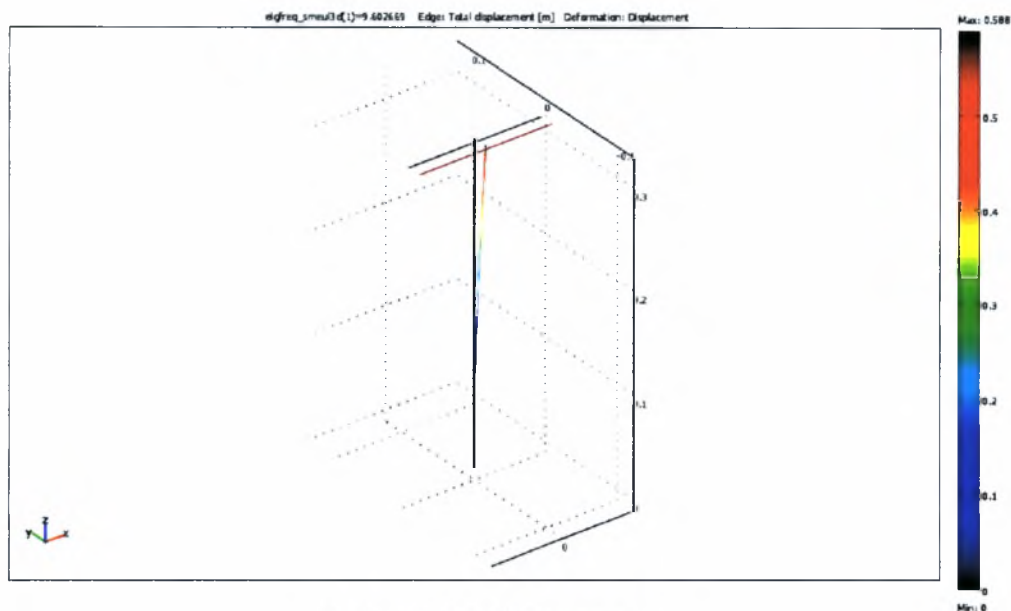
Σχήμα Γ2.7: 4^η Καμπτική y



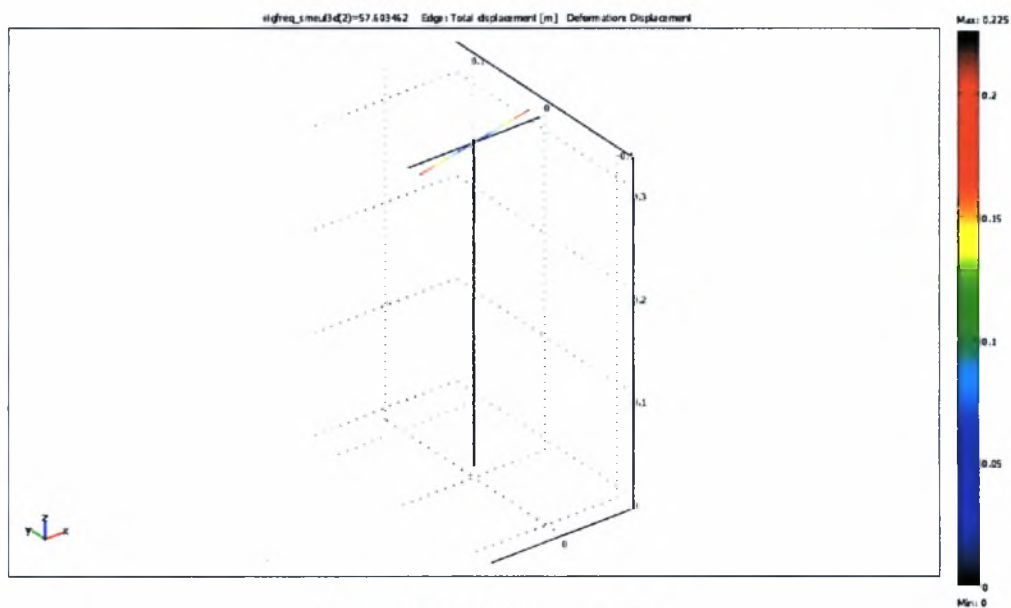
Σχήμα Γ2.8: 1^η Καμπτική z

Υποπαράρτημα Γ3 Μέθοδος Στοιχείων δοκών κατά Euler – 3D Euler Beam

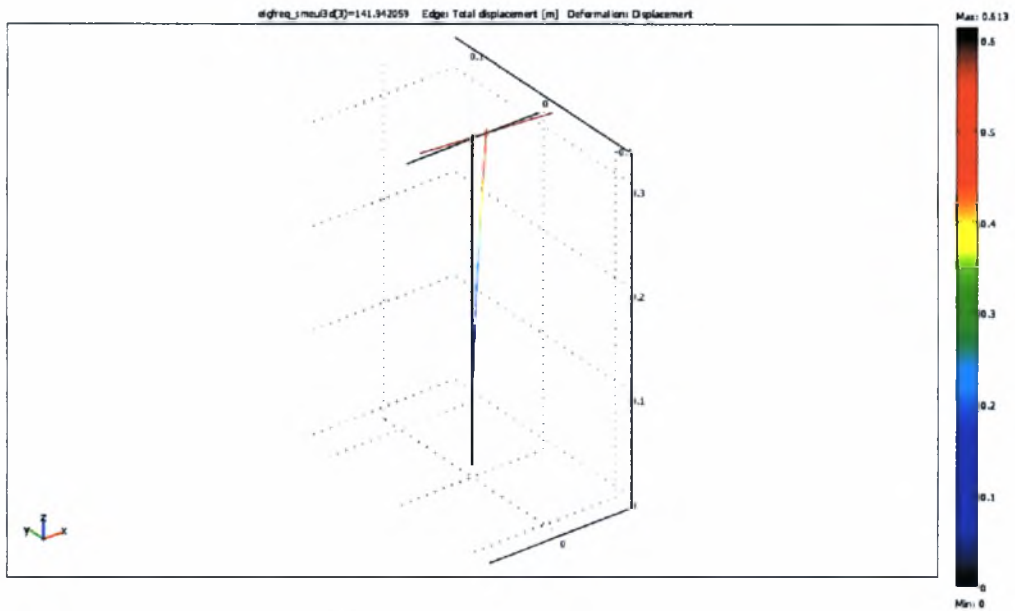
Σύστημα 1 ορόφου



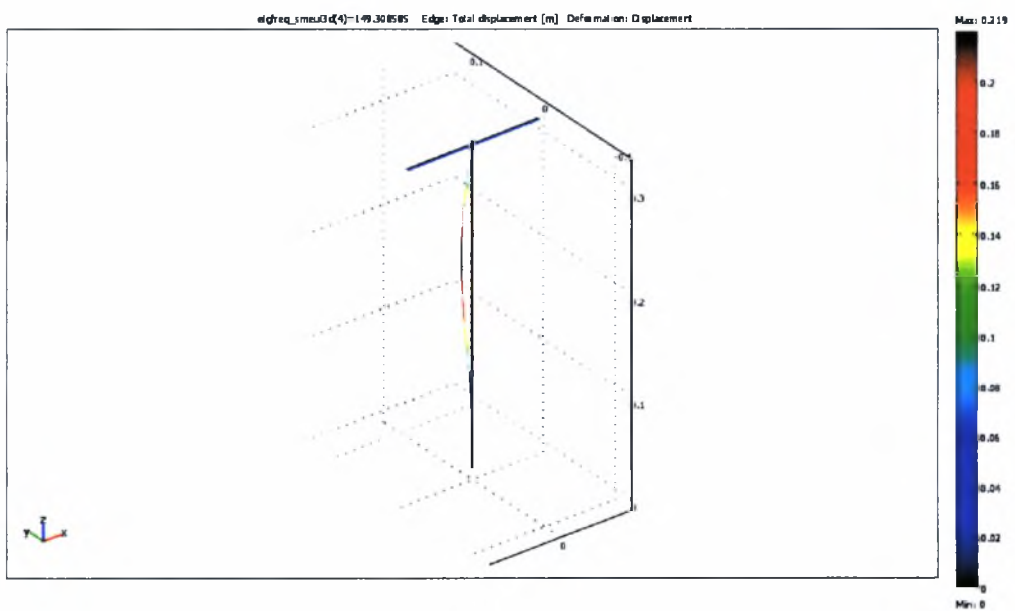
Σχήμα Γ3.1: 1^η Καμπτική y



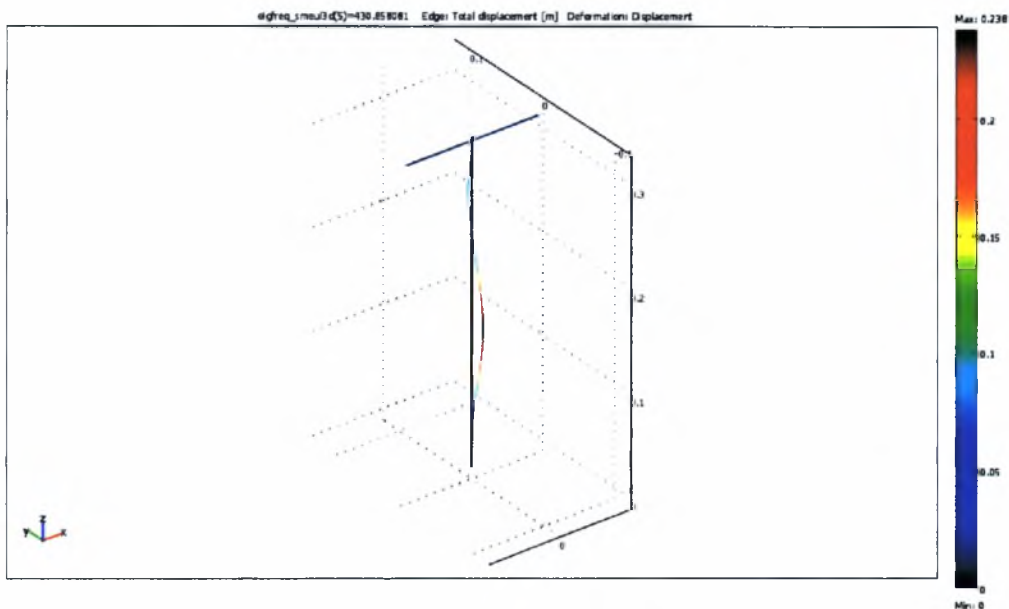
Σχήμα Γ3.2: 1^η Στρεπτική z



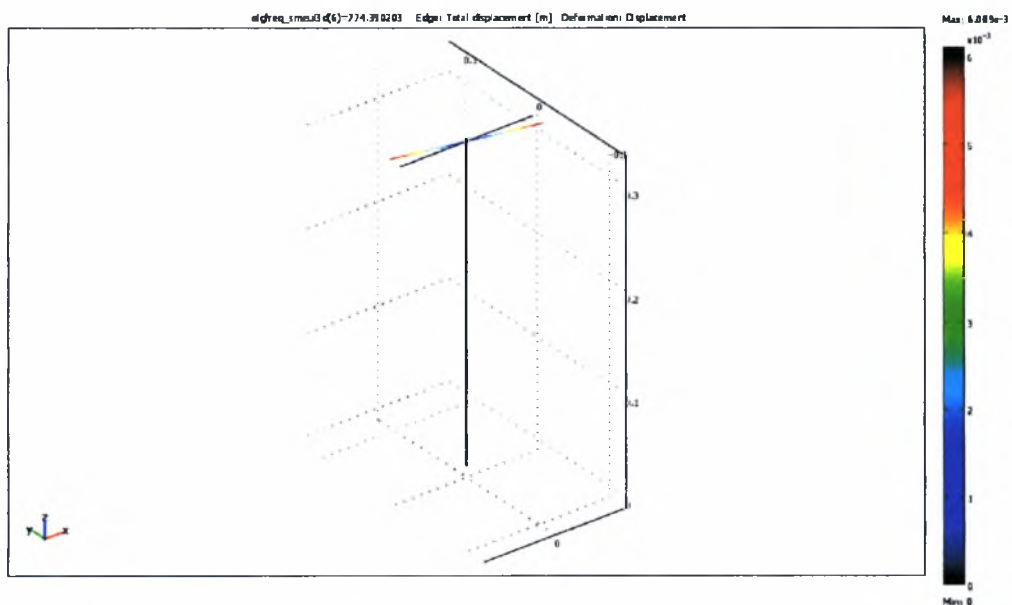
Σχήμα Γ3.3: 1^η Καμπτική x



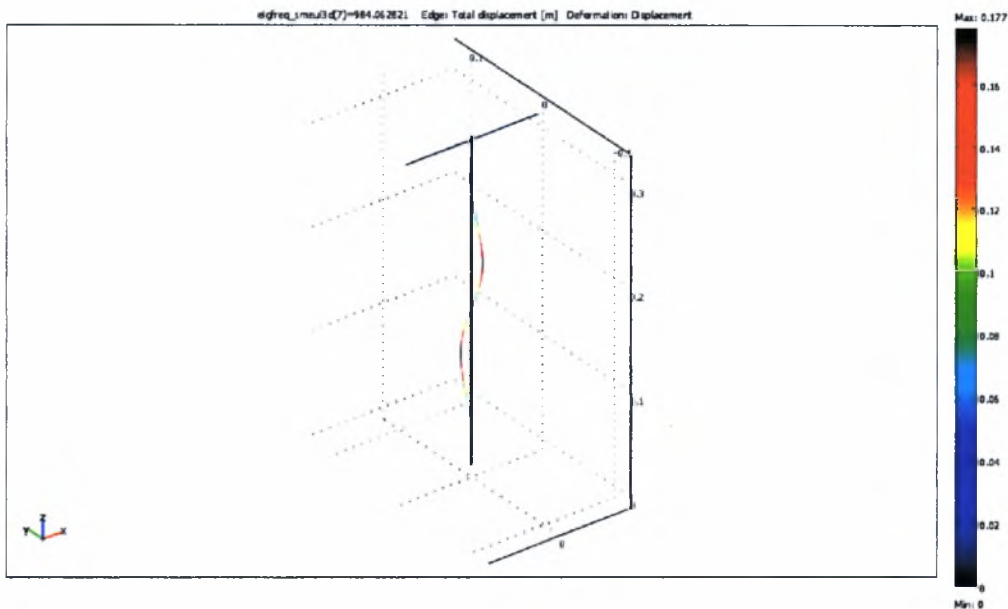
Σχήμα Γ3.4: 2^η Καμπτική y



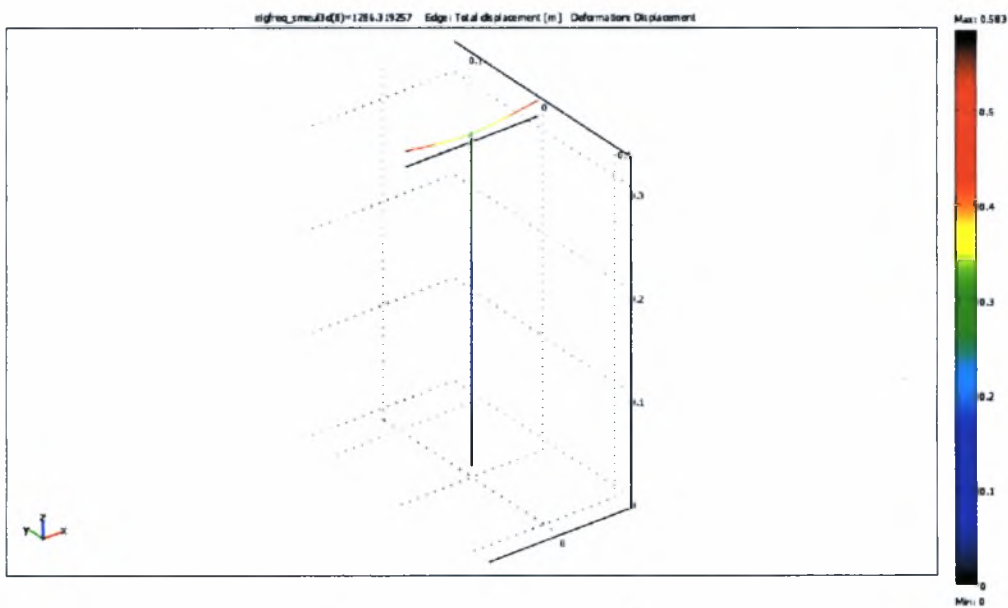
Σχήμα Γ3.5: 3^η Καμπτική y



Σχήμα Γ3.6: 2^η Στρεπτική z



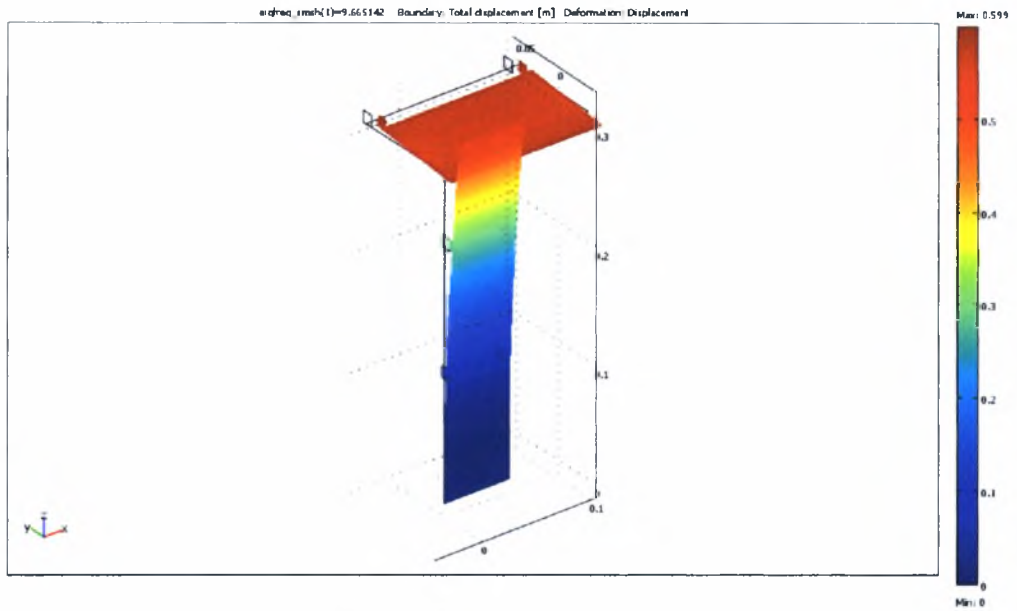
Σχήμα Γ3.7: 4^η Καμπτική y



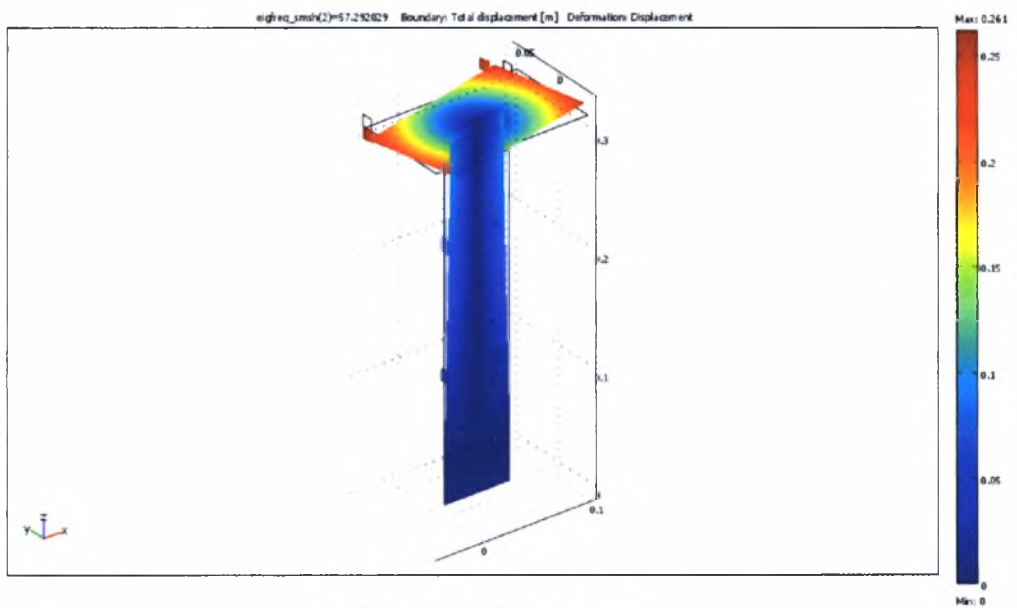
Σχήμα Γ3.8: 1^η Καμπτική z

Υποπαράρτημα Γ4 Τελικές Ιδιομορφικές Λύσεις – Shell Elements

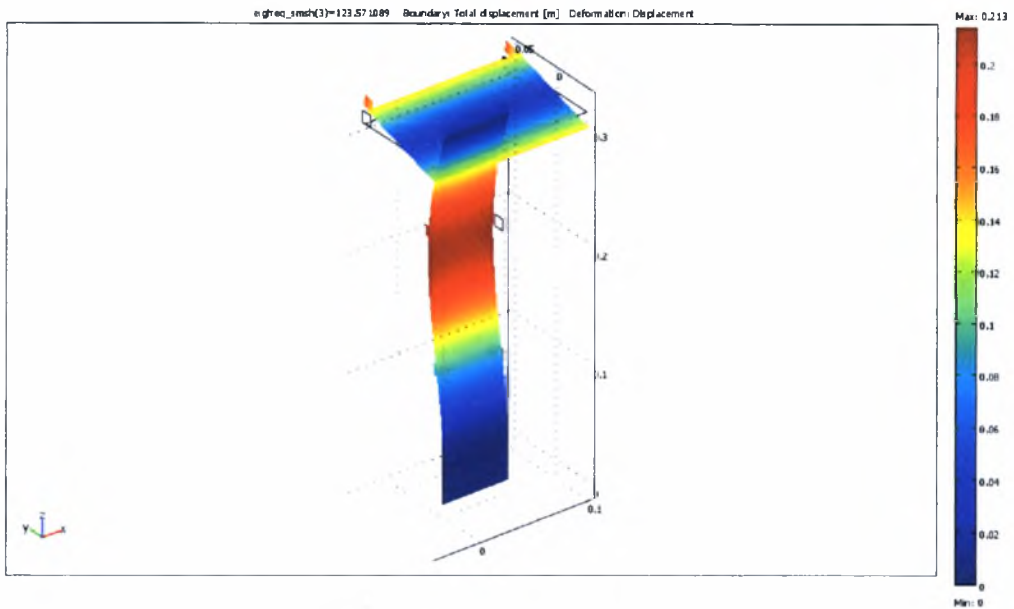
Σύστημα 1 ορόφου



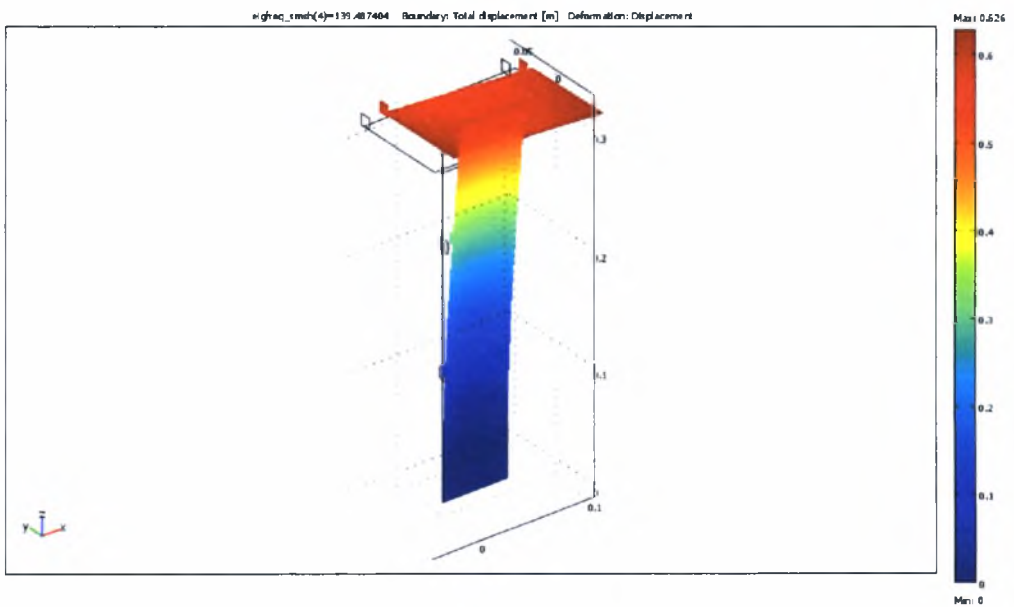
Σχήμα Γ4.1: 1^η Καμπτική y



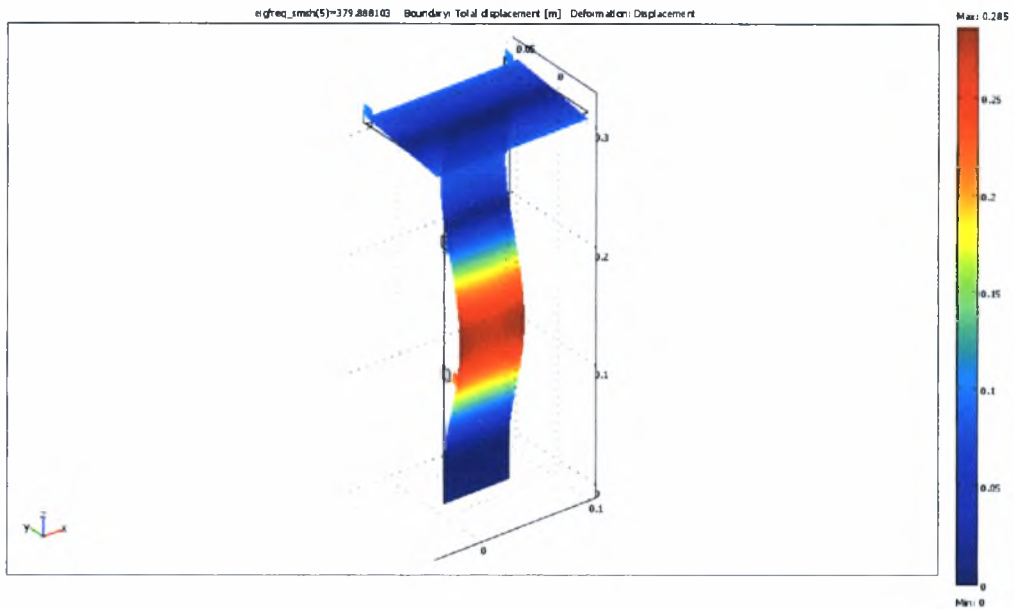
Σχήμα Γ4.2: 1^η Στρεπτική z



Σχήμα Γ4.3: 2^η Καμπτική y

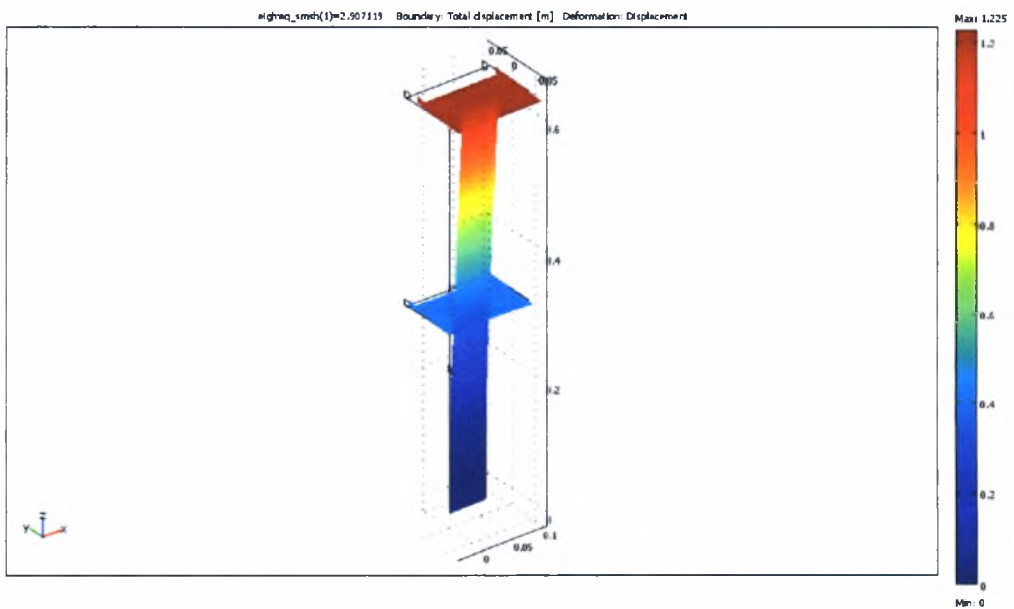


Σχήμα Γ4.4: 1^η Καμπτική x

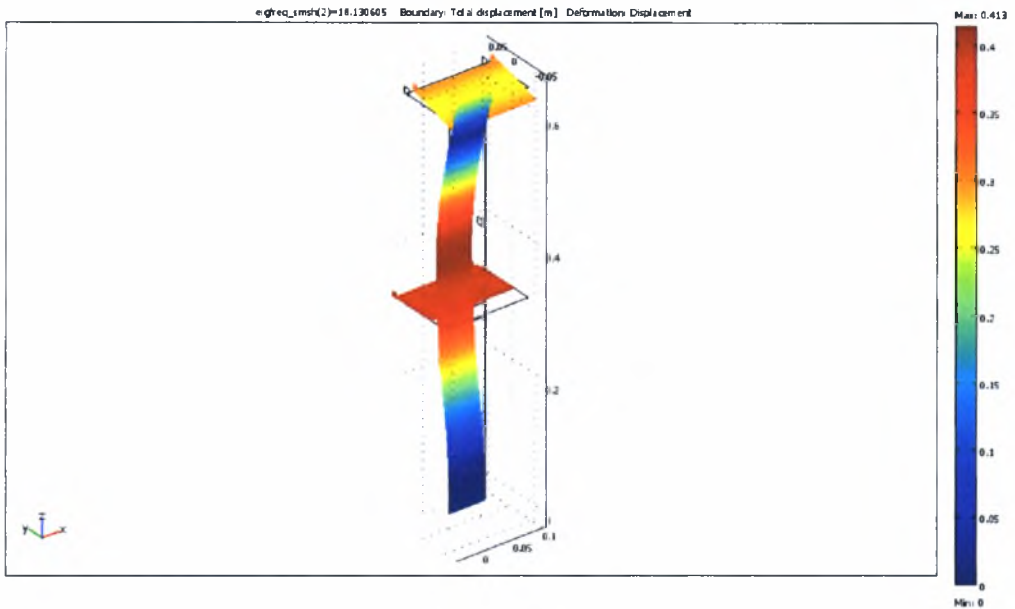


Σχήμα Γ4.5: 3^η Καμπτική y

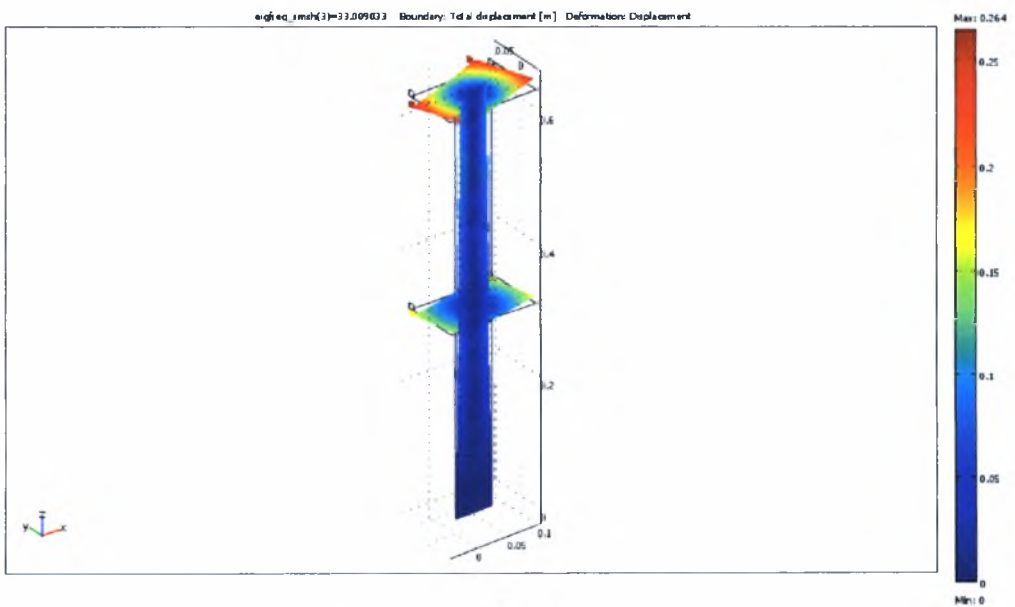
Σύστημα 2 ορόφων



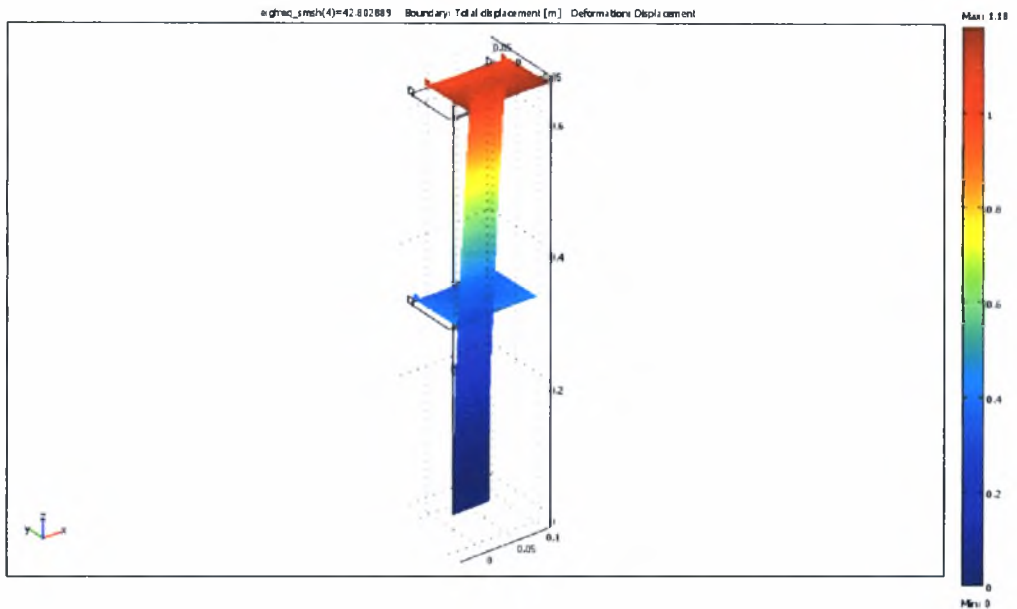
Σχήμα Γ4.6: 1^η Καμπτική y



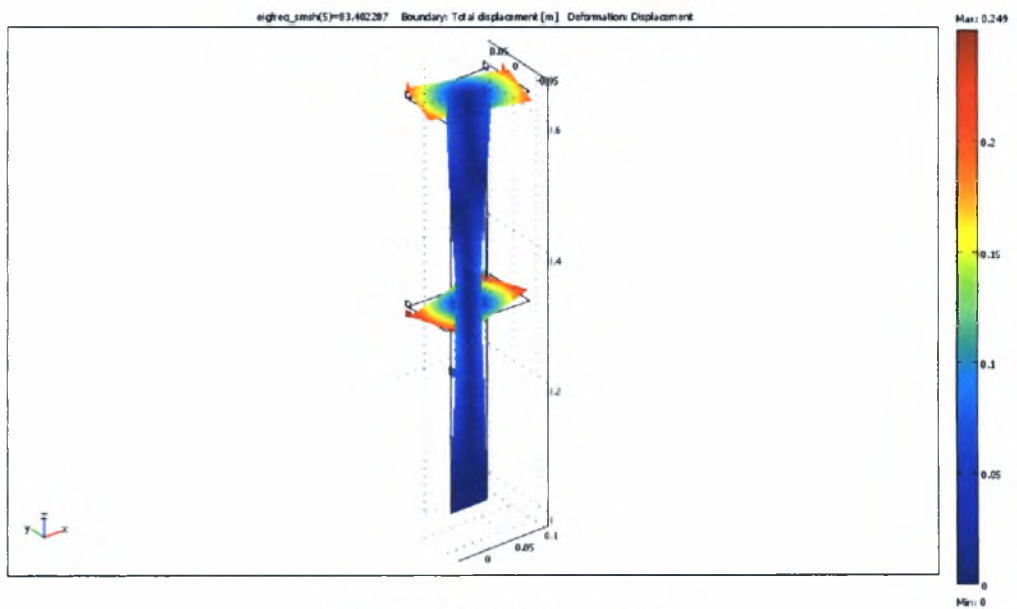
Σχήμα Γ4.7: 2^η Καμπτική y



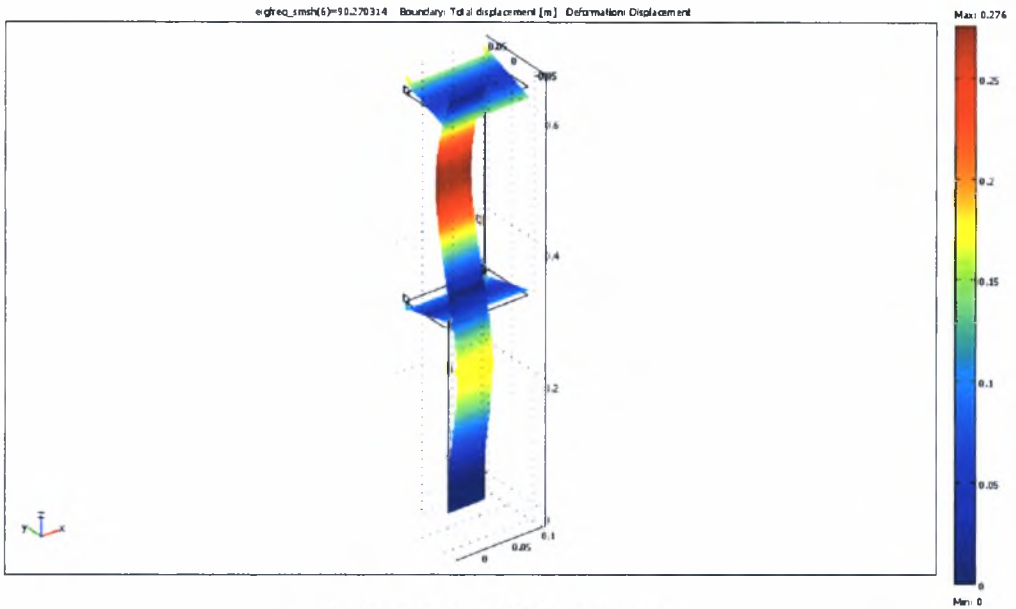
Σχήμα Γ4.8: 1^η Στρεπτική z



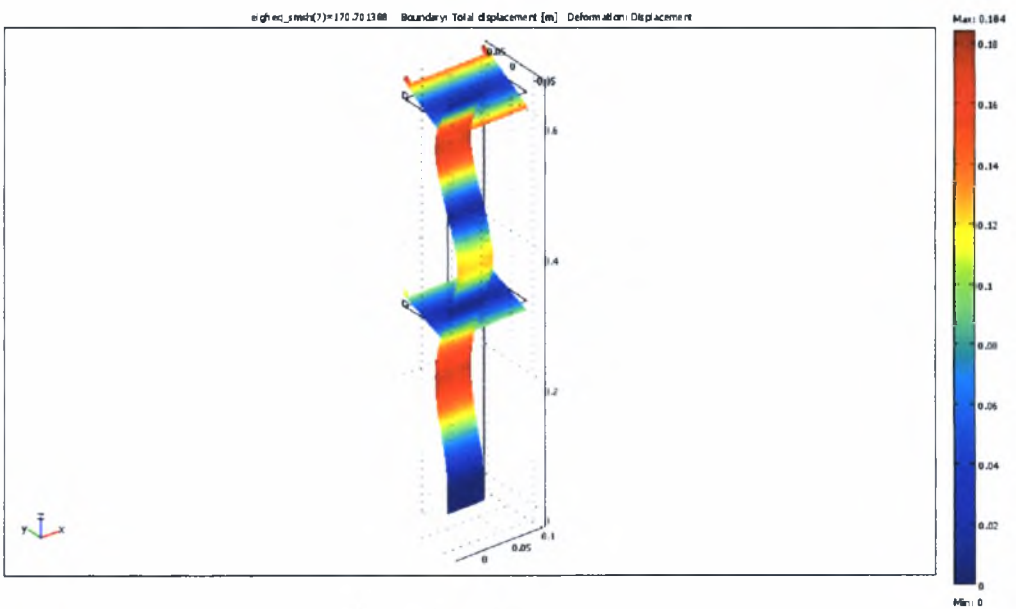
Σχήμα Γ4.9: 1^η Καμπτική x



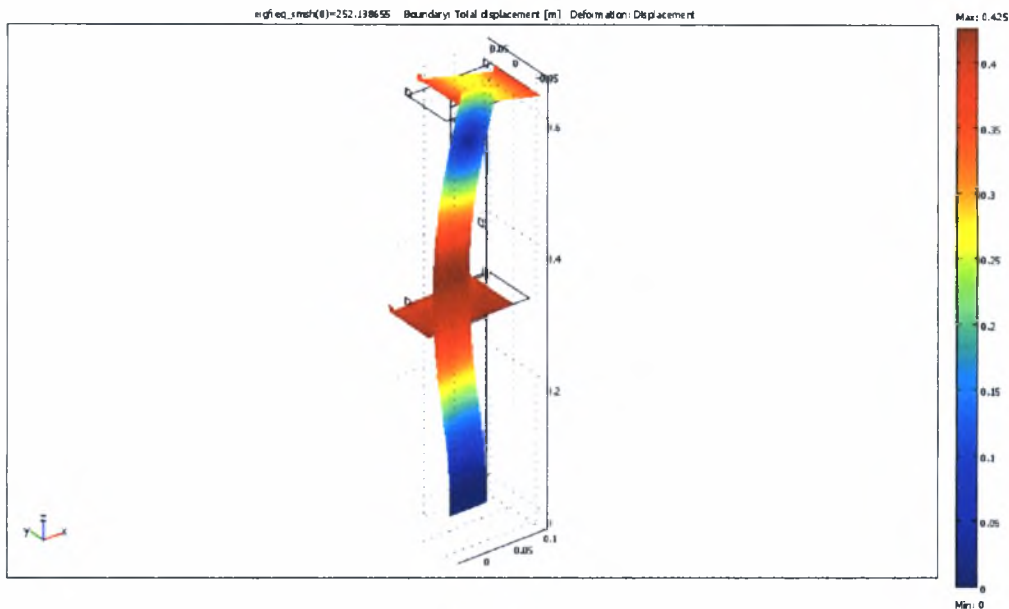
Σχήμα Γ4.10: 2^η Στρεπτική z



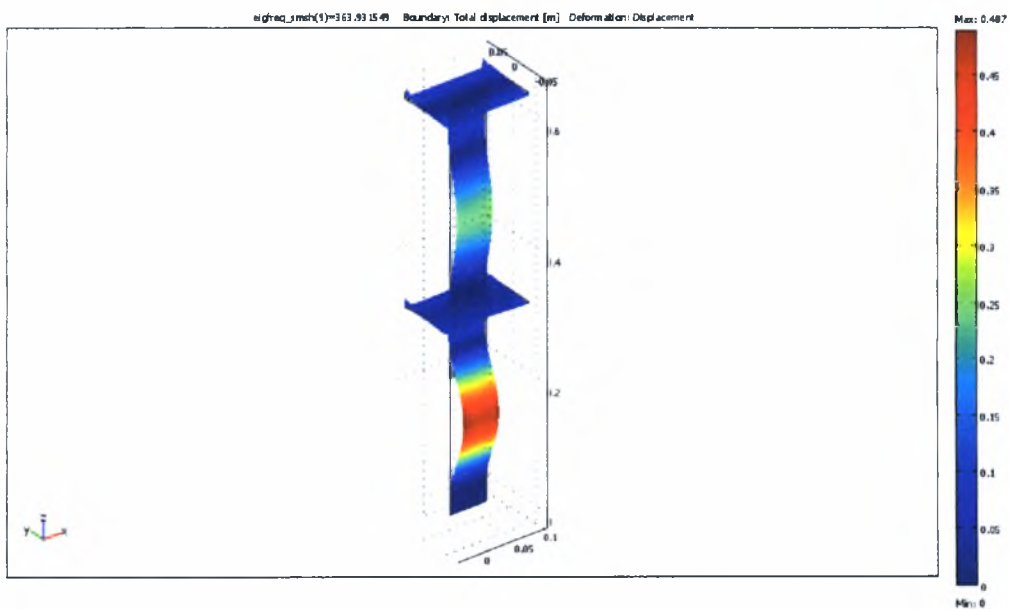
Σχήμα Γ4.11: 3^η Καμπτική γ



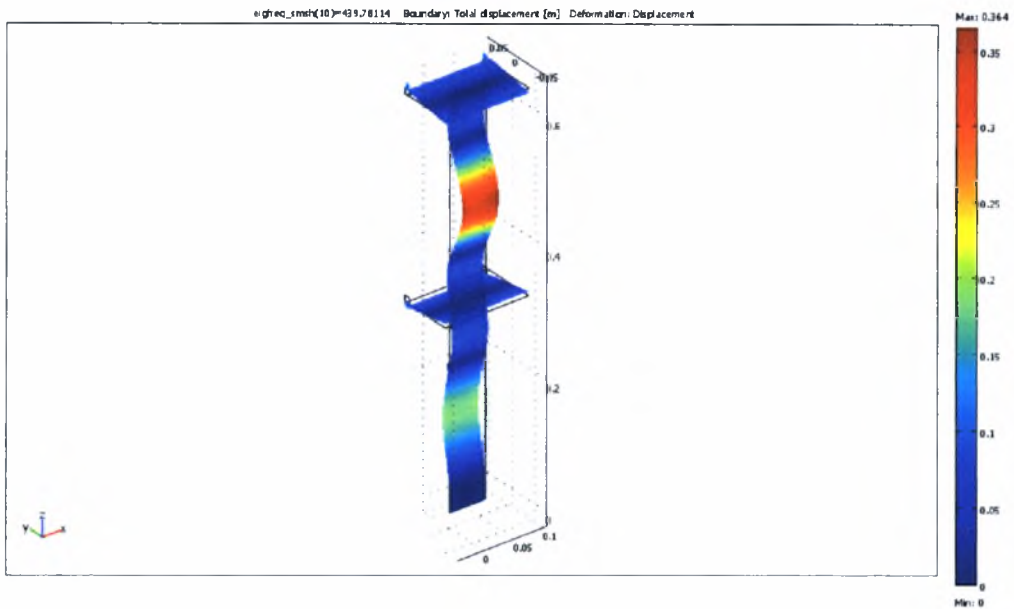
Σχήμα Γ4.12: 4^η Καμπτική γ



Σχήμα Γ4.13: 2^η Καμπτική x

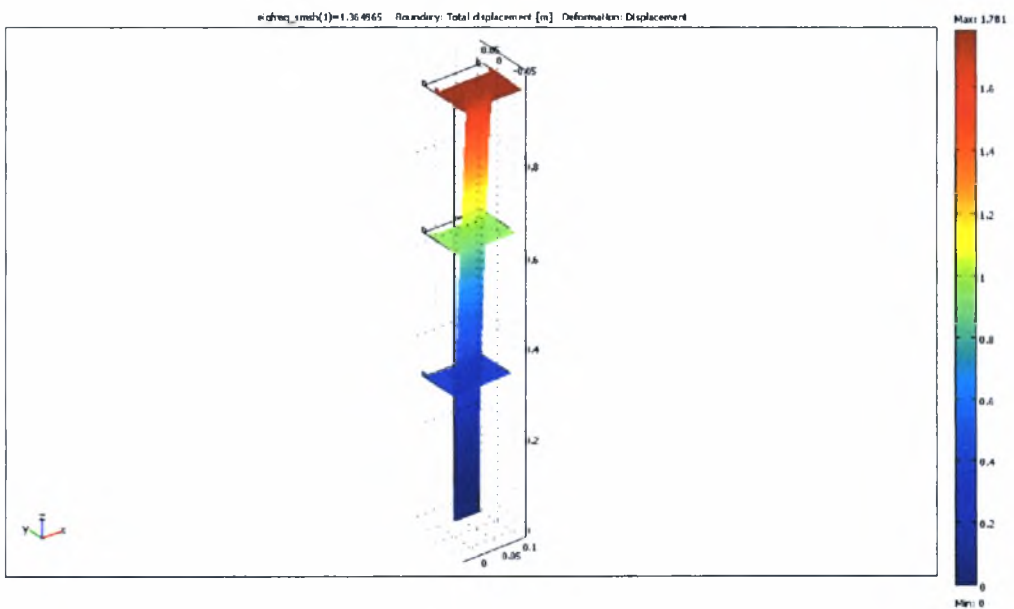


Σχήμα Γ4.14: 5^η Καμπτική y

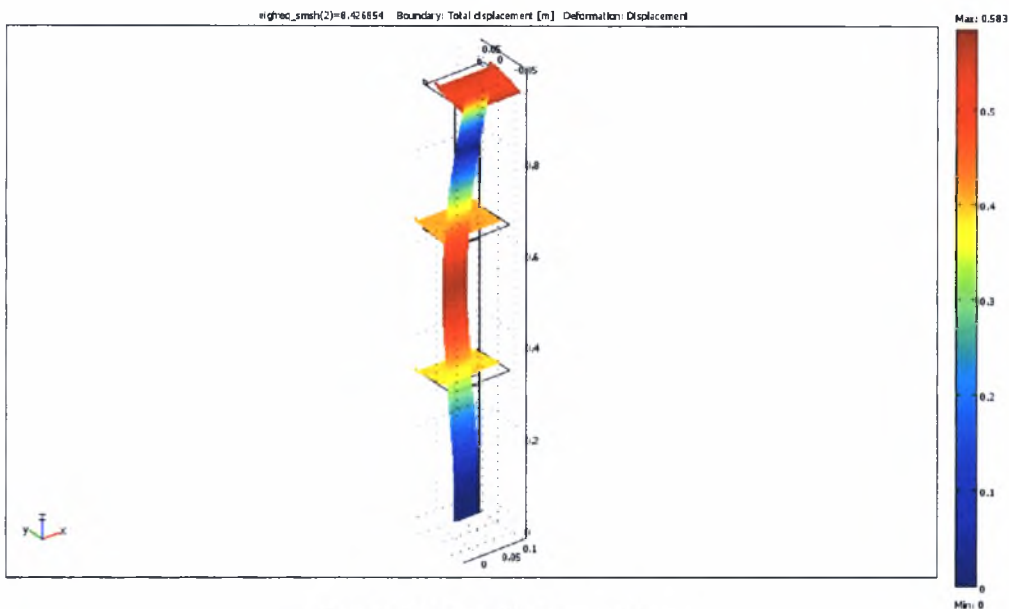


Σχήμα Γ4.15: 6^η Καμπτική γ

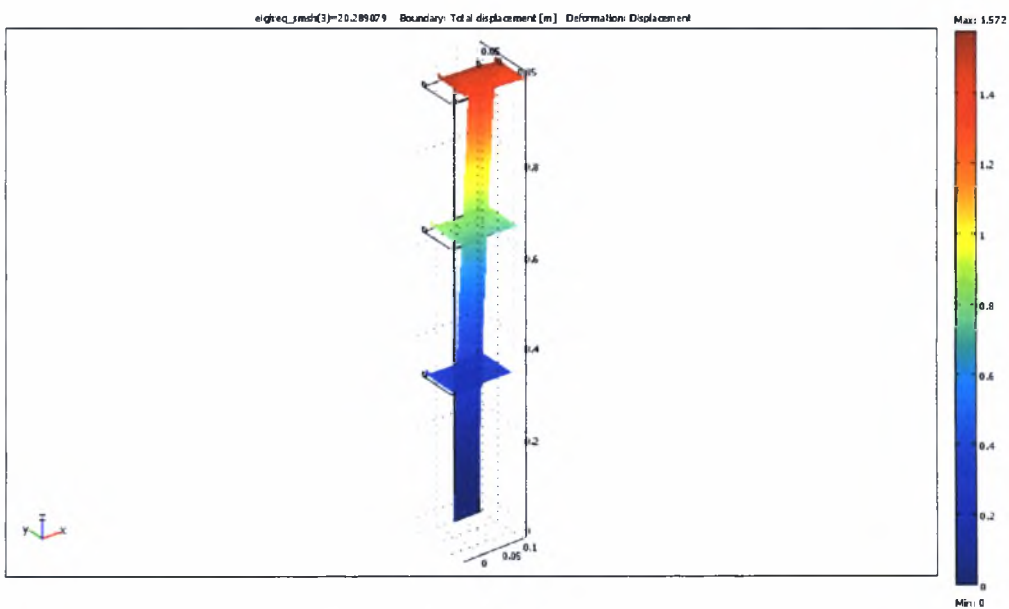
Σύστημα 3 ορόφων



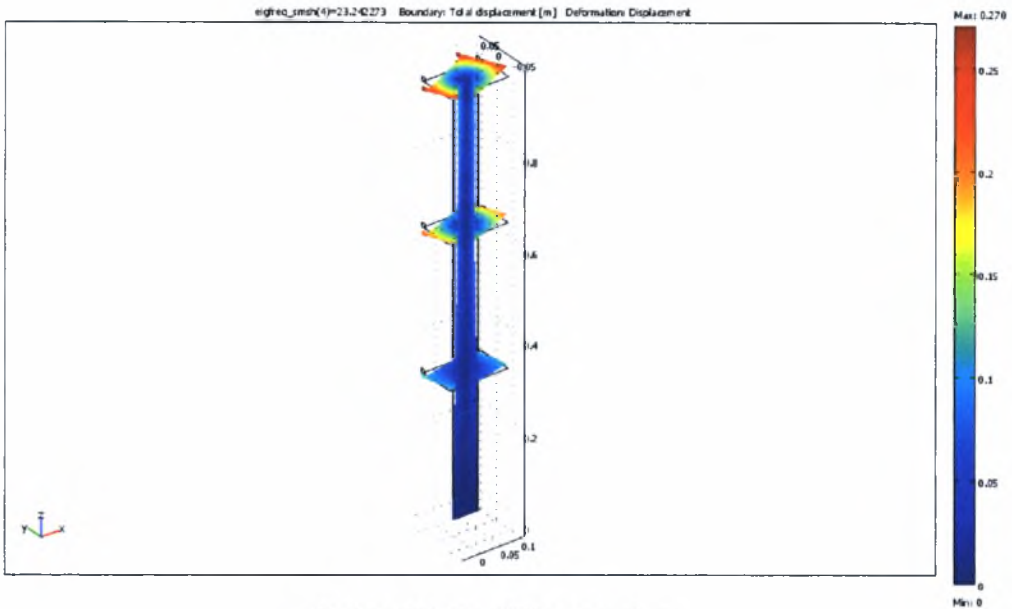
Σχήμα Γ4.15: 1^η Καμπτική γ



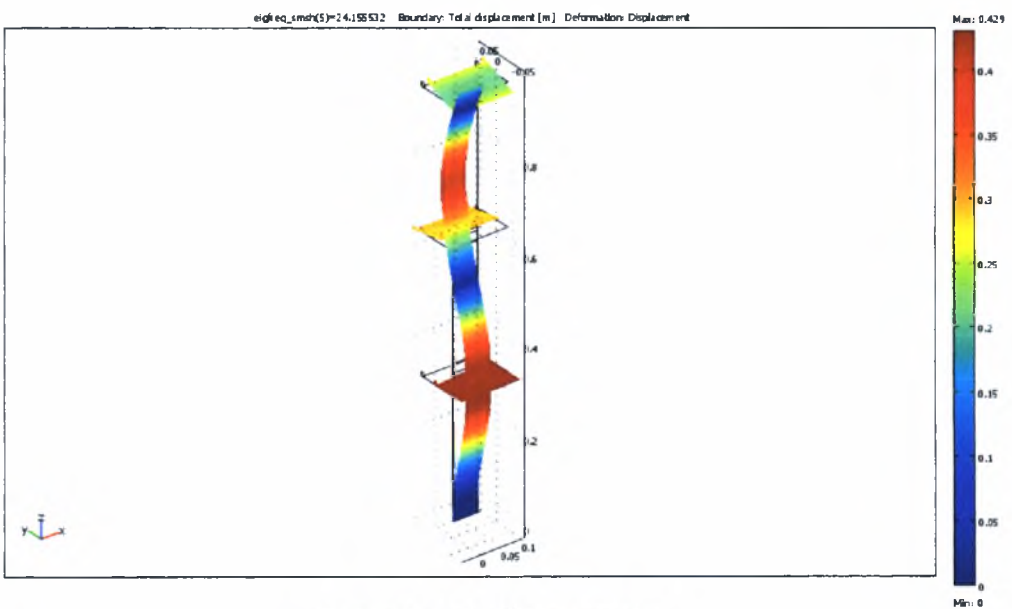
Σχήμα Γ4.16: 2^η Καμπτική y



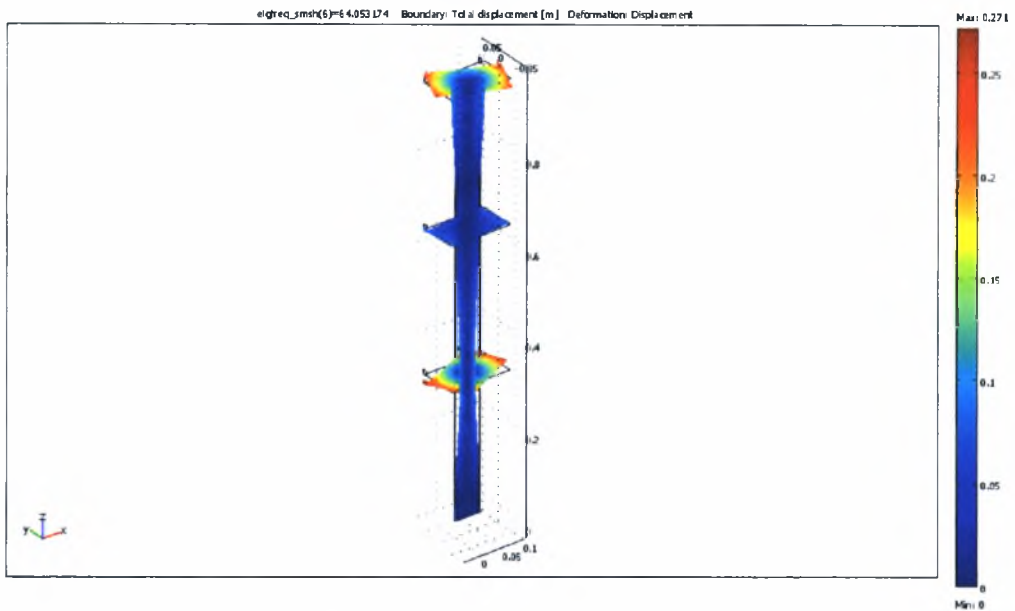
Σχήμα Γ4.17: 1^η Καμπτική x



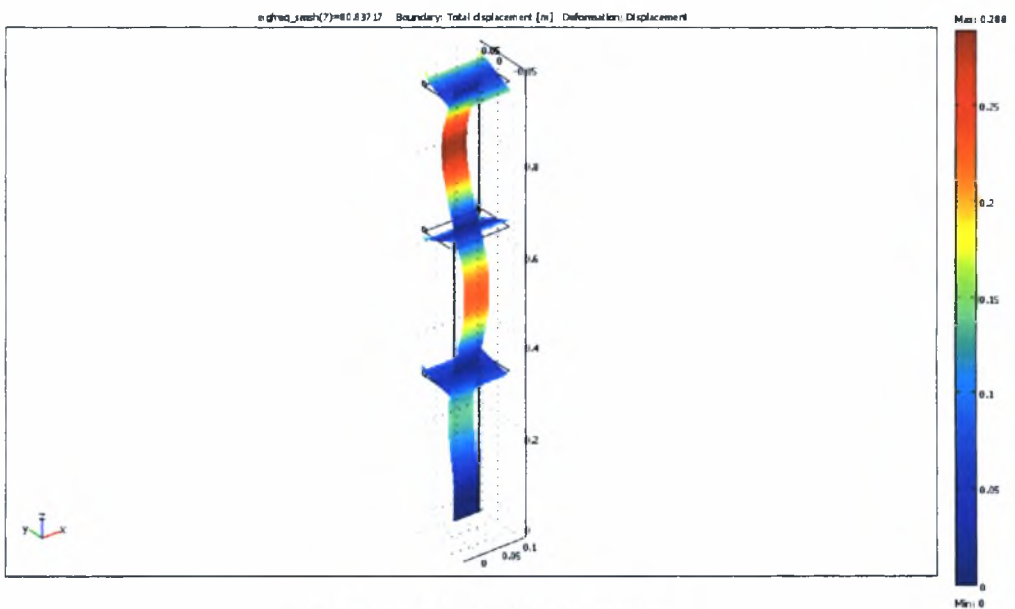
Σχήμα Γ4.18: 1^η Στρεπτική z



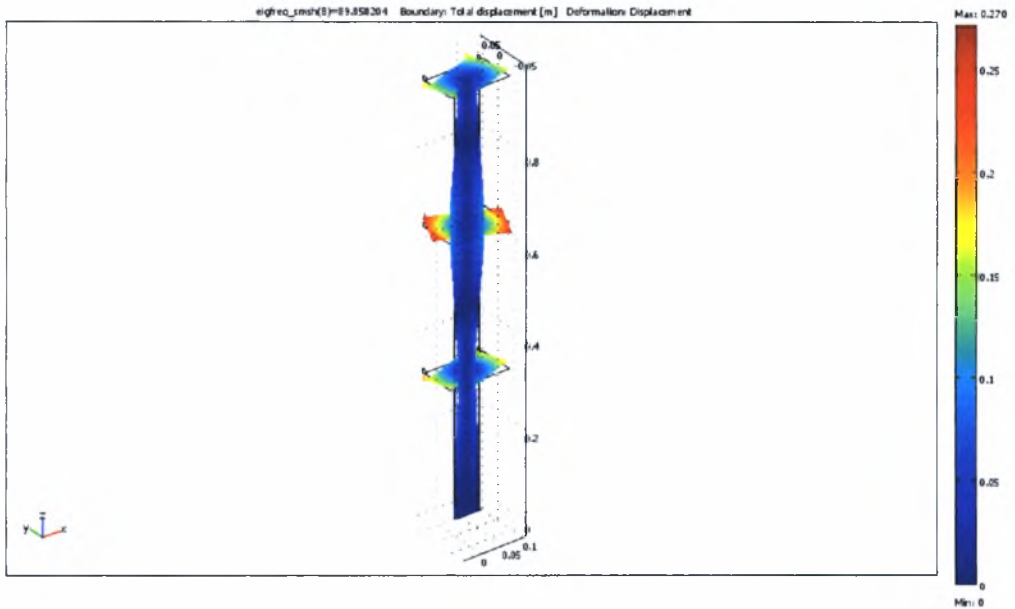
Σχήμα Γ4.19: 3^η Καμπτική y



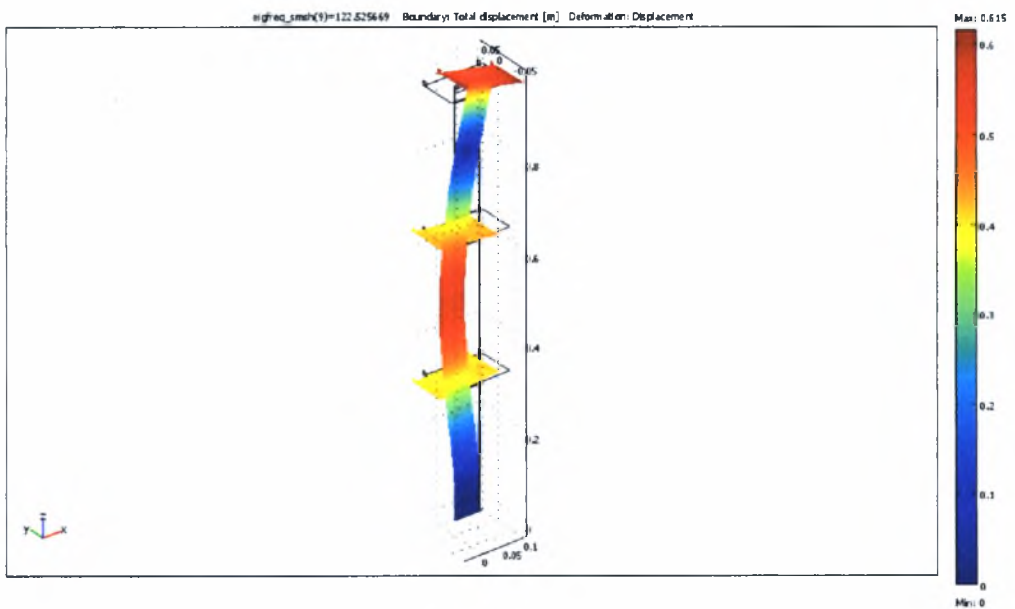
Σχήμα Γ4.20: 2^η Στρεπτική z



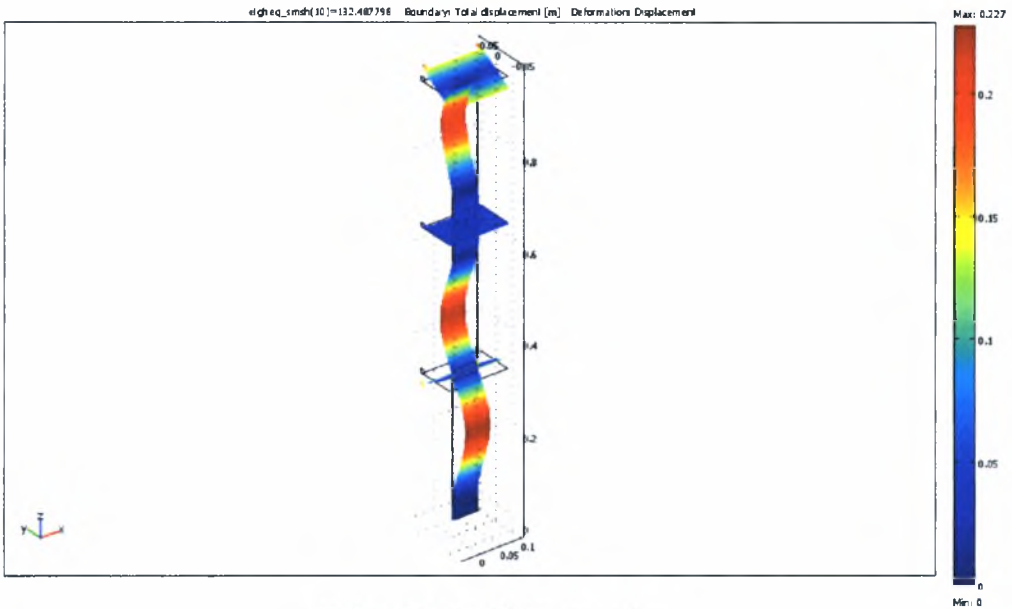
Σχήμα Γ4.21: 4^η Καμπτική y



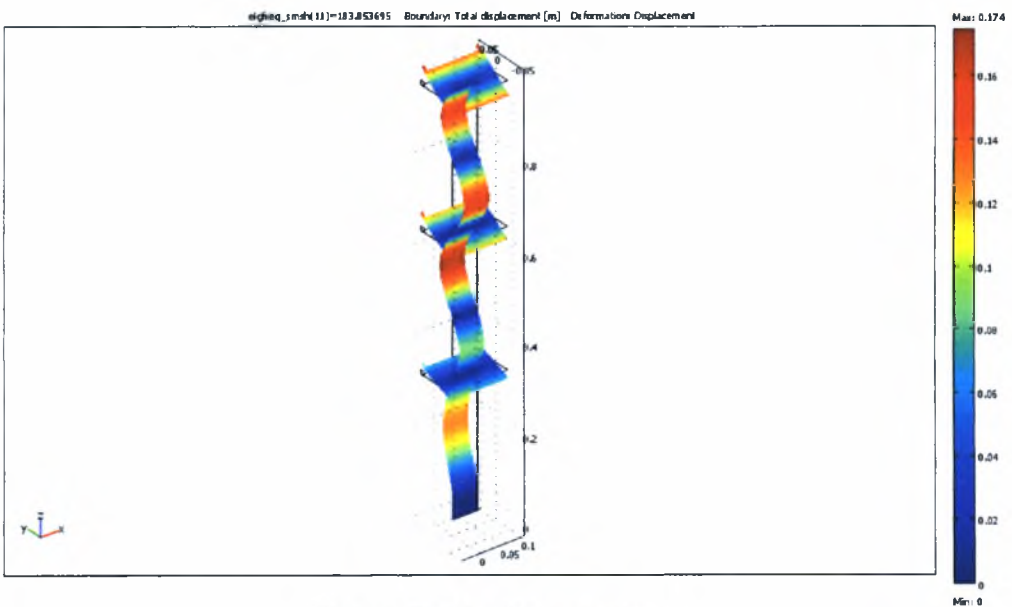
Σχήμα Γ4.22: 3^η Στρεπτική z



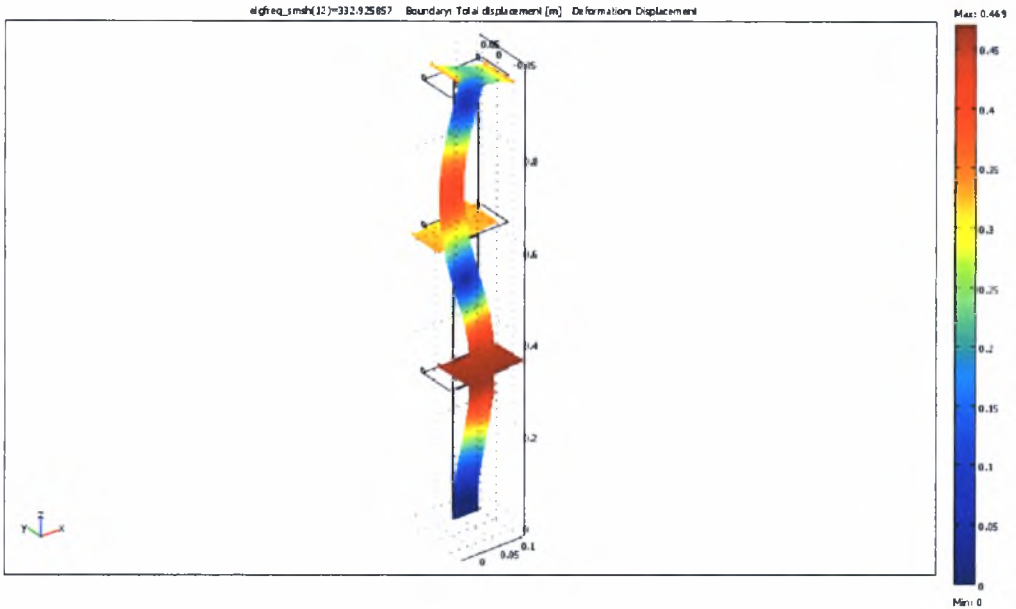
Σχήμα Γ4.23: 2^η Καμπτική x



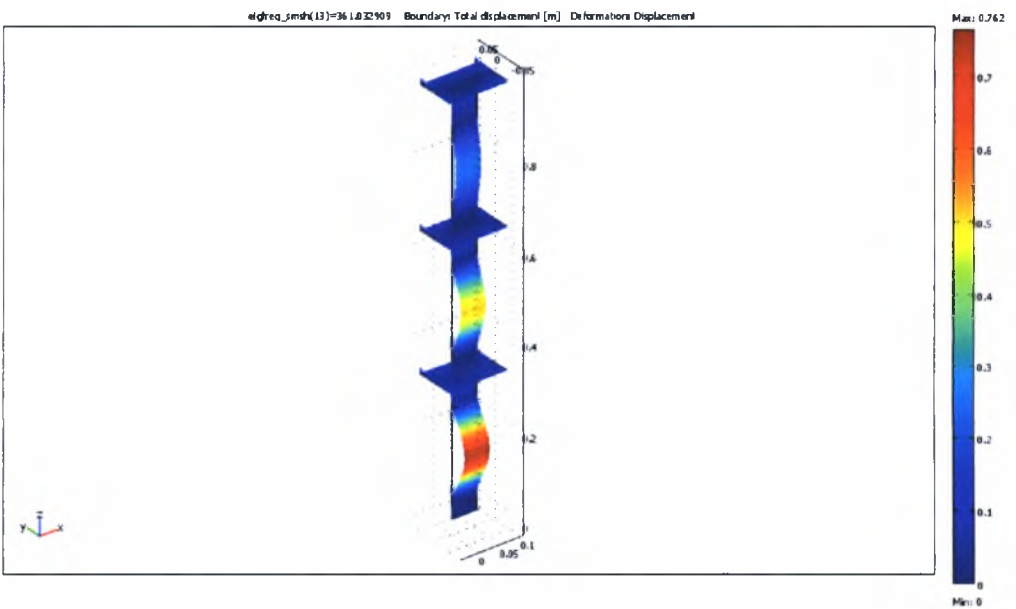
Σχήμα Γ4.24: 5^η Καμπτική γ



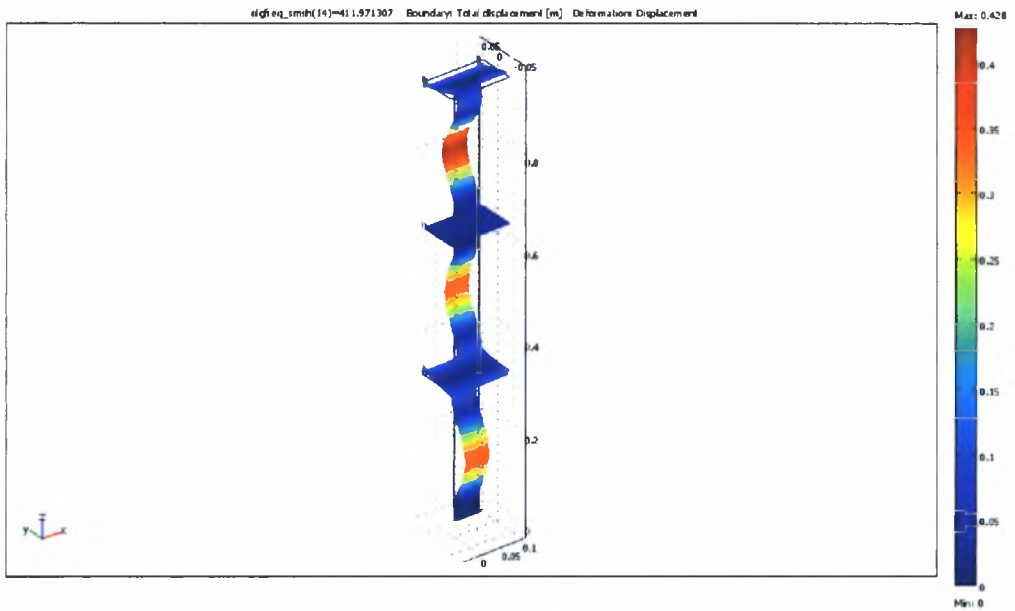
Σχήμα Γ4.25: 6^η Καμπτική γ



Σχήμα Γ4.26: 3^η Καμπτική x



Σχήμα Γ4.27: 7^η Καμπτική y

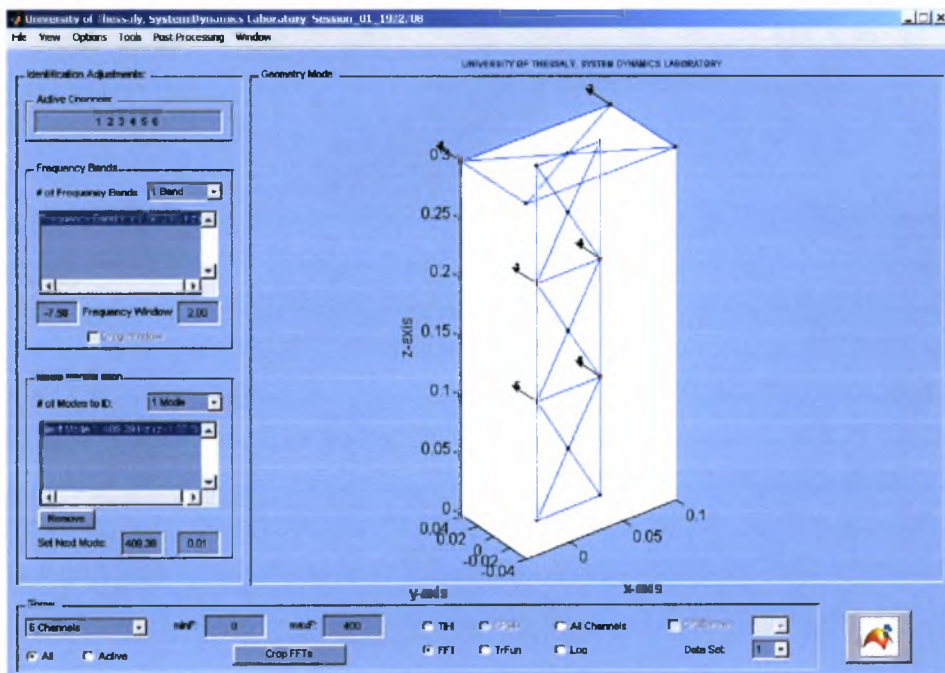


Σχήμα Γ4.28: 8^η Καμπτική γ

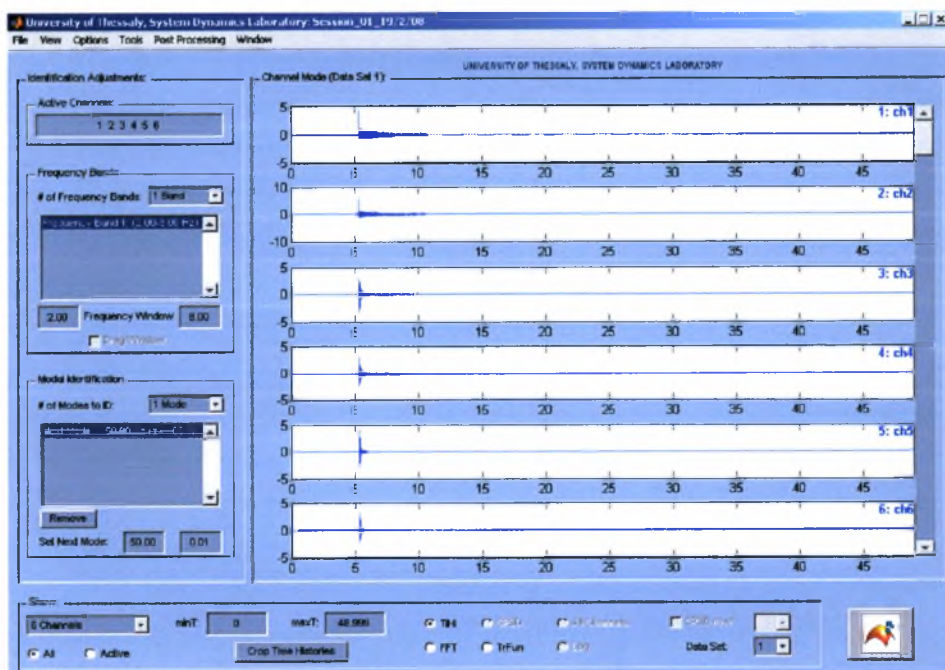
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ Ιδιομορφική ανάλυση πειραματικών μετρήσεων

Υποπαράρτημα Δ1 Διαδικασία Ιδιομορφικής Ανάλυσης

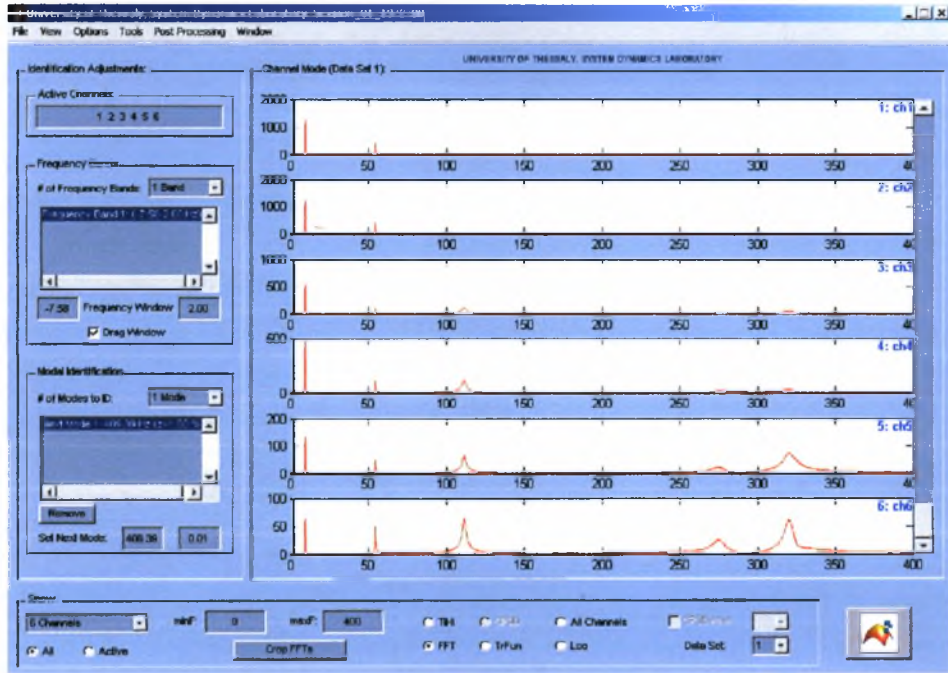
Σύστημα 1 ορόφου



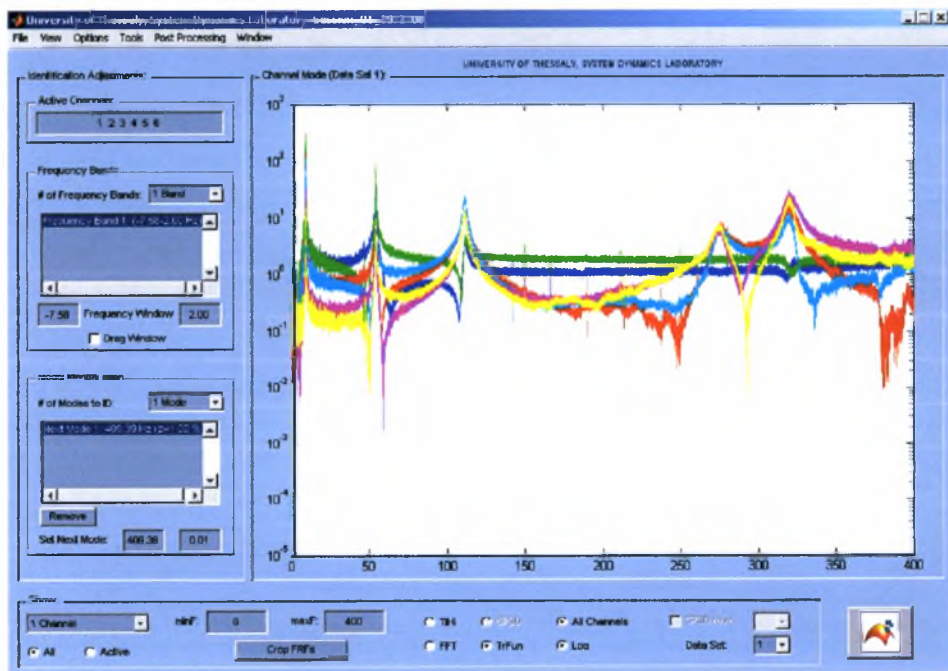
Σχήμα Δ1.1



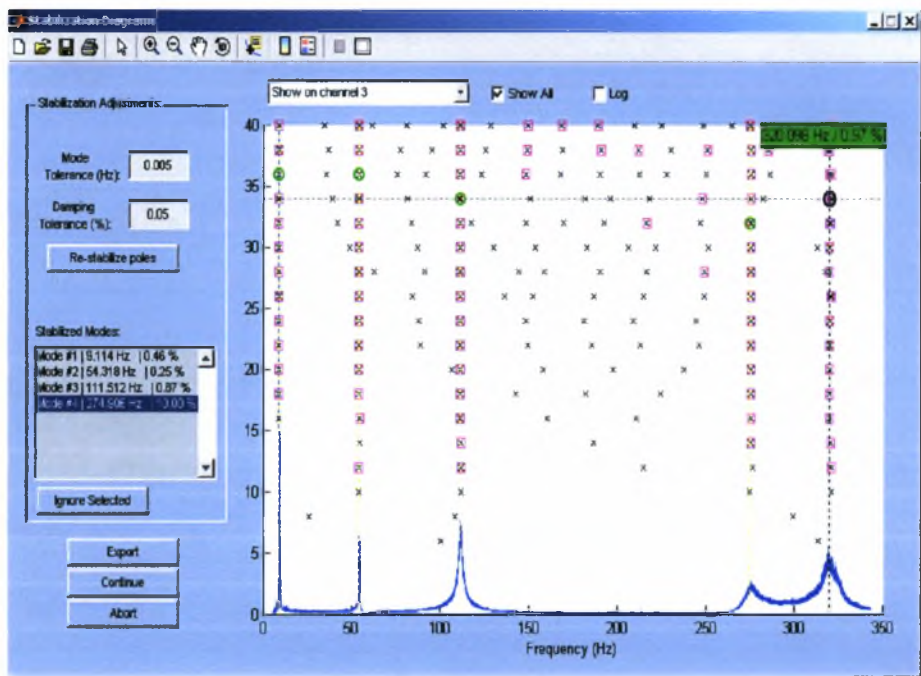
Σχήμα Δ1.2



Σχήμα Δ1.3

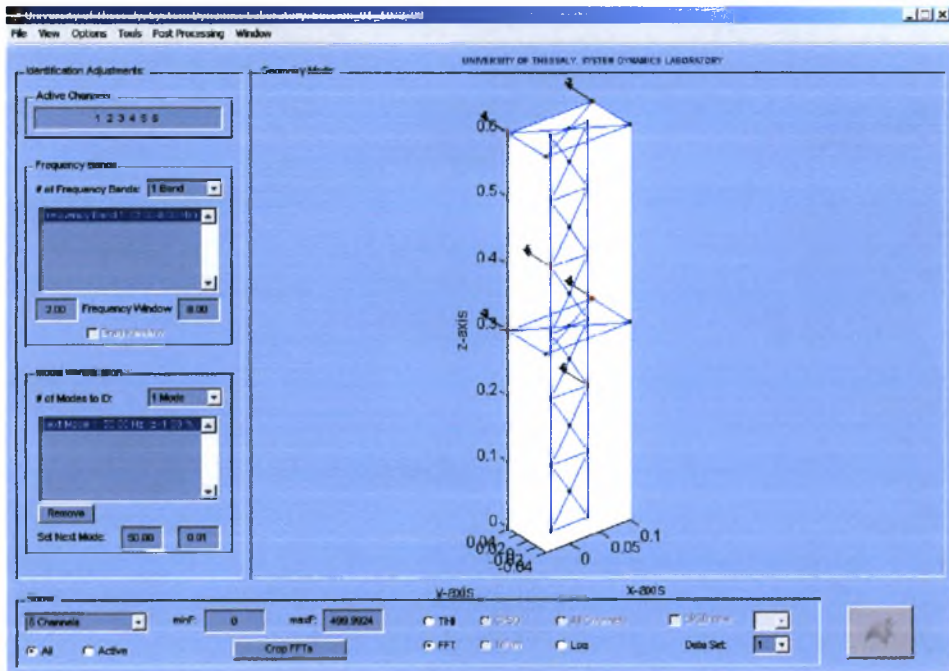


Σχήμα Δ1.4

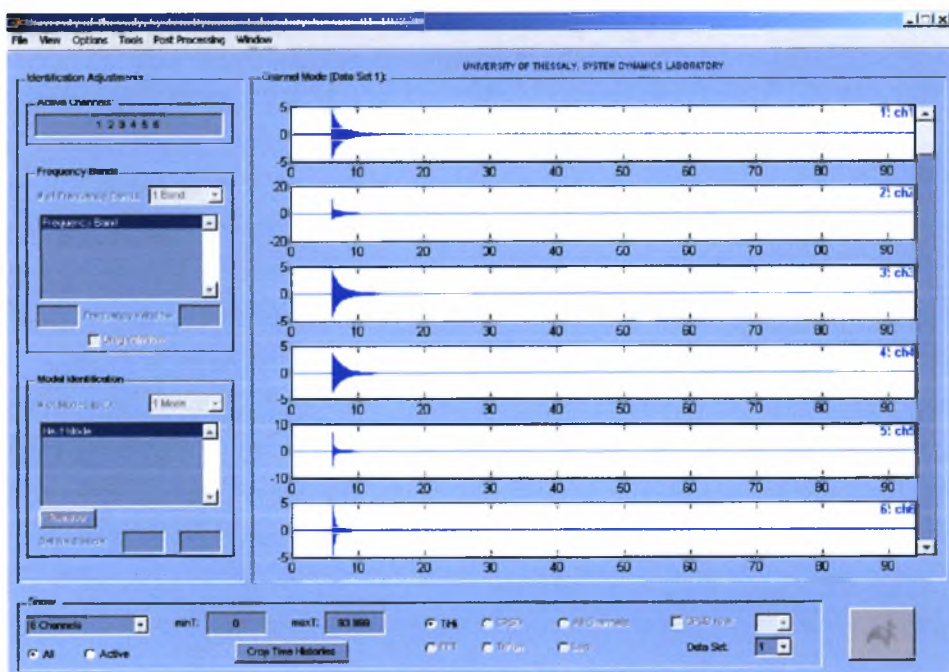


Σχήμα Δ1.5

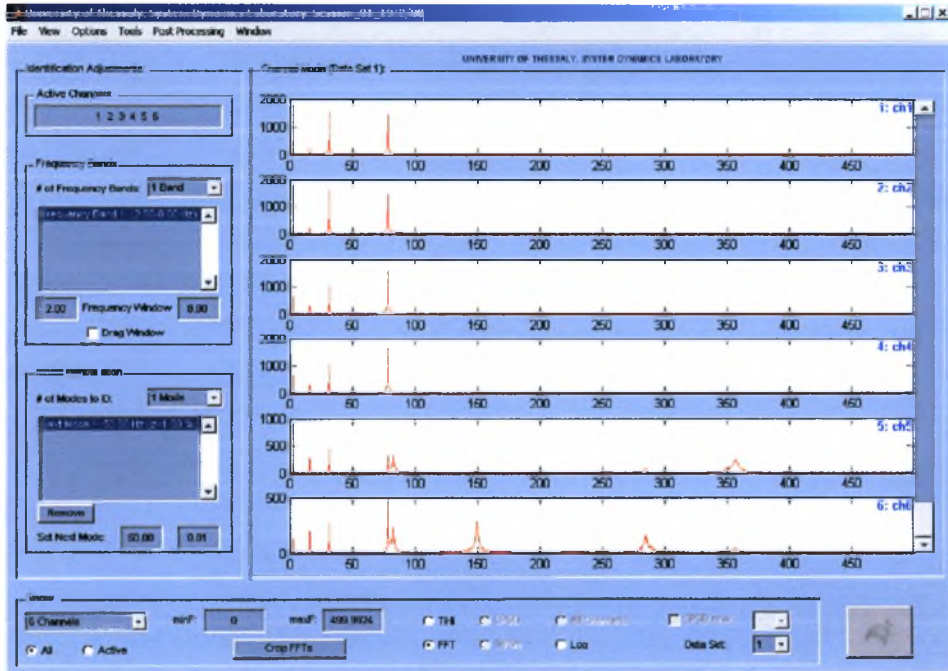
Σύστημα 2 ορόφων



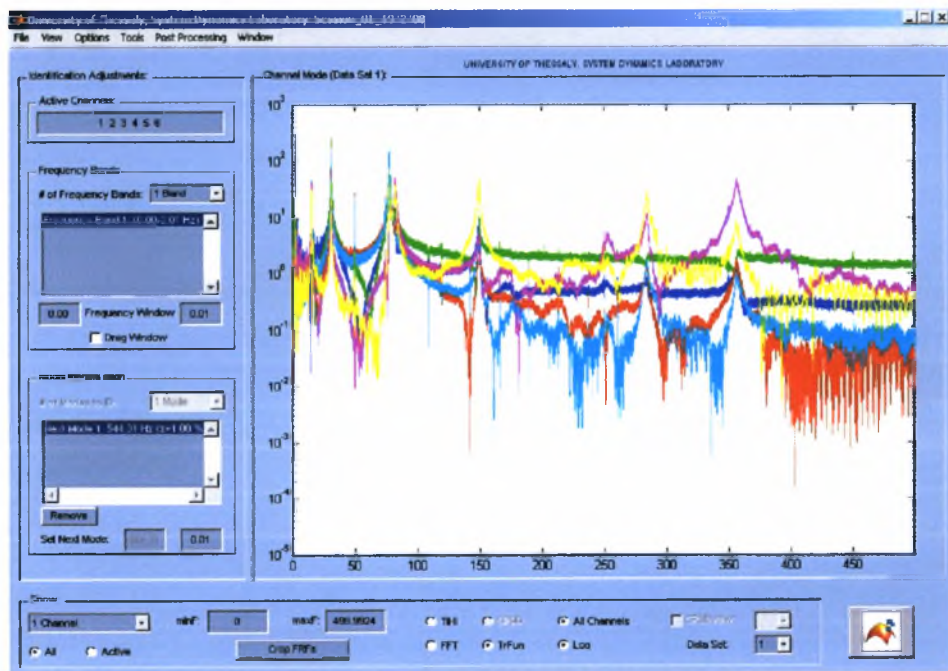
Σχήμα Δ1.6



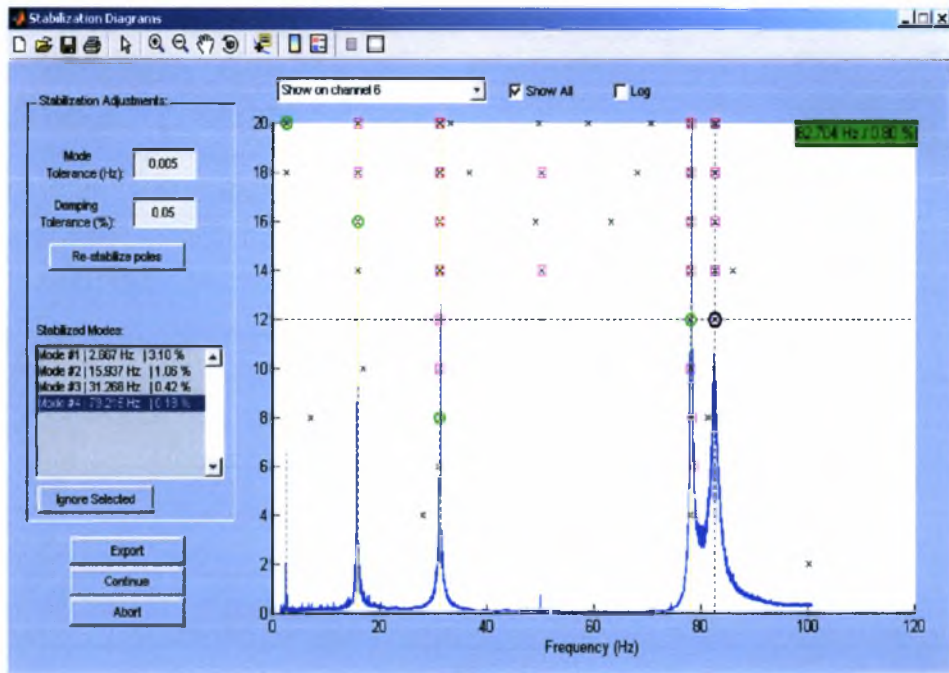
Σχήμα Δ1.7



Σχήμα Δ1.8

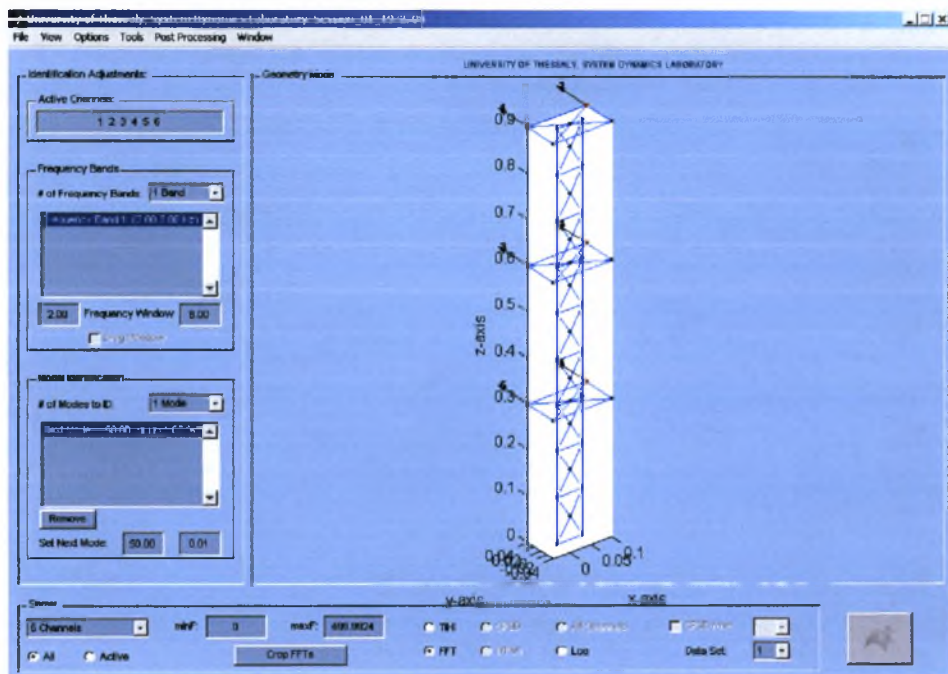


Σχήμα Δ1.9

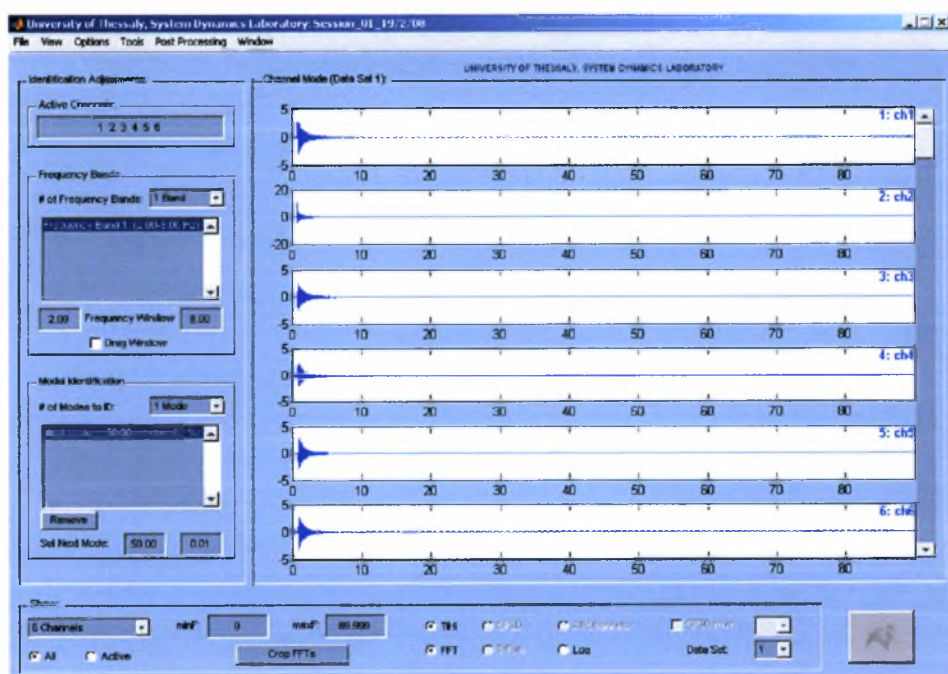


Σχήμα Δ1.10

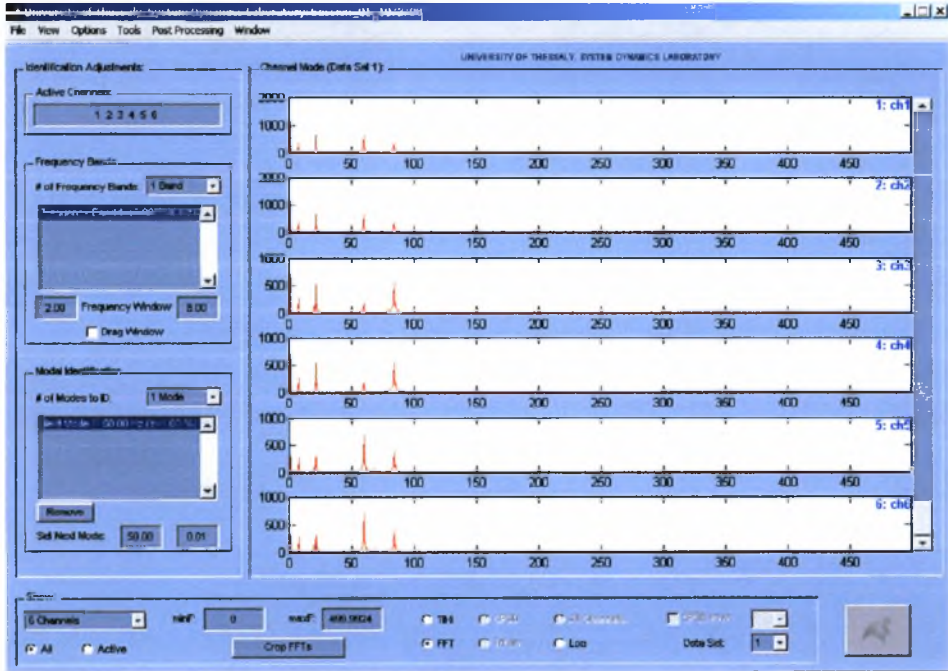
Σύστημα 3 ορόφων



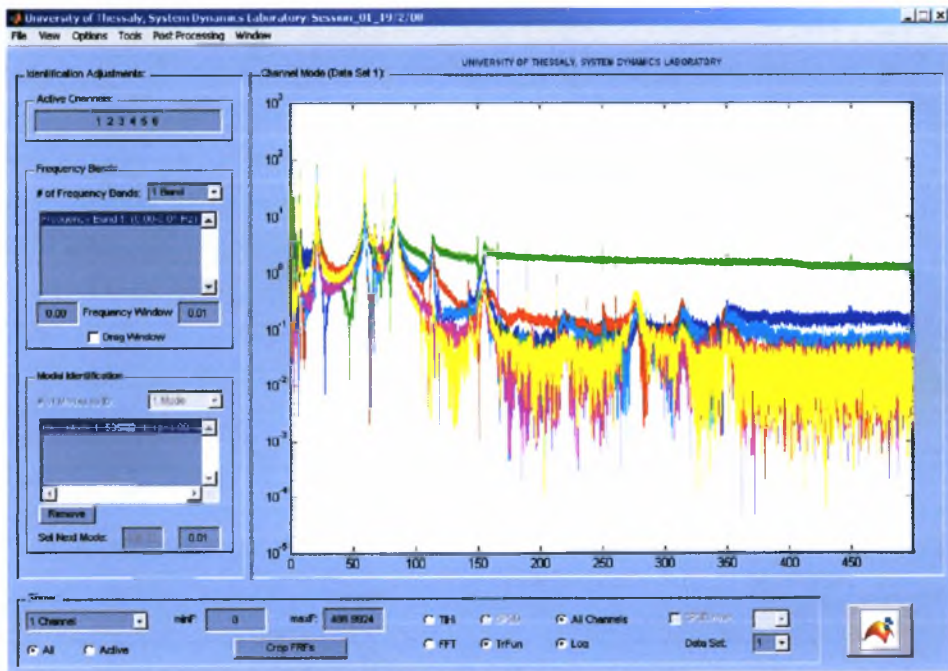
Σχήμα Δ1.11



Σχήμα Δ1.12



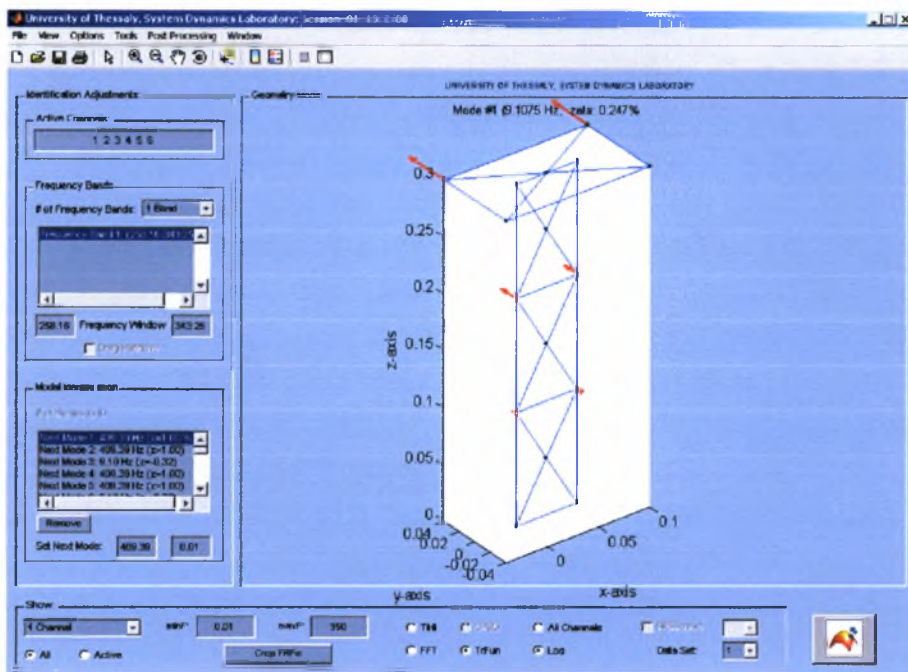
Σχήμα Δ1.13



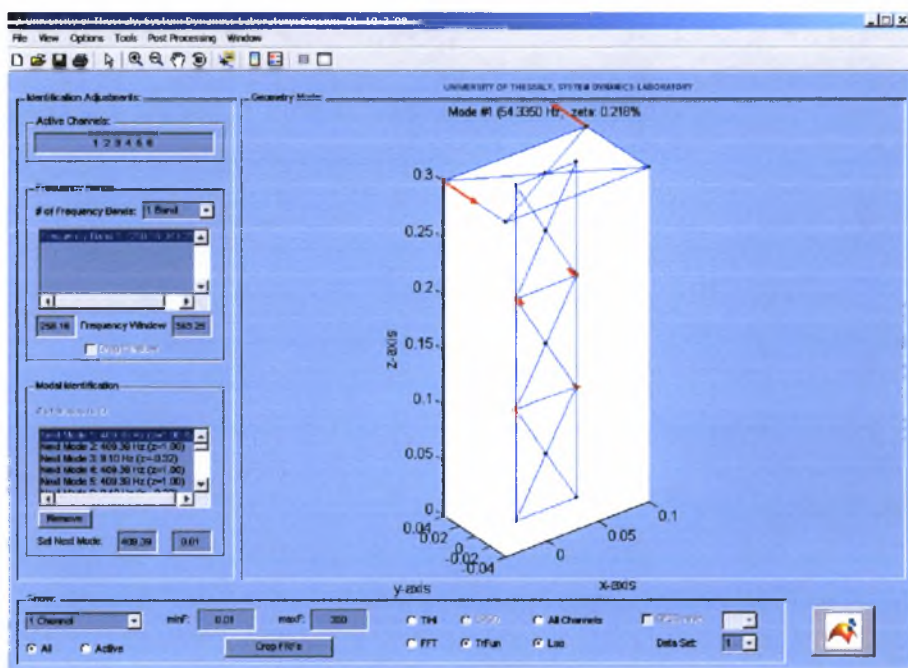
Σχήμα Δ1.14

Υποπαράρτημα Δ2 Αποτελέσματα Ιδιομορφικής Ανάλυσης

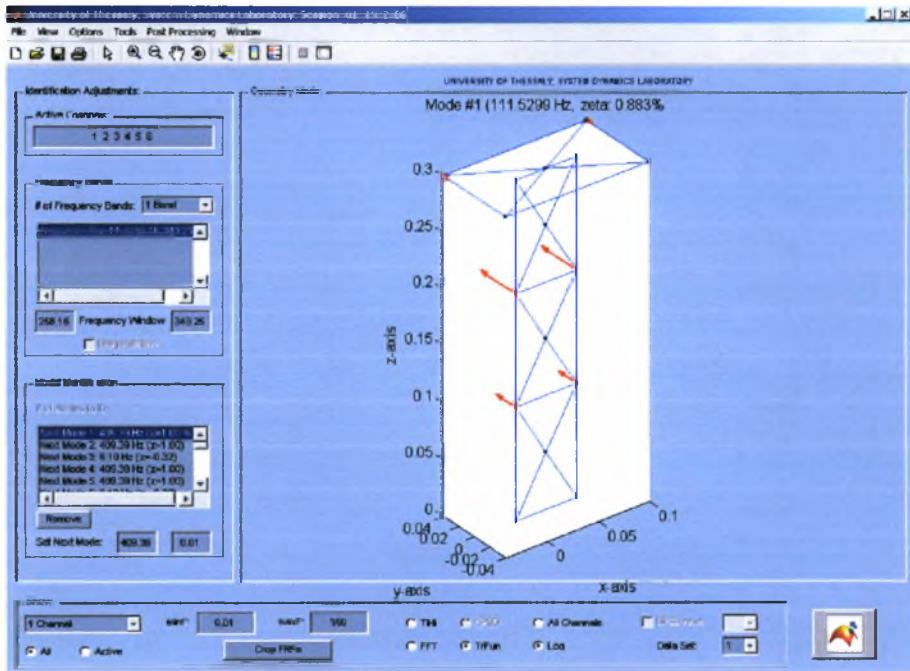
Σύστημα 1 ορόφου



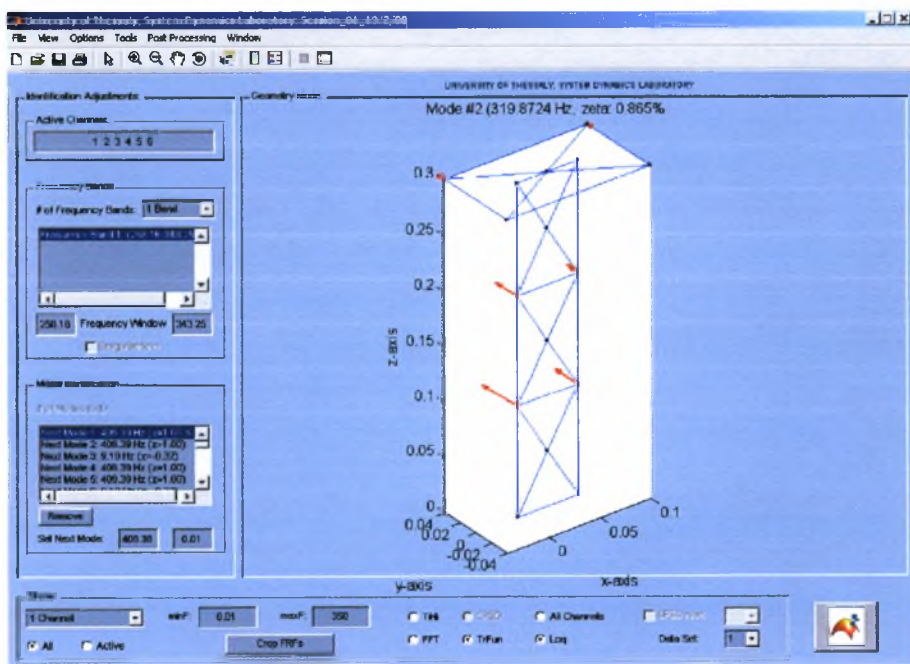
Σχήμα Δ2.1 1^η Καμπτική y



Σχήμα Δ2.2 1^η Στρεπτική z

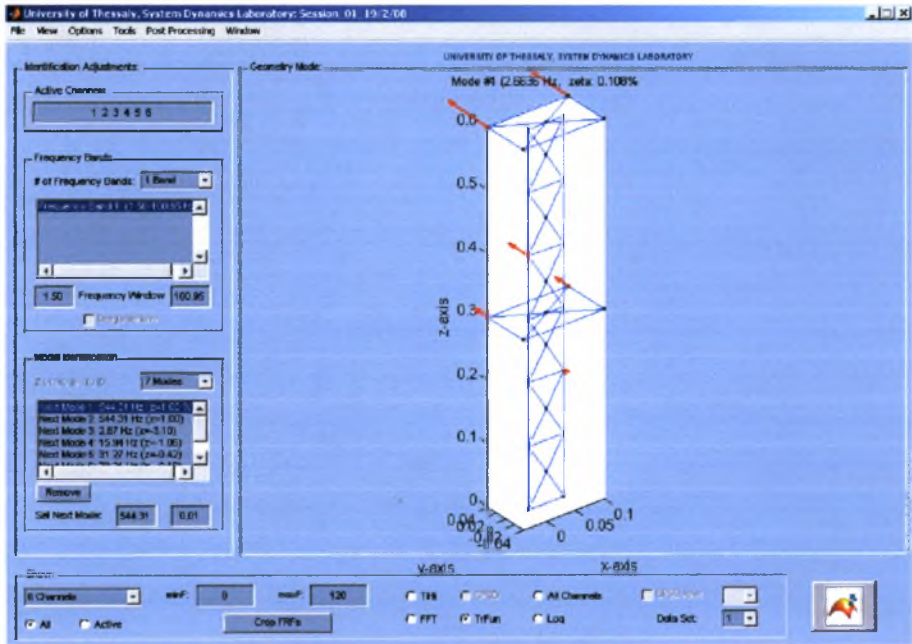


Σχήμα Δ2.3 2^η Καμπτική y

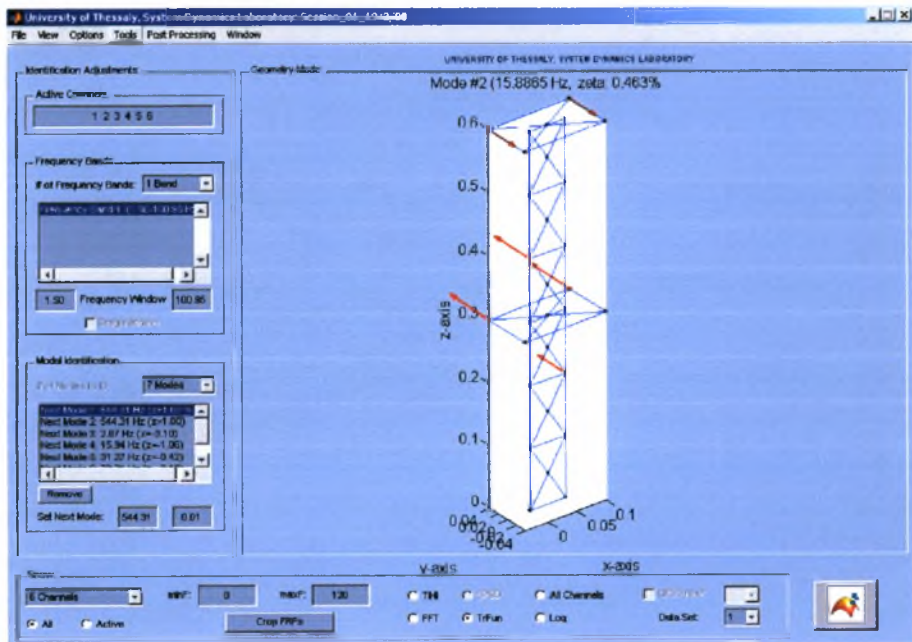


Σχήμα Δ2.4 3^η Καμπτική y

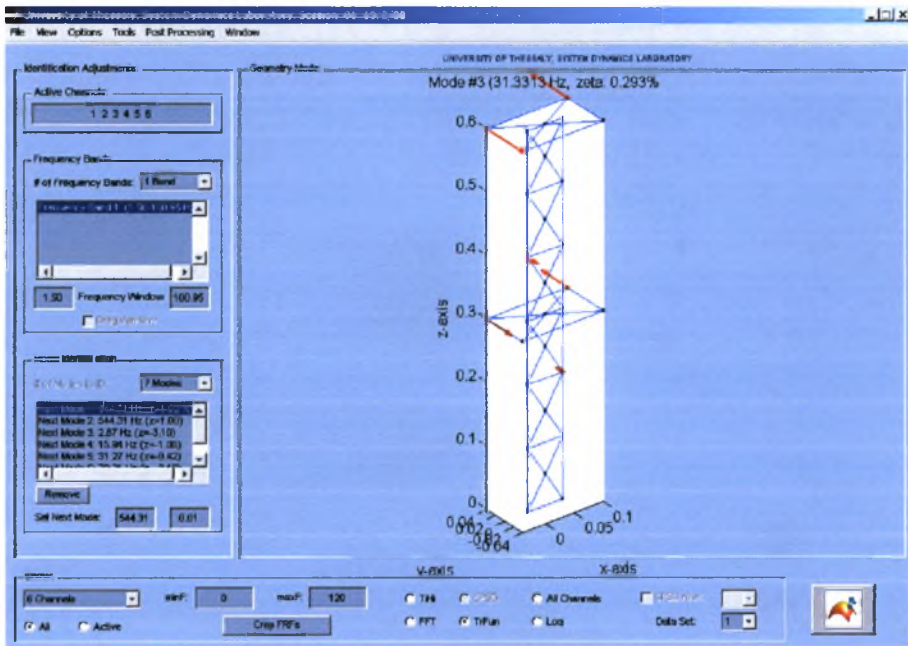
Σύστημα 2 ορόφων



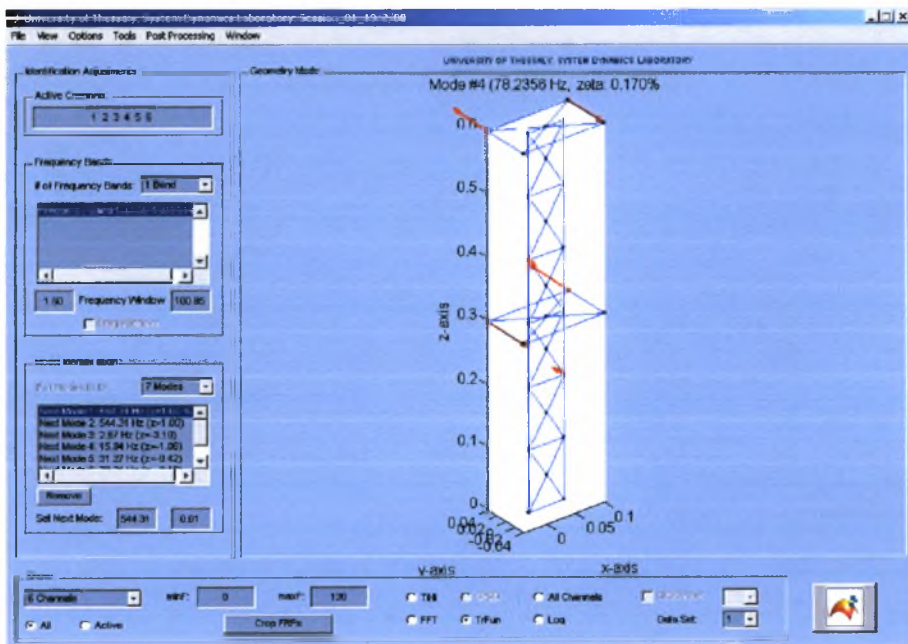
Σχήμα Δ2.5 1^η Καμπτική γ



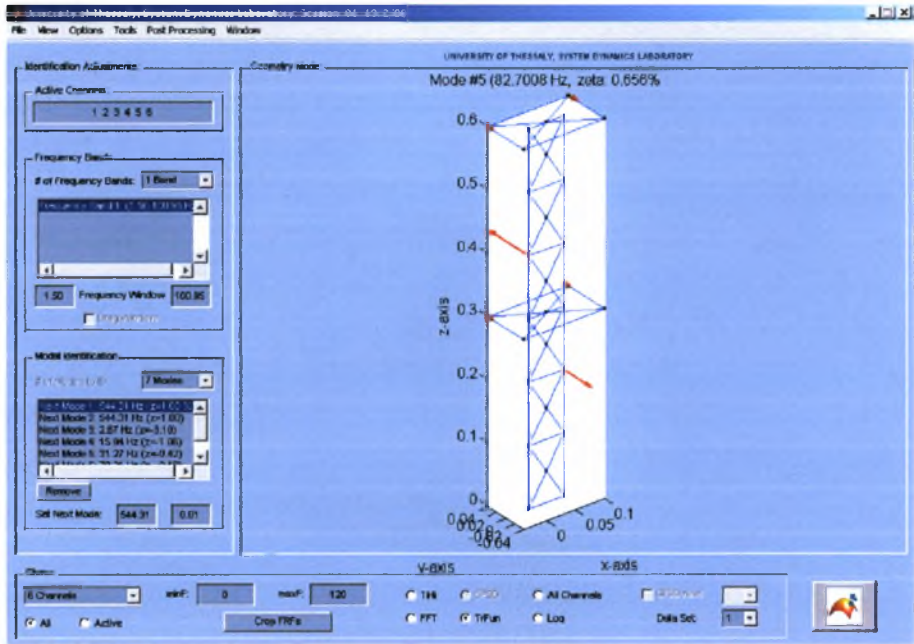
Σχήμα Δ2.6 2^η Καμπτική γ



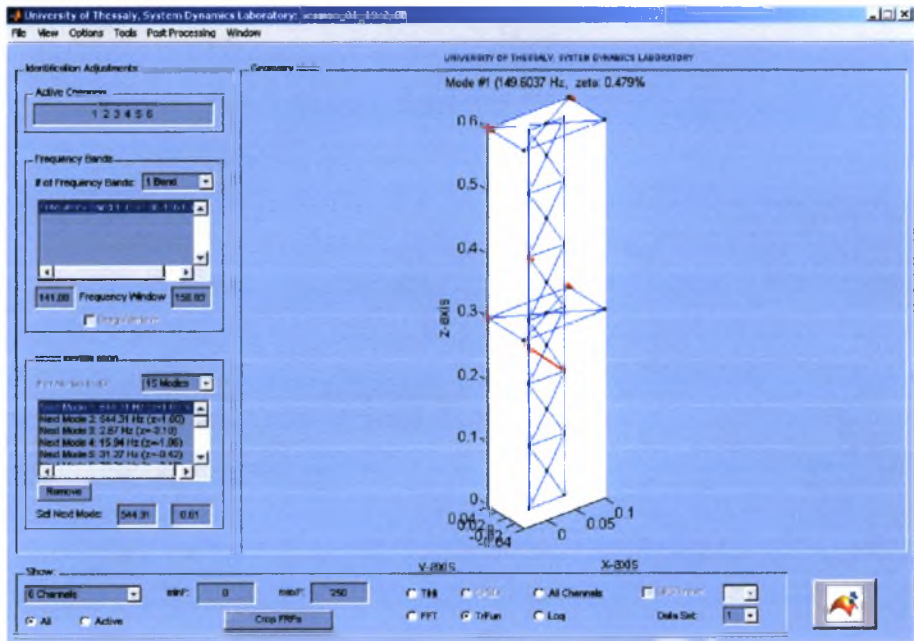
Σχήμα Δ2.7 1^η Στρεπτική z



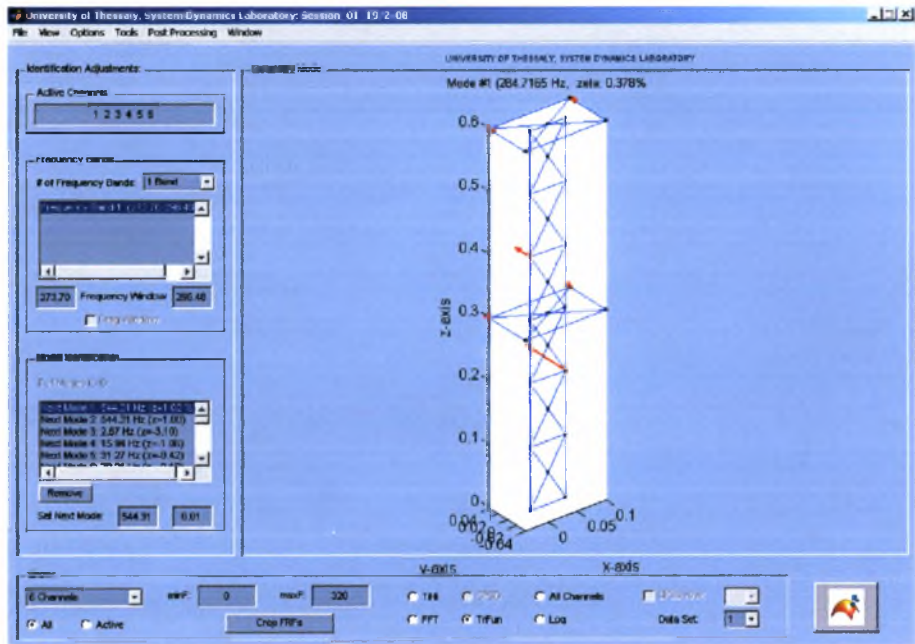
Σχήμα Δ2.8 2^η Στρεπτική z



Σχήμα Δ2.9 3^η Καμπτική γ

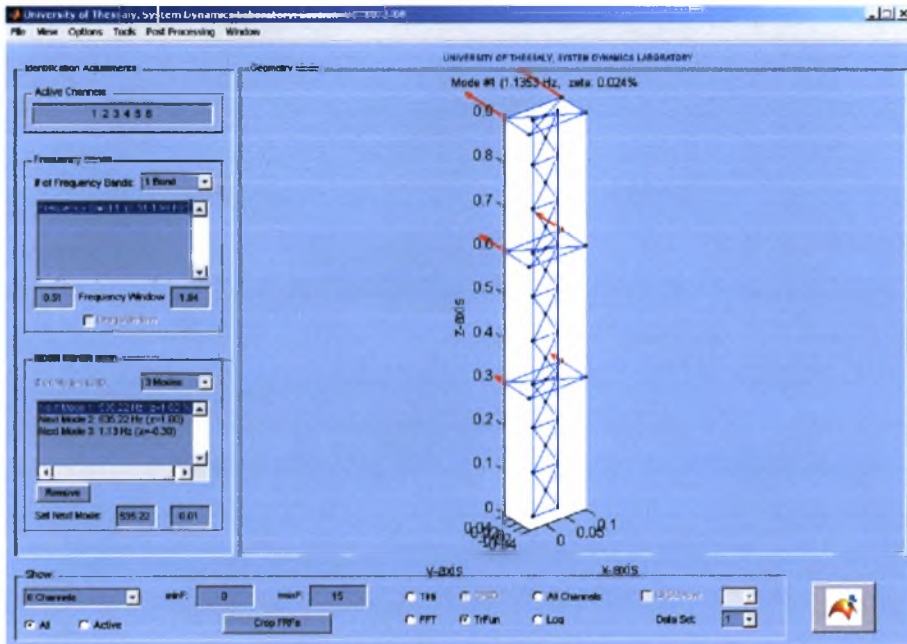


Σχήμα Δ2.10 4^η Καμπτική γ

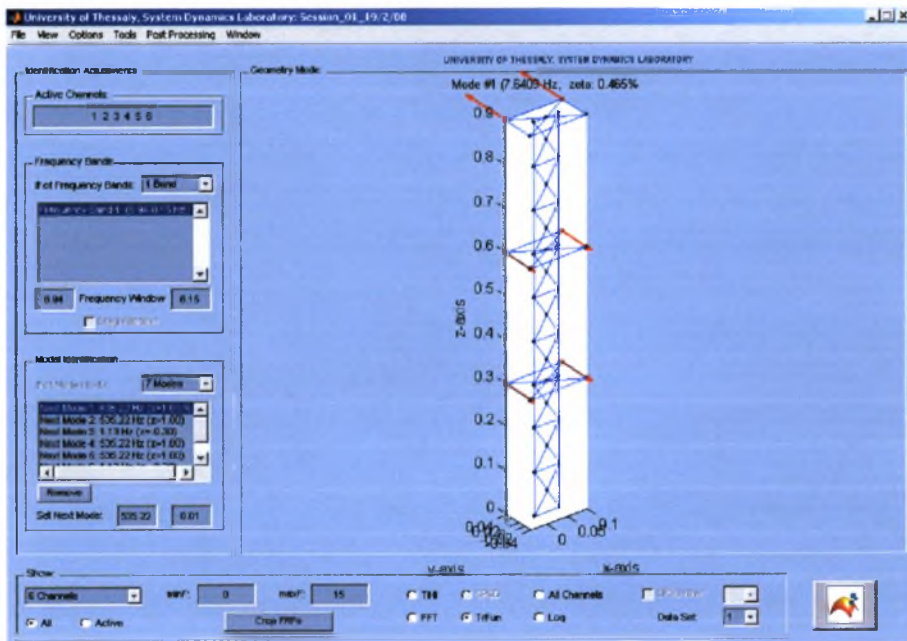


Σχήμα Δ2.11 5^η Κομπτική γ

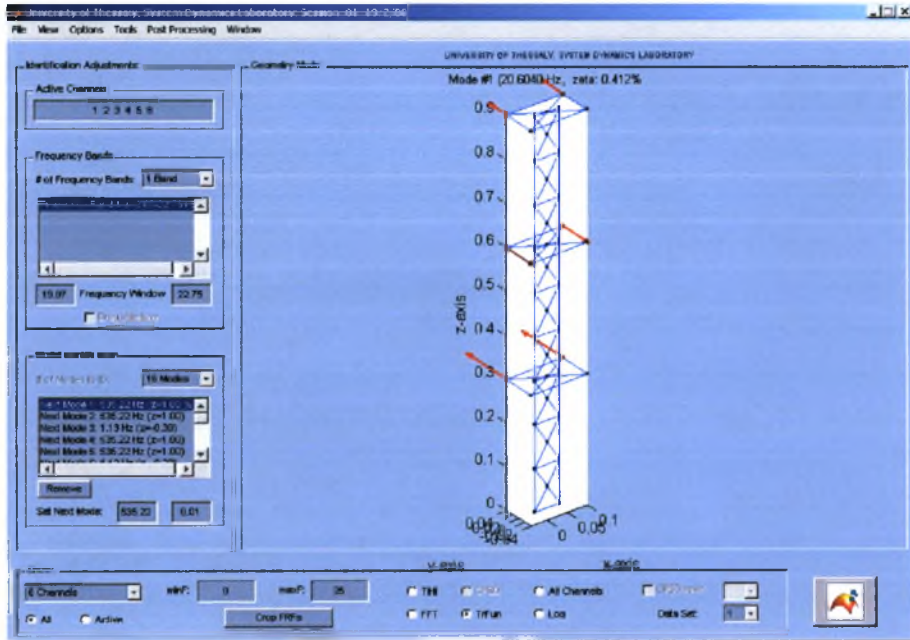
Σύστημα 3 ορόφων



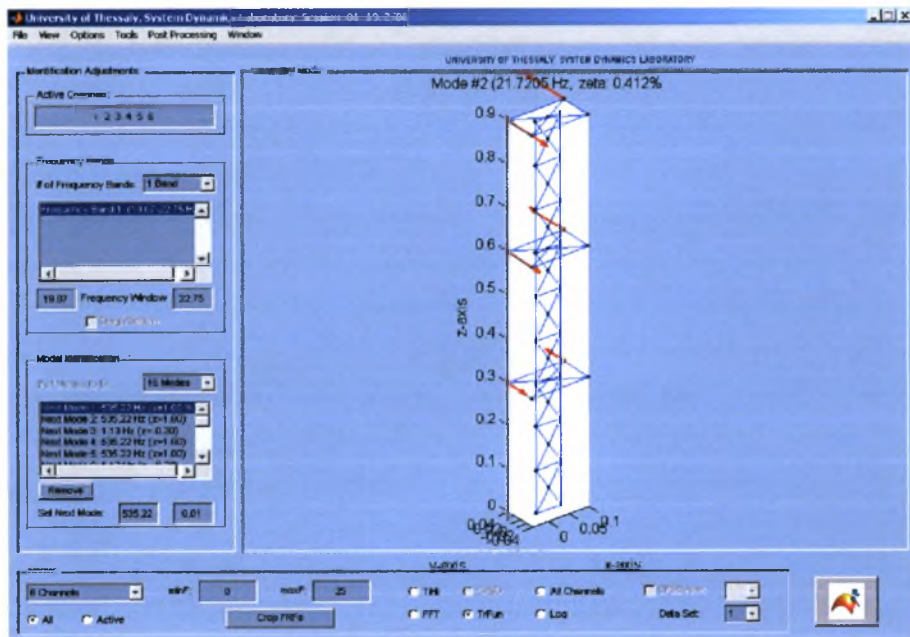
Σχίμα Δ2.12 1^η Καμπτική γ



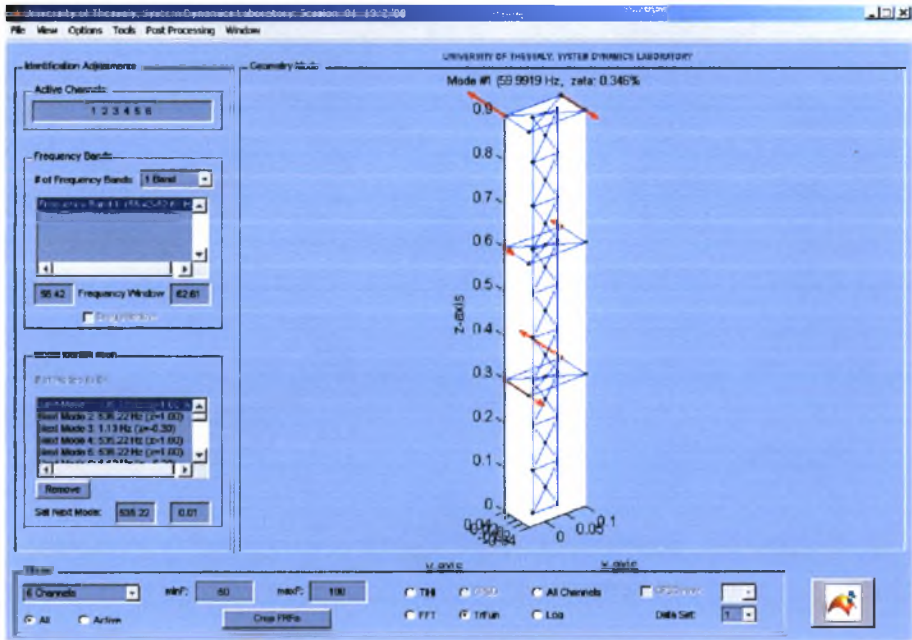
Σχίμα Δ2.13 2^η Καμπτική γ



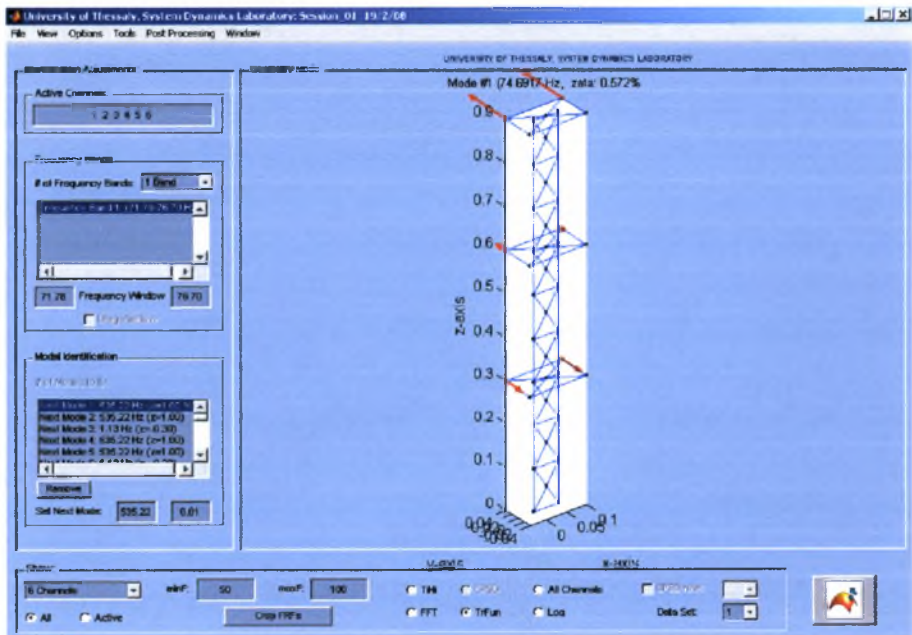
Σχήμα Δ2.14 3^η Καμπτική γ



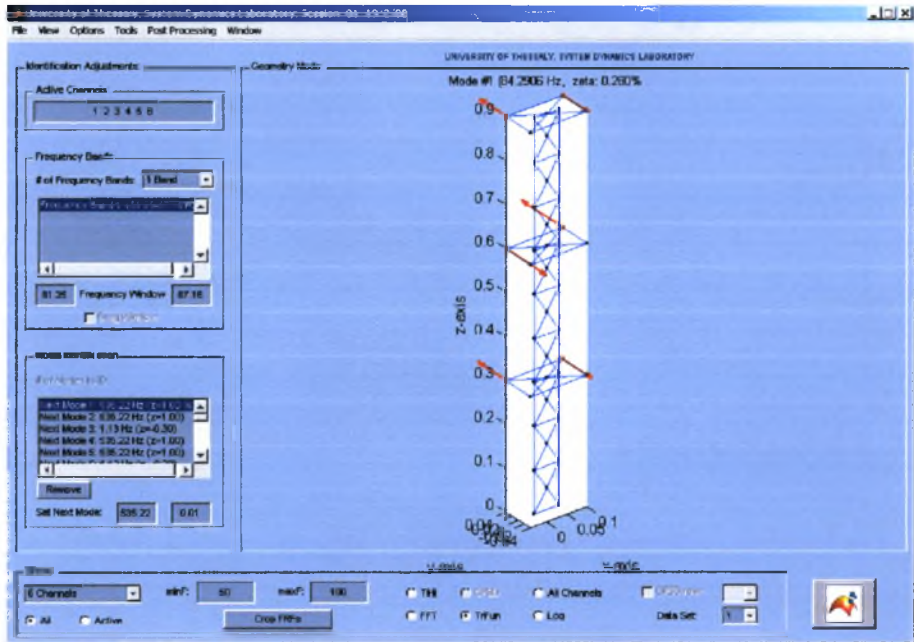
Σχήμα Δ2.15 1^η Στρεπτική z



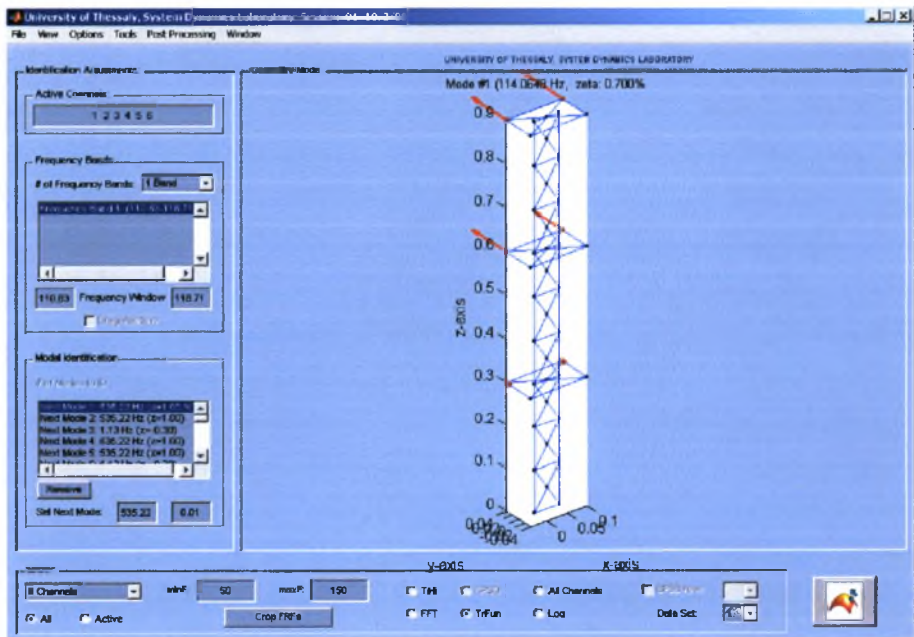
Σχήμα Δ2.16 2^η Στρεπτική z



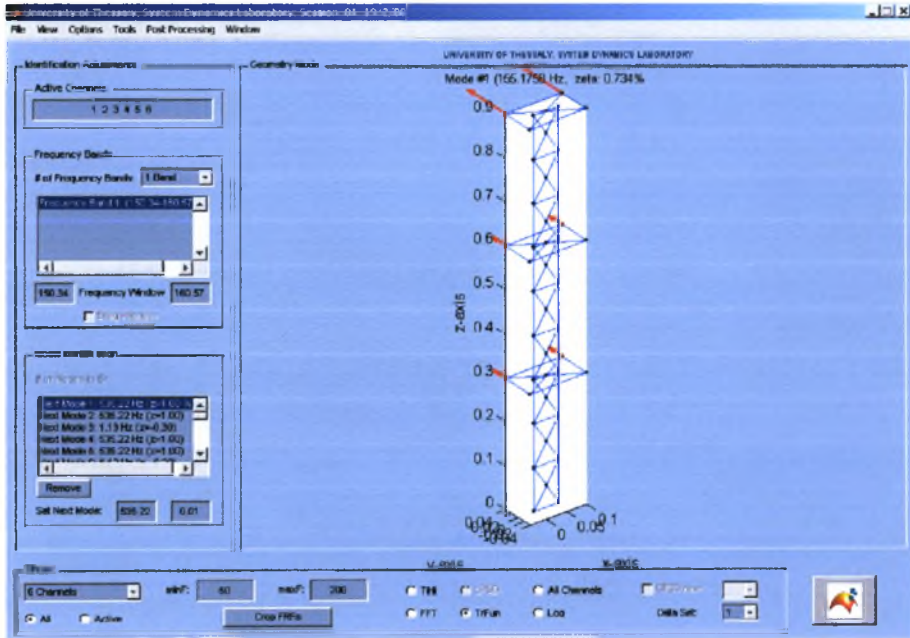
Σχήμα Δ2.17 4^η Καμπτική y



Σχήμα Δ2.18 3^η Στρεπτική z

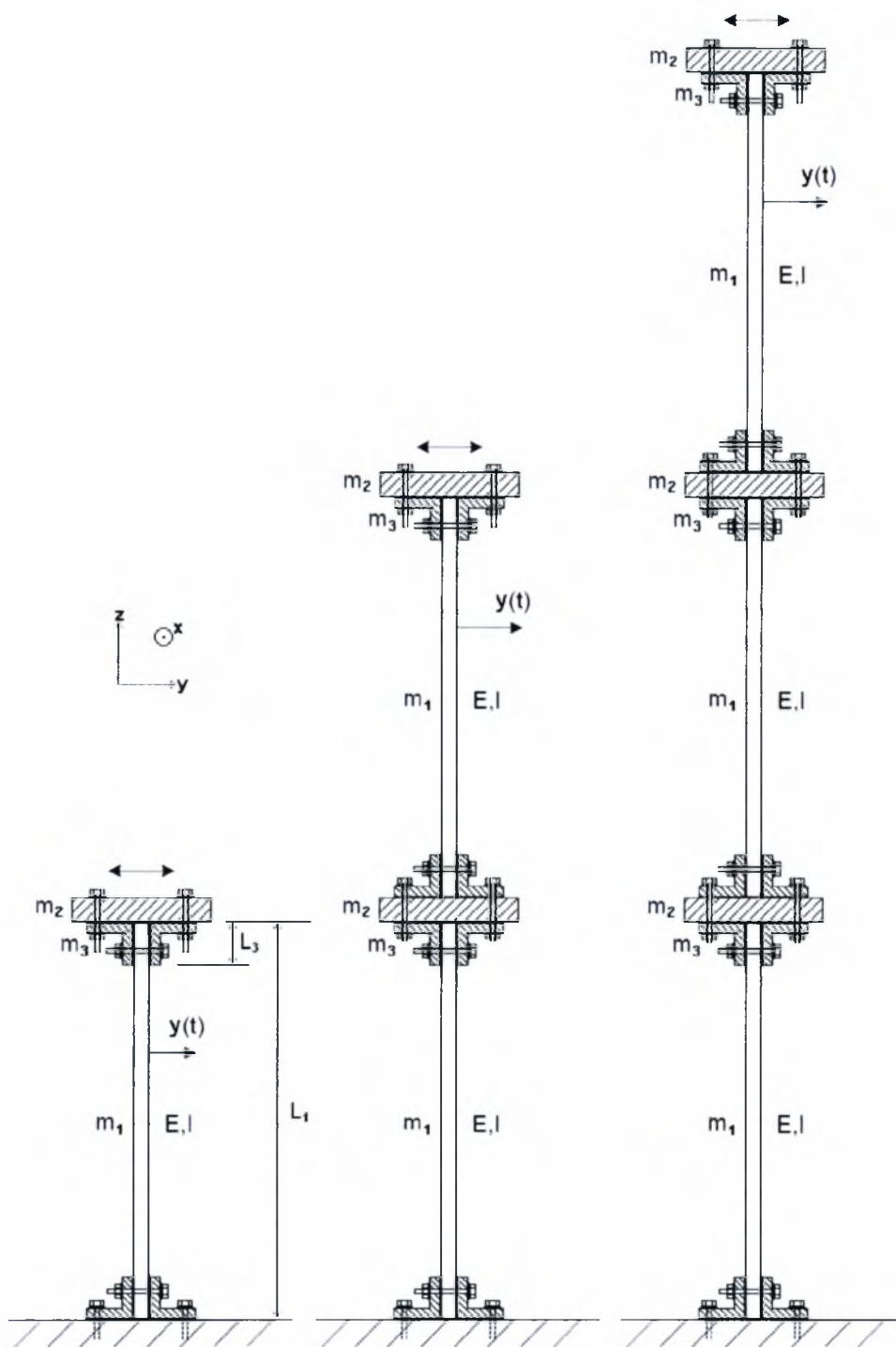


Σχήμα Δ2.19 5^η Καμπτική y



Σχήμα Δ2.20 6^η Καμπτική y

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε Παρουσίαση σχημάτων/φωτογραφιών της πειραματικής διάταξης



Σχήμα Ε1



Σχήμα Ε2



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000091663