

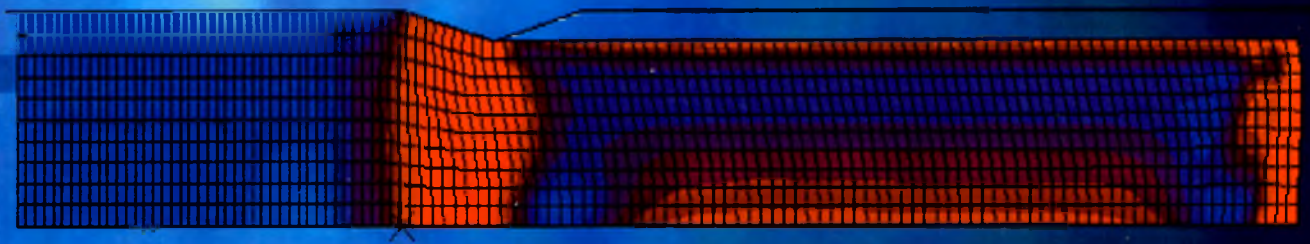


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΘΕΜΑ :

**Ανάλυση της Διέλασης με τη Μέθοδο των
Πεπερασμένων Στοιχείων - Μελέτη Ποιότητας Προϊόντος**

Φοιτητής : Ελευθερίου Νικήτας



Εξεταστική Επιτροπή

Καθ. Ν.Αράβας (Επιβλέπων)

Αν.Καθ. Γ.Χαϊδεμενόπουλος

Λεκ. Γ.Πετρόπουλος



αρ. εισ.196/2000

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000062091



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 641/1
Ημερ. Εισ.:
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιδετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜΒ
2000
ΕΛΕ

Θα ήθελα πρώτα απ'όλα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή και επιβλέπων της διπλωματικής κ.Ν.Αράβα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στο συγκεκριμένο θέμα έρευνας, αλλά και για την αδιάκοπη βοήθεια και καθοδήγηση του καθ'όλη τη τελευταία χρονική περίοδο. Πιστεύω ότι η συνεργασία μας προέκυψε για μένα πολύτιμη και διδακτική σε τομείς πέρα από τα στενά πλαίσια της ακαδημαϊκής ζωής. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους κύριους Αν.Καθ.Γ.Χαϊδεμενόπουλο και Λεκ.Γ.Πετρόπουλο που ως μέλη της εξεταστικής επιτροπής έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και βοήθησαν στην περαίωση αυτής της διπλωματικής.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα επίσης να εκφράσω σε όλα εκείνα τα μέλη της ακαδημαϊκής κοινότητας του τμήματός μας-και όχι μόνο-τα οποία με βοήθησαν άμεσα ή έμμεσα προς την επίτευξη του τελικού στόχου. Αν και ο αριθμός τους ξεπερνάει κατά πολύ τα όρια αυτής της σελίδας πρέπει να αναφέρω ότι η υλική και η συμβουλευτική παρουσία τους ήταν καθοριστική.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου για την αδιάλειπτη συμπαράσταση σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου αλλά και για το ιδιαίτερο ενδιαφέρον τους πάνω στο θέμα της διπλωματικής με τη μορφή ερωτήσεων και έκφρασης προβληματισμού.

Στους Γονείς μου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	1
Εισαγωγή	2
1. Διέλαση	
1.1 Γενικά	5
1.2 Επίδραση Παραγόντων επί της Πλαστικότητας κατά τη Διέλαση	8
1.3 Το Πρόβλημα της Εν-ψυχρώ Άμεσης Αξονο-συμμετρικής Διέλασης	10
1.4 Συμπεράσματα	15
2. Στοιχεία Θεωρίας Πλαστικότητας - Κριτήρια Διαρροής	
2.1 Αρχή Πλαστικοποίησης για Ισότροπο Συμπαγές Υλικό	17
2.2 Ιδιότητες της Επιφάνειας Διαρροής	19
2.3 Κριτήριο Διαρροής von-Mises για Συμπαγές Υλικό	21
2.4 Κριτήριο Διαρροής του Gurson για Πορώδη Υλικά	24
2.5 Πλαστικό Έργο - Ισοδύναμη Πλαστική Παραμόρφωση	25
2.6 Συνθήκη Συνέπειας - Εξισώσεις Prandtl-Reuss	27
3. Το Πρόβλημα της Σφαιράς με Οπή υπό την Επίδραση Υδροστατικής Τάσης	
3.1 Γενικά	30
3.2 Μοντέλο	31
3.3 Επίλυση	31
3.4 Μεγάλες Μετατοπίσεις	42
3.5 Συμπεράσματα	45
4. Προσομοίωση με Πεπερασμένα Στοιχεία	
4.1 Γενικά	46
4.2 Γεωμετρία	48
4.3 Αποτελέσματα της Άμεσης Αξονο-συμμετρικής διέλασης για Συμπαγές Υλικό (βήμα 1)	49
4.4 Αποτελέσματα της Άμεσης Αξονο-συμμετρικής διέλασης για Συμπαγές Υλικό (βήμα 2+3)	56

4.5 Αποτελέσματα της Άμεσης Αξονο-συμμετρικής διέλασης για Υλικό με Μικρό-οπές	60
4.6 Συμπεράσματα	65
5. Επίδραση Τριβής	
5.1 Γενικά	68
5.2 Το Μοντέλο του Coulomb	69
5.3 Αποτελέσματα	70
5.4 Συμπεράσματα	74
6. Συμπεράσματα - Προτάσεις για Συνέχεια	75
7. Παράρτημα 1-Κώδικας Μοντέλου ABAQUS για Συμπαγές Υλικό	76
8. Παράρτημα 2-Κώδικας Μοντέλου ABAQUS για Υλικό με Μικρό-οπές	79
9. Παράρτημα 3-Κώδικας Μοντέλου ABAQUS για Υλικό με Μικρό-οπές Παρουσία Τριβής	82
10. Παράρτημα 4-Κώδικας Μετατροπής Αποτελεσμάτων από Binary σε Text Μορφή	85
11. Βιβλιογραφία	88

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με το καταστατικό μοντέλο του Gurson, μελετάμε την ανάπτυξη των μικρό-οπών που δημιουργούνται στο υλικό, στη θέση των εγκλεισμάτων ή των σωματιδίων δεύτερης φάσης, κατά τη κατεργασία της άμεσης αξονο-συμμετρικής διέλασης. Η μελέτη ανάπτυξης των οπών, βασίζεται στη πεποίθηση πως η αύξηση στο πορώδες είναι δυνατόν να οδηγήσει τελικά στο φαινόμενο της κεντρικής αστοχίας (central bursts).

Αναλύονται δύο διαφορετικές περιπτώσεις γεωμετρίας της κωνικής μήτρας. Πειραματικά αποτελέσματα έχουν δείξει πως η πρώτη γεωμετρία δίνει προϊόν στο οποίο παρουσιάζεται το φαινόμενο της κεντρικής αστοχίας ενώ η δεύτερη όχι. Η σύγκριση των δύο διαφορετικών εντατικών πεδίων μπορεί να δώσει μια πιθανή εξήγηση για τις αιτίες και τον τρόπο εμφάνισης του φαινομένου της αστοχίας καθώς και το γιατί αυτή εμφανίζεται μετά από μία σειρά βημάτων - 'πάσα' - διέλασης.

Γίνεται επίσης χρήση του μοντέλου του Coulomb, με σκοπό να μελετηθεί η επίδραση της ανεξάρτητης παραμέτρου της τριβής επί της αστοχίας.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων συμφωνούν με αυτά των πειραμάτων, πράγμα που καταδεικνύει πως η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στο να προβλέπει την ύπαρξη ή μη της αστοχίας.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εν-ψυχρώ άμεση αξονοσυμμετρική διέλαση είναι μια κατεργασία που χρησιμοποιείται για τη παραγωγή μακρών, ευθύγραμμων, ημι-τελειωμένων μεταλλικών ή άλλων προϊόντων όπως ράβδοι, σύρματα κ.α. Η πρώτη ύλη, σε μορφή κυλινδρικής ‘μπιγιέτας’, οδηγείται-πιέζεται διαμέσου μιας κωνικής μεταλλικής μήτρας δίνοντας ένα προϊόν μειωμένης διατομής. Οι κύριες ανεξάρτητες παράμετροι της κατεργασίας είναι το ποσοστό μείωσης της διατομής, η ημι-γωνία της κωνικής μήτρας, ο συντελεστής τριβής και οι ιδιότητες του υλικού. Με κατάλληλη επιλογή αυτών των παραμέτρων, το προϊόν θα είναι μία ομοιόμορφη ράβδος με αυξημένες μηχανικές ιδιότητες.

Τα προϊόντα όμως είναι κάποιες φορές ελαττωματικά. Ένα κοινό ελάττωμα, που αποτελεί και το αντικείμενο αυτής της διπλωματικής, είναι η κεντρική αστοχία (central bursts). Πρόκειται για την ανάπτυξη γύρω από τον άξονα συμμετρίας του υλικού, μεγάλων εσωτερικών αστοχιών-ρηγμάτων σε σχήμα βέλους. Η επίδραση μιας τέτοιας - μη ανιχνεύσιμης εξωτερικά - αστοχίας πάνω στην ποιότητα και αξιοπιστία του προϊόντος είναι προφανής.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, γίνεται προσπάθεια προσομοίωσης και ανάλυσης της άμεσης αξονο-συμμετρικής διέλασης. Ο σκοπός αυτής της ανάλυσης είναι να διερευνηθούν εκείνες οι συνθήκες που οδηγούν τελικά στο φαινόμενο της κεντρικής

αστοχίας καθώς και του γεγονότος ότι αυτή εμφανίζεται συνήθως μετά από μια σειρά βημάτων -‘πάσα’ διέλασης.

Είναι γνωστό, πως αυτού του είδους η αστοχία παρουσιάζεται κυρίως μετά από χρήση μικρού ποσοστού μείωσης της διατομής και μεγάλης ημι-γωνίας της κωνικής μήτρας. Επίσης, πιστεύεται ότι επιδρά και η ποιότητα του προς διέλαση υλικού (εγκλείσματα σωματίδια δεύτερης φάσης κτλ.)

Αφού το πρόβλημα παρατεθεί πιο αναλυτικά, παρουσιάζονται μερικές από τις πολύ χαρακτηριστικές παρατηρήσεις που έχουν γίνει κατά καιρούς πάνω στο θέμα της αστοχίας και του μηχανισμού της. Προκύπτει μετά από πειραματική διαδικασία, πως η αστοχία αρχίζει να εμφανίζεται στον άξονα συμμετρίας του υλικού - μέσα στη ζώνη πλαστικοποίησης - όταν οι μικρο-οπές που δημιουργούνται κατά την παραμόρφωση στη θέση των εγκλεισμάτων ή των σωματιδίων δεύτερης φάσης, συνενώνονται μεταξύ τους δημιουργώντας μία πρώτη ρηγμάτωση. Μάλιστα, η συνένωση των οπών πιστεύεται ότι συντελείται λόγω του ισχυρού εφελκυσμού (υδροστατικού), που για συγκεκριμένους συνδυασμούς των ανεξάρτητων γεωμετρικών παραμέτρων δύναται να εμφανιστεί στον άξονα συμμετρίας και γύρω από αυτόν. (Κεφ.1)

Η διέλαση αποτελεί μία κατεργασία όπου συντελούνται κατεξοχήν μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Για αυτό το λόγο κρίθηκε σκόπιμο να παρουσιαστούν κάποια στοιχεία θεωρίας πλαστικότητας, που θα βοηθήσουν στο να γίνουν πιο κατανοητά τα φαινόμενα της κατεργασίας και τα αποτελέσματα της μετέπειτα υπολογιστικής ανάλυσης. Παρατίθενται τα κριτήρια διαρροής του von-Mises για συμπαγές υλικό, του Gurson για υλικό με μικρό-οπές, ενώ γίνεται ιδιαίτερη αναφορά σε μεγέθη όπως η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση και το πλαστικό έργο. (Κεφ.2)

Όπως προαναφέρθηκε, οι μικρο-οπές που δημιουργούνται κατά τη πλαστική παραμόρφωση, υπό την επίδραση του υδροστατικού εφελκυσμού, αναπτύσσονται, συνενώνονται και δημιουργούν μία πρώτη ρηγμάτωση. Με σκοπό να γίνει πιο κατανοητή η επίδραση της υδροστατικής τάσης σε υλικό με μικρο-οπές, επιλύεται αναλυτικά το μοντέλο της σφαίρας με εσωτερική σφαιρική οπή υπό τη επίδραση εξωτερικής πίεσης. Τα αποτελέσματα δείχνουν πως και μόνο με την επίδραση της υδροστατικής τάσης μπορεί να προκληθεί πλαστική παραμόρφωση και σημαντική αλλαγή στο πορώδες. (Κεφ.3)

Η υπολογιστική διαδικασία περιλαμβάνει την προσομοίωση δύο διαφορετικών περιπτώσεων γεωμετρίας και χρήση του μοντέλου του Gurson, με σκοπό τη μελέτη της ανάπτυξης των μικρο-οπών στον άξονα συμμετρίας και γύρω από αυτόν. Η επιλογή της γεωμετρίας δεν είναι τυχαία. Πειραματικά αποτελέσματα έχουν δείξει πως η πρώτη περίπτωση οδηγεί στον σχηματισμό της αστοχίας ενώ η δεύτερη όχι. Από την ανάλυση προκύπτει πως στην πρώτη περίπτωση, οι πόροι καθώς περνούν από την ζώνη πλαστικοποίησης, αυξάνουν το μέγεθος τους, ενώ η συμπεριφορά αυτή δεν φαίνεται να αλλάζει για συνεχή νέα 'περάσματα' διέλασης. Αντίθετα στη δεύτερη γεωμετρία το πορώδες βαίνει συνεχώς μειούμενο. Όταν το πορώδες φτάσει σε μία κρίσιμη τιμή (της τάξεως του 10%), τότε συμβαίνουν φαινόμενα αλληλεπίδρασης μεταξύ γειτονικών οπών και εμφανίζεται ισχυρή τάση για συνένωσή τους. Η συνένωση οπών δημιουργεί μεγάλη συγκέντρωση τάσεων και τοπική αστοχία. (Κεφ.4)

Η σύγκριση των δύο διαφορετικών εντατικών πεδίων, μπορεί να δώσει την εξήγηση του φαινομένου της ανάπτυξης των οπών. Συνεπώς - και με βάση το ότι τα αποτελέσματα της ανάλυσης συμφωνούν πλήρως με τα πειράματα - θα μπορούσαμε να πούμε πως η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ακρίβεια ως ένα εργαλείο πρόβλεψης για την ύπαρξη ή μη της αστοχίας.

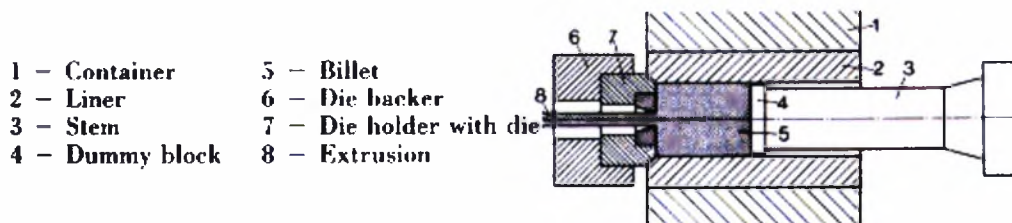
Επίσης, με τη χρήση του μοντέλου του Coulomb (τριβή) γίνεται προσπάθεια να μελετηθεί η επίδραση της ανεξάρτητης παραμέτρου της τριβής επί της αστοχίας. Η ανάλυση δείχνει πως η αύξηση του συντελεστή τριβής φαίνεται να περιορίζει την αύξηση στο πορώδες ή αντίστοιχα να ενισχύει τη μείωση του. Φαίνεται δηλαδή να αποτρέπει το ενδεχόμενο σχηματισμού ρήγματος, κάτι που συμφωνεί με τις μέχρι τώρα παρατηρήσεις. (Κεφ.5)

Κεφάλαιο 1

Διέλαση

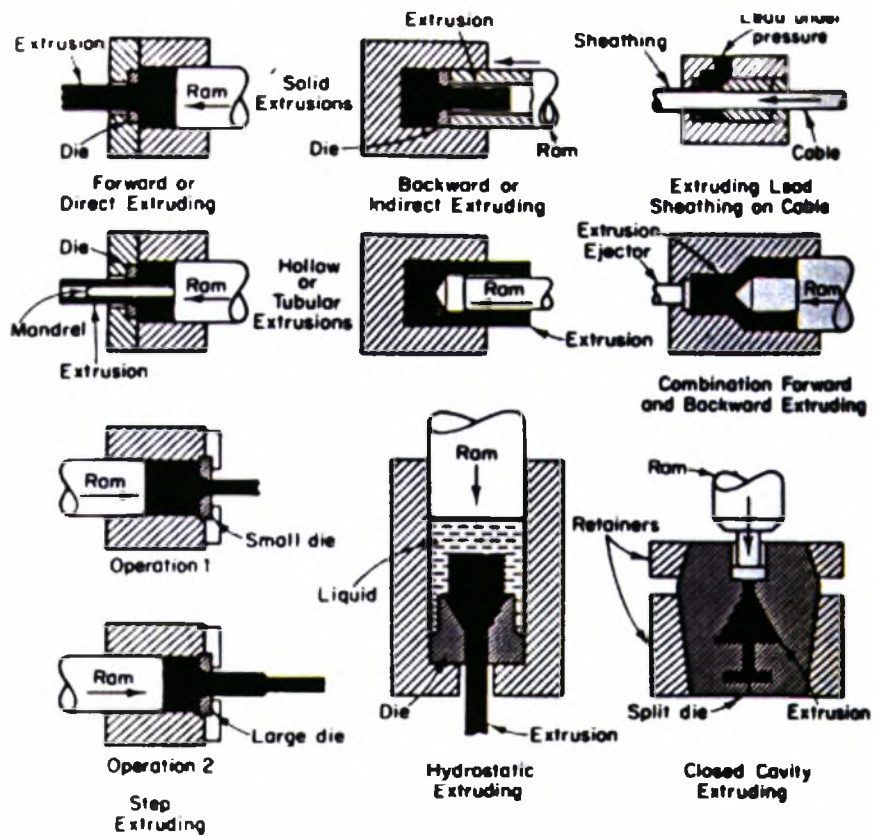
1.1 Γενικά.

Η διέλαση είναι μία κατεργασία διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται για την παραγωγή μακρών, ευθύγραμμων, ημιτελειωμένων μεταλλικών ή άλλων προϊόντων, όπως ράβδοι, σωλήνες, σύρματα, μεταλλικά φύλλα κ.α. Η αρχή είναι πολύ απλή: κάτω από υψηλή φόρτιση μία 'μπιγιέτα' οδηγείται-πιέζεται διαμέσου μιας μεταλλικής μήτρας και δίνει ένα προϊόν μειωμένης διατομής (σχ. 1.1.1)



Σχ. 1.1.1 Διέλαση

Η μεθοδολογία με την οποία δύναται να επιτευχθεί η παραμόρφωση, καθορίζει και τους πολλούς τύπους της διέλασης. Διάφορες τακτικές φαίνονται στο σχήμα 1.1.2:

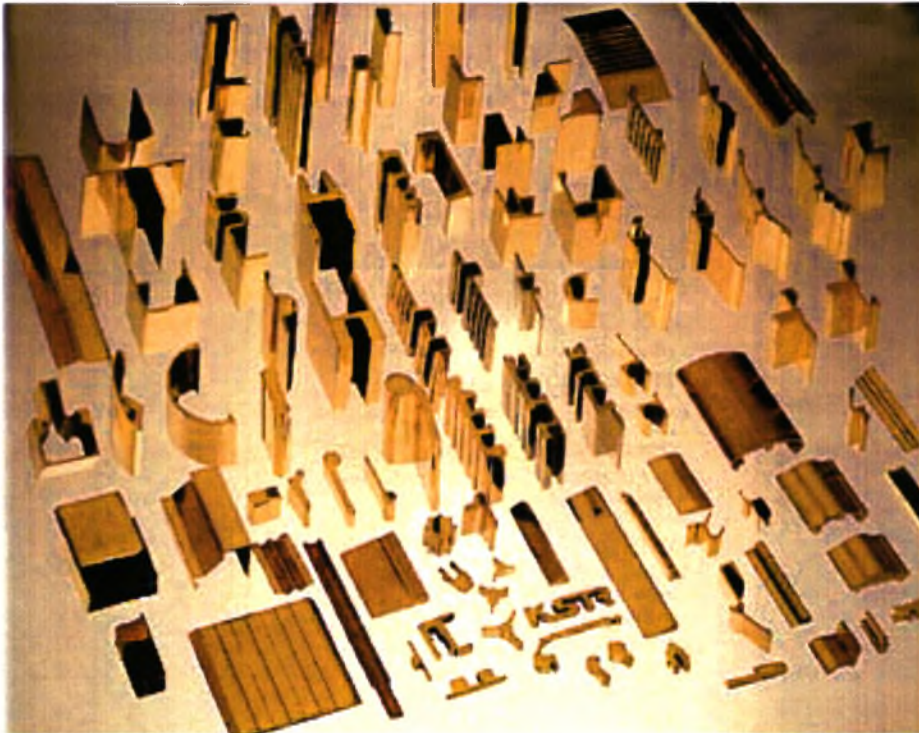


Σχ. 1.1.2 Τακτικές Διέλασης.

Γενικά υπάρχουν τέσσερις χαρακτηριστικές διαφορές ανάμεσα στις τακτικές της διέλασης οι οποίες μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Η κίνηση του διελασμένου τεμαχίου σε σχέση με τη κίνηση του εμβόλου - Άμεση ή έμμεση διέλαση.
- Η θέση του εμβόλου - Οριζόντια ή κατακόρυφη διέλαση.
- Ο τρόπος οδήγησης του εμβόλου - Υδραυλικός ή μηχανικός.
- Ο τρόπος εφαρμογής της οδηγούσας δύναμης- Συμβατική ή υδραυλική διέλαση.

Είναι δυνατόν να υπάρξει μεγάλη ποικιλία διατομών στα προϊόντα κάτι που εξαρτάται από το υλικό του προς διαμόρφωση τεμαχίου και από το σχήμα εξόδου της μήτρας. Μερικές χαρακτηριστικές διατομές φαίνονται στο σχήμα 1.1.3.



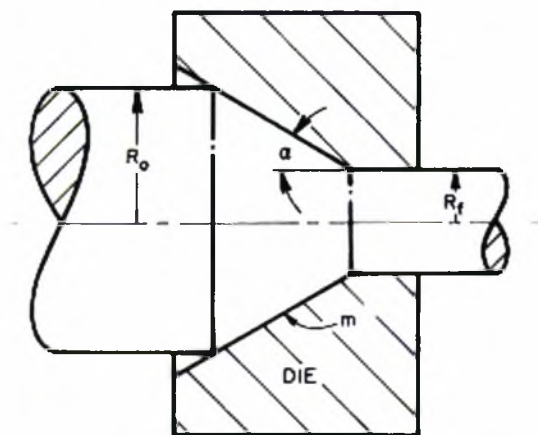
Σχ. 1.1.3 Διατομές Διέλασης.

Η διέλαση μπορεί να λάβει χώρα σε θερμοκρασία δωματίου (ψυχρή διέλαση) ή σε υψηλότερες θερμοκρασίες (θερμή διέλαση) ανάλογα με το υλικό που χρησιμοποιείται και τη μέθοδο παραμόρφωσης.

Η χρήση της κατεργασίας έγινε πρώτη φορά το 1797 από τον Άγγλο S.Braham, που τη χρησιμοποίησε για παραγωγή σωλήνων από μόλυβδο για τη διανομή μπίρας. Η διέλαση εφαρμόστηκε πρώτη φορά επιτυχώς σε κράματα υψηλότερου σημείου ζέσεως από τον γερμανό A.Dick στα 1890. Από εκεί και πέρα, τα στάδια ανάπτυξης της κατεργασίας μέχρι το σημερινό επίπεδο, είναι στενά συνδεδεμένα με τις βελτιώσεις στη κατασκευή εργαλείων, των εγκαταστάσεων πρέσας και στην ανάπτυξη χαλύβων που επεξεργάζονται σε υψηλές θερμοκρασίες.

Οι μελλοντικές τάσεις της κατεργασίας μπορούν να συνοψιστούν στη παραγωγή μεγαλύτερων κομματιών σε ακόμη πιο πολύπλοκες διατομές, στη χρήση βελτιωμένων κραμάτων και στη θεώρηση πως η διέλαση είναι μια κατεργασία όχι μόνο μορφοποίησης, αλλά και απόδοσης στα προϊόντα πολύ καλών μηχανικών ιδιοτήτων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθεί με την εν-ψυχρώ άμεση αξονοσυμμετρική διέλαση σε κωνική μήτρα. (σχ.1.1.4)



Σχ. 1.1.4 Άμεση Αξονο-συμμετρική Διέλαση.

1.2 Επίδραση παραγόντων επί της πλαστικότητας κατά τη διέλαση.

Πλαστικότητα, είναι η ικανότητα των μεταλλικών υλικών να παραμορφώνονται πλαστικά υπό την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων χωρίς να χάνουν τη δομική και κρυσταλλική τους ακεραιότητα.

Η διέλαση είναι μία κατεργασία όπου συντελούνται κατεξοχήν μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμο να μελετήσουμε τις επιδράσεις των συνθηκών διέλασης (πχ. θερμοκρασία , ταχύτητα, δομή υλικού κ.α) επί της πλαστικότητας δηλαδή στην ουσία επί της ικανότητας για παραμόρφωση.

Πρέπει εδώ να σημειωθεί, ότι το κυρίως θλιπτικό εντατικό πεδίο της κατεργασίας καταδεικνύει μεγάλες ικανότητες για παραμόρφωση. Συνεπώς είναι δυνατόν να υποστούν διέλαση μέταλλα που με άλλες κατεργασίες θα μπορούσαν να παραλάβουν μικρές μόνο παραμορφώσεις.

- Επίδραση της δομής και της χημικής σύστασης :

Η δυνατότητα παραμόρφωσης των καθαρών μετάλλων είναι μεγαλύτερη από εκείνη των κραμάτων. Αυτό συμβαίνει διότι η ύπαρξη ξένων ατόμων στη δομή του βασικού μετάλλου 'δυσκολεύει' την ολίσθηση μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων που έχουν τη μεγαλύτερη ατομική πυκνότητα και συνεπώς το αντίστοιχο κράμα παραμορφώνεται δυσκολότερα.

Επίσης, τα μονοφασικά κράματα έχουν καλύτερη διαμορφωσιμότητα από τα πολυφασικά.

Τα υλικά με λεπτόκοκη δομή δύνανται να υποστούν πιο εύκολα μεγάλη μορφοποίηση ενώ επιδρά και ο αριθμός των κρυσταλλικών επιπέδων: Όσο περισσότερα τόσο καλύτερη η διαμορφωσιμότητα.

- Επίδραση της θερμοκρασίας :

Η θερμοκρασία είναι ο παράγοντας με την πλέον σημαντική επίδραση επί της πλαστικότητας. Μέσω της θέρμανσης, τα υλικά προσροφούν ένα ποσό θερμότητας το οποίο στο επίπεδο της κρυσταλλικής κυψελίδας επιφέρει ταλαντώσεις των ατόμων γύρω από τη θέση ισορροπίας τους. Στην περίπτωση αυτή η δράση εξωτερικών δυνάμεων επί των μεταλλικών υλικών με σκοπό τη μορφοποίηση τους, δημιουργεί το φαινόμενο της ολίσθησης μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων που διαθέτουν τη μεγαλύτερη πυκνότητα. Κατά συνέπεια η πλαστική παραμόρφωση των μεταλλικών υλικών καθίσταται δυνατή με τη δράση μικρότερων εξωτερικών δυνάμεων (θερμική πράυνση).

Υπάρχει όμως περίπτωση με την αύξηση της θερμοκρασίας να επέλθει μείωση στην πλαστικότητα μέσω της αύξησης του μεγέθους του κόκκου του υλικού.

Κατά κανόνα όμως, η υψηλή θερμοκρασία ευνοεί τη μορφοποίηση και με αυτό τον τρόπο μειώνει την οδηγούσα δύναμη της πρέσας κατά τη διέλαση. Γίνεται έτσι κατανοητό, ότι η αύξηση της θερμοκρασίας χρησιμοποιείται εκεί όπου απαιτούνται μεγάλα φορτία παραμόρφωσης.

- Επίδραση της ταχύτητας παραμόρφωσης:

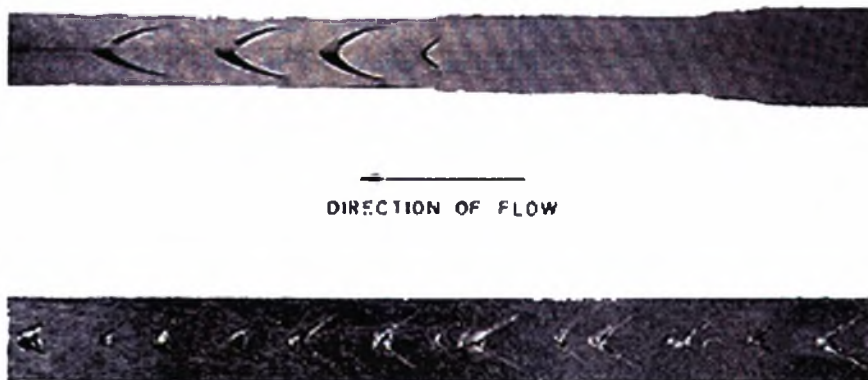
Η επίδραση της ταχύτητας παραμόρφωσης - δηλαδή πρακτικά η ταχύτητα της πρέσας για δεδομένη γεωμετρία μήτρας - επί της πλαστικότητας, παρουσιάζει ευρεία διαφορετικότητα σε συνάρτηση με τη φύση του μεταλλικού υλικού και τη θερμοκρασία στην οποία εξελίσσεται η διέλαση. Δηλαδή η ταχύτητα παραμόρφωσης για τη μορφοποίηση του ίδιου μεταλλικού υλικού μπορεί να επιφέρει αύξηση της πλαστικότητας για ένα δεδομένο θερμοκρασιακό περιβάλλον και μείωση για κάποιο άλλο. Επίσης, είναι δυνατόν να μην επηρεαστεί σε κανέναν βαθμό η πλαστικότητα του υλικού. Οι δύο ανταγωνιστικοί μηχανισμοί που καθορίζουν αν αυξηθεί ή όχι η πλαστικότητα, είναι η παραγωγή διδυμιών και η ανακρυστάλλωση. Εάν επικρατήσει ο πρώτος θα έχουμε μείωση της διαμορφωσιμότητας ενώ εάν επικρατήσει ο δεύτερος θα επέλθει αύξηση της.

1.3 Το πρόβλημα της εν-ψυχρώ άμεσης αξονοσυμμετρικής διέλασης.

Κατά την άμεση αξονοσυμμετρική διέλαση (σχ.1.1.4) μία κυλινδρική ‘μπιγιέτα’ τοποθετείται σε έναν θάλαμο κυλινδρικού σχήματος και οδηγείται - πιέζεται με τη βοήθεια μιας πρέσας διαμέσου μιας κωνικής μήτρας.

Οι κύριες ανεξάρτητες παράμετροι αυτής της κατεργασίας είναι το ποσοστό μείωσης της διατομής, η ημι-γωνία της κωνικής μήτρας, ο συντελεστής τριβής και οι ιδιότητες του υλικού - συνήθως ο συντελεστής κράτυνσης. Με κατάλληλη επιλογή αυτών των παραμέτρων, το προϊόν θα είναι μία συμπαγής ράβδος μειωμένης διατομής και αυξημένων μηχανικών ιδιοτήτων.

Παρόλα αυτά, τα προϊόντα είναι κάποιες φορές ελαττωματικά. Ένα κοινό ελάττωμα - που αποτελεί και το αντικείμενο αυτής της διπλωματικής - είναι η λεγόμενη κεντρική αστοχία (central bursts). Πρόκειται για τη ανάπτυξη στον άξονα συμμετρίας του προϊόντος, εσωτερικών αστοχιών - ρηγμάτων σε σχήμα βέλους (σχ.1.3.1)



Σχ. 1.3.1 Κεντρική Αστοχία (central bursts)

Η αστοχία αυτής της μορφής παρατηρείται συνήθως μετά από μία σειρά βημάτων -‘πάσα’ διέλασης και είναι προφανές ότι προκαλεί σημαντική μείωση στη φέρουσα ικανότητα του προϊόντος. Επίσης, λόγω της εσωτερικής της κατανομής είναι πολύ δύσκολο να εντοπιστεί με εξωτερική επιθεώρηση.

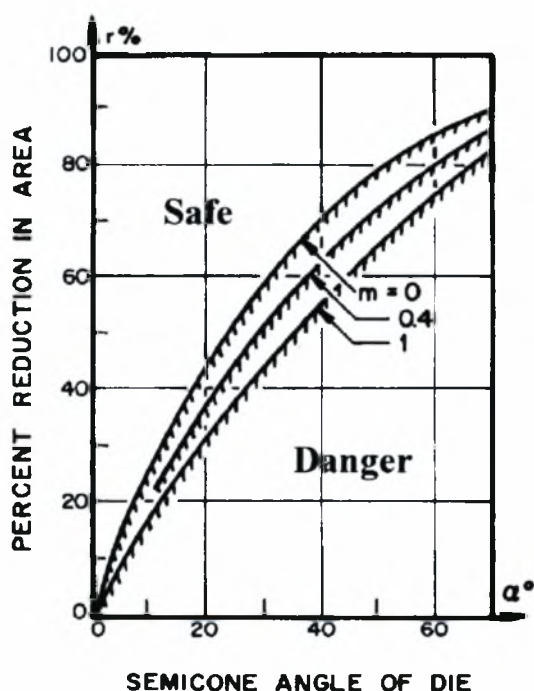
Εμπειρικά, η κεντρική αστοχία έχει αποδοθεί στον λανθασμένο σχεδιασμό της μεταλλικής μήτρας, δηλαδή μεγάλες ημι-γωνίες του κώνου και μικρές μειώσεις διατομής καθώς και στη κακή ποιότητα του προς διέλαση υλικού (εγκλείσματα, σωματίδια κτλ.).

Μια πρώτη προσπάθεια να βρεθεί ένα κριτήριο αστοχίας έγινε από τον B.Avitur (1968). Η προσέγγιση στο πρόβλημα, έγινε με τη χρήση του άνω οριακού θεωρήματος και σκοπεύει στο να προσδιοριστούν εκείνοι οι συνδυασμοί ημι-γωνίας του κώνου και μείωσης της διατομής για τους οποίους απαιτείται μικρότερη ενέργεια παραμόρφωσης όταν εμφανίζεται η αστοχία στον άξονα συμμετρίας. Αργότερα, αυτή η ανάλυση βελτιώθηκε ώστε να συμπεριλάβει και τις άλλες ανεξάρτητες

παραμέτρους της κατεργασίας όπως τον συντελεστή τριβής και τον συντελεστή κράτυνσης.

Πιο συγκεκριμένα, η ανάλυση αυτή θεωρεί ένα σφαιρικό πεδίο ταχυτήτων. Υπολογίζεται το συνολικό έργο παραμόρφωσης και συγκρίνεται με το έργο παραμόρφωσης ενός ίδιου κινηματικά πεδίου στο οποίο έχουν γίνει συγκεκριμένες θεωρήσεις για ροή παρουσία αστοχίας. Οι ημι-γωνίες του κώνου, το ποσοστό μείωσης της διατομής και οι λοιπές ανεξάρτητες παράμετροι για τις οποίες απαιτείται λιγότερη ενέργεια παραμόρφωσης όταν υπάρχει αστοχία, διαμορφώνουν ένα ικανό αλλά όχι και απόλυτα ακριβές κριτήριο.

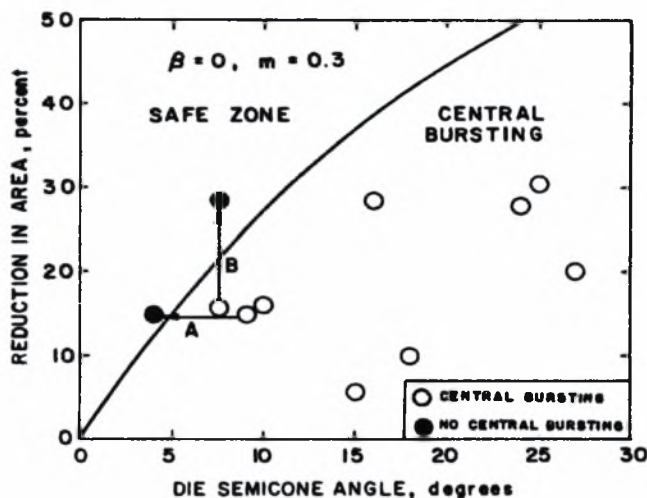
Τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης μπορούν να παρασταθούν στο παρακάτω σχήμα :



Σχ. 1.3.2 Το Κριτήριο Αστοχίας του Avitzur

Η μορφή της καμπύλης μας δείχνει πως η 'ασφαλής περιοχή' επιτυγχάνεται από μικρές ημι-γωνίες του κώνου και μεγάλες μειώσεις διατομής. Επίσης με την αύξηση του 'συντελεστή τριβής' m ή του βαθμού κράτυνσης του υλικού, φαίνεται πως η 'ασφαλής περιοχή' διευρύνεται.

Για τον έλεγχο αυτών των αποτελεσμάτων, έγιναν πολλά πειράματα σε βιομηχανική κλίμακα από τον Zimmerman (1970). Τα πειράματα αυτά, χρησιμοποιώντας κυρίως τον χάλυβα, έδειξαν πως κανένα από τα προϊόντα που αστόχησαν δεν βρισκόταν στην 'ασφαλή' περιοχή. Μειώνοντας μάλιστα την ημι-γωνία του κώνου για σταθερό ποσοστό μείωσης διατομής ή αυξάνοντας το ποσοστό μείωσης για σταθερή ημι-γωνία ήταν δυνατόν να αποφευχθεί η αστοχία. (σχ.1.3.3)



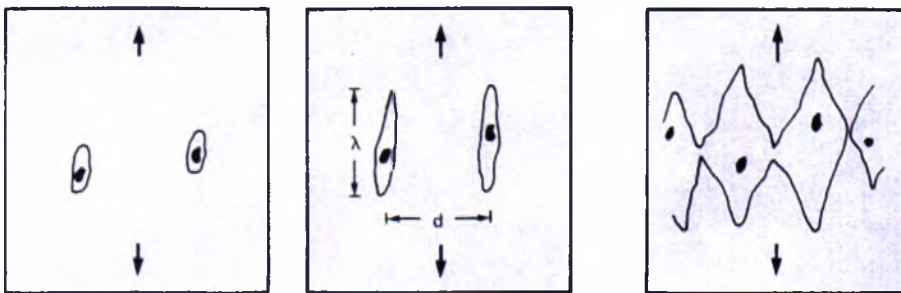
Σχ. 1.3.3 Πειράματα Zimmerman.(1970)

Πρέπει να σημειωθεί όμως πως το κριτήριο του Avitzur είναι κάπως αυθαίρετο, καθώς δεν μας δίνει πληροφορία για την εντατική κατάσταση που επικρατεί κατά τη διεργασία αλλά ούτε και για τη προέλευση των ρηγματών. Επίσης, δεν αναφέρει κάποιον αριθμό βημάτων -'πάσα' για τον οποίο θα προκύψει η αστοχία.

Μια διαφορετική προσέγγιση στο θέμα έγινε από τους H.Tanaka (1952) και J.Repe (1976) και βασίστηκε κυρίως στην αναγνώριση της εντατικής κατάστασης που επικρατεί στη ζώνη παραμόρφωσης καθώς και στη κρυσταλλογραφική μελέτη των αστοχιών. Παρατηρήθηκε πως για συγκεκριμένους συνδυασμούς της ημι-γωνίας του κώνου και μείωσης της διατομής δημιουργούνται μέσα στη ζώνη παραμόρφωσης και κατά μήκος του άξονα συμμετρίας του υλικού ισχυρές εφελκυστικές υδροστατικές τάσεις. Ο J.Repe παρατήρησε επιπλέον πως ο εφελκυσμός αυτός μειώνεται, όταν για δεδομένο ποσοστό μείωσης της διατομής μειώσουμε την ημι-γωνία του κώνου ή

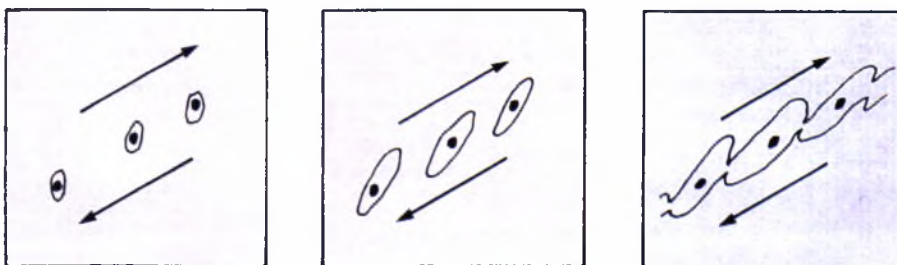
όταν για σταθερή ημι-γωνία αυξήσουμε το ποσοστό μείωσης της διατομής. Αναφέρει επίσης ότι η θετική υδροστατική τάση έχει φθίνουσα πορεία όσο απομακρυνόμαστε από τον άξονα συμμετρίας, ενώ από κάποιο σημείο και μετά συναντάμε μόνο θλίψη.

Ο Η. Tanaka πρότεινε μάλιστα ότι η αρχή της κεντρικής αστοχίας λαμβάνει χώρα στον άξονα συμμετρίας, όπου λόγω μεγάλης παραμόρφωσης έχουμε θραύση ή αποσύνδεση από το μητρικό υλικό των εγκλεισμάτων (ή σωματιδίων δευτέρας φάσης) και στη συνέχεια λόγω εφελκυσμού, συνένωση των μικρό-οπών μεταξύ τους όπως μπορεί να περιγραφεί από τον μηχανισμό του σχήματος 1.3.4. Επίσης, αυτή η αρχική αστοχία αναφέρεται προσανατολισμένη κάθετα προς τη κίνηση του προϊόντος.



Σχ. 1.3.4 Αποκόλληση Εγκλεισμάτων από το Μητρικό Υλικό και Συνένωση Οπών με Εφελκυσμό.

Έπειτα και καθώς απομακρυνόμαστε από τον άξονα συμμετρίας, επέρχεται αλλαγή στον μηχανισμό της θραύσης και από εφελκυσμό περνάμε σε θραύση με ισχυρή διάτμηση (σχ.1.3.5).



Σχ. 1.3.5 Αποκόλληση Εγκλεισμάτων από το Μητρικό Υλικό και Συνένωση Οπών με Διάτμηση.

Η αλλαγή στον μηχανισμό της θραύσης, εξηγείται και από τη κλίση του βέλους της αστοχίας ($\approx 45^\circ$) - επίπεδο μέγιστης διάτμησης σε εφελκυσμό.

Τα παραπάνω συμπεράσματα έχουν επιπλέον επιβεβαιωθεί και από κρυσταλλογραφικές μελέτες. Έτσι, στην αιχμή - 'μύτη' του ρήγματος η επιφάνεια παρουσιάζει έντονη τραχύτητα - χαρακτηριστικό της πλαστικής θραύσης σε εφελκυσμό - ενώ καταδεικνύει πως έχει προέλθει με συνένωση οπών. Αντίθετα, στα άκρα της αστοχίας και καθώς απομακρυνόμαστε από τον άξονα συμμετρίας, η μεταλλική επιφάνεια έχει έντονα χαρακτηριστικά διάτμησης. Παρουσιάζεται λεία, ενώ είναι εμφανής η ολίσθηση των κρυσταλλικών επιπέδων. Τέλος, παρατηρήθηκε πως σε όλο το μήκος του προϊόντος και γύρω από τον άξονα συμμετρίας, η αύξηση του πορώδους είναι αρκετά έντονη.

1.4 Συμπεράσματα.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούν να εξαχθούν κάποια πρώτα συμπεράσματα:

- Υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ της υδροστατικής τάσης και της έναρξης της κεντρικής αστοχίας.
- Ο μηχανισμός αστοχίας έχει τα χαρακτηριστικά της θραύσης σε δοκίμιο εφελκυσμού που περιέχει εγκλείσματα ή σωματίδια δευτέρας φάσεως.
- Από τη στιγμή που στη διέλαση έχουμε παραμορφώσεις τάξεως ένα, προκαλείται θραύση ή αποκόλληση των διαφόρων εγκλεισμάτων (ή σωματιδίων δευτέρας φάσης) από το μητρικό υλικό με άμεσο αποτέλεσμα τη δημιουργία μικρό-οπών. Στη συνέχεια και εάν οι διαστάσεις της μήτρας είναι τέτοιες ώστε στο εντατικό πεδίο να επικρατεί υδροστατικός εφελκυσμός, οι μικρο-οπές συνενώνονται μεταξύ τους αυξάνοντας την πιθανότητα αστοχίας.
- Η καθαρότητα του υλικού διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο μιας και οι μικρό-οπές που δημιουργούνται λόγω παραμόρφωσης, θα είναι περισσότερες σε υλικό με εγκλείσματα. Έτσι, στην περίπτωση του εφελκυσμού η αστοχία θα είναι πολύ πιο πιθανή.

- Η ανεξάρτητη παράμετρος της τριβής επηρεάζει αρνητικά το φαινόμενο της αστοχίας διευρύνοντας την 'ασφαλή' περιοχή, κάτι που φαίνεται από το κριτήριο του Avitzur αλλά και από τα συμπεράσματα των Pere και Tanaka. Πρέπει όμως να σημειωθεί πως ο υπερβολικά αυξημένος συντελεστής τριβής επηρεάζει αρνητικά την εξωτερική επιφάνεια του προϊόντος αλλά και την ενέργεια παραμόρφωσης και έτσι συνήθως αποφεύγεται. Τέλος, η επίδραση του συντελεστή κράτυνσης είναι ανάλογη αυτής του συντελεστή τριβής.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε αυτό το σημείο μπορεί να βοηθήσει σημαντικά, αφού δύναται να προσδιορίσει με ακρίβεια την εντατική κατάσταση της κατεργασίας. Στη παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται ευρεία χρήση της μεθόδου σε συνδυασμό με τα καταστατικά μοντέλα των Gurson , von-Mises και Coulomb (τριβή).

Χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικοί συνδυασμοί μείωσης της διατομής και ημι-γωνίας του κώνου. Ο πρώτος συνδυασμός έχει αποδειχθεί πειραματικά πως οδηγεί σε κεντρική αστοχία ενώ ο δεύτερος όχι. Υπολογίζεται η μεταβολή στο πορώδες του υλικού γύρω από τον άξονα συμμετρίας - φαινόμενο που αποτελεί τον βασικό παράγοντα έναρξης της αστοχίας - και προκύπτει πως μόνο στη πρώτη περίπτωση έχουμε ανάπτυξη του, κάτι που έρχεται σε συμφωνία και με τις πειραματικές μετρήσεις. Επιπλέον και επειδή συνήθως η κεντρική αστοχία παρατηρείται μετά από έναν αριθμό βημάτων - 'πάσα', επαναλαμβάνουμε την ανάλυση εφαρμόζοντας διέλαση στο προϊόν του πρώτου βήματος. Τα αποτελέσματα δείχνουν πως το πορώδες στη πρώτη περίπτωση αυξάνει ακόμα περισσότερο. Ομοίως, η ανάλυση πραγματοποιείται και για ένα τρίτο 'πέραςμα'.

Αυτές οι παρατηρήσεις, μαζί με την σύγκριση των δύο διαφορετικών εντατικών καταστάσεων, μπορούν να δώσουν μία πιθανή εξήγηση για την έναρξη της αστοχίας και για την εμφάνισή της μετά από κάποιο αριθμό βημάτων διέλασης. Τέλος, μελετάται η επίδραση της τριβής και στις δύο περιπτώσεις της γεωμετρίας.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται κάποια στοιχεία θεωρίας πλαστικότητας που θα μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε καλύτερα το υπολογιστικό μοντέλο και τα αποτελέσματά του, ενώ λύνεται αναλυτικά και το πρόβλημα της επίδρασης της υδροστατικής τάσης σε υλικό με οπές.

Κεφάλαιο 2

Στοιχεία θεωρίας πλαστικότητας-Κριτήρια διαρροής

2.1 Αρχή πλαστικοποίησης για ισότροπο συμπαγές υλικό.

Η πλαστικοποίηση αρχίζει όταν:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (2.1.1)$$

Η εξίσωση 2.1.1 αναπαριστά μία ‘υπερ-επιφάνεια’ (επιφάνεια διαρροής) στον ‘εξαδιάστατο’ χώρο των τάσεων. Κάθε σημείο που βρίσκεται πάνω σε αυτή την επιφάνεια αναπαριστά μια τοπική εντατική κατάσταση για την οποία αρχίζει να συμβαίνει πλαστικοποίηση. Η συνάρτηση $f(\sigma_{ij})$ καλείται συνάρτηση διαρροής.

Οι αναλλοίωτες του τανυστή είναι οι μόνες συναρτήσεις τάσεων οι οποίες παραμένουν αμετάβλητες κάτω από οποιαδήποτε περιστροφή. Συνεπώς για ένα ισότροπο υλικό η συνθήκη διαρροής μπορεί να εκφραστεί στη μορφή:

$$f(I_1, I_2, I_3) = 0$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{kk} \\ \text{όπου: } I_2 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} && \text{οι αναλλοίωτες του τανυστή των τάσεων.} \\ I_3 &= \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} \end{aligned}$$

Μπορούμε να παραστήσουμε τη συνάρτηση διαρροής στον χώρο των τάσεων με βάση το σχήμα 2.1.2.



Σχ. 2.1.2 Αναπαράσταση της Επιφάνειας Διαρροής στον Χώρο των Τάσεων.

Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι μια περιστροφή του εντατικού πεδίου αλλάζει την κατεύθυνση των κυρίων τάσεων αλλά δεν αλλάζει το μέγεθος τους και συνεπώς για ένα ισότροπο υλικό η συνθήκη διαρροής μπορεί να εκφραστεί:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$

Για ένα πλήρως συμπαγές υλικό η διαρροή είναι ανεξάρτητη από την υδροστατική τάση. Συνεπώς το κριτήριο διαρροής θα εξαρτάται μόνο από τον αποκλίνοντα τανυστή σ'_{ij} ($\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$) και έτσι:

$$f(I_2', I_3') = 0 \quad \text{ή} \quad f(\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3') = 0$$

όπου:

$$I_1' = \sigma'_{kk} = 0$$

$$I_2' = \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \quad , \text{ οι αναλλοίωτες του αποκλίνοντος τανυστή.}$$

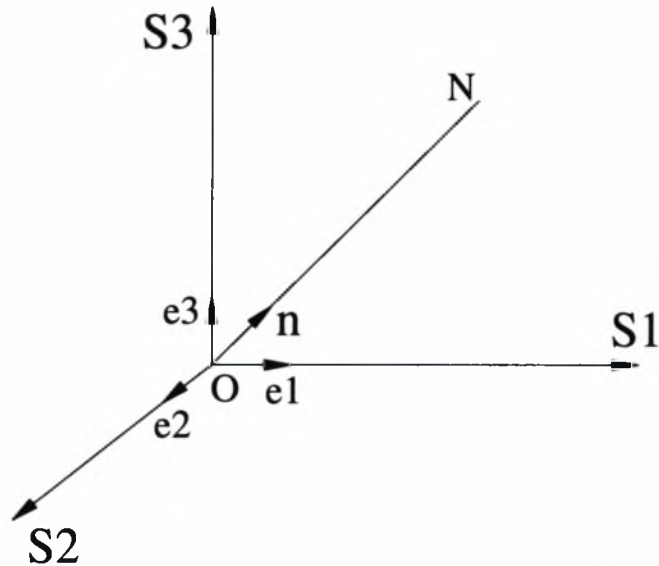
$$I_3' = \frac{1}{3}\sigma'_{ij}\sigma'_{jk}\sigma'_{ki}$$

$$\text{και } \sigma_1' = \sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_{kk}, \quad \sigma_2' = \sigma_2 - \frac{1}{3}\sigma_{kk}, \quad \sigma_3' = \sigma_3 - \frac{1}{3}\sigma_{kk}$$

οι κύριες τάσεις του αποκλίνοντος τανυστή.

2.2 Ιδιότητες της επιφάνειας διαρροής.

Ας θεωρήσουμε τον τρισδιάστατο χώρο των κυρίων τάσεων (σχ.2.2.1)



Σχ. 2.2.1 Τρισδιάστατος Χώρος Κυρίων Τάσεων ($\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3)$)

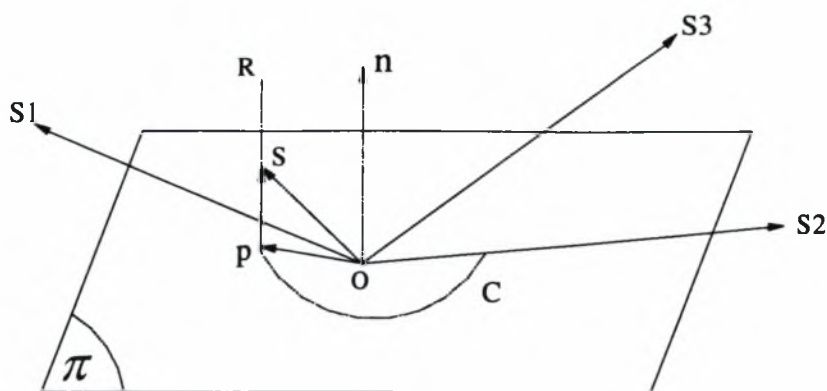
Χαράζουμε μία γραμμή ON που περνάει από την αρχή και σχηματίζει ίσες γωνίες με τους άξονες. Τότε, για κάθε σημείο σε αυτή τη γραμμή θα ισχύει :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{1}{3} \sigma_{kk}.$$

Το επίπεδο που ορίζεται ως $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ ονομάζεται επίπεδο-Π και περνάει από την αρχή των αξόνων ενώ είναι κάθετο στην ευθεία ON. Έστω ότι θεωρούμε μια εντατική κατάσταση : $\underline{OS} = \sigma_1 \underline{e}_1 + \sigma_2 \underline{e}_2 + \sigma_3 \underline{e}_3$. Με βάση το σχήμα 2.2.2 έχουμε:

$$\underline{PS} = (\underline{OS} \cdot \underline{n}) \underline{n} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) (\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} (\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3)$$

$$\begin{aligned} \underline{OP} &= \underline{OS} - \underline{PS} = (\sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_{kk}) \underline{e}_1 + (\sigma_2 - \frac{1}{3} \sigma_{kk}) \underline{e}_2 + (\sigma_3 - \frac{1}{3} \sigma_{kk}) \underline{e}_3 = \\ &= \sigma'_{1\underline{e}_1} + \sigma'_{2\underline{e}_2} + \sigma'_{3\underline{e}_3} \end{aligned}$$



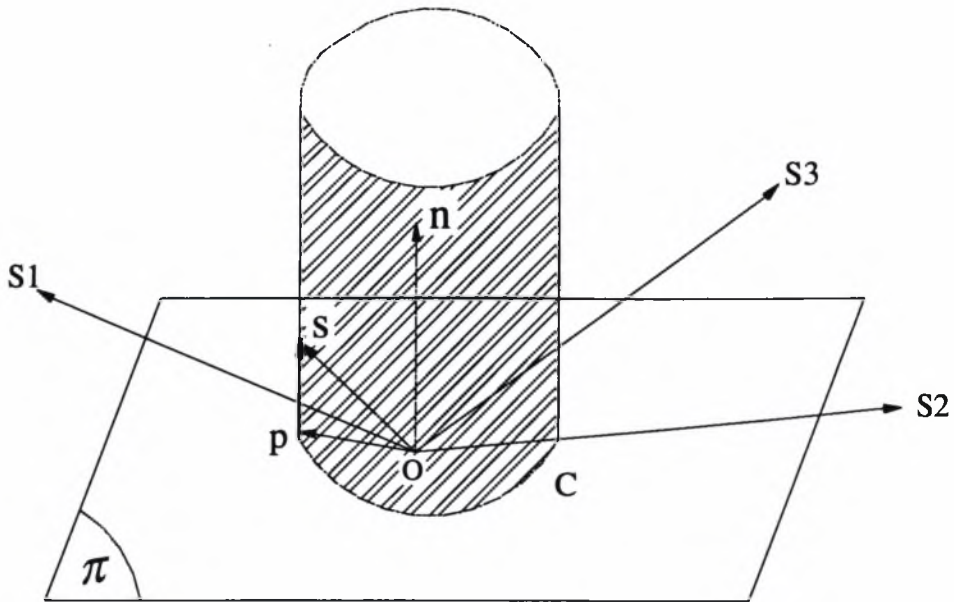
Σχ.2.2.2 Προοπτική Αναπαράσταση του Επίπεδου - Π

Άρα:

- Το διάνυσμα \underline{PS} αναπαριστά την υδροστατική τάση.
- Το διάνυσμα \underline{OP} αναπαριστά τις αποκλίνουσες τάσεις.

Κάθε εντατικό πεδίο κατά μήκος του διανύσματος \underline{PS} θα έχει τις ίδιες αποκλίνουσες τάσεις, ενώ εάν το S κείται στην επιφάνεια διαρροής τότε κάθε σημείο της ευθείας PR θα βρίσκεται επίσης στην επιφάνεια διαρροής. Συνεπώς η επιφάνεια διαρροής αναπαριστάται μέσω ενός κυλίνδρου κάθετου στο επίπεδο-Π (διεύθυνση αυτή του διανύσματος \underline{n}) ενώ τα σημεία επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο σχηματίζουν μια καμπύλη C. (σχ.2.2.3).

Είναι σκόπιμο να συζητήσουμε πιθανά σχήματα της καμπύλης C αλλά και της επιφάνειας διαρροής μιας και δεν αναπαρίστανται πάντα με κύκλο ή κύλινδρο.



Σχ.2.2.3 Αναπαράσταση της Επιφάνειας Διαρροής για Συμπαγές Υλικό.

2.3 Κριτήριο διαρροής von-Mises για συμπαγές υλικό.

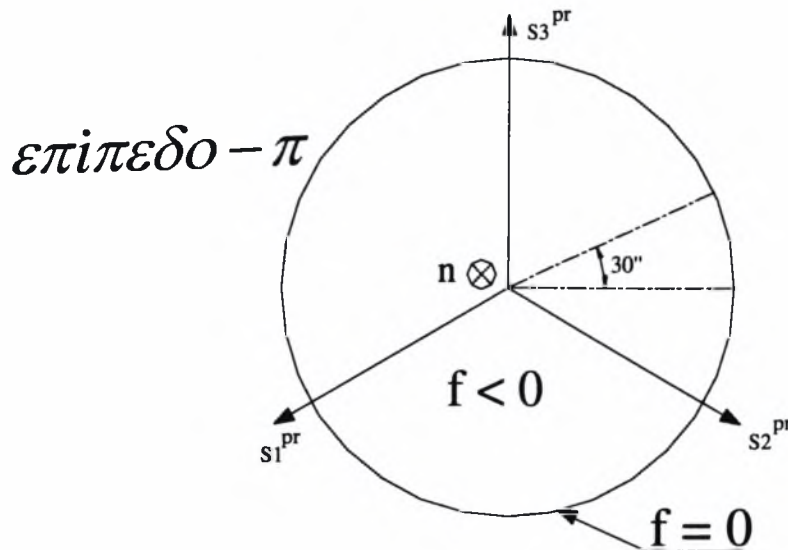
Το κριτήριο διαρροής του von-Mises για συμπαγές υλικό μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση:

$$\sigma_e = \sigma_o \Rightarrow \left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right)^{1/2} = \sigma_o$$

όπου σ'_{ij} ο αποκλίνοντας τανυστής και σ_o το όριο διαρροής του υλικού. Μπορούμε εύκολα να εκφράσουμε τη τελευταία σχέση στη μορφή $f(I'_2, I'_3) = 0$ και έτσι :

$$\frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_o^2 = 0 \Rightarrow I'_2 - \frac{1}{3} \sigma_o^2 = 0$$

Το κριτήριο διαρροής von-Mises αναπαριστάται πάνω στο επίπεδο-Π ως ένας κύκλος με κέντρο το $(0,0,0)$ και ακτίνα $r = \sigma_o \sqrt{\frac{2}{3}}$ σύμφωνα με το σχήμα 2.3.1 και συνεπώς αποτελεί στο χώρο κύλινδρο με κατεύθυνση αυτή του διανύσματος \underline{n} .



Σχ. 2.3.1 Αναπαράσταση του Κριτηρίου von-Mises στο Επίπεδο-Π

όπου $\sigma_1^{pr}, \sigma_2^{pr}, \sigma_3^{pr}$ οι Προβολές των $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Εάν θεωρήσουμε ισοτροπική σκλήρυνση (ή πράυνση) τότε κατά τη πλαστική παραμόρφωση, η επιφάνεια διαρροής μεγενθύνεται (ή συρρικνώνεται) κατά ομοιόμορφο τρόπο (σχήμα.2.3.2). Η εξίσωση της επιφάνειας διαρροής γίνεται τότε:

$$f\left(\frac{\sigma_{ij}}{C}\right) = 0$$

όπου σ_{ij} ο τανυστής των τάσεων, $C = C(s_\alpha)$, $\alpha = 1, 2, \dots, n$ ενώ οι s_α αποτελούν κάποιες καταστατικές μεταβλητές.

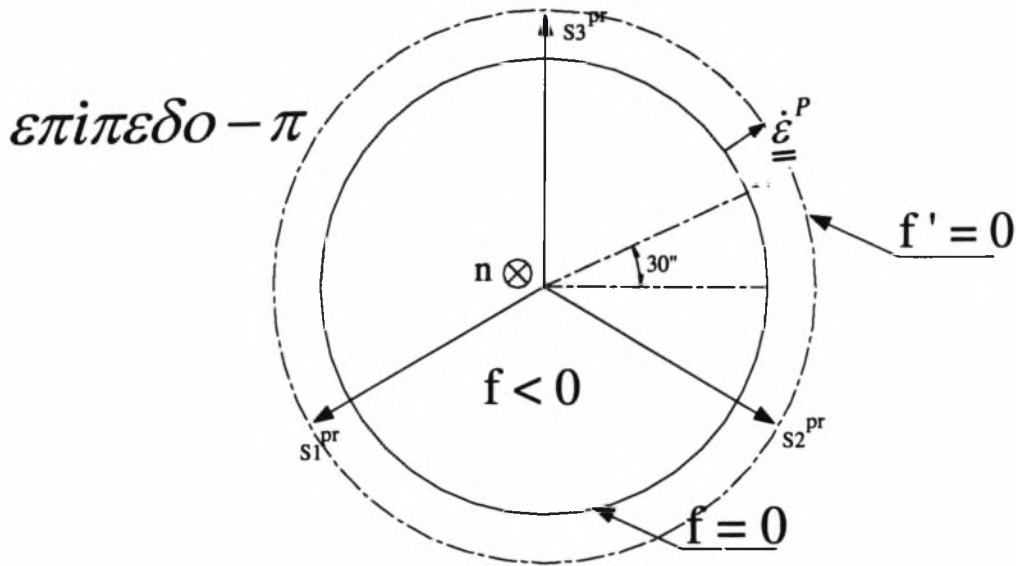
Για το κριτήριο διαρροής του Von-Mises μπορούμε να γράψουμε :

$$\left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}\right)^{1/2} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^p) = 0 \quad \text{ή} \quad \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}{C^2}\right)^{1/2} - 1 = 0$$

οπότε από την τελευταία σχέση: $C = \sigma_y$ και $s_1 = \bar{\epsilon}^p$

Το μέγεθος $\bar{\epsilon}^P$ (αναλύεται παρακάτω) αποτελεί την ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση και καθορίζει το μέγεθος της κυκλικής επιφάνειας διαρροής.

Επίσης όταν έχουμε υλικό - τέλειο πλαστικό τότε $C = \text{σταθερό}$ και $\alpha = 0$.

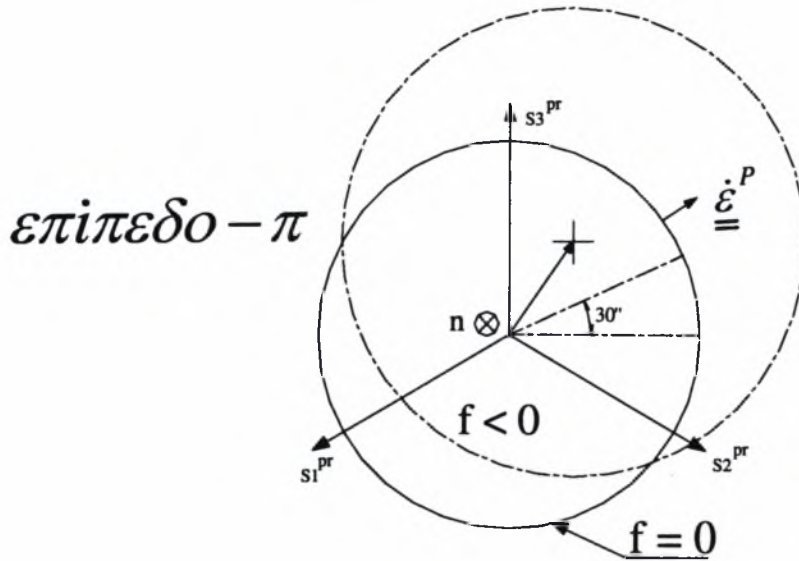


Σχ. 2.3.2 Κριτήριο Διαρροής von-Mises και Ισοτροπική Σκλήρυνση.

Εάν θεωρήσουμε κινηματική σκλήρυνση (ή πράνωση) τότε η επιφάνεια διαρροής, εκτός της διεύρυνσης (ή συρρίκνωσης), μετατοπίζει το κέντρο της πάνω στο επίπεδο-Π σύμφωνα με το σχήμα 2.3.3. Το κριτήριο διαρροής θα είναι τότε της μορφής $f(\frac{\sigma'_{ij}-a_{ij}}{C}) = 0$, $C = C(s_a)$. Η σχέση Von-Mises μπορεί να γραφτεί:

$$\left[\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} - a_{ij})(\sigma'_{ij} - a_{ij}) \right]^{1/2} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^P) = 0 \quad \text{ή} \quad \left[\frac{3}{2} \frac{(\sigma'_{ij} - a_{ij})(\sigma'_{ij} - a_{ij})}{C^2} \right]^{1/2} - 1 = 0$$

οπότε από την τελευταία προκύπτει : $C = \sigma_y$, $s_1 = \bar{\epsilon}^P$ και $s_2 + s_6$ οι πέντε ανεξάρτητες παράμετροι του πίνακα a_{ij} που δηλώνει την μετατόπιση του κέντρου της επιφάνειας διαρροής.



Σχ. 2.3.3 Κριτήριο Διαρροής von-Mises και Κινηματική Σκλήρυνση.

2.4 Κριτήριο διαρροής του Gurson για πορώδη υλικά.

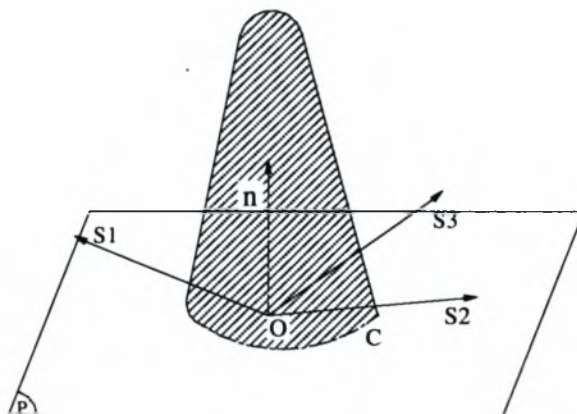
Σε ένα μη συμπαγές υλικό - υλικό με μικρό-οπές - το κριτήριο διαρροής θα εξαρτάται εκτός από τον αποκλίνοντα τανυστή και από την υδροστατική τάση. Μια πρόταση για ένα τέτοιο κριτήριο διαρροής προέρχεται από τον Gurson (1977) και εκφράζεται από τη σχέση:

$$f = \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_m(\bar{\epsilon}_m^p)} \right]^2 + 2p \cosh \left[\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_m(\bar{\epsilon}_m^p)} \right] - (1 + p^2) = 0 \quad (2.4.1)$$

όπου σ_e η ισοδύναμη τάση κατά von-Mises, σ_m το όριο διαρροής της μήτρας του υλικού, σ_{kk} η υδροστατική τάση και p το πορώδες του υλικού που ορίζεται από τη σχέση $p = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$. Από τη σχέση 2.4.1 προκύπτει διαρροή για $f = 0$, ενώ οι καταστατικές μεταβλητές s_a ορίζονται τώρα ως: $s_1 = \bar{\epsilon}_m^p$ και $s_2 = p$. Παρατηρούμε

ότι εάν θέσουμε το πορώδες ίσο με το μηδέν ($p = 0$) προκύπτει η σχέση διαρροής του von-Mises.

Η επιφάνεια διαρροής στο κριτήριο του Gurson, από τη στιγμή που εξαρτάται από την υδροστατική τάση, δεν θα έχει κυλινδρική μορφή. Μία πρόταση για αυτή την επιφάνεια φαίνεται στο σχήμα 2.4.2.



Σχ.2.4.2 Αναπαράσταση του Κριτηρίου Διαρροής Gurson στο επίπεδο-Π.

Λόγω της κωνικής μορφής της επιφάνειας διαρροής, γίνεται φανερό πως και μόνο με την αύξηση της υδροστατικής τάσης (κατά μήκος του διανύσματος του υδροστατικού άξονα $\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3)$) είναι δυνατόν να ξεπεράσουμε το όριο της επιφάνειας και να προκληθεί πλαστική παραμόρφωση.

2.5 Πλαστικό έργο - Ισοδύναμη Πλαστική παραμόρφωση.

Θεωρούμε ένα σώμα στο οποίο ασκούνται μαζικές δυνάμεις \underline{b} και επιφανειακές δυνάμεις \underline{T} (οι οποίες είναι ή επιβαλλόμενα φορτία ή αντιδράσεις). Η ισχύς που παράγεται από αυτές τις δυνάμεις είναι:

$$P = \int_V \underline{b}_i \dot{u}_i dV + \int_S T_i \dot{u}_i dS = \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^e dV + \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p dV \quad (2.5.1)$$

Όπου $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p$ και $\sigma_{ij} = \frac{\partial W(\varepsilon_{ij}^e)}{\partial \varepsilon_{ij}^e}$ ενώ το $W(\varepsilon_{ij}^e)$ δηλώνει την ελαστική

ενέργεια παραμόρφωσης ανά μονάδα όγκου. Έτσι, η σχέση 2.5.1 γράφεται:

$$P = \int_V \dot{W} dV + \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p dV$$

και με ολοκλήρωση ως προς το χρόνο: $\Rightarrow \int_0^t P dt = \int_V W dV + \int_V \left(\int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \right) dV$.

Ο πρώτος όρος δηλώνει το έργο που συντελείται από τα φορτία, ο δεύτερος την συνολική ελαστική ενέργεια και ο τρίτος το συνολικό πλαστικό έργο. Συνεπώς το πλαστικό έργο ανά μονάδα όγκου ορίζεται από την τελευταία σχέση ως εξής:

$$W^p = \int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p, \quad (2.5.2)$$

μία ποσότητα που εξαρτάται από τη πορεία της παραμόρφωσης. Μπορούμε να γράψουμε επίσης ότι: $dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$ ή $\dot{W}^p = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p$

Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση ορίζεται ως εξής:

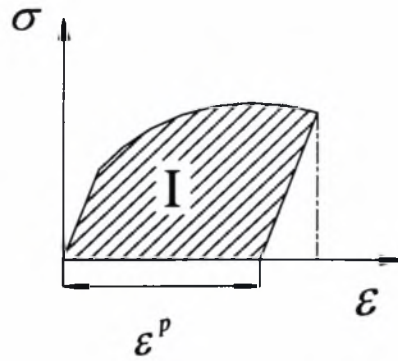
$$\bar{\varepsilon}_{ij}^p = \int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon_{ij}^p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}_{ij}^p dt \quad (2.5.3)$$

μία ποσότητα που εξαρτάται από τη πορεία της παραμόρφωσης.

Για μονοαξονικό εφελκυσμό έχουμε $\bar{\varepsilon}_{ij}^p = \varepsilon^p$ και άρα το πλαστικό έργο προκύπτει:

$$W^p = \int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \int_0^{\varepsilon^p} \sigma d\varepsilon^p = I, \quad \text{όπου } I \text{ το εμβαδόν της καμπύλης τάσης}$$

παραμόρφωσης που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχ. 2.5.4 Πλαστικό Έργο κατά τον Μονοαξονικό Εφελκυσμό.

Από τη καμπύλη του σχήματος 2.5.4 προκύπτει ότι:

$$d\varepsilon^p = d\varepsilon - d\varepsilon^e = \frac{d\sigma}{h} - \frac{d\sigma}{E} = \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{E}\right)d\sigma = \frac{E-h(\sigma)}{Eh(\sigma)}d\sigma = F(\sigma, d\sigma) \quad \text{ή ότι :}$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{E-h(\sigma)}{Eh(\sigma)} \dot{\sigma}, \quad \text{όπου } h(\sigma) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \text{ κατά τη διάρκεια της πλαστικής ροής.}$$

2.6 Συνθήκη Συνέπειας - Εξισώσεις Prandtl-Reuss.

Οι εξισώσεις διαρροής που είδαμε μέχρι τώρα έχουν τη μορφή: $f(\sigma_{ij}, s_a) = 0$ όπου s_a οι καταστατικές μεταβλητές με $a = 1, 2, \dots, n$. Ο ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$, μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} N_{ij}(\underline{\underline{\sigma}}, s_a) \quad (2.6.1)$$

όπου:

$\dot{\lambda} > 0$ κατά την πλαστική ροή και $\dot{\lambda} = 0$ κατά την ελαστική συμπεριφορά.

Η θετική τιμή του λ κατά τη πλαστική ροή καθορίζεται από τη λεγόμενη 'συνθήκη τη συνέχειας', ενώ η ποσότητα N_{ij} ορίζεται ίση με $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$ και αποτελεί το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια διαρροής. Για παράδειγμα στο κριτήριο διαρροής του von-Mises: $f = (\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^p) = 0$, αποδεικνύεται εύκολα ότι :

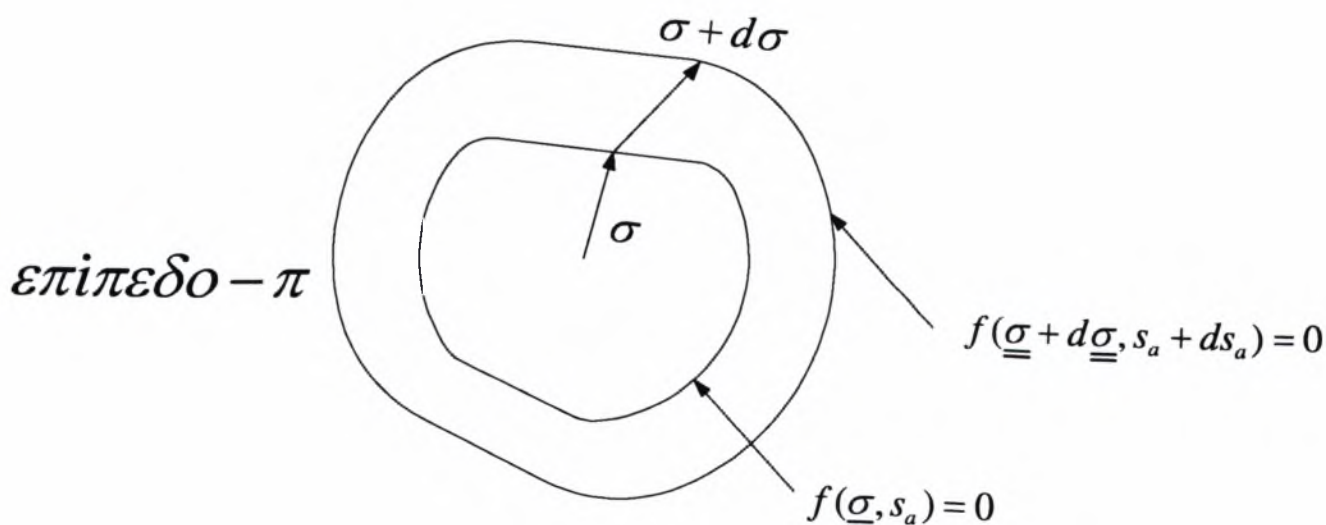
$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda \frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_e} \quad \text{δηλαδή} \quad N_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_e} \quad (2.6.2)$$

$$\text{ενώ} \quad s_1 = \dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} = \lambda \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{N}} : \underline{\underline{N}}} = \lambda \quad (\text{επειδή} \quad \underline{\underline{N}} : \underline{\underline{N}} = \frac{3}{2})$$

Η συνθήκη συνέπειας επιβάλλει ότι κατά τη πλαστικοποίηση η μεταβολή των τάσεων και των καταστατικών μεταβλητών θα γίνεται με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να ισχύει πάντα η σχέση: $f = 0$. (σχήμα.2.6.4.)

Συνεπώς θα ισχύει $\dot{f} = 0$ και για το κριτήριο διαρροής του von-Mises:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \bar{\epsilon}^p} \dot{\bar{\epsilon}}^p = 0 \quad (2.6.3)$$



Σχ. 2.6.4 Συνθήκη Συνέπειας.

Η σχέση 2.6.3 αποτελεί και τη συνθήκη συνέπειας για το κριτήριο διαρροής του Mises που σε συνδυασμό με την $f = (\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^p)$ μας δίνει :

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij} \dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_e} \frac{1}{H} \quad (2.6.5)$$

όπου : $H = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}^p} \neq 0$ και $\dot{\bar{\epsilon}}^p = \dot{\lambda}$

Η συνθήκη συνέχειας καθορίζει ότι όσο 'μεγαλώνει' (ή μικραίνει) η σ_e άλλο τόσο πρέπει να 'μεγαλώσει' και η ποσότητα $\sigma_y(\bar{\epsilon}^p)$ έτσι ώστε πάντα να ισχύει: $f = 0$.

Για υλικό τέλειο πλαστικό, θα ισχύει: $\sigma_y = \text{σταθ.}$ και άρα $H = 0$ με αποτέλεσμα να μην ορίζεται το $\dot{\lambda}$.

Από τη σχέση 2.6.5 και τη 2.6.1 έχουμε : $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{1}{H} (\frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl}) N_{ij}$ ενώ από τη σχέση 2.6.2 προκύπτουν οι σχέσεις Prandtl-Reuss :

$$\frac{\dot{\epsilon}_{xx}^p}{\sigma'_{xx}} = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}^p}{\sigma'_{yy}} = \frac{\dot{\epsilon}_{zz}^p}{\sigma'_{zz}} = \frac{\dot{\epsilon}_{xy}^p}{\sigma'_{xy}} = \frac{\dot{\epsilon}_{yz}^p}{\sigma'_{yz}} = \frac{\dot{\epsilon}_{xz}^p}{\sigma'_{xz}} = \frac{3\dot{\lambda}}{2\sigma_y} \quad (2.6.6)$$

Κεφάλαιο 3

Το πρόβλημα της σφαίρας με οπή υπό την επίδραση υδροστατικής τάσης.

3.1 Γενικά.

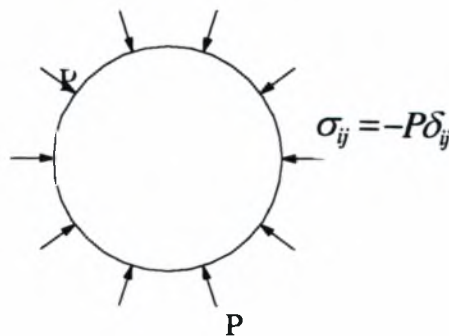
Η γενική εντατική κατάσταση μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + P\delta_{ij} \quad (3.1.1)$$

όπου το σ'_{ij} αποτελεί τον αποκλίνοντα τανυστή των τάσεων και το P την υδροστατική πίεση : $P = \sigma_{\kappa\kappa} / 3$.

Είναι γνωστό ότι σε ένα συμπαγές μεταλλικό υλικό η πλαστική παραμόρφωση προκαλείται αποκλειστικά από την επίδραση του αποκλίνοντος μέρους του τανυστή των τάσεων (διατμήσεις), ενώ το υδροστατικό μέρος δεν συμβάλει καθόλου προς αυτήν τη κατεύθυνση.

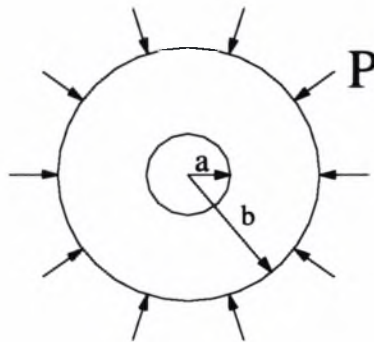
Σε μία εντατική κατάσταση όπως αυτή του σχήματος 3.1.2 όπου παρουσιάζεται μία συμπαγής σφαίρα υπό την επίδραση εξωτερικής υδροστατικής τάσης, το εντατικό πεδίο είναι της μορφής $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij}$ και έτσι δεν θα προκληθεί πλαστική παραμόρφωση, ανεξάρτητα από το μέγεθος των τάσεων.



Σχ.3.1.2 Συμπαγής Σφαίρα υπό την Επίδραση Υδροστατικής Τάσης.

3.2 Μοντέλο.

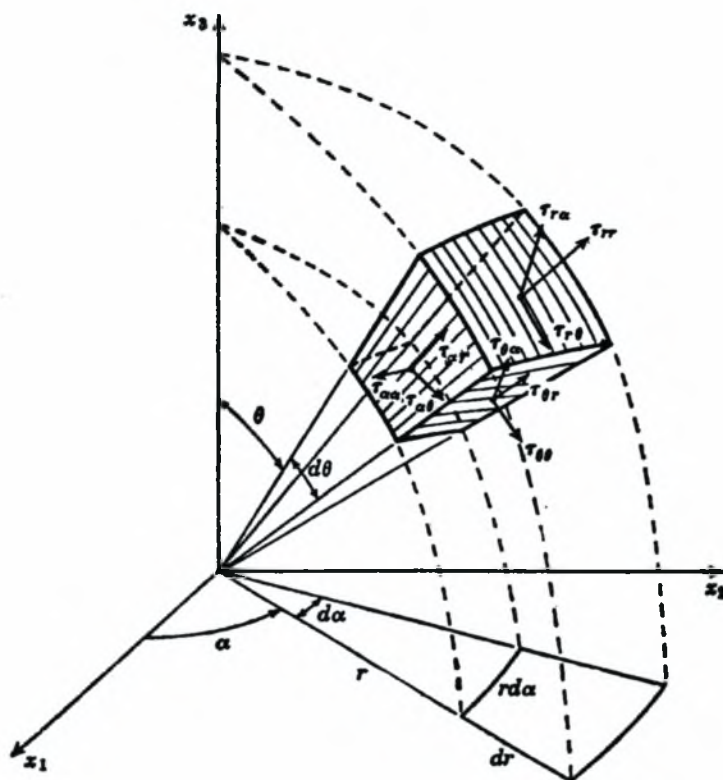
Το πρόβλημα που εξετάζουμε είναι η επίδραση της υδροστατικής τάσης σε υλικό με οπές και για το λόγο αυτό θεωρούμε το μοντέλο του σχήματος 3.2.1, όπου μία σφαίρα ακτίνας b περιέχει στο κέντρο της σφαιρική οπή ακτίνας a , ενώ θλίβεται εξωτερικά με πίεση P . Θα αποδείξουμε πως η παρουσία υδροστατικής τάσης σε αυτήν τη περίπτωση, δύναται να προκαλέσει πλαστική παραμόρφωση μιας και η εντατική κατάσταση εμπεριέχει και αποκλίνοντα τανυστή. Το εντατικό πεδίο που δημιουργείται ($\sigma_{ij} \neq -P\delta_{ij}$) συνάρτηση του μεγέθους της εξωτερικής τάσης μπορεί να προκαλέσει μεγάλες αλλαγές στις αρχικές διαστάσεις και με αυτόν τον τρόπο αλλαγή στο πορώδες.



Σχ. 3.2.1 Σφαίρα Ακτίνας 'b' με Οπή Ακτίνας 'a' υπό την Επίδραση Υδροστατικής τάσης .

3.3 Επίλυση.

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούμε σφαιρικές συντεταγμένες: (σχήμα.3.3.1)



Σχ. 3.3.1 Σφαιρικές Συντεταγμένες.

Ελαστική Επίλυση:

Οι εξισώσεις ισορροπίας για σφαιρικές συντεταγμένες έχουν ως εξής:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{ra}}{\partial a} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{rr} - \sigma_{aa} - \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{r\theta} \cot \theta}{r} + F_r = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{ra}}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{aa}}{\partial a} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{a\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{ra} + 2\sigma_{a\theta} \cot \theta}{r} + F_a = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{a\theta}}{\partial a} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{r\theta} + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{aa}) \cot \theta}{r} + F_\theta = 0$$

όπου \underline{F} το διάνυσμα μαζικών δυνάμεων.

Οι σχέσεις παραμορφώσεων -μετατοπίσεων :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}$$

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{u_r}{r} + u_\theta \frac{\cot \theta}{r}$$

$$\varepsilon_{ra} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} - \frac{u_\alpha}{r} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial r} \right)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)$$

$$\varepsilon_{\alpha\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \theta} - \frac{u_\alpha \cot \theta}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \alpha} \right)$$

Οι ελαστικές σχέσεις τάσεων - παραμορφώσεων :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\alpha\alpha})]$$

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{E} [\sigma_{\alpha\alpha} - \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})]$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu (\sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{rr})]$$

$$\varepsilon_{ra} = \frac{\sigma_{ra}}{2G}$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{\sigma_{r\theta}}{2G}$$

$$\varepsilon_{\theta\alpha} = \frac{\sigma_{\theta\alpha}}{2G}$$

Επειδή το πρόβλημα είναι πλήρως συμμετρικό θα ισχύει :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \alpha} = 0, \frac{\partial}{\partial r} \neq 0$$

Οι μόνες μη μηδενικές τάσεις θα είναι οι: $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\alpha\alpha}$ και η μόνη μη μηδενική μετατόπιση η: u_r .

Με βάση τα παραπάνω, οι εξισώσεις ισορροπίας γίνονται:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})}{r} = 0 \quad (3.3.2)$$

Οι σχέσεις μετατοπίσεων -παραμορφώσεων:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (3.3.3)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} = \varepsilon_{\alpha\alpha} \quad (3.3.4)$$

Με λοιπά $\varepsilon_{ij} = 0$

Ενώ οι ελαστικές σχέσεις τάσεων -παραμορφώσεων:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{rr} + 2\nu\varepsilon_{\alpha\alpha}] \\ \sigma_{\alpha\alpha} = \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\varepsilon_{\alpha\alpha} + \nu\varepsilon_{rr}] \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Με λοιπά $\sigma_{ij} = 0$.

Εάν αντικαταστήσουμε στην 3.3.5. τις παραμορφώσεις και θέσουμε τις τάσεις στην εξίσωση ισορροπίας τότε θα προκύψει μετά από ολοκλήρωση η εξής μορφή για τις μετατοπίσεις:

$$u_r = c_1 r + \frac{c_2}{r^2}, \quad \text{με λοιπά } u_r = 0 \quad (3.3.6)$$

όπου C_1 και C_2 οι άγνωστες σταθερές που προκύπτουν από την ολοκλήρωση.

Με βάση το σχήμα 3.2.1 οι συνοριακές συνθήκες μπορούν να γραφούν:

$$\text{Για } r=a : \sigma_{rr}(a) = 0$$

$$\text{Για } r=b : \sigma_{rr}(b) = -P$$

Από τις συνοριακές συνθήκες προσδιορίζουμε τις σταθερές C_1 και C_2

Έτσι:

$$C_1 = -\frac{M}{E}(1-2\nu) < 0$$

$$C_2 = -\frac{Ma^3}{2E}(1+\nu) < 0 \quad \text{όπου : } M = \frac{P}{1-\frac{a^3}{b^3}} > 0$$

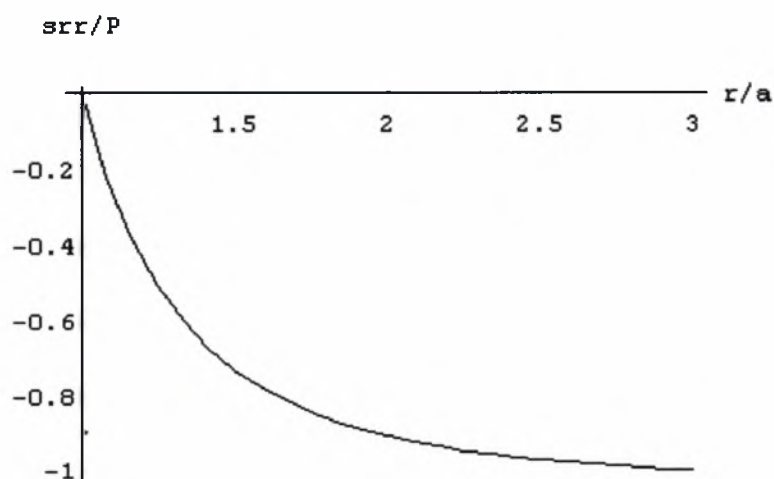
Συνεπώς, είναι τώρα εύκολο να υπολογίσουμε και τις τάσεις οι οποίες προκύπτουν:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= A - \frac{2B}{r^3} \\ \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\alpha\alpha} &= A + \frac{B}{r^3} \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

$$\begin{aligned} \text{όπου : } A &= KC_1(1+\nu) = \frac{E}{1-2\nu} C_1 \\ B &= KC_2(1-2\nu) = \frac{E}{1+\nu} C_2 \\ K &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{aligned}$$

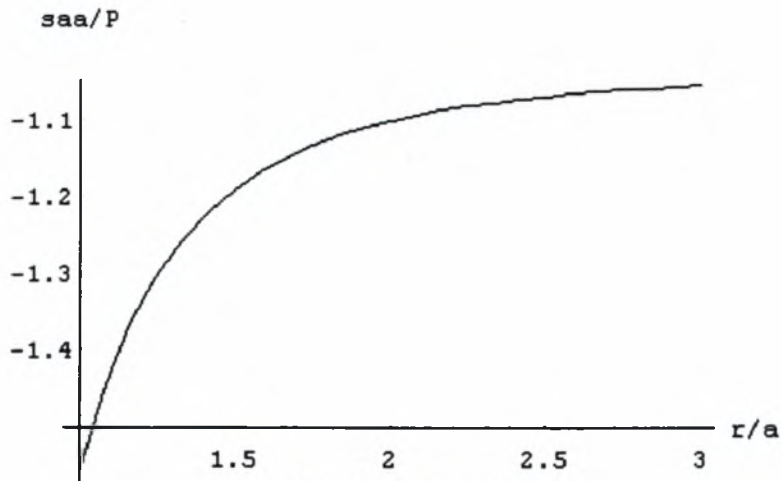
με E = το μέτρο ελαστικότητας και ' ν ' ο λόγος του Poisson για την ελαστική περιοχή.

Η μορφή των τάσεων σ_{rr} σε αδιάστατη μορφή για $b = 3a$ και $\nu = 0.3$ που προκύπτει από τη σχέση 3.3.7 είναι:



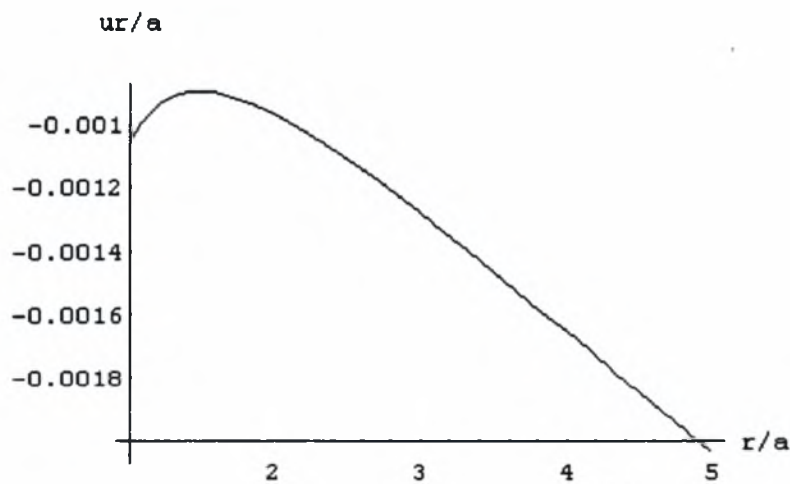
Σχ. 3.3.8 Τάση $\sigma_{rr} / P - r/a$

Όμοια, για τις τάσεις $\sigma_{\alpha\alpha}$ από τη σχέση 3.3.7:



Σχ. 3.3.9 Τάση $\sigma_{aa}/P-r/a$

Παρατηρούμε πως οι τάσεις σ_{aa} είναι σαφώς μεγαλύτερες από τις σ_{rr} , ενώ και οι δύο έχουν αρνητικό πρόσημο κάτι που αναμέναμε. Όσο αφορά τις μετατοπίσεις u_r , αυτές μπορούν να παρασταθούν σε αδιάστατη μορφή από τη σχέση 3.3.6 για $P/E = 0.001$, $b = 5a$ και $\nu = 0.3$ ως εξής:



Σχ. 3.3.10 Μετατοπίσεις $u_r/a - r/a$

Ελαστοπλαστική Επίλυση

Θεωρούμε νόμο υλικού τέλει - πλαστικό. Όπως έχει αναφερθεί οι μόνες μη μηδενικές τάσεις είναι οι $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\alpha\alpha}$. Συνεπώς, η γενική εντατική κατάσταση έχει τη μορφή:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\alpha\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

Αντίστοιχα ο τανυστής της υδροστατικής τάσης μπορεί να παρασταθεί:

$$[P\delta_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\theta\theta}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\theta\theta}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\theta\theta}}{3} \end{bmatrix}$$

Έτσι, από τη σχέση $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + P\delta_{ij}$ μπορούμε να υπολογίσουμε τον αποκλίνοντα τανυστή ο οποίος προκύπτει (για $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\alpha\alpha}$):

$$[\sigma'_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{2(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})}{3} \end{bmatrix}$$

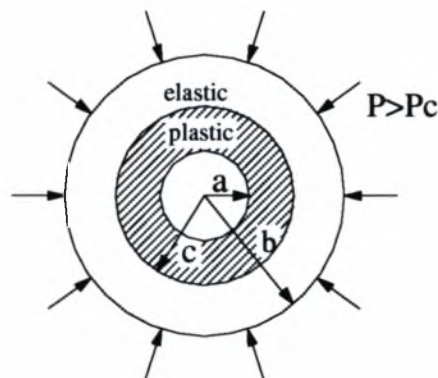
Η ισοδύναμη τάση κατά Von-Mises υπολογίζεται από τη σχέση $\sigma_e = (\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})^{1/2}$ και προκύπτει για την ελαστική λύση: 3

$$\sigma_e = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} = \frac{3a^3}{2r^3} \left(\frac{P}{1 - \frac{a^3}{b^3}} \right) \quad (3.3.11)$$

Η πλαστικοποίηση θα προκληθεί όταν $\sigma_e = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} = \sigma_o$ όπου σ_o το όριο διαρροής του υλικού. Παρατηρούμε ότι η ισοδύναμη τάση γίνεται μέγιστη για $r = a$ και συνεπώς η σφαίρα θα αρχίσει να πλαστικοποιείται από 'μέσα προς τα έξω', ενώ η αρχή θα συμβεί όταν η πίεση πάρει μία κρίσιμη τιμή P_c που υπολογίζεται :

$$P_c = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right) \sigma_o \quad (3.3.12)$$

Αυξανόμενης της εξωτερικής πίεσης η πλαστικοποίηση συνεχίζεται δημιουργώντας μία σφαιρική ζώνη πλαστικοποίησης με ακτίνα c σύμφωνα με το σχήμα 3.3.13



Σχ. 3.3.13 Δημιουργία Πλαστικής Ζώνης Ακτίνας 'c'.

Είναι φανερό πως το πρόβλημα χωρίζεται σε δύο περιοχές όπου στη κάθε μία ισχύουν και διαφορετικές εξισώσεις αναπαράστασης του εντατικού πεδίου:

- Ελαστική Περιοχή ($c \leq r \leq b$)

Οι τάσεις θα έχουν την ίδια μορφή όπως και στο πλήρες ελαστικό πρόβλημα .

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^e &= A - \frac{2B}{r^3} \\ \text{Έτσι: } \sigma_{\theta\theta}^e &= \sigma_{\phi\phi}^e = A + \frac{B}{r^3} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

όπου A, B άγνωστες σταθερές και με συνοριακή συνθήκη:

$$\sigma_{rr}^e(b) = -P$$

και συνθήκη διαρροής στο 'άκρο' c :

$$\sigma_e(c) = \sigma_o \Rightarrow \sigma_{aa}^e(c) - \sigma_{rr}^e(c) = \sigma_o$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις και εφαρμογή της 3.3.14 προκύπτουν οι σταθερές A, B :

$$A = -P - \frac{2}{3}\sigma_o \frac{c^3}{b^3}, \quad B = -\frac{1}{3}\sigma_o c^3$$

- Πλαστική Περιοχή ($a \leq r \leq c$)

Στην πλαστική περιοχή θα ισχύουν :

α) Η συνθήκη διαρροής : $\sigma_{aa}^P - \sigma_{rr}^P = \sigma_o$

β) Η εξίσωση ισορροπίας : $\frac{\partial \sigma_{rr}^P}{\partial r} + \frac{2(\sigma_{rr}^P - \sigma_{aa}^P)}{r} = 0$

γ) Η συνοριακή συνθήκη : $\sigma_{rr}^P(a) = 0$

Από α) , β) και γ) και μετά από ολοκλήρωση προκύπτει η εξής μορφή των τάσεων:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^P &= -2\sigma_o \ln(r/a) \\ \sigma_{aa}^P &= \sigma_{\theta\theta}^P = -2\sigma_o \ln(r/a) - \sigma_o \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

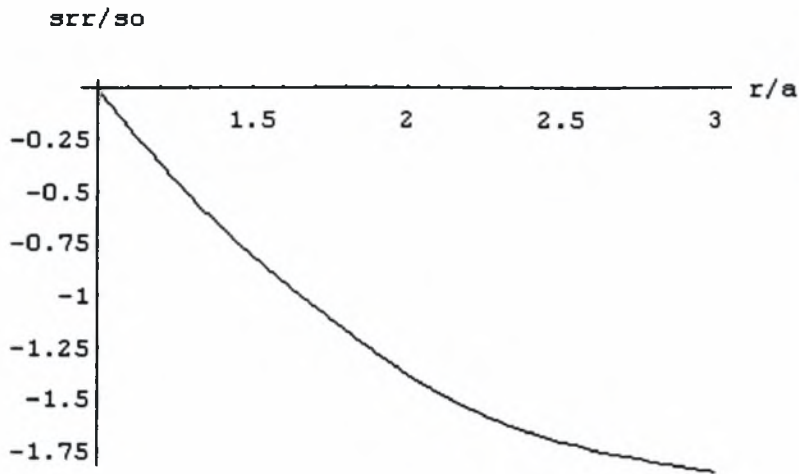
Για να βρούμε μια σχέση που συνδέει την εξωτερική πίεση P με το εύρος της πλαστικής ζώνης αρκεί να θεωρήσουμε την ισότητα των ελαστικών και πλαστικών ακτινικών τάσεων στο σύνορο c . Έτσι από $\sigma_{rr}^e(c) = \sigma_{rr}^P(c)$ προκύπτει η σχέση :

$$\frac{P}{\sigma_o} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{c^3}{b^3}\right) + 2 \ln\left(\frac{c}{a}\right) \quad (3.3.16)$$

Η σφαίρα πλαστικοποιείται πλήρως όταν $c = b$, οπότε η πίεση P παίρνει την τιμή:

$$P_l = 2\sigma_o \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

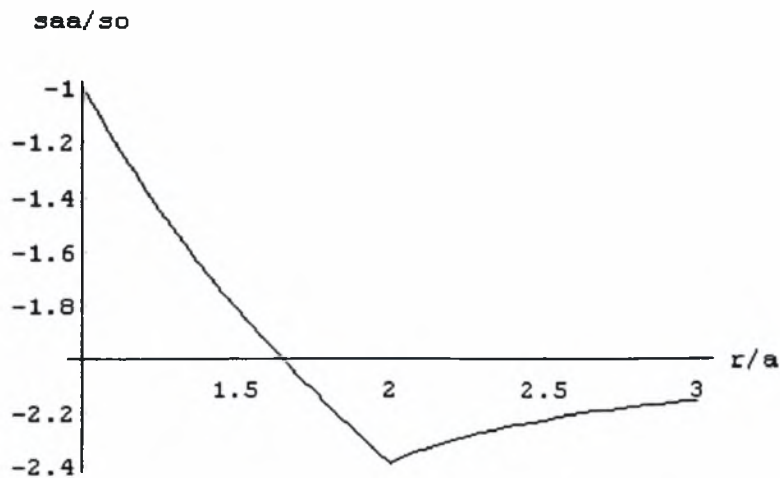
Η μορφή των τάσεων σ_{rr}^e και σ_{rr}^p σε αδιάστατη μορφή για $b = 3a$ και $c = 2a$ είναι:



Σχ. 3.3.17 Τάσεις: $\sigma_{rr}(r)/\sigma_0 - r/a$

Παρατηρούμε ότι για $r = a$ η $\sigma_{rr}^p(a)$ δίνει μηδενική τιμή ενώ για $r = c$ υπάρχει συνέχεια των τάσεων κάτι που το περιμέναμε για τις ακτινικές τάσεις.

Όμοια, για τα ίδια δεδομένα οι τάσεις $\sigma_{\alpha\alpha}^e$ και $\sigma_{\alpha\alpha}^p$:



Σχ. 3.3.18 Τάσεις $\sigma_{\alpha\alpha}(r)/\sigma_0 - r/a$

Παρατηρούμε πως υπάρχει ασυνέχεια στην παράγωγο των μη ακτινικών τάσεων στο σημείο μετάβασης $r = c$.

Μελέτη μετατοπίσεων στο ελαστοπλαστικό πρόβλημα

- Ελαστική Περιοχή ($c \leq r \leq b$)

Από τη σχέση $\varepsilon_{aa}^e = \frac{1}{E} [\sigma_{aa}^e - \nu(\sigma_{rr}^e + \sigma_{\theta\theta}^e)] = \frac{u_r^e}{r}$ και την ισότητα των τάσεων $\sigma_{\theta\theta}^e = \sigma_{aa}^e$ προκύπτει η ελαστική μετατόπιση:

$$u_r^e = \frac{r}{E} [(1-\nu)\sigma_{aa}^e - \nu\sigma_{rr}^e] = -\frac{\sigma_o}{E} \left[(1-2\nu) \left(\frac{P}{\sigma_o} + \frac{2c^3}{3b^3} \right) r + \frac{1+\nu}{3} \frac{c^3}{r^2} \right] \quad (3.3.19)$$

όπου για $r = c$:

$$u_r^e(c) = -\frac{\sigma_o}{E} \left[(1-2\nu) \left(\frac{P}{\sigma_o} + \frac{2c^3}{3b^3} \right) c + \frac{1+\nu}{3} c \right] \quad (3.3.20)$$

- Πλαστική Περιοχή ($a \leq r \leq c$)

Στην πλαστική περιοχή η μετατόπιση καθορίζεται από το γεγονός ότι η παραμόρφωση όγκου είναι καθαρά ελαστική ($\varepsilon_{\kappa\kappa}^p = 0$).

$$\text{Έτσι έχουμε: } \varepsilon_{\kappa\kappa} = \varepsilon_{\kappa\kappa}^e = \frac{du_r}{dr} + 2 \frac{u_r}{r}.$$

Επίσης ισχύει :

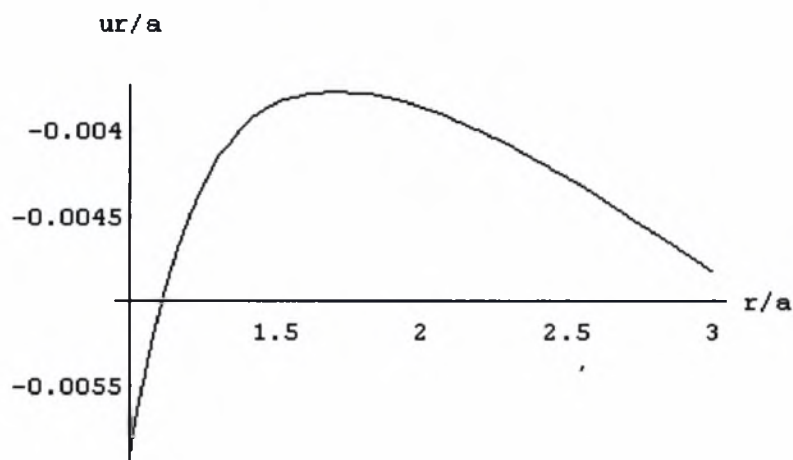
$$\varepsilon_{\kappa\kappa} = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_{\kappa\kappa} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_{rr}^p + 2\sigma_{aa}^p) = -\frac{1-2\nu}{E} \sigma_o (6 \ln(\frac{r}{a}) + 2)$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις και μετά από ολοκλήρωση προκύπτει:

$$u_r(r) = u_r(c) \frac{c^2}{r^2} + D \left(r \ln \frac{r}{a} - \frac{c^3}{r^2} \ln \frac{c}{a} \right) \quad (3.3.21)$$

$$\text{όπου: } D = \frac{-2(1-2\nu)\sigma_o}{E} \text{ και } u_r(c) = u_r^e(c)$$

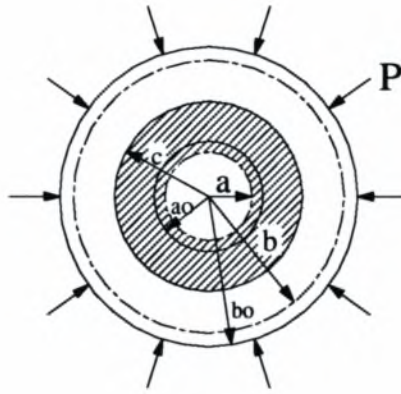
Η μορφή των μετατοπίσεων σε αδιάστατη μορφή υπολογισμένες από τη σχέση 3.3.21 για $E = 400 \sigma_o$, $b = 3a$, $c = 1.5 a$ και $\nu = 0.3$ είναι:



Σχ. 3.3.22 Μετατοπίσεις $u_r/a - r/a$

3.4 Μεγάλες μετατοπίσεις.

Μέχρι τώρα θεωρήσαμε ότι η αρχική γεωμετρία δεν αλλάζει, δηλαδή ότι $a, b =$ σταθ., ενώ όλοι οι υπολογισμοί έγιναν με αυτή την παραδοχή. Για το καθαρά ελαστικό πρόβλημα, η παραδοχή αυτή μπορεί να ισχύει αφού έχουμε μικρές μετατοπίσεις. Όταν όμως αρχίζει να επέρχεται η πλαστικοποίηση, λόγω των μεγάλων μετατοπίσεων, η αρχική γεωμετρία δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και έτσι πρέπει να αναθεωρήσουμε το μοντέλο μας. Θεωρούμε το σχήμα 3.4.1 όπου λαμβάνουμε υπόψιν τη μεταβολή των αρχικών διαστάσεων: $a_o \rightarrow a$ και $b_o \rightarrow b$.



Σχ. 3.4.1 Μεταβολή Αρχικών Διαστάσεων καθώς Πλαστικοποιείται η Σφαίρα. (συμπίεση).

Η θεώρηση που γίνεται απεικονίζεται από τις εξής σχέσεις :

$$\begin{aligned} a &= a_o + u_r^p(a) \\ b &= b_o + u_r^e(b) \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

Εάν r_o είναι η αρχική ακτίνα μιας σφαίρας και r η ακτίνα της κάποια άλλη χρονική στιγμή, τότε, θεωρώντας υλικό πλαστικά ασυμπίεστο η μεταβολή του όγκου θα είναι :

$$\varepsilon_{\kappa\kappa} = \ln\left(\frac{V}{V_o}\right) = \ln\left(\frac{r^2 dr}{r_o^2 dr_o}\right)$$

Ξέρουμε όμως ότι :

$$\varepsilon_{\kappa\kappa} = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_{\kappa\kappa} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_{rr} + 2\sigma_{\alpha\alpha})$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει ότι:

$$\frac{r_o^2}{r^2} \frac{dr_o}{dr} = \exp\left[-\frac{1-2\nu}{E} (\sigma_{rr} + 2\sigma_{\alpha\alpha})\right] \approx 1 - \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_{rr} + 2\sigma_{\alpha\alpha}).$$

Λύνοντας τη τελευταία σχέση ως προς $\sigma_{\alpha\alpha}$, αντικαθιστώντας στην εξίσωση ισορροπίας (σχ.3.3.2) και ολοκληρώνοντας, καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{r_o^3}{r^3} = 1 - 3(1 - 2\nu) \frac{\sigma_r}{E} - \frac{3A}{r^3} \quad (3.4.3)$$

όπου A είναι η σταθερά ολοκλήρωσης.

Έτσι για :

- $r=b$ και $\sigma_{rr}^e(b) = -P$:

$$\frac{b_o^3}{b^3} = 1 + 3(1 - 2\nu) \frac{P}{E} - \frac{3A}{b^3} \quad (3.4.4)$$

Εάν θεωρήσουμε την απλοποίηση : $\frac{b_o}{b} \approx 1 + (1 - 2\nu) \frac{P}{E} - \frac{A}{b^3}$

και την σχέση $b = b_o + u_r^e(b)$ προκύπτει :

$$A = -\frac{(1-\nu)c^3\sigma_o}{E}$$

- $r=a$ και $\sigma_{rr}^p(a) = 0$:

$$\frac{\alpha_o^3}{\alpha^3} = 1 - \frac{3A}{\alpha^3} \quad \text{όπου το } A \text{ είναι ήδη γνωστό.} \quad (3.4.5)$$

Από τις 3.4.4 και 3.4.5 με αφαίρεση κατά μέλη και με τη χρήση της σχέσης για το

αρχικό πορώδες $f_o = \frac{a_o^3}{b_o^3}$ προκύπτει :

$$f = f_o - (1 - f_o) \left[3(1 - 2\nu) \frac{P}{E} + 3(1 - \nu) \left(\frac{c^3}{b^3} \right) \left(\frac{\sigma_o}{E} \right) \right] + 3(1 - 2\nu) \frac{P}{E} \quad (3.4.6)$$

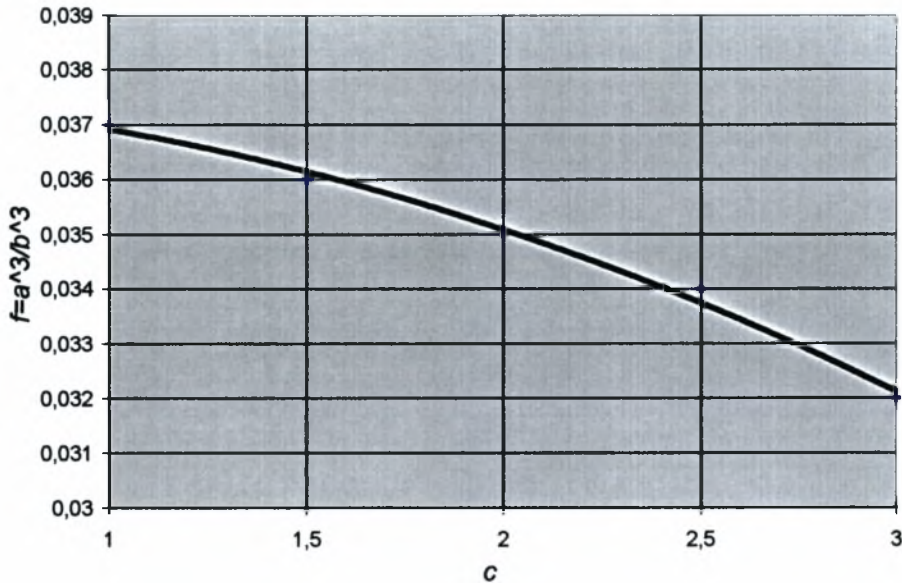
όπου $f = \frac{a^3}{b^3}$ το πορώδες ανά πάσα στιγμή κατά την πορεία πλαστικοποίησης.

Η εξάρτηση της ακτίνας της ζώνης πλαστικότητας σε σχέση με την εξωτερική πίεση δίνεται από την ήδη γνωστή σχέση:

$$\frac{P}{\sigma_o} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{c^3}{b_o^3} \right) + 2 \ln \left(\frac{c}{a} \right)$$

Μπορούμε με τη βοήθεια της σχέσης 3.4.6 να παραστήσουμε την εξέλιξη του πορώδους σε σχέση με την πρόοδο της πλαστικοποίησης :

Μεταβολή στο Πορώδες με την πρόοδο της πλαστικοποίησης.



Σχ. 3.4.7 Μεταβολή στο Πορώδες Σφαίρας με Οπή, με Αρχικά Δεδομένα:

$b_o = 3a_o$, $E = 400\sigma_o$, $\nu = 0.3$ υπό την Επίδραση Υδροστατικής Τάσης και για

Διάφορες Τιμές της Ακτίνας της Πλαστικής Ζώνης.

3.5 Συμπεράσματα.

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι ένα 'πορώδες' υλικό μπορεί να υποστεί πλαστικοποίηση και μόνο με την εφαρμογή απλής υδροστατικής τάσης: $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij}$. Επίσης, φαίνεται πως η πρόοδος της πλαστικοποίησης μπορεί - και σε σχέση με το πρόσημο της υδροστατικής τάσης - να προκαλέσει σημαντική αύξηση ή μείωση στο πορώδες f .

Τα αποτελέσματα αυτά έρχονται σε πλήρη συμφωνία με τον καταστατικό μοντέλο του Gurson (Κεφ.2) το οποίο συσχετίζει τη πλαστικοποίηση και τη μεταβολή στο πορώδες, τόσο με την επίδραση του αποκλίνοντος τανυστή όσο και της υδροστατικής τάσης. Επαληθεύεται καθαντό τον τρόπο, ότι η μεταβολή των τάσεων στην κατεύθυνση του υδροστατικού άξονα - στο τρισδιάστατο εντατικό πεδίο των κυρίων τάσεων (σχήμα 2.4.2) - είναι δυνατόν να προκαλέσει σε ένα σώμα με πόρους, πλαστική παραμόρφωση και σημαντική αλλαγή στην αρχική γεωμετρία.

Κεφάλαιο 4

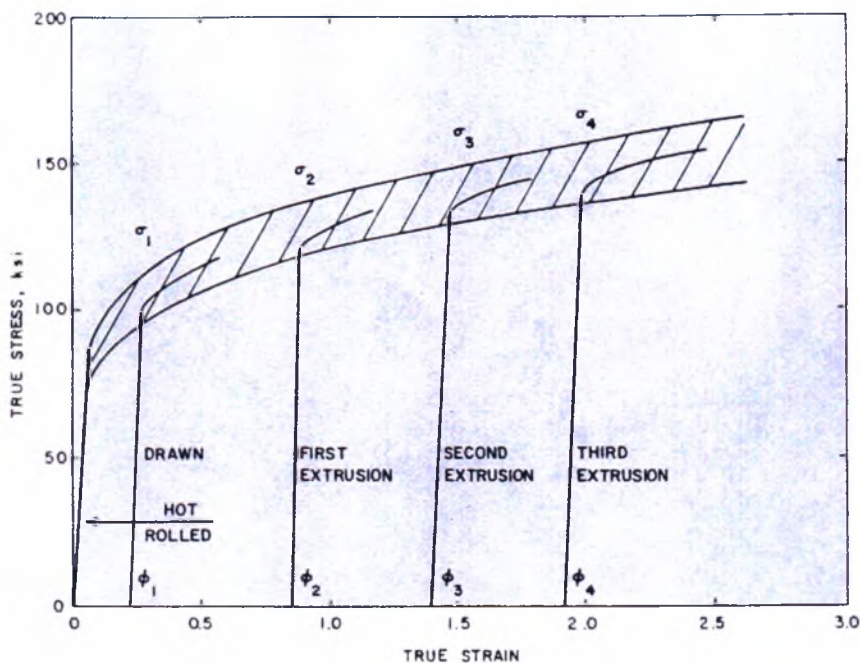
Προσομοίωση με Πεπερασμένα Στοιχεία.

4.1 Γενικά.

Η ανάλυση της άμεσης αξονοσυμμετρικής διέλασης (σχ.1.1.4.) γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και συγκεκριμένα με τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου ABAQUS. Η επίλυση του ελαστοπλαστικού προβλήματος με τις συνοριακές συνθήκες, λαμβάνει χώρα σταδιακά-αυξητικά ενώ χρησιμοποιούνται και τα καταστατικά μοντέλα των Mises, Gurson και Coulomb ανάλογα.

Τα στοιχεία που επιλέγονται είναι αξονο-συμμετρικά, ισοπαραμετρικά με τέσσερις κόμβους και τέσσερα σημεία ολοκλήρωσης κατά Gauss.

Οι καταστατικές παράμετροι του υλικού που χρησιμοποιείται είναι αυτές του χάλυβα 1024 και έχουν ως εξής: $\sigma_0 / E = 1/500$ και $\nu = 0.3$. Επιπλέον, η πλαστική συμπεριφορά αυτού του υλικού μπορεί να παρασταθεί με τη καμπύλη του σχήματος 4.1.1 η οποία έχει προέλθει μετά από πειραματική διαδικασία (Zimerman) και αποτελεί την γενικευμένη καμπύλη πραγματικής τάσης - πραγματικής παραμόρφωσης.

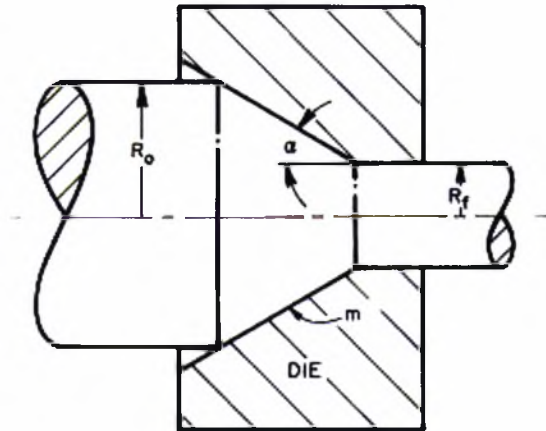


Σχ. 4.1.1 Η Γενικευμένη Καμπύλη Πραγματικής Τάσης - Πραγματικής Παραμόρφωσης για τον Χάλυβα 1024.

Για την παραπάνω καμπύλη - που αποτελεί στην ουσία πρόβλεψη της πλαστικής συμπεριφοράς για μεγάλες παραμορφώσεις - παρατηρούμε πως προκύπτει ένας ελάχιστος βαθμός κράτυνσης ίσος με: $\beta = \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\sigma_i(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)} \approx 0.1$.

Πρέπει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί, πως ο βαθμός κράτυνσης του υλικού διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο στην αστοχία, μιας και σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ενεργειακής ανάλυσης του B.Avitur (αλλά και πειραματικών μετρήσεων) η αύξησή του διευρύνει την 'ασφαλή' περιοχή (σχ.1.3.2) και απομακρύνει το ενδεχόμενο της ρηγμάτωσης. Κατά συνέπεια, όταν ο προσδιορισμός του συντελεστή είναι δυσχερής, μία συντηρητική προσέγγιση θα ήταν να τον θεωρήσουμε πολύ μικρό ή ακόμα και μηδενικό.

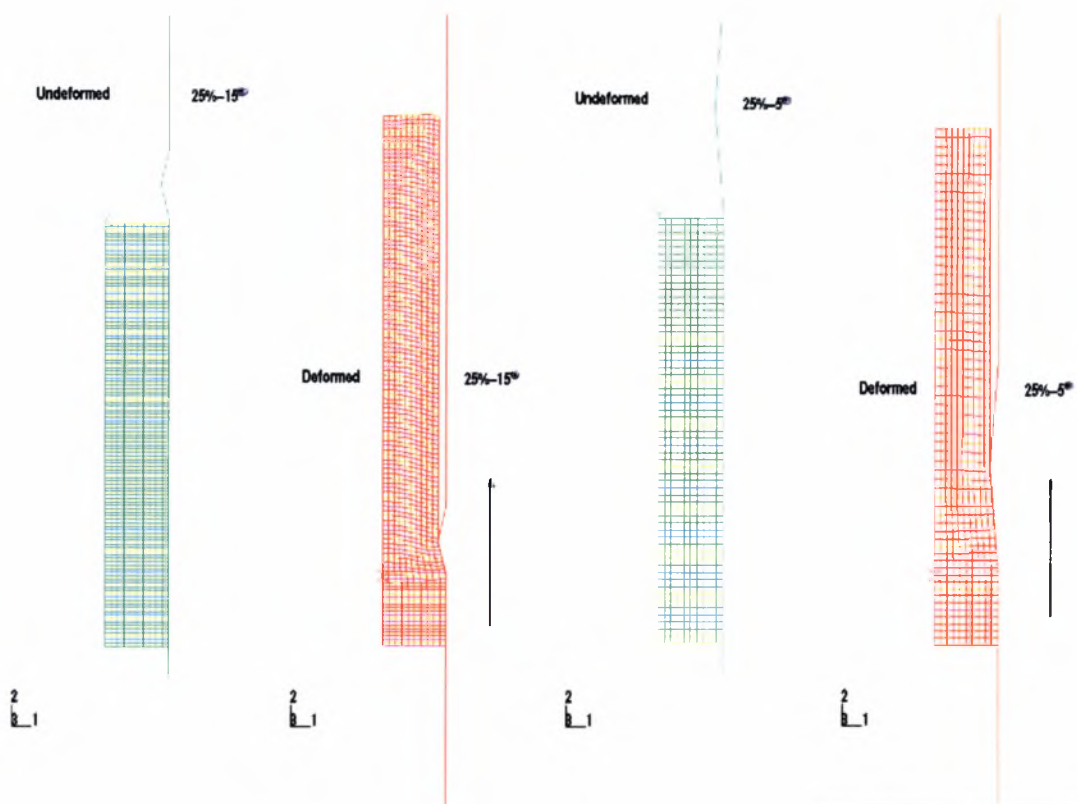
4.2 Γεωμετρία



Στο κεφάλαιο ένα, αναφέρθηκε πως χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικοί συνδυασμοί γεωμετρίας της μήτρας. Σε όλες τις περιπτώσεις που θα αναλυθούν το ποσοστό μείωσης της διατομής είναι 25% ενώ η μείωση αυτή επιτυγχάνεται με ημι-γωνίες του κώνου 5° και 15° αντίστοιχα.. Η ημι-γωνία του κώνου μπορεί να οριστεί ως : $a = \arctan \frac{R_o - R_f}{L}$ όπου R_o, R_f η αρχική και τελική ακτίνα του προϊόντος και L το μήκος της περιοχής μείωσης.

Η επιλογή της συγκεκριμένης γεωμετρίας δεν είναι τυχαία. Σύμφωνα με πειραματικά αποτελέσματα (Zimmerman σχήμα.1.3.3) αλλά και με την ενεργειακή ανάλυση του Avitzur (σχήμα.1.3.2), στην πρώτη περίπτωση ($25\% - 15^\circ$) αναμένουμε κεντρική αστοχία ενώ στη δεύτερη ($25\% - 5^\circ$) όχι. Με τη σύγκριση έτσι των δύο διαφορετικών εντατικών πεδίων στη ζώνη παραμόρφωσης, είναι δυνατόν να προκύψει μία εξήγηση της κατάστασης που οδηγεί στο σχηματισμό της κεντρικής αστοχίας.

Επειδή το πρόβλημα είναι αξονοσυμμετρικό, το τελικό γεωμετρικό αποτέλεσμα μπορεί να παρασταθεί στις δύο διαστάσεις με μία 'ημι-τομή' σύμφωνα με το σχήμα 4.2.1 για την αρχική και τελική κατάσταση. Η κίνηση του κομματιού επιτυγχάνεται με την επιβολή κατάλληλων κινηματικών και συνοριακών συνθηκών.



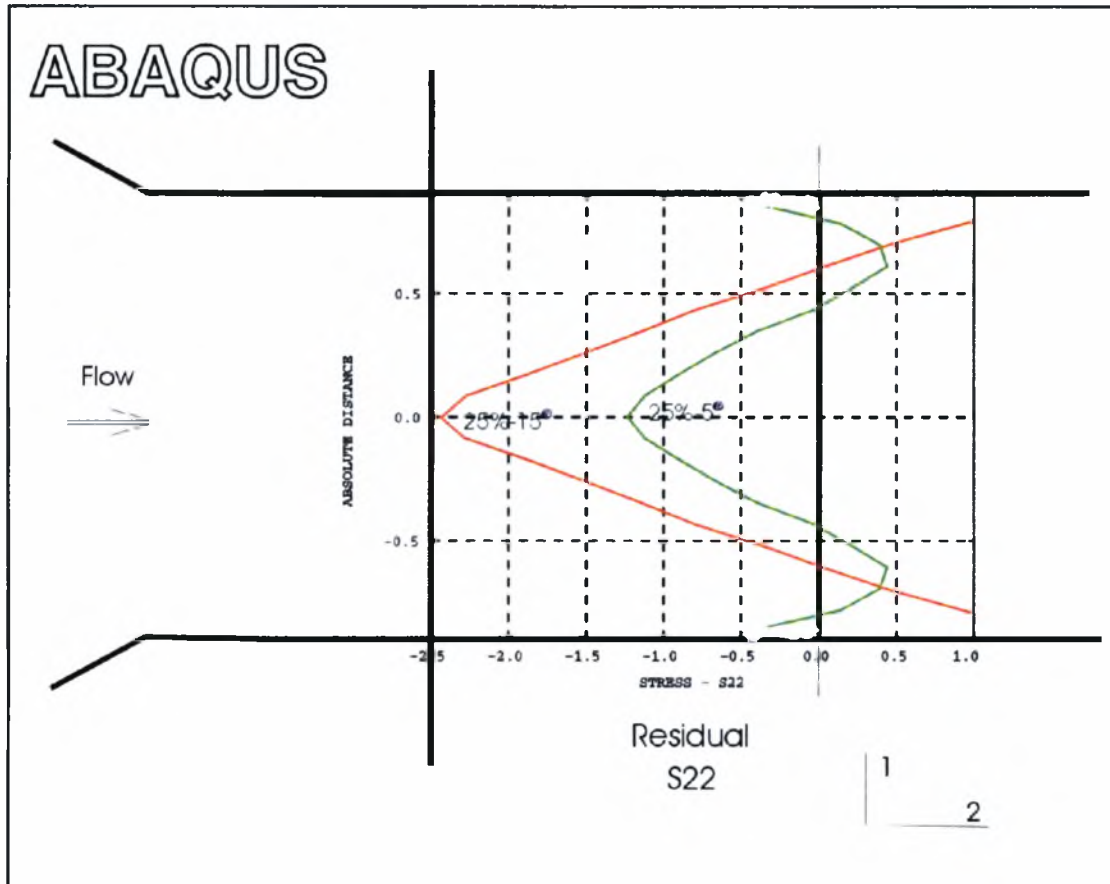
Σχ. 4.2.1 Πλέγμα Πεπερασμένων Στοιχείων Πριν και Μετά τη Παραμόρφωση.

Κατά την έξοδό του από τη μήτρα, το υλικό υφίσταται ‘παραμορφώσεις απορφόρτισης’ ή αλλιώς ελαστική επανάκτηση. Οι παραμορφώσεις αυτές - αν και δεν είναι εμφανείς στο παραπάνω σχήμα - διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην ανακατανομή των τάσεων που οδηγεί τελικά στη δημιουργία του πεδίου των παραμενουσών τάσεων στο προϊόν.

4.3 Αποτελέσματα άμεσης αξονόσυμ/κής διέλασης για συμπαγές υλικό (βήμα1).

Στο σχήμα 4.2.1 φαίνεται η παραμορφωμένη ‘μπιγιέτα’ καθώς έχει εισχωρήσει στην περιοχή μείωσης. Η κατάσταση αυτή μπορεί να χαρακτηριστεί ως μόνιμη (steady state) και όλη η ανάλυση θα αφορά την παρούσα θέση (ανάλυση σε ‘Snap-Shot’). Τα μεγέθη των τάσεων παρουσιάζονται σε αδιάστατη μορφή και σε σχέση με το όριο διαρροής του υλικού.

Στο σχήμα 4.3.1 φαίνεται η μορφή των αξονικών παραμένουσων τάσεων (σ_{22}) που προκύπτουν σε τυχαία διατομή του προϊόντος και για τις δύο γεωμετρίες.



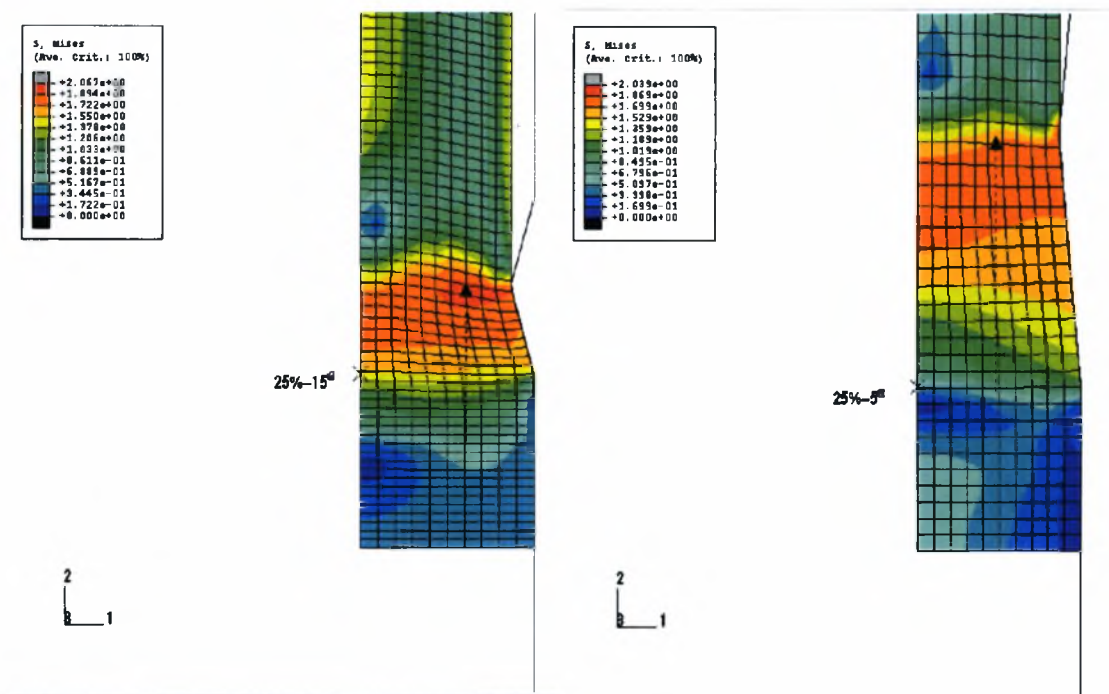
Σχ. 4.3.1 Παραμένουσες Τάσεις σ_{22} σε Τυχαία Τομή του Προϊόντος.

Παρατηρούμε πως η σ_{22} παραμένει θλιπτική για το μεγαλύτερο μέρος της ακτίνας και αλλάζει πρόσημο μόνο κοντά στην εξωτερική επιφάνεια. Η εξήγηση μπορεί να δοθεί από την απαίτηση πως σε κάθε τομή του πεδίου των παραμένουσων τάσεων στη μόνιμη κατάσταση, η κατανομή των τάσεων θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μην 'μεταδίδεται' αξονική δύναμη. Θα πρέπει δηλαδή να ισχύει ότι:

$$\int_{-R}^R \sigma_{22} r dr = 0. \text{ Ο υπολογισμός αυτού του ολοκληρώματος δίνει πράγματι την}$$

μηδενική τιμή, κάτι που αποτελεί ένδειξη της ορθότητας του μοντέλου μας και των αποτελεσμάτων του.

Στο σχήμα 4.3.2 φαίνεται η κατανομή της ισοδύναμης τάσης κατά von-Mises και για τις δύο περιπτώσεις με κανονικοποιημένο όριο διαρροής ίσο με ένα.



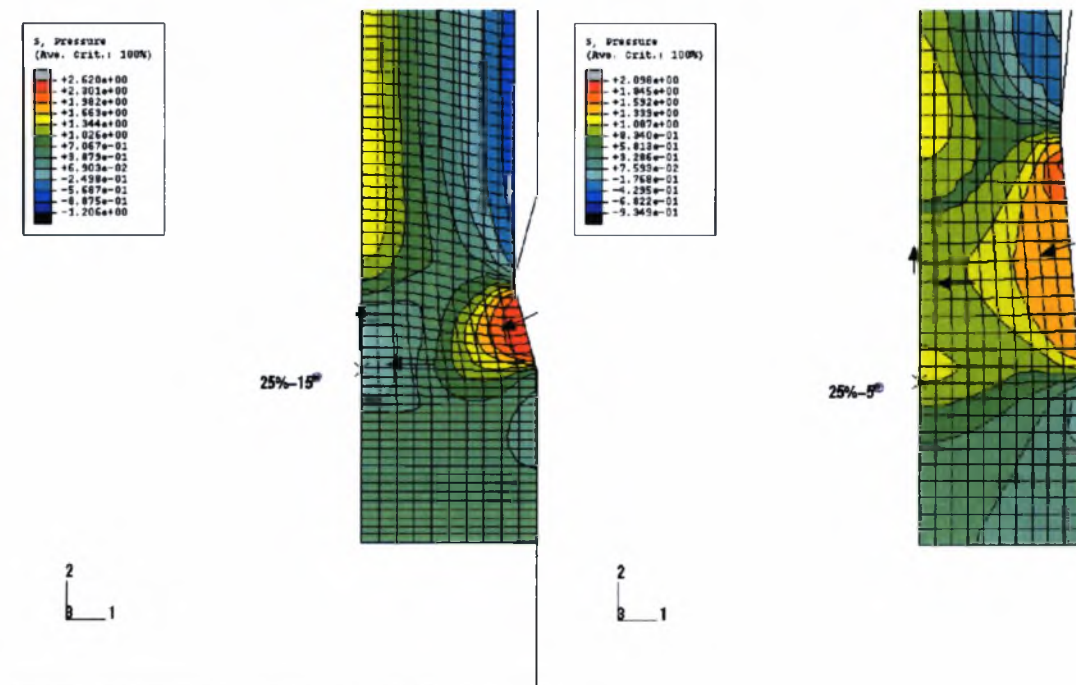
Σχ. 4.3.2 Ισοδύναμη Τάση κατά von-Mises.

Βλέπουμε πως για την περίπτωση της κοντής μήτρας ($\alpha = 15^\circ$) τα στοιχεία εισχωρούν στη πλαστική ζώνη πριν τη γεωμετρική περιοχή μείωσης, ενώ για τη 'μακρά' μήτρα ($\alpha = 5^\circ$) η πλαστικοποίηση περιορίζεται μέσα στην περιοχή αυτή. Έχει παρατηρηθεί γενικά, ότι όσο πιο 'απότομη' είναι η μείωση της διατομής (αύξηση ημι-γωνίας για συγκεκριμένο ποσοστό μείωσης) τόσο η πλαστική ζώνη ενεργοποιείται μακρύτερα από την γεωμετρική περιοχή μείωσης.

Είναι προφανές ότι κοντά στο τοίχωμα επικρατούν μεγαλύτερες τάσεις - κάτι που φαίνεται και από τη μεγαλύτερη παραμόρφωση του πλέγματος των στοιχείων - ενώ για την περίπτωση της κοντής μήτρας ($\alpha = 15^\circ$) οι τάσεις αυτές λαμβάνουν συγκριτικά υψηλότερες τιμές. Με δεδομένο ότι το υλικό υφίσταται κράτυνση, είναι δυνατόν να υπολογίσουμε το τέλος της πλαστικής περιοχής κάτι που παρίσταται στο σχήμα 4.3.2 με το τέλος του βέλους για δύο τυχαίες ίνες.

Στο σχήμα 4.3.3 παρίσταται η κατανομή της υδροστατικής τάσης ($p = -\frac{1}{3}\sigma_{\kappa\kappa}$). Παρατηρούμε πως μέσα στη πλαστική ζώνη και κοντά στο τοίχωμα επικρατεί ισχυρή θλίψη και για τις δύο περιπτώσεις. Η κατάσταση όμως αλλάζει δραματικά καθώς πλησιάζουμε στον άξονα συμμετρίας. Για τη μακρά μήτρα ($\alpha = 5^\circ$) η θλίψη εξακολουθεί να υφίσταται ενώ στη κοντή μήτρα ($\alpha = 15^\circ$) μετατρέπεται προοδευτικά σε ισχυρό υδροστατικό εφελκυσμό.

Στα σχήματα 4.3.4 και 4.3.5 φαίνεται πιο αναλυτικά η κατανομή της υδροστατικής τάσης και της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης ($\bar{\epsilon}^P$) κατά μήκος της ίνας του άξονα συμμετρίας και της ίνας επαφής για τις δύο γεωμετρίες. Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση, μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε με ακρίβεια την αρχή και το τέλος της πλαστικής ζώνης για τις προαναφερθείσες ίνες.



Σχ. 4.3.3 Κατανομή Υδροστατικής Τάσης.
 (αρνητικό πρόσημο = εφελκυσμός)

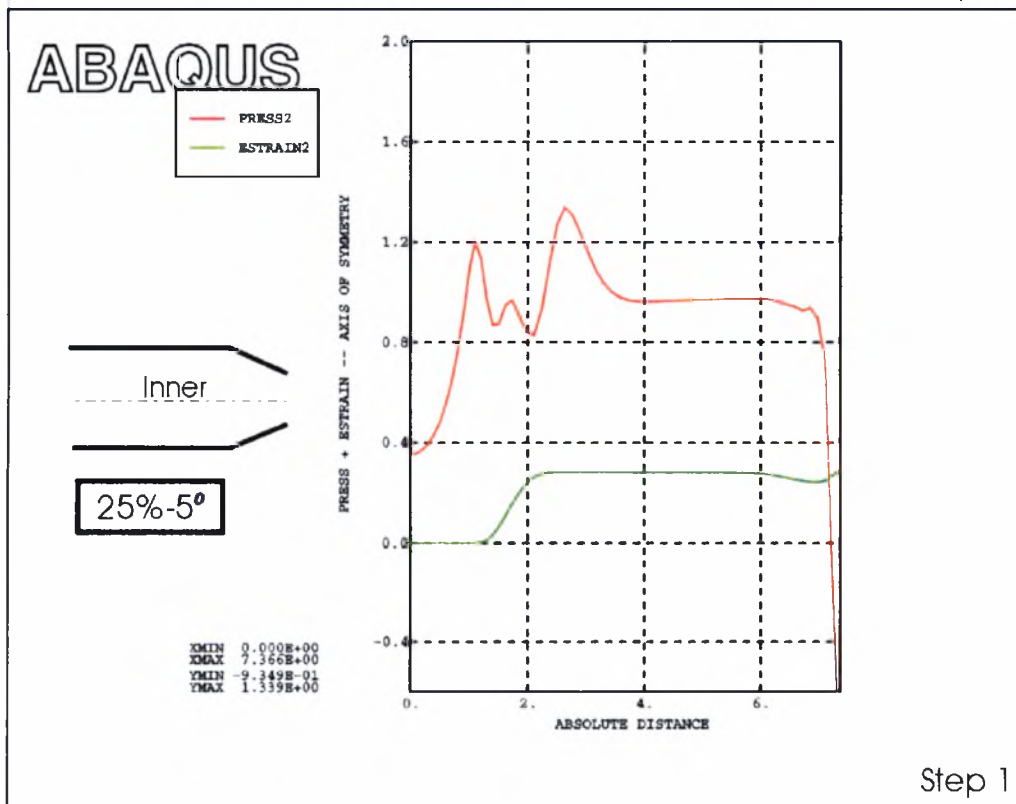
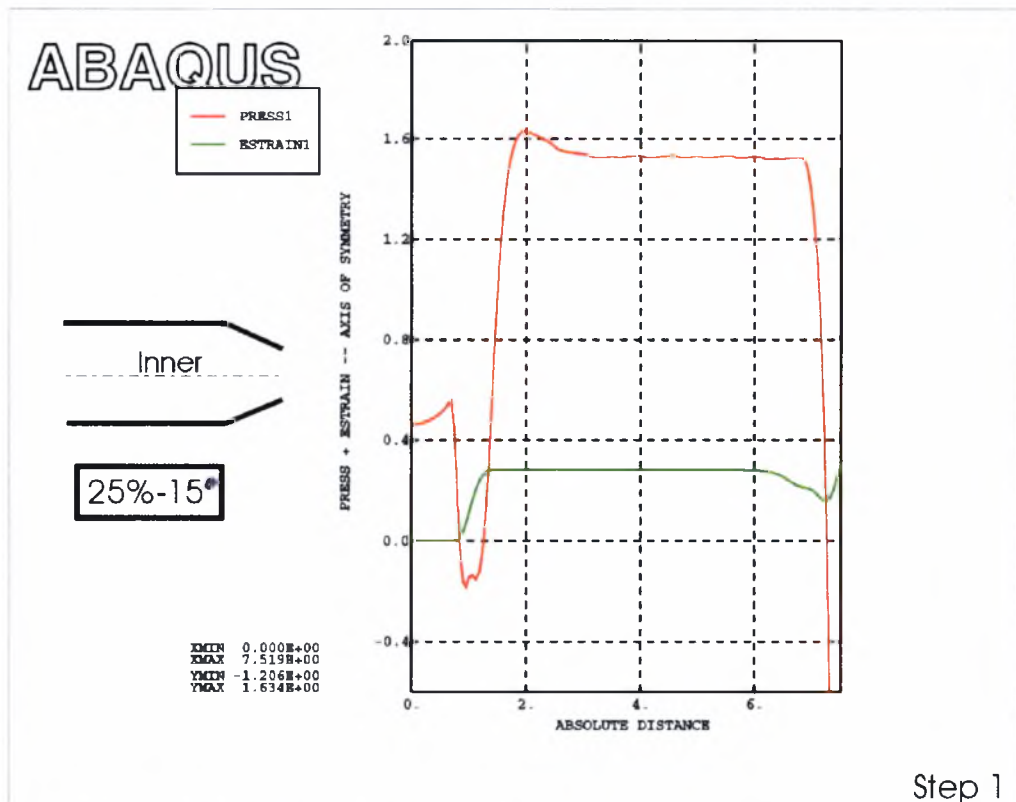
Στον άξονα συμμετρίας (σχ.4.3.4) και για τη γεωμετρία της μακράς μήτρας ($\alpha = 5^\circ$), η υδροστατική τάση παρουσιάζεται θλιπτική σε όλο το μήκος της πλαστικής ζώνης. Αντίθετα, στη κοντή μήτρα ($\alpha = 15^\circ$) και κατά μήκος της κεντρικής ίνας, παρατηρούμε υδροστατικό εφελκυσμό με αλλαγή πρόσημου μόνο λίγο πριν το τέλος της ζώνης παραμόρφωσης.

Στην ίνα επαφής (σχ.4.3.5), τα πράγματα είναι όμοια για τις δύο γεωμετρίες και επικρατεί παντού υδροστατική θλίψη.

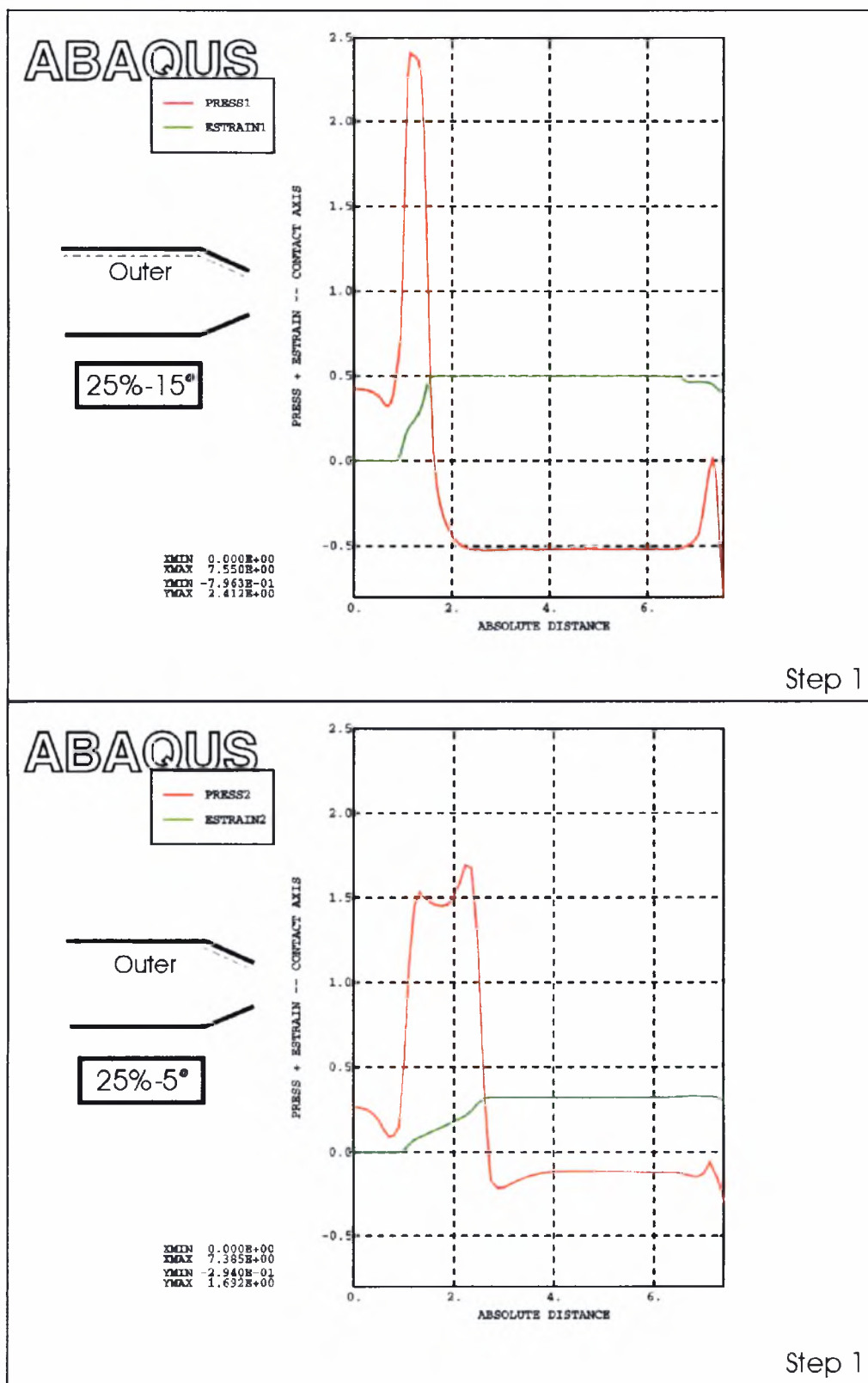
Πρέπει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί πως στην περίπτωση του υδροστατικού εφελκυσμού, η μοναδική θετική συνιστώσα της υδροστατικής τάσης είναι η σ_{22} - κατεύθυνση κίνησης - όπου λόγω του μεγάλου μεγέθους της διαμορφώνει και το τελικό πρόσημο (βέλη σχ.4.3.3). Το θετικό πρόσημο της σ_{22} παρατηρείται και στον άξονα συμμετρίας της μακράς μήτρας, αλλά λόγω του πολύ μικρού της μεγέθους ($|\sigma_{22}| \ll |\sigma_{11}|$) η υδροστατική τάση προκύπτει ισχυρά αρνητική. (βέλη σχ.4.3.3)

Στο σχήμα 4.3.6 παρουσιάζεται η 'οδηγούσα τάση' της διεργασίας -οδηγούσα δύναμη προς επιφάνεια πιστονιού - κανονικοποιημένη με το όριο διαρροής του υλικού και σε συνάρτηση με τον χρόνο.

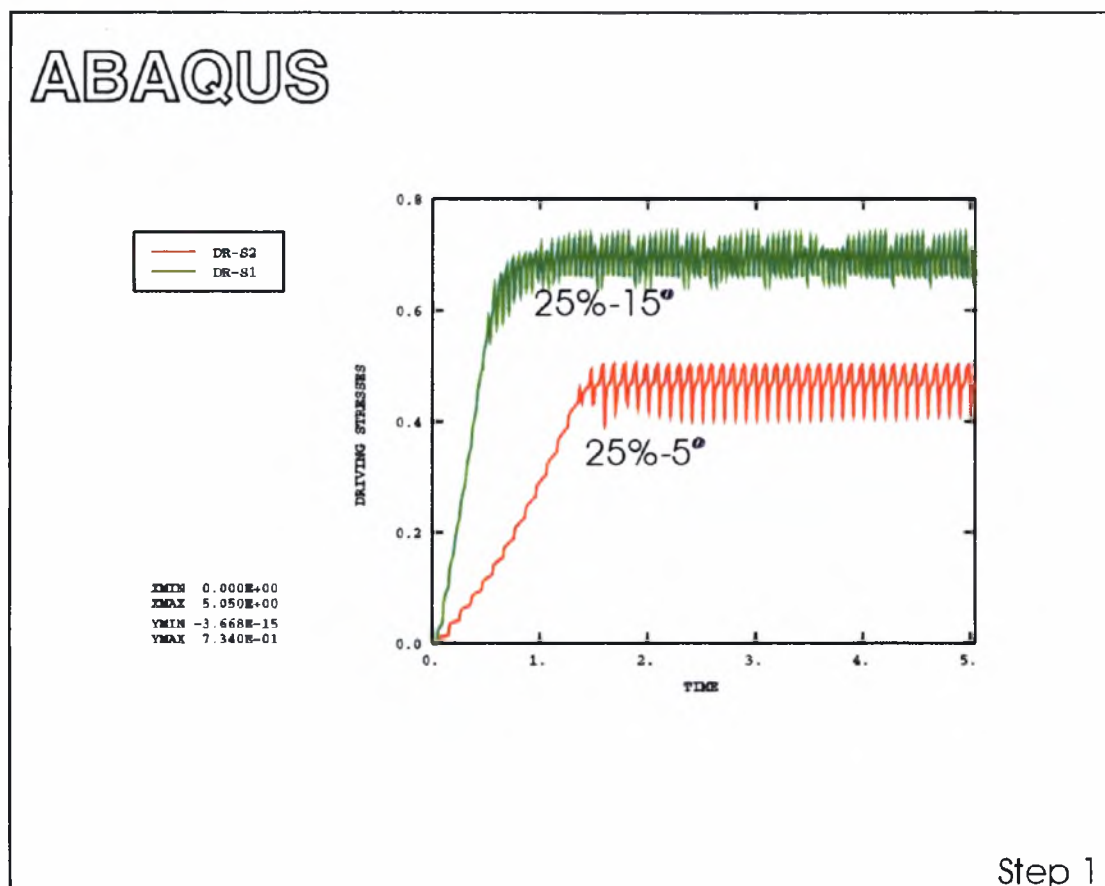
Επειδή η ροή λαμβάνει χώρα χωρίς τριβή, η οδηγούσα δύναμη αποκτά στη μόνιμη κατάσταση (μετά την έξοδο του υλικού από τη μήτρα) μία σταθερή κατά μέσο όρο τιμή. Όταν αυτή η σταθερή δύναμη πολλαπλασιαστεί με την ταχύτητα του προϊόντος μας δίνει τον ρυθμό του πλαστικού έργου της διεργασίας. Από τη σύγκριση των παραμορφωμένων πλεγμάτων (σχ.4.2.1), φαίνεται πως στην περίπτωση της κοντής μήτρας ($\alpha = 15^\circ$) έχουμε μεγαλύτερες πλαστικές παραμορφώσεις και άρα αναμένουμε μεγαλύτερο ρυθμό πλαστικού έργου σε σχέση με τη μακρά ($\alpha = 5^\circ$). Η μορφή των καμπυλών του σχήματος 4.3.6 επιβεβαιώνει με τον καλύτερο τρόπο αυτές τις παρατηρήσεις, αφού μεγαλύτερο πλαστικό έργο σημαίνει και μεγαλύτερη οδηγούσα δύναμη.



Σχ. 4.3.4 Κατανομή Υδροστατικής Τάσης και Ισοδύναμης Πλαστικής Παραμόρφωσης κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας.



Σχ. 4.3.5 Κατανομή Υδροστατικής Τάσης και Ισοδύναμης Πλαστικής Παραμόρφωσης Κατά Μήκος της Ίνας Επαφής.



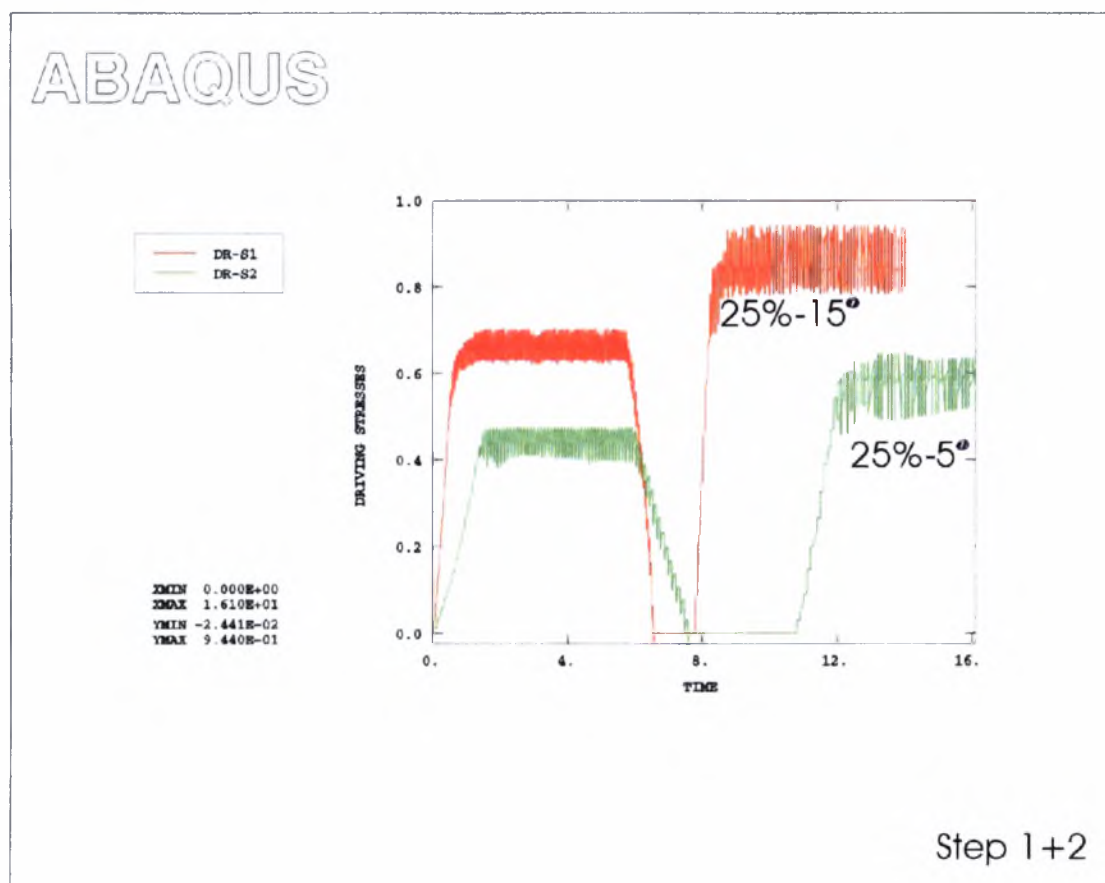
Σχ. 4.3.6 'Οδηγούσα Τάση' (Δύναμη / Επιφάνεια Επαφής)

4.4 Αποτελέσματα άμεσης αξονόσυμ/κής διέλασης για συμπαγές υλικό (βήμα2+3).

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο ένα, το πρόβλημα της κεντρικής αστοχίας παρατηρείται συνήθως μετά από κάποια βήματα - 'πάσα' διέλασης. Για αυτό το λόγο κρίνεται σκόπιμο να επαναληφθεί η παραπάνω ανάλυση και για ένα δεύτερο πέρασμα. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μήτρας αλλάζουν με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνουν νέα μείωση της διατομής κατά 25% με ημι-γωνίες του κώνου 15° και 5° μοίρες αντίστοιχα. Πρέπει να σημειωθεί πως η δεύτερη ανάλυση λαμβάνει χώρα με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε οι παραμένουσες τάσεις και

παραμορφώσεις του πρώτου βήματος να αποτελούν τις αρχικές συνθήκες για το δεύτερο.

Τα αποτελέσματα που αφορούν το μέγεθος της πλαστικής ζώνης δείχνουν πως η γεωμετρική κατανομή της σε σχέση με τη μήτρα δεν αλλάζει για καμία από τις δύο περιπτώσεις. Αυτό που αλλάζει σημαντικά είναι το μέγεθος των τάσεων που αναπτύσσονται, πράγμα που οφείλεται στη εργοσκλήρυνση που έχει υποστεί το υλικό κατά το πρώτο βήμα. Η επίδραση της εργοσκλήρυνσης μπορεί να φανεί παραστατικά από τη μορφή της ‘οδηγούσας τάσης’ στο σχήμα 4.4.1 για το πρώτο και δεύτερο βήμα.



Σχ. 4.4.1 ‘Οδηγούσα Τάση’ για Πρώτο και Δεύτερο Πέρασμα.

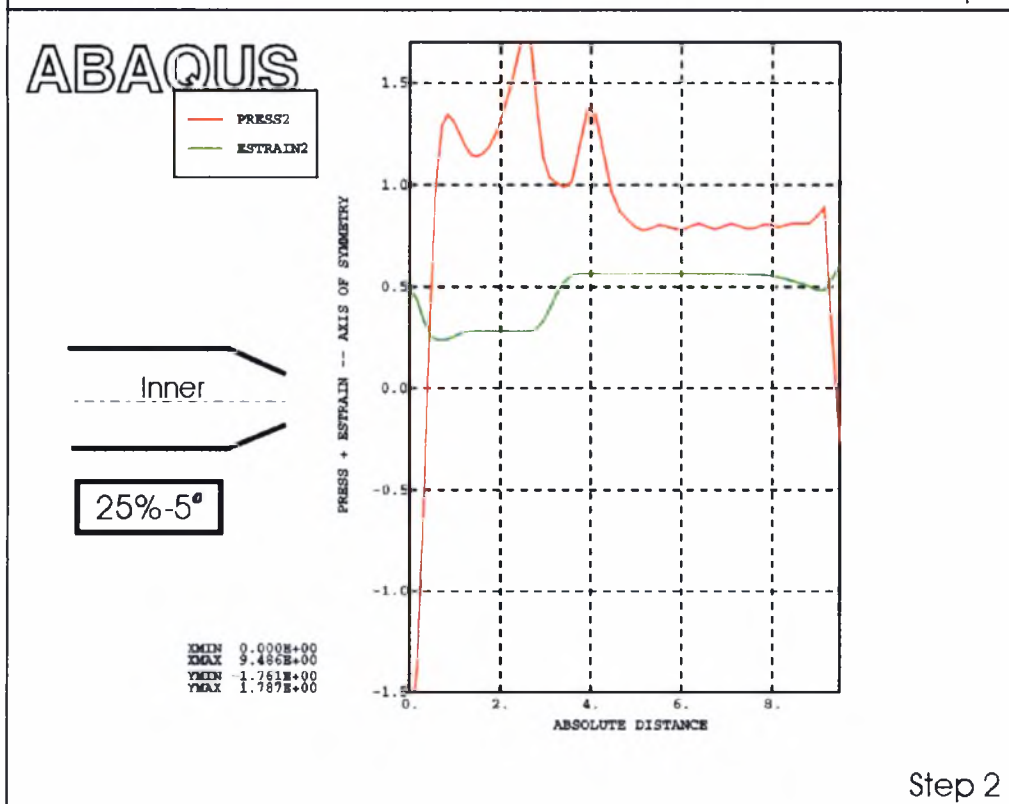
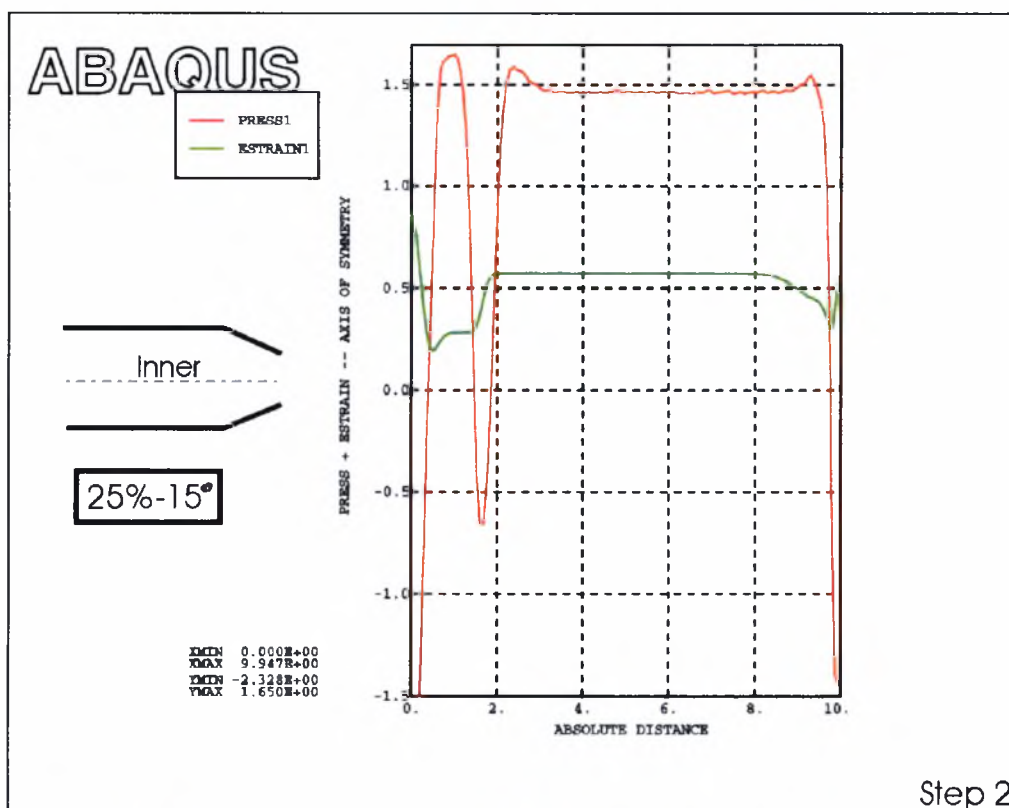
Παρατηρούμε ότι η αύξηση της ‘οδηγούσας’ τάσης είναι αρκετά σημαντική πράγμα που καταδεικνύει και το αναλογικά αυξημένο κόστος για την πραγματοποίηση του πλαστικού έργου - ενεργειακό κόστος.

Τα αποτελέσματα έδειξαν επίσης πως οι παραμένουσες τάσεις έχουν ακριβώς την ίδια μορφή με αυτές του σχήματος 4.3.1. που αφορούν το πρώτο βήμα: Παραμένουν θλιπτικές για το μεγαλύτερο μέρος της ακτίνας του προϊόντος και αλλάζουν πρόσημο κοντά στο τοίχωμα, ενώ το μέγεθός τους σημειώνεται ελαφρά αυξημένο.

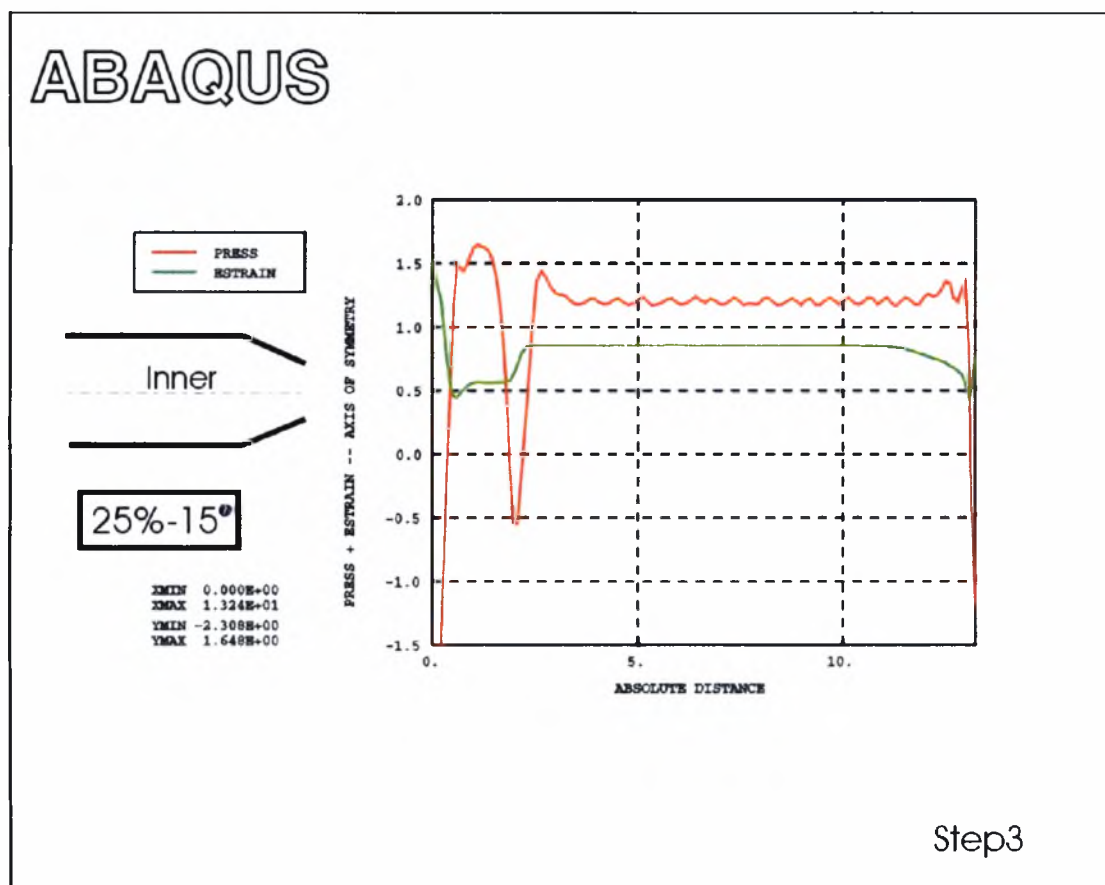
Στο σχήμα 4.4.2 παρουσιάζεται η κατανομή της υδροστατικής τάσης κατά μήκος του άξονα συμμετρίας για τις δύο περιπτώσεις γεωμετρίας. Η κατανομή της υδροστατικής τάσης για τη κοντή μήτρα ($a = 15^{\circ}$) σε αντίθεση με το προηγούμενο βήμα παρουσιάζεται εφελκυστική σε όλο το μήκος της πλαστικής ζώνης ενώ αλλάζει πρόσημο λίγο μετά την έξοδο από τη μήτρα. Η τιμή της μάλιστα φαίνεται να έχει υπερδιπλασιαστεί. Αντίθετα στην περίπτωση της μακράς μήτρας ($a = 5^{\circ}$) η κατάσταση παραμένει η ίδια: υδροστατική θλίψη παντού.

Επιπλέον, εάν παρατηρήσουμε την εντατική κατάσταση που επικρατεί στα στοιχεία που βρίσκονται κοντά στο τοίχωμα, βλέπουμε πως σε σχέση με το πρώτο βήμα δεν υπάρχει καμία αλλαγή: Κατά μήκος της ίνας πλαστικοποίησης, η υδροστατική θλίψη είναι κυρίαρχη και για τις δύο περιπτώσεις με τιμές ακόμα υψηλότερες.

Εάν επαναλάβουμε την ανάλυση και για ένα τρίτο 'πέραςμα' τα αποτελέσματα δείχνουν ακριβώς την ίδια εικόνα. Στο σχήμα 4.4.3 η κατανομή της υδροστατικής τάσης για την περίπτωση της κοντής μήτρας επιβεβαιώνει τις μέχρι τώρα παρατηρήσεις.



Σχ. 4.4.2 Κατανομή Υδροστατικής Τάσης και Ισοδύναμης Πλαστικής Παραμόρφωσης Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας. (βήμα 2)



Σχ. 4.4.3 Κατανομή Υδροστατικής Τάσης και Ισοδύναμης Πλαστικής Παραμόρφωσης Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας. Περίπτωση Κοντής Μήτρας (βήμα 3).

4.5 Αποτελέσματα άμεσης αξονοσυμμετρικής διέλασης για υλικό με μικρο-οπές.

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο ένα, λόγο της μεγάλης πλαστικής παραμόρφωσης που συντελείται στη κωνική περιοχή μείωσης, προκαλείται θραύση ή αποκόλληση των διαφόρων εγκλεισμάτων ή σωματιδίων δευτέρας φάσης από το μητρικό υλικό με άμεσο αποτέλεσμα τη δημιουργία μικρο-οπών. Η καθαρότητα του υλικού σε αυτό το σημείο διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο, μιας και οι μικρο-οπές

που δημιουργούνται λόγω παραμόρφωσης, θα είναι περισσότερες σε υλικό με πολλά εγκλείσματα ή σωματίδια δευτέρας φάσης.

Στην προσπάθεια να προσομοιάσουμε την διεργασία της διέλασης για υλικό με μικρό-οπές, χρησιμοποιούμε το καταστατικό μοντέλο του Gurson : (Κεφ.2)

$$f = \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_m(\bar{\epsilon}_m^p)} \right]^2 + 2p \cosh \left[\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_m(\bar{\epsilon}_m^p)} \right] - (1 + p^2) = 0 \quad (2.4.1)$$

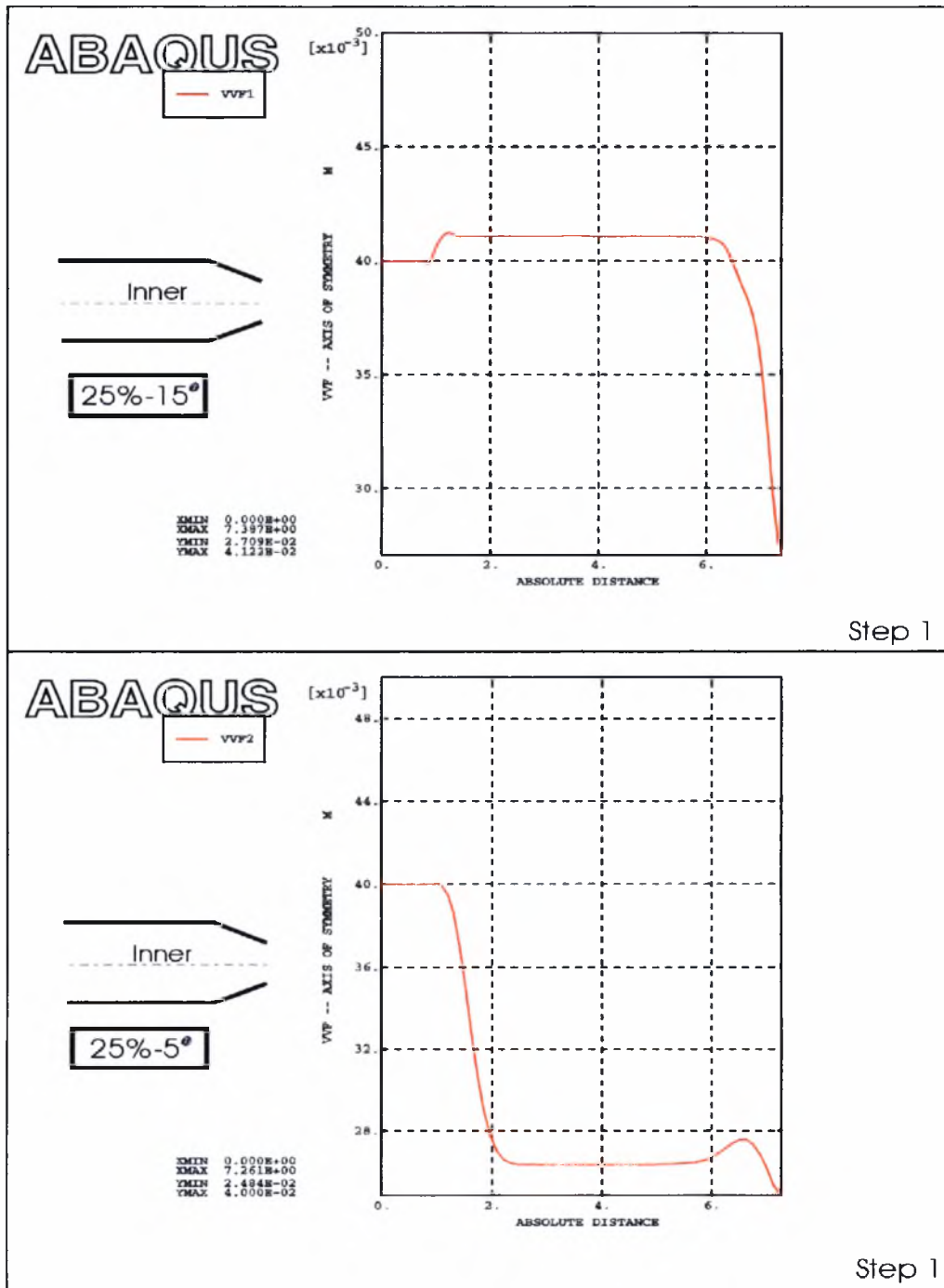
Το μοντέλο αυτό θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε τη μεταβολή στο πορώδες που πιθανόν να λαμβάνει χώρα στη ζώνη παραμόρφωσης και να τη συσχετίσουμε με τη κατανομή της υδροστατικής τάσης που παρουσιάστηκε εκτενώς παραπάνω. Σύμφωνα άλλωστε με τις παρατηρήσεις των Pere και Tanaka, η αύξηση του πορώδους που παρατηρείται στον άξονα συμμετρίας των υλικών που αστόχησαν είναι υπεύθυνη για την έναρξη της ρηγμάτωσης (Κεφ.1)

Η ανάλυση επαναλαμβάνεται κατά τον ίδιο τρόπο και για τις δύο περιπτώσεις γεωμετρίας για τιμή αρχικού πορώδους ίσο με: $p_0 = \frac{V_{voids}}{V_{total}} = 4\%$. Πρέπει να αναφερθεί, πως από τη στιγμή που εισάγουμε πόρους στο υλικό και αλλάζουμε το κριτήριο αστοχίας, οι τάσεις που θα προκύψουν δεν θα έχουν ακριβώς το ίδιο μέγεθος με αυτές που παρατηρήθηκαν στην ανάλυση του συμπαγούς υλικού. Στη πραγματικότητα το μέγεθος τους θα είναι ελαφρώς μειωμένο, με την κατανομή τους όμως να παραμένει ακριβώς η ίδια.

Στο σχήμα 4.5.1 παρουσιάζεται η κατανομή του πορώδους κατά μήκος του άξονα συμμετρίας για τη μακρά ($a = 5^0$) και κοντή ($a = 15^0$) μήτρα και για το πρώτο 'πέρασμα'. Σημειώνουμε πως οι πόροι υπάρχουν ή σχηματίζονται κατά τη πλαστικοποίηση αλλά μεγαλώνουν μόνο υπό την επίδραση εφελκυστικού εντατικού πεδίου (Κεφ.1 και 3).

Παρατηρούμε στο σχήμα πως για τη περίπτωση της μακράς μήτρας ($a = 5^0$) και καθώς το υλικό περνάει από τη ζώνη παραμόρφωσης, οι πόροι παρουσία ισχυρής υδροστατικής θλίψης (σχ.4.3.4) κλείνουν βίαια και φτάνουν σε ένα ποσοστό της τάξης του 2,7% στην έξοδο. Αντίθετα, οι πόροι στην περίπτωση της κοντής μήτρας ($a = 15^0$) και καθώς περνούν από τη ζώνη πλαστικοποίησης, 'βλέπουν' υδροστατικό εφελκυσμό (σχ.4.3.4) και ανοίγουν κατά ένα μικρό ποσό. Μάλιστα, λίγο πριν το τέλος της ίνας πλαστικοποίησης και επειδή επέρχεται αλλαγή πρόσημου στην

υδροστατική τάση (σχ.4.3.4), οι πόροι αρχίζουν να κλείνουν μέχρις ότου το υλικό εξέλθει από τη μήτρα. Η τιμή του παραμένοντος πορώδους είναι της τάξης του 4,11%. Είναι φανερό πως η κατάσταση στα στοιχεία μακριά από τον άξονα συμμετρίας είναι περίπου η ίδια και για τις δύο περιπτώσεις από τη στιγμή που επικρατεί μόνο υδροστατική θλίψη.

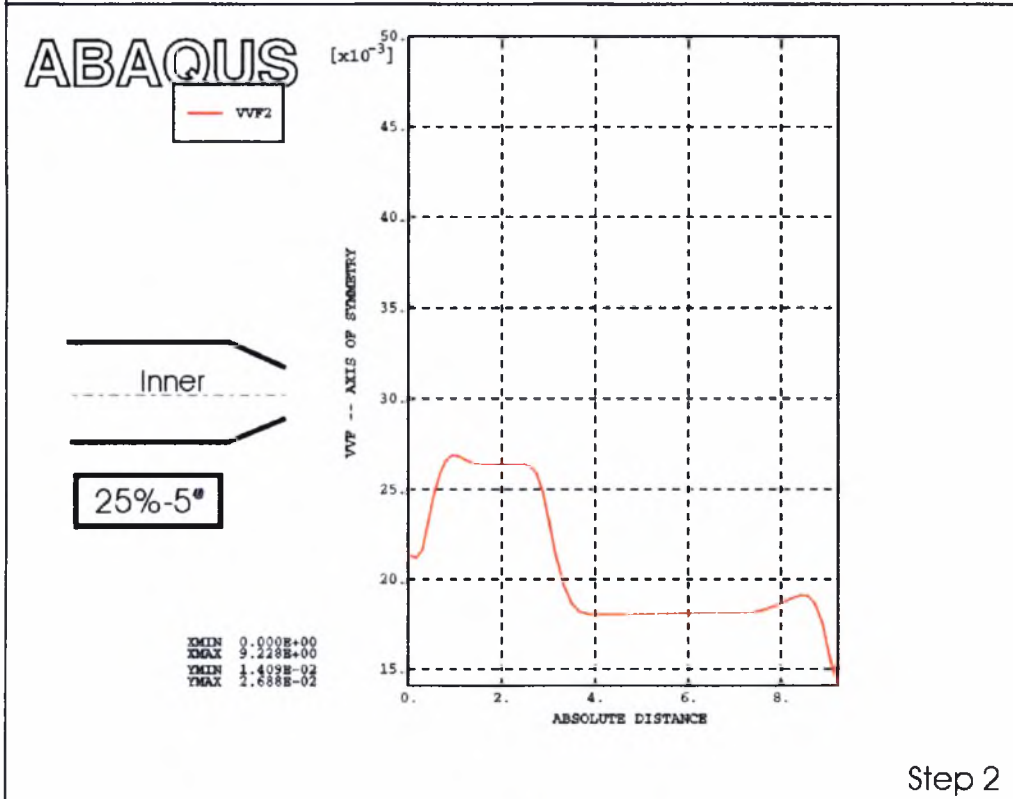
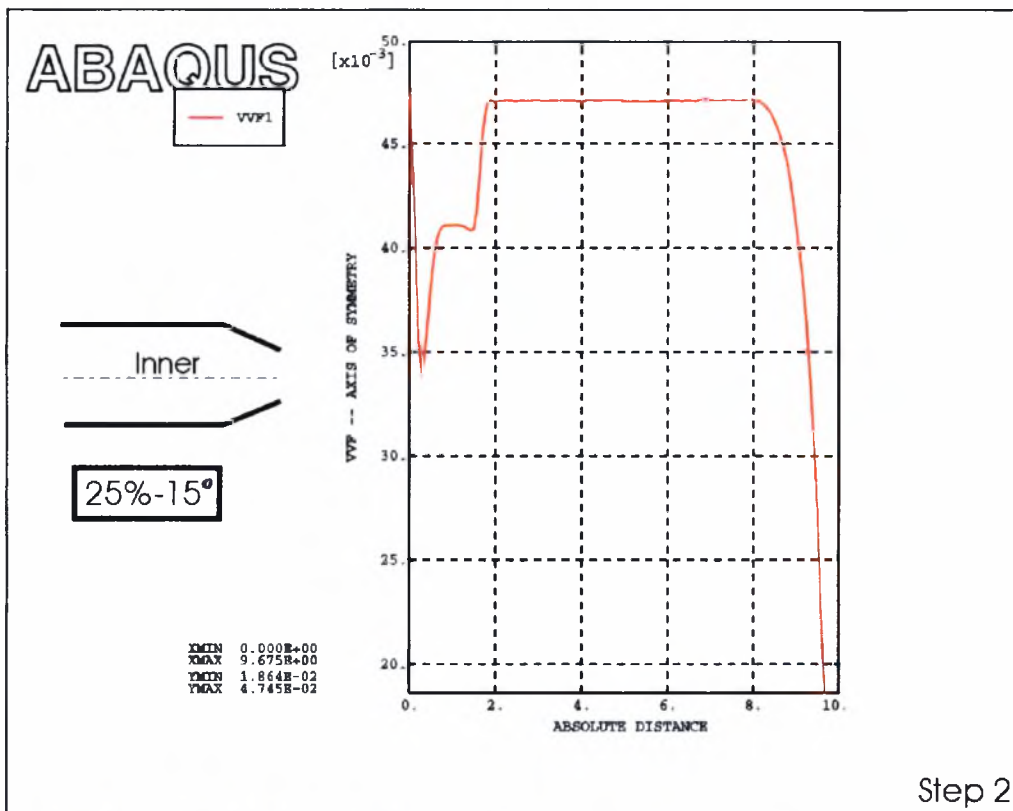


Σχ. 4.5.1 Κατανομή του Πορώδους $P = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$ Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας του Υλικού και για τις Δύο Περιπτώσεις Γεωμετρίας (βήμα 1).

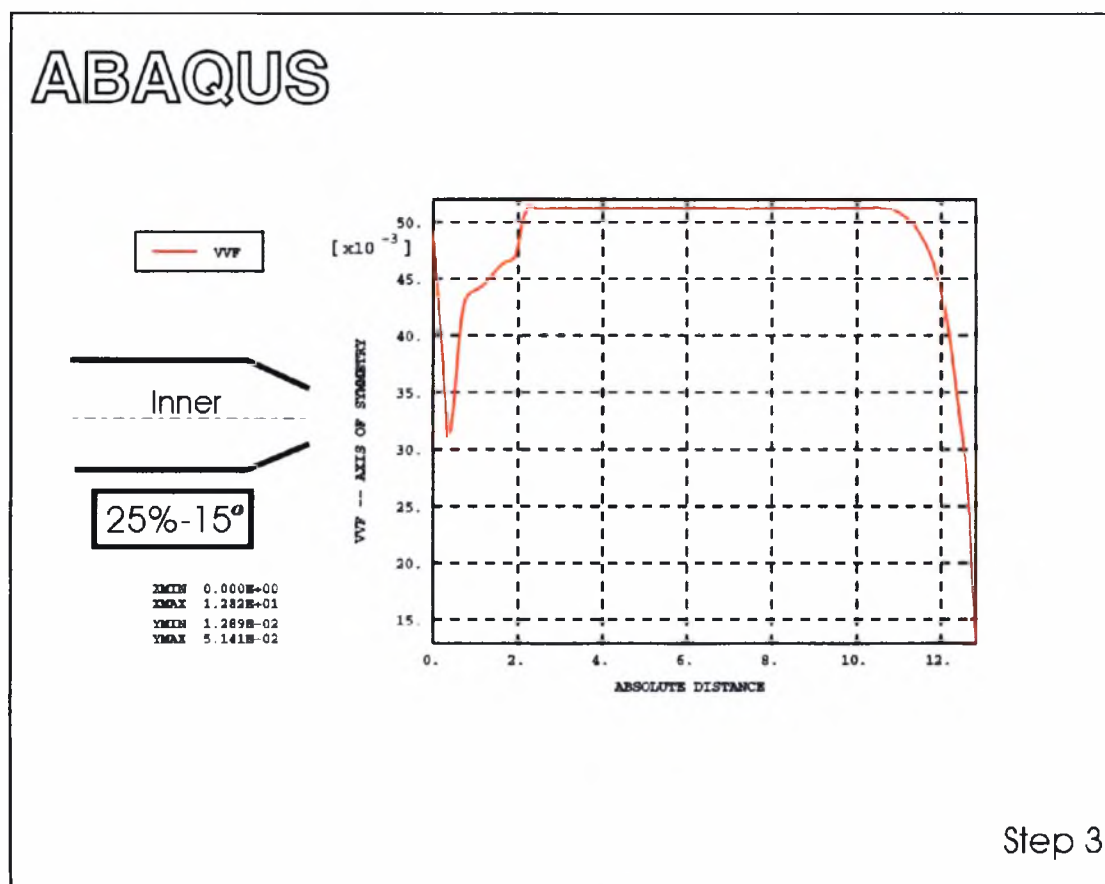
Η ανάλυση επαναλαμβάνεται και για ένα δεύτερο πέρασμα όπου οι παραμένουσες τάσεις, παραμορφώσεις και πορώδες του πρώτου βήματος αποτελούν τις αρχικές συνθήκες για το δεύτερο. Η γεωμετρία αλλάζει με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται νέα μείωση διατομής κατά 25% με ημι-γωνίες κώνου 5° και 15° μοίρες αντίστοιχα.

Στο σχήμα 4.5.2 παρουσιάζεται εκ νέου η κατανομή του πορώδους κατά μήκος του άξονα συμμετρίας. Είναι φανερό πως τα φαινόμενα του πρώτου βήματος εντείνονται. Η υδροστατική τάση για τη μακρά μήτρα ($a = 5^{\circ}$) παραμένει θλιπτική (σχ.4.4.2) και προκαλεί νέα σμίκρυνση των οπών σε τιμές της τάξεως του 1,7%. Αντίθετα στη κοντή μήτρα ($a = 15^{\circ}$) ο υδροστατικός εφελκυσμός έχοντας αυξημένες τιμές σε όλο το μήκος της ζώνης παραμόρφωσης οδηγεί σε ακόμα μεγαλύτερη αύξηση του μεγέθους των πόρων. Η τελική τιμή του παραμένοντος πορώδους είναι περίπου 4,8% και η μεταβολή σε σχέση με το πρώτο βήμα εμφανίζεται αυξημένη κατά επτά φορές. Επίσης για τη συγκεκριμένη γεωμετρική περίπτωση, η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων έδειξε πως στο δεύτερο βήμα οι οπές αναπτύσσονται και κατά μήκος των στοιχείων που κείτονται παράλληλα και δίπλα με αυτά του άξονα συμμετρίας, πράγμα που υποδηλώνει πως η υδροστατική τάση εμφανίζεται και εκεί εφελκυστική. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένα αυξημένο πορώδες κατά μήκος των τριών κεντρικών σειρών των πεπερασμένων στοιχείων. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί πως μετά το τέλος του πρώτου βήματος οι πόροι παρουσίαζαν αύξηση μόνο κατά μήκος της κεντρικής σειράς των στοιχείων.

Εάν επαναλάβουμε την ανάλυση και για ένα τρίτο πέρασμα με τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά, τα παραπάνω φαινόμενα εντείνονται ακόμα περισσότερο (σχ.4.5.3) με τελικό πορώδες 5,2% για τον άξονα συμμετρίας.



Σχ. 4.5.2 Κατανομή του Πορώδους $P = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$ Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας του Υλικού και για τις Δύο Περιπτώσεις Γεωμετρίας (βήμα 2)



Σχ. 4.5.3 Κατανομή του Πορώδους $P = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$ Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας του Υλικού για τη Κοντή Μήτρα. (βήμα 3)

4.6 Συμπεράσματα.

Μέχρι τώρα αναλύσαμε την άμεση αξονοσυμμετρική διέλαση - χωρίς τριβή - για δύο διαφορετικές περιπτώσεις γεωμετρίας της μήτρας. Έγινε χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων καθώς επίσης και των καταστατικών μοντέλων των von-Mises και Gurson που περιγράφουν τα κριτήρια αστοχίας και τη γενικότερη συμπεριφορά του υλικού. Η ενεργειακή ανάλυση του Avitzur (1968) και τα πειραματικά αποτελέσματα του Zimmermann (1970) δείχνουν πως η πρώτη γεωμετρία (25% μείωση διατομής με $a = 15^\circ$) οδηγεί στον σχηματισμό της κεντρικής αστοχίας ενώ η δεύτερη (25% μείωση διατομής με $a = 5^\circ$) όχι.

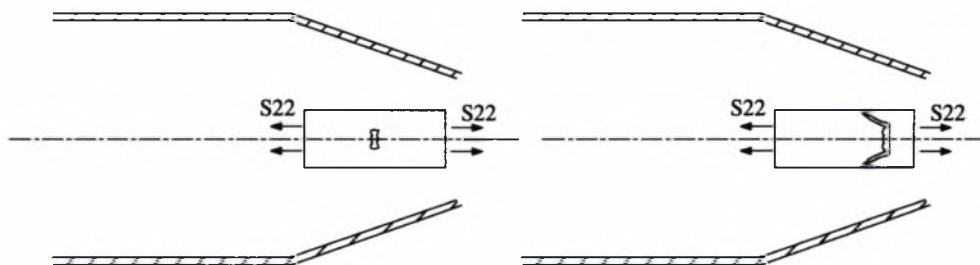
Το καταστατικό μοντέλο του Gurson θεωρεί πως από τη στιγμή που θα δημιουργηθούν οπές στη ζώνη παραμόρφωσης και στη θέση των εγκλεισμάτων ή των σωματιδίων δευτέρας φάσης, αυτές μπορούν να μεγαλώσουν μόνο εάν το εντατικό πεδίο είναι εφελκυστικό ($\sigma_{\kappa\kappa} > 0$) ή να παραμείνουν πρακτικά κλειστές - μείωση στο πορώδες - εάν παρουσιαστεί θλιπτικό ($\sigma_{\kappa\kappa} < 0$). Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων έδειξαν πως για τη περίπτωση της μακράς μήτρας ($a = 5^\circ$) οι οπές που θα δημιουργηθούν θα παραμείνουν κλειστές μιας και το εντατικό πεδίο είναι θλιπτικό σε όλο το μήκος της πλαστικής ζώνης. Μάλιστα η συμπεριφορά αυτή δεν φαίνεται να αλλάζει καθώς το προϊόν υπόκειται σε συνεχή νέα 'περάσματα' διέλασης. Αντίθετα, στη κοντή μήτρα ($a = 15^\circ$) βρέθηκε πως οι οπές που δημιουργούνται κοντά στον άξονα συμμετρίας μεγαλώνουν συνεχώς σε κάθε πέρασμα και αυτό διότι το εντατικό πεδίο εμφανίζεται ισχυρά εφελκυστικό. Πιο συγκεκριμένα, το τοπικό πορώδες στην ίνα συμμετρίας μετά το πρώτο βήμα βρέθηκε ίσο με 4,1% και μετά το δεύτερο και τρίτο πέρασμα 'ανέβηκε' στο 5,14%. Τα στοιχεία μάλιστα που βρίσκονται γειτονικά της κεντρικής σειράς, μετά από κάποια βήματα εμφανίζουν και αυτά μικρότερη αλλά σημαντική αύξηση στο πορώδες. Οι μέχρι τώρα παρατηρήσεις οδηγούν στο συμπέρασμα πως σε κάθε επόμενο βήμα το πορώδες θα αυξάνει περισσότερο από 1% τη φορά και κυρίως γύρω από τον άξονα συμμετρίας.

Από τη στιγμή που το πορώδες φτάσει μία κρίσιμη τιμή (της τάξεως του 10%), λαμβάνουν χώρα φαινόμενα αλληλεπίδρασης μεταξύ γειτονικών οπών και εμφανίζεται ισχυρή τάση για συνένωση τους. Η συνένωση οπών δημιουργεί μεγάλη συγκέντρωση τάσεων και τοπική αστοχία με έναν μηχανισμό σαν αυτόν που περιέγραψε ο Tanaka (Κεφ.1). Η επακόλουθη αύξηση του ρήγματος είναι δυνατόν να οδηγήσει στον σχηματισμό της κεντρικής αστοχίας.

Όταν δημιουργηθεί η πρώτη αστοχία, τότε συμβαίνει το φαινόμενο της αποφόρτισης (unloading) στις παρακείμενες περιοχές των πλευρών του ρήγματος. Η αποφόρτιση αυτή μπορεί να φτάσει σε απόσταση συγκρίσιμη με το μήκος του ρήγματος ενώ σε μεγαλύτερες αποστάσεις και εάν οι συνθήκες το επιτρέπουν, μπορεί να δημιουργηθεί ένα νέο ρήγμα. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να είναι μία πιθανή

εξήγηση για την περιοδικότητα που εμφανίζουν τα ρήγματα κατά μήκος του προϊόντος. (Σχήμα 1.3.1)

Η πρώτη μικρή αστοχία αναμένεται να έχει προσανατολισμό κάθετο στον άξονα συμμετρίας λόγω μεγάλου εφελκυσμού στην κατεύθυνση της κίνησης ($\sigma_{22} \gg 0$). Συνεπώς εάν θεωρήσουμε ότι το υλικό γύρω από τον άξονα συμμετρίας συμπεριφέρεται σαν ένα συμπαγές σώμα υπό εφελκυσμό (σχ.4.6.1), ο μηχανισμός της διάδοσης του ρήγματος καθώς απομακρυνόμαστε από το κέντρο θα αλλάξει και θα επικρατήσει η θραύση με διάτμηση και κίνηση του ρήγματος στις 45° . Πρόκειται δηλαδή για έναν μηχανισμό όμοιο με αυτόν που συμβαίνει κατά την πλαστική θραύση σε δοκίμιο εφελκυσμού που περιέχει εγκλείσματα ή σωματίδια δευτέρας φάσεως.



Σχ. 4.6.1 Αλλαγή στο Μηχανισμό της Θραύσης.

Τα συμπεράσματα αυτά έχουν επιβεβαιωθεί και από κρυσταλλογραφικές μελέτες της επιφάνειας θραύσης (Κεφ. 1).

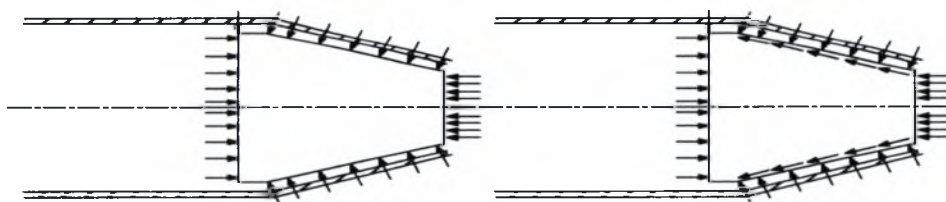
Κεφάλαιο 5

Επίδραση Τριβής

5.1 Γενικά.

Η μέχρι τώρα ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων έγινε απουσία τριβής μεταξύ του υλικού (‘μπιγιέτα’) και των τοιχωμάτων της μήτρας. Η τριβή όμως, ως μία ανεξάρτητη παράμετρος της κατεργασίας και σύμφωνα με τις αναφορές του Anitzur (Κεφ.1), διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο στην κεντρική αστοχία μιας και η αύξησή της φαίνεται να διευρύνει την ‘ασφαλή περιοχή’ (σχ.1.3.2) απομακρύνοντας το ενδεχόμενο σχηματισμού ρήγματος. Κρίνεται λοιπόν σκόπιμο να επιδιωχθεί προσομοίωση της διέλασης για διάφορες τιμές του συντελεστή τριβής και να μελετηθεί με αυτό τον τρόπο η επίδραση στο πορώδες κοντά στον άξονα συμμετρίας, που όπως αποδείξαμε αποτελεί και τον κρίσιμο παράγοντα έναρξης της αστοχίας (Κεφ.4).

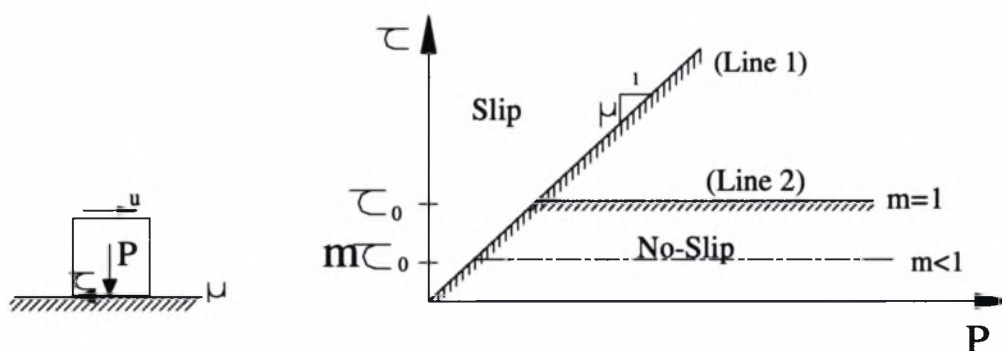
Ένα απλό διάγραμμα ελευθέρου σώματος στη περιοχή μείωσης της διατομής (σχ.5.1.1) μπορεί να μας πείσει πως η παρουσία τριβής αλλάζει σημαντικά τις συνοριακές συνθήκες και άρα την κατανομή των τάσεων και τις συνθήκες διέλασης.



Σχ. 5.1.1 Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος για Διέλαση με ή Χωρίς Τριβή.

5.2 Το μοντέλο του Coulomb.

Η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων γίνεται σε συνδυασμό με τη χρήση του μοντέλου τριβής του Coulomb. Το μοντέλο αυτό μπορεί να παρασταθεί γραφικά από το σχήμα 5.2.1β και περιγράφει τη σχέση μεταξύ της κάθετης τάσης 'P' και της διάτμησης 'τ' που επικρατούν στην επιφάνεια ενός σώματος το οποίο κινείται σε ένα επίπεδο (σχ. 5.2.1α) με συντελεστή τριβής 'μ'. Θα ισχύει $\tau = \mu P$ (line 1).



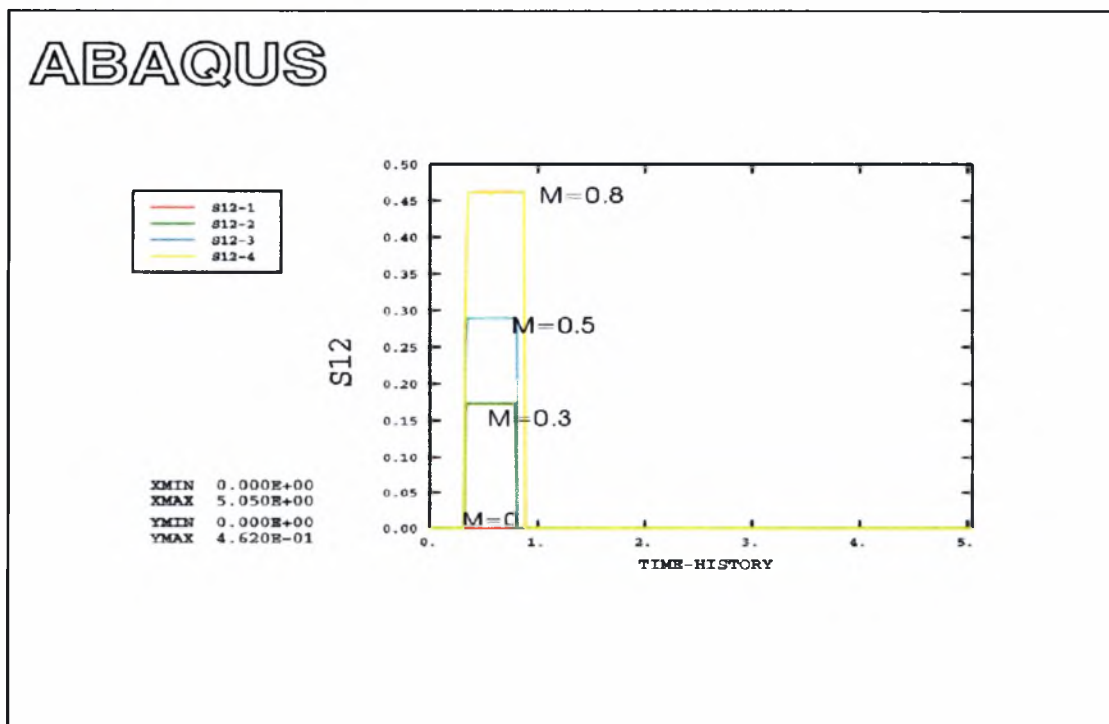
Σχ. 5.2.1 Το Μοντέλο του Coulomb.

Από το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι για υπάρξει ολίσθηση του σώματος θα πρέπει για μία συγκεκριμένη κάθετη τάση P να ασκηθεί στην επιφάνεια μία αντίστοιχη διάτμηση $\tau = \mu P$. Στην πραγματικότητα, κατά τη κατεργασία της διέλασης αναπτύσσονται πολύ υψηλές κάθετες τάσεις ' P ' μεταξύ του τοιχώματος και της επιφάνειας του υλικού. Αυτό σημαίνει ότι οι διατμητικές τάσεις που θα αναπτυχθούν θα λάβουν επίσης πολύ υψηλές τιμές, τέτοιες που πιθανόν να ξεπεράσουν το όριο διαρροής του υλικού σε διάτμηση (τ_0) χωρίς ακόμη να έχει αρχίσει η ολίσθηση. Δηλαδή, τα εξωτερικά τοιχώματα της 'μπιγιέτας' θα έχουν πλαστικοποιηθεί χωρίς αυτή να ολισθαίνει. Το παραπάνω 'παράδοξο' του μοντέλου επιλύεται θεωρώντας ως όριο ολίσθησης, την γραμμή που εξισώνει τη διατμητική τάση με το όριο διαρροής σε διάτμηση. (line 2 - σχ.5.2.1).

5.3 Αποτελέσματα.

Χρησιμοποιώντας τον τροποποιημένο νόμο του Coulomb (line 2 - σχ.5.2.1) επιδιώκουμε μία μέγιστη σταθερή τιμή διατμητικής τάσης ($\tau = m\tau_0 = const.$) στην εξωτερική επιφάνεια της ‘μπιγιέτας’ καθώς αυτή εισχωρεί στην περιοχή μείωσης. Οι τιμές αυτές μπορούν να μεταβάλλονται ανάλογα με την επιλογή του συντελεστή διάτμησης ‘ m ’ ο οποίος κυμαίνεται μεταξύ μηδέν (κατεργασία χωρίς τριβή-διάτμηση) και ένα (διάτμηση ίση με το όριο διαρροής).

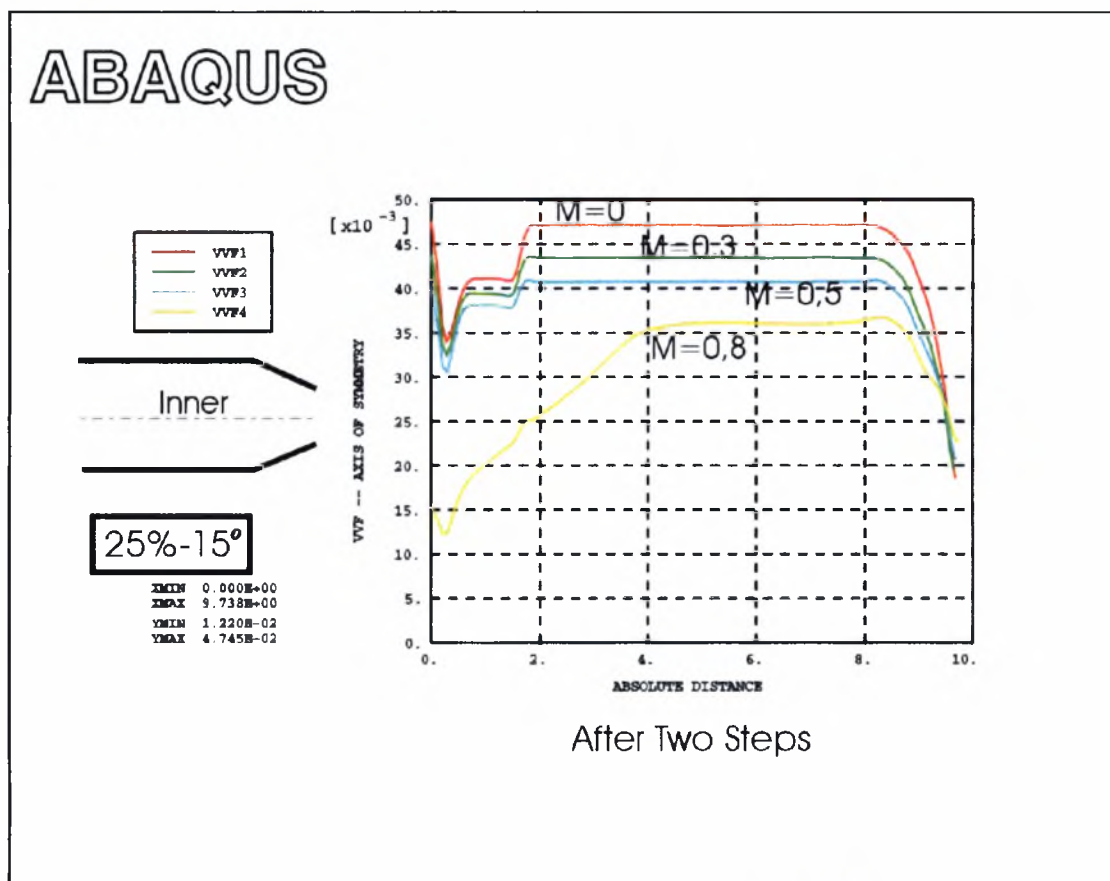
Η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων επαναλαμβάνεται για τις ίδιες περιπτώσεις γεωμετρίας, για δύο βήματα ‘περάσματα’ και με αρχικό πορώδες ίσο με 4%. Η μορφή της διατμητικής τάσης που ‘βλέπει’ ένα στοιχείο επαφής καθώς διέρχεται από τη μήτρα, φαίνεται στο σχήμα 5.3.1 για διάφορες τιμές του συντελεστή διάτμησης ‘ m ’ και κατάλληλη επιλογή των συντελεστών τριβής ‘ μ ’. Σημειώνουμε πως το όριο διαρροής σε διάτμηση ισούται με $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$, όπου σ_0 το όριο διαρροής σε εφέλκυσμό.



Σχ. 5.3.1 Μορφή της Διατμητικής Τάσης σε ένα Στοιχείο Επαφής, καθώς Περνάει από τη Περιοχή Μείωσης της Διατομής, για Διάφορες Τιμές του Συντελεστή Διάτμησης ‘ m ’.

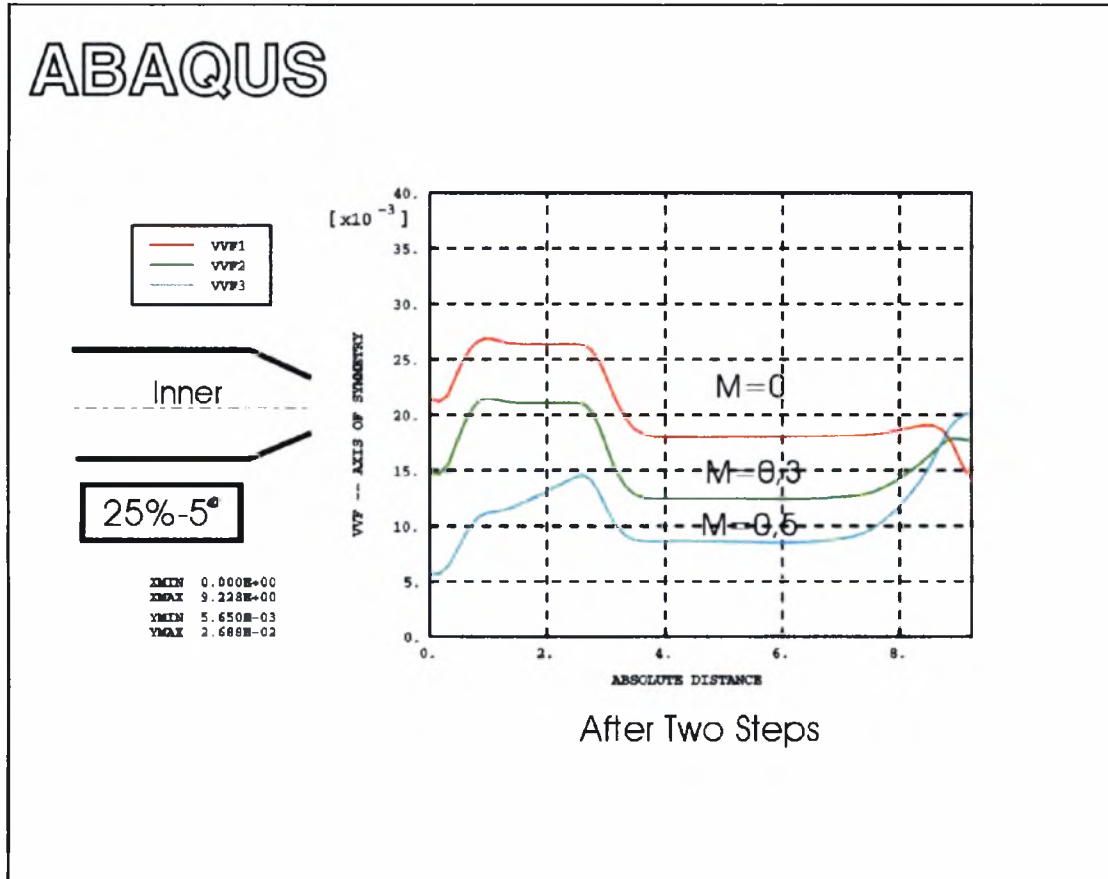
Παρατηρούμε πως για μη-μηδενική τιμή του συντελεστή 'm', η διάτμηση ακολουθεί αρχικά τον νόμο $\tau = \mu P$ ενώ έπειτα, μη μπορώντας να ξεπεράσει το όριο $\tau = m\tau_0$ που έχουμε επιλέξει, σταθεροποιείται σε αυτή τη τιμή. Έχουμε δηλαδή επιτύχει έναν έλεγχο του μεγέθους της διάτμησης σε όλο σχεδόν το μήκος της κωνικής μήτρας κάτι που ήταν και το ζητούμενο.

Η επίδραση της κυμαινόμενης διάτμησης ($\tau = m\tau_0 = const.$) στο πορώδες του άξονα συμμετρίας για τη κοντή μήτρα ($\alpha = 15^\circ$) μπορεί να φανεί στο σχήμα 5.3.2. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η διάτμηση στο τοίχωμα (αύξηση του 'm') τόσο μικρότερη είναι η αύξηση στο πορώδες. Μάλιστα για πολύ μεγάλες τιμές του συντελεστή 'm' οι πόροι φαίνεται πως κλείνουν.



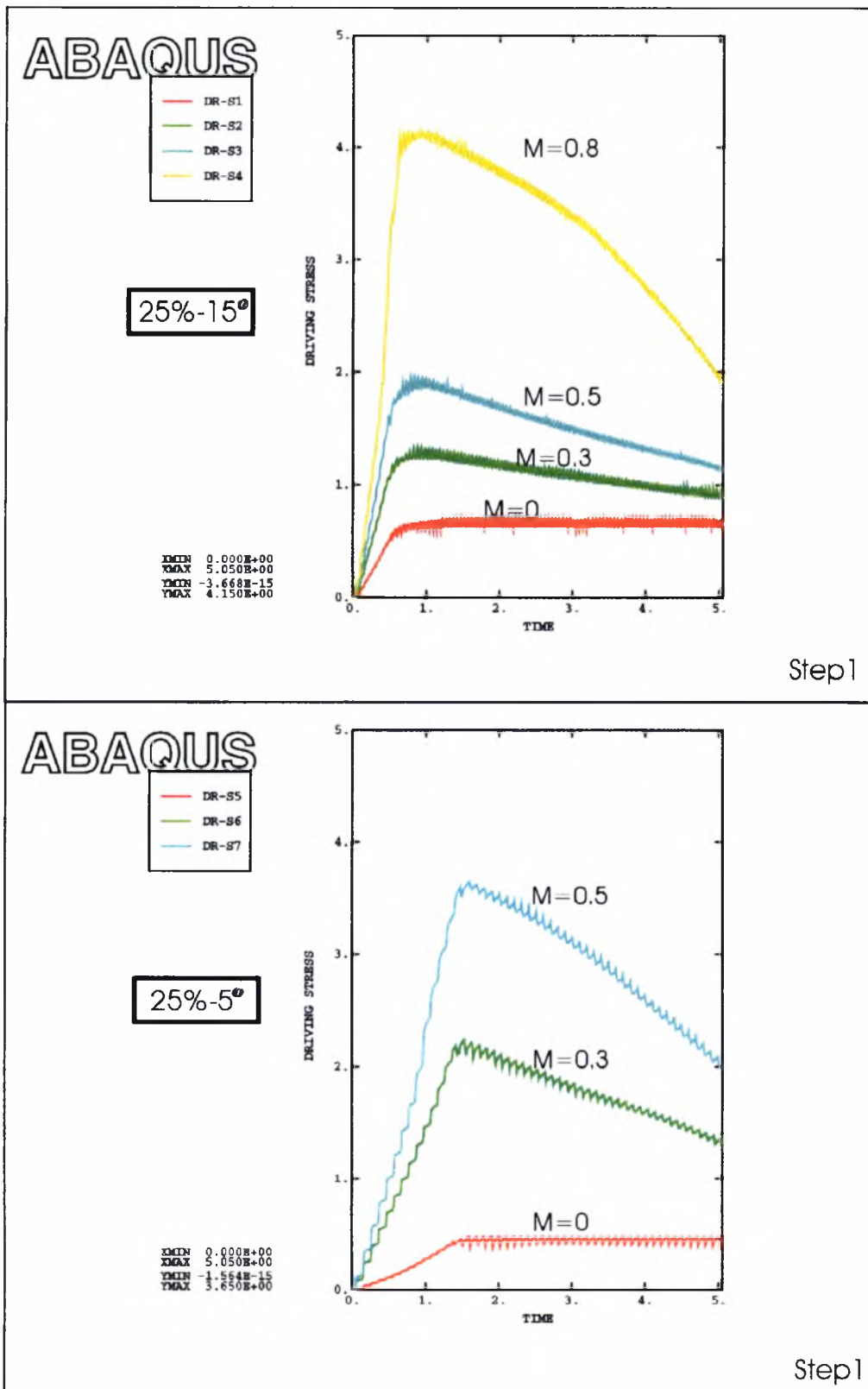
Σχ. 5.3.2 Επίδραση της Διάτμησης στο Πορώδες $p = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$ Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας για τη Κοντή Μήτρα. (βήμα 2)

Επίσης, στη περίπτωση της μακράς μήτρας ($\alpha = 5^\circ$) η διάτμηση έχει ακριβώς την ίδια επίδραση (σχ.5.3.3). Οι πόροι παρουσιάζουν ακόμα μεγαλύτερη τάση να κλείσουν.



Σχ. 5.3.3 Επίδραση της Διάτμησης στο Πορώδες $p = \frac{V_{voids}}{V_{total}}$ Κατά Μήκος του Άξονα Συμμετρίας για τη Μακρά Μήτρα. (βήμα 2)

Η επίδραση της τριβής διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο και στην οδηγούσα δύναμη της κατεργασίας αυξάνοντας σημαντικά την ενέργεια πλαστικής παραμόρφωσης και άρα το ενεργειακό κόστος όπως φαίνεται από το σχήμα 5.3.4.



Σχ. 5.3.4 Επίδραση της Διάτμησης στην ‘Οδηγούσα Τάση’ (Δύναμη / Επιφάνεια Επαφής).

Παρατηρούμε πως η μορφή της ‘οδηγούσας τάσης’ παρουσία τριβής ($m \neq 0$) αλλάζει σημαντικά. Μετά την έξοδο του υλικού από τη μήτρα, η τάση λαμβάνει φθίνουσες τιμές, φαινόμενο που οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τη κίνηση - και πριν την περιοχή μείωσης της διατομής - μειώνεται η επιφάνεια επαφής μεταξύ ‘μπιγιέτας’ και τοιχωμάτων της μήτρας. Αυτή η μορφή της καμπύλης αντιστοιχεί και στην πραγματική μορφή της οδηγούσας δύναμης-τάσης.

5.4 Συμπεράσματα.

Με βάση τα παραπάνω γίνεται φανερό η έντονη επίδραση της τριβής στη κατεργασία της διέλασης και συγκεκριμένα στη ποιότητα του προϊόντος.

Τα αποτελέσματα έρχονται σε πλήρη συμφωνία με τις παρατηρήσεις του Anitzur, μιας και η αύξηση της διάτμησης φαίνεται να περιορίζει την αύξηση στο πορώδες ή αντίστοιχα να ενισχύει τη μείωση του. Δηλαδή στη πραγματικότητα - και με βάση τα συμπεράσματα του τετάρτου κεφαλαίου - διευρύνει την ‘ασφαλή περιοχή’ (σχ.1.3.2) απομακρύνοντας το ενδεχόμενο σχηματισμού ρήγματος.

Συμπεράσματα - Προτάσεις για Συνέχεια

Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων γίνεται εμφανής η χρησιμότητα της μεθόδου πάνω στην ικανότητα σχεδιασμού αλλά και πρόβλεψης της ποιότητας του προϊόντος κατά τη κατεργασία της διέλασης. Αυτό είναι αρκετά χρήσιμο, αφού η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια ευρεία ποικιλία περιπτώσεων γεωμετρίας και υλικού και να καλύψει έτσι όλες τις μεθόδους αλλά και τις διατομές διέλασης. Επίσης, τα οικονομικά πλεονεκτήματα της προσομοίωσης είναι τεράστια, αφού ο σύγχρονος μηχανικός δεν είναι αναγκασμένος να καταφεύγει σε πολυέξοδες πειραματικές διαδικασίες για να διαπιστώσει τη λειτουργικότητα κάποιας κατεργασίας.

Η μέθοδος προϋποθέτει ότι οποιαδήποτε ανάλυση γίνεται με σκοπό τη δημιουργία κριτηρίων αστοχίας κατά τη διέλαση, θα πρέπει να βασίζεται σε λεπτομερείς μελέτες των πεδίων τάσεων και παραμορφώσεων και συγκεκριμένα στην μελέτη της κατανομής της υδροστατικής τάσης. Επιπλέον ένα τέτοιο κριτήριο θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τη προέλευση των ρηγμάτων, τη σύνθεση, τη ποιότητα και τις ιδιότητες του υλικού καθώς επίσης και τυχών προ-υπάρχουσες αστοχίες. Για παράδειγμα, σε ένα υλικό με μικρά εγκλείσματα και αυξημένη συνοχή μεταξύ εγκλεισμάτων και μητρικού σώματος, είναι λιγότερο πιθανό να παρουσιαστεί αστοχία από ένα υλικό με χαλαρούς δεσμούς και μεγαλύτερα εγκλείσματα.

Για περαιτέρω ερευνητική εργασία, προτείνεται η δημιουργία ενός κριτηρίου αστοχίας (εύρεση της 'ασφαλούς' περιοχής) με επιλογή συγκεκριμένου υλικού που χρησιμοποιείται ευρέως στη βιομηχανία, η μελέτη της επίδρασης της ανεξάρτητης παραμέτρου του συντελεστή κράτυνσης πάνω στη κεντρική αστοχία και η προσομοίωση διαφορετικών τακτικών-μεθόδων διέλασης και διατομών.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ABAQUS ΓΙΑ ΣΥΜΠΛΑΓΕΣ ΥΛΙΚΟ



```
*HEADING
EXTRUSION
*RESTART,WRITE,FREQ=5000
**
**
*NODE
    1, 0., -6.05
    11, 1., -6.05
    1321, 0., -0.05
    1331, 1., -0.05
    10000, 0., 0.
*NGEN,NSET=LEFT
    1, 11
*NGEN,NSET=RIGHT
    1321,1331
*NFILL,NSET=NODEFILL
    LEFT, RIGHT, 120, 11
*NSET,NSET=SYMM,GENERATE
    1, 1321,11
*NSET,NSET=TOP,GENERATE
    11,1331,11
*NSET,NSET=ALLNODES
LEFT, RIGHT, NODEFILL, SYMM, TOP
**
*NODE,NSET=PISTON
    20000, 0., 0.
**
**
**
*ELEMENT,TYPE=CAX4H,ELSET=ALL
    1, 1,2,13,12
*ELGEN,ELSET=ALLE
    1, 120, 11,10,10, 1, 1
**
**
*MATERIAL,NAME=METAL
*ELASTIC
    500., 0.3
*PLASTIC
    1.,0.
    1.6375,0.134
    1.765,0.246
    1.9,0.37
    1.983,0.49
    2.11,0.745
    2.24,0.99
    2.325,1.19
    2.457,1.5
    2.58,1.99
    2.63,2.07
*SOLID SECTION,ELSET=ALLE,MATERIAL=METAL
**
**
*ELEMENT,TYPE=IRS21A
    5000, 11, 22, 10000
*ELGEN,ELSET=RIG
    5000, 120, 11, 10
**
**
*INTERFACE,ELSET=RIG
*RIGID SURFACE,TYPE=SEGMENTS,ELSET=RIG,FILLET RADIUS=0.05
START, 1., -6.5
LINE, 1., 0.
LINE, 0.866,0.5
```

```
LINE, 1.,1.
LINE, 1.,9.
LINE, 0.749,9.933
LINE, 1.,10.866
LINE, 1.,21.53
LINE, 0.6486,22.84
LINE, 1.,24.15
LINE, 1.,38.365
LINE, 0.562,40.
LINE, 1.,41.63
**
**
*BOUNDARY
  SYMM, 1, 1
  10000, 1, 6
  20000, 1, 1
  20000, 3, 6
**
**
*EQUATION
  2
  LEFT, 2, 1., 20000, 2, -1.
**
**
**
*STEP, INC=10000, NLGEOM
*STATIC
  0.01, 5.05 , , 0.01
*CONTROLS, PARAMETERS=FIELD, FIELD=DISPLACEMENT
  0.0001
*BOUNDARY
  PISTON, 2, 2, 5.05
*OUTPUT, FIELD, FREQ=250, VARIABLES=ALL
*NODE OUTPUT
*ELEMENT OUTPUT
*EL PRINT, FREQ=5000
*NODE PRINT, FREQ=5000
*NODE PRINT, FREQ=1, NSET=PISTON
  RF2
*NODE FILE, FREQ=1, NSET=PISTON
  RF
*ENDSTEP
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ABAQUS ΓΙΑ ΥΛΙΚΟ ΜΕ ΜΙΚΡΟ-ΟΠΕΣ

```

*HEADING
  EXTRUSION
*RESTART,WRITE,FREQ=5000
**
**
*NODE
  1, 0., -6.05
  11, 1., -6.05
  1321, 0., -0.05
  1331, 1., -0.05
  10000, 0., 0.
*NGEN,NSET=LEFT
  1, 11
*NGEN,NSET=RIGHT
  1321,1331
*NFILL
  LEFT, RIGHT, 120, 11
*NSET,NSET=SYMM,GENERATE
  1, 1321,11
*NSET,NSET=TOP,GENERATE
  11,1331,11
**
*NODE,NSET=PISTON
  20000, 0., 0.
**
**
**
*ELEMENT,TYPE=CAX4H,ELSET=ALL
  1, 1,2,13,12
*ELGEN,ELSET=ALLE
  1, 120, 11,10,10, 1, 1
**
**
*MATERIAL,NAME=METAL
*ELASTIC
  500., 0.3
*PLASTIC
  1.,0.
  1.6375,0.134
  1.765,0.246
  1.9,0.37
  1.983,0.49
  2.11,0.745
  2.24,0.99
  2.325,1.19
  2.457,1.5
  2.58,1.99
  2.63,2.07
*POROUS METAL PLASTICITY,RELATIVE DENSITY=0.96
  1., 1., 1.
*SOLID SECTION,ELSET=ALLE,MATERIAL=METAL
**
**
*ELEMENT,TYPE=IRS21A
  5000, 11, 22, 10000
*ELGEN,ELSET=RIG
  5000, 120, 11, 10
**
**
*INTERFACE,ELSET=RIG
*RIGID SURFACE,TYPE=SEGMENTS,ELSET=RIG,FILLET RADIUS=0.05
  START, 1., -6.5
  LINE, 1., 0.
  LINE, 0.866,0.5

```

```
LINE, 1.,1.
LINE, 1.,9.
LINE, 0.749,9.933
LINE, 1.,10.866
LINE, 1.,21.53
LINE, 0.6486,22.84
LINE, 1.,24.15
LINE, 1.,38.365
LINE, 0.562,40.
LINE, 1.,41.63
**
**
*BOUNDARY
  SYMM, 1, 1
  10000, 1, 6
  20000, 1, 1
  20000, 3, 6
**
**
*EQUATION
  2
  LEFT, 2, 1., 20000, 2, -1.
**
**
**
*STEP, INC=10000, NLGEOM
*STATIC
  0.01, 5.05 , , 0.01
*CONTROLS, PARAMETERS=FIELD, FIELD=DISPLACEMENT
  0.0001
*BOUNDARY
  PISTON, 2, 2, 5.05
*OUTPUT, FIELD, FREQ=5000, VARIABLES=ALL
*NODE OUTPUT
*ELEMENT OUTPUT
*EL PRINT, FREQ=5000
*NODE PRINT, FREQ=5000
*NODE PRINT, FREQ=1, NSET=PISTON
  RF2
*NODE FILE, FREQ=1, NSET=PISTON
  RF
*ENDSTEP
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ABAQUS ΓΙΑ ΥΛΙΚΟ ΜΕ ΜΙΚΡΟ-ΟΠΕΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΤΡΙΒΗΣ


```

*HEADING
  EXTRUSION
*RESTART,WRITE,FREQ=10000
**
**
*NODE
  1, 0., -6.05
  11, 1., -6.05
  1321, 0., -0.05
  1331, 1., -0.05
  10000, 0., 0.
*NGEN,NSET=LEFT
  1, 11
*NGEN,NSET=RIGHT
  1321,1331
*NFILL
  LEFT, RIGHT, 120, 11
*NSET,NSET=SYMM,GENERATE
  1, 1321,11
*NSET,NSET=TOP,GENERATE
  11,1331,11
**
*NODE,NSET=PISTON
  20000, 0., 0.
**
**
**
*ELEMENT,TYPE=CAX4H,ELSET=ALL
  1, 1,2,13,12
*ELGEN,ELSET=ALLE
  1, 120, 11,10,10, 1, 1
**
**
*MATERIAL,NAME=METAL
*ELASTIC
  500., 0.3
*PLASTIC
  1.,0.
  1.6375,0.134
  1.765,0.246
  1.9,0.37
  1.983,0.49
  2.11,0.745
  2.24,0.99
  2.325,1.19
  2.457,1.5
  2.58,1.99
  2.63,2.07
*POROUS METAL PLASTICITY,RELATIVE DENSITY=0.96
  1., 1., 1.
*SOLID SECTION,ELSET=ALLE,MATERIAL=METAL
**
**
*ELEMENT,TYPE=IRS21A
  5000, 11, 22, 10000
*ELGEN,ELSET=RIG
  5000, 120, 11, 10
*ELSET,ELSET=CONTACT
  6150
**
*INTERFACE,ELSET=RIG
*FRICTION,TAUMAX=0.173208
  0.1
*RIGID SURFACE,TYPE=SEGMENTS,ELSET=RIG,FILLET RADIUS=0.1

```

```
START, 1., -6.5
  LINE, 1., 0.
  LINE, 0.866,0.5
  LINE, 1.,1.
  LINE, 1.,9.
  LINE, 0.749,9.933
  LINE, 1.,10.866
  LINE, 1.,21.53
  LINE, 0.6486,22.84
  LINE, 1.,24.15
  LINE, 1.,38.365
  LINE, 0.562,40.
  LINE, 1.,41.63
**
**
*BOUNDARY
  SYMM, 1, 1
  10000, 1, 6
  20000, 1, 1
  20000, 3, 6
**
**
*EQUATION
  2
  LEFT, 2, 1., 20000, 2, -1.
**
**
**
*STEP, INC=10000, NLGEOM
*STATIC
  0.01, 5.05 , , 0.01
*CONTROLS, PARAMETERS=FIELD, FIELD=DISPLACEMENT
  0.0001
*BOUNDARY
  PISTON, 2, 2, 5.05
*OUTPUT, FIELD, FREQ=5000, VARIABLES=ALL
*NODE OUTPUT
*ELEMENT OUTPUT
*EL PRINT, FREQ=5000
*NODE PRINT, FREQ=5000
*NODE FILE, FREQ=1, NSET=PISTON
  RF
*EL FILE, FREQ=1, ELSET=CONTACT
  S
*ENDSTEP
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΑΠΟ BINARY ΣΕ TEXT ΜΟΡΦΗ

PROGRAM FORCE

```
C READS INFORMATION FROM FILE.fil (*NODE FILE) AND PROVIDES HISTORY DATA
C FOR THE REACTION FORCE (STRESS) AT PISTON.
C
  INCLUDE 'aba_param.inc'
  CHARACTER*80 FNAME
  DIMENSION ARRAY(2000),JRRAY(NPRECD,2000),LRUNIT(2,1),XY(20000,2)
  EQUIVALENCE (ARRAY(1),JRRAY(1,1))
C
  FNAME=' fem66 '
  NRU=1
  LRUNIT(1,1)=8
  LRUNIT(2,1)=2
  LOUTF=0
  CALL INITPF(FNAME,NRU,LRUNIT,LOUTF)
  JUNIT=8
  CALL DBRNU(JUNIT)
C
  IOUT=321
  OPEN(UNIT=IOUT,FILE='force.out')
C
  PI=4.D0*DATAN(1.D0)
  R0=1.D0
  TOL=1.D-4
C
  KK=1
  XY(1,1)=0.D0
  XY(1,2)=0.D0
C
  DO 100 K1=1,99999
C
  CALL DBFILE(0,ARRAY,JRCD)
  IF (JRCD.NE.0) GOTO 110
C
  KEY=JRRAY(1,2)
C
  IF (KEY.EQ.2000) THEN
    KK=KK+1
    XY(KK,1)=ARRAY(3)
  ENDIF
C
  IF (KEY.EQ.104) THEN
    NODE=JRRAY(1,3)
    IF (NODE.EQ.20000) THEN
      XY(KK,2)=ARRAY(5)/(PI*R0**2)
      IF (KK.NE.1) THEN
        IF (DABS(XY(KK-1,2)).GT.TOL.AND.DABS(XY(KK,2)).LT.TOL)
+          R0=R0*DSQRT(0.75D0)
        ENDIF
      ENDIF
    ENDIF
  ENDIF
C
  100 CONTINUE
C
  110 CONTINUE
C
  WRITE(IOUT,120) ((XY(I,J),J=1,2),I=1,KK)
  120 FORMAT(2(1PG12.3))

  STOP
  END
```

PROGRAM friction

```
C READS INFORMATION FROM FILE.fil (*EL FILE ) AND PROVIDES HISTORY DATA
C FOR THE S12 AND S11 AT ONE INTERFACE ELEMENT.
C
  INCLUDE 'aba_param.inc'
  CHARACTER*80 FNAME
  DIMENSION ARRAY(2000),JRRAY(NPRECD,2000),LRUNIT(2,1),XY(20000,3)
  EQUIVALENCE (ARRAY(1),JRRAY(1,1))
C
  FNAME='fem5fr08'
  NRU=1
  LRUNIT(1,1)=8
  LRUNIT(2,1)=2
  LOUTF=0
  CALL INITPF(FNAME,NRU,LRUNIT,LOUTF)
  JUNIT=8
  CALL DBRNU(JUNIT)
C
  IOUT1=325
  IOUT2=380
  OPEN(UNIT=IOUT1,FILE='fric1.out')
  OPEN(UNIT=IOUT2,FILE='fric2.out')
  KK=1
  XY(1,1)=0.D0
  XY(1,2)=0.D0
  XY(1,3)=0.D0
C
  DO 100 K1=1,99999
C
    CALL DBFILE(0,ARRAY,JRCD)
    IF (JRCD.NE.0) GOTO 110
C
    KEY=JRRAY(1,2)
C
    IF (KEY.EQ.2000) THEN
      KK=KK+1
      XY(KK,1)=ARRAY(3)
    ENDIF
C
    IF (KEY.EQ.1) THEN
      IELEM=JRRAY(1,3)
      IGAUSS=JRRAY(1,4)
    ENDIF
C
    IF (KEY.EQ.11) THEN
      IF (IELEM.EQ.6150.AND.IGAUSS.EQ.1) THEN
        PRESS=ARRAY(3)
        SHEAR=ARRAY(4)
        XY(KK,2)=PRESS
        XY(KK,3)=SHEAR
      ENDIF
    ENDIF
C
  100 CONTINUE
C
  110 CONTINUE
C
  WRITE(IOUT1,120) ((XY(I,J),J=1,2),I=1,KK)
  WRITE(IOUT2,120) ((XY(I,J),J=1,3,2),I=1,KK)
  120 FORMAT(2(1PG12.3))
  STOP
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- N.Aravas, 'The Analysis of Void Growth that Leads to Central Bursts During Extrusion', Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois at Urbana-Champaign, U.S.A, 1984, p.55.
- Avitzur B, 'Metal Forming-The Application of Limit Analysis', 1980.
- Donald J. Blickwede, 'Cold Extruding Steel', Metal Progress, 97, May 1970, p.76.
- L.F. Coffin, JR., and H.C. Rogers, 'Influence of Pressure on the Structural Damage in Metal Forming Processes', Trans. ASME, 60, 1967, p.672.
- R.Hill, 'The Mathematical Theory of Plasticity', the Oxford Engineering Science Series, 1983.
- William F. Hosford and Robert M. Caddell, 'Metal Forming-Mechanics and Metallurgy', 1993.
- H.C. Jennison, Waterbury, Conn., 'Certain Types of Defects in Copper Wire Caused by Improper Dies and Drawing Practice', Trans. AIME, 89, 1930, p.121.
- K. Lane and H. Stenger, 'Extrusion – Processes, Machinery, Tooling', 1981.
- Γ. Λιάνης, 'Ανελαστική Συμπεριφορά Υλικών και Φορέων', Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Πολυτεχνική Σχολή.
- J.Lubliner, 'Plasticity Theory', 1990.
- Μάμαλης Αθ., 'Κατεργασίες των Υλικών', Αθήνα 1989.
- Moriya Oyane and Masami Yokoi, 'Improvement of Formability of Metals in Extrusion by Means of Two-Stage Extrusion', Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto, 1967, p.570.
- Josef J. Pepe, 'Central Burst Formation During Hydrostatic Extrusion', Materials and Processes Laboratory, Steam Turbine-Generator Products Division, General Electric Co., Schenectady, N.Y. 12345, 1976, p.46.
- H. D. Pugh and M. T. Watkins, 'Experimental Investigation of the Extrusion of Metals', Production Engineering, Vol. 40, No.4, London, 1961, p.256.
- W.E. Remmers, Chicago, Ill., 'Causes of Cuppy Wire', Metallurgical Engineer, Western Electric Co., Inc., Trans. AIME 89, 1930, p.107.

- H. Tanaka, 'On the Causes of Cuppy Defects in a Drawn Material', Nippon Kink. Gakk. 16, 1952, p.567.
- Robert H. Wagoner and Jean-Loup Chenot, 'Fundamentals of Metal Forming', Ohio State University and Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1997.
- Ν. Χασιώτης, ' Πανεπιστημιακές Παραδόσεις του μαθήματος: Κατεργασίες και Μηχανές Διαμορφώσεων', Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας. 1999.
- Z. Zimmerman, H. Darlington, and E.H. Kottcamp, Jr., 'Selection of Operating Parameters to Prevent Central Bursting Defects During Cold Extrusion', Homer Research Laboratories, Bethlehem Steel Corporation, Bethlehem, Pennsylvania, 1970, p.47.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Τηλ.: 74.760 -61

