

ΕΚΧΩΡΗΣΗ ΠΟΡΩΝ
ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΣΕ ΑΣΥΡΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΑ
ΜΕ OFDM ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Αποστολάρας Απόστολος

ΠΑΡΑΔΟΘΗΚΕ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΠΛΗΡΩΣΗ ΤΩΝ
ΑΠΑΙΤΗΣΕΩΝ ΤΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΟΛΟΣ
Δεκέμβριος 2006

- ΜΗΥΤΔ

06
10



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 5133/1
Ημερ. Εισ.: 19-09-2007
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΗΥΤΔ
2006
ΑΠΟ

ΕΚΧΩΡΗΣΗ ΠΟΡΩΝ
ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΣΕ ΑΣΥΡΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΑ
ΜΕ OFDM ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Αποστολάρας Απόστολος

ΠΑΡΑΔΟΘΗΚΕ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΠΛΗΡΩΣΗ ΤΩΝ
ΑΠΑΙΤΗΣΕΩΝ ΤΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΟΛΟΣ
Δεκέμβριος 2006



Thesis Project

Real-time resource allocation in Wireless Networks

Communication & Computer
Engineering Dept.

Διπλωματική Εργασία για την απόκτηση του Διπλώματος του Μηχανικού Ηλεκτρονικών
Υπολογιστών Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Επιβλέπων Καθηγητής: Τασιούλας Λέανδρος

Συμβουλευτική Επιτροπή: Τσουκάτος Κωνσταντίνος

Εξεταστική Επιτροπή:

Τασιούλας Λέανδρος

Τσουκάτος Κωνσταντίνος

Τασιούλας Λέανδρος

Τσουκάτος Κωνσταντίνος

Το κείμενο στοιχειοθετήθηκε από το συγγραφέα με το πρόγραμμα L^AT_EX .

Copyright©2006 by Apostolaras Apostolos

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος της αναφοράς με οποιονδήποτε μέσο (φωτοτυπία, εκτύπωση, μικροφίλμ, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών ή άλλη μηχανική ή ηλεκτρονική μέθοδο) χωρίς την έγγραφη άδεια του συγγραφέα.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, or distributed in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system, or transmitted, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the author.

Στους γονείς μου

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	iv
Ευχαριστίες	vii
Εισαγωγή	viii
0.1 Τεχνολογία OFDM	viii
0.2 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας	ix
0.3 Οργάνωση της διπλωματικής εργασίας	ix
1 OFDM	1
1.1 Πλεονεκτήματα OFDM	1
1.1.1 Ρυθμός, κάλυψη, εφαρμογές	2
2 Έλεγχος ισχύος για μεγιστοποίηση ρυθμού, υπό ένα μέσο και ένα στιγμιαίο χρονικό περιορισμό ισχύος	4
2.1 Διατύπωση προβλήματος	4
2.2 Πρόβλημα	5
2.3 Εύρεση περιοχής ευστάθειας	6
2.4 Αλγόριθμος	6
2.4.1 Βήματα αλγορίθμου	7
2.5 Αποτελέσματα	8
2.6 Επίλυση με χρήση gradients	8
2.6.1 Αλγόριθμος	11
2.7 Αποτελέσματα	12

2.8	Σύγκριση μεθόδου gradient με βέλτιστη	15
3	Δέσμευση Χωρητικότητας Καναλιού OFDM - Κάθοδος	17
3.1	Διατύπωση προβλήματος	17
3.2	Υποθέσεις	18
3.3	Πρόβλημα	19
3.3.1	Δυϊκή λύση	19
3.3.2	Χαλάρωση - υπολογισμός λύσης	20
3.4	Έυρεση περιοχής ευστάθειας	21
3.5	Αλγόριθμος	22
3.5.1	Βήματα αλγορίθμου	23
3.6	Αποτελέσματα	24
3.7	Επίλυση με χρήση gradient	26
4	Δέσμευση Χωρητικότητας Καναλιού OFDM - Άνοδος	33
4.1	Διατύπωση προβλήματος	34
4.2	Υποθέσεις	35
4.3	Πρόβλημα	36
4.3.1	Δυϊκή λύση	36
4.3.2	Υπολογισμός λύσης - Ανάθεση φερόντων	37
4.4	Έυρεση περιοχής ευστάθειας	38
4.5	Αλγόριθμος	38
4.5.1	Βήματα αλγορίθμου	39
4.6	Αποτελέσματα	40
4.7	Επίλυση με χρήση gradient	42
5	Επίλογος	48
5.1	Συμπεράσματα - Επεκτάσεις	48
A	Αποδείξεις	50
A.1	Εύρεση βέλτιστης ισχύος - κάθοδος	50
A.2	Απόδειξη κυρτότητας μιας συνάρτησης	50
A.2.1	κεφ.3	51
A.2.2	κεφ.4	51

A.3	Εύρεση βέλτιστης ισχύος - άνοδος	51
	Βιβλιογραφία	52

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Τσουκάτο, που μου έδωσε την ευκαιρία και την δυνατότητα να ασχοληθώ με θέματα που βρίσκουν πρακτικές εφαρμογές στις τηλεπικοινωνίες.

Η καθοδήγηση του ήταν ουσιαστική για το πέρας της εργασίας. Επίσης τον ευχαριστώ ιδιαίτερα για την προθυμία να αφιερώσει αρκετό χρόνο για την επεξήγηση ζητημάτων και αποριών. Οι συζητήσεις για τα προς επίλυση προβλήματα ήταν εποικοδομητικές. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω και τον καθηγητή κ. Λεάνδρο Τασιούλα για το ενδιαφέρον που έδειξε για την εκπλήρωση της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τον φίλο και συμφοιτητή μου, Γιώργο Παναγόπουλο για την βοήθεια του στη σύνταξη της παρούσας διπλωματικής εργασίας με το πρόγραμμα ΕΤΕΧ καθώς και την καθηγήτρια Παναγιώτα Τσομπανοπούλου για τις πολύτιμες συμβουλές τις.

Βόλος, Ελλάδα
Δεκέμβριος 2006

Αποστολάρας Απόστολος

Εισαγωγή

0.1 Τεχνολογία OFDM

Η ραγδαία ανάπτυξη των τηλεπικοινωνιών και πιο συγκεκριμένα των ασύρματων δικτύων, επιτάσσει την ανάγκη για ολοένα και πιο αξιόπιστες υπηρεσίες που θα παρέχουν αδιάλειπτη πρόσβαση με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης

Το OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) είναι μια τεχνική μετάδοσης με χρήση πολλαπλών φερόντων, η οποία αρχίζει να είναι πολύ δημοφιλής σε ασύρματα δίκτυα. Είναι η κωδικοποίηση του DVB-T (digital video broadcasting –terrestrial), DAB (digital audio broadcasting), DRM (digital radio mondiale), αρκετών WLAN standard, του IEEE 802.16 για μητροπολιτικά ασύρματα δίκτυα (WiMAX) και αποτελεί την καλύτερη επιλογή για την τεχνολογία 4G.

Μεταξύ των περιόπτων χαρακτηριστικών της OFDM κωδικοποίησης είναι η ρωμαιολεότητα που επιδεικνύει ενάντια στην πολυδιαδρομική διασπορά (*multipath propagation*), η έλλειψη σύνθετου εξισοροποιητή (*complex equaliser*) και η δυνατότητα υλοποίησης ψηφιακής επεξεργασίας σήματος.

Χρησιμοποιώντας πολλά φέροντα για τη κωδικοποίηση, η τεχνική OFDM διαιρεί μια ροή πληροφορίας (υψηλού ρυθμού) σε ένα μεγάλο αριθμό από ροές (χαμηλού ρυθμού) και τα μεταδίδει παράλληλα μέσα από ορθογώνια ¹ υπο-κανάλια.

Η τεχνική OFDM μπορεί να επεκταθεί σε μια μέθοδο πολλαπλής πρόσβασης, η οποία επιτρέπει διάφορους χρήστες να έχουν πρόσβαση ταυτόχρονα χωρίς παρεμβολές. Στην περίπτωση των πολλαπλών χρηστών έχουν προταθεί αρκετοί αλγόριθμοι για την αύξηση της ρυθμαπόδοσης (throughput), ελαχιστοποίησης της ισχύος ακόμη και

¹ με τον όρο ορθογώνια εννοούμε ότι δεν υπάρχει παρεμβολή μεταξύ τους

εύρεσης βέλτιστου διάνυσματος φερόντων δεξ [1],[2],[3].

Η προσπάθεια σε αυτήν την εργασία βασίζεται σε ιδέες που εφαρμόζονται και μπορούν να επεκταθούν κατάλληλα σε παραπλήσιες περιοχές. και οι οποίες δεν ξεφεύγουν από μαθηματικό φορμαλισμό και τεκμηρίωση.

0.2 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας

Σε αυτή την εργασία έχουμε σαν στόχο να παρουσιάσουμε τα προβλήματα κατά τη διάδοση της πληροφορίας τόσο από το σταθμό βάσης προς τους χρήστες(κάθοδος), όσο και αντίστροφα από τους χρήστες προς στο σταθμό βάσης(άνοδος) χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση OFDM, να τα μοντελάρουμε χρησιμοποιώντας μαθηματικές φόρμουλες και με χρήση κατάλληλης θεωρίας να τα επιλύσουμε.

0.3 Οργάνωση της διπλωματικής εργασίας

Η εργασία έχει οργανωθεί όπως παρακάτω : Στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζουμε γενικές πληροφορίες για την κωδικοποίηση OFDM (WiMax, IEEE802.16). Στο 2^ο κεφάλαιο λύνουμε ένα απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης για resource allocation σε μια κυψέλη (1 Σ.Β, N χρήστες), προτείνουμε αλγόριθμο για λύση. Στο 3^ο ακολουθούμε την ίδια οργάνωση όπως και στο 2^ο και επιβεβαιώνουμε το [1] χρησιμοποιώντας OFDM κωδικοποίηση στην κάθοδο. Στο 4^ο λύνουμε το αντίστοιχο πρόβλημα, στην άνοδο και όσο αφορά τη δομή ακολουθούμε την ίδια με το 3^ο κεφάλαιο. Στο 5^ο κεφάλαιο κλείνουμε με συμπεράσματα από την εργασία.

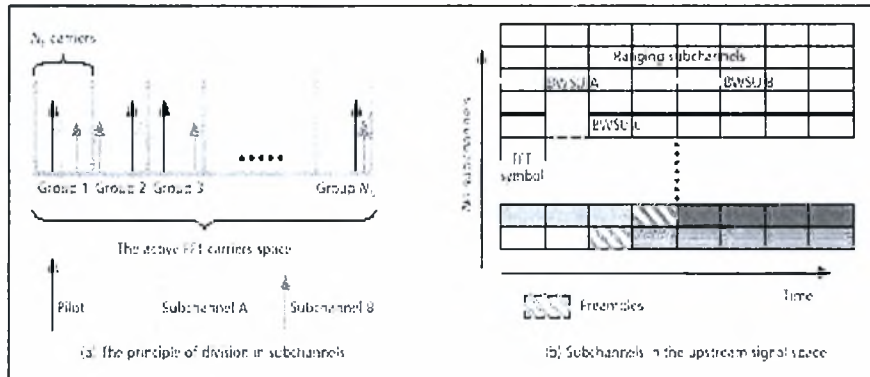
Κεφάλαιο 1

OFDM

Η κωδικοποίηση OFDM είναι μια μορφή διαμόρφωσης πολλών φερόντων σημάτων και διαφέρει από αυτή της διασποράς φάσματος. Η τεχνική OFDM χωρίζει το σήμα σε πολλά μικρότερα υποσήματα, τα οποία και εκπέμπει σε διαφορετικές συχνότητες. Αυτό μειώνει τις εμπλοκές (crosstalks) στις μεταδόσεις σημάτων, κάτι το οποίο καθιστά το OFDM πολύ χρήσιμο για τη μετάδοση υψίρρυθμων και ευρυζωνικών πληροφοριών. Επίσης, με το τρόπο αυτό η μετάδοση είναι πολύ ανθεκτική στις παρεμβολές. Η IEEE επέλεξε να χρησιμοποιήσει OFDM στο πρότυπο 802.16. Η ίδια διαμόρφωση χρησιμοποιείται στην τεχνολογία ADSL και στο πρότυπο 802.11 και πετυχαίνει υψηλές ταχύτητες.

1.1 Πλεονεκτήματα OFDM

- Το OFDM επιτυγχάνει καλύτερη εκμετάλλευση του διαθέσιμου φάσματος σε σχέση με συστήματα τύπου Spread Spectrum.
- Το OFDM επιτρέπει ιδιαίτερα ελαστική διανομή και χρήση του φάσματος συχνοτήτων.
- Είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί δύο ή και περισσότερες μη συνεχόμενες ζώνες συχνοτήτων για τη μετάδοση της ίδιας πληροφορίας.
- Κάθε φέρον μπορεί να διαμορφωθεί ανεξάρτητα με τα υπόλοιπα και με διαφορετικές μεθόδους διαμόρφωσης εάν χρειάζεται(π.χ FSK,PSK,QAM) και με



Σχήμα 1.1: Υπό-κανάλια στο OFDMA.

διαφορετικό αριθμό bits για κάθε φέρον.

- Το OFDM επιδυνκνύει ρωμαλεότητα (robust) σε αλληλοπαρεμβολή συμβόλων και καθυστερήσεις που προκαλούνται κατά τη μετάδοση συμβόλων μέσα στο κανάλι. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι η παραλληλη μετάδοση σε πολλάπλα φέροντα οδηγεί σε μεγαλύτερης διάρκειας σύμβολα. Επιπλέον η αλληλοπαρεμβολή συμβόλων μπορεί να εκμηδενιστεί εισάγοντας κυκλικά προθέματα ανάμεσα στα σύμβολα (Cyclic Prefixes).

Το πρότυπο 802.16***IEEE WirelessMAN air interface** σχεδιάστηκε για να προσφέρει ασύρματες ευρυζωνικές υπηρεσίες σε δίκτυα MAN, συγκρινόμενες με παραδοσιακές τεχνολογίες όπως DSL, T1. Τα κύρια προτερήματα των συστημάτων που βασίζονται στο IEEE 802.16 είναι: η ικανότητα για άμεση παροχή της υπηρεσίας, το μικρό κόστος εγκατάστασης και η δυνατότητα αντιμετώπισης φυσικών εμποδίων.

1.1.1 Ρυθμός, κάλυψη, εφαρμογές

Ρυθμός Χρησιμοποιώντας μια ισχυρή τεχνική διαμόρφωσης, το IEEE 802.16 προσφέρει υψηλό ρυθμό (throughput). Επίσης μπορεί να μειώσει το ρυθμό (throughput) έναντι του εύρους κάλυψης της μετάδοσης. Το DAM (Dynamic Adaptive Modulation-Δυναμική προσαρμοζόμενη κωδικοποίηση) επιτρέπει στο σταθμό βάσης, εάν δε μπορεί για ένα

απομακρυσμένο χρήστη να δημιουργήσει "σταθερή" ζεύξη να μεταβάλλει - αλλάξει τη μέθοδο διαμόρφωσης (π.χ από 64 QAM σε 16 QAM ή QPSK), έτσι ώστε να αυξηθεί το αποτελεσματικό εύρος κάλυψης.

Κάλυψη

Επιπρόσθετα, εκτός από τις υπάρχουσες τεχνικές για (robust and dynamic adaptive modulation), το πρότυπο IEEE 802.16 υποστηρίζει τεχνολογίες που αυξάνουν την κάλυψη μιας γεωγραφικής περιοχής όπως τοπολογία πλέγματος (mesh topology) και τεχνικές έξυπνων κεραιών (smart antennas).

Εφαρμογές

Σκοπός είναι η ανάπτυξη των ασύρματων MAN ενδυναμώνοντας την συμβατότητα και τη διαλειτουργικότητα μεταξύ των ασύρματων συσκευών. Η φιλοσοφία που υιοθετείτε είναι όμοια με αυτή του Wi-Fi πρότυπο IEEE 802.11

Κεφάλαιο 2

Έλεγχος ισχύος για μεγιστοποίηση ρυθμού, υπό ένα μέσο και ένα στιγμιαίο χρονικό περιορισμό ισχύος

Σε αυτό το κεφάλαιο θα δώσουμε λύση στο πρόβλημα της εύρεσης του βέλτιστου διανύσματος ισχύος, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται το άθροισμα του ρυθμών μετάδοσης (max throughput), λαμβάνοντας υπόψη κάποιους περιορισμούς, οι οποίοι θα εξηγηθούν παρακάτω. Στο παρόν κεφάλαιο η λύση μιας απλής περίπτωσης προβλήματος βελτιστοποίησης παρατίθεται εισαγωγικά πριν το κεφάλαιο 3 και 4 όπου παρουσιάζεται και λύνεται το ίδιο πρόβλημα σε OFDM σύστημα.

2.1 Διατύπωση προβλήματος

Θεωρούμε ένα σταθμό βάσης και M χρήστες. Δεν υπάρχει παρεμβολή μεταξύ των χρηστών. Για κάθε χρήστη, ο σταθμός βάσης διατηρεί μια ουρά εξυπηρέτησης. Αντικειμενικός σκοπός είναι, να βρεθεί εκείνη η απαιτούμενη βέλτιστη ισχύς (για τη μετάδοση των δεδομένων από το σταθμό βάσης στον εκάστοτε χρήστη) έτσι ώστε, σε κάθε χρονική στιγμή η ενέργεια για εκπομπή για κάθε χρήστη να μην υπερβαίνει μια μέγιστη τιμή ισχύος P^{\max} και μακροπρόθεσμα η μέση τιμή του αθροίσματος αυτών των

ενεργειών να είναι P_{av} .

- $X_i(t)$ backlogs
- $A_i(t)$ αφίξεις με κατανομή Poisson \forall χρήστη
- $C_i(t)$ ρυθμός μετάδοσης προς \forall χρήστη
- $n_i(t)$ θόρυβος \forall χρήστη
- P_{av} μακροπρόθεσμος περιορισμός ισχύος
- P^{\max} μέγιστος περιορισμός ισχύος (σε κάθε χρονική στιγμή)

Για κάθε χρήστη i επιθυμούμε να βρούμε την ισχύ p_i^* για την οποία μεγιστοποιείται ο ρυθμός μετάδοσης $\sum_i X_i(t) \log(1 + \frac{p_i(t)}{n_i(t)})$ λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς που θέσαμε παραπάνω.

2.2 Πρόβλημα

Το πρόβλημα δέσμευσης χωρητικότητας ορίζεται ως η μεγιστοποίηση της συνάρτησης $V(x, p)$.

$$\max_{p_i} V(p) := \sum_i X_i(t) \log(1 + \frac{p_i(t)}{n_i}) \quad (2.1)$$

υπό τον περιορισμό $\sum_i p_i \leq P^{\max}$

Επομένως η Lagrangian συνάρτηση ορίζεται :

$$L(p, \lambda) := \sum_i X_i(t) \log(1 + \frac{p_i(t)}{n_i}) + \lambda(t)(P^{\max} - \sum_i p_i(t)) \quad (2.2)$$

Παραγωγίζοντας ως προς p_i προκύπτει:

$$\frac{\partial L(p, \lambda)}{\partial p} := \sum_i^M (\frac{X_i(t)}{n_i + p_i(t)} - \lambda(t)) \quad (2.3)$$

επομένως λύνοντας την $\frac{\partial L(p, \lambda)}{\partial p} = 0$ ως προς p έχουμε για κάθε χρήστη i

$$p_i^*(t) = \frac{X_i(t)}{\lambda(t)} - n_i \quad (2.4)$$

2.3 Εύρεση περιοχής ευστάθειας

Θεωρώντας την απλή περίπτωση, όπου ο αριθμός των χρηστών είναι $M = 2$. Θα βρούμε την περιοχή ευστάθειας - γεωμετρικός τόπος εκείνων των ζευγών αφίξεων $(A_1(t), A_2(t))$ για τα οποία, το σύστημα παραμένει ευσταθές, με άλλα λόγια τα δεδομένα σε κάθε ουρά χρήστη μεταδίδονται και δεν συσσωρεύονται με αποτέλεσμα να μεγαλώνει το μήκος της ουράς με το πέρασμα του χρόνου. Αναμένουμε να δούμε ότι για τις τιμές που βρίσκονται μέσα στην περιοχή ευστάθειας και πάνω στο όριο, το σύστημα να ανταποκρίνεται και να μην υπερχειλίζουν οι ουρές. Όπως είναι φυσικό για τις τιμές που βρίσκονται εκτός περιοχής ευστάθειας, δεν περιμένουμε ευστάθεια του συστήματος. Είναι όμως ενδιαφέρον να δούμε το τί συμβαίνει καθώς κινούμαστε πάνω στην περιοχή ευστάθειας και βγούμε έξω από το όριο κατά μια πολύ μικρή ποσότητα ξ .

Για διάφορες τιμές του p_i από 0 έως P_{av} η επιθυμητός ρυθμός μετάδοσης για τον πρώτο χρήστη $\log(1 + \frac{p_1}{n_1})$ και "αντίστοιχα" για το δεύτερο $\log(1 + \frac{P_{av}-p_1}{n_1})$.

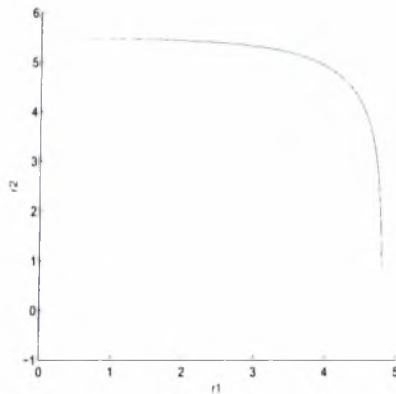
Γραφικά η περιοχή ευστάθειας φαίνεται στο Σχήμα 2.1.

2.4 Αλγόριθμος

Θεωρώντας μια **εικονική ουρά** για το Lagrange πολλαπλασιαστή που δηλώνει την παραβίαση του περιορισμού ισχύος ορίζουμε την εξέλιξη της: $\lambda(t+1) = [\lambda(t) + \varepsilon(\sum_i p_i(t) - P_{av})]^+$ με $\varepsilon > 0$. Το $\sum_i p_i(t)$ θεωρούνται αφίξεις, ενώ το P_{av} εξυπηρετήσεις.

Έτσι λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς¹ προκύπτει ο παρακάτω αλγόριθμος.

¹ $(x)^+ := \max(x, 0)$, $(x \wedge y) := \min(x, y)$



Σχήμα 2.1: Εφικτή περιοχή.

$$\begin{aligned}
 & \text{init: } \lambda(0) = 1, \forall i X_i(0) = 0 \\
 & t = 0, \dots \\
 & \{ \\
 & \quad \forall i \\
 & \quad \{ \\
 & \quad \quad p_i(t) = ([\frac{X_i(t)}{\lambda(t)} - n_i]^+ \wedge P^{\max}) \\
 & \quad \quad C_i(t) = \log(1 + \frac{p_i(t)}{n_i}) \\
 & \quad \quad X_i(t+1) = [X_i(t) + A_i(t) - C_i(t)]^+ \\
 & \quad \} \\
 & \quad \lambda(t+1) = [\lambda(t) + \varepsilon(\sum_i p_i(t) - P_{av})]^+ \\
 & \}
 \end{aligned}$$

2.4.1 Βήματα αλγορίθμου

Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου και για κάθε χρήστη υπολογίζονται οι ισχύεις για μετάδοση της πληροφορίας και η χωρητικότητα του καναλιού για την εν λόγω μετάδοση. Στη συνέχεια γίνεται ενημέρωση της ουράς των ενταμιευτών (buffer) κάθε χρήστη.

Δηλαδή στο υπάρχον μήκος της ουράς αφαιρείται το μέγεθος της πληροφορίας που εξυπηρετήθηκε και προστίθενται οι νέες αφίξεις πληροφορίας². Έπειτα ενημερώνεται το λ (waterfilling price) και το σύστημα εξελίσσεται με βάση τις παραπάνω αναδρομές.

2.5 Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα που παρατίθενται προέρχονται από την υλοποίηση του αλγορίθμου και την προσομοίωση που έγινε σε περιβάλλον Matlab. Θεωρούμε ότι σε κάθε χρονική στιγμή καταφθάνουν στο σύστημα τυχαία ένας αριθμός πακέτων πληροφορίας. Το κάθε πακέτο έχει μήκος α bits. Επομένως η ισχύς προς μετάδοση κάθε χρονική στιγμή για ένα πακέτο είναι ίση με αP_b , όπου P_b η ισχύς για τη μετάδοση ενός bit. Ακολούθως, τα αποτελέσματα που αναφέρονται παρακάτω είναι συναρτήσεις του παραπάνω.

Παρακάτω στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, παρατηρούμε ότι το μήκος των ουρών των ενταμειυτών (backlogs) δεν αυξάνει απεριόριστα και οι ισχύεις που υπολογίζονται περιορίζονται από τον βραχυπρόθεσμο περιορισμό ισχύος και μακροπρόθεσμο στο άθροισμα τους είναι γύρω από μια μέση τιμή. Όσο αφορά την εξέλιξη της ουράς του Lagrange πολλαπλασιαστή λ είναι 0 κάθε φορά που δεν παραβιάζεται ο περιορισμός και μεγαλύτερο του 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

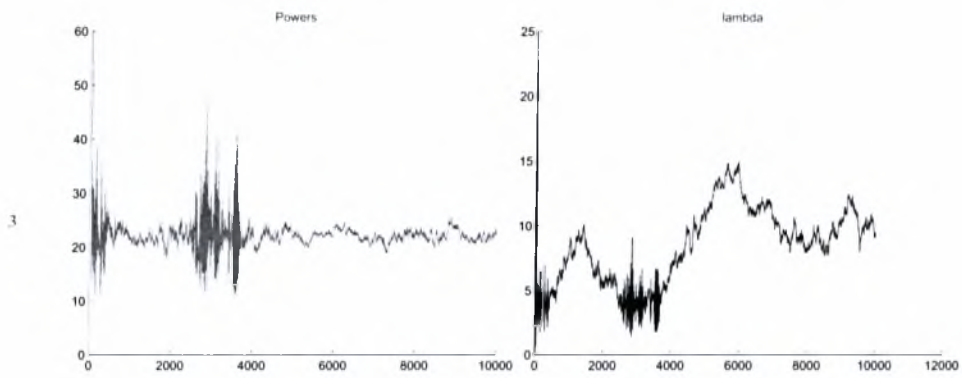
Τα σχήματα 2.2 - 2.5 αναφέρονται σε αφίξεις πάνω στο όριο της εφικτής περιοχής.

Τα σχήματα 2.6 - 2.9 αναφέρονται σε αφίξεις λίγο πιο έξω από το όριο της εφικτής περιοχής.

2.6 Επίλυση με χρήση gradients

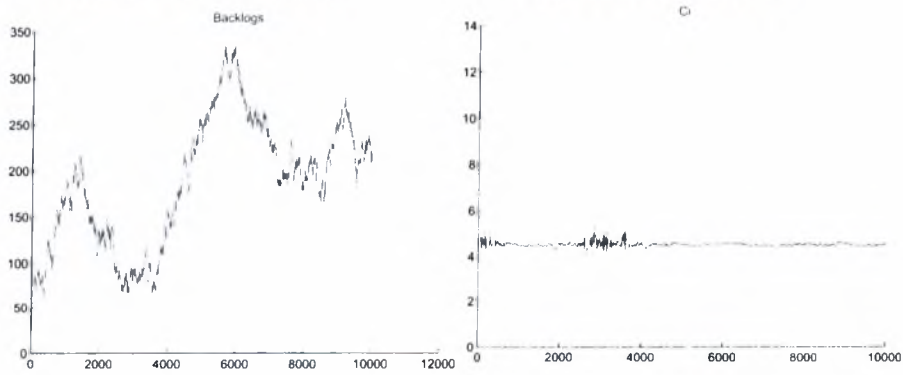
Έστω $f : R^n \rightarrow R$ συνάρτηση. Η κατεύθυνση στην οποία η παράγωγος ∇f δείχνει, είναι η κατεύθυνση για την οποία έχουμε μεγιστοποίηση του ρυθμού αύξησης της f , ενώ η κατεύθυνση στην οποία η παράγωγος $-\nabla f$ δείχνει, είναι η κατεύθυνση για την οποία έχουμε μεγιστοποίηση του ρυθμού μείωσης της f . Επομένως η κατεύθυνση της αρνητικής παραγώγου είναι καλή για να ψάξουμε να βρούμε ένα ελάχιστο της

²Λαμβάνοντας υπόψη ότι δεν είναι δυνατό να υπάρχει αρνητικό μέγεθος ουράς



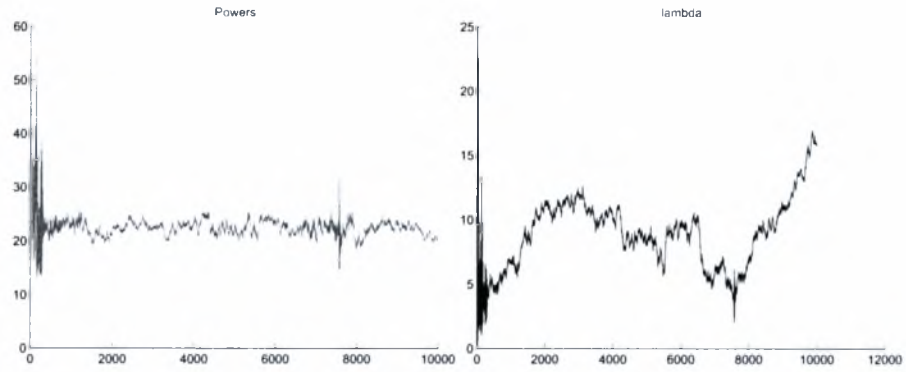
Σχήμα 2.2: P_i για κάθε χρήστη i .

Σχήμα 2.3: Lagrange πολλ. λ .



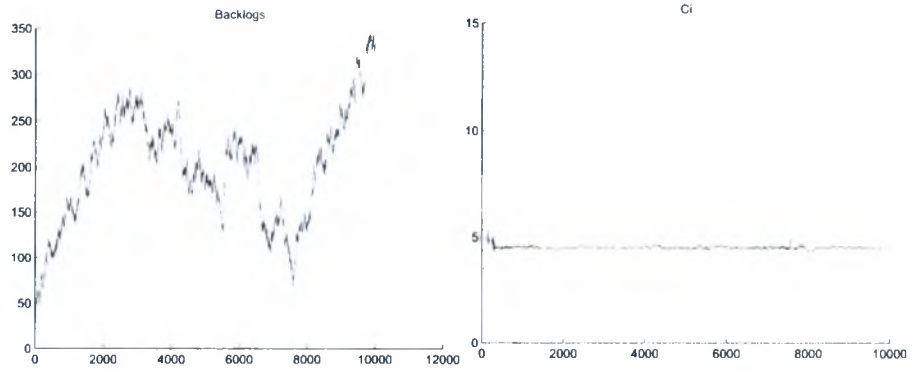
Σχήμα 2.4: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Σχήμα 2.5: Χωρητικότητα Καναλιού/Αφίξεις Poisson.



Σχήμα 2.6: P_i για κάθε χρήση i .

Σχήμα 2.7: Lagrange πολλα. λ .



Σχήμα 2.8: Μήζη ουρών ενταμμευτών.

Σχήμα 2.9: Χωρητικότητα Καναλιού/Αφίξεις Poisson.

συνάρτησης. Έστω $x^{(0)}$ ένα αρχικό σημείο, από το θεώρημα του Taylor έχουμε:

$$f(x^{(0)} - \alpha \nabla f(x^{(0)})) = f(x^{(0)}) - \alpha \|\nabla f(x^{(0)})\|^2 + o(\alpha) \quad (2.5)$$

Επομένως για μικρό α έχουμε:

$$f(x^{(0)} - \alpha \nabla f(x^{(0)})) \leq f(x^{(0)}) \quad (2.6)$$

το οποίο σημαίνει ότι το σημείο $x^{(0)} - \alpha \nabla f(x^{(0)})$ είναι πιο βελτιωμένο από το $x^{(0)}$.

Στο προβληματά μας, έχοντας την δυνατότητα να υπολογίζουμε σε κάθε στιγμή τη δεική συνάρτηση και την παράγωγο $\frac{\partial L(p)}{\partial p}$ - subgradient, μπορούμε να προσεγγίζουμε την τιμή της δεικής μεταβλητής p .

$$p_i(t+1) = \min(\max(p_i(t) + \alpha_t \left(\frac{X_i(t)}{\lambda(t)} - n_i \right), 0), P^{\max}) \quad (2.7)$$

$$\text{με } \alpha_t \rightarrow 0 \quad \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t = \infty$$

2.6.1 Αλγόριθμος

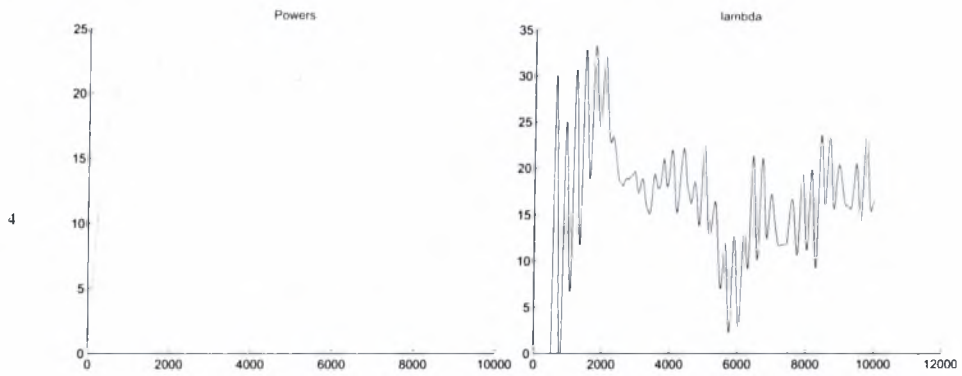
Όμοια με 2.4 αλλά υπολογίζοντας την τιμή της ισχύος με χρήση gradients, υλοποιούμε τον παρακάτω αλγόριθμο.

$$\begin{array}{l}
\text{init: } \lambda(1) = 1, \forall i X_i(1) = 0, p_i(0) = 0 \\
t = 1, \dots \\
\{ \\
\quad \forall i \\
\quad \{ \\
\quad \quad pw_0 = p_i(t-1) \\
\quad \quad \kappa = 0, \dots \\
\quad \quad \{ \\
\quad \quad \quad pw_{\kappa+1} = ([pw_{\kappa} + \alpha_{\kappa}(\frac{X_i(t)}{\lambda(t)} - n_i)]^+ \wedge P^{\max}) \\
\quad \quad \quad pw_{\kappa} = pw_{\kappa+1} \\
\quad \quad \quad \} \\
\quad \quad p_i(t) = pw_{\kappa} \\
\quad \quad C_i(t) = \log(1 + \frac{p_i(t)}{n_i}) \\
\quad \quad X_i(t+1) = [X_i(t) + A_i(t) - C_i(t)]^+ \\
\quad \quad \} \\
\quad \lambda(t+1) = [\lambda(t) + \varepsilon(\sum_i p_i(t) - P_{av})]^+ \\
\quad \}
\end{array}$$

2.7 Αποτελέσματα

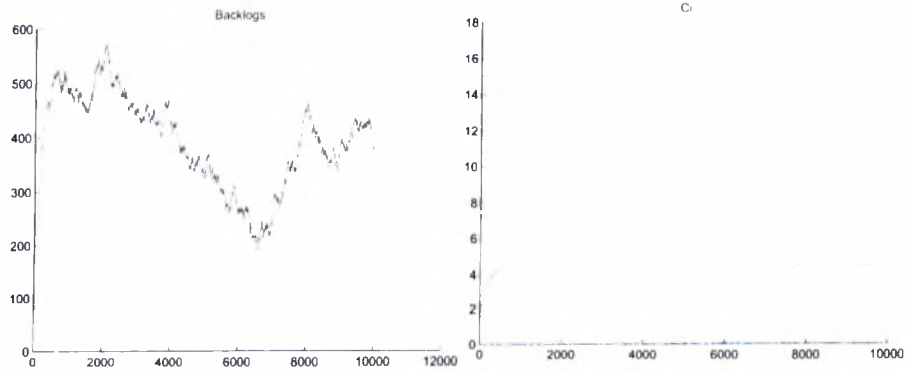
Τα σχήματα 2.10 - 2.13 αναφέρονται σε αφίξεις πάνω στο όριο της εφικτής περιοχής.

Τα σχήματα 2.14 - 2.17 αναφέρονται σε αφίξεις λίγο πιο έξω από το όριο της εφικτής περιοχής.



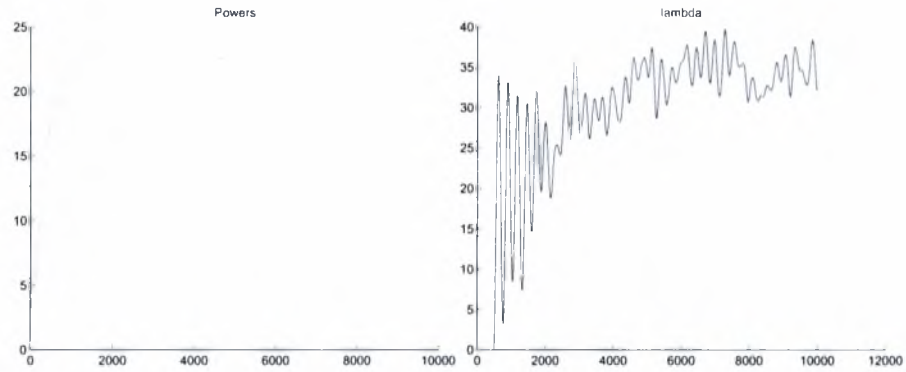
Σχήμα 2.10: P_i για κάθε χρήση i .

Σχήμα 2.11: Lagrange πολλα. λ .



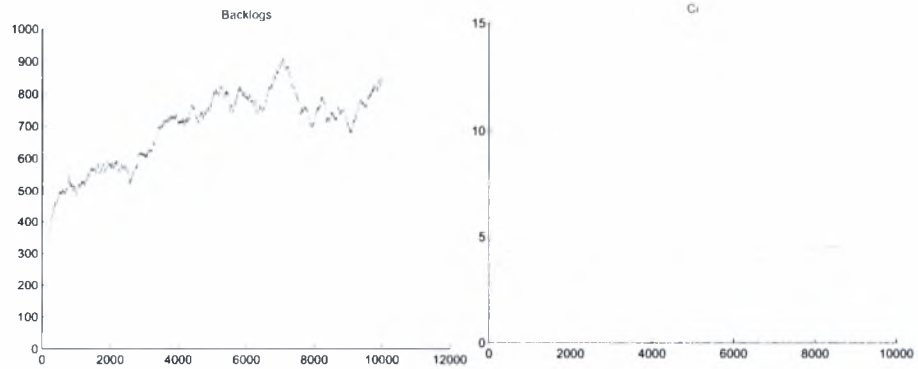
Σχήμα 2.12: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Σχήμα 2.13: Χωρητικότητα Καναλιού/Αφιξεις Poisson.



Σχήμα 2.14: P , για κάθε χρήση i .

Σχήμα 2.15: λ - λ .



Σχήμα 2.16: backlogs.

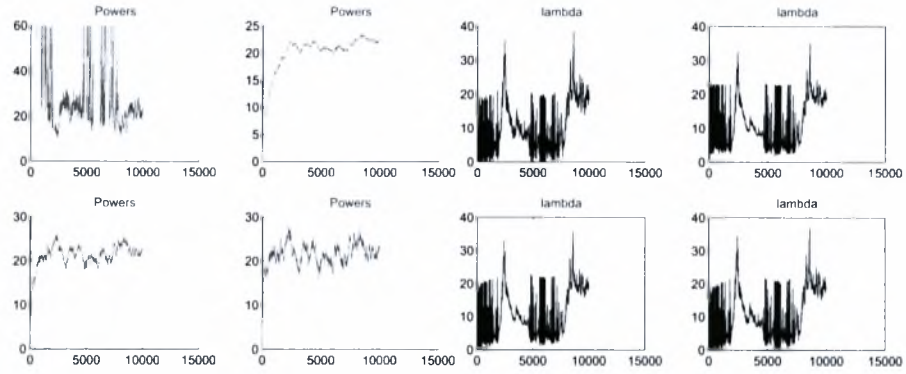
Σχήμα 2.17: Χρησιμότητα Καναλιού/Αφίξεις Poisson.

2.8 Σύγκριση μεθόδου gradient με βέλτιστη

Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε κατά πόσο η μέθοδος με χρήση gradient συγκλίνει στον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης όπως περιγράφεται στον αλγόριθμο στην παράγραφο 2.4.

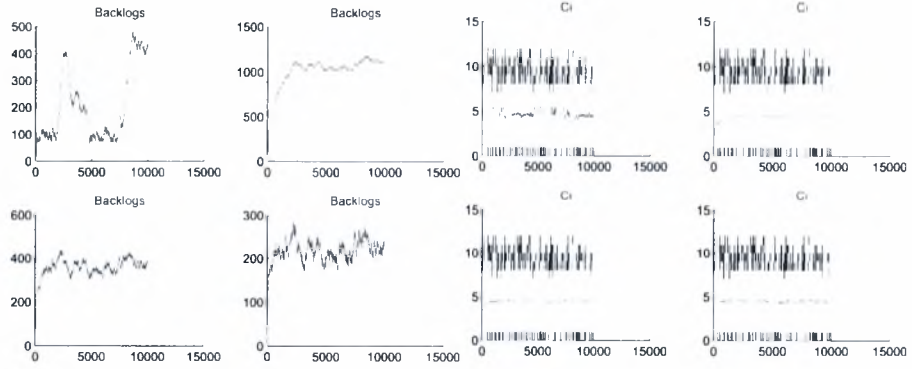
Για το ίδιο διάνυμα αφίξεων τρέξαμε τον αλγόριθμο της (2.4) και αυτόν που χρησιμοποιεί gradients. Συγκεκριμένα στον αλγόριθμο με gradients τρέξαμε την αναδρομή με διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων. Στα σχήματα 2.18 - 2.21 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος με απευθείας υπολογισμό της βέλτιστης λύσης απεικονίζεται πάνω αριστερά σε κάθε σχήμα. Σε κάθε σχήμα, πάνω δεξιά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του gradient αλγορίθμου, ο αριθμός των επαναλήψεων που ξετυλίγουμε την αναδρομή είναι 5, ενώ κάτω αριστερά είναι 15 και κάτω δεξιά 25.

Αυτό που παρατηρούμε είναι πως ο αλγόριθμος με χρήση gradients με κριτήριο τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών, συγκλίνει στον πρώτο μόνο όταν ξετυλίγεται η αναδρομή υπολογισμού της ισχύος με μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Κάτι που επιφέρει επιπλέον υπολογιστικό κόστος. Όσο όμως αφορά τις τιμές ισχύος που υπολογίζει παρατηρώντας το αντίστοιχο σχήμα, βλέπουμε ότι ο gradient αλγόριθμος υπολογίζει τιμές με μικρότερη διακύμανση γύρω από τη μέση τιμή ισχύος για κάθε χρήστη (μικρότερο "oscillation"), σε σχέση με τον πρώτο. Κάτι που ίσως να είναι ευνοϊκότερο για ένα σταθμό Βάσης.



Σχήμα 2.18: P_i για κάθε χρήστη i .

Σχήμα 2.19: λάρδα λ .



Σχήμα 2.20: backlogs.

Σχήμα 2.21: Χωρητικότητα Καναλιού/Λοιξεις Poisson.

Κεφάλαιο 3

Δέσμευση Χωρητικότητας Καναλιού OFDM - Κάθοδος

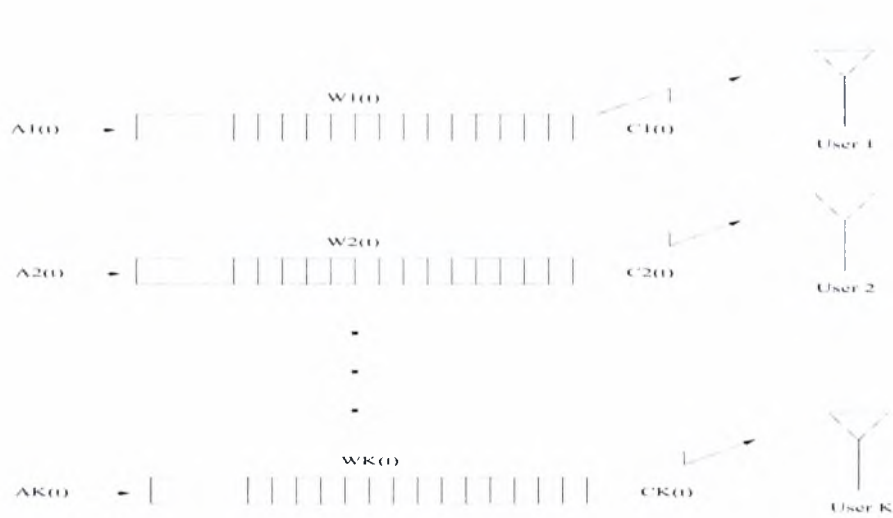
Σε αυτό το κεφάλαιο θα δώσουμε λύση στο πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας στη κάθοδο (από το σταθμό βάσης στους χρήστες - downlink)

Θεωρούμε το πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας-κατανομή των πόρων και δρομολόγησης στη κάθοδο ενός OFDM ασύρματου δικτύου. Κατά τη διάρκεια κάθε μιας χρονικής στιγμής επιλέγεται ένα υποσύνολο χρηστών για τη μετάδοση και καθορίζεται η ανάθεση των διαθέσιμων φερόντων στους χρήστες, και για κάθε φέρον υπολογίζεται η απαιτούμενη ισχύς μετάδοσης. Εξετάζουμε αυτό το πλαίσιο χρησιμοποιώντας τις ιδέες που παρουσιάζονται στην εργασία [1] και θεωρώντας για κάθε χρήστη μια συνάρτηση χρησιμότητας (utility function). Η κατανομή πόρων και δρομολόγησης καθορίζεται από την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, το οποίο είναι κυρτό (convex) για ένα μοντέλο με εφικτούς ρυθμούς εισερχόμενης πληροφορίας¹. Παρακάτω, παραθέτουμε το πρόβλημα, προτείνουμε αλγόριθμο για την επίλυση του, παρέχουμε την προσομοίωση και αναλύουμε τα αποτελέσματα.

3.1 Διατύπωση προβλήματος

Θεωρούμε την ύπαρξη μιας κυψέλης ενός OFDM συστήματος με K χρήστες. Ο χρόνος διαιρείται σε στιγμές (slots) η κάθε μια από τις οποίες περιέχει ένα ακέραιο αριθμό από

¹τα εφικτά rates ανήκουν στο convex hull



Σχήμα 3.1: κάθoδος στο OFDM.

OFDM σύμβoλα. Στην κάθε χρονική στιγμή η πολιτική δρομολόγησης και δέσμευσης χωρητικότητας αντιστοιχεί στην επιλογή ενός διανύσματος ρυθμαπόδοσης.

Το γενικότερο πρόβλημα έγκειται στη εύρεση της λύσης που μεγιστοποιεί την παρακάτω εξίσωση.

$$\max_{r_i \in R} \sum_i w_i(t) r_i(t) \quad (3.1)$$

όπου $w_i(t)$ είναι μια συνάρτηση του χρόνου για κάθε χρήστη- i και αντιπροσωπεύει το μήκος της ουράς των δεδομένων που πρέπει να αποσταλούν στο χρήστη- i .

3.2 Υποθέσεις

Έστω $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ το σύνολο των φερόντων και για κάθε φέρον j και χρήστη i ορίζουμε το σηματοθορυβικό λόγο ανά μονάδα ενέργειας ως e_{ij} . Επίσης ορίζουμε την ενέργεια που δεσμεύεται για το χρήστη i στο υπό-κανάλι j ως p_{ij} και το ποσοστό της παραπάνω ενέργειας με x_{ij} . Τα παραπάνω πρέπει να ικανοποιούν τους κατώθι περιορισμούς: $\sum_{i,j} p_{ij} \leq P$, και για κάθε υπό-κανάλι j $\sum_i x_{ij} \leq 1$

Για ένα χρήστη i ο επιτευξιμος ρυθμός για το υπό-κανάλι j , από τον τύπο χωρητικότητας του Shannon είναι $r_{ij} = x_{ij} B \log(1 + \frac{p_{ij} e_{ij}}{x_{ij}})$ όπου $x_{ij} B$, $\frac{p_{ij} e_{ij}}{x_{ij}}$ το

διαθέσιμο εύρος ζώνης και ο σηματοθορυβικός λόγος (SINR) αντίστοιχα. Θεωρώντας το $B = 1$ η επιτευξίμη περιοχή ρυθμού για κάθε χρήστη είναι:

$$R(e) = \{r_i : \sum_{i,j} p_{ij} \leq P, \sum_i x_{ij} \leq 1 \forall j\} \quad (3.2)$$

3.3 Πρόβλημα

Το πρόβλημα δέσμευσης χωρητικότητας και δρομολόγησης ορίζεται ως η μεγιστοποίηση της συνάρτησης $V(x, p)$.

$$\max_{x_{ij}, p_{ij}} V(x, p) := \sum_i w_i \sum_j x_{ij} \log\left(1 + \frac{p_{ij} e_{ij}}{x_{ij}}\right) \quad (3.3)$$

υπό τον περιορισμό $\sum_{i,j} p_{ij} \leq P$ και $\sum_i x_{ij} \leq 1 \forall j$

3.3.1 Δυϊκή λύση

Με χρήση της δυϊκής θεωρίας και εισάγοντας Lagrange πολλαπλασιαστές για κάθε περιορισμό έχουμε :

$$L(x, p, \lambda, \mu) := \sum_i w_i \sum_j x_{ij} \log\left(1 + \frac{p_{ij} e_{ij}}{x_{ij}}\right) + \lambda(P - \sum_{i,j} p_{ij}) + \sum_j \mu_j(1 - \sum_i x_{ij}) \quad (3.4)$$

Θεωρώντας την παράγωγο ως προς την ισχύ ίση με μηδέν $\frac{\partial L(x,p,\lambda,\mu)}{\partial p_{ij}} = 0$ λαμβάνουμε² τη βέλτιστη ισχύ³ : από τη παρακάτω σχέση⁴

$$p_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{e_{ij}} \left[\left(\frac{w_i e_{ij}}{\lambda} - 1 \right)^+ \wedge s_{ij} \right] \quad (3.5)$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω τιμή στην αρχική συνάρτηση έχουμε :

²η απόδειξη παρατίθεται στο παράρτημα Α

³ $(x)^+ := \max(x, 0)$, $x \wedge y := \min(x, y)$

⁴Εάν ο περιορισμός στο σηματοθορυβικό λόγο για κάθε χρήστη ήταν $s_{ij} = \infty$ τότε το min στην βέλτιστη ισχύ δεν θα χρειαζόταν. Το max όμως χρησιμοποιείται για την αποφυγή αρνητικών τιμών ισχύος.

$$L(x, p^*, \lambda, \mu) := \sum_{i,j} x_{ij} (w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij}) - \mu_j) + \sum_j \mu_j + \lambda P \quad (3.6)$$

με

$$h(x, y, z) = \begin{cases} 0 & x \geq y \\ \frac{x}{y} - 1 - \log \frac{x}{y} & \frac{y}{1+z} \leq x \leq y \\ \log(1+z) - \frac{x}{y} z & x < \frac{y}{1+z} \end{cases} \quad (3.7)$$

Παραγωγίζοντας την $L(x, p^*, \lambda, \mu)$ ως προς x λαμβάνουμε την δυϊκή :

$$L(\lambda, \mu) := L(x^*, p^*, \lambda, \mu) = \sum_{i,j} (w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij}) - \mu_j)^+ + \sum_j \mu_j + \lambda P \quad (3.8)$$

Εν συνεχεία, παρατηρώντας την $L(\lambda, \mu)$, βλέπουμε ότι για την εύρεση της λύσης που επιτυγχάνει μεγιστοποίηση ρυθμού, στην εξίσωση 3.3, πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε την $L(\lambda, \mu)$ ως προς λ και μ .

Ελαχιστοποιώντας ως προς μ με λ δεδομένο έχουμε:

$$\forall \lambda \geq 0$$

$$L(\lambda) := \min_{\mu \geq 0} L(\lambda, \mu) = \lambda P + \sum_j \mu_j^*(\lambda) \quad (3.9)$$

$$\text{με } \mu_j^*(\lambda) = \max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$$

Η $L(\lambda)$ είναι κυρτή (convex) συνάρτηση του λ γιατί⁵ και μπορεί να ελαχιστοποιηθεί χρησιμοποιώντας μια επαναληπτική μέθοδο π.χ Golden Section

3.3.2 Χαλάρωση - υπολογισμός λύσης

Για δεδομένο $\lambda^* \geq 0$, άρα και $\mu(\lambda)^*$ θα πρέπει να υπολογίσουμε το ζεύγος τιμών.

$$(x^*, p^*) := \arg \max L(x, p, \lambda^*, \mu^*(\lambda)) \quad (3.10)$$

⁵ η απόδειξη παρατίθεται στο παράρτημα Α. Για περισσότερες πληροφορίες δεξ [4]

Το διάνυσμα ισχύος υπολογίστηκε p^* αναλυτικά και δίνεται από την εξίσωση 3.5. Όσο αφορά τον υπολογισμό του διάνυσματος x , το οποίο καθορίζει την ανάθεση των φερόντων - subcarriers σε κάθε χρήστη, γίνεται με τον εξής τρόπο - χαλάρωση: Το κάθε υπό-κανάλι - subcarrier ανατίθεται εξ'ολοκλήρου σε εκείνο τον χρήστη για τον οποίο ισχύει $\max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$ δηλαδή $i^* = \arg \max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$ ενώ για τους υπόλοιπους η ανάθεση είναι μηδενική. Με άλλα λόγια $x_{i^*j}(t+1) = 1$ και $x_{i-\{i^*\}j}(t+1) = 0$. Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι με την εν λόγω ανάθεση δεν προκύπτει κάποια μακροπρόθεσμη παραβίαση περιορισμού ισχύος, αλλά ούτε και κάποιος χρήστης επιλέγεται κάθε χρονική στιγμή εις βάρος κάποιου άλλου. Το δεύτερο εξηγείται ως εξής, εφόσον ο κανόνας μετρικής με τον οποίο επιλέγεται ένας χρήστης είναι το $\max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$ και εξαρτάται από το w_i μήκος ουράς ενταμιευτή κάθε χρήστη και την συνάρτηση h (με παράμετρο w), επιλέγεται εκείνος ο χρήστης για εξυπηρέτηση, ο οποίος μεγιστοποιεί τον εν λόγω κανόνα. Πράγμα, το οποίο είναι και αντικειμενικό κριτήριο καθώς αυτός που εξυπηρετείται σε μια χρονική στιγμή, το μήκος της ουράς του μικραίνει σε σύγκριση με των άλλων που μεγαλώνει, οπότε είναι λιγότερο πιθανό να επιλεχθεί την επόμενη χρονική στιγμή για εξυπηρέτηση.

3.4 Έυρεση περιοχής ευστάθειας

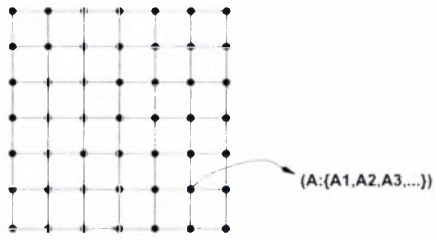
Δεν υπάρχει αναλυτικός τρόπος για να βρούμε την περιοχή ευστάθειας ακόμη και για δύο χρήστες, όπως κάναμε στο κεφάλαιο 2, και αυτό γιατί δεν μπορούμε να αναθέτουμε τυχαία υπο-κανάλια σε χρήστες.

Αυτό το οποίο μπορούμε να κάνουμε είναι να τρέξουμε κάποιες προσομοιώσεις με βάση ένα πλέγμα⁶ συνόλων αφίξεων και να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του συστήματος βλ. Σχήμα 3.2.

Βέβαια το διάνυσμα αφίξεων (η κατανομή του) δεν επιλέχθηκε εντελώς τυχαία, αλλά ούτε και βασίστηκε σε αυστηρό μαθηματικό φορμαλισμό (εξαιτίας του προβλήματος που αναφέραμε). Αλλά βασιζόμενοι στη εφικτή περιοχή ρυθμού για κάθε χρήστη και για ορισμένες (αυθαίρετες) τιμές ισχύος και κατανομής φερόντων προσεγγίσαμε⁷ ένα διάνυσμα αφίξεων.

⁶ Κάθε κοινίδα αντιπροσωπεύει ένα διάνυσμα αφίξεων, με όχι κατ' ανάγκη ίσο 'cardinality'-πλήθος μεταξύ τους.

⁷ Χρησιμοποιώντας τον τύπο της χωρητικότητας του Shannon



Σχήμα 3.2: Πλέγμα Αφίξεων.

3.5 Αλγόριθμος

Θεωρώντας μια **εικονική ουρά** για το Lagrange πολλαπλασιαστική που δηλώνει την παραβίαση του περιορισμού ισχύος ορίζουμε την εξέλιξη της ουράς : $\lambda(t+1) = [\lambda(t) + \varepsilon(\sum_{i,j} p_{ij}(t) - P_{av})]^+$ με $\varepsilon > 0$. Το $\sum_{i,j} p_{ij}(t)$ θεωρούνται αφίξεις, ενώ το P_{av} εξυπηρετήσεις.

$$\begin{array}{l}
\text{init : } w_i(0) = 0, \lambda(0) = 1 \\
t = 0, \dots \\
\{ \\
\quad \forall i \\
\quad \{ \\
\quad \quad \forall j \\
\quad \quad \{ \\
\quad \quad \quad p_{ij}(t) = \frac{x_{ij}(t)}{e_{ij}} \left[\left(\frac{w_i(t)e_{ij}}{\lambda(t)} - 1 \right)^+ \wedge s_{ij} \right] \\
\quad \quad \quad C_{ij}(t) = \log_2 \left(1 + \frac{p_{ij}(t)e_{ij}}{x_{ij}(t)} \right) \\
\quad \quad \} \\
\quad \quad w_i(t+1) = [w_i(t) + A_i(t) - \sum_j C_{ij}(t)]^+ \\
\quad \quad \} \\
\quad \forall j \\
\quad \{ \\
\quad \quad \mu_j^*(t) = \max_i w_i(t) h(\lambda(t), w_i(t)e_{ij}, s_{ij}) \\
\quad \quad \quad \mathbf{\text{ΧΑΛΑΡΩΣΗ}} \\
\quad \quad \quad i^* = \arg \max_i w_i(t) h(\lambda(t), w_i(t)e_{ij}, s_{ij}) \\
\quad \quad \quad x_{i^*j}(t+1) = 1 \\
\quad \quad \quad x_{i-\{i^*\}j}(t+1) = 0 \\
\quad \quad \} \\
\quad \lambda(t+1) = [\lambda(t) + \varepsilon (\sum_{ij} p_{ij}^* - P_{av})]^+ \\
\}
\end{array}$$

3.5.1 Βήματα αλγορίθμου

Σε κάθε χρονικό βήμα του αλγορίθμου υπολογίζονται, οι απαιτούμενες ισχειές για την μετάδοση της πληροφορίας από το Σταθμό Βάσης στους χρήστες. Ο παραπάνω υπολογισμός γίνεται, για κάθε χρήστη και για κάθε φέρον. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι χωρητικότητες των καναλιών που δεσμεύονται σύμφωνα με τον κανόνα του Shannon. Στη συνέχεια υπολογίζονται τα μεγέθη των ουρών των ενταμειυτών που αντιστοιχούν σε κάθε χρήστη, δηλαδή το μέγεθος της ουράς την επόμενη χρονική στιγμή είναι ίσο με το μέγεθος της, την παρούσα χρονική στιγμή συν το πλήθος των νέων αφίξεων μείον το πλήθος των πληροφοριών που εξυπηρετήθηκαν στο κανάλι.

Κατόπιν λαμβάνει χώρα η χαλάρωση, επειδή το ζητούμενο είναι η εύρεση του διανύσματος $(x^*, p^*) := \arg \max L(x, p, \lambda^*, \mu^*(\lambda))$, υπολογίζουμε για δεδομένο λ εκείνο το $\mu_j^*(t) = \max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$ και στη συνέχεια αναθέτουμε όλο το φέρον στο χρήστη που μεγιστοποιεί την παραπάνω ποσότητα $i^* = \arg \max_i w_i h(\lambda, w_i e_{ij}, s_{ij})$. Έπειτα υπολογίζεται το λ και το σύστημα εξελίσσεται με βάση τις παραπάνω αναδρομές.

3.6 Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα που παρατίθενται προέρχονται από την υλοποίηση του αλγορίθμου και την προσομοίωση που έγινε σε περιβάλλον Matlab. Θεωρούμε ότι σε κάθε χρονική στιγμή καταφθάνουν στο σύστημα τυχαία ένας αριθμός πακέτων πληροφορίας. Το κάθε πακέτο έχει μήκος α bits. Επομένως η ισχύς προς μετάδοση κάθε χρονική στιγμή για ένα πακέτο είναι ίση με αP_b , όπου P_b η ισχύς για τη μετάδοση ενός bit. Ακολούθως, τα αποτελέσματα που αναφέρονται παρακάτω είναι συναρτήσεις των παραπάνω. Επίσης τα μεγέθη των ενταμιευτών θεωρούνται μη πεπερασμένα. Διαλέγουμε τον βραχυπρόθεσμο περιορισμό ισχύος μεγαλύτερο από τον μακροπρόθεσμο και

Εξετάζουμε δυο περιπτώσεις :

- 1 Σταθμός Βάσης, 2 χρήστες, 10 αριθμός φερόντων (sub-channels)⁸,
 $P_{av} = 30$ και $\forall i, \forall j s_{ij} = 15$
- 1 Σταθμός Βάσης, 5 χρήστες, 32 αριθμός φερόντων,
 $P_{av} = 30$ και $\forall i, \forall j s_{ij} = 10$

Στόχος του αλγορίθμου που υλοποιήσαμε είναι να καταφέρει να εξυπηρετεί τους εκάστοτε χρήστες. Είναι σημαντικό να επισημάνουμε ότι δεν αρκεί μόνο να επιτυγχάνεται άδειασμα των ενταμιευτών στο Σταθμό Βάσης για κάθε χρήστη, αλλά και η ισχύς που καταναλώνεται για τη μετάδοση της πληροφορίας να μην ξεπερνά ένα μέγιστο κατώφλι-περιορισμό P , και μακροπρόθεσμα το άθροισμα της καταναλισκόμενης ισχύος του Σταθμού Βάσης για όλους τους χρήστες να είναι P_{av} . Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι ο περιορισμός ισχύος κατακερματίζεται για κάθε χρήστη και φέρον έτσι όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.5) δηλαδή έχουμε τον περιορισμό σηματοθορυβικού λόγου s_{ij} .

⁸εναλλακτικά αναφέρεται και ως sub-carriers

Επίσης δεν πρέπει να παραβιάζεται ο περιορισμός ανάθεσης φερόντων.

Παρατηρώντας στη 1^η περίπτωση.

Βλέπουμε ότι τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών δεν αυξάνονται απεριορίιστα (Σχήμα 3.7) αλλά γίνεται άδειασμα των ενταμιευτών και δεν υπερχειλίζουν οι ουρές των ενταμιευτών των χρηστών. Αυτό υποδηλώνει⁹ ότι το σύστημα είναι ευσταθές. Επίσης παρατηρούμε ότι δεν παραβιάζονται οι βραχυπρόθεσμοι περιορισμοί ισχύος (Σχήμα 3.3) δηλαδή κάθε χρονική στιγμή η ισχύς που καταναλώνεται για τη μετάδοση της πληροφορίας σε κάθε χρήστη δεν υπερβαίνει την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή ισχύος και μακροπρόθεσμο (Σχήμα 3.4) βλέπουμε ότι ο Σταθμός Βάσης καταναλώνει ισχύ γύρω από τη τιμή P_{av}

Στα σχήματα 3.5 και 3.6 φαίνονται οι Lagrange πολλαπλασιαστές που εμφανίζουν την παραβίαση των περιορισμών αντίστοιχα. Όσο αφορά τους Lagrange πολλαπλασιαστές λ και μ_j είναι 0 κάθε φορά που δεν παραβιάζεται ο αντίστοιχος περιορισμός και μεγαλύτεροι του 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

Όμοια στη 2^η περίπτωση παρατηρούμε παρόμοια "γεγονότα" με τη 1^η περίπτωση όσο αφορά τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών (Σχήμα 3.12) , τον βραχυπρόθεσμο περιορισμό ισχύος (Σχήμα 3.8), τον μακροπρόθεσμο περιορισμό ισχύος (Σχήμα 3.9).

⁹ χωρίς να το αποδεικνύει

3.7 Επίλυση με χρήση gradient

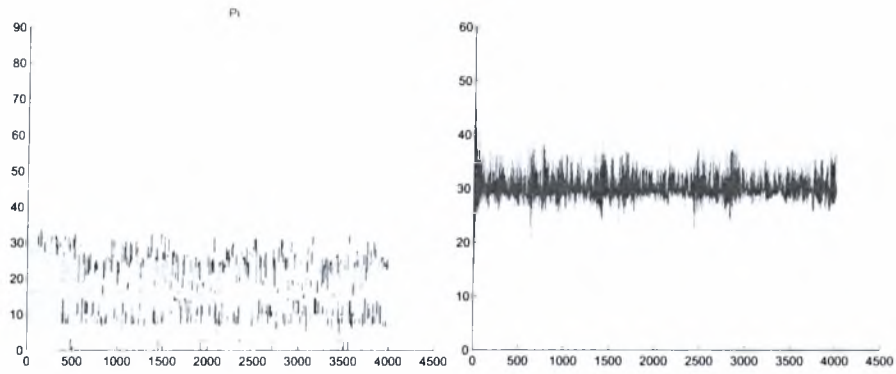
Όπως αναφέρθηκε στη παράγραφο 2.6 η λύση μπορεί να υπολογιστεί από την αναδρομική σχέση

$$p_{ij}(t) = \frac{x_{ij}(t)}{e_{ij}} \left[\left(p_{ij}(t-1) + a_{\kappa} \left(\left[\frac{w_i(t)e_{ij}}{\lambda(t)} - 1 \right]^+ \right) \right) \wedge s_{ij} \right] \quad (3.11)$$

Στα Σχήματα 3.13 - 3.16 παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα του βασικού αλγορίθμου και του gradient με διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων της αναδρομής. Σε κάθε σχήμα η πάνω αριστερή εικόνα αναφέρεται στο βασικό αλγόριθμο ενώ οι υπόλοιπες σε αυτόν με χρήση gradients. Οι επαναλήψεις της αναδρομής για τον δεύτερο αλγόριθμο είναι κατά φορά ανάγνωσης (5,15,25).

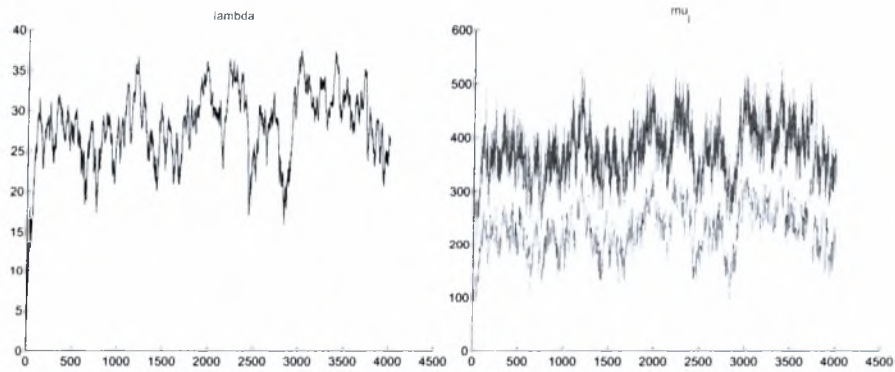
Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνονται οι επαναλήψεις της αναδρομής στο gradient αλγόριθμο, αυτός δε συγκλίνει στη βέλτιστη λύση ακόμη και για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων (25), η λύση που υπολογίζει όμως όσο αφορά τις τιμές της ισχύς είναι βελτιωμένη καθώς μεγαλώνει ο αριθμός των επαναλήψεων. Καθώς και τα μήκη των ουρών των ενταμειτών είναι μικρότερα. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι εάν δοκιμάσουμε ακόμη μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων ο gradient αλγόριθμος θα συνέκλινε στη βέλτιστη λύση. (Κάτι όμως που είναι απαγορευτικό λόγω υψηλού υπολογιστικού κόστους)

Αριθμός χρηστών = 2
Αριθμός φερόντων = 10



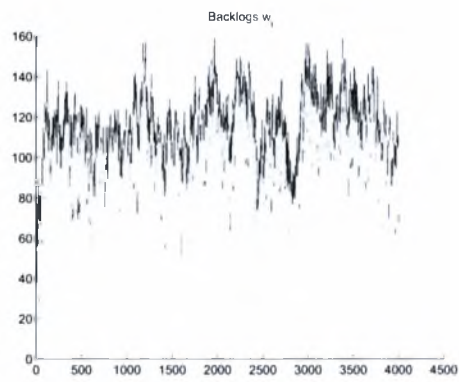
Σχήμα 3.3: P_i για κάθε χρήστη i .

Σχήμα 3.4: P_{total} .



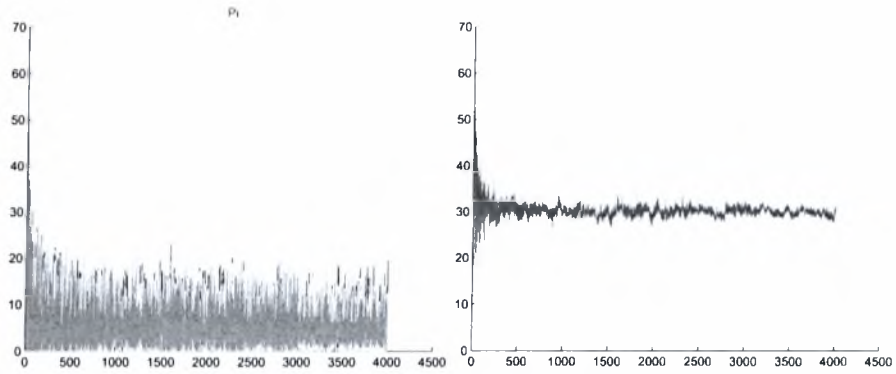
Σχήμα 3.5: Lagrange πολλ. λ .

Σχήμα 3.6: Lagrange πολλ. μ_j .

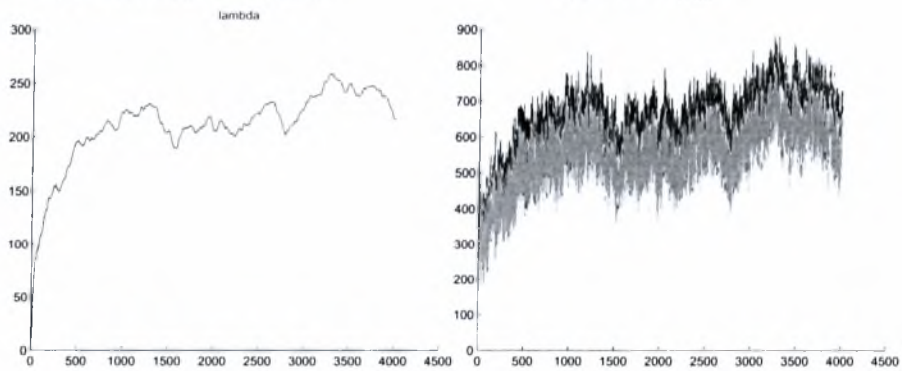


Σχήμα 3.7: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Αριθμός χρηστών = 5
 Αριθμός φερόντων = 32

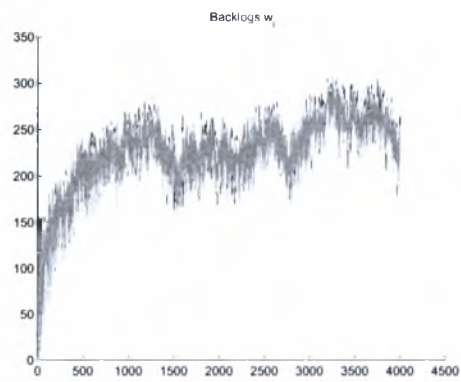


Σχήμα 3.8: P_i για κάθε χρήστη i .



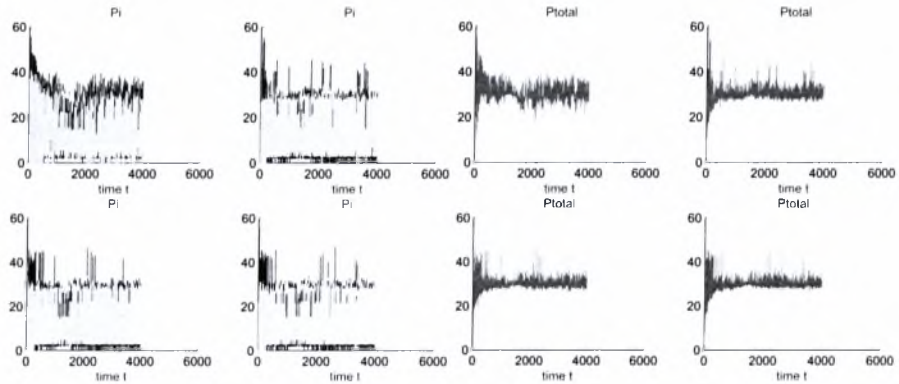
Σχήμα 3.10: Lagrange πολλ. λ .

Σχήμα 3.11: Lagrange πολλ. μ_j .



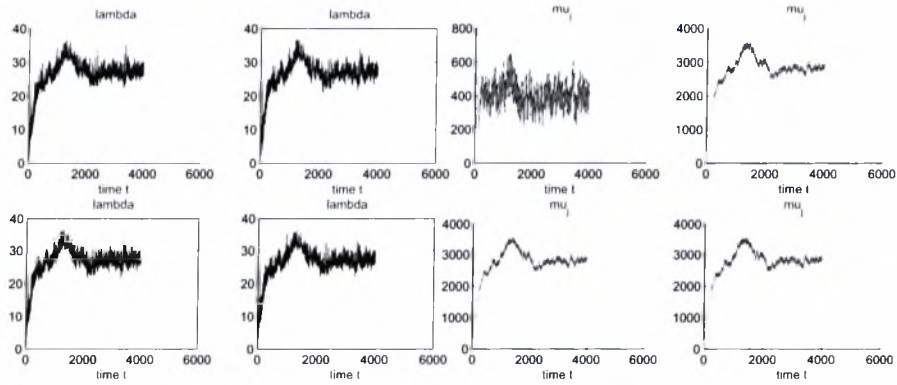
Σχήμα 3.12: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Αριθμός χρηστών = 2
Αριθμός φερόντων = 10



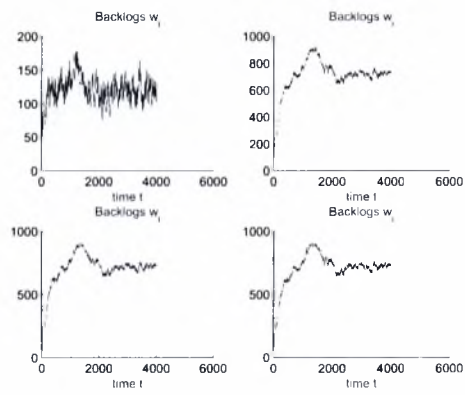
Σχήμα 3.13: P_i για κάθε χρήση i .

Σχήμα 3.14: P_{total} .



Σχήμα 3.15: Lagrange πολλ. λ .

Σχήμα 3.16: Lagrange πολλ. μ_j .



Σχήμα 3.17: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Κεφάλαιο 4

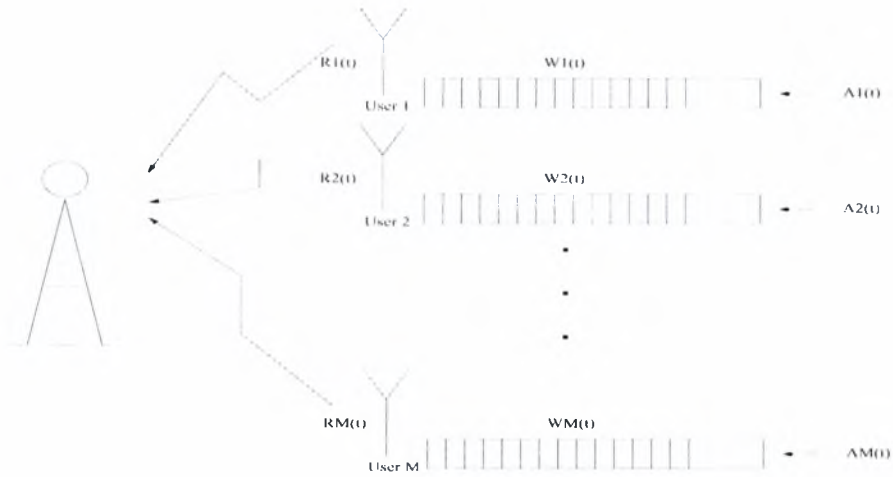
Δέσμευση Χωρητικότητας Καναλιού OFDM - Άνοδος

Αντίστοιχα με το προηγούμενο, σε αυτό το κεφάλαιο θα δώσουμε λύση στο πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας στην άνοδο (από τους χρήστες στο σταθμό βάσης - uplink).

Θεωρούμε το πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας-κατανομή των πόρων και δρομολόγησης (scheduling) στην άνοδο (από τους χρήστες στο σταθμό βάσης - uplink) ενός OFDM ασύρματου δικτύου. Κατά τη διάρκεια κάθε ενός πλαισίου(frame)¹ (δες Σχήμα 4.2) επιλέγεται ένα υποσύνολο χρηστών για τη μετάδοση και καθορίζεται η ανάθεση των διαθέσιμων φερόντων στους χρήστες, και για κάθε φέρον υπολογίζεται η απαιτούμενη ισχύς μετάδοσης.

Εξετάζουμε αυτό το πλαίσιο χρησιμοποιώντας τις ιδέες που παρουσιάζονται στις εργασίες [5],[2] και θεωρώντας για κάθε χρήστη μια συνάρτηση χρησιμότητας (utility function). Στις [5],[2] προτείνονται ευριστικοί αλγόριθμοι. Πάνω σε αυτό το τρόπο [5],[2] μοντελοποίησης του προβλήματος στην άνοδο, θα δώσουμε λύση στο πρόβλημα κατανομής πόρων χρησιμοποιώντας την ίδια τεχνική με αυτή που εφαρμόσαμε στην περίπτωση της καθόδου. Η λύση που προτείνεται είναι μια εκδοχή της μεθόδου water-filling. Τρέχουμε επαναληπτικά τον αλγόριθμο ο οποίος σε κάθε επανάληψη υπολογίζει τις τιμές waterfilling (τιμές των πολλαπλασιαστών Lagrange). Η κατανομή πόρων και δρομολόγησης καθορίζεται από την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, το

¹κάθε frame αποτελείται από ένα αριθμό από χρονικές στιγμές-slots τα οποία δεν χρησιμοποιούνται πάντα για μετάδοση



Σχήμα 4.1: Άνοδος σε OFDM.

οποίο είναι κυρτό (convex) για ένα μοντέλο με εφικτούς ρυθμούς εισερχόμενης πληροφορίας². Παρακάτω, παραθέτουμε το πρόβλημα, το επιλύουμε, προτείνουμε αλγόριθμο για την επίλυση του, παρέχουμε την προσομοίωση και αναλύουμε τα αποτελέσματα.

4.1 Διατύπωση προβλήματος

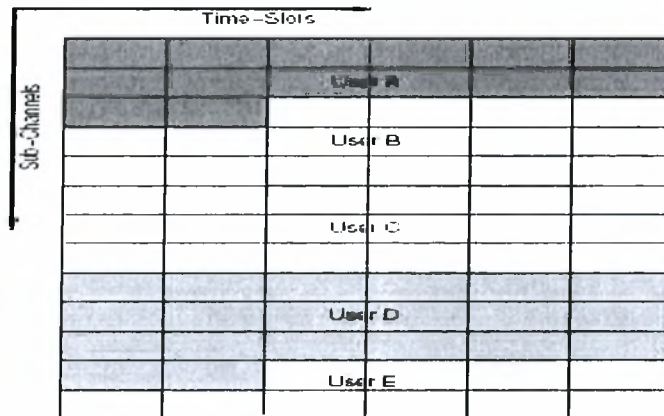
Τόσο στη κάθοδο, όσο και στην άνοδο η κατανομή των πόρων γίνεται σε τρεις διαστάσεις, συχνότητα, χρόνο και ισχύ. Το πρόβλημα όμως της δέσμευσης χωρητικότητας και δρομολόγησης στην άνοδο είναι λίγο πιο περίπλοκο εξαιτίας τις περιορισμένης δυνατότητας κατανάλωσης ενέργειας των χρηστών καθώς είναι αναγκαίο για κάθε χρήστη να εισάγουμε περιορισμούς ισχύος.

Το γενικότερο πρόβλημα έγκειται στη εύρεση της λύσης που μεγιστοποιεί την παρακάτω εξίσωση.

$$\max_{r_i \in R} \sum_i w_i(t) r_i(t) \quad (4.1)$$

Παρατηρούμε ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης στην περίπτωση της ανόδου είναι παρόμοιο με αυτό τις καθόδου. Επομένως, ακολουθώντας την ίδια μέθοδο, θα

²οι εφικτοί ρυθμοί ανήκουν στο convex hull



Σχήμα 4.2: πλαίσιο ανόδου σε OFDM.

επιλύσουμε το παραπάνω πρόβλημα της ανόδου.

4.2 Υποθέσεις

Έστω $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ το σύνολο των φερόντων και για κάθε φέρον j και χρήστη i ορίζουμε το σηματοθορυβικό λόγο ανά μονάδα ενέργειας ως g_{ij} . Επίσης ορίζουμε την ενέργεια που δεσμεύεται για το χρήστη i στο υπό-κανάλι j ως p_{ij} και τον αριθμό των χρονικών στιγμών του πλαισίου στο υποκανάλι j που δεσμεύονται για το χρήστη i με N_{ij} . Τα παραπάνω πρέπει να ικανοποιούν τους κάτωθι περιορισμούς: $\sum_j p_{ij} \leq P^{max} \forall i$, και για κάθε υπό-κανάλι j $\sum_i N_{ij} \leq \bar{N}_j$, όπου \bar{N}_j το μέγιστο πλήθος διαθέσιμων χρονικών στιγμών στο υπάρχον πλαίσιο για το υπό-κανάλι j .

Για ένα χρήστη i ο επιτευξιμος ρυθμός για το υπό-κανάλι j , από τον τύπο χωρητικότητας του Shannon είναι $r_{ij} = N_{ij}B \log(1 + \frac{p_{ij}g_{ij}}{N_{ij}})$ όπου $N_{ij}B$, $\frac{p_{ij}g_{ij}}{N_{ij}}$ το διαθέσιμο εύρος ζώνης και ο σηματοθορυβικός λόγος(SINR) αντίστοιχα. Θεωρώντας το $B = 1$ η επιτεύξιμη περιοχή ρυθμού για κάθε χρήστη είναι:

$$R(g) = \{r_i : \sum_j p_{ij} \leq P_i^{max} \forall i, \sum_i N_{ij} \leq \bar{N}_j \forall j\} \quad (4.2)$$

4.3 Πρόβλημα

Το πρόβλημα δέσμευσης χωρητικότητας και δρομολόγησης ορίζεται ως η μεγιστοποίηση της συνάρτησης $V(N, p)$.

$$\max_{N, p} V(N, p) := \sum_i w_i \sum_j N_{ij} \log\left(1 + \frac{p_{ij} g_{ij}}{N_{ij}}\right) \quad (4.3)$$

υπό τον περιορισμό $\sum_j p_{ij} \leq P_i^{max} \forall i$ και $\sum_i N_{ij} \leq \bar{N}_j \forall j$

4.3.1 Δυϊκή λύση

Με χρήση της δυϊκής θεωρίας και εισάγοντας Lagrange πολλαπλασιαστές για κάθε περιορισμό έχουμε:

$$L(N, p, \lambda, \mu) := \sum_i w_i \sum_j N_{ij} \log\left(1 + \frac{p_{ij} g_{ij}}{N_{ij}}\right) + \sum_i \mu_i (P_i^{max} - \sum_j p_{ij}) + \sum_j \kappa_j (\bar{N}_j - \sum_i N_{ij}) \quad (4.4)$$

Θεωρώντας την παράγωγο ως προς την ισχύ ίση με μηδέν $\frac{\partial L(N, p, \kappa, \mu)}{\partial p_{ij}} = 0$ λαμβάνουμε³ τη βέλτιστη ισχύ⁴: από τη παρακάτω σχέση⁵

$$p_{ij}^* = \left[\left(\frac{w_i g_{ij} - \mu_i}{g_{ij} \mu_i} N_{ij} \right)^+ \wedge P_i^{max} \right] \quad (4.5)$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω τιμή στην αρχική συνάρτηση έχουμε :

³η απόδειξη παρατίθεται στο παράρτημα Α

⁴ $(x)^+ := \max(x, 0)$, $x \wedge y := \min(x, y)$

⁵Ο περιορισμός στην καταναλισκόμενη ισχύ από κάθε κινητό χρήστη υπάρχει για να θέσει ένα άνω όριο. Το max όμως χρησιμοποιείται για την αποφυγή αρνητικών τιμών ισχύος.

$$\begin{aligned}
L(N, p^*, \kappa, \mu) &:= \sum_i w_i \sum_j N_{ij} \log\left(1 + \frac{w_i g_{ij} - \mu_i}{\mu_i}\right) + \sum_j \kappa_j (\bar{N}_j - \sum_j N_{ij}) \\
&\quad + \sum_i \mu_i P_i^{max} - \sum_i \mu_i \sum_j \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij} \mu_i} N_{ij} \\
&:= \sum_i w_i \sum_j N_{ij} \log\left(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}\right) + \sum_j \kappa_j \bar{N}_j - \sum_j \kappa_j \sum_j N_{ij} \\
&\quad + \sum_i \mu_i P_i^{max} - \sum_i \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}} \sum_j N_{ij} \\
&:= \sum_{i,j} N_{ij} \left(w_i \log\left(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}\right) - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}} - \kappa_j \right)^+ + \sum_j \kappa_j \bar{N}_j + \sum_i \mu_i P_i^{max}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Παραγωγίζοντας την $L(N, p^*, \kappa, \mu)$ ως προς N λαμβάνουμε την δυϊκή :

$$L(\kappa, \mu) := L(N^*, p^*, \kappa, \mu) = \sum_{i,j} \left(w_i \log\left(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}\right) - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}} - \kappa_j \right)^+ + \sum_j \kappa_j \bar{N}_j + \sum_i \mu_i P_i^{max} \tag{4.7}$$

Οπότε ως προς κ με μ δεδομένο.

$$L(\mu) := \min_{\kappa \geq 0} L(\kappa, \mu) = \sum_j \kappa_j^* \bar{N}_j + \sum_i \mu_i P_i^{max} \tag{4.8}$$

$$\text{με } \kappa_j^* = \max_i \left(w_i \log\left(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}\right) - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}} \right)$$

Η $L(\mu)$ είναι κυρτή(convex) συνάρτηση του μ **γιατί**⁶ και μπορεί να ελαχιστοποιηθεί χρησιμοποιώντας μια επαναληπτική μέθοδο π.χ Golden Section

4.3.2 Υπολογισμός λύσης - Ανάθεση φερόντων

Για δεδομένο $\mu^* \geq 0$, άρα και $\kappa^*(\mu) \geq 0$ θα πρέπει να υπολογίσουμε το ζεύγος τιμών.

$$(N^*, p^*) := \arg \max L(N, p, \kappa^*(\mu), \mu^*) \tag{4.9}$$

Το διάνυσμα ισχύος υπολογίστηκε p^* αναλυτικά και δίνεται από την εξίσωση 4.5. Όσο αφορά τον υπολογισμό του διανύσματος N , το οποίο καθορίζει την ανάθεση των

⁶η απόδειξη παρατίθεται στο παράρτημα Α. Για περισσότερες πληροφορίες δες [4]

φερόντων - subcarriers σε κάθε χρήστη, γίνεται με τον εξής τρόπο. Το κάθε υπό-κανάλι - subcarrier ανατίθεται εξ'ολοκλήρου σε εκείνο τον χρήστη για τον οποίο ισχύει $\max_i (w_i \log(\frac{g_{ij}w_i}{\mu_i}) - \frac{g_{ij}w_i - \mu_i}{g_{ij}})$ δηλαδή $i^* = \arg \max_i (w_i \log(\frac{g_{ij}w_i}{\mu_i}) - \frac{g_{ij}w_i - \mu_i}{g_{ij}})$ ενώ για τους υπόλοιπους η ανάθεση είναι μηδενική. Με άλλα λόγια $N_{i^*j}(t+1) = \bar{N}_j$ και $N_{i-\{i^*\}j}(t+1) = 0$. Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι με την εν λόγω ανάθεση δεν προκύπτει κάποια παραβίαση μακροπρόθεσμου περιορισμού ισχύος, αλλά ούτε και κάποιος χρήστης επιλέγεται κάθε χρονική στιγμή εις βάρος κάποιου άλλου. Το δεύτερο εξηγείται ως εξής, εφόσον ο κανόνας μετρικής με τον οποίο επιλέγεται ένας χρήστης είναι το $\max_i (w_i \log(\frac{g_{ij}w_i}{\mu_i}) - \frac{g_{ij}w_i - \mu_i}{g_{ij}})$ και εξαρτάται από το w_i μήκος ουράς ενταμιευτή χρήστη επιλέγεται εκείνος ο χρήστης για εξυπηρέτηση, ο οποίος μεγιστοποιεί τον εν λόγω κανόνα. Πράγμα, το οποίο όπως και στη περίπτωση της καθόδου⁷ είναι και αντικειμενικό κριτήριο καθώς αυτός που εξυπηρετείται σε μια χρονική στιγμή, το μήκος της ουράς του μικραίνει σε σύγκριση με των άλλων που μεγαλώνει, οπότε είναι λιγότερο πιθανό να επιλεγεί την επόμενη χρονική στιγμή για εξυπηρέτηση.

4.4 Ένευρεση περιοχής ευστάθειας

Όμοια (χωρίς να κρατάμε ακρίβη μαθηματικό φορμαλισμό) με ότι ειπώθηκε στο Κεφάλαιο 3, εργαζόμαστε και στην περίπτωση της ανόδου.

4.5 Αλγόριθμος

Θεωρώντας μια **εικονική ουρά** για το Lagrange πολλαπλασιαστική που δηλώνει την παραβίαση του περιορισμού ισχύος ορίζουμε την εξέλιξη της ουράς : $\mu_i(t+1) = [\mu_i(t) + \varepsilon(\sum_j p_{ij}(t) - P_i^{av})]^+$ με $\varepsilon > 0$. Το $\sum_j p_{ij}(t)$ θεωρούνται αβίξεις, ενώ το P_i^{av} εξυπηρετήσεις.

⁷αναφερόμαστε στον αντίστοιχο κανόνα μετρικής

$$\begin{array}{l}
\text{init : } w_i(0) = 0, \mu_i(0) = 1 \\
t = 0, \dots \\
\{ \\
\quad \forall i \\
\quad \{ \\
\quad \quad \forall j \\
\quad \quad \{ \\
\quad \quad \quad p_{ij}(t) = [(\frac{w_i(t)g_{ij}-\mu_i(t)}{g_{ij}(t)\mu_i(t)} N_{ij}(t))^+ \wedge P_{ij}^{max}] \\
\quad \quad \quad R_{ij}(t) = N_{ij}(t) \log_2(1 + \frac{p_{ij}(t)g_{ij}(t)}{N_{ij}(t)}) \\
\quad \quad \} \\
\quad \quad w_i(t+1) = [w_i(t) + A_i(t) - \sum_j R_{ij}(t)]^+ \\
\quad \quad \mu_i(t+1) = [\mu_i(t) + \varepsilon(\sum_j p_{ij}(t) - P_i^{av})]^+ \\
\quad \quad \} \\
\quad \forall j \\
\quad \{ \\
\quad \quad \kappa_j^*(t) = \max_i (w_i(t) \log(\frac{g_{ij}(t)w_i(t)}{\mu_i(t)}) - \frac{g_{ij}(t)w_i(t)-\mu_i(t)}{g_{ij}(t)}) \\
\quad \quad i^* = \arg \max_i (w_i(t) \log(\frac{g_{ij}(t)w_i(t)}{\mu_i(t)}) - \frac{g_{ij}(t)w_i(t)-\mu_i(t)}{g_{ij}(t)}) \\
\quad \quad N_{i^*j}(t+1) = \bar{N}_j \\
\quad \quad N_{i-\{i^*\}j}(t+1) = 0 \\
\quad \quad \} \\
\quad \} \\
\}
\end{array}$$

4.5.1 Βήματα αλγορίθμου

Σε κάθε χρονικό βήμα του αλγορίθμου υπολογίζονται, οι απαιτούμενες ισχύεις για την μετάδοση της πληροφορίας από τους χρήστες στο σταθμό Βάσης. Ο παραπάνω υπολογισμός γίνεται, για κάθε χρήστη και για κάθε φέρον. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι χωρητικότητες των καναλιών που δεσμεύονται σύμφωνα με τον κανόνα του Shannon. Στη συνέχεια υπολογίζονται τα μεγέθη των ουρών των ενταμειυτών που αντιστοιχούν σε κάθε χρήστη, δηλαδή το μέγεθος της ουράς την επόμενη χρονική στιγμή είναι ίσο με το μέγεθος της, την παρούσα χρονική στιγμή συν το πλήθος των νέων αφίξεων μείον το πλήθος των πληροφοριών που εξυπηρετήθηκαν στο κανάλι.

Έπειτα υπολογίζεται η τιμή του Lagrange πολλαπλασιαστική μ_i για κάθε χρήστη

Κατόπιν με βάση την μετρική εύρεσης εκείνου του χρήστη που μεγιστοποιεί το $\max_i (w_i \log(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}) - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}})$, επιλέγεται ο χρήστης για τον οποίο ισχύει $\arg \max_i (w_i \log(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i}) - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}})$ και δίνεται σε αυτόν όλο το φέρον με τα διαθέσιμα slots(χρονικές στιγμές) που έχει.

Το σύστημα εξελίσσεται με βάση τις παραπάνω αναδρομές.

4.6 Αποτελέσματα

Όμοια με την περίπτωση της καθόδου. Θεωρούμε ότι σε κάθε χρονική στιγμή καταφθάνουν στο σύστημα τυχαία ένας αριθμός πακέτων πληροφορίας. Το κάθε πακέτο έχει μήκος α bits. Επομένως η ισχύς προς μετάδοση κάθε χρονική στιγμή για ένα πακέτο είναι ίση με αP_b , όπου P_b η ισχύς για τη μετάδοση ενός bit. Ακολουθώντας τα αποτελέσματα που αναφέρονται παρακάτω είναι συναρτήσεις των παραπάνω. Επίσης τα μεγέθη των ουρών των ενταμιευτών θεωρούνται μη πεπερασμένα. Διαλέγουμε τον βραχυπρόθεσμο περιορισμό ισχύος μεγαλύτερο από τον μακροπρόθεσμο και

Εξετάζουμε δυο περιπτώσεις :

- 1 Σταθμός Βάσης, 2 χρήστες, 10 αριθμός φερόντων (sub-channels)

$$P_i^{av} = 4 \text{ και } P_i^{max} = 120 \text{ δηλ } P_{ij}^{max} = 12$$

- 1 Σταθμός Βάσης, 5 χρήστες, 32 αριθμός φερόντων,

$$P_i^{av} = 4 \text{ και } P_i^{max} = 512 \text{ δηλ } P_{ij}^{max} = 16$$

Στόχος του αλγορίθμου που υλοποιήσαμε είναι να καταφέρει να εξυπηρετεί τους εκάστοτε χρήστες. Είναι σημαντικό να επισημάνουμε ότι δεν αρκεί μόνο να επιτυγχάνεται άδειασμα των ενταμιευτών του κάθε χρήστη, αλλά και η ισχύς που καταναλώνεται για τη μετάδοση της πληροφορίας να μην ξεπερνά ένα μέγιστο περιορισμό P_i^{max} , και μακροπρόθεσμα το άθροισμα της καταναλισκόμενης ισχύος του κάθε χρήστη να είναι P_i^{av} .

Επίσης δεν πρέπει να παραβιάζεται ο περιορισμός ανάθεσης φερόντων.

Παρατηρώντας στη 1^η περίπτωση.

Βλέπουμε ότι τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών δεν αυξάνονται απεριόριστα (Σχήμα 4.8) αλλά γίνεται άδειασμα σε αυτές και δεν υπερχειλίζουν οι ουρές των

χρηστών. Αυτό υποδηλώνει⁸ ότι το σύστημα είναι ευσταθές. Επίσης παρατηρούμε ότι δεν παραβιάζονται οι βραχυπρόθεσμοι περιορισμοί ισχύος (Σχήμα 4.3) δηλαδή κάθε χρονική στιγμή η ισχύς που καταναλώνεται για τη μετάδοση της πληροφορίας σε κάθε χρήστη δεν υπερβαίνει την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή ισχύος P_i^{max} και μακροπρόθεσμα (Σχήμα 4.3) βλέπουμε ότι ο κάθε χρήστης καταναλώνει ισχύ γύρω από τη τιμή P_i^{av}

Στα σχήματα 4.6 και 4.7 φαίνονται οι Lagrange πολλαπλασιαστές που εμφανίζουν την παραβίαση των περιορισμών αντίστοιχα. Όσο αφορά τους Lagrange πολλαπλασιαστές κ_j και μ_j είναι 0 κάθε φορά που δεν παραβιάζεται ο αντίστοιχος περιορισμός και μεγαλύτεροι του 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

Στο σχήμα 4.4 παρουσιάζεται η δέσμευση των φερόντων του κάθε χρήστη σε κάθε χρονική στιγμή. Παρουσιάζεται ο απόλυτος αριθμός των φερόντων και όχι για κάθε φέρον εάν χρησιμοποιείται από κάποιον χρήστη. Στο σχήμα 4.5. φαίνεται ότι γίνεται χρήση όλου του φάσματος(προσέξτε ότι σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει Αριθμός φερόντων = 10)

Όμοια στη 2^η περίπτωση παρατηρούμε παρόμοια "γεγονότα" με τη 1^η περίπτωση όσο αφορά τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών (Σχήμα 4.14) , τον βραχυπρόθεσμο περιορισμό ισχύος και, τον μακροπρόθεσμο περιορισμό ισχύος (Σχήμα 4.9). Την ανάθεση φερόντων (Σχήμα 4.10) και (Σχήμα 4.11) καθώς και στα σχήματα 4.12 και 4.13 παρουσιάζονται οι παραβιάσεις των περιορισμών.

⁸χωρίς να το αποδεικνύει

4.7 Επίλυση με χρήση gradient

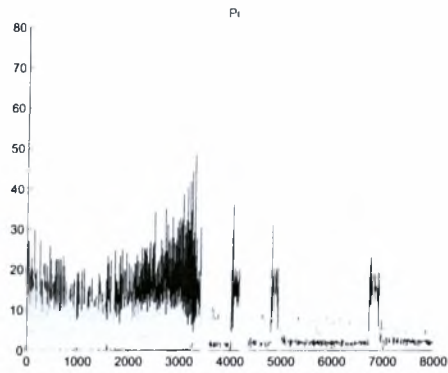
Όπως αναφέρθηκε στη παράγραφο 2.6 η λύση μπορεί να υπολογιστεί από την αναδρομική σχέση

$$p_{ij}(t) = \left[\left(p_{ij}(t-1) + a_{\kappa} \left(\frac{w_i(t)g_{ij} - \mu_i(t)}{g_{ij}(t)\mu_i(t)} N_{ij}(t) \right)^+ \right) \wedge P_{ij}^{max} \right] \quad (4.10)$$

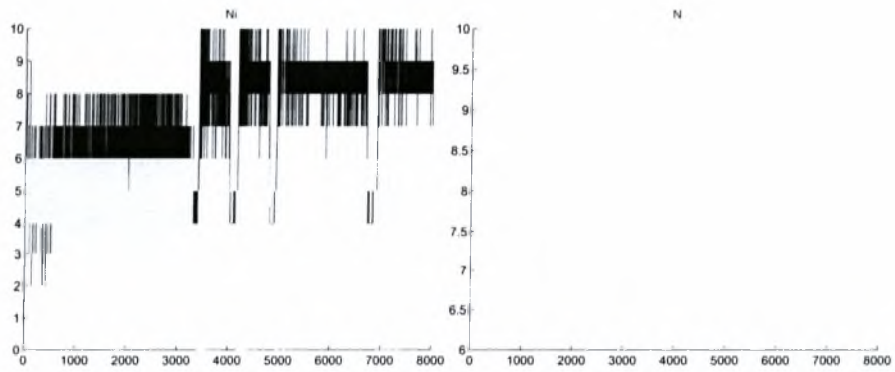
Στα Σχήματα 4.15 - 4.17 παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα του βασικού αλγορίθμου και του gradient με διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων της αναδρομής. Σε κάθε σχήμα η πάνω αριστερή εικόνα αναφέρεται στο βασικό αλγόριθμο ενώ οι υπόλοιπες σε αυτόν με χρήση gradients. Οι επαναλήψεις της αναδρομής για τον δεύτερο αλγόριθμο είναι κατά φορά ανάγνωσης (5,15,25).

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνονται οι επαναλήψεις της αναδρομής στο gradient αλγόριθμο, αυτός συγκλίνει στη βέλτιστη λύση και για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων (25), η λύση που υπολογίζει όσο αφορά τις τιμές της ισχύς είναι καλύτερες από εκείνες του πρώτου. Καθώς και τα μήκη των ουρών των ενταμιευτών είναι μικρότερα.

Αριθμός χρηστών = 2
Αριθμός φερόντων = 10

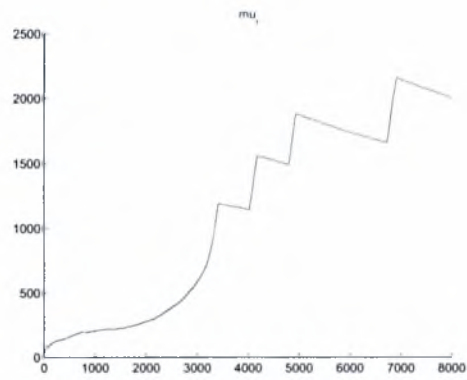


Σχήμα 4.3: P_i για κάθε χρήστη i .

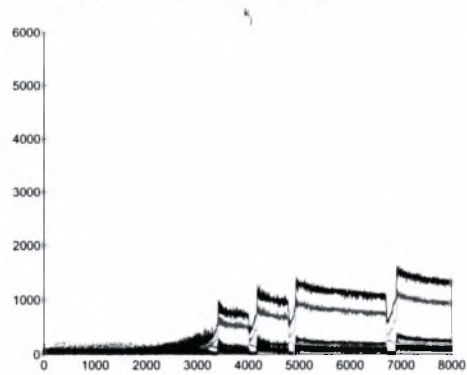


Σχήμα 4.4: $\sum_j N_{ij}$ για κάθε χρήστη i .

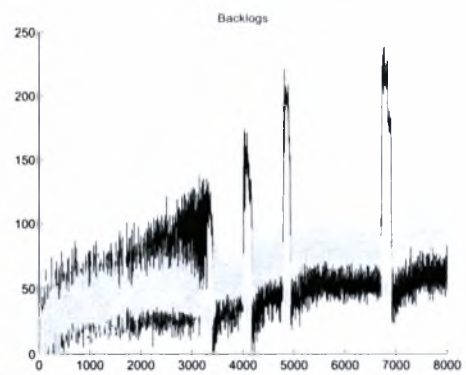
Σχήμα 4.5: $\sum_{ij} N_{ij}$.



Σχήμα 4.6: Lagrange πολλ. μ_i .

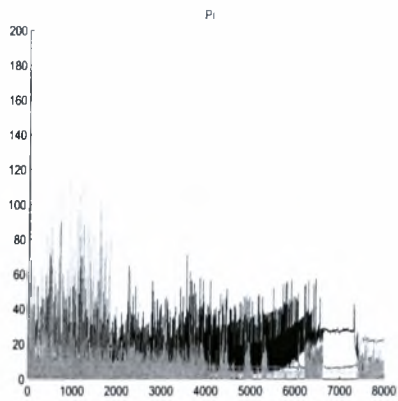


Σχήμα 4.7: Lagrange πολλ. k_j .

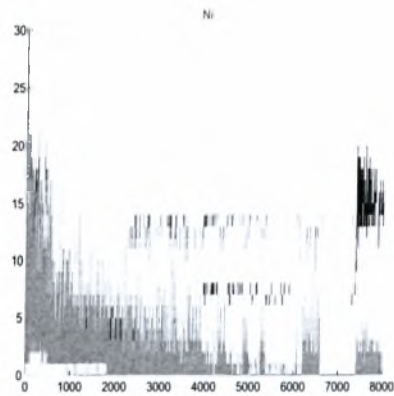


Σχήμα 4.8: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

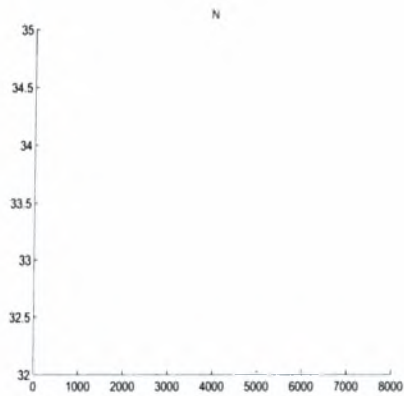
Αριθμός χρηστών = 5
 Αριθμός φερόντων = 32



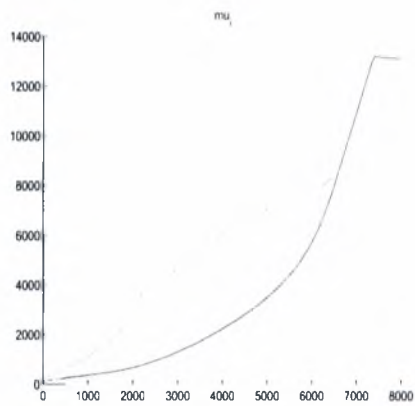
Σχήμα 4.9: P_i για κάθε χρήστη i .



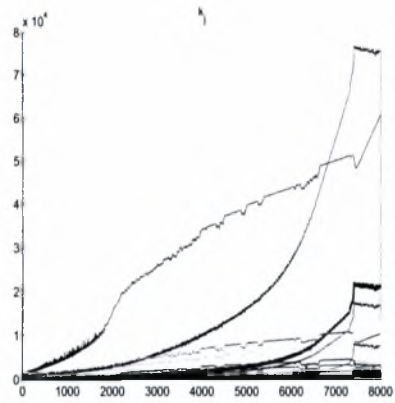
Σχήμα 4.10: N_i .



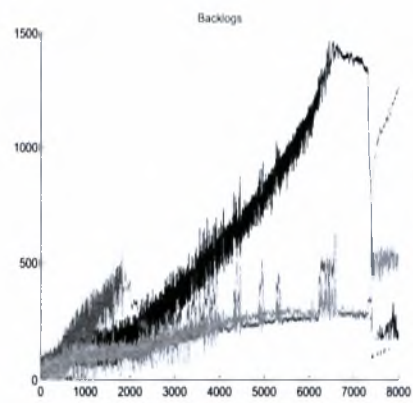
Σχήμα 4.11: N .



Σχήμα 4.12: Lagrange πολλ. μ_i .

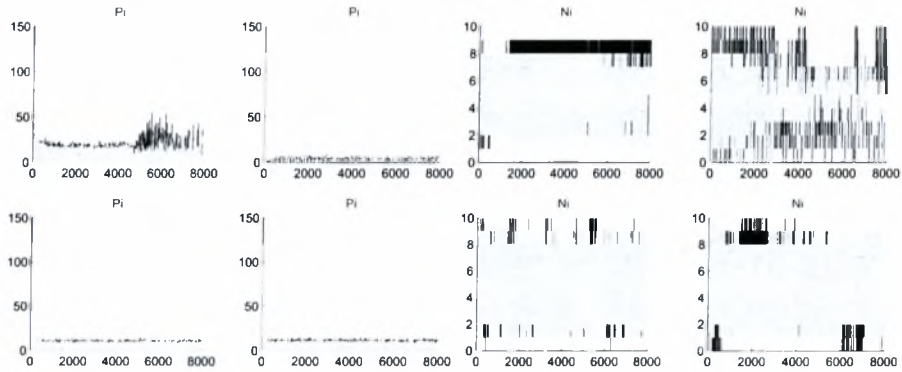


Σχήμα 4.13: Lagrange πολλ. k_j .



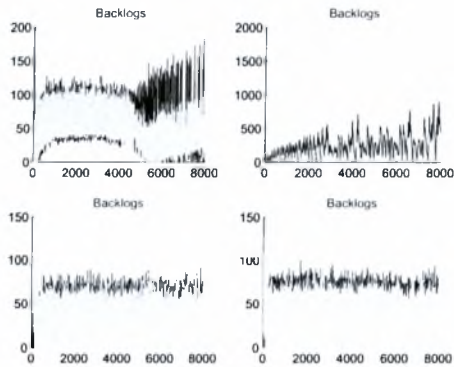
Σχήμα 4.14: Μήκη ουρών ενταμειντών.

Αριθμός χρηστών = 2
Αριθμός φερόντων = 10



Σχήμα 4.15: P_i για κάθε χρήστη i .

Σχήμα 4.16: N_i .



Σχήμα 4.17: Μήκη ουρών ενταμιευτών.

Κεφάλαιο 5

Επίλογος

5.1 Συμπεράσματα - Επεκτάσεις

Στη παραπάνω εργασία μελετήσαμε αρχικά (Κεφάλαιο 2) τη λύση ενός κυρτού προβλήματος βελτιστοποίησης για δέσμευση χωρητικότητας σε ασύρματα δίκτυα. Πάνω στα βήματα και τις ιδέες που υλοποιήθηκαν στο Κεφάλαιο 2, βασιστήκαμε για να μοντελάρουμε το πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας στο OFDM ,τόσο στη κάθοδο (downlink) όσο και στην άνοδο(uplink) Αν και το πρόβλημα της δέσμευσης χωρητικότητας στην άνοδο είναι παρόμοιο με αυτό στην κάθοδο, εν τούτοις υπάρχουν διαφορές.

Σε αυτή την διπλωματική εργασία, κατανοούμε πως οι αλγόριθμοι που προτάθηκαν είναι ευσταθείς για μοντέλα στα οποία οι ρυθμοί της εισερχόμενης πληροφορίας στο σύστημα για μετάδοση ανήκουν σε μια περιοχή ευστάθειας. Στο Κεφάλαιο 2 υπολογίσαμε αναλυτικά και δείξαμε την περιοχή ευστάθειας για 2 χρήστες¹. Αντίθετα στο Κεφάλαιο 3 και 4 (OFDM κάθοδος και άνοδος) δεν μπορούμε να υπολογίσουμε αναλυτικά την περιοχή ευστάθειας(εξαιτίας του μαθηματικού μοντέλου και της δέσμευσης των φερόντων ανάλογα με τις ανάγκες του συστήματος). Για τον παραπάνω λόγο δοκιμάσαμε "εμπειρικά"² κάποια διανύσματα ρυθμών και μελετήσαμε την ανταπόκριση του συστήματος. Είδαμε τη διαφορά της ανόδου από την κάθοδο, καθώς σε κάθε χρήστη (στην άνοδο) πρέπει μακροπρόθεσμα η καταναλώμενη ισχύς να είναι γύρω από μια μέση τιμή. Αντίθετα στη κάθοδο ο Σταθμός Βάσης πρέπει να καταναλώνει ισχύ

¹για μεγαλύτερο αριθμό χρηστών είναι δύσκολο να απεικονιστεί γραφικά παράσταση

²αυτό δε σημαίνει ότι δε βασιστήκαμε στο μαθηματικό μοντέλο

συνολικά γύρω από μια μέση τιμή.

Παρατηρήσαμε μια εν λόγω ευστάθεια όσο αφορά τα μεγέθη των ουρών των ενταμιεντών. Η μαθηματική απόδειξη της ευστάθειας περιλαμβάνει την εύρεση Lyapunov συναρτήσεων(συναρτήσεων δυναμικού) που χαρακτηρίζουν το σύστημα και την απόδειξη ότι η μέση τιμή της διαφοράς της συνάρτησης δυναμικού σε δύο χρονικές στιγμές είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι ακόμη και εάν η εξέλιξη των ουρών μεγαλώνει, μετά από ένα πλήθος πεπερασμένων χρονικών στιγμών το σύστημα θα επανέλθει. Δηλαδή μιλώντας πολύ γενικά, το σύστημα εάν τυχόν βρεθεί έξω από την "σφαίρα" όπου θα την χαρακτηρίζαμε ως περιοχή ευστάθειας, το αρνητικό drift(μετατόπιση) υποδηλώνει την επανάκαμψη πίσω σε αυτήν την "σφαίρα".

Η μαθηματική απόδειξη αποτελεί πρόκληση. Αν και σαν ιδέα φαίνεται απλή, η εύρεση της κατάλληλης συνάρτησης Lyapunov δεν είναι και τόσο εύκολη διαδικασία.

Παράρτημα Α

Αποδείξεις

A.1 Εύρεση βέλτιστης ισχύος - κάθοδος

$$\frac{\partial L(x,p,\lambda,\mu)}{\partial p_{ij}} = \sum_i w_i \sum_j x_{ij} \frac{1}{1 + \frac{p_{ij} e_{ij}}{x_{ij}}} \frac{e_{ij}}{x_{ij}} - \lambda \implies \frac{\partial L(x,p,\lambda,\mu)}{\partial p_{ij}} = \sum_i w_i \sum_j \frac{e_{ij} x_{ij}}{x_{ij} + p_{ij} e_{ij}} - \lambda$$

και $\frac{\partial L(x,p,\lambda,\mu)}{\partial p_{ij}} = 0 \implies \frac{\partial L(x,p,\lambda,\mu)}{\partial p_{ij}} = w_i \frac{e_{ij} x_{ij}}{x_{ij} + p_{ij} e_{ij}} - \lambda = 0 \implies w_i e_{ij} x_{ij} = \lambda(x_{ij} + p_{ij} e_{ij}) \implies w_i e_{ij} x_{ij} - \lambda x_{ij} = \lambda p_{ij} e_{ij} \implies p_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{e_{ij}} \left(\frac{w_i e_{ij}}{\lambda} - 1 \right)$

και λαμβάνοντας υπόψιν τους περιορισμούς ενέργειας για το SINR έχουμε :

$$p_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{e_{ij}} \left[\left(\frac{w_i e_{ij}}{\lambda} - 1 \right)^+ \wedge s_{ij} \right]$$

A.2 Απόδειξη κυρτότητας μιας συνάρτησης

Μια συνάρτηση $f : \mathbb{R}^{\kappa} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι κυρτή εάν το $dom f$ είναι κυρτό σύνολο και εάν $\forall x, y \in dom f$ και θ με $0 \leq \theta \leq 1$, ισχύει:

$$f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta)f(y) \quad (\text{A.1})$$

Επίσης μια συνάρτηση $f : \mathbb{R}^{\kappa} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι κυρτή, εάν είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και ο Hessian πίνακας υπάρχει και είναι θετικά ορισμένος, δηλαδή $\nabla^2 f \geq 0$ και το $dom f$ είναι κυρτό σύνολο.

Επειδή η πρώτη περίπτωση απόδειξης απαιτεί πολλές επίπονες μαθηματικές πράξεις, θα πράξουμε σύμφωνα με τη δεύτερη περίπτωση

A.2.1 κεφ.3

Έχουμε $\forall \lambda \geq 0$:

$$L(\lambda) = \lambda P + \sum_j \max_i w_i \left(\frac{\lambda}{w_i e_{ij}} - 1 - \log \frac{\lambda}{w_i e_{ij}} \right)$$

$$L'(\lambda) = P + \sum_j \max_i w_i \left(\frac{1}{w_i e_{ij}} - 1 - \frac{1}{w_i e_{ij}} \frac{1}{w_i e_{ij}} \right)$$

$$L''(\lambda) = \sum_j \frac{1}{\lambda^2} \max_i w_i = \frac{\max_i w_i}{\lambda^2} \|N\| \geq 0 \quad \forall \lambda \geq 0$$

A.2.2 κεφ.4

Έχουμε $\forall \mu \geq 0$:

$$L(\mu) = \sum_j \kappa_j^* \bar{N}_j + \sum_i \mu_i P_i^{max}$$

$$= \sum_j \max_i \left(w_i \log \left(\frac{g_{ij} w_i}{\mu_i} - \frac{g_{ij} w_i - \mu_i}{g_{ij}} \right) \right) \bar{N}_j + \sum_i \mu_i P_i^{max}$$

$$L'(\mu) = \sum_j \left(-\frac{w_i}{\mu_i} + \frac{1}{g_{ij}} \right) \bar{N}_j + \sum_i P_i^{max}$$

$$L''(\mu) = \sum_i \left(\frac{w_i}{\mu_i^2} \right) \bar{N}_j \geq 0 \quad \forall \mu \geq 0$$

A.3 Εύρεση βέλτιστης ισχύος - άνοδος

$$\frac{\partial L(p, \kappa, \mu)}{\partial p_{ij}} = \sum_i w_i \sum_j N_{ij} \frac{1}{1 + \frac{p_{ij} g_{ij}}{N_{ij}}} \frac{g_{ij}}{N_{ij}} - \sum_i \mu_i \implies \frac{\partial L(N, p, \kappa, \mu)}{\partial p_{ij}} = \sum_i w_i \sum_j \frac{g_{ij} N_{ij}}{N_{ij} + p_{ij} g_{ij}} - \sum_i \mu_i$$

$$\text{και } \frac{\partial L(N, p, \kappa, \mu)}{\partial p_{ij}} = 0 \implies \frac{\partial L(N, p, \kappa, \mu)}{\partial p_{ij}} = \sum_i w_i \sum_j \frac{g_{ij} N_{ij}}{N_{ij} + p_{ij} g_{ij}} - \sum_i \mu_i = 0 \implies$$

$$w_i \frac{g_{ij} N_{ij}}{N_{ij} + p_{ij} g_{ij}} - \mu_i = 0 \implies w_i g_{ij} N_{ij} - \mu_i N_{ij} = \mu_i p_{ij} g_{ij} \implies p_{ij}^* = \frac{w_i g_{ij} - \mu_i}{g_{ij} \mu_i} N_{ij}$$

και λαμβάνοντας υπόψιν τους περιορισμούς ενέργειας για το SINR έχουμε :

$$p_{ij}^* = \left[\left(\frac{w_i g_{ij} - \mu_i}{g_{ij} \mu_i} N_{ij} \right)^+ \wedge P_i^{max} \right]$$

Βιβλιογραφία

- [1] R. A. J. Huang, V. Subramanian and R. Berry, “Downlink scheduling and resource allocation for ofdm systems,”
- [2] P. Hossein, “Qos scheduling of uplink resources in ofdma networks,” *preprint submitted to Elsevier*, 2006.
- [3] M. J. a. S. B. L. Xia, “Simultaneous routing and resource allocation via dual decomposition,” *IEEE*, 2004.
- [4] L. V. Stephen Boyd, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2 ed., 2004.
- [5] V. S. Vandana Singh, “Efficient and fair scheduling of uplink and downlink in ieee 802.16,”
- [6] E. K. CHONG and S. H. ZAK, *An Introduction to Optimization*. JOHN WILEY & SONS INC., 2 ed., 2001.
- [7] M. N. Leonidas Georgiadis and L. Tassiulas, *Resource Allocation and Cross-Layer Control in Wireless Networks*. now publishers Inc., 1 ed., 2006.
- [8] L. Tassiulas and A. Ephremides, “Stability properties of constrained queueing systems and scheduling policies for maximum throughput in multihop radio networks,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, 1992.
- [9] L. Tassiulas, “Linear complexity algorithms for maximum throughput in radio networks and input queued switches,” *IEEE Trans.*, 1998.

- [10] L. Tassiulas and S. Papavassiliou, "Optimal anticipative scheduling with asynchronous transmission opportunities," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 40, 1995.
- [11] K. Tsoukatos, "Maximum throughput power control across parallel channels, subject to a peak and an average power constraint," 2006.
- [12] J. G. A. Arunabha Ghosh, David R. Wolter and R. Chen, "Broadband wireless access with wimax/802.16: Current performance benchmarks and future potential," *IEEE Communications Magazine*, 2005.
- [13] K. L. Carl Eklund, Roger B. Marks and S. Wang, "Ieee standard 802.16: A technical overview of the wirelessman air interface for broadband wireless access," *IEEE Communications Magazine*, 2002.
- [14] I. K. ans Vincentio Roman, "Broadband wireless access solutions based on ofdm access in ieee 802.16," *IEEE Communications Magazine*, 2002.
- [15] K. H. R. U. N. Helmut Bolcskei, Arogyaswami J. Paulraj and W. W. Lu, "Broadband wireless access solutions based on ofdm access in ieee 802.16," *IEEE Communications Magazine*, 2001.
- [16] T. S. R. Sanjay Shakkotai and P. C. Karlsson, "Broadband wireless access solutions based on ofdm access in ieee 802.16," *IEEE Communications Magazine*, 2003.
- [17] "Ieee 802.16 and wimax, broadband wireless access for everyone," *Intel White Paper*, 2003.
- [18] C. R. Michael J. Neely, Eytan Modiano, "Power and server allocation in a multi-beam satellite with time varying channels," *INFOCOM*, June 2002.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000085806

