ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θέμα: Η επίδραση της γλώσσας στην επίλυση προβλημάτων σε μαθητές, που έχουν την ελληνική ως δεύτερη γλώσσα.

Μενέλαος Α. Τρομπούκης (ΑΜ: 1002072)

1η Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Ανδρέου Γεωργία

2η Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Γκανά Ελένη

ΒΟΛΟΣ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θέμα: **Η επίδραση της γλώσσας στην επίλυση προβλημάτων σε μαθητές, που έχουν την ελληνική ως δεύτερη γλώσσα.**

Μενέλαος Α. Τρομπούκης (ΑΜ: 1002072)

1η Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Ανδρέου Γεωργία

2η Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Γκανά Ελένη

ΒΟΛΟΣ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2006

Αφιερωμένη στους γονείς μου,

Αλέξανδρο και Λόλα

Ευχαριστίες

Προτού αρχίσω τη διεξοδική παρουσίαση της παρούσας έρευνας, θα ήθελα να αναφερθώ σε όλους εκείνους, που συνέβαλλαν προσωπικά στη διεξαγωγή και ολοκλήρωσή της.

- Ευχαριστώ, κατ' αρχήν, το 1^{o} δημοτικό σχολείο Ν. Ιωνίας Μαγνησίας, το 4^{o} δημοτικό σχολείο Βόλου, καθώς επίσης και το 5^{o} δημοτικό σχολείο Βόλου και ιδιαίτερα τα τμήματα της Ε' και Στ' δημοτικού των σχολείων αυτών με τους υπέυθυνους δασκάλους τους, και τους διευθυντές των σχολείων αυτών, όσον αφορά στην παροχή της σχετικής άδειας και τη διάθεση χώρου και χρόνου, για τη συλλογή του δείγματος.

- Οφείλω ένα μεγάλο «ευχαριστώ» στην επιβλέπουσα καθηγήτρια της παρούσας εργασίας, την κα Ανδρέου Γεωργία, για την αναλυτική καθοδήγηση που μου παρείχε, την εμπιστοσύνη και την υποστήριξή της καθ'όλη τη διάρκεια της διεξαγωγής της έρευνας και συγγραφής της εργασίας.

- Ένα ιδιαίτερο «ευχαριστώ» στην Ζουμπούλη Μαρία για την σημαντικότατη βοήθεια και συμπαράσταση, που μου παρείχε καθόλη τη διάρκεια συγγραφής της εργασίας και για την υπομονή που έδειξε απέναντί μου.

- Και τέλος, τους φίλους και συμφοιτητές μου Παπαναστασίου Φώτη και Χαραλάμπους Φιλιώ για την ηθική και ουσιαστική συμπαράστασή τους.

Περίληψη

Η παρούσα ερευνητική μελέτη αποσκοπεί στην εξέταση της ικανότητας των μαθητών, με την ελληνική ως δεύτερη ή ξένη γλώσσα, να χρησιμοποιούν ενεργητικά και αποτελεσματικά την γνώση τους από και για τον «πραγματικό» κόσμο, ώστε να επιλύουν λεκτικά μαθηματικά προβλήματα στα πλαίσια του σχολείου.

Στις σελίδες της εργασίας αναλύονται διεξοδικά οι παράγοντες εκείνοι, που επηρρεάζουν την επίλυση προβλημάτων του παραπάνω τύπου. Τα συγκεκριμένα προβλήματα, διαφέρουν ως προς τα τυπικά- παραδοσιακού τύπου προβλήματα ως προς ένα βασικό σημείο. Για την επίλυσή τους οι μαθητές οφείλουν πέρα από τη γνώση των επιμέρους και κατ' αντικείμενο εξειδικευμένων γνωστικών- ακαδημαϊκών γνώσεων (π.χ. των κατάλληλων πράξεων, σχέσεων, των νόμων και των ιδιοτήτων, που συγκροτούν την καθαρά ακαδημαϊκή πλευρά των Μαθηματικών), να λαμβάνουν υπ'όψιν τους τις συνθήκες, απαιτήσεις και κυρίως τη λογική που διέπει τις διάφορες καταστάσεις, που δομούνται στα πλαίσια της καθημερινής- πρακτικής αλληλεπίδρασης των ανθρώπων στις μεταξύ τους σχέσεις.

Ο κυριότερος παράγοντας, που επηρρεάζει την επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων είναι η γλώσσα. Η γλώσσα, στην οποία είναι γραμμένο το πρόβλημα επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τη δυνατότητα του παιδιού να αντιληφθεί την προβληματική κατάσταση που έχει να επιλύσει. Η επαρκής γνώση της γλώσσας θα το βοηθήσει να κατανοήσει ποιες θα πρέπει να είναι οι ενέργειές του, να προχωρήσει στην επεξεργασία των δεδομένων που του δίνει το πρόβλημα και εν τέλει να είναι σε θέση να κρίνει τα αποτελέσματα, στα οποία καταλήγει, ώστε να ελέγξει αν αυτά ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα και αν όχι να τα τροποποιήσει προς αυτήν την κατεύθυνση.

Βεβαίως, το να είναι κάποιος μαθητής ικανός χρήστης της γλώσσας του προβλήματος, εξαρτάται άμεσα από το αν αυτή η γλώσσα αποτελεί τη μητρική του ή μια δεύτερη ή ξένη γλώσσα για αυτόν. Το παραπάνω στοιχείο έχει μελετηθεί από πολλούς ερευνητές (Verschaffel et al., 1994; Greer 1993; De Corte et al., 1985) οι περισσότεροι από τους ισχυρίζονται πως όταν τα παιδιά αντιμετωπίζουν προβλήματα γραμμένα στη μητρική τους γλώσσα ανταπεξέρχονται και καλύτερα σε αυτά. Από εκεί και πέρα εκτενής αναφορά, στα πλαίσια της εργασίας, γίνεται και στην ικανότητα χρήσης των καταστάσεων και των δεδομένων του

«πραγματικού» κόσμου, μια ικανότητα, που είναι ιδιαίτερα εμφανής στους μαθητές εκείνους, που καταφέρνουν και δίνουν πλήρως ρεαλιστικές απαντήσεις σε αυτά τα προβλήματα.

Η έρευνα, που έγινε στα πλαίσια της μελέτης αυτής, είχε αυτόν ακριβώς το σκοπό. Να ελέγξει δηλαδή κατά πόσο τα προβλήματα αυτά δυσκολεύουν τους μαθητές με την ελληνική ως δεύτερη ή ξένη γλώσσα, από τη στιγμή, που είναι γραμμένα σε αυτήν. Επίσης, κάτι άλλο που ελέγχεται μέσω αυτής της έρευνας είναι κατά πόσο η ευρεία ή μη χρήση της ελληνικής γλώσσας ωφελεί τους μαθητές αυτούς.

Τα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα σημαντικά, καθώς δείχνουν πως εν τέλει σε πολύ μικρό βαθμό οι μαθητές κάνουν χρήση ή μπορούν να κάνουν χρήση δεξιοτήτων και στρατηγικών επίλυσης τέτοιων προβλημάτων, αλλά και της γνώσης τους για τον κόσμο όπως αυτοί τον ζουν και τον βιώνουν μέσα από την καθημερινότητά τους και των αλληλεπιδράσεων τους με τα τριγύρω τους διάφορα στοιχεία του. Επιπλέον, μέσα από την έρευνα φάνηκε ότι η αδυναμία αυτή των μαθητών επιτείνεται όταν οι ίδιοι δεν είναι ικανοί χρήστες της γλώσσας, στην οποία εκφέρεται το πρόβλημα.

1. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

1.1 Η επίδραση της γλώσσας στην επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων

Η επίδραση της γλώσσας και του επιπέδου κατάκτησής της παίζει σημαίνοντα ρόλο κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και αυτό έχει καταδειχθεί σε διάφορες έρευνες (Abedi, et al., 1998; Abedi, et al., 1995; Aiken, 1972; Andreou & Karapetsas, 2002; Cocking & Chipman, 1988; De Corte et al., 1985; Kintsch & Greeno, 1985; Larsen, et al., 1978; Mestre, 1988; Spanos, et al., 1988). Η διαφορά ανάμεσα στην επίδοση των παιδιών στα λεκτικά και στα καθαρά αριθμητικά προβλήματα καθιστά εμφανές το γεγονός ότι και άλλοι παράγοντες, εκτός των μαθηματικών ικανοτήτων συνεισφέρουν στην επιτυχή επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων (August & Hakuta, 1997; Cummins, et al., 1988; LaCelle-Peterson & Rivera, 1994; Zehler et al., 1994)

Η χρήση της γλώσσας, πέρα από το ότι διευκολύνει την ανάγνωση και την κατανόηση του προβλήματος, προωθεί παράλληλα και τις μεταγνωστικές διαδικασίες, των οποίων ο εκπαιδευόμενος γίνεται συνειδητός χρήστης, αναπτύσσοντας έτσι έλεγχο του δικού του ρυθμού και τρόπου σκέψης (Simpson, 1994). Η συνειδητή, εξάλλου λεκτικοποίηση των προβλημάτων, ώστε να δομήσει ο αναγνώστης τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος με έναν φανερό τρόπο, απλό σε αυτόν, έχει ως αποτέλεσμα το να γίνεται συνειδητή και σκόπιμη η διαδικασία επίλυσης (Vygotsky, 1962) και να διασφαλίζεται η μεταγνωστική δραστηριότητα (McCoy et al., 1996).

Σύμφωνα με μια έρευνα των Abedi & Lord (2001), η τροποποίηση και απλοποίηση της γλώσσας μαθηματικών προβλημάτων βοηθάει τα παιδιά στο να βελτιώσουν τις επιδόσεις τους σε αυτά, κάτι απολύτως φυσιολογικό από τη στιγμή, που με αυτήν την τροποποίηση η ίδια η φύση, αλλά και οι σχέσεις του προβλήματος γίνονται περισσότερο κατανοητές από τα ίδια. Σύμφωνα με την ίδια έρευνα, αυτοί που ως επί το πλείστον ωφελήθηκαν από την τροποποίηση της παρουσίασης των προβλημάτων ήταν οι λεγόμενοι φτωχοί-αρχάριοι αναγνώστες. Οι γλωσσικές αυτές απλοποιήσεις της λεκτικής δομής των μαθηματικών προβλημάτων είχαν ελάχιστη επίδραση στους ανωτέρου επιπέδου και πιο ικανούς χρήστες της γλώσσας μαθητές, καθώς οι τελευταίοι διέθεταν εκ των προτέρων ισχυρή λεκτική ικανότητα, η οποία τους εξασφάλιζε την άνετη κατανόηση της αρχικής δομής των λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων και εν τέλει την δίχως ιδιαίτερα προβλήματα επίλυσή τους.

Κάτι που αφορά τα λεκτικά μαθηματικά προβλήματα και μπερδεύει πολύ συχνά τους μαθητές στην προσπάθειά τους να τα κατανοήσουν και να τα επιλύσουν είναι η διφορούμενη χρήση της γλώσσας. Αυτές οι διφορούμενες εκφράσεις, λέξεις και έννοιες, που υπάρχουν σε πολλά τέτοιου είδους προβλήματα επιδέχονται έναν αριθμό διαφορετικών ερμηνειών, καθιστώντας έτσι διαφορετικό τον τρόπο προσέγγισης και επίλυσής τους εκ μέρους των μαθητών, ανάλογα με τον τρόπο ερμηνείας τους. Το ζήτημα, σύμφωνα με τον Green (1989) είναι ότι οι περισσότερες εκφράσεις της φυσικής γλώσσας είναι διφορούμενες. Αυτό είναι ιδιαίτερα αληθινό και εμφανές στην καθημερινή όψη της ζωής, όπου χρησιμοποιείται η φυσική γλώσσα, σε αντίθεση με τις τυπικές, επιστημονικές και φιλοσοφικές χρήσεις της φυσικής γλώσσας, στις οποίες η διφορούμενη υφή της γλώσσας μειώνεται στο ελάχιστο δυνατό, λόγω της εξειδίκευσης του αντικειμένου, το οποίο παραγματεύονται.

Σε αντίθεση με τον προφορικό λόγο, όπου υπάρχουν πολλές ευκαιρίες και άμεση δυνατότητα για διευκρινίσεις και αποσαφήνιση των «σκοτεινών» πλευρών ενός προβλήματος, αλλά και επανατροφοδότησης της ξεκαθάρισης των νοημάτων για τους εξεταζόμενους, στο γραπτό λόγο τα περισσότερα από τα παραπάνω στοιχεία δεν είναι διαθέσιμα στον αναγνώστη, προκειμένου να αποσαφηνίσει δυσκολονόητα και διφορούμενα σημεία του προβλήματος. Η αυξανόμενη αυτή ανάγκη, λοιπόν, για επεξηγήσεις στη γραπτή γλώσσα, αποτελεί ένα λόγο, για τον οποίο ο σωστός τρόπος γραπτής παρουσίασης θεωρείται χρήσιμος για τη διδασκαλία ή την εκμάθηση των Μαθηματικών. Η διαδικασία ανάπτυξης μιας ξεκάθαρης και απολύτως κατανοητής επικοινωνίας, μέσω της χρήσης γραπτών λέξεων, σχηματίζει μια γέφυρα στη χρήση των μαθηματικών συμβολικών εκφράσεων, τη «γλώσσα» των Μαθηματικών.

Επιπλέον, σε αντίθεση με τη φυσική χρήση της γλώσσας, οι μαθηματικές αναπαραστάσεις αποκτούν αξία, σε ένα μεγάλο ποσοστό από την ακρίβειά τους, από την έλλειψη, δηλαδή, διχογνωμιών. Στα μαθηματικά συστήματα, η ακρίβεια και η απουσία αμφιλεγόμενων προτάσεων αποτελούν τα κριτήρια για σωστά μαθηματικά. Έτσι, όταν ορίζουμε έναν τύπο κάποιου αντικειμένου των μαθηματικών, θα πρέπει να είναι ξεκάθαρος και σαφής, ανφορικά με οποιοδήποτε αντικείμενο, είτε αυτό αποτελεί είτε δεν αποτελεί παράδειγμα αυτού του τύπου. Διαφορετικά, ο συγκεκριμένος τύπος δε θα θεωρείται καλά ορισμένος. Αυτή είναι η ουσία της μη ύπαρξης αμφιλεγόμενων στοιχείων.

Όμως, πρέπει να συμφωνήσουμε με το αδιαμφισβήτητο γεγονός, πως μόνο υπό περιοριστικές συνθήκες τα μαθηματικά παρουσιάζουν πραγματική έλλειψη αμφιλεγόμενων στοιχείων. Κάθε προσπάθειά μας να συνδέσουμε τα «καθαρά» μαθηματικά με τον πραγματικό κόσμο, αναπόφευκτα εισάγει το διφορούμενο και το ανακριβές στη διαδικασία. Ακόμα όμως και αυτά τα Μαθηματικά παρουσιάζουν διφορούμενα στοιχεία. Αυτό, που ισχύει σύμφωνα με τον Mitchell, (2001), είναι ότι οι λεκτικές μαθηματικές αναπαραστάσεις παίρνουν την αξία τους, σε μεγάλο ποσοστό, από την ακρίβειά τους. Αυτό συμβαίνει γιατί, πρώτον, η διαδικασία αποσαφήνισης των καταστάσεων του πραγματικού κόσμου ή των προβλημάτων και οι αναπαραστάσεις αυτών σε επαρκή βαθμό για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τις μαθηματικές μεθόδους, συχνά οδηγεί, από μόνη της, σε ακόμα καλύτερη κατανόηση αυτών, και δεύτερον, γιατί, εφ'όσον έχουμε αποσαφηνίσει όλα τα παραπάνω, θα μπορούμε να εμπιστευτούμε τα αποτελέσματα, που εξαγάγαμε, αφού τα μαθηματικά εργαλεία και μέθοδοι που χρησιμοποιήσαμε είναι γενικά, καλά ορισμένα και μη διφορούμενα.

Ωστόσο, υπάρχουν κάποια σαφή όρια στη χρήση των Μαθηματικών σε πραγματικές καταστάσεις. Τα αποτελέσματά μας θεωρούνται τόσο αποδεκτά και καλά, όσο το επιτρέπουν οι ενέργειες αποσαφήνισης και απλοποίησης, που κάναμε. Παράλληλα, όταν τα συμπεράσματά μας δε συμβαδίζουν με την πραγματικότητα, μπορούμε να ελέγξουμε αν οι λογιστικές μας πράξεις είναι σωστές ή να συμπεράνουμε πως υπήρξε πρόβλημα κατά την αποσαφήνιση και απλοποίηση. Το παραπάνω στοιχείο αποτελεί κομμάτι της έρευνας, που θα παρουσιαστεί σε αυτήν την εργασία.

Επομένως η διάδραση ανάμεσα στη γλώσσα και στην επιτυχία στα μαθηματικά και ειδικότερα στην επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων είναι πραγματική και υπαρκτή. Αυτή η αλληλεπίδραση πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά και με κριτικό τρόπο υπ' όψιν κατά τις μελλοντικές έρευνες πάνω στη θεωρία και την πράξη των Μαθηματικών (Abedi & Lord, 2001; O'Regan, 1999; Mitchell, 2001)

1.2 Παράγοντες που επηρρεάζουν την επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων

Η επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων είναι μια διαδικασία που απαιτεί και εμπερικλείει τη βαθύτερη γνώση και κατάκτηση της γλώσσας στην οποία είναι γραμμένο το πρόβλημα. Αναφερόμενοι στα λεκτικά μαθηματικά προβλήματα, οφείλουμε να διευκρινίσουμε και να ξεκαθαρίσουμε την ουσία και το τί ακριβώς εννοούμε με τον όρο αυτό. Πρόκειται, λοιπόν για προβλήματα, που παρουσιάζονται σε γραπτή και τυπική μορφή και που πολλές φορές απαιτούν τη βαθύτερη γνώση του πλαισίου, στο οποίο αναφέρονται και τη χρήση της καθημερινής γνώσης, πέρα από την καθαρά μαθηματική, ώστε η επίλυσή τους να είναι λογικά αποδεκτή και έγκυρη.

Στις αμέσως επόμενες ενότητες θα γίνει μια λεπτομερής αναφορά των παραγόντων εκείνων, που επηρρεάζουν την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων. Πιο συγκεκριμένα θα παρουσιαστεί η επίδραση της χρήσης της καθημερινής-πρακτικής γνώσης (real-world knowledge), καθώς και του επίπεδου κατάκτησης της γλώσσας ως μητρικής ή ως δεύτερης-ξένης. Παράλληλα, θα αναφερθούν και οι στρατηγικές επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων...

1.2.1 Χρήση της καθημερινής-πρακτικής γνώσης (real-world knowledge) κατά την επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων

Τα λεκτικά μαθηματικά προβλήματα αποτελούν ένα ιδιαίτερο και σημαντικό κεφάλαιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο σχολείο. Η ιδιαιτερότητα των προβλημάτων αυτών και ταυτόχρονα ο πιο σημαντικός λόγος διδασκαλίας αυτών είναι ότι προετοιμάζουν τα παιδιά για τις συνθήκες, ζητήματα και καταστάσεις που πρόκειται να αντιμετωπίσουν στη ζωή έξω από το σχολείο. Σε αυτό το πλαίσιο, δεν είναι τόσο σημαντικές οι μαθηματικές πράξεις και οι μαθηματικοί τύποι, που θα ακολουθήσει κάθε παιδί, προκειμένου να φέρει εις πέρας τα προβλήματα με τα οποία έρχεται αντιμέτωπο, όσο το να οδηγούν σε μια λογική λύση οι ενέργειές τους, αποδεκτή και έγκυρη σύμφωνα με τα δεδομένα της πραγματικότητας.

Παρ' όλη όμως τη σημασία και την αξία της διδασκαλίας των προβλημάτων αυτών είναι γενικώς αποδεκτό και παρατηρείται το φαινόμενο ότι η σημαντική εμπειρία των παιδιών, για πολλά χρόνια, με τα παραδοσιακά μαθηματικά προβλήματα αποκλείει την πρακτική-πραγματική χρήση της γνώσης και τους ρεαλιστικούς τους συλλογισμούς, κατά τις διαδικασίες επίλυσης των προβλημάτων, όπως είναι η αρχική κατανόησή τους, η δόμηση ενός κατάλληλου μαθηματικού μοντέλου, οι πραγματικές υπολογιστικές ενέργειες των μαθητών, καθώς επίσης και η εξήγηση και αξία των αποτελεσμάτων αυτών των υπολογισμών τους. Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται από τα παιδιά σαν να μην αποτελούν μέρος και κομμάτι του κόσμου στο οποίο και τα ίδια ζουν. Δε λειτουργούν, δηλαδή, ως πραγματικά πλαίσια, ώστε να στρέψουν τα παιδιά προς την κατεύθυνση της χρήσης της πρακτικής-καθημερινής γνώσης. Αντιθέτως, τα προβλήματα αυτά φαίνονται στα μάτια και στη σκέψη των παιδιών ως τελείως τεχνητά, ως απομακρυσμένα και αποκομμένα από τον πραγματικό κόσμο.

Έτσι, δημιουργείται η αίσθηση στα παιδιά, ότι το να χρησιμοποιήσουν την πρακτική σκέψη και να κάνουν ρεαλιστικούς συλλογισμούς σχετικά με το πλαίσιο που τους παρουσιάζει το πρόβλημα, σαν να είχαν να κάνουν με κάποια κατάσταση της ζωής τους, θα αποβεί αρνητικός παράγοντας και θα τους εμποδίσει να φτάσουν στη λύση του. Το γεγονός αυτό, ότι δηλαδή τα παιδιά αντιλαμβάνονται λανθασμένα και αγνοούν την πρακτική πλευρά των προβλημάτων προβαίνοντας σε λύσεις, τις οποίες αποδέχονται, ακόμα κι αν είναι μη λογικά αποδεκτές οφείλεται κατά βάση σε δύο παράγοντες σύμφωνα με διάφορους ερευνητές: Πρώτον, στην ελλειπή και στερεοτυπική εξάσκηση των παιδιών με κλασικά προβλήματα, η λύση των οποίων απαιτεί απλά και μόνο την επίλυση κάποιων πράξεων με τα αριθμητικά δεδομένα του προβλήματος και δεύτερον, η πρόωρη έκθεση και εξάσκηση των παιδιών με προβλήματα τυπικού χαρακτήρα , στα οποία τα παιδιά δεν έχουν να σκεφτούν παρά μόνο τί πράξη θα πρέπει να εκτελέσουν και γενικότερα η έλλειψη συστηματικής προσοχής στην προοπτική των προβλημάτων, ως ενός από τους θεμέλιους λίθους μιας γνήσιας μαθηματικής διάθεσης (Verschaffel et al., 1994). Αυτό είναι πιθανό να συμβαίνει, λόγω της ασυνείδητης ή και ενσυνείδητης ενθάρρυνσης των παιδιών από τους εκπαιδευτικούς να αποκλείουν την πρακτική- ρεαλιστική γνώση από την επίλυση των προβλημάτων αυτού του τύπου. Έτσι, λοιπόν, ίσως οι μαθητές κατά τη διαδικασία νοητικής αναπαράστασης της δομής του προβλήματος, με τη χρήση σχημάτων (schemas), σκόπιμα να αποκλείουν τα πραγματικά πλαίσια ζωής.

Παρά το γεγονός ότι το θέμα αυτό έχει αναφερθεί πολλές φορές, λίγα είναι τα εμπειρικά δεδομένα και οι έρευνες που το υποστηρίζουν, μάλλον σπάνιες και ανέκδοτες και έτσι όχι τόσο επαρκείς για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Ένα τέτοιο παράδειγμα έρευνας είναι αυτό που έγινε στα παιδιά της Βραζιλίας που εργάζονταν ως μικροπωλητές, μανάβηδες κτλ. Τα τελευταία μπορούσαν άψογα να επιλύουν προβλήματα κατά τη διάρκεια της δουλειάς τους, Όταν ωστόσο καλούνταν να επιλύσουν, προβλήματα παρόμοιων απαιτήσεων στα πλαίσια του σχολείου φαίνονταν ανίκανα. Παρόμοια εθνομαθηματική έρευνα αντιπαρέθετε την πρακτική επίλυση καθημερινών μαθηματικών προβλημάτων και τις στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων στα πλαίσια του σχολείου από μαθητές και ενήλικες, που ασχολούνταν με το εμπόριο και διάφορες τέτοιου τύπου συναλλαγές στις δουλειές που έκαναν. Υπάρχει επομένως ένα τεράστιο χάσμα ανάμεσα στην τυπική και σε μη ελέυθερο πλαίσιο χρήση στρατηγικών από τους μαθητές στο σχολείο και στη μάλλον άτυπη και ανεξάρτητου πλαισιού χρήση τους στο φυσικό κόσμο. (Verschaffel et al., 1994; Verschaffel et al., in press).

1.2.2 Αλληλεπίδραση μητρικής και ξένης ή δεύτερης γλώσσας και μαθηματικών δομών

Η επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων αποτελεί ένα ξεχωριστό και ακέραιο κομμάτι της εκπαίδευσης των μαθητών στα Μαθηματικά, σε όλο τον κόσμο. Αυτό συμβαίνει γιατί αυτού του είδους τα προβλήματα επιτρέπουν στους μαθητές να κάνουν χρήση των μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων σε πραγματικές καταστάσεις. Η διδασκαλία, εξάλλου των Μαθηματικών ιδιαίτερα σε δίγλωσσους μαθητές συνήθως απαιτεί μια διαδικασία δύο βημάτων: Πρώτον, οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και δεύτερον θα πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσουν αυτήν την κατανόησή τους και στον τυπικό γραπτό λόγο (Naude et al., 2001).

Στο πρώτο βήμα, ο δάσκαλος ξεκαθαρίζει τις έννοιες χρησιμοποιώντας δύο γλωσσικούς κώδικες: μια κοινώς ομιλούσα, καθημερινή γλώσσα και μια εξειδικευμένη, επιστημονική. Ο μαθητής, επομένως, θα πρέπει να είναι ικανός χρήστης και των δύο αυτών πλευρών της γλώσσας. Εξάλλου ικανότητα και ευχέρεια στη πρώτη δε συνεπάγεται και το ίδιο στη δεύτερη και το αντίστροφο. Στο δεύτερο βήμα, οι μαθητές πρέπει να οικειοποιηθούν με τον επιστημονικό τρόπο επικοινωνίας των κεκτημένων εννοιών, μέσω της γραφής. Αυτό το βήμα είναι εξαιρετικά σημαντικό, αν λάβουμε υπ' όψιν μας ότι οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί να διαβάζουν και να γράφουν τα Μαθηματικά, όταν χρησιμοποιοιούν τα βιβλία και να είναι ικανοί να συμπληρώνουν διάφορες δραστηριότητες καταγραφής κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Η παραπάνω διαδικασία είναι μια απλουστευμένη προσέγγιση, καθώς υπεισέρχονται και διάφοροι άλλοι παράγοντες όπως η συναισθηματική υποστήριξη, οι εκπαιδευτικές ευκαιρίες κ.ά. Επιπλέον σημαίνοντα ρόλο διαδραματίζουν και δύο ακόμα πλευρές της γλώσσας: Αποτελεσματική επικοινωνία ανάμεσα σε δάσκαλο και μαθητή και η ικανότητα του μαθητή να κατανοεί και να επικοινωνεί μέσω αυτών των αφηρημένων εννοιών, όταν αυτές μεταφέρονται στο γραπτό λόγο.

Ας δούμε όμως πώς επηρρεάζει η γλώσσα, στην οποία είναι γραμμένο το πρόβλημα που δίνεται στους μαθητές, την επίδοση αυτών σε συνάρτηση με τη γλώσσα την οποία μιλάει και χρησιμοποιεί ο μαθητής.

Έρευνες, που έχουν διεξαχθεί, με δίγλωσσους μαθητές, έχουν δείξει ότι η επεξεργασία και επίλυση των λεκτικών προβλημάτων επηρρεάζεται σε σημαντικό βαθμό από γλωσσικούς παράγοντες (Bernardo, 1999, 2002; Clarkson, 1991; Durkin & Shire, 1991; Moschkovich, 2002). Παράλληλα, έχει υποστηριχθεί ότι οι δίγλωσσοι μαθητές τείνουν να αποκλείουν την πρακτική γνώση κατά την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων (Greer, 1993; Verschaffel et al., 1994). Για παράδειγμα σε μια έρευνα, που έγινε στην Αγγλία (Abedi et al., 2001), οι μαθητές , που μάθαιναν τα Αγγλικά ως δεύτερη γλώσσα πέτυχαν πολύ χαμηλότερα σκορ σε δοκιμασίες επίλυσης λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων σε σχέση με τους ικανούς και άριστους γνώστες της αγγλικής. Ένα στοιχείο που ενισχύει την παραπάνω άποψη είναι πως οι μη ικανοί χρήστες της αγγλικής αποδίδουν καλύτερα, όταν τροποποιήσουμε λεκτικά τα προβλήματα ώστε να είναι πιο απλά και κατανοητά, ενώ και οι ίδιοι δείχνουν προτίμηση προς τα απλούστερα προβλήματα, αφού αυτά μπορούν και τα κατανοούν καλύτερα.

Επίσης, οι ερευνητές έχουν υποστηρίξει πως η κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση των λεκτικών προβλημάτων έχει συστηματικές επιδράσεις στην επίλυση των προβλημάτων από τα παιδιά (Bernardo, 1999; De Corte & Verschaffel, 1991; Verschaffel et al., 2000). Τέτοιες συνέπειες και δυσκολίες μπορεί να προκύψουν από την αδυναμία των μαθητών, λόγω της διφορούμενης και αφηρημένης γλωσσικής παρουσίασης του προβλήματος (Cummins et al., 1988), ή και εξαιτίας του ότι οι νοητικές σχέσεις που εκφράζονται στο κείμενο έρχονται σε αναντιστοιχία με τις ποσοτικές σχέσεις που εκφράζονται στο πρόβλημα (Riley & Greeno, 1988).

Σύμφωνα, λοιπόν, με τις έρευνες που έχουν διεξαχθεί, η διαδικασία της επεξεργασίας και επίλυσης των λεκτικών προβλημάτων επηρρεάζεται από τη γλώσσα του προβλήματος (Clarkson, 1991; Bernardo,1999). Σύμφωνα με τις παραπάνω έρευνες, που διεξήχθησαν αντίστοιχα σε πληθυσμούς της Papua στη Νέα Γουινέα και στις Φιλιππίνες, οι μαθητές που έλυναν τα προβλήματα στην αγγλική γλώσσα σημείωναν πολύ περισσότερα λάθη από αυτούς που τα έλυναν στη μητρική τους γλώσσα. Η πλειοψηφία των λαθών αυτών οφείλονταν σε λάθη, που είχαν σχέση με τη γλώσσα, ενώ πολύ λιγότερα λάθη έκαναν οι ομιλητές της αγγλικής που έλυναν τα προβλήματα στα αγγλικά. Σε μια άλλη έρευνα (Bernardo & Calleja, 2005) φάνηκε πως οι μαθητές ήταν πιο πιθανό να δώσουν μια λύση-απάντηση όταν το πρόβλημα τους παρουσιαζόταν στη μητρική τους γλώσσα, καθώς φαίνονταν πιο ικανοί να επιλέξουν τις αριθμητικές εκείνες πράξεις, που απαιτούνταν.

Η καλύτερη, λοιπόν επίδοση των μαθητών σε προβλήματα διατυπωμένα στη μητρική τους γλώσσα παρουσιαζόταν λόγω της καλύτερης κατανόησης των προβλημάτων. Επίσης, σε άλλη έρευνα (Bernardo, 2002) φάνηκε πως οι δίγλωσσοι μαθητές έχουν καλύτερες επιδόσεις όταν τα προβλήματα τους παρουσιάζονται στη μητρική τους γλώσσα. Αυτή, μάλιστα, η καλύτερη κατανόηση αποδεδειγμένα οδηγούσε και σε καλύτερες στρατηγικές επίλυσης των προβλημάτων. Επομένως, η επεξεργασία των πληροφοριών, που παρέχουν τα λεκτικά προβλήματα, από τους δίγλωσσους μαθητές εξαρτάται από τη γλώσσα στην οποία παρουσιάζεται το πρόβλημα.

Σε αντίθεση με τις παραπάνω απόψεις, κάποιοι άλλοι ερευνητές έχουν υποστηρίξει και προτείνουν ότι η γλώσσα ίσως να μην αποτελεί έναν καθοριστικό παράγοντα, που επηρρεάζει και την υπολογιστική και αφηρημένη πλευρά της επεξεργασίας των λεκτικών προβλημάτων. Έτσι σύμφωνα με μια έρευνα οι δίγλωσσοι Φιλιπιννέζοι μαθητές διευκολύνονταν, ως προς την κατανόηση, όταν έλυναν λεκτικά προβλήματα, όχι όμως και ως προς τους υπολογισμούς που έπρεπε να εκτελέσουν σχετικά με τη στατιστική πλευρά των προβλημάτων. Παρομοίως, και σε άλλες έρευνες (Bernardo, 1996; Bernardo, 1998) βρέθηκε πως οι διαδικασίες αναλογικής χαρτογράφησης και μεταφοράς των δεδομένων ήταν ίδιες ανεξαρτήτως της γλώσσας στην οποία παρουσιαζόταν το πρόβλημα. Παράλληλα, φάνηκαν να μην υπάρχουν συνεκτικές επιδράσεις της γλώσσας κατά τη διαδικασία χρήσης και επεξεργασίας του ιδιαίτερου νοήματος των τεχνικών όρων από τους δίγλωσσους μαθητές, καθώς επίσης και ότι η γλώσσα δεν διαδραμάτιζε κανένα ρόλο στην ικανότητα των παιδιών να σχηματοποιούν τη δομή των διαφόρων λεκτικών προβλημάτων.

Σε μια έρευνά τους, οι Bernardo & Calleja (2005) υποστηρίζουν πως η μη χρήση της ρεαλιστικής γνώσης είναι το ίδιο έντονη όταν τα προβλήματα τίθενται τόσο στην μητρική γλώσσα των μαθητών όσο και στη δεύτερή τους γλώσσα. Πράγματι λοιπόν, η τάση να μη λαμβάνονται υπ' όψιν οι ρεαλιστικές-πρακτικές γνώσεις κατά την επίλυση των προβλημάτων, ίσως να μην είναι ένας γλωσσικά εξαρτώμενος παράγοντας. Εξάλλου, όπως υποστηρίζει και ο Verschaffel et al., (1994) αυτή η τάση ίσως να σχετίζεται περισσότερο με τις στρατηγικές επίλυσης των λεκτικών προβλημάτων, που έχουν διδαχτεί οι μαθητές και χρησιμοποιούν για τα στερεοτυπικά λεκτικά προβλήματα και όχι τόσο με τη γλώσσα. Συγκεκριμένα, κάποιες στρατηγικές, ίσως είναι τόσο βαθιά ριζωμένες στα παιδιά, που τις χρησιμοποιούν άκριτα και ανεξαιρέτως της ιδιαίτερης φύσης του κάθε προβλήματος. (Bernardo & Calleja, 2005; Naude et al., 2001)

1.2.3 Στρατηγικές επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων

Η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων είναι, στην ουσία, ένας τύπος μεταφοράς , που απαιτεί από τους μαθητές να κάνουν χρήση των κανόνων επίλυσης προβλημάτων, που έχουν μάθει σε καινούρια προβλήματα. Μια στρατηγική, που χρησιμοποιείται πολλές φορές από τα παιδιά είναι αυτής της ανάπτυξης σχημάτων (schemata).

Σύμφωνα με τη θεωρία της ανάπτυξης σχημάτων θεωρείται βασικής σημασίας για την καλύτερη δυνατή επίλυση προβλημάτων η πρόκληση για την ανάπτυξη σχημάτων.Σύμφωνα με τους Gick & Holyoak (1980), το **σχήμα** είναι μια γενική περιγραφή δύο ή περισσότερων προβλημάτων, τα οποία χρησιμοποιούν οι μαθητές, προκειμένου να κατηγοριοποιήσουν τα προβλήματα σε ομάδες προβλημάτων, που απαιτούν παρόμοια επίλυση (Chi et al., 1981; Gick & Holyoak, 1980; Mayer, 1992; Quilici & Mayer, 1996). Σύμφωνα με τη θεωρία τώρα, όσο πιο ευρύ είναι αυτό το σχήμα (όσο πιο γενική δηλαδή είναι η περιγραφή της κατηγορίας των προβλημάτων), τόσο πιο πολλές πιθανότητες θα έχουν οι μαθητές να αναγνωρίσουν κοινά στοιχεία ανάμεσα σ' αυτό και στο πρόβλημα, που έχουν να λύσουν. Έτσι θα γνωρίζουν τί πρέπει να χρησιμοποιήσουν κάθε φορά.

Όταν οι μαθητές έχουν να αντιμετωπίσουν ένα καινούριο (αδίδακτο) πρόβλημα πρέπει να αναγνωρίσουν στη δομή του κοινά σημεία, που να το συγκαταλέγουν σε μια ευρύτερη ομάδα προβλημάτων, σε ένα σχήμα. Τότε μόνο, θα μπορέσει να γίνει η μεταφορά των γνώσεων που κατέχουν, ώστε αυτές να χρησιμοποιηθούν για το εν λόγω πρόβλημα. Τα νέα προβλήματα διαφέρουν από αυτά που διδάχτηκαν αρχικά σε κάποια όχι και τόσο σημαντικά σημεία. Η πιο απλή αλλαγή στα χαρακτηριστικά του προβλήματος είναι αυτή στην οποία αλλάζουν κάποια μάλλον ασήμαντα στοιχεία, οπότε και αρκεί ένα στενό σχετικά σχήμα. Όσο όμως τα στοιχεία, στα οποία διαφέρουν τα νέα προβλήματα από τα ήδη διδαγμένα, αυξάνονται τόσο πιο ευρύτερα σχήματα απαιτούνται, προκειμένου να αναγνωρίσουν οι μαθητές σε αυτά κοινά στοιχεία και να τα λύσουν. Τέτοιου είδους χαρακτηριστικά που καθιστούν τα νέα προβλήματα πιο πολύπλοκα από ότι οι απλές αλλαγές είναι ο σχηματισμός του προβλήματος, οι λέξεις- κλειδιά, η ερώτηση που τίθεται και ο σκοπός.

Σε απόλυτη αναντιστοιχία, όμως, με τις παραπάνω απαιτήσεις η ικανότητα για ανάπτυξη τέτοιων μεγάλων σε εύρος σχημάτων δυστυχώς απουσιάζει από πολλούς μαθητές (Bransford & Schwartz, 1999; Cooper & Sweller, 1987). Επιπλέον, οι εμπειρικές παραστάσεις τέτοιου είδους συνδέσεων ανάμεσα σε σχήματα και νέα προβλήματα απουσιάζουν ειδικά για τους μικρού και χαμηλού επιπέδου μαθητές (Van Garderen et al., 2003). Η ανάπτυξη σχημάτων από τους μαθητές είναι μια διαδικασία και μια στρατηγική στην ουσία, που ωφελεί σε πολύ μεγάλο βαθμό τους ίδιους ώστε να μπορούν να επιλύουν ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων. Η κατάκτηση όμως αυτής της στρατηγικής δεν είναι αυτονόητη, αλλά αντιθέτως οι δάσκαλοι θα πρέπει να είναι αυτοί που θα συμβάλλουν προς αυτή την κατεύθυνση, αποσκοπώντας στη βελτίωση των ικανοτήτων των μαθητών.

Παράλληλα, καθώς τα σχολικά μαθηματικά εγχειρίδια περιέχουν έναν όλο και πιο μεγάλο αριθμό λεκτικών προβλημάτων, που πρέπει να λύσουν οι μαθητές, απαιτούνται από αυτούς όλο και πιο αυξημένες ικανότητες ανάγνωσης και κατανόησης των προβλημάτων (Miller & Mercer, 1993; Flick & Lederman, 2002). Οι αποτελεσματικοί, στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων, μαθητές μπορούν και καταλαβαίνουν το σκοπό του προβλήματος και το αποδεικνύουν αυτό με το να λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Ωστόσο, πολλοί μαθητές δεν έχουν αυτή την ικανότητα και ειδικά μαθητές με κάποιες μαθησιακές δυσκολίες. Κάποιοι παράγοντες όπως άσχετοι με την ουσία του προβλήματος αριθμοί, γλωσσικές πληροφορίες, μαθηματική ορολογία, επίπεδο του λεξιλογίου, συντακτική πολυπλοκότητα κάνουν τα προβλήματα ιδιαίτερα δύσκολα για τους μαθητές αυτούς (Salend, 2001). Μια άλλη λοιπόν, ενδιαφέρουσα στρατηγική, που αναφέρεται στη βιβλιογραφία είναι αυτή της αμοιβαίας διδασκαλίας λεκτικών προβλημάτων μεταξύ των παιδιών.

Η αμοιβαία διδασκαλία προσφέρει πολλαπλά οφέλη στους μαθητές. Σύμφωνα με αυτήν, οι μαθητές μπορούν να χωριστούν σε μικρές ομάδες. Κάθε ομάδα θα έχει κάποιο παιδί σαν αρχηγό. Αφού λοιπόν παρουσιαστεί το πρόβλημα σε όλη την τάξη ο αρχηγός κάθε ομάδας φροντίζει να ξεκαθαριστούν έννοιες και λέξεις που δεν είναι τελείως κατανοητές. Αμέσως μετά προχωράει στη διατύπωση ερωτήσεων, που θα βοηθήσουν όλους τους μαθητές να καταλάβουν το σκοπό του προβλήματος. Στη συνέχεια συνοψίζει το σκοπό και ακολούθως προβαίνει με όλη την ομάδα μαζί στο σχεδιασμό του σχεδίου δράσης για την επίλυση του προβλήματος. Η επίλυση μπορεί να γίνει ατομικά ή και ομαδικά (Van Garderen, 2004).

Η στρατηγική της αμοιβαίας διδασκαλίας είναι μια εναλλακτική προσέγγιση, κατά την οποία οι μαθητές μπορούν, στα πλαίσια μικρότερων ομάδων μέσα στην τάξη να συνεργαστούν, να αλληλοσυμπληρώσουν τις γνώσεις τους καθώς δουλεύουν για έναν κοινό σκοπό (Muth , 1997).

Μια άλλη πιο γενικευμένη στρατηγική είναι και αυτή που προτείνεται από τους Toluk & Olkun (2000). Σύμφωνα με αυτούς, προκειμένου να εξοπλίσουμε τους μαθητές με ικανότητες επίλυσης προβλημάτων, οφείλουμε να τους δίνουμε πολλές και πλούσιες σε περιεχόμενο προβληματικές καταστάσεις κατά τη διδασκαλία. Οφείλει, δηλαδή, ο εκπαιδευτικός να παρέχει στα παιδιά κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών τόσα και τέτοια προβλήματα, που να αγγίζουν όλες ή τις περισσότερες από τις δεξιότητες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων στο σύνολό τους. Θα πρέπει δηλαδή να προετοιμάζει ο δάσκαλος τη διδασκαλία του μέσω της προσέγγισης της επίλυσης προβλημάτων. (Fuchs et al., 2004).

1.3 Σκοπός της έρευνας και ερευνητικές υποθέσεις

Η παρούσα μελέτη αποτελεί μια προσπάθεια έρευνας, που αφορά στη μελέτη των δυσκολιών, που αντιμετωπίζουν οι μαθητές της Ε΄ και Στ΄, οι οποίοι έχουν την Ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα, στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων (μαθηματικών). Βασικός σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν να διερευνηθεί αν τα δέκα παράλληλα προβλήματα (parallel problems), προβλήματα δηλαδή που απαιτούν τη χρήση της ρεαλιστικής γνώσης και τα οποία είχε εισαγάγει και χρησιμοποιήσει σε μια έρευνά του ο Verschaffel et al., (1994), δημιουργούν ιδιαίτερα προβλήματα στην παραπάνω κατηγορία μαθητών.

Διενεργώντας αυτήν την έρευνα, θέλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο οι μαθητές, οι οποίοι επελέγησαν, λόγω της μη-χρήσης της μητρικής τους γλώσσας σε ευρεία μορφή και σε διαφορετικά πλαίσια πέραν του σχολικού, θα δυσκολευτούν να οδηγηθούν σε λύσεις κατά την επίλυση προβλημάτων στο σχολείο, τα οποία δίνονται με κάποια επίσημη και τυπική μορφή, ενώ το πιθανότερο είναι αν τα ίδια προβλήματα τους παρουσιάζονταν στην καθημερινή τους ζωή, να τα έφερναν εις πέρας με μεγαλύτερη ευκολία, ακρίβεια επιτυχία. Συμπληρωματικά με άλλες έρευνες στον ίδιο ή παρόμοιο χώρο (Nunes et al., 1993) θεωρήσαμε τις ικανότητες και πρακτικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά στο σχολείο κατά την επίλυση των ασκήσεων ως διαφορετικές-αντίθετες με αυτές που χρησιμοποιούν στην καθημερινή ζωή στο εκάστοτε κοινωνικό πλαίσιο στο οποίο ζούνε και με την εκάστοτε κουλτούρα. Ωστόσο αυτές οι έρευνες επικεντρώθηκαν στους τύπους των στρατηγικών επίλυσης, που σχετίζονται με τα παρακάτω δύο πλαίσια:

1) στρατηγικές που εφαρμόζουν στο«κλειστό» σχολικό πλαίσιο, το οποίο απαιτεί έναν ιδιαίτερα τυπικό τρόπο σκέψης και

2) στρατηγικές που εφαρμόζουν στο σαφώς πιο «ανοιχτό» κοινωνικό και πολιτιστικό πλαίσιο της ευρύτερης ζωής τους.

Σκοπός, λοιπόν αυτής της μελέτης και έρευνας είναι να εξετάσουμε κατά πόσο οι μαθητές έχουν πρόσβαση στη χρήση της πραγματιστικής-ρεαλιστικής γνώσης, κατά τη διάρκεια επίλυσης προβλημάτων στο σχολικό περιβάλλον, που προαπαιτούν κάτι περισσότερο από την απλή μαθηματική σκέψη και τις απλές υπολογιστικές πράξεις, τουλάχιστον αν κάποιος τα δει ως καθαρά και μόνο μαθηματικά προβλήματα.

Επιμέρους σκοποί της έρευνας ήταν να διερευνηθεί:

Α) αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα σε μαθητές που μιλάνε σε καθημερινή βάση την ελληνική γλώσσα, με γονείς, φίλους, στο σπίτι, στο παιχνίδι και αλλού, και σε αυτούς που είτε δεν χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα πέρα από το σχολείο είτε έχουν πολύ μικρό διάστημα διαμονής διάστημα στην Ελλάδα.

Β) Αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάλογα με το επίπεδο δυσκολίας καθενός από τα δέκα προβλήματα, καθώς άλλα απαιτούν μια απλή πρόσθεση, ενώ άλλα μια πιο σύνθετη πράξη όπως η διαίρεση.

Η παιδαγωγική χρησιμότητα της παρούσας έρευνα έγκειται : α) Στο να διαπιστώσουμε κατά πόσο προβλήματα, που απαιτούν μια περισσότερο κριτική απάντηση εκ μέρους των μαθητών, τους δυσκολεύουν και β) στο να δούμε κατά πόσο η καλή χρήση της ελληνικής γλώσσας βοηθάει τους μαθητές στην επίλυση τέτοιων προβλημάτων, ώστε οι εκπαιδευτικοί να επικροτούν και ίσως και να επιδιώκουν τη χρήση της από τους μαθητές.

Μετά τον εντοπισμό των μεταβλητών (βλ. Κεφ. 3.4) κατά την έναρξη της πειραματικής έρευνας, ορίσαμε τις ερευνητικές υποθέσεις, οι οποίες με την ολοκλήρωση της έρευνας θα επιβεβαιωθούν ή θα διαψευστούν ανάλογα. Στη συγκεκριμένη έρευνα οι ερευνητικές υποθέσεις, που διατυπώθηκαν είναι οι εξής : Λόγω της συνεχούς, διαρκούς και «φτωχής» εμπειρίας τους με λεκτικά, μαθηματικά προβλήματα σταθερά, δίχως δηλαδή την ανάγκη για περαιτέρω σκέψη πέρα από τη καθαρά μαθηματική επίλυση αυτών και των πράξεων που απαιτούν, οι μαθητές με την ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα θα δείχνουν μια σημαντική τάση αποκλεισμού της καθημερινής-πρακτικής γνώσης, όταν έρχονται αντιμέτωποι με τις «προβληματικές» εκδοχές των προβλημάτων.

Επίσης, υποθέτουμε ότι, η επίδοση των μαθητών θα είναι καλύτερη στα προβλήματα εκείνα, που απαιτούν απλούστερες πράξεις, όπως για παράδειγμα είναι ένα πρόβλημα που απαιτεί μια πρόσθεση π.χ. το πρόβλημα σχετικά με το πάρτι και το σύνολο των παιδιών που έχει καλέσει ο εορτάζων (Παράλληλο πρόβλημα 1-Παράρτημα 3), απ' ότι στα προβλήματα, που απαιτούν μια πιο πολύπλοκη πράξη, όπως η διαίρεση, που απαιτεί για παράδειγμα το πρόβλημα με τις ώρες που θα χρειαστεί το πλοίο για διανύσει μια συγκεκριμένη απόσταση Σταθερό πρόβλημα 5- Παράρτημα 4).

2. Μεθοδολογία Έρευνας

Στο τρίτο κεφάλαιο της ερευνητικής αυτής μελέτης, θα γίνει μια λεπτομερής περιγραφή της μεθοδολογίας της έρευνας. Θα δοθούν, δηλαδή, όλες εκείνες οι σχετικές λεπτομέρειες για την πορεία διεξαγωγής της έρευνας. Το κεφάλαιο αυτό της μεθόδου, αποτελείται από τα εξής βασικά μέρη :

1) Προσδιορισμός του δείγματος,
2) Ερευνητικά εργαλεία,
3) Διαδικασία συλλογής δεδομένων,
4) Στατιστική επεξεργασία δεδομένων,
5) Προσδιορισμός ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών,
6) Είδη «πιθανών» απαντήσεων.

2.1 Προσδιορισμός του δείγματος

Τα άτομα που έλαβαν μέρος στην έρευνα ήταν δύο ομάδων : μαθητές, που χρησιμοποιούν την ελληνική ως δεύτερη ή ξένη γλώσσα και μιλάνε αυτήν και εκτός σχολείου (σπίτι, φίλοι, παρέες, γειτονιά κτλ.) και μαθητές, που χρησιμοποιούν την ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα, αλλά τη χρησιμοποιούν μόνο στο σχολείο ενώ στην εξωσχολική τους ζωή χρησιμοποιούν κατά κύριο λόγο την πρώτη - μητρική τους γλώσσα. Οι μαθητές προέρχονταν από τέσσερα σχολεία, το 1^{ο} δημοτικό σχολείο Ν. Ιωνίας Μαγνησίας, το 8^{ο} δημοτικό σχολείο Ν. Ιωνίας Ναγνησίας, το 4^{ο} δημοτικό σχολείο Βόλου και το 5^{ο} δημοτικό σχολείο Βόλου και από τα τμήματα της Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού. Τα σχολεία αυτά θεωρήθηκαν ως τέσσερα από τα πιο αντιπροσωπευτικά σχολεία μέσου κοινωνικοοικονομικού επιπέδου της πόλης, ενώ παράλληλα σε αυτά τα σχολεία φοιτά και ένας σημαντικός αριθμός μαθητών με την ελληνική ως δεύτερη γλώσσα, μαθητές που όπως προαναφέρθηκε αποτελούν τον κυρίως ερευνητικό πληθυσμό.

Εξάλλου, ένας ακόμη λόγος που οδήγησε στην επιλογή αυτών των σχολείων ήταν οι άριστες συνεργατικές σχέσεις, που είχαν δομηθεί μεταξύ των διδασκόντων και του ερευνητή, με αφορμή την πραγματοποίηση της πρακτικής του άσκησης στο πρώτο από αυτά και τη διεξαγωγή παλαιότερων ερευνών στα τρία επόμενα. Για την έρευνά μας περιοριστήκαμε στις δύο μόνο μεγαλύτερες τάξεις των σχολείων αυτών, την Ε΄ και την Στ΄ Δημοτικού και σε ένα σύνολο 39 μαθητών. Αυτό έγινε αφεγός μεν γιατί τα παιδιά της τάξης αυτής βρίσκονται, από πλευράς ηλικίας τουλάχιστον, σε ένα ικανοποιητικό επίπεδο κατανόησης και δυνατότητας επίλυσης των λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων, που χρησιμοποιήσαμε ως εργαλείο έρευνας για την εργασία, αφετέρου δε γιατί ο ποιοτικός έλεγχος των ερευνητικών δεδομένων, που συγκεντρώσαμε ήταν μια αρκετά πολύπλοκη διαδικασία. Αυτός ήταν και ο κυριότερος λόγος, εξαιτίας του οποίου δεν μπορέσαμε να επεκτείνουμε αριθμητικά και ποσοτικά το δείγμα μας. Εξάλλου, το να αναζητούσαμε έναν μεγαλύτερο αριθμό μαθητών κατάλληλων για την ερευνά μας, θα απαιτούσε και την ανάλογη και απαραίτητη επίσκεψή μας σε περισσότερα σχολεία, κάτι που θα ενέπλεκε μεγαλύτερο αριθμό δασκάλων και λοιπών φορέων, με άμεσο αποτέλεσμα την μεγαλύτερη επιβάρυνση της έρευνας.

Τα σχολεία, τα οποία επιλέξαμε, με τα αντίστοιχα τμήματα, είχαν ομοιογένεια ως προς το κοινωνικοοικονομικό επίπεδο των μαθητών, που έλαβαν μέρος στην έρευνα. Η πλειοψηφία των παιδιών είχαν ως χώρα καταγωγής τους την Αλβανία. Ένα παιδί κατάγονταν από τη Βουλγαρία, ένα από το Λίβανο και δύο από τη Ρωσία. Όλα τα παιδιά μιλούσαν την ελληνική στο σχολείο για κανένα όμως δεν αποτελούσε τη μητρική γλώσσα. Ωστόσο, 21 από τα παιδιά μιλούσαν την ελληνική και εκτός σχολείου (στο σπίτι, στη γειτονια, με τους φίλους κτλ.), έχοντας επομένως με αυτήν την ευρύτερη χρήση της μια πιο ολοκληρωμένη και περισσότερο εμπλουτισμένη,ποιοτικά και ποσοτικά, και σύνθετη γνώση της. Τα υπόλοιπα 18 παιδιά εκτός σχολείου δεν μιλούσαν την ελληνική γλώσσα, αλλά τη μητρική τους. Οι μαθητές, που έλαβαν μέρος στην έρευνα ήταν κοινής ηλικιακής ομάδας, δηλαδή από 10-12 ετών (Μ.Ο. = 10,8 χρονών). Μόνο ένας μαθητής ήταν δεκατριών και ένας άλλος δεκατεσσάρων χρονών. Ήταν 16 αγόρια και 23 κορίτσια μέσου κοινωνικοοικονομικού επιπέδου και οι γονείς τους είχαν τελειώσει τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Επιπλέον, κατόπιν ερώτησης μας στο δάσκαλο και ελέγχου του ιστορικού των παιδιών, κανένας από τους μαθητές δεν παρουσίαζε νοητική υστέρηση ούτε είχε παρακολουθήσει μαθήματα ενισχυτικής διδασκαλίας στο σχολείο, στο ανάλογο τμήμα ένταξης. Όλοι οι μαθητές του 1^{ου} και 8^{ου} δημοτικού σχολείου Ν. Ιωνίας διέμεναν στη Ν. Ιωνία Μαγνησίας και όλοι οι μαθητές του 4^{ου} και 5^{ου} δημοτικού σχολείου διέμεναν στο Βόλο. Οι μαθητές του σχολείου της Ν. Ιωνίας είχαν λάβει ξανά μέρος σε μια έρευνα για τους αλλοδαπούς μαθητές, που είχε διεξαχθεί επίσης από έναν φοιτητή του παιδαγωγικού τμήματος Ειδικής Αγωγής.

Οι δάσκαλοι, των οποίων τα τμήματα συμμετείχαν στην στην έρευνα, κλήθηκαν, προτού εμπλακούν τα παιδιά στην έρευνα, να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο, με το οποίο μας έδωσαν κάποιες γενικές πληροφορίες για τους μαθητές της έρευνας, σχετικά με το αν αντιμετωπίζουν μαθησιακά προβλήματα στο μάθημα της Γλώσσας και των Μαθηματικών, αν συμβαδίζει η χρονολογική τοτς ηλικία με την τάξη, στην οποία βρίσκονται, όπως επίσης για το πως θα χαρακτήριζαν το επίπεδό τους στα μαθήματα συγκριτικά μα αυτό των υπόλοιπων μαθητών και τέλος αν και τί βοηθήματα παρέχουν σε αυτούς τους μαθητές. Όλοι οι δάσκαλοι απάντησαν πως τα παιδιά δεν αντιμετώπιζαν κάποιο ιδιαίτερο πρόβλημα σε κανένα από τα μαθήματα, πως η η χρονολογική τους ηλικία συμβαδίζει με αυτήν της τάξης τους, το επίπεδό τους είναι σχετικά ίσο με των συμμαθητών τους, συμμετέχουν αρκετά στη διαδικασία της μάθησης, ενώ δεν τους παρέχουν και κάποια ιδιαίτερη βοήθεια, αφού όπως αναφέρθηκε έχουν σχεδόν καταφέρει να ακολουθούν την υπόλοιπη τάξη.

Η μέθοδος, που χρησιμοποιήσαμε και ακολουθήσαμε κατά τη φάση της δειγματοληψίας ήταν αυτή του συμπτωματικού δείγματος. Ορίστηκε, δηλαδή, από εμάς τους ίδιους μια φυσική ομάδα υποκειμένων (μαθητές που παρακολουθούσαν την Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού, και έχουν την ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα). Η απόφασή μας, ώστε να ακολουθήσουμε τη χρήση του συμπτωματικού δείγματος έγινε κυρίως λόγω του ότι στην παρούσα έρευνα τα σχολεία και τα αντίστοιχα αυτά τμήματα παρουσίαζαν το καταλληλότερο και πιο πρόσφορο έδαφος, για λόγους που έχουν παρουσιαστεί πιο πάνω. Το κάθε ένα δείγμα ξεχωριστά είναι δυνατό και πρακτικώς «εφικτό» να ληφθεί και να θεωρηθεί ως αντιπροσωπευτικό ενός πληθυσμού, καθώς, εφ'όσον γνωρίζουμε τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου δείγματος, είμαστε σε θέση οποιαδήποτε στιγμή να ορίσουμε έναν πληθυσμό, ο οποίος να έχει χαρακτηριστικά όμοια με το δείγμα. Όσα και όποια συμπεράσματα πιθανώς εξαχθούν από τη μελέτη αυτού του δείγματος μπορούν να γενικευτούν αποκλειστικά και μόνο σε άτομα και πληθυσμούς ατόμων με χαρακτηριστικά όμοια με αυτά του παραπάνω συμπτωματικού δείγματος (Παρασκευόπουλος, 1990).

2.2 Ερευνητικά εργαλεία

Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων είναι τα ακόλουθα: ένα ερωτηματολόγιο, που δόθηκε στους δασκάλους (βλ. παράρτημα 1), προκειμένου να μας δώσουν κάποιες αρχικές και γενικές πληροφορίες για τους μαθητές, που επρόκειτο να λάβουν μέρος στην έρευνα, ένα ερωτηματολόγιο, που δόθηκε στα παιδιά πριν την έναρξη του κυρίως μέρους της έρευνας (βλ. παράρτημα 2), με το οποίο τα ίδια τα παιδιά μας έδωσαν κάποια πρωτογενή στοιχεία για τα ίδια, απαραίτητα για τη διεκπεραίωση της μελέτης μας και ειδικότερα του ερευνητικού κομματιού της εργασίας. Τα δύο παραπάνω ερωτηματολόγια καταρτίστηκαν από τον υπογράφοντα ερευνητή – φοιτητή, με την επικουρική βοήθεια και συνδρομή της επιβλέπουσας – υπεύθυνης για την εργασία καθηγήτριας κ. Ανδρέου Γεωργίας. Τέλος, χρησιμοποιήσαμε τα είκοσι προβλήματα, που είχε χρησιμοποιήσει ο Verschaffel (1994), ως μεθοδολογία στην έρευνά του : 'REALISTIC CONSIDERATIONS IN MATHEMATICAL MODELING OF SCHOOL ARITHMETIC WORD PROBLEMS', αφού τα προσαρμόσαμε στην ελληνική γλώσσα και στα δεδομένα των ελληνικών σχολείων (βλ. παράρτημα 3, 4).

Το πρώτο – αρχικό ερωτηματολόγιο, που δόθηκε στους δασκάλους των τμημάτων εκείνων, από τα οποία προέρχονταν τα παιδιά, που θα λάμβαναν μέρος στην έρευνα περιείχε ερωτήσεις, ανοικτού και κλειστού τύπου, σχετικές με το επίπεδο στο οποίο βρίσκονταν και την ακαδημαική συμπεριφορά τους κατά τη διάρκεια του μαθήματος, όπως για παράδειγμα αν αντιμετωπίζουν κάποια δυσκολία στα μαθήματα της Γλώσσας και των Μαθηματικών, εάν συμβαδίζει η χρονολογική τους ηλικία με την τάξη, στην οποία βρίσκονται κτλ.

Το επόμενο ερωτηματολόγιο δόθηκε στους μαθητές και περιελάμβανε κάποιες «αναγνωριστικές» ερωτήσεις ανοικτού και κλειστού τύπου, προκειμένου να ελέγξουμε το επίπεδο χρήσης και γνώσης της ελληνικής γλώσσας, κάποια στοιχεία για τη ζωή τους, το μορφωτικό επίπεδο των γονέων τους κτλ.

Το τεστ, που δόθηκε για την έρευνα, στους μαθητές/τριες ήταν δομημένο και αποτελούνταν από δέκα συσχετιζόμενα ζευγάρια προβλημάτων. Κάθε ζευγάρι αποτελούνταν από:

- Ένα σταθερό πρόβλημα (S Problem), που απαιτούσε μια καθαρά μαθηματική επίλυση των απαραίτητων πράξεων και απάντηση βασιζόμενη σε αυτές και μόνο (π.χ. «Ένα καράβι πλέει με 45 χμ/ώρα. Πόση ώρα θα κάνει για να ταξιδέψει 180 χμ.;» Εδώ η απάντηση και οι πράξεις, που πρέπει να εκτελεστούν θεωρούνται δεδομένες. Έτσι, ο μαθητής αναμένεται να δώσει τη λύση 180: 45= 4 → Απάντηση: 4 ώρες θα κάνει το πλοίο για να ταξιδέψει 180 χμ.) και

- Ένα παράλληλο πρόβλημα (P Problem), στο οποίο το μαθηματικό μοντέλο επίλυσής του αποδεικνύεται «προβληματικό», ειδικά αν κάποιος λάβει σοβαρά υπ' όψιν του τα μαθηματικά δεδομένα του πλαισίου, στο οποίο αναφέρεται το πρόβλημα (π.χ. «Ένας αθλητής τρέχει τα 100 μέτρα σε 17 δευτερόλεπτα. Σε πόση ώρα θα τρέξει τα 1000 μέτρα;» Εδώ η απάντηση του μαθητή δε θεωρείται δεδομένη, καθώς στην επίλυση του προβλήματος υπεισέρχονται παράγοντες όπως η κούραση του αθλητή, με την ακόλουθη πτώση της απόδοσής του. Άρα, στην απάντησή του ο μαθητής θα πρέπει να σχολιάσει αυτόν τον παράγοντα, ανεξάρτητα από την λύση που θα δώσει.)

Αυτά τα δέκα ζευγάρια λεκτικών προβλημάτων δόθηκαν στους μαθητές σε δύο τεστ, κάθε ένα εκ των οποίων περιείχε πέντε προβλήματα της S εκδοχής και την P εκδοχή των υπόλοιπων πέντε ζευγαριών.

2.3 Διαδικασία συλλογής δεδομένων

Το κύριο σώμα και ο κορμός αυτής της εργασίας, δομήθηκε πάνω στην έρευνα που πραγματοποιήθηκε στα τέσσερα σχολεία του Βόλου και της Ν. Ιωνίας στο νομό Μαγνησίας. Προκειμένου να επιτευχθεί η όσο το δυνατόν καλύτερη, ποιοτικώς και ποσοτικώς, συλλογή των δεδομένων που θα αποτελούσαν το έναυσμα για τη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας και της εξαγωγής των ανάλογων συμπερασμάτων θεωρήθηκε απαραίτητο κατ' αρχήν να διενεργηθεί η συλλογή αυτών μέσα σε ένα σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα, ώστε οι μαθητές και των τεσσάρων σχολείων να βρίσκονται στα ίδια επίπεδα και στην ίδια χρονική στιγμή της διδασκαλίας και της ύλης. Αρχικά, κατά την πρώτη επίσκεψη στα σχολεία δόθηκαν στους δασκάλους κάποια ερωτηματολόγια, στα οποία οι δάσκαλοι των παιδιών, που έλαβαν μέρος στην έρευνα, έδωσαν κάποιες γενικές πληροφορίες για τους μαθητές.

Στη συνέχεια, ως επόμενο στάδιο δόθηκε στα παιδιά ένα ερωτηματολόγιο, προκειμένου να αποκομίσουμε κάποια πρώτα στοιχεία, που θα μας έδιναν τις απαραίτητες εκείνες πληροφορίες για τα παιδιά ώστε να προχωρήσουμε και να καταστεί δυνατή η κατηγοριοποίηση και ομαδοποίηση τους για της ανάγκες της έρευνας. Οι πληροφορίες, που πήραμε από αυτό το ερωτηματολόγιο σχετίζονταν με την καταγωγή των γονέων των παιδιών, τη γλώσσα που μιλούν αυτοί αλλά και το ίδιο το παιδί με αυτούς, το χρονικό διάστημα διαμονής τους στην Ελλάδα, τον τόπο γέννησής του και τις δυσκολίες που πιθανόν να αντιμετωπίζει στα μαθήματα και μας οδήγησαν εν τέλει στον διαχωρισμό του συνόλου των παιδιών σε δύο ομάδες έρευνας. Τα παιδιά που βρίσκονται στην Ελλάδα ένα χρονικό διάστημα μικρότερο των έξι ετών ή/και δε μιλούν την ελληνική παρά μόνο στο σχολείο αποτέλεσαν τη μία ομάδα, ενώ τη δεύτερη αποτέλεσαν τα παιδιά που είτε διαμένουν στη χώρα μας πάνω από έξι χρόνια είτε χρησιμοποιούν ευρέως την ελληνική και έτσι τη γνωρίζουν σαφώς καλύτερα και βρίσκονται σε ένα υψηλότερο επίπεδο κατάκτησής της.

Μετά και την παραλαβή και τη λεπτομερή εξέταση του παραπάνω, απαραίτητου για την οργάνωση και δομή της έρευνας, ερωτηματολογίου ξεκίνησε η κυρίως φάση της ερευνητικής διαδικασίας, που έγινε από τον υπογράφοντα φοιτητή. Η επίσκεψη σε κάθε σχολείο στα πλαίσια αυτού του σταδίου της έρευνας διήρκεσε από μία ημέρα έκαστο. Αρχικά, σε κάθε σχολείο οι μαθητές, που θα λάμβαναν μέρος στην έρευνα συγκεντρώνονταν σε μια αίθουσα, προκειμένου να υπάρχει ησυχία, ηρεμία και οι ίδιοι να είναι αφοσιωμένοι στην επίλυση και συμπλήρωση του τεστ και να μην τους αποσπούν την προσοχή άλλα στοιχεία (π.χ. άλλοι μαθητές).

Επιπλέον, ο ερευνητής προσπαθούσε και επεδίωκε ώστε να δημιουργήσει στην αίθουσα το κατάλληλο εκείνο για την έρευνα κλίμα. Ο ερευνητής επεδίωκε κάθε στιγμή την άνετη και φιλική σχέση με τους μαθητές. Εξηγούσε κάθε φορά στα παιδιά το σκοπό της έρευνας και επεδίωκε διαρκώς να διεγείρει το ενδιαφέρον τους για συνεργασία και ουσιαστική συνδρομή τους στην προσπάθεια αυτή. Στη συνέχεια, οι μαθητές χωρίζονταν σε δύο ισάριθμα σύνολα και αφούο ερευνητής είχε «κερδίσει» την ενεργή συμμετοχή των παιδιών, τους δίνονταν τα τεστ, τα οποία επρόκειτο να συμπληρώσουν με τις απαραίτητες αρχικές οδηγίες συμπλήρωσης και επεξεργασίας των δεδομένων.

Έτσι, δόθηκαν στα παιδιά δέκα ζευγάρια λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων. Αυτά τα δέκα ζευγάρια δόθηκαν σε όλους τους μαθητές σε δύο τεστ, κάθε ένα από τα οποία περιείχε τη σταθερή εκδοχή (S version) πέντε ζευγαριών και την παράλληλη εκδοχή (P version) των υπόλοιπων πέντε ζευγαριών. Προκειμένου να αποφευχθούν προβλήματα με τη σειρά των προβλημάτων φροντίσαμε να απέχει η σειρά του εκάστοτε σταθερού προβλήματος από το αντίστοιχο παράλληλο, κατά δέκα προβλήματα. Και οι δύο σειρές-τεστ προβλημάτων χορηγήθηκαν συγκεντρωτικά την ίδια μέρα για κάθε σχολείο, αλλά με ένα ενδιάμεσο διάλειμμα τουλάχιστον τριάντα λεπτών. Σε κάθε σχολείο, οι μισοί μαθητές, η μία δηλαδή ομάδα, ξεκινούσε με το ένα τεστ, στους υπόλοιπους μαθητές, στη δεύτερη ομάδα δίνονταν πρώτα το άλλο τεστ. Για την επίλυση κάθε τεστ τα παιδιά είχαν στη διάθεσή τους περίπου μια διδακτική ώρα (40-45 λεπτά).

Η χορήγηση των προβλημάτων δίνονταν στα παιδιά ως μέρος και ως ένα κλασσικό τεστ στα πλαίσια της σχολικής ζωής των μαθητών. Πέρα από τις αρχικές – εισαγωγικές και κατευθυντήριες οδηγίες, που δόθηκαν στα παιδιά δε δόθηκε καμιά άλλη πληροφορία για τα προβλήματα. Αναφορικά με κάθε πρόβλημα ζητούνταν από τους μαθητές να απαντήσουν στην περιοχή 'Λύση- Απάντηση', που υπήρχε κάτω από τη διατύπωση του κάθε προβλήματος. Παράλληλα, στην ίδια περιοχή οι μαθητές καλούνταν να δείξουν και τον τρόπο, με τον οποίες έφταναν στο συγκεκριμένο αποτέλεσμα, καταγράφοντας τους υπολογισμούς και τις πράξεις που έκαναν. Επιπλέον, οι μαθητές καλούνταν να καταγράψουν στην περιοχή 'Σχόλια', που υπήρχε κάτω από κάθε παράλληλο πρόβλημα, σχόλια και προβληματισμούς τους πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ή να αναφέρουν τη συγκεκριμένη δυσκολία που είχαν, εάν δεν μπόρεσαν να το λύσουν.

Από τη στιγμή, που ξεκινούσε η διαδικασία επίλυσης του τεστ δεν επιτρεπόταν σε κανέναν μαθητή να κάνει ερωτήσεις φωναχτά. Εάν κάποιος μαθητής/τρια σήκωνε το χέρι του/της – επεδή, για παράδειγμα, τον μπέρδευε κάποιο από τα παράλληλα προβλήματα και δε γνώριζε πώς να χειριστεί αυτή τη σύγχυση- ο ερευνητής πήγαινε κοντά του και του έδινε μια προσωπική απάντηση χαμηλόφωνα, η οποία ήταν το λιγότερο καθοδηγητική, τέτοια όπως η παρακάτω: «Προσπάθησε να συγκεντρωθείς και να το βρεις/ το ξέρεις/ είναι απλό για σένα/ γράψε αυτό που νομίζεις εσύ ότι είναι σωστό/ό,τι δυσκολία έχεις γράψ'την στην περιοχή για τα σχόλια» (Verschaffel et al., 1994).

2.4 Προσδιορισμός ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών

Η επιλογή και ο προσδιορισμός των μεταβλητών, ανεξάρτητων και εξαρτημένων, αποτελούν κύριο και πρωταρχικό στοιχείο, ενώ αποτελεί τη βάση κάθε πειραματικής έρευνας. Ως **ανεξάρτητες** μεταβλητές θεωρούμε τους παράγοντες εκείνους, που ενδεχομένως να έχουν επίδραση στο τελικό αποτέλεσμα της έρευνας. Αντίθετα, **εξαρτημένες** μεταβλητές είναι οι μεταβλητές εκείνες, που επηρεάζονται από άλλες μεταβλητές, τις ανεξάρτητες.

Στη συγκεκριμένη, τώρα, πειραματική έρευνα, ως ανεξάρτητες μεταβλητές έχουμε :

α) τα είκοσι μαθηματικά προβλήματα (δέκα ζευγάρια), που αποτελούνται από 10 σταθερά (standard problems) και τα αντίστοιχά τους 10 παράλληλα προβλήματα (parallel problems), όπως ορίστηκαν και χρησιμοποιήθηκαν από τον Verschaffel et al., (1994), στην έρευνα που διεξήγαγε ο ίδιος. Κάθε ζευγάρι αποτελείται από :

- ένα σταθερό πρόβλημα (S problem) και

- ένα παράλληλο πρόβλημα (P problem),

β) Το επίπεδο χρήσης της ελληνικής γλώσσας από τους μαθητές.

Ως εξαρτημένες μεταβλητές θεωρούνται : α) οι απαντήσεις των μαθητών πάνω στα προβλήματα, που τους δόθηκαν, σταθερά και παράλληλα, στην περιοχή «Λύση-Απάντηση», και β) : οι σημειώσεις, οι υποθέσεις και όσα επιπλέον κατέγραψαν στην περιοχή «Σχόλια» των παράλληλων προβλημάτων και αναφέρονται στη μη λογική λύση και συνοχή των αποτελεσμάτων.

Οι απαντήσεις των μαθητών αξιολογήθηκαν ταυτόχρονα και ως προς την ικανότητα επίλυσης των μαθηματικών σχέσεων και πράξεων, αλλά και ως προς τα σχόλια που έκαναν τα παιδιά, σχετικά με τα σημεία των παράλληλων προβλημάτων, όπου οι λύσεις που έβρισκαν δε γίνονταν αποδεκτές από τους ίδιους, λόγω της μη λογικής συνάφειάς τους και της μη σύνδεσης τους με την πραγματικότητα. Κατά τη διαδικασία ανάλυσης των απαντήσεων των παιδιών , με βάση τη λύση και τα πιθανά σχόλια που θα κατέγραφαν για τα παράλληλα προβλήματα, κάναμε την εξής ομαδοποίηση των απαντήσεων, με βάση τα αποτελέσματα, που λάβαμε από την επίλυση των τεστ εκ μέρους των παιδιών:

- αναμενόμενη απάντηση, όταν ο μαθητής έλυνε το πρόβλημα σύμφωνα με την τυπική μαθηματική σκέψη

- ρεαλιστική απάντηση, όταν ο μαθητής έκανε χρήση της πρακτικής-πραγματικής σκέψης (real-world knowledge)
- τεχνικό λάθος, όταν παρουσιαζόταν κάποιο λάθος κατά την επίλυση των μαθηματικών πράξεων, που έκανε ο μαθητής και
- καμία απάντηση, όταν ο μαθητής δεν παρουσίζε καμία λύση-απάντηση στην αντίστοιχη περιοχή και παράλληλα δεν κατέγραφε κανένα σχόλιο. (Για περισσότερα βλ. Κεφάλαιο 3.5 Είδη «πιθανών» απαντήσεων)

2.5 Στατιστικό κριτήριο

Για τη στατιστική ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων και των απαντήσεων, που δόθηκαν από τα παιδιά στο ερευνητικό τεστ, που τους χορηγήθηκε, χρησιμοποιήσαμε το στατιστικό κριτήριο x^2.

Το στατιστικό κριτήριο x^2 (χ-τετράγωνο – chi-square) είναι η δοκομασία, που χρησιμοποιείται συχνότερα για τον έλεγχο των υποθέσεων των ερευνών, που πραγματοποιούνται από τους κοινωνικούς επιστήμονες. Το x^2 είναι ένα μη παραμετρικό κριτήριο και δεν απαιτεί καμία υπόθεση για την ακριβή μορφή της κατανομής του πληθυσμού. Το x^2 είναι το κατάλληλο κριτήριο για την περίπτωση όπου τα δεδομένα της έρευνάς μας είναι κατηγορικά (η κλίμακα μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε είναι κατηγορική) Αυτό σημαίνει ότι δεν χρειάζεται να μετρήσουμε την επίδοση των συμμετεχόντων. Αρκεί μόνο να τους εντάξουμε σε μια κατηγορία. Επειδή οι συμμετέχοντες δεν μπορούν να ενταχθούν σε περισσότερες από μία κατηγορίες, το x^2 είναι κατάλληλο μόνο για προβλέψεις σχετικά με το πόσοι διαφορετικοί συμμετέχοντες θα βρεθούν στην κάθε κατηγορία.

Η δημοτικότητα του x^2 σχετίζεται επίσης με τη χρησιμότητά του σε ένα ευρύτερο φάσμα ερευνητικών καταστάσεων σε σύγκριση με άλλα στατιστικά κριτήρια. Έτσι, αν και το x^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη συνήθη περίπτωση όπου μελετώνται δύο διαφορετικές ομάδες (δείγματα), μπορεί εν τούτοις να χρησιμοποιηθεί και σε ερευνητικές συνθήκες με ένα δείγμα ή και περισσότερα από δύο. Έτσι, λοιπόν, η χρήση του x^2 είναι δυνατή και εφικτή προκειμένου να ερμηνευτεί η συχνότητα κατηγοριών που προέρχονται μόνο από ένα δείγμα (**δείκτης προσαρμογής** ή **καταλληλότητας** – Chi-square as a 'goodness-of-fit' test), ή από δύο ή περισσότερα δείγματα (**x^2 για ανεξαρτησία** – Chi-square as a test of independence). Η ύπαρξη δύο δειγμάτων στην έρευνα αυτή ήταν εξάλλου και ο λόγος, για τον οποίο επιλέξαμε το x^2 ως στατιστικό κριτήριο για την έρευνά μας.

Η δυνατότητα χρήσης του x^2 ως στατιστικού κριτηρίου για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών, ώστε να συγκριθούν δύο ή περισσότερα δείγματα είναι εφικτή, προκειμένου να εξεταστεί αν οι συχνότητες των διάφορων κατηγοριών μπορούν να προκύψουν τυχαία ή είναι συστηματικές.

Παρά το γεγονός όμως, ότι το x^2 είναι ένα μη παραμετρικό στατιστικό κριτήριο, υπάρχουν αρκετές προϋποθέσεις, που πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου να μπορέσουμε να το χρησιμοποιήσουμε, όπως το ότι οι συμμετέχοντες πρέπει να εμφανίζονται μόνο μία φορά στον πίνακα σύμπτωσης. Ωστόσο αν και εφ'όσον ακολουθήσουμε πιστά τους περιορισμούς και τους όρους χρήσης του x^2, τότε αυτό σίγουρα θα αποτελέσει ένα σημαντικό εργαλείο για την έρευνα μας (Ρούσσος κ.α., 2002).

2.6 Είδη «πιθανών» απαντήσεων

Στη συνέχεια, προκειμένου να μπορέσουμε να οργανώσουμε και να εξετάσουμε – αναλύσουμε με ένα πιο συστηματικό και δομημένο τρόπο τις απαντήσεις – λύσεις που έδωσαν οι μαθητές στα προβλήματα, αποφασίσαμε να προχωρήσουμε στην κατηγοριοποίηση όλων των απαντήσεων.

Για το συγκεκριμένο τμήμα της έρευνας δεν επεκταθήκαμε και δεν ήταν η σωστή επίλυση των προβλημάτων αυτό που μας ενδιέφερε. Έτσι, λοιπόν, λάβαμε υπ' όψιν μας όλες τις απαντήσεις, που δόθηκαν, οποιαδήποτε μορφή και αν είχαν. Με βάση και κριτήριο , επομένως αυτόν τον άξονα χωρίσαμε σε ομάδες τις απαντήσεις. Για κάθε έναν από τους 39 μαθητές και για τα είκοσι προβλήματα δύο είδη δεδομένων εξετάσθηκαν : (1) Η απάντηση που έδινε ο μαθητής και οι πράξεις που συμπλήρωνε στην περιοχή 'Λύση – Απάντηση', και (2) τα σχόλια και οι προβληματισμοί, που ο ίδιος εξέφραζε, σχετικά με το κάθε πρόβλημα ξεχωριστά.

Διακρίναμε, λοιπόν, τέσσερις κατηγορίες απαντήσεων με βάση τη μεθοδολογία, που ακολούθησε και ο Verschaffel στην αντίστοιχη έρευνα, που διεξήγαγε. Παρακάτω θα αναλύσουμε και θα επεξηγήσουμε τις απαντήσεις αυτές με βάση και χρησιμοποιώντας ως μοντέλο το παρακάτω παράλληλο πρόβλημα : «Ο παππούς είχε 18 μπαλόνια και τα έδωσε στα τέσσερα εγγόνια του. Πόσα μπαλόνια πήρε το κάθε παιδί;»

- Αναμενόμενη απάντηση (ΑΑ), η οποία έχει να κάνει με την αναμενόμενη ευθεία, μη προβληματική επίλυση των αριθμητικών πράξεων που απαιτεί το κάθε πρόβλημα. Η αναμενόμενη απάντηση για το παραπάνω πρόβλημα – παράδειγμα είναι 4,5 , ως αποτέλεσμα της διαίρεσης του 18 με το τέσσερα.
- Τεχνικό λάθος (ΤΛ), η οποία έχει να κάνει πάλι με τον ευθύ τρόπο επίλυσης του προβλήματος χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψιν η προβληματική του. Διαφέρει όμως από την ΑΑ, λόγω κάποιου λάθους στην εκτέλεση των πράξεων. Για παράδειγμα, αν κάποιος μαθητής απαντούσε στο παραπάνω πρόβλημα 45, αντί για 4,5 , τότε η απάντησή του θα έμπαινε σε αυτήν την κατηγορία.
- Ρεαλιστική απάντηση (ΡΑ), στην οποία ο μαθητής είτε λαμβάνει υπ' όψιν του τα δεδομένα του πραγματικού κόσμου και ανεξαιρέτως της απάντησης του καταγράφει στην περιοχή των σχολίων την προβληματική του προβλήματος είτε την επιλύει καταλαβαίνοντας αυτήν την προβληματική. Για παράδειγμα για το παραπάνω πρόβλημα η ρεαλιστική απάντηση θα ήταν 4, ή η αναμενόμενη, αλλά με την προυπόθεση ο μαθητής να αναφέρει στα σχόλια την προβληματική που ανακύπτει, να χωριστούν δηλαδή στη μέση τα μπαλόνια.
- Καμία απάντηση (ΚΑ), όπου ο μαθητής δεν συμπλήρωνε τίποτα στην ανάλογη περιοχή 'Λύση – Απάντηση' ή απλά ανέφερε ότι δεν μπόρεσε να επιλύσει το πρόβλημα.

Παράλληλα με τις απαντήσεις του κάθε μαθητή στην περιοχή 'Λύση – Απάντηση', εξετάσαμε επίσης προσεκτικά πιθανούς υπολογισμούς, εξηγήσεις και σχόλια που έκαναν τα παιδιά στην περιοχή 'Σχόλια', για δύο κατά βάση λόγους:

Πρώτον, μας βοήθησε να ομαδοποιήσουμε τις απαντήσεις σε μια από τις τέσσερις κατηγορίες των αντίστοιχων με τις ερωτήσεις απαντήσεων. Για παράδειγμα, προκειμένου να διακρίνουμε την απάντηση **τεχνικό λάθος (ΤΛ)** από μία **ρεαλιστική απάντηση (ΡΑ)** ή από την κατηγορία **καμία- άλλη απάντηση (ΚΑ)** ήταν απαρραίτητο κάποιες απαντήσεις να μην τις εξετάσουμε από μόνες τους, ως ανεξάρτητες, αλλά επίσης να εξετάσουμε τόσο τις πράξεις όσο και τα σχόλια, που έκαναν τα παιδιά.

Δεύτερον, οι σημειώσεις των μαθητών ελέγχθηκαν επίσης για σημάδια οποιασδήποτε διστακτικότητας εκ μέρους των ίδιων να επιλύσουν το πρόβλημα με τον κλασσικό τρόπο επίλυσής του (για παράδειγμα με το να εκφράζουν τον προβληματισμό τους σχετικά με το «παράδοξο» του προβλήματος, με το να συμπληρώνουν την απάντηση που δίνουν με κάποια σχόλια επεξήγησης κτλ.), λόγω της επενέργειας της γνώσης του πραγματικού κόσμου ή των ρεαλιστικών συλλογισμών που έκαναν. Αν κάποιο τέτοιο σημάδι εντοπιζόταν σε οποιαδήποτε απάντηση, αυτή αμέσως εντασσόταν στην κατηγορία των ρεαλιστικών απαντήσεων **(PA).** Λαμβάνοντας υπ' όψιν τα παραπάνω, είναι απαραίτητο να αναφερθεί πως μια οποιαδήποτε απάντηση μπορούσε να συμπεριληφθεί στην παραπάνω κατηγορία εφ' όσον παρατηρούσαμε κάποιο τέτοιο σχόλιο. Για παράδειγμα στο παράλληλο πρόβλημα 7, ένας μαθητής που σχολίαζε πως τα δεκαοχτώ μπαλόνια δεν μπορούν να μοιραστούν στα ίσα στα παιδιά και πως θα περισσέψουν δύο ή απλά θα έκανε την πράξη αναγνωρίζοντας το άτοπο της λύσης στην οποία κατέληγε (εδώ 4,5) θα κρίνονταν η απάντησή του ως ρεαλιστική, ενώ αν δεν το σχολίαζε θα χαρακτηρίζονταν ως αναμενόμενη.

3. Αποτελέσματα έρευνας

Αρχικά η ανάλυση των αποτελεσμάτων των απαντήσεων που έδωσαν τα παιδιά τόσο στα σταθερά όσο και στα παράλληλα προβλήματα, έγινε με βάση το στατιστικό κριτήριο x^2. όπως φαίνεται όμως και από τους πίνακες 1 και 2 το x^2 δεν έδωσε στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα για την πλειοψηφία των προβλημάτων ($p< .05$).

Αντιθέτως, όπως φαίνεται από τον πίνακα 1 μόνο για το σταθερό πρόβλημα 5 (το καράβι και η ώρα) προέκυψαν στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα αφού το $p= .004$. Ωστόσο μπορούμε να θεωρήσουμε και τα αποτελέσματα για το σταθερό πρόβλημα 1 (το πάρτι των γενεθλίων), το σταθερό πρόβλημα 6 (Το περπάτημα), αλλά και για το σταθερό πρόβλημα 7 (με τα κομμάτια σοκολάτας του παππού), ως στατιστικά σημαντικά, στην ουσία, αφού το p προσεγγίζει την απαιτούμενη τιμή σε κάθε ένα από αυτά, καθώς ισούται με .074, .066 και .055 αντίστοιχα.

Η μη εύρεση στατιστικώς σημαντικών αποτελεσμάτων με βάση το κριτήριο x^2 είναι πολύ πιθανόν να οφείλεται στον σχετικά μεγάλο αριθμό των κατηγοριών των απαντήσεων, που έδωσαν τα παιδιά.

Πίνακας 1 x^2 για τα Σταθερά Προβλήματα

Προβλήματα	Αξία	Df	x^2
Σταθερό 1	5,200	2	**,074**
Σταθερό 2	3,356	2	**,187**
Σταθερό 3	,087	1	**768**
Σταθερό 4	3,599	2	**,165**
Σταθερό 5	13,363	3	**,004**
Σταθερό 6	3,370	1	**,066**
Σταθερό 7	5,804	2	**,055**
Σταθερό 8	3,103	2	**,212**
Σταθερό 9	,086	2	**,958**
Σταθερό 10	2,456	2	**,293**

Αντίστοιχα, τα αποτελέσματα των απαντήσεων, που έδωσαν τα παιδιά στα Παράλληλα προβλήματα φαίνονται στον Πίνακα 2. Και σε αυτά τα προβλήματα δε βρέθηκαν στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα παρά μόνο για τα προβλήματα 1 (Το πάρτι), 4 (Οι στρατιώτες και το λεωφορείο) και το 7 (Ο παππούς και τα μπαλόνια), όπου αντίστοιχα το p ισούται με .000, .026 και .046. Ωστόσο, στην ουσία, μπορούν να θεωρηθούν στατιστικώς σημαντικά και τα αποτελέσματα για το Παράλληλο πρόβλημα 3 (Η θερμοκρασία του νερού), για το οποίο το x^2= .099.

Και σε αυτήν την κατηγορία προβλημάτων, ο μεγάλος αριθμός κατηγοριοποίησης των απαντήσεων, που δόθηκαν από τους μαθητές, φαίνεται πως είναι η αιτία για τη μη εύρεση στατιστικώς σημαντικών αποτελεσμάτων

Πίνακας 2 x^2 για τα Παράλληλα προβλήματα

Προβλήματα	Αξία	df	x^2
Παράλληλο 1	16,040	2	,000
Παράλληλο 2	4,187	2	,123
Παράλληλο 3	6,280	3	,099
Παράλληλο 4	9,250	3	,026
Παράλληλο 5	3,289	3	,349
Παράλληλο 6	4,127	3	,248
Παράλληλο 7	7,980	3	,046
Παράλληλο 8	3,437	3	,329
Παράλληλο 9	2,659	3	,447
Παράλληλο 10	1,109	3	,775

Με βάση, λοιπόν, τα παραπάνω δεδομένα και με σκοπό να εξεταστούν όσο το δυνατόν πληρέστερα και σφαιρικότερα τα αποτελέσματα των απαντήσεων των μαθητών, θεωρήθηκε σωστό και ταυτόχρονα απαραίτητο να αναλυθούν και με βάση τις συχνότητες των διαφόρων απαντήσεων των μαθητών και τα αντίστοιχα ποσοστά επί τοις εκατό που προκύπτουν από αυτές... (Πίνακες 3,4)

➲ *Ανάλυση αποτελεσμάτων στα σταθερά προβλήματα*

Όπως ήταν αναμενόμενο, στα σταθερά προβλήματα οι επιδόσεις των μαθητών ήταν μάλλον καλές: Σε 183 από τα συνολικά 390 σταθερά προβλήματα (=46,92%) οι μαθητές έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση (στους πίνακες των αποτελεσμάτων της έρευνας κωδικοποιείται με τον αριθμό 3), που ήταν και η απολύτως λογική απάντηση, μέσα από την εκτέλεση της πράξης, που απαιτούσε το κάθε πρόβλημα ξεχωριστά. Ενώ φαίνεται ήδη από αυτό το σημείο, πως ένας στους δύο μαθητές έλυσαν το πρόβλημα σωστά, ωστόσο μια πιο προσεκτική ανάλυση θα μας δείξει την διαφορά ανάμεσα στους μαθητές, που μιλούν ευρέως την ελληνική γλώσσα και σε αυτούς, που τη χρησιμοποιούν αποκλειστικά και μόνο στο σχολείο.

Στα πλαίσια της έρευνας και των πινάκων των αποτελεσμάτων (Πίνακας 3), η πρώτη κατηγορία κωδικοποιήθηκε με τον αριθμό 1 και η δεύτερη με τον αριθμό 2. Έτσι λοιπόν από τις 180 συνολικά απαντήσεις των 18 παιδιών, που χρησιμοποιούν την ελληνική μόνο στο σχολείο, μόλις οι 65 (=36,11%) ήταν οι αναμενόμενομενες απαντήσεις. Αντίθετα, τα παιδιά, που χρησιμοποιούν ευρέως την ελληνική γλώσσα έδωσαν 118 αναμενόμενες-σωστές απαντήσεις από τις συνολικά 210 (21 ήταν τα παιδιά αυτής της κατηγορίας), ποσοστό δηλαδή 56,2%. Ας δούμε τώρα, όμως κάποια πιο συγκεκριμένα στοιχεία σχετικά με τα σταθερά προβλήματα.

Από τους μαθητές, λοιπόν, της κατηγορίας **2,** οι περισσότερες σωστές- αναμενόμενες απαντήσεις (3) δόθηκαν στα πρόβληματα S1 (Το πάρτι και οι φίλοι) και S3 (Το φορτηγό με τα μήλα). Στο μεν πρώτο απάντησαν σωστά 14 από τους 18 μαθητές (=77,8%), στο δε δεύτερο οι 16 από τους 18 (=88,9%). Από την άλλη, το πρόβλημα με τις λιγότερες σωστές απαντήσεις από αυτή την κατηγορία των μαθητών ήταν το S4 (Λεφτά για το κουκλάκι) και το S5, στα οποία δόθηκε μόλις από μία σωστή απάντηση! Από την άλλη κατηγορία, οι περισσότερες σωστές απαντήσεις δόθηκαν στα προβλήματα S1 (απάντησαν σωστά και οι 21 μαθητές αυτής της κατηγορίας), στο S3 18 στα 21 παιδιά (=85,7%) και στο S6 (χιλιόμετρα περπατήματος), με 19 από τα 21 παιδιά να απαντούν σωστά (=90,5%). Λιγότερες σωστές απαντήσεις τα παιδιά της κατηγορίας 1 έδωσαν στο πρόβλημα S9 (κομμάτια υφάσματος), μόλις 4 στις 21 (=19%).

Οι διαφορετικές, πλην των αναμενόμενων απαντήσεων, λανθασμένες δηλαδή, των μαθητών της κατηγορίας 1 οφείλονταν κατά το μεγαλύτερο ποσοστό τους σε τεχνικά λάθη, 77 στις 210 (= 36,6% επί του συνόλου των απαντήσεων), ενώ 14 προβλήματα από τα 210 (=

6,6%) δεν απαντήθηκαν καθόλου. Παρομοίως, και στα παιδιά της κατηγορίας 2 οι λανθασμένες απαντήσεις σχετίζονταν στην πλειοψηφία τους με τεχνικά λάθη, καθώς 80 από τις 180 απαντήσεις των μαθητών (=44,4%)εμπίπτουν σε αυτήν την κατηγορία. Επίσης 33 προβλήματα (= 18,3%) έμειναν άλυτα, χωρίς να απαντηθούν καθόλου. Αξοσημείωτο είναι πως ένας μαθητής από την ομάδα 2 έδωσε μια ρεαλιστική απάντηση στο πρόβλημα 5, η οποία και κατηγοριοποιήθηκε ξεχωριστά.

Ήδη, λοιπόν, από την ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών στα σταθερά (standard) προβλήματα μπορούμε να αρχίσουμε να έχουμε κάποια ψήγματα και κάποιες ενδείξεις για τη συμπεριφορά των μαθητών της κατηγορίας 1, αυτών δηλαδή, που μιλάνε σε ευρύτερη κλίμακα την ελληνική, συγκριτικά με αυτή των μαθητών της κατηγορίας 2, αυτών δηλαδή, που δεν μιλάνε την ελληνική, παρά μόνο στο σχολείο. Παρατηρήσαμε δηλαδή, πως οι μεν πρώτοι πετυχαίνουν μεγαλύτερα ποσοστά σωστών απαντήσεων, ενώ ταυτόχρονα τόσο οι λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών της δεύτερης κατηγορίας, που οφείλονταν σε τεχνικά λάθη όσο και τα προβλήματα, που δεν απαντήθηκαν καθόλου είναι αναλογικά περισσότερα από τα αντίστιχα των μαθητών της κατηγορίας 1.

Αναλυτικότερα στις διαφορές αυτές και πως αυτές αναφέρονται από την υπάρχουσα θωρία καθώς και πιο εμπεριστατωμένη ανάλυση θα κάνουμε αμέσως παρακάτω για τα παράλληλα προβλήματα.

Πίνακας 3

Κατηγορία μαθητών➲	1				2			
Είδος απάντησης ➲	**3**	**4**	**5**	**6**	**3**	**4**	**5**	**6**
Προβλήματα ↓								
Σταθερό 1	21(100%)	-	-	-	14(77,8%)	1(5,6%)	-	3(16,7%)
Σταθερό 2	7(33,3%)	13(61,9%)	-	1(4,8,3%)	3(16,7%)	11(61,1%)	-	4(22,2%)
Σταθερό 3	18(85,7%)	3(14,3%)	-	-	16(88,9%)	2(11,1%)	-	-
Σταθερό 4	6(28,6%)	13(61,9%)	-	2(9,5%)	1(5,6%)	14(77,8%)	-	3(16,7%)
Σταθερό 5	11(52,4%)	10(47,6%)	-	-	1(5,6%)	12(66,7%)	1(5,6%)	4(22,2%)
Σταθερό 6	19(90,5%)	2(9.5%)	-	-	12(66,7%)	6(33,3%)	-	-
Σταθερό 7	9(42,9%)	10(47,6%)	-	2(9,5%)	3(16,7%)	8(44,4%)	-	7(38,9%)
Σταθερό 8	12(57,1%)	9(42,9%)	-	-	7(38,9%)	9(50%)	-	2(11,1%)
Σταθερό 9	4(19%)	9(42,9%)	-	8(38,1%)	4(22,2%)	7(38,9%)	-	7(38,9%))
Σταθερό 10	11(52,4%)	8(38,1%)	-	2(9,5%)	5(27,8%)	10(55,6%)	-	3(16,7%)
Σύνολο	**118**	**77**	**0**	**15**	**65**	**81**	**1**	**33**
f %	**56,20%**	**36,66%**	**0%**	**7,14%**	**36,11%**	**45%**	**0,55%**	**18,34%**

➲ *Ανάλυση αποτελεσμάτων στα παράλληλα προβλήματα*

Ο τρόπος επίλυσης και η χρήση ή μη της ρεαλιστικής-πραγματικής γνώσης (real-world knowledge), κατά την επίλυση αυτού του τύπου προβλημάτων, των λεκτικών παράλληλων μαθηματικών προβλημάτων, ήταν το σημείο στο οποίο επικεντρώθηκε το σύνολο των προσπαθειών για ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων. Στον Πίνακα 5 μπορεί κάποιος να δει συγκεντρωμένα και ομαδοποιημένα τα προβλήματα εκείνα, στα οποία οι μαθητές είτε της μιας είτε της άλλης ομάδας έκαναν χρήση αυτής της πλευράς της γνώσης τους και έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση ή έστω έκαναν κάποιο ρεαλιστικό σχόλιο, που να υποδηλώνει τον προβληματισμό τους για τη δυσκολία, που συνάντησαν να επιλύσουν το πρόβλημα και να κατανοήσουν τα αποτελέσματα, που έβρισκαν μέσω του καθαρά μαθηματικού τρόπου επίλυσης, της απλής επίλυσης των πράξεων.

Η ανάλυση της επεξεργασίας των αποτελεσμάτων στα Παράλληλα προβλήματα θα γίνει ένα προς ένα, λόγω της ιδιαιτερότητας και της σημαντικότητας του κάθε ενός προβλήματος ξεχωριστά...

<u>*Πρώτο Παράλληλο πρόβλημα*</u>

➲ Ο Γιώργος έχει 5 φίλους και ο Γιάννης έχει 6. Ο Γιώργος και ο Γιάννης αποφασίζουν να κάνουν ένα πάρτι και καλούν όλους τους φίλους τους. Όλοι έρχονται. Πόσοι φίλοι είναι στο πάρτι;

Στο πρώτο αυτό παράλληλο πρόβλημα (βλ. Παράρτημα 3), προφανώς απαιτείται από τους μαθητές η εκτέλεση μιας πρόσθεσης, αφού αναφέρεται σε μια κατάσταση, όπου δύο ποσότητες συνδυάζονται. Ωστόσο, η πρόσθεση των δύο ποσοτήτων επιτρέπεται, μόνο εάν *ο Γιώργος* και *ο Γιάννης* δεν έχουν κοινούς φίλους. Σε αυτήν την περίπτωση η πρόσθεση του 5 και του 6 είναι σωστή μόνο αν τα δύο παιδιά δεν έχουν κοινούς φίλους, μία μάλλον μη ρεαλιστική υπόθεση, εφόσον οι δύο τους είναι καλοί φίλοι μεταξύ τους.

Όπως αναμενόταν μεγάλος ήταν ο αριθμός των παιδιών, ιδιαίτερα της κατηγορίας 2 που έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση, αφού 15 μαθητές (=83,3%) της κατηγορίας 2, εκτέλεσαν την πρόσθεση, χωρίς να δώσουν καμία απολύτως διευκρίνιση, ενώ αντίστοιχα από την κατηγορία 1 μόλις 7 (= 33,3%) ήταν τα παιδιά που έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση. Μόνο ένας (=5,6%) από τους μαθητές της κατηγορίας 2 έδωσε μια ρεαλιστική απάντηση, ενώ αντίθετα 14 (= 66,7%) από τους μαθητές, που μιλούν ευρέως την ελληνική ανέφεραν πως δε γνωρίζουν πόσοι θα είναι οι καλεσμένοι (ρεαλιστική απάντηση). Πρέπει να σναφέρω σε αυτό το σημείο, πως αν κάποιος μαθητής εκτελούσε την πράξη, αλλά στη συνέχεια ανέφερε τον προβληματισμό, που προκύπτει από τη φύση του προβλήματος, η απάντησή του κατηγοριοποιούνταν ως ρεαλιστική (κωδικοποίηση στην έρευνα ως 5). Μια ρεαλιστική απάντηση σε αυτό το πρόβλημα θα είχε την εξής μορφή:

Λύση: -

Σχόλια: Δεν ξέρουμε πόσα ήταν τα παιδιά, γιατί ο Γιώργος και ο Γιάννης μπορεί να είχαν και ίδιους φίλους.

Οι υπόλοιποι 2 μαθητές (=11,1%) της κατηγορίας 2 έκαναν κάποιο τεχνικό λάθος (λάθος στον υπολογισμό).

Δεύτερο Παράλληλο Πρόβλημα

- Ο Νίκος αγόρασε 4 σανίδια και το καθένα ήταν 2,5 μέτρα. Πόσα σανίδια του ενός μέτρου μπορεί να πάρει από αυτά τα κομμάτια;

Όπως και προηγουμένως, έτσι και σε αυτό το πρόβλημα, η δυσκολία επεξεργασίας και επίλυσής του, που σκόπιμα υφίσταται, έγκειται στο γεγονός, πως κάποιος μπορεί να πάρει μόνο 2 σανίδια του ενός μέτρου από ένα σανίδι μήκους 2,5 μέτρων, και όχι δέκα (όπως προκύπτει από την τυπική επίλυση του πολλαπλασιασμού 4x2,5). Αυτό γίνεται, γιατί δεν μπορούμε να ενώσουμε τα τέσσερα σανίδια του μισού μέτρου, που περισσεύουν.

Μόλις ένας μαθητής (=5,6%) της κατηγορίας 2 έδωσε μια ρεαλιστική απάντηση, ενώ αντίστοιχα από την ομάδα 1, 14 μαθητές (=66,6%) έδωσαν κάποια ρεαλιστική απάντηση ή έκαναν κάποιο σχόλιο, που να υποδηλώνει τον προβληματισμό τους, όπως στην παρακάτω απάντηση:

Απάντηση: Μπορεί να πάρει 8 κομμάτια σανίδι του ενός μέτρου.

Σχόλια: Είναι αδύνατο να πάρει κομμάτια του ενός μέτρου από 4 σανίδια του 0.5 μέτρου.

Επιπλέον, 7 μαθητές (33,3%) της πρώτης ομάδας και δεκαπέντε (=83,3%) της κατηγορίας 2 έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση κάνοντας απλά τον πολλαπλασιασμό '4 x 2,5'.

Οι υπόλοιποι τέσσερις μαθητές, τρεις (=14,3%) από την κατηγορία 1 και ένας (=5,6%) από την κατηγορία 2 δεν έδωσαν καμία απάντηση και μάλιστα δεν έκαναν και κανένα σχόλιο, που να υποδηλώνει την επίγνωση του προβληματικού χαρακτήρα του προβλήματος.

Τρίτο Παράλληλο Πρόβλημα

- Ποια θα είναι η θερμοκρασία του νερού σε ένα δοχείο αν χύσουμε 1 λίτρο νερό που είναι 80 βαθμούς Κελσίου ζεστό και 1 λίτρο νερό που είναι 40 βαθμούς Κελσίου ζεστό;

Ένας σημαντικός αριθμός μαθητών απάντησε με τον αναμενόμενο τρόπο σε αυτό το πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα 7 μαθητές (=33,3%) από την κατηγορία 1 και άλλοι τόσοι (=38,9%) πρόσθεσαν απλώς τους δύο αριθμούς και έδωσαν την παρακάτω εσφαλμένη απάντηση: «Η θερμοκρασία του νερού θα είναι 120^{o} C». Επιπροσθέτως, κανείς από αυτούς τους μαθητές δεν έκανε κάποιο σχόλιο.

Το ότι η παράξενη αυτή απάντησή τους δεν έκανε έκπληξη στα παιδιά δείχνει πως δεν μπορούσαν να συνδέσουν την εμπειρία, που έχουν από τον έξω κόσμο όταν αναμειγνύουν δύο υγρά, με την εμπειρία τους κατά την επίλυση παρόμοιων λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων στο σχολείο. Φαίνεται, πως για αυτούς τους μαθητές, τα σχολικά λεκτικά προβλήματα, είναι ένα απλό καθήκον και μόνο, όπου κάποιος πρέπει να δώσει μια αριθμητική απάντηση, σύμφωνα με κάποιους έτοιμους κανόνες επεξεργασίας (για παράδειγμα, «αν ενώσεις κάποια πράγματα μαζί, προσθέτεις τις ποσότητές τους). Μια άλλη μορφή απάντησης που δόθηκε ήταν και η εξής:

Απάντηση: Η θερμοκρασία θα είναι 80^{o} C.

Σχόλια: Όταν αναμιγνύουμε υγρά διαφορετικών θερμοκρασιών, πάντα θα μένει η μεγαλύτερη θερμοκρασία.

Μόνο τρεις μαθητές (=14,3%) από την κατηγορία 1 έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση υποστηρίζοντας ότι μάλλον η θερμοκρασία θα είναι 60° C ή κάνοντας κάποιο άλλο πρόσθετο ρεαλιστικό σχόλιο. Για άλλη μια φορά μεγάλος ήταν ο αριθμός των μαθητών, 11 (=52,4%) και 8 (=44,4%) που έδωσαν μια εσφαλμένη απάντηση, κάνοντας κάποιο τεχνικό λάθος, όπως ένα λάθος στην πρόσθεση των αριθμών. Τέλος, μόλις τρεις μαθητές (=16,7%) της κατηγορίας 2 δεν έδωσαν καμία απάντηση.

Τέταρτο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ 450 στρατιώτες πρέπει να πάνε στο στρατόπεδό τους με στρατιωτικά λεωφορεία. Κάθε ένα λεωφορείο χωράει 36 στρατιώτες. Πόσα λεωφορεία θα χρειαστούν;

Στο πρόβλημα αυτό απαιτείται από τους μαθητές η εκτέλεση μιας διαίρεσης, προκειμένου να βρεθεί ο αριθμός των λεωφορείων, που θα χρειαστούν. Όμως, στη διαίρεση αυτή δε βγαίνει ακριβής αριθμός, αλλά δεκαδικός. Μόνο τρεις (=14,3%) ήταν οι μαθητές της κατηγορίας 1 που υπέπεσαν σε αυτό το σφάλμα απαντώντας πως θα χρειαστούν 12,5 λεωφορεία. Οι περισσότεροι από τους μαθητές, 11(=52,4%) από την πρώτη ομάδα και 16 (=88,9%) από τη δεύτερη υπέπεσαν σε κάποιο τεχνικό λάθος κατά την εκτέλεση της διαίρεσης, η οποία όπως φάνηκε μάλλον τους δυσκόλεψε ιδιαίτερα.

Από εκεί και πέρα εφτά μαθητές από την πρώτη ομάδα (=33,3%) και 1 (=5,6%) από τη δεύτερη έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση με την ακόλουθη μορφή:

Απάντηση: 12,5

Σχόλια: Θα χρειαστούν 12 λεωφορεία και λίγα αμάξια ή θα χρειαστούν δώδεκα γεμάτα λεωφορεία και ένα μισογεμάτο.

Τέλος, μόλις ένας μαθητής της κατηγορίας 2 δεν έδωσε κάποια απάντηση, ενώ μάλιστα δεν έκανε και κάποιο σχόλιο, με το οποίο να γίνεται εμφανής κάποιος προβληματισμός του.

Πέμπτο Σταθερό Πρόβλημα

➲ Ο Γιάννης τρέχει τα 100 μέτρα σε 17 δευτερόλεπτα. Σε πόση ώρα θα τρέξει τα 1000 μέτρα;

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ένα παράδειγμα, που η επίλυσή του απαιτεί και βασίζεται στην αναλογία. Ωστόσο μια τέτοια μέθοδος επίλυσης δε θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί εδώ. Δεν υπάρχει αθλητής ή κανείς άλλος που να μπορεί να τρέχει τα 1000 μέτρα με τον ίδιο ρυθμό, που θα έτρεχε τα 100. Είναι αναπόφευκτο η κούραση να μειώσει το ρυθμό του. Ενώ γνωρίζουμε ότι οι περισσότεροι μαθητές αυτής της ηλικίας (10-12 ετών) και αυτών των τάξεων (Ε' και Στ') κατέχουν την παραπάνω γνώση για τους χρόνους τρεξίματος, εν τούτοις προβλέψαμε πως δε θα τη μετέφεραν στην επίλυση ενός αριθμητικού λεκτικού προβλήματος στο σχολείο.
Σε συμφωνία με την πρόβλεψή μας, μόνο τέσσερις ήταν οι μαθητές που έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση ή έκαναν κάποιο ρεαλιστικό σχόλιο όπως στο παρακάτω παράδειγμα απάντησης:

Απάντηση: Θα κάνει 170 δευτερόλεπτα.
Σχόλια: Δε γίνεται να κάνει τόσο, γιατί θα κουραστεί στο δρόμο και μάλλον θα κάνει περισσότερο.

11 μαθητές (=52,4%) από την πρώτη κατηγορία και 13 (=72,2%) από τη δεύτερη απάντησαν λάθος, υπέπεσαν δηλαδή σε κάποιο σφάλμα κατά την εκτέλεση της αριθμητικής πράξης, ενώ 8 μαθητές, 6 (=28,6%) από την πρώτη και 2 (=11,1%) από τη δεύτερη έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση αναφέροντας απλά ότι ο Γιάννης θα κάνει 170 δευτερόλεπτα. Μόλις τρεις ήταν οι μαθητές που δεν έδωσαν καμία απάντηση, αλλά ούτε έκαναν και κάποιο σχόλιο. Συγκεκριμένα ήταν 1 μαθητής (=4,8%) από την κατηγορία 1 και 2(=11,1%) από την κατηγορία 2.

Έκτο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ Ο Γιώργος και η Μαρία πηγαίνουν στο ίδιο σχολείο. Ο Γιώργος μένει 17 χμ. μακριά από το σχολείο και η Μαρία 8χμ. Πόσο μακριά μένουν ο ένας απ' τον άλλον;

Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζεται για να επισημανθεί ότι, η σχέση μεταξύ μιας προβληματικής κατάστασης, που παρουσιάζεται σε μορφή κειμένου (γραπτή) και των αριθμητικών λειτουργιών, που απαιτούνται για την επίλυσή του, δεν είναι πάντα τόσο εύκολη και άμεση και πως λάθος τη μαθαίνουν ως τέτοια τα παιδιά, καθώς αντιμετωπίζουν μόνο τέτοιου είδους παραδοσιακά λεκτικά προβλήματα.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, η χρήση γραφικών παραστάσεων για την επίλυσή του, μας δείχνει ότι υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τρόποι απεικόνισης αυτού, καθένας από τους οποίους οδηγεί και σε διαφορετική απάντηση. Τα σπίτια του Γιώργου και της Μαρίας είναι στην ίδια ευθεία και στην ίδια κατεύθυνση με το σχολείο (Απ: 17-8=9) ή είναι στην ίδια ευθεία με το σχολείο αλλά σε ανίθετη κατεύθυνση (Απ: 17+8=25) ή ακόμα μπορεί να σχηματίζουν τα σπίτια και το σχολείο ένα νοητό τρίγωνο.

Είκοσι μαθητές, δέκα από κάθε κατηγορία με ποσοστά 47,6% και 55,6% αντίστοιχα για την πρώτη και τη δεύτερη έδωσαν μια αναμενόμενη απάντηση, μια δηλαδή εκ των απαντήσεων 9 και 25, χωρίς μάλιστα περαιτέρω σχόλια. Μόλις τρεις μαθητές (=14,3%) έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση, καθώς απάντησαν , πως δεν γνωρίζουν προς τα που μένουν τα παιδιά. Σε λάθη στους υπολογισμούς υπέπεσαν 5 μαθητές (=23,8%) από την πρώτη ομάδα και 7(=38,9%) από τη δεύτερη, ενώ τέλος τρεις μαθητές (=14,3%) από την πρώτη ομάδα και 1(=5,6%) δεν έδωσαν καμία απάντηση, αλλά και δεν έκαναν κανένα σχόλιο.

Έβδομο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ Ο παππούς δίνει στα 4 εγγόνια του 18 μπαλόνια και τα μοιράζονται ίσα. Πόσα μπαλόνια θα πάρει το κάθε παιδί;

Σε μια κριτική, που είχε ασκήσει ο Davis (1989) στην κουλτούρα των Μαθηματικών του σχολείου αναφέρει ένα περιστατικό από μια παρατήρηση σε μια τάξη. Σε ένα εισαγωγικό μάθημα για τη διαίρεση τα παιδιά πήραν ανά ζευγάρι πέντε μπαλόνια να τα μοιραστούν. Ένα παιδί πήρε ένα μαχαίρι και έκοψε στη μέση το πέμπτο μπαλόνι. Αναρωτιέται λοιπόν ο Davis, αν αυτό το παιδί σκεφτόταν πραγματικά να λύσει το πραγματικό πρόβλημα, μοιράζοντας αποτλεσματικά τα μπαλόνια, ή προσπαθούσε να ενσωματωθεί στην παράξενη δικαστηριακή κουλτούρα της Αμερικάνικης Τάξης; Έτσι με αυτό το πρόβλημα θα εξετάσουμε αν και πως μπορούν να μεταφράσουν το δεκαδικό αποτέλεσμα που βρίσκουν από την πράξη. Αν και το πρόβλημα αυτό σχετίζεται ιδιαίτερα με το 4 (με τα λεωφορεία) υπάρχει ωστόσο μια διαφορά καθώς στα λεωφορεία η στρογγυλοποίηση γίνεται προς τα πάνω, ενώ εδώ η ποσότητα των μπαλονιών πρέπει να στρογγυλοποιηθεί προς τα κάτω.

Το ποσοστό των ρεαλιστικών απαντήσεων, που έδωσαν τα παιδιά ήταν αρκετά μεγάλο, δείχνοντας έτσι πως αντιλαμβάνονταν το παράξενο του προβλήματος, 16 μαθητές (=76,2%) από την πρώτη κατηγορία και 6 (=33,3%) από τη δεύτερη έδωσαν μια απάντηση που είχε την εξής μορφή:

Απάντηση: 4,5 ή 4

Σχόλια: Δε γίνεται να πάρουν 4,5 μπαλόνια, γι'αυτό θα πάρουν από 4 και θα μείνουν δύο.

Αναμενόμενες απαντήσεις δόθηκαν μόνο από 1 μαθητή της πρώτης κατηγορίας και από 4 (=22,2%) της δεύτερης. Παράλληλα, τέσσερις μαθητές (=19%) από την πρώτη κατηγορία και 7 (=38,9%) από τη δεύτερη υπέπεσαν σε κάποιο τεχνικό λάθος κατά την πράξη της διαίρεσης, ενώ τέλος, μόνο ένας μαθητής (=5,6%) από τη δεύτερη ομάδα άφησε κενή την απάντησή του.

Όγδοο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ Ο Γιάννης γεννήθηκε το 1989. Σήμερα έχουμε 2006. Πόσο χρονών είναι ο Γιάννης;

Σε αυτό το πρόβλημα η καταλληλότητα της πράξης της αφαίρεσης, για την επεξεργασία και επίλυση του, εξαρτάται από την διαφορά ανάμεσα στα γενέθλια του Γιάννη και την πραγματική και ακριβή ημερομηνία. Το να αφαιρέσουμε το 1989 από το 2006 είναι κατάλληλο μόνο αν τα γενέθλια του Γιάννη έχουν παρέλθει. Και σε αυτό το πρόβλημα, παρ'ότι γνωρίζουμε ότι τα παιδιά ξέρουν από την εμπειρία τους πως δεν έχουν όλοι όσοι γεννήθηκαν το 1989 την ίδια ηλικία, υποθέσαμε πως δε θα εφάρμοζαν τη γνώση τους αυτή στην επίλυση του προβλήματος.

Μόλις δύο παιδιά λοιπόν εξέφρασαν τον προβληματισμό τους και έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση όπως η εξής:

Απάντηση: Ο Γιάννης είναι 16 ή 17
Σχόλια: Δεν ξέρω αν έχουν περάσει τα γενέθλιά του ή όχι.

Πάντως τα περισσότερα παιδιά, 10 από την πρώτη ομάδα (=47,6%) και 11 από τη δεύτερη (=61,1%) έκαναν κάποιο τεχνικό λάθος κατά τον υπολογισμό της ηλικίας του Γιάννη, ενώ εννιά (=42,9%) από την πρώτη και 6 (=33,3%) από τη δεύτερη έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση, δηλαδή 17. Τέλος, μόλις ένας μαθητής από την ομάδα 2 (=5,6%) δεν έδωσε καμία απάντηση στο πρόβλημα.

Ένατο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ Κάποιος θέλει ένα σχοινί για να ενώσει δύο δέντρα που έχουν απόσταση 12 μέτρα. Έχει όμως κομμάτια σχοινιά που το καθένα είναι 1,5 μέτρο. Πόσα τέτοια κομμάτια θα χρειαστεί για να ενώσει τα δύο δέντρα;

Το παραπάνω πρόβλημα αναφέρεται σε ένα ευνόητο πλαίσιο στο οποίο κάποιος θέλει να ενώσει δύο άκρα με σχοινιά δεμένα μεταξύ τους. Σε αντίθεση με το αντίστοιχό του Σταθερό πρόβλημα (Τα κομμάτια υφάσματος), η επεξεργασία και εν τέλει η επίλυσή του με τη διαίρεση 12:1,5 δημιουργεί προβλήματα, καθώς το μαθηματικό αυτό μοντέλο επίλυσης δε λαμβάνει υπ'όψιν το μήκος των σχοινιών που χρειάζεται για τους κόμπους, με τους οποίους θα δεθούν τα σχοινιά μεταξύ τους. Κάτι τέτοιο, ενώ αναμένεται να είναι γνωστό στα παιδιά αυτού του ηλικιακού επιπέδου, υποθέτουμε πως δε θα το χρησιμοποιήσουν για να λύσουν το πρόβλημα.

Δέκα από τους μαθητές, έξι (=28,6%) από την πρώτη ομάδα και 4(=22,2%) από τη δεύτερη έδωσαν μια αναμενόμενη απάντηση, αφού, ως επί το πλείστον έκαναν τη διαίρεση 12:1,5=12. Παράλληλα, 12 μαθητές της πρώτης ομάδας (=87,1%), αλλά και 8 της έτερης ομάδας (=44,4%) έκαναν κάποιο τεχνικό λάθος είτε επιλύοντας λάθος τη διαίρεση είτε κάνοντας άλλη πράξη, όπως πολλαπλασιασμό αντί αυτής. Μόλις ένας μαθητής από την πρώτη ομάδα έδωσε μια ρεαλιστική απάντηση με την εξής μορφή:

Απάντηση: Δεν ξέρω πόσα σχοινιά

Σχόλια: δεν ξέρω πόσο μεγάλοι είναι οι κόμποι.

Τέλος, 3 μαθητές της πρώτης ομάδας (=14,3%) και 6 (=33,3%) της δεύτερης δεν απάντησαν καθόλου, ούτε ανέφεραν κάποιο σχόλιο.

Δέκατο Παράλληλο Πρόβλημα

➲ Στο παρακάτω δοχείο τρέχει νερό με σταθερή ποσότητα. Αν μετά από 10 δευτερόλεπτα το νερό φτάνει τα 4 εκατοστά, πόσο θα φτάνει μετά από 30 δευτερόλεπτα;

Σε αντίθεση με το αντίστοιχό του Σταθερό πρόβλημα, αυτό δε λύνεται με την κλασική μέθοδο της αναλογίας, πολλαπλασιάζοντας δηλαδή 3x4. Λόγω του ότι το δοχείο είναι σχήματος κωνοειδούς, καθώς η στάθμη του νερού θα ανεβαίνει αυτό θα γεμίζει με όλο και ταχύτερο ρυθμό. Επομένως, μετά από 30 δευτερόλεπτα σίγουρα θα έχει ξεπεράσει τα 12 εκατοστά. Η αρχή επομένως της αναλογίας, όπως και στο πρόβλημα 5, δεν ισχύει. Είναι εύλογο να θεωρούμε πως τα παιδιά, που συμμετείχαν στη έρευνα λόγω της ηλικίας τους, γνωρίζουν πως η στάθμη ενός υγρού σε ένα κωνοειδές δοχείο δεν αυξάνεται με σταθερό ρυθμό. Ωστόσο, υποθέσαμε, πως τα παιδιά δε θα το λάβουν αυτό υπ'όψιν τους κατά την επίλυση του προβλήματος σε σχολικά πλαίσια. Επομένως, υποθέσαμε, πως θα έδιναν την απάντηση σαν να ήταν ένα σταθερό πρόβλημα με ευθεία αναλογική αιτιολογία.

Όντως, μόλις ένα από τα 39 συνολικά παιδιά και συγκεκριμένα από τα 21 της κατηγορίας 1 (=4,8%) έδωσε μια ρεαλιστική απάντηση, αφού ανάφερε πως δε γνώριζε πόσο θα φτάσει το νερό γιατί το δοχείο μικραίνει προς τα πάνω, όπως χαρακτηριστικά ανέφερε. Από τους υπόλοιπους μαθητές 7 (=33,3%) από την πρώτη κατηγορία και 5 (=27,8%) από τη δεύτερη έδωσαν την αναμενόμενη απάντηση που αναφέρθηκε παραπάνω, ενώ ένα μεγάλο ποσοστό 57,1 % και 66,7%, δηλαδή δώδεκα μαθητές από κάθε κατηγορία αντίστοιχα, πρώτη και δεύτερη, έκαναν λάθος στους υπολογισμούς ή και στη επιλογή της κατάλληλης πράξης. Τέλος, μόλις δύο μαθητές, ένας από κάθε κατηγορία βρέθηκαν να μην έδωσαν καμία απάντηση και ούτε έκαναν σχόλιο.

Πίνακας 4

Κατηγορία μαθητών➲	1				2			
Είδος απάντησης ➲	3	4	5	6	3	4	5	6
Προβλήματα ↓								
Παράλληλο 1	7(33,3%)	-	14(66,6%)	-	15(83,3%)	2(11,1%)	1(5,6%)	-
Παράλληλο 2	7(33,3%)	11(52,4%)	-	3(14,3%)	2(11,1%)	15(83,3%)	-	1(5,6%)
Παράλληλο 3	7(33,3%)	11(52,4%)	3(14,3%)	-	7(38,9%)	8(44,4%)	-	3(16,7%)
Παράλληλο 4	3(14,3%)	11(52,4%)	7(33,3%)	-	-	16(88,9%)	1(5,6%)	1(5,6%)
Παράλληλο 5	6(28,6%)	11(52,4%)	3(14,3%)	1(4,8%)	2(11,1%)	13(72,2%)	1(5,6%)	2(11,1%)
Παράλληλο 6	10(47,6%)	5(23,8%)	3(14,3%)	3(14,3%)	10(55,6%)	7(38,9%)	-	1(5,6%)
Παράλληλο 7	1(4,8%)	4(19,0%)	16(76,2%)	-	4(22,2%)	7(38,9%)	6(33,3%)	1(5,6%)
Παράλληλο 8	9(42,9%)	10(47,6%)	2(9,5%)	-	6(33,3%)	11(61,1%)	-	1(5,6%)
Παράλληλο 9	6(28,6%)	12(57,1%)	1(4,8%)	3(14,3%)	4(22,2%)	8(44,4%)	-	6(33,3%)
Παράλληλο 10	7(33,3%)	12(57,1%)	1(4,8%)	1(4,8%)	5(27,8%)	12(66,7%)	-	1(5,6%)
Σύνολο	**63**	**87**	**50**	**11**	**55**	**99**	**9**	**17**
f %	**29,86%**	**41,23%**	**23,70%**	**5,21%**	**30,55%**	**55%**	**5%**	**9,45%**

Ρεαλιστικές απαντήσεις- Ρεαλιστικά σχόλια

Το σύνολο των ρεαλιστικών απαντήσεων, που έδωσαν όλοι οι μαθητές και στα δέκα Παράλληλα Προβλήματα παρουσιάζεται συνοπτικά στον Πίνακα 5.

Πίνακας 5

Κατηγορία μαθητών ➲ **Προβλήματα**	1	2	Σύνολο (ανά πρόβλημα)
Παράλληλο 1	14	1	15
Παράλληλο 2	0	0	0
Παράλληλο 3	3	0	3
Παράλληλο 4	7	1	8
Παράλληλο 5	3	1	4
Παράλληλο 6	3	0	3
Παράλληλο 7	16	6	22
Παράλληλο 8	2	0	2
Παράλληλο 9	1	0	1
Παράλληλο 10	1	0	1
Σύνολο (ανά κατηγορία μαθητών)	50	9	59

Είναι εμφανής από τον παραπάνω πίνακα η διαφορά ανάμεσα στους μαθητές εκείνους, που χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα ευρέως, σε πλαίσια και πέρα από το σχολείο, όπως αυτό της παρέας, του σπιτιού και της γειτονιάς (κατηγορία 1) και στους μαθητές που δεν χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα, παρά μόνο στο σχολείο (κατηγορία 2). Περισσότερα όμως συμπεράσματα, αναλύσεις και ενδιαφέροντα στοιχεία, που προκύπτουν από τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας αλλά και άλλων παλαιότερων ερυνών και θεωριών πάνω στο ίδιο θέμα θα παρουσιαστούν διεξοδικά στο επόμενο κεφάλαιο της εργασίας.

4. Συμπεράσματα-Συζήτηση

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα γίνει ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων της έρευνας, όπως αυτά παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Οι στόχοι της παρούσας έρευνας ήταν πρώτον να διερευνηθεί αν οι μαθητές που έχουν την ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα αντιμετωπίζουν προβλήματα κατά την επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων, που απαιτούν τη χρήση της λογικής-πραγματικής γνώσης, στα πλαίσια όμως του σχολείου, και δεύτερον να εξετασθεί αν από τους παραπάνω μαθητές, αυτοί που χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα σε ευρύτερα πλαίσια (κατηγορία 1) πετυχαίνουν καλύτερα αποτελέσματα από τους μαθητές εκείνους, που δεν χρησιμοποιούν την ελληνική, παρά μόνο στα στενά πλαίσια του σχολείου (κατηγορία 2).

Όσον αφορά, λοιπόν την επίλυση του τύπου των λεκτικών προβλημάτων, που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα, αυτών δηλαδή, που η επίλυσή τους απαιτεί τη χρήση της γνώσης του «πραγματικού» κόσμου βρέθηκε, πως όντως οι μαθητές με την ελληνική ως δεύτερη ή ως ξένη γλώσσα αντιμετωπίζουν κάποιες δυσκολίες στην επίλυση τους. Τα παραπάνω ευρήματα αυτής της έρευνας έρχονται σε συμφωνία και με προηγούμενες αντίστοιχες έρευνες (Greer, 1993; Verschaffel et al., 1994). Σύμφωνα με αυτά τα αποτελέσματα οι μαθητές αυτής της κατηγορίας δείχνουν μια ισχυρή τάση αποκλεισμού της γνώσης του «πραματικού» κόσμου. Το εύρημα αυτό γίνεται εμφανές από τον πολύ μικρό αριθμό ρεαλιστικών απαντήσεων, που δόθηκαν από το σύνολο των 39 παιδιών, που συμμετείχαν στην έρευνα, αφού για την ακρίβεια μόλις σε 59 από τις 390 απαντήσεις τα παιδιά έδωσαν μια ρεαλιστική απάντηση ή έκαναν κάποιο ρεαλιστικό σχόλιο, ποσοστό δηλαδή πολύ μικρό, μόλις που αγγίζει το 15,13%.

Αξίζει να αναφερθεί πως μόνο σε δύο από τα δέκα Παράλληλα προβλήματα, βρέθηκε ένας αρκετά σημαντικός αριθμός απαντήσεων, όπου να φαίνεται πως οι μαθητές έλαβαν υπ'όψιν τους τον «πραγματικό» κόσμο. Συγκεκριμένα αυτό έγινε στα προβλήματα P1 (Το πάρτι), P4 (Τα λεωφορεία) και P7 (Τα μπαλόνια), όπου δόθηκαν αντίστοιχα 15, 8 και 22 ρεαλιστικές απαντήσεις όπως φαίνεται στον Πίνακα 5, με τα ποσοστά επί τοις εκατό να είναι 38,5%, 20,5% και 56,4%.

Στα υπόλοιπα παράλληλα προβλήματα ο αριθμός των ρεαλιστικών απαντήσεων ή και των ρεαλιστικών σχολίων, που κατέγραψαν οι μαθητές, λαμβάνοντας υπόψιν το πλαίσιο του προβλήματος, ήταν πολύ χαμηλός, αφού στο Παράλληλο πρόβλημα 2 δε δόθηκε καμία τέτοιου τύπου απάντηση, στο πρόβλημα 3 και 6 μόλις τρεις, στο 5 τέσσερις, στο 7 δύο και στα προβλήματα 9 και 10 μόλις από μία ρεαλιστική απάντηση.

Τα παραπάνω αποτελέσματα της έρευνας για τα προβλήματα 4 και 7 έρχονται σε απόλυτη συμφωνία και με τα αποτελέσματα της έρευνας του Verschaffel (1994), αλλά και του Greer (1993). Επίσης, τα χαμηλά ποσοστά απαντήσεων ρεαλιστικού τύπου που έδωσαν οι μαθητές στα προβλήματα 5 (Ο χρόνος του αθλητή), 9 (Τα σχοινιά και τα δέντρα) και 10 (το γέμισμα του δοχείου), είναι σύμφωνα και με τα αντίστοιχα χαμηλά ποσοστά, που κατέγραψε ο Greer (1993), όταν στην έρευνα που διεξήγαγε και αυτός, εντόπισε πολλές αναλογικά απαντήσεις, που να δείχνουν τη μη προσαρμογή των παιδιών στα ρεαλιστικά δεδομένα των προβλημάτων, κάτι που παρατηρήθηκε και σε αυτήν την έρευνα.

Ένα στοιχείο, που διαχωρίζει τη δική μας έρευνα από τις δύο προηγούμενες, είναι ότι αρκετές ρεαλιστικές απαντήσεις εντοπίστηκαν και στο πρόβλημα 1. Το εύλογο ερώτημα, που προκύπτει είναι γιατί σε αυτά τα τρία προβλήματα οι ρεαλιστικές απαντήσεις των παιδιών ήταν αισθητά περισσότερες από ότι στα άλλα προβλήματα. Στα προβλήματα, λοιπόν αυτά, λόγω της φύσης τους και του περιεχομένου τους, τα αποτελέσματα μπορούν να γίνουν πιο εύκολα αντιληπτά από τους μαθητές, καθώς σχετίζονται με καθημερινές καταστάσεις και αντικείμενα, που το παιδί αντιμετωπίζει στην καθημερινή του ζωή. Εύκολα δηλαδή αντιλαμβάνεται, πως δεν είναι δυνατόν ένα λεωφορείο να κοπεί στη μέση, ή πως δύο φίλοι, είναι πολύ πιθανό να έχουν και κάποιους κοινούς φίλους, κάτι που εξάλλου μπορεί να έχουν ζήσει και οι ίδιοι σε ένα παρόμοιο πλαίσιο με αυτό του προβλήματος, ή και πως ένα μπαλόνι δεν είναι δυνατόν να κοπεί στη μέση, όπως αντίστοιχα μπορεί να γίνει με μια σοκολάτα.

Αυτή η συχνή εμπειρία των παιδιών με παρόμοιες καταστάσεις, τα ώθησε στο να μην αποδεχτούν τα αποτελέσματα των αριθμητικών πράξεών τους, αλλά να επισημάνουν με σχόλια την προβληματική φύση του προβλήματος και τη μη δυνατότητα για άμεση επίλυσή του (με την εκτέλεση δηλαδή μιας πράξεως). Η εμπειρία τους ήταν αυτή που αύξησε την πιθανότητα να καταλάβουν την ανεπάρκεια, που πήγαζε από την αναμενόμενη απάντηση, έτσι ώστε να μην την αποδεχτούν, αλλά να την τροποποιήσουν. Κάτι τέτοιο φαίνεται πως δεν ίσχυσε για τα υπόλοιπα προβλήματα, αφού σε αυτά οι αναμενόμενες απαντήσεις δεν έκαναν τόσο μεγάλη εντύπωση στα παιδιά, ώστε να νιώσουν την ανάγκη πως θα πρέπει να δώσουν μια πιο λογική απάντηση στο ζητούμενο ερώτημα.

Γίνεται πάντως εμφανές, από τα αποτελέσματα αυτά, πως η δυνατότητα και ικανότητα των μαθητών, με την ελληνική ως δεύτερη ή ξένη γλώσσα, να χρησιμοποιούν τη γνώση του πραγματικού κόσμου είναι αρκετά περιορισμένη και σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Σύμφωνα με το ηλικιακό επίπεδο και το γνωστικό περιεχόμενο των όσων έχουν διδαχτεί οι μαθητές αυτών των τάξεων του δημοτικού σχολείου (Ε' και Στ'), η ικανότητα επίλυσης τέτοιων προβλημάτων θεωρείται κεκτημένη. Όμως η συστηματική απουσία της ρεαλιστικής γνώσης κατά την επίλυση των προβλημάτων και τον έλεγχο των αποτελεσμάτων τους, τους αποτρέπει από τη ρεαλιστική αντιμετώπιση αυτών.

Σχετικά, τώρα με την υπόθεση της έρευνας, ότι αναμένεται δηλαδή οι μαθητές εκείνοι που χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα σε ένα ευρύτερο πλαίσιο πέραν του σχολείου (κατηγορία1), να δίνουν πιο πολλές ραελιστικές απαντήσεις απ'ότι οι μαθητές εκείνοι που χρησιμοποιούν την ελληνική μόνο στο σχολείο (κατηγορία 2), φαίνεται πως τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας την επιβεβαιώνουν και την ενισχύουν. Όπως φαίνεται στον πίνακα 5 ο αριθμός των ρεαλιστικών απαντήσεων ή των ρεαλιστικών σχολίων που δόθηκαν από τους μαθητές της κατηγορίας 2 είναι σαφώς μικρότερος από αυτών της κατηγορίας 1. Μόλις σε εννιά προβλήματα οι μαθητές που χρησιμοποιούν την ελληνική μόνο στο σχολείο έδωσαν κάποια μορφή ρεαλιστικής απάντησης, ποσοστό δηλαδή 5% επί του συνόλου των απαντήσεων, όταν το αντίστοιχο ποσοστό των παιδιών της κατηγορίας ένα φτάνει το 23,8% και τις συνολικά 50 ρεαλιστικού τύπου απαντήσεις.

Όπως φαίνεται στον πίνακα 4, η κατηγορία 1, οι μαθητές δηλαδή που χρησιμοποιούν ευρέως την ελληνική γλώσσα «υπερτερούν» σε όλες τις κατηγορίες απαντήσεων έναντι των μαθητών της κατηγορίας 2. Εκτός των ρεαλιστικών απαντήσεων, που είναι σαφώς περισσότερες, οι μαθητές της δεύτερης ομάδας έχουν υποπέσει σε περισσότερα τεχνικά-αριθμητικά λάθη, 99 έναντι 87 των μαθητών της κατηγορίας 1 και για να μιλήσουμε με ποσοστά, 55% έναντι του 41,23% των μαθητών που χρησιμοποιούν την ελληνική σε ευρύτερα πλαίσια.

Η δυσκολία των μαθητών αυτών οφείλεται πιθανότητα στην αδυναμία εκτέλεσης των δύο βημάτων, ειδικότερα δε του δεύτερου, που απαιτούνται σύμφωνα με τον Naude et al., (2001), προκειμένου ο εκάστοτε μαθητής να διδαχτεί και να κατανοήσει τα

Μαθηματικά. Σύμφωνα με τους παραπάνω, οι μαθητές θα πρέπει σε πρώτο στάδιο να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και στη συνέχεια θα πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσουν αυτήν την κατανόησή τους στο γραπτό λόγο. Οι μαθητές, λοιπόν της κατηγορίας 2 από τη στιγμή που δεν εξασκούν τη χρήση της ελληνικής γλώσσας, δεν είναι σε θέση και να την καταννοούν και στον μέγιστο δυνατό βαθμό, αλλά ούτε και να εκφράζονται σε αυτήν. Ακόμα, επομένως έστω και αν είναι σε θέση να κατανοούν τις μαθηματικές σχέσεις και πράξεις, που πρέπει να εκτελέσουν, δεν είναι ωστόσο σε θέση να κρίνουν τη λογική των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων, τα οποία εξάγουν, αφού δεν είναι ικανοί χρήστες και γνώστες της γλώσσας των προβλημάτων, του μέσου δηλαδή που διαφοροποιεί, ανάλογα με το εκάστοτε πλαίσιο τη λογικά αποδεκτή από τη μη λογικά αποδεκτή απάντηση.

Εξάλλου, οι μαθητές αυτής της κατηγορίας, αντιμετωπίζουν επιπλέον δυσκολίες στην κατανόηση των προβλημάτων, λόγω της διφορούμενης και αφηρημένης γλωσσικής παρουσίασης αυτών, όπως αναφέρει ο Cummins et al., (1988), αλλά και εξαιτίας της αναντιστοιχίας μεταξύ των νοητικών και ποσοτικών σχέσεων που εκφράζονται μέσα από τέτοιου είδους προβλήματα. (Riley & Greeno, 1988).

Η παράμετρος, που καθιστά τους μαθητές της κατηγορίας 1 ικανότερους στη λύση των λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων είναι η γλώσσα στην οποία παρουσιάζονται αυτά. Για τους μαθητές αυτούς η ελληνική αποτελεί στην ουσία την πρώτη τους γλώσσα (όχι βέβαια τη μητρική, γιατί αυτή είναι μόνο μία), αλλά σίγουρα μια γλώσσα, που λόγω της ευρείας χρήσης της την έχουν κατακτήσει σε πολύ μεγάλο βαθμό. Επομένως τα πορίσματα της έρευνας αυτής έρχονται σε απόλυτη συμφωνία με αυτά που έχουν υποστηρίξει κατά καιρούς διάφοροι ερευνητές σύμφωνα με τους οποίους, η επίλυση των λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων είναι πολύ ευκολότερη όταν αυτά παρουσιάζονται στη μητρική γλώσσα των μαθητών (Clarkson, 1991; Bernardo, 1999; Bernardo, 2002; Verscaffel et al., 1994; Bernardo & Calleja, 2005).

Βέβαια, η ελληνική δεν είναι η μητρική γλώσσα των μαθητών αυτών. Το ότι τα περισσότερα από τα παιδιά όμως της κατηγορίας 1 μένουν στην Ελλάδα από τη γέννησή τους σχεδόν και μιλούν αποκλειστικά τα Ελληνικά καθιστά αυτά απαρκείς και ικανούς χρήστες της ελληνικής γλώσσας. Τα ίδια, μάλιστα, σε συζητήσεις που είχε ο γράφων μαζί τους ανέφεραν διαρκώς πως τα ελληνικά είναι η γλώσσα τους και πως αυτά θα μιλούν σε όλη τους τη ζωή και παντού.

Κάτι παραπάνω, που αποσπάσαμε από την παραπάνω έρευνα και που έρχεται σε αντισοιχία με μια έρευνα των Abedi & Lord (2001) είναι ότι οι μαθητές της κατηγορίας 1 μπορούσαν και απλοποιούσαν ή και τροποποιούσαν τα προβλήματα, κάτι που σαφώς βελτιώνει την απόδοσή τους. Εξάλλου, οι μαθητές της κατηγορίας 1 λόγω του ότι κατανοούν σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό την ουσία των προβλημάτων είναι και σε θέση να ανακαλέσουν και να χρησιμοποιήσουν τις πλέον κατάλληλες στρατηγικές, που θα τους βοηθήσουν στην επίτευξη του έργου τους. Είναι σε θέση να κατανοούν βάσει των σχημάτων, που έχουν δημιουργήσει και των νοητικών μοντέλων σε ποια ακριβώς κατηγορία ανήκει το συγκεκριμένο πρόβλημα (Van Garderen, 2004), ενώ μπορουν να αντιλαμβάνονται και τις λεξεις-κλειδιά, που θα τους βοηθήσουν να εξάγουν ορθά και λογικά αποτελέσματα.

Η αδυναμία των μαθητών, που δε χρησιμοποιούν την ελληνική ευρέως, να επιλύουν λεκτικά μαθηματικά προβλήματα, πρέπει παράλληλα να οφείλεται και στην αδυναμία τους να μεταφέρουν τη γνώση του πραγματικού κόσμου, που σίγουρα κατέχουν στον τρόπο και στις μεθόδους επίλυσης τέτοιων προβλημάτων. Η παραπάνω αποτελεί στην ουσία μια δυσκολία στην αναγνώριση του πλαισίου, στο οποίο αναφέρεται το πρόβλημα. Έτσι, οι μαθητές μπορεί να πιστεύουν ότι το να κάνουμε ένα μείγμα από δύο υγρά διαφορετικών θερμοκρασιών, απλά αυξάνει τη θερμοκρασία του νέου αυτού μείγματος.

Όλα τα παραπάνω αναφερθέντα και φυσικά μη επιθυμητά αποτελέσματα της διδασκαλίας και μάθησης των λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων από τα παιδιά θεωρούνται ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης απ΄τη μια της ιδιαίτερα στερεοτυπικής μορφής και φύσης των προβλημάτων, που ως επί το πλείστον διδάσκονται και έχουν να αντιμετωπίσουν τα παιδιά στο σχολείο και της φύσης των διδακτικών και μαθησιακών δραστηριοτήτων σχετικά με αυτού του είδους τα προβλήματα. Υπό αυτές τις συνθήκες, τα παιδιά μαθαίνουν εμμέσως, και αυτό είναι το επικίνδυνο σημείο, ότι το να κάνουν και να εφαρμόζουν ρεαλιστικούς συλλογισμούς κατά την επίλυση λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων, θα αποβεί ανώφελο, επιβλαβές και μη αποτελεσματικό (Verschaffel, 1994), κάτι που φυσικά δεν ισχύει σε καμία περίπτωση.

Προς την κατεύθυνση αυτή, λοιπόν, θα πρέπει να στραφούν οι έρευνες και οι προσπάθειες όλων των ειδικών και εκείνων, που ασχολούνται με την διδασκαλία και εκμάθηση τρόπων επίλυσης λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων στα παιδιά. Η εκπαίδευση των παιδιών σε μεγαλύτερο αριθμό τέτοιου είδους προβλημάτων προαπαιτείται, σε προβλήματα αυθεντικού και πιο πολύπλοκου περιεχομένου, τα οποία θα απαιτούν από τους μαθητές να δώσουν έμφαση στη χρήση της ρεαλιστικής γνώσης. (Greer, 1993; Verschaffel, 1994).

Εκτός από την απλή ενασχόληση των μαθητών με αυτού του είδους τα προβλήματα, θεωρείται απαραίτητη η βαθύτερη και καλύτερη κατανόηση και ουσιαστικά η πλήρης εμπέδωση της ουσίας των προβλημάτων αυτών από τους μαθητές (De Corte et al., 1985; Greer, 1993). Μόνο εφ'όσον οι μαθητές κάνουν κτήμα τους το νόημα και την ουσία του περιεχομένου των προβλημάτων αυτών, θα μπορουν να τα αντιμετωπίζουν ως κομμάτι του γύρω τους καθημερινού κόσμου και όχι ως κάτι απόμερο και τελείως αποκομμένο από την πραγματικότητα. Προς αυτό το σκοπό θα πρέπει να κατευθύνονται όλες οι ενέργειες των εκπαιδευτικών.

Η έρευνα αυτή αποτελεί την αναφορά εκείνων των χαρακτηριστικών, που χρειάζονται και πρέπει να διδαχτούν οι μαθητές, που χρησιμοποιούν την ελληνική ως δεύτερη γλώσσα, για να μπορέσουν να εισαγάγουν τις γνώσεις τους για τον εξωτερικό-πραγματικό κόσμο, που σίγουρα κατέχουν, στη διαδικασία επίλυσης λεκτικών μαθηματικών προβλημάτων. Παράλληλα, οι εκπαιδευτικοί που έχουν στις τάξεις τους μαθητές με την ελληνική ως δεύτερη γλώσσα, ένα φαινόμενο πολύ συχνό στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα, θα πρέπει να καταβάλουν ιδιαίτερες προσπάθειες ούτως ώστε να καταστήσουν αυτούς τους μαθητές ικανούς χρήστες της ελληνικής γλώσσας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Abedi, J. & Lord, C. (2001), *The Language Factor in Mathematics Tests.* Applied Measurement in Education, 14, 219-234.
2. Abedi, J., Lord, C., & Hofstetter, C. (1998). *Impact of selected background variables on students' NAEP math performance.* Los Angeles: UCLA Center for the Study of Evaluation/National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing.
3. Abedi, J., Lord, C. & Plummer, J. (1995). *Language Backgrounds as a Variable in NAEP Mathematics Performance: NAEP* TRP Task 3D: Language Background Study.
4. Aiken, L. R. (1972). *Language factors in learning Mathematics.* Review of Education Research, 42, 359-85.
5. Andreou, G. & Karapetsas. (2002) A. *Accuracy and Speed of Processing Verbal Stimuli Among Subjects With Low and High Ability in Mathematics.* Educational Psychology, 22, 5, 613-619.
6. August, D., & Hakuta, K. (Eds). (1997). *Improving schooling for language-minority children: A research agenda.* Washington, DC: National Academy Press.
7. Bernardo,A.B.I. (1996). *Task specifity in the use of words in mathematics: Evidence from bilingual problem solvers.* International Journal of Psychology,31,13-27
8. Bernardo,A.B.I. (1998). *Language format and analogical transfer among bilingual problem solvers in the Philippines.* International Journal of Psychology,33, 33-44
9. Bernardo,A.B.I. (1999). *Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics.* Educational Psychology,19,149-163
10. Bernardo,A.B.I. (2002) *Language and mathematical problem solving among bilinguals.* The Journal of Psychology, 136, 283-297.
11. Bernardo, A. B. I. & Calleja M. O. (2005) *The Effects of Stating Problems in Billingual Student's First and Second Languages on Solving Mathematical Word Problems.* The Journal of Genetic Psycology, 166, 117-128.
12. Bransford, J. D. & Schwartz, D. L. (1999). *Rethinking transfer: A simple proposal with multiple implications In A. Iran-Nejad & P.D. Pearson, Review of research in*

education (pp. 61-100). Washington, DC: American Educational Research Association.

13. Chi, M. T. H., Feltovich, P. J. & Glaser, R. (1981) *Categorization and representation of physics problems by experts and novices.* Cognitive Science, 5,121-152.
14. Clarkson, P.C. (1991) *Mathematics in multingual society. Language in mathematical education: Research and Practice* (pp. 237-246)Buckingham, England: Open University Press.
15. Cocking, R.R., & Chipman, S. (1988) *Conceptual issues related to mathematics achievement of language minority children.* In R.R. Cocking & J. P. Mestre, *Linguistic and cultural influences on learning mathematics* (pp.17-46). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
16. Cooper, G. & Sweller, J. (1987). *Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer.* Journal of Education Psychology, 79,347-362.
17. Cummins, D.D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer R. (1988). *The role of understanding in solving word problems.* Cognitive Psychology, 20, 405-438.
18. Davis, R. B. (1989). *The culture of mathematics and the culture of schools.* Journal of mathematical Behavior, 8, 143-160.
19. De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). *Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions.* Journal of Educational Psycology, 77, 460-470.
20. De Corte, E. & Verschaffel, L. (1991) *Some factors influencing the solution of addition and subtraction word problems.* In K. Durkin % B. Shire, *Language in mathematical education: Research and practice* (pp.117-130). Buckingham, England: Open University Press.
21. Durkin, K. & Shire, B. (1991). *Language in mathematical education: Research and practice.* Buckingham, England: Open University Press.
22. Flick, L. B. & Lederman, N. G. (2002). *The value of teaching reading in the context of science and mathematics, School Science and Mathematics,* 102(3), 105-106
23. Fuchs L. S., Fuchs D., Prentice K., Hamlett C., Finelli R. & Courey S., (2004). *Enhancing Mathematical Problem Solving Among Third-Grade Students With*

Schema-Based Instruction. Journal of Educational Psycology, Vol. 96(4), pp. 635-647.

24. Gick, M.L. & Holyoak, K.J. (1980) *Analogical problem solving.* Cognitive Psychologist,12, 306-355
25. Green, G.M. (1989). *Pragmatics and natural language understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
26. Greer, B. (1993). *The modeling perspective on wor(l)d problems.* Journal of Mathematical Behavior, 12,239-250
27. Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). *Understanding and solving word arithmetic problems.* Psycological Review, 92, 109-129.
28. LaCelle-Peterson, M., & Rivera, C. (1994). *Is it real for all kids? A framework for equitable assessment policies for English language learners.* Harvard Educational Review, 64, 55-75
29. Larsen, S. C., Parker, R. M., & Trenholme, B. (1978). *The effects of syntactic complexity upon arithmetic performance*. Educational Studies in Mathematics, 21, 83-90.
30. Mayer, R.E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition (2nd ed.).* New York: Freeman.
31. McCoy, L., Baker, T. & Little, L. 1996 '*Using multiple representations to communicate: An algebra challenge'* in P. Elliott & M. Kenny (eds) *Communication in mathematics, K-12 and beyond,* National Council of Teachers of Mathematics, Virginia.
32. Mestre, J. P. (1988). *The role of language comprehension in mathematics and problem solving*. In R. R. Cocking & J. P. Mestre (Eds.), Linguistic and cultural influences on learning mathematics (pp. 201-220). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
33. Miller, S. P. & Mercer, C. D. (1993). *Using a graduated word problem sequence to promote problem-solving skills.* Learning Disabilities Research and Practice, 8(3), 169-174.

34. Mitchell, J. M. (2001), *Interactions Between Natural Language and Mathematical Structures 'The Case of Wordwalking'*. Mathematical Thinking & Learning, 3(1, 2), 1-19.

35. Muth, D. K. (1997). *Using cooperative learning to improve reading and writing in mathematical problem solving.* Reading & Writing Quarterly, 13(1), 71-83.

36. Moschkovich, J. (2002) *A Situated and Sociocultural Perspective on Bilingual Mathematics Learners. Mathematical Thinkink and Learning,* 4(2&3), pp.189-212.

37. Naude, A. Engelbrecht, J. Harding A. & Rogan, J. (2001). *The influence of second language teaching on undergraduate mathematics performance.* South Africa: University of Pretoria.

38. Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics.* Cambridge: Cambridge University Press.

39. O'Regan, K. (1999), *Mathematically speaking: the importance of language in the leatning of Mathematics*, HERDSA Annual International Conference, Melbourne, 12-15 July.

40. Παρασκευόπουλος, Ι. Ν., (1990). *Στατιστική εφαρμοσμένη στις επιστήμες της συμπεριφοράς,* τόμος Β' , Επαγωγική στατιστική, Αθήνα.

41. Quilici, J.L. & Mayer, R.E. (1996). *Role of examples in how students learn to categorize statistics word problems.* Journal of Educational Psychology, 88,144-161.

42. Riley, M.S., & Greeno, J.G. (1988). *Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving word problems.* Cognition & Instruction, 7, 309-327.

43. Ρούσσος, Π., Τσαούσης, Γ. (2002). *Στατιστική εφαρμοσμένη στις κοινωνικές επιστήμες.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

44. Salend, S. J. (2001). *Creating inclusive classrooms: Effective and reflective practices.* (4th ed.) Upper Saddle River, NJ: Merrill Practice Hall.

45. Simpson, M. (1994) 'Talk throughs: A strategy for encouraging active learning across the content areas, Journal of Reading, 38, (4), 296-304.

46. Spanos, G., Rhodes, N. C., Dale, T. C., & Crandall, J. (1988). *Linguistic features of mathematical problem solving: Insights and applications.* In R. R. Cocking & J. P.

Mestre (Eds.), Linguistic and cultural influences on learning mathematics (pp. 221-240). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

47. Toluk, Z. & Olkun, S. (2000). *Problem Solving in Turkish Mathematics Education: Primary School Mathematics Textbooks.* Educational Sciences: Theory & Practice
48. Van Garderen, D. (2004). *Reciprocal Teaching as a Comprehension Strategy for Understanding Mathematical Word Problems.* Reading & Writing Quarterly, 20, 225-229.
49. Van Garderen, D., & Montague, M. (2003). *Visual-spatial-representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities.* Learning Disabilities Research and Practice, 18(4),246-254.
50. Verschaffel L., De Corte E. & Lasure Sabien, (1994). *Realistic Considerations in Mathematical Modeling of School Arithmetic Word Problems.* Learning and Instruction, 4, 273-294.
51. Verschaffel, L., & De Corte E. (in press). Word problems. A vehicle for authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In P. Bryant & T. Nunes (Eds.), *How do children learn mathematics*? Hillsdale, NJ: Erlbaum.
52. Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems.* Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
53. Vygotsky, L., (1962) *Thought and language.* Cambridge, Mass: MIT Press.
54. Zehler, A.M., Hopstock, P.J., Fleischman, H.L., & Greniuk, C. (1994). *An examination of assessment of limited English proficient students.* Arlington, VA: Development Associates, Special Issues Analysis Center.

Παράρτημα 1

Ερωτήσεις για τον δάσκαλο/α της τάξης

1) Γνωρίζετε αν έχετε αλλοδαπούς στην τάξη σας; Αν ναι πόσοι είναι σε αριθμό και ποια η χώρα προέλευσης τους.

2) Αντιμετωπίζετε προβλήματα από αυτούς τους μαθητές; Είναι συμπεριφοράς, μαθησιακά όπως στη γλώσσα ορθογραφία, έκθεση ή ανάγνωση. Στα μαθηματικά ή κάπου αλλού;

3) Το επίπεδό τους, συγκριτικά με τους γηγενείς πως θα το χαρακτηρίζατε; Υψηλότερο, χαμηλότερο, ίσο και γιατί,

4) Συμμετέχουν στην διαδικασία της διδασκαλίας;

5) Γνωρίζετε κάτι για το εκπαιδευτικό σύστημα από όπου προέρχονται; Αν ναι, από πού συγκεντρώσατε τις πληροφορίες;

6) Τους παρέχετε κάποια βοηθήματα, αν ναι τι είδους;

Παράρτημα 2

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Ερωτήσεις για τους μαθητές

Φύλο: α) Αγόρι β) Κορίτσι

Τάξη:____________________

Ηλικία:____________________

1) Σπουδές γονέων

Μητέρα : α) Δημοτικό
β) Γυμνάσιο
γ) Λύκειο
δ) Πανεπιστήμιο
ε) Άλλο
στ) Δεν ξέρω

Πατέρας: α) Δημοτικό
β) Γυμνάσιο
γ) Λύκειο
δ) Πανεπιστήμιο
ε) Άλλο
στ) Δεν ξέρω

2) Από πού είναι οι γονείς σου;

Μητέρα :____

Πατέρας :____

3) Εσύ πού γεννήθηκες;

____

4)Πόσα χρόνια μένετε στην Ελλάδα;

____

5)Τι γλώσσα μιλούν οι γονείς σου;

____

6) Ποια γλώσσα μιλάς εσύ στο σπίτι μαζί τους;

____

7) Πού μιλάς πιο συχνά τα ελληνικά;

α) με τους γονείς σου;   β)με τους φίλους σου; γ) στο σχολείο δ) αλλού

8) Έχεις δυσκολίες στο μάθημα της γλώσσας;

α) πολύ   β)λίγο   γ) καθόλου

Παράρτημα 3

Στοιχεία μαθητή

Αγόρι **Κορίτσι**

Τάξη:

Ηλικία:

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Α) Παράλληλα

1)Ο Γιώργος έχει 5 φίλους και ο Γιάννης έχει 6. Ο Γιώργος και ο Γιάννης αποφασίζουν να κάνουν ένα πάρτι και καλούν όλους τους φίλους τους. Όλοι έρχονται. Πόσοι φίλοι είναι στο πάρτι;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

2) Ο Νίκος αγόρασε 4 σανίδια και το καθένα ήταν 2,5 μέτρα. Πόσα σανίδια του ενός μέτρου μπορεί να πάρει από αυτά τα κομμάτια;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

3) Ποια θα είναι η θερμοκρασία του νερού σε ένα δοχείο αν χύσουμε 1 λίτρο νερό που είναι 80 βαθμούς Κελσίου ζεστό και 1 λίτρο νερό που είναι 40 βαθμούς Κελσίου ζεστό;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

4) 450 στρατιώτες πρέπει να πάνε στο στρατόπεδό τους με στρατιωτικά λεωφορεία. Κάθε ένα λεωφορείο χωράει 36 στρατιώτες. Πόσα λεωφορεία θα χρειαστούν;
Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

5) Ο Γιάννης τρέχει τα 100 μέτρα σε 17 δευτερόλεπτα. Σε πόση ώρα θα τρέξει τα 1000 μέτρα;
Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

Β) Σταθερά

1) Ο Χρήστος έκανε περπάτημα για γυμναστική. Το πρωί περπάτησε 8 χμ. και το απόγευμα 15χμ.Πόσα χιλιόμετρα περπάτησε συνολικά;
Λύση-Απάντηση:

2) Ο Γιώργος, ο Γιάννης, η Μαρία και η Ελένη πήραν από τον παππού τους 14 κομμάτια σοκολάτας και τα μοιράστηκαν ίσα. Πόσα κομμάτια σοκολάτας πήρε το κάθε παιδί;
Λύση-Απάντηση:

3) Το πρωί ο Κώστας είχε 480€ στο πορτοφόλι του. Τώρα έχει ήδη 1650€. Πόσα ευρώ κέρδισε από το πρωί ο Κώστας;
Λύση-Απάντηση:

4) Ένας άντρας κόβει ένα ύφασμα που ήταν δώδεκα μέτρα σε κομμάτια του 1,5 μέτρου. Πόσα τέτοια κομμάτια θα έχει;
Λύση-Απάντηση:

5) Στο παρακάτω δοχείο τρέχει νερό με σταθερή ποσότητα. Αν μετά από 10 δευτερόλεπτα το νερό φτάνει τα 4 εκατοστά, πόσο θα είναι μετά από 30 δευτερόλεπτα;

Λύση-Απάντηση:

Παράρτημα 4

Στοιχεία μαθητή

Αγόρι **Κορίτσι**

Τάξη:

Ηλικία:

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Α) Σταθερά

1) Ο Γιώργος κάνει πάρτι για τα γενέθλιά του. Κάλεσε 8 αγόρια φίλους του και τέσσερα κορίτσια φίλες του. Πόσα παιδιά κάλεσε συνολικά;

Λύση-Απάντηση:

2) Ο Νίκος αγόρασε 5 σανίδια και το καθένα ήταν 2 μέτρα. Πόσα σανίδια του 1 μέτρου μπορεί να κόψει;

Λύση-Απάντηση:

3) Ένας αγρότης έχει δύο φορτηγά με μήλα. Το πρώτο φορτηγό έχει 60 μήλα και το δεύτερο 90. Τα βάζει όλα σε ένα άλλο φορτηγό, μεγαλύτερο. Πόσα μήλα θα έχει αυτό το φορτηγό;

Λύση-Απάντηση:

4) Η Μαρία έχει στο πορτοφόλι της 70€. Ξοδεύει όλα τα λεφτά της για να αγοράσει 20 κουκλάκια. Πόσο κάνει το ένα κουκλάκι;

Λύση-Απάντηση:

5) Ένα καράβι πλέει με 45χμ./ώρα. Πόση ώρα θα κάνει η βάρκα για να ταξιδέψει 180 χμ.;

Λύση-Απάντηση:

Β) Παράλληλα

1) Ο Γιώργος και η Μαρία πηγαίνουν στο ίδιο σχολείο. Ο Γιώργος μένει 17 χμ. Μακριά από το σχολείο και η Μαρία 8χμ. Πόσο μακριά μένουν ο ένας απ' τον άλλον;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

2) Ο παππούς δίνει στα 4 εγγόνια του 18 μπαλόνια και τα μοιράζονται ίσα. Πόσα μπαλόνια θα πάρει το κάθε παιδί;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

3) Ο Γιάννης γεννήθηκε το 1989. Σήμερα είναι 2006. Πόσο χρονών είναι ο Γιάννης;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

4) Κάποιος θέλει ένα σχοινί για να ενώσει δύο δέντρα που έχουν απόσταση 12 μέτρα. Έχει όμως κομμάτια σχοινιά που το καθένα είναι 1,5 μέτρο. Πόσα τέτοια κομμάτια θα χρειαστεί για να ενώσει τα δύο δέντρα;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια:

5) Στο παρακάτω δοχείο τρέχει νερό με σταθερή ποσότητα. Αν μετά από 10 δευτερόλεπτα το νερό φτάνει τα 4 εκατοστά, πόσο θα φτάνει μετά από 30 δευτερόλεπτα;

Λύση-Απάντηση:

Σχόλια: