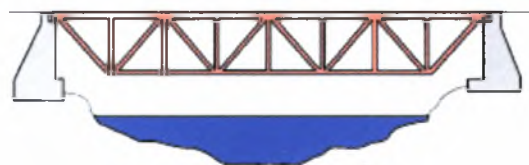
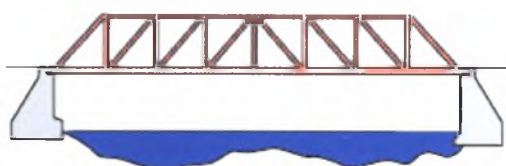


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΩΝ
ΣΕ ΣΤΑΤΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ**



ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΒΕΡΓΟΠΟΥΛΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΚΩΣΤΑΣ ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας

2005



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 3527/1
Ημερ. Εισ.: 02-03-2005
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜΒ
2005
ΒΕΡ

Ζτην γιαγιά μου

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου
(Επιβλέπων) Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Σπύρος Καραμανός
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γιώργος Πετρόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κ.Σπύρο Καραμάνο και κ.Γεώργιο Πετρόπουλο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Τέλος, οφείλω ευχαριστίες στον συνάδελφο μου Κωνσταντίνο Χριστοδούλου για την πολύτιμη βοήθεια του στο προγραμματισμό με Matlab και στην φιλόλογο κ.Αγγελοπούλου για την σύνταξη της εργασίας.

Περίληψη

Το αντικείμενο της εργασίας είναι η βέλτιστη επιλογή των χαρακτηριστικών μιας κατασκευής. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής διατηρώντας την ασφάλεια της κατασκευής σε επιθυμητά επίπεδα. Παρουσιάζεται μια μεθοδολογία βελτιστοποίησης σχεδιασμού κατασκευών και εφαρμόζεται σε δικτύωματα. Οι σχεδιαστικές παράμετρος αναφέρονται στην παρούσα εργασία στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δικτυωμάτων, όπως οι διατομές των μελών που αποτελούν το δίκτυωμα και οι θέσεις των κόμβων του δικτυώματος. Το κόστος, το οποίο αποτελεί την αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα της βελτιστοποίησης, αναφέρεται στο βάρος της κατασκευής και εξαρτάται από την επιλογή των διατομών και τις θέσεις των κόμβων. Γενικά το κόστος της κατασκευής εξαρτάται από την τεχνογνωσία του ανθρώπινου δυναμικού, από παράγοντες οικονομικής φύσεως και λοιπούς παράγοντες. Σε αυτήν την διπλωματική εργασία έγινε προσπάθεια ελαχιστοποίησης του βάρους της κατασκευής θεωρώντας το ως ένα από τους παράγοντες του κόστους.

Η ασφάλεια των δικτυωμάτων εξαρτάται από τις τάσεις και τις αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στα μέλη. Τα μεγέθη αυτά δεν επιτρέπεται να ξεπερνούν το όριο διαρροής και τις κρίσιμες τιμές λυγισμού αντίστοιχα.

Στο κεφαλαίο 2 διατυπώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης σχεδιασμού δικτυωμάτων. Επίσης παρουσιάζονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Στο κεφαλαίο 3 παρουσιάζεται το λογισμικό το οποίο χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση των κατασκευών-δικτυωμάτων. Στο κεφαλαίο 4 δίνονται παραδείγματα βελτιστοποίησης σχεδιασμού δικτυωμάτων για διάφορες φορτίσεις.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφαλαίο 1 Οργάνωση Διπλωματικής

1.1 Εισαγωγή.....1

1.2 Οργάνωση Διπλωματικής.....3

Κεφαλαίο 2 Βελτιστοποίηση Κατασκευών

2.1 Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης.....5

2.2 Παραμετροποίηση Κατασκευής.....8

2.3 Αριθμητικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης.....10

2.4 Συμπεράσματα15

Κεφαλαίο 3 Μοντελοποίηση των κατασκευών με χρήση του Λογισμικού SDTools

3.1 Εισαγωγή.....16

3.2 Ορισμός Μοντέλου με λογισμικό πακέτο SDTools17

3.3 Υπολογισμός τάσεων και φορτίων για την εισαγωγή τους ως περιορισμοί στην διαδικασία βελτιστοποίησης.....29

Κεφαλαίο 4 Αριθμητικά Αποτελέσματα

- 4.1 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 1 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής.....33
- 4.2 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 2 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής.....42
- 4.3 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 3 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής.....45
- 4.4 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 1 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων.....48
- 4.5 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 2 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων.....52
- 4.6 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύματος για την περίπτωση που το μοντέλο 3 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων.....56
- 4.7 Σύγκριση Μοντέλων και Ανάλυση των Αποτελεσμάτων.....60

Κεφαλαίο 5 Σύνοψη Διπλωματικής και Βιβλιογραφία

Κεφάλαιο 1

1.1 Εισαγωγή

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία έγινε μελέτη βελτιστοποίησης σε δικτυώματα. Στην σύγχρονη βιομηχανία ο παράγοντας κόστος αποτελεί το βασικό άξονα στην παραγωγική διαδικασία. Έτσι έχοντας σαν κίνητρο την ελαχιστοποίηση του κόστους προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε τα χαρακτηριστικά της κατασκευής. Από άρθρα και μελέτες συναφείς με την βελτιστοποίηση μοντέλων παρατηρήσαμε την δυσκολία που υπήρξε στον υπολογιστικό τμήμα της μελέτης. Σημαντικό βοήθημα στις αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των μη γραμμικών συστημάτων αποτέλεσε το Optimization Toolbox του MATLAB [8] καθώς και το βιβλίο των S. C. Chapra και R. P. Canale [9].

Στην περίπτωση της βελτιστοποίησης οι σχετικές αναφορές είναι περιορισμένες. Με την ραγδαία εξέλιξη της υπολογιστικής δύναμης οι μέθοδοι βελτιστοποίησης απλοποιήθηκαν και συντόμευσαν αφού παλαιότερα χρησιμοποιούνταν κυρίως εμπειρικοί τρόποι βελτιστοποίησης. Δύο σχετικές αναφορές βρίσκονται στις δημοσιεύσεις [10] και [11] σε ένα περιοδικό που ασχολείται κυρίως με θέματα της βιομηχανίας. Πριν την ευρεία διάδοση των υπολογιστών η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού στηριζόταν στην πρακτική της επανάληψης της επίλυσης του δικτύου μέχρι την εύρεση μιας ικανοποιητικής λύσης. Σήμερα πλέον χρησιμοποιούνται τόσο συμβατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης οδηγούμενες από τη μερική παράγωγο της συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές, όσο και εξελικτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης όπως είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι.

Στην παρούσα διπλωματική με την χρήση του υπολογιστικού πακέτου SDTools η βελτιστοποίηση απλοποιείται αν καθορίσουμε τις κατάλληλες παραμέτρους του μοντέλου. Βάσει αυτών των πληροφοριών και έχοντας υπόψη την θεωρία βελτιστοποίησης καταστρώνεται το πρόβλημα. Η ασφάλεια της κατασκευής αποτελεί τον βασικό περιορισμό στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Γι'αυτόν το λόγο παράλληλα με την αναζήτηση εύρεσης βέλτιστης λύσης δίνεται έμφαση και στον τομέα της ασφάλειας. Η παραμετροποίηση του μοντέλου είναι αναγκαία στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Η χρήση του πακέτου SDTools σε περιβάλλον MATLAB παρέχει αυτήν τη δυνατότητα. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε παραμετροποιούνται ως προς το εμβαδόν της διατομής και το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος. Η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με τη ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία αποτελεί την συνάρτηση κόστους.

Η δυσκολία στην εύρεση βέλτιστης λύσης έγκειται στον συνδυασμό παραμέτρων του μοντέλου και υπολογιστικών συνθηκών, ώστε όχι απλώς να βρεθεί μια βέλτιστη λύση αλλά αυτή η λύση να προσεγγίζει ρεαλιστικά κατασκευαστικά χαρακτηριστικά.

1.2 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Η διπλωματική εργασία αναπτύσσεται στα παρακάτω κεφαλαία:

Στο Κεφαλαίο 2 διατυπώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Για ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ορίστηκε μια αντικειμενική συνάρτηση η οποία τείνει να ελαχιστοποιηθεί. Η αντικειμενική συνάρτηση αντιπροσωπεύει το βάρος της κατασκευής και η μείωση του βάρους ισοδυναμεί με την επιθυμητή μείωση του κόστους. Η διαδικασία ελαχιστοποίησης περιορίζεται με στόχο την ασφάλεια της κατασκευής. Χωρίς τους περιορισμούς ασφάλειας η διαδικασία θα οδηγούσε σε μια κατασκευή με μηδενικό βάρος. Στη συνέχεια στο τμήμα 2.2 εξετάζεται η παραμετροποίηση της κατασκευής και αναφέρονται τα μεγέθη που μεταβάλλονται κατά την διάρκεια της βελτιστοποίησης. Τέλος στο τμήμα 2.3 αναφέρονται οι υπολογιστικές μεθόδους που χρησιμοποιεί η Matlab από τις βιβλιοθήκες optimization και παρουσιάζονται τα βασικά στάδια της διαδικασίας.

Στο Κεφαλαίο 3 παρουσιάζεται η μοντελοποίηση της κατασκευής. Παρουσιάζεται η χρήση του λογισμικού πακέτου SDTools σε περιβάλλον Matlab με στόχο την περιγραφή των κατασκευαστικών χαρακτηριστικών του δικτύματος. Η μοντελοποίηση του δικτύματος σε κατάλληλα μητρώα μας δίνει την δυνατότητα επεξεργασίας. Στην συνέχεια του κεφαλαίου αναπτύσσεται ο υπολογισμός των τάσεων και των φορτίσεων για τη χρήση τους ως περιορισμοί της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Στο κεφαλαίο 4 παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα. Στο τμήμα 4.1 η βελτιστοποίηση εφαρμόστηκε σε μοντέλο με περιορισμούς ως προς την μέγιστη τιμή της τάσης και παρατίθενται διαγράμματα φορτίου-κόστους και παραμέτρων θ –κόστους. Στην συνέχεια η διαδικασία εφαρμόστηκε στο ίδιο μοντέλο στο οποίο ο περιορισμός επεκτάθηκε και ως προς τα κρίσιμα φορτία λυγισμού. Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζονται διαγράμματα φορτίου-κόστους και παραμέτρων θ –κόστους αλλά και πίνακας στο οποίο συγκρίνονται οι δυο παραπάνω περιπτώσεις. Στο κεφαλαίο 4.2 και 4.3 μελετούνται δυο νέα μοντέλα με περιορισμούς στην μέγιστη τάση και στα κρίσιμα φορτία λυγισμού. Στην συνέχεια για τα τμήματα 4.4,4.5,4.6 μελετούνται τα παραπάνω μοντέλα τα οποία είναι παραμετροποιημένα εκτός από τις διατομές των μελών και ως προς την θέση των κόμβων. Σε αυτά τα τμήματα παρουσιάζονται διαγράμματα φορτίου-κόστους, παραμέτρων θ –κόστους και τα νέα βέλτιστα μοντέλα. Τέλος στο κεφαλαίο 4.7 γίνονται συγκρίσεις όλων των παραπάνω περιπτώσεων και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

Η σύνοψη της διπλωματικής εργασίας και κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα παρουσιάζονται στο κεφαλαίο 5.

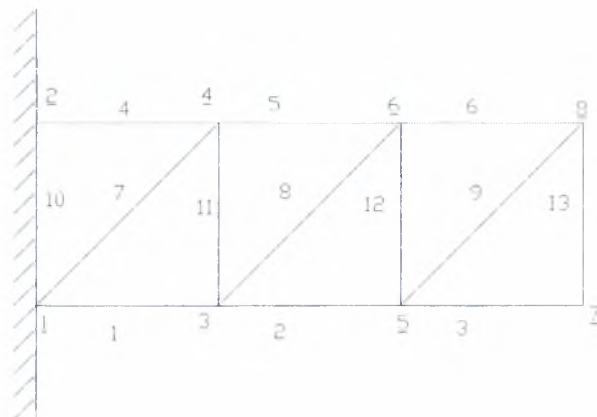
Κεφαλαίο 2 Βελτιστοποίηση Κατασκευών

2.1 Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης

Σε αυτό το κεφαλαίο διατυπώνεται το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού δικτυωμάτων. Το δικτύωμα που εξετάζεται φαίνεται στο σχήμα 2.1. Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού μοντελοποιείται ως εξής: θεωρείται $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$ ως το σύνολο παραμέτρων σχεδιασμού, οι οποίες επιλέγονται να μεταβάλλονται κατά την διάρκεια της διαδικασίας εύρεσης του βέλτιστου σχεδιασμού δικτυωμάτων. Συνήθως οι παράμετρος αυτές περιλαμβάνουν γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής όπως για παράδειγμα, διατομές των μελών που απαρτίζουν ένα δικτύωμα ή/και συντεταγμένες των κόμβων του δικτύωματος. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους της κατασκευής διατηρώντας την ασφάλεια της κατασκευής σε επιθυμητά επίπεδα. Η συνάρτηση κόστους (σχέση 2.1) αντιπροσωπεύει το συνολικό βάρος πολλαπλασιασμένο με το κόστος υλικού ανά μονάδα βάρους. Τα μεγέθη της σχέσης 2.1 είναι τα εξής: r η πυκνότητα του υλικού, A_i το εμβαδόν της διατομής των μελών i του δικτύωματος και L_i το μήκος του μέλους i του δικτύωματος (σχέση 2.2). Όπου x_j, y_j οι συντεταγμένες των κόμβων και N ο αριθμός των μελών του δικτύωματος.

$$\underset{\theta}{\text{minimize}} J(\theta) = \sum_{i=1}^N r \times A_i(\theta) L_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2.1)$$

$$L = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2.2)$$



Σχήμα 2.1.

Για την παραπάνω συνάρτηση οι τιμές θ είναι παράμετρος στις οποίες παραμετροποιείται η κατασκευή. Οι παράμετρος αυτές αντιπροσωπεύουν την γεωμετρία της κατασκευής ή τις ιδιότητες του υλικού. Για την συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση η παράμετρος θ πολλαπλασιάζεται με την διατομή αναφοράς A_0 των στοιχείων του δικτύωματος, έτσι προκύπτει ότι $A_i = A_0 \cdot \theta_i$.

Για την επίλυση του προβλήματος λαμβάνονται υπ'οψην και οι περιορισμοί που αναφέρονται στην ασφάλεια του δικτύωματος. Η ασφάλεια του δικτύωματος (σχήμα 2.1) διατηρείται όταν οι μέγιστες τάσεις δεν ξεπερνούν τις επιτρεπόμενες τάσεις (σχέση 2.3) και οι μέγιστες αξονικές δυνάμεις δεν ξεπερνούν τις επιτρεπόμενες δυνάμεις που προκαλούν λυγισμό στα μέλη (σχέση 2.4). Η επιτρεπόμενη τάση σ_{max} ισοδυναμεί με το όριο διαρροής του υλικού. Ενώ οι δυνάμεις λυγισμού $f_i^{critical}$ που αναπτύσσονται σε κάθε μέλος του δικτύωματος αναφέρονται για ροπή αδρανείας I_{z_i} σε κυκλική διατομή (σχέση 2.5).

$$\sigma_i(\theta) \leq |\sigma_{max}| = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_i}{A_0 \theta_i} \quad (2.3)$$

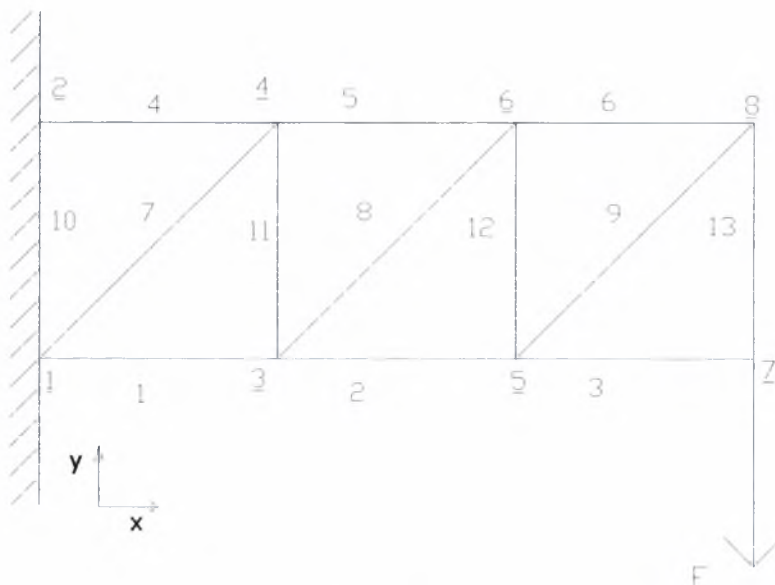
$$f_i(\theta) \leq |f_i^{critical}| = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{z_i}}{L_i^2} \quad (2.4)$$

$$I_{z_i} = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \frac{A_i^2}{4 \cdot \pi} = \frac{A_0^2}{4 \cdot \pi} \cdot \theta_i^2 \quad (2.5)$$

Παραπάνω διατυπώσαμε το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού με στόχο την κατασκευή ενός ασφαλούς και οικονομικού δικτύματος. Στην συνέχεια παρουσιάζεται η παραμετροποίηση της κατασκευής.

2.2 Παραμετροποίηση Κατασκευής

Οι παράμετρος θ αναφέρονται στις διατομές του δικτύωματος και στις συντεταγμένες των κόμβων του. Τα στοιχεία του δικτύωματος απεικονίζονται στο σχήμα 2.2 (1,2,...,13). Η διατομή αναφοράς A_0 των στοιχείων πολλαπλασιάζεται με την παράμετρο θ , ισχύει δηλαδή $A_i = A_0 \cdot \theta_i$. Αυτή η εργασία χωρίζεται σε δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος οι παράμετρος αναφέρονται στο εμβαδόν των διατομών των στοιχείων με $\theta_i = \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Το θ_1 περιλαμβάνει τα οριζόντια στοιχεία (1,2,3,4,5,6), το θ_2 περιλαμβάνει τα διαγώνια στοιχεία (7,8,9) και το θ_3 περιλαμβάνει τα κάθετα στοιχεία (10,11,12,13). Στο δεύτερο μέρος οι παράμετρος αναφέρονται εκτός από την διατομή των στοιχείων και στο μήκος των στοιχείων του δικτύωματος (σχήμα 2.2). Το θ_4 απεικονίζει την θέση των κόμβων 3,4 κατά την x - συντεταγμένη, αντίστοιχα το θ_5 απεικονίζει την θέση των κόμβων 5,6. Τα νέα βέλτιστα μοντέλα με τις νέες συντεταγμένες των κόμβων στο παρουσιάζονται κεφαλαίο 4.



Σχήμα 2.2

Στόχος της διαδικασίας είναι ο προσδιορισμός των βέλτιστων τιμών $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το βάρος της κατασκευής και να διατηρείται η ασφάλεια της. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης λύνεται με την αριθμητική μέθοδο Quasi-Newton η οποία περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

2.3 Αριθμητικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Η σχεδίαση δικτυωμάτων με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab. Η Matlab παρέχει ένα πλήθος μεθόδων ελαχιστοποίησης και προσαρμόζεται ανάλογα με το πρόβλημα. Στο παρόν πρόβλημα επιλέγεται η μέθοδο Quasi-Newton η οποία στην προσπάθεια εύρεσης κλίσεων ενεργοποιεί την διαδικασία αναζήτησης γραμμών (Line Search Procedures), η οποία παρέχει πληροφορίες για τις κλίσεις. Η ροή της βελτιστοποίησης έγκειται στο διαδοχικό τετραγωνικό προγραμματισμό ο οποίος ελέγχει τις μη γραμμικές μεθόδους. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται αναπτύσσονται παρακάτω.

Quasi-Newton Methods

Από τις μεθόδους που χρησιμοποιούν τις πληροφορίες κλίσης, περισσότερο εύχρηστες είναι οι μέθοδοι Newton. Αυτές οι μέθοδοι ενισχύουν τις πληροφορίες κυρτότητας σε κάθε επανάληψη για να διατυπώσουν ένα τετραγωνικό πρότυπο πρόβλημα της παρακάτω μορφής:

$$\min_{\theta} \frac{1}{2} \theta^T H \cdot \theta + c^T \cdot \theta + b \quad (2.6)$$

όπου H , η Εσσιανή (Hessian) μήτρα, η οποία είναι μια θετική καθορισμένη συμμετρική μήτρα, c είναι ένα σταθερό διάνυσμα και b είναι μια σταθερά. Η βέλτιστη λύση γι' αυτό το πρόβλημα εμφανίζεται όταν τα μερικά παράγωγα του θ τείνουν στο μηδέν.

$$\nabla f(\boldsymbol{\theta}^*) = H \cdot \boldsymbol{\theta}^* + c = 0 \quad (2.7)$$

Το $\boldsymbol{\theta}^*$ είναι το βέλτιστο σημείο λύσης

$$\boldsymbol{\theta}^* = -H^{-1} \cdot c \quad (2.8)$$

Οι μέθοδοι τύπου Newton (σε αντιδιαστολή με την μέθοδο Quasi-Newton) υπολογίζουν το H άμεσα και τείνουν σε μια κατεύθυνση καθόδου μέχρι να εντοπίσουν το ελάχιστο μετά από πλήθος επαναλήψεων. Ο υπολογισμός του H αριθμητικά περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό πράξεων. Η μέθοδος Quasi-Newton αποφεύγει τις πολλές πράξεις. Απεναντίας παρατηρεί τη συμπεριφορά της $f(\boldsymbol{\theta})$ και του $\nabla f(\boldsymbol{\theta})$ για να ενισχύσει τις πληροφορίες κυρτότητας. Για την προσέγγιση του $\boldsymbol{\theta}$ χρησιμοποιεί μια κατάλληλη τεχνική ενημέρωσης.

Ο τύπος που δίνεται από BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb Shanno) είναι ο παρακάτω:

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k q_k^T}{q_k^T s_k} - \frac{H_k^T s_k s_k^T H_k}{s_k^T H_k s_k} \quad (2.9)$$

όπου

$$s_k = \boldsymbol{\theta}_{k+1} - \boldsymbol{\theta}_k \quad (2.10)$$

$$q_k = \nabla f(\boldsymbol{\theta}_{k+1}) - \nabla f(\boldsymbol{\theta}_k) \quad (2.11)$$

Σαν αφετηρία, H_0 μπορεί να τεθεί οποιαδήποτε συμμετρική θετική καθορισμένη μήτρα, π.χ η μήτρα ταυτότητας I . Για την αποφυγή της αντίστροφης Εσσιανης θ , παράγεται μια μέθοδος ενημέρωσης. Πρόκειται για τη χρησιμοποίηση ενός τύπου που προσεγγίζει την αντίστροφη της Εσσιανης H^{-1} σε κάθε αναπροσαρμογή. Οι πληροφορίες κλίσης παρέχονται μέσω των αναλυτικά υπολογισμένων κλίσεων. Οι παραγόμενες κλίσεις (που προέρχονται από τα μερικά παράγωγα) χρησιμοποιούνται σε μια αριθμητική μέθοδο διαφοροποίησης, η οποία κάνει χρήση πεπερασμένων διαφορών. Σε κάθε επανάληψη k εκτελείται μια αναζήτηση γραμμών σε αυτή την κατεύθυνση:

$$d = H_k^{-1} \nabla f(\theta_k) \quad (2.12)$$

Η μέθοδος quasi-Newton ακολουθεί τη μορφή κοιλάδας και συγκλίνει μετά από ένα πλήθος αξιολογήσεων λειτουργίας χρησιμοποιώντας μόνο τις πεπερασμένες κλίσεις διαφοράς.

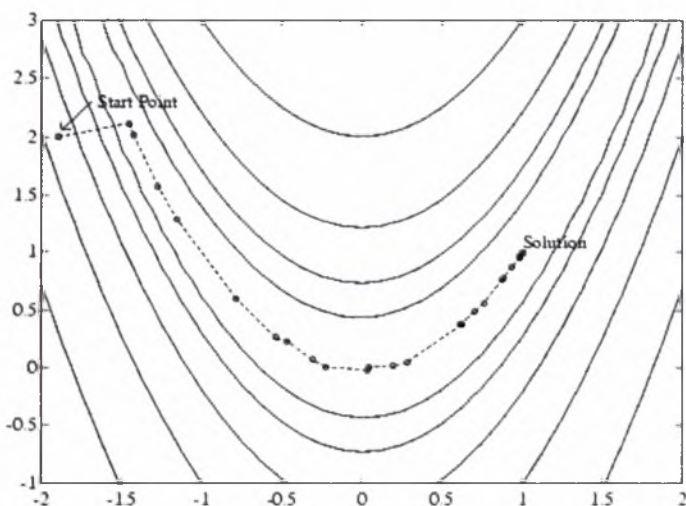


Figure 2-2: BFGS Method on Rosenbrock's Function

Διαδικασίες αναζήτησης γραμμών (Line Search Procedures)

Χρησιμοποιούνται δύο στρατηγικές αναζήτησης γραμμών. Αρχικά αναζητούνται οι διαθέσιμες πληροφορίες κλίσης, στη περίπτωση που είναι διαθέσιμες, η προεπιλογή πρόκειται να χρησιμοποιήσει μια κυβική πολυωνυμική μέθοδο. Απεναντίας, εάν δεν βρεθούν, ο υπολογισμός τους γίνεται με την χρήση μια μεθόδου πεπερασμένων διαφορών. Η προεπιλογή τότε πρόκειται να χρησιμοποιήσει μια μικτή τετραγωνική και κυβική πολυωνυμική μέθοδο.

Κυβική πολυωνυμική μέθοδος

Στην προτεινόμενη κυβική πολυωνυμική μέθοδο η κλίση και η αξιολόγηση λειτουργίας γίνονται σε κάθε επανάληψη k . Η αναπροσαρμογή εκτελείται όταν βρίσκεται ένα νέο σημείο, θ_{k+1} , το οποίο ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$f(\theta_{k+1}) < f(\theta_k) \quad (2.13)$$

Σε κάθε επανάληψη ένα βήμα a^k προστίθεται για να διαμορφωθεί η παρακάτω μορφή

$$\theta_{k+1} = \theta_k + a^k \cdot d \quad (2.14)$$

Εάν αυτό το βήμα δεν ικανοποιεί τον όρο a^k τότε μειώνεται για να διαμορφώσει ένα νέο βήμα a^{k+1} .

Διαδοχικός τετραγωνικός προγραμματισμός (Sequential Quadratic Programming (SQP))

Οι μέθοδοι SQP αντιπροσωπεύουν την κατάσταση προόδου στις μη γραμμικές μεθόδους προγραμματισμού. Για παράδειγμα, έχει εφαρμοστεί και έχει εξεταστεί μια έκδοση που εκτελεί έξω από κάθε άλλη δοκιμασμένη μέθοδο, από άποψη αποδοτικότητας, την ακρίβεια και το ποσοστό των αποδεκτών λύσεων. Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται σε έναν μεγάλο αριθμό προβλημάτων δοκιμής και μέσω αυτής επιτρέπεται η χρήση της μεθόδου Newton για προβλήματα με περιορισμούς στην βελτιστοποίηση. Το πρόβλημα αναδιατυπώνεται με τη χρήση της τετραγωνικής προσέγγισης (μέθοδος Lagrangian).

$$L(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\lambda}) = f(v) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.15)$$

Το πρόβλημα απλοποιείται με την προϋπόθεση ότι οι περιορισμοί έχουν εκφραστεί ως περιορισμοί ανισότητας. Η επίλυση του προβλήματος πραγματοποιείται με τη γραμμικοποίηση των μη γραμμικών περιορισμών όπως περιγράφει η παρακάτω διαδικασία.

$$\begin{aligned} & \underset{d \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} \quad \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(\boldsymbol{\theta}_k)^T d \\ & \nabla g_i(\boldsymbol{\theta}_k)^T + g_i(\boldsymbol{\theta}_k) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e \\ & \nabla g_i(\boldsymbol{\theta}_k)^T + g_i(\boldsymbol{\theta}_k) \leq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.4 Συμπεράσματα

Στο κεφαλαίο 2 διατυπώθηκε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους κατασκευής χρησιμοποιώντας περιορισμούς ώστε να διατηρείται η κατασκευή ασφαλής. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab το οποίο παρέχει τα κατάλληλα ‘εργαλεία’ για την επίλυση του προβλήματος. Κατά την διαδικασία έγινε χρήση της μεθόδου **Quasi-Newton** για την εύρεση βέλτιστης λύσης. Η μέθοδος **Quasi-Newton** στη προσπάθεια εντοπισμού πεπερασμένων κλίσεων διαφοράς χρησιμοποιεί τις **διαδικασίες αναζήτησης γραμμών (Line Search Procedures)**. Παράλληλα η πρόοδος των μη γραμμικών μεθόδων προγραμματισμού επιτεύχθηκε με τον **διαδοχικό τετραγωνικό προγραμματισμό (SQP)**. Η βελτιστοποίηση έγινε ως προς τις παραμέτρους θ . Στο πρώτο μέρος της εργασίας οι παράμετρος θ αντιπροσωπεύουν τις διατομές των στοιχείων. Στο δεύτερο μέρος της εργασίας οι παράμετρος θ αντιπροσωπεύουν εκτός από την διατομές των στοιχείων και τις θέσεις των κόμβων του δικτύωματος. Προκείμενου να εφαρμοστούν οι παραπάνω μέθοδοι πρέπει να μοντελοποιηθεί το δίκτυωμα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο Structural Dynamic Toolbox (SDTools).

Κεφαλαίο 3 Μοντελοποίηση Δικτυώματος

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφαλαίο διατυπώνεται η διαδικασία μοντελοποίησης με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Η μοντελοποίηση του δικτυώματος πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού πακέτου Structural Dynamic Toolbox (SDTools) σε περιβάλλον Matlab. Η περιγραφή του μοντέλου έγινε με εισαγωγή κατάλληλων μητρώων. Τα μητρώα αυτά περιέχουν πληροφορίες για την γεωμετρία του δικτυώματος, για τις ιδιότητες του υλικού και τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Στο τέλος του κεφαλαίου αναλύεται ο υπολογισμός των τάσεων που αναπτύσσονται στα στοιχεία και των αντιστοιχών φορτίων που εφαρμόζονται σε αυτά. Οι τάσεις και τα φορτία είναι μεγέθη που χρησιμοποιούνται στους περιορισμούς του μοντέλου ώστε η κατασκευή να παραμείνει ασφαλής.

3.2 Ορισμός Μοντέλου με λογισμικό πακέτο SDTools

Για τον σχεδιασμό του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η μοντελοποίηση έγινε με χρήση του λογισμικού SDTools. Το λογισμικό δημιουργεί τα παρακάτω μητρώα τα οποία έχουν κατάλληλη μορφή ώστε να εισαχθούν στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Τα μητρώα περιέχουν γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες του μοντέλου.

FEnode : Περιέχει τις συντεταγμένες των κόμβων

FEelt : Εδώ δηλώνονται οι κόμβοι που αποτελούν το κάθε στοιχείο, καθώς και οι ιδιότητες του κάθε στοιχείου.

pl : Περιέχει τις ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή που μοντελοποιείται. (μέτρο ελαστικότητας, λόγος του Poisson, πυκνότητα)

il : Περιέχει τις ιδιότητες των στοιχείων του μοντέλου (καμπτικές ροπές αδράνειας, στρεπτική ροπή αδράνειας, μέγεθος διατομής).

gdof : Περιέχει τους βαθμούς ελευθερίας των οποίων η κίνηση δεν επιτρέπεται.

Ορισμός του μοντέλου

Η σχεδίαση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της διδιάστατης κατασκευής του σχήματος 3. 1 πραγματοποιείται με τα παρακάτω μητρώα:

Μητρώο FEnode

Η γεωμετρία της κατασκευής δηλώνεται στον πίνακα **FEnode**, όπου περιέχονται οι συντεταγμένες των κόμβων. Κάθε γραμμή του πίνακα είναι της μορφής

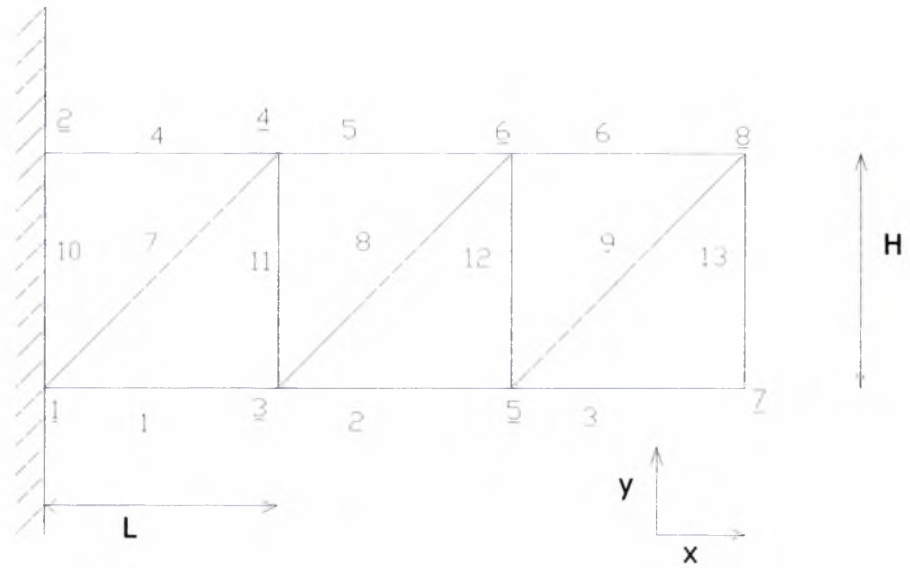
[NodeID PID DID GID x y z]

όπου,

NodeID = ο αριθμός του κόμβου. Η αρίθμηση των κόμβων δεν είναι απαραίτητο να είναι διαδοχική. Κατά την αρίθμηση, δηλαδή είναι δυνατόν να παραλειφθούν μερικοί αριθμοί. Αλλά δεν είναι δυνατόν, 2 κόμβοι με διαφορετικές συντεταγμένες να έχουν το ίδιο NodeID.

PID, DID και GID δηλώνονται ίσο με μηδέν. Είναι παράμετρος που θα χρησιμεύσουν σε μελλοντική έκδοση του λογισμικού.

x y z = οι συντεταγμένες των κόμβων. Σε περίπτωση κυλινδρικών συντεταγμένων, οι συντεταγμένες αντιστοιχούν σε r , θ , z (ακτίνα, γωνία σε μοίρες και η τιμή του άξονα). Σε περίπτωση πολικών συντεταγμένων, οι συντεταγμένες αντιστοιχούν σε r , θ , z (ακτίνα, γωνία σε μοίρες από τον κατακόρυφο άξονα και η τιμή που έχει το αζιμούθιο σε μοίρες).



Σχήμα 3.1

Ο πίνακας FEnode λοιπόν, έχει 7 στήλες. Στην περίπτωση που εξετάζεται το μητρώο θα έχει την παρακάτω μορφή:

```

NodeID   unused   x   y   z
FEnode=[ 1   0   0   0   0   1   0;
          2   0   0   0   0   0   0;
          3   0   0   0   1   1   0;
          4   0   0   0   1   0   0;
          5   0   0   0   2   0   0;
          6   0   0   0   2   1   0;
          7   0   0   0   3   0   0;
          8   0   0   0   3   1   0;
          7   0   0   0   1   1   1]; % (κόμβος αναφοράς)
    
```

Ο κόμβος αναφοράς δεν είναι κατ' ανάγκη κόμβος που ανήκει στην κατασκευή. Μπορεί να ανήκει στην κατασκευή ή όχι, ανάλογα με την περίπτωση. Η χρήση του γίνεται στο μητρώο FEelt και θα περιγραφεί με περισσότερη λεπτομέρεια, τόσο η ανάγκη ύπαρξης του όσο και ο τρόπος επιλογής των συντεταγμένων του.

Μητρώο FEelt

Σε αυτό το μητρώο γίνεται ο ορισμός του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή δηλώνεται από ποιους κόμβους αποτελείται το κάθε στοιχείο και οι ιδιότητες αυτού. Χρησιμοποιούνται ομάδες στοιχείων οι οποίες στοιβάζονται η μια πάνω στην άλλη και οι οποίες διαχωρίζονται από γραμμές “επικεφαλίδες”, των οποίων το πρώτο στοιχείο είναι το “**Inf**” που ακολουθείται από το όνομα (τύπο) του στοιχείου. Τα στοιχεία μπορεί να είναι είτε στοιχεία δοκού, είτε συγκεντρωμένες μάζες, είτε απαραμόρφωτα στοιχεία, που υποδηλώνουν άπειρη ακαμψία (rigid elements).

Το μητρώο FEelt του δικτυώματος του σχήματος 3.1 δίνεται παρακάτω:

```
FEelt=[  
  
% declaration of element group for longerons  
  
Inf abs('bar1')  
  
1 3 1 1 7  
  
3 5 1 1 7  
  
5 7 1 1 0  
  
2 4 1 1 0  
  
4 6 1 1 0  
  
6 8 1 1 0  
  
% declaration of element group for diagonals  
  
Inf abs('bar1')  
  
1 4 1 2 0  
  
3 6 1 2 0  
  
5 8 1 2 0  
  
% declaration of element group for battens  
  
Inf abs('bar1') 0 0  
  
1 2 1 3 0  
  
3 4 1 3 0  
  
5 6 1 3 0  
  
7 8 1 3 0 ];
```

Μητρώο p1

Στο μητρώο p1 δηλώνονται οι ιδιότητες των υλικών των στοιχείων του μοντέλου. Οι γραμμές του πίνακα έχουν την εξής μορφή:

```
[MatID 1 E nu rho G]
```

όπου

MatID = θετικός ακέραιος αριθμός που προσδιορίζει τις ιδιότητες ενός συγκεκριμένου υλικού.

E = το μέτρο ελαστικότητας

Nu = ο λόγος του Poisson ν

Rho = η πυκνότητα ρ

G = το μέτρο διάτμησης (αν πάρει την τιμή 0, τότε αυτόματα παίρνει την τιμή $G=E/2(\nu+1)$)

Το μητρώο p1 του δικτυώματος του σχήματος 3.1 δίνεται παρακάτω:

```
% MatId      E      nu      rho  
p1 = [ 1 1 7.2e+10 0.3 7860 ];
```

Μητρώο il

Στο μητρώο il δηλώνονται οι ιδιότητες των στοιχείων του μοντέλου. Οι γραμμές του πίνακα έχουν την εξής μορφή:

```
[ProID 1 J I1 I2 A]
```

όπου

ProID = αριθμός αναγνώρισης ιδιοτήτων διατομής του στοιχείου

J = στρεπτική ροπή αδράνειας περί τον άξονα του στοιχείου

I1 = καμπτική ροπή αδράνειας για την επί του επιπέδου κίνηση και περιστροφή γύρω από άξονα που δεν ανήκει στο επίπεδο (επίπεδο που περιέχει το στοιχείο δοκού και τον κόμβο αναφοράς nR, σχήμα 3)

I2 = καμπτική ροπή αδράνειας για το επίπεδο που περιέχει το στοιχείο δοκού και είναι κάθετο στο επίπεδο που χρησιμοποιήθηκε για το I1

A = επιφάνεια διατομής

Το μητρώο il του δικτύωματος του σχήματος 1 δίνεται παρακάτω:

```
% ProId      J      I1      I2      A
il =[ 1 1      0      0      0 2e-05      % longerons
      2 1      0      0      0 2e-05      % diagonals
      3 1      0      0      0 2e-05]; % battens
```

Μητρώο gdof

Το μητρώο gdof είναι ένα διάνυσμα στήλη που περιγράφει τις συνοριακές συνθήκες. Περιέχονται δηλαδή, όλοι εκείνοι οι βαθμοί ελευθερίας στους οποίους δεν επιτρέπεται η κίνηση.

Κάθε κόμβος έχει 6 βαθμούς ελευθερίας, 3 μεταφορικούς και 3 στροφικούς. Οι βαθμοί ελευθερίας από 1 έως 3 αναφέρονται στη μετατόπιση κατά τον άξονα x, y και z αντίστοιχα (αναφέρονται οι άξονες του καθολικού συστήματος συντεταγμένων). Οι βαθμοί ελευθερίας από 4 έως 6 αναφέρονται αντίστοιχα, στην περιστροφή γύρω από τους ίδιους άξονες (x, y και z).

Όταν, για παράδειγμα, χρειαστεί να γίνει αναφορά στο μεταφορικό βαθμό ελευθερίας κατά τον άξονα τα y του κόμβου με αριθμό (NodeID) 25, θα δηλωθεί ως 25.02. Αν χρειαζόταν να γίνει αναφορά στο στροφικό, περί τον άξονα z, βαθμό ελευθερίας του κόμβου 53, θα δηλωνόταν ως 56.06.

Το μητρώο gdof του δικτύωματος του παραδείγματος που εξετάζεται (σχήμα 3.1), όπου όλοι οι βαθμοί ελευθερίας των κόμβων 1 και 2 είναι πακτωμένοι και συνεπώς δεν επιτρέπεται καμία κίνηση, δίνεται παρακάτω:

$$\text{gdof} = [\quad 1.01;1.02;1.03;1.06;2.01;2.02;2.03;2.06 \\ \quad 3.03;4.03;5.03;6.03;7.03;8.03] \quad ;$$

Όλοι οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας που δεν αναφέρονται στο παραπάνω μητρώο είναι ελεύθεροι να κινηθούν με οποιονδήποτε τρόπο.



Μητρώο group

Το μητρώο group είναι ένας πίνακας στήλη. Περιέχει τόσα πεδία, όσες είναι και οι ομάδες (group) στις οποίες έχει παραμετροποιηθεί η κατασκευή. Σε κάθε πεδίο της, δηλαδή σε κάθε ομάδα, δηλώνονται οι αριθμοί των στοιχείων (element ID) που απαρτίζουν την κάθε ομάδα. Στο παράδειγμα που μελετάται η κατασκευή έχει παραμετροποιηθεί ως προς 3 παράμετρους, για κάθε μία από τις οποίες ορίζεται και ένα group, που περιέχει τα ID των στοιχείων (elements) που παραμετροποιούνται ως προς την ίδια παράμετρο. Η παραμετροποίηση γίνεται ως προς την διατομή του κάθε στοιχείου. Για παράδειγμα, η διατομή των στοιχείων του group 2, πολλαπλασιάζεται με την παράμετρο θ_2 , ισχύει δηλαδή $A=A_0*\theta_2$. Αντίστοιχά, η διατομή των στοιχείων του group 3, πολλαπλασιάζεται με την παράμετρο θ_3 κ.ο.κ.

πχ.

```
group(1).g=[1;2;3;4;5;6];
```

```
group(2).g=[10;11;12;13];
```

```
group(3).g=[7;8;9];
```

Στο group 1 περιέχονται όλα τα στοιχεία που μοντελοποιούν τα οριζόντια μέλη του δικτύωματος, στο group 2 τα διαγώνια μέλη και στο group 3 τα κάθετα μέλη.

groupname: Περιέχει τόσα πεδία όσες είναι και οι ομάδες (group) στις οποίες έχει παραμετροποιηθεί η κατασκευή. Το κάθε πεδίο περιέχει το όνομα του αντίστοιχου group. Το όνομα είναι συνήθως μία σύντομη περιγραφή της τοποθεσίας ή των ιδιοτήτων που έχουν τα στοιχεία του αντίστοιχου group. Το όνομα του κάθε πεδίου μπορεί να έχει μήκος μέχρι 24 χαρακτήρες, συμπεριλαμβανομένων των κενών ανάμεσα στις λέξεις, σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μία.

```
groupname(1).g='horizontal';
```

```
groupname(2).g='katheta';
```

```
groupname(3).g='diagonals';
```

Μητρώο thita

Το μητρώο thita είναι ένας πίνακας στήλη. Περιέχει τόσα στοιχεία όσες είναι και οι παράμετρος με τις οποίες έχει παραμετροποιηθεί η κατασκευή. Είναι οι αρχικές εκτιμήσεις για τις τιμές των παραμέτρων. Στην 1^η γραμμή του πίνακα δίνεται η αρχική εκτίμηση για την 1^η παράμετρο, στη 2^η γραμμή η αρχική εκτίμηση για την 2^η παράμετρο κ.ο.κ.

Σε περίπτωση που δε δηλώνονται εκ παραδρομής οι τιμές του πίνακα αυτού, δίνεται εξ' ορισμού η τιμή =1 για όλες τις παράμετρος. Οι τιμές εξ' ορισμού δίνονται είτε όταν η παράμετρος *thita* δεν έχει οριστεί καθόλου είτε όταν της έχει δοθεί η τιμή *thita=[]*.

```
πχ. thita=[1.2;1.1;0.9];
```

Μητρώο *thita_lower_bound*

Είναι ένας πίνακας στήλη. Περιέχει τόσα στοιχεία όσες είναι και οι παράμετρος με τις οποίες έχει παραμετροποιηθεί η κατασκευή. Η μεταβλητή αυτή χρησιμοποιείται στην περίπτωση που η βελτιστοποίηση είναι υπό περιορισμό. Κάθε γραμμή περιέχει την ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τιμή της αντίστοιχης παραμέτρου κατά τη βελτιστοποίηση. Στην 1^η γραμμή του πίνακα δίνεται η ελάχιστη τιμή για την 1^η παράμετρο, στη 2^η γραμμή η ελάχιστη τιμή για την 2^η παράμετρο κ.ο.κ.

Σε περίπτωση που δε δηλώνονται εκ παραδρομής οι τιμές του πίνακα αυτού, δίνεται εξ' ορισμού η τιμή =0 για όλες τις παράμετρος. Οι τιμές εξ' ορισμού δίνονται είτε όταν η παράμετρος *thita_lower_bound* δεν έχει οριστεί καθόλου, είτε όταν της έχει δοθεί η τιμή *thita_lower_bound* = [].

πχ. `thita_lower_bound=[];`

ή `thita_lower_bound=[0;0;0];`

ή `thita_lower_bound=[0.5;0.3;0.1];`

Μητρώο *thita_upper_bound*

Είναι ένας πίνακας στήλη. Περιέχει τόσα στοιχεία όσες είναι και οι παράμετρος με τις οποίες έχει παραμετροποιηθεί η κατασκευή. Η μεταβλητή αυτή χρησιμοποιείται στην περίπτωση που η βελτιστοποίηση είναι υπό περιορισμό. Κάθε γραμμή περιέχει τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τιμή της αντίστοιχης παραμέτρου κατά τη βελτιστοποίηση. Στην 1^η γραμμή του πίνακα δίνεται η μέγιστη τιμή για την 1^η παράμετρο, στη 2^η γραμμή η μέγιστη τιμή για την 2^η παράμετρο κ.ο.κ.

Σε περίπτωση που δε δηλώνονται εκ παραδρομής οι τιμές του πίνακα αυτού, δίνεται εξ' ορισμού η τιμή =10 για όλες τις παράμετρος. Οι τιμές εξ' ορισμού δίνονται είτε όταν η παράμετρος *thita_upper_bound* δεν έχει οριστεί καθόλου, είτε όταν της έχει δοθεί η τιμή *thita_upper_bound* = [].

πχ. `thita_upper_bound=[];`

ή `thita_upper_bound=[10;10;10];`

ή `thita_upper_bound=[1.2;1.3;1.1];`

3.3 Υπολογισμός τάσεων και φορτίων για την εισαγωγή τους ως περιορισμοί της διαδικασίας βελτιστοποίησης

Σε αυτήν την ενότητα υπολογίζονται οι τάσεις και τα φορτία των στοιχείων που αναπτύσσονται στο μοντέλο. Οι τάσεις και τα φορτία των στοιχείων χρησιμοποιούνται για να συγκριθούν με τις αντίστοιχες κρίσιμες τιμές στους περιορισμούς του μοντέλου. Η διαδικασία υπολογισμού των τάσεων σε ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων είναι η παρακάτω :

- Το στοιχείο e του σχήματος 3.2 αποτελείται από τους κόμβους i,j . Από τις αποκρίσεις a των κόμβων υπολογίζονται οι αντίστοιχες αποκρίσεις x του στοιχείου e όπως δείχνει η σχέση (3.1).
- Οι αποκρίσεις a με δείκτες τα 1,2,3,4 αναφέρονται στην κατεύθυνση κίνησης των κόμβων για το x,y σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.
- Οι αποκρίσεις x με δείκτες τα 1',2',3',4' αναφέρονται στην κατεύθυνση κίνησης του στοιχείου για το x',y' σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.
- Για τον υπολογισμό των αποκρίσεων από το σύστημα x,y στο x',y' χρησιμοποιείται ο πίνακας T για την σχέση 3.2. Η γωνία θ υπολογίζεται από τις σχέσεις (3.3),(3.4).
- Το μήκος των στοιχείων L του δικτύωματος υπολογίζεται από την σχέση 3.5



Σχήμα 3.2

$$a = \begin{Bmatrix} \vdots \\ a_1 \\ \vdots \\ a_2 \\ \vdots \\ a_3 \\ \vdots \\ a_4 \end{Bmatrix} \rightarrow \underline{x}^{(e)} = \begin{Bmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \\ x_{4'} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \underline{x}^{e'} = T \underline{\alpha}^e \quad (3.2)$$

$$\cos \theta = \frac{x_i - x_j}{L} \quad (3.3)$$

$$\sin \theta = \frac{y_i - y_j}{L} \quad (3.4)$$

$$L = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.5)$$

Γνωρίζοντας τα παραπάνω μεγέθη υπολογίζουμε τις παραμορφώσεις (σχέση 3.6). Από παραμορφώσεις υπολογίζονται οι τάσεις (σχέση 3.7) και οι αντίστοιχες δυνάμεις που αναπτύσσονται στα στοιχεία του δικτύωματος (σχέση 3.8). Οι σχέσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν στην διαδικασία βελτιστοποίησης στο τμήμα των περιορισμών. Οι περιορισμοί εισάγονται για την ασφάλεια της κατασκευής. Με την χρήση τους το πρόβλημα βελτιστοποίησης που περιγράφηκε στο κεφαλαίο 2 είναι πιο ρεαλιστικό. Στην συνέχεια ακολουθεί το κεφαλαίο 4 το οποίο περιγράφει και αναλύει τα αποτελέσματα της μελέτης.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{L} = \frac{x_i - x_j}{L} \quad (3.6)$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.7)$$

$$F = \sigma \cdot A \quad (3.8)$$

Κεφαλαίο 4 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στο κεφαλαίο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την μελέτη 3 μοντέλων. Στην ενότητα 4.1 μελετάται το μοντέλο 1 παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής των μελών του δικτύωματος. Σε αυτήν την ενότητα συγκρίνονται δυο περιπτώσεις, η πρώτη αναφέρεται στο μοντέλο που υπόκειται σε περιορισμούς ως προς την μέγιστη επιτρεπτή τάση, ενώ η δεύτερη αφορά το μοντέλο που υπόκειται σε περιορισμούς τάσεων και μέγιστων επιτρεπτών φορτίων λυγισμού. Παρουσιάζονται διαγράμματα φορτίου- θ και φορτίου-κόστους, στα οποία η μεταβολή των μεγεθών καταγράφεται σε κάθε ολοκλήρωση της βελτιστοποίησης για κάθε επιβαλλόμενο φορτίο. Στο τέλος της ενότητας δίνεται ένα πίνακας για σύγκριση και ανάλυση των δυο περιπτώσεων .

Στις ενότητες 4.2 και 4.3 εξετάζονται τα μοντέλα 2 και 3 αντίστοιχα όταν το μοντέλο υπόκειται σε περιορισμούς ως προς την μέγιστη επιτρεπτή τάση και τα μέγιστα επιτρεπτά φορτία λυγισμού. Παρουσιάζονται διαγράμματα φορτίου- θ και φορτίου-κόστους για μοντέλα παραμετροποιημένα ως προς το εμβαδόν της διατομής των μελών του δικτύωματος.

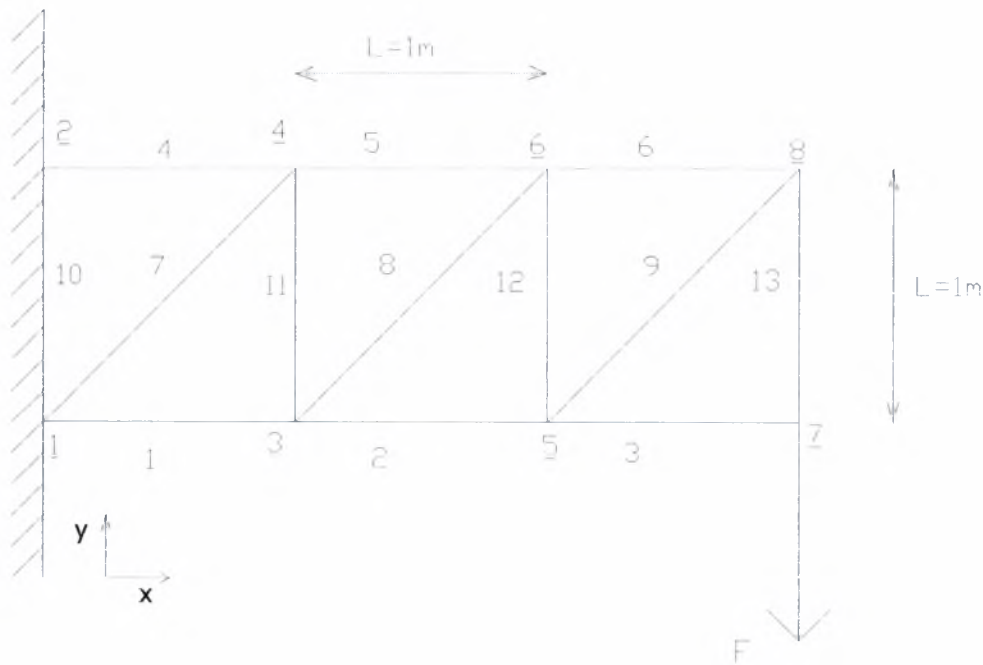
Στις ενότητες 4.4,4.5,4.6 εξετάζονται τα παραπάνω 3 μοντέλα παραμετροποιημένα ως προς το εμβαδόν της διατομής των μελών του δικτύωματος και ως προς το μήκος των στοιχείων τους. Παρουσιάζονται επίσης διαγράμματα φορτίου- θ και φορτίου-κόστους και επιπλέον απεικονίζονται τα νέα βέλτιστα μοντέλα.

Τέλος η ενότητα 4.7 περιέχει συγκρίσεις των παραπάνω περιπτώσεων και ανάλυση των αποτελεσμάτων με στόχο την εύρεση του οικονομικότερου μοντέλου.

4.1 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο

1 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής

Το πρώτο δικτύωμα είναι το παρακάτω μοντέλο στο οποίο εφαρμόστηκε η πρώτη βελτιστοποίηση. Μια κρίσιμη τιμή της τάσης (όριο διαρροής) ορίστηκε ως περιορισμός της διαδικασίας. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφάλαιο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου το οποίο βρίσκεται στο κόμβο 7. Η δύναμη εμφανίζεται στα διαγράμματα και έχει φορά προς τα κάτω. Επίσης έχουν αριθμηθεί εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους και τα αντίστοιχα elements του μοντέλου. Η αρίθμηση τους γίνεται με τον συνδυασμό ζευγών κόμβων όπως δόθηκε στο κεφάλαιο 3 στο μητρώο **FEelt**.



Σχήμα 4.1

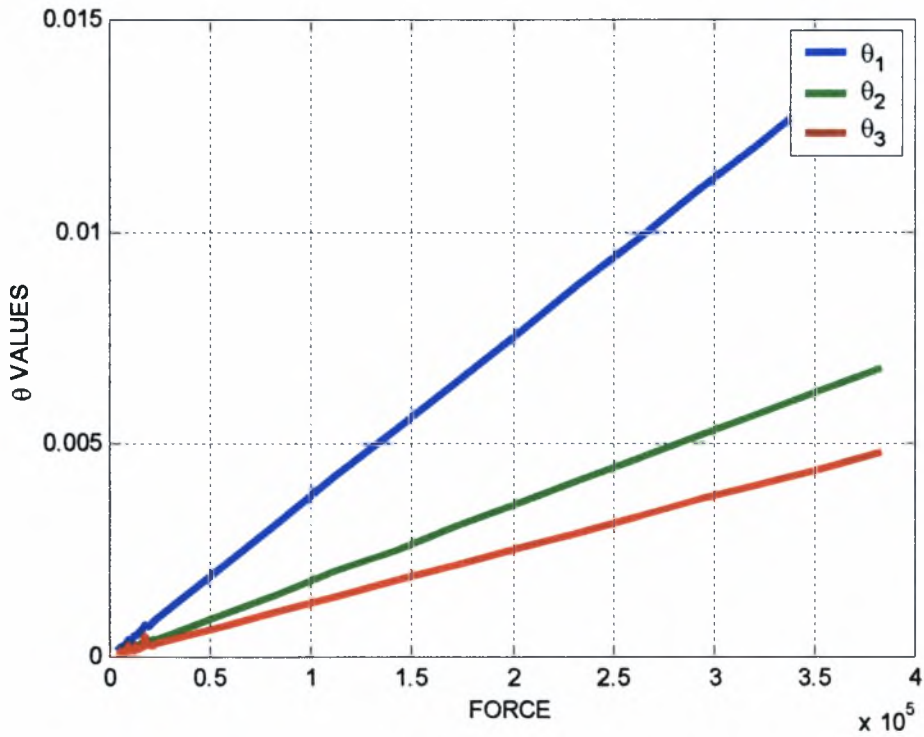
Ο παρακάτω πίνακας δίνει στοιχεία σχετικά με το υλικό και τα μεγέθη του μοντέλου. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είναι ο χάλυβας.

Διατομή	A_0	2e-0.1	m
Μέτρο Ελαστικότητας	E	20.0e+10	Pa
Πυκνότητα Υλικού	ρ	7860	kg / m ³

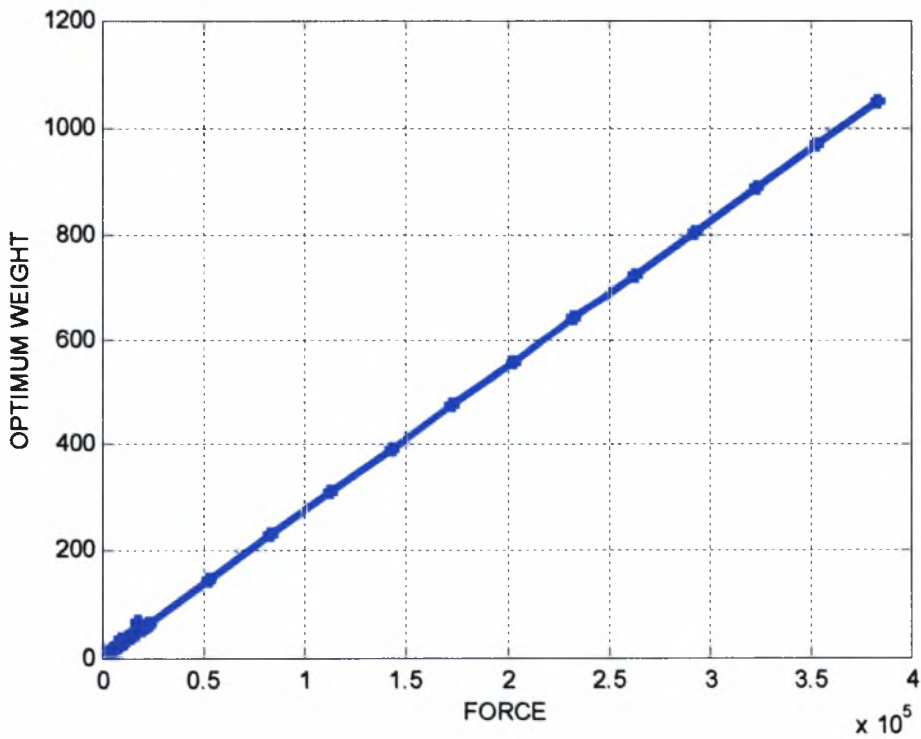
Πίνακας 4.1

Η βελτιστοποίηση του μοντέλου 1 με την παραμετροποίηση ως προς το εμβαδόν των διατομών έδωσε τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.1). Αντίστοιχα παρουσιάζονται διαγράμματα τα οποία εμφανίζουν τις τιμές της βέλτιστης λύσης (από την συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το επιβαλλόμενο φορτίο (Σχήμα 4.2). Ως περιορισμός ορίστηκε μια κρίσιμη τιμή της τάσης, η οποία δεν πρέπει να ξεπεραστεί, ώστε το μοντέλο να παραμείνει ασφαλές. Η τιμή της τάσης που δόθηκε ως κρίσιμη είναι το όριο διαρροής του υλικού, το οποίο επιλέχθηκε να είναι ο χάλυβας. Τα φορτία που επιβάλλονται κυμαίνονται από 4000 έως 390000kN. Η γραμμικότητα των σχημάτων, ως συνέπεια της αύξησης των διατομών, οφείλεται στην αύξηση των φορτίων με σκοπό την διασφάλιση της κατασκευής. Οι τιμές των διατομών υπολογίστηκαν με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής.

Μοντελο1



Σχήμα 4.1



Σχήμα 4.2

Το πρόγραμμα συνέκλινε για κάθε αλλαγή του φορτίου οδηγώντας κάθε φορά σε ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους.

Παραπάνω καταγράφηκε η συμπεριφορά του δικτύματος με περιορισμό ως προς την τάση διαρροής. Στην συνέχεια η μελέτη έγινε με περιορισμούς στην κρίσιμη τιμή της τάσης και στα ανάλογα κρίσιμα φορτία λυγισμού. Οι τάσεις και τα φορτία του δικτύματος υπολογίστηκαν όπως φαίνεται στο κεφαλαίο 3. Η κρίσιμη τιμή της τάσης (τάση διαρροής) πάρθηκε από πίνακες υλικών, ενώ τα φορτία λυγισμού υπολογίστηκαν από την σχέση 4.1 για ροπή αδράνειας κυκλικής διατομής (σχέση 4.2). Για υλικό κατασκευής χάλυβα οι τιμές είναι οι παρακάτω:

κρίσιμη τάση

$$\sigma^{cr} = 4.0 \cdot 10^8 Pa$$

κρίσιμο φορτίο λυγισμού

$$P_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \quad (4.1)$$

ροπή αδράνειας

$$I_{z_i} = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \frac{A_i^2}{4 \cdot \pi} = \frac{A_0^2}{4 \cdot \pi} \cdot \theta_i^2 \quad (4.2)$$

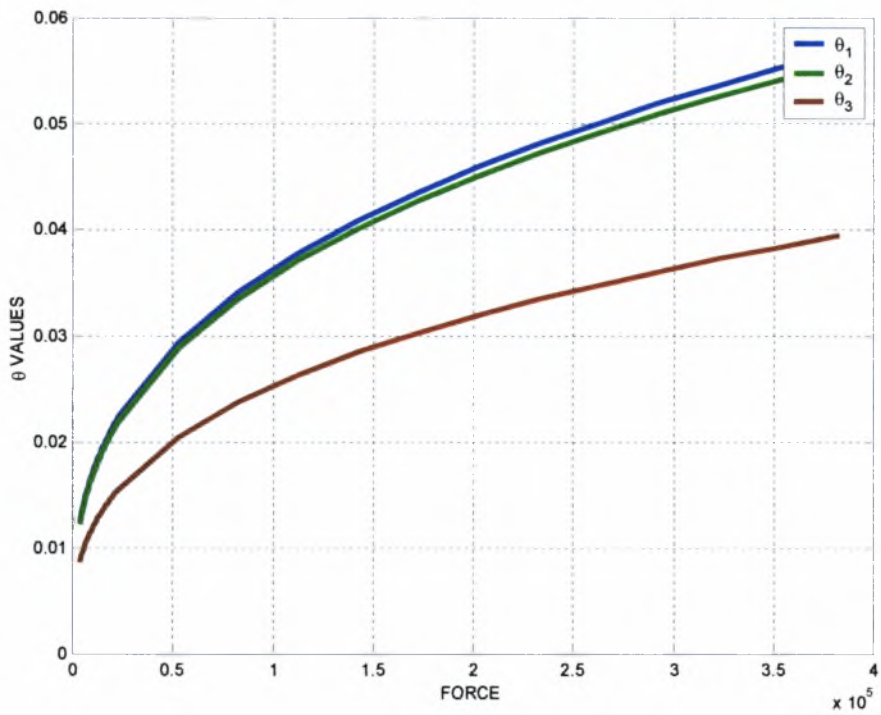
όπου $E = 20 \cdot 10^{10} Pa$

διατομή αναφοράς

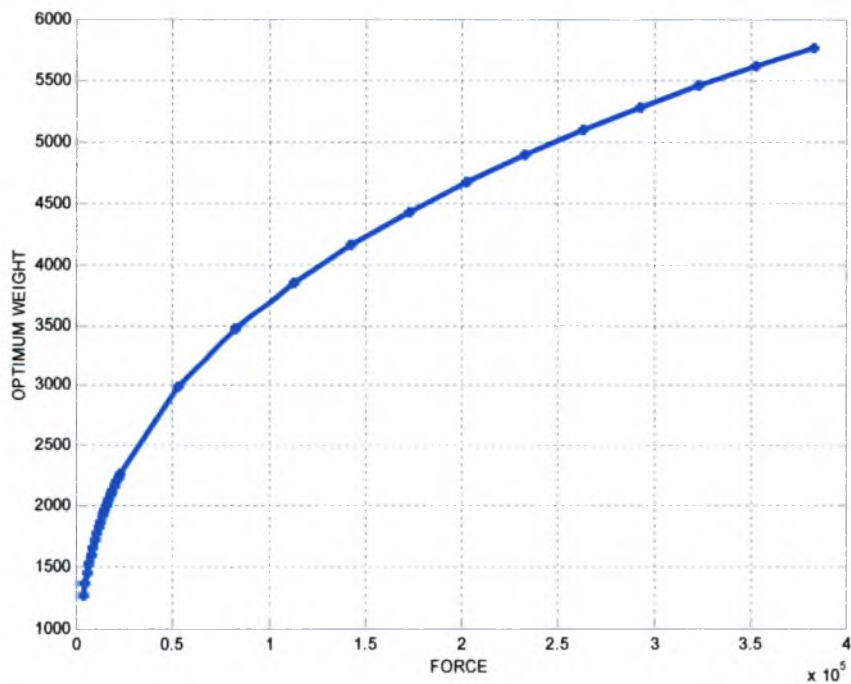
$$A_0 = 0.2m$$

Για το δίκτυμα ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1. Τα φορτία που επιβάλλονται κυμαίνονται από 4000 έως 390000 kN. Στο σχήμα 4.3 φαίνεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ . Στο αντίστοιχο σχήμα 4.4 παρατίθενται οι τιμές της βέλτιστης λύσης (συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το επιβαλλόμενο φορτίο.

Μοντελο1



Σχήμα 4.3



Σχήμα 4.4

Στα παραπάνω διαγράμματα η αύξηση του φορτίου συνεπάγεται αύξηση της παραμέτρου θ και κατά συνέπεια αύξηση του κόστους. Η διαδικασία ολοκληρώνεται σε κάθε αλλαγή του φορτίου δίνοντας τη βέλτιστη λύση. Στη συνέχεια συγκρίνονται οι δυο παραπάνω περιπτώσεις όταν το ίδιο μοντέλο υπόκειται κάτω από διαφορετικούς περιορισμούς. Η πρώτη περίπτωση αναφέρεται σε περιορισμούς μόνο ως προς τις κρίσιμες τιμές τις τάσης και η δεύτερη περίπτωση σε επιπλέον περιορισμούς ως προς τα κρίσιμα φορτία λυγισμού.

Σύγκριση Μοντέλων

Ο παρακάτω Πίνακας 2 συγκρίνει τα βέλτιστα κόστη που προέκυψαν μετά το πέρας της διαδικασίας για το μοντέλο 1, όταν αυτό υπόκειται σε διαφορετικούς περιορισμούς. Σε αυτήν την ενότητα συγκρίνεται η περίπτωση στην οποία το μοντέλο υπόκειται σε περιορισμούς, ως προς την μέγιστη επιτρεπτή τάση και τα μέγιστα επιτρεπτά φορτία λυγισμού, σε σχέση με την περίπτωση που το μοντέλο υπόκειται μόνο σε περιορισμό ως προς την μέγιστη επιτρεπτή τάση. Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων παρατηρείται ότι το μοντέλο με τον περιορισμό στις τάσεις είναι οικονομικότερο. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο καθώς σε όσο λιγότερους περιορισμούς υποβάλλεται το σύστημα τόσο μεγαλύτερα είναι τα περιθώρια ελαχιστοποίησης του κόστους.

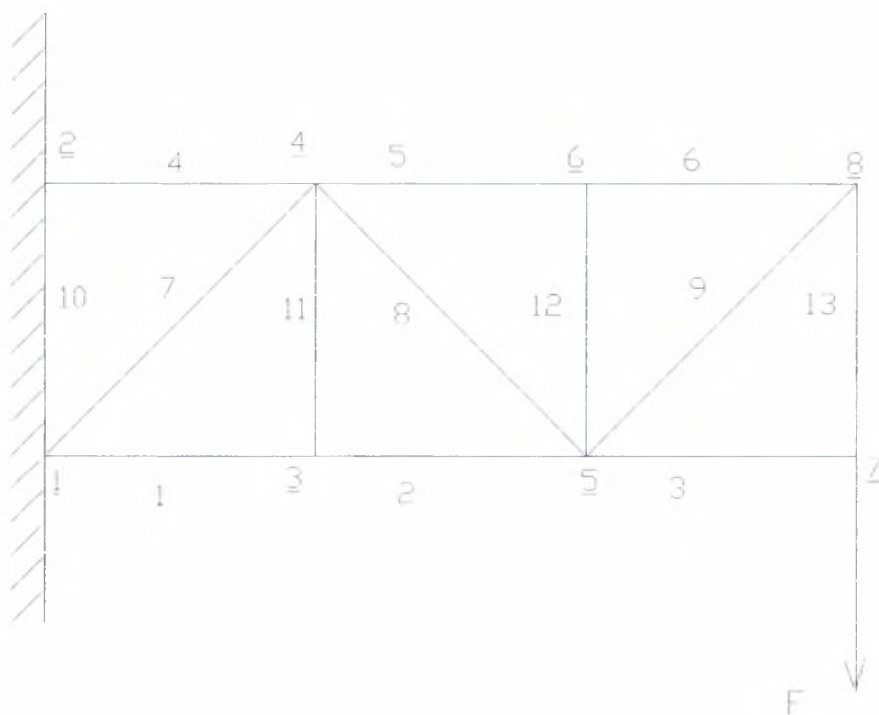
Όταν το μοντέλο υπόκειται σε επιπλέον περιορισμούς ως προς τα κρίσιμα φορτία λυγισμού δίνει μεγαλύτερα κόστη, όμως το πρόβλημα έχει πιο ρεαλιστική προσέγγιση. Γι'αυτό το λόγο στις παρακάτω ενότητες θα εξεταστούν και θα συγκριθούν μεταξύ τους διαφορετικά μοντέλα τα οποία θα υπόκεινται και στους δυο περιορισμούς. Στην συνέχεια εξετάζεται το μοντέλο 2 το οποίο διαφέρει από το προηγούμενο μόνο στην φορά της κεντρικής διαγωνίου.

<i>ΦΟΡΤΙΑ</i> (κN)	Μοντέλο 1 $\sigma \leq \sigma_{max}$ (1000)	Μοντέλο 1 $\sigma \leq \sigma_{max}, f \leq f^{critical}$ (1000)
4000	0.0112	1.2613
5000	0.0139	1.3587
6000	0.0193	1.4438
7000	0.0195	1.5199
8000	0.0242	1.5891
9000	0.0342	1.6527
10000	0.0275	1.7118
11000	0.0328	1.7671
12000	0.0357	1.8191
13000	0.0398	1.8683
14000	0.0390	1.9150
15000	0.0414	1.9595
16000	0.0442	2.0021
17000	0.0475	2.0430
18000	0.0683	2.0823
19000	0.0541	2.1202
20000	0.0550	2.1567
21000	0.0587	2.1921
22000	0.0604	2.2264
23000	0.0633	2.2596
23000	0.0633	2.2596
53000	0.1457	2.9846
83000	0.2277	3.4659
113000	0.3105	3.8413
143000	0.3923	4.1550
173000	0.4744	4.4273
203000	0.5565	4.6697
233000	0.6392	4.8892
263000	0.7212	5.0907
293000	0.8036	5.2773
323000	0.8859	5.4516
353000	0.9678	5.6154
383000	1.0500	5.7702

Πίνακας 4.2

4.2 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο 2 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής

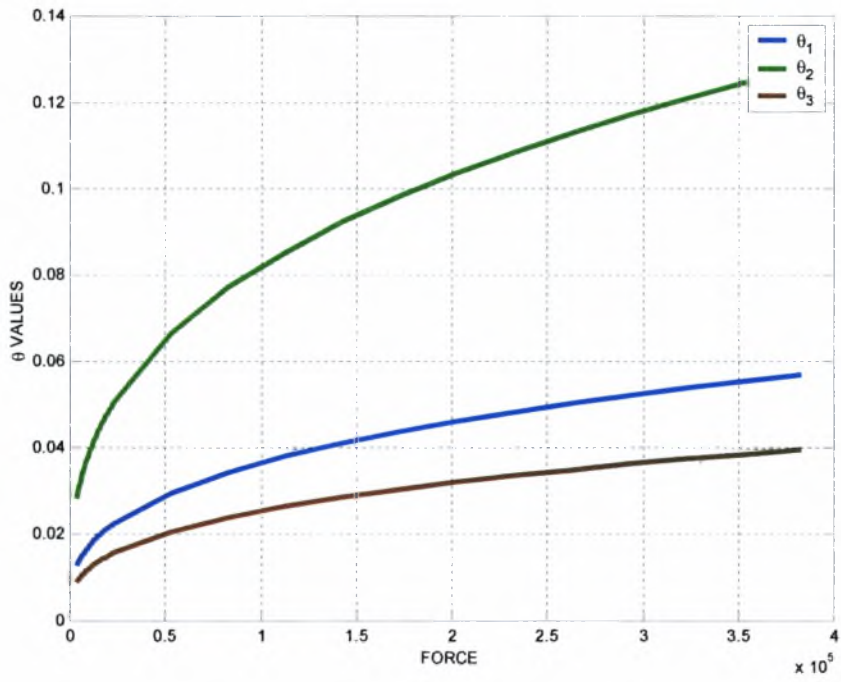
Το δεύτερο δίκτυωμα είναι το παρακάτω μοντέλο (Σχήμα 4.2) στο οποίο η βελτιστοποίηση γίνεται με περιορισμό των κρίσιμων τάσεων και των ανάλογων φορτίων λυγισμού. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφαλαίο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο σχήμα 4.2 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου στο κόμβο 7. Η δύναμη εμφανίζεται στα διαγράμματα και έχει φορά προς τα κάτω. Στο σχήμα 4.2 εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους έχουν αριθμηθεί και τα elements. Η αρίθμηση τους γίνεται ανά ζεύγη κόμβων όπως δόθηκε στο κεφαλαίο 3, στο μητρώο **FEelt**. Η διάφορα από το μοντελο1 είναι η μεσαία διαγώνιος, η οποία έχει άλλη κατεύθυνση.



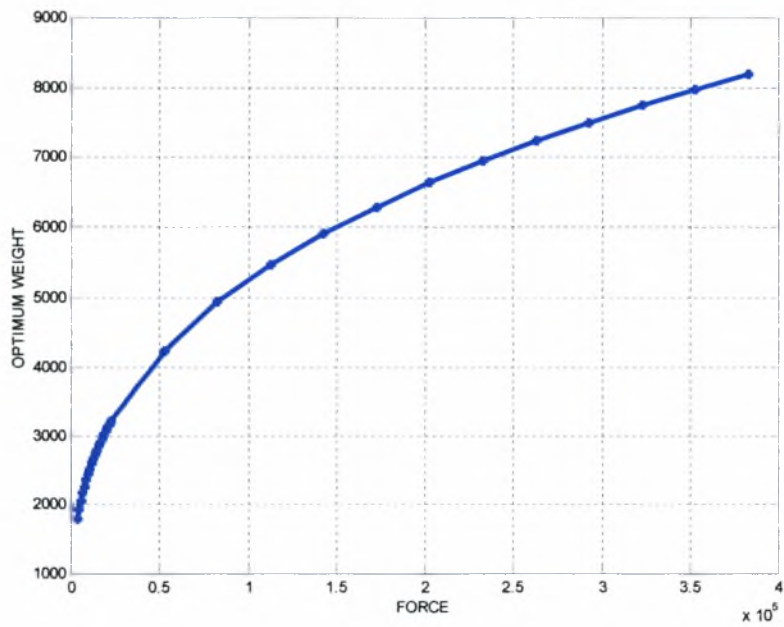
Σχήμα 4.2

Για το μοντέλο 2 ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1. Η βελτιστοποίηση του μοντέλου με την παραμετροποίηση ως προς το εμβαδόν των διατομών δίνει τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.5). Αντίστοιχα παρουσιάζονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης (από τη συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το φορτίο (Σχήμα 4.6). Τα διαγράμματα έχουν συμπεριφορά ανάλογη του μοντέλου 1 όταν υποβάλλονται στους ίδιους περιορισμούς. Η αύξηση του φορτίου οδηγεί σε συνολική αύξηση των διατομών της κατασκευής ώστε αυτή να παραμείνει ασφαλής. Η αύξηση της διατομής είναι τόση ώστε η τιμή της συνάρτησης κόστους να ελαχιστοποιείται. Το φάσμα των φορτίων κυμαίνεται από 4000 έως 390000kN.

Μοντελο2



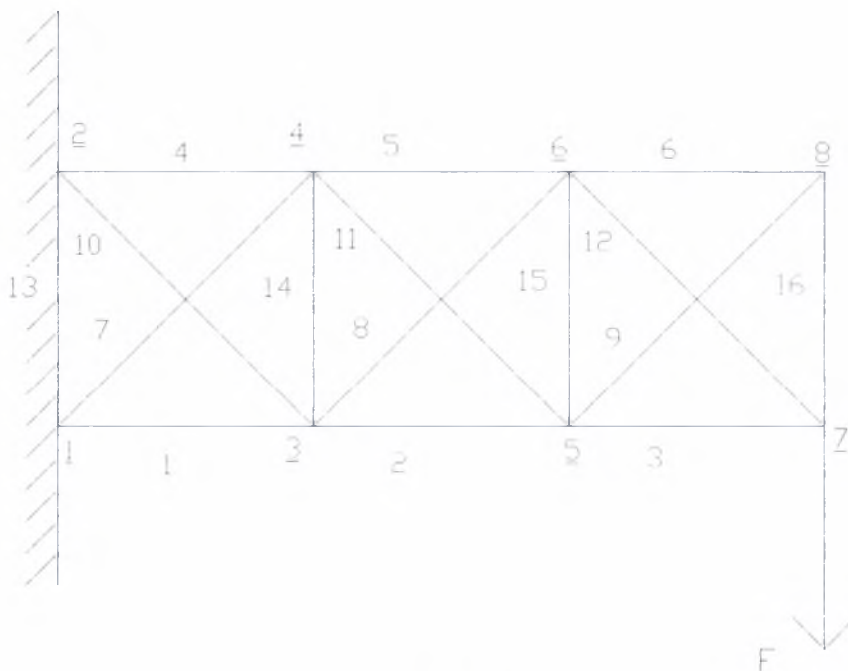
Σχήμα 4.5



Σχήμα 4.6

4.3 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο 3 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής

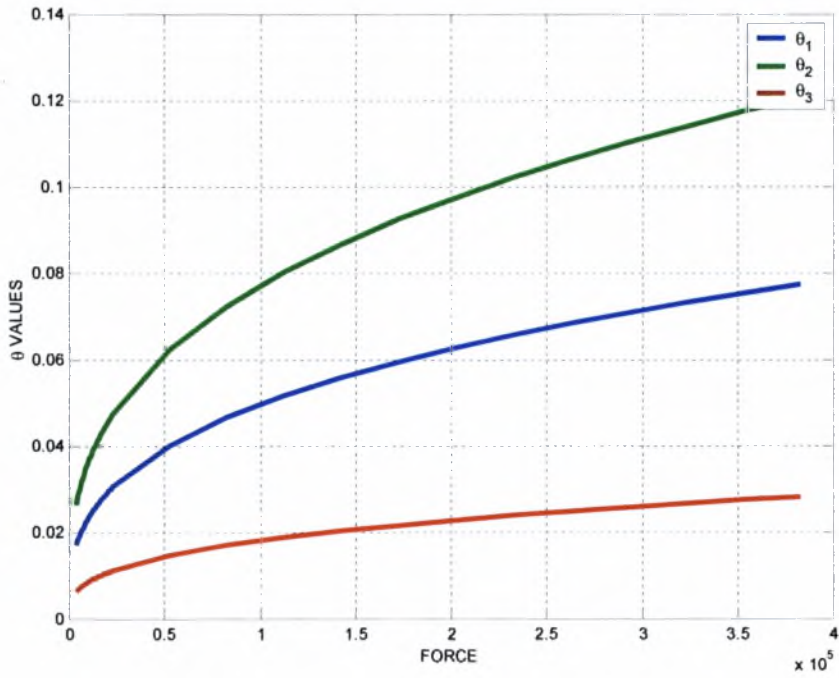
Το τρίτο δίκτυωμα είναι το παρακάτω μοντέλο στο οποίο η βελτιστοποίηση γίνεται με περιορισμό των κρίσιμων τάσεων και των ανάλογων φορτίων λυγισμού. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφαλαίο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο σχήμα 4.3 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου στο κόμβο 7. Η δύναμη εμφανίζεται στα διαγράμματα και έχει φορά προς τα κάτω. Στο σχήμα 4.3 εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους έχουν αριθμηθεί και τα elements. Η αρίθμηση τους γίνεται ανά ζεύγη κόμβων όπως δόθηκε στο κεφαλαίο 3 στο μητρώο **FEelt**. Η διάφορα με το μοντελο1 είναι η επιπλέον διαγώνιος.



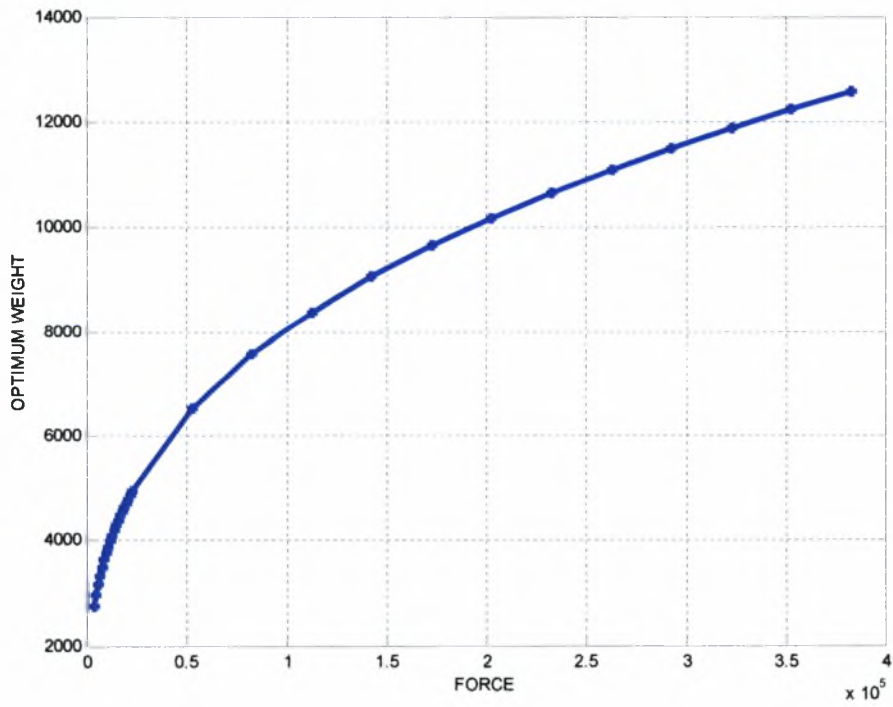
Σχήμα 4.3

Για το μοντέλο 3 ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1. Η βελτιστοποίηση του μοντέλου με την παραμετροποίηση ως προς το εμβαδόν των διατομών μας δίνει τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.7). Αντίστοιχα παρουσιάζονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης σε σχέση με το φορτίο (Σχήμα 4.8). Τα διαγράμματα έχουν συμπεριφορά ανάλογη του μοντέλου 1 όταν υποβάλλονται στους ίδιους περιορισμούς. Η αύξηση του φορτίου οδηγεί σε συνολική αύξηση των διατομών της κατασκευής ώστε αυτή να παραμένει ασφαλής. Η αύξηση της διατομής είναι τόση ώστε η τιμή της συνάρτησης κόστους να ελαχιστοποιείται. Το φάσμα των φορτίων κυμαίνεται από 4000 έως 390000kN.

Μοντελο3



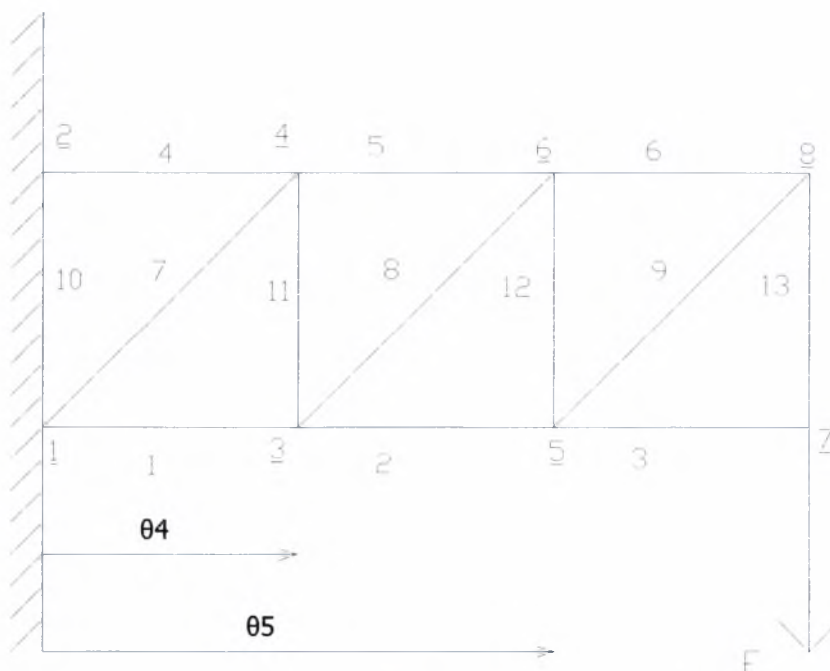
Σχήμα 4.7



Σχήμα 4.8

4.4 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο 1 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων

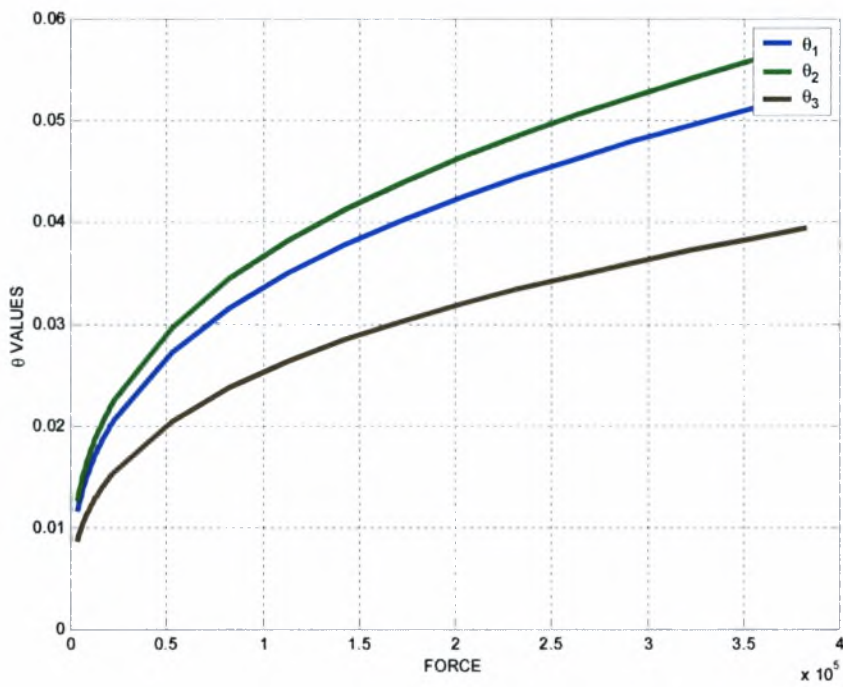
Το παρακάτω μοντέλο είναι το αντίστοιχο δικτύωμα 1 στο οποίο η παραμετροποίηση περιλαμβάνει το εμβαδόν των διατομών και το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος. Οι παραπάνω παράμετρος καθορίζουν την θέση των κόμβων όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφαλαίο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο σχήμα 4.4 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου στο κόμβο 7. Στο σχήμα 4.4 έχουν αριθμηθεί εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους και τα elements. Η αρίθμηση των elements γίνεται με συνδυασμό ζευγών κόμβων όπως δόθηκε στο κεφαλαίο 3, στο μητρώο **FEelt**.



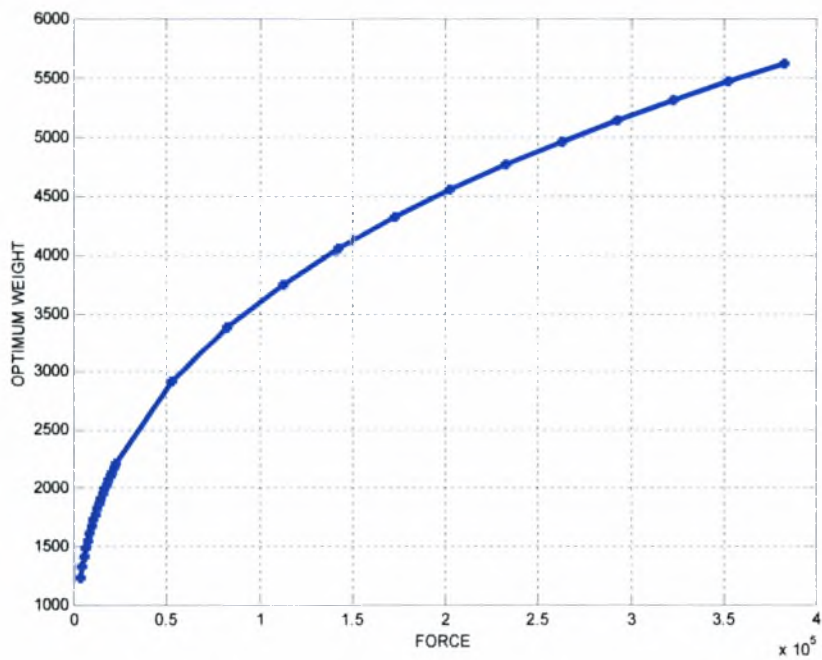
Σχήμα 4.4

Για το μοντέλο ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1 Η βελτιστοποίηση του μοντέλου παραμετροποιείται ως προς το εμβαδόν των διατομών και ως προς την θέση των μελών του δικτύματος και μας δίνει τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.9). Αντίστοιχα παρουσιάζονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης (από την συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το φορτίο (Σχήμα 4.10). Η αύξηση του φορτίου οδηγεί σε αύξηση των διατομών της κατασκευής ώστε αυτή να παραμένει ασφαλής. Η αύξηση της διατομής είναι τόση ώστε η τιμή της συνάρτησης κόστους να ελαχιστοποιείται. Το φάσμα των φορτίων κυμαίνεται από 4000 έως 390000kN.

Μοντελοί



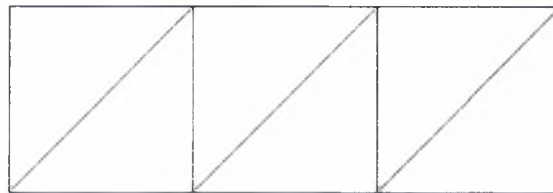
Σχήμα 4.9



Σχήμα 4.10

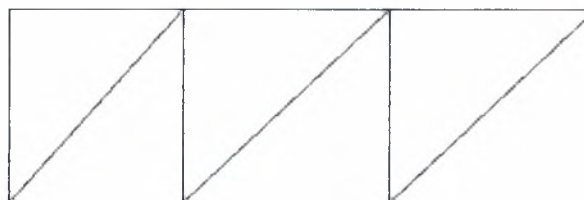
Μοντέλο με βελτιωμένες θέσεις κόμβων

Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζεται το μοντέλο όπως προέκυψε μετά το τέλος της βελτιστοποίησης. Το παρακάτω δικτύωμα είναι το βελτιωμένο μοντέλο με τις νέες θέσεις των στοιχείων μετατοπισμένες στο επίπεδο κατά την οριζόντια κατεύθυνση. Το δικτύωμα είναι μια γενική απεικόνιση του βέλτιστου μοντέλου καθώς οι αλλαγές του μήκους είναι ανεπαίσθητες κάτω από διάφορες φορτίσεις.



Αρχικό Μοντέλο 1

Commands sent to feomn feplot

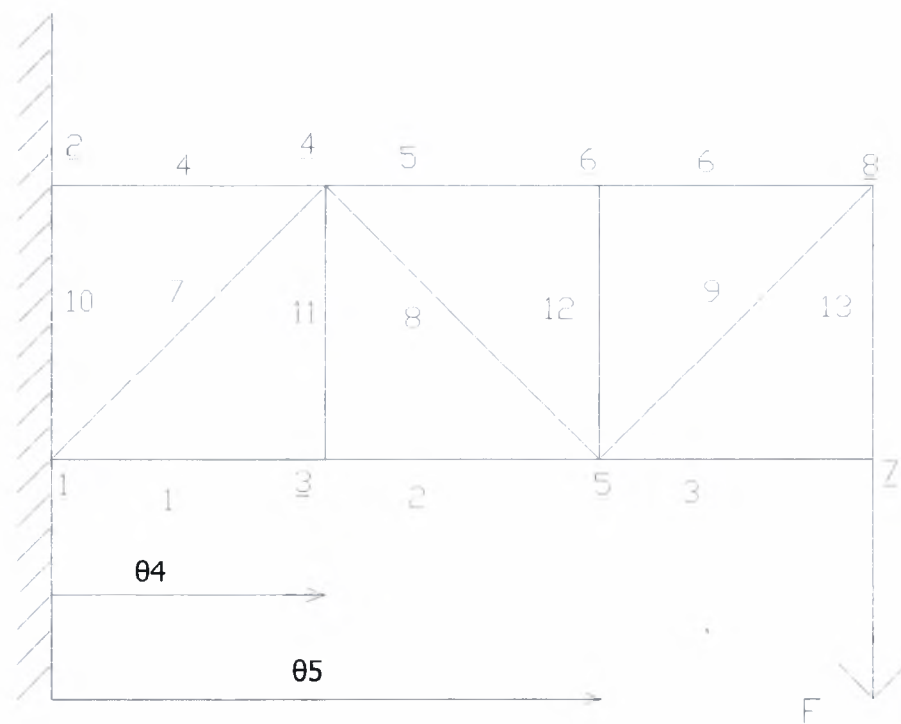


AN fe [] [] [] []

Βελτιωμένο Μοντέλο 1

4.5 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο 2 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων

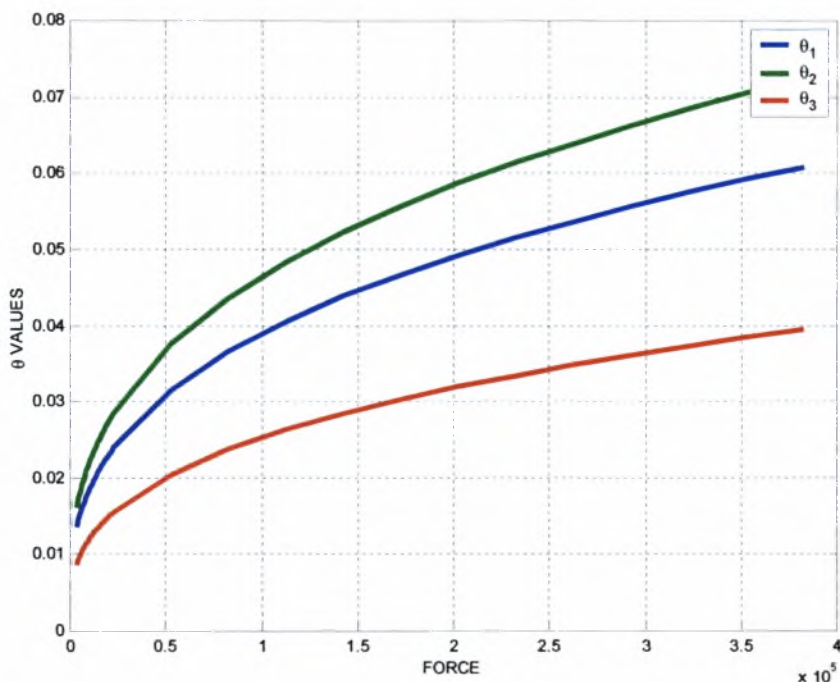
Το παρακάτω μοντέλο είναι το αντίστοιχο δικτύωμα 2 στο οποίο η παραμετροποίηση περιλαμβάνει το εμβαδόν των διατομών και το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος. Οι παραπάνω παράμετρος καθορίζουν την θέση των κόμβων όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφαλαίο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο σχήμα 4.6 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου στο κόμβο 7. Στο σχήμα 4.5 έχουν αριθμηθεί εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους και τα elements. Η αρίθμηση των elements γίνεται με συνδυασμό ζευγών κόμβων όπως δόθηκε στο κεφαλαίο 3, στο μητρώο **FEelt**.



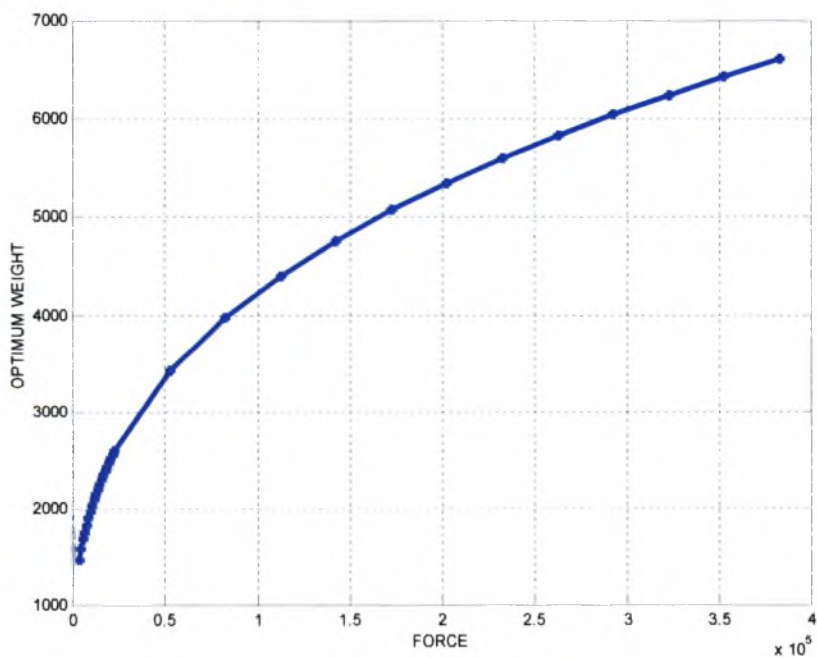
Σχήμα 4.5

Για το μοντέλο ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1 Η βελτιστοποίηση του μοντέλου παραμετροποιείται ως προς το εμβαδόν των διατομών και ως προς την θέση των μελών του δικτύωματος και μας δίνει τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.11). Αντίστοιχα παρουσιάζονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης (από την συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το φορτίο (Σχήμα 4.12). Η αύξηση του φορτίου οδηγεί σε συνολική αύξηση των διατομών της κατασκευής ώστε αυτή να παραμένει ασφαλής. Η αύξηση της διατομής είναι τόση ώστε η τιμή της συνάρτησης κόστους να ελαχιστοποιείται. Το φάσμα των φορτίων κυμαίνεται από 4000 έως 390000kN.

Μοντελο2



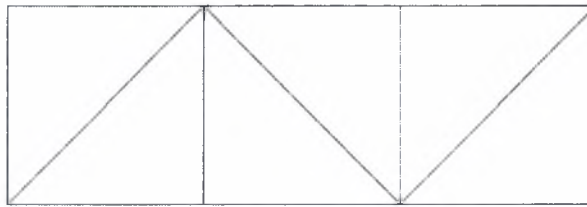
Σχήμα 4.11



Σχήμα 4.12

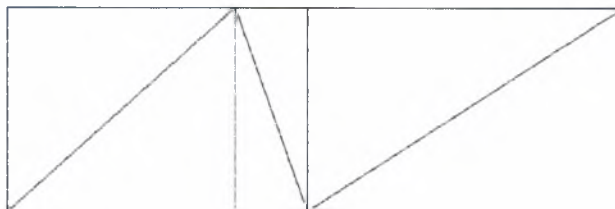
Μοντέλο με βελτιωμένες θέσεις κόμβων

Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζεται το μοντέλο όπως προέκυψε μετά το τέλος της βελτιστοποίησης. Το παρακάτω δικτύωμα είναι το βελτιωμένο μοντέλο με τις νέες θέσεις των στοιχείων μετατοπισμένες στο επίπεδο κατά την οριζόντια κατεύθυνση. Το δικτύωμα είναι μια γενική απεικόνιση του βέλτιστου μοντέλου καθώς οι αλλαγές του μήκους είναι ανεπαίσθητες κάτω από διάφορες φορτίσεις.



Μοντέλο 2

Comments sent to feconm1@ictol

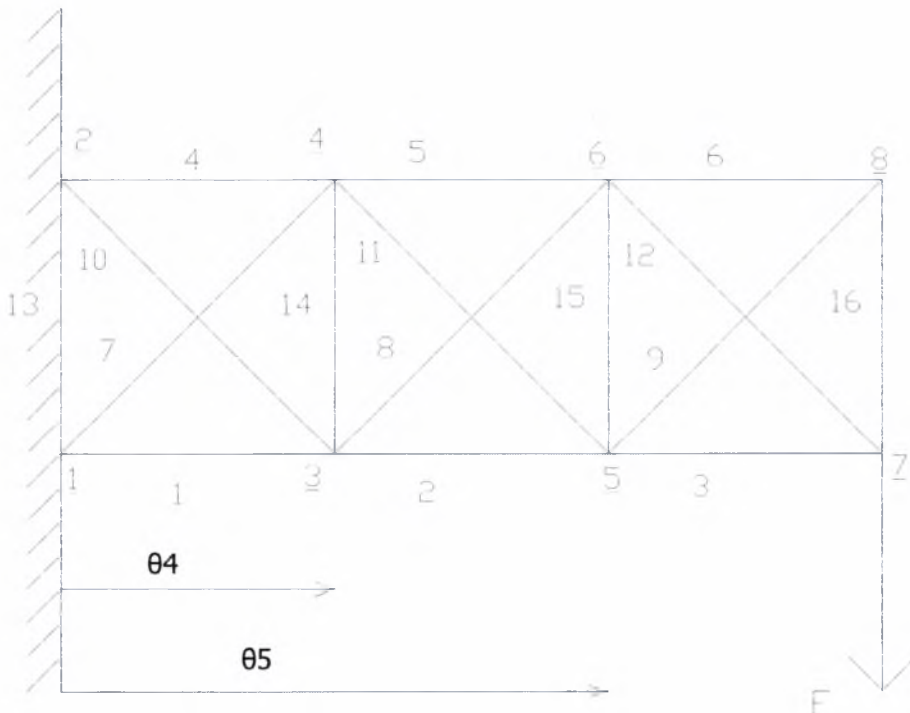


AM | 26 | [Navigation icons]

Βελτιωμένο Μοντέλο 2

4.6 Βέλτιστη επιλογή χαρακτηριστικών δικτύωματος για την περίπτωση που το μοντέλο 3 είναι παραμετροποιημένο ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς την θέση των στοιχείων

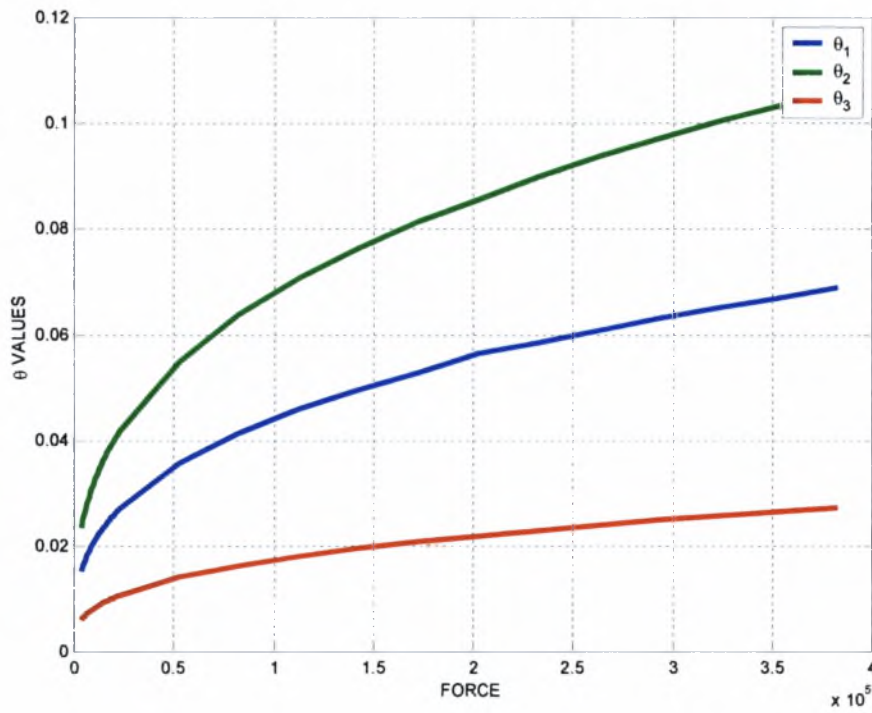
Το παρακάτω μοντέλο είναι το αντίστοιχο δίκτυωμα 3 στο οποίο η παραμετροποίηση περιλαμβάνει το εμβαδόν των διατομών και το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος. Οι παραπάνω παράμετρος καθορίζουν την θέση των κόμβων όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6. Το μοντέλο είναι πακτωμένο και μετατοπίζεται στο επίπεδο. Ο τρόπος περιορισμού των βαθμών ελευθέριας δόθηκε στο κεφαλαίο 3 και περιγράφηκε στο μητρώο **gdof**. Στο σχήμα 4.6 φαίνεται το σημείο εφαρμογής του φορτίου στο κόμβο 7. Στο σχήμα 4.6 έχουν αριθμηθεί εκτός από τους υπογραμμισμένους κόμβους και τα elements. Η αρίθμηση των elements γίνεται με συνδυασμό ζευγών κόμβων όπως δόθηκε στο κεφαλαίο 3, στο μητρώο **FEelt**.



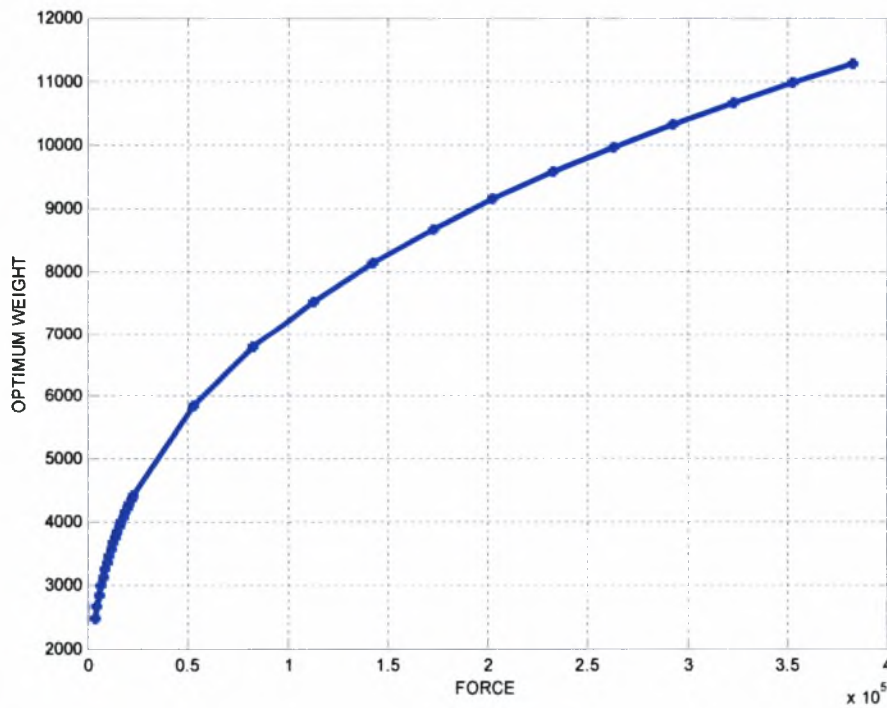
Σχήμα 4.6

Για το μοντέλο ισχύουν τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.1 Η βελτιστοποίηση του μοντέλου παραμετροποιείται ως προς το εμβαδόν των διατομών και ως προς την θέση των μελών του δικτύωματος και μας δίνει τα παρακάτω γραφήματα. Σε αυτά παρουσιάζεται η πορεία της βελτιστοποίησης με διαδοχική αύξηση του φορτίου σε σχέση με την παράμετρο θ (Σχήμα 4.13). Αντίστοιχα παρουσιάζονται οι τιμές της βέλτιστης λύσης (από την συνάρτηση κόστους) σε σχέση με το φορτίο (Σχήμα 4.14). Η αύξηση του φορτίου οδηγεί σε συνολική αύξηση των διατομών της κατασκευής ώστε αυτή να παραμένει ασφαλής. Η αύξηση της διατομής είναι τόση ώστε η τιμή της συνάρτησης κόστους να ελαχιστοποιείται. Το φάσμα των φορτίων κυμαίνεται από 4000 έως 390000kN.

Μοντελο3



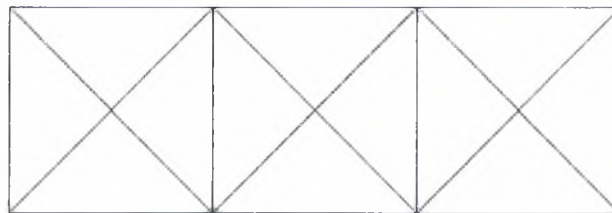
Σχήμα 4.13



Σχήμα 4.14

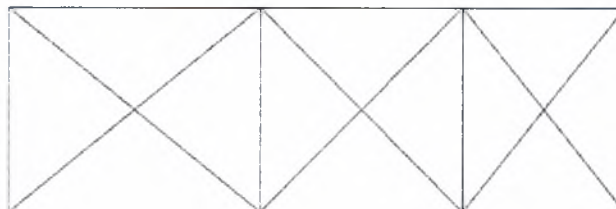
Μοντέλο με βελτιωμένες θέσεις κόμβων

Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζεται το μοντέλο όπως προέκυψε μετά το τέλος της βελτιστοποίησης. Το παρακάτω δικτύωμα είναι το βελτιωμένο μοντέλο με τις νέες θέσεις των στοιχείων μετατοπισμένες στο επίπεδο κατά την οριζόντια κατεύθυνση. Το δικτύωμα είναι μια γενική απεικόνιση του βέλτιστου μοντέλου καθώς οι αλλαγές του μήκους είναι ανεπαίσθητες κάτω από διάφορες φορτίσεις.



Μοντέλο 3

Contents sent to facom factot



AN | | | | | |

Βελτιωμένο Μοντέλο 3

4.7 Σύγκριση Μοντέλων και Ανάλυση των Αποτελεσμάτων

Σε αυτή την ενότητα γίνεται ανακεφαλαίωση και ανάλυση της παραπάνω μελέτης. Στο κεφαλαίο 4 εξετάστηκαν 3 μοντέλα με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής. Ο Πίνακας 4.3 παρουσιάζει τα κόστη των 3 μοντέλων όταν αυτά παραμετροποιούνται ως προς το εμβαδόν της διατομής των μελών του δικτύματος. Στην συνέχεια ο Πίνακας 4.4 παρουσιάζει τα κόστη των ίδιων μοντέλων για παραμετροποίηση ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς το μήκος των οριζόντιων μελών του δικτύματος. Τέλος ο Πίνακας 4.5 είναι ο συγκεντρωτικός πίνακας στον οποίο περιέχονται οι δυο παραπάνω, με στόχο την εύρεση του οικονομικότερου μοντέλου απ' όλη τη μελέτη.

Από τη σύγκριση των τιμών του Πίνακα 4.3 προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Το μοντέλο 1 αποτελεί την οικονομικότερη κατασκευή σε σύγκριση με τα αλλά δυο δικτύματα.
- Το μοντέλο 2, αν και διαφέρει μόνο στην κατεύθυνση της μεσαίας διαγωνίου από το μοντέλο 1, είναι πιο δαπανηρό και το κόστος του αυξάνεται σημαντικά για μεγαλύτερα φορτία.
- Το μοντέλο 3 είναι το πιο δαπανηρό από τα 2 προηγούμενα. Αυτό είναι αναμενόμενο λόγω των αυξημένων μελών του δικτύματος που αυτομάτως οδηγεί σε μεγαλύτερη χρήση υλικού κατασκευής.

Από την σύγκριση των τιμών του Πίνακα 4.4 προκύπτουν συμπεράσματα αντίστοιχα με τα παραπάνω.

Ο Πίνακας 4.4 είναι ένας συγκεντρωτικός πίνακας στον οποίο περιέχονται οι δυο προηγούμενοι. Από την σύγκριση των τιμών του προκύπτει:

- Το γενικό συμπέρασμα είναι ότι τα μοντέλα, τα οποία παραμετροποιήθηκαν ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος, είναι οικονομικότερα. Το συμπέρασμα αυτό είναι αναμενόμενο καθώς τα μοντέλα με την παραπάνω παράμετρο έχουν μεγαλύτερη ελευθερία να πιέσουν το κόστος σε μικρότερες τιμές. Η επιπλέον παράμετρος δίνει στο σύστημα περισσότερους βαθμούς ελευθερίας κάνοντάς το έτσι πιο ευμετάβλητο.
- Το μοντέλο 1, τόσο για την περίπτωση που παραμετροποιείται ως προς το εμβαδόν της διατομής όσο και στην περίπτωση στην οποία η παραμετροποίηση επεκτείνεται στο μήκος των στοιχείων του δικτύωματος, είναι το οικονομικότερο μοντέλο.
- Το μοντέλο 2 είναι πιο δαπανηρό από το μοντέλο 1 αλλά παρατηρείται πως η επιπλέον παράμετρος μείωσε το κόστος σε μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με το μοντέλο 1.
- Το μοντέλο 3 είναι στο σύνολο του πιο δαπανηρό. Αυτό είναι συνέπεια του μεγαλύτερου πλήθους των μελών του δικτύωματος που αυτομάτως αυξάνει το κόστος κατασκευής.

Παρατήρηση

Τα μοντέλα με * είναι τα μοντέλα με περιορισμούς στις τάσεις διαρροής και στα φορτία λυγισμού.

ΦΟΡΤΙΑ	Μοντέλο 1	Μοντέλο 2	Μοντέλο 3
(κN)	(1000)	(1000)	(1000)
4000	1.2613	1.7885	2.747
5000	1.3587	1.9266	2.959
6000	1.4438	2.0474	3.145
7000	1.5199	2.1553	3.311
8000	1.5891	2.2534	3.461
9000	1.6527	2.3436	3.600
10000	1.7118	2.4274	3.729
11000	1.7671	2.5058	3.849
12000	1.8191	2.5795	3.962
13000	1.8683	2.6493	4.069
14000	1.9150	2.7155	4.171
15000	1.9595	2.7787	4.268
16000	2.0021	2.8391	4.361
17000	2.0430	2.8971	4.450
18000	2.0823	2.9528	4.536
19000	2.1202	3.0065	4.618
20000	2.1567	3.0584	4.698
21000	2.1921	3.1085	4.775
22000	2.2264	3.1571	4.849
23000	2.2596	3.2042	4.922
23000	2.2596	3.2042	4.922
53000	2.9846	4.2322	6.501
83000	3.4659	4.9148	7.549
113000	3.8413	5.4472	8.367
143000	4.1550	5.8919	9.050
173000	4.4273	6.2781	9.643
203000	4.6697	6.6218	10.171
233000	4.8892	6.9331	10.649
263000	5.0907	7.2188	11.088
293000	5.2773	7.4835	11.495
323000	5.4516	7.7306	11.874
353000	5.6154	7.9629	12.231
383000	5.7702	8.1824	12.568

Πίνακας 4.3

ΦΟΡΤΙΑ	Μοντέλο 1*	Μοντέλο 2*	Μοντέλο 3*
(κN)	(1000)	(1000)	(1000)
4000	1.2282	1.4620	2.4660
5000	1.3231	1.5767	2.6564
6000	1.4060	1.6742	2.8228
7000	1.4801	1.7391	2.9717
8000	1.5475	1.8182	3.1069
9000	1.6094	1.8910	3.2313
10000	1.6670	1.9586	3.3468
11000	1.7208	2.0219	3.4549
12000	1.7714	2.0814	3.5566
13000	1.8193	2.1376	3.6527
14000	1.8648	2.1911	3.7441
15000	1.9082	2.2421	3.8312
16000	1.9497	2.2908	3.9145
17000	1.9895	2.3376	3.9944
18000	2.0277	2.3826	4.0712
19000	2.0646	2.4259	4.1453
20000	2.1002	2.4677	4.2168
21000	2.1347	2.5082	4.2859
22000	2.1680	2.5474	4.3529
23000	2.2004	2.5854	4.4179
23000	2.2004	2.5854	4.4179
53000	2.9064	3.4149	5.8353
83000	3.3751	3.9658	6.7763
113000	3.7407	4.3952	7.5104
143000	4.0461	4.7541	8.1236
173000	4.3113	5.0656	8.6560
203000	4.5473	5.3430	9.1354
233000	4.7612	5.5942	9.5592
263000	4.9573	5.8247	9.9530
293000	5.1390	6.0382	10.3179
323000	5.3087	6.2376	10.6587
353000	5.4682	6.4251	10.9789
383000	5.6190	6.6022	11.2816

Πίνακας 4.4

ΦΟΡΤΙΑ	Μοντέλο 1	Μοντέλο 1*	Μοντέλο 2	Μοντέλο 2*	Μοντέλο 3	Μοντέλο 3*
(κN)	(1000)	(1000)	(1000)	(1000)	(1000)	(1000)
4000	1.2613	1.2282	1.7885	1.4620	2.747	2.4660
5000	1.3587	1.3231	1.9266	1.5767	2.959	2.6564
6000	1.4438	1.4060	2.0474	1.6742	3.145	2.8228
7000	1.5199	1.4801	2.1553	1.7391	3.311	2.9717
8000	1.5891	1.5475	2.2534	1.8182	3.461	3.1069
9000	1.6527	1.6094	2.3436	1.8910	3.600	3.2313
10000	1.7118	1.6670	2.4274	1.9586	3.729	3.3468
11000	1.7671	1.7208	2.5058	2.0219	3.849	3.4549
12000	1.8191	1.7714	2.5795	2.0814	3.962	3.5566
13000	1.8683	1.8193	2.6493	2.1376	4.069	3.6527
14000	1.9150	1.8648	2.7155	2.1911	4.171	3.7441
15000	1.9595	1.9082	2.7787	2.2421	4.268	3.8312
16000	2.0021	1.9497	2.8391	2.2908	4.361	3.9145
17000	2.0430	1.9895	2.8971	2.3376	4.450	3.9944
18000	2.0823	2.0277	2.9528	2.3826	4.536	4.0712
19000	2.1202	2.0646	3.0065	2.4259	4.618	4.1453
20000	2.1567	2.1002	3.0584	2.4677	4.698	4.2168
21000	2.1921	2.1347	3.1085	2.5082	4.775	4.2859
22000	2.2264	2.1680	3.1571	2.5474	4.849	4.3529
23000	2.2596	2.2004	3.2042	2.5854	4.922	4.4179
23000	2.2596	2.2004	3.2042	2.5854	4.922	4.4179
53000	2.9846	2.9064	4.2322	3.4149	6.501	5.8353
83000	3.4659	3.3751	4.9148	3.9658	7.549	6.7763
113000	3.8413	3.7407	5.4472	4.3952	8.367	7.5104
143000	4.1550	4.0461	5.8919	4.7541	9.050	8.1236
173000	4.4273	4.3113	6.2781	5.0656	9.643	8.6560
203000	4.6697	4.5473	6.6218	5.3430	10.171	9.1354
233000	4.8892	4.7612	6.9331	5.5942	10.649	9.5592
263000	5.0907	4.9573	7.2188	5.8247	11.088	9.9530
293000	5.2773	5.1390	7.4835	6.0382	11.495	10.3179
323000	5.4516	5.3087	7.7306	6.2376	11.874	10.6587
353000	5.6154	5.4682	7.9629	6.4251	12.231	10.9789
383000	5.7702	5.6190	8.1824	6.6022	12.568	11.2816

Πίνακας 4.5

Κεφαλαίο 5 Σύνοψη Διπλωματικής και Βιβλιογραφία

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε μελέτη βελτιστοποίησης του κόστους και της ασφάλειας δικτυωμάτων όταν αυτά υποβάλλονται σε στατικά φορτία. Η ελαχιστοποίηση του κόστους πραγματοποιήθηκε με την μείωση του βάρους της κατασκευής. Η διαδικασία έγινε υπό κατασκευαστικούς περιορισμούς ώστε η λύση να προσεγγίζει ρεαλιστικά πρότυπα.

Για την μοντελοποίηση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο SDTools σε περιβάλλον Matlab. Η χρήση του SDTools μας έδωσε τα κατάλληλα μητρώα για την επεξεργασία των μοντέλων. Κατά την εφαρμογή της διαδικασίας βελτιστοποίησης τα μοντέλα παραμετροποιήθηκαν ως προς το εμβαδόν της διατομής και ως προς το μήκος των στοιχείων του δικτύωματος. Σε κάθε αύξηση φορτίου το κόστος αυξανόταν προς διασφάλιση της κατασκευής.

Μετά την εφαρμογή της διαδικασίας βελτιστοποίησης και κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, παρατηρείται ότι γι' αυτά τα απλουστευμένα μοντέλα τα αποτελέσματα είναι αρκετά ικανοποιητικά. Η αλλαγή της γεωμετρίας της κατασκευής, το πλήθος των στοιχείων, αλλά και οι βαθμοί ελευθέριας, που προσδιορίζουν το σύστημα, επιδρούν καταλυτικά στην λύση προς την κατεύθυνση που αναμένεται. Ωστόσο πρέπει να σημειωθεί ότι οι αρχικές εκτιμήσεις επιδρούν στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Εξ' αιτίας αυτού χρήσιμο θα ήταν στο μέλλον να επεκταθεί η μελέτη σε πιο περίπλοκα μοντέλα τα οποία να μην επηρεάζονται από τις αρχικές εκτιμήσεις

Η μελέτη της βελτιστοποίησης, βάσει της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα μπορούσε να επεκταθεί με στόχο την κατασκευή οικονομικών και ταυτόχρονα ασφαλών μοντέλων. Στο μέλλον θα μπορούσαν να γίνουν οι παρακάτω αναλύσεις:

- Η παραπάνω μελέτη να εφαρμοστεί σε πιο περίπλοκα μοντέλα, τρισδιάστατα μοντέλα όπως κτίρια, γέφυρες και μηχανολογικά μέρη.
- Η διαδικασία να παραμείνει ανεξάρτητη των αρχικών εκτιμήσεων. Το πρόγραμμα να προσδιορίζει τις πιθανές βέλτιστες τιμές και από αυτές να επιλέγει την καλύτερη. Η αυτή δεν θα προϋποθέτει ότι η αρχική εκτίμηση θα βρίσκεται κοντά στην γενική βέλτιστη λύση.
- Τα μοντέλα που εξετάστηκαν υπόκεινται σε ένα είδος φορτίσεως. Η μελέτη μπορεί να επεκταθεί για μοντέλα που υποβάλλονται σε σύνθετες φορτίσεις.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Νατσιάβα, “Ταλαντώσεις Μηχανικών Συστημάτων”, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη.
- [2] Achtziger. W. 1999: Local Stability of trusses in context of topology optimization Part I: Exact Montelling. Struct.Multidisc. Optim. 17.
- [3] Cheng, G. Guo. X. 1997: ϵ -relaxed approach in structural topology optimization. Struct. Optim. 13.
- [4] Gill PE Murray, W. Saunders, M.A. 2002: SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization. SIAM J. Optim. 12.
- [5] Cheng, G. Guo. X, Yamazaki, K. 2001: A new approach for the solution of singular optima in truss topology optimization with stress local buckling constraints. Struct. Multidisc.Optim. 22.
- [6] Stople, M. Svanberg, K. 2001: A new approach for stress-constrained truss topology optimization. Struct. Multidisc. Optim.
- [7] S.S. Rao, ‘ Mechanical Vibration’, second edition, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1990
- [8] Coleman TF, Branch MA, Grace A. “Optimization toolbox for use with MATLAB”. The Mathworks Inc, 1999.
- [9] Chapra SC, Canale RP. “Numerical Methods for Engineers”. 3rd edition, McGraw Hill , 1998.
- [10] Yu FC. “How to calculate optimum pipe size for liquids”. Hydrocarbon Processing, June 1993: 67-74.
- [11] B. A. Sloan (1994), “Select pipe size based on payback”, Hydrocarbon Processing, July, pp.55-61.
- [12] R. R. Graig, ‘Structural Dynamics’, J.Willey & Sons, New York, 1993
- [13] K. J. Bathe, ‘Finite Element Procedures in Engineering Analysis’, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [14] Κερμανίδης, Αντοχή Υλικών, Πατρα 1999.
- [15] Valougeorgis D, Poulakis Z, Papadimitriou C. “Cost Optimization of Piping Systems”. Proceedings of the 5th International Conference "Restoration and Protection of the Environment". Thasos, Greece, 2000.

- [16] Roulakis Z. “Σχεδιασμός, βελτιστοποίηση και διάγνωση βλαβών σε δίκτυα σωληνώσεων”. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών, Τμήμα μηχανολόγων μηχανικών βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2000.
- [17] Πουλάκης Ζ., “Βελτιστοποίηση Σχεδιασμού και Εντοπισμός Βλαβών σε Δίκτυα Σωληνώσεων με χρήση κλασικών και εξελκτικών αλγορίθμων”, Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης, Τμήμα μηχανολόγων μηχανικών βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2002.
- [18] Μπερσίμης Δ., Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών, Τμήμα μηχανολόγων μηχανικών βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2001.
- [19] G. Breyiannis, S. Varoutis, D. Valougeorgis & C. Papadimitriou, “Design Optimization of Gas Pipe Networks”, Mathematics and Informatics for Industry, International Conference, Thessaloniki, Greece (2003).



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000074720

