ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΛΥΨΗ ΕΚΤΑΚΤΩΝ ΑΝΑΓΚΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΩΝ

Εκπονήθηκε από τη φοιτήτρια:

ΜΑΣΤΡΟΓΙΑΝΝΙΔΟΥ ΧΡΙΣΤΙΝΑ

Επιβλέπων Καθηγητής:

Δρ. ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΖΗΛΙΑΣΚΟΠΟΥΛΟΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας
2005

ΕΓΚΡΙΘΗΚΕ ΑΠΟ ΤΑ ΜΕΛΗ ΤΗΣ ΤΡΙΜΕΛΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ:

Πρώτος Εξεταστής: Δρ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος
(Επιβλέπων) Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Λέκτορας Π.Δ. 407, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΛΥΨΗ ΕΚΤΑΚΤΩΝ ΑΝΑΓΚΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΩΝ

ΜΑΣΤΡΟΓΙΑΝΝΙΔΟΥ ΧΡΙΣΤΙΝΑ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, 2005

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος, Αναπληρωτής Καθηγητής Βελτιστοποίησης Συστημάτων Παραγωγής/ Μεταφορών

Περίληψη

Οι μέθοδοι ανάθεσης προσωπικού εφαρμόζονται σε πάρα πολλές πτυχές της καθημερινής μας ζωής. Η εφαρμογή τους στα μέσα μαζικής μεταφοράς, στις αεροπορικές εταιρείες, στο σύστημα υγείας, στις υπηρεσίες άμεσης δράσης, αλλά και σε εστιατόρια, ξενοδοχεία, καταστήματα λιανικής πώλησης, έχει άμεσο αντίκτυπο στους παραπάνω οργανισμούς επηρεάζοντας την αποτελεσματικότητα τους παρέχοντας εξοικονόμηση χρημάτων. Σε αυτήν την διπλωματική εργασία αναπτύσσουμε μία βέλτιστη μέθοδο ανάθεσης προσωπικού σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης. Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάθεση των εθελοντών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης, όπως είναι οι φυσικές καταστροφές.

Αρχικά, αναπτύσσουμε τη μέθοδο που βασίζεται στη θεωρία του ακέραιου-γραμμικού προγραμματισμού.

Στην συνέχεια, με τη βοήθεια της γλώσσας μαθηματικού προγραμματισμού AMPL επιλύουμε το πρόβλημα και παίρνουμε τα αποτελέσματα.

Τέλος, επεκτείνουμε το πρόβλημα για να καλύπτει περισσότερες περιπτώσεις και το επιλύουμε για διαφορετικά δεδομένα. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η μέθοδος λειτουργεί σωστά και αποτελεσματικά, παρέχοντας τη βέλτιστη λύση και ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο μέλλον από ανθρώπους που διαχειρίζονται καταστάσεις έκτακτης ανάγκης έτσι ώστε να είναι γρηγορότερη η ανακούφιση των καταστροφών.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Αθανάσιο Ζηλιασκόπουλο, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κκ. Γεώργιο Κοζανίδη και Γεώργιο Λυμπερόπουλο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον κ. Κοζανίδη για τον πολύτιμο χρόνο που μου αφιέρωσε, τη βοήθεια και τις συμβουλές που μου έδινε κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Ευχαριστώ τους φίλους(ες) μου για την ηθική υποστήριξή τους. Επίσης, ευχαριστώ τον Μάντζιο Ματθαίο για την κατανόησή του, ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια των τελευταίων μηνών της προσπάθειάς μου. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμον στους γονείς μου, Τρύφων και Αικατερίνη Μαστρογιαννίδη για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω αυτή την εργασία στην μητέρα μου και στον πατέρα μου.

Μαστρογιαννίδου Χριστίνα

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ / ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Προγραμματισμός προσωπικού είναι η διαδικασία κατά την οποία δημιουργούνται χρονοδιαγράμματα εργασιών για το προσωπικό, έτσι ώστε να μπορεί ένας οργανισμός να ικανοποιήσει τις ανάγκες που προκύπτουν για τα προϊόντα και τις υπηρεσίες του. Τα προβλήματα προγραμματισμού προσωπικού συναντώνται συχνά σε εφαρμογές, όπως στα νοσοκομεία, στα σχολεία, στη βιομηχανία, στις αεροπορικές εταιρείες και στα μέσα μαζικής μεταφοράς.

Το πρώτο στάδιο της διαδικασίας αυτής περιλαμβάνει τον καθορισμό του αριθμού των ατόμων με συγκεκριμένες ειδικότητες που απαιτούνται για να καλυφθούν οι εκάστοτε ανάγκες. Το σύνολο του προσωπικού χωρίζεται σε βάρδιες έτσι ώστε να υπάρχουν τα αναγκαία άτομα για τη λειτουργία του οργανισμού σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, και στη συνέχεια ανατίθενται συγκεκριμένα καθήκοντα σε κάθε μέλος της βάρδιας. Σημαντικό κομμάτι της διαδικασίας αυτής είναι η τήρηση όλων των κανονισμών που σχετίζονται με το συγκεκριμένο εργασιακό χώρο.

Είναι εξαιρετικά δύσκολο να βρούμε καλές λύσεις σε αυτά τα προβλήματα, τα οποία περιλαμβάνουν ένα μεγάλο αριθμό περιορισμών και τις περισσότερες φορές είναι αρκετά πολύπλοκα, και ακόμη πιο δύσκολο να βρούμε βέλτιστες λύσεις που να ελαχιστοποιούν το κόστος, να ικανοποιούν τις προτιμήσεις του προσωπικού, να κατανέμουν τις βάρδιες ομοιόμορφα ανάμεσα στους εργαζομένους και να ικανοποιούν όλους τους εργασιακούς κανονισμούς.

Σε πολλούς οργανισμούς, οι άνθρωποι που εμπλέκονται στη δημιουργία της ανάθεσης του προσωπικού χρειάζονται εργαλεία λήψης αποφάσεων για να εξασφαλίσουν την ανάθεση του «σωστού» ατόμου, στη «σωστή» εργασία, στη «σωστή» βάρδια, με το «σωστό» κόστος επιτυγχάνοντας παράλληλα υψηλό επίπεδο ικανοποίησης των εργαζομένων. Τα εργαλεία λήψης αποφάσεων αποτελούνται συνήθως από λογιστικά φύλλα και βάσεις δεδομένων και πιθανόν από εργαλεία ανάθεσης που στηρίζονται σε μαθηματικά μοντέλα και αλγορίθμους.

Η ανάπτυξη των μαθηματικών μοντέλων και αλγορίθμων περιλαμβάνει:

a. **Μελέτη** η οποία συγκεντρώνει και χρησιμοποιεί παλαιότερα δεδομένα για να προβλέψει τη ζήτηση και το προσωπικού που απαιτείται για να την καλύψει.
b. **Θεώρηση** των τεχνικών επίλυσης οι οποίες πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς που προκύπτουν από τους κανονισμούς εργασίας

ενώ παράλληλα να ικανοποιούν όσο γίνεται καλύτερα τις ανάγκες σε προσωπικό, να ελαχιστοποιούν το κόστος και να ικανοποιούν τους εργαζομένους και

c. **Προδιαγραφές** ενός εργαλείου αναφοράς το οποίο παρέχει λύσεις και αναφορές απόδοσης.

Γενικά, τα μοναδικά χαρακτηριστικά κάθε βιομηχανίας και κάθε οργανισμού απαιτούν συγκεκριμένα μαθηματικά μοντέλα και αλγορίθμους που πρέπει να αναπτυχθούν για τον προγραμματισμό προσωπικού σε κάθε διαφορετική εφαρμογή.

Υπάρχουν πολλά εμπορικά πακέτα λογισμικού για την ανάθεση προσωπικού, αλλά αυτά που παρέχουν σημαντικές ικανότητες βελτιστοποίησης, είναι επικεντρωμένα σε μία συγκεκριμένη περιοχή και δεν είναι εύκολο να εφαρμοστούν σε κάποια άλλη. Αντίθετα, αυτά που έχουν σχεδιαστεί για να εφαρμόζονται εύκολα σε όλες τις περιοχές, επικεντρώνονται περισσότερο στο να παρέχουν το χρήστη με χειροκίνητες επεμβάσεις και αναλυτικές αναφορές, αλλά έχουν περιορισμένες δυνατότητες στη δημιουργία αυτοματοποιημένων προγραμμάτων ανάθεσης προσωπικού.

Η προέλευση των μεθόδων ανάθεσης προσωπικού μπορεί να αποδοθεί στο έργο του L.Edie (1954) για την κυκλοφοριακή συμφόρηση στα διόδια [1]. Από τότε, οι μέθοδοι αυτοί έχουν επεκταθεί στα μέσα μεταφοράς, όπως στις αεροπορικές και τις σιδηροδρομικές εταιρείες, στα λεωφορεία, στο σύστημα υγείας, στις υπηρεσίες άμεσης δράσης όπως η αστυνομία, τα ασθενοφόρα και η πυροσβεστική, στα τηλεφωνικά κέντρα εξυπηρέτησης και σε πολλούς άλλους οργανισμούς όπως τα ξενοδοχεία, τα εστιατόρια και τα καταστήματα λιανικής πώλησης. Αναλυτικά μοντέλα και ανάπτυξη αλγορίθμων έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία για τον προγραμματισμό προσωπικού στα μέσα μεταφοράς, των νοσοκόμων στο ιατρικό σύστημα και σε διάφορες άλλες υπηρεσίες.

Στην παρούσα διπλωματική θα μελετηθεί ο προγραμματισμός των εθελοντών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης όπως είναι οι φυσικές καταστροφές.

Φυσικές καταστροφές συμβαίνουν με αυξανόμενο ρυθμό παρά την ανάπτυξη και πρόοδο της επιστήμης και της τεχνολογίας, προκαλώντας θύματα και υλικές καταστροφές. Ένας λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ο συνεχώς αυξανόμενος πληθυσμός. Στις μέρες μας περισσότεροι άνθρωποι προσβάλλονται από μία φυσική καταστροφή, εξαιτίας της πληθυσμιακής έκρηξης ορισμένων περιοχών. Επιπλέον, περισσότεροι άνθρωποι επηρεάζουν το περιβάλλον στο οποίο ζουν αλλάζοντας τη σταθερότητα του, προκαλώντας με αυτό τον τρόπο καταστροφές.

Τη στιγμή που συμβαίνει μία καταστροφή, κινητοποιούνται όλοι οι αρμόδιοι φορείς μιας χώρας. Αυτοί μπορεί να είναι οι κρατικοί αλλά και τοπικοί οργανισμοί υπεύθυνοι για τη διαχείριση καταστροφών, το υπουργείο εσωτερικών, η υπηρεσία πολιτικής προστασίας, εθελοντικές οργανώσεις, ομοσπονδιακοί φορείς αλλά και τα μέσα μαζικής ενημέρωσης.

Σε έναν αβέβαιο κόσμο, η διαχείριση του κινδύνου δεν πρέπει να είναι αποκλειστικό καθήκον ενός μόνο φορέα, αλλά το αποτέλεσμα της συντονισμένης δράσης πολλών φορέων, που ο καθένας τους έχει συγκεκριμένο ρόλο στο πλέγμα των σύνθετων ενεργειών που απαιτούνται για την αντιμετώπιση μιας κατάστασης έκτακτης ανάγκης.

Στην παρούσα διπλωματική, θα προσπαθήσουμε να αναπτύξουμε ένα μοντέλο διαχείρισης των εθελοντών ανάλογα με την ειδικότητα και την τοποθεσία στην οποία βρίσκονται τη στιγμή που συμβαίνει μία καταστροφή.

Η εργασία αυτή χωρίζεται σε έξι κεφάλαια. Το δεύτερο κεφάλαιο περιλαμβάνει τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, όπου περιγράφονται οι εφαρμογές της ανάθεσης προσωπικού σε διάφορες υπηρεσίες καθώς και οι λύσεις και τα οφέλη που προσέφεραν σε αυτές.

Το τρίτο κεφάλαιο πραγματεύεται την ανάλυση των προβλημάτων πολιτικής προστασίας, όπου γίνεται σαφές το μέγεθος, η πολυπλοκότητα και οι απαιτήσεις τέτοιων προβλημάτων και κατά συνέπεια η ανάγκη εφαρμογής τέτοιων μεθόδων για την αντιμετώπιση τους.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναλύεται το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης και διατυπώνεται μαθηματικά. Στη συνέχεια, επεκτείνεται το πρόβλημα για την ανάθεση περισσότερων εθελοντών με την ίδια ειδικότητα σε κάθε καταστροφή και ανάθεση των εθελοντών όταν η διεύθυνση τους είναι αβέβαιη. Επίσης, γίνεται μία εισαγωγή στα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού και στα εργαλεία επίλυσης τους. Τέλος, γίνεται αναφορά στην γλώσσα μαθηματικού προγραμματισμού AMPL και στη διαδικασία παραγωγής των δεδομένων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος με τη βοήθεια της AMPL και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά. Επίσης, παρουσιάζονται διάφορα πειράματα για την εύρεση του υπολογιστικού χρόνου και τα διαγράμματα του υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει του αριθμού των εθελοντών, των καταστροφών και των ειδικοτήτων.

Στο έκτο κεφάλαιο συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα που αποκομίστηκαν από την εργασία και οι δυνατότητες που υπάρχουν για μελλοντική έρευνα.

Τέλος, στα παραρτήματα παραθέτουμε το μοντέλο όπως ακριβώς χρησιμοποιείται από την AMPL, το πρόγραμμα της Fortran το οποίο μας βοηθάει στην παραγωγή των απαιτούμενων δεδομένων καθώς και κάποια δεδομένα με τα αποτελέσματα τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Η διεθνής βιβλιογραφία δεν εμφανίζεται να έχει ασχοληθεί με το θέμα του προγραμματισμού των εθελοντών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης. Αντίθετα, υπάρχει εκτενής βιβλιογραφία για τον προγραμματισμό του προσωπικού σε διάφορες υπηρεσίες, όπως στα συστήματα μεταφοράς π.χ. αεροπορικές εταιρείες, μέσα μαζικής μεταφοράς, στα τηλεφωνικά κέντρα, στο σύστημα υγείας, στις υπηρεσίες άμεσης δράσης π.χ. αστυνομία, πυροσβεστική.

Έτσι, για τη μελέτη του προγραμματισμού των εθελοντών βασιζόμαστε στις έρευνες που έχουν γίνει μέχρι τώρα και αφορούν τον προγραμματισμό του προσωπικού. Το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από παραμέτρους και περίπλοκους περιορισμούς που καθιστούν την εύρεση βέβαιης βέλτιστης λύσης αδύνατη.

Μία μελέτη για τον προγραμματισμό του προσωπικού αλλά και τον προγραμματισμό των οχημάτων έχει πραγματοποιηθεί το 1982 από τον S. Aggarwal [2] όπου γίνεται ανασκόπηση των αντικειμενικών συναρτήσεων, των περιορισμών και των μεθόδων επίλυσης για όλες τις περιοχές εφαρμογής, οι οποίες είναι:

2.1 Συστήματα Μεταφοράς

Τα κοινά χαρακτηριστικά του προγραμματισμού προσωπικού στα συστήματα μεταφοράς, αεροπορικές εταιρείες, σιδηρόδρομοι, μέσα μαζικής μεταφοράς, λεωφορεία είναι τα εξής:

a. Κάθε εργασία χαρακτηρίζεται από τον αρχική τοποθεσία και χρόνο καθώς και την τελική τοποθεσία και χρόνο.
b. Οι εργασίες που πρέπει να γίνουν από τους εργαζομένους δίνονται σε ένα χρονοδιάγραμμα εργασιών (πτήσεις, τρένα, μετρό ή λεωφορείο). Οι εργασίες είναι τα μικρότερα στοιχεία και επιτυγχάνονται από την διάσπαση των πτήσεων, τρένων ή των διαδρομών των λεωφορείων. Μία εργασία μπορεί να είναι μία πτήση της αεροπορικές εταιρείες, η διαδρομή της τρένου ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς σταθμούς, ή η διαδρομή ανάμεσα σε δύο διαδοχικές στάσεις της λεωφορείου.

Η κυριότερη εφαρμογή του προγραμματισμού προσωπικού είναι σε αεροπορικές εταιρείες, εξαιτίας της οικονομικής κλίμακας και της επίδρασης του στη βιωσιμότητα των εταιρειών. Τα περισσότερα άρθρα ασχολούνται με τις μεθοδολογίες και τις εφαρμογές σε αυτή την περιοχή από κάθε άλλη περιοχή που έχει σχέση με τον προγραμματισμό προσωπικού. Μία παλιότερη έρευνα για τον προγραμματισμό του προσωπικού σε αεροπορικές εταιρείες έχει διεξαχθεί το 1969 από τους J. Arabeyre, J. Fearnley, F. Steiger και W. Teather [3].

Η πιο δημοφιλής προσέγγιση για την επίλυση αυτού του προβλήματος είναι η μέθοδος της διάσπασης του προβλήματος σε άλλα μικρότερα [4,5,6,7,8,9,10,11]. Τα τρία βασικά στάδια που ακολουθεί η συγκεκριμένη μέθοδος είναι: a) η δημιουργία εφικτών ομάδων προσωπικού (crew pairing generation), b) η βελτιστοποίηση των ομάδων αυτών (crew pairing optimization) και c) η ανάθεσή τους σε χρονοδιαγράμματα (crew rostering). Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει τη διαδικασία κατά την οποία δημιουργείται ένας μεγάλος αριθμός εφικτών εργασιών από το χρονοδιάγραμμα εργασιών. Στο δεύτερο στάδιο επιλέγονται οι βέλτιστες εργασίες που έχουν παραχθεί στο πρώτο στάδιο έτσι ώστε να καλυφθούν οι πτήσεις με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Στο τελευταίο στάδιο, οι εργασίες που επιλέγηκαν στο δεύτερο στάδιο τοποθετούνται στα χρονοδιαγράμματα ώστε να ανατεθούν στο προσωπικό.

Ο προγραμματισμός εργασιών στα δρομολόγια των λεωφορείων γίνεται όπως και για τις αεροπορικές εταιρείες μέσω υπαρκτών χρονοδιαγραμμάτων. Αυτό που διαφέρει κυρίως, είναι η κλίμακα του χρόνου αφού στα λεωφορεία τα περισσότερα δρομολόγια μπορούν να πραγματοποιηθούν από το προσωπικό χωρίς να χρειάζεται να μεσολαβήσει μεγάλο χρονικό διάστημα ξεκούρασης. Παρόλη τη μεγάλη αυτή διαφορά κατά τη δημιουργία δρομολογίων στα λεωφορεία θα πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη το γεγονός ότι η αρχική και τελική τοποθεσία μπορεί να μην είναι η ίδια.

Η εφαρμογή του προγραμματισμού εργασιών στο δρομολόγια των τρένων έχει εμφανιστεί στη βιβλιογραφία πρόσφατα, και το μεγαλύτερο μέρος της διαπραγματεύεται πρακτικά προβλήματα [12,13].

2.2 Τηλεφωνικά Κέντρα

Ο προγραμματισμός εργασιών στα τηλεφωνικά κέντρα δεν περιλαμβάνει κάποιο γεωγραφικό χαρακτηριστικό και αυτό τον καθιστά κάπως ευκολότερο. Η διαφορά του προβλήματος αυτού σε σχέση με το πρόβλημα των μέσων μεταφοράς είναι ότι δε γνωρίζουμε εκ των προτέρων τη φύση και τον αριθμό των εργασιών που πρέπει να γίνουν. Αυτό που γνωρίζουμε είναι οι απαιτήσεις σε προσωπικό για όλο το χρονικό ορίζοντα. Το χαρακτηριστικό αυτό δυσκολεύει τον προγραμματισμό στα τηλεφωνικά κέντρα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι οι απαιτήσεις σε προσωπικό μεταβάλλονται από μέρα σε μέρα και από εβδομάδα σε εβδομάδα. Οι χρόνοι έναρξης κάθε βάρδιας και το μήκος τις θα πρέπει να διαφέρουν για να επιτύχουμε προγραμματισμό χαμηλού κόστους που να ικανοποιεί επαρκώς τις απαιτήσεις σε προσωπικό. Για κάποια χρονικά διαστήματα μπορεί τα χρονοδιαγράμματα να υπερκαλύπτουν τις απαιτήσεις και για κάποια άλλα να μην τις καλύπτουν επαρκώς. Ανασκόπηση σημαντικών προβλημάτων τηλεφωνικών κέντρων που μπορούν να επιλυθούν με τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας βρίσκουμε στο [14].

Μία μέθοδος για τον υπολογισμό των απαιτήσεων σε προσωπικό δίνεται στο [15]. Μοντέλα ουρών [15] και μοντέλα προσομοίωσης [16] μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βρούνε το σωστό αριθμό ατόμων που χρειάζεται σε κάθε χρονικό διάστημα. Τα μοντέλα ουρών είναι για τη μοντελοποίηση αβέβαιων παραμέτρων όπως η ζήτηση και δίνουν ενδιαφέροντα στατιστικά αποτελέσματα, αλλά για να εφαρμοστούν χρειάζεται να γίνουν τις απλουστεύσεις στο πραγματικό πρόβλημα. Τα μοντέλα προσομοίωσης μπορούν να λάβουν υπόψη τις πολλούς παράγοντες αλλά αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μία ασύμφορη υπολογιστικά λύση. Κάποιες φορές μοντέλα ουρών συνδυάζονται με μοντέλα προσομοίωσης για να επιτύχουν τις ιδανικές απαιτήσεις προσωπικού.

2.3 Σύστημα Υγείας

Ο προγραμματισμός προσωπικού στο σύστημα υγείας, επικεντρώνεται κυρίως στον προγραμματισμό των νοσοκόμων, συνήθως πολλές θαλάμους των επειγόντων περιστατικών. Τα κίνητρα για την επάνδρωση όλων των θαλάμων νοσοκομείου με το απαραίτητο προσωπικό είναι τόσο οικονομικής φύσης όσο και αποτελεσματικότητας. Ο προγραμματισμός πρέπει να εξασφαλίζει την ανάθεση των κατάλληλα ειδικευμένων νοσοκόμων σε κάθε θάλαμο ώστε να καλύπτονται οι ανάγκες που προκύπτουν από τον αριθμό των ασθενών, να ικανοποιεί πολλές εργασιακούς κανονισμούς, να διακρίνει το μόνιμο από το περιστασιακό προσωπικό, να διασφαλίζει το σωστό καταμερισμό για πολλές βραδινές και εβδομαδιαίες βάρδιες, να επιτρέπει κάποιες ημέρες ξεκούρασης και να ικανοποιεί κάποιες προτιμήσεις του προσωπικού. Τα προβλήματα αυτού του είδους, λοιπόν, αποτελούνται από πολλούς περιορισμούς.

Οι έρευνες που έγιναν τις δεκαετίες του 1970 και του 1980 οδήγησαν σε ένα μεγάλο αριθμό συγγραμμάτων που μορφοποιούν το πρόβλημα και προτείνουν τεχνικές επίλυσης. Κάποιες μελέτες [17,18,19] επιδόθηκαν στον καθορισμό του αριθμού του προσωπικού με συγκεκριμένα προσόντα που απαιτείται για την κάλυψη του αριθμού των ασθενών και των αναγκών πολλές. Άλλες υιοθέτησαν μεθόδους μαθηματικού προγραμματισμού [20,21], μεθόδους διακλαδώσεων και ορίων, ή μοντέλα προγραμματισμού στόχων [22,23,24]. Σε πολλές αυτές πολλές προσεγγίσεις η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει συντελεστές βάρους και όρους ικανοποίησης για κάθε βάρδια, και οι περιορισμοί επιβάλλουν αυστηρούς κανόνες, όπως για παράδειγμα οι νοσοκόμες κάθε βαθμίδας που πρέπει να υπάρχουν σε κάθε βάρδια. Υπάρχουν βέβαια, και αυτές που χρησιμοποίησαν επαναληπτικούς αλγορίθμους για να παράγουν κυκλικά χρονοδιαγράμματα στα οποία η αμεροληψία επιτυγχάνεται ακολουθώντας κάθε μέλος του προσωπικού την ίδια αλληλουχία από βάρδιες.

Τη δεκαετία του 1990 πολλές μελέτες παρείχαν ταξινόμηση των συστημάτων προγραμματισμού των νοσοκόμων και ανασκοπήσεις των μεθόδων που μπορούν να λύσουν προβλήματα διαφορετικής τάξης [25,26,27]. Περαιτέρω πρόοδος έγινε με την εφαρμογή του γραμμικού ή του μικτού γραμμικού προγραμματισμού και των τεχνικών βελτιστοποίησης δικτύων [28,29]. Οι μέθοδοι αυτοί εφαρμόστηκαν τόσο στα κυκλικά χρονοδιαγράμματα όσο και στα μη κυκλικά.

2.4 Υπηρεσίες Άμεσης Δράσης

Ο προγραμματισμός σε κάθε βάρδια του αριθμού των αστυνομικών, των πυροσβεστών και των ασθενοφόρων, είναι πολύ σημαντικός ώστε να καλυφθούν οι αναμενόμενες απαιτήσεις. Οι απαιτήσεις αυτές πρέπει να καθοριστούν σε σχέση με το χρόνο απόκρισης των περιστατικών, την ικανότητα αποστολής συγκεκριμένου αριθμού ειδικά εκπαιδευμένων αστυνομικών σε διαφορετικού είδους περιστατικά κ.λ.π. Επιπλέον, γνωρίζοντας τη φύση των καθηκόντων, οι περισσότερες υπηρεσίες αμέσου δράσεως έχουν αυστηρά ελεγχόμενους κανονισμούς οι οποίοι καθορίζουν αποδεκτά πρότυπα για τις βάρδιες.

Η συχνότητα με την οποία συμβαίνουν τα περιστατικά διαφέρει ανάλογα με την ημέρα, την εβδομάδα ακόμη και την εποχή. Παραδείγματος χάριν, είναι πιθανό να υπάρχει μεγαλύτερη ζήτηση για ασθενοφόρα και αστυνομικούς σε συγκεκριμένες περιοχές τα βράδια της Παρασκευής και του Σαββάτου ή σε τουριστικές περιοχές κατά τη διάρκεια των διακοπών. Οι αλλαγές αυτές στη συχνότητα των περιστατικών έχουν ως αποτέλεσμα αλλαγές στον αριθμό του προσωπικού που απαιτείται για να τα καλύψει.

Η μελέτη των Taylor και Huxley [30] αναθέτει τους αστυνομικούς σε βάρδιες προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσει την περίπτωση που δεν επαρκούν. Οι βάρδιες μπορούν να έχουν διαφορετικές ώρες έναρξης αλλά τα επιτρεπόμενα πρότυπα για αυτές είναι αυστηρά καθορισμένα (4 ημέρες/ 10 ώρες, 5 ημέρες/ 8 ώρες με 3 συνεχόμενες μέρες ρεπό). Η μελέτη των Butler και Maydell [31] δημιουργεί κυκλικά πρότυπα για την πρωινή, την απογευματινή και τη βραδινή βάρδια. Στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση της απόκλισης του αριθμού προσωπικού από το επιθυμητό στάδιο, δεδομένης κάποιας μεταβλητότητας για τη ζήτηση.

Οι συνήθεις μέθοδοι επίλυσης αυτών των προβλημάτων είναι οι μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης (artificial intelligence approaches), οι μέθοδοι προγραμματισμού με περιορισμούς (constraint programming), μεταευρετικοί μέθοδοι (metaheuristics) και μέθοδοι μαθηματικού προγραμματισμού (mathematical programming approaches).

Όσο το μοντέρνο περιβάλλον εργασίας γίνεται πιο περίπλοκο και οι επιχειρηματικές συμφωνίες επικεντρώνονται κυρίως σε επίπεδο ατόμου παρά σε επίπεδο ομάδας, οι λύσεις σε αυτά τα προβλήματα χρειάζεται να προσαρμοστούν στις ατομικές προτιμήσεις. Με άλλα λόγια, τα προβλήματα αυτά πρέπει να συμπεριλάβουν ατομοκεντρικούς περιορισμούς εργασιών, προτιμήσεων και επιχειρηματικών κανόνων. Ενώ αυτό το χαρακτηριστικό έχει τη δυνατότητα να κάνει τα χρονοδιαγράμματα περισσότερο προσωπικά και κατά συνέπεια να αυξήσει την ικανοποίηση των εργαζομένων, παράλληλα θα αυξήσει την πολυπλοκότητα αυτών των προβλημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ

Η προστασία των πολιτών αποτελεί βασικό καθήκον κάθε δημοκρατικής κοινωνίας και κυβερνητικής πολιτικής. Η Πολιτική Προστασία περιλαμβάνει το σύνολο των μέτρων που έχουν ως στόχο τη προστασία των πολιτών και του περιβάλλοντός τους απέναντι στους φυσικούς και τεχνολογικούς κινδύνους.

Μέσα στα καθήκοντα της Πολιτικής Προστασίας πρέπει να περιλαμβάνεται ο συντονισμός όλων των προσπαθειών που έχουν ως στόχο την πρόληψη και την αντιμετώπιση των φυσικών και τεχνολογικών καταστροφών.

- Συντονίζει και επιβλέπει τα μέτρα πρόληψης και αντιμετώπισης.
- Παρέχει την απαραίτητη βοήθεια στην εφαρμογή των μέτρων προστασίας.
- Συνεπικουρεί στην έρευνα, στη συλλογή πληροφοριών και την εκπαίδευση.
- Επικοινωνεί με Όργανα, Φορείς και Πολίτες.
- Πληροφορεί και Συμβουλεύει.

Επίσης, η Πολιτική Προστασία προβάλλει, προωθεί και συμμετέχει σε διεθνείς συνεργασίες και δράσεις που αφορούν θέματα πρόληψης και αντιμετώπισης φυσικών φαινόμενων και ατυχημάτων μεγάλης έκτασης και επικινδυνότητας.

Για την αντιμετώπιση των φυσικών και τεχνολογικών καταστροφών η χώρα μας συγκρότησε τη Γενική Γραμματεία Πολιτικής Προστασίας (Ν. 2344/95), η οποία υπάγεται στο Υπουργείο Εσωτερικών, Δημόσιας Διοίκησης και Αποκέντρωσης. Αποστολή της είναι η μελέτη, ο σχεδιασμός, η οργάνωση και ο συντονισμός της πολιτικής της χώρας σε θέματα πρόληψης και αντιμετώπισης των φυσικών και τεχνολογικών καταστροφών, η εξασφάλιση της απαραίτητης ετοιμότητας της χώρας στην αντιμετώπιση των καταστροφών αυτών, καθώς και η αποκατάσταση με την κινητοποίηση και την ευαισθητοποίηση όλου του δημοσίου και ιδιωτικού δυναμικού.

Στο δυναμικό και στα μέσα πολιτικής προστασίας περιλαμβάνονται:

- Ειδικευμένα στελέχη πολιτικής προστασίας σε κεντρικό, περιφερειακό και τοπικό επίπεδο, στα οποία ανατίθεται η επίβλεψη εκπόνησης και εφαρμογής των σχεδίων, προγραμμάτων και μέτρων πολιτικής προστασίας, καθώς και ο συντονισμός των αναγκαίων ενεργειών.
- Το σύνολο των κρατικών υπηρεσιών, οι υπηρεσίες των οργανισμών τοπικής αυτοδιοίκησης και των οργανισμών κοινής ωφέλειας, που είναι υπεύθυνες σε

επιχειρησιακό επίπεδο για τις επί μέρους δράσεις πολιτικής προστασίας και κυρίως για την ετοιμότητα και την αντιμετώπιση των καταστροφών (όπως Πυροσβεστικό Σώμα, Λιμενικό Σώμα, Ελληνική Αστυνομία, Εθνικό Κέντρο Άμεσης Βοήθειας, Ένοπλες Δυνάμεις, Οργανισμός Αντισεισμικού Σχεδιασμού & Προστασίας, υπηρεσίες της Περιφέρειας, της Νομαρχιακής Αυτοδιοίκησης και των πρωτοβάθμιων Ο.Τ.Α., Δ.Ε.Η., Ο.Τ.Ε., Ε.Υ.Δ.Α.Π., Δ.Ε.Π.Α., Ε.Μ.Υ., Ε.Μ.Α.Κ.).

- Οι εθελοντικές οργανώσεις πολιτικής προστασίας, καθώς και οι ειδικευμένοι εθελοντές πολιτικής προστασίας, σε κεντρικό, περιφερειακό και τοπικό επίπεδο, που εντάσσονται στο σχεδιασμό της Γενικής Γραμματείας Πολιτικής Προστασίας (Γ.Γ.Π.Π.) και αναλαμβάνουν την υποστήριξη σχεδίων και δράσεων πρόληψης και αποκατάστασης, καθώς και δράσεις ετοιμότητας και αντιμετώπισης καταστροφών.

Η ανάπτυξη της Εθελοντικής δράσης αποτελεί ένα πολύ σημαντικό μέλημα για την Γ.Γ.Π.Π. Είναι γνωστό πως στις καταστροφές και τα γεγονότα μεγάλης εμβέλειας οι επαγγελματίες δεν επαρκούν για να καλύψουν τις ανάγκες που προκύπτουν. Η πολιτεία έχει ανάγκη τους ενεργούς πολίτες οι οποίοι οργανωμένα θα μπορούν να δρουν πλάι στους ειδικούς. Στην παρούσα φάση, η Γ.Γ.Π.Π. επεξεργάζεται σχέδιο οργάνωσης της Εθελοντικής δράσης έτσι ώστε οι Εθελοντές να αποκτήσουν δικαιώματα αλλά και υποχρεώσεις απέναντι στην πολιτεία.

Το έτος 2001 η Γενική Γραμματεία Πολιτικής Προστασίας ξεκίνησε πιλοτικά τη δημιουργία ενός Συστήματος Εθελοντισμού Πολιτικής Προστασίας για την αντιμετώπιση φυσικών και τεχνολογικών καταστροφών. Η προσπάθεια αυτή σηματοδοτεί την αποφασιστικότητα της Γενικής Γραμματείας Πολιτικής Προστασίας να ακολουθήσει τα μηνύματα της νέας εποχής ως προς:

- Την οργάνωση της κοινωνίας σε δίκτυα.
- Την οριζόντια επικοινωνία των πολιτών.
- Την ανάδειξη την αποτελεσματικότητας των Εθελοντικών Οργανώσεων και των δυνατοτήτων παρέμβασης που έχουν οι μη Κυβερνητικές Οργανώσεις και η κοινωνία των πολιτών τον 21ο αιώνα.

Αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής ήταν η ένταξη 84 οργανώσεων στο Μητρώο Εθελοντικών Οργανώσεων Πολιτικής Προστασίας, μετά την ποιοτική και ποσοτική αξιολόγηση 240 αιτήσεων. Οι ενταγμένες στο Μητρώο Οργανώσεις ενισχύθηκαν, για το έτος 2001, μέσω των αντιστοίχων Νομαρχιών, από τον προϋπολογισμό της Γ.Γ.Π.Π., για την προμήθεια αποκλειστικά επιχειρησιακού εξοπλισμού.

Οι προτεραιότητες της Γενικής Γραμματείας Πολιτικής Προστασίας όσον αφορά το Εθνικό Σύστημα Εθελοντισμού Πολιτικής Προστασίας είναι:

1. Η Ανάπτυξη ενός προγράμματος μαζικού εθελοντισμού, με τη συμμετοχή εθελοντικών οργανώσεων από όλη τη χώρα, με φορείς κινητοποίησης τους Δήμους ή Διαδημοτικά σχήματα και φορείς εποπτείας τις Νομαρχίες και τις Περιφέρειες.

2. Η δημιουργία ενός Σώματος Εξειδικευμένων και Έμπειρων Εθελοντών (Task Force). Το σώμα αυτό θα έχει την επιχειρησιακή αυτοτέλεια, θα υπάγεται στη Γενική Γραμματεία Πολιτικής Προστασίας και θα αφορά εξειδικευμένα ιατρικά επαγγέλματα, τεχνικά επαγγέλματα, ειδικούς συστημάτων επικοινωνίας και διασώστες καταστροφών.

3. Η εφαρμογή πιλοτικών προγραμμάτων ανάπτυξης εθελοντισμού πολιτικής προστασίας σε ειδικά επιλεγμένες περιοχές της χώρας που παρουσιάζουν σημαντικές ιδιαιτερότητες όπως η απουσία ή ελλιπής ανάπτυξη εθελοντικών οργανώσεων, αυξημένος κίνδυνος καταστροφών, δεκτικότητα τοπικών κοινωνιών κ.λ.π.

Στο πλαίσιο του προαναφερόμενου προγραμματισμού η Γ.Γ.Π.Π έδωσε την δυνατότητα στους εθελοντές και τις εθελοντικές οργανώσεις να εγγραφούν μέσω της ιστοσελίδας με την ταυτόχρονη δημιουργία βάσης δεδομένων για την καλύτερη και αποτελεσματικότερη διαχείριση. Παράλληλα στο Νο1464 δημιουργήθηκε μια ανάλογη βάση δεδομένων. Οι καταγραφές αυτές δίνονται στη Γ.Γ.Π.Π., τις οποίες ενσωματώνει στη δικιά της βάση. Η όλη διαδικασία εκτός από την καταγραφή τους γίνεται:

- για την οργάνωση τους κατά περιοχές της χώρας
- για την ένταξη τους στον επιχειρησιακό σχεδιασμό της Πολιτικής Προστασίας
- για την ενίσχυση τους με όλα τα απαραίτητα μέσα για την επιτέλεση του έργου τους

Ο εθελοντισμός επιδέχεται ποικιλίας ορισμών ανάλογα με την οργανωτική δομή του, το χαρακτήρα των δραστηριοτήτων του, τη μορφή κινήτρων κ.α. Στην προσέγγισή της η Γ.Γ.Π.Π προσδιορίζει τον εθελοντισμό ως τον κοινωνικό χώρο τοποθετημένο στην κοινωνία των πολιτών πέραν του κράτους και της αγοράς. Δεν αποσκοπεί εντούτοις ούτε στην ανταγωνιστική σχέση με το κράτος, ούτε αποτελεί υποκατάστατό του. Επιδιώκει την αυτόνομη συνεργασία με αυτό, ώστε από κοινού να ανταποκριθούν αποτελεσματικότερα στην επίλυση των ποικίλων και σύνθετων κοινωνικών αναγκών που αναδεικνύει η πολυπλοκότητα και η "επικινδυνότητα" των σημερινών κοινωνιών. Ειδικότερα, ο εθελοντισμός αναπτύσσει δραστηριότητες στον τομέα κυρίως των κοινωνικών υπηρεσιών ή σε νέες ανάγκες (υποστήριξη ανέργων, διαχείριση οργανώσεων, φυσική-περιβαλλοντική προστασία, υποστήριξη ηλικιωμένων κ.α.)

Οι φυσικές και τεχνολογικές καταστροφές έχουν ενταθεί τόσο στις μέρες μας που έχουν προξενήσει και το ενδιαφέρον των επιστημόνων, οι οποίοι ερευνούν και ψάχνουν τρόπους για να οργανώσουν τους διάφορους πόρους που έχουν ώστε η ανταπόκριση σε μία καταστροφή να είναι γρηγορότερη και αποτελεσματικότερη.

Το θέμα που θα μας απασχολήσει στη συνέχεια της διπλωματικής, είναι ο τρόπος που μπορούμε να οργανώσουμε καλύτερα τους εθελοντές, οι οποίοι αποτελούν ένα σημαντικό κομμάτι των πόρων που διαθέτουμε σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης, ώστε να είναι περισσότερο αποτελεσματικοί στην ανακούφιση των καταστροφών.

Είναι κατανοητό σήμερα, ότι η διαχείριση του κινδύνου αποτελεί τη συνισταμένη ενός πλέγματος ενεργειών που εφαρμόζονται από διάφορους φορείς στον τομέα ευθύνης του καθενός, και συντείνουν σε ένα κοινό στόχο, την αντιμετώπιση της έκτακτης ανάγκης. Έτσι η εθελοντική δράση επιτυγχάνει το βέλτιστο αποτέλεσμα μέσα από τη συντονισμένη παρέμβαση, η οποία γίνεται με συγκεκριμένους κανόνες και προσχεδιασμένο πλάνο ενεργειών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ, ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ

4.1 Ανάλυση του προβλήματος (πρόβλημα τύπου 1)

Το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι παρόμοιο με τα διάφορα προβλήματα ανάθεσης προσωπικού, νοσοκόμες σε βάρδιες, πιλότοι σε πτήσεις κ.τ.λ τα οποία έχουν συζητηθεί αναλυτικά στη βιβλιογραφία. Η μεγαλύτερη διαφορά είναι ότι ενώ τα παραπάνω προβλήματα έχουν ως στόχο την μεγιστοποίηση/ ελαχιστοποίηση του κέρδους/ κόστους, το δικό μας πρόβλημα εξαιτίας της βασικής του προϋπόθεσης ότι οι συμμετέχοντες σε αυτό είναι εθελοντές, δεν παρουσιάζει κάποιο ανάλογο μέγεθος.

Το πρόβλημα απαρτίζεται από το σύνολο των εθελοντών, το σύνολο των ειδικοτήτων τους και το σύνολο των καταστροφών. Βασικός σκοπός του προβλήματος είναι η ανάθεση των εθελοντών στις καταστροφές ανάλογα με την ειδικότητά τους, έτσι ώστε να ικανοποιηθούν όλες οι ανάγκες που προκύπτουν από τις καταστροφές ικανοποιώντας παράλληλα όλους τους περιορισμούς.

Κάθε καταστροφή έχει συγκεκριμένες απαιτήσεις, π.χ μία πυρκαγιά έχει ανάγκη από πυροσβέστες και πολύ πιθανόν από ασθενοφόρα και νοσοκόμες που θα βοηθούν τους τραυματίες. Επίσης, μπορεί να υπάρχουν περισσότεροι του ενός εθελοντές που έχουν την ίδια ειδικότητα, περισσότερες καταστροφές που να χρειάζονται την ίδια ειδικότητα ή ακόμη και καταστροφές που απαιτούν περισσότερες από μία ειδικότητες για την αντιμετώπισή τους.

Η βασική ιδέα για την επίλυση του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης των εθελοντών από το σημείο της καταστροφής. Αλλά, επειδή όπως προαναφέραμε, μπορεί μία καταστροφή να χρειάζεται πολλές ειδικότητες για την αντιμετώπισή της, θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή.

Υπάρχουν **I** εθελοντές, **J** καταστροφές και **K** ειδικότητες. Γνωρίζουμε την τοποθεσία και την ειδικότητα κάθε εθελοντή, καθώς και την τοποθεσία στην οποία συνέβησαν οι καταστροφές. Θέλουμε, λοιπόν, να βρούμε έναν τρισδιάστατο πίνακα διαστάσεων $I \times J \times K$ έτσι ώστε η μεταβλητή απόφασης $X_{ijk} = 1$ αν ο εθελοντής i με την ειδικότητα k έχει ανατεθεί στην καταστροφή j και $X_{ijk} = 0$ αν δεν έχει ανατεθεί.

Όπως είπαμε και προηγουμένως κάθε καταστροφή απαιτεί συγκεκριμένες ειδικότητες και πολλές φορές μπορεί να απαιτεί περισσότερες από μία. Επομένως, για να ικανοποιηθεί η καταστροφή αυτή, πρέπει να εξασφαλίσουμε την ανάθεση εθελοντών όλων των απαιτούμενων ειδικοτήτων. Επίσης, ένας εθελοντής δε μπορεί να προσφέρει ταυτόχρονα τις υπηρεσίες του σε περισσότερες της μιας καταστροφής. Πρέπει, λοιπόν, κάθε εθελοντής να ανατίθεται σε μία και μόνο καταστροφή. Ακόμη και αν ο εθελοντής έχει περισσότερες από μία ειδικότητες, πρέπει να ανατίθεται μόνο με μία από αυτές για να μπορεί να προσφέρει τις υπηρεσίες του.

Επιπλέον, αν η καταστροφή χρειάζεται για την αντιμετώπισή της πολλές ειδικότητες, είναι πιθανό κάποιες από αυτές τις ειδικότητες να χρειαστεί να περιμένουν ώστε να δράσουν οι ειδικότητες που χρειάζονται πρώτα. Παραδείγματος χάριν όταν σε ένα σεισμό υπάρχουν εγκλωβισμένοι κάτω από τα ερείπια, αν έρθει ο γιατρός αλλά λείπει το συνεργείο απεγκλωβισμού, ο γιατρός δε μπορεί να προσφέρει τις υπηρεσίες του και έτσι δε μπορεί να ικανοποιηθεί η συγκεκριμένη καταστροφή. Για το λόγο αυτό, χρειάζεται να γνωρίζουμε τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή.

Οι συντελεστές βάρους κάθε καταστροφής είναι σταθμικοί μέσοι και δείχνουν την ανάγκη ικανοποίησης της καταστροφής. Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής βάρους τόσο μεγαλύτερη προτεραιότητα ικανοποίησης έχει η καταστροφή.

Οι βασικοί περιορισμοί που θέτουμε λοιπόν, για το πρόβλημα είναι:

1. η εύρεση της μέγιστης απόστασης που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή
2. η ικανοποίηση όλων των αναγκών, δηλαδή η ανάθεση όλων των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή και
3. η ανάθεση κάθε εθελοντή σε μία και μόνο καταστροφή, δηλαδή δε μπορεί ένας εθελοντής να προσφέρει ταυτόχρονα τις υπηρεσίες του σε περισσότερες της μιας καταστροφής.

Οι παραπάνω περιορισμοί μπορούν να χωριστούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

Μέγιστη απόσταση: Είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται για να μπορέσουμε να ελαχιστοποιήσουμε την απόσταση αυτή. Γνωρίζοντας την απόσταση του κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή, η οποία υπολογίζεται από τη γνωστή τετραγωνική σχέση της απόστασης που διατυπώνεται μαθηματικά $((x_1 - x_2)^2 + (y_1 -$

$y_2)^2)^{1/2}$, προκύπτει το διάνυσμα Z_j το οποίο αποτελείται από τις μέγιστες τιμές που προκύπτουν από την ανάθεση του συνόλου των εθελοντών σε κάθε καταστροφή ανάλογα με την απόσταση που τους χωρίζει από αυτήν.

Απαιτήσεις: Κάθε καταστροφή αποτελείται από ένα σύνολο αναγκών που πρέπει να ικανοποιηθούν. Για τις ανάγκες αυτές είναι απαραίτητη η ανάθεση κάποιων εθελοντών οι οποίοι να έχουν τις ειδικότητες που χρειάζονται. Έτσι, προκύπτει ένας δυσδιάστατος ακέραιος πίνακας A_{kj} ο οποίος δηλώνει τις απαιτήσεις σε συγκεκριμένες ειδικότητες της κάθε καταστροφής. Αν $a_{kj} = 1$ σημαίνει ότι η ειδικότητα k απαιτείται στην καταστροφή j ενώ διαφορετικά $a_{kj} = 0$. Με τον τρόπο αυτό γνωρίζουμε τον αριθμό των ειδικοτήτων που πρέπει να διαθέτουμε καθώς και τον αριθμό των εθελοντών αφού σε κάθε καταστροφή μπορεί να ανατεθεί ένας μόνο εθελοντής.

Ικανότητα: Κάθε εθελοντής μπορεί να εξυπηρετήσει συγκεκριμένες καταστροφές ανάλογα με την ειδικότητά του και εφόσον αυτή απαιτείται από κάποια καταστροφή. Προκύπτει, λοιπόν, ένας ακόμη δυσδιάστατος πίνακας B_{ik} που δηλώνει την ειδικότητα / ειδικότητες του κάθε εθελοντή. Εάν, λοιπόν, $b_{ik} = 1$ ο εθελοντής i είναι της ειδικότητας k και μπορεί να ανατεθεί σε μία καταστροφή που απαιτεί αυτή την ειδικότητα, ενώ αν $b_{ik} = 0$ ο εθελοντής i δεν έχει την ειδικότητα k και δε μπορεί να ανατεθεί σε μία καταστροφή που έχει ανάγκη αυτή την ειδικότητα.

Η φύση των παραπάνω περιορισμών μας δεσμεύει έτσι ώστε να έχει λύση το πρόβλημα μόνο εάν υπάρχουν τόσοι εθελοντές με συγκεκριμένη ειδικότητα, όσες είναι και οι καταστροφές που απαιτούν την ειδικότητα αυτή εξαιτίας των περιορισμών 2 και 3. Επίσης, το πρόβλημα θα έχει λύση εφόσον ο αριθμός των εθελοντών είναι μεγαλύτερος του αριθμού των απαιτήσεων ή τουλάχιστον ίσος με αυτόν, εάν δεν συμπίπτουν οι ειδικότητες των εθελοντών. Σε κάθε άλλη περίπτωση, το πρόβλημα είναι μη εφικτό.

4.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος περιλαμβάνει την αντικειμενική συνάρτηση και τους τρεις περιορισμούς που αναλύθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Το πρόβλημα, λοιπόν παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\text{Min} \sum_j Z_j W_j$$

$$\text{s.t.} \sum_i \sum_k X_{ijk} D_{ij} \le Z_j \qquad \forall\ j$$

$$\sum_i X_{ijk} B_{ik} \ge A_{kj} \qquad \forall\ j, k$$

$$\sum_j \sum_k X_{ijk} \le 1 \qquad \forall\ i$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall\ i, j, k$$

I: το σύνολο των εθελοντών

J: το σύνολο των καταστροφών

K: το σύνολο των ειδικοτήτων

X_{ijk}: η μεταβλητή απόφασης

Z_j: η μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή

W_j: συντελεστής βάρους που εξαρτάται από την καταστροφή

A_{kj}: πίνακας που δείχνει τις απαιτήσεις κάθε καταστροφής σε συγκεκριμένες ειδικότητες

B_{ik}: πίνακας που δηλώνει την ειδικότητα/ ειδικότητες κάθε εθελοντή

D_{ij}: η απόσταση κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή.

Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιεί τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτείται σε κάθε καταστροφή, πολλαπλασιασμένη με ένα συντελεστή βάρους που εξαρτάται από την κάθε καταστροφή. Μεγάλος συντελεστής βάρους σημαίνει ότι η καταστροφή έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα να ικανοποιηθεί.

Ο πρώτος περιορισμός βρίσκει τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτείται σε κάθε καταστροφή, η οποία προκύπτει ως το διπλό άθροισμα του γινομένου της μεταβλητής απόφασης, επί την απόσταση κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή, για όλες τις ειδικότητες και τους εθελοντές.

Ο δεύτερος περιορισμός εξασφαλίζει την ικανοποίηση όλων των καταστροφών θέτοντας τις αναθέσεις μεγαλύτερες ή ίσες των απαιτήσεων. Η μεταβλητή απόφασης X_{ijk} πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα των ικανοτήτων B_{ik} έτσι ώστε να ανατίθεται σε κάθε καταστροφή ο εθελοντής με την ειδικότητα που απαιτείται και όχι ένας οποιοσδήποτε εθελοντής.

Ο τρίτος περιορισμός δεσμεύει το πρόβλημα να αναθέτει έναν μόνο εθελοντή σε κάθε καταστροφή έτσι ώστε να μπορεί ο εθελοντής να την εξυπηρετήσει. Επίσης, αν ένας εθελοντής έχει περισσότερες ειδικότητες μπορεί να ανατεθεί μόνο με μία από αυτές. Για το σκοπό αυτό θέτουμε το άθροισμα των μεταβλητών απόφασης για όλες τις ειδικότητες και όλες τις καταστροφές μικρότερο ή ίσο του ένα.

4.3 Ανάθεση περισσότερων εθελοντών με την ίδια ειδικότητα (πρόβλημα τύπου 2)

Το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών εξαιτίας της πραγματικής του φύσης, έχει πολλές δυνατότητες για περαιτέρω ανάπτυξη. Το μοντέλο που παρουσιάσαμε παραπάνω είναι μία απλή εκδοχή του πραγματικού προβλήματος το οποίο φυσικά έχει πολύ περισσότερους καθοριστικούς παράγοντες οι οποίοι πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την εφαρμογή του σε ένα πραγματικό πρόβλημα.

Ένας τέτοιος παράγοντας είναι η ανάθεση περισσότερων του ενός ατόμου με την ίδια ειδικότητα σε κάθε καταστροφή. Στο μοντέλο που εξετάσαμε παραπάνω ανατίθεται ένας μόνο εθελοντής από κάθε ειδικότητα που απαιτείται σε κάθε καταστροφή. Στην πραγματικότητα, αυτό δεν είναι απόλυτα σωστό γιατί συνήθως, είναι δύσκολο να αντιμετωπιστεί για παράδειγμα μία πυρκαγιά από έναν μόνο πυροσβέστη. Έτσι, είναι αναγκαία η ανάθεση όσων εθελοντών χρειάζονται για την κάλυψη μιας καταστροφής.

Το πρόβλημα όπως διατυπώνεται μαθηματικά παραπάνω επαρκεί για να λύσει μία τέτοια περίπτωση και αυτό εξαιτίας του δεύτερου περιορισμού ο οποίος επιβάλλει την κάλυψη όλων των αναγκών κάθε καταστροφής. Η μόνη αλλαγή που χρειάζεται να γίνει είναι στον πίνακα των απαιτήσεων A_{kj} που δίνεται στα δεδομένα, έτσι ώστε να δηλώνεται ο ακριβής αριθμός των εθελοντών κάθε ειδικότητας που απαιτεί κάθε καταστροφή.

Το κριτήριο, λοιπόν, που θέσαμε στη Fortran για αυτή την περίπτωση είναι πιθανότητα 40% να μην χρειάζεται η καταστροφή j την ειδικότητα k, 20% να χρειάζεται έναν εθελοντή με την ειδικότητα k, 20% να χρειάζεται δύο εθελοντές με την ειδικότητα k και πιθανότητα 20% να χρειάζεται τρεις εθελοντές με την ειδικότητα k.

Βέβαια, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, στην πραγματικότητα μπορεί μία καταστροφή να χρειάζεται πολύ περισσότερους εθελοντές, αλλά για εκπαιδευτικούς λόγους και θέλοντας να επιτύχουμε έναν λογικό μέγεθος δεδομένων επιλέξαμε μόνο αυτές τις περιπτώσεις.

Επίσης, είναι φανερό πως όσο αυξάνεται ο αριθμός των εθελοντών μιας συγκεκριμένης ειδικότητας που απαιτείται σε κάθε καταστροφή, θα πρέπει να αυξάνεται και ο αριθμός των εθελοντών. Έτσι, ακόμη και για έναν πολύ μικρό αριθμό καταστροφών, αν ο αριθμός των εθελοντών συγκεκριμένης ειδικότητας που απαιτείται σε κάθε καταστροφή είναι πολύ μεγάλος, θα πρέπει να έχουμε έναν πολύ μεγάλο αριθμό εθελοντών. Μάλιστα, ο αριθμός αυτός θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος του αθροίσματος όλων των στοιχείων του πίνακα A_{kj}, δηλαδή μεγαλύτερος του αριθμού των απαιτήσεων ή στην καλύτερη περίπτωση ίσος με αυτόν.

Η παραπάνω επέκταση του προβλήματος έγινε για να μπορεί το μοντέλο να λύνει προβλήματα όπως αυτά που παρουσιάζονται στον πραγματικό κόσμο. Βέβαια, υπάρχουν πολλοί ακόμη καθοριστικοί παράγοντες που χρειάζεται να ληφθούν υπόψη για να είναι εφαρμόσιμο το μοντέλο σε προβλήματα του πραγματικού κόσμου και έναν από αυτούς θα συζητήσουμε στην επόμενη παράγραφο.

4.4 Ανάθεση όταν η διεύθυνση των εθελοντών είναι αβέβαιη

Μία άλλη δυνατή επέκταση του μοντέλου είναι αυτή στην οποία οι εθελοντές δεν έχουν μία μόνιμη διεύθυνση αλλά μπορεί τη στιγμή που συμβαίνει μία καταστροφή να βρίσκονται με κάποιες πιθανότητες σε διαφορετικές διευθύνσεις. Για την απλούστευση αυτής της επέκτασης θεωρούμε ότι κάθε εθελοντής έχει δύο δυνατές διευθύνσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται τη στιγμή που συμβαίνει μία καταστροφή.

Στην πραγματικότητα, κάθε εθελοντής μπορεί να βρίσκεται σε κάποια τρίτη διεύθυνση όταν συμβεί η καταστροφή. Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε την απόσταση του εθελοντή από την καταστροφή άπειρη εάν δε γνωρίζουμε ακριβώς τη διεύθυνσή του. Επίσης, θα μπορούσε κάθε εθελοντής να δηλώνει διαφορετικό αριθμό πιθανών διευθύνσεων, αλλά σε αυτή την περίπτωση το μοντέλο περιπλέκεται πολύ, για αυτό θεωρούμε ότι όλοι οι εθελοντές έχουν τον ίδιο αριθμό πιθανών διευθύνσεων.

Οι πιθανότητες με τις οποίες μπορεί να είναι ο εθελοντής στη μία ή την άλλη διεύθυνση εξαρτώνται από τις ώρες της ημέρας που περνά ο εθελοντής στην καθεμία από αυτές. Θα μπορούσαν οι πιθανότητες αυτές να διαφέρουν από εθελοντή σε εθελοντή, αλλά για την απλούστευση του μοντέλου θεωρούμε ότι όλοι οι εθελοντές έχουν την ίδια πιθανότητα να βρίσκονται στη μία ή την άλλη διεύθυνση και η πιθανότητα αυτή είναι 50%.

Ορίζουμε q τον αριθμό των δυνατών διευθύνσεων που μπορεί να βρίσκεται κάθε εθελοντής. Έτσι αν έχουμε i εθελοντές, j καταστροφές και κάθε εθελοντής έχει δύο δυνατές διευθύνσεις, τότε ο δυνατός αριθμός των σεναρίων που προκύπτουν είναι 2^{i}. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί κάθε σενάριο είναι $\frac{1}{2^{i}}$. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των εθελοντών, ο αριθμός των σεναρίων αυξάνει εκθετικά.

Αυτό που αλλάζει όσο αφορά τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, είναι ο περιορισμός της μέγιστης απόστασης, ο οποίος πρέπει να λαμβάνει τώρα υπόψη του και τις δύο πιθανές διευθύνσεις των εθελοντών. Για το λόγο αυτό πολλαπλασιάζουμε την απόσταση κάθε διεύθυνσης του εθελοντή από κάθε καταστροφή με την πιθανότητα να βρίσκεται ο εθελοντής σε αυτήν και τις αθροίζουμε. Με τον τρόπο αυτό εξετάζουμε όλα τα διαφορετικά σενάρια τα οποία μπορεί να συμβούν και επιλέγουμε το καλύτερο, δηλαδή αυτό που δίνει τη βέλτιστη απόσταση.

4.4.1 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι:

$$\text{Min} \sum_j Z_j W_j$$

$$\text{s.t.} \sum_i \sum_k \sum_s X_{ijk} (P_s \cdot D_{ijs}) \le Z_j \qquad \forall\ j$$

$$\sum_i X_{ijk} B_{ik} \ge A_{kj} \qquad \forall\ j, k$$

$$\sum_j \sum_k X_{ijk} \le 1 \qquad \forall\ i$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall\ i, j, k$$

I: το σύνολο των εθελοντών

J: το σύνολο των καταστροφών

K: το σύνολο των ειδικοτήτων

X_{ijk}: η μεταβλητή απόφασης

P_s: η πιθανότητα κάθε διεύθυνσης

Z_j: η μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή

W_j: συντελεστής βάρους που εξαρτάται από την καταστροφή

A_{kj}: πίνακας που δείχνει τις απαιτήσεις κάθε καταστροφής σε συγκεκριμένες ειδικότητες

B_{ik}: πίνακας που δηλώνει την ειδικότητα/ ειδικότητες κάθε εθελοντή

D_{ijs}: η απόσταση κάθε διεύθυνσης κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή.

Η αντικειμενική συνάρτηση παραμένει ίδια με το αρχικό πρόβλημα ελαχιστοποιώντας τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτείται σε κάθε καταστροφή, πολλαπλασιασμένη με τον αντίστοιχο συντελεστή βάρους της καταστροφής. Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής βάρους της καταστροφής σημαίνει ότι η καταστροφή έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα να ικανοποιηθεί.

Ο πρώτος περιορισμός βρίσκει τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτείται σε κάθε καταστροφή, η οποία προκύπτει ως το τριπλό άθροισμα του γινομένου της μεταβλητής απόφασης, επί την πιθανότητα να βρίσκεται ο εθελοντής στη μία ή την άλλη διεύθυνση, επί την απόσταση της μίας ή της άλλης διεύθυνσης από την καταστροφή j, για όλες τις πιθανές διευθύνσεις, ειδικότητες και εθελοντές. Η διαφορά από το αρχικό πρόβλημα είναι ότι πλέον ο πίνακας D_{ij} των αποστάσεων κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή είναι πλέον ένας τρισδιάστατος πίνακας D_{ijs} ώστε να συμπεριλαμβάνει και τις δύο πιθανές διευθύνσεις των εθελοντών.

Ο δεύτερος περιορισμός εξασφαλίζει την ικανοποίηση όλων των καταστροφών θέτοντας τις αναθέσεις μεγαλύτερες ή ίσες των απαιτήσεων. Η μεταβλητή απόφασης X_{ijk} πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα των ικανοτήτων B_{ik} έτσι ώστε να ανατίθεται σε κάθε καταστροφή ο εθελοντής με την ειδικότητα που απαιτείται και όχι ένας οποιοσδήποτε εθελοντής.

Ο τρίτος περιορισμός δεσμεύει το πρόβλημα να αναθέτει έναν μόνο εθελοντή σε κάθε καταστροφή έτσι ώστε να μπορεί ο εθελοντής να την εξυπηρετήσει. Επίσης, αν ένας εθελοντής έχει περισσότερες ειδικότητες μπορεί να ανατεθεί μόνο με μία από αυτές. Για το σκοπό αυτό θέτουμε το άθροισμα των μεταβλητών απόφασης για όλες τις ειδικότητες και όλες τις καταστροφές μικρότερο ή ίσο του ένα.

4.5 Προβλήματα Ακέραιου Προγραμματισμού

Μία από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του συνεχούς γραμμικού προγραμματισμού είναι η διαιρετότητα των μεταβλητών απόφασης. Σε ένα κλασσικό (συνεχές) γραμμικό πρόγραμμα, οι μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε πραγματική τιμή. Υπάρχει, όμως ένας σημαντικός αριθμός προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού στα οποία όλες οι μεταβλητές, ή μερικές από αυτές, υποχρεούνται να πάρουν μόνο ακέραιες τιμές. Τέτοιες μεταβλητές είναι, για παράδειγμα, αυτές που δηλώνουν αριθμό εργατών, αριθμό εργοστασιακών μονάδων, αποφάσεις χρηματοδότησης ή μη χρηματοδότησης ενός έργου, κ.λ.π.

Τα προβλήματα του γραμμικού προγραμματισμού στα οποία όλες ανεξαίρετα οι μεταβλητές απόφασης περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές, εμπίπτουν στο πεδίο του **ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού**. Εκείνα, στα οποία ο περιορισμός ακεραιότητας δεν ισχύει για όλες τις μεταβλητές, αλλά για μερικές από αυτές, ονομάζονται προβλήματα **μικτού ακέραιου προγραμματισμού**.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση που οι μεταβλητές είναι περιορισμένες να παίρνουν τιμές 0 ή 1. Το πρόβλημα αυτό καλείται πρόβλημα δυαδικού ακέραιου προγραμματισμού. Μια σημαντική χρήση μιας δυαδικής μεταβλητής είναι να κωδικοποιήσουμε μια απόφαση μεταξύ δύο εναλλακτικών που θα πρέπει να ληφθεί στο πρόβλημα. Η τιμή που θα πάρει η μεταβλητή απόφασης κατά την επίλυση δείχνει ποια απόφαση πρέπει να επιλεγεί ώστε να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Μία απλή μέθοδος επίτευξης ακέραιης λύσης σε ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού συνίσταται στο να επιλυθεί με τη συνηθισμένη μέθοδο Simplex για συνεχή γραμμικό προγραμματισμό και στη συνέχεια, να στρογγυλευθούν στον πλησιέστερο ακέραιο οι τιμές των μεταβλητών οι οποίες παίρνουν ρητές τιμές. Μία τέτοια διαδικασία είναι πολύ επικίνδυνη, όσο απλή κι αν φαίνεται, γιατί μπορεί να καταλήξει είτε σε υποβέλτιστες λύσεις, κατώτερες δηλαδή της πραγματικά βέλτιστης ακέραιης λύσης, είτε σε λύσεις μη πραγματοποιήσιμες, που παραβιάζουν δηλαδή τουλάχιστον έναν από τους περιορισμούς του προβλήματος.

Το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού που προκύπτει από ένα πρόβλημα ακέραιου ή μικτού ακέραιου προγραμματισμού αν αφαιρέσουμε τη συνθήκη οι μεταβλητές να είναι ακέραιες, ονομάζεται το γραμμικό πρόβλημα χαλάρωσης του ακέραιου προγραμματισμού. Στην πραγματικότητα, ο χώρος των εφικτών λύσεων για ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού περικλείεται μέσα στο χώρο των εφικτών λύσεων του αντίστοιχου γραμμικού προβλήματος χαλάρωσης. Αυτό συνεπάγεται ότι η βέλτιστη τιμή για το γραμμικό πρόβλημα χαλάρωσης θα είναι μεγαλύτερη ή ίση της αντίστοιχης βέλτιστης τιμής για το πρόβλημα του ακέραιου προγραμματισμού.

Σε περιπτώσεις που οι μεταβλητές απόφασης ενός γραμμικού προβλήματος είναι φραγμένες, παίρνουν δηλαδή περιορισμένο αριθμό ακέραιων τιμών, οι ιδεώδεις μέθοδοι επίλυσης του είναι οι μέθοδοι κλάδου και φράγματος (branch and bound methods) οι οποίοι στηρίζονται σε μια έμμεση απαρίθμηση των δυνατών ακέραιων λύσεων που επιδέχεται το πρόβλημα.

Φυσικά, σήμερα υπάρχουν αρκετές μέθοδοι μικτού ακέραιου και ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Παρόλο όμως, που αρκετή ανθρώπινη προσπάθεια έχει αφιερωθεί με σκοπό να κατασκευαστούν αποτελεσματικοί αλγόριθμοι για τη λύση των προβλημάτων αυτών, εν τούτοις δε μπορεί να πει κανείς ότι κάθε πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού έχει βρει τη λύση του. Πάντως, ενδιαφέρον είναι το γεγονός, ότι τα προβλήματα του ακέραιου προγραμματισμού που παρουσιάζονται σαν συνέπεια ενός πραγματικού προβλήματος σχεδόν πάντα λύνονται.

Είναι γεγονός πάντως, ότι σε προβλήματα όπου οι μεταβλητές ξεπερνούν τις 100, το μέγεθος του προβλήματος ξεπερνά συνήθως τα όρια και η πιθανότητα να το λύσει κανείς σε ένα λογικό χρόνο στον υπολογιστή είναι πολύ μικρή.

Ο ακέραιος προγραμματισμός έχει σημαντικές πρακτικές εφαρμογές και αποτελεί ένα ισχυρό πλαίσιο μοντελοποίησης που παρέχει μεγάλη ευελιξία στην έκφραση διακριτών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά στον αντίποδα έχουμε το γεγονός ότι ο ακέραιος προγραμματισμός είναι ένα πολύ πιο δύσκολο πρόβλημα από ότι ο γραμμικός προγραμματισμός.

4.6 Ιδιαιτερότητα του προβλήματος

Το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών, έτσι όπως έχει διατυπωθεί στην παράγραφο 4.2 είναι ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού όπου τυχαίνει οι μεταβλητές απόφασης X_{ijk} να παίρνουν δυαδικές τιμές, δηλαδή 0 ή 1. Επομένως, πρέπει να επιλυθεί με κάποια από τις μεθόδους του ακέραιου προγραμματισμού.

Παρατηρούμε ότι η γραμμική χαλάρωση του προβλήματος δίνει λύσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς ακεραιότητας. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών παρουσιάζει κάποια ιδιαιτερότητα, η οποία από πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού το καθιστά πρόβλημα δικτύου απλής ανάθεσης (ή εκφόρτωσης). Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1 το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών μπορεί να μορφοποιηθεί σαν ένα πρόβλημα δικτύου όπου οι κόμβοι του πρώτου κλάδου συμβολίζουν τους εθελοντές, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου κλάδου συμβολίζουν τις καταστροφές. Συγκεκριμένα, κάθε καταστροφή αποτελεί θα λέγαμε έναν «υπερκόμβο», ο οποίος αποτελείται από ξεχωριστούς κόμβους που συμβολίζουν τις ανάγκες της καταστροφής.

Τα βέλη συμβολίζουν σε ποιες καταστροφές μπορεί να ανατεθεί ο κάθε εθελοντής ανάλογα με την ειδικότητα του. Κάθε βέλος το συνοδεύει ένα κόστος, το οποίο στη δική μας περίπτωση είναι η απόσταση του εθελοντή από την καταστροφή.

Στα προβλήματα δικτύων δε μπορεί ένας κόμβος να συνδεθεί με κόμβο του ίδιου κλάδου και συνήθως από κάθε κόμβο του πρώτου κλάδου φεύγει μόνο ένα βέλος και σε κάθε κόμβο του δεύτερου κλάδου καταλήγει μόνο ένα βέλος. Δηλαδή αν ο πρώτος κλάδος συμβολίζει τους εργάτες και ο δεύτερος κλάδος συμβολίζει τις μηχανές στις οποίες πρέπει να ανατεθούν, τότε ο κάθε εργάτης μπορεί να ανατεθεί σε μία μόνο μηχανή και κάθε μηχανή απαιτεί έναν μόνο εργάτη για τη λειτουργία της.

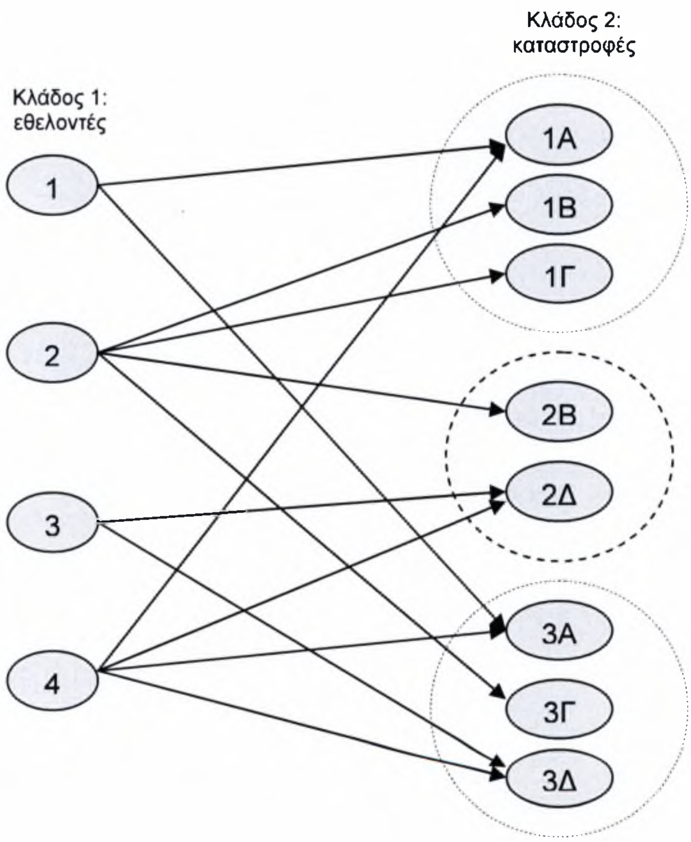
Τα προβλήματα δικτύων διατυπώνονται μαθηματικά με τον εξής τρόπο:
Αν G είναι το διάγραμμα των εθελοντών και των καταστροφών, V_1 είναι ο κλάδος των εθελοντών, V_2 οι ανάγκες των καταστροφών και το A δηλώνει σε ποια καταστροφή μπορεί να ανατεθεί ο κάθε εθελοντής ανάλογα με την ειδικότητα του, τότε το πρόβλημα περιγράφεται ως

$$G(V_1 \cup V_2, A)$$

$$V_1 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$V_2 = \{1A, 1B, 1\Gamma, 2B, 2\Delta, 3A, 3\Gamma, 3\Delta\}$$

$$A = \{(1,1A),(1,3A),(2,1B),(2,1\Gamma),(2,2B),(2,3\Gamma),(3,2\Delta),(3,3\Delta),(4,1A),(4,2\Delta),(4,3A),(4,3\Delta)\}$$



Σχήμα 4.1. Μορφοποίηση του προβλήματος σε πρόβλημα δικτύου

Υπάρχουν κάποια προβλήματα τα οποία ονομάζονται “unimodular problems”, η επίλυση των οποίων τόσο για ακέραιες, όσο και για συνεχείς τιμές των ακέραιων μεταβλητών, δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Δηλαδή, ανεξάρτητα από το αν περιορίσουμε τη μεταβλητή που θέλουμε να παίρνει μόνο ακέραιες τιμές ή όχι, η λύση του προβλήματος θα είναι ακέραια. Αυτό συμβαίνει γιατί τυχαίνει όλες οι γωνίες του πολυέδρου που περικλείει τις εφικτές λύσεις να βρίσκονται πάνω σε ακέραιες τιμές. Υπάρχει ένα θεώρημα το οποίο λέει ότι ένα γράφημα μπορεί να είναι “bipartite” όπως αυτό του σχήματος 4.1, εάν και μόνο εάν ο “ incidence” πίνακας είναι ολοκληρωτικά “unimodular”. Ένας πίνακας είναι “unimodular”, εάν είναι ακέραιος και η διακρίνουσα κάθε τετραγωνικού υποπίνακα έχει τιμή 0, 1 ή -1.

Γενικά, είναι δύσκολη η απόδειξη της “unimodularity” ενός πίνακα. Παρόλα αυτά ο πίνακας συντελεστών των περιορισμών του συγκεκριμένου προβλήματος δε μπορεί να είναι “unimodular” γιατί πρώτον δεν είναι ακέραιος και δεύτερον η διακρίνουσα κάθε υποπίνακα δεν παίρνει την τιμή ±1 ή 0.

4.7 Εργαλεία Επίλυσης

Ο όρος προγραμματισμός χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1940 για να περιγράψει το σχεδιασμό-προγραμματισμό των δραστηριοτήτων σε έναν μεγάλο οργανισμό. Με τον όρο μαθηματικό προγραμματισμό περιγράφουμε την ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών η οποία υπόκειται σε κάποιους περιορισμούς.

Κατά την ανάπτυξη και εφαρμογή του μαθηματικού προγραμματισμού, ξεχωρίζει μία ειδική περίπτωση: αυτήν στην οποία όλα τα κόστη, οι απαιτήσεις και οι υπόλοιπες ενδιαφέρουσες ποσότητες είναι όροι αυστηρά ανάλογοι με τον αριθμό των δραστηριοτήτων, ή των αθροισμάτων τέτοιων όρων. Στη μαθηματική ορολογία, όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική και οι περιορισμοί είναι γραμμικές ισότητες ή ανισότητες, το πρόβλημα ονομάζεται γραμμικό και η διαδικασία μορφοποίησης και επίλυσης του ονομάζεται γραμμικός προγραμματισμός. Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι εξαιρετικά σημαντικός, γιατί μια μεγάλη ποικιλία προβλημάτων μπορούν να μορφοποιηθούν σαν γραμμικά προβλήματα και γιατί υπάρχουν γρήγοροι και αξιόπιστοι μέθοδοι επίλυσης γραμμικών προβλημάτων, ακόμη και όταν πρόκειται για προβλήματα με χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμούς. Επίσης, οι ιδέες στις οποίες βασίζεται ο γραμμικός προγραμματισμός είναι σημαντικές για την επίλυση προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού τα οποία είναι μη γραμμικά.

Όλες οι χρήσιμες μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού απαιτούν τη χρησιμοποίηση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Για το λόγο αυτό, η μελέτη των μεθόδων αυτών άρχισε μετά το 1940, όταν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έγιναν διαθέσιμοι για τους επιστημονικούς υπολογισμούς. Η πρώτη επιτυχημένη μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού, η Simplex, ανακαλύφθηκε από τον Αμερικανό George Dantzig το 1947 και αποτέλεσε τη βάση ιδιαίτερα αποτελεσματικών εφαρμογών κατά την επόμενη δεκαετία. Συμπτωματικά, η ανάπτυξη των υπολογιστών έδωσε μία περισσότερο οικεία έννοια στον όρο προγραμματισμό. Παρά την ευρεία εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού, η υπόθεση της γραμμικότητας είναι κάποιες φορές εντελώς μη ρεαλιστική.

Εάν η αντικειμενική συνάρτηση ή οι περιορισμοί είναι μη γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών, τότε το πρόβλημα ονομάζεται μη γραμμικό. Η επίλυση τέτοιων προβλημάτων είναι δυσκολότερη αν και πρακτικά δεν είναι αδύνατη. Αν και οι βέλτιστες τιμές των μη γραμμικών συναρτήσεων αποτέλεσαν αντικείμενο έρευνας για παραπάνω από δύο δεκαετίες, υπολογιστικές μέθοδοι για την επίλυσή τους αναπτύχθηκαν τις τελευταίες δεκαετίες, μετά την επιτυχία των μεθόδων του γραμμικού προγραμματισμού.

Η υπόθεση της γραμμικότητας καταρρίπτεται επίσης, όταν κάποιες μεταβλητές πρέπει να πάρουν ακέραιες τιμές. Τότε το πρόβλημα ονομάζεται πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού, όπως είναι αυτό που παρουσιάζεται παρακάτω και είναι πολύ πιο δύσκολο να επιλυθεί. Παρόλα αυτά, ο συνδυασμός των γρήγορων υπολογιστών με πιο εξεζητημένες μεθόδους επίλυσης έχουν καταστήσει, τα τελευταία χρόνια, βατά τα μεγάλα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού.

4.7.1 Η γλώσσα μαθηματικού προγραμματισμού, AMPL

Ο προγραμματισμός μεγάλων προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού δεν περιλαμβάνει απλώς την ελαχιστοποίηση ή τη μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία υπόκειται σε κάποιους περιορισμούς. Πριν εφαρμοστεί κάποιος αλγόριθμος για την επίλυσή τους, πρέπει να καταβληθούν μεγάλες προσπάθειες για τη διατύπωση του μοντέλου και τη δημιουργία της απαραίτητης δομής των δεδομένων.

Τα στάδια που πρέπει να γίνουν είναι διαδοχικά τα εξής:

- Η διατύπωση του μοντέλου (το σύνολο των μεταβλητών, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί που εκφράζουν τη γενική μορφή του προβλήματος που θέλουμε να λύσουμε).
- Η συγκέντρωση δεδομένων που προσδιορίζουν μία ή περισσότερες ειδικές περιπτώσεις του προβλήματος.

- Η δημιουργία αντικειμενικής συνάρτησης και περιορισμών από το μοντέλο και τα δεδομένα.
- Η επίλυση του προβλήματος (εφαρμογή συγκεκριμένου αλγορίθμου ο οποίος βρίσκει τις βέλτιστες λύσεις για τις μεταβλητές).
- Η ανάλυση των αποτελεσμάτων.
- Η βελτίωση του μοντέλου και των δεδομένων και η επανάληψη της διαδικασίας επίλυσης.

Αν οι άνθρωποι μπορούσαν να διαχειριστούν τα προγράμματα με τον ίδιο τρόπο που τα διαχειρίζονται οι αλγόριθμοι, η διατύπωση του μοντέλου και η δημιουργία της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών θα ήταν εύκολη και άμεση. Στην πραγματικότητα, υπάρχουν πολλές διαφορές ανάμεσα στον τρόπο που αντιλαμβάνονται το πρόβλημα οι προγραμματιστές και σε αυτόν που το λύνουν οι αλγόριθμοι. Η μετατροπή από τη μία μορφή στην άλλη είναι μία διαδικασία χρονοβόρα, και συχνά επιρρεπής σε λάθη.

Στην ειδική περίπτωση του γραμμικού προγραμματισμού, το μεγαλύτερο μέρος της μετατροπής είναι ο πίνακας συντελεστών των περιορισμών, που πολλαπλασιάζουν κάθε μεταβλητή σε κάθε περιορισμό. Συνήθως, αυτός είναι ένας αραιός πίνακας, με χιλιάδες γραμμές και στήλες που αποτελείται από πάρα πολλά μηδενικά στοιχεία και λίγα μη μηδενικά, όπου τα μη μηδενικά στοιχεία εμφανίζονται με περίπλοκες διατάξεις. Το πρόγραμμα που παράγει μία συμπαγή απεικόνιση των συντελεστών ονομάζεται γεννήτρια πινάκων.

Πολλές από τις δυσκολίες μετατροπής από τη μορφή του προγραμματιστή στη μορφή του αλγορίθμου μπορούν να ξεπεραστούν με τη χρήση κάποιας γλώσσας μαθηματικού προγραμματισμού. Οι γλώσσες προγραμματισμού χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν τη μορφή του προγραμματιστή με τέτοιο τρόπο ώστε να εισάγεται απευθείας στον υπολογιστή. Η μετατροπή μετέπειτα στη μορφή του αλγορίθμου, πρέπει να γίνεται εξ ολοκλήρου από τον υπολογιστή, χωρίς το ενδιάμεσο στάδιο του προγραμματισμού.

Συγκρινόμενη με προγενέστερες γλώσσες, η AMPL διακρίνεται για τη γενικότητα της σύνταξης και για τις ομοιότητες που παρουσιάζει η διατύπωση των εκφράσεων με την αλγεβρική διατύπωση. Παρέχει μία ποικιλία τύπων και λειτουργιών για τον καθορισμό των δεικτών των συνόλων, καθώς επίσης, και λογικών εκφράσεων. Η AMPL έχει βασιστεί πολύ στην πρωτοπόρα γλώσσα προγραμματισμού XML, αλλά ενσωματώνει πολλές διαφορές και επεκτάσεις.

Η διατύπωση του μοντέλου ξεκινά με τη δήλωση των συνόλων και των παραμέτρων. Στη συνέχεια, δηλώνονται οι μεταβλητές και τέλος ορίζονται η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί συναρτήσει των συνόλων, των παραμέτρων και των μεταβλητών.

Η διατύπωση ενός μοντέλου δεν αποτελεί τη βελτιστοποίηση κάποιου συγκεκριμένου προβλήματος. Εάν θέλουμε να ορίσουμε κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να εισάγουμε στο μοντέλο συγκεκριμένες τιμές για τα σύνολα και τις παραμέτρους.

Η διαδικασία που ακολουθεί η AMPL κατά την επίλυση είναι η ανάγνωση του μοντέλου και των δεδομένων, η ανάλυσή τους και η επεξεργασία τους. Για να μπορέσει όμως, η AMPL να καταλάβει το μοντέλο και τα δεδομένα πρέπει αυτά να έχουν συγκεκριμένη μορφή. Παραδείγματος χάριν, η δήλωση των παραμέτρων αρχίζει με τη λέξη param και τελειώνει με “;”. Μαθηματικές εκφράσεις όπως $a_{kj}x_{ji}$, i E R και $\sum_{t=1}^{T}$ αντικαθίστανται από εκφράσεις που χρησιμοποιούν αποκλειστικά χαρακτήρες ASCII.

Η AMPL επιτρέπει τη χρησιμοποίηση ονομάτων με πολλούς χαρακτήρες σε αντίθεση με τις αλγεβρικές εκφράσεις που χρησιμοποιούν συνήθως ένα μόνο χαρακτήρα για τις μεταβλητές. Τα πέντε κυριότερα μέρη ενός αλγεβρικού μοντέλου, τα σύνολα, οι παράμετροι, οι μεταβλητές, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί, αποτελούν και τα κυριότερα μέρη ενός μοντέλου στην AMPL.

4.7.1.1 Σύνολα

Τα σύνολα είναι τα βασικά στοιχεία κάθε μοντέλου και μπορούν να είναι κάθε μη διατεταγμένη συλλογή στοιχείων ή μία αλληλουχία ακεραίων. Οι παράμετροι, οι μεταβλητές και οι περιορισμοί χρησιμοποιούν ως δείκτες τα σύνολα. Στην AMPL δηλώνονται με τη λέξη **set**.

4.7.1.2 Παράμετροι

Οι παράμετροι είναι οι αριθμητικές τιμές που χρειάζεται το μοντέλο. Η απλούστερη παράμετρος είναι κάθε ανεξάρτητη τιμή, όπως μπορεί να είναι ο αριθμός των περιόδων της μέγιστης συνολικής παραγωγής σε ένα εργοστάσιο. Οι παράμετροι δηλώνονται με τη λέξη **param** και μπορεί να περιέχουν κάποιους περιορισμούς στην τιμή τους όπως για παράδειγμα να είναι θετικοί ακέραιοι.

Οι περισσότεροι παράμετροι ενός μοντέλου είναι συνήθως πίνακες που έχουν δείκτες τα σύνολα.

4.7.1.3 Μεταβλητές

Οι μεταβλητές στην AMPL δηλώνονται όπως και οι παράμετροι. Η μόνη ουσιαστική διαφορά είναι ότι η τιμή των μεταβλητών καθορίζεται από τη βελτιστοποίηση, ενώ οι τιμή των παραμέτρων εισάγεται με τα δεδομένα. Οι μεταβλητές δηλώνονται με τη λέξη **var** και μπορούν να περιέχουν ανάλογους περιορισμούς στο εύρος των τιμών τους όπως και οι παράμετροι.

4.7.1.4 Αντικειμενική Συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μία γραμμική έκφραση που εξαρτάται από τις παραμέτρους και τις μεταβλητές. Στην αρχή της δήλωσης της πρέπει να δηλώσουμε αν πρόκειται για την ελαχιστοποίηση ή τη μεγιστοποίησή της με τις λέξεις **minimize/ maximize**.

4.7.1.5 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί είναι γραμμικές ισότητες ή ανισότητες εξαρτόμενες από τις παραμέτρους και τις μεταβλητές. Η δήλωση των περιορισμών ξεκινάει με την έκφραση **subject to** και πρέπει να καθορίζει δύο πράγματα: το σύνολο από το οποίο παίρνει δείκτες ο περιορισμός και την έκφραση του. Όλες οι παραπάνω δηλώσεις πρέπει να τελειώνουν με το χαρακτήρα ";".

4.8 Εισαγωγή των δεδομένων

Η εισαγωγή των δεδομένων στην AMPL πρέπει να έχει συγκεκριμένη μορφή. Το πρόβλημα που αναλύουμε σε πραγματικές διαστάσεις μπορεί να αποτελείται από ένα σημαντικό μέγεθος δεδομένων η εισαγωγή των οποίων στην AMPL είναι μία χρονοβόρα διαδικασία.

Για το λόγο αυτό, επιλέξαμε να εισάγουμε τα δεδομένα με μία πιο αυτοματοποιημένη διαδικασία χρησιμοποιώντας για το σκοπό αυτό μία γλώσσα προγραμματισμού, τη FORTRAN. Με τη βοήθεια της Fortran, ορίζοντας το μέγεθος του προβλήματος, στη δική μας περίπτωση τον αριθμό των εθελοντών, των καταστροφών και των ειδικοτήτων, μπορούμε να παράγουμε με τη χρήση τυχαίων αριθμών τους δισδιάστατους, δυαδικούς πίνακες που χρειαζόμαστε για την επίλυση του προβλήματος.

Η Fortran 90/95 διαθέτει μηχανισμούς που επιτρέπουν τη δημιουργία δυναμικών πινάκων που αλλάζουν το μέγεθός τους, κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του προγράμματος. Οι δυναμικοί πίνακες σε αντίθεση με τους στατικούς μας επιτρέπουν να μη γνωρίζουμε το μέγεθος του πίνακα που απαιτείται για την αποθήκευση των δεδομένων τη στιγμή που γράφουμε τον κώδικα. Αυτό που πρέπει να γνωρίζουμε είναι η τάξη του πίνακα, αλλά η έκταση κάθε διάστασης προκύπτει κατά την εκτέλεση.

Στη δική μας περίπτωση, γνωρίζουμε την τάξη των πινάκων αφού είναι όλοι δισδιάστατοι, αλλά δε γνωρίζουμε το μέγεθός τους το οποίο θέλουμε να αλλάζει σε κάθε εκτέλεση του προγράμματος. Δηλώνοντας, λοιπόν, τον αριθμό των εθελοντών, των ειδικοτήτων και των καταστροφών στην αρχή της κάθε εκτέλεσης παίρνουμε πίνακες που το μέγεθος τους εξαρτάται από το μέγεθος του προβλήματος.

Οι τυχαίοι αριθμοί παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο τόσο στην επίλυση επιστημονικών προβλημάτων όσο και σε γενικότερου ενδιαφέροντος εφαρμογές (τυχερά παιχνίδια, διαδικασίες λήψης αποφάσεων κ.λ.π). Το βασικό πρόβλημα είναι η παραγωγή πραγματικά τυχαίων αριθμών. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο εάν οι αριθμοί αυτοί παράγονται από κάποιο πραγματικά τυχαίο φαινόμενο. Ένα τέτοιο σύνολο τυχαίων αριθμών μπορεί να παραχθεί χρησιμοποιώντας έναν πολύ ευαίσθητο ανιχνευτή ιονισμού αερίου που μετράει τη ραδιενεργή υστέρηση των σωματιδίων α που εκπέμπει το ραδιενεργό ουράνιο 235.

Φυσικά, είναι δύσκολο να καταφεύγουμε σε διαδικασίες όπως αυτή που μόλις περιγράψαμε κάθε φορά που χρειαζόμαστε τυχαίους αριθμούς. Πριν την ανακάλυψη των υπολογιστών οι επιστήμονες είχαν δημιουργήσει πίνακες τυχαίων αριθμών τους οποίους συμβουλευόντουσαν κάθε φορά που χρειάζονταν ένα υποσύνολό τους.

Συνήθως, χρησιμοποιούμε κάποιον αλγόριθμο παραγωγής τυχαίων αριθμών, οι οποίοι βέβαια είναι ψευδοτυχαίοι, μιας και σχετίζονται μεταξύ τους μέσω του αλγορίθμου. Παρόλα αυτά, έχουν το πλεονέκτημα ότι κατασκευάζονται απλούστατα κάθε φορά που τους χρειαζόμαστε και έτσι είναι εξαιρετικά χρήσιμοι και χρησιμοποιούνται ευρύτατα.

Η μέθοδος παραγωγής ψευδοτυχαίων αριθμών συνίσταται στην εύρεση μιας συνάρτησης που να απεικονίζει με τυχαίο τρόπο το σύνολο των ακεραίων N στον εαυτό του και στη συνέχεια σε κάποιο υποσύνολο του R. Η πιο συνηθισμένη τέτοια συνάρτηση, η οποία παράγει μια ακολουθία τυχαίων αριθμών x_1, x_2, ….., x_n είναι της μορφής $x_{i+1} = ((ax_i+b) \bmod c)$ όπου a, b, c είναι αυθαίρετες ακέραιες παράμετροι, οι τιμές των οποίων είναι εξαιρετικά κρίσιμες για την ορθή λειτουργία της ακολουθίας. Οι αριθμοί είναι πραγματικοί και ανήκουν στο διάστημα (0,1). Η μέθοδος στηρίζεται στην απρόβλεπτη συμπεριφορά της συνάρτησης mod για πολύ μεγάλους αριθμούς.

Η Fortran 90/95 έχει ενσωματώσει μια γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών που είναι πολύ πιο αξιόπιστη από την απλή εξίσωση που παρουσιάσαμε, στην εγγενή συνάρτηση **Random_Number** απλοποιώντας κατά πολύ τη δουλειά του προγραμματιστή. Η συνάρτηση αυτή παράγει πραγματικούς ψευδοτυχαίους αριθμούς στο διάστημα (0,1). Καλώντας, λοιπόν, την παραπάνω συνάρτηση παράγουμε τυχαίους αριθμούς, οι οποίοι απεικονίζουν τις συντεταγμένες (x,y) της κάθε καταστροφής και τις συντεταγμένες (x,y) του κάθε εθελοντή. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την ευκλείδεια σχέση της απόστασης μεταξύ δύο σημείων υπολογίζουμε τον πίνακα D_{ij} ο οποίος δηλώνει την απόσταση του κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή.

Χρησιμοποιούμε, επίσης, τυχαίους αριθμούς για την κατασκευή των πινάκων g(k,j) και h(i,k). Από τους πίνακες αυτούς, με τη βοήθεια κάποιων κριτηρίων παράγονται οι δυαδικοί πίνακες A(k,j) και B(i,k). Συγκεκριμένα, το κριτήριο που χρησιμοποιείται για τον πίνακα A είναι η πιθανότητα 50% να απαιτείται η ειδικότητα k στην καταστροφή j και 50% να μην απαιτείται ενώ, το αντίστοιχο κριτήριο για τον πίνακα B είναι η πιθανότητα 33.3% να έχει ο εθελοντής i την ειδικότητα k και 66.6%να μην την έχει. Τα κριτήρια αυτά, μπορούν βέβαια να αλλάξουν και θα δούμε στο σχολιασμό των αποτελεσμάτων τι αλλαγές επιφέρει μια τέτοια αλλαγή στην επίλυση του προβλήματος.

Άλλη μία χρήση των τυχαίων αριθμών στο πρόβλημα που εξετάζουμε είναι η εύρεση των συντελεστών βάρους. Παράγουμε ένα διάνυσμα τυχαίων αριθμών f(j) αφού οι συντελεστές βάρους εξαρτώνται μόνο από την καταστροφή, και αθροίζουμε όλα τα στοιχεία του f παίρνοντας με αυτόν τον τρόπο ένα πραγματικό αριθμό s. Στη συνέχεια, διαιρούμε κάθε στοιχείο του διανύσματος f με το άθροισμα s όλων των στοιχείων και με αυτόν τον τρόπο προκύπτει ένας σταθμικός μέσος για τον συντελεστή βάρους κάθε καταστροφής.

Η Fortran μας δίνει τη δυνατότητα να δημιουργήσουμε δικές μας λογικές μονάδες, για να τις χρησιμοποιήσουμε για την αποθήκευση και την ανάκτηση δεδομένων. Έτσι, μπορούμε να αποθηκεύσουμε τα αποτελέσματα του προγράμματος σε αρχεία με την κατάληξη .txt τα οποία μπορούν να διαβαστούν από την AMPL.

Όμως, για να μπορεί να εισαχθεί ένα αρχείο δεδομένων στην AMPL δεν αρκεί να έχει την κατάληξη .txt, αλλά θα πρέπει να έχει και συγκεκριμένο format. Αυτό επιτυγχάνεται στη Fortran με μία σειρά από μορφοποιητές, δηλαδή χαρακτήρες ελέγχου που χρησιμοποιούνται με τις εντολές read και write ή με προτάσεις που χρησιμοποιούν την ειδική εντολή format. Χρησιμοποιώντας συγκεκριμένο format στη Fortran, μπορούμε να αποθηκεύσουμε σε ένα αρχείο text τα αποτελέσματα της Fortran τα οποία θα αποτελέσουν τα δεδομένα στην AMPL με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να διαβάζονται από την AMPL.

Τελειώνοντας το πρόγραμμα της Fortran, το οποίο παρουσιάζεται παρακάτω, έχουμε πετύχει την παραγωγή αναγνώσιμων δεδομένων από την AMPL με πολύ αυτοματοποιημένο τρόπο αφού το μόνο που χρειάζεται να ορίσουμε για την παραγωγή δεδομένων οποιουδήποτε μεγέθους είναι τα τρία σύνολα του προβλήματος, δηλαδή ο αριθμός των εθελοντών, των καταστροφών και των ειδικοτήτων.

Όλα αυτά, βέβαια, γίνονται για εκπαιδευτικούς λόγους και εξαιτίας της έλλειψης πραγματικής βάσης δεδομένων. Σε μία πραγματική περίπτωση, για την αποτελεσματική εφαρμογή του μοντέλου θα πρέπει να υπάρχει μία πραγματική βάση δεδομένων που θα περιγράφει τους εθελοντές, τη διεύθυνση και τις ειδικότητες τους. Στη συνέχεια, θα παράγονται οι απαραίτητοι πίνακες για τη λειτουργία του μοντέλου με κάποιο αυτοματοποιημένο τρόπο όπως αυτός που παρουσιάστηκε παραπάνω.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Παρακάτω παρατίθενται κάποια δεδομένα για τα οποία έχει επιλυθεί το πρόβλημα καθώς και τα αποτελέσματα τους. Τα δεδομένα αυτά είναι τυχαία και κυρίως μικρού μεγέθους για να δείξουν πως λειτουργεί το μοντέλο, πως εμφανίζονται τα αποτελέσματα και κατά πόσο είναι σωστά.

5.1 Αποτελέσματα για το αρχικό πρόβλημα

Το αρχικό πρόβλημα που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.2 του προηγούμενου κεφαλαίου είναι η πιο απλή περίπτωση. Παρακάτω θα δούμε κάποια αποτελέσματα από την επίλυσή του για διαφορετικά δεδομένα, καθώς και τι σημαίνει το καθένα από αυτά.

Αρχικά, εξετάζουμε την περίπτωση 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων. Τα δεδομένα φαίνονται στην εικόνα 5-1α και τα αποτελέσματά τους στην εικόνα 5-1β. Κάθε καταστροφή απαιτεί έναν μόνο εθελοντή από κάθε ειδικότητα και όλα τα δεδομένα παράγονται με τη χρήση τυχαίων αριθμών μέσω του προγράμματος της Fortran που παρατίθεται στο παράρτημα Β. Εξαίρεση αποτελούν οι συντελεστές βάρους τους οποίους εξαναγκάσαμε να έχουν αυτές τις τιμές για να δούμε πώς επηρεάζουν το πρόβλημα.

Τα δεδομένα της εικόνας 5-1α παρατίθενται με τον ίδιο τρόπο που εισάγονται στην AMPL. Βλέπουμε, λοιπόν, στην αρχή τον ορισμό των τριών συνόλων του προβλήματος, των εθελοντών, των καταστροφών και των ειδικοτήτων ενώ στη συνέχεια ακολουθεί ο πίνακας D_{ij} που δηλώνει την απόσταση του κάθε εθελοντή από κάθε καταστροφή. Μετά τον πίνακα D_{ij} ακολουθούν ο πίνακας A_{kj} των απαιτήσεων, ο πίνακας B_{ik} των ικανοτήτων και τέλος το διάνυσμα W_j των συντελεστών βάρους κάθε καταστροφής. Εάν τα δεδομένα έχουν διαφορετική μορφή από αυτήν που παρουσιάζεται στην εικόνα 5-1α, η AMPL δε μπορεί να τα διαβάσει.

Στην εικόνα 5-1β, η οποία δείχνει τα αποτελέσματα, το “input” δηλώνει το χρόνο που χρειάζεται το πρόγραμμα να διαβάσει τα δεδομένα, το “solve” δηλώνει το χρόνο που απαιτήθηκε για το τρεξίμο του μοντέλου και την εύρεση της βέλτιστης λύσης, ενώ το “output” δηλώνει το χρόνο που χρειάστηκε για να τυπώσει τα αποτελέσματα. Όλοι οι παραπάνω χρόνοι δίνονται σε δευτερόλεπτα.

Επίσης, μπορούμε να δούμε στα αποτελέσματα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η τιμή αυτή δηλώνει την ελάχιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο των ειδικοτήτων που απαιτείται για να ικανοποιήσει όλες τις καταστροφές. Αυτό σημαίνει ότι οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός αναθέσεων θα δώσει μεγαλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και επομένως οι καταστροφές θα ικανοποιηθούν σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Όσο μικρότερη είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, τόσο πιο γρήγορα ικανοποιούνται οι καταστροφές. .

Ένα ακόμη μέγεθος που μπορούμε να πάρουμε από τα αποτελέσματα είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που χρειάστηκαν για την επίλυση του προβλήματος. Βλέπουμε ότι ανάλογα με το μέγεθος των δεδομένων απαιτείται διαφορετικός αριθμός επαναλήψεων Simplex.

Στη συνέχεια, βλέπουμε τα αποτελέσματα για τη μεταβλητή απόφασης X_{ijk}. Τα αποτελέσματα διαβάζονται ανά σειρά με τον πρώτο αριθμό να δηλώνει τον εθελοντή, το δεύτερο την καταστροφή στην οποία ανατίθεται, τον τρίτο την ειδικότητα με την οποία ανατίθεται και τον τέταρτο να δηλώνει την τιμή της μεταβλητής απόφασης. Κατά τη διαδικασία τρεξίματος έχουμε θέσει σαν επιλογή να μην εμφανίζονται οι μεταβλητές οι οποίες έχουν μηδενική τιμή, για αυτό, στα αποτελέσματα όλες οι μεταβλητές απόφασης που εμφανίζονται έχουν την τιμή 1, δηλαδή εμφανίζονται μόνο οι αναθέσεις. Ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης που εμφανίζονται θα πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των απαιτήσεων του πίνακα A_{kj}.

Κάτω από τη μεταβλητή απόφασης βλέπουμε τη μεταβλητή Z_j η οποία δηλώνει τη μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσουν όλοι οι εθελοντές που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή. Η τιμή αυτή πολλαπλασιάζεται στη συνέχεια με το συντελεστή βάρους κάθε καταστροφής και προκύπτει η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επομένως, καταλαβαίνουμε ότι όταν μία καταστροφή έχει μεγάλο Z_j, τότε θέλουμε να έχει όσο μικρότερο συντελεστή βάρους γίνεται και το αντίθετο, δηλαδή όταν μία καταστροφή έχει μεγάλο συντελεστή βάρους θέλουμε να έχει όσο πιο μικρό Z_j γίνεται. Όσο πιο μικρές είναι οι τιμές του Z_j, τόσο μικρότερη θα είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι όταν η καταστροφή 1 έχει μεγάλο συντελεστή βάρους, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 0.8009 (Εικόνα 5-1α και 5-1β). Εάν τροποποιήσουμε τα δεδομένα και θέσουμε μεγαλύτερο συντελεστή βάρους στην καταστροφή 2 και ίσο με 0.8 ενώ οι καταστροφές 1 και 3 έχουν συντελεστή 0.1, παρατηρούμε στα αποτελέσματα που φαίνονται στην εικόνα 5-2, ότι οι αναθέσεις είναι οι ίδιες αλλά η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης έχει μειωθεί. Αυτό οφείλεται στο διάνυσμα Z_j, αφού η τιμή του για την πρώτη καταστροφή είναι μεγαλύτερη από ότι για τη δεύτερη. Αντίστοιχα, αν θέσουμε το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους στην τρίτη καταστροφή, η αντικειμενική συνάρτηση μειώνεται ακόμη περισσότερο γιατί η καταστροφή αυτή έχει μικρότερο Z_j.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;  # εθελοντές
set J:=  1  2  3;          # καταστροφές
set K:=  1  2  3;          # ειδικότητες

param D:   1      2      3 :=
1       0.497  0.732  0.538
2       1.104  1.275  0.969
3       0.832  0.772  0.449
4       1.009  1.183  0.883
5       0.715  0.977  0.798
6       1.048  1.219  0.915
7       0.141  0.409  0.383
8       0.925  0.864  0.543
9       0.917  1.115  0.838
10      0.774  0.711  0.389;

param A:  1  2  3:=
1         1  0  1
2         1  0  0
3         0  1  0;

param B:  1  2  3:=
1         0  1  0
2         0  0  1
3         0  1  1
4         0  1  1
5         1  1  0
6         0  1  0
7         0  1  0
8         0  1  0
9         1  0  0
10        1  1  0;

param W:=
1      0.800
2      0.100
3      0.100;
```

Εικόνα 5-1α. Δεδομένα για 10 εθελοντές, 3 καταστροφές και 3 ειδικότητες στο format της AMPL.

```
CPLEX 9.1.0: timing=1

Times (seconds):
Input =  0.005
Solve =  0.002
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 0.8009
4 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X:=
3   2  3  1
5   1  1  1
7   1  2  1
10  3  1  1;

Z [*] :=
1     0.856
2     0.772
3     0.389;
```

Εικόνα 5-1β. Αποτελέσματα για τα δεδομένα της εικόνας 5.1α.

```
CPLEX 9.1.0: timing=1

Times (seconds):
Input =  0.004999
Solve =  0.002
Output = 0.000999
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 0.7421
4 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
3   2  3  1
5   1  1  1
7   1  2  1
10  3  1  1;

Z [*] :=
1     0.856
2     0.772
3     0.389;
```

Εικόνα 5-2. Αποτελέσματα 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων όταν η 2^{η} καταστροφή έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους.

Επίσης, παρατηρούμε ότι ο χρόνος που χρειάστηκε και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, τόσο για την ανάγνωση των δεδομένων όσο και για την επίλυση και την εγγραφή των αποτελεσμάτων είναι ο ίδιος. Επομένως, η αλλαγή του συντελεστή βάρους δεν επηρεάζει το χρόνο επίλυσης του προβλήματος, αλλά όπως είδαμε επηρεάζει σημαντικά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

5.2 Αποτελέσματα όταν ανατίθενται περισσότεροι εθελοντές με την ίδια ειδικότητα.

Παρακάτω θα δούμε κάποια αποτελέσματα όταν οι καταστροφές απαιτούν περισσότερους εθελοντές με την ίδια ειδικότητα. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει στον πίνακα των απαιτήσεων A_{kj} να δηλώνεται ο ακριβής αριθμός των εθελοντών κάθε ειδικότητας που απαιτείται.

Αρχικά, θα εξετάσουμε την περίπτωση 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων. Η μορφή και οι τιμές των δεδομένων φαίνονται στην εικόνα 5-3α, ενώ τα αποτελέσματα από την επίλυση του προβλήματος φαίνονται στην εικόνα 5-3β. Η καταστροφή 1 έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους ίσο με 0.8 ενώ οι καταστροφές 2 και 3 έχουν συντελεστή βάρους 0.1. Παρατηρούμε ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 1.6764 ενώ η καταστροφή που έχει τη μεγαλύτερη τιμή του διανύσματος Z_j είναι η 2. Επομένως, περιμένουμε μεγαλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης όταν η καταστροφή 2 θα έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους. Πραγματικά, από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην εικόνα 5-4 και προκύπτουν από τα δεδομένα της εικόνας 5-3α με τη διαφορά ότι τώρα η καταστροφή 2 έχει συντελεστή βάρους 0.8 και οι καταστροφές 1 και 3 έχουν συντελεστή βάρους 0.1, βλέπουμε ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης έχει αυξηθεί.

Οι χρόνοι ανάγνωσης των δεδομένων, επίλυσης του προβλήματος και εγγραφής των αποτελεσμάτων είναι οι ίδιοι και για τις δύο περιπτώσεις, όπως επίσης, είναι ίδιες και οι αναθέσεις. Αυτό που διαφέρει πέρα από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ο αριθμός των επαναλήψεων.

Εξαιρετικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση που η τρίτη καταστροφή έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους 0.8 και οι άλλες δύο έχουν 0.1. Στην περίπτωση αυτή, όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα της εικόνας 5-5, αλλάζουν οι αναθέσεις έτσι ώστε να προκύψει μικρότερη τιμή του διανύσματος Z_j για την καταστροφή με το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους, ώστε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να πάρει τη μικρότερη τιμή. Πραγματικά, η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτή την περίπτωση έχει τιμή 1.5105, μικρότερη και από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;        # εθελοντές
       set J:=  1  2  3;  # καταστροφές
       set K:=  1  2  3;  # ειδικότητες

       param D:  1      2      3 :=
       1     0.497  0.732  0.538
       2     1.104  1.275  0.969
       3     0.832  0.772  0.449
       4     1.009  1.183  0.883
       5     0.715  0.977  0.798
       6     1.048  1.219  0.915
       7     0.141  0.409  0.383
       8     0.925  0.864  0.543
       9     0.917  1.115  0.838
       10     0.774  0.711  0.389;

       param A:  1  2  3:=
       1       2  0  0
       2       0  2  2
       3       0  1  0;

       param B:  1  2  3:=
       1       0  1  1
       2       1  0  1
       3       1  0  0
       4       1  1  0
       5       0  1  0
       6       0  1  0
       7       0  0  1
       8       1  0  0
       9       1  0  0
       10       1  0  0;

       param W:=
       1      0.800
       2      0.100
       3      0.100;
```

Εικόνα 5-3α. Δεδομένα για 10 εθελοντές, 3 καταστροφές και 3 ειδικότητες όταν σε κάθε καταστροφή ανατίθενται περισσότεροι εθελοντές με την ίδια ειδικότητα.

```
Times (seconds):
Input = 0.005
Solve = 0.003
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.6764
7 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X:=
1  2  2  1
3  1  1  1
4  3  2  1
5  2  2  1
6  3  2  1
7  2  3  1
10 1  1  1;
Z [*] :=
1   1.606
2   2.118
3   1.798;
```

Εικόνα 5-3β. Αποτελέσματα για τα δεδομένα της εικόνας 5.3α.

```
Times (seconds):
Input = 0.004999
Solve = 0.002999
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 2.0348
6 MIP simplex iterations
X :=
1  2  2  1
3  1  1  1
4  3  2  1
5  2  2  1
6  3  2  1
7  2  3  1
10 1  1  1;
Z [*] :=
1   1.606
2   2.118
3   1.798;
```

Εικόνα 5-4. Αποτελέσματα 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων όταν η $2^{η}$ καταστροφή έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους.

```
CPLEX 9.1.0: timing=1

Times (seconds):
Input = 0.003999
Solve = 0.002999
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.5105
6 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
1   3  2  1
3   1  1  1
4   2  2  1
5   3  2  1
6   2  2  1
7   2  3  1
10  1  1  1;

Z [*] :=
1   1.606
2   2.811
3   1.336;
```

Εικόνα 5-5. Αποτελέσματα 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων όταν η 3η καταστροφή έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους.

5.3 Αποτελέσματα όταν η διεύθυνση των εθελοντών είναι αβέβαιη

Στην παράγραφο αυτή θα δούμε κάποια αποτελέσματα από την επίλυση του προβλήματος που η διεύθυνση του κάθε εθελοντή είναι αβέβαιη. Συγκεκριμένα θα εξετάσουμε δύο περιπτώσεις, αυτή που κάθε καταστροφή απαιτεί έναν εθελοντή από κάθε ειδικότητα και αυτή που κάθε καταστροφή μπορεί να απαιτεί περισσότερους εθελοντές από κάθε ειδικότητα.

Και για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, επιλύουμε το πρόβλημα 10 εθελοντών, 3 καταστροφών και 3 ειδικοτήτων όπου η πρώτη καταστροφή έχει το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους ίσο με 0.8. Στις εικόνες 5-6α και 5-6β παρουσιάζονται αντίστοιχα τα δεδομένα και τα αποτελέσματα της πρώτης περίπτωσης, ενώ στις εικόνες 5-7α και 5-7β παρουσιάζονται τα δεδομένα και τα αποτελέσματα της δεύτερης περίπτωσης.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 # εθελοντές
set J:=  1  2  3; # καταστροφές
set K:=  1  2  3; # ειδικότητες
set S:=  1  2;   # σενάρια
param D:=
[*,*,1]:   1      2      3 :=
  1     0.497  0.732  0.538
  2     1.104  1.275  0.969
  3     0.832  0.772  0.449
  4     1.009  1.183  0.883
  5     0.715  0.977  0.798
  6     1.048  1.219  0.915
  7     0.141  0.409  0.383
  8     0.925  0.864  0.543
  9     0.917  1.115  0.838
  10     0.774  0.711  0.389
[*,*,2]:   1      2      3 :=
  1     0.540  0.794  0.623
  2     0.050  0.305  0.352
  3     0.917  0.979  0.631
  4     0.211  0.488  0.440
  5     0.177  0.125  0.312
  6     0.647  0.940  0.856
  7     0.645  0.534  0.256
  8     0.930  0.977  0.627
  9     0.126  0.202  0.286
  10     0.938  1.027  0.684;

param A:  1   2   3:=
  1       1   1   1
  2       1   1   1
  3       1   1   0;

param B:  1   2   3:=
  1       1   0   0
  2       0   0   1
  3       0   1   0
  4       0   0   1
  5       0   1   0
  6       1   0   0
```

```
7     1  0  0
8     0  1  0
9     0  0  1
10    1  0  0;

param W:=
 1   0.800
 2   0.100
 3   0.100;

param P:=
 1   0.5
 2   0.5;
```

Εικόνα 5-6α. Δεδομένα για 10 εθελοντές, 3 καταστροφές και 3 ειδικότητες, όταν η διεύθυνση των εθελοντών είναι αβέβαιη και κάθε καταστροφή απαιτεί έναν εθελοντή από κάθε ειδικότητα

```
CPLEX 9.1.0: timing=1
Times (seconds):
Input = 0.004999
Solve = 0.003
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.4434
13 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes

X :=
1  2  1  1
2  2  3  1
3  2  2  1
5  1  2  1
7  1  1  1
8  3  2  1
9  1  3  1
10 3  1  1;

Z [*] :=
1   1.3605
2   2.4285
3   1.1215;
```

Εικόνα 5-6β. Αποτελέσματα για τα δεδομένα της εικόνας 5-6α.

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε ότι σε σχέση με τα προηγούμενα αποτελέσματα ο αριθμός των επαναλήψεων της μεθόδου Simplex σχεδόν τριπλασιάστηκε για την επίλυση του προβλήματος. Αυτή η αλλαγή οφείλεται στις εναλλακτικές περιπτώσεις που υπάρχουν για τη διεύθυνση του κάθε εθελοντή.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10;      # εθελοντές
set J:=  1  2  3; # καταστροφές
set K:=  1  2  3; # ειδικότητες
set S:=  1  2;     # σενάρια

param D:=
[*,*,1]:   1      2      3 :=
  1    0.497  0.732  0.538
  2    1.104  1.275  0.969
  3    0.832  0.772  0.449
  4    1.009  1.183  0.883
  5    0.715  0.977  0.798
  6    1.048  1.219  0.915
  7    0.141  0.409  0.383
  8    0.925  0.864  0.543
  9    0.917  1.115  0.838
  10   0.774  0.711  0.389
[*,*,2]:   1      2      3 :=
  1    0.540  0.794  0.623
  2    0.050  0.305  0.352
  3    0.917  0.979  0.631
  4    0.211  0.488  0.440
  5    0.177  0.125  0.312
  6    0.647  0.940  0.856
  7    0.645  0.534  0.256
  8    0.930  0.977  0.627
  9    0.126  0.202  0.286
  10   0.938  1.027  0.684

param A:  1  2  3:=
  1       2  0  0
  2       0  2  2
  3       0  1  0;

param B:  1  2  3:=
  1       0  1  1
  2       1  0  1
```

```
3      1  0  0
4      1  1  0
5      0  1  0
6      0  1  0
7      0  0  1
8      1  0  0
9      1  0  0
10     1  0  0;

param W:=
1    0.800
2    0.100
3    0.100;

param P:=
1    0.5
2    0.5;
```

Εικόνα 5-7α. Δεδομένα για 10 εθελοντές, 3 καταστροφές και 3 ειδικότητες, όταν η διεύθυνση των εθελοντών είναι αβέβαιη και κάθε καταστροφή απαιτεί περισσότερους εθελοντές από κάθε ειδικότητα.

```
CPLEX 9.1.0: timing=1
Times (seconds):
Input = 0.004999
Solve = 0.001999
Output = 0.002
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.2112
7 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
1  3  2  1
2  1  1  1
4  2  2  1
5  2  2  1
6  3  2  1
7  2  3  1
9  1  1  1;

Z [*] :=
1   1.0985
2   1.858
3   1.466;
```

Εικόνα 5-7β. Αποτελέσματα για τα δεδομένα της εικόνας 5-7α.

Περισσότερα αποτελέσματα για τις δύο αυτές περιπτώσεις μπορούμε να δούμε στο παράρτημα Ζ, όπου εξετάζεται η μεταβολή του συντελεστή βάρους. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι ο συντελεστής βάρους παίζει καθοριστικό ρόλο στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

5.4 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα και επαληθεύοντας τη λύση βλέπουμε ότι το μοντέλο βρίσκει τη βέλτιστη λύση που ικανοποιεί ταυτόχρονα όλους τους περιορισμούς.

Από τα αποτελέσματα που παρατέθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, βλέπουμε ότι ο συντελεστής βάρους κάθε καταστροφής παίζει σημαντικό ρόλο στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συντελεστής βάρους μας δείχνει πόσο επείγουσα είναι η κάλυψη των αναγκών της καταστροφής. Όσο μεγαλύτερος είναι τόσο γρηγορότερη πρέπει να είναι η ικανοποίηση των αναγκών της καταστροφής. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μας δείχνει πόσο γρήγορα μπορεί να ικανοποιηθεί το σύνολο των καταστροφών. Όσο μικρότερη είναι η τιμή της τόσο πιο γρήγορα ικανοποιούνται οι καταστροφές. Επομένως, θέλουμε το μοντέλο να βρίσκει την ελάχιστη δυνατή απόσταση Z_j, για κάθε καταστροφή και ιδιαίτερα για την καταστροφή που έχει μεγάλο συντελεστή βάρους έτσι ώστε να προκύπτει η βέλτιστη τιμή για την αντικειμενική συνάρτηση.

Επίσης, παρατηρούμε ότι ο χρόνος που χρειάζεται για την επίλυση του προβλήματος που κάθε καταστροφή απαιτεί έναν εθελοντή από κάθε ειδικότητα και η διεύθυνση των εθελοντών είναι καθορισμένη είναι 0.002 sec, και για την επίλυση του προβλήματος μιας ειδικότητας σε κάθε καταστροφή αλλά με αβέβαιη τη διεύθυνση των εθελοντών, ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση είναι 0.003 sec, δηλαδή αυξάνεται μόλις κατά ένα χιλιοστό του δευτερολέπτου. Επομένως, συμπεραίνουμε ότι η αβεβαιότητα των διευθύνσεων των εθελοντών δεν επηρεάζει σημαντικά το χρόνο επίλυσης. Αντίθετα, παρατηρούμε ότι στο δεύτερο πρόβλημα χρειάστηκε τριπλάσιος αριθμός επαναλήψεων Simplex για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Ίδια μεταβολή του χρόνου επίλυσης παρατηρούμε και όταν ανατίθενται περισσότεροι εθελοντές από κάθε ειδικότητα σε κάποιες καταστροφές.

Αξιοσημείωτο είναι επίσης, το γεγονός της επίλυσης του μοντέλου σε τόσο μικρό χρόνο και η επίλυση του για πολύ μεγάλο μέγεθος δεδομένων. Όπως φαίνεται και στην επόμενη παράγραφο που αφορά τους υπολογιστικούς χρόνους, το μοντέλο επιλύει προβλήματα της τάξης 15000 εθελοντών, 10 καταστροφών και 10 ειδικοτήτων σε χρόνο μόλις 43 δευτερολέπτων.

Επίσης, βλέπουμε στα αποτελέσματα ότι για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Simplex χωρίς να χρειαστεί να εφαρμοστεί καθόλου η μέθοδος κλάδου και φράγματος (branch and bound method), δηλαδή ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού αντιμετωπίζεται ως γραμμικό και ο λόγος που συμβαίνει αυτό εξηγήθηκε στην παράγραφο 4.5. Έτσι εξηγείται και το γεγονός της επίλυσης τόσο μεγάλου μεγέθους δεδομένων σε τόσο μικρό υπολογιστικό χρόνο.

5.5 Υπολογιστικοί Χρόνοι

Για να δούμε ενδεικτικά τον υπολογιστικό χρόνο που χρειάζεται το μοντέλο να δώσει αποτελέσματα κάνουμε διαδοχικά τρεξίματα για διαφορετικά δεδομένα.

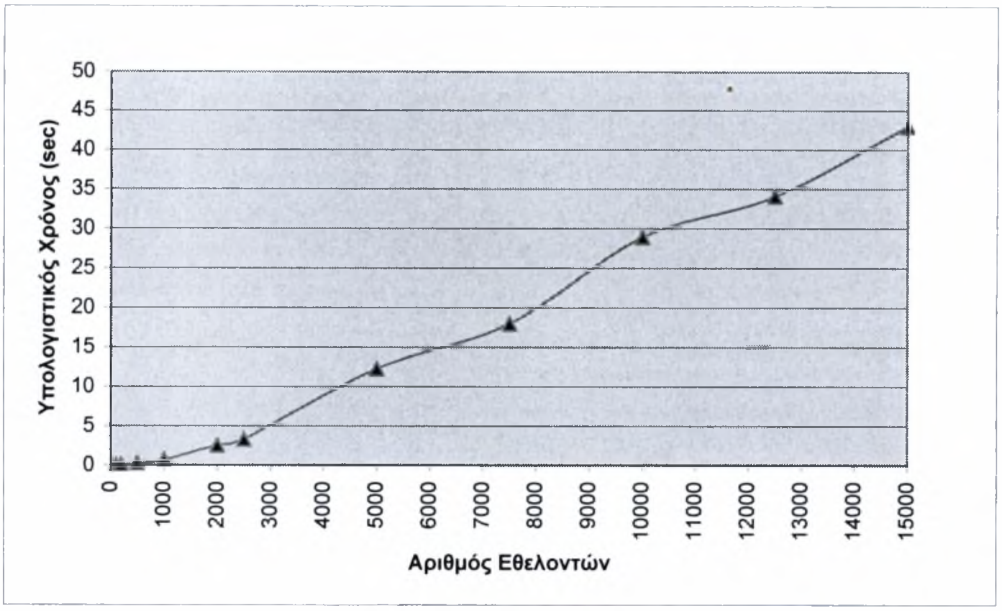
Οι επόμενοι τρεις πίνακες καθώς και τα διαγράμματα που τους συνοδεύουν αφορούν την περίπτωση του απλού προβλήματος, όπου κάθε καταστροφή απαιτεί έναν εθελοντή από κάθε ειδικότητα και η διεύθυνση των εθελοντών είναι καθορισμένη.

Τα κριτήρια της Fortran είναι πιθανότητα 20% να απαιτείται η ειδικότητα k στην καταστροφή j και πιθανότητα 14.3% να έχει ο εθελοντής i την ειδικότητα k

Αρχικά, αλλάζουμε τον αριθμό των εθελοντών και διατηρούμε σταθερό τον αριθμό των καταστροφών και τον αριθμό των ειδικοτήτων. Στον πίνακα 5.1 συνοψίζονται τα αποτελέσματα από τα διαδοχικά τρεξίματα και στο διάγραμμα 5.1 φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των εθελοντών.

Πίνακας 5.1. Υπολογιστικοί χρόνοι για μεταβολή του αριθμού των εθελοντών.

Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
100	10	10	0,031995
200	10	10	0,07099
500	10	10	0,239963
1000	10	10	0,687896
2000	10	10	2,53062
2500	10	10	3,3215
5000	10	10	12,2541
7500	10	10	18,0193
10000	10	10	28,8866
12500	10	10	34,0328
15000	10	10	42,9585

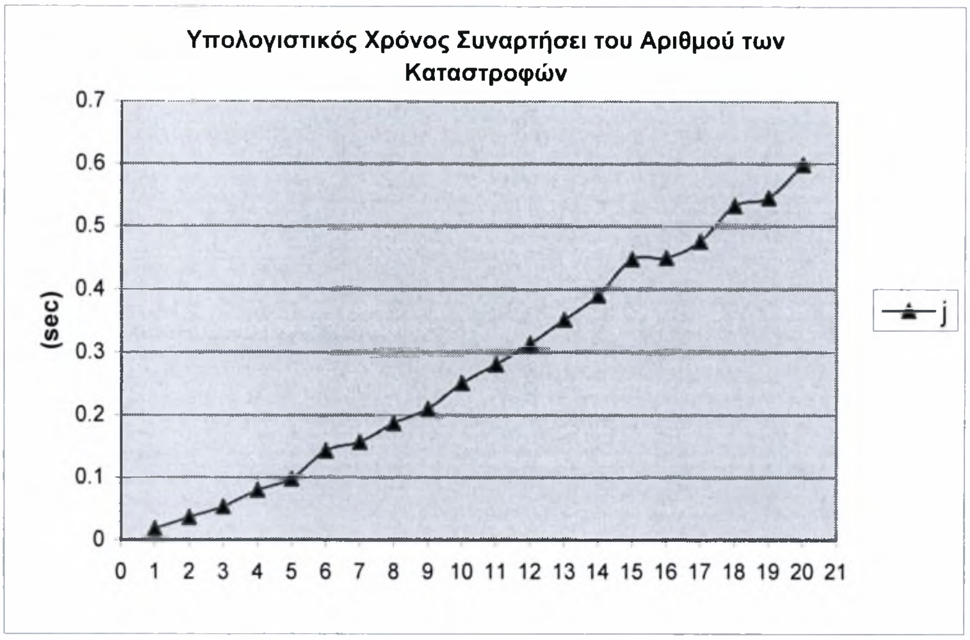


Διάγραμμα 5.1. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των εθελοντών.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος εάν κρατήσουμε σταθερό τον αριθμό των εθελοντών και των ειδικοτήτων ενώ μεταβάλλεται ο αριθμός των καταστροφών και στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών.

Πίνακας 5.2. Υπολογιστικοί χρόνοι για μεταβολή του αριθμού των καταστροφών

Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
500	1	10	0.017998
500	2	10	0.035995
500	3	10	0.052992
500	4	10	0.079987
500	5	10	0.097985
500	6	10	0.142977
500	7	10	0.156976
500	8	10	0.186972
500	9	10	0.209968
500	10	10	0.250961
500	11	10	0.280958
500	12	10	0.313952
500	13	10	0.351947
500	14	10	0.39094
500	15	10	0.447932
500	16	10	0.449932
500	17	10	0.475927
500	18	10	0.532918
500	19	10	0.545917
500	20	10	0.598908

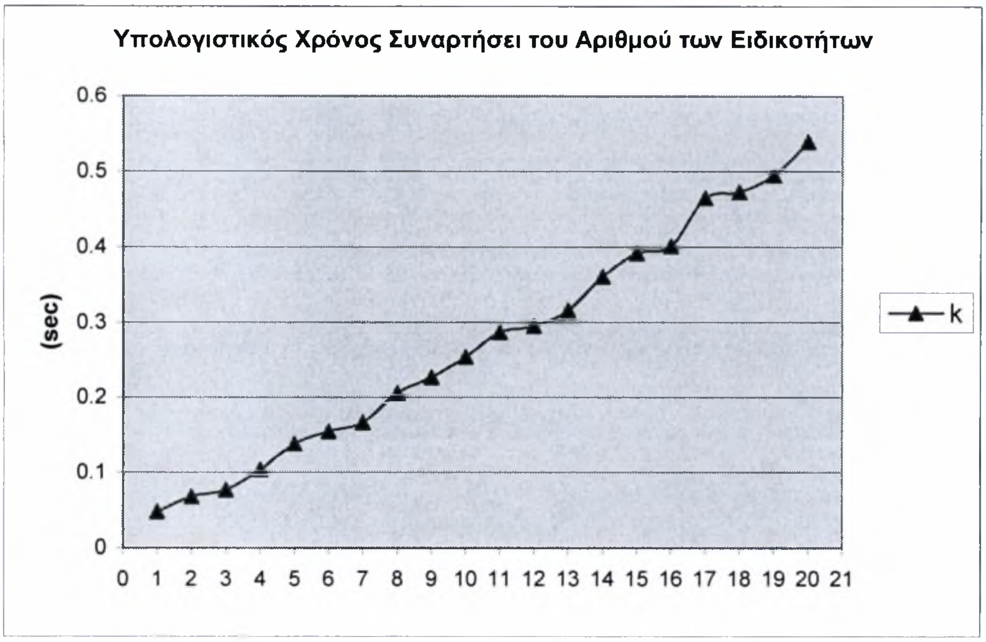


Διάγραμμα 5.2. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών

Τέλος, στον πίνακα 5.3 συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα όταν παραμένει σταθερός ο αριθμός των εθελοντών και ο αριθμός των καταστροφών ενώ μεταβάλλεται ο αριθμός των ειδικοτήτων. Το διάγραμμα 5.3 δείχνει τον υπολογιστικό χρόνο συναρτήσει του αριθμού των ειδικοτήτων.

Πίνακας 5.3. Υπολογιστικοί χρόνοι για μεταβολή του αριθμού των ειδικοτήτων

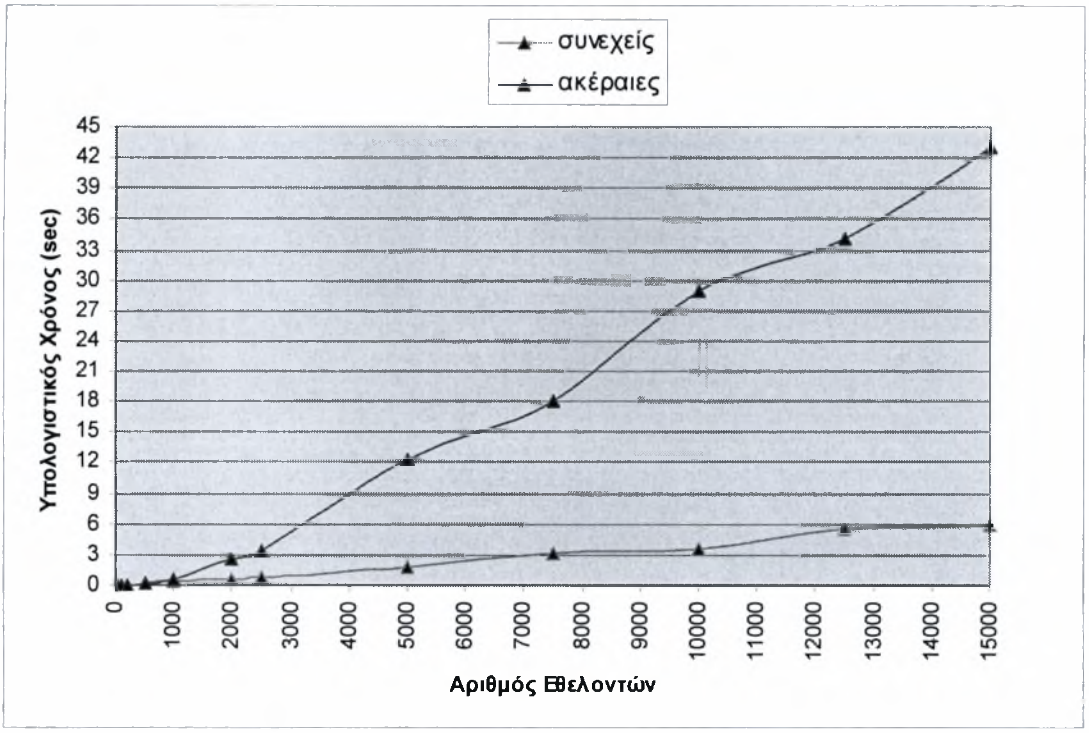
Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
500	10	1	0.047993
500	10	2	0.067989
500	10	3	0.076988
500	10	4	0.103984
500	10	5	0.137978
500	10	6	0.154977
500	10	7	0.166975
500	10	8	0.205968
500	10	9	0.226965
500	10	10	0.253961
500	10	11	0.286957
500	10	12	0.294955
500	10	13	0.315953
500	10	14	0.360944
500	10	15	0.39194
500	10	16	0.400939
500	10	17	0.46493
500	10	18	0.472928
500	10	19	0.494925
500	10	20	0.538919



Διάγραμμα 5.3. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των ειδικοτήτων

Παρατηρώντας τα διαγράμματα βλέπουμε ότι ο υπολογιστικός χρόνος ακολουθεί και στις τρεις περιπτώσεις σχεδόν γραμμική συμπεριφορά ακόμη και όταν το μέγεθος των δεδομένων είναι πολύ μεγάλο. Στα προβλήματα αυτά συνήθως περιμένουμε μία "έκρηξη" του υπολογιστικού χρόνου όταν τα δεδομένα αυξάνονται πολύ, δηλαδή από ένα σημείο και μετά περιμένουμε εκθετική μεταβολή του υπολογιστικού χρόνου. Αντίθετα, βλέπουμε ότι το μοντέλο δεν παρουσιάζει αυτό το χαρακτηριστικό για αρκετά μεγάλο αριθμό δεδομένων. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από την ιδιότητα του μοντέλου να δίνει ακέραιες λύσεις ακόμη και όταν παραλείψουμε τον περιορισμό που περιορίζει τις τιμές των μεταβλητών ανάθεσης σε 0 ή 1. Η αλλαγή αυτή οδηγεί σε σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου όπως φαίνεται στο διάγραμμα 5.4.

Επίσης, τις περισσότερες φορές τα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού δε μπορούν να επιλυθούν με τις κλασσικές μεθόδους για πολύ μεγάλο μέγεθος δεδομένων. Αντίθετα, παρατηρούμε ότι μπορούμε να επιλύσουμε το συγκεκριμένο πρόβλημα για μέγεθος δεδομένων 15000 εθελοντών, 10 καταστροφών και 10 ειδικοτήτων. Το πρόβλημα είναι πιθανόν να μπορεί να επιλυθεί και για μεγαλύτερο μέγεθος δεδομένων, αλλά εξαιτίας του εξοπλισμού που διαθέταμε η επίλυση αναγκάστηκε να σταματήσει σε αυτό το σημείο εξαιτίας της έλλειψης μνήμης.



Διάγραμμα 5.4. Υπολογιστικός Χρόνος συναρτήσει του αριθμού εθελοντών όταν η μεταβλητή απόφασης παίρνει συνεχείς ή ακέραιες τιμές.

Επίσης, παρατηρούμε ότι ο υπολογιστικός χρόνος διαφέρει ακόμη και για το ίδιο μέγεθος δεδομένων, δηλαδή αν παρατηρήσουμε το χρόνο των τριών περιπτώσεων για το συνδυασμό 500 εθελοντών, 10 καταστροφών και 10 ειδικοτήτων βλέπουμε ότι διαφέρει ελάχιστα. Αυτό οφείλεται στο σύστημα επεξεργασίας των δεδομένων και στην ακρίβεια των υπολογιστών.

Ένα άλλο φαινόμενο που παρατηρούμε είναι ότι η αύξηση των καταστροφών οδηγεί σε μεγαλύτερους υπολογιστικούς χρόνους από ότι η αύξηση των καταστροφών. Παρόλα αυτά, η αύξηση αυτή που παρατηρείται είναι πολύ μικρή και επομένως, δε μπορούμε να πούμε ότι επηρεάζει άμεσα το μοντέλο. Εξάλλου, σε ένα πραγματικό πρόβλημα ο αριθμός των καταστροφών και των ειδικοτήτων είναι περιορισμένος.

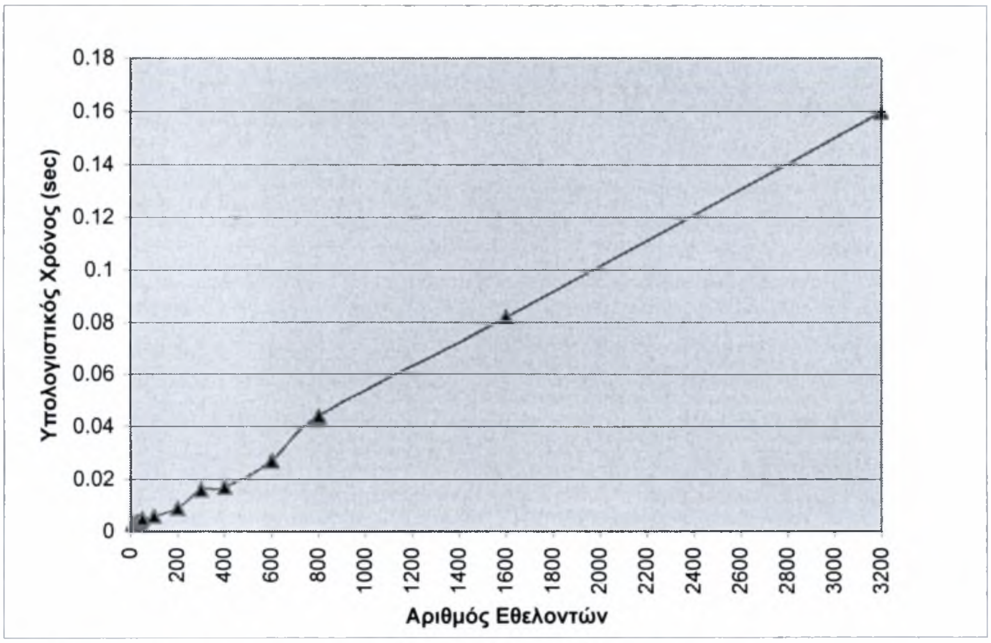
Παρακάτω εξετάζουμε πως επηρεάζονται οι υπολογιστικοί χρόνοι όταν αλλάζει ο αριθμός των εθελοντών, των καταστροφών και των ειδικοτήτων αντίστοιχα, στην περίπτωση που οι καταστροφές απαιτούν περισσότερους εθελοντές της ίδιας ειδικότητας και η διεύθυνση των εθελοντών είναι καθορισμένη.

Τα κριτήρια της Fortran είναι πιθανότητα 40% να μην απαιτείται η ειδικότητα k στην καταστροφή j και από 20% να απαιτούνται ένας, δύο ή τρεις εθελοντές με την ειδικότητα k στην καταστροφή j ενώ η πιθανότητα να έχει ο εθελοντής i την ειδικότητα k είναι 33,3%.

Αρχικά, αλλάζουμε τον αριθμό των εθελοντών και διατηρούμε σταθερό τον αριθμό των καταστροφών και τον αριθμό των ειδικοτήτων. Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται τα αποτελέσματα από τα διαδοχικά τρεξίματα και στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των εθελοντών.

Πίνακας 5.4. Υπολογιστικοί χρόνοι όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των εθελοντών.

Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
10	3	3	0,003
20	3	3	0,003
30	3	3	0,004
40	3	3	0,004
50	3	3	0,005
100	3	3	0,006
200	3	3	0,009
300	3	3	0,016
400	3	3	0,017
600	3	3	0,027
800	3	3	0,04399
1600	3	3	0,08199
3200	3	3	0,15998



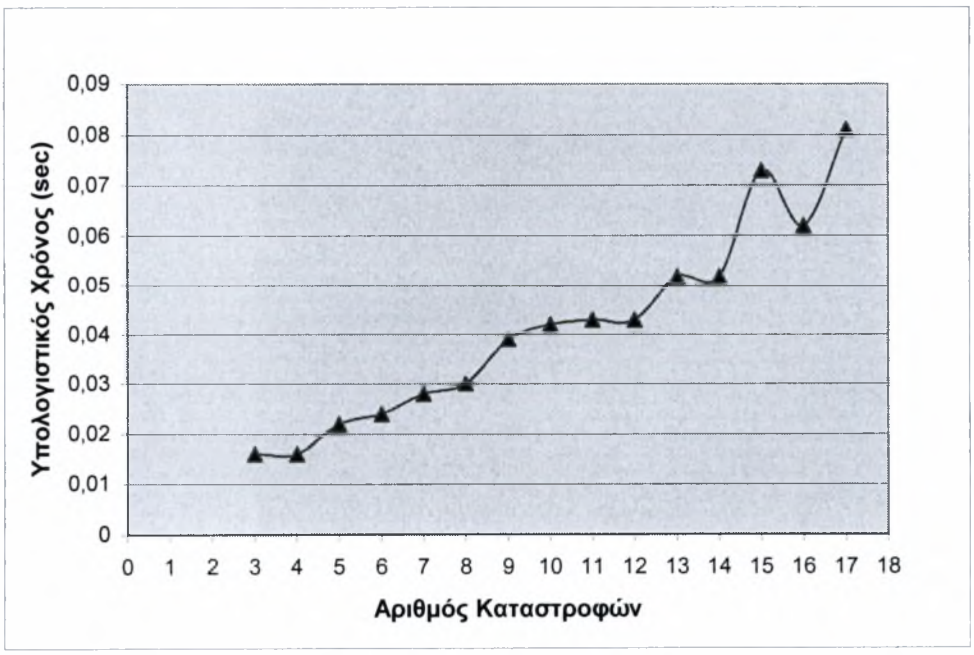
Διάγραμμα 5.5. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών.

Στον πίνακα 5.5 φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος εάν κρατήσουμε σταθερό τον αριθμό των εθελοντών και των ειδικοτήτων ενώ μεταβάλλεται ο αριθμός των καταστροφών.

Πίνακας 5.5. Υπολογιστικοί χρόνοι όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των καταστροφών.

Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
300	3	3	0,015996
300	4	3	0,015998
300	5	3	0,021998
300	6	3	0,023997
300	7	3	0,027996
300	8	3	0,029995
300	9	3	0,038994
300	10	3	0,041994
300	11	3	0,042994
300	12	3	0,042993
300	13	3	0,051991
300	14	3	0,051991
300	15	3	0,07291
300	16	3	0,06199
300	17	3	0,080987

Στο διάγραμμα 5.6 φαίνεται ο υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών. Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε όμοια συμπεριφορά του υπολογιστικού χρόνου.



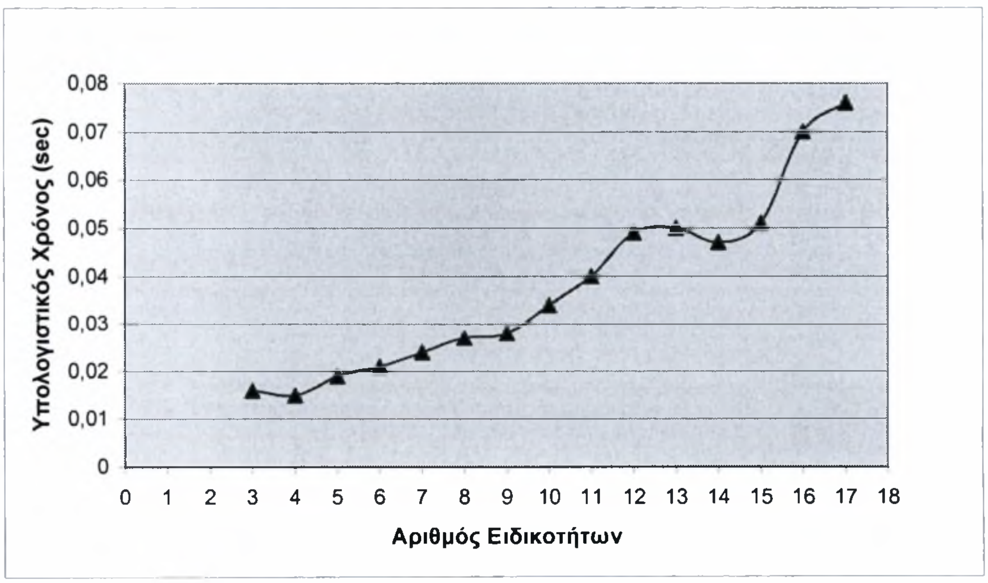
Διάγραμμα 5.6. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών.

Τέλος, στον πίνακα 5.6 περιέχονται τα αποτελέσματα της περίπτωσης που παραμένει σταθερός ο αριθμός των εθελοντών και ο αριθμός των καταστροφών ενώ μεταβάλλεται ο αριθμός των ειδικοτήτων.

Πίνακας 5.6. Υπολογιστικοί χρόνοι όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των καταστροφών.

Εθελοντές	Καταστροφές	Ειδικότητες	Υπολογιστικός Χρόνος
300	3	3	0,015996
300	3	4	0,014997
300	3	5	0,018998
300	3	6	0,020997
300	3	7	0,023997
300	3	8	0,026996
300	3	9	0,027995
300	3	10	0,033995
300	3	11	0,039994
300	3	12	0,048993
300	3	13	0,049992
300	3	14	0,046993
300	3	15	0,050991
300	3	16	0,069989
300	3	17	0,075988

Το διάγραμμα 5.7 δείχνει τον υπολογιστικό χρόνο για αυτή την περίπτωση συναρτήσει του αριθμού των ειδικοτήτων. Παρατηρούμε για ακόμη μία φορά την παρόμοια συμπεριφορά του υπολογιστικού χρόνου και για τις δύο περιπτώσεις.



Διάγραμμα 5.7. Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει του αριθμού των καταστροφών.

Και στις δύο περιπτώσεις του προβλήματος βλέπουμε ότι οι υπολογιστικοί χρόνοι είναι πολύ μικροί. Επομένως, θα μπορούσαμε να λύσουμε ακόμη μεγαλύτερα προβλήματα με τη μέθοδο αυτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

6.1 Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα παραπάνω πειράματα είναι πολύ ενθαρρυντικά, αφού παρατηρούμε ότι μπορεί το μοντέλο να διαχειριστεί ένα πολύ μεγάλο μέγεθος δεδομένων, που αγγίζει και ίσως ξεπερνά με την υπάρχουσα κατάσταση τα όρια των πραγματικών προβλημάτων.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος της ανάθεσης των εθελοντών δίνει πάντοτε τη βέλτιστη λύση. Επιπλέον, η εύρεση της βέλτιστης λύσης επιτυγχάνεται σε πολύ μικρό υπολογιστικό χρόνο.

Η ιδιαιτερότητα που παρουσιάζει το πρόβλημα να δίνει ακέραιες τιμές κατά την επίλυση της γραμμικής του χαλάρωσης έχει ιδιαίτερη βαρύτητα, αφού με αυτό τον τρόπο καταφέρνουμε να το λύσουμε για μεγάλο μέγεθος δεδομένων σε μικρό υπολογιστικό χρόνο..

Όλα τα παραπάνω καθιστούν εφικτή την εφαρμογή του σε ένα πραγματικό πρόβλημα, στο οποίο θα δώσει τη βέλτιστη λύση με αποτέλεσμα να ικανοποιηθούν γρηγορότερα οι καταστροφές.

Φυσικά, ίσως χρειαστούν κάποιες επεκτάσεις του μοντέλου για την εφαρμογή του σε ένα πραγματικό πρόβλημα, έτσι ώστε να λάβουμε υπόψη μας όλους τους παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Παρόλα αυτά, η συγκεκριμένη προσπάθεια αποτελεί ένα πρωταρχικό βήμα για την αντιμετώπιση τέτοιων καταστάσεων και όπως όλα δείχνουν μπορεί να έχει θεαματικά αποτελέσματα.

6.2 Μελλοντική Έρευνα

Οι καταστάσεις έκτακτης ανάγκης εμπεριέχουν πολλούς παράγοντες οι οποίοι δεν είναι γνωστοί από την αρχή αλλά μπορεί να προκύψουν κατά την επίλυση του προβλήματος. Κάποιοι από αυτούς τους παράγοντες που μπορούν να συμπεριληφθούν στο πρόβλημα ώστε να γίνει πιο αποτελεσματικό θα συζητηθούν παρακάτω.

6.2.1 Διαθεσιμότητα των εθελοντών

Ένας από τους βασικότερους παράγοντες είναι η διαθεσιμότητα των εθελοντών, ο οποίος είναι δύσκολο να ελεγχθεί. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί εάν διαθέτουμε πολλούς εθελοντές με την ίδια ειδικότητα. Επίσης, θα μπορούσαμε να το συμπεριλάβουμε στο μοντέλο θέτοντας την απόσταση των μη διαθέσιμων εθελοντών άπειρη.

Μπορούμε ακόμη, να αναπτύξουμε στοχαστικά σενάρια τα οποία θα προβλέπουν με κάποιες πιθανότητες τη διαθεσιμότητα ή τη μη διαθεσιμότητα κάθε εθελοντή όπως είδαμε στην παράγραφο 6.6 για τη διεύθυνσή τους.

6.2.2 Χρονικός Ορίζοντας Εργασιών

Κάτι επίσης σημαντικό που μπορούμε να συμπεριλάβουμε στο μοντέλο είναι ο χρονικός ορίζοντας των εργασιών που απαιτούνται για κάθε καταστροφή. Παραδείγματος χάρη είναι ανώφελο να εξυπηρετηθεί μία καταστροφή μετά το πέρας αρκετών ωρών όταν υπάρχουν σοβαρά τραυματισμένοι άνθρωποι γιατί είναι πολύ πιθανόν να πεθάνουν.

Μπορούμε, λοιπόν, να αποκλείουμε κάποιον εθελοντή εάν αυτός βρίσκεται πολύ μακριά από το σημείο της καταστροφής, γιατί χρειάζεται πολύ χρόνο να φτάσει στην καταστροφή και επομένως η άφιξή του δεν θα ωφελήσει.

6.2.3 Ώρες Εργασίας

Οι ώρες εργασίας των εθελοντών είναι ένας άλλος παράγοντας που πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα και οι οποίες δεν πρέπει να ξεπερνούν τις 8-12 ώρες. Εάν οι εθελοντές δουλεύουν περισσότερες ώρες, θα μειωθεί η αποδοτικότητά τους και είναι πολύ πιθανό να αυξηθεί η απροσεξία τους με αποτέλεσμα να προκαλούν περισσότερες ζημιές παρά ωφέλη.

6.2.4 Προτεραιότητα Εργασιών

Το μοντέλο μπορεί να εμπλουτιστεί ακόμη περισσότερο εάν συμπεριλάβουμε σε αυτό την προτεραιότητα των εργασιών. Έτσι, αν σε μία καταστροφή υπάρχουν τραυματισμένοι κάτω από ερείπια πολυκατοικιών οι εργασίες που θα γίνουν πρέπει να ακολουθούν τη λογική σειρά του απεγκλωβισμού και στη συνέχεια της περίθαλψης. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να εξυπηρετήσουμε κάποιες άλλες καταστροφές που χρειάζονται τις ειδικότητες που έπονται του συνεργείου απεγκλωβισμού.

6.2.5 Εκτίμηση του μεγέθους της καταστροφής

Πολλές φορές όταν συμβαίνει μία καταστροφή δεν ξέρουμε το μέγεθος που έχει και επομένως δε γνωρίζουμε το μέγεθος της βοήθειας που πρέπει να στείλουμε. Μπορεί, λοιπόν, να συμπεριληφθεί στο μοντέλο μία διαδικασία στοχαστικών σεναρίων όπως αυτής της παραγράφου 6.6, η οποία θα εξετάζει διαφορετικές περιπτώσεις μεγέθους της καταστροφής και θα προβλέπει με τον τρόπο αυτό το μέγεθος της βοήθειας που πρέπει να σταλεί.

Όπως έχουμε προαναφέρει, σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης και απέναντι σε περίπλοκα φαινόμενα που υπόκεινται στους νόμους των πιθανοτήτων, ο «μηδενικός κίνδυνος» σπάνια υπάρχει και η «απόλυτη ασφάλεια» είναι αδύνατο να επιτευχθεί. Ωστόσο, η αντιμετώπιση τέτοιων καταστάσεων πάντα θα βρίσκεται στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος όλων των συμβαλλόμενων μερών, αφού οι φυσικές καταστροφές είναι ένα απρόβλεπτο φαινόμενο που επηρεάζει όλη την ανθρωπότητα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το μοντέλο που περιγράφει το πρόβλημα της ανάθεσης των εθελοντών, στην περίπτωση που κάθε καταστροφή απαιτεί έναν εθελοντή από κάθε ειδικότητα ή περισσότερους εθελοντές με την ίδια ειδικότητα, στη γλώσσα προγραμματισμού Ampl διαμορφώνεται ως εξής:

```
# Διαστάσεις Πινάκων (Σύνολα)
set I;          # εθελοντές
set J;          # καταστροφές
set K;          # ειδικότητες

# Πίνακες Δεδομένων (Παράμετροι)
param W{J};       # Συντελεστές Βάρους
param D{I, J};    # Απόσταση εθελοντών από τις καταστροφές
param A{K, J};    # Απαιτήσεις καταστροφών
param B{I, K};    # Ειδικότητες εθελοντών

# Μεταβλητές
var Z{J}>=0;      #Μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο
                  των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή
var X{I, J, K}>=0 binary;     # Μεταβλητή ανάθεσης

# Αντικειμενική Συνάρτηση
minimize objective: sum{j in J} W[j]*Z[j];

# Περιορισμοί
subject to constr1 {j in J}: sum{i in I, k in K} Y[i ,j, k]*D[i, j] - Z[j] <=0;
subject to constr2 {j in J, k in K}: A[k, j] - sum{i in I} B[i, k]*Y[i, j, k]<=0;
subject to constr3 {i in I}: sum{j in J, k in K} Y[i,j,k]<=1;
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ FORTRAN

Το πρόγραμμα της Fortran το οποίο παράγει με τη χρήση τυχαίων αριθμών όλους τους απαραίτητους πίνακες δεδομένων για την περίπτωση που κάθε καταστροφή απαιτεί έναν μόνο εθελοντή από κάθε ειδικότητα δίνεται παρακάτω.

```
program fortan
implicit none
integer:: i, j, k, m, l, n, r
real:: sum1=0., s=0.,
real, allocatable:: D(:,:), W(:), x(:), y(:), o(:), p(:), g(:,:), h(:,:), f(:)
integer, allocatable:: A(:,:), B(:,:), v(:), u(:)

open (2,file='data.txt')
print*, 'give i, j, k'
read*, i, j, k

write (2,'(a7,<i>i5,a1)') 'set I:=',(m, m=1,i), ';'
write (2,'(a7,<j>i5,a1)') 'set J:=',(l, l=1,j), ';'
write (2,'(a7,<k>i5,a1,/)') 'set K:=',(n, n=1,k), ';'

allocate (o(j), p(j), x(i), y(i))

call random_number (o)
call random_number (p)

call random_number (x)
call random_number (y)

do m=1,i
print*, x(m), y(m)
enddo

do l=1,j
print*, o(l), p(l)
```

```
enddo
allocate (D(i,j))

do m=1,i
        do l=1,j
        D(m, l) = sqrt ((x(m)-o(l))**2+(y(m)-p(l))**2)
        enddo
enddo

write (2,'(a8,<j>(i6,2x),a2)')' param D:',(l, l=1,j),':='

do m=1,i-1
write (2,'(i5,3x,<j>f8.3)') m, D(m,:)
enddo

write (2,'(i5,3x,<j>f8.3,a1,/)') i, D(i,:),';'

allocate (A(k,j), g(k,j), v(k), u(k), B(i,k), h(i,k))

v=1
u=0

10 do r=1, k
        do while (u(r)<v(r))
                do n=1,k
                sum1=0.
                        do while (sum1<=0)
                                do l=1,j
                                call random_number (g)
                                if (g(n,l)<=0.5) then
                                A(n,l)=0
                                else
                                A(n,l)=1
                                endif
                                sum1 = sum1+A(n,l)
```

```
                        enddo
                    enddo
                enddo
            t = sum(A)
if (t>=i) go to 10
                do m=1,i
                sum1=0.
                    do while (sum1<=0)
                        do n=1,k
                        call random_number (h)
                        if (h(m,n)<1/3.) then
                        B(m,n)=1
                        else
                        B(m,n)=0
                        endif
                        sum1 = sum1+B(m,n)
                        enddo
                    enddo
                enddo
                v(r) = sum(A(r,:))
                u(r) = sum(B(:,r))
            enddo
enddo

print*, 't=',t
write (2,'(a8,<j>i5,a2)')'param A:', (l, l=1,j), ':='

do n=1,k-1
write (2,'(i5,3x,<j>i5)') n, A(n,:)
enddo

write (2,'(i5,3x,<j>i5,a1,/)') k, A(k,:), ';'
write (2,'(a8,<k>i5,a2)')'param B:', (n, n=1,k), ':='

do m=1,i-1
```

```
write (2,'(i5,3x,<k>i5)') m, B(m,:)
enddo

write (2,'(i5,3x,<k>i5,a1,/)') i, B(i,:), ';'

allocate (W(j), f(j))
call random_number (f)

do l=1,j
s = s+f(l)
enddo

do l=1,j
W(l) = f(l)/s
enddo

write (2,'(a10)') 'param W:='

do l=1,j-1
write (2,'(i5,3x,f8.3)') l, W(l)
enddo

write (2,'(i5,3x,f8.3,a1,/)') j, W(j), ';'
endprogram
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΤΗΣ FORTRAN

Οι αλλαγές που χρειάζονται στο πρόγραμμα της Fortran έτσι ώστε να παράγει πίνακες δεδομένων όπου μπορεί κάθε καταστροφή να απαιτεί περισσότερους εθελοντές με την ίδια ειδικότητα είναι οι εξής:

```
do n=1,k
        sum1=0.
                do while (sum1<=0)
                        do l=1, j
                        call random_number (g)
                        if (g(n, l)<=0.4) then
                        A(n, l)=0
                        Elseif (abs (0.5-g(n, l))<=0.1) then
                        A(n, l)=1
                        Elseif (abs (0.7-g(n, l))<0.1) then
                        A(n, l)=2
                        Elseif (abs (0.9-g(n, l))<=0.1) then
                        A(n, l)=3
                        endif
                        sum1 = sum1+A(n, l)
                        enddo
                        enddo
                enddo
enddo
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ ΤΑ ΣΕΝΑΡΙΑ

Το μοντέλο όπως διαμορφώνεται για την επίλυση του προβλήματος στην περίπτωση που οι εθελοντές μπορεί να βρίσκονται με την ίδια πιθανότητα σε δύο τοποθεσίες είναι το εξής:

 # Διαστάσεις Πινάκων (Σύνολα)

```
set I;          # εθελοντές
set J;          # καταστροφές
set K;          # ειδικότητες
set S;          # σενάρια
```

 # Π.ίνακες Δεδομένων (Παράμετροι)

```
param W{J};         # Συντελεστές Βάρους
param D{I, J, S};   # Απόσταση εθελοντών από τις καταστροφές
param A{K, J};      # Απαιτήσεις καταστροφών
param B{I, K};      # Ειδικότητες εθελοντών
param P{S};         #Πιθανότητα σεναρίου
```

 # Μεταβλητές

```
var Z{J}>=0;        #Μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το σύνολο
                    των ειδικοτήτων που απαιτούνται σε κάθε καταστροφή
var X{I, J, K}>=0 binary;        # Μεταβλητή ανάθεσης
```

 # Αντικειμενική Συνάρτηση

```
minimize objective: sum{j in J} W[j]*Z[j];
```

 # Περιορισμοί

```
subject to constr1 {j in J}: sum{i in I, k in K, s in S} X[i, j, k]*(P[s]*D[i, j, s])
- Z[j] <=0;
subject to constr2 {j in J, k in K}: A[k, j] - sum{i in I} B[i, k]*X[i, j, k]<=0;
subject to constr3 {i in I}: sum{j in J, k in K} X[i, j, k]<=1;
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ FORTRAN

Για να ανταποκρίνεται η Fortran στο πρόβλημα που θέλουμε να λύσουμε και να παράγει τα δεδομένα έτσι ώστε να διαβάζονται κατευθείαν από την Ampl χρειάζεται να γραφεί όπως παρακάτω:

```
program scenario
implicit none
integer ::i, j, k, m, l, n, r, t, z, q=2
real ::sum1=0., s=0.
real, allocatable ::D(:,:), W(:), x(:), y(:), o(:), p(:), g(:,:), h(:,:), f(:)
integer, allocatable ::A(:,:), B(:,:), v(:), u(:)

open(2, file='stoh.txt')
print*, 'give i, j, k'
read*, i, j, k

write(2, '(a7, <i>i5, a1)') 'set I:=', (m, m=1, i), ';'
write(2, '(a7, <j>i5, a1)') 'set J:=', (l, l=1, j), ';'
write(2, '(a7, <k>i5, a1)') 'set K:=', (n, n=1, k), ';'
write(2, '(a7, 2i5, a1, /)') 'set S:=', 1, 2, ';'
allocate (o(j), p(j))

call random_number (o)
call random_number (p)

z=i*q
allocate (x(z), y(z))

call random_number (x)
call random_number (y)

do m=1, z
print*, x(m)
```

```
enddo

do m=1, z
print*, y(m)
enddo

allocate (D(z, j))

do m=1, z
        do l=1, j
        D(m, l)=sqrt((x(m)-o(l))**2+(y(m)-p(l))**2)
        enddo
enddo

do m=1, z
print*, D(m,:)
enddo

write(2, '(a9, /)') 'param D:='
write(2, '(a8, <j>(i6, 2x), a2)') '[*,*,1]:', (l, l=1,j), ':='

do m=1, i
write (2, '(i5, 3x, <j>f8.3)') m, D(m,:)
enddo
write (2, '(/, a8, <j>(i6, 2x), a2)') '[*,*,2]:', (l, l=1,j), ':='
do m=i+1, z-1
write (2, '(i5, 3x, <j>f8.3)') m-i, D(m,:)
enddo
write (2, '(i5, 3x, <j>f8.3, a1, /)') i, D(z,:), ';'

allocate (A(k, j), g(k, j), v(k), u(k), B(i, k), h(i, k))
v=1
u=0

10 do r=1, k
```

```
do while(u(r)<v(r))
        do n=1, k
        sum1=0.
                do while(sum1<=0)
                        do l=1, j
                        call random_number (g)
                        if (g(n,l)<=0.4) then
                        A(n,l)=0
                        Elseif (abs (0.5-g(n,l))<=0.1) then
                        A(n,l)=1
                        Elseif (abs (0.7-g(n,l))<0.1) then
                        A(n,l)=2
                        Elseif (abs (0.9-g(n,l))<=0.1) then
                        A(n,l)=3
                        endif
                        sum1=sum1+A(n,l)
                        enddo
                enddo
        enddo

t = sum(A)
if(t>=i) goto 10
        do m=1, i
        sum1=0.
                do while(sum1<=0)
                        do n=1, k
                        call random_number (h)
                        if (h(m,n)<1/3.) then
                        B(m,n)=1
                        else
                        B(m,n)=0
                        endif
                        sum1=sum1+B(m,n)
                        enddo
                enddo
```

```
                enddo
            v(r)=sum(A(r,:))
            u(r)=sum(B(:,r))
            enddo
enddo
print*, g
print*, 't=', t
write (2, '(a8, <j>i5, a2)') 'param A:', (l, l=1,j), ':='

do n=1, k-1
write (2, '(i5, 3x, <j>i5)') n, A(n,:)
enddo

write (2, '(i5, 3x, <j>i5, a1, /)') k, A(k,:), ';'

write (2, '(a8, <k>i5, a2)') 'param B:', (n,n=1,k), ':='

do m=1, i-1
write (2, '(i5, 3x, <k>i5)') m, B(m,:)
enddo

write (2, '(i5, 3x, <k>i5, a1, /)') i, B(i,:), ';'

allocate (W(j), f(j))

call random_number (f)

do l=1, j
s=s+f(l)
enddo

do l=1, j
W(l)=f(l)/s
enddo
```

```
write (2, '(a10)') 'param W:='

do l=1, j-1
write (2, '(i5, 3x, f8.3)') l, W(l)
enddo

write (2, '(i5, 3x, f8.3, a1, /)') j, W(j), ';'

write (2, '(a10)') 'param P:='

do l=1, q-1
write (2, '(i5, 3x, f8.1)') l, 0.5
enddo

write (2, '(i5, 3x, f8.1, a1, /)') q, 0.5, ';'
endprogram
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Παρακάτω παρατίθενται τα δεδομένα και τα αποτελέσματα στις περιπτώσεις που η δεύτερη και η τρίτη καταστροφή έχουν αντίστοιχα το μεγαλύτερο συντελεστή βάρους για το πρόβλημα της ανάθεσης όταν η διεύθυνση των εθελοντών είναι αβέβαιη.

Δεδομένα 1: Η δεύτερη καταστροφή έχει συντελεστή βάρους 0.8 ενώ οι καταστροφές 1 και 3 έχουν συντελεστή βάρους 0.1. Σε κάθε καταστροφή απαιτείται ένας εθελοντής από κάθε ειδικότητα.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;        # εθελοντές
set J:=  1  2  3;         # καταστροφές
set K:=  1  2  3;         # ειδικότητες
set S:=  1  2;   # σενάρια

param D:=
[*,*,1]:   1      2      3 :=
  1     0.497  0.732  0.538
  2     1.104  1.275  0.969
  3     0.832  0.772  0.449
  4     1.009  1.183  0.883
  5     0.715  0.977  0.798
  6     1.048  1.219  0.915
  7     0.141  0.409  0.383
  8     0.925  0.864  0.543
  9     0.917  1.115  0.838
  10    0.774  0.711  0.389

[*,*,2]:   1      2      3 :=
  1     0.540  0.794  0.623
  2     0.050  0.305  0.352
  3     0.917  0.979  0.631
  4     0.211  0.488  0.440
  5     0.177  0.125  0.312
  6     0.647  0.940  0.856
  7     0.645  0.534  0.256
  8     0.930  0.977  0.627
  9     0.126  0.202  0.286
  10    0.938  1.027  0.684;
```

```
param A:  1   2   3:=
   1      1   1   1
   2      1   1   1
   3      1   1   0;

param B:  1   2   3:=
   1      1   0   0
   2      0   0   1
   3      0   1   0
   4      0   0   1
   5      0   1   0
   6      1   0   0
   7      1   0   0
   8      0   1   0
   9      0   0   1
   10     1   0   0;

param W:=
   1     0.100
   2     0.800
   3     0.100;

param P:=
   1     0.5
   2     0.5;
```

Αποτελέσματα 1:

```
Times (seconds):
Input =  0.005
Solve =  0.002999
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.65395
12 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
1   1  1  1
2   1  3  1
3   1  2  1
5   2  2  1
7   2  1  1
8   3  2  1
9   2  3  1
10  3  1  1
;

Z [*] :=
1   1.97
2   1.681
3   1.1215;
```

Δεδομένα 2: Η τρίτη καταστροφή έχει συντελεστή βάρους 0.8 ενώ οι καταστροφές 1 και 2 έχουν συντελεστή βάρους 0.1. Σε κάθε καταστροφή απαιτείται ένας εθελοντής από κάθε ειδικότητα.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;          # εθελοντές
set J:=  1  2  3;          # καταστροφές
set K:=  1  2  3;          # ειδικότητες
set S:=  1  2;  # σενάρια

param D:=
[*,*,1]:    1      2      3 :=
  1     0.497  0.732  0.538
  2     1.104  1.275  0.969
  3     0.832  0.772  0.449
  4     1.009  1.183  0.883
  5     0.715  0.977  0.798
  6     1.048  1.219  0.915
  7     0.141  0.409  0.383
  8     0.925  0.864  0.543
  9     0.917  1.115  0.838
  10     0.774  0.711  0.389

[*,*,2]:    1      2      3 :=
  1     0.540  0.794  0.623
  2     0.050  0.305  0.352
  3     0.917  0.979  0.631
  4     0.211  0.488  0.440
  5     0.177  0.125  0.312
  6     0.647  0.940  0.856
  7     0.645  0.534  0.256
  8     0.930  0.977  0.627
  9     0.126  0.202  0.286
  10    0.938  1.027  0.684;

param A:  1    2    3:=
  1       1    1    1
  2       1    1    1
  3       1    1    0;

param B:  1    2    3:=
  1       1    0    0
  2       0    0    1
  3       0    1    0
  4       0    0    1
  5       0    1    0
  6       1    0    0
  7       1    0    0
  8       0    1    0
  9       0    0    1
  10      1    0    0;

param W:=
  1     0.100
  2     0.100
  3     0.800;

param P:=
  1     0.5
  2     0.5;
```

Αποτελέσματα 2:
Times (seconds):
Input = 0.003999
Solve = 0.003
Output = 0.000999
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.08655
13 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes

```
X :=
1   1 1 1
2   1 3 1
3   3 2 1
5   1 2 1
7   3 1 1
8   2 2 1
9   2 3 1
10  2 1 1;

Z [*] :=
1   1.5415
2   2.448
3   0.8595;
```

Δεδομένα 3: Η δεύτερη καταστροφή έχει συντελεστή βάρους 0.8 ενώ οι καταστροφές 1 και 3 έχουν συντελεστή βάρους 0.1. Κάθε καταστροφή απαιτεί περισσότερους εθελοντές με την ίδια ειδικότητα.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;        # εθελοντές
set J:=  1  2  3;        # καταστροφές
set K:=  1  2  3;        # ειδικότητες
set S:=  1  2;           # σενάρια

param D:=
[*,*,1]:   1      2      3 :=
   1    0.497  0.732  0.538
   2    1.104  1.275  0.969
   3    0.832  0.772  0.449
   4    1.009  1.183  0.883
   5    0.715  0.977  0.798
   6    1.048  1.219  0.915
   7    0.141  0.409  0.383
   8    0.925  0.864  0.543
   9    0.917  1.115  0.838
  10    0.774  0.711  0.389
[*,*,2]:   1      2      3 :=
   1    0.540  0.794  0.623
   2    0.050  0.305  0.352
   3    0.917  0.979  0.631
   4    0.211  0.488  0.440
   5    0.177  0.125  0.312
   6    0.647  0.940  0.856
   7    0.645  0.534  0.256
   8    0.930  0.977  0.627
   9    0.126  0.202  0.286
  10    0.938  1.027  0.684;

param A:  1  2  3:=
   1      2  0  0
   2      0  2  2
   3      0  1  0;
```

```
param B:  1  2  3:=
  1       0  1  1
  2       1  0  1
  3       1  0  0
  4       1  1  0
  5       0  1  0
  6       0  1  0
  7       0  0  1
  8       1  0  0
  9       1  0  0
  10      1  0  0;

param W:=
  1     0.100
  2     0.800
  3     0.100;

param P:=
  1     0.5
  2     0.5;
```

Αποτελέσματα 3:

```
Times (seconds):
Input =  0.005
Solve =  0.002999
Output = 0.001
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.69295
6 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
1  2  2  1
2  1  1  1
4  3  2  1
5  2  2  1
6  3  2  1
7  2  3  1
9  1  1  1;

Z [*] :=
1   1.0985
2   1.7855
3   1.547;
```

Δεδομένα 4: Η τρίτη καταστροφή έχει συντελεστή βάρους 0.8 ενώ οι καταστροφές 1 και 2 έχουν συντελεστή βάρους 0.1. Κάθε καταστροφή απαιτεί περισσότερους εθελοντές με την ίδια ειδικότητα.

```
set I:=  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10;        # εθελοντές
set J:=  1  2  3;        # καταστροφές
set K:=  1  2  3;        # ειδικότητες
set S:=  1  2;           # σενάρια

param D:=
[*,*,1]:   1      2      3 :=
  1     0.497  0.732  0.538
  2     1.104  1.275  0.969
  3     0.832  0.772  0.449
  4     1.009  1.183  0.883
  5     0.715  0.977  0.798
  6     1.048  1.219  0.915
  7     0.141  0.409  0.383
  8     0.925  0.864  0.543
  9     0.917  1.115  0.838
```

```
  10    0.774  0.711  0.389
[*,*,2]:   1      2      3 :=
  1    0.540  0.794  0.623
  2    0.050  0.305  0.352
  3    0.917  0.979  0.631
  4    0.211  0.488  0.440
  5    0.177  0.125  0.312
  6    0.647  0.940  0.856
  7    0.645  0.534  0.256
  8    0.930  0.977  0.627
  9    0.126  0.202  0.286
  10   0.938  1.027  0.684;

param A:  1   2   3:=
  1       2   0   0
  2       0   2   2
  3       0   1   0;

param B:  1   2   3:=
  1       0   1   1
  2       1   0   1
  3       1   0   0
  4       1   1   0
  5       0   1   0
  6       0   1   0
  7       0   0   1
  8       1   0   0
  9       1   0   0
  10      1   0   0;

param W:=
  1     0.100
  2     0.100
  3     0.800;

param P:=
  1     0.5
  2     0.5;
```

Αποτελέσματα 4:

```
Times (seconds):
Input =  0.005
Solve =  0.001999
Output = 0.002
CPLEX 9.1.0: optimal integer solution; objective 1.2569
7 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
X :=
1  3  2  1
2  1  1  1
4  2  2  1
5  3  2  1
6  2  2  1
7  2  3  1
9  1  1  1;

Z [*] :=
1    1.0985
2    2.3865
3    1.1355;
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. L. Edie (1954) "Traffic Delays at Toll Booths", Journal Operations Research Society of America 2 (2), 107-138.
2. S. Aggarwal (1982) "A Focused Review of Scheduling in Services", European Journal of Operational Research 9 (2), 114-121.
3. J. Arabeyre, J. Fearnley, F. Steiger, W. Teather (1969) "The Airline Crew Scheduling Problem: A Survey, Transportation Science 3, 140-163.
4. R. Anbil, E. Gelman, B. Patty, R. Tanga (1991) "Recent Advances in Crew-Pairing Optimization at Ameican Airlines", Interfaces 21 (1), 62-74.
5. E. Baker, L. Bodin, W. Finnegan, R. Ponder (1979) "Efficient heuristic solutions to an Airline Crew Scheduling Problem", IIE Transactions 11 (2), 79-85.
6. L. Bodin, B. Golden, A. Assad, M. Ball (1983) "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews-the state of the art", Computers and Operations Research 10 (2), 63-211.
7. P. Day, D. Ryan (1997) "Flight Attendant Rostering for Short-haul Airline Operations", Operations Research 45 (5), 649-661.
8. G. Desaulniers, J. Desrosiers, Y. Dumas, S. Marc, B. Rioux, M. Solomon, F. Soumis (1997) "Crew Pairing at Air France", European Journal of Operational Research Society 97, 245-259.
9. K. Hoffman, M. Padberg (1993) "Solving Airline Crew Scheduling Problems by Branch-and-Cut", Management Science 39 (6), 657-682.
10. D. Ryan (1992) "The Solution of Massive Generalized Set Partitioning Problems in Aircrew Rostering", Journal of the Operational Research Society 43 (5), 459-467.
11. D. Wedelin (1995) "An Algorithm for 0-1 Programming with an Application to Airline Crew Scheduling". Annals Operational Research 57, 283-301.
12. A. Monfroglio (1996) "Hybrid Genetic Algorithms for a Rostering Problem", Software Practices Expert 26 (7), 851-862.
13. E. Morgado, J. Martins (1992) "Scheduling and Managing Crew in the Portuguese Railways", Expert Systems with Applications 5, 301-321.
14. V. Mehrotra (1997) "Ringing up Big Business", OR/MS Today.
15. E. Buffa, M. Cosgrove, B. Luce (1976) "An Integrated Work Shift Scheduling System", Decision Sciences, 620-630.

16. S. Henderson, A. Mason, I. Ziedins, R. Thomson (1999) "A Heuristic for Determining Efficient Staffing Requirements for Call Centres", Technical Report, Department of Engineering Science, University of Auckland.
17. C. Maier-Rothe, H. Wolfe (1973) "Cyclical Scheduling and Allocation of Nursing Staff", Socio-Economic Planning Sciences 7, 471-487.
18. R. Norby, L. Freund, B. Wagner (1977) "A nurse Staffing System Based on Assigment Difficulty", Journal of Nursing Administration 7, 2-24.
19. T. Ryan, B. Barker, F. Marciante (1975) "A System for Determining Appropriate Nurse Staffing", Journal of Nursing Administration 5 (5), 30-38.
20. D. Warner (1976) "Scheduling Nursing Personnel According to Nursing Preferences: A Mathematical Programming Approach", Operations Research 24 (5), 842-856.
21. D. Warner, J. Prawda (1972) "A mathematical Programming Model for Scheduling Nursing Personnel in a Hospital", Management Science 19 (4), 411-422.
22. J. Arthur, A. Ravindran (1981) "A Multiple Objective Nurse Scheduling Model", AIIE Transactions 13 (1), 55-60.
23. I. Ozkarahan (1991) "A Disaggregation Model of a Flexible Nurse Scheduling Support System", Socio-Economic Planning Sciences 25 (1), 9-26.
24. I. Ozkarahan, J. Bailey (1988) "Goal Programming Model Sub-system of a Flexible Nurse Scheduling Support System", IIE Transactions 20 (3), 306-316.
25. D. Bradley, J. Martin (1991) "Continuous Personnel Scheduling Algorithms: A literature Review", Journal of the Society for Health Systems 2, 2-8.
26. S. Siferd, W. Benton (1992) "Workforce Staffing and Scheduling: Hospital Nursing Specific Models", European Journal of Operational Research 60 (3), 233-246.
27. D. Sitompul, S. Radhawa (1990) "Nurse Scheduling: A state-of-the-art Review", Journal of the Society for Health Systems 2, 62-72.
28. B. Jaumard, F. Semet, T. Vovor (1998) "A Generalized Linear Programming Model for Nurse Scheduling", European Journal of Operational Research 107 (1), 1-18.
29. H. Millar, M. Kiragu (1998) "Cyclic and non-cyclic Scheduling of 12 h shift Nurses by Network Programming", European Journal of Operational Research 104 (3), 582-592.

30. P. Taylor, S. Huxley (1989) "A Break from Tradition for the San Francisco Police: Patrol Officer Scheduling Using an Optimization-Based Decision Support System", Interfaces 19 (1), 4-24.
31. D. Butler, U. Maydell (1979) "Manpower Scheduling in the Edmonton Police Department", INFOR Journal 17 (4), 366-372.
32. Gerald W. Evans, Tesham B.Gor, Edward Unger, 1996. A Simulation Model for Evaluating Personnel Schedules in a Hospital Emergency Department. In Proceedings of the 1996 Winter Simulation Conference, ed. J.M. Charnes, D.J. Morrice, D.T. Brunner, and J.J Swain.
33. Hai D. Chu, Eric Gelman, Ellis L. Johnson (1997) "Solving large scale crew scheduling problems", European Journal of Operational Research 97, 260-268.
34. J.E. Beasley, B. Cao (1998) "A Dynamic Programming Based Algorithm for the Crew Scheduling Problem", Computers and Operations Research 25, 567-582.
35. J. E. Beasley, B. Cao (1996) "A Tree Search Algorith for the Crew Scheduling Problem", European Journal of Operational Research 94, 517-526.
36. Mr. Grant DuCote, Dr. Eric M. Malstrom (1999) "A Design of Personnel Scheduling Software for Manufacturing", Computers and Industrial Engineering 37, 473-476.
37. J. S. Dhingra, K. L. Musser, G. L. Blankenship, 1992. Realtime Operations Scheduling for Flexible Manufacturing Systems. In Proceedings of the 1992 Winter Simulation Conference, ed. J.J Swain, D. Goldsman, R. C. Crain, and J. R. Wilson.
38. P. G. McConnell, D. J. Medeiros, 1992. Real-Time Simulation for Decision Support in Continuous Manufacturing Systems. In Proceedings of the 1992 Winter Simulation Conference, ed. J.J Swain, D. Goldsman, R. C. Crain, and J. R. Wilson.
39. Linet Ozdamar, Ediz Ekinci, Beste Kucukyazici (2004) "Emergency Logistics Planning in Natural Disasters", Annals of Operations Research 129, 217-245.
40. Dirk Helbing, Christian Kuhnert (2003) "Assessing interaction networks with applications to catastrophe dynamics and disaster management", Physica A 328, 584-606.
41. E.L. Johnoson, M.M. Kostreva, U.H. Suhl (1985) "Solving 0-1 Integer Programming Problems Arising from Large-Scale Planning Models", Operations Research 33, 803-819. A Case Study in Which Preprocessing,

Reformulation and Algorithmic Strategies were Bought to Bear on the Solution of a Difficult Class of Integer Linear Programs.

42. G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey, "Integer and Combinatorial Optimization", John Wiley & Sons (New York, NY, 1988). A Survey of Integer Programming Problems, Theory and Algorithms.
43. A. Schrijver, "Theory of Linear and Integer Programming", John Wiley & Sons (New York, NY, 1986). A Guide to the Fundamentals of the Subject, with a Particularly Thorough Collection of References.
44. Linet Ozdamar, Ediz Ekinci, Beste Kucukyazici (2004) "Emergency Logistics Planning in Natural Disasters", Annals of Operations Research 129, 217-245.
45. Dirk Helbing, Christian Kuhnert (2003) "Assessing interaction networks with applications to catastrophe dynamics and disaster management", Physica A 328, 584-606.
46. Δημήτρης Ματαράς, Φραγκίσκος Κουτελιέρης (2001) "Προγραμματισμός για Επιστήμονες και Μηχανικούς", Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη.
47. Π.-Χ.Γ. Βασιλείου (2001) "Εφαρμοσμένος Μαθηματικός Προγραμματισμός", Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
48. Ν. Δ. Τσάντας, Π.-Χ. Γ. Βασιλείου (2000) " Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα", Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
49. Γ. Σίσκος (2000) "Γραμμικός Προγραμματισμός", Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα.