



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Κ. Δ. ΜΕΡΜΗΓΚΑΣ

ΑΝΤΟΧΗ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ
ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΕ ΟΡΘΗ ΕΝΤΑΣΗ



ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

Φ. ΠΕΡΔΙΚΑΡΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π.Θ.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Α. ΓΙΑΝΝΑΚΟΠΟΥΛΟΣ, ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π.Θ.

Μ. ΠΕΤΡΟΥ, ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π.Θ.

Ε. ΜΥΣΤΑΚΙΔΗΣ, ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π.Θ.

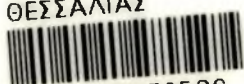
ΒΟΛΟΣ 2002



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 702/1
Ημερ. Εισ.: 08-03-2004
Δωρεά: _____
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ ΠΜ
2002
ΜΕΡ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000072536

Ευχαριστίες

Νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Φ. Περδικάρη, κάτω από την καθοδήγηση του οποίου εκπονήθηκε η Διπλωματική αυτή εργασία. Χάρηκα ιδιαίτερα για την άψογη συνεργασία που είχαμε και για την εμπιστοσύνη με την οποία με περιέβαλε. Ευχαριστώ επίσης όλους τους καθηγητές μου για τις γνώσεις και τον τρόπο σκέψης που μου μετέδωσαν στη διάρκεια των σπουδών μου.

Κωνσταντίνος Δ. Μέρμηγκας
Βόλος, 15 Οκτωβρίου 2002

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	3
1.1 Δεδομένα του Νέου Ελληνικού Κανονισμού για ορθή καταπόνηση.....	3
1.2 Διαγράμματα σχεδιασμού τάσεων – παραμορφώσεων	3
1.3 Κατανομή ανηγμένων παραμορφώσεων στη διατομή στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε ορθή ένταση.....	5
1.3.1 Μονοαξονική προέχουσα κάμψη	8
1.3.2 Μονοαξονική προέχουσα θλίψη.....	8
1.3.3 Μονοαξονικός προέχων εφελκυσμός	9
1.4 Μέγεθος και θέση της συνολικής (θλιπτικής) δύναμης F_c που αναλαμβάνει μια ορθογωνική διατομή σκυροδέματος.....	9
1.5 Καθαρή κάμψη-(μόνο εφελκυσμένος οπλισμός).....	12
2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	18
2.1 Διαστασιολόγηση ορθογωνικών διατομών για κάμψη (εφελκυσμένος και θλιβόμενος οπλισμός).....	18
2.2 Εξισώσεις ισοδυναμίας / ισορροπίας.....	20
2.3 Προσδιορισμός του ελάχιστου οπλισμού.....	22
3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο	28
3.1 Οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη φορέων O/Σ με συμμετρικο οπλισμό... ..	28
3.2 Διαθέσιμη πλαστιμότητα.....	40
3.3 Διαγράμματα δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), συναρτήσεως του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου v_d	45
3.4 Διαγράμματα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}), συναρτήσεως του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (v_d).....	49
3.5 Διαγράμματα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) – ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη.....	53
3.6 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d), ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (v_d), στροφής αστοχίας (θ_u), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω	60
3.7 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d), ανηγμένου αξονικού	

	θλιπτικού φορτίου (v_d), διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού σπλισμού ω	67
4	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο	81
4.1	Το περισφιγμένο σκυρόδεμα.....	81
4.2	Αναλυτικά προσομοιώματα περίσφιξης.....	83
4.3	Συμβολή της περίσφιξης στην αντοχή και πλαστιμότητα ορθογωνικών διατομών Ο/Σ σε ορθή ένταση.....	99

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι θεμελιακές μεταβολές που έγιναν τα τελευταία τριάντα χρόνια στην φιλοσοφία σχεδιασμού των κατασκευών από Ο/Σ καθώς και στον σχεδιασμό των αντισεισμικών κατασκευών σε συνδυασμό με την εισαγωγή του Η/Υ στην υπολογιστική και σχεδιαστική διαδικασία είχαν ως αποτέλεσμα την πλήρη αλλαγή της εικόνας που είχαν για το θέμα οι παλιότερες γενιές Μηχανικών.

Οι μεταβολές αυτές, όπως ήταν φυσικό, αποτυπώθηκαν στους Κανονισμούς σχεδιασμού και κατασκευών Ο/Σ. Έτσι λοιπόν, φτάσαμε σήμερα στον Ελληνικό Κανονισμό Οπλισμένου Σκυροδέματος - έκδοση 2000, ο οποίος αποτελεί μια διεξοδική αναθεώρηση του Κανονισμού που, με βελτιώσεις το 1995, ουσιαστικά ισχύει από το 1991.

Ωστόσο, παρά την ύπαρξη του Ε.Κ.Ω.Σ 2000, όσο και σχετικών με το θέμα βιβλιογραφιών, η ύλη δίνεται κατά κανόνα, με τρόπο που τον διακρίνει μια κοινή δομή. Μετά δηλαδή, από μια γρήγορη και με άλματα παράθεση μερικών στοιχείων της θεωρίας, δίνονται σχετικά τυπολόγια, διαγράμματα και πίνακες, με την βοήθεια των οποίων οδηγείται το πρόβλημα στην επίλυσή του. Έτσι όμως, οι παράγοντες του προβλήματος διαστασιολόγησης και οι αναλυτικές επεξεργασίες παραμένουν ουσιαστικά στην αφάνεια και ο Μηχανικός γίνεται «λύτης», όχι όμως και γνώστης.

Στην παρούσα εργασία, γίνεται μια προσπάθεια να αναπτυχθεί, όσο πιο μεθοδικά γίνεται, η διαδικασία διαστασιολόγησης με συμμετρικό ή όχι οπλισμό, ορθογωνικών διατομών που καταπονούνται από μονοαξονική ροπή κάμψης με ή χωρίς ορθή δύναμη. Έτσι λοιπόν, στα πρώτα τρία κεφάλαια δίνονται όλες οι θεμελιώδεις και γενικής φύσεως πληροφορίες, που συνδέονται με το πρόβλημα της διαστασιολόγησης, (δεδομένα του Κανονισμού, γενικά στοιχεία για την παραμόρφωση, την καταπόνηση και την λειτουργία των διατομών από οπλισμένο σκυρόδεμα), οι οποίες μας εισάγουν στη λογική του προβλήματος και της επίλυσής του. Παράλληλα γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της διαδικασίας διαστασιολόγησης, η οποία συνοδευόμενη από τις απαιτούμενες μαθηματικές αναλύσεις, για κάθε ιδιαίτερη περίπτωση που εξετάζουμε, θα μας επιτρέψει ξεκινώντας από το πρόβλημα της διαστασιολόγησης διατομών μόνο με εφελκόμενο οπλισμό,

να φτάσουμε στην διαστασιολόγηση με συμμετρικό οπλισμό και στην χάραξη των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης μεταξύ καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης.

Ένα δεύτερο ζήτημα το οποίο αποτέλεσε στόχο της παρούσας εργασίας είναι η πλαστιμότητα των συμμετρικά οπλισμένων ορθογωνικών διατομών, που καταπονούνται από μονοαξονική ροπή κάμψης, με ορθή θλιπτική δύναμη. Επισημαίνεται ότι με τον όρο πλαστιμότητα υπονοείται τόσο η διαθέσιμη πλαστική παραμορφωσιμότητα, όσο και η διατήρηση βρόχων ανακυκλιζόμενης φόρτισης γεμάτων που κρατούν την καμπύλη μονότονης φόρτισης- παραμόρφωσης στον ανελαστικό της κλάδο.

Το σκυρόδεμα, όπως είναι γνωστό παρουσιάζει πολύ μικρή παραμόρφωση θραύσης. Κατά συνέπεια είναι ακατάλληλο για την πρόσδοση στα δομικά στοιχεία υψηλής πλαστιμότητας. Η αδυναμία αυτή του σκυροδέματος αναιρείται σε μεγάλο βαθμό με την εγκάρσια περίσφιξη του, δηλαδή με πυκνούς συνδετήρες.

Αρχικά λοιπόν και θεωρώντας ως οριακή βράχυνση του σκυροδέματος αυτή που ορίζεται από τον Ελληνικό Κανονισμό και μέσα από κατάλληλα διαγράμματα προσπαθούμε να παρουσιάσουμε ποιοτικά αλλά και ποσοτικά τα εντατικά και παραμορφωσιακά μεγέθη μιας συμμετρικά οπλισμένης ορθογωνικής διατομής O/Σ και να δώσουμε μια σαφή εικόνα των παραμέτρων που τα επηρεάζουν.

Στην συνέχεια γίνεται μια σύντομη αναφορά στον ρόλο της περίσφιξης καθώς και σε κάποια αναλυτικά προσομοιώματα που κατά καιρούς έχουν προταθεί για να την περιγράψουν. Ακολουθεί η παρουσίαση των ανάλογων διαγραμμάτων με συνεκτίμηση του εγκάρσιου οπλισμού και σύγκριση αυτών με τα διαγράμματα που προκύπτουν από τον Ε.Κ.Ω.Σ 2000 ώστε να δώσουμε μια σαφή εικόνα της αντοχής και πλαστιμότητας του οπλισμένου σκυροδέματος σε ορθή ένταση τόσο στην απερίσφικτη όσο και στην περισφιγμένη μορφή του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1°

1.1 Δεδομένα του Νέου Ελληνικού Κανονισμού για ορθή καταπόνηση

Για την περίπτωση καταπόνησης με μεγέθη ορθής έντασης γίνονται δεκτές οι παρακάτω παραδοχές :

- Επίπεδες διατομές κάθετες στον άξονα του φορέα παραμένουν επίπεδες και μετά την παραμόρφωσή τους και κάθετες στον ουδέτερο άξονα (αρχή επιπεδότητας Bernoulli).

- Ο σπλισμός υφίσταται τις ίδιες παραμορφώσεις με το περιβάλλον σκυρόδεμα.

- Η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος θεωρείται αμελητέα.

- Λαμβάνονται ιδεατά διαγράμματα τάσεων – παραμορφώσεων, τόσο για τον χάλυβα όσο και για το σκυρόδεμα, που μετά από μελέτες και έρευνες, αποδείχτηκε ότι η χρησιμοποίησή τους οδηγεί σε ικανοποιητικά για την διαστασιολόγηση αποτελέσματα.

Με βάση τα διαγράμματα αυτά επιτρέπεται :

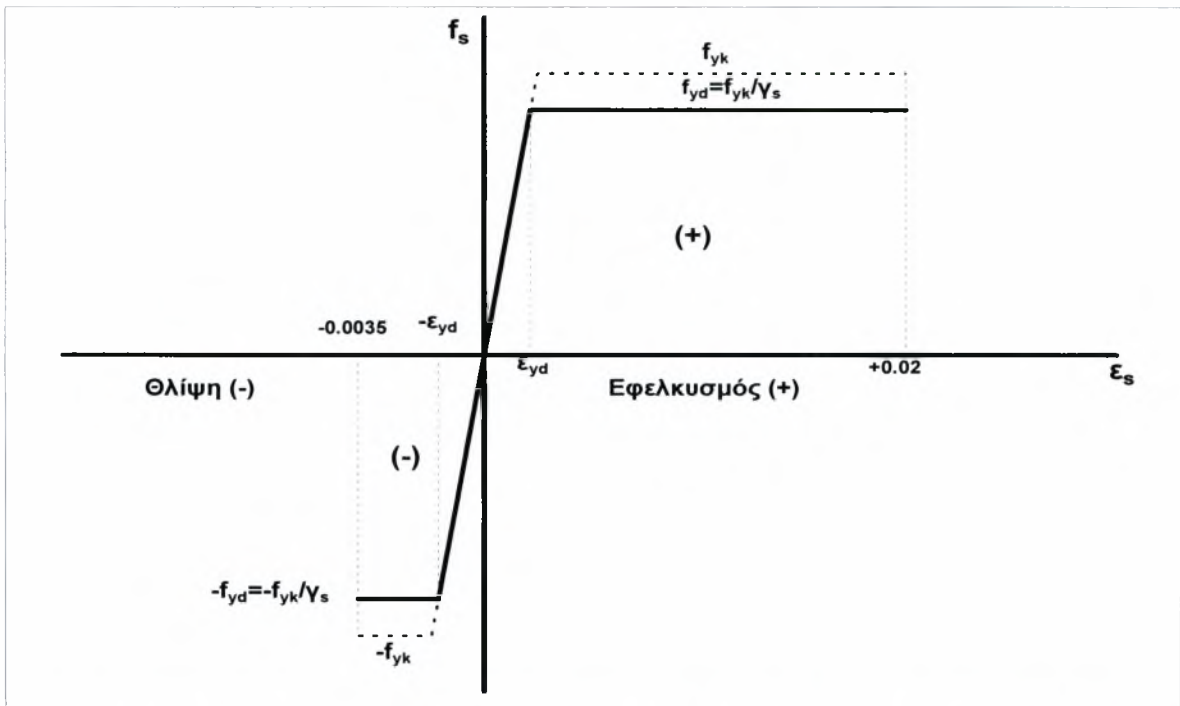
- Μέγιστη ανηγμένη θλιπτική παραμόρφωση για το σκυρόδεμα ίση με: -3,5‰ για κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη, ορθή ή λοξή και -2 ‰ για κεντρική θλίψη.

- Μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση του χάλυβα + 20 ‰ .

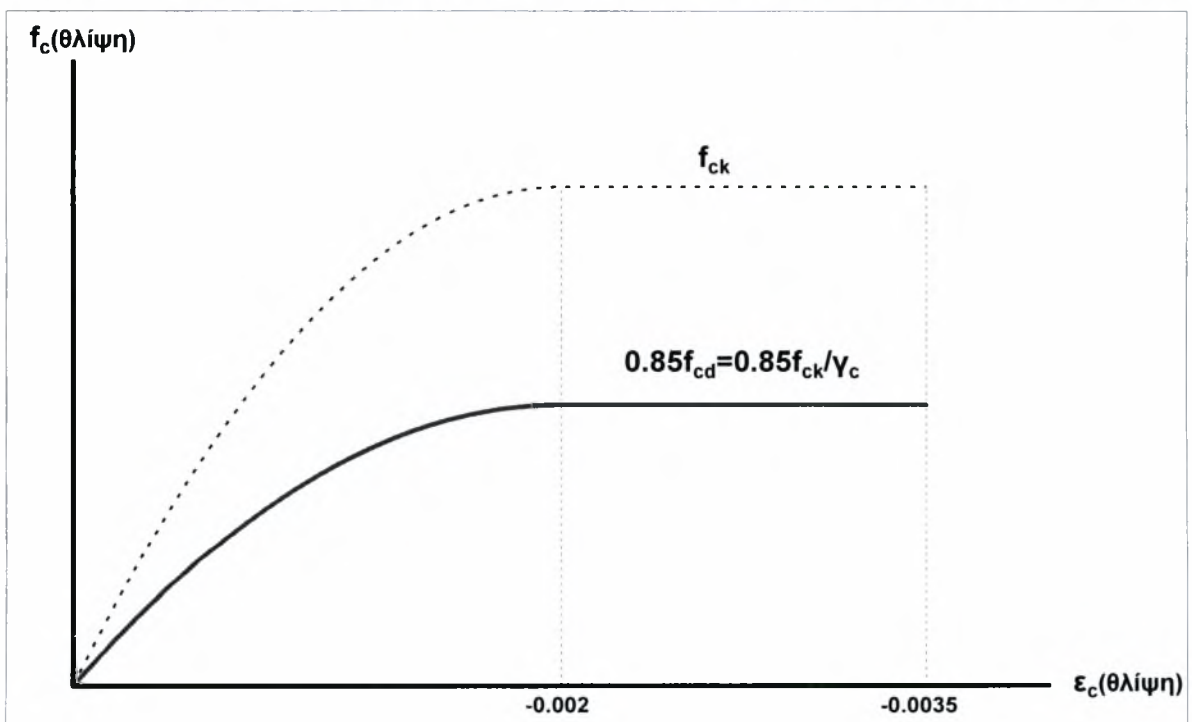
- Μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση του χάλυβα - 3,5 ‰ .

1.2 Διαγράμματα σχεδιασμού Τάσεων – Παραμορφώσεων

Ο Κανονισμός, επιτρέπει ιδεατά διαγράμματα απλοποιημένης μορφής, τόσο για τον χάλυβα όσο και για το σκυρόδεμα, ώστε να προκύπτει, μαθηματικά εύκολα αλλά και με αποδεκτή για την διαστασιολόγηση ακρίβεια, η σχέση τάσεων - παραμορφώσεων. Τα διαγράμματα αυτά παρουσιάζονται για τον χάλυβα στο Σχ.1.1 (γ_s = συντελεστής ασφαλείας για χάλυβα όπως αυτός ορίζεται στο Νέο Κανονισμό Έργων από Σκυρόδεμα (Ε.Κ.Ω.Σ 2000) και για συνήθεις περιπτώσεις είναι $\gamma_s = 1.15$) και για το σκυρόδεμα στο Σχ.1.2.



Σχ.1.1 Διάγραμμα σχεδιασμού τάσεων-παραμορφώσεων για χάλυβα (Ε.Κ.Ω.Σ 2000).



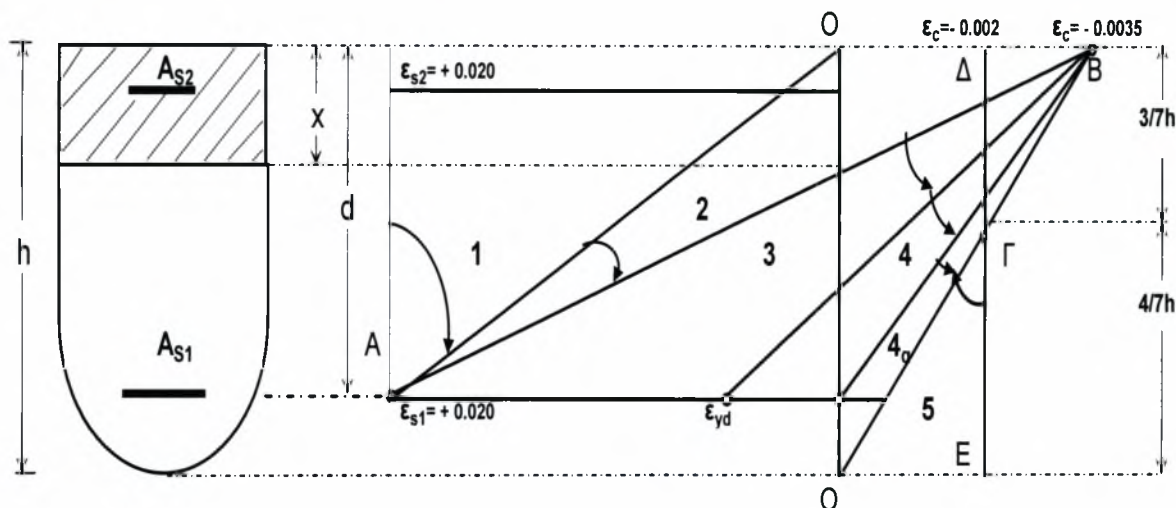
Σχ.1.2 Παραβολικό- ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων για σκυρόδεμα (Ε.Κ.Ω.Σ 2000).

Στο διάγραμμα του Σχ.1.2 στις θετικές (εφελκυστικές) παραμορφώσεις αντιστοιχεί τάση μηδενική, αφού κατά τον Κανονισμό η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος θεωρείται αμελητέα. Για την εξίσωση του παραβολικού κλάδου ο Ε.Κ.Ω.Σ προτείνει την σχέση:

$$\frac{f_c}{0.85 f_{cd}} = 1000 \varepsilon_c (250 \varepsilon_c + 1) \quad (1.1)$$

Ο συντελεστής ασφαλείας για το σκυρόδεμα, γ_c , ορίζεται από τον Νέο Κανονισμό Έργων από Σκυρόδεμα (Ε.Κ.Ω.Σ 2000) και για συνήθεις περιπτώσεις είναι $\gamma_c=1.50$.

1.3 Κατανομή ανηγμένων παραμορφώσεων στη διατομή στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε ορθή ένταση.



Σχ. 1.3 Γενικευμένο διάγραμμα παραμορφώσεων κατά τον Ελληνικό Κανονισμό

Για τον υπολογισμό της αντοχής διατομών θεωρείται ότι το διάγραμμα παραμορφώσεων διέρχεται υποχρεωτικά από ένα από τα τρία σημεία A, B, ή Γ, που ορίζονται στο σχήμα 1.3. Για σταδιακά αυξανόμενες ροπές το διάγραμμα παραμορφώσεων περιστρέφεται σταδιακά, γύρω από τα τρία αυτά σημεία.

Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας ροπές ως προς το κέντρο βάρους του εφελκυόμενου οπλισμού και συμβολίζοντας με M_{sd} την δρώσα (επιβαλλόμενη) ροπή σχεδιασμού και με M_{RdAB} , $M_{RdBΓ}$ τις ροπές αντοχής σχεδιασμού που αντιστοιχούν στις θέσεις παραμορφώσεως AB και BΓ αντίστοιχα, του σχήματος 1.3 το διάγραμμα παραμορφώσεων θα διέρχεται

Από το A αν : $M_{sd} \leq M_{RdAB}$

Από το B αν : $M_{RdAB} \leq M_{sd} \leq M_{RdBΓ}$

Από το Γ αν : $M_{RdBΓ} \leq M_{sd}$

Με βάση τα χαρακτηριστικά σημεία των διαγραμμάτων τάσεων και παραμορφώσεων του σκυροδέματος και του χάλυβα ορίζονται πέντε

εντατικές περιοχές στο διάγραμμα παραμορφώσεων (Σχ.1.3) καθ' ύψος της διατομής στην οριακή κατάσταση αστοχίας.

Περιοχές 1 και 2, με σημείο περιστροφής το σημείο A. Ο οπλισμός που είναι πλησιέστερα στην περισσότερη εφελκυσμένη ίνα της διατομής έχει παραμόρφωση ίση με την οριακή δηλαδή, 20‰.

Περιοχή 1. Ολόκληρη η διατομή εφελκύεται και ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται έξω από τη διατομή. Η περιοχή αυτή αντιστοιχεί στην περίπτωση κεντρικού εφελκυσμού (γραμμή κατακόρυφη στο σημείο A) ή σε εφελκυσμό μικρής εκκεντρότητας.

Περιοχή 2. Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται μέσα στην διατομή και επομένως υπάρχει θλιβόμενη και εφελκυσμένη ζώνη. Η πιο θλιβόμενη ίνα του σκυροδέματος έχει ανηγμένη παραμόρφωση μεταξύ των τιμών 0 και -3.5‰ (η θλιπτική ικανότητα του σκυροδέματος δεν έχει εξαντληθεί). Το όριο μεταξύ των περιοχών 2 και 3 (γραμμή AB) αντιστοιχεί σε ταυτόχρονη εξάντληση των αντοχών του σκυροδέματος ($\epsilon_c = -3.5\%$) και του χάλυβα ($\epsilon_s = +20\%$).

Η περιοχή 2 αντιστοιχεί στην περίπτωση καθαρής κάμψης ή κάμψης με αξονική δύναμη, κατά την οποία δεν εξαντλείται η θλιπτική ικανότητα του σκυροδέματος.

Περιοχές 3, 4 και 4^a

Στις περιοχές αυτές το σημείο περιστροφής είναι το σημείο B η δε αντοχή του σκυροδέματος έχει εξαντληθεί ($\epsilon_c = -3.5\%$) στην πιο θλιβόμενη ίνα της διατομής. Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται μέσα στην διατομή, άρα υπάρχει θλιβόμενη και εφελκυσμένη ζώνη. Οι περιοχές αυτές αντιστοιχούν στην περίπτωση καθαρής κάμψης ή κάμψης με αξονική δύναμη κατά την οποία εξαντλείται η αντοχή του σκυροδέματος.

Περιοχή 3

Η παραμόρφωση του εφελκυσμένου χάλυβα βρίσκεται μεταξύ των τιμών $\epsilon_{s1} = +20\%$ και της ανηγμένης παραμόρφωσης ϵ_{yd} που αντιστοιχεί στο όριο διαρροής f_{yd} του χάλυβα.

Περιοχή 4

Η παραμόρφωση του εφελκυσμένου χάλυβα βρίσκεται μεταξύ του ϵ_{yd} και 0. Άρα ο χάλυβας βρίσκεται κάτω του ορίου διαρροής του.

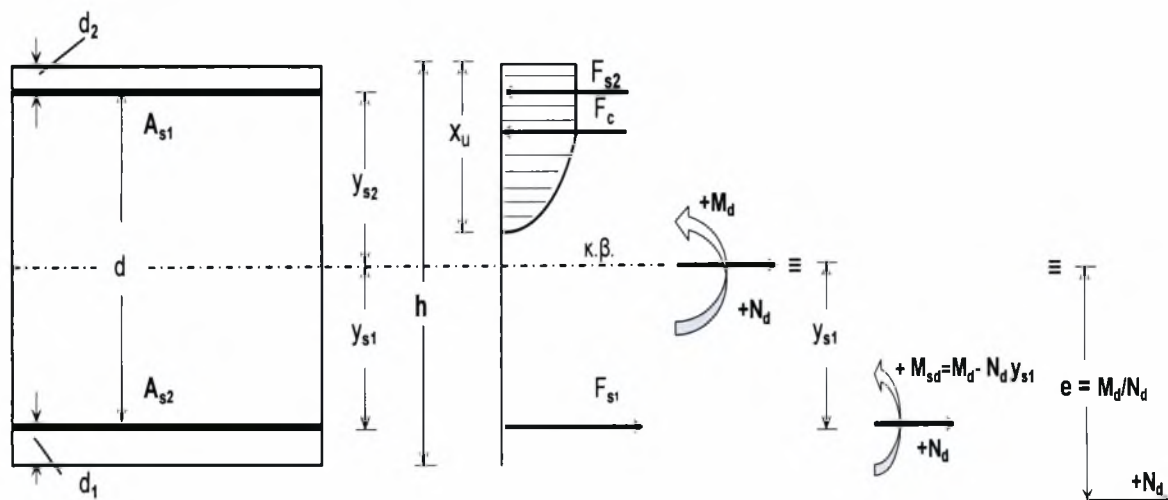
Περιοχή 4^α

Όλοι οι οπλισμοί θλίβονται ενώ μόνο ένα μικρό τμήμα της διατομής (η επικάλυψη του κάτω οπλισμού εφελκύεται).

Περιοχή 5

Ολόκληρη η διατομή θλίβεται ενώ σημείο περιστροφής είναι το Γ. Η μέγιστη ανηγμένη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος μεταβάλλεται μεταξύ του -2% (κεντρική θλίψη) και -3.5% (έκκεντρη θλίψη). Το σημείο Γ είναι το σημείο τομής της γραμμής ΒΟ και της ΔΕ που ορίζει την περίπτωση κεντρικής θλίψης. Η απόσταση του σημείου Γ από την πιο θλιβόμενη ίνα της διατομής είναι ίση με τα $3/7$ του συνολικού ύψους h της διατομής. Η περιοχή 5 αντιστοιχεί είτε στην περίπτωση κάμψης με θλιπτική δύναμη (διατομή σε θλίψη και ο ουδέτερος άξονας εκτός διατομής) είτε κεντρικής θλίψης (κατακόρυφη γραμμή στο Γ).

Τα κυριότερα γεωμετρικά και εντατικά μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στις μεθόδους σχεδιασμού, καθώς και οι εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις της διατομής δίνονται στο σχήμα 1.4:



Σχ.1.4 Κυριότερα γεωμετρικά και εντατικά μεγέθη μιας διατομής.

Στο Σχ.1.4 με A_{s1} συμβολίζεται ο εφελκυσμένος οπλισμός της διατομής, είτε ο λιγότερο θλιβόμενος από τους δύο οπλισμούς. Ο συνδυασμός αξονικής δύναμης N_d και ροπής M_d γύρω από κάποιο άξονα μεταξύ των οπλισμών της διατομής είναι ισοδύναμος με τον συνδυασμό αξονικής δύναμης N_d μετατοπισμένη κατά την εκκεντρότητα $e = M_{sd}/N_d$ από τον κεντροβαρικό άξονα και ροπής M_{sd} στο ύψος του κάτω (περισσότερο εφελκυσμένου ή λιγότερο θλιβόμενου) οπλισμού, όπου $M_{sd} = M_d - N_d y_{s1}$.

1.3.1 Μονοαξονική Προέχουσα Κάμψη

Ένα μέλος βρίσκεται υπό μονοαξονική προέχουσα κάμψη όταν το διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων στη διατομή βρίσκεται σε μία από τις εντατικές περιοχές 2,3,4 του Σχ.1.3. Αυτό συμβαίνει όταν στο επίπεδο συμμετρίας της διατομής ασκείται καθαρή κάμψη ή ορθή δύναμη μεγάλης εκκεντρότητας. Δηλαδή μπορούν να υπάρχουν οι ακόλουθες περιπτώσεις εντατικής κατάστασης (M_d , N_d):

- Καθαρή κάμψη : $N_d = 0$.

- Εφελκυστική δύναμη εκτός της περιοχής που περιέχεται μεταξύ των οπλισμών: $N_d > 0$ και $e = \frac{M_d}{N_d} > y_{s1}$ ή καλύτερα: $N_d > 0$ και $M_{sd} > 0$, (λαμβάνοντας υπόψη ότι ο πλέον εφελκυσμένος οπλισμός θεωρείται ότι βρίσκεται στο κάτω μέρος της διατομής).

- ($N_d < 0$) και $|v_d| < \frac{K_1}{K_2 - \frac{M_d}{|N_d|h}}$ όπου: $v_d = \frac{N_d}{b h f_{cd}}$ και

$$K_1 = \frac{0.6881 \left(0.416 - \frac{d_2}{d}\right)}{\left(1 + \frac{d_2}{d}\right)} \quad \text{και} \quad K_2 = \frac{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)}{2 \left(1 + \frac{d_2}{d}\right)}$$

Προσεγγιστικά και υπέρ της ασφάλειας η περίπτωση αυτή καλύπτεται από τις ανισότητες : $N_d < 0$ και $|v_d| < 0.45$.

1.3.2 Μονοαξονική Προέχουσα Θλίψη

Ένα μέλος βρίσκεται υπό μονοαξονική προέχουσα θλίψη όταν το διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων στη διατομή βρίσκεται σε μία από τις εντατικές περιοχές 4^a και 5 του Σχ.1.3. Αυτό συμβαίνει όταν στο επίπεδο συμμετρίας της διατομής ασκείται ορθή θλιπτική δύναμη μικρής εκκεντρότητας, δηλαδή όταν :

$N_d < 0$ και $|v_d| \geq \frac{K_1}{K_2 - \frac{M_d}{|N_d|}h}$, όπου τα K_1 και K_2 έχουν οριστεί παραπάνω.

Προσεγγιστικά και υπέρ της ασφάλειας η περίπτωση αυτή καλύπτεται από τις ανισότητες : $N_d < 0$ και $|v_d| \geq 0.45$.

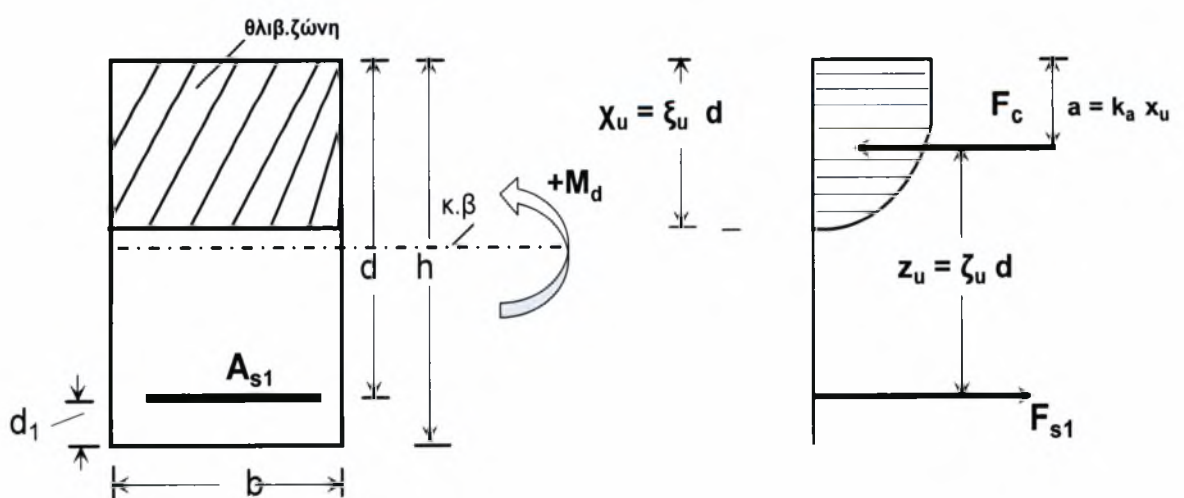
1.3.3 Μονοαξονικός προέχων εφελκυσμός

Ένα μέλος βρίσκεται υπό μονοαξονικό προέχοντα εφελκυσμό όταν το διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων καθύψος της διατομής βρίσκεται στην εντατική περιοχή 1 του Σχ.1.3. Αυτό συμβαίνει όταν στο επίπεδο συμμετρίας της διατομής ασκείται ορθή εφελκυστική δύναμη μικρής εκκεντρότητας, δηλαδή ορθή εφελκυστική δύναμη που δρα μεταξύ των οπλισμών. Αυτό συμβαίνει όταν:

$N_d > 0$ και $e = \frac{M_d}{N_d} \leq y_{s1}$ ή καλύτερα : $N_d > 0$ και $M_{sd} \leq 0$, λαμβάνοντας υπόψη ότι

ο πλέον εφελκυσμένος οπλισμός θεωρείται ότι βρίσκεται στο κάτω μέρος διατομής.

1.4 Μέγεθος και θέση της συνολικής (θλιπτικής) δύναμης F_c που αναλαμβάνει μια ορθογωνική διατομή σκυροδέματος.



Σχ.1.5 Μέγεθος και θέση της συνολικής θλιπτικής δύναμης F_c

Περιοχή 1.

Ολόκληρη η διατομή εφελκύεται, δηλαδή $\epsilon_{c2}=0$ και $F_c=0$. Το σκυρόδεμα, δεν μπορεί κατά τον Κανονισμό, να αναλάβει καμία εφελκυστική δύναμη.

Περιοχές 2,3,4

Η ορθογωνική διατομή μερικά θλίβεται και μερικά εφελκύεται. Εξ' ορισμού: $F_c = 0.85 \alpha b x_u f_{cd}$ και $a = k_a x_u$ (1.2)

όπου:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

x_u : το ύψος της θλιβόμενης ζώνης στην κατάσταση αστοχίας.

b : το πλάτος της ορθογωνικής διατομής.

α και k_a αδιάστατοι συντελεστές για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

Συντελεστής α :

Από την σχέση $F_c=0.85 \alpha b x_u f_{cd}$ έχουμε:

$$\frac{F_c}{b x_u} = \alpha (0.85 f_{cd}).$$
 Το αριστερό σκέλος της σχέσης παριστά την μέση τάση

στη θλιβόμενη ζώνη ($b x_u$) της διατομής του σκυροδέματος, ενώ ο όρος $0.85 f_{cd}$ στο δεξιό μέλος της σχέσης παριστά την μέγιστη επιτρεπόμενη αντοχή του σκυροδέματος. Επομένως η παραπάνω σχέση δίνει την μέση τάση στη θλιβόμενη ζώνη της διατομής ως ποσοστό της μέγιστης επιτρεπόμενης αντοχής του σκυροδέματος και ο συντελεστής α εκφράζει το ποσοστό αυτό και ονομάζεται ανηγμένη μέση τάση του σκυροδέματος (στην θλιβόμενη ζώνη της διατομής).

Συντελεστής k_a :

Η απόσταση $a=k_a x_u$ της F_c από ακραία θλιβόμενη ίνα της διατομής σαν ποσοστό του ύψους x_u της θλιβόμενης ζώνης και ο συντελεστής k_a εκφράζει το ποσοστό αυτό και ονομάζεται ανηγμένη απόσταση k_a .

Για τους παραπάνω συντελεστές ισχύουν οι εξής σχέσεις:

Περιοχή 2:

Όταν $0 \leq \epsilon_{cu} \leq 2\%$

$$\alpha = \frac{|\epsilon_{cu}| (6 - |\epsilon_{cu}|)}{12} \quad \text{και} \quad k_a = \frac{8 - |\epsilon_{cu}|}{4 (6 - |\epsilon_{cu}|)} \quad (1.3)$$

Όταν $2\% \leq \epsilon_{cu} \leq 3.5\%$

$$\alpha = \frac{3|\epsilon_{cu}| - 2}{3|\epsilon_{cu}|} \text{ και } k_a = \frac{|\epsilon_{cu}|(3|\epsilon_{cu}| - 4) + 2}{2|\epsilon_{cu}|(3|\epsilon_{cu}| - 2)} \quad (1.4)$$

Περιοχές 3,4 και 4^α

$\epsilon_{cu} = 3.5\%$ και με εφαρμογή των σχέσεων (1.3) προκύπτουν :

$\alpha \cong 0.8095$ και

$k_a \cong 0.416$ (1.5)

Από το διάγραμμα παραμορφώσεων του Σχ. 1.5 θα έχουμε:

$$\frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{cu}} = \frac{d - x_u}{x_u} \Rightarrow x_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{s1}} d \quad (1.6)$$

Εάν ορίσουμε $x_u = \xi_u d$, προκύπτει:

$$\xi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{s1}} \quad (1.7)$$

Η σχέση $x_u = \xi_u d$ δίνει το ύψος της θλιβόμενης ζώνης της διατομής σαν ποσοστό της απόστασης d και ο συντελεστής ξ_u εκφράζει το ποσοστό αυτό και ονομάζεται ανηγμένο ύψος. Επίσης, η απόσταση z_u της F_c από την θέση του κέντρου βάρους του εφελκόμενου οπλισμού είναι:

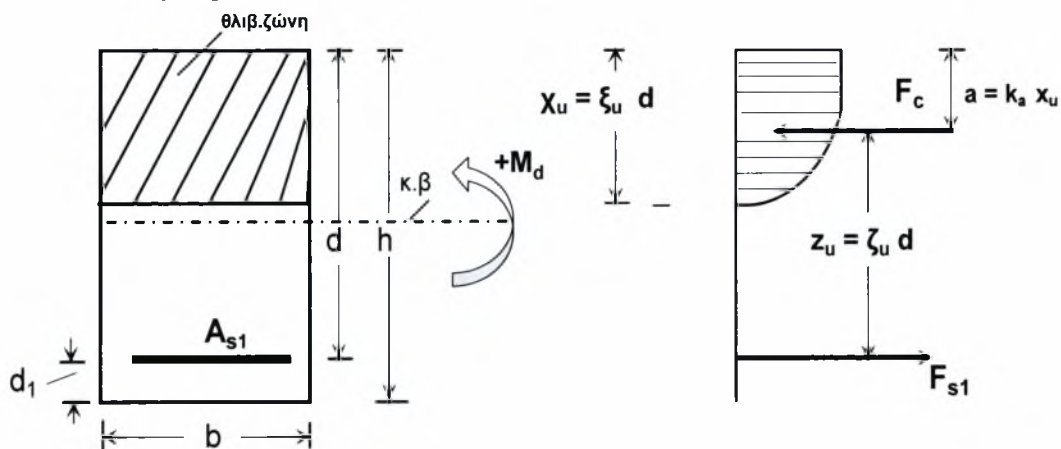
$$z_u = d - a = d - (k_a x_u) = d - (k_a \xi_u d) = (1 - k_a \xi_u) d \quad (1.8)$$

Εάν ορίσουμε $z_u = \zeta_u d$, προκύπτει ότι $\zeta_u = 1 - k_a \xi_u$ (1.9)

Η σχέση $z_u = \zeta_u d$ δίνει την απόσταση z_u της F_c από το κέντρο βάρους του εφελκόμενου οπλισμού σαν ποσοστό της απόστασης d και ο συντελεστής ζ_u εκφράζει το ποσοστό αυτό και ονομάζεται ανηγμένη απόσταση.

1.5 Καθαρή Κάμψη – (μόνο εφελκόμενος οπλισμός).

Οι δυνάμεις που δρουν στη διατομή φαίνονται στο Σχ.1.6.



Σχ.1.6 Δυνάμεις που δρουν σε ορθογωνική διατομή για καθαρή κάμψη (μόνο εφελκόμενος οπλισμός).

Από ισορροπία δυνάμεων στο σχήμα 1.6 θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_c = F_{s1}$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_d - F_c z_u = 0 \Rightarrow F_c z_u = M_d$$

Όπου, $F_c = 0.85 \alpha b x_u f_{cd}$ και $F_{s1} = A_{s1} f_{sd1}$

Άρα: $0.85 \alpha b x_u f_{cd} = A_{s1} f_{sd1}$ και

$$0.85 \alpha b x_u f_{cd} z_u = M_d$$

Αντικαθιστώντας τα x_u και z_u από τις σχέσεις $x_u = \xi_u d$ και $z_u = \zeta_u d$ έχουμε:

$0.85 \alpha b \xi_u \zeta_u d f_{cd} = M_d$ και διαιρώντας με την ροπή αναγωγής ($b d^2 f_{cd}$) προκύπτει:

$$\frac{M_d}{b d^2 f_{cd}} = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u \quad (1.10)$$

Ορίζοντας το αριστερό σκέλος της σχέσης (1.10) με το μ'_{sd} θα έχουμε τελικά:

$$\mu'_{sd} = \frac{M_d}{b d^2 f_{cd}} = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u \quad (1.11)$$

Στις σχέσεις 1.10÷1.11 ο παρανομαστής ($b d f_{cd}$) είναι από φυσικής πλευράς, ένα μέγεθος ροπής, μιας δύναμης ($b d f_{cd}$) με μοχλοβραχίονα d . Η δύναμη αυτή ($b d f_{cd}$) είναι η μέγιστη που μπορεί να αναλάβει το σκυρόδεμα για ομοιόμορφη τάση f_{cd} σε όλη την επιφάνεια ($b d$) της ενεργούς διατομής του. Η δύναμη λοιπόν αυτή, με μοχλοβραχίονα την μέγιστη απόσταση d εκφράζει την οριακή καμπτική αντοχή της συγκεκριμένης διατομής, για δεδομένη ποιότητα σκυροδέματος.

Συνεπώς το αδιάστατο μέγεθος μ'_{sd} μπορούμε να πούμε ότι εκφράζει τον λόγο της δρώσας ροπής M_d προς την οριακή καμπτική αντοχή της συγκεκριμένης διατομής.

Έχουμε λοιπόν ορίσει μέχρι τώρα, τους βασικούς συντελεστές που περιγράφουν το καθεστώς των παραμορφώσεων μιας ορθογωνικής διατομής οπλισμένου σκυροδέματος. Θα ορίσουμε στην συνέχεια δύο ακόμη συντελεστές.

α) Γεωμετρικό ποσοστό οπλισμού (ρ'):

Το γεωμετρικό ποσοστό οπλισμού δίνεται από τη σχέση

$$\rho' = \frac{A_{s1}}{bd} \quad (1.12)$$

και μας δίνει τον οπλισμό σαν ποσοστό της ενεργούς διατομής του σκυροδέματος.

β) Μηχανικό ποσοστό οπλισμού ω' : Το μηχανικό ποσοστό οπλισμού

$$\text{δίνεται από σχέση: } \omega' = \rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{A_{s1} f_{yd}}{b d f_{cd}} = \frac{F_{s1}}{b d f_{cd}} \quad (1.13)$$

και εκφράζει την μέγιστη δύναμη πού μπορεί να αναλάβει ο εφελκόμενος χάλυβας σαν ποσοστό της μέγιστης δύναμης που μπορεί να αναλάβει η ενεργός διατομή του σκυροδέματος.

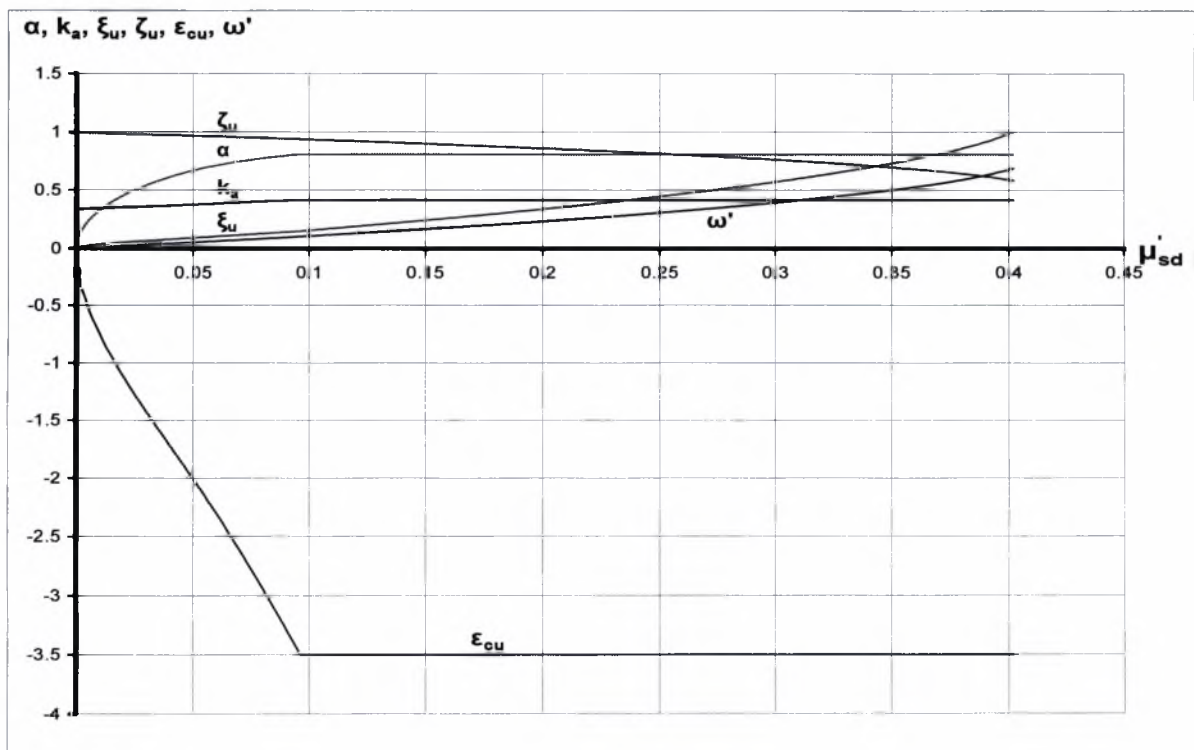
$$\text{Έχουμε λοιπόν: } \omega' = \frac{F_{s1}}{b d f_{cd}} = \frac{F_c}{b d f_{cd}} = \frac{0.85 \alpha b \chi_u f_{cd}}{b d f_{cd}} = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u \quad (1.14)$$

Επίσης από τις σχέσεις 1.7 και 1.9 αντίστοιχα έχουμε :

$$\mu'_{sd} = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u \text{ και } \zeta_u = 1 - k_a \xi_u \Rightarrow$$

$$\mu'_{sd} = \omega' \zeta_u = (1 - k_a \xi_u) \quad (1.15)$$

Με βάση λοιπόν τις σχέσεις (1.2÷1.15) μπορούμε τώρα να συντάξουμε το διάγραμμα αλληλοσυσχέτισης των μεγεθών της παραμόρφωσης για τις εντατικές περιοχές 2 και 3.



Σχ. 1.7 Διάγραμμα αλληλοσυσχέτισης των μεγεθών της παραμόρφωσης για τις εντατικές περιοχές 2 και 3 του Κανονισμού.

Για καθαρή κάμψη και μόνο εφελκούμενο οπλισμό οι εξισώσεις ισοδυναμίας δίνουν:

$$F_c = F_{s1} \Rightarrow 0.85 \alpha b x_u f_{cd} = \rho' b d f_{sd1} \Rightarrow x_u = \frac{\rho' d f_{sd1}}{0.85 \alpha f_{cd}}, \text{ και} \quad (1.16)$$

$M_{sd} = F_c z_u = F_c (d - k_a x_u) \Rightarrow F_c z_u = 0.85 \alpha b x_u f_{cd} (d - k_a x_u)$ και αντικαθιστώντας την τιμή του x_u , από την Σχέση 1.16 θα έχουμε:

$$F_c z_u = 0.85 \alpha b \frac{\rho' d f_{sd1}}{0.85 \alpha f_{cd}} f_{cd} (d - k_a \frac{\rho' d f_{sd1}}{0.85 \alpha f_{cd}}) \Rightarrow$$

$$F_c z_u = \rho' b d^2 f_{sd1} (1 - \frac{k_a}{0.85 \alpha f_{cd}} \rho' \frac{f_{sd1}}{f_{cd}}) \quad (1.17)$$

Με την παραδοχή ότι ο εφελκούμενος οπλισμός διαρρέει η σχέση 1.17

γίνεται : $F_c z_u = \rho' b d^2 f_{cd} (1 - \frac{k_a}{0.85 \alpha f_{cd}} \rho' \frac{f_{sd1}}{f_{cd}}) \Rightarrow$

$$\frac{F_c z_u}{b d^2 f_{cd}} = \frac{\rho' b d^2 f_{yd}}{b d^2 f_{cd}} (1 - \frac{k_a}{0.85 \alpha f_{cd}} \rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}}) \Rightarrow$$

$$\mu'_{sd} = \rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (1 - \frac{k_a}{0.85 \alpha f_{cd}} \rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}}) \quad (1.18)$$

Επειδή όμως $\rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \omega'$ η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφτεί και ως εξής :

$$\mu'_{sd} = \omega' (1 - \frac{k_a}{0.85 \alpha} \omega') \quad (1.19)$$

Παρατηρούμε ότι οι σχέσεις 1.18 και 1.19 απεικονίζουν παραβολή 2^{ου} βαθμού. Η μέγιστη τιμή μ'_{sdmax} ευρίσκεται με βάση τη σχέση :

$$\frac{\partial \mu'_{sd}}{\partial \omega'} = 1 - \frac{2 k_a}{0.85 \alpha} \omega' = 0 \text{ ή } \omega' = \frac{0.85 \alpha}{2 k_a} \quad (1.20)$$

Άρα $\mu'_{sdmax} = \frac{0.85 \alpha}{4 k_a}$. Για την εντατική περιοχή 3, ($\epsilon_{cu} = 3.5\%$, $\alpha \cong 0.8095$ και

$k_a \cong 0.416$) θα είναι : $\omega' \cong 0.827$ και $\mu'_{sdmax} \cong 0.414$.

Η μέγιστη τιμή μ'_{sdmax} μπορεί να βρεθεί και από την σχέση (1.18) με βάση τη

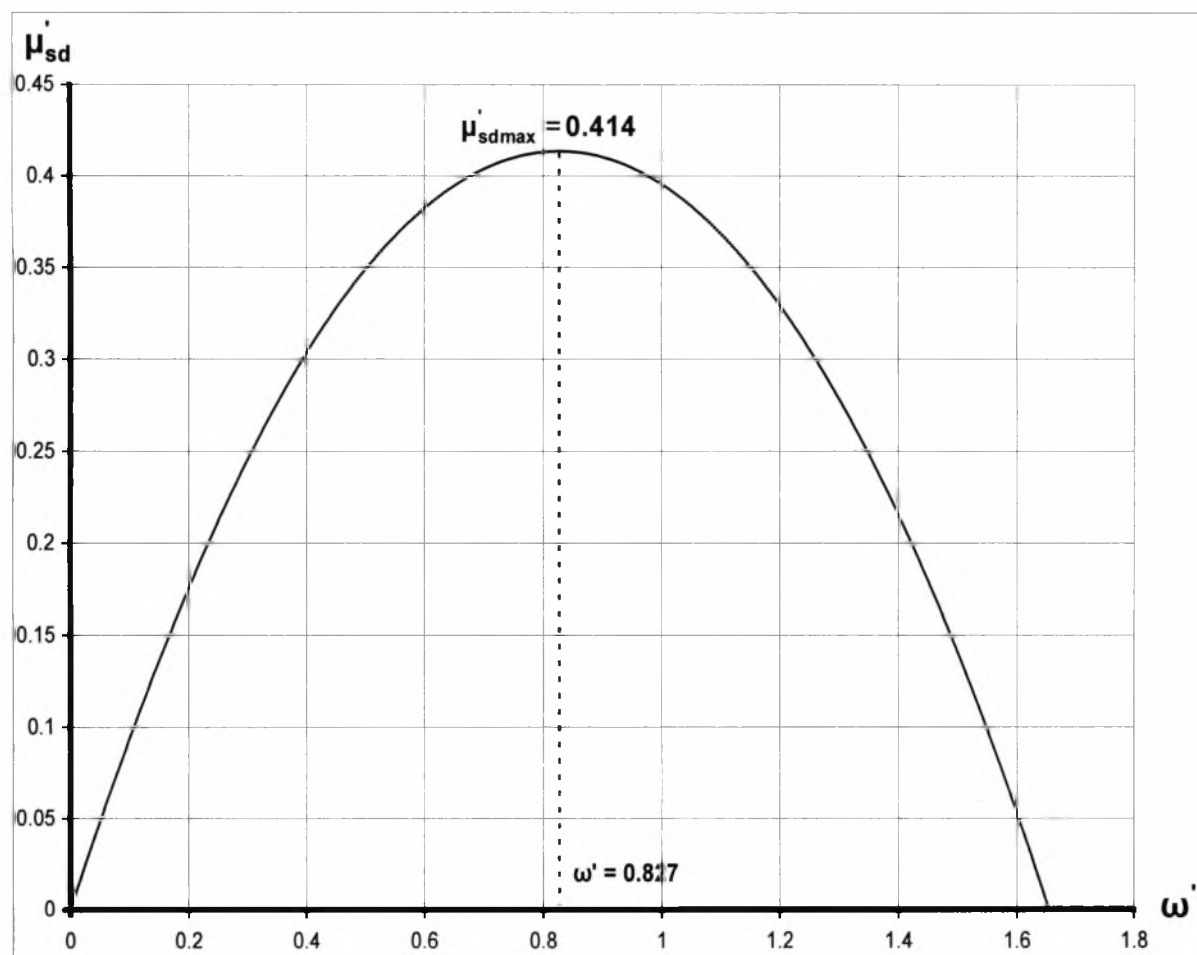
σχέση : $\frac{\partial \mu'_{sd}}{\partial \rho'} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (1 - \frac{2 k_a}{0.85 \alpha} \rho' \frac{f_{yd}}{f_{cd}}) = 0 \text{ ή } \rho' = \frac{0.85 \alpha f_{cd}}{2 k_a f_{yd}} \quad (1.21)$

Για την εντατική περιοχή 3, ($\epsilon_{cu}=3.5\%$, $\alpha \cong 0.8095$ και $k_a \cong 0.416$) προκύπτει:

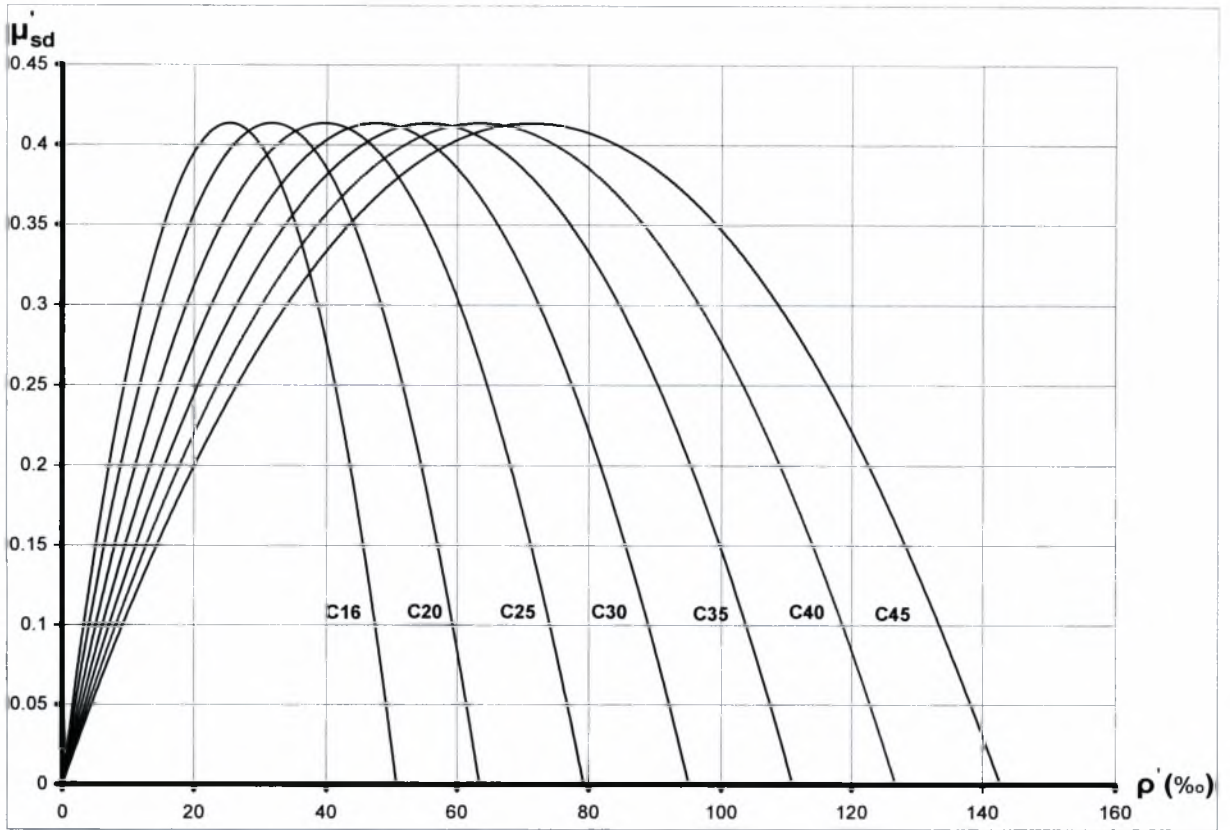
$$\mu'_{sdmax} \cong 0.414.$$

Οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων (1.18) και (1.19) ακολουθούν στα Σχήματα 1.8 ÷ 1.10.

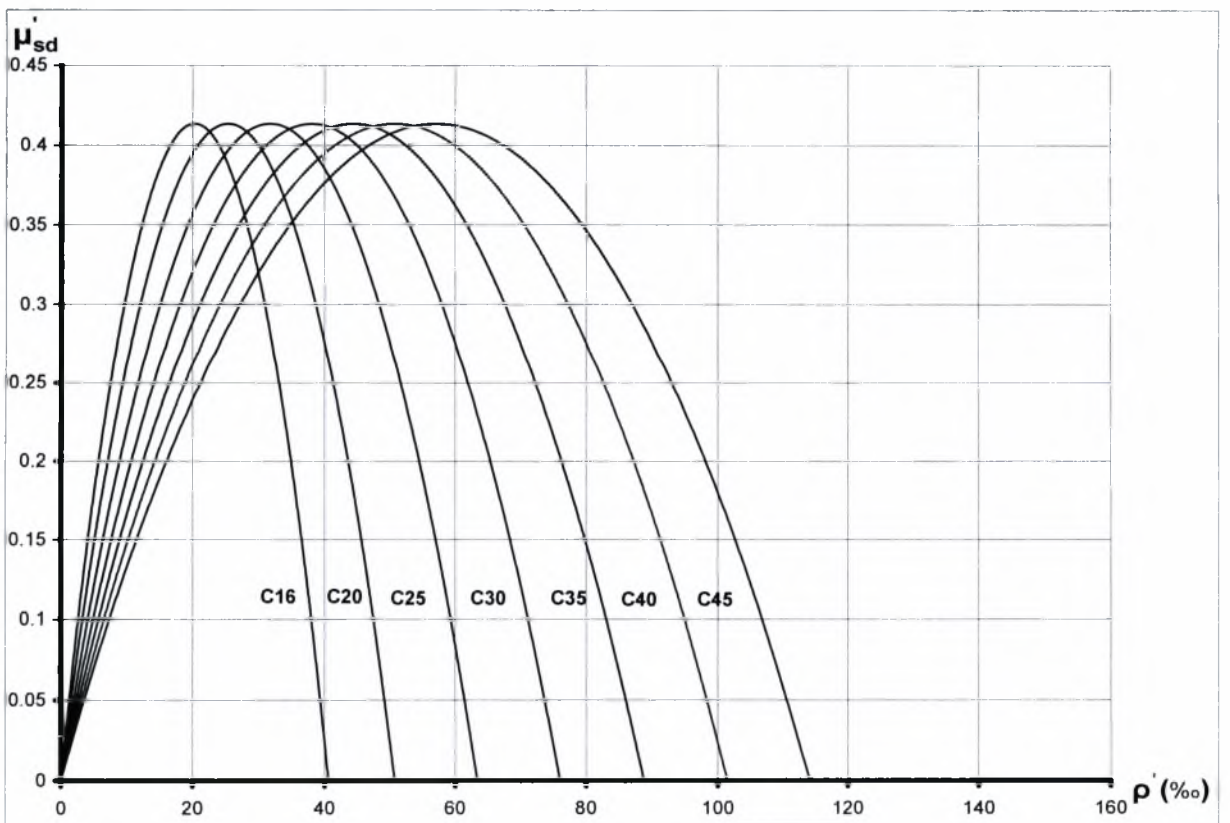
Μπορούμε επίσης, βασιζόμενοι στις σχέσεις 1.2 ÷ 1.15 να συντάξουμε έναν γενικό πίνακα σχεδιασμού ορθογωνικών διατομών οπλισμένες μόνο με εφελκόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη.



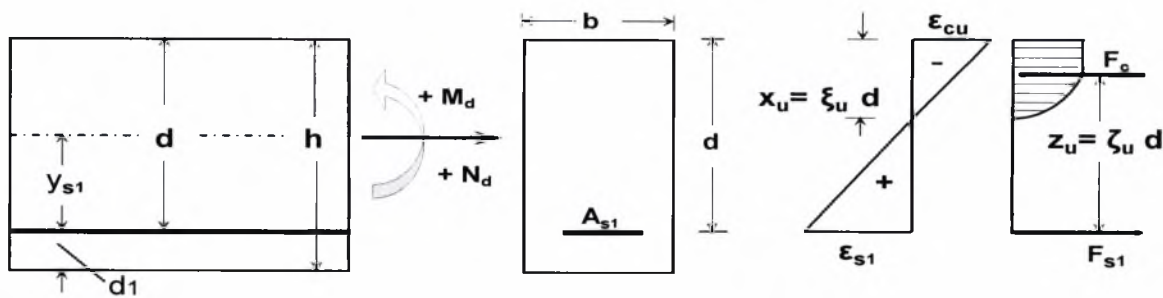
Σχ.1.8 Διάγραμμα $\mu'_{sd} - \omega'$



Σχ.1.9 Διάγραμμα $\mu'_{sd} - \rho'$ για χάλυβα S400 και διαφορετικές ποιότητες σκυροδέματος



Σχ.1.10 Διάγραμμα $\mu'_{sd} - \rho'$ για χάλυβα S500 και διαφορετικές ποιότητες σκυροδέματος



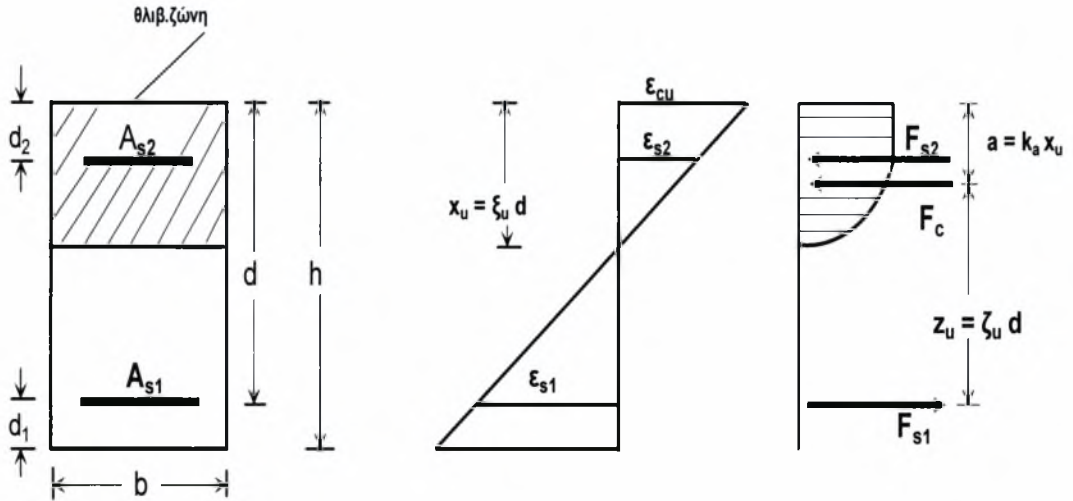
μ_{sd}	ω'	$\xi_u = x_u/d$	$\zeta_u = z_u/d$	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	f_{sd1} (MPa)	
						S400	S500
0.005	0.005	0.025	0.991	0.516	20.000	347.826	434.783
0.010	0.010	0.036	0.987	0.752	20.000		
0.020	0.020	0.053	0.981	1.115	20.000		
0.030	0.031	0.067	0.976	1.426	20.000		
0.040	0.041	0.079	0.971	1.717	20.000		
0.050	0.052	0.091	0.966	2.007	20.000		
0.060	0.063	0.103	0.960	2.307	20.000		
0.070	0.073	0.116	0.954	2.619	20.000		
0.080	0.084	0.128	0.948	2.944	20.000		
0.090	0.096	0.141	0.942	3.284	20.000		
0.100	0.107	0.155	0.935	3.500	19.027		
0.110	0.119	0.172	0.928	3.500	16.826		
0.120	0.130	0.189	0.921	3.500	14.989		
0.130	0.142	0.207	0.914	3.500	13.433		
0.140	0.154	0.224	0.907	3.500	12.097		
0.150	0.167	0.242	0.899	3.500	10.936		
0.160	0.180	0.261	0.892	3.500	9.919		
0.170	0.192	0.280	0.884	3.500	9.019		
0.180	0.206	0.299	0.876	3.500	8.217		
0.190	0.219	0.318	0.868	3.500	7.497		
0.200	0.233	0.338	0.859	3.500	6.847		
0.210	0.247	0.359	0.851	3.500	6.257		
0.220	0.261	0.380	0.842	3.500	5.718		
0.230	0.276	0.401	0.833	3.500	5.223		
0.240	0.291	0.423	0.824	3.500	4.768		
0.250	0.307	0.446	0.814	3.500	4.346		
0.260	0.323	0.470	0.805	3.500	3.954		
0.270	0.340	0.494	0.795	3.500	3.587		
0.280	0.357	0.519	0.784	3.500	3.245		
0.290	0.375	0.545	0.773	3.500	2.922		
0.300	0.394	0.572	0.762	3.500	2.617		
0.310	0.413	0.601	0.750	3.500	2.328		434.783
0.320	0.434	0.630	0.738	3.500	2.053		410.559
0.330	0.455	0.662	0.725	3.500	1.789	347.826	357.830
0.340	0.478	0.695	0.711	3.500	1.535	307.057	307.057
0.350	0.503	0.731	0.696	3.500	1.289	257.837	257.837
0.360	0.530	0.770	0.680	3.500	1.049	209.716	209.716
0.370	0.559	0.812	0.662	3.500	0.811	162.130	162.130
0.380	0.592	0.860	0.642	3.500	0.571	114.293	114.293
0.390	0.630	0.915	0.619	3.500	0.324	64.889	64.889
0.400	0.677	0.984	0.591	3.500	0.055	11.076	11.076

Πίνακας 1.1 Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών μόνο με εφελκόμενο

οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη ($\mu'_{sd} = \frac{M_{sd}}{b d^2 f_{cd}}$, όπου $M_{sd} = M_d - N_d y_{s1}$)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

2.1 Διαστασιολόγηση ορθογωνικών διατομών Ο.Σ για κάμψη (εφελκόμενος και θλιβόμενος οπλισμός).



Σχ. 2.1

Η ύπαρξη διπλού οπλισμού, αυτομάτως εισάγει τρία νέα μεγέθη, τα : ϵ_{s2} , f_{sd2} και F_{s2} και βέβαια αρκεί να γνωρίζουμε μόνο την τιμή του ϵ_{s2} , από την οποία προκύπτουν οι τιμές των υπολοίπων από τις σχέσεις :

$$f_{sd2} = \begin{cases} \pm f_{yd} \text{ όταν } |\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{yd} \\ \pm \epsilon_{s2} E_{s2} \text{ όταν } |\epsilon_{s2}| \leq \epsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.1)$$

Για τις εντατικές περιοχές 2 και 3 του Κανονισμού ισχύουν :

$\epsilon_{s2} < 0$ (πλὴν μιας υποπεριοχής της 2) $\epsilon_{cu} < 0$ και $\epsilon_{s1} > 0$.

Από τα όμοια τρίγωνα του σχήματος 2.1 προκύπτουν:

$$\frac{|\epsilon_{s2}|}{|\epsilon_{cu}|} = \frac{x_u - d_2}{d} = \frac{\xi_u d - d_2}{\xi_u d} = \frac{\xi_u - \left(\frac{d_2}{d}\right)}{\xi_u} \Rightarrow \epsilon_{s2} = \epsilon_{cu} \frac{\left(\xi_u - \frac{d_2}{d}\right)}{\xi_u} \quad (2.2)$$

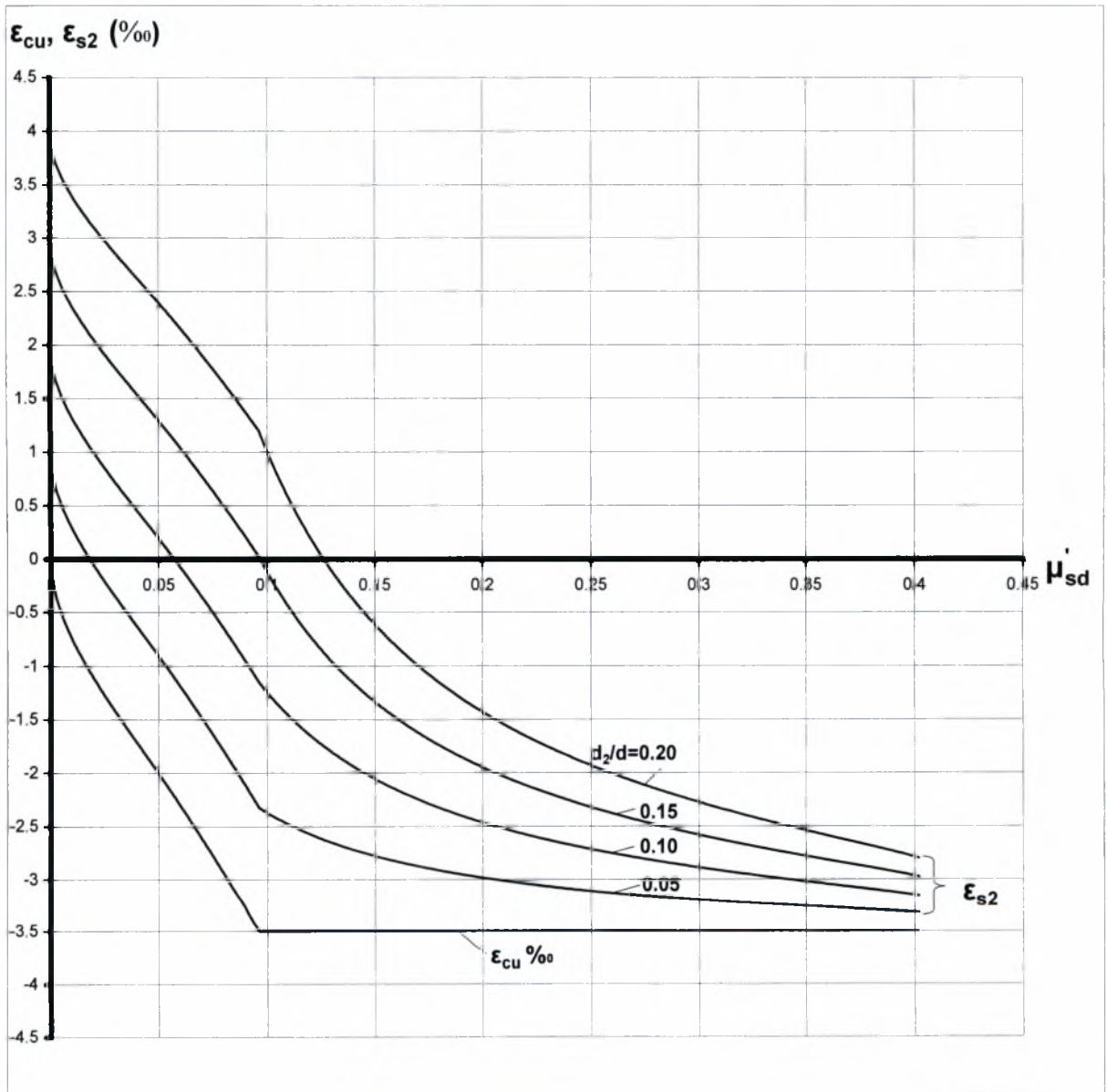
και:

$$\frac{|\epsilon_{s2}|}{\epsilon_{s1}} = \frac{x_u - d_2}{d - x_u} = \frac{\xi_u d - d_2}{d - \xi_u d} = \frac{\left(\xi_u - \frac{d_2}{d}\right)}{1 - \xi_u} \Rightarrow \epsilon_{s2} = -\epsilon_{s1} \frac{\left(\xi_u - \frac{d_2}{d}\right)}{1 - \xi_u} \quad (2.3)$$

Επίσης, αξιοσημείωτη είναι και η σχέση που συνδέει τα ϵ_{cu} , ϵ_{s2} και ϵ_{s1} :

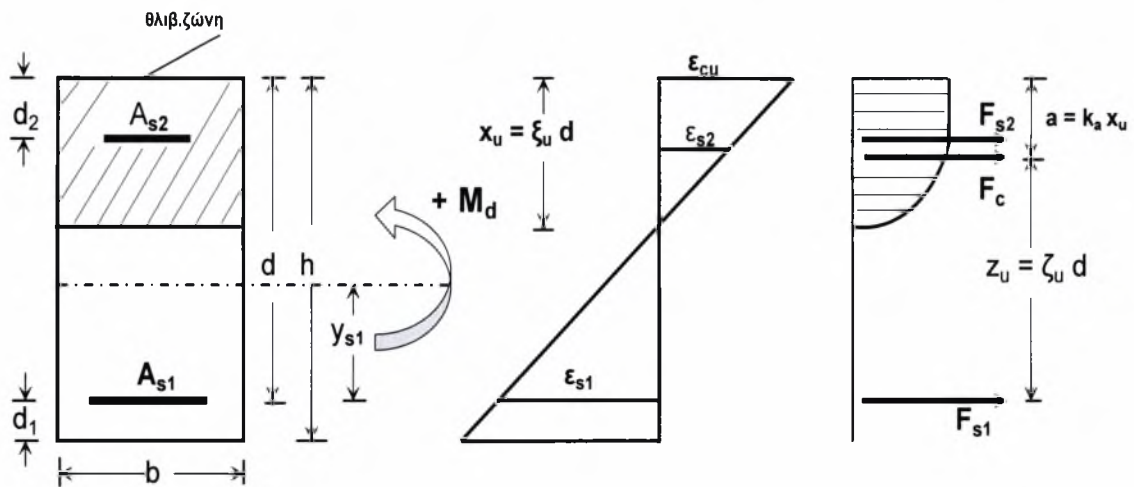
$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{cu} \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) + \epsilon_{s1} \frac{d_2}{d} \quad (2.4)$$

Με βάση τις προηγούμενες σχέσεις 2.1÷2.4, μπορούμε τώρα να συμπληρώσουμε το διάγραμμα αλληλοσυσχέτισης του σχήματος 1.7 με τις καμπύλες του ϵ_{s2} :



Σχ. 2.2 Διάγραμμα αλληλοσυσχέτισης των ανηγμένων παραμορφώσεων για τις εντατικές περιοχές 2 και 3 του Κανονισμού.

2.2 Εξισώσεις ισοδυναμίας / ισορροπίας



Σχ.2.3

Η ανάλυση που ακολουθεί στηρίζεται στο Σχ. 2.3 στο οποίο σύμφωνα με την προσήμανση που ακολουθήθηκε :

- Η M_d θεωρείται ως αριστερόστροφη (θετική) καμπτική ροπή.
- Οι F_{s1} , F_{s2} , και F_c έχουν όλες σχεδιαστεί κατά την εφελκυστική κατεύθυνση. Οι θετικές αλγεβρικές τιμές υποδηλώνουν εφελκυστικές δυνάμεις, ενώ οι αρνητικές αλγεβρικές τιμές υποδηλώνουν θλιπτικές δυνάμεις.

Στην καθαρή κάμψη, $N_d=0$ και οι εξισώσεις ισοδυναμίας δυνάμεων και ροπών θα είναι:

$$F_c + F_{s1} + F_{s2} = 0 \Rightarrow F_{s1} + F_{s2} = -F_c \quad (2.5)$$

$$M_d = -F_c z_u - F_{s2} (d - d_2) \quad (2.6)$$

Εάν $-F_c z_u = M_c$ η σχέση (2.6) γίνεται :

$$M_c - F_{s2}(d - d_2) = M_d \quad (2.6a)$$

Επίσης είναι ήδη γνωστό από τα προηγούμενα ότι:

$$F_c = -0.85 \alpha b x_u f_{cd}$$

$$M_c = -F_c z_u = 0.85 \alpha b x_u f_{cd} z_u$$

$$F_{s1} = A_{s1} f_{sd1} \text{ και } F_{s2} = A_{s2} f_{sd2}$$

Αντικαθιστώντας τώρα τα μεγέθη M_c, F_c, F_{s1}, F_{s2} με τις σχέσεις (2.5) και (2.6) έχουμε:

$$A_{s1} f_{sd1} + A_{s2} f_{sd2} = 0.85 \alpha b x_u f_{cd} \quad (2.7)$$

$$b x_u f_{cd} z_u - A_{s2} f_{sd2} (d - d_2) = M_d \quad (2.8)$$

Διαιρώντας αμφότερα τα σκέλη της εξίσωσης των δυνάμεων (2.7) με το bdf_{cd}

(ιδεατή δύναμη αναγωγής) και της εξίσωσης των ροπών (2.8) με το bd^2f_{cd} (ιδεατή ροπή αναγωγής) προκύπτουν οι σχέσεις :

$$\frac{F_{s1}}{bd f_{cd}} + \frac{F_{s2}}{bd f_{cd}} = \frac{F_c}{bd f_{cd}} \text{ και} \quad (2.9\alpha)$$

$$\frac{M_c}{bd^2 f_{cd}} - \frac{F_{s2}(d-d_2)}{bd^2 f_{cd}} = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} \quad (2.9\beta)$$

Εάν αντίστοιχα $\omega'_c = \frac{F_c}{bd f_{cd}}$, $\mu'_c = \frac{M_c}{bd^2 f_{cd}}$, $\omega'_1 = \frac{F_{s1}}{bd f_{cd}}$ και $\omega'_2 = \frac{F_{s2}}{bd f_{cd}}$ θα έχω:

$$\omega'_1 + \omega'_2 = \omega'_c \quad (2.9\gamma)$$

$$\mu'_c - \omega'_2 \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) = \mu'_{sd} \quad (2.9\delta)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων, (2.9γ) και (2.9δ) προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\omega'_1 = \omega'_c + \frac{\mu'_{sd} - \mu'_c}{1 - \frac{d_2}{d}} \quad (2.10)$$

$$\omega'_2 = -\frac{\mu'_{sd} - \mu'_c}{1 - \frac{d_2}{d}} \quad (2.11)$$

Θα πρέπει επίσης να τονίσουμε ότι για το μέγεθος μ'_c ισχύει:

$$\mu'_c = \frac{M_c}{bd^2 f_{cd}} = \frac{F_c z_u}{bd^2 f_{cd}} = \frac{0.85 \alpha b x_u f_{cd} \zeta_u d}{bd^2 f_{cd}} = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u \quad (2.12)$$

Βάσει της σχέσης (2.12) είναι προφανές ότι για καθαρή κάμψη και παρουσία μόνο εφελκυσμένου οπλισμού, $\mu'_c = \mu'_{sd}$ ή $M_c = M_{sd}$.

Ωστόσο το μέγεθος $\mu'_{sd} = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}}$ από φυσικής άποψης εκφράζει καταπόνηση, ενώ το μέγεθος μ'_c εκφράζει παραμόρφωση.

Παρατηρούμε ότι το πρόβλημα της διαστασιολόγησης ορθογωνικών διατομών Ο.Σ για καθαρή κάμψη και διπλό οπλισμό (με την προϋπόθεση ότι ο πάνω οπλισμός θλίβεται), παρουσιάζει απειρία λύσεων, ανάλογα με την τιμή του μ'_c . Μια από τις λύσεις αυτές, αποτελεί και η διαστασιολόγηση με χρήση του ελάχιστου οπλισμού, η οποία αναπτύσσεται στην επόμενη ενότητα.

2.3 Προσδιορισμός του οικονομικού (ελάχιστου) οπλισμού.

Η μαθηματική έκφραση της προϋπόθεσης του οικονομικότερου οπλισμού είναι προφανώς $A_{S1} + A_{S2} = \text{ελάχιστο}$ ή $\omega_1' + \omega_2' = \text{ελάχιστο}$ και $\mu_c' \leq \mu_{sd}'$ (2.13)

Από τις γνωστές σχέσεις :

$$A_{S1} = \omega_1' b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}}, A_{S2} = \omega_2' b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}}, \omega_1' = \omega_c' + \frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{1 - \frac{d_2}{d}}, \omega_2' = \frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{1 - \frac{d_2}{d}}$$

και εφ' όσον τα μεγέθη διαστάσεων και αντοχών των υλικών b, d, f_{cd}, f_{yd} είναι σταθερά για όλες τις λύσεις η σχέση (2.13) γίνεται :

$$\omega_c' + \frac{2\mu_{sd}'}{1 - \frac{d_2}{d}} - \frac{2\mu_c'}{1 - \frac{d_2}{d}} = \text{ελάχιστο} \quad \text{ή} \quad (2.13\alpha)$$

$$\omega_c' \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) + 2\mu_{sd}' - 2\mu_c' = \text{ελάχιστο} \quad \text{και} \quad \text{εφ' όσον} \quad \mu_{sd}' = \text{σταθερό} \quad \text{αρκεί}$$

$$\omega_c' \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) - 2\mu_c' = \text{ελάχιστο} \quad \text{ή}$$

$$0.85 \alpha \xi_u \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) - 2 \cdot 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u = \text{ελάχιστο} \quad \text{ή}$$

$$0.85 \alpha \xi_u \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) - 2 \cdot 0.85 \alpha \xi_u (1 - k_a \xi_u) = \text{ελάχιστο} \quad \text{ή}$$

$$0.85 \alpha \left[\xi_u \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) - 2 \xi_u (1 - k_a \xi_u) \right] = \text{ελάχιστο}. \quad (2.13\beta)$$

Απλοποιώντας τη σχέση (2.13β) επειδή ο συντελεστής $0.85\alpha = \text{σταθερός}$ για εντατική περιοχή 3 προκύπτει ότι:

$$2 k_a \xi_u^2 - \xi_u \left(1 + \frac{d_2}{d}\right) = \text{ελάχιστο} \quad (2.13\gamma)$$

Παραγωγίζοντας για την ελαχιστοποίηση της σχέσης (2.13γ) προκύπτει:

$$4 k_a \xi_u - \left(1 + \frac{d_2}{d}\right) = 0 \quad \text{ή} \quad \xi_u = \frac{1 + \frac{d_2}{d}}{4 k_a} \quad (2.14)$$

Η τιμή αυτή του ξ_u ελαχιστοποιεί την παράσταση (2.13γ), εφ' όσον η δεύτερη παράγωγός της ίση με $4 k_a$ είναι πάντοτε θετική.

Η τιμή του μ_c' , που αντιστοιχεί στην τιμή αυτή του ξ_u , (σχέση 2.14) βρίσκεται από τη σχέση :

$$\mu'_c = 0.85 \alpha \xi_u \zeta_u = 0.85 \alpha \left(\frac{1 + \frac{d_2}{d}}{4k_a} \right) \left[1 - k_a \left(\frac{1 + \frac{d_2}{d}}{4k_a} \right) \right] \text{ ή}$$

$$\mu'_c = \frac{0.85 \alpha}{16k_a} \left[\left(1 + \frac{d_2}{d} \right) \left(3 - \frac{d_2}{d} \right) \right] \quad (2.15)$$

Για $\varepsilon_{cu}=3.5\%$, $\alpha=0.8095$ και $k_a=0.416$ η σχέση (2.15) δίνει :

$$\text{Για } \frac{d_2}{d} = 0.05, \mu'_c = 0.3202$$

$$\frac{d_2}{d} = 0.10, \mu'_c = 0.3298$$

$$\frac{d_2}{d} = 0.15, \mu'_c = 0.3389$$

$$\frac{d_2}{d} = 0.20, \mu'_c = 0.3474. \quad (2.16)$$

Για να είναι όμως δεκτές, οι παραπάνω τιμές του μ'_c , θα πρέπει να αντιστοιχούν σε μία παραμόρφωση της εντατικής περιοχής 3 και μάλιστα μέσα σε κείνη την ζώνη των παραμορφώσεων για τις οποίες ισχύει : $f_{sd1}=f_{sd2}=f_{yd}$.

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι το οικονομικό μ_{lim} θα είναι το μικρότερο από τις τιμές των σχέσεων (2.16) και από τις τιμές :

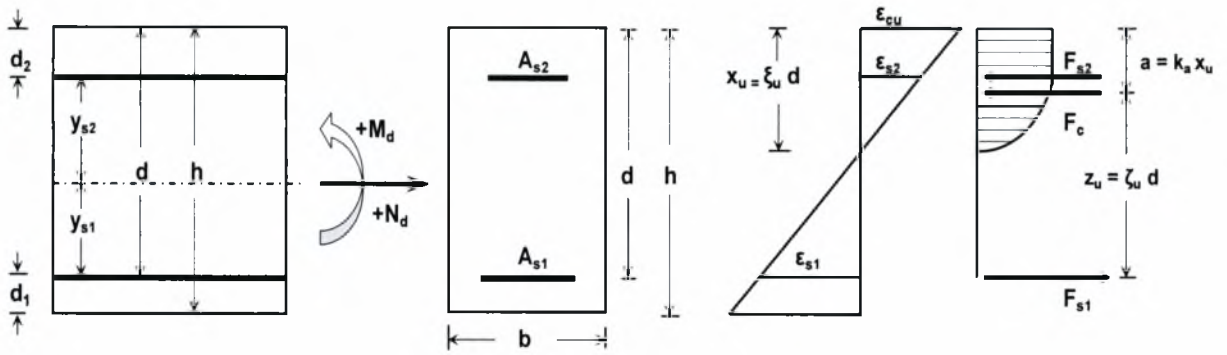
0.3155 για χάλυβα S500 και

0.3319 για χάλυβα S400 (2.17)

Στον πίνακα 2.1 που ακολουθεί δίνονται οι τιμές του μ_{lim} για τιμές του λόγου επικάλυψης $\frac{d_2}{d} = 0.05, 0.10, 0.15$ και 0.20 .

Πίνακας 2.1. Τιμές του οικονομικού μ_{lim}				
Ποιότητα		d_2/d		
Χάλυβα	0.05	0.10	0.15	0.20
S400	0.3202	0.3298	0.3319	0.3319
S500	0.3155	0.3155	0.3155	0.3155

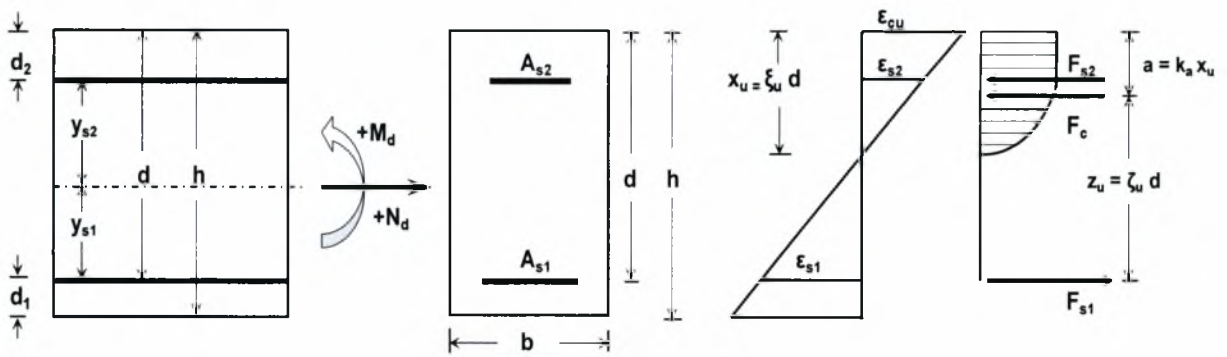
Με βάση τις παραπάνω τιμές του Πίνακα 2.1 έχουν συνταχθεί οι γενικοί πίνακες C.E.B για τον σχεδιασμό ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη.



μ_{sd}	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0.32	0.429	0.005	0.429	0.005	0.430	0.035	0.430	0.006
0.33	0.440	0.015	0.440	0.016	0.441	0.047	0.443	0.018
0.34	0.450	0.026	0.451	0.027	0.453	0.059	0.456	0.031
0.35	0.461	0.036	0.463	0.038	0.465	0.071	0.468	0.043
0.36	0.471	0.047	0.474	0.049	0.477	0.082	0.480	0.056
0.37	0.482	0.057	0.485	0.061	0.489	0.094	0.493	0.068
0.38	0.492	0.068	0.496	0.072	0.500	0.106	0.505	0.081
0.39	0.503	0.078	0.507	0.083	0.512	0.118	0.518	0.093
0.40	0.513	0.089	0.518	0.094	0.524	0.129	0.530	0.106
0.41	0.524	0.099	0.529	0.105	0.536	0.141	0.543	0.118
0.42	0.534	0.110	0.541	0.116	0.547	0.153	0.555	0.131
0.43	0.545	0.120	0.552	0.127	0.559	0.165	0.568	0.143
0.44	0.555	0.131	0.563	0.138	0.571	0.176	0.580	0.156
0.45	0.566	0.142	0.574	0.149	0.583	0.188	0.593	0.168
0.46	0.577	0.152	0.585	0.161	0.594	0.200	0.605	0.181
0.47	0.587	0.163	0.596	0.172	0.606	0.212	0.618	0.193
0.48	0.598	0.173	0.607	0.183	0.618	0.224	0.630	0.206
0.49	0.608	0.184	0.618	0.194	0.630	0.235	0.643	0.218
0.50	0.619	0.194	0.629	0.205	0.641	0.247	0.655	0.231

Πίνακας Σχεδιασμού 2.2

Γενικός πίνακας C.E.B για το σχεδιασμό ορθογωνικών διατομών με εφελκόμενο και θλιβόμενο οπλισμό σε κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη (χάλυβας S500).

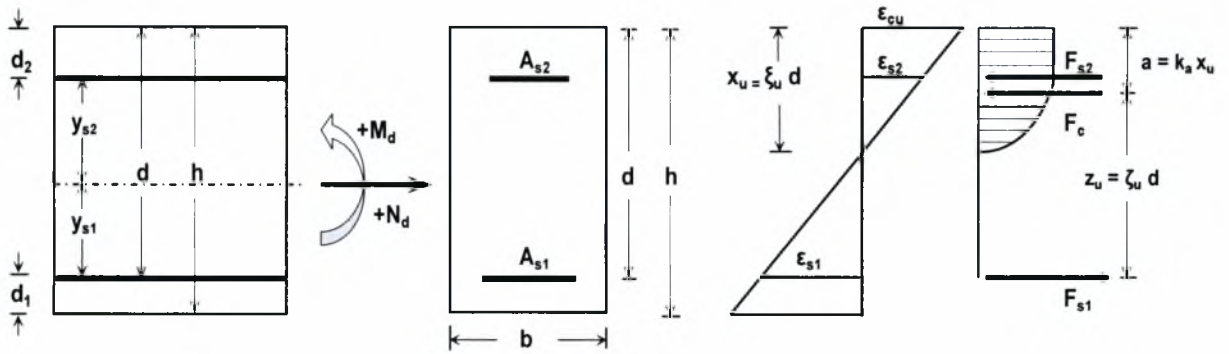


μ_{sd}	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0.33	0.444	0.010	0.455	0.000	0.455	0.000	0.455	0.000
0.34	0.455	0.021	0.466	0.011	0.469	0.010	0.470	0.010
0.35	0.466	0.031	0.477	0.023	0.481	0.021	0.482	0.023
0.36	0.476	0.042	0.489	0.034	0.493	0.033	0.495	0.035
0.37	0.487	0.052	0.500	0.045	0.504	0.045	0.507	0.048
0.38	0.497	0.063	0.511	0.056	0.516	0.057	0.520	0.060
0.39	0.508	0.073	0.522	0.067	0.528	0.068	0.532	0.073
0.40	0.518	0.084	0.533	0.078	0.540	0.080	0.545	0.085
0.41	0.529	0.095	0.544	0.089	0.552	0.092	0.557	0.098
0.42	0.540	0.105	0.555	0.100	0.563	0.104	0.570	0.110
0.43	0.550	0.116	0.566	0.111	0.575	0.115	0.582	0.123
0.44	0.560	0.126	0.577	0.123	0.587	0.127	0.595	0.135
0.45	0.571	0.137	0.589	0.134	0.599	0.139	0.607	0.148
0.46	0.581	0.147	0.600	0.145	0.610	0.151	0.620	0.160
0.47	0.592	0.158	0.611	0.156	0.622	0.162	0.633	0.173
0.48	0.602	0.168	0.622	0.167	0.634	0.174	0.645	0.185
0.49	0.613	0.179	0.633	0.178	0.646	0.186	0.657	0.198
0.50	0.623	0.189	0.644	0.189	0.657	0.198	0.670	0.210

Πίνακας Σχεδιασμού 2.3

Γενικός πίνακας C.E.B για τον σχεδιασμό ορθογωνικών διατομών με εφελκόμενο και θλιβόμενο οπλισμό σε κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη (χάλυβας S400).

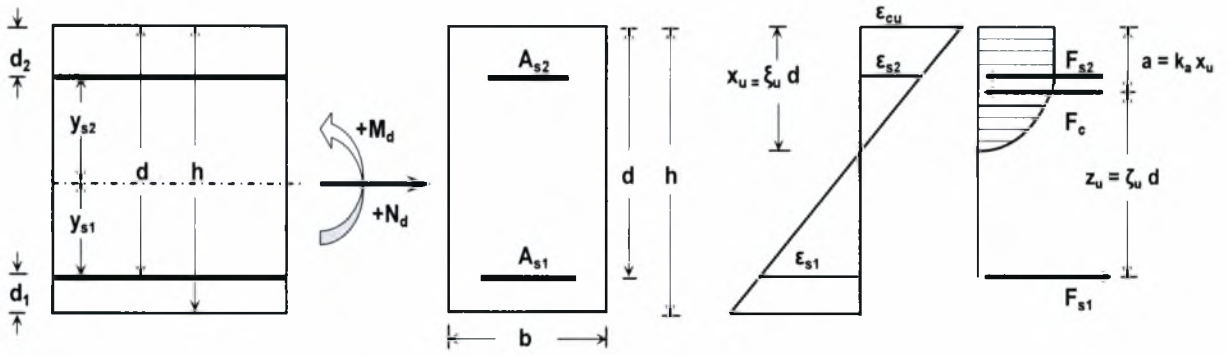
Όπως είναι προφανές, η λύση που προτείνεται από τους γενικούς πίνακες C.E.B, παρότι είναι η οικονομικότερη, σε πολλές περιπτώσεις δεν εξασφαλίζεται η διαρροή του εφελκόμενου οπλισμού (κατά την αστοχία της διατομής) και συνεπώς διατομές σχεδιασμένες κατά τους πίνακες C.E.B δεν διαθέτουν επαρκή πλαστιμότητα. Για τον λόγο αυτό συντάξαμε τους Πίνακες 2.4 και 2.5 κατά τα πρότυπα του Αμερικάνικου Κανονισμού σκυροδέματος (A.C.I 318) βάσει του οποίου $\mu_c = 0.75 \mu_{lim}$.



μ_{sd}	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0.24	0.290	0.004	0.290	0.004	0.290	0.004	0.290	0.004
0.25	0.300	0.014	0.301	0.015	0.302	0.016	0.303	0.017
0.26	0.311	0.025	0.312	0.026	0.314	0.027	0.315	0.029
0.27	0.321	0.035	0.323	0.037	0.325	0.039	0.328	0.042
0.28	0.332	0.046	0.334	0.048	0.337	0.051	0.340	0.054
0.29	0.342	0.056	0.345	0.059	0.349	0.063	0.353	0.067
0.30	0.353	0.067	0.357	0.070	0.361	0.075	0.365	0.079
0.31	0.363	0.077	0.368	0.081	0.372	0.086	0.378	0.092
0.32	0.374	0.088	0.379	0.093	0.384	0.098	0.390	0.104
0.33	0.384	0.098	0.390	0.104	0.396	0.110	0.403	0.117
0.34	0.395	0.109	0.401	0.115	0.408	0.122	0.415	0.129
0.35	0.405	0.119	0.412	0.126	0.420	0.133	0.428	0.142
0.36	0.416	0.130	0.423	0.137	0.431	0.145	0.440	0.154
0.37	0.427	0.140	0.434	0.148	0.443	0.157	0.453	0.167
0.38	0.437	0.151	0.445	0.159	0.455	0.169	0.465	0.179
0.39	0.448	0.161	0.457	0.170	0.467	0.180	0.478	0.192
0.40	0.458	0.172	0.468	0.181	0.478	0.192	0.490	0.204
0.41	0.469	0.182	0.479	0.193	0.490	0.204	0.503	0.217
0.42	0.479	0.193	0.490	0.204	0.502	0.216	0.515	0.229
0.43	0.490	0.204	0.501	0.215	0.514	0.227	0.528	0.242
0.44	0.500	0.214	0.512	0.226	0.525	0.239	0.540	0.254
0.45	0.511	0.225	0.523	0.237	0.537	0.251	0.553	0.267
0.46	0.521	0.235	0.534	0.248	0.549	0.263	0.565	0.279
0.47	0.532	0.246	0.545	0.259	0.561	0.275	0.578	0.292
0.48	0.542	0.256	0.557	0.270	0.572	0.286	0.590	0.304
0.49	0.553	0.267	0.568	0.281	0.584	0.298	0.603	0.317
0.50	0.563	0.277	0.579	0.293	0.596	0.310	0.615	0.329

Πίνακας Σχεδιασμού 2.4

Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο και εφελκόμενο οπλισμό σε κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη (χάλυβας S500, $\mu_c = 0.75 \mu_{lim}$).



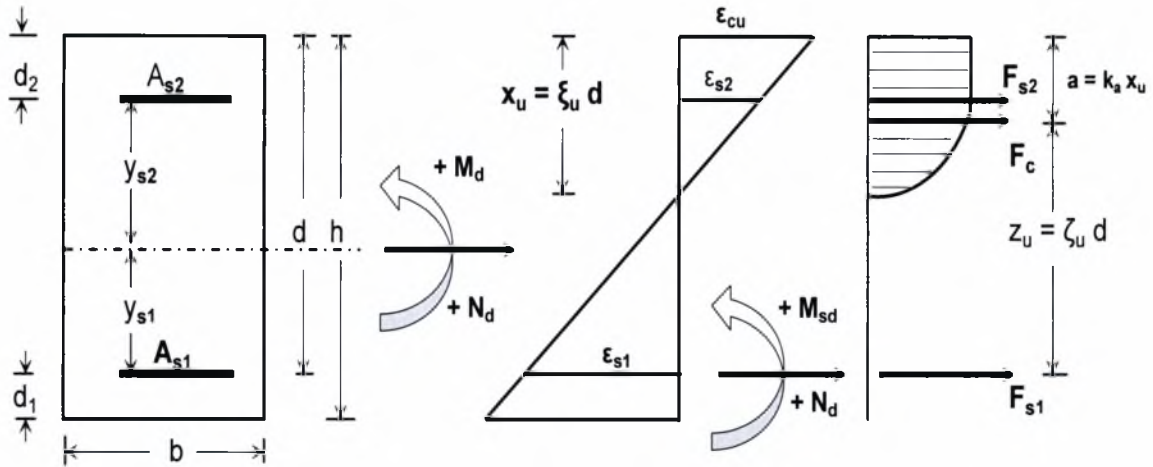
μ_{sd}	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0.25	0.302	0.010	0.306	0.003	0.307	0.001	0.307	0.001
0.26	0.312	0.021	0.317	0.014	0.318	0.013	0.319	0.014
0.27	0.323	0.031	0.328	0.025	0.330	0.025	0.332	0.026
0.28	0.333	0.042	0.339	0.036	0.342	0.037	0.344	0.039
0.29	0.344	0.052	0.350	0.047	0.354	0.048	0.357	0.051
0.30	0.355	0.063	0.361	0.058	0.365	0.060	0.369	0.064
0.31	0.365	0.073	0.372	0.070	0.377	0.072	0.382	0.076
0.32	0.376	0.084	0.383	0.081	0.389	0.084	0.394	0.089
0.33	0.386	0.095	0.395	0.092	0.401	0.095	0.407	0.101
0.34	0.397	0.105	0.406	0.103	0.412	0.107	0.419	0.114
0.35	0.407	0.116	0.417	0.114	0.424	0.119	0.432	0.126
0.36	0.418	0.126	0.428	0.125	0.436	0.131	0.444	0.139
0.37	0.428	0.137	0.439	0.136	0.448	0.142	0.457	0.151
0.38	0.439	0.147	0.450	0.147	0.459	0.154	0.469	0.164
0.39	0.449	0.158	0.461	0.158	0.471	0.166	0.482	0.176
0.40	0.460	0.168	0.472	0.170	0.483	0.178	0.494	0.189
0.41	0.470	0.179	0.483	0.181	0.495	0.189	0.507	0.201
0.42	0.481	0.189	0.495	0.192	0.507	0.201	0.519	0.214
0.43	0.491	0.200	0.506	0.203	0.518	0.213	0.532	0.226
0.44	0.502	0.210	0.517	0.214	0.530	0.225	0.544	0.239
0.45	0.512	0.221	0.528	0.225	0.542	0.237	0.557	0.251
0.46	0.523	0.231	0.539	0.236	0.554	0.248	0.569	0.264
0.47	0.533	0.242	0.550	0.247	0.565	0.260	0.582	0.276
0.48	0.544	0.252	0.561	0.258	0.577	0.272	0.594	0.289
0.49	0.555	0.263	0.572	0.270	0.589	0.284	0.607	0.301
0.50	0.565	0.273	0.583	0.281	0.601	0.295	0.619	0.314

Πίνακας Σχεδιασμού 2.5

Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο και εφελκόμενο σπλισμό σε κάμψη με ή χωρίς ορθή δύναμη (χάλυβας S400, $\mu_c = 0.75 \mu_{lim}$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

3.1 Οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη φορέων Ο/Σ με συμμετρικό οπλισμό



ΣΧ.3.1

Οι συνθήκες ισορροπίας του συστήματος δίνουν τις γνωστές (από το προηγούμενο κεφάλαιο) εξισώσεις:

$$F_c + F_{s1} + F_{s2} = N_d$$

$$-F_c z_u - F_{s2} (d - d_2) = M_{sd}, \text{ όπου : } M_{sd} = M_d - N_d y_{s1}.$$

Ακολουθώντας, ακριβώς την ίδια διαδικασία με το προηγούμενο κεφάλαιο, και λαμβάνοντας υπόψη την αξονική δύναμη καταλήγουμε τελικά στις σχέσεις :

$$\omega_1' = \omega_c' + \frac{\mu_{sd} - \mu_c}{1 - \frac{d_2}{d}} + v_d' \quad (3.1)$$

$$\omega_2' = - \frac{\mu_{sd} - \mu_c}{1 - \frac{d_2}{d}} \quad (3.2)$$

$$\text{όπου, } v_d' = \frac{N_d}{b d f_{cd}}, \quad A_{s1} = \omega_1' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd1}}, \quad A_{s2} = \omega_2' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd2}} \quad (3.3)$$

Η προϋπόθεση του συμμετρικού οπλισμού, συνεπάγεται την ισότητα :

$A_{s1} = A_{s2}$. Η εξίσωση αυτή σε συνδυασμό με τις προηγούμενες σχέσεις μπορεί να μας οδηγήσει στην επιζητούμενη λύση. Συγκεκριμένα:

$$\omega_1' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd1}} = \omega_2' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd2}} \quad \eta \quad \frac{\omega_1'}{f_{sd1}} = \frac{\omega_2'}{f_{sd2}} \quad \text{και λόγω των σχέσεων (3.1) και (3.2)}$$

προκύπτει η εξίσωση:

$$\frac{1}{f_{sd1}} + \left[\omega_c' + \frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} + v_d' \right] = - \frac{1}{f_{sd2}} \left[\frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \right] \quad (3.4)$$

Οι σχέσεις (3.2) και (3.3) πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας με $h f_{yd}$ γίνονται:

$$A_{s1} = \omega_1' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd1}} = \left[\omega_1' \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \frac{d}{h} \right] b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \omega_2' b d \frac{f_{cd}}{f_{sd2}} = \left[\omega_2' \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \frac{d}{h} \right] b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Ονομάζουμε: $\omega_1 = \omega_1' \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \frac{d}{h} = \frac{\omega_1'}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}}$ και

$$\omega_2 = \omega_2' \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \frac{d}{h} = \frac{\omega_2'}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd2}}$$

$$A_{s1} = \omega_1 b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{και} \quad A_{s2} = \omega_2 b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.5)$$

συμπεραίνουμε ότι:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2, \quad \text{δηλαδή} \quad (A_{s1} + A_{s2}) = A_{stot} = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.6)$$

Λόγω όμως συμμετρίας του οπλισμού ισχύει ότι $\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega}{2}$. Άρα

$$\frac{\omega_1'}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} = \frac{\omega_2'}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} = \frac{\omega}{2}$$

και λόγω της σχέσης (3.4) :

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \left[\omega_c' + \frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} + v_d' \right] = - \frac{1}{\left(1 + \frac{d_1}{d}\right)} \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \left[\frac{\mu_{sd}' - \mu_c'}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \right] = \frac{\omega}{2} \quad (3.7)$$

Η εξίσωση (3.7) αποτελεί την βασική εξίσωση για την περίπτωση συμμετρικού οπλισμού.

Ορίζονται στην συνέχεια, τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη της καμπτικής ροπής και κεντρικής αξονικής δύναμης αντίστοιχα:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b h^2 f_{cd}} \text{ και } \nu_d = \frac{N_d}{b h f_{cd}}$$

Για την καμπτική ροπή γύρω από τον εφελκόμενο οπλισμό ισχύει:

$$M_{sd} = M_d - N_d y_{s1} = M_d - N_d \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

Άρα: $\frac{M_{sd}}{b h^2 f_{cd}} = \frac{M_d}{b h^2 f_{cd}} - \frac{N_d}{b h f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$ ή

$$\mu_{sd} = \mu_d - \frac{1}{2} \frac{N_d}{b h f_{cd}} \frac{1}{h} \left(\frac{h - 2d_1}{h} \right) \text{ ή}$$

$$\mu_{sd} = \mu_d - \frac{1}{2} \nu_d \frac{1}{h} \left(1 - \frac{2d_1}{h} \right) \quad (3.8)$$

Αλλά: $\frac{M_{sd}}{b h^2 f_{cd}} = \frac{M_{sd}}{b d^2 f_{cd}} \frac{d^2}{h^2} = \mu'_{sd} \frac{d^2}{h^2} = \mu'_{sd} \left(1 - \frac{d_1}{h} \right)^2$

Επομένως: $\mu'_{sd} \left(1 - \frac{d_1}{h} \right)^2 = \mu_d - \frac{1}{2} \nu_d \frac{1}{h} \left(1 - \frac{2d_1}{h} \right)$ ή

$$\mu'_{sd} = \frac{\mu_d}{\left(1 - \frac{d_1}{h} \right)^2} - \frac{1}{2} \nu_d \frac{\left(1 - \frac{2d_1}{h} \right)}{\left(1 - \frac{d_1}{h} \right)^2} \quad (3.9)$$

Με όμοιο τρόπο θα έχουμε:

$$\nu'_d = \frac{N_d}{b d f_{cd}} = \frac{N_d}{b h f_{cd}} \frac{d}{h} = \nu_d \frac{h}{d} \Rightarrow \nu'_d = \nu_d \frac{1}{\left(\frac{d}{h} \right)} = \nu_d \frac{1}{\left(\frac{h-d_1}{h} \right)} = \nu_d \frac{1}{\left(1 - \frac{d_1}{h} \right)} \quad (3.10)$$

Εάν τώρα ορίσουμε ότι: $k = \frac{1}{\left(1 - \frac{d_1}{h} \right)}$ και $\lambda = \frac{\left(1 - \frac{2d_1}{h} \right)}{\left(1 - \frac{d_1}{h} \right)}$, σαν αδιάστατους

συντελεστές που είναι σταθεροί για μια συγκεκριμένη τιμή του λόγου $\frac{d_1}{h}$, για την περίπτωση $d_1=d_2$ θα έχουμε :

$$\kappa = \frac{1}{(1 - \frac{d_1}{h})} = \frac{h}{d} = 1 + \frac{d_1}{d} = 1 + \frac{d_2}{d} \text{ και } \lambda = \frac{(1 - \frac{2d_1}{h})}{(1 - \frac{d_1}{h})} = \frac{d - d_1}{d} = 1 - \frac{d_1}{d} = 1 - \frac{d_2}{d}.$$

Με βάση τα παραπάνω, οι σχέσεις (3.9) και (3.10) γίνονται :

$$\dot{\mu}_{sd} = \kappa^2 \mu_d - \frac{\kappa \lambda}{2} v_d \text{ και } \dot{v}_d = \kappa v_d \quad (3.11)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.11) στις (3.1) και (3.2) προκύπτει ότι:

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_c + \frac{\dot{\mu}_{sd} - \dot{\mu}_c}{(1 - \frac{d_2}{d})} + \dot{v}_d \text{ ή } \dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_c + \frac{\dot{\mu}_{sd}}{\lambda} - \frac{\dot{\mu}_c}{\lambda} + \dot{v}_d \text{ ή}$$

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_c + \frac{\kappa^2 \mu_d - \frac{\kappa \lambda}{2} v_d}{\lambda} - \frac{\dot{\mu}_c}{\lambda} + \dot{v}_d \text{ ή}$$

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_c + \frac{\kappa^2}{\lambda} \mu_d - \frac{\kappa}{2} v_d - \frac{\dot{\mu}_c}{\lambda} + \kappa v_d \text{ ή}$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} v_d + \kappa^2 \mu_d - (\dot{\mu}_c - \lambda \dot{\omega}_c) \right] \quad (3.12)$$

$$\text{Όμοια : } \dot{\omega}_2 = - \frac{\dot{\mu}_{sd} - \dot{\mu}_c}{(1 - \frac{d_2}{d})} = - \frac{\dot{\mu}_{sd}}{\lambda} + \frac{\dot{\mu}_c}{\lambda} \text{ ή } \dot{\omega}_2 = - \frac{\kappa^2 \mu_d}{\lambda} + \frac{\kappa \lambda v_d}{2\lambda} + \frac{\dot{\mu}_c}{\lambda} \text{ ή}$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} v_d - \kappa^2 \mu_d + \dot{\mu}_c \right] \quad (3.13)$$

Βάσει των σχέσεων (3.11) η σχέση (3.7) μεταπίπτει στη μορφή:

$$\frac{1}{\kappa \lambda} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} v_d + \kappa^2 \mu_d - (\dot{\mu}_c - \lambda \dot{\omega}_c) \right] = \frac{1}{\kappa \lambda} \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} v_d - \kappa^2 \mu_d + \dot{\mu}_c \right] = \frac{\omega}{2} \quad (3.14)$$

Η σχέση (3.14) αποτελεί την γενική εξίσωση σχεδιασμού ορθογωνικής διατομής με συμμετρικό οπλισμό, με βάση την οποία κατασκευάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης ($\mu_d - v_d$). Συγκεκριμένα, από τα δύο πρώτα μέλη της εξίσωσης θα έχουμε :

$$\frac{\kappa \lambda}{2} \left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} - \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right) v_d + \kappa^2 \left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} + \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right) \mu_d - \left[\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} + \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right) \dot{\mu}_c - \lambda \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \dot{\omega}_c \right] = 0 \quad (3.15)$$

Ξεκινώντας λοιπόν από ένα δεδομένο συνδυασμό των f_{yd} και $\frac{d_1}{h}$, μπορούμε από τη σχέση (3.15) να διαπιστώσουμε ότι, με αναφορά σε μια συγκεκριμένη παραμόρφωση, άρα με συγκεκριμένα $\dot{\mu}_c$, $\dot{\omega}_c$, f_{sd1} , f_{sd2} , η σχέση (3.15) είναι

μια γραμμική εξίσωση με μεταβλητές τα μ_d και ν_d . Με άξονες συντεταγμένων τα μ_d και ν_d για μια συγκεκριμένη παραμόρφωση, η εξίσωση (3.15) παριστάνει μια ευθεία. Μπορούμε λοιπόν να απεικονίσουμε τις ευθείες των παραμορφώσεων οι οποίες είναι οι ευθείες σταθερής παραμόρφωσης για συμμετρικό οπλισμό.

Επίσης από την σχέση (3.14) προκύπτουν δύο άλλες μορφές της εξίσωσης του συμμετρικού οπλισμού (εξισώνοντας το πρώτο ή το δεύτερο μέλος με το τρίτο), δηλαδή,

$$\begin{aligned} \text{είτε : } \omega &= \frac{2}{\kappa \lambda} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} \nu_d + \kappa^2 \mu_d - (\mu'_c - \lambda \omega'_c) \right] \\ \text{είτε : } \omega &= \frac{2}{\kappa \lambda} \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} \nu_d - \kappa^2 \mu_d + \mu'_c \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Η σημασία της πρώτης από τις εξισώσεις (3.16) είναι ότι προσδιορίζει το συνολικό μηχανικό ποσοστό οπλισμού ω από το διπλάσιο του κάτω οπλισμού ενώ η δεύτερη από το διπλάσιο του πάνω οπλισμού. Είναι προφανές, ότι σε κάθε περίπτωση ισχύουν και οι δύο αυτές εξισώσεις και το ω μπορεί να προσδιορισθεί με βάση οποιαδήποτε από τις δύο σχέσεις (3.16).

Επίσης για δεδομένες τιμές της παραμόρφωσης, δηλαδή για δεδομένες τιμές των ϵ_{cu} , ϵ_{s1} , του λόγου d_1/h καθώς και του ω οι σχέσεις (3.14) και μια εκ των δύο σχέσεων (3.16) δημιουργούν ένα σύστημα δύο εξισώσεων, με μοναδικούς αγνώστους τα μεγέθη μ_d και ν_d . Η επίλυση του συστήματος μας δίνει τις ζητούμενες τιμές των μ_d και ν_d και συνεπώς την δυνατότητα χάραξης των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης για συμμετρικό οπλισμό.

Για παραμορφώσεις των περιοχών 1,2 και 3 του γενικευμένου διαγράμματος παραμορφώσεων του κανονισμού ισχύει $f_{sd1}=f_{yd}$, οπότε η πρώτη εκ των εξισώσεων (3.16) γίνεται:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2}{\kappa \lambda} \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \left[\frac{\kappa \lambda}{2} \nu_d + \kappa^2 \mu_d - (\mu'_c - \lambda \omega'_c) \right] \text{ ή} \\ \nu_d + \frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2\kappa}{\lambda} \mu'_c + \frac{2}{\kappa} \omega'_c - \omega &= 0 \text{ ή} \\ \frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d = \omega - \nu_d + \frac{2}{\kappa \lambda} \mu'_c - \frac{2}{\kappa} \omega'_c &\Rightarrow \mu_d = \frac{\omega_{tot} \lambda}{2\kappa} - \frac{\nu_d \lambda}{2\kappa} + \frac{\mu'_c}{\kappa^2} - \frac{\omega'_c \lambda}{\kappa^2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Με την παραδοχή ότι διαρρέει ο θλιβόμενος οπλισμός, δηλαδή $F_{s1}-F_{s2}=0$ έχουμε $F_c = -N_d$. Άρα:

$$\omega'_c = \frac{F_c}{b d f_{cd}} = -\frac{N_d}{b d f_{cd}} = -v'_d = -\kappa v_d \text{ και } -\frac{\omega'_c \lambda}{\kappa^2} = -\frac{(\kappa v_d) \lambda}{\kappa^2} = \frac{v_d \lambda}{\kappa} \quad (3.18)$$

$$\mu'_c = \frac{F_c z_u}{b d^2 f_{cd}} = -\frac{N_d z_u}{b d^2 f_{cd}} = \frac{-N_d \zeta_u d}{b d^2 f_{cd}} = \left(\frac{-N_d}{b d f_{cd}} \right) \zeta_u \text{ ή}$$

$$\mu'_c = -v'_d \zeta_u = -v_d \kappa \zeta_u \quad (3.19)$$

Επίσης $F_c = 0.85 \alpha b x_u f_{cd} = 0.85 \alpha b \xi_u d f_{cd}$, άρα

$$\xi_u = \frac{F_c}{0.85 \alpha b d f_{cd}} = \frac{-v'_d}{0.85 \alpha} = -\frac{\kappa v_d}{0.85 \alpha}$$

$$\text{Ομως, } \zeta_u = 1 - k_a \xi_u = 1 - k_a \left(-\frac{\kappa v_d}{0.85 \alpha} \right) = 1 + \kappa v_d \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) \quad (3.20)$$

Λόγω της (3.20) η (3.19) γίνεται :

$$\mu'_c = -v_d \kappa \left[1 + \kappa \frac{k_a v_d}{0.85 \alpha} \right] = -v_d \kappa - v_d^2 \kappa^2 \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) \text{ ή}$$

$$\frac{\mu'_c}{\kappa^2} = -\frac{v_d}{\kappa} - v_d^2 \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) \quad (3.21)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των (3.18) και (3.21) στην (3.17) έχουμε :

$$\mu_d = \frac{\omega \lambda}{2 \kappa} - \frac{v_d \lambda}{2 \kappa} + \frac{v_d \lambda}{\kappa} - \frac{v_d}{\kappa} - v_d^2 \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) \Rightarrow$$

$$\mu_d = \frac{\omega \lambda}{2 \kappa} + \frac{v_d \lambda}{2 \kappa} - \frac{v_d}{\kappa} - v_d^2 \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) \quad (3.22)$$

Η σχέση 3.22 παριστάνει λοιπόν μια καμπύλη 2^{ου} βαθμού για την οποία η μέγιστη τιμή ευρίσκεται από τη σχέση :

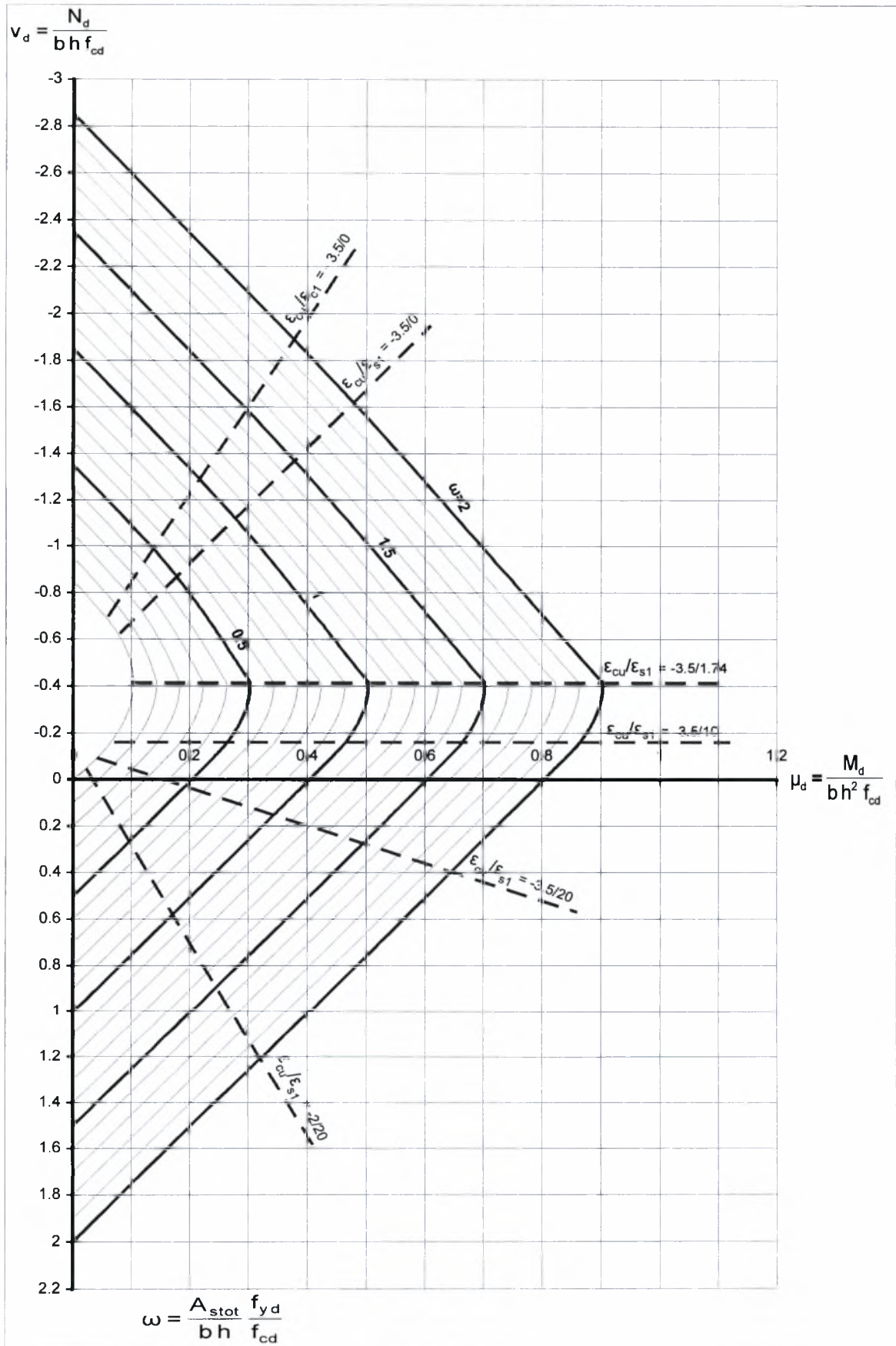
$$\frac{\partial \mu_d}{\partial v_d} = \frac{\lambda}{2 \kappa} - \frac{1}{\kappa} - 2 v_d \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) = 0 \text{ ή}$$

$$\frac{\lambda}{2 \kappa} - \frac{1}{\kappa} - 2 v_d \left(\frac{k_a}{0.85 \alpha} \right) = 0 \text{ ή}$$

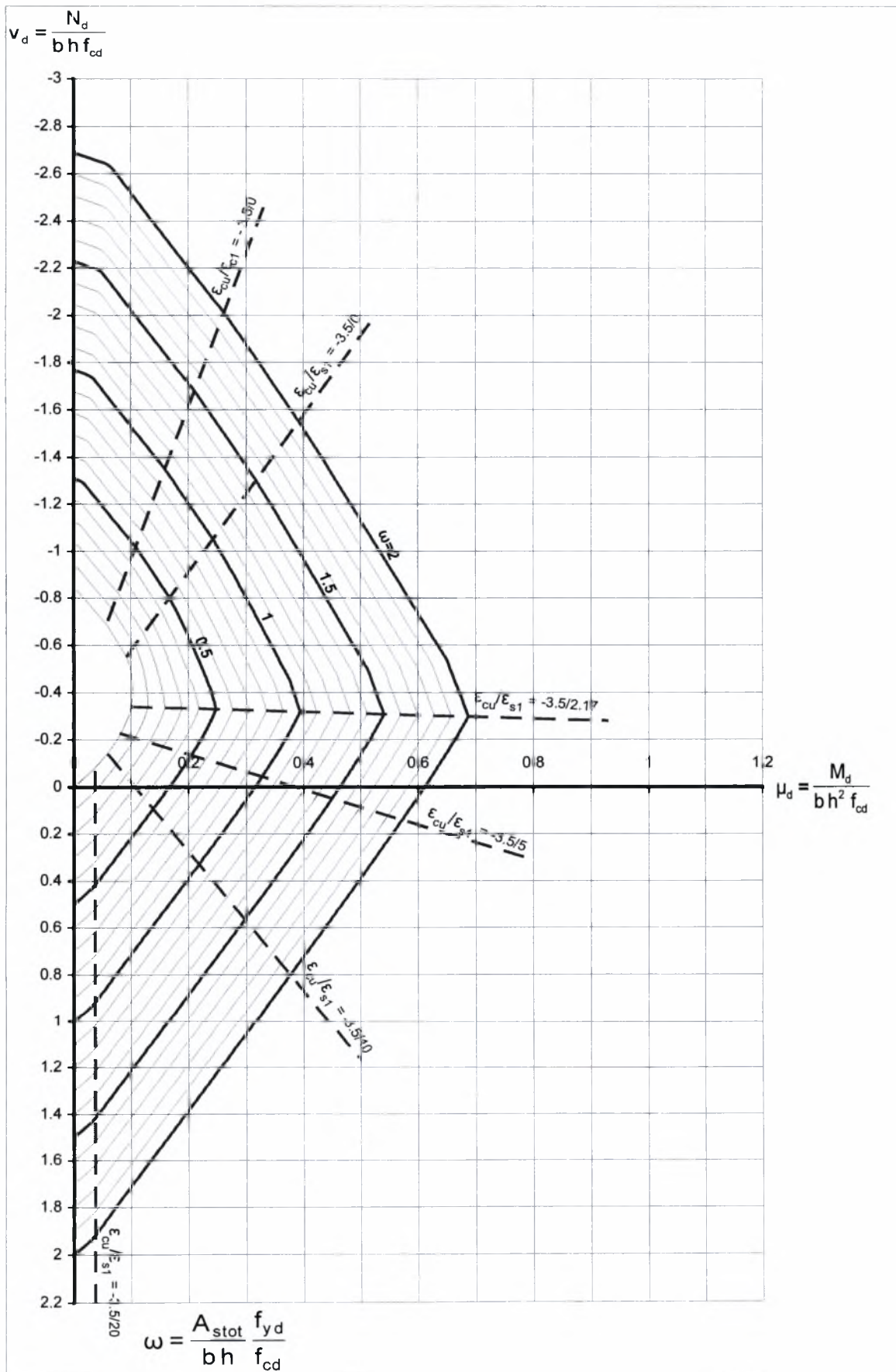
$$v_d = \frac{0.85 \alpha}{2 k_a} \left(\frac{\lambda}{2 \kappa} - \frac{1}{\kappa} \right) \quad (3.23)$$

Η παραπάνω σχέση 3.23 για την εντατική περιοχή 3, ($\epsilon_{cu} = -3.5\%$, $\alpha = 0.8095$ και $k_a = 0.416$) δίνει για οποιαδήποτε τιμή του λόγου $\frac{d_1}{h}$ την τιμή $v_d = -0.41355$.

Στα σχήματα 3.2 και 3.3 που ακολουθούν, παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποια διαγράμματα αλληλεπίδρασης (μ_d - ν_d) για συμμετρικό οπλισμό, σύμφωνα με τον Ελληνικό Κανονισμό σκυροδέματος.



Σχ.3.2. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή, σύμφωνα με τον Ελληνικό Κανονισμό (χάλυβας S400, $d_1/h=0.10$).



Σχ.3.3. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή, σύμφωνα με τον Ελληνικό Κανονισμό (χάλυβας S500, $d_r/h=0.20$).

Παρατηρήσεις για τα διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης (μ_d - v_d)

1) Υπάρχουν πάντα ευθείες που συμπίπτουν με τον άξονα v_d . Για να συμβαίνει κάτι τέτοιο θα πρέπει η γενική εξίσωση (3.16) να καταλήγει σε σχέση της μορφής $\mu_d = 0$. Αυτό συμβαίνει για τις παραμορφώσεις εκείνες για τις οποίες όλοι οι υπόλοιποι όροι (πλην του μ_d) της εξίσωσης (3.16) δίνουν σύνολο μηδέν, δηλαδή:

$$\frac{\kappa \lambda}{2} \left[\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} - \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right] v_d - \left[\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} + \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right) \mu'_c - \lambda \frac{f_{yd}}{f_{sd1}} \omega'_c \right] = 0 \quad (3.24)$$

Για να ισχύει η ισότητα (3.24) θα πρέπει τόσο ο συντελεστής του v_d , όσο και ο σταθερός όρος να μηδενίζονται.

Καταρχήν, ο συντελεστής του v_d μηδενίζεται για όσες παραμορφώσεις (του γενικευμένου διαγράμματος παραμορφώσεων) ισχύει $f_{sd1} = f_{sd2}$ οπότε η γενική εξίσωση (3.16) γίνεται :

$$2 \kappa^2 \mu_d - 2 \mu'_c + \lambda \omega'_c = 0 \quad \text{ή} \quad \mu_d = \frac{1}{\kappa^2} \left(\mu'_c - \frac{\lambda}{2} \omega'_c \right) \quad (3.25)$$

Από την σχέση (3.25) είναι προφανές ότι για να προκύπτει $\mu_d = 0$ πρέπει να μηδενίζεται και η παράσταση $\mu'_c - \frac{\lambda}{2} \omega'_c$. Αυτό ισχύει:

α) Για όλες τις παραμορφώσεις της υποπεριοχής 1 για τις οποίες $f_{sd1} = f_{sd2} = f_{yd}$ και $\mu'_c = \omega'_c = 0$.

β) Για ομοιόμορφη θλιπτική παραμόρφωση $\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = -2\%$, οπότε $f_{sd1} = f_{sd2}$. Επίσης, λόγω της ιδιομορφίας της παραμόρφωσης η δύναμη F_c εφαρμόζεται πάντα στο κέντρο βάρους της διατομής και επομένως:

$$z_u = \frac{h}{2} - d_1 \quad \text{ή} \quad \zeta_u = \frac{z_u}{d} = \frac{\left(\frac{h}{2} - d_1\right)}{h - d_1} = \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{2d_1}{h}\right)}{\left(1 - \frac{d_1}{h}\right)} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{οπότε: } \mu'_c - \frac{\lambda}{2} \omega'_c = \omega'_c \left(\frac{\mu'_c}{\omega'_c} - \frac{\lambda}{2} \right) = \omega'_c \left(\frac{0.85 \alpha_u \xi_u \zeta_u}{0.85 \alpha_u \xi_u} - \frac{\lambda}{2} \right) = \omega'_c \left(\zeta_u - \frac{\lambda}{2} \right) = 0. \quad (3.26)$$

2) Υπάρχουν σε κάποιες περιπτώσεις, ευθείες παράλληλες προς τον άξονα v_d . Για να είναι οι ευθείες κάποιων παραμορφώσεων παράλληλες στον άξονα μ_d , θα πρέπει η γενική εξίσωση (3.16) να καταλήγει στη μορφή

μ_d =σταθερό. Ο μηδενισμός του συντελεστή του v_d συμβαίνει όπως είδαμε και προηγουμένως όταν $f_{sd1}=f_{sd2}$, οπότε :

$\mu_d = \frac{1}{\kappa^2} \left(\mu_c' - \frac{\lambda}{2} \omega_c' \right)$ =σταθερό. Η περίπτωση αυτή μπορεί να συμβεί στην αρχή της εντατικής περιοχής 2 του διαγράμματος παραμορφώσεων και για μεγάλες τιμές του λόγου d_1/h , όπου η παραμόρφωση ϵ_{s2} συνεχίζει να διατηρείται θετική και μεγαλύτερη της ϵ_{yd} .

3) Υπάρχουν ευθείες παράλληλες στον άξονα μ_d . Για να ισχύει η προηγούμενη πρόταση θα πρέπει η εξίσωση (3.16) να καταλήγει στη μορφή: v_d =σταθερό. Για $f_{sd1}=f_{yd}$ και $f_{sd2}=-f_{yd}$ η εξίσωση (3.16) γίνεται:

$$\kappa \lambda v_d + \lambda \omega_c' = 0 \text{ ή } v_d = -\frac{1}{\kappa} \omega_c' \quad (3.27)$$

Για μια συγκεκριμένη παραμόρφωση, δηλαδή συγκεκριμένα μ_c' , ω_c' και για προκαθορισμένο λόγο d_1/h , άρα προκαθορισμένα κ, λ ο όρος $\frac{-\omega_c'}{\kappa}$ της σχέσης (3.27) είναι σταθερός για όλα τα σημεία μιας ευθείας σταθερής παραμόρφωσης. Η περίπτωση αυτή μπορεί να συμβεί είτε στο τέλος της εντατικής περιοχής 2 (για περιπτώσεις με σχετικά μικρές τιμές των ϵ_{yd} και d_1/h), είτε στην αρχή της περιοχής 3 (για περιπτώσεις με μικρή τιμή του ϵ_{yd} και μεγάλη τιμή του d_1/h).

4) Η γωνία των ευθειών σταθερής παραμόρφωσης με τον άξονα v_d μεγαλώνει συνεχώς από 0 έως 180°, όσο μεγαλώνει η θλιπτική παραμόρφωση, (δηλαδή όσο προχωρούμε από την εντατική περιοχή 1 προς την εντατική περιοχή 5).

Η κλίση $\frac{\Delta v_d}{\Delta \mu_d}$ μιας τέτοιας ευθείας (ως προς τον άξονα μ_d) φαίνεται αμέσως, αν γράψουμε τη γενική εξίσωση 3.16 στη μορφή:

$$v_d = \frac{-2\kappa}{\lambda} \frac{\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} + \frac{f_{yd}}{f_{sd2}} \right)}{\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} - \frac{f_{sd1}}{f_{sd2}} \right)} \mu_d + (\text{σταθερός όρος})$$

$$\text{Συνεπώς: } \frac{\Delta v_d}{\Delta \mu_d} = \frac{-2\kappa}{\lambda} \frac{\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} + \frac{f_{yd}}{f_{sd2}}\right)}{\left(\frac{f_{yd}}{f_{sd1}} - \frac{f_{sd1}}{f_{sd2}}\right)} \mu_d = \frac{2\kappa}{\lambda} \frac{f_{sd1} + f_{sd2}}{f_{sd1} - f_{sd2}}.$$

Για μια δεδομένη τιμή του λόγου d_1/h (δηλαδή κ, λ) η κλίση αυτή μεταβάλλεται ανάλογα με τη μεταβολή της παράστασης: $\frac{f_{sd1} + f_{sd2}}{f_{sd1} - f_{sd2}}$.

Εύκολα αποδεικνύεται, ότι η τιμή της παράστασης αυτής ξεκινά από το $+\infty$ (για εντατική περιοχή 1) όπου $f_{sd1}=f_{sd2}>0$ και συνεχώς ελαττώνεται μέχρι το $-\infty$ (στο τέλος της περιοχής 5, όπου είναι πάντοτε $f_{sd1}=f_{sd2}<0$). Αυτό σημαίνει κλίση ως προς τον άξονα μ_d , από -90° έως $+90^\circ$.

3.2 Διαθέσιμη πλαστιμότητα

Ένα βασικό πλεονέκτημα της εξίσωσης σχεδιασμού για συμμετρικό οπλισμό είναι ότι για δεδομένη τιμή του ν_d και για παραμόρφωση του εφελκυσμένου οπλισμού ίση με την ανηγμένη παραμόρφωση διαρροής (ϵ_{yd}), μπορούμε να υπολογίσουμε την ανηγμένη παραμόρφωση της ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος ϵ_{cy} , καθώς και την αδιάστατη ροπή μ_y , την στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου οπλισμού. Με γνωστή την παραμορφωσιακή κατάσταση κατά την αρχική διαρροή αλλά και την αστοχία, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε ορισμένα εξίσου σημαντικά μεγέθη όσον αφορά την συμπεριφορά ενός δομικού στοιχείου από οπλισμένο σκυρόδεμα, σε συνθήκες μονοαξονικής κάμψης. Τα μεγέθη αυτά αναπτύσσονται αμέσως παρακάτω.

Η διαθέσιμη πλαστιμότητα ενός δομικού στοιχείου ως γνωστόν, μπορεί να εκτιμηθεί από το διάγραμμα καμπτικών ροπών (M) – καμπυλοτήτων (k). Η καμπυλότητα μιας διατομής προκύπτει, με βάση την θεωρία της κάμψης, εάν ο λόγος της ανηγμένης παραμόρφωσης μιας ίνας της διατομής προς την αντίστοιχη απόστασή της από τον ουδέτερο άξονα, δηλαδή $k = \frac{\epsilon_c}{x}$, όπου ϵ_c η ανηγμένη παραμόρφωση του σκυροδέματος στην ακραία θλιβόμενη ίνα και x η απόσταση του ουδέτερου άξονα από την ίνα αυτή, ή αλλιώς $k = \frac{\epsilon_{s1}}{d-x}$, όπου ϵ_{s1} η ανηγμένη παραμόρφωση στην στάθμη του εφελκυσμένου οπλισμού και d το στατικό ύψος της διατομής. Από τις δύο παραπάνω σχέσεις συνεπάγεται ότι

$$k = \frac{\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d} \quad (3.28)$$

Από την σχέση (3.28) είναι φανερό ότι όσο αυξάνει η οριακή θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος (ϵ_{cu}) και η οριακή εφελκυστική παραμόρφωση του εφελκυσμένου χάλυβα (ϵ_{s1}), τόσο αυξάνεται και η διαθέσιμη καμπυλότητα (k_u) ενός δομικού στοιχείου, δηλαδή η πλαστιμότητά του. Ένας χρήσιμος δείκτης με τον οποίον μπορεί να εκφραστεί ποιοτικά η ικανότητα παραμόρφωσης ενός στοιχείου από οπλισμένο σκυρόδεμα είναι ο δείκτης πλαστιμότητας καμπυλοτήτων που δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_k = \frac{k_u}{k_y} = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{stu}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} \quad (3.29)$$

όπου, k_u είναι η καμπυλότητα του στοιχείου την στιγμή της αστοχίας, k_y η καμπυλότητα τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου χάλυβα και ε_{cy} η παραμόρφωση της ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου χάλυβα. Η σχέση που συνδέει τον δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων με την αξονική δύναμη αναλύεται παρακάτω.

Από την ισορροπία δυνάμεων σε μία συμμετρικά οπλισμένη διατομή την στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου οπλισμού έχουμε: $F_{s1} + F_{s2} + F_c = N_d$, όπου $F_{s1} = A_{s1} f_{yd}$ και $F_{s2} = A_{s2} f_{sd2y}$, όπου η f_{sd2y} , είναι η τάση του θλιβόμενου οπλισμού, τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου, για την οποία θα ισχύουν:

$$f_{sd2y} = f_{yd} \text{ όταν } \varepsilon_{s2y} \geq \varepsilon_{yd} \text{ και:}$$

$$f_{sd2y} = \varepsilon_{s2y} E_s \text{ όταν } \varepsilon_{s2y} \leq \varepsilon_{yd}$$

Με βάση τα παραπάνω η εξίσωση ισορροπίας κατά την διαρροή γίνεται:

$$A_{s1} f_{yd} + A_{s2} f_{sd2y} + \alpha_y b x_y 0.85 f_{cd} = v_{dy} b h f_{cd} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega}{2} (b h f_{cd}) + \frac{\omega b h f_{cd}}{2 f_{yd}} f_{sd2y} + \alpha_y b x_y 0.85 f_{cd} = v_{dy} b h f_{cd} \quad (3.30)$$

$$\text{Εάν } \lambda_1 = 1 - \frac{d_1}{h} \text{ και επομένως } x_y = \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} d = \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} h \lambda_1 \text{ η σχέση (3.30)}$$

γίνεται:

$$\frac{\omega}{2} (b h f_{cd}) + \frac{\omega b h f_{cd}}{2 f_{yd}} f_{sd2y} + \alpha_y b \left(\frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} \right) h \lambda_1 0.85 f_{cd} = v_{dy} b h f_{cd} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega}{2} + \frac{\omega f_{sd2y}}{2 f_{yd}} + 0.85 \alpha_y \lambda_1 \left(\frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} \right) = v_{dy} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} = \frac{1}{0.85 \alpha_y \lambda_1 \varepsilon_{cy}} \left(v_{dy} - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega f_{sd2y}}{2 f_{yd}} \right) \text{ ή} \quad (3.31\alpha)$$

$$\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd} = \frac{0.85 \alpha_y \lambda_1 \varepsilon_{cy}}{\left(v_{dy} - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega f_{sd2y}}{2 f_{yd}} \right)} \quad (3.31\beta)$$

Όμοια κατά την αστοχία:

$$\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1u} = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \varepsilon_{cu}}{\left[v_{du} - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad (3.32)$$

Στις σχέσεις 3.31 και 3.32 ο συντελεστής f_{sd2u} αναφέρεται στην τάση του θλιβόμενου οπλισμού κατά την αστοχία της διατομής, ενώ ο συντελεστής α_i ($i=u,y$) αναφέρεται αντίστοιχα στην αστοχία και αρχική διαρροή του εφελκυσμένου οπλισμού και έχει οριστεί στο Κεφάλαιο 1.

Με βάση τις σχέσεις 3.31 και 3.32 και με την παραδοχή ότι η θλιπτική δύναμη παραμένει πρακτικά σταθερή και στις δύο καταστάσεις (αρχική διαρροή εφελκυσμένου χάλυβα και αστοχία), δηλαδή $v_{dy} = v_{du} = v_d$, ο δείκτης πλαστιμότητας καμπυλοτήτων δίνεται τελικά από τη σχέση :

$$\mu_k = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1u}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}} = \frac{\alpha_u \varepsilon_{cu} \left[v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2y}}{f_{yd}} \right]}{\alpha_y \varepsilon_{cy} \left[v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad (3.33)$$

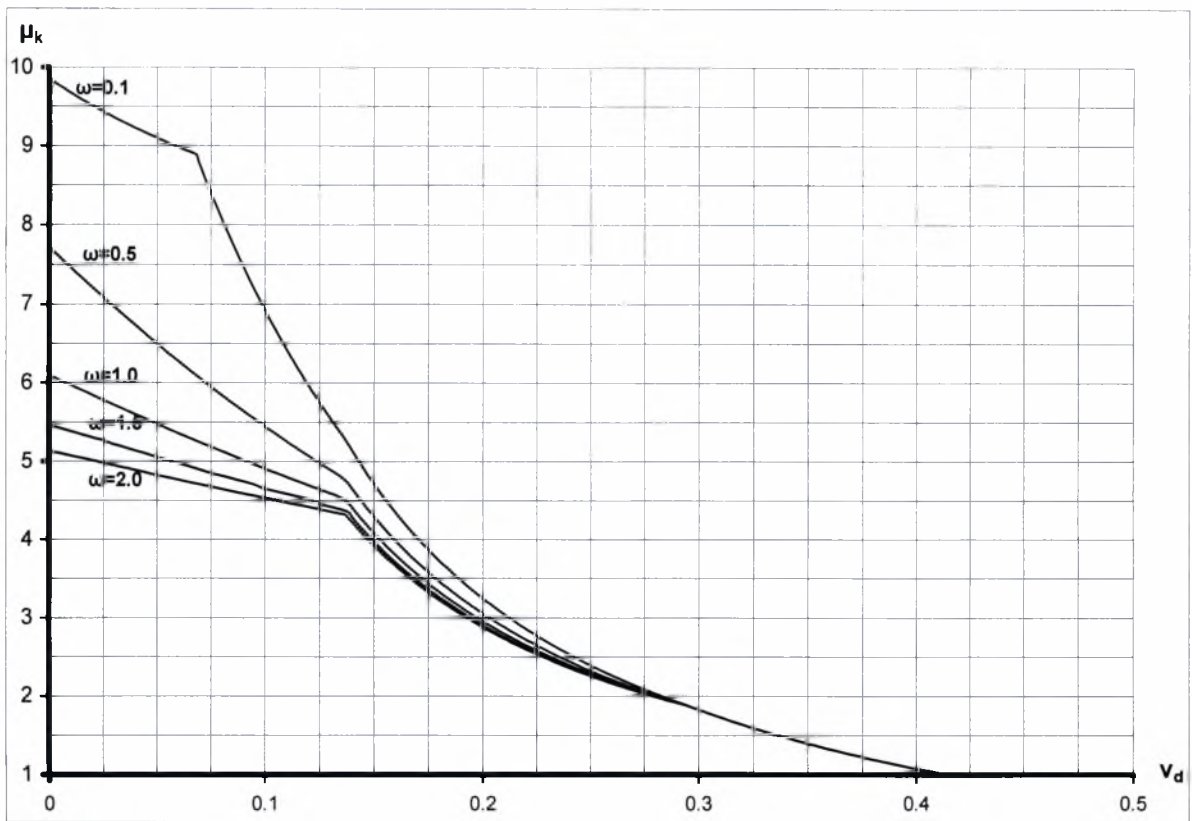
Ένα άλλο επίσης σημαντικό παραμορφωσιακό μέγεθος που μπορεί να υπολογιστεί, είναι η επιτρεπόμενη πλαστική στροφή, που δίνεται από την σχέση $\theta_{pl} = (k_u - k_y) l_p$, όπου l_p το ισοδύναμο μήκος πλαστικής άρθρωσης. Προσεγγιστικά εάν θεωρήσουμε $l_p = d$ η παραπάνω σχέση γίνεται :

$$\theta_{pl} = (k_u - k_y) d \Rightarrow \theta_{pl} = \left[\frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1u}}{d} - \frac{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}}{d} \right] d \Rightarrow \theta_{pl} = (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1u}) - (\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{yd}).$$

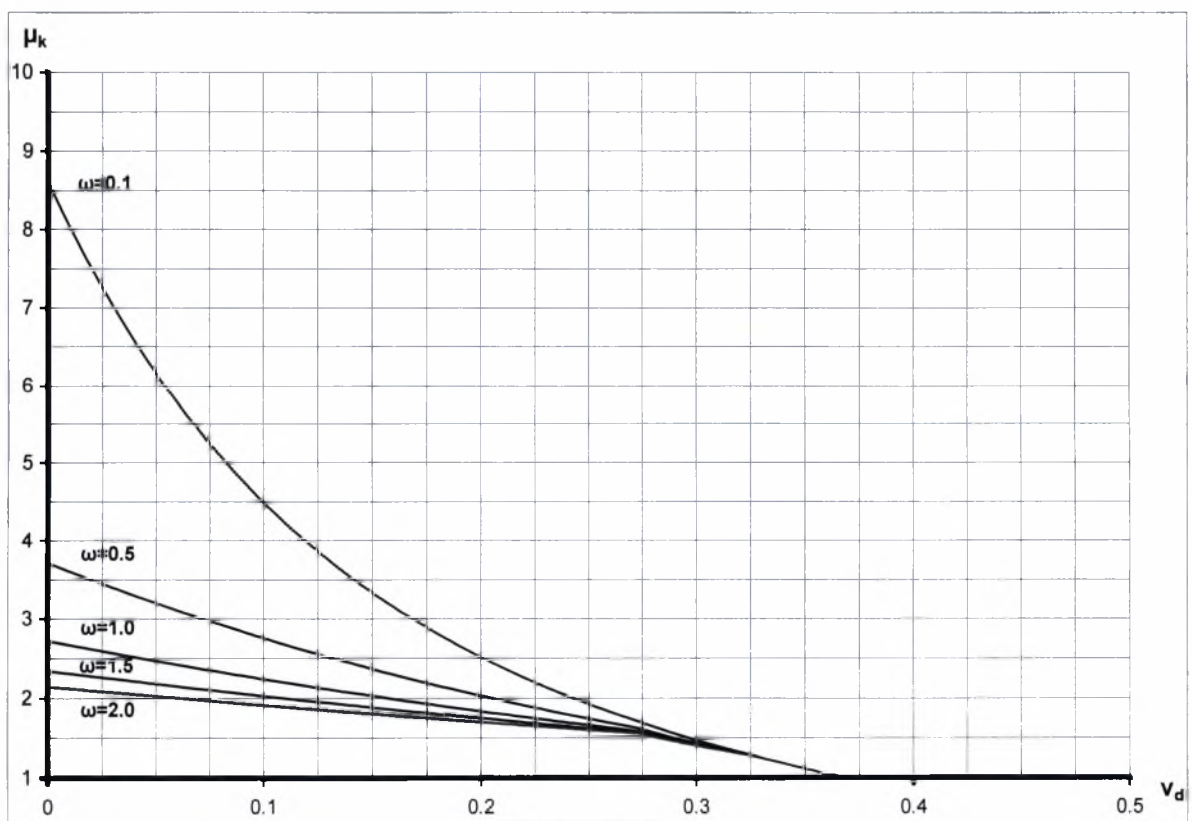
Η σχέση που συνδέει την επιτρεπόμενη πλαστική στροφή με την αξονική δύναμη, με βάση τις σχέσεις 3.31 και 3.32 είναι:

$$\theta_{pl} = 0.85 \lambda_1 \left[\frac{\alpha_u \varepsilon_{cu}}{v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}}} - \frac{\alpha_y \varepsilon_{cy}}{v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}} \right] \quad (3.34)$$

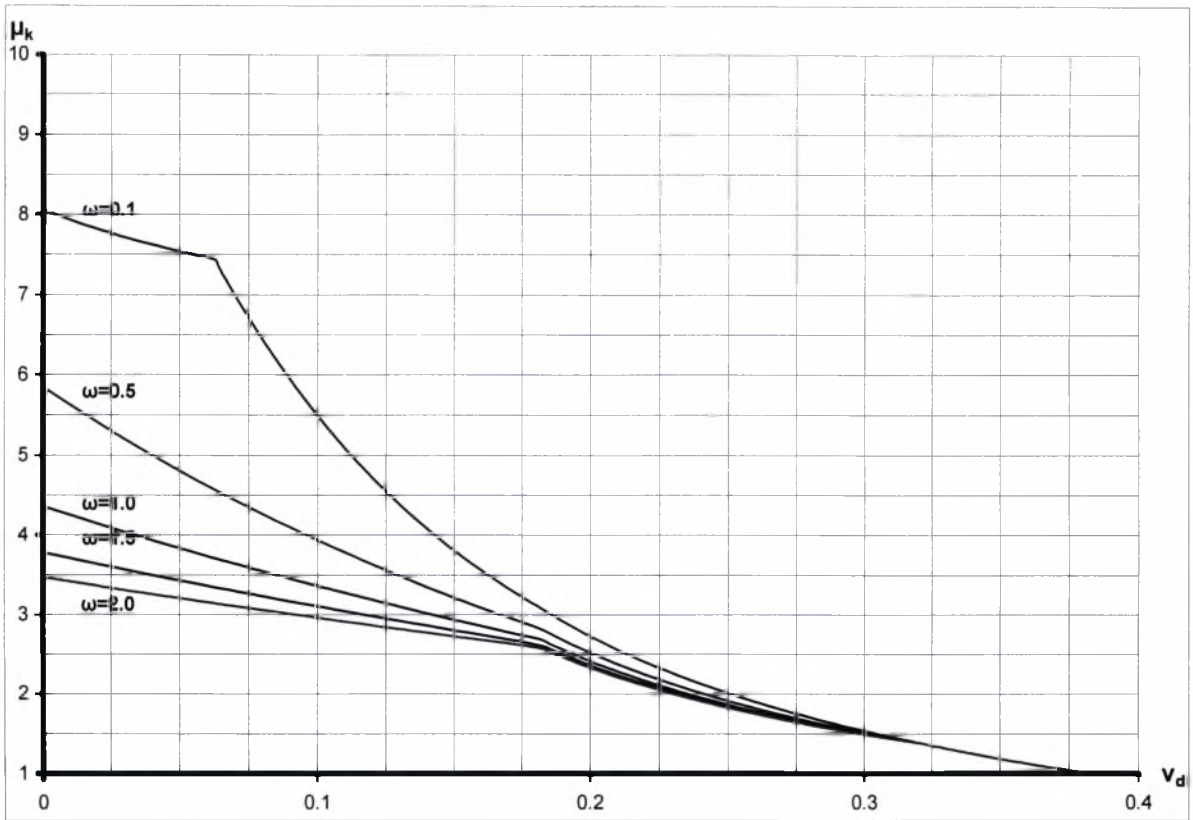
Οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων, (3.33) και (3.34) σύμφωνα με τον Ελληνικό Κανονισμό σκυροδέματος, για συμμετρικά οπλισμένες ορθογωνικές διατομές δίνονται στα σχήματα (3.4) ÷ (3.28) που ακολουθούν.



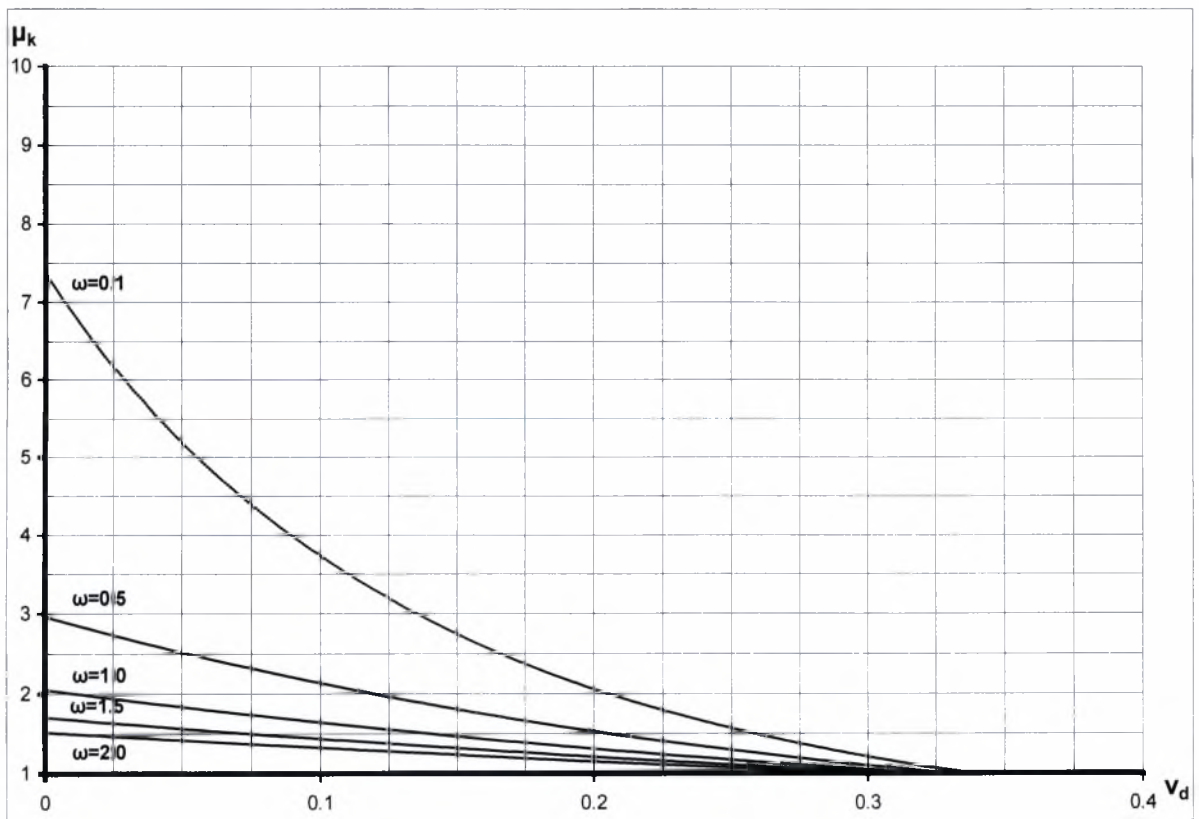
Σχ.3.4 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)—δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού σπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.10$).



Σχ.3.5 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)—δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού σπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.2$).

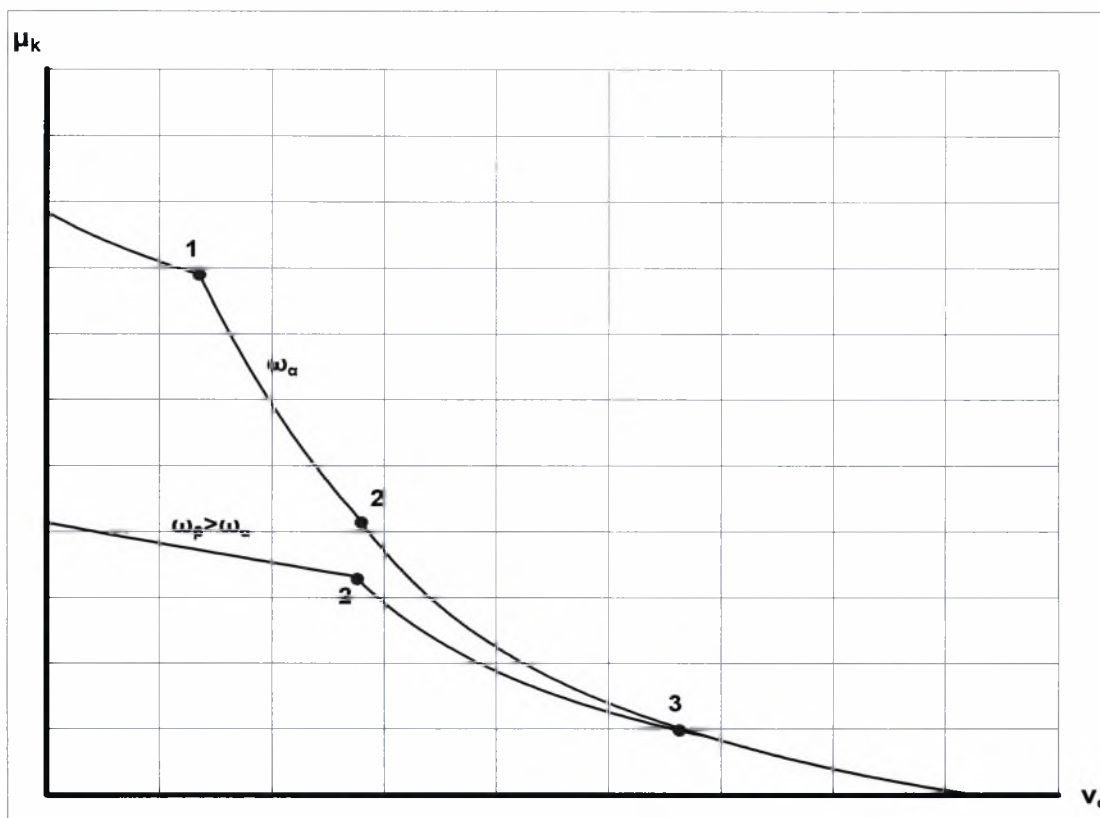


Σχ.3.6 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.1$).



Σχ.3.7 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.2$).

3.3 Διαγράμματα δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_k), συναρτήσεως του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (v_d)



Σχ.3.8 Γενική μορφή των διαγραμμάτων μ_k - v_d .

Όπως παρατηρούμε σε ένα αντιπροσωπευτικό διάγραμμα μ_k - v_d (Σχ.3.8) η μορφή ενός διαγράμματος (μ_k - v_d) καθορίζεται από την ύπαρξη τριών χαρακτηριστικών σημείων.

Σημείο 1: Η παραμόρφωση αστοχίας της διατομής βρίσκεται στο όριο μεταξύ των εντατικών περιοχών 2 και 3 του Κανονισμού, δηλαδή ($\epsilon_{cu} = -3.5\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$). Η ύπαρξη του σημείου αυτού, (εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα και τον λόγο d_1/h), μπορεί να γίνει αμέσως αντιληπτή σε ένα διάγραμμα αλληλεπίδρασης (μ_d - v_d), αρκεί να ελέγξουμε αν η ευθεία σταθερής παραμόρφωσης ($\epsilon_{cu}/\epsilon_{s1} = -3.5/20$) τέμνει τις καμπύλες σταθερού ω , εντός της περιοχής των αρνητικών v_d .

Σημείο 2: Η παραμόρφωση του θλιβόμενου σπλισμού (ϵ_{s2u}) στην κατάσταση αστοχίας γίνεται ίση με την παραμόρφωση διαρροής, δηλαδή ($\epsilon_{s2u} = -\epsilon_{yd}$ και $\epsilon_{s1u} > \epsilon_{yd}$). Το σημείο αυτό υπάρχει, όταν σε ένα διάγραμμα αλληλεπίδρασης (μ_d - v_d), υπάρχουν ευθείες σταθερής παραμόρφωσης παράλληλες στον άξονα των μ_d .

Στην περίπτωση αυτή η σχέση (3.33) γίνεται:

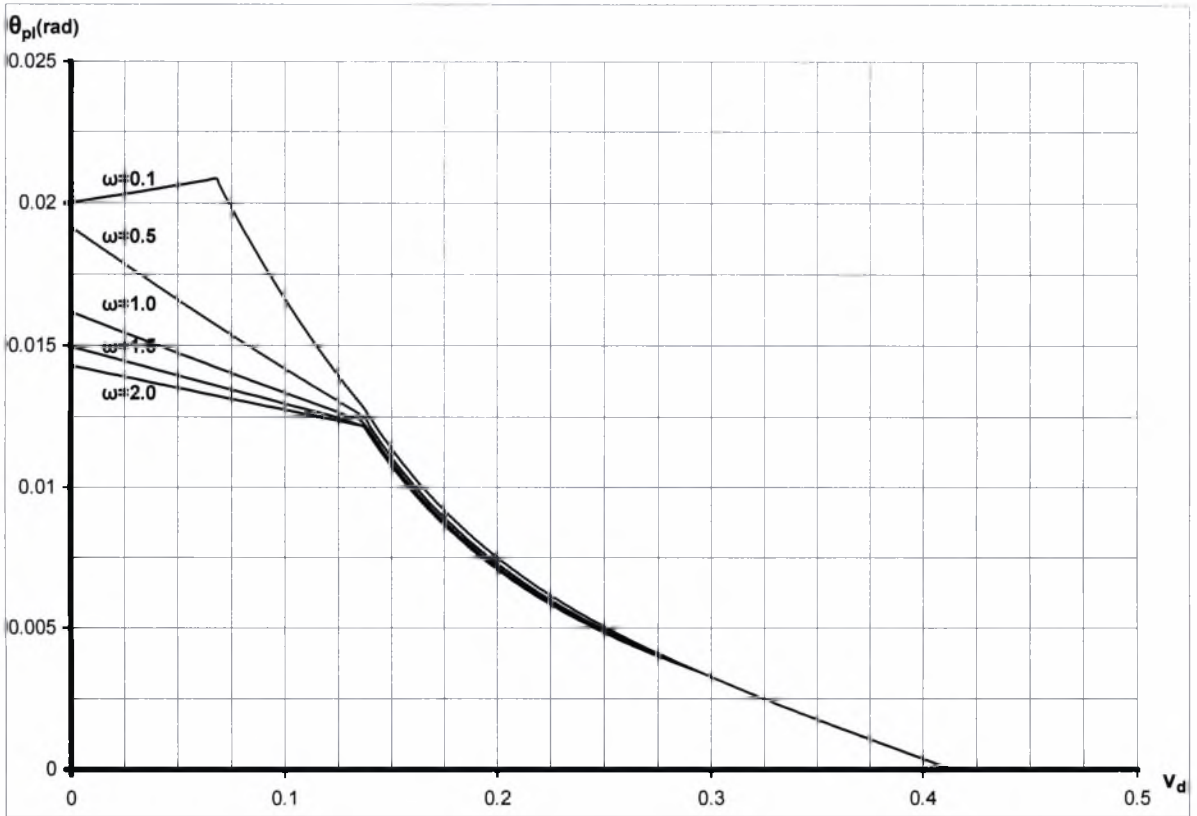
$$\mu_k = \frac{\alpha_u \varepsilon_{cu} \left[v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2y}}{f_{yd}} \right]}{\alpha_y \varepsilon_{cy} v_d} \quad (3.35)$$

Άρα ο δείκτης πλαστιμότητας καμπυλοτήτων μ_k , εξαρτάται από το μηχανικό ποσοστό οπλισμού ω , μόνο εφόσον ο λόγος $\frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}$ διαφέρει σημαντικά από τη μονάδα. Από το σημείο 2 και μετά όσο αυξάνει η v_d , αυξάνει το βάθος της θλιβόμενης ζώνης x_y , άρα αυξάνει η f_{sd2y} και οι καμπύλες σταθερού ω , αρχίζουν να συγκλίνουν.

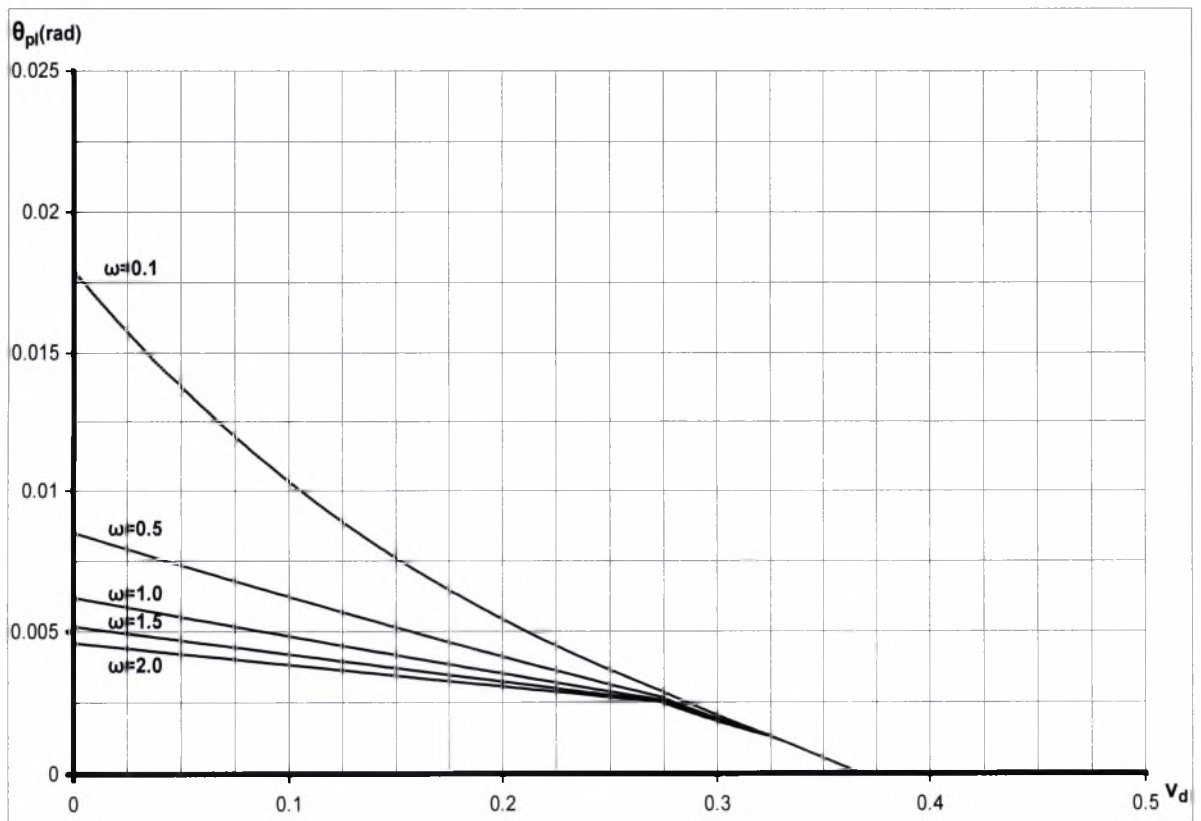
Σημείο 3: Η παραμόρφωση του θλιβόμενου οπλισμού (ε_{s2y}) τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου, γίνεται ίση με την παραμόρφωση διαρροής, δηλαδή ($\varepsilon_{s1u} > \varepsilon_{yd}, |\varepsilon_{s2u}| > \varepsilon_{yd}, \varepsilon_{s1y} = |\varepsilon_{s2y}| = \varepsilon_{yd}$). Στην περίπτωση αυτή, για δεδομένη τιμή της v_d οι δυνάμεις των οπλισμών, τόσο κατά την αστοχία, όσο και κατά την αρχική διαρροή του εφελκυσμένου οπλισμού αλληλοαναιρούνται, δηλαδή: ($F_{s1u} = F_{s2u} = F_{s1y} = F_{s2y}$) και κατά συνέπεια $F_{cu} = F_{cy} = N_d$. Αυτό σημαίνει ότι η πλαστιμότητα μιας συμμετρικά οπλισμένης ορθογωνικής διατομής από το σημείο 3 και μετά είναι ανεξάρτητη του μηχανικού ποσοστού ω , δηλαδή ανεξάρτητη του οπλισμού. Στην περίπτωση αυτή οι καμπύλες σταθερού ω ταυτίζονται, καθώς η σχέση (3.35) μεταπίπτει στη μορφή:

$$\mu_k = \frac{\alpha_u \varepsilon_{cu}}{\alpha_y \varepsilon_{cy}} \quad (3.36)$$

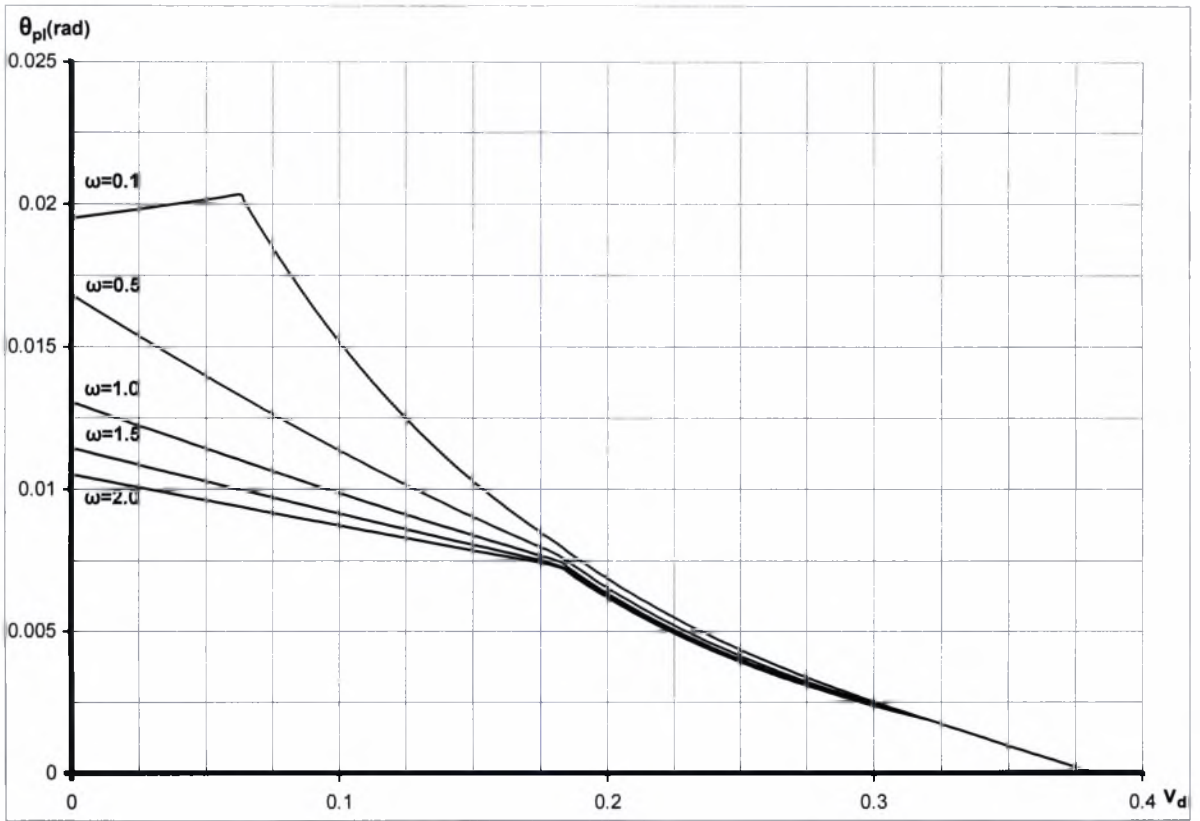
Άρα, ο δείκτης πλαστιμότητας καμπυλοτήτων, εξαρτάται μόνο από τις ανηγμένες παραμορφώσεις του εφελκυσμένου οπλισμού στην κατάσταση αρχικής διαρροής και αστοχίας .



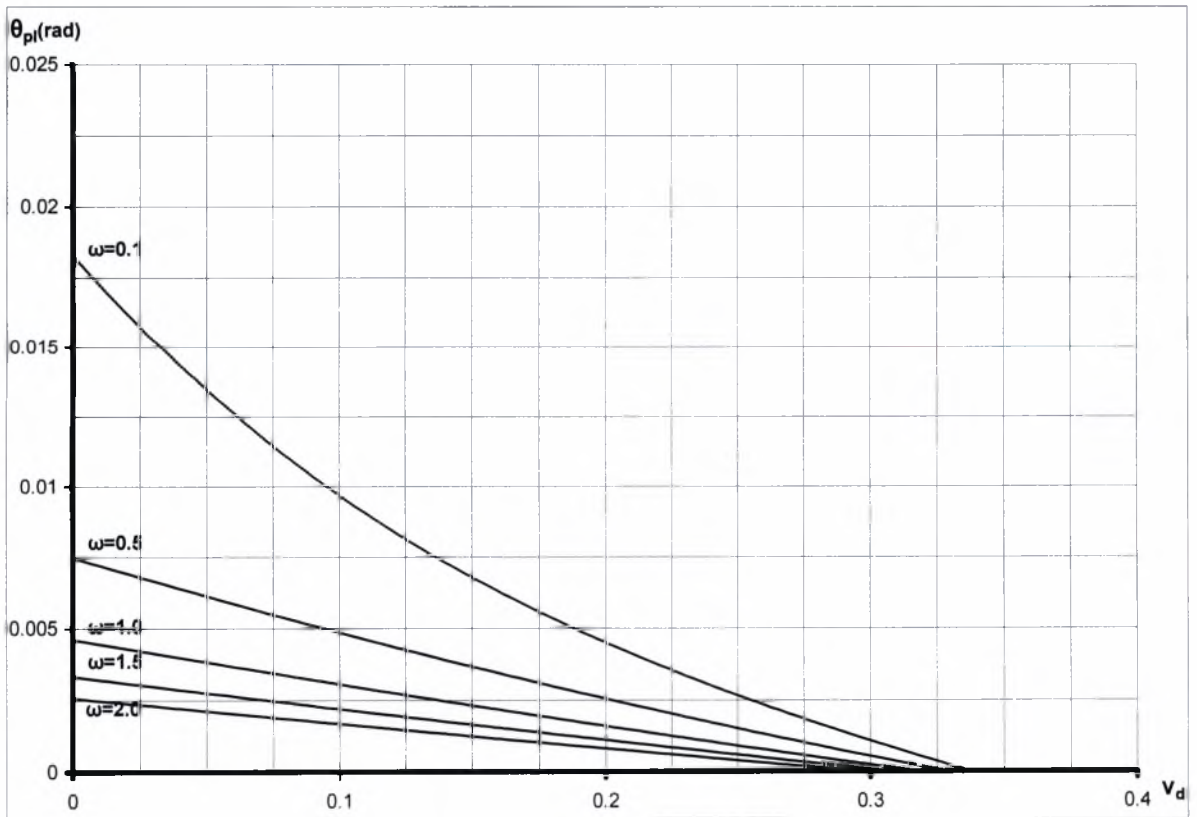
Σχ.3.9 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.1$).



Σχ.3.10 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.2$).

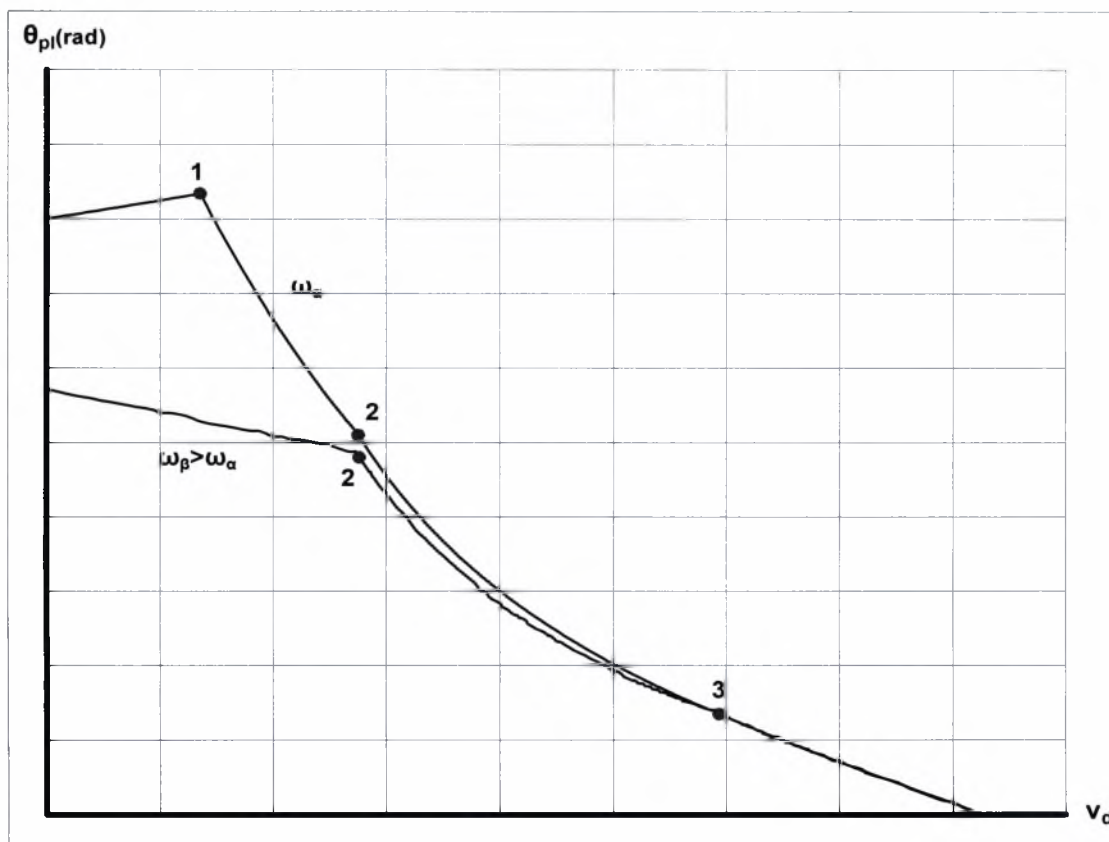


Σχ.3.11. Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.1$).



Σχ.3.12. Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.2$).

3.4 Διαγράμματα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}), συναρτήσει του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (v_d)



Σχ.3.13 Γενική μορφή των διαγραμμάτων θ_{pl} - v_d .

Όπως παρατηρούμε στο Σχ.3.13 η μορφή ενός διαγράμματος (θ_{pl} - v_d) παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με τα διαγράμματα (μ_k - v_d) που παρουσιάσαμε προηγουμένως. Καθοριστική και πάλι είναι η ύπαρξη των τριών χαρακτηριστικών σημείων, για τα οποία αναφερθήκαμε στην παράγραφο 3.3 και συγκεκριμένα:

Σημείο 1: ($\epsilon_{cu} = -3.5\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$). Η διαθέσιμη πλαστική στρόφη αποκτά τη μέγιστη τιμή της, καθώς εξαντλείται η παραμορφωσιακή ικανότητα, τόσο του χάλυβα, όσο και του σκυροδέματος.

Σημείο 2: ($\epsilon_{s2u} = -\epsilon_{yd}$). Στην περίπτωση αυτή, η σχέση (3.34) γίνεται:

$$\theta_{pl} = 0.85 \lambda_1 \left(\frac{\alpha_u \epsilon_{cu}}{v_d} - \frac{\alpha_y \epsilon_{cy}}{v_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega f_{sd2y}}{2 f_{yd}}} \right) \quad (3.37)$$

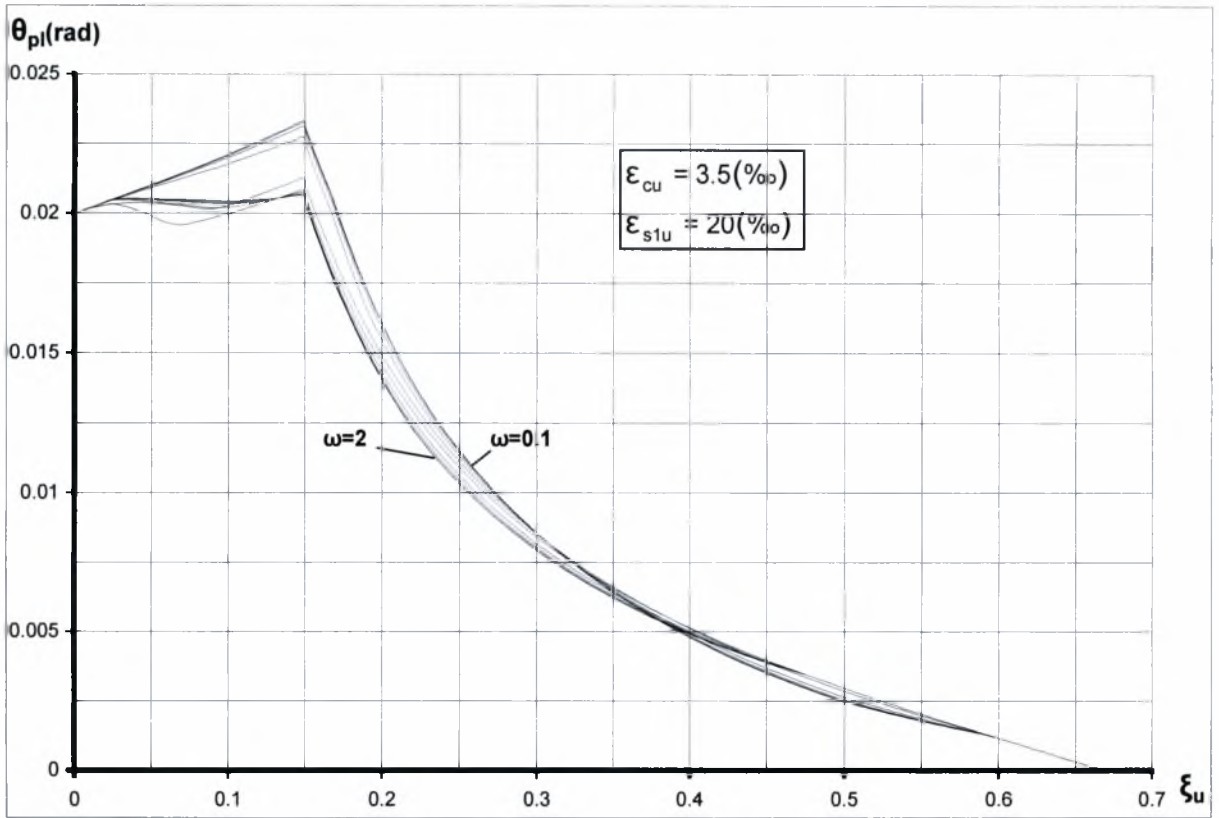
Παρατηρούμε ότι, ο πρώτος όρος (μέσα στην παρένθεση), της σχέσης 3.37, δηλαδή, η στρόφη αστοχίας της διατομής, είναι ανεξάρτητη του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω . Άρα για δεδομένη τιμή της αξονικής δύναμης, η

διαθέσιμη πλαστική στροφή επηρεάζεται από την τιμή του ω , μόνο από το δεύτερο στην παρένθεση της σχέσης 3.37. Η συμβολή του ω , στον όρο αυτό δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική, όπως παρατηρούμε και στο Σχ.3.13, καθώς όσο αυξάνεται το ανηγμένο αξονικό θλιπτικό φορτίο, άρα και το βάθος της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος x_y , κατά την αρχική διαρροή του εφελκόμενου οπλισμού, ο λόγος $\frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}$ τείνει στη μονάδα και συνεπώς από το σημείο 2 και μετά οι καμπύλες σταθερού ω , συγκλίνουν.

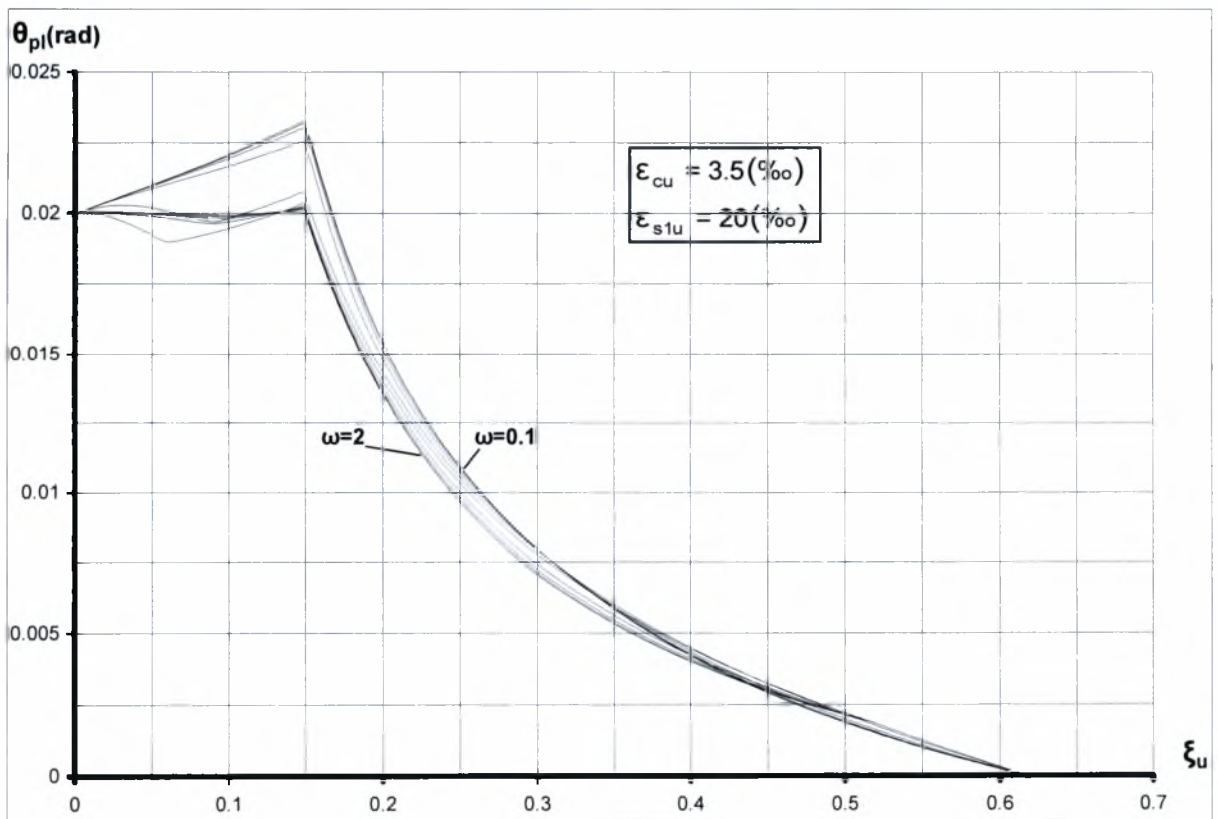
Σημείο 3: ($\varepsilon_{s2u} = -\varepsilon_{yd}$). Στην περίπτωση αυτή η σχέση 3.34 γίνεται:

$$\theta_{pl} = 0.85 \lambda_1 \left(\frac{\alpha_u \varepsilon_{cu}}{v_d} - \frac{\alpha_y \varepsilon_{cy}}{v_d} \right) \quad (3.38)$$

Από το σημείο αυτό και μετά οι καμπύλες σταθερού ω , ταυτίζονται, ενώ σημαντικός εξακολουθεί να παραμένει ο ρόλος, τόσο της επικάλυψης (αύξηση της επικάλυψης μειώνει την θ_{pl}), όσο και του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (αύξηση του v_d , μειώνει την θ_{pl}). Η ύπαρξη του σημείου 3, εξαρτάται κυρίως από την επικάλυψη των οπλισμών, δηλαδή ενδέχεται για μεγάλες τιμές της επικάλυψης, να μην υπάρχει το σημείο αυτό, όπως είδαμε και στα διαγράμματα (3.9÷3.12).

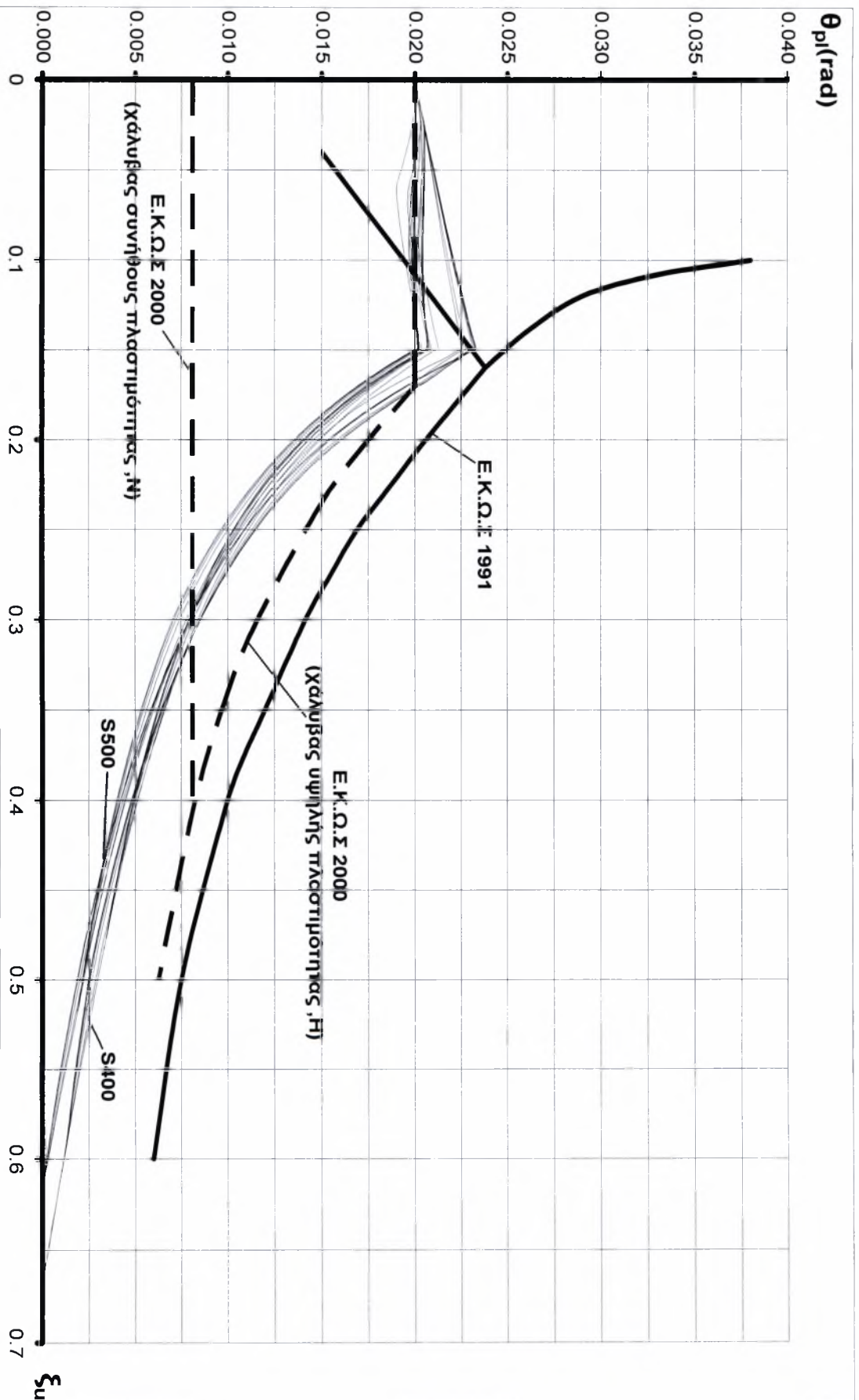


Σχ.3.14 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S400)

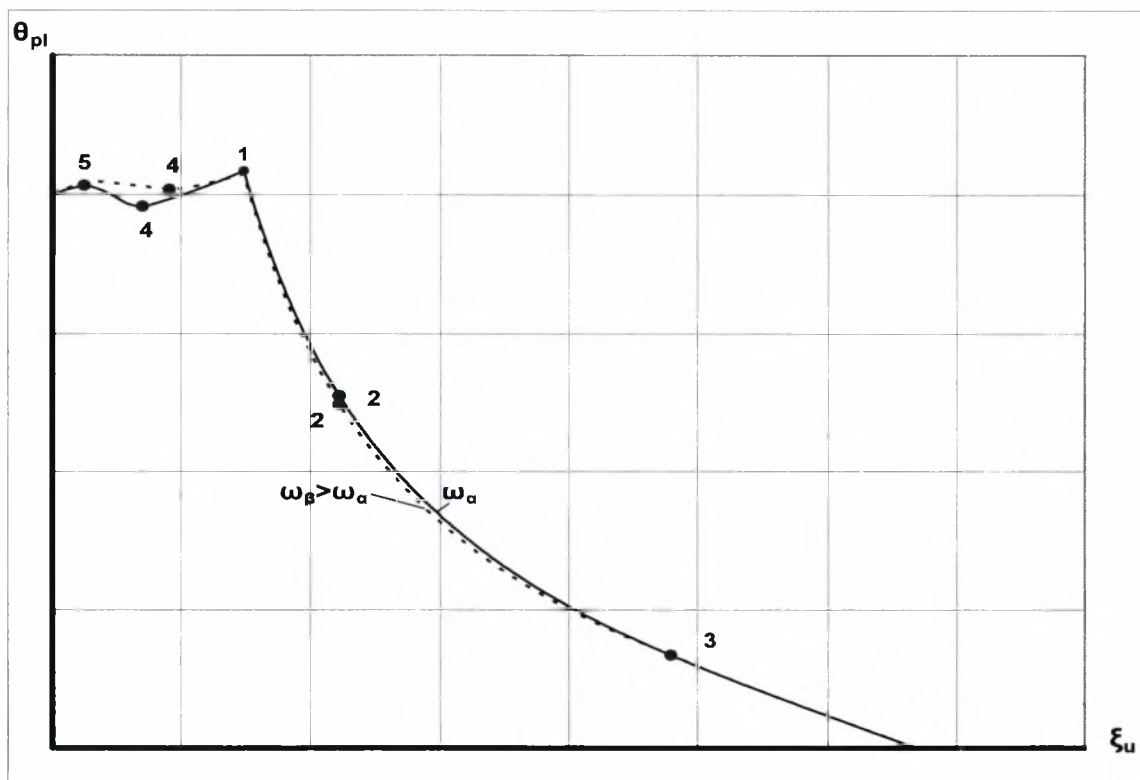


Σχ.3.15 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S500)

ΣΧ.3.16 Σύγκριση διαγραμμάτων διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_p) - ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη ($\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ } ^\circ / \text{ } ^\circ$, $\epsilon_{st1u} = 20 \text{ } ^\circ / \text{ } ^\circ$)



3.5 Διαγράμματα διαθέσιμης πλαστικής στρόφης (θ_{pl}) - ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη.



Σχ. 3.17. Γενική μορφή των διαγραμμάτων (θ_{pl} - ξ_u).



Όπως είναι ήδη γνωστό από τα προηγούμενα, το βάθος της θλιβόμενης ζώνης κατά την αστοχία, δίνεται από τη σχέση: $\xi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{s1u}}$.

Επίσης: $k_u = \frac{\epsilon_{cu} + \epsilon_{s1u}}{d}$ και συνεπώς:

$$k_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\xi_u d} \quad (3.39)$$

Από τις σχέσεις (3.39) και (3.34) η σχέση που συνδέει την επιτρεπόμενη πλαστική στρόφη με το βάθος της θλιβόμενης ζώνης γίνεται :

$$\theta_{pl} = \frac{\epsilon_{cu}}{\xi_u} - \frac{0.85 \lambda_1 \alpha_y \epsilon_{cy}}{V_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}} \quad (3.40)$$

Θα πρέπει επίσης να επισημάνουμε από την αρχή, ότι ένα διάγραμμα (θ_{pl} - ξ_u) επεκτείνεται σε όλη τη ζώνη των παραμορφώσεων, της εντατικής περιοχής 2 του Κανονισμού, και ενδεχομένως και στην περιοχή 1, (εξαρτάται από την τιμή της επικάλυψης) και κατά συνέπεια το ανηγμένο αξονικό φορτίο,

λαμβάνει και θετικές τιμές. Επειδή η έναρξη της εντατικής περιοχής 2 αντιστοιχεί σε παραμόρφωση ($\epsilon_{cu}=0\%$, $\epsilon_{s1u}=20\%$), κατά την αρχική διαρροή του εφελκυστικού οπλισμού, το σκυρόδεμα βρίσκεται ακόμη υπό καθεστώς εφελκυστικών τάσεων και συνεπώς, αρχικά, δεν μπορεί να αναλάβει καμία δύναμη, άρα: $F_{cy}=0$. Η κατάσταση αυτή βέβαια, εξομαλύνεται στη συνέχεια. Επίσης, οι τάσεις f_{sd2u} , f_{sd2y} (του άνω οπλισμού), αρχικά είναι θετικές, με την σταδιακή όμως αύξηση του βάθους της θλιβόμενης ζώνης, η κατάσταση αυτή αναιρείται.

Σε ένα διάγραμμα ($\theta_{pl}-\xi_u$) διακρίνουμε τα τρία χαρακτηριστικά σημεία, για τα οποία ήδη έχουμε μιλήσει στις παραγράφους 3.3 και 3.4 και επιπρόσθετα τα σημεία:

Σημείο 4: Η παραμόρφωση ϵ_{s2u} του εφελκυσμένου πάνω οπλισμού της διατομής, γίνεται ίση με την παραμόρφωση διαρροής, δηλαδή $\epsilon_{s2u}=\epsilon_{yd}$.

Σημείο 5: Η παραμόρφωση ϵ_{cy} της πάνω ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος, τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκυσμένου οπλισμού, γίνεται μηδενική και φυσικά από το σημείο αυτό και μετά το σκυρόδεμα μπορεί να αναλάβει θλιπτική δύναμη.

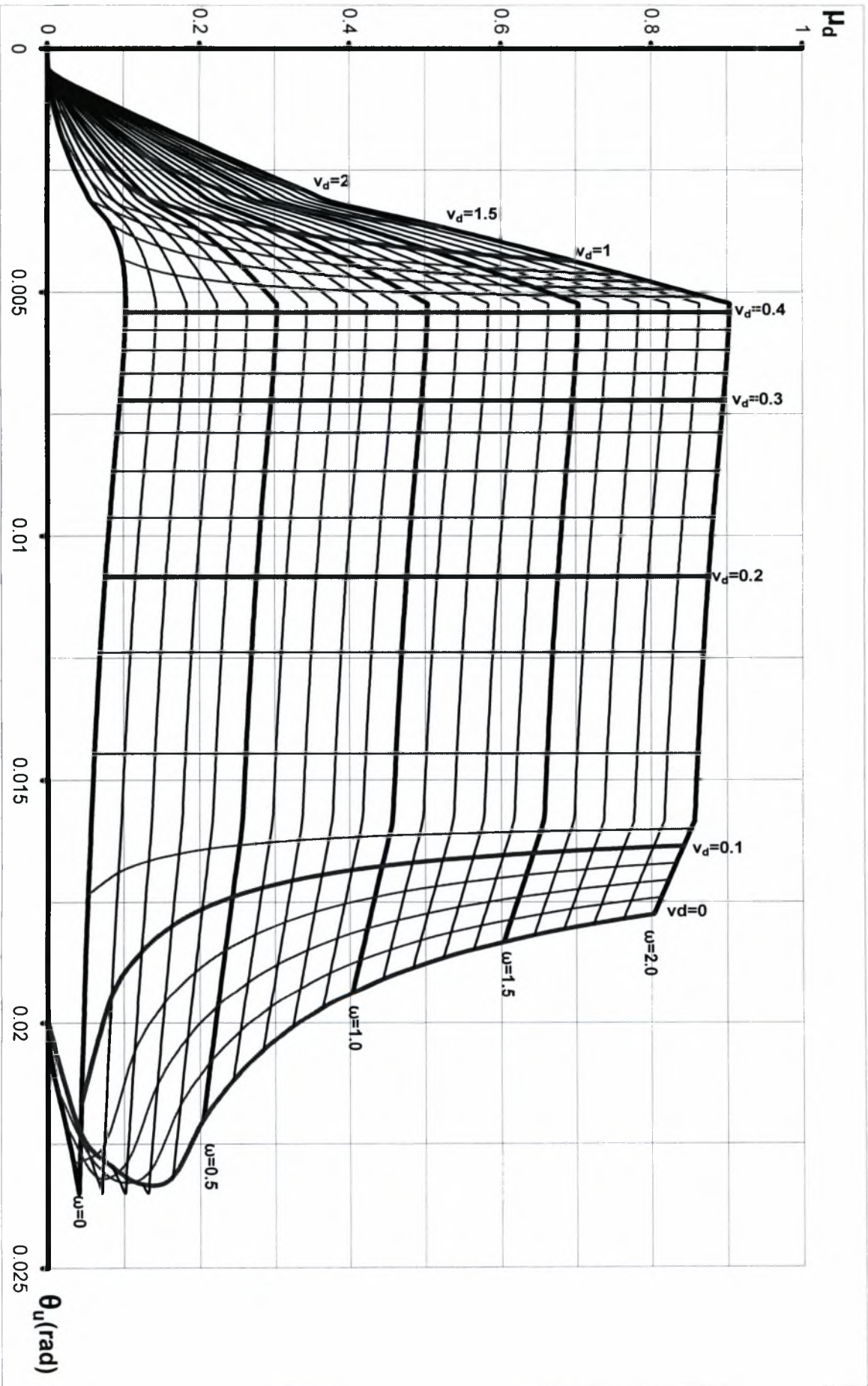
Από την σχέση (3.40) γίνεται αμέσως αντιληπτό ότι, για δεδομένη τιμή της παραμόρφωσης, άρα για δεδομένες τιμές των ϵ_{cu} , ξ_u και για διαφορετικές τιμές του ω η τιμή της παράστασης 3.37 διαφοροποιείται κατά τον όρο:

$$\Delta_{\theta_{pl}}=0.85\Delta\left[\frac{\lambda_1\alpha_y\epsilon_{cy}}{\omega-\frac{\omega}{2}-\frac{\omega}{2}\frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}}\right].$$

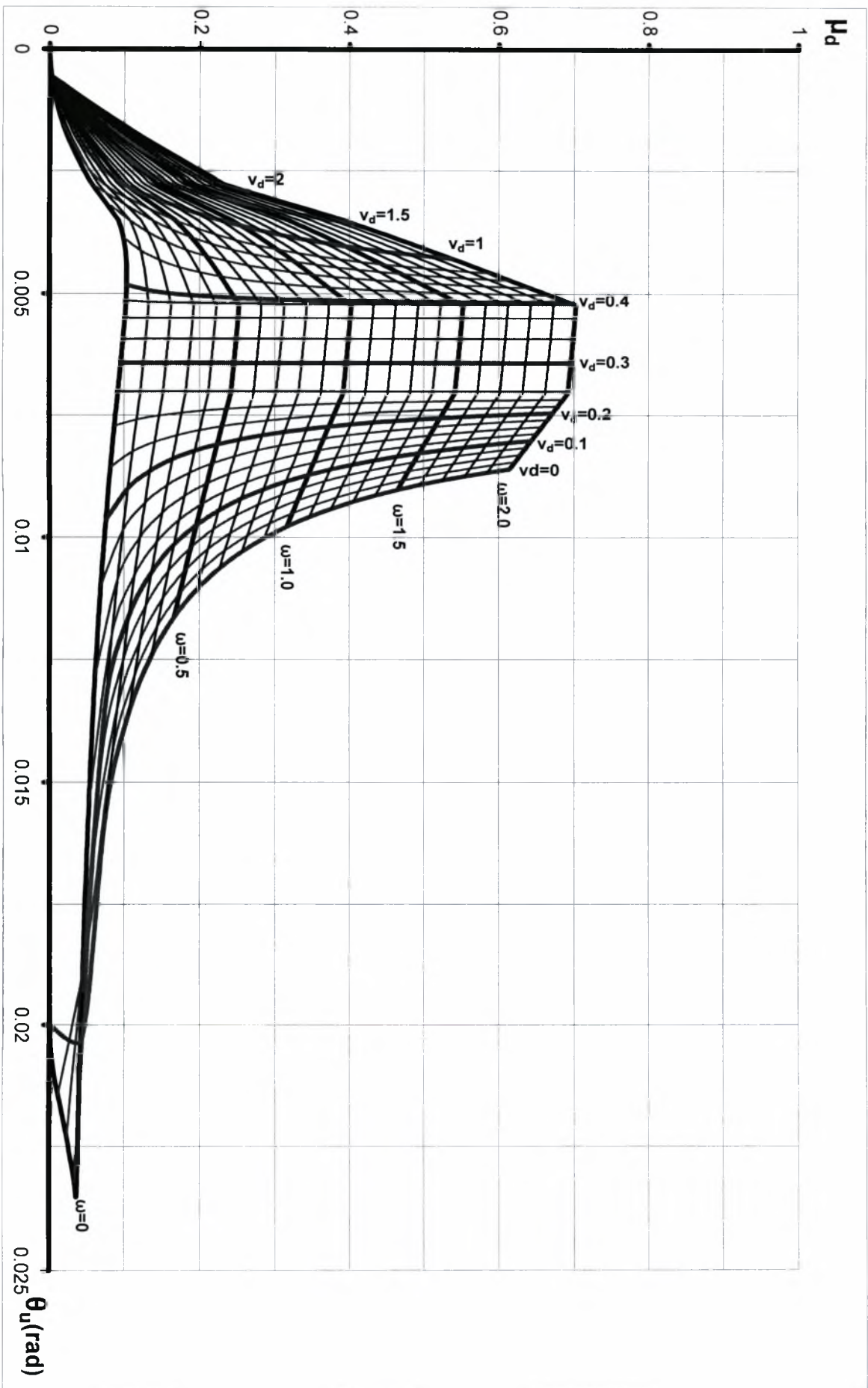
Η τιμή αυτού του όρου ωστόσο δεν είναι

ιδιαίτερα σημαντική, ιδίως στην περίπτωση που ο λόγος $\frac{f_{sd2y}}{f_{yd}}$ δεν διαφέρει σημαντικά από τη μονάδα. Είναι λοιπόν, αναμενόμενο ότι ένα διάγραμμα ($\theta_{pl}-\xi_u$) δεν παρουσιάζει σημαντικές διαφοροποιήσεις για διαφορετικές τιμές του ω , όπως είδαμε και στα διαγράμματα (3.14÷3.16).

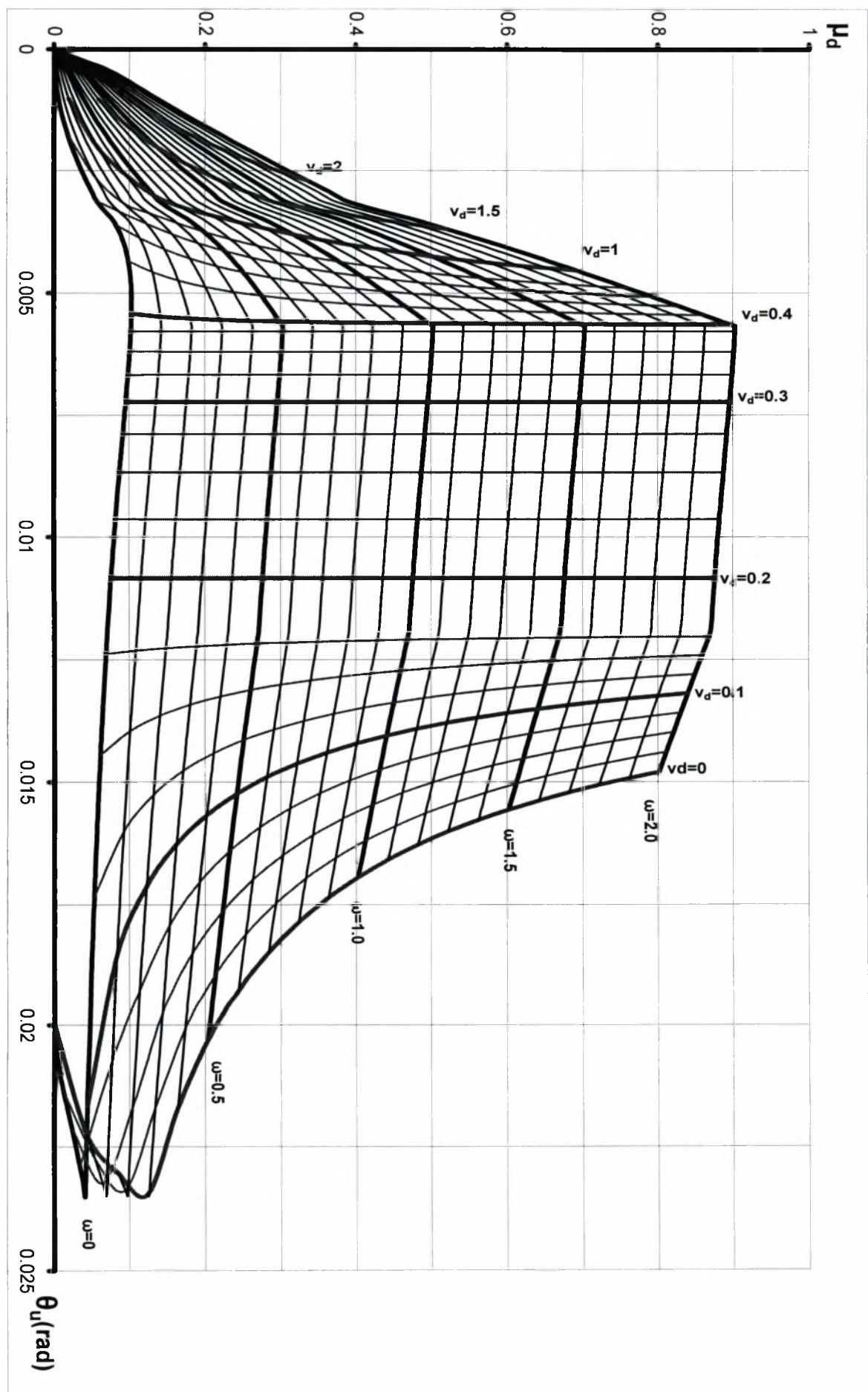
Σχ.3.18 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S400 και $d_1/h=0.1$)



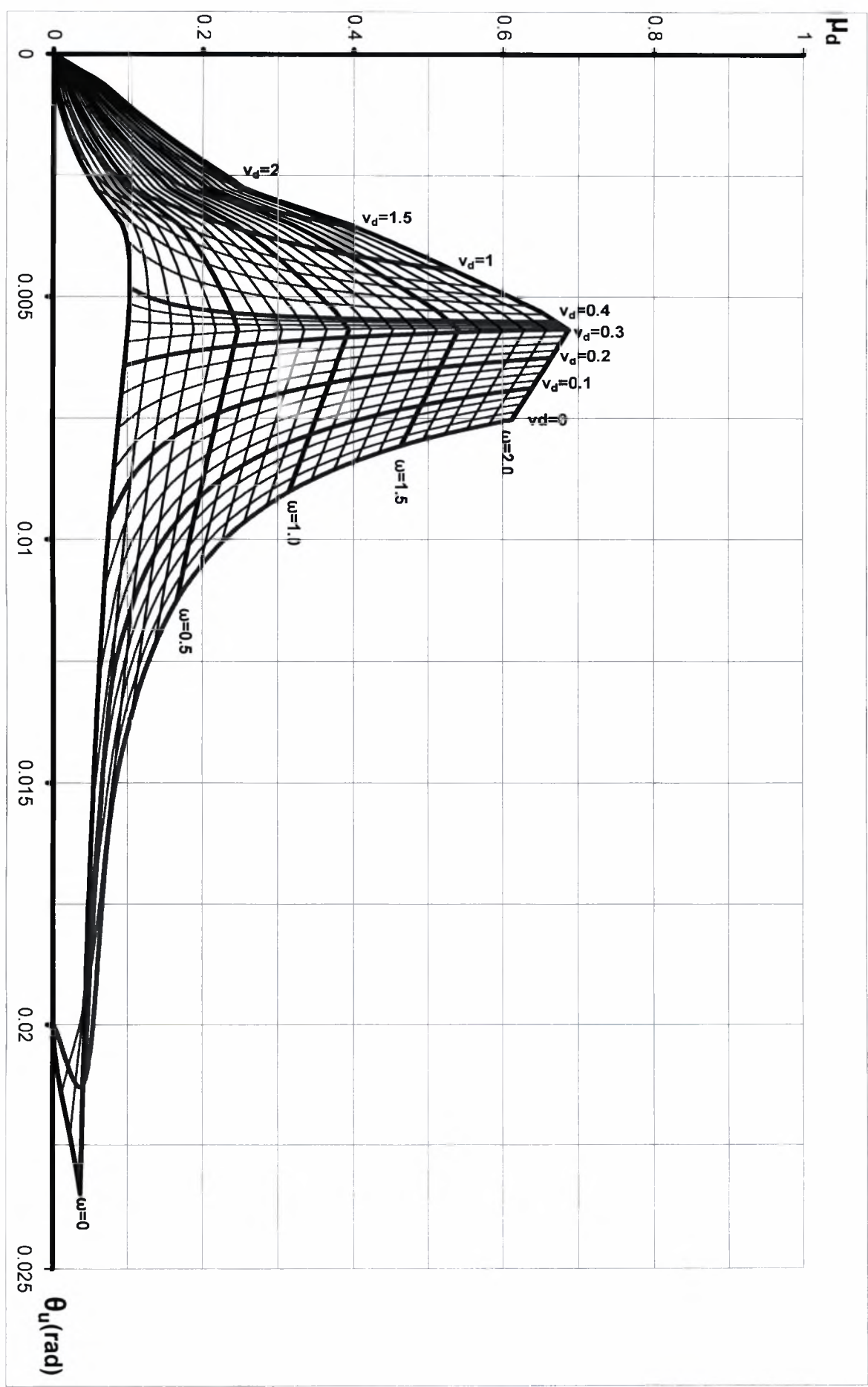
Σχ.3: 19 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S400 και $d_1/h=0.2$)



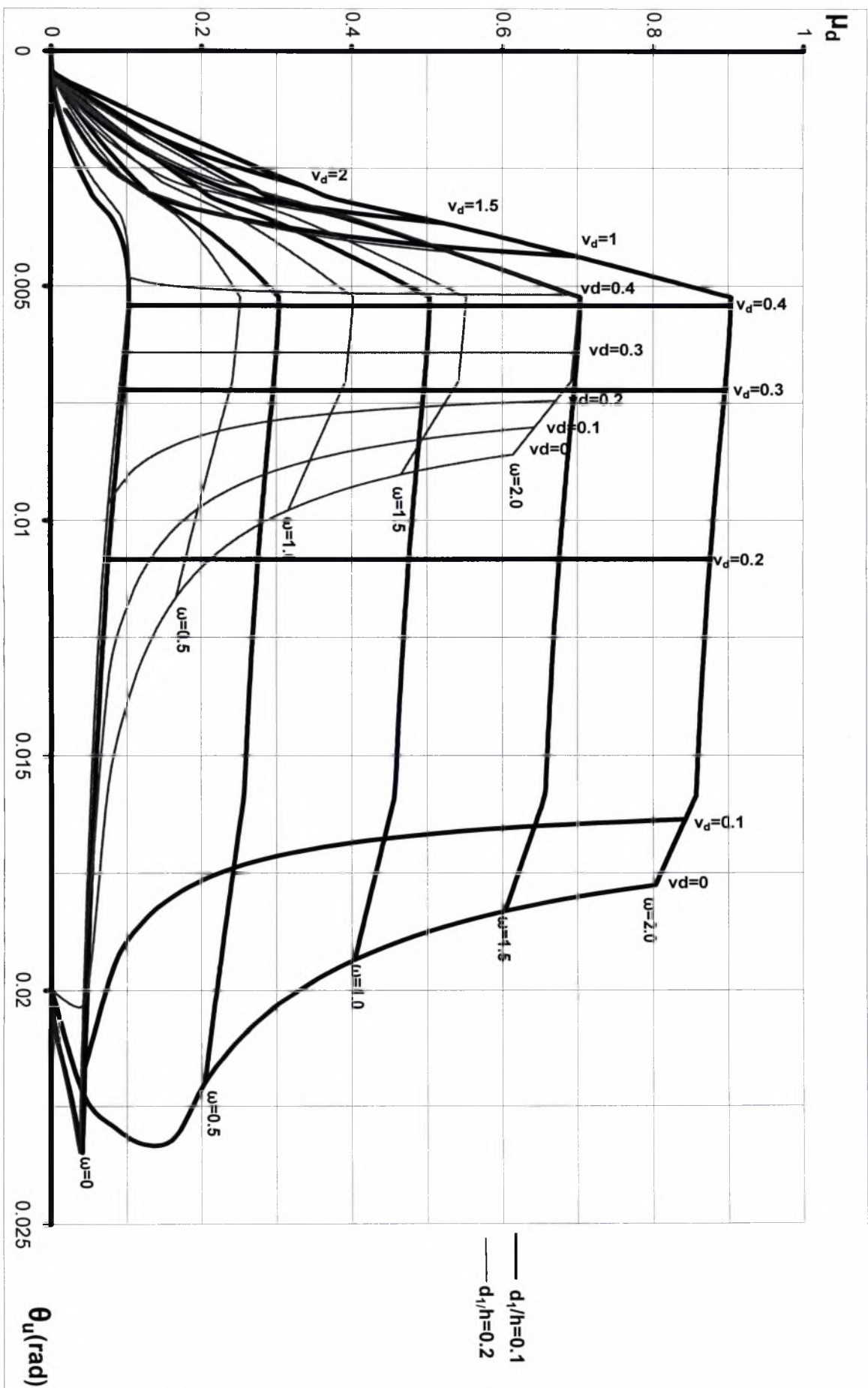
Σχ. 3.20 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ποττής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S500 και $d_1/h=0.1$)



Σχ.3.21 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S500 και $d_1/h=0.2$)



Εξ. 3.22 Διάγραμμα σύγκρισης (Χάλυβας S400).



3.6 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d), ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (ν_d), στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω .

Η σχέση (3.32) μπορεί να γραφεί και στη μορφή:

$$\theta_u = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \varepsilon_{cu}}{\left[\nu_d - \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad (3.41)$$

Εάν τώρα αντικαταστήσουμε την τιμή της ν_d από την δεύτερη μορφή της σχέσης (3.16) θα έχουμε:

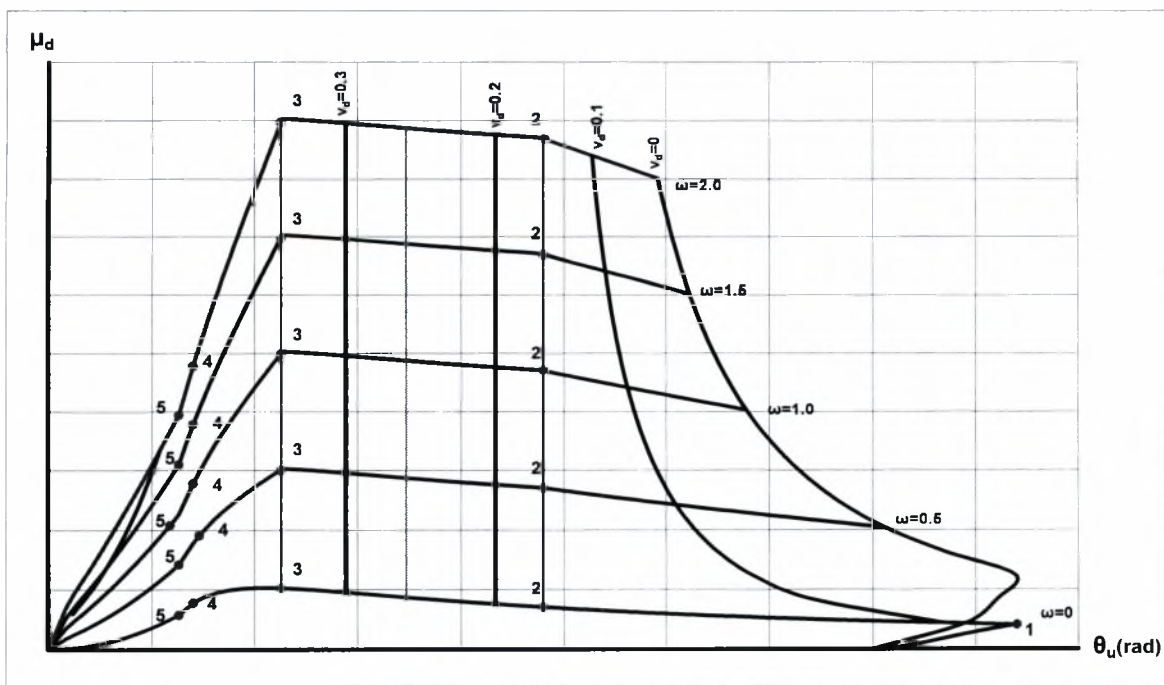
$$\nu_d = \omega \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} + \frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2\mu_{cu}}{\kappa\lambda} \quad (3.42)$$

Από τη σχέση (3.39) η σχέση (3.38) γίνεται:

$$\theta_u = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \varepsilon_{cu}}{\left[\frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2}{\kappa\lambda} \mu_{cu} - \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad \text{ή}$$

$$\mu_d = \frac{0.85 \lambda_1 \lambda \alpha_u \varepsilon_{cu}}{2\kappa\theta_u} + \frac{\lambda}{2\kappa} \left(\frac{2}{\kappa\lambda} \mu_{cu} + \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right) \quad (3.43)$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης (3.43) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω , δίνεται στο σχήμα 3.23 που ακολουθεί.



Σχ.3.23. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης (μ_d)-(θ_u)-(ν_d) για διάφορες τιμές του ω .

Όπως παρατηρούμε στο σχήμα 3.18 η μορφή ενός διαγράμματος αλληλεπίδρασης καθορίζεται από πέντε χαρακτηριστικά σημεία.

Σημείο 1: Η παραμόρφωση αστοχίας της διατομής βρίσκεται στο όριο μεταξύ των εντατικών περιοχών 2 και 3 του Κανονισμού, δηλαδή ($\epsilon_{cu} = -3.5\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$). Στη θέση αυτή, η στροφή αστοχίας της διατομής αποκτά τη μέγιστη τιμή της.

Σημείο 2: Η παραμόρφωση αστοχίας του θλιβόμενου οπλισμού (ϵ_{s2u}) γίνεται ίση με την παραμόρφωση διαρροής, δηλαδή ($\epsilon_{s2u} = -\epsilon_{yd}$ και $\epsilon_{s1u} > \epsilon_{yd}$).

Σημείο 3: Η παραμόρφωση αστοχίας του εφελκυσμένου οπλισμού (ϵ_{s1u}) γίνεται ίση με την παραμόρφωση διαρροής, δηλαδή ($\epsilon_{s1u} = \epsilon_{yd}$).

Στην περιοχή μεταξύ των σημείων 2 και 3 η εξίσωση (3.43) γίνεται:

$$\mu_d = \frac{0.85 \lambda_1 \lambda \alpha_u \epsilon_{cu}}{2 \kappa \theta_u} + \frac{\lambda}{2 \kappa} \left(\frac{2}{\kappa \lambda} \mu'_{cu} + \omega \right) \quad (3.44)$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι κατά προσέγγιση πρόκειται για καμπύλη της μορφής $\mu_d = \frac{A}{\theta_u} + B$, εφόσον $\epsilon_{cu} = 3.5\%$, $\alpha_u = 0.8095$ και μόνο η τιμή του μ'_{cu}

διαφοροποιείται. Άρα για δεδομένη τιμή της παραμόρφωσης και διαφορετικές τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω , οι καμπύλες σταθερού ω θα είναι μετατοπισμένες, ως προς τον άξονα θ_u σε απόσταση ίση με:

$$\frac{2}{2 \kappa} \left(\frac{\Delta \mu'_{cu}}{\kappa \lambda} + \Delta \omega \right).$$

Επίσης, η υπέρβαση του ορίου διαρροής των οπλισμών, έχει ως αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται οι δυνάμεις των δύο οπλισμών και κατά συνέπεια, οι καμπύλες σταθερού ν_d σε όλο το διάστημα μεταξύ των σημείων 2 και 3 είναι παράλληλες στον άξονα των μ_d .

Από το σημείο 3 και μετά η σχέση 3.40 γίνεται:

$$\mu_d = \frac{0.85 \alpha_u \epsilon_{cu} \lambda_1 \lambda}{2 \kappa \theta_u} + \frac{\lambda}{2 \kappa} \left(\frac{2}{\kappa \lambda} \mu'_{cu} + \frac{\omega f_{sd1u}}{2 f_{yd}} - \frac{\omega f_{sd2u}}{2 f_{yd}} \right) \quad (3.45)$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι όσο μειώνεται η στροφή αστοχίας αυξάνεται ο πρώτος όρος της σχέσης 3.45 (ο οποίος είναι αρνητικός καθώς η παραμόρφωση αστοχίας του σκυροδέματος έχει αρνητική τιμή), ενώ μειώνεται ο δεύτερος όρος (θετικός), καθώς μειώνεται ο λόγος $\frac{f_{sd1u}}{f_{yd}}$ και έτσι

εξηγείται ο έντονα καθοδικός κλάδος μιας καμπύλης σταθερού ω από το σημείο 3 και μετά.

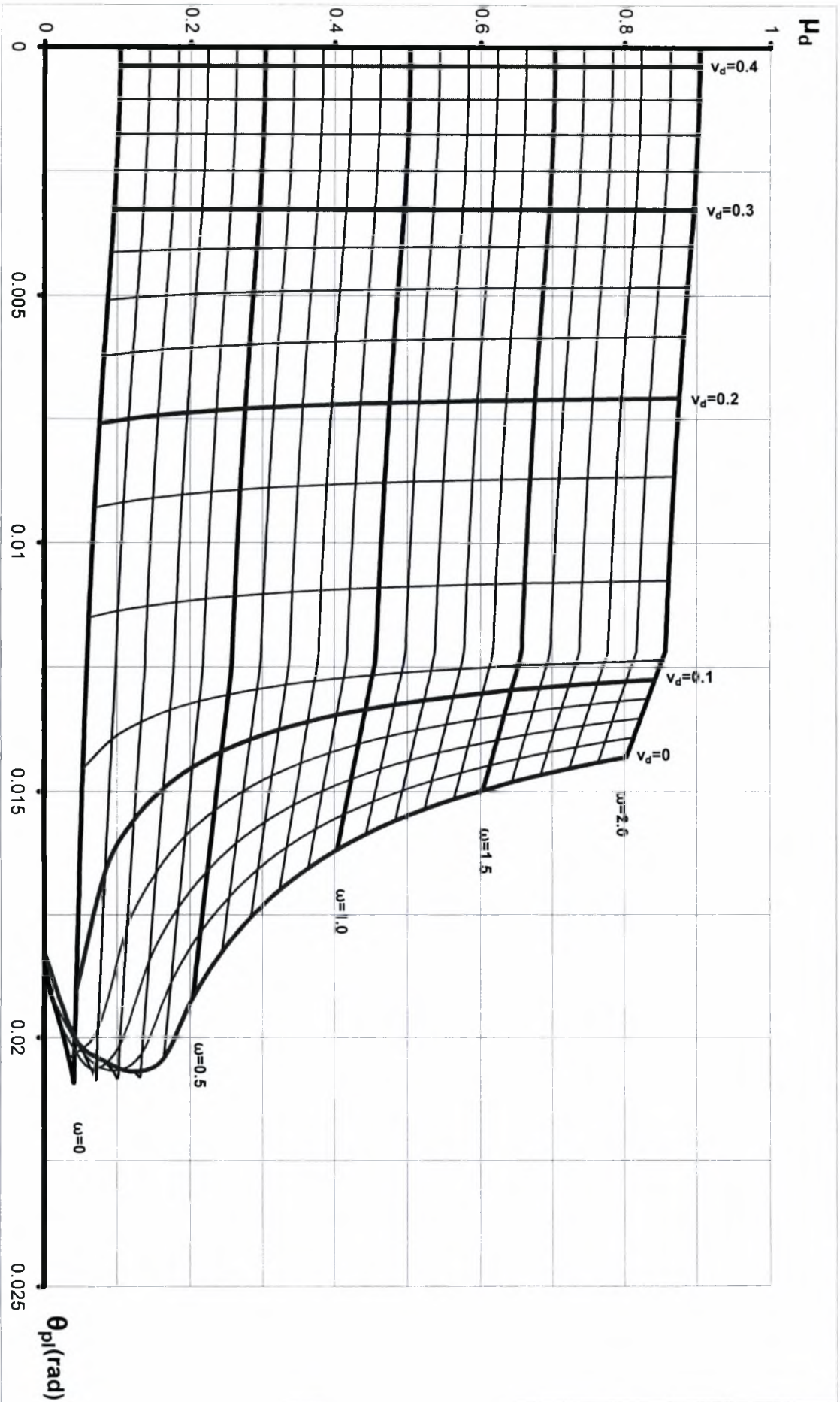
Στην περιοχή του φθίνοντα κλάδου, διακρίνουμε δύο ακόμη χαρακτηριστικά σημεία:

Σημείο 4: Η παραμόρφωση του εφελκυσμένου (κάτω) οπλισμού γίνεται μηδενική (έναρξη της εντατικής περιοχής 4^α) και κατά συνέπεια, από το σημείο αυτό και μετά και οι δύο οπλισμοί θλίβονται.

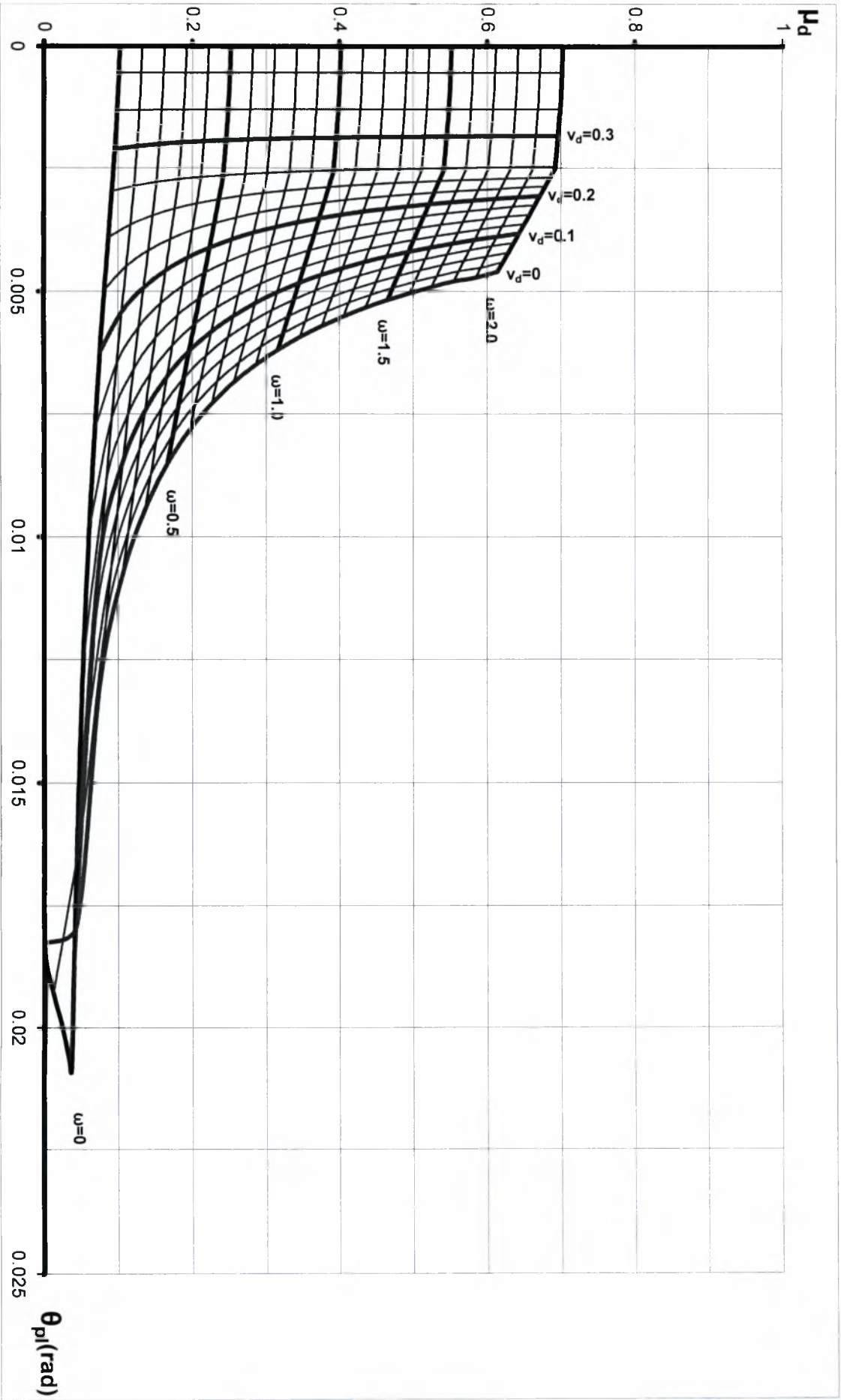
Σημείο 5: Έναρξη της εντατικής περιοχής 5 του Κανονισμού.

Με βάση τον Ελληνικό Κανονισμό και όσα αναφέραμε σε αυτή την παράγραφο συντάχθηκαν τα διαγράμματα (3.18÷3.22).

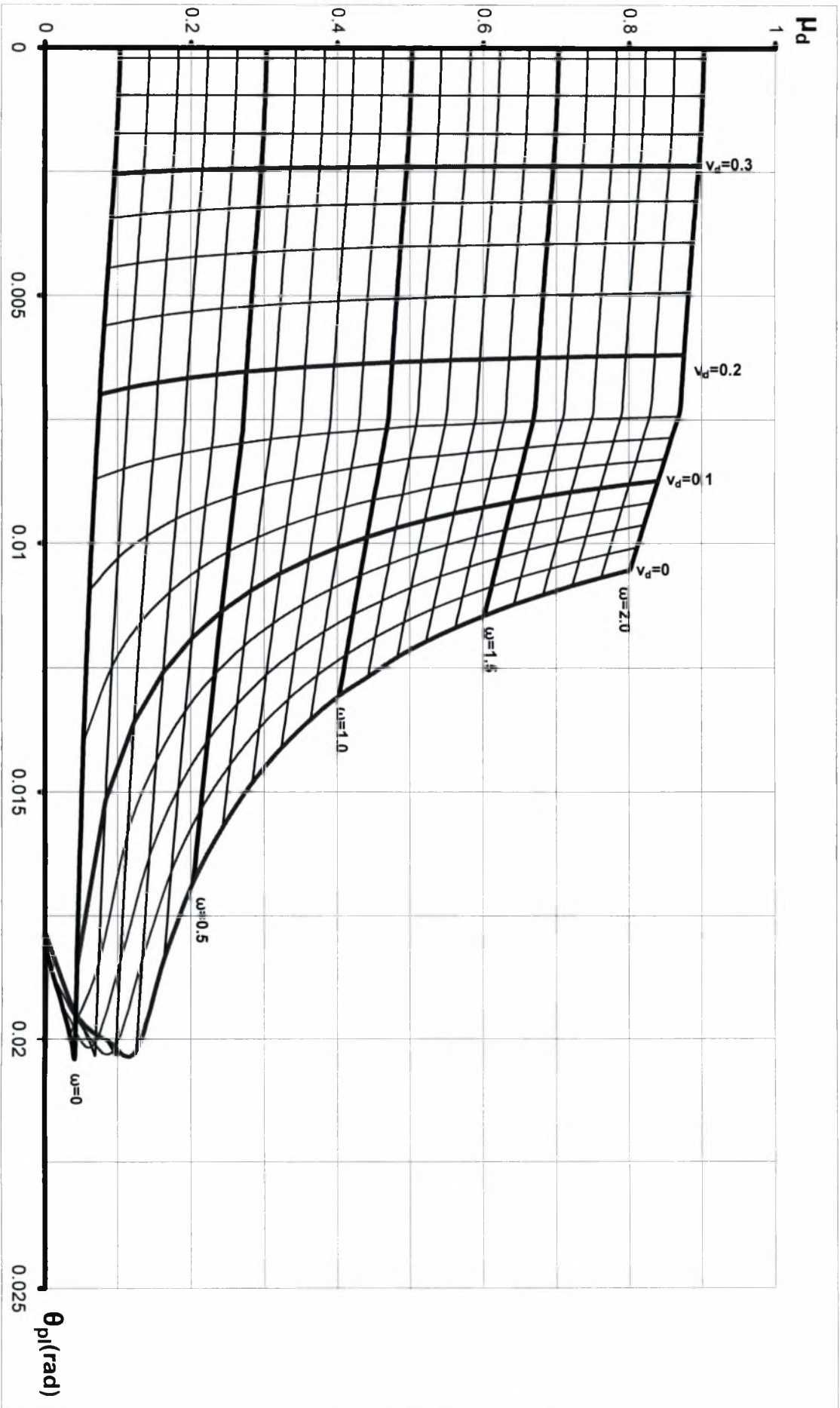
Σχ.3.24 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S400 και $d_i/h=0.1$).



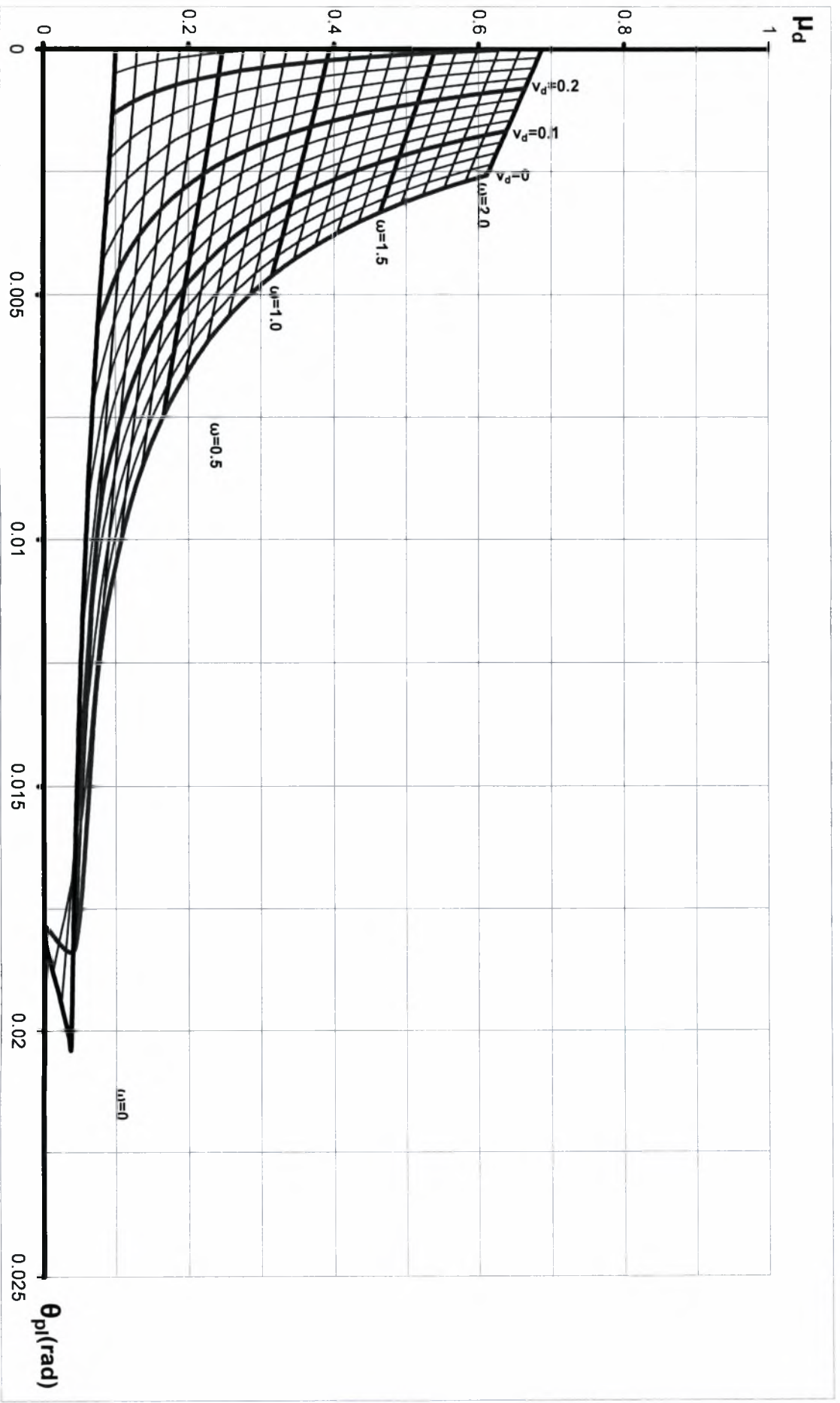
Σχ. 3.25 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S400 και $d_i/h=0.2$).



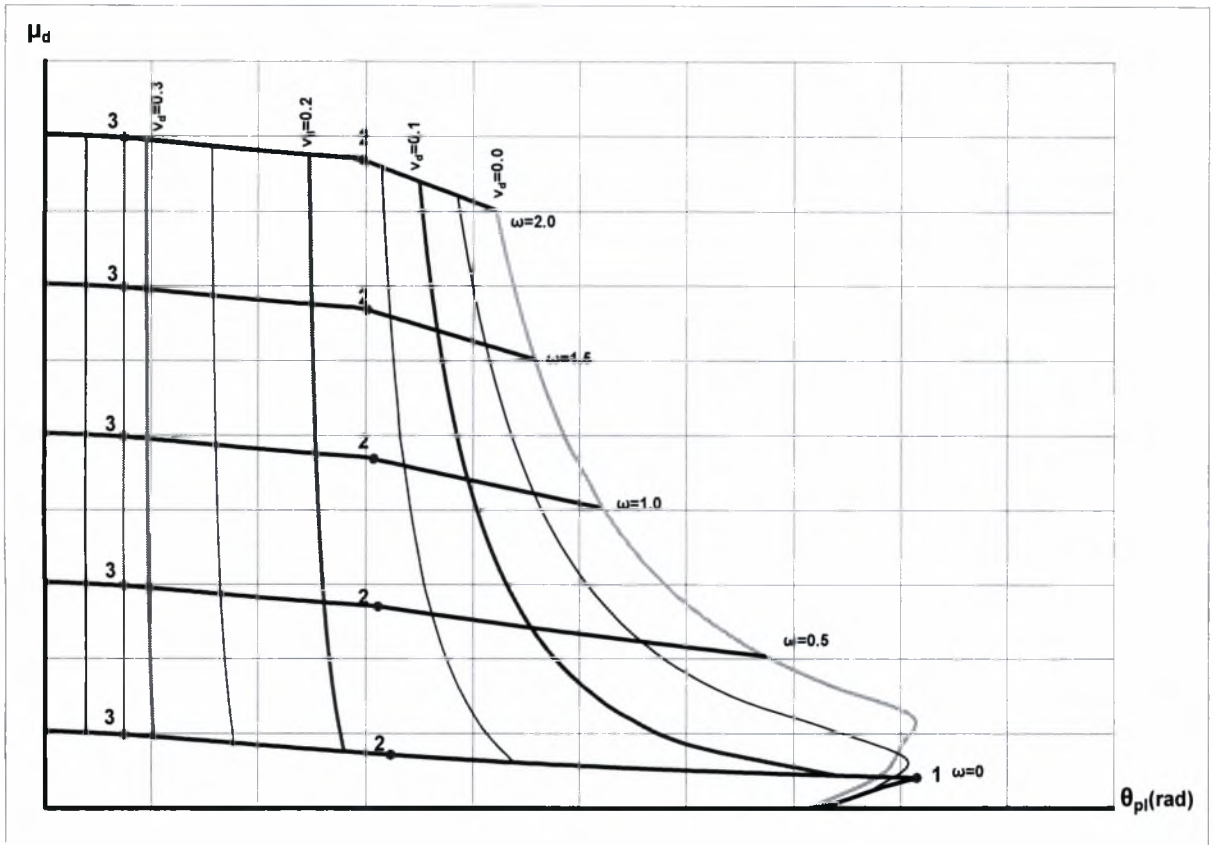
Σχ. 3.26 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S500 και $d_i/h=0.1$).



Σχ.3.27 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (Χάλυβας S500 και $d_i/h=0.2$).



3.7 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d), ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (ν_d), διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}), για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω .



Σχ.3.28 Γενική μορφή των διαγραμμάτων μ_d - θ_{pl} .

Όπως παρατηρούμε και στο Σχ.3.28 καθοριστική και πάλι είναι η ύπαρξη των τριών χαρακτηριστικών σημείων που αναφέραμε στην παράγραφο 3.3.

Στην ύπαρξη του σημείου 1 ($\epsilon_{cu}=-3.5\%$, $\epsilon_{s1u}=20\%$) οφείλεται ο φθίνων κλάδος μιάς καμπύλης σταθερού ω , ενώ το σημείο 2 προκαλεί την απότομη αλλαγή κλίσης του ανιόντα κλάδου της.

Στο σημείο 3, (σημείο κατά το οποίο διαρρέει ο θλιβόμενος οπλισμός, τη στιγμή της αρχικής διαρροής του εφελκόμενου), οι δυνάμεις των οπλισμών, τόσο κατά την αστοχία, όσο και κατά την αρχική διαρροή του εφελκόμενου οπλισμού αλληλοαναιρούνται και οι καμπύλες σταθερού ν_d , από το σημείο αυτό και μετά είναι παράλληλες στον άξονα των μ_d .

Από τη σχέση 3.41 θα έχουμε:

$$\theta_u = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \epsilon_{cu}}{\left[\frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2}{\kappa \lambda} \mu_{cu} - \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad \text{ή}$$

$$\theta_{\rho l} + \theta_y = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \epsilon_{cu}}{\left[\frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2}{\kappa \lambda} \mu_{cu} - \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} \quad \text{ή}$$

$$\theta_{\rho l} = \frac{0.85 \alpha_u \lambda_1 \epsilon_{cu}}{\left[\frac{2\kappa}{\lambda} \mu_d - \frac{2}{\kappa \lambda} \mu_{cu} - \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} \frac{f_{sd2u}}{f_{yd}} \right]} - \theta_y \quad (3.46)$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι η γενική μορφή της σχέσης 3.46 είναι παρόμοια με τις σχέσεις που είδαμε στην παράγραφο 3.6 και για το λόγο αυτό οι καμπύλες σταθερού ω , είναι παρόμοιας μορφής με τις αντίστοιχες της παραγράφου 3.6.

Τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο αυτή, φαίνονται εποπτικότερα στα σχήματα (3.24 ÷ 3.27) τα οποία έχουν συνταχθεί σύμφωνα με τον Ελληνικό Κανονισμό σκυροδέματος.

Από τα διαγράμματα (3.4 ÷ 3.28) που παρουσιάσαμε γίνεται φανερό ότι η πλαστιμότητα μιας διατομής επηρεάζεται από τους εξής παράγοντες:

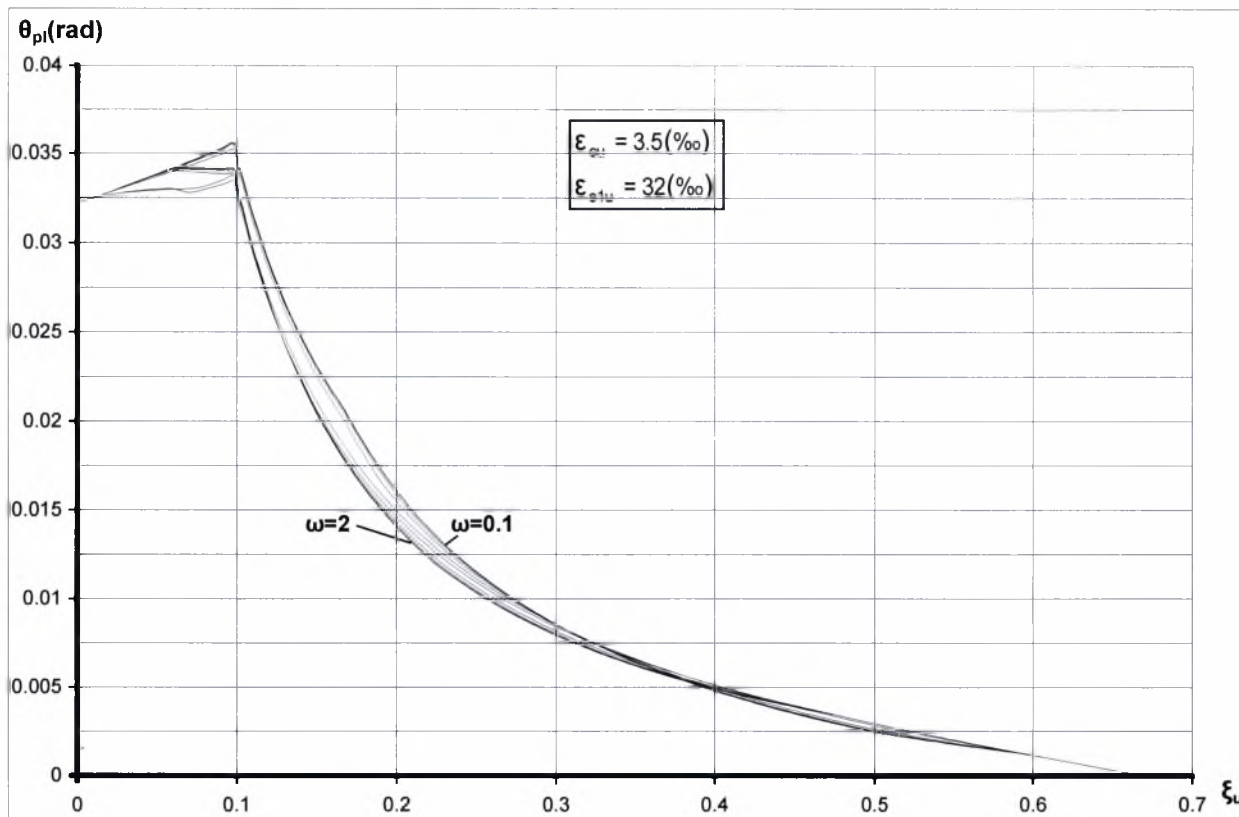
α)- Το επίπεδο της αξονικής φόρτισης: Η αύξηση του θλιπτικού αξονικού φορτίου μειώνει δραστικά την πλαστιμότητα. Ο δείκτης πλαστιμότητας καμπυλοτήτων, ελάχιστα υπερβαίνει την μονάδα, για τιμές της ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης $\nu d > 0.30$.

β)- Την αντοχή του χάλυβα: Όσο μεγαλύτερη η αντοχή και κατ' επέκταση το όριο διαρροής του, τόσο μικρότερη η πλαστιμότητα.

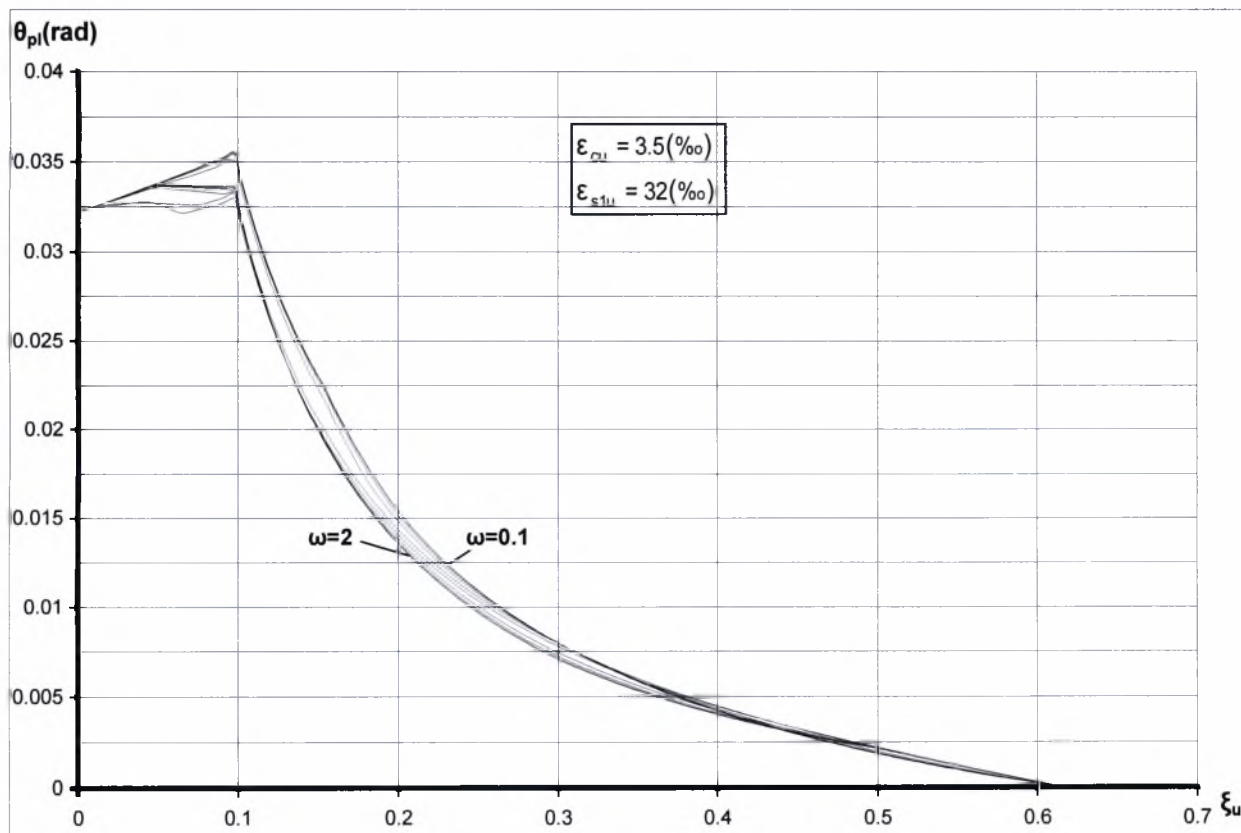
γ)- Το μηχανικό ποσοστό οπλισμού ω : Όσο αυξάνεται το ω μειώνεται η πλαστιμότητα. Για τον λόγο αυτό ο Κανονισμός επιβάλλει μέγιστα επιτρεπτά όρια όπλισης.

δ)- Η επικάλυψη των οπλισμών: Μείωση της επικάλυψης βελτιώνει την πλάστιμη συμπεριφορά.

Η θέσπιση από τον Κανονισμό, μιας μέγιστης επιτρεπόμενης στάθμης ανηγμένης θλιπτικής παραμόρφωσης για το σκυρόδεμα και μιας μέγιστης επιτρεπόμενης ανηγμένης εφελκυστικής παραμόρφωσης για το χάλυβα, εισάγει ταυτόχρονα ένα πάνω όριο στην πλαστιμότητα μιας διατομής. Στα διαγράμματα (3.29 ÷ 3.39) που ακολουθούν, γίνεται υπέρβαση του ορίου αυτού μόνο για το χάλυβα, θεωρώντας μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση αστοχίας χάλυβα $\varepsilon_{s1u} = 32\%$.

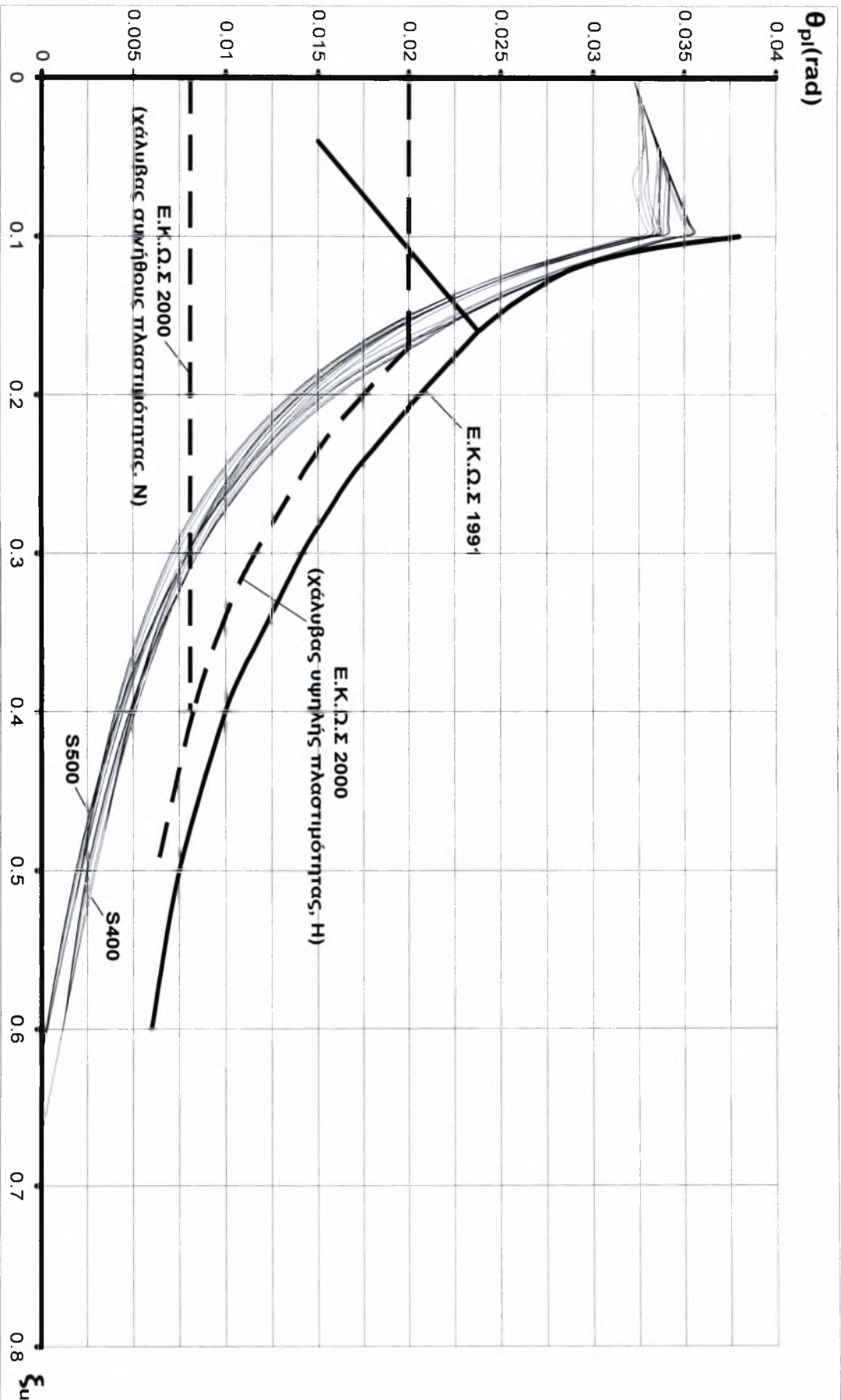


Σχ.3.29 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S400).

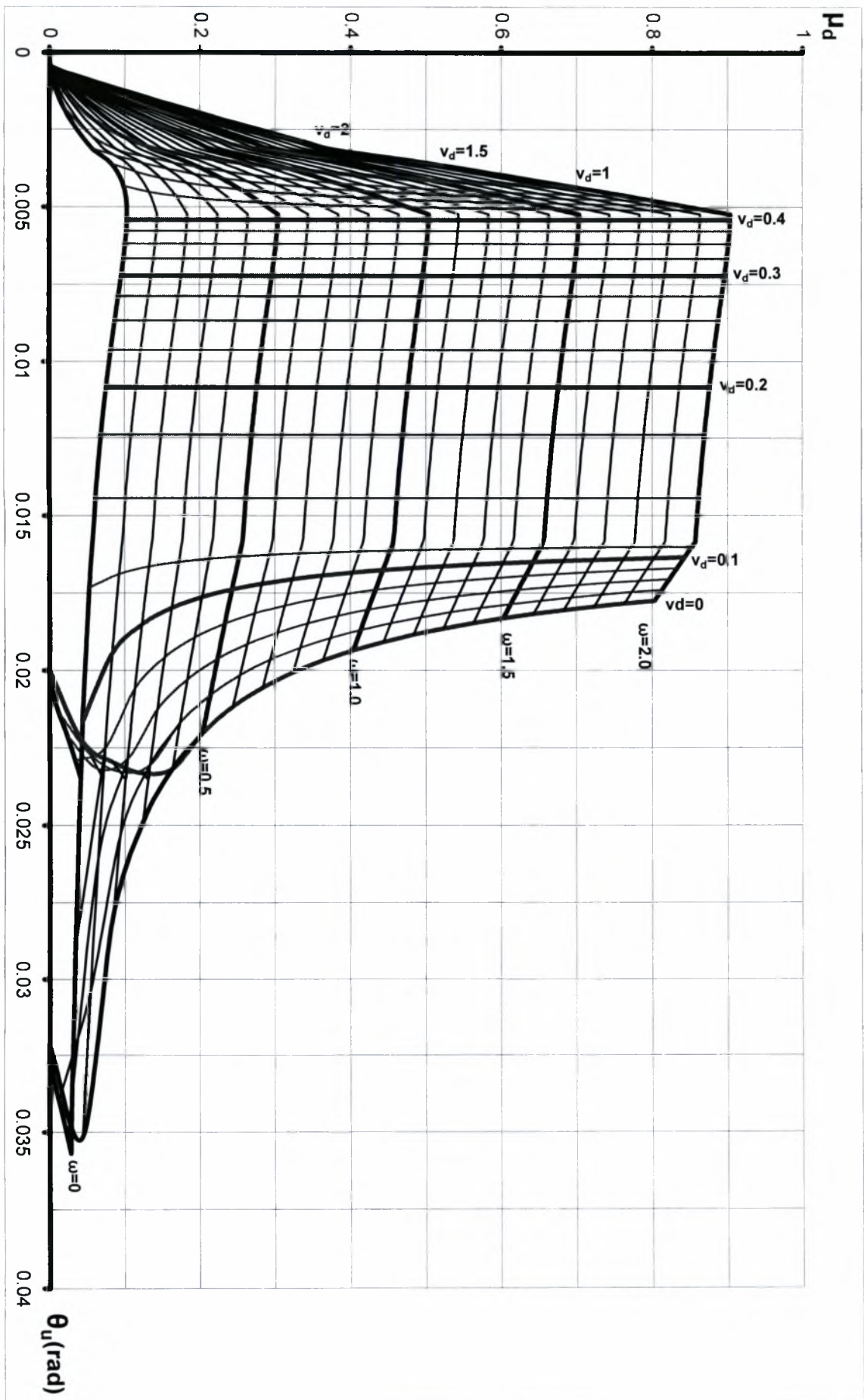


Σχ.3.30 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u), στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S500).

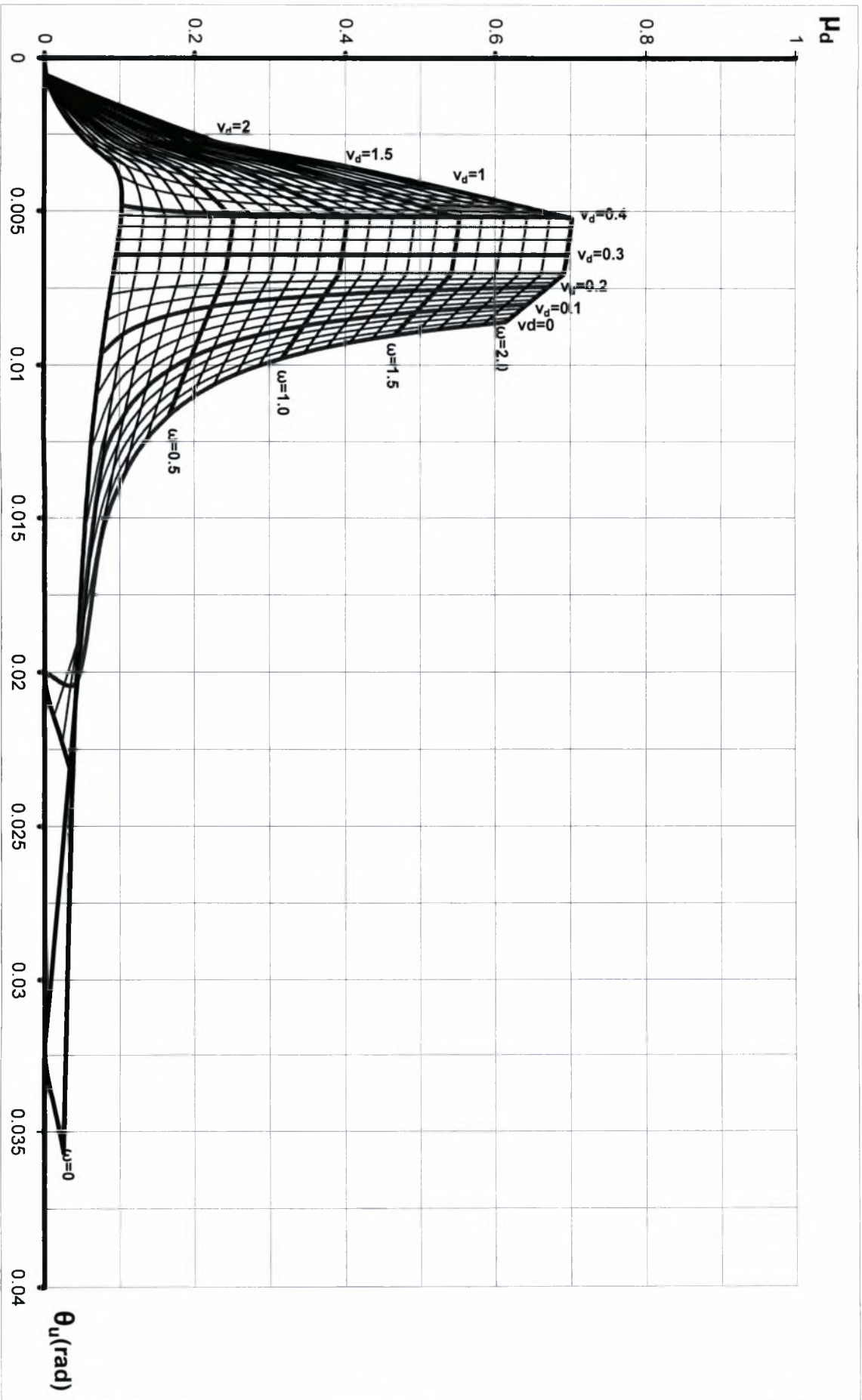
ΣΧ.3.31 Σύγκριση διαγραμμάτων διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) - ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη ($\epsilon_{cu} = 3.5 \text{‰}$, $\epsilon_{st,u} = 32 \text{‰}$)



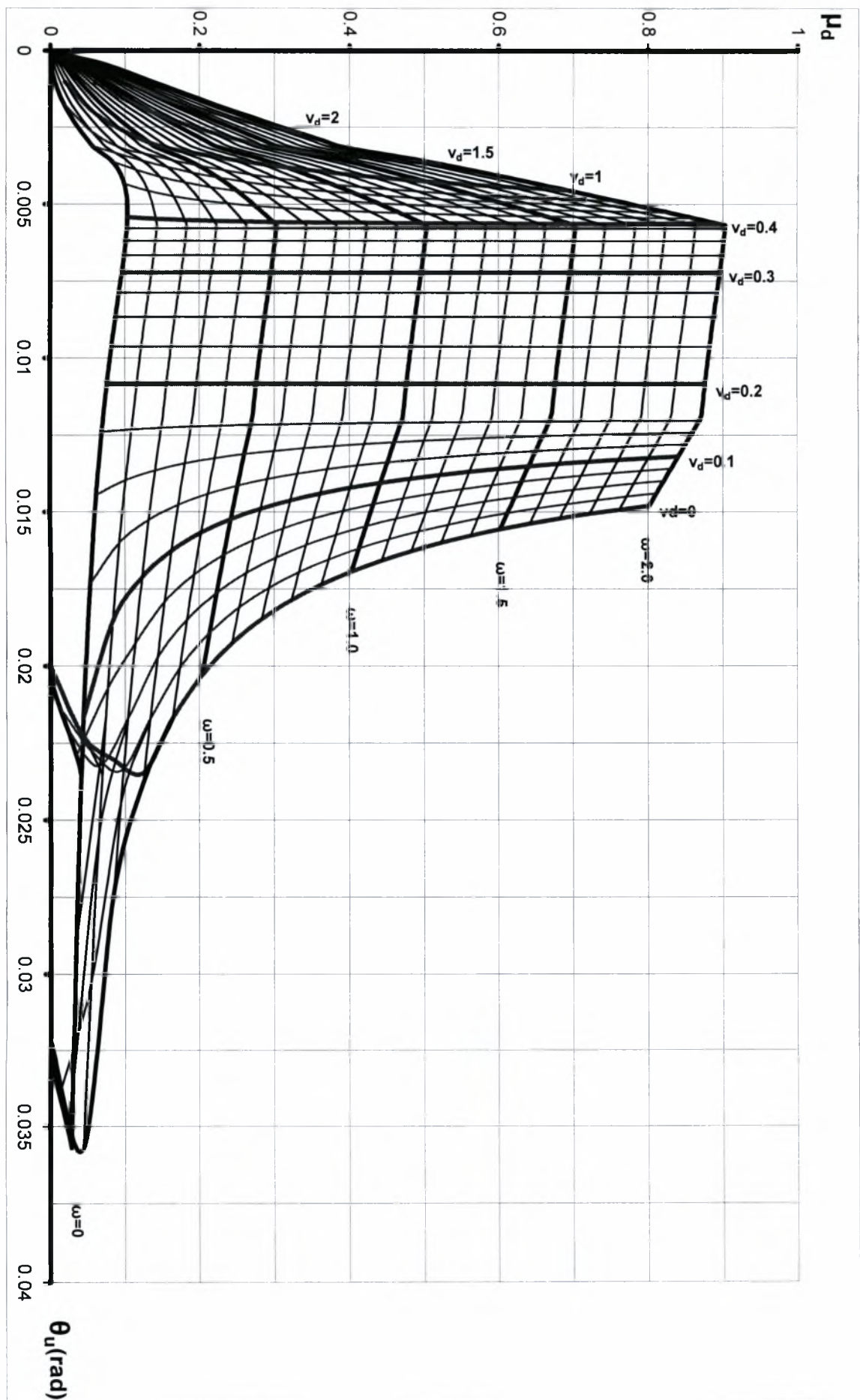
Σχ. 3.32 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ποτής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στρίσιμου ω (χάλυβας S400) και ($d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ ‰}$).



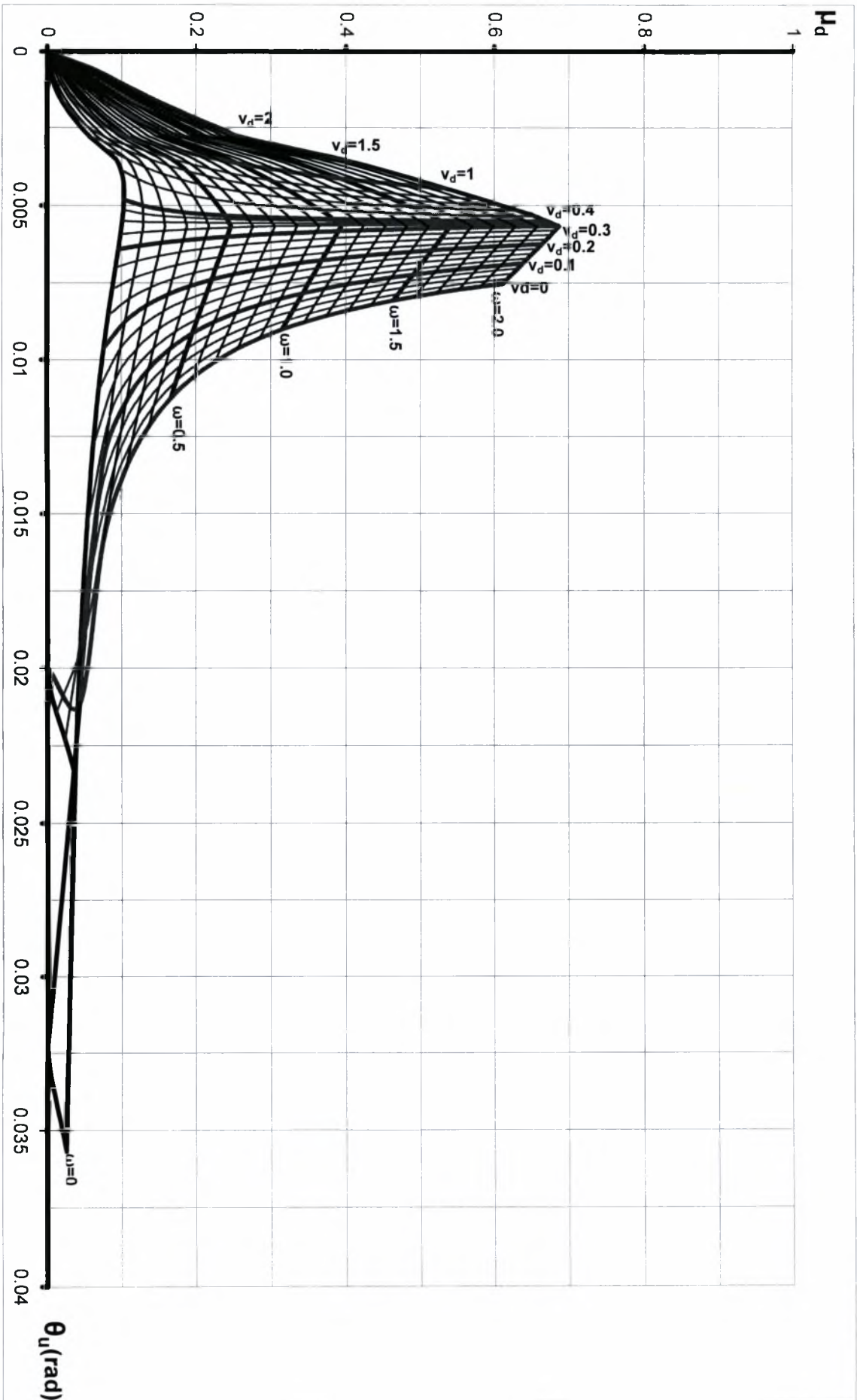
Σχ. 3.33 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού σπλιγμού ω (Χάλυβας S400) και ($d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ } /_{\infty}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ } /_{\infty}$).



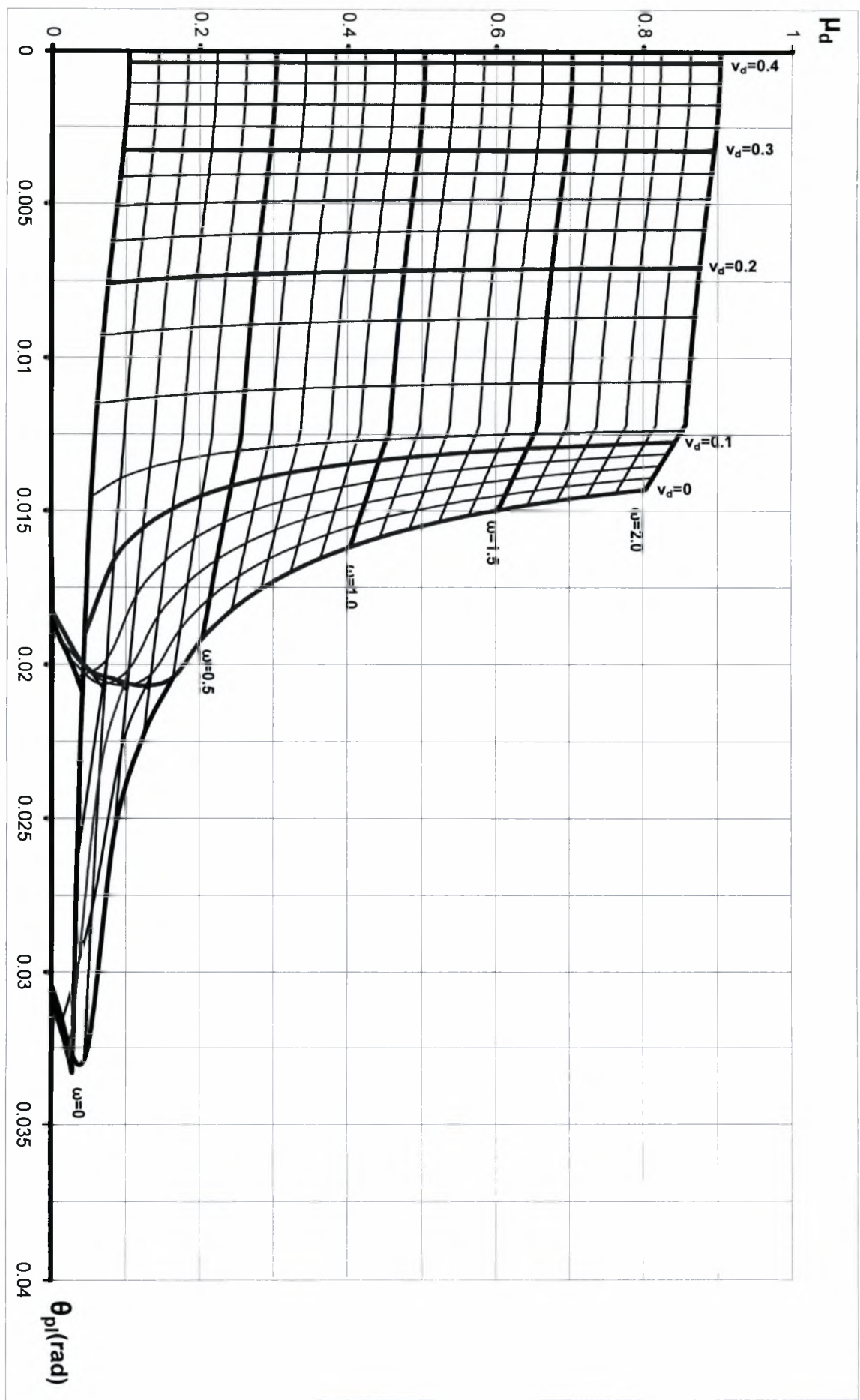
Σχ. 3.34 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στράγγισης ω (χάλυβας S500) και ($d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ ‰}$).



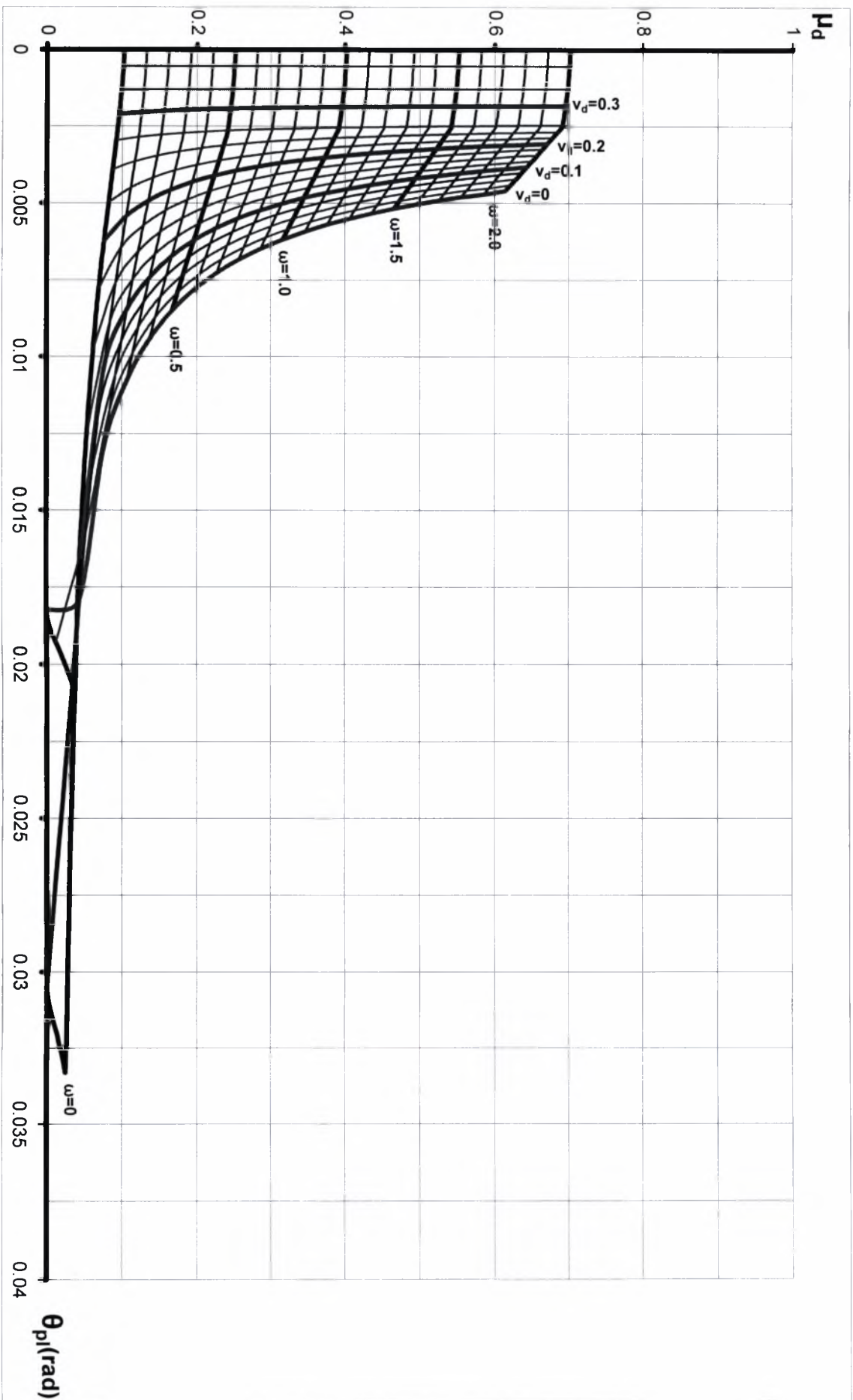
ΣΧ. 3.35 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – στροφής αστοχίας (θ_u) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στρίψιμου ω (χάλυβας S500) και ($d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ ‰}$).



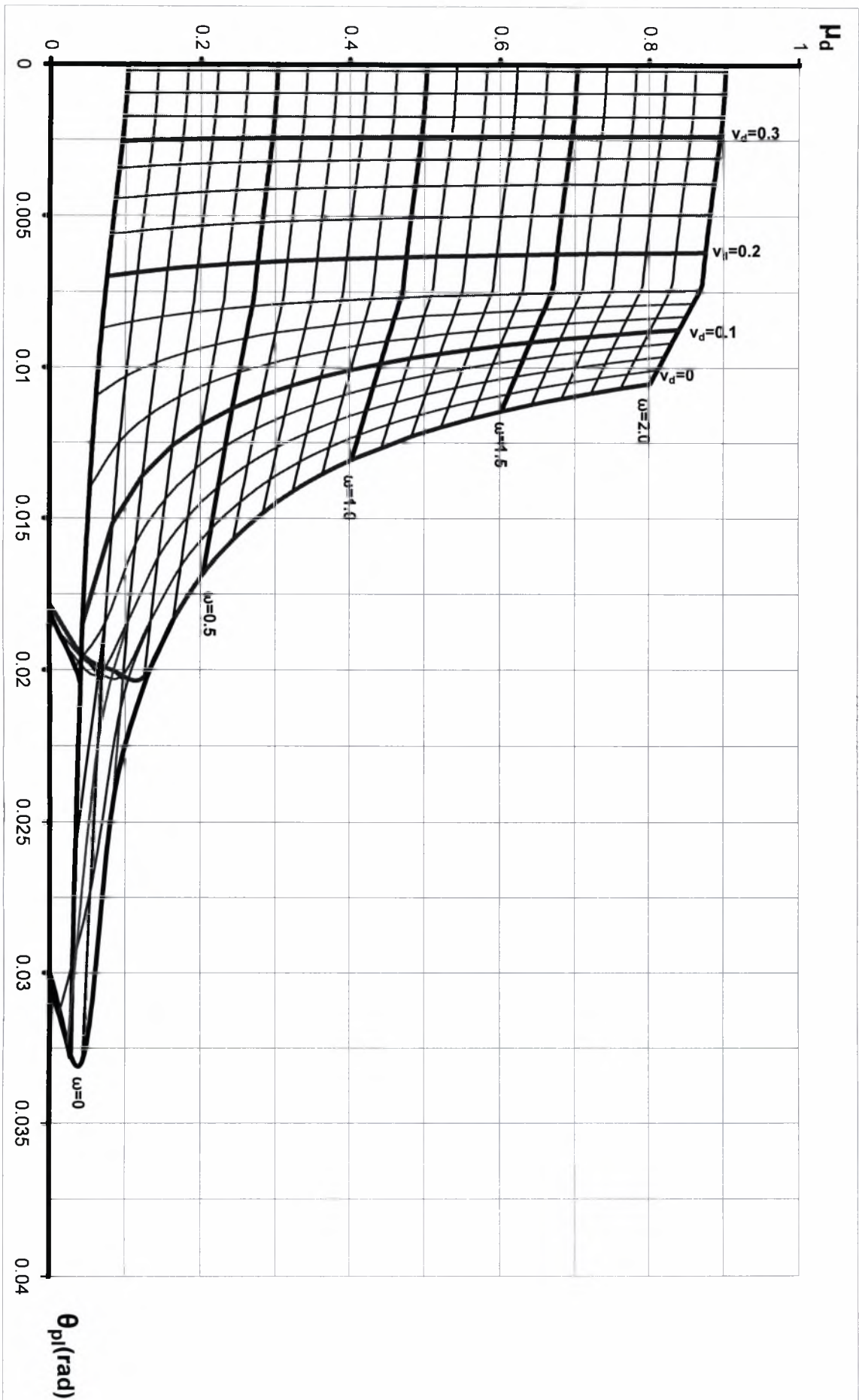
Σχ. 3.36 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στρίσιμου ω (χάλυβας S400) και ($d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{s1u} = 32 \text{ ‰}$).



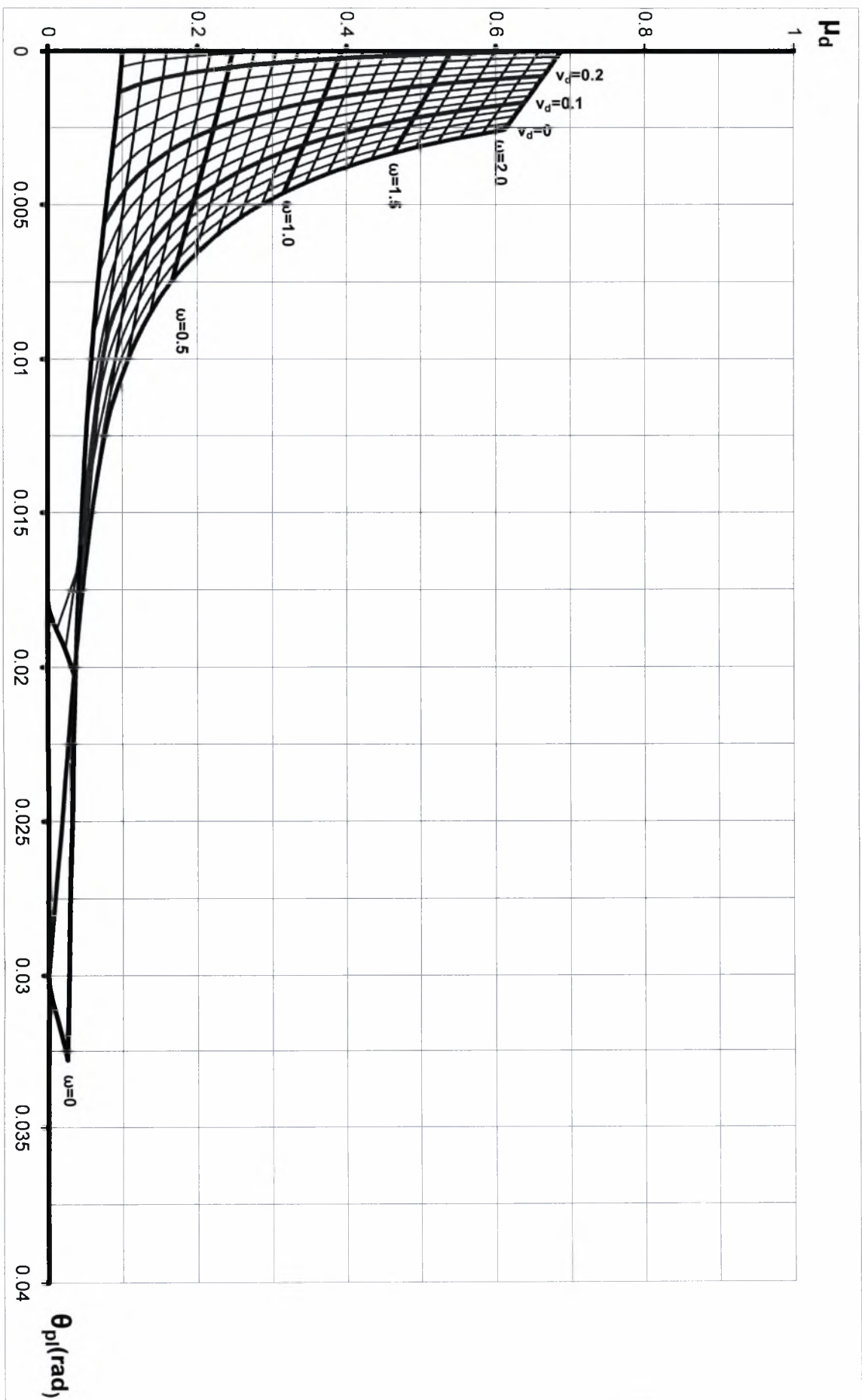
Σχ.3.37 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανεγμένης ροτής (μ_d) – ανεγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στήλιου ω (Χάλυβας S400) και ($d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ ‰}$).



Σχ. 3.38 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στήλιου ω (χάλυβας S500) και ($d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, $\epsilon_{su} = 32 \text{ ‰}$).



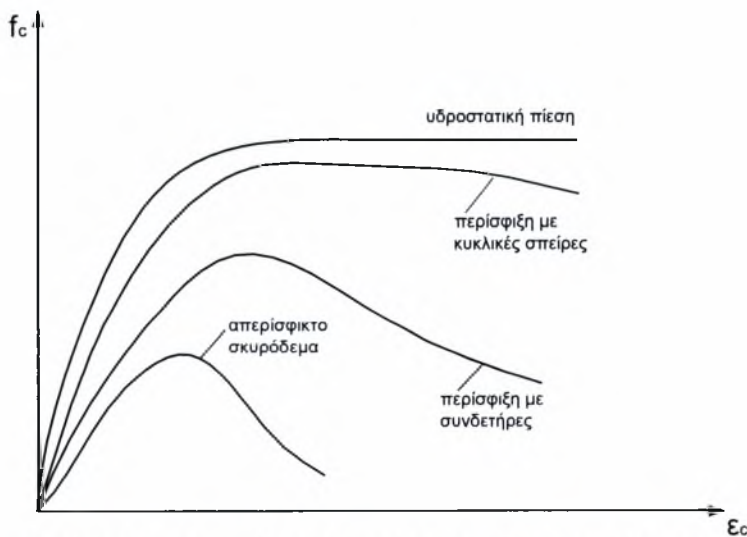
Σχ. 3.39 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανεγμένης ροπής (μ_d) – ανεγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρεφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στρίσιμού ω (Χάλυβας S500) και ($d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ } ^\circ/\infty$, $\epsilon_{s1u} = 32 \text{ } ^\circ/\infty$).



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

4.1 Το περισφιγμένο σκυρόδεμα

Όπως είναι γνωστό η αντοχή, αλλά και η ικανότητα παραμόρφωσης του σκυροδέματος, αυξάνεται σημαντικά όταν αυτό βρίσκεται υπό συνθήκες τριαξονικής έντασης. Στην πράξη, η τριαξονική επιπόνηση δημιουργείται, όταν οι εγκάρσιοι οπλισμοί (κλειστοί συνδετήρες ή σπείρες) παρεμποδίζουν την πλευρική διόγκωση ενός μονοαξονικά θλιβόμενου στοιχείου. Το σκυρόδεμα το οποίο υφίσταται την ευνοϊκή λειτουργία του εγκάρσιου οπλισμού ονομάζεται περισφιγμένο ή εγκιβωτισμένο. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι ένα βαθμό περίσφιξης μπορούν να συνεισφέρουν και οι διαμήκεις οπλισμοί ενός στοιχείου, ιδιαίτερα όταν αποτελούνται από ράβδους μεγάλης διαμέτρου, διατεταγμένες σε μεγάλες αποστάσεις. Ακόμα ρόλο περίσφιξης μπορεί να παίξει σε ορισμένες περιπτώσεις και το αξονικό φορτίο (δημιουργία τριαξονικής έντασης). Στο διάγραμμα (Σχ.4.1) που ακολουθεί μπορούμε να παρατηρήσουμε με πιο εποπτικό τρόπο την συμπεριφορά του περισφιγμένου σκυροδέματος.



Σχ.4.1. Διάγραμμα θλιπτικών τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος για διάφορα είδη περίσφιξης.

Από το σχήμα 4.1 και όσον αφορά το απερίσφικτο σκυρόδεμα παρατηρούμε ότι η καμπύλη ($\sigma_c - \epsilon_c$) αποτελείται από τρία τμήματα:

α) Το αρχικό, περίπου γραμμικό τμήμα με βάση το οποίο αναπτύχθηκε η θεωρία των επιτρεπομένων τάσεων.

β) Ένα δεύτερο τμήμα, που ορίζεται από τις παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε τάσεις ίσες προς το 60% έως 100% της θλιπτικής αντοχής και το οποίο χαρακτηρίζεται από μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού (διαρκής μείωση του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας).

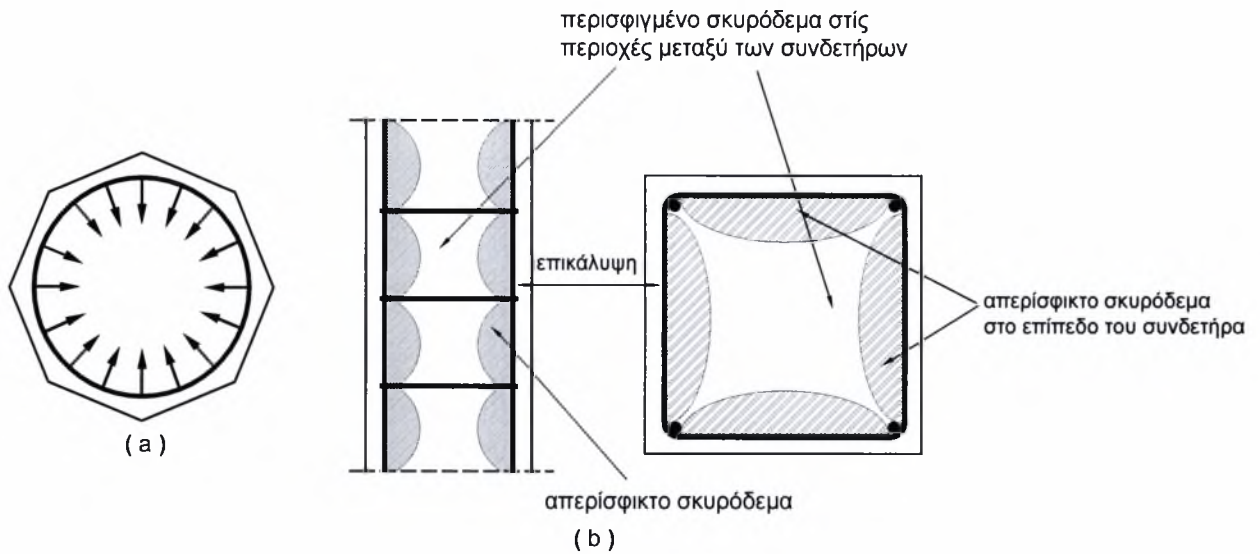
γ) Ένα τρίτο τμήμα, κατά μήκος του οποίου η παραμόρφωση αυξάνεται ενώ η τάση μειώνεται (φθίνων κλάδος). Η μείωση αυτή της τάσης οφείλεται στον σχηματισμό ρωγμών συνάφειας στην διεπιφάνεια αδρανών - κονιάματος εξαιτίας της διαφορετικής δυσκαμψίας των δύο υλικών, καθώς επίσης και σε μικρορωγμές του κονιάματος που προέρχονται από συγκεντρώσεις τάσεων στην περιοχή των ρωγμών συνάφειας. Στους διάφορους υπολογισμούς όπως είναι γνωστό χρησιμοποιείται κατά κανόνα, ένα μόνο τμήμα του φθίνοντα κλάδου, που καθορίζεται από την μέγιστη «χρήσιμη» παραμόρφωση (ϵ_{cu}), πέρα από την οποία η βλάβη του υλικού θεωρείται μη αποδεκτή (συμβατικό σημείο αστοχίας).

Η παρουσία τώρα της περίσφιξης αρχίζει να επηρεάζει την συμπεριφορά του σκυροδέματος από την στιγμή που η εσωτερική ρηγμάτωση προκαλεί διόγκωση του υλικού. Έτσι λοιπόν οι εγκάρσιοι σπλισμοί διάτμησης δεν επηρεάζουν το πρώτο τμήμα της καμπύλης ($\sigma_c - \epsilon_c$) και η συνεισφορά της περίσφιξης αρχίζει να γίνεται σημαντική, όσο πλησιάζουμε στην θλιπτική αντοχή, ενώ γίνεται καθοριστική στην περιοχή του φθίνοντα κλάδου. Πρέπει να σημειωθεί ότι η περίσφιξη έχει ένα διπλά ευνοϊκό ρόλο και συγκεκριμένα:

α) Αυξάνει την αντοχή του σκυροδέματος, με αποτέλεσμα να αναπληρώνονται τυχόν απώλειες που δημιουργούνται από την αποφλοίωση (θραύση του σκυροδέματος της επικάλυψης των σπλισμών) των στοιχείων, η οποία επέρχεται όταν οι θλιπτικές παραμορφώσεις ξεπερνούν το 4‰.

β) Μειώνει την κλίση του φθίνοντα κλάδου του διαγράμματος ($\sigma_c - \epsilon_c$) και επομένως αυξάνει την μέγιστη χρήσιμη παραμόρφωση ϵ_{cu} (σε τιμές που μπορεί να ξεπερνούν κατά πολύ την τιμή 3.5‰ που δέχονται οι περισσότεροι κανονισμοί), δηλαδή αυξάνει την πλαστιμότητα του σκυροδέματος. Αυτός είναι και ο σημαντικότερος ρόλος της περίσφιξης και το κλειδί για την υλοποίηση των απαιτήσεων των σύγχρονων Κανονισμών.

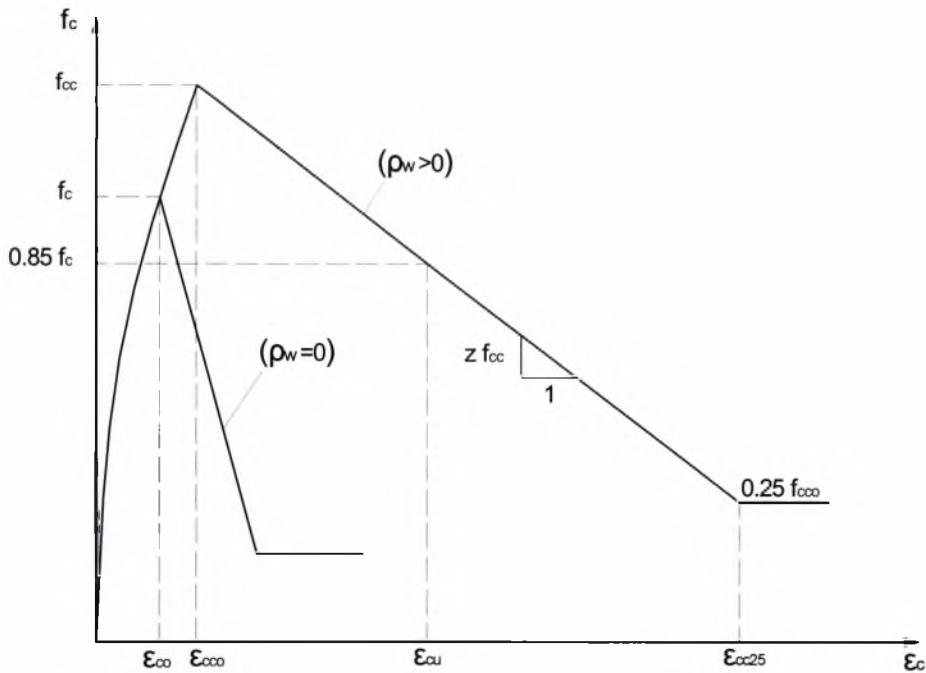
4.2 Αναλυτικά προσομοιώματα περίσφιξης



Σχ.4.2. Συνήθη είδη περίσφιξης: a) Με κυκλική σπείρα. b) με τετραγωνικούς συνδετήρες

Οι πολυάριθμες πειραματικές εργασίες που έγιναν πάνω στον ρόλο της περίσφιξης επαλήθευσαν ότι η περίσφιξη με κυκλικές σπείρες είναι γενικά δραστικότερη από αυτή των ορθογωνικών ή τετραγωνικών συνδετηρών. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.1 η περίσφιξη από κυκλική σπείρα μπορεί να φτάσει κοντά σε κείνη που αντιστοιχεί σε υδροστατική πίεση, δηλαδή σε συνθήκες πλήρους τριαξονικής επιπόνησης. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι, λόγω του σχήματός τους οι κυκλικές σπείρες βρίσκονται σε περιφερειακό εφελκυσμό και δημιουργούν συνεχή πίεση περίσφιξης σε όλη την περιφέρεια (σχήμα 4.2.a). Από την άλλη μεριά, οι τετραγωνικοί ή ορθογωνικοί συνδετήρες μπορούν να προσφέρουν σημαντική πίεση μόνο στις γωνίες τους, δεδομένου ότι η διόγκωση του σκυροδέματος στο εσωτερικό τους εκτρέπει τις πλευρές των συνδετηρών προς τα έξω, αφήνοντας τμήματα της διατομής μορφής τόξου (σχήμα 4.2.b) χωρίς περίσφιξη. Τα τμήματα αυτά, είναι ακόμη μεγαλύτερα στις διατομές ανάμεσα από τους συνδετήρες, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο σχήμα 4.2.b.

Για την επιρροή της περίσφιξης με συνδετήρες πάνω στην συμπεριφορά του σκυροδέματος έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορα αναλυτικά προσομοιώματα. Εμείς θα αναφερθούμε σε τρία από τα πλέον πρόσφατα και πιο συγκεκριμένα στην καταστατική εξίσωση των: Park et al (1982), Κάππου (1990) και του Ευρωκώδικα (1988).



Σχ.4.3. Καταστατικό προσομοίωμα τάσεων-παραμορφώσεων για περισφιγμένο σκυρόδεμα.

Για την αύξηση της αντοχής λόγω περίσφιξης οι ερευνητές Park et al. (1982) θεωρούν ότι $f_{cc} = k f_c$ όπου: f_{cc} είναι η αντοχή του περισφιγμένου σκυροδέματος, f_c η αντοχή του απερίσφικτου και:

$$k = 1 + \frac{\rho_w f_{yw}}{f_c} \quad (4.1)$$

όπου: ρ_w το ογκομετρικό ποσοστό οπλισμού και f_{yw} η τάση διαρροής του εγκάρσιου οπλισμού. Γίνεται δηλαδή δεκτό, ότι η αύξηση της αντοχής λόγω της παρουσίας του εγκάρσιου οπλισμού είναι ανάλογη προς το μηχανικό ποσοστό (ω_w) του οπλισμού αυτού (δεύτερος όρος στο δεξιό μέλος της 4.1). Για την παραμόρφωση που αντιστοιχεί στην μέγιστη τάση (f_{cc}) οι Park et al. δέχονται ότι $\epsilon_{cc50} = k 2\%$, ενώ για την κλίση του φθίνοντα κλάδου προτείνουν

$$\text{την σχέση: } z = \frac{0.50}{\epsilon_{cc50} - \epsilon_{cc0}} \quad (4.2)$$

όπου: ϵ_{cc50} η παραμόρφωση που αντιστοιχεί σε μείωση της αντοχής του απερίσφικτου σκυροδέματος κατά 50% και δίνεται από τη σχέση:

$$\epsilon_{cc50} = \frac{3 + 0.29 f_c}{145 f_c - 1000} + 0.75 \rho_w \sqrt{\frac{b_o}{s}} \quad (4.3)$$

Στη σχέση (4.3), με b_o συμβολίζεται η διάσταση του πυρήνα μιας τετραγωνικής διατομής, s είναι η απόσταση των συνδετήρων, ενώ η τάση f_c δίνεται σε MPa.

Για την αύξηση της αντοχής λόγω περίσφιξης ο Κάππος προτείνει την σχέση $f_{cc} = k f_c$ όπου:

$$k = 1 + \alpha \omega_w^\beta, \text{ όπου } \omega_w = \rho_w \frac{f_{yw}}{f_c} \quad (4.4)$$

ενώ οι συντελεστές α και β λαμβάνουν τις τιμές:

$\alpha = 0.55, \beta = 0.75$ για διάταξη μονού συνδετήρα

$\alpha = 1.00, \beta = 1.00$ για διάταξη διπλού συνδετήρα

$\alpha = 1.25, \beta = 1.00$ για διάταξη τριπλού ή τετραπλού συνδετήρα (4.5)

Η παραμόρφωση που αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση δίνεται από τη σχέση:

$\epsilon_{cco} = k^2 \epsilon_{co}$, ενώ η κλίση του φθίνοντα κλάδου από τη σχέση:

$$z = \frac{0.50}{0.75 \rho_w \sqrt{\frac{b_o}{s} + \frac{3 + (0.29 \frac{f_c}{k})}{(145 \frac{f_c}{k}) - 1000}} - \epsilon_{co}} \quad (4.6)$$

όπου: με b_o συμβολίζεται η διάσταση του πυρήνα μιας τετραγωνικής διατομής, s είναι η απόσταση των συνδετήρων, ενώ η τάση f_c δίνεται σε MPa.

Τέλος, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 8 η αύξηση της αντοχής του σκυροδέματος προκύπτει από τη σχέση:

$f_{cc} = f_c (1 + 2.5 \alpha \omega_w)$ για $\omega_w \leq 0.1/\alpha$

$f_{cc} = f_c (1 + 2.5 \alpha \omega_w)$ για $\omega_w > 0.1/\alpha$ (4.7)

ενώ η παραμόρφωση που αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση από τη σχέση:

$$\epsilon_{cco} = \epsilon_{co} \left(\frac{f_{cc}}{f_c} \right)^2 \quad (4.8)$$

Με βάση τη μειωμένη τιμή της θλιπτικής μονοαξονικής αντοχής σκυροδέματος $0.85f_c$ που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αντοχής των φορέων σε κάμψη σύμφωνα με πολλούς σύγχρονους κανονισμούς, ο Ευρωκώδικας 8 προτείνει τον υπολογισμό του ϵ_{cu} από την σχέση:

$$\epsilon_{cu} = \epsilon_{co} + 0.1 \alpha_1 \alpha_2 \omega_w \quad (4.9)$$

Όπου: $\epsilon_{co} = 3.5 \div 4\%$ είναι η οριακή παραμόρφωση του απερίσφικτου σκυροδέματος και $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ όπου:

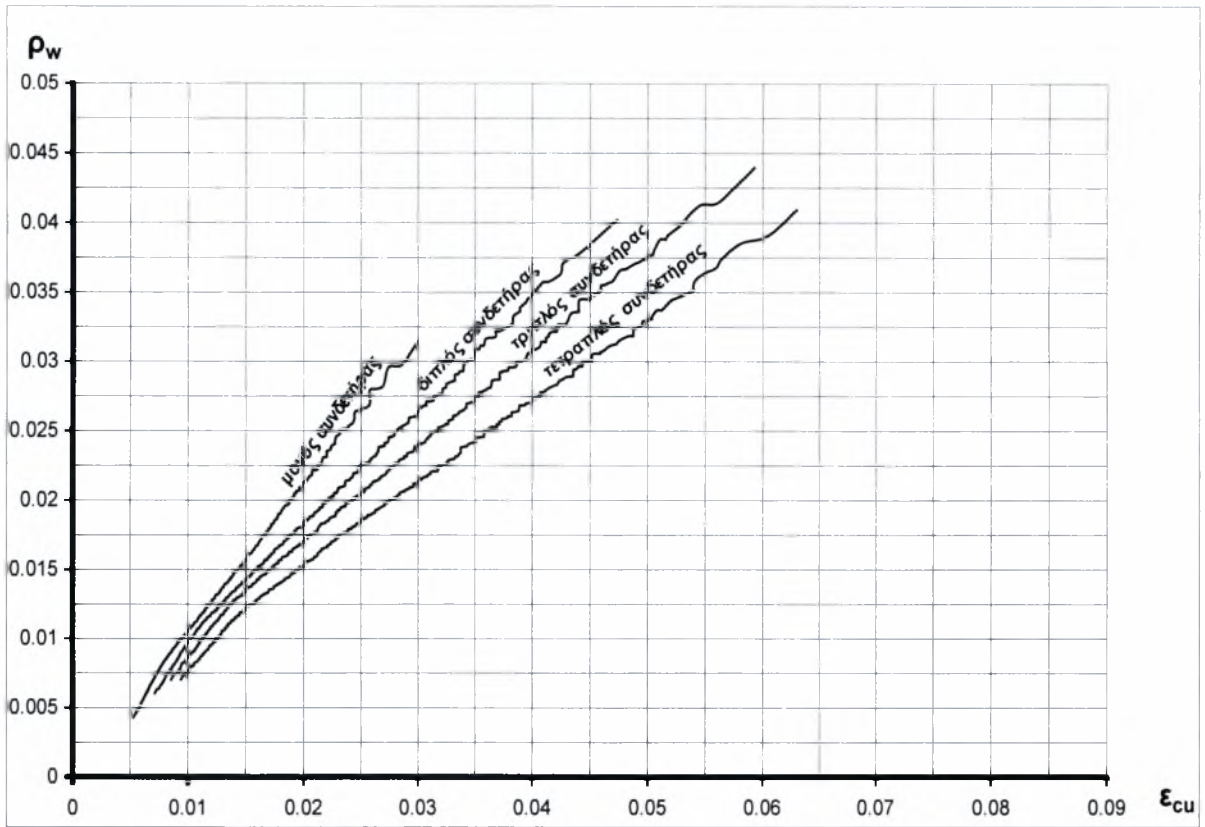
$$\alpha_1 = 1 - \frac{n \left(\frac{b_i^2}{6} \right)}{A_o} \quad (4.10)$$

$$\alpha_2 = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{s}{b_0}\right)^2 \quad (4.11)$$

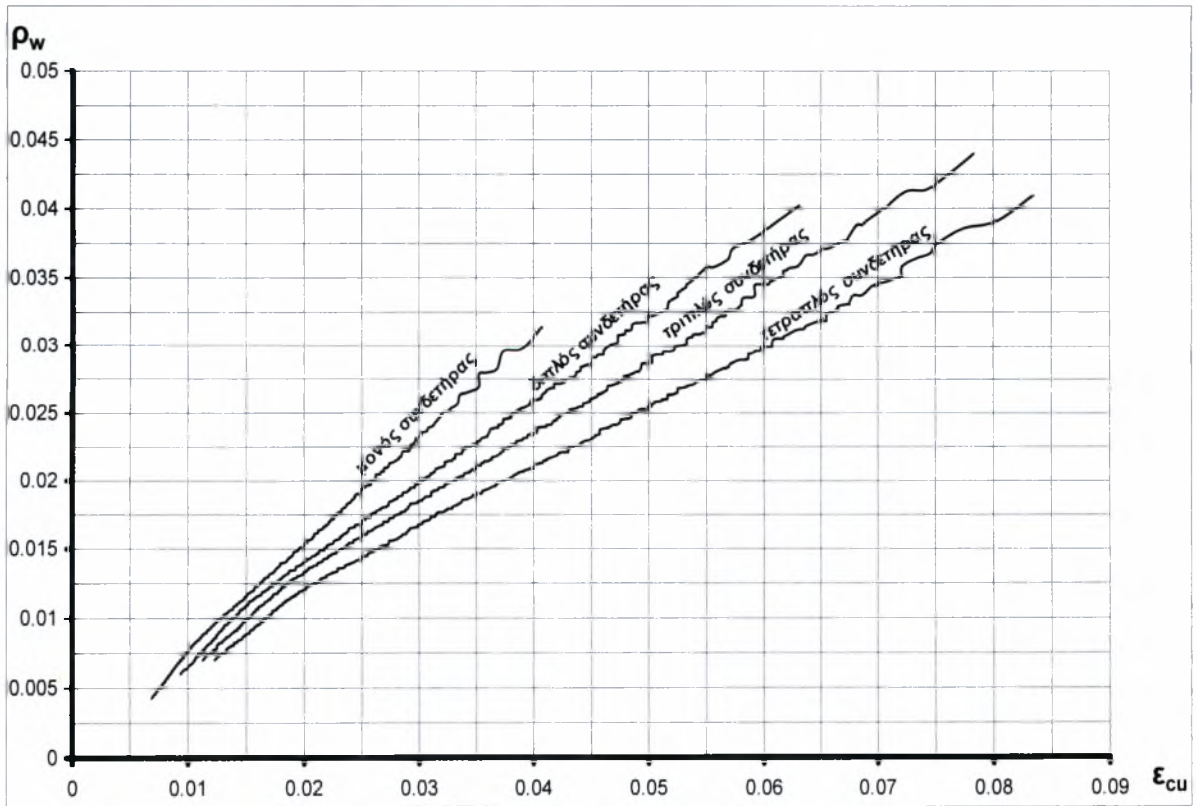
Στις σχέσεις 4.10 και 4.11 με b_0 συμβολίζεται η διάσταση του περισφιγμένου πυρήνα μιας ισοδύναμης τετραγωνικής διατομής, n είναι ο αριθμός των ράβδων που συγκρατούνται από σκέλος συνδετήρα, b_i η απόσταση μεταξύ τους και s η απόσταση των συνδετήρων κατά μήκος του άξονα του φορέα.

Παρόμοιες σχέσεις με τις 4.10 και 4.11 συναντούμε στο κεφάλαιο 18.4.4.2 του Ε.Κ.Ω.Σ 2000 (Σχ.18.16).

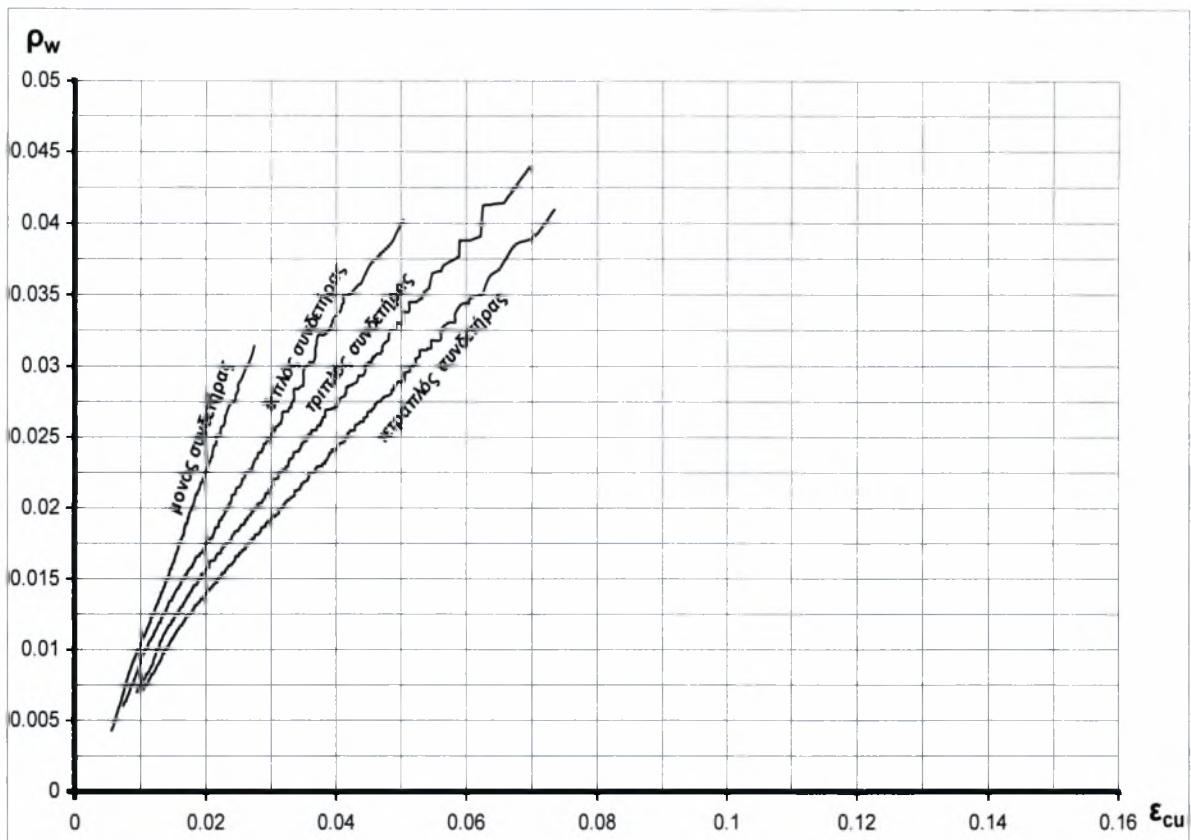
Με βάση τα μοντέλα που αναφέραμε, κατασκευάστηκαν οι γραφικές παραστάσεις ($\rho_w - \epsilon_{cu}$) για διάφορες διατάξεις κλειστών συνδετήρων, σε τετραγωνικά υποστυλώματα οι οποίες παρουσιάζονται στα σχήματα (4.4 ÷ 4.9) που ακολουθούν.



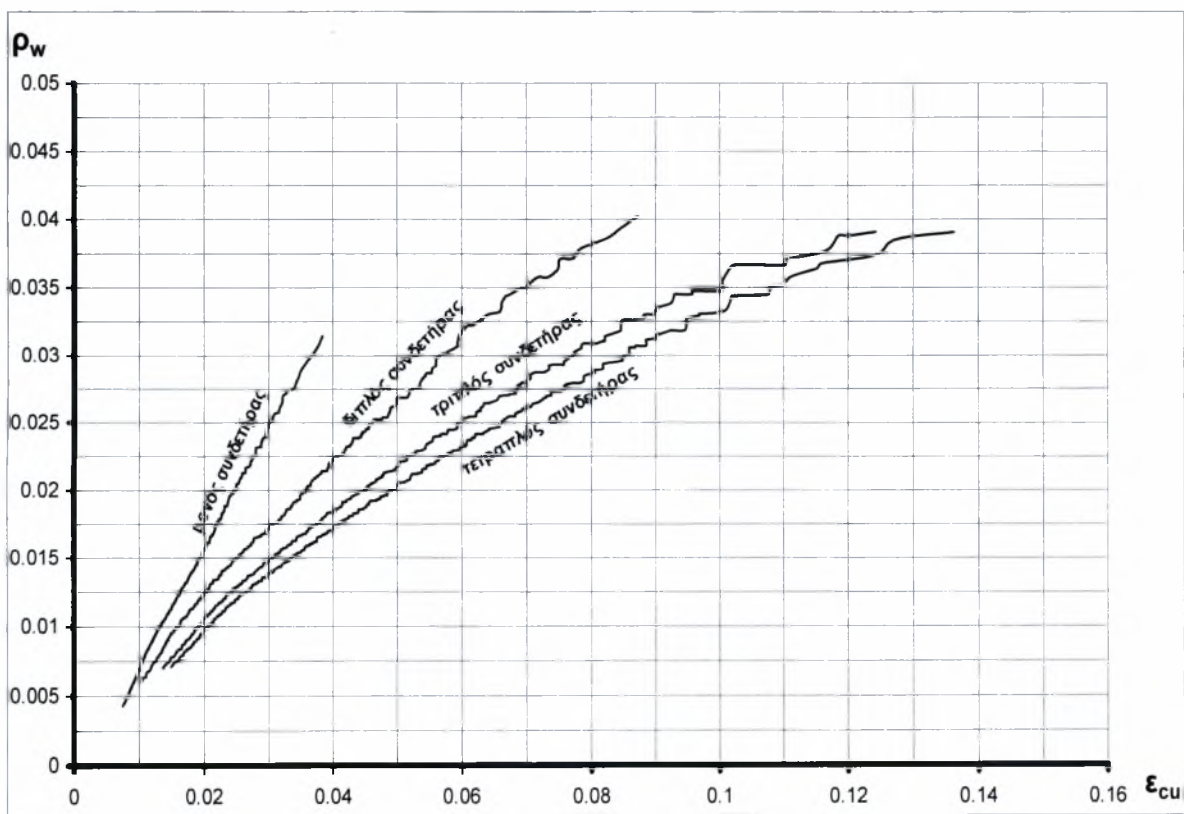
Σχ.4.4. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Park et al. για σκυρόδεμα C30 και χάλυβα S400.



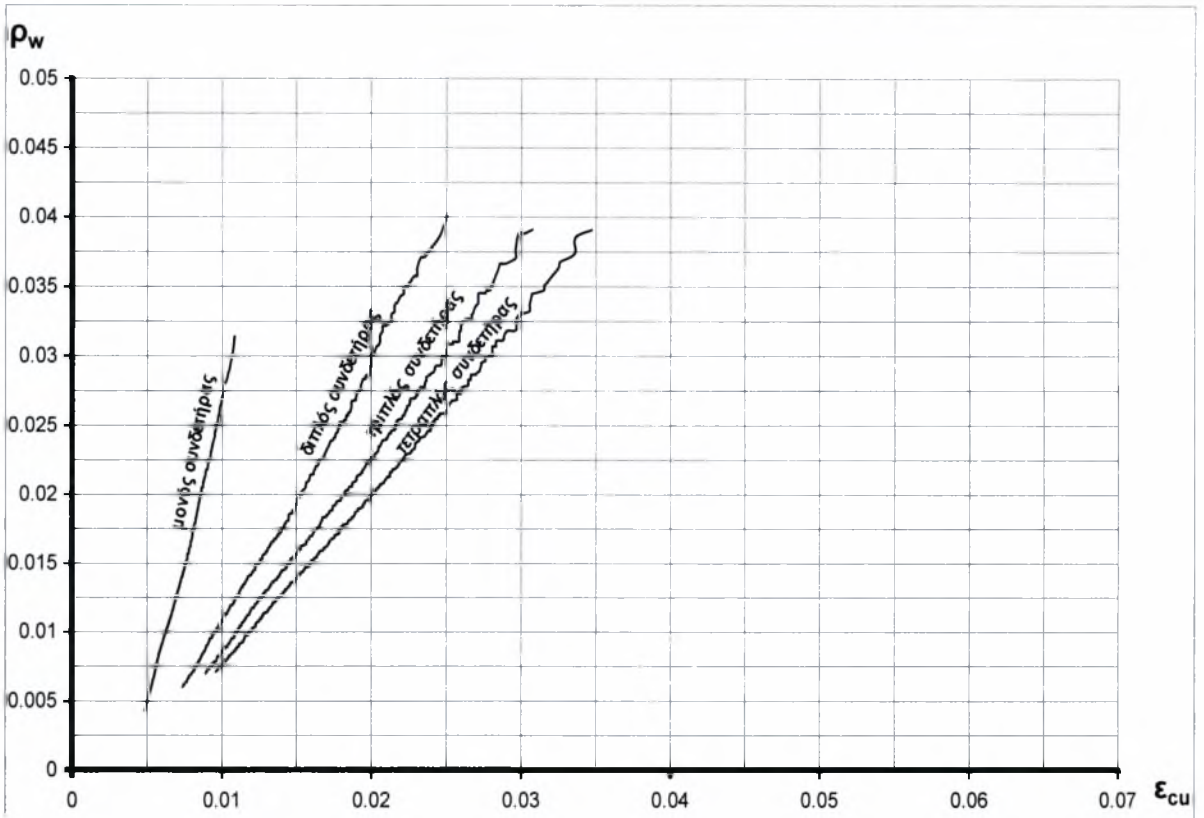
Σχ.4.5. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Park et al. για σκυρόδεμα C16 και χάλυβα S400.



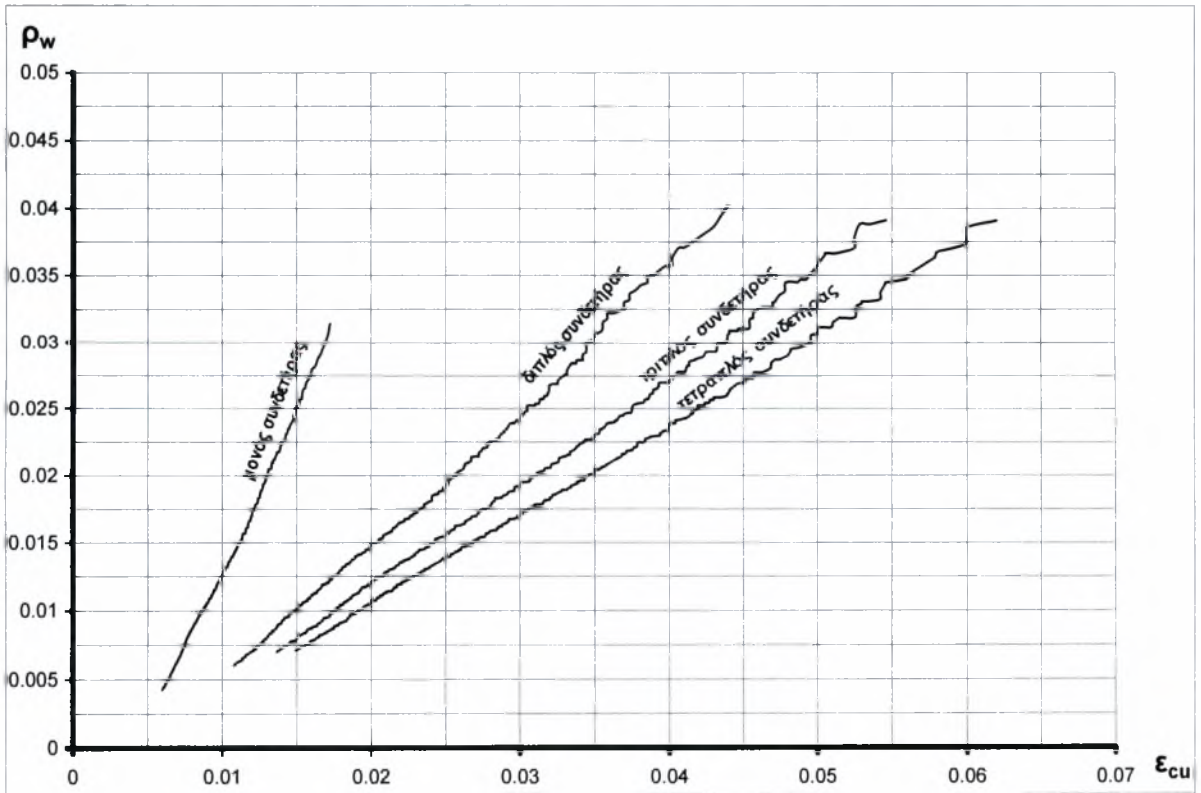
Σχ.4.6. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Κάππου για σκυρόδεμα C30 και χάλυβα S400.



Σχ.4.7. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Κάππου για σκυρόδεμα C16 και χάλυβα S400.



Σχ.4.8. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Ευρωκώδικα για σκυρόδεμα C30 και χάλυβα S400.



Σχ.4.9. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με το καταστατικό προσομοίωμα Ευρωκώδικα για σκυρόδεμα C16 και χάλυβα S400.

Από τα διαγράμματα (4.4÷4.9) όσο και από τις σχέσεις (4.1÷4.11) συμπεραίνουμε ότι οι κυριότερες παράμετροι που υπεισέρχονται στο φαινόμενο της περίσφιξης είναι:

1) Το ποσοστό του εγκάρσιου οπλισμού. Συνήθως εκφράζεται μέσω του ογκομετρικού ποσοστού, ρ_w , που ορίζεται σαν το λόγο του όγκου των συνδετήρων προς τον όγκο του περισιγμένου πυρήνα της διατομής. Από τα προηγούμενα διαγράμματα, γίνεται φανερό ότι, όσο αυξάνει το ρ_w , τόσο αυξάνει η οριακή θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος και κατά συνέπεια η πλαστιμότητά του.

2) Η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος (f_c). Είναι φανερό ότι τα σκυροδέματα υψηλής αντοχής χαρακτηρίζονται από μειωμένη πλαστιμότητα, σε σχέση με τα σκυροδέματα χαμηλότερης αντοχής.

3) Το όριο διαρροής του εγκάρσιου οπλισμού (f_{yw}). Προφανώς όσο αυξάνεται η αντοχή των συνδετήρων τόσο αυξάνει η ικανότητα περίσφιξης τους.

4) Η διάταξη των συνδετήρων στην διατομή. Εάν αντί ενός μονού συνδετήρα χρησιμοποιηθούν διπλοί ή και περισσότεροι συνδετήρες μειώνονται τα τμήματα που παραμένουν χωρίς ενεργό περίσφιξη και η πλαστιμότητα και η αντοχή της διατομής αυξάνουν.

5) Η απόσταση των συνδετήρων (s). Για σταθερό ποσοστό συνδετήρων (ρ_w) η περίσφιξη αυξάνει όταν μικραίνει η απόστασή τους διότι μειώνεται το τμήμα του στοιχείου που παραμένει χωρίς ενεργό περίσφιξη. Εδώ θα ήταν σκόπιμο να αναφερθεί ότι η μείωση της απόστασης των συνδετήρων βελτιώνει την πλαστιμότητα ενός θλιβόμενου στοιχείου, διότι παρεμποδίζει τον λυγισμό των διαμήκων ράβδων, ιδιαίτερα μετά την αποφλοίωση του σκυροδέματος της επικάλυψης.

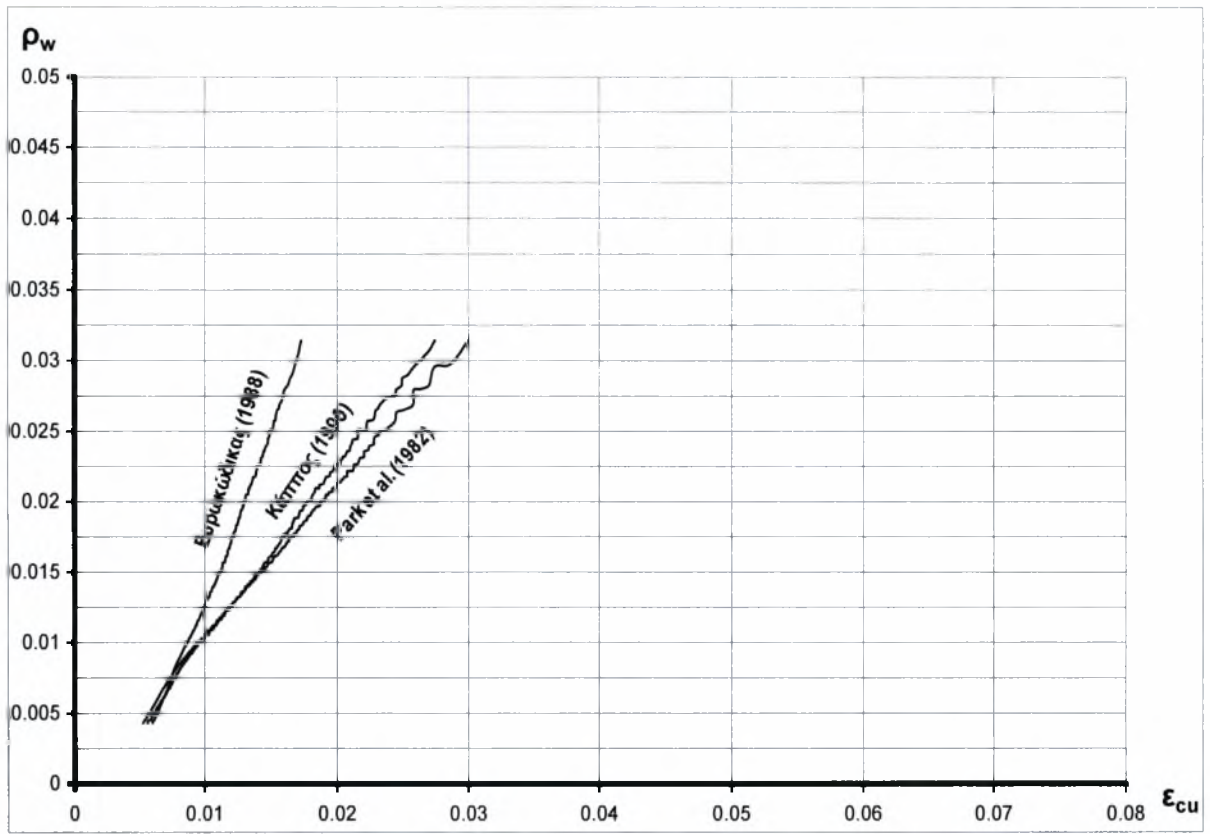
6) Το ποσοστό του διαμήκη οπλισμού (ρ_l). Όπως αναφέρθηκε στην αρχή της παρούσας ενότητας και ο διαμήκης οπλισμός συμβάλλει, σε ένα βαθμό, στην παρεμπόδιση της πλευρικής διόγκωσης του πυρήνα, άρα συμβάλλει στην περίσφιξη. Όσο μεγαλύτερη είναι η διάμετρος του, και όσο μεγαλύτερο το ποσοστό του (ρ_l), τόσο αυξάνει η συμβολή του στην περίσφιξη. Ωστόσο η συμβολή αυτή είναι πολύ μικρή και μπορούμε να την αγνοήσουμε, όταν η εγκάρσια περίσφιξη είναι επαρκής.

Συμπληρωματικά και παρά το γεγονός ότι δεν αποτελούν τμήμα της παρούσας εργασίας, μπορούμε να αναφέρουμε δύο ακόμη παράγοντες που επηρεάζουν την περίσφιξη.

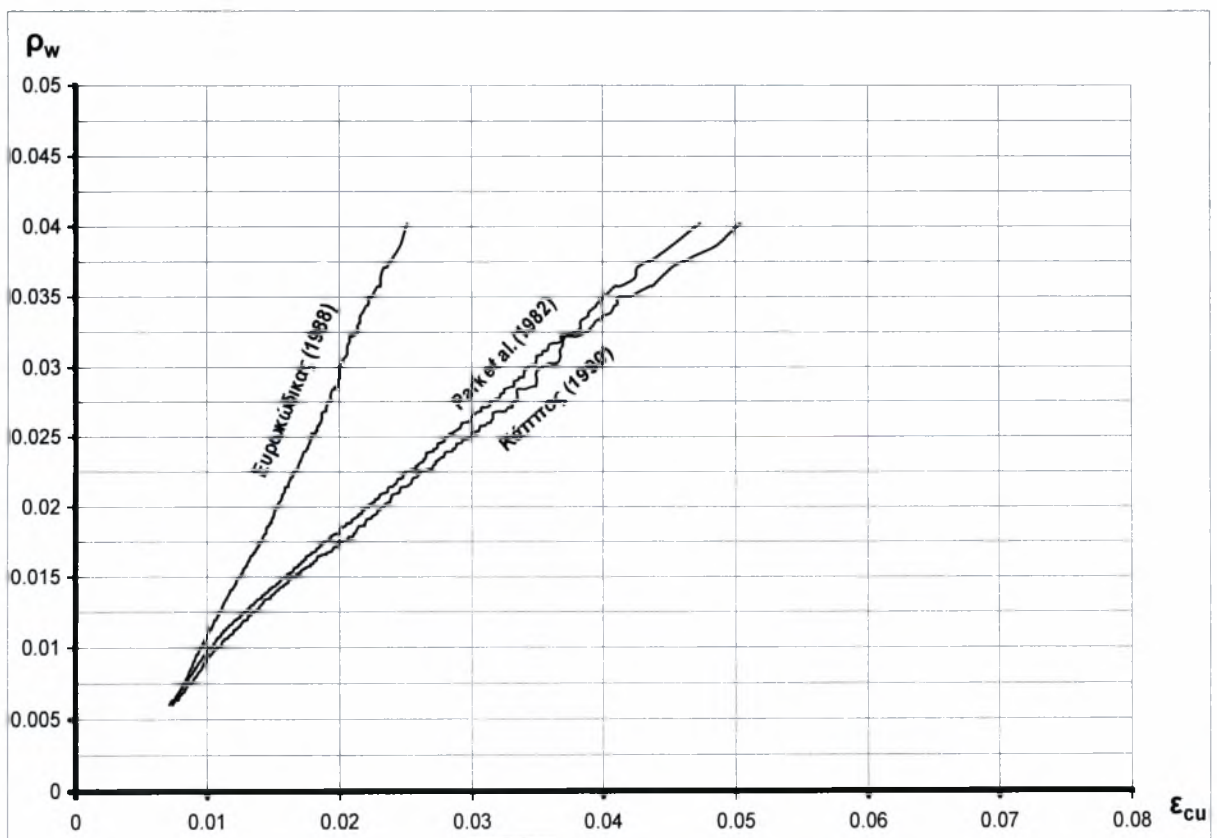
7) Η ταχύτητα επιβολής της φόρτισης. Στην περίπτωση της σεισμικής επιπόνησης είναι ορθότερο να γίνεται αναφορά στην ταχύτητα επιβολής της παραμόρφωσης $\dot{\epsilon}$, η αύξηση της οποίας (σε σχέση με τη στατική επιπόνηση) προκαλεί αύξηση της αντοχής του σκυροδέματος, μείωση της παραμόρφωσης που αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση και αύξηση της κλίσης του φθίνοντα κλάδου του διαγράμματος σ_c - ϵ_c . Κατά συνέπεια η αύξηση της ταχύτητας επιβολής της φόρτισης έχει τόσο θετικά, όσο και αρνητικά αποτελέσματα.

8) Το είδος της φόρτισης (κεντρική ή έκκεντρη σύνθλιψη): Η εκκεντρότητα στη φόρτιση δεν επηρεάζει σημαντικά την αντοχή του περισφιγμένου σκυροδέματος, βελτιώνει όμως την πλαστιμότητα, δεδομένου ότι τμήμα της διατομής βρίσκεται σε ευμενέστερη εντατική κατάσταση απ' ότι το ακραίο θλιβόμενο τμήμα (στις εφελκόμενες ζώνες η περίσφιξη δεν επιδρά σημαντικά).

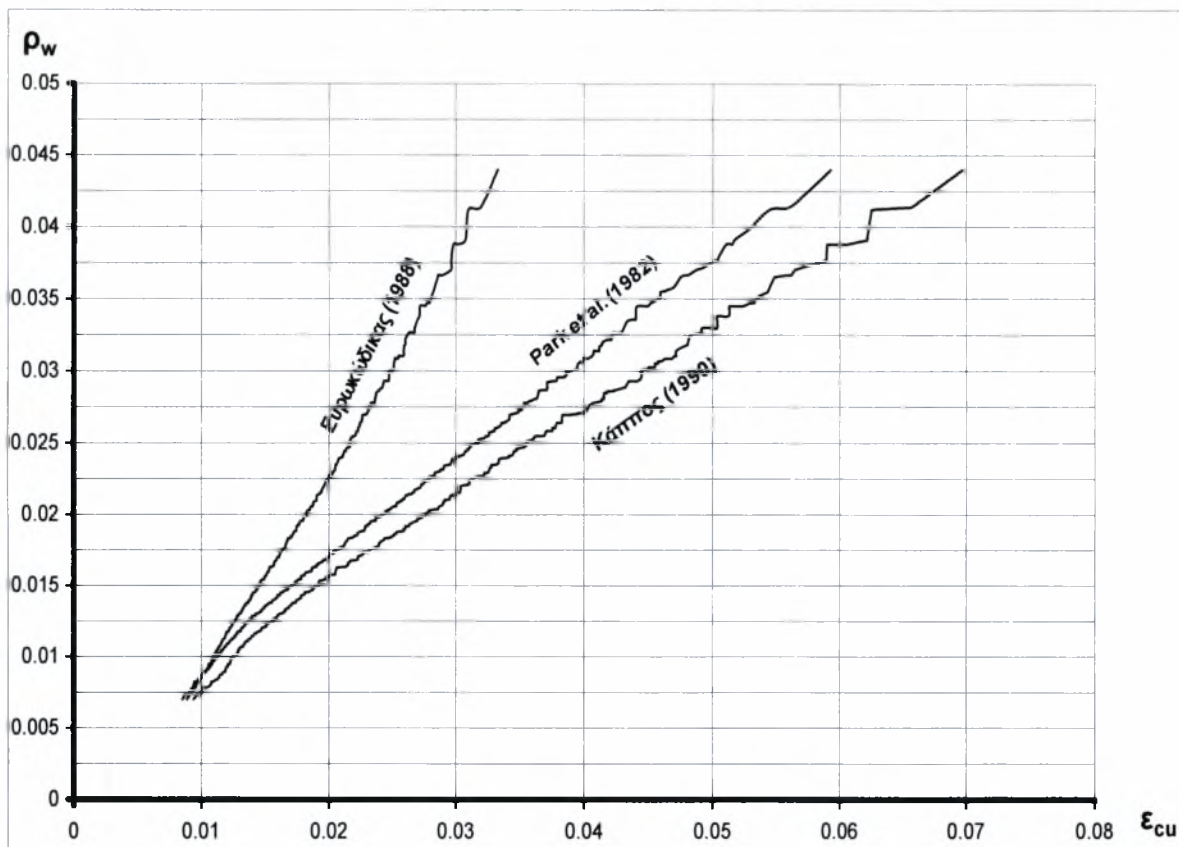
Στα διαγράμματα (4.10÷4.13) που ακολουθούν, γίνεται σύγκριση μεταξύ των τριών καταστατικών προσομοιωμάτων, που αναφέραμε, για σταθερή θλιπτική αντοχή σκυροδέματος και διάφορα είδη περίσφιξης.



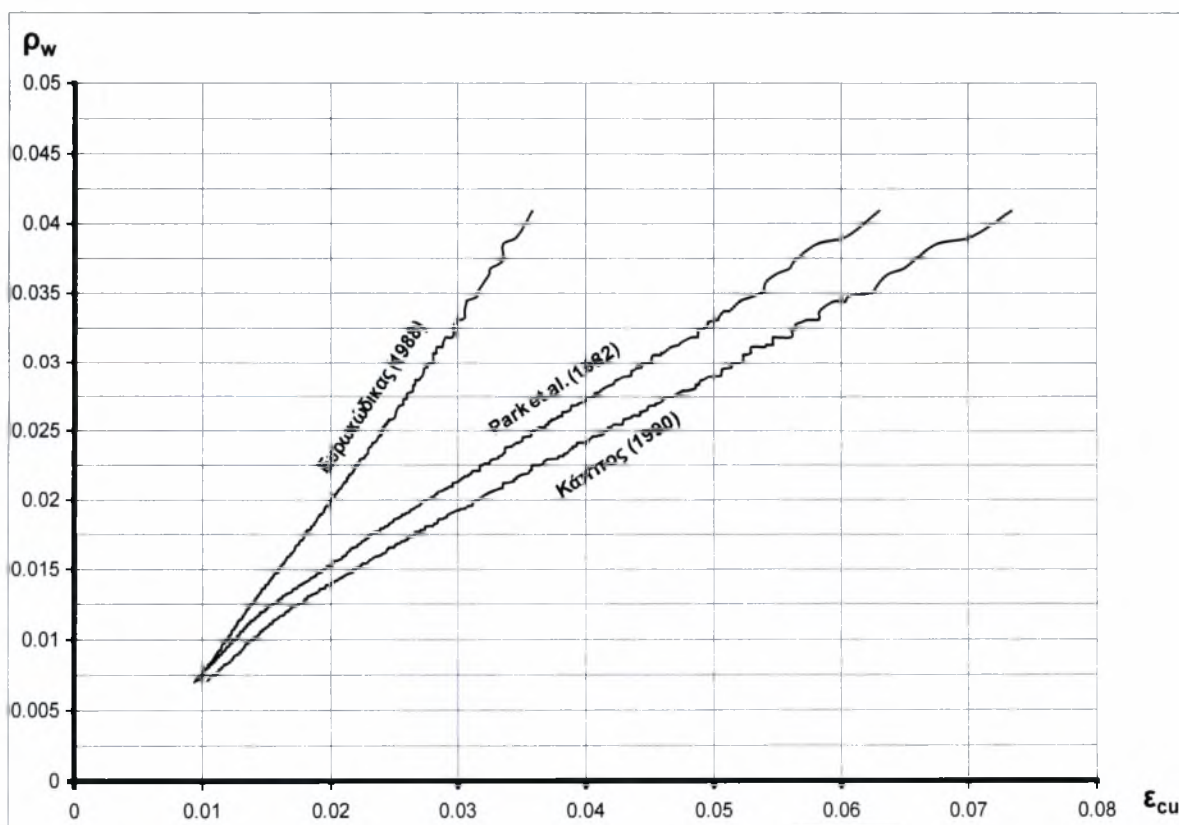
Σχ.4.10. Συγκριτικό διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} για διάφορα καταστατικά προσομοιώματα περίσφιξης και διάταξη μονού συνδετήρα (σκυρόδεμα C30 και χάλυβας S400).



Σχ.4.11. Συγκριτικό διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} για διάφορα καταστατικά προσομοιώματα περίσφιξης και διάταξη διπλού συνδετήρα (σκυρόδεμα C30 και χάλυβας S400).



Σχ.4.12. Συγκριτικό διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} για διάφορα καταστατικά προσομοιώματα περίσφιξης και διάταξη τριπλού συνδετήρα (σκυρόδεμα C30 και χάλυβας S400).

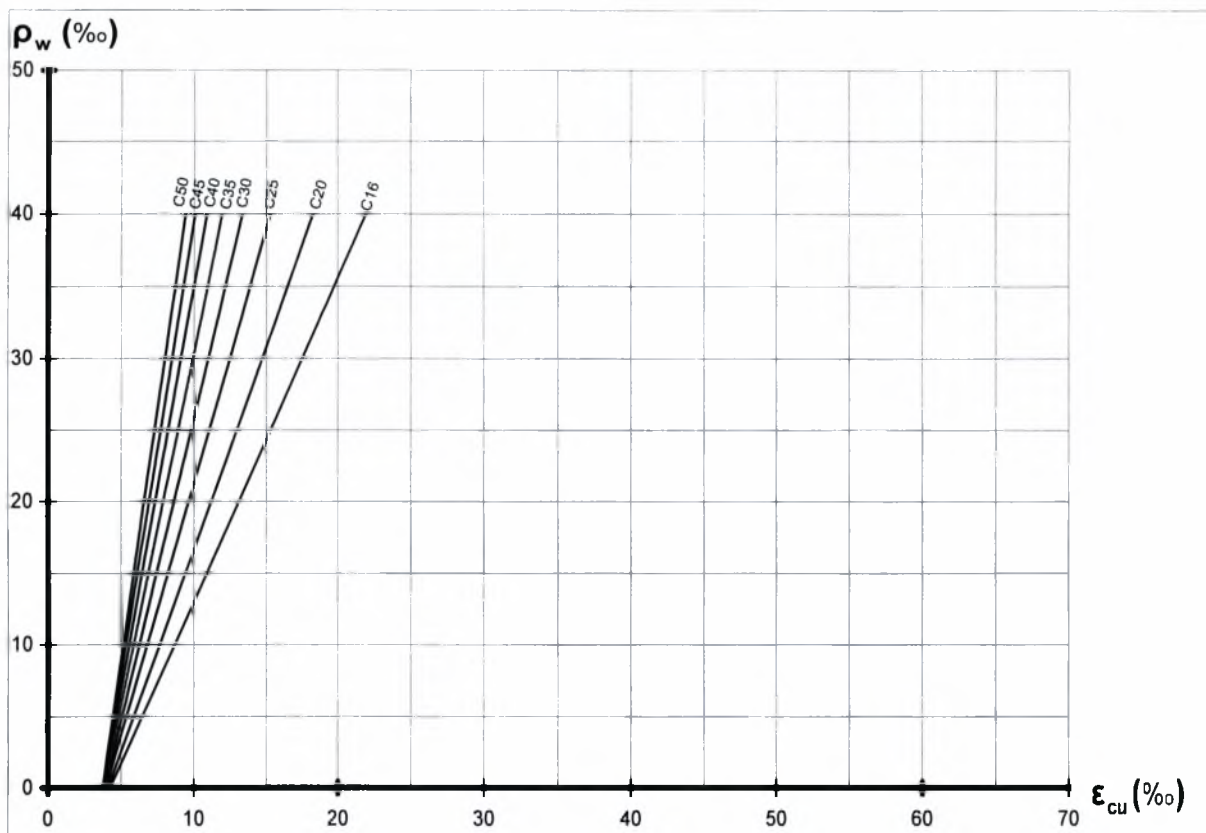


Σχ.4.13. Συγκριτικό διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} για διάφορα καταστατικά προσομοιώματα περίσφιξης και διάταξη τετραπλού συνδετήρα (σκυρόδεμα C30 και χάλυβας S400).

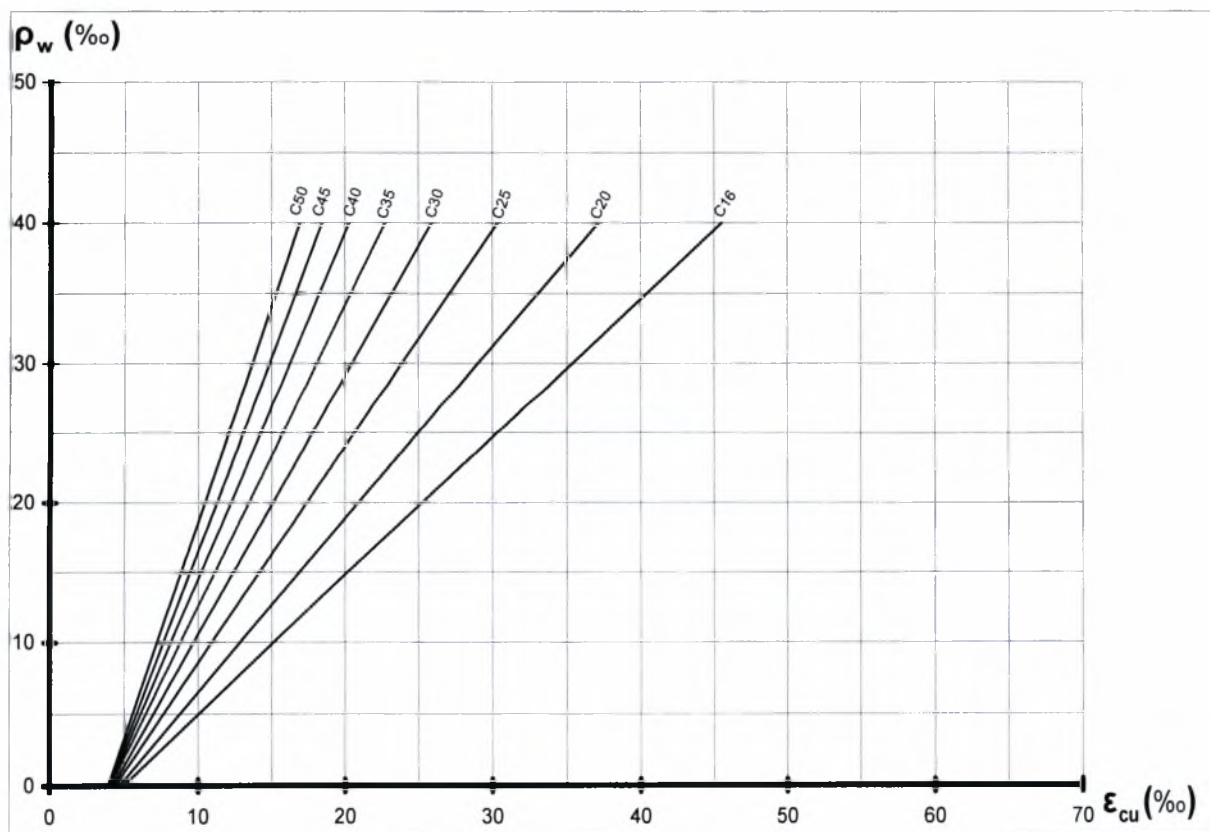
Στα σχήματα 4.10÷4.13, παρατηρούμε ότι τα καταστατικά προσομοιώματα των Κάππου και Park et al. δεν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους, γεγονός βέβαια που το αναμέναμε, καθώς οι καταστατικές εξισώσεις (4.1÷4.6), που τα διέπουν παρουσιάζουν εμφανείς ομοιότητες. Αντίθετα, ο Ευρωκώδικας διαφοροποιείται σημαντικά, σε σχέση με τα καταστατικά προσομοιώματα, των Κάππου και Park et al. και μάλιστα προς την πλευρά της ασφάλειας.

Ωστόσο, θα πρέπει, να κρατήσουμε κάποιες επιφυλάξεις, ως προς την αξιοπιστία των προσομοιωμάτων αυτών, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις υψηλών τιμών του ογκομετρικού ποσοστού ρ_w , που η οριακή παραμόρφωση του σκυροδέματος σε θλίψη, λαμβάνει υπερβολικά μεγάλες τιμές.

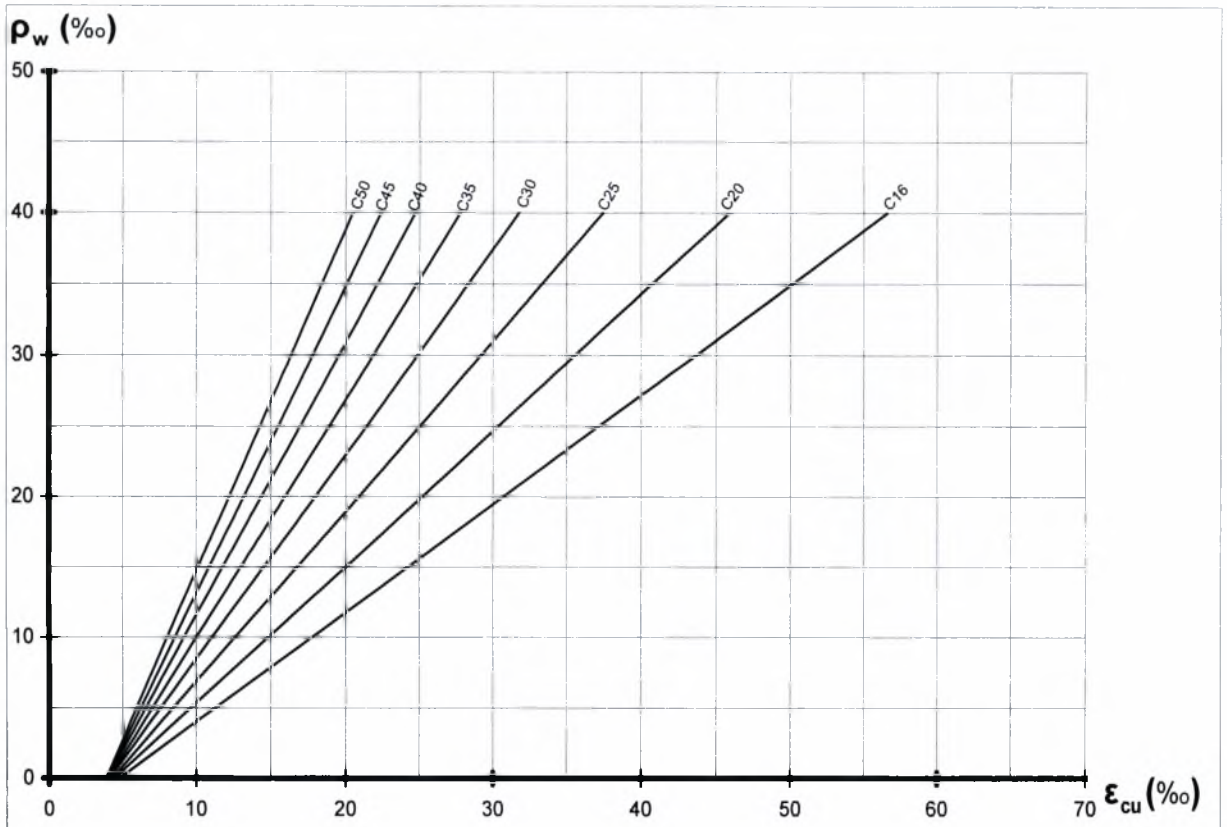
Τα επόμενα διαγράμματα (4.14÷4.21) που θα παρουσιάσουμε, έχουν συνταχθεί σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, για διάφορους τύπους σκυροδέματος και χάλυβα.



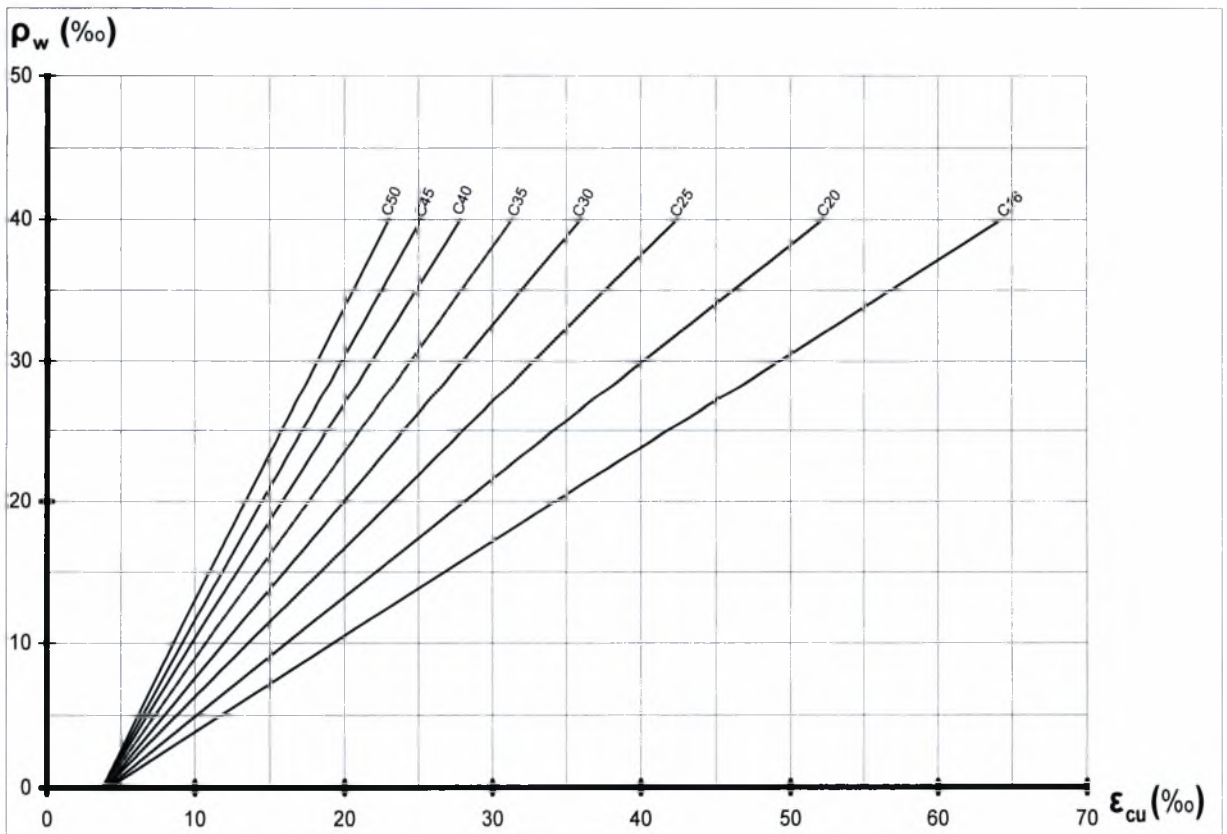
Σχ. 4.14. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον τον Ευρωκώδικα και διάταξη μονού συνδετήρα (χάλυβας S400).



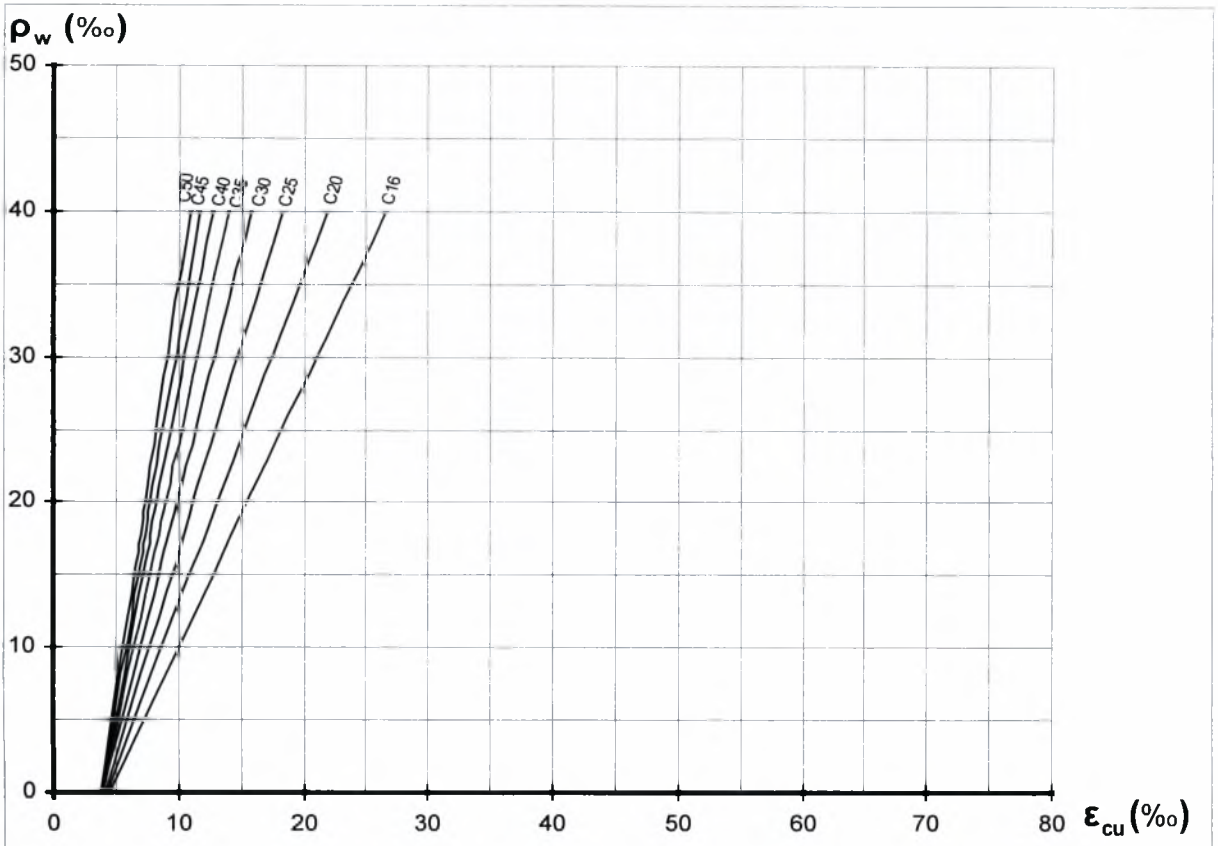
Σχ. 4.15. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη διπλού συνδετήρα (χάλυβας S400).



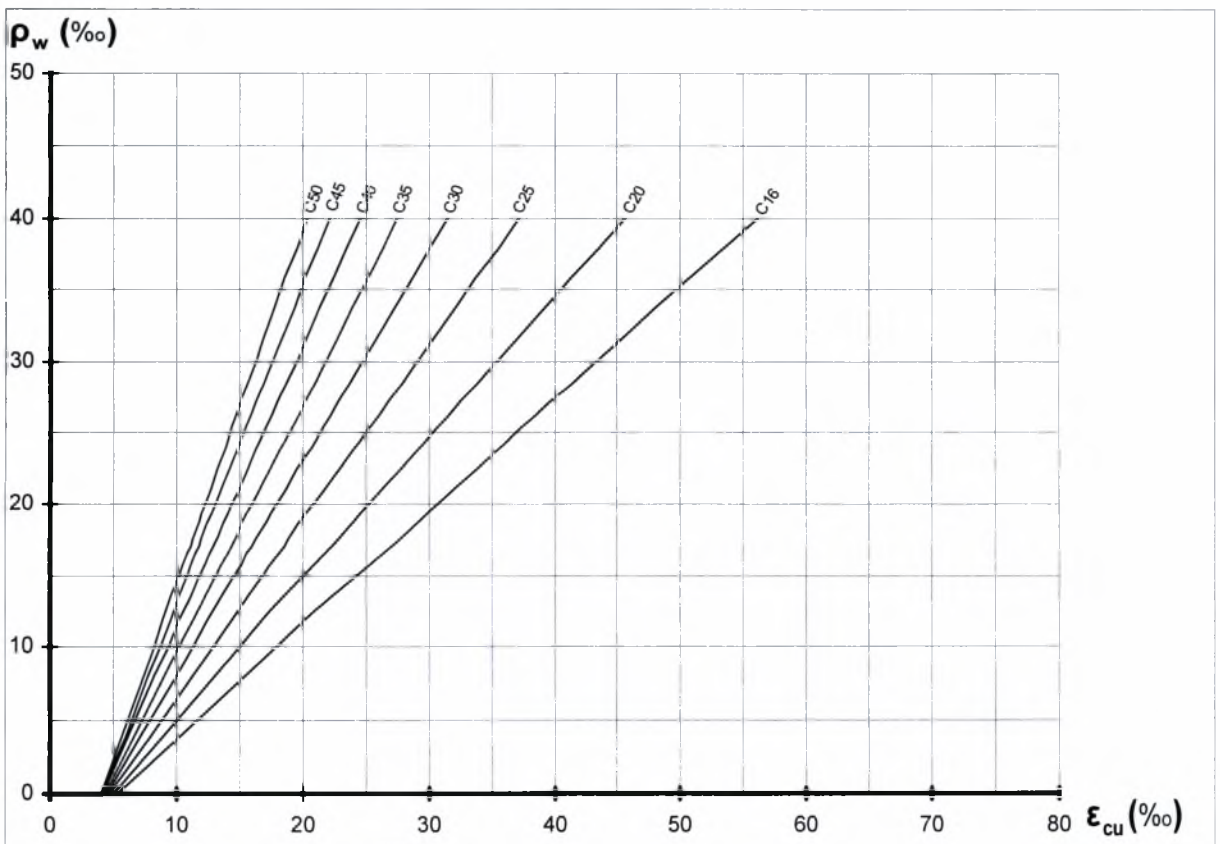
Σχ.4.16. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη τριπλού συνδετήρα (χάλυβας S400).



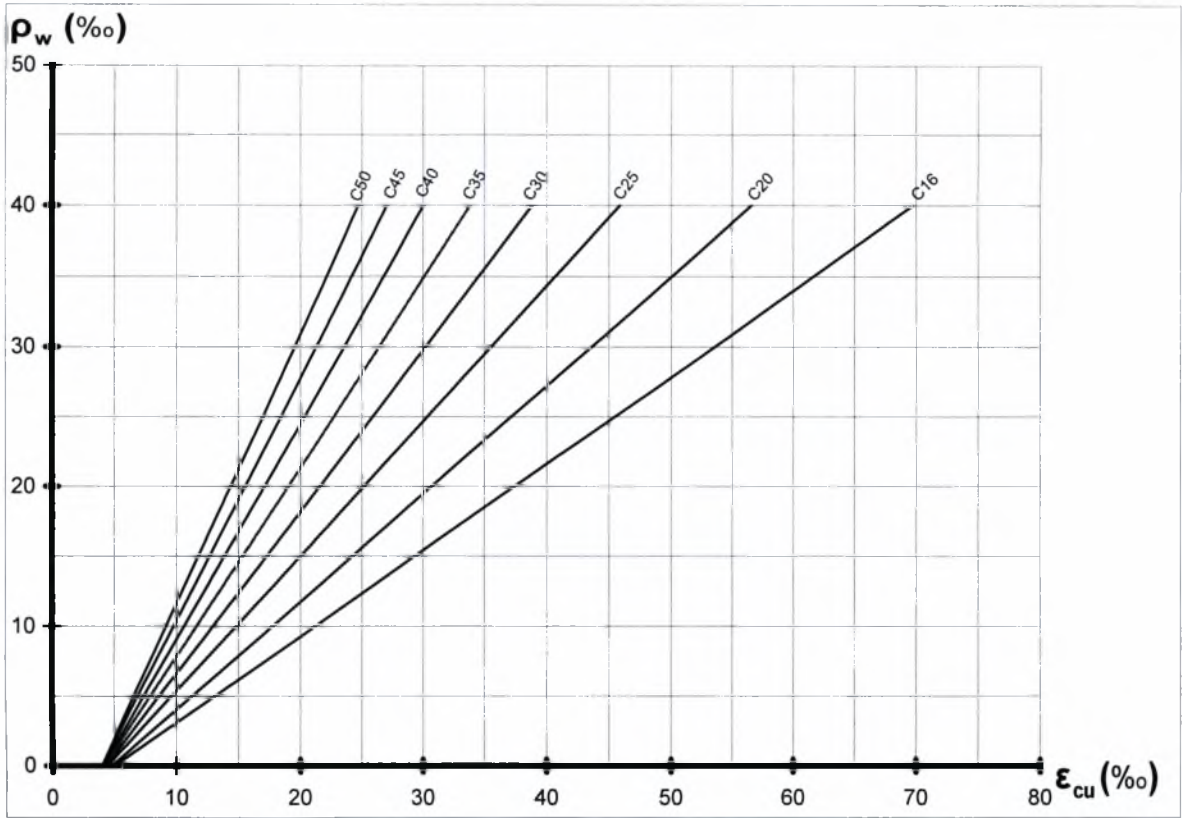
Σχ.4.17. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη τετραπλού συνδετήρα (χάλυβας S400).



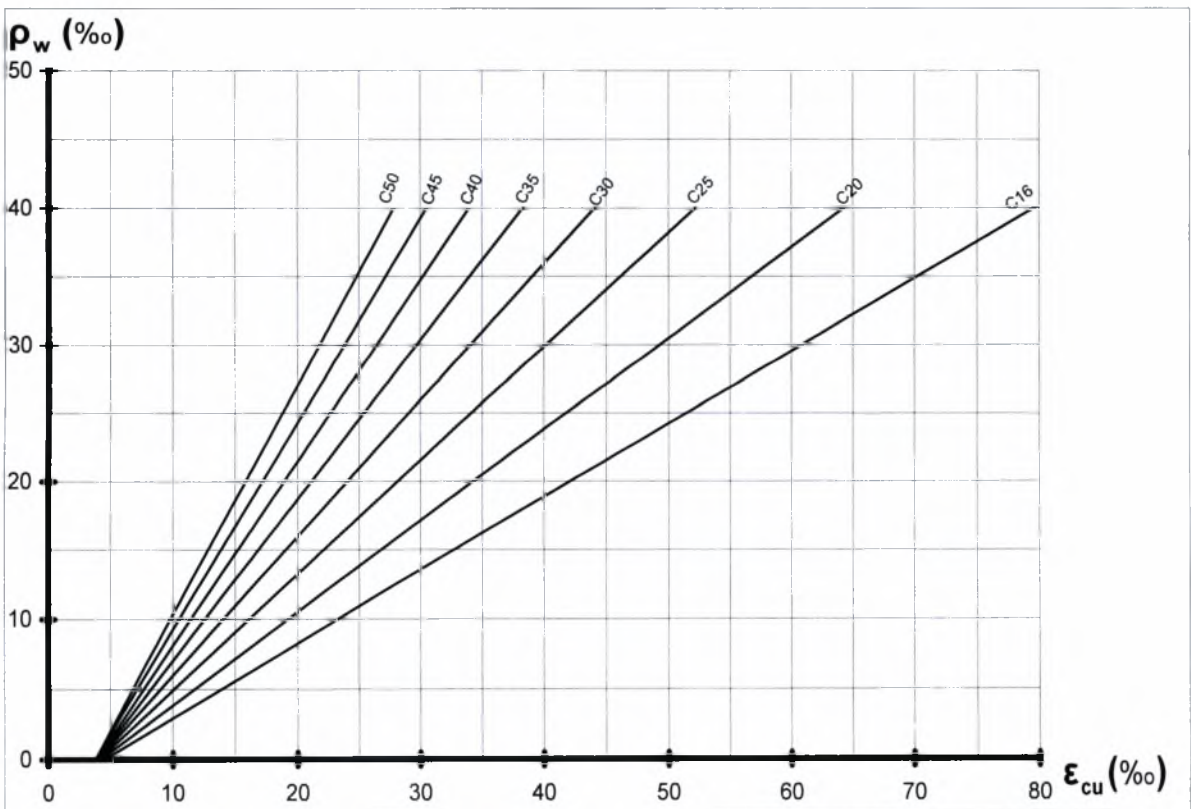
Σχ.4.18. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη μονού συνδετήρα (χάλυβας S500).



Σχ.4.19. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη διπλού συνδετήρα (χάλυβας S500).



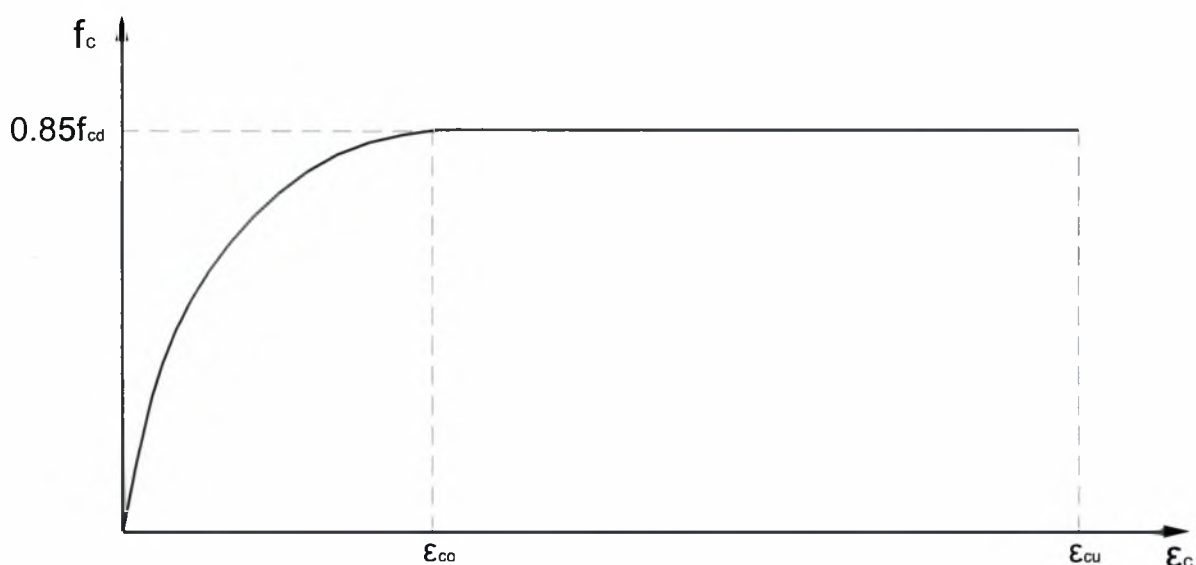
Σχ. 4.20. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη τριπλού συνδετήρα (χάλυβας S500).



Σχ. 4.21. Διάγραμμα ρ_w - ϵ_{cu} σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και διάταξη τετραπλού συνδετήρα (χάλυβας S500).

4.3 Συμβολή της περίσφιξης στην αντοχή και πλαστιμότητα ορθογωνικών διατομών Ο/Σ σε ορθή ένταση.

Από τα προαναφερθέντα συμπεραίνουμε, ότι είναι δυνατό να εισάγουμε έναν γενικότερο ορισμό της συμβατικής κρίσιμης ανηγμένης παραμόρφωσης ϵ_{cu} (αντί για την τιμή 3.5‰ που ισχύει για την μονοαξονική θλίψη).



Σχ.4.22. Απλουστευμένο συμβατικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σκυροδέματος.

Έτσι λοιπόν, στο απλουστευμένο συμβατικό διάγραμμα (f_c - ϵ_c), του σχήματος 4.22 που εξακολουθεί να παραμένει παραβολικής- ορθογωνικής μορφής, περιγράφεται η θετική συμβολή της τριαξονικότητας για την νέα τιμή $\epsilon_{cu} > 3.5\%$, ενώ αμελείται η αύξηση αντοχής του σκυροδέματος.

Στηριζόμενοι λοιπόν στο παραπάνω διάγραμμα, θα προσπαθήσουμε να βρούμε κατά πόσο η αύξηση της οριακής ανηγμένης θλιπτικής παραμόρφωσης του σκυροδέματος, λόγω της συμβολής του εγκάρσιου οπλισμού, επηρεάζει την πλαστιμότητα ενός ορθογωνικού στοιχείου, συμμετρικά οπλισμένου. Η μαθηματική επίλυση του προβλήματος κατέληξε καθόσον αφορά τους συντελεστές α και k_a , στους οποίους ήδη έχουμε αναφερθεί από το κεφάλαιο 1, (σχέσεις 1.2 και 1.3) στις εξής σχέσεις:

Όταν $0 \leq \epsilon_{cu} \leq \epsilon_{co}$:

$$\alpha = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{co}} \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{3\epsilon_{co}} \right) \quad (4.10)$$

$$k_a = \frac{4 \varepsilon_{co} - \varepsilon_{cu}}{12 \varepsilon_{co} - 4 \varepsilon_{cu}} \quad (4.11)$$

Όταν $\varepsilon_{co} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$:

$$\alpha = \frac{3 \varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co}}{3 \varepsilon_{co}} \quad (4.12)$$

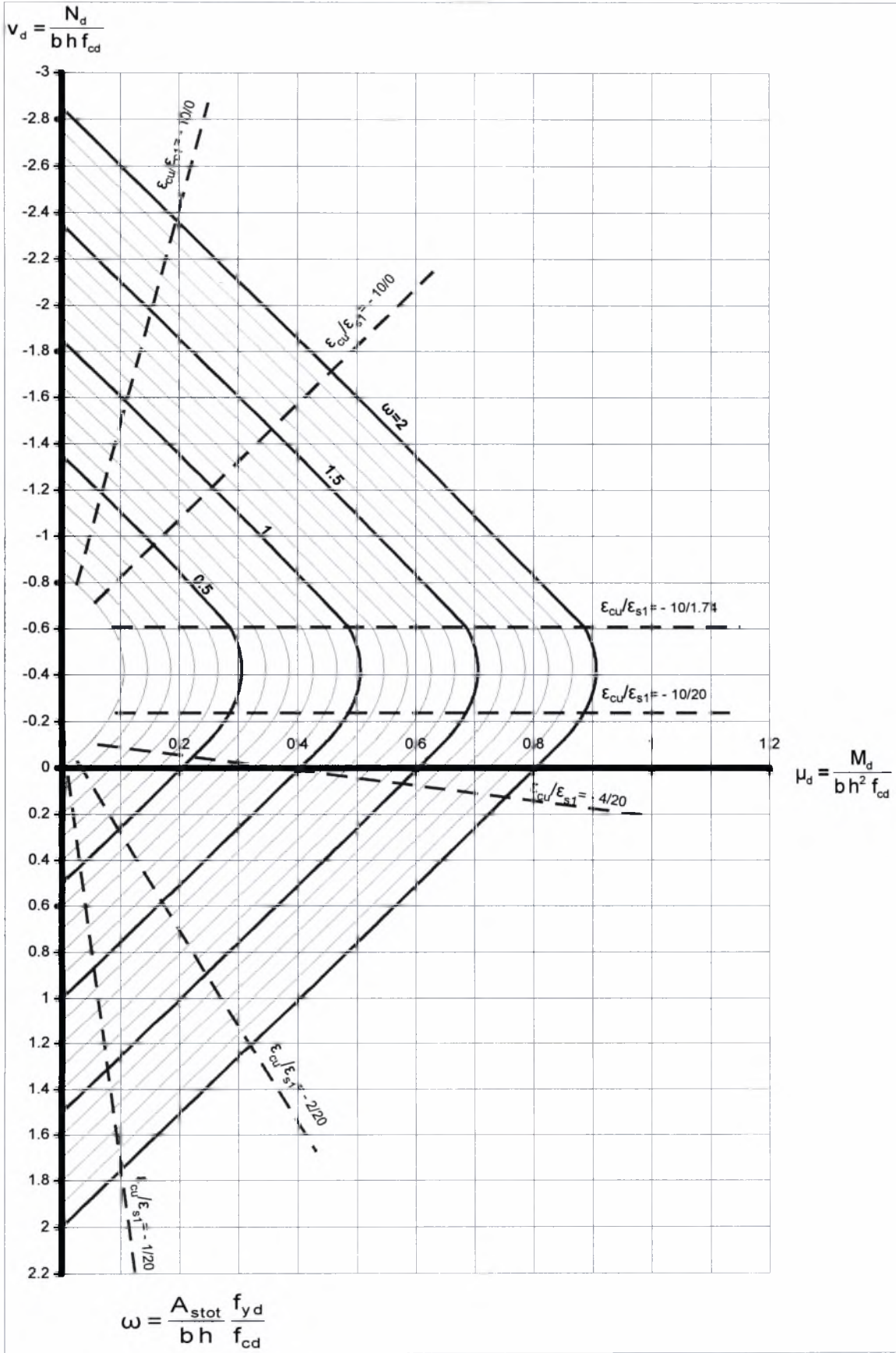
$$k_a = \frac{\varepsilon_{cu} (6 \varepsilon_{cu} - 4 \varepsilon_{co}) + \varepsilon_{co}^2}{4 \varepsilon_{cu} (3 \varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})} \quad (4.13)$$

Τέλος για την περιοχή της κεντρικής θλίψης (εντατική περιοχή 5 του Κανονισμού, Κεφάλαιο 1.3), του σκυροδέματος οι συντελεστές α και k_a λαμβάνουν τις τιμές:

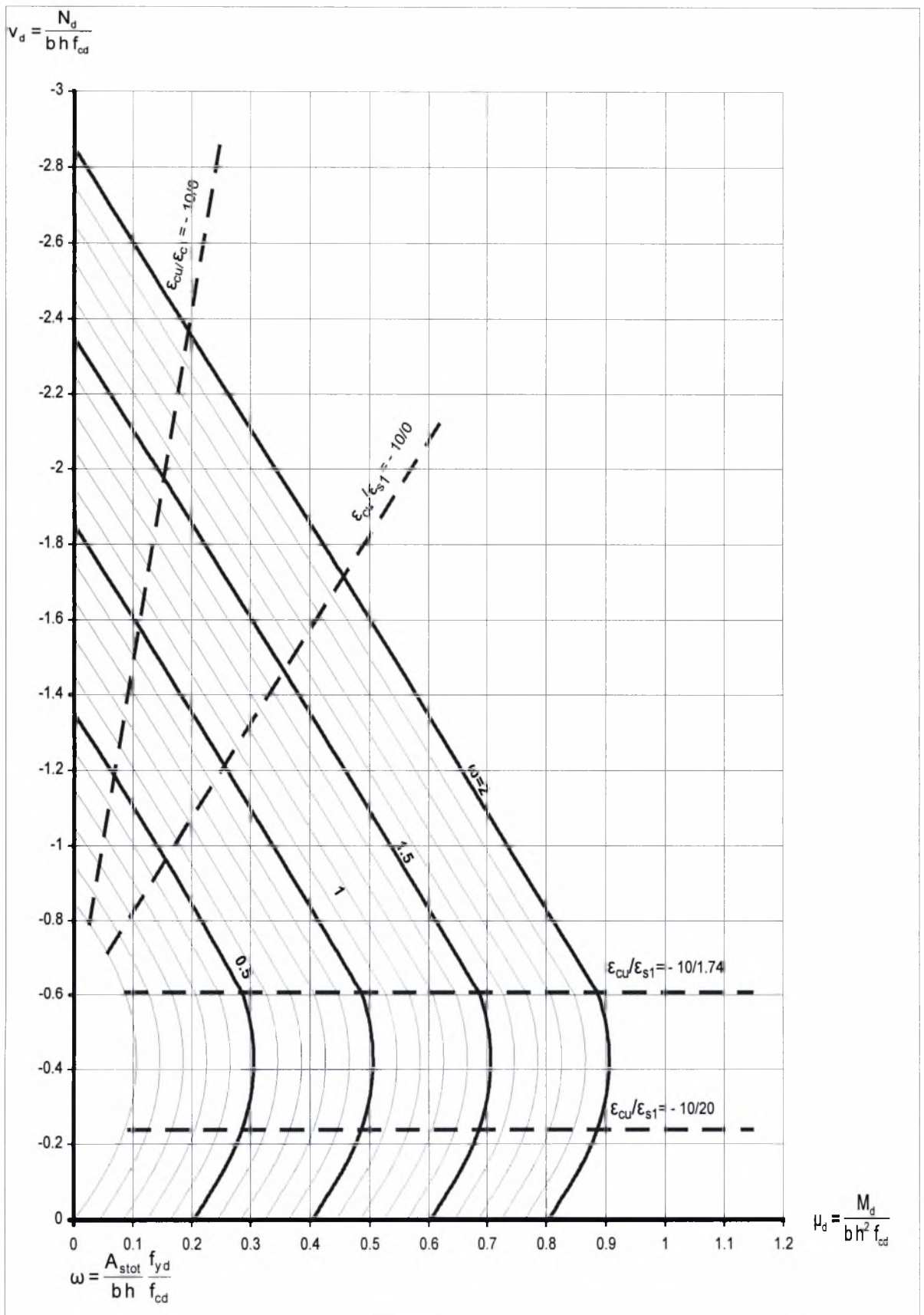
$$\alpha = \frac{3(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^3 + 3\varepsilon_{co}(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^2 - \varepsilon_{co}(\varepsilon_c - \varepsilon_{co})^2}{3(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^2 \varepsilon_{cu}} \quad (4.14)$$

$$k_a = \frac{6(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^4 + 12\varepsilon_{co}\varepsilon_{cu}(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^2 - 4\varepsilon_{co}\varepsilon_{cu}(\varepsilon_c - \varepsilon_{co})^2 + \varepsilon_{co}^2(\varepsilon_c - \varepsilon_{co}) - 6\varepsilon_{co}^2(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^2}{12\varepsilon_{cu}(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^3 + 12\varepsilon_{co}\varepsilon_{cu}(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{co})^2 - 4\varepsilon_{co}\varepsilon_{cu}(\varepsilon_c - \varepsilon_{co})^2} \quad (4.15)$$

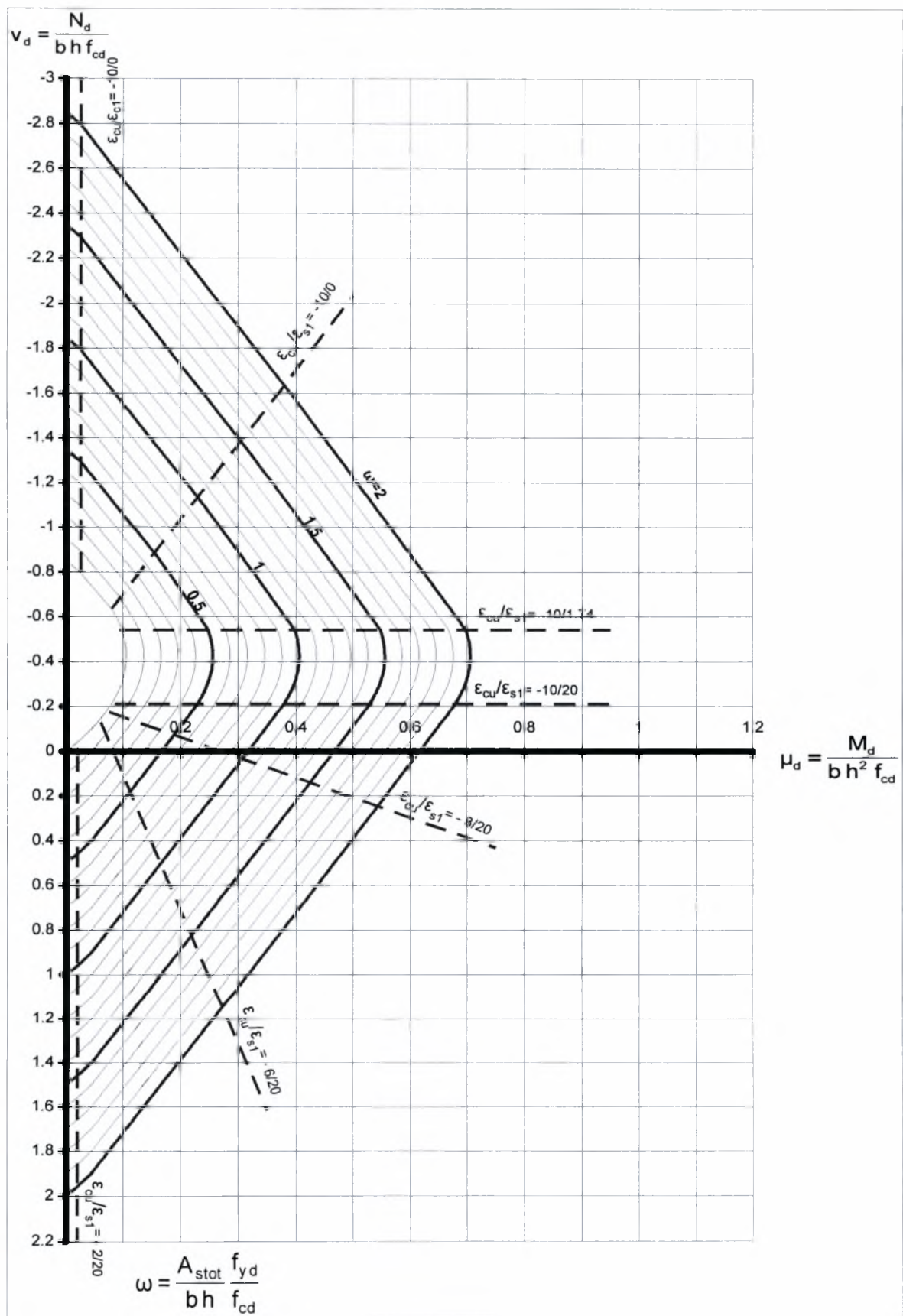
Για τα επόμενα διαγράμματα (Σχ. 4.23 ÷ 4.47) πού ακολουθούν έχει ληφθεί για το σκυρόδεμα $\varepsilon_{co}=2\%$ και $\varepsilon_{cu}=10\%$. Το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του χάλυβα εξακολουθεί να παραμένει διγραμμικό, όπως δηλαδή, ορίστηκε στο Κεφάλαιο 1, ακόμα και στην περίπτωση πού η οριακή παραμόρφωση του εφελκόμενου οπλισμού υπερβαίνει το 20%. Αγνοείται δηλαδή, η αύξηση της αντοχής του υλικού, λόγω κράτυνσης.



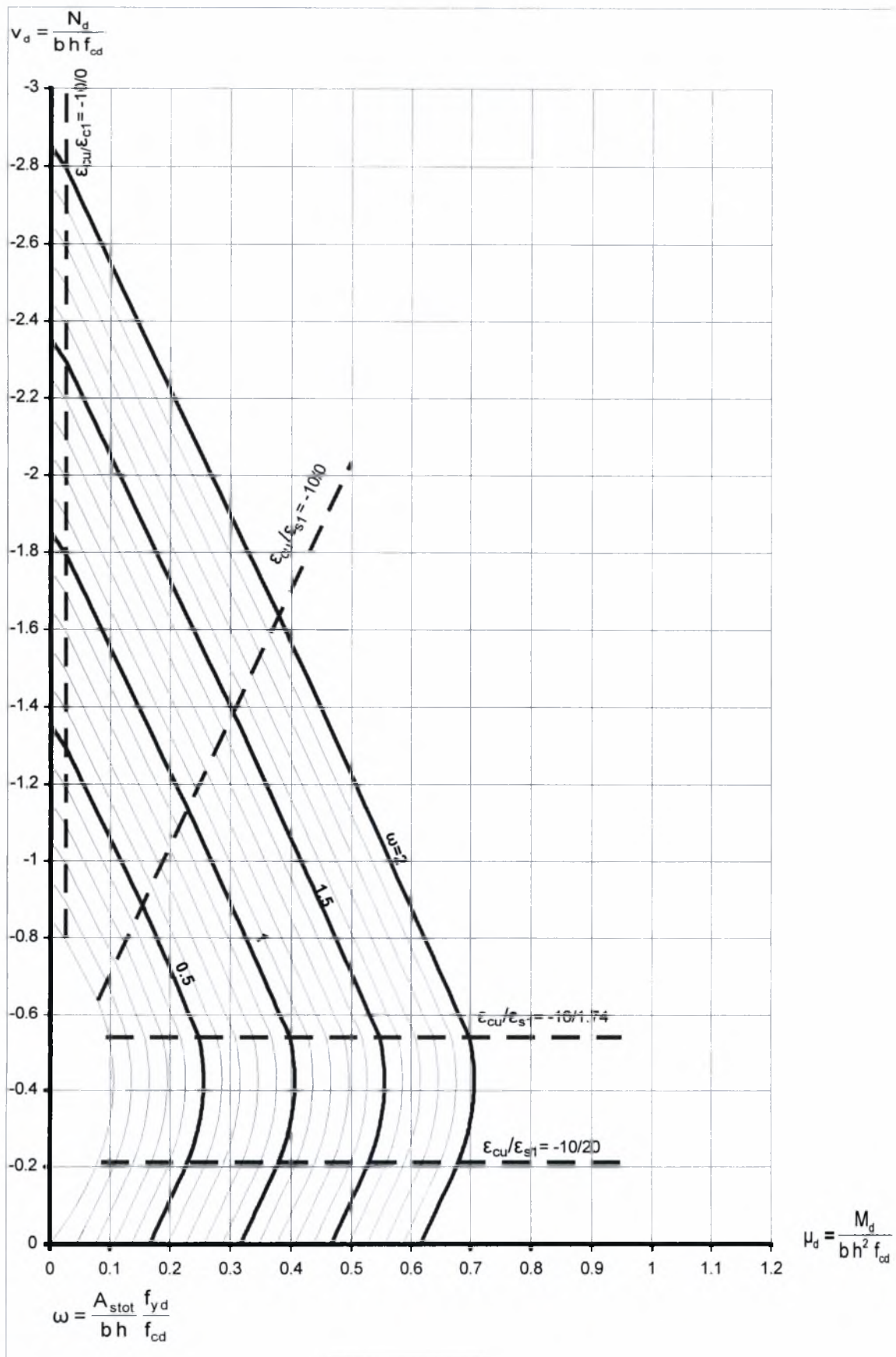
Σχ. 4.23. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.1$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$).



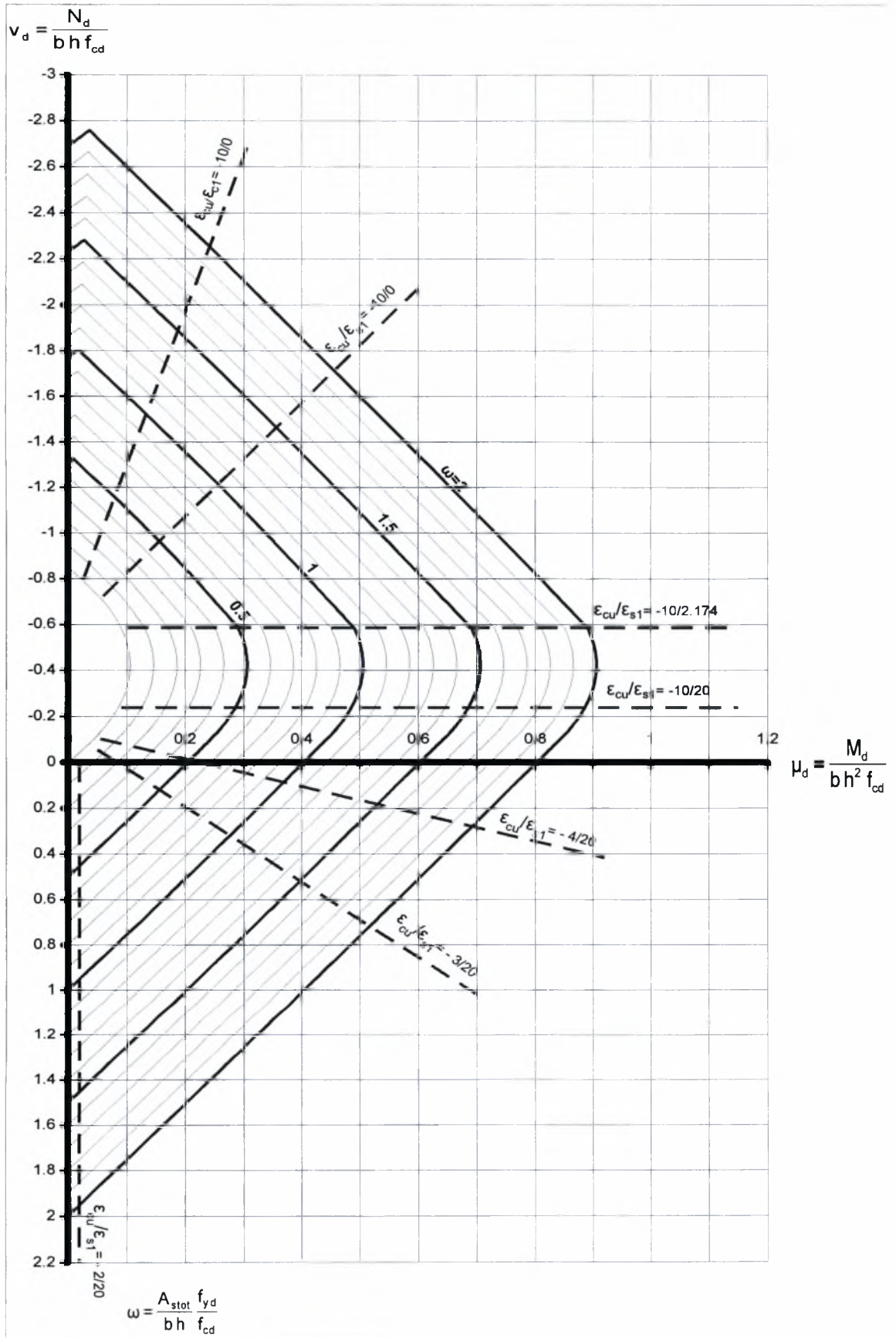
Σχ. 4.24. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για θλιπτικό αξονικό φορτίο του Σχ. 4.23



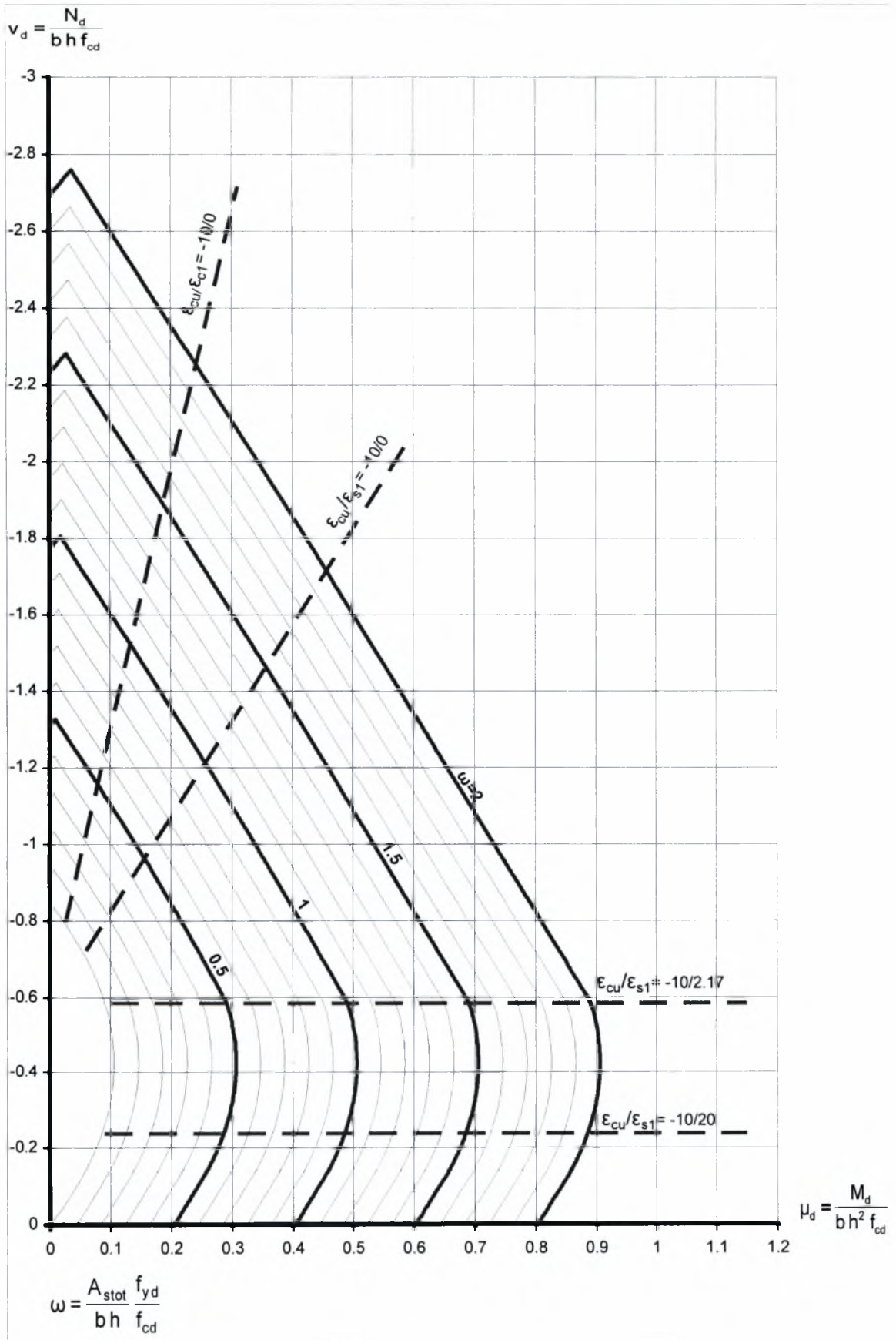
Σχ. 4.25. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.2$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$).



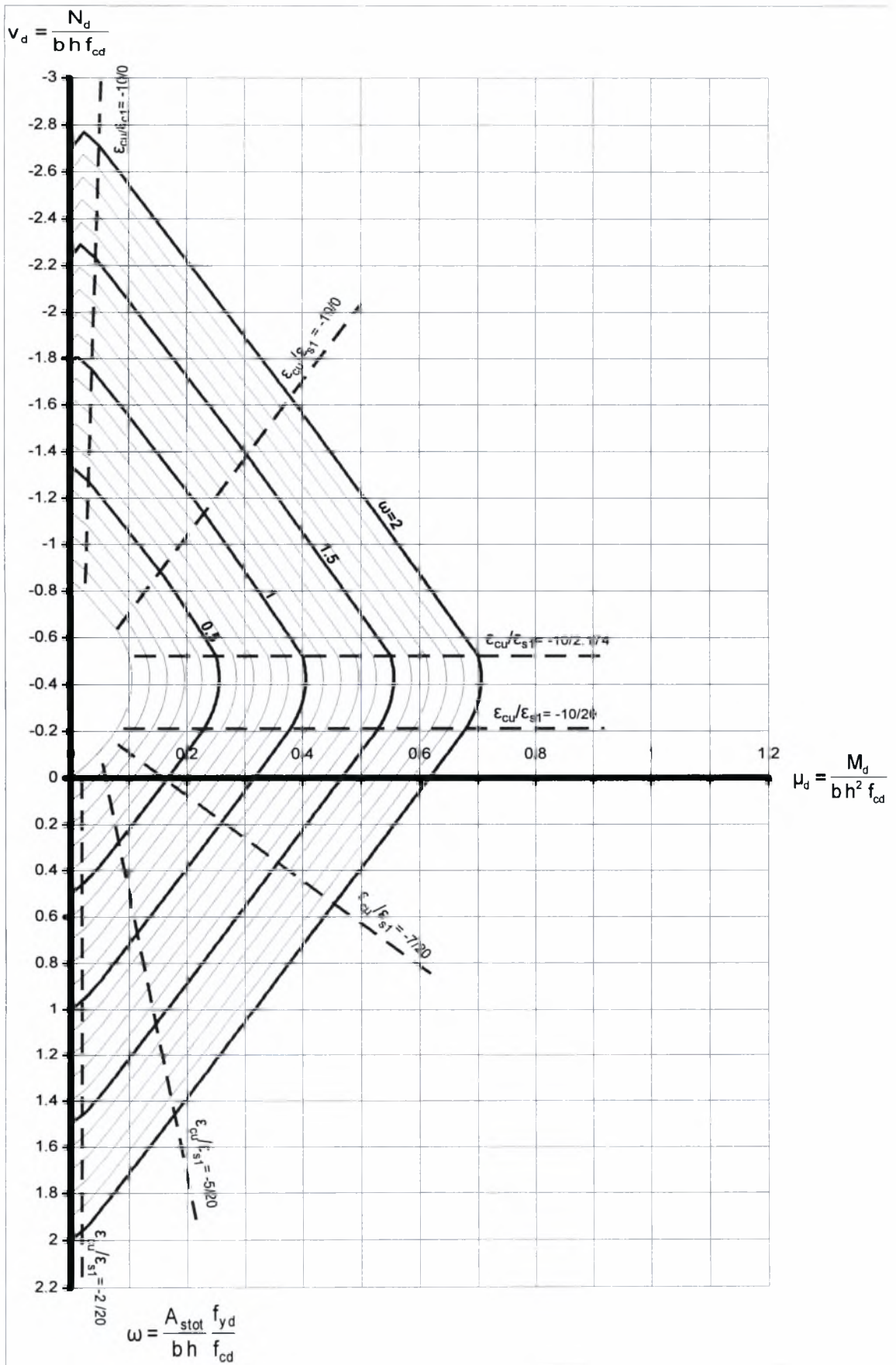
Σχ. 4.26. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για θλιπτικό αξονικό φορτίο του Σχ. 4.25.



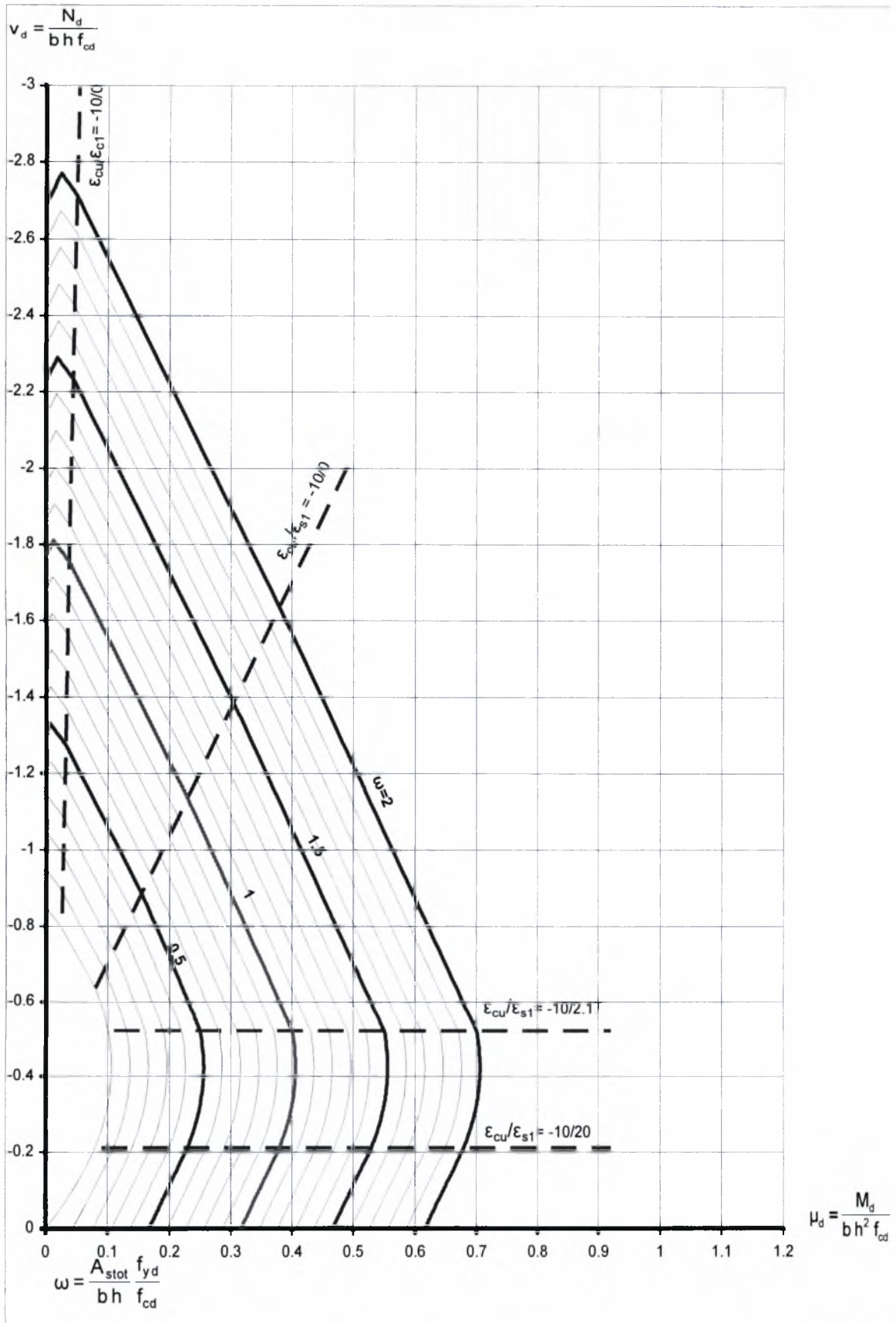
Σχ. 4.27. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή. (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.1$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$)



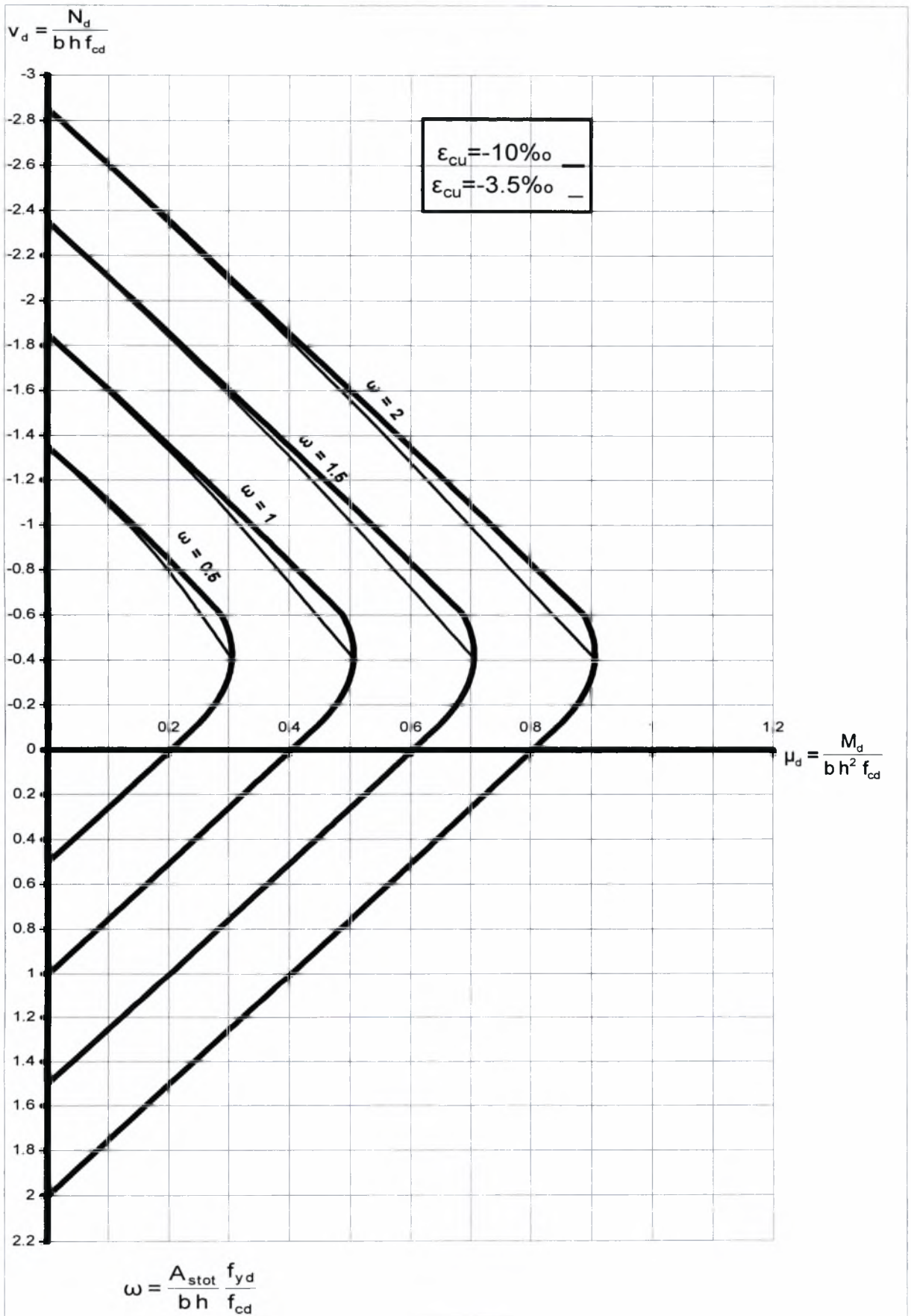
Σχ. 4.28. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για θλιπτικό αξονικό φορτίο του Σχ. 4.27.



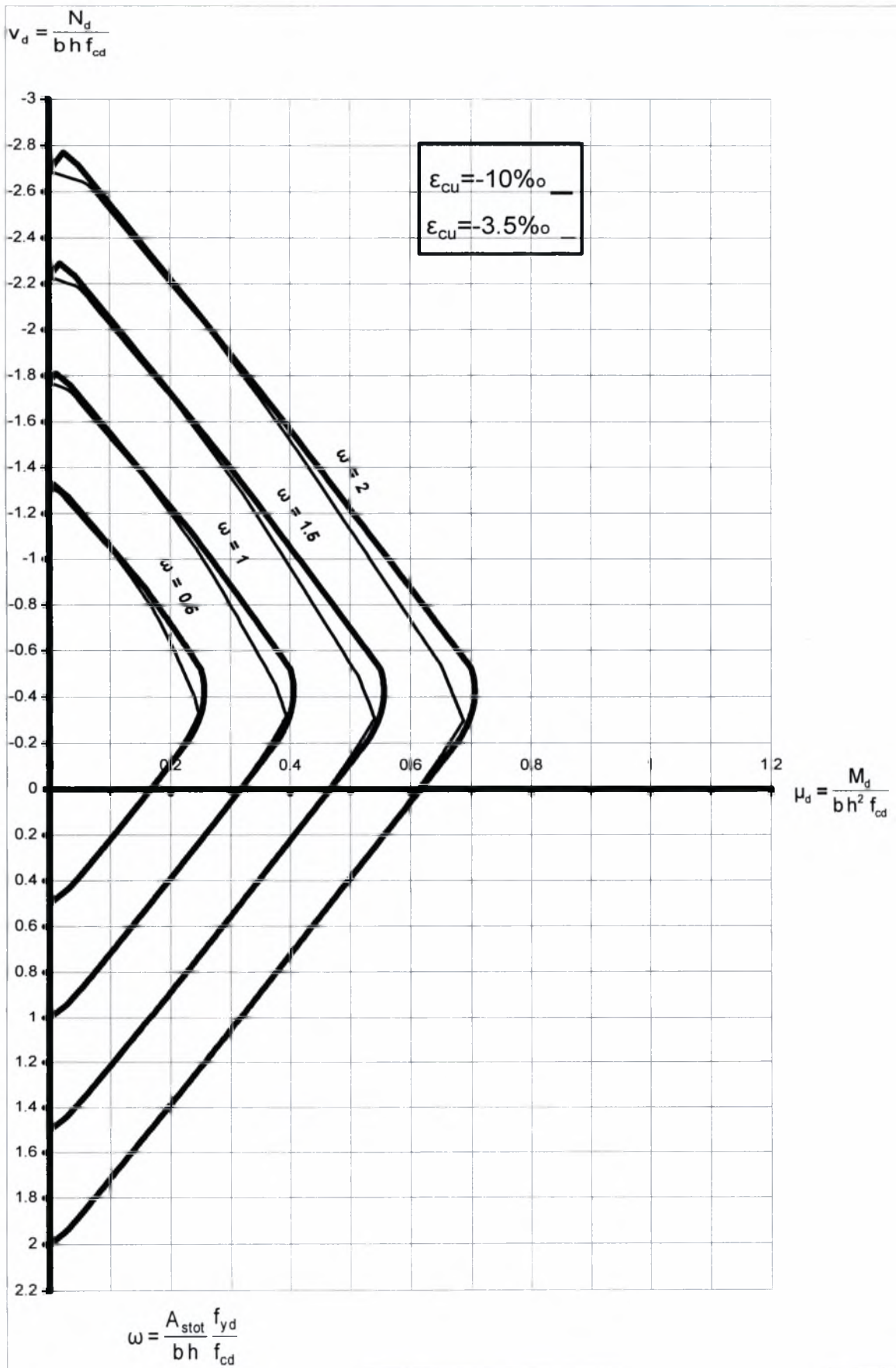
Σχ. 4.29. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης $\mu_d - v_d$ για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή. (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.2$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$)



Σχ.4.30. Διάγραμμα αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για θλιπτικό αξονικό φορτίο του Σχ. 4.29.



Σχ. 4.31. Σύγκριση διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για απερίσιφο και περισφιγμένο σκυρόδεμα (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.1$)



Σχ. 4.32. Σύγκριση διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για απερίσφικτο και περισφιγμένο σκυρόδεμα (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.2$)

Όπως παρατηρούμε στα σχήματα 4.31 και 4.32 τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης μ_d - v_d για θλιπτική παραμόρφωση αστοχίας $\varepsilon_{cu}=-10\%$, υπερκαλύπτουν τα διαγράμματα για απερίσφικτο σκυρόδεμα (Ε.Κ.Ω.Σ 2000). Αυτό συμβαίνει για παράδειγμα, στη ζώνη των ανηγμένων θλιπτικών δυνάμεων με $|v_d|>0.41$ ή $v_d<-0.41$ που είναι και το σημείο, όπου η παραμόρφωση του εφελκόμενου οπλισμού, γίνεται μικρότερη της ε_{yd} , για το διάγραμμα του Κανονισμού (απερίσφικτο σκυρόδεμα). Ωστόσο οι διαφορές αυτές δεν είναι σημαντικές.

Στην περιοχή $|v_d|<0.41$ ή $v_d>-0.41$, τόσο για τον Κανονισμό ($\varepsilon_{cu}=-3.5\%$) όσο και για $\varepsilon_{cu}=-10\%$ (Σχ.4.31), η ανηγμένη παραμόρφωση των δύο οπλισμών (εφελκόμενου και θλιβόμενου) είναι μεγαλύτερη της ε_{yd} , (ευθείες σταθερής παραμόρφωσης, παράλληλες στον άξονα των μ_d).

Επομένως άν:

F_{c1} = δύναμη της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος και

α_1 = ανηγμένη μέση τάση του σκυροδέματος (σχέση 1.3) στη θλιβόμενη ζώνη της διατομής

k_{a1} = ανηγμένη απόσταση (σχέση 1.4)

x_1 = βάθος της θλιβόμενης ζώνης και

$a_1 = k_{a1} x_1$, η απόσταση της F_{c1} από την ακραία θλιβόμενη ίνα, για την περίπτωση $\varepsilon_{cu}=-3.5\%$ και F_{c2} , α_2 , k_{a2} (σχέσεις 4.10÷4.13) και a_2 τα αντίστοιχα μεγέθη για $\varepsilon_{cu}=-10\%$ και b το πλάτος της διατομής, για δεδομένη τιμή του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω , θα έχουμε:

$F_{c1} = F_{c2} = N_d$ (δυνάμεις των οπλισμών αλληλοαναιρούνται και στις δύο περιπτώσεις) και :

$0.85 \alpha_1 b x_1 f_{cd} = 0.85 \alpha_2 b x_2 f_{cd}$ για την ίδια ποιότητα σκυροδέματος:

Άρα $\alpha_1 x_1 = \alpha_2 x_2$. Επειδή για $\varepsilon_{cu}=-3.5\%$, $\alpha_1=0.8095$, $k_{a1}=0.416$, ενώ για $\varepsilon_{cu}=-10\%$, $\alpha_2=0.933$ και $k_{a1}=0.468$ προκύπτει τελικά ότι:

$$x_1 = 1.153 x_2.$$

Η απόσταση της θλιπτικής δύναμης του σκυροδέματος από την ακραία θλιβόμενη ίνα θα είναι:

$$a_1 = k_{a1} x_1 = 0.416 \cdot 1.153 x_2 = 0.48 x_2, \text{ και } a_2 = 0.47 x_2.$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι η θέση της θλιπτικής δύναμης και στις δύο περιπτώσεις, είναι περίπου ίδια και οι ροπές ως προς τον κεντροβαρικό άξονα της διατομής είναι:

$$M_{d1}=F_{c1}\left(\frac{h}{2}-a_1\right)+A_{s1}f_{yd}[h-(d_1+d_2)] \text{ και } M_{d2}=F_{c2}\left(\frac{h}{2}-a_1\right)+A_{s1}f_{yd}[h-(d_1+d_2)]$$

Γίνεται λοιπόν, αμέσως αντιληπτό, ότι η διαφορά των δύο ροπών είναι σχεδόν μηδενική και έτσι εξηγείται η σύγκλιση των δύο διαγραμμάτων στο Σχ.4.31 για θλιπτικές τιμές $|v_d|<0.41$ ή $v_d>-0.41$.

Για τιμές $|v_d|>0.41$ ή $v_d<-0.41$ που αντιστοιχεί στην ισορροπημένη διατομή τα διαγράμματα στο Σχ.4.31 αποκλίνουν καθώς για την περίπτωση του Κανονισμού, η τάση του εφελκόμενου χάλυβα είναι μικρότερη της τάσης διαρροής. Αυτό έχει σαν συνέπεια την αύξηση της F_{c1} , δηλαδή $F_{c1}>F_{c2}$ (καθώς η F_{c2} παραμένει σταθερή και ίση με N_d για τιμές του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου $|v_d|<0.61$, Σχ.4.23).

Η αύξηση αυτή της F_{c1} , επιφέρει μείωση της ροπής $F_{c1}\left(\frac{h}{2}-a_1\right)$, καθώς αυξάνεται το βάθος της θλιβόμενης ζώνης και κατά συνέπεια, η απόσταση a_1 της F_{c1} από την ακραία θλιβόμενη ίνα. Άρα οι ροπές ως προς τον κεντροβαρικό άξονα της διατομής γίνονται:

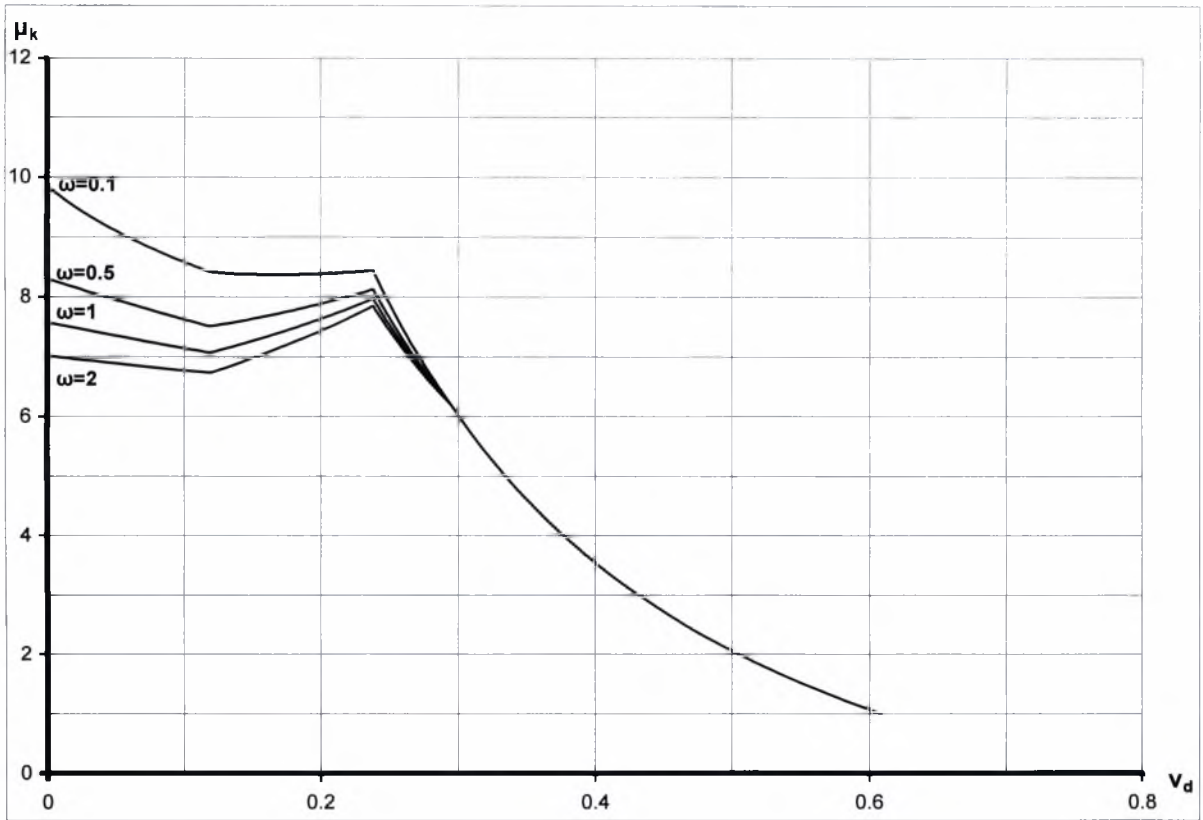
$$M_{d1}=F_{c1}\left(\frac{h}{2}-a_1\right)+A_{s1}f_{sd1}\left(\frac{h}{2}-d_1\right)+A_{s2}f_{yd}\left(\frac{h}{2}-d_1\right), \text{ όπου } f_{sd1}<f_{yd} \text{ και}$$

$$M_{d2}=F_{c2}\left(\frac{h}{2}-a_1\right)+A_{s1}f_{yd}[h-(d_1+d_2)],$$

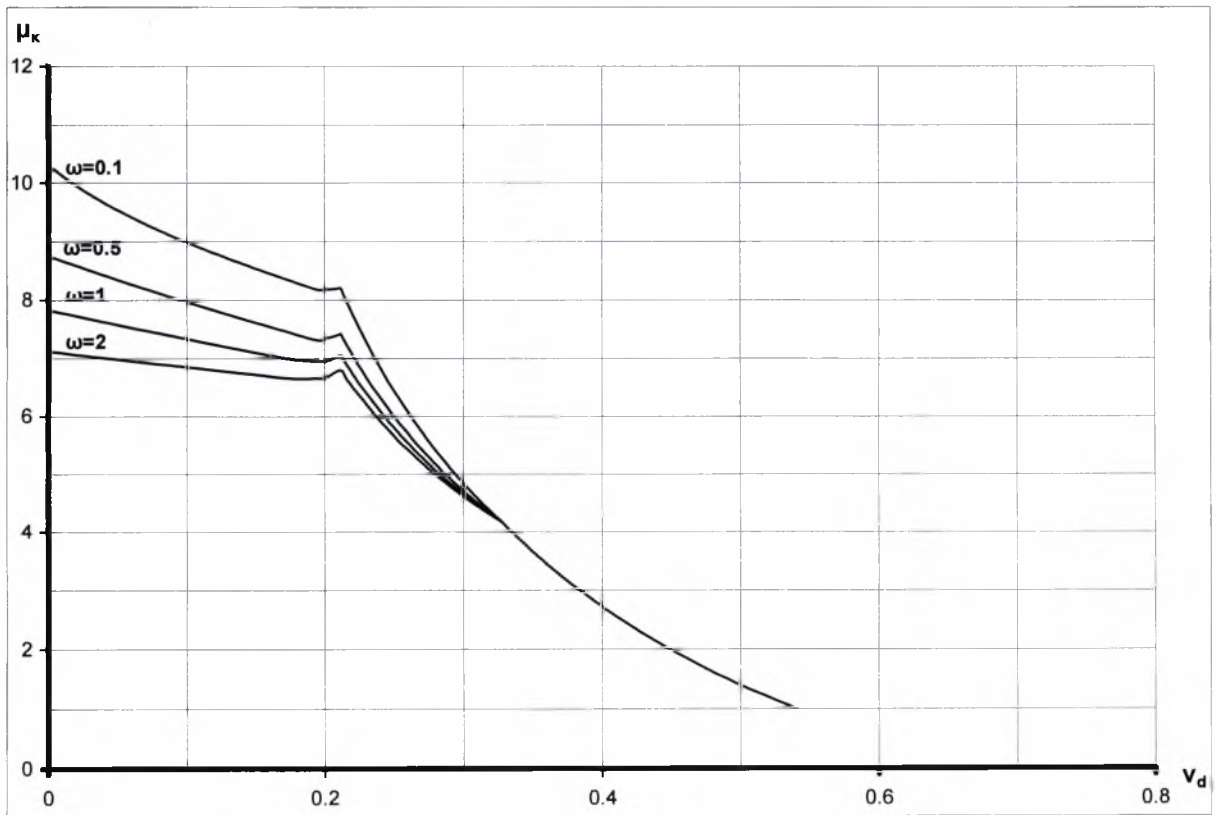
Παρατηρούμε δηλαδή, ότι $M_{d1}<M_{d2}$ και έτσι εξηγείται η απόκλιση των δύο διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης μ_d-v_d στο Σχ.4.31.

Η απόκλιση αυτή είναι ακόμη πιο έντονη για χάλυβα S500 και $d_2/h=0.2$, (Σχ.4.32) καθώς στη ζώνη των ανηγμένων θλιπτικών δυνάμεων, για την περίπτωση του Κανονισμού η ανηγμένη παραμόρφωση του θλιβόμενου οπλισμού είναι πάντα μικρότερη της παραμόρφωσης διαρροής.

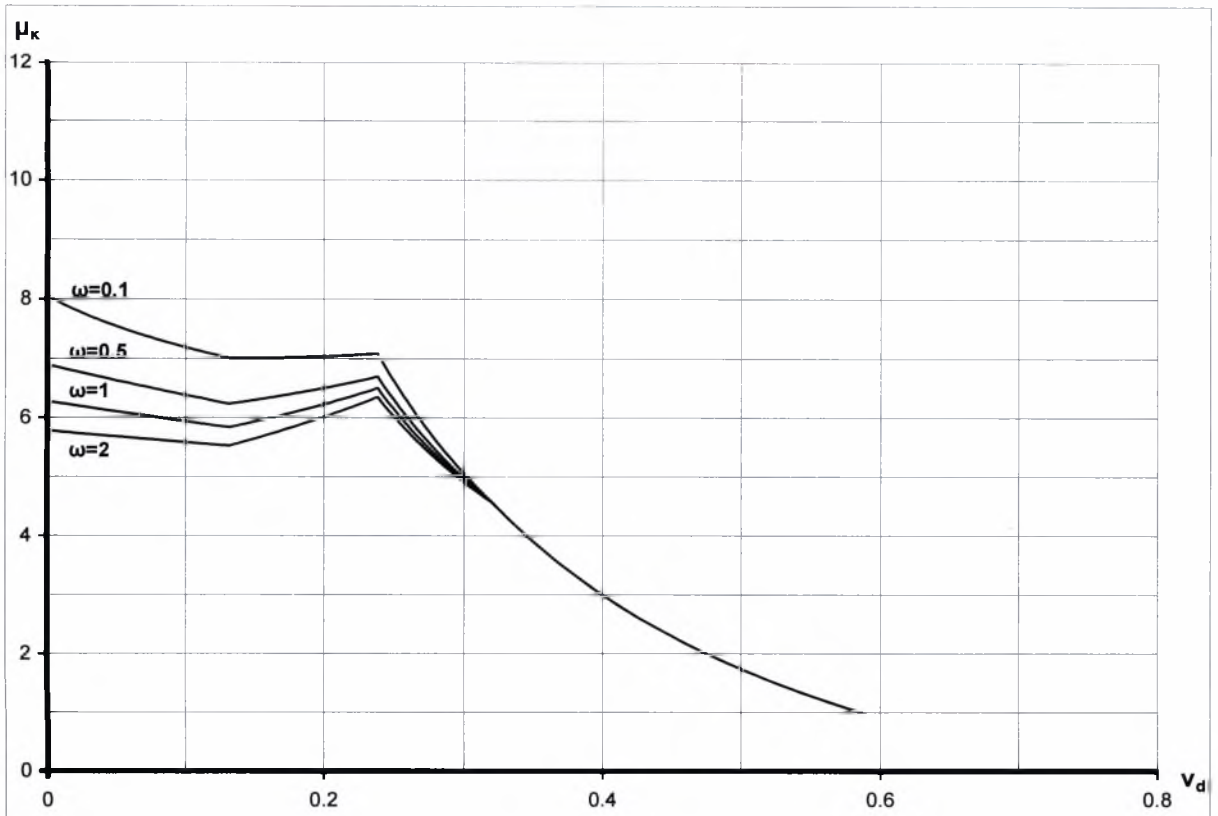
Η απόκλιση αυτή πάντως, δεν υπερβαίνει το 8% και μπορούμε να πούμε ότι η συμβολή της περίσφιξης στην αντοχή δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική. Στα επόμενα διαγράμματα 4.33÷ 4.47 θα δούμε πώς η περίσφιξη επηρεάζει την πλαστιμότητα.



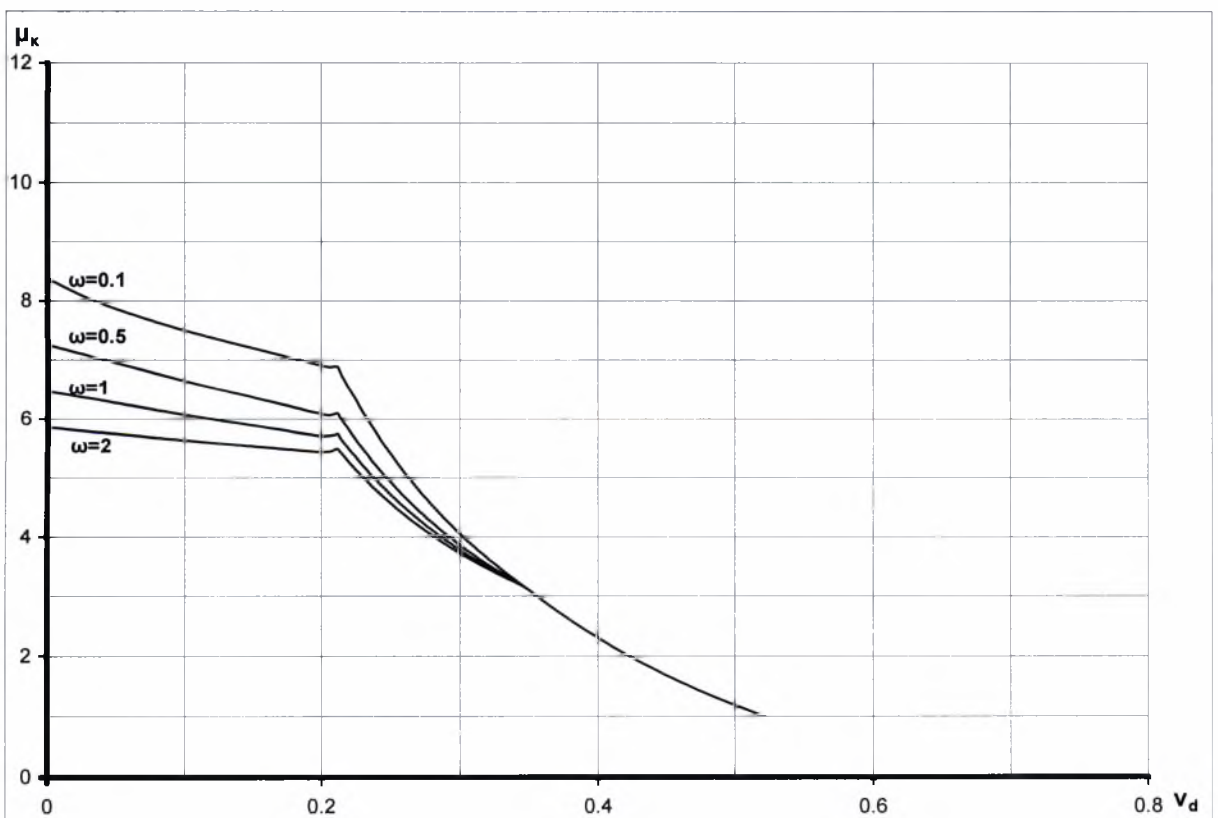
Σχ. 4.33 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_{κ}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.1, \epsilon_{cu} = 10\% , \epsilon_{s1u} = 20\%$)



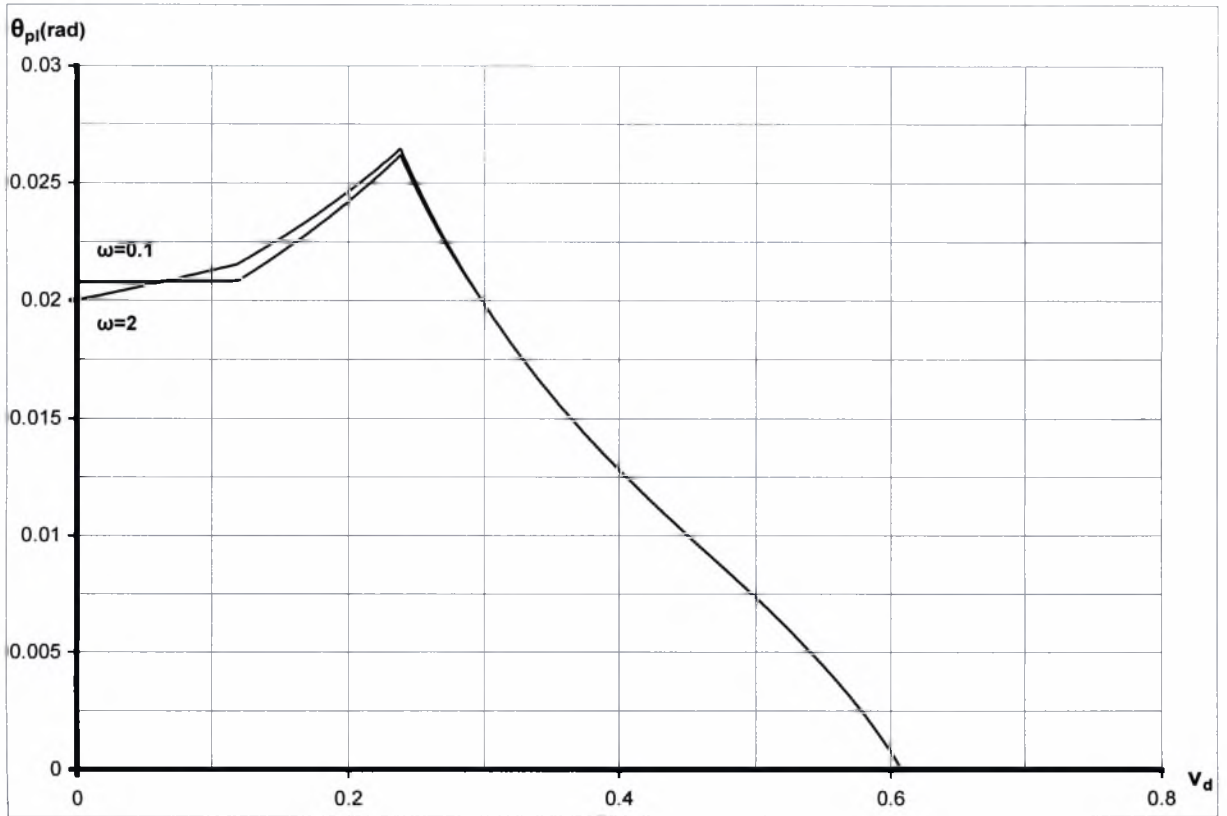
Σχ. 4.34 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_{κ}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.2, \epsilon_{cu} = 10\% , \epsilon_{s1u} = 20\%$)



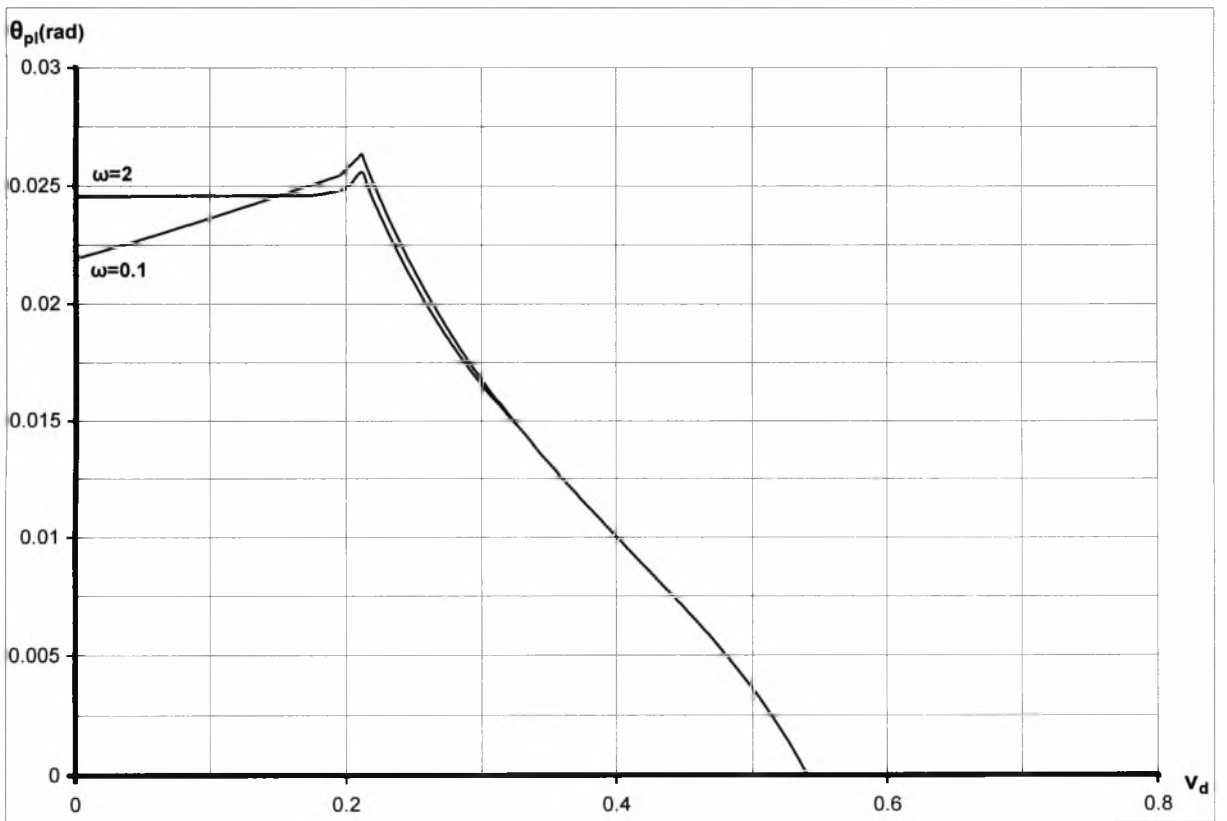
Σχ. 4.35 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_κ) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.1, \epsilon_{cu} = 10\text{‰}, \epsilon_{s1u} = 20\text{‰}$)



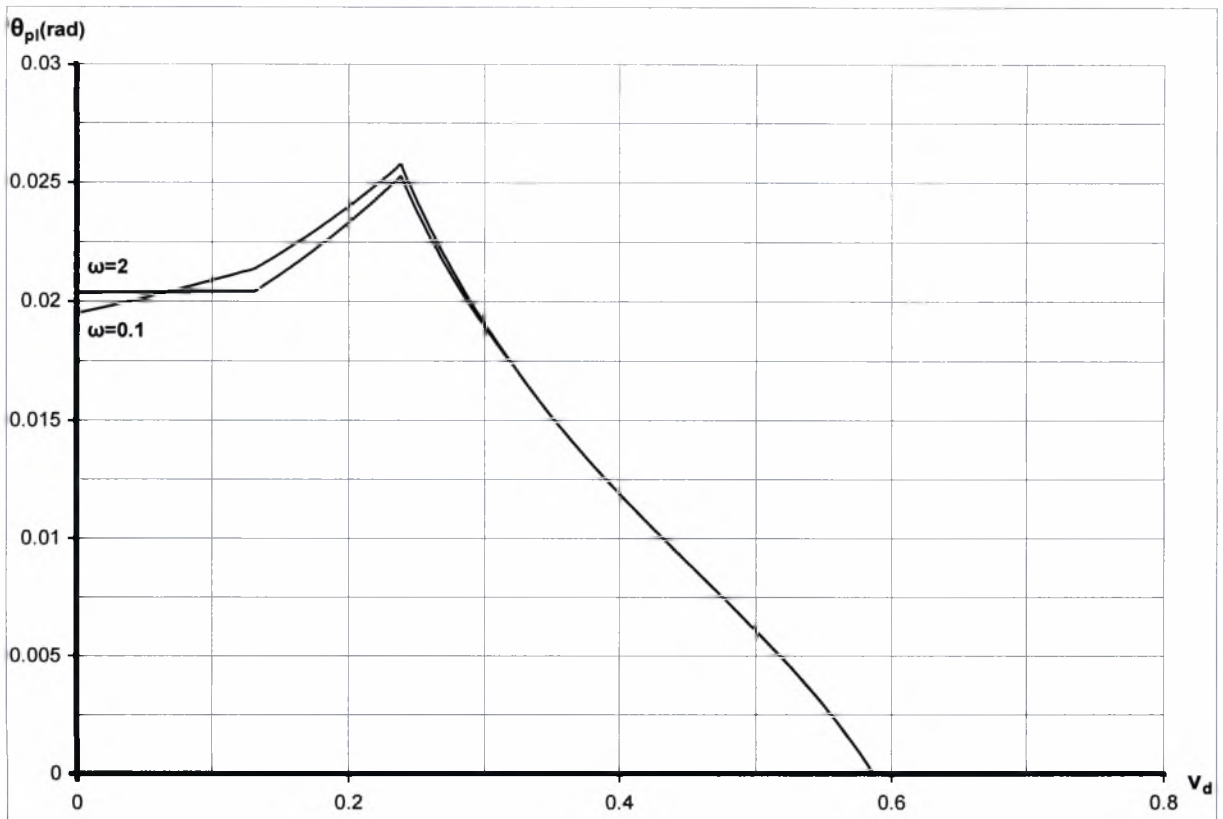
Σχ. 4.36 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_κ) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.2, \epsilon_{cu} = 10\text{‰}, \epsilon_{s1u} = 20\text{‰}$)



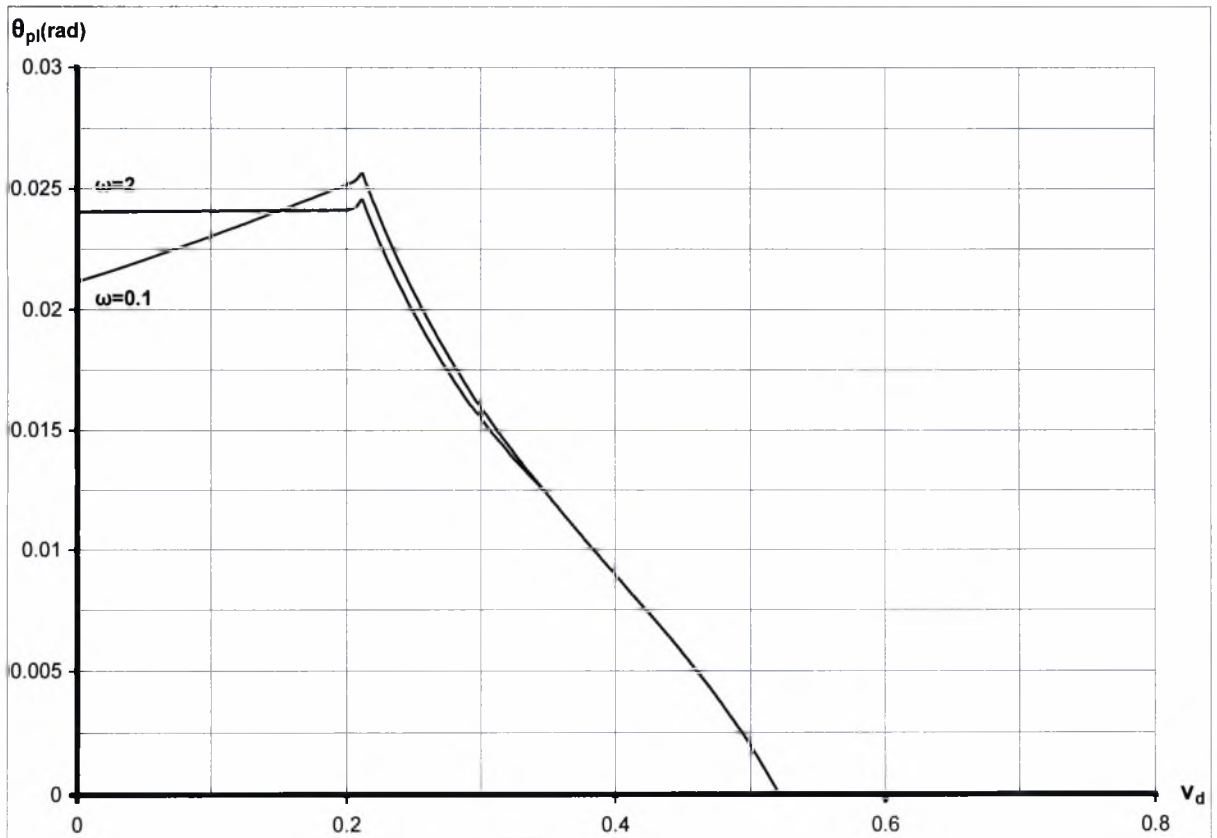
Σχ. 4.37 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.1$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$)



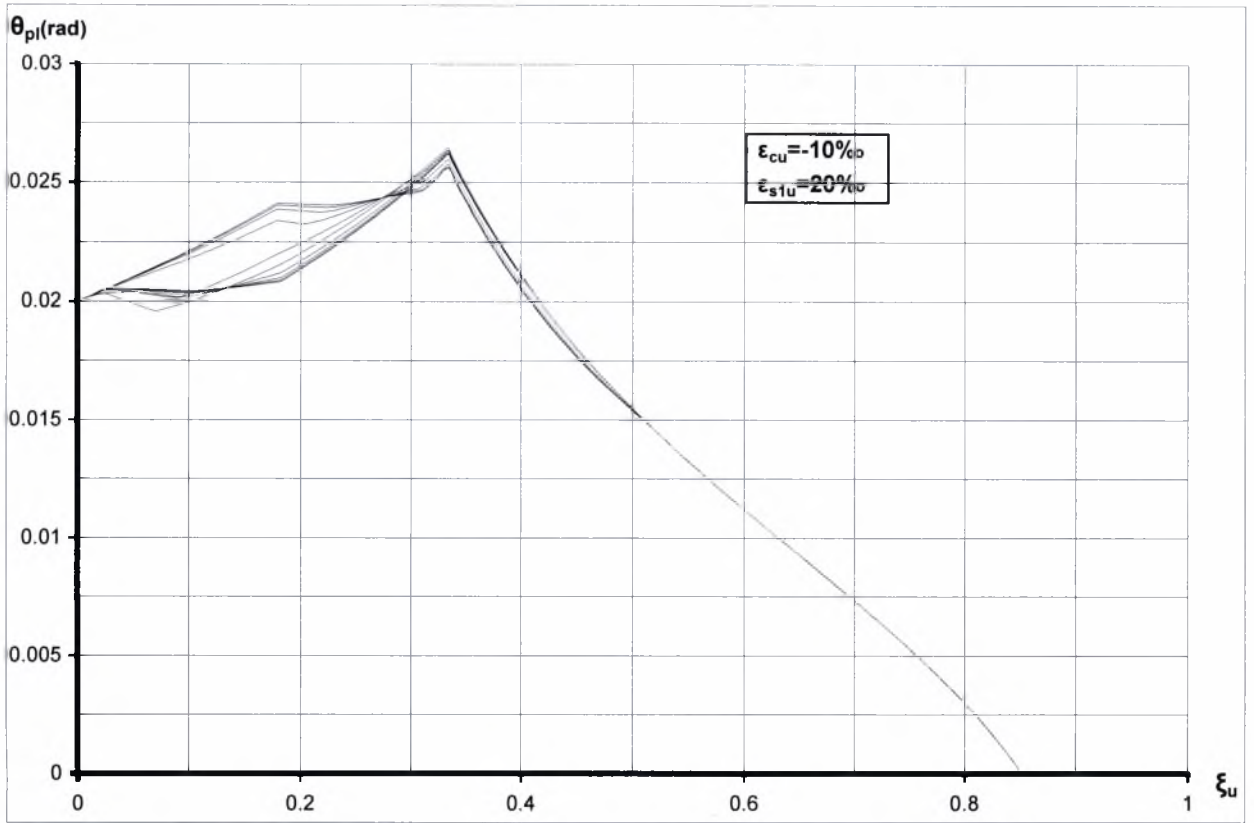
Σχ. 4.38 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (χάλυβας S400, $d_1/h = 0.2$, $\epsilon_{cu} = 10\%$, $\epsilon_{s1u} = 20\%$)



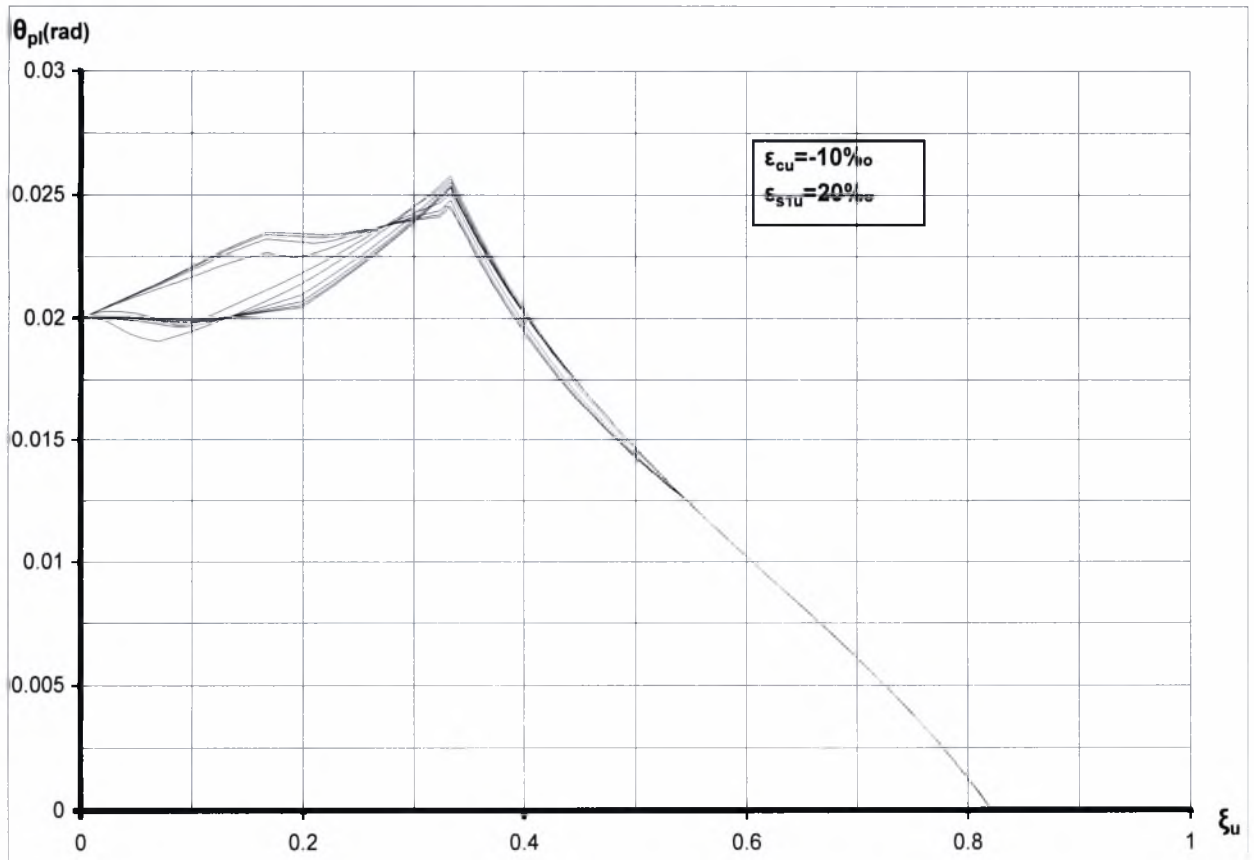
Σχ. 4.39 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρώφης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.1$, $\epsilon_{cu} = 10\text{‰}$, $\epsilon_{s1u} = 20\text{‰}$)



Σχ. 4.40 Διάγραμμα αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρώφης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (χάλυβας S500, $d_1/h = 0.2$, $\epsilon_{cu} = 10\text{‰}$, $\epsilon_{s1u} = 20\text{‰}$)

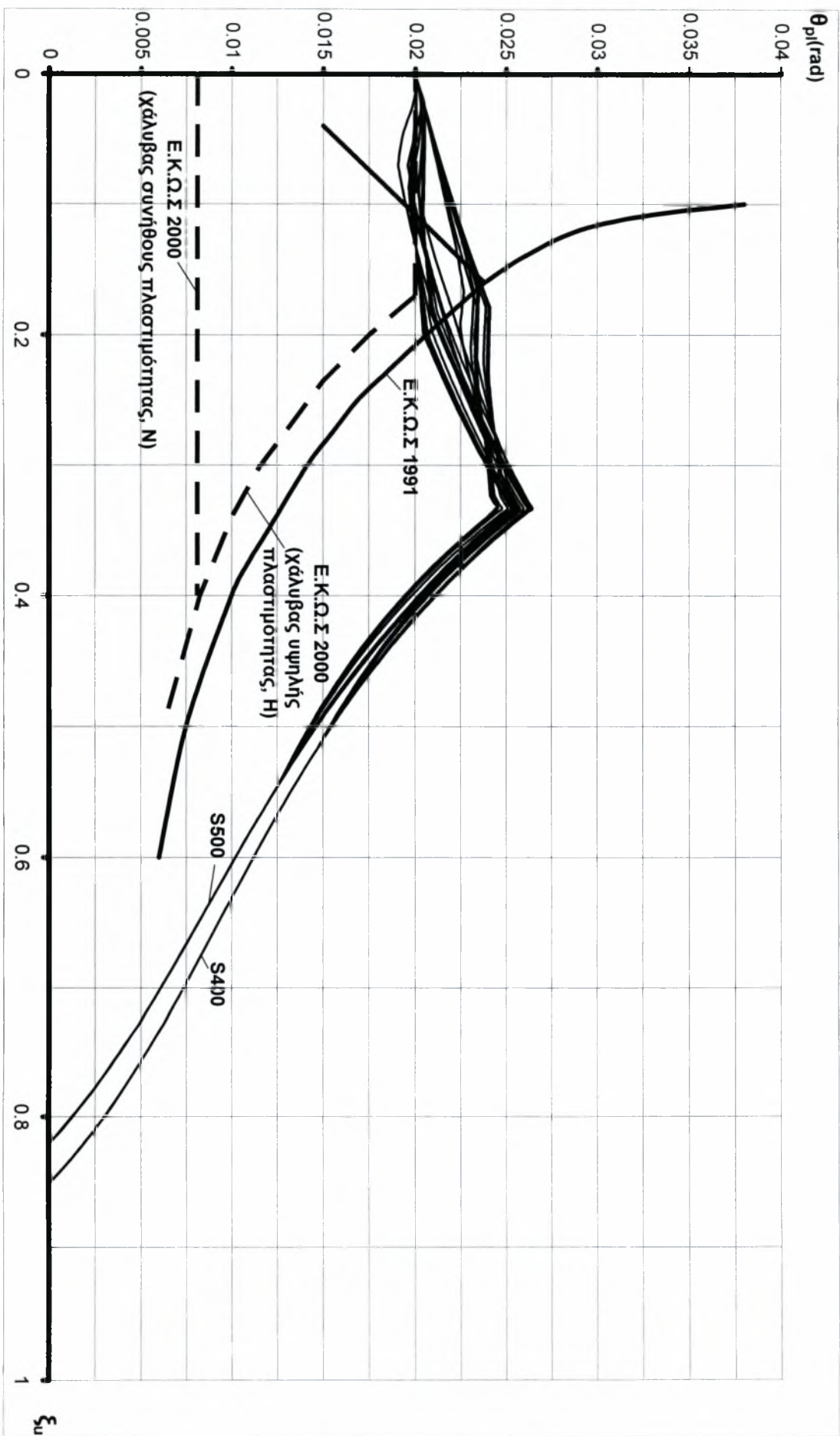


Σχ.4.41 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S400).

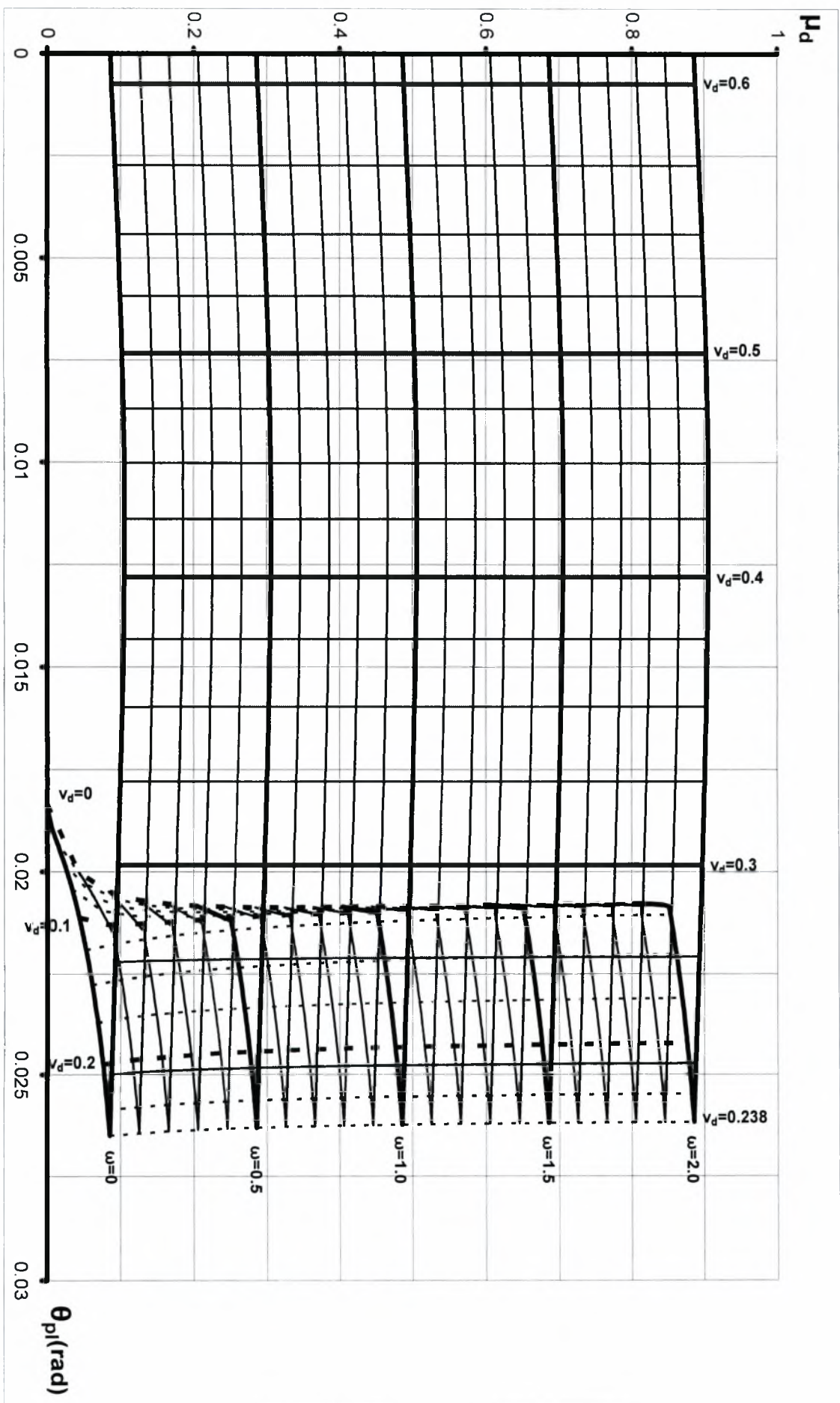


Σχ.4.42 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη (χάλυβας S500).

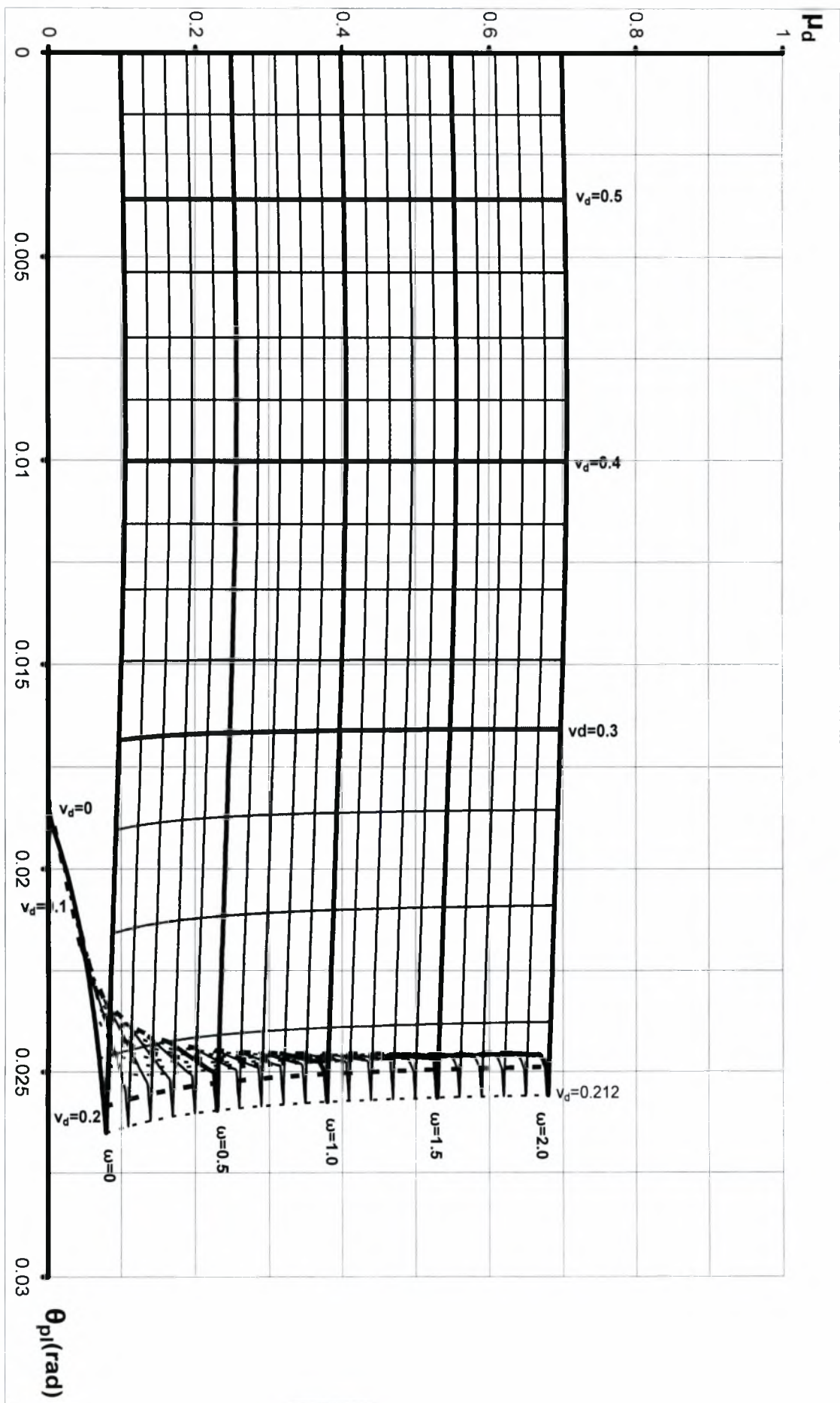
ΣΧ.4.43 Διάγράμματα σύγκρισης διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl})-ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη ($\epsilon_{cu} = 10^\circ / \infty$, $\epsilon_{st,u} = 20^\circ / \infty$)



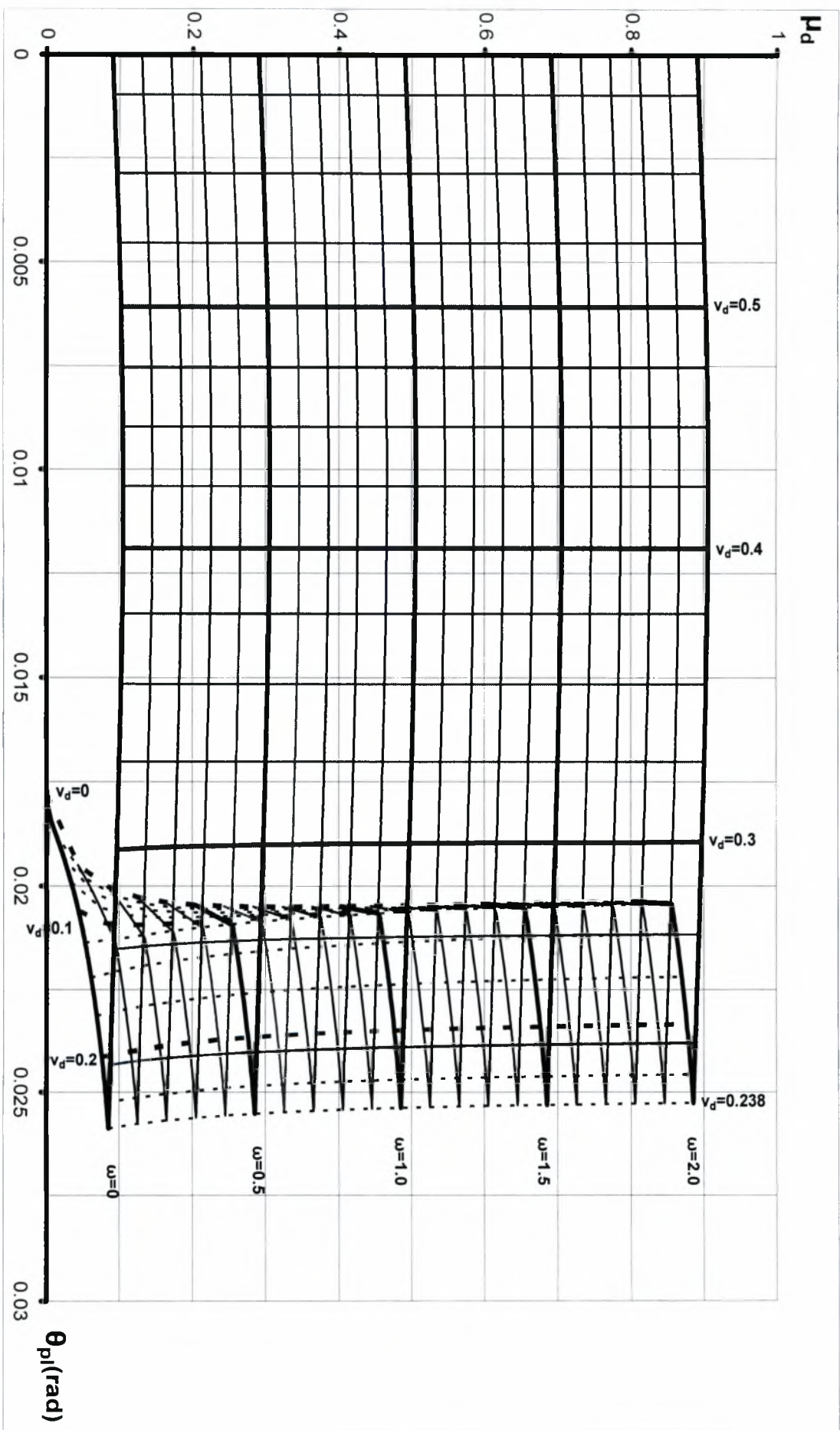
Σχ.4.44 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διάθεσης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οτλίσμου ω (Χάλυβας S400) και ($d_t/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^\circ / \infty$, $\epsilon_{st1u} = 20^\circ / \infty$)



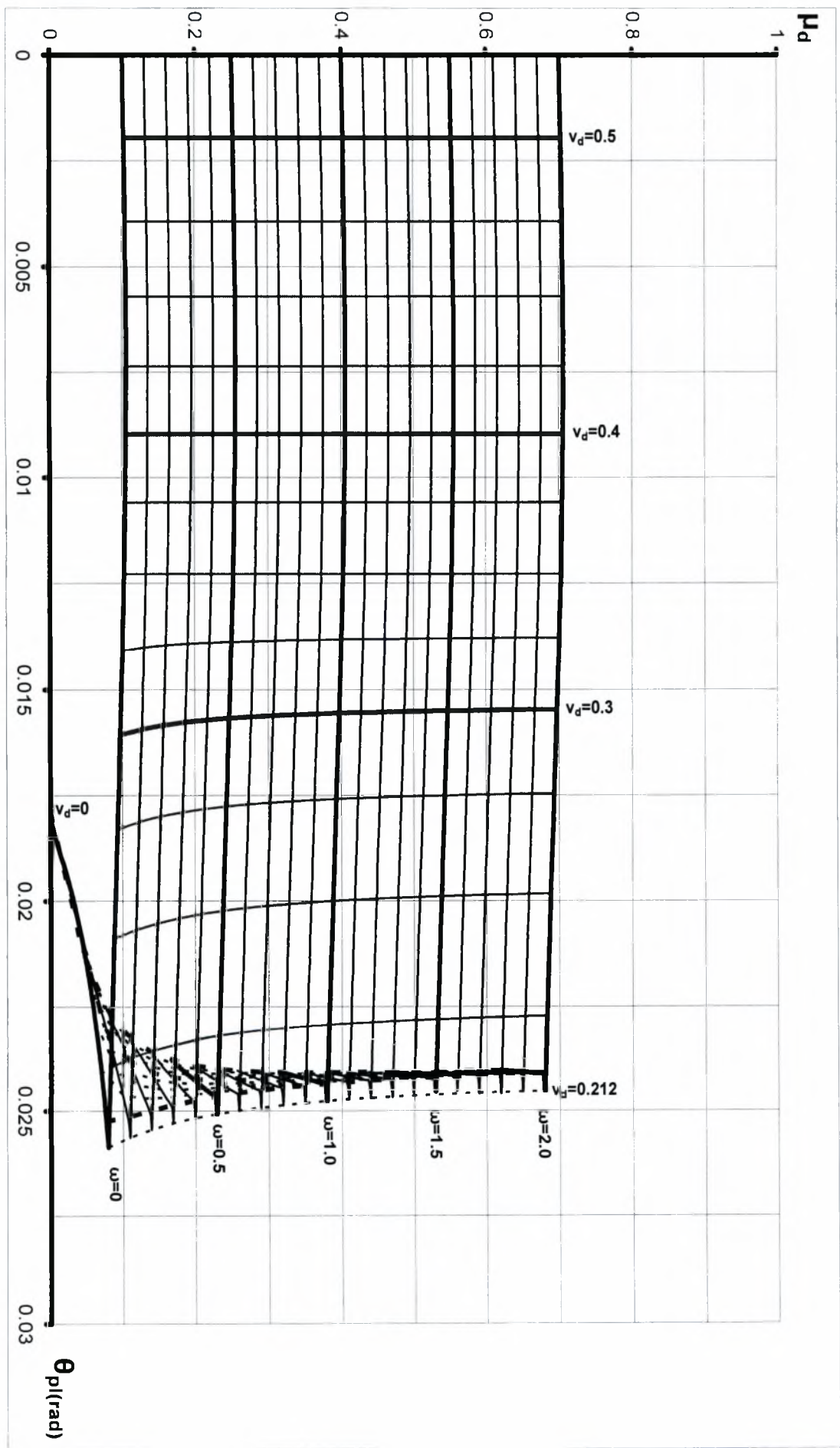
ΣΧ.4.45 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένη αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διάθεσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400) και ($d_i/h=0.2$; $\epsilon_{cu} = 10^\circ/\infty$; $\epsilon_{stl} = 20^\circ/\infty$)



Σχ.4.46 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διάθεσης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (Χάλυβας S500) και ($d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^\circ/\infty$, $\epsilon_{stl} = 20^\circ/\infty$)



ΣΧ.4.47 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διάθεσης πλάστικής στρωφής (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού στήλιου ω (Χάλυβας S500) και ($d_l/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^\circ/\infty$, $\epsilon_{su} = 20^\circ/\infty$)



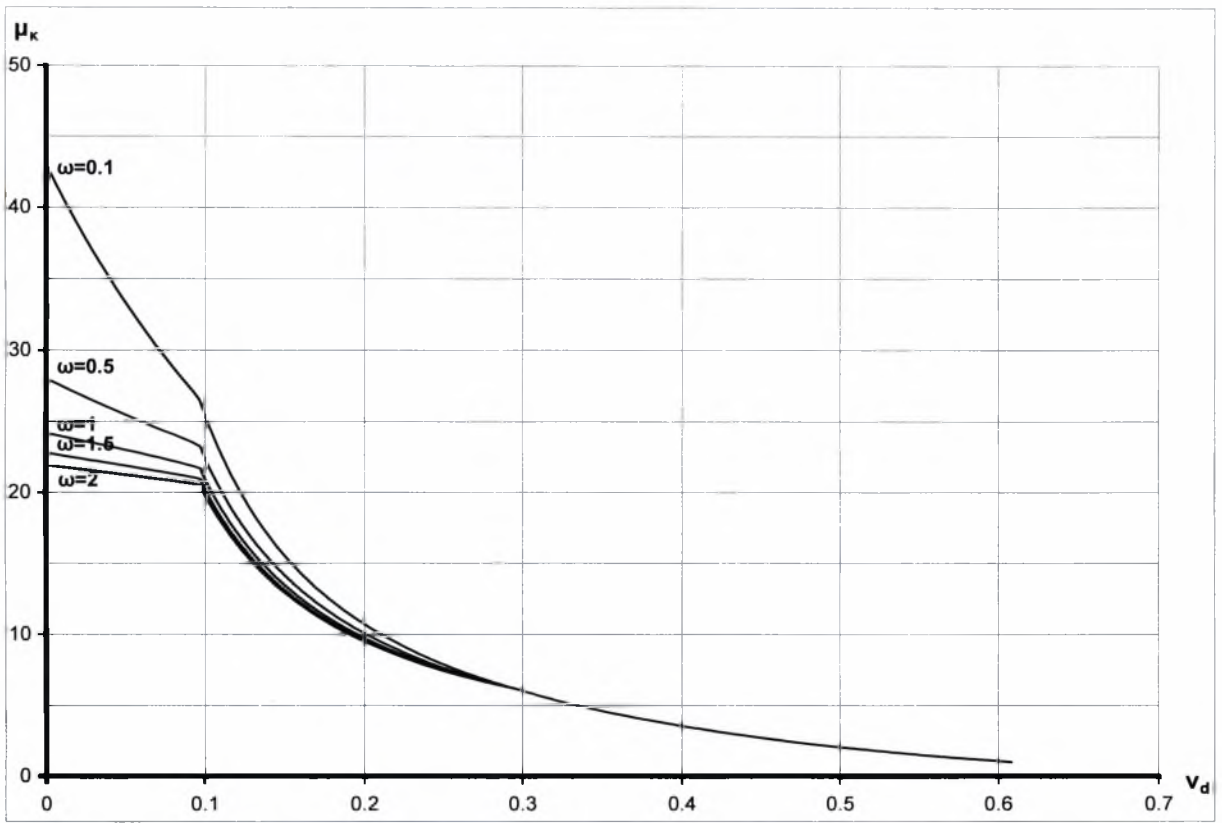
Λόγω των μεγάλων παραμορφώσεων, που μπορεί να αναλάβει η θλιβόμενη ζώνη του σκυροδέματος, η παραμόρφωση του χάλυβα στη ζώνη αυτή, κατά την αστοχία, γρήγορα υπερβαίνει την παραμόρφωση διαρροής. Έτσι λοιπόν, στα διαγράμματα (4.23÷4.47) που μόλις παρουσιάσαμε, ο θλιβόμενος οπλισμός διαρρέει κατά την αστοχία, πριν τα δύο υλικά φτάσουν στο οριακό σημείο 1, όταν η διαθέσιμη πλαστική στρόφη λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της. Αυτό σημαίνει ότι, ακόμα και για πολύ μικρές τιμές του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου η πλαστιμότητα τείνει να γίνει ανεξάρτητη του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω .

Επίσης, σημαντική εξακολουθεί να παραμένει η επικάλυψη των οπλισμών όπως άλλωστε αναμενόταν, αφού στη σχέση 3.34 του προηγούμενου κεφαλαίου, είναι εμφανής η αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ αυτής και της διαθέσιμης πλαστικής στρόφης.

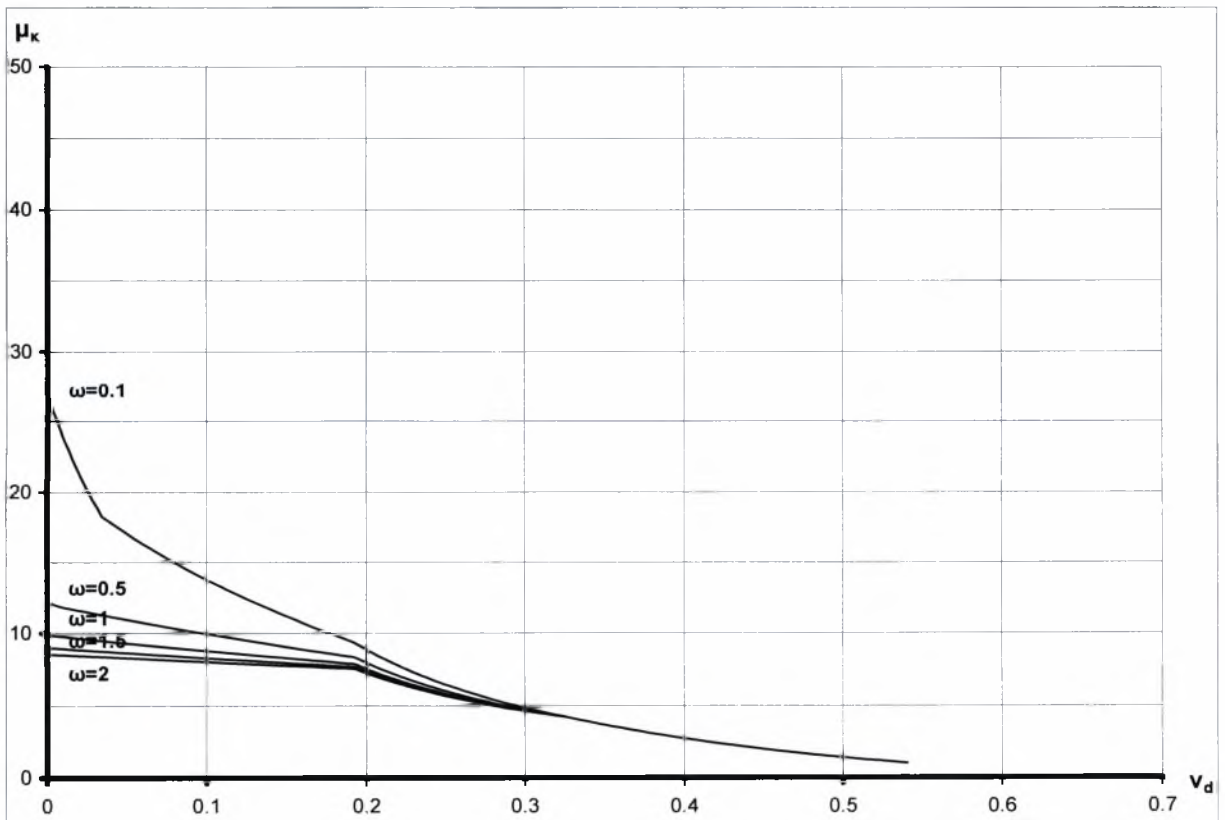
Παρατηρείται επίσης, το κάπως παράδοξο φαινόμενο της αύξησης της πλαστιμότητας για αύξηση του ανηγμένου αξονικού θλιπτικού φορτίου (για τιμές $\nu_d < 0.2$). Η εξήγηση βρίσκεται στο γεγονός, ότι κατά την αστοχία, ενώ η παραμόρφωση του εφελκυόμενου χάλυβα έχει φτάσει στη μέγιστη τιμή της ($\epsilon_{s1u} = 20\%$) η παραμόρφωση της ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος είναι κατά πολύ μικρότερη του 10%. Έτσι λοιπόν, η σταδιακή αύξηση του ανηγμένου θλιπτικού φορτίου έχει σαν αποτέλεσμα τη σταδιακή αύξηση της παραμόρφωσης του σκυροδέματος (τη στιγμή που η παραμόρφωση του χάλυβα παραμένει σταθερή ίση με 20%), με αποτέλεσμα την αύξηση της διαθέσιμης πλαστικής στρόφης.

Σε γενικές γραμμές πάντως μπορούμε να πούμε ότι η αύξηση της πλαστιμότητας, σε σχέση με τα διαγράμματα που παρουσιάσαμε στο Κεφάλαιο 3 (για $\epsilon_{cu} = 3.5\%$), κρίνεται ικανοποιητική, ιδίως σε περιοχές ανηγμένων θλιπτικών αξονικών φορτίων $\nu_d > 0.20$.

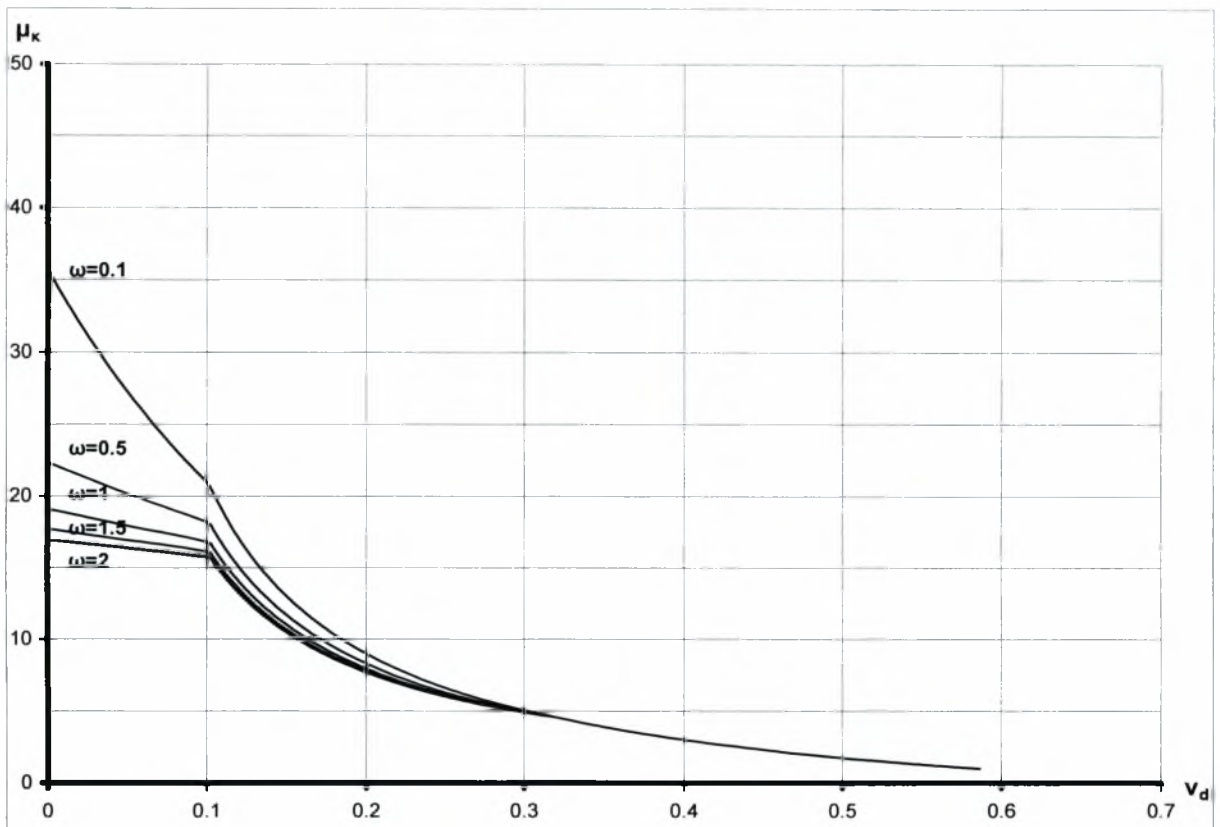
Στα επόμενα διαγράμματα 4.48÷4.62 που θα παρουσιάσουμε, η μέγιστη ανηγμένη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος, στην οριακή κατάσταση αστοχίας, παραμένει στο 10%, ενώ ο χάλυβας επιτρέπεται να αναλάβει παραμορφώσεις πολύ μεγαλύτερες από το 20%, έως και 88%. Το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του χάλυβα εξακολουθεί να παραμένει διγραμμικό, αγνοούμε δηλαδή τον κλάδο της κράτυνσης.



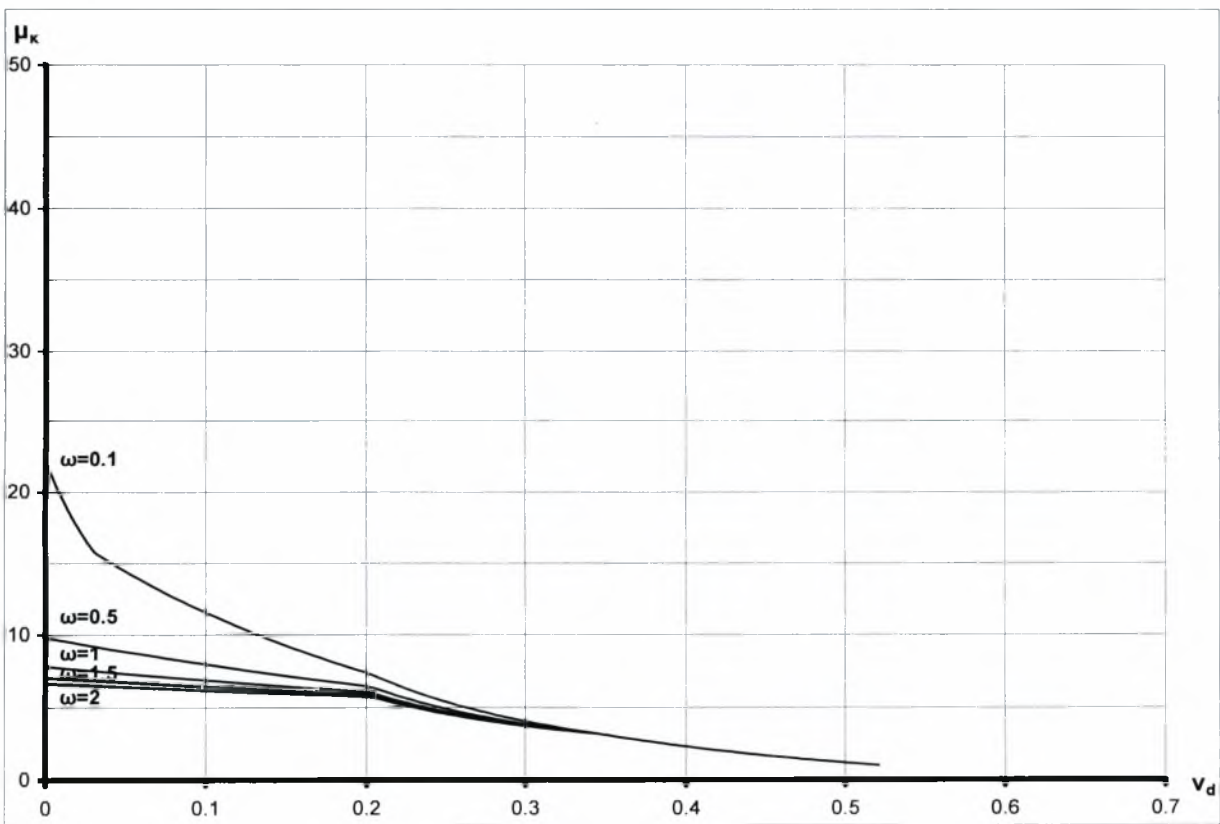
Σχ.4.48 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_{κ}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.10$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}$)



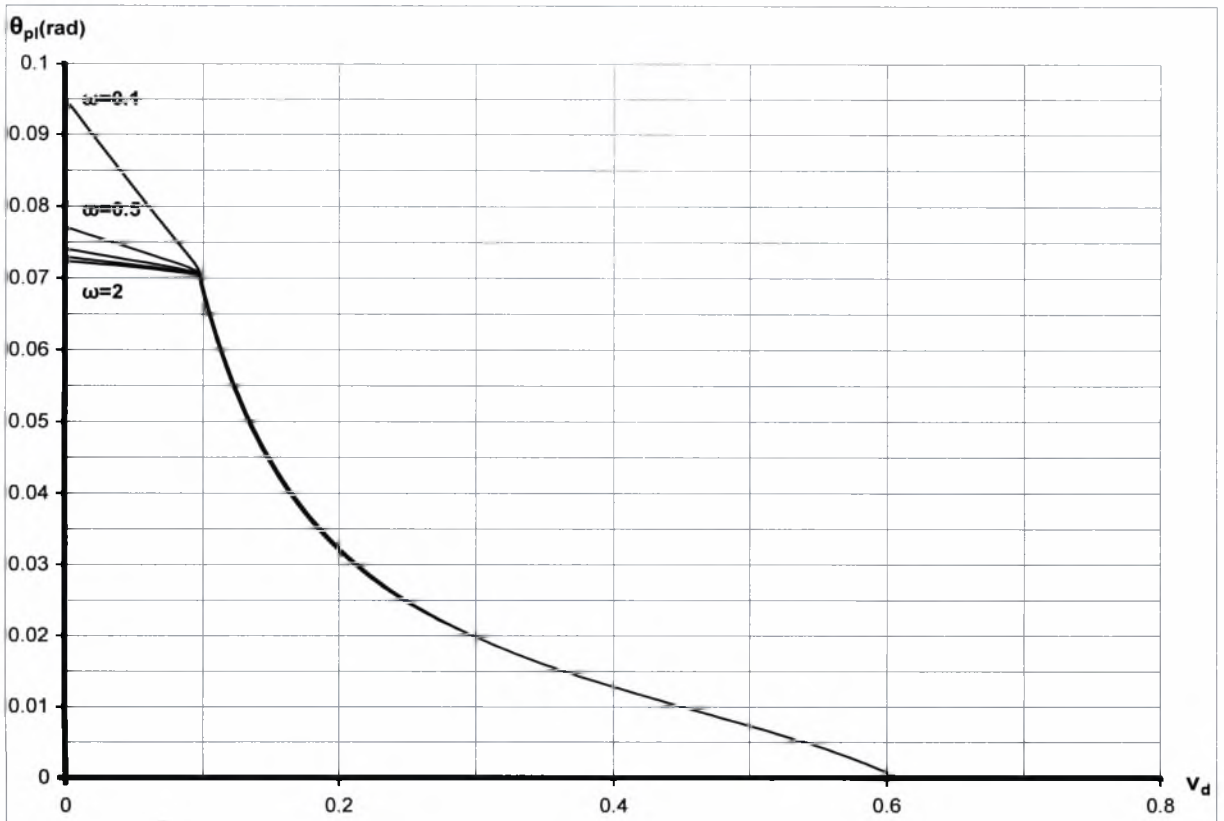
Σχ.4.49 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_{κ}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}$)



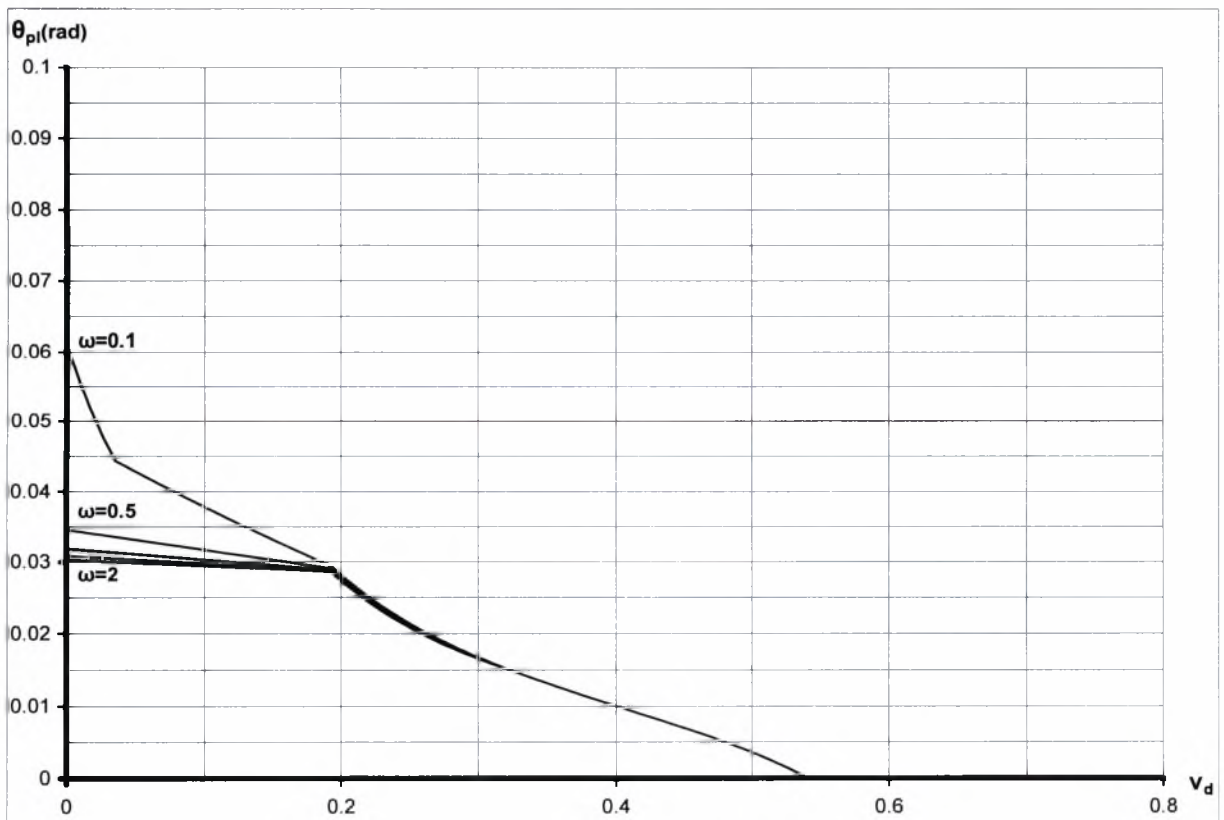
Σχ.4.50 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_κ) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^{-6}/\infty$)



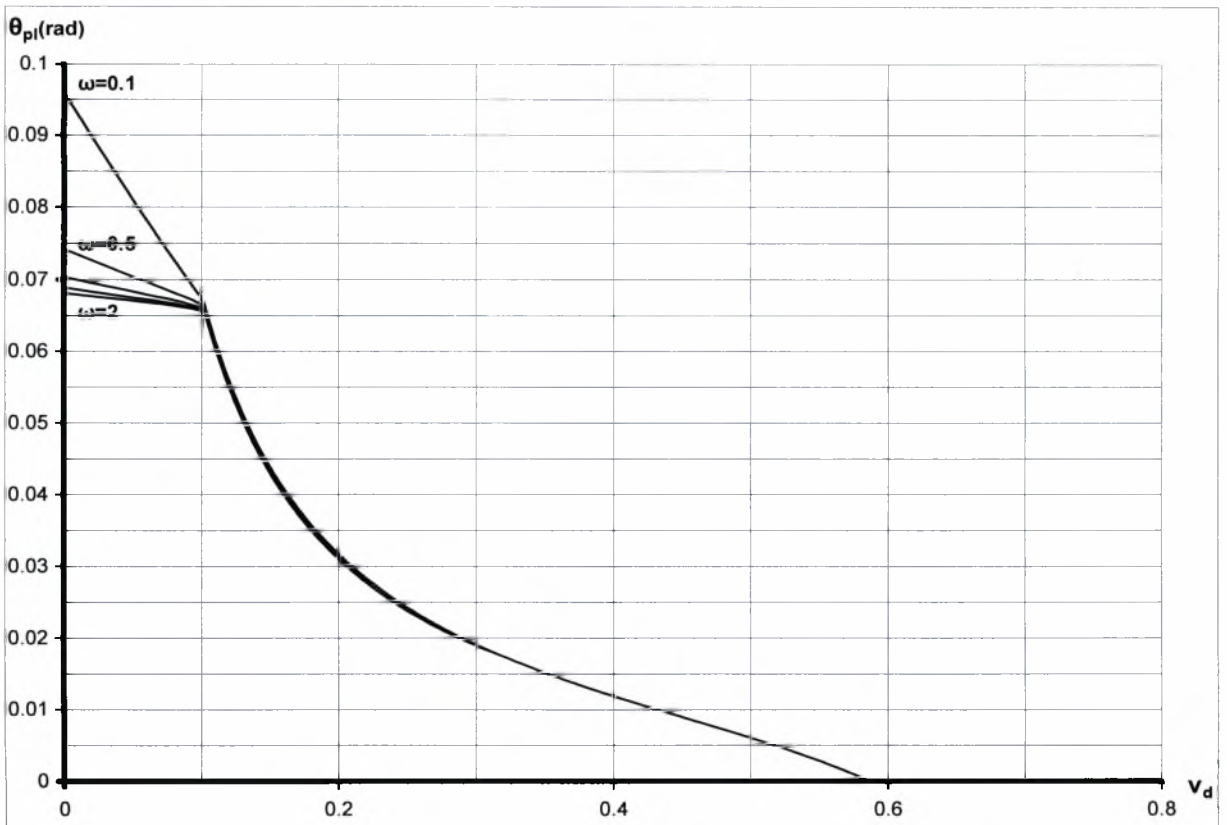
Σχ.4.51 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d)–δείκτη πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_κ) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S500, $d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-6}/\infty$)



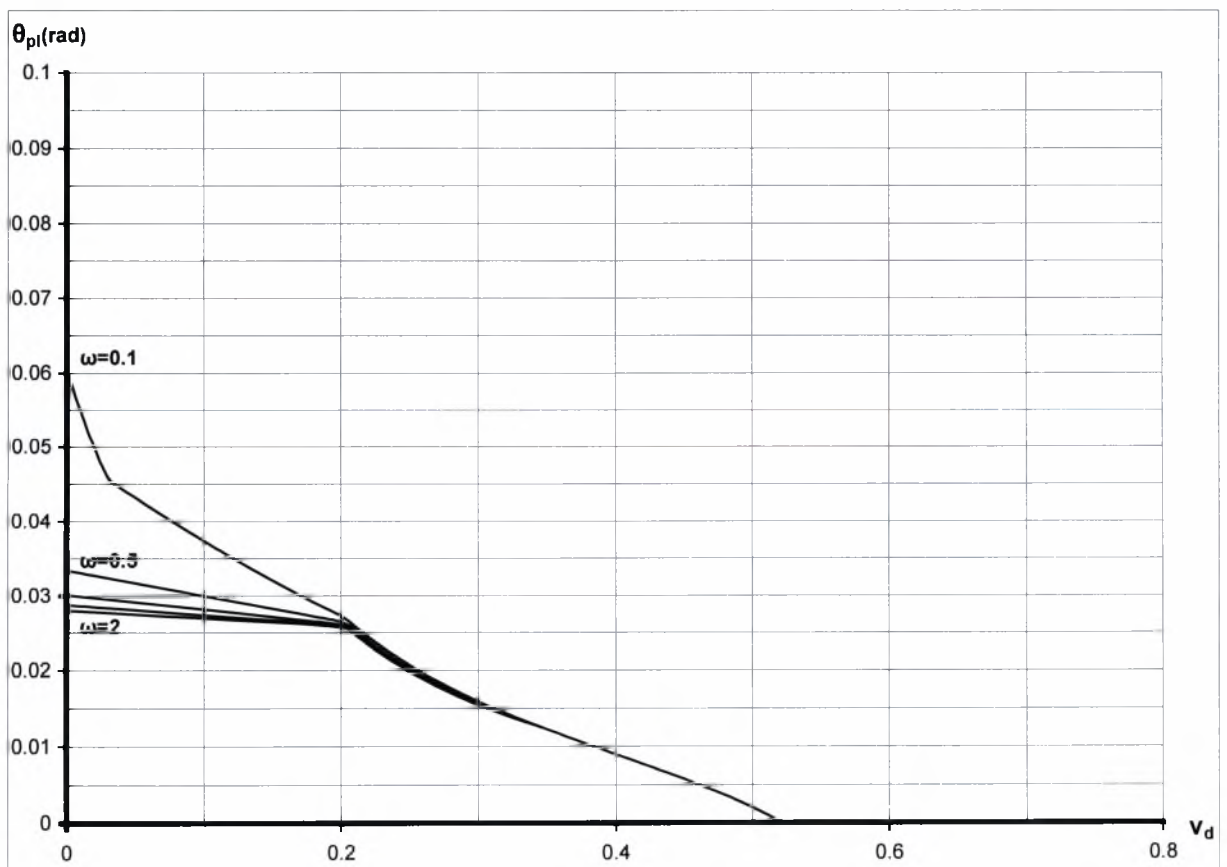
Σχ.4.52 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (V_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}/\infty$)



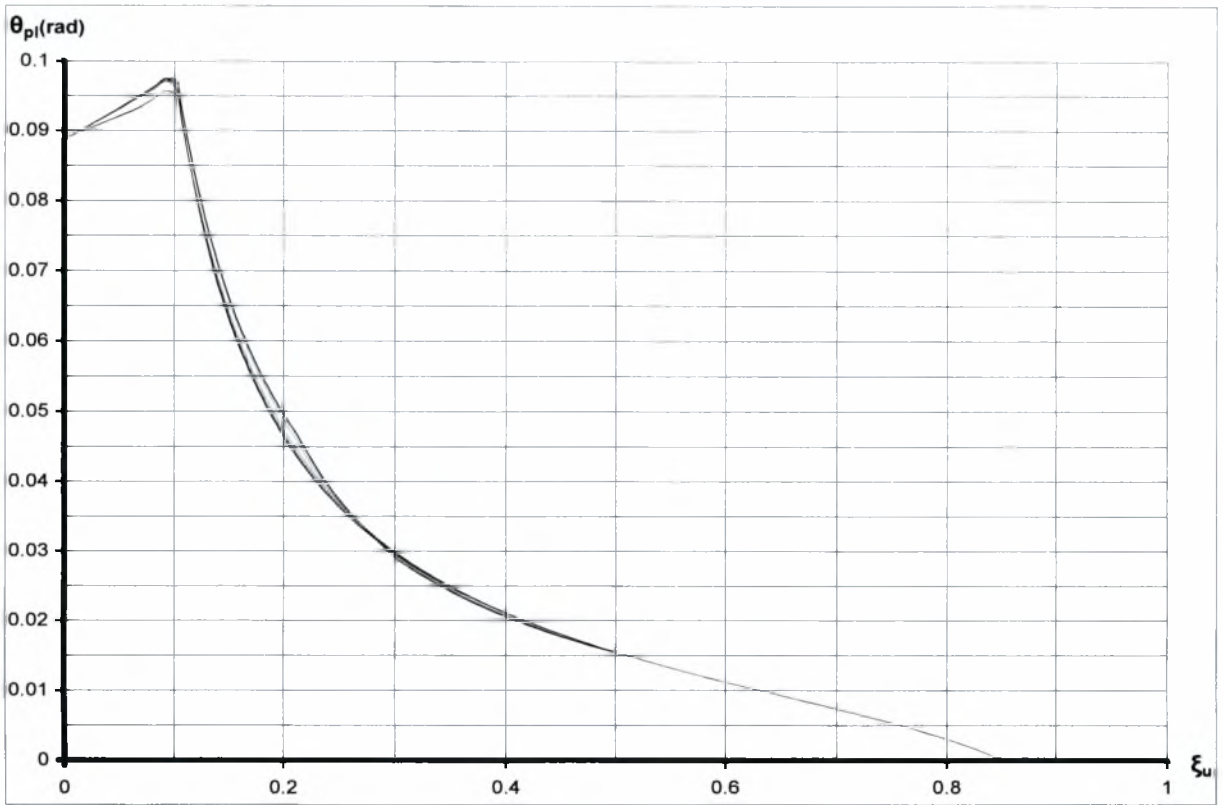
Σχ.4.53 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (V_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού οπλισμού ω (χάλυβας S400, $d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}/\infty$)



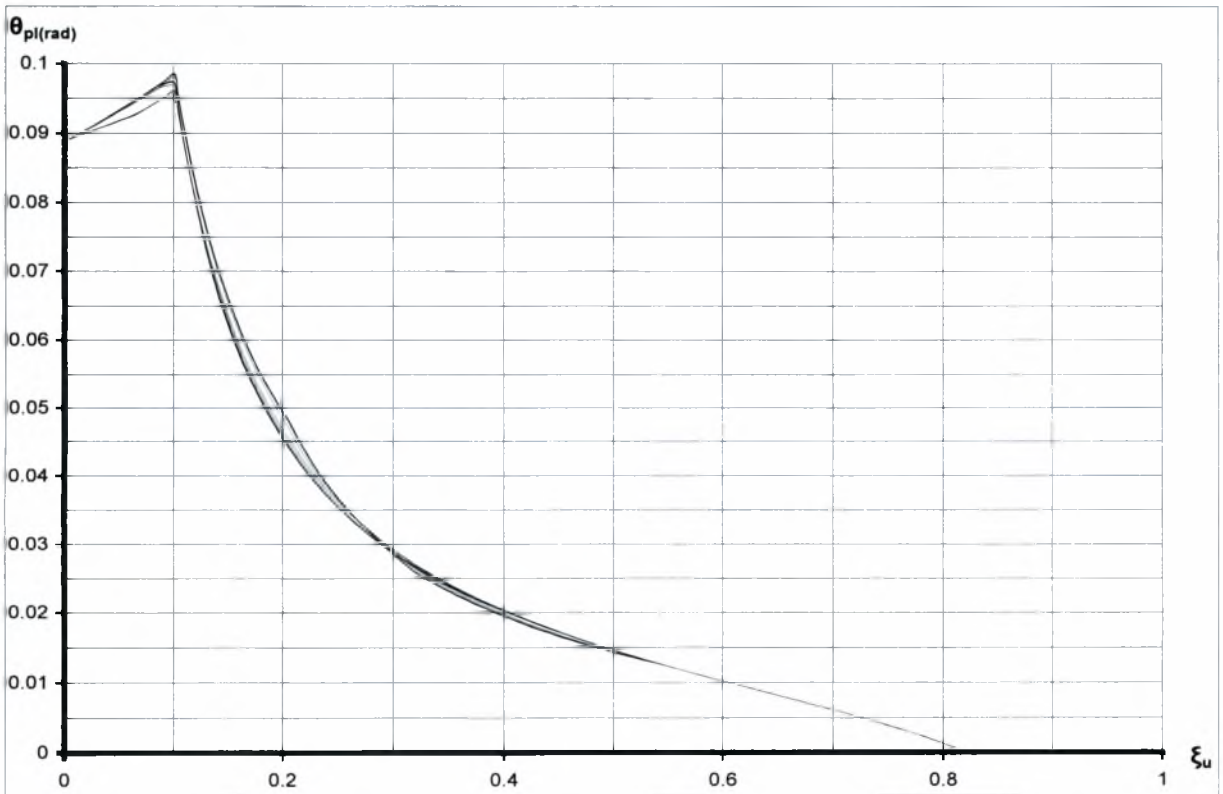
Σχ.4.54 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (V_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (χάλυβας S500, $d1/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^{-5}$)



Σχ.4.55 Διάγραμμα ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (V_d)–διαθέσιμης πλαστικής στρώσης (θ_{pl}) για διάφορες τιμές του μηχανικού ποσοστού ω (χάλυβας S500, $d1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-5}$)

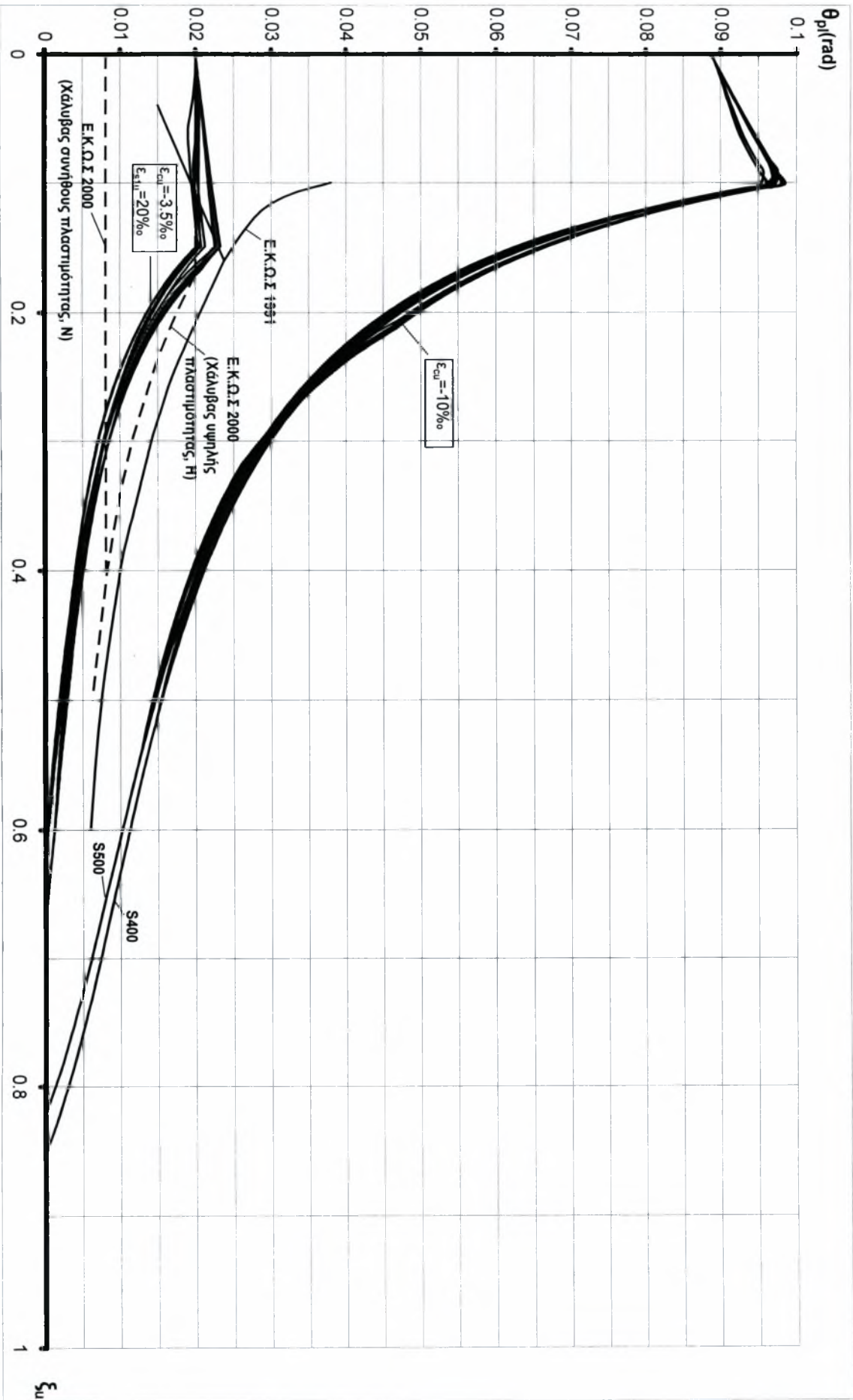


Σχ.4.56 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}), συνάρτησι του ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη.
(χάλυβας S400, $\epsilon_{cu} = 10 \text{ ‰}$)

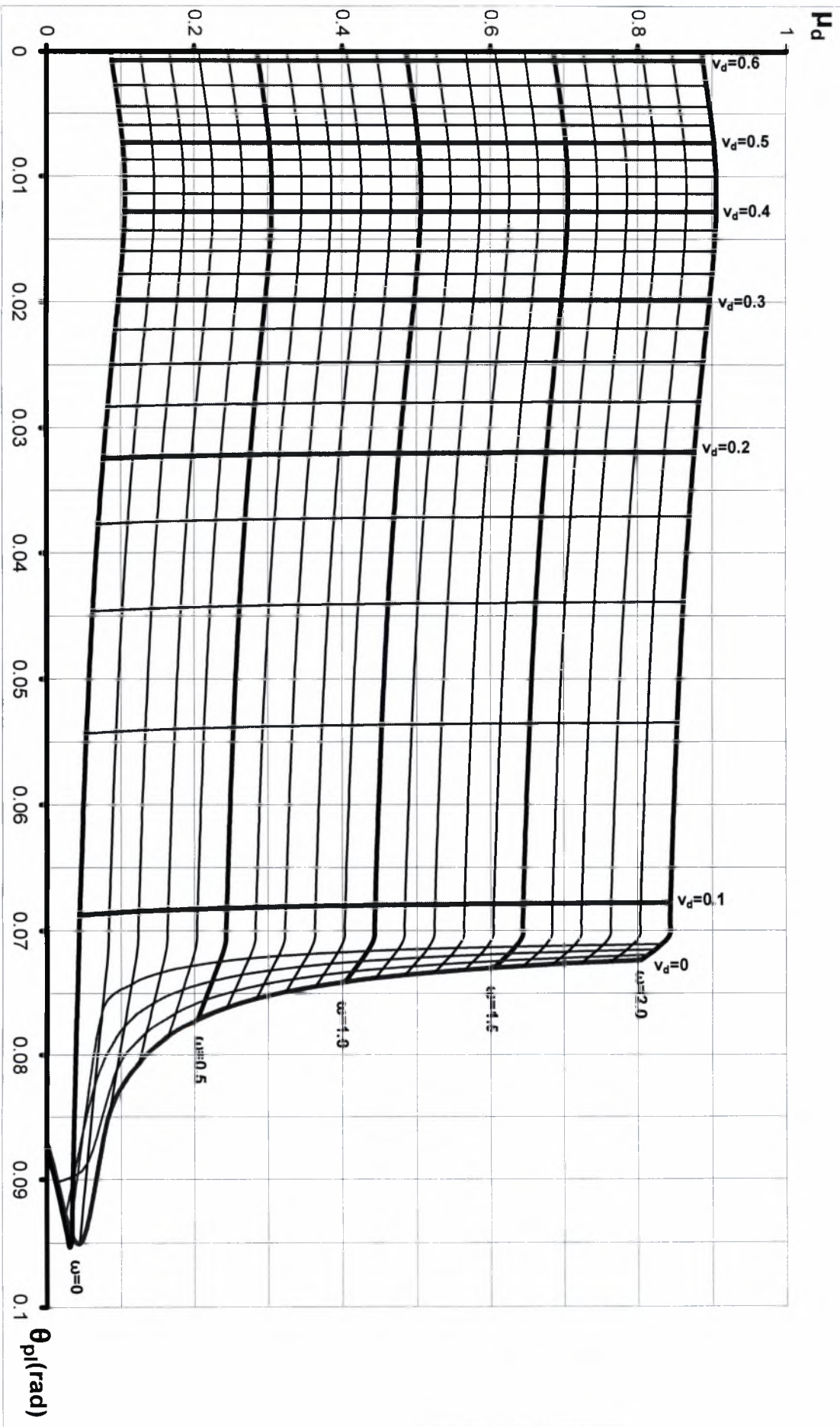


Σχ.4.57 Διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}), συνάρτησι του ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη.
(χάλυβας S500, $\epsilon_{cu} = 10 \text{ ‰}$)

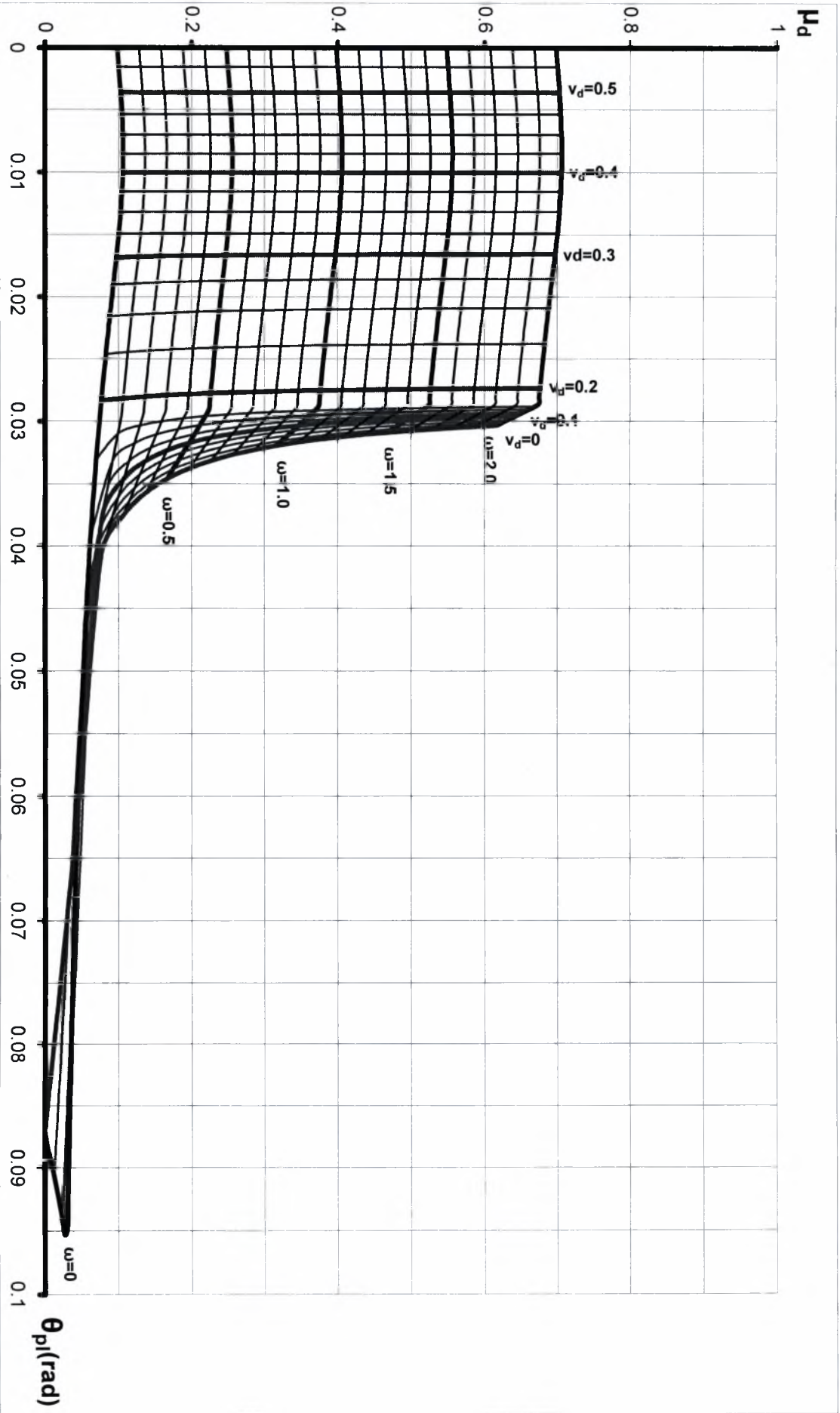
ΣΧ.4.58 Συγκριτικό διάγραμμα διαθέσιμης πλαστικής στροφής (θ_{pl}) - ανηγμένου βάθους της θλιβόμενης ζώνης (ξ_u) στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάμψη.



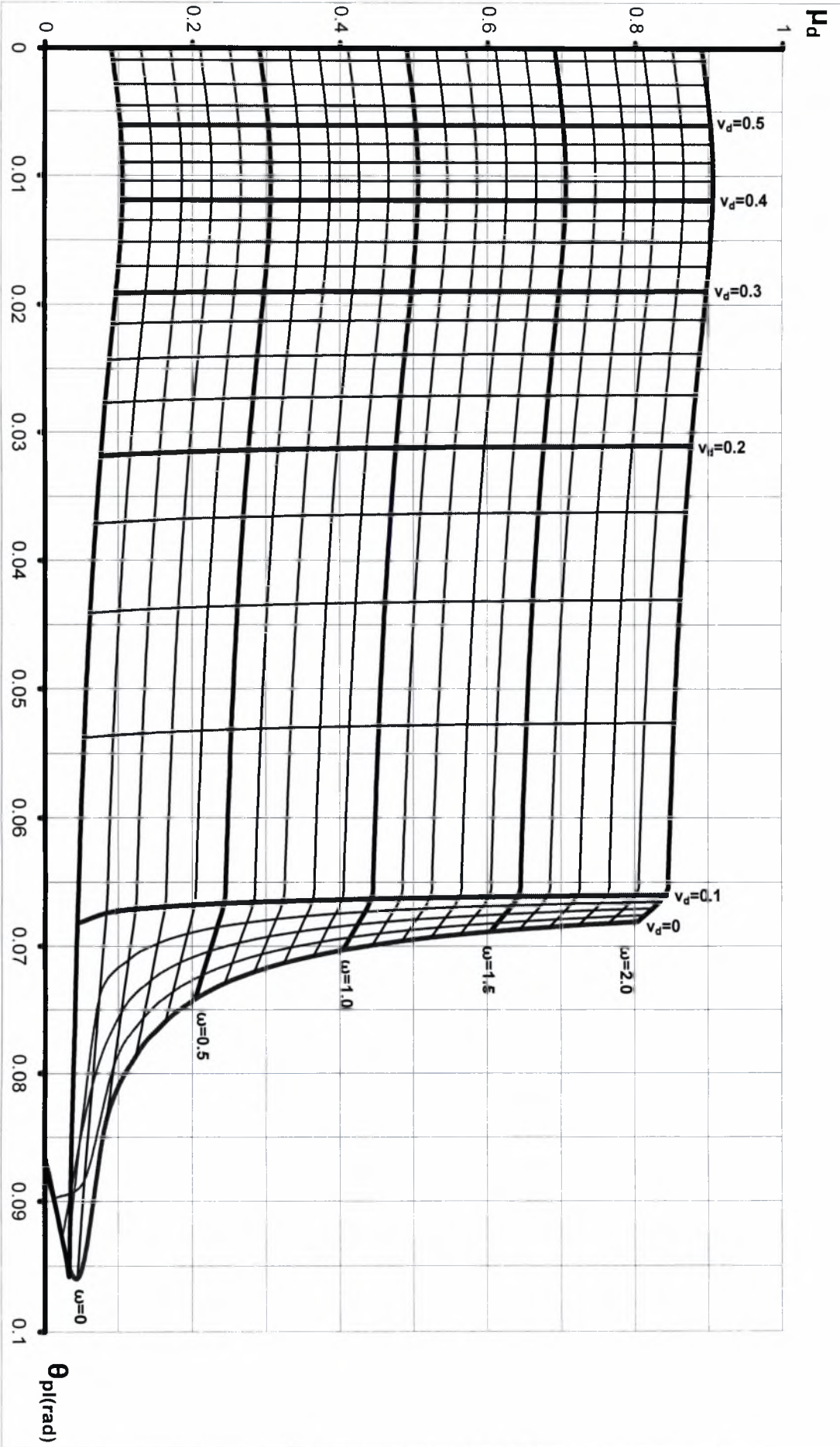
Σχ.4.59 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέσιμης πλαστικήστρωφής (θ_{pl}) (Χάλυβας S400, $d/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}$)



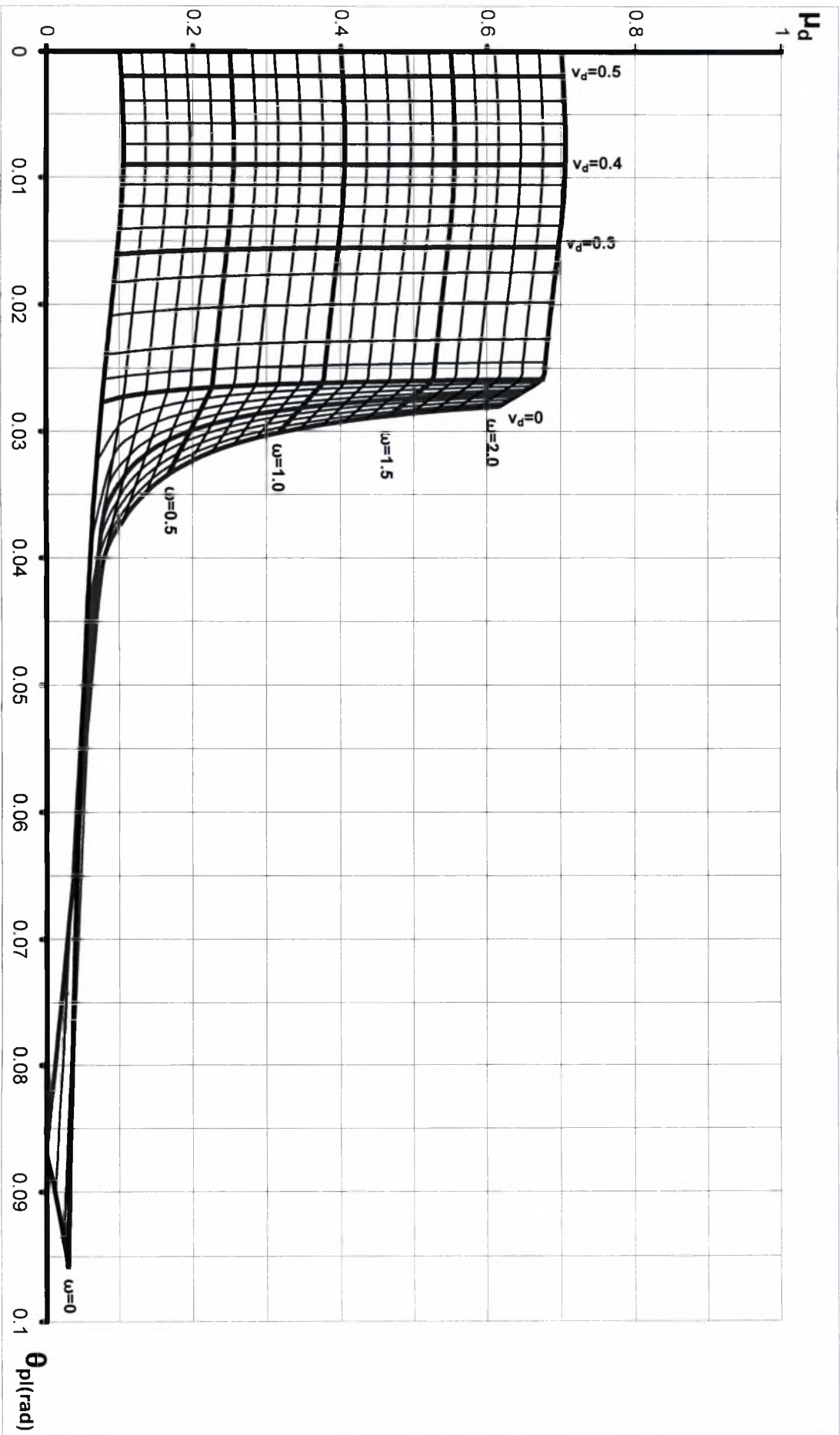
Σχ. 4.60 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_{pl}) (Χάλυβας S400, $d_i/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-3}$)



Σχ.4.61 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ποτής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (v_d) – διαθέρσιμης πλαστικής στρωφής (θ_p)
 (Χάλυβας S500, $d_i/h=0.1$, $\epsilon_{cu} = 10^{-5}$)



Σχ.4.62 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης ανηγμένης ροπής (μ_d) – ανηγμένης αξονικής θλιπτικής δύναμης (ν_d) – διαθέσιμης πλαστικής στρωφής (θ_p)
 (χάλυβας S500, $d_1/h=0.2$, $\epsilon_{cu} = 10^{-5}$)



Συμπεράσματα

Όπως είδαμε και στα προηγούμενα διαγράμματα 4.23÷4.62 η συμβολή της περίσφιξης στην αύξηση της πλαστιμότητας είναι καθοριστική, ωστόσο στην περίπτωση μεγάλων θλιπτικών δυνάμεων, η πλαστιμότητα μειώνεται σημαντικά. Το κριτήριο διαστασιολόγησης υποστυλωμάτων του κανονισμού, για ανηγμένη θλιπτική αξονική δύναμη $v_d < 0.65$ φαίνεται ανεπαρκές, καθώς σε τέτοια επίπεδα αξονικής φόρτισης, η διαθέσιμη πλαστική στροφή σχεδόν μηδενίζεται. Κρίνεται λοιπόν σκόπιμο να επιδιώκουμε την μείωση του ανηγμένου θλιπτικού αξονικού φορτίου, σε τιμές $v_d < 0.5$, αυξάνοντας είτε την αντοχή του σκυροδέματος (χωρίς ωστόσο να οδηγηθούμε σε σκυροδέματα πολύ ψαθυρής μορφής), είτε τη διατομή. Επίσης, κρίνεται απαραίτητη η χρήση χαλύβων χαμηλής αντοχής, όπως S400 χωρίς ωστόσο να αγνοούμε τις οποιεσδήποτε κατασκευαστικές δυσκολίες που παρουσιάζονται.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ε.Μ.Π. «Οπλισμένο σκυρόδεμα με βάση το σχέδιο του νέου Ελληνικού Κανονισμού», Αθήνα 1993.
- Ε.Μ.Π. «Σημειώσεις για τις κατασκευές από Ω.Σ», Αθήνα 2000
- Α.Π.Θ. «Κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα, σύμφωνα με τους νέους Κανονισμούς Ω.Σ και αντισεισμικών κατασκευών», Θεσσαλονίκη 1995.
- Ευρωκώδικας 2. «Κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα», 1997
- Ε.Κ.Ω.Σ 2000
- Γ.Γ. ΠΕΝΕΛΗΣ, Α.Ι. ΚΑΠΠΟΣ., «Αντισεισμικές κατασκευές από σκυρόδεμα», 1990.
- SCOTT, B. D., PARK, R. and PRIESTLEY, M.J.N., «Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates», J. of ACI, Vol. 79, No 1, Jan. – Feb. 1982, pp. 13-27.
- ΚΑΠΠΟΣ, Α.Γ., «Αύξηση αντοχής σκυροδέματος λόγω περίσφιξης», Πρακτικά 9^{ου} Ελλην. Συνεδρίου Σκυροδέματος (Καλαμάτα, Φεβρ. 1990)

