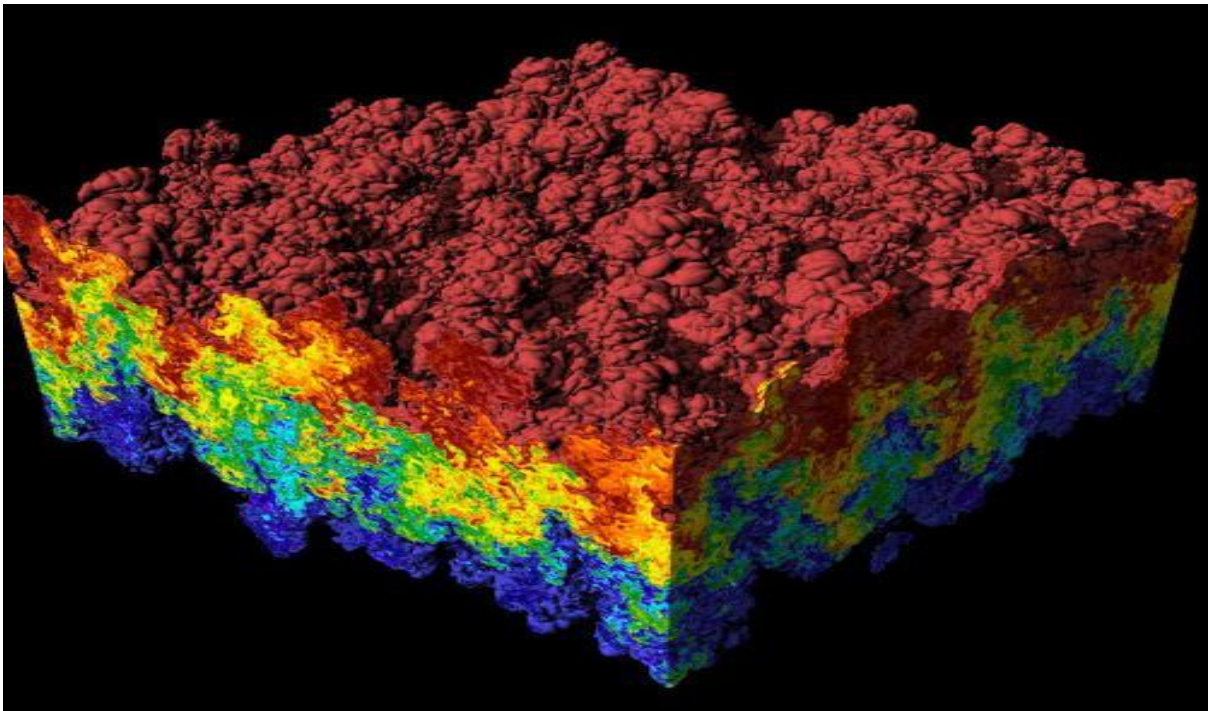




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

*Τυρβώδη Οριακά Στρώματα: Ανάλυση Δεδομένων Άμεσης Αριθμητικής
Προσομοίωσης (DNS)*



ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΠΑΛΑΣΗΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2021

© 2021 Παλάσης Απόστολος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Λιακόπουλος Αντώνιος
(Επιβλέπων) Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Γραμμένος Θεοφάνης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Καρακασίδης Θεόδωρος
Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής-Σχολή Θετικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Μετά την περάτωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Αντώνη Λιακόπουλο, για την επιστημονική του καθοδήγηση, την εμπιστοσύνη του και την υπομονή που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας. Η εκπόνηση της παρούσας εργασίας, έγινε κάτω από τις δύσκολες συνθήκες της πανδημίας που μας ταλαιπωρεί σε τοπικό αλλά και σε παγκόσμιο επίπεδο, καθώς μας έφερε αντιμέτωπους με αλλαγές τόσο στην επικοινωνία όσο και στην εκπαίδευση γενικότερα, παρ' όλα αυτά χάρη στις πολύτιμες «επεμβάσεις» του κατά τη διάρκεια επεξεργασίας αλλά και της συγγραφής με βοήθησαν να ολοκληρώσω το εγχείρημά μου. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής μου εργασίας, καθηγητές κ. Γραμμένο Θεοφάνη και κ. Καρακασίδη Θεόδωρο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου.

Εν κατακλείδι, είμαι ευγνώμων στην οικογένειά μου, για την ηθική και ψυχολογική υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια, επιπλέον οφείλω ένα “ευχαριστώ” στους φίλους μου για την κατανόηση και την συμπαράστασή τους ιδιαίτερα τους τελευταίους μήνες της προσπάθειάς μου.

Βόλος, Αύγουστος 2021

Παλάσης Απόστολος

Τυρβώδη Οριακά Στρώματα: Ανάλυση Δεδομένων Άμεσης Αριθμητικής Προσομοίωσης (DNS)

Απόστολος Παλάσης

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, 2021

Επιβλέπων Καθηγητής: Αντώνιος Λιακόπουλος, Καθηγητής

Περίληψη

Η ροή στα τυρβώδη οριακά στρώματα, θέμα το οποίο πραγματεύεται η παρούσα εργασία, είναι εξαιρετικά πολύπλοκη από δυναμική άποψη. Με βάση την στατιστική θεωρία της τύρβης αναλύονται δεδομένα που έχουν προκύψει από Άμεσες Αριθμητικές Προσομοιώσεις (DNS). Μελετώνται τρεις κατηγορίες ροών: τυρβώδεις ροές σε κανάλι, ροές σε αγωγούς σταθερής διαμέτρου και κυκλικής διατομής, και τέλος η περίπτωση του τυρβώδους οριακού στρώματος σε επίπεδη πλάκα με μηδενική βαθμίδα πίεσης. Εξετάζονται τα προφίλ της μέσης χρονικά ταχύτητας (mean velocity profiles) καθώς και οι τάσεις Reynolds (Reynolds stresses). Τέλος, γίνεται σύγκριση δεδομένων DNS με μοντέλο του σύνθετου προφίλ (composite profile) της χρονικά μέσης ταχύτητας και συνάγεται το συμπέρασμα πως υπάρχει εξαιρετική συμφωνία μοντέλου-DNS αποτελεσμάτων στην περίπτωση του εσωτερικού νόμου (νόμου του τοιχώματος) και καλή συμφωνία σε ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος.

Λέξεις Κλειδιά: *Τυρβώδεις Ροές, Τυρβώδες Οριακό Στρώμα, Άμεση Αριθμητική Προσομοίωση (DNS), Προφίλ Χρονικά Μέσης Ταχύτητας, Τάσεις Reynolds.*

Πίνακας περιεχομένων

Εισαγωγή	1
Κεφάλαιο 1^ο “Τυρβώδη Οριακά Στρώματα”	4
Κεφάλαιο 2^ο “Χρονικά μέσα προφίλ ταχυτήτων-κατηγορίες”	14
2.1 Τα πειράματα του Nikuradse (τυρβώδης ροή σε σωλήνες)	14
2.2 Τυρβώδης ροή σε σωλήνες (Pipe flow). Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας	18
2.3 Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας σε Τυρβώδες οριακό στρώμα (TBL) μηδενικής βαθμίδας πίεσης (ZPG).....	25
2.4 Τυρβώδης ροή σε κανάλια (Channel flow). Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας	31
Κεφάλαιο 3^ο “Τάσεις Reynolds ή τυρβώδεις τάσεις (Reynolds Stresses)”	46
3.1 Χρήση χρονικά μέσων ποσοτήτων-εισαγωγή	46
3.2 Προφίλ ορθών τάσεων Reynolds για τυρβώδεις ροές σε ευθύγραμμους σωλήνες σταθερής κυκλικής διατομής (Pipe flow)	49
3.3 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε Τυρβώδες οριακό στρώμα (TBL) μηδενικής βαθμίδας πίεσης (ZPG)	53
3.4 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για την περίπτωση της τυρβώδους ροής σε κανάλια (Channel flow).....	61
Κεφάλαιο 4^ο “Σύνθετα προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας”	68
Συμπεράσματα-Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	81
Βιβλιογραφικές Αναφορές	83

Πίνακας Συμβόλων

Ελληνικά σύμβολα

B = σταθερά-παράμετρος του λογαριθμικού νόμου

δ^* = πάχος μετάθεσης οριακού στρώματος

δ = πάχος οριακού στρώματος, ήμισυ του πλάτους καναλιού

ζ = στροβιλότητα

θ = πάχος ποσότητας κίνησης

κ = σταθερά von Kármán

μ = συντελεστής δυναμικού ιξώδους

ν = συντελεστής κινηματικού ιξώδους

Π = παράμετρος του Coles

ρ = πυκνότητα ρευστού

τ = διατμητική τάση

τ_w = διατμητική τάση τοιχώματος

Αγγλικά σύμβολα

Re = αριθμός Reynolds

Re_{τ} ή Re_{τ^*} αριθμός Reynolds που έχει οριστεί με την ταχύτητα διάτμησης τοιχώματος ως χαρακτηριστικό μήκος

Re_{θ} = αριθμός Reynolds που έχει οριστεί με το πάχος της ποσότητας κίνησης ως χαρακτηριστικό μήκος

Re_{δ^*} = αριθμός Reynolds που έχει οριστεί με το πάχος μετάθεσης του οριακού στρώματος ως χαρακτηριστικό μήκος

d , D = εσωτερική διάμετρος

y = (κάθετη) απόσταση από το τοίχωμα

y^+ = αδιαστατοποιημένη απόσταση από το τοίχωμα

u = x -συνιστώσα της ταχύτητας του πεδίου ροής

\bar{u} = χρονικά μέση ταχύτητα

u^* = ταχύτητα διάτμησης στο τοίχωμα

u^+ = αδιαστατοποιημένη ταχύτητα

U = ταχύτητα στο εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος

k = χρονικά μέση κινητική ενέργεια της τύρβης ανά μονάδα μάζας

Συντομογραφίες- σύμβολα

DNS (Direct numerical simulation- άμεση αριθμητική προσομοίωση)

LES (Large Eddy Simulation – προσομοίωση μεγάλων δινών)

RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

TBL (Turbulent boundary layer- τυρβώδες οριακό στρώμα)

ZPG (Zero pressure gradient- μηδενική βαθμίδα πίεσης)

Κατάλογος Σχημάτων-Πινάκων

Σχήμα Εισαγωγής. Τυπικά γραφήματα της x -συνιστώσας της ταχύτητας (u) σε τυρβώδες οριακό στρώμα.

Πηγή: (<http://archive.eclass.uth.gr/eclass/modules/document/file.php/MHXC189/%CE%A0%CE%9C%CE%A3-2.pdf>)

Σχήμα 1.1 Δημιουργία οριακού στρώματος γύρω από πεπερασμένου μήκους επίπεδη πλάκα όπου ο αριθμός Reynolds της ροής είναι μεγάλος. Η μετατόπιση των γραμμών ροής είναι πολύ μικρή. Πηγή: (https://www.ecourses.ou.edu/cgi-bin/ebook.cgi?topic=fl&chap_sec=09.3&page=theory)

Σχήμα 1.2 Ροή πάνω σε επίπεδη πλάκα απείρου μήκους με μηδενική γωνία πρόσπτωσης.

Πηγή:

([https://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/884/1/Nimertis_Kormaniotis\(ma\).pdf](https://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/884/1/Nimertis_Kormaniotis(ma).pdf))

Σχήμα 1.3 Μηκοτομή τυρβώδους οριακού στρώματος με μη καθορισμένα όρια. Πηγή: (<https://arxiv.org/abs/1210.3881>)

Σχήμα 1.4 Σκαρίφημα τυπικής χρονοσειράς διαλείπουσας τύρβης. Πηγή:

(<http://archive.eclass.uth.gr/eclass/modules/document/file.php/MHXC189/%CE%A0%CE%9C%CE%A3-1.pdf>)

Σχήμα 1.5 Συμπεριφορά της ροής γύρω από κύλινδρο από αριστερά προς τα δεξιά με αυξανόμενο αριθμό Reynolds όπου έχουμε αποκόλληση της ροής. Πηγή: (<https://slideplayer.com/slide/4945831/>)

Σχήμα 1.6 Αντιπροσωπευτικό προφίλ τυρβώδους οριακού στρώματος εκφρασμένο σε μεταβλητές του εσωτερικού νόμου (y^+, u^+) η κλίμακα είναι ημι-λογαριθμική. (α) ισχυρή αυξανόμενη πίεση (β) επίπεδη πλάκα (γ) ροή σε σωλήνα (δ) ισχυρή μειούμενη πίεση. Πηγή:

(Σχήμα 10.26, Μηχανική Ρευστών Α. Λιακόπουλος 2^η Έκδοση σελ.320 Κεφ.10^ο και ίδια επεξεργασία)

Σχήμα 1.7 Διαστήματα ισχύος του εσωτερικού, του εξωτερικού και του λογαριθμικού νόμου κατανομής ταχύτητας σε ένα τυπικό τυρβώδες οριακό στρώμα. Το πάχος του οριακού στρώματος δ , αποτελεί την απόσταση από τοίχωμα έως και το εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος, όπου έχω $u=0.998U$ (το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα)

Πηγή: (Μηχανική Ρευστών Α. Λιακόπουλος 2^η Έκδοση σελ.321 Κεφ.10^ο και ίδια επεξεργασία)

Σχήμα 2.4.1 Τυρβώδης ροή σε κανάλι (ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών). Σύστημα συντεταγμένων του πεδίου ροής της προσομοίωσης των Kim, Moin και Moser (1986). Πηγή: (http://journals.cambridge.org/abstract_S0022112087000892)

Σχήμα 2.4.2 Τυρβώδης ροή σε κανάλι (ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών). Υπολογιστικό “φατνίο” της προσομοίωσης του Horiuti (1991). Πηγή: (<http://cfd.mace.manchester.ac.uk/ercoftac/doku.php?id=cases:case044>)

Σχήμα 3.3.1 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για αριθμό Reynolds_theta=670, αριθμητικά δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Σχήμα 3.3.2 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για αριθμό Reynolds_theta=4060, αριθμητικά δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Πίνακας 3.3.1 Μέγιστες τιμές των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα αριθμητικά δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Πίνακας 3.3.2 Η θέση μέγιστων τιμών των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα αριθμητικά δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Πίνακας 3.4.1 Μέγιστες τιμές των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα συγκριτικά δεδομένα (Kim,Moin,Moser(1986), Horiuti(1991), Vreman, Kuerten(2013) και Bernardini,Pirozzoli,Orlandi (2014)). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Πίνακας 3.4.2 Η θέση μέγιστων τιμών των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα συγκριτικά δεδομένα (Kim,Moin,Moser(1986), Horiuti(1991), Vreman, Kuerten(2013) και Bernardini,Pirozzoli,Orlandi (2014)). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1 Πειράματα του Nikuradse για λείους ευθύγραμμους σωλήνες κυκλικής διατομής προφίλ μέσης χρονικής ταχύτητας για αριθμό Reynolds $9.2 \cdot 10^3$ Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 2 Πειράματα του Nikuradse για λείους ευθύγραμμους σωλήνες κυκλικής διατομής προφίλ μέσης χρονικής ταχύτητας για αριθμό Reynolds $23.3 \cdot 10^3$ Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 3 Πειράματα του Nikuradse για λείους ευθύγραμμους σωλήνες κυκλικής διατομής προφίλ μέσης χρονικής ταχύτητας για αριθμό Reynolds $1.959 \cdot 10^6$ Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 4 Πειράματα του Nikuradse για λείους ευθύγραμμους σωλήνες κυκλικής διατομής προφίλ μέσης χρονικής ταχύτητας για αριθμό Reynolds $3.24 \cdot 10^6$ Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 5 Πειράματα του Nikuradse για λείους ευθύγραμμους σωλήνες κυκλικής διατομής συνολικά προφίλ μέσης χρονικής ταχύτητας για αριθμούς Reynolds $9.2 \cdot 10^3$ - $3.24 \cdot 10^6$ σε ημι-λογαριθμική κλίμακα Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 6 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu,Moin (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 5300 Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 7 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu,Moin (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 5300 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 8 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 24580 Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 9 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 24580 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 10 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 44000 Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 11 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμό Reynolds 44000 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 12 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) συγκεντρωτικά προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 13 Δεδομένα που έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) των Wu, Moïen (2008) συγκεντρωτικά προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής για αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 14 Δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orli (2010) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα σύγκριση ακραίων τιμών Reynolds_theta 670, 4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 15 Δεδομένα των Philipp Schlatter, Ramis Orli (2010) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα σύγκριση ακραίων τιμών Reynolds_theta 670, 4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 16 Δεδομένα Philipp Schlatter, Ramis Orli (2010) προφίλ ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα σύγκριση τιμών Reynolds_theta 2000, 2540 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 17 Δεδομένα Philipp Schlatter, Ramis Orli (2010) προφίλ ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα σύγκριση τιμών Reynolds_theta 2000, 2540 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 18 Δεδομένα Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) σύγκριση προφίλ ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα εύρους τιμών Reynolds_theta 670-4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 19 Δεδομένα Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) σύγκριση προφίλ ταχύτητας για τυρβώδες οριακό στρώμα εύρους τιμών Reynolds_theta 670-4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 20 Δεδομένα των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser (1986) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 21 Δεδομένα των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser (1986) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 22 Δεδομένα του Kiyosi Horiuti (1991) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 23 Δεδομένα του Kiyosi Horiuti (1991) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 24 Σύγκριση δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser (1986) και Kiyosi Horiuti (1991) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 25 Σύγκριση δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser (1986) και Kiyosi Horiuti (1991) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 26 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 27 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 28 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 550 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 29 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 550 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 30 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 999 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 31 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 999 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 32 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 2021 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 33 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 2021 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 34 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 4079 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 35 Δεδομένα των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 4079 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 36 Σύγκριση δεδομένων των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) των προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau 180,550 και 999 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 37 Σύγκριση δεδομένων των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) των προφίλ μέσης ταχύτητας για τυρβώδης ροή σε κανάλι Reynolds_tau

2021 και 4079 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 38 Σύγκριση προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Wu, Moïn (2008) για τυρβώδη ροή σε σωλήνα κυκλικής διατομής για τους αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) και τα μεγέθη είναι η μέση τετραγωνική ρίζα (rms) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 39 Σύγκριση προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Wu, Moïn (2008) για τυρβώδη ροή σε σωλήνα κυκλικής διατομής για τους αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) και τα μεγέθη είναι μέση η τετραγωνική ρίζα (rms) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 40 Σύγκριση προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Wu, Moïn (2008) για τυρβώδη ροή σε σωλήνα κυκλικής διατομής για τους αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) και τα μεγέθη είναι η μέση τετραγωνική ρίζα (rms) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 41 Σύγκριση προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Wu, Moïn (2008) για τυρβώδη ροή σε σωλήνα κυκλικής διατομής για τους αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση και τα μεγέθη είναι η μέση τετραγωνική ρίζα (rms) (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 42 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670, 1000, 2000, 3030 και 4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 43 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670, 1000, 2000, 3030 και 4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 44 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{v'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670, 1000, 2000, 3030 και 4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 45 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{v'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670, 1000, 2000, 3030 και

4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 46 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670,1000,2000,3030 και 4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 47 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670,1000,2000,3030 και 4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 48 Συγκριτικά προφίλ τυρβώδους κινητικής ενέργειας k των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670,1000,2000,3030 και 4060 έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 49 Συγκριτικά προφίλ τυρβώδους κινητικής ενέργειας k των δεδομένων των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης για τους αριθμούς Reynolds_theta=670,1000,2000,3030 και 4060 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 50 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 51 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 52 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{v'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 53 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{v'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 54 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 55 Συγκριτικά προφίλ τυρβωδών τάσεων $\overline{w'^2}$ (Reynolds stresses) δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 56 Συγκριτικά προφίλ τυρβώδους κινητικής ενέργειας δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 57 Συγκριτικά προφίλ τυρβώδους κινητικής ενέργειας δεδομένων των John Kim, Parviz Moin και Robert Moser(1986), Kiyosi Horiuti (1991), A.W. Vreman, J.G.M. Kuerten(2013) των Matteo Bernardini, Sergio Pirozzoli και Paolo Orlandi (2014) για τυρβώδης ροή σε κανάλι με Reynolds_tau 180 σε ημι-λογαριθμική κλίμακα και έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS) Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 58 Συγκριτικά προφίλ της συνάρτησης ολκού g (wake function) για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\Pi(0.3-0.6)$ του Coles, σε όλο το πάχος του οριακού στρώματος. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 59 Σύγκριση γραφικών παραστάσεων-προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας των σχέσεων 4.5 και 4.6(Κεφάλαιο 4^ο) AL 84 Model. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 60 Σύγκριση γραφικών παραστάσεων-προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας των σχέσεων 4.5 και 4.6(Κεφάλαιο 4^ο) σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 61 Γραφική παράσταση της διαφοράς του προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας έπειτα από την σύγκριση των σχέσεων 4.5 και 4.6(Κεφάλαιο 4^ο). Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 62 Γραφική παράσταση της διαφοράς του προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας έπειτα από την σύγκριση των σχέσεων 4.5 και 4.6(Κεφάλαιο 4^ο) σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 63 Σύγκριση προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για την περιοχή του εσωτερικού νόμου του AL 84 Model και των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=1000$ σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 64 Σύγκριση προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για την περιοχή του εσωτερικού νόμου του AL 84 Model και των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=2000$ σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 65 Σύγκριση προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για την περιοχή του εσωτερικού νόμου του AL 84 Model και των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=3030$ σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 66 Σύγκριση προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για την περιοχή του εσωτερικού νόμου του AL 84 Model και των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=4060$ σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 67 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=1000$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 68 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=1000$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 69 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=2000$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 70 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=2000$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 71 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=3030$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 72 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=3030$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 73 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=4060$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Διάγραμμα 74 Συγκριτικά προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας για ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος. Στο γράφημα παρουσιάζονται οι καμπύλες των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης(DNS) Schlatter,Orlu(2010) για αριθμό $Re_{\theta}=4060$, της συνάρτησης f και της συνάρτησης $f+g$ (δηλαδή το AL 84 Model + την συνάρτηση του ολκού(wake function)) για τιμή της παραμέτρου Π , του Coles, 0.55, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Εισαγωγή

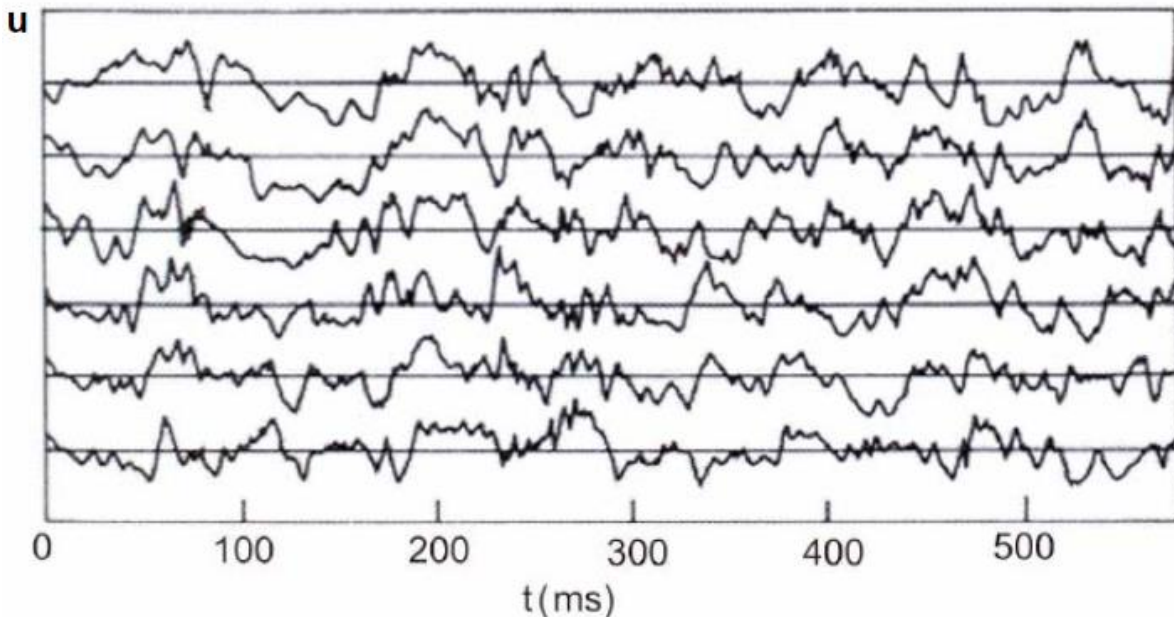
Γνωρίζουμε ότι οι ροές ταξινομούνται σε τρεις οικογένειες με εμφανώς διακριτά χαρακτηριστικά: τις στρωτές, τις μεταβατικές και τις τυρβώδεις ροές. Μια ροή αναμένεται να είναι τυρβώδης όταν ο αριθμός Reynolds της ροής:

$$Re = \frac{U_{\chi\alpha\rho} L_{\chi\alpha\rho}}{\nu}$$

είναι επαρκώς μεγάλος, δηλαδή όταν οι δυνάμεις αδρανείας υπερिशύουν κατά πολύ των δυνάμεων ιξώδους. Επομένως, σύμφωνα με τον γενικό ορισμό του αριθμού Reynolds, οι ροές είναι συνήθως στρωτές όταν λαμβάνουν χώρα σε αγωγούς (ή γενικότερα σε διατάξεις) μικρών διαστάσεων (δηλαδή όταν το $L_{\chi\alpha\rho}$ είναι μικρό), ή όταν είναι βραδείες (δηλαδή η χαρακτηριστική ταχύτητα $U_{\chi\alpha\rho}$ είναι μικρή), ή όταν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού είναι μεγάλο.

Η μετάβαση από στρωτή ροή σε τυρβώδη είναι πολύπλοκο φαινόμενο. Η μελέτη του γίνεται πειραματικά, θεωρητικά και υπολογιστικά. Η θεωρητική και υπολογιστική μελέτη των αρχικών σταδίων ανάπτυξης των διαταραχών της ροής γίνεται στο πλαίσιο της Θεωρίας της Υδροδυναμικής Ευστάθειας και απαιτεί προχωρημένες μαθηματικές έννοιες και τεχνικές. Οι περισσότερες ροές που απαντώνται στη φύση, στα υδροτεχνικά έργα και στις τεχνητές διατάξεις και συσκευές είναι τυρβώδεις. Παρά τη μεγάλη τεχνολογική σημασία του θέματος, η κατανόηση του φαινομένου της τύρβης και η ακριβής πρόβλεψη των τυρβωδών ροών παραμένει ανεκπλήρωτος στόχος της φυσικής επιστήμης και της μηχανικής. (Α.Λιακόπουλος, Μηχανική Ρευστών, 2019)

Οι τυρβώδεις ροές χαρακτηρίζονται από γρήγορες, ακανόνιστες και μη προβλέψιμες διακυμάνσεις της τοπικής ταχύτητας σε τυχόν σημείο της ροής, όπως είναι εμφανές στο σχήμα που ακολουθεί, και από υψηλούς ρυθμούς διάχυσης και μείξης.



Σχήμα Εισαγωγής: Τυπικά γραφήματα της x-συνιστώσας της ταχύτητας (u) σε τυρβώδες οριακό στρώμα.

Η ανάλυση των τυρβωδών ροών είναι πρακτικώς αδύνατη με περιγραφή των στιγμιαίων τιμών της ταχύτητας, της πίεσης, της θερμοκρασίας κλπ. σε όλα τα σημεία του πεδίου ροής. Λόγω της πολυπλοκότητάς τους, οι τυρβώδεις ροές μελετώνται ως επί το πλείστον με πειράματα στο εργαστήριο υπό ελεγχόμενες συνθήκες ή με μετρήσεις πεδίου για ροές του φυσικού περιβάλλοντος. Οι μετρήσεις αναλύονται, συσχετίζονται κατάλληλα και οδηγούν σε προσεγγιστικές μεθόδους υπολογισμού. Η θεωρητική μελέτη της τυρβώδους ροής στηρίζεται στην στατιστική θεώρηση της τύρβης και ελέγχεται με μετρήσεις εργαστηρίου ή πεδίου.

Στα πλαίσια της υπολογιστικής ρευστομηχανικής, οι τυρβώδεις ροές μελετούνται επιλύοντας αριθμητικά εξισώσεις οι οποίες προκύπτουν με μια από τις παρακάτω μεθοδολογίες:

- i. με τη μέθοδο του Reynolds, δηλαδή, εξάγοντας τις χρονικά μέσες εξισώσεις Navier-Stokes (RANS)
- ii. με τη μέθοδο της προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation), η οποία βασίζεται στις χωρικά φιλτραρισμένες εξισώσεις Navier –Stokes
- iii. με τη μέθοδο της άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (Direct Numerical Simulation), η οποία είναι σήμερα εφικτή μόνο για τυρβώδεις ροές σχετικά μικρού αριθμού Reynolds και μόνο με τη βοήθεια υπέρ-υπολογιστών υψηλών επιδόσεων.

Για τις ανάγκες της παρούσης εργασίας θα εστιάσουμε στην ανάλυση και τον σχολιασμό αποτελεσμάτων DNS, και πιο συγκεκριμένα σε τυρβώδεις ροές σε σωλήνες, κανάλια καθώς και στο τυρβώδες οριακό στρώμα σε λεία πλάκα μηδενικής βαθμίδας πίεσης. Παρακάτω ακολουθεί μια σύντομη εισαγωγή της αριθμητικής μεθόδου DNS.

RANS, LES, DNS

Τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκαν πολλά σχήματα αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes, για την προσομοίωση της πολύπλοκης συμπεριφοράς των τυρβωδών ροών. Η πλήρης περιγραφή μιας ασυμπίεστης τυρβώδους ροής όπου πρέπει να προσδιορισθούν οι μεταβλητές όπως η ταχύτητα και η πίεση ως συναρτήσεις του χώρου και του χρόνου, μπορεί να επιτευχθεί μόνο αριθμητικά. Αυτά τα σχήματα βασίζονται συνήθως σε μεθόδους φασματικές, πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων στοιχείων ή πεπερασμένων όγκων. Οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι ελλειπτικού τύπου, όταν είναι χρονοανεξάρτητες, από μαθηματική άποψη και απαιτούν επαναληπτικά σχήματα για την αριθμητική τους επίλυση που να λαμβάνουν υπ' όψιν τις συνοριακές συνθήκες στα όρια του πεδίου ροής.

Σύμφωνα με τους Parviz Moin και Krishnan Mahesh (1998) το στιγμιαίο εύρος κλιμάκων σε τυρβώδεις ροές αυξάνεται με γοργό ρυθμό ανάλογα με τον αριθμό Reynolds, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα τα περισσότερα προβλήματα μηχανικής των ρευστών να εμφανίζουν μεγάλο εύρος κλιμάκων, ώστε να μπορούν να υπολογιστούν με απευθείας προσομοίωση της τύρβης (DNS). Ο υπολογισμός τους βασίζεται σε απλούστερες μορφές και η μεθοδολογία έχει ως εξής: αντί της επίλυσης για κάθε χρονική στιγμή του πεδίου ροής

αρκούμαστε στην στατιστική προσέγγιση της εξέλιξης της ροής με τις μέσες χρονικά τιμές της ταχύτητας, της πίεσης κ.ά. Προσεγγίσεις οι οποίες βασίζονται στις εξισώσεις RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) είναι πιο διαδομένες, σύμφωνα με τους Spziale et al. (1990), και περιλαμβάνουν υπολογισμούς όπως η μέση ταχύτητα και η τυρβώδης κινητική ενέργεια.

Μια άλλη προσέγγιση είναι η μέθοδος Large Eddy Simulation (L.E.S), η προσομοίωση των μεγάλων δινών- αν προσπαθήσουμε- να το αποδώσουμε στα ελληνικά. Κατέχει σε πολυπλοκότητα μια ενδιάμεση θέση μεταξύ της DNS που θα αναπτυχθεί στην πορεία του κεφαλαίου, και της RANS.

Για αυτό το λόγο πολλοί ερευνητές, λαμβάνοντας υπόψη τα πενιχρά αποτελέσματα των προσπαθειών μοντελοποίησης της τύρβης και συγχρόνως εκμεταλλευόμενοι την αλματώδη αύξηση της ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών, έχουν εστιάσει το ενδιαφέρον τους στην απευθείας αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes, οι οποίες εμπεριέχουν όλη την φυσική των τυρβωδών ροών. Είναι ένα εργαλείο το οποίο προσφέρει αξιοπιστία αποτελεσμάτων και συγχρόνως εξοικονομεί χρόνο από πολύωρες πειραματικές διαδικασίες για την λήψη μετρήσεων. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας N , όπως αναφέρουν οι Gary N. Coleman and Richard D. Sandberg (2010) που απαιτείται για ακριβείς προσομοιώσεις DNS είναι:

$$N \propto Re^{9/4}$$

Γίνεται επομένως κατανοητό ότι ακόμα και με τους ισχυρότερους σε ταχύτητα και μνήμη ηλεκτρονικούς υπερ-υπολογιστές, που χρησιμοποιούνται σε εργαστήρια, στις απευθείας αριθμητικές προσομοιώσεις της τύρβης ο αριθμός Re δεν μπορεί να αυξηθεί απεριόριστα.

Η εργασία «δομείται» ως εξής: Αρχικά στο **Κεφάλαιο 1** παρουσιάζονται βασικές αρχές που διέπουν τα τυρβώδη οριακά στρώματα και στο μοντέλο των τριών ζωνών. Στη συνέχεια στο **Κεφάλαιο 2** θα αναπτυχθεί το βασικό μέρος της παρούσης διπλωματικής εργασίας, όπου εστιάζει στην μελέτη αλλά και τον σχολιασμό των χρονικά μέσων προφίλ ταχυτήτων σε τυρβώδεις ροές. Πιο συγκεκριμένα θα βασιστούμε σε τρεις άξονες όπου θα ακολουθήσει σχολιασμός των αποτελεσμάτων από DNS για τυρβώδεις ροές σε σωλήνες κυκλικής διατομής, σε κανάλια καθώς και σε λεία πλάκα μηδενικής βαθμίδας πίεσης. Φυσικά, επειδή η ιστορία δεν γράφεται από το μηδέν, κάποιιο έθεσαν τα θεμέλια, ώστε να αποτελέσει τροφή για επιστημονική σκέψη και έρευνα θα αναφερθούμε στα πειράματα του Nikuradse (1933). Ακολουθεί το **Κεφάλαιο 3**, στο οποίο θα γίνει μια εισαγωγή στην μεθοδολογία που ακολουθούμε στις τυρβώδεις ροές (χρονικά μέσες ποσότητες), και θα εστιάσουμε στις τάσεις του Reynolds (Reynolds stresses) για τις ίδιες θεματικές ενότητες που ασχοληθήκαμε στο 2^ο κεφάλαιο, καθώς θα ακολουθήσει περιγραφή και σχολιασμός των αποτελεσμάτων DNS και αποτέλεσαν σημείο μελέτης της συγκεκριμένης εργασίας. Τέλος, θα κλείσουμε με το **Κεφάλαιο 4**, όπου θα συγκριθεί το μοντέλο AL84 (A.Liakopoulos: “Explicit Representations of the complete Velocity Profile in a Turbulent Boundary Layer” AIAA Journal, Vol.22, No. 6, June 1984, pp.844-846) με τα αποτελέσματα άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (DNS).

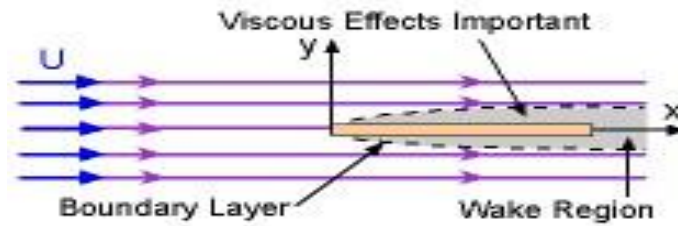
Τυρβώδη Οριακά Στρώματα

Στο δεύτερο μισό του 19^{ου} αιώνα πολλοί ερευνητές εφάρμοσαν τις βασικές εξισώσεις που ανέπτυξε ο **Euler** προκειμένου να περιγράψουν την κίνηση ενός ρευστού αλλά και να μελετήσουν διάφορες ροές. Όμως η σύγκριση των πειραματικών δεδομένων που είχαν τότε στη διάθεσή τους, με τα αποτελέσματα των εξισώσεων ερχόταν σε “σύγκρουση” δημιουργώντας αποκλίσεις. Το γεγονός αυτό μελετήθηκε και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι εξισώσεις που είχαν αναπτυχθεί για την περιγραφή ιδεατών ρευστών δεν λάμβαναν υπόψη την ύπαρξη του ιξώδους του ρευστού και η επίδρασή του ήταν καθοριστικός παράγοντας στην διαμόρφωση των χαρακτηριστικών της ροής.

Η επίδραση του ιξώδους ενσωματώθηκε με την θεώρηση του **Prandtl** για την ύπαρξη οριακών στρωμάτων. Το οριακό στρώμα ως όρος τέθηκε για πρώτη φορά από τον **Prandtl** το **1904** στο Τρίτο Διεθνές Συνέδριο Μαθηματικών (ICM), στη Χαϊδελβέργη, όπου παρουσίασε την ξακουστή εργασία του “*Fluid Motion with very small friction*”, και έτσι έγινε η σύνδεση της ροής χωρίς τριβές (αγνοώντας το ιξώδες) με την ροή των πραγματικών ρευστών. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον **Prandtl**, στην περίπτωση της κίνησης ρευστών σχετικά μικρού ιξώδους πάνω από στερεά τοιχώματα και εφόσον δεν έχουμε αποκόλληση της ροής, ισχύει ότι η επίδραση της εσωτερικής τριβής περιορίζεται μόνο σε ένα πολύ λεπτό στρώμα ρευστού που βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια του στερεού τοιχώματος, το οποίο είναι γνωστό ως **οριακό στρώμα**. Με γνώμονα αυτή τη θεώρηση το πεδίο ροής χωρίζεται σε δύο διακριτές περιοχές-ζώνες, την περιοχή εκτός του οριακού στρώματος (όπου το ιξώδες δεν παίζει σημαντικό ρόλο) και την περιοχή του οριακού στρώματος.

Αν παρατηρήσει κανείς ένα πλήθος ροών θα διαπιστώσει ότι κοντά στα στερεά τοιχώματα δημιουργούνται ζώνες στο πεδίο ροής, οι οποίες εμφανίζουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Γνωρίζουμε ότι ακριβώς στο τοίχωμα ισχύει η συνθήκη της μη-ολίσθησης. Αυτό έχει συνέπεια να δημιουργείται μια ζώνη του πεδίου ροής κοντά στη στερεά επιφάνεια όπου τα σωματίδια του ρευστού κινούνται με μικρότερη ταχύτητα σε σύγκριση με τα σωματίδια του ελεύθερου ρεύματος που βρίσκονται σχετικά μακριά από την στερεά επιφάνεια. Μέσα σε αυτήν λοιπόν τη ζώνη, η ταχύτητα του ρευστού αυξάνεται από τη μηδενική τιμή (ως προς τη στερεά επιφάνεια) σε μία σχετικά μεγάλη τιμή μακριά από την επιφάνεια. Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις όπου:

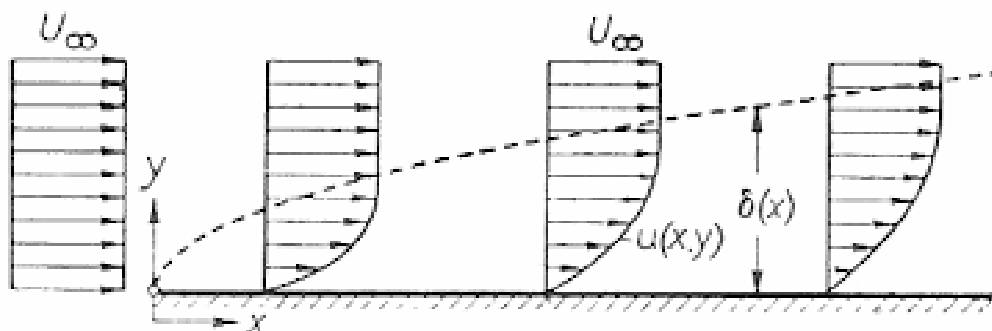
- i. Όταν ο αριθμός **Reynolds** της ροής είναι μεγάλος, η μεταβολή της ταχύτητας από τη μηδενική τιμή στο τοίχωμα στην ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος (free stream) λαμβάνει χώρα σε μία λεπτή ζώνη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η λεπτή αυτή ζώνη του πεδίου ροής, ονομάζεται οριακό στρώμα.



Σχήμα 1.1 Δημιουργία οριακού στρώματος γύρω από πεπερασμένου μήκους επίπεδη πλάκα όπου ο αριθμός Reynolds της ροής είναι μεγάλος. Η μετατόπιση των γραμμών ροής είναι πολύ μικρή.

- ii. Αντίθετα, στην περίπτωση που ο αριθμός **Reynolds** της ροής είναι μικρός η μεταβολή της ταχύτητας από τη μηδενική τιμή στο στερεό τοίχωμα στην ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος πραγματοποιείται σε ένα μεγάλο μήκος κάθετα προς τη στερεά επιφάνεια.

Αν εστιάσουμε στα χαρακτηριστικά των οριακών στρωμάτων θα διαπιστώσουμε ότι οι διατμητικές τάσεις τ , και η στροβιλότητα ζ , λαμβάνουν μεγάλες τιμές, ενώ εκτός του οριακού στρώματος είναι αμελητέες. Αυτά τα συμπεράσματα προκύπτουν από το προφίλ της ταχύτητας για $x = \text{σταθ.}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



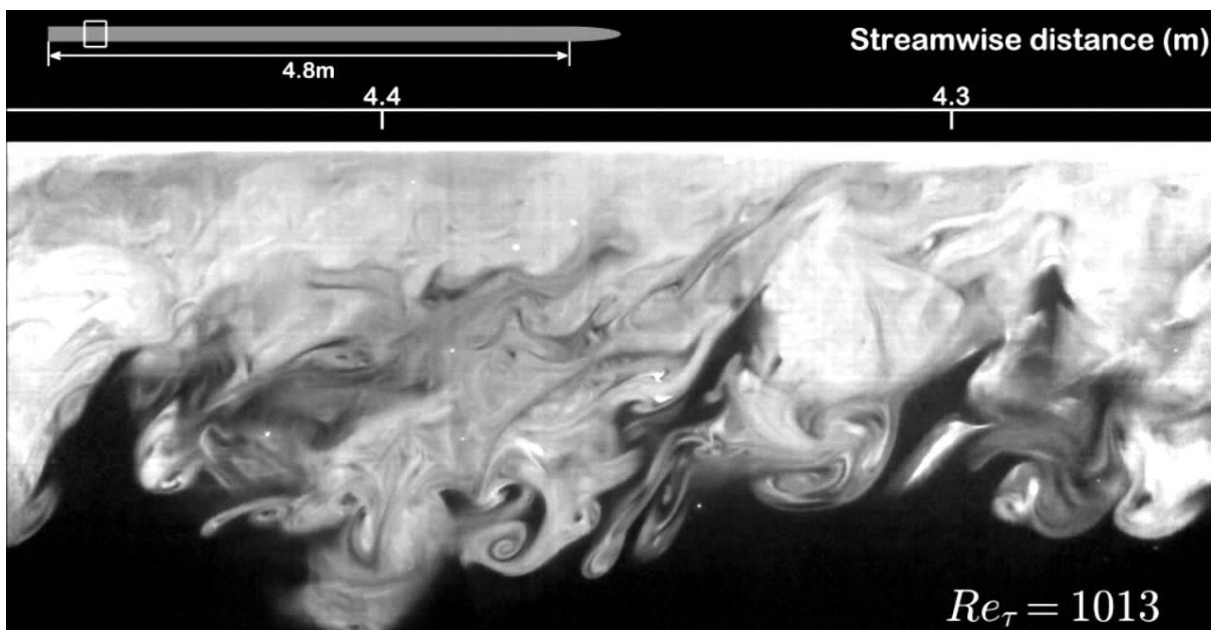
Σχήμα 1.2 Ροή πάνω σε επίπεδη πλάκα απείρου μήκους με μηδενική γωνία πρόσπτωσης.

Μέσα στο οριακό στρώμα οριακό στρώμα ισχύει για τη διατμητική τάση η σχέση

$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \approx \mu \frac{\partial u}{\partial y}$. Παρόλο που η τιμή του συντελεστή δυναμικού ιξώδους μ για συνήθη ρευστά (νερό, αέρας κ.α.) είναι μικρή, η διατμητική τάση δεν είναι αμελητέα, διότι οι τιμές της παραγώγου $\frac{\partial u}{\partial y}$ είναι μεγάλες. Για τον ίδιο λόγο μέσα στο οριακό στρώμα η στροβιλότητα $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \approx -\frac{\partial u}{\partial y}$ είναι μεγάλη. Τέλος, εκτός της ζώνης του οριακού στρώματος ισχύει $\frac{\partial u}{\partial y} \approx 0$ και $v \approx 0$, με αποτέλεσμα η διατμητική τάση τ και η στροβιλότητα ζ να θεωρούνται αμελητέες. (Α. Λιακόπουλος, Μηχανική Ρευστών, 2019)

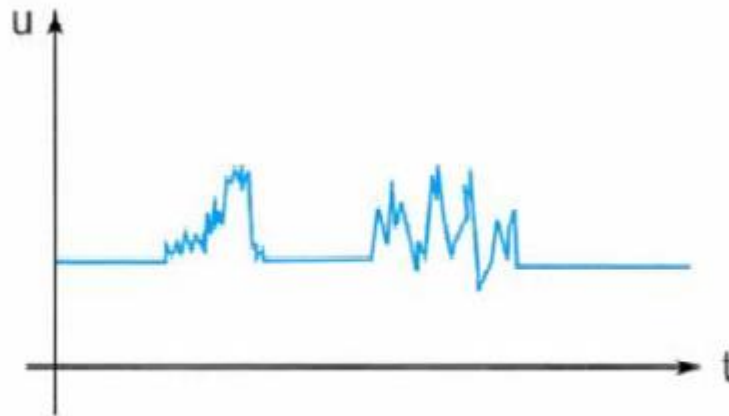
Αρχικά, η Θεωρία του Οριακού Στρώματος αναπτύχθηκε κατά κύριο λόγο για στρωτές ροές. Όταν επιδιώχθηκε η θεωρία να επεκταθεί σε τέτοιο βαθμό ώστε να συμπεριληφθούν και οι τυρβώδεις ροές, οι οποίες ως επί το πλείστον επικρατούν στα περισσότερα φαινόμενα ροής, παρουσιάστηκαν σημαντικές δυσκολίες. Παρ' όλα αυτά το πρόβλημα της τύρβης απέχει πολύ από το να θεωρηθεί λυμένο μιας και οι πιθανότητες προς αυτή την κατεύθυνση είναι εξαιρετικά περιορισμένες.

Τα οριακά στρώματα μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες, στα στρωτά και στα τυρβώδη. Στα πρώτα, η ροή γίνεται κατά μήκος των ροϊκών γραμμών χωρίς να εμφανίζουν πλευρικές διαταραχές (ως προς τις άλλες δύο διευθύνσεις), τέτοιες ροές εμφανίζονται μόνο για μικρούς αριθμούς **Reynolds**. Σε αντίθεση με τα στρωτά, τα τυρβώδη οριακά στρώματα εμφανίζονται πολύ συχνά στις εφαρμογές. Η ροή μέσα σε ένα τυρβώδες οριακό στρώμα είναι πολύπλοκη από δυναμική άποψη. Όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό το εξωτερικό όριο ενός τυρβώδους οριακού στρώματος δεν είναι σαφώς καθορισμένο βλ. Σχήμα 1.3.



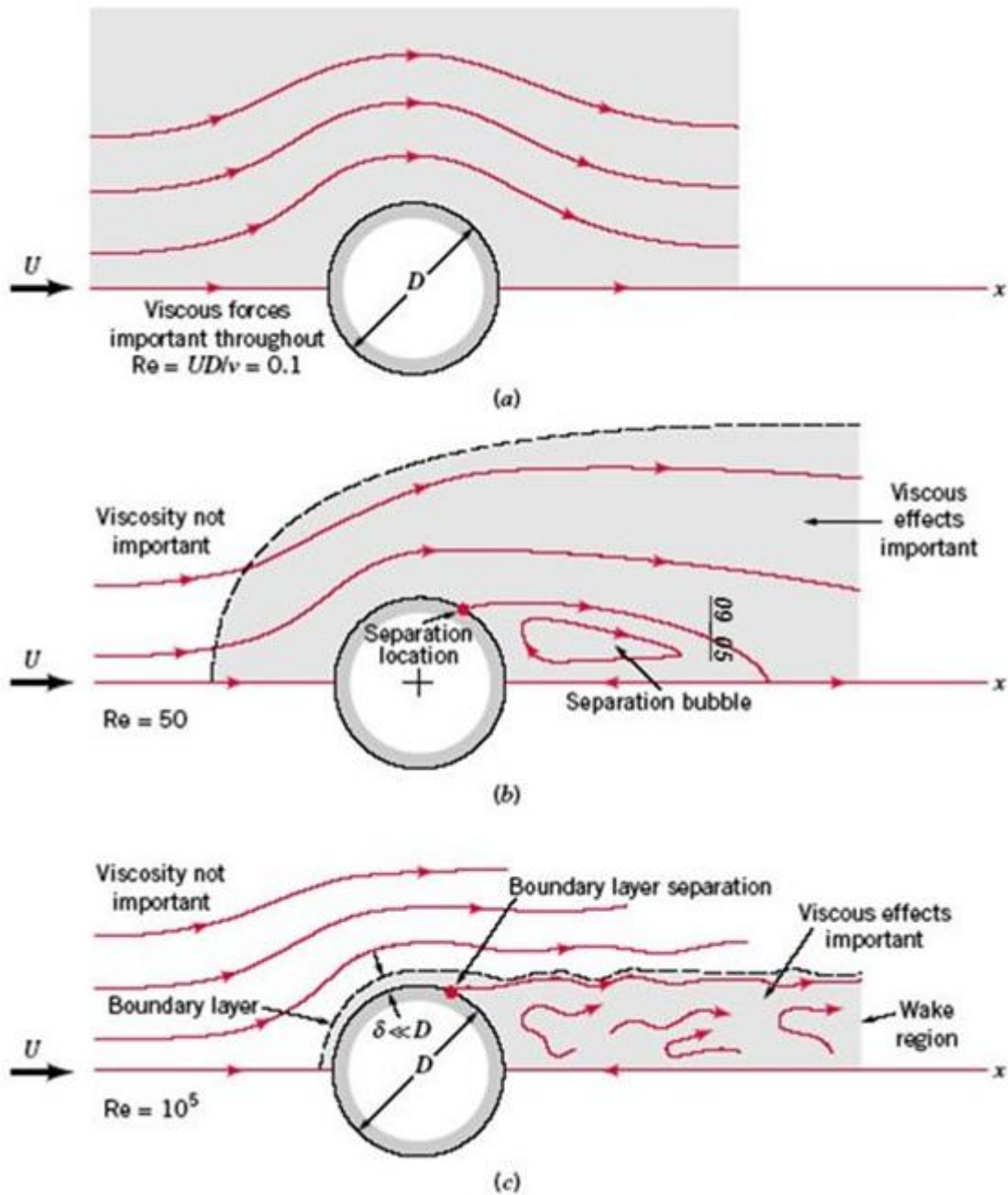
Σχήμα 1.3 Μηκοτομή τυρβώδους οριακού στρώματος με μη καθορισμένα όρια.

Η τύρβη κοντά στο εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος είναι διαλείπουσα (intermittent), με άλλα λόγια εάν μετρήσουμε την ταχύτητα σε ένα σημείο κοντά στο ασαφές εξωτερικό όριο της ροής η χρονοσειρά που θα καταγραφεί θα είναι της μορφής του Σχήματος 1.4. Το γεγονός αυτό εξηγείται, ότι από το σημείο όπου γίνεται η καταγραφή της ταχύτητας, διέρχονται μεγάλες δίνες (eddies) που συνεχώς δημιουργούνται και καταστρέφονται σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις από το στερεό τοίχωμα.



Σχήμα 1.4 Σκαρίφημα τυπικής χρονοσειράς διαλείπουσας τύρβης.

Κλείνοντας την εισαγωγή, αξίζει να ειπωθεί ότι οι εφαρμογές της θεωρίας του οριακού στρώματος είναι πολλές και σημαντικές. Ενδεικτικά η θεωρία του οριακού στρώματος βρίσκει εφαρμογή στον υπολογισμό της αντίστασης της επιδερμικής τριβής (skin friction) που αναπτύσσεται πάνω σε ένα σώμα που κινείται μέσα σε ρευστό πχ. το νερό και πιο συγκεκριμένα η αντίσταση που ασκείται σε ένα πλοίο κινούμενο στη θάλασσα. Στον κλάδο της αεροδυναμικής η θεωρία του οριακού στρώματος “έρχεται” να δώσει απαντήσεις σε προβλήματα που σχετίζονται με την αντίσταση που αναπτύσσεται στα πτερύγια ενός αεροσκάφους. Ενώ τέλος, η εν λόγω θεωρία συμβάλλει στην κατανόηση και ίσως αποφυγή μέσω της ανάπτυξης μεθόδων καθυστέρησης ή ακόμα και αποφυγής ενός εξαιρετικά ανεπιθύμητου φαινομένου κατά την διάρκεια της ροής ενός κινούμενου ρευστού γύρω από ένα στερεό σώμα, που είναι γνωστό ως αποκόλληση της ροής. Σχετικά με την αποκόλληση της ροής έχουν γίνει πειράματα τα οποία έχουν πεδίο εφαρμογής για τη ροή μεγάλων αριθμών Reynolds γύρω από έναν κύλινδρο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5.



Σχήμα 1.5 Συμπεριφορά της ροής γύρω από κύλινδρο από αριστερά προς τα δεξιά με αυξανόμενο αριθμό Reynolds όπου έχουμε αποκόλληση της ροής

Στην προαναφερόμενη περίπτωση έχουμε ακόμη και τη δημιουργία των οριακών στρωμάτων κοντά στην στερεά επιφάνεια, αλλά ως πρόσθετα χαρακτηριστικά έχουμε την αποκόλληση της ροής από τη στερεά επιφάνεια και τη δημιουργία ολκού (wake) στο πίσω μέρος του κυλίνδρου, όπως είναι εμφανές στο παραπάνω σχήμα. Εντός του οριακού στρώματος που σχηματίζεται κοντά στην στερεά επιφάνεια του κυλίνδρου και στον ολκό επίσης οι δυνάμεις ιξώδους είναι μεγάλες. Αντιθέτως, εκτός του οριακού στρώματος και την περιοχή του ολκού, η ροή μπορεί να μελετηθεί –κατά προσέγγιση- ως ροή ιδεατού ρευστού.

Το μοντέλο των τριών ζωνών

Το ακριβέστερο μαθηματικό μοντέλο που έχουμε στη διάθεσή μας για το τυρβώδες οριακό στρώμα, είναι το μοντέλο των τριών ζωνών, το οποίο προτάθηκε τη δεκαετία του 1930 και βελτιώνεται συνεχώς με τη συλλογή επιπρόσθετων πειραματικών δεδομένων.

Θα προχωρήσουμε σε αυτό το σημείο στην ανάλυση των τριών ζωνών:

i. Η εσωτερική ζώνη (inner layer)

Πολύ κοντά στο τοίχωμα, η χρονικά μέση ταχύτητα, την οποία συμβολίζουμε με \bar{u} , εξαρτάται από τις ιδιότητες του ρευστού, την πυκνότητα ρ και τον συντελεστή του δυναμικού ιξώδους μ , αλλά και τη διατμητική τάση στο τοίχωμα τ_w , και τέλος από την απόσταση από το τοίχωμα y , επομένως το προφίλ της ταχύτητας θα δίνεται από μία σχέση της μορφής: u^*

$$\bar{u} = f(\mu, \tau_w, \rho, y) \text{ (Prandtl, 1930) (1.1)}$$

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι στην εσωτερική ζώνη η χρονικά μέση ταχύτητα είναι ανεξάρτητη του πάχους δ , του οριακού στρώματος. Από τη διαστατική ανάλυση της ανωτέρω σχέσης προκύπτει ο γνωστός “νόμος του τοιχώματος”

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = F\left(\frac{yu_*}{\nu}\right) \text{ (1.2)}$$

Όπου:

$$u_* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{1/2} \text{ (1.3)}$$

είναι η ταχύτητα διάτμησης στο τοίχωμα και όπου ν , ο συντελεστής κινηματικού ιξώδους. Αν κάνουμε χρήση για ακόμη μια φορά τη διαστατική ανάλυση, προκύπτουν τα αδιάστατα μονώνυμα u^+ και y^+ , δηλαδή έχουμε θέσει ότι:

$$y^+ = \frac{yu_*}{\nu} \text{ και } u^+ = \frac{\bar{u}}{u_*} \text{ (1.4)}$$

Επομένως η σχέση 1.2 σύμφωνα με τα νέα σύμβολα που ορίσαμε μπορεί να γραφτεί πιο συνοπτικά ως εξής:

$$u^+ = F(y^+) \quad (1.5)$$

ii. Η εξωτερική ζώνη (outer layer)

Σε “μεγάλη” απόσταση από το τοίχωμα, η ταχύτητα δίνεται πλέον από τη συναρτησιακή σχέση

$$(U-\bar{u}) = g(\delta, \tau_w, \rho, y) \text{ (von Kármán, 1933)} \quad (1.6)$$

όπου U είναι η ταχύτητα στο εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος και με τη συμβολή της διαστατικής ανάλυσης της σχέσης 1.6, καταλήγει στην αδιάστατη μορφή της όπως αυτή παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\frac{U-\bar{u}}{u_*} = G\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (1.7)$$

όπου η συνάρτηση G θα πρέπει να προσδιοριστεί από πειραματικές μετρήσεις.

iii. Η ενδιάμεση ζώνη (overlap layer)

Οι δύο εκφράσεις για την ταχύτητα στην εσωτερική και εξωτερική ζώνη του τυρβώδους οριακού στρώματος πρέπει να συμπίπτουν στην ενδιάμεση ζώνη. Αποδεικνύεται ότι αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση της λογαριθμικής συνάρτησης και συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα στην ενδιάμεση ζώνη δίδεται από τη σχέση **1.8**

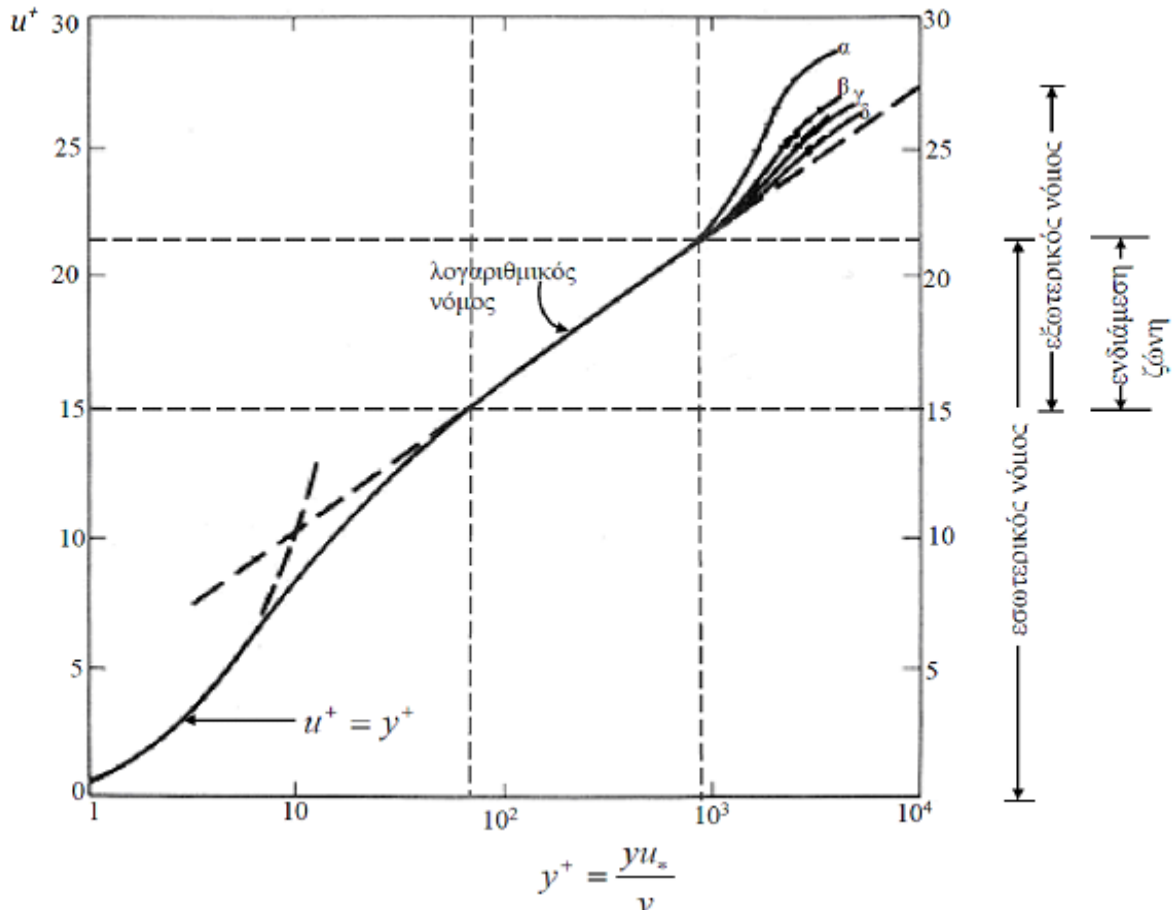
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + B \text{ (Milikan, 1937)} \quad (1.8)$$

όπου κ, B σταθερές.

Οι τρεις αυτές σχέσεις (1.2), (1.7) και (1.8), βασίζονται στη διαστατική ανάλυση και η επιτυχία τους στο να εκφράζουν το προφίλ του τυρβώδους οριακού στρώματος έγκειται στην ορθότητα των απλοποιητικών παραδοχών που έχουν ενσωματωθεί για κάθε ζώνη, δηλαδή σε τελική ανάλυση στη φυσική κατανόηση του προβλήματος. Οι συναρτήσεις F και G καθώς και οι τιμές των σταθερών κ και B προσδιορίζονται από πειράματα. Εάν όλα τα πειραματικά δεδομένα συμφωνούν με τις σχέσεις (φυσικά εντός των σφαλμάτων

μέτρησης) συμπεραίνουμε εμμέσως ότι οι παραδοχές των Prandtl (1930) και von Kármán (1933) είναι ορθές. (Α. Λιακόπουλος, Μηχανική Ρευστών, 2019)

Από πειραματικές μετρήσεις βρίσκουμε τις μορφές των συναρτήσεων F και G , όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω Σχήμα 1.6. (σε ημι-λογαριθμική κλίμακα)



Σχήμα 1.6 Αντιπροσωπευτικό προφίλ τυρβώδους οριακού στρώματος εκφρασμένο σε μεταβλητές του εσωτερικού νόμου (y^+, u^+) η κλίμακα είναι ημι-λογαριθμική. (α) ισχυρή αυξανόμενη πίεση (β) επίπεδη πλάκα (γ) ροή σε σωλήνα (δ) ισχυρή μειούμενη πίεση

α) Πάρα πολύ κοντά στο τοίχωμα, όπως περιγράφεται στο βιβλίο του Α.Λιακόπουλου Μηχανική Ρευστών (2^η έκδοση), δηλαδή για $0 \leq y^+ \leq 5$, υπάρχει το ιξώδες υπόστρωμα (viscous sublayer) όπου ισχύει η σχέση:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{yu_*}{\nu} \quad \text{ή} \quad u^+ = y^+ \quad (1.9)$$

Στο στρώμα αυτό, η ιξώδης διατμητική τάση (viscous shear stress) είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την τυρβώδη διατμητική τάση, $-\overline{\rho u'v'}$ (βλ. Κεφάλαιο 3^ο)

β) Αντίστοιχα για $5 \leq y^+ \leq 30-70$ έχουμε τη μεταβατική περιοχή (transition region ή buffer layer)

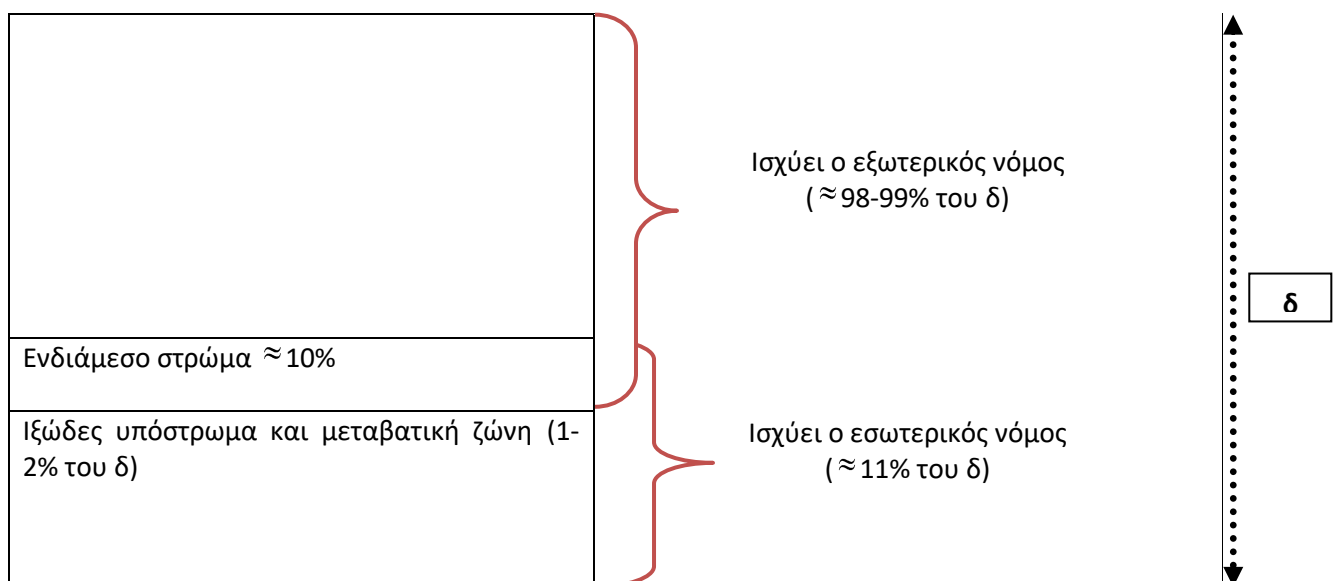
γ) Ενώ για $30-70 \leq y^+ \leq 900$ και $B=5.0$ και $\kappa=0.40$, τότε έχουμε

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 2.5 \ln \frac{yu_*}{\nu} + 5.0 \quad (1.10)$$

Στην ενδιάμεση ζώνη (overlap layer) η εξίσωση (1.10) μπορεί να εκφραστεί εναλλακτικά με τις μεταβλητές του εξωτερικού νόμου για λεία επίπεδη πλάκα και να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{U - \bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{\delta} - 1.0 \quad (1.11)$$

Εν κατακλείδι, η απόκλιση από τον λογαριθμικό νόμο είναι σχετικά μικρή ακόμη και στην εξωτερική περιοχή. Επίσης η εσωτερική ζώνη είναι πολύ “λεπτή” (της τάξης του 1-2% του συνολικού πάχους δ του οριακού στρώματος). Ακόμη, σε τυπικά τυρβώδη οριακά στρώματα η εξωτερική ζώνη καταλαμβάνει περίπου 98-99% του πάχους, δ . Ενώ τέλος, η ενδιάμεση ζώνη (overlap) είναι περίπου 10% του συνολικού πάχους, δ , όπως γίνεται εμφανές και στο παραπάνω διάγραμμα, το οποίο δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα αλλά απεικονίζονται τα διαστήματα ισχύος του εσωτερικού νόμου, του εξωτερικού νόμου και του λογαριθμικού νόμου κατανομής της ταχύτητας σε διατομή τυρβώδους οριακού στρώματος.



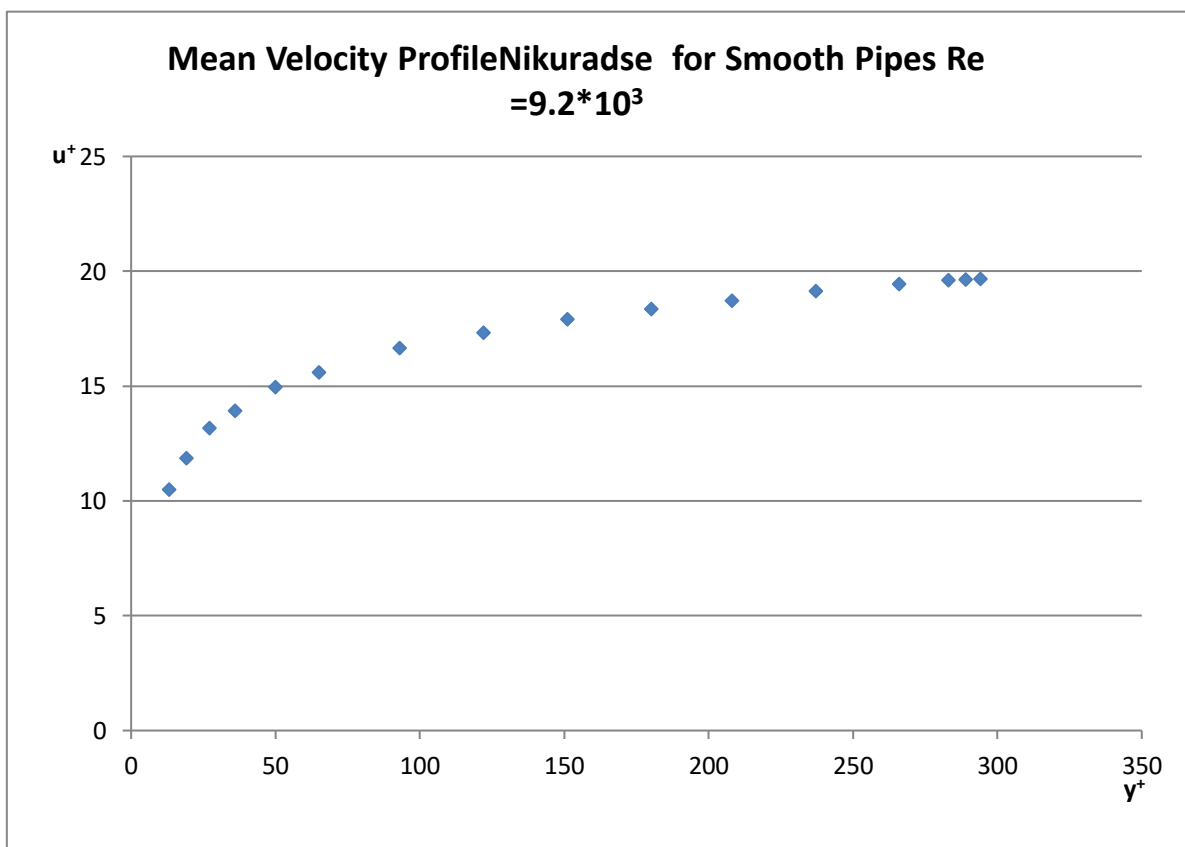
Σχήμα 1.7 Διαστήματα ισχύος του εσωτερικού, του εξωτερικού και του λογαριθμικού νόμου κατανομής ταχύτητας σε ένα τυπικό τυρβώδες οριακό στρώμα. Το πάχος του οριακού στρώματος δ , αποτελεί την απόσταση από τοίχωμα έως και το εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος, όπου έχω $u=0.998U$ (το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα)

Κεφάλαιο 2^ο

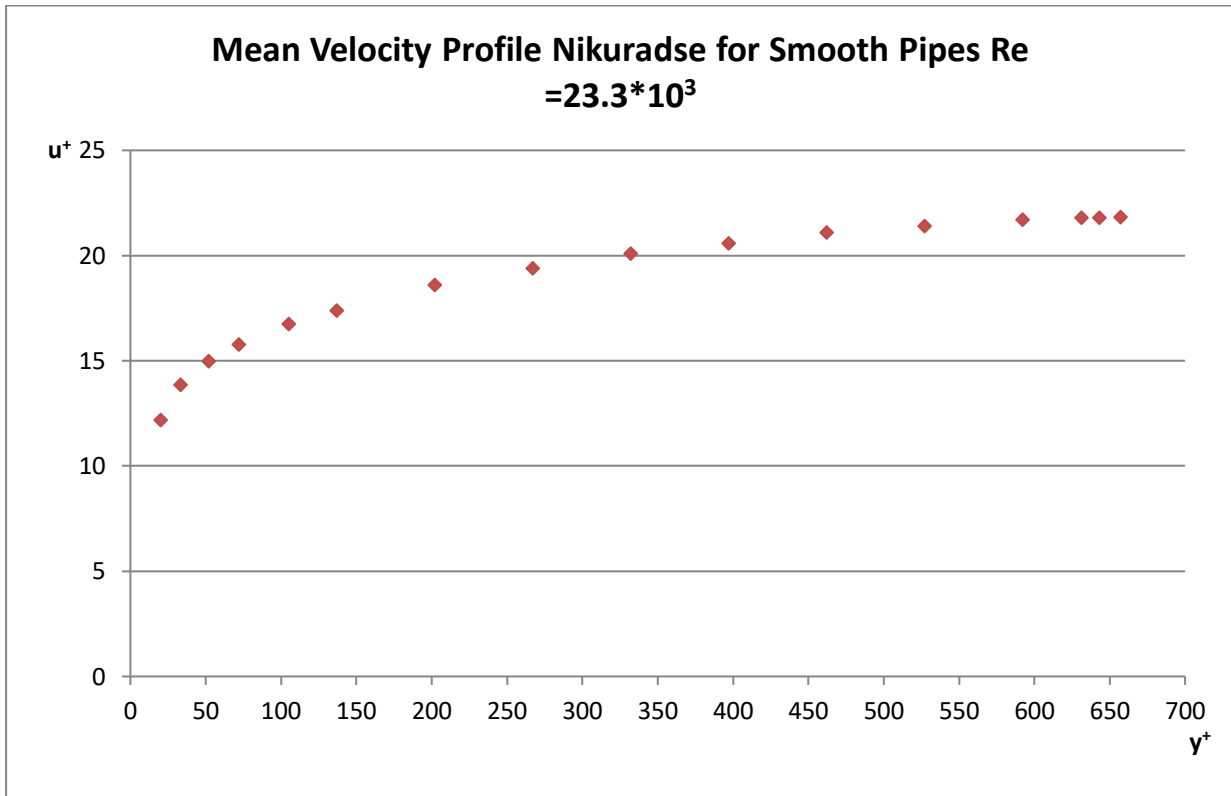
Χρονικά μέσα προφίλ ταχυτήτων-κατηγορίες

2.1 Τα πειράματα του Nikuradse (τυρβώδης ροή σε σωλήνες)

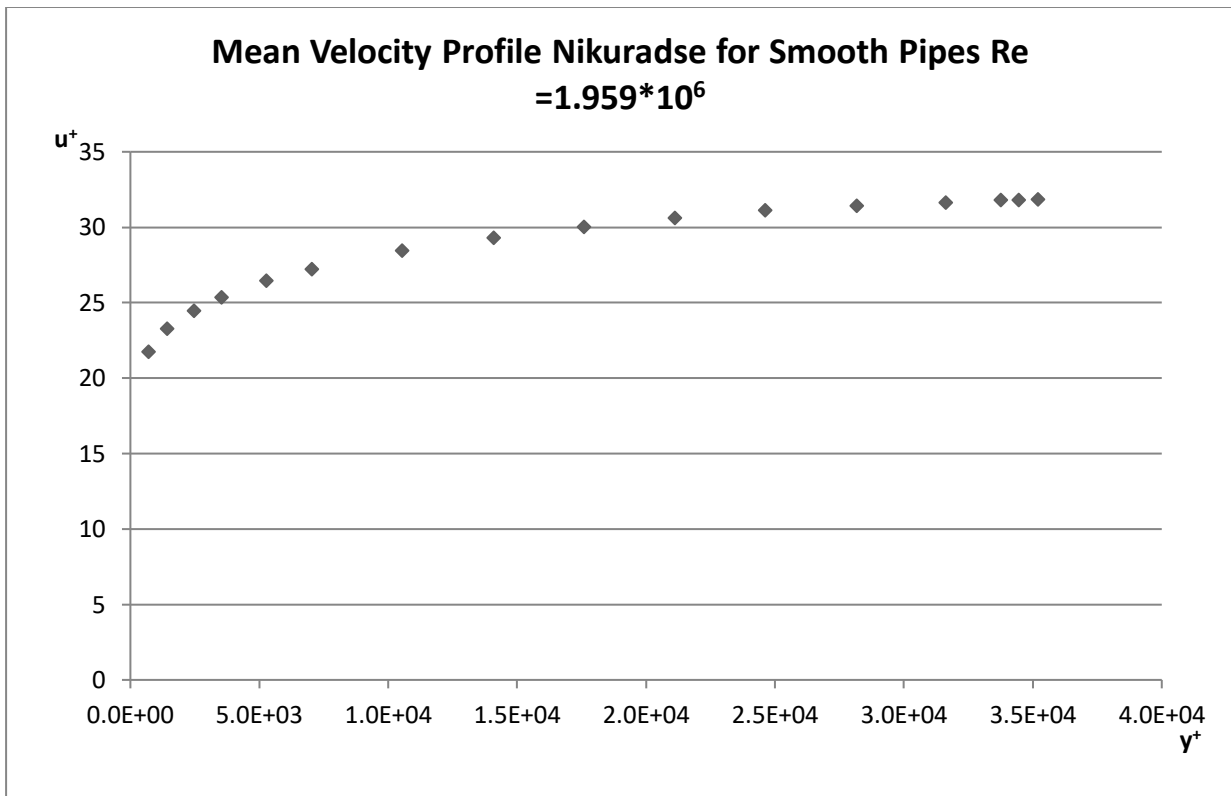
Ο Nikuradse έθεσε πρώτος τις βάσεις το 1933, για τα τυρβώδη οριακά στρώματα, και ασχολήθηκε με πειράματα που αφορούσαν τυρβώδεις ροές σε σωλήνες κυκλικής διατομής. Στη συνέχεια παρατίθενται διαγράμματα για συγκεκριμένο αριθμό Reynolds που έχει ορισθεί με βάση τη διάμετρο του σωλήνα D , ως $L_{\text{χαρ.}}$, και τη χρονικά μέση ταχύτητα, ως $U_{\text{χαρ.}}$, εντός του εύρους $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3.2 \cdot 10^6$ καθώς και συγκριτικά διαγράμματα από τα πειράματα του Nikuradse, ενώ τέλος, θα γίνει προσπάθεια να επιβεβαιωθούν τα όσα θα γραφούν παρακάτω μέσω θεωρητικών αποτελεσμάτων και έρευνας.



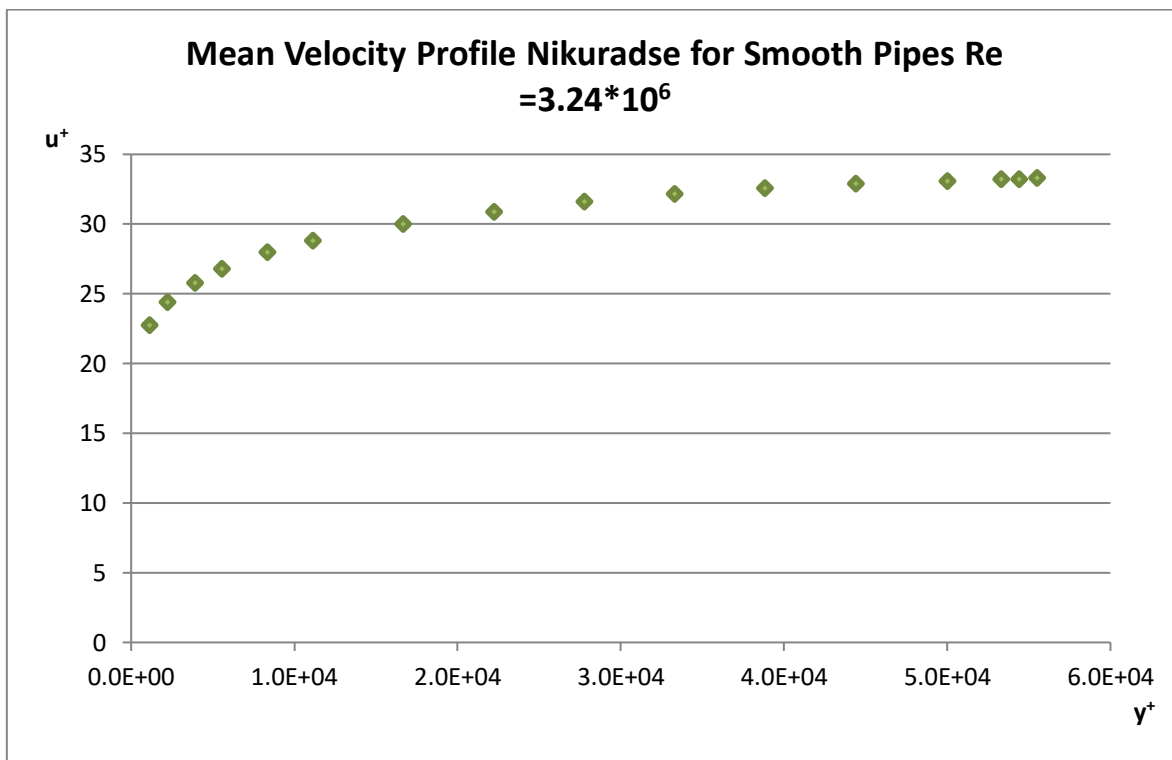
Διάγραμμα 1



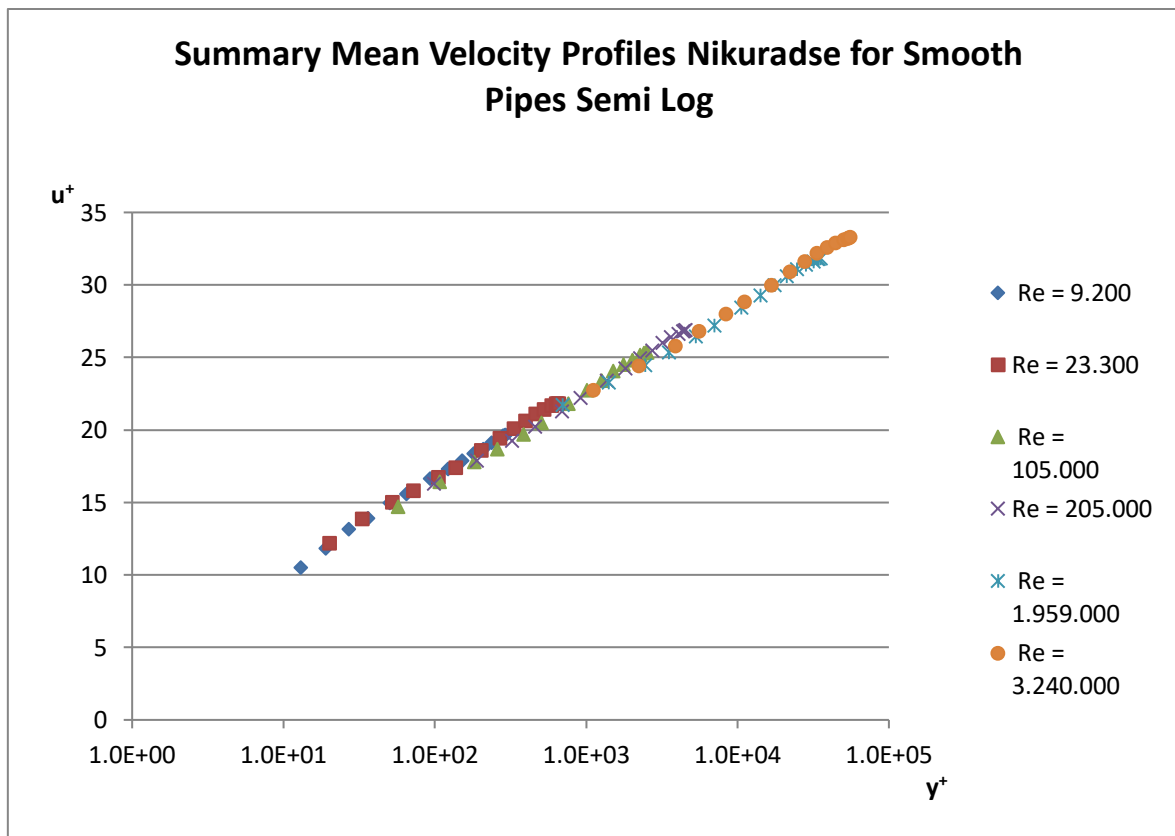
Διάγραμμα 2



Διάγραμμα 3



Διάγραμμα 4



Διάγραμμα 5

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Είναι εμφανές ότι, από τα διαγράμματα 1,2 όπου έχουμε τα προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας εκφρασμένα σε μεταβλητές του εσωτερικού νόμου ότι δεν παρατηρείται καμιά διαφορά ως προς την προσαρμογή της καμπύλης με την μικρή αύξηση του αριθμού Reynolds, με άλλα λόγια παρατηρούμε ότι τα προφίλ της ταχύτητας δεν παρουσιάζουν αλλαγές. Αξίζει να τονιστεί ότι σκόπιμα επιλέχθηκαν οι ακραίες τιμές του διαστήματος ισχύος του νόμου της δύναμης, ώστε να έχουμε καλύτερη εποπτεία και την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων. Παρ' όλα αυτά, όπως ήταν αναμενόμενο από τα διαγράμματα 3,4 γίνεται αισθητή η μετατόπιση του προφίλ της ταχύτητας προς τα πάνω και αυτό οφείλεται καθαρά στην απότομη αύξηση του αριθμού Reynolds· το συμπέρασμα αυτό έρχεται να μας το επιβεβαιώσει το συνολικό προφίλ της μέσης ταχύτητας βλ. διάγραμμα 5 για το εύρος των αριθμών Reynolds σύμφωνα με το πείραμα του Nikuradse. Πρόκειται για ένα ημι-λογαριθμικό διάγραμμα, ώστε να γίνουν αντιληπτές οι διαφορές στα προφίλ των ταχυτήτων και η επίδραση του αριθμού Reynolds.

Μαθηματική προσέγγιση

Η ημι-εμπειρική ανάλυση του von Kármán και του Prandtl για τις τυρβώδεις ροές σε ευθύγραμμους σωλήνες και κανάλια, μας οδήγησε στον νόμο του τοιχώματος αλλά και τον λογαριθμικό νόμο, για το προφίλ της ταχύτητας όπου είναι ευρέως αποδεκτός στις περισσότερες εφαρμογές της μηχανικής ρευστών, βλέπε Katopodes, N. D. (2019). Επιπρόσθετα, οι εξισώσεις που διέπουν τις τυρβώδεις ροές περιέχουν σταθερές, οι οποίες χρήζουν προσδιορισμού, για το λόγο αυτό προτάθηκε να κατασκευαστεί ένα εντελώς εμπειρικό μοντέλο προφίλ ταχύτητας όπου να “ταιριάζει” στα πειραματικά δεδομένα. Αυτήν την προοπτική ακολούθησε ο Nikuradse το 1932, όταν παρατήρησε ότι ένα προσεγγιστικό προφίλ ταχύτητας ταυτιζόταν με τα πειραματικά δεδομένα που είχε στη διάθεσή του για ένα ευρύ φάσμα αριθμών Reynolds, και συγκεκριμένα από $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3.2 \cdot 10^6$, όπως τεκμηριώθηκε με τα διαγράμματα που προηγήθηκαν. Εναλλακτικά ο Nikuradse πρότεινε ένα προφίλ ταχύτητας, το οποίο διέπεται από την παρακάτω σχέση:

$$u^+ = C_* (y^+)^{1/n} \quad (2.1)$$

όπου οι παράμετροι C και n μεταβάλλονται “ασθενώς” με τον αριθμό Reynolds. Πειραματικά έχει αποδειχθεί ότι οι βέλτιστες τιμές των C και n της παραπάνω σχέσης δίνονται για αριθμούς $Re=10^5$ και λαμβάνουν τιμές 8.74 και 7 αντίστοιχα. Το εύρος των αριθμών Reynolds περιορίζεται στο διάστημα ισχύος του νόμου ισχύος, ώστε η παραπάνω θεώρηση να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η σχέση 2.1 θεωρείται ικανοποιητική, χρησιμοποιείται στην πράξη και είναι γνωστή και ως νόμος ισχύος του 1/7.

Η γενική θεωρία του τυρβώδους οριακού στρώματος όπως έχει αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 1^ο ισχύει και για την περίπτωση που αυτό δημιουργείται στα τοιχώματα ενός σωλήνα, όπως περιγράφει στο πείραμά του ο Nikuradse (1933), όταν δημοσίευσε τα αποτελέσματα των εργαστηριακών του μετρήσεων. Στην περίπτωση του σωλήνα ισχύουν $\delta=R$, $\gamma=R-r$ και $\bar{u}(r=0)=u_{\max}=U$ όπου η $U= u_{\max}$ είναι η ταχύτητα στον άξονα συμμετρίας του σωλήνα. Σε πλήρως αναπτυγμένη ροή ο λογαριθμικός νόμος ισχύει προσεγγιστικά και μακριά από το τοίχωμα, βλέπε (Α. Λιακόπουλος, Μηχανική Ρευστών, 2019). Εάν εφαρμοστεί στον άξονα του αγωγού δηλαδή για $\gamma=R$ και $\bar{u} =U= u_{\max}$ θα έχουμε τη σχέση:

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{U}{u_*} = 2.5 \ln \frac{Ru_*}{\nu} + 5.0 \quad (2.2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 2.2 και 1.8 προκύπτει ότι “κοντά” στον άξονα ενός ευθύγραμμου αγωγού κυκλικής διατομής θα ισχύει ότι:

$$\frac{U - \bar{u}}{u_*} = 2.5 \ln \left(\frac{R}{\gamma} \right) \quad (2.3)$$

Η σχέση 2.3 σύμφωνα με πειραματικά δεδομένα έχει διάστημα ισχύος $0.2R \leq r \leq R$ και αν θέσουμε στην σχέση 1.8 όπου $\gamma= R-r$ θα λάβουμε τη σχέση με διάστημα ισχύος προσεγγιστικά από $0 \leq r \leq R$

$$\frac{\bar{u}(r)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{(R-r)u_*}{\nu} + B \quad (2.4)$$

Επομένως η παροχή που διέρχεται διαμέσου μιας διατομής του σωλήνα είναι:

$$Q = \int \bar{u} 2\pi (r dr)$$

και μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση ταχύτητα στη διατομή ως

$$V = \frac{Q}{A} \text{ με } A = \pi R^2.$$

2.2 Τυρβώδης ροή σε σωλήνες (Pipe flow). Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας

Αν ανατρέξουμε στη βιβλιογραφία θα συναντήσουμε τον όρο “σωλήνας” όπου εννοούμε κατά κανόνα κλειστό αγωγό κυκλικής διατομής σταθερής διαμέτρου D . Παρ’ όλα αυτά με τον όρο “κλειστός αγωγός” εννοούμε κάτι πιο γενικό και υποδηλώνει είτε σωλήνα είτε αγωγό μη κυκλικής διατομής. Η κατανόηση της ροής σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση είναι καθοριστική για τον σχεδιασμό έργων του πολιτικού μηχανικού, όπως η κατασκευή πολύπλοκων δικτύων. Αν ανατρέξουμε στην ιστορία, θα διαπιστώσουμε ότι ο σχεδιασμός δικτύων ύδρευσης είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με το πεδίο της υδραυλικής των κλειστών

αγωγών. Σήμερα, εκτός από τον σχεδιασμό δικτύων ύδρευσης, στις ίδιες αρχές βασίζεται και ο σχεδιασμός αγωγών μεταφοράς πετρελαίου και φυσικού αερίου, καθώς και ο σχεδιασμός των σωληνώσεων σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις.

Η μελέτη ασυμπίεστων ροών υπό πίεση σε κλειστούς αγωγούς διέπεται από τις αρχές της διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας. Είναι γνωστό, ότι κάθε ροή σε σωλήνα μπορεί να ανήκει σε μία από τις δύο βασικές κατηγορίες ροών, στη στρωτή ροή ή στην τυρβώδη ροή, χωρίς βέβαια να αμελούμε περιπτώσεις όπου η ροή χαρακτηρίζεται ως μεταβατική, αφού παρουσιάζει χαρακτηριστικά τόσο της στρωτής όσο και της τυρβώδους ροής. Για τις ροές σε σωλήνες κυκλικής διατομής ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως εξής:

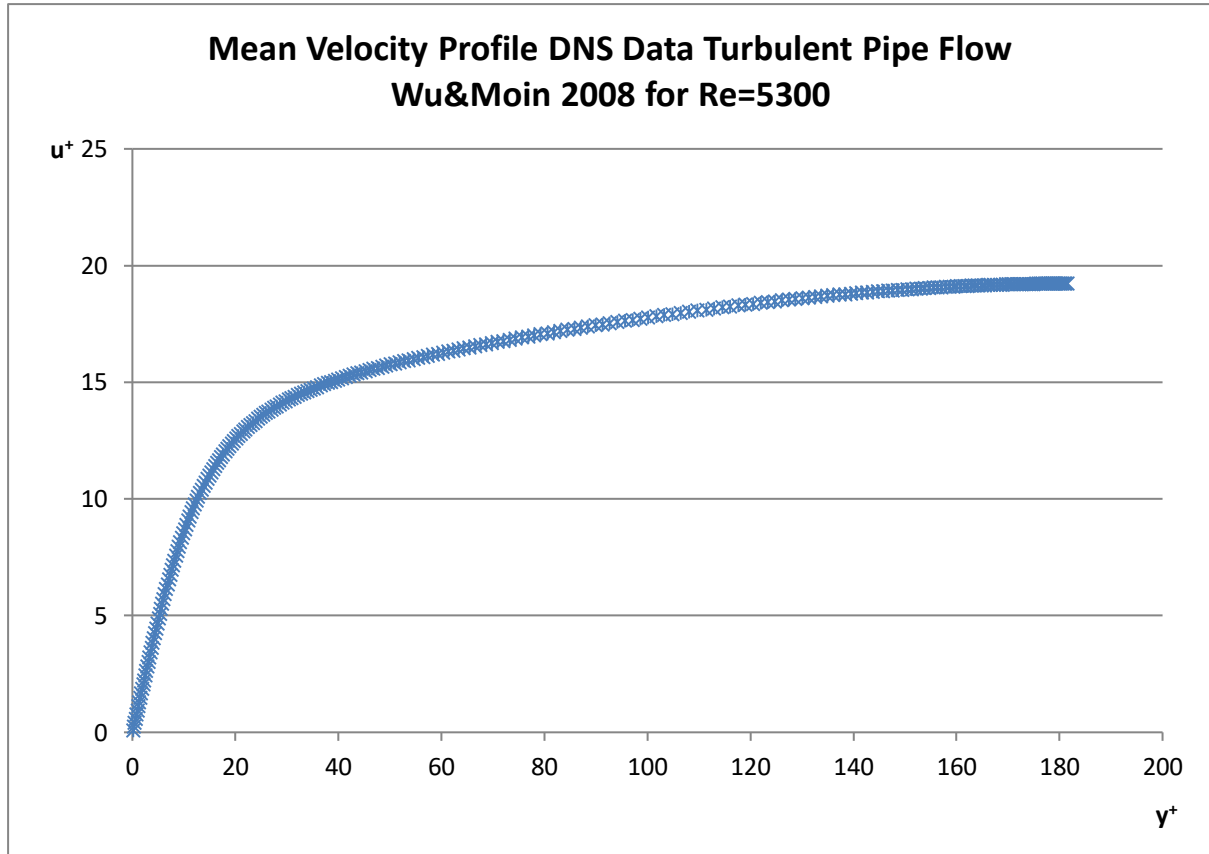
$$Re = Re_D = \frac{\bar{V} D}{\nu}$$

όπου η διάμετρος του αγωγού D , επιλέγεται ως χαρακτηριστικό μήκος στον ορισμό του αριθμού Reynolds και η μέση ταχύτητα στη διατομή \bar{V} , ως χαρακτηριστική ταχύτητα. Τέλος, αξίζει να τονιστεί ότι στις πρακτικές εφαρμογές, θεωρούμε ότι η ροή είναι πάντοτε στρωτή όταν ο αριθμός Reynolds λαμβάνει τιμές μικρότερες του 2300 ενώ είναι κατά κανόνα τυρβώδης όταν παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 4000.

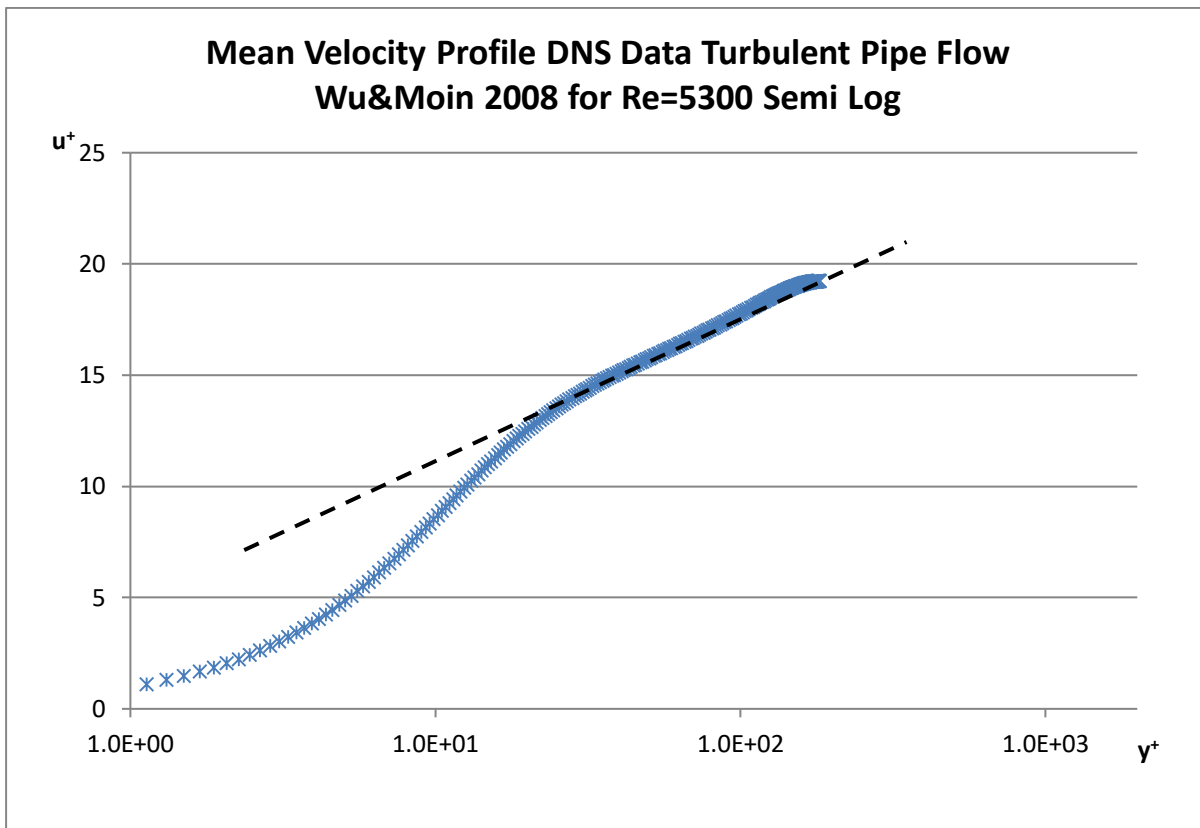
Τα δεδομένα, από τα οποία έγινε η επεξεργασία και θα παρουσιαστούν τα προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας, αντλήθηκαν από τους Wu, Moir (2008), αναφέρονται σε πλήρως αναπτυγμένη και ασυμπίεστη τυρβώδη ροή σε σωλήνα με μέση ταχύτητα σε διατομή (bulk velocity) 1, ο αριθμός Reynolds έχει ως χαρακτηριστικό μήκος τη διάμετρο του σωλήνα D , και η προσομοίωση έχει γίνει με όρους 2^{ης} τάξης με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών σε 630 εκατομμύρια κόμβους (σημεία υπολογιστικού πλέγματος). Στη διάθεσή μας υπάρχουν τρεις αριθμητικές προσομοιώσεις με αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000 αντίστοιχα. Το προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας είναι απόρροια της άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (DNS), η οποία έχει διαδραματίσει σπουδαίο ρόλο τις τελευταίες δύο δεκαετίες, και έχει συμβάλλει καθοριστικά στην έρευνα των τυρβωδών ροών. Επομένως, καθίσταται αναγκαία για δεδομένα DNS για ροή σε σωλήνες και, όπως αναφέρουν και οι συγγραφείς, οι αριθμοί Reynolds που έλαβαν χώρα οι αριθμητικές προσομοιώσεις ήταν σαφώς μεγαλύτεροι σε σύγκριση με προηγούμενες δημοσιεύσεις όπως των Eggels et al. (1994). Αξίζει να αναφέρουμε ότι οι Eggels et al. επειδή είχαν έλλειψη δεδομένων DNS για προσομοίωση τυρβώδους ροής σε σωλήνα χρησιμοποίησαν δεδομένα που είχαν στη διάθεσή τους για ροή σε κανάλι (channel flow), όπου θα παρουσιαστεί σε επόμενη ενότητα, με μικρότερους αριθμούς Reynolds.

Ακολουθούν τα διαγράμματα των προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας των δεδομένων των Wu, Moir (2008), για τους αριθμούς Reynolds 5300, 24580 και 44000, καθώς και συγκριτικό διάγραμμα που περιέχει και τα τρία προφίλ από όπου θα αντλήσουμε χρήσιμα συμπεράσματα. Για την κάθε περίπτωση παρουσιάζονται δύο διαγράμματα με το δεύτερο

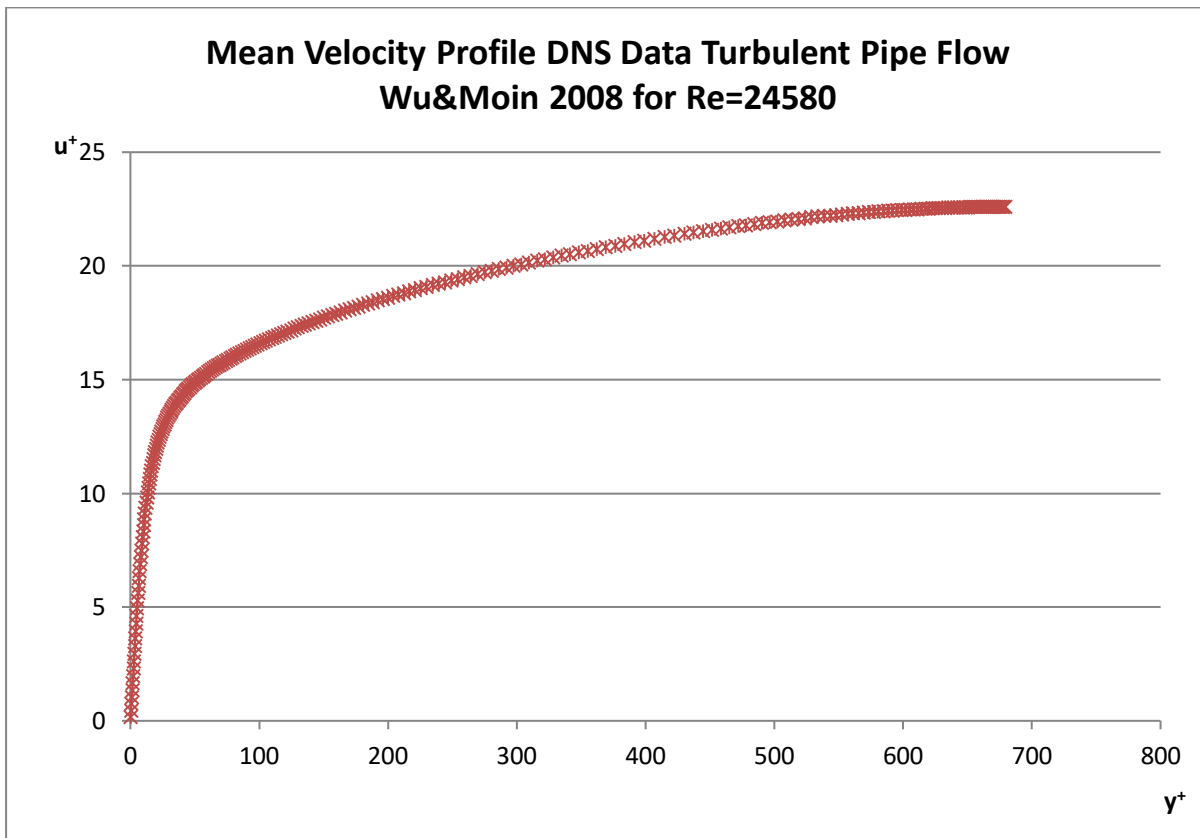
να είναι σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, ώστε να είναι εμφανή τα όρια του λογαριθμικού νόμου· οι μεταβλητές που έχουν χρησιμοποιηθεί είναι μεταβλητές του εσωτερικού νόμου.



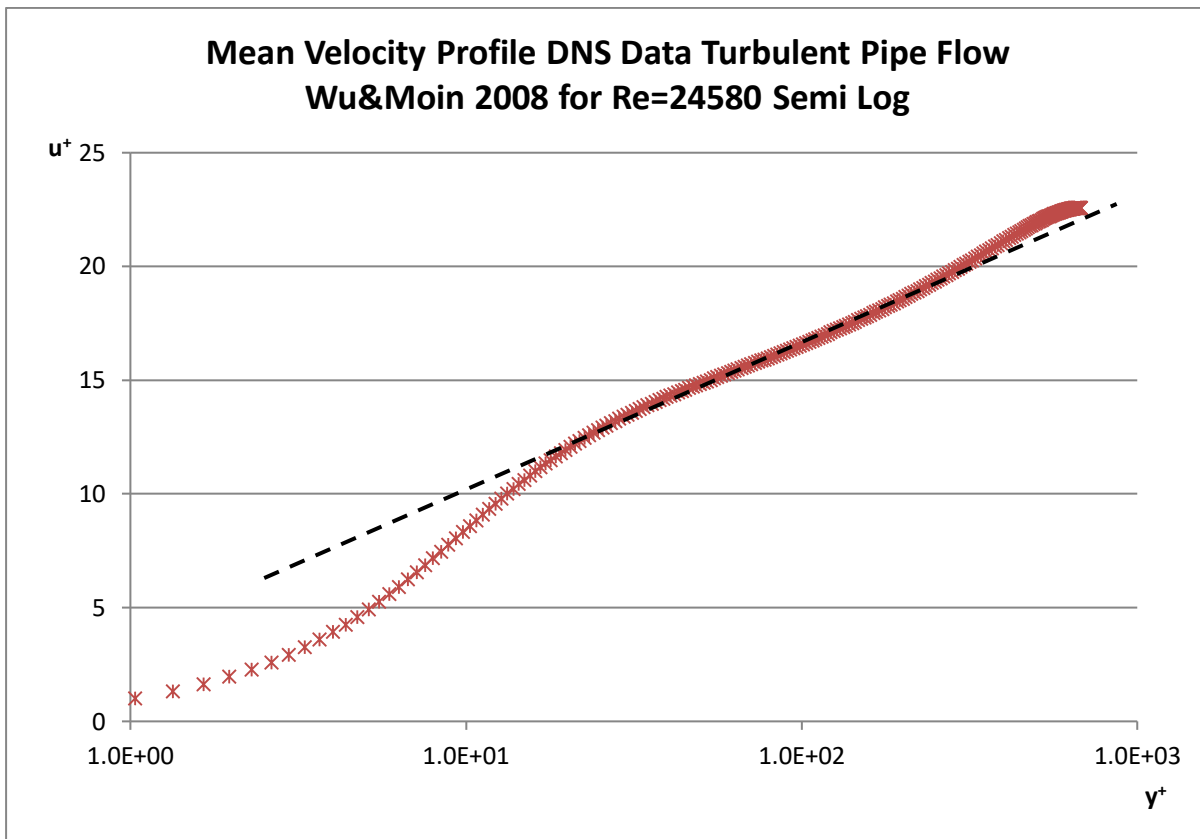
Διάγραμμα 6



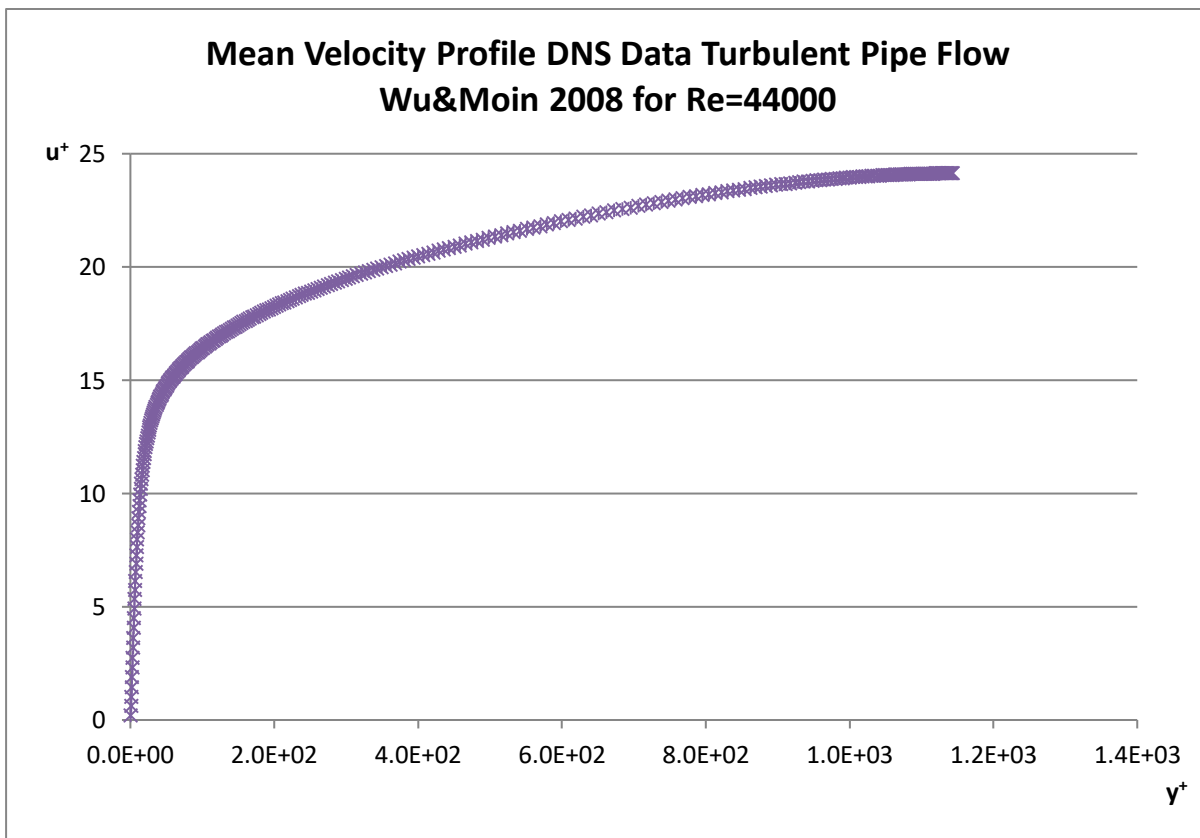
Διάγραμμα 7



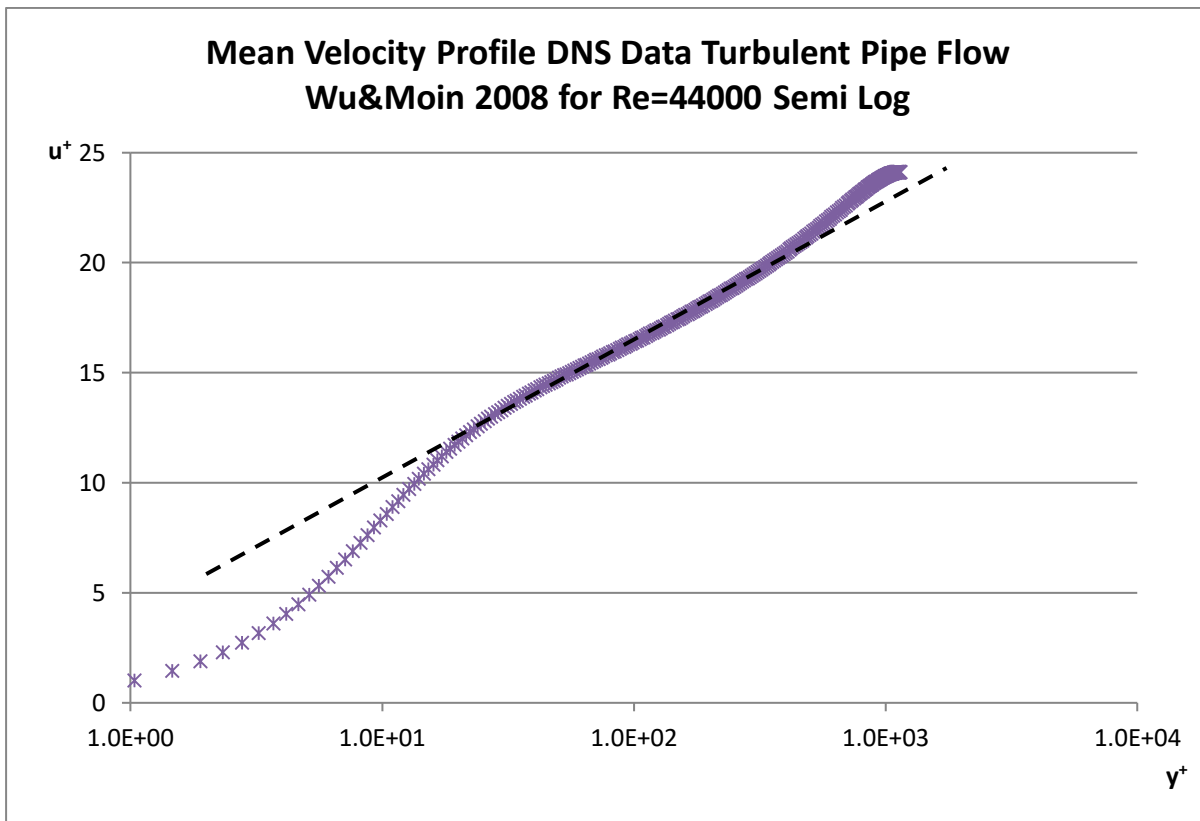
Διάγραμμα 8



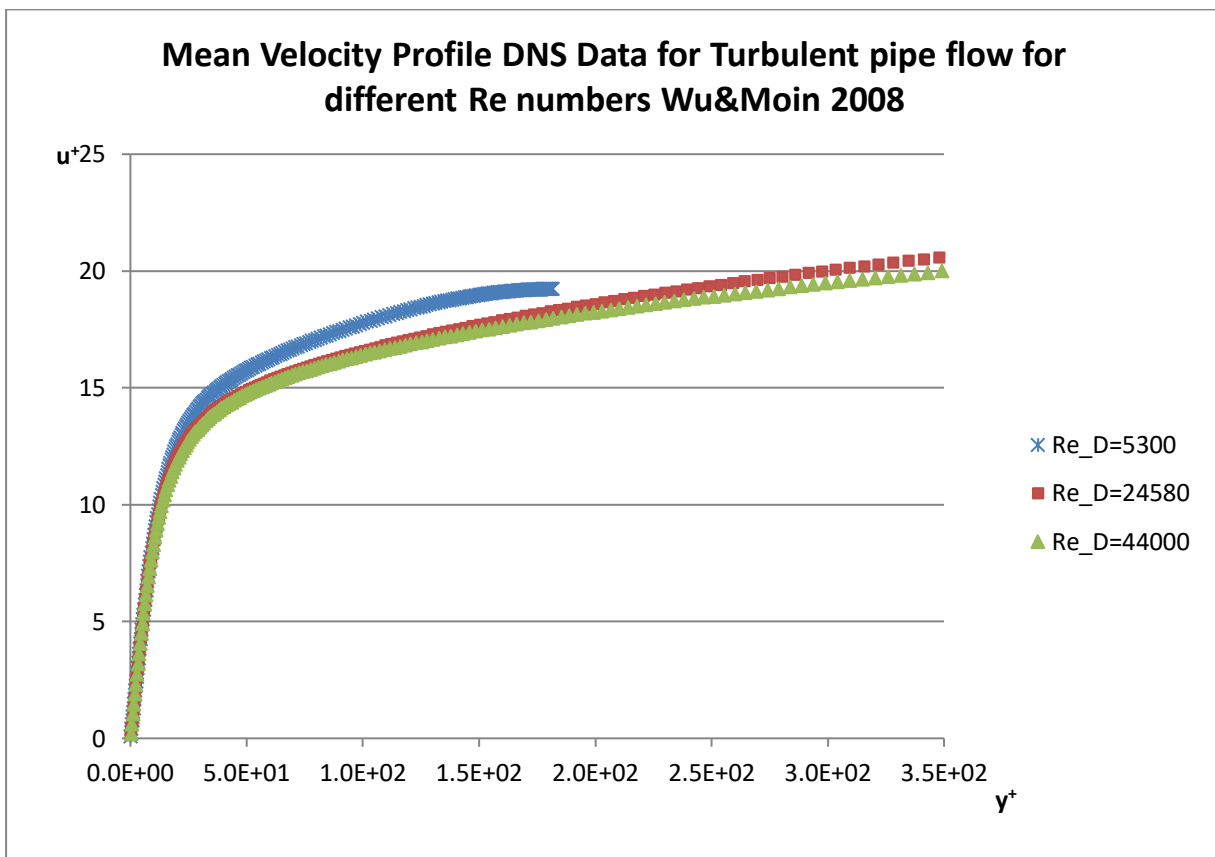
Διάγραμμα 9



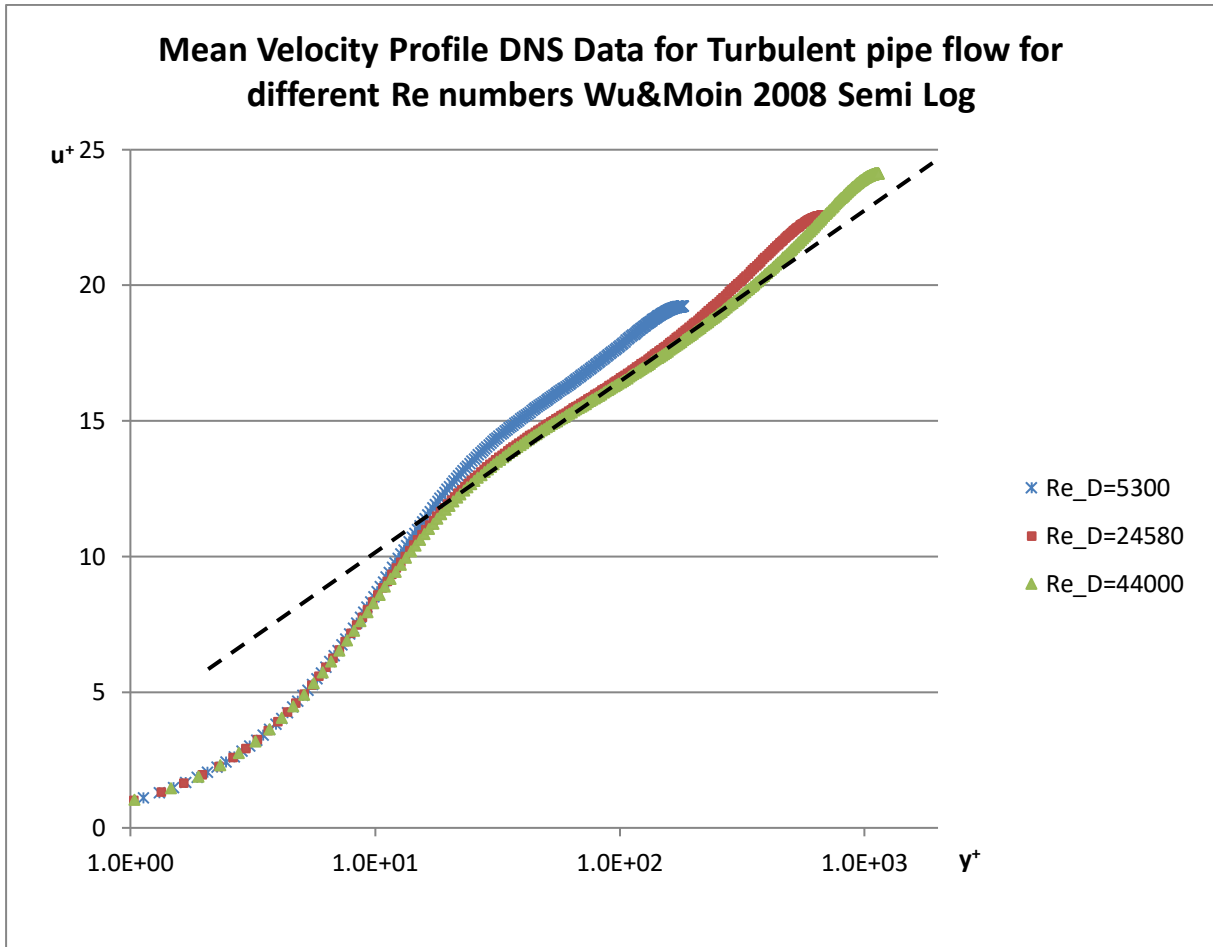
Διάγραμμα 10



Διάγραμμα 11



Διάγραμμα 12



Διάγραμμα 13

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Από την επεξεργασία των δεδομένων των Wu, Moin (2008), ακολούθησε η γραφική παράσταση των προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας για τους αριθμούς Reynolds που αναφέρθηκαν και προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα.

Αρχικά, σε όλα τα προφίλ της ταχύτητας, όπως είναι αντιληπτό, από τα διαγράμματα 7,9,11 και 13, εντοπίζεται η "λογαριθμική συμπεριφορά". Το γεγονός αυτό ενισχύει την άποψη των περισσότερων ερευνητών για την ύπαρξη του λογαριθμικού νόμου. Το μόνο που διαφέρει είναι η περιοχή ισχύος του λογαριθμικού νόμου και, όπως προκύπτει αυτή επηρεάζεται άμεσα από τον αριθμό Reynolds. Πιο συγκεκριμένα, για αριθμό Reynolds (Re_D) **5300** ο λογαριθμικός νόμος εμφανίζεται από $y_1^+=25$ έως το $y_2^+=95$ (διάγραμμα 7).

Για αριθμό Reynolds (Re_D) **24580** ο λογαριθμικός νόμος εμφανίζεται από $y_1^+=53$ έως το $y_2^+=286$ (διάγραμμα 9). Ενώ τέλος, για αριθμό Reynolds (Re_D) **44000** τα όρια ισχύος του λογαριθμικού νόμου εντοπίζονται από $y_1^+=60$ έως το $y_2^+=550$ (διάγραμμα 11). Από τα παραπάνω, είναι προφανές ότι ο αριθμός Reynolds συμβάλλει καθοριστικά στο εύρος του λογαριθμικού νόμου και αυτό γίνεται αντιληπτό από το διάγραμμα 7, αν συγκριθεί με τους αριθμούς Reynolds **24580** και **44000** αντίστοιχα. Ακόμη συνάγεται το συμπέρασμα από τα διαγράμματα 7 και 9 πως το λογαριθμικό τμήμα, αν και έχουμε διπλασιασμό σχεδόν του αριθμού Reynolds, δεν επηρεάζεται δραματικά, σε σύγκριση πάντα με το διάγραμμα 7 όπου γίνεται σαφής η επιρροή του αριθμού Reynolds στα όρια ισχύος του λογαριθμικού νόμου. Τέλος, από την μελέτη του συγκριτικού διαγράμματος των προφίλ της μέσης ταχύτητας, (διάγραμμα 13), γίνεται αντιληπτή η μετατόπιση προς τα δεξιά και προς τα πάνω (δηλαδή προς μεγαλύτερα u^+ και y^+) ανάλογα προς τον αριθμό Reynolds όπως είναι αναμενόμενο και η επιρροή του στη χρονικά μέση ταχύτητα με την αύξηση του αριθμού Reynolds.

***Σημείωση:** Τα διαγράμματα αναφοράς είναι αυτά τα οποία έχουν σχεδιαστεί σε ημι-λογαριθμική κλίμακα ώστε να είναι αντιληπτός ο λογαριθμικός νόμος. Για ευκολία στον εντοπισμό του έχει σχεδιαστεί η διακεκομμένη γραμμή, η οποία υποδηλώνει πού αρχίζει και πού τελειώνει.

2.3 Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας σε Τυρβώδες οριακό στρώμα (TBL) μηδενικής βαθμίδας πίεσης (ZPG)

Ενώ έχει περάσει περισσότερο από ένας αιώνας από τη διάλεξη του Ludwig Prandtl, το 1904, στην οποία εισήγαγε την έννοια των οριακών στρωμάτων, και παρόλη την εξέλιξη της επιστήμης αλλά και της τεχνολογίας που μας παρέχει πιο ακριβείς πειραματικές συσκευές και όργανα, υπάρχουν ακόμα πολλά αναπάντητα ερωτήματα σχετικά με την μελέτη των τυρβωδών οριακών στρωμάτων. Όπως προαναφέρθηκε, τα θεμέλια τέθηκαν πριν περίπου εκατό χρόνια, παρ' όλα αυτά οι τυρβώδεις ροές που τις αποκαλούμε φαινομενικά “απλές”, η πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδης ροή που λαμβάνει χώρα είτε σε ευθύγραμμο κανάλι είτε σε ευθύγραμμο κλειστό αγωγό καθώς και το τυρβώδες οριακό στρώμα με μηδενική βαθμίδα πίεσης, δεν έχουν κατανοηθεί πλήρως και χρήζουν επιστημονικής έρευνας.

Στην ενότητα αυτή θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα των DNS των Schlatter και Orlu (2010) και αξίζει να τονιστεί ότι έχουν γίνει πολλές συζητήσεις και έχουν δημοσιευτεί αρκετές προτάσεις σχετικά με την “ενδιάμεση” ζώνη (overlap layer): για το λογαριθμικό νόμο (logarithmic law) ή το νόμο “ισχύος” (power law), την καθολικότητα του νόμου του τοιχώματος καθώς και την τιμή της σταθεράς κ του von Kármán για τις διάφορες

περιπτώσεις ροής. Τελικά κατέληξαν στο γεγονός, ότι παρά την πρόοδο της τεχνολογίας, οι παράμετροι της ροής όπως είναι τα χρονικά προφίλ της μέσης ταχύτητας και οι διακυμάνσεις που αυτά εμφανίζουν, υπερβαίνουν κατά πολύ την ακρίβεια που διαθέτουμε προκειμένου να τις προσδιορίσουμε. Όπως προκύπτει και από τα δεδομένα των Schlatter, Orlu (2010) , που θα εξεταστούν στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας, τα τελευταία χρόνια υπάρχει μια τάση να χρησιμοποιούνται στα πειράματα και στις αριθμητικές προσομοιώσεις μεγαλύτεροι αριθμοί Reynolds· το γεγονός αυτό εξασφαλίζει μεγαλύτερη κλίμακα του προφίλ της ταχύτητας καθώς γίνεται εμφανής η ενδιάμεση ζώνη, σύμφωνα με τους συγγραφείς. Η μορφή στην οποία εμφανίζεται ο αριθμός Reynolds στις αριθμητικές προσομοιώσεις των (TBL-ZPG), ορίζεται με το πάχος της ποσότητας κίνησης, ως χαρακτηριστικό μήκος και ως χαρακτηριστική ταχύτητα την u_∞ (ταχύτητα αδιατάρακτης ροής) και δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Re_\theta = \frac{u_\infty \theta}{\nu}$$

όπου θ : πάχος ποσότητας κίνησης (momentum thickness)

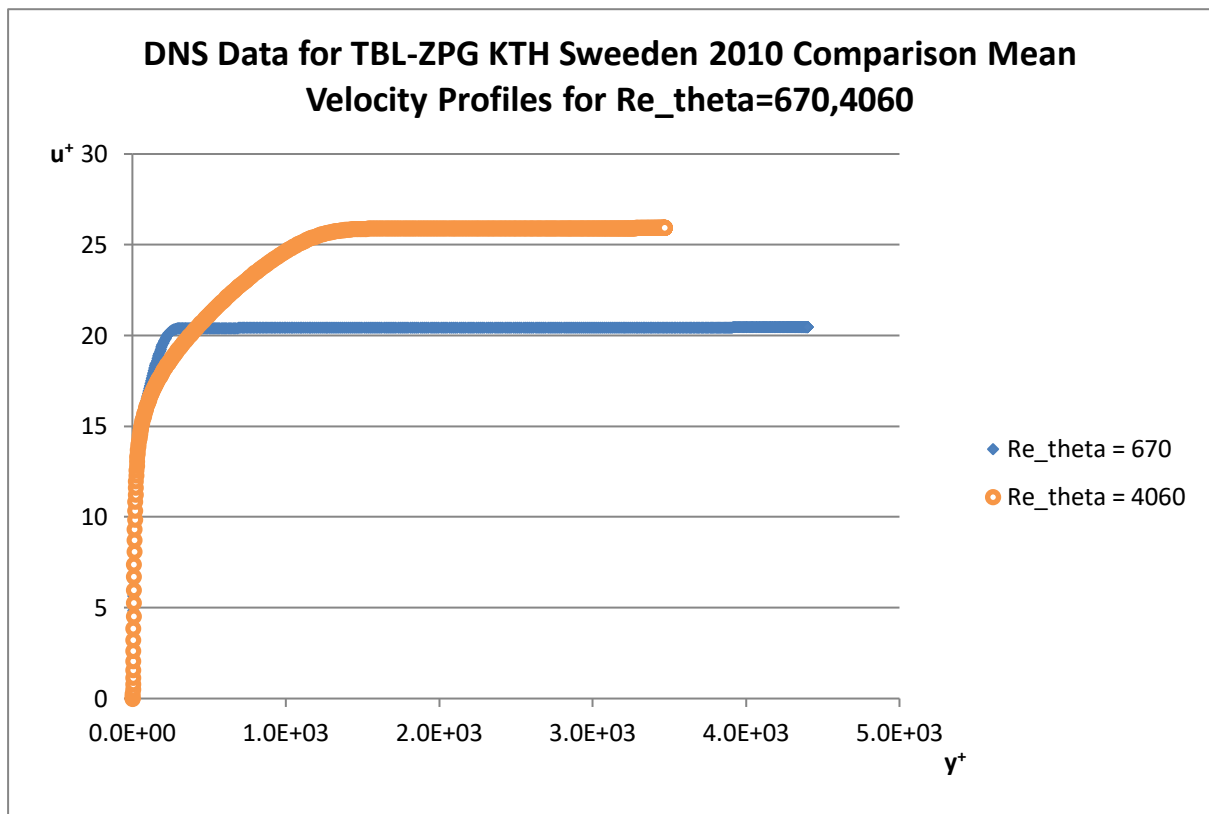
u_∞ : ταχύτητα αδιατάρακτης ροής (freestream velocity) η οποία εμφανίζεται στο 99% του πάχους δ

Το εύρος των τιμών του Re_θ από τα δεδομένα που θα σχολιαστούν κατά τη διάρκεια ήταν από 500-4300 και συγκεκριμένα 670, 1000, 2000, 2540, 3030 και 4060. Τα δεδομένα έχουν προκύψει από άμεση αριθμητική προσομοίωση (DNS). Είναι κοινά αποδεκτό, ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν με DNS υπερέρχουν σε σύγκριση με τις άλλες μεθόδους αφού όλες οι σχετικές με τη ροή παράμετροι, όπως είναι οι συνοριακές συνθήκες, οι διαταραχές (disturbances) και η εισροή (inflow), μπορούν να ρυθμιστούν και να μας δίνουν τα επιθυμητά αποτελέσματα ανάλογα με την ακρίβεια που εμείς θέτουμε, χωρίς τα σφάλματα μέτρησης να αλλοιώνουν το αποτέλεσμα. Αυτό επομένως καθιστά τα δεδομένα που προέρχονται από DNS να θεωρούνται πιο ακριβή αλλά και πιο αξιόπιστα από τα αντίστοιχα πειράματα, σύμφωνα με τους Coleman και Sanberg (2010). Δεν πρέπει να παραλείψουμε όμως και το μειονέκτημα ότι ο αριθμός Re_θ δεν μπορεί να αυξηθεί απεριόριστα, όταν γίνεται λόγος για δεδομένα που έχουν προκύψει από αριθμητική προσομοίωση και όχι για πειράματα που διεξάγονται στο εργαστήριο. Αυτό φυσικά ισχύει για την περίπτωση που οι συνοριακές συνθήκες μπορούν να καθοριστούν με ακρίβεια, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της τυρβώδους ροής σε ένα κανάλι.

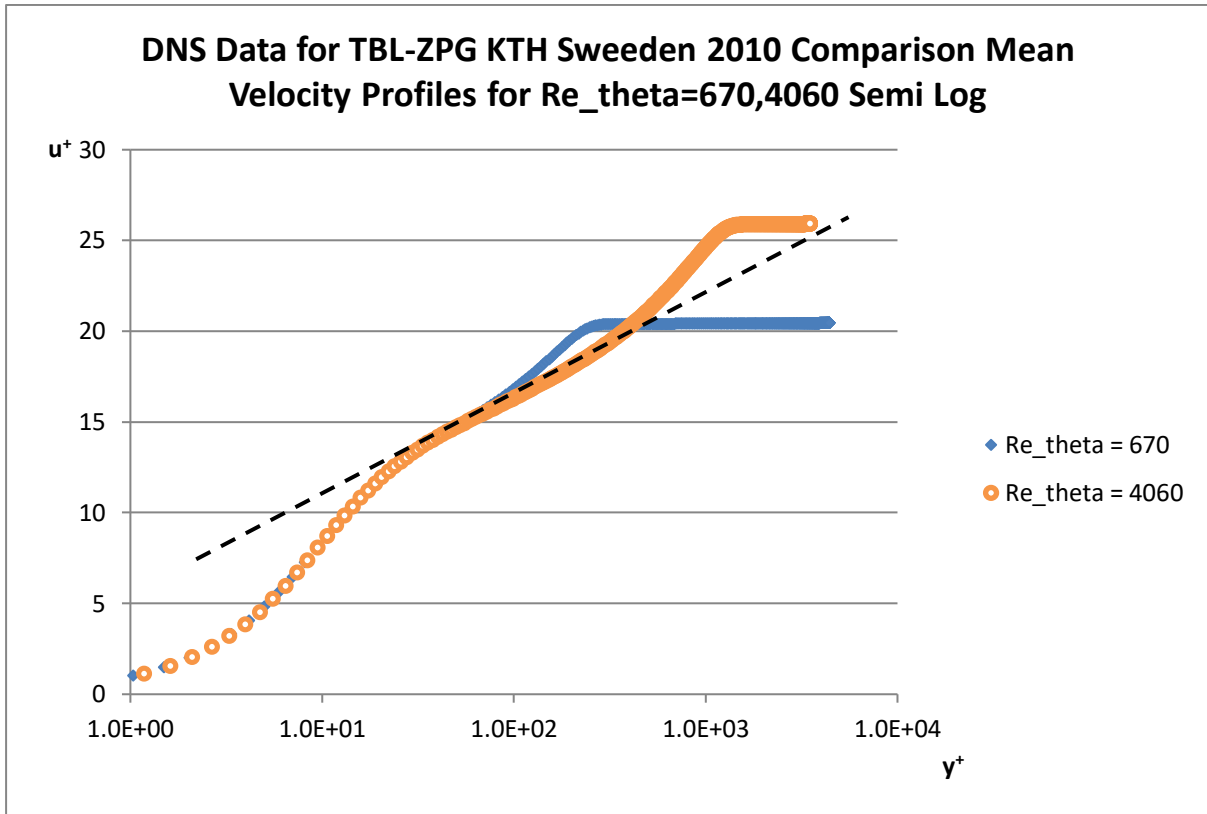
Στόχος της παρούσης αριθμητικής προσομοίωσης ήταν οι συγγραφείς να διευρύνουν τις ομοιότητες και τις διαφορές με παλαιότερη δημοσίευσή τους Schlatter et al. 2009a, για αυτό προσχώρησαν και σε μία νέα προσομοίωση στο Βασιλικό Ινστιτούτο Τεχνολογίας (KTH) της Στοκχόλμης, ώστε να εμπλουτίσουν τα πειραματικά δεδομένα που είχαν στη διάθεσή τους. Χρησιμοποίησαν 8192 x 513 x 768 συνολικά φασματικές modes, και

συμπεριέλαβαν μεγαλύτερο εύρος αριθμών Reynolds για τυρβώδες οριακό στρώμα, όπως προαναφέρθηκε.

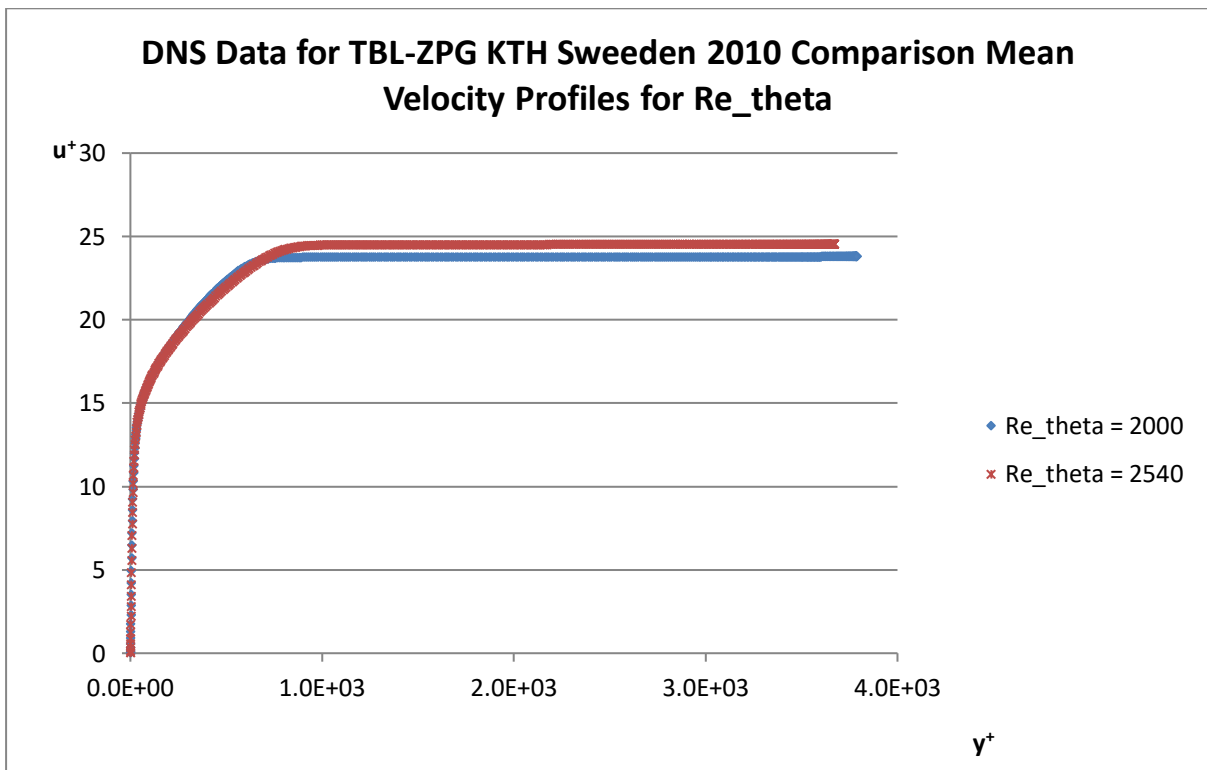
Παρακάτω ακολουθούν τα προφίλ της ταχύτητας εντός του τυρβώδους οριακού στρώματος, και θα γίνει σχολιασμός σχετικά με τις ομοιότητες και τις διαφορές που προκύπτουν καθώς και η επιρροή του αριθμού Reynolds (Re_θ) σε αυτά.



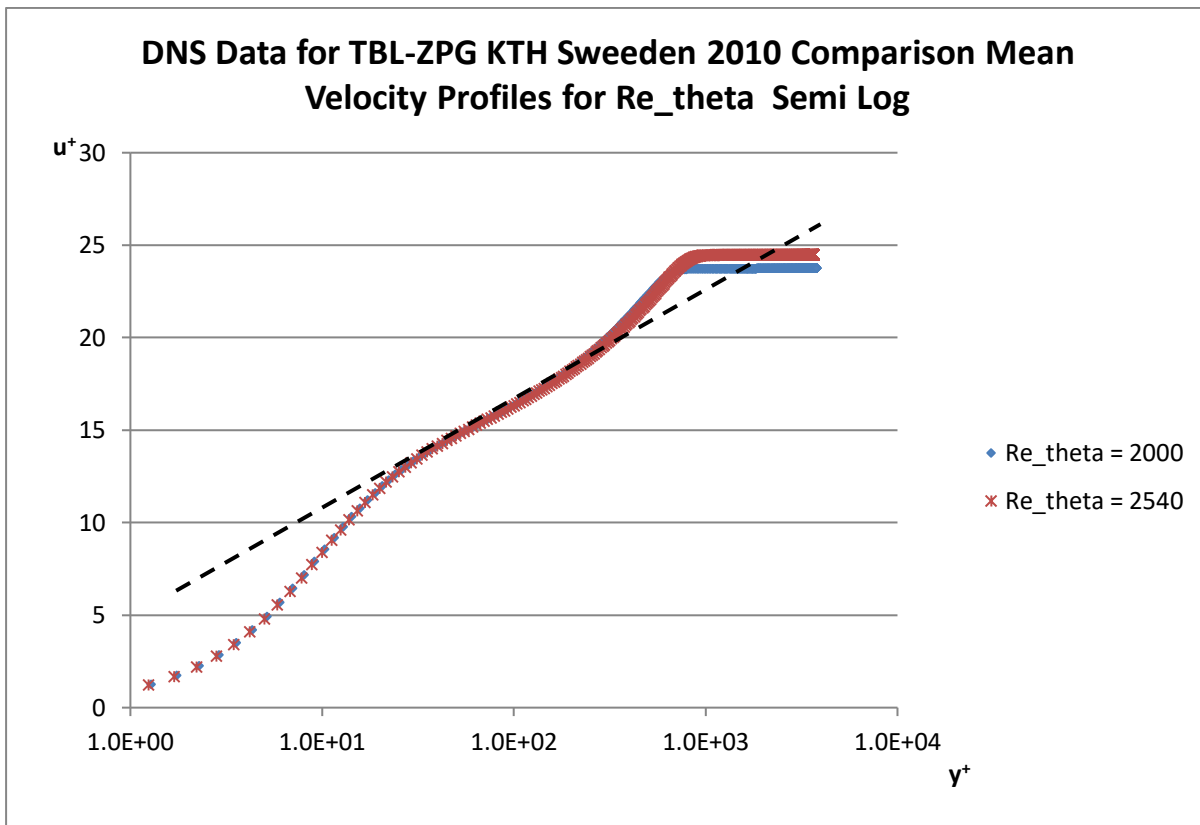
Διάγραμμα 14



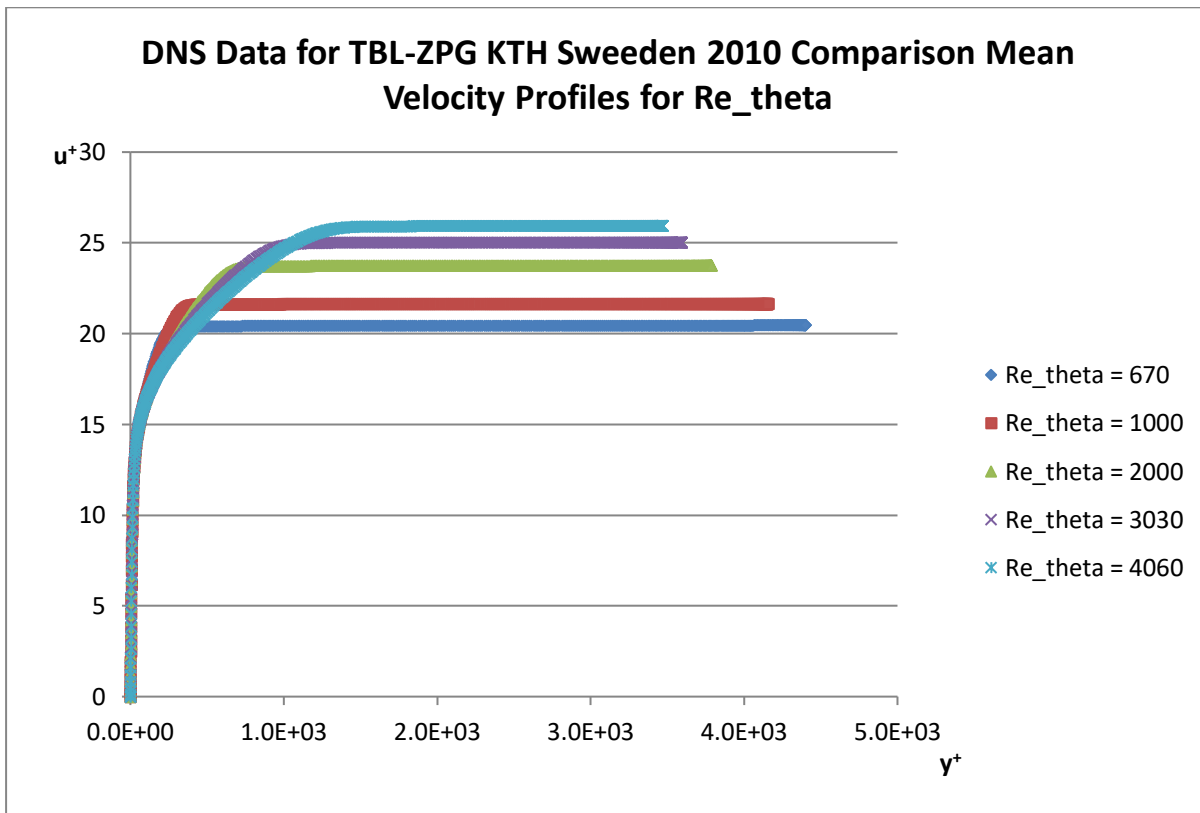
Διάγραμμα 15



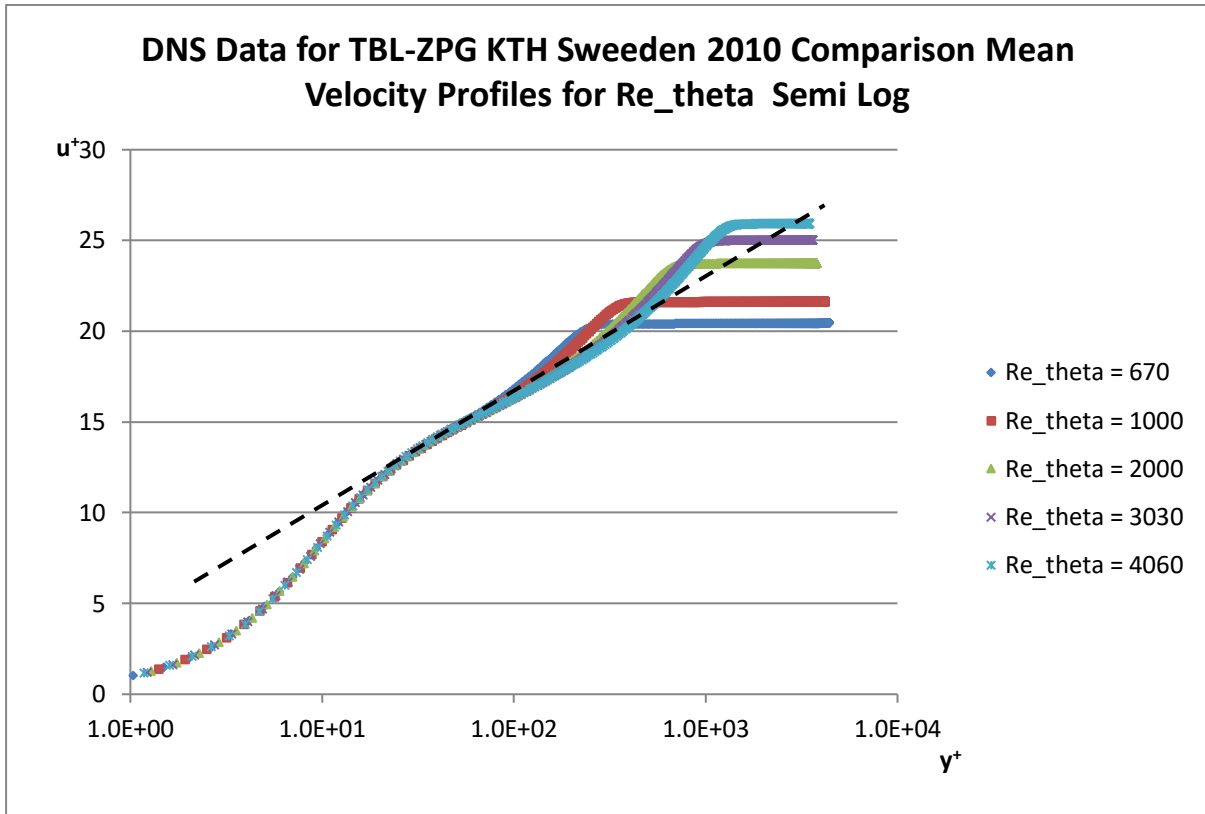
Διάγραμμα 16



Διάγραμμα 17



Διάγραμμα 18



Διάγραμμα 19

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Στην περίπτωση της μελέτης των προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας του τυρβώδους οριακού στρώματος με ZPG, έγινε η επεξεργασία των δεδομένων των Schlatter, Orlu (2010) με βάση αναφοράς τον αριθμό Reynolds (Re_θ). Όμως αλλάζει ο τρόπος με τον οποίο ορίζεται ο αριθμός Reynolds. Γίνεται με το πάχος της ποσότητας κίνησης, ως χαρακτηριστικό μήκος. Προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα.

Αρχικά, το εύρος των δεδομένων της προσομοίωσης λαμβάνει χώρα για τιμές Re_θ εντός του διαστήματος 500-4300. Επιλέχθηκε να παρουσιαστούν, στο πλαίσιο της παρούσης εργασίας, τα πιο αντιπροσωπευτικά προφίλ, ώστε να γίνουν εμφανείς οι ομοιότητες αλλά και οι διαφορές μεταξύ τους καθώς επίσης και η “συμβολή” του αριθμού Reynolds σε αυτά. Για αυτό το λόγο το διάγραμμα 15 απεικονίζει τις ακραίες τιμές του διαστήματος. Κρίνεται αναγκαίο να υπογραμμιστεί ότι και σε αυτήν την περίπτωση -όπως και στην ενότητα 2.2- είναι εμφανής η ύπαρξη της λογαριθμικής συμπεριφοράς στα προφίλ των ταχυτήτων, γεγονός που το επιβεβαιώνουν τα διαγράμματα 15, 17 και 19. Αν εστιάσουμε σε κάθε αριθμό Re_θ ξεχωριστά, θα παρατηρήσουμε ότι τα όρια όπου παρατηρείται ο λογαριθμικός νόμος διαφέρουν, και πιο συγκεκριμένα έχουμε, για Re_θ **670** $y_1^+=25$ έως το $y_2^+=247$ (διάγραμμα 15), για Re_θ **1000** $y_1^+=35$ έως το $y_2^+=315$ (διάγραμμα 19), ακόμη για

Reynolds_theta(Re_θ) **2000** $y_1^+=50$ έως το $y_2^+=450$ (διάγραμμα 17), για Reynolds_theta(Re_θ) **2540** $y_1^+=35$ έως το $y_2^+=760$ (διάγραμμα 17), επίσης για Reynolds_theta(Re_θ) **3030** $y_1^+=38$ έως το $y_2^+=520$ (διάγραμμα 19), ενώ τέλος για τον αριθμό Reynolds_theta(Re_θ) **4060** $y_1^+=55$ έως το $y_2^+=770$ (διάγραμμα 15). Αφού καθορίστηκαν τα διαστήματα ισχύος του λογαριθμικού νόμου, και για ακόμη μία φορά έχουμε την ταύτιση των πειραματικών δεδομένων με το θεωρητικό υπόβαθρο, το οποίο έχουμε αναπτύξει σχετικά με τα διαστήματα. Απορρέει το συμπέρασμα, ότι πάλι καθοριστικό παράγοντα στην διαμόρφωση του προφίλ της μέσης ταχύτητας καθώς και στο διάστημα που “απλώνεται” ο λογαριθμικός νόμος έχει ο αριθμός Reynolds, γεγονός που επιβεβαιώνεται και οπτικά με το διάγραμμα 15 όπου συγκρίθηκαν οι ακραίες τιμές. Είναι αξιοσημείωτο να αναφερθεί ότι το διάστημα ισχύος της λογαριθμικής συμπεριφοράς παρατηρείται και σε μικρούς αριθμούς Reynolds πχ. $Re_\theta=670$ σε σύγκριση με το 4060, ενώ τέλος από το συνολικό διάγραμμα των προφίλ ταχυτήτων γίνεται πάλι αντιληπτή η επιρροή του αριθμού Reynolds στις μέσες ταχύτητες, οι οποίες μετατοπίζονται προς τα πάνω (δηλαδή παρουσιάζουν αύξηση) στον άξονα των y με την αύξηση του αριθμού Reynolds από 670 στα 4060 (βλ. διάγραμμα 19).

2.4 Τυρβώδης ροή σε κανάλια (Channel flow). Προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης DNS τυρβωδών ροών σε κανάλι. Για τις ανάγκες της εν λόγω εργασίας έχουν επιλεγεί τρεις χαρακτηριστικές περιπτώσεις αριθμητικής προσομοίωσης, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν το 1986, το 1991 και το 2014, και θα παρουσιαστούν με χρονολογική σειρά όπως είναι αναμενόμενο, αφού με την πάροδο των ετών οι μέθοδοι και τα αριθμητικά δεδομένα εμπλουτίζονται και εξελίσσονται. Θα προηγηθεί ο σχεδιασμός των προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας και έπειτα θα ακολουθήσει ο σχολιασμός τους .

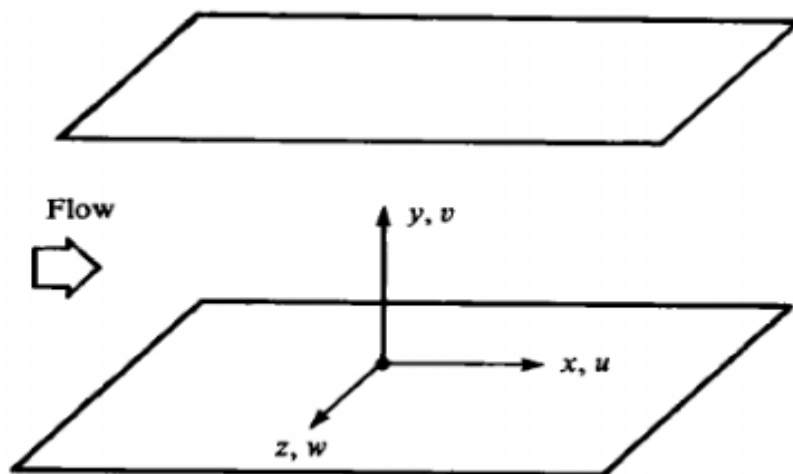
Το 1986 οι Kim, Moin και ο Moser βασιζόμενοι στα πειράματα προηγούμενων ερευνητών και δημοσιεύσεων που είχαν προηγηθεί για την πλήρως αναπτυγμένη ροή σε κανάλι επέλεξαν τη γεωμετρία της ροής. Βασίστηκαν στα πειράματα του Nikuradse (1929), του Reichardt (1938), αλλά και σε πιο πρόσφατα κοντά στην εποχή που έκαναν τη δημοσίευσή τους δεδομένα όπως σε αυτά του Schlichting (1955), των Hussain & Reynolds (1975) αλλά και του Laufer (1951), ο οποίος αξίζει να ειπωθεί ότι ήταν ο πρώτος που κατέγραψε στατιστικά στοιχεία της τύρβης. Επέλεξαν τη γεωμετρία της ροής, για την πλήρως αναπτυγμένη ροή σε κανάλι, η οποία εμφανίζει ομοιογένεια κατά μήκος του ρεύματος (streamwise direction) αλλά και κατά μήκος του ανοίγματος (spanwise direction), και χρησιμοποίησαν περιοδικές συνοριακές συνθήκες στις δύο αυτές κατευθύνσεις. Η γεωμετρία του πεδίου ροής φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί 2.4.1. Ο αριθμός Reynolds

που πραγματοποιήσαν στην αριθμητική προσομοίωση έχει οριστεί με βάση την ταχύτητα διάτμησης του τοιχώματος, και όπου χαρακτηριστικό μήκος χρησιμοποιήθηκε το ήμισυ του πλάτους του καναλιού, συμβολίζεται ως Re_{τ} ή Re_{τ} και λαμβάνει την τιμή 180.

$$Re_{\tau} = \frac{u_* h}{\nu}$$

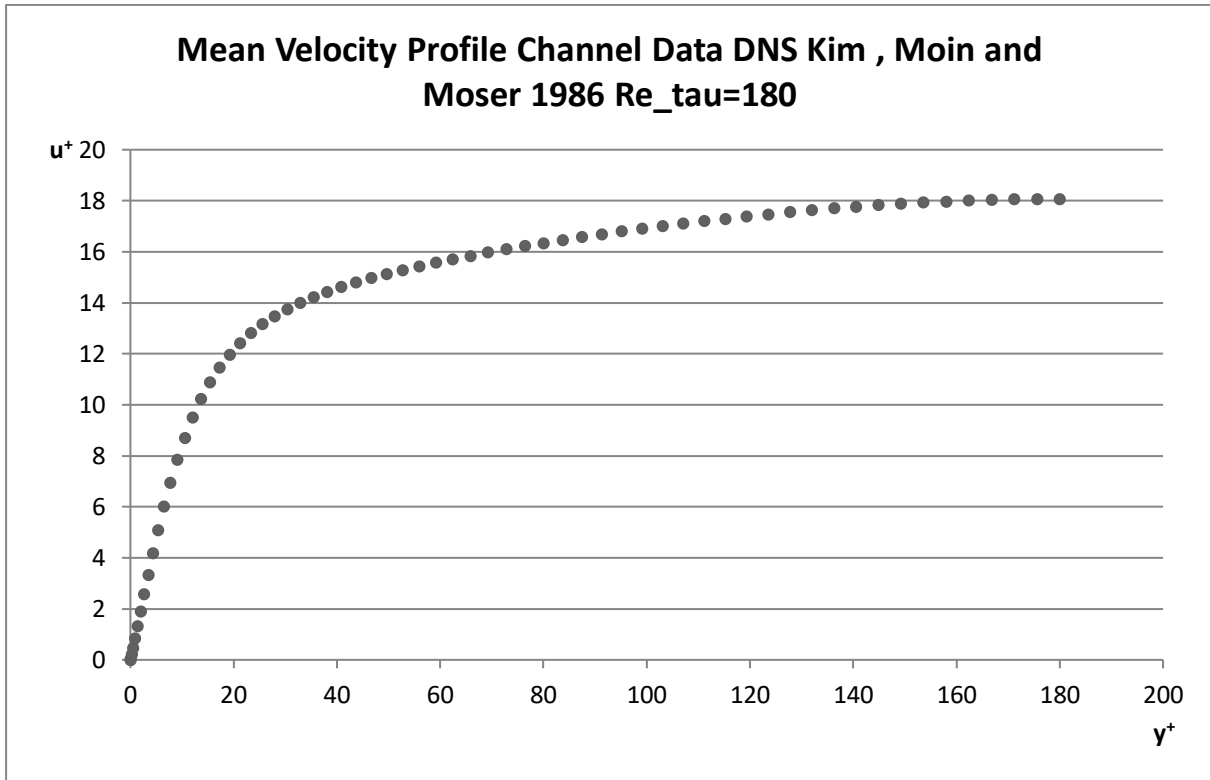
όπου u_* : ταχύτητα διάτμησης στο τοίχωμα (friction velocity)

$h=H/2$: ήμισυ της απόστασης μεταξύ των δύο επίπεδων πλακών

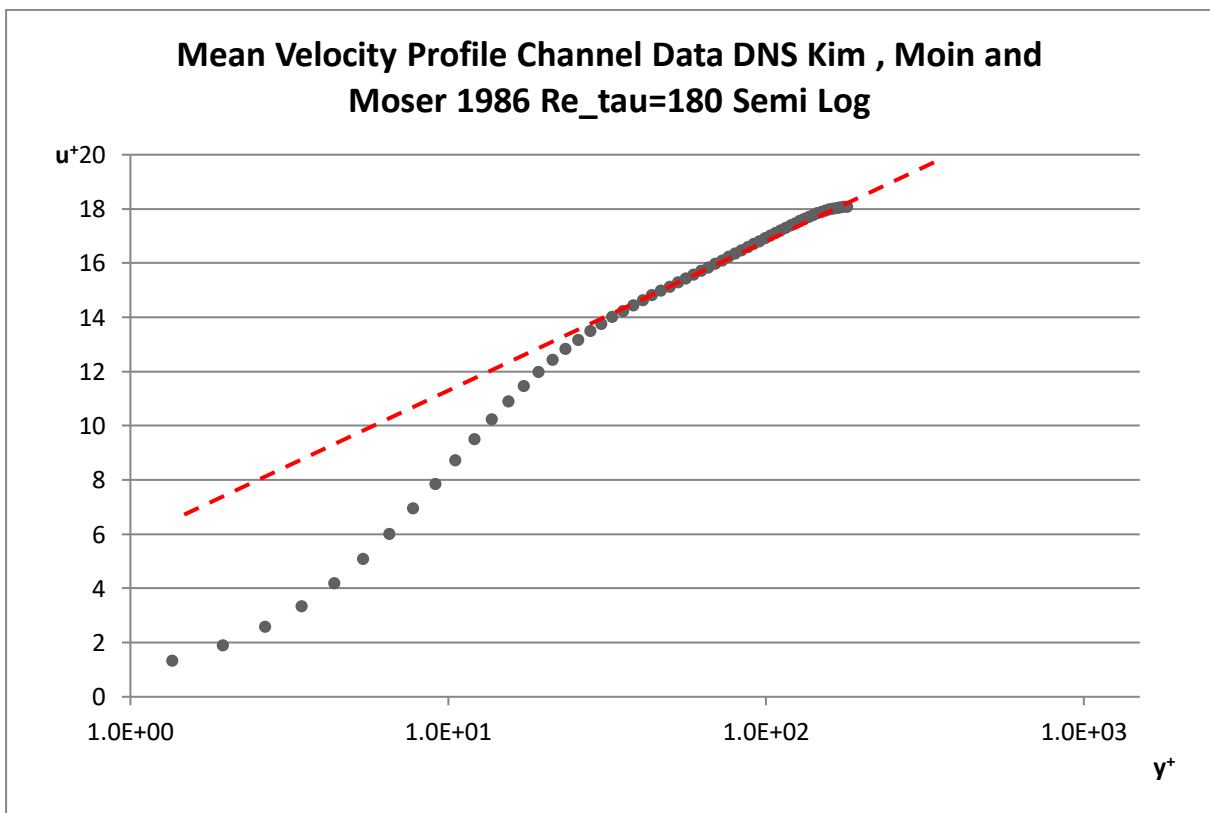


Σχήμα 2.4.1 Τυρβώδης ροή σε κανάλι (ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών). Σύστημα συντεταγμένων του πεδίου ροής της προσομοίωσης των Kim, Moïni και Moser (1986).

Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα όπου απεικονίζονται τα προφίλ της μέσης χρονικά ταχύτητας (**Mean Velocity Profile**) για την συγκεκριμένη αριθμητική προσομοίωση, ενώ ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων και η εξαγωγή συμπερασμάτων θα γίνει συνολικά στο τέλος του κεφαλαίου.

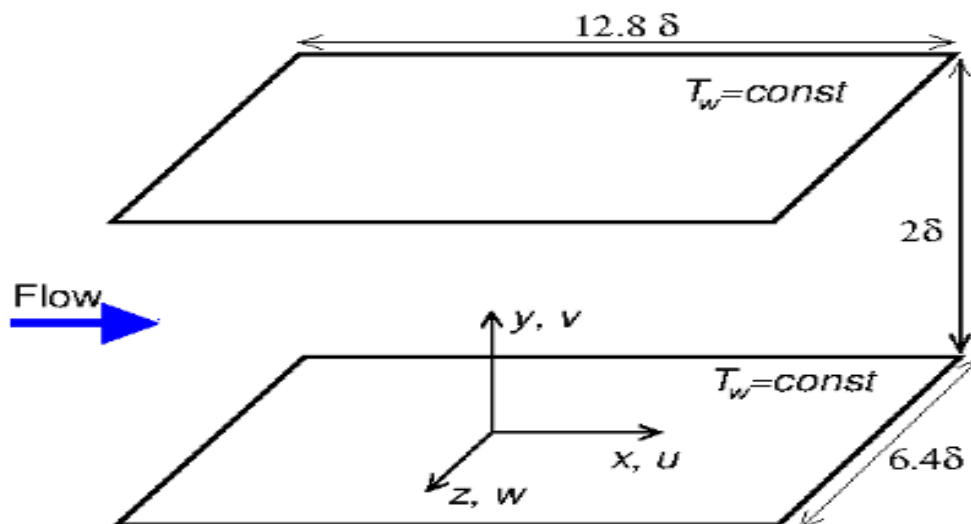


Διάγραμμα 20

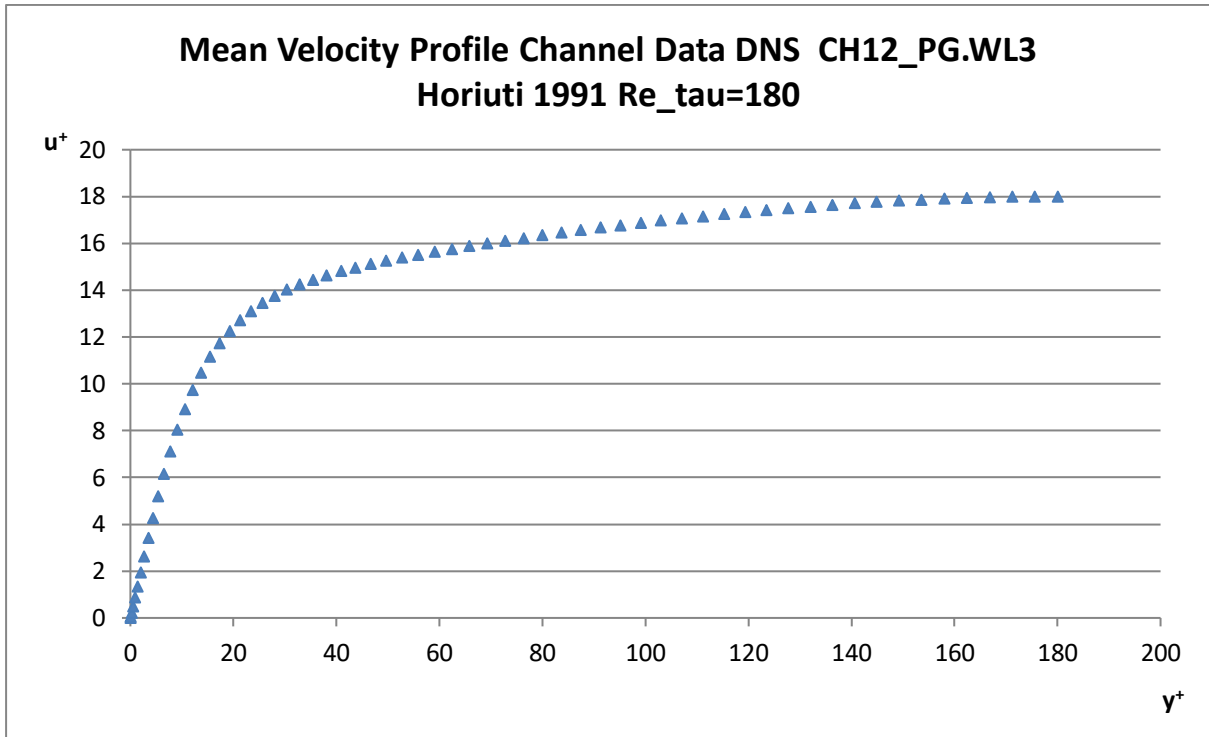


Διάγραμμα 21

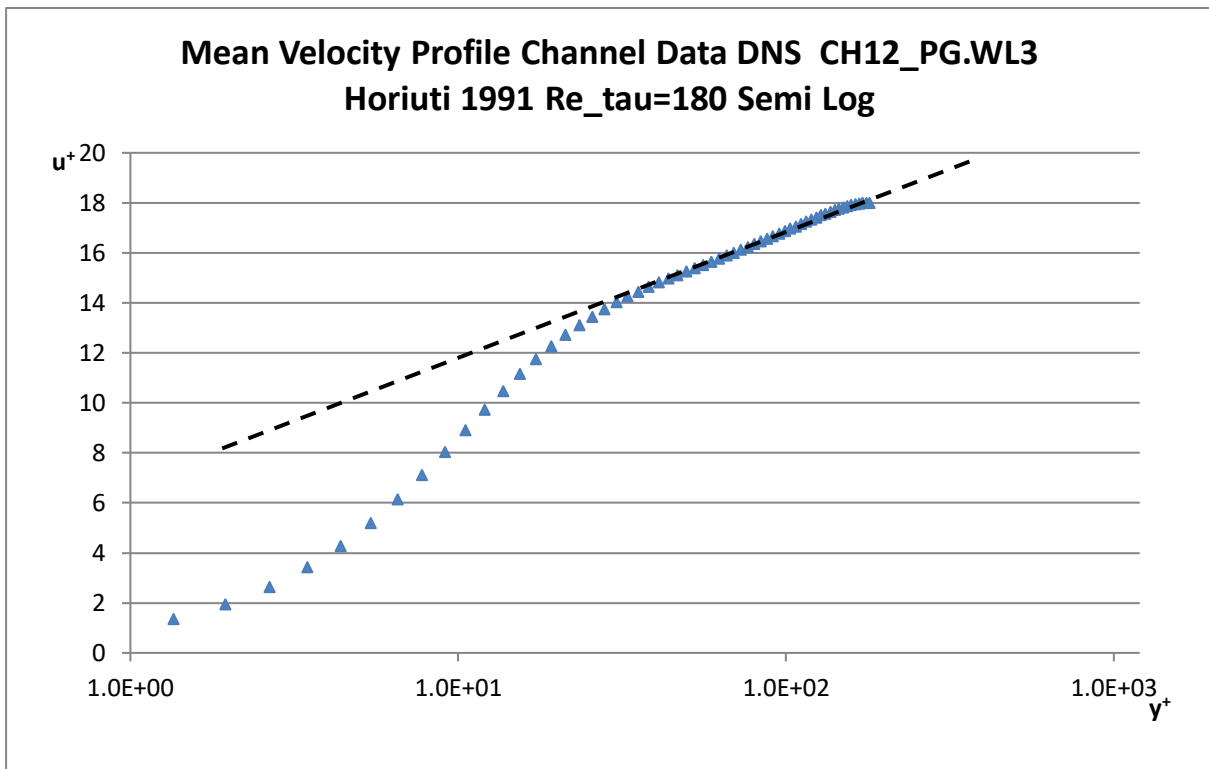
Το 1991, ο Horiuti, σε συνέχεια των αριθμητικών προσομοιώσεων των Kim, Moin και Moser πραγματοποίησε και αυτός την αριθμητική προσομοίωση για τυρβώδη ροή σε κανάλι, χρησιμοποιώντας τις ίδιες παραμέτρους με τους προηγούμενους ερευνητές, όπως ο αριθμός Re_{τ} , με τη μόνη διαφορά ότι έγινε αλλαγή στο υπολογιστικό σχήμα για την προσομοίωση της ροής, περισσότερες λεπτομέρειες περιγράφονται στην δημοσίευσή του, η οποία δίνεται στη βιβλιογραφία. Και σε αυτή την περίπτωση έχουμε μια πλήρως αναπτυγμένη διδιάστατη τυρβώδη ροή μεταξύ των παράλληλων πλακών, όπως παρατηρείται στο Σχήμα 2.4.2. Στο σημείο αυτό παρατίθενται τα προφίλ της μέσης ταχύτητας και θα ακολουθήσει σύγκριση των DNS αποτελεσμάτων του 1986 και του 1991.



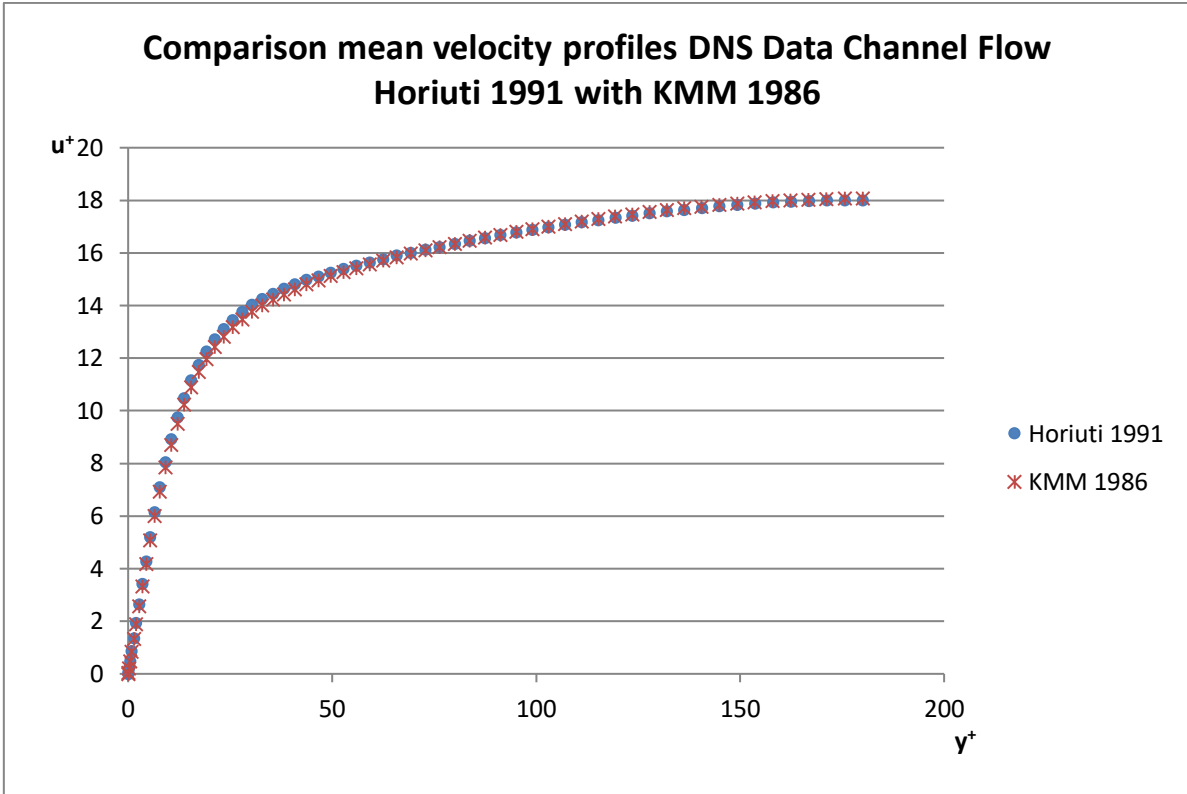
Σχήμα 2.4.2 Τυρβώδης ροή σε κανάλι (ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών). Υπολογιστικό “φατνίο” της προσομοίωσης του Horiuti (1991).



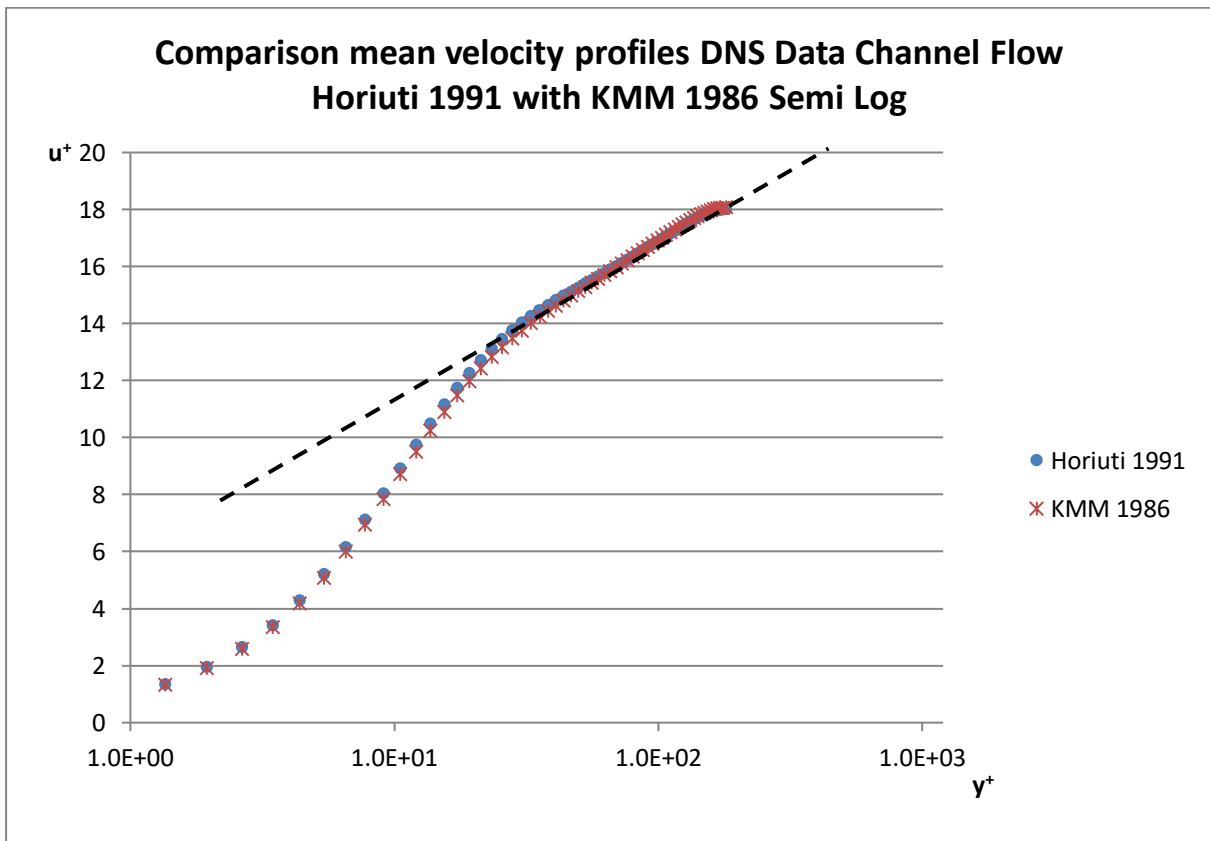
Διάγραμμα 22



Διάγραμμα 23



Διάγραμμα 24



Διάγραμμα 25

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Σε αυτό το σημείο αξίζει να ειπωθεί ότι τα διαγράμματα είναι εκφρασμένα σε μεταβλητές του εσωτερικού νόμου, όλες οι αριθμητικές προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν και τα διαγράμματα που χρησιμοποιήθηκαν για τις ανάγκες της παρούσης εργασίας έγιναν με βάση τον ίδιο $Re_{\tau}=180$. Ο σχολιασμός και η ύπαρξη της λογαριθμικής συμπεριφοράς, εάν υπάρχει, θα γίνει βάσει των διαγραμμάτων 21, 23 και 25, στα οποία έχει τοποθετηθεί διακεκομμένη γραμμή, ώστε να γίνουν εμφανή τα όρια του λογαριθμικού νόμου. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η ανάλυση έχει γίνει με DNS για τυρβώδη ροή σε κανάλια και έχει γίνει μόνο σε μικρούς αριθμούς Reynolds, αναμένουμε σύμφωνα με τους Kim, Moir, Moser (1986) και Horiuti (1991), μόνο ένα μικρό τμήμα του λογαριθμικού τμήματος να γίνεται εμφανές στα προφίλ μέσης ταχύτητας, του οποίου τα όρια θα αναλυθούν στη συνέχεια. Ακόμη, όπως υποστηρίζουν οι συγγραφείς και των δύο δημοσιεύσεων που γίνεται ο σχολιασμός, τα προφίλ ταχύτητας δείχνουν ότι τα αποτελέσματα προσομοιώνουν με πολύ μεγάλη ακρίβεια την περιοχή κοντά στο τοίχωμα. Γίνεται επομένως εύκολα αντιληπτό ότι η βάση δεδομένων από DNS, είναι αξιόπιστη σε σύγκριση με άλλες μεθόδους που χρησιμοποιούνται, πχ. LES, στην αξιολόγηση και στην επεξεργασία δεδομένων σε μοντέλα τύρβης. Ακόμη τα διαγράμματα 24, 25 έρχονται να επιβεβαιώσουν την “εγκυρότητα” των αριθμητικών προσομοιώσεων που διεξήχθησαν το 1986 και το 1991 αντίστοιχα, καθώς παρατηρείται ότι το προφίλ της μέσης ταχύτητας των Kim, Moir, Moser (1986) βρίσκεται σε συμφωνία με αυτό του Horiuti (1991), με μικροδιαφορές να εντοπίζονται στην εξωτερική περιοχή του τυρβώδους οριακού στρώματος.

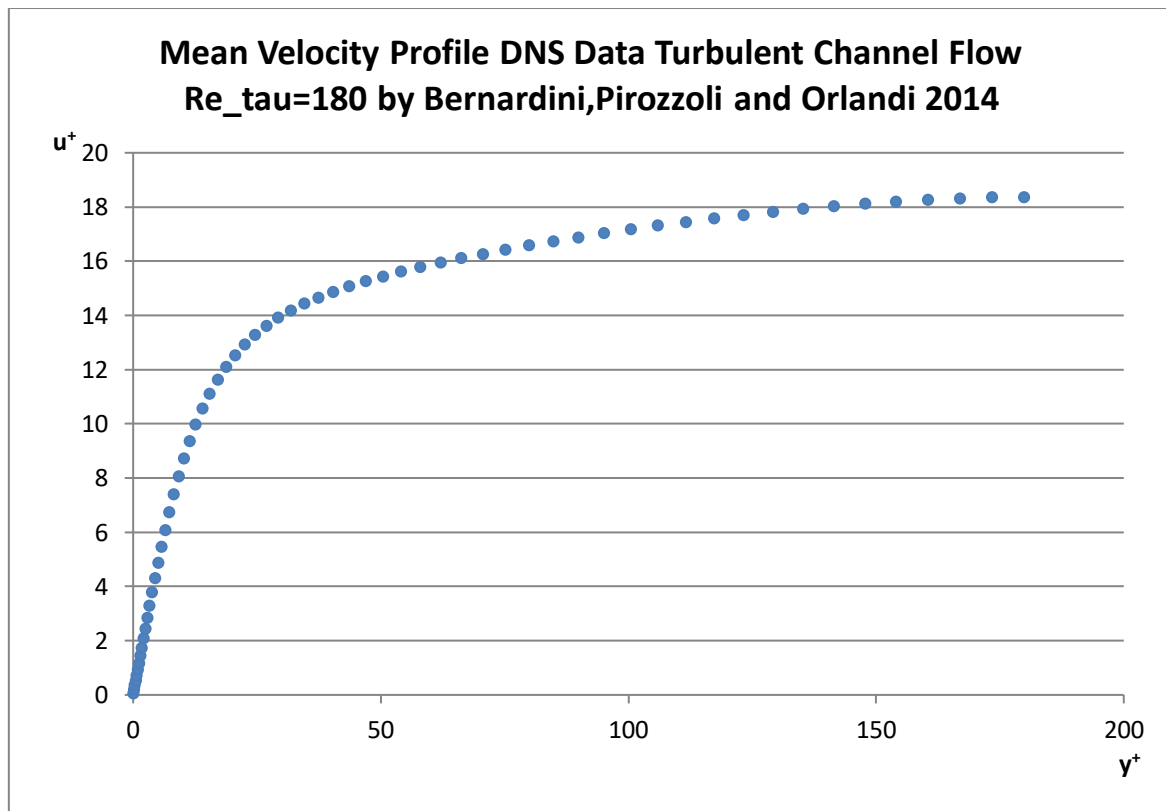
Όπως ειπώθηκε, ο αριθμός Reynolds που πραγματοποιήθηκαν τα αποτελέσματα του DNS είναι “μικρός”, γεγονός που επιφέρει αλλαγή στην συμπεριφορά του προφίλ της μέσης ταχύτητας αφού ελαττώνεται έως και μηδενίζεται η περιοχή του λογαριθμικού νόμου. Από το διάγραμμα 21 παρατηρείται ότι η λογαριθμική συμπεριφορά στην καμπύλη εμφανίζεται από $y_1^+=22$ έως $y_2^+=66$ καταχρηστικά, γεγονός που επιβεβαιώνουν πολλοί μελετητές οι οποίοι αμφισβητούν την ύπαρξη του λογαριθμικού νόμου, σε μικρούς αριθμούς Reynolds (βλ. Bernardini et al. 2014). Τέλος, από το διάγραμμα 23 η λογαριθμική συμπεριφορά παρατηρείται εντός του διαστήματος $y_1^+=21$ και $y_2^+=88$.

Φτάνοντας στο τέλος της μελέτης των τυρβωδών ροών σε κανάλι, στα πλαίσια αυτής της εργασίας είναι σημαντικό να αναφερθούμε στα αποτελέσματα των Bernardini, Pirozzoli και του Orlandi (2014). Ασχολήθηκαν με την συμπεριφορά της ασυμπίεστης τυρβώδους ροής σε κανάλι με υψηλό αριθμό Reynolds, με άμεση αριθμητική προσομοίωση μεγάλης κλίμακας ($Re_{\tau}=180-4000$).

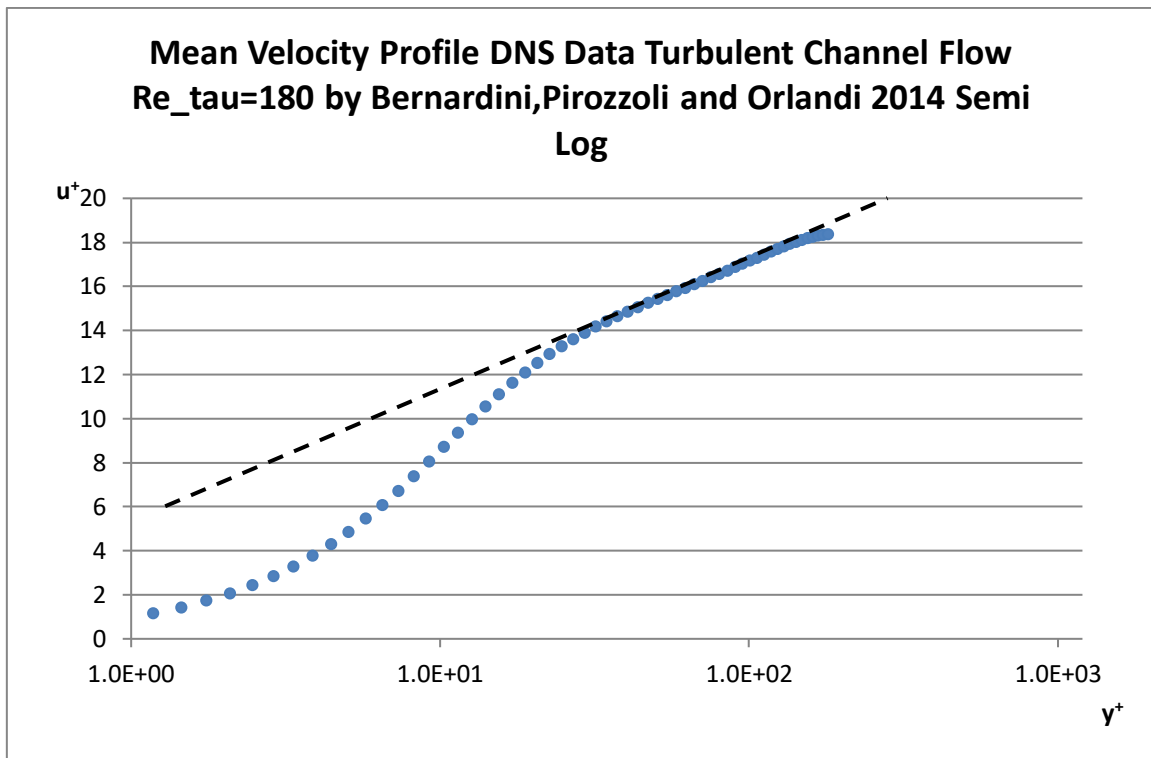
Όπως υποστηρίζουν και οι Hultmark, Bailey & Smits (2010), η μελέτη τυρβωδών ροών (όπως τυρβώδη οριακά στρώματα, ροές σε σωλήνες και κανάλια) όταν εξετάζονται σε τάξεις μεγέθους αριθμού Reynolds ενδιάμεσου ή υψηλού, είναι μια δύσκολη πρόκληση

τόσο για τα πειράματα, μιας και απαιτούν αυστηρές απαιτήσεις για τους αισθητήρες ταχύτητες, όσο για την άμεση αριθμητική προσομοίωσή τους σε μεγαλύτερο βαθμό. Το DNS γνωρίζουμε ότι μας παρέχει ευκολία στην πρόσβαση στο τριδιάστατο πεδίο της πλήρους αναπτυγμένης ροής, αλλά το σοβαρό της μειονέκτημα είναι η τεράστια απαίτηση σε υπολογιστικούς πόρους.

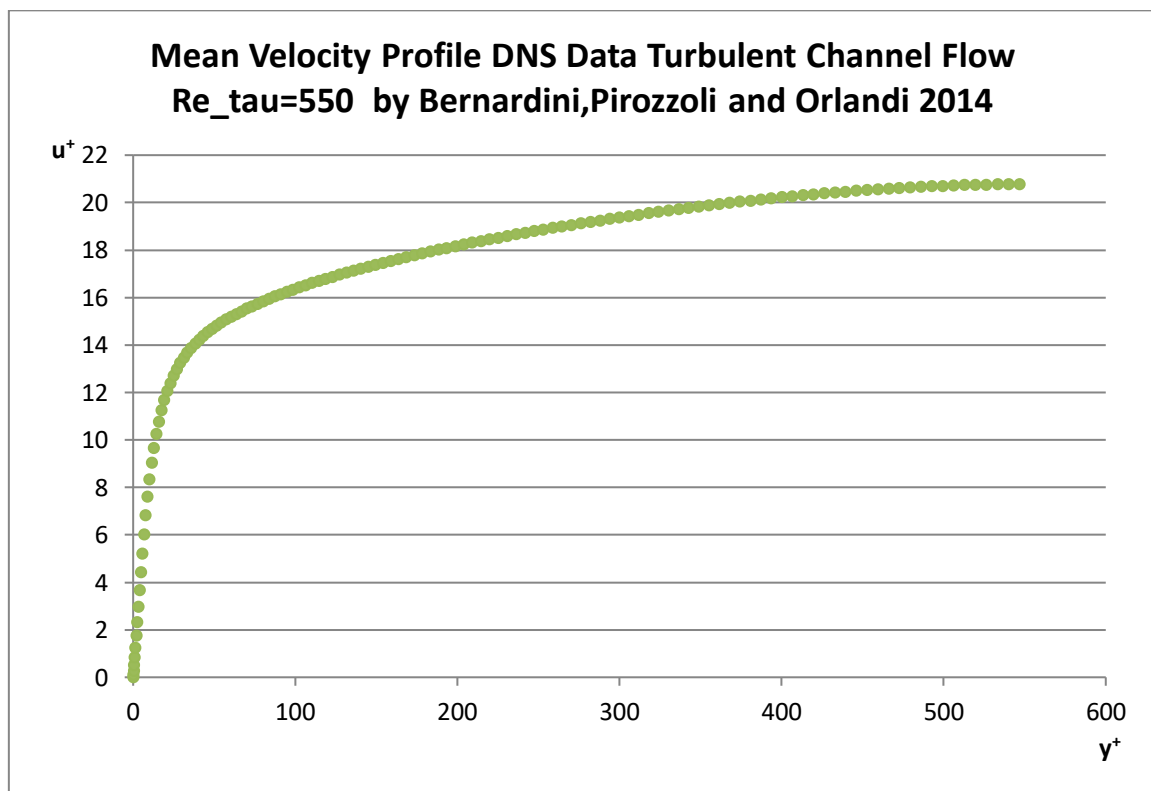
Ακολουθούν τα προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας για το εύρος των αριθμών Reynolds που έλαβε χώρα η προσομοίωση. Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται είναι αυτές του εσωτερικού νόμου. Τέλος έπεται ο σχολιασμός επί των αποτελεσμάτων.



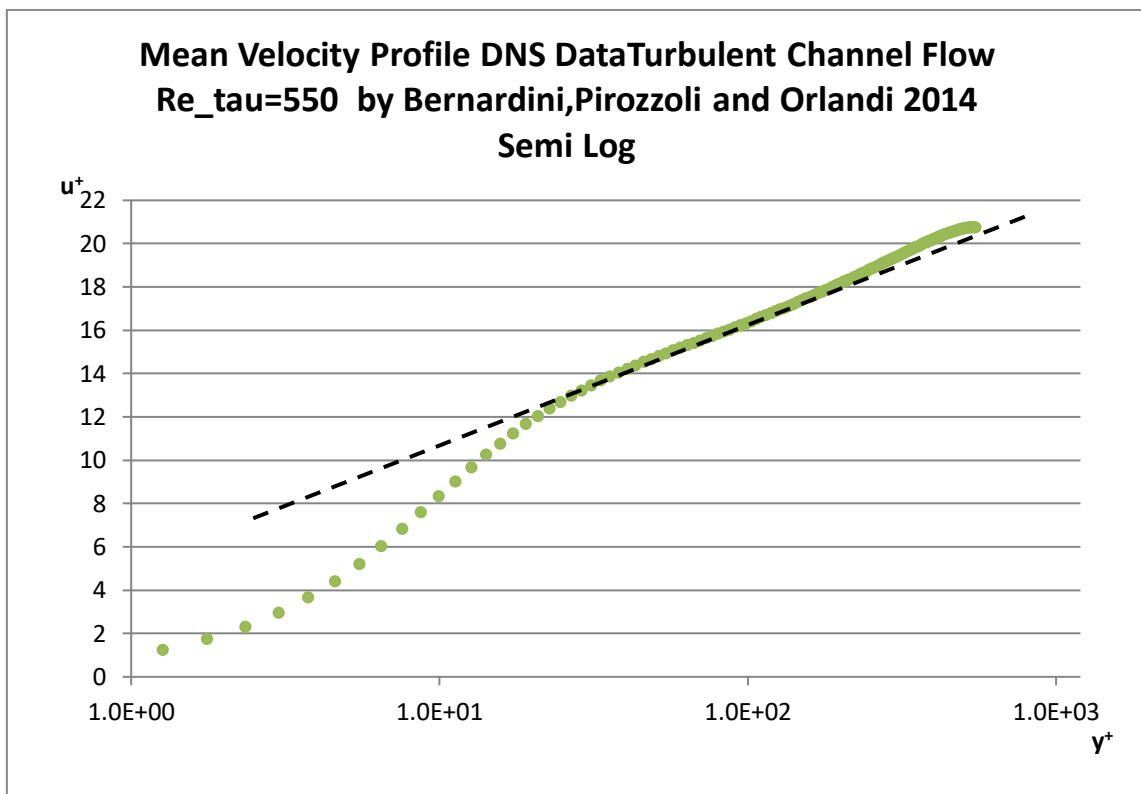
Διάγραμμα 26



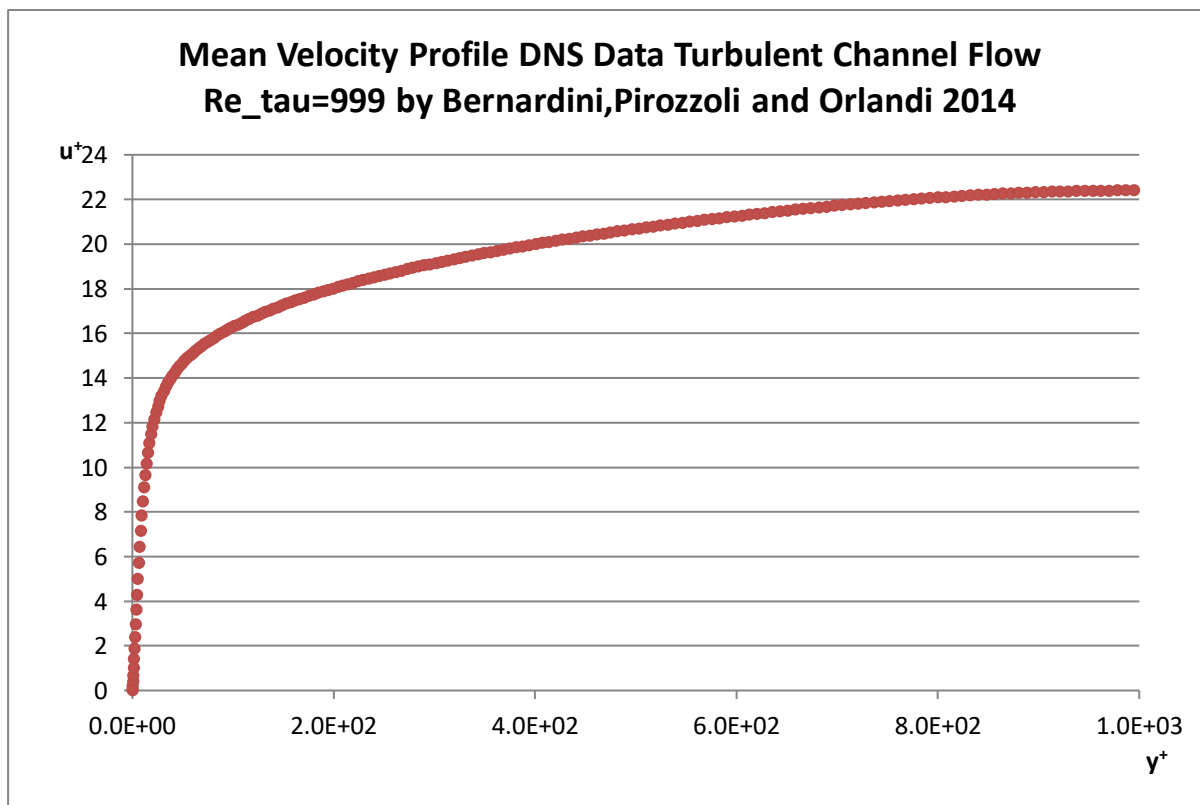
Διάγραμμα 27



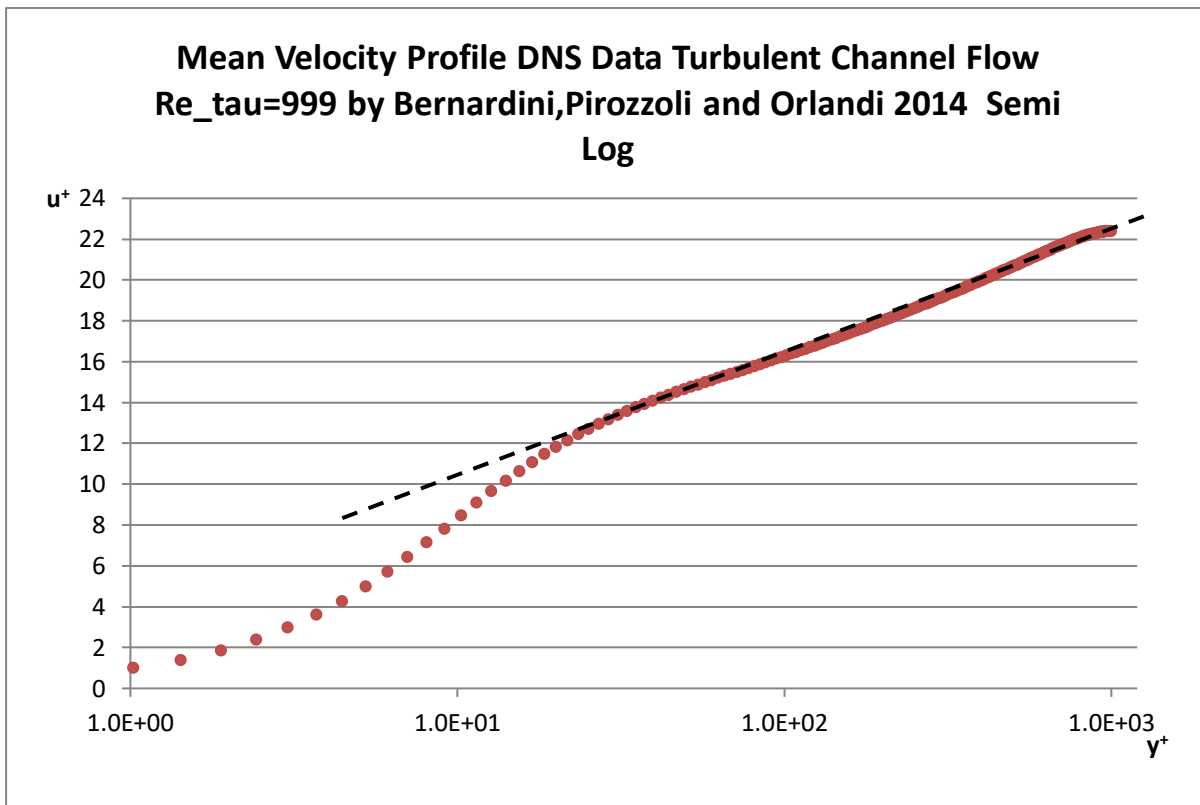
Διάγραμμα 28



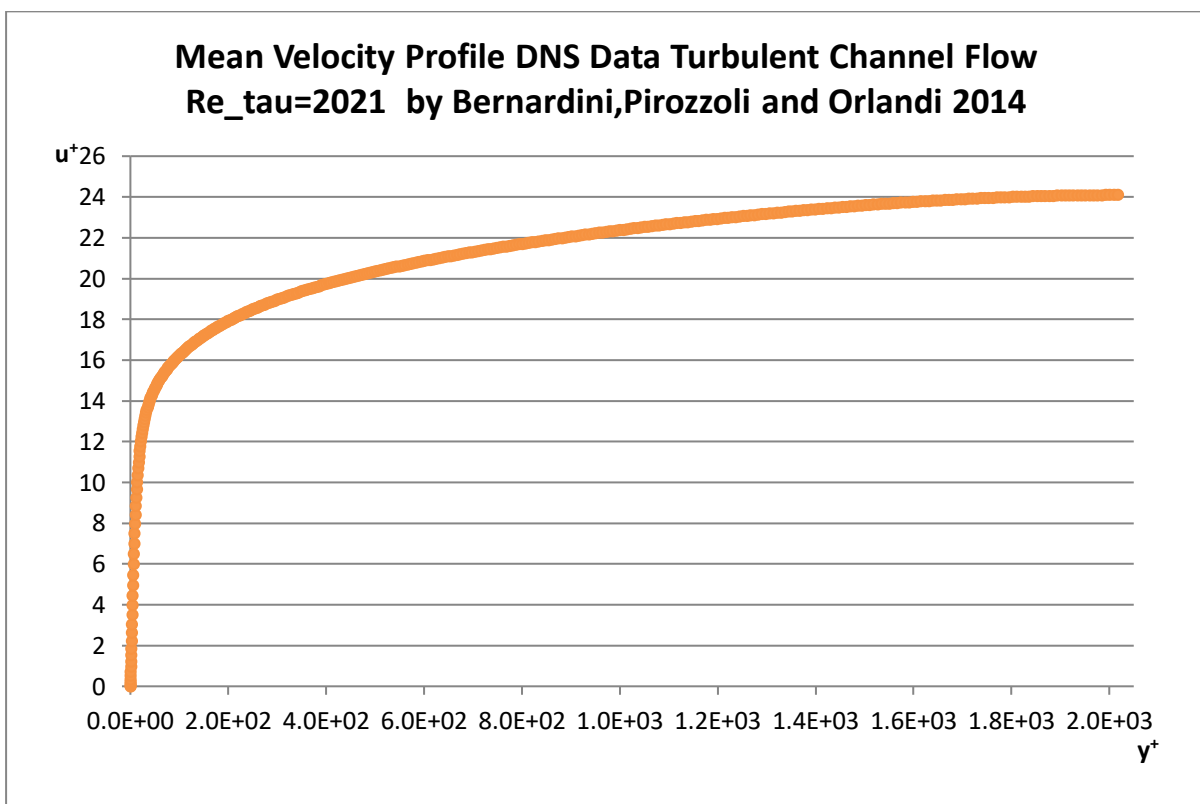
Διάγραμμα 29



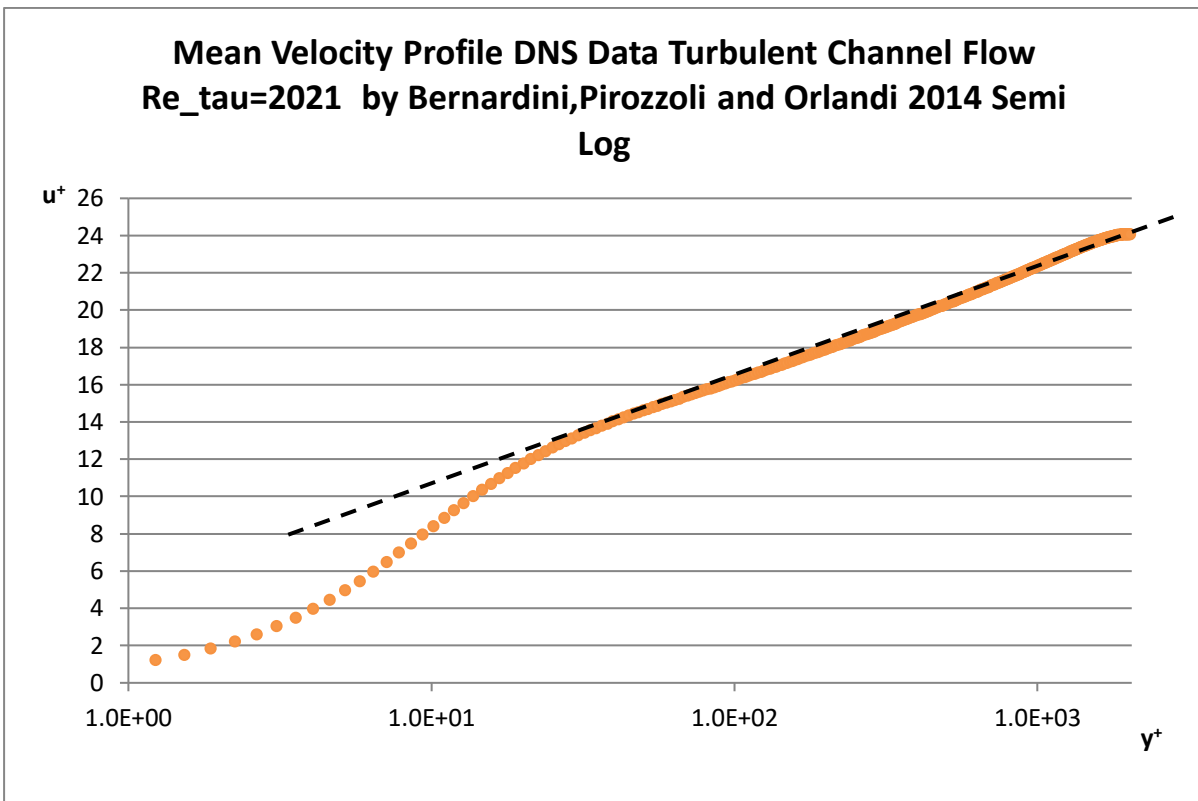
Διάγραμμα 30



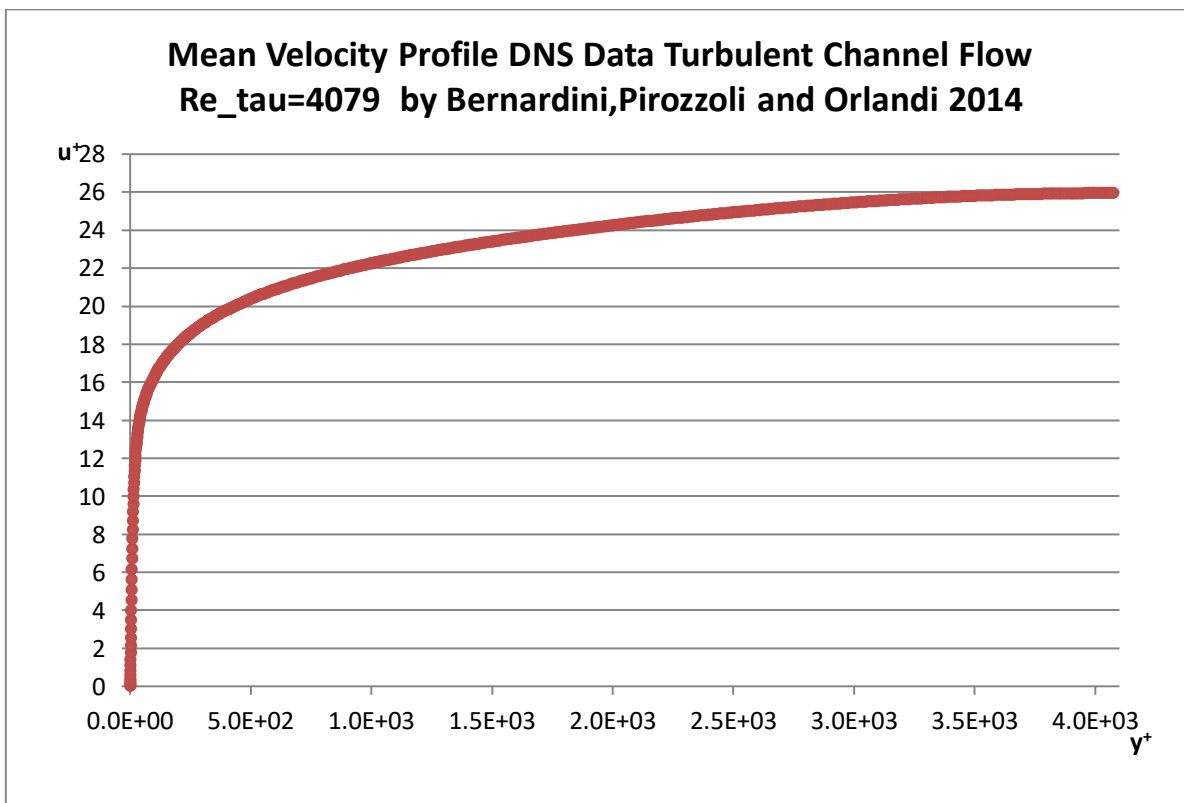
Διάγραμμα 31



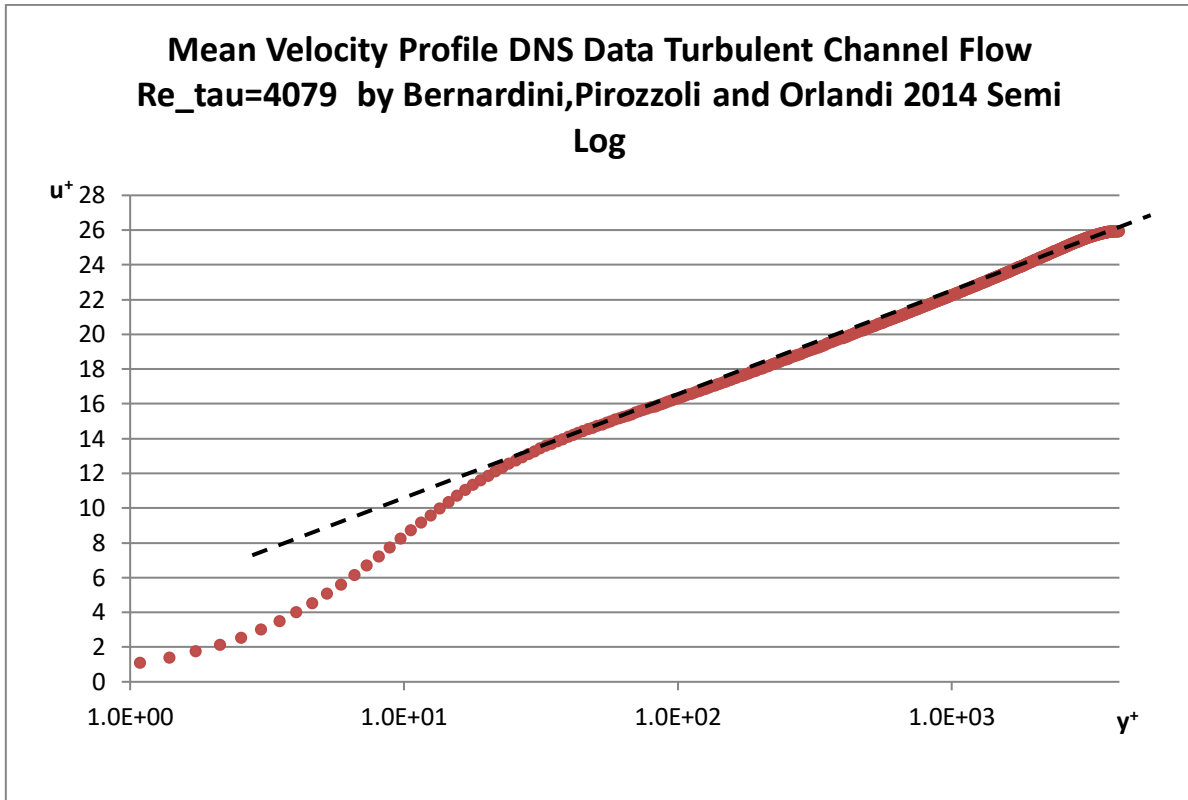
Διάγραμμα 32



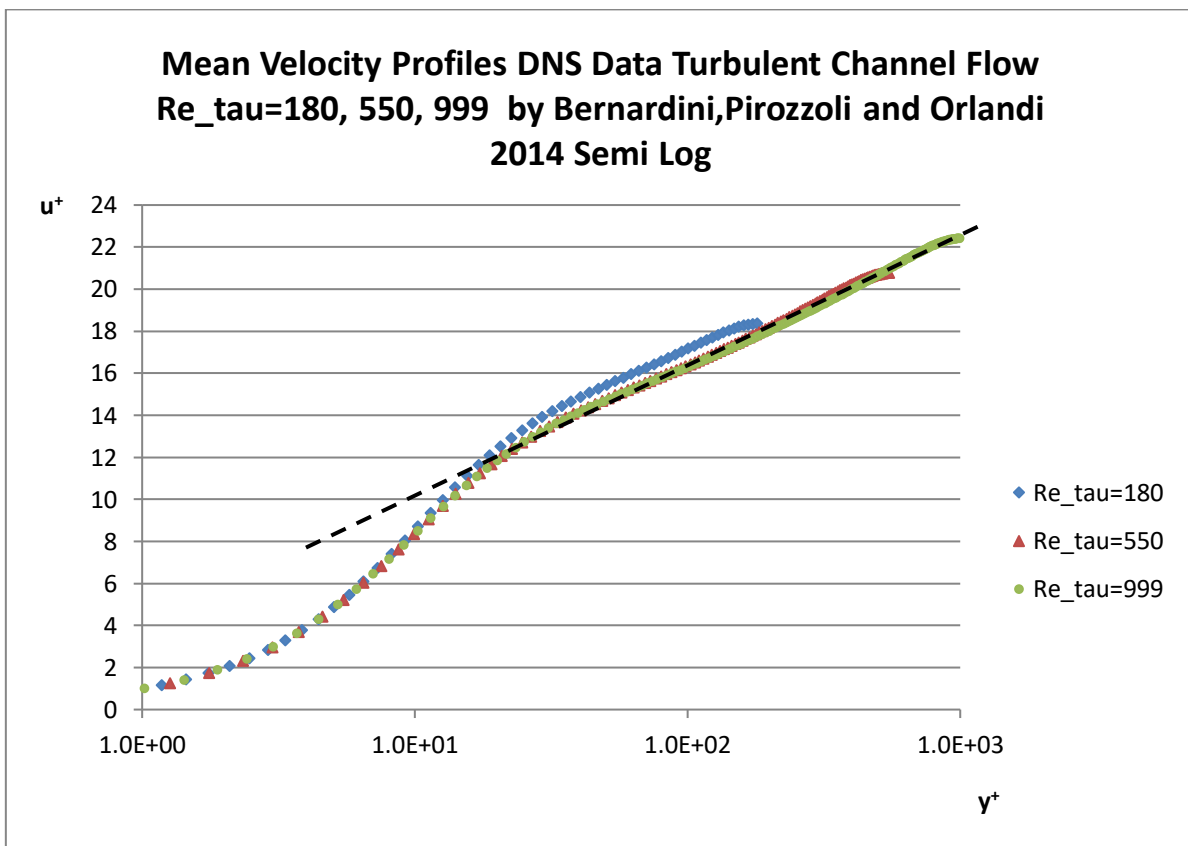
Διάγραμμα 33



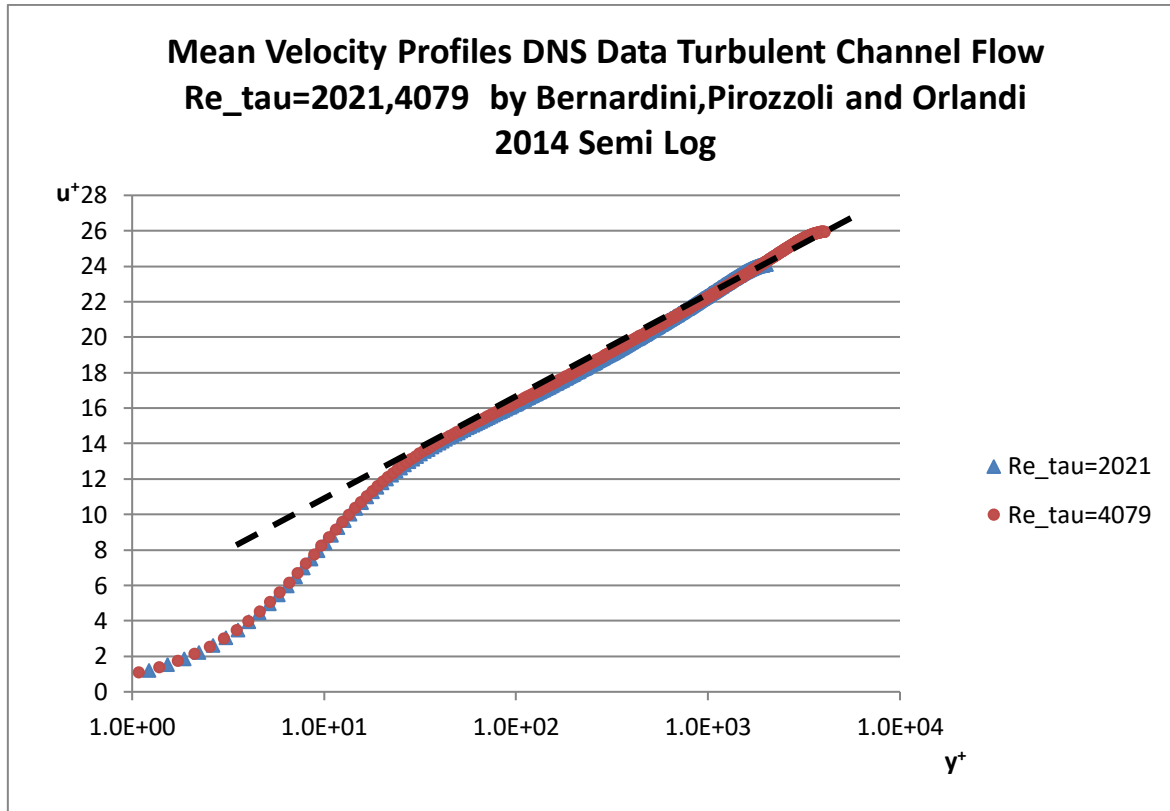
Διάγραμμα 34



Διάγραμμα 35



Διάγραμμα 36



Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Όπως προαναφέρθηκε, η μελέτη τυρβωδών ροών είναι αντικείμενο ιδιαίτερης σημασίας στην μηχανική των ρευστών, ενώ εγείρει έντονο επιστημονικό ενδιαφέρον. Παρουσιάστηκαν τα προφίλ της μέσης ταχύτητας για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή σε κανάλι, για αριθμούς Reynolds_tau=180-4000 και προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα κατά την επεξεργασία των δεδομένων.

Σύμφωνα με πολλούς μελετητές, είναι κοινή η αντίληψη ότι η τύρβη κοντά στο τοίχωμα είναι καθολική και κατά συνέπεια ισχύει ο εσωτερικός νόμος ανεξάρτητα από την τιμή του αριθμού Reynolds. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται από την μελέτη των διαγραμμάτων 27, 29, 31, 33 και 35 και μάλιστα τα όρια που εκτείνεται έρχονται σε πλήρη συμφωνία με αυτά που έχουν διατυπωθεί και αναπτυχθεί στο Κεφάλαιο 1^ο (βλ. ιξώδες υπόστρωμα). Παρ' όλα αυτά η περιοχή ισχύος του λογαριθμικού νόμου στα προφίλ ταχύτητας που έχουν σχεδιαστεί σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, παρατηρούμε ότι ο αριθμός Reynolds διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση της λογαριθμικής συμπεριφοράς, καθώς και στο διάστημα στο οποίο παρατηρείται. Και από τις δύο αριθμητικές προσομοιώσεις των Kim, Moin, Moser (1986) και Horiuti (1991) με αριθμό Reynolds_tau=180 καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ο λογαριθμικός νόμος δεν είναι τόσο ευδιάκριτος, για αυτό και πολλοί

συγγραφείς αμφισβητούν την ύπαρξή του σε μικρούς αριθμούς Reynolds, γεγονός που μας το επιβεβαιώνουν τα αριθμητικά δεδομένα των Bernardini, Pirozzoli και του Orlandi (2014), για τον ίδιο αριθμό Reynolds. Πιο συγκεκριμένα ο λογαριθμικός νόμος, παρατηρείται για το διάστημα από $y_1^+=20$ έως $y_2^+=95$, βλ. διάγραμμα 27. Με την αύξηση όμως του αριθμού Reynolds_tau=550 διάγραμμα 29, είναι πιο εμφανής η λογαριθμική συμπεριφορά στο προφίλ της ταχύτητας με τα όριά του να εκτείνονται από $y_1^+=40$ και $y_2^+=214$. Ακολούθως από το διάγραμμα 31, όπου ο αριθμός Reynolds λαμβάνει την τιμή **1000**, ο λογαριθμικός νόμος είναι πλέον εμφανής και δεν μπορεί να αμφισβητηθεί η ύπαρξή του με το διάστημα ισχύος από $y_1^+=44$ και $y_2^+=400$. Το συγκριτικό διάγραμμα 36, αποτελεί πειστήριο, αφού επιβεβαιώνει τα όσα έχουν λεχθεί και συνάγεται το συμπέρασμα ότι για την εν λόγω προσομοίωση, η λογαριθμική συμπεριφορά γίνεται εμφανής στο προφίλ της ταχύτητας εφόσον ο αριθμός Reynolds γίνει αρκούντως μεγάλος και όταν ξεπεράσει την τιμή 1000. Τόσο η περιοχή εμφάνισης όσο και η έκταση του λογαριθμικού νόμου γίνονται εμφανείς από τα διαγράμματα 33, 35 και 37. Από το διάγραμμα 33 τα όρια του λογαριθμικού νόμου προκύπτουν από $y_1^+=45$ και $y_2^+=755$ για την τιμή του Reynolds_tau=2021. Τέλος, από το διάγραμμα 35 και για αριθμό Reynolds_tau=4079 προκύπτει ότι για $y_1^+=75$ και $y_2^+=1130$, εμφανίζεται ο λογαριθμικός νόμος. Ενώ, αν παρατηρήσουμε τα διαγράμματα 26, 28, 30, 32 και 34 διαπιστώνεται ότι ο αριθμός Reynolds, όπως ήταν αναμενόμενο, έχει επίδραση στα μέγιστα της αδιαστοποιημένης ταχύτητας, όπου μετατοπίζεται η καμπύλη με την αύξηση του αριθμού Reynolds προς τα πάνω στον κατακόρυφο άξονα.

Κεφάλαιο 3^ο

Τάσεις Reynolds ή τυρβώδεις τάσεις (Reynolds Stresses)

3.1 Χρήση χρονικά μέσων ποσοτήτων-εισαγωγή

Οι τυρβώδεις ροές χαρακτηρίζονται από γρήγορες, ακανόνιστες και μη προβλέψιμες διακυμάνσεις της τοπικής ταχύτητας σε τυχόν σημείο της ροής, καθώς και από υψηλούς ρυθμούς διάχυσης και μείξης. Η συνηθέστερη μεθοδολογία που ακολουθείται σήμερα στη μελέτη ασυμπίεστων τυρβωδών ροών, όπως περιγράφουν οι Xiohua Wu, Parviz Moin (2008) και ο Άγγελος Θ. Παπαϊωάννου (σημειώσεις μαθήματος Μηχ. Ρευστών-ΕΜΠ) βασίζεται στη χρήση χρονικά μέσων ποσοτήτων. Στη μεθοδολογία αυτή, γνωστή και ως Reynolds decomposition, η στιγμιαία ταχύτητα (u, v, w) σε τυχόν σημείο της τυρβώδους ροής αναλύεται στο άθροισμα της χρονικά μέσης τιμής της ταχύτητας $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ και στη διακύμανση της ταχύτητας με συνιστώσες (u', v', w') . Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί συνοπτικά η ανάπτυξη των εξισώσεων Reynolds (RANS) ακολουθώντας τις παρουσιάσεις των (H. Schlichting (1975) και A. Λιακόπουλου (2019)). Για τις τρεις συνιστώσες της ταχύτητας και την πίεση γράφουμε:

$$u = \bar{u} + u' , v = \bar{v} + v' , w = \bar{w} + w' , p = \bar{p} + p' \quad (3.1)$$

όπου οι χρονικά μέσες τιμές ορίζονται από τις σχέσεις

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt , \quad \bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T v dt , \quad \bar{w} = \frac{1}{T} \int_0^T w dt , \quad \bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (3.2)$$

Στις σχέσεις (3.2), T είναι ένα χρονικό διάστημα το οποίο επαρκεί για την ορθή εκτίμηση της χρονικά μέσης τιμής των ποσοτήτων u, v, w, p .

Σημειώνουμε ότι για ροές με συνοριακές συνθήκες ανεξάρτητες του χρόνου οι ποσότητες $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ και \bar{p} είναι επίσης ανεξάρτητες του χρόνου. Από τις σχέσεις (3.1) προκύπτει ότι

$$\overline{u'} = \overline{v'} = \overline{w'} = \overline{p'} = 0 \quad (3.3)$$

δηλαδή, οι χρονικά μέσες τιμές των διακυμάνσεων είναι μηδενικές.

Στη στατιστική ανάλυση των διακυμάνσεων εισάγουμε επίσης τις χρονικά μέσες τιμές των τετραγώνων των διακυμάνσεων

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{T} \int_0^T u'^2 dt , \quad \overline{v'^2} = \frac{1}{T} \int_0^T v'^2 dt , \quad \text{κλπ.} \quad (3.4)$$

οι οποίες είναι προφανώς μη αρνητικές ποσότητες και, εν γένει, μη μηδενικές, δηλαδή

$$\overline{u'^2} > 0, \quad \overline{v'^2} > 0, \quad \overline{w'^2} > 0.$$

Σημειώνουμε επίσης ότι η χρονικά μέση κινητική ενέργεια της τύρβης ανά μονάδα μάζας σε τυχόν σημείο ενός τυρβώδους πεδίου ροής ισούται με

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (3.5)$$

Στη βιβλιογραφία των τυρβωδών ροών συναντάται συχνά η έννοια της **έντασης της τύρβης**.

Η ένταση της τύρβης ορίζεται ως

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{\overline{U}} \quad (3.6 \alpha)$$

όπου

$$\overline{U} = (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})^{1/2} \quad (3.6 \beta)$$

Στο πλαίσιο της ανάλυσης κατά Reynolds, μελετούμε τις τυρβώδεις ροές ως την υπέρθεση (επαλληλία) του χρονικά μέσου πεδίου ταχύτητας $(\overline{u}, \overline{v}, \overline{w})$ και του πεδίου των διακυμάνσεων (u', v', w') καθώς και του μέσου πεδίου πίεσης $\overline{p}(x, y, z)$ και του πεδίου διακυμάνσεων της πίεσης $p'(x, y, z, t)$. Επίσης είναι πολύ χρήσιμο να πραγματευόμαστε την κινητική ενέργεια της τύρβης, k , ως ένα βαθμωτό πεδίο δηλαδή, ως συνάρτηση των χωρικών συντεταγμένων.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.1) στις εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes, λαμβάνοντας υπόψη ότι για τις χρονικά μέσες τιμές των γινομένων των διακυμάνσεων ισχύουν γενικά οι σχέσεις

$$\overline{u'v'} \neq 0, \quad \overline{u'w'} \neq 0, \quad \overline{v'w'} \neq 0$$

ενώ,

$$\overline{\overline{u}} = \overline{u}, \quad \overline{\overline{u}v'} = 0, \quad \text{κλπ,}$$

εξάγουμε τις παρακάτω εξισώσεις για το χρονικά μέσο πεδίο ροής $(\overline{u}\hat{i} + \overline{v}\hat{j} + \overline{w}\hat{k})$.

Με βάση τις ιδιότητες (3.1) έως (3.3) η εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστη ροή λαμβάνει τη μορφή

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (3.7 \alpha)$$

δηλαδή η μορφή της εξίσωσης συνέχειας παραμένει αμετάβλητη (απλώς οι στιγμιαίες σημειακές ταχύτητες αντικαθίστανται από τις χρονικά μέσες σημειακές ταχύτητες).

Προκύπτει εύκολα ότι και για τις διακυμάνσεις του πεδίου ταχύτητας ισχύει η ανάλογη διαφορική σχέση

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (3.7 \beta)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.1) στις εξισώσεις Navier-Stokes και λαμβάνοντας τη μέση τιμή όλων των όρων των εξισώσεων και ενσωματώνοντας τις σχέσεις (3.3) και (3.4) καταλήγουμε στις χρονικά μέσες εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες συνήθως ονομάζονται εξισώσεις Reynolds.

Οι εξισώσεις Reynolds σε ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες παρουσιάζονται πιο κάτω,

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] = \\ & = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] - \rho \left[\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.8 \alpha)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] = \\ & = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right] - \rho \left[\frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.8 \beta)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] = \\ & = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right] - \rho \left[\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.8 \gamma)$$

Παρατηρούμε ότι η μορφή των εξισώσεων διατήρησης της ορμής για τις χρονικά μέσες ποσότητες \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} και \bar{p} παραμένει σχεδόν αμετάβλητη πλην της εμφάνισης των τελευταίων όρων στα δεξιά μέλη των εξισώσεων (3.8 α, β, γ). Οι όροι

$$-\rho \overline{u'^2}, \quad -\rho \overline{u'v'}, \quad -\rho \overline{u'w'}, \quad -\rho \overline{v'^2}, \quad -\rho \overline{v'w'}, \quad -\rho \overline{w'^2}$$

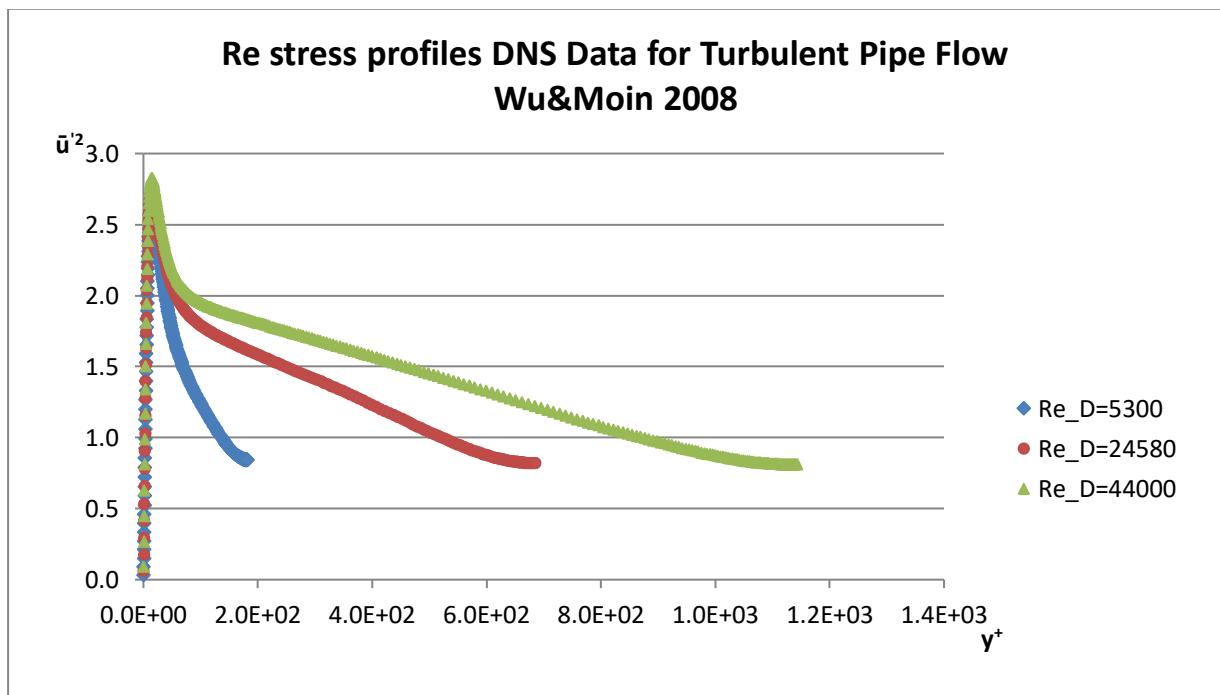
έχουν διαστάσεις τάσεων. Ονομάζονται τάσεις Reynolds ή τυρβώδεις τάσεις και οφείλονται στον μηχανισμό ανταλλαγής ορμής μεταξύ των σωματιδίων ρευστού, τα οποία κινούνται ακανόνιστα (αλλά όχι εντελώς τυχαία) στο τυρβώδες πεδίο ροής. Οι τάσεις Reynolds αποτελούν στοιχεία ενός συμμετρικού τανυστή 2^{ης} τάξης ο οποίος, σε αναπαράσταση πίνακα, έχει τη μορφή (H. Schlichting (1975) και Α. Λιακόπουλος (2019))

$$\begin{bmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{u'w'} \\ -\rho \overline{v'u'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{v'w'} \\ -\rho \overline{w'u'} & -\rho \overline{w'v'} & -\rho \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

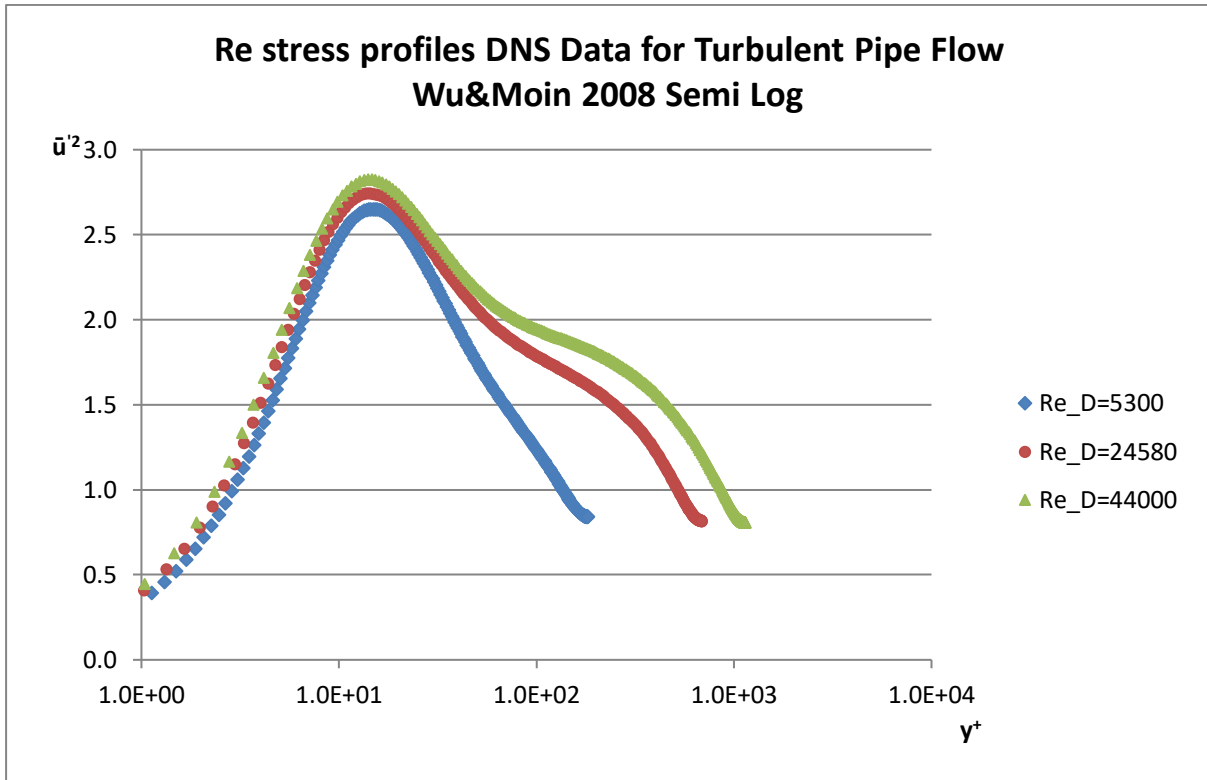
Η ύπαρξη των άγνωστων τυρβωδών τάσεων στις εξισώσεις (3.8 α, β, γ) δημιουργεί το πρόβλημα του “κλεισίματος της τύρβης” (turbulence closure). Με τον όρο “πρόβλημα κλεισίματος της τύρβης”, βλ. Α. Λιακόπουλος, Μηχανική Ρευστών 2^η Έκδοση, (2019), αναφερόμαστε στο γεγονός ότι στις εξισώσεις (3.8 α, β, γ) ο αριθμός των αγνώστων ποσοτήτων είναι δέκα (\bar{u} , \bar{v} , \bar{w} , \bar{p} , και έξι τάσεις Reynolds) δηλαδή, αριθμός μεγαλύτερος από τις τέσσερις εξισώσεις που έχουμε στη διάθεσή μας για τη μαθηματική περιγραφή του προβλήματος (την εξίσωση συνέχειας και τις τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις της αρχής διατήρησης της ορμής). Εάν καταστρώσουμε τις εξισώσεις μεταφοράς για τις τάσεις Reynolds, τότε εμφανίζονται συσχετίσεις διακυμάνσεων τριών ποσοτήτων και ούτω καθεξής. Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα αυτό πρέπει να εκφράσουμε τις τάσεις Reynolds (τυρβώδεις τάσεις) συναρτήσει μεγεθών του πεδίου της χρονικά μέσης ταχύτητας. Αυτές οι σχέσεις είναι σε μεγάλο βαθμό εμπειρικές, ονομάζονται μοντέλα τύρβης και χρησιμοποιούνται εκτενώς στην αριθμητική προσομοίωση τυρβωδών ροών.

3.2 Προφίλ ορθών τάσεων Reynolds για τυρβώδεις ροές σε ευθύγραμμους σωλήνες σταθερής κυκλικής διατομής (Pipe flow)

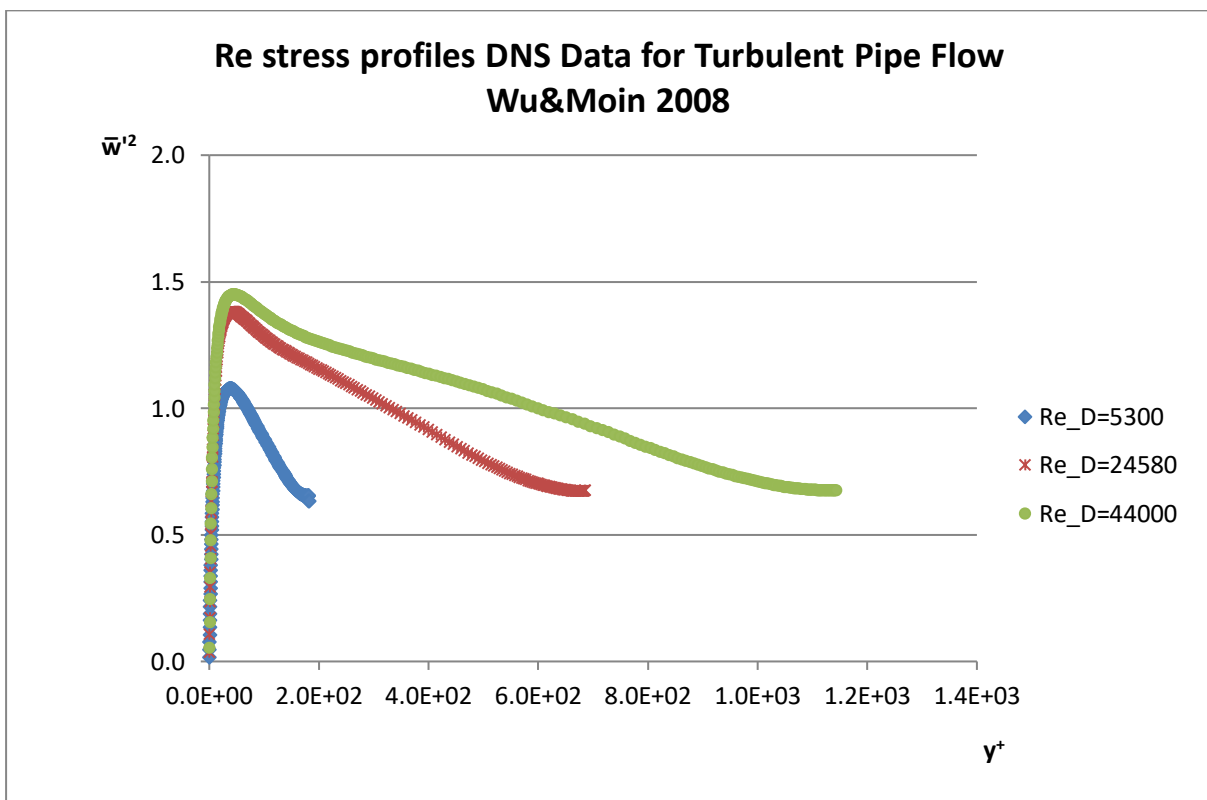
Ένας από τους θεμελιώδεις στόχους της έρευνας για την τύρβη και τις τυρβώδεις ροές γενικότερα είναι η φυσική έννοια της μεταφοράς αλλά το αποκορύφωμα είναι οι τάσεις Reynolds. Στην ουσία, οι δίνες του ρευστού μεταφέρουν, αμετάβλητη, τη μέση ορμή της αρχικής τους θέσης στον τελικό τους προορισμό σε ένα μήκος ανάμιξης αρκετά μακριά. Δεδομένου ότι η μέση ταχύτητα δεν είναι σταθερή, η διαφορά μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης ενός σωματιδίου συσχετίζεται με την κατεύθυνση αυτής της διαδρομής, οπότε προκύπτει η ροή ορμής (momentum flux) και κατά συνέπεια δημιουργείται και η τάση Reynolds, όπως υποστηρίζουν και οι Peter Bernard και ο Robert Handler(1990). Με τη γνώση των τυρβωδών τάσεων, το πρόβλημα του κλεισίματος της τύρβης ίσως “ξεπεραστεί” με την προώθηση ενός ολοκληρωμένου μοντέλου. Σε αυτήν την ενότητα, όπως υποδηλώνει και ο τίτλος, θα ασχοληθούμε με την κύρια διαγώνιο του τανυστή των τάσεων Reynolds. Τα δεδομένα που έχουμε στη διάθεσή μας είναι των Xiaohua Wu, Parviz Moin (2008), και αναφέρονται σε πλήρως αναπτυγμένη και ασυμπίεστη τυρβώδη ροή σε σωλήνα, όπως περιγράφηκε και στο Κεφάλαιο 2. Η αριθμητική προσομοίωση πραγματοποιήθηκε για τις τιμές του αριθμού Reynolds, **5300**, **24580** και **44000**. Λόγω έλλειψης δεδομένων δεν θα μπορέσουμε να περιγράψουμε την συμπεριφορά του προφίλ των τάσεων ($\overline{v'^2}$). Τέλος, παρουσιάζονται τα συγκριτικά διαγράμματα των προφίλ των τάσεων, ώστε να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα.



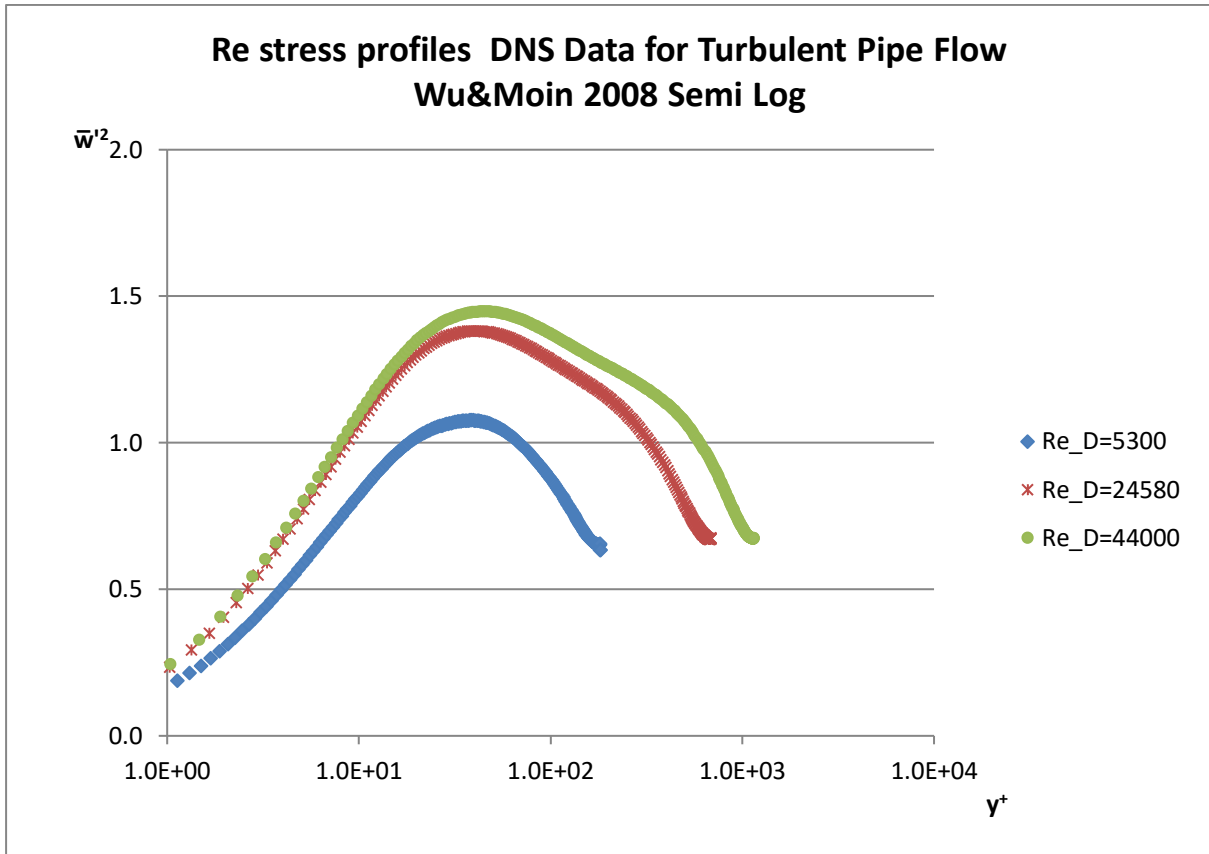
Διάγραμμα 38



Διάγραμμα 39



Διάγραμμα 40



Διάγραμμα 41

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Από την μελέτη των παραπάνω διαγραμμάτων (τα οποία αποτελούν την μέση τετραγωνική ρίζα (rms) των τάσεων Reynolds) , αρχικά μπορούμε να εντοπίσουμε τα μέγιστα σε κάθε προφίλ τάσεων ανάλογα με τον αριθμό Reynolds που μελετάμε. Για την πρώτη περίπτωση όπου ο αριθμός Reynolds λαμβάνει την τιμή **5300**, προκύπτει από τα διαγράμματα 39 και 41 ότι το μέγιστο για την τάση $\overline{u'^2}$ παρατηρείται στο $y^+=14.9$ και έχει την τιμή 2.65. Ενώ το μέγιστο για την τάση $\overline{w'^2}$ εντοπίζεται στο $y^+=40$ και έχει την τιμή 1.08. Στην περίπτωση που ο αριθμός Reynolds είναι **24580**, βλ. διαγράμματα 39.41, το μέγιστο της καμπύλης για την τάση $\overline{u'^2}$ παρατηρείται στο $y^+=14.4$ και έχει την τιμή 2.74 και αντίστοιχα για την τάση $\overline{w'^2}$ εντοπίζεται στο $y^+=40.7$ και έχει την τιμή 1.38. Ενώ τέλος, για την περίπτωση που έχουμε Reynolds=**44000** προκύπτει ότι για την τάση $\overline{u'^2}$ το μέγιστο εντοπίζεται στη θέση $y^+=14$ και λαμβάνει την τιμή 2.83 επίσης το μέγιστο για την τάση $\overline{w'^2}$ εντοπίζεται στο $y^+=44.6$ και έχει την τιμή 1.45. Από όσα έχουν λεχθεί συνάγεται το συμπέρασμα, ότι η τάση $\overline{u'^2}$ λαμβάνει πιο υψηλές τιμές από την αντίστοιχη τάση $\overline{w'^2}$, ενώ η θέση του μεγίστου δεν παρατηρείται να αλλάζει σημαντικά. Τέλος, είναι σαφής η επιρροή του αριθμού Reynolds και στο προφίλ των τάσεων αφού παρατηρείται αύξηση των τιμών (μέγιστα) με την αύξησή του. Ακόμη δεν πρέπει να παραλείψουμε την διαπίστωση

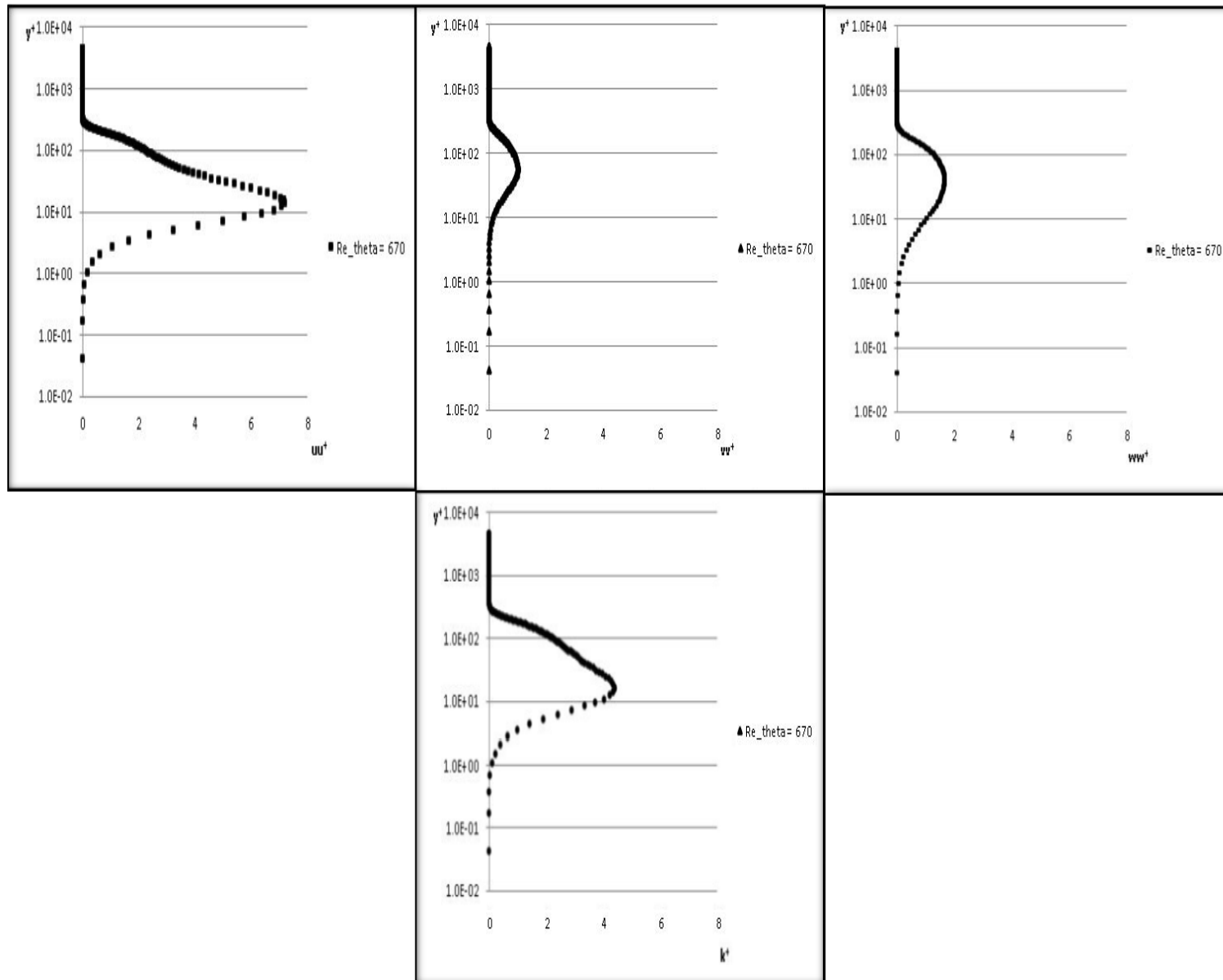
ερευνητών βλ. Orlu, Fiorini, et al. (2017) ότι εκτός από την καθιερωμένη λογαριθμική συμπεριφορά που παρατηρείται στα προφίλ των ταχυτήτων, βλ. Κεφάλαιο 2^ο, όπου έχουμε αναφερθεί εκτενώς, λογαριθμική συμπεριφορά ακόμη παρατηρείται και στα προφίλ των διακυμάνσεων της ταχύτητας (αξονικής ταχύτητας), στα πλαίσια των πειραμάτων του CICLOPE (Cooperation in Long Pipe Experiments) στο KTH Royal Institute of Technology, στη Στοκχόλμη.

3.3 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε Τυρβώδες οριακό στρώμα (TBL) μηδενικής βαθμίδας πίεσης (ZPG)

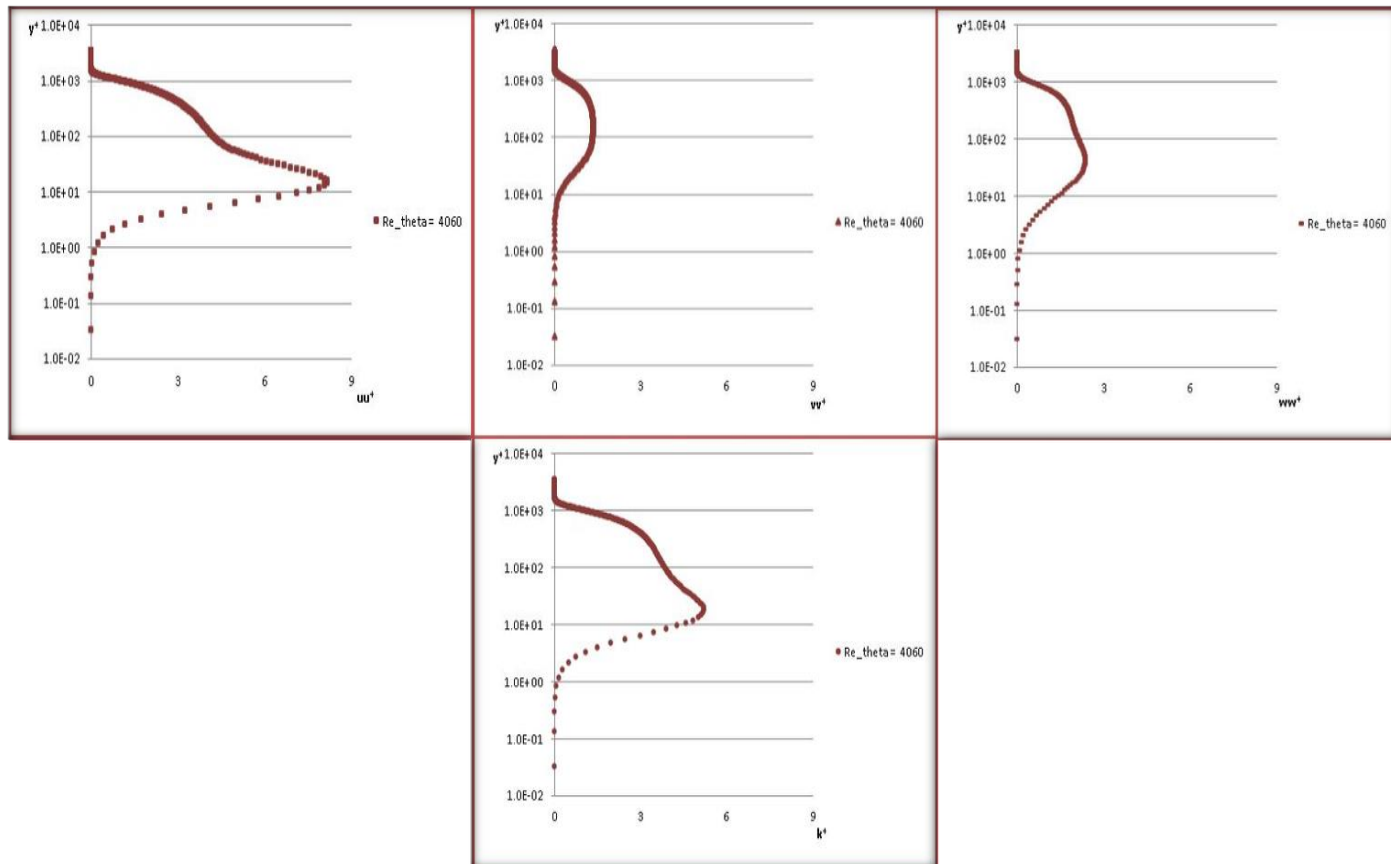
Σκοπός της παρούσης ενότητας είναι να παρουσιάσουμε τα προφίλ των τάσεων Reynolds αλλά και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, σε τυρβώδες οριακό στρώμα με μηδενική βαθμίδα πίεσης. Τα δεδομένα των Philipp Schlatter και Ramis Orlu (2010) για το εύρος Reynolds_theta 500-4300 έχουν προκύψει με άμεση αριθμητική προσομοίωση, στο KTH Royal Institute of Technology, στη Στοκχόλμη.

Τα διαγράμματα και τα σχήματα που θα ακολουθήσουν είναι απόρροια της επεξεργασίας των δεδομένων που προέκυψαν από άμεση αριθμητική προσομοίωση, καθώς οπτικά πλέον περιγράφεται η συμπεριφορά και γίνεται πιο απτή η κατανόηση, από την παρατήρηση των προφίλ που σχηματίζουν για τους διαφορετικούς αριθμούς Reynolds, η αδιαστατοποίηση σε αυτήν την περίπτωση έγινε με την χρήση του πάχους της ποσότητας κίνησης, ως χαρακτηριστικό μήκος και ως χαρακτηριστικής ταχύτητας της u_∞ (ταχύτητα αδιατάρακτης ροής).

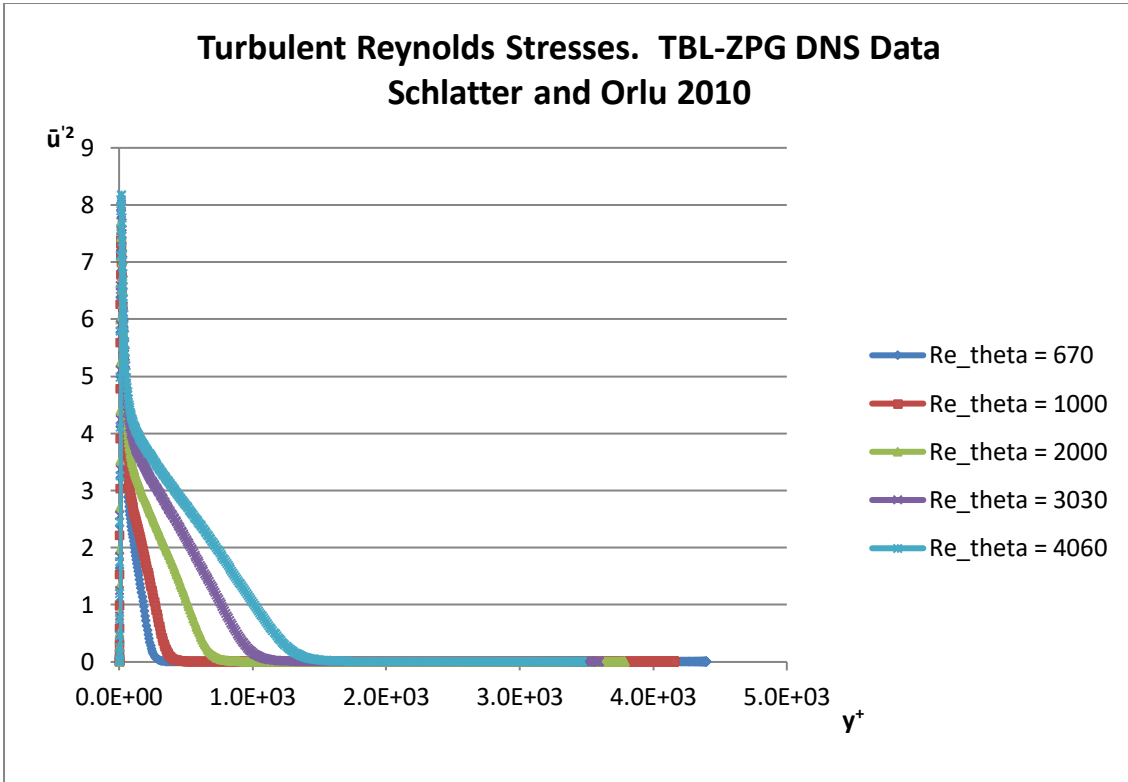
Τέλος, στα Σχήματα 3.3.1 και 3.3.2 παρουσιάζονται συνολικά τα διαγράμματα των τάσεων και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τις δύο ακραίες τιμές Reynolds_theta (670 και 4060 αντίστοιχα) της αριθμητικής προσομοίωσης, ενώ τα προφίλ των τάσεων στα διαγράμματα 42 έως 49 είναι συγκριτικά.



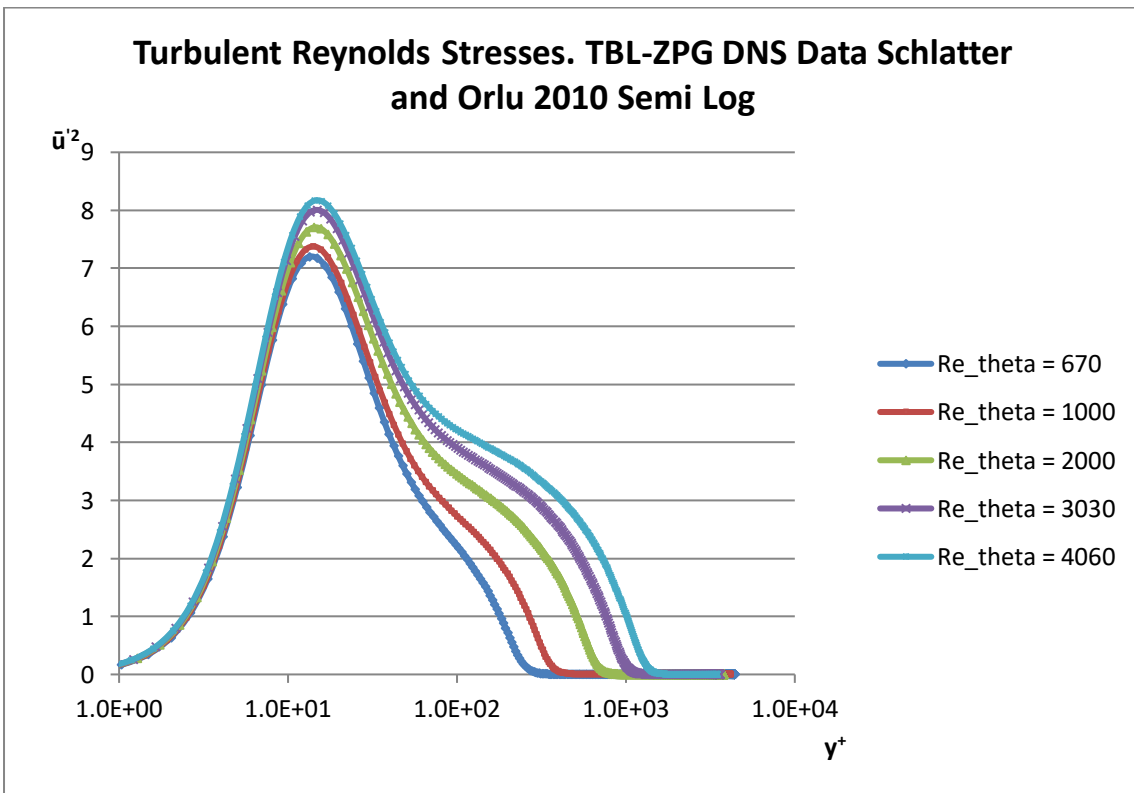
Σχήμα 3.3.1 Προφίλ τυρβωδών τάσεων και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για αριθμό Reynolds_theta=670, δεδομένα αριθμητικής προσομοίωσης των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010).



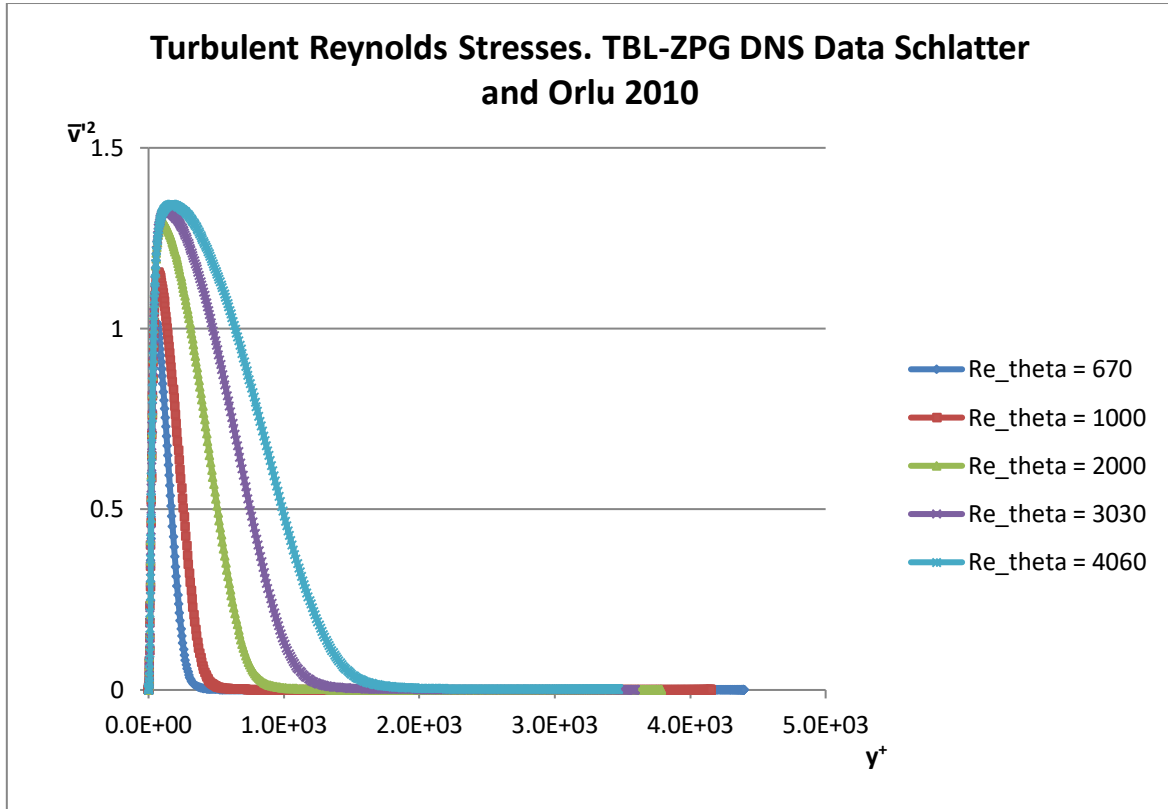
Σχήμα 3.3.2 Προφίλ τυρβωδών τάσεων και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για αριθμό Reynolds_theta=4060, δεδομένα αριθμητικής προσομοίωσης των Philipp Schlatter, Ramis Orlu (2010).



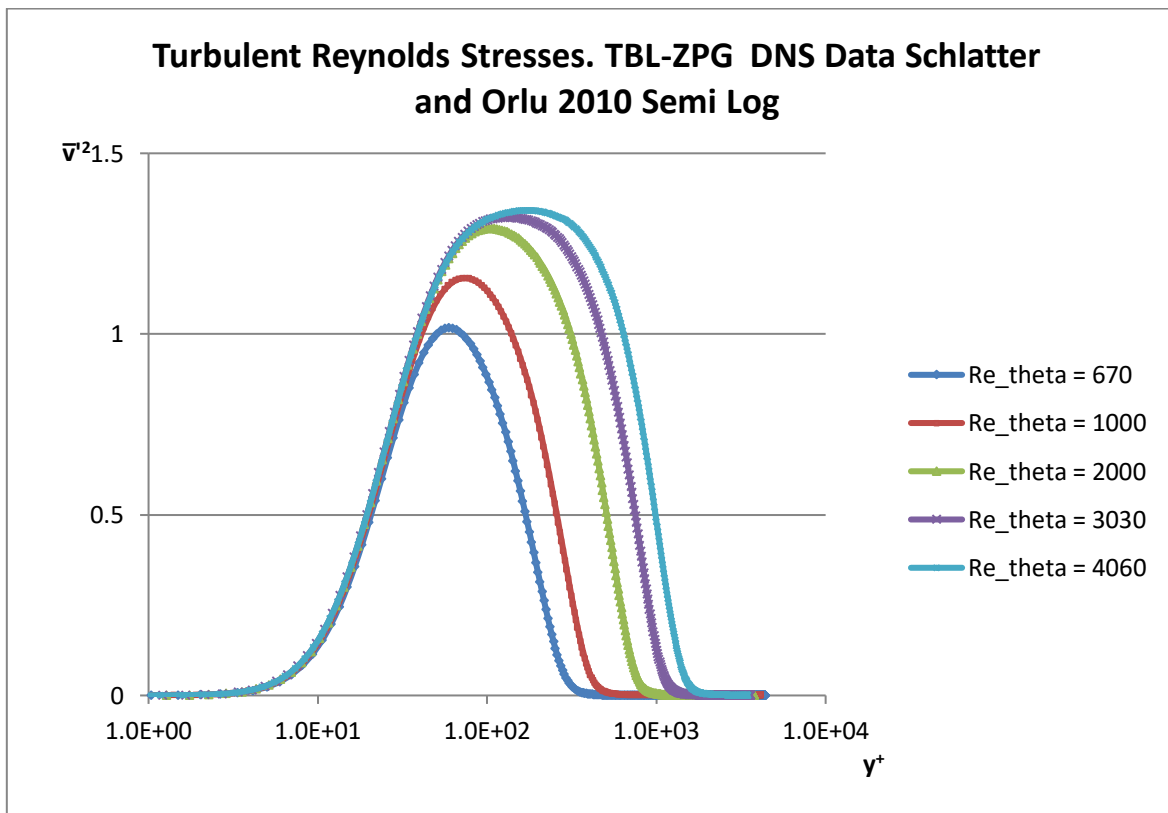
Διάγραμμα 42



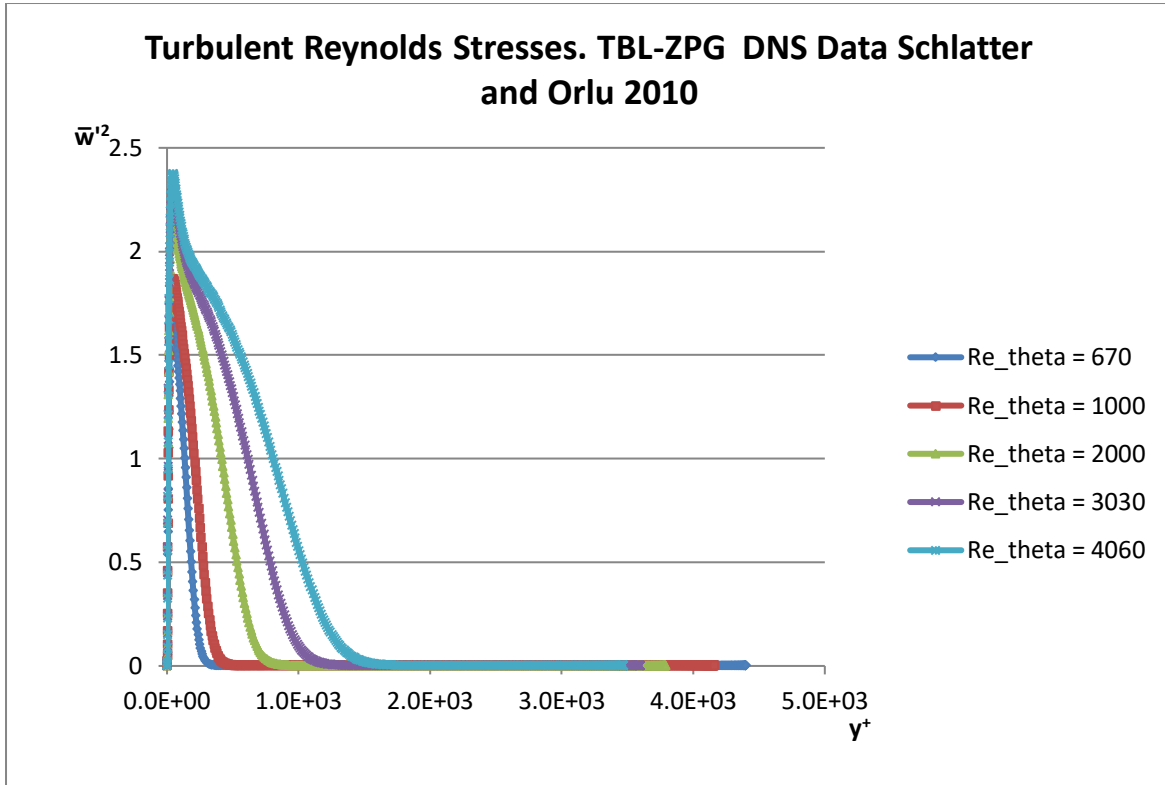
Διάγραμμα 43



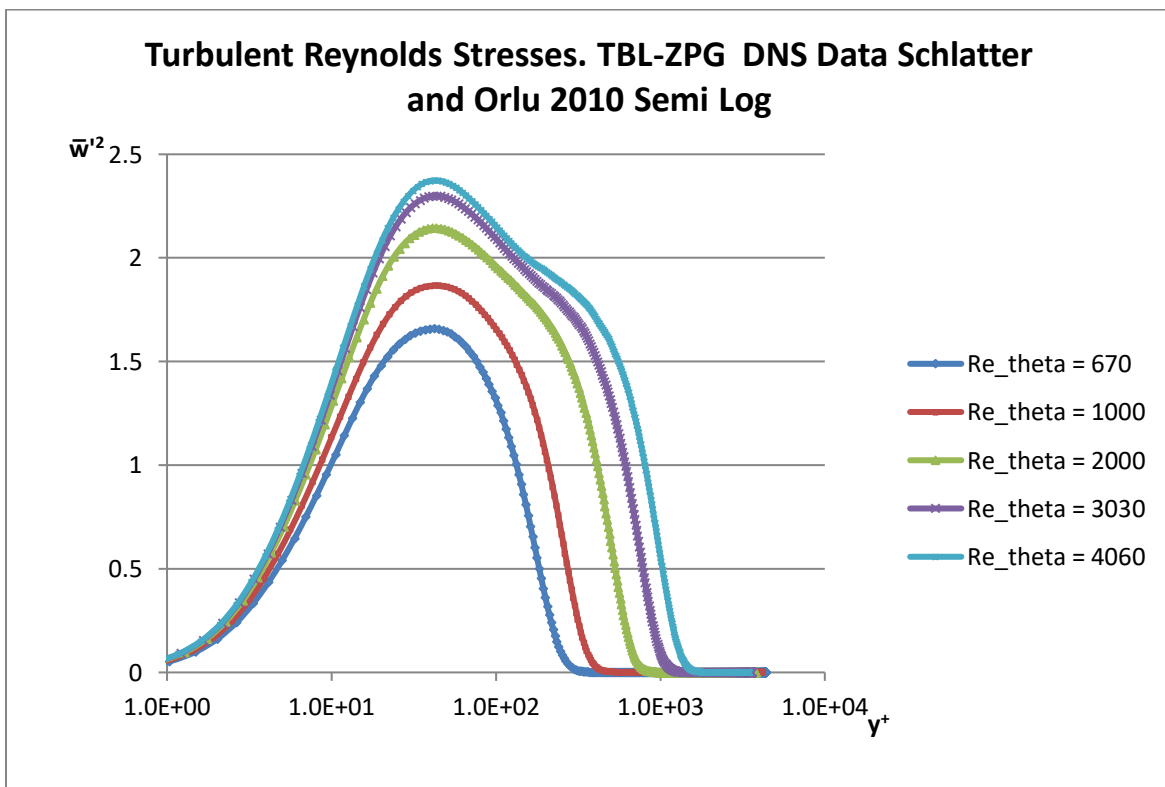
Διάγραμμα 44



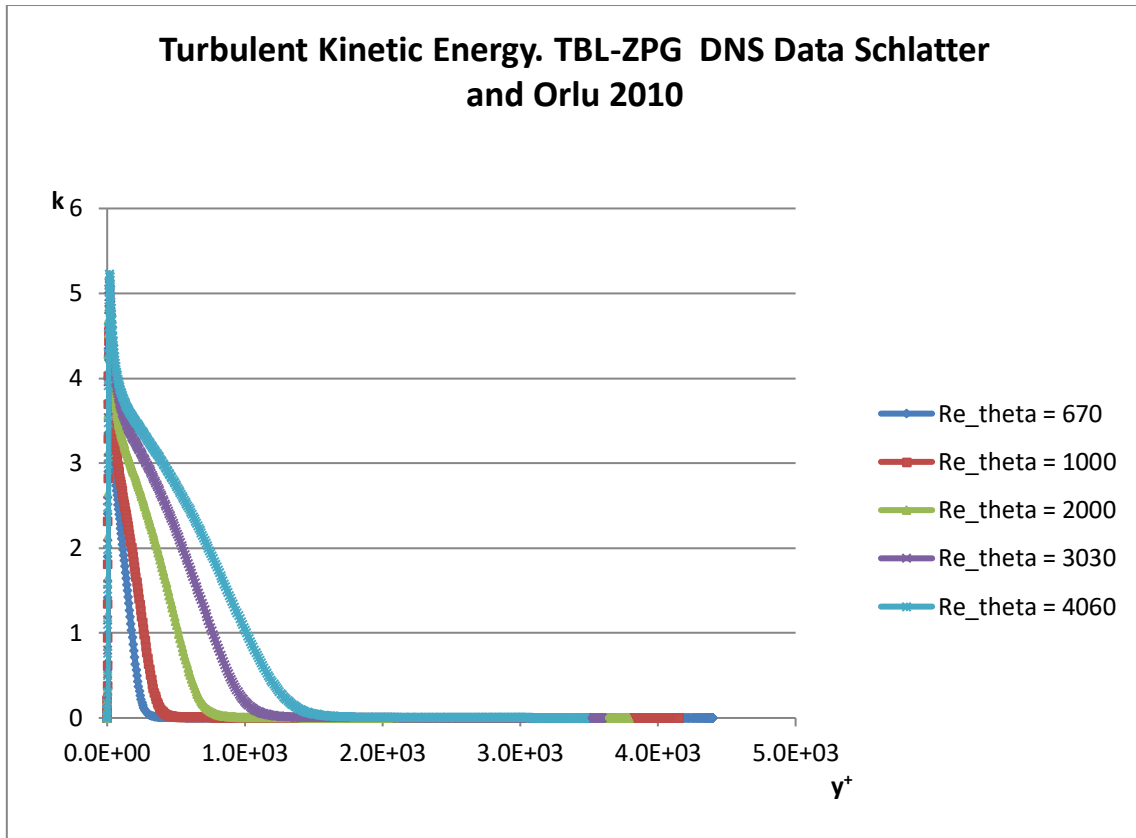
Διάγραμμα 45



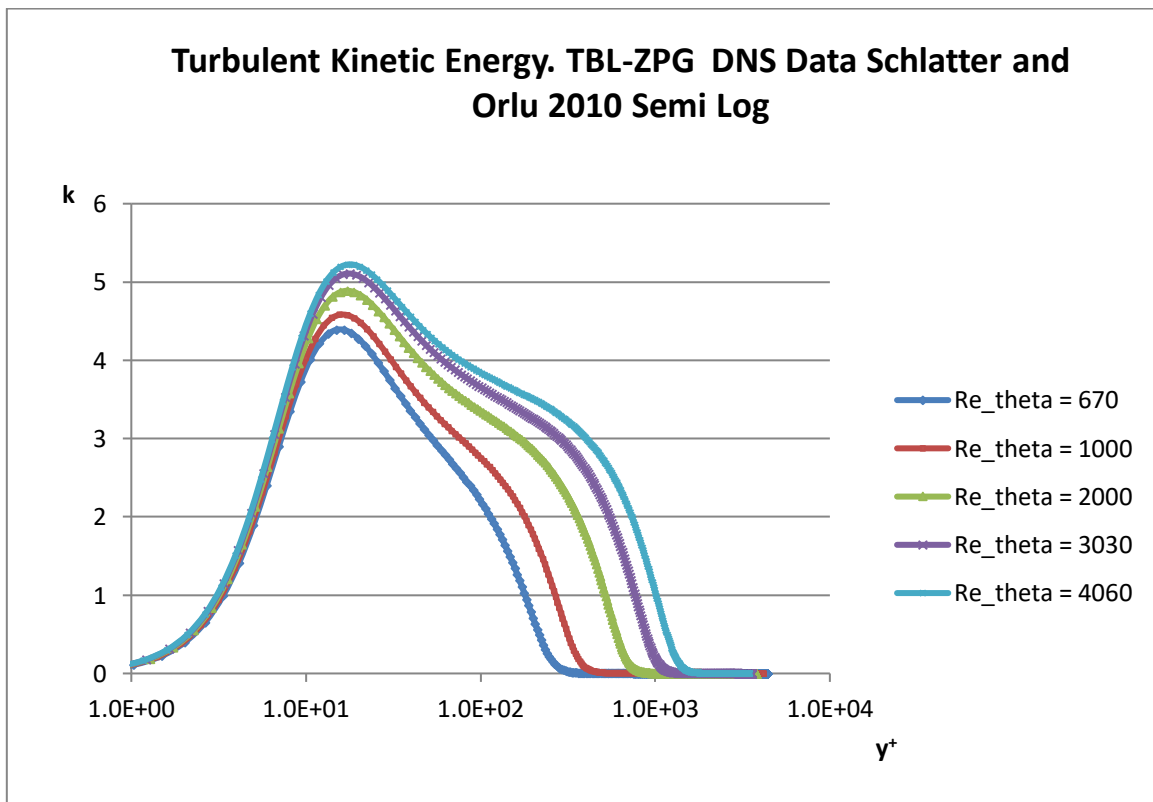
Διάγραμμα 46



Διάγραμμα 47



Διάγραμμα 48



Διάγραμμα 49

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Τόσο η μελέτη των διαγραμμάτων 42-49 όσο και τα σχήματα 3.3.1 και 3.3.2, μας δίνουν το έναυσμα ώστε να αναφερθούμε στην συμπεριφορά και στις παρατηρήσεις που αντλούνται από αυτά.

Αρχικά, εύκολα εντοπίζεται η υπεροχή των τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ έναντι των υπολοίπων που παρουσιάζονται σε αυτήν την ενότητα, βλ. διαγράμματα 42 και 43. Συνεχίζοντας την αποκρυπτογράφηση, είναι σαφής η επιρροή του αριθμού Reynolds_theta στα προφίλ τα τάσεων και στο προφίλ της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ενώ παράλληλα επηρεάζει τη θέση και την τιμή του μεγίστου της εκάστοτε καμπύλης, θα αναφερθούμε πιο αναλυτικά παρακάτω. Ακόμη είναι εμφανής η ασυμπτωτική συμπεριφορά της καμπύλης στον οριζόντιο άξονα τόσο στο προφίλ των τυρβωδών τάσεων όσο και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας κατ' επέκταση. Παρατηρούμε ότι η θέση που παρατηρείται αυτή η ασυμπτωτική συμπεριφορά βλ. διαγράμματα 42, 44, 46 και 48, κάθε φορά μετατοπίζεται προς τα δεξιά στον οριζόντιο άξονα καθώς ο αριθμός Reynolds_theta αυξάνεται, χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι για Re_theta=670 η τιμή του y^+ που παρατηρείται αυτή η συμπεριφορά είναι 742 και προοδευτικά αυξάνεται καθώς ο αριθμός Reynolds_theta παρουσιάζει αύξηση μέχρι να φτάσει στο $y^+=2600$ όταν Re_theta=3030 και τέλος καταλήγει για Re_theta=4060 στο $y^+=2990$ βλ. διάγραμμα 42. Η ασυμπτωτική συμπεριφορά του προφίλ παρουσιάζει έντονο επιστημονικό ενδιαφέρον βλ. Peter A. Monkewitz (2021), αλλά για τις ανάγκες της παρούσης διπλωματικής εργασίας δεν θα αναλυθεί περαιτέρω.

Πιο συγκεκριμένα, αν θέλουμε να εστιάσουμε στα μέγιστα των προφίλ των τάσεων και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας θα βασιστούμε στα διαγράμματα 43, 45, 47 και 49.

Re_theta	670	1000	2000	3030	4060
$\overline{u'^2}_{\max \text{ value}}$	7.22	7.38	7.71	8.01	8.17
$\overline{v'^2}_{\max \text{ value}}$	1.02	1.15	1.29	1.32	1.34
$\overline{w'^2}_{\max \text{ value}}$	1.66	1.87	2.14	2.29	2.37
$k_{\max \text{ value}}$	4.39	4.58	4.89	5.11	5.22

Πίνακας 3.3.1 Μέγιστες τιμές των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα αριθμητικά δεδομένα των Schlatter και Orlu (2010)

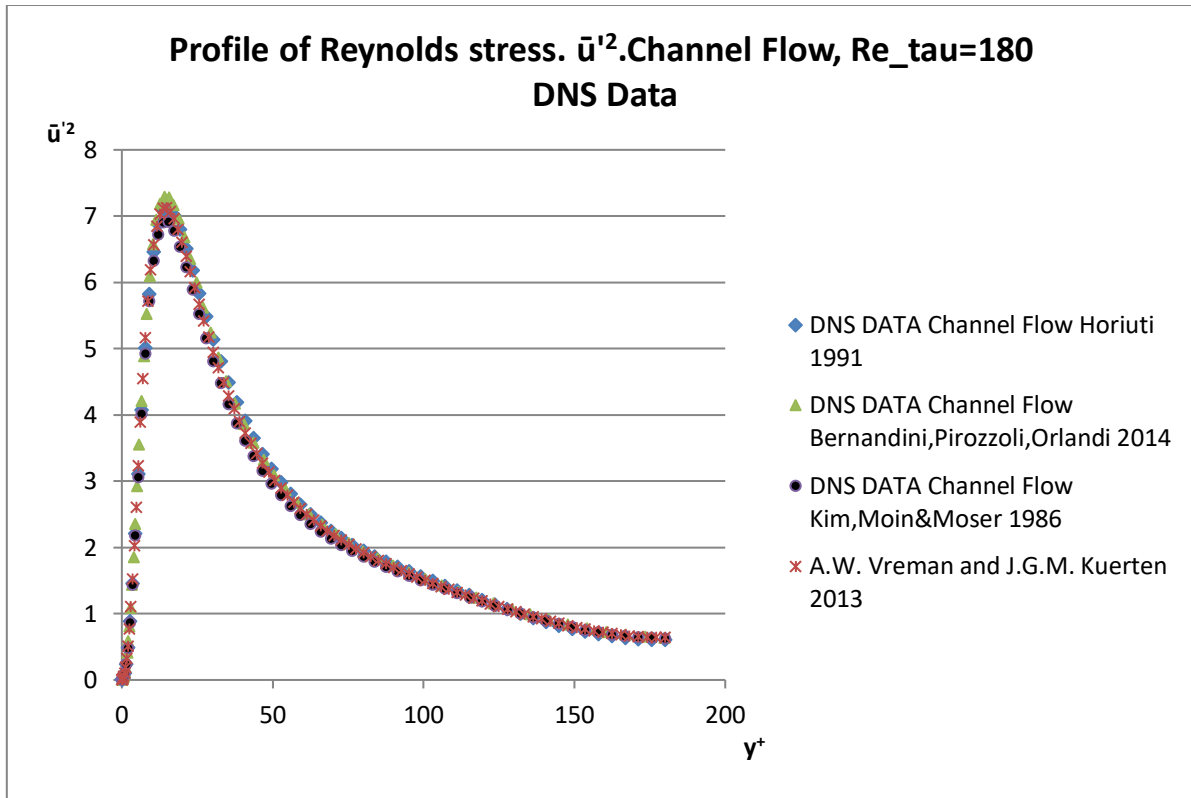
Re_theta	670	1000	2000	3030	4060
y^+ for $\overline{u'^2}$ max value	13.41	14.11	14.24	14.9	14.47
y^+ for $\overline{v'^2}$ max value	59.5	75.3	102.96	105.05	175.74
y^+ for $\overline{w'^2}$ max value	42.25	42.45	43.48	43.66	44.51
y^+ for k max value	14.93	15.63	17.22	17.86	17.24

Πίνακας 3.3.2 Η θέση μέγιστων τιμών των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τα αριθμητικά δεδομένα των Schlatter και Orlu (2010)

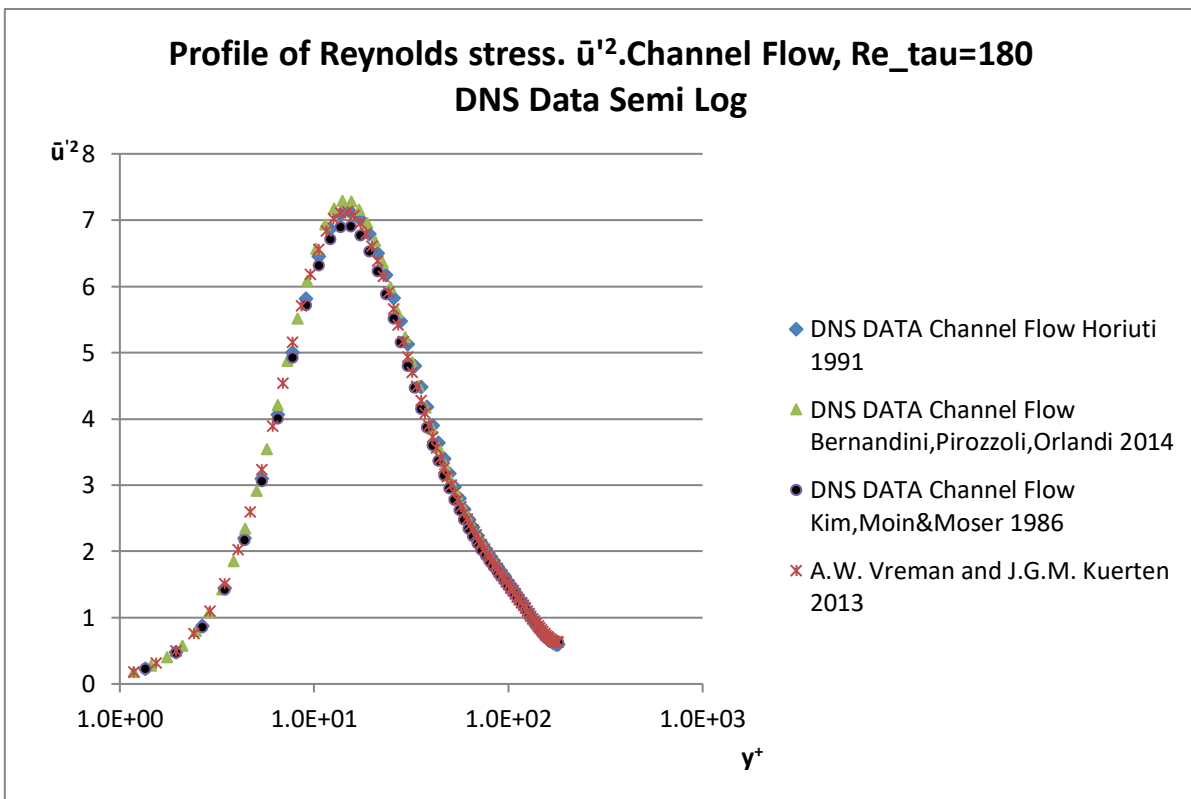
Τέλος, οι πίνακες 3.3.1 και 3.3.2 περιέχουν συγκεντρωμένες τις τιμές οι οποίες αποτελούν σημείο αναφοράς. Παρατηρούμε επομένως ότι τα όσα έχουν λεχθεί επιβεβαιώνονται, με την προσθήκη ότι η τυρβώδης κινητική ενέργεια λαμβάνει μέγιστα που οφείλονται στην συνεισφορά των $\overline{u'^2}$ τάσεων. Οι τυρβώδεις τάσεις $\overline{u'^2}$, καθορίζουν σημαντικά το προφίλ της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Ακόμη είναι φανερή η επίδραση του αριθμού Reynolds στη διαμόρφωση της θέσης που θα εμφανιστεί το μέγιστο της καμπύλης με μοναδική εξαίρεση και πάλι τις $\overline{u'^2}$ Reynolds stresses αφού από τον πίνακα 3.3.2 είναι ξεκάθαρο πως η θέση του μεγίστου της καμπύλης παραμένει σχεδόν αμετάβλητη με την αύξηση του αριθμού Reynolds, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες τυρβώδεις τάσεις.

3.4 Προφίλ τάσεων Reynolds και τυρβώδους κινητικής ενέργειας για την περίπτωση της τυρβώδους ροής σε κανάλια (Channel flow)

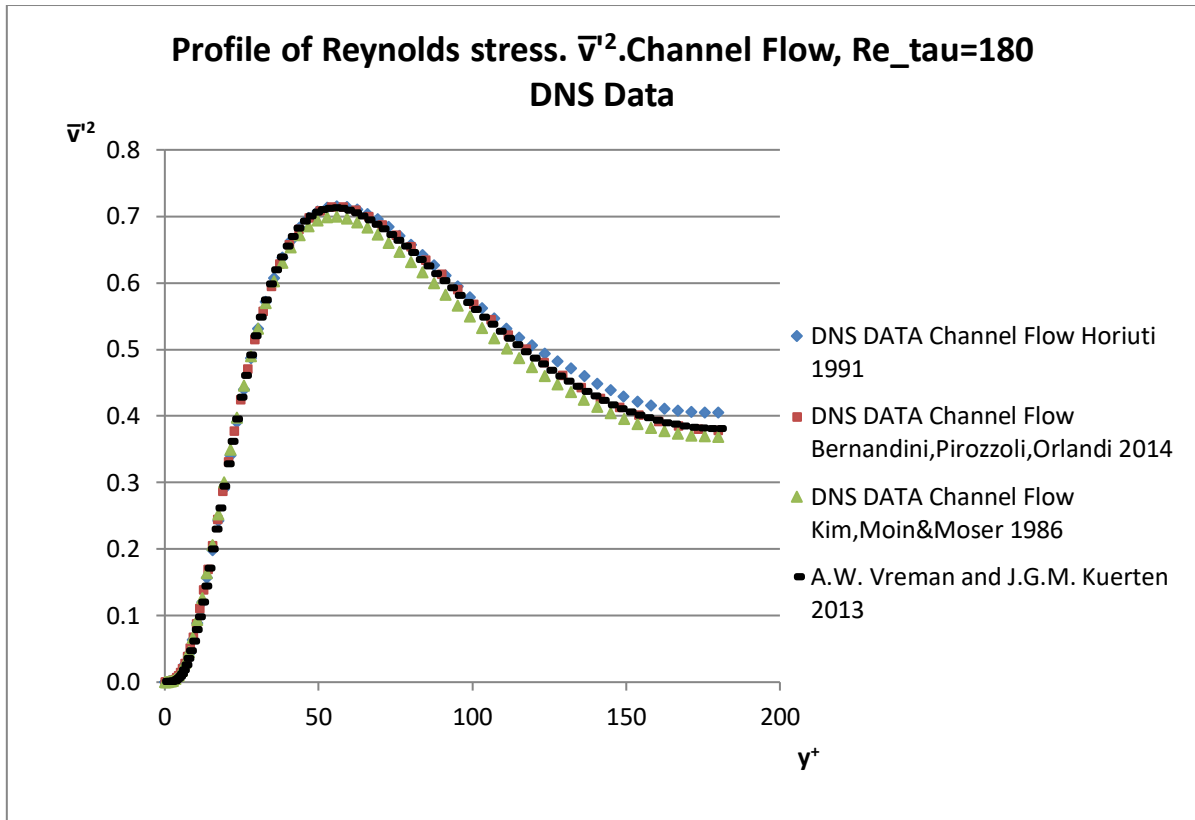
Στην τελευταία ενότητα αυτού του κεφαλαίου θα ασχοληθούμε με την τυρβώδη ροή σε κανάλια και θα δώσουμε έμφαση στα προφίλ των τυρβωδών τάσεων αλλά και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ώστε να γίνει η επεξεργασία και ο σχολιασμός που θα ακολουθήσει είναι κατά χρονολογική σειρά των Kim, Moin, Moser (1986), Horiuti (1991), Vreman, Kuerten (2013) καθώς και των Bernardini, Pirozzoli και Orlandi (2014), για $Re_{\tau}=180$.



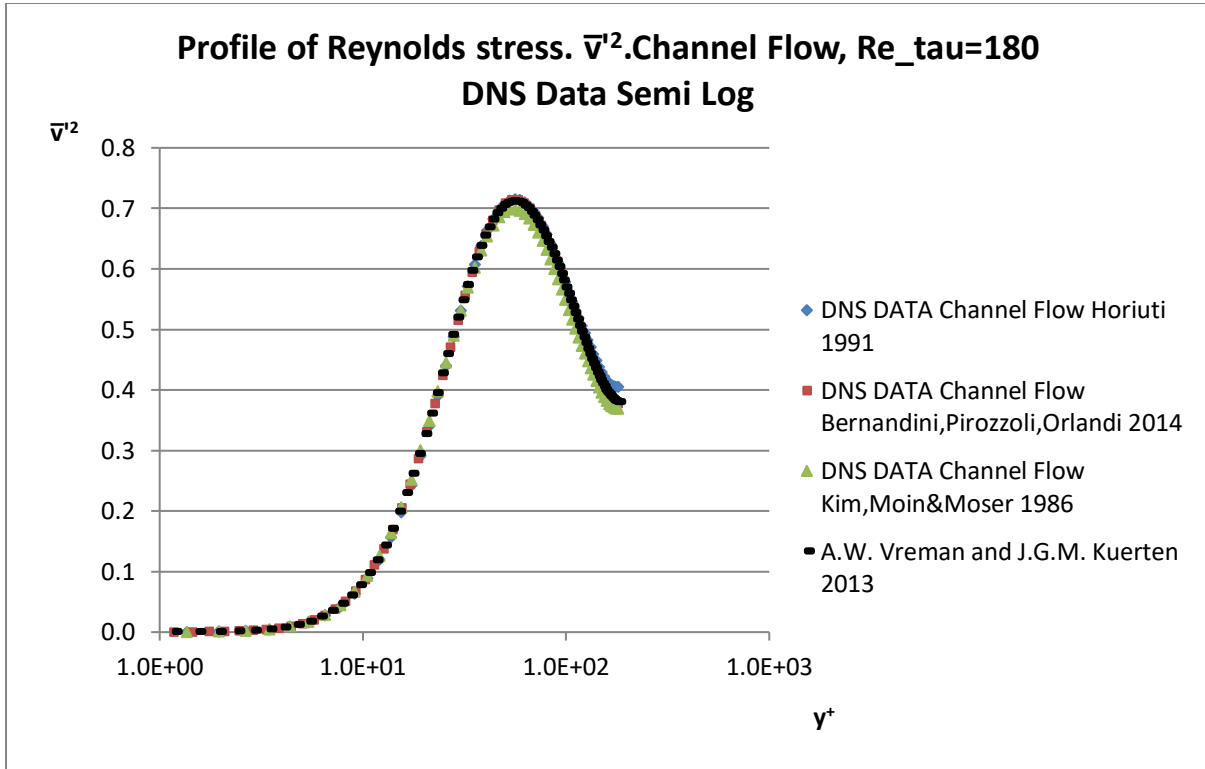
Διάγραμμα 50



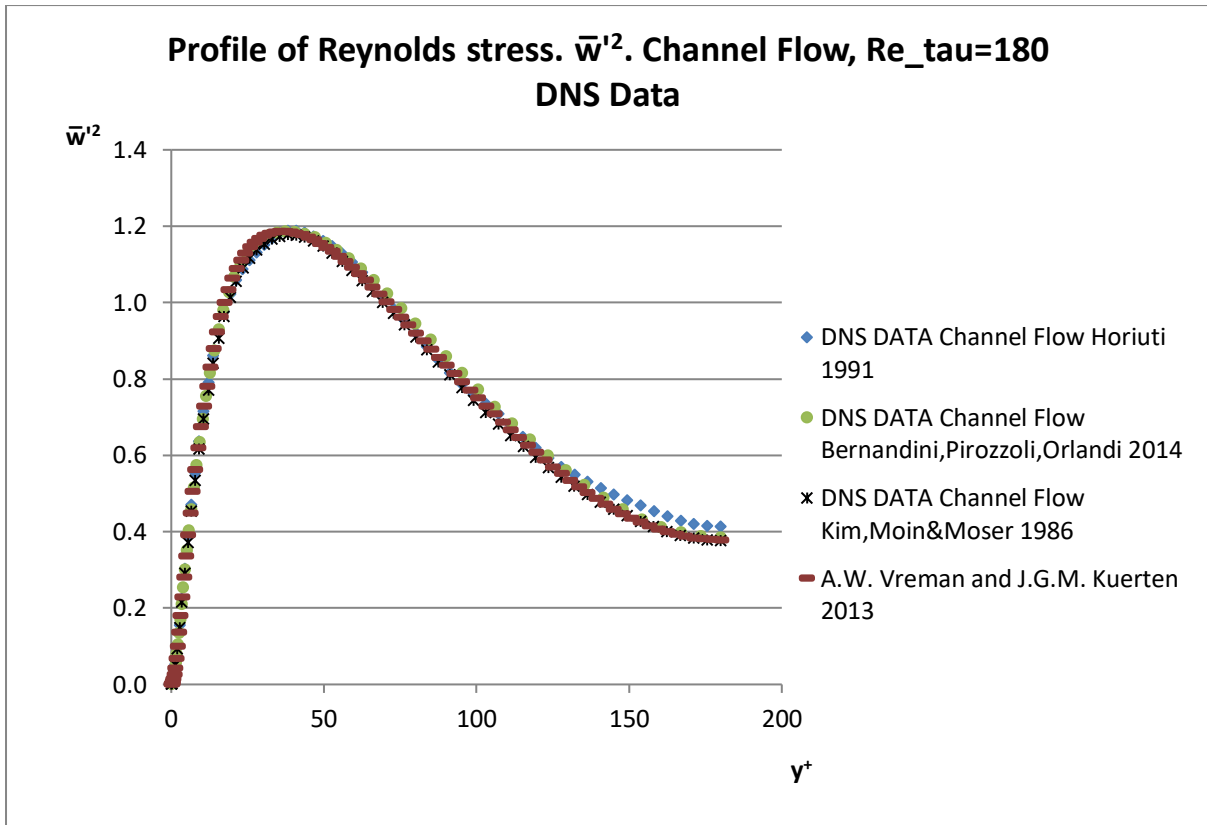
Διάγραμμα 51



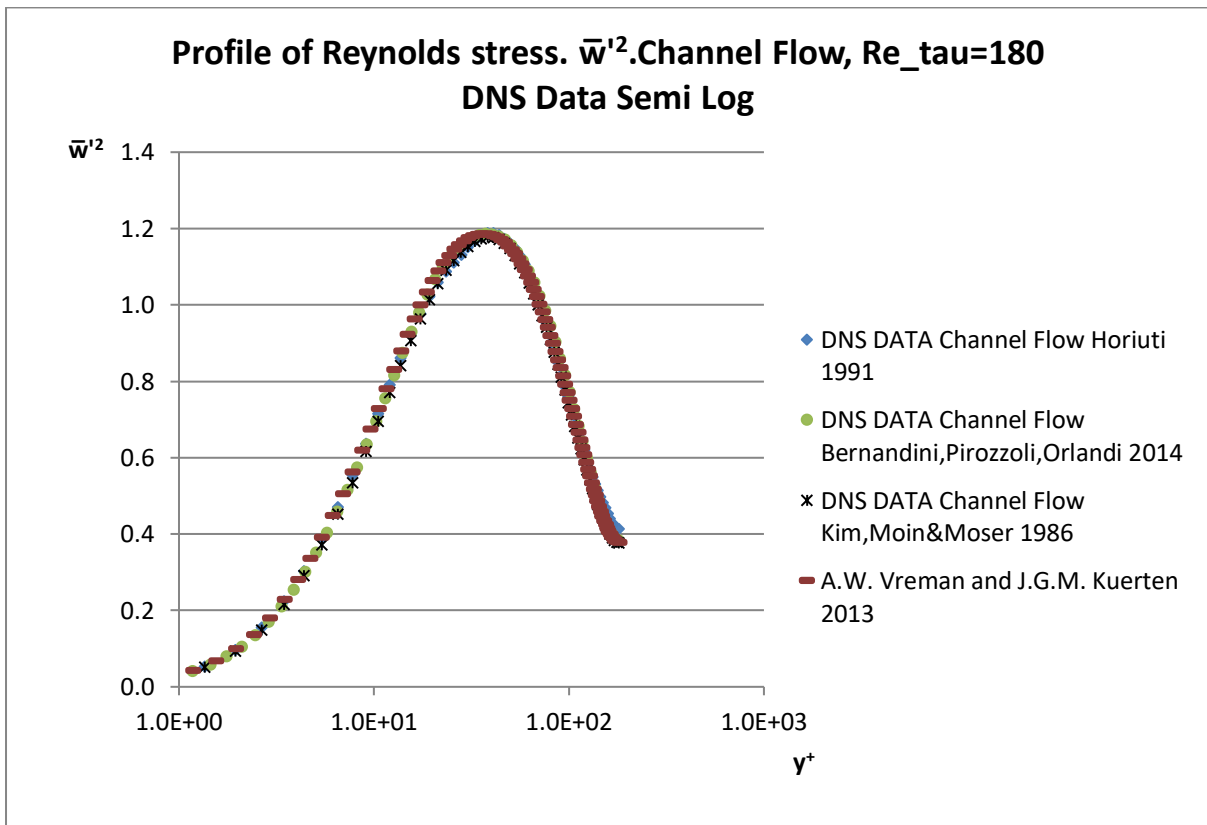
Διάγραμμα 52



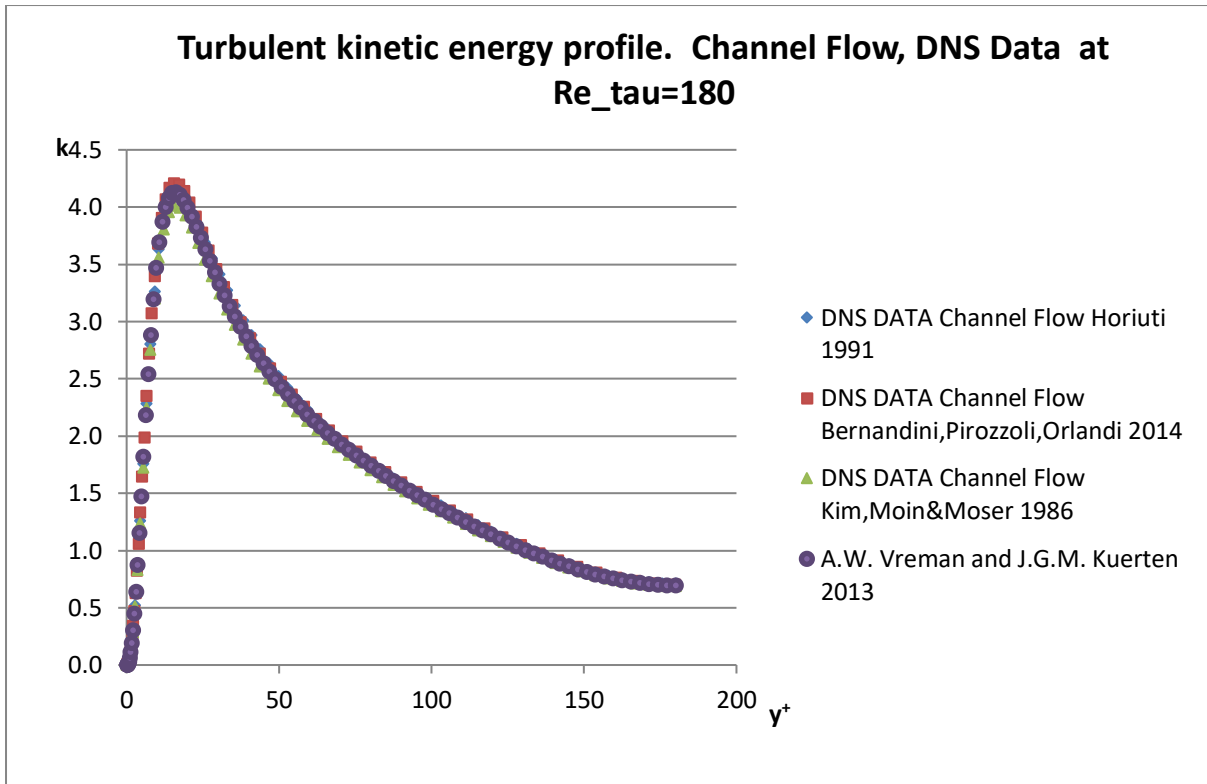
Διάγραμμα 53



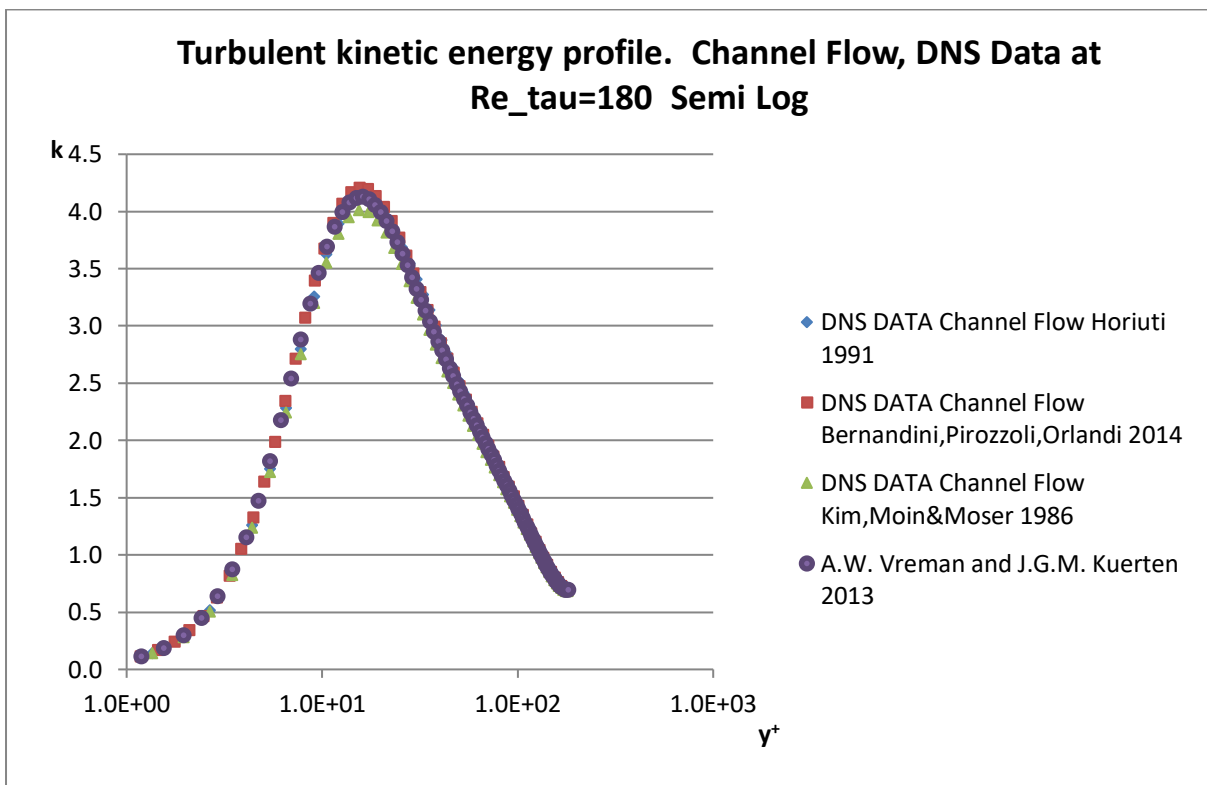
Διάγραμμα 54



Διάγραμμα 55



Διάγραμμα 56



Διάγραμμα 57

Name:	Kim,Moin,Moser Data 1986	Kiyosi Horiuti Data 1991
Re_tau	180	180
$\overline{u'^2}$ max value	6.91	7.12
$\overline{v'^2}$ max value	0.70	0.71
$\overline{w'^2}$ max value	1.18	1.19
k max value	4.01	4.12
Name:	A.W. Vreman and J.G.M. Kuerten Data 2013	Bernardini,Pirozzoli,Orlandi Data 2014
Re_tau	180	180
$\overline{u'^2}$ max value	7.13	7.29
$\overline{v'^2}$ max value	0.71	0.71
$\overline{w'^2}$ max value	1.19	1.19
k max value	4.13	4.21

Πίνακας 3.4.1 Μέγιστες τιμές των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Σύγκριση δεδομένων των Kim, Moin, Moser (1986), Horiuti (1991), Vreman, Kuerten (2013) και Bernardini, Pirozzoli, Orlandi (2014).

Name:	Kim,Moin,Moser Data 1986	Kiyosi Horiuti Data 1991
Re_tau	180	180
γ^+ for $\overline{u'^2}$ max value	15.44	15.44
γ^+ for $\overline{v'^2}$ max value	55.88	55.88
γ^+ for $\overline{w'^2}$ max value	38.10	39.50
γ^+ for k max value	15.44	15.44
Name:	A.W. Vreman and J.G.M. Kuerten Data 2013	Bernardini,Pirozzoli,Orlandi Data 2014
Re_tau	180	180
γ^+ for $\overline{u'^2}$ max value	14.85	14.05
γ^+ for $\overline{v'^2}$ max value	54.82	54.16
γ^+ for $\overline{w'^2}$ max value	37.20	37.39
γ^+ for k max value	16.05	15.49

Πίνακας 3.4.2 Η θέση μέγιστων τιμών των προφίλ των τάσεων Reynolds και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Σύγκριση δεδομένων των Kim, Moin, Moser (1986), Horiuti (1991), Vreman, Kuerten (2013) και Bernardini, Pirozzoli, Orlandi (2014).

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Αξιοποιώντας τη βάση δεδομένων για την περίπτωση της τυρβώδους ροής σε κανάλι αλλά με τη διαφορά ότι εστιάζουμε στο προφίλ των τάσεων Reynolds, για αριθμό $Re_{\tau}=180$, προκειμένου να είναι εφικτή η σύγκριση μεταξύ των δεδομένων, αντλούνται τα παρακάτω συμπεράσματα.

Αρχικά, παρατηρούμε ομοιότητα στην υπεροχή της τυρβώδους τάσης $\overline{u'^2}$ με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις μελέτης, την τυρβώδη ροή σε σωλήνες κυκλικής διατομής και τη δημιουργία τυρβώδους οριακού στρώματος μηδενικής βαθμίδας πίεσης. Στα δεδομένα που έγινε επεξεργασία, παρατηρούμε ακόμη, αφού συγκρίναμε προφίλ με ίδια τιμή αριθμού Reynolds τ , ότι υπάρχει συμφωνία των τυρβωδών τάσεων $\overline{v'^2}$ και $\overline{w'^2}$ και αυτό γίνεται εμφανές από τα διαγράμματα 53 και 55 με πολύ μικρές αποκλίσεις αλλά τα μέγιστα των καμπύλων δεν διαφέρουν καθόλου.

Επιπλέον και για το προφίλ της τυρβώδους κινητικής ενέργειας αξίζει να επισημάνουμε ότι η συνεισφορά των τάσεων $\overline{u'^2}$ είναι καθοριστικής σημασίας στη διαμόρφωση του προφίλ καθώς και στην τιμή του μεγίστου που εμφανίζει, βλ. διάγραμμα 57.

Ακόμη, αν παρατηρήσουμε τον πίνακα 3.4.2 θα διαπιστώσουμε ότι, αν επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον στη θέση των μεγίστων τόσο της τυρβώδους τάσης $\overline{u'^2}$ όσο και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, η θέση y^+ που αποτελεί αντικείμενο μελέτης είναι γύρω στο 15, έχει αποτελέσει αφορμή για επιστημονική έρευνα και δημοσιεύσεις για περισσότερες πληροφορίες βλ. Pijush K.Kundu, Ira M.Cohen et al. (*"Fluid Mechanics"* 5th Edition, 2016 chapter 10,12). Επιπλέον αξίζει να ειπωθεί ότι τα δεδομένα των Kim, Moïn, Moser (1986) και Horiuti (1991) δεν παρουσιάζουν διακυμάνσεις ούτε ως προς τα μέγιστα αλλά ούτε και στην θέση που αυτά εμφανίζονται.

Τέλος, από τον πίνακα 3.4.1, παρατηρούμε ότι τα δεδομένα αν και έχουν χρονολογική διαφορά με ό,τι συνεπάγεται αυτό από την άποψη της εξέλιξης της τεχνολογίας και της επιστήμης των μηχανημάτων, δεν παρουσιάζουν μεγάλες διακυμάνσεις στις τιμές τους, χαρακτηριστικά αναφέρουμε ότι από το 1991 με τον Horiuti έως και το 2014 με τα δεδομένα των Bernardini, Pirozzoli και Orlandi οι τιμές των μεγίστων στις τυρβώδεις τάσεις $\overline{v'^2}$ και $\overline{w'^2}$ είναι ίδιες με τις μόνες διαφορές να εντοπίζονται στα μέγιστα των $\overline{u'^2}$ και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας αλλά χωρίς μεγάλες διαφοροποιήσεις.

Σύνθετα προφίλ χρονικά μέσης ταχύτητας

Όπως έχει αναφερθεί και στα προηγούμενα κεφάλαια της παρούσης διπλωματικής εργασίας, τα τυρβώδη οριακά στρώματα (TBLs) διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο τόσο στη φυσική όσο και στην ανθρώπινη ζωή. Συνήθως καθορίζουν τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας και μάζας στην ατμόσφαιρα και στους ωκεανούς, για το λόγο αυτό αποτελούν καθοριστικό παράγοντα στην αξιολόγηση και στην αποτελεσματικότητα των μηχανισμών μεταφοράς, όπως αναφέρουν και οι Oweis et al. (2010). Δεδομένης της φυσικής σημασίας του φαινομένου έγιναν κατά καιρούς προσπάθειες για την σύνθετη αναπαράσταση του προφίλ της ταχύτητας του τυρβώδους οριακού στρώματος, τα οποία θα παρουσιαστούν σε αυτό το κεφάλαιο. Είναι κοινά παραδεκτό ότι τα μοντέλα τύρβης οδηγούν σε παραβολικά συστήματα όταν συνδυαστούν με τις εξισώσεις που διέπουν τα οριακά στρώματα. Για αυτό το λόγο μια ακριβής και ιδιαίτερα εύχρηστη υπολογιστική μέθοδος υπολογισμού του προφίλ της μέσης ταχύτητας θα προσπαθήσουμε να αναπτύξουμε, όπως αυτή δημοσιεύτηκε το 1984 από τον A. Liakopoulos και για χάρη ευκολίας κάθε φορά που την επικαλούμε θα αναφέρεται ως AL 84 . Όταν χρησιμοποιούμε τον όρο “εύχρηστη υπολογιστική μέθοδος” σημαίνει ότι πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις, όπως να υπάρχει μια μορφή κλειστής έκφρασης, η αδιαστατοποιημένη ταχύτητα για την περίπτωση που εξετάζουμε να δίνεται ρητά ως συνάρτηση της αδιαστατοποιημένης απόστασης από το τοίχωμα, το διάστημα ισχύος της σχέσης να ισχύει για όλο το πλάτος του στρώματος και τέλος να μπορεί να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα του μοντέλου με σχετική ευκολία μέσω της σύγκρισης με άλλα μοντέλα ή πειραματικά δεδομένα. Η ανάλυση του μοντέλου που θα αναπτυχθεί έχει πεδίο εφαρμογής για διδιάστατες ασυμπίεστες τυρβώδεις ροές που διέρχονται από λείες επιφάνειες αλλά αποτυγχάνει στην ερμηνεία των περιπτώσεων ροών που χαρακτηρίζονται από την παρουσία μεγάλων κλίσεων της πίεσης, τόσο θετικών όσο και αρνητικών.

Ο Coles (1956) πρότεινε την εισαγωγή της συνάρτησης ολκού (wake function) g , για την μοντελοποίηση του εξωτερικού νόμου, μέσω της σχέσης

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B + g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) \quad (4.1)$$

όπου Π είναι μια παράμετρος.

Η σχέση 4.1 παρέχει ακριβή προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα ταχύτητας για τυρβώδη οριακά στρώματα και έχει πεδίο εφαρμογής για $y^+ > 50$, ωστόσο αν θέλουμε να λάβουμε υπόψη προφίλ ταχύτητας που η περιοχή ισχύος τους καλύπτει όλο το πάχος του στρώματος η σχέση 4.1 τροποποιείται και γράφεται εναλλακτικά ως

$$u^+ = f(y^+) + g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) \quad (4.2)$$

όπου: $f(y^+)$ είναι μια αναπαράσταση του εσωτερικού νόμου και ισχύει σε ολόκληρη την εσωτερική ζώνη (inner layer), ενώ για μεγάλες τιμές του y^+ παρουσιάζει ασυμπτωτική συμπεριφορά στον όρο $\frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$ και $g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right)$ είναι συνάρτηση του νόμου του ολκού (law of the wake) με το Π το οποίο εμφανίζεται τόσο στις σχέσεις 4.1 και 4.2 να είναι η παράμετρος του Coles.

➤ **Η συνάρτηση g της σχέσης 4.2**

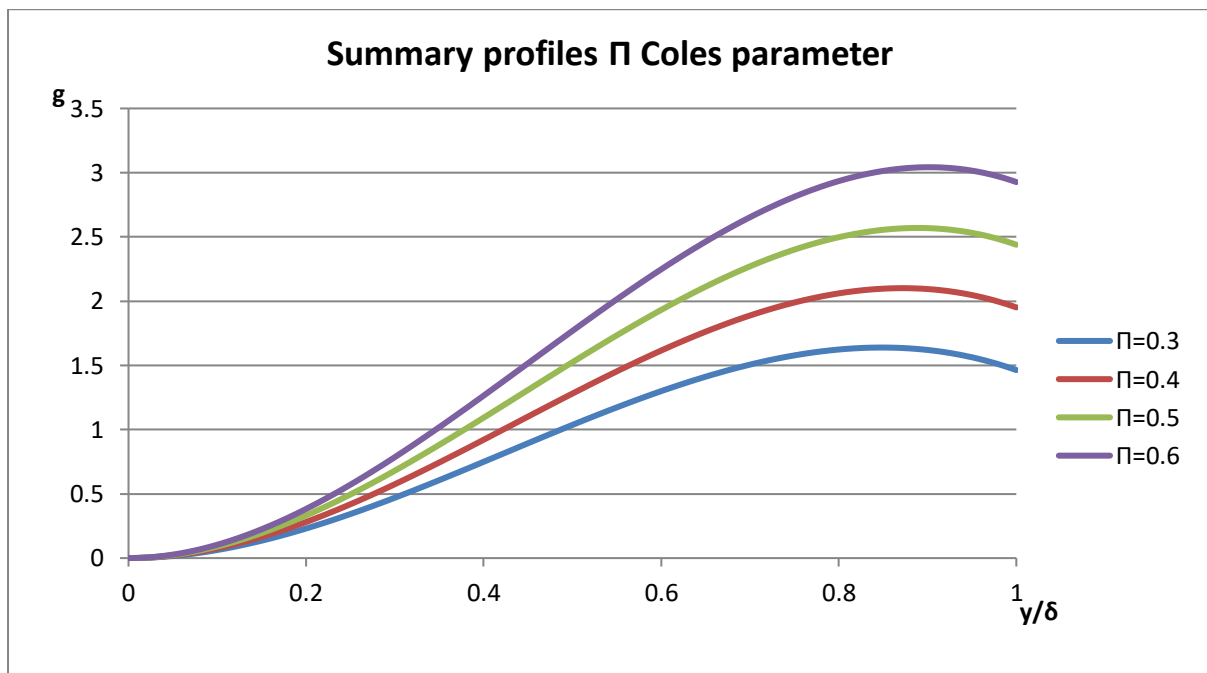
Για την συνάρτηση g έχουν προταθεί διάφορες μαθηματικές εκφράσεις όπως η 4.3. Όμως μια πιο ακριβής μαθηματική έκφραση για την συνάρτηση g έχει προταθεί από τους Finley et al.(1966), Granville (1978), και Dean (1976), όπως περιγράφεται από την σχέση 4.4.

$$g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) = \frac{\Pi}{\kappa} w\left(\frac{y}{\delta}\right) = \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \quad (4.3)$$

ή εναλλακτικά

$$g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) = \frac{1}{\kappa}(1+6\Pi) \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 - \frac{1}{\kappa}(1+4\Pi) \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (4.4)$$

Στις σχέσεις 4.3 και 4.4 η παράμετρος του Coles την οποία συμβολίζουμε με Π λαμβάνει διάφορες τιμές στο διάστημα 0.3-0.6 βλ. Jones, Marusic, Perry (2001) και επηρεάζει την εξωτερική περιοχή του προφίλ της ταχύτητας. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης g , παρουσιάζεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Διάγραμμα 58

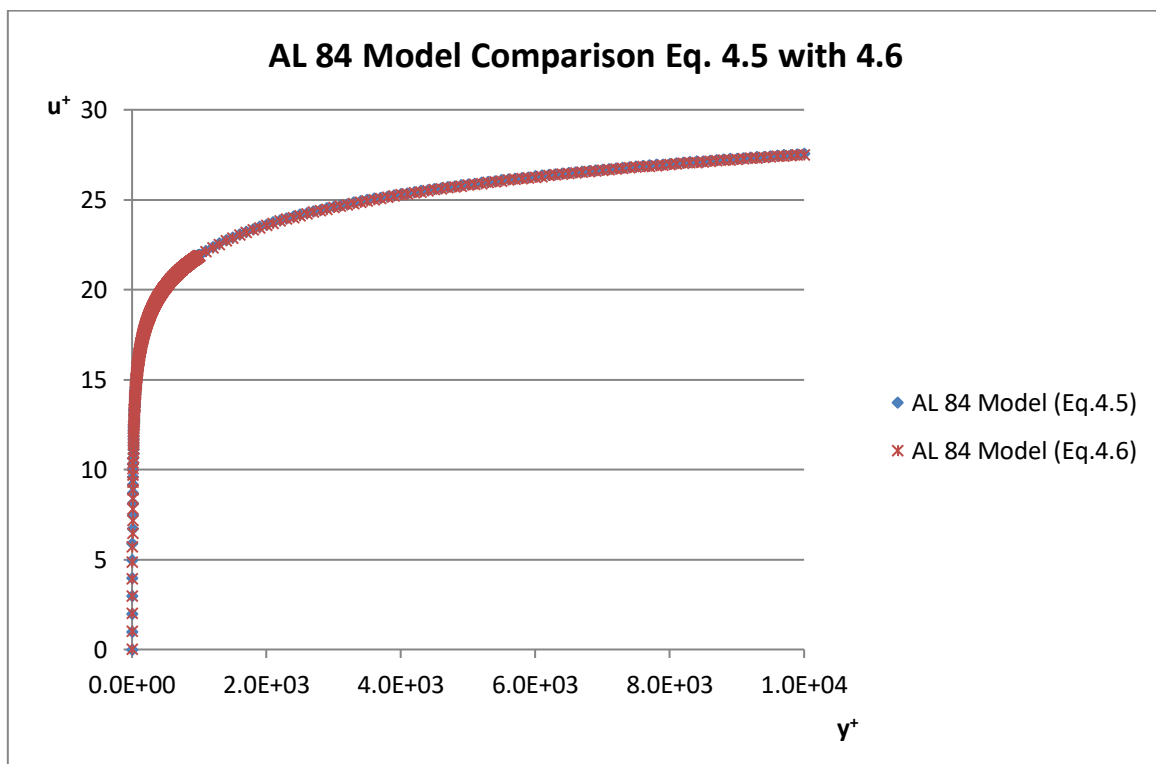
➤ **Η συνάρτηση f της σχέσης 4.2**

Σε αυτό το σημείο αξίζει να ειπωθεί, πως έχει προταθεί μεγάλη ποικιλία αναλυτικών αναπαραστάσεων του νόμου του τοιχώματος και το κριτήριο που τις διακρίνουμε είναι η πολυπλοκότητά τους και φυσικά η ακρίβεια που έχουν. Οποιαδήποτε από τις εξισώσεις που θα παρουσιαστούν αν συνδυαστεί με την σχέση 4.4, πρέπει να δίνει μια αναπαράσταση του προφίλ της μέσης ταχύτητας σε τυρβώδες οριακό στρώμα μηδενικής βαθμίδας πίεσης, σε κλειστή μορφή, το διάστημα ισχύος τους είναι όλο το πλάτος του οριακού στρώματος και όπως αποδεικνύεται, έπειτα από σύγκριση με πειραματικά δεδομένα ή και με αριθμητικές προσομοιώσεις, έχουν μικρές αποκλίσεις και καλή προσαρμογή στα προφίλ. Στην εργασία AL 84, προτείνονται δύο μαθηματικές εκφράσεις για την συνάρτηση $f(y^+)$, οι σχέσεις 4.5 και 4.6.

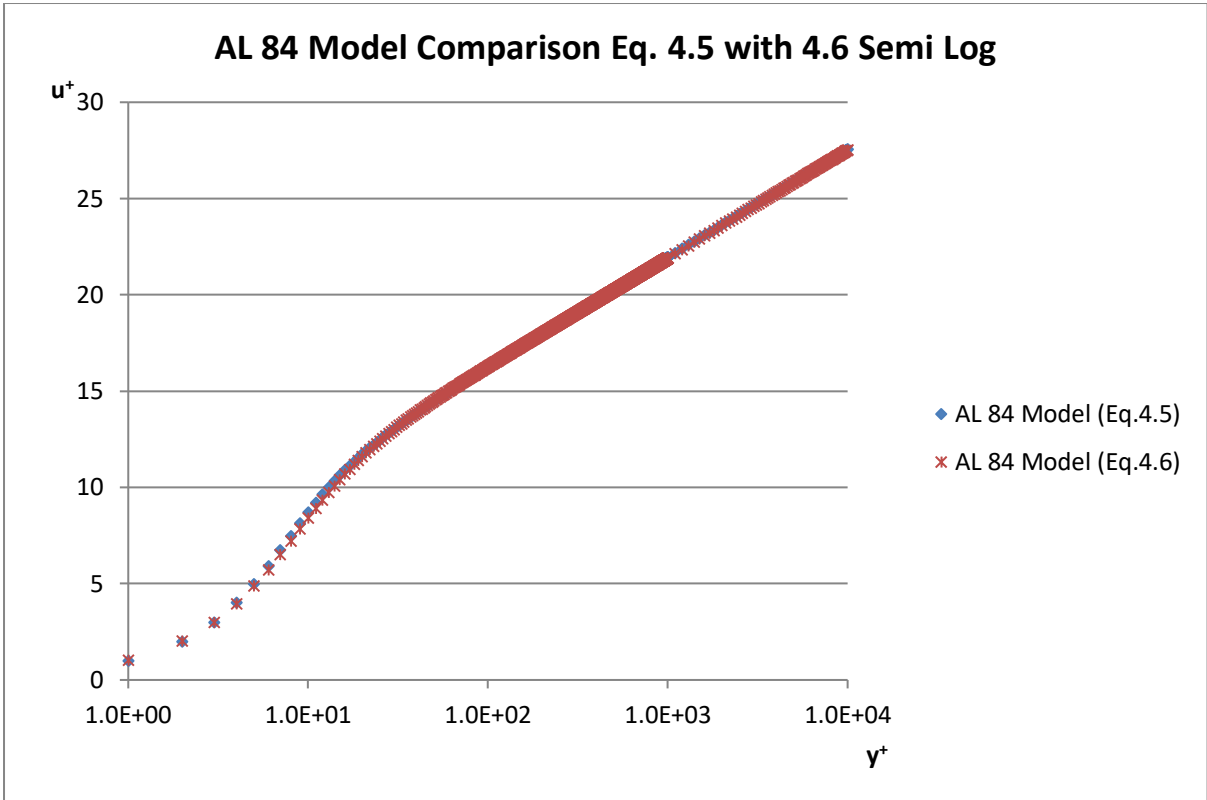
$$f(y^+) = \ln \left[\frac{(y^+ + 5.85)^{3.04}}{(y^{+2} - 9.25y^+ + 58.5)^{0.30}} \right] + 4.16 \tan^{-1}(0.164y^+ - 0.759) - 1.45 \quad (4.5)$$

$$f(y^+) = \ln \left[\frac{(y^+ + 11)^{4.02}}{(y^{+2} - 7.37y^+ + 83.3)^{0.79}} \right] + 5.63 \tan^{-1}(0.12y^+ - 0.441) - 3.81 \quad (4.6)$$

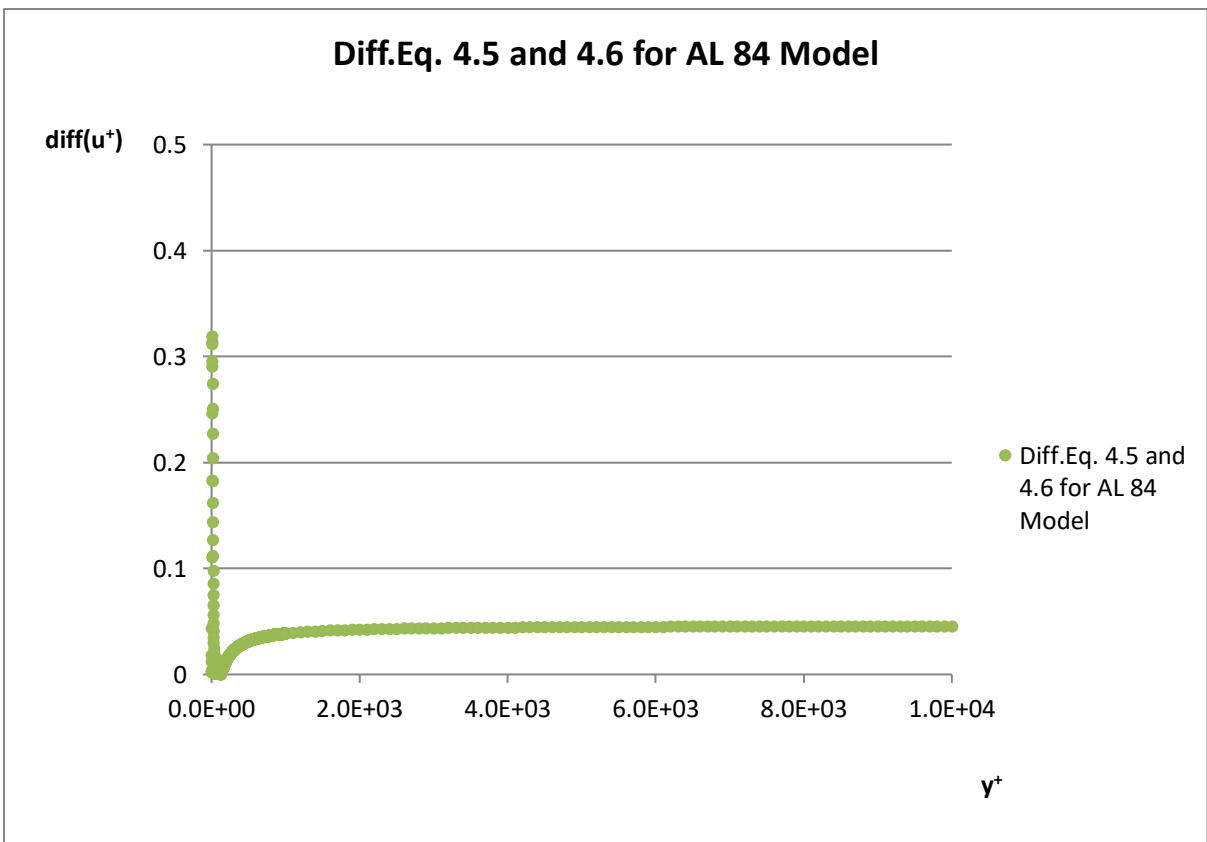
Στα διαγράμματα 59-62 συγκρίνονται οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων 4.5 και 4.6.



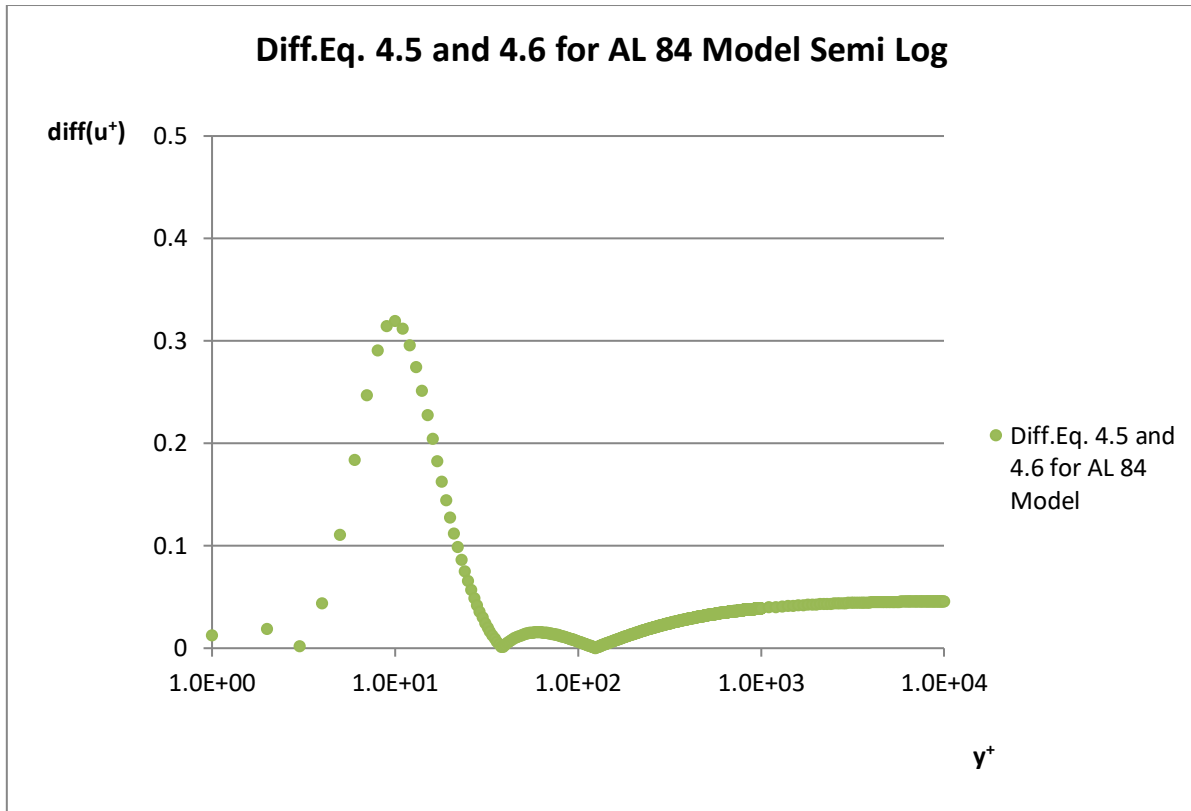
Διάγραμμα 59



Διάγραμμα 60



Διάγραμμα 61

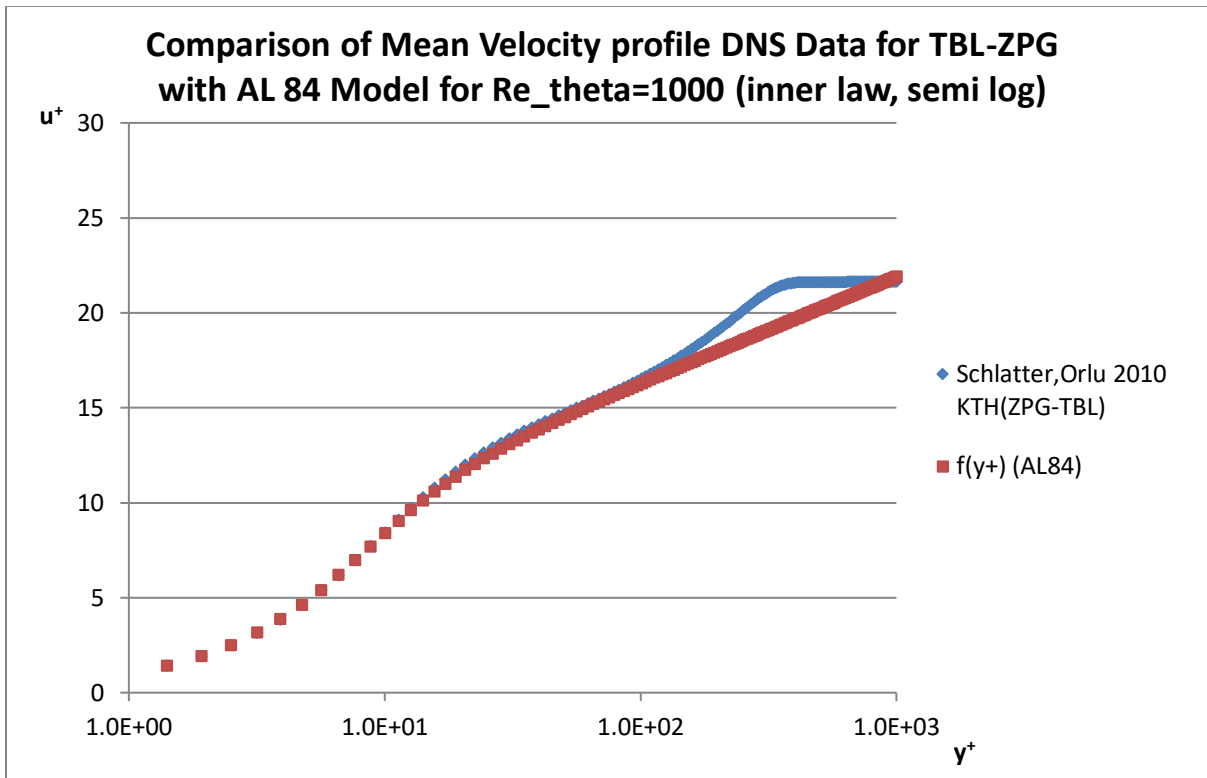


Διάγραμμα 62

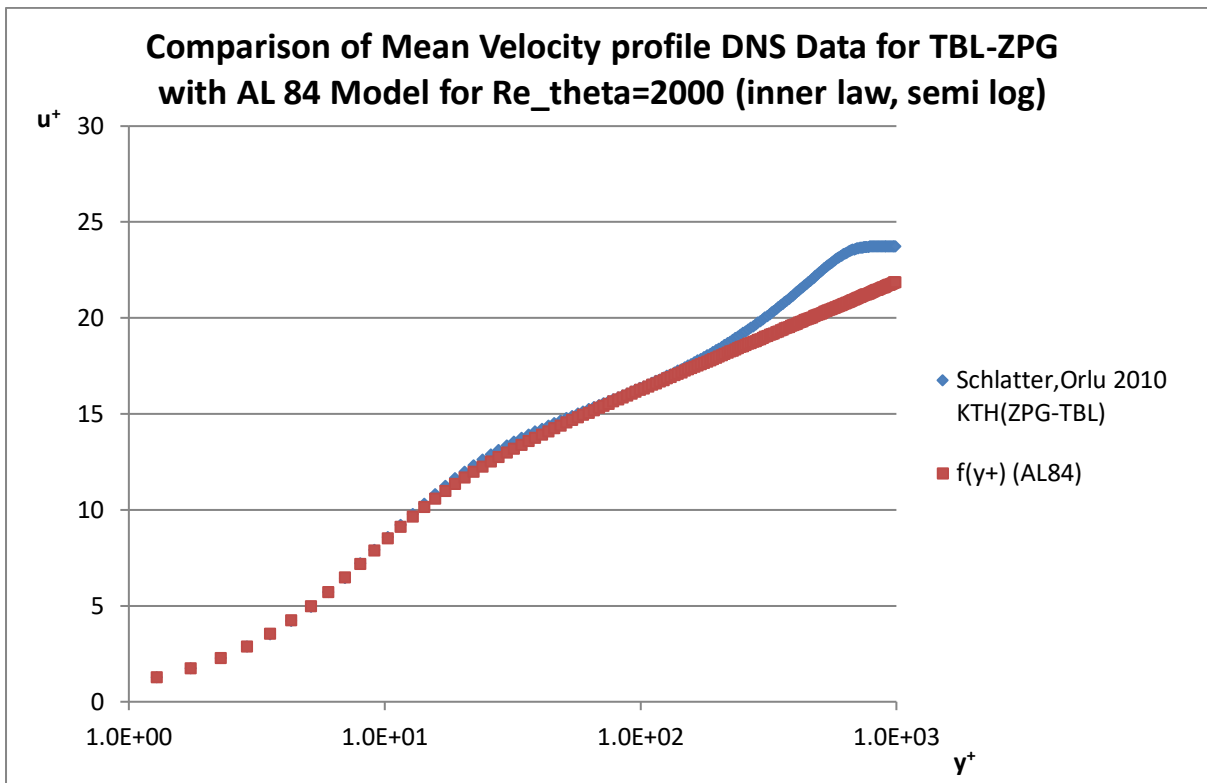
Είναι προφανές από τα διαγράμματα 61 και 62 ότι η διαφορά των σχέσεων 4.5 και 4.6 είναι αμελητέα, ενώ το μέγιστο της διαφοράς παρουσιάζεται για $y^+=10$ και λαμβάνει την τιμή 0.31, ενώ για μεγαλύτερες τιμές του y^+ τείνει ασυμπτωτικά στον οριζόντιο άξονα, επομένως η όποια επιλογή μεταξύ των σχέσεων δεν επηρεάζει σημαντικά την μορφή του προφίλ της μέσης ταχύτητας.

➤ **Εσωτερικός Νόμος-Σύγκριση της σχέσης 4.6 με τα αποτελέσματα της DNS**

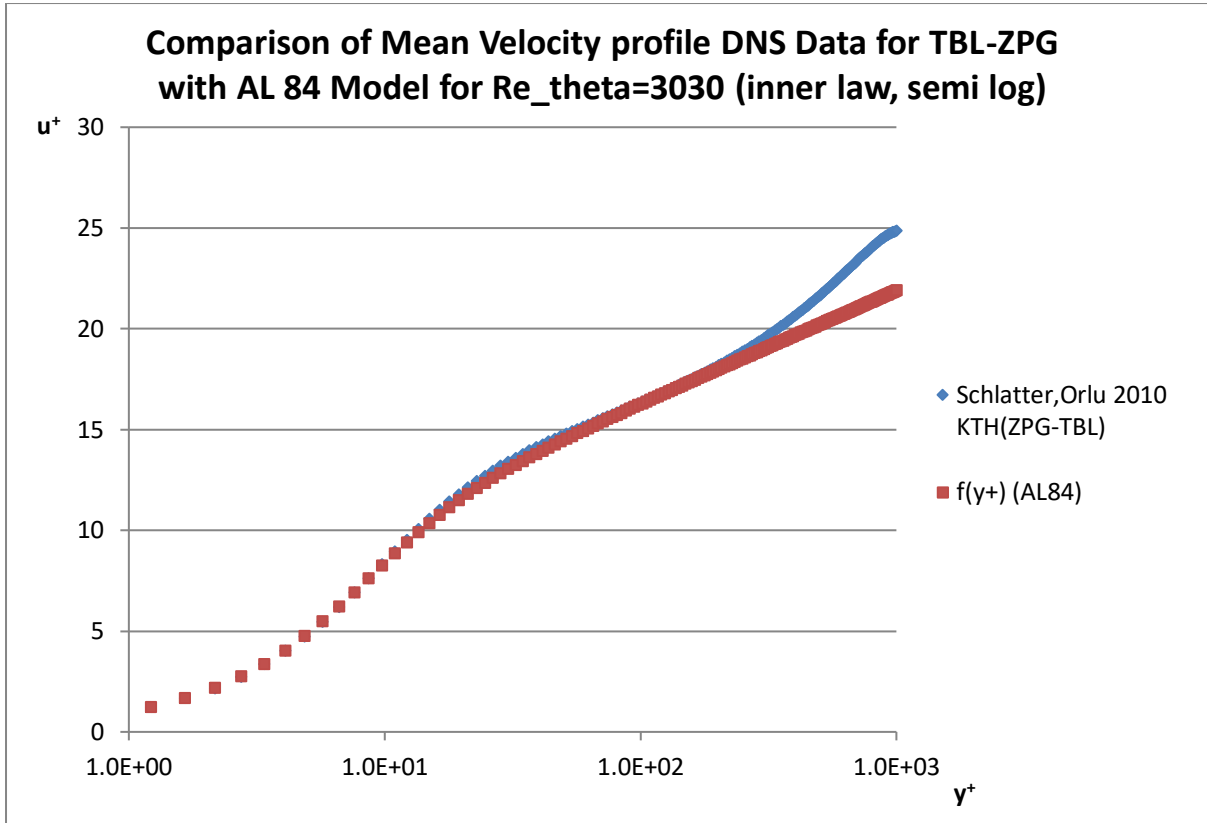
Προκειμένου να επιβεβαιώσουμε τα όσα έχουν λεχθεί, παρατίθενται τα διαγράμματα στα οποία συγκρίνουμε δεδομένα της αριθμητικής προσομοίωσης των Schlatter, Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα σε λεία πλάκα μηδενικής βαθμίδας πίεσης με το μοντέλο του A. Liakourou (1984), όπως έχει παρουσιαστεί και με τις εξισώσεις που το διέπουν. Όπως είναι γνωστό από τις σχέσεις 4.5 και 4.6, το μοντέλο AL 84 προσομοιώνει την περιοχή του τυρβώδους οριακού στρώματος όπου ισχύει ο εσωτερικός νόμος δηλαδή περιλαμβάνει το ιξώδες υπόστρωμα, την μεταβατική περιοχή και την ενδιάμεση ζώνη (όπου ισχύει ο λογαριθμικός νόμος), όπως έχει παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 1^ο ως το μοντέλο των τριών ζωνών. Για τον σχεδιασμό των προφίλ που ακολουθούν χρησιμοποιήθηκε η σχέση 4.6, μιας και από τα διαγράμματα 59-62 όπου απεικονίζονται οι διαφορές των δύο σχέσεων, προκύπτει ότι αυτές έχουν αμελητέα απόκλιση.



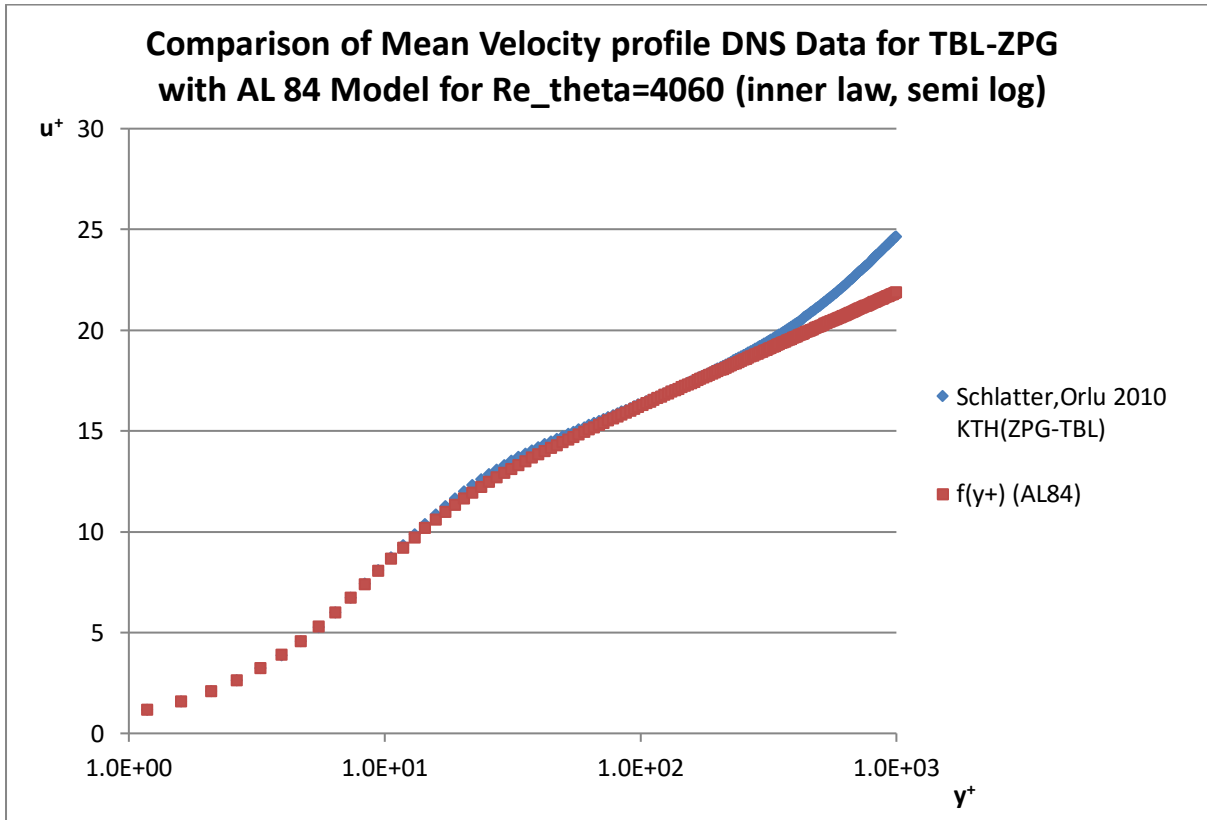
Διάγραμμα 63



Διάγραμμα 64



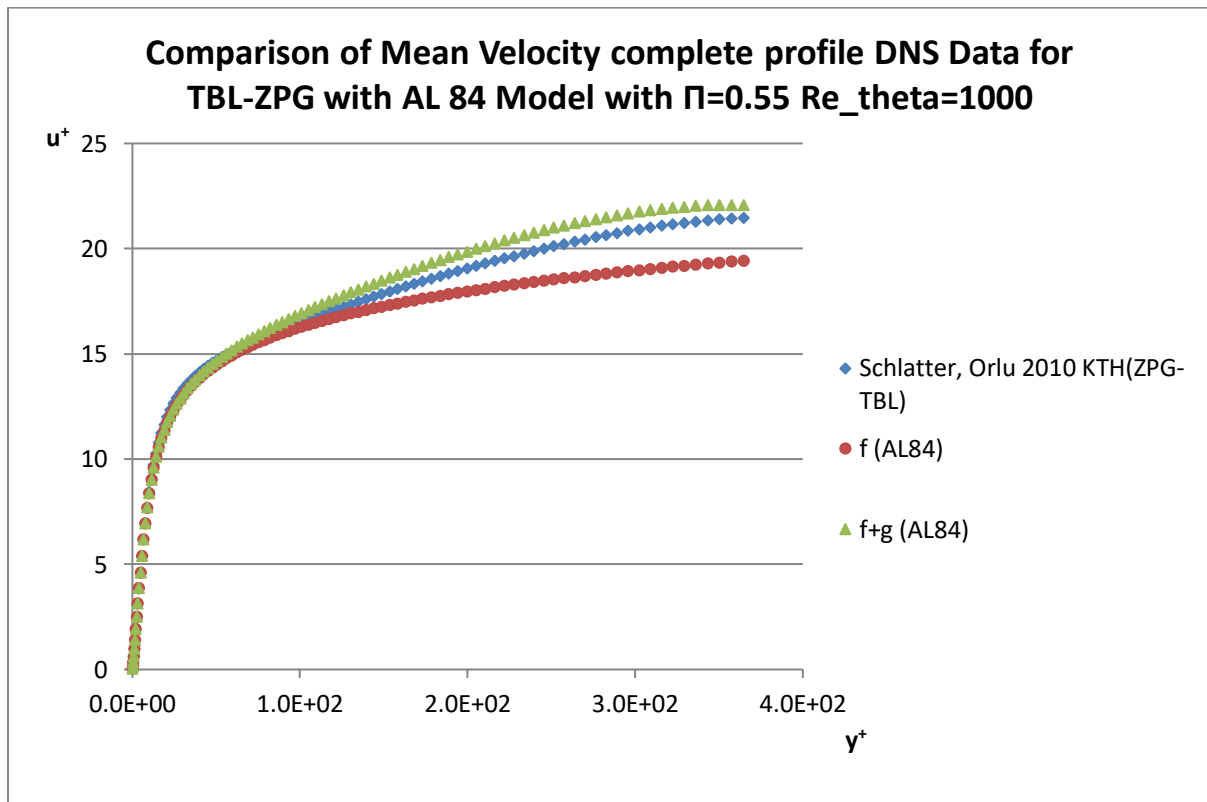
Διάγραμμα 65



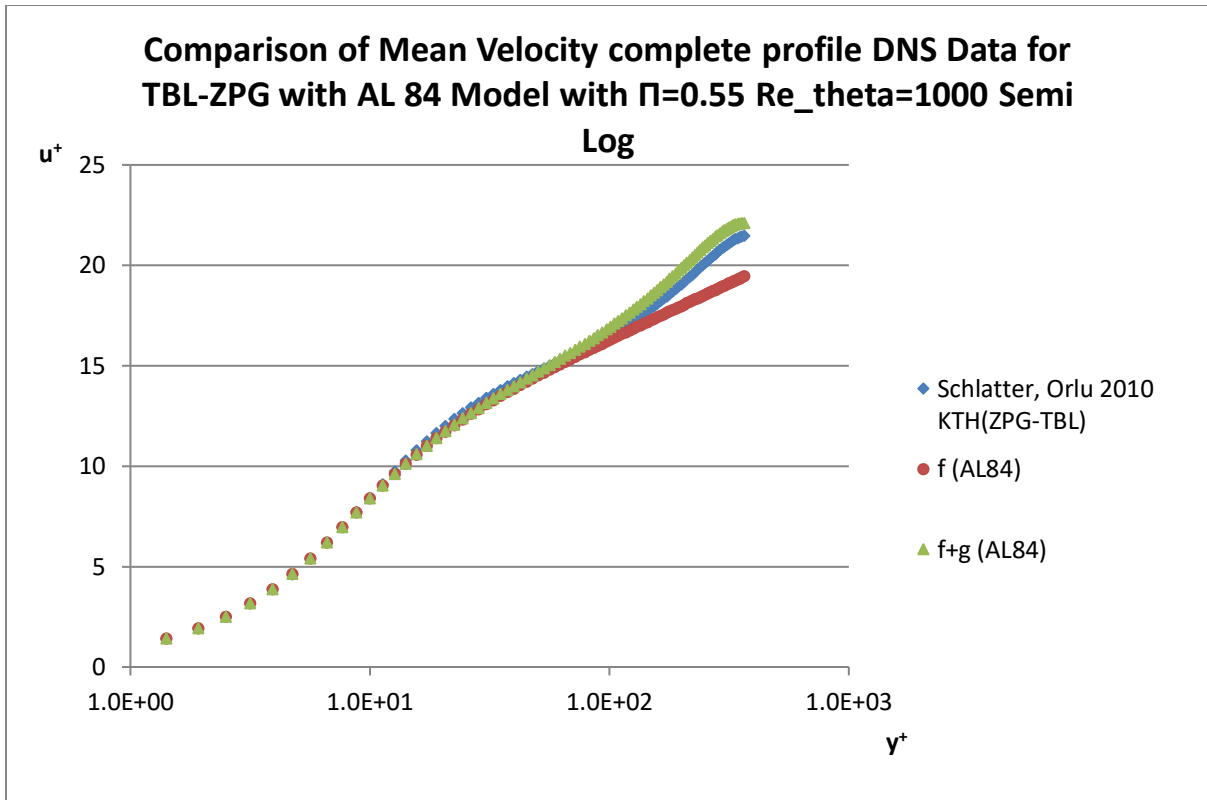
Διάγραμμα 66

➤ Σύγκριση της σχέσης 4.2 με τα αποτελέσματα της DNS

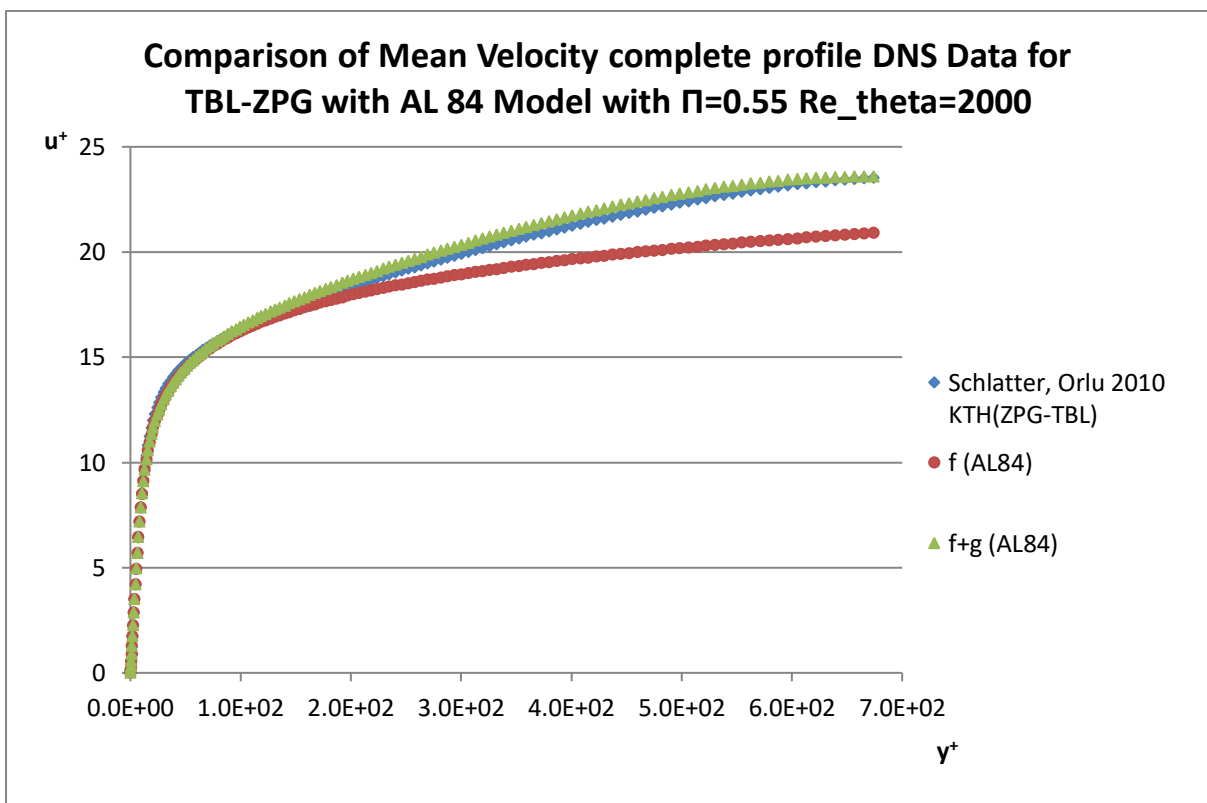
Σε δεύτερη φάση, παρουσιάζεται η σύγκριση “ολόκληρου” του προφίλ της μέσης ταχύτητας βάσει των αριθμητικών αποτελεσμάτων των Schlatter, Orlu (2010) για τυρβώδες οριακό στρώμα σε λεία πλάκα μηδενικής βαθμίδας πίεσης και του σύνθετου (composite) μοντέλου του A. Liakoroulos (1984). Η μόνη διαφορά με τα προηγούμενα διαγράμματα (63-66), έγκειται στο γεγονός ότι τα διαγράμματα που έπονται βασίζονται στην σχέση 4.2, η οποία περιέχει και την συνάρτηση ολκού (wake function), g .



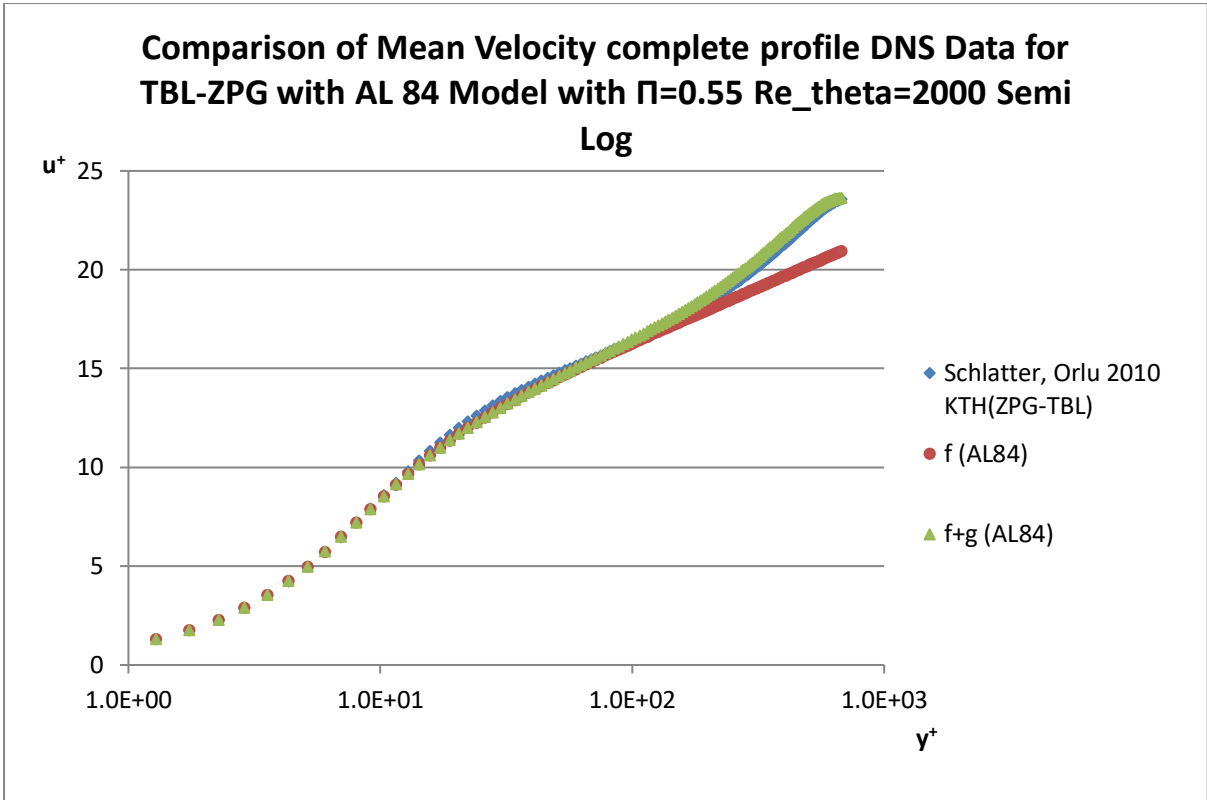
Διάγραμμα 67



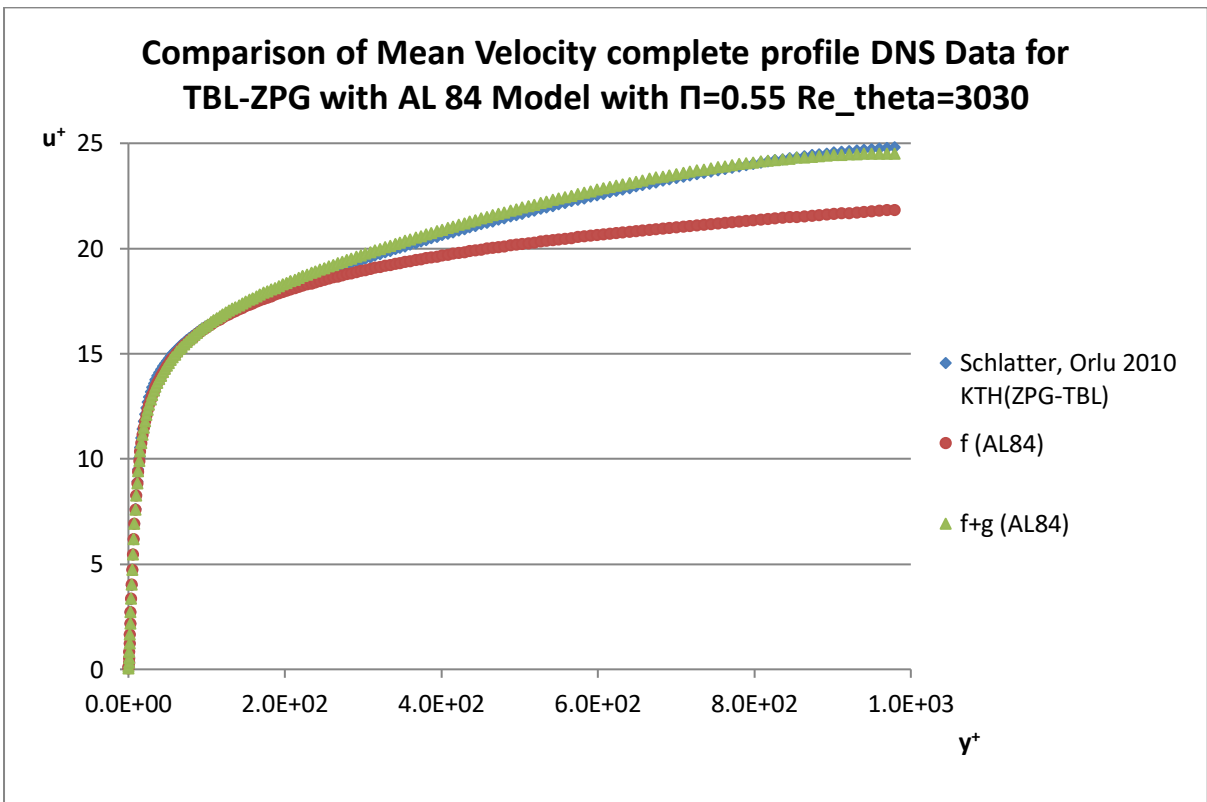
Διάγραμμα 68



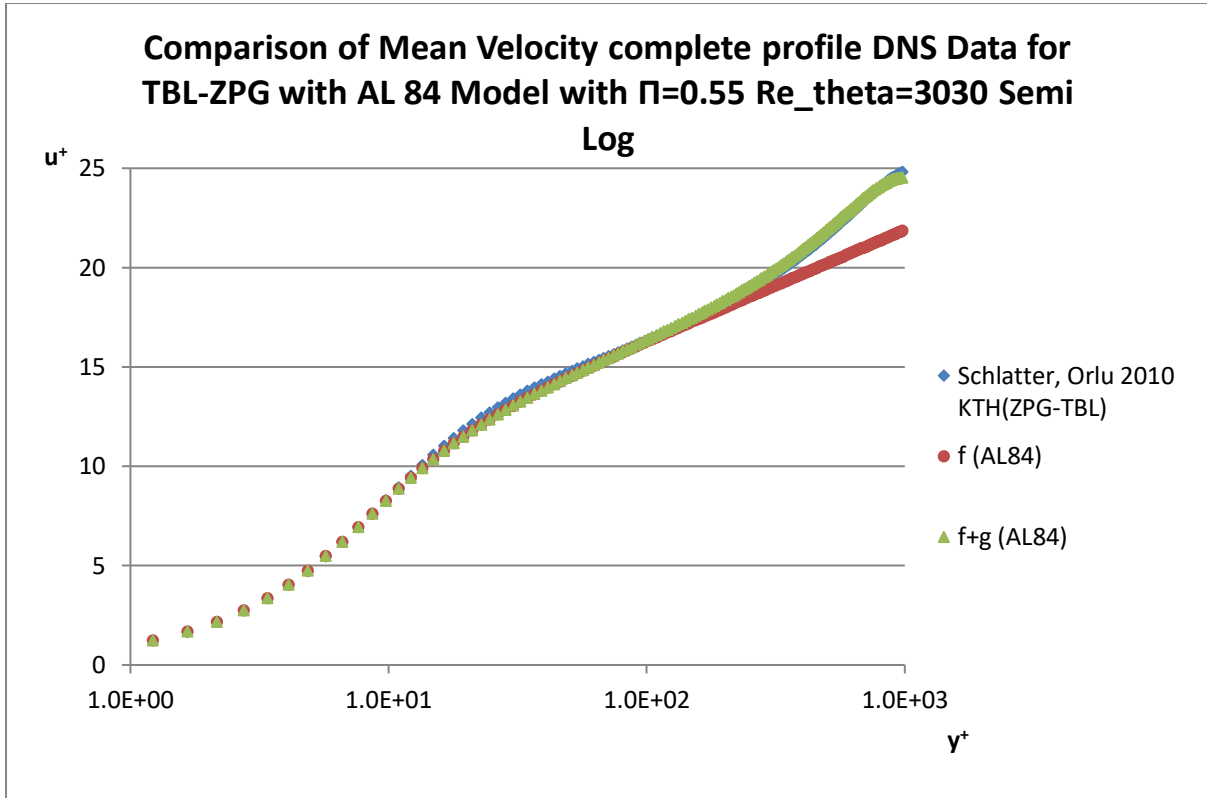
Διάγραμμα 69



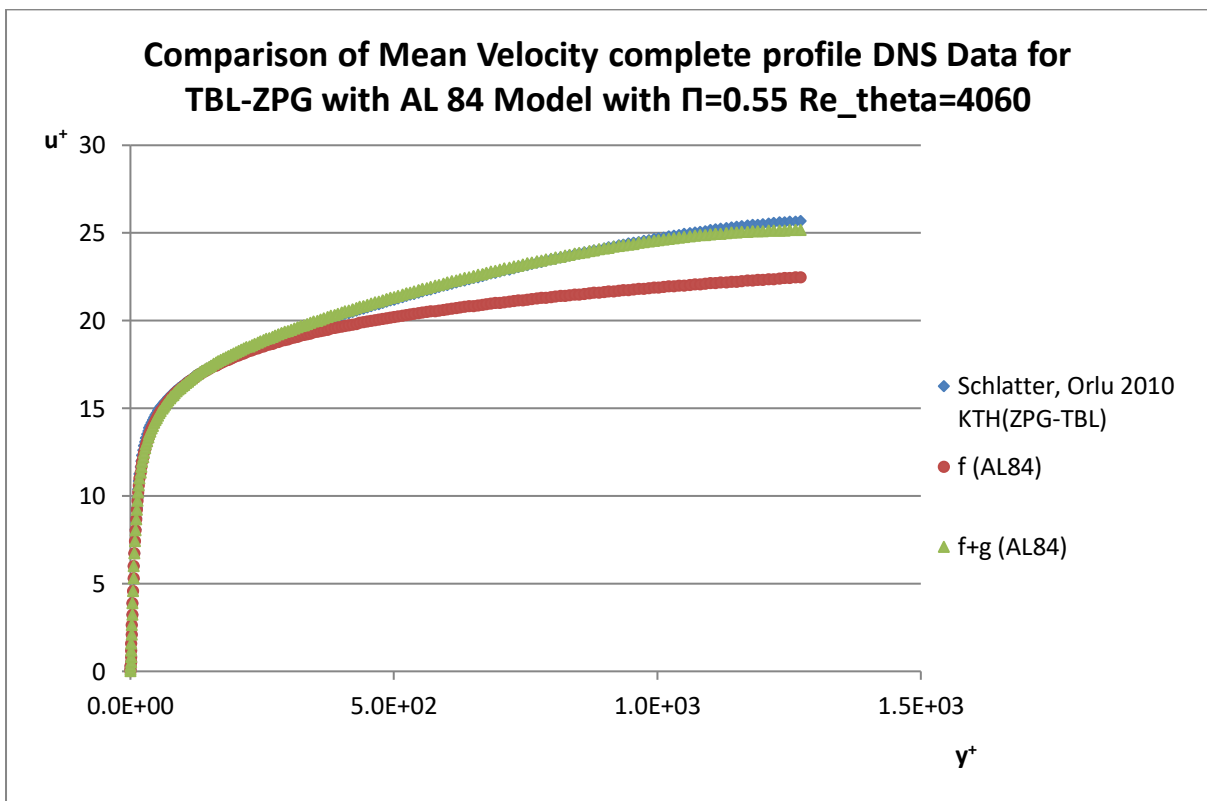
Διάγραμμα 70



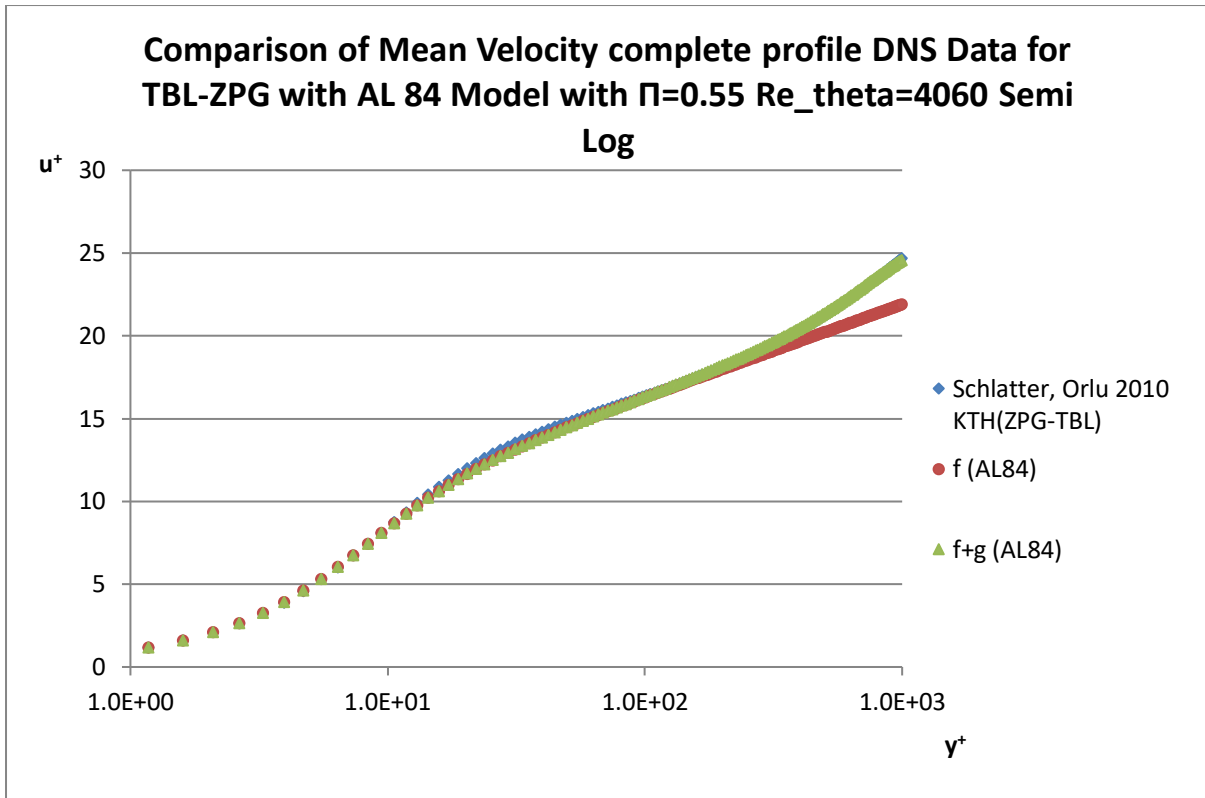
Διάγραμμα 71



Διάγραμμα 72



Διάγραμμα 73



Διάγραμμα 74

Παρατηρήσεις-συμπεράσματα:

Κρίθηκε σκόπιμο να χωριστεί σε δύο μέρη η μελέτη της ακριβείας των προφίλ της μέσης ταχύτητας. Το ένα αφορά το διάστημα όπου ισχύει ο εσωτερικός νόμος, ενώ σε δεύτερο στάδιο γίνεται η σύγκριση σε ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος.

Στο πρώτο μέρος, έγινε η χρήση του A.Liakorou 1984, και συγκεκριμένα η σχέση 4.6, που όπως αποδείχθηκε από τα διαγράμματα 61 και 62 δεν παρουσιάζει μεγάλες διαφορές με την σχέση 4.5. Αν παρατηρήσουμε τα προφίλ ταχύτητας όπως έχουν σχεδιαστεί στα διαγράμματα 63-66, θα διαπιστώσουμε πως υπάρχει πολύ καλή συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης των Schlatter,Orlu και του AL84 (εφόσον το Re_{θ} είναι μεγαλύτερο του 1000) στο διάστημα ισχύος του εσωτερικού νόμου. Για $y^+ > 120$ η $f(y^+)$ του AL 84 τείνει ασυμπτωτικά στον λογαριθμικό νόμο.

Για την μελέτη του προφίλ της ταχύτητας σε όλο το πάχος του οριακού στρώματος, στη συνάρτηση $f(y^+)$ πρέπει να προστεθεί η συνάρτηση $g(\Pi, \frac{y}{\delta})$, σύμφωνα με την σχέση 4.2. Για αυτό το λόγο στο δεύτερο μέρος, όπου πλέον εξετάζεται ολόκληρο το πάχος του στρώματος γίνεται η χρήση της σχέσης 4.2, η οποία με άλλα λόγια είναι το AL84 με τη μόνη διαφορά ότι έχει προστεθεί ένας επιπλέον όρος, δηλαδή η συνάρτηση g (wake function) όπως έχει αναφερθεί. Τέλος, αξίζει να ειπωθεί ότι, και στην περίπτωση όπου μελετάται το

προφίλ της μέσης ταχύτητας σε όλο το πάχος του στρώματος υπάρχει συμφωνία του σύνθετου μοντέλου AL84 με τα αποτελέσματα των DNS, αρκεί ο αριθμός Reynolds (στην προκειμένη περίπτωση ο Re_{θ}), να είναι σχετικά “μεγάλος”. Σύμφωνα με τα διαγράμματα 67-74 πιο συγκεκριμένα βλ. διάγραμμα 70, όταν $Re_{\theta}=2000$ και για μεγαλύτερες τιμές έχουμε καλή συμφωνία μοντέλου και των αποτελεσμάτων της απευθείας αριθμητικής προσομοίωσης της τυρβώδους ροής.

Συμπεράσματα-Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Από το περιεχόμενο της παρούσης Διπλωματικής Εργασίας, μπορούμε να “αντλήσουμε” τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Ο **εσωτερικός νόμος**, δηλαδή η έκφραση $u^+ = F(y^+)$, είναι αδιαμφισβήτητο ότι ισχύει και αυτό είναι εμφανές τόσο ποιοτικά από τα γραφήματα του προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας όσο και ποσοτικά γεγονός που ενισχύεται από την επεξεργασία των δεδομένων της αριθμητικής προσομοίωσης, τα οποία αποτέλεσαν θεμέλιο λίθο της παρούσης εργασίας.
- Ειδικότερα ο **λογαριθμικός νόμος**, $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$ ισχύει στο διάστημα $30-70 \leq y^+ \leq 900$ κατά γενική ομολογία, εφόσον ο αριθμός Reynolds είναι αρκούντως μεγάλος. Αξίζει να ειπωθεί ότι οι τιμές των παραμέτρων κ και B αναμένεται να είναι σταθερές όταν ο αριθμός Reynolds τείνει, ως είθισται να λέμε, στο άπειρο, αλλά σε κάθε περίπτωση αυτές οι τιμές είναι διαφορετικές ανάλογα με την κατηγορία της τυρβώδους ροής που εξετάζουμε, εντός σωλήνα σταθερής διαμέτρου και κυκλικής διατομής (pipe flow), για ροή σε κανάλι (channel flow) και τέλος για TBL-ZPG. Ενώ όπως έχει τονιστεί στο Κεφάλαιο 2, οι τιμές των παραμέτρων και κατ' επέκταση το λογαριθμικό τμήμα της καμπύλης επηρεάζονται άμεσα από τον αριθμό Reynolds, μάλιστα για πολύ μικρούς αριθμούς Reynolds, αμφισβητείται από πολλούς ερευνητές η ύπαρξη του λογαριθμικού τμήματος στο προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας. Παραμένει άγνωστο το διάστημα ισχύος του λογαριθμικού νόμου όταν $Re \rightarrow \infty$.
- Ο **εξωτερικός νόμος** έχει διαφορετική μορφή για σωλήνες κυκλικής διατομής και σταθερής διαμέτρου, για ροή σε κανάλι αλλά και για TBL-ZPG, γεγονός που έρχονται να επιβεβαιώσουν τα χρονικά μέσα προφίλ ταχύτητας, τα οποία είναι σχεδιασμένα σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, (βλέπε Κεφάλαιο 2).
- Η συνεισφορά των τυρβωδών τάσεων $\overline{u'^2}$ τόσο στο μέγιστο της καμπύλης όσο και στη διαμόρφωση του προφίλ της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι καθοριστικής σημασίας. Επιπλέον, η αριθμητική υπεροχή των τάσεων Reynolds $\overline{u'^2}$ σε σύγκριση με τις υπόλοιπες ορθές τάσεις Reynolds ($\overline{v'^2}, \overline{w'^2}$) είναι φανερή και ανεξάρτητη του είδους της τυρβώδους ροής π.χ. ροής σε σωλήνες κυκλικής διατομής και σταθερής διαμέτρου, ροής σε κανάλι αλλά και για TBL-ZPG γεγονός που το επιβεβαιώνουν τόσο οι πίνακες του Κεφαλαίου 3 (βλέπε ενότητες 3.3.1 και 3.4.1) όσο και τα αντίστοιχα γραφήματα.
- Το μοντέλο AL 84 του σύνθετου προφίλ της ταχύτητας, για την περίπτωση του TBL-ZPG, όπως έχει παρουσιαστεί στο Κεφάλαιο 4, “ανταποκρίνεται” πολύ καλά στον εσωτερικό νόμο, και αρκετά καλά στην περίπτωση που εξετάζουμε ολόκληρο το πάχος του οριακού στρώματος.

Για περαιτέρω έρευνα, προτείνονται τα εξής:

- Η εισαγωγή της έννοιας της τραχύτητας των στερεών επιφανειών και η επίδρασή της στο προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας καθώς και των τυρβωδών τάσεων.
- Επέκταση της ανάλυσης αποτελεσμάτων DNS για μεγαλύτερες τιμές του αριθμού Reynolds (Re_D στην περίπτωση του ευθύγραμμου σωλήνα σταθερής διαμέτρου και κυκλικής διατομής, Re_τ όταν αναφερόμαστε για ροή σε κανάλι και τέλος Re_θ για την περίπτωση του TBL-ZPG).
- Ενσωμάτωση της επίδρασης του αριθμού Reynolds στις παραμέτρους ενός εν δυνάμει γενικευμένου μοντέλου του σύνθετου προφίλ της χρονικά μέσης ταχύτητας.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Abe, Hiroyuki. "Direct numerical simulation of a non-equilibrium three-dimensional turbulent boundary layer over a flat plate." *Journal of Fluid Mechanics* 902 (2020). doi:10.1017/jfm.2020.488
- Bernard, Peter S., and Robert A. Handler. "Reynolds stress and the physics of turbulent momentum transport." *Journal of fluid mechanics* 220 (1990): 99-124. doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112090003202>
- Bernardini, Matteo, Sergio Pirozzoli, and Paolo Orlandi. "Velocity statistics in turbulent channel flow up to." *Journal of Fluid Mechanics* 742 (2014): 171-191. doi:10.1017/jfm.2013.674
- Chevrin, P-A., H. L. Petrie, and S. Deutsch. "The structure of Reynolds stress in the near-wall region of a fully developed turbulent pipe flow." *Experiments in fluids* 13.6 (1992): 405-413. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00223248>
- Coleman, Gary N., and Richard D. Sandberg. "A primer on direct numerical simulation of turbulence-methods, procedures and guidelines." (2010).
- Coles, Donald. "The law of the wake in the turbulent boundary layer." *Journal of Fluid Mechanics* 1.2 (1956): 191-226. https://authors.library.caltech.edu/38400/1/Coles_1956p191.pdf
- Dean, R. B. "A single formula for the complete velocity profile in a turbulent boundary layer." (1976): 723-726. <https://doi.org/10.1115/1.3448467>
- Finley, P. J., Khoo Chong Phoe, and Jeck Poh. "Velocity measurements in a thin turbulent water layer." *La Houille Blanche* 6 (1966): 713-721. doi: <https://doi.org/10.1051/lhb/1966045>
- Flores, Oscar, and Javier Jiménez. "Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer." *Physics of Fluids* 22.7 (2010): 071704. <https://doi.org/10.1063/1.3464157>
- Horiuti, Kiyosi. "Assessment of two-equation models of turbulent passive-scalar diffusion in channel flow." *Journal of Fluid Mechanics* 238 (1992): 405-433. doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112092001769>
- Hussain, A. K. M. F., and W. C. Reynolds. "Measurements in fully developed turbulent channel flow." (1975): 568-578. <https://doi.org/10.1115/1.3448125>
- Hutchins, N., and Ivan Marusic. "Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers." *Journal of Fluid Mechanics* 579 (2007): 1-28. doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112006003946>
- Jones, Malcolm Barry, Ivan Marusic, and A. E. Perry. "Evolution and structure of sink-flow turbulent boundary layers." *Journal of Fluid Mechanics* 428 (2001): 1-27. doi:10.1017/s0022112000002597
- Katopodes, Nikolaos D. *Free-surface flow: Environmental fluid mechanics*. Butterworth-Heinemann, 2018. doi: <https://doi.org/10.1016/C2016-0-04780-0>

- Kim, John, Parviz Moin, and Robert Moser. "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number." *Journal of fluid mechanics* 177 (1987): 133-166. doi: 10.1017/S0022112087000892
- Kundu, Pijush K., Ira M. Cohen, and David R. Dowling. "Fluid mechanics, 5th version." *Academic, Berlin* (2016). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-405935-1.00012-5>
- Laufer, John. "Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel." (1951). doi:10.7907/6ZYC-HJ88
- Lee, Myoungkyu, and Robert D. Moser. "Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to." *Journal of Fluid Mechanics* 774 (2015): 395-415. doi:10.1017/jfm.2015.268
- Medjnoun, Takfarinas, Christina Vanderwel, and Bharathram Ganapathisubramani. "Characteristics of turbulent boundary layers over smooth surfaces with spanwise heterogeneities." *Journal of Fluid Mechanics* 838 (2018): 516-543. doi:10.1017/jfm.2017.849
- Moin, Parviz, and Krishnan Mahesh. "Direct numerical simulation: a tool in turbulence research." *Annual review of fluid mechanics* 30.1 (1998): 539-578. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.30.1.539>
- Nikuradse, Johann. "Laws of turbulent flow in smooth pipes." NASA, Report No." *TTF-10* (1932).
- Örlü, R., Fiorini, T., Segalini, A., Bellani, G., Talamelli, A., & Alfredsson, P. H. "Reynolds stress scaling in pipe flow turbulence—first results from CICLOPE." *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 375.2089 (2017): 20160187. <https://doi.org/10.1098/rsta.2016.0187>
- Österlund, Jens M. *Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow*. Diss. Mekanik, (1999).
- Oweis, Ghanem F., Winkel Eric S., Cutbrith James M., Ceccio Steven L., Dowling David.R. "The mean velocity profile of a smooth-flat-plate turbulent boundary layer at high Reynolds number." *Journal of fluid mechanics* 665 (2010): 357-381. doi:10.1017/s0022112010003952
- Perry, A. E., S. Hafez, and M. S. Chong. "A possible reinterpretation of the Princeton superpipe data." *Journal of Fluid Mechanics* 439 (2001): 395-401. <https://doi.org/10.1017/S0022112001004840>
- Schlatter, Philipp, and Ramis Örlü. "Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers." *Journal of Fluid Mechanics* 659 (2010): 116-126. doi:10.1017/S0022112010003113
- Schlatter, Philipp, Qiang Li, Geert Brethouwer, Arne V. Johansson, Dan S. Henningson "High-Reynolds number turbulent boundary layers studied by numerical simulation." *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*. Vol. 62. (2009). Bibcode: [2009APS..DFD.BA001S](https://doi.org/10.1017/S0022112001004840)
- Schlatter, Philipp, Qiang Li, Geert Brethouwer, Arne V. Johansson, Dan S. Henningson "Simulations of spatially evolving turbulent boundary layers up to $Re\theta = 4300$."

International Journal of Heat and Fluid Flow 31.3 (2010): 251-261.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.12.011>

- Schlichting, Hermann, and Klaus Gersten. *Boundary-layer theory*. Springer 9th Edition, (2016). doi:10.1007/978-3-662-52919-5
- Vreman, A. W., and Johannes GM Kuerten. "Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at $Re\tau=180$." *Physics of Fluids* 26.1 (2014): 015102. <https://doi.org/10.1063/1.4861064>
- Wu, Xiaohua, and Parviz Moin. "A direct numerical simulation study on the mean velocity characteristics in turbulent pipe flow." *Journal of Fluid Mechanics* 608 (2008): 81-112. doi:10.1017/S0022112008002085

- Αντώνιος Λιακόπουλος ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ 2^η Έκδοση (2019) (Εκδόσεις Τζιόλα) Κεφάλαια 9 και 10.
- Άγγελος Θ. Παπαϊωάννου ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ: ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Σημειώσεις, Ομοσ. Καθηγητής ΕΜΠ <https://courses.chemeng.ntua.gr>