



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Επίδραση αεροδυναμικών και
μηχανικών τριβών στην κίνηση
επιπέδου εκκρεμούς**

Κουμουκέλη Βιολέτα

Λιχούνα Ιωάννα

Επιβλέπων Καθηγητής:

Δρ. Σταπουντζής Ερρίκος

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2018

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων των συγγραφέων (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος εξεταστής
(επιβλέπων καθηγητής)

Δρ. Ερρίκος Σταπουντζής
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος εξεταστής

Δρ. Νικόλαος Πελεκάσης
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος εξεταστής

Δρ. Χαραλάμπους Γεώργιος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλα, θέλουμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μας, Καθηγητή κ. Ερρίκο Σταπουντζή, για την πολύτιμη βοήθεια και συνεχή καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της μελέτης μας, για τις πολύτιμες επιστημονικές συμβουλές του και για την ευκαιρία που μας έδωσε να ασχοληθούμε με ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον θέμα. Επίσης, είμαστε ευγνώμωνες στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, τον Καθηγητή κ. Νικόλαο Πελεκάση και τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Χαραλάμπους Γεώργιο, για το ενδιαφέρον που επέδειξαν κατά την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μας και για τις πολύτιμες συμβουλές και υποδείξεις τους. Επιπλέον, οφείλουμε θερμές ευχαριστίες στη Δρ. Μαργαρίτα Σταπουντζή για την ιδιαίτερα σημαντική βοήθειά της στο λογισμικό επεξεργασίας εικόνας, χάρη στην οποία καταφέραμε να ολοκληρώσουμε επιτυχώς τη διπλωματική μας εργασία. Ακόμη, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους τους καθηγητές, με τους οποίους είχαμε την τύχη να συνεργαστούμε και να μάθουμε πολλά από αυτούς κατά τη διάρκεια των σπουδών μας. Ευχαριστούμε ιδιαίτερως τους κκ. Βέργο Αθανάσιο και Μαρίνο Ιωάννη για την τεχνική υποστήριξη που παρείχαν στις μηχανουργικές κατεργασίες κατά τη διάρκεια κατασκευής της πειραματικής εγκατάστασης και κατά την εκτέλεση των πειραμάτων. Επιπρόσθετα, νιώθουμε την ανάγκη να ευχαριστήσουμε τις οικογένειές μας για την υπομονή και στήριξή τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μας. Τέλος, και οι δύο νιώθουμε την ανάγκη να ευχαριστήσουμε η μία την άλλη για την άριστη ομαδικότητα, συνέπεια, μελέτη και ενδιαφέρον που αφιερώσαμε στη συγκεκριμένη εργασία. Η παρούσα αφιερώνεται στη μεγάλη φίλια μας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο εργαστήριο Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών, του τομέα Ενέργειας Βιομηχανικών Διεργασιών και Αντιρρυπαντικής Τεχνολογίας, του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και πραγματεύεται πειραματικά τη μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας σε αεροσήραγγα σε διάφορες συνθήκες στρωτής ροής αέρα. Στα αρχικά κεφάλαια, γίνεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση του εκκρεμούς και των φθινουσών ταλαντώσεων, καθώς και της σημασίας τους σε διάφορους τομείς της επιστήμης. Ακολουθεί μελέτη της αεροδυναμικής της σφαίρας και της συνεισφοράς της θεωρίας του εκκρεμούς στον κλάδο της εμβιομηχανικής. Στη συνέχεια, περιγράφεται αναλυτικά η πειραματική διάταξη και ο τρόπος διεξαγωγής των εργαστηριακών πειραμάτων. Στα επόμενα κεφάλαια, παρουσιάζεται η μεθοδολογία των μετρήσεων και η επεξεργασία των αποτελεσμάτων με ειδικά υπολογιστικά και λογισμικά προγράμματα, καθώς και ο σχολιασμός των χρήσιμων συμπερασμάτων που προέκυψαν κατά τη μελέτη και λεπτομερή ανάλυσή τους. Τέλος, παρατίθεται η σχετική βιβλιογραφία.

ABSTRACT

The present diploma thesis was elaborated in Fluid Mechanics and Turbomachines Laboratory, in the field of Industrial Processes Energy and Antifouling Technology, Department of Mechanical Engineering of the School of Engineering of the University of Thessaly and dissertates experimentally the study of the oscillatory behavior of a sphere in wind tunnel at various laminar air flow conditions. In the first chapters, a brief bibliographic overview of the pendulum and damped oscillations, as well as their importance in various branches of science, is made. A study of aerodynamics of the sphere and the contribution of the pendulum theory in the field of bioengineering follows. The experimental layout and the way the laboratory experiments are performed are described in detail below. In the next chapters, the methodology of measurements and the processing of the results with special computer and software programs are presented, as well as an annotation on the useful conclusions that emerged during the study and their detailed analysis. Finally, the relevant literature is cited.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ.....	vi
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	ix
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1_ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2_ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	4
2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	4
2.1.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ.....	13
2.1.2 ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ.....	14
2.2 ΜΕΛΕΤΕΣ ΓΙΑ ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΑΠΟ ΑΠΟΨΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.....	17
2.2.1. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΡΙΒΕΣ ΚΑΙ ΛΙΠΑΝΣΗ.....	18
2.2.2 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΤΡΙΒΕΣ.....	21
2.2.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ.....	23
2.3 ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ.....	27
2.4 ΕΞΕΛΙΞΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ.....	32
2.4.1.ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.....	33
2.4.2.ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.....	36
2.4.3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΡΙΒΗΣ.....	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3_ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ.....	39
3.1 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ.....	39
3.2 ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑ.....	40
3.2.1 ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑΣ.....	40
3.2.2 ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑΣ.....	41
3.2.3 ΘΕΣΗ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑ.....	42
3.3 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ.....	42
3.3.1 ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ.....	43
3.3.2 ΤΡΟΦΟΔΟΤΙΚΟ.....	44
3.3.3 ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟΣ.....	44
3.3.4 ΑΝΕΜΟΜΕΤΡΟ.....	45

3.4 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4_ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	49
4.1 ΟΠΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΜΕ VIDEO CAMERA.....	49
4.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΕ MATLAB	51
4.3 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ <i>TREST</i> ΣΕ FORTRAN	53
4.4 ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5_ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	61
5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ ΜΕ VIDEO CAMERA.....	61
5.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΕ MATLAB	63
5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ <i>TREST</i> ΣΕ FORTRAN	66
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ.....	81
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6_ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7_ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ: ΤΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΣΕ ΑΛΛΑ ΜΕΣΑ.....	88
7.1 ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΣΕ ΚΕΝΟ ΑΕΡΟΣ.....	88
7.2 ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΣΕ ΝΕΡΟ	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8_ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	92
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	95

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A : Πλάτος ταλάντωσης [m]

A_0 : Αρχικό πλάτος ταλάντωσης [m]

αr : Γωνία της ράβδου με την κατακόρυφο, αντιστοιχεί στο πλάτος της ταλάντωσης και αλλάζει σε κάθε κύκλο [rad]

a : Επιτάχυνση [$\frac{m}{sec^2}$]

a_{max} : Μέγιστη επιτάχυνση [$\frac{m}{sec^2}$]

b : Σταθερά απόσβεσης φθίνουσας ταλάντωσης [$\frac{kg}{sec}$]

Cd : Συντελεστής οπισθέλκουσας

$c_{1,2}$: Σταθερές ολοκληρωμάτων

D : Σταθερά επαναφοράς [$\frac{N}{m}$]

$Drag$: Οπισθέλκουσα δύναμη [N]

d : Επιφάνεια [m^2]

E : Ολική ενέργεια [J]

E_k : Κινητική ενέργεια [J]

E_0 : Ολική αρχική ενέργεια [J]

E_p : Δυναμική ενέργεια [J]

F : Δύναμη [N]

Fr : Αριθμός Froude

g : Επιτάχυνση της βαρύτητας [$\frac{m}{sec^2}$]

H : Συχνότητα λειτουργίας αεροσήραγγας [Hz]

h : Απόσταση από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας [m]

k : Σταθερά ελατηρίου [$\frac{N}{m}$]

L : Μήκος ράβδου [m]

l : Απόσταση κέντρου βάρους του εκκρεμούς από το κέντρο του άξονα [m]

m : Μάζα [kg]

n : Μοναδιαίο διάνυσμα, κάθετο στην επιφάνεια επαφής

P : Πιθανότητα

p : Πίεση [Pa]

R : Μέση τιμή

Re_d : Αριθμός Reynolds

r : Συντελεστής συσχέτισης

r_k : Ακτίνα των μηριαίων κονδύλων [m]

s : Διάστημα [m]

T : Περίοδος ταλάντωσης [sec]

T_0 : Αρχική περίοδος ταλάντωσης [sec]

T_{REST} : Χρόνος μέχρι την ακινησία [sec]

t : Χρόνος [sec]

t_{np} : Αριθμός περιόδων που έχουν εκτελεστεί

U_{air} : Πραγματική ταχύτητα αέρα [$\frac{m}{sec}$]

U_s : Συνισταμένη των δύο ταχυτήτων [$\frac{m}{sec}$]

U_x : Ταχύτητα στον άξονα x [$\frac{m}{sec}$]

U_y : Ταχύτητα στον άξονα y [$\frac{m}{sec}$]

u : Ταχύτητα [$\frac{m}{sec}$]

u_{max} : Μέγιστη ταχύτητα [$\frac{m}{sec}$]

VR : Διαφορά δυναμικού [$\frac{J}{C}$]

v^f : Ρευστή ταχύτητα [$\frac{m}{sec}$]

v^s : Στερεή ταχύτητα [$\frac{m}{sec}$]

W : Συνολικό κανονικό φορτίο [J]

x : Τετμημένη θέσης [m]

y : Τεταγμένη θέσης [m]

γ : Σταθερά για τη φθίνουσα ταλάντωση που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης [$\frac{1}{sec}$]

η : Ιξώδες [$Pa \cdot sec$]

η_0 : Αρχικό ιξώδες [$Pa \cdot sec$]

θ : Γωνία του εκκρεμούς με την κατακόρυφο κάθε χρονική στιγμή [rad]

θ_0 : Γωνία που αντιστοιχεί στο αρχικό πλάτος [rad]

μ : Συντελεστής τριβής

ρ : Πυκνότητα [$\frac{kg}{m^3}$]

$\rho_{1,2}$: Τιμές σταθεράς, λύση από διαφορική εξίσωση

σ^t : Κανονική συνιστώσα της συνολικής τάσης [$\frac{N}{m^2}$]

τ : Χαρακτηριστικός χρόνος απόσβεσης [sec]

φ_0 : Αρχική φάση ταλάντωσης [rad]

φ^f : Πορώδες του ιστού (%)

ω : Γωνιακή ταχύτητα [$\frac{rad}{sec}$]

ω_0 : Ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή [$\frac{rad}{sec}$]

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 2.1: Το σεισμόμετρο του Zhang Heng

Σχήμα 2.2: Galileo Galilei

Σχήμα 2.3: Το πρώτο ρολόι-εκκρεμές

Σχήμα 2.4: Τα επόμενα ρολόγια-εκκρεμή

Σχήμα 2.5: Απλοποιημένος μηχανισμός του ρολογιού-εκκρεμούς

Σχήμα 2.6: Ο μηχανισμός του ρολογιού-εκκρεμούς

Σχήμα 2.7: Η καμπύλη ταυτοχρόνου

Σχήμα 2.8: Το ανεστραμμένο εκκρεμές του Kater

Σχήμα 2.9: Το εκκρεμές του Foucault

Σχήμα 2.10: Jean Bernard Léon Foucault

Σχήμα 2.11: Ο Τάφος του Κύρου Β΄ της Περσίας

Σχήμα 2.12: Σχεδιασμός με πλευρικά εύκαμπτο πρώτο όροφο

Σχήμα 2.13: Μόνωση κτηρίου από σεισμό

Σχήμα 2.14: Τα θεμέλια του αεροδρομίου της Κωνσταντινούπολης, του μεγαλύτερου σεισμικά μονωμένου κτηρίου στον κόσμο

Σχήμα 2.15: Εφαρμογές ανεστραμμένου εκκρεμούς

Σχήμα 2.16: Μεταβολή θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του ταλαντωτή με το χρόνο

Σχήμα 2.17: Φορά της δύναμης σε σχέση με την ταχύτητα του ταλαντωτή, η δύναμη έχει πάντα φορά προς τη θέση ισορροπίας

Σχήμα 2.18: Μεταβολή δύναμης με τη θέση

Σχήμα 2.19: Μεταβολή δυναμικής, κινητικής και ολικής ενέργειας με το χρόνο

Σχήμα 2.20: Φορά της δύναμης αντίστασης σε σχέση με την ταχύτητα του ταλαντωτή

Σχήμα 2.21: Τα μέρη του πιστονιού

Σχήμα 2.22: a. Ολική ενέργεια μηχανής b. Ολική μηχανική τριβή μηχανής

Σχήμα 2.23: Η αντίσταση της σφαίρας μέσα σε ροή αέρα (50%)

Σχήμα 2.24: Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας με τον αριθμό Reynolds

Σχήμα 2.25: Μεταβολή Cd με Re_d αναλυτικότερα

Σχήμα 2.26: Οι ροϊκές γραμμές γύρω από τη σφαίρα για μη σταθερές συνθήκες

Σχήμα 2.27: Οι ροϊκές γραμμές γύρω από τη σφαίρα για σταθερή κατάσταση

Σχήμα 2.28: Απόσβεση της φθίνουσας ταλάντωσης

Σχήμα 2.29: Χαρακτηριστικός χρόνος απόσβεσης της φθίνουσας ταλάντωσης

Σχήμα 2.30: Το ανθρώπινο βάδισμα ως ανεστραμμένο εκκρεμές

Σχήμα 2.31: Σκιαγράφημα των πρώτων βημάτων στους 12,5 και στους 17 μήνες

Σχήμα 2.32: Ο αριθμός Froude για το ανθρώπινο βάδισμα σε όλες τις ηλικίες

Σχήμα 2.33: Αναλυτικά οι τάσεις στο ανθρώπινο γόνατο

Εικόνα 2.34: Αναπαράσταση της μεθόδου II

Σχήμα 3.1: Ο χώρος των πειραμάτων

Σχήμα 3.2: Ο πείρος με το έμβολο

Σχήμα 3.3: Η σφαίρα συνδεδεμένη με τη μπιέλα

Σχήμα 3.4: Ο χώρος δοκιμών και ο ανεμιστήρας της αεροσήραγγας

Σχήμα 3.5: Μεταβολή ταχύτητας αέρα με τη συχνότητα λειτουργίας της αεροσήραγγας

Σχήμα 3.6: Το εκκρεμές πριν την εκκίνηση των πειραμάτων

Σχήμα 3.7: Επιταχυνσιόμετρο KISTLER 8632C10T

Σχήμα 3.8: Τροφοδοτικό KISTLER 5134A1

Σχήμα 3.9: Παλμογράφος LEADER ELECTRONICS LBO-523

Σχήμα 3.10: Ανεμόμετρο TSI VELOCICALC 8350

Σχήμα 3.11: Ο πλήρης ηλεκτρονικός εξοπλισμός του εργαστηρίου για τη διεξαγωγή του πειράματος

Σχήμα 3.12: Ψηφιοποιητής National Instruments NI USB-6009

Σχήμα 3.13: Πρόγραμμα LabVIEW της National Instruments

Σχήμα 3.14: Πρόγραμμα FreeVideoToJPGConverter

Σχήμα 4.1: Στιγμιότυπο στην αρχή της διαδικασίας διεξαγωγής των πειραμάτων

Σχήμα 4.2: Δεύτερο στιγμιότυπο, όπου φαίνεται καθαρά η μείωση της φωτεινότητας αλλά και το κόκκινο φως που δεν μπορεί να εμφανιστεί σαν σημείο

Σχήμα 4.3: Στιγμιότυπο κατά τη διαδικασία διεξαγωγής των πειραμάτων τραβηγμένο με βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης

Σχήμα 4.4: Το πλήρες πρόγραμμα στη MATLAB

Σχήμα 4.5: Απεικόνιση του πλάτους

Σχήμα 4.6: Η σφαίρα με την αρχή των αξόνων στο κέντρο της

Σχήμα 4.7: Τομή της σφαίρας για τον κατάλληλο προσδιορισμό των x, y

Σχήμα 4.8: Το τόξο του τεταρτοκυκλίου συμβολίζεται με $S_{\frac{1}{4}}$

Σχήμα 4.9: Κάθε φέτα είναι ένας “κόλουρος κώνος”

Σχήμα 4.10: Η διάταξη αναλυτικά για την καλύτερη κατανόηση των συμβόλων

Σχήμα 4.11: Η διάταξη αναλυτικά για την καλύτερη κατανόηση των συμβόλων

Σχήμα 5.1: Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για τις δύο σειρές πειραμάτων

Σχήμα 5.2: Η αρχική θέση ισορροπίας της σφαίρας

Σχήμα 5.3: Η τελική θέση ισορροπίας. Η μετατόπιση διακρίνεται με τη βοήθεια των σταυρών

Σχήμα 5.4: Η θέση της σφαίρας σε κάθε καρέ έως την ακινησία

Σχήμα 5.5: Η θέση της σφαίρας με μεγαλύτερη ακρίβεια για τα 3 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης

Σχήμα 5.6: Η θέση της σφαίρας σε δισδιάστατο διάγραμμα με μεγάλη ακρίβεια

Σχήμα 5.7: Η θέση της σφαίρας σε δισδιάστατο διάγραμμα μέχρι την ακινησία

Σχήμα 5.8: Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 41,89 εκατοστά

Σχήμα 5.9: Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 30 εκατοστά

Σχήμα 5.10: Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 20 εκατοστά

Σχήμα 5.11: Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 10 εκατοστά

Σχήμα 5.12: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

Σχήμα 5.13: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

Σχήμα 5.14: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

Σχήμα 5.15: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

Σχήμα 5.16: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

Σχήμα 5.17: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

Σχήμα 5.18: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

Σχήμα 5.19: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

Σχήμα 5.20: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

Σχήμα 5.21: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

Σχήμα 5.22: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

Σχήμα 5.23: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

Σχήμα 5.24: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

Σχήμα 5.25: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

Σχήμα 5.26: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

Σχήμα 5.27: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

Σχήμα 5.28: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

Σχήμα 5.29: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

Σχήμα 5.30: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

Σχήμα 5.31: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

Σχήμα 5.32: Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec

Σχήμα 5.33: Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec

Σχήμα 5.34: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec

Σχήμα 5.35: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec

Σχήμα 5.36: Τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο για τα 50 Hz μετά την επεξεργασία τους

Σχήμα 5.37: Τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο για τα 0 Hz μετά την επεξεργασία τους

Σχήμα 6.1: Ο συντελεστής απόσβεσης του άξονα x για όλες τις ταχύτητες αέρα

Σχήμα 6.2: Ο συντελεστής απόσβεσης του άξονα y για όλες τις ταχύτητες αέρα

Σχήμα 6.3: Ο μέσος όρος των συντελεστών απόσβεσης των αξόνων x και y για όλες τις ταχύτητες αέρα

Σχήμα 6.4: Μεταβολή του χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα από το θεωρητικό μοντέλο και τα πειράματα

Σχήμα 6.5: Μεταβολή του χρόνου μέχρι την ακινησία με το αρχικό πλάτος για όλες τις ταχύτητες ροής αέρα

Σχήμα 7.1: Η διαφορά στο πλάτος της ταλάντωσης σε κανονικές συνθήκες και σε κενό αέρος

Σχήμα 7.2: Η σφαίρα με το πλαίσιο σε ταλάντωση σε κενό αέρος

Σχήμα 7.3: Η πειραματική διάταξη του εκκρεμούς για το πείραμα μέσα στο νερό

Σχήμα 7.4: Αποτελέσματα της ταλάντωσης σε αέρα και νερό

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1. Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρου

Πίνακας 2. Χαρακτηριστικά τροφοδοτικού

Πίνακας 3. Χαρακτηριστικά παλμογράφου

Πίνακας 4. Χαρακτηριστικά ανεμόμετρου

Πίνακας 5. Η ταχύτητα του αέρα σε σχέση με την ακρίβεια του ανεμόμετρου (FPM)

Πίνακας 6. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων για το χρόνο μέχρι την ακινησία

Πίνακας 7. Τα αποτελέσματα από τη Fortran για το χρόνο μέχρι την ακινησία

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά τον προσδιορισμό οργάνων που είχαν μεγάλη επίδραση στην ιστορία της φυσικής, κανένα δεν έρχεται στο μυαλό πιο γρήγορα από ό,τι το εκκρεμές. Το εκκρεμές είναι ένα παγκόσμιο αντικείμενο στα μαθήματα μηχανικής πανεπιστημιακού επιπέδου, τα μαθήματα επιστημών του γυμνασίου, αλλά και στα προγράμματα των δημοτικών σχολείων, επομένως μια εμπλουτισμένη προσέγγιση της μελέτης του μπορεί να οδηγήσει σε εμβάθυνση της επιστημονικής παιδείας σε όλο το εκπαιδευτικό φάσμα.

Ο Galileo υπήρξε ο πρώτος που μελέτησε επιστημονικά το εκκρεμές τον 16ο αιώνα και παρόλο που θεωρήθηκε σχεδόν «νεκρό» στα μέσα του 20ού αιώνα, το εκκρεμές βίωσε την «αναγέννηση» με το να γίνει ένα αρχέτυπο του χάους. Παρότι ο Newton εξέτασε την κίνηση ενός σφαιρικού εκκρεμούς πάνω από διακόσια χρόνια πριν, πολλοί επιστήμονες έκτοτε έχουν μελετήσει τη δυναμική απόκρισή του υπό διάφορες συνθήκες. Το χαρακτηριστικό του προβλήματος που έχει προκαλέσει τόση πολλή έρευνα είναι ότι ένα σφαιρικό εκκρεμές αποτελεί παράδειγμα για πολύ πιο πολύπλοκα φαινόμενα. Η κατανόηση της αντίδρασης ενός παραδείγματος έχει πολλαπλάσια επίδραση στην κατανόηση των άλλων φαινομένων που μπορούν να διαμορφωθούν ως παραλλαγή αυτού του παραδείγματος. Τα ανεστραμμένα σφαιρικά εκκρεμή έχουν χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές της μηχανικής για την απόσβεση των ακανόνιστων κινήσεων των τροχιακών διαστημικών σταθμών και των ελικοπτέρων, καθώς και για πολλές άλλες εφαρμογές (Garza S., 1993).

Το εκκρεμές έχει διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της δυτικής επιστήμης, του πολιτισμού και της κοινωνίας. Μελετήθηκε από τους Galileo, Huygens, Newton, Hooke και όλες τις κορυφαίες προσωπικότητες της επιστήμης του 17ου αιώνα και ήταν ζωτικής σημασίας, μεταξύ άλλων, για τη θέσπιση των νόμων περί σύγκρουσης, των νόμων διατήρησης, την τιμή της επιτάχυνσης λόγω της βαρύτητας g , για την επιβεβαίωση της μεταβολής της επιτάχυνσης της βαρύτητας g από τις ισημερινές στις πολικές περιοχές και, ως εκ τούτου, στην ανακάλυψη του πεπλατυσμένου σχήματος της γης. Τέλος, και ίσως το σημαντικότερο, παρείχε τα κρίσιμα στοιχεία για τη σύνθεση της επίγειας και της ουράνιας μηχανικής του Newton (Matthews R. M., Gauld C. F., Stinner A., 2005).

Το εκκρεμές ήταν τόσο σημαντικό για τη νέα επιστήμη του Galileo και τη φυσική του Newton, ώστε ο ιστορικός Richard Westfall παρατήρησε ότι «χωρίς το εκκρεμές, δεν θα υπήρχε Principia» (Westfall 1989). Ακολούθως, το εκκρεμές ήταν στο επίκεντρο της κλασσικής μηχανικής, όπως αυτή αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του 18ου, του 19ου και τις αρχές του 20ού αιώνα, με το αξιοσημείωτο έργο των Stokes, Atwood και Eötvös. Το εκκρεμές

του Foucault, παράλληλα με την παροχή αποδεικτικών στοιχείων για την περιστροφή της γης, διαδραμάτισε, επίσης, καθοριστικό ρόλο στη διάδοση της επιστήμης στα τέλη του 19ου και στις αρχές του 20ού αιώνα (Conlin 1999, Aczel 2002). Οι μετρήσεις του εκκρεμούς επέτρεψαν να προσδιοριστεί το σχήμα της γης και ήταν καίριας σημασίας για την επιστήμη της γεωδαισίας (Heiskanen and Vening Meinesz, 1958).

Το απλό εκκρεμές, όταν μετατοπίζεται μέσω ενός μικρού πλάτους ($<10^\circ$), ταλαντώνεται με μία φυσική συχνότητα που εξαρτάται αποκλειστικά από το μήκος του. Το εκκρεμές διαγράφει απλή αρμονική κίνηση, όπου η δύναμη επαναφοράς στο βαρίδι (η εφαπτομενική διανυσματική συνιστώσα της έλξης της βαρύτητας) μεταβάλλεται γραμμικά με τη μετατόπιση. Πρόκειται για ένα θαυμάσιο φυσικό σύστημα, εμβληματικό για ένα ευρύ φάσμα άλλων ταλαντούμενων φυσικών -και ίσως κοινωνικών- συστημάτων. Το ιδανικό, μη αποσβενύμενο, απλό εκκρεμές είναι ένα συντηρητικό σύστημα, στο οποίο η δυναμική ενέργεια που σχετίζεται με την μετατόπιση διατηρείται στο σύστημα, όταν αυτό κινείται. Ο Galileo κατανόησε αυτό το γεγονός και το απέδειξε τόσο απλά δείχνοντας πως το εκκρεμές, μόλις αποδεσμευθεί, διατηρεί το αρχικό του ύψος, αλλά δεν το υπερβαίνει.

Τα απλά μαθηματικά μοντέλα μπορούν να «συλλάβουν» την κίνηση των απλών εκκρεμών. Για τη «σύλληψη» της ιδέας της συμπεριφοράς πιο περίπλοκων εκκρεμών -όταν λαμβάνεται υπόψη η μάζα του κορδονιού, η διαταραχή του αέρα και οι αντιστάσεις του υπομοχλίου- απαιτούνται πιο εξελιγμένα μαθηματικά και η χρήση διαφορικών εξισώσεων. Αντίστοιχα, με διπλά και τριπλά εκκρεμή μπορεί να προκληθεί χαοτική κίνηση, η οποία με τη σειρά της απαιτεί ακόμα πιο εξελιγμένα μαθηματικά, προκειμένου να περιγραφεί κατάλληλα. Το όλο σύστημα του εκκρεμούς καθίσταται ακόμη πιο περίπλοκο, όταν το εκκρεμές οδηγείται από μεταβαλλόμενη ροπή στρέψης στο σημείο της ανάρτησης και τα όρια του πλάτους του αφαιρούνται. Στη συνέχεια, η συμπεριφορά του εκκρεμούς γίνεται όλο και πιο πολύπλοκη, και συνεπώς δυσκολότερη στην κατανόησή της. Τις τελευταίες δεκαετίες, μαθηματικοί και φυσικοί έχουν εργαστεί από κοινού για τη λύση του προβλήματος αυτού.

Το εκκρεμές μπορεί να υποστηρίξει μια εκτεταμένη και ολοκληρωμένη παιδαγωγική διαδρομή από τα δημοτικά σχολεία μέχρι τα μεταπτυχιακά προγράμματα, στα οποία μπορεί να διερευνηθεί και να εκτιμηθεί η αλληλεπίδραση των μαθηματικών, της τεχνολογίας, της φιλοσοφίας, του πολιτισμού και των πειραμάτων. Η εξάρτηση της επιστήμης από τα μαθηματικά είναι όμορφα απεικονισμένη σε κάθε στάδιο της ιστορίας του εκκρεμούς. Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό από πολύ νωρίς, όταν οι μαθητές, μέσα από δικά τους πειράματα, αντιληφθούν ότι η περίοδος του εκκρεμούς εξαρτάται από το μήκος του. Με πιο εξελιγμένα μαθηματικά εργαλεία μπορούν να σχεδιάσουν το γράφημα της περιόδου T σε σχέση με το μήκος L και

χρησιμοποιώντας απλές διαδικασίες προσαρμογής καμπύλης, να παρατηρήσουν τελικά ότι εάν το T παρασταθεί γραφικά σε σχέση με το \sqrt{L} λαμβάνεται μια ευθεία γραμμή. Αυτό οδηγεί στη μαθηματική σχέση $T = k\sqrt{L}$. Η τετραγωνική ρίζα του μήκους είναι μια μαθηματική κατασκευή, όχι κάτι που χρησιμοποιείται συνήθως στην καθημερινότητά μας, γεγονός που αποδεικνύει τη σημασία των μαθηματικών για την επιστήμη.

Η μελέτη και η αξιοποίηση της κίνησης του εκκρεμούς έχει ιδιαίτερα σημαντικό επιστημονικό, πολιτισμικό, ωρομετρικό, φιλοσοφικό και εκπαιδευτικό αντίκτυπο. Η παρούσα διπλωματική εργασία δείχνει ότι ένα απλά κατασκευασμένο μεταλλικό εκκρεμές στηριγμένο σε μία ράβδο είναι σε θέση να επιδείξει πλούσια φυσική σε μια περιοχή που δεν έχει μελετηθεί ακόμα. Το μοντέλο σχεδιάστηκε για να προσεγγίζει ένα ιδανικό εκκρεμές, με τη σφαίρα του εκκρεμούς να συνεισφέρει το μεγαλύτερο ποσοστό της ροπής αδράνειας του συστήματος. Σκοπός της εργασίας είναι η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για τις δυνατότητες και τη συμπεριφορά ενός σώματος που ταλαντώνεται μέσα σε ροή αέρα συνδυάζοντας γνώσεις περί ταλαντώσεων και αεροδυναμικής. Πιο συγκεκριμένα, έγινε προσπάθεια να συγκριθεί ο πειραματικός χρόνος που μεσολαβεί από την αρχή της κίνησης μέχρι την ακινησία του εκκρεμούς, με τον αντίστοιχο θεωρητικό χρόνο, όπως αυτός υπολογίζεται από τις βασικές αρχές της αεροδυναμικής και της μηχανικής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί όλη η απαραίτητη θεωρία για την κατανόηση των βασικών εννοιών και των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν καθ' όλη τη διάρκεια της μελέτης. Αρχικά, θα γίνει μια ιστορική αναδρομή για το εκκρεμές και τις χρήσεις του. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στη βασική θεωρία της αεροδυναμικής και στις βασικές αρχές της θεωρίας των ταλαντώσεων.

Εκκρεμές ονομάζεται ένα στερεό σώμα μέσα σε βαρυτικό πεδίο, το οποίο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που δεν περνάει από το κέντρο βάρους του. Αν το εκκρεμές εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του, που είναι η κατακόρυφη ευθεία που διέρχεται από το σταθερό σημείο και το κέντρο βάρους του, τότε, λόγω βαρύτητας, το εκκρεμές τίθεται σε κίνηση. Αν οι απώλειες ενέργειας, κυρίως λόγω τριβών, είναι σχετικά μικρές, το εκκρεμές εκτελεί ταλάντωση.

2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Μία από τις παλαιότερες γνωστές χρήσεις του εκκρεμούς ήταν ένα σεισμόμετρο του 1ου αιώνα του κινέζου επιστήμονα Zhang Heng της δυναστείας Han. Κατά τη λειτουργία του, ταλαντωνόταν και ενεργοποιούσε έναν από μία σειρά μοχλών μετά από τη διαταραχή ενός σεισμού. Τότε, απελευθερωμένη από το μοχλό, μια μικρή σφαίρα έπεφτε από τη συσκευή σε μία από τις οκτώ μεταλλικές υποδοχές που βρίσκονταν κάτω, στα οκτώ σημεία της πυξίδας, δείχνοντας την κατεύθυνση από την οποία προήλθε ο σεισμός.



Σχήμα 2.1 Το σεισμόμετρο του Zhang Heng

Κατά την Αναγέννηση, μεγάλα χειροκίνητα εκκρεμή χρησιμοποιούνταν ως πηγές ενέργειας για μη αυτόματες παλινδρομικές μηχανές όπως πριόνια, φυσητήρες και αντλίες. Ο Leonardo da Vinci έκανε πολλά σχέδια της κίνησης των εκκρεμών, χωρίς βέβαια να συνειδητοποιήσει την αξία τους για τη μέτρηση του χρόνου.



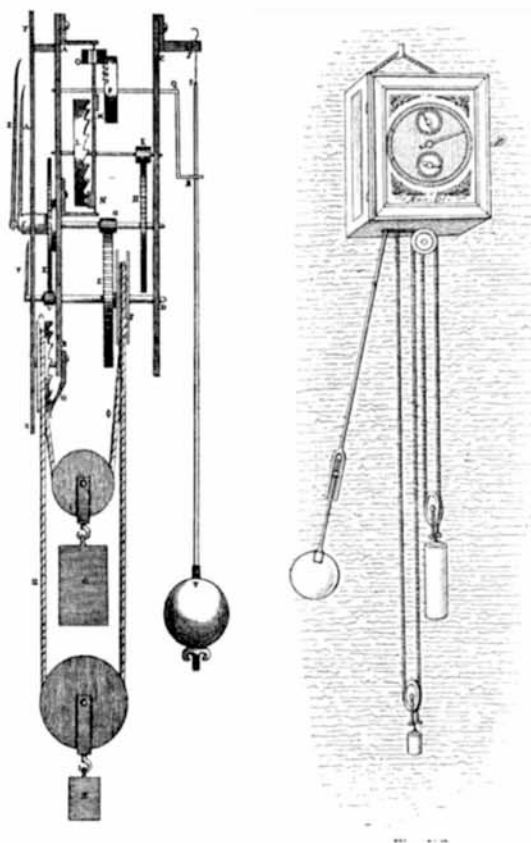
Σχήμα 2.2 Galileo Galilei

Ο Ιταλός επιστήμονας Galileo Galilei ήταν ο πρώτος που μελέτησε τις ιδιότητες των εκκρεμών, αρχίζοντας περίπου το 1602 στον καθεδρικό ναό της Πίζας. Ο Galileo ανακάλυψε την ιδιότητα που καθιστά τα εκκρεμή χρήσιμα για τη μέτρηση του χρόνου, η οποία ονομάζεται ισοχρονισμός και σύμφωνα με αυτή, η περίοδος του εκκρεμούς είναι σχεδόν ανεξάρτητη από το εύρος και το πλάτος της ταλάντωσης. Επίσης, διαπίστωσε ότι η περίοδος είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του ταλαντωτή και ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του μήκους του εκκρεμούς. Το 1641 ο Galileo σκέφτηκε και υπαγόρευσε στο γιο του, Vincenzo, ένα σχέδιο για ένα ρολόι-εκκρεμές. Ο Vincenzo ξεκίνησε την κατασκευή του, αλλά δεν το ολοκλήρωσε, καθώς πέθανε το 1649. Το εκκρεμές ήταν ο πρώτος αρμονικός ταλαντωτής που χρησιμοποίησε ο άνθρωπος.



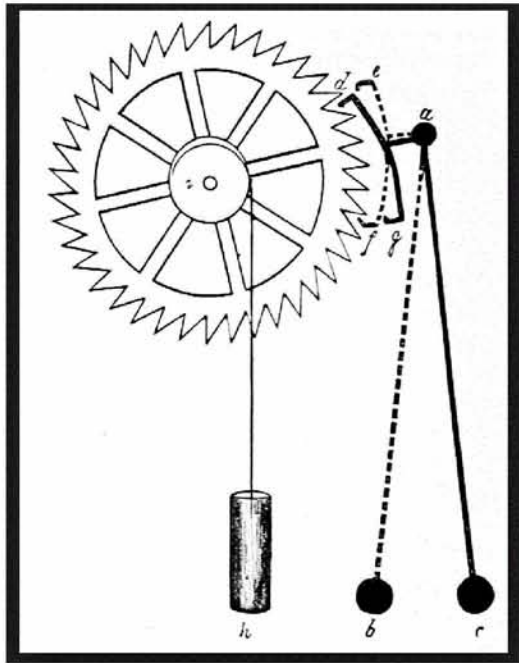
Σχήμα 2.3 Το πρώτο ρολόι-εκκρεμές

Το 1656 ο Ολλανδός επιστήμονας Christiaan Huygens κατασκεύασε το πρώτο ρολόι-εκκρεμές, το οποίο ήταν σημαντικά βελτιωμένο σε σχέση με τα υπάρχοντα μηχανικά ρολόγια, καθώς η ακρίβειά του βελτιώθηκε από περίπου 15 λεπτά απόκλισης την ημέρα σε περίπου 15 δευτερόλεπτα την ημέρα. Τα εκκρεμή εξαπλώθηκαν σταδιακά στην Ευρώπη, καθώς τα υπάρχοντα ρολόγια εκσυγχρονίστηκαν και μετατράπηκαν σε ρολόγια-εκκρεμή.



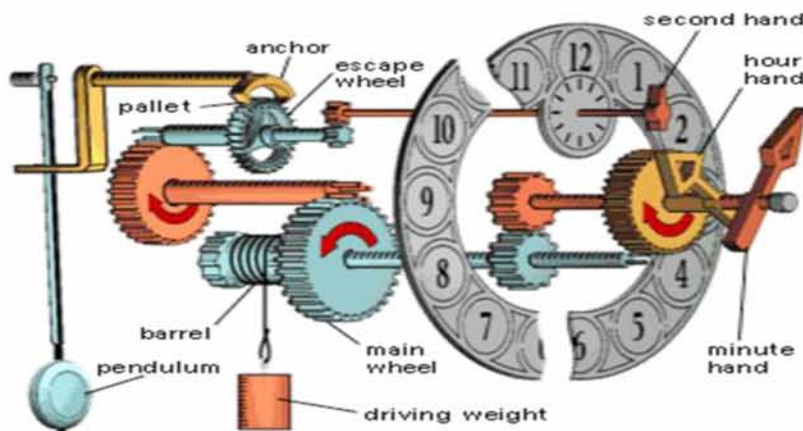
Σχήμα 2.4 Τα επόμενα ρολόγια-εκκρεμή

Ο Άγγλος επιστήμονας Robert Hooke μελέτησε το κωνικό εκκρεμές περίπου το 1666, το οποίο αποτελείται από ένα εκκρεμές που είναι ελεύθερο να ταλαντώνεται σε δύο διαστάσεις σχηματίζοντας κύκλο ή έλλειψη. Ο Hooke υπέδειξε στον Isaac Newton το 1679 ότι οι συνιστώσες της τροχιακής κίνησης των πλανητών αποτελούνταν από μία αδρανειακή κίνηση κατά μήκος της εφαπτομενικής διεύθυνσης συν μία ελκυστική κίνηση στην ακτινική διεύθυνση. Αυτό συνέβαλε στη διατύπωση του νόμου της παγκόσμιας βαρύτητας του Newton.



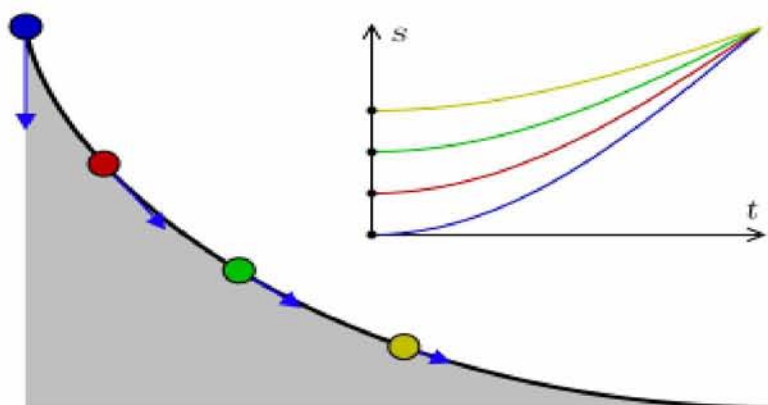
Σχήμα 2.5 Απλοποιημένος μηχανισμός του ρολογιού-εκκρεμούς

Κατά τη διάρκεια της αποστολής του στο Καγιέν της Γαλλικής Γουιάνας το 1671, ο Jean Richer διαπίστωσε ότι ένα ρολόι-εκκρεμές ήταν 2,5 λεπτά την ημέρα πιο αργό στο Καγιέν απ' ό,τι στο Παρίσι. Από αυτό συμπεράνει ότι η δύναμη της βαρύτητας ήταν μικρότερη στο Καγιέν. Το 1687, ο Isaac Newton στο βιβλίο του, *Principia Mathematica*, απέδειξε ότι αυτό συνέβαινε επειδή η Γη δεν είναι πραγματική σφαίρα, αλλά ελαφρώς πεπλατυσμένη στους πόλους από την επίδραση της φυγόκεντρης δύναμης λόγω της περιστροφής της, προκαλώντας την αύξηση της βαρύτητας με το γεωγραφικό πλάτος. Φορητά εκκρεμή άρχισαν να χρησιμοποιούνται σε ταξίδια σε απομακρυσμένες χώρες, για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας σε διάφορα σημεία της Γης, το οποίο τελικά είχε ως αποτέλεσμα τον ακριβή προσδιορισμό του σχήματός της.



Σχήμα 2.6 Ο μηχανισμός του ρολογιού-εκκρεμούς

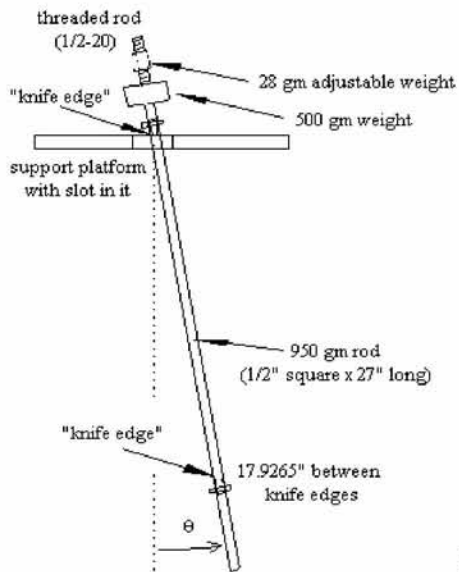
Το 1673, 17 χρόνια μετά την εφεύρεση του ρολογιού-εκκρεμούς, ο Christiaan Huygens δημοσίευσε τη θεωρία του για το εκκρεμές, το *Horologium Oscillatorium sive de motu pendulorum*. Οι Marin Mersenne και René Descartes είχαν ανακαλύψει γύρω στο 1636 ότι το εκκρεμές δεν ήταν απολύτως ισόχρονο, καθώς η περιόδός του αυξανόταν με το πλάτος του. Ο Huygens ανέλυσε αυτό το πρόβλημα καθορίζοντας ποια καμπύλη πρέπει να ακολουθήσει ένα αντικείμενο κινούμενο μόνο με την επίδραση της βαρύτητας για να φτάσει στο ίδιο σημείο στο ίδιο χρονικό διάστημα, ανεξάρτητα από το σημείο εκκίνησης, την αποκαλούμενη καμπύλη ταυτοχρόνου (ή ισοχρόνου). Με μια πολύπλοκη μέθοδο, που ήταν μια πρώιμη χρήση του λογισμού, απέδειξε ότι αυτή η καμπύλη ήταν η κυκλοειδής, και όχι το κυκλικό τόξο ενός εκκρεμούς, επιβεβαιώνοντας ότι το εκκρεμές δεν ακολουθεί την καμπύλη ισοχρόνου και ότι η αντίληψη του Galileo ήταν ακριβής μόνο για μικρές γωνίες ταλάντωσης.



Σχήμα 2.7 Η καμπύλη ταυτοχρόνου (<https://physicsgg.me>)

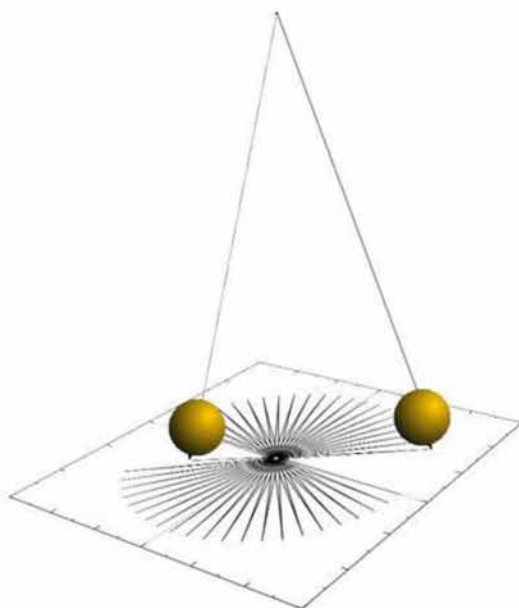
Κατά τη διάρκεια του 18ου και του 19ου αιώνα, ο ρόλος του ρολογιού-εκκρεμούς ως το πιο ακριβές χρονόμετρο προκάλεσε πολλές πρακτικές έρευνες για τη βελτίωση των εκκρεμών. Διαπιστώθηκε ότι μια σημαντική πηγή σφάλματος ήταν ότι η ράβδος του εκκρεμούς επεκτεινόταν και συρρικνωνόταν με τις αλλαγές της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, αλλάζοντας έτσι την περίοδο της ταλάντωσης. Αυτό επιλύθηκε με την εφεύρεση των εκκρεμών με αντιστάθμιση θερμοκρασίας, του εκκρεμούς υδραργύρου το 1721 και του εκκρεμούς πλέγματος το 1726, μειώνοντας τα σφάλματα ακρίβειας των ρολογιών-εκκρεμών σε λίγα δευτερόλεπτα την εβδομάδα.

Το 1818, ο Βρετανός φυσικός Henry Kater εφηύρε το ανεστραμμένο εκκρεμές. Η ακρίβεια της μέτρησης της βαρύτητας που γινόταν με εκκρεμή, περιοριζόταν από τη δυσκολία εύρεσης της θέσης του κέντρου ταλάντωσης τους. Για τον επόμενο αιώνα, το ανεστραμμένο εκκρεμές του Kater ήταν η βασική μέθοδος μέτρησης της απόλυτης βαρυτικής επιτάχυνσης.



Σχήμα 2.8 Το ανεστραμμένο εκκρεμές του Kater

Το 1851 ο Jean Bernard Léon Foucault απέδειξε ότι το επίπεδο ταλάντωσης ενός εκκρεμούς, όπως το γυροσκόπιο, τείνει να παραμείνει σταθερό ανεξάρτητα από την κίνηση του άξονα και ότι αυτό θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να αποδείξει την περιστροφή της Γης. Ανήρτησε ένα εκκρεμές μήκους περίπου 67 μέτρων από τον κεντρικό θόλο του Πανθέου στο Παρίσι, το οποίο αργότερα ονομάστηκε εκκρεμές του Foucault. Αφού το εκκρεμές τέθηκε σε κίνηση, παρατηρήθηκε ότι το επίπεδο της ταλάντωσης περιστρέφεται κατά 360° δεξιόστροφα σε περίπου 32 ώρες. Αυτή ήταν και η πρώτη απόδειξη της περιστροφής της Γης, η οποία δεν βασιζόταν στην αστρονομία. Έκτοτε, διάφορα εκκρεμή του Foucault παρουσιάζονταν σε πολλές πόλεις προσελκύοντας πλήθος κόσμου.



Σχήμα 2.9 Το εκκρεμές του Foucault



Σχήμα 2.10 Jean Bernard Léon Foucault

Γύρω στο 1900, υλικά χαμηλής θερμικής διαστολής (αρχικά κράμα νικελίου και αργότερα συντηγμένος χαλαζίας), άρχισαν να χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των ράβδων των εκκρεμών στα ρολόγια υψηλής ακρίβειας, αλλά και άλλων οργάνων καθιστώντας την επίδραση της θερμοκρασίας ασήμαντη. Τα εκκρεμή ακριβείας αποθηκεύονταν σε δεξαμενές χαμηλής πίεσης, οι οποίες διατηρούσαν την πίεση του αέρα σταθερή, αποτρέποντας έτσι αλλαγές στην περίοδό τους, που οφείλονταν στη μεταβαλλόμενη ατμοσφαιρική πίεση. Έτσι, η απόκλιση του καλύτερου ρολογιού-εκκρεμούς έφτανε περίπου το ένα δευτερόλεπτο ανά έτος.

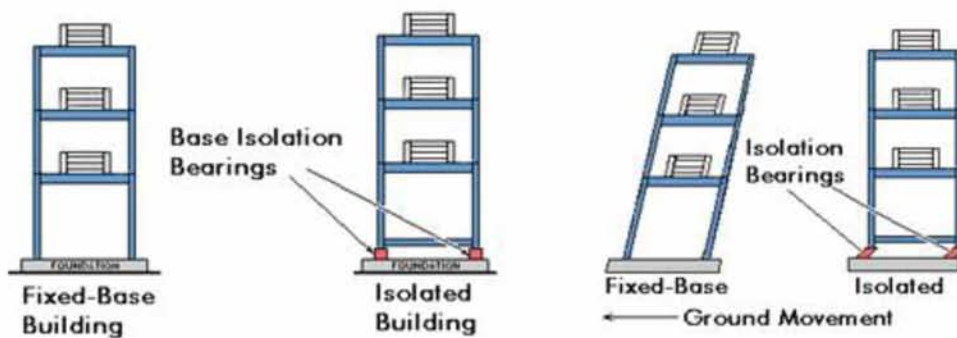
Η ακρίβεια του εκκρεμούς ξεπεράστηκε από τον ταλαντωτή κρυστάλλου χαλαζία, που εφευρέθηκε το 1921, και τα ρολόγια χαλαζία, που εφευρέθηκαν το 1927, αντικατέστησαν τα ρολόγια-εκκρεμή. Τα ρολόγια-εκκρεμή χρησιμοποιούνταν ως πρότυπα μέτρησης χρόνου μέχρι τον 2ο Παγκόσμιο Πόλεμο, παρόλο που η Γαλλική Υπηρεσία Χρόνου συνέχισε να τα χρησιμοποιεί στο επίσημο σύστημά της μέχρι το 1954. Τα βαρυμετρικά εκκρεμή αντικαταστάθηκαν από τα βαρύμετρα "ελεύθερης πτώσης" τη δεκαετία του 1950, αλλά τα όργανα εκκρεμούς συνέχισαν να χρησιμοποιούνται μέχρι τη δεκαετία του 1970.

Ο Τάφος του Κύρου Β΄ της Περσίας θεωρείται το πρώτο δόμημα με σεισμική μόνωση βάσης στον κόσμο. Σύμφωνα με τους ιστορικούς και τους αρχαιολόγους, χτίστηκε γύρω στο 550 π.Χ., στο Πασαργκαδέ, στο Ιράν και εξακολουθεί να υπάρχει μέχρι και σήμερα. Η ιδέα της σεισμικά μονωμένης βάσης ξεχάστηκε μέχρι το 1900 περίπου, όπου και ξεκίνησε να υπάρχει ως θεωρητική σκέψη (Botis, M. and Harbic, C., 2012).



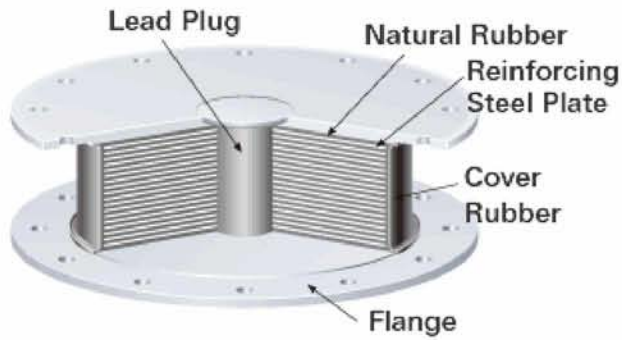
Σχήμα 2.11 Ο Τάφος του Κύρου Β΄ της Περσίας

Ο σεισμός του Murchison στις 16 Ιουνίου 1929, ο οποίος προκάλεσε τον θάνατο 17 ανθρώπων, άλλαξε ριζικά την υπάρχουσα άποψη ότι οι σεισμοί είχαν μόνο επιστημονικό ενδιαφέρον. Προτάθηκε τότε, η ιδέα του σχεδιασμού ενός κτηρίου με πλευρικά εύκαμπτο ή “μαλακό” πρώτο όροφο. Με τον όρο «μαλακός όροφος» νοείται ο όροφος που παρουσιάζει σημαντικά μειωμένη δυσκαμψία ή αντοχή σε οριζόντια φορτία σε σχέση με τους υπόλοιπους ορόφους του κτηρίου. Πιο συγκεκριμένα, σε περίπτωση σεισμού, ένα δόμημα με πολύ εύκαμπτες πλευρικές κολώνες στη βάση και με τις υπόλοιπες κολώνες σε συνηθισμένα επίπεδα ακαμψίας, τείνει να περιορίζει τις σοβαρές παραμορφώσεις (ελαστικές ή ανελαστικές) στον ελαστικό πρώτο όροφο, αφήνοντας το υπόλοιπο της δομής μονωμένο από τα υψηλά επίπεδα πλευρικής φόρτισης (Mahin S. A. and Becker T. C., 2010).

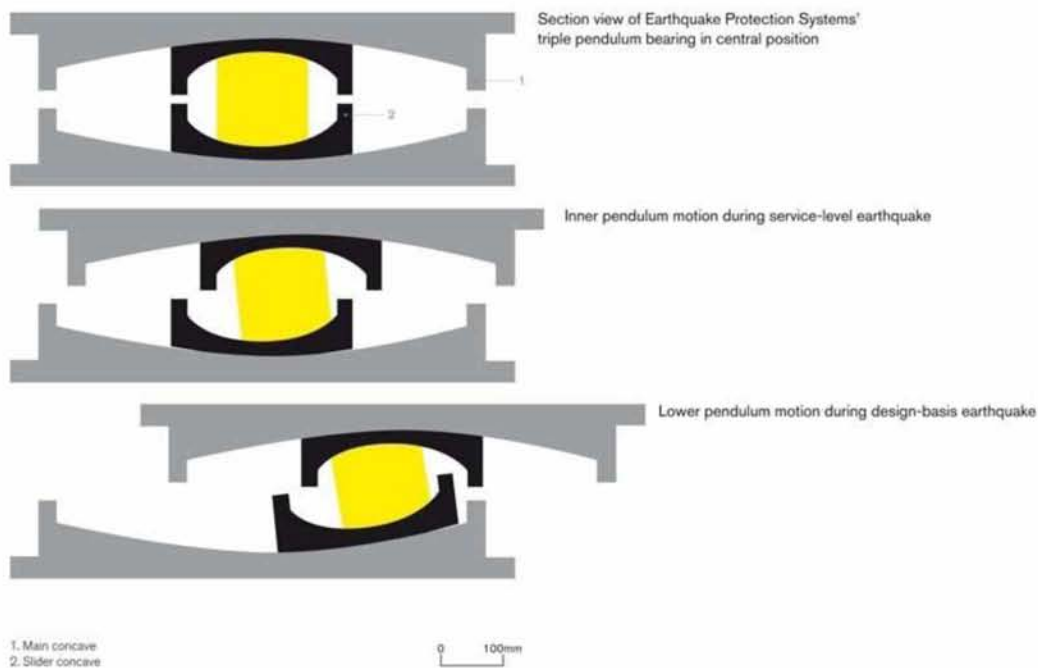


Σχήμα 2.12 Σχεδιασμός με πλευρικά εύκαμπτο πρώτο όροφο
(<https://www.readymadeseminar.com/2015/06/base-isolation.html>)

Το 1965, στο 3ο Παγκόσμιο Συνέδριο Σεισμικής Μηχανικής που πραγματοποιήθηκε στο Auckland και στο Wellington, οι Katsuta και Mashizu πρότειναν έναν μηχανισμό σεισμικής μόνωσης, ο οποίος συνίσταται στην τοποθέτηση της δομής σε κυλίνδρους και στη συνέχεια στα θεμέλιά της με ένα σύνολο ηλεκτροϋδραυλικών εμβόλων υψηλής ταχύτητας που ελέγχονται από σειсмоγράφο. Έτσι, αν ένας σεισμός μετακομίσει τα θεμέλια του κτηρίου, τα έμβολα ενεργοποιούνται για να το μετακινήσουν (σε σχέση με τη θεμέλιά του), ώστε να ελαχιστοποιηθεί τελικά η κίνησή του (D.M.Lee, C. Medland, 1978).

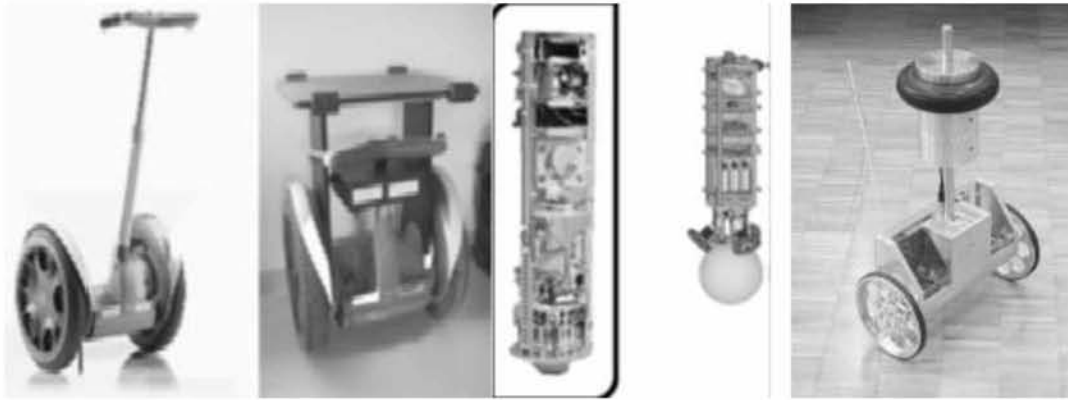


Σχήμα 2.13 Μόνωση κτηρίου από σεισμό



Σχήμα 2.14 Τα θεμέλια του αεροδρομίου της Κωνσταντινούπολης, του μεγαλύτερου σεισμικά μονωμένου κτηρίου στον κόσμο

Μία από τις τελευταίες τεχνολογικές εφαρμογές του εκκρεμούς είναι τα λεγόμενα τροχοφόρα ανεστραμμένα εκκρεμή (*Wheeled Inverted Pendulum*). Πρόκειται για ένα κινητό ρομπότ με δύο κινητήριους τροχούς και ένα ανεστραμμένο εκκρεμές. Πρόσφατα, έχει γίνει ευρέως γνωστό, καθώς ορισμένα οχήματα όπως το Segway έχουν εξελιχθεί με βάση τη θεωρία ελέγχου για αυτό το ρομπότ. Αν και το κλασικό σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς κινείται κατά μήκος μιας γραμμικής τροχιάς, το ρομπότ ανεστραμμένου εκκρεμούς αποτελεί μη γραμμικό σύστημα, το οποίο έχει ασταθή ισορροπία και μπορεί να κινηθεί σε ένα δισδιάστατο οριζόντιο επίπεδο ελέγχοντας τους δύο τροχούς. Η οριζόντια κίνηση είναι μη ολονομική λόγω του περιορισμού μεταξύ τροχών και εδάφους.



Σχήμα 2.15 Εφαρμογές ανεστραμμένου εκκρεμούς (Zhiyun, L., Yang, C. and Fan, L., 2013)

2.1.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Το μαθηματικό ή απλό εκκρεμές είναι ένα ιδανικό μοντέλο εκκρεμούς. Πρόκειται για ένα σύστημα που αποτελείται από μία σημειακή μάζα, η οποία κρέμεται από αβαρές νήμα και εκτελεί απλές αρμονικές ταλαντώσεις. Σε ένα τέτοιο σύστημα οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται είναι το βάρος και η τάση του νήματος. Η βαρύτητα έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, ενώ η τάση του νήματος έχει κατεύθυνση προς το σταθερό σημείο και είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα. Επειδή το σώμα διατρέχει τμήμα κύκλου, η συνολική δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο δυνάμεις, μία κεντρομόλο και μία επιτροχία. Το ίδιο ισχύει και για την ταχύτητα. Η ακτινική ταχύτητα είναι μηδέν, άρα η κεντρομόλος δύναμη είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας. Σε ένα τέτοιο εκκρεμές ο δεύτερος νόμος του Newton για την επιτροχία δύναμη γράφεται ως:

$$F(t) = -m \cdot g \cdot \sin\theta = m \cdot \frac{d^2s}{dt^2} \quad [2.1]$$

Με δεδομένο ότι το μήκος τόξου είναι ανάλογο της γωνίας, προκύπτει η παρακάτω διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \cdot \sin\theta = 0 \quad [2.2]$$

Η λύση της διαφορικής αυτής εξίσωσης είναι εξαιρετικά δύσκολη, όμως για μικρές γωνίες μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ισχύει $\sin\theta = \theta$. Με αυτήν την παραδοχή, η διαφορική εξίσωση μετατρέπεται στην απλή δευτεροβάθμια διαφορική που περιγράφει και την απλή αρμονική ταλάντωση:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \cdot \theta = 0 \quad [2.3]$$

Λύση αυτής της διαφορικής εξίσωσης αποτελεί η εξίσωση της μεταβολής της γωνίας του εκκρεμούς συναρτήσει του χρόνου, που ισούται με:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad [2.4]$$

Παρατηρείται ότι η γωνία μεταβάλλεται αρμονικά, επομένως το σώμα πραγματοποιεί αρμονική ταλάντωση με περίοδο (Mohazzabi, P. and Shankar, S. P., 2017):

$$T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad [2.5]$$

2.1.2 ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Ταλάντωση ονομάζεται μια παλινδρομική περιοδική κίνηση. Έστω ένα σώμα που κινείται παλινδρομικά πάνω σε έναν άξονα γύρω από την αρχή Ο του άξονα, που είναι το μέσον της τροχιάς του. Αν η απομάκρυνση x του σώματος από το σημείο Ο είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου t , τότε δίνεται από τη σχέση:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [2.6]$$

Τότε η κίνηση του σώματος λέγεται απλή αρμονική ταλάντωση. Το A είναι η μέγιστη απομάκρυνση, δηλαδή η μέγιστη απόσταση από το σημείο Ο στην οποία φτάνει το σώμα και ονομάζεται πλάτος της ταλάντωσης.

Η γωνία $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$, που η τιμή της καθορίζει και την τιμή της απομάκρυνσης x του σώματος την χρονική στιγμή t , ονομάζεται φάση της ταλάντωσης. Το σημείο Ο είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Η φάση αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο και το χρονικό διάστημα $\Delta t = T$ αντιστοιχεί σε αύξηση της φάσης κατά $\Delta\varphi = 2\pi \text{ rad}$. Η ποσότητα φ_0 είναι η φάση της ταλάντωσης για τη χρονική στιγμή $t = 0$ και γι' αυτό ονομάζεται αρχική φάση.

Η ταχύτητα του σώματος κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

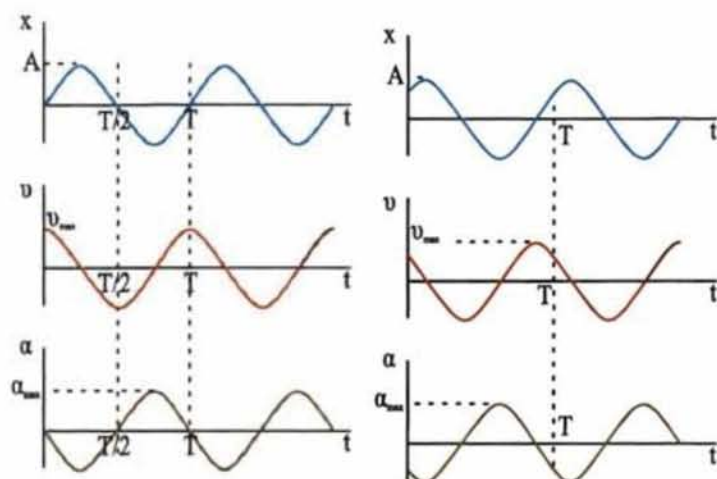
$$u = \frac{dx}{dt} = u_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [2.7]$$

όπου $u_{max} = \omega \cdot A$ η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας του σώματος. Το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας Ο ($x = 0$).

Η επιτάχυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \frac{du}{dt} = -a_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [2.8]$$

όπου $a_{max} = \omega^2 \cdot A$ η μέγιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης του σώματος. Το σώμα έχει μέγιστη επιτάχυνση όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης ($x = \pm A$). Οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι η “ταυτότητα” της κάθε κίνησης στη μηχανική και συγκροτούν την κινηματική προσέγγιση του προβλήματος. Για την περίπτωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης, οι εξισώσεις αυτές είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου.

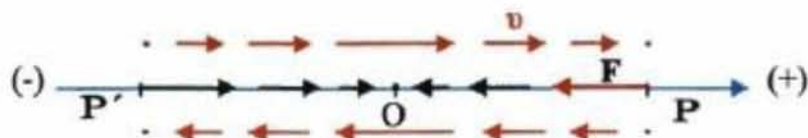


Σχήμα 2.16 Μεταβολή θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του ταλαντωτή με το χρόνο [44]

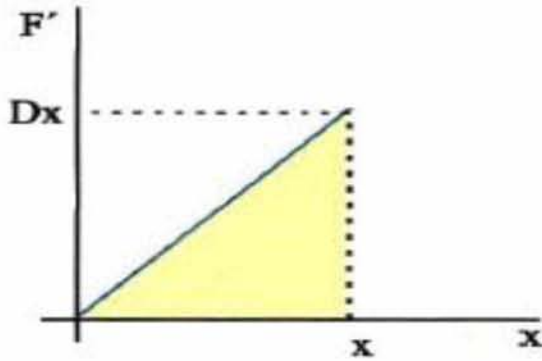
Αν ένα κινητό σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, όπως αναφέρθηκε, σε μια τυχαία θέση έχει επιτάχυνση a , ανεξάρτητη από τη φορά της ταχύτητας. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνσή του είναι:

$$F = m \cdot a = -m \cdot a_{max} \cdot \sin\varphi = -m \cdot \omega^2 \cdot x \quad [2.9]$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι όταν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, η συνολική δύναμη που δέχεται είναι ανάλογη με την απομάκρυνση του σώματος από το μέσο O της τροχιάς του και έχει αντίθετη φορά από αυτήν. Όταν το σώμα περνά από το σημείο O , η συνολική δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν. Για το λόγο αυτό, το σημείο O ονομάζεται θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.



Σχήμα 2.17 Φορά της δύναμης σε σχέση με την ταχύτητα του ταλαντωτή, η δύναμη έχει πάντα φορά προς τη θέση ισορροπίας (Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης, 1999)



Σχήμα 2.18 Μεταβολή δύναμης με τη θέση (Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης, 1999)

Αν συμβολίσουμε με D το γινόμενο $m \cdot \omega^2$, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$F = -D \cdot x \quad [2.10]$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και σαν συνθήκη για την παραγωγή απλής αρμονικής ταλάντωσης. Η δύναμη F ονομάζεται δύναμη επαναφοράς (γιατί τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας) και η σταθερά αναλογίας D , σταθερά επαναφοράς.

Η ενέργεια της ταλάντωσης E ενός συστήματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ισούται με την ενέργεια που προσφέραμε αρχικά στο σύστημα για να το θέσουμε σε ταλάντωση:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \quad [2.11]$$

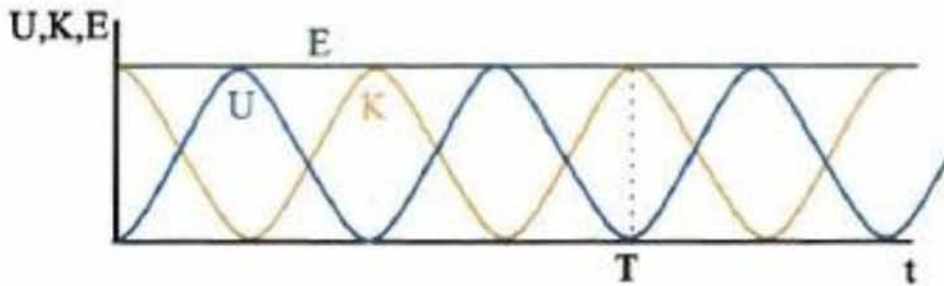
Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι το πλάτος A καθορίζεται από την ενέργεια της ταλάντωσης, δηλαδή από την ενέργεια που προσφέραμε αρχικά στο σύστημα ώστε να αρχίσει να ταλαντώνεται. Σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης η ενέργεια παραμένει σταθερή. Άρα στη διάρκεια της ταλάντωσης η ενέργεια εμφανίζεται ως δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και ως κινητική ενέργεια ταλάντωσης. Η κινητική και η δυναμική ενέργεια υπολογίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 \quad [2.12]$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 \quad [2.13]$$

Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σε μια τυχαία θέση δίνεται από τη σχέση:

$$E = E_k + E_p \quad [2.14]$$



Σχήμα 2.19 Μεταβολή δυναμικής, κινητικής και ολικής ενέργειας με το χρόνο (Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήτας, Σ. Ράπτης, 1999)

Για τον υπολογισμό της περιόδου του απλού εκκρεμούς συνήθως χρησιμοποιείται ο τύπος [2.15], όμως τα πειραματικά αποτελέσματα δεν συμφωνούν. Η εξίσωση αυτή επαληθεύεται μόνο προσεγγιστικά και για μικρές γωνίες ταλάντωσης (Nelson, R. A. and Olsson, M. G., 1986). Η περίοδος του απλού εκκρεμούς στην πραγματικότητα εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης για κάθε κύκλο και μεταβάλλεται καθώς αυτό αλλάζει, όπως φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση (<https://physicsgg.me/>):

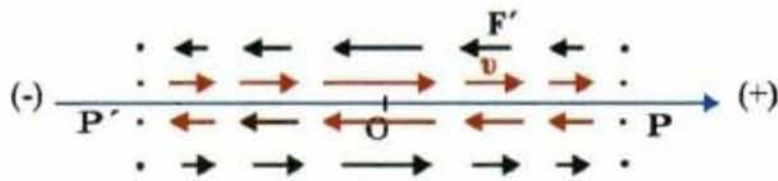
$$T = 4 \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{du}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 u}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{2K(k^2)}{\pi} \quad [2.15]$$

όπου $K(k^2) = \int_0^{\pi/2} \frac{du}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 u}}$, $k = \sin \frac{\theta_0}{2}$ και θ_0 : η γωνία που αντιστοιχεί στο πλάτος. Πρόκειται για ένα πλήρες ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους, για τον υπολογισμό του οποίου χρησιμοποιείται η πιο κλειστή μορφή του παραπάνω τύπου [2.16] (Agonas, D., 2013), καθώς επίσης και μια ιδιότητα των ελλειπτικών ολοκληρωμάτων που πρώτος απέδειξε ο K. F. Gauss.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n)} \right]^2 \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \right\} \quad [2.16]$$

2.2 ΜΕΛΕΤΕΣ ΓΙΑ ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΑΠΟ ΑΠΟΨΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Φθίνουσα ή αποσβενύμενη ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση κατά την οποία μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης. Η απόσβεση (ελάττωση του πλάτους) οφείλεται σε δυνάμεις που αντιτίθενται στην κίνηση. Οι δυνάμεις αυτές μεταφέρουν ενέργεια από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον. Έτσι, η μηχανική ενέργεια του συστήματος με την πάροδο του χρόνου ελαττώνεται και το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται. Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι φθίνουσες ταλαντώσεις στις οποίες η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τέτοια δύναμη είναι η δύναμη αντίστασης που ασκείται σε μικρά αντικείμενα που κινούνται μέσα στον αέρα ή μέσα σε υγρό.



Σχήμα 2.20 Φορά της δύναμης αντίστασης σε σχέση με την ταχύτητα του ταλαντωτή (Α. Ιωάννου, Γ. Νιάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης, 1999)

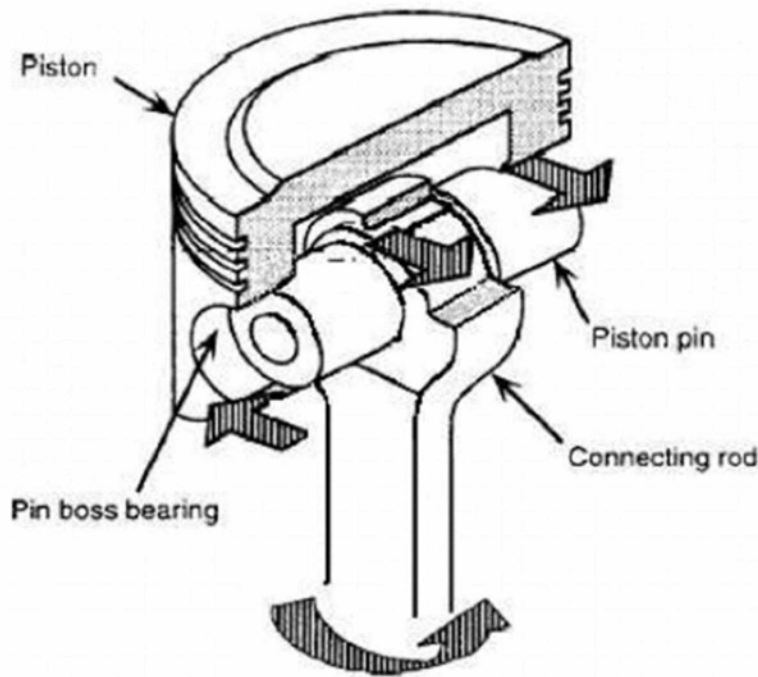
2.2.1. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΡΙΒΕΣ ΚΑΙ ΛΙΠΑΝΣΗ

Είναι ευρέως γνωστό ότι το σύστημα του πιστονιού αποτελεί ένα σημαντικό παράγοντα όσον αφορά τις απώλειες λόγω τριβών. Καθώς το επάνω μέρος από το εκκρεμές είναι συνδεδεμένο με ένα κομμάτι από πιστόνι, για την ανάλυση των μηχανικών απωλειών πρέπει να εξετασθούν οι απώλειες στο πιστόνι. Μηχανικές απώλειες είναι οι απώλειες λόγω τριβών στα ρουλεμάν, τα οποία χρησιμοποιούνται για τη στήριξη της κίνησης και της περιστροφής των εξαρτημάτων (Hakeem, M., 2012). Οι κυριότεροι παράγοντες που επηρεάζουν τις μηχανικές απώλειες είναι:

- οι διαστάσεις των εδράνων
- οι τύποι των εδράνων
- τα χαρακτηριστικά της λίπανσης
- ο συντελεστής τριβής
- το φορτίο
- η τραχύτητα της επιφάνειας
- η θερμοκρασία
- το υλικό
- η επικάλυψη
- η σχετική ταχύτητα του εμβόλου.

Για την πυκνότητα του λιπαντικού χρησιμοποιείται μια τροποποιημένη έκδοση των σχέσεων Dowson και Higginson, για να συμπεριληφθεί η επίδραση της θερμοκρασίας (Rahmani, R. et al., 2017):

$$\rho = \rho_0 \cdot \left[1 + \frac{0,6 \cdot 10^{-9}(p - p_0)}{1 + 1,7 \cdot 10^{-9}(p - p_0)} \right] \cdot [1 - \beta \cdot (T - T_0)] \quad [2.17]$$



Σχήμα 2.21 Τα μέρη του πιστονιού (Shi, F., 2011)

Η μεταβολή του ιξώδους του λιπαντικού (Rahmani, R. et al., 2017) με την πίεση και τη θερμοκρασία δίνεται ως εξής:

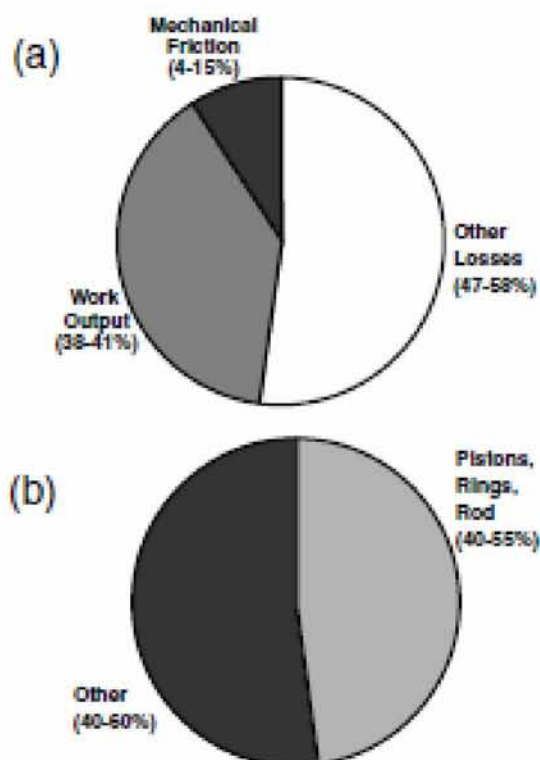
$$\eta = \eta_0 \exp\{(\ln \eta_0 + 9,67) \cdot \left[\left(\frac{T - 138}{T_0 - 138} \right)^{\frac{-\beta_0(T_0 - 138)}{\ln \eta_0 + 9,67}} \left(1 + \frac{p - p_0}{1,98 \cdot 10^8} \right)^{\frac{1,98 \cdot 10^8 \cdot a_0}{\ln \eta_0 + 9,67}} - 1 \right] \} \quad [2.18]$$

Το λιπαντικό είναι απαραίτητο στο δακτύλιο του εμβόλου και στη διαχωριστική επιφάνεια για να παρέχει υδροδυναμική ή ανάμικτη λίπανση, έτσι ώστε να μειώνονται οι τριβές και η φθορά. Εκτός από τη λίπανση, το λάδι λειτουργεί ως φορέας θερμότητας, δηλαδή την απομακρύνει από το έμβολο και τη διεπαφή του δακτυλίου. Η μέθοδος παροχής λαδιού και η απαιτούμενη ποσότητα εξαρτώνται συνήθως από το μέγεθος του κινητήρα. Η τροφοδοσία λιπαντικού στο έμβολο μπορεί να επιτευχθεί είτε μέσω του κύριου εδράνου, είτε μέσω των ρουλεμάν του στροφαλοφόρου άξονα και έπειτα προς τη ράβδο σύνδεσης και το έμβολο (Andersson, P., Tamminen, J. and Sandström, C. E., 2002).

Ο πείρος του εμβόλου και η ράβδος σύνδεσης μετατρέπουν την πίεση καύσης που παραδίδεται στο έμβολο σε ροπή στο στροφαλοφόρο άξονα. Οι ράβδοι σύνδεσης είναι κατασκευασμένες από χάλυβα υψηλής ποιότητας και μέτριας περιεκτικότητας σε άνθρακα.

Οι πείροι εμβολοφόρων είναι κατασκευασμένοι από χάλυβες υψηλής ποιότητας και υψηλής περιεκτικότητας σε άνθρακα. Η εξωτερική επιφάνεια του πείρου του εμβόλου έχει υποστεί σκλήρυνση και λείανση. Τα σχέδια των οπών στους πείρους υπαγορεύονται από τη δυνατότητα συγκράτησης φορτίου της οπής του εμβόλου. Ο πείρος κινείται σε ένα απλό ρουλεμάν, το οποίο είναι συνήθως κατασκευασμένο από στρώσεις χαλκού (Hamrock, B. J., Schmid, S. R. and Jacobson, B. O., 2004).

Το σχήμα 2.22a δείχνει την κατανομή της συνολικής ενέργειας σε έναν τυπικό πετρελαιοκίνητο κινητήρα ή κινητήρα ανάφλεξης με σπινθήρα. Το σχήμα αυτό δείχνει ότι το 4-15% της συνολικής ενέργειας χάνεται λόγω μηχανικής τριβής. Ο Richardson ανέφερε ότι 40-55% των συνολικών μηχανικών απωλειών προκαλούνται από τις συνδετικές ράβδους, τους δακτυλίους των εμβόλων και τα έμβολα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.22b. Πιο συγκεκριμένα, έδειξε ότι το 18-33% της τριβής προκαλείται από τις ράβδους, το 28-45% από τους δακτυλίους των εμβόλων και το 25-47% από τα έμβολα. Ο σχεδιασμός για χαμηλές τριβές συχνά πυροδοτείται από απαιτήσεις ανθεκτικότητας και κατανάλωσης πετρελαίου.



Σχήμα 2.22 a. Ολική ενέργεια μηχανής b. Ολική μηχανική τριβή μηχανής (Naylor, M. G., Kodali, G. P. and Wang, J. C., 2001)

2.2.2 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΤΡΙΒΕΣ

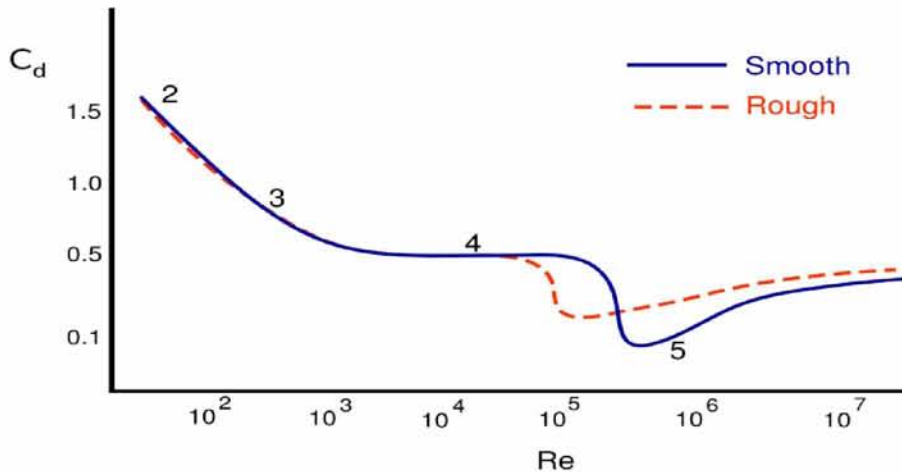
Αεροδυναμική ονομάζεται ο κλάδος της ρευστομηχανικής που ασχολείται με τη μελέτη της ροής γύρω από σώματα αεροδυναμικής μορφής, καθώς και με τις δυνάμεις που αναπτύσσονται πάνω σε αυτά. Σώματα αεροδυναμικής μορφής θεωρούνται τα στερεά σώματα, τα οποία έχουν τη μικρότερη διάσταση, σε σχέση με τις υπόλοιπες, στην πλευρά που είναι κάθετη στη ροή του αέρα. Τα σώματα αυτά είναι σχεδιασμένα με τρόπο τέτοιο, ώστε να αποφεύγεται κατά το δυνατόν το φαινόμενο αποκόλλησης της ροής, το οποίο θα αναλυθεί παρακάτω.

Οποιοδήποτε σώμα δεν έχει αεροδυναμική μορφή λέγεται μη αεροδυναμικό· η σφαίρα είναι ένα από αυτά. Κύριο χαρακτηριστικό του μη αεροδυναμικού σώματος είναι η εμφάνιση σχετικά μεγάλης αντίστασης και διαταραχής της γύρω από αυτό ροής.



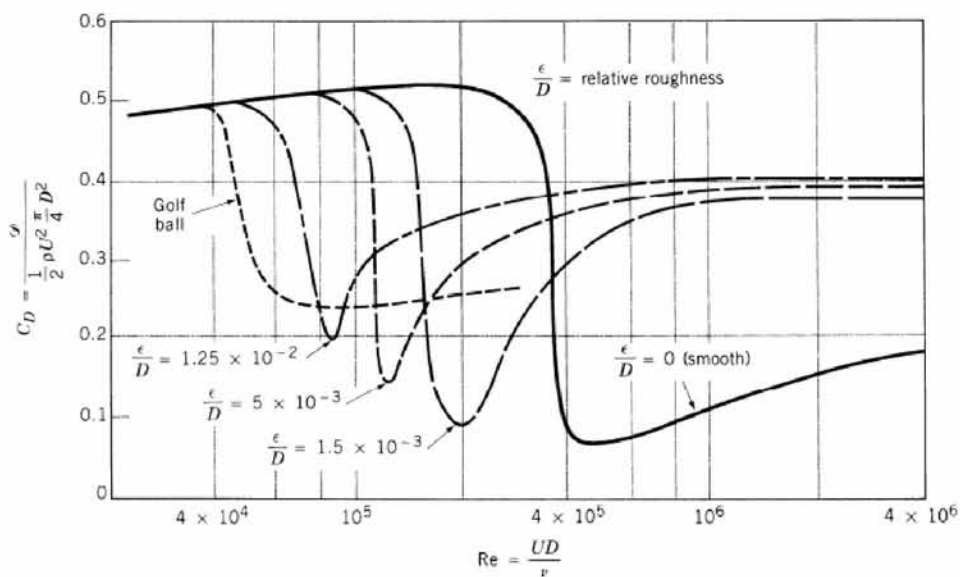
Σχήμα 2.23 Η αντίσταση της σφαίρας μέσα σε ροή αέρα (50%) (Ε. Σταπουντζής, 2013)

Ο συντελεστής οπισθέλκουσας (C_d) εκφράζεται με μία σχετικά ευθεία γραμμή για αριθμό Reynolds (Re_d) από 10^3 έως $2 \cdot 10^5$. Επομένως, στην περιοχή αυτή ο συντελεστής μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν ανεξάρτητος του αριθμού Reynolds. Σε υψηλότερους αριθμούς Reynolds, ωστόσο, ο συντελεστής οπισθέλκουσας πέφτει ξαφνικά από 0.4 και 0.5 για $Re_d=2 \cdot 10^5$ σε τιμές ελαφρώς κάτω από 0.1 για $Re_d=4 \cdot 10^5$. Αυτή η απότομη πτώση στο C_d ονομάζεται "Drag crisis" και σχετίζεται με το διαχωρισμό του οριακού στρώματος αέρα από την επιφάνεια της σφαίρας. Πιο συγκεκριμένα, για $Re_d < 2 \cdot 10^5$ το οριακό στρώμα στο εμπρόσθιο τμήμα της σφαίρας σχηματίζει στρωτή ροή. Αυτό το οριακό στρώμα διαχωρίζεται ακριβώς στη μέση της επιφάνειας της σφαίρας, δημιουργώντας δίνες, διαταραχές και μεγάλη αντίσταση. Για μια ομαλή σφαίρα, καθώς το Re_d αυξάνεται περισσότερο από το $2 \cdot 10^5$, το στρωτό οριακό στρώμα αρχίζει να μεταβαίνει σε ένα στροβιλώδες οριακό στρώμα στην εμπρόσθια επιφάνεια. Επειδή το τυρβώδες οριακό στρώμα είναι πιο ανθεκτικό σε διαχωρισμό ροής από ότι είναι ένα στρωτό οριακό στρώμα, το τυρβώδες οριακό στρώμα παραμένει προσαρτημένο στην επιφάνεια της σφαίρας για μεγαλύτερη απόσταση γύρω από αυτή, διαχωριζόμενο καλά μετά το μεσαίο τμήμα της σφαίρας.



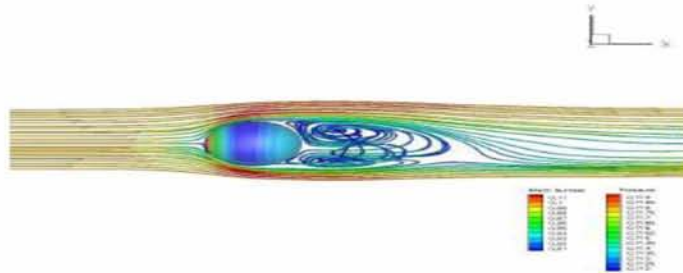
Σχήμα 2.24 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας με τον αριθμό Reynolds (<https://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/dragsphere.html>)

Οι διαταραχές της ροής λόγω της τραχύτητας προκαλούν πρόωρη μετάβαση του οριακού στρώματος από στρωτό σε τυρβώδες και η "Drag crisis" μπορεί να αναγκαστεί να εμφανιστεί σε έναν αριθμό Reynolds σημαντικά χαμηλότερο από το $2 \cdot 10^5$, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 2.25 Μεταβολή C_d με Re_d αναλυτικότερα (Cimbala, J. M., 2012)

Παρακάτω παρουσιάζονται οι ροϊκές γραμμές γύρω από τη σφαίρα για μη σταθερή κατάσταση:



(a) Streamline and surface pressure contour

Σχήμα 2.26 Οι ροϊκές γραμμές γύρω από τη σφαίρα για μη σταθερές συνθήκες (Ου, Κ., Castonguay, P. and Jameson, A., 2011)

Ενώ, αντίστοιχα, για σταθερές συνθήκες:



(a) Streamline and surface pressure contour

Σχήμα 2.27 Οι ροϊκές γραμμές γύρω από τη σφαίρα για σταθερή κατάσταση (Ου, Κ., Castonguay, P. and Jameson, A., 2011)

Η οπισθέλκουσα είναι δύναμη, συνεπώς έχει διεύθυνση και μέτρο. Η διεύθυνσή της είναι πάντα αντίθετη στην κίνηση της σφαίρας και το μέτρο της υπολογίζεται από τη σχέση (Mehta, R. D., 1985):

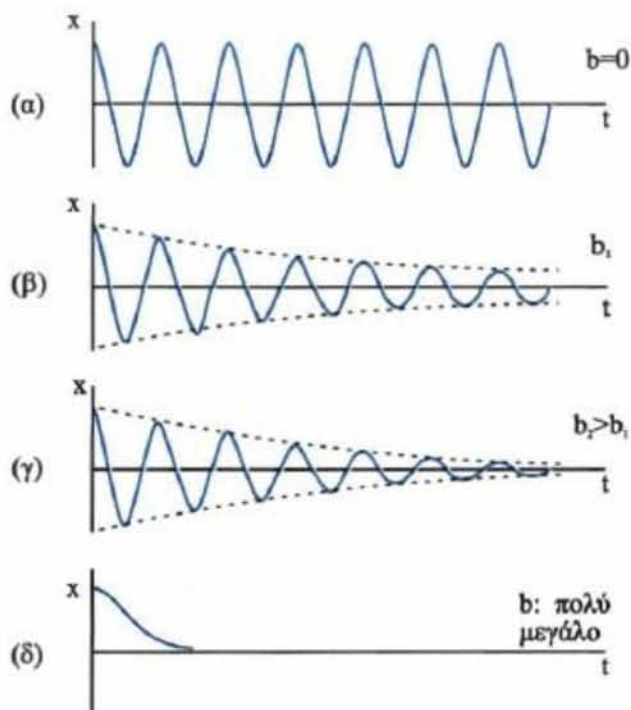
$$Drag = \frac{Cd \cdot \rho \cdot d \cdot U_{σφαίρας}^2}{2} \quad [2.19]$$

2.2.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Η απώλεια της ενέργειας συνήθως οφείλεται σε δυνάμεις οι οποίες αντιστέκονται στην κίνηση. Αυτές οι δυνάμεις συνήθως είναι οι τριβές. Όσο μεγαλύτερες κατά μέτρο είναι αυτές οι δυνάμεις, τόσο μεγαλύτερη είναι η απόσβεση. Τυπικό παράδειγμα αποσβενύμενης ταλάντωσης είναι ένα σύστημα απλής αρμονικής ταλάντωσης στο οποίο ενεργεί δύναμη της μορφής $F = b \cdot u$, όπου b μία σταθερά και u η ταχύτητα. Η σταθερά b ονομάζεται σταθερά απόσβεσης. Βάσει του παραπάνω μοντέλου δύναμης τριβής, η ενέργεια μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι (Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης, 1999):

$$E(t) = E_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [2.20]$$

όπου $E(t)$ η ενέργεια τη χρονική στιγμή t , E_0 η αρχική ενέργεια (η ενέργεια τη στιγμή $t=0$) και τ ο λεγόμενος χαρακτηριστικός χρόνος απόσβεσης που εξαρτάται από τη σταθερά b , τη μάζα m του σώματος και τη σταθερά ελατηρίου k .



Σχήμα 2.28 Απόσβεση της φθίνουσας ταλάντωσης (Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης, 1999)

Αποδεικνύεται ότι τα διαδοχικά χρονικά μέγιστα που λαμβάνει αυτή η ταλάντωση είναι όροι φθίνουσας γεωμετρικής προόδου. Η εξίσωση αυτής της φθίνουσας ταλάντωσης με το παραπάνω μοντέλο δύναμης τριβής στην περίπτωση όπου $\omega_0 > \gamma$ (ω_0^2 σε k/m η φυσική συχνότητα του συστήματος) είναι της γενικής μορφής:

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [2.21]$$

όπου $\omega < \omega_0$ η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης (η οποία εξαρτάται τόσο από τη φυσική συχνότητα όσο και από τη σταθερά απόσβεσης), A_0 η απομάκρυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$ και φ_0 η αρχική φάση.

Δεδομένης της μορφής της δύναμης τριβής που δόθηκε παραπάνω, η μονοδιάστατη εξίσωση του Newton καταλήγει στην παρακάτω διαφορική εξίσωση

(<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CE%B8%CE%AF%CE%BD%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B1%CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7>):

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0 \quad [2.22]$$

Αρχικά, διαίρεση των μελών με m οδηγεί στη μορφή[49]:

$$\ddot{x} + 2 \cdot \gamma \cdot \omega_0 \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0 \quad [2.23]$$

όπου θέσαμε $\omega_0^2 = k/m$ και $2\gamma = b/m$. Υποθέτοντας εκθετικές λύσεις της μορφής $x(t) \sim e^{\rho t}$ και αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση, βρίσκουμε ότι οι δυνατές τιμές της σταθεράς ρ είναι:

$$\rho_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad [2.24]$$

Μπορεί, λοιπόν, κανείς να διακρίνει τις παρακάτω βασικές περιπτώσεις:

α) Υποκρίσιμη απόσβεση ($\gamma < \omega_0$): τέτοιες τιμές του ζ είναι πολύ μεγάλες και παρουσιάζονται μόνο μετά από προσθήκη κατάλληλου αποσβεστήρα στο σύστημα. Η δυναμική απόκριση του συστήματος φθίνει απότομα εκθετικά, χωρίς ταλάντωση.

$$\rho_{1,2} = -\gamma \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad [2.25]$$

Η γενική λύση της εξίσωσης του Newton για την απομάκρυνση θα είναι:

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad [2.26]$$

όπου $A_0 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$, $\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{c_1}{c_2}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, $c_1 = x_0$, $c_2 = \frac{\gamma \cdot x_0 + \dot{x}_0}{\omega}$

Το σώμα θα εκτελεί, λοιπόν, μία φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \cdot T_0 \quad [2.27]$$

όπου T_0 η περίοδος που θα είχε το σώμα αν δεν υπήρχε η δύναμη τριβής. Από την παραπάνω σχέση είναι φανερό ότι $T > T_0$, δηλαδή η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

β) Κρίσιμη απόσβεση ($\gamma = \omega_0$): η δυναμική απόκριση του συστήματος φθίνει εκθετικά, αλλά πιο ομαλά, χωρίς ταλαντώσεις.

$$\rho_{1,2} = -\gamma \quad [2.28]$$

Η γενική λύση της εξίσωσης του Newton στην περίπτωση αυτή είναι:

$$x(t) = (c_1 + c_2 \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [2.29]$$

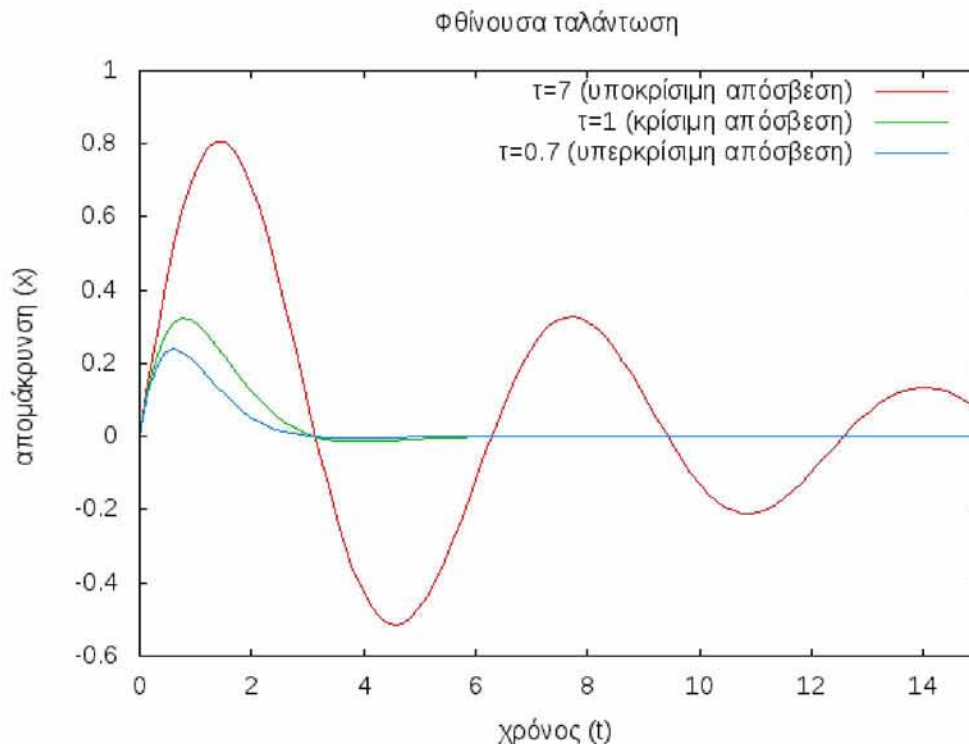
όπου $c_1 = x_0$ και $c_2 = u_0 + \gamma \cdot x_0$

γ) Υπερκρίσιμη απόσβεση ($\gamma > \omega_0$): η περίπτωση αυτή είναι η πιο συνηθισμένη στην πράξη. Στην περίπτωση αυτή:

$$\rho_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad [2.30]$$

$$x(t) = c_1 \cdot e^{\gamma_+ t} + c_2 \cdot e^{\gamma_- t} \quad [2.31]$$

με $\gamma_+ = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$, $\gamma_- = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$, $c_1 = \frac{u_0 - \gamma_- \cdot x_0}{\gamma_+ - \gamma_-}$, $c_2 = \frac{-u_0 + \gamma_+ \cdot x_0}{\gamma_+ - \gamma_-}$



Σχήμα 2.29 Χαρακτηριστικός χρόνος απόσβεσης της φθίνουσας ταλάντωσης (https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CE%B8%CE%AF%CE%BD%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B1_%CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7)

2.3 ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ



Σχήμα 2.30 Το ανθρώπινο βάδισμα ως ανεστραμμένο εκκρεμές (Ivanenko, Y. P., 2004)

Το ανθρώπινο περπάτημα μπορεί να περιγραφεί από το μοντέλο του ανεστραμμένου εκκρεμούς, σύμφωνα με το οποίο το κέντρο μάζας του ανθρώπινου σώματος, καθώς κινείται, διαγράφει ένα τόξο πάνω από το πόδι που πατά σταθερά στο έδαφος. Είναι άραγε ο μηχανισμός αυτός έμφυτος, ή μαθαίνεται εμπειρικά;

Ο μηχανισμός του εκκρεμούς προσδιορίζεται από:

- την κινηματική του μείζονος τροχαντήρα, ενός τμήματος του ανώτερου μέρους του μηριαίου οστού
- το συσχετισμό μεταξύ κινητικής και δυναμικής ενέργειας λόγω βαρύτητας του κέντρου μάζας του σώματος, που λαμβάνεται από τις μετρήσεις δυναμοδαπέδων (force plates), οργάνων που καταγράφουν τη δύναμη αντίδρασης του εδάφους, όταν το σώμα έρθει σε επαφή με αυτό
- το ποσοστό ανάκτησης της μηχανικής ενέργειας.

Στα νήπια, αυτές οι παράμετροι αποκλίνουν σημαντικά από αυτές των μεγαλύτερων παιδιών και των ενηλίκων, δείχνοντας ότι ο μηχανισμός του εκκρεμούς δεν εφαρμόζεται στην αρχή της μη υποστηριζόμενης κίνησης. Η κανονικοποίηση της ταχύτητας με τον αριθμό Froude έδειξε ότι το ποσοστό ανάκτησης της μηχανικής ενέργειας σε παιδιά ηλικίας άνω των 2 ετών ήταν παρόμοιο με αυτό των ενηλίκων (διαφορά μικρότερη του 5%), σε συμφωνία με προηγούμενα αποτελέσματα. Αντίθετα, το ποσοστό ανάκτησης στα νήπια ήταν πολύ χαμηλότερο (κατά περίπου 50%). Η κίνηση που βασίζεται στο εκκρεμές και η σταθερή σύζευξη της γωνιακής κίνησης των κάτω άκρων γρήγορα αποκτούν σταθερές τιμές μέσα σε λίγους μήνες μη υποστηριζόμενης κίνησης. Η ανεξάρτητη κίνηση ενεργεί ως λειτουργική ώθηση των

αναπτυξιακών αλλαγών, όπως φαίνεται από την παρατήρηση ότι οι παράμετροι βάρδισης παραμένουν αμετάβλητες μέχρι την ηλικία των πρώτων μη υποστηριζόμενων βημάτων και έπειτα ωριμάζουν ταχύτατα μετά την ηλικία αυτή. Τα ευρήματα δείχνουν ότι ο μηχανισμός του εκκρεμούς δεν είναι αναπόφευκτη μηχανική συνέπεια ενός συστήματος συνδεδεμένων τμημάτων, αλλά απαιτεί ενεργό νευρικό έλεγχο και κατάλληλο συντονισμό μεταξύ των τμημάτων αυτών.

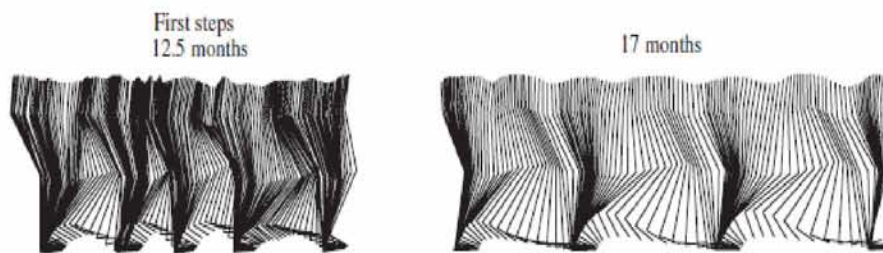
Η χωροχρονική δυναμική του κανονικού περπατήματος των ενηλίκων διέπεται από γενικές αρχές, συμπεριλαμβανομένων των μηχανισμών της πρόωσης, της ισορροπίας, του κινηματικού συντονισμού και της ανταλλαγής μηχανικής ενέργειας. Η κινητική ενέργεια στο πρώτο μισό της στάσης μετατρέπεται σε δυναμική βαρυτική ενέργεια, η οποία ανακτάται εν μέρει καθώς το κέντρο μάζας πέφτει προς τα εμπρός και προς τα κάτω στο δεύτερο μισό της στάσης. Η ανάκτηση της μηχανικής ενέργειας από τον μηχανισμό του εκκρεμούς εξαρτάται από την ταχύτητα και ανέρχεται σε ένα μέγιστο περίπου 65% της αρχικής μηχανικής ενέργειας στη φυσικά προτιμώμενη ταχύτητα του σώματος.

Η αρχή της δυναμικής ομοιότητας δηλώνει ότι γεωμετρικά παρόμοια σώματα που βασίζονται σε μηχανισμούς κίνησης όπως του εκκρεμούς, έχουν παρόμοια δυναμική βάρδισης για τον ίδιο αριθμό Froude, δηλαδή όλα τα μήκη, οι χρόνοι και οι δυνάμεις κλιμακώνονται από τους ίδιους παράγοντες.

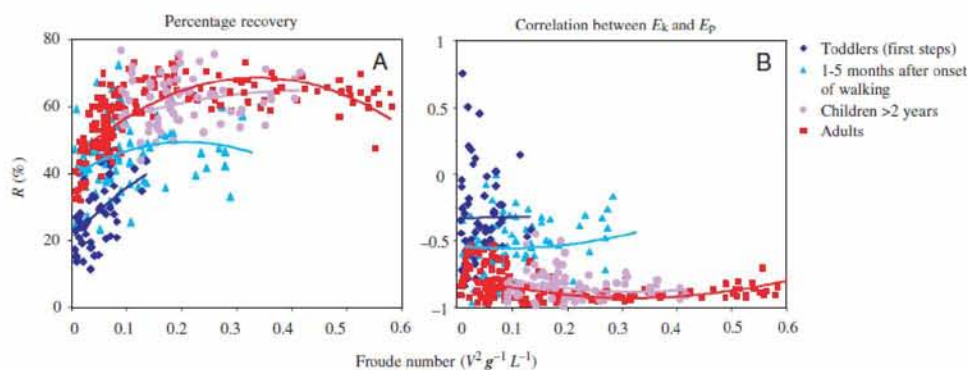
Ο αριθμός Froude (Fr) δίνεται από τη σχέση:

$$Fr = \frac{\text{κεντρομόλος δύναμη}}{\text{βαρυτική δύναμη}} = \frac{m \cdot u^2}{L} = \frac{u^2}{g \cdot L} \quad [2.32]$$

όπου V είναι η μέση ταχύτητα κίνησης, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και L το μήκος των ποδιών. Ο αριθμός Fr είναι ευθέως ανάλογος της αναλογίας μεταξύ της κινητικής και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας που απαιτείται κατά τη διάρκεια της κίνησης. Η δυναμική ομοιότητα συνεπάγεται ότι η ανάκτηση της μηχανικής ενέργειας σε άτομα μικρού ύψους, όπως τα παιδιά, οι Πυγμαίοι και οι νάνοι, δε διαφέρει από εκείνη των ενηλίκων κανονικού μεγέθους στον ίδιο αριθμό Fr, όπως έχει αποδειχθεί όχι μόνο για τον άνθρωπο, αλλά και μια ευρεία ποικιλία ζώων που διαφέρουν ως προς το μέγεθος, το σχήμα, τη μάζα, τον αριθμό των ποδιών, τη στάση του σώματος ή το σκελετό, συμπεριλαμβανομένων των πιθήκων, των καγκουρό, των σκύλων, των πτηνών, των σαυρών, των βατράχων και των κατσαρίδων. Δεν έχουν αναφερθεί έως τώρα παραβιάσεις του μηχανισμού του εκκρεμούς για δίποδο βάδισμα στη γη.



Σχήμα 2.31 Σκιαγράφημα των πρώτων βημάτων στους 12,5 και στους 17 μήνες (Ivanenko, Y. P., 2004)



Σχήμα 2.32 Ο αριθμός Froude για το ανθρώπινο βάδισμα σε όλες τις ηλικίες (Ivanenko, Y. P., 2004)

Κανονικοποίηση από τον αριθμό Froude. Ποσοστό ανάκτησης της μηχανικής ενέργειας (A) και συντελεστές συσχέτισης μεταξύ δυναμικής και κινητικής ενέργειας (B) για τα νήπια στα πρώτα μη υποστηριζόμενα βήματα (μπλε), 1-5 μήνες αργότερα (κυανό), παιδιά άνω των 2 ετών (ιώδες) και ενήλικες (κόκκινο). Σημεία για μεμονωμένα βήματα σχεδιάστηκαν σε συνάρτηση με τον αριθμό Froude. Οι συνεχείς γραμμές αντιπροσωπεύουν ομαλοποιήσεις σε δεύτερης τάξης πολυώνυμα.

Στατιστική ανάλυση (Student's unpaired t-tests και ανάλυση διασποράς, ANOVA) χρησιμοποιήθηκε όταν ήταν σκόπιμο. Τα αναφερόμενα αποτελέσματα θεωρούνται σημαντικά για $P < 0.05$.

Το διάγραμμα A δείχνει τη συνάρτηση R του Fr για τα νήπια στα πρώτα μη υποστηριζόμενα βήματα, 1-5 μήνες αργότερα, για παιδιά ηλικίας άνω των 2 ετών και για ενήλικες (τα δεδομένα των παιδιών μετά την έναρξη της ανεξάρτητης κίνησης, ηλικίας κάτω των 2 ετών δεν εμφανίζονται). Οι ενήλικες περπατούσαν με ταχύτητες που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα των τιμών Fr, αποδίδοντας μια συνάρτηση R του Fr συγκρίσιμη με τα δημοσιευμένα δεδομένα (Saibene and Minetti, 2003). Σε γενικές γραμμές, τα σημεία των

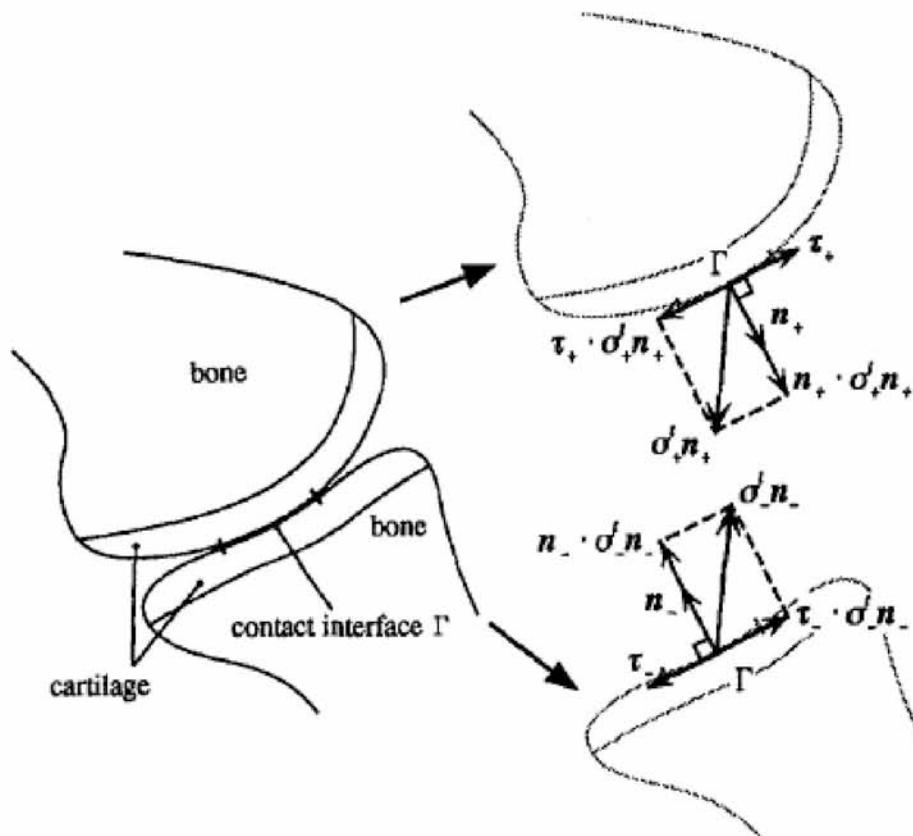
μεγαλύτερων παιδιών συμπίπτουν περίπου με αυτά των ενηλίκων, σε συμφωνία με προηγούμενα αποτελέσματα (Cavagna et al., 1983, Schepens et al., 2004). Ωστόσο, στις μέσες τιμές R των παιδιών υπήρχε μια μικρή αλλά σημαντική μείωση σε σχέση με αυτές των ενηλίκων. Πάνω από την περιοχή 0,07-0,42 των τιμών του Fr, το R ήταν $62 \pm 7\%$ στα παιδιά και $65 \pm 4\%$ στους ενήλικες. Μέσω ανάλυσης διασποράς (ANOVA) 2 παραγόντων σε τιμές R πάνω από αυτό το εύρος τιμών Fr (διακριτοποιημένες σε 5 διαστήματα) παρατηρήθηκε μια σημαντική επίδραση της ομάδας αντικειμένων (παιδιά έναντι ενηλίκων, $P < 0,03$), αλλά καμία σημαντική επίδραση της τιμής Fr ($P = 0,14$) ή της αλληλεπίδρασης ($P = 0,31$).

Τα μικρά παιδιά στα πρώτα μη υποστηριζόμενα βήματα δεν περπατούν ποτέ ταχύτερα από $Fr = 0,14$. Τα σημεία τους έπεσαν συστηματικά κάτω από αυτά των μεγαλύτερων παιδιών και των ενηλίκων για συγκρίσιμες τιμές του Fr. Πάνω από την περιοχή 0,07-0,14 των τιμών Fr, το R ήταν $35 \pm 8\%$ για τα νήπια και $61 \pm 9\%$ για μεγαλύτερα παιδιά ($P < 10^{-7}$). Όσον αφορά τη σύγκριση με τους ενήλικες, πραγματοποιήθηκε ANOVA δύο παραγόντων για τις τιμές R των νηπίων και των ενηλίκων για τιμές του Fr από 0,04 έως 0,14 (διακριτοποιημένη σε 5 διαστήματα), και βρέθηκε μία σημαντική επίδραση τόσο της τιμής Fr ($P < 10^{-7}$), όσο και της ομάδας των αντικειμένων που εξετάστηκαν (νήπια έναντι ενηλίκων, $P < 10^{-7}$), καθώς και σημαντική αλληλεπίδραση ($P < 0,0005$), σύμφωνα με την κατώτερη κλίση της συνάρτησης R του Fr σε νήπια από ότι σε ενήλικες.

Ως ένας άλλος δείκτης της ανταλλαγής ενέργειας θεωρήθηκαν οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης r μεταξύ κινητικής και δυναμικής ενέργειας, σχεδιαζόμενες βάσει των τιμών Fr. Για άλλη μια φορά, τα σημεία των μεγαλύτερων παιδιών συμπίπτουν σε μεγάλο βαθμό με εκείνα των ενηλίκων, ενώ τα στοιχεία των νηπίων ήταν συστηματικά διαφορετικά. ANOVA δύο παραγόντων σε τιμές r για τιμές του Fr από 0,04 έως 0,14 έδειξε σημαντική επίδραση της ομάδας αντικειμένων που εξετάστηκαν (νήπια έναντι ενηλίκων, $P < 10^{-6}$), αλλά όχι σημαντική επίδραση της τιμής Fr ($P = 0,89$) ή της αλληλεπίδρασης ($P = 0,45$).

Θα μπορούσε να τεθεί το ερώτημα πώς θα πρέπει να υπολογίζονται οι αντίστοιχες ταχύτητες, καθώς τα νήπια δεν είναι παρόμοια σχηματικά με τους ενήλικες. Το κέντρο μάζας βρίσκεται υψηλότερα στα νήπια (περίπου στο επίπεδο του στέρνου) απ' ό,τι στους ενήλικες (περίπου στο επίπεδο του λαγόνιου οστού). Ως εκ τούτου, επαληθεύτηκε αν οι τιμές R και οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας θα διαφέρουν σημαντικά στα νήπια και τους ενήλικες μετά την κανονικοποίηση της ταχύτητας βάδισης ως προς την απόσταση από το πόδι στήριξης στο κέντρο μάζας και όχι ως προς το μήκος των άκρων.

Αυτή η διαδικασία μετατοπίζει τα αποτελέσματα για τα νήπια και τους ενήλικες προς τους μικρότερους αριθμούς Fr. Ωστόσο, ακόμη και μετά από αυτήν την κανονικοποίηση, οι τιμές του R και οι συντελεστές συσχέτισης r μεταξύ της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ήταν σημαντικά χαμηλότεροι στα νήπια ($R = 28 \pm 7\%$, $r = -0,39 \pm 0,15$) από ό,τι στους ενήλικες ($R = 54 \pm 10\%$, $r = -0,81 \pm 0,17$) σε σχέση με το εύρος τιμών 0,02-0,10 των πρόσφατα καθορισμένων τιμών Fr.



Σχήμα 2.33 Αναλυτικά οι τάσεις στο ανθρώπινο γόνατο (Ateshian, G. A., 1997)

Μελέτες του αρθρικού χόνδρου έχουν χρησιμοποιήσει ολόκληρα εκκρεμή αρθρώσεων ή βύσματα χόνδρου για τη μέτρηση του συντελεστή τριβής (μ) της αρθρικής επιφάνειας (Jones, 1934, Tanaka et al., 2004, Wright and Dowson, 1976). Οι μετρήσεις της τριβής είναι σημαντικές για τον προσδιορισμό της σχετικής τριβολογικής συνεισφοράς που προκαλείται από το αρθρικό υγρό ή τον χόνδρο (Kawai et al., 2004, Mori κ.ά., 2002, Tanaka κ.ά., 2005) και για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας των θεραπειών για την πρόληψη της εξέλιξης της μετατραυματικής οστεοαρθρίτιδας (Jay et al., 2007, Kawano et al., 2003, Teerle et al., 2007). Εκκρεμή που προσομοιάζουν ολόκληρες αρθρώσεις έχουν το πλεονέκτημα να επιτρέπουν την εξέταση της άρθρωσης ως ένα ανέπαφο σύστημα, στο οποίο οι αντίθετες αρθρικές επιφάνειες ταιριάζουν όπως θα ταίριαζαν σε ένα ζωντανό οργανισμό.

Επιπλέον, το ενδογενές αρθρικό υγρό περικλείεται στην αρθρική κάψουλα, με αποτέλεσμα τη μείωση της πιθανότητας τραυματισμού του χόνδρου.

Η εξίσωση του Stanton είναι ο πιο διαδεδομένος τύπος για τον υπολογισμό του συνολικού συντελεστή τριβής άρθρωσης ενός αρθρικού εκκρεμούς:

$$\mu = \frac{\Delta\theta \cdot L}{4 \cdot r_k} \quad [2.33]$$

όπου $\Delta\theta$ = η μεταβολή της μέγιστης περιστροφής του εκκρεμούς ανά κύκλο γύρω από τον άξονα της προέκτασης καμπής (F-E) της άρθρωσης, L = η απόσταση μεταξύ του κέντρου βάρους του εκκρεμούς και του κέντρου του άξονα F-E και r_k = η ακτίνα των μηριαίων κονδύλων. Αυτή η εξίσωση υποθέτει ότι το μέγιστο πλάτος F-E διασπάζεται γραμμικά με το χρόνο και συνεπώς υποδηλώνει ότι η απώλεια ενέργειας γίνεται μέσω ενός μηχανισμού ανεξάρτητου της μάζας (Crisco et al., 2007).

Το μοντέλο τριβής για τον αρθρικό χόνδρο χρησιμοποιεί το πλαίσιο της διφασικής θεωρίας για τους μαλακούς ενυδατωμένους ιστούς. Αυτή η θεωρία εξηγεί την παρουσία ενδιάμεσου υγρού στον αρθρικό χόνδρο, το οποίο αποτελεί το 60-85% του ιστού κατά βάρος. Η εγγενώς ασυμπίεστη στερεά φάση του ιστού αποτελείται από κολλαγόνο, πρωτεογλυκάνες, χονδροκύτταρα και άλλες ποσοτικά μικρές γλυκοπρωτεΐνες. Η συμπίεσιμότητα του ιστού προκύπτει από τη ροή του ενδιάμεσου υγρού σε σχέση με το στερεό. Η εξίσωση συνέχειας (διατήρηση της μάζας) για ένα διφασικό μέσο δίνεται από (Ateshian, G. A., 1997):

$$\nabla \cdot (\varphi^s \cdot v^s + \varphi^f \cdot v^f) = 0 \quad [2.34]$$

όπου φ^f είναι το πορώδες του ιστού, $\varphi^s = 1 - \varphi^f$ και $\nabla \cdot$ είναι ο συντελεστής απόκλισης και v^s, v^f είναι οι στερεές και ρευστές ταχύτητες, αντίστοιχα.

Το συνολικό κανονικό φορτίο W που μεταδίδεται μέσω της F επιτυγχάνεται με την ενσωμάτωση της κανονικής συνιστώσας της συνολικής έλξης σ - n , πάνω από την περιοχή της διεπαφής (Ateshian, G. A., 1997):

$$W = \int n \cdot \sigma^t \cdot nd\Gamma \quad [2.35]$$

2.4 ΕΞΕΛΙΞΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθούν και θα αξιολογηθούν οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη της κίνησης του εκκρεμούς στους τομείς της εμβιομηχανικής και της φυσικής.

2.4.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

- Μέθοδος I

Τα πειραματικά δεδομένα για ένα αρθρικό εκκρεμές λήφθηκαν χρησιμοποιώντας τέσσερα σκέλη από δύο ενήλικα αρσενικά ινδικά χοιρίδια Hartley (ηλικίας 9 και 12 μηνών). Τα ζώα υποβλήθηκαν σε ευθανασία σύμφωνα με ένα πρωτόκολλο εγκεκριμένο από την Θεσμική Επιτροπή Φροντίδας και Χρήσης των Ζώων. Μετά την ευθανασία, τα οπίσθια άκρα αφαιρέθηκαν από το ισχίο, διαχωρίστηκαν στην άρθρωση του γόνατος, τυλίχθηκαν σε γάζα εμποτισμένη με αλατόνερο και καταψύχθηκαν στους -20 °C μέχρι την ημέρα των πειραμάτων. Την ημέρα των πειραμάτων κάθε δείγμα αποψύχθηκε για 2 ώρες σε θερμοκρασία δωματίου και στη συνέχεια τοποθετήθηκε στο εκκρεμές για δοκιμές τριβής.

Μια σειρά από δέκα διαφορετικά φορτία, που κυμαίνονται από 260 μέχρι 900g (25-100% του μέσου σωματικού βάρους), εφαρμόστηκαν με τυχαία σειρά σε κάθε δείγμα. Η κίνηση της κνήμης σε σχέση με το σταθερό μηριαίο καταγράφηκε χρησιμοποιώντας ένα σύστημα ανάλυσης κίνησης (Optotrak, Northern Digital Inc., Waterloo, Οντάριο), το οποίο μετρά την άκαμπτη κίνηση του σώματος 3-D με ακρίβεια 0,1 mm και 0,1 μοίρες. Τρεις δίοδοι εκπομπής φωτός υπέρυθρης ακτινοβολίας τοποθετήθηκαν στην κνήμη, το εκκρεμές και το μηρό/βάση για να καθορίσουν τα άκαμπτα σώματα και να μετρήσουν την περιστροφική κίνηση γύρω από το γόνατο. Οι περιστροφές αναφέρθηκαν σε ένα ανατομικό σύστημα συντεταγμένων που δημιουργήθηκε χρησιμοποιώντας τον ψηφιοποιητή Optotrak πριν από τη δοκιμή σε κάθε γόνατο και για κάθε βάρος.

Τα πλάτη ταλάντωσης απεικονίστηκαν σε σχέση με τον αριθμό κύκλου για κάθε μάζα και η προκύπτουσα καμπύλη χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του μ . Χρησιμοποιήθηκαν δύο μοντέλα για την προσαρμογή της καμπύλης: η εξίσωση Stanton's, που παράγει μια γραμμική προσαρμογή (μL) και μία προηγούμενα δημοσιευμένη συνάρτηση με ενσωματωμένο το συντελεστή απόσβεσης (c), παρέχοντας ένα εκθετικό μοντέλο (μE) (Crisco et al., 2007). Χρησιμοποιήθηκε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ρίζας (RMSE) για να προσδιοριστεί η σωστή συμπεριφορά του κάθε μοντέλου στην καμπύλη πειραματικών δεδομένων.

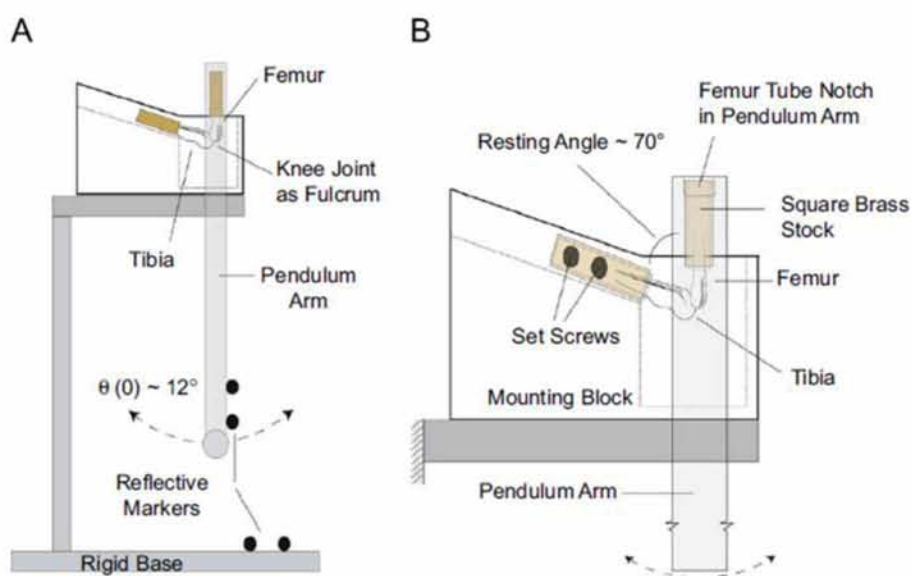
- Μέθοδος II

Χρησιμοποιώντας διαδικασίες που έχουν εγκριθεί από την Επιτροπή Προστασίας των Ζώων RIH, τα πίσω άκρα από ποντίκια BL6 ηλικίας 10 εβδομάδων ($n = 10$) αποκόπηκαν και καταψύχθηκαν με υγρό άζωτο μετά από ευθανασία. Τα δείγματα αποθηκεύτηκαν στους 80 °C για 1-7 εβδομάδες.

Τα δεδομένα δεν εμφάνισαν διαφορές στο συντελεστή τριβής μ και τον αρθρικό χόνδρο AC από τις νωπές και κατεψυγμένες αρθρώσεις γόνατος. Την ημέρα των δοκιμών, τα δείγματα αποψύχθηκαν και το δέρμα, το μυϊκό σύστημα και η στήριξη του συνδετικού ιστού αποκόπηκε, αφήνοντας την κάψουλα της άρθρωσης άθικτη. Το εγγύς μηριαίο οστό και η απώτερη κνήμη στερεώθηκαν άκαμπτα σε τετράγωνα των 6,25 mm σε ευρείς σωλήνες ορείχαλκου με ενώσεις ουρεθάνης (Smooth-ON, Easton, PA). Ο βραχίονας του εκκρεμούς, που ζυγίζει περίπου 50 γραμμάρια (2 φορές το βάρος του σώματος) ήταν κατάλληλος για το σωλήνα που περιβάλλει το μηριαίο οστό.

Ο σωλήνας που περιβάλλει την κνήμη στερεώθηκε σταθερά με τέσσερις βίδες σε μια πλατφόρμα σχεδιασμένη να τοποθετεί τη γωνία ανάπαυσης του γόνατος σε σημείο όπου το εκκρεμές βρίσκεται σε ισορροπία. Αυτή η γωνία ανάπαυσης επιλέχθηκε κατόπιν ανάλυσης μικρών μελετών κινηματικής (Fischer and Blickhan, 2006, Fischer et al., 2002). Τέσσερις ανακλαστικοί δείκτες προσαρτήθηκαν τόσο στον βραχίονα εκκρεμούς όσο και στη βάση της συσκευής. Το εκκρεμές περιστράφηκε για να τοποθετηθεί η άρθρωση του γόνατος σε μια αρχική γωνία μετατόπισης, από όπου απελευθερώθηκε και αφήθηκε να ταλαντώνεται ελεύθερα.

Για κάθε γόνατο πραγματοποιήθηκαν πέντε δοκιμές. Η κίνηση του εκκρεμούς καταγράφηκε σε 3-Dat100Hz (VICON, Centennial, CO.) με περιστροφική ακρίβεια μεγαλύτερη από 0,051 και μεταφορική ακρίβεια μεγαλύτερη από 0,06 mm. Τα δεδομένα των ταλαντώσεων υποβλήθηκαν σε επεξεργασία με το λογισμικό Visual3D (C-Motion, Inc., Germantown, MD) και με τον κώδικα MATLAB (MathWorks, Inc., Natick, MA) για τον προσδιορισμό του πλάτους κάθε κύκλου ταλάντωσης.



Σχήμα 2.34 Αναπαράσταση της μεθόδου II (Drewniak, E. I. et al., 2009)

Δύο μοντέλα για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής μ προσαρμόστηκαν στα πειραματικά δεδομένα για το πλάτος ταλάντωσης, χρησιμοποιώντας τον προσαρμοσμένο κώδικα MATLAB. Το μοντέλο Stanton παρέχει μια γραμμική προσαρμογή του συντελεστή τριβής ($Lin\mu$), ενώ το δεύτερο μοντέλο αναπαριστά τα πειραματικά δεδομένα σε μία εκθετική καμπύλη ($Exp\mu$), που περιλαμβάνει έναν υπολογισμό για την ιξώδη απόσβεση (c) (Crisco et al., 2007). Ο βαθμός προσαρμογής του κάθε μοντέλου περιγράφηκε χρησιμοποιώντας τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE).

- Μέθοδος III

Σε συγκεκριμένο εργαστήριο, οι ρυθμιστικές και πειραματικές διαδικασίες προσαρμόστηκαν στις ανάγκες των παιδιών με σκοπό την απουσία ή την ελαχιστοποίηση του κινδύνου, ώστε να είναι ίσος ή μικρότερος από αυτόν του περπατήματος στο σπίτι. Τόσο ένας γονέας, όσο και ένας ερευνητής ήταν πάντα δίπλα στα μικρότερα παιδιά για να τα αποτρέψουν από την πτώση. Καταγράφηκαν τα πρώτα μη υποστηριζόμενα βήματα οχτώ νηπίων.

Οι καθημερινές συνεδρίες πειραμάτων προγραμματίστηκαν σύμφωνα με τις προβλέψεις των γονέων, από το πρώτο ανεξάρτητο βήμα μέχρι τη μη υποστηριζόμενη κίνηση. Όταν πέτυχε η καταγραφή αυτού του γεγονότος, συνέχισε η καταγραφή στο ίδιο παιδί, προκειμένου να ακολουθηθεί η πρόωρη ωρίμανση του πρότυπου κύκλου βάδισης. Η κινηματική της κίνησης καταγράφηκε στα 100 Hz μέσω είτε του ELITE (BTS, Milan, Italy) είτε του VICON (Oxford, UK) συστήματος ανάλυσης κίνησης. Η θέση των επιλεγμένων σημείων καταγράφηκε με τη σύνδεση παθητικών αντανakλαστικών δεικτών υπέρυθρης ακτινοβολίας στο δέρμα, ακριβώς στα οσφυϊκά ορόσημα στη δεξιά πλευρά του σώματος.

- Μέθοδος IV

Χρησιμοποιήθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο που αποτελείται από 16 τμήματα και δεξιούς ελλειπτικούς κυλίνδρους που διαχωρίστηκαν σε κανονικά διαστήματα των 1 cm στο εγκάρσιο επίπεδο. Η τεχνική που χρησιμοποιήθηκε ήταν μια τροποποίηση της διαδικασίας που χρησιμοποιείται στους ενήλικες. Καθώς, όμως, οι πυκνότητες των βρεφικών μελών δεν είναι διαθέσιμες, πυκνότητες ενηλικών πτωμάτων έπρεπε να τις αντικαταστήσουν.

Τα κέντρα των συνδέσμων σημειώθηκαν με τη χρήση χάρτινων δίσκων, και τα βρέφη τοποθετήθηκαν σε όρθια θέση με τη βοήθεια ιμάντων και φωτογραφήθηκαν χρησιμοποιώντας δύο κάμερες 35 mm με τηλεφακούς 110 mm, τοποθετημένες ορθογώνια για να δώσουν μπροστά και δεξιά όψεις. Οι κάμερες απείχαν 4,4 m από την πρόσοψη. Οι δύο εικόνες του σώματος προβλήθηκαν, σχεδιάστηκαν και στη συνέχεια ψηφιοποιήθηκαν. Τα μήκη των μελών, οι ακτίνες από τα κέντρα μάζας, οι μάζες και οι κύριες ροπές αδράνειας υπολογίστηκαν από τα κέντρα των αρθρώσεων. Τα πειράματα

πραγματοποιούνταν κάθε μήνα κατά τη διάρκεια της μελέτης (έξι φορές). Κατά την ολοκλήρωση της μελέτης, οι ηλικίες των παιδιών έφθαναν έως και τις 63 εβδομάδες (Jensen, R. K., Treitz, T. and Sun, H., 1997).

2.4.2. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

- Μέθοδος I

Τα συστήματα εκκρεμούς προσφέρουν μια απλή, οικονομικά αποδοτική μέθοδο μελέτης της αρθρικής τριβής, έχουν ωστόσο κάποιους περιορισμούς. Πρώτον, οι υπολογισμένες τιμές αντιπροσωπεύουν ολόκληρη την επιφάνεια αλληλεπίδρασης της άρθρωσης. Δεύτερον, αμφότερα τα μοντέλα αποσύνθεσης αγνοούν την αεροδυναμική αντίσταση και την απώλεια ενέργειας λόγω των άλλων μαλακών δομικών ιστών που περιβάλλουν την άρθρωση, οι οποίοι με τη σειρά τους θα επηρεάσουν τον υπολογισμό του μ και του c . Έτσι, είναι δύσκολο να διαχωριστούν τα αποτελέσματά τους από τις παραμέτρους ιξώδους και απόσβεσης. Τρίτον, θεωρήθηκε μία σταθερή γραμμική τιμή για τα c και μ , η οποία, όμως, μπορεί να ποικίλει ανάλογα με τη θέση της άρθρωσης. Τέταρτον, τα άκρα ήταν κατεψυγμένα και αποψυγμένα πριν από τις δοκιμές, γεγονός που θα μπορούσε ενδεχομένως να επηρεάσει τις ιδιότητες του αρθρικού υγρού. Ωστόσο, όλα τα δείγματα υποβλήθηκαν στο ίδιο πρωτόκολλο, οπότε οποιοδήποτε σφάλμα θα πρέπει να είναι ισοδύναμο σε όλα τα δείγματα. Τέλος, σφάλματα κατά τη μέτρηση της ακτίνας της άρθρωσης, μεταφέρονται σε σφάλματα κατά τον υπολογισμό του μ για αμφότερα τα μοντέλα. Μολονότι τα γόνατα λήφθηκαν από ζώα ηλικίας 9 και 12 μηνών, δεν αναμένεται αυτό να επηρεάζει τα αποτελέσματα, καθώς έχει προηγουμένως δειχθεί ότι δεν υπάρχει διαφορά στα μ και L για τα γόνατα από ζώα ηλικίας 3 έως 12 μηνών.

- Μέθοδοι III & IV

Για κάθε αντικείμενο, καταγράφηκαν περίπου δέκα δοκιμές υπό παρόμοιες συνθήκες. Τα παιδιά πραγματοποίησαν 2-3 βήματα στο δυναμοδάπεδο σε κάθε δοκιμή. Ενθαρρύνθηκαν να κοιτάνε ευθεία μπροστά και να περπατάνε όσο το δυνατόν πιο φυσικά. Σύντομες δοκιμές (μέχρι 3 λεπτά, ανάλογα με την αντοχή και την ανοχή του κάθε παιδιού) καταγράφηκαν με ενδιάμεσα διαλείμματα ανάπαυσης, γεγονός που καθιστά τη διαδικασία πολύ χρονοβόρα και απαιτεί μεγάλο αριθμό δειγμάτων και πειραμάτων για τη συλλογή των κατάλληλων αποτελεσμάτων.

2.4.3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΡΙΒΗΣ

- Μέθοδος I

Χρησιμοποιήθηκε ένα απλό αναλυτικό μοντέλο, το οποίο περιλάμβανε τόσο την ιξώδη τριβή, όσο και την τριβή ολίσθησης σε κοινές εξισώσεις αρμονικών ταλαντώσεων, επιτρέποντας το διαχωρισμό των διαφορετικών τύπων διαρροής. Για τη σύγκριση αυτού του μοντέλου με τα πειραματικά δεδομένα, υπήρξε ναομετρική δόνηση επιβαλλόμενη σε ένα πιρούνι συντονισμού από χαλαζία, ενώ ένα άκρο ατομικού μικροσκοπίου χρησιμοποιήθηκε για να διαταράξει την κίνησή του. Έπειτα, αναλύθηκαν οι καμπύλες συντονισμού των πιρουινιών και των πειραμάτων "ring down" και για κάθε περίπτωση υπολογίστηκε η τριβή ολίσθησης και η ιξώδης απόσβεση. Με αυτόν τον τρόπο, προσδιορίστηκε τελικά το σημείο σύγκλισης μεταξύ των δύο διαφορετικών πειραμάτων και του προτεινόμενου μοντέλου. Η παραπάνω μέθοδος, αν και εξαιρετικά αποδοτική για το ζητούμενο υπολογισμό, απαιτεί πολύ ειδικευμένο και δαπανηρό εξοπλισμό, που σπάνια διαθέτει ένα κοινό εργαστήριο φυσικής.

- Μέθοδος II

Η επόμενη μέθοδος χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση της κίνησης ενός εκκρεμούς που ήταν τοποθετημένο μέσα σε νερό, όπως αναλύεται λεπτομερέστερα στο κεφάλαιο 6. Η ράβδος εκκρεμούς ήταν στερεωμένη στον άξονα ενός ποτενσιόμετρου. Η ταλαντωτική κίνηση του εκκρεμούς προκαλούσε μεταβολή στην αντίσταση του ποτενσιόμετρου και, κατά συνέπεια, διαφορά στο δυναμικό. Χρησιμοποιήθηκε μια εμπορική διεπαφή για να μετρηθεί και να βρεθεί η διαφορά δυναμικού που προκαλούσε η κίνησή του. Πρόκειται για μία σχετικά απλή μέθοδο με ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς τη σύγκρισή τους. Παρότι η ακρίβεια των αποτελεσμάτων είναι σχετικά περιορισμένη, η μέθοδος αυτή προτιμάται λόγω της διαθεσιμότητας και το κόστος του απαραίτητου εξοπλισμού.

- Μέθοδος III

Ένας έμμεσος τρόπος υπολογισμού της τριβής είναι μέσω του υπολογισμού της επιτάχυνσης. Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκε μονοαξονικό επιταχυνσιόμετρο (μετρήσεις δονήσεων σε μία διεύθυνση), το οποίο ήταν τοποθετημένο πάνω στο εκκρεμές και συνδεδεμένο σε ενισχυτή σήματος, όπως θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο. Ο ενισχυτής συνδέθηκε σε παλμογράφο και στη συνέχεια σε έναν μετατροπέα σήματος, κάποια από τα χαρακτηριστικά του οποίου είναι ο μικρός κυβικός σχεδιασμός, η υψηλή ευαισθησία, η λειτουργία χαμηλής αντίστασης τάσης και η σύνδεση γείωσης. Η μέθοδος αυτή έχει μεγάλες υπολογιστικές απαιτήσεις και είναι

αποτελεσματική μόνο σε συνθήκες απουσίας αέρα και εξωτερικών θορύβων, για την αποφυγή αλλοίωσης των αποτελεσμάτων.

- Μέθοδος IV

Η κίνηση που διαγράφει ένα εκκρεμές σε κανονικές συνθήκες είναι ομαλή, συνεπώς η απεικόνισή της δεν απαιτεί εξειδικευμένο εξοπλισμό. Μια ευρέως διαδεδομένη μέθοδος μελέτης της κίνησης αυτής του εκκρεμούς είναι η βιντεοσκόπηση, μέσω της οποίας προκύπτει η χρονομέτρηση της πλήρους κίνησης, αλλά και η παρακολούθηση της θέσης της σφαίρας κάθε χρονική στιγμή. Η βιντεοσκόπηση των πειραμάτων διευκολύνει τη μελέτη της κίνησης και την παρακολούθηση των μεταβολών στο πλάτος και την ταχύτητα. Όπως θα αναλυθεί παρακάτω, για μεγάλες ταχύτητες εκκρεμούς απαιτείται βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης και ιδανικές συνθήκες φωτισμού, για την επίτευξη των οποίων προτείνεται η επικόλληση μικρού λαμπτήρα πάνω στο εκκρεμές και μειωμένη φωτεινότητα στον περιβάλλοντα χώρο. Η μέθοδος αυτή είναι η απλούστερη και, ίσως, η ουσιαστικότερη για την καταγραφή και κατανόηση της συνολικής κίνησης του εκκρεμούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συνθήκες διεξαγωγής των πειραμάτων και η βασική πειραματική διάταξη. Ο χώρος διεξαγωγής των πειραμάτων είναι το εργαστήριο της Μηχανικής Ρευστών και Στροβιλομηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών. Επίσης, γίνεται μια εκτενής παρουσίαση των μετρητικών οργάνων που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση των πειραμάτων αυτής της μελέτης.



Σχήμα 3.1 Ο χώρος των πειραμάτων

3.1 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

Για τη μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας κατασκευάστηκε ένα εκκρεμές. Η μορφή του εκκρεμούς αποτελείται από την κεφαλή ενός εμβόλου (πιστόνι αυτοκινήτου), μια προέκταση μπιέλας (μπάρα σύνδεσης) και μια σφαίρα. Η σύνδεση της κεφαλής του εμβόλου με τον διωστήρα επιτυγχάνεται μέσω του ομφαλού της κεφαλής και ενός πείρου. Στην άλλη άκρη του διωστήρα είναι τοποθετημένη μια σφαίρα μάζας 7,26 kg και διαμέτρου 127 mm, η οποία είναι συνδεδεμένη με τη μπιέλα μέσω ενός εξαρτήματος σύνδεσης και 2 κοχλιών.



Σχήμα 3.2 Ο πείρος με το έμβολο



Σχήμα 3.3 Η σφαίρα συνδεδεμένη με τη μπιέλα

3.2 ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑ

Το εκκρεμές που κατασκευάστηκε, τοποθετήθηκε στην αεροσήραγγα του εργαστηρίου Μηχανικής Ρευστών και Στροβιλομηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών.

3.2.1 ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑΣ

Η διάταξη αυτή είναι ανοιχτού τύπου και αποτελείται από το συλλέκτη, το τμήμα δοκιμών, το τμήμα του φουσητήρα και το διαχύτη. Τα 3 επιμέρους τμήματα της διάταξης αναλύονται λεπτομερώς παρακάτω:

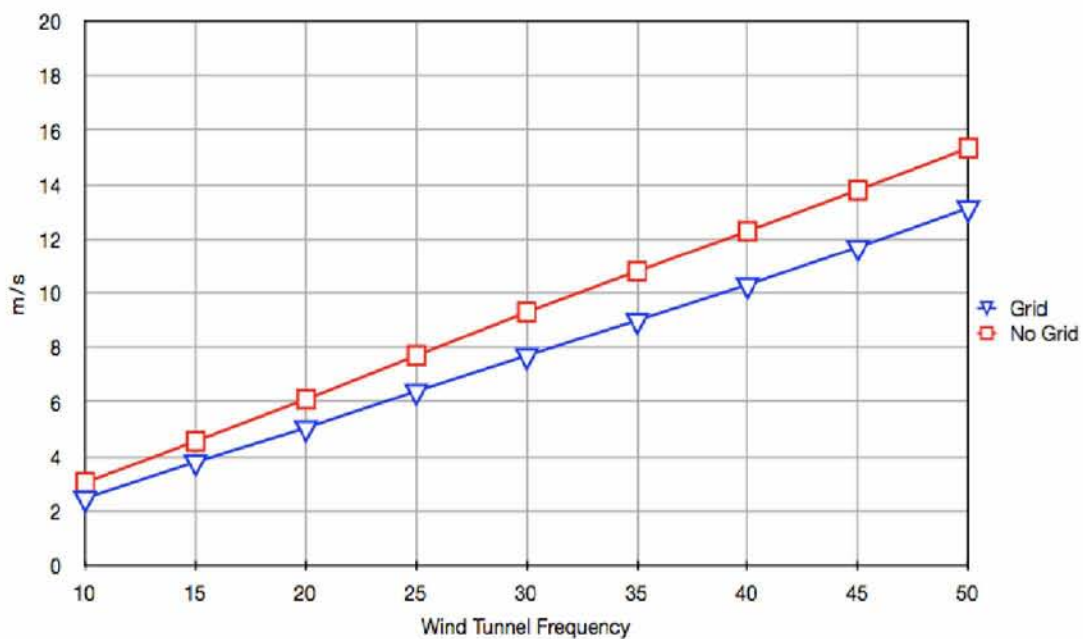
- **Συλλέκτης**
Η εισαγωγή αέρα γίνεται από συλλέκτη ορθογώνιας διατομής. Ο συλλέκτης είναι μειούμενης ορθογωνικής διατομής (110 cm x 234 cm), η οποία στο τέλος της έχει τις διαστάσεις της διατομής του χώρου δοκιμών. Μπροστά στην εισαγωγή υπάρχει το φίλτρο εξομάλυνσης της ροής, που περιλαμβάνει περίπου 66000 κυψέλες διαστάσεων 8 mm x 70 mm και είναι κατασκευασμένο από κράμα αλουμινίου. Μετά το φίλτρο εξομάλυνσης, έχουν τοποθετηθεί τρεις σειρές πλεγμάτων με σκοπό την επίτευξη ομοιομορφίας της ροής και τη μείωση της τύρβης.
- **Τμήμα Δοκιμών**
Το τμήμα όπου γίνονται οι μετρήσεις έχει διαστάσεις 300 cm x 50 cm x 70 cm και αποτελείται από μεταλλικό πλαίσιο καλυμμένο με πλεξιγκλάς υψηλής αντοχής. Στο επάνω μέρος υπάρχει σύστημα με οδοντώσεις και γρανάζια, στο οποίο στηρίζονται τα μετρητικά όργανα και λόγω της διάταξής του, δίνεται η δυνατότητα εύκολης διεξαγωγής των μετρήσεων.

- Φυσητήρας
 Η αναρρόφηση του αέρα γίνεται από έναν ανεμιστήρα τεσσάρων πτερυγίων, του οποίου η συχνότητα περιστροφής ρυθμίζεται από τον inverter VF-SXN της εταιρείας Toshiba. Η αεροσήραγγα μπορεί να επιτύχει ταχύτητες μέχρι και 22 m/s, που αντιστοιχεί σε συχνότητα περιστροφής 57 Hz.



Σχήμα 3.4 Ο χώρος δοκιμών και ο ανεμιστήρας της αεροσήραγγας

3.2.2 ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑΣ



Σχήμα 3.5 Μεταβολή ταχύτητας αέρα με τη συχνότητα λειτουργίας της αεροσήραγγας (http://www.efesotomasyon.com/toshiba/L_Toshiba_Tosvert_inverter_VF-SXN.pdf)

Η βαθμονόμηση της αεροσήραγγας έγινε με τη χρήση θερμοανεμόμετρου μεγάλης ευαισθησίας, το οποίο τοποθετήθηκε σε συγκεκριμένο σημείο μπροστά από το εκκρεμές και μετρά τη μέση ταχύτητα του αέρα. Ακολούθησε η αύξηση των στροφών της αεροσήραγγας μέσω του inverter από τα 10 Hz μέχρι τα 57 Hz με βήμα 10 Hz. Σε κάθε διαφορετική συχνότητα σημειωνόταν η ταχύτητα από το θερμοανεμόμετρο και η συχνότητα του inverter της αεροσήραγγας.

3.2.3 ΘΕΣΗ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΣΗΡΑΓΓΑ

Για τη διεξαγωγή των πειραμάτων, ο διωστήρας στερεώθηκε στο ταβάνι της αεροσήραγγας μέσω κοχλιών, δίνοντας τη δυνατότητα στο εκκρεμές να κινείται μπρος-πίσω σταθερά χωρίς να αποκλίνει προς άλλες κατευθύνσεις, να κινείται δηλαδή μόνο σε επίπεδο 2 διαστάσεων (x και y). Η εξαναγκασμένη ταλάντωση που δέχεται το εκκρεμές κατά τη διάρκεια του πειράματος επιτυγχάνεται μέσω πετονιάς, της οποίας το ένα άκρο είναι συνδεδεμένο πάνω στη σφαίρα και το άλλο βρίσκεται έξω από την αεροσήραγγα. Με αυτόν τον τρόπο, προσδίδοντας ενέργεια στο σύστημα, επιτυγχάνεται η εκκίνηση της ταλάντωσης του εκκρεμούς.



Σχήμα 3.6 Το εκκρεμές πριν την εκκίνηση των πειραμάτων

3.3 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Για τις μετρήσεις και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν τα εξής μετρητικά όργανα:

- Επιταχυνσιόμετρο KISTLER 8632C10T
- Τροφοδοτικό KISTLER 5134A1
- Ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO-523
- Ανεμόμετρο TSI VELOCICALC 8350

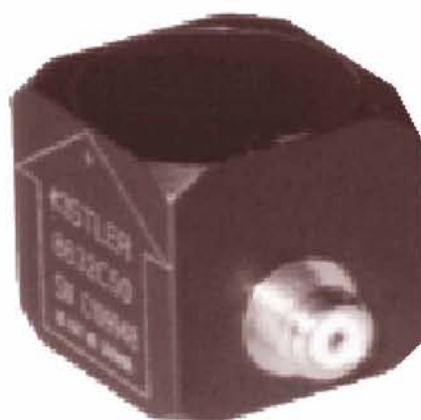
Η παρουσίασή τους και η επεξήγηση της λειτουργίας και των βασικών χαρακτηριστικών τους γίνεται στη συνέχεια.

3.3.1 ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ

Για τις μετρήσεις των ταλαντώσεων χρησιμοποιήθηκε επιταχυνσιόμετρο PiezoBeam Cube τύπου 8632C της εταιρείας Kistler. Ο συγκεκριμένος αισθητήρας είναι ένα μονοαξονικό επιταχυνσιόμετρο, δηλαδή οι μετρήσεις των δονήσεων πραγματοποιούνται σε μία διεύθυνση. Το συγκεκριμένο επιταχυνσιόμετρο χρησιμοποιείται για κατασκευαστική διερεύνηση σε θερμικά σταθερά περιβάλλοντα. Κάποια από τα χαρακτηριστικά του είναι ο μικρός κυβικός σχεδιασμός, η υψηλή ευαισθησία, η λειτουργία χαμηλής αντίστασης τάσης και η σύνδεση γείωσης, για την εμφάνιση ελάχιστης δυνατής αλλοίωσης (θορύβου) στις μετρήσεις.

Εύρος μέτρησης	$\pm 10 \text{ g}$
Ευαισθησία	496 mV/g
Εγκάρσια ευαισθησία	<1,0 %
Συχνότητα συντονισμού	22 kHz
Θερμοκρασία λειτουργίας	0 °C - 65 °C
Βάρος	6 g

Πίνακας 1. Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρου



Σχήμα 3.7 Επιταχυνσιόμετρο KISTLER 8632C10T

(<https://www.kistler.com/en/>)

3.3.2 ΤΡΟΦΟΔΟΤΙΚΟ

Για την παροχή ρεύματος και τον έλεγχο λειτουργίας του επιταχυνσιόμετρου χρησιμοποιήθηκε τροφοδοτικό τεσσάρων καναλιών τύπου 5134A1 της εταιρείας Kistler. Το τροφοδοτικό αυτού του τύπου επιτρέπει έλεγχο και παρακολούθηση των εξής παραμέτρων: ειδοποίηση για παροχή ή μη ρεύματος στον αισθητήρα, μη - πτητική μνήμη για καθορισμό παραμέτρων, επτά επιλέξιμα κέρδη και τέσσερα επιλέξιμα φίλτρα. Η χρήση του ενδείκνυται για εργαστηριακές μετρήσεις ταλαντώσεων με μονοαξονικά ή τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα.

Ρεύμα διέγερσης αισθητήρα	4 mA
Κέρδος	1, 2, 5, 10, 20, 50, 100
Θερμοκρασία λειτουργίας	0 °C - 50 °C
Διαστάσεις	94 mm x 150 mm x 196 mm
Βάρος	1,8 kg

Πίνακας 2. Χαρακτηριστικά τροφοδοτικού



Σχήμα 3.8 Τροφοδοτικό KISTLER 5134A1

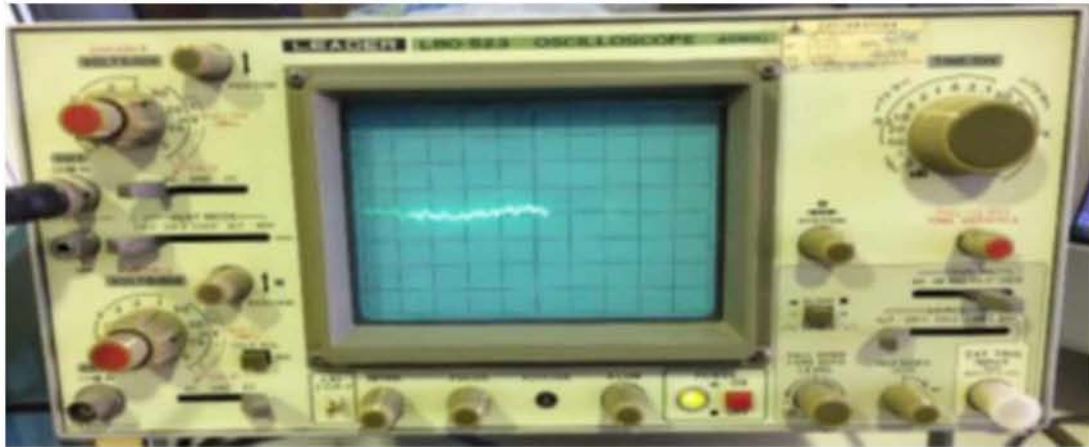
(<https://www.kistler.com/en/>)

3.3.3 ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟΣ

Για τη βαθμονόμηση του επιταχυνσιόμετρου χρησιμοποιήθηκε παλμογράφος τύπου LBO-523 της εταιρείας LEADER ELECTRONICS. Η λειτουργία του παλμογράφου μέσα σε ισχυρό μαγνητικό πεδίο ή όταν χρησιμοποιείται κοντά σε εξοπλισμό που καταναλώνει υψηλά ποσά ενέργειας προκαλεί αλλοιώσεις στις κυματομορφές που εμφανίζονται στην οθόνη.

Ευαισθησία στον x - άξονα	5 mV/div. - 5 V/div.
Ευαισθησία στον y - άξονα	5 mV/div. - 5 V/div.
Θερμοκρασία λειτουργίας	0 °C - 40 °C
Διαστάσεις	160 mm x 290 mm x 375 mm
Βάρος	8,5 kg

Πίνακας 3. Χαρακτηριστικά παλμογράφου



Σχήμα 3.9 Παλμογράφος LEADER ELECTRONICS LBO-523

3.3.4 ANEMOMETΡΟ

Για τη μέτρηση των ταχυτήτων της ροής, αλλά και για τη μέτρηση της θερμοκρασίας εξόδου του αέρα χρησιμοποιήθηκε ανεμόμετρο τύπου VELOCICALC 8350 της εταιρείας TSI. Το συγκεκριμένο ανεμόμετρο διαθέτει έναν τηλεσκοπικό ανιχνευτή, ο οποίος έχει στην άκρη του αισθητήρες για μέτρηση ταχύτητας και θερμοκρασίας. Ο αισθητήρας θα πρέπει να είναι στραμμένος σωστά (η κόκκινη κουκίδα στη μύτη του να είναι προσανατολισμένη προς τη ροή) και να είναι ολόκληρος μέσα στο ρεύμα αέρα, έτσι ώστε να γίνονται σωστά και με περισσότερη ακρίβεια οι μετρήσεις. Οι μετρήσεις της ταχύτητας γίνονται σε FPM και οι μετρήσεις της θερμοκρασίας σε βαθμούς Fahrenheit (°F).

Εύρος μέτρησης ταχυτήτων	15 FPM - 9999 FPM
Εύρος μέτρησης θερμοκρασίας	0 °F - 200 °F
Ακρίβεια μέτρησης θερμοκρασίας	± 0,5 °F
Διαστάσεις εργαλείου (χωρίς ανιχνευτή)	38 mm x 105 mm x 190 mm
Συνολικό βάρος	0,5 kg
Διαστάσεις τηλεσκοπικού ανιχνευτή	178 mm - 533 mm μήκος / 6 mm διάμετρος στην άκρη

Πίνακας 4. Χαρακτηριστικά ανεμόμετρου

Ταχύτητα(FPM)	30 - 500	500 - 2000	2000 - 6000	6000 - 9999
Ακρίβεια (FPM)	± 2	± 10	± 50	± 100

Πίνακας 5. Η ταχύτητα του αέρα σε σχέση με την ακρίβεια του ανεμόμετρου (FPM)



Σχήμα 3.10 Ανεμόμετρο TSI VELOCICALC 8350

3.4 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Για την επεξεργασία και αποθήκευση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τη διεξαγωγή των πειραμάτων, χρησιμοποιήθηκε ηλεκτρονικός υπολογιστής. Πιο συγκεκριμένα, έγινε χρήση των προγραμμάτων Microsoft Excel, OriginPro, FreeVideoToJPGConverter και LabVIEW της εταιρείας National Instruments. Τα αποτελέσματα από όλες τις μετρήσεις καταγράφηκαν στο Microsoft Excel και επεξεργάστηκαν με το OriginPro.

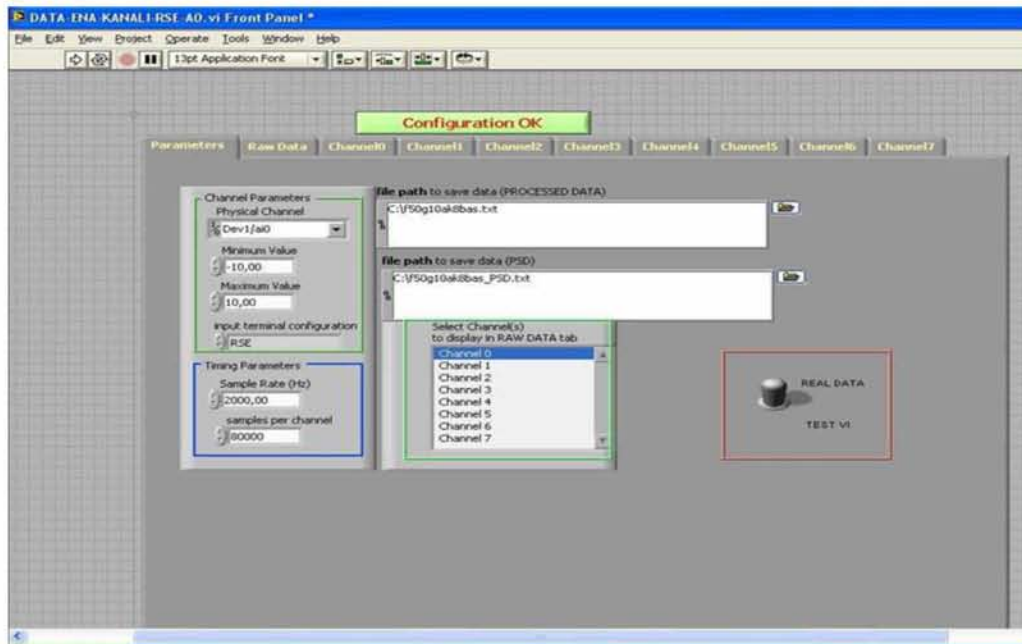


Σχήμα 3.11 Ο πλήρης ηλεκτρονικός εξοπλισμός του εργαστηρίου για τη διεξαγωγή του πειράματος

Για την αποθήκευση και καταγραφή των αποτελεσμάτων των μετρήσεων των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα LabVIEW της National Instruments με τη βοήθεια της συσκευής NI USB-6009 της ίδιας εταιρείας, η οποία συνδέει το επιταχυνσιόμετρο με τον υπολογιστή, και έτσι επιτρέπει την ψηφιοποίηση των δεδομένων. Η συγκεκριμένη συσκευή διαθέτει 8 αναλογικά κανάλια στα 12 ή 14 bits και έχει δυνατότητα ανάγνωσης μέχρι τα 48 kS/s (kilo-samples per second). Το πρόγραμμα LabVIEW είναι προγραμματισμένο, ώστε να δέχεται διάφορες παραμέτρους όπως το χρόνο μέτρησης και τη συχνότητα και εκτός από καταγραφή των μετρήσεων δίνει τιμές, όπως η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση.

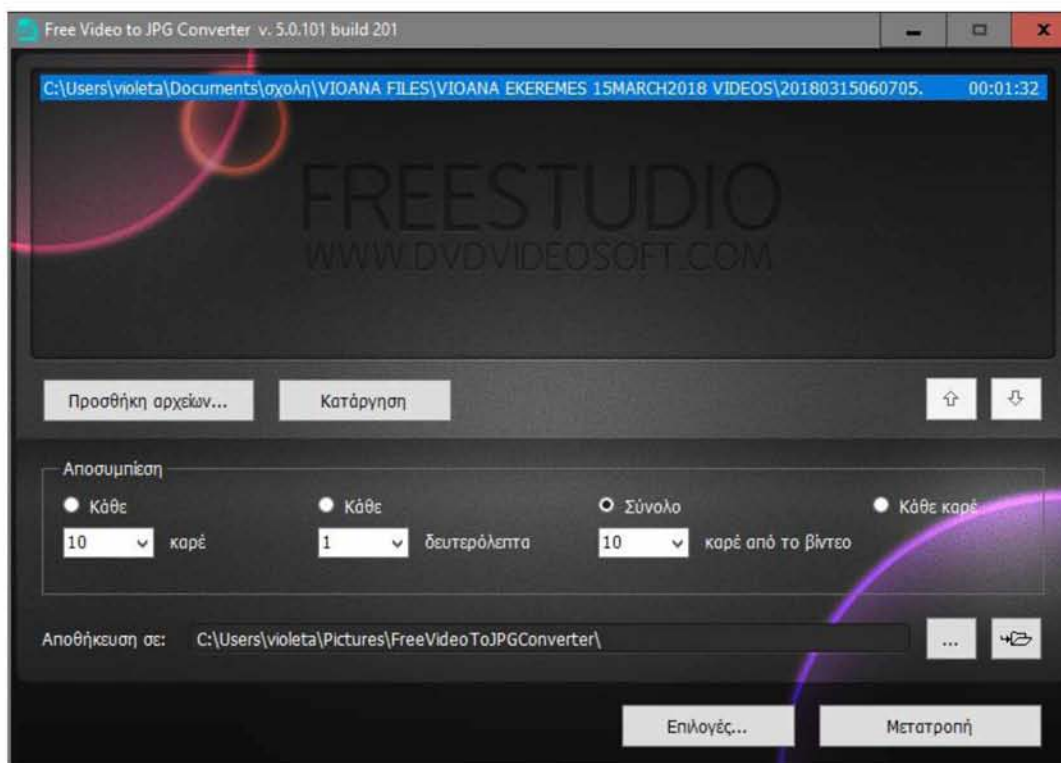


Σχήμα 3.12 Ψηφιοποιητής National Instruments NI USB-6009 (https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-NI-USB-6009-National-Instruments-Corporation_fig2_323612935)



Σχήμα 3.13 Πρόγραμμα LabVIEW της National Instruments

Η καταγραφή της κίνησης του εκκρεμούς έγινε με κάμερα υψηλής ταχύτητας της εταιρείας Sony. Το πρόγραμμα FreeVideoToJPGConverter χρησιμοποιήθηκε για τη μετατροπή του βίντεο σε εικόνες, ώστε να γίνει ευκολότερη η άντληση δεδομένων από αυτές.



Σχήμα 3.14 Πρόγραμμα FreeVideoToJPGConverter

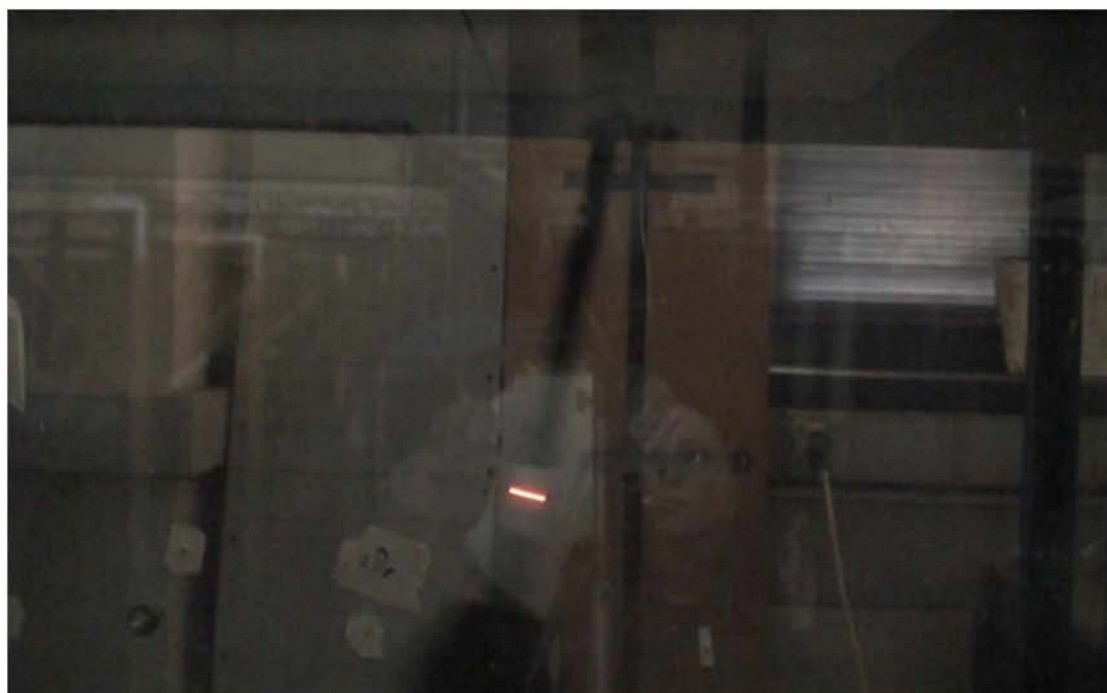
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια λεπτομερής παρουσίαση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Αφού σχεδιάστηκε όλη η πειραματική διάταξη από τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Ερρίκο Σταπουντζή, όπως περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο, πραγματοποιήθηκαν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις στο πειραματικό εκκρεμές σε διάφορες ταχύτητες στρωτής ροής αέρα. Με τον τρόπο αυτό, έγινε μια πρώτη προσπάθεια να μελετηθεί η ταλαντωτική συμπεριφορά του εκκρεμούς σε φθίνουσα εξαναγκασμένη ταλάντωση με δύο διαφορετικές μεθόδους μέτρησης για την ακριβέστερη εξαγωγή συμπερασμάτων.

4.1 ΟΠΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΜΕ VIDEO CAMERA

Η πρώτη μέθοδος λήψης δεδομένων ήταν η οπτική, όπου βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης της εταιρείας SONY κατέγραψε την κίνηση του εκκρεμούς σε όλες τις ταχύτητες ροής αέρα. Για τον ακριβέστερο προσδιορισμό της κίνησης του εκκρεμούς, τοποθετήθηκε led επάνω στη ράβδο σε απόσταση 320 mm από τον πείρο. Η κάμερα ήταν στερεωμένη σε τρίποδο, για την εξασφάλιση της σταθερότητας στα πλάνα και η εγγραφή του βίντεο ξεκινούσε λίγο πριν την εκκίνηση της ταλάντωσης. Παρακάτω φαίνονται δύο στιγμιότυπα από τις λήψεις με ρυθμό 50 καρτέ ανά δευτερόλεπτο.



Σχήμα 4.1 Στιγμιότυπο στην αρχή της διαδικασίας διεξαγωγής των πειραμάτων



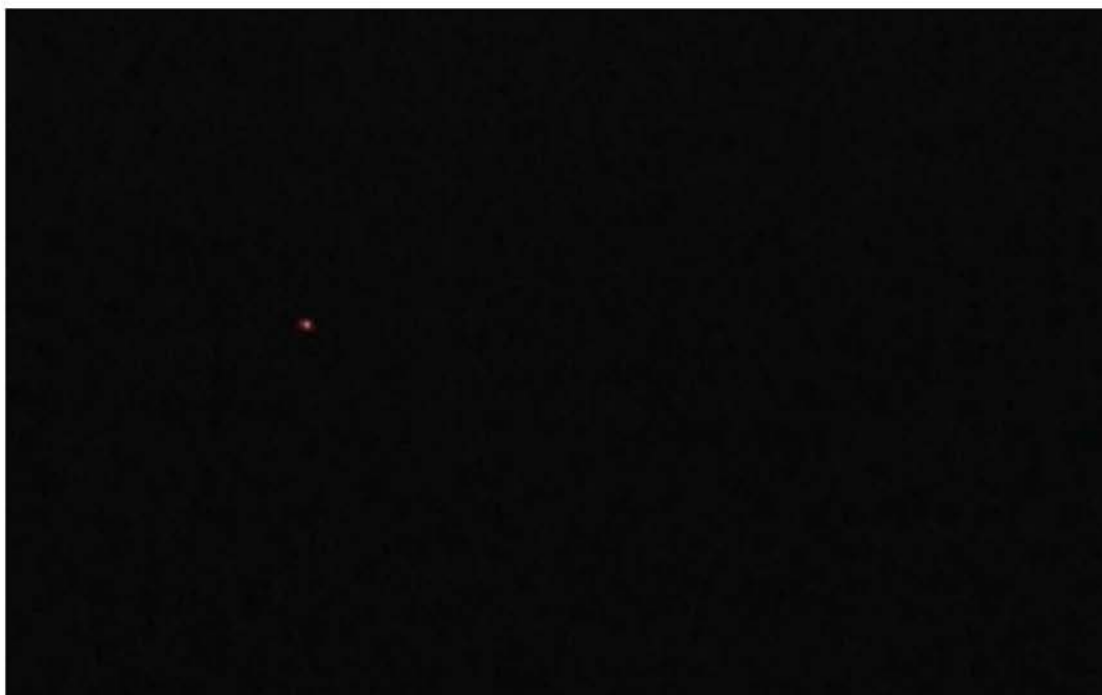
Σχήμα 4.2 Δεύτερο στιγμιότυπο, όπου φαίνεται καθαρά η μείωση της φωτεινότητας αλλά και το κόκκινο φως που δεν μπορεί να εμφανιστεί σαν σημείο

Τα συμπεράσματα που μπορούν να προκύψουν από την ανάλυση των βίντεο είναι τα εξής:

- Η διαφορά στη φωτεινότητα μεταξύ των δύο, που οφείλεται στη διαφορά της ώρα των πειραμάτων, είναι εμφανής. Το δεύτερο στιγμιότυπο μπορεί να οδηγήσει πιο εύκολα σε συμπεράσματα μέσω κάποιου προγράμματος, καθώς δεν υπάρχουν αντανάκλασεις και επομένως, το φως από το led φαίνεται πιο καθαρά.
- Μία δεύτερη παρατήρηση είναι ότι και στα δύο στιγμιότυπα το φως από το led δεν φαίνεται σαν σημείο, αλλά διαγράφει μια μικρή καμπύλη. Η πραγματική θέση του led είναι στη μία ή στην άλλη άκρη της καμπύλης, αναλόγως με τη φορά που κινείται η σφαίρα. Αυτό προκύπτει από τη μικρή ταχύτητα καταγραφής (50 καρέ ανά δευτερόλεπτο) σε συνδυασμό με τη μεγάλη ταχύτητα της σφαίρας.

Στη συνέχεια, έγινε επανάληψη των πειραμάτων με αλλαγή στην ταχύτητα καταγραφής σε 200 καρέ ανά δευτερόλεπτο, με αποτέλεσμα να μειωθεί η διάρκεια του βίντεο σε 3 δευτερόλεπτα.

Παρακάτω φαίνεται στιγμιότυπο από το βίντεο:



Σχήμα 4.3 Στιγμιότυπο κατά τη διαδικασία διεξαγωγής των πειραμάτων τραβηγμένο με βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης

Στο στιγμιότυπο αυτό, το φόντο είναι αρκετά σκοτεινό, με αποτέλεσμα να μη διακρίνεται τίποτα, παρά μόνο το φως από το led, γεγονός που οφείλεται στην ώρα που έγιναν τα πειράματα αλλά και στην υψηλή ανάλυση της κάμερας. Επίσης, παρατηρείται ότι το φως φαίνεται ως σημείο και όχι ως καμπύλη, καθώς η ταχύτητα της κάμερας ξεπέρασε την ταχύτητα του εκκρεμούς.

Κατά τη διαδικασία βιντεοσκόπησης των πειραμάτων, παρατηρήθηκε ακόμα ότι οι χρόνοι μέχρι την τελική ισοροπία του συστήματος διέφεραν αισθητά και όχι ανάλογα της ταχύτητας της αεροσφήρα. Κατά συνέπεια, εντοπίστηκε ένα νέο πρόβλημα που αφορούσε το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης. Η πετονια με την οποία δινόταν η αρχική ενέργεια στο σύστημα γλιστρούσε, και σε συνδυασμό με το μεγάλο βάρος της σφαίρας, οδήγησε σε αποκλίσεις του αρχικού πλάτους μεταξύ των πειραμάτων.

4.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΕ MATLAB

Στη συνέχεια, προέκυψε η ανάγκη δημιουργίας ενός προγράμματος για τη μαζική επεξεργασία των δεδομένων που λήφθηκαν από τα βίντεο. Για τη δημιουργία του προγράμματος χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού MATLAB. Σκοπός του προγράμματος είναι να δέχεται ολόκληρο το βίντεο και να επιστρέφει στο χρήστη τη θέση της σφαίρας κάθε χρονική στιγμή μέχρι το τέλος της ταλάντωσης.

Πιο συγκεκριμένα, το πρόγραμμα δέχεται το βίντεο και ορίζει τις αρχικές μεταβλητές, όπως το καρέ από το οποίο θα ξεκινήσει, την ευαισθησία για την αναγνώριση του φωτός από το led, το μέγεθος του κάθε καρέ σε pixels κ.ά. Έπειτα, με μεγάλη ακρίβεια, βρίσκει το πιο φωτεινό σημείο στο κάθε καρέ. Σε περίπτωση που τα φωτεινά σημεία είναι περισσότερα από ένα, το πρόγραμμα σταματά και ζητά από το χρήστη να επαναπροσδιορίσει την ευαισθησία, μέχρι να υπάρχει μόνο ένα σημείο ανά καρέ. Συνεχίζει, μετρώντας τις συντεταγμένες του σημείου αυτού σε pixels, έχοντας για αρχή (0,0) την επάνω δεξιά γωνία του καρέ. Τέλος, αποθηκεύει αυτές τις συντεταγμένες σε ένα αρχείο και παράλληλα δημιουργείται μία γραφική παράσταση σε 3 διαστάσεις: τετμημένη, τεταγμένη και χρόνος (x, y, t) και μία σε 2 διαστάσεις (x, y).

```

1  clc;
2  clear all;
3  close all;
4  warning off; set(0, 'defaultfigurecolor', [ 1, 1, 1 ]);
5
6  %% load video - set variables
7
8  pathname = 'G:\VIOANA FILES\VIOANA EKEREMES 15MARCH2018 VIDEOS\normalspeed';
9  filename = '40hs.mp4'; % D1Tomato for apical boundary
10
11  start_frame = 700; % edit here - frame where spot appears for the first time - vl: 31
12  threshold = 0.9; % edit here (e.g. if get error)
13  crop_height = 1; % edit here - starting point pixel
14  crop_width = 301; % edit here - starting point pixel
15
16  vid_in = VideoReader([filename]); % load video
17  nf = vid_in.NumberOfFrames; % number of frames
18  vh = vid_in.Height; % frame height in pixels
19  vw = vid_in.Width; % frame width in pixels
20
21  % prepare to write output video
22  vid_out = VideoWriter([filename(1:end-4) '_video_out.mp4']);
23  vid_out.FrameRate = 10; open(vid_out); % to manipulate video
24
25  C = zeros(nf,2);
26
27  %% find brightest spot per frame
28
29  for fr = start_frame:nf % nf % nf is the number of frames - e.g. (nf-1) to remove last frame - or 1401
30      fr; % frame number
31
32      % read video frame by frame and process
33      I = read(vid_in, fr); %figure: imshow(I);
34      I = rgb2gray(I); %figure: imshow(I);
35
36      % crop to avoid other shiny spots in the image
37      I = I(crop_height:end, crop_width:end); %figure: imshow(I);
38
39      I = mat2gray(I); I = medfilt2(I); Igray=I; figure: imshow(Igray);
40      I = im2bw(I,threshold); %figure: imshow(I);
41      SE = strel('diamond',3); I = imdilate(I,SE); % figure: imshow(I);
42
43      % find bright spots - should only find 1 per frame
44      [PartCoord,PartIm,np,NoUse] = bwboundaries(I,8,'noholes');
45

```

```

45
46 % if more than 1 bright spots are found - ERROR - need to re-adjust THRESHOLD
47 if np>1
48     % plot spot boundary on top of black&white image
49     boundary_pixels = PartCoord(i); % boundary pixels
50     hold on: plot(boundary_pixels(:,3),boundary_pixels(:,4),'r','LineWidth',0.1,'LineStyle','-');
51     fr, np, disp('Error: Found more than 1 bright spots!!'); pause;
52 end
53
54 % if exactly 1 spot is found (normal condition)
55 if np==1
56     % plot spot boundary on top of black&white image
57     boundary_pixels = PartCoord(i); % boundary pixels
58     hold on: plot(boundary_pixels(:,3),boundary_pixels(:,4),'r','LineWidth',0.1,'LineStyle','-');
59
60     % find centre coordinates
61     Igray(find(PartIn==1)) = 0; % keep only the bright spot
62     [spot_height,spot_width] = find(Igray==max(max(Igray))); % find the pixel(s) with max intensity within the spot to define the centre
63     C(fr,3) = mean(spot_width); C(fr,4) = mean(spot_height); % if more than one pixels have same and max intensity then geometrically define centre of max intensity pixels
64     hold on: plot(C(fr,3),C(fr,4), 'gm');
65 end
66
67 % write output video and close image
68 Fr = getframe(gcf); [Frame, Map] = frame2im(Fr); writeVideo(vid_out,Frame);
69 close all;
70 end
71
72 %% plot all frames and save
73
74 % plot spot centres
75 figure: plot(C(:,3),C(:,4), 'gm');
76 ax = gca; ax.XAxisLocation = 'top'; ax.YDir = 'reverse'; ax.XLim = [0 vw]; ax.YLim = [0 vh]; ax.XTick = 0:500:vw; ax.YTick = 0:500:vh; xlabel('width'); ylabel('height');
77 saveas(figure(1),[filename(1:end-4) '_Figure.fig']); saveas(figure(1),[filename(1:end-4) '_Figure.jpg']);
78
79 % save in .mat and .txt format - row number is frame number
80 save([filename(1:end-4) '_coords_width_height.mat'], 'C');
81 dlwwrite([filename(1:end-4) '_coords_width_height.txt'],C,'delimiter','\t','precision','%1f')
82 close(vid_out);
83
84 n=1:nf;
85 figure: scatter3(s, C(:,3), C(:,4)); xlabel('frame number'); ylabel('width'); ylabel('height');
86 ax = gca; ax.XAxisLocation = 'left'; ax.YDir = 'reverse'; ax.ZDir = 'reverse'; ax.XLim = [0 (vw-crop_width+1)]; ax.YLim = [0 (vh-crop_height+1)]; ax.ZTick = 0:1000:nf; ax.YTick = 0:500:(vw-crop_width+1);
87 saveas(figure(3),[filename(1:end-4) '_Figure3.fig']); saveas(figure(3),[filename(1:end-4) '_Figure3.jpg']);
88
89
90

```

Σχήμα 4.4 Το πλήρες πρόγραμμα στη MATLAB

4.3 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

T_{REST} ΣΕ FORTRAN

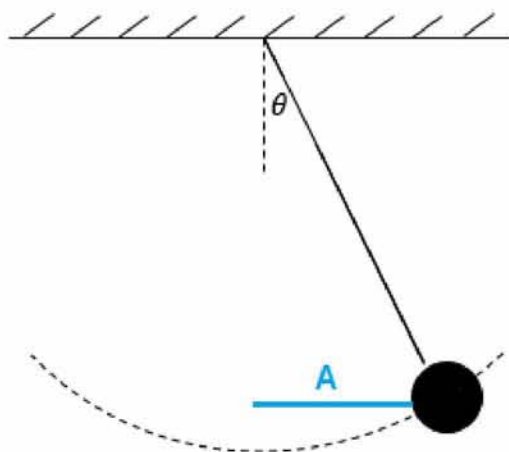
Πρόκειται για ένα πρόγραμμα το οποίο, βασισμένο στα πειράματα που έγιναν, υπολογίζει τη θέση της σφαίρας μέσα στην αεροσήραγγα κάθε χρονική στιγμή, και τελικά το συνολικό χρόνο κίνησης του εκκρεμούς.

Αρχικά, το πρόγραμμα δέχεται κάποιες σταθερές (π.χ. την επιτάχυνση της βαρύτητας g), διάφορα δεδομένα των συγκεκριμένων πειραμάτων (π.χ. τη μάζα της σφαίρας m , το μήκος της ράβδου L) και στοιχεία που προέκυψαν από την ανάλυση των βίντεο (π.χ. το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης A_0 , την αρχική περίοδο T_0).

Η αρχική περίοδος της ταλάντωσης σύμφωνα με τα πειράματα είναι $T=1,42$ sec, όπως επαληθεύτηκε και από τον τύπο [2.15]. Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται ο τύπος αυτός στην πιο κλειστή του μορφή [2.16], για τον υπολογισμό της περιόδου σε κάθε κύκλο.

Επίσης, ορίστηκε ένας χρόνος $dt=0,01\text{sec}$, που δηλώνει κάθε πόσα δευτερόλεπτα θα πραγματοποιούνται οι μετρήσεις.

Κατόπιν, ζητείται από το χρήστη να εισάγει το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης (είτε σε rad από την κατακόρυφο είτε σε cm από τη θέση ισορροπίας) και την ταχύτητα λειτουργίας της αεροσήραγγας. Το πρόγραμμα ελέγχει τις τιμές που έδωσε ο χρήστης και αν δεν είναι αποδεκτές, του ζητά να δώσει άλλες.



Σχήμα 4.5 Απεικόνιση του πλάτους

Υπολογίζεται, έπειτα, η πραγματική ταχύτητα του αέρα σύμφωνα με τη σχέση:

$$U_{air} = 0,316 \cdot H - 0,333 \quad [4.1]$$

όπου H: η ταχύτητα του αέρα σε Hz, σύμφωνα με το Σχήμα 3.5.

Δημιουργούνται 5 αρχεία, στα οποία αποθηκεύονται τα αποτελέσματα του προγράμματος (συντεταγμένες, ταχύτητα σφαίρας κτλ), η παρουσίαση και ο σχολιασμός των οποίων, θα γίνουν αναλυτικότερα στο επόμενο κεφάλαιο.

Έπειτα, ξεκινά η πρώτη επανάληψη, που αναφέρεται σε ολόκληρη την ταλάντωση του εκκρεμούς, και η οποία τερματίζεται όταν μηδενιστεί είτε η περίοδος, είτε το πλάτος, είτε η ενέργεια της ταλάντωσης.

Στην αρχή κάθε περιόδου υπολογίζεται το νέο πλάτος της ταλάντωσης σύμφωνα με τον τύπο, που προέρχεται από την ανάλυση του βίντεο:

$$A = A_0 \cdot e^{-0,02608 \cdot t} - \left(\frac{39}{2528} \cdot H + 129,913 \right) \cdot t \quad [4.2]$$

όπου A_0 : το αρχικό πλάτος που είχε δώσει ο χρήστης και t : ο αριθμός της περιόδου στην οποία βρισκόμαστε. Στο σημείο αυτό, υπολογίζεται και η ενέργεια του συστήματος από τη σχέση:

$$E = mg\{L - L \cos(Ar) + \frac{\rho_{\text{iron}} \varepsilon \mu \beta \alpha \delta \acute{\omicron} \rho \acute{\alpha} \beta \delta \omicron \upsilon g [L - (L - r) \cos Ar]}{2}\} \quad [4.3]$$

όπου $Ar = \arcsin(A/L)$ η νέα γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο και αντιστοιχεί στο νέο πλάτος.

Μέσα στην πρώτη επανάληψη ξεκινά άλλη μια επανάληψη, η οποία αναφέρεται σε κάθε χρονική στιγμή της ταλάντωσης (dt). Για κάθε dt υπολογίζονται οι συντεταγμένες του κέντρου της σφαίρας με:

$$x = A \cdot \sin\left\{\left(\frac{2\pi}{T_{per}}\right) \cdot (T_{np} + t \cdot T_{per}) + \frac{3\pi}{2}\right\} \quad [4.4]$$

$$y = \sqrt{L^2 - x^2} + L \quad [4.5]$$

Αρχή των αξόνων θεωρείται η θέση ισορροπίας της σφαίρας. Έπειτα υπολογίζονται οι εξής ταχύτητες:

$$U_x = \frac{x_{t-1} - x_t}{dt} \quad \text{η ταχύτητα στον άξονα } x \quad [4.6]$$

$$U_y = \frac{y_{t-1} - y_t}{dt} \quad \text{η ταχύτητα στον άξονα } y \text{ και} \quad [4.7]$$

$$U_s = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \quad \text{η συνισταμένη των δύο ταχυτήτων.} \quad [4.8]$$

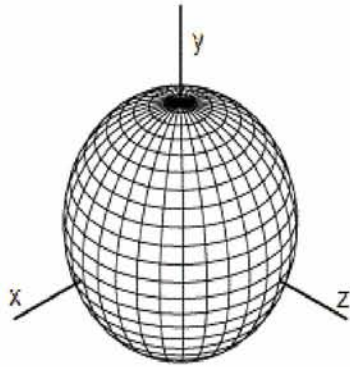
Υπολογίζεται, επίσης, η γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \frac{\theta(t-1) - \theta(t)}{dt} \quad [4.9]$$

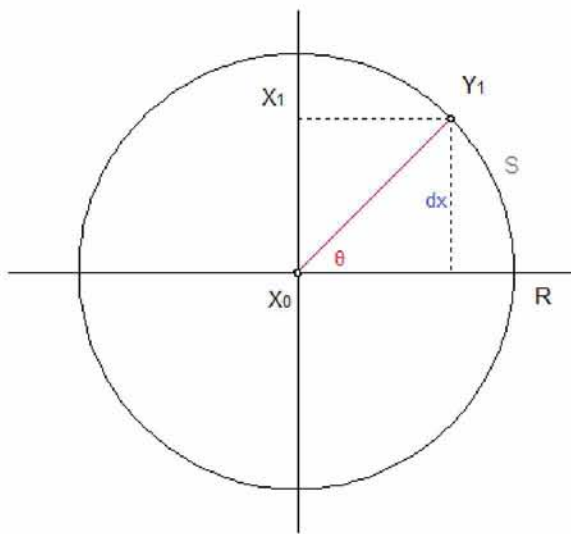
όπου θ : η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο, t : μια τυχαία χρονική στιγμή και $t-1$: η προηγούμενη χρονική στιγμή.

Τέλος, με βάση τα παραπάνω υπολογίζεται η κινητική και η δυναμική ενέργεια για τη σφαίρα και τη ράβδο.

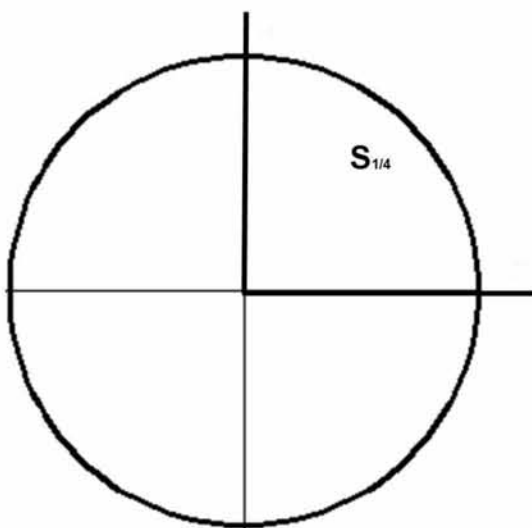
Για κάθε χρονική στιγμή i το πρόγραμμα 'διαγράφει' όλη τη σφαίρα. Ξεκινώντας από το κέντρο της ($x=0$) έως την εξωτερική επιφάνειά της ($x=R_{\text{σφαίρας}}$). Το x προχωράει προς το $R_{\text{σφαίρας}}$ με βήμα dx . Όμως, σε κάθε x_i αντιστοιχεί ένα y_i , το οποίο υπολογίζεται ως εξής:



Σχήμα 4.6 Η σφαίρα με την αρχή των αξόνων στο κέντρο της



Σχήμα 4.7 Τομή της σφαίρας για τον κατάλληλο προσδιορισμό των x, y



Σχήμα 4.8 Το τόξο του τεταρτοκυκλίου συμβολίζεται με $S_{\frac{1}{4}}$

$$S = R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} \cdot \theta \quad [4.10]$$

$$S_{\frac{1}{4}} = R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} \cdot \frac{\pi}{2} \quad [4.12]$$

Απαιτούνται $\frac{R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}{dx}$ κομμάτια S για να καλυφθεί το:

$$S_{\frac{1}{4}} \Rightarrow S \cdot \frac{R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}{dx} = S_{\frac{1}{4}} \Rightarrow R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} \cdot \theta \cdot \frac{R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}{dx} = R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} \cdot \frac{\pi}{2} \quad [4.13]$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{dx \cdot \pi}{2 \cdot R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}} \quad [4.14]$$

Τότε

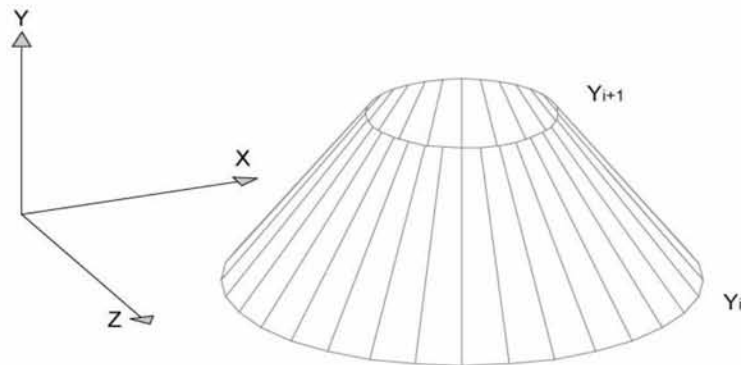
$$\frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{dx}{R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}\right) \quad [4.15]$$

Άρα

$$Y_1 = dx \cdot \tan\left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{dx}{R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}\right)\right] \quad [4.16]$$

Και

$$Y_i = dx \cdot \tan\left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{dx}{Y_{i-1}}\right)\right] \quad [4.17]$$



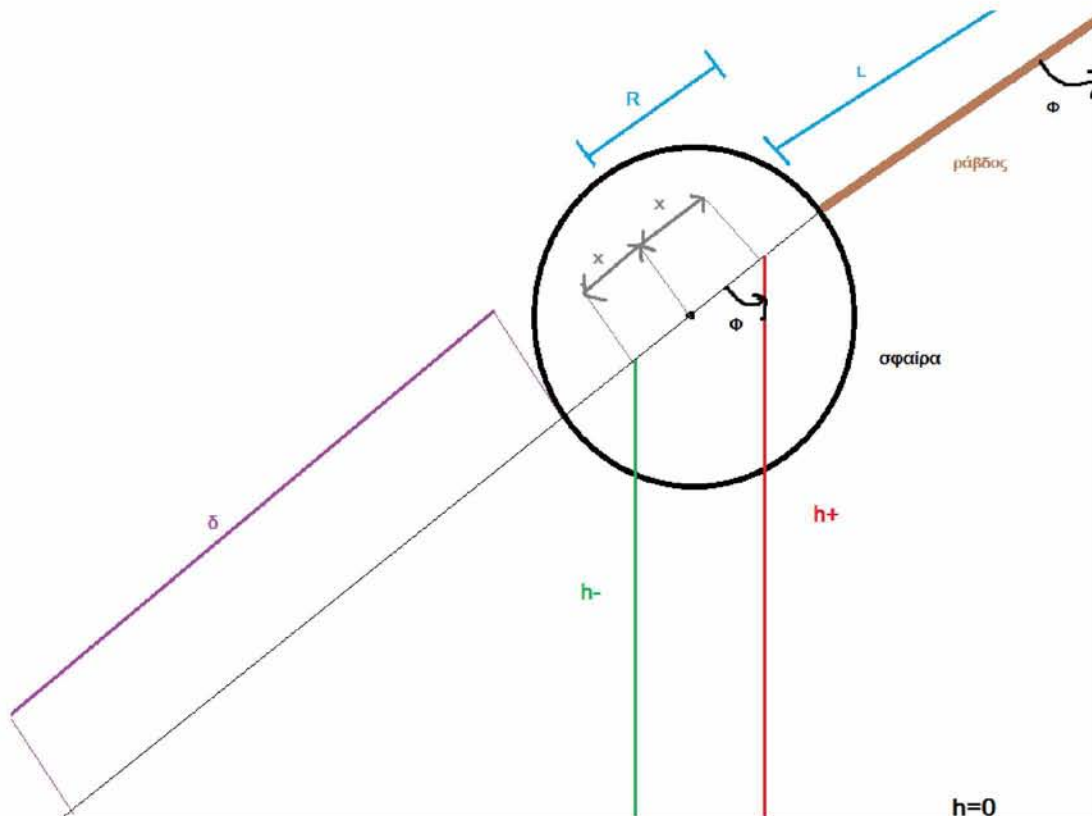
Σχήμα 4.9 Κάθε φέτα είναι ένας “κόλουρος κώνος”

$$dV = \frac{\pi}{3} \cdot dx \cdot (Y_i^2 + Y_{i+1}^2 + Y_i Y_{i+1}) \quad [4.18]$$

Η κινητική ενέργεια της σφαίρας δίνεται από τον τύπο:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{iron}} \cdot dV \cdot \omega^2 \cdot [(L + R_{\text{σφαίρας}} + x_i)^2 + (L + R_{\text{σφαίρας}} - x_i)^2] \quad [4.19]$$

όπου ω η γωνιακή ταχύτητα, L το μήκος της ράβδου και $R_{\text{σφαίρας}}$ η ακτίνα της σφαίρας. Οι δύο όροι είναι υψωμένοι στο τετράγωνο επειδή αρχικά είχε γίνει η υπόθεση ότι η μεταβλητή x κινείται μόνο προς τα θετικά. Ο όρος με το (-) είναι προς τα κάτω.



Σχήμα 4.10 Η διάταξη αναλυτικά για την καλύτερη κατανόηση των συμβόλων

$$\cos\phi = \frac{L + R_{\text{σφαίρας}}}{L + 2R_{\text{σφαίρας}} + \delta} \Rightarrow \delta = \frac{L + R_{\text{σφαίρας}}}{\cos\phi} - L - 2R_{\text{σφαίρας}} \quad [4.20]$$

$$h^+ = \cos\phi(x + R_{\text{σφαίρας}} + \delta) \Rightarrow \quad [4.21]$$

$$h^+ = \cos\phi \left(x + R_{\text{σφαίρας}} + \frac{L + R_{\text{σφαίρας}}}{\cos\phi} - L - 2R_{\text{σφαίρας}} \right) \Rightarrow \quad [4.22]$$

$$h^+ = L + R_{\text{σφαίρας}} + \cos\phi(x - L - R_{\text{σφαίρας}}) \quad [4.23]$$

$$h^- = L + R_{\text{σφαίρας}} + \cos\phi(-x - L - R_{\text{σφαίρας}}) \quad [4.24]$$

$$\text{Άρα} \quad h^+ + h^- = 2(L + R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}) + 2\cos\varphi(-L - R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}) \quad [4.25]$$

Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας υπολογίζεται από:

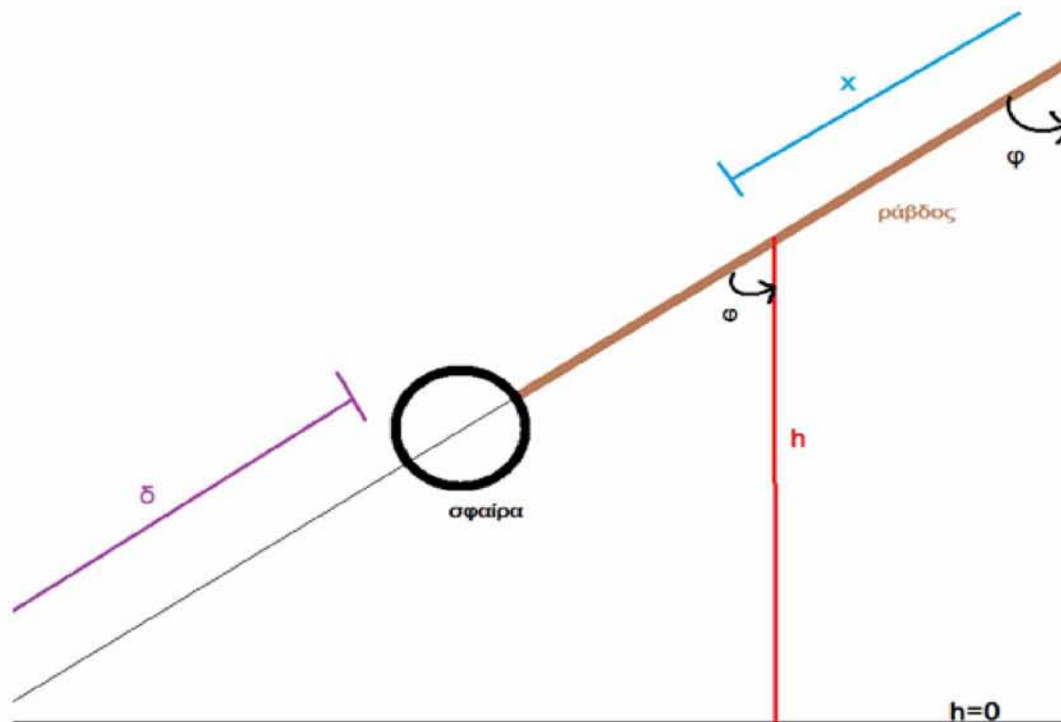
$$E_p = \rho_{\text{iron}} \cdot dV \cdot g \cdot 2 \cdot (L + R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}) \cdot (1 - \cos\varphi) \quad [4.26]$$

όπου dV ο απειροστός όγκος, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και ρ_{iron} η πυκνότητα του σιδήρου.

Όσον αφορά τη ράβδο, η κινητική ενέργεια υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα και προκύπτει:

$$E_{k\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\upsilon} = \rho_{\text{iron}} \cdot \text{εμβαδό} \cdot \omega^2 \cdot L^3 \cdot \frac{1}{6} \quad [4.27]$$

Για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας της ράβδου, ο αλγόριθμος ξεκινά από το ένα άκρο ($x=0$) με βήμα dx και τελικά φτάνει στο άλλο άκρο ($x=L$).



Σχήμα 4.11 Η διάταξη αναλυτικά για την καλύτερη κατανόηση των συμβόλων

$$h = \cos\varphi (L - x + 2R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} + \delta) \Rightarrow \quad [4.28]$$

$$h = \cos\varphi \left(L - x + 2R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} + \frac{L + R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma}}{\cos\varphi} - L - 2R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} \right) \Rightarrow \quad [4.29]$$

$$h = L + R_{\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma} - x \cdot \cos\varphi \quad [4.30]$$

Ενώ η δυναμική ενέργεια της ράβδου βρίσκεται από:

$$E_{p\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\upsilon} = \rho_{\text{iron}} \cdot \text{εμβαδό} \cdot g(L + R_{\text{σφαίρας}} - x_i \cdot \cos\varphi) dx \quad [4.31]$$

Τέλος, η ενέργεια που προσφέρεται ή αφαιρείται από το σύστημα λόγω του αέρα:

$$p = 2 \cdot Cd \cdot \rho_{\text{air}} \cdot U_{\text{air}}^2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \text{πάχος}_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\upsilon} \cdot L \cdot \omega^2 dt \quad [4.32]$$

όπου Cd είναι ο συντελεστής αντίστασης, ο οποίος εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds σύμφωνα με το διάγραμμα του συντελεστή οπισθέλκουσας σε σχέση με τον αριθμό Reynolds (Σχήμα 2.23).

Ο αριθμός Reynolds (Kothmann B. D., 2007) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re = \frac{\rho_{\text{air}} \cdot 2 \cdot r \cdot U_s}{\eta_{\text{air}}} \quad [4.33]$$

Όπου ρ_{air} η πυκνότητα του αέρα, r η ακτίνα της σφαίρας, U_s η ταχύτητα της σφαίρας και η_{air} το δυναμικό ιξώδες του αέρα. Το p είναι θετικό όταν ο αέρας βοηθά την κίνηση του συστήματος, δηλαδή όταν η σφαίρα κινείται με τη φορά του αέρα. Στην αντίθετη περίπτωση, το p είναι αρνητικό.

4.4 ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ

Η δεύτερη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ήταν η μηχανική, για τις ανάγκες της οποίας, τοποθετήθηκε στο εκκρεμές επιταχυνσιόμετρο τύπου KISTLER 8632C10T, το οποίο συνδέθηκε σε ενισχυτή σήματος KISTLER 5134. Πιο συγκεκριμένα, το επιταχυνσιόμετρο επικολλήθηκε στο επάνω μέρος της σφαίρας, στο σημείο που ενώνεται με τη μπάρα σύνδεσης. Ο ενισχυτής συνδέθηκε σε παλμογράφο LEADER LBO και σε ένα μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό της National Instruments. Με τον τρόπο αυτό, με την αποστολή, δηλαδή, του ηλεκτρικού σήματος της επιτάχυνσης, επιτεύχθηκε η καταγραφή της κίνησης του. Το σήμα αυτό περνά από το μετατροπέα και τον ενισχυτή, ψηφιοποιείται και ενισχύεται, με αποτέλεσμα να σχηματίζεται στην οθόνη του παλμογράφου και του υπολογιστή μια κυματομορφή σε Volts. Το λογισμικό που χρησιμοποιείται στο εργαστήριο για τη διεξαγωγή και την αποθήκευση αυτών των μετρήσεων είναι της Labview National Instruments.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

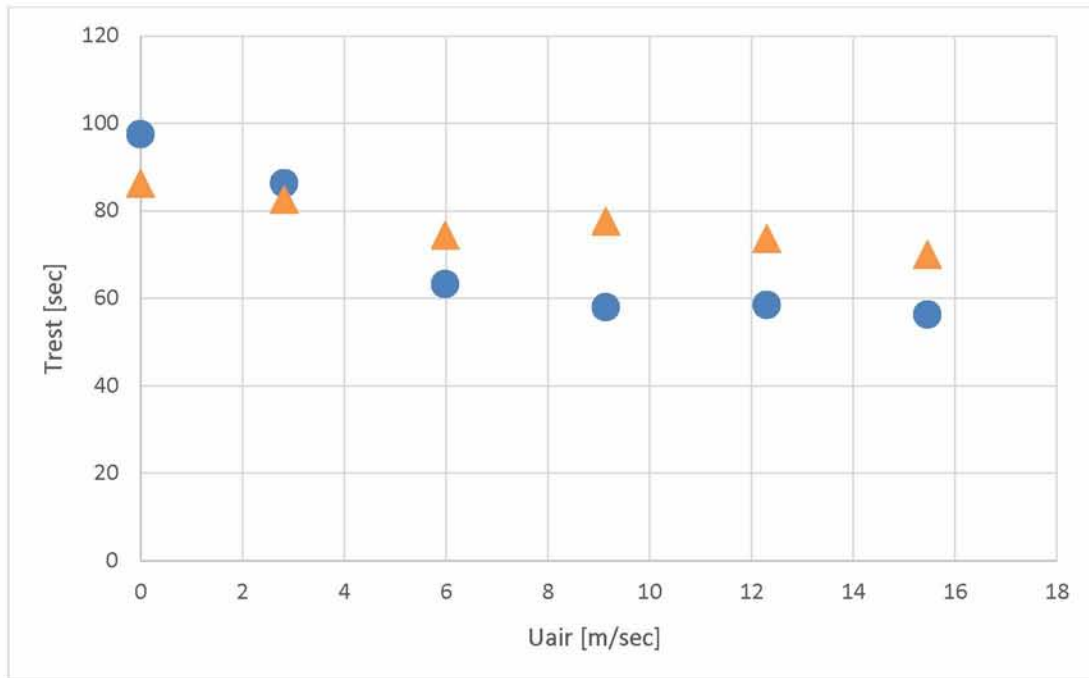
Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθούν τα αποτελέσματα των πειραμάτων και τα συμπεράσματα που προέκυψαν μετά την επεξεργασία τους.

5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ ΜΕ VIDEO CAMERA

Ολόκληρη η διαδικασία διεξαγωγής των πειραμάτων βιντεοσκοπήθηκε και κάθε πείραμα χρονομετρήθηκε ανεξάρτητα. Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα της κάθε χρονομέτρησης. Παρατηρείται ότι τα αποτελέσματα των δύο σειρών πειραμάτων διαφέρουν σημαντικά και ότι δεν υπάρχει συνοχή στη μεταβολή των τιμών, γεγονός που οφείλεται σε ανθρώπινο σφάλμα. Κατά τη διαδικασία διεξαγωγής των πειραμάτων η σφαίρα μετατοπιζόταν, με τη βοήθεια πετονιάς, σε μία αρχική ακραία θέση για την εκκίνηση της ταλάντωσης. Η πετονιά γλιστρούσε, με αποτέλεσμα τα αρχικά πλάτη των ταλαντώσεων να διαφέρουν μεταξύ τους. Πρόκειται για ένα σφάλμα που δεν μπορούσε να εξαλειφθεί λόγω της κατασκευής του πειράματος, το οποίο, όμως, στη συνέχεια λήφθηκε υπόψη με τη βοήθεια του βίντεο.

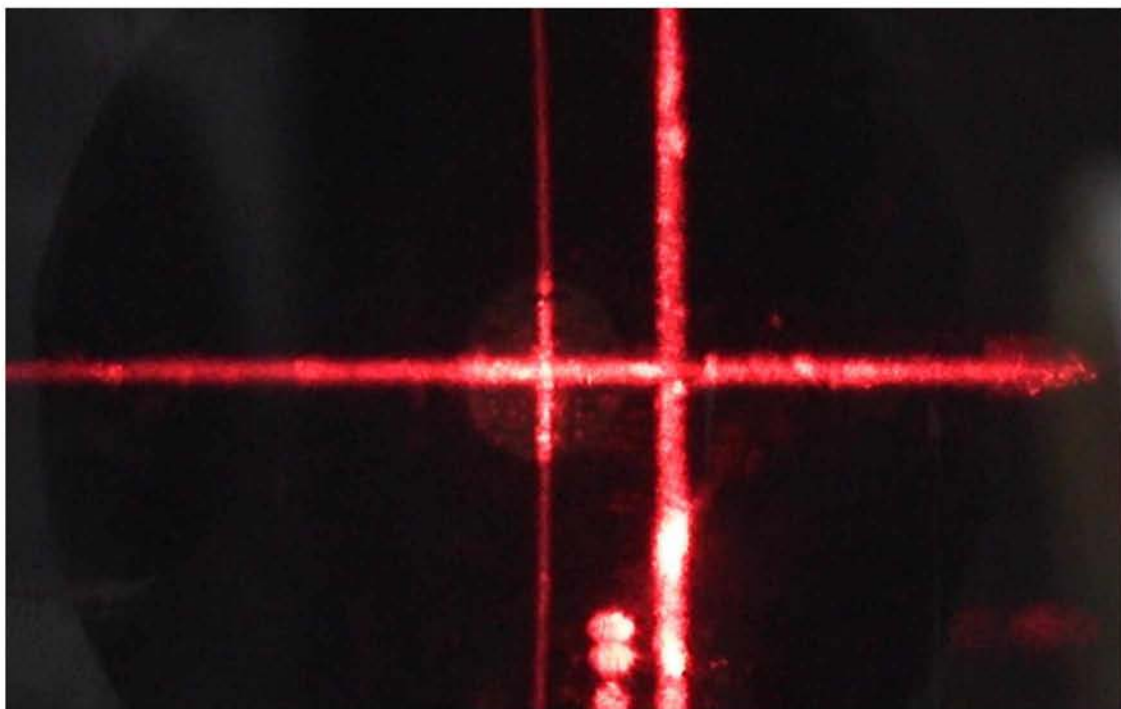
Ταχύτητα [m/sec]	1 ^η σειρά πειραμάτων	2 ^η σειρά πειραμάτων
0	97,44 sec	86,23 sec
2,827	86,27 sec	82,60 sec
5,987	63,15 sec	74,39 sec
9,147	57,91 sec	77,56 sec
12,307	58,43 sec	73,61 sec
15,467	56,25 sec	69,92 sec

Πίνακας 6. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων για το χρόνο μέχρι την ακινησία

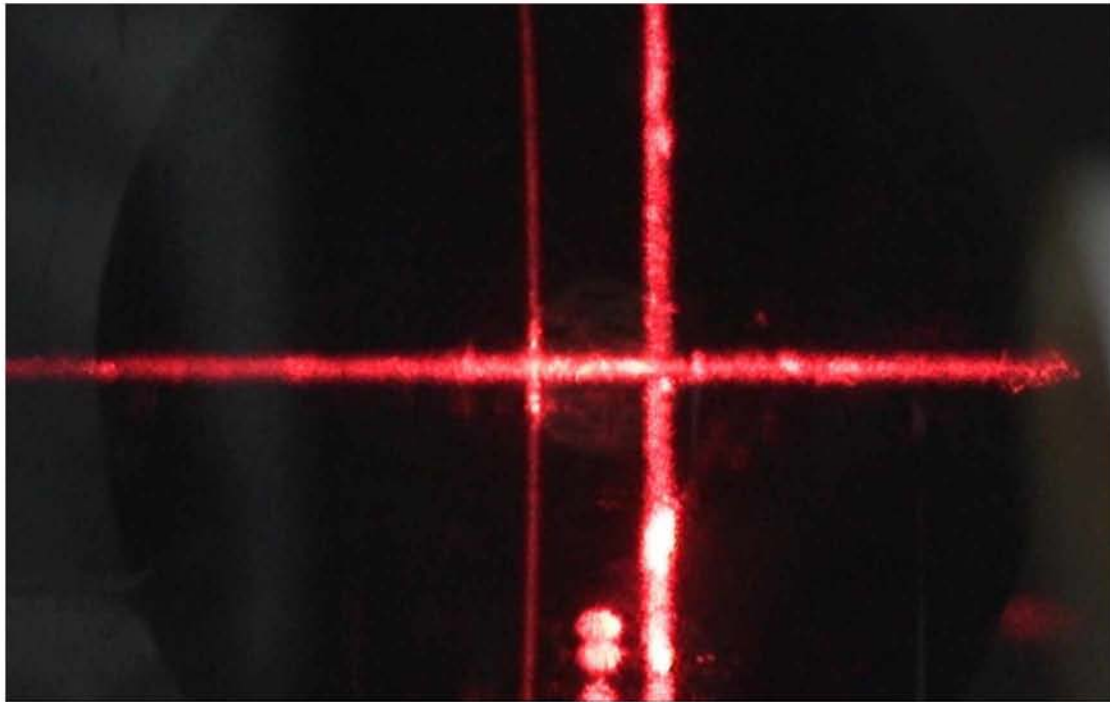


Σχήμα 5.1 Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για τις δύο σειρές πειραμάτων

Επίσης, παρατηρήθηκε ότι η θέση ισορροπίας της σφαίρας αλλάζει λόγω του αέρα. Όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω, η σφαίρα έχει μετατοπιστεί λίγο κατά τη διεύθυνση του αέρα.



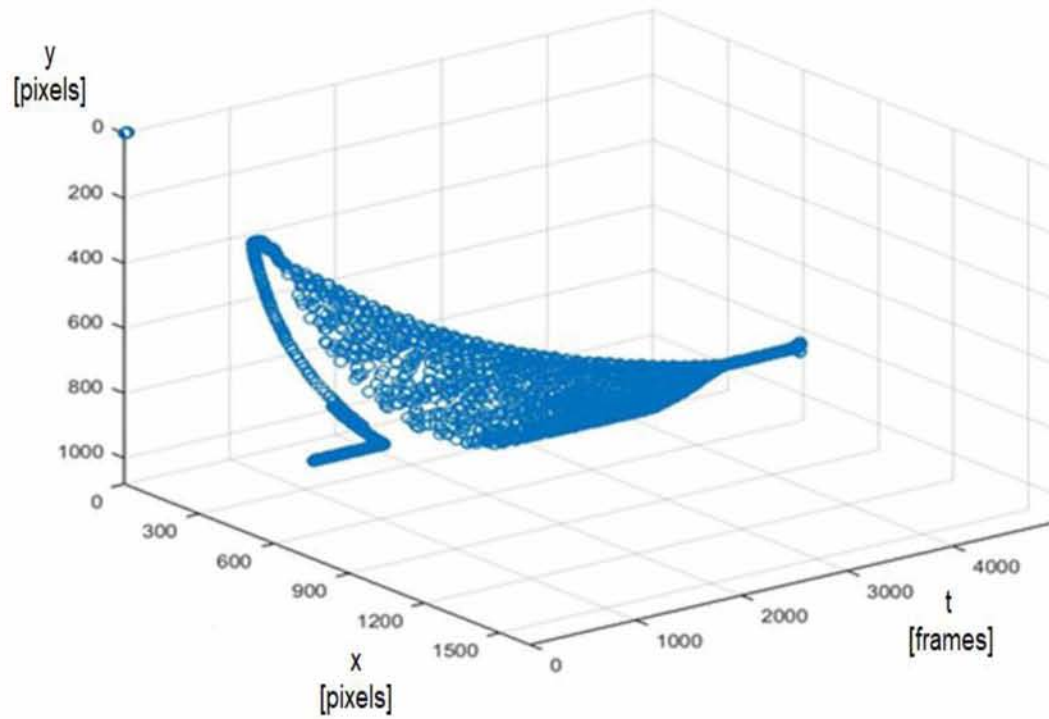
Σχήμα 5.2 Η αρχική θέση ισορροπίας της σφαίρας



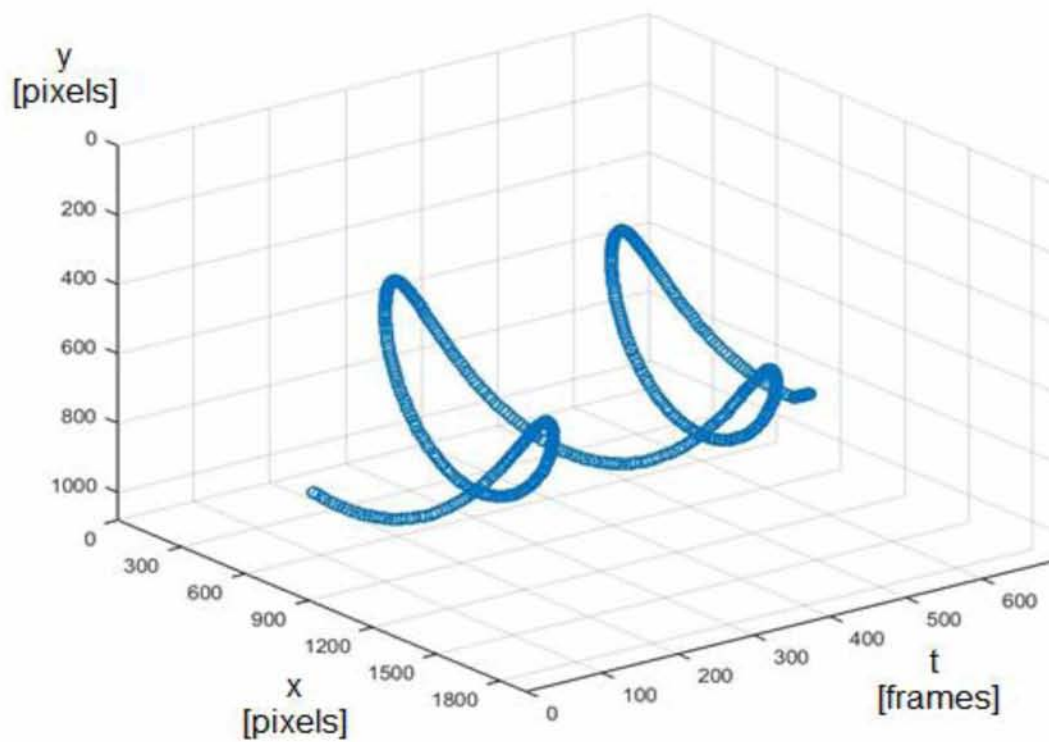
Σχήμα 5.3 Η τελική θέση ισοροπίας. Η μετατόπιση διακρίνεται με τη βοήθεια των σταυρών

5.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΕ MATLAB

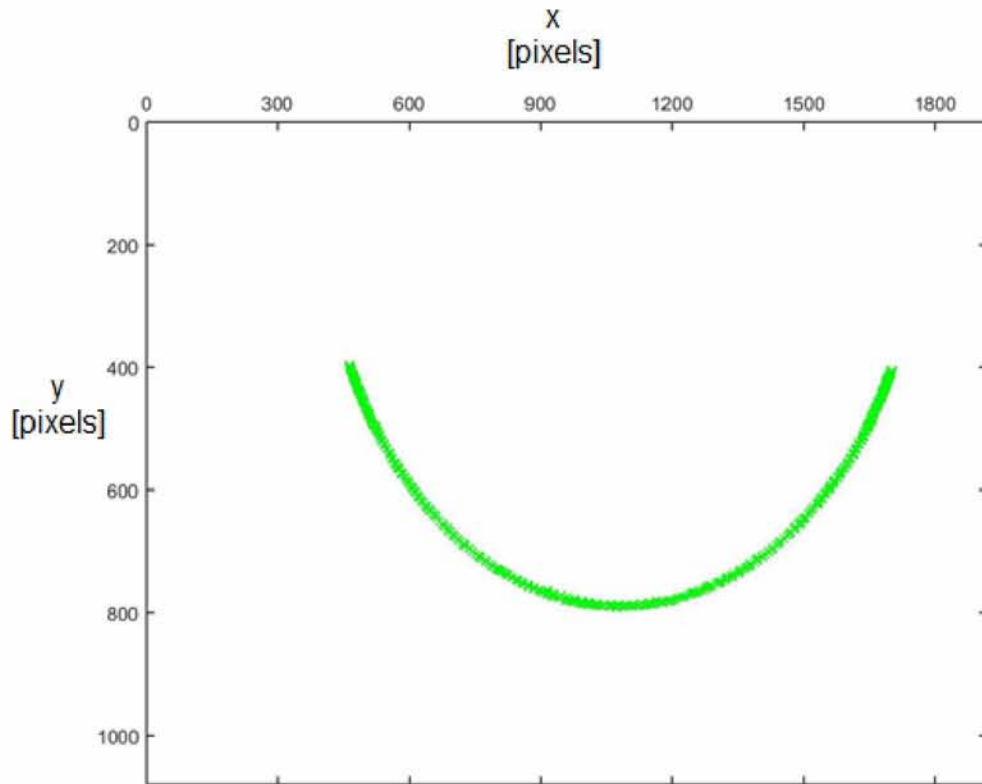
Στη συνέχεια, έγινε πρόγραμμα στη Matlab, με τη βοήθεια του οποίου αναλύθηκαν τα βίντεο. Κατά τη διαδικασία διεξαγωγής της πρώτης σειράς πειραμάτων, η βιντεοσκόπηση έγινε με απλή κάμερα, δηλαδή κάμερα ανάλυσης 50 καρέ ανά δευτερόλεπτο. Κατά τη δεύτερη σειρά πειραμάτων, η βιντεοσκόπηση έγινε με κάμερα υψηλής ακρίβειας (200 καρέ ανά δευτερόλεπτο). Το μειονέκτημα της λειτουργίας αυτής είναι η διάρκεια του βίντεο, η οποία περιορίζεται στα 3 δευτερόλεπτα. Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε έχει τη δυνατότητα επεξεργασίας βίντεο υψηλής και χαμηλής ανάλυσης. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα των δύο λήψεων για ταχύτητα αέρα στα 50 Hz, όπου x : η τετμημένη του εκκρεμούς μετρημένη σε pixels, y : η τεταγμένη του εκκρεμούς μετρημένη σε pixels και t : ο χρόνος μετρημένος σε καρέ. Τα αποτελέσματα των υπόλοιπων πειραμάτων ακολουθούν την ίδια μορφή.



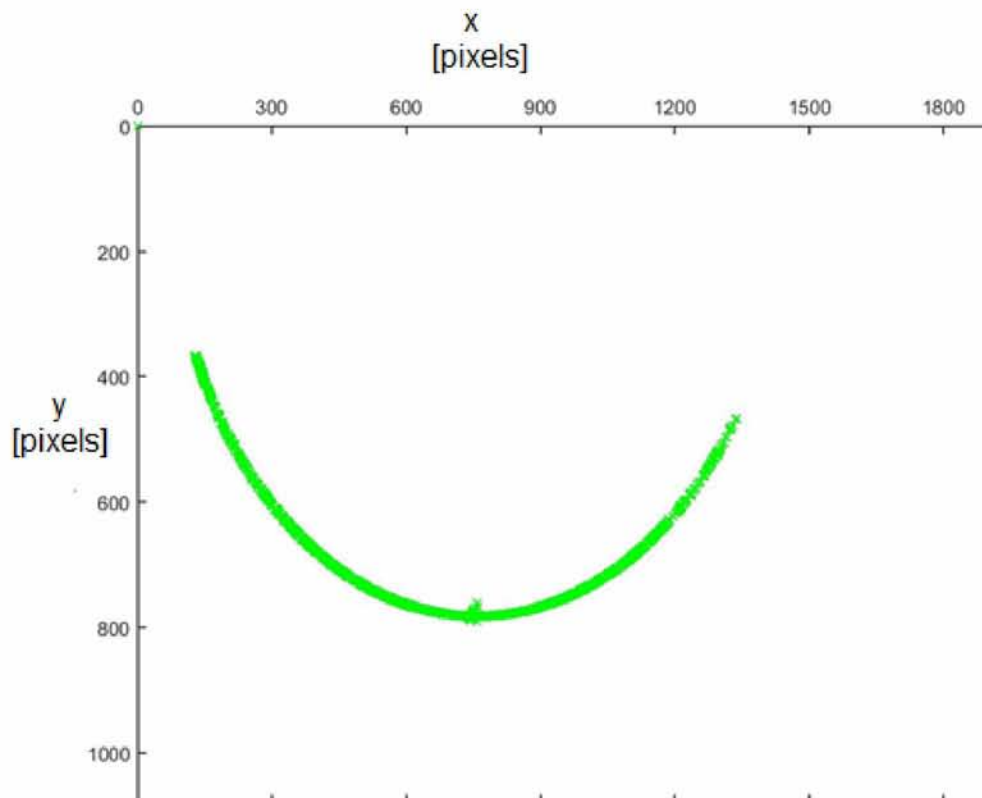
Σχήμα 5.4 Η θέση της σφαίρας σε κάθε καρέ έως την ακινησία



Σχήμα 5.5 Η θέση της σφαίρας με μεγαλύτερη ακρίβεια για τα 3 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης



Σχήμα 5.6 Η θέση της σφαίρας σε δισδιάστατο διάγραμμα με μεγάλη ακρίβεια



Σχήμα 5.7 Η θέση της σφαίρας σε δισδιάστατο διάγραμμα μέχρι την ακινησία

Σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα, επιβεβαιώνεται η μετατόπιση της θέσης ισορροπίας και απεικονίζεται με μεγάλη ακρίβεια και σε μία εικόνα όλη η κίνηση της σφαίρας. Τα αποτελέσματα του προγράμματος αποδείχθηκαν εξαιρετικά χρήσιμα, όμως το σφάλμα στο αρχικό πλάτος της ταλάντωσης δεν επέτρεψε τη σύγκρισή τους. Έτσι, βάσει των αποτελεσμάτων αυτών, δημιουργήθηκε πρόγραμμα στη Fortran με στόχο την πρόβλεψη της ταλαντωτικής κίνησης για την καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων.

5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ T_{REST} ΣΕ FORTRAN

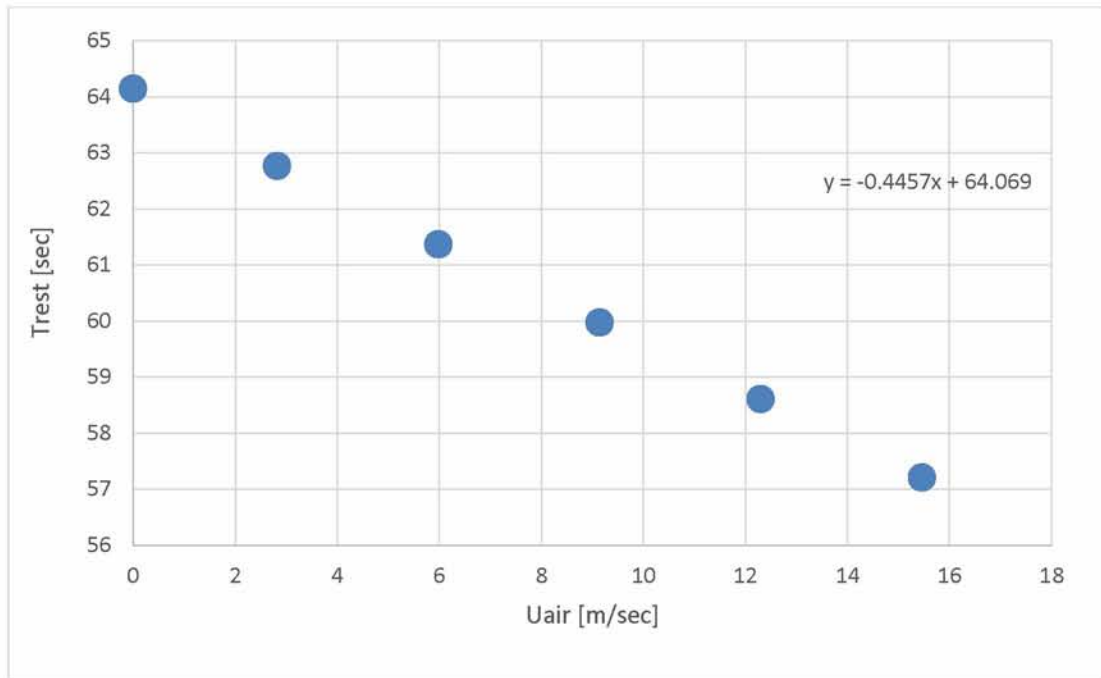
Το πρόγραμμα στη Fortran, το οποίο περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, δημιουργήθηκε με σκοπό την περιγραφή της κίνησης της σφαίρας μέσα στην αεροσήραγγα και τον υπολογισμό του τελικού χρόνου T_{REST} . Το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης A_0 αποτελεί μια πολύ καθοριστική παράμετρο του προγράμματος, καθώς η μεταβολή του επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα του χρόνου ακινησίας της σφαίρας. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη Fortran παρουσιάζονται παρακάτω και αφορούν πλάτος ίσο με 41,89 εκατοστά, μετρημένο κάθετα από την κατακόρυφο της θέσης ισορροπίας. Πρόκειται για το μέγιστο αρχικό πλάτος που μπορεί να έχει η σφαίρα στην παρούσα διάταξη του πειράματος.

Ταχύτητα [m/sec]	Αποτελέσματα Fortran
0	64,14 sec
2,827	62,76 sec
5,987	61,36 sec
9,147	59,97 sec
12,307	58,60 sec
15,467	57,20 sec

Πίνακας 7. Τα αποτελέσματα από τη Fortran για το χρόνο μέχρι την ακινησία

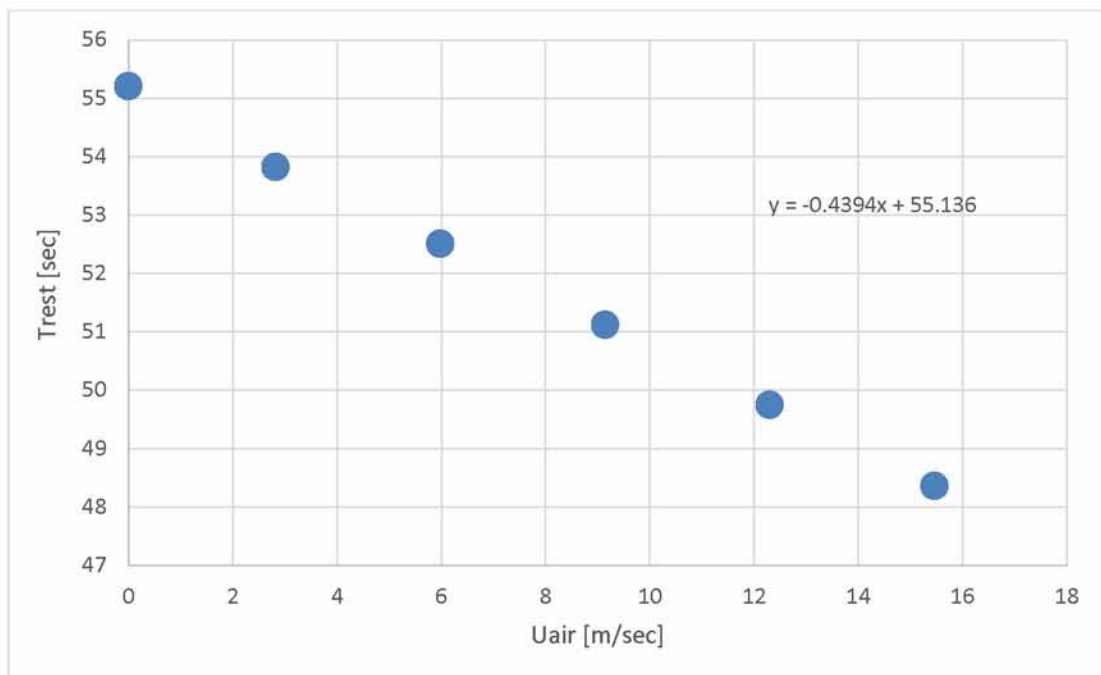
Όπως ήταν αναμενόμενο από τη θεωρητική ανάλυση, τα αποτελέσματα παρουσιάζουν μία ομοιόμορφη μεταβολή και, επιπλέον, επιβεβαιώνουν και ομαλοποιούν τα αποτελέσματα των πειραμάτων. Αυτό οφείλεται στη διατήρηση μίας σταθερής τιμής του αρχικού πλάτους της ταλάντωσης για όλες τις ταχύτητες του αέρα, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα που λήφθηκαν από την οπτική ανάλυση.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα του χρόνου μέχρι την πλήρη ακινησία σε σχέση με την ταχύτητα του αέρα για πλάτη 41,89, 30, 20 και 10 εκατοστά, μετρημένα κάθετα από την κατακόρυφο της θέσης ισορροπίας.

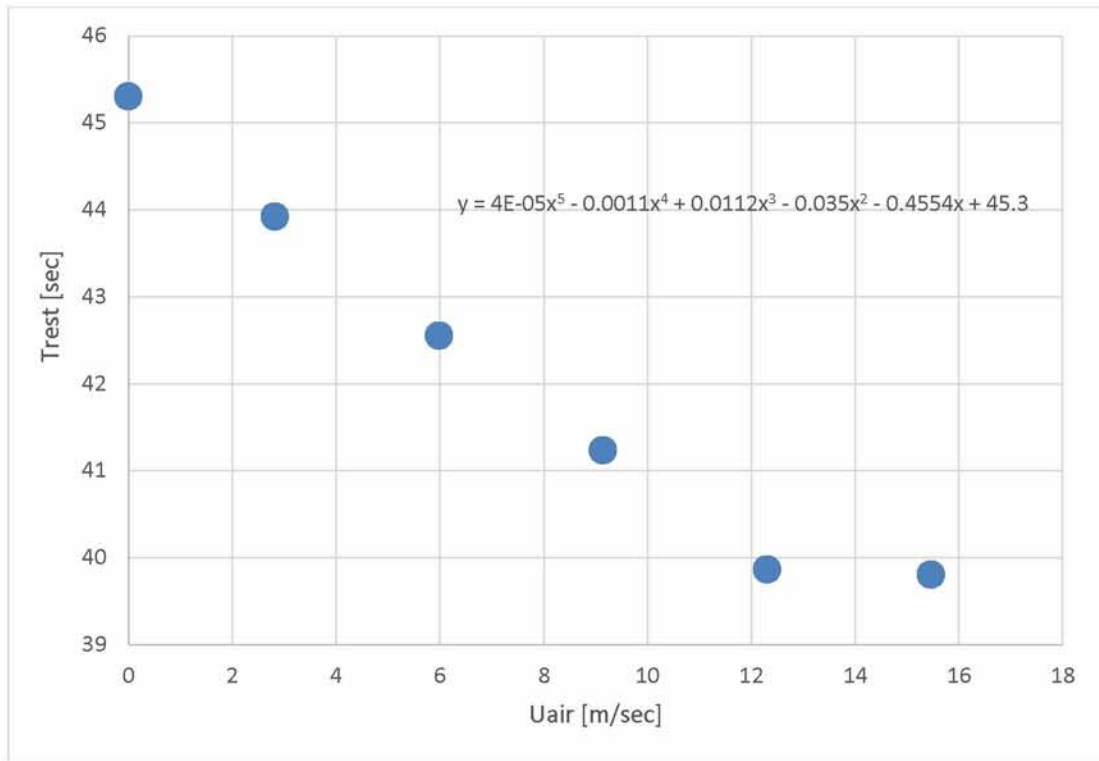


Σχήμα 5.8 Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 41,89 εκατοστά

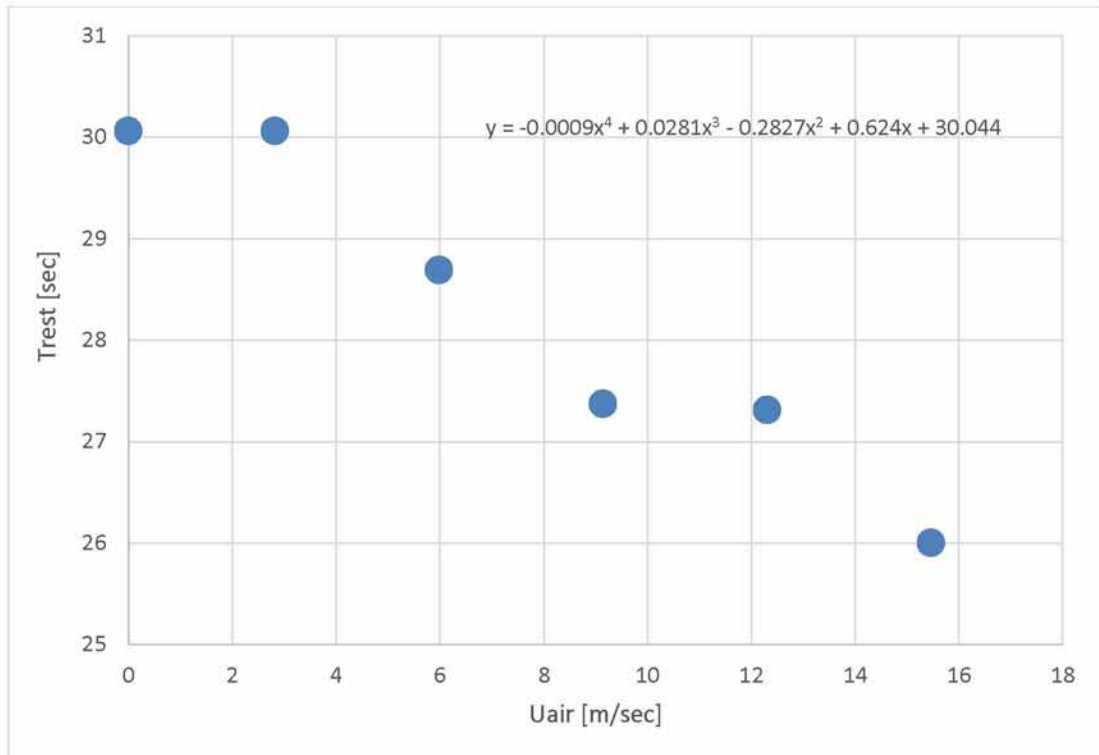
Όπως γίνεται φανερό από το παραπάνω διάγραμμα, ο χρόνος μέχρι την πλήρη ακινησία ακολουθεί μια γραμμική καμπύλη με εξίσωση $y = -0,1388x + 64,141$, όπου y : ο χρόνος και x : η ταχύτητα του αέρα σε Hz. Προκύπτει, λοιπόν, το συμπέρασμα ότι ο χρόνος μέχρι την ακινησία μειώνεται αισθητά και γραμμικά, καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της στρωτής ροής αέρα, μέσα στην οποία κινείται η σφαίρα.



Σχήμα 5.9 Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 30 εκατοστά



Σχήμα 5.10 Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 20 εκατοστά

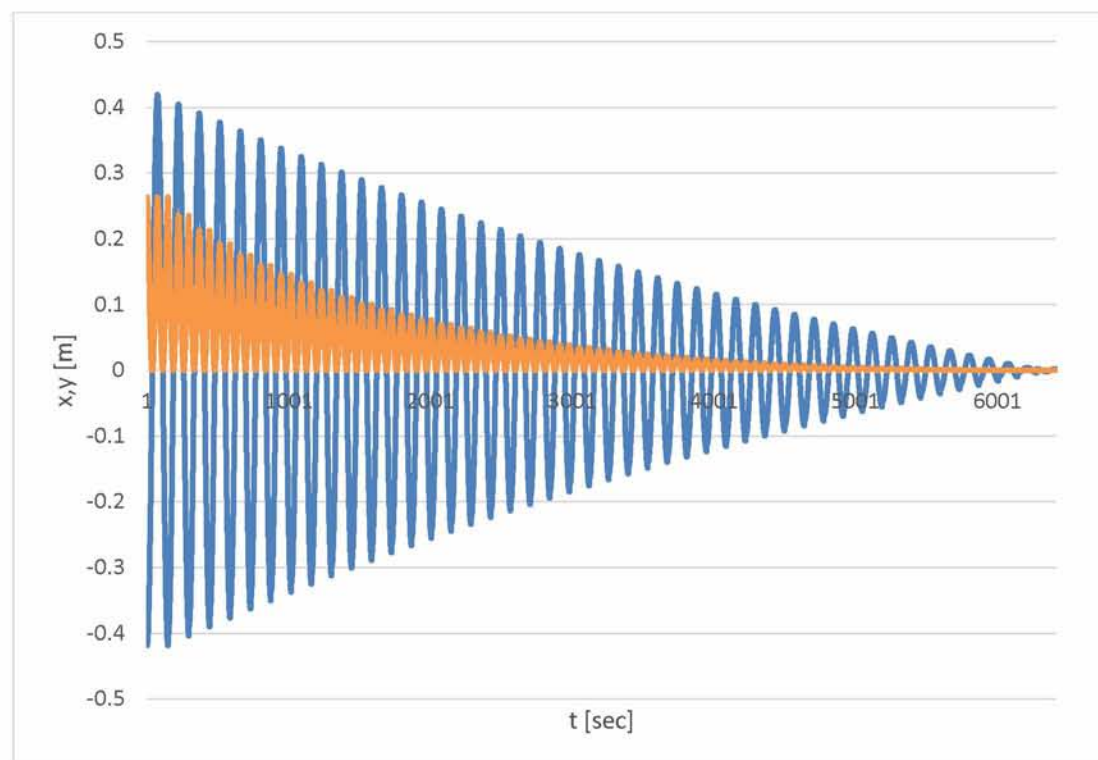


Σχήμα 5.11 Μεταβολή χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα για αρχικό πλάτος 10 εκατοστά

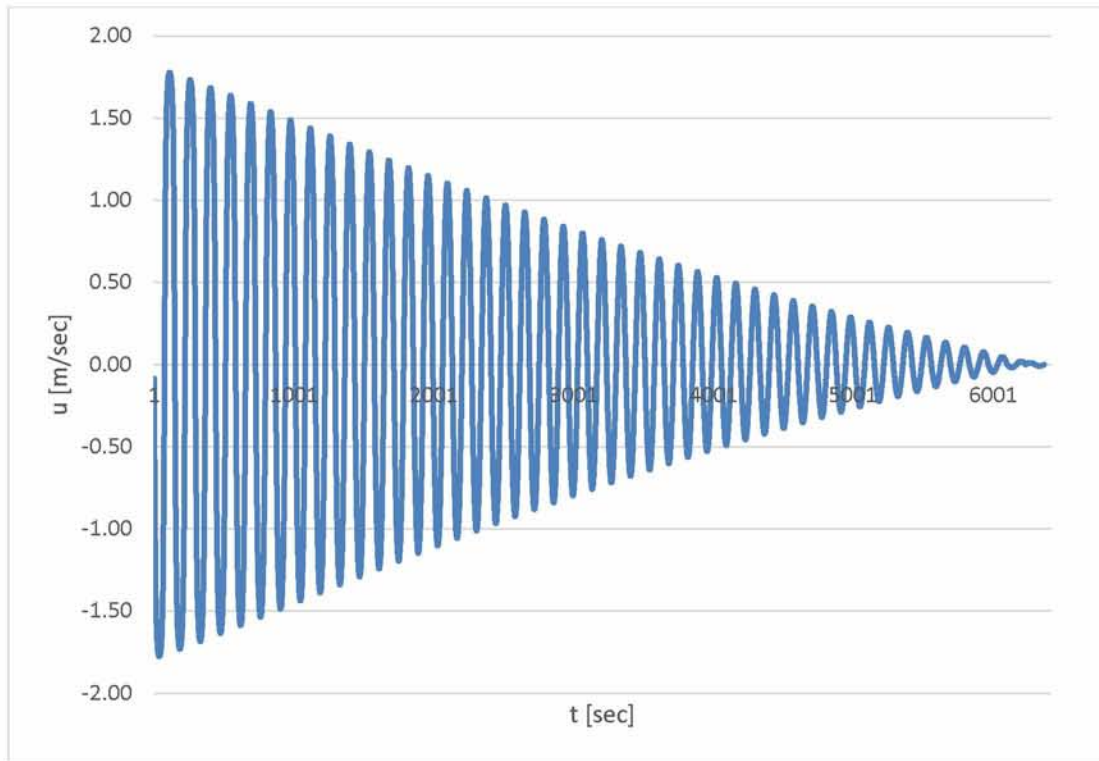
Από τα παραπάνω διαγράμματα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η επίδραση του πλάτους της ταλάντωσης είναι ιδιαίτερα σημαντική για το συνολικά απαιτούμενο χρόνο μέχρι την ακινησία. Πιο συγκεκριμένα, όταν το αρχικό πλάτος είναι 30 εκατοστά, η σχέση μεταξύ του συνολικού χρόνου της ταλάντωσης και της ταχύτητας του αέρα παραμένει γραμμική. Παρατηρείται, επίσης, ότι για τα 20 εκατοστά, σε ταχύτητα αέρα 40 και 50 Hz, ο χρόνος μέχρι την ακινησία παραμένει σταθερός, δημιουργώντας μία καμπύλη τετάρτου βαθμού για τη σχέση αυτή. Με τη μείωση του πλάτους στα 10 εκατοστά, η εξίσωση της καμπύλης μετατρέπεται σε πολυώνυμο πέμπτου βαθμού. Τέλος, καθώς το πρόγραμμα δημιουργήθηκε βάσει των δεδομένων για το μέγιστο πλάτος, υπάρχει ένα περιθώριο σφάλματος όσον αφορά τα αποτελέσματα για μικρότερα πλάτη.

Επιπλέον, η χρήση της Fortran κρίνεται σκόπιμη για την ανάλυση της κίνησης της σφαίρας με μεγαλύτερη ακρίβεια, την απεικόνιση της θέσης και της ταχύτητάς της και τον υπολογισμό της ενέργειάς της σε κάθε χρονική στιγμή. Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα με τα αναλυτικά αποτελέσματα:

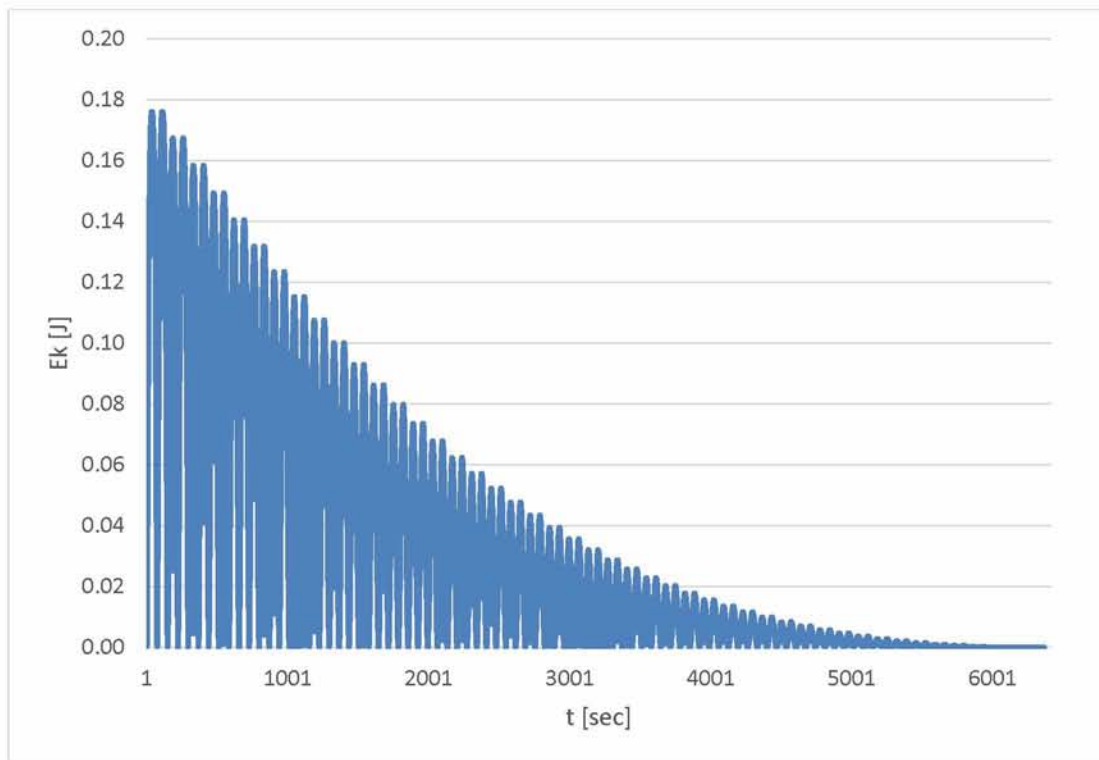
1. 0 m/sec (0 Hz)



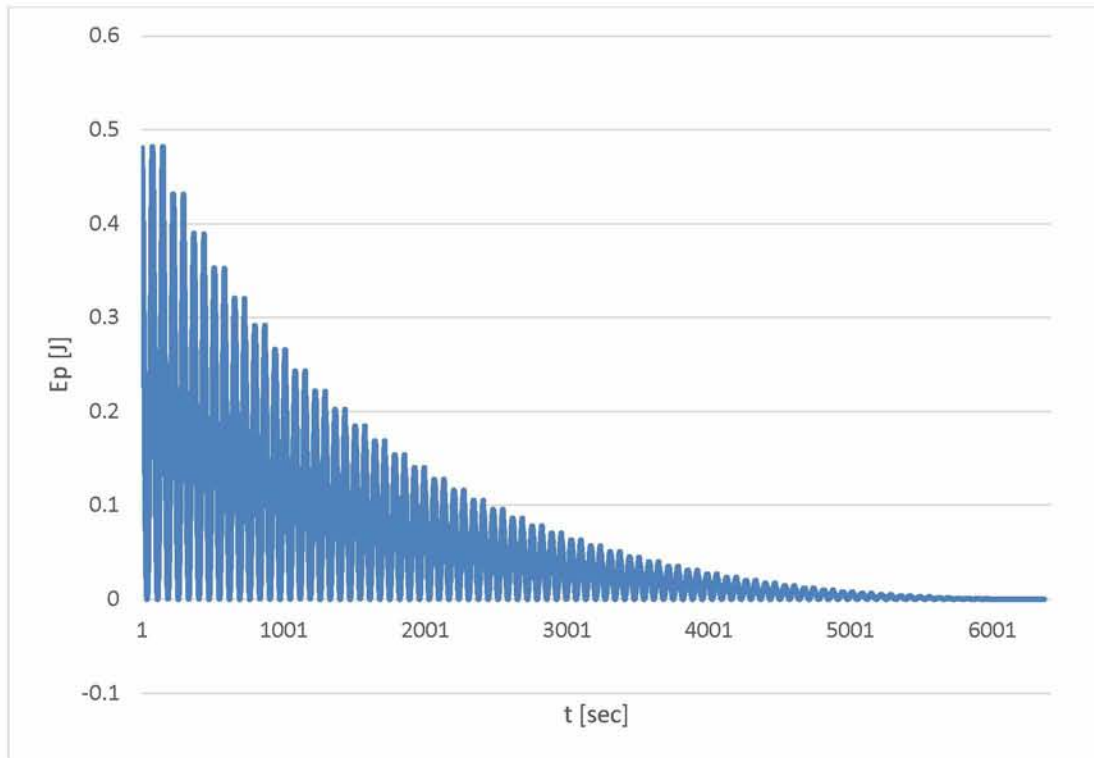
Σχήμα 5.12 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 0 m/sec



Σχήμα 5.13 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

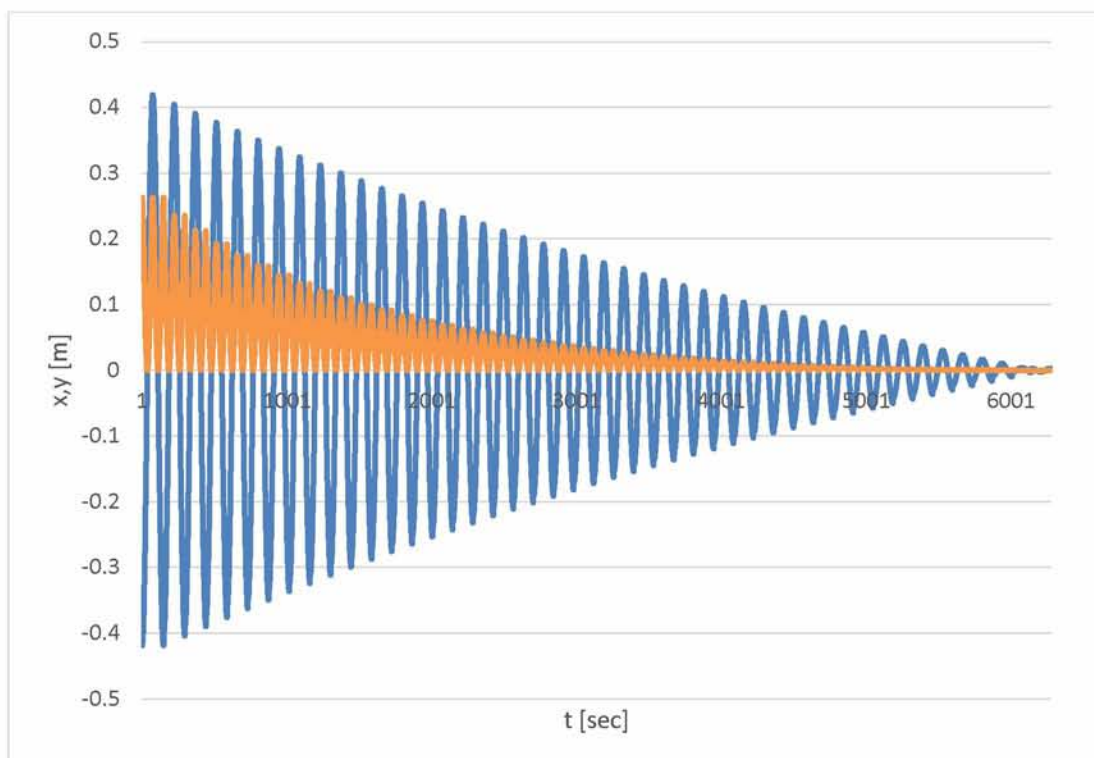


Σχήμα 5.14 Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

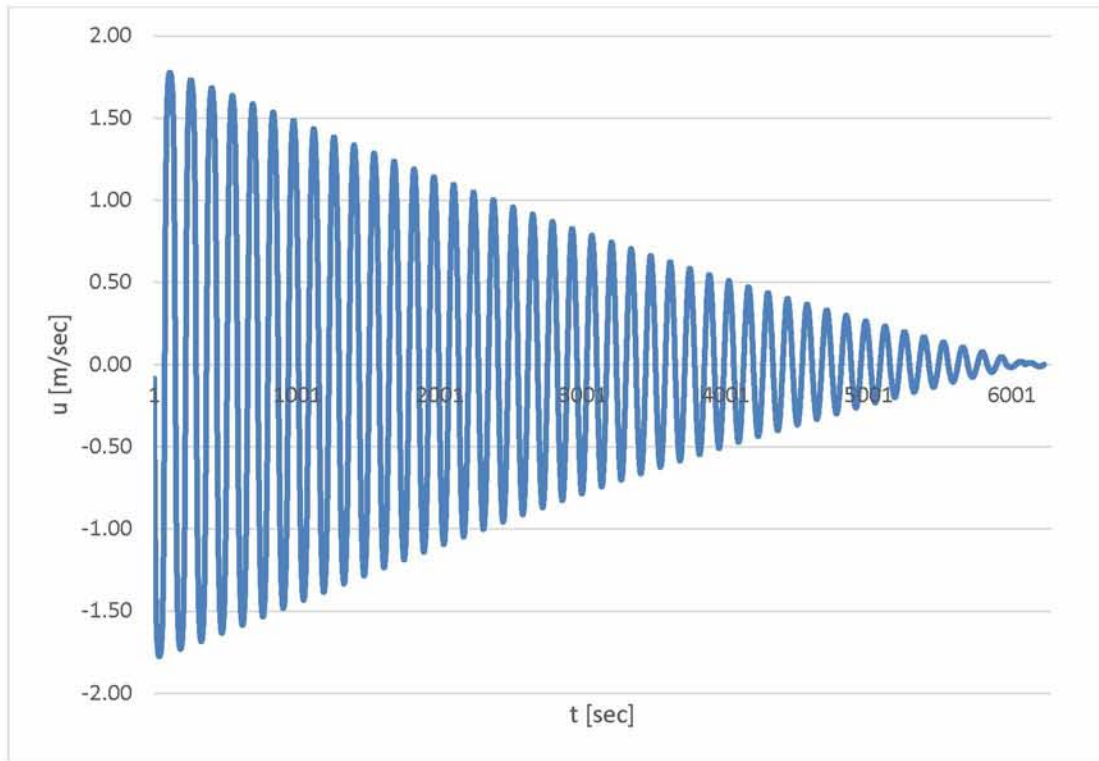


Σχήμα 5.15 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 0 m/sec

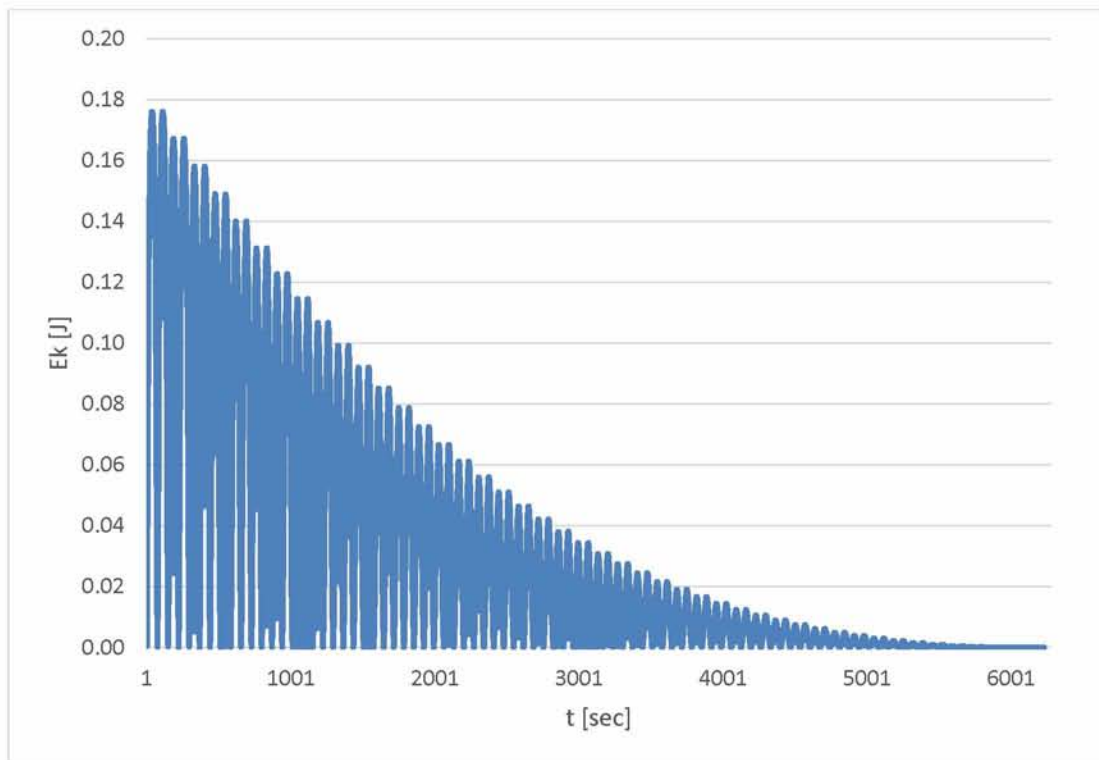
2. 2,827 m/sec (10 Hz)



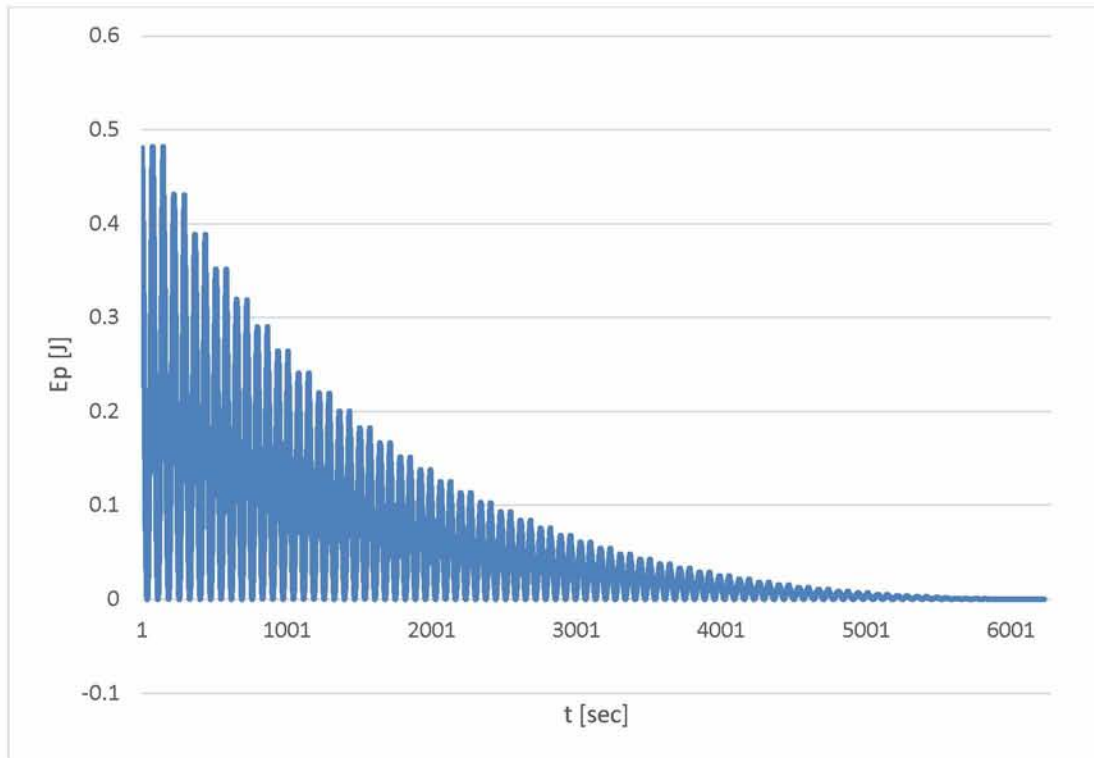
Σχήμα 5.16 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec



Σχήμα 5.17 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

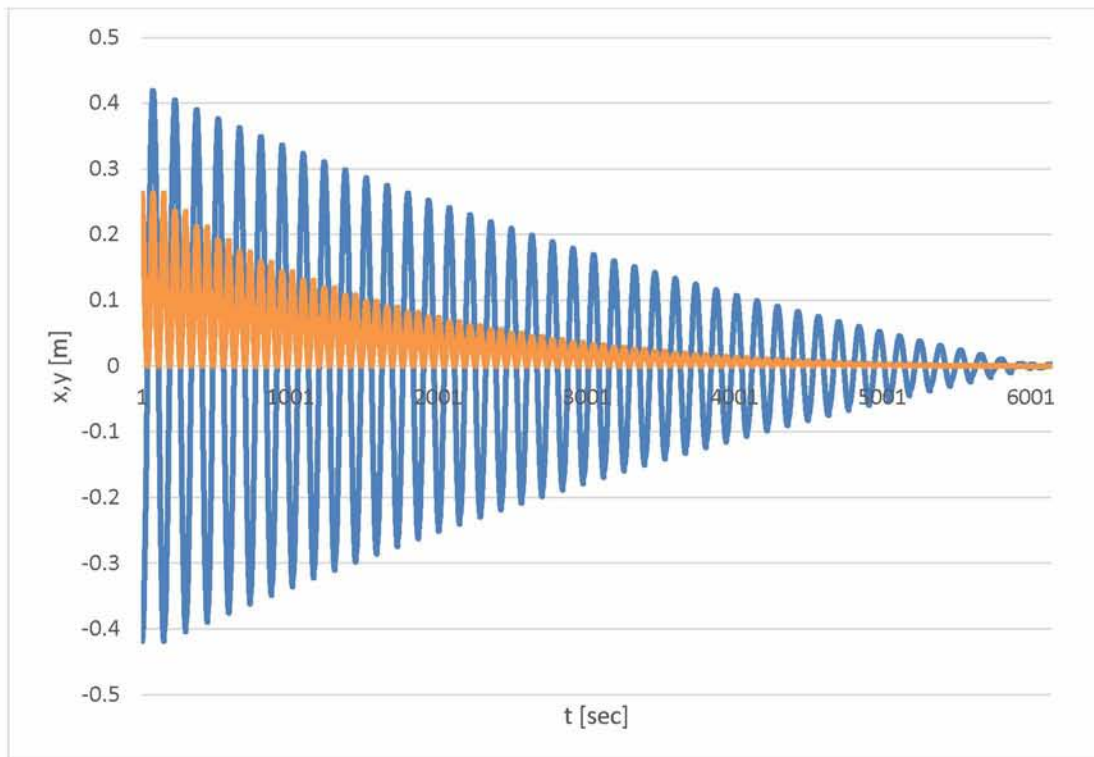


Σχήμα 5.18 Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

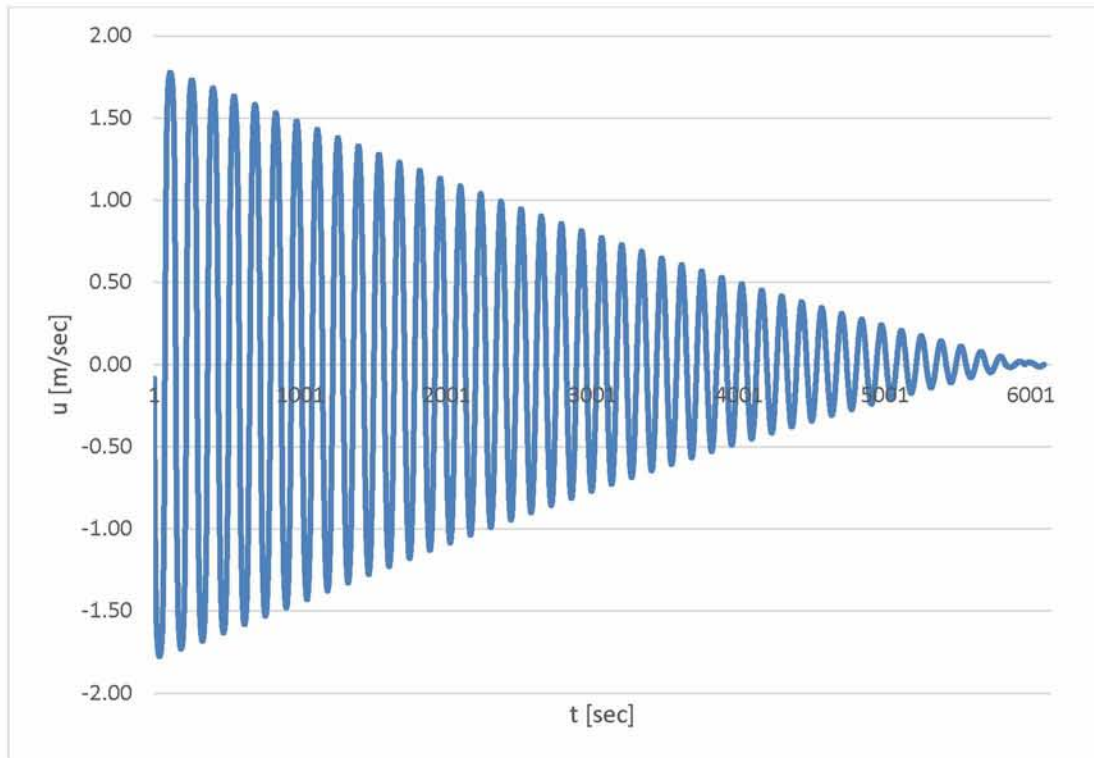


Σχήμα 5.19: Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 2,827 m/sec

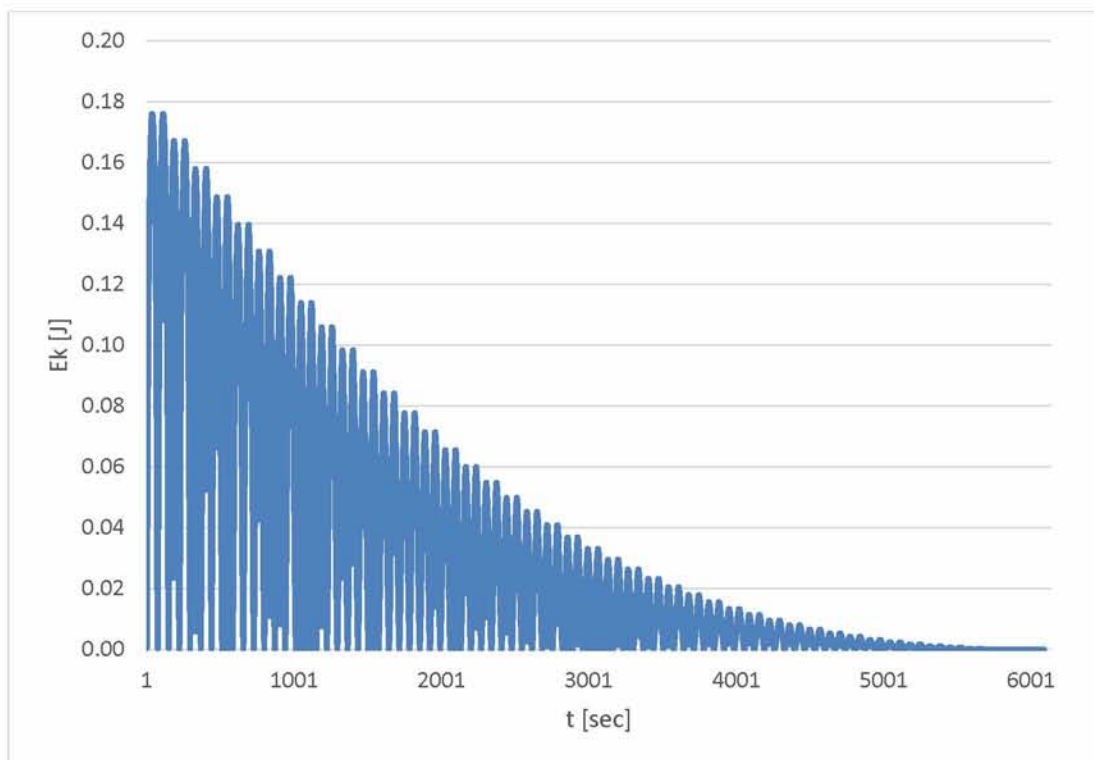
3. 5,987 m/sec (20 Hz)



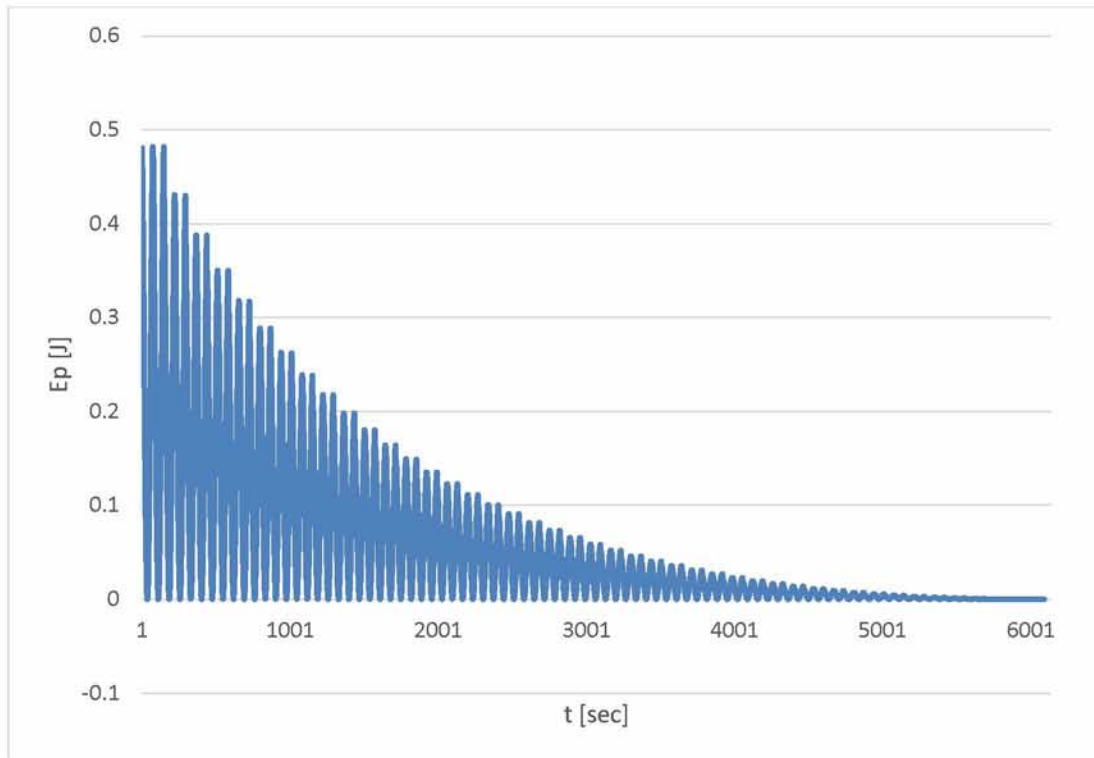
Σχήμα 5.20 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec



Σχήμα 5.21 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

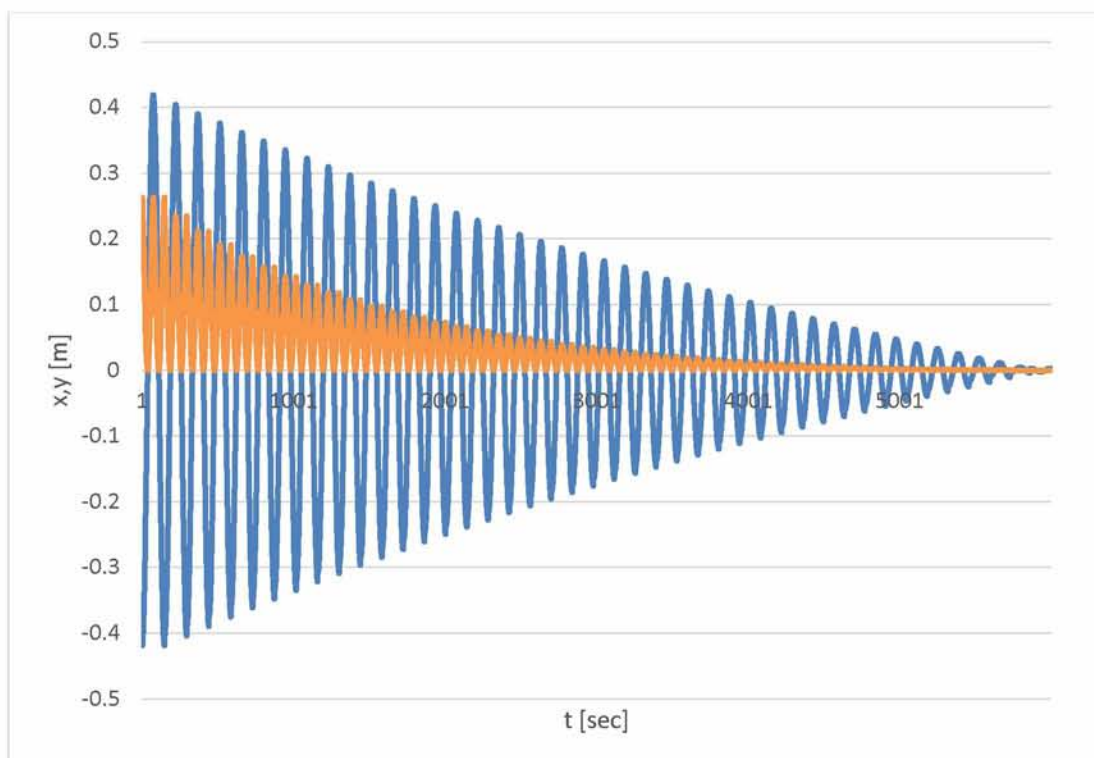


Σχήμα 5.22 Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

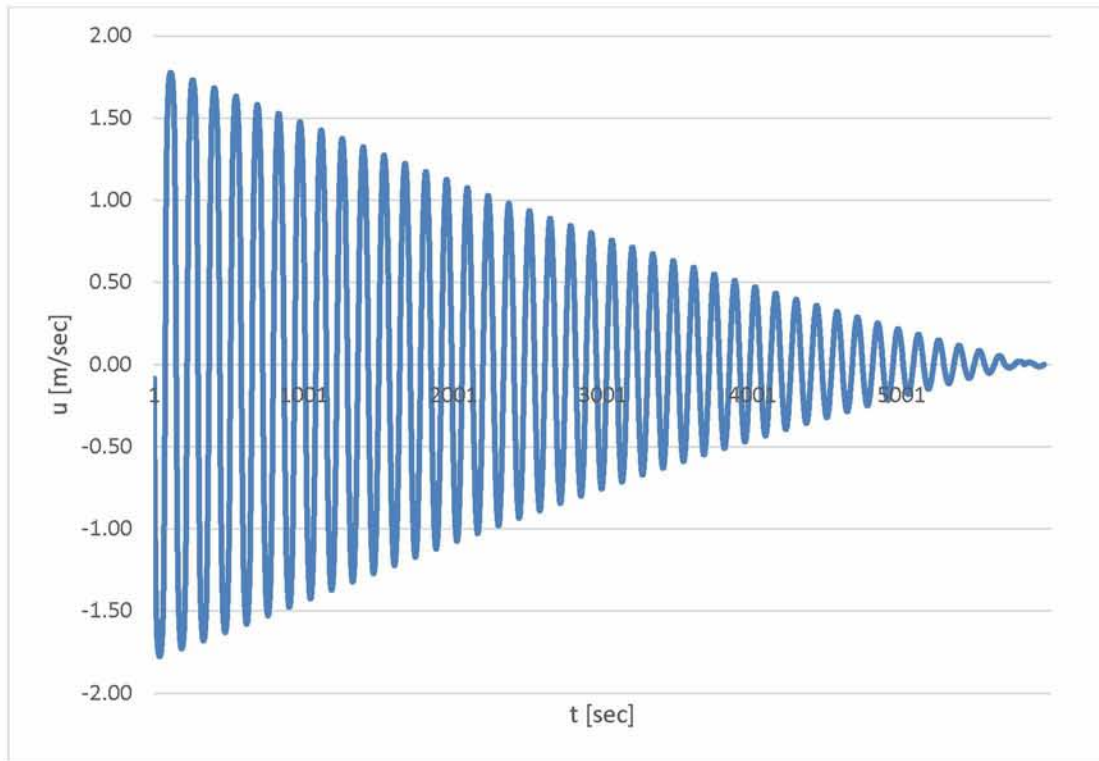


Σχήμα 5.23 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 5,987 m/sec

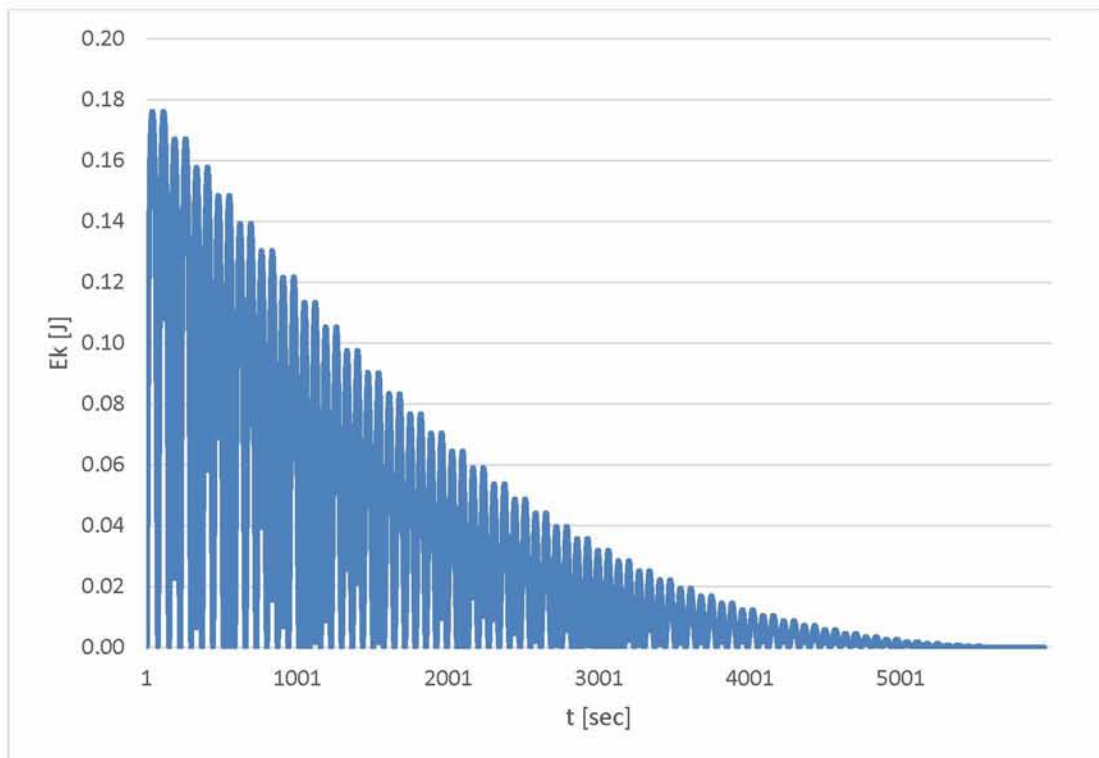
4. 9,147 m/sec (30 Hz)



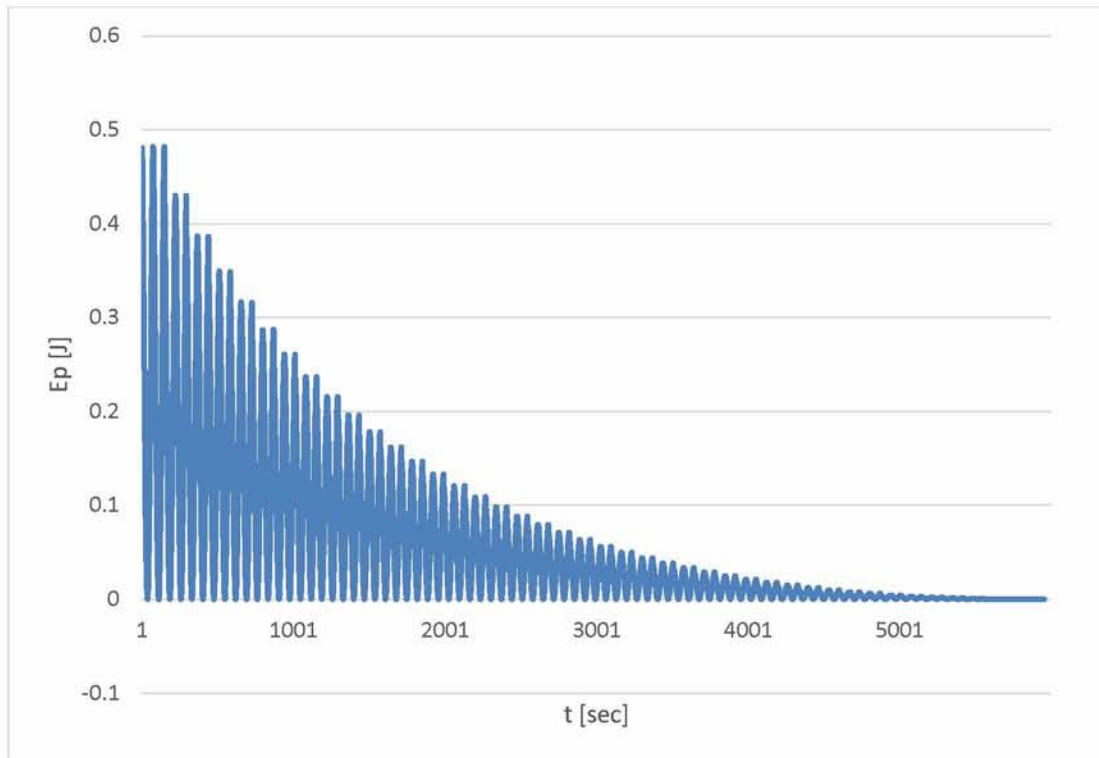
Σχήμα 5.24 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec



Σχήμα 5.25 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

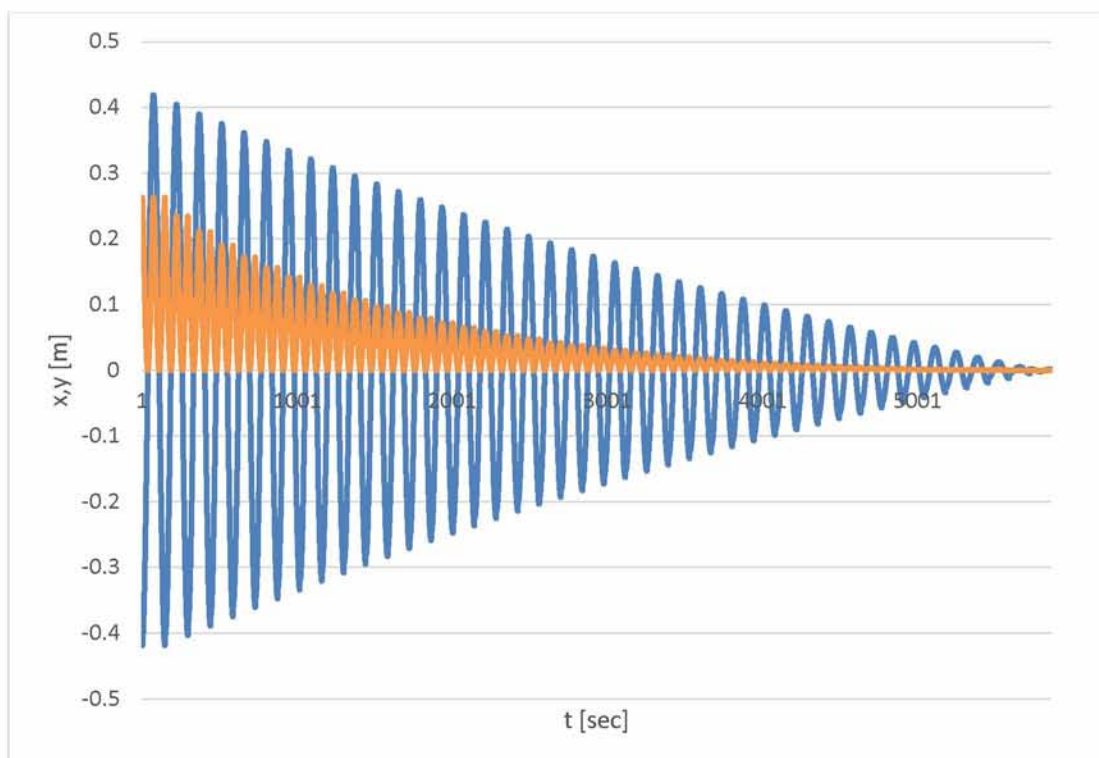


Σχήμα 5.26 Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

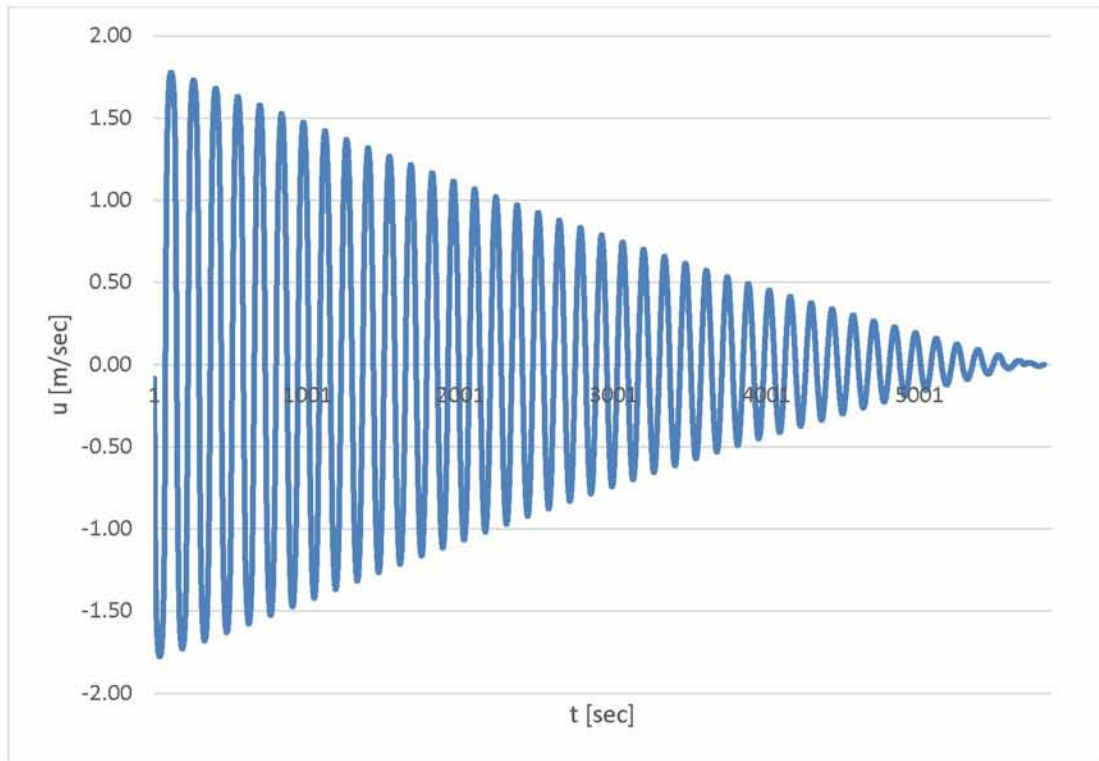


Σχήμα 5.27 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 9,147 m/sec

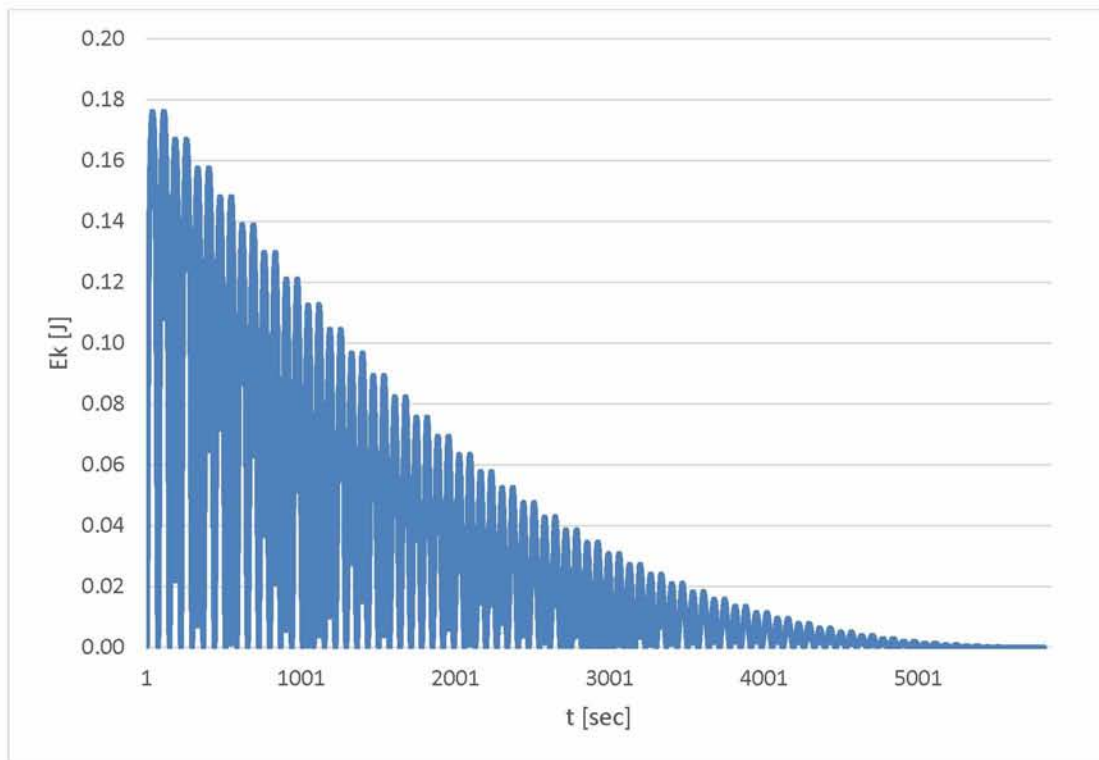
5. 12,307 m/sec (40 Hz)



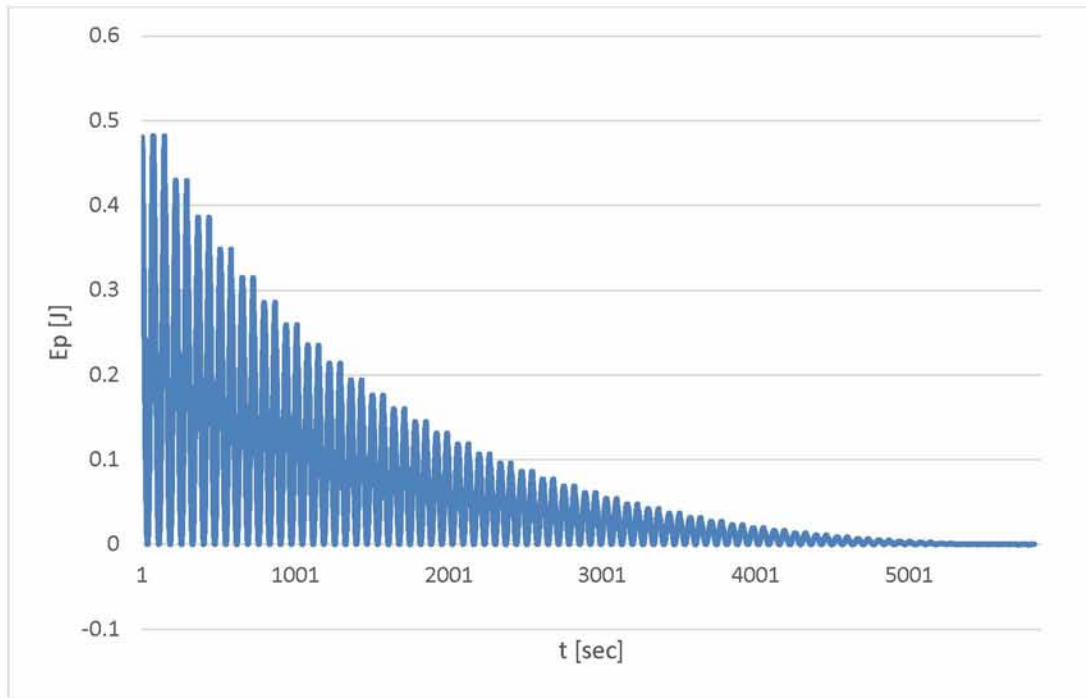
Σχήμα 5.28 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec



Σχήμα 5.29 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

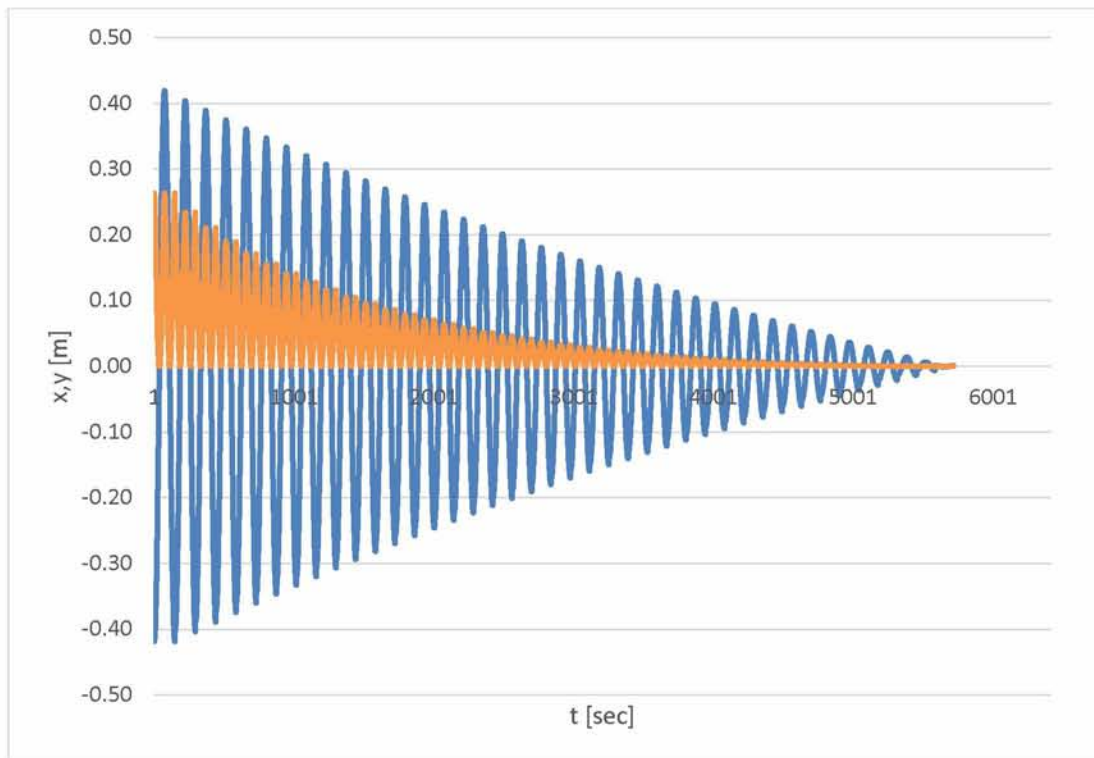


Σχήμα 5.30: Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

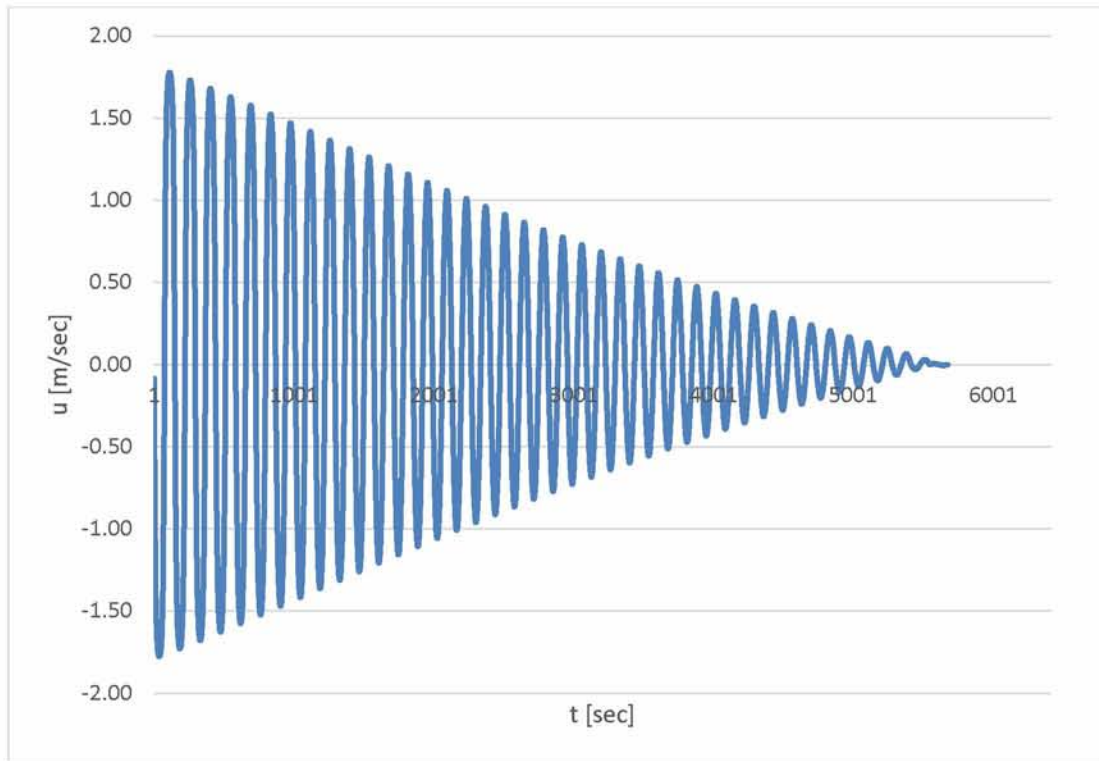


Σχήμα 5.31 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 12,307 m/sec

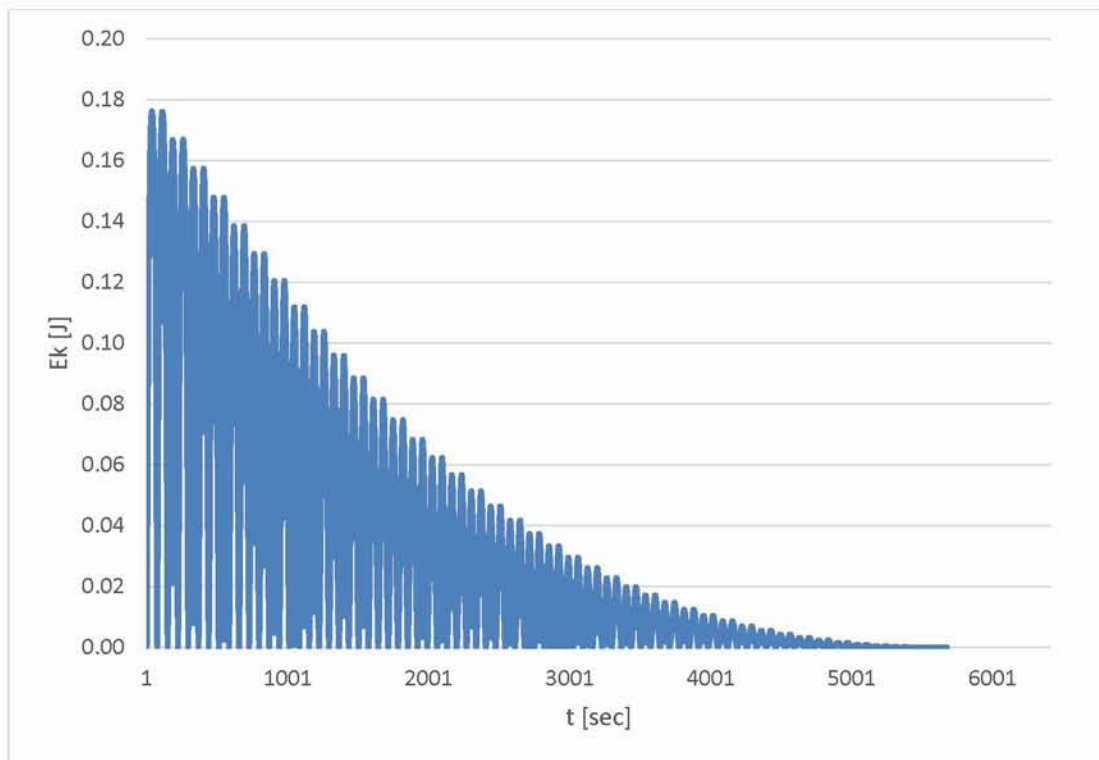
6. 15,467 m/sec (50 Hz)



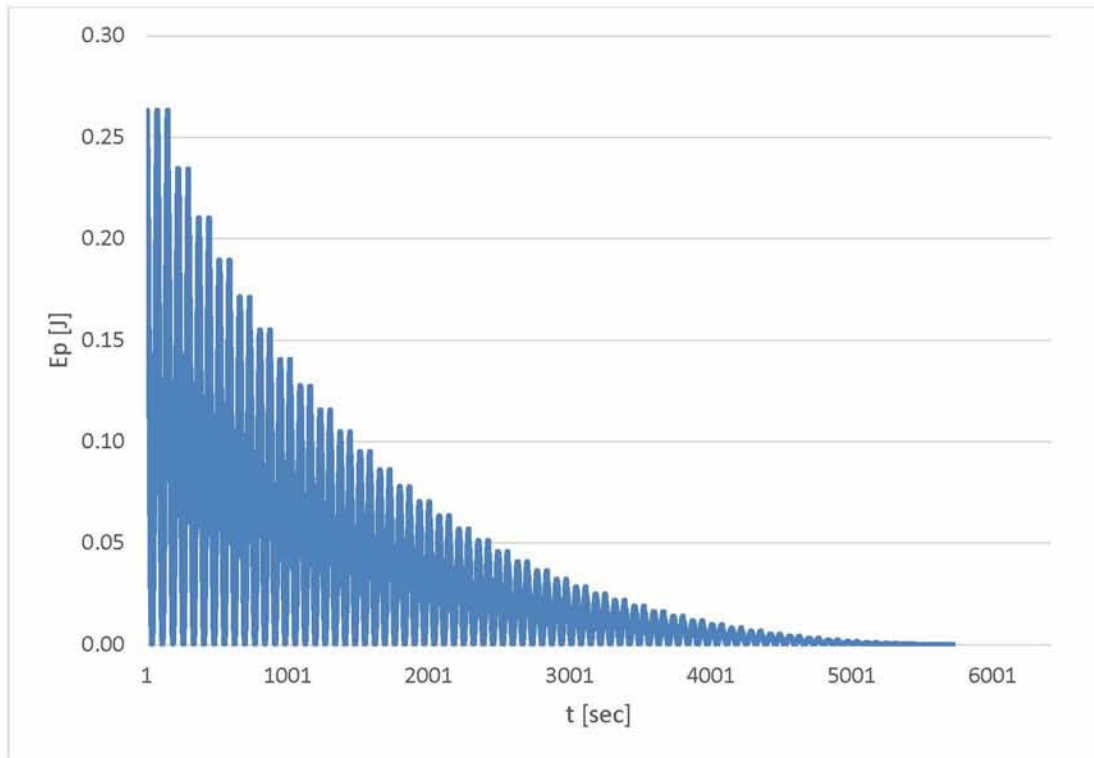
Σχήμα 5.32 Η θέση της σφαίρας κάθε 0,001 sec στον άξονα x με μπλε και στον y με πορτοκαλί για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec



Σχήμα 5.33 Η ταχύτητα της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec



Σχήμα 5.34 Η κινητική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec



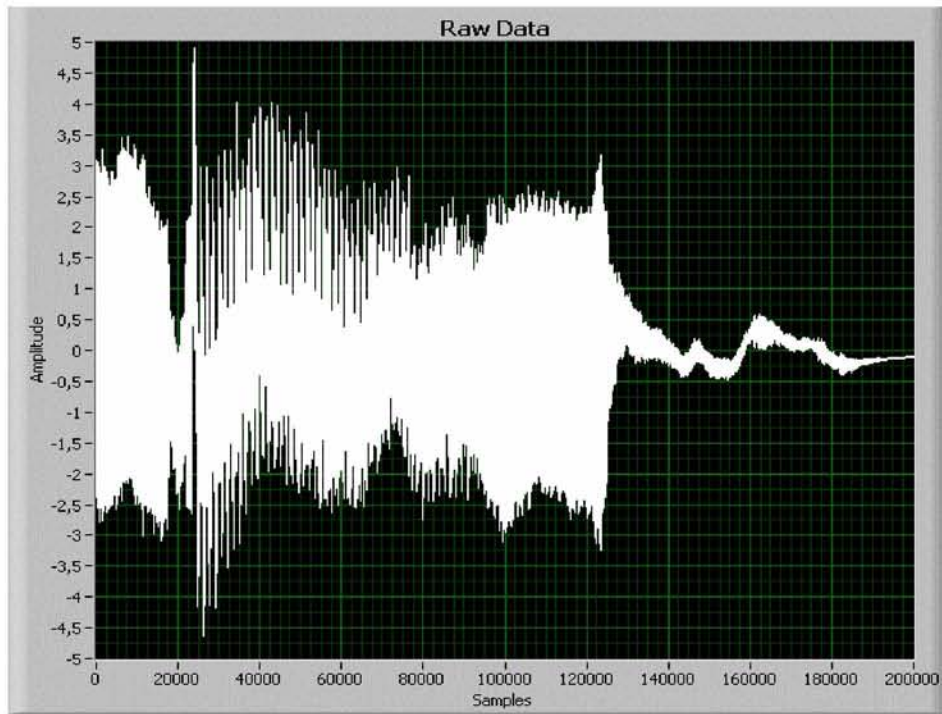
Σχήμα 5.35 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας κάθε 0,001 sec για ταχύτητα αέρα 15,467 m/sec

Από τα παραπάνω διαγράμματα συνάγεται το συμπέρασμα ότι για το ίδιο αρχικό πλάτος με τη μείωση της ταχύτητας του αέρα, παρουσιάζεται και μείωση του απαιτούμενου χρόνου μέχρι την ακινησία. Ωστόσο, δεν αλλάζει η μορφή των διαγραμμάτων, το οποίο συμφωνεί με τη θεωρία της φθίνουσας ταλάντωσης.

Τέλος, παρότι τα διαγράμματα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας είναι της ίδιας μορφής, διαπιστώνεται η διαφορά της τάξης μεγέθους μεταξύ τους, γεγονός που υποδηλώνει την ύπαρξη κάποιου σφάλματος κατά τη διαδικασία υπολογισμού τους.

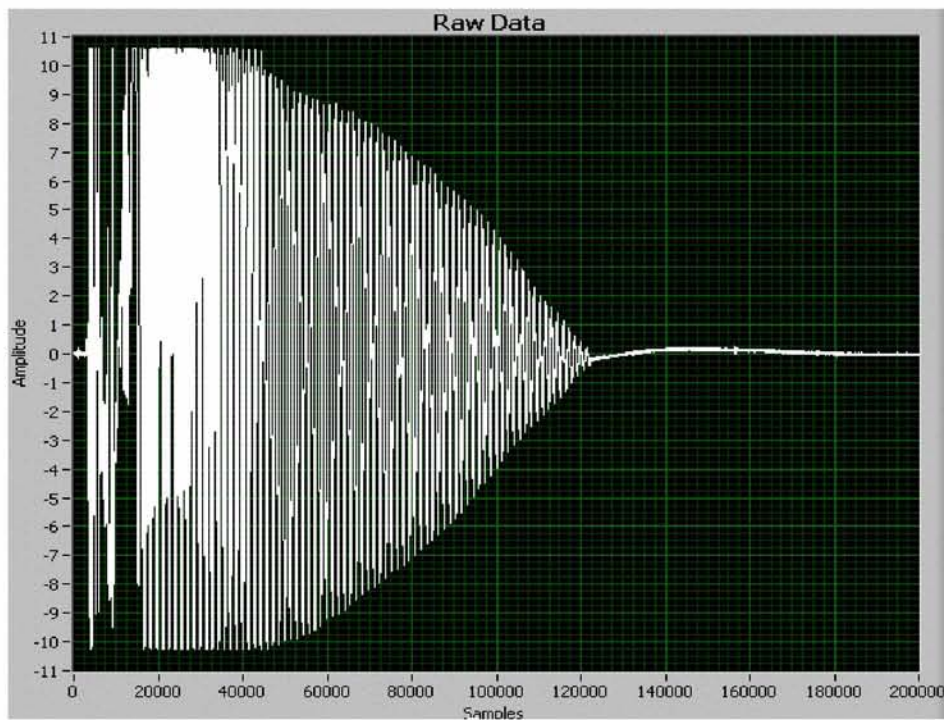
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ

Παρακάτω ακολουθεί η διαγραμματική απεικόνιση των αποτελεσμάτων που λήφθηκαν από το επιταχυνσιόμετρο, το οποίο τοποθετήθηκε επάνω στη σφαίρα κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται μετά την κατάλληλη επεξεργασία τους, όπως αυτή αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 5.36 Τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο για τα 50 Hz μετά την επεξεργασία τους

Είναι εμφανές ότι το παραπάνω διάγραμμα δεν εμφανίζει καμία συνοχή ή ομοιομορφία. Σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο, η επιτάχυνση της σφαίρας θα έπρεπε να ακολουθεί φθίνουσα ταλάντωση και να έχει μορφή παρόμοια με αυτή των 0 Hz, δηλαδή χωρίς ροή αέρα, όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 5.37 Τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο για τα 0 Hz μετά την επεξεργασία τους

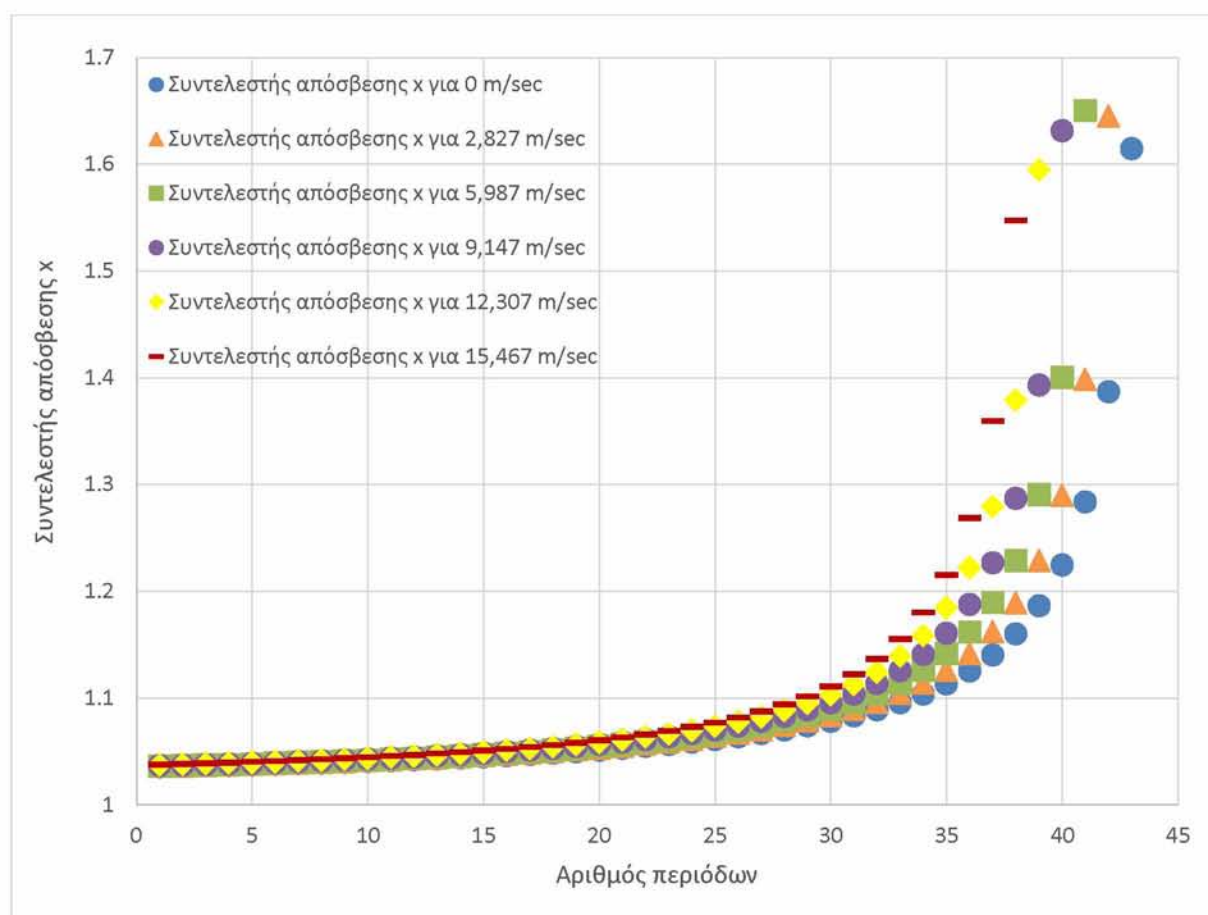
Η μεγάλη διαφορά μεταξύ των δύο διαγραμμάτων οφείλεται στο θόρυβο που προκλήθηκε κατά τη λειτουργία του μοτέρ. Δεδομένου ότι το πείραμα έλαβε χώρα σε κλειστή αεροσήραγγα και η συχνότητα του μοτέρ έφτανε τα 50 Hz, η εξάλειψη του παραγόμενου θορύβου ήταν αδύνατη. Επομένως, τα αποτελέσματα του επιταχυνσιόμετρου αλλοιώθηκαν αισθητά και δε μπόρεσαν να χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή συμπερασμάτων όσον αφορά την κίνηση της σφαίρας μέσα στην αεροσήραγγα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

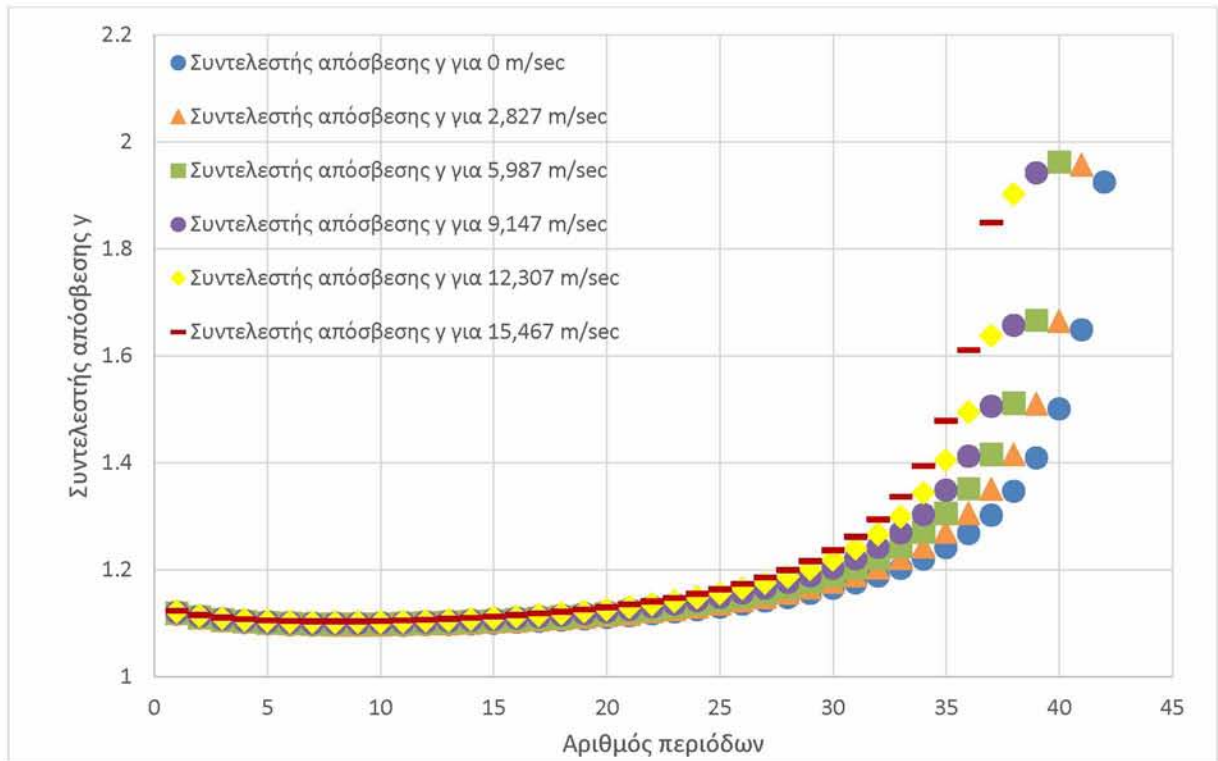
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο σημείο αυτό, θεωρείται σκόπιμο να εξαχθούν ορισμένα συμπεράσματα για την καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων της εργασίας.

Αρχικά, θα μπορούσε κανείς να εξετάσει το συντελεστή απόσβεσης της ταλάντωσης, δηλαδή το λόγο δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων (πλατών), ο οποίος, όπως είναι γνωστό, παραμένει σταθερός καθ' όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης. Σε αντίθεση με τη θεωρητική προσέγγιση, τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι ο συντελεστής απόσβεσης μεταβάλλεται όχι μόνο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, αλλά και με την αλλαγή της ταχύτητας του αέρα, όπως φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα:

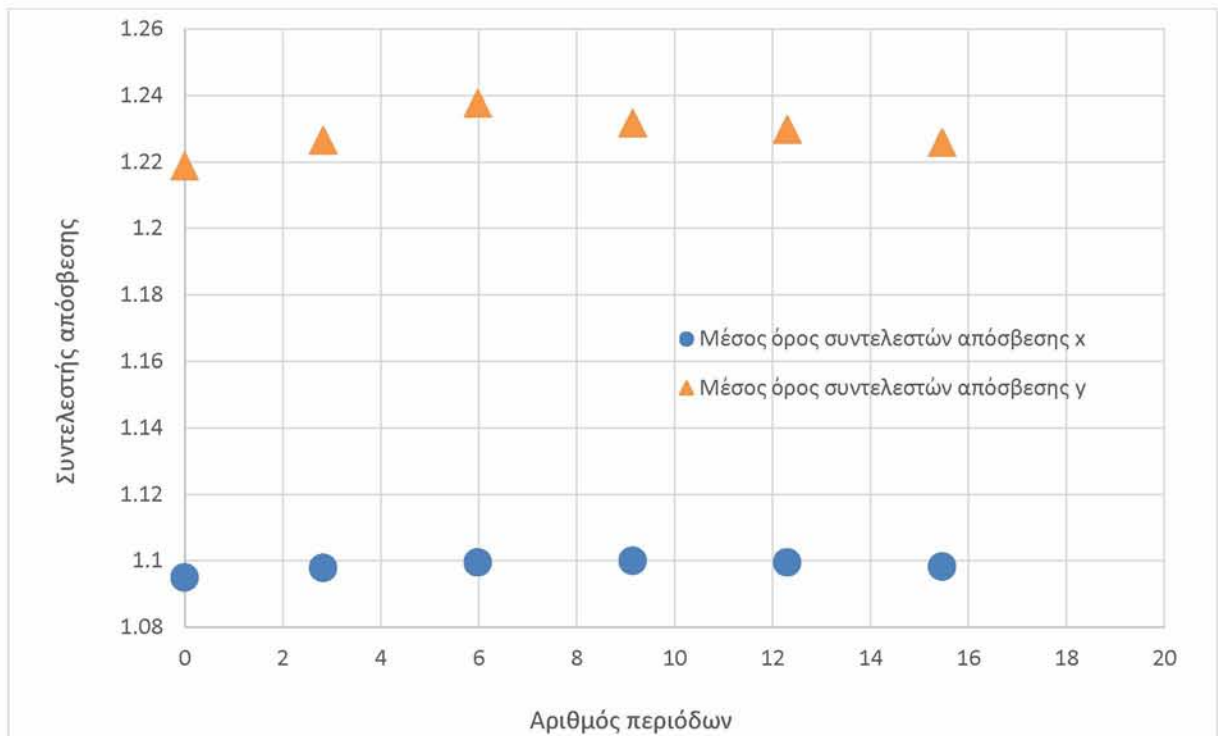


Σχήμα 6.1 Ο συντελεστής απόσβεσης του άξονα x για όλες τις ταχύτητες αέρα



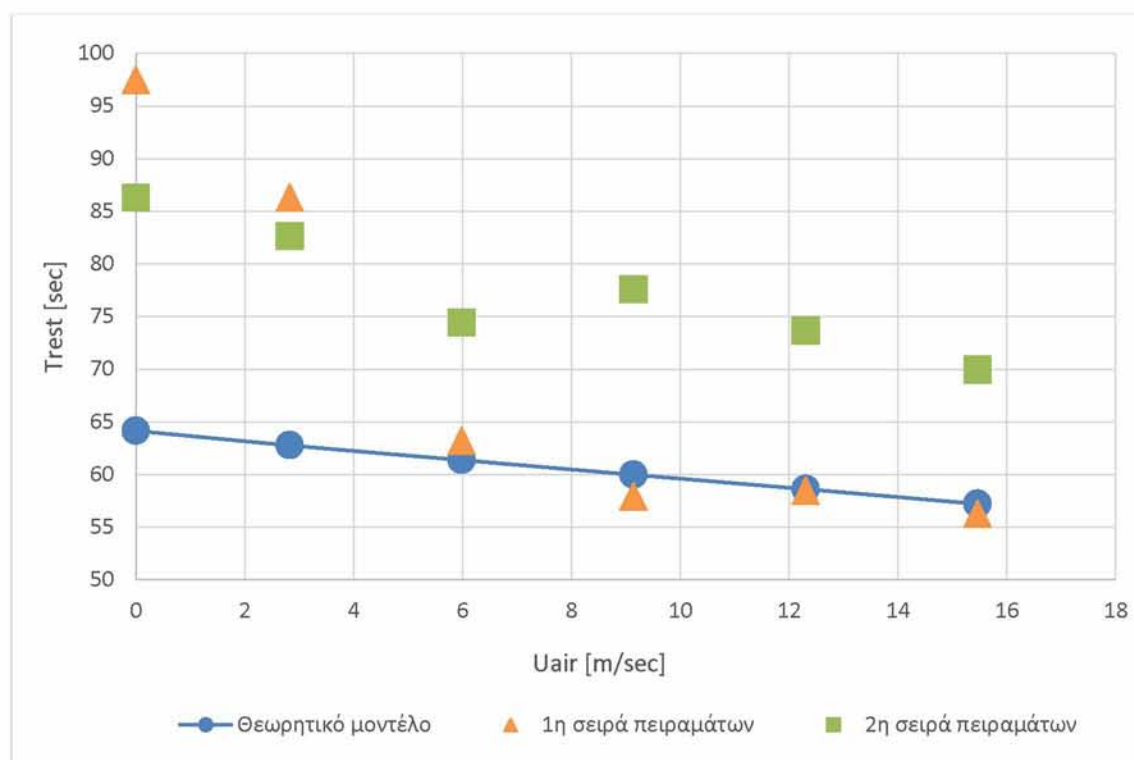
Σχήμα 6.2 Ο συντελεστής απόσβεσης του άξονα γ για όλες τις ταχύτητες αέρα

Επιπλέον, θεωρήθηκε σκόπιμη η απεικόνιση του μέσου όρου των συντελεστών απόσβεσης για κάθε ταχύτητα αέρα ξεχωριστά, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 6.3 Ο μέσος όρος των συντελεστών απόσβεσης των αξόνων x και y για όλες τις ταχύτητες αέρα

Σκοπός των εργαστηριακών πειραμάτων που έγιναν κατά τη διάρκεια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ήταν ο προσδιορισμός της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας σε διάφορες ταχύτητες ροής αέρα. Πιο συγκεκριμένα, διεξήχθησαν 2 σειρές των 6 πειραμάτων, όπου η σφαίρα αφέθηκε να εκτελεί αποσβενύμενη ταλάντωση μέχρι την ακινησία. Για καθένα από τα πειράματα αυτά, είχε δοθεί διαφορετική συχνότητα διεγέρτη-ηλεκτροκινητήρα από τον inverter που είχε συνδεθεί. Τα πειράματα βιντεοσκοπήθηκαν και μελετήθηκαν, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενα κεφάλαια. Παρακάτω βρίσκονται τα συνολικά διαγράμματα για την ευκολότερη κατανόηση και εξαγωγή συμπερασμάτων.

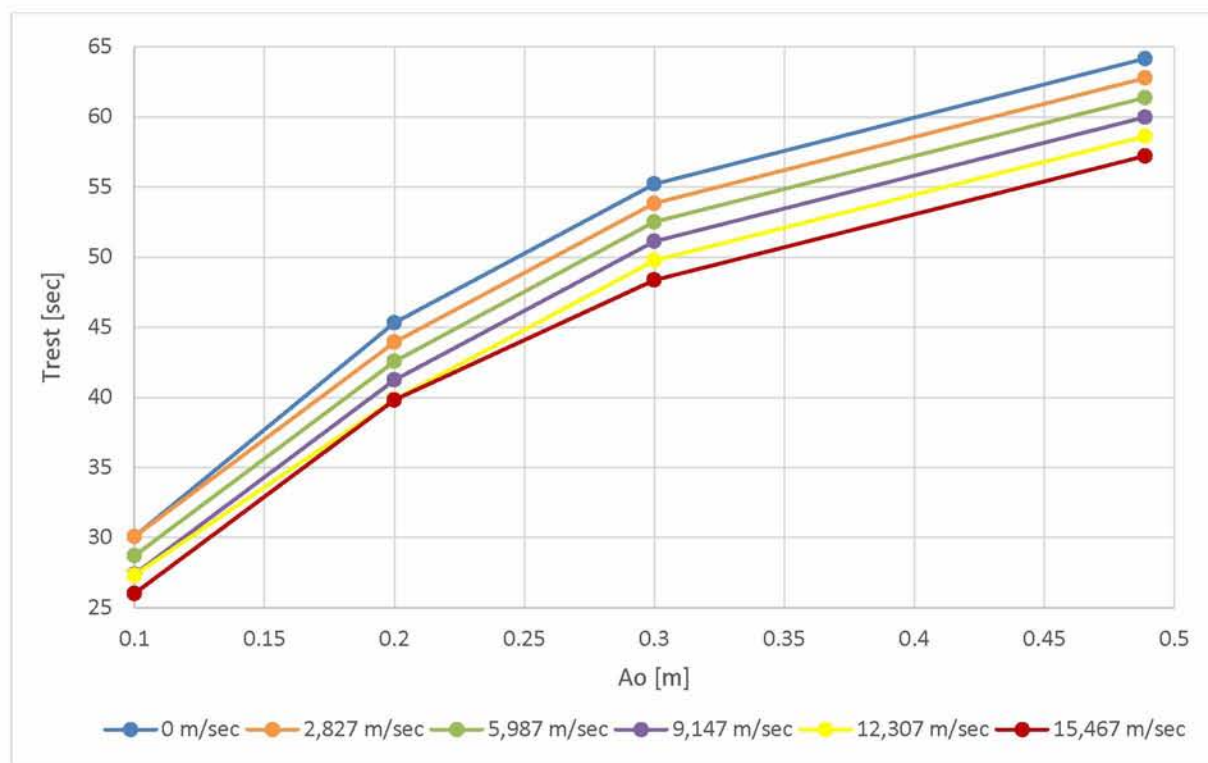


Σχήμα 6.4 Μεταβολή του χρόνου μέχρι την ακινησία με την ταχύτητα αέρα από το θεωρητικό μοντέλο και τα πειράματα

Από το παραπάνω διάγραμμα συνάγονται τα εξής συμπεράσματα:

- Πρώτον, οι δύο σειρές πειραμάτων έχουν μεγάλη απόκλιση μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό, αν και αναμενόμενο, μειώνει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.
- Επίσης, διαπιστώνεται ότι το θεωρητικό μοντέλο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα σε ικανοποιητικό βαθμό για τις ανάγκες και το επίπεδο της παρούσας εργασίας.
- Ακόμη, σε όλες τις περιπτώσεις ο χρόνος μέχρι την ακινησία μειώνεται με την αύξηση της ταχύτητας της ροής του αέρα, μέσα στην οποία κινείται το εκκρεμές.

Παρακάτω βρίσκεται το διάγραμμα του χρόνου μέχρι την ακινησία σε συνάρτηση με το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, το οποίο αφορά μόνο τα αποτελέσματα του θεωρητικού μοντέλου. Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε διαφορετική ταχύτητα αέρα, όπως φαίνεται στο υπόμνημα. Το διάγραμμα αυτό είναι μεγάλης σημασίας, καθώς παρουσιάζει συνολικά τα αποτελέσματα και ικανοποιεί το στόχο της παρούσας εργασίας.



Σχήμα 6.5 Μεταβολή του χρόνου μέχρι την ακινησία με το αρχικό πλάτος για όλες τις ταχύτητες ροής αέρα

Από τη μελέτη του παραπάνω διαγράμματος, εύκολα μπορεί να συμπεράνει κανείς ότι:

- Όπως ήταν αναμενόμενο, ο χρόνος που απαιτείται μέχρι την ακινησία αυξάνεται αναλογικά με το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, καθώς αυξάνεται η αρχική ενέργεια που προσδίδεται στο σύστημα.
- Παρατηρείται ότι για μεγαλύτερες ταχύτητες αέρα, μειώνεται ο χρόνος T_{REST} , ανεξάρτητα από το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, διότι αυξάνονται οι απώλειες λόγω των αεροδυναμικών τριβών.
- Τέλος, όσο αυξάνεται το αρχικό πλάτος και ο συνολικός χρόνος της ταλάντωσης, η επίδραση του αέρα είναι μεγαλύτερη. Αυτό συμβαίνει γιατί σε μικρούς συνολικούς χρόνους ταλάντωσης, ο αέρας δεν προλαβαίνει να επιδράσει σημαντικά στην κίνηση του εκκρεμούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ: ΤΟ ΕΚΚΡΕΜΟΣ ΣΕ ΑΛΛΑ ΜΕΣΑ

Η μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς του εκκρεμούς μπορεί να αποτελέσει έναυσμα για την πειραματική μελέτη και την περαιτέρω διερεύνηση πολλών, ακόμη, φαινομένων. Στο παρόν και τελευταίο κεφάλαιο, θα αναλυθεί συνοπτικά η κίνηση του εκκρεμούς μέσα σε διαφορετικά πεδία, όπως το κενό αέρος ή το νερό.

7.1 ΕΚΚΡΕΜΟΣ ΣΕ ΚΕΝΟ ΑΕΡΟΣ

Για την ανάλυση της κίνησης του εκκρεμούς σε κενό αέρος, μελετήθηκε ένα πείραμα, το οποίο περιγράφεται παρακάτω:

Μια μικρή μεταλλική σφαίρα δέθηκε σε νήμα και τέθηκε σε ταλάντωση από οριζόντια θέση με τη βοήθεια ενός μαγνήτη. Το πείραμα έλαβε χώρα δύο φορές, μία σε κανονικές συνθήκες και μία σε κενό αέρος. Ακριβώς πέντε λεπτά μετά την εκκίνηση των πειραμάτων, καταγράφηκε το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας, όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω.



Σχήμα 7.1 Η διαφορά στο πλάτος της ταλάντωσης σε κανονικές συνθήκες και σε κενό αέρος

Όσον αφορά την ταλάντωση του εκκρεμούς σε κενό αέρος, θα περίμενε κανείς το πλάτος της ταλάντωσης να παραμένει σταθερό, καθώς απουσιάζει η αντίσταση του αέρα. Μετά το πέρας των πέντε λεπτών, όμως, παρατηρείται σημαντική μείωση του πλάτους της ταλάντωσης, η οποία έγκειται στις τριβές από την τάση του νήματος. Η ύπαρξη των τριβών αυτών μετατρέπει σταδιακά την κινητική ενέργεια σε θερμική, με αποτέλεσμα την τελική ακινητοποίηση του εκκρεμούς. Από την παραπάνω εικόνα, εύκολα συνάγεται το συμπέρασμα ότι οι απώλειες λόγω της αεροδυναμικής αντίστασης είναι πολύ μικρότερες σε σύγκριση με τις απώλειες λόγω μηχανικών τριβών. Αυτό αιτιολογείται από το γεγονός ότι τα πλάτη στις δύο περιπτώσεις είναι συγκρίσιμης τάξης μεγέθους, παρότι η διαφορά τους είναι εμφανής. Τέλος, ενώ η διαφορά αυτή αναμενόταν να είναι σημαντικότερη, περιορίζεται λόγω της αεροδυναμικότητας του σχήματος και του μεγέθους της σφαίρας.

Στο επόμενο πείραμα που πραγματοποιήθηκε, παρουσιάζεται καλύτερα η επίδραση του αέρα στην κίνηση της σφαίρας. Πρόκειται για την ίδια σφαίρα, στην οποία προστέθηκε ένα πλαίσιο από διογκωμένο πολυστυρένιο (φελιζόλ), όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω. Το εκκρεμές τέθηκε εκ νέου σε ταλάντωση σε κανονικές συνθήκες και σε κενό αέρος.

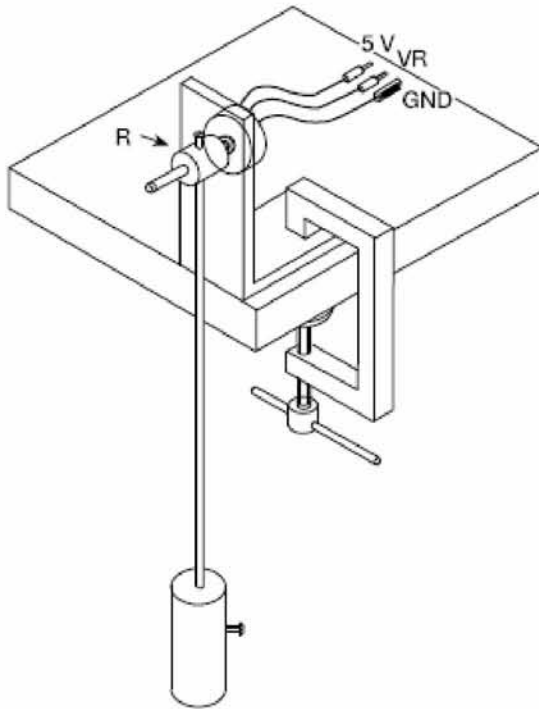


Σχήμα 7.2 Η σφαίρα με το πλαίσιο σε ταλάντωση σε κενό αέρος

Η δεύτερη σειρά των πειραμάτων είχε σημαντικά, αλλά αναμενόμενα αποτελέσματα. Ο χρόνος που χρειάστηκε το εκκρεμές μέχρι την ακινησία σε κανονικές συνθήκες ήταν περίπου 30 δευτερόλεπτα, ενώ σε κενό αέρος το εκκρεμές συνέχισε να ταλαντώνεται ακόμα και μετά το πέρας του τρίτου λεπτού. Το παραπάνω πείραμα φανερώνει τη σημαντική επίδραση του αέρα και της αεροδυναμικής αντίστασης.

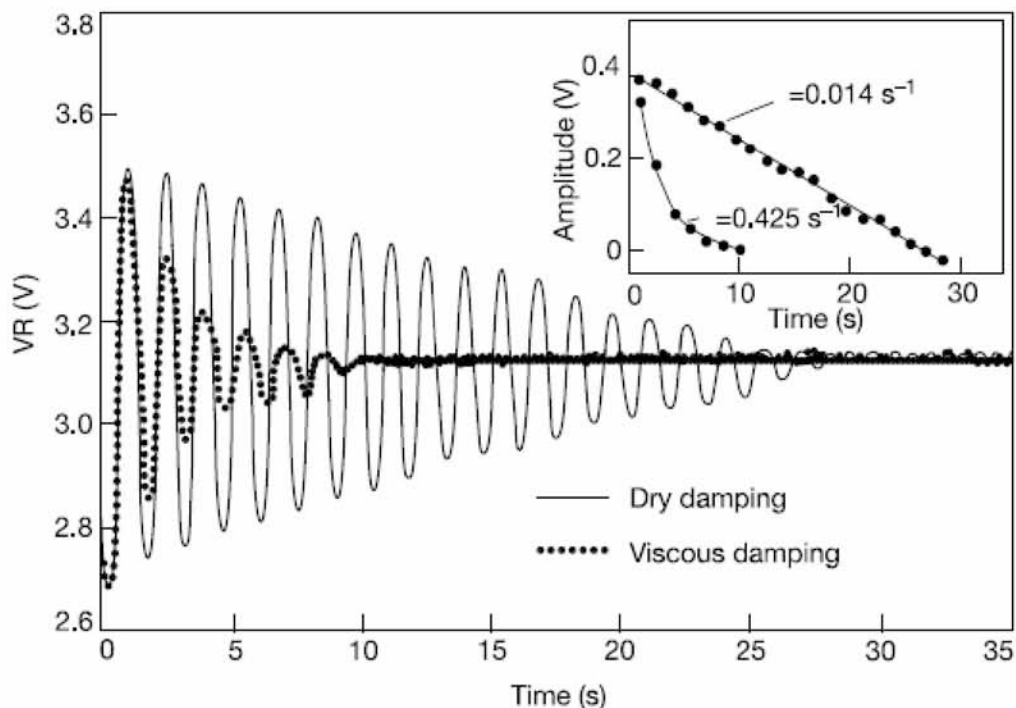
7.2 ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΣΕ ΝΕΡΟ

Στη συνέχεια, μελετήθηκε μια σειρά πειραμάτων που έλαβαν χώρα σε κανονικές συνθήκες και μέσα σε νερό, με στόχο την έκφραση του πλάτους της ταλάντωσης του εκκρεμούς ως συνάρτηση του χρόνου.



Σχήμα 7.3 Η πειραματική διάταξη του εκκρεμούς για το πείραμα μέσα στο νερό (F. C. Zonetti et al., 1998)

Η ράβδος εκκρεμούς ήταν στερεωμένη στον άξονα ενός γραμμικού ποτενσιόμετρου R (1 k Ω). Η ταλαντωτική κίνηση του εκκρεμούς προκαλούσε μεταβολή στην αντίσταση του ποτενσιόμετρου και, κατά συνέπεια, διαφορά στο δυναμικό (VR). Χρησιμοποιώντας μια εμπορική διεπαφή (PASCO Series 6500), η διαφορά δυναμικού μετρήθηκε και βρέθηκε άμεσα ανάλογη της θέσης του εκκρεμούς ως συνάρτηση του χρόνου. Η ξηρή απόσβεση προκαλείται από την τριβή μεταξύ των τμημάτων του ποτενσιόμετρου και η ιξώδης τριβή από την τριβή μεταξύ του εκκρεμούς και του υγρού που το περιβάλλει (αέρας ή νερό σε αυτήν την περίπτωση). Όταν το εκκρεμές βρίσκεται σε αέρα, η συμβολή της ξηρής τριβής είναι πολύ μεγαλύτερη από την ιξώδη τριβή, ενώ όταν βυθίζεται στο νερό, η συμβολή της ιξώδους τριβής κυριαρχεί. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται στο διάγραμμα παρακάτω.



Σχήμα 7.4 Αποτελέσματα της ταλάντωσης σε αέρα και νερό

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παραπάνω προβάλλουν τη γραμμική και την εκθετική απόσβεση των δύο τύπων τριβής που επιδρούν στο εκκρεμές. Με τις συντεταγμένες των σημείων των μέγιστων των καμπυλών μπορεί να κατασκευαστεί η κλίση της απόσβεσης για κάθε περίπτωση. Στο πείραμα όπου το εκκρεμές βρισκόταν σε αέρα, δεν παρατηρήθηκε απόκλιση από τη γραμμική συμπεριφορά, υποδεικνύοντας ότι η ιξώδης τριβή είναι αμελητέα σε αυτήν την κατάσταση, το αντίθετο όμως συνέβη όταν το εκκρεμές ήταν βυθισμένο σε νερό. Το γεγονός αυτό είναι μια πειραματική επαλήθευση της εγκυρότητας των μοντέλων που χρησιμοποιούνται για τα δύο είδη απόσβεσης. Οι προσαρμογές σε αυτές τις πειραματικές καμπύλες δίνουν τον όρο απόσβεσης σε κάθε περίπτωση. Με αυτόν τον τρόπο, γνωρίζοντας τη ροπή αδράνειας, μπορεί να υπολογιστεί η ροπή τριβής. Προτείνεται αυτό το πείραμα να γίνει με υγρά διαφορετικών τιμών ιξώδους για να συγκριθούν οι σταθερές τριβής ως σχετική μέτρηση του ιξώδους αυτών των μέσων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Aczel, D. A. (2002) 'Entanglement: The Greatest Mystery in Physics', John Wiley & Sons Ltd (October 29)
- [2] Andersson, P., Tamminen, J. and Sandström, C. E. (2002) 'Piston ring tribology: A literature survey', *VTT Tiedotteita - Valtion Teknillinen Tutkimuskeskus*, (2178), pp. 3–105.
- [3] Arovas, D. (2013) 'Lecture Notes on Classical Mechanics', Department of Physics, University of California, San Diego, pp.41-59
- [4] Ateshian, G. A. (1997) 'A theoretical formulation for boundary friction in articular cartilage.', *Journal of biomechanical engineering*, 119(1), pp. 81–6. doi: 10.1115/1.2796069.
- [5] Botis, M. and Harbic, C. (2012) 'A brief history upon seismic isolating systems', *Bulletin of the Transilvania University of Brasov*, 5 (54)(1).
- [6] Cavagna G. A., Franzetti P., Fuchimoto T. (1983) *The mechanics of walking in children*, <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1983.sp014895>
- [7] Cimbala, J. M. (2012) 'Drag on Spheres', (January), pp. 4–6.
- [8] Crisco, J. J. *et al.* (2007) 'Assuming exponential decay by incorporating viscous damping improves the prediction of the coefficient of friction in pendulum tests of whole articular joints', *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 221(3), pp. 325–333. doi: 10.1243/09544119JEIM248.
- [9] D.M.Lee, C. Medland (1978) 'Base isolation an historical development and the influence of higher mode response', *Bulletin of the new zealand national society for earthquake engineering*, 11(4), pp. 219–233.
- [10] Drewniak, E. I. *et al.* (2009) 'Comparison of two methods for calculating the frictional properties of articular cartilage using a simple pendulum and intact mouse knee joints', *Journal of Biomechanics*. Elsevier, 42(12), pp. 1996–1999. doi: 10.1016/j.jbiomech.2009.05.024.
- [11] Figure, S. (no date) *No Title No Title_2015*. doi: 10.15713/ins.mmj.3.
- [12] Fischer, M.S., Blickhan, R., 2006. The tri-segmented limb of therian mammals: kinematics, dynamics, and self-stabilization: a review. *Journal of Experimental Zoology* 305A(11), 935–952.
- [13] Fischer, M.S., Schilling, N., Schmidt, M., Haarhaus, D., Witte, H., 2002. Basic limb kinematics of small therian mammals. *The Journal of Experimental Biology* 205 (Pt 9), 1315–1338.
- [14] Garza S. (1993) 'Theoretical and experimental investigation of the dynamics and bifurcations of an impacting spherical pendulum with large deflection', Texas Tech University.
- [15] Hakeem, M. (2012) 'Intricate dynamics and hydrodynamic frictional losses of the piston-ring assembly in internal combustion engines'.
- [16] Hamrock, B. J., Schmid, S. R. and Jacobson, B. O. (2004) *Fundamentals of fluid film lubrication*, CRC Press. doi: 10.1201/9780203021187.
- [17] Heiskanen and Meinesz (1958) *The earth and its gravity field*, McGraw-Hill

book company, inc.

- [18] Ivanenko, Y. P. (2004) 'Development of pendulum mechanism and kinematic coordination from the first unsupported steps in toddlers', *Journal of Experimental Biology*, 207(21), pp. 3797–3810. doi: 10.1242/jeb.01214.
- [19] Jay GD, Torres JR, Rhee DK, Helminen HJ, Hytinen MM, Cha C-J, Elsaid K, Kim K-S, Cui Y, Warman ML. Association between friction and wear in diarthrodial joints lacking lubricin. *Arthritis & Rheumatism*. 2007; 56(11)
- [20] Jensen, R. K., Treitz, T. and Sun, H. (1997) 'Prediction of infant segment inertias', *Journal of Applied Biomechanics*, 13(3), pp. 287–299. doi: 10.1123/jab.13.3.287.
- [21] Kawai N, Tanaka E, Takata T, Miyauchi M, Tanaka M, Todoh M, van Eijden T, Tanne K. Influence of additive hyaluronic acid on the lubricating ability in the temporomandibular joint. *Journal Of Biomedical Materials Research, Part A*. 2004; 70(1):149–153.
- [22] Kawano T, Miura H, Mawatari T, Moro-Oka T, Nakanishi Y, Higaki H, Iwamoto Y. Mechanical effects of the intraarticular administration of high molecular weight hyaluronic acid plus phospholipid on synovial joint lubrication and prevention of articular cartilage degeneration in Akelman et al. experimental osteoarthritis. *Arthritis & Rheumatism*. 2003;
- [23] Kothmann B. D. (2007) 'Aerodynamics of Sports balls'
- [24] L. F. C. Zonetti, A. S. S. Camargo, J. Sartoti D. F. de Sousa and L. A. O. Nunes (1998), *A Demonstration of Dry and Viscous Damping of An Oscillating Pendulum*, *Eur. J. Phys.* 20 (1999) 85–88. Printed in the UK
- [25] Mahin, S. A. and Becker, T. C. (2010) 'Three dimensional modeling of triple friction pendulum isolators', *Proceedings of the 9th U.S. National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering*, 2008(581), p. 581.
- [26] Matthews R. M., Gauld C. F., Stinner A. (2005) 'The Pendulum Scientific, Historical, Philosophical and Educational Perspectives', Springer, Netherlands.
- [27] Mehta, R. D. (1985) 'Aerodynamics of Sports Balls', *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17(1), pp. 151–189. doi: 10.1146/annurev.fl.17.010185.001055.
- [28] Mohazzabi, P. and Shankar, S. P. (2017) 'Damping of a Simple Pendulum Due to Drag on Its String', *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 05(01), pp. 122–130. doi: 10.4236/jamp.2017.51013.
- [29] Mori S, Naito M, Moriyama S. Highly viscous sodium hyaluronate and joint lubrication. *International Orthopaedics*. 2002; 26(2):116–121.
- [30] Neale, M. J. (1995) 'Tribology Handbook (2nd Edition)' Butterworth-Heinemann, Linacre House, Jordan Hill, Oxford
- [31] Nelson, R. A. and Olsson, M. G. (1986) 'The pendulum—Rich physics from a simple system', *American Journal of Physics*, 54(2), pp. 112–121. doi: 10.1119/1.14703.
- [32] Noble, P. et al. (2011) 'A pendulum test as a tool to evaluate viscous friction parameters in the equine fetlock joint', *Veterinary Journal*. Elsevier Ltd, 188(2), pp. 204–209. doi: 10.1016/j.tvjl.2010.03.016.
- [33] Ou, K., Castonguay, P. and Jameson, A. (2011) 'Computational Sports Aerodynamics of a Moving Sphere: Simulating a Ping Pong Ball in Free

Flight', (June), pp. 1–16.

- [34] Rahmani, R. *et al.* (2017) 'The effect of cylinder liner operating temperature on frictional loss and engine emissions in piston ring conjunction', *Applied Energy*. The Author(s), 191, pp. 568–581. doi: 10.1016/j.apenergy.2017.01.098.
- [35] Saibene F., Minetti A. E. (2003) *Biomechanical and physiological aspects of legged locomotion in humans*, Eur J Appl Physiol, Milan, Italy, DOI: 10.1007/s00421-002-0654-9
- [36] Schepens, B., Bastien, G. J., Heglund, N. C. and Willems, P. A. (2004). Mechanical work and muscular efficiency in walking children. *J. Exp. Biol.* 207, 587-596.
- [37] Shi, F. (2011) 'An Analysis of Floating Piston Pin', *SAE International Journal of Engines*, 4(1), pp. 2011-01-1407. doi: 10.4271/2011-01-1407.
- [38] Tanaka E, Kawai N, Tanaka M, Todoh M, van Eijden T, Hanaoka K, Dalla-Bona DA, Takata T, Tanne K. The frictional coefficient of the temporomandibular joint and its dependency on the magnitude and duration of joint loading. *Journal of Dental Research*. 2004; 83(5):404–407.
- [39] Tanaka E, Iwabe T, Dalla-Bona DA, Kawai N, van Eijden T, Tanaka M, Kitagawa S, Takata T, Tanne K. The effect of experimental cartilage damage and impairment and restoration of synovial lubrication on friction in the temporomandibular joint. *Journal Orofacial Pain*. 2005;
- [40] Teeple E, Fleming BC, Mechrefe AP, Crisco JJ, Brady MF, Jay GD. Frictional properties of hartley guinea pig knees with and without proteolytic disruption of the articular surfaces. *Osteoarthritis & Cartilage/OARS, Osteoarthritis Research Society*. 2007.
- [41] Westfall R. (1989) 'Essays on the Trial of Galileo'
- [42] Wright V, Dowson D. Lubrication and cartilage. *Journal of Anatomy*. 1976; 121(Pt 1):107. [PubMed:3490]
- [43] Zhijun, L., Yang, C. and Fan, L. (2013) *Advanced Control of Wheeled Inverted Pendulum Systems*. doi: 10.1007/978-1-4471-2963-9.
- [44] Α. Ιωάννου, Γ. Ντάνος, Α. Πήττας, Σ. Ράπτης (1999) Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής κατεύθυνσης, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα.
- [45] Ε. Σταπουρντζής (2013) Σημειώσεις Αεροδυναμικής, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, Βόλος.
- [46] <https://physicsgg.me/>
- [47] <https://www.readymadeseminar.com/2015/06/base-isolation.html>
- [48] <https://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/dragosphere.html>
- [49] <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CE%B8%CE%AF%CE%BD%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B1%CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7>
- [50] <https://www.kistler.com/en/>
- [51] http://www.efesotomasyon.com/toshiba/L_Toshiba_Tosvert_inverter_VF-SXN.pdf
- [52] https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-NI-USB-6009-National-Instruments-Corporation_fig2_323612935

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παρατίθεται αναλυτικά το πρόγραμμα στη Fortran95:

```
1 program vicanna
2 implicit none
3 real::x,pi,A,tt,Tper,Tol,Ao,Ar,H,g,E,L,x2,Ux,ua,r,p,Cd,y,y2,Uy,Us,Etk,etd,Q,www,dt,Q2,piron,emv,platos
4 real::paxos,Tgauss,r1,r2,etk1,etd1,l1,etd2,dx,dv,etk2
5 integer::t
6 character::w*1
7 logical::flag
8 Print*, '----- Programma gia to ekkremas -----'
9 Print*, 'shmeiwsh:gia opoiadhpoti epilogh sas meta thn plhktrologhsh pathste <enter>'
10 pi=acos(-1.)!timh gia to pi=3.1415...
11 x=0. !loipes arxikes times gia thn ekkinhsh tou programmatos
12 t=0.
13 Tol=0.
14 A=999
15 E=999
16 Tgauss=999
17 dx=0.0001 !m
18 L=.465 !peiros-voula se m
19 Cd=0.5
20 paxos=0.006 !paxos ravdou se m
21 platos=0.02 !platos ravdou se m
22 emv=platos*paxos !se m^2
23 piron=7874 !pyknothta iron se kg/m^3
24 dt=0.01 !katho pona sec tha paiknei metrhcseis
25 r=.127/2. !skrina sfairas se m
26 g=9.81 !epitaxysh varychta se m/sec^2
27 Tper=2.*pi*sqrt(L/g)
28 ll print*, 'Parakalw dwste Ao (arxiko platos talantwsh)'
29 print*, 'Yparxoun 2 epiloges i.se rad apo thn katakoryfo (pathste: r)'
30 print*, ' h ii.se ekatosta apo th thesh isorropias (pathste: x)'
31 print*, '***** press <q> for default (Ao=.4189 kai H=50Hz) *****' !mia default epilogh gia thn grhgorh ekkinhsh tou programmatos
32 read*,w !analoge me thn epilogh tou xrhsth tha zhthsei ta dedomena
33 if (w=='x') then
34 print*, 'plhktrologhste to Ao se m panw ston sksona x (me . gia ypodiasistolh)'
35 read*,Ao !diavazei to arxiko platos
36 Ar=asin(Ao/L) !ypologizei thn arxikh gwnia
37 else if (w=='r') then
38 print*, 'plhktrologhste to Ao se rad apo th thesh isorropias'
39 read*,Ar !diavazei thn arxikh gwnia
40 Ao=sin(Ar)*L !ypologizei to arxiko platos
41 else if (w=='q') then !h default epilogh
42 Ao=.41893
43 Ar=asin(Ao/L)
44 H=50.
45 goto 13
46 else
47 print*, 'Error!' !se periptwsh pou o xrhsths dwsei lathos dedomena
48 print*, 'prospathhste pali'
49 goto 11
50 endif
51 print*, 'Parakalw dwste ta Hz ths aeroshraggas'
52 l2 print*, 'apo 0ews 50 Hz'
53 read*,H !diavazei ta Hz ths aeroshraggas
54 if ((H>50).or.(H<0)) then
55 print*, 'Error!' !se periptwsh pou o xrhsths dwsei lathos dedomena
56 print*, 'Aeras ekton evriou programmatos, prospathhste pali.'
57 goto 12
58 endif
59 l3 Ua=0.316*H-0.333 !metetroph Hz se m/sec, Ua=taxythta aera
60 x2=Ao !arxikh timh gia to x
61 y2=sqrt(L**2.-Ao**2.)+L !arxikh timh gia to y (symfwna me thn eksiwsh tou kyklo)
62 Q2=Ar !arxikh timh gia th gwnia
63 open (20, action='write', file='energeia_kathe_stigmh.txt') !anoigei kainouria arxia gia thn apothhkeush twv apotelesmatwn
64 open (30, action='write', file='dynamikh.txt')
65 open (40, action='write', file='kinhtikh.txt')
66 open (50, action='write', file='x.txt')
67 open (60, action='write', file='y.txt')
68 open (70, action='write', file='Taxythta_sfairas.txt')
69 write(20,*) 'Current energy Energy due to wind Percent' !typwnei thn prwth seira se katho arxio gia dieukolynsh sthn anagnwsh
70 write(30,*) 'dynamikh'
71 write(40,*) 'kinhtikh'
72 write(50,*) 'To x katho 0,001 sec'
73 write(60,*) 'To y katho 0,001 sec'
74 write(70,*) 'U sfairas'
```

```

75 Ao=Ao*100.
76 do while ((A>1e-6).and.(E>1e-6)) !epanalhpsgh gia kathe periodo
77   tt=0. !mhdenizetai o xronos pou apaiteitai gia thn ekastote periodo
78   A=(Ao*exp(-0.0283*t)-((3./2000.)*H+.265)*t)!ypologismos toy neou platous ths talantwshs gia kathe kyklo
79   print*,A
80   A=A/100.
81   Ar=asin(A/L) !kai ths antistoixhs gwnias
82   call Periodos(Ar,Tper,Tgauss) !ypologismos ths periodoy mesw tou algorithmou Gauss gia kathe kyklo
83   flag=.false.
84   do while(tt<Tgauss) !epanalhpsgh gia kathe xronikh stigmh
85     x=A*(sin((2.*pi/Tgauss)*(tt+Tgauss)+(3.*pi/2.))) !se m
86     y=93-(sqrt(L**2.-x**2)+L) !apo eksiswsh kykloy
87     tt=tt+dt
88     write(50,*)x !typwnei to x
89     write(60,*)y !typwnei to y
90     Ux=(x2-x)/dt !se m/sec
91     Uy=(y2-y)/dt !se m/sec
92     Us=sqrt(Ux**2+Uy**2) !h olikh taxyhtta ths sfairas se m/sec
93     if(Ux<0.)then
94       Us=Us*(-1.)
95     endif
96     Q=asin(abs(x)/L) !h gwnia
97     www=((q2-q)/dt) !h gwniakh taxyhtta
98     if(flag)then
99       etkl=0. !mhdenizetai h metavlthth gia na ksekinhsei o ypologismos ths kinhtikhhs energieias
100      etdl=0. !mhdenizetai h metavlthth gia na ksekinhsei o ypologismos ths dynamikhhs energieias
101      rl=r
102      do while(rl>=dx) !skanaretai h sfaira, prokeitai gia analytikh ekfrash olokhrwmatos
103        r2=dx*tan(pi/2.*(1-dx/rl)) !gia ton ypologismo tou ogkou ths sfairas ypologizetai to r2 ston aksona z
104        dv=dx*(pi/3.)*(r1**2+r2**2+rl*r2) !apeirostos ogkos
105        etk=(0.5*piron*dv*www**2)*((L-r+r1)**2+(L-r-rl)**2) !ypologismos kinhtikhhs energieias sfairas
106        etd=piron*g*dv*L*2.*(1-cos(q)) !ypologismos dynamikhhs energieias sfairas
107        etkl=etk+etkl
108        etdl=etd+etdl
109        rl=r2
110      enddo
111! write(30,*)Etdl !typwnei thn dynamikh energia sf

112! xx write(40,*)etkl !typwnei thn kinhtikh energia sf
113   etk2=(piron*emv*(www**2)*(L-z)**3.)/6. !ypologismos kinhtikhhs energieias ravdou
114   Ll=0.
115   etd2=0.
116   do while(Ll<=(L-r))
117     etd=piron*emv*g*(L-cos(q)*Ll)*dx !ypologismos dynamikhhs energieias ravdou
118     etd2=etd+etd2
119     Ll=Ll+dx
120   enddo
121! write(80,*)Etd2 !typwnei thn dynamikh energia rav
122! write(90,*)etk !typwnei thn kinhtikh energia rav
123   call find_Cd(us,cd) !kaleitai h synarthsh gia ton ypologismo tou Cd
124   write(70,*)Us !typwnei h taxyhtta
125   p=0.5*Cd*1.225*ua**2*(pi*r**2.*us+paxos*L*(www*(L-r)**2)/dt) !h epidrash toy aera sthn energia toy systhmatos se Joule
126   if(Ux<0.)then !an Ux<0 tote h sfaira kinetai antitheta apo ton aera
127     p=p*(-1.) !kai etsi h epidrash tou einai arnhtikh
128   endif
129   etk=etkl+etk2
130   etd=etdl+etd2
131   write(30,*)Etd !typwnei thn dynamikh energia
132   write(40,*)etk !typwnei thn kinhtikh energia
133   E=etk+etd !h olikh energia tou systhmatos
134
135   write(20,*)etd+etk,' ',p,' ',(100.*p)/(etd+etk),'%' !typwnei thn olikh, thn syneisfora tou aera kai to pososto(%)
136   endif
137   flag=.true.
138   x2=x
139   y2=y
140   Q2=Q
141   enddo !ews edw ginetai h epanalhpsgh gia kathe xronikh stigmh(dt)
142 Tol=Tol+tt
143 t=t+1
144 enddo !kai ews edw gia kathe kyklo ths talantwshs
145 print*, 'Arithmos periodwn pou xrelasthkan:',t
146 print*, 'Apaitoumenos xronos mexri thn akinhsia se sec:',tol
147 close (20) !kleinoun ta arxeia me ta apotelesmata pou anoiksan parapanw
148 close (30)

```

```

149 close (40)
150 close (50)
151 close (60)
152 close (70)
153 Print,' ----- Telos Programmatos Eyxaristoume -----' !typwnei mhnyma pros ton xrhsth gia to telos tou programmatos
154 Print,' (stou fakelo tou programmatos tha vreite peraliterw apotelesmata)'
155 contains !to programma epishs perilamvanei:
156 subroutine find_Cd(ut,Cd) !synarthsh gia ypologismo tou Cd symfwna me to diagramma
157 real::ut, Re, Cd
158 if(ut/=0.)then
159 Re=1.225*2*r*ut/(0.00001789)
160 else
161 Re=0.
162 endif
163 if((Re>=2*10**3) .and. (Re<=1.5*10**5)) then
164 Cd=(Re-3021.2*10**3)/(-592*10**4)
165 else if((Re>1.5*10**5) .and. (Re<=5.2*10**5)) then
166 Cd=(Re-1859.047*10**3)/(-352*10**4)
167 else if((Re>5.2*10**5) .and. (Re<=6.7*10**5)) then
168 Cd=(Re-6416.0639*10**2)/(-129.37063*10**4)
169 else if((Re>6.7*10**5) .and. (Re<=9*10**5)) then
170 Cd=(Re+161.53046*10**3)/(894.615305*10**4)
171 else if((Re>9*10**5) .and. (Re<=5*10**6)) then
172 Cd=(Re+1033.33333*10**3)/(2277.77777*10**4)
173 else if((Re>5*10**6) .and. (Re<=5*10**7)) then
174 Cd=(Re+13*10**7)/(45*10**7)
175 else
176 Cd=0.
177 end if
178 end subroutine
179
180 subroutine Periodos(Ar,Tper,Tgauss) !o algorithmos Gauss gia ton ypologismo ths periodou vasei tou platos
181 real::Tgauss,a1,b1,Ar,a2,b2,Tper
182 if(Ar>3e-2)then
183 a1=cos(Ar/2.)
184 a2=(1+a1)/2.
185 b2=sqrt(a2)
186 do while (abs(a2-b2)<1e-5)
187 a1=(a2+b2)/2.
188 b1=sqrt(a2*b2)
189 a2=a1
190 b2=b1
191 enddo
192 Tgauss=Tper/a2
193 else
194 Tgauss=Tgauss-0.015
195 endif
196 end subroutine
197 endprogram !telos programmatos

```

Με την εκκίνηση του προγράμματος εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, και στο σημείο αυτό ο χρήστης μπορεί να εισάγει τα δεδομένα.

 Plato IDE

```

----- Programma gia to ekkremes -----
shmeiwsh:gia opoiadhpotte epilogh sas meta thn plhktrologhsh pathste <enter>
Parakalw dwste Ao (arxiko platos talantwshs)
Yparxoun 2 epiloges i.se rad apo thn katakoryfo (pathste: r)
h ii.se ekatosta apo th thesh isorropias (pathste: x)
***** press <q> for default (Ao=.4189 kai H=50Hz) *****

```






Μετά την εισαγωγή των δεδομένων, ξεκινά αυτόματα η εκτέλεση του προγράμματος και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα:

```

Plato IDE
----- Programma gia to akkremes -----
shmeiwsh:gia opoiadhpoti epilogh sas meta thn plhktrologhsh pathste <enter>
Parakalw dwste Ao (arxiko platos talantwshs)
Yparxoun 2 epiloges i.se rad apo thn katakoryfo (pathste: r)
h ii.se ekatosta apo th thesh isorropias (pathste: x)
***** press cq for default (Ao=.4189 kai H=50Hz) *****
x
plhktrologhste to Ao se m panw ston aksona x (me . gia ypodiastolh)
.4189
Parakalw dwste ta Hz ths aeroshraggas
apo 0 ews 50 Hz
#0
41.8900 m platos 0ou kyklo
40.3961 m platos 1ou kyklo
38.9349 m platos 2ou kyklo
37.5053 m platos 3ou kyklo
36.1066 m platos 4ou kyklo
34.7378 m platos 5ou kyklo
33.3982 m platos 6ou kyklo
32.0869 m platos 7ou kyklo
30.8030 m platos 8ou kyklo
29.5460 m platos 9ou kyklo
28.3149 m platos 10ou kyklo
27.1092 m platos 11ou kyklo
25.9280 m platos 12ou kyklo
24.7707 m platos 13ou kyklo
23.6366 m platos 14ou kyklo
22.5251 m platos 15ou kyklo
21.4356 m platos 16ou kyklo
20.3673 m platos 17ou kyklo
19.3199 m platos 18ou kyklo
18.2925 m platos 19ou kyklo
17.2848 m platos 20ou kyklo
16.2961 m platos 21ou kyklo
15.3260 m platos 22ou kyklo
14.3738 m platos 23ou kyklo
13.4392 m platos 24ou kyklo
12.5215 m platos 25ou kyklo
11.6284 m platos 26ou kyklo
10.7354 m platos 27ou kyklo
9.86599 m platos 28ou kyklo
9.01177 m platos 29ou kyklo
8.17232 m platos 30ou kyklo
7.34723 m platos 31ou kyklo
6.53600 m platos 32ou kyklo
5.73852 m platos 33ou kyklo
4.95414 m platos 34ou kyklo
4.18257 m platos 35ou kyklo
3.42346 m platos 36ou kyklo
2.67646 m platos 37ou kyklo
1.94125 m platos 38ou kyklo
1.21747 m platos 39ou kyklo
0.504828 m platos 40ou kyklo
Arithmos periodwn pou xreiasthkan: 42
Apaitoumenos xronos mexri thn akinhsia se sec: 58.5999
----- Telos Programmatos Eyxaristoume -----
(ston fakelo tou programmatos tha vreite peraiterw apotelesmata)
Press RETURN to close window...

```

Επίσης, δημιουργούνται στον υπολογιστή τα αρχεία με τα υπόλοιπα αποτελέσματα αναλυτικά:

-  dynamikh
-  kinhtikh
-  Taxythta_sfairas
-  x
-  y

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	To x kathe 0,001 sec	To y kathe 0,001 sec	U sfairas	kinhtikh	dynamikh			
2	-4.19E-01	92.3332	-8.65E-02	4.19E-04	1.46E+00			
3	-4.19E-01	92.3324	-0.25797	3.71E-03	1.46E+00			
4	-4.17E-01	92.3301	-0.42256	9.97E-03	1.45E+00			
5	-4.16E-01	92.3263	-0.57814	1.87E-02	1.44E+00			
6	-4.13E-01	92.3212	-0.72206	2.91E-02	1.43E+00			
7	-4.10E-01	92.3148	-0.85304	4.06E-02	1.42E+00			
8	-4.05E-01	92.3073	-0.96926	5.25E-02	1.40E+00			
9	-4.01E-01	92.2989	-1.07356	6.43E-02	1.39E+00			
10	-3.95E-01	92.2897	-1.16485	7.57E-02	1.37E+00			
11	-3.89E-01	92.2799	-1.24469	8.64E-02	1.35E+00			
12	-3.82E-01	92.2696	-1.31397	9.64E-02	1.33E+00			
13	-0.374161	92.2589	-1.37482	1.05E-01	1.31E+00			
14	-0.365835	92.248	-1.42746	1.14E-01	1.29E+00			
15	-0.356851	92.2369	-1.47332	1.21E-01	1.27E+00			
16	-0.347226	92.2257	-1.51373	1.28E-01	1.25E+00			
17	-0.336976	92.2146	-1.54886	1.34E-01	1.23E+00			
18	-0.32612	92.2035	-1.57891	1.39E-01	1.21E+00			
19	-0.314677	92.1926	-1.60562	1.44E-01	1.19E+00			
20	-0.302669	92.182	-1.62957	1.48E-01	1.17E+00			
21	-0.290116	92.1716	-1.64989	1.52E-01	1.15E+00			
22	-0.277042	92.1615	-1.66809	1.55E-01	1.13E+00			
23	-0.263469	92.1518	-1.68381	1.58E-01	1.12E+00			
24	-0.249427	92.1426	-1.69795	1.61E-01	1.10E+00			

Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο:

WINDT-SFERA50HZ-G10-SR1KHZ - Σημειωματάριο
 Αρχείο Επεξεργασία Μορφή Προβολή Βοήθεια
 -----Channel10-----MEAN: 1,000000RMS: 1,000000StDev: 0,000000-----
 -1,251
 -0,332
 -0,248
 0,737
 1,038
 1,664
 1,290
 1,506
 0,119
 -0,808
 -1,801
 -1,518
 -0,979
 0,725
 1,789
 2,772
 2,082
 0,636
 -1,027
 -1,697
 -2,173
 -1,078
 0,518
 1,700
 2,448
 2,515
 1,354
 -0,403
 -1,572
 -2,196
 -1,580
 -0,373
 0,967
 2,013
 2,000
 1,313