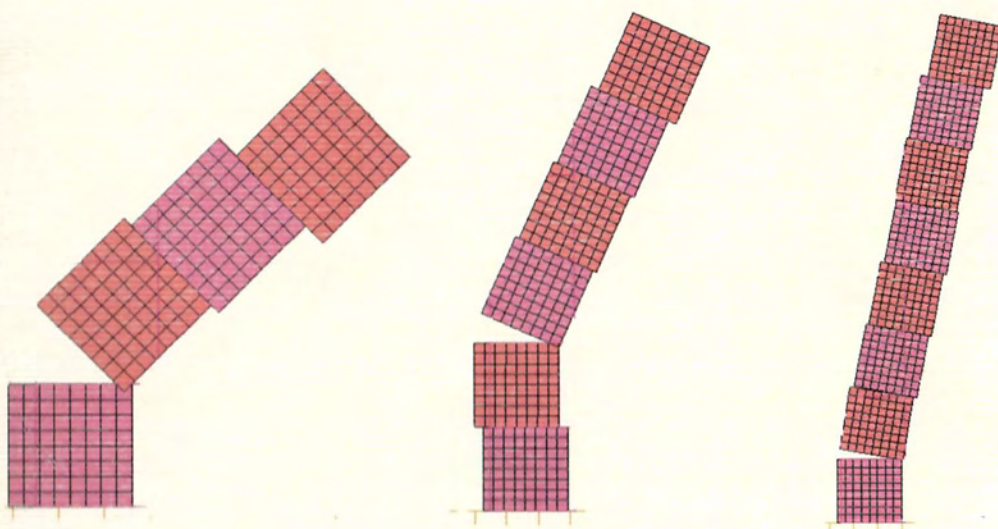




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ  
ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**“Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής  
απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές  
διεγέρσεις της βάσης τους”**



**Ειρηναίος Χατζηλλάρι**

Επιβλέπων: Ευριπίδης Μυστακίδης, Καθηγητής Τμήματος Πολιτικών  
Μηχανικών Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Συνεπιβλέπων: Κωνσταντίνος Τζάρος, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

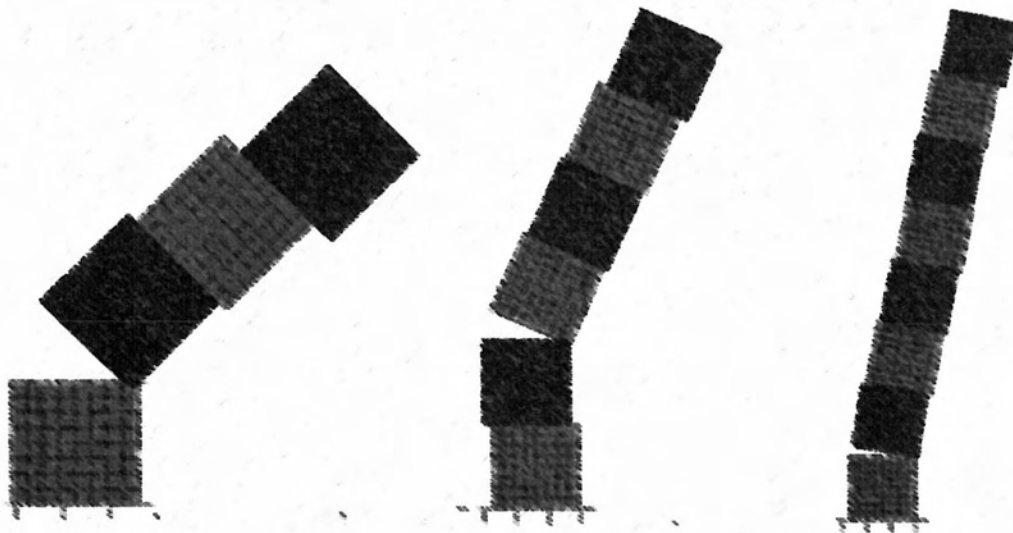
Βόλος, Φεβρουάριος 2016



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ  
ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

“Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής  
απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές  
διεγέρσεις της βάσης τους”



**Ειρηναίος Χατζηλλάρι**

Επιβλέπων: Ευριπίδης Μυστακίδης, Καθηγητής Τμήματος Πολιτικών  
Μηχανικών Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Συνεπιβλέπων: Κωνσταντίνος Τζάρος, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

Βόλος, Φεβρουάριος 2016



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 14599/1  
Ημερ. Εισ.: 13/09/2017  
Δωρεά: Συγγραφέας  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ  
2016  
ΧΑΤ

Ειρηναίος Χατζηλλάρι

Διπλωματούχος Πολίτικος Μηχανικός Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

.....

(Υπογραφή)

© 2016 – All rights reserved

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής: Ευριπίδης Μυστακίδης (Επιβλέπων)  
Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

.....  
(Υπογραφή)

Δεύτερος Εξεταστής: Κωνσταντίνος Τζάρος (Συνεπιβλέπων)  
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

.....  
(Υπογραφή)

Τρίτος Εξεταστής: Ολυμπία Παναγούλη  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

.....  
(Υπογραφή)

## Ένα μεγάλο ευχαριστώ . . .

Με την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα μου, Καθηγητή κ. Ευριπίδη Μυστακίδη, για την πολύτιμη βοήθεια του και υποστήριξη κατά τη διάρκεια αυτής της προσπάθειας. Οι πολύτιμες γνώσεις του και οι ουσιώδεις συμβουλές του συνέβαλλαν στην ομαλή εξέλιξη και ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Ταυτόχρονα, θα ήθελα να απευθύνω ένα τεράστιο ευχαριστώ στον συνεπιβλέποντα μου, στον άνθρωπο που πρώτος μου παρουσίασε τη ευκαιρία να ασχοληθώ, αλλά και ενίσχυσε την επιθυμία μου για περαιτέρω ενασχόληση στον εν λόγω τομέα, τον Δρ. Κωνσταντίνο Τζάρο. Ο εξαιρετικός τρόπος μετάδοσης των γνώσεων του σε συνδυασμό με την ευγένεια και την υπομονή του αποτελέσαν ένα σπουδαίο όπλο στη φαρέτρα μου για την αντιμετώπιση όλων των δυσκολιών που πρόεκυψαν. Ο πολύτιμος χρόνος του και η συνολική συνεισφορά του, έδωσαν τεραστία ώθηση στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Εν συνεχεία, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Fernando Peña, καθηγητή στο Universidad Nacional Autónoma de México, Μεξικό, ο οποίος μοιράστηκε πολύτιμα πειραματικά δεδομένα της εκτεταμένης του έρευνας, πάνω στο εν λόγω θέμα.

Οφείλω, επίσης, να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους που αποτέλεσαν μέρος ενός αδιαμφισβήτητα σημαντικότετου κεφαλαίου της ζωής μου, και συντέλεσαν στην εξέλιξη μου τόσο ως πολιτικός μηχανικός, αλλά και ως άνθρωπος. Ευχαριστώ θερμά όλους τους καλούς μου φίλους για τις ωραίες και μοναδικές στιγμές της φοιτητικής μου ζωής στο Βόλο, και ιδιαίτερα την Κωνσταντίνα Δημούλα για την υπομονή και την ακατάπαυστη κατανόηση της όλο αυτό το καιρό.

Πάνω από όλα, όμως, είμαι ευγνώμων στην οικογένεια μου που αποτέλεσε πολύτιμο αρωγό, και με την ολόψυχη, ουσιαστική και ηθική συμπαράσταση, που με αμείωτο ρυθμό μου προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια, με βοήθησε να πραγματοποιήσω τα όνειρα και τις φιλοδοξίες μου.

Ειρηναίος Χατζηλλάρι,  
Φεβρουάριος 2016



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

**“ Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής  
απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές  
διεγέρσεις της βάσης τους ”**

**Διπλωματική εργασία του**

**Ειρηναίου Χατζηλλάρι**

Επιβλέπων: Ευριπίδης Μυστακίδης, Καθηγητής Π.Θ.

Συνεπιβλέπων: Κωνσταντίνος Τζάρος, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη μέσω μη-γραμμικής, αριθμητικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, της απόκρισης και της ευσταθείας στύλων που αποτελούν ένα άκαμπτο μονολιθικό σώμα ή συντίθενται από ένα πλήθος άκαμπτων σπονδύλων, και υποβάλλονται σε διαφόρων ειδών δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους. Παράλληλα, εξετάζεται η επιρροή του συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια των σπονδύλων, σε συνδυασμό με τη συμβολή του βαθμού λυγηρότητας.

Στο 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο πραγματοποιείται μια πρώτη επαφή με το φαινόμενο του λικνισμού. Αρχικά, παρουσιάζονται οι βασικές σχέσεις και οι θεωρητικές έννοιες που διέπουν το φαινόμενο, μέσω της ανάλυσης του μοντέλου του Housner [1]. Κατά ανάλογο ύφος, το 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο αποτελεί μια εκτενή βιβλιογραφική ανασκόπηση του λικνισμού άκαμπτων σωμάτων υπό δυναμικές φορτίσεις της βάσης τους. Καταγράφονται οι σημαντικότερες έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί κατά τους τελευταίους δυο αιώνες, καθώς και τα κυριότερα ευρήματα αυτών.

Το 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο χωρίζεται σε δυο μέρη. Στο πρώτο, γίνεται η παρουσίαση της μεθόδου της μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, η οποία χρησιμοποιείται για την επίλυση των διαφόρων προσομοιωμάτων που δημιουργούνται. Έπειτα, γίνεται εκτενής αναφορά στις τεχνικές προσομοίωσης που παρέχει το εξειδικευμένο λογισμικό μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων

στοιχείων το οποίο χρησιμοποιείται, MSC Marc Software. Για την αξιόπιστη χρήση και βαθμονόμηση αυτών των τεχνικών πραγματοποιείται μια σειρά αναλύσεων σε διάφορα αριθμητικά προσομοιώματα στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου. Παράλληλα διεξάγεται και ο έλεγχος της αξιοπιστίας των παραγόμενων αποτελεσμάτων μέσω σύγκρισης τους με αντίστοιχες αναλυτικές λύσεις που διατίθενται στην διεθνή βιβλιογραφία.

Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, επιχειρείται αρχικώς μια λεπτομερής βιβλιογραφική ανασκόπηση στις σπονδυλωτές κατασκευές, και εν συνεχεία πραγματοποιείται η παραμετρική μελέτη της δυναμικής απόκρισης ελεύθερα εδραζόμενου στύλου, αποτελούμενου από άκαμπτους σπονδύλους. Η μελέτη περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό προσομοιωμάτων, τα οποία χωρίζονται σε ομάδες ανάλογα με το βαθμό λυγηρότητάς τους (λόγος  $h/b$ ) και την τιμή του συντελεστή τριβής στη διεπιφάνεια των σπονδύλων. Τα προσομοιώματα επιλύονται για τρία διαφορετικά είδη εδαφικών διεγέρσεων, κατά τις οποίες μεταβάλλεται το μέγιστο πλάτος και η συχνότητα τους. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα περιλαμβάνουν μεταξύ άλλων την γωνιά λικνισμού αλλά και τη μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση του κάθε σπόνδουλου.

Στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο εξετάζεται η ευστάθεια των σπονδυλωτών και μονολιθικών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους. Υστέρα από κλιμάκωση των δυναμικών διεγέρσεων προσδιορίζονται τα όρια ανατροπής σε όρους μέγιστης εδαφικής επιτάχυνσης όλων των στύλων που μελετήθηκαν και εντοπίζεται η επιρροή της τιμής του συντελεστή τριβής στη διεπιφάνεια των σπονδύλων, καθώς και του βαθμού λυγηρότητας, στην ανατροπή τόσο των σπονδυλωτών, όσο και των μονολιθικών στύλων. Για τα δυο είδη στύλου, διεξάγεται επίσης, και μια σύγκριση μεταξύ τους έναντι ανατροπής υπό τις προαναφερθείσες δυναμικές φορτίσεις.

Τέλος, στο 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα της παρούσας έρευνας, από τα οποία προκύπτουν προτάσεις για περαιτέρω ερευνά.





UNIVERSITY OF THESSALY  
SCHOOL OF ENGINEERING  
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING  
LABORATORY OF STRUCTURAL ANALYSIS AND DESIGN

**“Nonlinear numerical analysis of the rocking response of rigid multi-block columns under dynamic excitations”**

**Diploma Thesis of  
Eirinaios Chatzillari**

Supervisor: Euripidis Mistakidis, Professor University of Thessaly  
Co-supervisor: Konstantinos Tzaros, Dr. Civil Engineer

## **ABSTRACT**

The purpose of the present thesis is the investigation through nonlinear finite element analysis of the rocking response and stability of rigid monolithic and multi-block columns subjected to dynamic excitations of their base. Additionally, the influence of the friction coefficient-which exists in the interface of the rigid multi-block columns-in the stability of the columns, is also examined. The study takes also under consideration different values of the slenderness ratio of the columns.

In the 1<sup>st</sup> Chapter a first approach of the rocking phenomenon is presented. Initially, the general notions and concepts of the rocking motion are formulated using Housner’s model [1]. In accordance, the 2<sup>nd</sup> Chapter constitutes an extensive literature review of the rocking response of rigid bodies, under dynamic excitations of their base. The most significant, published researches of the last two centuries and their most remarkable conclusions are also presented.

The 3<sup>rd</sup> Chapter is divided into two major parts. In the first one, initially, some general information concerning the nonlinear finite element analysis is given. Then the proposed finite element model is constructed appropriately in order to be able to simulate accurately the rocking motion of a body when the latter it is allowed to rock and slide. Afterwards, the simulation techniques, which are provided from the advanced MSC Marc nonlinear finite element analysis software chosen for the purposes of this particular thesis, are extensively presented. For reliability purposes and calibration of the above settings a series of analyses of various constructed numerical models are conducted in the second part of this chapter. In conjunction with the above calibration, the reliability of the produced results of the numerical models is

compared with experimental results or analytical solutions, both available in the literature.

In the 4<sup>th</sup> Chapter, initially a comprehensive literature review of multi-block structures is given and a parametric investigation of the dynamic response of a rigid, free standing, multi-block column is carried out. The study contains a wide number of models, which are divided into groups in accordance to their slenderness ratio ( $b/h$ ) and the friction coefficient which exists in the interface of the rigid blocks. The constructed models are solved for three different types of ground excitations, in which the maximum amplitude and excitation frequency is varied. Among others, the obtained results include the rocking angle and the x-displacement of each block.

In the 5<sup>th</sup> Chapter the stability of rigid multi-block and monolithic columns, subjected to dynamic excitations of their base, is examined. After an escalation of the dynamic excitations the required acceleration leading to overturning is revealed for all models which are being studied. Simultaneously, the influence of both the friction coefficient and the slenderness ratio in the stability of multi-block and monolithic columns is examined. For both types of columns studied in the present thesis, a comparison regarding overturning under the mentioned dynamic excitations is conducted.

Finally, in the 6<sup>th</sup> Chapter, the findings of the present study are summarized; thereby several research proposals for future work are extracted.

# Περιεχόμενα

## *Περίληψη*

## *Abstract*

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- Εισαγωγή στη δυναμική απόκριση άκαμπτου σώματος σε λικνισμό**

1.1 Εισαγωγή.....	4
1.2 Βασικές σχέσεις και έννοιες που διέπουν το λικνισμό .....	6
1.2.1 Μοντέλο του Housner .....	6
1.2.2 Κλασσικές παράμετροι της θεωρίας του Housner .....	8
1.2.3 Εξίσωση κίνησης στο μοντέλο του Housner .....	9

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2- Βιβλιογραφική ανασκόπηση**

2.1 Βιβλιογραφική αναδρομή περί λικνισμού.....	12
--	----

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - Μη γραμμική δυναμική ανάλυση άκαμπτου στερεού σώματος σε λικνισμό: προσομοίωση προβλήματος, βαθμονόμηση, αξιοπιστία και έλεγχος αποτελεσμάτων**

Α. Αριθμητική προσομοίωση και μέθοδος επίλυσης του προβλήματος .....	29
3.1 Εισαγωγή.....	29
3.2 Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων .....	29
3.3 Μη-γραμμική ανάλυση .....	31
3.4 Αριθμητική προσομοίωση απολύτως στερεού, άκαμπτου σώματος ελεύθερα εδραζόμενο επί απολύτως στερεής, άκαμπτης βάσης.....	32
3.4.1 Διακριτοποίηση .....	32
3.4.2 Επαφή και τριβή .....	34
3.4.2.1 Επαφή.....	34
3.4.2.2 Τριβή.....	35
3.4.3 Συνοριακές συνθήκες και εξωτερική φόρτιση .....	35
3.4.4 Είδος ανάλυσης .....	36
Β. Βαθμονόμηση, αξιοπιστία και έλεγχος των αποτελεσμάτων.....	37
3.5 Σύγκριση αριθμητικών προσομοιωμάτων με το έργο των Makris και Roussos [18] .	37
3.6 Αριθμητική προσέγγιση παραδείγματος από το έργο των Vassiliou-Makris [28] .....	41
3.7 Σύγκριση αριθμητικών προσομοιωμάτων με τα πειράματα των Pena <i>et al</i> [26].....	45
3.7.1 Ελεύθερος λικνισμός (free rocking) .....	45

3.7.2 Λικνισμός υπό αρμομική, ημιτονοειδή διέγερση (harmonic, sine rocking).....	50
3.8 Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	54
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - Παραμετρική αριθμητική μελέτη της λικνιστικής απόκρισης σώματος, αποτελούμενο από άκαμπτους σπονδύλους</u></b>	
4.1 Εισαγωγή.....	56
4.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση σπονδυλωτών κατασκευών.....	56
4.3 Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων .....	60
4.3.1 Περιγραφή διαδικασίας .....	60
4.3.2 1 <sup>η</sup> Ομάδα αριθμητικών προσομοιωμάτων ( $h/b=2$ ).....	62
4.3.3 2 <sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=4$ ) .....	63
4.3.4 3 <sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=6$ ) .....	64
4.3.5 4 <sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=8$ ) .....	65
4.4 Είδος εδαφικής διέγερσης .....	66
4.5 Αποτελέσματα επιλύσεων .....	66
4.5.1 Αποτελέσματα επιλύσεων 1 <sup>ης</sup> διέγερσης ( $f_1=2$ Hz, $A_1= 0.025$ m) .....	67
4.5.1.1 1 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$ .....	67
4.5.1.2 2 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=4$ .....	69
4.5.1.3 3 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=6$ .....	71
4.5.1.4 4 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=8$ .....	73
4.6 Ανάλυση αποτελεσμάτων .....	75
4.6.1 1 <sup>η</sup> διέγερση ( $f_1=2$ Hz, $A_1= 0.025$ m).....	76
4.6.2 2 <sup>η</sup> διέγερση ( $f_2=4$ Hz, $A_2= 0.008$ m).....	80
4.6.3 3 <sup>η</sup> διέγερση ( $f_3=6$ Hz, $A_1= 0.005$ m).....	84
4.7 Αποτελέσματα υπό την προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης .....	87
4.7.1 Βαθμός λυγηρότητας 2 .....	90
4.7.2 Βαθμός λυγηρότητας 4 .....	91
4.7.3 Βαθμός λυγηρότητας 6 .....	92
4.7.4 Βαθμός λυγηρότητας 8 .....	93
4.8 Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	93
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - Ανατροπή σπονδυλωτών και μονολιθικών στύλων υπό δυναμικές φορτίσεις της βάσης τους</u></b>	
5.1 Εισαγωγή.....	97
5.2 Αποτελέσματα επιλύσεων .....	97

---

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

5.3 Μελέτη επίδρασης του συντελεστή τριβής στην ανατροπή.....	101
5.3.1 Σπονδυλωτή κολώνα .....	101
5.3.2 Μονολιθική κολώνα .....	102
5.4 Μελέτη επίδρασης της λυγηρότητας στην ανατροπή .....	103
5.4.1 Σπονδυλωτή κολώνα .....	104
5.4.2 Μονολιθική κολώνα .....	105
5.5 Σύγκριση σπονδυλωτής κολώνας με μονολιθική έναντι ανατροπής .....	106
5.6 Χαρακτηριστικές περιπτώσεις απόκρισης της ανατροπής για διάφορες σπονδυλωτές και μονολιθικές κολώνες.....	109
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - Τελικός σχολιασμός αποτελεσμάτων</u></b>	
6.1 Συμπεράσματα .....	115
6.2 Προτάσεις για περαιτέρω ερευνά.....	116
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι</b> .....	117
Π.1 Αποτελέσματα επιλύσεων 2 <sup>ης</sup> διέγερσης ( $f_2=4$ Hz, $A_2= 0.008$ m) .....	117
Π.1.1 1 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$ .....	117
Π.1.2 2 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=4$ .....	119
Π.1.3 3 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=6$ .....	121
Π.1.4 4 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=8$ .....	123
Π.2 Αποτελέσματα επιλύσεων 3 <sup>ης</sup> διέγερσης ( $f_3=6$ Hz, $A_4= 0.005$ m) .....	125
Π.2.1 1 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$ .....	125
Π.2.2 2 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=4$ .....	127
Π.2.3 3 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=6$ .....	129
Π.2.4 4 <sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=8$ .....	131
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	133

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### *Εισαγωγή στη δυναμική απόκριση άκαμπτου σώματος σε λικνισμό*

#### 1.1 Εισαγωγή

Το φαινόμενο της μερικής ανύψωσης ενός μέρους της βάσης μιας κατασκευής από το θεμέλιο στο οποίο εδράζεται, και η ταλάντωση της όταν το κέντρο περιστροφής αλλάζει στιγμιαία από ένα σημείο, σε ένα άλλο σημείο αναφοράς, ονομάζεται λικνισμός (**rocking** στη διεθνή βιβλιογραφία), και έχει παρατηρηθεί πολύ συχνά κατά τη διάρκεια πολλών σεισμικών διεγέρσεων.

Για παράδειγμα, κατά τη διάρκεια του σεισμού Kern Country τον Ιούλιο του 1952, στην πόλη Tehachapi των Ηνωμένων Πολιτειών, παρατηρήθηκε πως οι κοχλίες αγκύρωσης από ένα μεγάλο αριθμό ψηλών και λυγηρών πύργων πετρελαίου είχαν διογκωθεί, με αποτέλεσμα το λικνισμό περί της βάσης έδρασης τους. Κατά τη διάρκεια του Μεγάλου Σεισμού της Χίλης (1960), με τεράστιες καταστροφές σε κτίρια και μεγάλες απώλειες ανθρώπινων ζωών, πολλές ψηλές και λυγηρές κατασκευές “βίωσαν” λικνισμό, το οποίο είχε ως αποτέλεσμα την επιβίωση τους έναντι του ισχυρού σεισμού, γεγονός που ώθησε και τον George W. Housner [1] σε μια σημαντική μελέτη σχετικά με το λικνισμό των κατασκευών, η οποία και παρουσιάζεται σε επόμενη ενότητα. Επίσης, υστέρη από το Σεισμό της Μεγάλης Παρασκευής (*the Good Friday Earthquake*) που έπληξε την Αλάσκα των Ηνωμένων Πολιτειών στα τέλη Μαρτίου 1964, βρέθηκε ποσότητα πάγου κάτω από πολλές δεξαμενές πετρελαίου, γεγονός που ξεκάθαρα υποδείκνυε την ανύψωση τους κατά τη διάρκεια του σεισμού. Ακόμη, πιο πρόσφατες μελέτες, όπως αυτή των Γερολύμο *et al* [2] για το μεγάλο σεισμό του Izmit στη Τουρκία (1999), δείχνουν ότι πολλές υψίκορμες κατασκευές μπορούν να υποστούν λικνισμό, ο οποίος σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να οδηγήσει και στην κατάρρευση τους.

Συνεπώς, εξάγεται το συμπέρασμα ότι πληθώρα κατασκευών δύναται να λικνιστεί περί την βάση τους, σε ένα ιδιαίτερα δυναμικό φαινόμενο όπως είναι αυτό του λικνισμού. Αξίζει να σημειωθεί πως ο λικνισμός ενσωματώνει ένα μεγάλο εύρος δυναμικών προβλημάτων, όπως η δυναμική απόκριση στις τρεις διαστάσεις, η σύγκρουση (*impact*), η ολίσθηση (*sliding*), η ανύψωση (*uplift*) και η επαφή στη διεπιφάνεια μεταξύ κατασκευής και βάσης (*contact*). Είναι σαφές, πως αποτελεί ένα μη γραμμικό πρόβλημα με μεγάλες δυσκολίες στη μελέτη και την προσομοίωσή του, που μέχρι και σήμερα δεν έχουν ξεκαθαριστεί πλήρως. Έτσι, αναπόφευκτα, αποτελεί ένα σπουδαίο αντικείμενο μελέτης της αντισεισμικής μηχανικής, καθώς κατασκευές όπως τοίχοι αντιστήριξης, δεξαμενές αποθήκευσης, πυρηνικοί αντιδραστήρες, απλές τοιχοποιίες, αλλά και μη δομικά στοιχεία όπως μουσειακά εκθέματα, κολώνες αρχαίων ναών και οικιακός, ηλεκτρολογικός, ή βιομηχανικός εξοπλισμός μπορούν να χαρακτηριστούν ως κατασκευές που μπορούν να υποστούν λικνισμό (*rocking*)

---

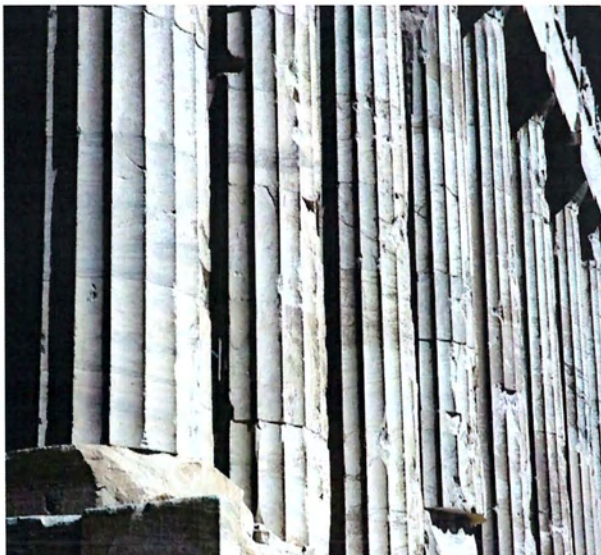
Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

*structures*), των οποίων η απόκριση και οι συνθήκες ευστάθειας αποτελούν θέμα ζωτικής σημασίας.

Παράλληλα, τις τελευταίες δυο δεκαετίες οι επιστήμονες έχουν δώσει μεγάλη έμφαση στη δυναμική μελέτη αρχαίων, άκαμπτων κατασκευών υπό δυναμικές φορτίσεις. Τεράστιο ενδιαφέρον έλκουν οι κλασσικοί ναοί που βρίσκονται στον ευρύτερο Ελλαδικό χώρο, σε περιοχές της νότιας Ιταλίας αλλά και τις Κύπρου, με ιδιαίτερο αντικείμενο μελέτης να αποτελούν οι σπονδυλωτές κολώνες (*multidrum columns*) και οι κιονοστοιχίες (*colonnades*). Οι αρχαίοι τεχνίτες κατασκεύαζαν τέτοιου είδους κατασκευές τοποθετώντας μαρμάρινες πέτρες ορθογωνικών διαστάσεων (*stone blocks*) τη μια πάνω στην άλλη, χωρίς, συνήθως, κάποιο συνδετικό υλικό ανάμεσα τους.

Ο λόγος των ερευνών έγκειται στο γεγονός πως μεγάλος αριθμός τέτοιων κατασκευών έχει επιβιώσει από σεισμούς που έχουν συμβεί σε μια περίοδο 2.500 χρόνων, και οι οποίοι ήταν καταστρεπτικοί για πλήθος αντιστοιχών μονολιθικών. Συνεπώς, η κατανόηση της σεισμικής συμπεριφοράς αυτών των κατασκευών είναι πολύ σημαντική, τόσο για την ορθή αξιολόγηση της δομικής τους αποκατάστασης, όσο και για την ενίσχυση τους, αλλά κυρίως για την ανάγκη διερεύνησης των μηχανισμών που υπεισέρχονται στην απόκριση και οι οποίοι οδηγούν σε ευσταθείς κατασκευές, όταν καταπονούνται σε σεισμικές διεγέρσεις. Στόχος της διερεύνησης αυτής είναι η πιθανή επέκταση και ενσωμάτωση της στην αντισεισμική τεχνολογία των σύγχρονων κατασκευών.

Παραδείγματα τέτοιων κατασκευών αποτελούν οι κίονες του ναού του Παρθενώνα, στη Ακρόπολη (Εικόνα 1.1.α), και η είσοδος του ναού του Δια στη Νεμέα, η οποία αποτελούταν από δυο σπονδυλωτές κώλωνες συνδεδεμένες με ένα επιστύλιο (Εικόνα 1.1.β).



Εικόνα 1.1: α) Κίονες του ναού του Παρθενώνα (Ακρόπολη), β) Είσοδος από κιονοστοιχίες με επιστύλιο του ναού του Δια (Νεμέα)

Η απόκριση αυτών των κατασκευών είναι εξαιρετικά πολύπλοκη καθώς τέτοιου είδους συστήματα περιλαμβάνουν σύνθετα φαινόμενα λικνισμού ή/και ολίσθησης. Κάθε σπόνδυλος δύναται να λικνιστεί, ανεξάρτητα ή σε ομάδες, προσδίδοντας διαφορετικές και

εναλλακτικές μορφές ταλάντωσης ολόκληρης της κατασκευής. Η παραπάνω απόκριση χαρακτηρίζεται ως εντόνως μη-γραμμική εξαιτίας των μεταβολών της γεωμετρίας και των συνοριακών συνθηκών του δομικού συστήματος. Έτσι, οι αναλυτικές μελέτες ανάλογων σπονδυλωτών κατασκευών υπό ισχυρές διεγέρσεις είναι εξαιρετικά πολύπλοκες, εάν όχι αδύνατες για πάνω από δυο σώματα, ενώ ταυτόχρονα και τα εργαστηριακά πειράματα είναι πολύ σύνθετα με μεγάλες οικονομικές απαιτήσεις. Συνεπώς, η δυνατότητα προσομοίωσης της δυναμικής απόκρισης και αξιολόγησης των σπονδυλωτών κατασκευών εστιάζεται στις αριθμητικές μεθόδους.

## 1.2 Βασικές σχέσεις και έννοιες που διέπουν το λικνισμό

Ως λικνισμός ορίζεται η ταλάντωση ενός άκαμπτου σώματος (*rigid body*) όταν το κέντρο περιστροφής αλλάζει ακαριαία από ένα σημείο αναφοράς σε ένα άλλο. Για την καλύτερη κατανόηση αυτού του περίπλοκου δυναμικού φαινομένου, παρουσιάζεται το μοντέλο που πρώτος εισάγαγε ο Housner [1], στην εις βάθος μελέτη που πραγματοποίησε για τον Μεγάλο Σεισμό της Χιλής, το 1963.

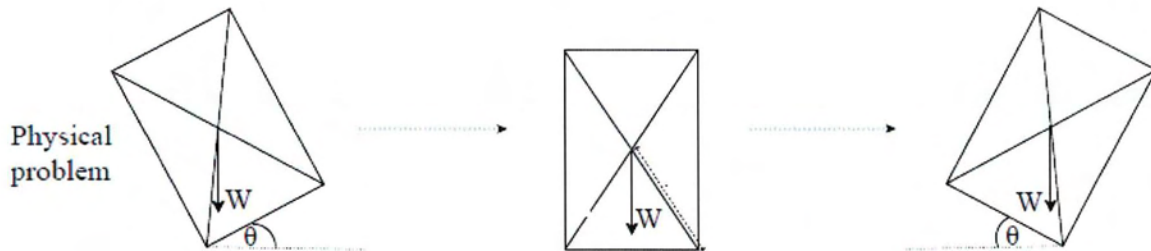
### 1.2.1 Μοντέλο του Housner

Στο μοντέλο του Housner μελετάται η λικνιστική απόκριση (*rocking response*) ενός απολύτως στερεού ή άκαμπτου στερεού σώματος, το οποίο αφήνεται υπό μια αρχική γωνιά  $\theta_0$ , και περιστρέφεται γύρω από τα δυο γωνιακά του σημεία. Ως απόλυτο στέρεο ή άκαμπτο σώμα μπορεί να χαρακτηριστεί κάθε σώμα που έχει πολύ μικρή παραμορφωσιμότητα και γενικά οι διαστάσεις του παραμένουν αμετάβλητες. Στο συγκεκριμένο προσομοίωμα, αλλά και γενικότερα, τόσο το σώμα όσο και η βάση στην οποία ταλαντώνεται θεωρούνται άκαμπτα. Αυτή η θεώρηση συμπεριλαμβάνεται στις υποθέσεις που κάνει ο Housner, και οι όποιες είναι οι εξής :

- Το σώμα και η βάση του είναι απολύτως άκαμπτα.
- Η επιφάνεια της βάσης είναι οριζόντια.
- Το σώμα είναι συμμετρικό ως προς τον κάθετο κεντροβαρικό άξονα.
- Το σώμα δεν ολισθαίνει.
- Εξετάζεται μόνο η επίπεδη (2-D) κίνηση.
- Η κρούση του σώματος κατά τη διάρκεια του λικνισμού δεν είναι ελαστική, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι το σώμα δεν αναπηδά (*no bouncing*).
- Υφίσταται η διατήρηση της γωνιακής ροπής (πριν και μετά τη κρούση).
- Οι διαφορικές εξισώσεις της κίνησης του άκαμπτου σώματος διέπονται από τρεις κύριες παραμέτρους (οι όποιες αναλύονται στη συνέχεια).

Το φυσικό πρόβλημα του λικνισμού ενός άκαμπτου στερεού υπό αρχική γωνιά φαίνεται ευκρινέστερα στην εικόνα 1.2.

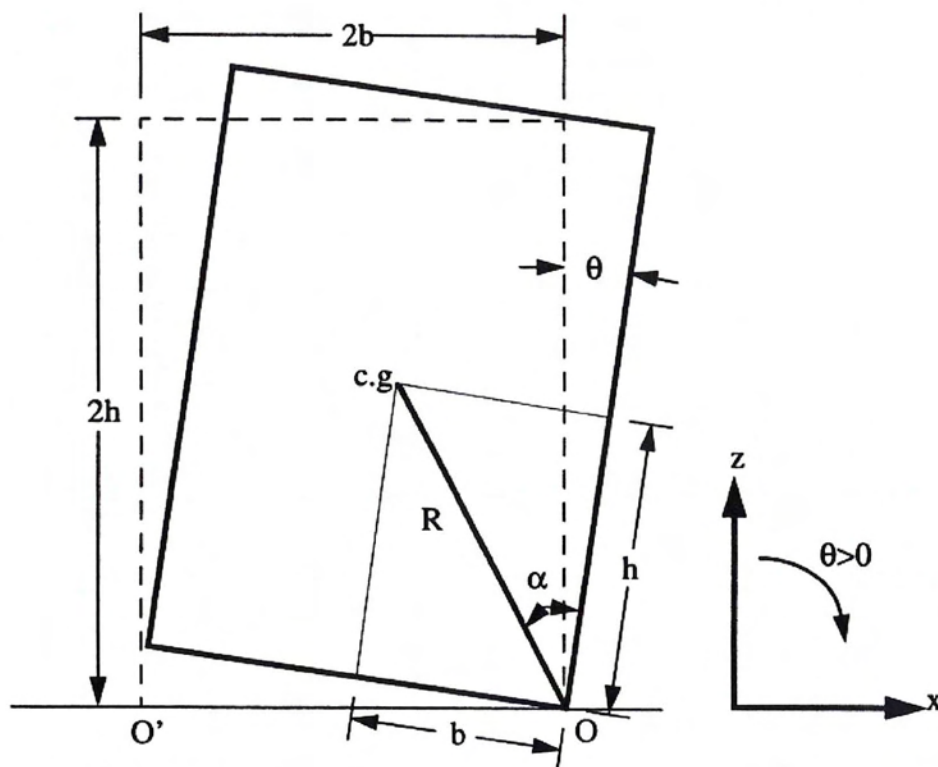




Εικόνα 1.2: Φυσικό φαινόμενο λικνισμού

Το στερεό σώμα της εικόνας 1.3, με την θεώρηση πως ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και βάσης είναι αρκετά μεγάλος ώστε να μην υπάρχει ολίσθηση, θα ταλαντωθεί γύρω από το κέντρο περιστροφής  $O$  και  $O'$  όταν θα αρχίσει η κίνηση λικνισμού του. Το κέντρο βάρους του σώματος συμπίπτει με το γεωμετρικό του κέντρο, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση  $R$  από κάθε γωνιά. Οι άλλες σημαντικές ιδιότητες του σώματος είναι :

- Η μάζα του σώματος,  $M$ .
- Η μαζική ροπή αδρανείας σε σχέση με το κέντρο περιστροφής  $O$  (ή  $O'$ ),  $I$ .
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g$ .



Εικόνα 1.3: Γεωμετρικά στοιχεία άκαμπτου στερεού σώματος σε λικνισμό

Η γωνιακή απόσταση  $R$ , όπως πολύ εύκολα διαπιστώνεται και γεωμετρικά από το παραπάνω σχήμα, δίνεται από τη σχέση  $R = \sqrt{b^2 + h^2}$ , ενώ η μαζική ροπή αδράνειας του ορθογωνίου άκαμπτου σώματος σε σχέση με τα γωνιακά σημεία  $O$  και  $O'$  είναι  $I = \frac{4}{3} MR^2$ .

### 1.2.2 Κλασσικές παράμετροι της θεωρίας του Housner

Υστέρα από πειραματικές μελέτες [3] έχει διαπιστωθεί ότι υπάρχουν τρεις παράμετροι που διέπουν το πρόβλημα της λικνιστικής απόκρισης ενός άκαμπτου στερεού σώματος στο επίπεδο, οι οποίες διακρίνονται στη θεωρία του Housner, η οποία ονομάζεται και *κλασσική θεωρία*. Οι κλασσικές αυτές παράμετροι εξαρτώνται αποκλειστικά και μονό από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του άκαμπτου σώματος και είναι οι κάτωθι :

- i. Η *κρίσιμη γωνία*  $\alpha$  ( $^\circ$  ή rad), είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της γωνιακής απόστασης  $R$  και της κάθετης πλευράς του στερεού σώματος, και εκείνη για την οποία το σώμα ανατρέπεται λόγω στατικών δυνάμεων. Η γωνία  $\alpha$  υπολογίζεται ως :

$$\tan(\alpha) = \frac{b}{h} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{h}\right) \quad (1.1)$$

- ii. Η *πλευρική συχνότητα*  $p$  (rad/sec) , είναι ένα μέγεθος μέτρησης των δυναμικών χαρακτηριστικών του άκαμπτου σώματος, καθώς η συχνότητα ταλάντωσης του δεν είναι σταθερή, και σχετίζει την αλληλεπίδραση μεταξύ του σώματος και της βάσης :

$$p^2 = \frac{MgR}{I} \quad (1.2)$$

και η οποία για ορθογωνικό άκαμπτο σώμα διαμορφώνεται ως :

$$p^2 = \frac{3g}{4R} \quad (1.3)$$

Παρατηρείται πως όσο πιο μεγάλο είναι ένα σώμα (μεγάλο  $R$ ), τόσο πιο μικρή είναι η πλευρική του συχνότητα  $p$ . Για έναν τυπικό ηλεκτρικό μετασχηματιστή η πλευρική συχνότητα είναι ίση με  $p=2$  rad/sec ,ενώ για ένα κοινό οικοδομικό τούβλο ίση με  $p=8$  rad/sec.

- iii. Ο *συντελεστής επαναφοράς*  $\gamma$ , είναι ο συντελεστής μείωσης της κινητικής ενέργειας του σώματος μετά από κάθε κρούση που συμβαίνει μεταξύ του ιδίου και της βάσης του. Αν δεν υπήρχαν απώλειες ενέργειας το σώμα θα συνέχιζε να ταλαντώνεται για θεωρητικά άπειρο χρονικό διάστημα. Ωστόσο, ένα μέρος της κινητικής ενέργειας χάνεται κατά τη διάρκεια της κρούσης, και έτσι ο Housner υποθέτει έναν συντελεστή επαναφοράς ώστε να συμπεριλάβει τους μηχανισμούς κρούσης στο μοντέλο του. Συνεπώς, η σχέση της κινητικής ενέργειας πριν και μετά τη κρούση είναι :

$$r = \frac{\frac{1}{2} I \dot{\theta}_{\text{μετά}}^2}{\frac{1}{2} I \dot{\theta}_{\text{πριν}}^2} \Rightarrow r = \frac{\dot{\theta}_{\text{μετά}}^2}{\dot{\theta}_{\text{πριν}}^2} \quad (1.4)$$

το οποίο σημαίνει πως η γωνιακή ταχύτητα μετά την κρούση θα είναι  $\sqrt{r}$  φορές την ταχύτητα πριν τη κρούση.

Στον Πίνακα 1.2 δίνονται οι κλασσικές παράμετροι για μερικά τυπικά συστήματα λικνισμού.

Πίνακας 1.2: Κλασσικές παράμετροι για διάφορα συστήματα λικνισμού

Σύστημα λικνισμού	$\alpha$ : μοίρες	Ημι-διαγώνιος $R$ : m	Συχνотική παράμετρος $p$ : rad / s	Μέγιστος συντελεστής κρούσης $\Gamma_{\max}$
Βράχοι σε οριακή ισορροπία (precarious rocks)	20 - 30	0.5 - 1.0	3 - 4	0.4 - 0.7
Τύμβοι νεκροταφείων	9	0.6	3.4	0.93
Ηλεκτρικός μετασχηματιστής	22	2.5	1.7	0.62
Πεντάωροφο κτίριο	25 - 30	8 - 10	0.8 - 1	0.4 - 0.55

### 1.2.3 Εξίσωση κίνησης στο μοντέλο του Housner

Όταν το σώμα στρέφεται κατά γωνιά  $\theta$ , το βάρος του σώματος ασκεί μια ροπή επαναφοράς ίση με  $MgR\sin(\alpha-\theta)$ , και η εξίσωση κίνησης είναι :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MgR\sin(\alpha - \theta) \quad (1.5)$$

Για ψηλά, λυγηρά άκαμπτα σώματα με κρίσιμη γωνία  $\alpha$  μικρότερη από  $20^\circ$ , το ημίτονο της γωνίας μπορεί απλοποιητικά να θεωρηθεί περίπου ίσο με την ίδια τη γωνία, και έτσι η εξίσωση (1.5) μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$I\ddot{\theta} - MgR\theta = -MgR\alpha \quad (1.6)$$

Η εξίσωση (1.6) περιγράφει τις ελεύθερες ταλαντώσεις (*free vibrations*) που εκτελεί το άκαμπτο σώμα. Με αντικατάσταση της πλευρικής συχνότητας στην εξίσωση (1.6), η εξίσωση γίνεται :

$$\ddot{\theta} - p^2\theta = -p^2\alpha \quad (1.7)$$

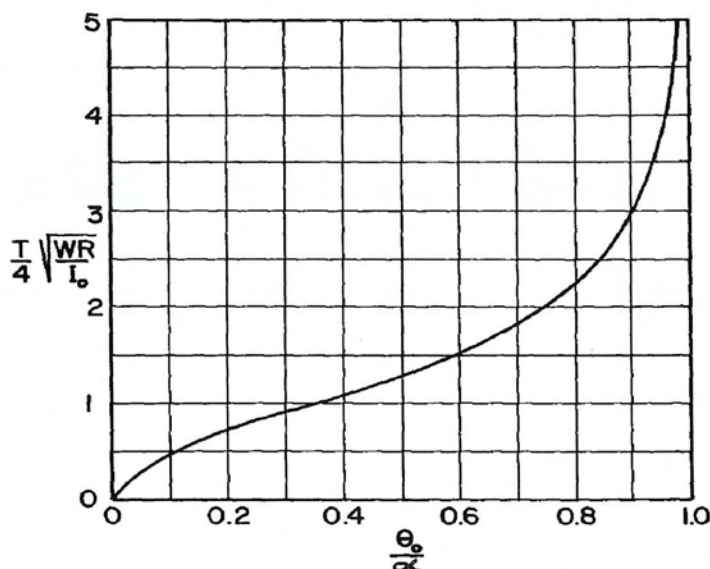
Η ανωτέρω εξίσωση με αρχικές συνθήκες  $\theta=\theta_0$  και  $\dot{\theta}=0$  για  $t=0$ , που πρακτικά σημαίνει ότι το σώμα αφήνεται από την ηρεμία με αρχική γωνία στροφής ίση με  $\theta_0$ , έχει λύση :

$$\theta = \alpha - (\alpha - \theta_0) \cosh(pt) \quad (1.8)$$

Η εξίσωση (1.8) περιγράφει την περιστροφή του άκαμπτου σώματος γύρω από το σημείο O, καθώς πέφτει στην οριζόντια θέση του για  $\theta=0$ . Έπειτα, θεωρώντας αμελητέα απώλεια ενέργειας, ανασηκώνεται και περιστρέφεται κατά γωνία  $\theta=-\theta_0$  γύρω από το σημείο O', μέχρι να επανέλθει στην οριζόντια θέση του, και να ανυψωθεί ξανά κατά γωνία  $\theta=\theta_0$  γύρω από το O. Η ανωτέρω κίνηση ορίζει την ολοκλήρωση ενός πλήρους κύκλου λικνισμού του σώματος. Ο χρόνος, T, που χρειάζεται το σώμα για να εκτελέσει τον παραπάνω κύκλο, ορίζεται ως η περίοδος του ελευθέρου λικνισμού. Για να φτάσει το σώμα από τη αρχική του θέση ( $\theta=\theta_0$ ) στην οριζόντια θέση του ( $\theta=0$ ), απαιτείται χρόνος  $t=\frac{T}{4}$ , και η εξίσωση (1.8) γίνεται:

$$\begin{aligned} 0 &= \alpha - (\alpha - \theta_0) \cosh\left(p\frac{T}{4}\right) \Rightarrow \cosh\left(p\frac{T}{4}\right) = \frac{1}{1 - \frac{\theta_0}{\alpha}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \frac{4}{p} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{1 - \frac{\theta_0}{\alpha}}\right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Συνεπώς, υπάρχει μια ισχυρή συσχέτιση μεταξύ της περιόδου T και του πλάτους  $\frac{\theta_0}{\alpha}$ , όπως εύκολα διαπιστώνεται και από την Εικόνα 1.4. Όταν το πλάτος  $\frac{\theta_0}{\alpha}$  τείνει στο μηδέν η περίοδος είναι σχετικά μικρή, ενώ αντίθετα όταν το πλάτος  $\frac{\theta_0}{\alpha}$  τείνει στη μονάδα, η περίοδος T εμφανίζεται να είναι αρκετά μεγάλη.



Εικόνα 1.4: Συσχέτιση της περιόδου T και του πλάτους  $\frac{\theta_0}{\alpha}$ , σε λικνιζόμενο, άκαμπτο, στερεό σώμα

Με την υπόθεση πως η σύγκρουση είναι ανελαστική, και πως δεν έχω αναπηδήσεις του σώματος, το σώμα περιστρέφεται ομαλά γύρω από τα 2 γωνιακά του σημεία και η ροπή της κίνησης διατηρείται. Εξισώνοντας την γωνιακή ροπή πριν και μετά τη σύγκρουση περί το σημείο Ο προκύπτει:

$$I_0 \dot{\theta}_{\text{πριν}} - 2MRb \dot{\theta}_{\text{πριν}} = I_0 \dot{\theta}_{\text{μετά}} \quad (1.10)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (1.10) στην εξίσωση (1.4), υπολογίζεται η σταθερά επαναφοράς:

$$r = \left[ 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha \right]^2 \quad (1.11)$$

Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς που δίνεται από την εξίσωση (1.11) είναι η μέγιστη τιμή του  $r$ , υπό το οποίο το σώμα θα υφίσταται κίνηση λικνισμού. Εάν περαιτέρω απώλειες ενέργειας σημειωθούν κατά τη σύγκρουση μέσω των μηχανισμών στη διεπιφάνεια, τότε η πραγματική τιμή της σταθεράς επαναφοράς, είναι μικρότερη από την τιμή που υπολογίζεται από την εξίσωση (1.11).

Με υπολογισμένη τη σταθερά επαναφοράς, μπορεί εύκολα να υπολογιστεί και το πλάτος των ελεύθερων δονήσεων υστέρα από την  $n^{\text{th}}$  σύγκρουση :

$$\theta_n = 1 - \sqrt{1 - r^n [1 - \theta_0]^2} \quad (1.12)$$

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### ***Βιβλιογραφική ανασκόπηση***

#### **2.1 Βιβλιογραφική αναδρομή περί λικνισμού**

Το πιο απλό σύστημα που μπορεί να λεχθεί ότι εκτελεί λικνισμό είναι ένα ορθογωνικό, άκαμπτο στερεό σώμα συγκεκριμένων γεωμετρικών διαστάσεων που εδράζεται ελευθέρα σε μια, επίσης άκαμπτη, στερεά βάση, η οποία διεγείρεται με ένα απλό τριγωνομετρικό παλμό καθορισμένης και πεπερασμένης χρονικής διάρκειας. Ωστόσο, αυτό το φαινομενικά απλό, φυσικό φαινόμενο ενέχει τεράστιες δυσκολίες στην κατανόηση, στην επίλυση και στον προσδιορισμό της απόκρισης του λικνιζομένου σώματος.

Παρά τις τεράστιες δυσκολίες που εγείρει η μελέτη μιας κατασκευής που λικνίζεται, δεν παύει να είναι ζωτικής σημασίας, καθώς το φάσμα των κατασκευών που δύναται να υποστούν λικνισμό είναι πολύ μεγάλο: από μια βιβλιοθήκη που μπορεί να διαθέτει μια οικογένεια, ή σε έναν ηλεκτρικό μετασχηματιστή, έως έναν πυρηνικό αντιδραστήρα. Ακόμα και χωρίς ανατροπή ή ουσιώδη ζημία στην κατασκευή, ο κίνδυνος τραυματισμού ατόμων εξαιτίας πτώσης επίπλων είναι μεγάλος. Στοιχεία της τελευταίας δεκαετίας, δείχνουν πως το 40% των τραυματιών σε ένα σεισμό είναι λόγω ανατροπής επίπλων ή αλλού κοινού, οικιακού εξοπλισμού.

Συνεπώς, η λικνιστική συμπεριφορά των κατασκευών αποτέλεσε, και αποτελεί ένα έντονο αντικείμενο μελέτης της αντισεισμικής τεχνολογίας. Οι πρώτες μελέτες άρχισαν στα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα και στις μέρες μας έχουν αυξηθεί με ταχείς ρυθμούς. Στο παρόν κεφαλαίο παρουσιάζονται οι σημαντικότεροι σταθμοί, και η πορεία εξέλιξης της γνώσης που έχει αποκτήσει η επιστημονική κοινότητα στην μελέτη απόκρισης του λικνισμού των κατασκευών.

Οι πρώτοι επιστήμονες που μελέτησαν τη λικνιστική συμπεριφορά ενός ορθογωνικού, άκαμπτου στερεού σώματος απλά εδραζόμενου σε άκαμπτη στερεά βάση ήταν οι Milne [4] και Perry [5]. Υστέρα από μια σημαντική έρευνα, μελετώντας ανατροπές επιτύμβιων και αρχαίων κολωνών σε περιοχές όπου τα σειсмоγραφικά δεδομένα ήταν μη διαθέσιμα, εισήγαγαν ένα όριο μέγιστων επιταχύνσεων και ταχυτήτων το οποίο ήταν ικανό να οδηγήσει στην ανατροπή ένα άκαμπτο, στερεό σώμα όταν διεγείρεται η βάση του. Η μελέτη και τα αποτελέσματα τους αποτέλεσαν θεμελιώδεις βάσεις για τη μελέτη του λικνισμού, και μπορεί να ειπωθεί, πως μέχρι και σήμερα δεν έχουν εκλείψει.

Ο πρωτοπόρος μηχανικός που εφάρμοσε ένα πιο σύγχρονο και κατανοητό μοντέλο για την κίνηση του λικνισμού άκαμπτων σωμάτων ήταν ο Housner [1] το 1963. Το έργο του Housner ήταν η πρώτη συστηματική μελέτη της δυναμικής απόκρισης ενός άκαμπτου και λυγηρού στερεού σώματος απλά εδραζόμενου σε μια άκαμπτη στερεά βάση που διεγείρεται κατά την οριζόντια κατεύθυνση. Η δημοσίευση του άρθρου του, σε συνάρτηση με την ρεαλιστική προσέγγιση ότι οι κατασκευές μπορούν να ανασηκωθούν και να εκτελέσουν λικνιστική

κίνηση κατά τη διάρκεια μιας σεισμικής φόρτισης, έδωσε μια τεραστία ώθηση σε μελέτες σχετικά με την σεισμική απόκριση κατασκευών που δύναται να λικνιστούν επί της θεμελίωσης τους.

Οι παραδοχές, οι βασικές έννοιες και οι παράμετροι της θεωρίας του Housner παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα εκτενεστέρα, κατά την μελέτη του ελευθέρου λικνισμού ενός άκαμπτου σώματος. Όταν η βάση έδρασης του σώματος διεγείρεται κατά την οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στη Εικόνα 2.1, μέσω τριγωνομετρικής ημιτονοειδούς επιτάχυνσης  $\ddot{u}_g(t)$  για χρονικό διάστημα ίσο με τη μισή περίοδο της διέγερσης, οι μη γραμμικές εξισώσεις που διέπουν το σύστημα είναι :

$$I_0\ddot{\theta} + MgR\sin(\alpha - \theta) = +M\ddot{u}_gR\cos(\alpha - \theta), \quad \theta(t) > 0 \quad (2.1)$$

$$I_0\ddot{\theta} - MgR\sin(\alpha + \theta) = +M\ddot{u}_gR\cos(\alpha + \theta), \quad \theta(t) < 0 \quad (2.2)$$

όπου :

- $\theta$  η γωνία λικνισμού
- $(\dot{\quad})$  η παραγωγή σε σχέση με το χρόνο
- $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας
- $I_0$  η μαζική ροπή αδράνειας σε σχέση με τα γωνιακά σημεία  $O$  και  $O'$

Διαιρώντας με  $I_0$ , και με δεδομένο ότι για ορθογώνια σώματα ισχύει  $I = \frac{4}{3}MR^2$  και συνεπώς η γωνιακή συχνότητα  $p$  μπορεί να εκφραστεί ως  $p = \frac{3g}{4R}$ , προκύπτει :

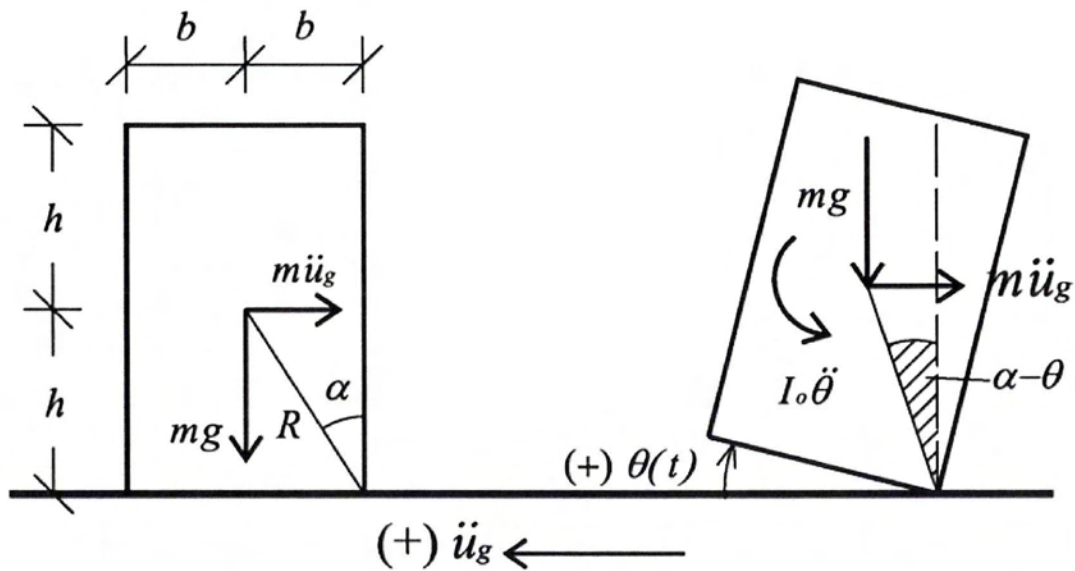
$$\ddot{\theta} + p^2\sin(\alpha - \theta) = +p^2\cos(\alpha - \theta)\frac{\ddot{u}_g}{g}, \quad \theta(t) > 0 \quad (2.3)$$

$$\ddot{\theta} - p^2\sin(\alpha + \theta) = +p^2\cos(\alpha + \theta)\frac{\ddot{u}_g}{g}, \quad \theta(t) < 0 \quad (2.4)$$

Για λυγηρά σώματα οι γωνίες  $\theta$  και  $\alpha$  θεωρούνται μικρές, και άρα μέσω των σχέσεων  $\sin(\alpha \pm \theta) \approx \alpha \pm \theta$  και  $\cos(\alpha \pm \theta) \approx 1$ , οι εξισώσεις (2.3) και (2.4) γραμμικοποιούνται:

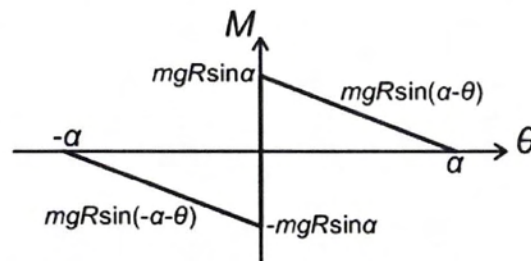
$$\ddot{\theta} - p^2\theta = +p^2\frac{\ddot{u}_g}{g} - p^2\alpha \operatorname{sgn}(\theta) \quad (2.5)$$

όπου,  $\operatorname{sign}$  είναι η συνάρτηση πρόσημου ,  $\operatorname{sign}(\theta) = \begin{cases} -1, & \text{εαν } \theta < 0 \\ 0, & \text{εαν } \theta = 0 \\ 1, & \text{εαν } \theta > 0 \end{cases}$



Εικόνα 2.1: Λικνιστική κίνηση ενός άκαμπτου, στερεού σώματος που εδράζεται ελεύθερα σε άκαμπτη στερεά βάση

Η Εικόνα 2.2 δείχνει σχηματικά τη σχέση μεταξύ της ροπής που ασκείται στο σώμα και εκφράζεται συναρτήσει του μεγέθους του σώματος, ήτοι του  $R$ , και της γωνίας  $\theta$ , η οποία είναι η λύση των μη γραμμικών εξισώσεων.



Εικόνα 2.2: Διάγραμμα ροπής-γωνίας περιστροφής  $\theta$  σε λικνιζόμενο άκαμπτο σώμα

Μελετώντας την Εικόνα 2.2 σε όρους δυσκαμψίας της κατασκευής προκύπτει ότι το σύστημα έχει άπειρη δυσκαμψία μέχρι το μέγεθος της ροπής που επιβάλλεται φτάσει σε τιμή  $MgR\sin(\alpha)$ . Από εκείνο το σημείο και έπειτα η δυσκαμψία είναι αρνητική. Όταν η γωνιά  $\theta$  ξεπεράσει τη γωνιά  $\alpha$  κάτω από ψευδο-στατικές συνθήκες, η κατασκευή ανατρέπεται, κάτι που δεν συμβαίνει όμως απαραίτητα κατά το δυναμικό φαινόμενο του λικνισμού εξαιτίας της έντονης μη γραμμικότητας.

Μέσω των εξισώσεων (2.1)-(2.5), ο Housner διατύπωσε τις ακόλουθες σχέσεις που δίνουν την ελάχιστη επιτάχυνση η οποία οδηγεί ένα σώμα σε ανατροπή, όταν η βάση του διεγείρεται από ένα τριγωνομετρικό, ημιτονοειδή παλμό χρονικής διάρκειας μισής περιόδου  $T_g$  :

---

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

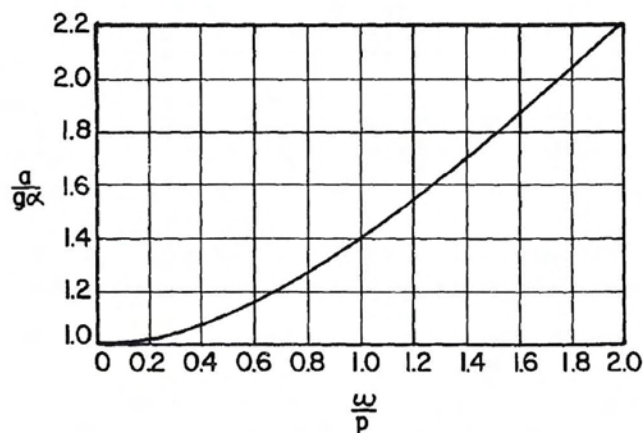


$$\frac{\ddot{u}_g}{g\alpha} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \quad (2.6a)$$

ή

$$\frac{\ddot{u}_g}{g\alpha} = \sqrt{1 + \frac{I_0}{WR} \left(\frac{2\pi}{T_g}\right)^2} \quad (2.6b)$$

όπου  $\omega$ ,  $T_g$  η συχνότητα και η περίοδος της εδαφικής επιτάχυνσης αντίστοιχα. Για μικρές τιμές του λόγου  $\omega/p$  η γραφική απεικόνιση των εξισώσεων (2.6a) και (2.6b), δείχνεται στην εικόνα 2.3.



Εικόνα 2.3: Διαγραμμα ημιτονοειδής επιτάχυνσης που απαιτείται για ανατροπή σε σχέση με το λόγο συχνότητας  $\frac{\omega}{p}$

Ο Housner χρησιμοποιώντας μια ενεργειακή αντιμετώπιση, παρουσίασε μια κατά προσέγγιση δυναμική ανάλυση του άκαμπτου σώματος, όταν η βάση του υπόκειται σε διάφορους τύπους διεγέρσεων (σταθερή, ημιτονοειδή, τυχαία). Η πρωτοπόρα εργασία του αποκάλυψε μια επίδραση κλίμακας μεταξύ μεγέθους σώματος - συχνότητας διέγερσης, η οποία εξηγούσε γιατί : α) το μεγαλύτερο από δυο ορθογωνικά, άκαμπτα σώματα (*rigid blocks*) μπορεί να επιβιώσει από μια διέγερση η οποία μπορεί να ανατρέψει το μικρότερο, και β) μεταξύ δυο διεγέρσεων επιτάχυνσης ίδιου πλάτους, αυτή με τη μεγαλύτερη διάρκεια είναι ικανή να επιφέρει την ανατροπή του σώματος.

Όπως έχει επισημανθεί, το έργο του Housner ήταν αφετηρία για πολλούς μελετητές να ασχοληθούν με τη λικνιστική συμπεριφορά ενός σώματος. Οι έρευνες αυτές, ωστόσο, έφεραν στην επιφάνεια κάποια μειονεκτήματα, γεγονός όμως που σε καμιά περίπτωση δε μειώνει το τεράστιο και σημαντικό έργο του :

α) η θεωρία του κάνει την εφαρμογή των καθιερωμένων μαθηματικών θεωρημάτων και τεχνικών υπό την θεωρία των διαφορικών εξισώσεων τρομερά δύσκολη,

β) η γενίκευση του σε ένα μεγαλύτερο αριθμό σωμάτων γίνεται δύσχρηστη όταν ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας αυξάνεται.

Ύστερα από μια δεκαπενταετία (1978) οι Priestley *et al* [6] με την παραδοχή πως ένα λικνιζόμενο σώμα (*rocking block*) είναι ισοδύναμο με έναν ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας με σταθερή απόσβεση, του οποίου η περίοδος εξαρτάται από το πλάτος λικνισμού, διεξήγαγαν έρευνες μέσω πειραμάτων σε ένα μοντέλο λυγηρής κατασκευής. Έτσι, πρότειναν μια απλοποιημένη μέθοδο που προέβλεπε τις μέγιστες μετακινήσεις του κέντρου βάρους της κατασκευής λόγω λικνισμού, μέσω φασμάτων απόκρισης των μετατοπίσεων. Αφού πρώτα επαλήθευσαν τις εξισώσεις του Housner που περιγράφαν την σχέση συχνότητας και πλάτους μια κατασκευής που βιώνει λικνισμό, επέκτειναν τη θεωρία του, παρουσιάζοντας μια ισοδύναμη ελαστική μέθοδο για το σύστημα λικνισμού. Η μέθοδος αυτή είναι προσεγγιστική, και δε λαμβάνει υπόψη τα ελαστικά χαρακτηριστικά του μοντέλου, με εξαίρεση τις αρχικές συνθήκες. Τόσο η πρώτη όσο και η δεύτερη μέθοδος, επαληθεύτηκαν μέσω πειραματικών αποτελεσμάτων σεισμικής τράπεζας σε απλά μοντέλα.

Η δεκαετία του '80 υπήρξε μια σημαντική περίοδος για τη μελέτη του λικνισμού, καθώς πάμπολλες έρευνες και μελέτες δημοσιεύτηκαν, εμβαθύνοντας ακόμα περισσότερο στο πρόβλημα. Ειδικότερα, το 1980, δυο σπουδαίες μελέτες ήρθαν στο φως από τους Yim *et al* [7] και Aslam *et al* [8]

Στην πρώτη εργασία, αρχικά, αποκλείστηκε από τους μελετητές η ντετερμινιστική προσέγγιση (*deterministic approach*) του φαινομένου γιατί η απόκριση λικνισμού ενός σώματος είναι εξαιρετικά ευαίσθητη στις παραμέτρους του συστήματος (μέγεθος, βαθμός λυγηρότητας (*slenderness ratio*)), στις συνθήκες επαφής μεταξύ σώματος και βάσης, και στα χαρακτηριστικά της εδαφικής διέγερσης. Δηλαδή, η ευστάθεια ενός σώματος που υπόκειται σε μια συγκεκριμένη εδαφική κίνηση δεν αυξάνει, απαραίτητα, μονοτονικά με την αύξηση του μεγέθους ή μειώνοντας το βαθμό λυγηρότητας. Η ανατροπή ενός σώματος υπό μια εδαφική διέγερση συγκεκριμένης έντασης, δεν υποδηλώνει ότι το σώμα θα ανατραπεί απαραίτητως υπό την επίδραση μιας εντονότερης εδαφικής κίνησης. Επιπροσθέτως, η πιθανότητα ανατροπής αυξάνεται σε σχέση με την αιχμή (*peak*) της επιτάχυνσης και το βαθμό λυγηρότητας, και μειώνεται ανάλογα με το μέγεθος δυο γεωμετρικά πανομοιότυπων σωμάτων. Ανάλογη συμπεριφορά είχε εντοπιστεί και από το Housner [1].

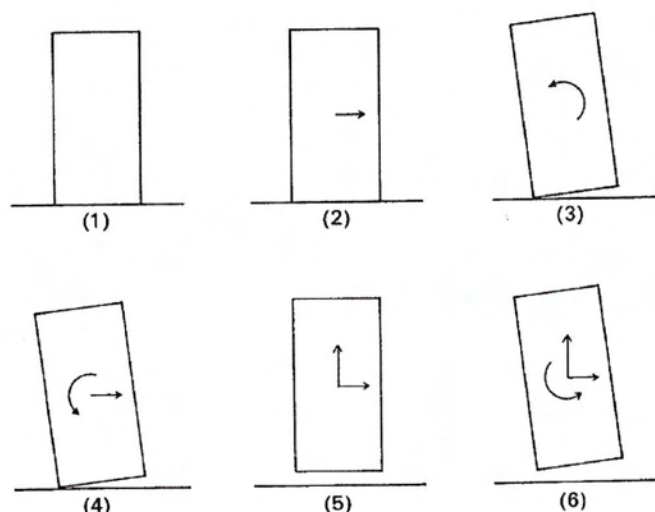
Παρόμοια ευρήματα εντοπιστήκαν και από τους Aslam *et al* [8], οι όποιοι διεξήγαγαν εκτενείς, τόσο αριθμητικές, όσο και πειραματικές, έρευνες σε λυγηρά σώματα (*blocks*) από σκυρόδεμα. Αρχικά, οι ερευνητές διατύπωσαν πρώτοι από όλους την απαραίτητη συνθήκη για την έναρξη του λικνισμού, σε σχέση με την τριβή, ήτοι  $\mu > b/h$ , όπου  $\mu$  ο συντελεστής τριβής στη διεπιφάνεια σώματος-βάσης. Έπειτα, διάφορα είδη αναλύσεων ελεύθερου λικνισμού συγκριθήκαν μεταξύ τους, για να διασαφηνιστεί η τιμή της σταθεράς επαναφοράς  $r$ , οι όποιες και έδωσαν την καλύτερη σύγκλιση αποτελεσμάτων. Οι αναλύσεις, στη συνέχεια, επεκταθήκαν μέσω σεισμικής τράπεζας που εισήγαγε είτε αρμόνικες διεγέρσεις (οριζόντια και κάθετα) στο πρόβλημα, είτε εδαφικές κινήσεις από καταγεγραμμένους σεισμούς. Αποδείχτηκε ότι το σύστημα είναι εξαιρετικά ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες και στα

χαρακτηριστικά της επιβαλλόμενης κίνησης, καθώς τα αριθμητικά αποτελέσματα είχαν ικανοποιητική σύγκλιση με αυτά των πειραμάτων, για μεγάλα πλάτη και χαμηλή συχνότητα αρμονικής διέγερσης. Επιπροσθέτως, η παραμετρική αριθμητική μελέτη έδειξε μια εξάρτηση του μεγίστου πλάτους απόκρισης με το λόγο  $b/h$ , το μέγεθος του σώματος και της τιμής  $r$ . Αντίθετα οι ερευνητές βρεθήκαν σε τέλμα, κατά την προσομοίωση μιας πραγματικής σεισμικής διέγερσης, καθώς τα πειραματικά αποτελέσματα δεν έδειξαν ουδεμία επαναληπτικότητα.

Ο Ishiyama [9] ,το 1982, πρώτος κατηγοριοποιεί τις κινήσεις απόκρισης (Εικόνα 2.4) ενός άκαμπτου, στερεού σώματος (*rigid body*) απλά εδραζόμενου σε επίσης άκαμπτη βάση (*rigid base*) υπό σεισμική διέγερση :

1. Ηρεμία (*rest*)
2. Ολίσθηση (*sliding*)
3. Λικνισμό (*rocking*)
4. Ολίσθηση με λικνισμό (*slide-rock*)
5. Μεταφορική αναπήδηση (*translation jump*)
6. Λικνισμό με αναπήδηση (*rocking jump*)

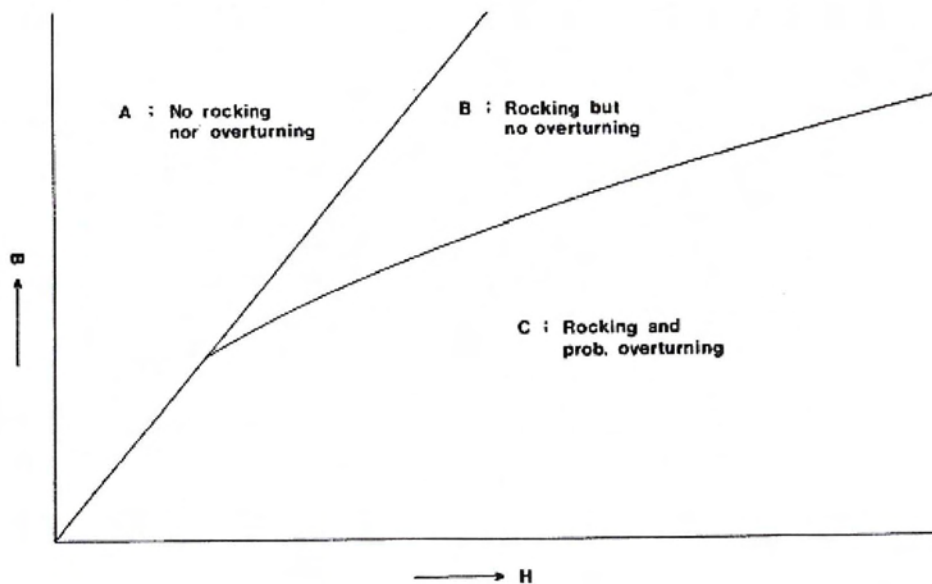
Από τις παραπάνω κινήσεις οποιαδήποτε κίνηση στο επίπεδο του σώματος μπορεί να περιγραφεί. Η ερευνά του στρέφεται στις εξισώσεις κίνησης για κάθε κατάσταση, στις συνθήκες που απαιτούνται για την μετάβαση από την μια κίνηση στην άλλη καθώς και οι μετά-σύγκρουσης κινήσεις του σώματος και της βάσης. Τα προαναφερθέντα καθορίζονται μετασχηματίζοντας την απόσβεση της ενεργείας τη στιγμή της σύγκρουσης με την εισαγωγή του εφαπτομενικού συντελεστή επαναφοράς από τον Ishiyama.



Εικόνα 2.4: Κατηγοριοποίηση κινήσεων ενός άκαμπτου σώματος(1) ηρεμία, (2) ολίσθηση, (3)λικνισμός, (4) Ολίσθηση με λικνισμό, (5) Μεταφορική αναπήδηση, (6) Λικνισμό με αναπήδηση

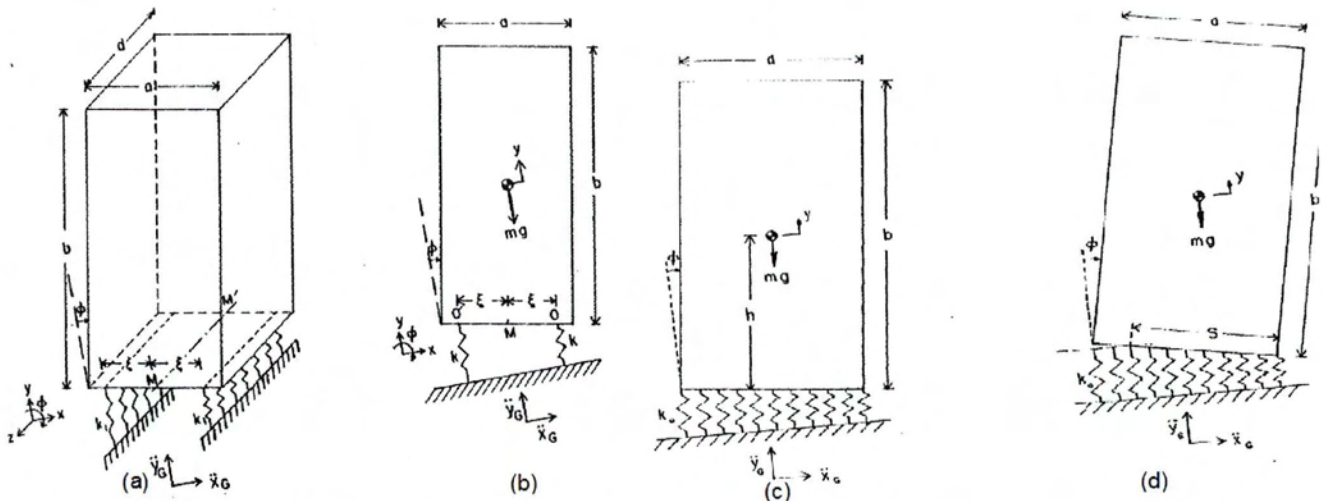
Στο δεύτερο κομμάτι της έρευνας του ο Ιάπωνας επιστήμονας πραγματοποιεί αναλυτικές επιλύσεις των εξισώσεων κίνησης για σώματα στα οποία διεγείρεται η βάση τους (οριζόντια και κάθετα). Από αυτές τι αναλύσεις συμπεραίνει (και αυτός μεταξύ άλλων) ότι ο συντελεστής τριβής στη διεπιφάνεια θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος από το λόγο πλάτους-

ύψους του σώματος για την εκκίνηση του λικνισμού. Ακόμη, διατυπώνει πως οι μετά της σύγκρουσης κινήσεις του σώματος, υστέρη από την μεταφορική αναπήδηση, επηρεάζονται δραστικά από τον κανονικό και τον εφαπτομενικό συντελεστή επαφής. Στη συνέχεια, ορίζει πως τουλάχιστον δυο κριτήρια, όσο αφορά την ανατροπή ενός σώματος, πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη, η οριζόντια επιτάχυνση και η ταχύτητα της βάσης. Έτσι, είναι πιο πιθανόν να υπολογιστούν οι κινήσεις της βάσης μέσω της ανατροπής του σώματος με μεγαλύτερη αξιοπιστία. Τέλος, καταλήγει σε ένα σκαρίφημα με τρεις ταξινομημένες κινήσεις που είναι πιθανό να κάνει το σώμα υπό την επίδραση μιας σεισμικής διέγερσης, σε σχέση με τις διαστάσεις του  $H$  και  $B$  (Εικόνα 2.5).



Εικόνα 2.5: Δυνατές κινήσεις ενός άκαμπτου, στερεού σώματος υπό σεισμική διέγερση σε συνάρτηση με τις διαστάσεις του  $H, B$

Για την βελτίωση της προσομοίωσης του ελεύθερου λικνισμού των κατασκευών, οι ερευνητές προσπάθησαν να εξαλείψουν την υπόθεση της απλής κίνησης λικνισμού (*simple rocking motion-SRM*) που προτάθηκε πρώτα από το Housner [1]. Έτσι, διατύπωσαν εναλλακτικές προσεγγίσεις για να ληφθούν υπόψη οι επιδράσεις της ευκαμψίας, εισάγοντας ελατήρια στα μοντέλα είτε στην επιφάνεια λικνισμού, είτε στην αυτό-εκτροπή (*self-deflection*) του σώματος. Οι Psycharis και Jennings [10], το 1983, ανέπτυξαν δυο μοντέλα για να ληφθεί υπόψη η ευκαμψία της βάσης του λικνισμού (*rocking base*). Το πρώτο προσομοίωμα χρησιμοποιεί δυο συγκεντρωμένα ελατήρια στις γωνίες του άκαμπτου σώματος (*rigid block*), ενώ το δεύτερο ακολουθεί τον τύπο θεμελίωσης Winkler (*Winkler foundation type*) (Εικόνα 2.6).



Εικόνα 2.6: Μοντέλα προσομοίωσης συστήματος λικνισμού: (α) περίπτωση 3-διαστάσεων, (β) ισοδύναμο δισδιάστατο πρόβλημα (γ) περίπτωση πλήρους επαφής, (δ) ανυψωμένη κατάσταση

Οι Chopra και Yim [11], το 1985, μελέτησαν το φαινόμενο της ανύψωσης της θεμελίωσης (*foundation uplift*) μιας κατασκευής που υπόκειται σε σεισμική διέγερση, με ένα διαφορετικό προσομοίωμα. Η ευκαμψία του υλικού της διεπαφής μοντελοποιήθηκε με τη χρησιμοποίηση ελατηρίων και αποσβεστήρων σε δυο θέσεις: α) στα κάτω γωνιακά σημεία της θεμελίωσης και β) με ένα “κατανεμητικό” τρόπο σε όλη την επιφάνεια επαφής, ενώ το λικνιζόμενο σώμα (*rocking body*) προσομοιώθηκε με ένα σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας.

Λίγο νωρίτερα (1984), η απόκριση λικνισμού ελεύθερα εδραζόμενων σωμάτων (*free-standing blocks*) υπό αρμονική φόρτιση σταθερής κατάστασης (*harmonic steady-state loading*), μελετήθηκε σε βάθος από τους Spanos και Koh [12]. Οι ερευνητές προσδιόρισαν “ασφαλείς” και “μη-ασφαλείς” περιοχές ( “*safe*” and “*unsafe*” regions) κίνησης ενός σώματος που βιώνει λικνισμό και ανέπτυξαν αναλυτικές μεθόδους που καθορίζουν τις θεμελιώδεις και υπό-αρμόνικες καταστάσεις του συστήματος. Οι χάρτες ευστάθειας (*stability maps*), οι οποίοι περιείχαν αυτές τις περιοχές ήταν συνάρτηση του πλάτους και της συχνότητας της επιβαλλόμενης διέγερσης. Οι χάρτες αποτελούνται από τρεις περιοχές, όπου :

- A. Δεν υπάρχει κίνηση καθώς η εξωτερική διέγερση είναι πάντα χαμηλότερη από την ροπή επαναφοράς της βαρύτητας.
- B. Η κατάσταση λικνισμού είναι σταθερή.
- C. Η κατάσταση είναι εξαιρετικά ασταθής (πιθανή ανατροπή).

Η ερευνά των Spanos και Koh [12] επεκτάθηκε από την σημαντική συνεισφορά του Hogan (1989, 1990) [13][14], ο οποίος διαφώτισε εκτενεστέρα τη μαθηματική δομή του φαινομένου. Χρησιμοποιώντας τα μοντέλα, τις αναλύσεις και την κατηγοριοποίηση των αποκρίσεων του λικνισμού από τους παραπάνω μελετητές, διεξήγαγε μια ολοκληρωμένη ερευνά για την ευστάθεια λόγω υπό-αρμονικής απόκρισης, για μια μόνο σύγκρουση, ως συνάρτηση του συντελεστή επαναφοράς  $\gamma$ . Ο Hogan επαλήθευσε τις κινήσεις λικνισμού που αναφέρθηκαν νωρίτερα, οι όποιες και χαρακτηρίζονται από μια περίοδο, η οποία αυξάνεται

μαζί με την αύξηση του πλάτους της αρμονικής κίνησης, έως ότου η απόκριση γίνει απεριοδική ή ακόμα και χαοτική. Η σημαντικότερη συνεισφορά του Hogan στη σεισμική μηχανή είναι πως το πεδίο των μέγιστων μεταβάσεων μεταξύ των διάφορων κινήσεων, που απορρέει από τις λύσεις του, είναι καλώς διατεταγμένο και φαίνεται να έχει μια υψηλού βαθμού προβλεψιμότητα, κάτι που δε συμβαίνει, αντίθετα, στα ασυμπτωτικά μέρη των λύσεών του.

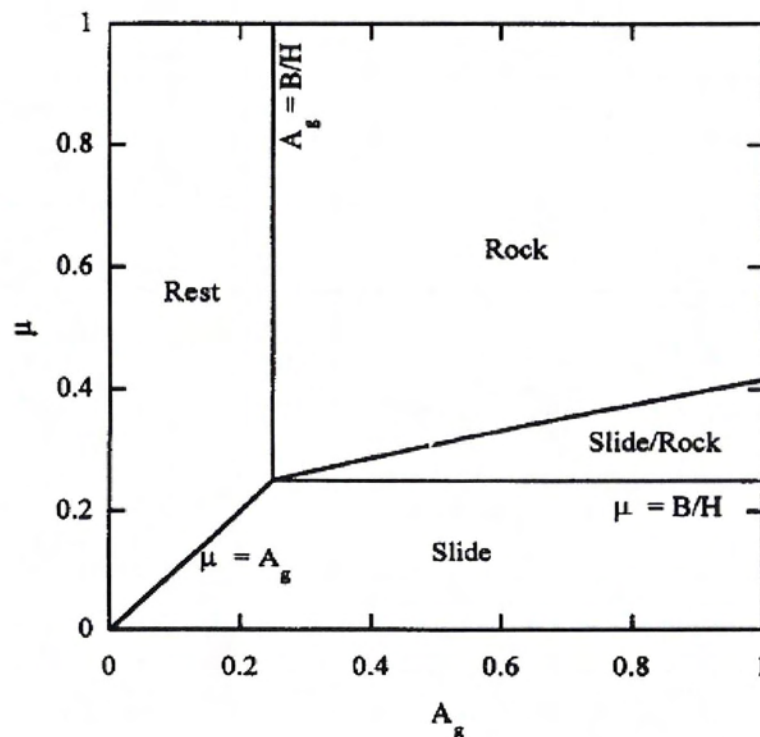
Σημαντική είναι η μελέτη που πραγματοποιήθηκε το 1992 από τους Augusti και Sinopoli [15], οι οποίοι συγκέντρωσαν και μελέτησαν ένα πολύ μεγάλο πλήθος ερευνών που είχαν δει το φως της δημοσιότητας μέχρι τότε, με σκοπό να διερευνηθεί σε βάθος η δυναμική μοντελοποίηση ενός συστήματος σε λικνισμό. Οι Ιταλοί ερευνητές κατέληξαν σε μερικά χρήσιμα συμπεράσματα :

- Η κίνηση λικνισμού λυγρών σωμάτων (*slender blocks*) υπό αρμονική διέγερση έχει διερευνηθεί σε βάθος από τις μέχρι τώρα έρευνες, εν αντιθέσει με τον “χαοτικό” χαρακτήρα (λόγω της έντονης μη γραμμικότητας) που μπορεί να λάβει η απόκριση λικνισμού του συστήματος υπό τυχαίες και στοχαστικές συνθήκες, οι οποίες μπορούν να προσομοιώσουν μια πραγματική σεισμική διέγερση.
- Οι προτάσεις άλλων πιθανών μοντέλων όσο αφορά τη σύγκρουση βάσης-σώματος, απαιτούν περαιτέρω πειραματικά δεδομένα, για τον προσδιορισμό του συντελεστή επαναφοράς άλλα και την εφαρμοστικότητα του σε διαφορετικά είδη υλικών, επιφάνειες επαφής και δυναμικών συνθηκών.
- Τονίζουν ότι ένα πολύ σημαντικό στοιχείο των πραγματικών κατασκευών που είναι σπονδυλωτά δομημένες (*multi block structures*), το οποίο και έχει την ιδιότητα να αποσβαίνει ενέργεια, η ολίσθηση, δεν έχει συσχετιστεί ικανοποιητικά με τον λικνισμό.
- Περαιτέρω έρευνα, κατά τους επιστήμονες, χρειάζεται όσο αφορά την εγκυρότητα της τριβής Coulomb (*Coulomb friction*) που εφαρμόζεται, άλλα και σχετικά με την δυναμική συμπεριφορά κατασκευών που αποτελούνται από πολλά σώματα.

Μέχρι το 1996, το είδος της κίνησης ενός άκαμπτου σώματος μπορούσε να καθοριστεί μόνο με τη σύγκριση της στατικής τριβής με το λόγο πλάτους-ύψους του σώματος, ανεξάρτητα από το μέγεθος της οριζόντιας εδαφικής κίνησης. Το ίδιο διάστημα, δυο ανεξάρτητες μελέτες που έθεσαν υπό διερεύνηση αυτή τη θεώρηση δημοσιεύτηκαν. Ο Shenton [16] και οι Scalia και Sumbatyan [17] έδειξαν πως εκτός από την καθαρή ολίσθηση (*pure sliding*) και τον καθαρό λικνισμό (*pure rocking*), υπάρχει μια κατάσταση ολίσθησης-λικνισμού, της οποίας η εκδήλωση δεν εξαρτάται μόνο από το λόγο πλάτους-ύψους με την τριβή αλλά και από το μέγεθος της επιτάχυνσης της βάσης.

Ο Shenton, αναλυτικότερα, διατύπωσε πέντε καταστάσεις (παράδειγμα για  $h/b=4$  αποτελεί η Εικόνα 2.7) που εν μέρει δύναται να βιώσει ένα σώμα, όταν από την ηρεμία του, του ασκηθεί μια διέγερση της βάσης του : ηρεμία (*rest*), ολίσθηση (*sliding*, λικνισμός (*rocking*), ολίσθηση με λικνισμό (*slide-rock*), ελεύθερο πέταγμα (*free flight*). Τέλος, κατέληξε στις δυο κρίσιμες συνθήκες κατά τις οποίες υπάρχει ολίσθηση μεταξύ σώματος-βάσης, όταν στο σώμα ασκείται διέγερση της βάσης του:

$$\mu < \frac{b}{h} = \tan a \quad \text{και} \quad \mu < \ddot{u}_g(g) \quad (2.7)$$



Εικόνα 2.7: Σύνορα μεταξύ κατάστασης ηρεμίας-λικνισμού-ολίσθησης-ολίσθησης με λικνισμό για λόγο ύψους-πλάτους  $H/B=4$ , ανάλογα με το συντελεστή τριβής  $\mu$  και το πλάτος της εδαφικής επιτάχυνσης  $A_g$

Ο Έλληνας επιστήμονας Νίκος Μακρής, αρχής γενομένης το 1998, ηγείται και συμμετέχει σε πολλές έρευνες [18][20][21][22] με σκοπό την πλήρη κατανόηση της απόκρισης του λικνισμού ενός σώματος, διεξάγοντας πρωτοπόρες έρευνες και βρίσκοντας σημαντικά ευρήματα.

Στην πρώτη μελέτη που πραγματοποίησε με το Ρούσσο [18], μελετήθηκε η παροδική απόκριση λικνισμού (*transient rocking response*) ενός άκαμπτου σώματος (*rigid block*), υπό την επίδραση τριγωνομετρικών διεγέρσεων, με σκοπό την εμβάθυνση στο δυναμικό χαρακτήρα του φαινομένου. Παράλληλα, οι ερευνητές επισήμαναν το ξεχωριστό ενδιαφέρον που παρουσιάζουν στην λικνιστική απόκριση οι εγγύς του ρήγματος καταγραφές (*near-source ground motion*), λόγω των παλμών με μακρά περίοδο που περιέχουν, και άρα της

μεγάλης καταστρεψιμότητάς τους σε κατασκευές που λικνίζονται [19]. Ως επακόλουθο, η έρευνα τους επεκτάθηκε και σε αναλύσεις για αυτές τις καταγραφές.

Αρχικά, απέδειξαν ότι το πλάτος της ελάχιστης επιτάχυνσης μιας ημιτονοειδούς εδαφικής διέγερσης μισής διάρκειας περιόδου (*half-sine pulse*), της μορφής  $\ddot{u}_g(t) = a_p \sin(\omega_p t + \psi)$  ( $a_p$  και  $\omega_p$  το πλάτος και η συχνότητα της διέγερσης, αντίστοιχα) που χρειάζεται για να ανατρέψει ένα άκαμπτο σώμα, και το όποιο είχε διατυπώσει ο Housner [1], είναι μη συντηρητικό. Στην πραγματικότητα, το σώμα ανατρέπεται υπό το καθεστώς των ελεύθερων δονήσεων και όχι τη στιγμή λήξης του παλμού. Η παραβολική εξίσωση (2.8) αποτελεί την αναγκαία συνθήκη που απαιτείται για την ανατροπή του σώματος :

$$\frac{\omega_p}{p} \sin \psi - \cos \psi = e^{-\frac{p}{\omega_p}(\pi - \psi)} \quad (2.8)$$

Όπου :

$\omega_p$ : η συχνότητα της επιβαλλόμενης διέγερσης

$p$ : η πλευρική συχνότητα του σώματος

Η λύση της παραπάνω εξίσωσης δίνει την τιμή  $\psi$ , για την οποία η επιτάχυνση  $a_{po} = ag / \sin \psi$  όπου  $a$  η κρίσιμη γωνία, είναι η ελάχιστη επιτάχυνση ανατροπής του σώματος (block). Για μικρές τιμές της ποσότητας  $\frac{\omega_p}{p}$  ( $\frac{\omega_p}{p} \leq 3$ ), η κατά προσέγγιση γραμμική σχέση που οδηγεί στην ανατροπή είναι :

$$\frac{a_{po}}{ag} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p}{p} \quad (2.9)$$

Η παρακάτω εξίσωση, εξ. (2.10), δίνει το πλάτος της ελάχιστης ταχύτητας ανατροπής του σώματος :

$$u_{po} = \frac{a_p T_p}{\pi} \approx 2\alpha \left( \frac{T_p g}{2\pi} + \sqrt{\frac{Rg}{3}} \right) \quad (2.10)$$

Όπου :

$a_p$ : το πλάτος της επιτάχυνσης της διέγερσης

$T_p$ : η περίοδος της διέγερσης

$\alpha$ : η κρίσιμη γωνία του σώματος

$$R = \sqrt{b^2 + h^2}$$

Στην Εικόνα 2.8 που περιλαμβάνεται στο άρθρο των Makris-Roussos [18], απεικονίζεται, ενδεικτικά, η απόκριση ενός άκαμπτου σώματος, διαστάσεων  $b=0.2\text{m}$ ,  $h=0.6\text{m}$ , που υποβάλλεται σε ημιτονοειδή διέγερση μισής περιόδου  $T_p=0.5\text{ sec}$  και συχνότητας  $\omega_p=2\pi$ .

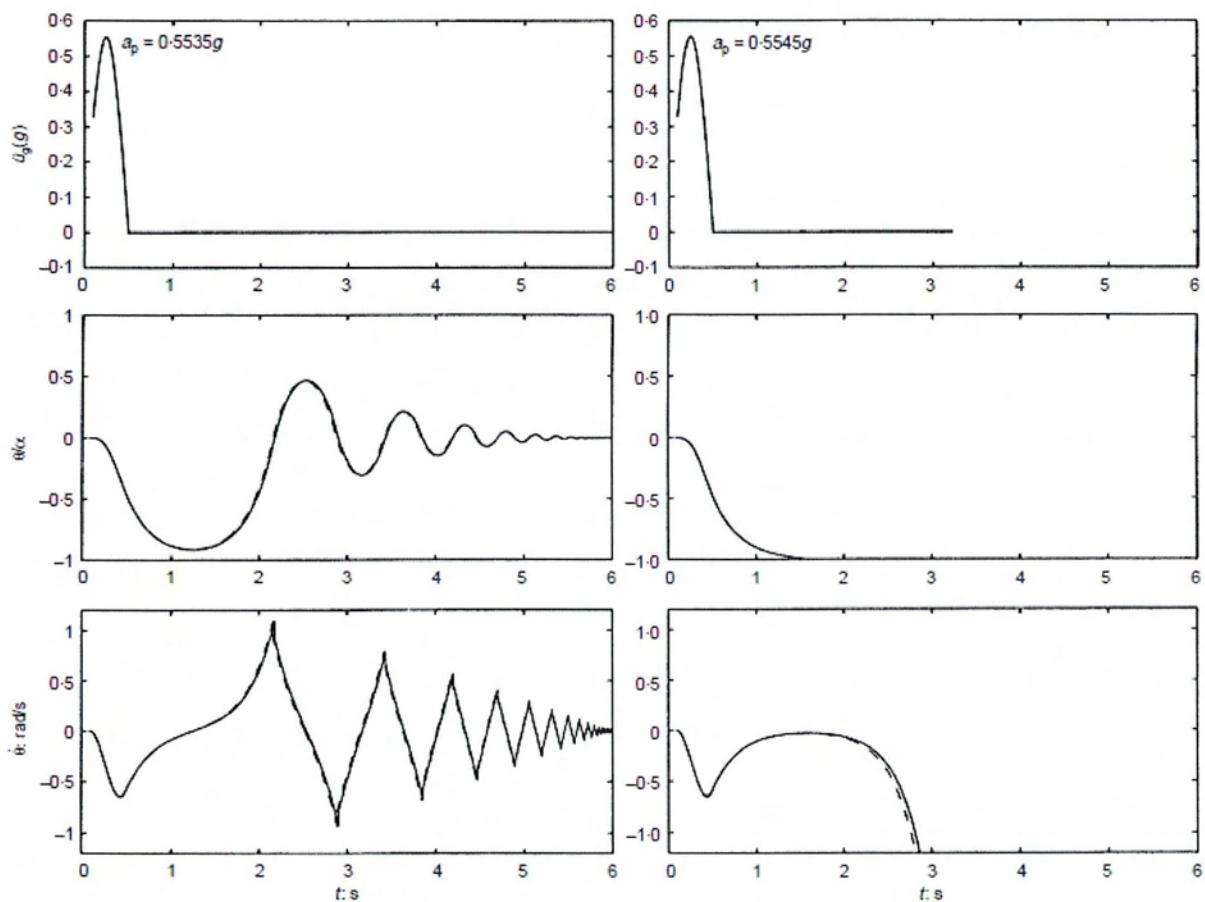
---

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

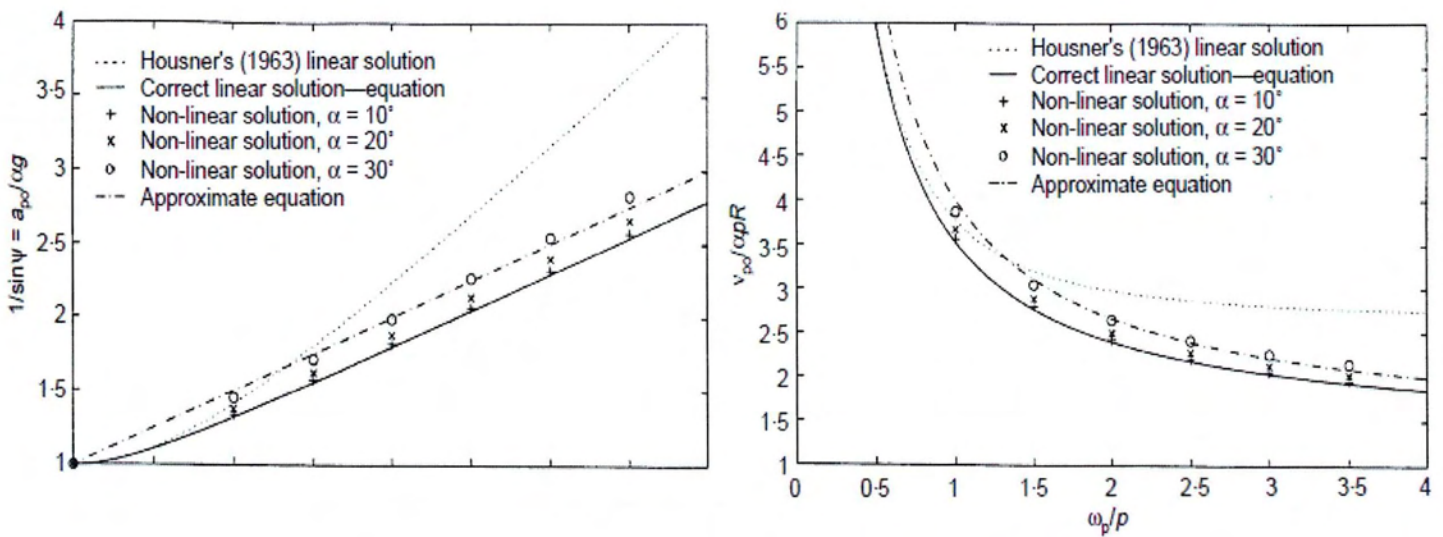


Στην αριστερή στήλη για επιτάχυνση  $a=0.5535g$  , ενώ στην δεξιά για επιτάχυνση  $a=0.5545g$  , κατά την οποία συμβαίνει η ανατροπή του σώματος.

Στην Εικόνα 2.9, οι ερευνητές, απεικονίζουν το φάσμα της ελάχιστης επιτάχυνσης ( $\alpha$ ) και της ελάχιστης ταχύτητας ( $\beta$ ) που απαιτείται για να ανατρέψει ένα ελεύθερα εδραζόμενο σώμα, όταν σε αυτό ασκείται ημιτονοειδής διέγερση μισής περιόδου, σύμφωνα με την εξίσωση του Housner [1] , τις εξισώσεις που οι ίδιοι διατυπώνουν, αλλά και για διαφορές τιμές της κρίσιμης γωνιάς (η οποία λειτουργεί ως ένδειξη της λυγηρότητας).



Εικόνα 2.8: Απόκριση ενός άκαμπτου σώματος, διαστάσεων  $b=0.2m$  ,  $h=0.6m$ , που υποβάλλεται σε ημιτονοειδή διέγερση μισής περιόδου  $T_p=0.5$  sec και συχνότητας  $\omega_p=2\pi$ . Επάνω: επιτάχυνση της διέγερσης . Κέντρο: διάγραμμα  $\theta/\alpha$  . Κάτω: διάγραμμα γωνιακής ταχύτητας  $\dot{\theta}$  σε rad/sec

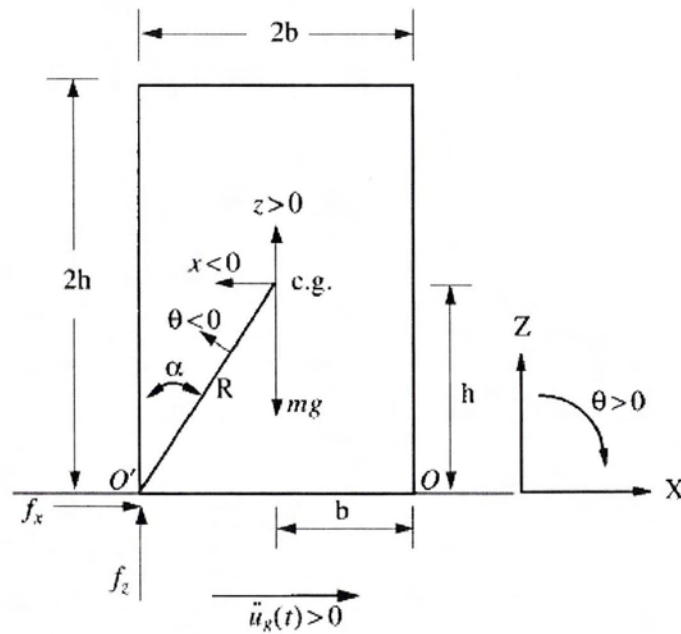


Εικόνα 2.9: Αριστερά: φάσμα ελάχιστου πλάτους επιτάχυνσης που απαιτείται για ανατροπή ενός ελεύθερα εδραζόμενου άκαμπτου σώματος υπό μισής περιόδου διέγερση ημιτόνου Δεξιά: φάσμα ελάχιστου πλάτους ταχύτητας που απαιτείται για ανατροπή ενός ελεύθερα εδραζόμενου άκαμπτου σώματος υπό μισής περιόδου διέγερση ημιτόνου

Ανάλογες σχέσεις και γραφικές παραστάσεις διατύπωσαν οι συγγραφείς για άλλες τρεις, τριγωνομετρικού τύπου, διεγέρσεις, για τις οποίες απέδειξαν την ομοιότητα και το ενδιαφέρον που παρουσιάζουν με τις καταγεγραμμένες, εγγύς του ρήγματος, εδαφικές κινήσεις. Ακόμη συμπεραίνουν, ότι οι τρεις παράμετροι που ελέγχουν την ανατροπή υπό οριζόντια διέγερση είναι η κανονικοποιημένη επιτάχυνση  $\frac{a_p}{\alpha g}$ , ο λόγος συχνότητας  $\frac{\omega_p}{p}$  και η κρίσιμη γωνία (δηλαδή η λυγηρότητα) του σώματος.

Τέλος, στα συμπεράσματα τους τονίζεται ότι η ανατροπή των μικρότερων σωμάτων είναι πιο ευαίσθητη στην αιχμή της επιτάχυνσης, ενώ η ανατροπή των μεγαλύτερων εξαρτάται από τη σταδιακή εδαφική ταχύτητα, δηλαδή την καθαρή, μονοτονική αύξηση της εδαφικής ταχύτητας καθ'όλη τη διάρκεια της χρονοϊσορίας της. Συνεπώς, τα μικρότερα σώματα ανατρέπονται για μικρής διάρκειας διέγερση με υψηλή αιχμή επιτάχυνσης, κατά την οποία τα μεγαλύτερα επιβιώνουν, που, ωστόσο, για διέγερση μεγαλύτερης διάρκειας και χαμηλότερης αιχμής επιτάχυνση, ανατρέπονται.

Συνεχία της παραπάνω μελέτης μπορεί να θεωρηθεί η δημοσίευση του άρθρου των Zhang και Makris [20] που έγινε ένα χρόνο αργότερα, το 2001, το οποίο επανεξετάζει τη λικνιστική απόκριση και ανατροπή ενός άκαμπτου σώματος υπό κυκλοειδής διεγέρσεις. Αρχικά, οι ερευνητές προσδιορίζουν τις δυνάμεις αντίδρασης που αναπτύσσονται στην διεπιφάνεια, κατά τη περιστροφή του σώματος γύρω από το σημείο  $O'$  για  $\theta=0$  (Εικόνα 2.10) :



Εικόνα 2.10: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος τη στιγμή εκκίνησης του λικνισμού

Οριζόντια δύναμη  $\rightarrow f_x(0) = M(g \tan \alpha + h\ddot{\theta}(0))$

Κατακόρυφη δύναμη  $\rightarrow f_z(0) = M(g - b\ddot{\theta}(0))$

Έπειτα, τονίζουν ότι το μέγεθος της τριβής που απαιτείται για τη διατήρηση της κίνησης λικνισμού κατά τη διάρκεια της εδαφικής διέγερσης, είναι μια αυξανόμενη συνάρτηση του μεγέθους της επιτάχυνσης της επιβαλλόμενης κίνησης. Ένα ακόμα σημαντικό συμπέρασμα των μελετητών είναι ότι ένα ελεύθερα εδραζόμενο σώμα μπορεί να ανατραπεί υπό δυο καταστάσεις :

- 1) Βιώνοντας μια ή περισσότερες συγκρούσεις.
- 2) Χωρίς να βιώσει καμία σύγκρουση.

Η ύπαρξη της δεύτερης κατάστασης αποκαλύπτει την ύπαρξη μια ασφαλούς “χερσονήσου” (*safe region*) στο διάγραμμα επιτάχυνσης-συχνότητας διέγερσης, πάνω από το φάσμα της ελαχίστης επιτάχυνσης ανατροπής, το οποίο, επακόλουθα, περιλαμβάνει πλάτη επιτάχυνσης μεγαλύτερα σε μέγεθος από τα αντίστοιχα της ανατροπής, χωρίς ωστόσο το σώμα να ανατρέπεται. Το σχήμα της “χερσονήσου” εξαρτάται από το συντελεστή επαφοράς  $r$ , και είναι ευαίσθητο στην έντονη μη γραμμικότητα του φαινομένου. Ως αποτέλεσμα, το ζήτημα της εκτίμησης της εδαφικής επιτάχυνσης που είτε ανέτρεψε ένα σώμα είτε αυτό επιβίωσε, εξετάζοντας μόνο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος, καθίσταται περίπλοκο.

Την ίδια περίοδο, ο Μακρής με τον Κωνσταντινίδη [21], εξετάζουν μια πολύ σημαντική θεώρηση που κάνουν πολλοί ερευνητές όταν μελετούν τη λικνιστική συμπεριφορά ενός άκαμπτου σώματος, ότι δηλαδή είναι δυνατόν ένα σώμα που λικνίζεται (*inverted pendulum*) να προσημειωθεί με ένα μονοβάθμιο ταλαντωτή (*regular pendulum*).

Οι Έλληνες επιστήμονες υποστηρίζουν ότι ο μονοβάθμιος ταλαντωτής και ένα σώμα που βιώνει λικνισμό, είναι δυο θεμελιωδώς διαφορετικά δυναμικά συστήματα, και η απόκριση του ενός δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για την εξαγωγή συμπερασμάτων για την απόκριση του άλλου. Στον Πίνακα 2.1 φαίνονται τα χαρακτηριστικά του κάθε συστήματος. Τέλος, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το φάσμα λικνισμού (*rocking spectra*) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα πολύτιμο εργαλείο στην μέτρηση της έντασης της εδαφικής διέγερσης, και μαζί με το φάσμα απόκρισης (*response spectra*) μπορούν να παρέχουν μια πιο ξεκάθαρη εικόνα για τα κινηματικά χαρακτηριστικά της εδαφικής κίνησης και της επιπτώσεις της στην απόκριση των κατασκευών.

Πίνακας 2.1: Χαρακτηριστικά και παράμετροι των δυο διαφορετικών δυναμικών συστημάτων

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ/ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	Ταλαντωτής με απόσβεση $m, c, k$	Άκαμπτο σώμα σε λικνισμό $b, h, g$
Μηχανισμός επαναφοράς	Ελαστικότητα της κατασκευής	Βαρύτητα
Δύναμη/Ροπή επαναφοράς	$F = ku$ (για γραμμικά ελατήρια)	$M = mgR \sin(\alpha - \theta)$ $R = \sqrt{b^2 + h^2}$
Δυσκαμψία σε κατάσταση ισοροπίας	Πεπερασμένη	Άπειρη
Δύναμη/Ροπή επαναφοράς σε κατάσταση ισοροπίας	Μηδέν	Πεπερασμένη : $mgR \sin(\alpha)$
Δυσκαμψία σε κατάσταση εκτός ισοροπίας	Θετική	Αρνητική
Παράμετρος της συχνότητας	Φυσική συχνότητα: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Πλευρική συχνότητα (για ορθογωνικά σώματα): $p = \sqrt{\frac{3g}{4R}}$
Παράμετρος της απόσβεσης	Λόγος ιξώδους απόσβεσης: $\xi = \frac{c}{2m\omega_0}$	Λυγηρότητα : $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{h}\right)$

Το 2005, εισάγεται από τους Prietro και Lourenco [22] μια εναλλακτική μέθοδος για τη μελέτη της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σωμάτων, στην οποία γίνεται η υπόθεση ότι η γωνία λικνισμού  $\theta$  είναι μια σύνθετη ποσότητα, και η οποία είναι γνώστη ως η *σύνθετου συνδυασμού περιστροφή του λικνισμού* μέθοδος (*complex coupled rocking rotation method – CCRR*). Σκοπός της CCRR μεθόδου είναι να γεφυρώσει τις δυο-κλάδων διαφορικές εξισώσεις του Housner [1] με τους μηχανισμούς της σύγκρουσης, σε ένα μοντέλο, στο οποίο η κίνηση θα διέπεται από μια μόνο διαφορική εξίσωση. Έτσι, η μέθοδος αυτή επιτρέπει τη μελέτη κατασκευών αποτελούμενων από πολλά σώματα, εκμεταλλεύομενη τη βαθμωτή φύση μιας πλήρους *Lagrangian-Hamiltonian* διατύπωσης. Τέλος, τα φαινόμενα απόσβεσης εισάγονται μέσω γενικευμένης *Dirac- $\delta$*  δύναμης, τα οποία είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από το εργαστήριο.

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να αναφερθεί και άλλη μια μέθοδος που χρησιμοποιείται από πολλούς επιστήμονες στη μελέτη του λικνισμού, η μέθοδος των διακριτών στοιχείων [24] (*discrete element method-DEM*). Η μέθοδος αυτή εισήχθη το 1971, για τη λύση προβλημάτων της βραχομηχανικής, χρησιμοποιώντας διακριτά στοιχεία για να προσομοιώσει τις μάζες των βράχων. Η μέθοδος DEM μπορεί να θεωρηθεί ότι μοντελοποιεί ένα ασυνεχές μέσο. Αυτή η τεχνική επιτρέπει τη σχετική κίνηση μεταξύ των στοιχείων, η οποία είναι απαραίτητη για προβλήματα στα οποία η σχετική κίνηση μεταξύ των σωμάτων είναι ένα σημαντικό μέρος της απόκρισης. Έτσι είναι πιθανό να αναπαρασταθεί ένα υλικό ως άκαμπτο (*rigid*) ή παραμορφώσιμο (*deformable*), γεγονός που κάνει τη μέθοδο εφαρμόσιμη στη μελέτη του λικνισμού.

Το 2007, μια ολοκληρωμένη πειραματική ερευνα για τη μελέτη της συμπεριφοράς άκαμπτων σωμάτων υπό λικνισμό δημοσιεύεται από τους Pena *et al* [25]. Η ερευνα περιλαμβάνει 275 τεστ σε σεισμική τράπεζα, όπου τέσσερις ορθογώνιες πέτρες από μπλε γρανίτη διαφορετικών γεωμετρικών διαστάσεων, στηριζόμενες πάνω σε βάση από το ίδιο υλικό (η βάση είναι βιδωμένη στη τράπεζα), υπόκεινται σε ελεύθερο λικνισμό, αλλά και σε αρμόνικες και τυχαίες διεγέρσεις της βάσης τους. Οι πέτρες έχουν λόγο ύψους-πλάτους από 4 έως 8, και σταθερό λόγο πάχους-πλάτους ίσο με 3, για αποτροπή τρισδιάστατων επιδράσεων. Μέσω μηχανημάτων και συσκευών υψηλής τεχνολογίας μετρήθηκαν οι μετακινήσεις (και οι περιστροφές) των δοκιμίων και της βάσης. Ομοίως, επιταχυνσιόμετρα χρησιμοποιήθηκαν για την καταγραφή των αντίστοιχων επιταχύνσεων. Κύριος σκοπός της έρευνας είναι να διασαφηνίσει θέματα όπως η επαναληψιμότητα της λικνιστικής απόκρισης και της ευστάθειας άκαμπτων σωμάτων.

Παράλληλα, αναπτύχθηκαν από τους συγγραφείς δυο εργαλεία ανάλυσης για τις ανάγκες της αριθμητικής προσομοίωσης της απόκρισης λικνισμού. Το πρώτο εργαλείο, το οποίο είναι αναλυτικής φύσεως, χρησιμοποιεί την μέθοδο CCRR (αναφέρθηκε παραπάνω), ενώ το δεύτερο είναι αριθμητικό και χρησιμοποιεί την DEM μέθοδο. Όσον αφορά το τελευταίο, μια νέα μεθοδολογία προτάθηκε με σκοπό την εύρεση των παραμέτρων τη μεθόδου DEM μέσω των κλασσικών παραμέτρων της θεωρίας του Housner.

Αξιίζει να σημειωθεί ότι τα πειραματικά αποτελέσματα της παραπάνω έρευνας, χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία με σκοπό την επαλήθευση και την εγκυρότητα των μοντέλων που δημιουργήθηκαν.

Σε άλλο άρθρο που δημοσιεύτηκε για την ίδια έρευνα, οι συγγραφείς Pena *et al* [26], μελετούν τη συμπεριφορά των δοκιμίων και καταλήγουν σε μερικά χρήσιμα συμπεράσματα, που αναμένεται να απασχολήσουν και τις έρευνες της παρούσας εργασίας, :

- Προσδιοριστήκαν οι κλασσικές παράμετροι  $\alpha$ ,  $p$ ,  $r$  μέσω του ελεύθερου λικνισμού των δοκιμίων. Η στατική κρίσιμη γωνία  $\alpha$  είναι πάντα μικρότερη από τη κρίσιμη δυναμική γωνία που ορίζει την ευστάθεια σε ένα σώμα που λικνίζεται. Συνεπώς, η τιμή της στατικής γωνίας είναι συντηρητική στη διαδικασία σχεδιασμού των κατασκευών.
- Οι πολλαπλών σωμάτων κατασκευές (*multi block structures*) παρουσιάζουν μεταφορική ολίσθηση (*translational sliding*), ακόμη και αν τα σώματα έχουν σχεδιαστεί να αποτρέπουν την ολίσθηση. Αυτό σημαίνει ότι η σχέση μεταξύ συντελεστή τριβής και γεωμετρικών διαστάσεων είναι σωστή μόνο για μονά σώματα και όχι για πολλαπλών σωμάτων κατασκευές, καθώς η αλληλεπίδραση μεταξύ των σωμάτων αλλάζει τις συνοριακές τους συνθήκες.
- Το πλάτος λικνισμού εξαρτάται από τη συχνότητα και το πλάτος του δυναμικού φορτίου, για παράδειγμα, το πλάτος αυτό είναι μεγαλύτερο για χαμηλές συχνότητες.
- Η σύγκρουση παράγει έντονες μεταβολές στην επιτάχυνση των σωμάτων.

Τα τελευταία χρόνια πολλοί ερευνητές ([44], [45], [46], [47]) έχουν στραφεί σε αριθμητικές μεθόδους προσομοίωσης σωμάτων που λικνίζονται, χρησιμοποιώντας κυρίως την *μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method-FEM)*. Η συγκεκριμένη μέθοδος επιλέχθηκε και στην παρούσα εργασία, και ένα εξελιγμένο λογισμικό μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων [27] χρησιμοποιήθηκε για τη διεξαγωγή της ερευνητικής διαδικασίας. Η ανάλυση της επιλεγμένης μεθόδου και της προσομοίωσης γίνονται εκτενεστέρα στο επόμενο κεφάλαιο.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

*Μη γραμμική δυναμική ανάλυση άκαμπτου στερεού σώματος σε λικνισμό: προσομοίωση προβλήματος, βαθμονόμηση, αξιοπιστία και έλεγχος αποτελεσμάτων*

### **A. Αριθμητική προσομοίωση και μέθοδος επίλυσης του προβλήματος**

#### **3.1 Εισαγωγή**

Το πρόβλημα της απόκρισης ενός άκαμπτου, στερεού σώματος που λικνίζεται σε μια, επίσης, άκαμπτη και στερεά βάση αποτελεί ένα δυσεπίλυτο πρόβλημα. Η έντονη μη γραμμικότητα του φαινομένου, που πηγάζει από την επαφή μεταξύ των σωμάτων, αλλά και από τη σύγκρουση μεταξύ τους οδηγώντας σε αλλαγές των συνοριακών συνθηκών, το καθιστούν ένα δυσχερές μαθηματικό πρόβλημα με μεγάλες απαιτήσεις σε υπολογιστικά μέσα. Η μέθοδος που επιλέχτηκε στη παρούσα εργασία για την προσομοίωση και την ανάλυση των διάφορων περιπτώσεων, είναι αυτή των πεπερασμένων στοιχείων (*finite element method*). Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση του ειδικευμένου λογισμικού μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων MSC Marc [27]. Στη συνέχεια, ακολουθούν συνοπτικά τα βασικά, θεωρητικά στοιχεία και οι αρχές τόσο της προσομοίωσης, όσο και τις επίλυσης των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα που μελετάται.

#### **3.2 Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων**

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος (δηλ. μέθοδος υπολογισμού με χρήση τεχνικών αριθμητικής ανάλυσης-διακριτοποίησης και H/Y) για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων.

Παρά το δεδομένο ότι πρόκειται για μια αριθμητική μέθοδο, είναι σε θέση να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα και δύναται να εφαρμοστεί σε ένα τεράστιο φάσμα προβλημάτων. Μοναδικό μειονέκτημα είναι οι απαιτήσεις της σε υπολογιστικό χρόνο και ισχύ, οι όποιες ενίοτε κρίνονται γιγάντιες, όσο αφορά την εφαρμογή της σε πιο σύνθετα προβλήματα. Ωστόσο, η ραγδαία αύξηση της τεχνολογίας και των υπολογιστικών δυνατοτήτων τα τελευταία χρόνια, τείνουν να εξαλείψουν αυτό το τροχοπέδη, κατατάσσοντας τη μέθοδο άκρως επιτυχημένη, και ως πρώτη επιλογή στην έρευνα και στη βιομηχανία μελέτης των διαφόρων κατασκευών.

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε ένα προχωρημένο λογισμικό μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, απαιτούνται τα εξής στάδια:

1. Δημιουργείται το γεωμετρικό προσομοίωμα του προβλήματος.
2. Γίνεται η διακριτοποίηση του μοντέλου σε μικρότερα τμήματα (τα πεπερασμένα στοιχεία), τα οποία ορίζονται με συγκεκριμένες μηχανικές, φυσικές και γεωμετρικές ιδιότητες.
3. Εισάγονται οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Παραδείγματος χάριν, αν επιλεγεί να λυθεί το μοντέλο σε στατική καταπόνηση θα πρέπει να δοθούν τα δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις.
4. Ακολουθεί η μόρφωση των διαφορικών εξισώσεων του προβλήματος.
5. Όταν ετοιμαστούν τα δεδομένα για επίλυση, εισάγονται σε ένα πρόγραμμα το οποίο θα κάνει την επίλυση του προβλήματος. Τέτοιου είδους προγράμματα λέγονται solvers και χρησιμοποιούν για τις επιλύσεις αριθμητικές μεθόδους
6. Ο μελετητής βλέπει τα εξάγομενα αποτελέσματα, με τη χρήση ενός post processor προγράμματος.

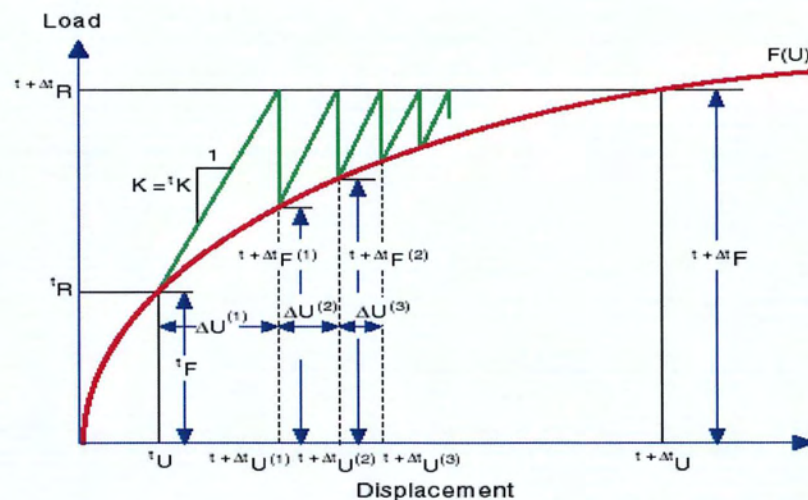
Η μεθοδολογία επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων του προβλήματος απαιτεί την γραμμικοποίηση των εξισώσεων οδηγώντας σε ένα σύστημα αλγεβρικών (γραμμικών/μη-γραμμικών) εξισώσεων ισορροπίας. Για την επίλυση των εξισώσεων αυτών χρησιμοποιούνται, συνήθως, επαναληπτικές μέθοδοι επίλυσης αλγεβρικών μη-γραμμικών εξισώσεων, όπως η μέθοδος Newton–Raphson, Arc length κ.τ.λ.

Η μέθοδος Newton–Raphson επιλέγεται για την επίλυση των μη γραμμικών εξισώσεων ισορροπίας μέσω της γραμμικοποίησης τους σε κάθε επαυξητικό βήμα. Συγκεκριμένα, με δεδομένα τα χαρακτηριστικά της κατασκευής (εντάσεις, μετατοπίσεις) στην αρχή του επαυξητικού βήματος επιχειρείται μία πρόβλεψη των χαρακτηριστικών στο επόμενο επαυξητικό βήμα. Σε ένα πρόβλημα πλαστικότητας, τούτο σημαίνει ότι οι καταστατικές εξισώσεις του υλικού και οι εξισώσεις ισορροπίας και συμβιβαστού της κατασκευής δεν επιλύονται ταυτόχρονα. Επομένως απαιτείται μία επαναληπτική διαδικασία δοκιμών για την επίτευξη μιας ανεκτής σύγκλισης της ισορροπίας. Η διαδικασία αυτή μοιραία εισαγάγει ένα σφάλμα σε κάθε βήμα, το οποίο διαδίδεται σωρευτικά. Η ακρίβεια της μεθόδου βελτιώνεται με περαιτέρω μείωση του επαυξητικού βήματος ή/και με πυκνότερη



διακριτοποίηση του φορέα, διαδικασία η οποία όμως αυξάνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος.

Στην Εικόνα 3.1 φαίνεται η γραφική αναπαράσταση της μεθόδου, σύμφωνα με την οποία επιτυγχάνεται η επιθυμητή προσέγγιση, ύστερα από έναν αριθμό επαναλήψεων.



Εικόνα 3.1: Μέθοδος σύγκλισης Newton-Raphson

### 3.3 Μη γραμμική ανάλυση

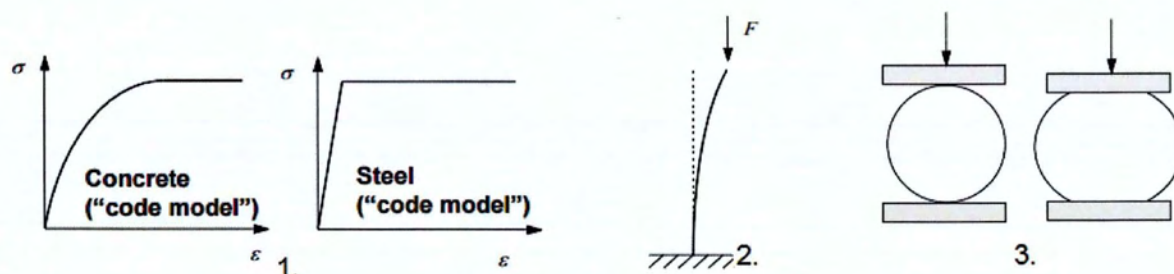
Καθώς η κατάρρευση μιας κατασκευής γενικά δε συμπίπτει με την εμφάνιση της πρώτης ρωγμής ή μιας εγκαίρως εντοπισμένης βλάβης, φαίνεται ότι η θεωρία ελαστικότητας είναι ένα βήμα πίσω σε σχέση με τα πραγματικά όρια αυτής της κατασκευής. Ωστόσο, η μη γραμμική ανάλυση (η πιο προηγμένη μορφή ανάλυσης των κατασκευών) καλύπτει ολόκληρη τη διαδικασία φόρτισης, από την αρχική κατάσταση χωρίς ένταση, στην ελαφρώς μη γραμμική συμπεριφορά σε κατάσταση λειτουργικότητας, έως την έντονη μη γραμμικότητα που οδηγεί στην κατάρρευση.

Η σύγχρονη εφαρμογή της μη γραμμικής ανάλυσης επικεντρώνεται κυρίως στα τρία παρακάτω πεδία:

1. Σε πολύπλοκες κατασκευές με υψηλές απαιτήσεις ασφαλείας (π.χ. μονάδες παραγωγής πυρηνικής ενέργειας, φράγματα, γέφυρες).
2. Στην έρευνα για την προσομοίωση πολύπλοκων φυσικών φαινομένων και την αξιολόγηση πειραματικών μορώσεων..
3. Σε υφιστάμενες κατασκευές (αποτίμηση, ενίσχυση, αποκατάσταση)

Η μη γραμμικότητα μπορεί να αναλυθεί σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις (Εικόνα 3.2):

- 1) Μη γραμμικότητα του υλικού.
- 2) Γεωμετρική μη γραμμικότητα.
- 3) Μη γραμμικότητα λόγω μεταβολής των συνοριακών συνθηκών (π.χ. προβλήματα επαφής-τριβής).



Εικόνα 3.2: Τρεις κατηγορίες μη-γραμμικότητας

Στην παρούσα εργασία τα σώματα που μελετώνται θεωρούνται απολύτως στερεά και άκαμπτα. Ως εκ τούτου, τα φαινόμενα μη γραμμικότητας οφείλονται αποκλειστικά στη γεωμετρία και στην επαφή των σωμάτων μεταξύ τους.

Κατά το πρώτο, στη θεώρηση μεγάλων παραμορφώσεων, όταν οι γενικευμένες μετακινήσεις (μετατοπίσεις/στροφές) ενός φορέα είναι μεγάλες, οι εξισώσεις ισορροπίας του μορφώνονται στην παραμορφωμένη κατάσταση. Στη διάρκεια της επίλυσης ενός τέτοιου φορέα, η γεωμετρία του μεταβάλλεται σε κάθε βήμα της ανάλυσης και οι εξισώσεις ισορροπίας ακολουθούν αυτή την αλλαγή, με αποτέλεσμα να καθίστανται μη γραμμικές. Εάν δεν ληφθούν υπόψη τα φαινόμενα γεωμετρικής μη γραμμικότητας, η υπολογιστική προσομοίωση ίσως αποτύχει να προβλέψει την πραγματική συμπεριφορά του φορέα.

Όσον αφορά την μη γραμμικότητα λόγω επαφής, κατά την διάρκεια φόρτισης μίας κατασκευής, μπορεί να αναπτυχθεί ή να χαθεί επαφή μεταξύ δύο ή περισσότερων σωμάτων αυτής, καθώς και μεταξύ διαφορετικών σημείων του ίδιου σώματος. Η αναπτυσσόμενη επαφή μπορεί να συνοδεύεται από την ανάπτυξη, ή μη, τριβής. Αυτή η μεταβολή των συνθηκών επαφής μεταξύ δύο σωμάτων ή δύο τμημάτων του ίδιου σώματος είναι μία συνήθης πηγή μη γραμμικότητας σε πολλά προβλήματα.

### 3.4 Αριθμητική προσομοίωση απολύτως στερεού, άκαμπτου σώματος ελεύθερα εδραζόμενο επί απολύτως στερεής, άκαμπτης βάσης

Στην παρούσα εργασία επιχειρείται η προσομοίωση του φυσικού προβλήματος του λικνισμού ενός άκαμπτου σώματος ελεύθερα εδραζόμενο επί άκαμπτης βάσης. Στο στάδιο αυτό, δημιουργούνται διαφορά αριθμητικά προσομοιώματα με σκοπό την σωστή προσέγγιση του φαινομένου, αλλά και την σύγκριση των αποτελεσμάτων τους με αντίστοιχα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί από πειράματα στο εργαστήριο για λόγους εγκυρότητας και αξιοπιστίας.

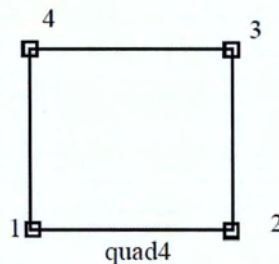
#### 3.4.1 Διακριτοποίηση

Για τα διάφορα προσομοιώματα επιλέχτηκε, ύστερα από προκαταρκτικές αναλύσεις, η χρησιμοποίηση του δισδιάστατου, ορθογωνικών διαστάσεων πεπερασμένου στοιχείου element 3 plane stress, από τη βιβλιοθήκη του λογισμικού Msc Marc (Εικόνα 3.3). Το

---

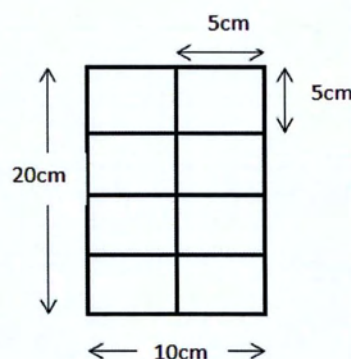
Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

στοιχείο αυτό, αποτελείται από τέσσερις κόμβους, από ένα σε κάθε γωνία, και ο κάθε κόμβος διαθέτει δυο μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας, έναν για την κάθε διεύθυνση του επιπέδου  $x,y$ . Το στοιχείο κρίνεται κατάλληλο, καθώς περιλαμβάνει δυνατότητες προσομοίωσης της γεωμετρικής μη γραμμικότητας.



Εικόνα 3.3: Γεωμετρία πεπερασμένου στοιχείου *element 3 plane stress*

Η διακριτοποίηση έγινε στο ίδιο λογισμικό που χρησιμοποιείται για τις αναλύσεις, καθώς η γεωμετρία των μοντέλων είναι σχετικά απλή (ορθογωνικών διαστάσεων σώματα). Το κάθε σώμα διαιρείται σε τόσα πεπερασμένα στοιχεία έτσι ώστε οι μέγιστες διαστάσεις του κάθε πεπερασμένου στοιχείου να μην ξεπερνούν τα 5 cm σε κάθε διεύθυνση. Παραδείγματος χάριν (Εικόνα 3.4), ένα σώμα με διαστάσεις 20x10 cm, διαχωρίζεται σε 8 πεπερασμένα στοιχεία, το καθένα με διαστάσεις 5 cm.



Εικόνα 3.4: Παράδειγμα διακριτοποίησης

Οι διαστάσεις των πεπερασμένων στοιχείων που λαμβάνονται, θεωρείται ότι είναι ικανοποιητικές ως προς την κατάλληλη μαθηματική ακρίβεια και την ευστάθεια της λύσης.

Για τη την προσομοίωση της βάσης έδρασης των σωμάτων, η οποία και δύναται να διεγερθεί, σχεδιάστηκε μια ευθύγραμμη καμπύλη (*curve*) χρησιμοποιώντας το στοιχείο *line* της βιβλιοθήκης του λογισμικού. Το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος 3m και το εκάστοτε σώμα τοποθετείται έτσι ώστε το κέντρο βάρους του να είναι πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου αυτού τμήματος. Οιαρχικές αναλύσεις έδειξαν ότι αυτός ο τρόπος προσομοίωσης της βάσης είναι ο πλέον κατάλληλος για τους σκοπούς της επίπεδης ανάλυσης (*planar analysis*) που μελετά η παρούσα εργασία.

### 3.4.2 Επαφή και τριβή

Η επαφή αποτελεί ένα πολύ σημαντικό ζήτημα στην προσομοίωση ενός σώματος που λικνίζεται, καθώς το ίδιο το φαινόμενο του λικνισμού στηρίζεται στην ανασήκωση του σώματος από τη βάση του και στην περιστροφή του γύρω από ένα γωνιακό του σημείο. Κατά την περιστροφή αυτή, η επαφή του σώματος και της βάσης, εφόσον και τα δυο είναι άκαμπτα, συγκεντρώνεται σε ένα μόνο σημείο, το σημείο περιστροφής.

Εάν τα σώματα δεν είναι απολύτως άκαμπτα, αλλά έχουν κάποια πεπερασμένη δυσκαμψία, τότε η περιστροφή πραγματοποιείται σε μια πεπερασμένη επιφάνεια. Το μέγεθος αυτής της επιφάνειας εξαρτάται από την δυσκαμψία του σώματος, η οποία τείνει να γίνει ένα σημείο, όταν η δυσκαμψία τείνει να γίνει άπειρη [26].

Στη συνέχεια, το σώμα επανέρχεται στην οριζόντια θέση, αποκτώντας πλήρη επαφή με τη βάση του, μέχρι να ανασηκωθεί πάλι και να περιστραφεί γύρω από το άλλο γωνιακό σημείο.

Κατά την επαφή ενός σώματος που λικνίζεται με την βάση του, ο ρόλος της τριβής είναι καθοριστικός. Η φάση κατά την οποία το σώμα επανέρχεται στη οριζόντια θέση είναι εύλογο να χαρακτηριστεί ως η φάση σύγκρουσης του σώματος με την βάση του. Η σύγκρουση αυτή σε συνδυασμό με την τριβή που αναπτύσσεται, αποτελούν τους κύριους μηχανισμούς απόσβεσης ενέργειας ενός συστήματος σε λικνισμό.

#### 3.4.2.1 Επαφή

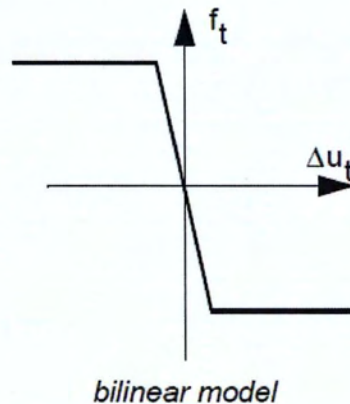
Το σώμα που δύναται να λικνιστεί ορίζεται ως παραμορφώσιμο (*deformable*), ενώ η βάση του ως απολύτως στερεή και άκαμπτη (*rigid*). Παρόλο που σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη άκαμπτων σωμάτων, το λογισμικό των επίλυσεων δεν αναγνωρίζει την επαφή μεταξύ σωμάτων ορισμένων ως άκαμπτα, εξού και η παραπάνω επιλογή. Το πρόβλημα αυτό, ωστόσο, διορθώθηκε επιλέγοντας μεγάλες τιμές στο μετρό ελαστικότητας  $E$  του σώματος.

Η επαφή μεταξύ των σωμάτων ορίστηκε με την επιλογή *touching*, που σημαίνει ότι κατά τη διάρκεια της επίλυσης, σε περίπτωση που ο κόμβος ενός σώματος έρθει σε επαφή με ένα άλλο σώμα, αυτός συγκρατείται στη κάθετη ως προς το σώμα επαφής διεύθυνση με ταυτόχρονη παραμόρφωση των δύο σωμάτων.

Ως αλγόριθμος επαφής μεταξύ των σωμάτων ορίζεται ο “*node-to-segment*”, κατά τον οποίο το πρόγραμμα ελέγχει για κάθε κόμβο την απόσταση μεταξύ αυτού και των στοιχείων ενός σώματος. Εάν η απόσταση αυτή είναι μικρότερη από μία προκαθορισμένη τιμή τα σώματα θεωρούνται ότι βρίσκονται σε επαφή. Ο έλεγχος επαφής μεταξύ δύο σωμάτων πραγματοποιείται είτε αμφίπλευρα (*double – sided*), ελέγχοντας και τα δύο σώματα το ένα ως προς το άλλο, είτε μονόπλευρα (*single – sided*), ελέγχοντας μόνο για το ένα από αυτά σε σχέση με το δεύτερο. Σε κάθε περίπτωση, η διαδικασία ανίχνευσης επαφής πραγματοποιείται για κάθε κόμβο κάθε σώματος και σε κάθε διαφορετικό βήμα της ανάλυσης.

### 3.4.2.2 Τριβή

Ο νόμος τριβής που ανταποκρίνεται καλύτερα στις απαιτήσεις του φαινομένου βρέθηκε να είναι ο Νόμος τριβής Coulomb (*Coulomb's law friction*), και πιο συγκεκριμένα το μοντέλο τριβής Coulomb bilinear (Εικόνα 3.5), καθώς ασυνέχειες στο νομό τριβής θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε αριθμητικές δυσκολίες. Σύμφωνα με τον νόμο Coulomb, η τριβή αναπτύσσεται από τη σχετική μετατόπιση δύο επιφανειών σε επαφή, όπου η μία πιέζει την άλλη, ενώ δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης αυτών.



Εικόνα 3.5: Μοντέλο τριβής Coulomb bilinear

### 3.4.3 Συνοριακές συνθήκες και εξωτερική φόρτιση

Σε όλα τα πεπερασμένα στοιχεία (*elements*) του εκάστοτε σώματος ασκείται κάθετη επιτάχυνση με σκοπό την προσομοίωση της επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ , και αρά του ίδιου βάρους του σώματος. Το μέτρο αυτής λαμβάνεται ίσο με  $9.81 \text{ m/sec}^2$ . Καμία άλλη δέσμευση δε χρησιμοποιείται.

Στην βάση του συστήματος ασκούνται οι διάφορες διεγέρσεις, οι οποίες εισάγονται μέσω της παραμέτρου θέσης του κέντρου της (*position control*), η οποία και ελέγχει την κίνηση της άκαμπτης βάσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Το κέντρο της βάσης αποτελεί το κέντρο μετακίνησης της και βρίσκεται σε απόσταση  $x=1.5\text{m}$  από την αρχή της.

Συνεπώς, οι δυναμικές φορτίσεις που εισάγονται στο σύστημα είναι μετακινήσεις της βάσης σε σχέση με το χρόνο, οι οποίες για λόγους αποτελεσμάτων ανάγονται σε είτε ταχύτητα είτε επιτάχυνση. Οι τύποι φορτίσεις είναι αρμόνικες ημιτονοειδής διεγέρσεις διαφόρων πλατών και συχνοτήτων.

### 3.4.4 Είδος ανάλυσης

Το είδος της ανάλυσης που χρησιμοποιείται είναι δομική (*structural*), μη γραμμική δυναμική ανάλυση με εν χρόνω ολοκλήρωση (*dynamic transient analysis*). Η παραπάνω ανάλυση χρησιμοποιείται για ένα πρόβλημα αρχικών συνθηκών συνήθως, συνεπώς ο σωστός προσδιορισμός των κατάλληλων αρχικών και συνοριακών συνθηκών είναι απαραίτητος.

Για τη λύση της ανάλυσης χρησιμοποιείται απευθείας ολοκλήρωση (*direct integration*), γεγονός που καθιστά την επιλογή κατάλληλου χρονικού βήματος επίλυσης πολύ σημαντική. Ύστερα από προμελέτες και αναλύσεις, επιλέγεται ως κατάλληλο και επαρκές χρονικό βήμα επίλυσης για όλες τις μελέτες της παρούσας εργασίας, ο χρόνος  $t=0.001$  sec.

Επιλέγεται ο implicit κώδικας του λογισμικού, και πιο συγκεκριμένα η μέθοδος ολοκλήρωσης *Single Step Houbolt Operator*. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος κρίνεται απλός σε σχέση με τις άλλες επιλογές, και παρουσιάζει σταθερότητα και μαθηματική ακρίβεια, εκμηδενίζοντας τυχόν ασυνέχειες. Παράλληλα, συνίσταται για δυναμικές αναλύσεις που περιέχουν έντονα το φαινόμενο της επαφής.

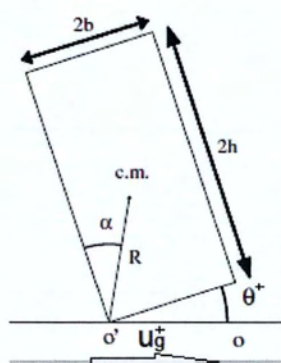
Για την γεωμετρική μη γραμμικότητα του φαινομένου χρησιμοποιείται η επιλογή των μεγάλων τροπών (*large strains*), η οποία συνίσταται για προβλήματα μεγάλων παραμορφώσεων και στροφών. Κατά την επιλογή αυτή, το λογισμικό χρησιμοποιεί το πλήρες πλαίσιο του μετασχηματισμού Lagrange.

## B. Βαθμονόμηση, αξιοπιστία και έλεγχος των αποτελεσμάτων

Με σκοπό την σωστή προσέγγιση του φαινομένου του λικνισμού, αλλά και τον έλεγχο αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων δημιουργούνται προσομοιώματα ανάλογων πειραμάτων που έχουν διεξαχθεί στο εργαστήριο. Έτσι, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μπορούν να συγκριθούν με τα αντίστοιχα πειραματικά, και να προσδιοριστεί ο βαθμός αξιοπιστίας τους. Επιπροσθέτως, υπάρχει η δυνατότητα ακριβέστερου προσδιορισμού διαφόρων παραμέτρων του συστήματος, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη μελέτη που διεξάγεται στο επόμενο κεφάλαιο.

Παράλληλα, εξετάζεται ποσό ικανοποιητικά ανταποκρίνονται τα μοντέλα σε θεωρίες και σε θεμελιώδη συμπεράσματα ερευνητών της βιβλιογραφίας.

Αξίζει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο η σήμανση των αποτελεσμάτων, και να διευκρινιστεί πως θετικές γωνίες στροφής ορίζονται από το λογισμικό προσομοίωσης, αυτές με αντιωρολογιακή φορά, όπως προκύπτει και από το σχήμα 3.1. Δηλαδή, για επιβολή θετικής διέγερσης, η γωνία λικνισμού του σώματος,  $\theta$ , είναι θετική.



Σχήμα 3.1: Σήμανση θετικής φοράς της γωνιάς λικνισμού  $\theta$

### 3.5 Σύγκριση αριθμητικών προσομοιωμάτων με το έργο των Makris και Roussos [18]

Οι Makris και Roussos [18] μελέτησαν την παροδική απόκριση λικνισμού (transient rocking response) ενός άκαμπτου σώματος (rigid block), υπό την επίδραση τριγωνομετρικών διεγέρσεων, με στόχο την εμβάθυνση στο δυναμικό χαρακτήρα του φαινομένου. Για το σκοπό αυτό, εξετάζουν αναλυτικά (μέσω διαφορικών εξισώσεων) την απόκριση ενός σώματος υπό αρμονική, ημιτονοειδή διέγερση μισού κύκλου. Το σώμα έχει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες που παρουσιάζονται στον Πινάκα 3.1.

Πίνακας 3.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες του σώματος των Makris-Roussos [18]

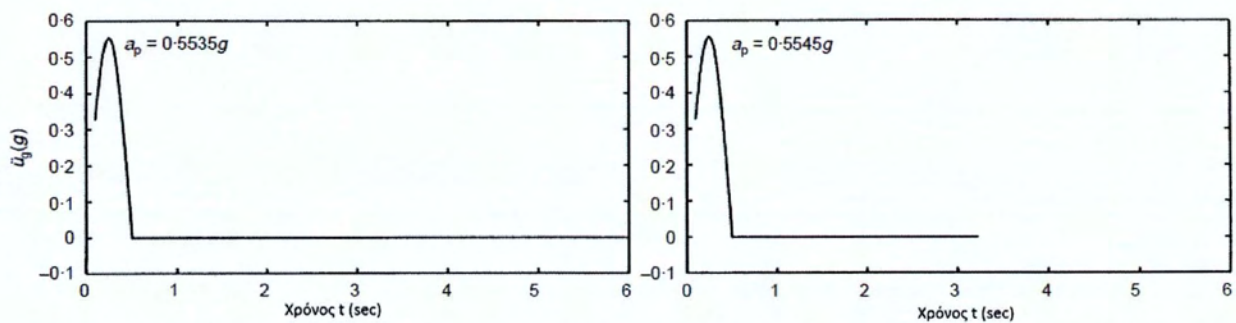
Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Συντελεστής τρίβης μ	Κλασσικές Παραμετροί		
								α (°)	ρ (1/sec)	r
460.8	0.4	1.2	0.4	3.00	0.632	245.41	0.5	18.43	3.41	0.850

Οι ερευνητές εφαρμόζουν αρχικά στο σώμα μια διέγερση βάσης με τα εξής χαρακτηριστικά: συχνότητα  $f=1$  Hz , πλάτος  $A=0.1375$  m  $\rightarrow u_g(t) = A\sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow u_g(t) = 0.1375\sin(6.28 \cdot t)$

Η παραπάνω διέγερση αντιστοιχεί σε μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $5.43$  m/sec<sup>2</sup> ή  $0.5535$ ·g, και εφαρμόζεται στο σώμα για χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ήτοι  $0.5$  sec.

Σε μια δεύτερη ανάλυση, εφαρμόζουν παρόμοια διέγερση, αλλά με αυξημένο μέγιστο εύρος  $A'=0.1378$ m  $\rightarrow u_g(t) = 0.1378\sin(6.28 \cdot t)$

Τα δυο είδη αρμονικής φόρτισης διακρίνονται στην Εικόνα 3.6.



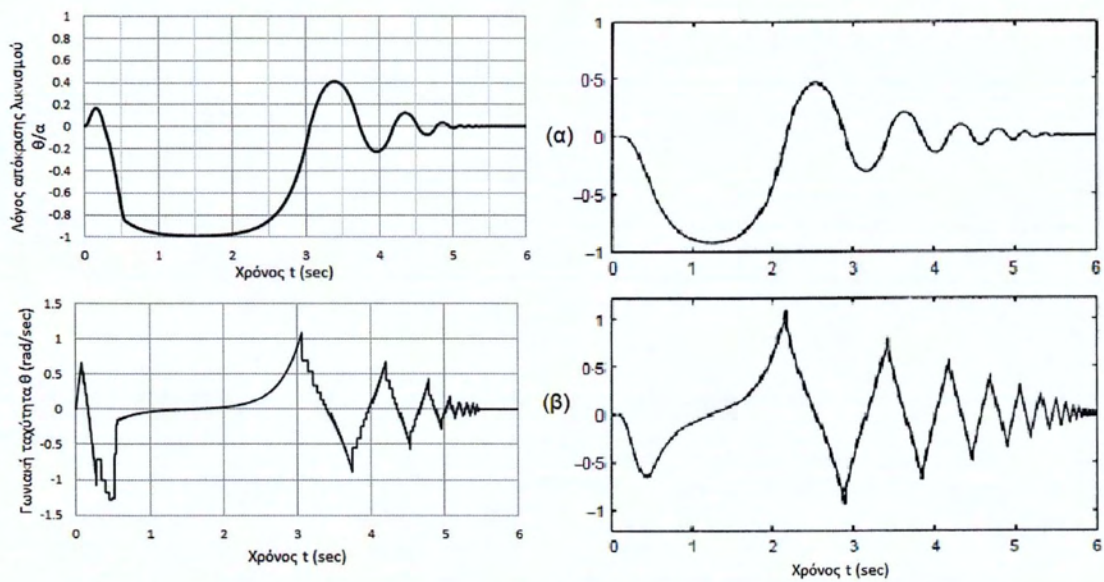
Εικόνα 3.6: Αρμονικά είδη φόρτισης που εφαρμόζονται στο σώμα των Makris-Roussos[18]

Το σώμα και οι φορτίσεις που μελετούν οι Makris-Roussos προσομοιώνονται στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, και έτσι δημιουργείται ένα μοντέλο με τα χαρακτηριστικά του Πινάκα 3.4 , αποτελούμενο από 192 πεπερασμένα στοιχεία (plane stress element 3), διαστάσεων  $h_{el}=0.05$ m και  $b_{el}=0.05$  m, και συνολικά από 225 κόμβους (*nodes*).

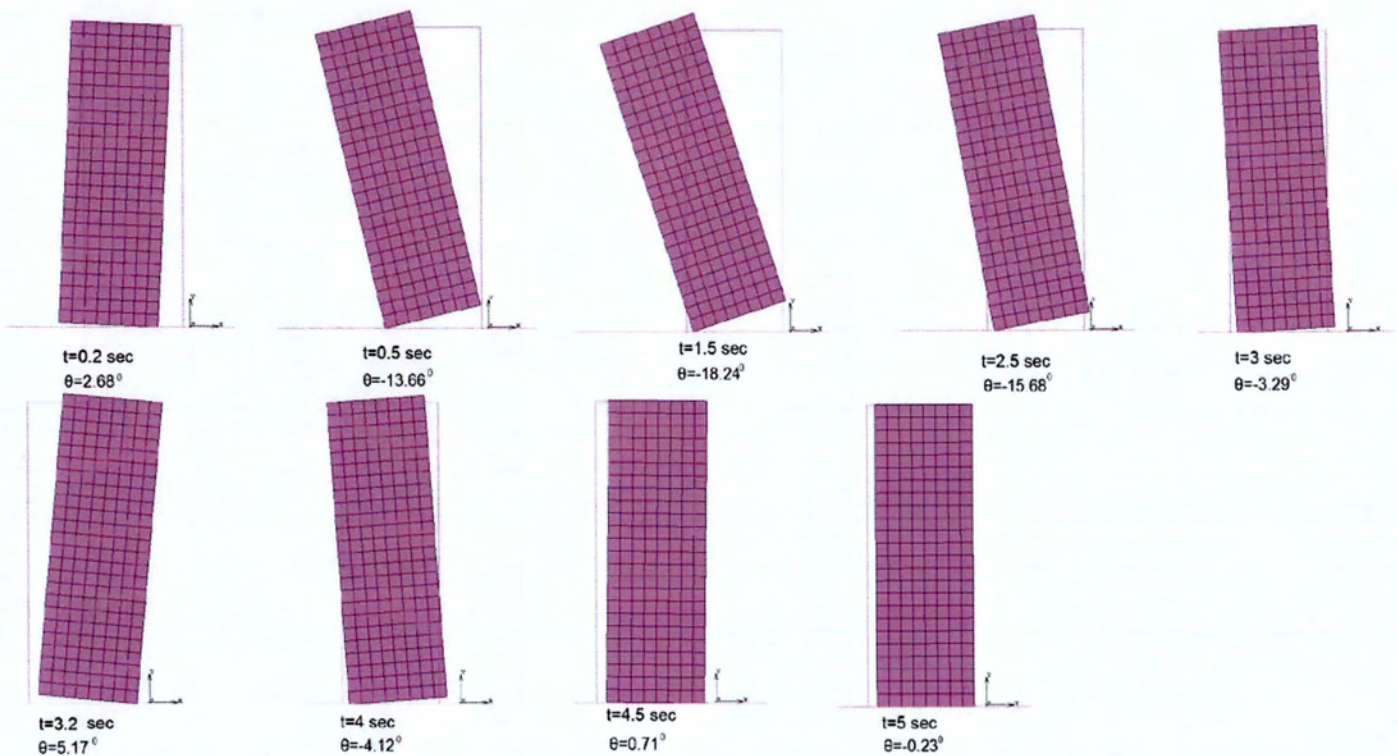
Στην Εικόνα 3.7.1 διακρίνονται τα διαγράμματα: α) του λόγου απόκρισης λικνισμού  $\theta/a$  και β) της γωνιακής ταχύτητας  $\dot{\theta}$  (rad/sec), σε σχέση με το χρόνο, για την πρώτη περίπτωση φόρτισης ( $0.5535$ g). Στην αριστερή στήλη τοποθετούνται τα αποτελέσματα από το αριθμητικό προσομοίωμα, ενώ στη δεξιά οι αναλυτικές λύσεις των Makris-Roussos [18].

Η δυναμική απόκριση του αριθμητικού προσομοιώματος απεικονίζεται στην Εικόνα 3.7.2, η οποία αποτελείται από εννέα στιγμιότυπα (*snapshots*) της κίνησης για διάφορες χρονικές στιγμές.



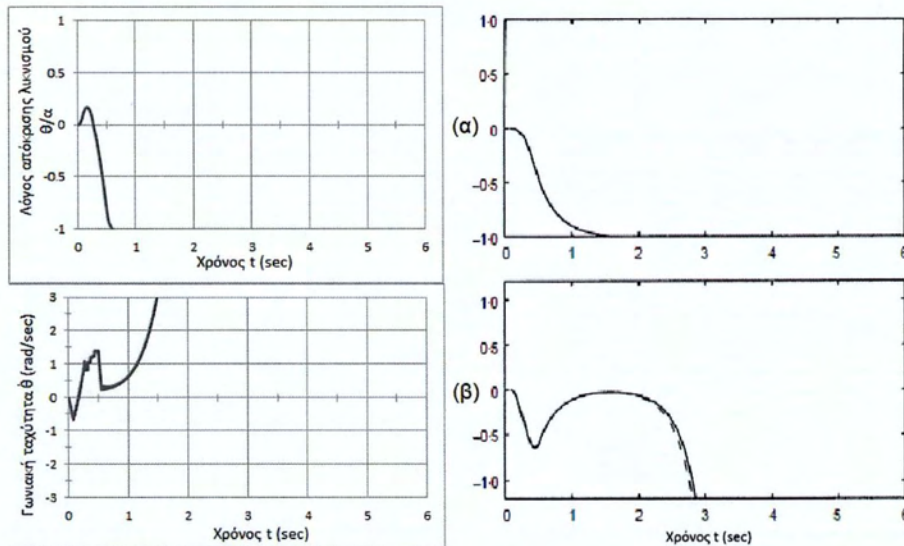


Εικόνα 3.7.1: α) Διάγραμμα λόγου απόκρισης  $\theta/\alpha$ , β) διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας  $\dot{\theta}$  (rad/sec), σε σχέση με το χρόνο για μέγιστη επιτάχυνση βάσης 0.5535g. Στην αριστερή στήλη τοποθετούνται τα αποτελέσματα από το αριθμητικό προσομοίωμα, ενώ στη δεξιά οι αναλυτικές λύσεις των Makris-Roussos [18].

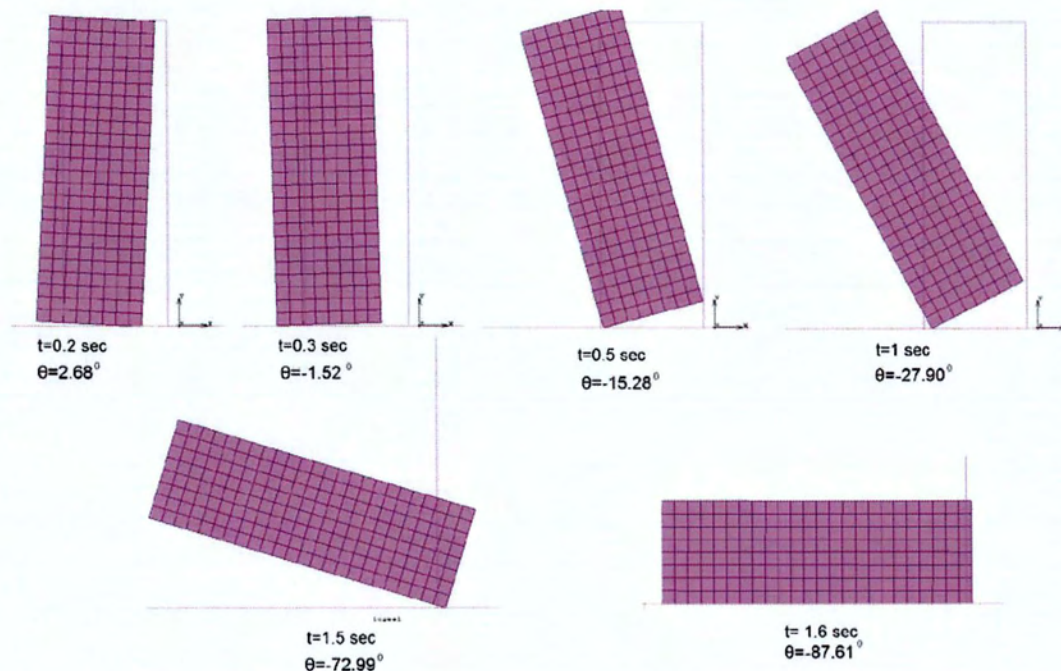


Εικόνα 3.7.2: Απόκριση αριθμητικού προσομοιώματος υπό μισό κύκλο ημιτονοειδής φόρτισης με συχνότητα  $f=1$  Hz και μέγιστο εύρος επιτάχυνσης βάσης 0.5535g-Ισορροπία

Ομοίως, στην Εικόνα 3.8.1 διακρίνονται τα διαγράμματα: α) του λόγου απόκρισης λικνισμού  $\theta/\alpha$  και β) της γωνιακής ταχύτητας  $\dot{\theta}$  (rad/sec), σε σχέση με το χρόνο, για το δεύτερο είδος φορτισής (0.5545g). Στην αριστερή στήλη τοποθετούνται τα αποτελέσματα από το αριθμητικό προσομοίωμα, ενώ στη δεξιά οι αναλυτικές λύσεις των Makris-Roussos [18]. Η Εικόνα 3.8.2 απεικονίζει την δυναμική απόκριση του αριθμητικού προσομοιώματος σε έξι στιγμιότυπα, κατά την οποία το άκαμπτο σώμα ανατρέπεται.



Εικόνα 3.8.1: Διάγραμμα λόγου απόκρισης  $\theta/\alpha$ , β) διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας  $\dot{\theta}$  (rad/sec), σε σχέση με το χρόνο για μέγιστη επιτάχυνση βάσης 0.5545g. Στην αριστερή στήλη τοποθετούνται τα αποτελέσματα από το αριθμητικό προσομοίωμα, ενώ στη δεξιά οι αναλυτικές λύσεις των Makris-Roussos[18]



Εικόνα 3.8.2: Απόκριση αριθμητικού προσομοιώματος υπό μισό κύκλο ημιτονοειδής φόρτισης με συχνότητα  $f=1$  Hz και μέγιστο εύρος επιτάχυνσης βάσης 0.5545g-Ανατροπή

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των αναλυτικών επιλύσεων των Makris-Roussos [18], το λικνιζόμενο σώμα για μέγιστη επιτάχυνση βάσης ίση με 0.5535g δεν ανατρέπεται, αντιθέτως όμως, για μέγιστη επιτάχυνση βάσης 0.5545g (0.2% περίπου αύξηση) υπόκειται σε ανατροπή.

Το γεγονός αυτό, επιβεβαιώνει το συμπέρασμα των ερευνητών, ότι η ανατροπή του σώματος εξαρτάται άμεσα από το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης της εδαφικής διέγερσης.

Το παραπάνω συμπέρασμα (δηλαδή το όριο ανατροπής), επιτυγχάνεται και εξάγεται επαρκώς μέσω του αριθμητικού μοντέλου που δημιουργήθηκε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Σύμφωνα και με την Εικόνα 3.7.2 το άκαμπτο σώμα υπόκειται σε τέσσερις πλήρεις κύκλους λικνισμού, προτού την επιστροφή του σε κατάσταση ηρεμίας για περίπτωση διέγερσης μέγιστου εύρους επιτάχυνσης 0.5535g. Αντίθετα, για την περίπτωση μέγιστου εύρους εδαφικής επιτάχυνσης 0.5545g, το άκαμπτο σώμα ανατρέπεται έχοντας εκτελέσει μόλις τα  $\frac{3}{4}$  ενός πλήρους κύκλου λικνισμού (Εικόνα 3.8.2).

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων (Εικόνα 3.7.1), παρατηρείται ότι παρόλο που υπάρχει διαφοροποίηση στις χρονικές στιγμές που συμβαίνουν οι μέγιστες τιμές (peaks) των διαγραμμάτων, οι αποκρίσεις λικνισμού που λαμβάνονται τόσο από το αριθμητικό μοντέλο, όσο και από τις αναλυτικές λύσεις, συμπίπτουν κατά ένα μεγάλο ποσοστό. Η μεγάλη ομοιότητα στη μεταξύ τους λικνιστική απόκριση επιβεβαιώνεται ταυτόχρονα και από τις μορφές των διαγραμμάτων της γωνιακής ταχύτητας, οι όποιες έχουν παρόμοια συμπεριφορά.

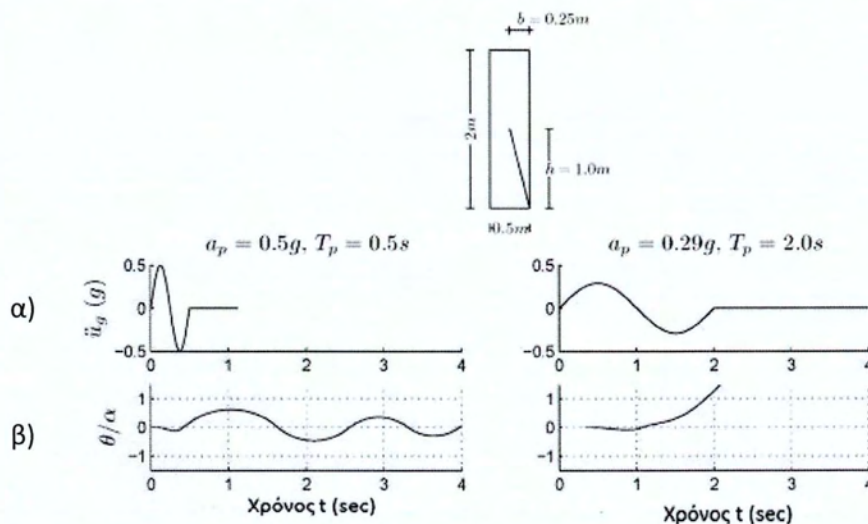
Οι Makris-Roussos διατύπωσαν πως όσο περισσότερο η τιμή της επιβαλλόμενης επιτάχυνσης προσεγγίζει την τιμή της επιτάχυνσης ανατροπής, τόσο περισσότερο χρόνο θα απαιτείται από το σώμα, ώστε να επανέλθει στη θέση ισορροπίας του. Συνεπώς, εάν επιβληθεί η ακριβής τιμή της επιτάχυνσης ανατροπής, το σώμα θα χρειαστεί (θεωρητικά) άπειρο χρόνο για να “αποφασίσει” εάν είτε θα επανέλθει στη θέση ισορροπίας του, είτε θα ανατραπεί. Η διαπίστωση αυτή, επιτυγχάνεται και από την απόκριση του αριθμητικού μοντέλου, καθώς για επιβαλλόμενη τιμή επιτάχυνσης λίγο χαμηλότερη από την αντίστοιχη ανατροπής, το σώμα απαιτεί ένα σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα, για να επανέλθει στη θέση ισορροπίας.

### 3.6 Αριθμητική προσέγγιση παραδείγματος από το έργο των Vassiliou-Makris [28]

Το μέγεθος των σωμάτων έχει σημαντικό ρόλο στην λικνιστική τους απόκριση, καθώς όσο αυτό αυξάνεται, η ευστάθεια τους καθορίζεται σημαντικά από τη διάρκεια της διέγερσης που επιβάλλεται στη βάση τους (Housner [1]). Οι Vassiliou-Makris [28] κατέληξαν στο συμπέρασμα πως οι ψηλόλιγνες κολώνες των αρχαίων ναών που εδράζονται ελεύθερα στη βάση τους παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευστάθεια από ότι εάν μονωθούν σεισμικά (δηλαδή η περίπτωση στην οποία επιτυγχάνεται μείωση της επιτάχυνσης με ταυτόχρονη αύξηση της περιόδου της διέγερσης). Δηλαδή, η σεισμική μόνωση αφαιρεί από τα μεγάλα άκαμπτα σώματα την ικανότητα να λικνιστούν χωρίς να ανατραπούν, μια ικανότητα η οποία παρουσιάζεται και όταν υπόκεινται σε βραχείς διεγέρσεις. Για την κατανόηση αυτού,

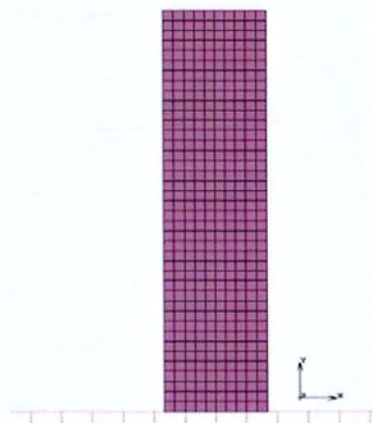
παρουσιάζουν ένα παράδειγμα, το οποίο υπολογίζεται μέσω αναλυτικών επιλύσεων των διαφορικών εξισώσεων:

Σώμα διαστάσεων  $2h=2$  m και  $2b=0.5$  m (βαθμός λυγηρότητας 4), διεγείρεται από έναν ημιτονοειδή παλμό σχετικά μεγάλης επιτάχυνσης ( $0.5g$ ) και μικρής περιόδου ( $T=0.5$  sec) χωρίς να ανατραπεί. Αντίθετα, υπό διέγερση μικρότερης επιτάχυνσης ( $0.29g$ ) αλλά μεγαλύτερης περιόδου ( $T=2$  sec), ανατρέπεται (Εικόνα 3.9).



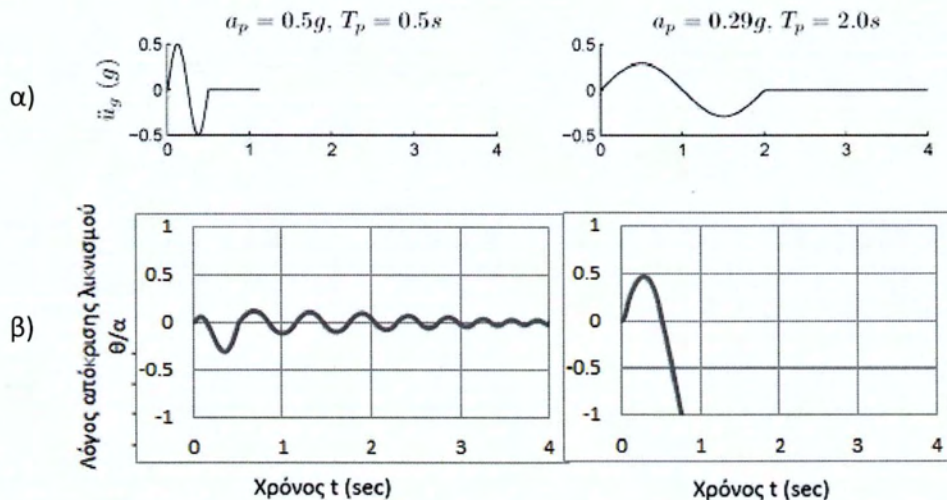
Εικόνα 3.9: Πάνω: γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος α) Οριζόντια εδαφική επιτάχυνση, β) λόγος απόκρισης λικνισμού  $\theta/\alpha$   
Αριστερά για ημιτονοειδή παλμό πλάτους επιτάχυνσης  $0.5g$  περιόδου  $T=0.5$  sec-όχι ανατροπή  
Δεξιά για ημιτονοειδή παλμό πλάτους επιτάχυνσης  $0.29g$  περιόδου  $T=2$  sec- ανατροπή

Το παραπάνω παράδειγμα, με τα ίδια χαρακτηριστικά και τις ίδιες επιβαλλομένες διεγέρσεις προσημειώθηκε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (Εικόνα 3.10), αποτελούμενο από 400 πεπερασμένα στοιχεία (*plane stress element 3*), διαστάσεων  $h_{el}=0.05$ m και  $b_{el}=0.05$  m, και συνολικά από 451 κόμβους (*nodes*). Ο συντελεστής τριβής,  $\mu$ , επιλέχτηκε έτσι ώστε το σώμα να μην ολισθαίνει, και του δόθηκε η τιμή  $0.577$ .

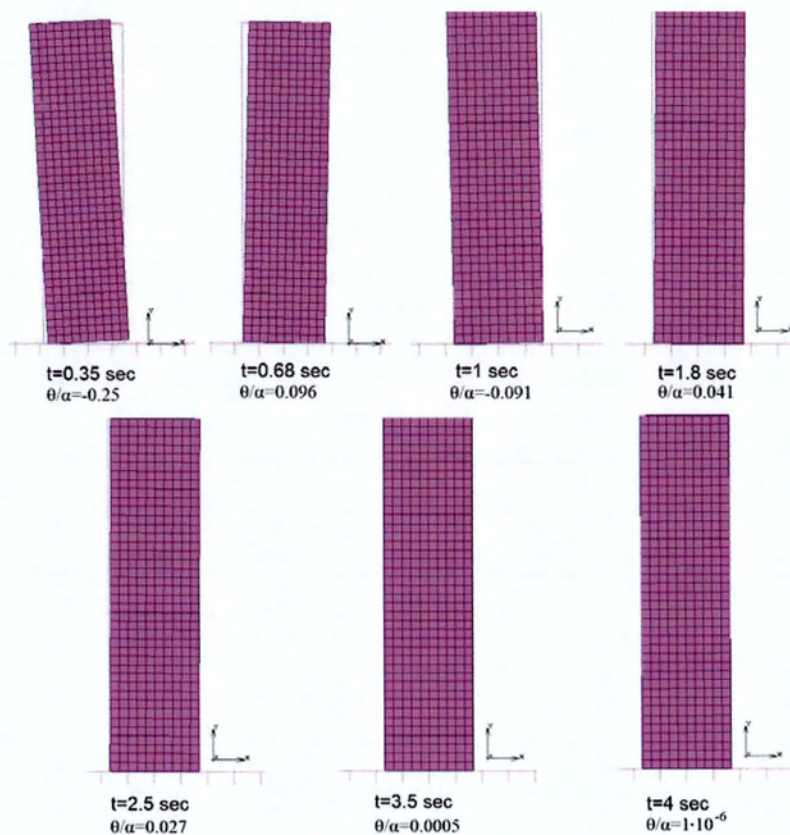


Εικόνα 3.10: Προσομοίωμα του παραδείγματος των Vasilliou-Makris [28]

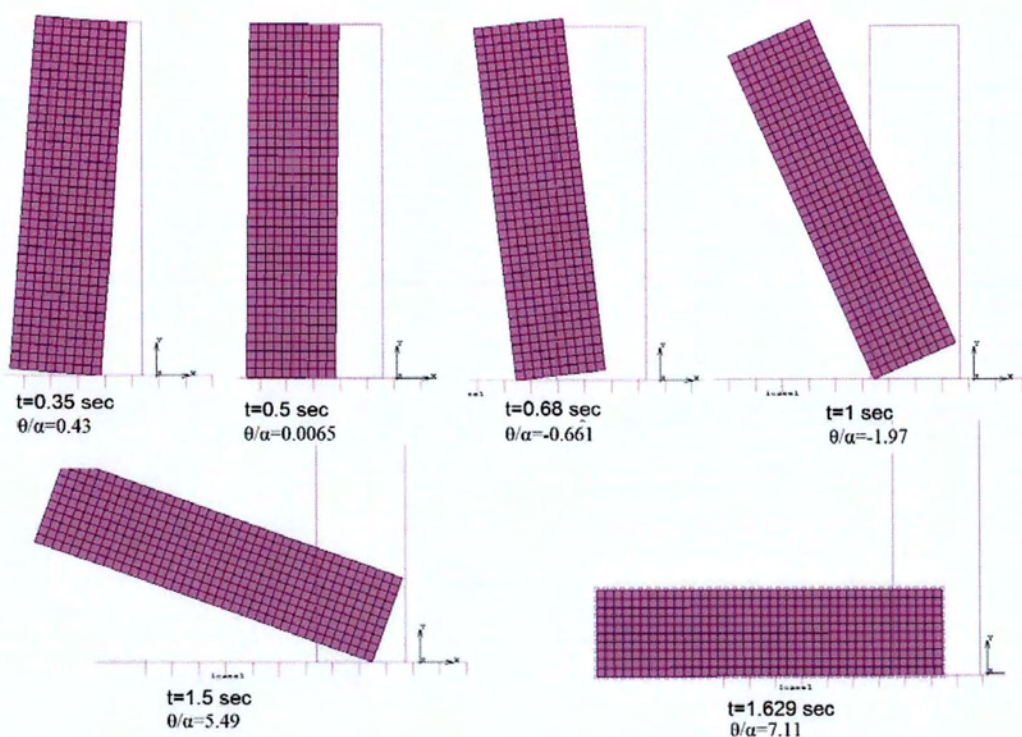
Η λικνιστική απόκριση του αριθμητικού προσομοιώματος καταγράφεται στην Εικόνα 3.11.1, με την δυναμική του απόκριση να απεικονίζεται στις Εικόνες 3.11.2 και 3.11.3, οι οποίες αποτελούνται από διάφορα στιγμιότυπα (*snapshots*) αυτής .



Εικόνα 3.11.1: Απόκριση αριθμητικού μοντέλου: α) Οριζόντια εδαφική επιτάχυνση, β) λόγος απόκρισης λικνισμού  $\theta/a$ . Αριστερά για ημιτονοειδή παλμό πλάτους επιτάχυνσης  $0.5g$  περιόδου  $T=0.5 \text{ sec}$ -όχι ανατροπή. Δεξιά για ημιτονοειδή παλμό πλάτους επιτάχυνσης  $0.29g$  περιόδου  $T=2 \text{ sec}$ - ανατροπή



Εικόνα 3.11.2: Απόκριση αριθμητικού προσομοιώματος υπό έναν πλήρη κύκλο ημιτονοειδής φόρτισης με περίοδο  $T=0.5 \text{ sec}$  και μέγιστο εύρος επιτάχυνσης βάσης  $0.5g$ -Ισορροπία



Εικόνα 3.11.3: Απόκριση αριθμητικού προσομοιώματος υπό έναν πλήρη κύκλο ημιτονοειδούς φόρτισης με περίοδο  $T=2$  sec και μέγιστο εύρος επιτάχυνσης βάσης  $0.29g$ -Ανατροπή

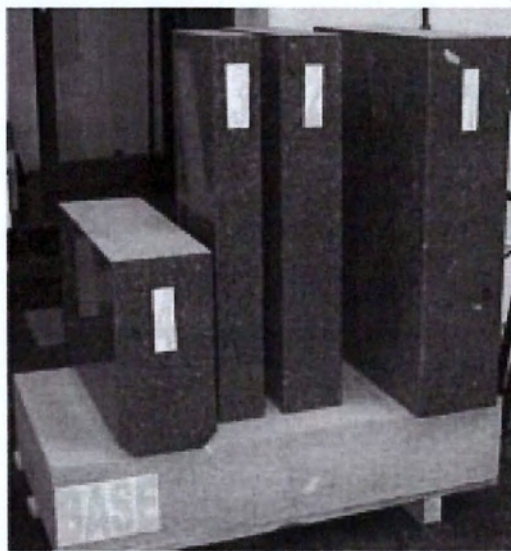
Όπως παρατηρείται, το συμπέρασμα που διατύπωσαν οι Makris-Roussos [18] επιβεβαιώνεται πλήρως από το αριθμητικό μοντέλο. Πράγματι, το σώμα που δημιουργήθηκε δεν ανατρέπεται για διέγερση σχετικά μεγάλου εύρους επιτάχυνσης και μικρής περιόδου. Η μεγαλύτερη τιμή του λόγου  $\theta/\alpha$  που καταγράφεται είναι ίση με 0.25 και συμβαίνει κατά τη διάρκεια επιβολής της φόρτισης, ήτοι για χρόνο ίσο με  $t=0.35$  sec (Εικόνα 3.11.2).

Αντιθέτως, για μικρότερο εύρος επιτάχυνσης αλλά μεγαλύτερη περίοδο, το σώμα δεν ευσταθεί και ανατρέπεται. Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και από την Εικόνα 3.11.3, η τιμή του λόγου  $\theta/\alpha$  υπερβαίνει την κρίσιμη τιμή 1 κατά τη διάρκεια της επιβαλλόμενης κίνησης ήδη από το πρώτο δευτερόλεπτο ( $\theta/\alpha=1.97$ , σε απόλυτη τιμή). Η περίπτωση αυτή είναι παρόμοια με την λειτουργία της σεισμικής μόνωσης στις κατασκευές. Παρατηρείται, όμως, ότι για σχετικά λυγρές κατασκευές (π.χ. ψηλόλιγνες κολώνες) η σεισμική μόνωση μάλλον θα είχε αρνητικό παρά ευεργετικό ρόλο (Vasilliou-Makris [28]).

Εν κατακλείδι, η αριθμητική προσομοίωση εντοπίζει επαρκώς την απόκριση των λύσεων των ερευνητών και επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν.

### 3.7 Σύγκριση αριθμητικών προσομοιωμάτων με τα πειράματα των *Pena et al* [26]

Όπως ήδη έχει αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα πειράματα των *Pena et al* [26] αποτελούν μια ολοκληρωμένη και εμπειριστατωμένη μελέτη σωμάτων σε λικνισμό, σε συνθήκες εργαστηρίου. Οι ερευνητές μελέτησαν δοκίμια διαφόρων βαθμών λυγηρότητας υπό ελεύθερο λικνισμό (Εικόνα 3.12), αλλά και υπό αρμόνικες τριγωνομετρικές διεγέρσεις της βάσης τους. Μερικά από τα πειράματα των ερευνητών προσομοιώνονται παρακάτω για πιο ενδελεχή κατανόηση της απόκρισης των κατασκευών σε λικνισμό, αλλά και για λόγους εγκυρότητας και αξιοπιστίας των αριθμητικών προσομοιωμάτων που δημιουργήθηκαν στην παρούσα εργασία.



Εικόνα 3.12: Τα 4 δοκίμια των *Pena et al*[26]

#### 3.7.1 Ελεύθερος λικνισμός (free rocking)

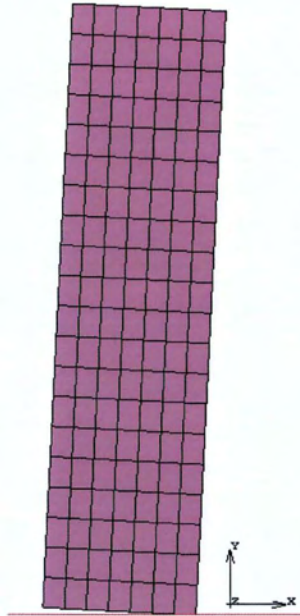
##### Δοκίμιο 1

Το δοκίμιο 1 μελετάται σε ελεύθερο λικνισμό, δηλαδή αφήνεται υπό μια αρχική γωνία στροφής  $\theta = -3^\circ$ , να λικνιστεί ελεύθερα επί την βάση του. Στα πειράματα στο εργαστήριο, οι μηχανισμοί απόσβεσης είναι οι παραμορφώσεις (αν και μικρές σε μέγεθος), η σύγκρουση και η τριβή στη διεπιφάνεια σώματος-βάσης. Τα χαρακτηριστικά του δοκιμίου 1 φαίνονται στον κάτωθι Πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.2: Πίνακας χαρακτηριστικών δοκιμίου 1

Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Συντελεστής τρίβης $\mu$	Κλασσικές Παραμετροί		
								$\alpha$ (°)	$p$ (1/sec)	$r$
503	0.25	1	0.754	4.00	0.515	179	0.577	13.46	3.84	0.936

Το δοκίμιο 1 προσομοιώθηκε στο λογισμικό Msc Marc (Εικόνα 3.13) με τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά, αποτελούμενο από 140 πεπερασμένα στοιχεία (*plane stress element 3*) διαστάσεων  $h_{el}=0.05$  m και  $b_{el}=0.0357$  m, και συνολικά από 168 κόμβους (*nodes*).

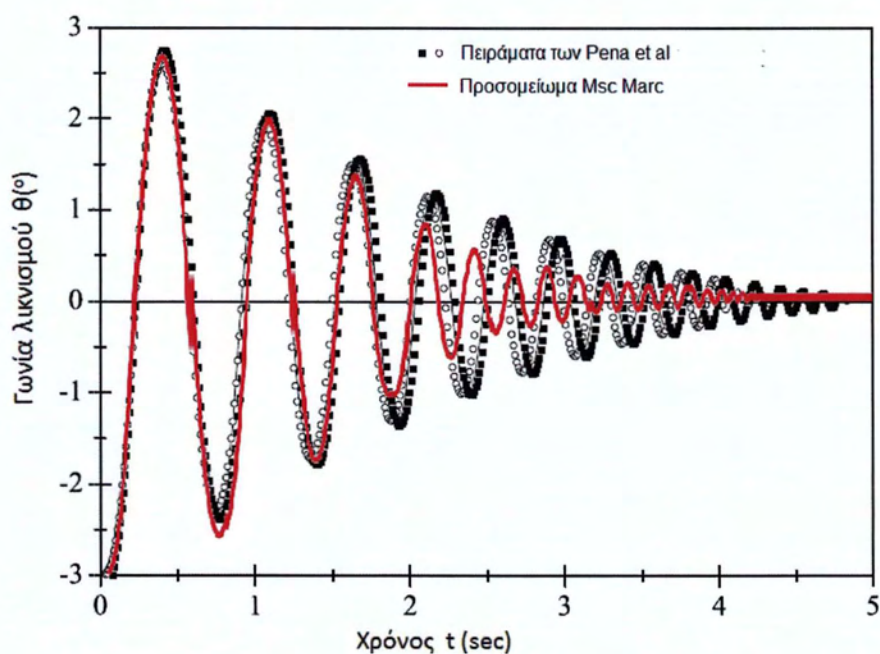


Εικόνα 3.13: Προσομοίωμα δοκιμίου 1 υπό αρχική γωνία στροφής  $\theta=-3^\circ$

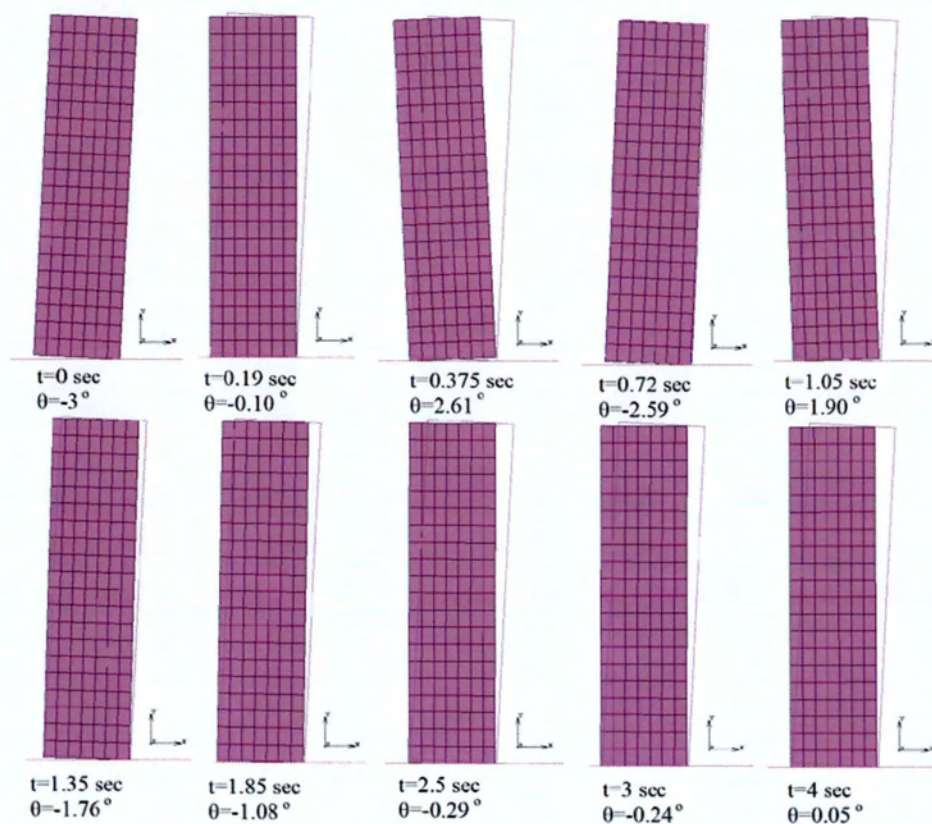
Επιπλέον, για το συντελεστή Poisson  $\nu$  και το μέτρο ελαστικότητας  $E$ , ύστερα από προερευνητικές αναλύσεις, επιλέχθηκαν οι τιμές 0,20 και 210 GPa, αντίστοιχα. Η υψηλή τιμή του μέτρου ελαστικότητας έγκειται στο γεγονός πως στην παρούσα εργασία τα σώματα θεωρούνται άκαμπτα. Άρα, δίνοντας μια πολύ μεγάλη τιμή μέτρου ελαστικότητας το σώμα καθίσταται πρακτικά απαραμόρφωτο και άκαμπτο. Συνεπώς, η απόσβεση της ενέργειας στο προσομοίωμα γίνεται μόνο μέσω της σύγκρουσης και της τριβής των δυο σωμάτων.

Στην Εικόνα 3.14.1 διακρίνεται το διάγραμμα απόκρισης της γωνίας λικνισμού  $\theta$  τόσο της πειραματικής έρευνας από τους Pena et al [26] , όσο και του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε στο λογισμικό Msc Marc, ενώ ταυτόχρονα η Εικόνα 3.14.2 απεικονίζει το φαινόμενο. Η αριθμητική προσέγγιση που επιτυγχάνεται είναι αρκετά ικανοποιητική, καθώς στους τρεις πρώτους κύκλους του λικνισμού (περίπου μέχρι  $t=2$  sec) η απόκριση είναι παρόμοια με την αντίστοιχη πειραματική, τόσο στο εύρος τιμών της γωνίας  $\theta$ , όσο και στην περίοδο λικνισμού  $T$ . Μετέπειτα, παρουσιάζεται μια απόκλιση της περιόδου λικνισμού, καθώς το αριθμητικό μοντέλο αποσβαίνει την ενέργεια με ταχύτερο ρυθμό από το πειραματικό. Ωστόσο, η αριθμητική προσομοίωση μπορεί να χαρακτηριστεί αρκετά ικανοποιητική, ειδικά αφού κατά τους πρώτους κύκλους του ελεύθερου λικνισμού αναπαράγει επαρκώς το φαινόμενο, σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα.





Εικόνα 3.14.1: Διάγραμμα γωνίας λικνισμού  $\theta$  σε σχέση με το χρόνο  $t$ : σύγκριση πειραμάτων Pena et al [26] με το προσομείωμα 1



Εικόνα 3.14.2: Απόκριση αριθμητικού προσομιώματος του δοκιμίου 1 υπό αρχική γωνία στροφής  $\theta=-3^\circ$  για διάφορες χρονικές στιγμές.

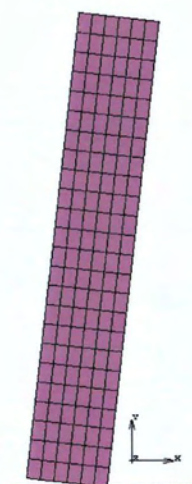
## Δοκίμιο 2

Το δοκίμιο 2 στρέφεται κατά αρχική γωνία στροφής  $\theta = -6.5^\circ$ , και αφήνεται να λικνιστεί ελεύθερα στη βάση του. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και οι ιδιότητες του φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα 3.3:

Πίνακας 3.3: Πίνακας χαρακτηριστικών δοκιμίου 2

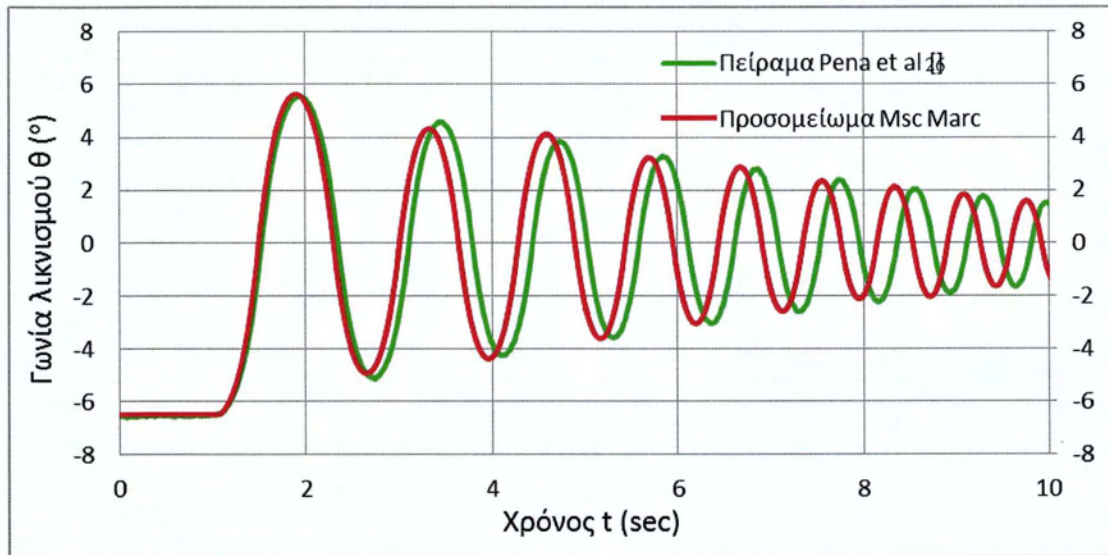
Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Συντελεστής τρίβης $\mu$	Κλασσικές Παραμετροί		
								$\alpha$ (°)	p (1/sec)	r
228	0.17	1	0.502	5.88	0.507	78	0.577	9.34	4.05	0.973

Το δοκίμιο αυτό, προσομοιώθηκε στο λογισμικό περασμένων στοιχείων (Εικόνα 3.15) με τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά, αποτελούμενο από 144 πεπερασμένα στοιχεία (*plane stress element 3*) διαστάσεων  $h_{el} = 0.0412$  m και  $b_{el} = 0.0283$  m, και συνολικά από 175 κόμβους (*nodes*).

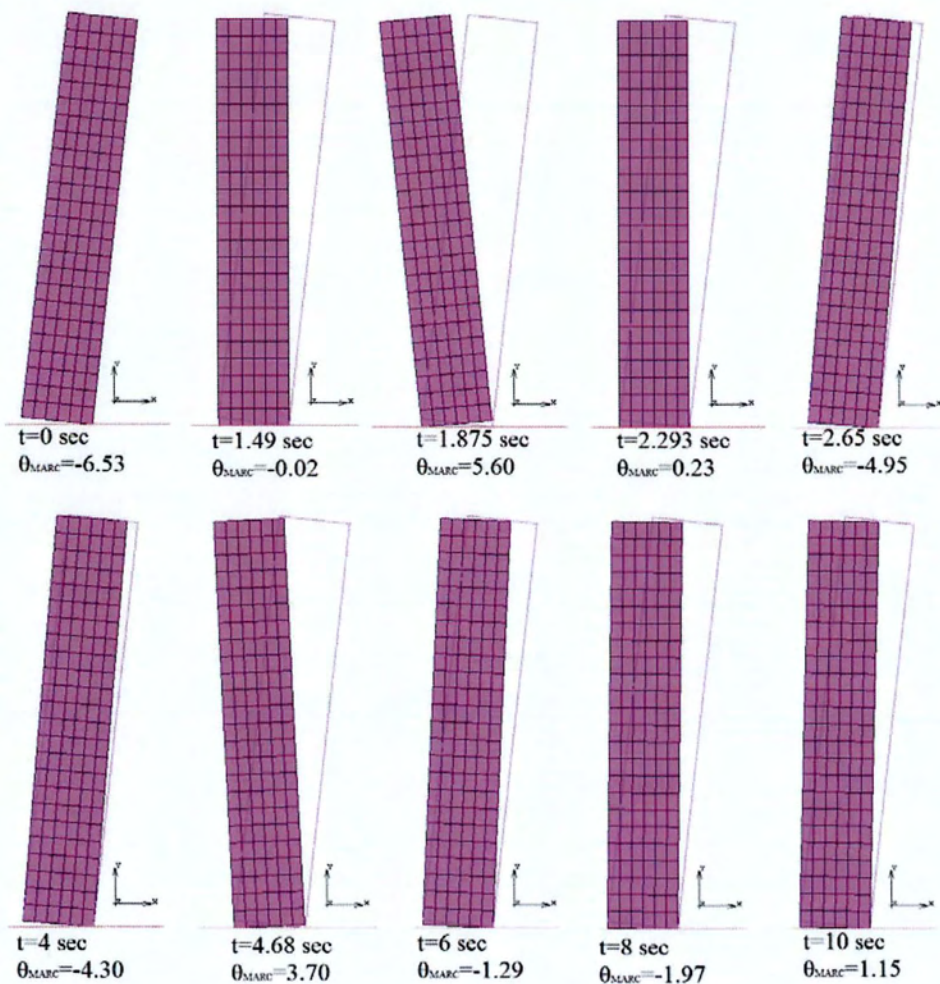


Εικόνα 3.15: Προσομοίωμα δοκιμίου 2 υπό αρχική γωνία στροφής  $\theta = -6.5^\circ$

Στην Εικόνα 3.16.1 διακρίνεται το διάγραμμα απόκρισης της γωνίας λικνισμού  $\theta$  τόσο της πειραματικής έρευνας από τους Pena et al [26], όσο και του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε στο λογισμικό Msc Marc. Η αριθμητική προσέγγιση που επιτυγχάνεται είναι πολύ ικανοποιητική, καθώς τα εύρη λικνισμού σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου έχουν σχεδόν ίδιες τιμές με τα αντίστοιχα πειραματικά. Ειδικά κατά το πρώτο μισό του πρώτου κύκλου και κατά την ολοκλήρωση αυτού, οι τιμές της γωνίας λικνισμού  $\theta$  είναι σχεδόν ταυτόσημες με τις αντίστοιχες πειραματικές (τρίτο και πέμπτο στιγμιότυπο της Εικόνας 3.16.2). Η απόσβεση κυλάει ομαλά όπως στο πείραμα, με μόνη απόκλιση την συνεχώς μικρότερη περίοδο λικνισμού. Συνεπώς η προσέγγιση του φαινομένου είναι πολύ ικανοποιητική, και το προσομοίωμα χαρακτηρίζεται αξιόπιστο να αναπαράγει την λικνιστική απόκριση του σώματος.



Εικόνα 3.16.1: Διάγραμμα γωνίας λικνισμού  $\theta$  σε σχέση με το χρόνο  $t$ : σύγκριση πειραμάτων Pena et al[26] με το προσομείωμα



Εικόνα 3.16.2: Απόκριση αριθμητικού προσομειώματος του δοκιμίου 2 υπό αρχική γωνία στροφής  $\theta = -6.5^\circ$  για διάφορες χρονικές στιγμές (οι γωνίες σε μοίρες  $^\circ$ ).

### 3.7.2 Λικνισμός υπό αρμομική, ημιτονοειδή διέγερση (harmonic, sine rocking)

Στην περίπτωση αυτή, η βάση στην οποία εδράζεται το σώμα διεγείρεται με διάφορες ημιτονοειδείς φορτίσεις, έτσι ώστε οι Pena et al [26] να εξάγουν χρήσιμα συμπεράσματα για την δυναμική απόκριση του λικνισμού υπό σταθερή αρμονική φόρτιση.

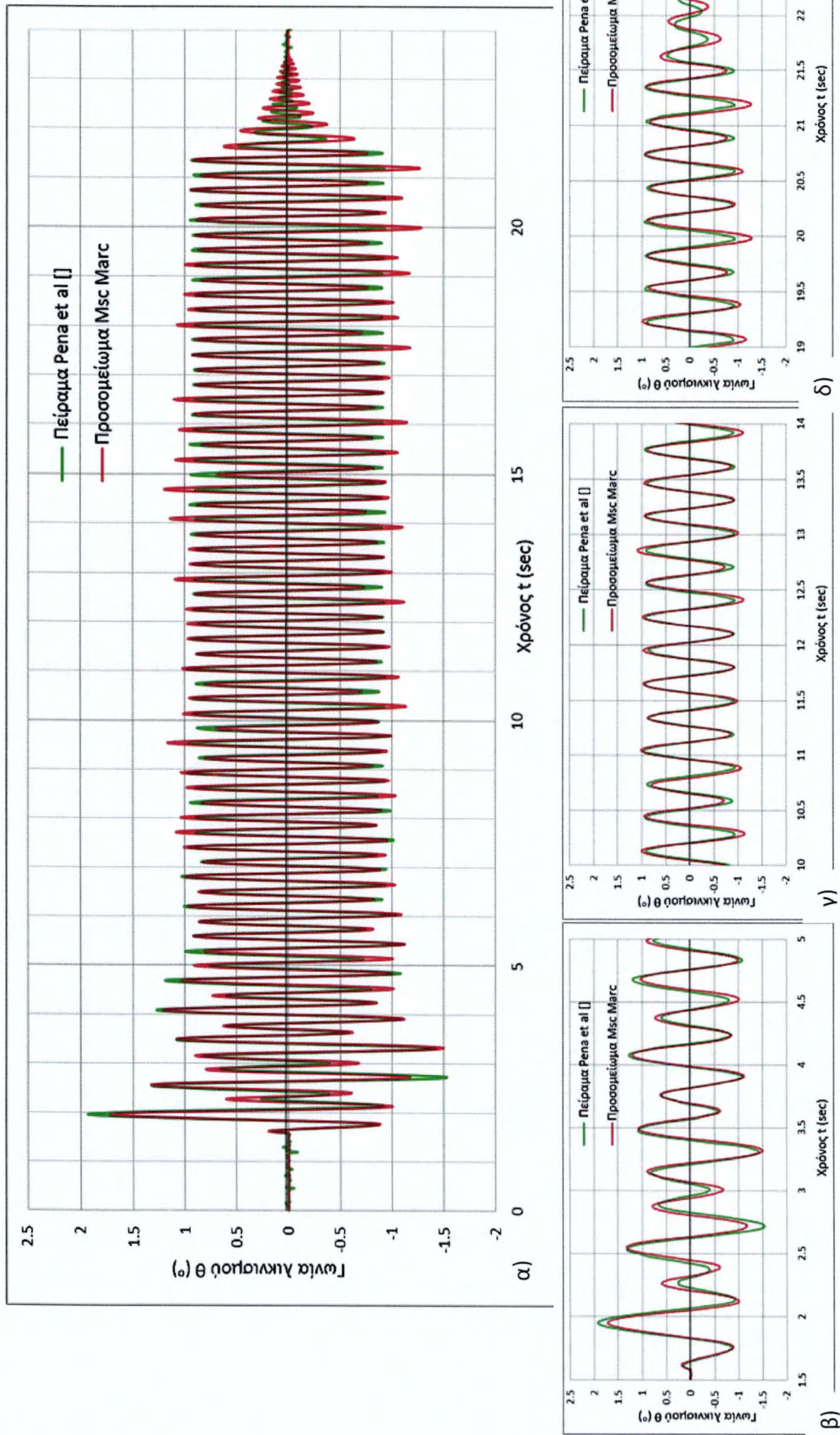
#### Δοκίμιο 1

Το δοκίμιο 1 προσομοιώθηκε στην προηγούμενη ενότητα (Εικόνα 3.13) και έχει τα χαρακτηριστικά του Πινάκα 3.2. Σε αυτό το στάδιο, το δοκίμιο 1 εδράζεται παράλληλα με τη βάση του, χωρίς καμία αρχική γωνία στροφής. Η βάση του, όμως, διεγείρεται αρμονικά με πλάτος διέγερσης  $A=0,006$  m και συχνότητα  $f=3.3$  Hz, ήτοι με τη συνάρτηση :

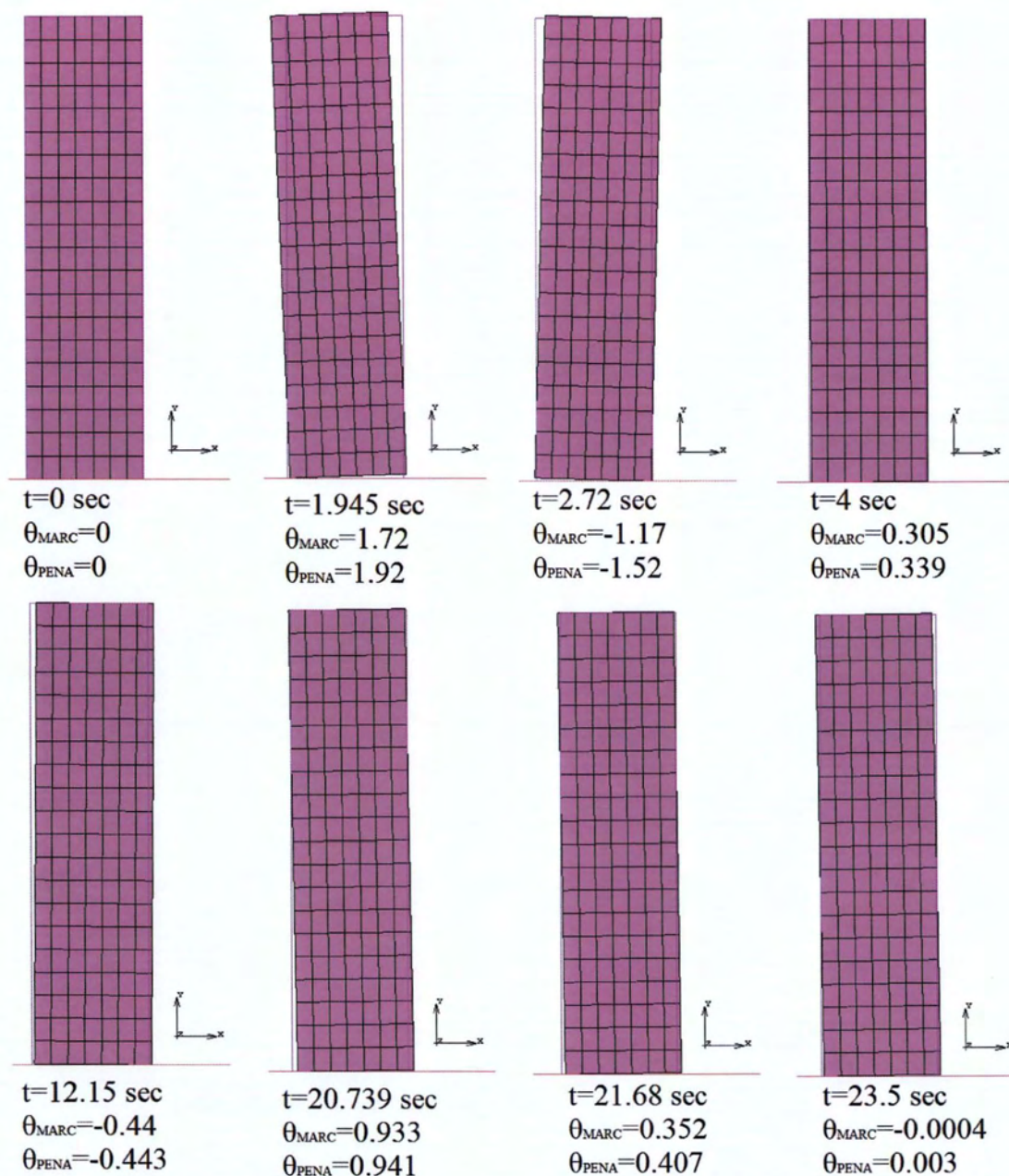
$$u_g(t) = A \sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow u_g(t) = 0.006 \sin(20.735 \cdot t)$$

Από την παραπάνω διέγερση προκύπτει μεγίστη τιμή επιτάχυνσης της βάσης (σε απόλυτη τιμή),  $a=2.58$  m/sec<sup>2</sup> ή 0.263g.

Στην εικόνα 3.17.α διακρίνεται το διάγραμμα της απόκρισης της γωνίας λικνισμού  $\theta$  σε σχέση με το χρόνο, και γίνεται η σύγκριση του αριθμητικού μοντέλου με τα πειράματα των Pena *et al* [26]. Για την λεπτομερέστερη μελέτη και κατανόηση του διαγράμματος, δημιουργήθηκαν μεγεθύνσεις σε τρία σημεία της απόκρισης του δοκιμίου, στην έναρξη του λικνισμού ( $\beta$ ), στην σταθερή φάση του φαινομένου ( $\gamma$ ) αλλά και στο τέλος ( $\delta$ ), όταν σταματά η διέγερση (21.5 sec) και έπειτα το σώμα επιστρέφει στην ηρεμία, αποβαίνοντας την ενέργεια. Ανάλογα, στιγμιότυπα της κάθε φάσης, όπως έγινε και με τα προηγούμενα δοκίμια, απεικονίζονται στην Εικόνα 3.18.



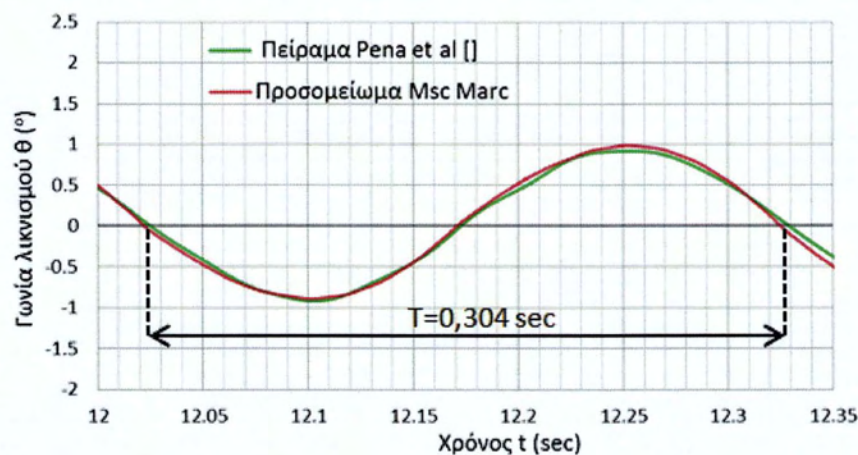
Εικόνα 3.17: Δοκίμιο 1 υπό διέγερση βάσης πλάτους 0,006 m και συχνότητας 3.3 Hz: α) διάγραμμα γωνίας λικνισμού  $\theta$  σε σχέση με το χρόνο  $t$ -σύγκριση πειραμάτων *Pena et al*[26] με το προσομοίωμα, β) μεγέθυνση από 1,5 έως 5 sec, γ) μεγέθυνση από 10 έως 14 sec, δ) μεγέθυνση από 19 έως 23 sec



Εικόνα 3.18: Απόκριση αριθμητικού προσομοιώματος του δοκιμίου 2 υπό αρχική γωνία στροφής  $\theta = -6.5^\circ$  για διάφορες χρονικές στιγμές (οι γωνίες σε μοίρες  $^\circ$ ).

Η αριθμητική προσέγγιση που επιτυγχάνεται είναι πάρα πολύ ικανοποιητική, καθώς τα πλάτη λικνισμού σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου έχουν σχεδόν ίδιες τιμές με τα αντίστοιχα πειραματικά, με σχεδόν ελάχιστες αποκλίσεις. Το γεγονός αυτό, επιβεβαιώνεται σε μεγάλο βαθμό και από τα στιγμιότυπα του φαινομένου, τα οποία αποτυπώνονται στην Εικόνα 3.18. Οι τιμές της γωνίας λικνισμού του προσομοιώματος πλησιάζουν ικανοποιητικά τις αντίστοιχες πειραματικές, και πάντα βρίσκονται στην ίδια τάξη μεγέθους.

Σε απόλυτη συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα, διακρίνονται οι τρεις φάσεις της απόκρισης του λικνισμού του δοκιμίου 1. Στην αρχή της φόρτισης εντοπίζεται μια παροδική απόκριση (transient response), την οποία ακόλουθη μια μόνιμη απόκριση (stationary response). Κατά τη τελευταία, μπορεί να υπολογιστεί η περίοδος λικνισμού του αριθμητικού μοντέλου (Εικόνα 3.18), η οποία είναι περίπου ίση 0.304 sec, με την περίοδο της διέγερσης να είναι ίση με  $1/f=1/3.3=0.303$  sec .



Εικόνα 3.18: Υπολογισμός της περιόδου  $T$  της απόκρισης λικνισμού του δοκιμίου 1, κατά τη σταθερή φάση του φαινομένου ( $\beta$ )

Συνεπώς, η περίοδος απόκρισης του λικνισμού του σώματος ταυτίζεται απόλυτα με την περίοδο της διέγερσης, συμπέρασμα το οποίο είχαν εξάγει και οι Pena et al [26].

Με το τέλος της φόρτισης το σώμα πραγματοποιεί ελεύθερο λικνισμό (free rocking), με αρχικές συνθήκες την τελική απόκριση που είχε λόγω της διέγερσης. Κατά τη διάρκεια του ελευθέρου λικνισμού, το σώμα αποσβαίνει την ενέργεια λόγω της φόρτισης, κατά ομαλό τρόπο, όπως άλλωστε συμβαίνει και στα πειραματικά αποτελέσματα.

Συμπερασματικά, η προσέγγιση του φαινομένου από το αριθμητικό μοντέλο είναι πολύ ικανοποιητική, και το προσομοίωμα χαρακτηρίζεται πολύ αξιόπιστο να αναπαράγει την λικνιστική απόκριση του δοκιμίου, καθώς η λικνιστική του απόκριση είναι σε μεγάλη συμφωνία με την αντίστοιχη πειραματική.

## Δοκίμιο 2

Σύμφωνα με τους ερευνητές, αλλά και τη βιβλιογραφία, η απόκριση λικνισμού ενός σώματος υπό αρμονική φόρτιση εξαρτάται από τη συχνότητα και το πλάτος της φόρτισης. Στο έργο των Pena et al [], το δοκίμιο 2 υπόκειται σε αρμονικές διεγέρσεις για διάφορα ζεύγη συχνοτήτων-πλατών, και αποδεικνύεται ότι υπάρχει ξεκάθαρη σύνδεση της εδαφικής διέγερσης και της απόκρισης λικνισμού. Ειδικότερα, αν με σταθερή συχνότητα αυξηθεί το πλάτος της διέγερσης, τότε και το πλάτος του λικνισμού αυξάνεται. Αντιθέτως, εάν αυξηθεί η

συχνότητα της φόρτισης με σταθερό πλάτος, τότε η γωνία απόκρισης του λικνισμού  $\theta$  μειώνεται.

Σε αυτήν την ενότητα, εξετάζεται το δοκίμιο 2, το οποίο διεγείρεται με αρμόνικες, ημιτονοειδείς φορτίσεις σταθερού πλάτους  $A=0,005$  m και συχνότητες οι οποίες αυξάνονται κλιμακωτά :

$$f_1=2 \text{ Hz} \rightarrow f_2=2.5 \text{ Hz} \rightarrow f_3=3 \text{ Hz} \rightarrow f_4=3.3 \text{ Hz} \rightarrow f_5=5 \text{ Hz}$$

Πίνακας 3.4: Μέγιστη απόκριση της γωνίας λικνισμού  $\theta$  του δοκιμίου 2, υπό ημιτονοειδείς φορτίσεις σταθερού πλάτους 0,005 m

Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστη γωνία λικνισμού $\theta$ ( $^\circ$ )		
	Pena et al	Msc Marc	Διαφορ $\bar{\alpha}$
$f_1=2$ Hz	Απουσία λικνισμού	Απουσία λικνισμού	-
$f_2=2.5$ Hz	2.27	2.016	12.60%
$f_3=3$ Hz	1.85	1.756	5.35%
$f_4=3.3$ Hz	1.57	1.564	0.38%
$f_5=5$ Hz	1.14	1.02	11.76%

Σύμφωνα με τον Πίνακα 3.4, τα συμπεράσματα των Pena et al [26] επαληθεύονται από το αριθμητικό προσομοίωμα του δοκιμίου 2, δηλαδή για αρμόνικες, ημιτονοειδείς φορτίσεις σταθερού πλάτους και αυξανόμενης συχνότητας, η απόκριση της γωνίας λικνισμού  $\theta$ , μειώνεται. Παράλληλα, οι διαφορές μεταξύ πειραματικών τιμών και αυτών που προκύπτουν από το προσομοίωμα, κυμαίνονται σε αποδεκτά επίπεδα.

### 3.8 Συμπεράσματα κεφαλαίου

Στο παρόν κεφάλαιο αρχικά παρουσιάστηκαν οι βασικές έννοιες της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, η οποία επιλέχτηκε για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Το εξειδικευμένο λογισμικό μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων Msc Marc, επιλέγεται και χρησιμοποιείται για τις επιλύσεις των διαφόρων αριθμητικών προσομοιωμάτων. Στην πορεία, παρουσιάζονται και αναλύονται όλες οι παράμετροι και οι ρυθμίσεις που εισάγονται στο λογισμικό, οι όποιες παραμένουν αμετάβλητες και χρησιμοποιούνται καθ'όλη τη διάρκεια των επιλύσεων

Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου επιχειρείται ο έλεγχος αξιοπιστίας των αριθμητικών προσομοιωμάτων που δημιουργήθηκαν στην παρούσα εργασία, μέσω της σύγκρισης τους με



αναλυτικά και πειρατικά αποτελέσματα ερευνών της βιβλιογραφίας. Ο βαθμός σύγκλισης της αριθμητικής προσομοίωσης και διερεύνησης του φαινομένου του λικνισμού αποδεικνύεται αρκούντως ικανοποιητικός, και παράλληλα τα αποτελέσματα των επιλύσεων για τα διαφορά προσομειώματα παρουσιάζουν μεγάλη στάθμη αξιοπιστίας.

Οι έρευνες της βιβλιογραφίας που επιλέχθηκαν προς σύγκριση παρουσιάζουν ταυτόχρονα κάποια χρήσιμα συμπεράσματα όσο αφορά τη μελέτη του φαινομένου του λικνισμού. Τα συμπεράσματα αυτά, μπόρεσαν σε ικανοποιητικό βαθμό να αναδειχθούν και μέσω της αριθμητικής προσομοίωσης που πραγματοποιείται. Μερικά από αυτά τα συμπεράσματα είναι:

- Η ανατροπή του σώματος εξαρτάται άμεσα από το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης της εδαφικής διέγερσης.
- Όσο περισσότερο η τιμή της επιβαλλόμενης επιτάχυνσης προσεγγίζει την τιμή της επιτάχυνσης ανατροπής, τόσο περισσότερο χρόνο θα απαιτείται από το σώμα, ώστε να επανέλθει στη θέση ισοροπίας του.
- Για σχετικά λυγρές κατασκευές( π.χ. ψηλόλιγνες κολώνες) η σεισμική μόνωση φαίνεται να έχει αρνητικό, παρά ευεργετικό ρόλο.
- Κατά το λικνισμό ενός σώματος υπό αρμονική, ημιτονοειδή φόρτιση, διακρίνονται οι τρεις φάσεις της απόκρισης του: παροδική απόκριση (*transient response*), μόνιμη απόκριση (*stationary response*) και ελεύθερος λικνισμός (*free rocking*)
- Ύπαρξη ξεκάθαρης σύνδεσης μεταξύ της εδαφικής διέγερσης και της απόκρισης λικνισμού: αν με σταθερή συχνότητα αυξηθεί το πλάτος της διέγερσης, τότε και το πλάτος του λικνισμού αυξάνεται, ενώ αντίθετα, με την αύξηση της συχνότητας της φόρτισης με σταθερό το πλάτος, η γωνία απόκρισης του λικνισμού,  $\theta$ , μειώνεται.

Εν κατακλείδι, η αριθμητική προσέγγιση του μη-γραμμικού φαινομένου του λικνισμού μέσω του λογισμικού Msc Marc, είναι επιτυχημένη σε μεγάλο βαθμό, και άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ασφάλεια για τις περαιτέρω ερευνητικές ανάγκες της παρούσας εργασίας.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### *Παραμετρική αριθμητική μελέτη της λικνιστικής απόκρισης σώματος, αποτελούμενο από άκαμπτους σπονδύλους*

#### **4.1 Εισαγωγή**

Σε δημοσιευμένες έρευνες ([29], [30], [31]) έχει διατυπωθεί το συμπέρασμα πως οι κατασκευές αποτελούμενες από σπόνδυλους (*multiblock structures*) παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευστάθεια από τις αντίστοιχες μονολιθικές. Το συμπέρασμα αυτό έγκειται στο γεγονός ότι αποσβένεται περισσότερη ενεργεία από την σχετική ολίσθηση μεταξύ των σπόνδυλων. Συνεπώς, σε αυτό το σημείο αναδεικνύεται ο καθοριστικός ρόλος που διαδραματίζει η τριβή μεταξύ των σπόνδυλων και του πρώτου σπονδύλου με τη βάση έδρασης.

Παράλληλα, έχει επισημανθεί ότι το μέγεθος της κατασκευής επιδρά καθοριστικά στη λικνιστική απόκριση ενός σώματος ([29], [31], [32]). Ειδικότερα, έχει παρατηρηθεί ότι μεταξύ σπονδυλωτών συστημάτων που ποικίλουν σε μέγεθος, αλλά με ίδιες διαστάσεις του κάθε σπονδύλου, οι μεγαλύτερες σε μέγεθος κατασκευές έχουν μεγαλύτερη αντοχή έναντι ανατροπής, κάτω από συγκεκριμένες εδαφικές διεγέρσεις [32]. Άρ το μέγεθος της κατασκευής αποτελεί ένα καθοριστικό παράγοντα στη μελέτη του λικνισμού της. Ο βαθμός λυγηρότητας (*slenderness ratio*) μιας κατασκευής ( $h/b$ ) αποτελεί έναν τρόπο μέτρησης του μεγέθους αυτής, και, κατά συνέπεια, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στις μελέτες που διεξάγονται.

Κύριος στόχος του παρόντος κεφαλαίου είναι η παραμετρική μελέτη της λικνιστικής απόκρισης σπονδυλωτών σωμάτων υπό αρμόνικες διεγέρσεις, έναντι του συντελεστή τριβής,  $\mu$ , και του βαθμού λυγηρότητας. Για το λόγο αυτό, δημιουργούνται προσομοιώματα στο εξειδικευμένο λογισμικό μη-γραμμικής ανάλυσης Msc Marc, τα οποία έχουν διάφορους βαθμούς λυγηρότητας και τιμές συντελεστή τριβής  $\mu$ . Στο Κεφάλαιο 3 βαθμονομήθηκαν οι παράμετροι και οι ρυθμίσεις του λογισμικού, ενώ παράλληλα ελέγχθηκε η αξιοπιστία των επιλύσεων και αποτελεσμάτων. Στη συνέχεια, αναλύεται και παρουσιάζεται εκτενώς η προαναφερθείσα μελέτη.

#### **4.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση σπονδυλωτών κατασκευών**

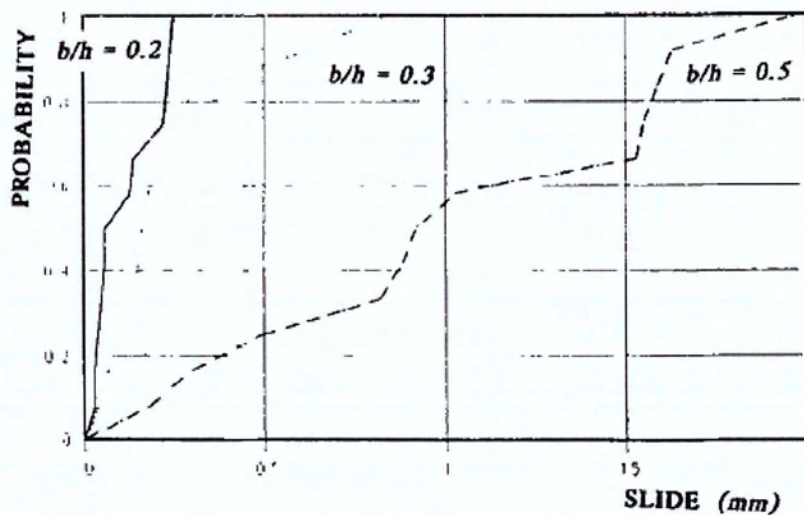
Οι Psycharis et al [33] το 1990 παρουσίασαν τις πρώτες αναλύσεις σχετικά με τη δυναμική συμπεριφορά συστημάτων που περιλαμβάνουν δυο σώματα, το ένα τοποθετημένο πάνω στο άλλο, με δυνατότητα να λικνίζονται χωρίς να ολισθαίνουν, επισημαίνοντας την έντονη μη-γραμμικότητα του φαινομένου. Η σύγκρουση (*impact*) αποτελεί έναν κύριο μηχανισμό απόσβεσης της ενέργειας, και το ποσό αυτής εξαρτάται από τις σχετικές ταχύτητες και τις διαστάσεις των σωμάτων. Η μελέτη τους αποκάλυψε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις το

---

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

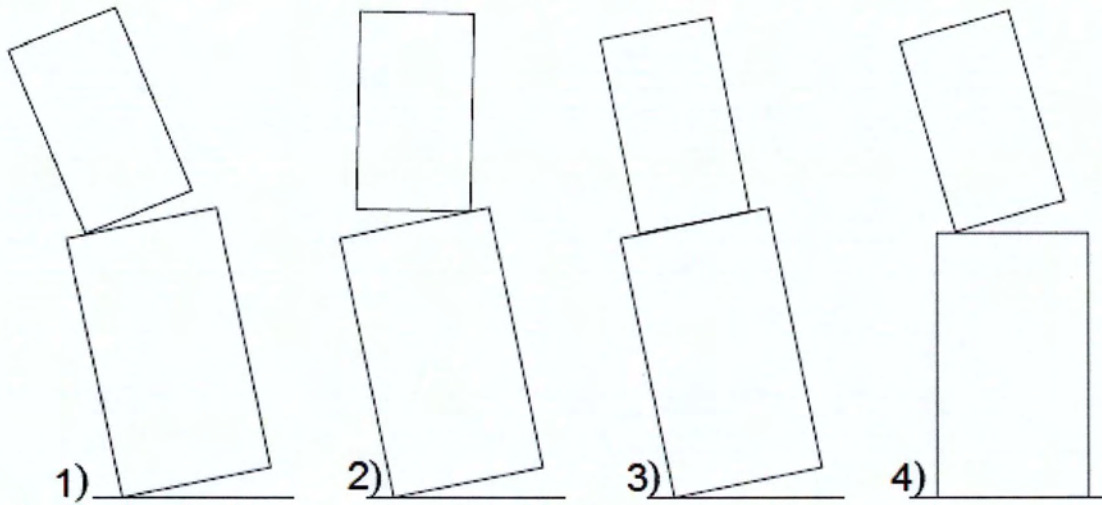
σώμα που βρίσκεται από πάνω συνεισφέρει περισσότερο στην απομείωση της ενέργειας, με αποτέλεσμα την μεγαλύτερη και μακρύτερη (σε χρόνο) απόκριση του, σε σχέση με την ταλάντωση που πραγματοποιεί το σώμα που βρίσκεται από κάτω του.

Μελετώντας τη σύγκρουση μιας σπονδυλωτής κολώνας με την βάση έδρασης της, το 1992, οι Augusti-Sinopoli [15] αποκάλυψαν ότι ένας νέος τρόπος αστοχίας της κολώνας υπεισέρχεται, εξαιτίας της υπερβολικής ολίσθησης των διαφόρων σπονδύλων μεταξύ τους, καθώς μετά τη σύγκρουση παρατηρείται ολίσθηση στη διεπιφάνεια τους. Η απόδειξη της παραπάνω πρότασης έγινε με τα πειράματα που πραγματοποίησαν οι Ageno και Sinopoli [34][35], και οι όποιοι κατέληξαν πως η συσσωρευτική κατανομή των μετακινήσεων της κολώνας είναι μια συνάρτηση των διαστάσεων  $b/h$  του κάθε σπονδύλου, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 4.2.



Εικόνα 4.2:) Συσσωρευτική κατανομή των μετακινήσεων λόγω ολίσθησης σε συνάρτηση με τις διαστάσεις  $b/h$  του κάθε σπονδύλου

Οι Spanos et al [36] το 2001 μελέτησαν με αναλυτικές επιλύσεις δυο σώματα ορθογωνίων διαστάσεων (blocks), το ένα στοιβαγμένο πάνω στο άλλο, με την υπόθεση πως δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ τους και τα σώματα δεν αναπηδούν (δεν χάνουν πλήρως την επαφή τους από το έδαφος). Το σύστημα υπό διάφορες εδαφικές διεγέρσεις μπορεί να βιώσει τεσσάρων ειδών μορφές κίνησης (Εικόνα 4.3), προσδιορίζονται οι εξισώσεις κίνησης της κάθε μορφής, ενώ παράλληλα διατυπώνονται και οι συνθήκες κατά τις οποίες γίνεται η μετάβαση από τη μια μορφή στην άλλη.



Εικόνα 4.3: Κατηγοριοποίηση των μορφών λικνισμού για δυο σώματα που στοιβάζονται το ένα πάνω στο άλλο

Οι Pena et al [26] διεξήγαγαν μια ολοκληρωμένη πειραματική μελέτη του λικνισμού άκαμπτων σωμάτων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης έδρασης τους, συμπεριλαμβανόμενου και δοκιμίων που αποτελούνται από δυο σώματα, το ένα πάνω στο άλλο. Οι μορφές λικνισμού που είχαν διατυπώσει οι Spanos et al [36] επιβεβαιώθηκαν, και ταυτόχρονα διαχωρίστηκαν σε δυο ομάδες:

- 1) Μορφή 1 και 2 → ανταποκρίνονται σε δυο βαθμών ελευθερίας σύστημα, κατά το οποίο τα σώματα ταλαντώνονται στη ίδια ή στην αντίθετη διεύθυνση.
- 2) Μορφή 3 και 4 → ανταποκρίνονται σε μονοβάθμιο σύστημα, και πιο συγκεκριμένα, η μορφή 3 είναι ισοδύναμη με ένα ενιαίο άκαμπτο σώμα, ενώ η μορφή 4 ανήκει στη περίπτωση όπου μονό η κορυφή λικνίζεται.



Από τα πειράματα έγινε εμφανές ότι δεν υπάρχει ξεκάθαρη συσχέτιση μεταξύ της μέγιστης γωνίας λικνισμού και των παραμέτρων της διέγερσης (συχρότητα και πλάτος), σε αντίθεση με ότι συνέβη για τα μονολιθικά σώματα. Τα τεστ έδειξαν περισσότερο οιοειδή χαοτική συμπεριφορά, παρά κάποια αξιόλογη επαναληπτικότητα.

Πειραματικές έρευνες σπονδυλωτών και άκαμπτων σωμάτων έγιναν και από άλλους ερευνητές [37][38][39], ωστόσο, αποκαλύφθηκε ότι ο λικνισμός τέτοιων σωμάτων είναι ένα φαινόμενο ισχυρά εξαρτημένο από το μέγεθος τους, και έτσι αξιόπιστα αποτελέσματα μπορούν να θεωρηθούν αυτά που προέρχονται από πειράματα πλήρους κλίμακας, και όχι από μοντέλα μικρότερων σχετικών διαστάσεων. Πέρα όλα αυτά, παρατηρήθηκαν κάποιες ομοιότητες ως προς την σεισμική απόκριση αυτών των κατασκευών, με την πιο σημαντική να είναι ότι η δεσπόζουσα ιδιοσυχρότητα των σεισμών επηρεάζει σημαντικά την δυναμική συμπεριφορά, και ειδικότερα, όταν αυτή κινείται σε χαμηλές τιμές το φαινόμενο του λικνισμού φαίνεται να κυριαρχεί στην όλη απόκριση.

Οι Psycharis et al [40] προσομοίωσαν και μελέτησαν αναλυτικά, τυπικά τμήματα από δυο αρχαίους ναούς, με στόχο τον προσδιορισμό των παραμέτρων που επιδρούν στην ευστάθεια, αλλά και για την κατανόηση της σεισμικής συμπεριφοράς τέτοιων κατασκευών. Οι επιλύσεις έδειξαν ότι για συχνότητες που εμπεριέχονται συνήθως στους σεισμούς, οι ελεύθερα εδραζόμενες κολώνες μπορούν να επιβιώσουν έναντι αρμόνικων διεγέρσεων με μεγάλα πλάτη, χωρίς ανατροπή. Η δυναμική αντίσταση μειώνεται με τη μείωση της συχνότητας (ή αύξηση της περιόδου) της αρμονικής διέγερσης. Βρέθηκε, επίσης, πως οι κολώνες είναι σχετικά εύαλωτες σε σεισμικές διεγέρσεις με μεγάλη περίοδο, ενώ διάφορες ατέλειες, όπως η απώλεια επαφής λόγω βλάβης στην άκρη της κολώνας ή κάποια αρχική ανύψωση, μειώνουν σημαντικά την ευστάθεια της κατασκευής.

Οι Konstantinidis-Makris [31] πραγματοποίησαν αριθμητικές αναλύσεις με σκοπό την κατανόηση της ευεργετικής ιδιότητας της ολίσθησης, που παρουσιάζουν οι σπονδυλωτές κολώνες, χρησιμοποιώντας το εμπορικό λογισμικό *Working Model 2D* [41]. Για το συγκεκριμένο λογισμικό έγινε, αρχικά, η επικύρωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων του, με σύγκρισή τους με αναλυτικές λύσεις. Το σημαντικότερο εύρημα των Konstantinidis-Makris [31] ήταν πως η σχετική ολίσθηση μεταξύ των σπονδύλων συμβαίνει ακόμα και όταν η τιμή της αιχμής της εδαφικής επιτάχυνσης (συναρτήση της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g$ ) είναι μικρότερη από το συντελεστή τριβής της διεπιφανείας των σπονδύλων. Δηλαδή η ολίσθηση μπορεί να συμβεί ακόμα και όταν  $a(g) < \mu$ .

Τέλος, σπουδαίας σημασίας είναι η εργασία των Papaloizou-Komodromos [32] [42] [43], οι οποίοι μελετούν την δυναμική απόκριση αρχαίων σπονδυλωτών κατασκευών υπό δυναμικές διεγέρσεις, τόσο με πειράματα μικρής κλίμακας, όσο και μέσω αριθμητικών επιλύσεων (μέθοδος διακριτών στοιχείων – DEM). Η μελέτη τους εστιάζεται στην εύρεση της επιρροής διαφορών παραμέτρων του συστήματος (συχνότητα - πλάτος διέγερσης, συντελεστής τριβής της επιφανείας, γεωμετρικά χαρακτηριστικά) στην δυναμική απόκριση σπονδυλωτών κατασκευών. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιούν μεγάλο αριθμό επιλύσεων ποικίλλοντας τις τιμές των αναφερθέντων παραμέτρων στο εκάστοτε σύστημα, εξάγοντας μερικά χρήσιμα συμπεράσματα όσον αφορά την απόκριση των σπονδυλωτών κατασκευών:

- Η δυναμική απόκριση είναι εξαιρετικά ευαίσθητη σε μικρές γεωμετρικές ατέλειες, στις παραμέτρους επαφής και στα χαρακτηριστικά της διέγερσης.
- Η δεσπόζουσα ιδιοσυχνότητα και η μέγιστη αιχμή της επιτάχυνσης της διέγερσης, επιδρούν σημαντικά στη σεισμική συμπεριφορά. Πιο συγκεκριμένα, για χαμηλής συχνότητας διεγέρσεις ο λικνισμός κυριαρχεί στην απόκριση, ενώ αντίθετα η ολίσθηση κυριαρχεί σε περιπτώσεις υψηλών συχνοτήτων. Για ενδιάμεσες συχνότητες, η απόκριση περιλαμβάνει τόσο το φαινόμενο του λικνισμού όσο και αυτό της ολίσθησης.

- Η απαιτούμενη επιτάχυνση για την έναρξη του λικνισμού ή της ολίσθησης μειώνεται με την αύξηση της συχνότητας, ενώ αντίθετα, η απαιτούμενη επιτάχυνση ανατροπής αυξάνεται.
- Ο αριθμός των σπονδύλων επηρεάζει την απόκριση της κατασκευής. Ειδικότερα, η αύξηση του αριθμού των σπονδύλων προκαλεί ολίσθηση μεταξύ περισσότερων σωμάτων, με αποτέλεσμα την αποδιοργάνωση του Κέντρου Βάρους της κολώνας, γεγονός που δύναται να επιφέρει αστάθεια. Από την άλλη μεριά, αυτή η ολίσθηση αυξάνει το μέγεθος της ενέργειας που αποσβάζεται από το συγκεκριμένο φαινόμενο λόγω τριβής. Συνεπώς, ο μεγάλος αριθμός σπονδύλων είναι ευεργετικός μέχρι το σημείο που τείνει να γίνουν έντονες μεταβολές στο Κέντρο Βάρους της κατασκευής δημιουργώντας αστάθειες, με αποτέλεσμα την έναρξη της μείωσης της απαιτούμενης επιτάχυνσης ανατροπής.
- Η τριβή μεταξύ των σπονδύλων επιδρά σημαντικά στην απόκριση. Για χαμηλές τιμές του συντελεστή τριβής μεταξύ των σπονδύλων, ενισχύεται η επίδραση της ολίσθησης ενώ μειώνεται η αντίστοιχη του λικνισμού. Η απαιτούμενη επιτάχυνση ανατροπής, για σχετικά υψηλές συχνότητες διέγερσης, αυξάνεται με την μείωση του συντελεστή τριβής.

### 4.3 Προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων

#### 4.3.1 Περιγραφή διαδικασίας

Στη παρούσα ενότητα εξετάζεται η επίδραση της λυγηρότητας, του συντελεστή τριβής και του είδους της διέγερσης στην λικνιστική απόκριση των σπονδυλωτών κατασκευών. Για το σκοπό αυτό δημιουργούνται προσομοιώματα μιας σπονδυλωτής κολώνας, στις όποιες δίδονται οι φυσικές ιδιότητες των δοκιμίων που χρησιμοποίησαν οι Pena et al [26] στα πειράματά τους, καθώς η συμπεριφορά αυτών των δοκιμίων επαληθεύτηκε και προσομοιώθηκε ικανοποιητικά στο Κεφάλαιο 3. Κάθε σπόνδυλος είναι άκαμπτος, και επιλέγεται να είναι τετραγωνικών διαστάσεων, ήτοι  $0.40 \times 0.40 \times 0.40$  m, ώστε να υπάρχει συμμετρία σε κάθε διεύθυνση. (Ενώ πραγματοποιούνται επίπεδες αναλύσεις, δίνεται και η τρίτη διάσταση, το πάχος, για να έχει τη δυνατότητα το λογισμικό να υπολογίζει το βάρος του κάθε σπονδύλου, και να το συμπεριλαμβάνει στις επιλύσεις.)

Τα προσομοιώματα χωρίζονται σε τέσσερις ομάδες, ανάλογα με το βαθμό λυγηρότητας ( $h/b$ ), ο οποίος αρχίζει από την τιμή 2 και αυξάνεται ανά 2, δηλαδή τα προσομοιώματα που δημιουργούνται έχουν βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8.

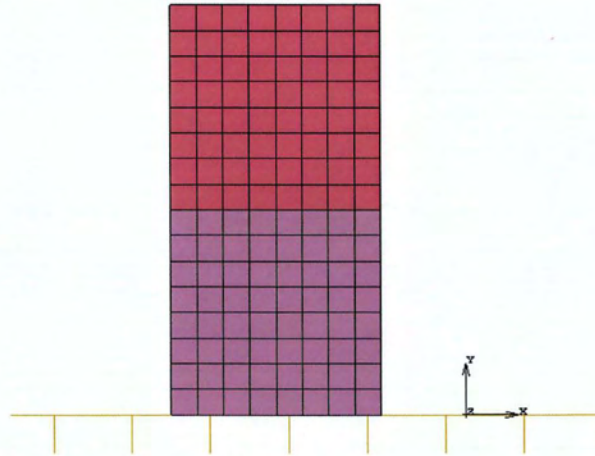
Κάθε ομάδα αποτελείται από εννέα προσομοιώματα ανάλογα με το συντελεστή τριβής που επιλέγεται, ο οποίος αρχίζει από την τιμή 0.2, και κλιμακώνεται με βήμα 0.1 έως την τιμή 0.9. Για λόγους ακρίβειας επιλέγεται επιπλέον και η τιμή του συντελεστή τριβής 0.55. Ο συντελεστής τριβής είναι κοινός τόσο μεταξύ των διαφόρων σπονδύλων, όσο και μεταξύ του πρώτου σπονδύλου και της βάσης έδρασης της συνολικής κατασκευής.

Όλα τα προσομοιώματα της κολώνας εδράζονται ελεύθερα στην άκαμπτη βάση. Η βάση του κάθε μοντέλου διεγείρεται αρμονικά με τριών ειδών ημιτονοειδής διεγέρσεις, στις οποίες μεταβάλλεται η συχνότητα και το μέγιστο πλάτος διέγερσης.

Στο λογισμικό εφαρμόζονται οι παράμετροι και οι ρυθμίσεις που παρουσιάστηκαν και βαθμονομήθηκαν στο αναφερθέν Κεφάλαιο 3.

### 4.3.2 1<sup>η</sup> Ομάδα αριθμητικών προσομοιωμάτων ( $h/b=2$ )

Η πρώτη ομάδα προσομοιωμάτων αποτελείται από όλα εκείνα τα μοντέλα που έχουν βαθμό λυγρηρότητας 2, δηλαδή 2 σπόνδυλους (Εικόνα 4.4).



Εικόνα 4.4: 1<sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=2$ )

Όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες της κολώνας παρουσιάζονται στο Πίνακα 4.1, ενώ στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι παράμετροι της προσομοίωσης.

Πίνακας 4.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες της 1<sup>ης</sup> ομάδας προσομοιωμάτων

Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγρηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Κλασσικές Παραμετροί		
							$\alpha$ (°)	p (1/sec)	r
341.76	0.40	0.80	0.40	2	0.447	91.05	28.65	4.06	0.429

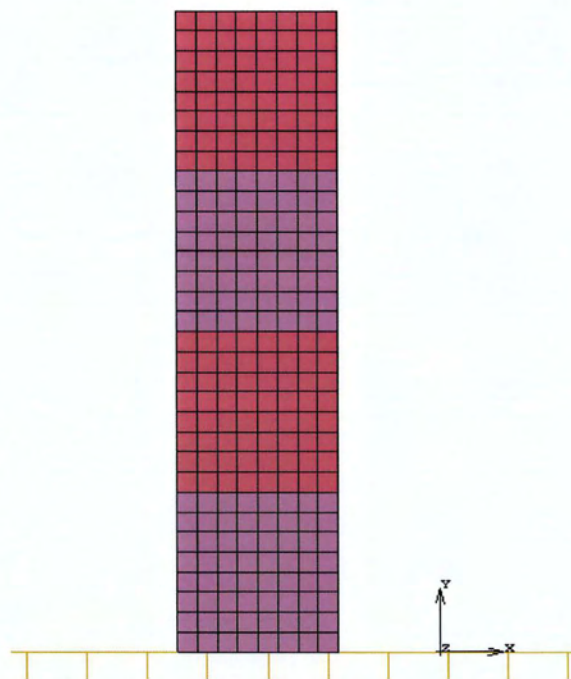
Πίνακας 4.2: Χαρακτηριστικά της 1<sup>ης</sup> ομάδας προσομοίωσης

Κόμβοι	162
Στοιχεία	128
$h_{el}$	0.05 m
$b_{el}$	0.05 m



### 4.3.3 2<sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=4$ )

Η δεύτερη ομάδα προσομοιωμάτων αποτελείται από μοντέλα που έχουν βαθμό λυγηρότητας 4, δηλαδή αποτελούνται από 4 σπόνδυλους (Εικόνα 4.5).



Εικόνα 4.5: 2<sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=4$ )

Όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες της κολόνας παρουσιάζονται στο Πίνακα 4.3, ενώ στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται οι παράμετροι της προσομοίωσης.

Πίνακας 4.3: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες της 2<sup>ης</sup> ομάδας προσομοιωμάτων

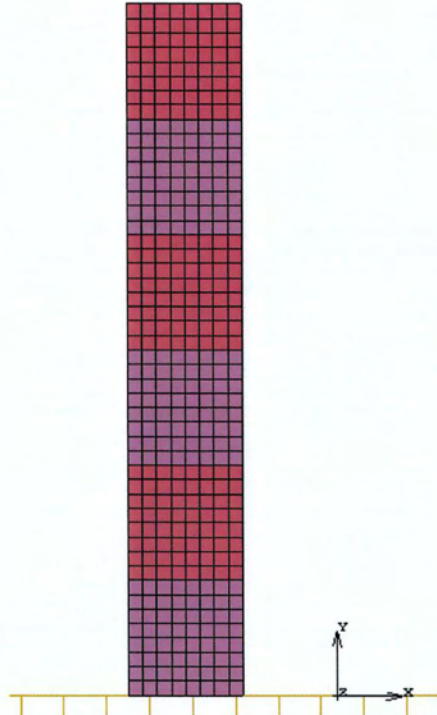
Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Κλασσικές Παραμετροί		
							$\alpha$ (°)	$\rho$ (1/sec)	$\tau$
683.52	0.40	1.60	0.40	4	0.825	620.29	14.32	2.99	0.825

Πίνακας 4.4: Χαρακτηριστικά της 2<sup>ης</sup> ομάδας προσομοίωσης

Κόμβοι	324
Στοιχεία	256
$h_{el}$	0.05 m
$b_{el}$	0.05 m

#### 4.3.4 3<sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=6$ )

Η δεύτερη ομάδα προσομοιωμάτων αποτελείται από μοντέλα που έχουν βαθμό λυγηρότητας 6, δηλαδή αποτελούνται από 6 σπόνδλους (Εικόνα 4.6).



Εικόνα 4.6: 2η Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=6$ )

Όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες της κολόνας παρουσιάζονται στο Πίνακα 4.5, ενώ στον Πίνακα 4.6 διακρίνονται οι παράμετροι της προσομοίωσης.

Πίνακας 4.5: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες της 3<sup>ης</sup> ομάδας προσομοιωμάτων

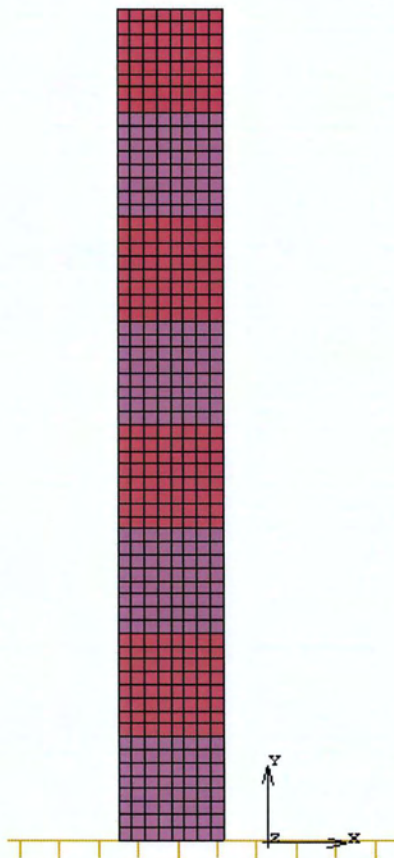
Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Κλασσικές Παραμετροί		
							$\alpha$ (°)	p (1/sec)	r
1025.30	0.40	2.40	0.40	6	1.217	2024.75	9.55	2.459	0.919

Πίνακας 4.6: Χαρακτηριστικά της 3<sup>ης</sup> ομάδας προσομοίωσης

Κόμβοι	486
Στοιχεία	384
$h_{el}$	0.05 m
$b_{el}$	0.05 m

### 4.3.5 4<sup>η</sup> Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=8$ )

Η δεύτερη ομάδα προσομοιωμάτων αποτελείται από μοντέλα που έχουν βαθμό λυγηρότητας 8, δηλαδή αποτελούνται από 8 σπόνδυλους (Εικόνα 4.7).



Εικόνα 4.7: 2η Ομάδα προσομοιωμάτων ( $h/b=8$ )

Όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες της κολώνας παρουσιάζονται στο Πίνακα 4.7, ενώ στον Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται οι παράμετροι της προσομοίωσης.

Πίνακας 4.7: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες της 4<sup>ης</sup> ομάδας προσομοιωμάτων

Μάζα M (kg)	Πλάτος 2b (m)	Ύψος 2h (m)	Πλάτος 2t (m)	Βαθμός λυγηρότητας (h/b)	$R = \sqrt{b^2 + h^2}$ (m)	Μαζική ροπή αδράνειας $I_0$ (kg m <sup>2</sup> )	Κλασσικές Παραμετροι		
							$\alpha$ (°)	p (1/sec)	r
1367.04	0.40	3.20	0.40	8	1.612	4736.42	7.16	2.136	0.954

Πίνακας 4.8: Χαρακτηριστικά της 4<sup>ης</sup> ομάδας προσομοίωσης

Κόμβοι	648
Στοιχεία	512
$h_{el}$	0.05 m
$b_{el}$	0.05 m

#### 4.4 Είδος εδαφικής διεγερσης

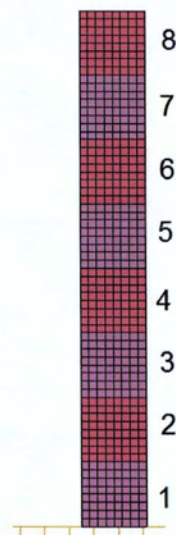
Οι αρμονικές διεγέρσεις, όπως αυτή του ημιτόνου, επιτρέπουν, κατά έναν απλό τρόπο, την μελέτη της δυναμικής απόκρισης ενός σώματος το οποίο λικνίζεται. Οι διεγέρσεις της βάσης που εφαρμόζονται για την μελέτη της απόκρισης λικνισμού των σπονδυλωτών προσομοιωμάτων είναι οι παρακάτω τρεις:

- 1)  $f_1=2$  Hz,  $A_1= 0.025$  m :  $u_{g1}(t)=0.025\sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow u_g(t)=0.025\sin(12.566 \cdot t)$   
Αντιστοιχεί σε μέγιστη εδαφική επιτάχυνση :  $a_{g1,max}=3.95$  m/s<sup>2</sup> [0.40·g]
- 2)  $f_2=4$  Hz,  $A_2= 0.008$  m :  $u_{g2}(t)=0.025\sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow u_g(t)=0.008\sin(25.133 \cdot t)$   
Αντιστοιχεί σε μέγιστη εδαφική επιτάχυνση :  $a_{g2,max}=5.05$  m/s<sup>2</sup> [0.52·g]
- 3)  $f_3=6$  Hz,  $A_3= 0.005$  m :  $u_{g3}(t)=0.025\sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow u_g(t)=0.005\sin(37.699 \cdot t)$   
Αντιστοιχεί σε μέγιστη εδαφική επιτάχυνση :  $a_{g3,max}=7.11$  m/s<sup>2</sup> [0.72·g]

Το συνολικό χρονικό διάστημα της επίλυσης επιλέγεται ίσο με 8 sec, εκ των οποίων στα πρώτα 5 sec επιβάλλεται η εκάστοτε διέγερση, και στα εναπομείναντα 3 sec το σώμα κινείται ελεύθερα με αρχικές συνθήκες την τελική του κατάσταση κατά τον τερματισμό εφαρμογής της διεγερσης. Το χρονικό βήμα της επίλυσης ορίζεται ίσο με 0.001 sec , όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο.

#### 4.5 Αποτελέσματα επιλύσεων

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται είναι η γωνία λικνισμού  $\theta$  σε σχέση με το χρόνο, ενώ παράλληλα για την καλύτερη μελέτη της κίνησης της κολώνας παρουσιάζονται και τα διαγράμματα μετατόπισης της σε κάθε διεύθυνση, ήτοι  $x$  και  $y$ . Τα παραπάνω αποτελέσματα αφορούν τον κάθε σπόνδυλο ξεχωριστά, και περιλαμβάνονται σε ένα ενιαίο γράφημα. Για την κατανόηση των διαγραμμάτων γίνεται αρίθμηση των σπονδύλων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.8.

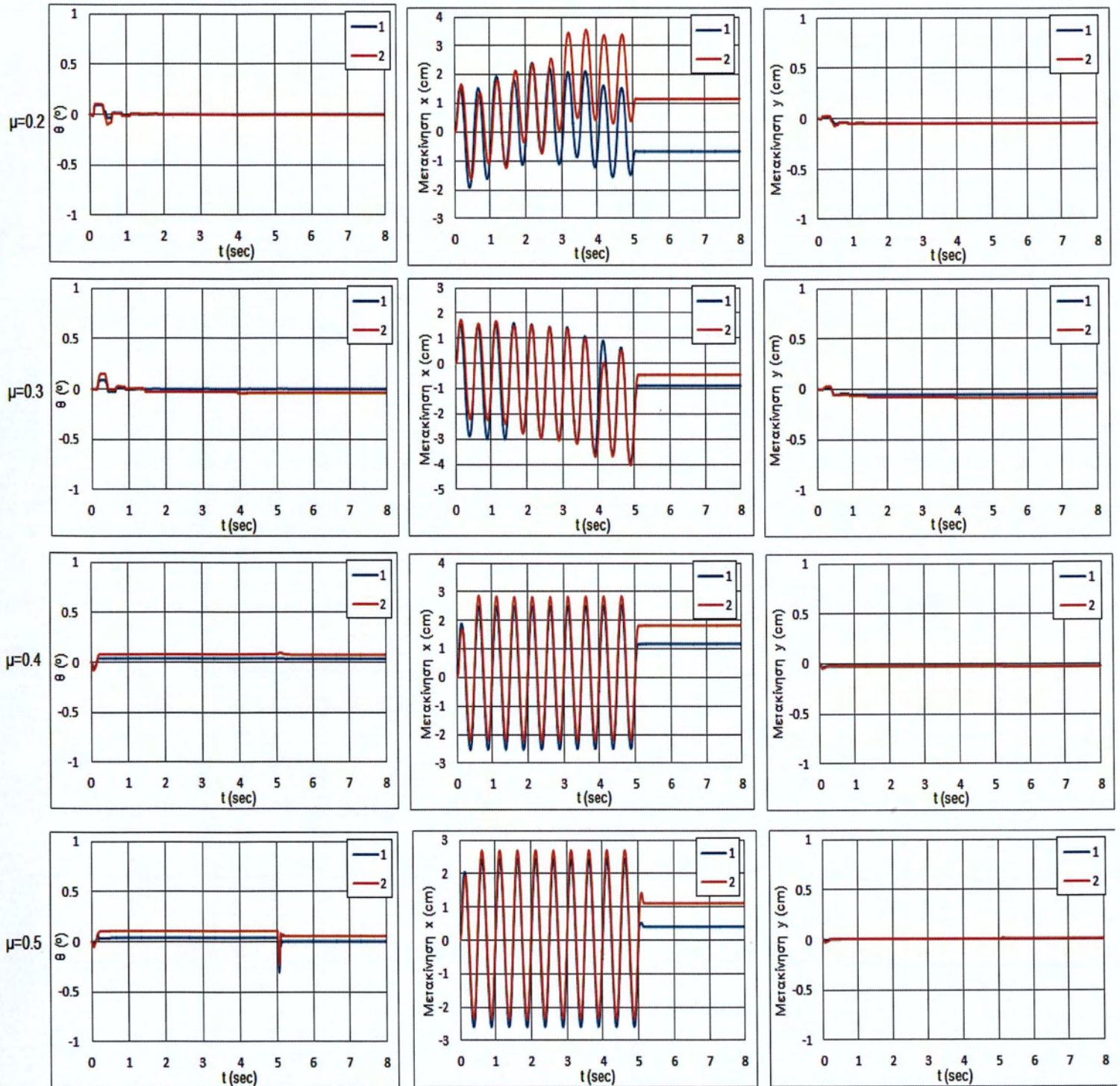


Εικόνα 4.8: Αρίθμηση σπονδύλων

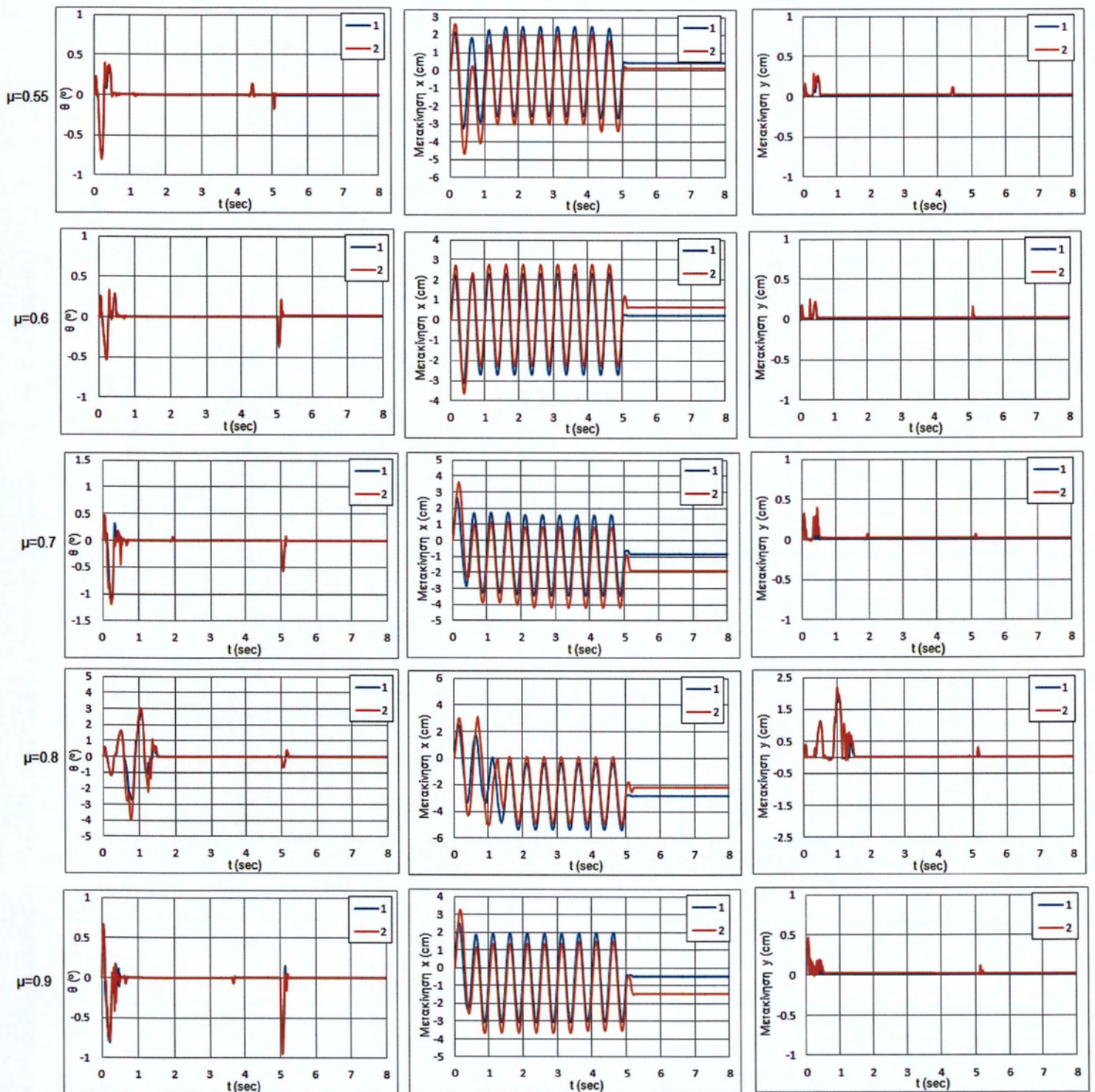
Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

### 4.5.1 Αποτελέσματα επιλύσεων 1ης διέγερσης ( $f_1=2$ Hz, $A_1=0.025$ m)

#### 4.5.1.1 1η Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$

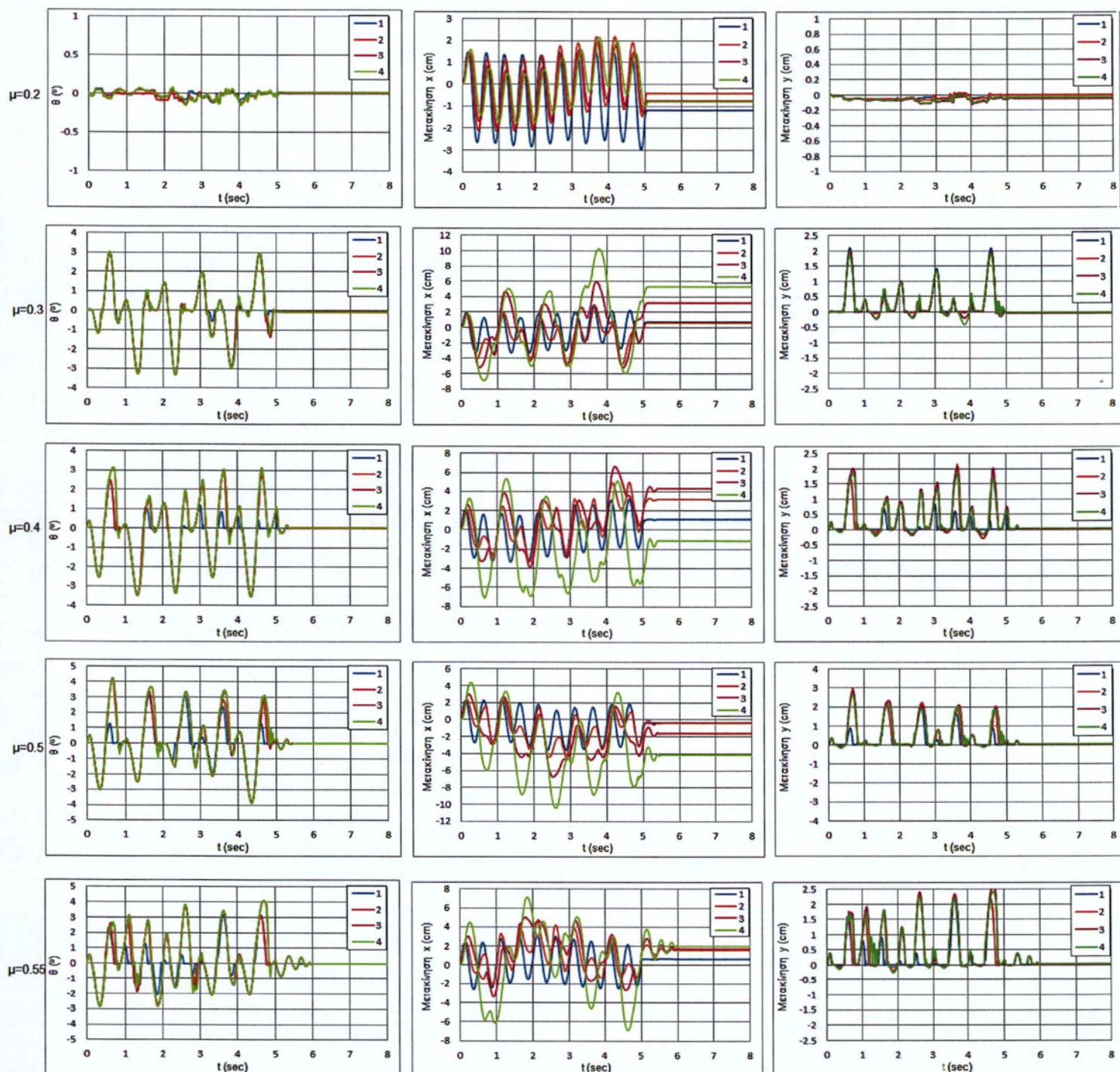


Εικόνα 4.9: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$ ( $^{\circ}$ ), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

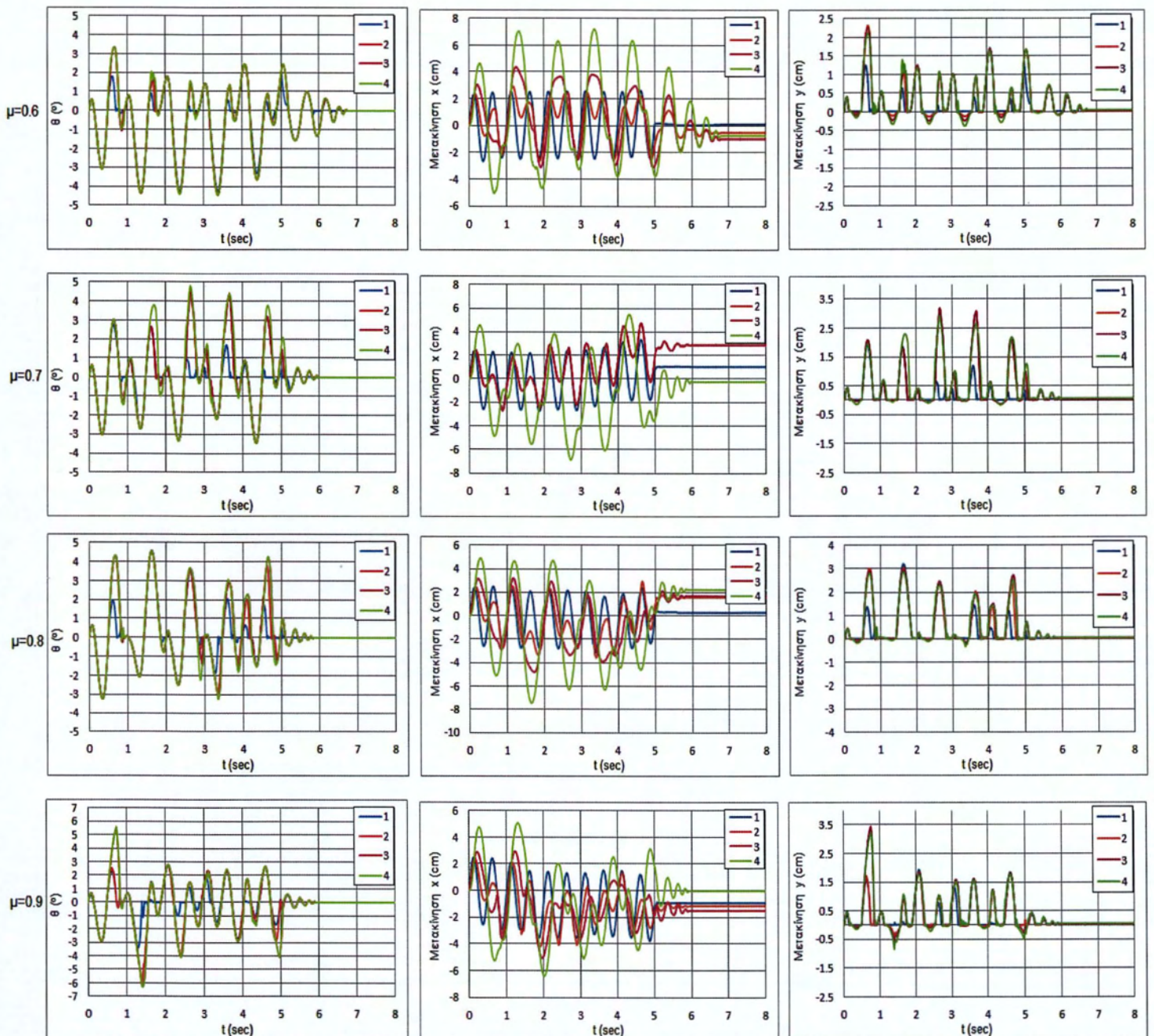


Εικόνα 4.10: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

4.5.1.2 2<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=4$ 

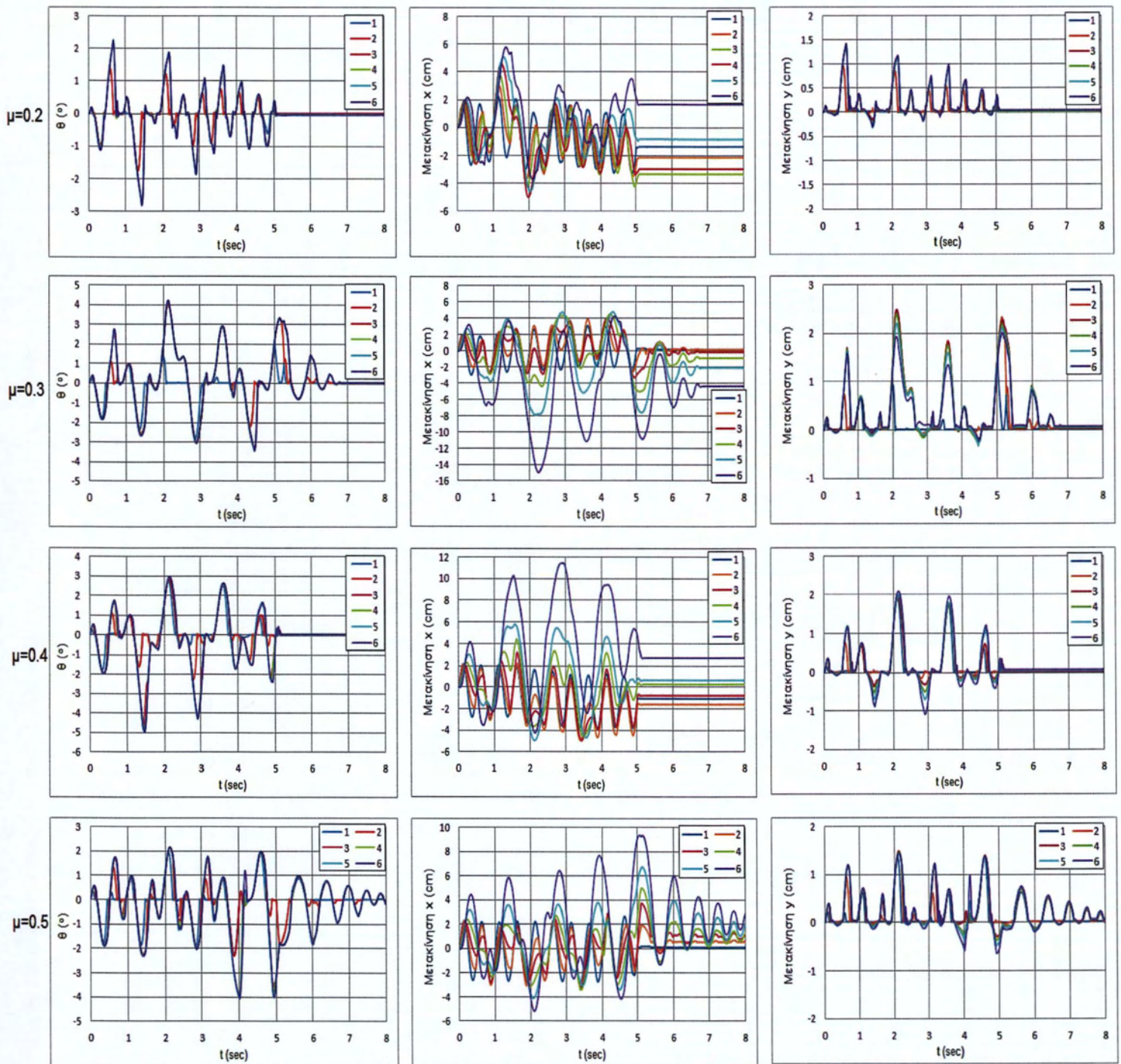
Εικόνα 4.11: Για βαθμό λυγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.55$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



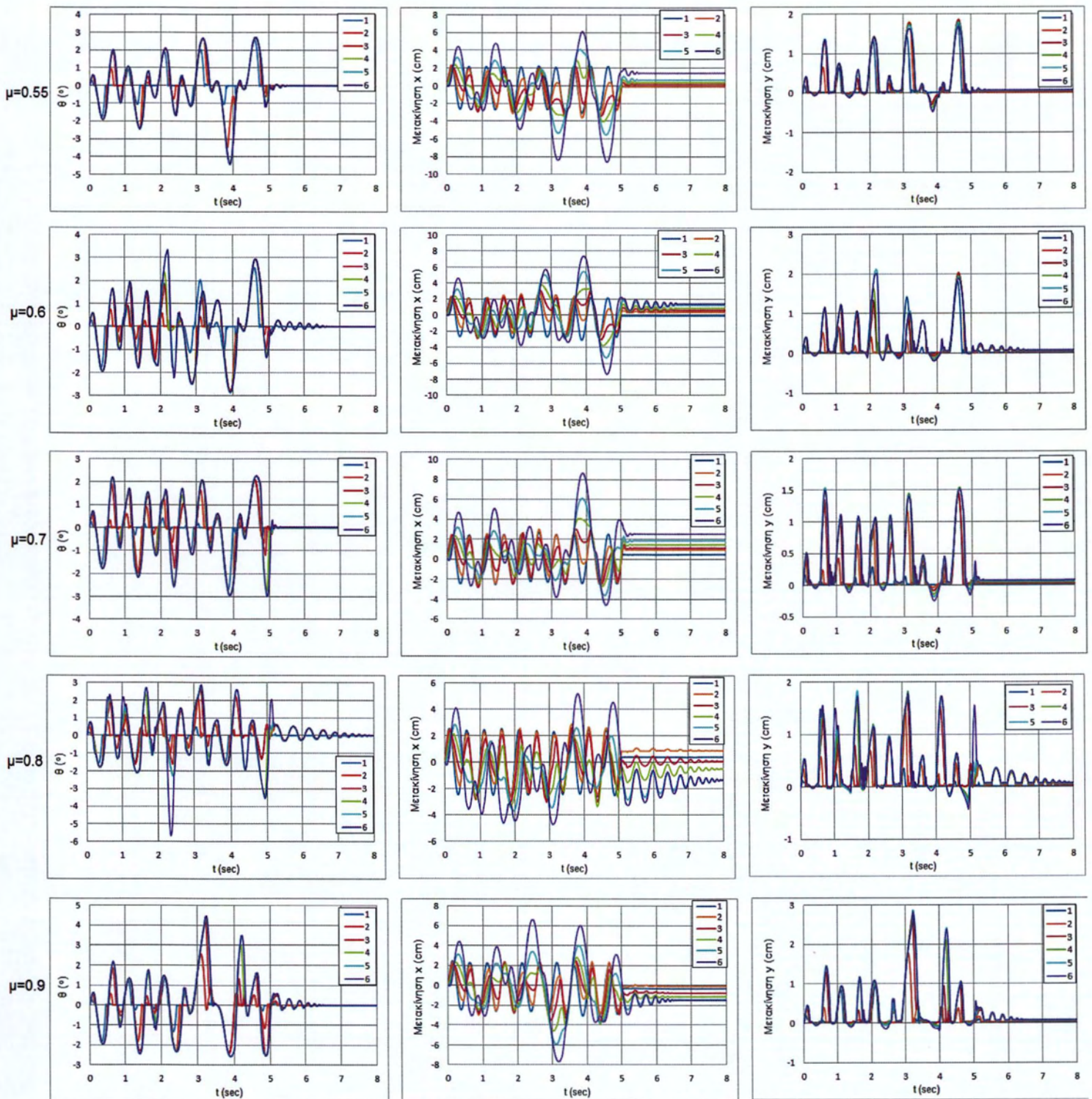
Εικόνα 4.12: Για βαθμό λυγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.6-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους



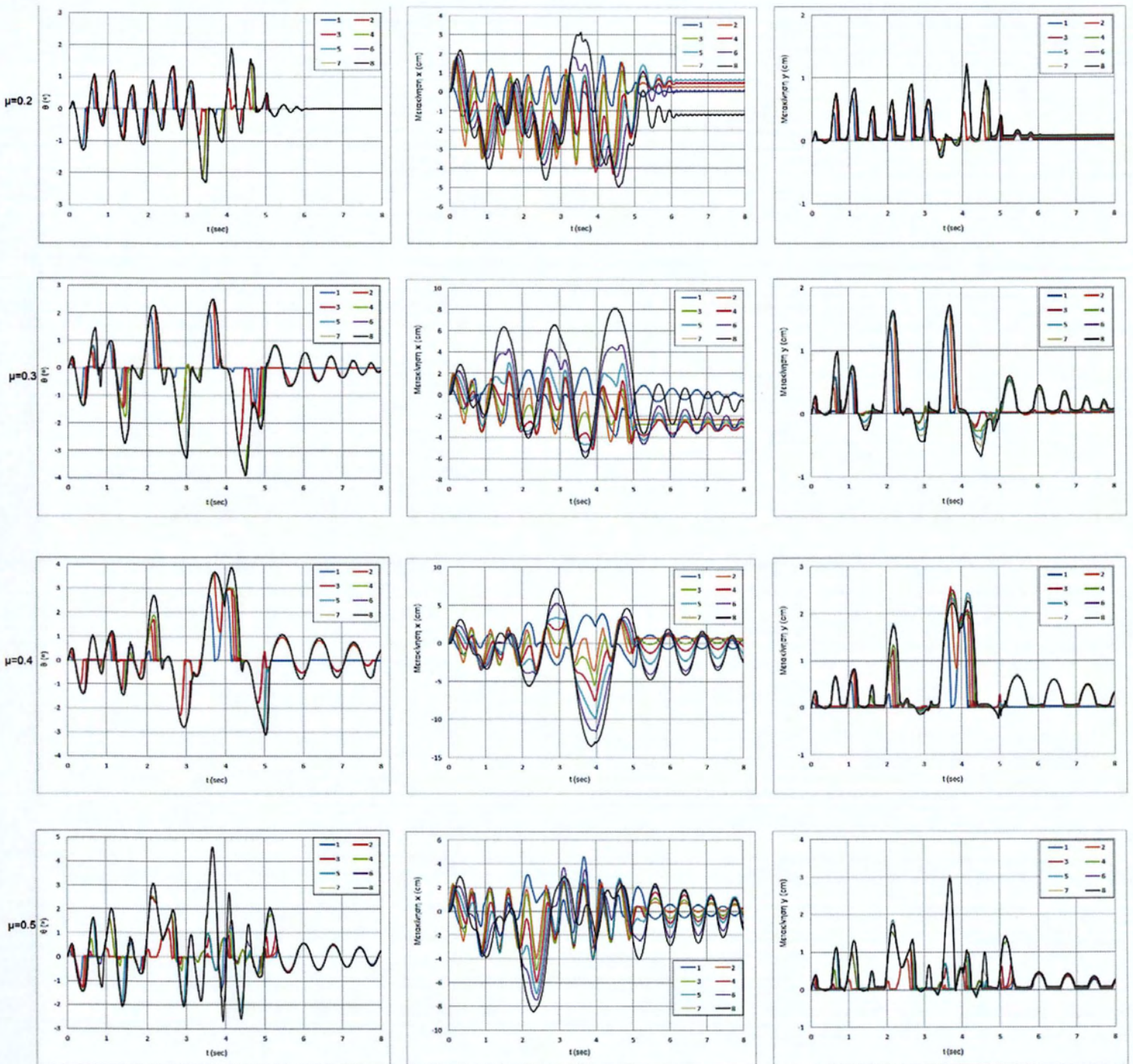
4.5.1.3 3<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=6$ 

Εικόνα 4.13: Για βαθμό λυγηρότητας 6 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) συνάρτηση με το χρόνο  $t$

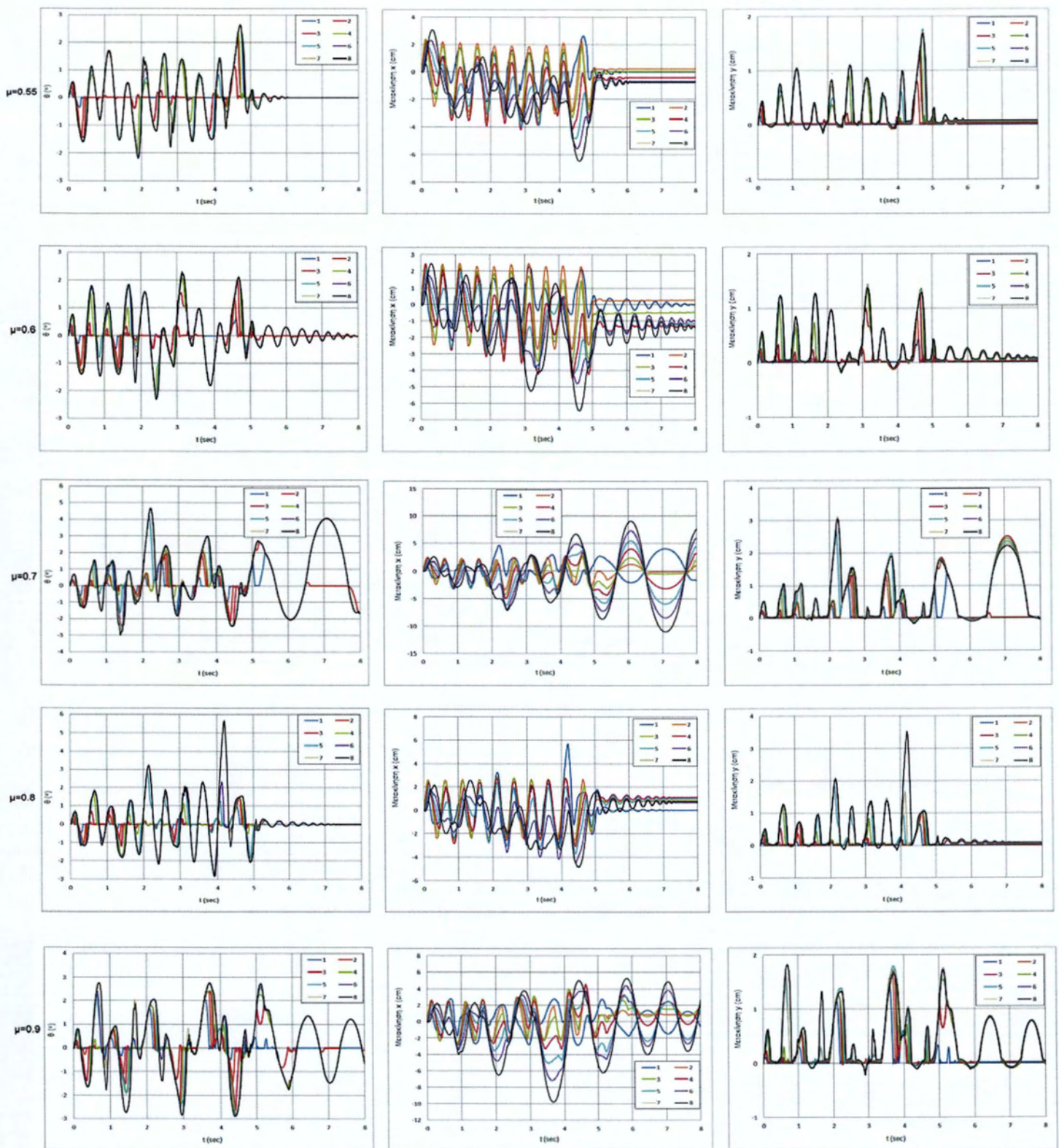


Εικόνα 4.14: Για βαθμό ληρηρότητας  $\delta$  και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

4.5.1.4 4<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=8$ 

Εικόνα 4.15: Για βαθμό λυγηρότητας 8 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



Εικόνα 4.16: Για βαθμό ληγηρότητας  $\delta$  και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Για λόγους οικονομίας χώρου, τα αναλυτικά αποτελέσματα για τις εναπομείναντες δυο περιπτώσεις εδαφικής διέγερσης παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α, στο τελευταίο μέρος της εργασίας.

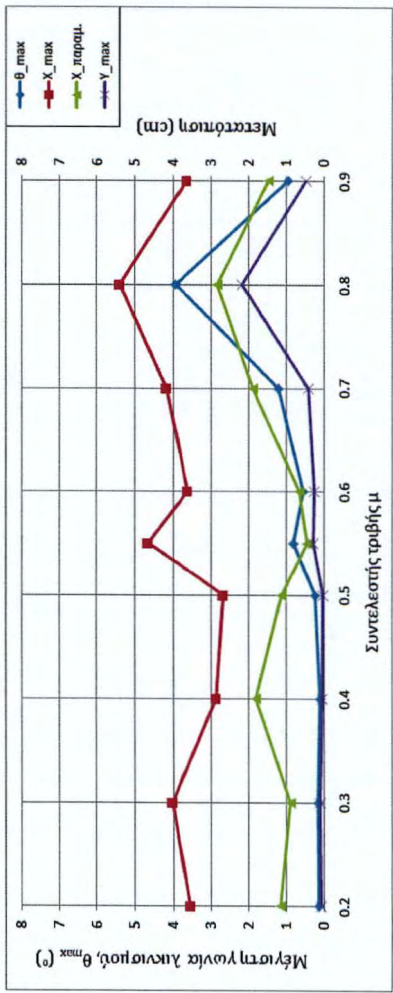
#### 4.6 Ανάλυση αποτελεσμάτων

Για την καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων, αλλά και για την εξαγωγή συμπερασμάτων κρίνεται κατάλληλη η παρουσίαση τους σε συγκεντρωτικά διαγράμματα. Τα διαγράμματα αυτά αποτελούνται από κρίσιμες παραμέτρους της απόκρισης λικνισμού της σπονδυλωτής κολώνας, και ειδικότερα του σπονδύλου της κορυφής, καθώς ο συγκεκριμένος σπόνδυλος παρουσιάζει τις μέγιστες (και άρα κρίσιμες) τιμές αυτών. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η παραμένουσα μετατόπιση κατά τη x-διεύθυνση, καθώς η μέγιστη τιμή της δεν είναι απαραίτητα αυτή του σπονδύλου της κορυφής. Αναλυτικότερα, παρουσιάζονται :

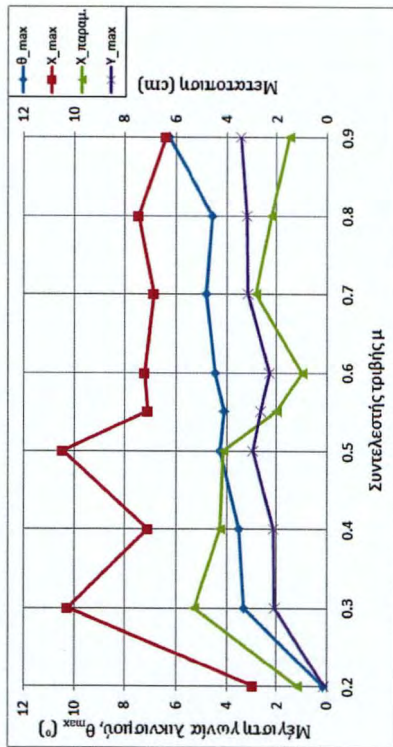
- Η μέγιστη γωνία λικνισμού της κολώνας,  $\theta_{\max}$  (σε μοίρες).
- Η μέγιστη μετατόπιση κατά τη x-διεύθυνση,  $X_{\max}$  (σε cm)
- Η παραμένουσα μετατόπιση κατά τη x-διεύθυνση, ύστερα από το τερματισμό επιβολής της διέγερσης,  $X_{\text{παραμ.}}$  (σε cm)
- Η μέγιστη μετατόπιση κατά τη y-διεύθυνση,  $Y_{\max}$  (σε cm)

Οι παραπάνω παράμετροι παρουσιάζονται σε σχέση με την τιμή του συντελεστή τριβής  $\mu$ , καθώς και σε σχέση με το βαθμό λυγηρότητας της κάθε κολώνας, με σκοπό τη μελέτη της επίδρασης της τριβής και της λυγηρότητας της κολώνας στην απόκριση της.

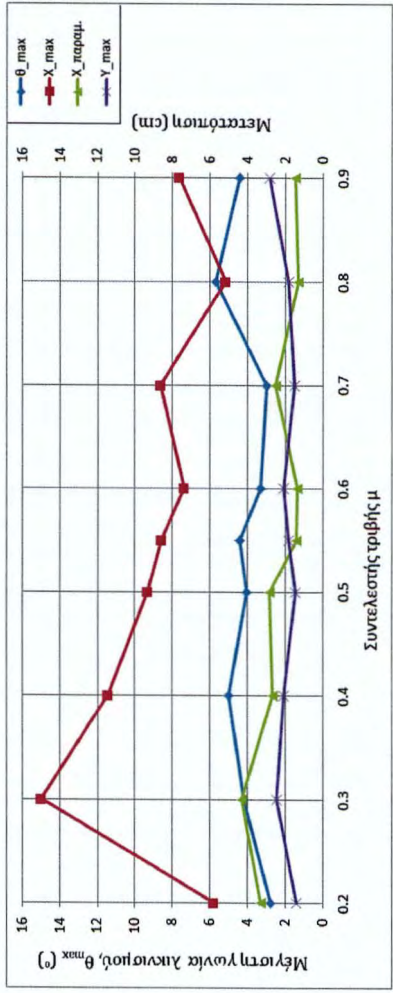
### 4.6.1 1<sup>η</sup> διέγερση ( $f_1=2$ Hz, $A_1=0.025$ m)



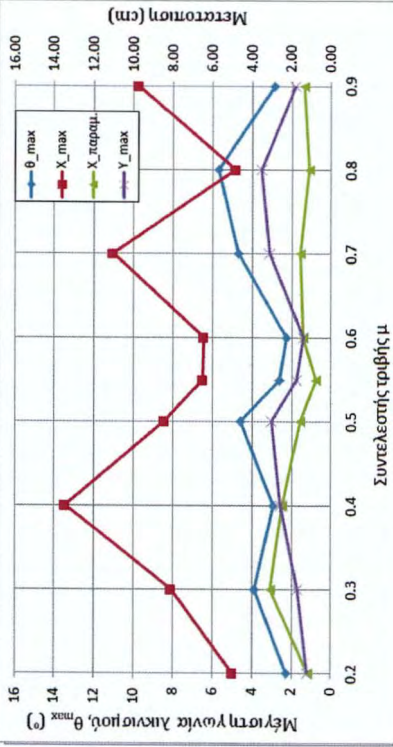
Βαθμός λυγρότητας 2



Βαθμός λυγρότητας 4



Βαθμός λυγρότητας 6



Βαθμός λυγρότητας 8

Εικόνα 4.17: Διαγράμματα για βαθμούς λυγρότητας 2, 4, 6 και 8: Μπλε) μέγιστης γωνίας λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), Κόκκινο) μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm), Πράσινο) παραμένουσας μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm), Μωβ) μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής μ, για το 1<sup>ο</sup> είδος διέγερσης

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Η πρώτη παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως το απαραίτητο κριτήριο για την έναρξη του λικνισμού, που πρώτα εισήγαγαν οι Aslam *et al* [8], εντοπίζεται πλήρως για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας. Δηλαδή, για την έναρξη του λικνισμού θα πρέπει ο συντελεστής τριβής  $\mu$ , να είναι μεγαλύτερος του λόγου  $b/h$ . Παραδείγματος χάριν, για το βαθμό λυγηρότητας 4, ο λόγος  $b/h$  έχει τιμή ίση με  $1/4=0.25$ , συνεπώς για την έναρξη του λικνισμού θα πρέπει ο συντελεστής τριβής να είναι μεγαλύτερος του 0.25. Όπως φαίνεται από την Εικόνα 4.17, για τριβή  $\mu=0.2$  ( $\mu<0.25$ ) η μέγιστη γωνία λικνισμού είναι σχεδόν μηδενική, ενώ αντίθετα για τριβή  $\mu=0.30$  ( $\mu>0.25$ ) η μέγιστη γωνία λικνισμού είναι περίπου ίση με  $3^\circ$ .

Έπειτα, είναι προφανές πως το σημαντικό συμπέρασμα στο οποίο είχαν καταλήξει οι Konstantidis-Makris [31], επιβεβαιώνεται. Δηλαδή η ολίσθηση μπορεί να συμβεί ακόμα και όταν  $a(g)<\mu$ , σε αντίθεση με τα συμπεράσματα του Shendon [16], ο οποίος είχε διατυπώσει πως η ολίσθηση μπορεί να συμβεί όταν  $\mu < \frac{b}{h}$  και  $\mu < a(g)$ . Πράγματι, ενώ για το πρώτο είδος διέγερσης η μέγιστη τιμή του εύρους επιτάχυνσης είναι ίση με 0.40g, ολίσθηση παρατηρείται και για τιμές του συντελεστή  $\mu$  μεγαλύτερες του 0.4, καθώς π.χ. για βαθμό λυγηρότητας 2 με συντελεστή τριβής 0.8 και βαθμό λυγηρότητας 8 με συντελεστή τριβής 0.7, παρατηρούνται σημαντικές παραμένουσες μετακινήσεις και για τις 2 περιπτώσεις κατά τη x-διεύθυνση.

Για το βαθμό λυγηρότητας 2, έπειτα από την εκκίνηση του λικνισμού για τιμές του συντελεστή τριβής μεγαλύτερες του 0.5, η μέγιστη γωνία λικνισμού αυξάνεται με την αύξηση της τριβής και κορυφώνεται στην τιμή  $\theta_{\max}=3.96^\circ$ , για τριβή  $\mu=0.8$ . Με την αύξηση της τριβής σε 0.9, η μέγιστη γωνία λικνισμού μειώνεται σε  $\theta_{\max}=0.95^\circ$ . Ανάλογη συμπεριφορά παρουσιάζουν και οι υπόλοιπες παράμετροι ( $X_{\max}$ ,  $X_{\text{παραμ.}}$ ,  $Y_{\max}$ ), καθώς η τιμή του συντελεστή τριβής  $\mu=0.8$ , φαίνεται να είναι μια κρίσιμη τιμή, αφού όλα τα μεγέθη παρουσιάζουν τις μέγιστες τιμές τους. Αντίθετα οι τιμές του συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.6$ , φαίνονται ως οι πιο ευνοϊκές, καθώς η μέγιστη γωνία λικνισμού και η παραμένουσα μετακίνηση κατά x, παρουσιάζουν τις χαμηλότερες τιμές του.

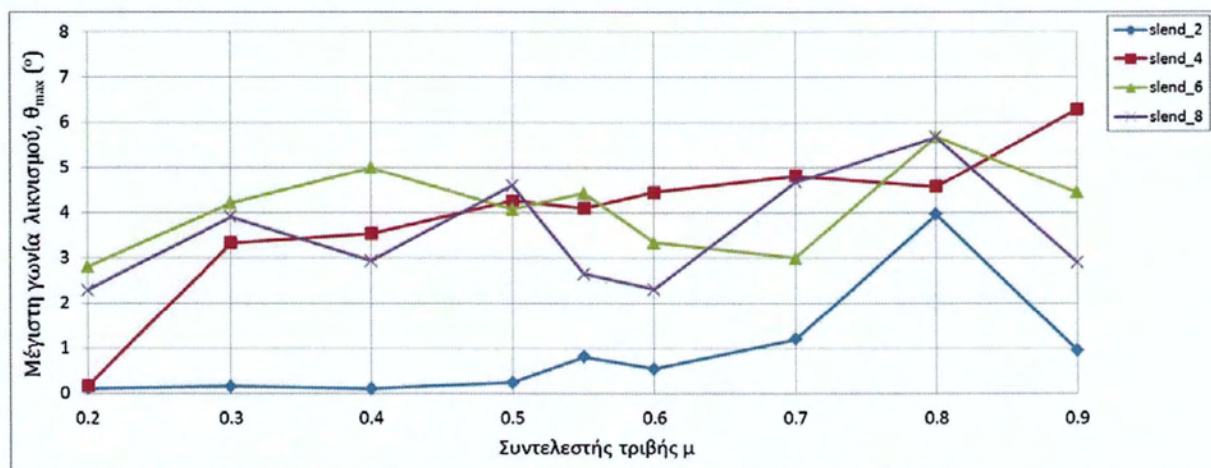
Για το βαθμό λυγηρότητας 4, είναι εμφανές ότι η μέγιστη γωνία λικνισμού αυξάνεται παράλληλα με την αύξηση του συντελεστή τριβής  $\mu$ , καταλήγοντας στη τιμή  $\theta_{\max}=6.39^\circ$  για  $\mu=0.9$ . Ανάλογη πορεία φαίνεται να ακολουθεί και η τιμή της μέγιστης μετακίνησης κατά τη y-διεύθυνση. Αντίθετα, πτωτική είναι η πορεία για τις τιμές της μέγιστης και της παραμένουσας μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση, για τιμές του συντελεστή τριβής μεγαλύτερες του 0.5, με εξαίρεση τις τιμές 0.8 και 0.7 αντίστοιχα.

Όσο αφορά το βαθμό λυγηρότητας 6, η μέγιστη γωνία λικνισμού κυμαίνεται γύρω στις  $4^\circ$ , με χαμηλότερη τιμή τις  $3^\circ$  και υψηλότερη τις  $5.68^\circ$ , για τιμές συντελεστή τριβής 0.7 και 0.8 αντίστοιχα. Ανάλογη συμπεριφορά έχει και η μέγιστη μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση με μέγιστη τιμή τα 2.85 cm για συντελεστή τριβής 0.9. Παράλληλα, ταυτόσημες είναι οι πορείες της μέγιστης και της παραμένουσας μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση, εμφανίζοντας κρίσιμη τιμή για συντελεστή τριβής 0.3 ( $X_{\max}=14.98$  cm,  $X_{\text{παραμ.}}=4.34$  cm), και πιο ευνοϊκή για συντελεστή τριβής 0.8 ( $X_{\max}=5.19$  cm,  $X_{\text{παραμ.}}=1.83$  cm). Μια σημαντική παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως οι πορείες της μέγιστης λικνιστικής γωνίας και της μέγιστης

μετακίνησης κατά  $x$ , μετά τη τιμή του συντελεστή τριβής 0.6 ακολουθούν εκ διαμέτρου αντίθετες πορείες.

Τέλος, για το βαθμό λυγηρότητας 8, η μέγιστη γωνία λικνισμού παρατηρείται για τιμή του συντελεστή τριβής 0.8 ( $\theta_{\max}=5.67^\circ$ ), ενώ η ελάχιστη για συντελεστή  $\mu=0.2$  ( $\theta_{\max}=2.22^\circ$ ). Χαμηλές είναι και οι τιμές της για  $\mu=0.55-0.6$ , όπως ανάλογα συμβαίνει και με τη μέγιστη μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση. Η μέγιστη και η παραμένουσα μετακίνηση ακολουθούν παρόμοιες μεταξύ τους πορείες με μέγιστα στη τιμή  $\mu=0.4$  και  $\mu=0.3$  αντίστοιχα ( $X_{\max}=13.49$  cm,  $X_{\text{παραμ.}}=3.08$  cm) και ελάχιστα για  $\mu=0.8$  και  $\mu=0.3$  αντίστοιχα ( $X_{\max}=4.82$  cm,  $X_{\text{παραμ.}}=0.75$  cm)..

Στην Εικόνα 4.18 συγκεντρώνονται όλες οι τιμές της μέγιστης γωνίας λικνισμού σε σχέση με το συντελεστή τριβής για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας σε ένα διάγραμμα.

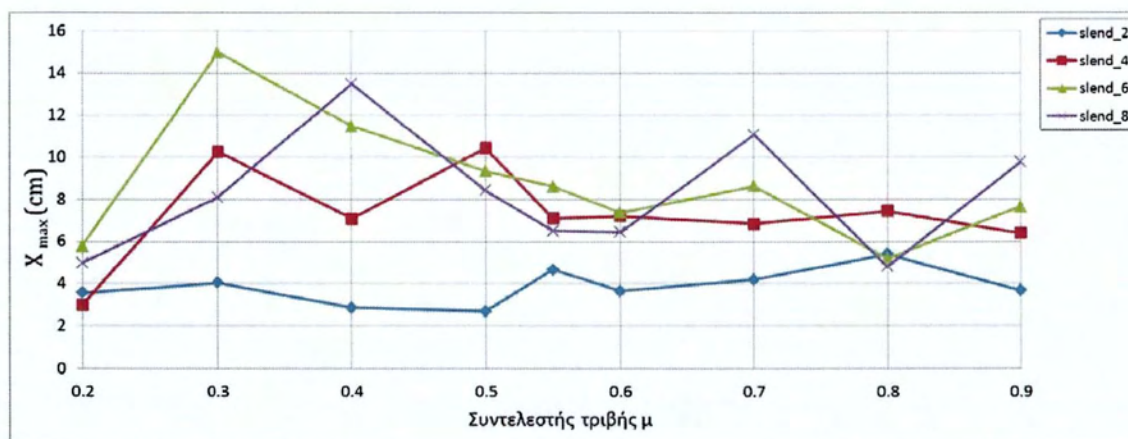


Εικόνα 4.18: Διάγραμμα μέγιστης γωνίας λικνισμού  $\theta_{\max}(\circ)$  για τους βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$

Όπως παρατηρείται από τα διαγράμματα της Εικόνας 4.18, οι χαμηλότερες τιμές της μέγιστης γωνίας λικνισμού συμβαίνουν για το βαθμό λυγηρότητας 2, ενώ για του τρεις άλλους βαθμούς υπάρχουν αυξομειώσεις. Για τιμές του συντελεστή τριβής από 0.5 έως 0.7 και 0.9, οι τιμές της μέγιστης λικνιστικής γωνίας που σημειώνονται για τους βαθμούς λυγηρότητας 6 και 8, είναι χαμηλότερες ή περίπου όσες από τις αντίστοιχες του βαθμού 4. Κατά συνέπεια, για τις προαναφερθέντες τιμές τριβής, η αύξηση τους ύψους φαίνεται να είναι ευεργετική. Εξάιρεση από τα παραπάνω αποτελεί ο συντελεστής τριβής 0.8, κατά τον οποίο σημειώνονται οι υψηλότερες τιμές της μέγιστης γωνίας λικνισμού (η δεύτερη υψηλότερη για το βαθμό λυγηρότητας 4) για σχεδόν όλους τους βαθμούς λυγηρότητας.

Η Εικόνα 4.19 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τις τιμές της μέγιστης μετακίνησης κατά  $x$ ,  $X_{\max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας. Για το βαθμό λυγηρότητας 2 παρατηρείται πως η αύξηση της τριβής επιδρά ελάχιστα στη μέγιστη μετακίνηση, η οποία διατηρείται στα επίπεδα των 4 cm. Αντιθέτως, η γενική πορεία για τους βαθμούς λυγηρότητας 4, 6 και 8 από τις τιμές  $\mu=0.3-0.4$  και έπειτα, φαίνεται να είναι πτωτική





Εικόνα 4.19: Διάγραμμα μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm) για τους βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$

καθώς η τριβή αυξάνεται. Συνεπώς, για τις πιο ψηλόλιγνες κολώνες η αύξηση της τριβής οδηγεί σε χαμηλότερες μέγιστες μετακινήσεις κατά x, με εξαίρεση τις τιμές 0.7 και 0.9.

Στην Εικόνα 4.20 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά όλα τα αποτελέσματα για τα χαρακτηριστικά που μελετούνται. Με πράσινο χρώμα οι μικρότερες, ενώ με κόκκινο χρώμα οι μέγιστες τιμές αυτών των παραμέτρων.

Βαθμός λυγηρότητας 2				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_X <sub>max</sub>	disp_X <sub>rem</sub>	disp_Y <sub>max</sub>
0.2	0.11	3.56	1.16	0.07
0.3	0.15	4.04	0.88	0.08
0.4	0.10	2.86	1.81	0.05
0.5	0.24	2.70	1.11	0.03
0.55	0.80	4.66	0.44	0.29
0.6	0.54	3.65	0.65	0.25
0.7	1.19	4.18	1.90	0.40
0.8	3.96	5.40	2.85	2.19
0.9	0.95	3.67	1.46	0.47

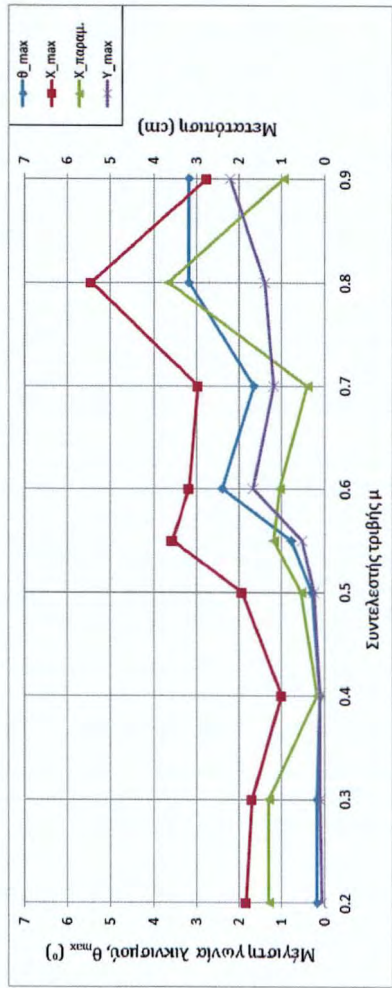
Βαθμός λυγηρότητας 4				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_X <sub>max</sub>	disp_X <sub>rem</sub>	disp_Y <sub>max</sub>
0.2	0.16	2.98	1.18	0.12
0.3	3.33	10.25	5.30	2.10
0.4	3.53	7.09	4.29	2.14
0.5	4.25	10.44	4.14	2.97
0.55	4.09	7.11	2.00	2.64
0.6	4.44	7.21	0.99	2.31
0.7	4.80	6.85	2.87	3.18
0.8	4.57	7.44	2.20	3.20
0.9	6.28	6.39	1.51	3.43

Βαθμός λυγηρότητας 6				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_X <sub>max</sub>	disp_X <sub>rem</sub>	disp_Y <sub>max</sub>
0.2	2.80	5.78	3.35	1.42
0.3	4.21	14.98	4.34	2.49
0.4	4.99	11.46	2.71	2.09
0.5	4.07	9.34	2.85	1.48
0.55	4.42	8.61	1.41	1.86
0.6	3.34	7.38	1.39	2.11
0.7	3.00	8.63	2.51	1.54
0.8	5.68	5.19	1.34	1.83
0.9	4.45	7.66	1.50	2.85

Βαθμός λυγηρότητας 8				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_X <sub>max</sub>	disp_X <sub>rem</sub>	disp_Y <sub>max</sub>
0.2	2.28	4.97	1.18	1.21
0.3	3.91	8.10	3.08	1.73
0.4	2.93	13.49	2.48	2.57
0.5	4.59	8.43	1.58	3.03
0.55	2.64	6.50	0.75	1.77
0.6	2.30	6.45	1.41	1.44
0.7	4.67	11.07	1.60	3.12
0.8	5.67	4.82	1.11	3.53
0.9	2.89	9.77	1.39	1.83

Εικόνα 4.20: Πίνακες για βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 με συγκεντρωτικά αποτελέσματα για όλες τις παραμέτρους που εξετάζονται, ήτοι: μέγιστη γωνία λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), μέγιστη μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση,  $X_{max}$  (cm), παραμένουσα μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση,  $X_{\text{παραμ.}}$  (cm), μέγιστη μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση,  $Y_{max}$  (cm), παραμένουσα μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση,  $Y_{\text{παραμ.}}$  (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$  για το 1<sup>ο</sup> είδος διέγερσης

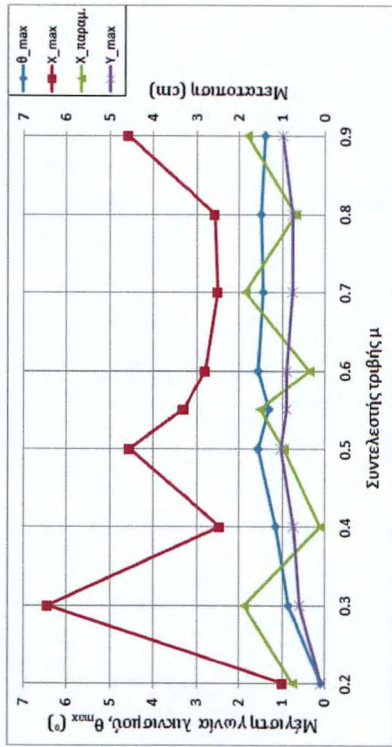
### 4.6.2 2<sup>η</sup> διέγερση ( $f_2=4$ Hz, $A_2=0.008$ m)



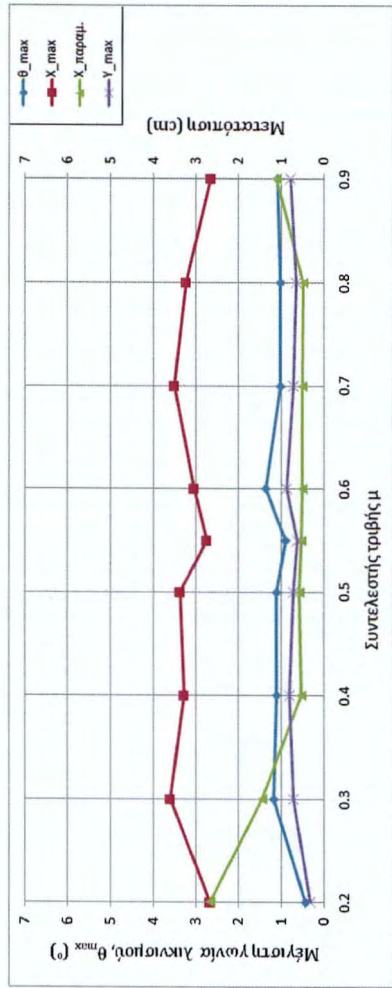
Βαθμός λυγρότητας 2

Βαθμός λυγρότητας 2

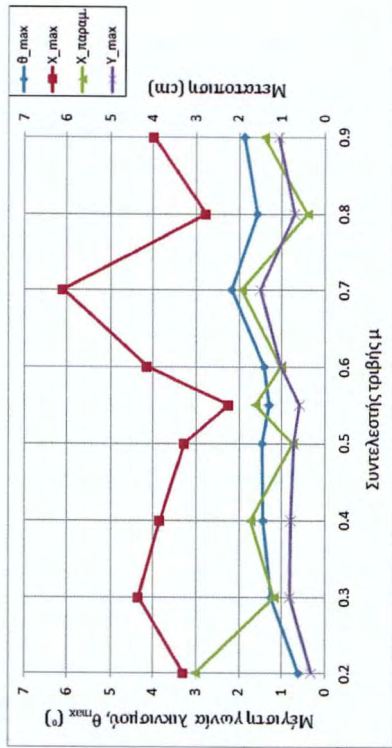
Εικόνα 4.21: Διαγράμματα για βαθμούς λυγρότητας 2, 4, 6 και 8: Μπλε) μέγιστη γωνία λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), Κόκκινο) μέγιστη μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Πράσινο) παραμένουσας μετακίνησης κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Μαβ) μέγιστη μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το 2<sup>ο</sup> είδος διέγερσης



Βαθμός λυγρότητας 4



Βαθμός λυγρότητας 8



Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπόνδυλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Για το βαθμό λυγηρότητας 2, τα διαγράμματα όλων των παραμέτρων φαίνεται να έχουν παρόμοιες πορείες. Εκκίνηση του λικνισμού πραγματοποιείται από την τιμή του συντελεστή τριβής 0.5 και έπειτα, ενώ για μικρότερες τιμές αυτού, η ολίσθηση φαίνεται να επικρατεί στο φαινόμενο. Η πιο ευεργετική τιμή του συντελεστή τριβής είναι για 0.4, καθώς για τη συγκεκριμένη τιμή η παραμένουσα μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση είναι η ελαχίστη σε σχέση με τις υπόλοιπες τιμές, και ταυτόχρονα δεν έχει εκκινηθεί ο λικνισμός της κολώνας, με αποτέλεσμα και οι υπόλοιπες παράμετροι να παρουσιάζουν τις ελάχιστες τιμές τους. Μια ευνοϊκή τριβή υπό λικνισμό είναι για συντελεστή αυτής ίσο με 0.7, καθώς οι τιμές των παραμέτρων παρουσιάζουν μια πτώση που ανακόπτει την ανοδική τους πορεία. Αντιθέτως, για τον συντελεστή τριβής 0.8 όλες οι παράμετροι εμφανίζουν τις πιο κρίσιμες τιμές τους, με την μέγιστη και παραμένουσα μετακίνηση κατά x, χαρακτηριστικά, να εκτοξεύονται σε 5.45 και 3.67 cm, αντίστοιχα.

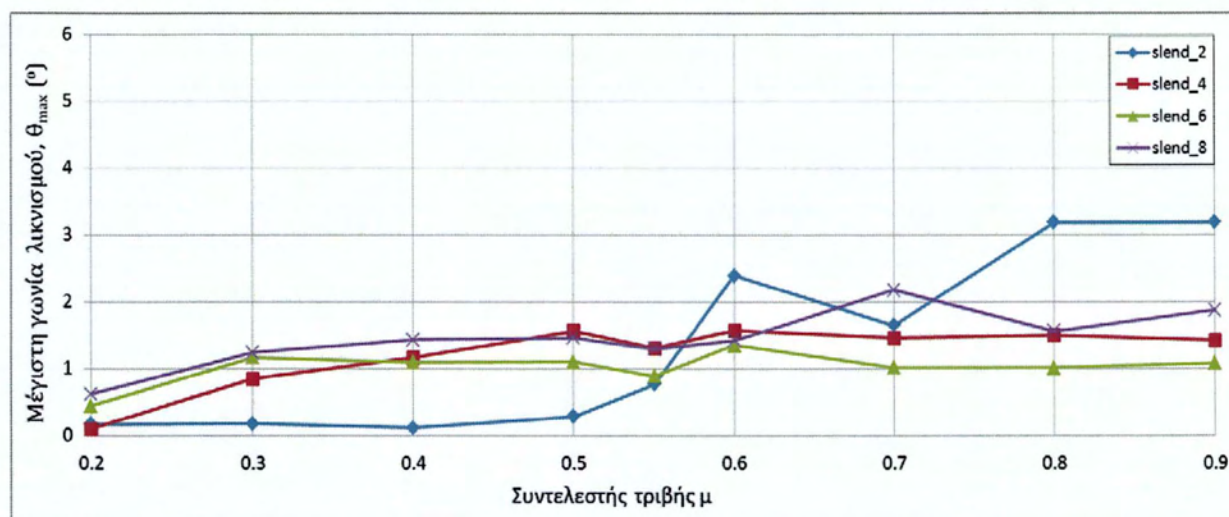
Κρίσιμος συντελεστής τριβής για το βαθμό λυγηρότητας 4 αποτελεί η τιμή 0.3, κατά την οποία σημειώνεται η μέγιστη και παραμένουσα μετακίνηση κατά x, 6.44 και 1.89 cm αντίστοιχα. Αντιθέτως, για την επόμενη τριβή, δηλαδή  $\mu=0.4$ , και υπό παρουσία λικνισμού, οι παραπάνω τιμές ελαχιστοποιούνται. Η μέγιστη γωνία λικνισμού ακολουθεί μια ομαλά ανοδική τροχιά παράλληλα με την αύξηση της τριβής με τιμές που κυμαίνονται στις  $1.5^\circ$ , με μια μικρή πτώση κατά την τιμή  $\mu=0.55$ . Ανάλογη πορεία ακολουθεί και η μέγιστη μετακίνηση κατά την y-διεύθυνση, με τιμές λίγο μικρότερες του 1 cm. Η παραμένουσα μετακίνηση κατά x επηρεαζόμενη είτε από την ολίσθηση είτε από το λικνισμό, είναι η παράμετρος που παρουσιάζει συνεχείς αυξομειώσεις, κάνοντας ιδιαίτερα εμφανή την έντονη μη γραμμικότητα του φαινομένου. Όσο για την μέγιστη μετακίνηση κατά x, ευνοϊκές τιμές παρουσιάζονται και για τιμές του συντελεστή τριβής 0.55-0.8, σχηματίζοντας μια ασφαλή περιοχή στην όλη απόκριση.

Στο βαθμό λυγηρότητας 6 διακρίνεται με σαφήνεια ότι το φαινόμενο που επικρατεί (ολίσθηση ή λικνισμός), και κατ' επέκταση η τιμή του συντελεστή τριβής  $\mu$ , καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την όλη απόκριση της κολώνας. Το παραπάνω, είναι απόρροια του γεγονότος ότι για τριβή  $\mu=0.2$  (κυριαρχεί η ολίσθηση έναντι του λικνισμού) καταγράφονται η μέγιστη παραμένουσα μετακίνηση κατά x ( $X_{\text{παραμ.}}=2.67$  cm) και η μικρότερη τιμή της μέγιστης γωνίας λικνισμού ( $\theta_{\text{max}}=0.44^\circ$ ). Με την αύξηση του συντελεστή τριβής το φαινόμενο του λικνισμού κυριαρχεί, με αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση της παραμένουσας μετακίνησης, και με μια ταυτόχρονη μικρή αύξηση της μέγιστης γωνίας λικνισμού. Η μέγιστη μετακίνηση κατά x ακολουθεί μια σχεδόν σταθερή πορεία λίγο πιο πάνω από τα 3cm, παρουσιάζοντας μικρές πτώσεις για συντελεστή τριβής 0.55 και 0.9.

Ανάλογο συμπέρασμα εντοπίζεται και για το βαθμό λυγηρότητας 8, με την μέγιστη και παραμένουσα μετακίνηση κατά x, να ακολουθεί εκ διαμέτρου αντίθετες πορείες μέχρι τον συντελεστή τριβής 0.6. Έπειτα από την παραπάνω τιμή, μαζί και με την μέγιστη γωνία λικνισμού, ακολουθούν παρόμοιες τροχιές. Κρίσιμος συντελεστής τριβής είναι αυτός με τιμή  $\mu=0.7$ , κατά τον οποίο οι παράμετροι εμφανίζουν μέγιστες τιμές, και ειδικότερα η μέγιστη μετακίνηση κατά x χαρακτηρίζεται από μια σημαντική αύξηση ( $X_{\text{max}}=6.11$  cm) Η αύξηση της τριβής σε 0.8 φαίνεται να δρα ευεργετικά καθώς υπάρχει αισθητή μείωση της μέγιστης

γωνίας λικνισμού, αλλά και της μέγιστης και παραμένουσας μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση.

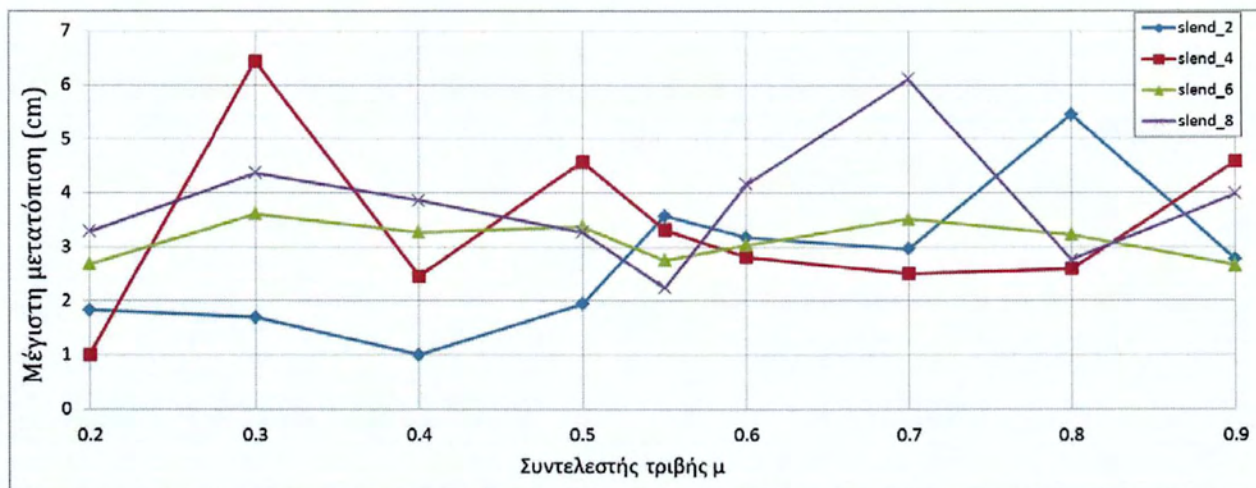
Στην Εικόνα 4.22 συγκεντρώνονται όλες οι τιμές της μέγιστης γωνίας λικνισμού σε σχέση με το συντελεστή τριβής για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας σε ένα διάγραμμα.



Εικόνα 4.22: Διάγραμμα μέγιστης γωνίας λικνισμού  $\theta_{max}$ (°) για τους βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$

Για τους βαθμούς λυγηρότητας 4, 6 και 8 παρουσιάζονται παρόμοιες πορείες, δηλαδή, με την αύξηση της τριβής αυξάνεται ελαφρώς και η μέγιστη γωνία λικνισμού, με εξαίρεση την ευνοϊκή τιμή  $\mu=0.55$  κατά την οποία υπάρχει μια μικρή πτώση. Για το βαθμό λυγηρότητας 2 έπειτα από την εκκίνηση του λικνισμού για  $\mu=0.5$ , η μέγιστη γωνία λικνισμού έχει μια αυξητική τάση, εξαιρούμενου του συντελεστή 0.7. αξίζει να σημειωθεί πως η αύξηση του ύψους, μπορεί να δράσει ευεργετικά στην απόκριση της κολώνας, καθώς όπως παρατηρείται οι μεγαλύτερες τιμές τη γωνίας λικνισμού παρατηρούνται για το βαθμό λυγηρότητας 2. Το συμπέρασμα αυτό καθίσταται εμφανές και από το γεγονός πως η απόκριση για το βαθμό λυγηρότητας 6 είναι συνεχώς μικρότερη από την αντίστοιχη του βαθμού λυγηρότητας 4.

Η Εικόνα 4.23 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τις τιμές της μέγιστης μετακίνησης κατά x,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας. Για το βαθμό λυγηρότητας 2 η αύξηση της τριβής φαίνεται να προκαλεί μεγαλύτερες μέγιστες μετακινήσεις κατά x, με μέγιστο  $X_{max}=5.45\text{cm}$  για το συντελεστή 0.8. Αντίθετα, για το βαθμό λυγηρότητας 4 η μέγιστη μετακίνηση σημειώνεται για συντελεστή τριβής 0.3, ενώ μικρότερες τιμές παρατηρούνται στο εύρος τριβής  $\mu=0.5-0.9$ . Τέλος, για του βαθμούς λυγηρότητας 6 και 8 παρατηρούνται παρόμοιες πορείες μέχρι το συντελεστή τριβής 0.55, όπου μετέπειτα για το βαθμό λυγηρότητας 8 υπάρχει σημαντική διαφοροποίηση, καθώς καταγράφεται σημαντική αύξηση της μέγιστης μετακίνησης, από 2.24 cm για  $\mu=0.55$ , στα 6.11 cm για  $\mu=0.7$ .



Εικόνα 4.23: Διάγραμμα μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm) για τους βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$

Στην Εικόνα 4.24 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά όλα τα αποτελέσματα για τα χαρακτηριστικά που μελετούνται. Με πράσινο χρώμα οι μικρότερες, ενώ με κόκκινο χρώμα οι μέγιστες τιμές αυτών των παραμέτρων.

Βαθμός λυγηρότητας 2				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.17	1.83	1.31	0.06
0.3	0.17	1.70	1.30	0.10
0.4	0.12	1.00	0.17	0.10
0.5	0.28	1.94	0.54	0.24
0.55	0.77	3.58	1.20	0.53
0.6	2.39	3.18	1.05	1.68
0.7	1.65	2.96	0.41	1.19
0.8	3.19	5.45	3.67	1.39
0.9	3.18	2.77	0.96	2.20

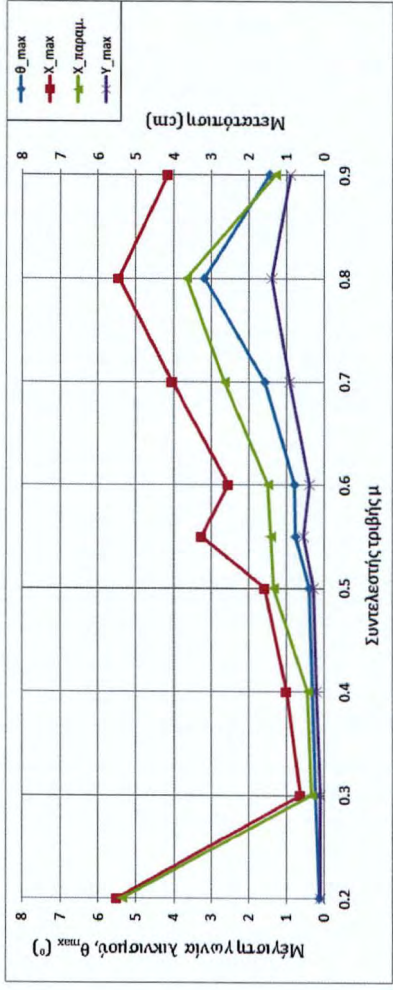
Βαθμός λυγηρότητας 4				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.10	1.00	0.75	0.10
0.3	0.85	6.44	1.89	0.60
0.4	1.17	2.45	0.12	0.74
0.5	1.56	4.56	0.96	1.05
0.55	1.30	3.32	1.51	0.90
0.6	1.57	2.81	0.37	0.90
0.7	1.46	2.50	1.87	0.76
0.8	1.50	2.59	0.70	0.77
0.9	1.42	4.58	1.83	0.99

Βαθμός λυγηρότητας 6				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.44	2.68	2.67	0.32
0.3	1.17	3.61	1.46	0.73
0.4	1.10	3.27	0.54	0.81
0.5	1.10	3.38	0.58	0.72
0.55	0.89	2.75	0.54	0.63
0.6	1.35	3.04	0.52	0.88
0.7	1.02	3.51	0.51	0.71
0.8	1.01	3.22	0.48	0.64
0.9	1.09	2.66	1.10	0.79

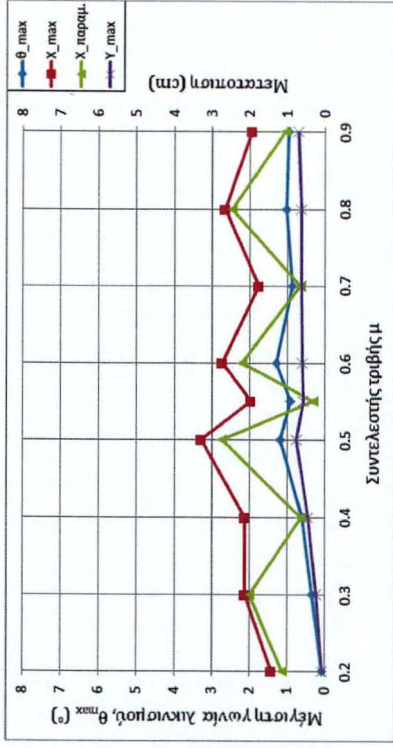
Βαθμός λυγηρότητας 8				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.62	3.29	3.03	0.32
0.3	1.24	4.36	1.18	0.81
0.4	1.43	3.85	1.73	0.80
0.5	1.46	3.27	0.76	0.72
0.55	1.30	2.24	1.63	0.59
0.6	1.43	4.16	1.01	1.02
0.7	2.18	6.11	1.95	1.51
0.8	1.57	2.76	0.42	0.70
0.9	1.87	3.98	1.41	1.08

Εικόνα 4.24: Πίνακες για βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8 με συγκεντρωτικά αποτελέσματα για όλες τις παραμέτρους που εξετάζονται, ήτοι: μέγιστη γωνία λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), μέγιστη μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση,  $X_{max}$  (cm), παραμένουσα μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση,  $X_{\text{παραμ.}}$  (cm), μέγιστη μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση,  $Y_{max}$  (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$  2° είδος διέγερσης

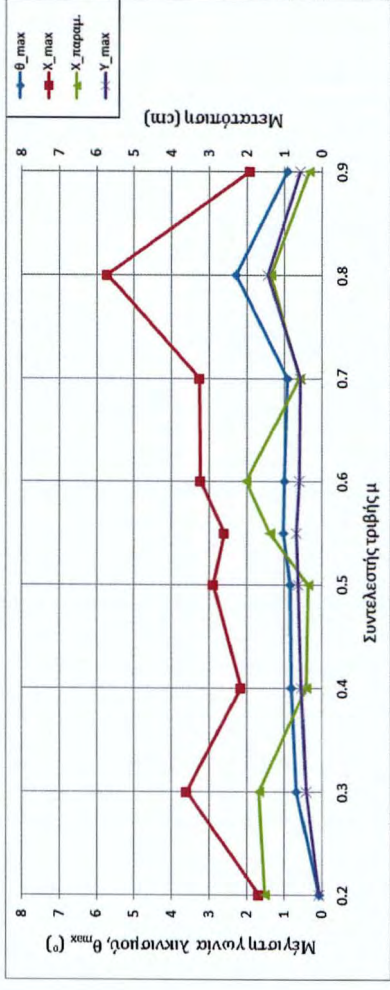
### 4.6.3 3<sup>η</sup> διεγερση ( $f_3=6$ Hz, $A_1=0.005$ m)



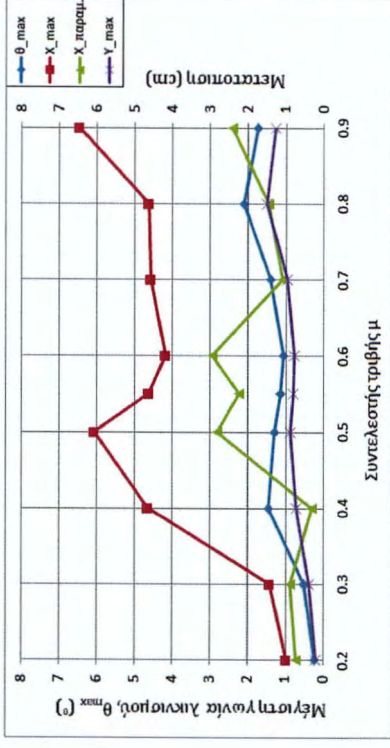
Βαθμός λυγηρότητας 2



Βαθμός λυγηρότητας 4



Βαθμός λυγηρότητας 6



Βαθμός λυγηρότητας 8

Εικόνα 4.25: Διαγράμματα για βαθμούς λυγηρότητας 2, 4, 6 και 8: Μπλε) μέγιστης γωνίας λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), Κόκκινο) μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm), Πράσινο) παραμένουσας μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm), Μαβ) μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το 3<sup>ο</sup> είδος διέγερσης

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων στυλών υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Για το βαθμό λυγηρότητας 2 τα διαγράμματα όλων των παραμέτρων φαίνεται να παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά. Ο συντελεστής τριβής 0.2 είναι ο πιο κρίσιμος, καθώς παρατηρείται η μέγιστη (5.50 cm) και παραμένουσα (5.37 cm) μετακίνηση κατά x, αποτελέσματα της επικρατούσας ολίσθησης στο φαινόμενο. Στην αμέσως επόμενη αύξηση του συντελεστή τριβής ( $\mu=0.3$ ), οι παραπάνω παράμετροι ελαχιστοποιούνται, με την κολώνα πρακτικά να πραγματοποιεί μεταφορική κίνηση, εφόσον υπάρχει και απουσία λικνισμού. Η πορεία των παραμέτρων είναι αυξητική και κορυφώνεται για συντελεστή τριβής 0.8, η οποία αποτελεί μια πολύ κρίσιμη τιμή, παρουσιάζοντας τη μέγιστη γωνία λικνισμού ( $\theta_{\max}=3.19^\circ$ ) με ταυτόχρονες μεγάλες μετατοπίσεις. Κατά ανάλογο τρόπο με προηγουμένως, η αύξηση της τριβής σε 0.9 δρα ευεργετικά, καθώς υπάρχει μείωση όλων των μεγεθών.

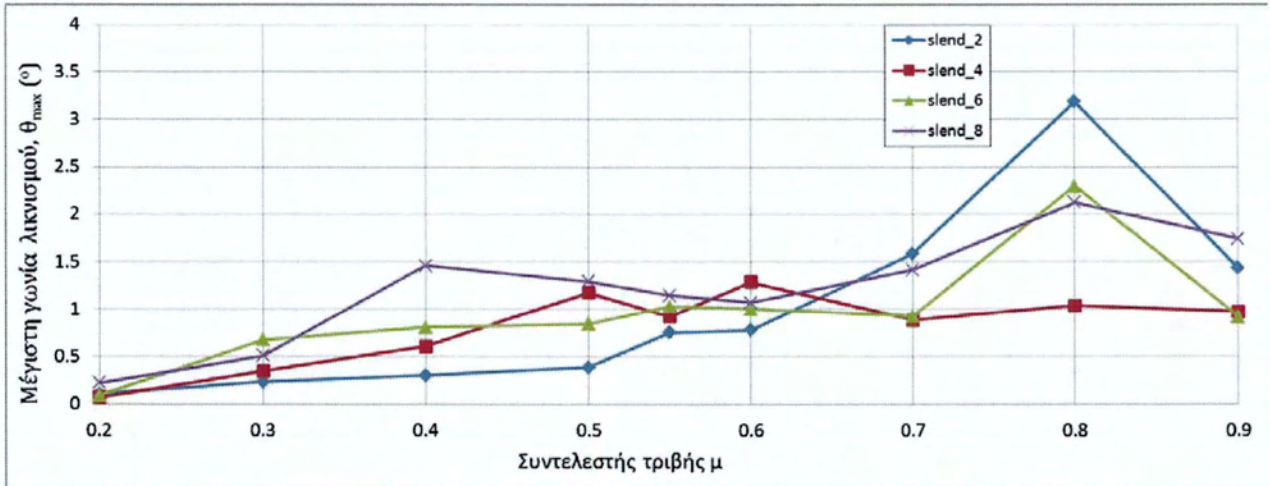
Στο βαθμό λυγηρότητας 4 παρατηρείται μια εντυπωσιακή ομοιότητα στην πορεία των διαγραμμάτων της μέγιστης και παραμένουσας μετακίνησης κατά x, μιας σχετικά ασταθής πορείας με εναλλασσόμενες αυξομειώσεις, η οποία φτάνει στο υψηλότερο σημείο της για συντελεστή τριβής 0.5. Ωστόσο, η “μικρή” αύξηση της τριβής σε  $\mu=0.55$ , έχει μεγάλο θετικό αντίκτυπο στην κολώνα, καθώς όχι μόνο υπάρχει μείωση των παραπάνω μεγεθών, αλλά και μια “βουτιά” της μέγιστης γωνίας λικνισμού, η οποία γενικά διακρινόταν από μια αυξητική πορεία που πλέον σταθεροποιείται γύρω στη  $1^\circ$ . Ανάλογη συμπεριφορά εντοπίζεται και για την μέγιστη μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση.

Για το βαθμό λυγηρότητας 6 η μέγιστη γωνία λικνισμού έχει μια σχετικά αυξητική πορεία η οποία μεγιστοποιείται για  $\mu=0.8$  στις  $2.29^\circ$ . Κατά τον ίδιο κρίσιμο συντελεστή τριβής παρουσιάζει μέγιστα η μετακίνηση τόσο κατά την x (5.73 cm), όσο και κατά την y διεύθυνση (1.46 cm). Η παραμένουσα μετακίνηση υστέρη από τους 2 αρχικούς συντελεστές τριβής κατά τους οποίους έχει αξιοσημείωτες τιμές λήγω ολίσθησης, παρουσιάζει την μέγιστη τιμή της υπό παρουσία λικνισμού (2.03 cm) και για συντελεστή τριβής  $\mu=0.6$ .

Για το πιο λυγηρό είδος κολώνας, δηλαδή για βαθμό λυγηρότητας 8, είναι αξιοσημείωτο το γεγονός πως η μέγιστη μετακίνηση κατά x κυμαίνεται σε σχετικά υψηλό επίπεδο. Μπορεί για τους συντελεστές τριβής 0.55-0.6 να υπάρχει κάποια μείωση, αλλά σε συνδυασμό με τις υψηλές τιμές της παραμένουσας μετακίνησης κατά x, οι παραπάνω συντελεστές θεωρούνται κρίσιμοι, μαζί και με το συντελεστή  $\mu=0.9$ . Η μέγιστη γωνία λικνισμού παρουσιάζει την υψηλότερη τιμή της για  $\mu=0.8$ , με τις τιμές 0.55-0.6, ωστόσο, να λειτουργούν ευεργετικά, όπως γίνεται και με την μέγιστη μετακίνηση κατά την x-διεύθυνση.

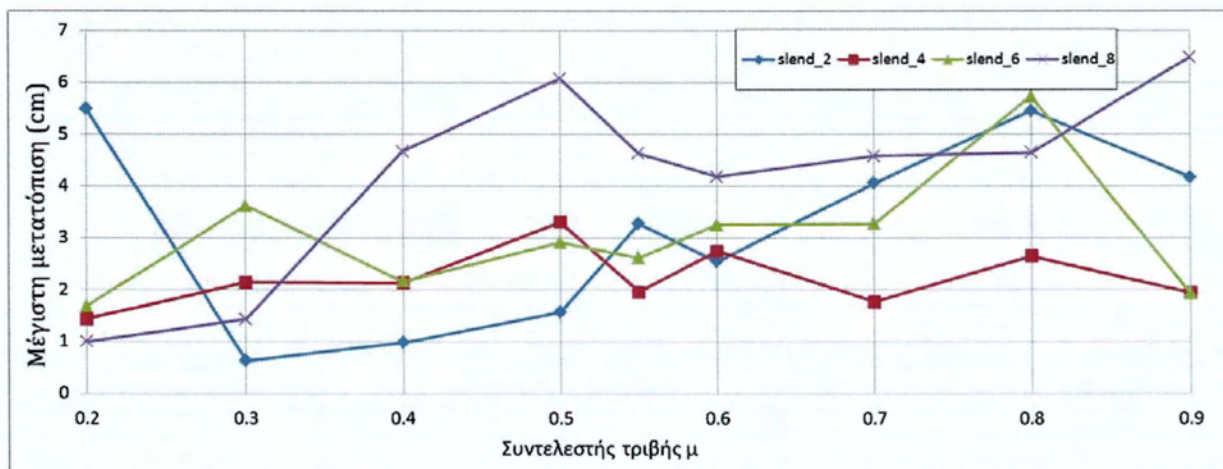
Στην Εικόνα 4.26 συγκεντρώνονται όλες οι τιμές της μέγιστης γωνίας λικνισμού σε σχέση με το συντελεστή τριβής για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας σε ένα διάγραμμα. Παρατηρείται πως όλοι οι βαθμοί λυγηρότητας έχουν σχεδόν παρόμοια συμπεριφορά, αυξάνουν με την αύξηση της τριβής, και υστέρη από ελαφρές μειώσεις μεγιστοποιούνται κατά τον κοινό κρίσιμο συντελεστή  $\mu=0.8$ . Αντίθετα, η επόμενη αύξηση της τριβής σε  $\mu=0.9$  δρα ευεργετικά μειώνοντας αρκετά το μέγεθος της μέγιστης γωνίας λικνισμού. Αξιοσημείωτο, επίσης, είναι και το γεγονός πως μερικές από τις υψηλότερες τιμές παρατηρούνται για το βαθμό λυγηρότητας 2, δηλαδή για την λιγότερο λυγηρή κολώνα. Σε μερικές περιπτώσεις, και κυρίως

για του πιο μεγάλους συντελεστές τριβής (0.5 και έπειτα), η αύξηση του ύψους δρα κυρίως ευεργετικά στην απόκριση του λικνισμού της κολώνας.



Εικόνα 4.26: Διάγραμμα μέγιστης γωνίας λικνισμού  $\theta_{max}$  (°) για τους βαθμούς λυγηρότητας 2,4,6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$

Η Εικόνα 4.27 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τις τιμές της μέγιστης μετακίνησης κατά x,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας. Ο βαθμός λυγηρότητας 2 παρουσιάζει παρόμοια πορεία με τον βαθμό 6, με μόνη εξαίρεση κατά το συντελεστή τριβής 0.2. Έτσι κρίσιμος συντελεστής και των 2 είναι αυτός με τιμή 0.8, τον οποίο ακόλουθη ο συντελεστής 0.9, ο οποίος μειώνει αισθητά την μέγιστη μετακίνηση της εκάστου κολώνας. Για το βαθμό λυγηρότητας 4 υπάρχει μια πιο σταθερή πορεία που κυμαίνεται στα 2-3 cm, κρίσιμους συντελεστές τους  $\mu=0.5$  και  $\mu=0.8$ . Η μέγιστη μετακίνηση για το βαθμό λυγηρότητας 8 αυξάνει σημαντικά μέχρι  $\mu=0.5$  (6.07 cm), έως ότου μεγιστοποιηθεί για  $\mu=0.9$  (6.48 cm). Στο ενδιάμεσο, ωστόσο, το εύρος τιμών 0.55-0.8 δρα ευεργετικά, καθώς παρατηρείται μια σημαντική μείωση της μέγιστης μετακίνησης κατά τη διεύθυνση x.



Εικόνα 4.27: Διάγραμμα μέγιστης μετακίνησης κατά τη x-διεύθυνση (cm) για τους βαθμούς λυγηρότητας 2,4,6 και 8 σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$



Στην Εικόνα 4.28 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά όλα τα αποτελέσματα για τα χαρακτηριστικά που μελετούνται. Με πράσινο χρώμα οι μικρότερες, ενώ με κόκκινο χρώμα οι μέγιστες τιμές αυτών των παραμέτρων.

Βαθμός λυγηρότητας 2					Βαθμός λυγηρότητας 4				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$	$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.11	5.50	5.37	0.08	0.2	0.07	1.43	1.14	0.09
0.3	0.24	0.63	0.34	0.10	0.3	0.34	2.15	2.00	0.24
0.4	0.30	0.98	0.44	0.19	0.4	0.61	2.13	0.64	0.46
0.5	0.39	1.57	1.34	0.28	0.5	1.18	3.30	2.73	0.77
0.55	0.76	3.27	1.42	0.54	0.55	0.92	1.97	0.31	0.59
0.6	0.78	2.55	1.50	0.38	0.6	1.29	2.75	2.22	0.60
0.7	1.59	4.05	2.66	0.92	0.7	0.89	1.77	0.67	0.63
0.8	3.19	5.45	3.67	1.39	0.8	1.04	2.65	2.49	0.63
0.9	1.43	4.16	1.27	0.88	0.9	0.97	1.94	1.06	0.72

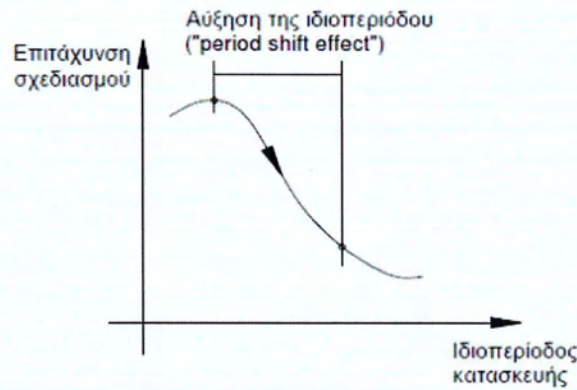
  

Βαθμός λυγηρότητας 6					Βαθμός λυγηρότητας 8				
$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$	$\mu$	$\theta_{max}$	disp_ $X_{max}$	disp_ $X_{rem}$	disp_ $Y_{max}$
0.2	0.09	1.69	1.54	0.07	0.2	0.22	1.00	0.74	0.19
0.3	0.68	3.62	1.70	0.43	0.3	0.51	1.43	0.87	0.38
0.4	0.81	2.16	0.43	0.56	0.4	1.46	4.66	0.31	0.74
0.5	0.85	2.91	0.38	0.64	0.5	1.29	6.07	2.83	0.89
0.55	1.03	2.62	1.39	0.67	0.55	1.15	4.64	2.25	0.80
0.6	1.00	3.25	2.03	0.61	0.6	1.07	4.18	2.97	0.77
0.7	0.93	3.27	0.60	0.59	0.7	1.42	4.58	1.10	0.97
0.8	2.29	5.73	1.36	1.46	0.8	2.12	4.64	1.47	1.51
0.9	0.92	1.92	0.33	0.58	0.9	1.74	6.48	2.42	1.27

Εικόνα 4.28: Πίνακες για βαθμούς λυγηρότητας 2,4,6 και 8 με συγκεντρωτικά αποτελέσματα για όλες τις παραμέτρους που εξετάζονται, ήτοι: μέγιστη γωνία λικνισμού  $\theta_{max}$  (°), μέγιστη μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση,  $X_{max}$  (cm), παραμένουσα μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση,  $X_{\text{παραμ.}}$  (cm), μέγιστη μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση,  $Y_{max}$  (cm), παραμένουσα μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση,  $Y_{\text{παραμ.}}$  (cm) σε συνάρτηση με το συντελεστή τριβής  $\mu$  2<sup>ο</sup> είδος διέγερσης

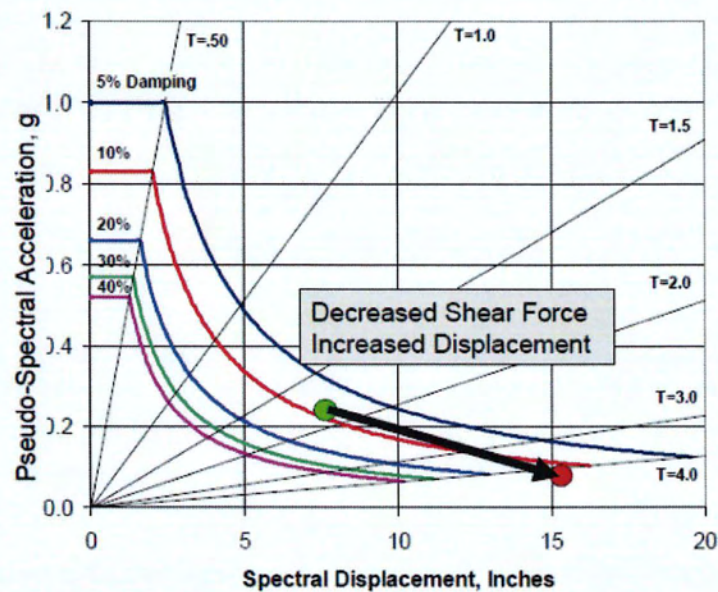
#### 4.7 Αποτελέσματα υπό την προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης

Βασική ιδέα της σεισμικής μόνωσης είναι η αποσύζευξη της κατασκευής από την επιρροή των σεισμικών επιταχύνσεων του εδάφους. Η μείωση της απόκρισης επιτυγχάνεται με επιμήκυνση της θεμελιώδους ιδιοπεριόδου της κατασκευής (επίδραση της μετάθεσης της περιόδου στο φάσμα σχεδιασμού), με την οποία επιτυγχάνεται μείωση των σεισμικών δυνάμεων, αλλά με αύξηση των μετακινήσεων. Η εξήγηση της παραπάνω λογικής δίνεται στην Εικόνα 4.29, όπου φαίνεται από το φάσμα σχεδιασμού πως αύξηση της ιδιοπεριόδου οδηγεί (συνήθως) σε μικρότερες σεισμικές επιταχύνσεις. Στην Εικόνα 4.30 φαίνεται πως με την αύξηση της ιδιοπεριόδου πετυχαίνεται μεν η μείωση των σεισμικών δυνάμεων που δέχεται η κατασκευή, αλλά αυξάνονται δε οι μετακινήσεις της κατασκευής.



Εικόνα 4.29: Φάσμα σχεδιασμού

Στην Εικόνα 4.30 φαίνεται πως με την αύξηση της ιδιοπεριόδου πετυχαίνεται μεν η μείωση των σεισμικών δυνάμεων που δέχεται η κατασκευή, αλλά αυξάνονται δεν οι μετακινήσεις της κατασκευής. Επομένως οι μετακινήσεις είναι πλέον το κρίσιμο μέγεθος για την κατασκευή και όχι οι ψευδο-επιταχύνσεις.



Εικόνα 4.30: Μεταβολή της επιτάχυνσης και της μετακίνησης λόγω σεισμικής μόνωσης σε φάσμα σχεδιασμού

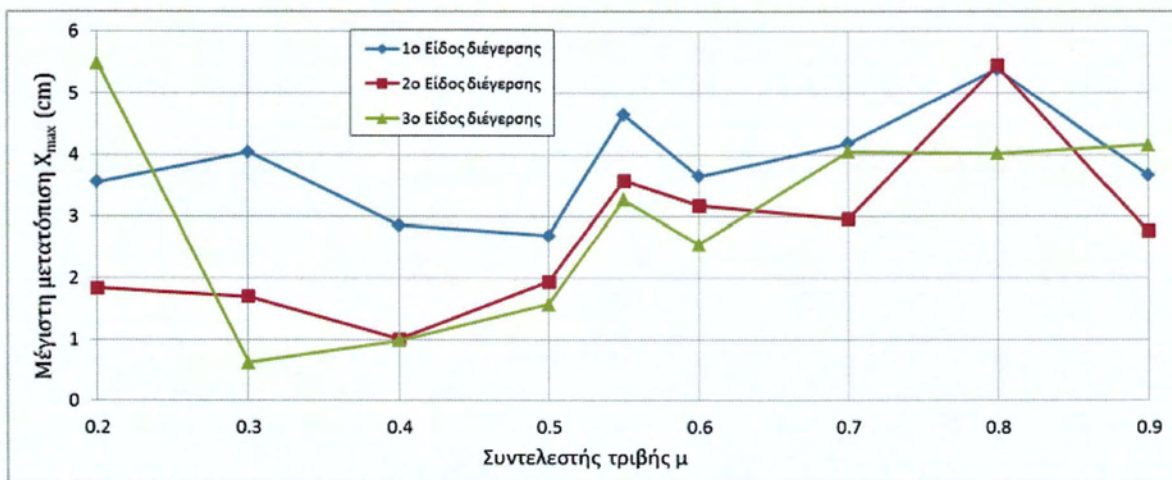
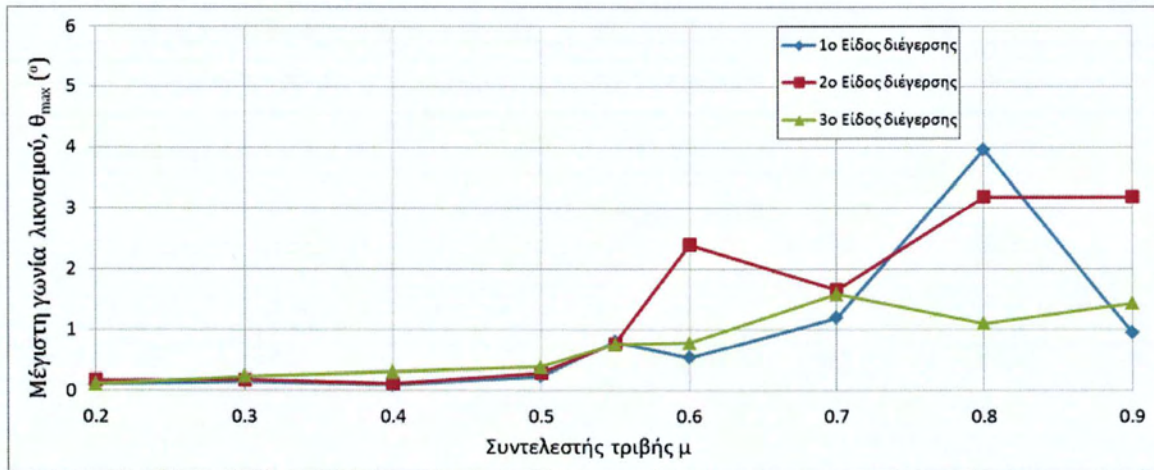
Σύμφωνα με τα παραπάνω, λαμβάνοντας υπόψη τα 3 είδη διεγέρσεων που χρησιμοποιήθηκαν στις επιλύσεις, με αντίθετη φορά, δηλαδή πηγαίνοντας από το 3<sup>ο</sup> είδος διέγερσης στο 1<sup>ο</sup>, παρατηρείται πως υπάρχει μείωση του εύρους της επιτάχυνσης της βάσης με παράλληλη αύξηση της περιόδου της διέγερσης (Πίνακας 4.9). Συνεπώς, μπορεί να ειπωθεί ότι λαμβάνοντας υπόψη τα 3 είδη διέγερσης με αυτήν την αντίθετη φορά προσομοιώνεται το φαινόμενο της σεισμικής μόνωσης.

Πίνακας 4.9: Προσομοίωση σεισμικής μόνωσης σύμφωνα με τα είδη διεγέρσεων που χρησιμοποιήθηκαν στις επιλύσεις

Είδος διεγερσης	Πλάτος διεγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Περίοδος T (sec)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)	
3	0.005	6	0.167	7.11	0.72	Μείωση
2	0.008	4	0.25	5.05	0.52	
1	0.025	2	0.5	3.95	0.4	
			↓	Αύξηση		

Για το κάθε βαθμό λυγηρότητας ξεχωριστά δημιουργούνται διαγράμματα της μέγιστης γωνίας λικνισμού,  $\theta_{max}$  και της μέγιστης μετακίνησης κατά x,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το κάθε είδος διεγερσης.

### 4.7.1 Βαθμός λυγηρότητας 2

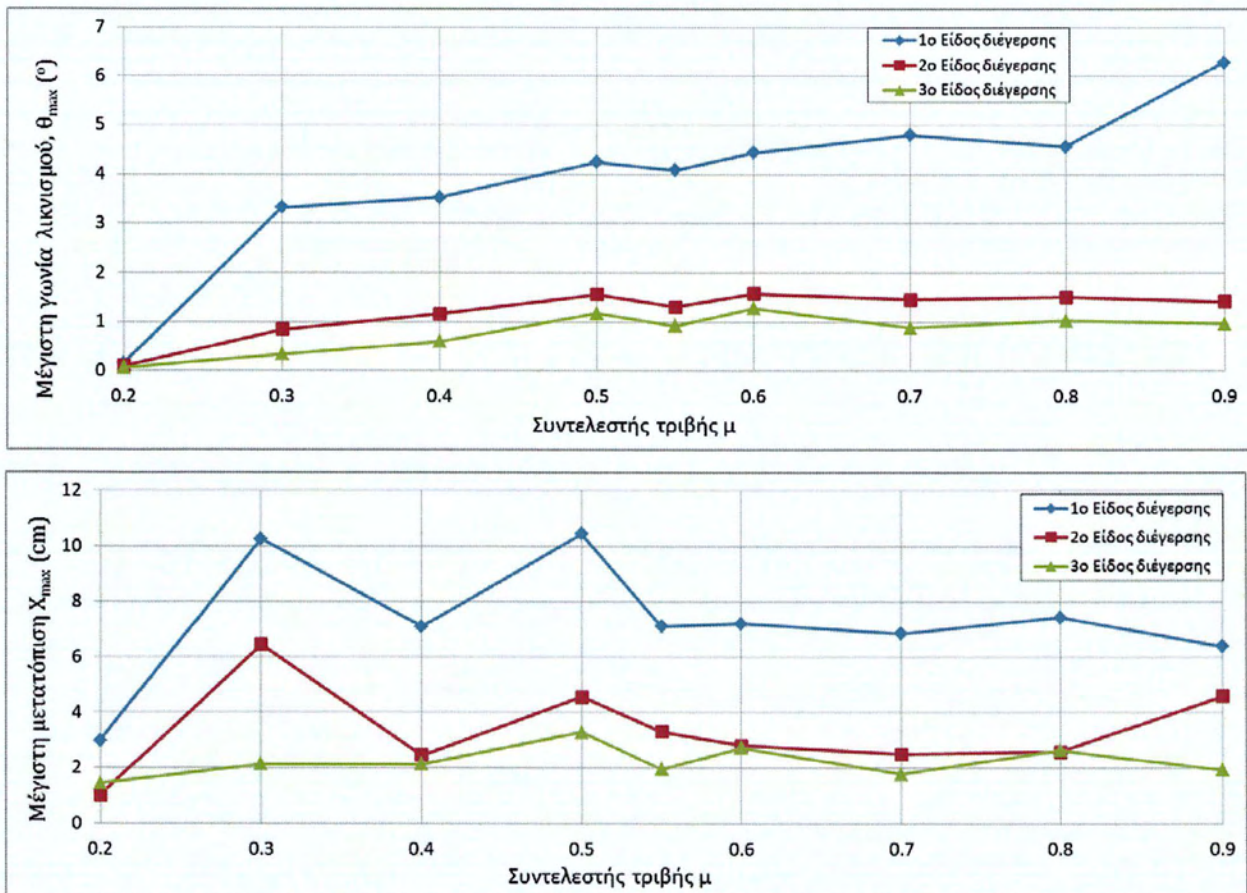


Εικόνα 4.31: Διάγραμμα της μέγιστης γωνίας λικνισμού,  $\theta_{max}$  και της μέγιστης μετακίνησης κατά  $x$ ,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το κάθε είδος διέγερσης.

Για το βαθμό λυγηρότητας 2 η προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης φαίνεται να δρα ευεργετικά μόνο για τους συντελεστές τριβής 0.2 και 0.6-0.7, όπου, αντίστοιχα, πετυχαίνονται μείωση της μέγιστης μετατόπισης κατά  $x$  και της μέγιστης γωνίας λικνισμού. Για τους υπόλοιπους συντελεστές τριβής η παραπάνω προσομοίωση δρα δυσχερώς, καθώς σημειώνεται αύξηση των μεγεθών που μελετώνται και συνεπώς της όλης απόκρισης της κολώνας. Καθώς η κολώνα που εξετάζεται είναι η λιγότερη λυγερή (ή η πιο “κοντόχοντρη”), το γεγονός αυτό έρχεται να επεκτείνει το συμπέρασμα των Vasilliou-Makris [28], κατά τους οποίους η σεισμική μόνωση στις σχετικά λυγρές κατασκευές( π.χ. ψηλόλιγνες κολώνες) φαίνεται να έχει αρνητικό, παρά ευεργετικό ρόλο, προσθέτοντας ότι ανάλογη επίδραση εντοπίζεται και στις λιγότερο λυγρές κολώνες.

Ακόμη είναι αξιοσημείωτο πως με την αύξηση της συχνότητας(3<sup>η</sup> διέγερση) το όριο της απαιτούμενης τριβής για την εκκίνηση του λικνισμού μειώνεται, δηλαδή δεν ισχύει το κριτήριο  $\mu > b/h$  (Aslam *et al* [8])

#### 4.7.2 Βαθμός λυγηρότητας 4

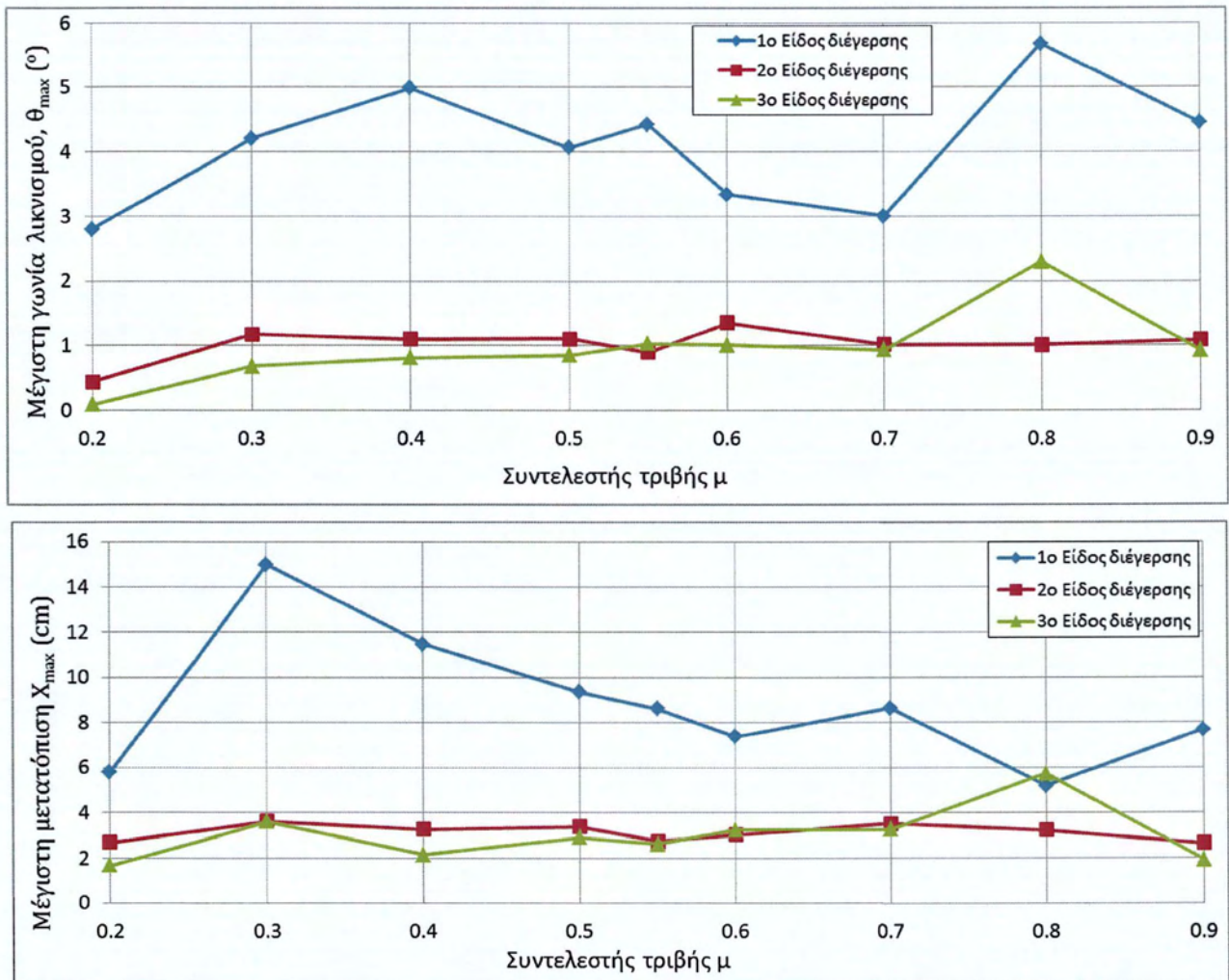


Εικόνα 4.32: Διάγραμμα της μέγιστης γωνίας λικνισμού,  $\theta_{max}$  και της μέγιστης μετακίνησης κατά  $x$ ,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το κάθε είδος διέγερσης.

Σύμφωνα με τα διαγράμματα της Εικόνας 4.32, είναι εμφανές για το βαθμό λυγηρότητας 4 ότι η προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης έχει αρνητικό αντίκτυπο στην γενική απόκριση του λικνισμού της σπονδυλωτής κολώνας για το σύνολο των συντελεστών τριβής. Συνεπώς η διαπίστωση που έγινε για το βαθμό λυγηρότητας 2 επεκτείνεται και για αυτό το είδος κολώνας, δηλαδή για ένα σώμα με κανονικής σχετικά λυγηρότητας.

Είναι αξιοσημείωτο, επίσης, το γεγονός πως η μέγιστη γωνία λικνισμού για το 2<sup>ο</sup> είδος διέγερσης έχει παρόμοια πορεία με την αντίστοιχη για το 3<sup>ο</sup> είδος διέγερσης. Θα ήταν εύλογο να ειπωθεί ότι η απόκριση για την 2<sup>η</sup> διέγερσης προκύπτει από μια παράλληλη μετατόπιση της 3<sup>ης</sup> προ τα πάνω.

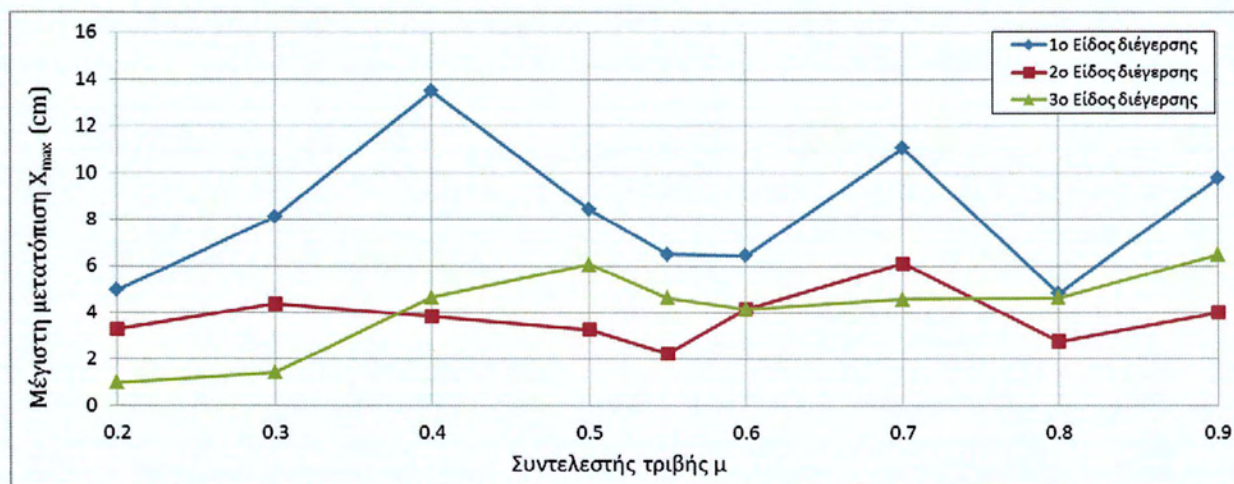
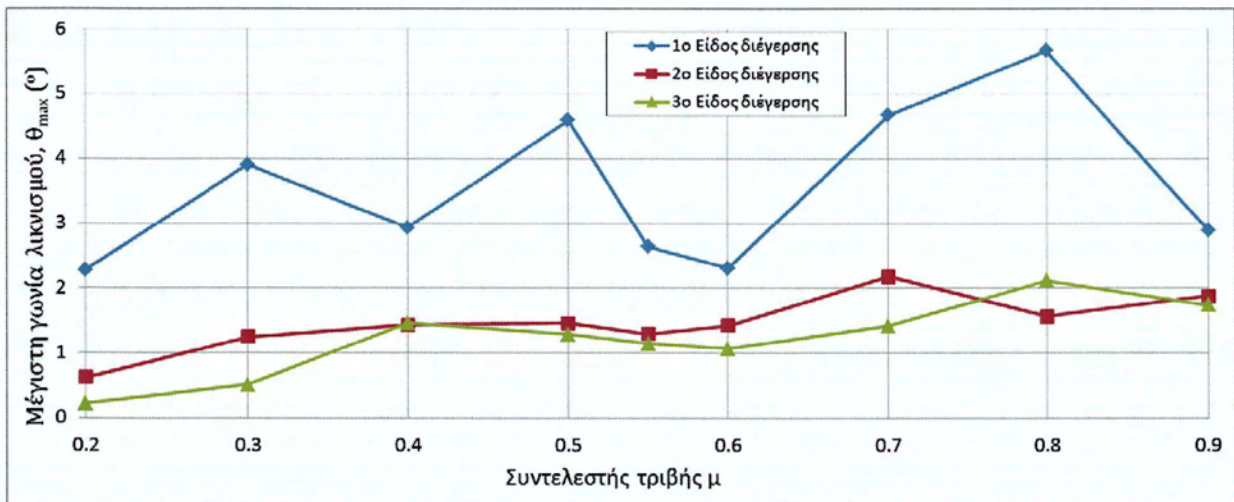
### 4.7.3 Βαθμός λυγηρότητας 6



Εικόνα 4.33: Διάγραμμα της μέγιστης γωνίας λικνισμού,  $\theta_{max}$  και της μέγιστης μετακίνησης κατά  $x$ ,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το κάθε είδος διέγερσης.

Ο βαθμός λυγηρότητας 6 αναδεικνύει και αυτός με τη σειρά του τον αρνητικό ρόλο της σεισμικής μόνωσης στις ψηλόλιγνες κολώνες που είναι ελεύθερες να λικνιστούν επί τη βάση τους. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί ο συντελεστής τριβής 0.8, κατά τον οποίο τα μεγαλύτερη μεγέθη παρατηρούνται για την διέγερση με το μεγαλύτερο εύρος επιτάχυνσης, ήτοι για την 3<sup>η</sup> διέγερση με εύρος 0.72g. Στα διαγράμματα της Εικόνας 4.33 είναι άξιο αναφοράς το γεγονός ότι η απόκριση της κολώνας από το 2<sup>ο</sup> είδος διέγερσης στο 3<sup>ο</sup>, είναι σχεδόν τριπλάσια για τη μέγιστη γωνία λικνισμού και το μέγιστη μετακίνηση κατά  $x$ .

#### 4.7.4 Βαθμός λυγηρότητας 8



Εικόνα 4.34: Διάγραμμα της μέγιστης γωνίας λικνισμού,  $\theta_{max}$  και της μέγιστης μετακίνησης κατά  $x$ ,  $X_{max}$ , σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για το κάθε είδος διέγερσης.

Για το βαθμό λυγηρότητας 8 είναι εμφανής ο αρνητικός αντίκτυπος που έχει η προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης για το μεγαλύτερο εύρος των συντελεστών τριβής. Για τη μέγιστη λικνιστική γωνία εξαίρεση αποτελεί ο συντελεστής  $\mu=0.8$ , ενώ για τη μέγιστη μετακίνηση κατά  $x$  οι τιμές τριβής 0.4-0.9 πλην της τιμής 0.7.

#### 4.8 Συμπεράσματα κεφαλαίου

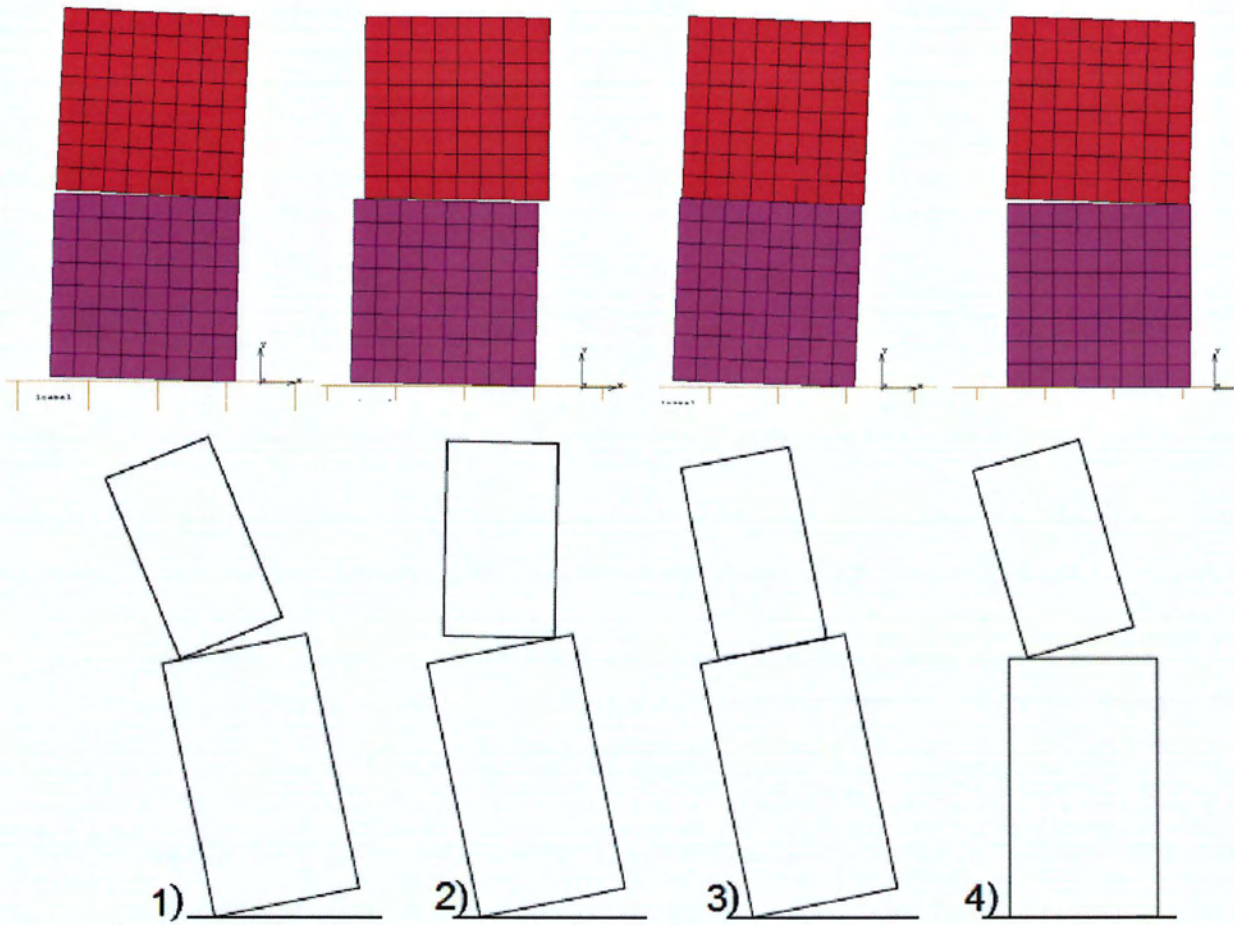
Στην αρχή του παρόντος κεφαλαίου γίνεται μια εισαγωγή στις αρχαίες σπονδυλωτές κατασκευές αλλά και την ανθεκτικότητά τους έναντι ισχυρών σεισμών ανά τους αιώνες. Μετέπειτα παρουσιάζεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση όσον αφορά τα σπονδυλωτά σώματα και αναφέρονται διάφορες εργασίες και ευρήματα σπουδαιών μελετητών όπως οι Makris, Sinopoli, Spanos, Pena κ.α.

Στη συνέχεια δημιουργούνται προσομοιώματα που σκοπό έχουν να εξετάσουν την επίδραση της λυγηρότητας, του συντελεστή τριβής και τους είδους της διέγερσης στην λικνιστική απόκριση των σπονδυλωτών κατασκευών. Τα προσομοιώματα αυτά δημιουργούνται στο εξειδικευμένο λογισμικό μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων MSC MARC σε ομάδες ανάλογα με το βαθμό λυγηρότητας, με την κάθε ομάδα να έχει 9 μοντέλα με 9 διαφορετικούς συντελεστές τριβής. Επιλέγονται 3 είδη διεγέρσεων με συνέπεια τα προσομοιώματα που επιλύονται να είναι 108 στο σύνολο τους. Από τα αποτελέσματα αυτών των επιλύσεων και τα διαγράμματα που κατασκευάζονται επαληθεύονται μερικά συμπεράσματα της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, ενώ παράλληλα προκύπτουν και νέα ευρήματα:

- Παρατηρούνται για τις σπονδυλωτές κολώνες όλες οι μορφές κίνησης που είχε εισάγει ο Ishiyama [9], δηλαδή:
  - Ηρεμία (rest)
  - Ολίσθηση (sliding)
  - Λικνισμό (rocking)
  - Ολίσθηση με λικνισμό (slide-rock)
  - Μεταφορική αναπήδηση (translation jump)
  - Λικνισμό με αναπήδηση (rocking jump)
- Το απαραίτητο κριτήριο για την έναρξη του λικνισμού, που πρώτα εισήγαγαν οι Aslam *et al* [8], εντοπίζεται πλήρως για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας. Δηλαδή, για την έναρξη του λικνισμού θα πρέπει ο συντελεστής τριβής  $\mu$  να είναι μεγαλύτερος του λόγου  $b/h$ .
- Ο λικνισμός κυριαρχεί στην απόκριση για χαμηλές συχνότητες, με την ολίσθηση να έχει μεγαλύτερη επίδραση για περιπτώσεις διεγέρσεων με υψηλότερες συχνότητες (Papaloizou-Komodromos [32]).
- Το πλάτος λικνισμού,  $\theta_{max}$ , εξαρτάται άμεσα από την συχνότητα  $f$  και το πλάτος  $A$  της επιβαλλόμενης διέγερσης (Pena *et al* [26]). Πιο συγκεκριμένα, η γωνιά λικνισμού αυξάνεται με την μείωση της συχνότητας της διέγερσης.
- Ολίσθηση μπορεί να συμβεί, σύμφωνα και με τους Konstantinidis-Makris [31], ακόμα και όταν  $a(g) < \mu$ , σε αντίθεση με τα συμπεράσματα του Shendon [16], ο οποίος είχε διατυπώσει πως η ολίσθηση μπορεί να συμβεί όταν  $\mu < \frac{b}{h}$  και  $\mu < a(g)$ . Η πρόταση αυτή επιβεβαιώνει και την εργασία των Pena *et al* [26], οι οποίοι είχαν παρατηρήσει ότι μπορεί να συμβεί μεταφορική ολίσθηση (translation sliding) των σπονδύλων ακόμα και όταν έχουν σχεδιαστεί κατά αντίθετο τρόπο.
- Εντοπίζονται τα 4 είδη κίνησης που μπορεί να βιώσει ένα σπονδυλωτό σώμα (Εικόνα 4.35), τις όποιες είχαν διατυπώσει οι Spanos *et al* [36], χωρίς όμως τις υποθέσεις των ερευνητών. Δηλαδή κατά τη διάρκεια της κίνησης της σπονδυλωτής κολώνας υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των σπονδύλων και παράλληλα οι σπόνδυλοι δύνανται να κάνουν αναπήδηση (από το έδαφος ή από



το σπόνδυλο στο οποίο στοιβάζονται). Οι μορφές αυτές παρατηρούνται για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας.



Εικόνα 4.35: Μορφές κίνησης που εντοπιστήκαν από τους Spanos et al [36] και παρατηρήθηκαν στα διάφορα προσομοιώματα.

Παράλληλα με τα διάφορα συμπεράσματα της βιβλιογραφίας που εντοπίζονται από το λογισμικό της μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, προκύπτουν και μερικά νέα ευρήματα.

- Για το βαθμό λυγηρότητας 2 παρατηρείται πως για όλες τις διεγέρσεις η μέγιστη απόκριση λικνισμού,  $\theta_{max}$ , αυξάνει με την αύξηση του συντελεστή τριβής, και συνήθως κορυφώνεται κατά τους συντελεστές 0.8-0.9. Για συντελεστές τριβής χαμηλότερους από 0.5 δε παρατηρείται λικνισμός της κολώνας. Παράλληλα η παραμένουσα μετακίνηση κατά x μεγιστοποιείται συνήθως για συντελεστή τριβής 0.8.
- Η μέγιστη γωνία λικνισμού για το βαθμό λυγηρότητας 4 έχει μια σχετικά αυξητική πορεία σε σχέση με την αύξηση της τριβής η οποία ωστόσο δύναται να σταθεροποιηθεί από το συντελεστή  $\mu=0.6$  και έπειτα. Κατά συνέπεια, για τον παραπάνω συντελεστή εντοπίζεται η μέγιστη γωνία λικνισμού. Η παραμένουσα μετακίνηση είναι έντονα μεταβαλλόμενη και δε μπορεί να εξαχθεί κάποιο γενικό συμπέρασμα.

- Η πορεία της απόκρισης του λικνισμού για το βαθμό λυγηρότητας 6 είναι συνήθως σταθερή με μικρές αυξήσεις κατά την αύξηση της τριβής, και ως επί το πλείστον κορυφώνεται για  $\mu=0.8$ . Η παραμένουσα μετακίνηση κατά  $x$  είναι σχετικά μεταβαλλόμενη χωρίς κάποιο γενικό κανόνα.
- Για το βαθμό λυγηρότητας 8 η λικνιστική απόκριση είναι σχετικά αυξανόμενη με την αύξηση της τριβής και συνήθως κορυφώνεται κατά τους συντελεστές 0.7-0.8 .

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### *Ανατροπή σπονδυλωτών και μονολιθικών στύλων υπό δυναμικές φορτίσεις της βάσης τους*

#### **5.1 Εισαγωγή**

Στον παρόν κεφάλαιο εξετάζονται τα όρια ανατροπής της σπονδυλωτής κολώνας για τα 3 είδη διαφορετικών διεγέρσεων, όπως αυτά έχουν επισημανθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στόχος της υπόψιν μελέτης είναι ο προσδιορισμός της επίδρασης του συντελεστή τριβής αλλά και του βαθμού λυγηρότητας στην ανατροπή της κολώνας για την κάθε διέγερση.

Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται τα προσομοιώματα του προηγούμενου κεφαλαίου, με τη διαφορά ότι πλέον στις επιλύσεις κλιμακώνεται αυξητικά η διέγερση μέχρι να επιτευχθεί ανατροπή της κολώνας. Πιο συγκεκριμένα, το μέγεθος που αυξάνεται είναι το πλάτος της διέγερσης, με την συχνότητα αυτή να παραμένει αμετάβλητη. Η κλιμάκωση αυτή γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να εντοπίζεται με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια το πλάτος κατά το οποίο ανατρέπεται η σπονδυλωτή κολώνα.

Ως όριο ανατροπής ορίζεται η πρώτη πτώση οποιοδήποτε σπονδύλου της κολώνας μέχρι το τέλος της επίλυσης (ή μεγαλύτερο μέρος αυτής), και όχι, για παράδειγμα, εάν η κολώνα έχει πραγματοποιήσει μεγάλες σχετικά μετακινήσεις. Η μέγιστη επιτάχυνση της διέγερσης που οδηγεί σε αυτή την ανατροπή καλείται επιτάχυνση ανατροπής.

Επειδή ο χρόνος και το υπολογιστικό κόστος για τις συγκεκριμένες επιλύσεις είναι υψηλός, επιλέγεται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, να γίνουν οι επιλύσεις μόνο για τους βαθμούς λυγηρότητας 4, 6, 8 και για τις τιμές του συντελεστή τριβής 0.4, 0.6 και 0.8. Ωστόσο και οι δυο αυτές επιλογές είναι αξιόπιστες ως προς την έρευνα, καθώς υπάρχει μια ικανοποιητική κλιμάκωση τόσο της λυγηρότητας όσο και της τριβής.

Τέλος, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα μονολιθικών κολωνών με ακριβώς ίδια χαρακτηριστικά με αυτά των σπονδυλωτών, στα όποια πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για την εύρεση των ορίων ανατροπής τους, με σκοπό τη σύγκριση με τα αντίστοιχα όρια των σπονδυλωτών. Ως όριο ανατροπής για τις μονολιθικές κολώνες ορίζεται η πλήρης κατάρρευση τους.

#### **5.2 Αποτελέσματα επιλύσεων**

Στους πίνακες που ακολουθούν παρατίθενται όλα τα αποτελέσματα των επιλύσεων, για τους βαθμούς λυγηρότητας 4,6 και 8, τους συντελεστές τριβής  $\mu$  και των συχνοτήτων διέγερσης που εξεταστήκαν, τόσο για τις σπονδυλωτές όσο και για τις μονολιθικές κολώνες.

Πίνακας 5.1: Επιτάχυνση ανατροπής για το βαθμό λυγηρότητας 4, τους συντελεστές τριβής  $\mu=0.4, 0.6, 0.8$  και για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz τόσο για σπονδυλωτό όσο και για μονολιθικό είδος δόμησης της κολώνας

Βαθμός λυγηρότητας 4					
1ο είδος διέγερσης ( $f_1=2$ Hz)					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.07	2	11.05	1.13
	0.6	0.05	2	7.90	0.80
	0.8	0.07	2	11.05	1.13
Μονολιθική	0.4	0.095	2	15.00	1.53
	0.6	0.0875	2	13.82	1.41
	0.8	0.07	2	11.05	1.13
2ο είδος διέγερσης ( $f_2=4$ Hz)					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.096	4	60.64	6.18
	0.6	0.04	4	25.27	2.58
	0.8	0.033	4	20.84	2.12
Μονολιθική	0.4	0.048	4	30.32	3.09
	0.6	0.04	4	25.27	2.58
	0.8	0.04	4	25.27	2.58
3ο είδος διέγερσης ( $f_3=6$ Hz)					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.14	6	198.97	20.28
	0.6	0.03	6	42.64	4.35
	0.8	0.028	6	39.79	4.06
Μονολιθική	0.4	0.0375	6	53.30	5.43
	0.6	0.025	6	35.53	3.62
	0.8	0.02	6	28.42	2.90

Πίνακας 5.2: Επιτάχυνση ανατροπής για το βαθμό λυγηρότητας 6, τους συντελεστές τριβής  $\mu=0.4, 0.6, 0.8$  και για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz τόσο για σπονδυλωτό όσο και για μονολιθικό είδος δόμησης της κολώνας

Βαθμός λυγηρότητας 6					
1ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f(Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.0425	2	6.71	0.68
	0.6	0.046	2	7.26	0.74
	0.8	0.042	2	6.63	0.68
Μονολιθική	0.4	0.0425	2	6.71	0.68
	0.6	0.038	2	6.00	0.61
	0.8	0.043	2	6.79	0.69
2ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f(Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.0584	4	36.89	3.76
	0.6	0.031	4	19.58	2.00
	0.8	0.0296	4	18.70	1.91
Μονολιθική	0.4	0.051	4	32.21	3.28
	0.6	0.044	4	27.79	2.83
	0.8	0.054	4	34.11	3.48
3ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f(Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.0875	6	124.36	12.68
	0.6	0.035	6	49.74	5.07
	0.8	0.025	6	35.53	3.62
Μονολιθική	0.4	0.065	6	92.38	9.42
	0.6	0.025	6	35.53	3.62
	0.8	0.025	6	35.53	3.62

Πίνακας 5.3: Επιτάχυνση ανατροπής για το βαθμό λυγηρότητας 8, τους συντελεστές τριβής  $\mu=0.4, 0.6, 0.8$  και για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz τόσο για σπονδυλωτό όσο και για μονολιθικό είδος δόμησης της κολώνας

Βαθμός λυγηρότητας 8					
1ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.035	2	5.53	0.56
	0.6	0.04	2	6.32	0.64
	0.8	0.04	2	6.32	0.64
Μονολιθική	0.4	0.0375	2	5.92	0.60
	0.6	0.0375	2	5.92	0.60
	0.8	0.0375	2	5.92	0.60
2ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.028	4	17.69	1.80
	0.6	0.028	4	17.69	1.80
	0.8	0.028	4	17.69	1.80
Μονολιθική	0.4	0.112	4	70.75	7.21
	0.6	0.048	4	30.32	3.09
	0.8	0.056	4	35.37	3.61
3ο είδος διέγερσης					
Είδος κολώνας	Συντελεστής τριβής $\mu$	Πλάτος διέγερσης βάσης A (m)	Συχνότητα f (Hz)	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (m/sec <sup>2</sup> )	Μέγιστο εύρος επιτάχυνσης $a_{g,max}$ (g)
Σπονδυλωτή	0.4	0.025	6	35.53	3.62
	0.6	0.015	6	21.32	2.17
	0.8	0.02	6	28.42	2.90
Μονολιθική	0.4	0.058	6	82.43	8.40
	0.6	0.02	6	28.42	2.90
	0.8	0.03	6	42.64	4.35

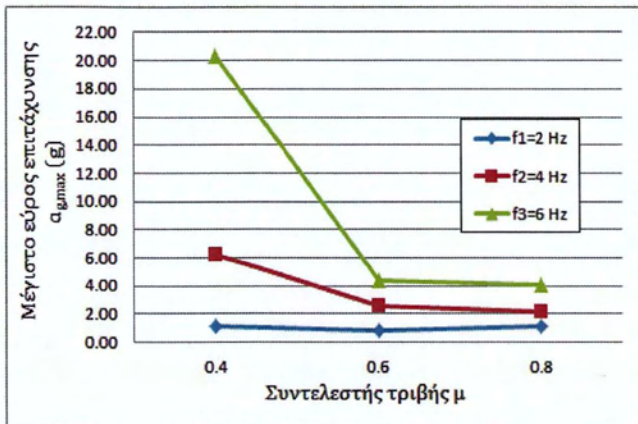
Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

### 5.3 Μελέτη επίδρασης του συντελεστή τριβής στην ανατροπή

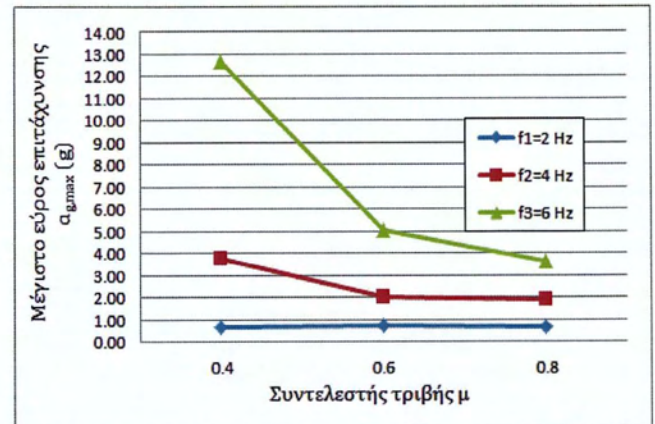
Για τη μελέτη επίδρασης του συντελεστή τριβής κατασκευάζονται διαγράμματα με τις τιμές του συντελεστή τριβής  $\mu$  στον οριζόντιο άξονα και το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης που οδηγεί στην ανατροπή στον κάθετο άξονα και για τις 3 διεγέρσεις.

#### 5.3.1 Σπονδυλωτή κολώνα

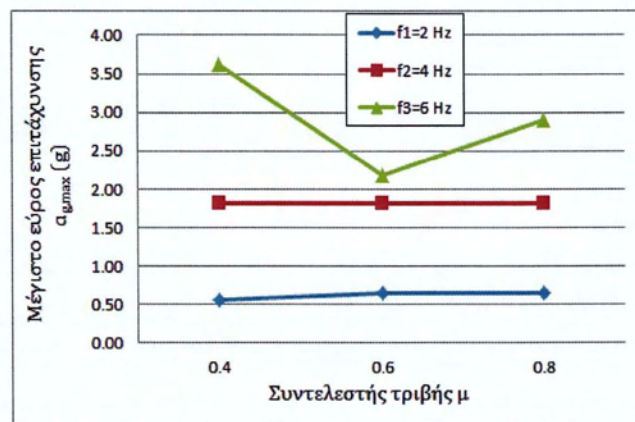
##### Βαθμός λυγηρότητας 4



##### Βαθμός λυγηρότητας 6



##### Βαθμός λυγηρότητας 8



Εικόνα 5.1: Διαγράμματα του μέγιστου εύρους επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και για τους βαθμούς λυγηρότητας 4, 6 και 8

Αρχικά, παρατηρείται ότι το απαιτούμενο εύρος επιτάχυνσης ανατροπής σε όλες τις περιπτώσεις είναι μεγαλύτερο για την υψηλότερη συχνότητα, δηλαδή για  $f_3=6$  Hz. Ειδικότερα για την τιμή του συντελεστή τριβής 0.4, είναι πολλαπλάσιο από τις άλλες 2 διεγέρσεις. Κατά συνέπεια, η επιτάχυνση ανατροπής αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας.

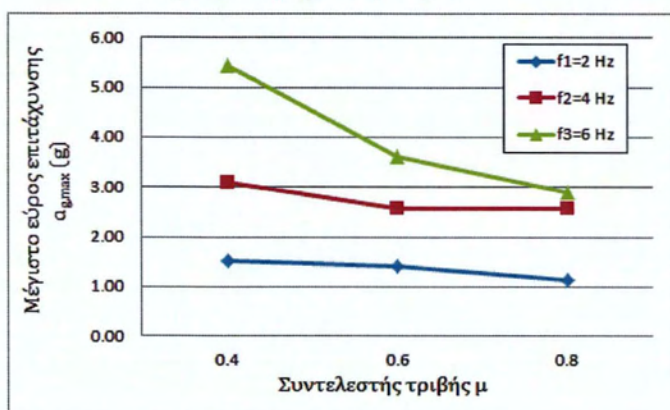
Για τη χαμηλότερη συχνότητα ( $f_1=2$  Hz) η επίδραση της τριβής στο όριο ανατροπής είναι ελάχιστη, με την απαιτούμενη επιτάχυνση να κινείται σε σταθερά και χαμηλά επίπεδα (1g και λιγότερο). Για το βαθμό λυγηρότητας 8 υπάρχει μόνο μια μικρή αύξηση της επιτάχυνσης ανατροπής.

Για την συχνότητα  $f_2=4$  Hz η αύξηση του συντελεστή τριβής έχει αρνητική επίδραση με μόνη εξαίρεση το βαθμό λυγηρότητας 8 κατά τον οποίο το όριο της επιτάχυνσης ανατροπής φαίνεται να είναι ανεξάρτητο του συντελεστή τριβής.

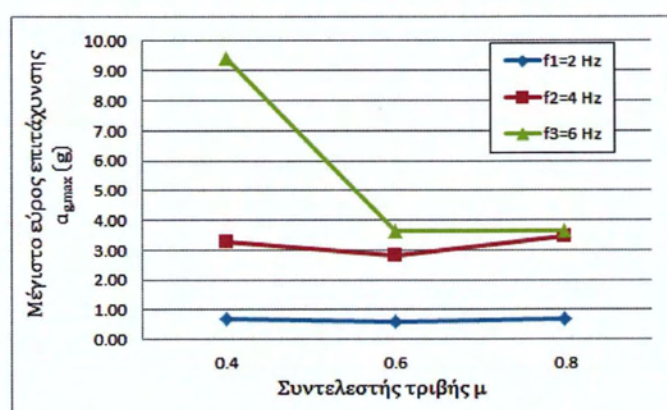
Τέλος, για την υψηλότερη εξεταζόμενη συχνότητα  $f_3=6$  Hz, η αύξηση της τριβής έχει αρνητικό ρόλο στην επιτάχυνση που απαιτείται για την ανατροπή της σπονδυλωτής κολώνας, με πάλι μόνη εξαίρεση τη μετάβαση από το συντελεστή  $\mu=0.6$  στο  $\mu=0.8$  για το βαθμό λυγηρότητας 8.

### 5.3.2 Μονολιθική κολώνα

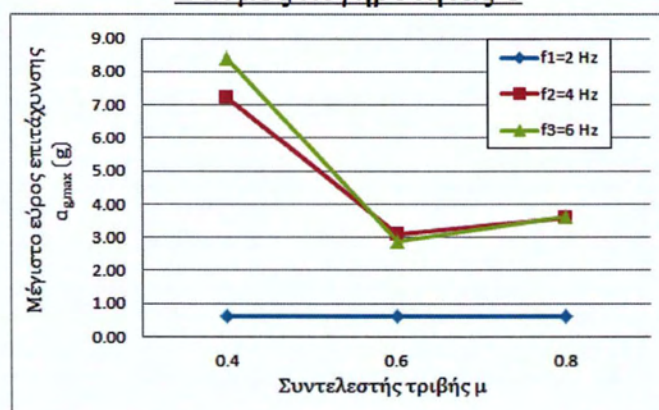
#### Βαθμός λυγηρότητας 4



#### Βαθμός λυγηρότητας 6



#### Βαθμός λυγηρότητας 8



Εικόνα 5.2: Διαγράμματα του μέγιστου εύρους επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και για τους βαθμούς λυγηρότητας 4, 6 και 8



Για την μικρότερη τιμή της συχνότητας,  $f_1=2$  Hz, η επίδραση της τριβής είναι αμελητέα καθώς το απαιτούμενο όριο της επιτάχυνσης ανατροπής παραμένει σταθερό ή μειώνεται ελαφρά.

Για τη περίπτωση συχνότητας διέγερσης  $f_2=4$  Hz η αύξηση του συντελεστή τριβής από 0.4 σε 0.6 επιδρά αρνητικά, μειώνοντας το μέγιστο εύρος που απαιτείται για την ανατροπή της κολώνας. Αντίθετα, η αύξηση της τριβής σε 0.8 είτε δε μεταβάλλει το όριο ανατροπής (βαθμός λυγηρότητας 4), είτε λειτουργεί ευεργετικά, καθώς το όριο αυτό αυξάνεται.

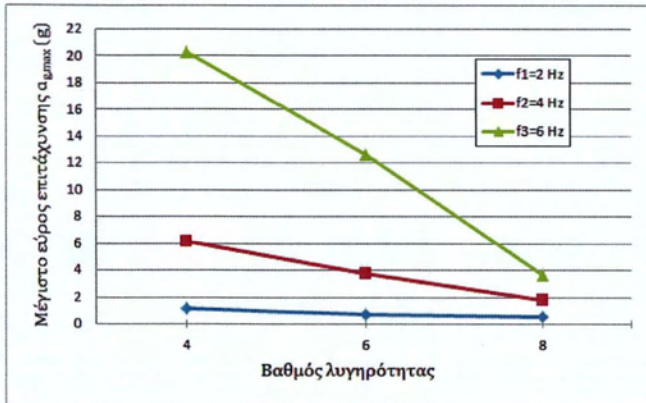
Τέλος, για την υψηλότερη συχνότητα, ήτοι  $f_3=6$  Hz, η αύξηση του συντελεστή τριβής σε 0.6 από 0.4 έχει επιβαρυντικό ρόλο, με το απαιτούμενο πλάτος επιτάχυνσης ανατροπής να μειώνεται. Από την άλλη μεριά, η επόμενη αύξηση της τριβής σε 0.8 δεν οδηγεί σε κάποια γενικευμένη πρόταση.

#### **5.4 Μελέτη επίδρασης της λυγηρότητας στην ανατροπή**

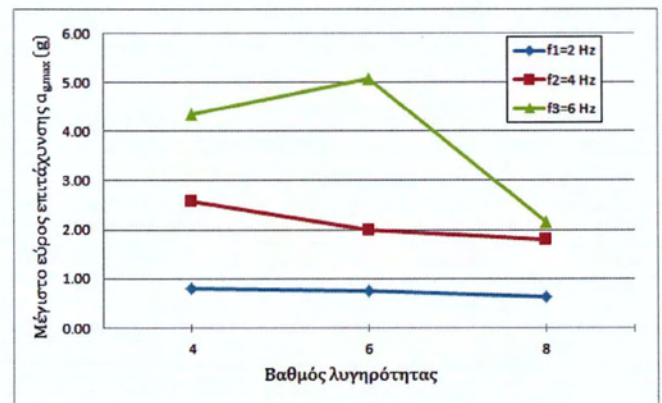
Για τη μελέτη επίδρασης της λυγηρότητας κατασκευάζονται διαγράμματα με τις τιμές του συντελεστή τριβής  $\mu$  στον οριζόντιο άξονα και το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης που οδηγεί στην ανατροπή στον κάθετο άξονα και για τις 3 διεγέρσεις.

### 5.4.1 Σπονδυλωτή κολώνα

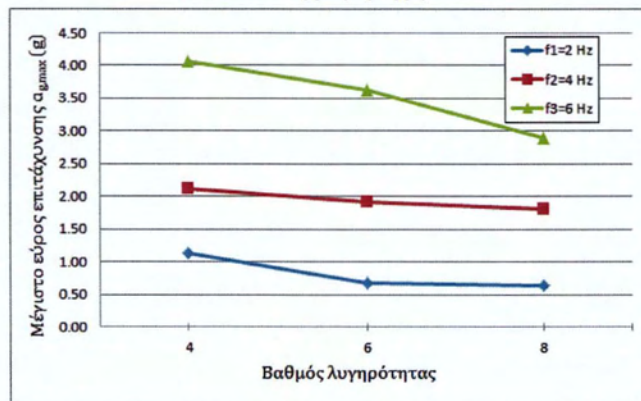
Συντελεστής τριβής  $\mu=0.4$



Συντελεστής τριβής  $\mu=0.6$



Συντελεστής τριβής  $\mu=0.8$

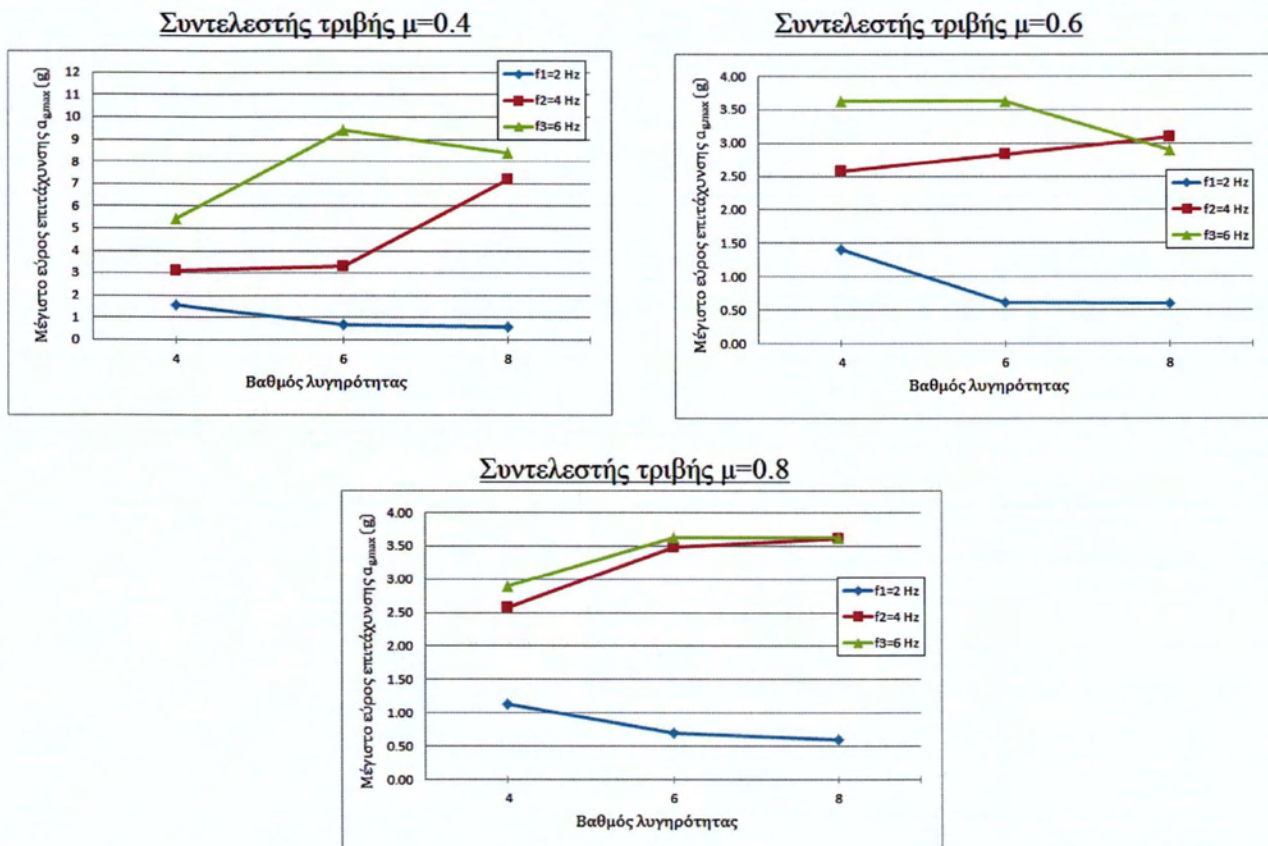


Εικόνα 5.3: Διαγράμματα του μέγιστου εύρους επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) σε σχέση με το βαθμό λυγηρότητας, για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και συντελεστές τριβής  $\mu=0.4$ ,  $\mu=0.6$ ,  $\mu=0.8$

Για όλους τους συντελεστές τριβής η αύξηση του ύψους, και κατ' επέκταση της λυγηρότητας, έχει επιβαρυντική επίδραση, καθώς οδηγεί σε μείωση της επιτάχυνσης ανατροπής. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση του συντελεστή τριβής  $\mu=0.6$  και της συχνότητας εδαφικής διέγερσης  $f_3=6$  Hz κατά την μετάβαση από το βαθμό λυγηρότητας 4 στον αντίστοιχο βαθμό 6, κατά την οποία παρατηρείται αύξηση της επιτάχυνσης ανατροπής. Για τη συχνότητα  $f_1=2$  Hz η επίδραση της λυγηρότητας είναι σχετικά μικρή, καθώς μειώνει ελάχιστα το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης που οδηγεί στην κατάρρευση. Εξετάζοντας τη συχνότητα  $f_2=4$  Hz, η αύξηση της λυγηρότητας επιδρά αρνητικά, καθώς μειώνει την επιτάχυνση ανατροπής.

Κατά ανάλογο τρόπο μειώνεται το όριο της μέγιστης  $\zeta$  επιτάχυνσης ανατροπής και για την υψηλότερη συχνότητα  $f_3=6$  Hz, με μοναδική εξαίρεση την περίπτωση που αναφέρθηκε παραπάνω.

### 5.4.2 Μονολιθική κολώνα



Εικόνα 5.4: Διαγράμματα του μέγιστου εύρους επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) σε σχέση με το βαθμό λυγηρότητας, για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και συντελεστές τριβής  $\mu=0.4$ ,  $\mu=0.6$ ,  $\mu=0.8$

Για τη συχνότητα  $f_1=2$  Hz η αύξηση του υψους, και άρα της λυγηρότητας, είναι σχετικά μικρή, και μειώνει ελαφρώς το μέγιστο εύρος επιτάχυνσης που οδηγεί στην ανατροπή της μονολιθικής κολώνας.

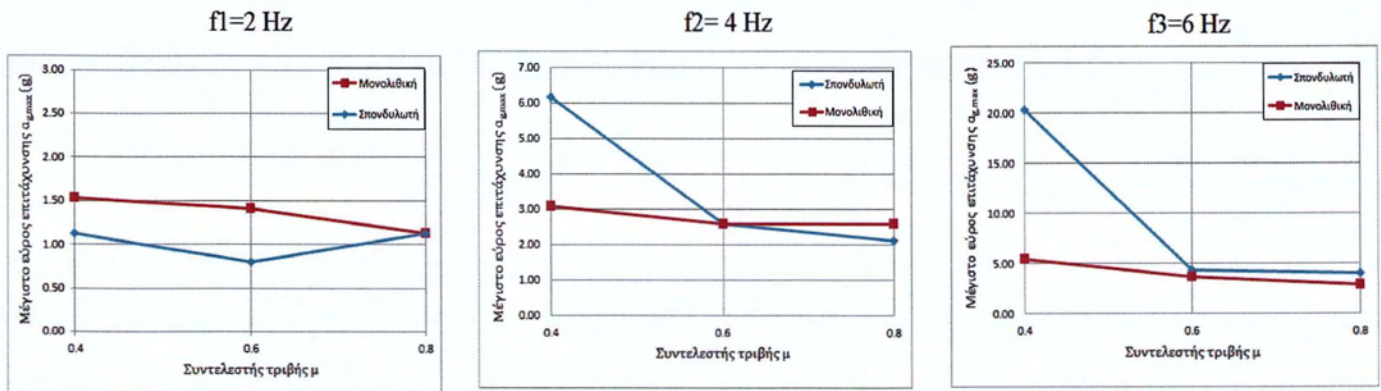
Κατά τη συχνότητα  $f_2=4$  Hz, η αύξηση της λυγηρότητας επιδρά θετικά, καθώς αυξάνει την απαιτούμενη επιτάχυνση ανατροπής για όλες τις περιπτώσεις του συντελεστή τριβής.

Κατά ανάλογο τρόπο αυξάνεται το όριο της μέγιστης επιτάχυνσης ανατροπής και για την υψηλότερη συχνότητα  $f_3=6$  Hz από τη μετάβαση του βαθμού λυγηρότητας 4 στο βαθμό 6. Ωστόσο, η περαιτέρω αύξηση της λυγηρότητας είτε επιδρά αρνητικά, με μείωση της επιτάχυνσης ανατροπής ( $\mu=0.4$  και  $\mu=0.6$ ), είτε έχει αμελητέο αποτέλεσμα ( $\mu=0.8$ ).

## 5.5 Σύγκριση σπονδυλωτής κολώνας με μονολιθική έναντι ανατροπής

Στη συγκεκριμένη ενότητα γίνεται μια προσπάθεια σύγκρισης της απόκρισης (σε όρους ανατροπής) κολώνας αποτελούμενης από άκαμπτους σπόνδυλους (blocks) με την αντίστοιχη άκαμπτη μονολιθική.

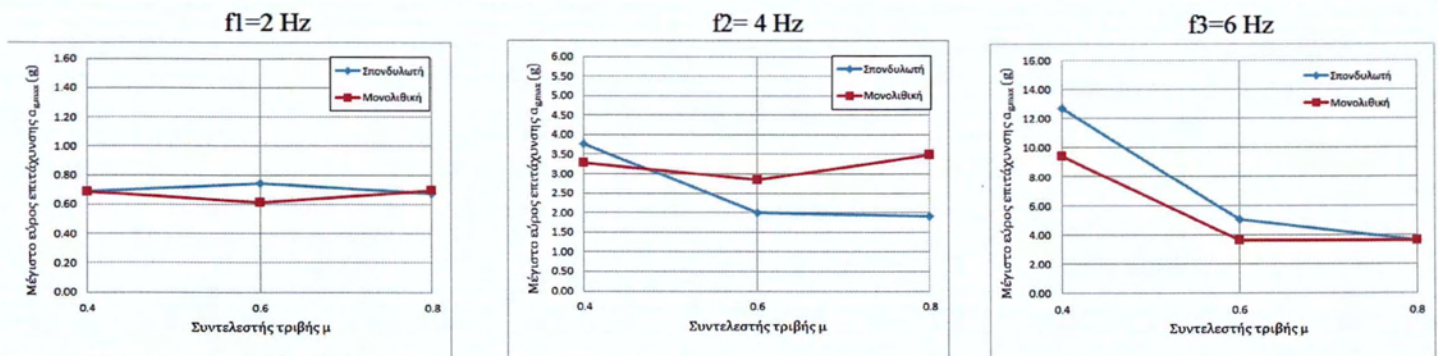
### Βαθμός λυγηρότητας 4



Εικόνα 5.5: Μέγιστο πλάτος απαιτούμενης επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) για σπονδυλωτή και μονολιθική κολώνα σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και βαθμό λυγηρότητας 4

- $f_1=2$  Hz: Η μονολιθική κολώνα υπερτερεί ελαφρά της αντίστοιχης σπονδυλωτής, που όμως για συντελεστή τριβής  $\mu=0.8$  καταλήγει να έχει το ίδιο όριο ανατροπής με την πρώτη.
- $f_2=4$  Hz: Με την μείωση του συντελεστή τριβής η επιτάχυνση ανατροπής αυξάνεται για τη σπονδυλωτή κολώνα, και τελικά υπερτερεί κατά πολύ της αντίστοιχης μονολιθικής για  $\mu=0.4$ .
- $f_3=6$  Hz: Η σπονδυλωτή κολώνα υπερέχει σταθερά της μονολιθικής, με την υπεροχή αυτή να αυξάνεται με τη μείωση του συντελεστή τριβής.

## Βαθμός λυγηρότητας 6

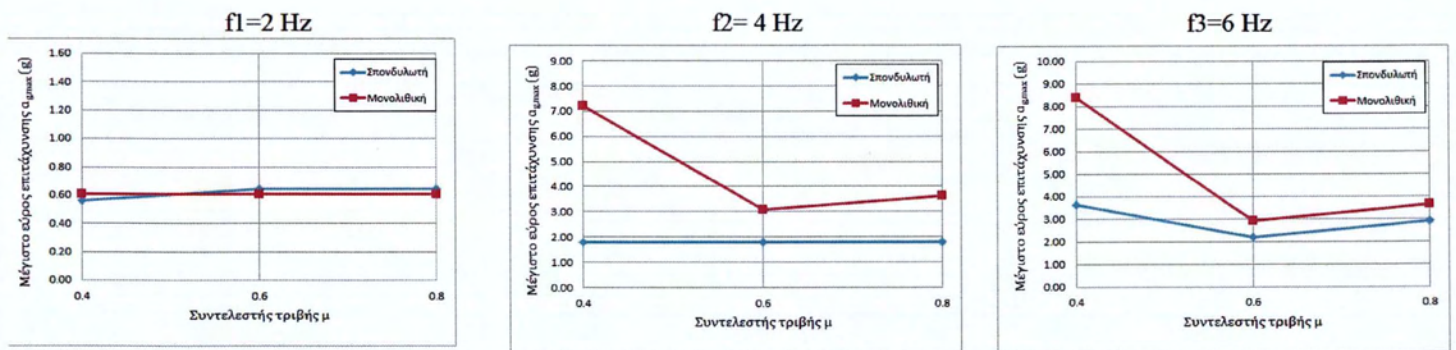


Εικόνα 5.6: Μέγιστο πλάτος απαιτούμενης επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) για σπονδυλωτή και μονολιθική κολώνα σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και βαθμό λυγηρότητας 6

- $f_1=2$  Hz: Τα όρια ανατροπής είναι σχεδόν παρόμοια και για τα 2 είδη κολωνών, που μόνο κατά το συντελεστή τριβής  $\mu=0.4$  η σπονδυλωτή έχει ελαφρά αυξημένη επιτάχυνση ανατροπής έναντι της μονολιθικής.
- $f_2=4$  Hz: Με την μείωση του συντελεστή τριβής η απαιτούμενη επιτάχυνση ανατροπής αυξάνεται για τη σπονδυλωτή κολώνα, και τελικά υπερτερεί της αντίστοιχης μονολιθικής για  $\mu=0.4$ , καθώς για τη μονολιθική κολώνα η τριβή φαίνεται να έχει μικρή επίδραση, με αποτέλεσμα το όριο ανατροπής της να κυμαίνεται σε σταθερά επίπεδα της τάξης των 3.5·g.
- $f_3=6$  Hz: Η σπονδυλωτή κολώνα υπερέχει σταθερά της μονολιθικής, με την υπεροχή αυτή να αυξάνεται με τη μείωση του συντελεστή τριβής.

Στις περιπτώσεις βαθμού λυγηρότητας 4 και 6, με την αύξηση της εδαφικής συχνότητας κυριαρχεί το φαινόμενο της ολίσθησης στην απόκριση, με συνέπεια η κολώνα η οποία αποτελείται από σπόνδυλους να αποσβαίνει καλύτερα από την αντίστοιχη μονολιθική την εισαγόμενη ενέργεια, εξαιτίας των φαινομένων τριβής που λαμβάνουν χώρα μεταξύ των σπόνδυλων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνουν σημαντικά τα όρια της επιτάχυνσης ανατροπής των σπονδυλωτών στύλων, τα οποία σε συνδυασμό με την παράλληλη μείωση της τριβής φαίνεται να υπερτερούν των αντίστοιχων μονολιθικών στύλων.

## Βαθμός λυγηρότητας 8



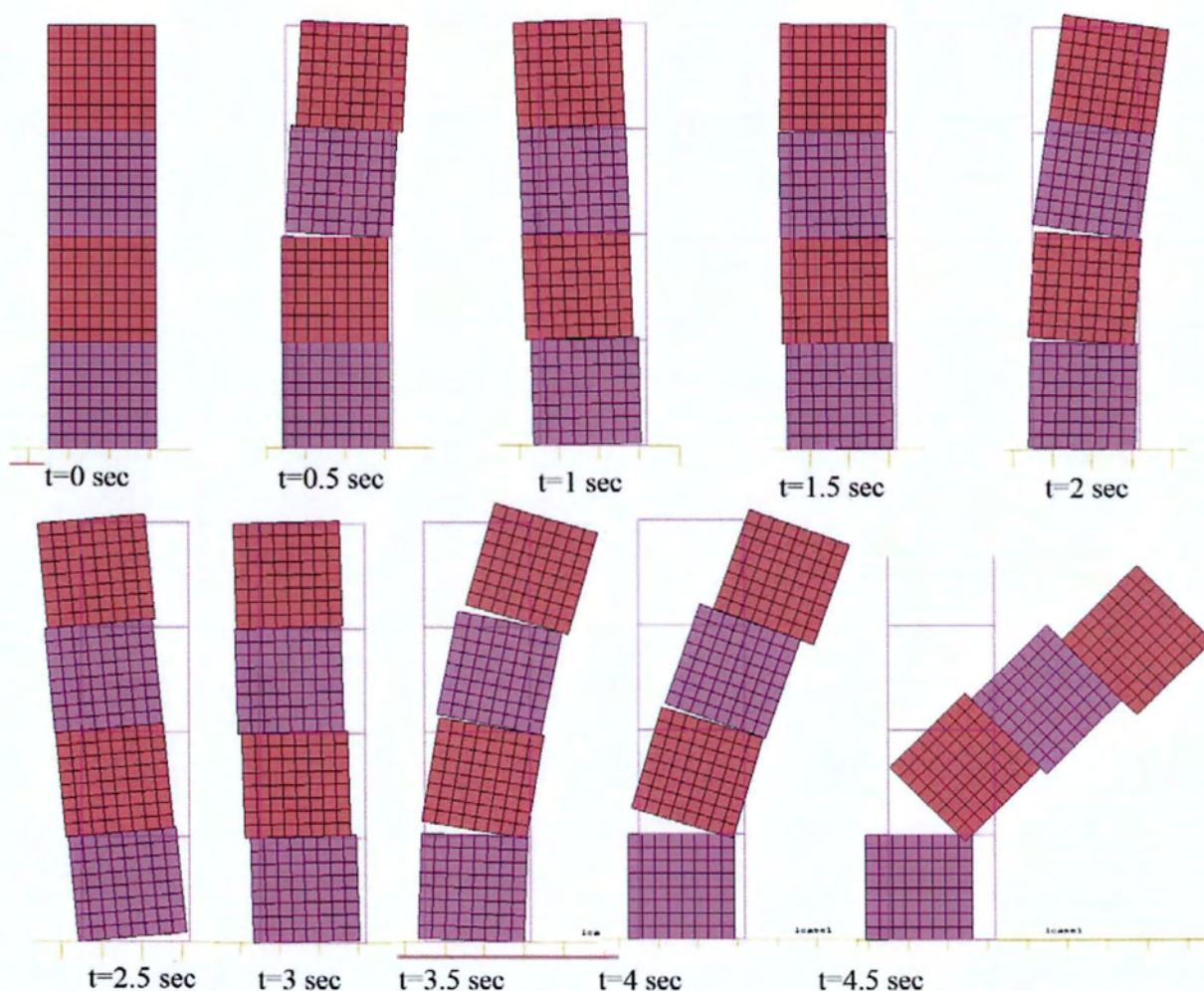
Εικόνα 5.6: Μέγιστο πλάτος απαιτούμενης επιτάχυνσης ανατροπής (σε g) για σπονδυλωτή και μονολιθική κολώνα σε σχέση με το συντελεστή τριβής  $\mu$ , για συχνότητες  $f_1=2$  Hz,  $f_2=4$  Hz,  $f_3=6$  Hz και βαθμό λυγηρότητας 6

- $f_1=2$  Hz: Τα όρια ανατροπής σχεδόν ταυτίζονται και για τα 2 είδη κολωνών, με το μέγιστο πλάτος της επιτάχυνσης ανατροπής να ορίζεται στο 0.6-g.
- $f_2=4$  Hz: Ο συντελεστής τριβής δεν έχει καμία επίδραση για την σπονδυλωτή κολώνα, η οποία ανατρέπεται σταθερά για λίγο λιγότερο από 2-g. Αντίθετα, η μονολιθική κολώνα παρουσιάζει αυξομειώσεις, με το συντελεστή  $\mu=0.4$  να έχει τη μεγαλύτερη αντοχή έναντι ανατροπής, με τα όρια κατάρρευσής της να βρίσκονται συνεχώς σε υψηλότερες τιμές από τα αντίστοιχα της σπονδυλωτής.
- $f_3=6$  Hz: Η μονολιθική κολώνα υπερέχει σταθερά της σπονδυλωτής, με την υπεροχή αυτή να αυξάνεται με τη μείωση του συντελεστή τριβής και να μεγιστοποιείται για  $\mu=0.4$ .

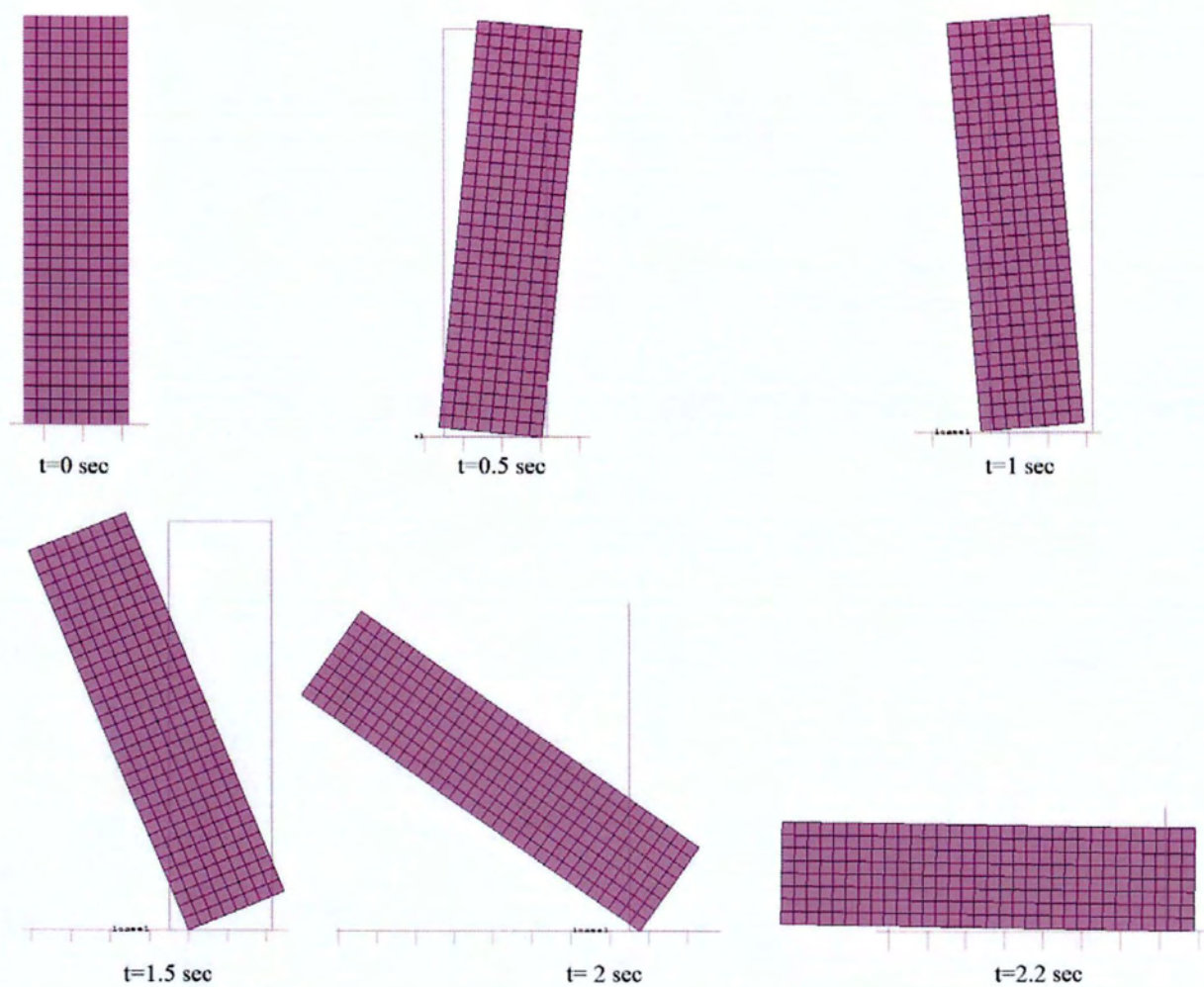
Η περαιτέρω αύξηση της λυγηρότητας, καθιστά τις σπονδυλωτές κολώνες του βαθμού λυγηρότητας 8 πιο ευάλωτες στις διεγέρσεις που επιβάλλονται. Το γεγονός αυτό είναι αποτέλεσμα της αποδιοργάνωσης του κέντρου βάρους της συνολικής κατασκευής, με συνέπεια οι αντίστοιχες μονολιθικές κολώνες να έχουν μεγαλύτερη αντοχή έναντι ανατροπής. Η λυγηρότητα αυτή αποτελεί ένα άνω όριο, καθώς από το βαθμό λυγηρότητας 6 η αύξηση του ύψους έχει αρνητικό αντίκτυπο στην ευστάθεια μιας σπονδυλωτά δομημένης κολώνας.

## 5.6 Χαρακτηριστικές περιπτώσεις απόκρισης της ανατροπής για διάφορες σπονδυλωτές και μονολιθικές κολώνες

Παρακάτω ακολουθούν μερικές χαρακτηριστικές περιπτώσεις της απόκρισης ανατροπής για διάφορες σπονδυλωτές κολώνες και μονολιθικές κολώνες.

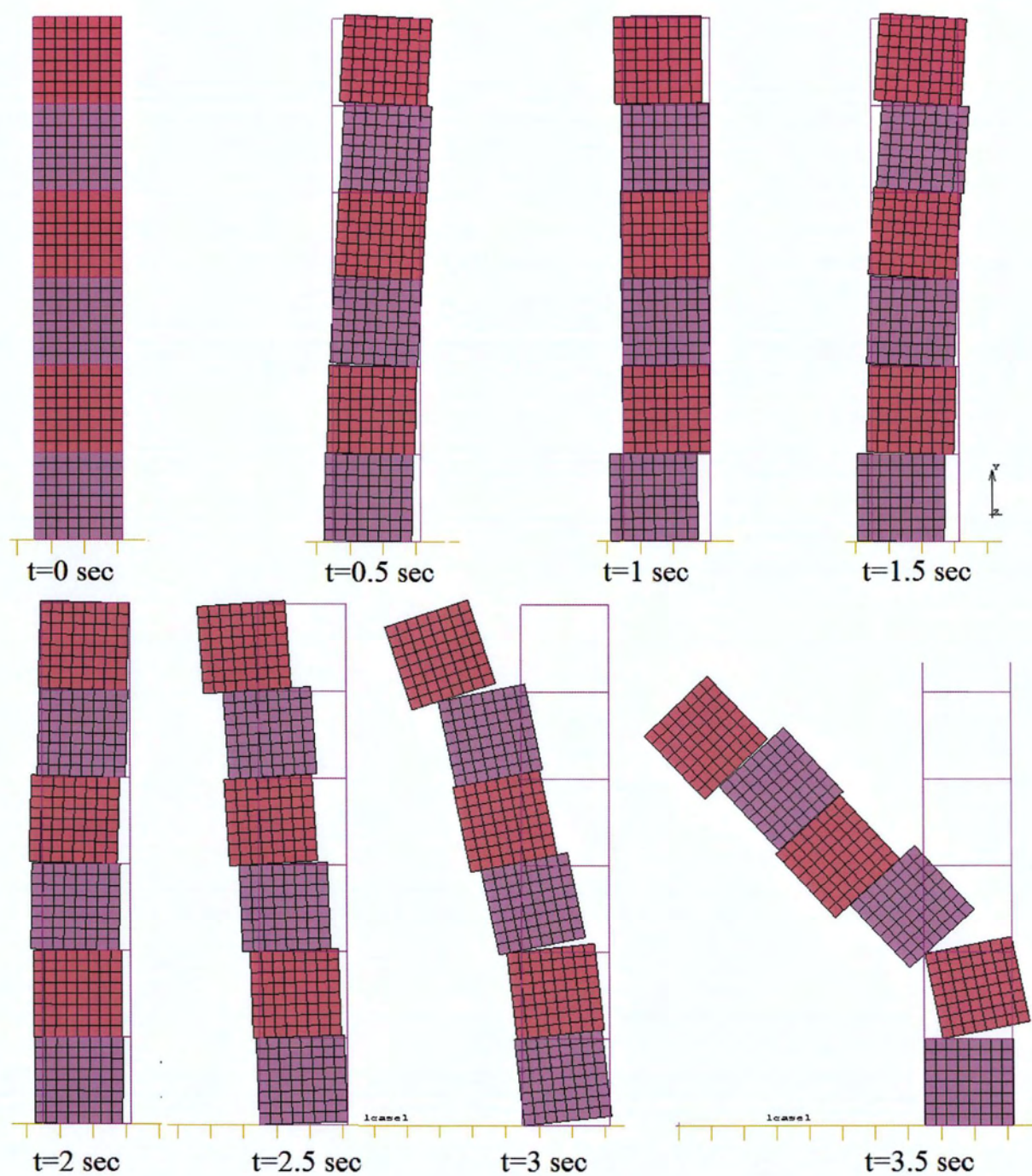


Εικόνα 5.2: Απόκριση ανατροπής σπονδυλωτής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 4, συντελεστή τριβής  $\mu=0.6$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f_1=2$  Hz – Ανατροπή για μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $7.90$   $m/sec^2$  ( $0.8 \cdot g$ )

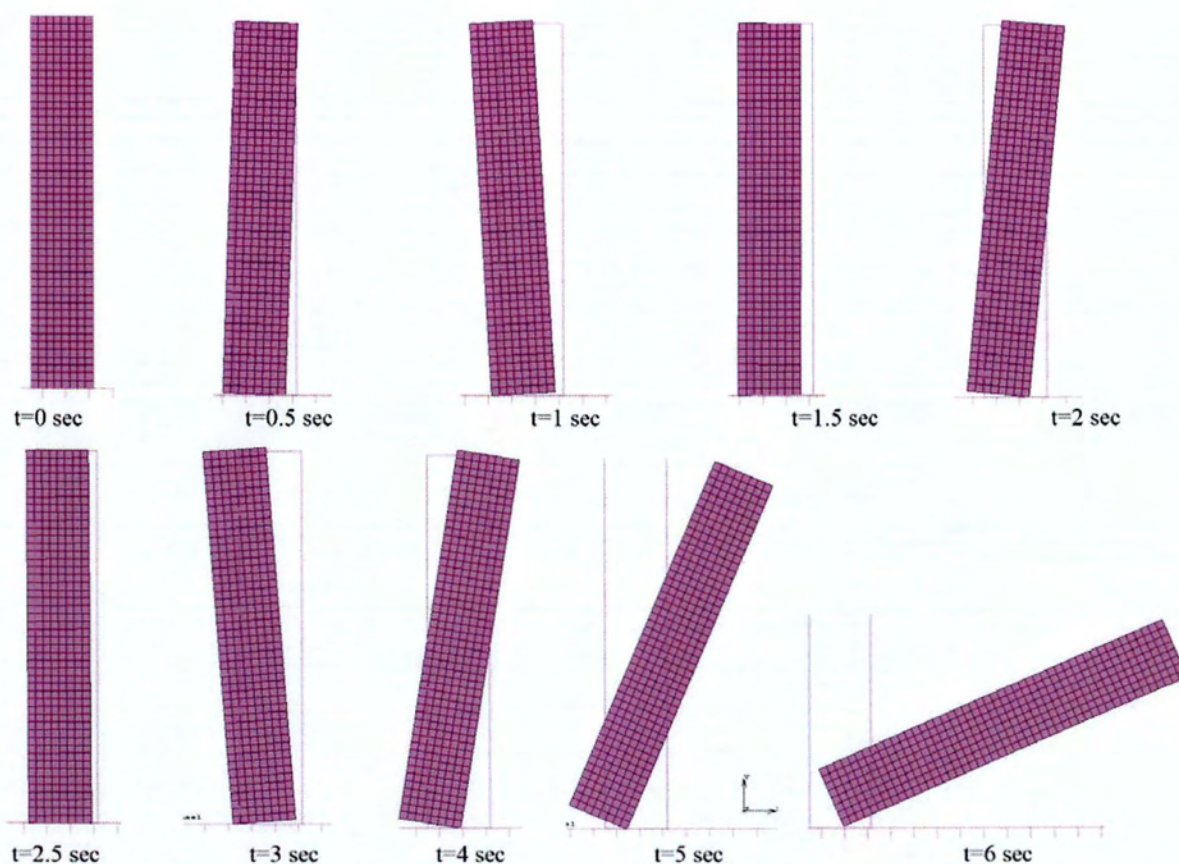


Εικόνα 5.3: Απόκριση ανατροπής μονολιθικής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 4, συντελεστή τριβής  $\mu=0.6$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f_1=2 \text{ Hz}$  – Ανατροπή για μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $13.82 \text{ m/sec}^2$  ( $1.41 \text{ g}$ )

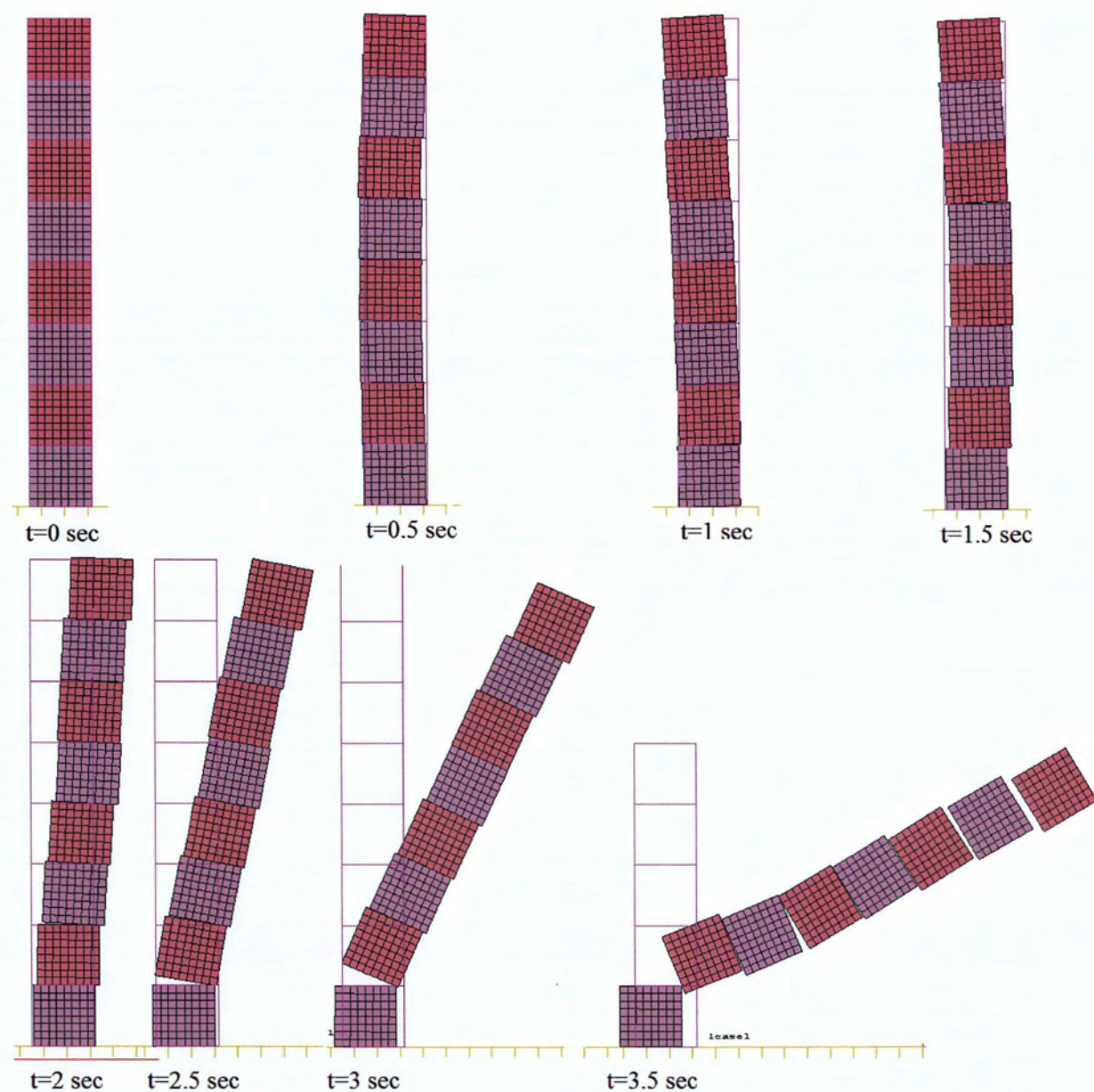




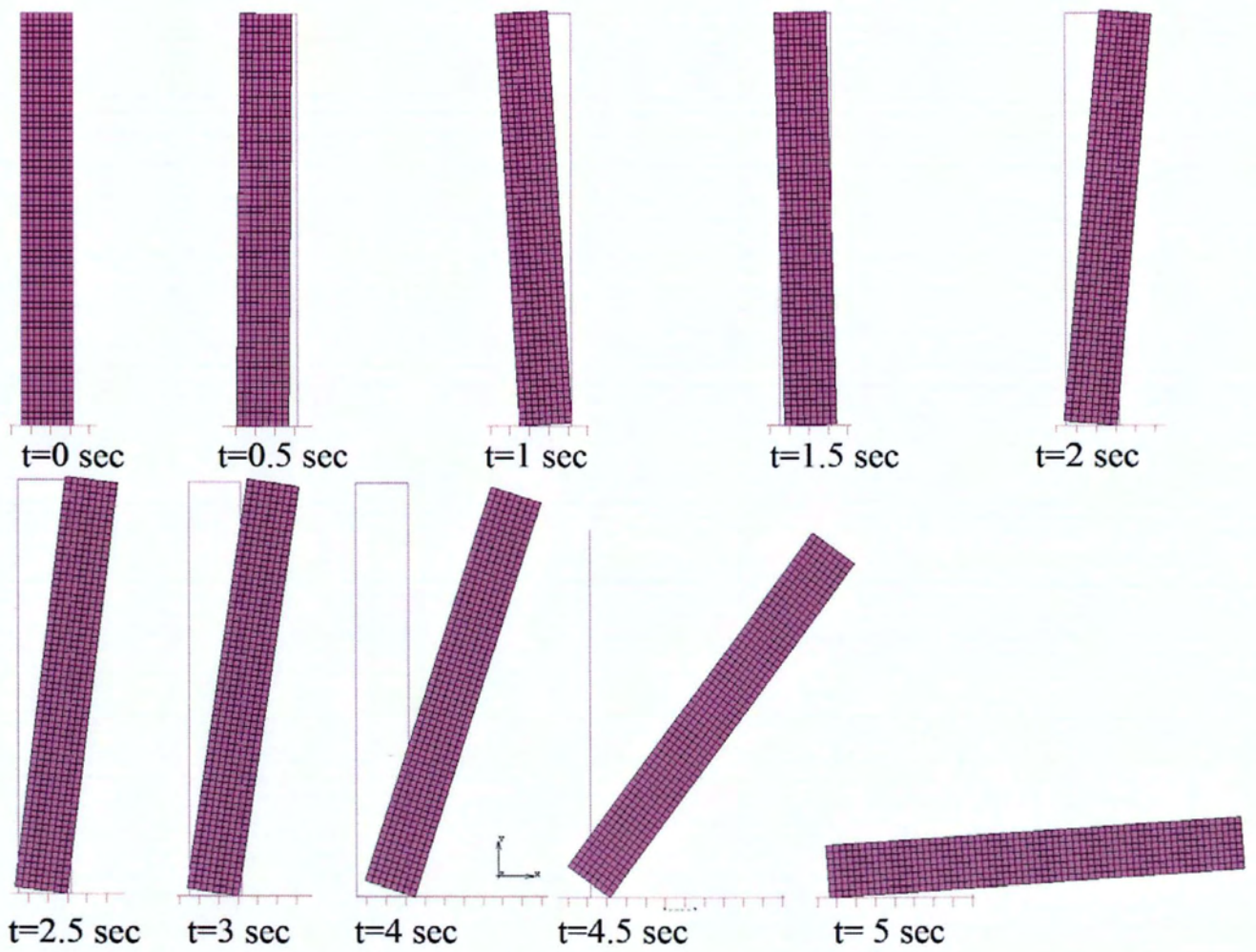
Εικόνα 5.4: Απόκριση ανατροπής σπονδυλωτής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 6, συντελεστή τριβής  $\mu=0.4$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f1=4$  Hz – Ανατροπή για μέγιστο έρος επιτάχυνσης  $36.89$   $m/sec^2$  (3.76-g)



Εικόνα 5.5: Απόκριση ανατροπής μονολιθικής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 6, συντελεστή τριβής  $\mu=0.4$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f_1=4$  Hz – Ανατροπή για μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $32.21$   $m/sec^2$  ( $3.28 \cdot g$ )



Εικόνα 5.6: Απόκριση ανατροπής σπονδυλωτής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 8, συντελεστή τριβής  $\mu=0.8$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f_1=6$  Hz – Ανατροπή για μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $28.42$   $m/sec^2$  ( $2.90g$ )



Εικόνα 5.7: Απόκριση ανατροπής σπονδυλωτής κολώνας για βαθμό λυγηρότητας 8, συντελεστή τριβής  $\mu=0.8$  και συχνότητα εδαφικής διέγερσης  $f_1=6$  Hz – Ανατροπή για μέγιστο εύρος επιτάχυνσης  $42.64$   $m/sec^2$  ( $4.35 \cdot g$ )

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **Τελικός σχολιασμός αποτελεσμάτων**

#### **6.1 Συμπεράσματα**

Κύριο αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της επιρροής του συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια των σπονδύλων, και του βαθμού λυγηρότητας στην λικνιστική απόκριση και ευστάθεια άκαμπτων σπονδυλωτών και μονολιθικών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους.

Κατά τον έλεγχο της αξιοπιστίας των παραγόμενων αποτελεσμάτων από τα προσομοιώματα μονολιθικών στύλων μέσω του λογισμικού MSC Marc, μέσω της σύγκρισης τους με τα αντίστοιχα πειραματικά ή αναλυτικά από τη βιβλιογραφία, τα αριθμητικά προσομοιώματα επιβεβαιώνουν πολλά από τα συμπεράσματα στα οποία έχουν καταλήξει αρκετοί ερευνητές. Αρχικά, η λικνιστική απόκριση ενός σώματος υπό αρμονική, ημιτονοειδή φόρτιση, διακρίνεται σε τρεις φάσεις: παροδική απόκριση (*transient response*), μόνιμη απόκριση (*stationary response*) και ελεύθερος λικνισμός (*free rocking*). Η απόκριση λικνισμού του σώματος εξαρτάται επίσης από τα χαρακτηριστικά της εδαφικής διέγερσης, ήτοι η γωνία λικνισμού θ αυξάνεται με την αύξηση του πλάτους διέγερσης υπό σταθερή συχνότητα, ενώ μειώνεται με την αύξηση της συχνότητας και υπό σταθερό πλάτος διέγερσης.

Σχετικά με την απόκριση των σπονδυλωτών στύλων, αν και ο συντελεστής τριβής  $\mu$  επιδρά διαφορετικά στο κάθε βαθμό λυγηρότητας, η γωνία λικνισμού των στύλων έχει την τάση να αυξάνεται με την αύξηση του συντελεστή τριβής. Γενικά, για όλους τους βαθμούς λυγηρότητας και τη πληθώρα των προσομοιωμάτων τους, παρατηρείται πως οι συντελεστές τριβής 0.55-0.6 λειτουργούν ευεργετικά στην όλη απόκριση της σπονδυλωτής κολώνας. Επίσης, είναι αξιοσημείωτο το γεγονός πως ο συντελεστής τριβής 0.8 αποτελεί κρίσιμο συντελεστή για πολλά προσομοιώματα. Ενδιαφέρων ακόμα είναι και το γεγονός πως η αύξηση από το κρίσιμο συντελεστή 0.8 στο 0.9 ανακουφίζει συνήθως την όλη απόκριση. Όσον αφορά την επίδραση του λυγηρότητας, για υψηλές τιμές του συντελεστή τριβής ( $\mu=0.6-0.9$ ), η αύξηση του ύψους (αύξηση της λυγηρότητας) δρα ευεργετικά στην απόκριση της σπονδυλωτής κολώνας μέχρι το βαθμό λυγηρότητας 6. Έπειτα, κατά τον βαθμό λυγηρότητας 8 παρατηρείται μια σχετική αποδιοργάνωση των σπονδύλων λόγω του λικνισμού που κυριαρχεί στην απόκριση. Αντίθετα, για μικρές τιμές τριβής ( $\mu=0.2-0.55$ ) η αύξηση του ύψους επιφέρει γενικά μια αύξηση στην μέγιστη γωνία λικνισμού  $\theta_{max}$ , εξαιτίας της μείωσης του λόγου  $b/h$  και άρα του λικνισμού που τείνει να κυριαρχήσει στο φαινόμενο.

Κατά τον έλεγχο της ευστάθειας των σπονδυλωτών στύλων εντοπίζεται μια σημαντική παρατήρηση, ότι δηλαδή η επιτάχυνση ανατροπής αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας. Εξετάζοντας την επίδραση του συντελεστή τριβής, για διεγέρσεις χαμηλής συχνότητας η τριβή δε φαίνεται να έχει κάποιο ιδιαίτερο ρόλο στην απαιτούμενη επιτάχυνση ανατροπής. Αντίθετα, για πιο υψηλές συχνότητες, η αύξηση της τριβής μειώνει το όριο της επιτάχυνσης

ανατροπής η οποία οδηγεί στην κατάρρευση της σπονδυλωτής κολώνας, με εξαίρεση το βαθμό λυγηρότητας 8 οπού παραμένει σταθερή. Αξίζει να σημειωθεί πως η παραπάνω μείωση είναι οξεία κατά τη μετάβαση από το συντελεστή τριβής 0.4 στο 0.6 και ομαλότερη κατά την μετάβαση από το συντελεστή 0.6 στο 0.8. Από την άλλη μεριά, για τους αντίστοιχους μονολιθικούς στύλους, η αύξηση της τριβής από 0.6 σε 0.8 σε συνδυασμό με την αύξηση της λυγηρότητας φαίνεται να έχει ευεργετική επίδραση στο μέγιστο εύρος της επιτάχυνσης που οδηγεί στην ανατροπή της κολώνας. Αντίθετα, η αύξηση του συντελεστή τριβής από 0.4 σε 0.6 φαίνεται να έχει αμελητέο ή αρνητικό ρόλο στην επιτάχυνση ανατροπής.

Όσον αφορά τη μελέτη του βαθμού λυγηρότητας, η αύξηση του ύψους και κατ'επέκταση της λυγηρότητας στους σπονδυλωτούς στύλους, δρα αρνητικά στην ευστάθεια, καθώς οδηγεί σε μείωση της επιτάχυνσης ανατροπής για τη συντριπτική πλειοψηφία των προσομοιωμάτων και για όλους τους συντελεστές τριβής. Ανάλογη είναι και η συμπεριφορά του αντίστοιχου μονολιθικού στύλου υπό χαμηλής συχνότητας διέγερση. Ωστόσο, με την αύξηση της συχνότητας διέγερσης η προηγούμενη διαπίστωση παύει να ισχύει απόλυτα, καθώς παρατηρούνται και περιπτώσεις κατά τις οποίες η αύξηση της λυγηρότητας οδηγεί σε αύξηση της επιτάχυνσης που οδηγεί στη κατάρρευση του μονολιθικού στύλου.

Τέλος, υπό την προσομοίωση της σεισμικής μόνωσης επεκτείνεται το συμπέρασμα των Vasilliou-Makris [28]. Κατά συνέπεια η σεισμική μόνωση για το μεγαλύτερο μέρος των προσομοιωμάτων, συμπεριλαμβανομένων και των λιγότερο λυγερών στύλων, φαίνεται να έχει αρνητική επίδραση στη λικνιστική τους απόκριση και ευστάθεια.

## 6.2 Προτάσεις για περαιτέρω ερευνά

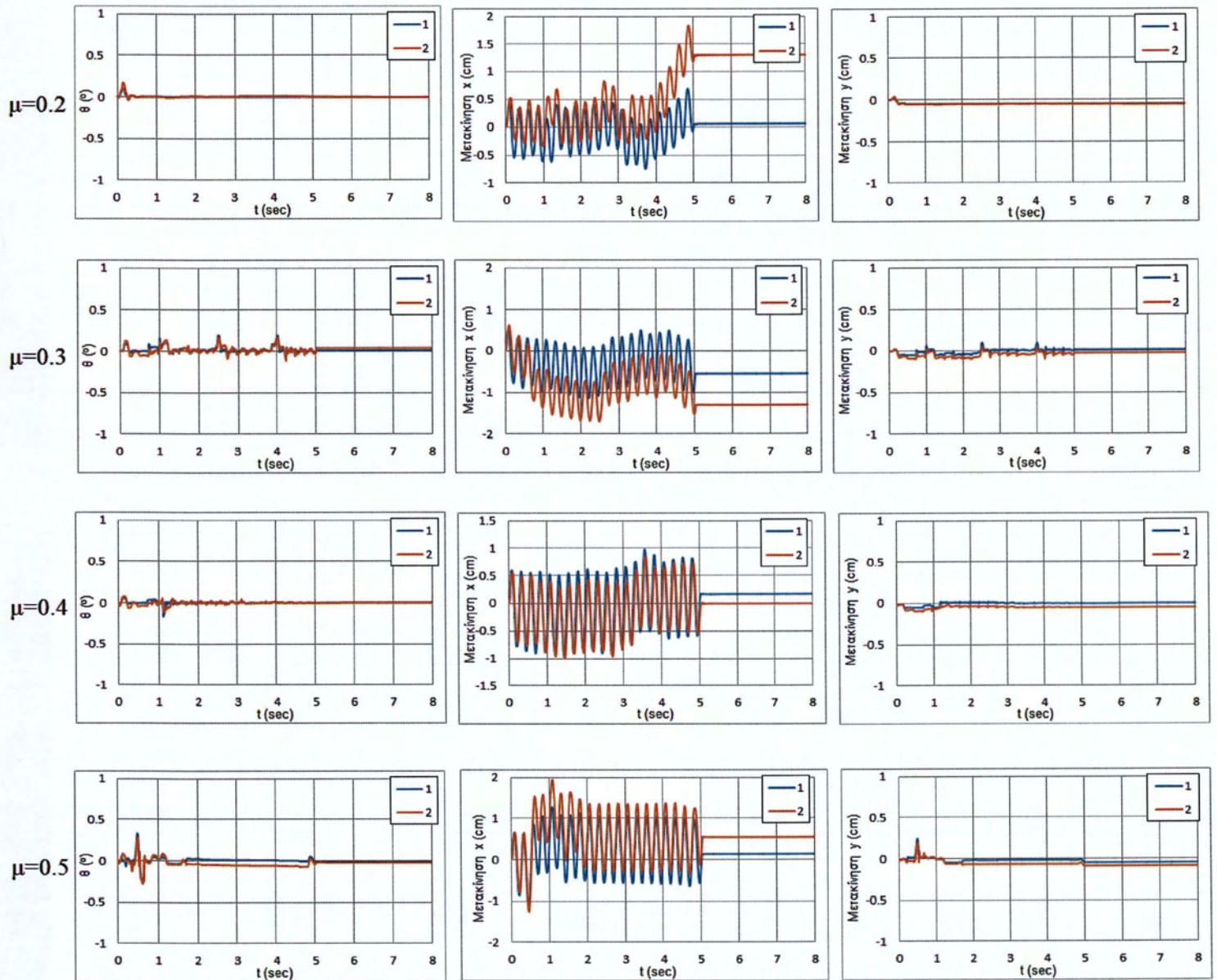
Στα προσομοιώματα που επιλύθηκαν για τις ανάγκες έρευνας της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκαν αρμονικοί, ημιτονοειδείς τύποι δυναμικών διεγέρσεων. Θα ήταν έντονα ενδιαφέρουσα η περίπτωση χρησιμοποίησης δυναμικών διεγέρσεων τύπου Ricker (*Ricker pulse*), καθώς ο συγκεκριμένος τύπος διέγερσης χρησιμοποιείται ευρέως από ερευνητικές ομάδες και έχει τεραστία εφαρμοστικότητα στη σεισμική ανάλυση, αφού μπορεί να προσομοιώσει με μεγάλη ακρίβεια μακροπερίόδους παλμούς επιταχυνσιογραφημάτων (Γερόλυμος *et al* [2]). Συνεπώς, και η επέκταση των διεγέρσεων αυτών με τη χρησιμοποίηση πραγματικών επιταχυνσιογραφημάτων θεωρείται επιβεβλημένη.

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει ακόμα, η προσομοίωση ενός πραγματικού, αρχαίου στύλου κυκλικών διαστάσεων, όπως παραδείγματος χάριν ενός στύλου από τον Παρθενώνα στην Ακρόπολη. Οι κολώνες του Παρθενώνα είναι σπονδυλωτά δομημένες από μαρμάρινες “φέτες”, οι οποίες συνδέονται από μικρούς, κάθετους στο κέντρο τους σιδεροπασσάλους, στους όποιους γύρω έχει χυθεί μολύβι, για την αποτροπή σκουριάς. Ο Παρθενώνας, αυτό το λαμπρό, αρχαίο οικοδόμημα, στέκεται άθικτο στη θέση του επί χιλιάδες χρόνια χάρις σε αυτήν την κατασκευή των κολωνών του, γεγονός που επιβάλλει την μελέτη της συγκεκριμένης διαμόρφωσης.

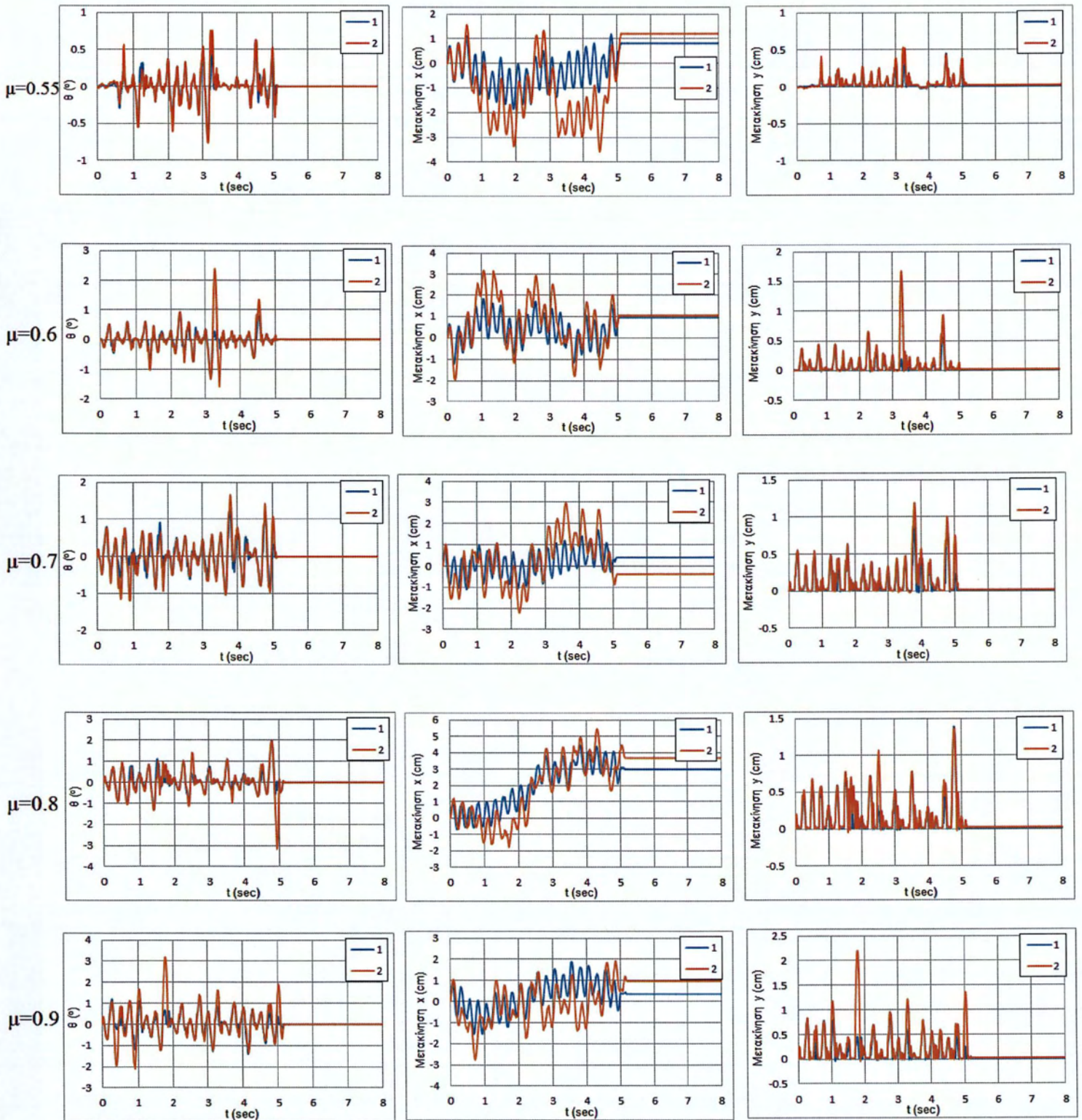
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

### Π.1 Αποτελέσματα επιλύσεων 2<sup>ης</sup> διεγερσης ( $f_2=4$ Hz, $A_2= 0.008$ m)

#### Π.1.1 1<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$



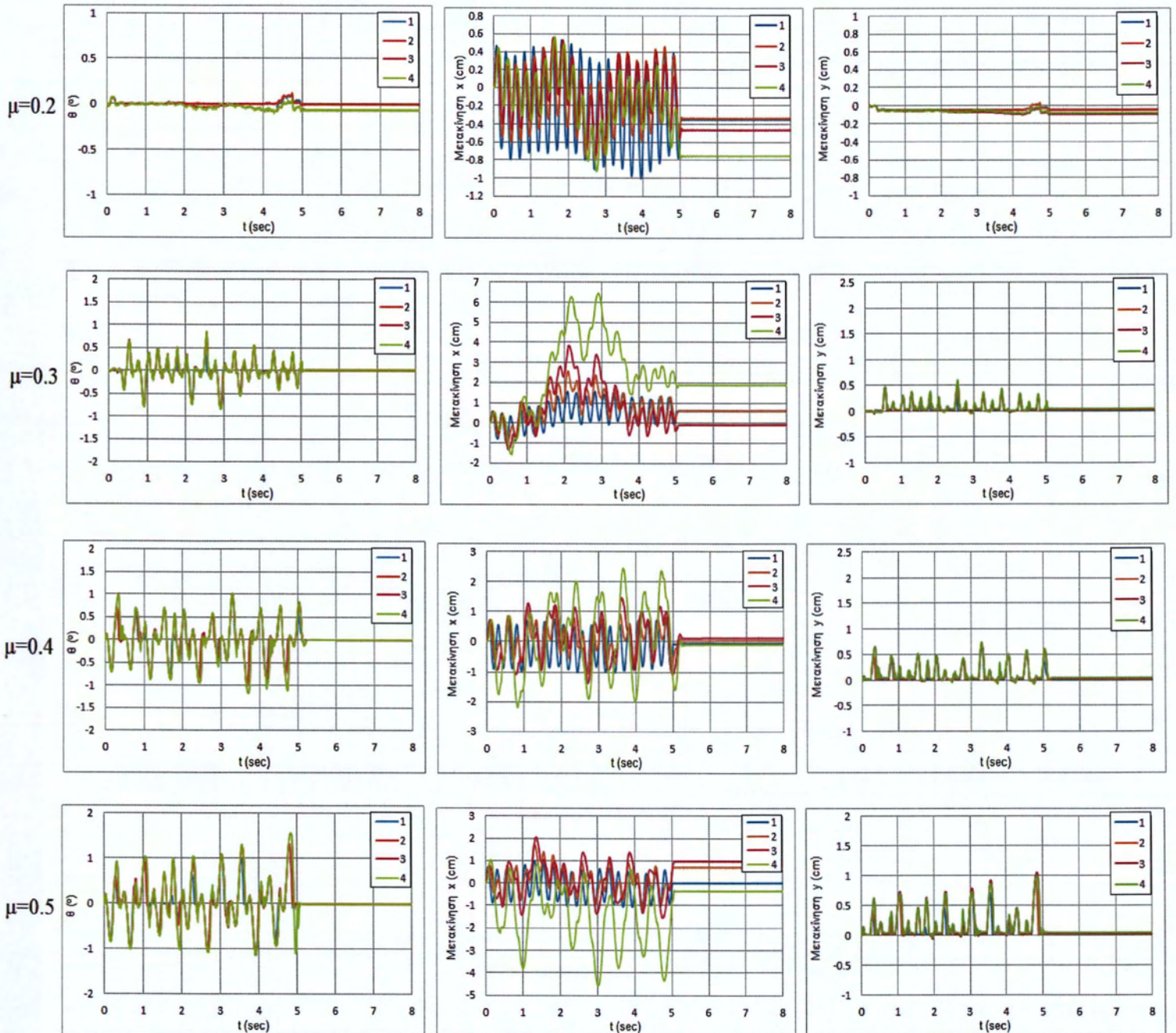
Εικόνα Π.1: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



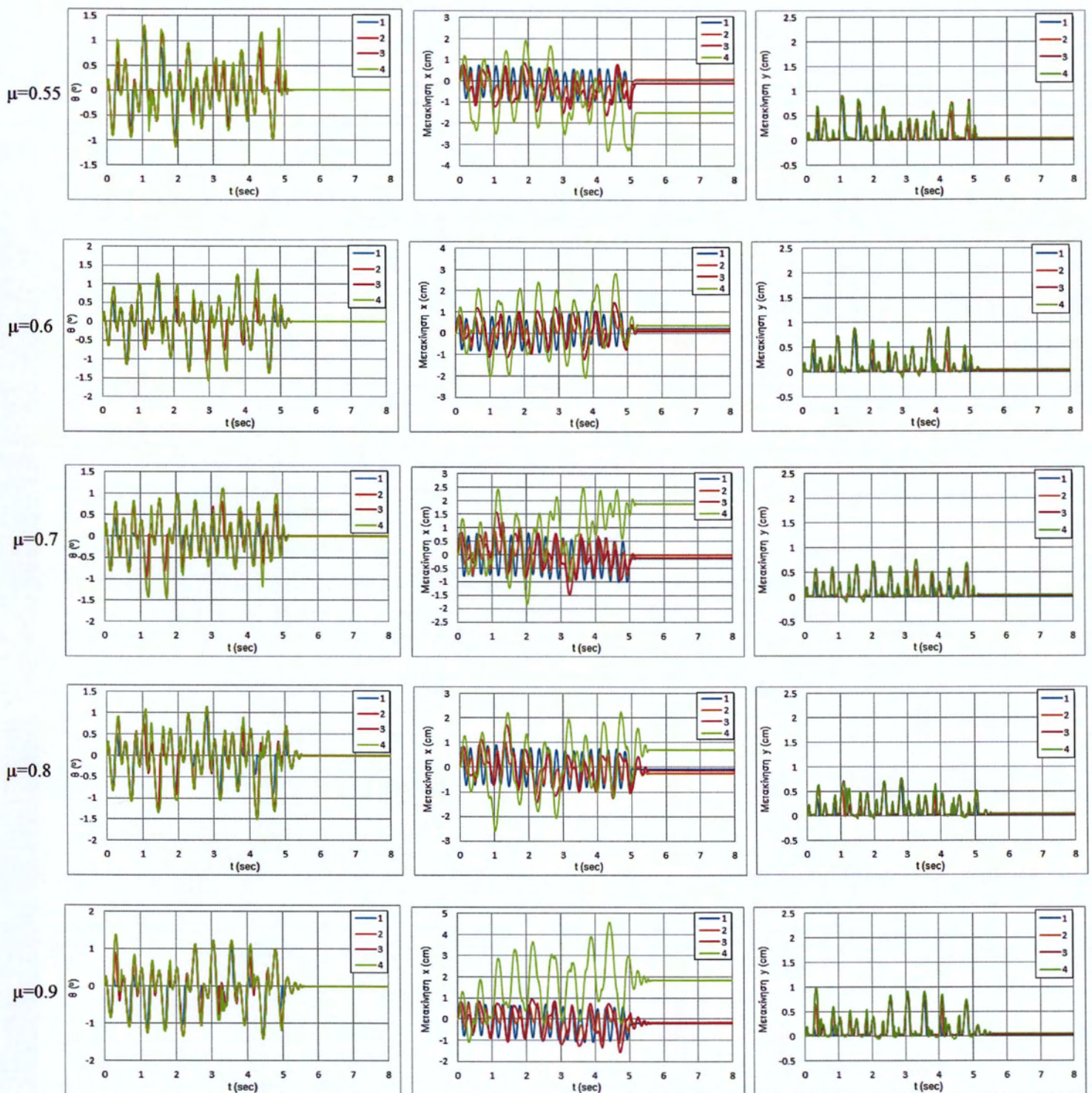
Εικόνα Π.2: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους



Π.1.2 2<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=4$ 

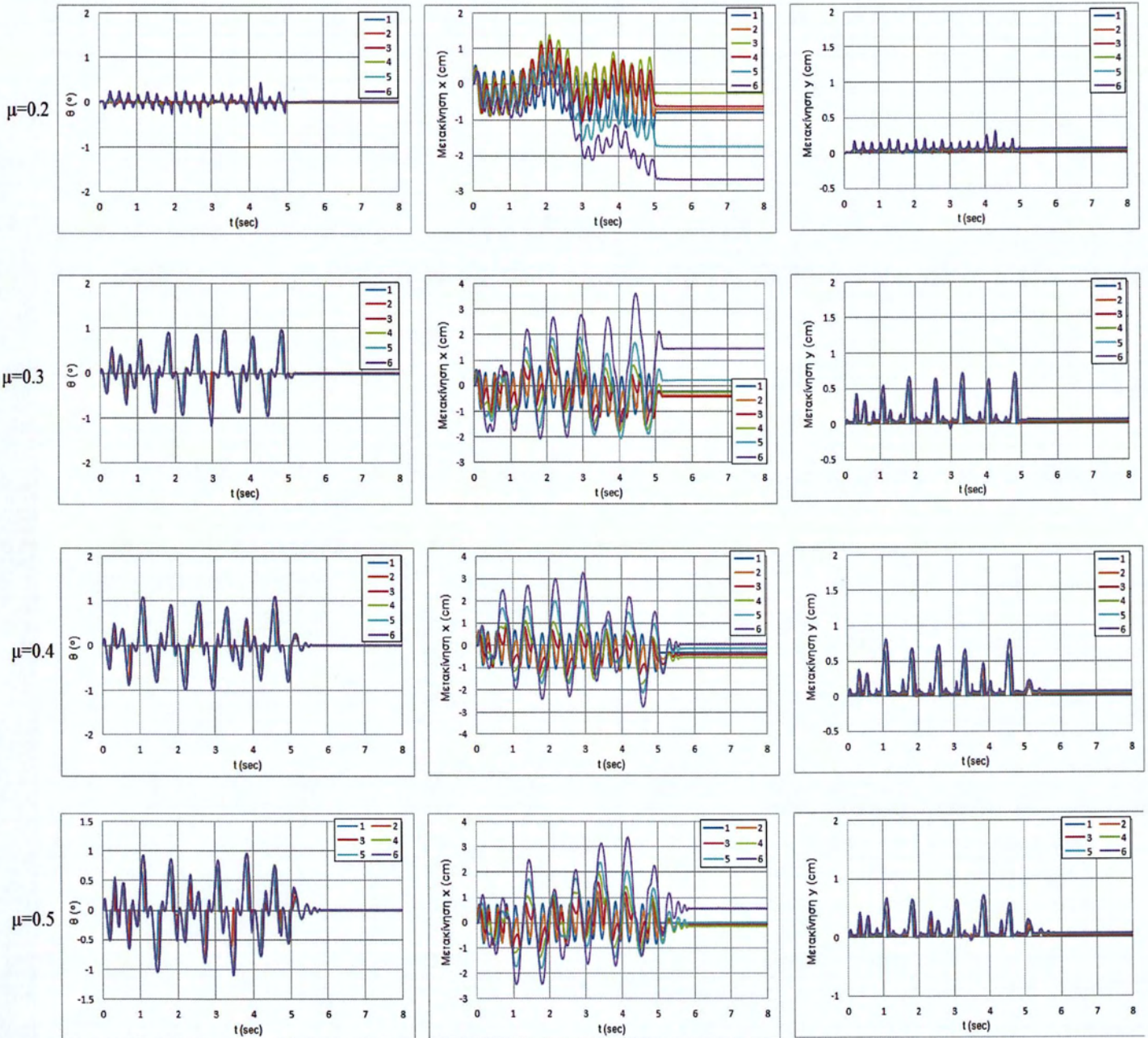
Εικόνα Π.3: Για βαθμό λυγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



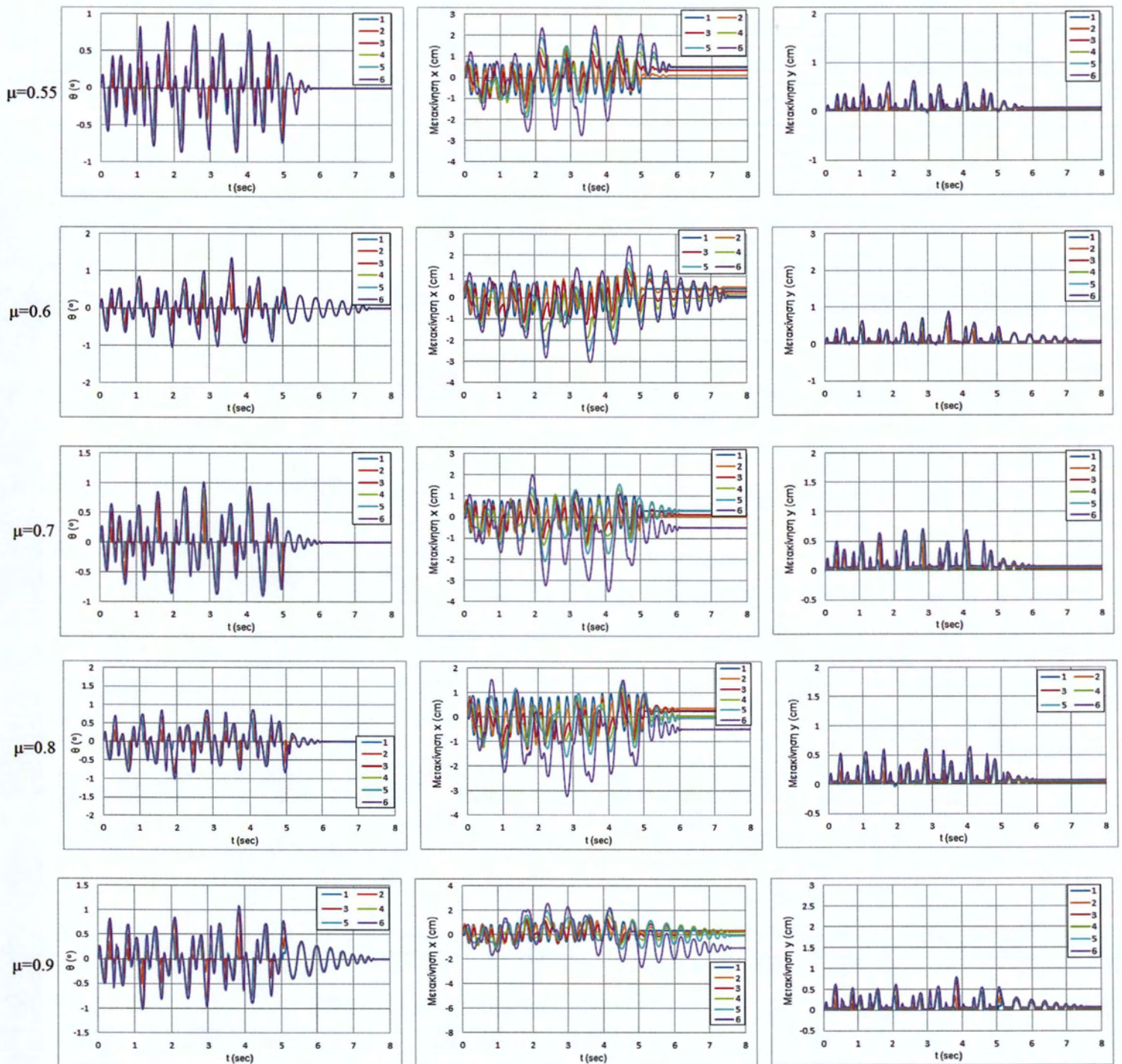
Εικόνα Π.4: Για βαθμό ληγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

### Π.1.3 3<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=6$



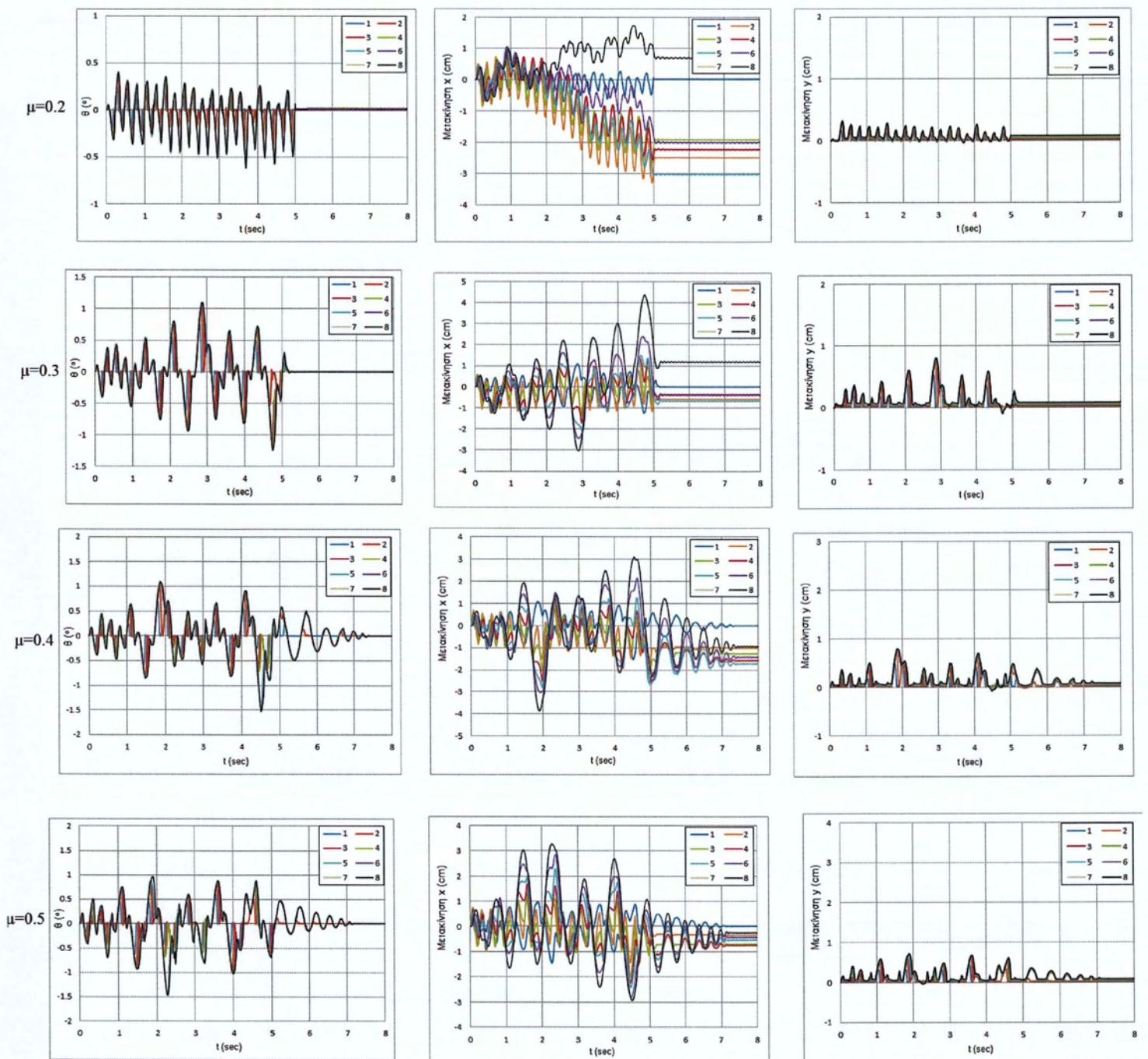
Εικόνα Π.5: Για βαθμό λυγηρότητας 6 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



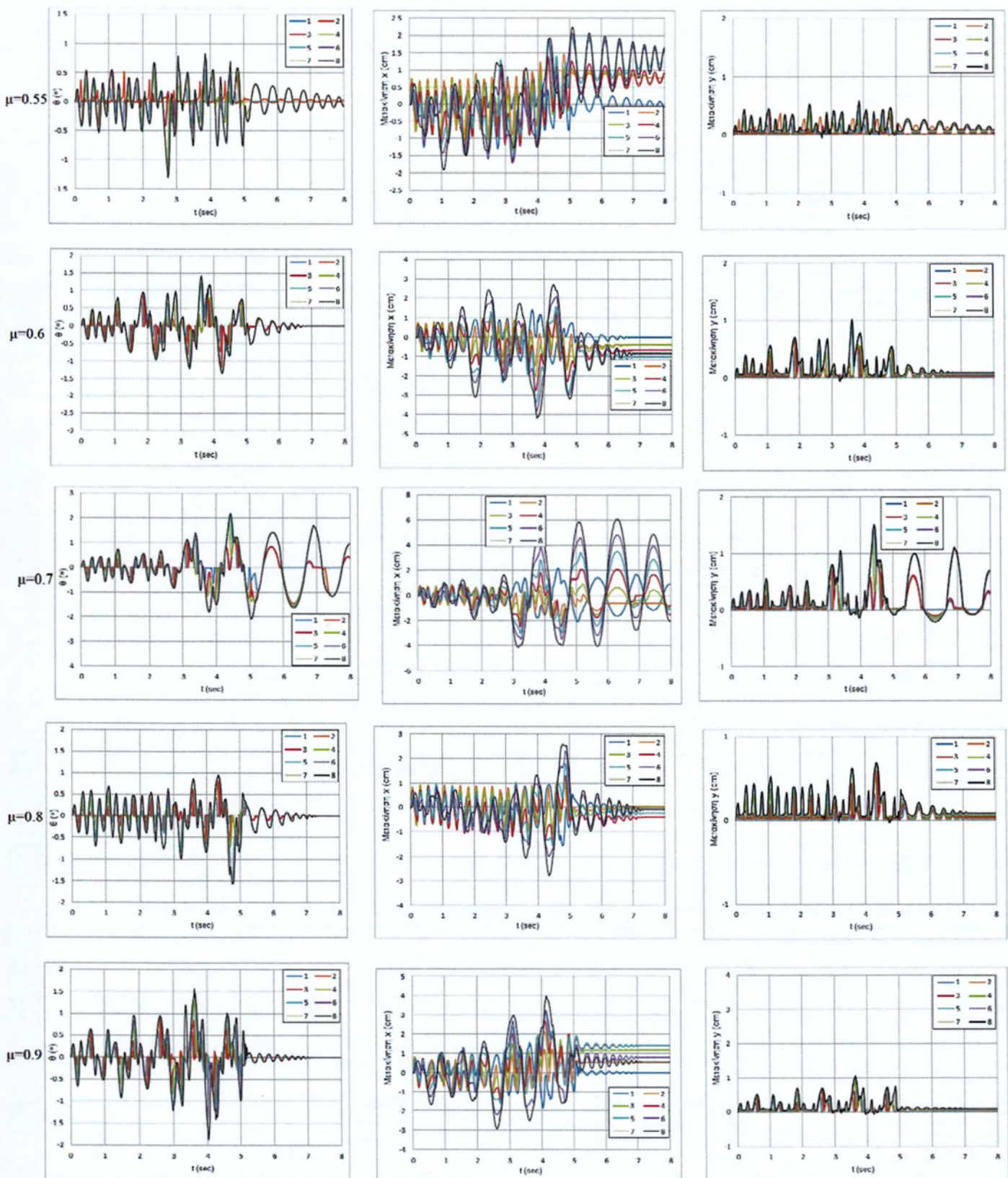
Εικόνα Π.6: Για βαθμό λυγηρότητας 6 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

### Π.1.4 4<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=8$



Εικόνα Π.7: Για βαθμό λυγηρότητας 8 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

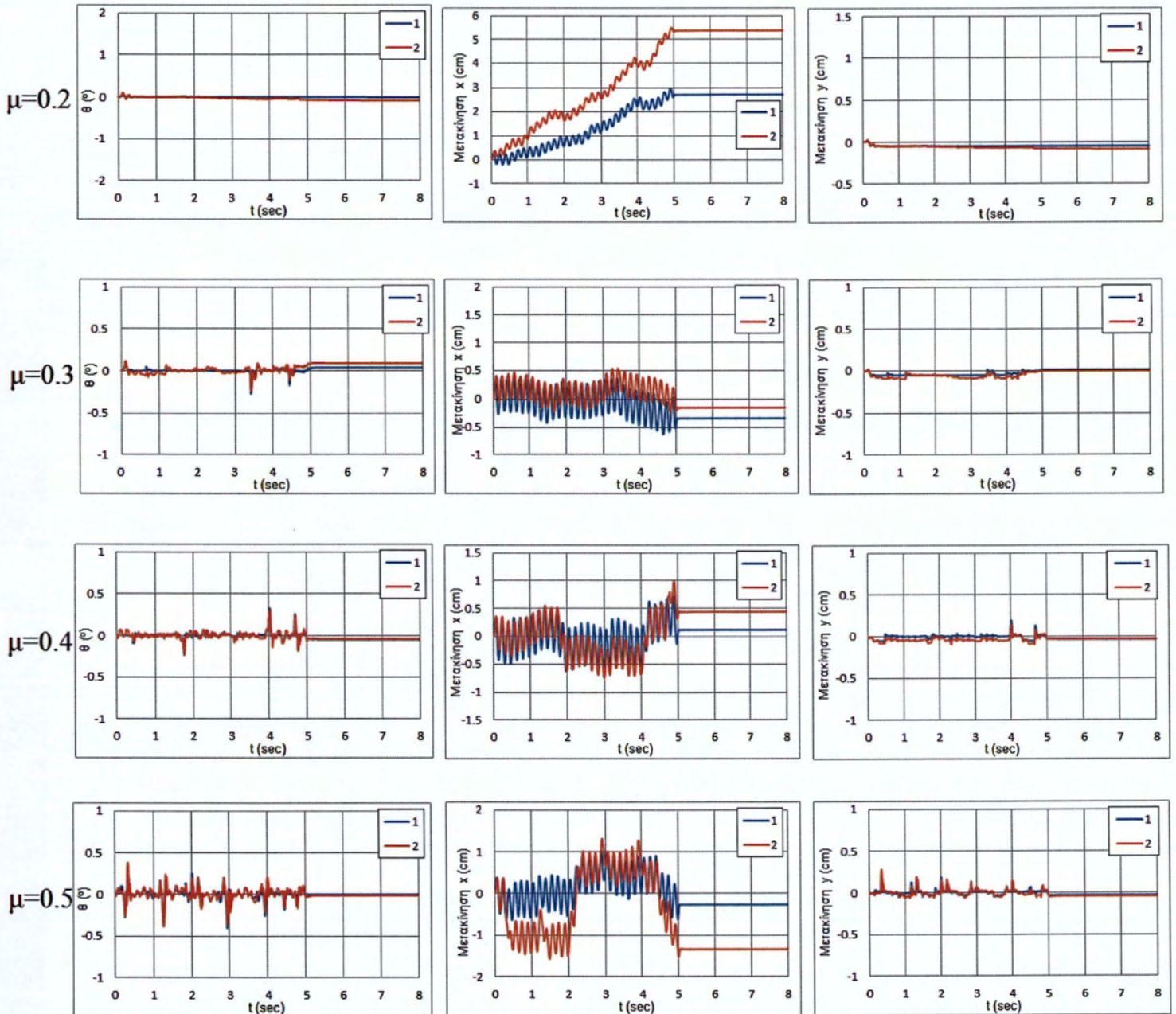


Εικόνα Π.8: Για βαθμό λυγηρότητας  $\delta$  και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

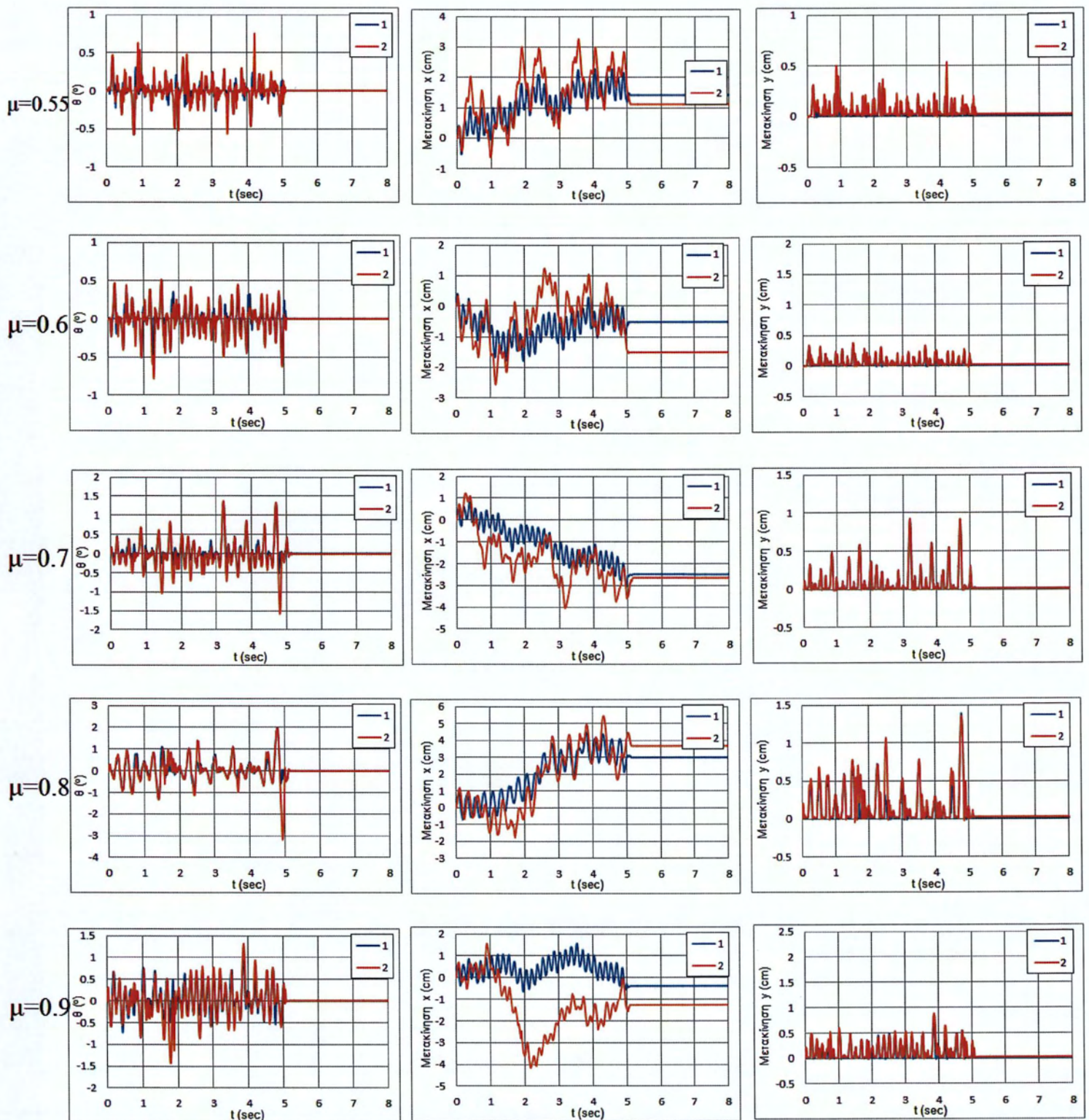
Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

## Π.2 Αποτελέσματα επιλύσεων 3ης διέγερσης ( $f_3=6$ Hz, $A_3= 0.005$ m)

### Π.2.1 1η Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=2$

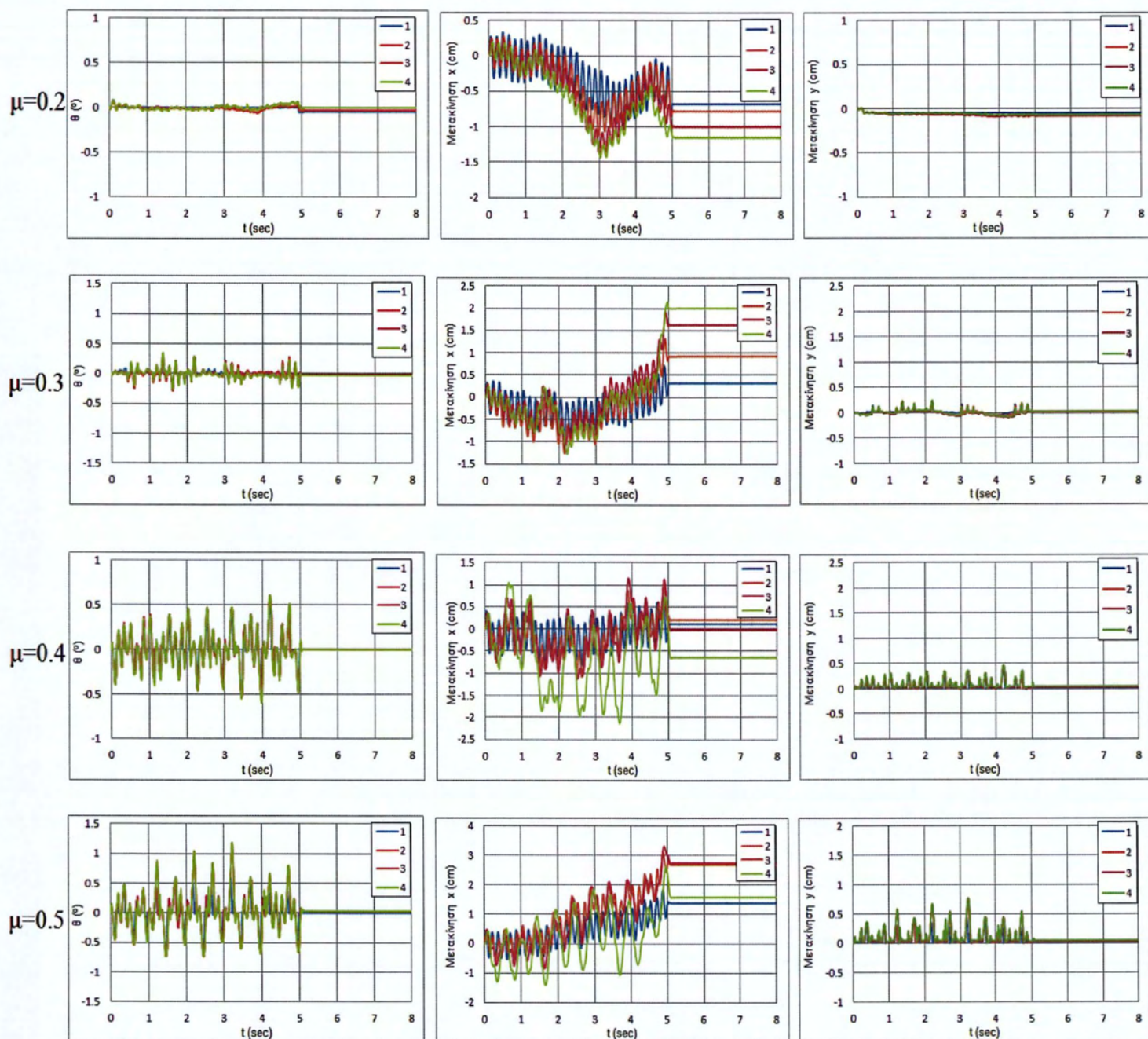


Εικόνα Π.9: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$ ( $^\circ$ ), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο t

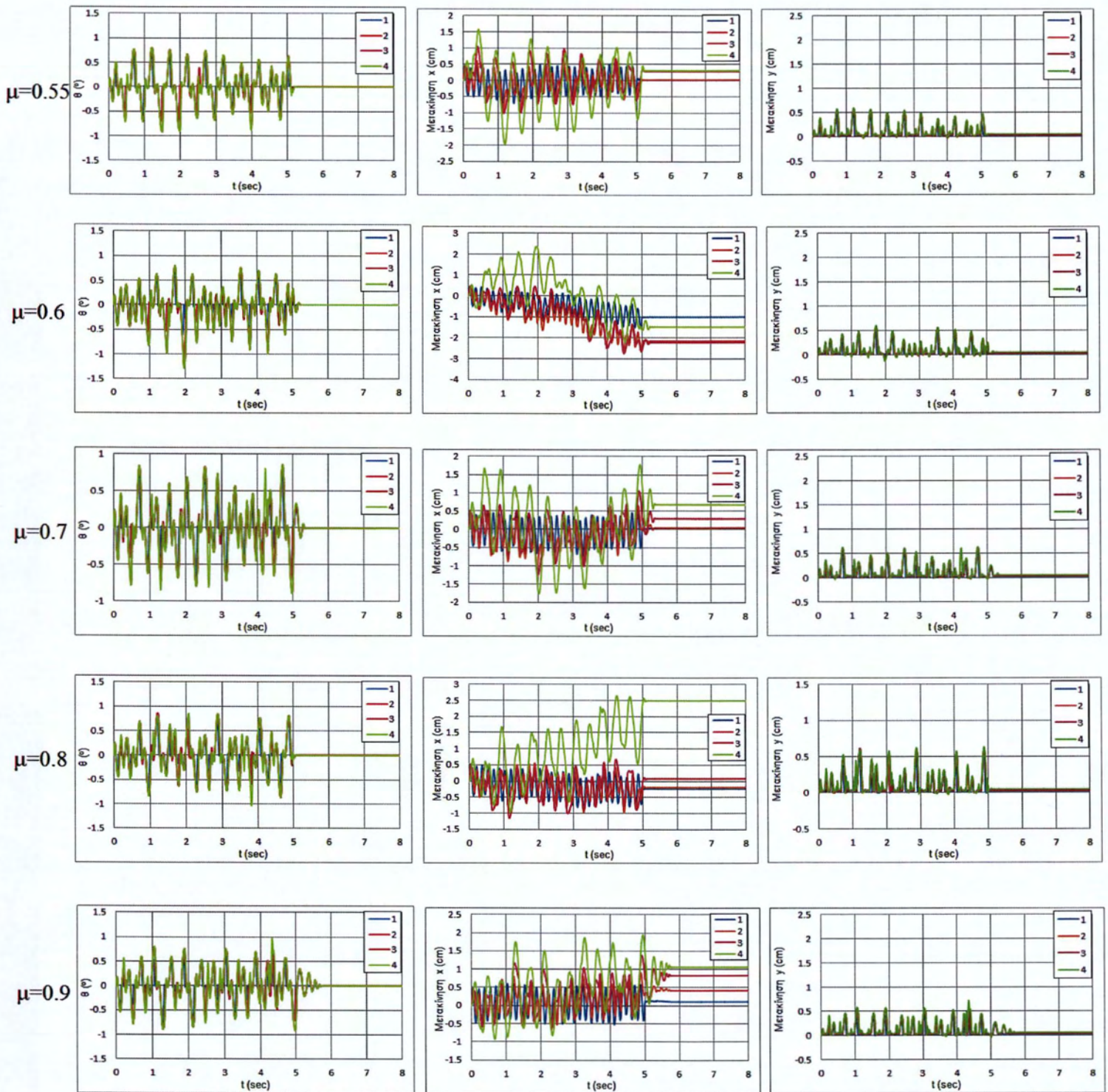


Εικόνα Π.10: Για βαθμό λυγηρότητας 2 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



Π.2.2 2<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=4$ 

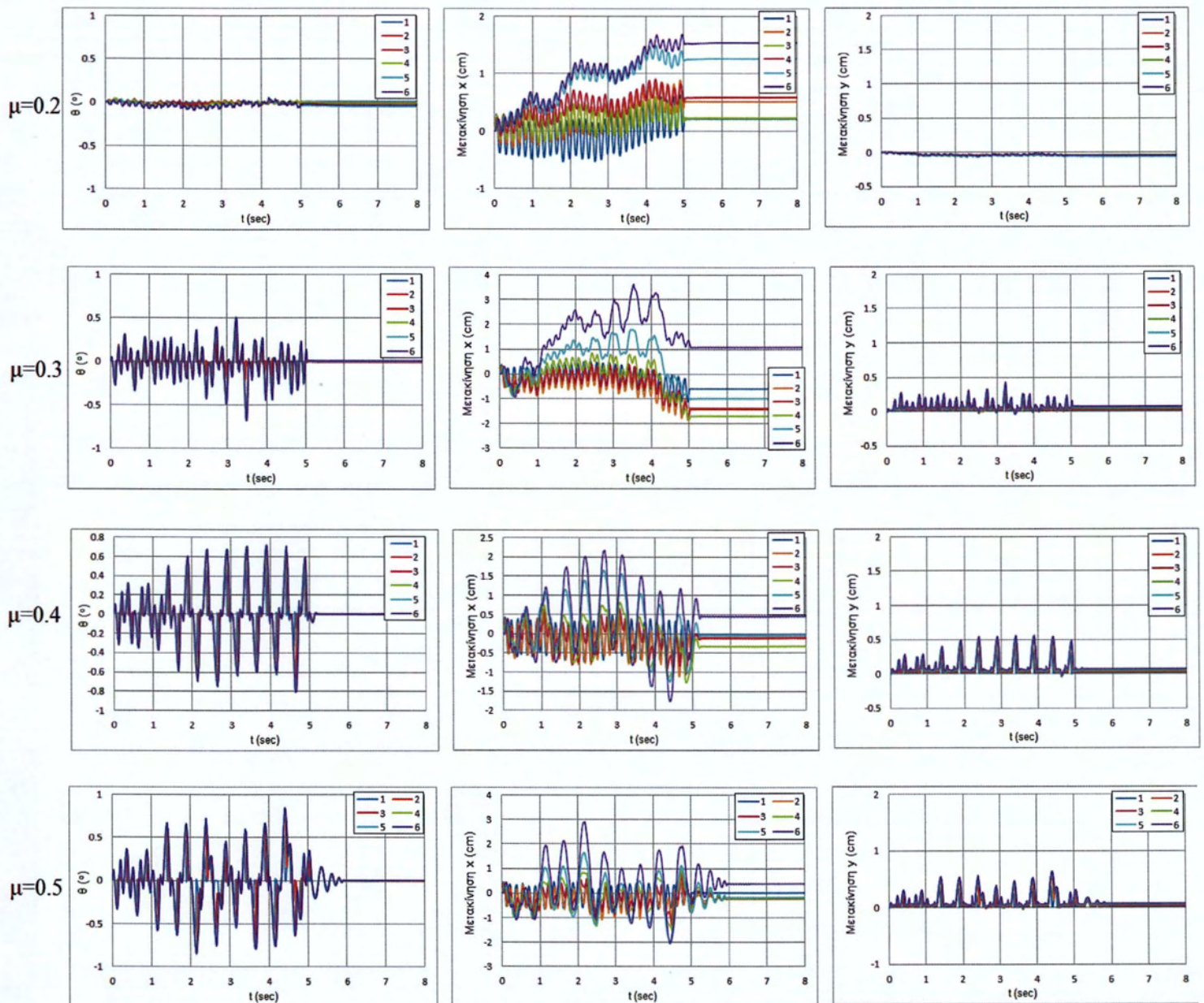
Εικόνα Π.11: Για βαθμό λυγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



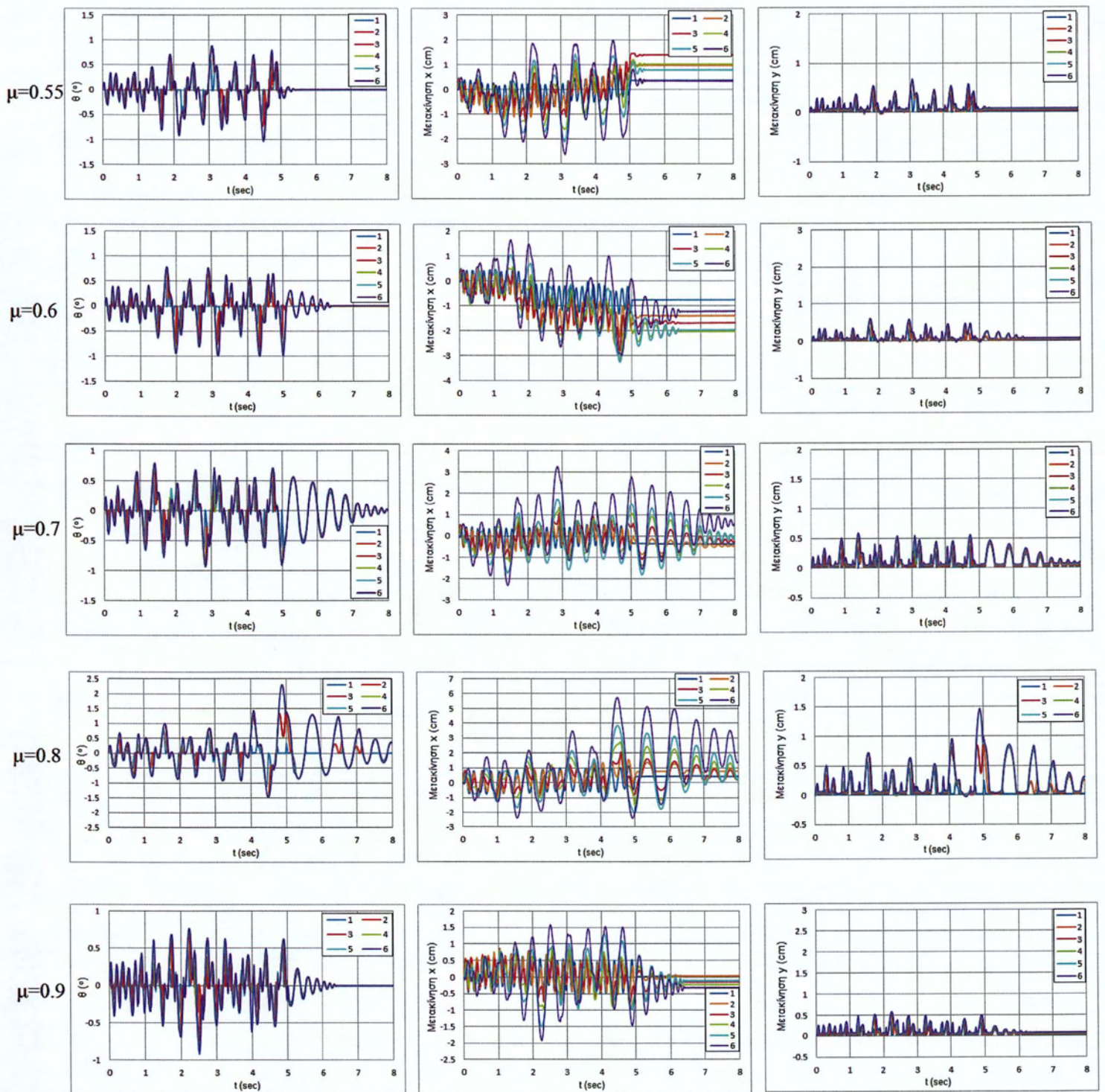
Εικόνα Π.12: Για βαθμό ληγηρότητας 4 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

### Π.2.3 3<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας $h/b=6$



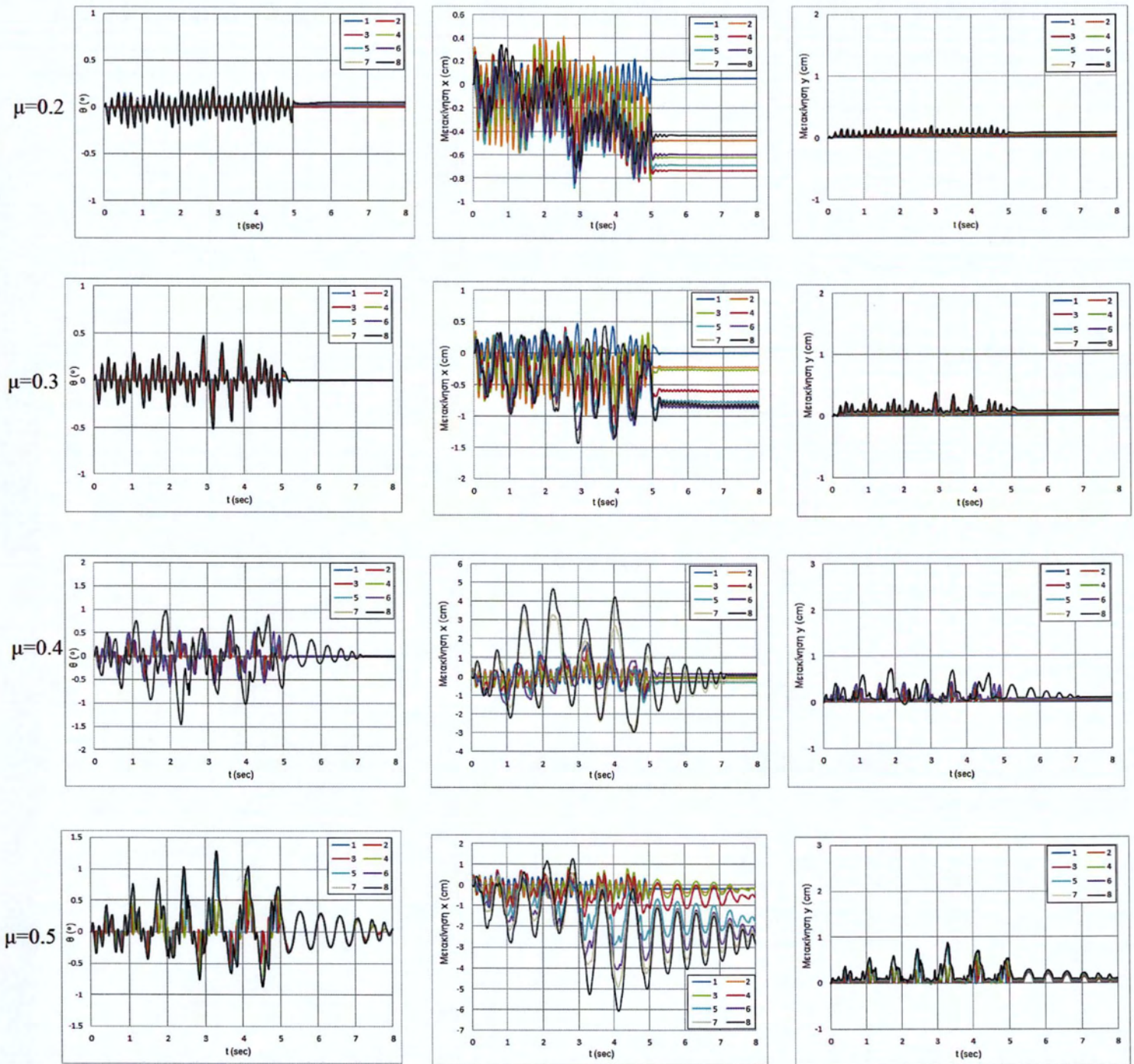
Εικόνα Π.13: Για βαθμό λυγηρότητας 6 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta$  (°), Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



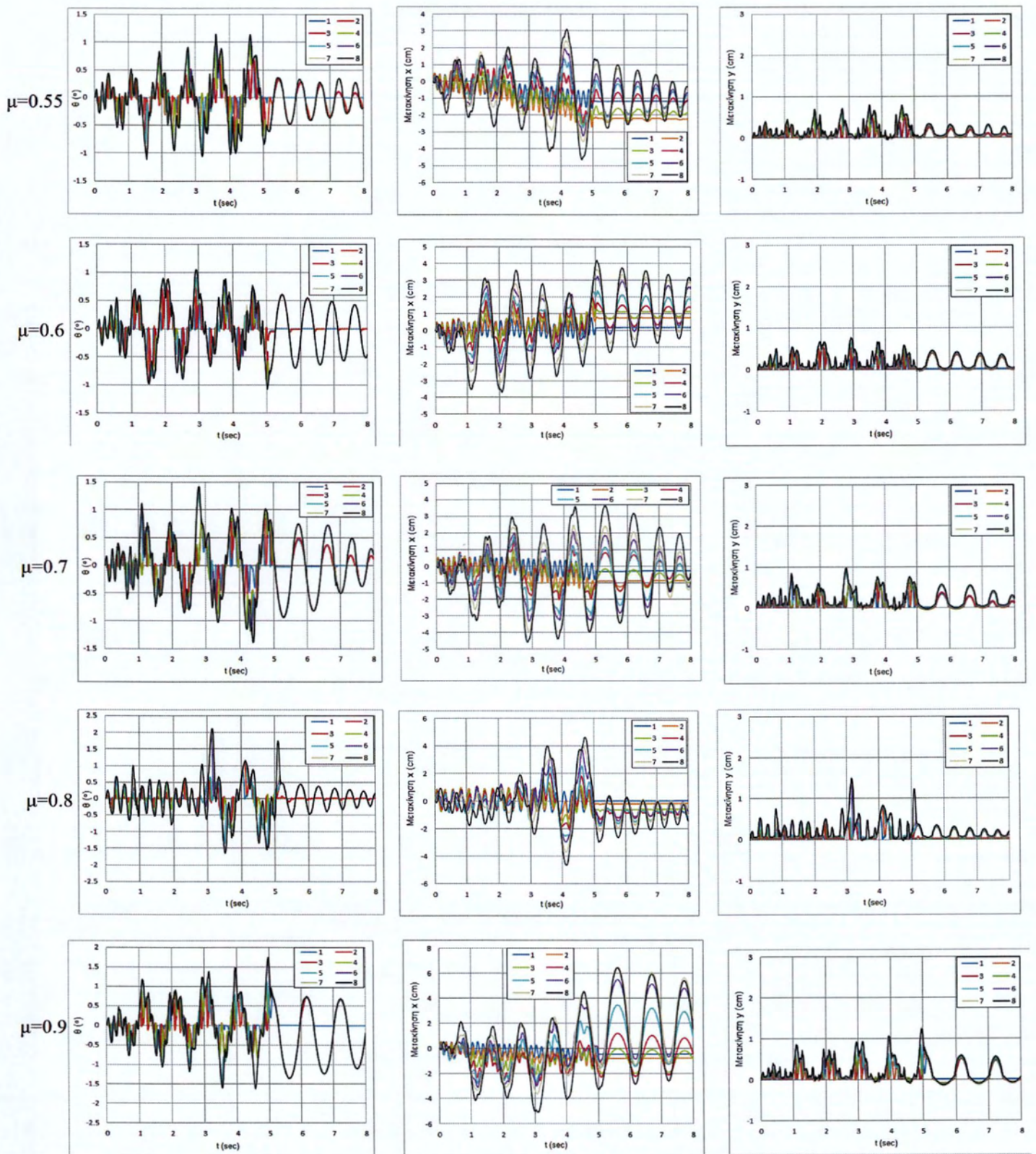
Εικόνα Π.14: Για βαθμό λυγηρότητας 6 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

Π.2.4 4<sup>η</sup> Ομάδα: Βαθμός λυγηρότητας  $h/b=8$



Εικόνα Π.15: Για βαθμό λυγηρότητας 8 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.2-0.5$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη  $x$ -διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη  $y$ -διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$



Εικόνα Π.16: Για βαθμό ληγηρότητας 8 και συντελεστή τριβής  $\mu=0.55-0.9$ : Αριστερά) γωνία λικνισμού  $\theta(^{\circ})$ , Κέντρο) μετακίνηση κατά τη x-διεύθυνση (cm), Δεξιά) Μετακίνηση κατά τη y-διεύθυνση (cm) σε συνάρτηση με το χρόνο t

Μη γραμμική αριθμητική ανάλυση της λικνιστικής απόκρισης άκαμπτων σπονδυλωτών στύλων υπό δυναμικές διεγέρσεις της βάσης τους

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1] Housner, G.W. (1963), “The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53(2), 403–417.
- [2] Γερόλυμος, Ν., Αποστόλου, Μ., Γκαζέτας, Γ. (2008), “ Λικνισμός και ανατροπή στερεού σώματος υπό σεισμική διέγερση: Ιστορικά περιστατικά”, 3<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής & Τεχνικής Σεισμολογίας, Άρθρο 1777.
- [3] Peña, F., Prieto F., Lourenço P. B., Campos Costa A. and Lemos, J. V. (2007) “On the dynamics of rocking motion of single block structures”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 33, 2383–2399.
- [4] Milne, J. (1881) “Experiments in observational seismology”, *Trans. Seism. Soc. Japan*, 3, 12–64.
- [5] Perry, J. (1881) “Note on the rocking of a column” *Trans. Seism Soc. Japan*, 3, 103–106.
- [6] Priestley, M. J. N., Evison, R. J., Carr, A. J. (1978), “Seismic response of structures free to rock on their foundations”, *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 11(3), 14150.
- [7] Yim, C., Chopra, A. and Penzien, J. (1980), “Rocking response of rigid blocks to earthquake”, Report UBC/EERC-80/02, University of California.
- [8] Aslam M, Godden W.G., Scalise D.T. (1980), “Earthquake rocking response of rigid bodies”, *Journal of the Structural Division, ASCE*, 106(ST2):377–92.
- [9] Ishiyama Y. (1982), “Motion of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10:635–50.
- [10] Psycharis I.N., Jennings P.C. (1983), “Rocking of slender bodies allowed to uplift”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11:57–76.
- [11] Chopra, A.K., Yim, C. (1985), “Earthquake response of structures with partial uplift on Winkler foundation”, *Earthquake Engineering Structures Dynamics*, 12, 263-281.
- [12] Spanos P.D., Koh A.S. (1984), “Rocking of rigid bodies due to harmonic shaking”, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 110(11):1627–42.
- [13] Hogan, S. J. (1989), “On the dynamics of rigid-block motion under harmonic forcing”, *Proc. R. Soc. London*, A425, 441-476.
- [14] Hogan, S. J. (1990), “The many steady state responses of a rigid body under harmonic forcing”, *Earthquake Eng. and Str. Dynamics*, Vol. 19, 1057-1071.
- [15] Augusti G., Sinopoli A. (1992), “Modelling the dynamics of large block structures”, *Meccanica*, 27:195–211. DOI: 10.1007/BF00430045.
- [16] Shendon H.W.III (1996), “Criteria for initiation of slide, rock, and slide-rock rigid-body modes”, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 122(7):690–3.

- [17] Scalia, A. and Sumbatyan, M.A. (1996), “Slide rotation of rigid bodies subjected to a horizontal ground motion”, *Earthquake Eng. and Str. Dynamics*, Vol. 25, 1139-1149.
- [18] Makris, N. and Roussos, Y. (1998), “Rocking response and overturning of equipment under horizontal pulse-type motions”, PEER Report; 5.
- [19] Hall, J.F., Heaton T.H., Halling M.W., and Wald, D.J. (1995), “Near-source ground motion and its effects on flexible buildings”, *Earthquake Spectra*, Vol. 11, No. 4, pp 569-605.
- [20] Zhang, J. and Makris, N. (2001), “Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses”, *Journal of Engineering Mechanics*, 127(5) L 47383, ASCE.
- [21] Makris N., Konstantinidis D. (2003), “The rocking spectrum and the limitations of practical design methodologies”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32(2):265–289.
- [22] Makris, N. and Roussos, Y. (2000), “Rocking response of rigid blocks under near-source ground motions”, *Géotechnique* 50(3): 24362.
- [23] Prieto, F., Lourenco, P.B. (2005), “On the rocking behavior of rigid objects”, *Meccanica*, 40:121–133. DOI: 10.1007/s11012-004-5875-z.
- [24] Beskos, D. (1993/4), “Use of finite and boundary elements in the analysis of monuments and special structures”, *Bulletin of the association of civil engineers of Greece*, no. 216&217.
- [25] Peña, F., Prieto F., Lourenço P. B., Campos Costa A. and Lemos, J. V. (2007), “On the dynamics of rocking motion of single block structures”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 33, 2383–2399.
- [26] Pena, F., Lourenço, P.B., Campos-Costa, A. (2008), “Experimental dynamic behavior of free-standing multi-block structures under seismic loadings”, *J. Earthq. Eng.* 12, 953–979.
- [27] MSC. Marc 2011, User’s Guide, “Volume A: Theory and User Information”, MSC. Software Corporation
- [28] Vassiliou, M. F. and Makris, N. (2011), “Analysis of the rocking response of rigid blocks standing free on a seismically isolated base”, *Earthquake Eng. and Str. Dynamics*, DOI: 10.1002/eqe.1124.
- [29] Komodromos, P., Papaloizou L., Polycarpou, P. (2008), “Simulation of the response of ancient columns under harmonic and earthquake excitations”, *Eng. Str.*, 30(8):2154–2164.
- [30] Komodromos, P., Papaloizou L., Polycarpou, P. (2007), “Modern object-oriented design of structural engineering software”, In *Proceedings of the eleventh international conference on civil, structural and environmental engineering computing*, St. Julian’s, Malta.
- [31] Konstantinidis, D., Makris, N. (2005), “Seismic response analysis of multidrum classical columns”, *Earthquake Eng. Str. Dyn.* 34:1243–1270.



- [32] Komodromos, P., Papaloizou L., Polycarpou, P. (2008), “Numerical analysis of ancient multi-drum columns with epistyles under dynamic loadings”, In Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, Beijing, China.
- [33] Psycharis, I.N. (1990), “Dynamic behavior of rocking two-block assemblies”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* 19(4):555–575.
- [34] Sinopoli, A. (1990), “La scelta del modello e il problema dell’urto nell’ analisi dinamica di strutture monumentali costituite da blocchi lapidei”, *Terremoti prima del Mille in Italia e nell’ area mediterranea*, Storia archeologia, sismologia, S.G.A., Bologna, pp. 244-259.
- [35] Ageno, A. and Sinopoli, A. (1991), “Indagine teorica e sperimentale sul problema dell’ urto fra blocchi rigidi”, In Proc. of the 5th Nat. Conf. Earth. Eng., Palermo.
- [36] Spanos, P.D., Roussis, P.C., Politis, N.P.A. (2001), “Dynamic analysis of stacked rigid blocks”, *Soil Dyn Earthquake Eng.* 21(7):559–578.
- [37] Demosthenous, M., Manos, G.C. (1996), “Study of the dynamic response of models of ancient columns or colonnades subjected to horizontal base motions”, *Struct Dyn-EURODYN*.
- [38] Manos, G.C., Demosthenous, M., Kourtides, V., Hatzigeorgiou, A. (2001), “Dynamic and earthquake behavior of models of ancient columns and colonnades with or without energy absorptions systems”, In: Proceedings of second Greek national conference on earthquake engineering and seismology, vol 1. Thessaloniki, Greece, pp 257–276.
- [39] Mouzakis, H., Psycharis, I., Papastamatiou, D., Carydis, P., Papantonopoulos, C., Zambas. C. (2002), “Experimental investigation of the earthquake response of a model of a marble classical column”, *Earthquake Eng. Struct Dyn* 31:1681–1698.
- [40] Psycharis, I.N., Papastamatiou, D.Y., Alexandris, A.P. (2000), “Parametric investigation of the stability of classical columns under harmonic and earthquake excitations”, *Earthquake Eng. Struct Dyn* 29:1093–1109.
- [41] Working Model™, User’s manual, MSC Software Corporation: San Mateo, CA, 2000.
- [42] Papaloizou, L., Komodromos, P. (2009), “Planar investigation of the seismic response of ancient columns and colonnades with epistyles using a custom-made software”, *Soil Dyn Earthquake Eng.* 29(11–12):1437–1454.
- [43] Papaloizou, L. and Komodromos, P. (2010), “Seismic Behavior of Ancient Multidrum Structures”, *Computational Methods in Earthquake Engineering*, Vol. 21 of the series *Computational Methods in Applied Sciences*, pp. 237-264.
- [44] Ardila-Giraldo, O., Reyes, J.C. and Smith-Pardo, J.P. (2013), “Contact interface modeling in the dynamic response of rigid blocks subjected to base excitation”, 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Kos island, Greece.

- [45] Ko, Y., Yang, H., Huang, C. (2013), “An Investigation of the Seismic Response of a Free-standing Dry Storage Cask for Spent Fuel using the finite Element Method”, Nuclear Engineering and Design, 261: 33–43p.
- [46] Schau, H. and Johannes, M. (2013), “Rocking and sliding of unanchored bodies subjected to seismic load according to conventional and nuclear rules”, 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Kos island, Greece.
- [47] Sextos, A., Nalmpantis, S., Faraonis, P., Skiada, D., & Stylianidis, K. (2013), “Probabilistic seismic hazard assessment through geometrically non-linear back-analysis of Byzantine and Roman monuments”, 10th HSTAM International Congress on Mechanics, Chania, Greece.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000125598

