

Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένης Οικονομικής

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



Διπλωματική Εργασία

**« ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΝΑΠΑΡΑΓΕΛΙΑΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ  
ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΜΕ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΗ ΖΗΤΗΣΗ »**

**Γούσης Λεωνίδα**

Επιβλέπων καθηγητής : **Ηλίας Κεβόρκ**

**Βόλος, 2018**

## Υπεύθυνη Δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης, έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας .

Γούσης Λεωνίδα

Βόλος, Ιανουάριος 2018

## Ευχαριστίες

Πρώτα θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής εργασίας, κύριο Ηλία Κεβόρκ, για την πολύτιμη καθοδήγησή του, την εμπιστοσύνη, την ενθάρρυνση και την εκτίμηση που μου έδειξε καθ' όλη την διάρκεια διεκπεραίωσής της. Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου, που όλα αυτά τα χρόνια μου συμπαραστέκονται ηθικά και οικονομικά έτσι ώστε να επεκτείνω τις γνώσεις μου. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στους φίλους μου για την απέραντη υποστήριξη που έχω λάβει από αυτούς.

## Περιεχόμενα

Περίληψη

Κεφάλαιο 1

Διαχείριση εφοδιαστικής Αλυσίδας.....1

Εισαγωγή.....1

1.1. Ορισμοί, στόχοι και διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας.....2

1.2. Συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων.....8

1.3. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης (s,Q).....9

1.4. Στόχοι και σκοποί της έρευνας.....11

Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....12

2.1. Το υπόδειγμα της συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων.....12

2.2. Αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση.....18

Κεφάλαιο 3

Προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR (1).....21

3.1. Το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR (1).....21

3.2. Προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας.....24

3.2.1. Παραδοσιακή μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας ( traditional reorder level ).....26

3.2.2. Μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας βάσει των ροπών της ζήτησης ( reorder point based on moments ).....28

3.2.3. Μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης ( variable reorder level ).....29

3.2.4. Σύγκριση των μεθόδων υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας.....32

## Κεφάλαιο 4

Δημιουργία σειρών προσομοίωσης και εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του σημείου αναπαραγωγής με πρόβλεψη της ζήτησης.....	37
4.1. Δημιουργία σειρών προσομοίωσης AR (1).....	37
4.2. Εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του σημείου αναπαραγωγής με πρόβλεψη της ζήτησης.....	40
4.2.1. Εκτίμηση του σημείου αναπαραγωγής για δείγμα 25 παρατηρήσεων.....	42
4.2.2. Εκτίμηση του σημείου αναπαραγωγής για δείγμα 50 παρατηρήσεων.....	47
4.2.3. Εκτίμηση του σημείου αναπαραγωγής για δείγμα 100 παρατηρήσεων.....	53

## Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα και μελλοντική διερεύνηση του θέματος.....	58
5.1. Συμπεράσματα.....	58
5.2. μελλοντική διερεύνηση του θέματος.....	59
Βιβλιογραφία.....	60

## Περίληψη

Η παρούσα μελέτη πραγματεύεται την εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων, όταν υπάρχει αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση. Σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση των αποκλίσεων που ενδέχεται να υπάρξουν στο επίπεδο του σημείου αναπαραγγελίας όταν ο υπολογισμός του γίνεται με εκτιμήσεις των διαφόρων παραμέτρων της εξίσωσης σε σύγκριση με τον υπολογισμό του με τις πραγματικές τιμές αυτών. Η εκτίμηση των διαφόρων παραμέτρων διενεργείται κάνοντας χρήση της μεθόδου μεγίστης πιθανοφάνειας με τη βοήθεια σειρών προσομοίωσης. Περιγράφονται οι ιδιότητες του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος AR (1) και ο υπολογισμός του σημείου αναπαραγγελίας, έπειτα από ανάλυση και σύγκριση τριών διαφορετικών μεθόδων προσδιορισμού του, πραγματοποιείται με πρόβλεψη της ζήτησης. Τα ευρήματα της έρευνας δείχνουν ότι γενικά το σημείο αναπαραγγελίας υποεκτιμάται και τα καλύτερα αποτελέσματα των εκτιμήσεων λαμβάνονται για υψηλή αυτοσυσχέτιση της ζήτησης και χαμηλότερα επίπεδα εξυπηρέτησης των πελατών.

## Abstract

The present study deals with the estimation of the reorder level in a continuous – review inventory system, when the demand is serially - correlated. The purpose of the thesis is to investigate the deviations that may occur at the reorder level, when its calculation is made with estimates of the parameters of the equation in comparison to its calculation with the actual value of the parameters. The estimation of the value of various parameters is conducted by using the method of Maximum Likelihood with means of simulation series. The properties of the autoregressive model AR (1) are discussed and the reorder level is calculated, after analyzing three different methods of its determination, with forecasting demand method. The findings of the survey indicate that the reorder level is underestimated and the best results of the estimates are taken for high autocorrelation of the demand and lower customer service levels.

## **Κεφάλαιο 1**

### **Διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας**

#### **Εισαγωγή**

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει τεράστιες αλλαγές στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας. Κάποτε ήταν το τελευταίο τμήμα στο οποίο θα στρεφόταν κανείς για να μειώσει τις δαπάνες του, ενώ σήμερα αποτελεί σημαντικό παράγοντα για τη μείωση του κόστους και την αύξηση των κερδών μιας επιχείρησης. Άλλοτε οι διευθυντές τον θεωρούσαν μικρής σπουδαιότητας, ενώ τώρα βρίσκεται στην πρώτη γραμμή του επιχειρησιακού προγραμματισμού, με στελέχη του να καλύπτουν θέσεις στα κορυφαία κλιμάκια των περισσότερων εταιριών. Είναι ένας τομέας, ο οποίος στο παρελθόν προκαλούσε δυσκολία ως προς την κατανόηση και τη συμφωνία για το τι ακριβώς είναι η φυσική διανομή, τα logistics, η μεταφορά, οι προμήθειες κ.λ.π. Τώρα διαθέτει ένα πολύ καλά δομημένο σώμα γνώσης που απαρτίζεται τόσο από επαγγελματίες, όσο και από ακαδημαϊκούς.

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας ήταν ξεχασμένη διοικητική επιστήμη. Οι όροι της, ή και παρόμοιοι, χρησιμοποιούνταν μόνο από τους στρατιωτικούς, ενώ ήταν άγνωστοι στο μεγαλύτερο μέρος του εμπορικού κόσμου. Σήμερα, τα σχετικά με την εφοδιαστική αλυσίδα μαθήματα διδάσκονται σχεδόν σε όλα τα πανεπιστήμια. Έτσι, χρόνο με το χρόνο τα logistics μεταβάλλονται από μια «σκοτεινή ήπειρο της οικονομίας», όπως χαρακτηριστικά τα περιέγραψε ο Peter Drucker, σε έναν από τους πιο ζωτικούς και ενδιαφέροντες κλάδους, παρουσιάζοντας τρομερές προκλήσεις για τους μάνατζερ.

Στη σημερινή παγκοσμιοποιημένη αγορά, η αυξανόμενη ανάγκη των εταιριών να ανταγωνίζονται πάνω στις διαστάσεις του κόστους, της ποιότητας, της ταχύτητας, της ευελιξίας, της καινοτομίας και των υπηρεσιών, έχει οδηγήσει στην ανάγκη να αναπτυχθούν συστήματα logistics που να είναι πιο αποδοτικά από τα αντίστοιχα του παρελθόντος. Έτσι, ιδίως τις τρεις τελευταίες δεκαετίες, παρατηρείται ότι τα logistics και η εφοδιαστική αλυσίδα έχουν μετατοπιστεί από απλές (ή ασήμαντες) λειτουργικές διαδικασίες, σε λειτουργίες εταιρικού επιπέδου (δηλαδή σε τμήματα μέσα στις επιχειρήσεις). Αναγνωρίζεται ολοένα και περισσότερο ότι μέσω μιας αποτελεσματικής διαχείρισης των logistics και της εφοδιαστικής αλυσίδας

μπορεί να επιτευχθεί ο απώτερος στόχος κάθε επιχείρησης, δηλαδή η μείωση του κόστους και η αύξηση των παρεχόμενων υπηρεσιών. Δεν είναι τυχαίο ότι ο Christopher Martin, από τις σημαντικότερες ακαδημαϊκές προσωπικότητες στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας, διακηρύσσει ότι ο ανταγωνισμός των εταιρειών δεν θα γίνεται πλέον σε επίπεδο εταιρειών, αλλά μέσω των εφοδιαστικών αλυσίδων.

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας συνιστά το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα σε κάθε εταιρεία ανεξάρτητα αν είναι βιομηχανία ή όχι καθώς ελέγχει και αξιολογεί συνεχώς οριζόντια όλες τις λειτουργίες της εταιρείας δημιουργώντας μια δυναμική εξαιρετική η οποία ανάλογα πως θα την διαχειριστεί η εταιρεία μπορεί να εξυψώσει την κερδοφορία ή να επιφέρει την απόλυτη ζημία στην επιχείρηση.

### **1.1. Ορισμοί, στόχοι και λειτουργίες της διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας**

Ετυμολογικά, ο όρος Εφοδιαστική Αλυσίδα/Logistics έχει προέλευση από τον ελληνικό όρο «λόγος», που σημαίνει λογική, με την έννοια της εκλογίκευσης και σκοπό την επίτευξη ορισμένων συγκεκριμένων στόχων. Στην περίπτωση της χώρας μας ο όρος «Λογιστική» έχει επικρατήσει σε απόδοση του διεθνούς όρου της επιστήμης του “Accounting”, ως σχετικός τομέας της Οικονομικής Επιστήμης, κατά παράφραση του επικρατήσαντος αγγλικού όρου “Logistics” που ανταποκρίνεται στην “Εφοδιαστική Αλυσίδα”.

Στη σύγχρονη ιστορική και επιστημονική αναφορά, μαζική χρήση «Εφοδιαστικής Αλυσίδας» έγινε κατά τη διάρκεια του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου από τις ΗΠΑ και τους Συμμάχους για τον εφοδιασμό των νηοπομπών των συμμαχικών δυνάμεων, μέσω χρησιμοποίησης κατά βάση “operational research” και εκτεταμένης χρήσης «προσομοιώσεων».

Το ενδιαφέρον στην Εφοδιαστική Αλυσίδα σε επιστημονικό και επιχειρηματικό επίπεδο είχε αρχίσει μεταπολεμικά να στρέφεται συστηματικά από τη δεκαετία του 1960. Αυτό είχε σκοπό την ενιαία διαχείριση των επιμέρους λειτουργιών του τομέα της διανομής σε επίπεδο επιχείρησης. Οι διάφορες λειτουργίες αντιμετωπιζόταν στο παρελθόν ως «περιττό βάρος», «αναγκαίο κακό», «παθητικό» και επιβαρυντικό στοιχείο του συνολικού επιχειρηματικού κόστους (περιλαμβάνοντας τις μεταφορές, τις προμήθειες, την αποθήκευση, τα αποθέματα, κτλ.). Αυτό είχε οδηγήσει σε μια σειρά παρενεργειών, εσωστρέφειας μεταξύ επιχειρηματικών



τμημάτων, διαιρετικής πολυαρχίας και δυσμενών επιπτώσεων στο κόστος και στην επιχειρηματική αποτελεσματικότητα και ανταγωνιστικότητα (Drucker, 1958).

Υπό την πίεση της έντασης του ανταγωνισμού στο νέο επιχειρηματικό περιβάλλον, επισημάνθηκε η ανάγκη πιο αποτελεσματικού συντονισμού και οδήγησε σε μια κλιμακωτή αλλαγή: Η διοίκηση σε επίπεδο επιχείρησης άρχισε να αναζητά νέες πηγές ανταγωνιστικότητας και βιωσιμότητας, στρεφόμενη αρχικά σε αναβάθμιση της λειτουργίας της διανομής, που παρέμενε επί μακρόν στο περιθώριο. Η στροφή αυτή απέφερε διαπιστωμένα εντυπωσιακά θετικά αποτελέσματα, σε όρους συμπίεσης του κόστους, ταχύτητας, εξυπηρέτησης της πελατείας και αύξησης της ανταγωνιστικότητας της επιχείρησης.

Σε δεύτερη φάση, υπήρξε η ασφυκτική πίεση ενός εξωγενούς, απρόβλεπτου αλλά ισχυρότατου φαινομένου, της παγκοσμιοποίησης, που συμπεριέλαβε το εμπόριο, τις αγορές, τις εθνικές οικονομίες και τις διεθνείς ενώσεις, οργανισμούς και συμφωνίες. Αυτό αποτέλεσε ιστορικό σταθμό στην πορεία ολοκλήρωσης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, την τελευταία 10ετία του 20ού αιώνα, με πηγή δημιουργίας αξίας τους πελάτες των επιχειρήσεων και ισχυρή τάση συνεργασίας ανάμεσα σε επιχειρήσεις, σε επιχειρήσεις και πελάτες/καταναλωτές, σε επιχειρήσεις και σε οργανισμούς του δημόσιου τομέα.

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα (ΕΑ) ορίζεται καταρχήν, σαν ένα ολοκληρωμένο δίκτυο ή σύστημα δημιουργίας αξίας, που περιλαμβάνει στενά συνεργαζόμενες επιχειρηματικές μονάδες, παραγωγούς, εμπόρους, λιανοπωλητές και τους καταναλωτές. Η Εφοδιαστική Αλυσίδα λοιπόν συμπεριλαμβάνει τη ροή υλικών από τον προμηθευτή πρώτων υλών ή τον παραγωγό του τελικού προϊόντος μέχρι τον τελικό καταναλωτή, παράλληλα με τη ροή πληροφοριών μεταξύ των μελών της αλυσίδας . Ο σχεδιασμός και η συστηματική παρακολούθηση της υλοποίησης, ο συντονισμός και ο έλεγχος του κόστους, της ποιότητας και της ταχύτητας ικανοποίησης των πελατών, αποδίδουν την έννοια της πραγματικής ολιστικής προσέγγισης της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας (ΔΕΑ). (Μαλινδρέτος Γ., 2015)

Ένας ευρύτερα αποδεκτός ορισμός της Εφοδιαστικής αλυσίδας διατυπώθηκε από το Global Supply Chain Forum του Πανεπιστημίου The Ohio State University, Η.Π.Α. (Lambert, 2004): *«Εφοδιαστική Αλυσίδα/Logistics είναι η ολοκληρωμένη διαδικασία σχεδιασμού, εφαρμογής και ελέγχου βασικών διαδικασιών που μετατρέπουν τις εισροές από τους προμηθευτές σε προϊόντα και υπηρεσίες που προσθέτουν αξία στους πελάτες».*

Γενικά έχει διατυπωθεί ένας μεγάλος αριθμός ορισμών της Εφοδιαστικής Αλυσίδας με σκοπό τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας στην υλοποίησή της. Οι πιο δημοφιλείς ορισμοί της στη βιβλιογραφία αναφέρονται:

- Στον συστηματικό στρατηγικό συντονισμό των παραδοσιακών επιχειρηματικών λειτουργιών μεταξύ των επιχειρήσεων μέσα στην εφοδιαστική αλυσίδα ως σύνολο (Mentzer et al. 2001).
- Στον πελατοκεντρικό ορισμό, όπου η συνολική αποτελεσματικότητα των συνεργασιών σε επίπεδο εφοδιαστικής αλυσίδας συνδέεται με τον στόχο της δημιουργίας ικανοποίησης του πελάτη και στο τελικό στάδιο παράδοσης των προϊόντων σε αυτόν, δηλαδή ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του πελάτη (Heins, 2004).
- Στα βασικά και κρίσιμα στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας που σχετίζονται με τους προμηθευτές και τους πελάτες, έμφαση στη συνεργασία που αποφέρει συνέργειες και σε υψηλότερο επίπεδο των κοινών επιτευγμάτων (Bowersox και Closs, 1996).
- Σε ένα μοντέλο με το οποίο εξειδικεύονται οι στόχοι και οι ρόλοι εντός μιας ευρείας διαδικασίας παροχής ικανοποίησης στους πελάτες της επιχείρησης (Porter, 1985).
- Στη βαθμιαία βελτίωση της γνώσης, με την οποία διευκολύνεται η αντίληψη της περιπλοκότητας και η ικανότητα πρόβλεψης των εφοδιαστικών αλυσίδων, ώστε η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (ΔΕΑ) να αντιμετωπίσει ευχερέστερα προσεχείς δυσκολίες από συνεχόμενες αλλαγές και κρίσιμες επιλογές που θα κληθούν για την αντιμετώπισή τους (Cetinkaya, 2011).

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας ενοποιεί και ολοκληρώνει το σχεδιασμό, τις προμήθειες, την παραγωγή, την αποθήκευση, τη μεταφορά και τις πωλήσεις, εντός των επιχειρήσεων αλλά και μεταξύ αυτών. Αντικειμενικός λοιπόν σκοπός αποτελεί η αύξηση της συνολικής κερδοφορίας κατά μήκος της αλυσίδας, η οποία και συνεπάγεται την αύξηση της κερδοφορίας όλων των εταίρων της. Αυτό επιτυγχάνεται με την έγκαιρη κατανόηση και ικανοποίηση των πελατειακών αναγκών και με την προσφορά προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας και ανταγωνιστικού κόστους. Επομένως το Logistics βρίσκει εφαρμογή σε δύο επίπεδα: στο πρώτο επίπεδο είναι η επιχείρηση, η οποία πρέπει να οργανώσει την εισροή, την εσωτερική διακίνηση και την εκροή υλικών και προϊόντων κατά τέτοιον τρόπο, έτσι ώστε να εξασφαλίζει τη μέγιστη ικανοποίηση των πελατών της. Στο δεύτερο επίπεδο είναι η εφοδιαστική αλυσίδα, η οποία αποτελείται από όλες εκείνες τις επιχειρήσεις και οργανισμούς που είναι απαραίτητοι έτσι ώστε ένα προϊόν, από πρώτες ύλες να καταλήξει στον τελικό πελάτη.

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα προσπαθεί να ικανοποιήσει τους επιχειρησιακούς στόχους με το μικρότερο κόστος, επιδιώκει δηλαδή να βρίσκεται το «σωστό προϊόν, στη σωστή ποσότητα και ποιότητα, στο σωστό τόπο, στο σωστό χρόνο με το ελάχιστο δυνατό κόστος» (Gattorna 1997).

Οι επιμέρους στόχοι της εφοδιαστικής αφορούν στα εξής:

#### Υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης με χρηστή διαχείριση αποθεμάτων

Το απόθεμα είναι αναγκαίο για την εξυπηρέτηση των αναγκών των πελατών, δηλαδή της ζήτησης. Τα υψηλά αποθέματα οδηγούν σε υψηλά κόστη, από την άλλη πλευρά όμως τα χαμηλά αυξάνουν τον κίνδυνο ελλείψεων. Είναι ωστόσο δυνατός ο συνδυασμός χαμηλών αποθεμάτων με υψηλά επίπεδα εξυπηρέτησης, υπό την προϋπόθεση εφαρμογής τεχνικών έγκαιρης και έγκυρης πρόβλεψης αλλά κυρίως αποτελεσματικού μηχανισμού ανατροφοδότησης από τους προμηθευτές, με άλλα λόγια αξιόπιστης εφοδιαστικής αλυσίδα.

#### Ελαχιστοποίηση αποκλίσεων από τις προβλέψεις και αβεβαιότητες

Όλη η διαδικασία εφοδιασμού των αγορών βασίζεται στις προβλέψεις. Το απόθεμα πρέπει να προϋπάρχει της ζήτησης, αλλά η πραγματική ζήτηση είναι άγνωστη. Επομένως απαιτείται πρόβλεψη της μελλοντικής ζήτησης για συγκεκριμένο μελλοντικό χρονικό διάστημα, και ακολουθεί παραγγελία στον προμηθευτή της ποσότητας αυτής για κάλυψη της ζήτησης στο διάστημα αυτό. Η παραλαβή της ποσότητας δημιουργεί το απόθεμα στην επιχείρηση.

Όσο μικρότερες είναι οι αποκλίσεις πρόβλεψης από την πραγματική ζήτηση, τόσο περισσότερο ενισχύεται η ποιοτική εξυπηρέτηση των πελατών, αφού βασική παράμετρος αποτελεί η διαθεσιμότητα των προϊόντων όταν τα επιθυμεί ο πελάτης. Για τον σκοπό αυτό επενδύονται σημαντικά ποσά από τις επιχειρήσεις σε εργαλεία που συντελούν προς τη βέλτιστη δυνατή εκτίμηση της μελλοντικής ζήτησης, λαμβάνοντας υπόψη όλους τους σχετικούς παράγοντες (ανταγωνιστικά προϊόντα, προωθητικές ενέργειες, ιστορικά δεδομένα και τάσεις κατανάλωσης, κτλ.).

#### Έλεγχος ποιότητας υπηρεσιών (συνέπειας και αξιοπιστίας)

Με δεδομένη την ποιότητα του προϊόντος από την παραγωγική διαδικασία, η προσπάθεια αφορά στη διασφάλιση της ποιότητας σε όλη την πορεία στην εφοδιαστική αλυσίδα του εφοδιασμού και τον εφοδιασμό των αγορών. Οι θεμελιακές παράμετροι που

στοιχειοθετούν την ποιότητα της υπηρεσίας είναι η συνέπεια στον χρόνο και η ακρίβεια (ελαχιστοποίηση λαθών), σε όρους ποσότητας, ειδών, τόπου παράδοσης, κτλ. Με άλλα λόγια, τα λάθη ουσιαστικά αντιπροσωπεύουν τις αποκλίσεις των προσδοκιών των πελατών από το αποτέλεσμα των ενεργειών της επιχείρησης.

Τα κυριότερα από τα ποιοτικά στοιχεία της Εφοδιαστικής Αλυσίδας είναι τα εξής:

- ✓ Διαθεσιμότητα (availability). Η διαθεσιμότητα αναφέρεται στην ικανότητα της επιχείρησης να έχει πάντοτε, αρκετά διαθέσιμα αποθέματα προκειμένου να εξυπηρετεί τις ανάγκες της παραγωγής και των πελατών. Επιπλέον, απαραίτητος είναι ο σχεδιασμός που θα εξασφαλίζει συνεχώς τις ζητούμενες ποσότητες των προϊόντων, την ώρα που τις χρειάζεται η αγορά.
- ✓ Δυναμικότητα (capacity). Η δυναμικότητα αναφέρεται στην ικανότητα του συστήματος να διακινεί, μέσα στο χρονικό διάστημα που του έχουν ορίσει, τις ζητούμενες ή τις παραγόμενες ποσότητες. Η δυναμικότητα αναφέρεται επίσης στην ταχύτητα εκτέλεσης των παραγγελιών και στη συνέπεια, δηλαδή, στην επίτευξη αυτής της ταχύτητας συνεχώς επί καθημερινής βάσεως.
- ✓ Συνέπεια (consistency). Το τρίτο στοιχείο της ποιότητας είναι η συνέπεια, δηλαδή η δυνατότητα του συστήματος να παραδίδει, συνεχώς και επί καθημερινής βάσεως, στους χρήστες του συστήματος, τα προϊόντα που ζητούνται σε καλή κατάσταση, χωρίς λάθη, σωστά επισημασμένα, έτσι ώστε ο χρήστης να είναι βέβαιος ότι τα προϊόντα που παραλαμβάνει είναι αυτά που παρήγγειλε και μάλιστα βρίσκονται στη σωστή κατάσταση και ποιότητα.

Οι κύριες λειτουργίες της Εφοδιαστικής Αλυσίδας συνίστανται στην αγορά-προμήθεια προϊόντων ή υπηρεσιών, στη διαχείριση αποθεμάτων, στη μεταφορά και στην αποθήκευση των προϊόντων.

#### Αγορές – Προμήθειες

Ο όρος αγορές ή προμήθειες αναφέρεται στην εργασία απόκτησης προϊόντων ή υπηρεσιών από τρίτους, από προμηθευτές και από πηγές εκτός της επιχείρησης. Οι αγορές αυτές μπορεί να αναφέρονται σε προϊόντα, που θα ενσωματωθούν στο τελικό προϊόν και μπορεί να είναι πρώτες ύλες ή μπορεί να είναι υλικά συσκευασίας, ακόμη και ενέργεια (καύσιμα, ηλεκτρισμός) ή τέλος, να είναι και υπηρεσίες.

Επισημαίνεται ότι με το φαινόμενο της παγκοσμιοποίησης των αγορών προϊόντων και υπηρεσιών, έχουν αυξηθεί οι δυνατότητες ανεύρεσης χαμηλότερων τιμών για τις προμήθειες, αλλά παράλληλα αυξάνονται και οι κίνδυνοι καθυστερήσεων ή ευρύτερης ασυνέπειας των προμηθευτών, που εκδηλώνει μια άποψη της επιχειρηματικής λειτουργίας και μάλιστα με συνθήκες κινδύνων (risk management).

#### Διαχείριση αποθεμάτων

Ο όρος αυτός αναφέρεται στην εργασία του υπολογισμού του άριστου επιπέδου των προϊόντων που θα πρέπει να διατηρεί μια επιχείρηση για να διεκπεραιώνει με επιτυχία τις εργασίες της. Πολλά μοντέλα έχουν γίνει, πολλές προτάσεις έχουν προταθεί, έτσι ώστε να καθοριστεί το πόσο, ποια ποσότητα και πότε, δηλαδή, σε ποια χρονική στιγμή θα γίνουν οι παραγγελίες προς τον προμηθευτή. Η εξεύρεση του άριστου ύψους αποθεμάτων είναι ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα, το οποίο όμως απαιτεί την άμεση και αποτελεσματική λύση του, διότι επηρεάζει άμεσα το κόστος στην επιχείρηση και την εξυπηρέτηση των πελατών.

#### Διακίνηση: μεταφορές – διανομές

Το τρίτο στοιχείο του Logistics Management είναι η διακίνηση: μεταφορές – διανομή. Ο όρος διακίνηση συνδέεται με την εργασία εξεύρεσης του άριστου τρόπου της φυσικής μετακίνησης των προϊόντων που έχει παραγγείλει η επιχείρηση, από τις εγκαταστάσεις του προμηθευτή έως της εγκαταστάσεις της. Το κόστος διακίνησης αποτελεί ένα από τα πιο αξιολογικά στοιχεία του συνολικού κόστους που πρέπει να μελετηθεί με προσοχή κατά τον σχεδιασμό του συστήματος. Η εργασία αυτή περιλαμβάνει την προσπάθεια εξεύρεσης των κατάλληλων μέσων μεταφοράς, αν τα μέσα αυτά θα είναι ιδιόκτητα ή όχι και αν όχι, τότε να βρεθεί κάποιος μεταφορέας.

Οι διανομές από τις μεταφορές διαφέρουν στο ότι οι πρώτες έχουν ως αντικείμενο τη διακίνηση των τελικών προϊόντων στους πελάτες, ενώ οι μεταφορές αναφέρονται στη μεταφορά των προϊόντων από την παραγωγή προς τις αποθήκες ή α' υλών προς τα εργοστάσια.

#### Αποθήκευση

Η αποθήκευση αναφέρεται στον σχεδιασμό, την οργάνωση και τη λειτουργία της αποθήκης. Δηλαδή, σχετίζεται με την εκτέλεση της εργασίας παραλαβής, φύλαξης, εξαγωγής και παράδοσης των προϊόντων στους πελάτες.

Οι εργασίες που γίνονται μέσα στην αποθήκη είναι πολλές και ξεκινούν με την οργάνωση των χώρων, την επιλογή των μέσων που θα χρησιμοποιηθούν για τη μετακίνηση των προϊόντων, την επιλογή του εξοπλισμού των ραφιών και των άλλων μηχανημάτων, τη λογιστική παρακολούθηση των αποθεμάτων, την εξασφάλισή τους από κλοπές ή διαρροές ή ακόμη από φθορές και ζημιές και γενικά την εκτέλεση πολλών εργασιών που βοηθούν να φτάσει το τελικό προϊόν στον τελικό του προορισμό.

Η αποθήκη παραδοσιακά ήταν ένας χώρος στον οποίο τοποθετούνταν τα προϊόντα για φύλαξη. Ο ορισμός της έννοιας της αποθήκης όμως στο σύγχρονο περιβάλλον αναφέρεται στον χώρο όπου εκτελούνται πάρα πολλές εργασίες «προσθήκης αξίας», οι οποίες πρέπει να εκτελούνται με μεγάλη ακρίβεια, ταχύτητα και οικονομικά, ώστε να μην επιβαρύνουν τα συνολικά λειτουργικά κόστη των επιχειρήσεων. (Μαλινδρέτος Γ., 2015)

## 1.2 Συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων

Αποθέματα είναι ποσότητες προϊόντων, οι οποίες φυλάσσονται σε αποθήκες για μελλοντική χρήση, είτε παραγωγής αγαθών, είτε τελικά προϊόντα και ανάλογη εξυπηρέτηση πελατών. Τα προϊόντα αυτά μπορεί να είναι πρώτες ύλες, έτοιμα προϊόντα, κεφάλαια, μηχανές κτλ. Η σωστή διατήρηση των αποθεμάτων με ασφάλεια, συμβάλλει στην σωστή και παράλληλα ολοκληρωμένη λειτουργία της κάθε επιχείρησης. Κάθε επιχείρηση πρέπει να ελέγχει και να διαχειρίζεται το απόθεμά της με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να εξασφαλίζει και τα μέγιστα για αυτήν δυνατά κέρδη. Η λήψη αποφάσεων στον προγραμματισμό της παραγωγής και στην διαχείριση των αποθεμάτων είναι συνεπώς ένα πρόβλημα αντιμετώπισης ποικίλων παραγόντων που λαμβάνουν χώρα εντός ή εκτός της επιχείρησης. Δεδομένου λοιπόν του γεγονότος ότι ένα στοιχείο πρέπει να αποθηκευτεί σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία, τρία βασικά ζητήματα πρέπει να επιλυθούν (Silver et al., 2016):

- Πόσο συχνά θα πρέπει να επιθεωρείται η κατάσταση του αποθέματος
- Πότε θα πρέπει να γίνεται η παραγγελία για τον ανεφοδιασμό του αποθέματος
- Ποια θα πρέπει να είναι η ποσότητα της παραγγελίας

Τα κύρια συστήματα διαχείρισης των αποθεμάτων είναι τα εξής:

- ✓ Order-Point, Order-Quantity (s,Q) System υπό συνεχή επιθεώρηση
- ✓ Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System υπό συνεχή επιθεώρηση
- ✓ Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System υπό περιοδική επιθεώρηση
- ✓ The (R,s,S) System (συνδυασμός των παραπάνω)

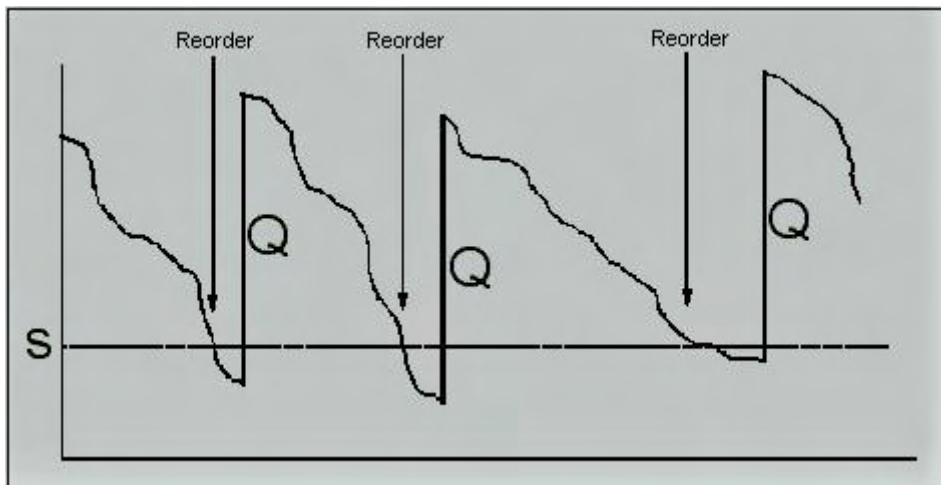
Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με την πρώτη περίπτωση, δηλαδή με το Order-Point, Order-Quantity (s,Q) σύστημα υπό συνεχή επιθεώρηση.

### 1.3 Το Υπόδειγμα Συνεχούς Επιθεώρησης (s,Q)

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s), τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων. Επισημαίνεται ότι χρησιμοποιείται η στάθμη του αποθέματος και όχι το «καθαρό απόθεμα», για να δοθεί η παραγγελία. Αυτό γίνεται καθώς το καθαρό απόθεμα δεν συμπεριλαμβάνει τις παραγγελίες που βρίσκονται σε εξέλιξη και αναμένονται να παραληφθούν, κάτι το οποίο ενδεχομένως θα οδηγούσε σε λανθασμένες και αχρειαστες παραγγελίες.

Το (s,Q) σύστημα συχνά αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από δυο δοχεία (two-bin system). Συγκεκριμένα, στην αρχή η ζήτηση ικανοποιείται από το 1ο δοχείο και όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει ίση με s, τότε ανοίγει το 2ο δοχείο και ικανοποιεί την υπόλοιπη ζήτηση, ενώ ταυτόχρονα ξεκινά και η διαδικασία παραγγελίας Q μονάδων προϊόντος. Όταν έρθει η παραγγελία πρώτα γεμίζει το 2ο δοχείο και στη συνέχεια το 1ο. Επίσης να σημειωθεί ότι το σύστημα μπορεί να λειτουργήσει σωστά όταν υπάρχει μόνο μία παραγγελία ανεφοδιασμού κάθε φορά σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Τα κύρια πλεονεκτήματα του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης ( $s,Q$ ) έχουν να κάνουν με το ότι είναι αρκετά απλή σαν πολιτική έτσι ώστε να γίνεται κατανοητή από τον αρμόδιο υπάλληλο, η πιθανότητα να συμβούν σφάλματα είναι σχετικά μικρή και οι απαιτήσεις από τον προμηθευτή είναι αρκετά προβλέψιμες. Επίσης, παρέχοντας το ίδιο επίπεδο εξυπηρέτησης πελατών με την περιοδική επιθεώρηση, απαιτεί λιγότερο στοκ ασφαλείας και συνεπώς μικρότερα κόστη μεταφοράς. Στα μειονεκτήματα συγκαταλέγεται το γεγονός ότι στο σύνολο η συνεχής επιθεώρηση είναι αρκετά πιο δαπανηρή σε σχέση με την περιοδική επιθεώρηση. Στη συνεχή επιθεώρηση μπορούν να δοθούν παραγγελίες ανά πάσα στιγμή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι ο φόρτος της εργασίας είναι σχετικά απρόβλεπτος. Γενικά οι εργαζόμενοι προτιμούν συνήθως ένα πιο σταθερό μοτίβο εργασίας από ένα τελείως τυχαίο. Ένα άλλο μειονέκτημα του συστήματος ( $s, Q$ ) είναι ότι, ενδέχεται να μην είναι σε θέση να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά την κατάσταση όπου οι μεμονωμένες συναλλαγές είναι μεγάλες. Συγκεκριμένα, αν η συναλλαγή που ενεργοποιεί την αναπλήρωση σε ένα σύστημα ( $s, Q$ ) είναι αρκετά μεγάλη, τότε η αναπλήρωση του μεγέθους  $Q$  δεν θα αυξήσει ακόμη και τη θέση του αποθέματος πάνω από το σημείο αναφοράς.



Σχήμα 1.1 : Υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης ( $s,Q$ )



#### 1.4 Στόχοι και σκοποί της έρευνας

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε και αναλύεται στα επόμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας αποσκοπεί στην εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας, όταν ο υπολογισμός του διενεργείται χρησιμοποιώντας τις εκτιμηθείσες τιμές διάφορων παραμέτρων των οποίων η τιμή θεωρείται δεδομένη και ο υπολογισμός των αποκλίσεων των εκτιμήσεων από το πραγματικό επίπεδό του, όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται και η πολιτική η οποία ακολουθείται είναι η συνεχής επιθεώρηση αποθεμάτων. Συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 2 διεξάγεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση του θέματος και καταγράφονται συνοπτικά ποιες σκοπιές έχουν μελετηθεί από τους ερευνητές και τι συμπεράσματα έχουν εξαχθεί. Στο 3ο κεφάλαιο περιγράφεται το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1ου βαθμού AR(1) σύμφωνα με το οποίο κατανέμεται η ζήτηση και αναλύονται οι τρεις διαφορετικοί μέθοδοι υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας σύμφωνα με το άρθρο του T.L.Urban (2000), το οποίο αποτέλεσε το κύριο άρθρο μελέτης. Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται η διαδικασία με την οποία παρήχθησαν οι σειρές προσομοίωσης και έγιναν οι εκτιμήσεις των διάφορων παραμέτρων κάθε σειράς στο πρόγραμμα Eviews . Έπειτα πραγματοποιούνται οι διάφορες αναλύσεις και παρουσιάζονται όλα τα ευρήματα σε πίνακες και διαγράμματα. Τέλος στο κεφάλαιο 5 εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα .

## Κεφάλαιο 2

### Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

#### **2.1 Το υπόδειγμα της συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων**

Πολλοί ερευνητές κατά καιρούς έχουν ασχοληθεί με την πολιτική συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων, μελετώντας το ζήτημα από διάφορες σκοπιές, κάνοντας διάφορες παραδοχές και προσθέτοντας διάφορες μεταβλητές ο καθένας με στόχο πάντα την βελτιστοποίηση του υπολογισμού των ποικίλων παραμέτρων του μοντέλου. Οι κύριες μεταβλητές οι οποίες χρησιμοποιούνται στα διάφορα μοντέλα συνίστανται στην ποσότητα της παραγγελίας  $Q$ , στο σημείο αναπαραγγελίας  $r$ , στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  (Lead Time), το συνολικό κόστος της διαδικασίας και το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών.

Οι K. Moinzadeh, S. Nahmias (1988) προσπάθησαν να απλοποιήσουν το βέλτιστο μοντέλο της συνεχούς επιθεώρησης θεωρώντας ότι υπάρχουν δύο επιλογές για ανεφοδιασμό, όπου αντί για  $(Q, r)$  υπάρχουν  $(Q_1, r_1)$  και  $(Q_2, r_2)$ , με την μία επιλογή να διαθέτει χαμηλότερο χρόνο παράδοσης από την άλλη (emergency ordering). Οι Alfonso Duran, Gil Gutierrez et al (2004) ασχοληθήκαν με υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης  $(r, Q)$  στα οποία ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας αποτελείται από 2 μέλη, το πρώτο έχει προκαθορισμένη διάρκεια  $T$  ενώ το δεύτερο μέλος μπορεί να έχει διάρκεια  $T_a$  ή  $T_e$  ( $T_a > T_e$ ). Έτσι μετά την πάροδο του χρόνου  $T_a$ , εάν το επίπεδο του αποθέματος είναι μικρότερο ή ίσο από το σημείο αναπαραγγελίας  $r_e$  τότε η παραγγελία επισπεύδεται με σκοπό να καταφθάσει σε χρόνο  $T_e$  με κάποιο κόστος. Διαφορετικά η παράδοση της παραγγελίας αναμένεται να παραληφθεί κανονικά μετά από  $T_a$ . Στόχος τους είναι η βελτιστοποίηση της πολιτικής αποθεμάτων με μείωση του συνολικού κόστους όταν χρησιμοποιούνται η μεταβλητές της ποσότητας παραγγελίας  $Q$ , το σημείο αναπαραγγελίας  $r$  και το σημείο αναπαραγγελίας  $r_e$  στο οποίο επιβάλλεται να επισπευθεί η παράδοση της παραγγελίας με το ανάλογο κόστος. Συζητιέται επίσης κατά πόσο οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να αποτιμηθούν πραγματικά.

Οι Awi Federgruen, Yu – Sheng Zheng (1992) παρουσίασαν έναν απλό και αποτελεσματικό αλγόριθμο για την υπολογισμό της βέλτιστης πολιτικής συνεχούς επιθεώρησης με τον καθορισμό των  $(r^*, Q^*)$ .

Ο Mahmut Parlak (1992) ασχολήθηκε με την περίπτωση όπου έχουμε πολιτική συνεχούς επιθεώρησης, με τυχαία ζήτηση και τυχαίο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας όπου ο ανεφοδιασμός μπορεί να διακοπεί από τυχαία γεγονότα. Έτσι υπάρχουν περίοδοι όπου ο λιανοπωλητής είναι διαθέσιμος και περίοδοι όπου είναι μη διαθέσιμος και το μοντέλο αναλύεται με τεχνικές Markov<sup>1</sup>. Οι Emre Berk, Ulku Gurler (2008) χρησιμοποίησαν τεχνικές Markov για την μοντελοποίηση του συστήματος, θεώρησαν ότι η ζήτηση ακολουθεί κατανομές Poisson, ο χρόνος παράδοσης είναι σταθερός και εισήγαγαν την έννοια της αποτελεσματικής διάρκειας ζωής μιας παρτίδας που ήδη χρησιμοποιείται. Το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν όσον αφορά την πολιτική συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων είναι ότι πιθανώς δεν είναι πρακτική για σπάνιες καταστάσεις αλλά σε γενικές γραμμές αποτελεί μια πολύ αξιόπιστη λύση.

Οι Ilkyeong Moon, Sangjin Choi (1994) θεωρούν ότι η σωρευτική κατανομή της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης είναι γνωστή και έτσι προσπαθούν να βρουν τις πιο ανεπιθύμητες κατανομές αναλόγως τις διάφορες περιπτώσεις και να τις μειώσουν χρησιμοποιώντας συνεχή επιθεώρηση αποθεμάτων και περιορισμό στο επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών. Κάτι παρόμοιο έκανε και ο Guillermo Gallego (1992), χωρίς τον περιορισμό στο επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών αλλά προσθέτοντας την πολιτική παραγγελιών σε εκκρεμότητα.

Ο Huan Neng Chiou (1995) ασχολήθηκε με μεθόδους προσεγγίσεων του αναμενόμενου επιπέδου αποθέματος και του αναμενόμενου στοκ αουτ με σκοπό την άριστη πολιτική παραγγελίας (Q,r) όταν το αναμενόμενο μέσο κόστος ελαττώνεται χρησιμοποιώντας συνεχή επιθεώρηση αποθεμάτων. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η μέση απόλυτη απόκλιση του υπολογισμένου κόστους από το βέλτιστο συνολικό αναμενόμενο κόστος είναι της τάξης του 0,58%.

Οι Moncer Harigaa, Mohamed Ben-Davab (1999) ασχολήθηκαν με υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης, όπου η κατανομή της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης είναι τελείως ή μερικώς γνωστή και επιδίωξαν να υπολογίσουν την βέλτιστη

---

<sup>1</sup> Η αλυσίδα Μαρκόφ, ή Μαρκοβιανή αλυσίδα, είναι ένα μαθηματικό σύστημα που μεταβάλλεται από μια κατάσταση σε μια άλλη, ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων. Είναι τυχαία διαδικασία που δε διατηρεί μνήμη για τις προηγούμενες μεταβολές: Η επόμενη κατάσταση εξαρτάται μόνο από την τωρινή κατάσταση και σε καμιά περίπτωση από αυτές που προηγήθηκαν. Αυτό το συγκεκριμένο είδος "αμνήσιας" ονομάζεται μαρκοβιανή ιδιότητα. Οι Μαρκοβιανές Αλυσίδες έχουν πολλές εφαρμογές ως στατιστικά μοντέλα καθημερινών διαδικασιών.

μείωση στο χρόνο παράδοσης σε συνδυασμό με τις βέλτιστες αποφάσεις όσον αφορά τις παραγγελίες.

Οι M.K.Salameh, N.E.Abboud, et al (2003) επιδίωξαν να βρουν το μοντέλο το οποίο προσφέρει την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και το κατάλληλο σημείο αναπαραγγελίας το οποίο θα μεγιστοποιήσει τα αναμενόμενα κέρδη του πωλητή όταν επιτρέπεται καθυστέρηση στις πληρωμές. Ισχύει συνεχής επιθεώρηση αποθεμάτων, η αναμενόμενη ζήτηση θεωρείται σταθερή στο χρόνο ενώ ο χρόνος παράδοσης τυχαίος.

Ο Sven Axssater (2006) παρουσίασε μια μέθοδο με σκοπό την ακριβή εκτίμηση των πολιτικών διαχείρισης των αποθεμάτων η οποία δίνει πλήρεις κατανομές πιθανοτήτων της στάθμης του αποθέματος, όταν υπάρχει μία κεντρική αποθήκη και νιοστοί λιανοπωλητές και η ζήτηση ακολουθεί τις κατανομές Poisson. Άξιο σημασίας είναι πως το υπόδειγμα συνεχούς και περιοδικής επιθεώρησης μας οδηγούν σε παρόμοια αποτελέσματα αν ο χρόνος επιθεώρησης του αποθέματος στην περιοδική επιθεώρηση είναι πολύ μικρός.

Οι P. Dutta, D. Chakraborty, A. R. Roy (2007) παρουσιάζουν μια λεπτομερή μεθοδολογία έτσι ώστε να καθοριστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και το σημείο αναπαραγγελίας με τα οποία το αναμενόμενο ετήσιο κόστος λαμβάνει την ελάχιστη τιμή του όταν υπάρχουν ασαφείς και τυχαίες μεταβλητές.

Αρκετοί επιστήμονες εστίασαν την έρευνα τους στις διάφορες κατανομές που μπορεί να ακολουθεί η ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας.

Ο Pandu R.Tadikamalla (1984) θεώρησε διάφορες κατανομές της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης με σκοπό να βρει τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας και τα σημεία αναπαραγγελίας όταν ισχύει συνεχής επιθεώρηση και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η πιο ικανοποιητική λύση είναι η χρήση της λογαριθμοκανονικής κατανομής κυρίως λόγω της υπολογιστικής της απλότητας.

Ο Paul Zipkin (1986) ασχολήθηκε με συνεχή επιθεώρηση αποθεμάτων όπου η κατανομή της ζήτησης ακολουθεί διάφορα υποδείγματα και για την περίπτωση του στοχαστικού χρόνου, παρέχει την πρώτη ρητή απόδειξη του αποτελέσματος, υποθέτοντας ότι οι χρόνοι παράδοσης παράγονται σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο αλλά εύλογο σενάριο.

Οι Strijbosch, Heuts et al (2000) εξέτασαν την απόδοση δύο διαφορετικών  $(r,Q)$  μοντέλων, ενός απλούστερου και ενός πιο σύνθετου. Στο απλό μοντέλο δεν λαμβάνεται υπόψη η τυχόν λάθος εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας και η ζήτηση κατά τη

διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας θεωρείται ότι ακολουθεί κανονική κατανομή, ενώ στο σύνθετο μοντέλο λαμβάνονται υπόψη τυχόν υποεκτιμήσεις, οι τιμές της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης διαφοροποιούνται σε μηδενικές και μη και θεωρείται ότι η ζήτηση ακολουθεί την Γάμμα κατανομή. Με το σύνθετο μοντέλο το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι πολύ κοντά στο ιδανικό για διάφορες περιπτώσεις σε αντίθεση με το απλό μοντέλο το οποίο οδηγεί σε πολύ μεγαλύτερες ποσότητες αποθέματος έτσι ώστε να πλησιάσει το ιδανικό επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών.

Οι P. Melchior, R. Dekker (2000) παρουσιάζουν τα οφέλη της πολιτικής διαφοροποίησης της ζήτησης σε χαμηλής – υψηλής προτεραιότητας για ένα αγαθό, όταν η ζήτηση ακολουθεί κατανομή Poisson, οι χρόνοι παράδοσης είναι προκαθορισμένοι και χρησιμοποιείται πολιτική συνεχούς επιθεώρησης αποθεμάτων.

Οι Kyle D. Cattani, F.Robert Jacobs et al (2011) μελέτησαν τις παραδοχές που συχνά γίνονται στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία, όπως για παράδειγμα ότι η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ότι υπάρχει άμεσος ανεφοδιασμός κάθε μονάδας αγαθού, αλλά και τις προσεγγίσεις που γίνονται όσον αφορά την πιο πρακτική βιβλιογραφία. Χρησιμοποιώντας πραγματικά στοιχεία επιχειρήσεων αποδεικνύουν ότι υπάρχουν μεγάλες διαφορές ειδικά στον αποτελεσματικό καθορισμό του επιπέδου του στοκ ασφαλείας και από την ακαδημαϊκή όσο και από την πρακτική λογοτεχνία. Οι Aris A.Syntetos, John E.Boylan (2007) αναφέρουν κάτι παρόμοιο και καταλήγουν στο γεγονός ότι η απόδοση των παραμέτρων των πολιτικών επιθεώρησης των αποθεμάτων δύναται να βελτιωθεί σημαντικά μέσα από προσαρμογές και τροποποιήσεις όταν λαμβάνεται υπόψη η μεγάλη αλληλεπίδραση μεταξύ πρόβλεψης και ελέγχου αποθεμάτων.

Αρκετοί ερευνητές επικεντρώθηκαν στις πολιτικές παραγγελιών σε εκκρεμότητα και στις πολιτικές χαμένων πωλήσεων σε συνδυασμό πάντα με την πολιτική συνεχούς επιθεώρησης των αποθεμάτων.

Οι Gad Rnnowitz, Abraham Mehrez et al (1995) ασχοληθήκαν με την πολιτική μερικών παραγγελιών σε εκκρεμότητα σε συνδυασμό με συνεχή επιθεώρηση αποθεμάτων όταν η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός.

Ο Roger M. Hill (1996) θεωρεί πολιτική συνεχούς επιθεώρησης, προκαθορισμένες και Poisson κατανομές ζήτησης, πολιτικές παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων και διατηρεί σταθερή την ποσότητα παραγγελίας και το επίπεδο εξυπηρέτησης

των πελατών. Συγκρίνει το μέσο απόθεμα όταν η μία πολιτική παραγγελίας είναι Q/n από έναν πωλητή σε σχέση με την πολιτική παραγγελίας με Q από n πωλητές.

Ο Daniel Thiel et al (2010) ασχοληθήκαν με τις επιπτώσεις που ενδέχεται να έχουν οι ανακρίβειες κατά την απογραφή του αποθέματος στο στοκ ασφαλείας και στο επίπεδο εξυπηρέτησης του πελάτη όταν χρησιμοποιείται πολιτική συνεχούς επιθεώρησης χαμένων πωλήσεων.

Οι LinWang, Qing – LiangFu et al (2012), ασχοληθήκαν με μοντέλα συνεχούς επιθεώρησης στα οποία ένα ποσοστό της ζήτησης εξυπηρετείται με παραγγελίες σε εκκρεμότητα και το υπόλοιπο θεωρείται χαμένες πωλήσεις κατά την περίοδο του stock – out και η ζήτηση θεωρείται ασαφής. Η βέλτιστη απόφαση λαμβάνεται έπειτα από την σύγκριση των δύο μεθόδων. Η πρώτη μέθοδος βρίσκει την ελάχιστη τιμή του αναμενόμενου ετήσιου κόστους ενώ η δεύτερη μεγιστοποιεί την πιθανότητα το συνολικό κόστος στις υπό εξέταση περιόδους να μην υπερβεί ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Με κάτι παρόμοιο ασχοληθήκαν και οι Mitsuo Gen, Dazhong Zheng et al (1997) χωρίς να συμπεριλαμβάνουν παραγγελίες σε εκκρεμότητα και χαμένες πωλήσεις, χρησιμοποιώντας τις τιμές των μέσων και μειώνοντας τον συνολικό κόστος καθορίζουν τη μέγιστη ποσότητα παραγγελίας που μπορεί να αποκτηθεί. Οι Robert Handfield, Don Warsing et al (2009) ανέπτυξαν το ίδιο μοντέλο χρησιμοποιώντας σαν τυχαίες μεταβλητές τη ζήτηση, το χρόνο παράδοσης, το κόστος ποινών και πρόσθεσαν το ρίσκο του ανθρώπινου παράγοντα για την ποσοτικοποίηση της στάσης του μάνατζερ έναντι του κινδύνου stock – out κατά τη διάρκεια της περιόδου αναπλήρωσης.

Όσον αφορά την πρόβλεψη της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης, οι Thomas R. Willemain, Charles N.Smart et al (2004) ασχοληθήκαν ιδιαίτερα με το θέμα και συγκεκριμένα όταν η ζήτηση είναι διακεκομμένη ή ακανόνιστη, κατέληξαν στο ότι η

μέθοδος *bootstrapping*<sup>2</sup> αποδίδει πιο έγκυρες προβλέψεις σε σύγκριση με την εκθετική εξομάλυνση και την μέθοδο του Croston<sup>3</sup>.

Οι T.Warren Liao, P.C.Chang (2010) μελέτησαν διάφορες, μεθόδους πρόβλεψης της ζήτησης, πολιτικές επιθεώρησης των αποθεμάτων και χρόνους παράδοσης των παραγγελιών και κατέληξαν σε χρήσιμα ευρήματα. Κάποια από αυτά είναι ότι, η πολιτική επιθεώρησης (r,Q) έχει μικρότερα κόστη αποθεματοποίησης σε σύγκριση με την (s,S) πολιτική, το κόστος αποθεματοποίησης δεν αυξάνεται όταν αυξάνεται ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας όσον αφορά τη συνεχή επιθεώρηση (r,Q) και η συσχέτιση μεταξύ των σφαλμάτων της πρόβλεψης και του κόστους αποθεματοποίησης είναι αμελητέα.

Οι M.J.Paknejad, F.Nasri et al (1994) μελέτησαν την περίπτωση των ελαττωματικών αντικειμένων μέσα στο σύστημα θεωρώντας ότι ακολουθούν δυνωμική κατανομή, η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης ακολουθεί εκθετική ή ομοιόμορφη κατανομή, ο χρόνος παράδοσης είναι σταθερός και ισχύει συνεχής επιθεώρηση αποθεμάτων.

Οι Moritz Fleischmann, Rommert Dekker et al (2002) ασχολήθηκαν με τις διαφοροποιήσεις που επιφέρουν οι επιστροφές των αγαθών και η επαναχρησιμοποίηση τους στην αγορά, στις πολιτικές επιθεώρησης αποθεμάτων και παραγγελιών. Κάτι παρόμοιο προσπάθησε να κάνει και ο Subrata Mitra (2009) δημιουργώντας ένα ντετερμινιστικό και στοχαστικό μοντέλο με συνεχή επιθεώρηση του συστήματος.

Τέλος οι Gerard P.Cachon, Marshall Fisher (2000) διεξάγουν μία σύγκριση ανάμεσα στο παραδοσιακό μοντέλο διαχείρισης των αποθεμάτων το οποίο δεν κάνει χρήση πληροφοριών σχετικά με τη ζήτηση και λοιπά δεδομένα για την αποθεματοποίηση, με μία πολιτική πλήρους ενημέρωσης η οποία εκμεταλλεύεται τέτοιου είδους πληροφορίες. Η ακολουθία της ζήτησης θεωρείται στάσιμη και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μείωση που επιφέρει η επεξεργασία των διάφορων πληροφοριών στους χρόνους παράδοσης των παραγγελιών και στις ποσότητες των παραγγελιών, ελαττώνει το συνολικό μέσο κατά 22%.

---

<sup>2</sup> Το **Bootstrapping** επιτρέπει την απόδοση μετρήσεων ακρίβειας (που ορίζονται από την άποψη της μεροληψίας, της διακύμανσης, των διαστημάτων εμπιστοσύνης, του σφάλματος πρόβλεψης ή κάποιου άλλου μέτρου αυτού) σε δείγματα εκτιμήσεων. Αυτή η τεχνική επιτρέπει την εκτίμηση της κατανομής δειγματοληψίας σχεδόν κάθε στατιστικής χρησιμοποιώντας τυχαίες μεθόδους δειγματοληψίας. Γενικά, εμπίπτει στην ευρύτερη κατηγορία μεθόδων αναδειγματοληψίας.

<sup>3</sup> Η μέθοδος **Croston** χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη διακοπτόμενων αιτημάτων. Χρησιμοποιεί περιόδους με τη ζήτηση και το διάστημα μεταξύ των απαιτήσεων για τη δημιουργία της πρόβλεψης. Η πρόβλεψη είναι ο μέσος όρος των απαιτήσεων, λαμβάνοντας υπόψη τις περιόδους μη ζήτησης.

## 2.2 Αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση

Ο W.D. Ray (1982), θέλησε να προσδιορίσει το σημείο αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση συσχετίζεται ακολουθώντας AR.I.MA. μοντέλο και απέδειξε ότι η θετική συσχέτιση αυξάνει τη διακύμανση της αναμενόμενης ζήτησης και του σημείου αναπαραγγελίας, ενώ η αρνητική οδηγεί σε μείωση τους. Έτσι προκειμένου να μην υπάρχει υπερβολικό απόθεμα ή έλλειψη αποθέματος και συνεπώς ανικανοποίητη ζήτηση, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο βαθμός και το είδος της συσχέτισης στο μοντέλο της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας.

Οι Min-Chiang Wang, S.Subba Rao (1992) υποστηρίζουν ότι ο καθορισμός του άριστου σημείου αναπαραγγελίας και του στοκ ασφαλείας είναι πολύ σημαντικές αποφάσεις καθώς θα πρέπει να εξεταστεί πολύ καλά η αυτοσυσχέτιση της καθημερινής ζήτησης για τον προσδιορισμό των δύο αυτών μεγεθών. Έτσι κάνουν μια προσπάθεια να προσδιορίσουν το στοκ ασφαλείας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται ενώ οι χρόνοι παράδοσης της παραγγελίας ακολουθούν τυχαία κατανομή, στην περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί το AR(1) ή το MA(1) υπόδειγμα. Στην πρώτη περίπτωση η ζήτηση συσχετίζεται περισσότερο με την ζήτηση των πιο πρόσφατων ημερών, ενώ στη δεύτερη επηρεάζεται μόνο από το σφάλμα της προηγούμενης ημέρας. Ο Min-Chiang Wang (2007) μελέτησε την επίδραση που έχει η συσχέτιση της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης τόσο στην ποσότητα της παραγγελίας όσο και στο σημείο αναπαραγγελίας όταν ισχύει συνεχής επιθεώρηση αποθεμάτων. Παρατήρησε ότι όταν η ετήσια ζήτηση θεωρείται σταθερή τότε η συσχέτιση επηρεάζει σημαντικά το σημείο αναπαραγγελίας αλλά όχι την ποσότητα παραγγελίας.

Οι Howard Marmostein, Walter Zinn (1993) ερεύνησαν το κατά πόσο η αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση επηρεάζει τον προσδιορισμό του στοκ ασφαλείας. Πηγαίνοντας ένα βήμα πιο πέρα από την μελέτη των Wang και Rao (1988) στην οποία η μέση τιμή και διακύμανση της καθημερινής ζήτησης αλλάζουν οπότε άλλαζε και η τιμή της παραμέτρου, κρατούν σταθερά το μέσο και την διακύμανση για όλες τις συνθήκες. Έτσι καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η συσχέτιση της καθημερινής ζήτησης δεν επηρεάζει άμεσα την διακύμανση της, ασκεί όμως επίδραση στην απόφαση για τον προσδιορισμό του στοκ ασφαλείας με άμεση επιρροή στη διακύμανση του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας.



Ο Stephen C.Graves (1999), εξέτασε το ενδεχόμενο η ζήτηση να είναι μη στάσιμη και να συμπεριφέρεται σαν περίπτωση τυχαίου περιπάτου (random walk). Υποστηρίζει ότι ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος όρος παρέχει την βέλτιστη πρόβλεψη για το μέγεθος του στοκ ασφαλείας της επόμενης περιόδου. Τέλος παρατηρεί ότι όταν η ζήτηση δεν είναι στάσιμη το στοκ ασφαλείας είναι μεγαλύτερο από ότι όταν είναι στάσιμη.

Ο T.L.Urban (2000) μελέτησε πως η αυτόσυσχετιζόμενη ζήτηση επηρεάζει τον προσδιορισμό του κατάλληλου σημείου αναπαραγγελίας. Συγκεκριμένα εξέτασε την επίδραση ενός AR(1) και ενός MA(1) υποδείγματος συγκρίνοντας τρεις μεθόδους υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας. Αυτές οι συγκρίσεις γίνονται χρησιμοποιώντας τις μέσες μονάδες έλλειψης προϊόντων και τις μέσες μονάδες περίσσιου προϊόντος. Καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η καλύτερη μέθοδος είναι αυτή η οποία προβλέπει τη ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης σύμφωνα με την πιο πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση και υπολογίζει το σημείο αναπαραγγελίας συμπεριλαμβάνοντας τις παραμέτρους της πρόβλεψης και τη διακύμανση και συνδιακύμανση των σφαλμάτων. Το συγκεκριμένο άρθρο αποτελεί το βασικό υπόδειγμα της εργασίας και θα αναλυθεί περαιτέρω στο 3ο κεφάλαιο.

Οι Jong Soo Kim, K.Y.Shin et al (2003) δημιούργησαν έναν αλγόριθμο ο οποίος βρίσκει τη βέλτιστη λύση για τις μελλοντικές ανανεώσεις του αποθέματος στην ειδική περίπτωση όπου υπάρχει έκπτωση στη τιμή των μελλοντικών ανανεώσεων. Η πολιτική επιθεώρησης του αποθέματος που ακολουθείται είναι συνεχής, η ζήτηση ακολουθεί τα υποδείγματα AR.I.MA. και καθορίζεται η ιδανική αναλογία ανάμεσα στην έκπτωση της τιμής και τα κόστη αποθεματοποίησης.

Οι Charu Chandra, Janis Grabis (2008) ασχολήθηκαν με την περίπτωση της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης και επισήμαναν ότι στην αποθεματική πολιτική που ακολουθεί μια επιχείρηση, πρέπει να συμπεριλάβει και τον ιδανικότερο χρόνο παράδοσης του προϊόντος, έτσι ώστε να οδηγείται σε θετικά επίπεδα λειτουργίας . Το συγκεκριμένο άρθρο τονίζει πως όταν υπάρχει μικρός χρόνος παράδοσης προϊόντος, παρέχεται ορθότερη πληροφόρηση σχετικά με την ζήτηση και η επιχείρηση είναι σε θέση να κρατά μικρή ποσότητα στοκ ασφαλείας

Οι S.J.Wang, C.T.Huang et al (2010) επικεντρώθηκαν στην παγκόσμια εφοδιαστική αλυσίδα μιας εταιρίας στην Ταϊβάν και διεξάγοντας ένα πείραμα προσομοίωσης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η τεχνική πρόβλεψης με AR.I.MA. υποδείγματα σε συνδυασμό με την

συνεχή πολιτική επιθεώρησης  $(r,Q)$  αποδίδουν το καλύτερο επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών και μειώνουν το συνολικό κόστος κατά 35,47% .

## Κεφάλαιο 3

### Προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1)

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθούν οι τρεις διαφορετικοί μέθοδοι που παρουσιάζονται και συγκρίνονται στο άρθρο του T.L.Urban (2000) με σκοπό την εξεύρεση του άριστου σημείου αναπαραγγελίας «  $r$  ». Επίσης περιγράφονται οι ιδιότητες του αυτοπαλίνδρομου υπόδειγμα AR(1) σύμφωνα με το οποίο κατανέμεται η ζήτηση η οποία εμφανίζεται κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας «  $\lambda$  ».

#### **3.1 Το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1)**

Μία χρονολογική σειρά (time series) ορίζεται ως τα δείγμα των παρατηρήσεων  $y_1, y_2, \dots, y_T$ , το οποίο λαμβάνεται σε ισαπέχοντα χρονικά σημεία. Αυτό το σύνολο των παρατηρήσεων  $y_1, y_2, \dots, y_T$ , αποτελεί συγκεκριμένη πραγματοποίηση των τυχαίων μεταβλητών  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ . Οι μεταβλητές  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ , αποτελούν τμήμα μιας άπειρης ακολουθίας (σειράς) τυχαίων μεταβλητών. Η άπειρη ακολουθία στην οποία ανήκουν οι τυχαίες μεταβλητές  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$  και η οποία συμβολίζεται ως  $\{Y_T\}$ , ονομάζεται στοχαστική διαδικασία ή ανέλιξη (stochastic process).

Η στοχαστική διαδικασία  $\{Y_T\}$ , χαρακτηρίζεται ως Δεύτερης Τάξης Στάσιμη ή Στάσιμη ως προς τη Συνδιακύμανση, όταν ισχύουν :

- $E(Y_t) = \mu$
- $\text{Var}(Y_t) = \gamma_0$
- $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+s}) = \text{Cov}(Y_{t+m}, Y_{t+m+s}) = \gamma_s$

Το AR(1) αποτελεί ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης, όπου η εξαρτημένη μεταβλητή δεν παλινδρομείται στις ανεξάρτητες μεταβλητές, αλλά στις προηγούμενες τιμές της ίδιας μεταβλητής. Γι' αυτό και ονομάζεται αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα (Autoregressive model).

Το αυτοπαλίνδρονο υπόδειγμα AR(1) έχει την ακόλουθη μορφή :

$$Y_t = \delta + \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Όπου,

$Y_t$ , η ζήτηση τη χρονική στιγμή t

$\delta$ , είναι ο μέσος της διαδικασίας

$\varphi$ , η παράμετρος αυτοσυσχέτισης

$Y_{t-1}$ , η ζήτηση τη χρονική στιγμή t - 1

$\varepsilon_t$ , τα τυχαία σφάλματα, τα οποία είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους και θεωρείται ότι ακολουθούν διαδικασία λευκού θορύβου (white noise), δηλαδή  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ .

Για τη διαδικασία λευκού θορύβου ισχύουν τα εξής :

$$E(\varepsilon_t) = \mu = 0$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}) = 0, \text{ για κάθε } s \neq 0$$

Μετά από διαδοχικές αντικαταστάσεις για  $t = 1, 2, 3, \dots$ , γενικά το AR(1) διατυπώνεται ως εξής :

$$Y_t = \frac{\delta(1 - \varphi^t)}{1 - \varphi} + \varphi^t Y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varphi^j \varepsilon_{t-j}$$

Απόδειξη

Για  $t = 1$  :

$$Y_1 = \delta + \varphi Y_0 + \varepsilon_1$$

Για  $t = 2$  :

$$Y_2 = \delta + \varphi Y_1 + \varepsilon_2 = \delta + \varphi(\delta + \varphi Y_0 + \varepsilon_1) + \varepsilon_2 = \delta + \varphi\delta + \varphi^2 Y_0 + \varphi\varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

Για  $t = 3$  :

$$\begin{aligned} Y_3 &= \delta + \varphi Y_2 + \varepsilon_3 = \delta + \varphi(\delta + \varphi\delta + \varphi^2 Y_0 + \varphi\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_3 \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \varphi^3 Y_0 + \varphi^2\varepsilon_1 + \varphi\varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned}$$

Έτσι γενικά ισχύει :

$$Y_t = \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \dots + \delta\varphi^{t-1} + \varphi^t Y_0 + \varphi^{t-1}\varepsilon_1 + \varphi^{t-2}\varepsilon_2 + \dots + \varphi\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Αλλά : } \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \dots + \delta\varphi^{t-1} = \delta(1 + \varphi + \varphi^2 + \dots + \varphi^{t-1}) = \delta \frac{(1-\varphi^t)}{(1-\varphi)}$$

Αυτό αποδεικνύεται ως εξής :

$$S = 1 + \varphi + \varphi^2 + \dots + \varphi^{t-1} \quad (1)$$

$$\varphi S = \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \dots + \varphi^t \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) :

$$S - \varphi S = 1 - \varphi^t \leftrightarrow S(1 - \varphi) = 1 - \varphi^t \leftrightarrow S = \frac{(1-\varphi^t)}{(1-\varphi)}$$

Άρα έχω :

$$Y_t = \frac{\delta(1 - \varphi^t)}{1 - \varphi} + \varphi^t Y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varphi^j \varepsilon_{t-j}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του διαχωρισμού του Word ( Word Decomposition Theorem ), το  $AR(p)$ ,  $p$  βαθμού, είναι στάσιμο όταν μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός ή γραμμικό φίλτρο της διαδικασίας  $\{ \varepsilon_t \}$ . Η χρονολογική σειρά θεωρείται στάσιμη όταν ισχύει  $|\phi| < 1$ . Θεωρώντας ότι η διαδικασία έχει ξεκινήσει σε κάποιο χρονικό σημείο στο πολύ απομακρυσμένο παρελθόν ισχύει ότι, όταν το  $t$  τείνει στο άπειρο, τότε το  $\varphi^t$  τείνει στο 0. Έτσι γενικά έχω :

$$y_t = Y_t - \mu = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi^j \varepsilon_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi^j \varepsilon_{t-j}, \text{ όπου } \psi_0 = 1, \text{ και } \psi_j = \varphi^j$$

Όταν το AR(1) είναι στάσιμο ισχύουν οι σχέσεις :

$$\gamma_0 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2$$

$$\gamma_s = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+s}$$

$$\rho_s = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+s})}{Var(Y_t)} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+s}}{\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2}$$

Έτσι τα κύρια μεγέθη λαμβάνουν τις εξής τιμές :

Μέσος :  $E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\varphi}$

Διακύμανση :  $Var(Y_t) = \gamma_0 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \varphi^{2j} = \sigma^2 (1 + \varphi^2 + \varphi^4 + \varphi^6 + \dots) = \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2}$

Συνδιακύμανση :  $Cov(Y_t, Y_{t+s}) = \gamma_s = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+s} = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \varphi^j \varphi^{j+s} = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \varphi^{2j} \varphi^s = \varphi^s \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \varphi^{2j} = \varphi^s \gamma_0 = \varphi^s \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2}$

Συντελεστής Αυτοσυσχέτισης :  $\rho_s = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+s})}{Var(Y_t)} = \varphi^s$

### 3.2 Προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας

Το βασικό υπόδειγμα μελέτης για τον καθορισμό του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται, αποτέλεσε το άρθρο του **T.L.Urban** (2000) με τίτλο «**Reorder level determination with serially – correlated demand.**». Σύμφωνα με το άρθρο οι προηγούμενοι μελετητές του συγκεκριμένου ζητήματος, θεωρούν ότι η τιμή της αναμενόμενης ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης ισούται με την τιμή του μέσου της στοχαστικής διαδικασίας την οποία ακολουθεί η ζήτηση γενικά και επικεντρώθηκαν στον υπολογισμό του κατάλληλου στοκ ασφαλείας.. Λόγω όμως του γεγονότος της αυτοσυσχέτισης, υπάρχει πιθανότητα οι αυτές τιμές να διαφοροποιούνται κατά τη διάρκεια ενός κύκλου αποθεματοποίησης. Έτσι συχνά γίνεται η παραδοχή ότι

υπάρχει διαθέσιμος χρόνος μέσα σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης έτσι ώστε η ζήτηση να τείνει να ταυτιστεί με την τιμή του μέσου της διαδικασίας. Κάτι το οποίο όμως δεν επαληθεύεται από την επικράτηση πιο σύντομων χρόνων παράδοσης και πιο συχνών ανεφοδιασμών, δηλαδή την ύπαρξη λιγότερων χρονικών περιόδων έτσι ώστε η ζήτηση να γίνει ίση με την τιμή του μέσου της διαδικασίας.

Επίσης το γεγονός ότι ασχολήθηκαν μόνο με την προσαρμογή του στοκ ασφαλείας, δημιούργησε το κενό για την διεξαγωγή έρευνας σχετικά με τον καθορισμό του κατάλληλου σημείου αναπαραγγελίας. Χρησιμοποιώντας ένα σταθερό σημείο αναπαραγγελίας, αρκετά υψηλό έτσι ώστε να διατηρείται ένα προβλεπόμενο επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται, δύναται να προκαλέσει ποικίλα αρνητικά αποτελέσματα. Όταν ο ρυθμός της πρόσφατης ζήτησης είναι χαμηλός τότε δημιουργείται υπερβολική ποσότητα αποθεμάτων, ενώ όταν ο ρυθμός της πρόσφατης ζήτησης είναι υψηλός δημιουργούνται μεγάλες ελλείψεις. Έτσι ο T.L.Urban θεωρεί πως η δημιουργία ενός μεταβλητού σημείου αναπαραγγελίας το οποίο εξαρτάται από το μοτίβο της πρόσφατα παρατηρούμενης ζήτησης, θα ήταν ιδιαίτερος αποδοτική.

Το υπόδειγμα μελέτης αποτελεί ένα μοντέλο συνεχούς επιθεώρησης (Q,r), για το οποίο ισχύει ότι : η ζήτηση  $d_t$  ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1), ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  είναι σταθερός, η κατάλληλη ποσότητα παραγγελίας Q και το στοκ ασφαλείας  $\zeta$  μπορούν να υπολογιστούν και οι υπόλοιπες παράμετροι είναι γνωστές.

Η διαδικασία της ζήτησης περιγράφεται από την εξίσωση :

$$d_t = \delta + \varphi_1 d_{t-1} + \varepsilon_t$$

Αφού η ζήτηση έχει τις ιδιότητες του υποδείγματος AR(1) ισχύει ότι :

Μέσος :  $E(\varepsilon_t) = \mu = 0$

Διακύμανση :  $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$

Συνδιακύμανση :  $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}) = 0$

Μέσος :  $E(d_t) = \mu_d = \frac{\delta}{1-\varphi_1}$

Διακύμανση :  $\text{Var}(d_t) = \sigma_d^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi_1^2}$

$$\text{Συνδιακύμανση : } \text{Cov}(d_t, d_{t-k}) = \varphi_1^k \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi_1^2}$$

Για τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας χρησιμοποιείται ο τύπος :

$$r = \sum_{i=1}^{\lambda} E(d_i) + \zeta$$

δηλαδή το σημείο αναπαραγγελίας  $r$  ισούται με το άθροισμα της αναμενόμενης ζήτησης  $E(d_i)$  μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  και του στοκ ασφαλείας  $\zeta$ .

Το στοκ ασφαλείας ισούται με :

$$\zeta = z_\eta \text{Var}(d_\lambda),$$

όπου  $z_\eta$  είναι ο συντελεστής ασφαλείας, ο οποίος συνήθως ορίζεται από τον εκάστοτε μάνατζερ, αναλόγως το επίπεδο εξυπηρέτησης που τίθεται έτσι ώστε να μην υπάρξει στοκ αυτ και  $\text{Var}(d_\lambda)$  είναι η διακύμανση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$ .

Στη συνέχεια παρουσιάζονται και αναλύονται οι τρεις διαφορετικοί μέθοδοι υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας σύμφωνα με τον T.L.Urban και συγκρίνονται μεταξύ τους.

### 3.2.1 Παραδοσιακή μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας ( traditional reorder point )

Το σημείο αναπαραγγελίας είναι σταθερό και υπολογίζεται χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της αυτοσυσχέτισης της ζήτησης. Η εξίσωση της ζήτησης και η τιμή όλων των σχετικών παραμέτρων θεωρούνται δεδομένες. . Αυτό ισούται με :

$$r = \mu_d \lambda + z_\eta \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\lambda}{1-\varphi_1^2}}$$



### Απόδειξη

Η συνολική ζήτηση στο χρόνο παράδοσης  $\lambda$  είναι :

$$\sum_{i=1}^{\lambda} E(d_i)$$

Ο μέσος στο χρόνο παράδοσης είναι :

$\mu_L = E(d_1 + d_2 + \dots + d_l) = E(d_1) + E(d_2) + \dots + E(d_\lambda) = \lambda \mu_d$  , θεωρώντας ότι η αναμενόμενη τιμή της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης ισούται με τον μέσο του υποδείγματος AR(1).

Η διακύμανση στο χρόνο παράδοσης είναι :

$$Var(d_L) = Var(d_1 + d_2 + \dots + d_\lambda) = Var(d_1) + Var(d_2) + \dots + Var(d_\lambda) = \lambda \sigma^2$$

Έτσι η συνολική ζήτηση στο χρόνο παράδοσης  $\sum_{i=1}^{\lambda} E(d_i)$  κατανέμεται ως εξής :

$x_L \sim N(\lambda \mu, \lambda \sigma^2)$  και πρέπει να ισχύει  $Pr(x_1 + x_2 + \dots + x_\lambda \leq r) = \eta$  , όπου  $\eta$  , η πιθανότητα να μην συμβεί στοκ αουτ.

Αφαιρώντας και από τα δύο μέλη το μέσο  $\lambda \mu_d$  και διαιρώντας και τα δύο μέλη με την τυπική απόκλιση  $\sqrt{\lambda} \sigma$  έχω :

$$Pr\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_\lambda - \lambda \mu_d}{\sqrt{\lambda} \sigma} \leq \frac{r - \lambda \mu_d}{\sqrt{\lambda} \sigma}\right) = \eta \leftrightarrow \frac{r - \lambda \mu_d}{\sqrt{\lambda} \sigma} = z_\eta , \text{ (όπου το } z_\eta \text{ υπολογίζεται από τους πίνακες αθροιστικής πιθανότητας της τυποποιημένης κανονικής κατανομής)}$$

Αρα έχω :

$$r = \lambda \mu_d + z_\eta \sqrt{\lambda} \sigma$$

Αγνοώντας την αυτοσυσχέτιση, η διακύμανση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης ισούται με τη διακύμανση του υποδείγματος AR(1) οπότε :

$$\gamma_0 = \sigma_d^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2}$$

Και άρα το σημείο αναπαραγγελίας γίνεται :

$$r = \mu_d \lambda + z_{\eta} \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\lambda}{1 - \varphi_1^2}}$$

### 3.2.2 Μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας βάσει των ροπών της ζήτησης ( reorder point based on moments )

Το σημείο αναπαραγγελίας είναι ξανά σταθερό και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις ροπές της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας στις οποίες αλλάζει το στοκ ασφαλείας λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση της αυτοσυσχέτισης της ζήτησης. Η εξίσωση της ζήτησης και οι τιμές όλων των σχετικών παραμέτρων θεωρούνται δεδομένες. Το σημείο αναπαραγγελίας ισούται με :

$$r = \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + z_{\eta} \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\lambda + 2 \sum_{k=1}^{\lambda-1} (\lambda - k) \varphi_1^k}{1 - \varphi_1^2}}$$

#### Απόδειξη

Η διαδικασία υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας αρχικά είναι η ίδια με την προηγούμενη μέθοδο χρησιμοποιώντας τον ίδιο μέσο :

$$\mu_L = E(d_1 + d_2 + \dots + d_l) = E(d_1) + E(d_2) + \dots + E(d_l) = l \mu_d = \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda$$

Η συνολική ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι :

$$D_L = \sum_{t=1}^{\lambda} D_t$$

Αυτό που αλλάζει είναι η διακύμανση της ζήτησης  $Var(D_L)$  μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας καθώς πλέον λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της αυτοσυσχέτισης της ζήτησης.

$$\text{Var}(D_L) = \text{Var}\left(\lambda \frac{1}{\lambda} \sum_{t=1}^{\lambda} D_t\right) = \text{Var}(\lambda \overline{D}_L) = \lambda^2 \text{Var}(\overline{D}_L)$$

Αλλά είναι γνωστό ότι :

$$\text{Var}(\overline{D}_L) = \frac{\gamma_0}{\lambda} \left[1 + 2 \sum_{s=1}^{\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\lambda}\right) \rho_s\right]$$

Άρα :

$$\text{Var}(D_L) = \lambda^2 \frac{\gamma_0}{\lambda} \left[1 + 2 \sum_{s=1}^{\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\lambda}\right) \rho_s\right] = \lambda \gamma_0 \left[1 + 2 \sum_{s=1}^{\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\lambda}\right) \rho_s\right]$$

Οπότε έχω :

$$\begin{aligned} \text{Var}(D_L) &= \lambda \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1-\varphi_1^2} \left[1 + 2 \sum_{\kappa=1}^{\lambda-1} \left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right) \varphi_1^{\kappa}\right] = \\ &= \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1-\varphi_1^2} \left[\lambda + 2 \sum_{\kappa=1}^{\lambda-1} (\lambda - \kappa) \varphi_1^{\kappa}\right] \end{aligned}$$

Έτσι το σημείο αναπροαγγελίας γίνεται ίσο με :

$$r = \frac{\delta}{1-\varphi_1} \lambda + z_{\eta} \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\lambda + 2 \sum_{\kappa=1}^{\lambda-1} (\lambda - \kappa) \varphi_1^{\kappa}}{1-\varphi_1^2}}$$

### 3.2.3 Μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπροαγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης ( variable reorder level )

Σε αυτή τη μέθοδο το σημείο αναπροαγγελίας είναι μεταβλητό και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας κατάλληλες προβλέψεις της ζήτησης, οι οποίες ανανεώνονται κάθε χρονική περίοδο βάσει των πιο προσφάτων παρατηρούμενων δειγμάτων, και τη διακύμανση/συνδιακύμανση των σφαλμάτων της πρόβλεψης. Η εξίσωση της ζήτησης και οι τιμές όλων των σχετικών παραμέτρων θεωρούνται δεδομένες. Το σημείο αναπροαγγελίας είναι ίσο με :

$$r = \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_0 - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \left( \frac{\varphi_1 (1 - \varphi_1^\lambda)}{1 - \varphi_1} \right) + z_\eta \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\lambda - \frac{\varphi_1^2 (1 - \varphi_1^{2\lambda})}{1 - \varphi_1^2} + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i})}{1 - \varphi_1^2}}$$

### Απόδειξη

Έχω ότι :

$$r = \sum_{i=1}^{\lambda} E(d_i) + \zeta = \sum_{i=1}^{\lambda} [\delta + \varphi_1 E(d_{i-1}) + E(\varepsilon_t)] + \zeta$$

Όπως έχει αποδειχτεί και προηγουμένως για το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1), η ζήτηση  $m$  περιόδους στο μέλλον μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$d_m = \frac{\delta(1 - \varphi_1^m)}{1 - \varphi_1} + \varphi_1^m d_o + \sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^j \varepsilon_{m-j}$$

όπου  $d_o$  είναι η πιο πρόσφατη παρατηρούμενη ζήτηση.

Η πρόβλεψη της ζήτησης είναι ίση με :

$$E(d_m) = E\left(\frac{\delta(1 - \varphi_1^m)}{1 - \varphi_1}\right) + E(\varphi_1^m d_o) + E\left(\sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^j \varepsilon_{m-j}\right) = \frac{\delta(1 - \varphi_1^m)}{1 - \varphi_1} + \varphi_1^m d_o$$

Αφού οι δύο πρώτοι όροι αποτελούν αριθμό και

$$E\left(\sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^j \varepsilon_{m-j}\right) = \sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^j E(\varepsilon_{m-j}) = 0.$$

Οπότε έχω :

$$r = \sum_{i=1}^{\lambda} E(d_i) + \zeta = \sum_{i=1}^{\lambda} \left[ \frac{\delta(1 - \varphi_1^i)}{1 - \varphi_1} + \varphi_1^i d_o \right] + \zeta$$

$$\sum_{i=1}^{\lambda} \left[ \frac{\delta(1 - \varphi_1^i)}{1 - \varphi_1} + \varphi_1^i d_o \right] = \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \sum_{i=1}^{\lambda} (1 - \varphi_1^i) + d_o \sum_{i=1}^{\lambda} \varphi_1^i$$

$$\sum_{i=1}^{\lambda} (1 - \varphi_1^i) = \sum_{i=1}^{\lambda} (1) - \sum_{i=1}^{\lambda} \varphi_1^i = \lambda - \sum_{i=1}^{\lambda} \varphi_1^i$$

$$\sum_{i=1}^{\lambda} \varphi_1^i = \varphi_1 + \varphi_1^2 + \varphi_1^3 + \dots + \varphi_1^{\lambda} = \varphi_1 (1 + \varphi_1 + \varphi_1^2 + \dots + \varphi_1^{\lambda-1}) = \varphi_1 \frac{1 - \varphi_1^{\lambda}}{1 - \varphi_1}$$

$$S = 1 + \varphi_1 + \varphi_1^2 + \dots + \varphi_1^{\lambda-1} \quad (1)$$

$$\varphi_1 S = \varphi_1 + \varphi_1^2 + \varphi_1^3 + \dots + \varphi_1^{\lambda} \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) :

$$S - \varphi_1 S = 1 - \varphi_1^{\lambda} \leftrightarrow S(1 - \varphi_1) = 1 - \varphi_1^{\lambda} \leftrightarrow S = \frac{1 - \varphi_1^{\lambda}}{1 - \varphi_1}$$

Άρα έχω :

$$\begin{aligned} r &= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \left( \lambda - \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} \right) + d_o \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + \zeta \\ &= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + d_o \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + \zeta \\ &= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_o - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + \zeta \end{aligned}$$

Η διακύμανση της ζήτησης  $m$  περιόδους μπροστά ισούται με :

$$Var(d_m) = Var\left(\sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^j \varepsilon_{m-j}\right) = \sigma_{\varepsilon}^2 \sum_{j=0}^{m-1} \varphi_1^{2j} = \frac{1 - \varphi_1^{2m}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2$$

Ενώ η συνδιακύμανση της ζήτησης  $m, n$  περιόδους μπροστά είναι ίση με :

$$\begin{aligned} Cov(d_m, d_n) &= \rho_{n-m} \gamma_0 = \varphi_1^{n-m} \frac{1 - \varphi_1^{2m}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\varphi_1^{n-m} - \varphi_1^{n-m+2m}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2 \\ &= \frac{\varphi_1^{n-m} - \varphi_1^{n+m}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2, (n > m) \end{aligned}$$

Άρα η διακύμανση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι :

$$Var(D_L) = \sum_{i=1}^{\lambda} Var(d_i) + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} Cov(d_i, d_j) =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{\lambda} \frac{1 - \varphi_1^{2i}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2 + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} \frac{\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i}}{1 - \varphi_1^2} \sigma_{\varepsilon}^2 = \\
&= \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1 - \varphi_1^2} \sum_{i=1}^{\lambda} (1 - \varphi_1^{2i}) + 2 \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1 - \varphi_1^2} \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i}) = \\
&= \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1 - \varphi_1^2} \left[ \lambda - \frac{\varphi_1^2(1 - \varphi_1^{2\lambda})}{1 - \varphi_1^2} + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i}) \right]
\end{aligned}$$

Οπότε το σημείο αναπαραγγελίας είναι ίσο με :

$$\begin{aligned}
r &= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_o - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + \zeta = \\
&= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_o - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} + z_{\eta} \text{Var}(D_L) = \\
&= \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_o - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \frac{\varphi_1(1 - \varphi_1^{\lambda})}{1 - \varphi_1} \\
&\quad + z_{\eta} \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\lambda - \frac{\varphi_1^2(1 - \varphi_1^{2\lambda})}{1 - \varphi_1^2} + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i})}{1 - \varphi_1^2}}
\end{aligned}$$

### 3.2.4 Σύγκριση των μεθόδων υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας

Ο T.L.Urban συγκρίνει τις τρεις μεθόδους αρχικά με ένα επεξηγηματικό παράδειγμα θέτοντας τις τιμές των παραμέτρων της εξίσωσης της ζήτησης, το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας και το επίπεδο εξυπηρέτησης. Έτσι προσδιορίζει κατά πόσο διαφοροποιούνται διάφορα μεγέθη, αναλόγως την μέθοδο που χρησιμοποιείται, όπως είναι η αναμενόμενη ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας, η διακύμανση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης, το επίπεδο του στοκ ασφαλείας και του σημείου αναπαραγγελίας.

Θεωρώντας ένα μοντέλο συνεχούς επιθεώρησης (Q,r) και θέτοντας την εξίσωση της ζήτησης ίση με :  $d_t = 30 + 0.7d_{t-1} + \varepsilon_t$ , δηλαδή  $\delta = 30, \varphi_1 = 0.7$  και  $\varepsilon_t \sim N(0, 20^2)$ . Αν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda = 4$  και η πιθανότητα να μην συμβεί στοκ αυτ είναι ίση με 90 % ( $z_{\eta} = 1.282$ ), τότε λαμβάνονται τα εξής αποτελέσματα :

	<i>Approach for reorder level determination</i>		
	<i>Traditional</i>	<i>Use of moments</i>	<i>Variable</i>
Expected demand during lead time	400.00	400.0	$222.69 + 1.7731d_0$
Variance of lead-time demand	3,137.26	8,506.67	6,040.88
Safety stock	71.81	118.24	99.64
Reorder level	471.81	518.24	$322.33 + 1.7731d_0$

Σχήμα 3.1 : Αποτελέσματα επεξηγηματικού παραδείγματος

Είναι εμφανές από τον πίνακα ότι χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας, η διακύμανση της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας σχεδόν τριπλασιάζεται και το επίπεδο του στοκ ασφαλείας αυξάνεται περισσότερο από 60 %, σε σχέση με την παραδοσιακή μέθοδο υπολογισμού. Αυτό επιβεβαιώνει το γεγονός ότι η παραδοσιακή μέθοδος υπολογισμού τείνει να υποεκτιμά το κατάλληλο επίπεδο του στοκ ασφαλείας όταν πρόκειται για θετικά αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση.

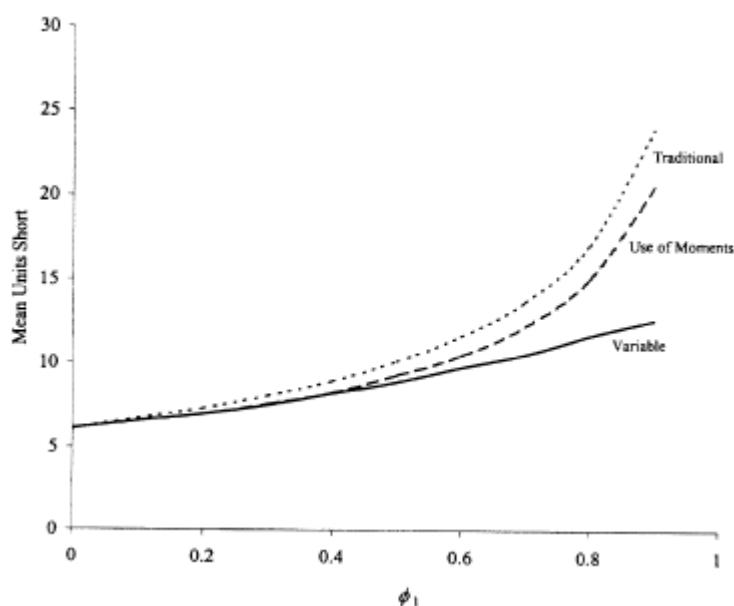
Η δεύτερη μέθοδος υπολογισμού είναι κατάλληλη όσον αφορά πολύ μεγάλους χρόνους παράδοσης της παραγγελίας ( αφού για μεγάλους χρόνους παράδοσης η καλύτερη πρόβλεψη της ζήτησης είναι η χρησιμοποίηση της τιμής του μέσου της διαδικασίας ), δεν ισχύει το ίδιο όμως όσον αφορά μικρότερους χρόνους παράδοσης που είναι και το σύνθηρες. Η τρίτη μέθοδος υπολογισμού χρησιμοποιώντας μεταβλητό σημείο αναπαραγγελίας παρέχει μία αναμενόμενη ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας η οποία βασίζεται στην πιο πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση. Συνεπώς το σημείο αναπαραγγελίας είναι χαμηλό όταν η πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση είναι χαμηλή και αντίστοιχα υψηλό όταν η πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση είναι υψηλή. Επίσης το επίπεδο του στοκ ασφαλείας με την τρίτη μέθοδο υπολογισμού είναι χαμηλότερο σε σύγκριση με την δεύτερη μέθοδο, κάτι που σημαίνει ότι παρέχει συγκρίσιμο επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών διατηρώντας χαμηλότερα επίπεδα αποθέματος.

Στη συνέχεια του άρθρου, έτσι ώστε να γίνει μια πιο αναλυτική σύγκριση των τριών μεθόδων υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας, διεξάγονται προσομοιώσεις ενός συνεχούς συστήματος επιθεώρησης  $(Q,r)$  , όταν η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1), θέτοντας διαφορετικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης  $\varphi_1$ , διαφορετικούς χρόνους παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  και διαφορετική τυπική απόκλιση των σφαλμάτων  $\sigma_\varepsilon$ .

Η σύγκριση των τριών μεθόδων υπολογισμού διεξάγεται με βάση τον μέσο όρο των στοκ αυτ που συμβαίνουν, των ελλείψεων, το απόθεμα που παραμένει στο τέλος του κύκλου αποθεματοποίησης και του τεκμαρτού κόστους που προκύπτει από τα τρία αυτά ενδεχόμενα, για κάθε μέθοδο.

Όσον αφορά τα ενδεχόμενα στοκ αυτ, η παραδοσιακή μέθοδος υπολογισμού παρουσιάζει τα μεγαλύτερα ποσοστά ειδικά όσο αυξάνεται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης ( το ποσοστό των στοκ αυτ φτάνει το 40 % για  $\phi_1 = 0.9$  ), παρέχοντας ένα αρκετά χαμηλό επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών. Οι άλλες δύο μέθοδοι παρουσιάζουν παρόμοια ποσοστά, πολύ πιο βελτιωμένα σε σχέση με την πρώτη μέθοδο, και μόνο όταν αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας φαίνεται η τρίτη μέθοδος να αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα, δηλαδή μικρότερα ποσοστά στοκ αυτ.

Στις ελλείψεις σε ενδεχόμενο στοκ αυτ, η πρώτη μέθοδος παρουσιάζει ξανά την χειρότερη απόδοση με τους μεγαλύτερους μέσους όρους. Όσο μεγαλώνει η αυτοσυσχέτιση, η τρίτη μέθοδος παρέχει μικρότερους μέσους όρους ελλείψεων σε σχέση με τη δεύτερη μέθοδο υπολογισμού όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.

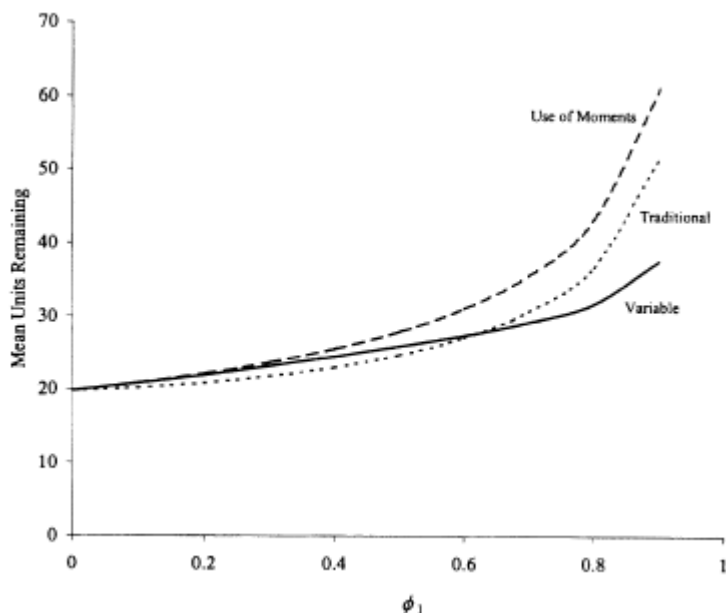


Σχήμα 3.2 : Μέσος όρος ελλείψεων για κάθε μέθοδο υπολογισμού ( όταν  $\lambda = 2, \sigma_\varepsilon = 10$  )

Όσον αφορά το απόθεμα που παραμένει στο τέλος του κύκλου αποθεματοποίησης, η δεύτερη μέθοδος παρουσιάζει τους μεγαλύτερους μέσους όρους κάτι το οποίο οφείλεται στο μεγάλο επίπεδο του στο ασφαλείας το οποίο διατηρεί. Η πρώτη μέθοδος παρουσιάζει



χαμηλότερους μέσους όρους σε σχέση με την τρίτη μέθοδο για χαμηλή αυτοσυσχέτιση, λόγω του χαμηλού επιπέδου του στοκ ασφαλείας που διατηρεί το οποίο όμως οδηγεί σε μεγάλα ποσοστά στοκ αυτ, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως. Όσο αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση, αναλόγως αυξάνονται και οι μέσοι όροι της πρώτης μεθόδου και έτσι η τρίτη μέθοδος εμφανίζει ξανά συγκριτικά τα καλύτερα αποτελέσματα.

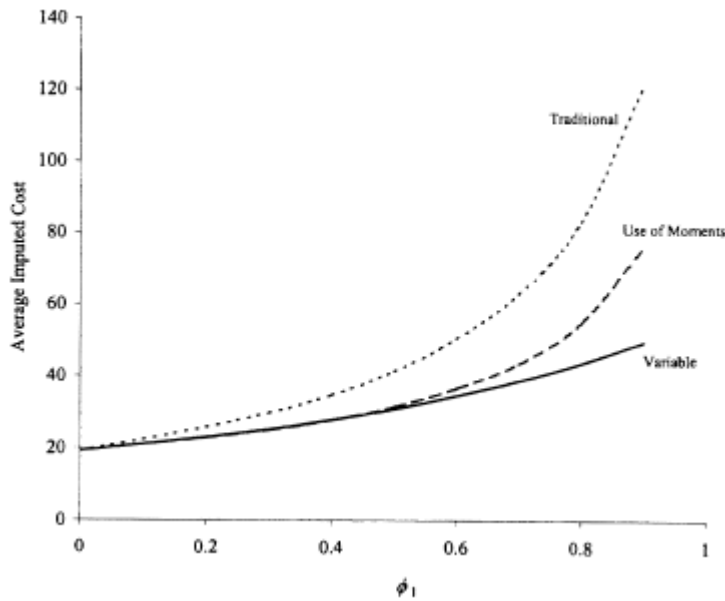


Σχήμα 3.3 : Μέσος όρος αποθέματος που παραμένει για κάθε μέθοδο υπολογισμού (όταν  $\lambda = 2, \sigma_\varepsilon = 10$ )

Τέλος για την ενσωμάτωση των παραπάνω μέσων όρων σε μία ενιαία διάσταση και τη διευκόλυνση της σύγκρισής τους, υπολογίζεται ο μέσος όρος του τεκμαρτού κόστους  $Z$ , για κάθε μέθοδο.

$$Z = \frac{Ri_{\lambda}^-p+(1-R)i_{\lambda}^+h}{\lambda}$$
, όπου  $R$  είναι ο μέσος όρος των ποσοστών των στοκ αυτ που συμβαίνουν,  $i_{\lambda}^-$  είναι ο μέσος όρος των ελλείψεων σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης,  $i_{\lambda}^+$  είναι ο μέσος όρος του αποθέματος που παραμένει στο τέλος κάθε κύκλου αποθεματοποίησης,  $p$  είναι το κόστος έλλειψης και  $h$  είναι το κόστος παρακράτησης.

Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η παραδοσιακή μέθοδος υπολογισμού παρουσιάζει μεγάλους μέσους όρους τεκμαρτού κόστους. Οι άλλες δύο μέθοδοι δίνουν παρόμοια αποτελέσματα όταν η αυτοσυσχέτιση της ζήτησης είναι χαμηλή ( $\phi_1 \leq 0.5$ ), όσο αυξάνεται όμως η αυτοσυσχέτιση η τρίτη μέθοδος υπολογισμού εμφανίζει πολύ πιο βελτιωμένους μέσους όρους τεκμαρτού κόστους σε σχέση με τη δεύτερη μέθοδο.



Σχήμα 3.4 : Μέσος όρος τεκμαρτού κόστους για κάθε μέθοδο υπολογισμού (όταν  $\lambda = 2, \sigma_\varepsilon = 10$ )

Έτσι λοιπόν γίνεται αντιληπτό ότι η τρίτη μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας ( με πρόβλεψη της ζήτησης ) υπερέχει των άλλων δύο μεθόδων υπολογισμού καθώς παρέχει καλύτερα αποτελέσματα σε όλα τα κριτήρια σύγκρισης και ειδικότερα όταν πρόκειται για υψηλότερα ποσοστά αυτοσυσχέτισης της ζήτησης. Άρα ο κατάλληλος τύπος για τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας είναι :

$$r = \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \lambda + \left( d_0 - \frac{\delta}{1 - \varphi_1} \right) \left( \frac{\varphi_1 (1 - \varphi_1^\lambda)}{1 - \varphi_1} \right) + z_\eta \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\lambda - \frac{\varphi_1^2 (1 - \varphi_1^{2\lambda})}{1 - \varphi_1^2} + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\varphi_1^{j-i} - \varphi_1^{j+i})}{1 - \varphi_1^2}}$$

## Κεφάλαιο 4

### Δημιουργία σειρών προσομοίωσης και εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης

Στο παρόν κεφάλαιο αρχικά θα περιγραφεί η διαδικασία με την οποία παρήχθησαν οι σειρές προσομοίωσης, με χρήση των προγραμμάτων Excel και Eviews. Εν συνεχεία, εφαρμόζεται η μέθοδος υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης, χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις των διαφόρων παραμέτρων και την παρατηρούμενη ζήτηση όπως αυτές εξήχθησαν από τις σειρές προσομοίωσης. Τέλος οι τιμές αυτές του σημείου αναπαραγγελίας συγκρίνονται με τις αντίστοιχες τιμές του σημείου αναπαραγγελίας το οποίο υπολογίζεται από τον ίδιο τύπο, θέτοντας όμως τις πραγματικές τιμές στις διάφορες παραμέτρους όπως αναφέρει και ο T.L.Urban στο άρθρο του. Οι αποκλίσεις των δύο αυτών μεγεθών παραθέτονται σε πίνακες και διαγράμματα και γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

#### **4.1. Δημιουργία σειρών προσομοίωσης AR ( 1 )**

Σε πρώτο επίπεδο κάνοντας χρήση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών του Excel, παράγονται 1000 επαναλήψεις με μέγιστο δείγμα  $n = 100$  παρατηρήσεις. Οι τιμές των τυχαίων αυτών αριθμών αντιπροσωπεύουν τα σφάλματα πρόβλεψης  $\varepsilon_t$ , τα οποία ακολουθούν την κανονική κατανομή  $\varepsilon_t \sim N(0,9)$ . Στη συνέχεια παράγονται 1000 σειρές από το AR (1), με μέγιστο μήκος η κάθε μία τις 100 παρατηρήσεις. Για το υπόδειγμα αυτό ο στάσιμος μέσος είναι ίσος με  $\mu = \frac{\delta}{1-\varphi}$  και η διακύμανση της σειράς είναι ίση με  $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2}$ .

Για τον σταθερό όρο τέθηκε παντού η τιμή  $\delta = 10$  και όπου  $\varphi$  τίθενται οι τιμές :  $\varphi = 0.2$  ( χαμηλή αυτοσυσχέτιση ),  $\varphi = 0.5$  ( μεσαία αυτοσυσχέτιση ),  $\varphi = 0.8$  ( υψηλή αυτοσυσχέτιση ) .

Έτσι, όταν  $\varphi = 0.2$ , παράγονται 1000 σειρές από το υπόδειγμα  $Y_t = 10 + 0.2Y_{t-1} + \varepsilon_t$ , όπου  $\varepsilon_t \sim N(0,9)$ . Ο στάσιμος μέσος είναι ίσος με  $\mu = \frac{\delta}{1-\varphi} = \frac{10}{1-0.2} = 12.5$  και η διακύμανση είναι  $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2} = \frac{3^2}{1-0.2^2} = 9.375$ .

Όταν  $\varphi = 0.5$ , παράγονται 1000 σειρές από το υπόδειγμα  $Y_t = 10 + 0.5Y_{t-1} + \varepsilon_t$ , όπου  $\varepsilon_t \sim N(0,9)$ . Ο στάσιμος μέσος είναι ίσος με  $\mu = \frac{\delta}{1-\varphi} = \frac{10}{1-0.5} = 20$  και η διακύμανση είναι  $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2} = \frac{3^2}{1-0.5^2} = 12$ .

Όταν  $\varphi = 0.8$ , παράγονται 1000 σειρές από το υπόδειγμα  $Y_t = 10 + 0.8Y_{t-1} + \varepsilon_t$ , όπου  $\varepsilon_t \sim N(0,9)$ . Ο στάσιμος μέσος είναι ίσος με  $\mu = \frac{\delta}{1-\varphi} = \frac{10}{1-0.8} = 50$  και η διακύμανση είναι  $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2} = \frac{3^2}{1-0.8^2} = 25$ .

Προκειμένου να διασφαλίσουμε την στασιμότητα της κάθε σειράς, θεωρούμε την πρώτη παρατήρηση που δημιουργείται ως μια τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή  $Y_1 \sim N\left(\frac{\delta}{1-\varphi}, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2}\right)$ .

Όλες οι υπόλοιπες παρατηρήσεις ακολουθούν με βάση τη σχέση  $Y_t = 10 + \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t$ . Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ενδεικτικά ένα τμήμα φύλλου του excel το οποίο περιέχει προσομοιωμένες τιμές της ζήτησης για κάθε σειρά ser και κάθε χρονική στιγμή t, όταν  $\varphi = 0.2$ .

t	ser01	ser02	ser03	ser04	ser05	ser06	ser07	ser08	ser09	ser10	ser11	ser12
0	15.12139	6.329779	11.6496	12.36539	11.05216	15.85708	11.81351	14.03859	9.300799	9.568719	13.17113	12.13998
1	12.5933	15.19167	7.847471	10.97442	14.44705	10.56671	15.99855	10.96483	9.525996	8.138129	14.14825	11.33667
2	8.900445	16.54008	6.067465	9.745295	11.47415	16.80477	9.932555	7.208598	9.679779	9.161663	12.52493	11.7252
3	8.740994	15.58146	9.168433	16.31577	15.06863	10.55817	18.44341	11.50839	16.07278	13.75995	13.82172	12.85199
4	9.130089	14.67348	11.74313	16.961	15.09104	10.21439	19.09719	8.500082	15.01386	18.1722	14.85071	15.72882
5	8.035157	9.062909	8.550618	17.85652	19.39598	12.20877	13.06395	6.846766	12.3452	12.37158	10.24697	12.44322
6	8.200574	11.71928	15.40895	14.77274	15.22175	12.31079	13.30779	13.69855	14.64132	11.27287	16.71065	15.94097
7	7.456462	14.53018	9.344374	12.44201	11.72433	14.86369	9.250727	17.9105	12.53597	17.60243	10.65618	13.52707
8	13.10814	10.21631	12.51188	4.985944	17.55461	14.65552	10.55611	10.79561	18.56151	15.42502	18.98486	8.585745
9	9.35821	16.25071	23.72714	12.89387	12.32488	11.39279	14.99127	10.2069	16.49032	13.01466	11.42724	15.65478
10	12.00468	11.54637	12.63503	12.26644	12.26413	9.242908	10.86103	9.197501	14.21774	13.79518	12.47824	9.996392
11	13.9576	12.7918	16.68292	18.28564	7.491119	14.37358	18.10497	12.52955	13.06579	10.50511	12.57564	10.41762
12	8.964172	12.28891	19.95103	10.70903	8.656501	14.69025	11.27656	7.980964	14.19297	10.95804	17.17793	11.53065
13	13.25727	9.94813	14.0594	13.90988	8.105472	7.385912	17.17867	14.39223	16.28603	12.42766	10.23774	7.259567
14	7.840182	9.523663	13.02262	13.00261	9.406541	12.88551	10.54475	10.34494	9.491708	12.13395	12.15256	12.25774
15	12.80113	11.55037	8.185525	13.59749	20.33743	11.86984	9.46792	13.45354	12.69156	12.04723	9.162116	13.22743
16	9.658264	11.73314	9.873392	15.86318	11.20919	10.16995	8.005385	13.28237	14.28514	13.00369	12.19141	11.21482
17	16.14956	13.77883	13.22977	8.073345	7.769866	12.83981	10.07976	11.5004	7.143091	11.29234	13.2016	9.509037
18	13.5404	8.73686	12.49086	16.21624	18.04384	9.858973	10.00693	12.29996	11.88489	17.69519	12.51441	14.05444
19	13.87726	12.71794	10.36567	14.27301	15.39764	9.568041	9.576378	9.260122	9.229317	13.22578	15.49973	11.91739
20	14.53044	15.75565	10.74071	14.63115	11.1629	12.31632	9.75491	9.081747	15.57432	8.711869	7.496103	11.20612

Σχήμα 4.1 : Τμήμα φύλλου του excel με προσομοιωμένες τιμές της ζήτησης για κάθε σειρά όταν  $\phi = 0.2$

Σε κάθε σειρά προσομοίωσης θεωρούνται τρία μεγέθη δείγματος, έχουμε δηλαδή δείγμα  $n = 25$  παρατηρήσεων,  $n = 50$  παρατηρήσεων και  $n = 100$  παρατηρήσεων με σκοπό τον έλεγχο της προσαρμοστικότητας και της ευστάθειας των παραμέτρων. Έπειτα η εκτίμηση των τιμών των διαφόρων παραμέτρων για κάθε σειρά γίνεται με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας κάνοντας χρήση του E-views. Επομένως η συγκεκριμένη μέθοδος μας δίνει τις εκτιμήσεις των στοιχείων της διακύμανσης, του σταθερού όρου και του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, τα οποία κρίνονται απαραίτητα ώστε να μπορέσει να γίνει ορθή εκτίμηση των παραμέτρων μας. Ο υπολογισμός του μέσου κάθε σειράς αποτελεί επίσης σημαντικό παράγοντα και εκτιμάται ως :

$$\hat{\mu} = \hat{\delta} / (1 - \hat{\phi})$$

Άρα έχουμε συνολικά για κάθε σειρά ξεχωριστά τις εκτιμηθείσες τιμές του συντελεστή αυτοσυσχέτισης  $\phi$ , οι οποίες συμβολίζονται με  $\hat{\phi}$ , του μέσου  $\mu$ , οι οποίες συμβολίζονται με  $\hat{\mu}$  και της διακύμανσης των σφαλμάτων πρόβλεψης  $\sigma_{\varepsilon}^2$ , οι οποίες συμβολίζονται με  $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2$ , για διαφορετικά δείγματα παρατηρήσεων  $n$ . Ένα παράδειγμα των εκτιμήσεων των τιμών αυτών των παραμέτρων για κάθε σειρά ύστερα από την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας φαίνεται στον πίνακα παρακάτω, όταν η πραγματική τιμή που λαμβάνει το  $\phi$  είναι 0.2.

sample size = 25				sample size = 50				sample size = 100			
Replication	$\mu$	$\phi$	$\sigma\epsilon$ -sq	Replication	$\mu$	$\phi$	$\sigma\epsilon$ -sq	Replication	$\mu$	$\phi$	$\sigma\epsilon$ -sq
1	11.19999	-0.00514	6.658895	1	11.64048	-0.01126	6.124134	1	11.82611	-0.00048	6.122524
2	12.34818	-0.06341	6.631408	2	12.57911	0.143352	7.178364	2	12.45676	0.124865	8.137046
3	12.01557	0.256124	13.52779	3	12.64799	0.193544	10.85285	3	12.48706	0.212232	8.984927
4	12.95936	-0.09805	11.14053	4	12.85811	-0.1044	9.508689	4	12.7839	-0.02508	11.33488
5	12.69684	0.159367	11.92327	5	12.17782	0.179031	10.68085	5	12.28314	0.243032	9.097389
6	11.87217	-0.11261	5.353485	6	12.62424	0.031721	9.181381	6	12.37841	0.147504	8.379975
7	12.35804	0.231661	10.47867	7	12.48171	0.204805	8.229449	7	12.16876	0.227878	8.859285
8	11.71573	0.348436	9.596072	8	12.29071	0.358461	7.984241	8	12.75259	0.331285	8.073569
9	13.02321	0.070963	7.558448	9	12.5997	0.149635	7.458809	9	12.31338	0.234327	7.410816
10	12.85325	0.060257	7.746059	10	12.71358	0.061988	7.1237	10	12.86979	0.112205	7.98001
11	12.76342	-0.40791	6.451315	11	12.90774	-0.04619	9.365248	11	12.4877	-0.01382	8.898139
12	12.19209	-0.1794	4.460624	12	12.15885	-0.11863	8.213219	12	12.125	0.023555	7.979032
13	12.08001	-0.02996	9.603751	13	12.46222	0.086867	8.295509	13	12.68576	0.218717	8.954543
14	11.6029	0.358835	9.908645	14	11.64283	0.28567	8.257562	14	12.17344	0.210623	10.50645
15	12.39882	0.228064	9.53737	15	12.55249	0.204058	8.63779	15	12.23792	0.092936	9.751379
16	13.49398	0.100847	4.473845	16	12.72927	0.131904	8.971672	16	12.60749	0.191359	9.653641
17	12.24416	0.251264	11.18241	17	12.61347	0.365016	9.233789	17	12.59927	0.216014	9.537045
18	12.79965	-0.07934	7.326104	18	12.34338	0.038895	7.470603	18	12.39702	0.168831	7.791833
19	11.98637	0.333466	11.42963	19	12.79288	0.247296	9.139343	19	12.50623	0.240397	9.709206
20	11.70533	0.132313	6.275675	20	12.0184	0.292966	5.957475	20	12.15884	0.244276	7.674836

Σχήμα 4.2 : Τμήμα φύλλου του excel με εκτιμήσεις των τιμών των διάφορων παραμέτρων για κάθε σειρά όταν η πραγματική τιμή του  $\phi$  είναι 0.2

#### 4.2 Εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης

Η έρευνά μας συνεχίζεται με τη εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας με πρόβλεψη της ζήτησης. Ο τύπος με τον οποίο θα υπολογιστεί το σημείο αναπαραγγελίας, όπως αναφέρθηκε και στο 3ο Κεφάλαιο είναι ο εξής :

$$r = \frac{\delta}{1 - \phi_1} \lambda + \left( d_0 - \frac{\delta}{1 - \phi_1} \right) \left( \frac{\phi_1 (1 - \phi_1^\lambda)}{1 - \phi_1} \right) + z_\eta \sigma_\epsilon \sqrt{\frac{\lambda - \frac{\phi_1^2 (1 - \phi_1^{2\lambda})}{1 - \phi_1^2} + 2 \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} (\phi_1^{j-i} - \phi_1^{j+i})}{1 - \phi_1^2}}$$

Ο υπολογισμός του σημείου αναπαραγγελίας θα πραγματοποιηθεί με δύο διαφορετικές προσεγγίσεις . Αρχικά ο υπολογισμός του θα γίνει με τη χρήση των εκτιμήσεων του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, του μέσου και της διακύμανσης των

σφαλμάτων πρόβλεψης, όπως αυτές προέκυψαν μετά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας, για κάθε μία από τις σειρές προσομοίωσης (Σχήμα 4.2).

Έπειτα το σημείο αναπαραγγελίας θα υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις πραγματικές τιμές του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, του μέσου και της διακύμανσης των σφαλμάτων πρόβλεψης, για κάθε σειρά προσομοίωσης όπως στο υπόδειγμα του T.L.Urban. Και πιο ειδικά θα υπολογιστεί για :

- 1)  $\varphi = 0.2, \mu = 12.5, \sigma_\varepsilon = 3$
- 2)  $\varphi = 0.5, \mu = 20, \sigma_\varepsilon = 3$
- 3)  $\varphi = 0.8, \mu = 50, \sigma_\varepsilon = 3$

Όσον αφορά το  $d_0$ , το οποίο αντιπροσωπεύει την πιο πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση, και για τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις υπολογισμού του σημείου αναπαραγγελίας αντλείται από τις προσομοιωμένες τιμές της ζήτησης για κάθε σειρά (Σχήμα 4.2) ανάλογα με την τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης και του δείγματος παρατηρήσεων. Όταν το δείγμα αποτελείται από  $n = 25$  παρατηρήσεις, τότε η πιο πρόσφατα παρατηρούμενη ζήτηση είναι  $d_0 = d_{25}$  για κάθε σειρά. Αντίστοιχα ισχύει ότι, όταν το δείγμα αποτελείται από  $n = 50$  παρατηρήσεις τότε  $d_0 = d_{50}$  και όταν το δείγμα αποτελείται από  $n = 100$  παρατηρήσεις τότε  $d_0 = d_{100}$  για κάθε σειρά.

Τέλος ο υπολογισμός του σημείου αναπαραγγελίας, και για τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, θα γίνει για διαφορετικούς χρόνους παράδοσης της παραγγελίας και πιο συγκεκριμένα για  $\lambda = 2, 4, 8$  ημέρες. Επίσης θα χρησιμοποιηθούν διαφορετικοί συντελεστές ασφαλείας  $z_\eta$  και πιο ειδικά η πιθανότητα να μην συμβεί στοκ αουτ, το επίπεδο εξυπηρέτησης δηλαδή, θα οριστεί  $\eta = 0.8, 0.9, 0.95$ .

Στόχος της έρευνας, όπως έχει αναφερθεί είναι να εξεταστεί κατά πόσο υπάρχει απόκλιση στον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας όσον αφορά τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις στην εκτίμησή του. Να εξεταστεί δηλαδή κατά πόσο αλλάζει το επίπεδο του σημείου αναπαραγγελίας όταν χρησιμοποιείται το υπόδειγμα του T.L.Urban, χωρίς την υπόθεση ότι είναι γνωστές οι πραγματικές τιμές των διάφορων παραμέτρων της εξίσωσης. Κάτι που αντιπροσωπεύει περισσότερο την πραγματική διαδικασία της ζήτησης στις αγορές, όπου οι τιμές των διαφόρων παραμέτρων δεν μπορεί να είναι γνωστές. Έτσι υπολογίστηκαν οι μέσοι όροι των  $\hat{r}$  και  $r$  για τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, για όλους τους συνδυασμούς των τιμών του  $\varphi, n, \lambda, \eta$ . Το  $\hat{r}$  αποτελεί το σημείο αναπαραγγελίας το οποίο έχει υπολογιστεί σύμφωνα με τις εκτιμηθείσες τιμές  $\hat{\varphi}, \hat{\mu}, \widehat{\sigma_\varepsilon^2}$  για κάθε σειρά

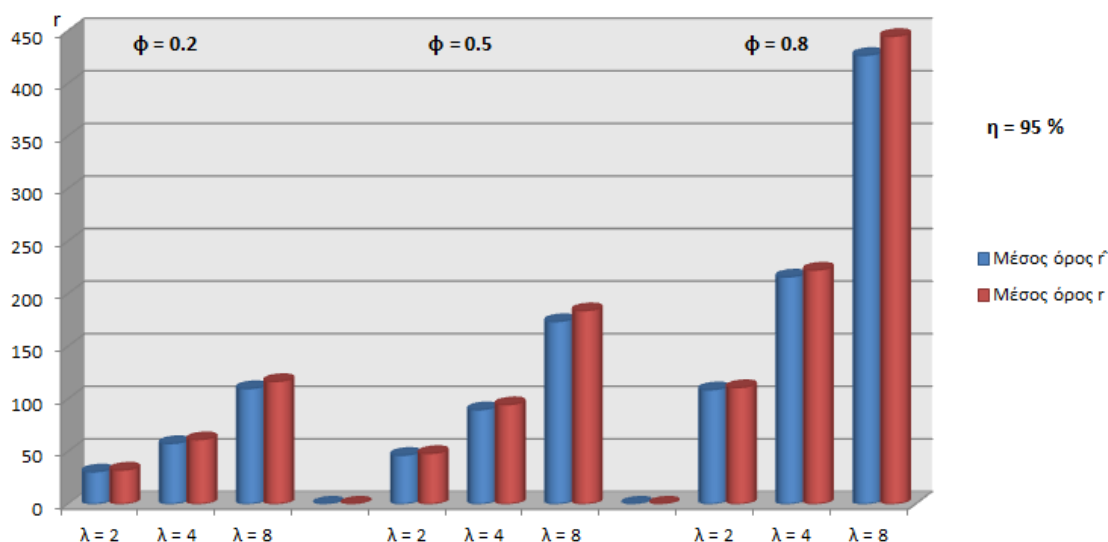
προσομοίωσης, ενώ το  $r$  είναι το σημείο αναπαραγγελίας το οποίο έχει υπολογιστεί με τις πραγματικές τιμές των  $\varphi$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2$ . Στη συνέχεια υπολογίστηκε ο λόγος  $[E(\hat{r}) - E(r)]/E(r)$ , το οποίο αποτελεί το ποσοστό απόκλισης των αποτελεσμάτων των δύο προσεγγίσεων ( γνωστό και ως estimation risk ) για όλες τις περιπτώσεις. Όλα τα αποτελέσματα παραθέτονται παρακάτω σε σχετικούς πίνακες και διαγράμματα.

#### 4.2.1 Εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας για δείγμα 25 παρατηρήσεων

Όταν το δείγμα παρατηρήσεων είναι  $n = 25$  λαμβάνονται τα εξής αποτελέσματα :

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 95\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	30.66529571	32.37807421	46.37194049	48.14688836	108.6960899	110.7966121
$\lambda = 4$	57.58165122	61.266289	89.69947079	94.53349743	215.9170193	222.4996556
$\lambda = 8$	109.7941479	116.5954704	173.530046	183.8572599	426.6782851	444.6992911

Σχήμα 4.3 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi$ ,  $\lambda$

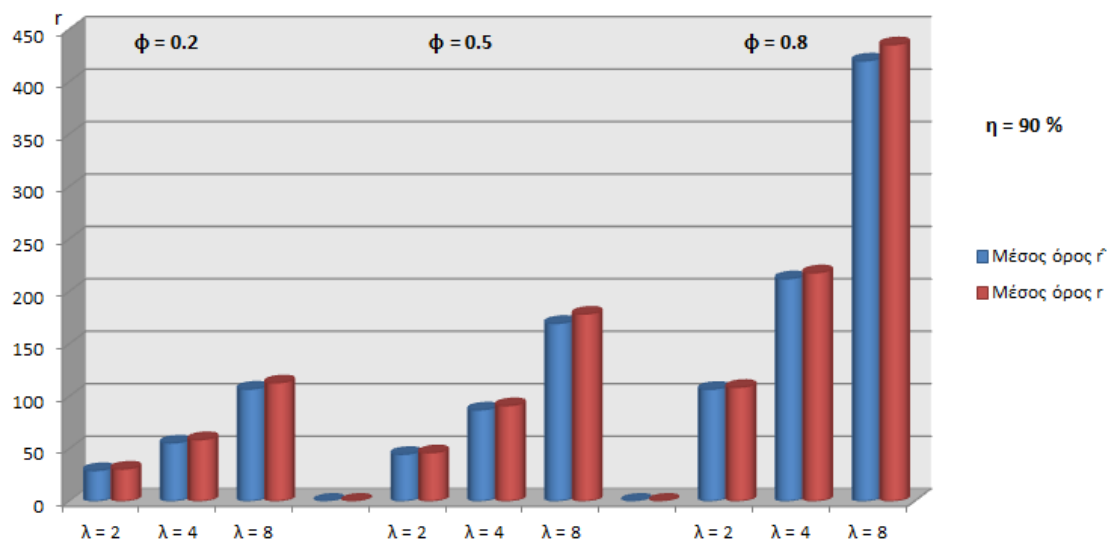


Σχήμα 4.4 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$



Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 90\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	29.22468098	30.67558632	44.69780777	46.18203204	106.7045355	108.5523579
$\lambda = 4$	55.53487747	58.70208833	87.04069184	91.11665893	212.0804774	217.7603926
$\lambda = 8$	106.8929339	112.8540816	169.5227779	178.3681388	419.758829	435.1510736

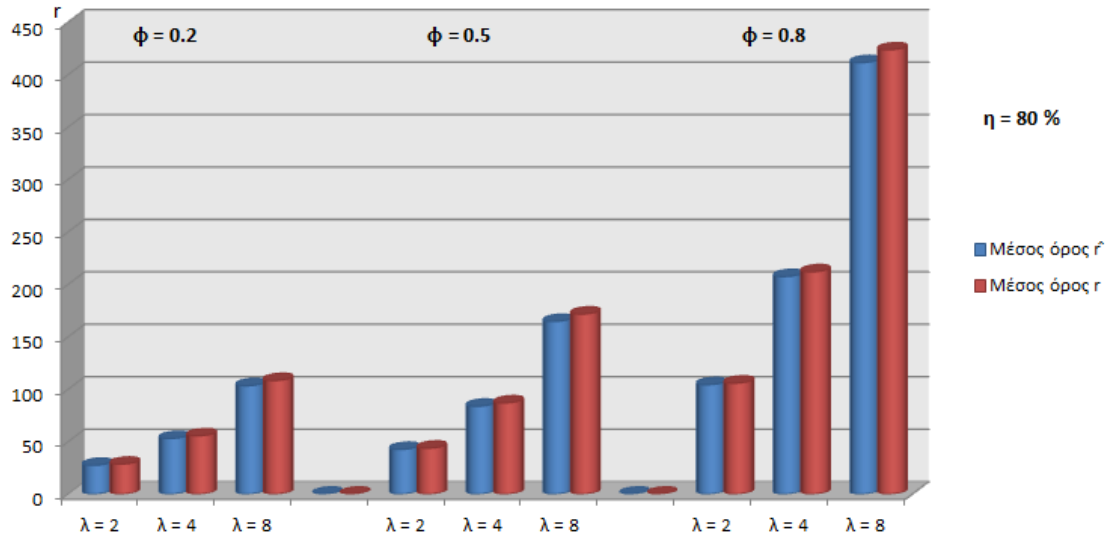
Σχήμα 4.5 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$



Σχήμα 4.6 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 80\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	27.48020941	28.61400688	42.67056422	43.80274499	104.2929192	105.8347419
$\lambda = 4$	53.05639483	55.59704222	83.82111884	86.9791352	207.4347257	212.0215164
$\lambda = 8$	103.379791	108.323553	164.6702902	171.7212433	411.3799098	423.5889304

Σχήμα 4.7 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

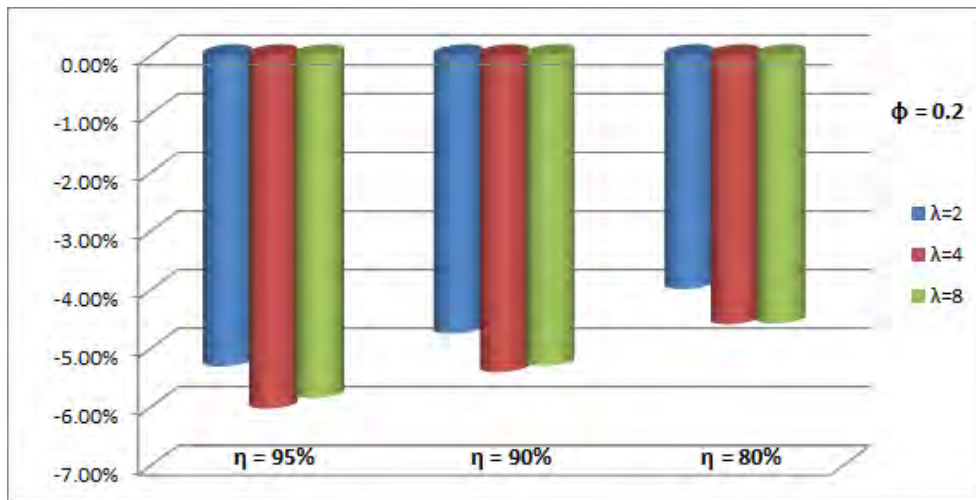


Σχήμα 4.8 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Γενικά παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις, για τις διαφορετικές τιμές δηλαδή των  $\phi, \lambda, \eta$ , ο μέσος όρος του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγγελίας είναι πάντα χαμηλότερος σε σχέση με το μέσο όρο του πραγματικού σημείου αναπαραγγελίας άρα γίνεται υποεκτίμηση του μεγέθους. Η μεγαλύτερη υποεκτίμηση είναι της τάξης του 6,02 % όταν  $\phi = 0.2, \lambda = 4, \eta = 95\%$ , ενώ η μικρότερη υποεκτίμηση είναι της τάξης του 1.49 % όταν  $\phi = 0.8, \lambda = 2, \eta = 80\%$ . Οι μέσοι όροι των αποκλίσεων των εκτιμήσεων από τις πραγματικές τιμές του σημείου αναπαραγγελίας καταγράφονται στους παρακάτω πίνακες και διαγράμματα.

Estimation risk όταν $\phi = 0.2$			
	$\eta = 95\%$	$\eta = 90\%$	$\eta = 80\%$
$\lambda=2$	-5.30%	-4.74%	-3.98%
$\lambda=4$	-6.02%	-5.40%	-4.58%
$\lambda=8$	-5.84%	-5.29%	-4.57%

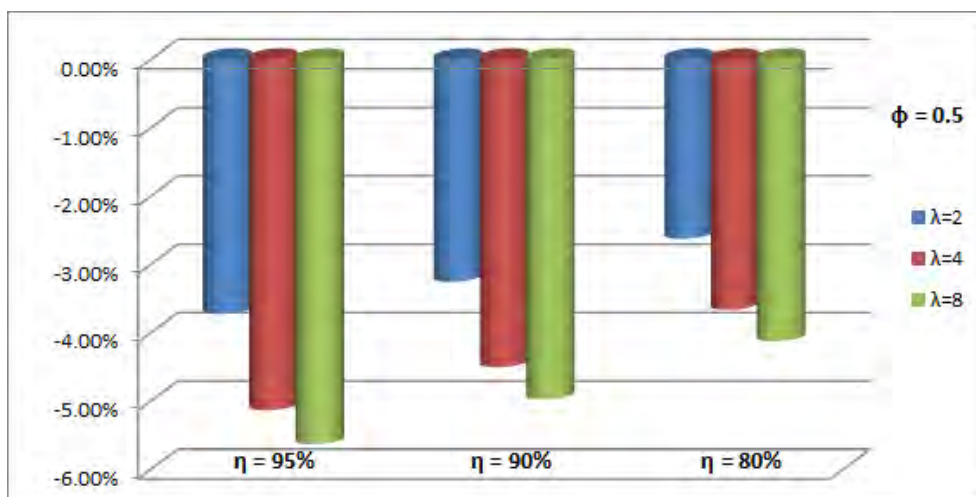
Σχήμα 4.9 : Πίνακας μέσων όρων των ποσοστικών αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$



Σχήμα 4.10 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.5$			
	$\eta = 95\%$	$\eta = 90\%$	$\eta = 80\%$
$\lambda=2$	-3.72%	-3.25%	-2.62%
$\lambda=4$	-5.13%	-4.50%	-3.66%
$\lambda=8$	-5.63%	-4.97%	-4.12%

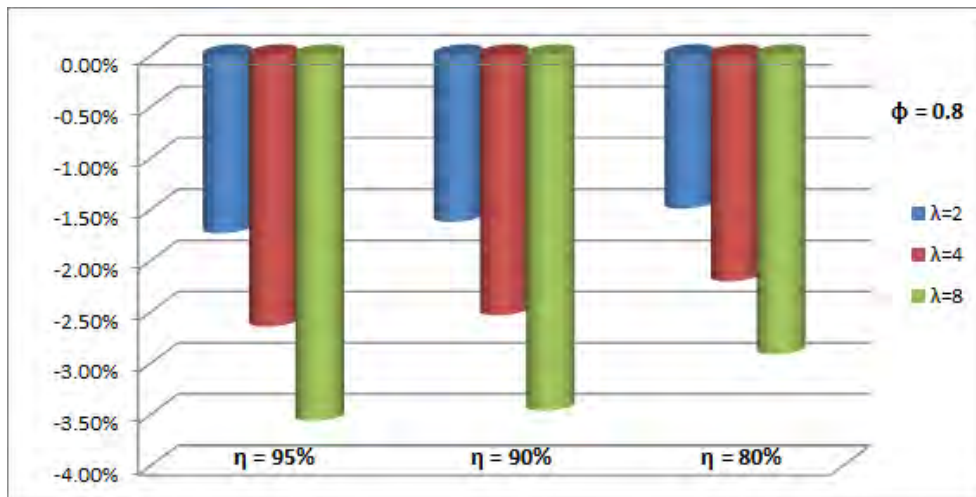
Σχήμα 4.11 : Πίνακας μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$



Σχήμα 4.12 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.8$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-1.73%	-1.62%	-1.49%
$\lambda=4$	-2.64%	-2.53%	-2.20%
$\lambda=8$	-3.56%	-3.46%	-2.91%

Σχήμα 4.13 : Πίνακας μέσων όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$



Σχήμα

4.14 : Διάγραμμα μέσων όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης $\phi$

Είναι φανερό ότι όταν μεγαλώνει η τιμή του  $\phi$ , δηλαδή όταν αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση της ζήτησης, αντίστοιχα μειώνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις, δηλαδή πλησιάζουν οι εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγωγίας στο πραγματικό επίπεδό του. Συνεπώς η αυτοσυσχέτιση και το ρίσκο εκτίμησης έχουν αντίθετες τάσεις .

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή ασφαλείας $z_T$

Φαίνεται ότι όταν μειώνεται το ρίσκο να συμβεί στοκ αουτ, όταν αυξάνεται δηλαδή το επίπεδο εξυπηρέτησης και κατά συνέπεια ο συντελεστής ασφαλείας, τότε αυξάνεται και η ποσοστιαία απόκλιση του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγωγίας  $\hat{r}$  από την τιμή του πραγματικού σημείου αναπαραγωγίας  $r$ . Άρα το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σχέση με το ρίσκο της εκτίμησης παρουσιάζουν παρόμοια τάση .

### Σχολιασμός για το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας λ

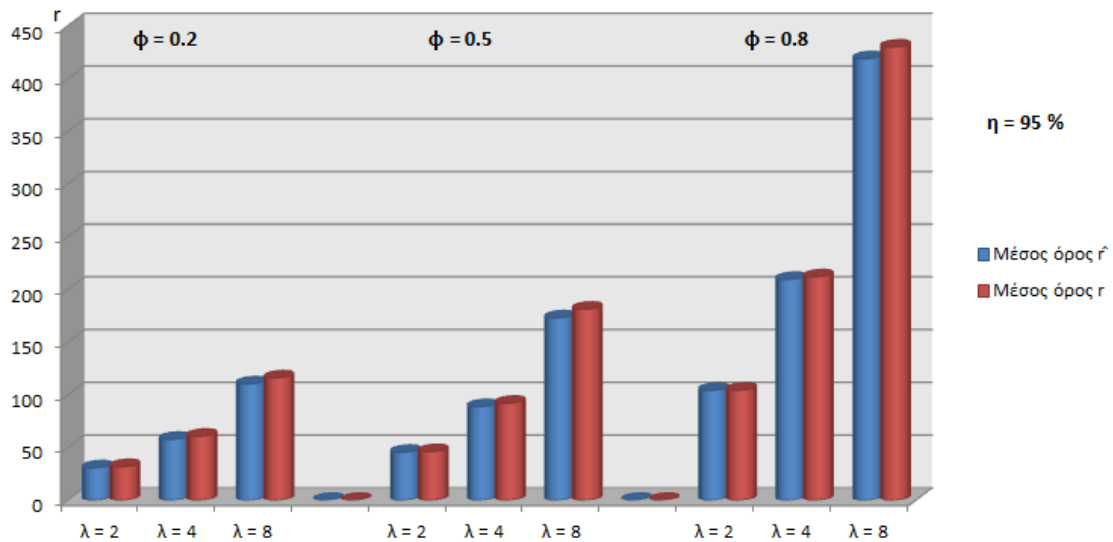
Η επίδραση του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας λ στην εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας, δεν είναι τόσο ξεκάθαρη όσο ήταν για τις προηγούμενες παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα για μικρή αυτοσυσχέτιση της ζήτησης, αρχικά φαίνεται να μεγαλώνει η υποεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας όταν αυξάνεται και ο χρόνος παράδοσης από  $\lambda = 2$  σε  $\lambda = 4$  ημέρες. Έπειτα όμως φαίνεται να μειώνεται πάλι αυτή η υποεκτίμηση, όταν ο χρόνος παράδοσης αυξάνεται από  $\lambda = 4$  σε  $\lambda = 8$  ημέρες. Όταν πρόκειται για μεσαία και μεγάλη αυτοσυσχέτιση υπάρχει ίδια τάση καθώς όταν αυξάνεται ο χρόνος παράδοσης, αυξάνονται και οι αποκλίσεις των εκτιμήσεων από το πραγματικό σημείο αναπαραγγελίας.

#### 4.2.2 Εκτίμηση σημείου αναπαραγγελίας για δείγμα 50 παρατηρήσεων

Όταν το δείγμα παρατηρήσεων είναι  $n = 50$  λαμβάνονται τα εξής αποτελέσματα :

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 95\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	30.83065468	31.94629341	45.55514659	46.20923269	104.2740046	104.3680171
$\lambda = 4$	57.85522549	60.81723697	88.87918152	92.11142785	209.492203	211.9567598
$\lambda = 8$	110.4168542	116.1456998	173.0429832	181.283811	418.777994	429.8380252

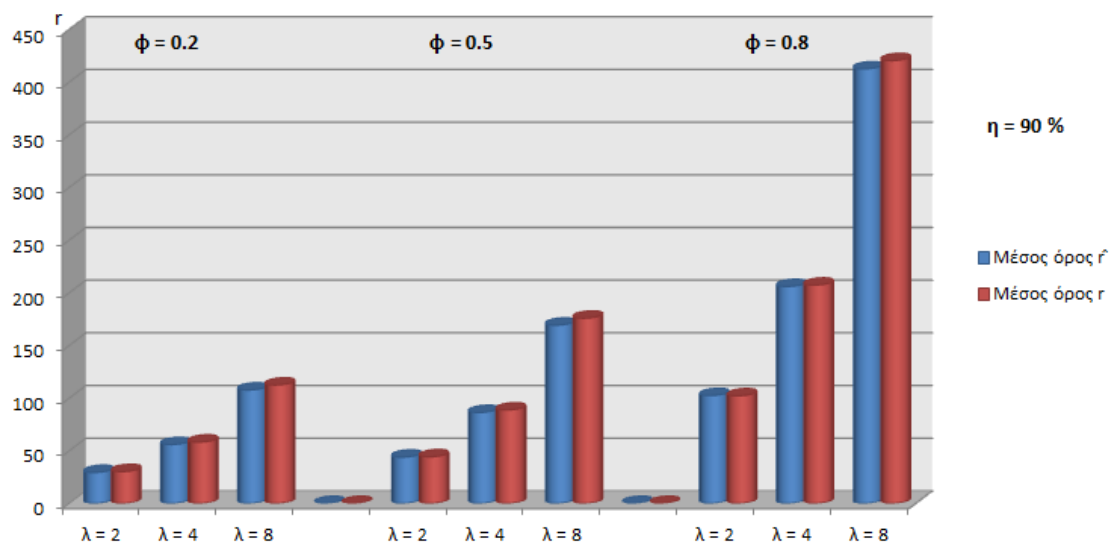
Σχήμα 4.15 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi$ ,  $\lambda$



Σχήμα 4.16 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 90\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	29.44022425	30.24380552	43.93303295	44.24437637	102.3813071	102.1237629
$\lambda = 4$	55.89898176	58.2530363	86.33732299	88.69458935	205.9219823	207.2174968
$\lambda = 8$	107.6575078	112.4043111	169.2454045	175.7946899	412.4493583	420.2898078

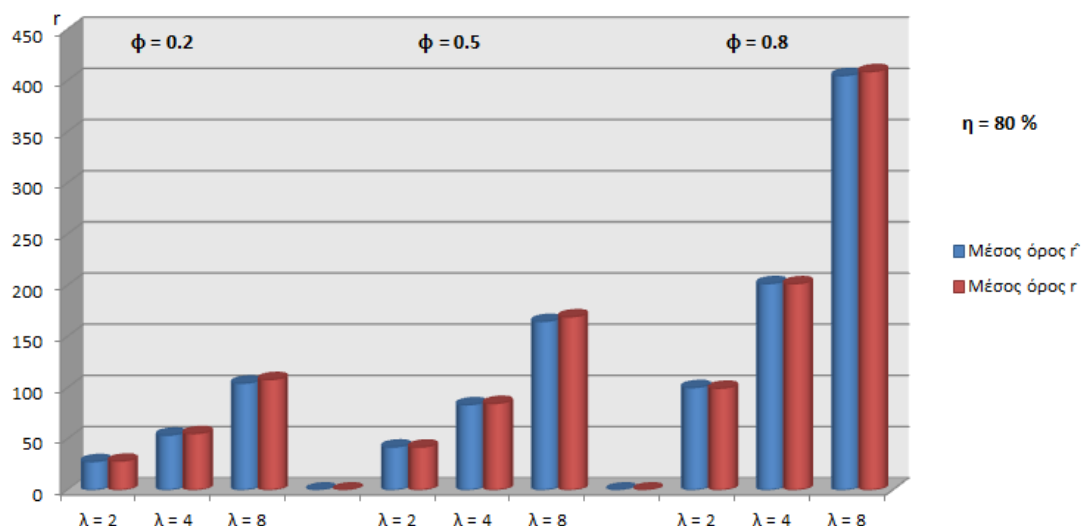
Σχήμα 4.17 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$



Σχήμα 4.18 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 80\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	27.75652194	28.18222609	41.96878042	41.86508932	100.0893987	99.40614691
$\lambda = 4$	53.53012388	55.14799019	83.25933145	84.55706562	201.5987248	201.4786206
$\lambda = 8$	104.3161554	107.8737825	164.6468341	169.1477944	404.7858764	408.7276645

Σχήμα 4.19 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

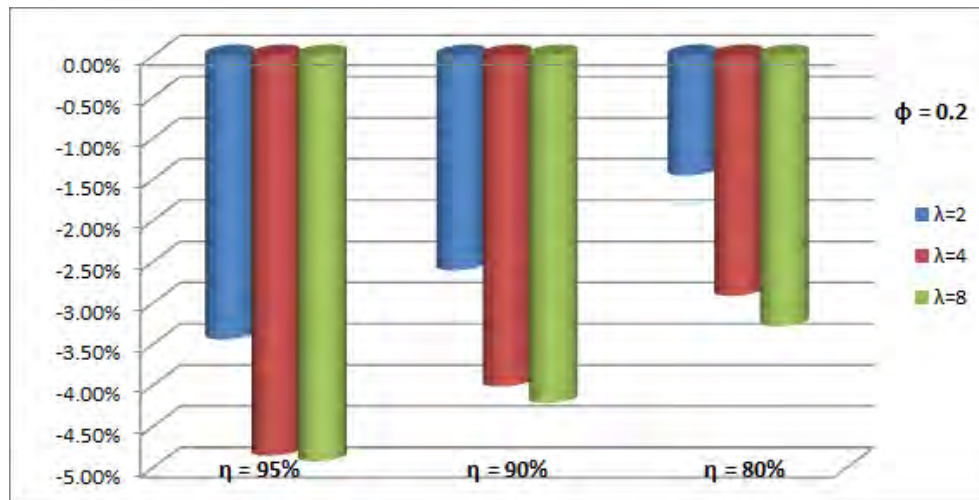


Σχήμα 4.20 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Παρατηρείται ότι σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις, για τις διαφορετικές τιμές δηλαδή των  $\phi, \lambda, \eta$ , ο μέσος όρος του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγγελίας είναι ξανά χαμηλότερος σε σχέση με το μέσο όρο του πραγματικού σημείου αναπαραγγελίας άρα κατά κύριο λόγο γίνεται υποεκτίμηση του μεγέθους. Οι εξαιρέσεις όπου πραγματοποιείται μια μικρή υπερεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας λαμβάνουν χώρα για  $\phi = 0.5, \lambda = 2, \eta = 80\%$  και για  $\phi = 0.8, \lambda = 2, 4, \eta = 80\%$ . Η μεγαλύτερη απόκλιση είναι της τάξης του 4.92% για  $\phi = 0.2, \lambda = 8, \eta = 95\%$ , ενώ η μικρότερη απόκλιση είναι της τάξης του 0.04% για  $\phi = 0.8, \lambda = 4, \eta = 80\%$ , η οποία αποτελεί και υπερεκτίμηση. Οι μέσοι όροι των αποκλίσεων των εκτιμήσεων από τις πραγματικές τιμές του σημείου αναπαραγγελίας καταγράφονται στους παρακάτω πίνακες και διαγράμματα.

Estimation risk όταν $\phi = 0.2$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-3.44%	-2.60%	-1.45%
$\lambda=4$	-4.85%	-4.01%	-2.91%
$\lambda=8$	-4.92%	-4.21%	-3.28%

Σχήμα 4.21 : Πίνακας μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

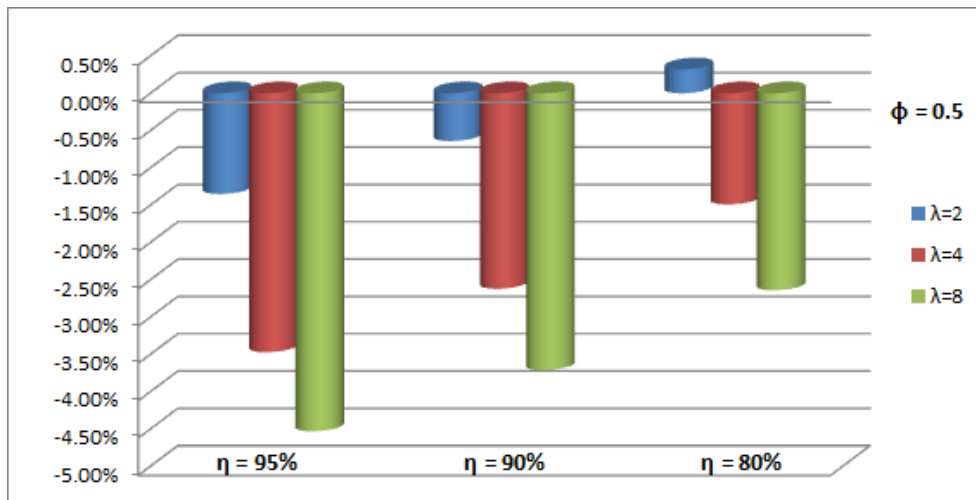


Σχήμα 4.22 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.5$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-1.35%	-0.64%	0.32%
$\lambda=4$	-3.47%	-2.62%	-1.49%
$\lambda=8$	-4.53%	-3.71%	-2.64%

Σχήμα 4.23 : Πίνακας μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

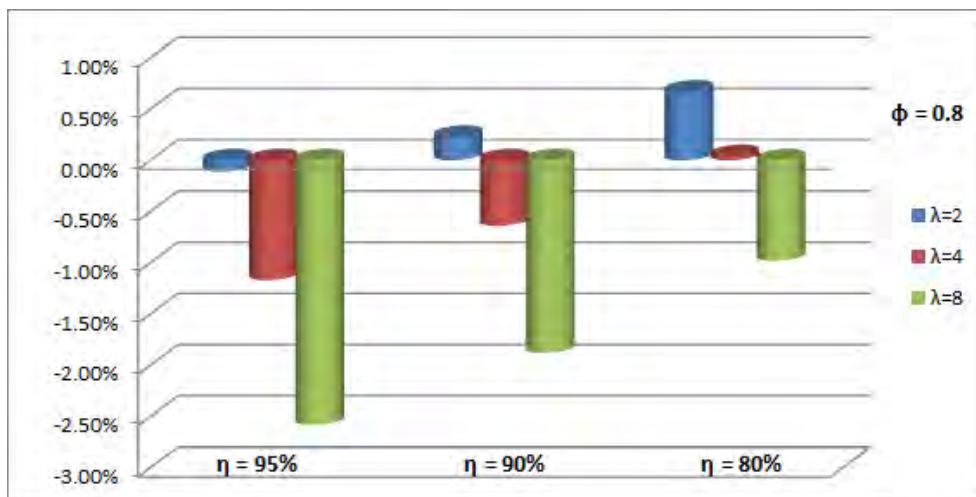




Σχήμα 4.24 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.8$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-0.11%	0.23%	0.67%
$\lambda=4$	-1.17%	-0.64%	0.04%
$\lambda=8$	-2.58%	-1.88%	-0.98%

Σχήμα 4.25 : Πίνακας μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$



Σχήμα 4.26 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda, \eta$

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης $\phi$

Είναι φανερό ότι όταν μεγαλώνει η τιμή του  $\phi$ , δηλαδή όταν αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση της ζήτησης, τότε μειώνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις, δηλαδή πλησιάζουν οι εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγγελίας στο πραγματικό επίπεδό του. Μοναδική εξαίρεση αποτελούν οι τιμές των αποκλίσεων για  $\lambda = 2$ ,  $\eta = 80\%$ , καθώς βλέπουμε ότι η αύξηση της αυτοσυσχέτισης από  $\phi = 0.5$  σε  $\phi = 0.8$  προκαλεί και αύξηση στην τιμή της απόκλισης, υπερεκτίμησης στη συγκεκριμένη περίπτωση. Συνεπώς η αυτοσυσχέτιση και το ρίσκο εκτίμησης παρουσιάζουν αντίθετες τάσεις.

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή ασφαλείας $Z_\eta$

Φαίνεται ότι όταν μειώνεται το ρίσκο να συμβεί στοκ αουτ, όταν αυξάνεται δηλαδή ο συντελεστής ασφαλείας και κατά συνέπεια η πιθανότητα  $\eta$ , τότε αυξάνεται και η ποσοστιαία απόκλιση του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγγελίας  $\hat{r}$  από την τιμή του πραγματικού σημείου αναπαραγγελίας  $r$ . Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση όπου  $\phi = 0.8$ ,  $\lambda = 2$ , αφού η ποσοστιαία απόκλιση είναι μικρότερη για μεγαλύτερες τιμές του  $\eta$ . Άρα η πιθανότητα να μην συμβεί στοκ αουτ σε σχέση με το ρίσκο της εκτίμησης έχουν γενικά παρόμοια τάση.

#### Σχολιασμός για το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας $\lambda$

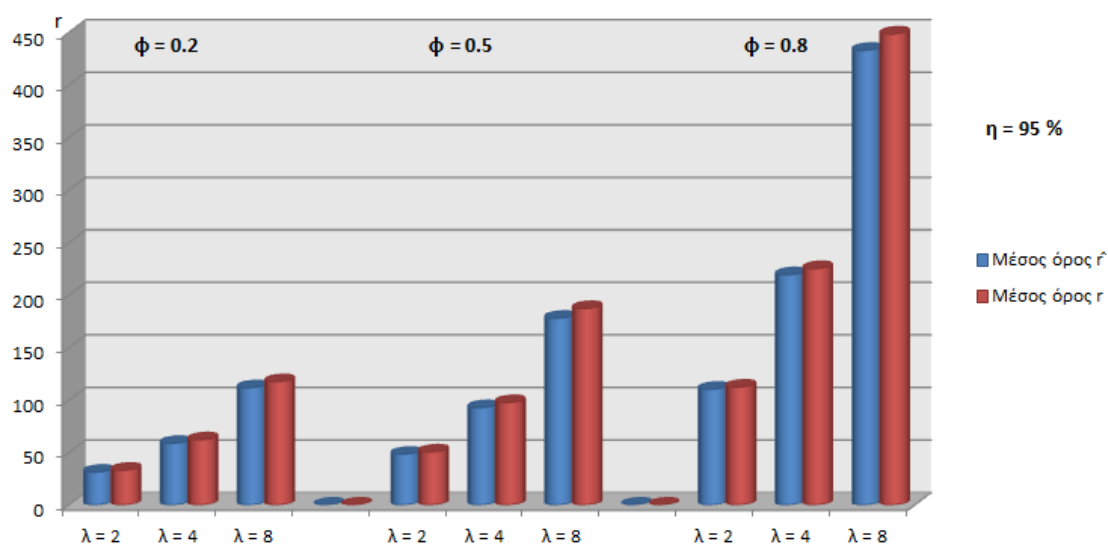
Η τάση που εμφανίζει η εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας σε σχέση με το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$ , είναι πιο ξεκάθαρη σε αυτή την περίπτωση. Έτσι όταν αυξάνεται η τιμή του χρόνου παράδοσης  $\lambda$ , αυξάνονται και οι αποκλίσεις της εκτίμησης από το πραγματικό μέγεθος. Η τάση αυτή δεν παρατηρείται μόνο για  $\phi = 0.8$ ,  $\eta = 80\%$  όπου η αύξηση του χρόνου παράδοσης από  $\lambda = 2$  σε  $\lambda = 4$  έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της υπερεκτίμησης του σημείου αναπαραγγελίας. Οπότε κατά κύριο λόγο ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας εμφανίζει παρόμοια τάση με τις ποσοστιαίες αποκλίσεις των εκτιμήσεων.

#### 4.2.3 Εκτίμηση σημείου αναπαραγγελίας για δείγμα 100 παρατηρήσεων

Όταν το δείγμα παρατηρήσεων είναι  $n = 100$  λαμβάνονται τα εξής αποτελέσματα :

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 95\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	31.35154101	33.21718235	48.36811308	50.58344414	110.2676869	112.3602285
$\lambda = 4$	58.76927531	62.13896147	92.74167377	97.57919216	219.169946	225.0639865
$\lambda = 8$	111.6370704	117.4695391	177.7844541	187.0933105	432.7614403	448.3139719

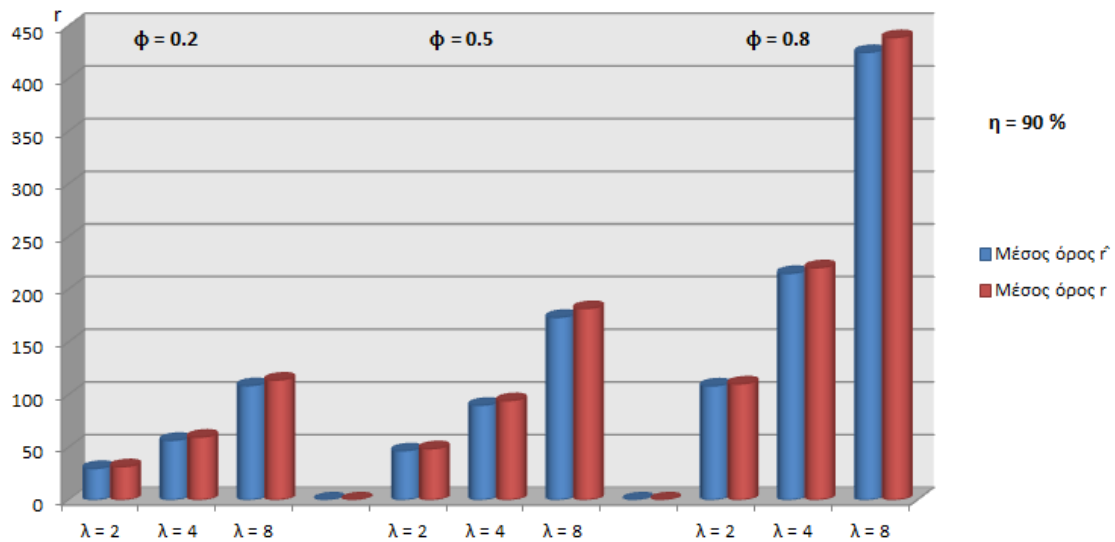
Σχήμα 4.27 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$



Σχήμα 4.28 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 95\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγγελίας για $\eta = 90\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	29.83323238	31.51469446	46.59795362	48.61858782	108.1996932	110.1159743
$\lambda = 4$	56.54905289	59.57476079	89.79757736	94.16235365	214.9606233	220.3247235
$\lambda = 8$	108.4440069	113.7281504	173.2086898	181.6041895	424.6998621	438.7657544

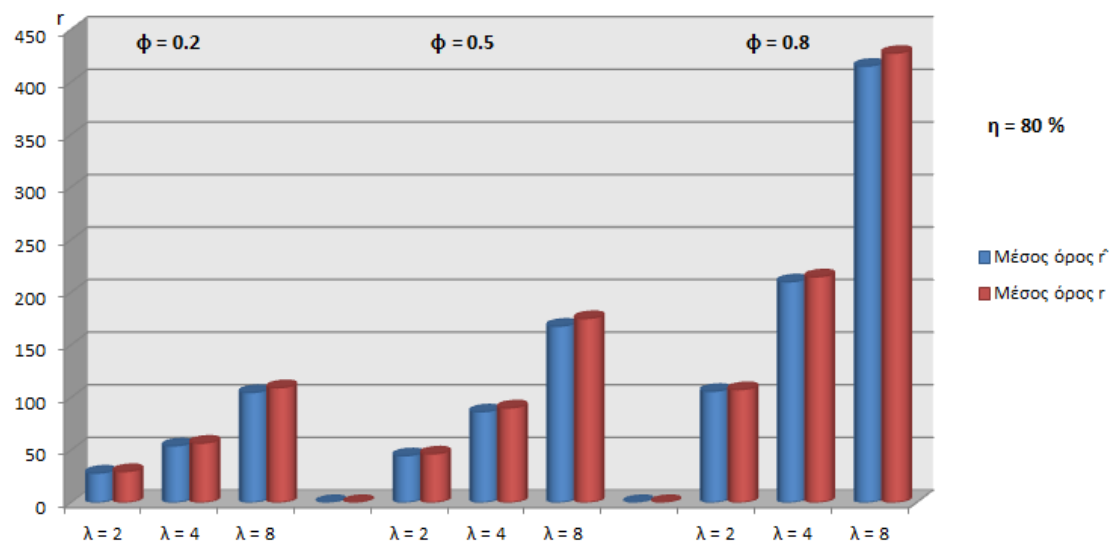
Σχήμα 4.29 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$



Σχήμα 4.30 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 90\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Μέσοι όροι σημείου αναπαραγωγής για $\eta = 80\%$						
	$\phi = 0.2$		$\phi = 0.5$		$\phi = 0.8$	
	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$	Μέσος όρος $\hat{r}$	Μέσος όρος $r$
$\lambda = 2$	27.99467958	29.45311502	44.45442921	46.23930077	105.6955149	107.3983583
$\lambda = 4$	53.8605375	56.46971469	86.23250728	90.02482993	209.8634632	214.5858473
$\lambda = 8$	104.5774572	109.1976218	167.6677978	174.9572939	414.9379225	427.2036112

Σχήμα 4.31 : Πίνακας μέσων όρων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

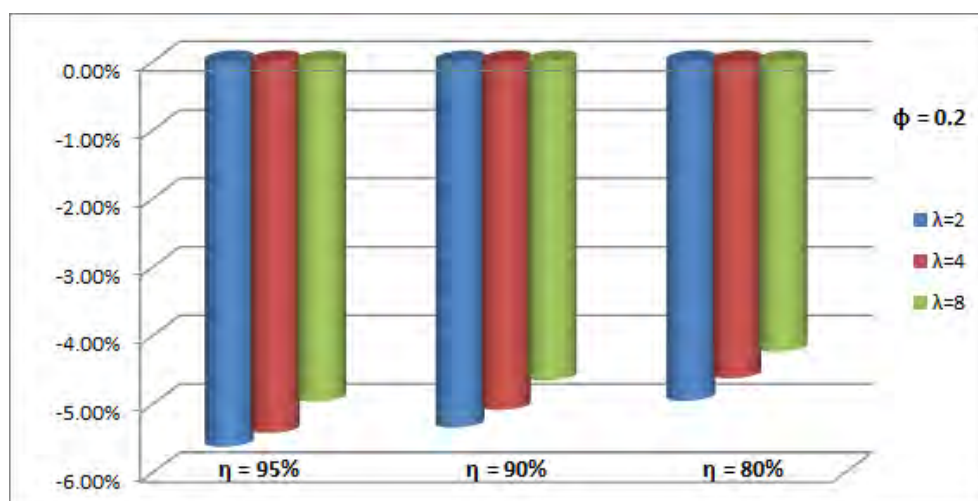


Σχήμα 4.32 : Διάγραμμα μέσων όρων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\eta = 80\%$  για διαφορετικές τιμές των  $\phi, \lambda$

Σε όλες τις περιπτώσεις, για τις διαφορετικές τιμές δηλαδή των  $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $\eta$ , ο μέσος όρος του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγγελίας είναι χαμηλότερος σε σχέση με το μέσο όρο του πραγματικού σημείου αναπαραγγελίας άρα υπάρχει υποεκτίμηση του μεγέθους. Η μεγαλύτερη απόκλιση είναι της τάξης του 5.62 % για  $\phi = 0.2$ ,  $\lambda = 2$ ,  $\eta = 95 \%$ , ενώ η μικρότερη απόκλιση είναι της τάξης του 1.58 % για  $\phi = 0.8$ ,  $\lambda = 2$ ,  $\eta = 80 \%$ . Οι μέσοι όροι των αποκλίσεων των εκτιμήσεων από τις πραγματικές τιμές του σημείου αναπαραγγελίας καταγράφονται στους παρακάτω πίνακες και διαγράμματα.

Estimation risk όταν $\phi = 0.2$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-5.62%	-5.34%	-4.95%
$\lambda=4$	-5.42%	-5.08%	-4.62%
$\lambda=8$	-4.96%	-4.65%	-4.23%

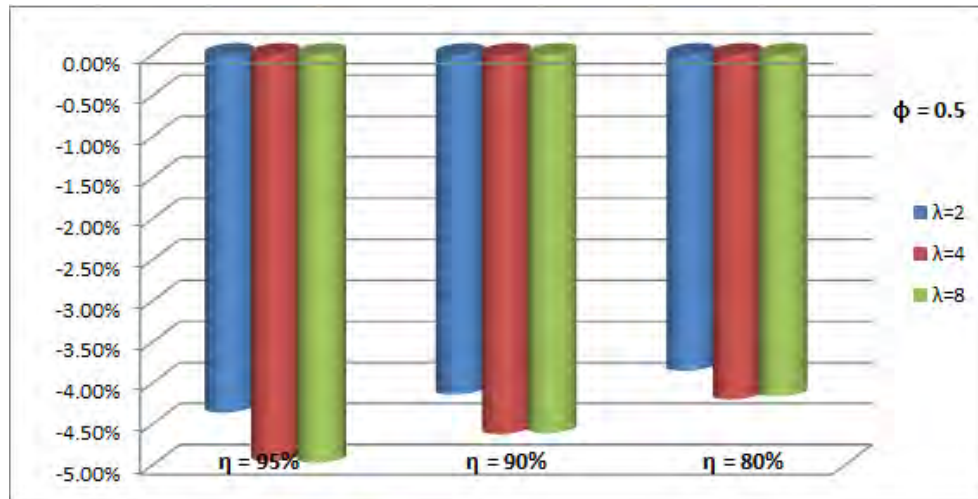
Σχήμα 4.33 : Πίνακας μέσων όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$



Σχήμα 4.34 : Διάγραμμα μέσων όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.2$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.5$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-4.36%	-4.14%	-3.85%
$\lambda=4$	-4.95%	-4.62%	-4.20%
$\lambda=8$	-4.97%	-4.61%	-4.16%

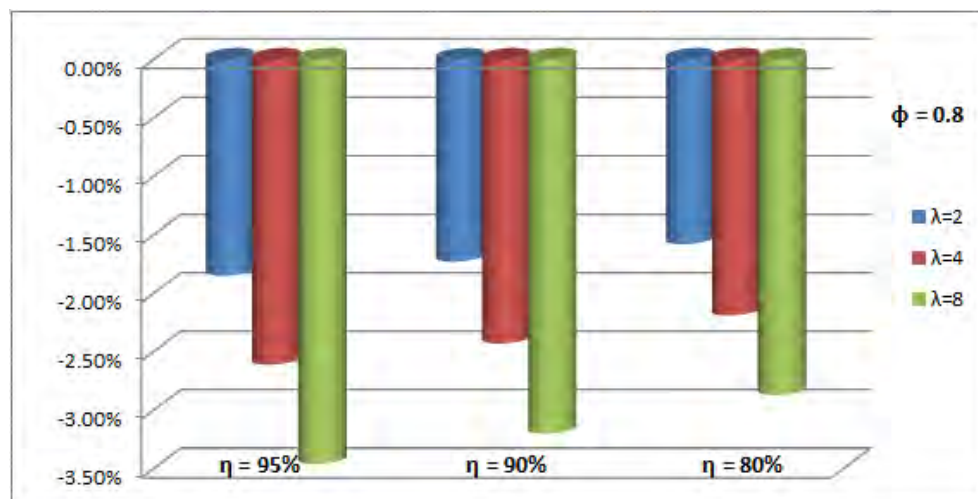
Σχήμα 4.35 : Πίνακας μέσων όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$



Σχήμα 4.36 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.5$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$

Estimation risk όταν $\phi = 0.8$			
	$\eta = 95 \%$	$\eta = 90 \%$	$\eta = 80 \%$
$\lambda=2$	-1.85%	-1.73%	-1.58%
$\lambda=4$	-2.61%	-2.43%	-2.19%
$\lambda=8$	-3.46%	-3.20%	-2.87%

Σχήμα 4.37 : Πίνακας μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων των  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$



Σχήμα 4.38 : Διάγραμμα μέσω των όρων των ποσοστιαίων αποκλίσεων  $\hat{r}$  και  $r$  όταν  $\phi = 0.8$  για διαφορετικές τιμές των  $\lambda$ ,  $\eta$

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης $\phi$

Είναι φανερό ότι όταν μεγαλώνει η τιμή του  $\phi$ , δηλαδή όταν αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση της ζήτησης, τότε μειώνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις, δηλαδή πλησιάζουν οι εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγγελίας στο πραγματικό επίπεδό του. Συνεπώς η αυτοσυσχέτιση και το ρίσκο εκτίμησης έχουν αντίθετες τάσεις .

#### Σχολιασμός για τον συντελεστή ασφαλείας $z_\eta$

Φαίνεται ότι όταν αυξάνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης, όταν αυξάνεται δηλαδή ο συντελεστής ασφαλείας, τότε αυξάνεται και η ποσοστιαία απόκλιση του εκτιμηθέντος σημείου αναπαραγγελίας  $\hat{r}$  από την τιμή του πραγματικού σημείου αναπαραγγελίας  $r$ . Άρα το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σχέση με το ρίσκο της εκτίμησης παρουσιάζει παρόμοια τάση .

#### Σχολιασμός για το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας $\lambda$

Η επίδραση του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  στην εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας, είναι ξανά λίγο περίπλοκη. Πιο συγκεκριμένα για μικρή αυτοσυσχέτιση της ζήτησης, φαίνεται ότι η υποεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας μειώνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος παράδοσης  $\lambda$  . Έπειτα όταν πρόκειται για μεσαία αυτοσυσχέτιση και υψηλό συντελεστή ασφαλείας ( $z_{0.95}$ ), όταν αυξάνεται ο χρόνος παράδοσης, αυξάνεται και η υποεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας. Στην περίπτωση όμως των πιο χαμηλών συντελεστών ασφαλείας ( $z_{0.90}, z_{0.80}$ ), παρατηρείται ότι ενώ αρχικά μεγαλώνει η υποεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας όταν αυξάνεται και ο χρόνος παράδοσης από  $\lambda = 2$  σε  $\lambda = 4$  ημέρες, στη συνέχεια μειώνεται ξανά αυτή η υποεκτίμηση, όταν ο χρόνος παράδοσης αυξάνεται από  $\lambda = 4$  σε  $\lambda = 8$  ημέρες. Τέλος για μεγάλη αυτοσυσχέτιση όταν αυξάνεται ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας, αυξάνονται και οι ποσοστιαίες αποκλίσεις της εκτίμησης του σημείου αναπαραγγελίας από το πραγματικό επίπεδό του.

## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα και Μελλοντική διερεύνηση του θέματος

#### 5.1. Συμπεράσματα

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε στην παρούσα εργασία είχε ως στόχο να διερευνήσει κατά πόσο υπάρχει απόκλιση στο επίπεδο του σημείου αναπαραγγελίας του υποδείγματος του T.L.Urban, όταν ο υπολογισμός του γίνεται με εκτιμήσεις των τιμών των διαφόρων παραμέτρων σε σχέση με τις πραγματικές τιμές αυτών.

Έπειτα από τη διενέργεια των διαφόρων υπολογισμών, υπάρχουν κάποια ασφαλή συμπεράσματα τα οποία μπορούν να εξαχθούν από τα ευρήματα της έρευνας. Γενικά παρατηρείται καθολική υποεκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας σε σύγκριση με το πραγματικό επίπεδο του στους 81 διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών που λαμβάνουν ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης  $\phi$ , ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$  και το επίπεδο εξυπηρέτησης  $\eta$ , με τις όποιες επιπτώσεις μπορεί να επιφέρει το γεγονός αυτό σε κάθε επιχείρηση. Την εξαίρεση στο συμπέρασμα αυτό αποτελούν τρεις συγκεκριμένες περιπτώσεις όπου γίνεται μια αρκετά μικρή υπερεκτίμησή του σημείου αναπαραγγελίας. Το μεγαλύτερο ποσοστό υποεκτίμησης είναι ίσο με 6,02 % και συναντάται όταν  $\phi = 0.2$ ,  $\lambda = 4$ ,  $\eta = 95$  %,  $n = 25$ , ενώ το μικρότερο ποσοστό απόκλισης αποτελεί υπερεκτίμηση, είναι ίσο με 0.04 και συναντάται όταν  $\phi = 0.8$ ,  $\lambda = 4$ ,  $\eta = 80$  %,  $n = 50$ .

Όταν αυξάνεται η τιμή του  $\phi$ , δηλαδή όταν αυξάνεται η αυτοσυσχέτιση της ζήτησης φαίνεται ότι οι εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγγελίας τείνουν να πλησιάσουν τις πραγματικές τιμές αυτού, καθώς τα ποσοστά των αποκλίσεων μειώνονται. Το αποτέλεσμα αυτό δεν επιβεβαιώνεται σε μια συγκεκριμένη περίπτωση μόνο, όπου συμβαίνει το αντίθετο. Άρα στη συντριπτική πλειοψηφία των αποτελεσμάτων ισχύει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αυτοσυσχέτιση στην εξίσωση της ζήτησης, τόσο καλύτερα αποτελέσματα λαμβάνονται από τις εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγγελίας. Όσον αφορά το επίπεδο εξυπηρέτησης  $\eta$ , όταν αυξάνεται το ποσοστό του τότε αυξάνονται και οι ποσοστιαίες αποκλίσεις των εκτιμήσεων από το πραγματικό επίπεδο του σημείου αναπαραγγελίας. Στις διαφορετικές συγκρίσεις που πραγματοποιούνται σχετικά με το επίπεδο εξυπηρέτησης  $\eta$ , μόνο σε μία περίπτωση δεν επιβεβαιώνεται το παραπάνω συμπέρασμα. Άρα το υψηλότερο



επίπεδο εξυπηρέτησης που θέτει μία επιχείρηση οδηγεί κατά κύριο λόγο σε μεγαλύτερη ανακρίβεια στην εκτίμηση του σημείου αναπαραγγελίας.

Τέλος οι εκτιμήσεις του σημείου αναπαραγγελίας σε συνδυασμό με το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας  $\lambda$ , παρουσιάζουν την πιο περίπλοκη συμπεριφορά σε σύγκριση με τις προηγούμενες παραμέτρους. Διακρίνονται τρεις διαφορετικές κύριες τάσεις, όπου πρώτον αύξηση του  $\lambda$  οδηγεί σε αύξηση των ποσοστιαίων αποκλίσεων των εκτιμήσεων και δεύτερον αύξηση του  $\lambda$  οδηγεί σε μείωση των ποσοστιαίων αποκλίσεων. Στην τρίτη περίπτωση η πρώτη αύξηση του χρόνου παράδοσης από  $\lambda = 2$  σε  $\lambda = 4$  έχει ως αποτέλεσμα οι εκτιμήσεις να απομακρύνονται από το πραγματικό επίπεδο του σημείου αναπαραγγελίας, ενώ η μετέπειτα αύξηση του από  $\lambda = 4$  σε  $\lambda = 8$  τείνει να επαναφέρει τις εκτιμήσεις πιο κοντά στις πραγματικές τιμές του σημείου αναπαραγγελίας. Άρα δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο γενικό συμπέρασμα όσον αφορά το χρόνο παράδοσης της παραγγελίας και θα πρέπει να εξετάζεται διαφορετικά αναλόγως την κάθε περίπτωση.

## 5.2. Μελλοντική διερεύνηση του θέματος

Η συγκεκριμένη έρευνα θα μπορούσε να διεξαχθεί για εφαρμογή όλων όσων προηγήθηκαν, σε συνδυασμό με πολιτικές παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Επίσης θα μπορούσε να γίνει διαφοροποίηση των προϊόντων αναλόγως την σημαντικότητά τους για την επιχείρηση. Ακόμη θα μπορούσε να γίνει παρόμοια μελέτη σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης όταν η πολιτική παραγγελιών είναι η Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S).

Η ίδια έρευνα θα μπορούσε να διεξαχθεί με την παραδοχή ότι η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR κάποιου μεγαλύτερου βαθμού, ή άλλα υποδείγματα χρονολογικών σειρών όπως το υπόδειγμα κινητού μέσου  $MA(q)$ ,  $q$  βαθμού, το μεικτό υπόδειγμα  $AR.MA.(p,q)$ ,  $p$  και  $q$  βαθμού, ακόμα και το διαφοροποιημένο υπόδειγμα  $AR.I.MA. (p,d,q)$ ,  $p,d,q$  βαθμού αντίστοιχα. Τέλος ιδιαίτερα ενδιαφέρον θα ήταν να συγκριθούν οι αποκλίσεις των εκτιμήσεων σε σχέση με το πραγματικό μέγεθος του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση δεν αυτοσυσχετίζεται.

## **Βιβλιογραφία**

Axsater S. (2006). *Inventory Control*, 2nd edition, Springer Science & Business Media, New York, USA.

Berk Emre , Ulku Gurler (2008). Analysis of the (Q, r) Inventory Model for Perishables with Positive Lead Times and Lost Sales, *Operations Research*, 56:5, 1238-1246.

Cachon Gerard P., Marshall Fisher (2000). Supply Chain Inventory Management and the Value of Shared Information, *Management Science*, 46:8, 1032-1048.

Cattani Kyle D., F.Robert Jacobs, Jan Schoenfelder (2011). Common inventory modeling assumptions that fall short: Arborescent networks, Poisson demand, and single-echelon approximations, *Journal of Operations Management*, 29:5, 488-499.

Chandra C. and Grabis J. (2008). Inventory management with variable lead-time dependent procurement cost, *Omega*, 36, 877-887

Chiou Huan Neng ( 1995). An approximation to the continuous review inventory model with perishable items and lead times, *European Journal of Operational Research*, 87, 93-108.

Duran A., Gutierrez G. and Zequeira R. (2004). A continuous review inventory model with order expediting, *International Journal of Production Economics*, 87, 157-169

Dutta P., D. Chakraborty, A. R. Roy (2007). Continuous review inventory model in mixed fuzzy and stochastic environment, *Applied Mathematics and Computation*, 188 , 970-980.

Federquien Awi, Yu – Sheng Zheng (1992). An Efficient Algorithm for Computing an Optimal  $(r, Q)$  Policy in Continuous Review Stochastic Inventory Systems, *Operations Research*, 40:4, 808-813.

Fleischmann Moritz , Rommert Dekker (2002). Controlling inventories with stochastic item returns: A basic model, *European Journal of Operational Research*, 138, 63-75

Gallego Guillermo (1992). A minmax distribution free procedure for the  $(Q, R)$  inventory model, *Operations Research Letters*, 11, 55-60

Gen Mitsuo, Dazhong Zheng, Yasuhiro Tsujimura (1997). An application of fuzzy set theory to inventory control models, *Computers & Industrial Engineering*, 33:3-4, 553-556.

Graves Stephen C. (1999). A Single-Item Inventory Model for a Nonstationary Demand Process, *Manufacturing & Service Operations Management*, 1, 170-174.

Handfield Robert, Don Warsing, Xinmin Wu (2009).  $(Q,r)$  Inventory policies in a fuzzy uncertain supply chain environment, *European Journal of Operational Research*, 197:2, 609-619.

Harvey Andrew C. (1993). *Time Series Models*, Second Edition, MIT Press , Cambridge , Great Britain

Hill Roger M. (1996). Order splitting in continuous review  $(Q, r)$  inventory models, *European Journal of Operational Research*, 95, 53-61

Kevork I. S. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single-period inventory decisions. *Omega*, 38, 218-227

Kim Jong Soo, K.Y.Shin, S.E.Ahn (2003). A multiple replenishment contract with ARIMA demand processes, *Journal of the Operational Research Society*, 54:11, 1189-1197.

Liao T.Warren, P.C.Chang (2010). Impacts of forecast, inventory policy, and lead time on supply chain inventory—A numerical study, *International Journal of Production Economics*, 128:2, 527-537.

LinWang, Qing – LiangFu, Yu-Rong Zeng (2012). Continuous review inventory models with a mixture of backorders and lost sales under fuzzy demand and different decision situations, *Expert Systems with Applications*, 39:4, 4181-4189.

Makridakis G. Spyros, Wheelwright C. Steven, Hyndman J. Rob (1997). *Forecasting : Methods and Applications*, John Wiley and Sons, Usa

Marmostein Howard, Walter Zinn (1993). A conditional effect of autocorrelated demand on safety stock determination, *European Journal of Operational Research*, 68, 139-142.

Melchior P., R. Dekker, M.J.Kleijn (2000). Inventory rationing in an (s, Q) inventory model with lost sales and two demand classes, *Journal of the Operational Research Society*, 51, 111-122.

Mitra Subatra (2009). Analysis of a two-echelon inventory system with returns, *Omega*, 37, 106-115.

Moinzadeh K. and Nahmias S. (1988). A Continuous Review Model for an Inventory System with Two Supply Modes, *Management Science*, 34:6, 761-773.

Moncer Harigaa, Mohamed Ben-Davab (1999). Some stochastic inventory models with deterministic variable lead time, *European Journal of Operational Research*, 113, 42-51.

Montgomery C.D., Jennings C.L., Kulahci M. (2015). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting, Second Edition, John Wiley and Sons, Usa*

Moon Ilkyeong, Sangjin Choi (1994). The distribution free continuous review inventory system with a service level constraint, *Computers & Industrial Engineering*, 27:1-4, 209-212.

Paknejad M.J., F.Nasri, J.F.Affisco (1995). Defective units in a continuous review (s, Q) system, *International Journal of Production Research*, 33:10, 2767-2777.

Parlar M. (1997). Continuous-review inventory problem with random supply interruptions, *European Journal of Operational Research*, 99:2, 366-385.

Ray W. D. (1982). ARIMA Forecasting Models in Inventory Control, *Journal of the Operational Research Society*, 33, 567-574.

Rninowitz Gad, Abraham Mehrez, Ching-Wu Chu, (1995). A partial backorder control for continuous review (r, Q) inventory system with poisson demand and constant lead time, *Computers & Operations Research*, 22:7, 689-700.

Salameh M.K., N.E.Abboud, A.N.El-Kassan, R.E.Ghattas (2003). Continuous review inventory model with delay in payments, *International Journal of Production Economics*, 85, 91-95.

Strijbosch, Heuts (2000). A combined forecast—inventory control procedure for spare parts, *Journal of the Operational Research Society*, 51, 1184-1191.

Silver E.A, Pyke D.F., Thomas D.J. (2017). *Inventory and Production Management in Supply Chains*, 4rd edition, Taylor and Francis Group, New York, USA

Syntetos Aris A. , John E.Boylan, (2007). Demand forecasting adjustments for service-level achievement, *Journal of Management Mathematics*, 19:2, 175-192.

Tadikamalla Pandu R. (1984). A comparison of several approximations to the lead time demand distribution, *Omega*, 12:6, 575-581

Thiel D., Hovelaque V. , Thi le Hoa V. (2010). Impact of inventory inaccuracy on service-level quality in (Q,R) continuous-review lost-sales inventory models, *International Journal of Production Economics*, 123:2, 310-311.

Urban T.L. (2000). Reorder level determination with serially-correlated demand, *Journal of the Operational Research Society*, 51, 762-768.

Wang Min-Chiang, S.Subba Rao (1992). Estimating reorder points and other management science applications by bootstrap procedure, *European Journal of Operational Research*, 56:3, 332-342.

Wang Min-Chiang (2007). A study of inventory policy for correlated demands, *International Journal of Business and Systems Research*,1:2, 1751-1762.

Wang S.J., C.T.Huang, W.L.Wang (2009). Incorporating ARIMA forecasting and service-level based replenishment in RFID-enabled supply chain, *International Journal of Production Research*, 48:9, 2655-2677.

Willemain Thomas R., Charles N.Smart (2004). A new approach to forecasting intermittent demand for service parts inventories, *International Journal of Forecasting*, 20:3, 375-387.

Zipkin Paul (1986). Stochastic leadtimes in continuous-time inventory models, *Naval Research Logistics*, 33:4, 763-774.

Μαλινδρέτος Γεώργιος (2015). *Εφοδιαστική αλυσίδα, Logistics & Εξυπηρέτηση Πελατών*, ΣΕΑΒ, Αθήνα, Ελλάδα