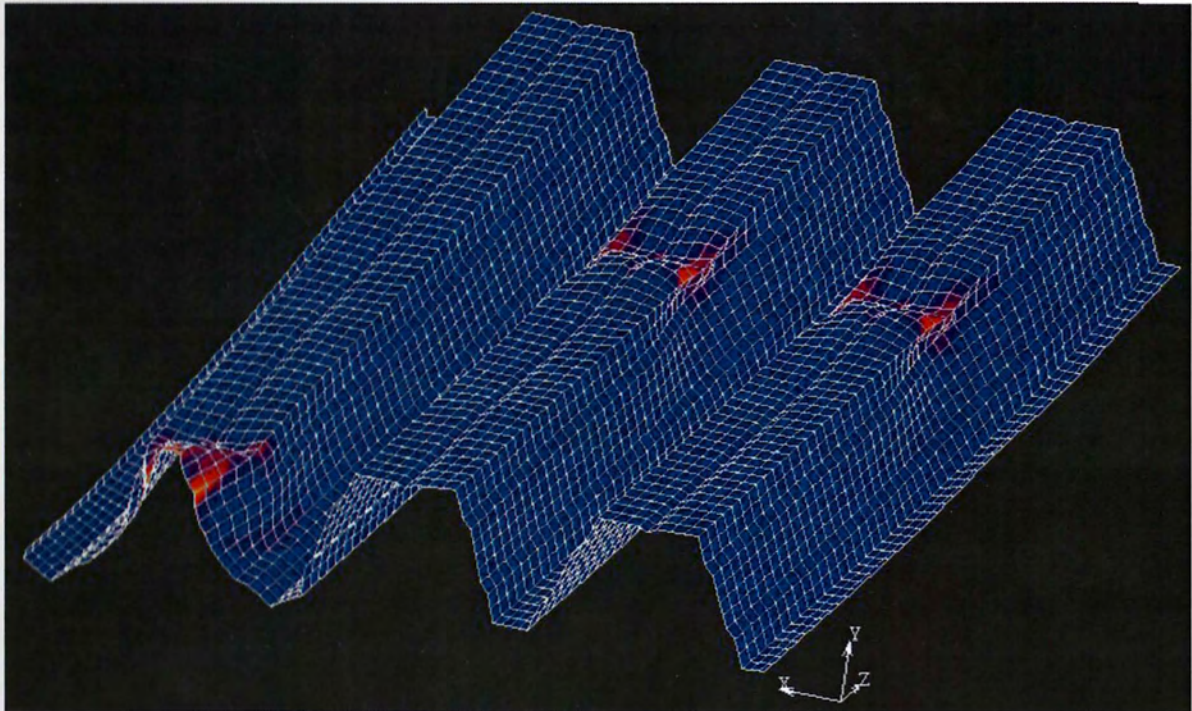




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη τοπικού λυγισμού σε καμπτόμενα τραπεζοειδή
χαλυβδόφυλλα**



ΣΠΥΡΟΣ ΝΤΑΡΛΑΔΗΜΑΣ

Επιβλέπων: **ΕΥΡΙΠΙΔΗΣ ΜΥΣΤΑΚΙΔΗΣ**

Καθηγητής τμήματος Πολιτικών Μηχανικών

ΒΟΛΟΣ 2014



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 12935/1
Ημερ. Εισ.: 22-08-2014
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΜ
2014
ΝΤΑ

Πρόλογος

Σε μια εποχή οικονομικής κρίσης, το επάγγελμα του μηχανικού, άμεσα συνδεδεμένο με την κοινωνία, τόσο μέσω της παραγωγής όσο και μέσω της έρευνας, σε καμία περίπτωση δεν μένει αλώβητο. Στην εποχή αυτή που η επιστημονική πρόοδος της κοινωνίας θα μπορούσε να προσφέρει πολλά, η αξία της κατάρτισης των νέων επιστημόνων και της ακαδημαϊκής έρευνας φαίνεται να υποτιμάται. Αντίθετα επιλέγεται ο δρόμος της λιτότητας, της ανεργίας και του στυγνού ανταγωνισμού. Μέσα σε αυτό το κλίμα οι νέοι μηχανικοί ξεχνούν τα όνειρά τους και αντιμετωπίζουν το δίλλημα μεταξύ της ξενιτιάς και της ανεργίας.

Ακριβώς όμως αυτή η σύνδεση του μηχανικού με την κοινωνία, δείχνει πόσο σημαντικό ρόλο έχει να διαδραματίσει στη θεμελίωση ενός καλύτερου μέλλοντος. Για το λόγο αυτό, θέλω να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου, αλλά και όλους όσους δεν απογοητεύονται και κάνουν ότι μπορούν για να κρατήσουν το ελληνικό δημόσιο πανεπιστήμιο ζωντανό και αντάξιο της ιστορίας του.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες χρωστάω στον καθηγητή κ. Ε. Μυστακίδη, επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας για την εμπιστοσύνη την που μου έδειξε, καθώς και για τις υποδείξεις του και την βοήθεια που μου προσέφερε. Δεν θα μπορούσα να παραλείψω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον διδάκτορα Κ. Τζάρο, για την καθοδήγησή και όλο το χρόνο που μου διέθεσε κατά την εκπόνηση της εργασίας μου.

Τέλος ευχαριστώ ιδιαίτερα τους γονείς μου Ανδρέα και Αποστολία για την μεγάλη και αδιάλειπτη υποστήριξή τους κατά τα χρόνια αυτά των σπουδών μου, καθώς επίσης και τα υπόλοιπα μέλη της οικογένειάς μου, αλλά και τους φίλους μου που τα ονόματα και η προσφορά τους, αισίως, δεν χωρούν στις λίγες αυτές γραμμές.

Περίληψη

Η εργασία μελετά τα φαινόμενα τοπικού λυγισμού που αναπτύσσονται σε τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα ψυχρής έλασης, καταπονούμενα από καθαρή κάμψη. Υπολογίζονται οι αντοχές έναντι κάμψης, με χρήση της μεθόδου της απομείωσης των διατομών και το κριτήριο αστοχίας που τίθεται βάσει των διατάξεων του EN 1993-1-3 του EC-3. Στη συνέχεια γίνεται αναλυτικός υπολογισμός της μέγιστης καμπτικής αντοχής με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων και γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων. Η μελέτη καταλήγει σε αμφισβήτηση του κριτηρίου αστοχίας που τίθεται από τον κανονισμό.

Πίνακας περιεχομένων

1.	Εισαγωγή	1
1.1.	Γενικά.....	1
1.2.	Στόχος της εργασίας	2
1.3.	Διάρθρωση.....	2
2.	Τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα.....	4
2.1.	Ιδιότητες και χρήσεις	4
2.1.	Παρουσίαση των χαλυβδόφυλλων που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη.....	5
3.	Το φαινόμενο του λυγισμού.....	7
3.1	Καθολικός λυγισμός.....	7
3.2	Κύρτωση διατομής	8
4.	Αντοχή τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων σε καθαρή κάμψη	10
4.1.	Ελαστική και ελαστοπλαστική αντοχή	10
4.2.	Υπολογισμός ενεργού διατομής	11
4.2.1.	Γενικά.....	11
4.2.2.	Γεωμετρικοί περιορισμοί	13
4.2.3.	Υπολογισμός ενεργού πλάτους επίπεδων πλακοειδών στοιχείων	14
4.2.3.1.	Μη ενισχυμένα στοιχεία	14
4.2.3.2.	Στοιχεία με ενδιάμεση ενίσχυση	16
4.2.4.	Τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα με ενδιάμεσες ενισχύσεις.....	16
4.2.4.1.	Πέλματα με ενδιάμεσες ενισχύσεις	20
4.2.4.2.	Κορμοί με έως δύο ενδιάμεσες ενισχύσεις	22

4.2.4.3.	Ενισχύσεις τόσο στα πέλατα όσο και στους κορμούς	26
4.2.4.4.	Παράδειγμα υπολογισμών	17
4.3.	Αντοχές πλήρων και ενεργών διατομών.....	35
4.3.1.	ELT 50	36
4.3.2.	SYMDECK 150.....	37
5.	Αριθμητική προσομοίωση της απόκρισης των χαλυβδόφυλλων.....	38
5.1.	Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.....	38
5.2.	Βασικά σημεία της μη-γραμμικής ανάλυσης.....	39
5.3.	Υπολογιστική ανάλυση.....	41
5.3.1.	Περιγραφή του μοντέλου και της ανάλυσης.....	41
5.3.2.	Αποτελέσματα προσομοίωσης για το ELT 50	45
5.3.3.	Αποτελέσματα προσομοίωσης για το SYMDECK 150	47
6.	Μελέτη αποτελεσμάτων και συμπεράσματα	50
6.1.	Γενικά.....	50
6.2.	Επιρροή πάχους χαλυβδόφυλλου στην απόκριση.....	50
6.2.1.	ELT 50	50
6.2.2.	SYMDECK 150.....	53
6.3.	Επιρροή αρχικής ατέλειας στην απόκριση	55
6.3.1.	ELT 50	56
6.3.2.	SYMDECK 150.....	59
6.4.	Συμπεράσματα	62
	Βιβλιογραφία.....	63

1. Εισαγωγή

1.1. Γενικά

Τα λεπτότοιχα χαλύβδινα στοιχεία ψυχρής έλασης, χρησιμοποιούνται ευρέως στις μεταλλικές και σύμμικτες κατασκευές. Η ψυχρή έλαση δίνει τη δυνατότητα παραγωγής σύνθετων διατομών και διαμορφώθηκε μια ευρεία γκάμα προϊόντων, που απευθύνονται σε μεγάλο πεδίο εφαρμογών.

Τις τελευταίες δεκαετίες τα στοιχεία ψυχρής έλασης χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο σαν στοιχεία του φέροντος οργανισμού. Πιο συγκεκριμένα, τα επιφανειακά στοιχεία συνήθως χρησιμοποιούνται για επικάλυψη και πλαγιοκάλυψη, καθώς επίσης και σε συνδυασμό με σκυρόδεμα, για την κατασκευή σύμμικτων πλακών.

Τα λεπτότοιχα στοιχεία έχουν μεγάλη δυσκαμψία και αντοχή. Ταυτόχρονα όμως και μικρό βάρος καθώς έχουν πάχη διατομής συχνά μικρότερα από 1mm. Χάρη στα χαρακτηριστικά τους αυτά, το πεδίο εφαρμογής είναι ευρύ. Οι εφαρμογές τους όμως μπορούν να αυξηθούν περαιτέρω, μέσω της έρευνας και της ανάπτυξης νέων σύνθετων στοιχείων.

Με τη χρήση λεπτότοιχων στοιχείων εμφανίζονται ειδικά υπολογιστικά προβλήματα, που δεν συναντώνται κατά τη μελέτη συνήθων μεταλλικών κατασκευών. Το μικρό πάχος διατομής οδηγεί σε ευαισθησία του στοιχείου έναντι τοπικού λυγισμού, πράγμα που καθιστά τμήματα της διατομής υπό θλίψη, μη-ενεργά. Οι ευρωπαϊκές συστάσεις για τη χρήση και διαστασιολόγηση στοιχείων ψυχρής έλασης δίνονται από τον Ευρωκώδικα 3, Μέρος EN 1993-1-3.

Η παρούσα εργασία έχει ως αντικείμενο τη μελέτη της συμπεριφοράς τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων υπό συνθήκες καθαρής μονοαξονικής κάμψης και πως η εμφάνιση του τοπικού λυγισμού την επηρεάζει. Η μελέτη γίνεται όχι μόνο στη βάση των διατάξεων του κανονισμού, αλλά και μέσω υπολογιστικών μη-γραμμικών αναλύσεων.

1.2. Στόχος της εργασίας

Στα πλαίσια που αναφέρθηκαν, στο Εργαστήριο Ανάλυσης και Σχεδιασμού Κατασκευών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, γίνεται συστηματική μελέτη της συμπεριφοράς στοιχείων από λεπτότοιχες διατομές και πως αυτή επηρεάζεται από διάφορα φαινόμενα, όπως αυτό του λυγισμού. Στόχος είναι η ανάπτυξη καλύτερων υπολογιστικών μοντέλων και μαθηματικών μεθόδων για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς αυτής.

Η παρούσα εργασία έχει ως στόχο τη μελέτη της συμπεριφοράς των τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων σε συνθήκες καθαρής κάμψης, την επιρροή του τοπικού λυγισμού σε αυτή. Επίσης, βασικό ερώτημα αποτελεί το κατά πόσο επαληθεύονται οι αντίστοιχες διατάξεις του Ευρωκώδικα στην πρόβλεψη της αντοχής.

Για την επίτευξη αυτού του σκοπού, δημιουργήθηκαν μοντέλα προσομοίωσης για δυο τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα με διαφορετική διατομή. Εφαρμόστηκε η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση σε κάμψη, μέσω του προγράμματος μη-γραμμικής ανάλυσης MSC-MARC.

1.3. Διάρθρωση

Η εργασία αποτελείται από 6 κεφάλαια στα οποία εξετάζεται το πρόβλημα και περιγράφεται τόσο το θεωρητικό υπόβαθρο όσο και η διαδικασία της μελέτης του. Στο πρώτο, εισαγωγικό, κεφάλαιο παρουσιάζεται το πλαίσιο πίσω από την μελέτη και οι στόχοι της παρούσας εργασίας.

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφονται οι ιδιότητες και οι χρήσεις των τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων και γίνεται αναφορά στα ειδικά προβλήματα που παρουσιάζονται. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται παρουσίαση των διατομών που χρησιμοποιήθηκαν.

Ακολουθεί στο κεφάλαιο 3, μια παρουσίαση του θεωρητικού υποβάθρου γύρω από το φαινόμενο του λυγισμού.

Στο κεφάλαιο 4 παρατίθενται οι απαραίτητες διατάξεις ώστε να γίνει αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας του υπολογισμού της ενεργού διατομής, βάσει του EC-3.

Περιλαμβάνεται αναλυτικό παράδειγμα από τους υπολογισμούς του SYMDECK 150 και στο τέλος του κεφαλαίου δίνονται τα αποτελέσματα των υπολογισμών.

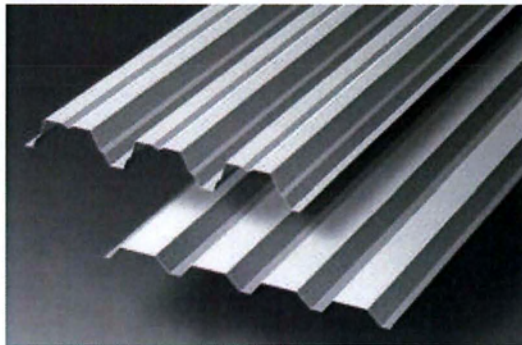
Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 5, γίνεται αναλυτική περιγραφή των μοντέλων της αριθμητικής προσομοίωσης και δίνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων.

Τέλος στο 6^ο κεφάλαιο τα αποτελέσματα αναλύονται, συγκρίνονται και γίνεται εξαγωγή συμπερασμάτων.

2. Τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα

2.1. Ιδιότητες και χρήσεις

Τα τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα ψυχρής έλασης, είναι λεπτότοιχα επιφανειακά στοιχεία ανοιχτής διατομής (σχήμα 2.1). Έχουν μικρό πάχος συχνά μικρότερο του 1mm άρα και μικρό ίδιο βάρος. Η διατομή τους έχει τραπεζοειδές σχήμα που τους προσδίδει σημαντική δυσκαμψία, ενώ συχνά ενισχύεται περεταίρω, με νευρώσεις που έχουν μορφή κάμψεων ή εγκοπών.



Σχήμα 2.1: Τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα

Χρησιμοποιούνται για επικάλυψη και πλαγιοκάλυψη μεγάλων ανοιγμάτων σε μεταλλικές κατασκευές και για την κατασκευή σύμμικτων πλακών. Τα χαλυβδόφυλλα που χρησιμοποιούνται για σύμμικτες πλάκες, συχνά διαθέτουν επιπλέον νευρώσεις στους κορμούς (εντυπώματα) για καλύτερη συνάφεια μεταξύ των δυο υλικών.

Ως λεπτότοιχα στοιχεία, τα χαλυβδόφυλλα είναι επιρρεπή σε εμφάνιση φαινομένων κύρτωσης της διατομής τους. Το γεγονός αυτό απαιτεί της επίλυση ειδικών προβλημάτων υπολογισμού.

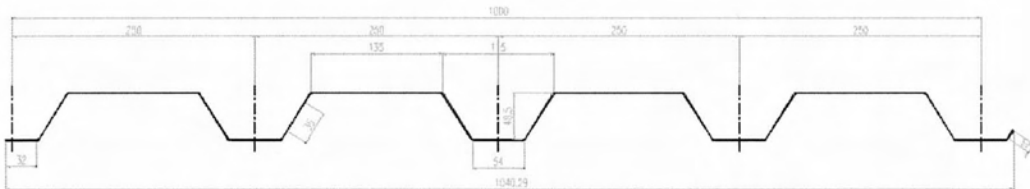
2.1. Παρουσίαση των χαλυβδόφυλλων που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη

Για τους σκοπούς της μελέτης αυτής μελετήθηκαν δύο διαφορετικές διατομές τραπεζοειδούς χαλυβδόφυλλου. Τα δυο αυτά δείγματα επιλέχθηκαν για το λόγο ότι έχουν σημαντικές διαφορές στη διατομή τους δίνοντας τη δυνατότητα μιας ευρύτερης κατανόησης της συμπεριφοράς. Σημειώνεται, ότι κανένα από τα δυο δεν διαθέτει εντυπώματα.

Τραπεζοειδής λαμαρίνα ELT 50:

Το χαλυβδόφυλλο με το παραπάνω εμπορικό όνομα (σχήμα 2.2) δεν διαθέτει ενισχύσεις και έχει τα εξής γεωμετρικά χαρακτηριστικά:

- Ανάπτυγμα: 1250mm
- Πάχος: 0,5mm ~ 1,25mm ($\pm 0,02$)
- Κάλυψη: 1000 $\pm 5,0$ mm
- Βάθος: 48,5 $\pm 1,0$ mm
- Πάτημα: 250 ± 2 mm

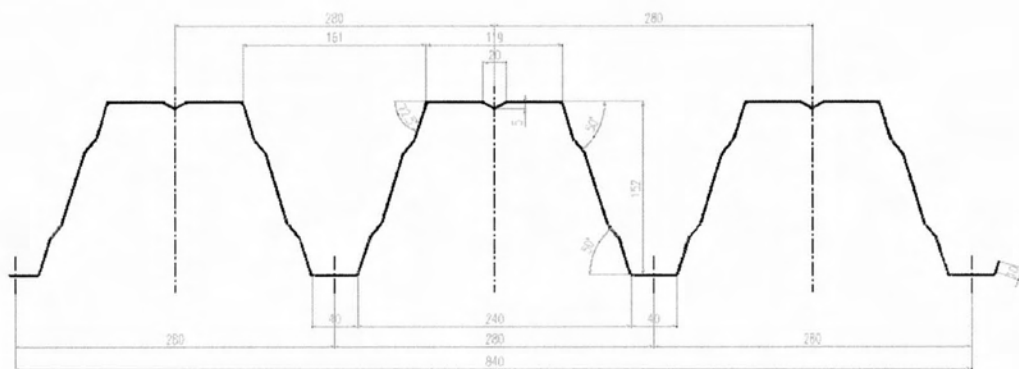


Σχήμα 2.2: Η διατομή του ELT 50

Σύμμικτο χαλυβδόφυλλο SYMDECK 150:

Το χαλυβδόφυλλο με το παραπάνω εμπορικό όνομα ενισχύεται, με μία ενίσχυση στο άνω πέλμα και με δύο ενισχύσεις στον κορμό. Τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά, είναι τα εξής:

- Ανάπτυγμα: 1500mm
- Πάχος: 0,75mm ~ 1,5mm (0,02)
- Κάλυψη: $840 \pm 5,0\text{mm}$
- Βάθος: $152 \pm 1,5\text{mm}$
- Πάτημα: $280 \pm 2\text{mm}$



Σχήμα 2.3: Η διατομή του SYMDECK 150

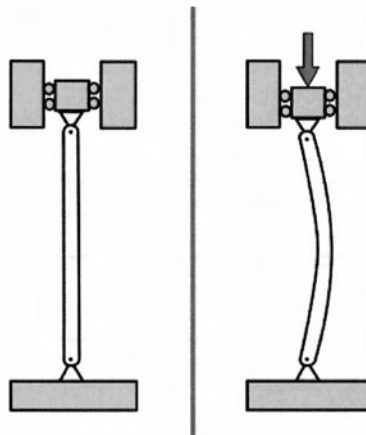
Όσον αφορά τα μηχανικά χαρακτηριστικά των δύο χαλυβδόφυλλων, για τους υπολογισμούς της παρούσας μελέτης, επιλέχθηκε ως υλικό ο δομικός χάλυβας ψυχρής διαμόρφωσης CR320, με τάση διαρροής $f_y = 320 \text{ N/mm}^2$ και τάση θραύσης $f_u = 400 \text{ N/mm}^2$ (EN 1993-1-3).

3. Το φαινόμενο του λυγισμού

3.1 Καθολικός λυγισμός

Το φαινόμενο κατά το οποίο ένα στοιχείο, αντιδρά σε αύξηση της φόρτισης, μεταπίπτοντας από μια ευθύγραμμη μορφή, σε καμπυλωμένη θέση ισορροπίας, ονομάζεται λυγισμός. Η πιο συνήθης περίπτωση λυγισμού, είναι ο καθολικός, καμπτικός λυγισμός θλιβόμενης ράβδου.

Όταν ένα ελαστικό, ευθύγραμμο στοιχείο, σταθερής διατομής, θλιβεται αξονικά η αύξηση του φορτίου έως μια κρίσιμη τιμή, προκαλεί αξονική βράχυνση. Εάν η φόρτιση υπερβεί μια κρίσιμη τιμή, η ισορροπία του στοιχείου γίνεται ασταθής και μεταπίπτει σε μια ελαφρώς καμπυλωμένη μορφή (σχήμα 3.1). Η καμπύλωση αυτή γίνεται ως προς τον κύριο άξονα, με τη μικρότερη ροπή αδράνειας. Η λυγηρότητα του στοιχείου, δηλαδή το κατά πόσο αυτό είναι ευαίσθητο σε λυγισμό, εξαρτάται από τη ροπή αδράνειας της διατομής του, το μήκος του στοιχείου και από τις συνθήκες στήριξης.



Σχήμα 3.1: Ευθύγραμμη και καμπυλωμένη μορφή ισορροπίας ελαστικής θλιβόμενης ράβδου.

Μετά τον λυγισμό του στοιχείου, μικρή επιπλέον αύξηση της φόρτισης προκαλεί δυσανάλογα μεγαλύτερη παραμόρφωση. Πλέον, έχει δημιουργηθεί εκκεντρότητα μεταξύ του αξονικού φορτίου και του ουδέτερου άξονα του στοιχείου, οπότε το φορτίο προκαλεί και καμπτική ροπή (φαινόμενο 2ης τάξης).

Άλλες μορφές καθολικού λυγισμού είναι ο στρεπτικός λυγισμός (κατά τον οποίο ο κύριος άξονας του στοιχείου παραμένει ευθύγραμμος) και ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός.

3.2 Κύρτωση διατομής

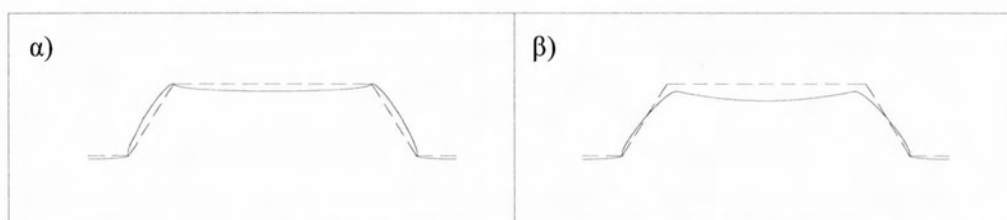
Ενώ τα διαμήκη στοιχεία είναι συχνά ευαίσθητα σε καθολικό λυγισμό, στην περίπτωση επιφανειακών στοιχείων ψυχρής έλασης, συνήθως είναι η εμφάνιση κύρτωσης της διατομής. Κατά την κύρτωση, οι διατομές δεν μένουν απαραμόρφωτες, αλλά παραμορφώνονται τοπικά. Η αστοχία δηλαδή αναφέρεται στη διατομή και δεν σχετίζεται με το λυγισμό ολόκληρου του μέλους. Ανάλογα με τις παραμορφώσεις της διατομής, διακρίνονται δύο τέτοια είδη κύρτωσης:

Τοπικός λυγισμός (Local buckling):

Τα τοιχώματα της διατομής υπόκεινται σε πλακοειδείς παραμορφώσεις (κύρτωση). Το γενικό (περιβάλλον) σχήμα της διατομής παραμένει αμετάβλητο, καθώς οι εσωτερικές ακμές και ενισχύσεις μένουν απαραμόρφωτες, αποτελώντας σημεία στήριξης των πλακοειδών στοιχείων (σχήμα 3.2α).

Λυγισμός με στρέβλωση της διατομής (Distorsional buckling):

Τα τοιχώματα της διατομής στρεβλώνονται, λόγω μετατοπίσεων των εσωτερικών ακμών ή ενισχύσεων (σχήμα 3.2β). Η κύρτωση έχει μικρό μήκος κύματος, ίδιας τάξης μεγέθους με το πλάτος του στοιχείου. Έτσι, ο κίνδυνος στρέβλωσης, δεν εξαρτάται από το μήκος της ράβδου αλλά από, τα πολύ μικρότερα, πλάτη των τοιχωμάτων της διατομής. Καθοριστικά μήκη λυγισμού είναι, δηλαδή, τα πλάτη των στοιχείων, ως αποστάσεις των αμετάθετων ακμών της διατομής.



Σχήμα 3.2: Παραμορφώσεις διατομής τραπεζοειδούς χαλυβδόφυλλου λόγω α) τοπικού λυγισμού και β) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής.

Η εξέταση του τοπικού λυγισμού οδηγεί σε προσδιορισμό ενεργών διατομών. Με βάση τη γραμμική θεωρία ευστάθειας προσδιορίζονται κρίσιμες τάσεις σ_{cr} και ανηγμένες λυγηρότητες, οι οποίες χρησιμεύουν ως τιμές αναφοράς για προσδιορισμό των κρίσιμων τάσεων. Οι οριακές τάσεις βρίσκονται από κατάλληλες καμπύλες κύρτωσης ή καμπύλες λυγισμού, με τις οποίες λαμβάνονται υπόψη οι επιρροές της μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού και των ατελειών. Ο υπολογισμός δεν γίνεται με μειωμένες οριακές τάσεις και πλήρεις διατομές, αλλά με τάσεις μέχρι το όριο διαρροής και μειωμένες, ενεργές διατομές.

Ο έλεγχος φαινομένων έναντι κύρτωσης με στρέβλωση, γίνεται για τις θέσεις ακραίων ή ενδιάμεσων ενισχύσεων για τις περιπτώσεις διατομών με ενισχύσεις και αποτελεί ουσιαστικά έλεγχο δυσκαμψίας των ενισχύσεων.

Ο τοπικός λυγισμός μπορεί να λάβει χώρα σε μικρά φορτία, ταυτόχρονα με το λυγισμό με στρέβλωση της διατομής. Οι δύο μορφές λυγισμού μπορούν να αλληλοεπηρεάζονται, η μεταλυγισμική συμπεριφορά τους όμως είναι ευσταθής. Για το λόγο αυτό οι αντίστοιχες αντοχές αντιμετωπίζονται ξεχωριστά, ανεξάρτητα από την ταυτόχρονη ή μη εμφάνιση των δύο ασταθειών (βλ. κεφάλαιο 4).

4. Αντοχή τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων σε καθαρή κάμψη

4.1. Ελαστική και ελαστοπλαστική αντοχή

Η αντοχή σχεδιασμού των διατομών ψυχρής έλασης υπό κάμψη περί τον κύριο άξονα υπολογίζεται ως εξής:

-αν $W_{eff} < W_{el}$:

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y \times W_{eff}}{\gamma_{M0}} \quad (4.1)$$

-αν $W_{eff} = W_{el}$:

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y \times W_{el}}{\gamma_{M0}} \quad (4.2)$$

Όπου:

W_{eff} ροπή αντίστασης της ενεργού διατομής
 W_{el} ελαστική ροπή αντίστασης της πλήρους διατομής
 f_y όριο διαρροής

Η ροπή αντίστασης της ενεργού διατομής W_{eff} προσδιορίζεται με βάση την ενεργό διατομή μόνον για καμπτική ροπή ως προς τον σχετικό κύριο άξονα, με μέγιστη τάση $\sigma_{max,Ed}$ ίση προς f_y / γ_{M0} , λαμβάνοντας υπόψη το φαινόμενο του τοπικού λυγισμού και του λυγισμού με στρέβλωση, όπως ορίζεται στην Παράγραφο 5.5 του EN 1993 1-3.

$$W_{eff} = \frac{I_{yy,eff}}{z_{max}} \quad (4.3)$$

Όπου:

$I_{yy,eff}$ ροπή αδράνειας περί τον γάξονα της ενεργού διατομής
 z_{max} κατακόρυφη απόσταση του πιο απομακρυσμένου πέλματος από το κ.β.

Στην περίπτωση που μπορεί να υπάρξει διατμητική υστέρηση, πρέπει να ληφθεί υπόψη η επιρροή της.

Στην περίπτωση που η διαρροή αρχίζει από την εφελκυσμένη ακραία ίνα, ο κανονισμός επιτρέπει να ληφθούν υπόψη πλαστικά αποθέματα χωρίς περιορισμό των

παραμορφώσεων μέχρι μέγιστη θλιπτική τάση $\sigma_{\max,Ed} = f_y / \gamma_{M0}$. Η διάταξη αυτή ισχύει για καθαρή μονοαξονική κάμψη ως προς ένα κύριο άξονα μόνο.

Η ενεργός ελαστοπλαστική ροπή αντίστασης $W_{pp,eff}$, υπολογίζεται με βάση τη διγραμμική κατανομή τάσεων στην εφελκυόμενη ζώνη και τη γραμμική κατανομή στη θλιβόμενη (σχήμα 4.1). Στην παρούσα εργασία ο υπολογισμός της ελαστοπλαστικής ροπής έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος FAGUS 5της εταιρίας Cubus AG.



Σχήμα 4.1: Ελαστοπλαστική κατανομή τάσεων

4.2. Υπολογισμός ενεργού διατομής


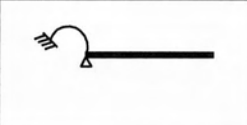

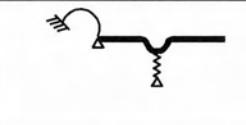

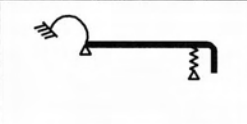
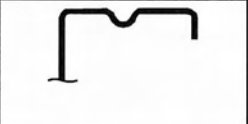
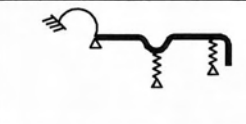

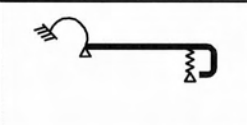

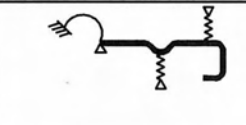
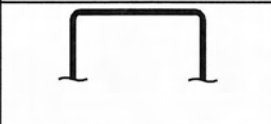
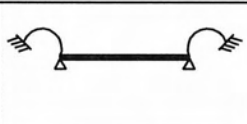

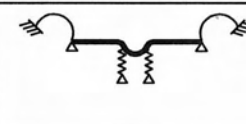

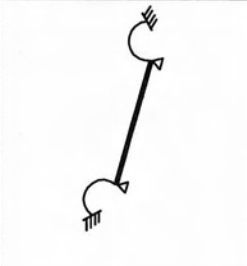


4.2.1. Γενικά

Όπως αναφέρθηκε λόγω του μικρού πάχους των τοιχωμάτων των διατομών ψυχρής διαμόρφωσης, για θλιπτική ή διατμητική καταπόνηση εμφανίζονται φαινόμενα τοπικού λυγισμού. Η αντιμετώπιση των φαινομένων αυτών αποτελεί και το κυριότερο πρόβλημα της μελέτης των λεπτότοιχων στοιχείων. Σε αντίθεση όμως με τις ράβδους και τα κελύφη, οι λεπτότοιχες πλάκες παρουσιάζουν σημαντική μεταλυγισμική αντοχή. Λόγω της κύρτωσης της πλάκας γίνεται ανακατανομή των μεμβρανικών τάσεων οι οποίες παύουν να είναι ομοιόμορφες. Τα τοιχώματα λοιπόν των διατομών ψυχρής έλασης, αποτελούμενα από πλακοειδή στοιχεία, δεν αστοχούν στην κρίσιμη τάση λυγισμού, αλλά παραλαμβάνουν πρόσθετη ένταση.

Το υπολογιστικό πρόβλημα των τιμών αντοχής, που προκύπτει μετά το λυγισμό των τοιχωμάτων της διατομής αντιμετωπίζεται με την εισαγωγή της ενεργού διατομής. Στο παρόν κεφάλαιο δίνονται οι κανόνες ελέγχου των τραπεζοειδών λεπτότοιχων διατομών για την επίδραση μονοαξονικής κάμψης, όπως προβλέπεται από τα μέρη EN 1993-1-3 και EN 1993-1-5 του EC-3.

Για τον υπολογισμό της ενεργού διατομής, γίνεται διάσπασή της σε μοντέλα των επιμέρους πλακοειδών στοιχείων. Οι συνδέσεις και οι ενισχύσεις του κάθε στοιχείου, προσομοιώνονται εισάγοντας κατάλληλα στροφικά και μεταφορικά ελατήρια στο μοντέλο (Πίνακας 4.1). Στη συνέχεια υπολογίζεται η ενεργός διατομή του κάθε πλακιδίου. Τέλος η διατομή επανασυντίθεται από τα ενεργά τμήματα των επιμέρους πλακιδίων.


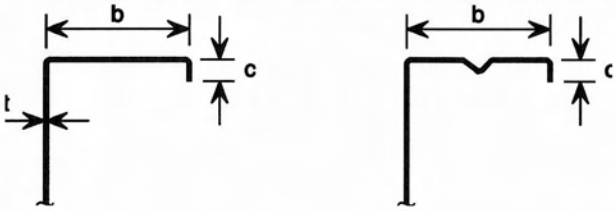
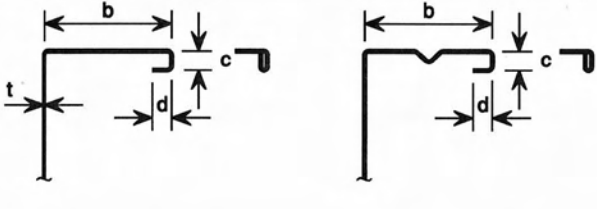

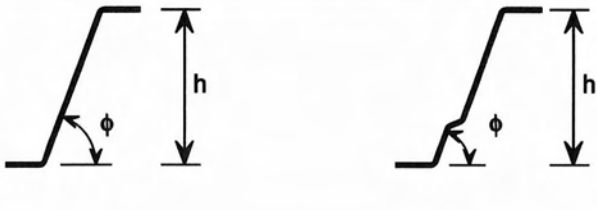
Πίνακας 4.1: Προσομοίωση των στοιχείων της διατομής

Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα	Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα
			
			
			
			
			

4.2.2. Γεωμετρικοί περιορισμοί

Οι διατάξεις για σχεδιασμό βάσει υπολογισμών αυτού του κεφαλαίου ισχύουν μόνο για λόγους πλάτους – πάχους διατομών b/t , h/t , c/t και d/t εντός των ορίων του Πίνακα 4.1

Πίνακας 4.2: Μέγιστοι λόγοι πλάτους - πάχους

Στοιχεία διατομών	Μέγιστη τιμή
	$b/t \leq 50$
	$b/t \leq 60$ $c/t \leq 50$
	$b/t \leq 90$ $c/t \leq 60$ $d/t \leq 50$
	$b/t \leq 500$
	$45^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ $h/t \leq 500 \sin \phi$

4.2.3. Υπολογισμός ενεργού πλάτους επίπεδων πλακοειδών στοιχείων

4.2.3.1. Μη ενισχυμένα στοιχεία

Τα ενεργά πλάτη επίπεδων θλιβόμενων στοιχείων προσδιορίζονται με βάση τους πίνακες 4.3 και 4.4. Η ενεργός διατομή της θλιβόμενης ζώνης ενός πλακιδίου με ολική επιφάνεια διατομής A_c , είναι:

$$A_{c,eff} = \rho \times A_c \quad (4.3)$$

Όπου ρ , ο μειωτικός συντελεστής λόγω κύρτωσης.

Ο συντελεστής ρ , προσδιορίζεται για τη μέγιστη θλιπτική τάση $\sigma_{com,Ed}$ του στοιχείου, όταν η διατομή φτάσει στην αντοχή της και εξαρτάται από την ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$.

- Για στοιχεία εδραζόμενα σε δύο διαμήκεις πλευρές:

$$\text{-Αν } \bar{\lambda}_p \leq 0.673: \quad \rho = 1.0$$

$$\text{-Αν } \bar{\lambda}_p > 0.673: \quad \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad (4.4)$$

$$\text{για } (3 + \psi) \geq 0$$

- Για στοιχεία εδραζόμενα σε μία διαμήκη πλευρά:

$$\text{-Αν } \bar{\lambda}_p \leq 0.748: \quad \rho = 1.0$$

$$\text{-Αν } \bar{\lambda}_p > 0.748: \quad \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad (4.5)$$

Όπου:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28.4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (4.6)$$

ψ είναι ο λόγος των τάσεων όπως φαίνεται στους πίνακες 4.3 και 4.4

\bar{b} είναι το πλάτος του πλακιδίου, χρησιμοποιείται το ονομαστικό πλάτος b_p (για ειδικά στοιχεία βλ. Πίνακα 5.2 του EN 1993-1-1)

k_σ ο συντελεστής κύρτωσης (βλ. Πίνακες 4.3 και 4.4)

t το πάχος της διατομής

σ_{cr} είναι η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού βλ. Πίνακες 4.3 και 4.4

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} \text{ με } f_y \text{ σε KN/cm}^2.$$

Πίνακας 4.3: Συντελεστές κύρτωσης για πλάκες εδραζόμενες σε δύο διαμήκειες πλευρές.

Stress distribution (compression positive)		Effective ^p width b_{eff}				
		$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$				
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$				
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} l (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Buckling factor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

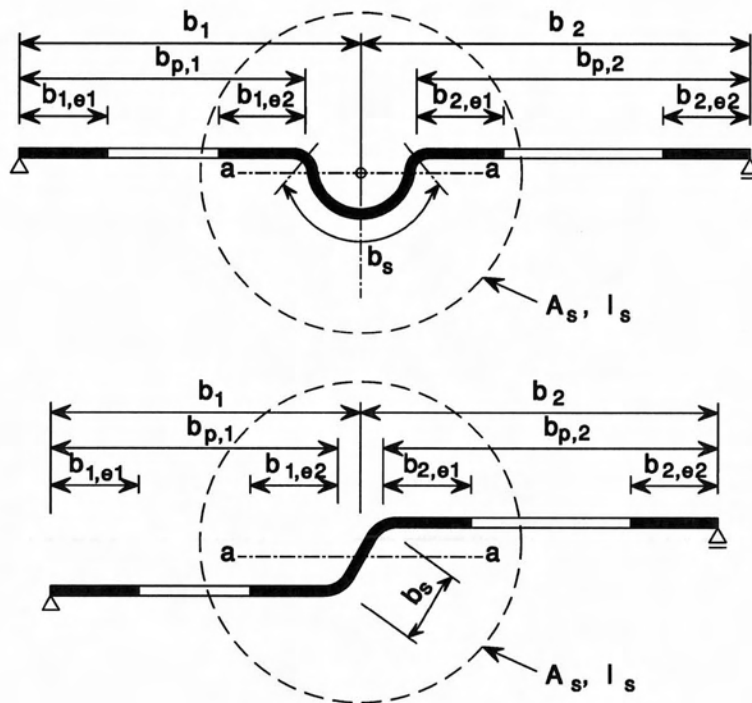
Πίνακας 4.4: Συντελεστές κύρτωσης για πλάκες εδραζόμενες σε μια διαμήκη πλευρά.

Stress distribution (compression positive)		Effective ^p width b_{eff}				
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$				
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c l (1-\psi)$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$		
Buckling factor k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$		
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$				
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c l (1-\psi)$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	
Buckling factor k_σ	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8	

4.2.3.2. Στοιχεία με ενδιάμεση ενίσχυση

Ενδιάμεσες ενισχύσεις έχουν τη μορφή εγκοπών ή κάμψεων. Η μορφή όλων των ενισχύσεων κάθε στοιχείου πρέπει να είναι η ίδια και να μην υπερβαίνουν τις δύο. Ο σχεδιασμός γίνεται με την παραδοχή ότι οι ενισχύσεις συμπεριφέρονται ως θλιβόμενα μέλη με συνεχή μερική δέσμευση, με σταθερά ελατηρίου εξαρτώμενη από τις συνοριακές συνθήκες και την καμπτική δυσκαμψία των γειτονικών επίπεδων στοιχείων.

Η διατομή μιας ενδιάμεσης ενίσχυσης αποτελείται από την ίδια την ενίσχυση και από τα ενεργά πλάτη των εκατέρωθεν επίπεδων στοιχείων (Σχήμα 4.2). Τα βήματα που ακολουθούνται κατά τη διαδικασία υπολογισμού δίνονται στον πίνακα 4.4.



Σχήμα 4.2: Ενδιάμεσες ενισχύσεις

Αρχικές τιμές των ενεργών πλατών $b_{1,e2}$ και $b_{2,e1}$ του σχήματος 4.2 προσδιορίζονται από την παράγραφο 4.2.3.1 με την παραδοχή ότι τα επίπεδα στοιχεία $b_{p,1}$ και $b_{p,2}$ στηρίζονται σε δύο πλευρές.

Το εμβαδόν της ενεργού διατομής μιας ενδιάμεσης ενίσχυσης A_s , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A_s = t(b_{1,e2} + b_{2,e1} + b_s) \quad (4.7)$$

Η κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,s}$ ενδιάμεσης ενίσχυσης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{KEI_s}}{A_s} \quad (4.8)$$

όπου:

K η σταθερά ελατηρίου ανά μονάδα μήκους, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 5.5.3.1 του EN 1993-1-3.

I_s η ροπή αδράνειας ενεργού διατομής της ενίσχυσης, λαμβανόμενη ως αυτή της ενεργού επιφάνειας A_s , ως προς το κέντρο βάρους a-a της ενεργού διατομής, βλέπε Σχήμα 4.2.

Εναλλακτικά, η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,s}$ μπορεί να υπολογιστεί από ελαστική ανάλυση λυγισμού πρώτης τάξης με χρήση αριθμητικών μεθόδων.

Ο μειωτικός συντελεστής χ_d για λυγισμό με στρέβλωση (καμπτικός λυγισμός ενδιάμεσης ενίσχυσης) προσδιορίζεται με βάση τη σχετική λυγηρότητα $\bar{\lambda}_d$ όπως ορίζεται από τον EN 1993-1-3 :

$$\text{Αν } \bar{\lambda}_d \leq 0.65 \quad \chi_d = 1.0 \quad (4.9a)$$

$$\text{Αν } 0.65 < \bar{\lambda}_d < 1.38 \quad \chi_d = 1.47 - 0.723\bar{\lambda}_d \quad (4.9b)$$

$$\text{Αν } \bar{\lambda}_d \geq 1.38 \quad \chi_d = \frac{0.66}{\bar{\lambda}_d} \quad (4.9c)$$

$$\text{όπου } \bar{\lambda}_d = \sqrt{f_{yb}/\sigma_{cr,s}} \quad (4.10)$$

Αν $\chi_d < 1$ μπορεί να γίνει επαναληπτική βελτίωση. Η επανάληψη αρχίζει με τροποποιημένες τιμές του ρ που προκύπτουν με $\sigma_{com,Ed,i}$ ίσο προς $\chi_d f_{yb} / \gamma_{M0}$, έτσι ώστε:

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d} \quad (4.11)$$

Η μειωμένη ενεργός επιφάνεια της ενίσχυσης $A_{s,red}$ λόγω λυγισμού με στρέβλωση (καμπτικός λυγισμός ενίσχυσης) λαμβάνεται ίση με:

$$A_{s,red} = \chi_d A_s \frac{f_{yb}/\gamma_{M0}}{\sigma_{com,Ed}}, \quad \text{αλλά } A_{s,red} \leq A_s \quad (4.12)$$

όπου:

$\sigma_{com,Ed}$ είναι η θλιπτική τάση στο κέντρο βάρους της ενίσχυσης υπολογισμένη με βάση την ενεργό διατομή.

Κατά τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής το μειωμένο ενεργό εμβαδό $A_{s,red}$ λαμβάνεται υπόψη με εισαγωγή μειωμένου πάχους $t_{red} = t A_{s,red} / A_s$ όλων των στοιχείων που περιλαμβάνονται στο A_s .

Η απλοποιημένη μέθοδος που δίνεται στην παράγραφο 4.2.4.2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση κορμών τραπεζοειδών φύλλων υπό μεταβαλλόμενη κατανομή τάσεων.

Πίνακας 4.5: Υπολογισμός ενεργούς διατομής θλιβόμενου επίπεδου στοιχείου με ενδιάμεση ενίσχυση.

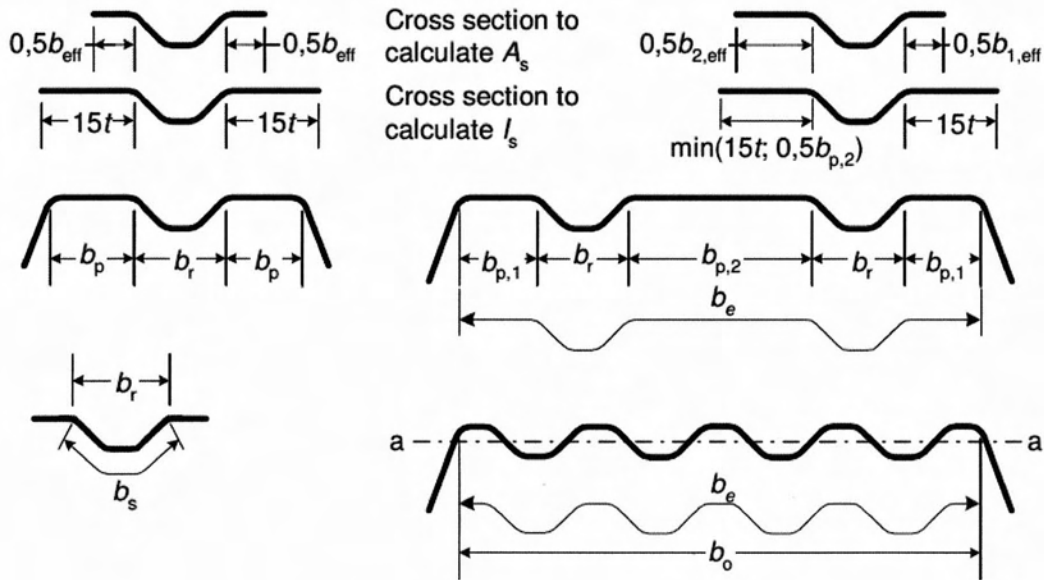
	<p>Πλήρης διατομή και συνοριακές συνθήκες.</p>
	<p>Βήμα 1: Ενεργός διατομή για το $K = \infty$ και $\sigma_{\max,Ed} = f_{yb}/\gamma_{M0}$</p>
	<p>Βήμα 2: Ελαστική κρίσιμη τάση $\sigma_{cr,s}$ για την ενεργό διατομή της ενίσχυσης A_s από το βήμα 1</p>
	<p>Μειωμένη τάση $\chi_d f_{yb}/\gamma_{M0}$ για την ενεργό διατομή της ενίσχυσης A_s, με μειωτικό συντελεστή χ_d υπολογιζόμενο βάσει του $\sigma_{cr,s}$</p>
	<p>Βήμα 3: Προαιρετικά επαναλαμβάνεται το βήμα 1 υπολογίζοντας το ενεργό πλάτος με μειωμένη θλιπτική τάση $\sigma_{com,Ed,i} = \chi_d \cdot f_{yb} / \gamma_{M0}$, με χ_d από την προηγούμενη επανάληψη, συνεχίζοντας έως ότου $\chi_{d,n} \approx \chi_{d,(n-1)}$ αλλά $\chi_{d,n} \leq \chi_{d,(n-1)}$</p>
	<p>Υιοθετείται ενεργός διατομή με πλάτος $b_{1,e2}$, $b_{2,e1}$ και μειωμένο πάχος t_{red} αντίστοιχο του $\chi_{d,n}$</p>

4.2.4. Τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα με ενδιάμεσες ενισχύσεις

Η παράγραφος αυτή ισχύει σε συνδυασμό με την 4.2.3 και αφορά ενισχυμένα επίπεδα πλακοειδή στοιχεία τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων.

4.2.4.1. Πέλματα με ενδιάμεσες ενισχύσεις

Η ενεργός διατομή ενός ομοιόμορφα θλιβόμενου πέλματος με ενδιάμεσες ενισχύσεις μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από την μειωμένη ενεργό επιφάνεια $A_{s,red}$ περιλαμβανομένων και δύο ακραίων λωρίδων εκατέρωθεν της ενίσχυσης. Για τον υπολογισμό το εμβαδό της επιφάνειας A_s το πλάτος $b_{i,ej}$ κάθε λωρίδας, λαμβάνεται ίσο με $0,5 b_{eff}$, ενώ για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας I_s λαμβάνεται ίσο με $15 t$ (σχήμα 4.3).



Σχήμα 4.3: Θλιβόμενο πέγμα με μία, δύο, ή πολλαπλές ενισχύσεις

Α) Για μία κεντρική ενίσχυση στο πέγμα η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,s}$ δίνεται από την εξίσωση:

$$\sigma_{cr,s} = \frac{4.2 k_w E}{A_s} \sqrt{\frac{I_s t^3}{4 b_p^2 (2 b_p + 3 b_s)}} \quad (4.13)$$

όπου:

b_p, b_s είναι το ονομαστικό πλάτος του πλακιδίου και το κατά μήκος της περιμέτρου πλάτος της ενίσχυσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.

A_s, I_s είναι το εμβαδό και η ροπή αδράνειας της διατομής της ενίσχυσης σύμφωνα με το σχήμα 4.3.

k_w είναι ο συντελεστής που λαμβάνει υπόψη την ελαστική πάκτωση του ενισχυμένου πέλματος από τον κορμό ή άλλα γειτονικά στοιχεία. Για τον υπολογισμό της ενεργού διατομής σε αξονική θλίψη, $k_w = 1,0$.

Β) Για δύο συμμετρικά τοποθετημένες ενισχύσεις του πέλματος, η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,s}$, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_{cr,s} = \frac{4.2 k_w E}{A_s} \sqrt{\frac{I_s t^3}{8 b_p^2 (3 b_e - 4 b_1)}} \quad (4.14)$$

με

$$b_e = 2b_{p,1} + 2b_{p,2} + 2b_s$$

$$b_1 = b_{p,1} + 0.5b_s$$

Γ) Για ένα πέγμα με πολλαπλές ενισχύσεις (τρεις ή περισσότερες ίδιες ενισχύσεις) η ενεργός διατομή για όλο το πέγμα είναι:

$$A_{eff} = \rho b_e t \quad (4.15)$$

όπου ρ είναι ο μειωτικός συντελεστής βάσει της παραγράφου 4.2.3 και του EN 1993-1-5.

Η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,s}$, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_{cr,s} = 1.8 E \sqrt{\frac{I_s t}{b_0^2 b_e^3}} + 3.6 \frac{E t^2}{b_0^2} \quad (4.16)$$

όπου:

I_s είναι το άθροισμα των ροπών αδράνειας των διατομών των ενισχύσεων ως προς τον κεντροβαρικό άξονα a-a, αγνοώντας τους όρους των παχών, $bt^3/12$.

b_0, b_e είναι το πλάτος του πέλματος και το αναπτυγμένο πλάτος του πέλματος όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.

Η μειωμένη ενεργός διατομή της ενίσχυσης $A_{s,red}$ λόγω λυγισμού με στρέβλωση (καμπτικός λυγισμός ενδιάμεσης ενίσχυσης) λαμβάνεται όπως περιγράφηκε από τη σχέση 4.12 .

Εάν οι κορμοί δεν είναι ενισχυμένοι, ο μειωτικός συντελεστής χ_d λαμβάνεται απευθείας από την $\sigma_{cr,s}$ όπως περιγράφει η σχέση 4.9 . Στην περίπτωση όμως ενισχυμένων κορμών ο χ_d προσδιορίζεται με βάση την τροποποιημένη ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,mod}$, όπως περιγράφεται από την παράγραφο 4.2.4.3 .

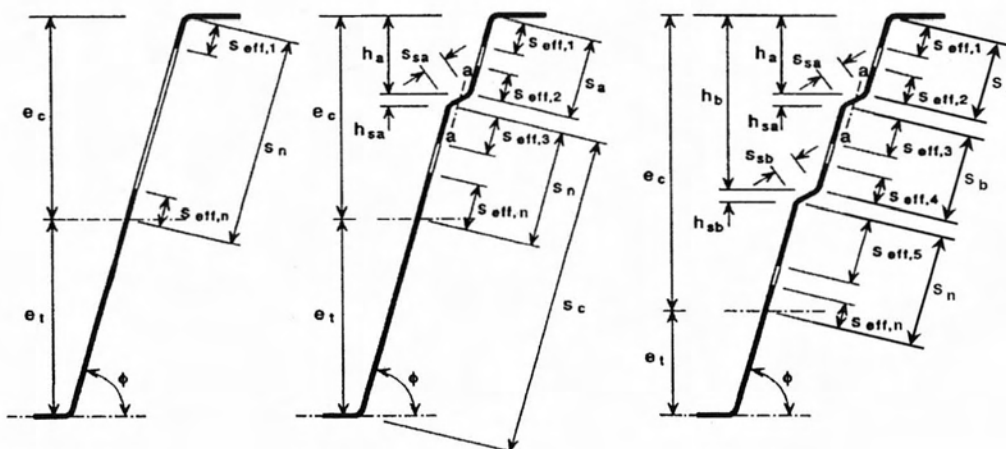
Για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής $A_{s,red}$ λαμβάνεται μειωμένο πάχος $t_{red} = t A_{s,red}/A_s$, για όλα τα στοιχεία εντός της A_s .

4.2.4.2. Κορμοί με έως δύο ενδιάμεσες ενισχύσεις

Στον κορμό του χαλυβδόφυλλου κατά την καμπτική φόρτιση δρουν μεταβαλλόμενες τάσεις. Στην παράγραφο αυτή περιγράφεται η απλοποιητική μέθοδος υπολογισμού της ενεργού διατομής κορμών τραπεζοειδούς χαλυβδόφυλλου με μέχρι δύο ενισχύσεις κατά το EN 1993-1-3 του EC-3.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4, η ενεργός διατομή του κορμού μπορεί να περιλαμβάνει:

- την ενεργό διατομή $A_{s,red}$ κάθε ενδιάμεσης ενίσχυσης (το πολύ δύο)
- μια λωρίδα γειτονική στο θλιβόμενο πέλμα, με πλάτος $s_{eff,1}$
- μία λωρίδα γειτονική στο κέντρο βάρους, πλάτους $s_{eff,n}$
- το εφελκυσμένο τμήμα του κορμού.



Σχήμα 4.4: Ενεργός διατομή κορμών τραπεζοειδών πρότυπων χαλυβδόφυλλων.

Το εμβαδό της ενεργούς διατομής υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Για μία ενίσχυση:} \quad A_{sa} = t(s_{eff,2} + s_{eff,3} + s_{sa}) \quad (4.17a)$$

$$\text{Για δεύτερη ενίσχυση:} \quad A_{sb} = t(s_{eff,4} + s_{eff,5} + s_{sb}) \quad (4.17b)$$

όπου οι διαστάσεις από $s_{eff,1}$ έως $s_{eff,n}$ και s_{sa} και s_{sb} όπως δίνονται στο σχήμα 4.4

Αρχικά η θέση του κέντρου βάρους της ενεργού διατομής υπολογίζεται με βάση τα ενεργά πλάτη του θλιβόμενου πέλματος και του πλήρους κορμού.

Το βασικό ενεργό πλάτος υπολογίζεται ως εξής:

$$s_{eff,0} = 0.76 t \sqrt{E/\gamma_{M0}\sigma_{com,Ed}} \quad (4.18)$$

όπου:

$\sigma_{com,Ed}$ είναι η τάση του θλιβόμενου πέλματος κατά την επίτευξη αντοχής της διατομής.

Εάν ο κορμός δεν είναι πλήρης, οι διαστάσεις δίνονται από:

$$s_{eff,1} = s_{eff,0} \quad (4.19a)$$

$$s_{eff,2} = (1 + 0.5h_a/e_c)s_{eff,0} \quad (4.19b)$$

$$s_{eff,3} = [1 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c]s_{eff,0} \quad (4.19c)$$

$$s_{eff,4} = (1 + 0.5h_b/e_c)s_{eff,0} \quad (4.19d)$$

$$s_{eff,5} = [1 + 0.5(h_b + h_{sb})/e_c]s_{eff,0} \quad (4.19e)$$

$$s_{eff,n} = 1.5 s_{eff,0} \quad (4.19f)$$

όπου:

e_c είναι η απόσταση του κεντροβαρικού άξονα από την ακραία θλιβόμενη ίνα, όπως φαίνεται στο 4.4 .

και οι διαστάσεις h_a , h_b , h_{sa} και h_{sb} είναι όπως στο σχήμα 4.4 .

Οι παραπάνω διαστάσεις ελέγχονται για την περίπτωση που το στοιχείο είναι πλήρως ενεργό και διορθώνονται ως εξής:

-Για μη ενισχυμένο κορμό, εάν $s_{eff,1} + s_{eff,n} \geq s_n$, ολόκληρο το πλάτος είναι ενεργό:

$$s_{eff,1} = 0,4 s_n \quad (4.20a)$$

$$s_{eff,n} = 0,6 s_n \quad (4.20b)$$

-Για έναν ενισχυμένο κορμό, αν $s_{eff,1} + s_{eff,2} \geq s_a$ ολόκληρο το πλάτος s_a είναι ενεργό:

$$s_{eff,1} = \frac{s_a}{2 + 0.5 h_a/e_c} \quad (4.21a)$$

$$s_{eff,2} = s_a \frac{(1 + 0.5 h_a/e_c)}{2 + 0.5 h_a/e_c} \quad (4.21b)$$

-Για κορμό με μία ενίσχυση, αν $s_{eff,3} + s_{eff,n} \geq s_n$ ολόκληρο το πλάτος s_n είναι ενεργό:

$$s_{eff,3} = s_n \frac{[1 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c]}{2.5 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c} \quad (4.22a)$$

$$s_{eff,n} = \frac{1.5 s_n}{2.5 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c} \quad (4.22b)$$

- Για κορμό με δύο ενισχύσεις, αν $s_{eff,3} + s_{eff,4} \geq s_b$ ολόκληρο το πλάτος s_b είναι ενεργό

$$s_{eff,3} = s_b \frac{[1 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c]}{2.5 + 0.5(h_a + h_{sa} + h_b)/e_c} \quad (4.23a)$$

$$s_{eff,n} = s_b \frac{1 + 0.5h_b/e_c}{2.5 + 0.5(h_a + h_{sa} + h_b)/e_c} \quad (4.23b)$$

- Αν $s_{eff,5} + s_{eff,n} \geq s_n$ ολόκληρο το πλάτος s_n είναι ενεργό:

$$s_{eff,3} = s_n \frac{1 + 0.5(h_b + h_{sb})/e_c}{2.5 + 0.5(h_b + h_{sb})/e_c} \quad (4.24a)$$

$$s_{eff,n} = \frac{1.5 s_n}{2.5 + 0.5(h_b + h_{sb})/e_c} \quad (4.24b)$$

Για μία μεμονωμένη ενίσχυση, ή για μία ενίσχυση γειτονική στο θλιβόμενο πέλμα ενός κορμού με δύο ενισχύσεις, η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{cr,sa} = \frac{1.05 k_f E \sqrt{I_s t^3 s_1}}{A_{sa} s_2 (s_1 - s_2)} \quad (4.25a)$$

όπου το μήκος s_1 :

-για μία ενίσχυση:

$$s_1 = 0.9 (s_a + s_{sa} + s_c) \quad (4.25b)$$

-για τη γειτονική ενίσχυση στο θλιβόμενο πέλμα, σε κορμό με δύο ενισχύσεις:

$$s_1 = s_a + s_{sa} + s_c + 0.5 (s_{sb} + s_c) \quad (4.25c)$$

όπου το μήκος s_2 :

$$s_2 = s_1 - s_a - 0.5 s_{sa} \quad (4.25d)$$

και όπου:

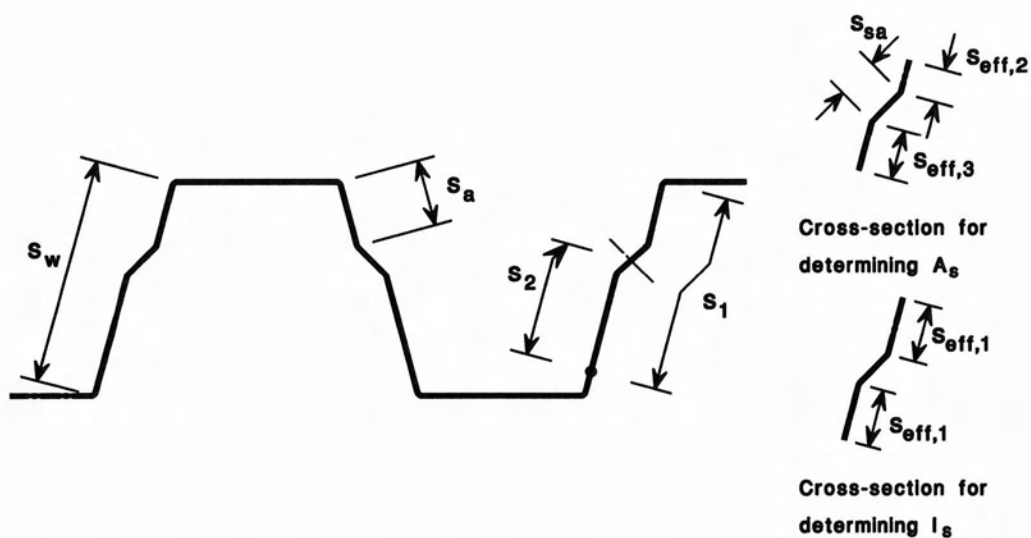
k_f συντελεστής που λαμβάνει υπόψη την μερική στροφική δέσμευση του ενισχυμένου κορμού από τα πέλματα. Απουσία ακριβέστερων υπολογισμών, λαμβάνεται συντηρητικά ίσος με τη μονάδα, θεωρώντας αρθρωτή σύνδεση.

I_s ροπή αδράνειας της διατομής της ενίσχυσης, αποτελούμενη από το πλάτος πτύχωσης s_{sa} και δύο γειτονικές λωρίδες, κάθε μία πλάτους $s_{eff,1}$, ως προς το κεντροβαρικό της άξονα παράλληλο στα επίπεδα στοιχεία του κορμού, βλέπε σχήμα 4.5. Κατά τον προσδιορισμό της I_s η πιθανή διαφορά στην κλίση των επίπεδων τμημάτων του κορμού εκατέρωθεν της νεύρωσης μπορεί να αγνοηθεί.

s_c όπως ορίστηκε από το σχήμα 4.4.

Για μια μεμονωμένη θλιβόμενη ενίσχυση, ή για την πλησιέστερη ενίσχυση προς το θλιβόμενο πέλμα σε κορμούς με δύο ενισχύσεις, η απομειωμένη ενεργός διατομή $A_{sa,red}$ πρέπει να υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A_{sa,red} = \frac{\chi_d A_{sa}}{1 - (h_a + 0.5 h_{sa})/e_c} \leq A_{sa} \quad (4.18)$$



Σχήμα 4.5: Ενισχύσεις κορμού πρότυπων τραπεζοειδών χαλυβδόφυλλων.

Εάν το θλιβόμενο πέλμα δεν είναι ενισχυμένο, ο μειωτικός συντελεστής χ_d λαμβάνεται απευθείας από την $\sigma_{cr,s}$ όπως περιγράφει η σχέση 4.9. Στην περίπτωση όμως που το πέλμα διαθέτει ενίσχυση, ο χ_d προσδιορίζεται με βάση την τροποποιημένη ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού $\sigma_{cr,mod}$, όπως περιγράφεται από την παράγραφο 4.2.4.3.

Στην περίπτωση δύο ενισχύσεων δεν γίνεται απομείωση της ενεργού διατομής της απομακρυσμένης από το θλιβόμενο πέλμα ενίσχυσης. $A_{sb,red} = A_{sb}$. Σε κάθε περίπτωση δεν γίνεται απομείωση της διατομής εφελκόμενων ενισχύσεων.

Για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής $A_{sa,red}$ λαμβάνεται μειωμένο πάχος $t_{red} = t A_{sa,red}/A_{sa}$, για όλα τα στοιχεία εντός της A_{sa} .

4.2.4.3. Ενισχύσεις τόσο στα πέλματα όσο και στους κορμούς

Στην περίπτωση χαλυβδόφυλλου με ενισχύσεις τόσο στα θλιβόμενα πέλματα όσο και στους κορμούς (σχήμα 4.6), πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση λόγω λυγισμού των νευρώσεων αυτών, που αντιστοιχεί σε κύρτωση με στρέβλωση της διατομής για ολόκληρο το φύλλο. Αυτό γίνεται με την εισαγωγή της τροποποιημένης κρίσιμης τάσης λυγισμού $\sigma_{cr,mod}$, που υπολογίζεται ως εξής:

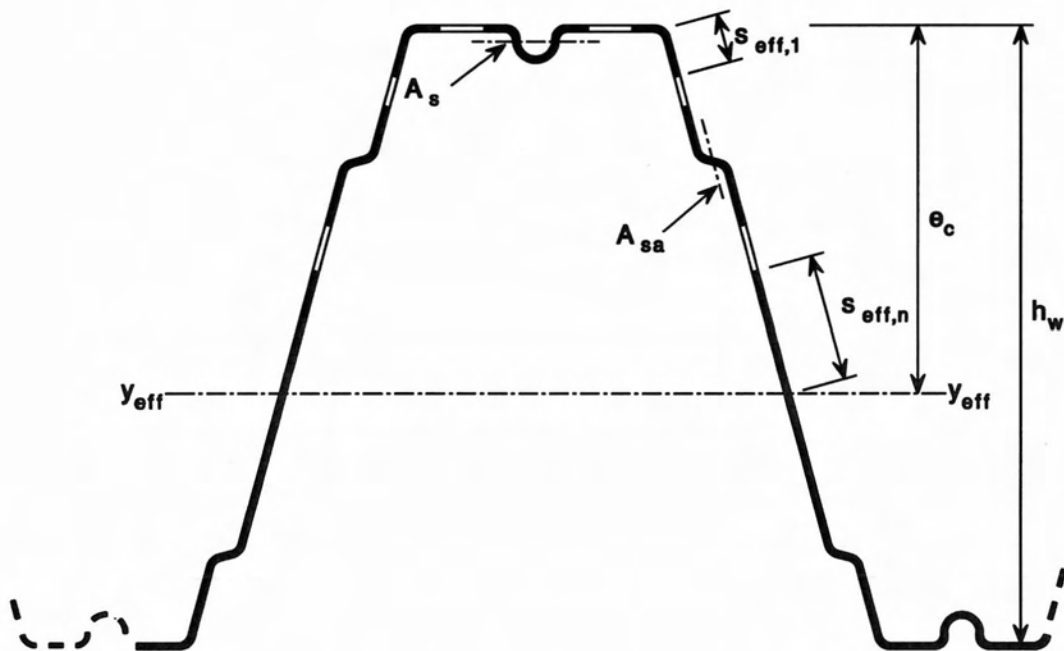
$$\sigma_{cr,mod} = \frac{\sigma_{cr,s}}{\sqrt[4]{1 + \left[\beta_s \frac{\sigma_{cr,s}}{\sigma_{cr,sa}} \right]^4}} \quad (4.27)$$

όπου:

$\sigma_{cr,s}$ και $\sigma_{cr,sa}$ οι κρίσιμες ελαστικές τάσεις λυγισμού των ενισχύσεων πέλματος και κορμού όπως υπολογίστηκαν από τις εξισώσεις 4.16 και 4.25.

$\beta_s = 1 - (h_a + 0.5 h_{na})/e_c$ για φύλλα υπό κάμψη

$\beta_s = 1$ για φύλλα υπό θλίψη.

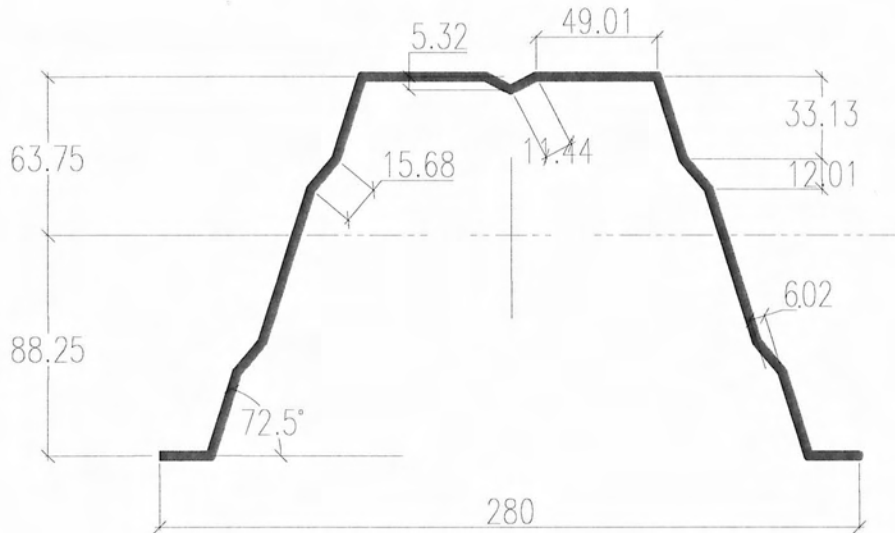


Σχήμα 4.6: Τραπεζοειδές πρότυπο χαλυβδόφυλλο με ενισχύσεις κορμού και πέλματος.

4.2.4.4. Παράδειγμα υπολογισμών

Στο ακόλουθο παράδειγμα υπολογίζεται η ενεργός διατομή του τραπεζοειδούς χαλυβδόφυλλου SYMDECK 150, για πάχος $t = 1.00$ mm, το οποίο διαθέτει εσωτερικές ενισχύσεις τόσο στο θλιβόμενο πέλμα (για τη θετική φορά φόρτισης), όσο και στους κορμούς (σχήμα 4.7). Ο υπολογισμός γίνεται για καθαρή κάμψη, γύρω από τον

οριζόντιο κύριο άξονα της διατομής. Ως ροπή αντοχής θεωρείται η ροπή που αντιστοιχεί στην τάση διαρροής του θλιβόμενου πέλματος.



Σχήμα 4.7: Οι διαστάσεις σε mm, της διατομής του SYMDECK 150.

Αριθμητικά δεδομένα:

Γενικά: $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ $f_y = 320 \text{ N/mm}^2$ $h_w = 152 \text{ mm}$ πλάτος κλάδου = 280 mm $t = 1.00 \text{ mm}$	Θλιβόμενο (άνω) πέλμα: $b_p = 49.01 \text{ mm}$ $b_s = 22.88 \text{ mm}$ $h_s = 5.32 \text{ mm}$	Κορμός: $h_a = 33.13 \text{ mm}$ $h_{sa} = 12.01 \text{ mm}$ $s_{sa} = 15.68 \text{ mm}$ $d_{sa} = 6.02 \text{ mm}$ $\Phi = 72.5^\circ$
--	--	---

Επίλυση:

Υπολογίζεται η αρχική θέση του κέντρου βάρους. (σχήμα 4.7)

$$e_c = 63.75 \text{ mm (θλιβόμενη ζώνη)}$$

$$e_i = 88.25 \text{ mm (εφελκυσόμενη ζώνη)}$$

ο υπολογισμός έγινε για τάση του άνω πέλματος $\sigma_{com,Ed} = f_y = 320 \text{ N/mm}^2$.

1.Ενεργά πλάτη του θλιβόμενου πέλματος:

Η ανοιγμένη λυγηρότητα των πλακιδίων υπολογίζεται από:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28.4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}},$$

$$\mu \varepsilon = \sqrt{235/f_y} = 0.8570$$

και $k_\sigma = 4$ (από πίνακα 4.3)

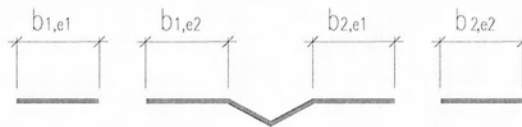
$$\text{οπότε, } \bar{\lambda}_p = \frac{49.01/1}{28.4 \cdot 0.857 \sqrt{4}} = 1.007 > 0.673$$

ο μειωτικός συντελεστής ρ σύμφωνα με τη σχέση (4.4) είναι:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1.007 - 0.055(3 + 1)}{1.007^2} = 0.776 \leq 1.0$$

προκύπτει $b_{eff} = \rho b_p = 38.04 \text{ mm}$

$b_{1,e1} = b_{1,e2} = b_{2,e1} = b_{2,e2} = 19.02 \text{ mm}$ (σχήμα 4.8)



Σχήμα 4.8: Ενεργά πλάτη του θλιβόμενου πέλματος.

2. Ενεργά πλάτη του κορμού:

Η θέση του κέντρου βάρους της διατομής επαναπροσδιορίζεται για τα ενεργά πλάτη του πέλματος και τον πλήρη κορμό.

$e_c = 66.72 \text{ mm}$ (θλιβόμενη ζώνη)

$e_t = 85.28 \text{ mm}$ (εφελκυσόμενη ζώνη)

Στη θλιβόμενη ζώνη του κορμού περιλαμβάνεται μια ενίσχυση, οπότε ακολουθώντας τις οδηγίες της παραγράφου 4.2.4.2,

Το βασικό ενεργό πλάτος:

$$s_{eff,0} = 0.76 t \sqrt{E/\gamma_{M0} \sigma_{com,Ed}} = 0.76 \cdot 1 \sqrt{2.1 \cdot 10^5 / 1 \cdot 320} = 19.47 \text{ mm}$$

Τα ενεργά πλάτη του κορμού θα είναι:

$$s_{eff,1} = s_{eff,0} = 19.47 \text{ mm}$$

$$s_{eff,2} = \left(1 + \frac{0.5h_a}{e_c}\right) s_{eff,0} = \left(1 + \frac{0.5 \cdot 33.13}{66.72}\right) \cdot 19.47 = 24.30 \text{ mm}$$

όμως $s_{eff,1} + s_{eff,2} = 43.77 > s_a$,

όπου $s_a = h_a / \sin(\Phi) = 34.74 \text{ mm}$.

άρα ολόκληρο το s_a είναι ενεργό:

$$s_{eff,1} = \frac{s_a}{2 + 0.5 h_a/e_c} = 15.45 \text{ mm}$$

$$s_{eff,2} = s_a \frac{(1 + 0.5 h_a/e_c)}{2 + 0.5 h_a/e_c} = 19.29 \text{ mm}$$

Ομοίως υπολογίσθηκε από

$$s_{eff,3} = \left[1 + \frac{0.5(h_a + h_{sa})}{e_c}\right] s_{eff,0} = 26.06 \text{ mm} ,$$

$$s_{eff,4} = \left(1 + \frac{0.5h_b}{e_c}\right) s_{eff,0} = 29.20 \text{ mm} \text{ και}$$

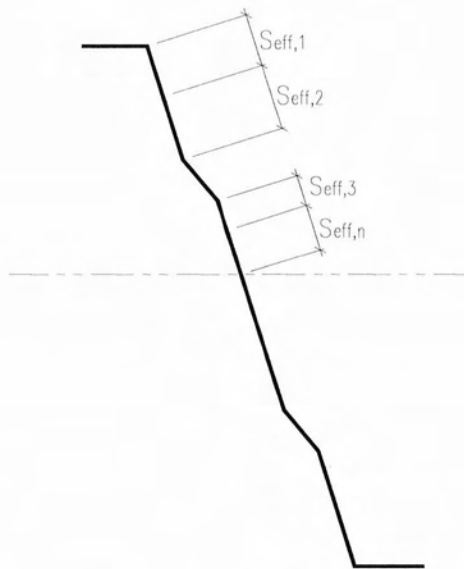
$$s_n = \frac{e_c - h_a - h_{sa}}{\sin(\Phi)} = 22.63 \text{ mm}$$

ότι $s_{eff,3} + s_{eff,4} \geq s_n$ δηλαδή ολόκληρο το s_n είναι ενεργό:

$$s_{eff,3} = s_n \frac{[1 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c]}{2.5 + 0.5(h_a + h_{sa})/e_c} = 9.05 \text{ mm}$$

$$s_{eff,n} = \frac{1.5 s_n}{2.5 + 0.5(h_b + h_{sb})/e_c} = 13.58 \text{ mm}$$

Δεν γίνεται απομείωση των πλατών του κορμού και το κέντρο βάρους δεν μετατοπίζεται (σχήμα 4.9)



Σχήμα 4.9: Ο κορμός της διατομής παραμένει πλήρης.

3. Απομείωση της ενεργού επιφάνειας των θλιβόμενων ενισχύσεων.

α. ενίσχυση του πέλματος

Η αρχική τιμή της επιφάνειας A_s υπολογίζεται σύμφωνα με το σχήμα 4.10α και η ροπή αδράνειας I_s της ενίσχυσης υπολογίζεται κατά το 4.10β.



Σχήμα 4.10: Η διατομή της ενίσχυσης του άνω πέλματος.

$$A_s = t(b_{1,e2} + b_s + b_{2,e1}) = 60.92 \text{ mm}^2$$

Για τη ροπή αδράνειας της ενίσχυσης θεωρούμε ότι τα εκατέρωθεν πλακίδια έχουν πλάτος $15 \cdot t$.

Αρχικά υπολογίζεται η απόσταση του κέντρου βάρους από την άνω ίνα της διατομής z_c

$$z_c = \frac{t \int z(s) ds}{A_s^*} = \frac{2t \int_0^{\frac{b_s}{2}} 2 \frac{h_s}{b_s} s ds}{t(30t + b_s)} = \frac{4 \frac{h_s}{b_s} \left[\frac{s^2}{2} \right]_0^{\frac{b_s}{2}}}{30t + b_s} = \frac{h_s b_s}{60t + 2b_s}$$

$$\Rightarrow z_c = 1.15 \text{ mm}$$

στη συνέχεια υπολογίζεται η ροπή αδράνειας:

$$I_s = t \int z^2(s) ds = t \left[2 \int_0^{15t} z_c^2 ds + 2 \int_0^{\frac{b_s}{2}} \left(2 \frac{h_s}{b_s} s - z_c \right)^2 ds \right] =$$

$$= 2t \left[\int_0^{15t} z_c^2 ds + \int_0^{\frac{b_s}{2}} \left(4 \frac{h_s^2}{b_s^2} s^2 + z_c^2 - 4 \frac{h_s z_c}{b_s} s \right) ds \right] =$$

$$= 2t \left[z_c^2 [s]_0^{15t} + \left[4 \frac{h_s^2}{b_s^2} \frac{s^3}{3} + z_c^2 s - 4 \frac{h_s z_c}{b_s} \frac{s^2}{2} \right]_0^{\frac{b_s}{2}} \right] =$$

$$= t \left[30t z_c^2 + b_s \left(\frac{h_s^2}{3} + z_c^2 - h_s z_c \right) \right]$$

$$\Rightarrow I_s = 145.81 \text{ mm}^4$$

Τέλος υπολογίζεται η κρίσιμη ελαστική τάση λυγισμού της ενίσχυσης:

$$\sigma_{cr,s} = \frac{4.2 k_w E}{A_s} \sqrt{\frac{I_s t^3}{4 b_p^2 (2 b_p + 3 b_s)}} =$$

$$= \frac{4.2 \cdot 1 \cdot 2.1 \cdot 10^{-5}}{60.92} \sqrt{\frac{145.8069 \cdot 1.00^3}{4 \cdot 19.02^2 (2 \cdot 19.02 + 3 \cdot 22.88)}} =$$

$$\Rightarrow \sigma_{cr,s} = 228.7942 \text{ N/mm}^2$$

β. ενίσχυση του κορμού:

Η αρχική τιμή της επιφάνειας A_{sa} υπολογίζεται σύμφωνα με το σχήμα 4.11α και η ροπή αδράνειας I_{sa} της ενίσχυσης υπολογίζεται κατά το 4.11β.



Σχήμα 4.11: Διατομή της θλιβόμενης ενίσχυσης του κορμού.

$$A_{sa} = t(s_{eff,2} + s_{sa} + s_{eff,3}) = 44.02 \text{ mm}^2$$

Για τη ροπή αδράνειας της ενίσχυσης θεωρούμε ότι τα εκατέρωθεν πλακίδια έχουν πλάτος $s_{eff,1}$.

Η απόσταση του κέντρου βάρους, λόγω συμμετρίας της διατομής βρίσκεται σε απόσταση $z_c = \frac{d_{sa}}{2} = 3.01 \text{ mm}$

$$\begin{aligned} I_{sa} &= t \int z^2(s) ds = t \left[2 \int_0^{s_{eff,1}} z_c^2 ds + \int_0^{s_{sa}} \left(2 \frac{z_c}{s_{sa}} s - z_c \right)^2 ds \right] = \\ &= t \left[2 \int_0^{s_{eff,1}} z_c^2 ds + \int_0^{s_{sa}} \left(4 \frac{z_c^2}{s_{sa}^2} s^2 + z_c^2 - 4 \frac{z_c^2}{s_{sa}} s \right) ds \right] = \\ &= t \left[2z_c^2 [s]_0^{s_{eff,1}} + \left[4 \frac{z_c^2}{s_{sa}^2} \frac{s^3}{3} + z_c^2 \cdot s + 4 \frac{z_c^2}{s_{sa}} \frac{s^2}{2} \right]_0^{s_{sa}} \right] = \\ &= t z_c^2 \left(2s_{eff,1} + \frac{s_{sa}}{3} \right) \\ \Rightarrow I_{sa} &= 326.88 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Η κρίσιμη ελαστική τάση λυγισμού της ενίσχυσης του κορμού θα είναι:

$$\sigma_{cr,sa} = \frac{1.05 k_f E \sqrt{I_s t^3 s_1}}{A_{sa} s_2 (s_1 - s_2)}$$

$$s_1 = 0.9 (s_a + s_{sa} + s_c) = 146.22 \text{ mm}$$

$$s_2 = s_1 - s_a - 0.5s_{sa} = 103.64 \text{ mm}$$

$$\sigma_{cr,sa} = \frac{1.05 \cdot 2.1 \cdot 10^{-5} \sqrt{326.8886 \cdot 1^3 \cdot 146.22}}{44.02 \cdot 103.64 (146.22 - 103.64)} = 248.1824 \text{ N/mm}^2$$

γ. τροποποιημένη κρίσιμη τάση:

Λόγω της αλληλεπίδρασης του λυγισμού των ενισχύσεων χρησιμοποιούμε την τροποποιημένη κρίσιμη ελαστική τάση λυγισμού $\sigma_{cr,mod}$ για τον υπολογισμό του συντελεστή χ_d .

$$\sigma_{cr,mod} = \frac{\sigma_{cr,s}}{\sqrt[4]{1 + \left[\beta_s \frac{\sigma_{cr,s}}{\sigma_{cr,sa}} \right]^4}}$$

για φύλλα υπό κάμψη, $\beta_\sigma = 1 - \frac{h_a + 0.5 h_{ha}}{e_c} = 0.4134$

$$\Rightarrow \sigma_{cr,mod} = 416.5583 \text{ N/mm}^2$$

δ. μειωτικός συντελεστής χ_d :

Η ανηγμένη σχετική λυγηρότητα θα είναι:

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{f_{yb}/\sigma_{cr,mod}} = \sqrt{320/416.56} = 0.8765$$

Ισχύει ότι $0.65 < \bar{\lambda}_d < 1.38$, άρα:

$$\chi_d = 1.47 - 0,723\bar{\lambda}_d = 0.8363$$

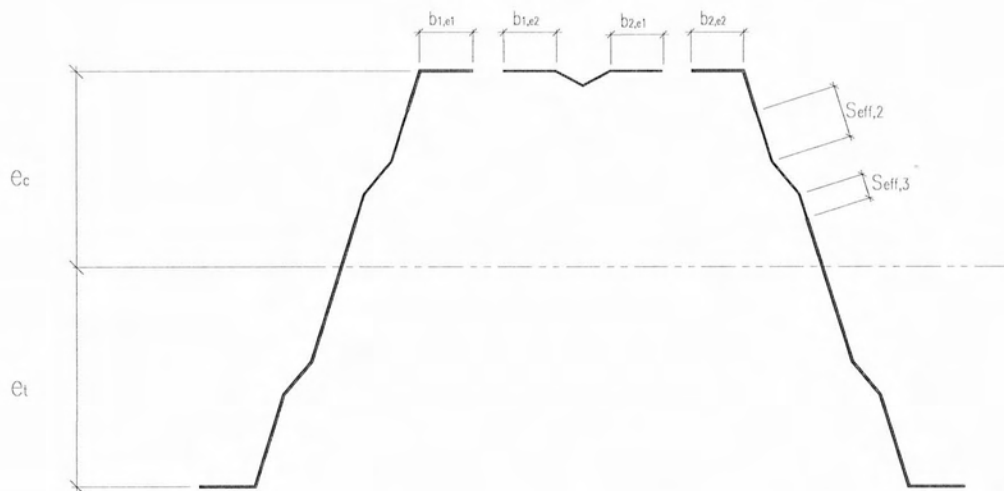
$$A_{s,red} = \chi_d A_s = 50.95 \text{ mm}^2 \quad \text{και} \quad A_{sa,red} = \chi_d A_{sa} = 36.81 \text{ mm}^2$$

Τέλος η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τη μειωμένη επιφάνεια των ενισχύσεων έως ότου: $\chi_{d_n} \approx \chi_{d_{(n-1)}}$ αλλά $\chi_{d_n} \leq \chi_{d_{(n-1)}}$ (πίνακας 4.6)

Πίνακας 4.6: Αποτελέσματα της επαναληπτική διαδικασίας.

Επανάληψη	$\bar{\lambda}_d$	χ_d	$A_{s,red}$	$A_{sa,red}$	t_{red}	$\sigma_{cr,s}$	$\sigma_{cr,sa}$	$\sigma_{cr,mod}$
1	0.8765	0.8363	50.9479	36.8126	0.8363	406.9157	226.9631	380.9429
2	0.9165	0.8074	49.1837	35.5379	0.8074	399.8080	222.9987	374.2890
3	0.9246	0.8015	48.8264	35.2797	0.8015	398.3534	222.1874	372.9272
4	0.9263	0.8003	48.7521	35.2260	0.8003	398.0502	222.0183	372.6434
5	0.9267	0.8000	48.7366	35.2148	0.8000	397.9868	221.9829	372.5840
6	0.9268	0.8000	48.7333	35.2125	0.8000	397.9735	221.9755	

Η μορφή της διατομής που προέκυψε φαίνεται στο σχήμα 4.12



Σχήμα 4.12: Η ενεργός διατομή του χαλυβδόφυλλου.

Τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά είναι:

$$A_s = 424.7244 \text{ mm}^2$$

$$I_s = 126.4457 \text{ cm}^4$$

$$e_c = 71.70 \text{ mm}$$

$$e_t = 80.30 \text{ mm}$$

Η ανηγμένη ελαστική αντοχή της ενεργού διατομής:

$$M_{Rd\ el,eff} = 17.786 \text{ KNm/m}$$

Η ανηγμένη ελαστοπλαστική αντοχή (όπως ορίσθηκε στην αρχή του παραδείγματος):

$$M_{Rd\ ppl,eff} = 19.607 \text{ KNm/m}$$

4.3. Αντοχές πλήρων και ενεργών διατομών

Ακολουθώντας την παραπάνω επαναληπτική διαδικασία, με τη βοήθεια προγράμματος υπολογιστικών φύλλων, υπολογίσθηκαν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ενεργών διατομών, για κάθε πάχος της διατομής, των δύο χαλυβδόφυλλων. Στη συνέχεια παρατίθενται πίνακες με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, πλήρων και ενεργών διατομών, καθώς και τις παρακάτω τιμές ροπής αντοχής:

- $M_{Rdel,full}$: Η ελαστική ροπή αντοχής της πλήρους διατομής. Είναι ενδεικτική για την τάξη μεγέθους της αντοχής της διατομής.
- $M_{Rdpl,full}$: Η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης, της πλήρους διατομής. Είναι το μέγιστο φυσικό όριο ροπής αντίστασης που θα μπορούσε να επιτευχθεί από την διατομή εάν δεν εμφανίζονταν φαινόμενα λυγισμού.
- $M_{Rdel,eff}$: Η ελαστική ροπή αντοχής της ενεργούς διατομής. Τα φαινόμενα λυγισμού έχουν ληφθεί υπόψη για τον υπολογισμό της και στην περίπτωση που είναι το θλιβόμενο πέλμα, που διαρρέει για την τιμή αυτή της ροπής, αποτελεί την ροπή αντοχής για την οριακή κατάσταση αστοχίας.
- $M_{Rdappl,eff}$: Η ροπή μερικής πλαστικοποίησης της ενεργού διατομής. Όπως περιγράφηκε και στην παράγραφο 4.1, στην περίπτωση που η εφελκόμενη ακραία ίνα διαρρεύσει πρώτη, μπορούν να ληφθούν υπόψη τα πλαστικά αποθέματα ροπής αντίστασης. Υπολογίζεται με βάση τη διγραμμική κατανομή τάσεων στην εφελκόμενη ζώνη και τη γραμμική κατανομή στη θλιβόμενη. Αποτελεί τη ροπή αντοχής για την οριακή κατάσταση αστοχίας.

4.3.1. ELT 50

Πίνακας 4.7: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των πλήρων διατομών ELT 50

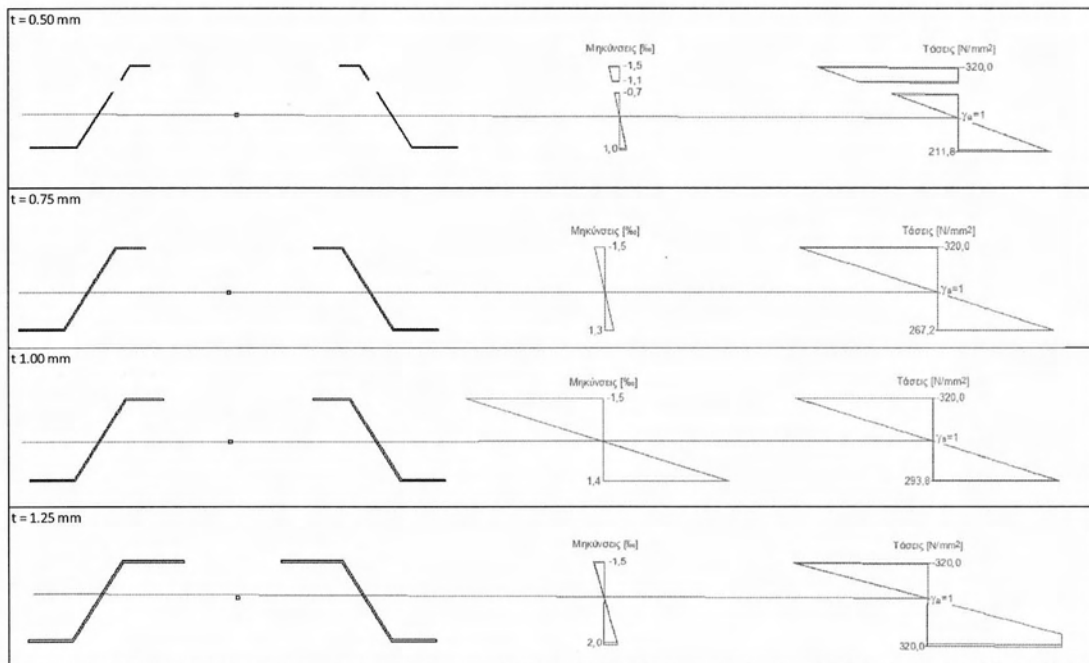
	πάχος διατομής t				
	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	1.50 mm	
A_{full}	151.79	222.69	176.83	379.48	mm ²
I_{full}	6.0538	8.0816	12.1103	15.1403	cm ⁴
e_c	17.82	17.82	17.82	17.82	mm
e_t	30.68	30.68	30.68	30.68	mm

Πίνακας 4.8: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ενεργών διατομών ELT 50

	πάχος διατομής t				
	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	1.50 mm	
A_{eff}	87.20	152.39	213.66	304.58	mm^2
I_{eff}	3.0003	5.5073	8.0504	12.1743	cm^4
e_c	29.80	26.63	25.33	22.21	mm
e_t	18.70	21.87	23.17	26.29	mm

Πίνακας 4.10: Ροπές αντοχής πλήρων και ενεργών διατομών του ELT 50

	πάχος διατομής t				
	0.50 mm	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	
$M_{Rd_{el,full}}$	2.480	3.840	4.920	6.000	KNm/m
$M_{Rd_{pl,full}}$	3.320	5.240	6.640	8.240	
$M_{Rd_{el,eff}}$	1.324	2.696	4.028	5.640	
$M_{Rd_{pl,eff}}$	-	-	-	6.376	



Σχήμα 4.13: Υπολογισμός της ροπής αντοχής των ενεργών διατομών του ELT 50

4.3.2. SYMDECK 150

Πίνακας 4.11: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των πλήρων διατομών SYMDECK 150

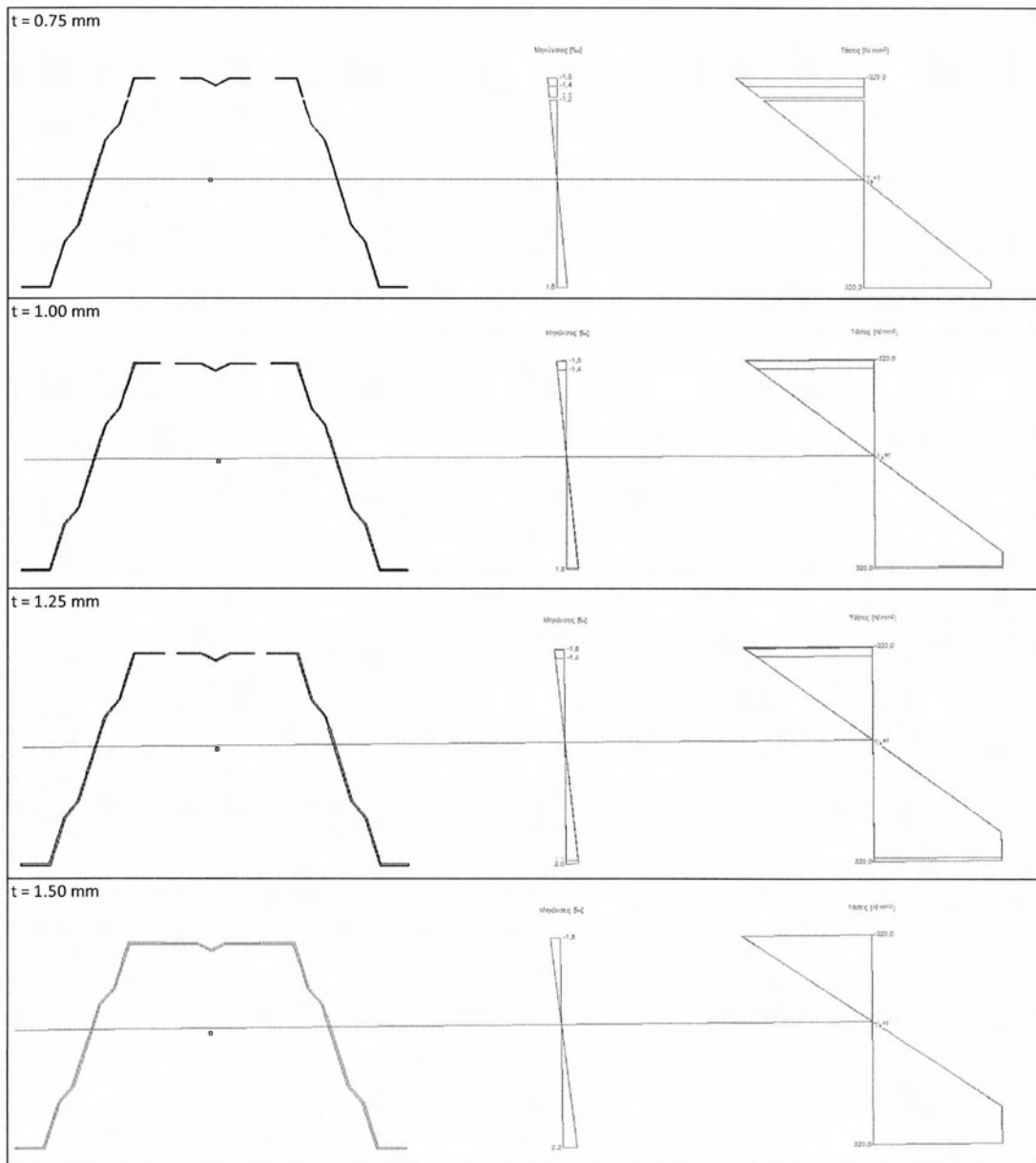
	πάχος διατομής t				
	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	1.50 mm	
A_{full}	369.54	492.72	615.90	739.08	mm^2
I_{full}	111.0791	148.1089	185.1415	222.1778	cm^4
e_c	63.75	63.75	63.75	63.75	mm
e_t	88.25	88.25	88.25	88.25	mm

Πίνακας 4.12: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ενεργών διατομών ELT 50

	πάχος διατομής t				
	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	1.50 mm	
A_{eff}	310.07	424.72	557.08	695.81	mm^2
I_{eff}	90.1075	126.4457	166.4606	211.4697	cm^4
e_c	73.74	71.70	69.12	66.54	mm
e_t	78.26	80.30	82.88	85.46	mm

Πίνακας 4.15: Ροπές αντοχής πλήρων και ενεργών διατομών του SYMDECK 150

	πάχος διατομής t				
	0.75 mm	1.00 mm	1.25 mm	1.50 mm	
$MRd_{el,full}$	14.321	20.679	24.357	29.000	kNm/m
$MRd_{pl,full}$	20.179	27.821	34.179	41.036	
$MRd_{el,eff}$	13.036	17.786	21.643	27.143	
$MRd_{ppl,eff}$	13.600	19.607	25.253	33.232	



Σχήμα 4.13: Υπολογισμός της ροπής αντοχής των ενεργών διατομών του ELT 50

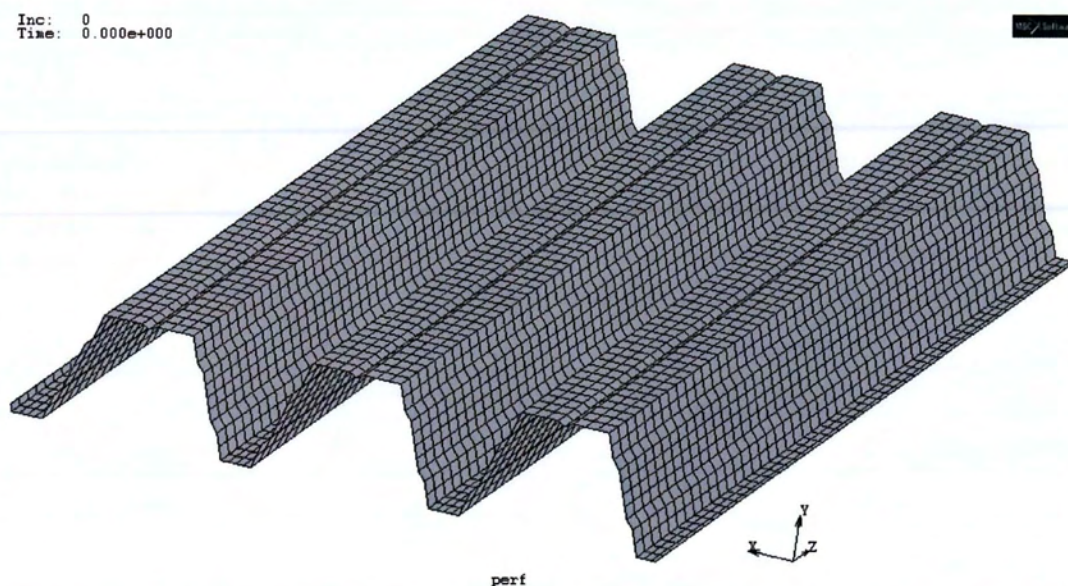
1

5. Αριθμητική προσομοίωση της απόκρισης των χαλυβδόφυλλων

5.1. Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος υπολογισμού προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η αναλυτική επίλυση των εξισώσεων με τις οποίες περιγράφονται πολλά τεχνικά προβλήματα, είναι δυνατή μόνο σε περιπτώσεις όπου τόσο οι καταπονήσεις αλλά και τα γεωμετρικά σχήματα είναι πολύ απλά. Για την αντιμετώπιση πιο περίπλοκων προβλημάτων, αναπτύχθηκαν προσεγγιστικές μέθοδοι όπως αυτή των πεπερασμένων στοιχείων.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να είναι προσεγγιστική, όμως δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα, και μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων όπως η στατική, η ρευστομηχανική, η θερμοδυναμική, ο ηλεκτρομαγνητισμός κ.α. Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι η απαίτηση μεγάλης υπολογιστικής ισχύος, ιδιαίτερα για την επίλυση σύνθετων μοντέλων. Το πρόβλημα αυτό όμως ξεπεράστηκε με την τεχνολογική ανάπτυξη των υπολογιστών και σήμερα αποτελεί την κατεξοχήν μέθοδο ανάλυσης φορέων.



Σχήμα 5.1: Μοντέλο του χαλυβδόφυλλου SYMDECK 150 διακριτοποιημένο με επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία.

Τα στάδια επίλυσης ενός φορέα με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων είναι τα εξής:

- Διακριτοποίηση του φορέα με πεπερασμένα στοιχεία
- Προσδιορισμός του μητρώου δυσκαμψίας του κάθε μεμονωμένου στοιχείου
- Μόρφωση του μητρώου δυσκαμψίας του συνολικού φορέα.
- Επίλυση του συστήματος εξισώσεων και υπολογισμός των μετακινήσεων
- Υπολογισμός εντατικών μεγεθών του φορέα

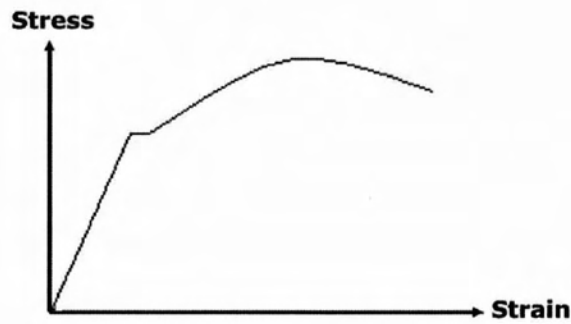
Η διακριτοποίηση του φορέα γίνεται με κατάλληλα στοιχεία τα οποία ποικίλουν ανάλογα με τον τρόπο λειτουργίας του φορέα (πλάκα, δοκός ή δίσκος) και θεωρείται ότι συνδέονται, άρα και αλληλεπιδρούν μόνον στους κόμβους. Για να επιτευχθεί μια αξιόπιστη περιγραφή της συμπεριφοράς του φορέα πρέπει τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται να έχουν κατάλληλες μηχανικές και γεωμετρικές ιδιότητες. Επίσης πρέπει να γίνει κατάλληλη υποδιαίρεση των στοιχείων και να ορισθούν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στου κόμβους τους.

5.2. Βασικά σημεία της μη-γραμμικής ανάλυσης

Η γραμμική ελαστική ανάλυση, εφαρμόζεται συχνά για επίλυση φορέων ως αποτέλεσμα της έλλειψης στοιχείων, καθώς συχνά τα μόνα γνωστά στοιχεία είναι το μέτρο ελαστικότητας E και ο λόγος Poisson ν . Η πραγματική συμπεριφορά όμως, των κατασκευών αλλά και των επιμέρους στοιχείων τους, απέχει πολύ από τα αποτελέσματα της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης. Αυτό συμβαίνει λόγω της μη-γραμμικότητας των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών, αλλά και λόγω της γεωμετρικής μη-γραμμικότητας.

α) Μη-γραμμικότητα υλικού

Η συμπεριφορά των περισσότερων δομικών υλικών δεν είναι ούτε γραμμική ούτε ελαστική. Υπό τη δράση τάσεων μεγαλύτερων της τάσης διαρροής αναπτύσσονται μη-αναστρέψιμες πλαστικές παραμορφώσεις. Η συμπεριφορά πέραν του ορίου διαρροής μπορεί να είναι τέλεια ελαστοπλαστική ή να παρουσιάζεται κράτυνση του υλικού κατά την οποία η τάση διαρροής αυξάνει όσο αυξάνεται η παραμόρφωση πέρα από το αρχικό σημείο διαρροής. (σχήμα 5.2)

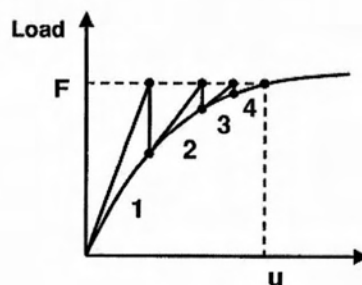


Σχήμα 5.2: Ενδεικτική καμπύλη σ-ε μη-γραμμικού υλικού

β) Γεωμετρική μη-γραμμικότητα

Πολύ συχνά η μηχανική συμπεριφορά κατασκευών και επιμέρους στοιχείων τους επηρεάζεται από μεταβολές στη γεωμετρία τους που συμβαίνουν κατά τη φόρτιση. Ένα σύνθηες τέτοιο φαινόμενο δεύτερης τάξης είναι και ο λυγισμός, όπως περιγράφηκε στην ενότητα 2.2.

Για να επιτευχθεί μια πιο ακριβής ανάλυση όπου λαμβάνονται υπόψη τα μη-γραμμικά φαινόμενα η επίλυση γίνεται μέσω επαναληπτικών σειρών γραμμικών προσεγγίσεων του προβλήματος με διορθώσεις. Έτσι η επίλυση χωρίζεται σε βήματα φόρτισης. Μετά από κάθε βήμα, επαναπροσδιορίζονται τα μητρώα δυσκαμψίας, η εντατική κατάσταση αλλά και οι θέσεις των κόμβων των στοιχείων, δηλαδή η νέα γεωμετρία του φορέα. Ιδιαίτερα συνηθισμένη μέθοδος μη-γραμμικής ανάλυσης είναι η μέθοδος Newton-Raphson (σχήμα 5.3) που χρησιμοποιεί την εξίσωση $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. Η επίλυση της οποίας επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί η απαιτούμενη ακρίβεια.

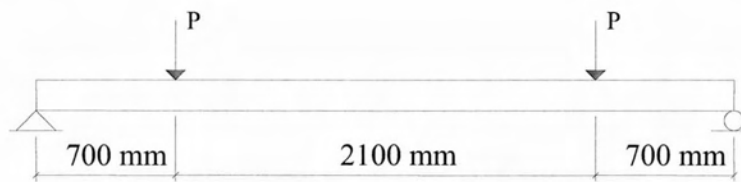


Σχήμα5.3: Σύγκλιση της μεθόδου Newton-Raphson

5.3. Υπολογιστική ανάλυση

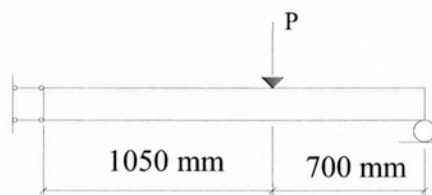
5.3.1. Περιγραφή του μοντέλου και της ανάλυσης.

Η φόρτιση του μοντέλου του φορέα έγινε με κάμψη τεσσάρων σημείων ώστε να μελετηθεί η εμφάνιση φαινομένων λυγισμού σε καθαρή μονοαξονική κάμψη (σχήμα 5.4). Πλεονέκτημα της διάταξης αυτής, είναι ότι οι μέγιστες τάσεις δεν εμφανίζονται σε μία διατομή του φορέα, αλλά σε μια εκτεταμένη περιοχή, δίνοντας τη δυνατότητα, να μελετηθούν τα φαινόμενα τοπικής αστάθειας υπό συνθήκες ομοιόμορφης κατανομής των τάσεων.



Σχήμα 5.4: Κάμψη 4 σημείων.

Χάρη στη συμμετρία του φορέα και της φόρτισης, κατά την ανάλυση θεωρήθηκε το μισό μοντέλο, εφαρμόζοντας κατάλληλες συνοριακές συνθήκες (σχήμα 5.5). Στο νέο σύνορο οι στροφές των κόμβων παγιώθηκαν με πάκτωση που επιτρέπει τη μετακίνηση κατά τον κατακόρυφο άξονα.

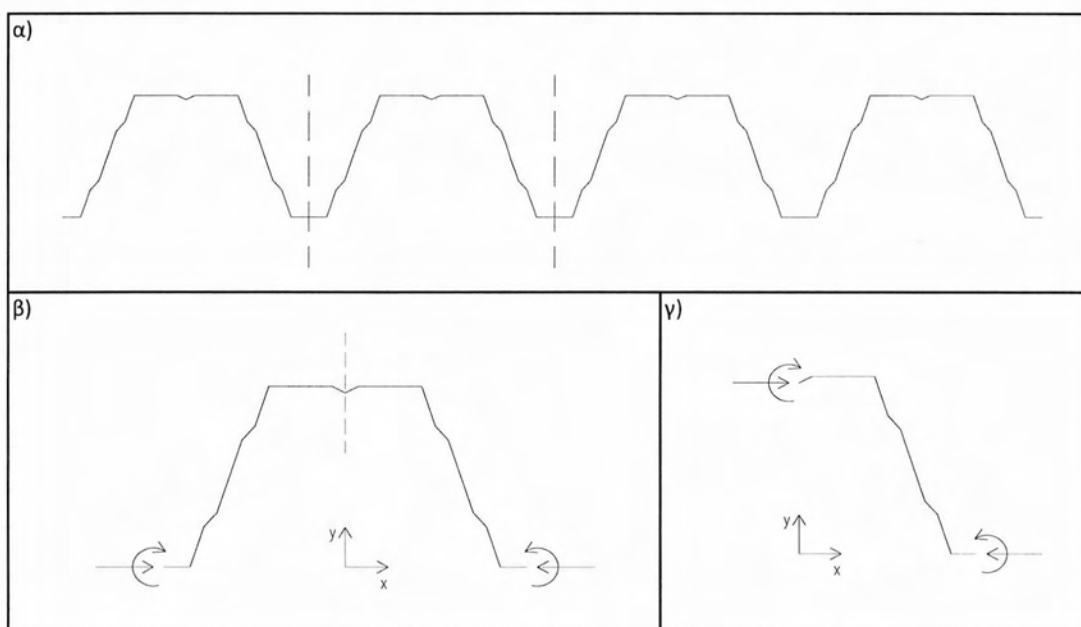


Σχήμα 5.5: Το ισοδύναμο σύστημα που χρησιμοποιήθηκε.

Η σχεδίαση και η ανάλυση των μοντέλων έγινε στο πρόγραμμα μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων Marc Mentat 2011 της εταιρίας λογισμικού MSC software. Το πεπερασμένο στοιχείο που επιλέχθηκε είναι το τρισδιάστατο επιφανειακό στοιχείο τεσσάρων κόμβων. Το στοιχείο έχει 6 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο, τις μετατοπίσεις u_x , u_y , u_z και τις στροφές φ_x , φ_y , φ_z .

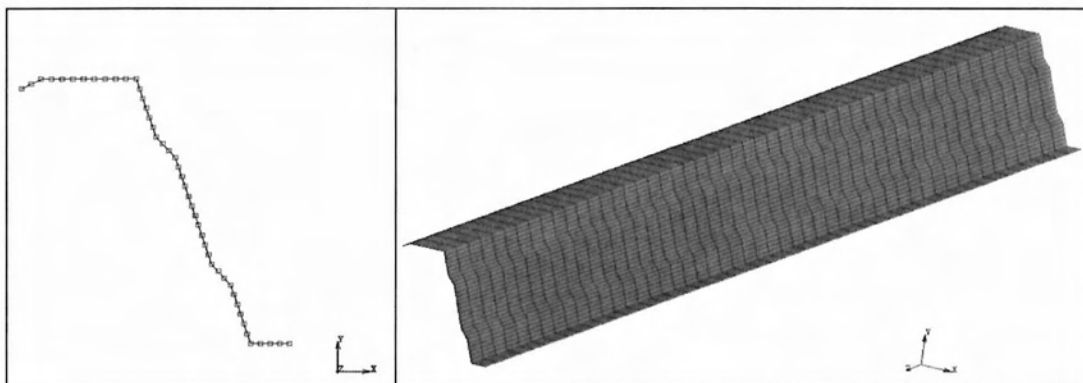
Για να προσομοιωθεί η κύλιση, στο ένα άκρο του φορέα, απαγορεύθηκαν οι κατακόρυφες μετακινήσεις u_y των κόμβων του κάτω πέλματος της ακραίας διατομής. Στο απέναντι άκρο η κινητή στο επίπεδο x-y πάκτωση προσομοιώθηκε, παγιώνοντας τις παράλληλες στον κύριο άξονα μετακινήσεις u_z και τις στροφές φ_x , για όλους τους κόμβους της ακραίας διατομής. Σημειώνεται ότι οι άξονες (x,y,z) που αναφέρονται στο κεφάλαιο αυτό, διακρίνονται στο σχήμα 5.6 και δεν ταυτίζονται με το σύστημα αξόνων που χρησιμοποιήθηκε κατά τους υπολογισμούς του κεφαλαίου 4.

Αρχικά επιλέχθηκε το μοντέλο να αποτελείται από έναν πλήρη 'κυματισμό' της διατομής του χαλυβδόφυλλου (σχήμα 5.6α και β). Στις παρειές της διατομής, παγιώθηκαν οι μετακινήσεις u_x και οι στροφές φ_z των κόμβων, σε όλο το μήκος του φορέα. Στη συνέχεια χάρη στη συμμετρία της διατομής, της φόρτισης αλλά και των συνοριακών συνθηκών, η διατομή περιορίστηκε στο 1/2 θέτοντας στο νέο σύνορο τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες (σχήμα 5.6γ).

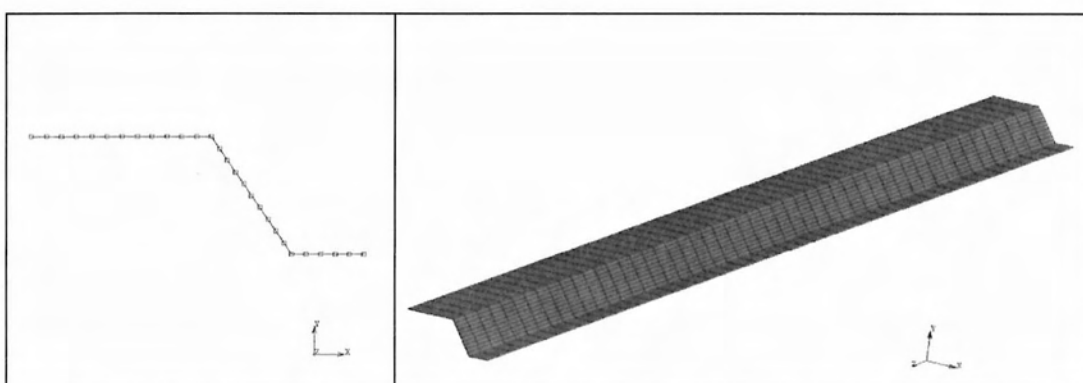


Σχήμα 5.6: Διαμόρφωση της διατομής του μοντέλου του SYMDECK 150.

Έτσι, εκμεταλλευόμενοι σε κάθε περίπτωση τη συμμετρία, καταλήξαμε στην επίλυση ενός μοντέλου αποτελούμενο από το 1/4 των στοιχείων του αρχικού, πετυχαίνοντας μείωση του υπολογιστικού κόστους. Η ίδια αυτή μορφοποίηση, έγινε τόσο στην περίπτωση του ELT 50 όσο και στου SYMDECK 150 (σχήματα 5.7 και 5.8).



Σχήμα 5.7: Το προσομοίωμα του SYMDECK 150 αποτελείται από 2200 στοιχεία και 2295 κόμβους.



Σχήμα 5.8: Το προσομοίωμα του ELT 50 αποτελείται από 1350 στοιχεία και 1428 κόμβους.

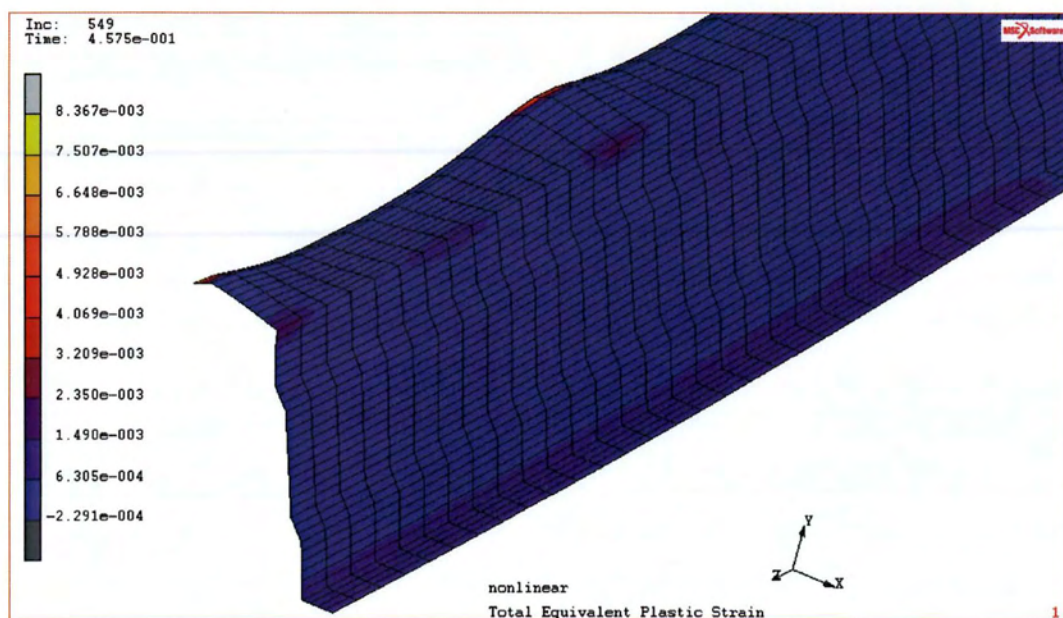
Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είναι χάλυβας ψυχρής έλασης CR320 με τάση διαρροής $f_y = 320 \text{ N/mm}^2$ και τάση θραύσης $f_u = 400 \text{ N/mm}^2$. Η αύξηση του ορίου διαρροής λόγω κράτυνσης, δεν λήφθηκε υπόψη. Το μέτρο ελαστικότητας λήφθηκε $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ και ο λόγος Poisson $\nu = 0.3$.

Η φόρτιση έγινε σε απόσταση 700 mm από την κύλιση με συνοριακές συνθήκες κατακόρυφης ελεγχόμενης μετακίνησης, στους κόμβους του άνω πέλματος για τις μη-γραμμικές αναλύσεις. Επίσης στην ίδια θέση έγινε φόρτιση με μοναδιαίο φορτίο για τον προσδιορισμό των ιδιομορφών και ιδιοτιμών του λυγισμού, μέσω της ιδιομορφικής ανάλυσης λυγισμού του προγράμματος (buckling analysis).

Η επίλυση του μη-γραμμικού φορέα, από το πρόγραμμα ανάλυσης, έγινε χρησιμοποιώντας θεωρία μεγάλων μετακινήσεων. Επίσης το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα συνέχισης των υπολογισμών κατά την εμφάνιση μη-θετικών οριζουσών των μητρώων δυσκαμψίας, που είναι αποτέλεσμα των φαινομένων αστάθειας. Η προσεγγιστική μέθοδος ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκε είναι η Newton-Raphson. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων, στις θέσεις όλων των κόμβων του μοντέλου μετά από κάθε βήμα του υπολογισμού, περιλαμβάνουν:

- τις μετακινήσεις και τις στροφές των κόμβων.
- τις αναπτυσσόμενες αντιδράσεις
- τις αναπτυσσόμενες τάσεις Von-Misses
- τις αναπτυσσόμενες πλαστικές, αλλά και συνολικές παραμορφώσεις των στοιχείων
- τη μορφή του παραμορφωμένου φορέα.

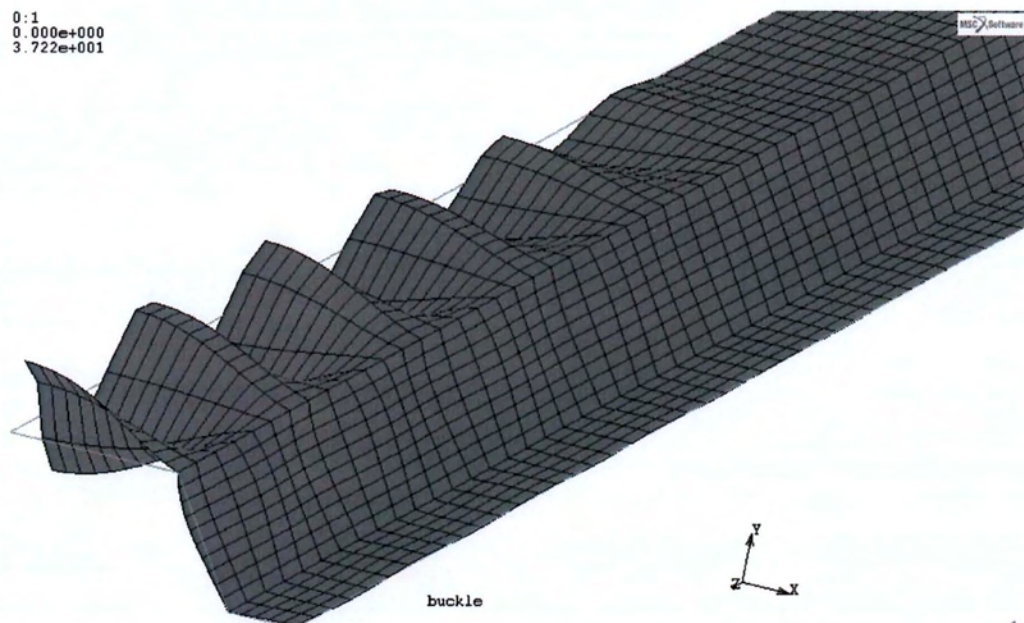
Πέρα από τις αριθμητικές τιμές των αποτελεσμάτων δίνεται και η γραφική απεικόνιση, η οποία βοηθά στην κατανόηση της συμπεριφοράς του μοντέλου. Στο σχήμα 5.9 για παράδειγμα, διακρίνεται η διαρροή του εφελκόμενου πέλματος και τμήματος του κορμού αλλά και η συγκέντρωση πλαστικών παραμορφώσεων γύρω από τις θέσεις λυγισμού της ενίσχυσης του θλιβόμενου πέλματος.



Σχήμα 5.8: Γραφική απεικόνιση του παραμορφωμένου φορέα και των αναπτυσσόμενων πλαστικών παραμορφώσεων, μετά το βήμα 549 της ανάλυσης.

Έχοντας προσδιορίσει τις ιδιομορφές λυγισμού, για κάθε πάχος t της διατομής, στη συνέχεια αυτές χρησιμοποιήθηκαν σαν αρχική ατέλεια του μοντέλου του φορέα σε μη-γραμμικές αναλύσεις (σχήμα 5.9).

Inc: 0:1
Time: 0.000e+000
Fac: 3.722e+001



Σχήμα 5.10: Ιδιομορφή λυγισμού του ELT 50 με $t = 0.50\text{mm}$, μεγεθυμένη 200 φορές, η οποία χρησιμοποιήθηκε σαν αρχική ατέλεια στο αντίστοιχο μοντέλο.

5.3.2. Αποτελέσματα προσομοίωσης για το ELT 50

Το μοντέλο του ELT 50 αναλύθηκε για τέσσερα διαφορετικά πάχη του χαλυβδόφυλλου: $t = 0.50, 0.75, 1.00$ και 1.25 mm .

Για το καθένα, πραγματοποιήθηκε ιδιομορφική ανάλυση λυγισμού για τον προσδιορισμό της ιδιοτιμής του φορτίου λυγισμού M_{cr} και της ιδιομορφής λυγισμού. Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μη-γραμμικές αναλύσεις για τον φορέα, χωρίς αρχική ατέλεια (perfect) και για διαφορετικές τιμές του εύρους της αρχικής ατέλειας (perturbation): $0.5, 2.0, 5.0$ και 10.0mm .

Στους πίνακες που ακολουθούν περιλαμβάνονται οι εξής ροπές:

- $M_{Rdel,eff}$: Η ελαστική ροπή αντοχής της ενεργούς διατομής. (παρ. 4.3)
- $M_{Rdppl,eff}$: Η ροπή μερικής πλαστικοποίησης της ενεργού διατομής. (παρ. 4.3)
- M_{cr} : Η ροπή λυγισμού, που προέκυψε από την ιδιομορφική ανάλυση.

- M_{buckle} : Η ροπή για την οποία παρατηρείται λυγισμός κατά την ανάλυση του τέλειου φορέα.
- $M_{flange,y}$: Η ροπή για την οποία ξεκινά η διαρροή τουθλιβόμενου πέλματος της διατομής, σε κάθε ανάλυση, η οποία θεωρείται ως οριακή κατάσταση αστοχίας από τον κανονισμό.
- $M_{R,max}$: Η μέγιστη ροπή αντίστασης που αναπτύσσεται σε κάθε ανάλυση.

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 0.50 \text{ mm}$

t = 0.50 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	1.324 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	-	
buckling analysis		M_{cr}	0.208 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	1.304 KNm/m	
		$M_{R,max}$	1.943 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	1.342 KNm/m
			$M_{R,max}$	1.866 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	1.311 KNm/m
			$M_{R,max}$	1.837 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	1.164 KNm/m
			$M_{R,max}$	1.821 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	1.046 KNm/m
			$M_{R,max}$	1.766 KNm/m

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 0.75 \text{ mm}$

t = 0.75 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	2.696 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	-	
buckling analysis		M_{cr}	0.703 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	2.296 KNm/m	
		$M_{R,max}$	3.432 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	2.292 KNm/m
			$M_{R,max}$	3.441 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	2.196 KNm/m
			$M_{R,max}$	3.392 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	1.974 KNm/m
			$M_{R,max}$	3.231 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	1.744 KNm/m
			$M_{R,max}$	3.054 KNm/m

Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 1.00$ mm

t = 1.00 mm			
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	4.028 KNm/m
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	-
buckling analysis		M_{cr}	1.665 KNm/m
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	3.494 KNm/m
		$M_{R,max}$	4.993 KNm/m
	0.5mm	$M_{flange,y}$	3.432 KNm/m
		$M_{R,max}$	4.971 KNm/m
	2.0mm	$M_{flange,y}$	3.210 KNm/m
		$M_{R,max}$	4.861 KNm/m
	5.0mm	$M_{flange,y}$	2.849 KNm/m
		$M_{R,max}$	4.649 KNm/m
	10.0mm	$M_{flange,y}$	2.504 KNm/m
		$M_{R,max}$	4.410 KNm/m

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 1.25$ mm

t = 1.25 mm			
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	5.640 KNm/m
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	6.376 KNm/m
buckling analysis		M_{cr}	3.248 KNm/m
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	4.985 KNm/m
		$M_{R,max}$	6.602 KNm/m
	0.5mm	$M_{flange,y}$	4.766 KNm/m
		$M_{R,max}$	6.559 KNm/m
	2.0mm	$M_{flange,y}$	4.331 KNm/m
		$M_{R,max}$	6.385 KNm/m
	5.0mm	$M_{flange,y}$	3.780 KNm/m
		$M_{R,max}$	6.084 KNm/m
	10.0mm	$M_{flange,y}$	3.305 KNm/m
		$M_{R,max}$	5.749 KNm/m

5.3.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης για το SYMDECK 150

Το μοντέλο του SYMDECK150 αναλύθηκε για τέσσερα διαφορετικά πάχη του χαλυβδόφυλλου: $t=0.75, 1.00, 1.25$ και 1.50 mm.

Για το καθένα, πραγματοποιήθηκε ιδιομορφική ανάλυση για τον προσδιορισμό της ιδιοτιμής του φορτίου λυγισμού M_{cr} και της ιδιομορφής λυγισμού. Στη συνέχεια

πραγματοποιήθηκαν μη-γραμμικές αναλύσεις για τον φορέα χωρίς αρχική ατέλεια (perfect) και για διαφορετικές τιμές του εύρους της αρχικής ατέλειας (perturbation): 0.5, 2.0, 5.0 και 10.0mm.

Στους πίνακες που ακολουθούν περιλαμβάνονται οι τιμές των ροπών που αναφέρθηκαν και στην παράγραφο 5.3.2

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 0.75 \text{ mm}$

t = 0.75 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	13.036 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	13.600 KNm/m	
buckling analysis		M_{cr}	13.765 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	14.449 KNm/m	
		$M_{R_{max}}$	15.375 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	14.341 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	15.214 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	13.278 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	14.520 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	11.208 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	13.331 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	9.010 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	12.011 KNm/m

Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 1.00 \text{ mm}$

t = 1.00 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	17.786 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	19.607 KNm/m	
buckling analysis		M_{cr}	25.175 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	23.730 KNm/m	
		$M_{R_{max}}$	23.948 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	20.780 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	22.104 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	18.841 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	20.954 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	15.530 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	19.099 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	12.565 KNm/m
			$M_{R_{max}}$	17.015 KNm/m

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 1.25\text{mm}$

t = 1.25 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	21.643 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	25.252 KNm/m	
buckling analysis		M_{cr}	45.142 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	30.034 KNm/m	
		$M_{R,max}$	30.759 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	28.126 KNm/m
			$M_{R,max}$	28.920 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	24.561 KNm/m
			$M_{R,max}$	27.489 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	20.499 KNm/m
			$M_{R,max}$	25.102 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	16.418 KNm/m
			$M_{R,max}$	22.296 KNm/m

Πίνακας 5.8: Αποτελέσματα αναλύσεων για $t = 1.50\text{mm}$

t = 1.50 mm				
Αντοχή βάσει του EC-3		$M_{Rd\ el,eff}$	27.143 KNm/m	
		$M_{Rd\ ppl,eff}$	33.232 KNm/m	
buckling analysis		M_{cr}	59.600 KNm/m	
nonlinear analysis	perfect	$M_{flange,y}$	36.146 KNm/m	
		$M_{R,max}$	37.426 KNm/m	
	perturbation	0.5mm	$M_{flange,y}$	34.034 KNm/m
			$M_{R,max}$	35.966 KNm/m
		2.0mm	$M_{flange,y}$	29.216 KNm/m
			$M_{R,max}$	34.117 KNm/m
		5.0mm	$M_{flange,y}$	23.866 KNm/m
			$M_{R,max}$	31.269 KNm/m
		10.0mm	$M_{flange,y}$	19.847 KNm/m
			$M_{R,max}$	27.790 KNm/m

Τόσο για το SYMDECK 150 όσο και για το ELT 50 παρατηρήθηκε ότι τα αποτελέσματα των αναλύσεων δείχνουν φυσιολογικά. Δεν υπάρχει κάποια υπέρβαση του φυσικού ορίου αντοχής, αλλά σε αρκετές περιπτώσεις οι τιμές των $M_{R,max}$ που αναπτύχθηκαν κατά τις αναλύσεις, είναι σημαντικά μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες ροπές αντοχής που υπολογίσθηκαν στο κεφάλαιο 4.

6. Μελέτη αποτελεσμάτων και συμπεράσματα

6.1. Γενικά

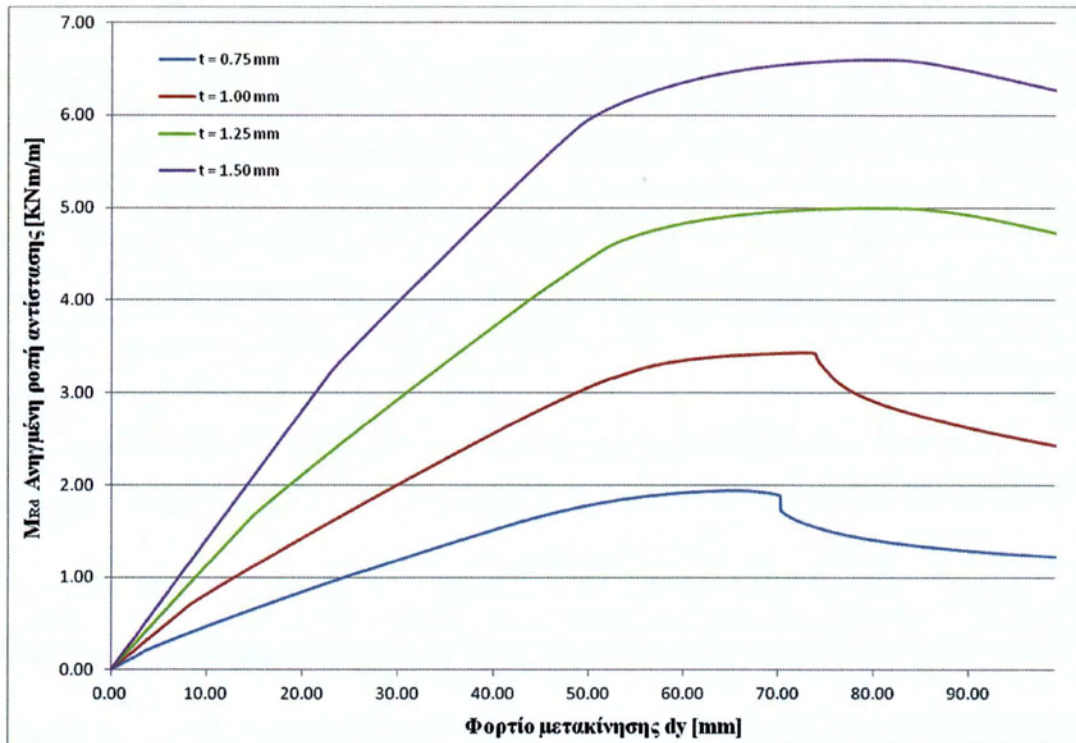
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μελέτη των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις αναλύσεις του κεφαλαίου 5 και τους υπολογισμούς του κεφαλαίου 4. Όπως αναφέρθηκε, σύμφωνα με τον EN 1993, 1-3 του EC-3, θεωρείται ότι η οριακή κατάσταση αστοχίας έναντι καθαρής μονοαξονικής κάμψης, επιτυγχάνεται κατά τη διαρροή του θλιβόμενου πέλματος της διατομής. Για το λόγο αυτό, γίνεται σύγκριση των αντοχών που υπολογίστηκαν τόσο με τις μέγιστες ροπές αντίστασης όσο και με τις τιμές της ροπής για τις οποίες ξεκινά η διαρροή του θλιβόμενου πέλματος κατά τις υπολογιστικές αναλύσεις. Επίσης παρατίθενται συγκριτικά διαγράμματα ροπής – μετακίνησης για διαβαθμιζόμενο πάχος διατομής αλλά και για διαφορετικές τιμές εύρους της αρχικής ατέλειας του φορέα.

6.2. Επιρροή πάχους χαλυβδόφυλλου στην απόκριση

6.2.1. ELT 50

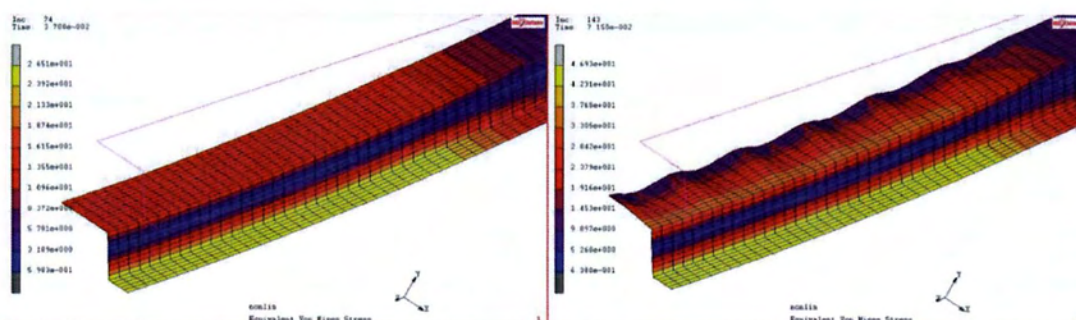
Με την αύξηση του πάχους t , αυξάνεται η ροπή αδράνειας της συνολικής διατομής. Πέρα από την αύξηση αυτή έχουμε και μείωση της λυγηρότητας των πλακιδίων που αποτελούν τη διατομή. Το αποτέλεσμα είναι τα φαινόμενα τοπικού λυγισμού σε περιοχές της διατομής, να παρουσιάζονται για μεγαλύτερα φορτία κάτι που μπορεί να παρατηρηθεί από το σχήμα 6.1. Το πρώτο σημείο αλλαγής κλίσης κάθε καμπύλης $M-u$ του διαγράμματος αντιστοιχεί στο φορτίο εμφάνισης λυγισμού του φορέα.

Μετά την εμφάνιση λυγισμού, γίνεται ανακατανομή των τάσεων (σχήμα 6.2). Ένα τμήμα του πέλματος και του κορμού απενεργοποιείται και το θλιπτικό φορτίο συγκεντρώνεται στα ακραία θλιβόμενα τμήματα. Αυξάνοντας τη φόρτιση περαιτέρω, οι παραμορφώσεις λόγω τοπικού λυγισμού μεγαλώνουν και οι απενεργοποιημένες περιοχές της διατομής επεκτείνονται. Η συγκέντρωση αυτή των τάσεων, οδηγεί σε διαρροή του θλιβόμενου πέλματος και μείωση της δυσκαμψίας.

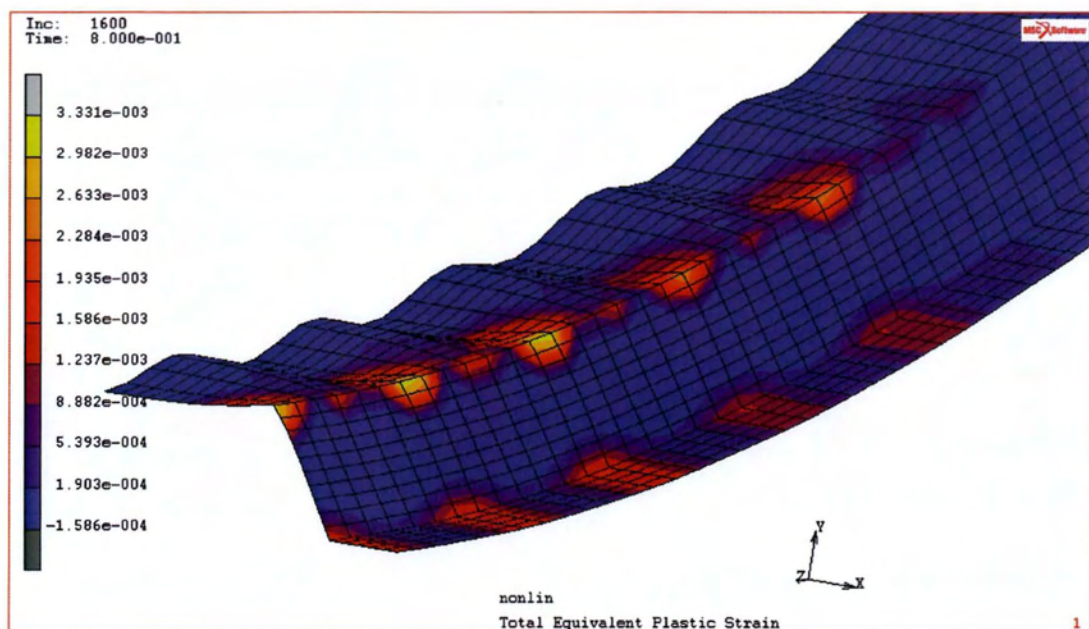


Σχήμα 6.1: Διάγραμμα ροπής – μετακίνησης για διαφορετικά πάχη t του ELT 50

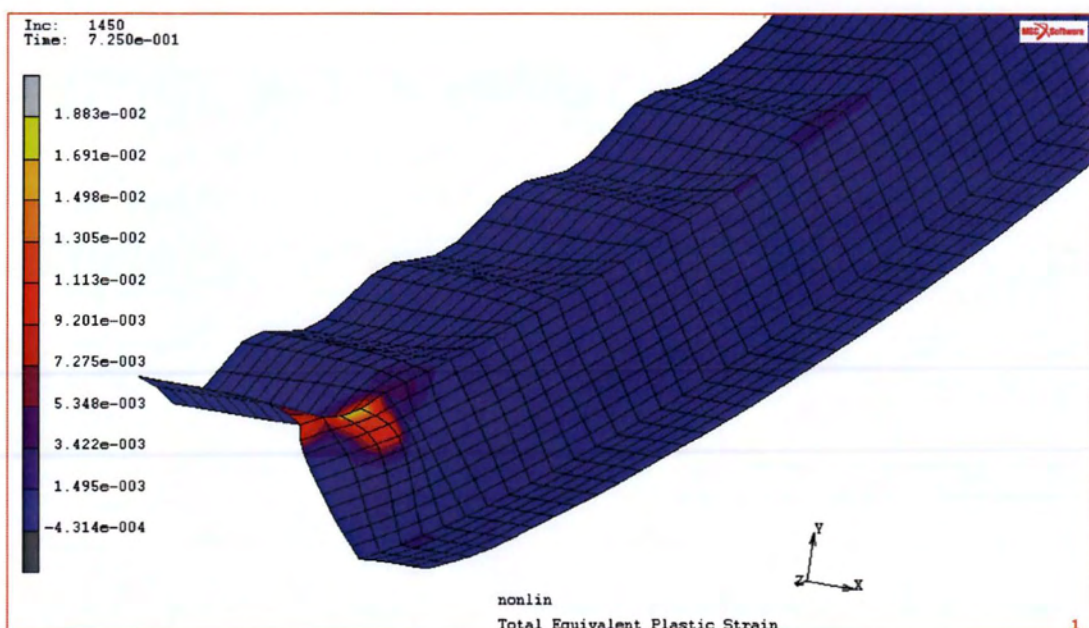
Τελικά η δυσκαμψία μηδενίζεται, είτε επειδή ολόκληρη η ενεργός διατομή θα έχει πλαστικοποιηθεί (σχήμα 6.3), είτε επειδή θα υποστεί λυγισμό και το τελευταίο θλιβόμενο τμήμα της διατομής σε κάποια θέση κατά μήκος του φορέα (σχήμα 6.4). Στην πρώτη περίπτωση, όπως συμβαίνει για τα πάχη 1.00 και 1.25 mm η ελάττωση της δυσκαμψίας είναι ομαλή. Αντίθετα στη δεύτερη περίπτωση (πάχη 0.50 και 0.75 mm), έχουμε απότομη πτώση της απόκρισης μετά το λυγισμό των ακραίων, θλιβόμενων πλακιδίων.



Σχήμα 6.2: Απεικόνιση της ροής των τάσεων VonMises πριν και μετά τον λυγισμό.



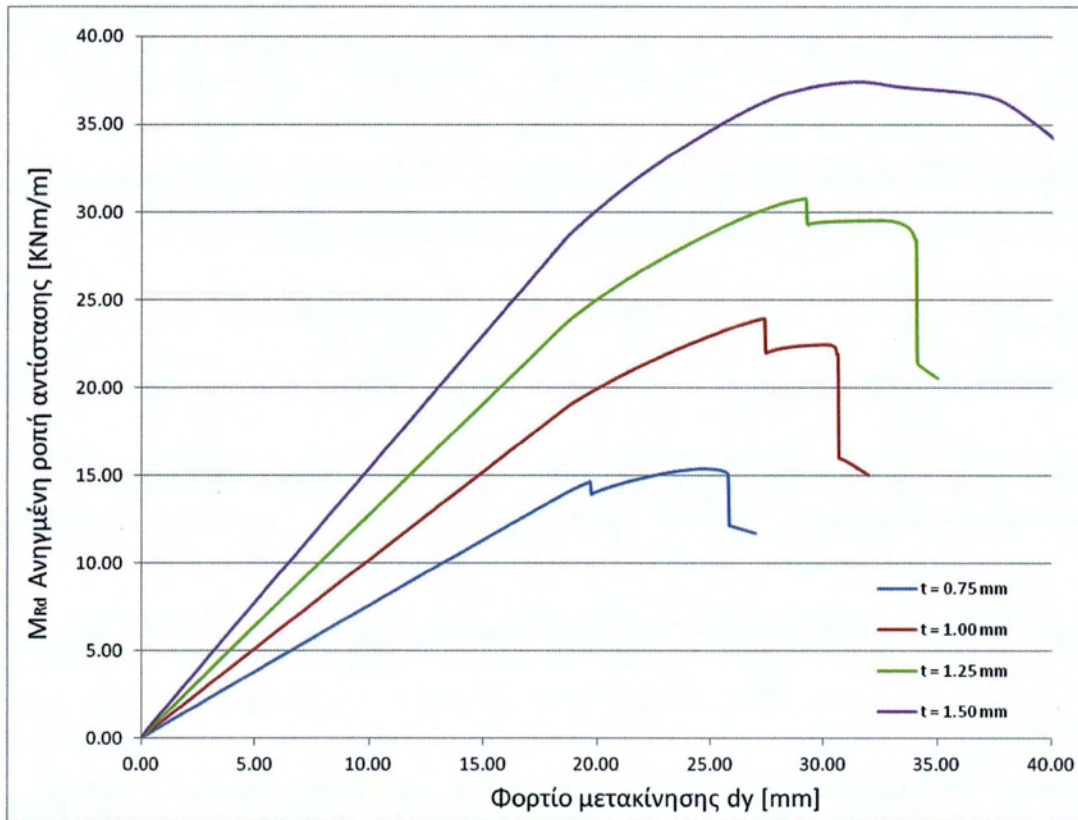
Σχήμα 6.4: Πλαστικοποίηση των ενεργών επίπεδων στοιχείων της διατομής. ($t = 1.00$ mm)



Σχήμα 6.4: Συγκέντρωση πλαστικών παραμορφώσεων μετά από τοπικό λυγισμό της θέσης σύνδεσης θλιβόμενου πέλματος – κορμού. ($t = 0.50$ mm)

6.2.2. SYMDECK 150

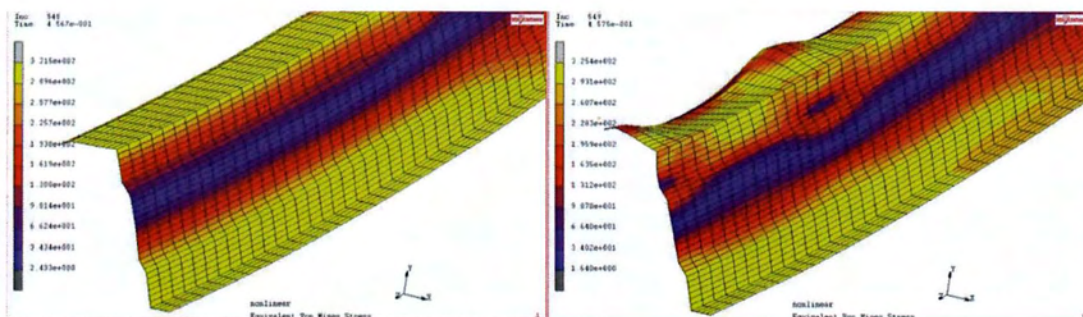
Το τραπεζοειδές αυτό χαλυβδόφυλλο έχει μεγάλο ύψος διατομής, που του προσδίδει δυσκαμψία, ενώ αποτελείται από ενισχυμένα επίπεδα πλακίδια μικρής λυγηρότητας που εμποδίζουν την ανάπτυξη φαινομένων λυγισμού. Έτσι η δυσκαμψία διατηρείται ισχυρή μέχρι τον απότομο λυγισμό της ενίσχυσης του θλιβόμενου πέλματος (σχήμα 6.5).



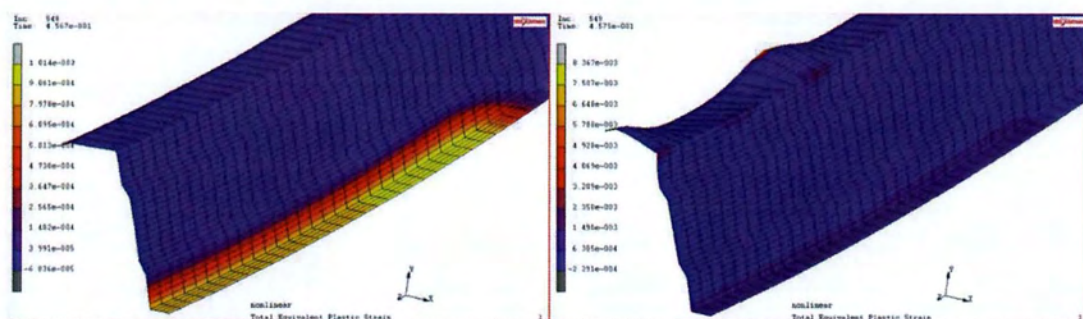
Σχήμα 6.5: Διάγραμμα ροπής – μετακίνησης για διαφορετικά πάχη t του SYMDECK 150

Για το μικρότερο πάχος υπολογισμού ($t = 0.75$ mm), παρατηρείται ότι μέχρι την στρέβλωση της θλιβόμενης ενίσχυσης, το διάγραμμα ροπής μετακίνησης είναι σχεδόν γραμμικό, ενώ και μετά τη στρέβλωση υπάρχουν περιθώρια αντοχής.

Αντίθετα για τα πάχη 1.00 και 1.25 mm, η διαρροή του εφελκυσμένου τμήματος της διατομής έχει ήδη προχωρήσει αρκετά, ώστε όταν τελικά επέλθει ο λυγισμός της ενίσχυσης η αντοχή θα μειωθεί απότομα. Στα σχήματα 6.6 και 6.7, απεικονίζονται οι συνολικές τάσεις και οι πλαστικές παραμορφώσεις αντίστοιχα, για το βήμα πριν και μετά το λυγισμό.

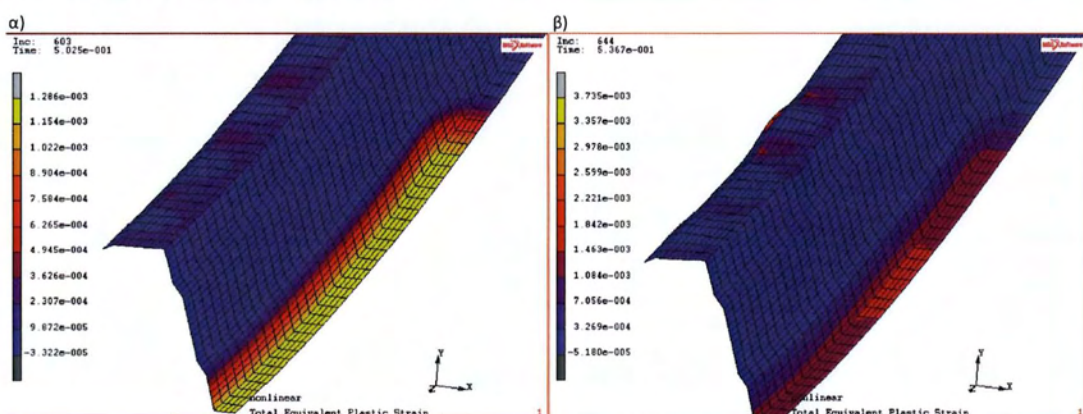


Σχήμα 6.6: Απεικόνιση της ροής των τάσεων Von Mises, για το βήμα της ανάλυσης, πριν και μετά τον λυγισμό.



Σχήμα 6.9: Απεικόνιση των πλαστικών παραμορφώσεων, για το βήμα της ανάλυσης, πριν και μετά τον λυγισμό.

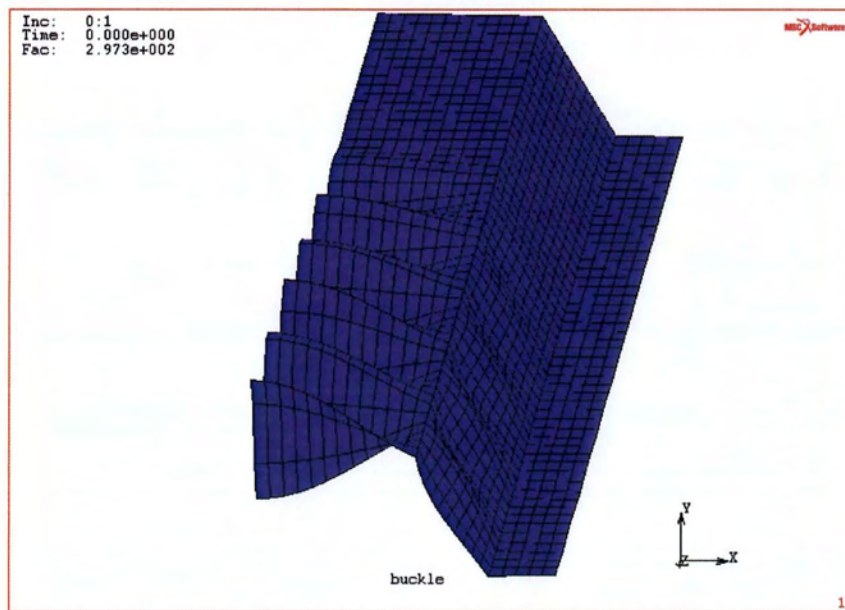
Τέλος για το πάχος $t = 1.50 \text{ mm}$, η συμπεριφορά του είναι αρχικά παρόμοια με αυτή που προέκυψε για τα πάχη 1 και 1.25 mm. Στη συνέχεια όμως πλαστικοποιείται και το θλιβόμενο πέλμα προτού εμφανιστεί λυγισμός στην ενίσχυση (σχήμα 6.10α). Ακόμη και μετά το λυγισμό οι πλαστικές παραμορφώσεις δεν συγκεντρώνονται σε ένα σημείο γύρω από αυτή, αλλά παραμένουν εξαπλωμένες κατά μήκος (σχήμα 6.10β), προσδίδοντας πιο πλάσιμη συμπεριφορά.



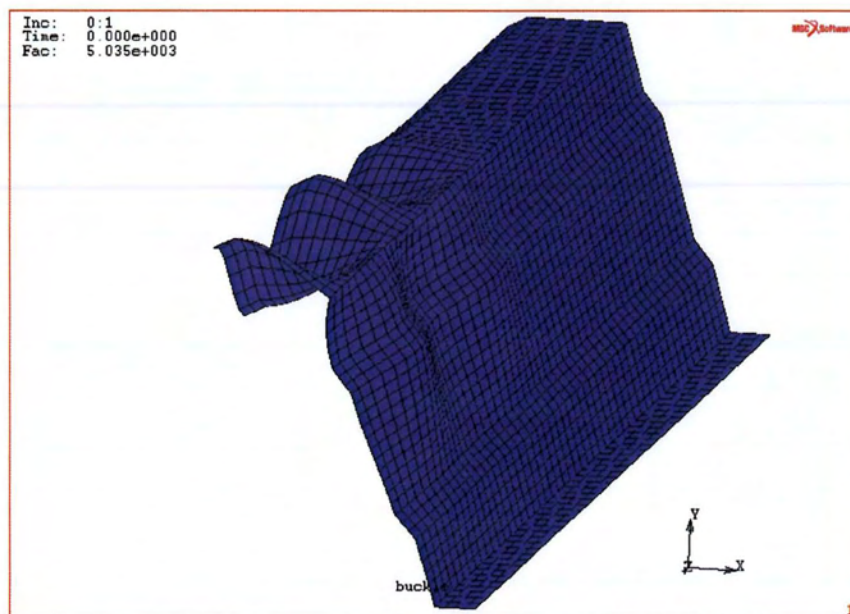
Σχήμα 6.10: Απεικόνιση των πλαστικών παραμορφώσεων, πριν και μετά τον λυγισμό.

6.3. Επιρροή αρχικής ατέλειας στην απόκριση

Στην παράγραφο αυτή μελετούνται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από μη-γραμμικές αναλύσεις του φορέα με την ιδιομορφή λυγισμού σαν αρχική ατέλεια, για τα 2 χαλυβδόφυλλα (σχήματα 6.11 και 6.12). Το εύρος του κυματισμού της ιδιομορφής (perturbation), ορίστηκε για κάθε περίπτωση 0.5, 2.0, 5.0 και 10.0 mm.



Σχήμα 6.11: Η ιδιομορφή λυγισμού του ELT 50 ($t = 1.00$ mm)

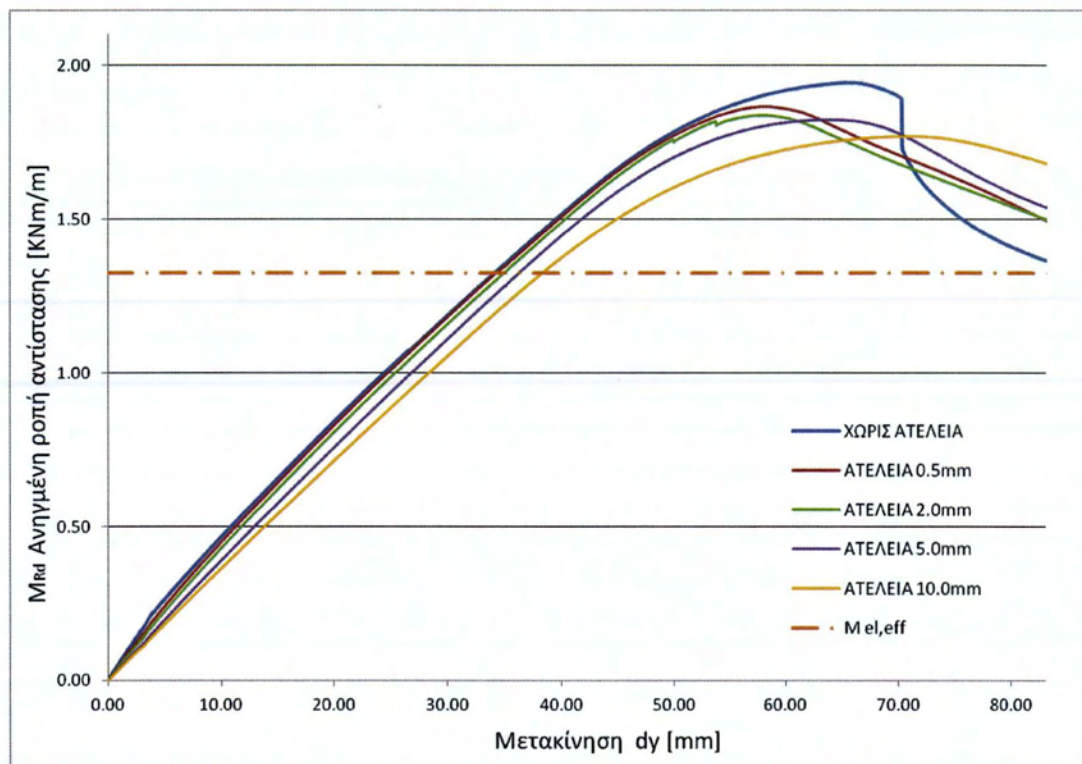


Σχήμα 6.12: Η ιδιομορφή λυγισμού του SYMDECK 150 ($t = 1.00$ mm)

Στα διαγράμματα των δύο επόμενων ενοτήτων, συγκρίνονται οι καμπύλες ροπής αντίστασης – φορτίου κατακόρυφης μετακίνησης, από τις αναλύσεις με αρχικές ατέλειες. Επίσης στα διαγράμματα περιλαμβάνεται και η ροπή αντοχής της ενεργού διατομής όπως αυτή υπολογίσθηκε στην παράγραφο 4. Σημειώνεται ότι η ροπή αντοχής, δηλαδή η ροπή της οριακής κατάστασης αστοχίας, είναι η ροπή για την οποία ξεκινά η διαρροή του θλιβόμενου πέλματος της διατομής. Εάν αυτή είναι η μέγιστη ελαστική ροπή της ενεργού διατομής, σημειώνεται ως $M_{el,eff}$, ενώ εάν έχει ήδη προηγηθεί πλαστικοποίηση του θλιβόμενου πέλματος, ονομάζεται ελαστοπλαστική τιμή αντοχής και συμβολίζεται ως $M_{ppl,eff}$.

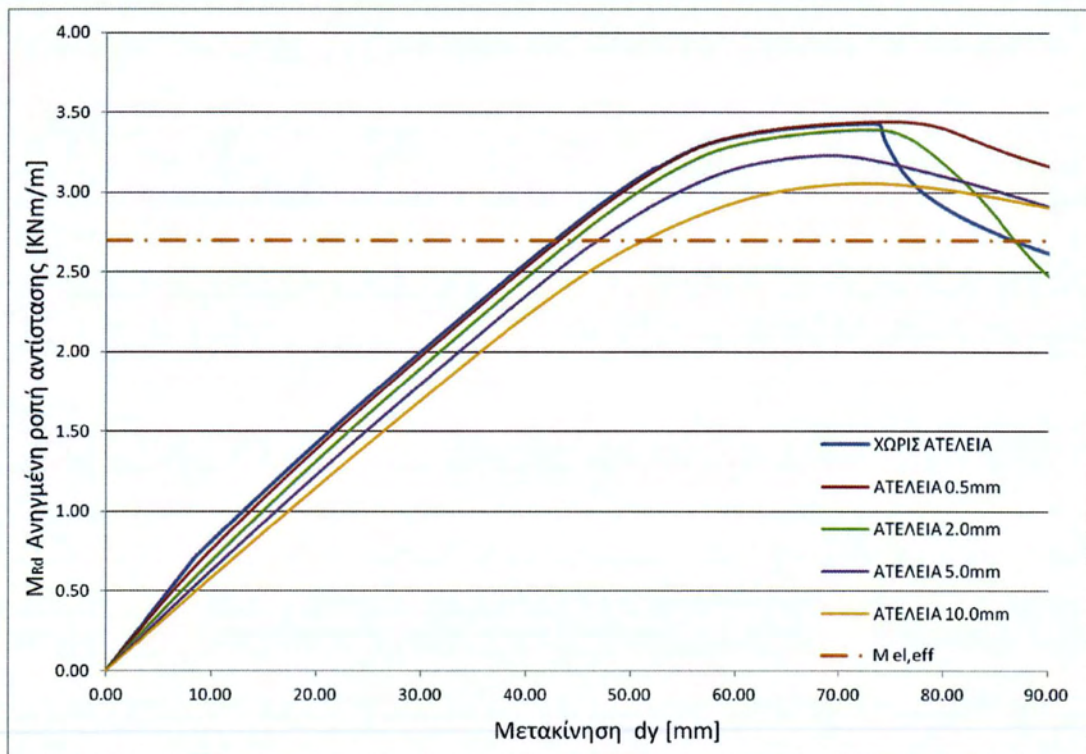
6.3.1. ELT 50

Στην παράγραφο 6.2.1 παρατηρήθηκε ότι για πάχη 0.50 και 0.75 mm της διατομής παρατηρείται απότομη πτώση της αντοχής μετά τον τοπικό λυγισμό των ακραίων πλακιδίων του θλιβόμενου πέλματος. Με την εισαγωγή όμως αρχικής ατέλειας, ακόμη και του ελάχιστου αρχικού εύρους (0.5 mm) στο μοντέλο, αυτό το φαινόμενο δεν εμφανίζεται. Η παραμόρφωση του φορέα ακολουθεί την αρχική ατελή γεωμετρία και η καμπύλες ροπής – μετακίνησης είναι ομαλές.



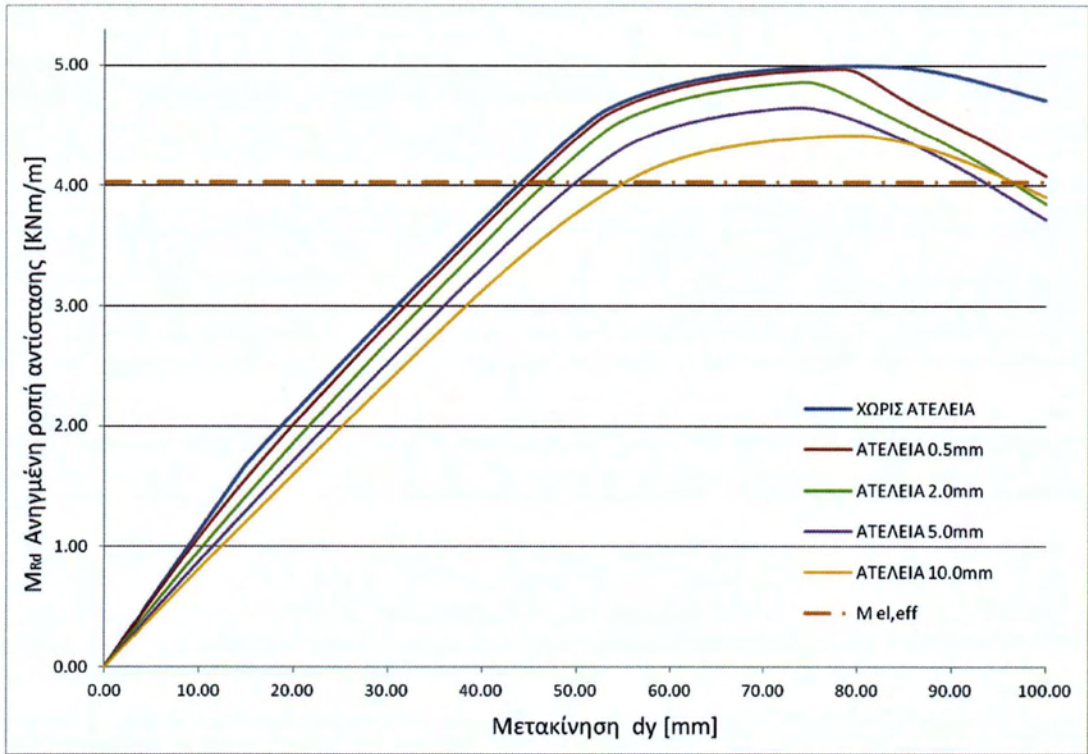
Σχήμα 6.13: Γράφημα M – u για πάχος $t = 0.50$ mm του ELT 50

Παρατηρείται επίσης ότι η δυσκαμψία του φορέα ελάχιστα αλλάζει με την εισαγωγή αρχικής ατέλειας αμελητέου εύρους (0.5 και 2.0 mm). Στην περίπτωση μεγαλύτερου εύρους ατέλειας, η μείωση της δυσκαμψίας γίνεται περισσότερο αισθητή. Πρέπει να σημειωθεί για την καμπύλη της ανάλυσης με εύρος ατέλειας 0.5 mm, για $t = 0.75$ mm ότι η μέγιστη ροπή αντίστασης είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από αυτή της ανάλυσης χωρίς ατέλεια (3.441 KNm/m έναντι 3.432 KNm/m). Η αμελητέα όμως αυτή διαφορά θα μπορούσε να δικαιολογηθεί ως θέμα ακρίβειας της ανάλυσης.

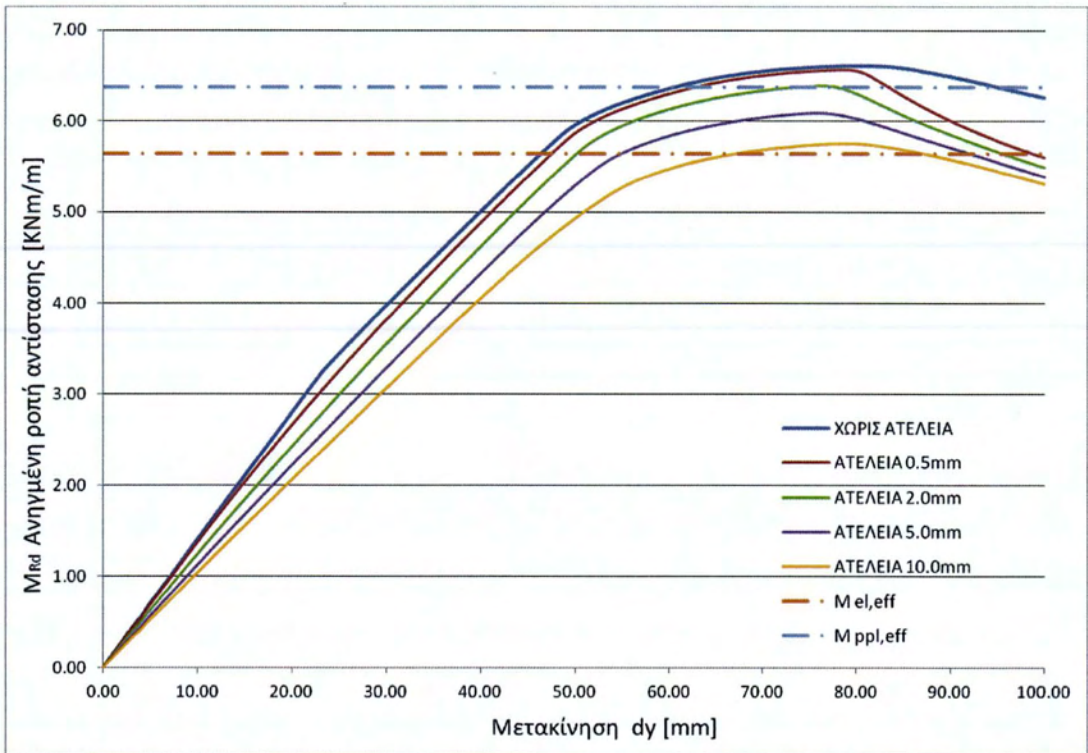


Σχήμα 6.14: Γράφημα $M - u$ για πάχος $t = 0.75$ mm του ELT 50

Σε σύγκριση με της ροπές αντοχής του κανονισμού, παρατηρείται ότι οι M_{max} που προκύπτουν από τις μη-γραμμικές αναλύσεις του φορέα χωρίς ατέλεια, είναι κατά 20-30% μεγαλύτερες, ενώ η M_{max} είναι μεγαλύτερη, ακόμη και για τη μέγιστη εισαγόμενη αρχική ατέλεια (εύρους 10mm). Εξάιρεση αποτελεί η περίπτωση του $t = 1.25$ mm. Στην περίπτωση αυτή η αντοχή $M_{ppI,eff} = 6.376$ KNm/m, που είναι μόλις κατά 4% μικρότερη της M_{max} του μοντέλου χωρίς ατέλεια ενώ ταυτίζεται με αυτή της αρχικής ατέλειας 2 mm.



Σχήμα 6.14: Γράφημα M – u για πάχος $t = 1.00\text{mm}$ του ELT 50

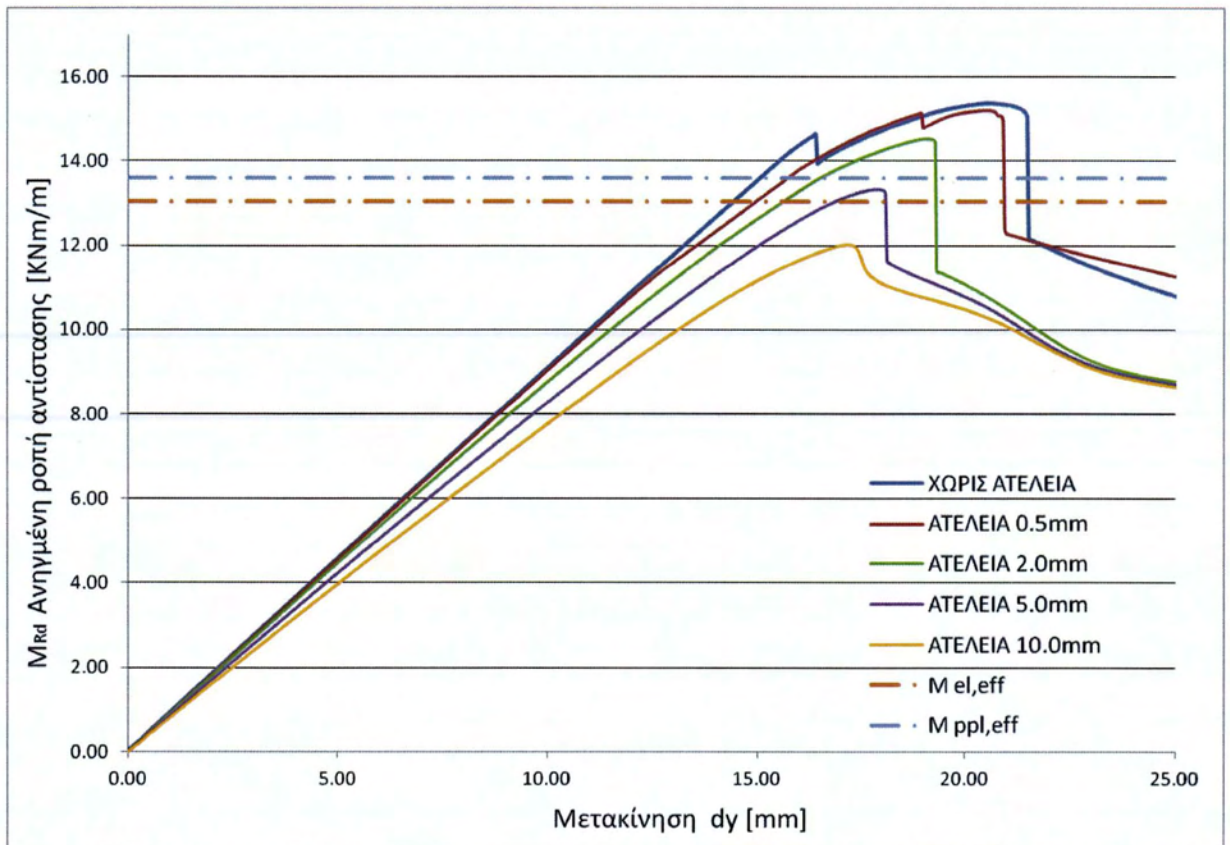


Σχήμα 6.14: Γράφημα M – u για πάχος $t = 1.25\text{mm}$ του ELT 50

6.3.2. SYMDECK 150

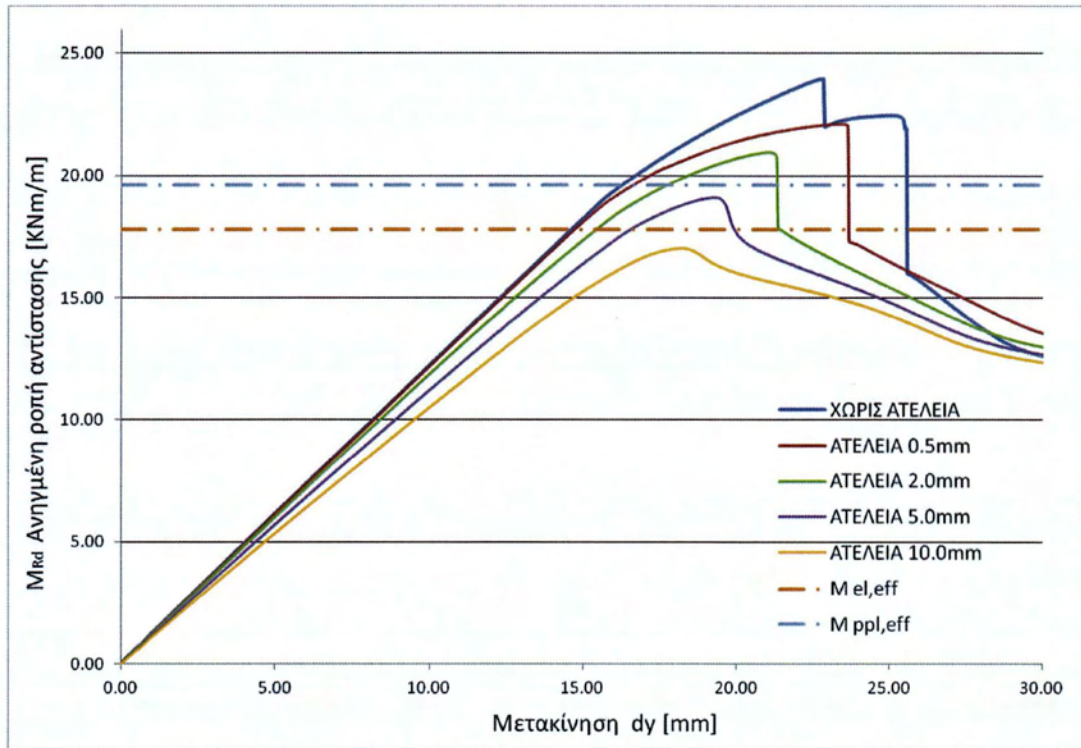
Η διατομή του SYMDECK 150, αποτελείται από ενισχυμένα επίπεδα στοιχεία. Οι ενισχύσεις μειώνουν σημαντικά την λυγηρότητα των πελμάτων και του κορμού και τα φαινόμενα πρόωρων λυγισμών αποφεύγονται. Παρουσιάζει έτσι μια περισσότερο γραμμική και με λιγότερες αβεβαιότητες συμπεριφορά, τουλάχιστο μέχρι να υποστεί λυγισμό η ίδια η ενίσχυση του πέλματος, όπως ήδη αναφέρθηκε στην ενότητα 6.2.2.

Η εισαγωγή αρχικής ατέλειας, μικρού εύρους (0.5 – 2.0 mm) δεν μεταβάλλει σημαντικά την αρχική δυσκαμψία. Η δυσκαμψία όμως ελαττώνεται ταχύτερα όσο αυξάνουν οι επιβαλλόμενες παραμορφώσεις, κυρίως λόγω της αρχικής καμπυλότητας των ενδιάμεσων ενισχύσεων. Έτσι, οι μέγιστες ροπές αντίστασης από τις αναλύσεις με αρχική ατέλεια είναι μειωμένες. Η ευαισθησία μάλιστα της απόκρισης, στο εύρος αρχικής ατέλειας, δείχνει να είναι αρκετά σημαντικότερη από αυτή του μη-ενισχυμένου ELT 50.

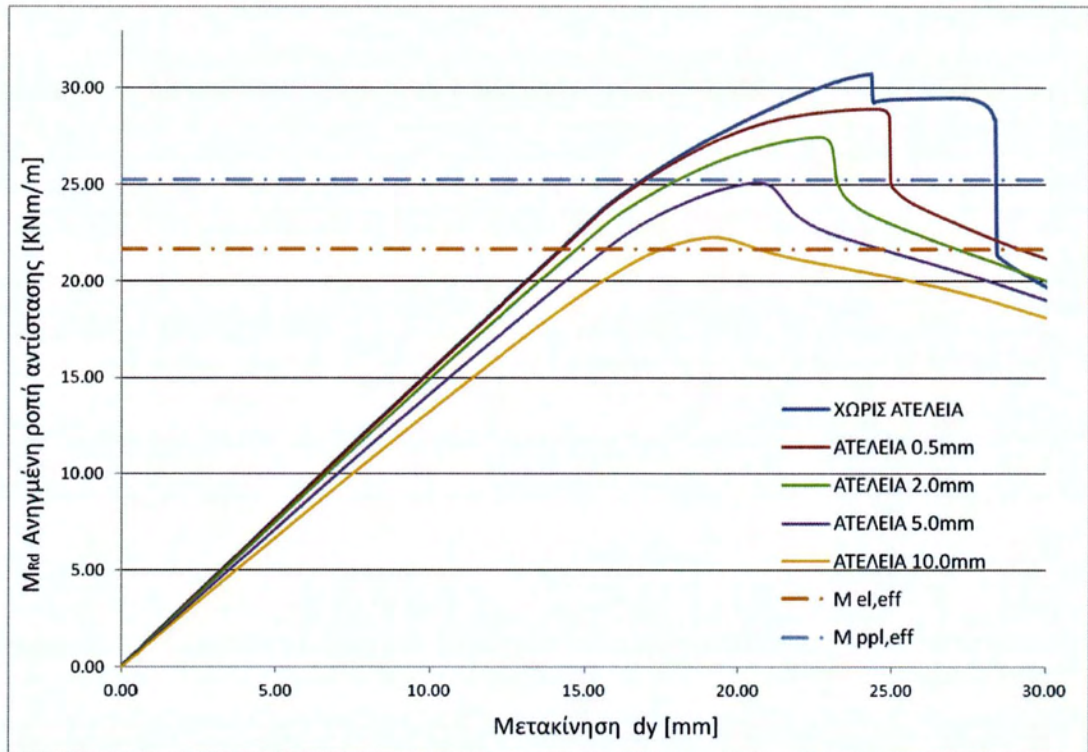


Σχήμα 6.14: Γράφημα $M - u$ για πάχος $t = 0.75 \text{ mm}$ του SYMDECK150

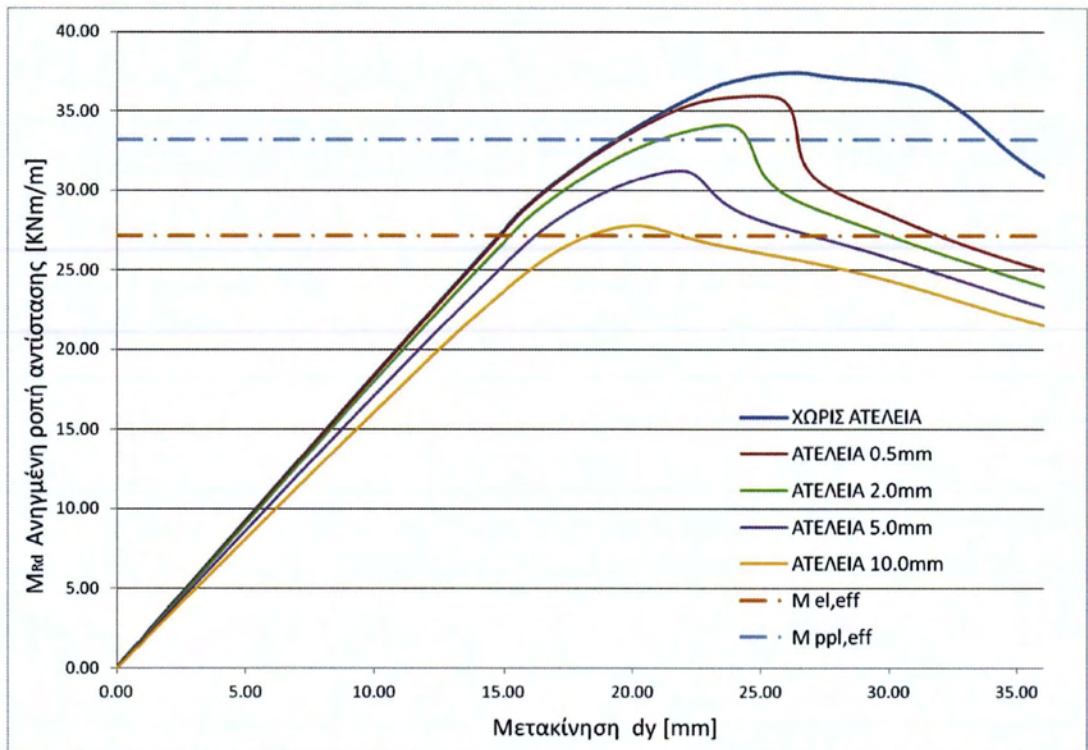
Σε σύγκριση με της ροπές αντοχής του κανονισμού, παρατηρείται ότι η M_{max} που προκύπτει από τις μη-γραμμικές αναλύσεις του φορέα χωρίς ατέλεια είναι κατά 11-18% μεγαλύτερη από την τιμή της αντοχής $M_{ppl,eff}$. Επίσης, η τιμή της $M_{ppl,eff}$, βρίσκεται μεταξύ των τιμών της μέγιστης ροπής M_{max} , που προκύπτουν από τις αναλύσεις με ατέλεια εύρους 2 και 5 mm, για κάθε πάχος της διατομής.



Σχήμα 6.14: Γράφημα M – u για πάχος $t = 1.00\text{mm}$ του SYMDECK150



Σχήμα 6.14: Γράφημα $M - u$ για πάχος $t = 1.25$ mm του SYMDECK150



Σχήμα 6.14: Γράφημα $M - u$ για πάχος $t = 1.50$ mm του SYMDECK150

6.4. Συμπεράσματα

Στόχος της εργασίας αυτής ήταν να προσδιορισθεί η ακρίβεια με την οποία υπολογίζεται η ροπή αντοχής των λεπτότοιχων τραπεζοειδών διατομών βάσει του Ευρωκώδικα 3, μέρος EN 1993-1-3.

Η απόκλιση της ροπής αντοχής του Ευρωκώδικα, από τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης, είναι διαφορετική για τα δύο χαλυβδόφυλλα που μελετήθηκαν. Για το SYMDECK 150 υπάρχει μεγαλύτερη ταύτιση στις τιμές από ότι για το ELT 50 και σε αυτό φαίνεται να συντελούν δυο βασικές παράμετροι:

1) Η λυγηρότητα του στοιχείου.

Το SYMDECK 150 αποτελείται από ενισχυμένα επίπεδα στοιχεία, μικρής λυγηρότητας. Η περιοχές που υπόκεινται λυγισμό είναι σχετικά μικρές σε σχέση με τη συνολική διατομή και η προσεγγιστική μέθοδος του κανονισμού προσδιορίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την ενεργό διατομή και τη ροπή έναρξης πλαστικοποίησης του θλιβόμενου πέλματος. Αντίθετα στην περίπτωση του ELT 50, η λυγηρότητα είναι μεγάλη και η μέθοδος του κανονισμού υπερεκτιμά την ενεργό διατομή, κάτι που φαίνεται από τα αποτελέσματα της ενότητας 5.3.2, όπου $M_{eff} \gg M_{flange,y}$.

2) Το κριτήριο αστοχίας.

Για καθαρή μονοαξονική κάμψη ορίσθηκε ως ροπή αντοχής η ροπή για την οποία διαρρέει το θλιβόμενο πέλμα. Στην πραγματικότητα η αντοχή μπορεί να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή. Οι αριθμητικές αναλύσεις έδειξαν, ότι ιδιαίτερα στην περίπτωση που η διαρροή ξεκινά στο θλιβόμενο πέλμα (περιπτώσεις $t = 0.50, 0.75$ και 1.00 mm του ELT 50), ο φορέας έχει σημαντικά ελαστοπλαστικά αποθέματα αντοχής πριν εμφανιστεί ο λυγισμός που οδηγεί τελικά στην αστοχία.

Το κριτήριο της αστοχίας του κανονισμού λοιπόν είναι συντηρητικό και μπορεί να αμφισβητηθεί. Έτσι, δεν πρέπει να λαμβάνεται υπόψη, εφόσον γίνεται μη γραμμική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και εξυπηρετεί μόνο στην περίπτωση υπολογισμών που βασίζονται στην αρχή της επιπεδότητας των διατομών.

Βιβλιογραφία

Βάγιας Ι. Κ. & Dubina D., 2004, «Σιδηρές κατασκευές από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.

Κουνάδης Α. Ν., 1996, «Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.

Παπαδρακάκης Μ., 2001, «Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.

ECCS TC7 TWG 7.5, 2008, «Practical Improvement of Design Procedures – Worked Examples According to EN 1993-1-3 Eurocode 3, Part 1.3»

European Committee for Standardization, 2005, «Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings», Brussels.

European Committee for Standardization, 2006, «Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting», Brussels.

European Committee for Standardisation, 2006, «Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements», Brussels.

Mistakidis E. S. & Dimitriadis K.G., 2007, «Bending resistance of composite slabs made with thin-walled steel sheeting with indentations or embossments», Thin-Walled Structures, vol. 46, Issue 2, pp 192-206.

Marc 2011 User Manual, Volume A: «Theory and user information» & Volume B: «Element library»



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000124099