



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας – Πολυτεχνική Σχολή –  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

ΛΑΛΟΥΔΑΚΗΣ ΗΛΙΑΣ

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΚΑΥΣΙΜΩΝ ΣΕ ΠΡΑΤΗΡΙΑ

Επιβλέπων καθηγητής

Δρ. ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ.Δ. ΣΑΧΑΡΙΔΗΣ



**ΒΟΛΟΣ 2013**



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 1204/1  
Ημερ. Εισ.: 04-06-2013  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ  
2013  
ΛΑΛ



## ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Κοζανίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής

Λυμπερόπουλος Γεώργιος, Καθηγητής

Σαχαρίδης Γεώργιος, Λέκτορας (επιβλέπων καθηγητής)

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί αναφέρεται στην προσέγγιση λύσης στο πρόβλημα της διανομής καυσίμων από ένα διυλιστήριο σε έναν αριθμό από πρατήρια υγρών καυσίμων με τη χρήση βυτιοφόρων. Στη μελέτη αυτή παρουσιάζεται η γενική περιγραφή του προβλήματος μαζί με ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα. Επίσης, γίνεται αναφορά σε λογισμικά προγράμματα αλλά και επιστημονικές δημοσιεύσεις που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Το βασικό μέρος της παρούσας μελέτης είναι η αναλυτική περιγραφή και η υλοποίηση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων που επιλύουν το πρόβλημα. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού για την υλοποίηση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων. Ένα από τα σημαντικότερα τμήματα αυτής της διπλωματικής εργασίας, είναι η σύγκριση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων επίλυσης λαμβάνοντας υπ' όψιν την τιμή αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Τέλος, παρουσιάζεται η λύση από κάθε μοντέλο και κάθε ευρετική μέθοδο, η οποία απεικονίζει τα πρατήρια που θα εξυπηρετήσει κάθε βυτιοφόρο, αλλά και με ποια σειρά θα μεταβεί το κάθε βυτιοφόρο στα πρατήρια που του έχουν ανατεθεί.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας Κο Γεώργιο Κ.Δ. Σαχαρίδη, εκλεγμένο λέκτορα του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την βοήθεια, τις γνώσεις, την παρότρυνση αλλά και για τις πολύτιμες συμβουλές κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, για τη βοήθεια σε καίρια σημεία, την υποστήριξη και την ανταλλαγή πληροφοριών θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Λάμπρο Μπίζα, προπτυχιακό φοιτητή του τμήματος, την Ευτυχία Κωσταρέλου, υποψήφια διδάκτωρ του τμήματος, τον Αθανάσιο Καλτσά, πτυχιούχο του τμήματος αλλά και όλα τα παιδιά του εργαστηρίου Οργάνωσης Παραγωγής.

Ακόμη, ευχαριστώ όλους τους φίλους μου για την συμπαράσταση, την ανοχή όλο το διάστημα της εργασίας καθώς και τη βοήθεια που λίγο πολύ όλοι μου προσέφεραν. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για όλα τα εφόδια που μου έχει προσφέρει και για την συνεχή υποστήριξή τους.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ .....	3
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	5
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	7
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ .....	12
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ .....	12
ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ .....	17
1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ .....	19
1.1 Εισαγωγή.....	19
1.2 Περιγραφή προβλήματος .....	19
1.3 Ανάλυση λογισμικών που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων .....	26
1.3.1 Fuelsoft .....	27
1.3.2 TransLogix.....	28
1.3.3 Το λογισμικό Octane της Eurodecision για την Total.....	30
1.4 Επίλογος.....	32
2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ .....	33
2.1 Εισαγωγή.....	33
2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων .....	33
2.2.1 Distribution planning of bulk lubricants at BP Turkey (Furkan Uzar & Çatay, 2012) .....	33
2.2.2 Heuristic approach to fleet composition problem (Redmer, Żak, Sawicki, & Maciejewski, 2012) .....	35
2.2.3 Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing Problem in fuel delivery (Popović, Vidović, & Radivojević, 2012).....	37
2.3 Επίλογος.....	39
3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	41
3.1 Εισαγωγή.....	41
3.2 Μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι με χρήση παραδοχής .....	41
3.2.1 Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP).....	45



3.2.2	Εναλλακτική διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου για το (VRP) .....	48
3.2.3	Ανάπτυξη ισχυουσών ανισοτήτων (valid inequalities).....	52
3.2.4	Αλγόριθμος clustering με παραδοχή.....	53
3.3	Μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι χωρίς χρήση παραδοχής .....	59
3.3.1	Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για την διανομή καυσίμων .....	62
3.3.2	Αλγόριθμοι clustering χωρίς παραδοχή .....	65
3.3.2.1	Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I .....	65
3.3.2.2	Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II .....	72
3.3.3	Γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων .....	77
3.3.3.1	Συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων .....	77
3.3.3.2	Μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου .....	77
3.4	Επίλογος.....	79
4	ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	81
4.1	Εισαγωγή.....	81
4.2	Μέθοδοι επίλυσης.....	81
4.3	Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	82
4.3.1	Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής .....	83
4.3.1.1	Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με ισχύουσες ανισότητες .....	83
4.3.1.2	Αλγόριθμος clustering με παραδοχή.....	86
4.3.2	Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς παραδοχή.....	87
4.3.2.1	Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων.....	87
4.3.2.2	Αλγόριθμοι clustering χωρίς παραδοχή .....	88
4.3.2.2.1	Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I .....	88
4.3.2.2.2	Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II .....	89
4.3.2.3	Γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων .....	91
4.3.2.3.1	Συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων ..	91
4.3.2.3.2	Μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου .....	93

4.4	Επίλογος.....	96
5	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....	97
5.1	Εισαγωγή.....	97
5.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής ...	97
5.2.1	Σύγκριση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap.....	99
5.2.2	Σύγκριση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο .....	103
5.3	Σύγκριση αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής	106
5.4	Επίλογος.....	109
6	ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	111
7	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	115
7.1	Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής.....	116
7.1.1	Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).....	116
7.1.1.1	Συνδυασμοί ισχυρών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) .....	116
7.1.1.2	Αλγόριθμος clustering με παραδοχή.....	119
7.1.2	Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα).....	121
7.1.2.1	Συνδυασμοί ισχυρών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) .....	121
7.1.2.2	Αλγόριθμος clustering με παραδοχή.....	125
7.2	Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής .....	126
7.2.1	Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II .....	126
7.2.2	Μεταξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου .....	130
7.3	Μέγεθος προβλήματος.....	140
8	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	149

## ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1-1: Χάρτης πρατηρίων .....	21
Εικόνα 1-2: Πρατήριο υγρών καυσίμων με δεξαμενές.....	22
Εικόνα 1-3: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 36000 λίτρων.....	23
Εικόνα 1-4: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 24000 λίτρων.....	24
Εικόνα 1-5: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων.....	25
Εικόνα 1-6: Τομή βυτίου .....	26
Εικόνα 1-7: Λογότυπο του λογισμικού Fuelsoft.....	27
Εικόνα 1-8: Υπολογιστής συστήματος (POS) .....	28
Εικόνα 1-9: Λογότυπο της TransLogix.....	29
Εικόνα 1-10: Λογότυπο της Total.....	30
Εικόνα 1-11: Λογότυπο της Eurodecision .....	31
Εικόνα 3-1: Υποδιαδρομές .....	47
Εικόνα 3-2: Σημεία πριν το clustering .....	53
Εικόνα 3-3: Σημεία μετά το clustering .....	54
Εικόνα 7-1: Λύση μοντέλου clusters τύπου I (MC1) με παραδοχή.....	120
Εικόνα 7-2: Λύση μοντέλου χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL) χωρίς παραδοχή .....	127
Εικόνα 7-3: Λύση μοντέλων χώρισμα 1ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1) και χώρισμα 2ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2) χωρίς παραδοχή.....	128

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2-1: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το παράδειγμα .....	34
Πίνακας 2-2: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το παράδειγμα .....	35
Πίνακας 2-3: Διαφορές Προβλήματος σύνθεσης στόλου - Προβλήματος διανομής υγρών καυσίμων.....	37
Πίνακας 2-4: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το παράδειγμα .....	39
Πίνακας 2-5: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το παράδειγμα .....	39
Πίνακας 3-1: Ζητήσεις πρατηρίων με παραδοχή.....	44
Πίνακας 3-2: Χωρητικότητες βυτιοφόρων με παραδοχή.....	45
Πίνακας 3-3: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το (VRP) με παραδοχή .....	46
Πίνακας 3-4: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για την νέα διατύπωση του (VRP).....	49

Πίνακας 3-5: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή.....	56
Πίνακας 3-6: Αντιστοιχία εξισώσεων των κλασικών μαθηματικών μοντέλων (VRP) για τα υποσύνολα CR, AR και το σύνολο όλων των πρατηρίων .....	59
Πίνακας 3-7: Ζήτηση πρατηρίων χωρίς παραδοχή.....	61
Πίνακας 3-8: Χωρητικότητες βυτιοφόρων χωρίς παραδοχή .....	61
Πίνακας 3-9: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων .....	63
Πίνακας 3-10: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μοντέλο clusters τύπου I.....	67
Πίνακας 3-11: Αντιστοιχία εξισώσεων των μαθηματικών μοντέλων (VRP) για διανομή καυσίμων για τα υποσύνολα CR, AR και το σύνολο όλων των πρατηρίων .....	71
Πίνακας 3-12: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μοντέλο clusters τύπου II .....	73
Πίνακας 4-1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τις ισχύουσες ανισότητες του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με παραδοχή .....	83
Πίνακας 4-2: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του μοντέλου NVI και των υπόλοιπων συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) με παραδοχή.....	84
Πίνακας 4-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή .....	86
Πίνακας 4-4: Παρουσίαση αποτελέσματος μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων .....	87
Πίνακας 4-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I.....	88
Πίνακας 4-6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II .....	90
Πίνακας 4-7: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την ευρετική μέθοδο των συνεχόμενων γραμμικών χαλαρώσεων του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων.....	92
Πίνακας 4-8: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της μετεξέλιξης μωπικού αλγόριθμου.....	93
Πίνακας 4-9: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του συνδυασμού S2 και των υπόλοιπων συνδυασμών.....	96
Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής .....	98
Πίνακας 5-2: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (51.91%).....	100
Πίνακας 5-3: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (55.36%).....	101



Πίνακας 5-4: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του μοντέλου VIIa με τους υπόλοιπους συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) και με τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (55.36%) .....	102
Πίνακας 5-5: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο (1818.75 δευτερόλεπτα).....	104
Πίνακας 5-6: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου VIIa με τους υπόλοιπους συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) και με τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο (1818.75 δευτερόλεπτα).....	105
Πίνακας 5-7: Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής που θα συγκριθούν.....	107
Πίνακας 5-8: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του αλγόριθμου ACXII με τους συνδυασμούς των βυτιοφόρων για την μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου χωρίς παραδοχή.....	108
Πίνακας 7-1: Χιλιομετρικές αποστάσεις μεταξύ όλων των σημείων .....	115
Πίνακας 7-2: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).....	116
Πίνακας 7-3: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).....	117
Πίνακας 7-4: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VIIb) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%) .....	117
Πίνακας 7-5: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%) .....	118
Πίνακας 7-6: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%) .....	118
Πίνακας 7-7: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%) .....	118
Πίνακας 7-8: Λύση μοντέλου clusters τύπου I (MC1) με παραδοχή.....	119
Πίνακας 7-9: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).....	121
Πίνακας 7-10: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).....	121

Πίνακας 7-11: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα) .....	122
Πίνακας 7-12: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα).....	122
Πίνακας 7-13: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα).....	123
Πίνακας 7-14: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα) .....	123
Πίνακας 7-15: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα).....	124
Πίνακας 7-16: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα).....	124
Πίνακας 7-17: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα) .....	125
Πίνακας 7-18: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα) .....	126
Πίνακας 7-19: Λύση μοντέλου χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL) χωρίς παραδοχή .....	126
Πίνακας 7-20: Λύση μοντέλων χώρισμα 1ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1) και χώρισμα 2ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2) χωρίς παραδοχή.....	127
Πίνακας 7-21: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 1 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	128
Πίνακας 7-22: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 2 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	129
Πίνακας 7-23: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 3 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	129
Πίνακας 7-24: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 4 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	129
Πίνακας 7-25: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 5 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	129
Πίνακας 7-26: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 6 <sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή.....	129
Πίνακας 7-27: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S1.....	130
Πίνακας 7-28: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S1 χωρίς παραδοχή .....	131
Πίνακας 7-29: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S2.....	132
Πίνακας 7-30: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S2.....	132
Πίνακας 7-31: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S2 χωρίς παραδοχή .....	132

Πίνακας 7-32: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S3.....	133
Πίνακας 7-33: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S3.....	133
Πίνακας 7-34: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S3 χωρίς παραδοχή.....	134
Πίνακας 7-35: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S4.....	135
Πίνακας 7-36: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S4.....	135
Πίνακας 7-37: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S4 χωρίς παραδοχή.....	136
Πίνακας 7-38: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S5.....	136
Πίνακας 7-39: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S5.....	137
Πίνακας 7-40: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S5 χωρίς παραδοχή.....	137
Πίνακας 7-41: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S6.....	138
Πίνακας 7-42: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S6.....	138
Πίνακας 7-43: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S6 χωρίς παραδοχή.....	139
Πίνακας 7-44: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S7.....	140
Πίνακας 7-45: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S7.....	140
Πίνακας 7-46: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S7 χωρίς παραδοχή.....	140
Πίνακας 7-47: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής.....	141
Πίνακας 7-48: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής.....	141
Πίνακας 7-49: Συνολικός αριθμός περιορισμών για τους συνδυασμούς ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής.....	141
Πίνακας 7-50: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή.....	142
Πίνακας 7-51: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή.....	142
Πίνακας 7-52: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων.....	143
Πίνακας 7-53: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων.....	143
Πίνακας 7-54: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I.....	144
Πίνακας 7-55: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I.....	144

Πίνακας 7-56: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II.....	146
Πίνακας 7-57: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II.....	147
Πίνακας 7-58: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τις συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων.....	147
Πίνακας 7-59: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων.....	148

## **ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ**

VRP	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων
MILP	Πρόβλημα μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού
UB	Άνω όριο
TSP	Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή



# 1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

## 1.1 Εισαγωγή

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζεται η περιγραφή του προβλήματος της διανομής καυσίμων από ένα διυλιστήριο σε ένα αριθμό από πρατήρια υγρών καυσίμων. Στη συνέχεια, θα δοθεί ένα ρεαλιστικό παράδειγμα το οποίο θα βοηθήσει στην ανάπτυξη μοντέλων που θα βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα και τέλος θα γίνει ανάλυση τριών λογισμικών που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής καυσίμων.

## 1.2 Περιγραφή προβλήματος

Αυτή η εργασία εκπονήθηκε με σκοπό τη βελτιστοποίηση της διανομής υγρού καυσίμου από ένα διυλιστήριο σε ένα αριθμό από πρατήρια υγρών καυσίμων. Η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς, που εκφράζεται με την ελαχιστοποίηση των χιλιομέτρων που διανύουν τα βυτιοφόρα για την τροφοδοσία των πρατηρίων. Το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα παρουσιάζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθεί κάθε βυτιοφόρο, ποια πρατήρια θα εξυπηρετήσει κάθε βυτιοφόρο, αλλά και με ποια σειρά.

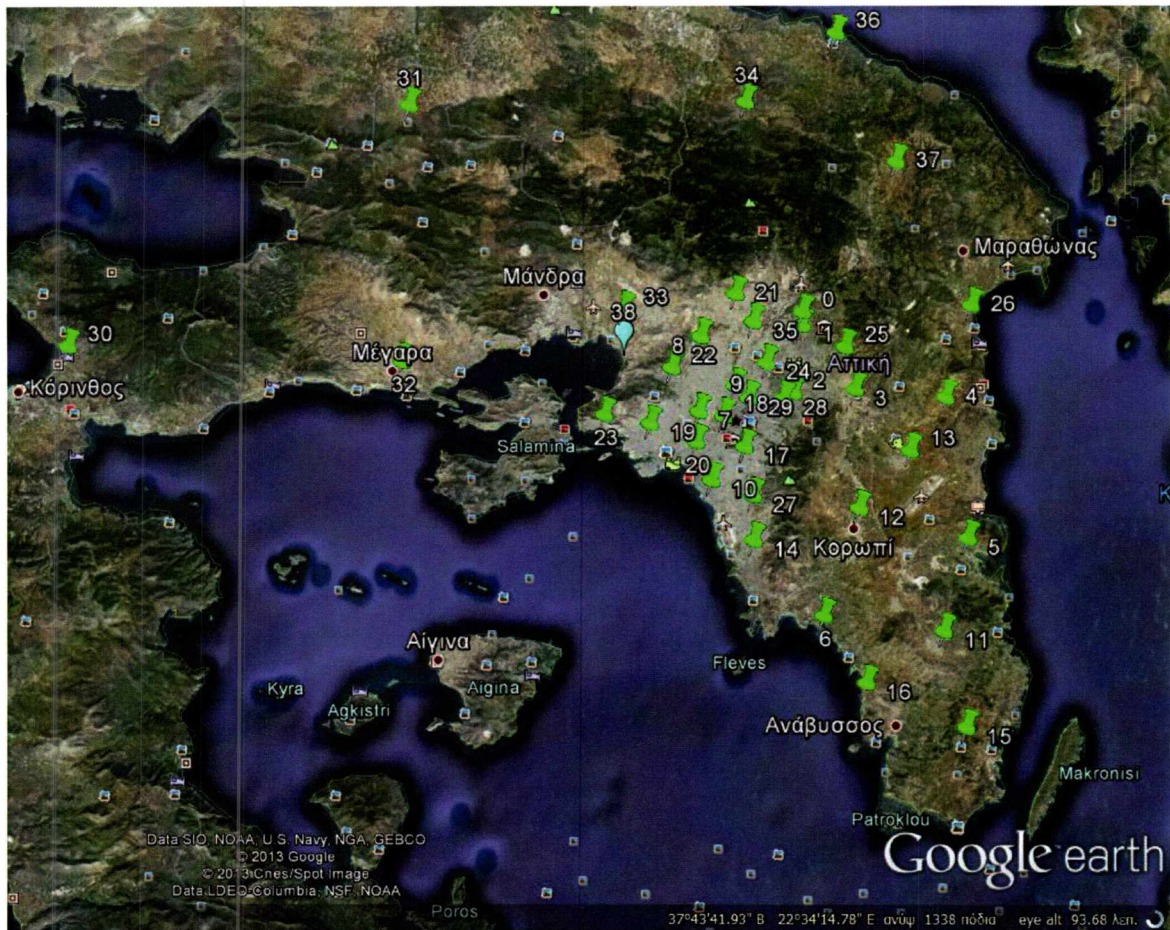
Η διανομή των υγρών καυσίμων από το διυλιστήριο στα πρατήρια πραγματοποιείται με τα βυτιοφόρα, τα οποία χωρίζονται σε δύο ομάδες, τα βυτιοφόρα που ανήκουν στον στόλο της εταιρείας παραγωγής υγρών καυσίμων και τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες.

Η πολιτική, που ακολουθεί η εταιρεία για την μεταφορά των υγρών καυσίμων από το διυλιστήριο στα πρατήρια, είναι τα βυτιοφόρα που ανήκουν στον στόλο της εταιρείας τροφοδοτούν τα πρατήρια, που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο, ενώ τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες τροφοδοτούν τα υπόλοιπα πρατήρια, που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο. Αυτή η πολιτική επιλέχθηκε επειδή τα βυτιοφόρα της εταιρείας έχουν ως κόστος για κάθε βυτιοφόρο που χρησιμοποιείται, την κατανάλωση του σε καύσιμο, τη συντήρησή του και την πληρωμή του οδηγού, ενώ τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

ιδιώτες έχουν ως κόστος τον όγκο που μεταφέρουν, δηλαδή υπάρχει συγκεκριμένη τιμολόγηση ανά λίτρο καυσίμου που μεταφέρει το κάθε μισθωμένο βυτιοφόρο.

Για την λύση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα ρεαλιστικό παράδειγμα με 38 πρατήρια, 1 διυλιστήριο και 22 φορτηγά, όπου κάθε πρατήριο ικανοποιείται από ένα βυτιοφόρο. Το ότι ένα πρατήριο ικανοποιείται από ένα και μόνο βυτιοφόρο είναι ένας ρεαλιστικός περιορισμός που ισχύει στην πραγματικότητα για κάθε εταιρία διανομής υγρών καυσίμων. Από την άλλη, ένα βυτιοφόρο έχει τη δυνατότητα να εξυπηρετήσει παραπάνω από ένα πρατήριο την κάθε φορά με πιο συνηθισμένη περίπτωση δύο έως τρία πρατήρια ανά δρομολόγιο. Ο ακριβής αριθμός εξαρτάται από τον όγκο που μπορεί να μεταφέρει ένα βυτιοφόρο, αλλά και από τον όγκο και τους τύπους των υγρών καυσίμων που ζητούνται από τα πρατήρια. Στο παράδειγμα μας, τα πρατήρια βρίσκονται κατά κύριο λόγο στον νομό Αττικής και φαίνονται στην παρακάτω εικόνα, όπου το διυλιστήριο βρίσκεται στο σημείο 38 (γαλάζιο χρώμα), ενώ τα πρατήρια υγρών καυσίμων βρίσκονται στα σημεία 0-37 (πράσινο χρώμα).



Εικόνα 1-1: Χάρτης πρατηρίων<sup>1</sup>

Το πρόβλημα είναι συμμετρικό, δηλαδή οι αποστάσεις μεταξύ δύο πρατηρίων  $i$  και  $j$  είναι ίσες είτε η μετάβαση γίνει από το  $i$  στο  $j$ , είτε από το  $j$  στο  $i$ . Επίσης, η απόσταση ενός πρατηρίου από τον εαυτό του στην πραγματικότητα είναι ίση με το μηδέν, αλλά σε αυτού του είδους τα προβλήματα είναι ίση με άπειρο, για να αποφευχθεί η επιλογή της μετάβασης από ένα πρατήριο στον εαυτό του από τους τρόπους επίλυσης. Επειδή, όμως το άπειρο δεν μπορεί να τοποθετηθεί σαν αριθμός στα δεδομένα που απεικονίζουν την χιλιομετρική απόσταση μεταξύ των πρατηρίων, έχει επιλεγθεί ένας μεγάλος αριθμός, ο οποίος είναι λίγο μεγαλύτερος από το διπλάσιο της μέγιστης απόστασης μεταξύ δύο σημείων. Αυτός ο αριθμός είναι ίσος με 300. Οι χιλιομετρικές αποστάσεις μεταξύ όλων των σημείων εμφανίζονται στον Πίνακα 7-1 που βρίσκεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.

<sup>1</sup> Google earth

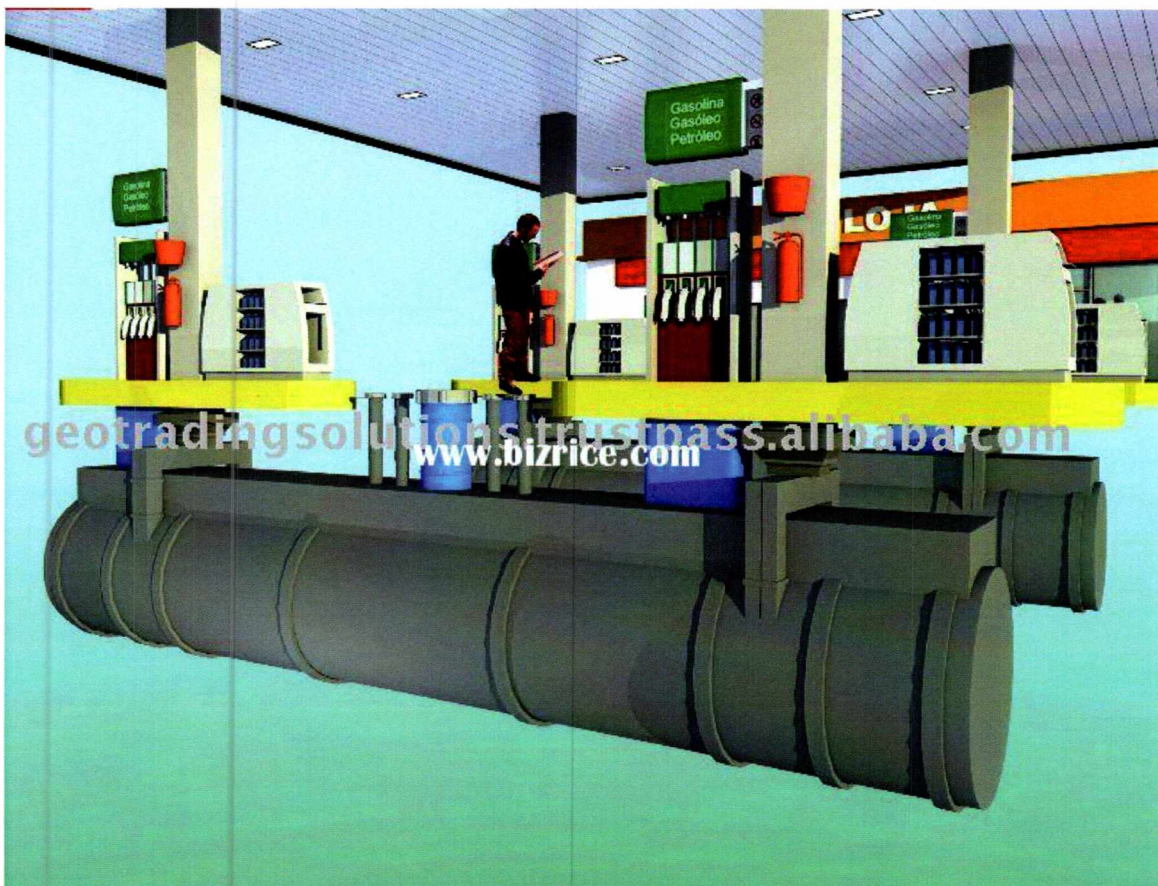


## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Η ζήτηση υγρών καυσίμων είναι διαφορετική για κάθε πρατήριο. Τα υγρά καύσιμα χωρίζονται σε έξι είδη. Αυτά είναι:

- αμόλυβδη βενζίνη,
- σούπερ αμόλυβδη βενζίνη,
- πετρέλαιο κίνησης,
- πετρέλαιο θέρμανσης,
- βενζίνη με υποκατάστατο μολύβδου (LRP) (lead replacement petrol),
- φωτιστικό πετρέλαιο.

Στην εικόνα που ακολουθεί εμφανίζεται ένα πρατήριο με τις δεξαμενές του, όπου αποθηκεύονται τα διαφορετικά είδη υγρών καυσίμων.



Εικόνα 1-2: Πρατήριο υγρών καυσίμων με δεξαμενές<sup>2</sup>

<sup>2</sup> <http://sell.bizrice.com/selling-leads/623798/High-quality-PetroFirst-Petrol-Station.html>



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Όσον αφορά τα βυτιοφόρα, διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τη συνολική χωρητικότητα, αλλά και ως προς την κατανομή του χώρου μέσα στο βυτίο. Συγκεκριμένα, ως προς τη συνολική χωρητικότητα τα βυτιοφόρα χωρίζονται σε τρεις ομάδες, οι οποίες είναι:

- 36000 λίτρων,
- 24000 λίτρων,
- 18000 λίτρων.

Στις εικόνες που ακολουθούν αναδεικνύεται ένα βυτιοφόρο από την κάθε ομάδα.



Εικόνα 1-3: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 36000 λίτρων<sup>3</sup>

<sup>3</sup> <http://www.burleys.info/truckpage.html?ref=TR41>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ



Εικόνα 1-4: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 24000 λίτρων<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> <http://www.gumtree.co.za/c-ViewAdLargeImage?AdId=432804071&ImageIndex=1>



Εικόνα 1-5: Βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων<sup>5</sup>

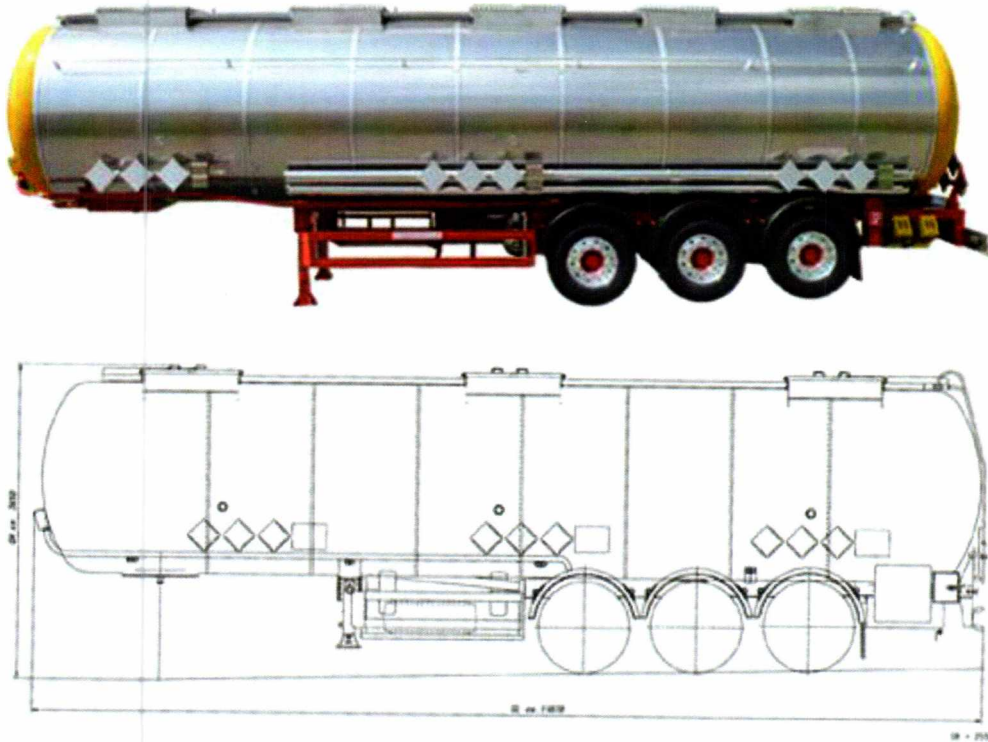
---

<sup>5</sup> <http://www.gumtree.co.za/c-ViewAdLargeImage?AdId=432802346&Location=3100003>



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Η κατανομή του χώρου μέσα στο βυτίο ποικίλει από βυτιοφόρο σε βυτιοφόρο. Το κάθε βυτίο αποτελείται από διαμερίσματα (όπως φαίνεται στην Εικόνα 1-6) και συγκεκριμένα το κάθε βυτιοφόρο έχει από πέντε έως δέκα διαμερίσματα. Αυτά τα χωρίσματα μπορούν να έχουν χωρητικότητα από 2000 λίτρα μέχρι 6000 λίτρα. Επίσης, σε κάθε διαμέρισμα μπορεί να τοποθετηθεί το πολύ έως ένα είδος.



Εικόνα 1-6: Τομή βυτίου<sup>6</sup>

Τα βυτιοφόρα που ανήκουν στο στόλο της εταιρίας παραγωγής υγρών καυσίμων είναι χωρητικότητας 36000 λίτρων, ενώ τα βυτιοφόρα που μισθώνονται σε ιδιώτες ανήκουν και στις τρεις ομάδες.

### 1.3 Ανάλυση λογισμικών που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων

Στο συγκεκριμένη ενότητα θα γίνει η παρουσίαση τριών λογισμικών, τα οποία επιλύουν το πρόβλημα της διανομής καυσίμων και θα γίνει ανάλυση για τα χαρακτηριστικά του κάθε λογισμικού.

<sup>6</sup> <http://www.hefas.lt/en/transport/>

Αυτά τα λογισμικά είναι τα εξής:

- Fuelsoft<sup>7</sup>,
- το λογισμικό της TransLogix<sup>8</sup>,
- το λογισμικό Octane<sup>9</sup> της Eurodecision<sup>10</sup> για την Total<sup>11</sup>.

### 1.3.1 Fuelsoft

Το λογισμικό Fuelsoft αποτελεί την ραχοκοκαλιά πολλών κορυφαίων επιχειρήσεων, όπως των Brogan Fuels, Silvey Fuels και Ford Fuels. Η συγκεκριμένη εταιρία προμηθεύει και υποστηρίζει το λογισμικό, το οποίο είναι μια πλήρης ολοκληρωμένη εφαρμογή των Windows που ενσωματώνει (CRM) (Customer Relationship Management), για την επεξεργασία των πωλήσεων για καύσιμα, λιπαντικά και φυσικό αέριο, για τον έλεγχο των αποθεμάτων και παρέχει ολοκληρωμένα πακέτα χρηματοοικονομικής λογιστικής. Ως (CRM) ονομάζεται ένα σύστημα κανόνων ή μια συλλογή από συστήματα και τεχνολογίες πληροφορικής που εστιάζονται στην αυτοματοποίηση και βελτίωση των επιχειρηματικών διαδικασιών. Οι διαδικασίες αυτές σχετίζονται με την διαχείριση των πελατειακών σχέσεων και έχουν σχέση με τα τμήματα των πωλήσεων, μάρκετινγκ, εξυπηρέτησης και υποστήριξης πελατών.



Εικόνα 1-7: Λογότυπο του λογισμικού Fuelsoft

Αυτή τη στιγμή το λογισμικό χρησιμοποιείται από 34 διανομείς καυσίμων που ποικίλουν σε μέγεθος, από κάποιους από τους μεγαλύτερους διανομείς, με πάνω από 100 οχήματα, έως τους μικρότερους με 2 και 3 οχήματα. Το τρέχον λογισμικό Fuelsoft που παρέχεται βασίζεται σε πλατφόρμες της Microsoft και συγκεκριμένα, εργαλεία όπως το Outlook και το Office.

<sup>7</sup> <http://www.fuelsoft.co.uk/fuelsoft-fuel-distribution/>

<sup>8</sup> <http://www.translogix.com.au/solutions/fuel-distribution>

<sup>9</sup> [http://www.eurodecision.es/temoignage\\_total](http://www.eurodecision.es/temoignage_total)

<sup>10</sup> <http://www.eurodecision.eu/company>

<sup>11</sup> [http://el.wikipedia.org/wiki/Total\\_S.A.](http://el.wikipedia.org/wiki/Total_S.A.)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Η εταιρία αυτή δίνει σημασία στον πελάτη και συνεργάζεται με επιχειρήσεις που παρέχουν υψηλής ποιότητας υπηρεσίες, τόσο στο σχεδιασμό τους όσο και στην καθημερινή υποστήριξη.

### 1.3.2 TransLogix

Το λογισμικό της TransLogix χρησιμοποιείται ευρέως από ανεξάρτητους διανομείς καυσίμων στην Αυστραλία, για την μεταφορά καυσίμων και λιπαντικών. Καλύπτει όλες τις ανάγκες της διανομής, της ανάμειξης, της λογιστικής, των μεταφορών, των συστημάτων εφοδιασμού και διακίνησης προϊόντων (logistics) με καθορισμένη διασύνδεση για τα πιο κοινά συστήματα (POS) (Point of Sale) και τους υπολογιστές που βρίσκονται πάνω στα φορτηγά. Το σύστημα (POS) είναι ένα σύστημα για τη διαχείριση των πωλήσεων αγαθών σε λιανική. Ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για να αναφερθεί στο λογισμικό και το υλικό που σχετίζονται με την αναχώρηση των αγαθών και όλα τα συνοδευτικά χαρακτηριστικά που περιλαμβάνονται. Οι περισσότεροι έμποροι λιανικής χρησιμοποιούν ένα σύστημα (POS) στα ταμεία ή στους χώρους καταμέτρησης των αποθεμάτων. Ακόμα πολλοί μεγάλοι κατασκευαστές προσφέρουν συστήματα (POS) που έχουν σχεδιαστεί για διάφορους τύπους επιχειρήσεων. Χρησιμοποιώντας ένα σύστημα (POS) μία επιχείρηση γίνεται πιο αποτελεσματική, μειώνοντας το κόστος λειτουργίας της επιχείρησης, ενώ παράλληλα βελτιώνει την εξυπηρέτηση των πελατών. Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζεται ένας υπολογιστής που ανήκει σε ένα σύστημα (POS).



Εικόνα 1-8: Υπολογιστής συστήματος (POS)<sup>12</sup>

<sup>12</sup> <http://www.internationalpointofsale.com/completepos.html>



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Οι αυτοματοποιημένες λειτουργίες του λογισμικού της TransLogix για την διανομή καυσίμων μπορούν να αποφέρουν σημαντικά οφέλη για τους χρήστες του, συγκεκριμένα μερικά από αυτά είναι:

- η μείωση του λειτουργικού κόστους με την κατάργηση των χειροκίνητων διαδικασιών, καθώς και ακριβής υπολογισμός του κόστους και των αποθεμάτων,
- οι βελτιώσεις στην εξυπηρέτηση πελατών μέσω της βελτίωσης της ταχύτητας και μείωση των σφαλμάτων,
- η βελτίωση της διαχείρισης των πληροφοριών που οδηγεί σε καλύτερη λήψη αποφάσεων.



Εικόνα 1-9: Λογότυπο της TransLogix

Το λογισμικό της TransLogix, για τη διανομή καυσίμων, εξειδικεύεται στη βιομηχανία και επομένως καλύπτει όλες τις βασικές απαιτήσεις των εταιριών διανομής καυσίμων. Απέκτησε μεγάλη αποδοχή και ασχολείται ειδικά με την Αυστραλιανή βιομηχανία διανομής καυσίμου. Μερικά χαρακτηριστικά του είναι ότι:

- διαχειρίζεται το μεγαλύτερο μέρος της μετακίνησης των καυσίμων σε όλη την αλυσίδα εφοδιασμού, η οποία γίνεται με φορτηγά, από την αποθήκη στα σημεία διανομής,
- αποτελεί την ιδανική επιλογή για το σύστημα τιμολόγησης και κοστολόγησης που χρησιμοποιείται στη βιομηχανία διανομής καυσίμου,
- έχει την ικανότητα διασύνδεσης με τα φορτηγά μέσω υπολογιστών, που βρίσκονται πάνω σε αυτά,
- έχει τη δυνατότητα διασύνδεσης με τις αντλίες καυσίμου των φορτηγών,
- παρέχει εκτεταμένη αναφορά σε όλες της πτυχές της λειτουργίας της διανομής καυσίμων συμπεριλαμβανομένου:
  - την απόδοση του στόλου,
  - την κοστολόγηση της διανομής,
  - το προφίλ των πελατών.

### 1.3.3 Το λογισμικό Octane της Eurodecision για την Total

‘Το Octane είναι απλό και εύκολο στη χρήση. Μας επιτρέπει να εξετάσουμε γρήγορα αρκετά σενάρια και παράγει τη βέλτιστη λύση μέσα σε μία ώρα, συμπεριλαμβανομένου τον χρόνου εισαγωγής δεδομένων. Με το παλιό μας σύστημα θα έπρεπε να περιμένουμε μία εβδομάδα για να πάρουμε αποτέλεσμα’. Arnaud Leclercq, Head of Logistics Management, Total



Εικόνα 1-10: Λογότυπο της Total

Η Total είναι μία γαλλική πολυεθνική εταιρία πετρελαίου και φυσικού αερίου, η οποία λειτουργεί 7 διυλιστήρια (εξολοκλήρου ή μερικώς ιδιόκτητα) και 30 αποθήκες σε όλη τη Γαλλία. Στις αποθήκες διανέμονται καύσιμα μέσω αγωγών, καραβιών ή τρενών. Υπάρχουν 3000 σταθμοί εξυπηρέτησης στο δίκτυο της Total, που είναι τοποθετημένοι κοντά σε κάθε δήμο. Ο κάθε δήμος περιλαμβάνει αρκετούς σταθμούς εξυπηρέτησης που προμηθεύονται καύσιμα από βυτιοφόρα, τα οποία φορτώνονται είτε απ’ ευθείας στο διυλιστήριο είτε μέσω των αποθηκών που βρίσκονται σε όλη τη Γαλλία.

Στόχος της Total είναι να βελτιστοποιήσει τη διανομή καυσίμου σε κάθε γεωγραφική περιοχή ανάλογα με τη τοποθεσία της πηγής. Η μείωση του κόστους διανομής ικανοποιώντας της ανάγκης της αγοράς είναι ένα σύνθετο πρόβλημα. Επειδή, όμως αρκετοί παράγοντες συμμετέχουν σε αυτό, μπορούν να διαταράξουν μία συνήθως ικανοποιητική λύση. Αυτοί οι παράγοντες ποικίλουν, από το κλείσιμο της αποθήκης μέχρι την αλλαγή της τοποθεσίας της πηγής.

Μία μικρή ομάδα από εμπειρογνώμονες των συστημάτων εφοδιασμού και διακίνησης προϊόντων (logistics) με έδρα το La Défense, στο Παρίσι, είναι υπεύθυνη για τη μελέτη του πως να βελτιστοποιείται συνεχώς η αλυσίδα διανομής. Μέχρι το 2004, αυτές οι εντατικές μελέτες λάμβαναν χώρα με λογισμικά προγράμματα που δεν είχαν εύκολη εισαγωγή δεδομένων και δεν ήταν φιλικά προς το χρήστη. Έτσι, η



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Total διοργάνωσε μια πρόσκληση υποβολής προσφορών, που κέρδισε η Eurodecision. Μέσα σε λίγους μήνες, αναπτύχθηκε μία λύση για την βελτιστοποίηση του συνόλου της εφοδιαστικής αλυσίδας με λογισμικό βελτιστοποίησης της Eurodecision, το οποίο προσφέρει διαχείριση των αποστάσεων και μία μονάδα χαρτογράφησης για την αναπαράσταση των ροών διανομής. Όλα τα αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν σε ένα υπολογιστικό φύλλο του Excel. Αυτό το λογισμικό ονομάστηκε Octane και έχει τεθεί σε λειτουργία από το φθινόπωρο του 2004.

Η Eurodecision είναι μία εταιρία επιχειρησιακής έρευνας η οποία εστιάζει στην βελτιστοποίηση αγοράς πόρων. Οι πρώτοι πελάτες της ήταν επιχειρήσεις όπως η Air France, η RATP (Paris bus and metro system) και η Renault. Έτσι λοιπόν, η Eurodecision απέκτησε γρήγορα μία ισχυρή φήμη στην επιχειρησιακή έρευνα.



Εικόνα 1-11: Λογότυπο της Eurodecision

Δεδομένου ότι η βελτιστοποίηση εφαρμόζεται για ένα δεδομένο σημείο παράδοσης, τα πρατήρια υγρών καυσίμων που βρίσκονται σε όλο το δήμο εξυπηρετούνται από την ίδια αποθήκη ή διυλιστήριο. Τα βυτιοφόρα διαθέτουν διαμερίσματα για τη μεταφορά διαφόρων τύπων υγρών καυσίμων (βενζίνη και πετρέλαιο). Κάθε προσομοίωση λαμβάνει υπ' όψιν της, τις απαιτήσεις παράδοσης κάθε πρατηρίου όσον αφορά τις εργάσιμες μέρες και ώρες, καθώς επίσης και όλες τις συγκεκριμένες πληροφορίες για την μεταφορά. Τέτοιες πληροφορίες περιλαμβάνουν αν θα χρησιμοποιηθεί ένας ή δυο οδηγοί φορτηγών, το μέγιστο όριο ημερήσιου χρόνου οδήγησης, χρόνου φόρτωσης και παράδοσης.

Το λογισμικό Octane έχει αποδειχθεί ότι είναι ένα εξαιρετικά πολύτιμο εργαλείο στην μελέτη των σεναρίων του τύπου 'τι θα συμβεί αν;'. Για παράδειγμα, ποιες θα ήταν οι επιπτώσεις αν μια αποθήκη έκλεινε; Ποία θα ήταν η επίδραση αν άλλαζε η προέλευση των πόρων; Γίνεται μία εύκολη σύγκριση ενός πλάνου βελτιστοποίησης με λύση που προκύπτει καταγράφοντας τις αλλαγές. Αφού έχουν εισαχθεί όλα τα δεδομένα, το λογισμικό Octane παίρνει λίγα λεπτά για να εξετάσει διεξοδικά όλες τις δυνατότητες και να δημιουργήσει την βέλτιστη λύση.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ

Η Total είναι ικανοποιημένη από αυτή την αρχική ενασχόληση της και πλέον στοχεύει να παίξει ρόλο με την παροχή προσομοιώσεων αλυσίδας, του Octane στις γειτονικές χώρες.

### 1.4 Επίλογος

Στο παρών κεφάλαιο, έγινε η περιγραφή του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων, δόθηκε ένα παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση του και παρουσιάστηκαν τρία λογισμικά προγράμματα που το επιλύουν. Με τα παραπάνω έγινε κατανοητή η πολυπλοκότητα του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων αλλά και το που μπορεί να εφαρμοστεί η λύση του. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, θα γίνει περιγραφή των επιστημονικών δημοσιεύσεων που υπάρχουν για τα μοντέλα και τους τρόπους επίλυσης που ασχολούνται με το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων.

## 2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

### 2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται τρεις επιστημονικές δημοσιεύσεις που σχετίζονται με το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων. Θα δοθεί η ανάλυση για κάθε μία από αυτές και θα γίνει σύγκριση με το πρόβλημα που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

### 2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων

#### 2.2.1 Distribution planning of bulk lubricants at BP Turkey (Furkan Uzar & Çatay, 2012)

Αυτή η εργασία έχει ως σκοπό την αντιμετώπιση του προβλήματος του σχεδιασμού της διανομής χύμα λιπαντικών για την εταιρία πετρελαϊκών προϊόντων BP της Τουρκίας. Το πρόβλημα αφορά την διανομή των διαφόρων προϊόντων λιπαντικών από μία μονάδα παραγωγής σε βιομηχανικούς πελάτες με ένα ετερογενή στόλο οχημάτων. Ο στόλος αυτός αποτελείται από βυτιοφόρα, όπου σε κάθε δεξαμενή μπορεί να ανατεθεί μόνο ένα είδος λιπαντικού. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος της μεταφοράς των λιπαντικών. Το πρόβλημα συνιστάται κυρίως από την ανάθεση των παραγγελιών των πελατών στις δεξαμενές των βυτιοφόρων και ταυτόχρονα από τον προσδιορισμό των δρομολογίων των βυτιοφόρων. Το πρόβλημα αυτό έχει μοντελοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming-MILP). Δεδομένου ότι το μοντέλο είναι δύσκολο να λυθεί για το πραγματικό βιομηχανικό περιβάλλον προτείνονται δύο ευρετικές προσεγγίσεις και συγκρίνονται οι επιδόσεις τους. Η πρώτη προσέγγιση είναι μία χαλάρωση γραμμικού προγραμματισμού που βασίζεται σε αλγόριθμο (linear programming relaxation-based algorithm), ενώ η δεύτερη είναι η rolling-horizon threshold heuristic. Ακόμα προτείνονται δύο παραλλαγές της τελευταίας προσέγγισης, η πρώτη είναι να δίνεται προτεραιότητα στην απόσταση και η δεύτερη να έχει προτεραιότητα την ημερομηνία λήξης της παράδοσης. Η αριθμητική ανάλυση που έγινε βασισμένη σε στοιχεία της εταιρίας δείχνει ότι και οι δύο παραλλαγές του rolling-horizon threshold heuristic είναι σε θέση να παρέχουν καλά και γρήγορα αποτελέσματα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

Η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος της γραμμικής χαλάρωσης (linear programming relaxation-based heuristic-LPH) ουσιαστικά χρησιμοποιεί την γραμμική χαλάρωση με ορισμένες τεχνικές στρογγυλοποίησης και προσπαθεί να βρει μία καλή εφικτή λύση για το αρχικό πρόβλημα. Αρχικά πειράματα που έγιναν σχετικά με την γραμμική χαλάρωση έδειξαν ότι η ύπαρξη του κόστους επίσκεψης στην αντικειμενική συνάρτηση προκαλεί τη μη αποτελεσματική χρησιμοποίηση των βυτιοφόρων στις λύσεις. Γι' αυτό το λόγο η ευρετική μέθοδος αυτή εφαρμόζεται μόνο για την εξέταση του κόστους δρομολόγησης.

Η μέθοδος επίλυσης που λέγεται rolling-horizon threshold heuristic είναι μία ευρετική τμηματική προσέγγιση της βέλτιστης λύσης. Ο πρωταρχικός της στόχος είναι να βρεθεί ένα ελάχιστο κόστος για το πλάνο μεταφοράς ικανοποιώντας τις ζητήσεις με ημερομηνία λήξης 1. Προτείνονται δύο παραλλαγές, η πρώτη έχει ως προτεραιότητα την απόσταση, ενώ η δεύτερη έχει την ημερομηνία λήξης της παράδοσης στην επιλογή της παραγγελίας του επόμενου πελάτη.

Στο συγκεκριμένο άρθρο παρουσιάζεται ένα μοντέλο MILP που έχει δημιουργηθεί για την λύση του προβλήματος της διανομής των λιπαντικών καθώς επίσης και ένα παράδειγμα. Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι ονοματολογίες των δεικτών αλλά και οι τιμές που λαμβάνουν αυτές για το παράδειγμα καθώς επίσης και ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης και των περιορισμών για το μοντέλο του MILP για το συγκεκριμένο παράδειγμα.

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
$T$	σύνολο των ημερών,	15
$K$	σύνολο των πελατών,	13
$P$	σύνολο των προϊόντων,	5
$J_t$	σύνολο των βυτιοφόρων που είναι διαθέσιμα την ημέρα $t$ ,	12
$I_j$	σύνολο των δεξαμενών στο βυτιοφόρο $j$ ,	5
$R$	σύνολο των πόλεων,	6
$J_t^B$	σύνολο των βυτιοφόρων μεγάλου μεγέθους,	9
$K_r$	σύνολο των πελατών που βρίσκονται στην πόλη $r$ ,	3
$K_s$	σύνολο των «μικρών πελατών».	2

Πίνακας 2-1: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το παράδειγμα

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης	$TJ_t[K(2I_jP + 1) + R(2 + R)]$	127980
Συνολικός αριθμός περιορισμών	$T\{P(K + I_jJ_t^B K_s) + J_t[I_j(2KP + 1) + R(K_r + 2 + R) + K + 2]\}$	140205

**Πίνακας 2-2: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το παράδειγμα**

Η συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζει κάποιες διαφορές με το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Αρχικά, η εργασία των (Furkan Uzar & Çatay, 2012) έχει ως στόχο την μεταφορά διαφόρων τύπων λιπαντικών, ενώ η διπλωματική εργασία αναφέρεται σε μεταφορά καυσίμων διαφορετικού τύπου. Αυτή η διαφορά δεν είναι σημαντική, διότι και στις δύο περιπτώσεις γίνεται μεταφορά διαφόρων τύπων προϊόντων, που στη μία περίπτωση τα προϊόντα είναι λιπαντικά και στην άλλη είναι υγρά καύσιμα. Επιπρόσθετα, στην εργασία για την διανομή λιπαντικών σημαντικό ρόλο διαδραματίζει η ημερομηνία λήξης της παράδοσης των προϊόντων, δηλαδή σε όλους τους τρόπους επίλυσης του προβλήματος αυτού, εμπεριέχεται ο παράγοντας χρόνος, κάτι που στο πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων δε λαμβάνει χώρα. Άλλη μία διαφορά που υπάρχει σε σχέση με την διπλωματική εργασία είναι ότι στην εργασία για την διανομή λιπαντικών τα φορτηγά χωρίζονται σε μεγάλο και μικρό μεγέθους. Τα φορτηγά μικρού μεγέθους έχουν συνολική χωρητικότητα περίπου 7 τόνους και χρησιμοποιούνται για να εξυπηρετήσουν πελάτες των οποίων η περιοχή εκφόρτωσης δεν είναι αρκετά μεγάλη για να φιλοξενήσει τα φορτηγά μεγάλου μεγέθους. Οι (Furkan Uzar & Çatay, 2012) αναφέρονται σε αυτό το είδος των πελατών ως «μικροί πελάτες», ενώ οι πελάτες που μπορούν να εξυπηρετηθούν με οποιοδήποτε όχημα, ονομάζονται «μεγάλοι πελάτες». Στο πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων δεν υπάρχει αυτός ο διαχωρισμός.

### 2.2.2 Heuristic approach to fleet composition problem (Redmer, Żak, Sawicki, & Maciejewski, 2012)

Η εργασία αυτή ασχολείται με το πρόβλημα σύνθεσης στόλου (Fleet Composition Problem-FCP), για ένα σύστημα διανομής καυσίμου, που αποτελείται από μία περιφερειακή αποθήκη καυσίμου (depot) και 100 πρατήρια (πελάτες). Οι παραγγελίες των πελατών περιλαμβάνουν τυχαίες ποσότητες από τα 4 είδη καυσίμου, τα οποία διανέμονται με εξειδικευμένο στόλο βυτιοφόρων. Ο στόλος των βυτιοφόρων περιλαμβάνει 4 και 8 χωρίσματα-δεξαμενές τα οποία χαρακτηρίζονται από διαφορετικές

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

χωρητικότητες και σταθερό αλλά και μεταβλητό κόστος. Εφόσον διαφορετικοί τύποι καυσίμου δεν μπορούν να αναμιχθούν μαζί κατά τη διάρκεια της διαδικασίας μεταφοράς των παραγγελιών, είναι αναγκαία η συγκεκριμένη ανάθεση των παραγγελιών σε συγκεκριμένα τμήματα (χωρίσματα) των βυτιοφόρων. Το πρόβλημα απόφασης συνιστάται συνθέτοντας τον βέλτιστο στόλο βυτιοφόρων, δηλαδή στον καθορισμό των βέλτιστων τύπων βυτιοφόρων που θα χρησιμοποιηθούν και τον βέλτιστο αριθμό των οχημάτων κάθε τύπου. Θεωρείται ως ένα πρόβλημα ανάθεσης οχημάτων, στο οποίο υπάρχουν διάφορα είδη οχημάτων, τα οποία πρέπει να ικανοποιήσουν την ζήτηση των πελατών και διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού, όπου το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι το συνολικό ημερήσιο κόστος διανομής. Προτείνονται δύο εναλλακτικοί τρόποι μορφοποίησης του προβλήματος, που βασίζονται σε διαφορετικές αναθέσεις των οχημάτων που διατίθενται για τις εργασίες της μεταφοράς. Για να λυθεί το πρόβλημα παρουσιάζονται δύο τρόποι μορφοποίησης, που κατασκευάζονται από συγκεκριμένες εναλλακτικές ευρετικές διαδικασίες. Οι συγκεκριμένοι τρόποι βασίζονται σε αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης (local search algorithm)-LS), σε εξελικτικό αλγόριθμο (evolutionary algorithm)-EA) και σε υβριδικό αλγόριθμο που συνδυάζει τους προηγούμενους δύο (hybrid algorithm)-LS+EA). Έγιναν υπολογιστικά πειράματα και τα αποτελέσματα τους παρουσιάζονται και συγκρίνονται στο επιστημονικό έγγραφο των (Redmer, Żak, Sawicki, & Maciejewski, 2012).

Ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης (local search algorithm)-LS) είναι μία μετά-ευρετική (metaheuristic) μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση δύσκολων υπολογιστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα που μπορούν να διατυπωθούν ως εξεύρεση λύσης που μεγιστοποιεί κάποιο κριτήριο μεταξύ ενός αριθμού υποψηφίων λύσεων. Ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης (local search algorithm) κινείται από λύση σε λύση μέσα σε ένα χώρο από υποψήφιες λύσεις (χώρος αναζήτησης) εφαρμόζοντας τοπικές αλλαγές, έως ότου μία λύση που βρεθεί να κριθεί βέλτιστη ή αν έχει παρέλθει κάποιο συγκεκριμένο χρονικό όριο.

Ως μετά-ευρετική (metaheuristic) μέθοδος ορίζεται μία υπολογιστική μέθοδος που βελτιστοποιεί ένα πρόβλημα με επαναληπτικές προσπάθειες με σκοπό να βελτιστοποιήσει μία υποψήφια λύση σε σχέση με ένα συγκεκριμένο μέτρο ποιότητας. Η μετά-ευρετική (metaheuristic) μέθοδος κάνει λίγες ή καθόλου παραδοχές σχετικά με το πρόβλημα που εξετάζει έτσι ώστε να ψάξει σε μεγαλύτερους χώρους υποψηφίων λύσεων.

Στην τεχνητή νοημοσύνη, ο εξελικτικός αλγόριθμος (evolutionary algorithm) βασίζονται σε μετά-ευρετικό (metaheuristic) αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιεί μηχανισμούς εμπνευσμένους από την βιολογική εξέλιξη, όπως η αναπαραγωγή, η μετάλλαξη, ο ανασυνδυασμός και η επιλογή. Οι



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

υποψήφιες λύσεις για το πρόβλημα βελτιστοποίησης παίζουν τον ρόλο των ατόμων σε έναν πληθυσμό και η καταλληλότητα της συνάρτησης καθορίζει το περιβάλλον μέσα στο οποίο βρίσκονται οι λύσεις.

Ο υβριδικός αλγόριθμος (hybrid algorithm) εκμεταλλεύεται τις καλές ιδιότητες των διαφορετικών μεθόδων με την εφαρμογή του σε προβλήματα που μπορεί να λύσει αποτελεσματικά. Στην συγκεκριμένη εργασία των (Redmer, Żak, Sawicki, & Maciejewski, 2012) ο υβριδικός αλγόριθμος (hybrid algorithm) συνδυάζει τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης και τον εξελικτικό αλγόριθμο.

Σε αυτή την εργασία δε παρουσιάζεται κάποιο μαθηματικό μοντέλο για την ακριβή λύση του προβλήματος που παρουσιάζεται, αλλά μόνο ευρετικοί τρόποι επίλυσης. Επομένως, δεν είναι δυνατό να δοθούν τα σύνολα των μεταβλητών απόφασης και των περιορισμών.

Οι διαφορές που υπάρχουν ανάμεσα στα δυο προβλήματα, της σύνθεσης στόλου και της διανομής υγρών καυσίμων, έχουν σχέση με τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για να λυθεί το κάθε πρόβλημα. Συγκεκριμένα οι διαφορές εμφανίζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

	Πρόβλημα σύνθεσης στόλου	Πρόβλημα διανομής υγρών καυσίμων
Είδη καυσίμου	4	6
Χωρίσματα βυτιοφόρων	4 και 8	από 5 έως 10
Σημεία εφαρμογής του προβλήματος	1 αποθήκη και 100 πρατήρια	1 αποθήκη και 38 πρατήρια
Ζητήσεις πρατηρίων	τυχαίες	καθορισμένες

Πίνακας 2-3: Διαφορές Προβλήματος σύνθεσης στόλου - Προβλήματος διανομής υγρών καυσίμων

### 2.2.3 Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing Problem in fuel delivery (Popović, Vidović, & Radivojević, 2012)

Στη εργασία αυτή παρατηρούμε την επέκταση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem-VRP) στην παροχή καυσίμου, που περιλαμβάνει τη διαχείριση αποθεμάτων στους σταθμούς βενζίνης και μπορεί να χαρακτηριστεί Inventory Routing Problem (IRP) στη διανομή καυσίμων. Στόχος του IRP είναι να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος της δρομολόγησης των

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

οχημάτων και η διαχείριση των αποθεμάτων. Έχει αναπτυχθεί μία γειτονική μεταβλητή αναζήτηση (Variable Neighborhood Search-VNS), ευρετική μέθοδος για την επίλυση ενός IRP με πολλά προϊόντα και πολλές περιόδους στην διανομή καυσίμων με ομογενή οχήματα, που το καθένα έχει πολλά διαμερίσματα και με ντετερμινιστική ζήτηση, η οποία ποικίλει ανάλογα με το πρατήριο και το είδος του καυσίμου. Η στοχαστική ευρετική μέθοδος VNS συγκρίνεται με μοντέλο του MILP και με την ευρετική μέθοδο μεταφοράς διαμερισμάτων (Compartment Transfer-CT). Για τρία προβλήματα διαφορετικής κλίμακας, με διαφορετικούς τύπους οχημάτων, η ευρετική μέθοδος VNS δίνει καλύτερη λύση από την ευρετική μέθοδο CT. Επίσης, για προβλήματα μικρότερης κλίμακας, η μέθοδος VNS ήταν ικανή να αποκτήσει λύσεις, που είναι κοντά στις βέλτιστες. Το μοντέλο του MILP είναι σε θέση να λύσει μόνο προβλήματα μικρότερης κλίμακας.

Ο αλγόριθμος VNS, ως ένα νέο μετά-ευρετικό (metaheuristic) σχέδιο, αναπτύχθηκε από τους (Mladenovic & Hansen, 1997) με τη βασική ιδέα της συστηματικής αλλαγής της γειτονίας μέσα σε ένα αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης. Αυτό σημαίνει ότι διάφορες γειτονίες χρησιμοποιούνται για την αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Κάθε επιτυχημένη γειτονιά καλύπτει ένα μεγαλύτερο χώρο αναζήτησης. Η διαδικασία είναι υπεύθυνη για ένα νέο σημείο εκκίνησης για μία τοπική αναζήτηση, σε κάθε γειτονιά. Όταν βρεθεί μία καλύτερη λύση, η τρέχουσα καλύτερη λύση ενημερώνεται και ο αλγόριθμος VNS ξεκινά την αναζήτηση του από την πρώτη γειτονιά. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά κριτήρια τερματισμού, όπως ο χρόνος υπολογισμού, ο αριθμός των επαναλήψεων και άλλα.

Η ευρετική μέθοδος CT, βασίζεται στην ιδέα της επίλυσης του μοντέλου IRP του MILP και στην επαναληπτική αλλαγή του σχεδίου παράδοσης μεταφέροντας τις παραδόσεις μία ή λίγες ώρες νωρίτερα. Προκειμένου να επιταχυνθεί η διαδικασία της εύρεσης της καλύτερης λύσης, τα στάδια βελτίωσης αξιολογούνται με τη χρήση του υπολογισμού επιλεξιμότητας και για κάθε μέρα τηρείται μόνο ένας συγκεκριμένος αριθμός από μεταβιβάσεις, που είναι πιο επιλέξιμες. Η εκτίμηση της επιλεξιμότητας βασίζεται στις αξίες από τρία κριτήρια, όπως η δυνατότητα μετακίνησης της παράδοσης, η αλλαγή των αριθμών των πρατηρίων που εξυπηρετούνται και η χωρική ομαδοποίηση των πρατηρίων.

Στην εργασία των (Porović, Vidović, & Radivojević, 2012) παρουσιάζεται ένα μοντέλο MILP που έχει δημιουργηθεί για τη διανομή καυσίμων καθώς επίσης και ένα παράδειγμα. Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι ονοματολογίες των δεικτών αλλά και οι τιμές που λαμβάνουν αυτές για το παράδειγμα καθώς επίσης και ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης και των περιορισμών για το μοντέλο του MILP για το συγκεκριμένο παράδειγμα.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>I</i>	σύνολο πρατηρίων	10
<i>J</i>	σύνολο τύπων καυσίμου	3
<i>T</i>	σύνολο των ημερών	3
<i>K</i>	σύνολο των διαμερισμάτων	3

**Πίνακας 2-4: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το παράδειγμα**

Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης	$IT[I(I + 1) + JK + 2]$	3630
Συνολικός αριθμός περιορισμών	$2IT(J + I + I^2 + 2) + I + T$	6913

**Πίνακας 2-5: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το παράδειγμα**

Σημαντική διαφορά μεταξύ της συγκεκριμένης επιστημονικής δημοσίευσης με το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων είναι ότι στην εργασία των (Ρορονιέ, Βιδονιέ, & Ραδινόγεβιέ, 2012) γίνεται ο σχεδιασμός της διανομής για έναν αριθμό ημερών, ενώ στο πρόβλημα που εξετάζεται στην διπλωματική εργασία ο σχεδιασμός της διανομής γίνεται για μία ημέρα, αφού δε λαμβάνεται υπ' όψιν ο χρόνος. Επίσης, στην επιστημονική έρευνα ο στόλος με τον οποίο γίνεται η διανομή καυσίμων είναι ομογενής, ενώ στο πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων ο στόλος είναι ομογενής.

### 2.3 Επίλογος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο έγινε η ανάλυση τριών επιστημονικών δημοσιεύσεων, των οποίων το αντικείμενο είναι η μελέτη της διανομής καυσίμων. Παρουσιάστηκαν οι διαφορές που υπήρχαν ανάμεσα σε κάθε μία από αυτές με το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων, που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Συνοψίζοντας, σε όλες τις εργασίες, συμπεριλαμβανομένου και τις διπλωματικής εργασίας, εξετάζεται το πρόβλημα διανομής διαφόρων προϊόντων (καύσιμα ή λιπαντικά)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

από ένα σημείο αφετηρίας σε έναν αριθμό από σημεία (πελάτες). Αυτή η διανομή γίνεται με ετερογενή στόλο βυτιοφόρων, εκτός από την εργασία των (Ρορονιό, Βιδονιό, & Ραδινόγεγιό, 2012) όπου ο στόλος είναι ομογενής. Κάθε βυτιοφόρο έχει δεξαμενές-χωρίσματα, δηλαδή διαμερίσματα. Επίσης, σε κάθε διαμέρισμα κάθε βυτιοφόρου μπορεί να τοποθετηθεί ένα είδος προϊόντος. Ακόμα, στόχος όλων των εργασιών είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς. Τέλος, σε όλες τις επιστημονικές έρευνες το μοντέλο MILP που έχει δημιουργηθεί είναι δύσκολο να λυθεί για πρόβλημα μεγάλης κλίμακας και γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται ευρετικές μέθοδοι για την επίλυση του εκάστοτε προβλήματος. Στο επόμενο κεφάλαιο παραθέτονται μαθηματικά μοντέλα αλλά και ευρετικές μέθοδοι που έχουν δημιουργηθεί στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων.

### 3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

#### 3.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια παρουσιάστηκε το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων, τα λογισμικά προγράμματα που υπάρχουν για τα συγκεκριμένα είδη προβλημάτων, καθώς και επιστημονικές έρευνες που έχουν γίνει με σκοπό την επίλυση του προβλήματος της διανομής καυσίμων. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, θα γίνει η περιγραφή μαθηματικών μοντέλων και ευρετικών μεθόδων που δημιουργήθηκαν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας για την επίλυση του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων. Τα μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι χωρίζονται σε δύο ομάδες, αυτά που λαμβάνουν υπ' όψιν τους μία παραδοχή και αυτά που δεν την λαμβάνουν. Η παραδοχή που χρησιμοποιείται για να λυθεί το πρόβλημα της διανομής καυσίμων είναι ότι όλες οι ζήτησεις από οποιοδήποτε είδος πρέπει να είναι της τάξεως των 3000 λίτρων, καθώς επίσης και τα διαμερίσματα από τα βυτιοφόρα πρέπει να έχουν χωρητικότητα ίση με 3000 λίτρα. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγονται τα διαφορετικά είδη στις ζήτησεις των πρατηρίων, αφού κάθε είδος θα τοποθετηθεί σε ένα ή παραπάνω του ενός διαμερίσματα κάποιου βυτιοφόρου. Έτσι λοιπόν, η ζήτηση του κάθε είδους κάθε πρατηρίου και η συνολική χωρητικότητα κάθε βυτιοφόρου διαιρούνται με το 3000 και ο αριθμός που προκύπτει είναι σύμφωνα με την παραδοχή η ζήτηση του εκάστοτε πρατηρίου και η χωρητικότητα του εκάστοτε βυτιοφόρου, αντίστοιχα.

#### 3.2 Μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι με χρήση παραδοχής

Σε αυτή την ενότητα, θα παρουσιαστούν τα μαθηματικά μοντέλα και οι ευρετικές μέθοδοι που χρησιμοποιούν την παραδοχή, για την επίλυση της διανομής καυσίμων. Για την καλύτερη κατανόηση του ορισμού της παραδοχής δίνεται το παρακάτω παράδειγμα. Αν η ζήτηση ενός πρατηρίου από ένα συγκεκριμένο είδος είναι 6000 λίτρα τότε η ζήτηση αυτού του πρατηρίου για το συγκεκριμένο είδος είναι  $2 \left( = \frac{6000}{3000} \right)$ , αν είναι 12000 λίτρα τότε είναι  $4 \left( = \frac{12000}{3000} \right)$  κ.ο.κ. Ακόμα, η συνολική ζήτηση ενός πρατηρίου είναι το άθροισμα των ζητήσεων του κάθε είδους για το συγκεκριμένο πρατήριο. Δηλαδή, αν

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

ένα πρατήριο έχει ζήτηση από τρία διαφορετικά είδη και η ποσότητα του κάθε είδους είναι: 2, 4 και 3 αντίστοιχα, τότε η ζήτηση αυτού του πρατηρίου θα είναι ίση με το άθροισμα της ζήτησης από το εκάστοτε είδος υγρού καυσίμου, δηλαδή 9. Αν η συνολική χωρητικότητα ενός βυτιοφόρου είναι 18000 λίτρα τότε η συνολική χωρητικότητα αυτού του βυτιοφόρου είναι 6 ( $= \frac{18000}{3000}$ ), αν είναι 36000 λίτρα τότε είναι 12 ( $= \frac{36000}{3000}$ ) κ.ο.κ. Να σημειωθεί ότι οι ζητήσεις πρέπει να είναι πολλαπλάσιο των 3000, έτσι ώστε όταν διαιρεθούν με αυτό τον αριθμό το νούμερο που θα προκύψει να είναι ακέραιος αριθμός.

Η επιλογή του αριθμού 3000 δεν είναι τυχαία, αλλά έχει κάποιο νόημα. Αρχικά, από το αριθμητικό παράδειγμα που υπάρχει στη διάθεση μας, οι περισσότερες ζητήσεις είναι της τάξεως των 3000 λίτρων. Ακόμα, ο αριθμός αυτός ανταποκρίνεται καλύτερα στην πραγματικότητα, διότι αν αντί του αριθμού 3000 είχε επιλεχτεί ο αριθμός 1000 ή 6000 θα απείχε πολύ από την πραγματικότητα, γιατί με την επιλογή του 1000 θα υπήρχαν πάρα πολλά διαμερίσματα στα βυτιοφόρα και με την επιλογή του 6000 θα υπήρχαν πολύ λίγα. Επομένως, για την αποφυγή των ακραίων περιπτώσεων επιλέχτηκε περίπου ένας μέσος όρος, που αυτός είναι ο αριθμός 3000.

Έτσι λοιπόν, με αυτή τη παραδοχή έχει αποφευχθεί η πολυπλοκότητα του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων, αφού πλέον δεν χρειάζεται να ληφθούν υπ' όψιν τα διαφορετικά είδη καυσίμου και τα διαμερίσματα των βυτιοφόρων. Επομένως, το πρόβλημα μπορεί να χαρακτηριστεί ως πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem- (VRP)).

Το (VRP) είναι μία συνδυαστική βελτιστοποίηση και πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού που επιδιώκει να εξυπηρετήσει έναν αριθμό πελατών, με ένα στόλο οχημάτων. Σύμφωνα με τους (Dantzig & Ramser, 1959) το (VRP) είναι ένα σημαντικό πρόβλημα στους τομείς της μεταφοράς, της διανομής και των συστημάτων εφοδιασμού και διακίνησης προϊόντων (logistics). Σκοπός του (VRP) είναι η παράδοση των αγαθών που βρίσκονται σε μία κεντρική αποθήκη σε πελάτες που έχουν δώσει τις παραγγελίες για τα εμπορεύματα αυτά, έχοντας ως στόχο να επιτύχει την ελαχιστοποίηση του κόστους της διανομής των αγαθών.

Επίσης, να σημειωθεί ότι σε όλα τα μαθηματικά μοντέλα και σε όλους τους ευρετικούς τρόπους επίλυσης, το διυλιστήριο θεωρείται σαν να είναι το τελευταίο πρατήριο και έχει ζήτηση ίση με 0.

Πριν την παρουσίαση των τρόπων επίλυσης του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων με τη χρήση της παραδοχής, δίνονται τα δεδομένα του προβλήματος. Συγκεκριμένα, στους πίνακες που ακολουθούν αποτυπώνονται οι ζητήσεις των πρατηρίων και οι χωρητικότητες των βυτιοφόρων σύμφωνα με την παραδοχή που έχει γίνει. Αντίστοιχοι πίνακες θα παρουσιαστούν στην ενότητα 3.3, οι οποίοι θα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

περιέχουν τα δεδομένα του προβλήματος χωρίς την χρήση της παραδοχής, όπως συμβαίνει πιο συχνά στην πραγματικότητα.

Πρατήριο	Ζήτηση
0	6
1	6
2	6
3	8
4	6
5	5
6	6
7	5
8	4
9	6
10	10
11	4
12	6
13	7
14	5
15	7
16	4
17	3
18	3
19	3
20	7
21	4
22	3
23	5
24	3
25	3
26	5
27	4
28	2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

29	3
30	1
31	1
32	2
33	7
34	7
35	3
36	7
37	8
38	0

Πίνακας 3-1: Ζητήσεις πρατηρίων με παραδοχή

Βυτιοφόρο	Χωρητικότητα
0	12
1	12
2	12
3	12
4	12
5	12
6	12
7	6
8	6
9	6
10	6
11	6
12	6
13	8
14	8
15	8
16	8
17	8
18	8

19	8
20	12
21	12

Πίνακας 3-2: Χωρητικότητες βυτιοφόρων με παραδοχή

Τα βυτιοφόρα 0 έως 6 ανήκουν στον στόλο της εταιρίας παραγωγής υγρών καυσίμων και τα υπόλοιπα μισθώνονται σε ιδιώτες.

### 3.2.1 Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP)

Αρχικά, πριν την παρουσίαση του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) δίνεται ο παρακάτω πίνακας, ο οποίος περιέχει τους δείκτες, τον συμβολισμό των δεδομένων και τις μεταβλητές απόφασης που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο μοντέλο του (VRP).

---

#### Ονοματολογία

---

#### Δείκτες

$i$	πρατήριο,
$j$	πρατήριο,
$h$	πρατήριο,
$k$	βυτιοφόρο,
$NS$	αριθμός πρατηρίων,
$NOT$	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,
$NTT$	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων.

#### Δεδομένα

$Q_i$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ , σε λίτρα,
-------	---

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$C_{i,j}$  χιλιομετρική απόσταση του πρατηρίου  $i$  από το  $j$ ,

$P_k$  συνολική χωρητικότητα του βυτιοφόρου  $k$ .

Μεταβλητές Απόφασης

$X_{i,j,k}$  δυαδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το ζευγάρι των πρατηρίων  $i, j$  είναι στη διαδρομή του βυτιοφόρου  $k$ , 0 αν όχι,

$Y_i$  συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την οποία το πρατήριο  $i$  έχει επισκεφτεί, χρησιμοποιείται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών.

**Πίνακας 3-3: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το (VRP) με παραδοχή**

Ο Πίνακας 3-3 δεν περιέχει τον αριθμό των βυτιοφόρων που μισθώνονται από τους ιδιώτες, αυτό γίνεται διότι ο αριθμός των μισθωμένων βυτιοφόρων προκύπτει από την αφαίρεση του αριθμού των βυτιοφόρων της εταιρίας από τον συνολικό αριθμό βυτιοφόρων, δηλαδή είναι ίσος με  $NTT - NOT$ . Σύμφωνα με τη δημοσίευση των (Kulkarni & Bhave, 1985) το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (VRP) είναι το εξής:

Minimize 
$$Z = \sum_{i=1}^{NS} \sum_{j=1}^{NS} \sum_{k=1}^{NTT} C_{i,j} X_{i,j,k} \tag{3.1}$$

Περιορισμοί: 
$$\sum_{i=1}^{NS} \sum_{k=1}^{NTT} X_{i,j,k} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, NS - 1 \tag{3.2}$$

$$\sum_{j=1}^{NS} \sum_{k=1}^{NTT} X_{i,j,k} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NS - 1 \tag{3.3}$$

$$\sum_{i=1}^{NS} X_{i,h,k} - \sum_{j=1}^{NS} X_{h,j,k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, NTT, h = 1, 2, \dots, NS \tag{3.4}$$

$$\sum_{i=1}^{NS} Q_i \sum_{j=1}^{NS} X_{i,j,k} \leq P_k, \quad k = 1, 2, \dots, NTT \tag{3.5}$$



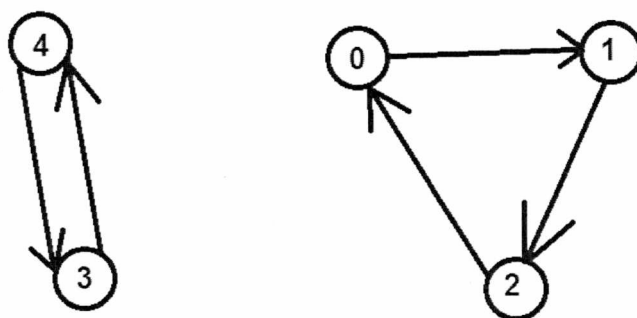
$$\sum_{j=1}^{NS-1} X_{NS,j,k} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, NTT \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^{NS-1} X_{i,NS,k} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, NTT \quad (3.7)$$

$$Y_i - Y_j + NS X_{i,j,k} \leq NS - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq NS - 1, \quad k = 1, 2, \dots, NTT \quad (3.8)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.1) εξασφαλίζει την ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης. Οι περιορισμοί (3.2) και (3.3) εκφράζουν ότι κάθε πρατήριο  $i$ , εκτός του τελευταίου (δηλαδή του διυλιστηρίου), εξυπηρετείται από ένα και μόνο βυτιοφόρο  $k$ . Ο περιορισμός (3.4) εγγυάται την συνέχεια στη διαδρομή κάθε βυτιοφόρου, αφού αν ένα βυτιοφόρο  $k$  μεταβεί σε ένα πρατήριο  $h$ , στη συνέχεια θα πρέπει να φύγει από αυτό για να συνεχίσει το 'ταξίδι' του. Ο περιορισμός (3.5) είναι περιορισμός χωρητικότητας και καθορίζει ότι το βυτιοφόρο  $k$  που θα εξυπηρετήσει ένα πρατήριο  $i$  έχει χωρητικότητα το πολύ ίση με τη ζήτηση του συγκεκριμένου πρατηρίου. Οι περιορισμοί (3.6) και (3.7) βεβαιώνουν ότι αν χρησιμοποιηθεί ένα βυτιοφόρο τότε αυτό πρέπει να ξεκινήσει και να καταλήξει στο ίδιο σημείο, που είναι το τελευταίο πρατήριο, το σημείο εκκίνησης όλων των οχημάτων. Δηλαδή, για το πρόβλημα που μελετάται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, αυτό το σημείο είναι το διυλιστήριο. Ο περιορισμός (3.8) εξαλείφει τη περίπτωση δημιουργίας υποδιαδρομών στο 'ταξίδι' κάθε βυτιοφόρου.

Χωρίς τον περιορισμό (3.8) δεν υπάρχει συνεχόμενη ροή στο 'ταξίδι' του κάθε βυτιοφόρου και υπάρχει περίπτωση δημιουργίας υποδιαδρομών. Η έννοια της δημιουργίας υποδιαδρομών μπορεί να γίνει κατανοητή από το παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 3-1: Υποδιαδρομές

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Με τον περιορισμό (3.8) τα πρατήρια που βρίσκονται στη διαδρομή που θα ακολουθήσει το κάθε βυτιοφόρο αναγκάζονται να συνδεθούν με τέτοια σειρά, ώστε ο μέγιστος αριθμός των πρατηρίων που παρεμβάλλονται ανάμεσα τους να είναι  $NS-1$ . Αυτή η σειρά που δημιουργείται δεν επιτρέπει τη δημιουργία υποδιαδρομών.

#### 3.2.2 Εναλλακτική διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου για το (VRP)

Οι (Kulkarni & Bhave, 1985) έδωσαν μία εναλλακτική διατύπωση στο πρόβλημα της δρομολόγησης των οχημάτων (VRP), για την περίπτωση που οι περιορισμοί χωρητικότητας είναι ίδιοι για όλα τα οχήματα. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης που χρησιμοποιούνται για το συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο.

Ονοματολογία	
Δείκτες	
$i$	κόμβος,
$j$	κόμβος,
$N$	αριθμός κόμβων.
Δεδομένα	
$Q_i$	συνολική ζήτηση του κόμβου $i$ ,
$C_{i,j}$	χιλιομετρική απόσταση του κόμβου $i$ από το $j$ ,
$P$	συνολική χωρητικότητα όλων των οχημάτων,
$V$	συνολικός αριθμός οχημάτων,
$L$	μέγιστος αριθμός κόμβων που μπορεί να ανατεθεί σε ένα όχημα.
Μεταβλητές Απόφασης	
$x_{i,j}$	δυναδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το ζευγάρι των κόμβων $i, j$ έχει επιλεγεί να είναι κομμάτι της λύσης, 0 αν όχι,

$y_i, u_i$  συνεχής μεταβλητή που χρησιμοποιούνται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών.

**Πίνακας 3-4: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για την νέα διατύπωση του (VRP)**

Το μοντέλο της νέας διατύπωσης για το (VRP) είναι το ακόλουθο:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{i,j} x_{i,j} \quad (3.9)$$

$$\text{Περιορισμοί: } \sum_{i=1}^{NS} x_{i,j} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (3.10)$$

$$\sum_{j=1}^{NS} x_{i,j} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,N} = V \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{N,j} = V \quad (3.13)$$

$$y_i - y_j + L x_{i,j} \leq L - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq N - 1 \quad (3.14)$$

$$u_i - u_j + P x_{i,j} \leq P - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq N - 1 \quad (3.15)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.9) εξασφαλίζει την ελαχιστοποίηση των συνολικών χιλιομέτρων. Οι περιορισμοί (3.10) και (3.11) αντιπροσωπεύουν ότι κάθε κόμβος εξυπηρετείται μόνο μία φορά. Οι περιορισμοί (3.12) και (3.13) εγγυούνται ότι θα χρησιμοποιηθούν όλα τα οχήματα  $V$ . Οι περιορισμοί (3.14) και (3.15) είναι περιορισμοί απαλοιφής υποδιαδρομών, που αντιπροσωπεύουν τους περιορισμούς κόμβων και χωρητικότητας, αντίστοιχα. Αυτές οι εξισώσεις εξασφαλίζουν ότι όλες οι διαδρομές αρχίζουν και τελειώνουν στην πόλη  $N$ , που είναι η αφετηρία των οχημάτων και περπατάω κάθε διαδρομή εξυπηρετεί το πολύ  $L$  κόμβους και το φόρτωμα σε κάθε διαδρομή είναι μικρότερο ή ίσο από τη

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

χωρητικότητα των οχημάτων  $P$ . Η απόδειξη του περιορισμού (3.14) είναι διαθέσιμη στην έρευνα των (Miller, Tucker, & Zemlin, 1960). Η απόδειξη του (3.15) γίνεται με παρόμοιο τρόπο, η οποία παρουσιάζεται παρακάτω.

Αν υπάρχει μία διαδρομή  $(r_1, r_2, \dots)$ , τότε  $x_{r_1, r_2} = 1$  και εκτός  $r_2 = N$  υπάρχει ένα μοναδικό  $r_3$  με  $x_{r_2, r_3} = 1$  και ούτω καθεξής, μέχρι να πάρουμε κάποιο  $r_j = N$ . Αυτό πρέπει να συμβεί ή αλλιώς η άλλη εναλλακτική λύση είναι να πάρουμε  $r_k = r_j$ ,  $j + 1 < k$ . Δεδομένου ότι κανένα από τα  $r$  δεν είναι  $N$ , έχουμε:

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} + P x_{r_i, r_{(i+1)}} \leq P - Q_{r_i}$$

ή

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} \leq -Q_{r_i}.$$

Αθροίζοντας από  $i = j$  μέχρι  $k - 1$ , έχουμε

$$u_{r_j} - u_{r_k} = 0 \leq -(Q_{r_j} + Q_{r_{(j+1)}} + \dots + Q_{r_{(k-1)}}),$$

η οποία είναι σε αντίθεση. Έτσι, όλες οι διαδρομές περιλαμβάνουν την αφετηρία των οχημάτων,  $N$ . Επιπλέον, θα πρέπει να αποδειχθεί ότι καμία διαδρομή δε ξεπερνά τη χωρητικότητα του οχήματος. Ας υποθέσουμε ότι μια τέτοια διαδρομή υπάρχει, ας πούμε  $(N, r_1, r_2, \dots, r_k, N)$  με όλα τα  $r_i \neq N$ , δηλαδή:

$$Q_{r_1} + Q_{r_2} + \dots + Q_{r_k} \geq P,$$

τότε έχουμε όπως και πριν

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} \leq -Q_{r_i}.$$

Αθροίζοντας από  $i = 1$  μέχρι  $k - 1$ , έχουμε

$$u_{r_1} - u_{r_k} \leq -[Q_{r_1} + Q_{r_2} + \dots + Q_{r_{(k-1)}}]$$

ή

$$u_{r_k} - u_{r_1} \geq [Q_{r_1} + Q_{r_2} + \dots + Q_{r_{(k-1)}}].$$

Επειδή

$$Q_{r_1} + Q_{r_2} + \dots + Q_{r_{(k-1)}} \geq P - Q_{r_k},$$

μπορούμε να γράψουμε την παραπάνω εξίσωση ως

$$u_{r_k} - u_{r_1} \geq P - Q_{r_k}.$$

Αλλά έχουμε

$$u_{r_k} - u_{r_1} \leq P[1 - x_{r_k, r_1}] - Q_{r_1} \leq P - Q_{r_k},$$

που είναι σε αντίθεση.

Αντίστροφα, αν

$$(N, r_1, r_2, \dots, r_j, \dots, r_k, N)$$

είναι μία από τις διαδρομές μίας εφικτής λύσης, τότε έχουμε όπως πριν

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} \leq -Q_{r_i}.$$

Είναι σαφές ότι οι τιμές των  $u_{r_j}$  μπορούν πάντα να προσαρμοστούν για να έχουμε

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} = -Q_{r_i}.$$

Αθροίζοντας από  $i$  μέχρι  $j$ , έχουμε

$$u_{r_i} - u_{r_j} = 0 = -[Q_{r_i} + Q_{r_{(i+1)}} + \dots + Q_{r_{(j-1)}}].$$

Για οποιονδήποτε άλλο συνδυασμό  $(r_i, r_j)$  των κόμβων που δεν αποτελούν ένα σύνδεσμο στην διαδρομή, έχουμε

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} + Px_{r_i, r_j} \leq P - Q_{r_i},$$

ή

$$u_{r_i} - u_{r_{(i+1)}} \leq P - Q_{r_i},$$

Η οποία είναι ίδια με το προηγούμενο αποτέλεσμα.

Να σημειωθεί ότι το μοντέλου του (VRP) που χρησιμοποιείται σε αυτή την διπλωματική εργασία είναι το μοντέλο της ενότητας 3.2.1 και όχι αυτό που παρουσιάστηκε στη συγκεκριμένη ενότητα για

λόγους πληρότητας, διότι αυτό δεν ανταποκρίνεται στο πρόβλημα της διανομής καυσίμων που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, αφού τα βυτιοφόρα έχουν διαφορετική χωρητικότητα.

### 3.2.3 Ανάπτυξη ισχυρικών ανισοτήτων (valid inequalities)

Οι ισχύουσες ανισότητες (valid inequalities) είναι περιορισμοί, οι οποίοι πηγάζουν από τα δεδομένα του προβλήματος και από τον τρόπο λειτουργίας του συστήματος. Οι ισχύουσες ανισότητες τοποθετούνται για να περιοριστεί ο χώρος λύσεων και έτσι ο αλγόριθμος επίλυσης που θα αναπτυχθεί να έχει την ευκαιρία να ελέγξει για την βέλτιστη λύση σε μικρότερο χρόνο και έτσι πιθανώς να βρει τη βέλτιστη λύση με μικρότερο υπολογιστικό φορτίο και κατ' επέκταση σε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο (CPU solution time). Να σημειωθεί ότι οι επιπρόσθετες ισχύουσες ανισότητες δεν αποκλείουν την βέλτιστη λύση, αποκλείουν μόνο λύσεις που εκ των πρότερων γνωρίζουμε ότι δε θα μπορούσαν να είναι βέλτιστες. Για το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων με παραδοχή έχουν δημιουργηθεί δύο ισχύουσες ανισότητες, οι οποίες τοποθετούνται στο μοντέλο του (VRP). Αυτές είναι οι εξής:

$$\sum_{i=1}^{NS} \sum_{j=1}^{NS} X_{i,j,k} \leq UB, \quad k = 1, 2, \dots, NTT \quad (3.16)$$

$$P_k \geq X_{NS,j,k} Q_j, \quad j = 1, 2, \dots, NS, k = 1, 2, \dots, NTT \quad (3.17)$$

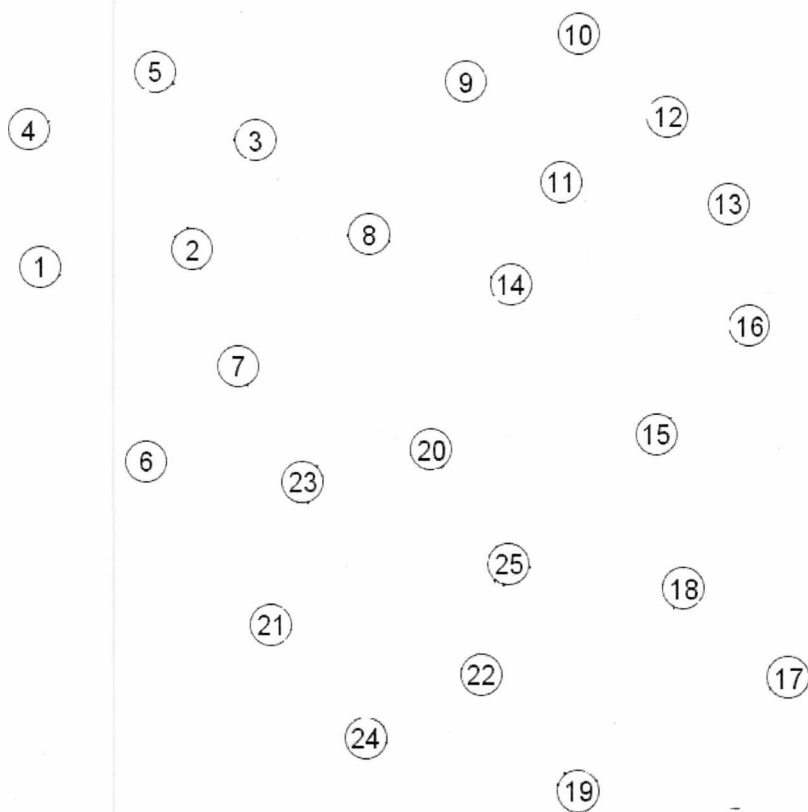
Η ισχύουσα ανισότητα (3.16) εξασφαλίζει ότι ένα βυτιοφόρο θα επισκεφτεί το πολύ  $UB$  σημεία, δηλαδή  $UB - 2$  πρατήρια, αφού θα επισκεφτεί και δύο φορές το διυλιστήριο, μία όταν ξεκινήσει και μία όταν ολοκληρώσει την διανομή καυσίμων. Η επιλογή του αριθμού  $UB$  δεν είναι τυχαία, αλλά προέκυψε από τα αποτελέσματα. Ο αριθμός  $UB$ , συμβολίζει ένα άνω όριο. Από τα αποτελέσματα των μοντέλων με την παραδοχή ο μέγιστος αριθμός πρατηρίων που μπορούσε να επισκεφτεί ένα βυτιοφόρο είναι τρία, άρα  $UB = 5$ . Όμως τα αποτελέσματα από μία ευρετική μέθοδο χωρίς την παραδοχή, έδειξαν ότι ένα βυτιοφόρο μπορεί να εξυπηρετήσει μέχρι και τέσσερα πρατήρια, δηλαδή  $UB = 6$ . Επομένως, το άνω όριο στον περιορισμό (3.16) μπορεί να πάρει δύο τιμές, είτε την τιμή 5, είτε την τιμή 6.

Η ισχύουσα ανισότητα (3.17) εγγυάται ότι το πρώτο πρατήριο  $j$  που θα επισκεφτεί κάθε βυτιοφόρο  $k$  όταν ξεκινήσει από το διυλιστήριο ( $i = NS$ ), θα έχει ζήτηση μικρότερη ή ίση από τη χωρητικότητα του εκάστοτε βυτιοφόρου  $k$ .



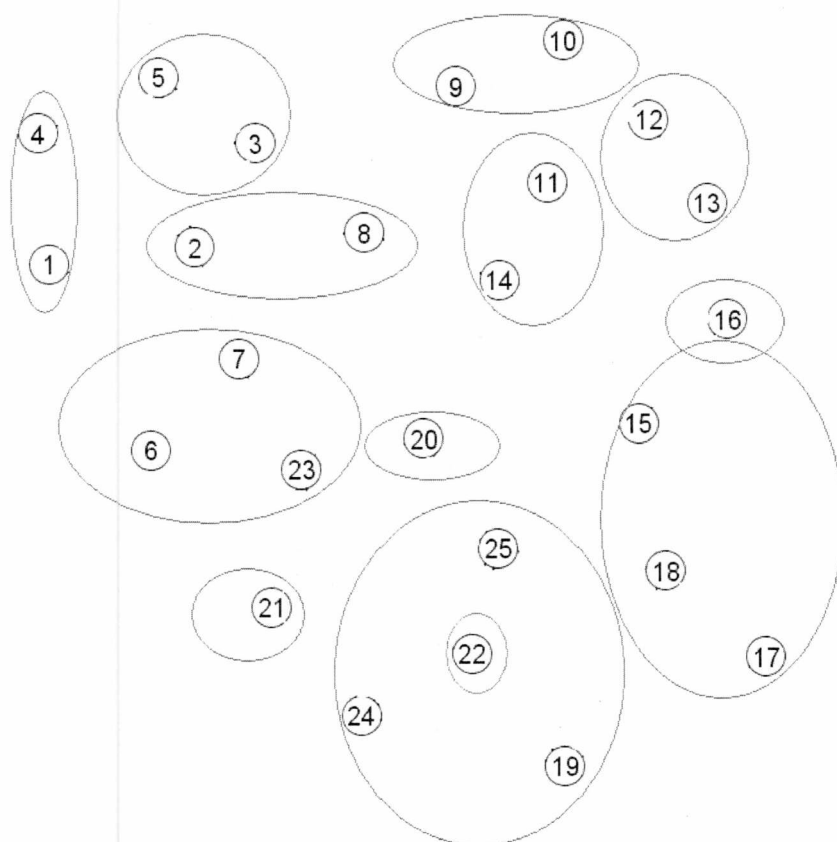
### 3.2.4 Αλγόριθμος clustering με παραδοχή

Το clustering είναι η ομαδοποίηση των σημείων (πρατηρίων) σύμφωνα με μια ή περισσότερες ιδιότητες. Στις εικόνες που ακολουθούν γίνεται κατανοητό πως λειτουργεί το clustering.



Εικόνα 3-2: Σημεία πριν το clustering

Η Εικόνα 3-2 παρουσιάζει 25 σημεία, τα οποία ομαδοποιηθήκαν σύμφωνα με κάποιες ιδιότητες, σύμφωνα με τις οποίες προήλθε το αποτέλεσμα του clustering που εμφανίζεται στην Εικόνα 3-3.



Εικόνα 3-3: Σημεία μετά το clustering

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία που εξετάζει το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων χρησιμοποιούνται δύο μοντέλα clustering, το clusters τύπου I και το clusters τύπου II. Το μοντέλο clusters τύπου I, ομαδοποιεί τα πρατήρια σύμφωνα με την πολιτική που ακολουθεί η εταιρία για την διανομή καυσίμων, δηλαδή τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο να εξυπηρετούνται από τα βυτιοφόρα που ανήκουν στην εταιρία και τα υπόλοιπα πρατήρια, τα πιο απομακρυσμένα από τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες. Το μοντέλο clusters τύπου II, ομαδοποιεί τα πρατήρια ανάλογα με τις μεταξύ τους αποστάσεις. Δηλαδή, δημιουργεί ομάδες πρατηρίων, όπου σε κάθε ομάδα, τα πρατήρια που την απαρτίζουν απέχουν όσο το δυνατό τη λιγότερη απόσταση. Περισσότερες πληροφορίες για του δύο αυτούς τύπους clustering, θα δοθούν παρακάτω στην επεξήγηση της κάθε ευρετικής μεθόδου.

Στην ευρετική μέθοδο του αλγόριθμου clustering με παραδοχή, χρησιμοποιούνται τρία μαθηματικά μοντέλα. Το πρώτο αφορά τη δημιουργία ομάδων (clusters) και τα άλλα δύο είναι κλασσικά μαθηματικά μοντέλα (VRP). Η δημιουργία ομάδων προέρχεται από το μοντέλο clusters τύπου I, το οποίο έχει τις εξής ιδιότητες: Τα πρατήρια να βρίσκονται όσο πιο κοντά γίνεται στο διυλιστήριο και η ζήτηση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

τους να μπορεί να ικανοποιηθεί από τον στόλο των βυτιοφόρων που διαθέτει η εταιρία, με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η πληρότητα των βυτιοφόρων να είναι από 90 έως 100%. Με αυτό τον τρόπο τα πρατήρια κατανέμονται σε δύο ομάδες. Στην πρώτη ομάδα βρίσκονται τα πρατήρια τα οποία θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα της εταιρίας και στην δεύτερη ομάδα, τα πρατήρια που θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες.

Στη συνέχεια εφαρμόζονται δύο κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP), ένα για κάθε ομάδα, δηλαδή ένα για τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διωλιστήριο με τα βυτιοφόρα που ανήκουν στο στόλο της εταιρίας και ένα για τα υπόλοιπα με τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από τους ιδιώτες.

Για την καλύτερη κατανόηση των παρακάτω μοντέλων δίνεται ο πίνακας με την ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος που εξετάζεται στη συγκεκριμένη υποενότητα.

Ονοματολογία	
Δείκτες	
$i$	πρατήριο,
$j$	πρατήριο,
$h$	πρατήριο,
$k$	βυτιοφόρο,
$NS$	αριθμός πρατηρίων,
$NOT$	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,
$NTT$	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων.
Δεδομένα	
$Q_i$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ , σε λίτρα,
$C_{i,j}$	χιλιμετρική απόσταση του πρατηρίου $i$ από το $j$ ,
$P_k$	συνολική χωρητικότητα του βυτιοφόρου $k$ .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Μεταβλητές Απόφασης

$X_{i,j,k}$	δυναδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το ζευγάρι των πρατηρίων $i, j$ είναι στη διαδρομή του βυτιοφόρου $k$ , 0 αν όχι,
$W_i$	δυναδική μεταβλητή (0-1) που χρησιμεύει για τη δημιουργία ομάδων (clusters) και είναι ίση με 1, αν το πρατήριο $i$ ανήκει στην ομάδα που βρίσκεται κοντά στο διυλιστήριο, 0 αν όχι,
$Y_i$	συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την οποία το πρατήριο $i$ έχει επισκεφτεί, χρησιμοποιείται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών.

**Πίνακας 3-5: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή**

Το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για την δημιουργία των ομάδων (clusters) είναι το εξής:

Minimize 
$$Z = \sum_{i=1}^{NS} C_{NS,i} W_i \tag{3.18}$$

Περιορισμοί: 
$$0.9 \sum_{k=1}^{NOT} P_k \leq \sum_{i=1}^{NS} Q_i W_i \leq \sum_{k=1}^{NOT} P_k \tag{3.19}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.18) εξασφαλίζει ότι θα βρει τα πρατήρια εκείνα που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο. Ο περιορισμός (3.19) αντιπροσωπεύει την πληρότητα των βυτιοφόρων της εταιρίας. Συγκεκριμένα, το άθροισμα των ζητήσεων όλων των πρατηρίων που θα επιλεγθούν, πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο με το άθροισμα της συνολικής χωρητικότητας των βυτιοφόρων της εταιρίας και μεγαλύτερο ή ίσο από το 90% του αθροίσματος της συνολικής χωρητικότητας των βυτιοφόρων της εταιρίας.

Η επίλυση του συγκεκριμένου μαθηματικού μοντέλου δίνει ως αποτέλεσμα την μεταβλητή  $W_i$ , όπου δείχνει ποια πρατήρια βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο. Στη συνέχεια δημιουργούνται δύο υποσύνολα, το ένα υποσύνολο ονομάζεται CR (close refinery-κοντά στο διυλιστήριο) και το άλλο AR

(away refinery-μακριά από το διυλιστήριο). Στο υποσύνολο CR τοποθετούνται τα πρατήρια εκείνα που βρέθηκαν ότι είναι κοντά στο διυλιστήριο από το μαθηματικό μοντέλου του clusters τύπου I, δηλαδή θα τοποθετηθούν εκείνα τα  $i$  όπου επιλέχθηκαν ( $W_i = 1$ ). Στο άλλο υποσύνολο AR τοποθετούνται τα υπόλοιπα πρατήρια. Επίσης και στα δύο υποσύνολα πρέπει να υπάρχει το διυλιστήριο. Στη συνέχεια εκτελούνται δύο κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP), ένα για κάθε υποσύνολο. Η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης και για τα δύο κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP) βρίσκεται στον Πίνακα 3-5.

Το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR είναι:

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i \in CR} \sum_{j \in CR} \sum_{k=1}^{NOT} C_{i,j} X_{i,j,k} \quad (3.20)$$

$$\text{Περιορισμοί:} \quad \sum_{i \in CR} \sum_{k=1}^{NOT} X_{i,j,k} = 1, \quad j \in CR - \{1\} \quad (3.21)$$

$$\sum_{j \in CR} \sum_{k=1}^{NOT} X_{i,j,k} = 1, \quad i \in CR - \{1\} \quad (3.22)$$

$$\sum_{i \in CR} X_{i,h,k} - \sum_{j \in CR} X_{h,j,k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, NOT, h \in CR \quad (3.23)$$

$$\sum_{i \in CR} Q_i \sum_{j \in CR} X_{i,j,k} \leq P_k, \quad k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.24)$$

$$\sum_{j \in CR - \{1\}} X_{NS,j,k} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.25)$$

$$\sum_{i \in CR - \{1\}} X_{i,NS,k} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.26)$$

$$Y_i - Y_j + CR X_{i,j,k} \leq CR - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq CR - 1, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.27)$$

Το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο AR είναι:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Minimize 
$$Z = \sum_{i \in AR} \sum_{j \in AR} \sum_{k=NOT+1}^{NTT} C_{i,j} X_{i,j,k} \quad (3.28)$$

Περιορισμοί: 
$$\sum_{i \in AR} \sum_{k=NOT+1}^{NTT} X_{i,j,k} = 1, \quad j \in AR - \{1\} \quad (3.29)$$

$$\sum_{j \in AR} \sum_{k=NOT+1}^{NTT} X_{i,j,k} = 1, \quad i \in AR - \{1\} \quad (3.30)$$

$$\sum_{i \in AR} X_{i,h,k} - \sum_{j \in AR} X_{h,j,k} = 0, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT, h \in AR \quad (3.31)$$

$$\sum_{i \in AR} Q_i \sum_{j \in AR} X_{i,j,k} \leq P_k, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.32)$$

$$\sum_{j \in AR - \{1\}} X_{NS,j,k} \leq 1, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.33)$$

$$\sum_{i \in AR - \{1\}} X_{i,NS,k} \leq 1, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.34)$$

$$Y_i - Y_j + AR X_{i,j,k} \leq AR - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq AR - 1, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.35)$$

Το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR και για το υποσύνολο AR είναι ίδιο με αυτό που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 3.2.1, με τη μόνη διαφορά ότι εφαρμόζονται σε διαφορετικά σύνολα. Δηλαδή, το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) της υποενότητας 3.2.1, εφαρμόζεται στο σύνολο που εμπεριέχει όλα τα πρατήρια και όλα τα βυτιοφόρα, το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) του υποσυνόλου CR εφαρμόζεται στο σύνολο που εμπεριέχει τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο δυλιστήριο με τα βυτιοφόρα της εταιρίας και τέλος το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) του υποσυνόλου AR εφαρμόζεται στο σύνολο που περιέχει τα υπόλοιπα πρατήρια με τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες. Στον πίνακα που ακολουθεί συσχετίζονται οι εξισώσεις που υπάρχουν στα κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP) για τα δύο υποσύνολα με τις εξισώσεις του (VRP) για το σύνολο όλων των πρατηρίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) υποσυνόλου CR	Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) υποσυνόλου AR	Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για σύνολο όλων των πρατηρίων
(3.20)	(3.28)	(3.1)
(3.21)	(3.29)	(3.2)
(3.22)	(3.30)	(3.3)
(3.23)	(3.31)	(3.4)
(3.24)	(3.32)	(3.5)
(3.25)	(3.33)	(3.6)
(3.26)	(3.34)	(3.7)
(3.27)	(3.35)	(3.8)

**Πίνακας 3-6: Αντιστοιχία εξισώσεων των κλασικών μαθηματικών μοντέλων (VRP) για τα υποσύνολα CR, AR και το σύνολο όλων των πρατηρίων**

Η λύση του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR απεικονίζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθήσει κάθε βυτιοφόρο της εταιρίας για τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο, ενώ η λύση του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο AR, απεικονίζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθήσει κάθε βυτιοφόρο που μισθώνεται από ιδιώτες για τα πρατήρια που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο.

### 3.3 Μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι χωρίς χρήση παραδοχής

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται μαθηματικά μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων όπως ακριβώς αυτό είναι στην πραγματικότητα, χωρίς την ύπαρξη παραδοχής. Τα δεδομένα του προβλήματος παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν. Επίσης να σημειωθεί ότι, σε όλα τα μαθηματικά μοντέλα και σε όλες τις ευρετικές μεθόδους, το διυλιστήριο θεωρείται σαν να είναι το τελευταίο πρατήριο και έχει ζήτηση ίση με 0.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Αριθμός πρατηρίου	Ζήτηση ανά είδος σε λίτρα						Συνολική ζήτηση σε λίτρα
	Αμόλυβδη βενζίνη	Σούπερ αμόλυβδη βενζίνη	Πετρέλαιο κίνησης	Πετρέλαιο θέρμανσης	(LRP)	Φωτιστικό πετρέλαιο	
0	6000	3000	3000	6000	0	0	18000
1	6000	0	3000	8000	0	0	17000
2	8000	0	0	10000	0	0	18000
3	12000	0	3000	6000	3000	0	24000
4	0	4000	4000	10000	0	0	18000
5	12000	0	3000	0	0	0	15000
6	8000	0	0	10000	0	0	18000
7	4000	0	0	12000	0	0	16000
8	0	0	0	11000	0	0	11000
9	6000	0	6000	6000	0	0	18000
10	0	0	0	30000	0	0	30000
11	8000	0	0	0	3000	0	11000
12	4000	0	0	14000	0	0	18000
13	0	0	0	20000	0	0	20000
14	12000	0	3000	0	0	0	15000
15	0	0	0	20000	0	0	20000
16	8000	3000	0	0	0	0	11000
17	0	0	0	10000	0	0	10000
18	6000	0	0	2000	0	0	8000
19	0	0	0	10000	0	0	10000
20	12000	0	3000	6000	0	0	21000
21	0	3000	0	10000	0	0	13000
22	6000	0	3000	0	0	0	9000
23	12000	0	3000	0	0	0	15000
24	8000	0	0	0	0	0	8000
25	0	0	3000	6000	0	0	9000
26	12000	0	3000	0	0	0	15000
27	8000	0	3000	0	0	0	11000
28	0	0	3000	0	3000	0	6000

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

29	8000	0	0	0	0	0	8000
30	0	0	3000	0	0	0	3000
31	0	0	3000	0	0	0	3000
32	0	0	3000	0	0	3000	6000
33	12000	3000	0	6000	0	0	21000
34	0	0	3000	20000	0	0	23000
35	6000	0	3000	0	0	0	9000
36	0	3000	0	20000	0	0	23000
37	0	3000	3000	20000	0	0	26000

Πίνακας 3-7: Ζήτηση πρατηρίων χωρίς παραδοχή

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
1	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
2	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
3	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
4	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
5	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
6	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
7	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
8	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
9	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
10	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
11	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
12	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0
13	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
14	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
15	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
16	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
17	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
18	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
19	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
20	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
21	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000

Πίνακας 3-8: Χωρητικότητες βυτιοφόρων χωρίς παραδοχή

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Τα βυτιοφόρα 0 έως 6 ανήκουν στον στόλο της εταιρίας παραγωγής υγρών καυσίμων και τα υπόλοιπα μισθώνονται σε ιδιώτες.

#### 3.3.1 Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για την διανομή καυσίμων

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας δημιουργήθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) το οποίο επιλύει το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Αυτό το μαθηματικό μοντέλο ουσιαστικά είναι ένα κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) το οποίο έχει επιπλέον περιορισμούς χωρητικότητας, λόγω των διαμερισμάτων, που υπάρχουν στα βυτιοφόρα και λόγω των διαφορετικών ειδών υγρών καυσίμων που υπάρχουν. Συγκεκριμένα, είναι ένας συνδυασμός του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) που δημοσιεύτηκε από τους (Kulkarni & Bhave, 1985) και των περιορισμών χωρητικότητας που εμπνεύστηκαν από την δημοσίευση των (Saharidis, Minoux, & Dallery, 2009). Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για την διανομή καυσίμων δίνεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης.

---

#### Ονοματολογία

---

##### Δείκτες

$i$	πρατήριο,
$j$	πρατήριο,
$h$	πρατήριο,
$k$	βυτιοφόρο,
$l$	διαμέρισμα βυτιοφόρου,
$z$	είδος καυσίμου,
$NS$	αριθμός πρατηρίων,
$NOT$	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,
$NTT$	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$NAT$	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),
$NTF$	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια).
Δεδομένα	
$Q_i$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ , σε λίτρα,
$C_{i,j}$	χιλιομετρική απόσταση του πρατηρίου $i$ από το $j$ ,
$P_k$	συνολική χωρητικότητα του βυτιοφόρου $k$ ,
$CAP_{k,l}$	συνολική χωρητικότητα του διαμερίσματος $l$ , του $k$ βυτιοφόρου,
$AS_{i,z}$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ από το είδος $z$ , σε λίτρα.
Μεταβλητές Απόφασης	
$X_{i,j,k}$	δυναμική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το ζευγάρι των πρατηρίων $i, j$ είναι στη διαδρομή του βυτιοφόρου $k$ , 0 αν όχι,
$Y_i$	συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την οποία το πρατήριο $i$ έχει επισκεφτεί, χρησιμοποιείται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών.
$U_{z,l,k,i}$	συνεχής μεταβλητή η οποία εκφράζει την ποσότητα του είδους υγρού καυσίμου που τοποθετείται στο διαμέρισμα $l$ του βυτιοφόρου $k$ για το πρατήριο $i$ ,
$F_{z,l,k}$	δυναμική μεταβλητή (0-1) που είναι ίση με 1, αν το διαμέρισμα $l$ του βυτιοφόρου $k$ περιέχεται το είδος υγρού καυσίμου, 0 αν όχι.

**Πίνακας 3-9: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων**

Το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για την διανομή καυσίμων χωρίς παραδοχή είναι το εξής:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Η αντικειμενική συνάρτηση, όπως και κάποιοι περιορισμοί είναι κοινοί με το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) που αναλύθηκε στην υποενότητα 3.2.1. Συγκεκριμένα η αντικειμενική συνάρτηση είναι η (3.1) και οι περιορισμοί είναι οι (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6), (3.7) και (3.8). Οι επιπρόσθετοι περιορισμοί χωρητικότητας είναι οι ακόλουθοι:

$$\sum_{z=1}^{NTF} F_{z,l,k} \leq 1, \quad l = 1,2, \dots, NAT, k = 1,2, \dots, NTT \quad (3.36)$$

$$\sum_{l=1}^{NAT} \sum_{k=1}^{NTT} U_{z,l,k,i} = AS_{i,z}, \quad i = 1,2, \dots, NS, z = 1,2, \dots, NTF \quad (3.37)$$

$$m3 F_{z,l,k} \leq \sum_{i=1}^{NS} U_{z,l,k,i} \leq M2 F_{z,l,k}, \quad z = 1,2, \dots, NTF, l = 1,2, \dots, NAT, k = 1,2, \dots, NTT \quad (3.38)$$

$$\sum_{i=1}^{NS} \sum_{z=1}^{NTF} U_{z,l,k,i} \leq CAP_{k,l}, \quad k = 1,2, \dots, NTT, l = 1,2, \dots, NAT \quad (3.39)$$

$$m3 \sum_{i=1}^{NS} X_{i,j,k} \leq \sum_{z=1}^{NTF} \sum_{l=1}^{NAT} U_{z,l,k,j} \leq M1 \sum_{i=1}^{NS} X_{i,j,k}, \quad j = 1,2, \dots, NS, k = 1,2, \dots, NTT \quad (3.40)$$

Ο περιορισμός (3.36) εγγυάται ότι σε κάθε διαμέρισμα κάθε βυτιοφόρου τοποθετείται το πολύ ένα είδος υγρού καυσίμου. Ο περιορισμός (3.37) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα που θα φορτωθεί από το είδος  $z$  για το πρατήριο  $i$  σε όλα τα διαμερίσματα  $l$  όλων των βυτιοφόρων  $k$ , πρέπει να είναι ίση με τη ζήτηση του πρατηρίου  $i$  από το συγκεκριμένο είδος  $z$ . Ο περιορισμός (3.38) εκφράζει τη σύμβαση για το  $F_{z,l,k}$ , και το  $U_{z,l,k,i}$ , το  $m3$  είναι ο ελάχιστος αριθμός που τοποθετείται σε ένα διαμέρισμα (εκτός του μηδενός) και το  $M2$  είναι η μέγιστη χωρητικότητα που μπορεί να έχει ένα διαμέρισμα, ανεξαρτήτως βυτιοφόρου. Αυτός ο περιορισμός αποτελεί ασφαλιστική δικλίδα αφού συνδέει την ποσότητα που τοποθετείται σε ένα διαμέρισμα  $l$  ενός βυτιοφόρου  $k$  από ένα είδος καυσίμου  $z$  με το αν υπάρχει ή όχι ( $F_{z,l,k} = 1$  ή  $F_{z,l,k} = 0$ ) αυτό το είδος καυσίμου  $z$  σε αυτό το διαμέρισμα  $l$  του συγκεκριμένου βυτιοφόρου  $k$ . Πιο απλά, αν έχει τοποθετηθεί ένα είδος καυσίμου  $z$  σε ένα διαμέρισμα  $l$  ενός βυτιοφόρου  $k$  ( $U_{z,l,k,i} \neq 0$ ) τότε υπάρχει αυτό το ένα είδος καυσίμου  $z$  στο διαμέρισμα  $l$  του βυτιοφόρου  $k$  ( $F_{z,l,k} = 1$ ), διαφορετικά αν  $U_{z,l,k,i} = 0$  τότε  $F_{z,l,k} = 0$ . Ο περιορισμός (3.39) καθορίζει ότι η ποσότητα που θα τοποθετηθεί σε ένα διαμέρισμα  $l$ , πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση με την χωρητικότητα αυτού του διαμερίσματος  $l$ . Συγκεκριμένα, το άθροισμα των ποσοτήτων από όλα τα πρατήρια και από όλα τα είδη

που θα φορτωθούν σε ένα διαμέρισμα  $l$  ενός βυτιοφόρου  $k$  πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από την χωρητικότητα του διαμερίσματος  $l$  του συγκεκριμένου βυτιοφόρου  $k$ . Ο περιορισμός (3.40) εκφράζει τη σύμβαση για το  $X_{i,j,k}$  και το  $U_{z,l,k,i}$ , το  $M1$  είναι η μέγιστη χωρητικότητα που μπορεί να έχει ένα βυτιοφόρο που ανήκει στο στόλο που έχει στη διάθεσή της η εταιρία για την διανομή καυσίμων (ιδιότητα και μισθωμένα). Με αυτό τον περιορισμό εξασφαλίζεται ότι αν ένα βυτιοφόρο  $k$  μεταβεί σε ένα πρατήριο  $j$  τότε θα πρέπει να έχει κάποια ποσότητα υγρού καυσίμου για να αφήσει στο συγκεκριμένο πρατήριο, αν δεν μεταβεί τότε δεν έχει κάποια ποσότητα καυσίμου να αφήσει, δηλαδή αν  $X_{i,j,k} = 1$  τότε πρέπει  $U_{z,l,k,i} \neq 0$  και αν  $X_{i,j,k} = 0$  τότε πρέπει  $U_{z,l,k,i} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, αυτός ο περιορισμός εξασφαλίζει και το αντίστροφο, δηλαδή αν ένα βυτιοφόρο  $k$  έχει σε κάποιο διαμέρισμα  $l$  ένα οποιοδήποτε είδος υγρού καυσίμου  $z$  που προορίζεται για το πρατήριο  $j$ , τότε το βυτιοφόρο  $k$  πρέπει να μεταβεί στο πρατήριο  $j$ , αν δεν έχει κάποια ποσότητα υγρού καυσίμου για το πρατήριο  $j$  τότε δεν πρέπει να μεταβεί σε αυτό. Έτσι λοιπόν, αν  $U_{z,l,k,i} \neq 0$  τότε πρέπει  $X_{i,j,k} = 1$  και αν  $U_{z,l,k,i} = 0$  τότε πρέπει  $X_{i,j,k} = 0$ , αντίστοιχα. Επειδή αυτό το μαθηματικό μοντέλο δεν λύνει προβλήματα μεγάλης κλίμακας, δημιουργήθηκαν ευρετικές μέθοδοι επίλυσης, οι οποίοι βασίζονται σε αυτό το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων. Αυτές οι ευρετικές μέθοδοι θα αναλυθούν στις επόμενες υποενότητες.

### 3.3.2 Αλγόριθμοι clustering χωρίς παραδοχή

#### 3.3.2.1 Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I

Ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I λειτουργεί με την ίδια λογική του αλγόριθμου clustering με παραδοχή, που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 3.2.4. Δηλαδή, η συγκεκριμένη ευρετική μέθοδος περιλαμβάνει ένα μοντέλο clusters τύπου I και δύο μαθηματικά μοντέλα (VRP) για διανομή καυσίμων. Το μοντέλο clusters τύπου I ομαδοποιεί τα πρατήρια με τον ίδιο τρόπο όπως και το clusters τύπου I της υποενότητας 3.2.4. με τη μόνη διαφορά είναι ότι σε αυτό το clusters τύπου I, η πληρότητα των βυτιοφόρων είναι από 80% έως 100%. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ένα μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για κάθε ομάδα. Δίνεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης που χρειάζονται για την κατανόηση του μοντέλου clusters τύπου I για τον διαχωρισμό των πρατηρίων χωρίς παραδοχή.

---

Ονοματολογία

---

Δείκτες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$i$	πρατήριο,
$j$	πρατήριο,
$h$	πρατήριο,
$k$	βυτιοφόρο,
$l$	διαμέρισμα βυτιοφόρου,
$z$	είδος καυσίμου,
$NS$	αριθμός πρατηρίων,
$NOT$	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,
$NTT$	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,
$NAT$	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),
$NTF$	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια).
Δεδομένα	
$Q_i$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ , σε λίτρα,
$C_{i,j}$	χιλιομετρική απόσταση του πρατηρίου $i$ από το $j$ ,
$P_k$	συνολική χωρητικότητα του βυτιοφόρου $k$ ,
$CAP_{k,l}$	συνολική χωρητικότητα του διαμερίσματος $l$ , του $k$ βυτιοφόρου,
$AS_{i,z}$	συνολική ζήτηση του πρατηρίου $i$ από το είδος $z$ , σε λίτρα.
Μεταβλητές Απόφασης	
$W_{i,k}$	δυναμική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το βυτιοφόρο $k$ επισκεφτεί το πρατήριο $i$ , 0 αν όχι,
$U_{z,l,k,i}$	συνεχής μεταβλητή η οποία εκφράζει την ποσότητα του είδους $z$



υγρού καυσίμου που τοποθετείται στο διαμέρισμα  $l$  του βυτιοφόρου  $k$   
για το πρατήριο  $i$ ,

$F_{z,l,k}$

δυναδική μεταβλητή (0-1) που είναι ίση με 1, αν το διαμέρισμα  $l$  του  
βυτιοφόρου  $k$  περιέχεται το είδος  $z$  υγρού καυσίμου, 0 αν όχι.

Πίνακας 3-10: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μοντέλο clusters τύπου I

Το μαθηματικό μοντέλο για την δημιουργία των δύο ομάδων (clusters τύπου I) είναι το εξής:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{NS} C_{NS,i} \sum_k^{NOT} W_{i,k} \quad (3.41)$$

$$\text{Περιορισμοί: } \sum_{z=1}^{NTF} F_{z,l,k} \leq 1, \quad l = 1, 2, \dots, NAT, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.42)$$

$$m3 F_{z,l,k} \leq \sum_{i=1}^{NS} U_{z,l,k,i} \leq M2 F_{z,l,k}, \quad z = 1, 2, \dots, NTF, l = 1, 2, \dots, NAT, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.43)$$

$$\sum_{i=1}^{NS} \sum_{z=1}^{NTF} U_{z,l,k,i} \leq CAP_{k,l}, \quad k = 1, 2, \dots, NOT, l = 1, 2, \dots, NAT \quad (3.44)$$

$$\sum_{k=1}^{NOT} W_{i,k} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, NS - 1 \quad (3.45)$$

$$m3 W_{i,k} \leq \sum_{z=1}^{NTF} \sum_{l=1}^{NAT} U_{z,l,k,i} \leq M1 W_{i,k}, \quad k = 1, 2, \dots, NOT, i = 1, 2, \dots, NS \quad (3.46)$$

$$AS_{i,z} \sum_{k=1}^{NOT} W_{i,k} = \sum_{l=1}^{NAT} \sum_{k=1}^{NOT} U_{z,l,k,i}, \quad i = 1, 2, \dots, NS, z = 1, 2, \dots, NTF \quad (3.47)$$

$$0.8 P_k \leq \sum_{i=1}^{NS} Q_i W_{i,k} \leq P_k, \quad k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.48)$$

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.41) εξασφαλίζει ότι τα πρατήρια που θα επιλεγθούν θα βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο. Οι περιορισμοί (3.42), (3.43) και (3.44) έχουν την ίδια λειτουργία με τους (3.36), (3.38) και (3.39) αντίστοιχα, με τη διαφορά ότι οι (3.42), (3.43) και (3.44) αναφέρονται στα βυτιοφόρα που ανήκουν στον στόλο της εταιρίας, ενώ οι (3.36), (3.38) και (3.39) αναφέρονται σε όλα τα βυτιοφόρα. Ο περιορισμός (3.45) αποτυπώνει ότι σε κάθε πρατήριο  $i$  μπορεί να μεταβεί το πολύ ένα βυτιοφόρο  $k$ . Ο περιορισμός (3.46) εκφράζει τη σύμβαση για το  $W_{i,k}$  και το  $U_{z,l,k,i}$ . Με αυτό τον περιορισμό εξασφαλίζεται ότι αν ένα βυτιοφόρο  $k$  μεταβεί σε ένα πρατήριο  $i$  τότε θα πρέπει να έχει κάποια ποσότητα υγρού καυσίμου για να αφήσει στο συγκεκριμένο πρατήριο, αν δεν μεταβεί τότε δεν έχει κάποια ποσότητα καυσίμου να αφήσει, δηλαδή αν  $W_{i,k} = 1$  τότε πρέπει  $U_{z,l,k,i} \neq 0$  και αν  $W_{i,k} = 0$  τότε πρέπει  $U_{z,l,k,i} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, αυτός ο περιορισμός εξασφαλίζει και τα αντίστροφο, δηλαδή αν ένα βυτιοφόρο  $k$  έχει σε κάποιο διαμέρισμα  $l$  ένα οποιοδήποτε είδος υγρού καυσίμου  $z$  που προορίζεται για το πρατήριο  $i$ , τότε το βυτιοφόρο  $k$  πρέπει να μεταβεί στο πρατήριο  $i$ , αν δεν έχει κάποια ποσότητα υγρού καυσίμου για το πρατήριο  $i$  τότε δεν πρέπει να μεταβεί σε αυτό. Έτσι λοιπόν, αν  $U_{z,l,k,i} \neq 0$  τότε πρέπει  $W_{i,k} = 1$  και αν  $U_{z,l,k,i} = 0$  τότε πρέπει  $W_{i,k} = 0$ , αντίστοιχα. Ο περιορισμός (3.47) εγγυάται ότι αν κάποιο βυτιοφόρο μεταβεί σε ένα πρατήριο  $i$ , τότε θα πρέπει το άθροισμα όλων των διαμερισμάτων  $l$  όλων των βυτιοφόρων  $k$  για ένα είδος υγρού καυσίμου  $z$ , να είναι ίσο με τη ζήτηση που έχει αυτό το πρατήριο  $i$  από αυτό το είδος υγρού καυσίμου  $z$ . Τέλος, ο περιορισμός (3.48) διασφαλίζει ότι η πληρότητα κάθε βυτιοφόρου της εταιρίας θα είναι από 80% έως 100%. Να σημειωθεί ότι η συνολική ζήτηση ενός πρατηρίου  $i$  είναι ίση με το άθροισμα της ζήτησης του κάθε είδους υγρού καυσίμου  $z$  για το συγκεκριμένο πρατήριο  $i$  (δηλαδή,  $Q_i = \sum_{z=1}^{NTF} AS_{i,z}$ ,  $\forall i$ ). Από τον περιορισμό (3.47) η ζήτηση του κάθε πρατηρίου για το κάθε είδος ( $AS_{i,z}$ ) συνδέεται με την ποσότητα του είδους  $z$  υγρού καυσίμου που τοποθετείται στο διαμέρισμα  $l$  του βυτιοφόρου  $k$  για το πρατήριο  $i$  ( $U_{z,l,k,i}$ ). Επομένως, υπάρχει σύνδεση μεταξύ των  $Q_i$  και  $U_{z,l,k,i}$ .

Η επίλυση του συγκεκριμένου μαθηματικού μοντέλου δίνει ως αποτέλεσμα την μεταβλητή  $W_{i,k}$ , όπου δείχνει σε ποια πρατήρια, που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο θα μεταβεί το κάθε βυτιοφόρο, που ανήκει στον στόλο της εταιρίας. Στη συνέχεια δημιουργούνται δύο υποσύνολα, το ένα υποσύνολο ονομάζεται CR (close refinery-κοντά στο διυλιστήριο) και το άλλο AR (away refinery-μακριά από το διυλιστήριο). Στο υποσύνολο CR τοποθετούνται τα πρατήρια εκείνα που βρέθηκαν ότι είναι κοντά στο διυλιστήριο από το μοντέλο του clusters τύπου I, δηλαδή θα τοποθετηθούν εκείνα τα  $i$  όπου επιλέχθηκαν για όλα τα βυτιοφόρα της εταιρίας ( $W_{i,k} = 1$ ). Στο άλλο υποσύνολο AR τοποθετούνται τα υπόλοιπα πρατήρια. Επίσης και στα δύο υποσύνολα πρέπει να υπάρχει το διυλιστήριο, το οποίο τοποθετείται σαν τελευταίο πρατήριο με ζήτηση ίση με το μηδέν. Στη συνέχεια, εκτελούνται δύο μαθηματικά μοντέλα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

(VRP) για διανομή καυσίμων, ένα για κάθε υποσύνολο. Η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης και για τα δύο (VRP) χωρίς παραδοχή βρίσκεται στον Πίνακα 3-9.

Το μαθηματικό μοντέλο του (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR περιέχει την αντικειμενική συνάρτηση του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR με παραδοχή, (3.20) και τους περιορισμούς (3.21), (3.22), (3.23), (3.24), (3.25), (3.26) και (3.27). Οι επιπρόσθετοι περιορισμοί είναι οι ακόλουθοι:

$$\sum_{z=1}^{NTF} F_{z,l,k} \leq 1, \quad l = 1, 2, \dots, NAT, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.49)$$

$$\sum_{l=1}^{NAT} \sum_{k=1}^{NOT} U_{z,l,k,i} = AS_{i,z}, \quad i \in CR, z = 1, 2, \dots, NTF \quad (3.50)$$

$$m3 F_{z,l,k} \leq \sum_{i \in CR} U_{z,l,k,i} \leq M2 F_{z,l,k}, \quad z = 1, 2, \dots, NTF, l = 1, 2, \dots, NAT, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.51)$$

$$\sum_{i \in CR} \sum_{z=1}^{NTF} U_{z,l,k,i} \leq CAP_{k,l}, \quad k = 1, 2, \dots, NOT, l = 1, 2, \dots, NAT \quad (3.52)$$

$$m3 \sum_{i \in CR} X_{i,j,k} \leq \sum_{z=1}^{NTF} \sum_{l=1}^{NAT} U_{z,l,k,j} \leq M1 \sum_{i \in CR} X_{i,j,k}, \quad j \in CR, k = 1, 2, \dots, NOT \quad (3.53)$$

Το μαθηματικό μοντέλο του (VRP) χωρίς παραδοχή για το υποσύνολο AR περιέχει την αντικειμενική συνάρτηση του (VRP) για το υποσύνολο AR με παραδοχή, (3.28) και τους περιορισμούς (3.29), (3.30), (3.31), (3.32), (3.33), (3.34) και (3.35). Οι επιπρόσθετοι περιορισμοί είναι οι ακόλουθοι:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$$\sum_{z=1}^{NTF} F_{z,l,k} \leq 1, \quad l = 1, 2, \dots, NAT, k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.54)$$

$$\sum_{l=1}^{NAT} \sum_{k=NOT+1}^{NTT} U_{z,l,k,i} = AS_{i,z}, \quad i \in AR, z = 1, 2, \dots, NTF \quad (3.55)$$

$$m3 F_{z,l,k} \leq \sum_{i \in AR} U_{z,l,k,i} \leq M2 F_{z,l,k}, \quad z = 1, 2, \dots, NTF, l = 1, 2, \dots, NAT, \\ k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.56)$$

$$\sum_{i \in AR} \sum_{z=1}^{NTF} U_{z,l,k,i} \leq CAP_{k,l}, \quad k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT, l = 1, 2, \dots, NAT \quad (3.57)$$

$$m3 \sum_{i \in AR} X_{i,j,k} \leq \sum_{z=1}^{NTF} \sum_{l=1}^{NAT} U_{z,l,k,j} \leq M1 \sum_{i \in CR} X_{i,j,k}, \quad j \in AR, \\ k = NOT + 1, NOT + 2, \dots, NTT \quad (3.58)$$

Το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR και για το υποσύνολο AR είναι ίδιο με αυτό που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 3.3.1, με τη μόνη διαφορά ότι εφαρμόζονται σε διαφορετικά σύνολα. Δηλαδή το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων της υποενότητας 3.3.1 εφαρμόζεται στο σύνολο που εμπεριέχει όλα τα πρατήρια και όλα τα βυτιοφόρα, το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων του υποσυνόλου CR εφαρμόζεται στο σύνολο που εμπεριέχει τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διωλιστήριο, με τα βυτιοφόρα της εταιρίας και τέλος το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων του υποσυνόλου AR εφαρμόζεται στο σύνολο που περιέχει τα υπόλοιπα πρατήρια, με τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες. Στον πίνακα που ακολουθεί συσχετίζονται οι εξισώσεις που υπάρχουν στα μαθηματικά μοντέλα (VRP) για διανομή καυσίμων για τα δύο υποσύνολα με τις εξισώσεις του (VRP) για διανομή καυσίμων για το σύνολο όλων των πρατηρίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ  
ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR	Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR	Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων
(3.20)	(3.28)	(3.1)
(3.21)	(3.29)	(3.2)
(3.22)	(3.30)	(3.3)
(3.23)	(3.31)	(3.4)
(3.24)	(3.32)	(3.5)
(3.25)	(3.33)	(3.6)
(3.26)	(3.34)	(3.7)
(3.27)	(3.35)	(3.8)
(3.49)	(3.54)	(3.36)
(3.50)	(3.55)	(3.37)
(3.51)	(3.56)	(3.38)
(3.52)	(3.57)	(3.39)
(3.53)	(3.58)	(3.40)

**Πίνακας 3-11: Αντιστοιχία εξισώσεων των μαθηματικών μοντέλων (VRP) για διανομή καυσίμων για τα υποσύνολα CR, AR και το σύνολο όλων των πρατηρίων**

Η λύση του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR απεικονίζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθήσει κάθε βυτιοφόρο της εταιρίας για τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο, ενώ η λύση του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR, απεικονίζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθήσει κάθε βυτιοφόρο που μισθώνεται από ιδιώτες για τα πρατήρια που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο.

### 3.3.2.2 Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II

Η συγκεκριμένη ευρετική μέθοδος προήλθε από την αναγκαιότητα να βρεθεί λύση στο πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων για το παράδειγμα που εξετάζεται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Συγκεκριμένα, το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.3.1, δεν μπορεί να δώσει λύση για προβλήματα μεγάλης κλίμακας, λόγω υψηλής πολυπλοκότητας. Για τον λόγο αυτό, ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II, έχει ως βασική ιδέα να χωρίσει όλο τον χώρο των πρατηρίων σε τόσα κομμάτια, ώστε σε κάθε κομμάτι να μπορεί να δώσει λύση το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων. Το μοντέλο clusters τύπου II, είναι υπεύθυνο για την δημιουργία ομάδων πρατηρίων. Σε κάθε ομάδα πρατηρίων, θα πρέπει τα πρατήρια που ανήκουν σε αυτή την ομάδα να απέχουν μεταξύ τους την λιγότερη δυνατή απόσταση. Με αυτό τον τρόπο, η κάθε ομάδα περιέχει πρατήρια που βρίσκονται το ένα κοντά στο άλλο. Έπειτα, στα πρατήρια της κάθε ομάδας τοποθετείται και το διυλιστήριο σαν τελευταίο πρατήριο, με ζήτηση ίση με το μηδέν. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ένα μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για κάθε ομάδα. Σημαντικό ρόλο διαδραματίζει ο αριθμός των βυτιοφόρων που θα επιλεγθούν για να εξυπηρετήσουν την κάθε ομάδα πρατηρίων. Το κάθε βυτιοφόρο συνήθως εξυπηρετεί δύο έως τρία πρατήρια ανά δρομολόγιο. Έτσι λοιπόν, αν θεωρήσουμε ότι ένα βυτιοφόρο εξυπηρετεί το πολύ τρία πρατήρια, τότε για τρία πρατήρια (εκτός του διυλιστηρίου) θεωρούμε ότι αντιστοιχίζεται ένα βυτιοφόρο από την κάθε ομάδα βυτιοφόρων, δηλαδή ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων, ένα 24000 λίτρων και ένα 36000 λίτρων.

Το μοντέλο clusters τύπου II που έχει δημιουργηθεί για την δημιουργία των ομάδων πρατηρίων είναι ένα μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης, που χρησιμοποιούνται για το συγκεκριμένο μοντέλο.

---

#### Ονοματολογία

---

##### Δείκτες

$i$	πρατήριο,
$j$	πρατήριο,
$v$	ομάδα πρατηρίων (cluster),
$NS$	αριθμός πρατηρίων,



$NC$	αριθμός ομάδων πρατηρίων (clusters).
Δεδομένα	
$C_{i,j}$	χιλιομετρική απόσταση του πρατηρίου $i$ από το $j$ .
Μεταβλητές Απόφασης	
$N_{i,v}$	δυναδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το πρατήριο $i$ ανήκει στο cluster $v$ , 0 αν όχι.

Πίνακας 3-12: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μοντέλο clusters τύπου II

Το μαθηματικό μοντέλο του ακέραιου προγραμματισμού για το clusters τύπου II είναι το εξής:

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{NS-1} \sum_{j=1}^{NS-1} \sum_{v=1}^{NC} C_{i,j} N_{i,v} N_{j,v}, \quad i \neq j \quad (3.59)$$

$$\text{Περιορισμοί:} \quad \sum_{v=1}^{NC} N_{i,v} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NS - 1 \quad (3.60)$$

$$\sum_{i=1}^{NS-1} N_{i,v} \geq 1, \quad v = 1, 2, \dots, NC \quad (3.61)$$

Αρχικά, σε αυτό το μοντέλο δεν χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψιν που βρίσκεται το διυλιστήριο (το τελευταίο πρατήριο), γιατί ο σκοπός είναι η δημιουργία ομάδων πρατηρίων με σκοπό την ελαχιστοποίηση των μεταξύ τους αποστάσεων. Η αντικειμενική συνάρτηση (3.59) λοιπόν, εξασφαλίζει την ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που απέχουν μεταξύ τους τα πρατήρια του κάθε cluster (ομάδα πρατηρίων). Ο περιορισμός (3.60), εγγυάται ότι το κάθε πρατήριο  $i$  τοποθετείται ακριβώς σε ένα cluster  $v$ . Ο περιορισμός (3.61) εκφράζει ότι σε κάθε cluster  $v$  τοποθετείται τουλάχιστον ένα πρατήριο  $i$ .

Επειδή, το μοντέλο αυτό είναι μη-γραμμικό, αφού πολλαπλασιάζονται δύο μεταβλητές απόφασης ( $N_{i,v} N_{j,v}$ ), κάποια λογισμικά δε μπορούν να το λύσουν. Γι' αυτό το λόγο παρουσιάζεται ένας τρόπος απαλοιφής της μη-γραμμικότητας. Προσθέτουμε στο μοντέλο μία μεταβλητή απόφασης και δύο περιορισμούς. Η μεταβλητή απόφασης είναι η:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$H_{i,j,v}$  συνεχής μεταβλητή απόφασης που χρησιμεύει για την απαλοιφή της μη-γραμμικότητας και είναι ίση με όπου  $N_{i,v}N_{j,v}$ , δηλαδή  $H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v}$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση αλλάζει και μετατρέπεται σε:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{NS-1} \sum_{j=1}^{NS-1} \sum_{v=1}^{NC} C_{i,j} H_{i,j,v}, \quad i \neq j \quad (3.62)$$

Οι επιπρόσθετοι περιορισμοί είναι οι εξής:

$$N_{i,v} - (1 - N_{j,v}) \leq H_{i,j,v} \leq N_{i,v}, \quad i = 1, 2, \dots, NS - 1, j = 1, 2, \dots, NS - 1, v = 1, 2, \dots, NC \quad (3.63)$$

$$0 \leq H_{i,j,v} \leq N_{j,v}, \quad i = 1, 2, \dots, NS - 1, j = 1, 2, \dots, NS - 1, v = 1, 2, \dots, NC \quad (3.64)$$

Επομένως, το μοντέλο με την απαλοιφή της μη-γραμμικότητας αποτελείται από την αντικειμενική συνάρτηση (3.62) και τους περιορισμούς (3.60), (3.61), (3.63) και (3.64). Οι περιορισμοί (3.63) και (3.64) αναγκάζουν την μεταβλητή απόφασης  $H_{i,j,v}$  να πάρει την τιμή που πρέπει σύμφωνα με τον ορισμό της ( $H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v}$ ). Συγκεκριμένα, υπάρχουν τέσσερις συνδυασμοί των  $N_{i,v}$  και  $N_{j,v}$ , όπου στον καθένα από αυτούς θα εξεταστεί η λειτουργία των περιορισμών (3.63) και (3.64) και το αποτέλεσμα τους θα συγκριθεί με τον ορισμό της μεταβλητής απόφασης  $H_{i,j,v}$ .

$$\begin{aligned} 1^{\text{ος}} \text{ συνδυασμός } & N_{i,v} = 1 \\ & N_{j,v} = 1 && \text{εξορισμού } H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v} = 1 * 1 = 1 \\ (3.63) \Rightarrow & 1 - (1 - 1) \leq H_{i,j,v} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq H_{i,j,v} \leq 1 \\ (3.64) \Rightarrow & 0 \leq H_{i,j,v} \leq 1 && \} \Rightarrow H_{i,j,v} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{\text{ος}} \text{ συνδυασμός } & N_{i,v} = 0 \\ & N_{j,v} = 0 && \text{εξορισμού } H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v} = 0 * 0 = 0 \\ (3.63) \Rightarrow & 0 - (1 - 0) \leq H_{i,j,v} \leq 0 \Rightarrow -1 \leq H_{i,j,v} \leq 0 \\ & && \} \Rightarrow H_{i,j,v} = 0 \end{aligned}$$

$$(3.64) \Rightarrow 0 \leq H_{i,j,v} \leq 0$$

$$3^{\text{ος}} \text{ συνδυασμός } \begin{array}{l} N_{i,v} = 1 \\ N_{j,v} = 0 \end{array}$$

$$\text{εξορισμού } H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v} = 1 * 0 = 0$$

$$(3.63) \Rightarrow 1 - (1 - 0) \leq H_{i,j,v} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq H_{i,j,v} \leq 1 \quad \left. \vphantom{(3.63)} \right\} \Rightarrow H_{i,j,v} = 0$$

$$(3.64) \Rightarrow 0 \leq H_{i,j,v} \leq 0$$

$$4^{\text{ος}} \text{ συνδυασμός } \begin{array}{l} N_{i,v} = 0 \\ N_{j,v} = 1 \end{array}$$

$$\text{εξορισμού } H_{i,j,v} = N_{i,v}N_{j,v} = 0 * 1 = 0$$

$$(3.63) \Rightarrow 0 - (1 - 1) \leq H_{i,j,v} \leq 0 \Rightarrow 0 \leq H_{i,j,v} \leq 0 \quad \left. \vphantom{(3.63)} \right\} \Rightarrow H_{i,j,v} = 0$$

$$(3.64) \Rightarrow 0 \leq H_{i,j,v} \leq 1$$

Αποτέλεσμα αυτού του μοντέλου είναι να δώσει *NC* ομάδες πρατηρίων. Η κάθε ομάδα πρατηρίων θα περιέχει έναν αριθμό πρατηρίων, χωρίς να περιλαμβάνει το διυλιστήριο. Επομένως στην κάθε ομάδα πρατηρίων προστίθεται και το διυλιστήριο, σαν το τελευταίο της εκάστοτε ομάδας με ζήτηση σε υγρά καύσιμα ίση με το μηδέν. Τα βυτιοφόρα που θα επιλεγθούν εξαρτούνται από τον αριθμό των πρατηρίων (εκτός του διυλιστηρίου), όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Έπειτα, για κάθε ομάδα, η οποία τώρα περιέχει τα πρατήρια σύμφωνα με το μοντέλο clusters τύπου II, το διυλιστήριο και τα βυτιοφόρα που πρέπει να έχει, εκτελείται ένα μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων για το σύνολο των πρατηρίων που ανήκει στην συγκεκριμένη ομάδα και με τα συγκεκριμένα βυτιοφόρα.

Όσον αφορά τα βυτιοφόρα, για να γίνει πιο ξεκάθαρη η διαδικασία, υπάρχει η λίστα όλων των βυτιοφόρων. Τοποθετούνται στην πρώτη ομάδα πρατηρίων τα βυτιοφόρα που πρέπει από την λίστα, με τον τρόπο που αναφέρθηκε πιο πάνω. Τα βυτιοφόρα που θα χρησιμοποιηθούν για την πρώτη ομάδα, αφαιρούνται από τη λίστα των βυτιοφόρων, αφού δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν πια, αυτά που δεν χρησιμοποιούνται επιστρέφουν στη λίστα. Στην δεύτερη ομάδα πρατηρίων, τοποθετούνται τα βυτιοφόρα που πρέπει από την ανανεωμένη λίστα, δηλαδή από την λίστα που περιέχει όλα τα βυτιοφόρα εκτός από αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην πρώτη ομάδα πρατηρίων. Στη συνέχεια, τα βυτιοφόρα που χρησιμοποιήθηκαν στην δεύτερη ομάδα, αφαιρούνται και αυτά από την λίστα των βυτιοφόρων. Επομένως, πλέον υπάρχει μία λίστα βυτιοφόρων, η οποία περιέχει όλα τα βυτιοφόρα, εκτός των βυτιοφόρων που χρησιμοποιήθηκαν στην πρώτη και στην δεύτερη ομάδα πρατηρίων, από την οποία προκύπτουν τα βυτιοφόρα που θα χρησιμοποιηθούν στην τρίτη ομάδα πρατηρίων. Αυτή η λογική συνεχίζεται έως ότου να τελειώσουν οι ομάδες πρατηρίων και να έχουν εξυπηρετηθεί όλα τα πρατήρια. Ενδέχεται η περίπτωση να εξαντληθούν κάποια βυτιοφόρα από μία ομάδα βυτιοφόρων καθώς λύνονται τα (VRP) για διανομή καυσίμων για τις διάφορες ομάδες πρατηρίων. Αν συμβεί αυτό, τότε στην ομάδα

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

πρατηρίων όπου συνέβηκε αυτό, τοποθετούνται βυτιοφόρα από τις υπόλοιπες ομάδες βυτιοφόρων. Σε περίπτωση που στην τελευταία ομάδα πρατηρίων, τα βυτιοφόρα που έχουν απομείνει για αυτή την ομάδα πρατηρίων δεν μπορούν να τα ικανοποιήσουν, τότε προστίθενται τόσα βυτιοφόρα, έτσι ώστε να ικανοποιηθούν πλήρως όλα τα πρατήρια. Τα επιπρόσθετα αυτά βυτιοφόρα τα ονομάζουμε εφεδρικά και μπορεί να είναι κάποια βυτιοφόρα που θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο.

Για να γίνουν πιο κατανοητά τα παραπάνω, δίνεται το παρακάτω παράδειγμα. Έστω ότι στον στόλο των βυτιοφόρων υπάρχουν τέσσερα βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000, πέντε 24000 λίτρων και επτά 36000 λίτρων και υπάρχουν συνολικά εικοσιπέντε πρατήρια. Από το clusters τύπου II, ζητάμε να δημιουργηθούν πέντε ομάδες (δηλαδή  $NC = 5$ ). Στην πρώτη ομάδα υπάρχουν έξι πρατήρια, στη δεύτερη επτά, στην τρίτη πέντε, στην τέταρτη τρία και στην πέμπτη τέσσερα πρατήρια. Στην πρώτη ομάδα που υπάρχουν έξι πρατήρια, θα τοποθετηθούν δύο βυτιοφόρα από την κάθε ομάδα βυτιοφόρων, δηλαδή δύο βυτιοφόρα 18000 λίτρων, δύο 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων για να εκτελεστεί το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων. Αν το (VRP) για διανομή καυσίμων επιλέξει δύο βυτιοφόρα χωρητικότητας 24000 λίτρων και δύο βυτιοφόρα 36000 λίτρων, για να εξυπηρετήσουν τα έξι πρατήρια που ανήκουν στην πρώτη ομάδα, τότε η λίστα των βυτιοφόρων ανανεώνεται και περιέχει τέσσερα βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000, τρία 24000 λίτρων και πέντε 36000 λίτρων. Η δεύτερη ομάδα πρατηρίων περιέχει επτά πρατήρια, από την ανανεωμένη λίστα βυτιοφόρων τοποθετούνται δύο βυτιοφόρα από κάθε ομάδα και έστω ότι επιλέγονται τρία βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων και δύο 24000 λίτρων για την δεύτερη ομάδα πρατηρίων. Η λίστα των βυτιοφόρων ανανεώνεται και πλέον περιέχει ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000, δύο 24000 λίτρων και πέντε 36000 λίτρων. Από αυτή τη λίστα διαλέγονται τα βυτιοφόρα που θα ικανοποιήσουν την τρίτη ομάδα πρατηρίων, η οποία περιέχει έξι πρατήρια. Κανονικά, θα έπρεπε να τοποθετηθούν δύο βυτιοφόρα από κάθε ομάδα, αλλά στην ανανεωμένη λίστα των βυτιοφόρων υπάρχει μόνο ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων, τη θέση του δεύτερου βυτιοφόρου χωρητικότητας 18000 λίτρων θα πάρει ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 36000 λίτρων, αφού υπάρχουν μόνο δύο βυτιοφόρα 24000 λίτρων. Συγκεκριμένα, για την τρίτη ομάδα πρατηρίων, στο μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων τοποθετούνται τα πρατήρια που ανήκουν στην τρίτη ομάδα πρατηρίων και από τα βυτιοφόρα τοποθετούνται ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000, δύο 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Από τα οποία επιλέγονται κάποια βυτιοφόρα και αφαιρούνται από την λίστα των βυτιοφόρων. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου να λυθεί το (VRP) για διανομή καυσίμων για την τελευταία ομάδα, δηλαδή έως ότου εξυπηρετηθούν όλα τα πρατήρια.

### 3.3.3 Γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Στην υποενότητα αυτή γίνεται μια προσπάθεια εύρεσης λύσης στο πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων με τη μέθοδο της γραμμικής χαλάρωσης. Συγκεκριμένα, γίνεται γραμμική χαλάρωση της μεταβλητής  $X_{i,j,k}$  του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων, όπου από δυαδική μεταβλητή (0-1) μετατρέπεται σε συνεχή μεταβλητή  $[0,1]$  και στη συνέχεια λύνεται το πρόβλημα. Με βάση αυτή τη γραμμική χαλάρωση αναπτύχθηκαν δύο ευρετικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων. Ο ένας τρόπος ονομάζεται συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις (VRP) για διανομή καυσίμων και ο άλλος μετεξέλιξη μωπικού αλγορίθμου.

Οι συγκεκριμένες μέθοδοι επίλυσης προήλθαν από αρκετές παρατηρήσεις που έγιναν στα αποτελέσματα από την λύση της γραμμικής χαλάρωσης του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων. Αρχικά, η ιδέα ήταν να γίνει στρογγυλοποίηση των τιμών που έπαιρνε η συνεχής μεταβλητή  $X_{i,j,k}$  σε 0 ή 1. Όμως, αυτό δεν ήταν δυνατό γιατί καμία μεταβλητή  $X_{i,j,k}$  δεν ξεπερνούσε το 0.5 και επίσης, οι τιμές ήταν πολύ κοντά η μία στην άλλη, με αποτέλεσμα να μη μπορεί να δοθεί με βεβαιότητα ο τρόπος της στρογγυλοποίησης για τη συνεχή μεταβλητή  $X_{i,j,k}$ . Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκαν οι συνεχείς τιμές της  $X_{i,j,k}$  για να αντληθεί πληροφορία σχετικά με τα πρατήρια στα οποία δε μεταβαίνουν συγκεκριμένα βυτιοφόρα, δηλαδή σε εκείνες τις μεταβλητές όπου  $X_{i,j,k} = 0$ .

#### 3.3.3.1 Συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Σε αυτή τη ευρετική μέθοδο λύνονται διαδοχικά, το ένα μετά το άλλο τα μοντέλα της γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων. Στο κάθε μοντέλο γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων, τοποθετούνται εκείνα τα  $X_{i,j,k}$  που στο προηγούμενο ήταν ίσα με το μηδέν, εκτός από το πρώτο το οποίο λύνεται κανονικά. Αυτή η ευρετική μέθοδος, καθώς λύνονται τα διαδοχικά μοντέλα της γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων, αυξάνει το αριθμό των μηδενικών  $X_{i,j,k}$  για κάθε βυτιοφόρο με αποτέλεσμα να μειώνεται ο αριθμός των μη μηδενικών  $X_{i,j,k}$  για κάθε βυτιοφόρο. Σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να εξαναγκάσει κάθε μεταβλητή απόφασης  $X_{i,j,k}$  να πάρει τη τιμή 0 ή 1.

#### 3.3.3.2 Μετεξέλιξη μωπικού αλγορίθμου

Αυτή η ευρετική μέθοδος αποτελεί συνδυασμό ενός μαθηματικού μοντέλου και ενός αλγορίθμου. Το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων που χρησιμοποιείται είναι η γραμμική χαλάρωση

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

της μεταβλητής  $X_{i,j,k}$  του (VRP) για διανομή καυσίμων. Ο αλγόριθμος που σχεδιάστηκε είναι ενός μωπικός αλγόριθμος. Ο συνδυασμός αυτών των δύο αποτελεί την μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου.

Από το αποτέλεσμα της γραμμικής χαλάρωσης δημιουργείται ένας δισδιάστατος πίνακας που ονομάζεται  $raei[i][k]$ . Αυτός ο πίνακας παίρνει τις τιμές 0 ή 1 για κάθε  $i$  και  $k$ . Συγκεκριμένα, για κάθε  $i, j$  και  $k$  αν το  $X_{i,j,k} \neq 0$  τότε  $raei[i][k] = 1$ , αλλιώς  $raei[i][k] = 0$ . Ο πίνακας  $raei[i][k]$  χρησιμεύει στον μωπικό αλγόριθμο. Ο αριθμός 1, στον πίνακα  $raei[i][k]$  συμβολίζει ότι ένα βυτιοφόρο  $k$  έχει τη δυνατότητα να μεταβεί σε ένα πρατήριο  $i$ , χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεσμεύεται το συγκεκριμένο βυτιοφόρο  $k$  να εξυπηρετήσει αυτό το πρατήριο  $i$ . Δηλαδή, πιο απλά αν για κάποιο βυτιοφόρο  $k$  και κάποιο πρατήριο  $i$ ,  $raei[i][k] = 1$  τότε το βυτιοφόρο  $k$  μπορεί να μεταβεί αλλά και να μην μεταβεί σε αυτό το πρατήριο  $i$ . Αν αντίθετα ο πίνακας πάρει την τιμή 0 για κάποιο  $i$  και  $k$ , τότε το βυτιοφόρο  $k$  δεν μπορεί να μεταβεί στο συγκεκριμένο πρατήριο  $i$ . Έτσι λοιπόν, με τον πίνακα  $raei[i][k]$  για κάθε βυτιοφόρο  $k$  γίνεται γνωστό ποια πρατήρια  $i$  μπορεί να εξυπηρετήσει και ποια όχι.

Ο μωπικός αλγόριθμος λαμβάνει υπ' όψιν του τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων, που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 1. Η αρχή λειτουργίας του μωπικού αλγόριθμου είναι η εξέταση του πιο κοντινού πρατηρίου σε σχέση με αυτό που βρίσκεται κάθε στιγμή για κάθε βυτιοφόρο. Ξεκινώντας από ένα πρατήριο εξετάζονται με τη σειρά όλα τα πρατήρια, τα οποία έχουν ζήτηση διαφορετική του μηδενός. Αρχικά, εξετάζεται αν η απόσταση του πρατηρίου είναι μικρότερη από την ελάχιστη (στην αρχή, η ελάχιστη απόσταση είναι η απόσταση μεταξύ του πρατηρίου που βρίσκεται ο αλγόριθμος και του εαυτού του, δηλαδή είναι το  $C_{i,i}$ ). Αν η απόσταση είναι μικρότερη, εξετάζεται αν η ζήτηση του πρατηρίου μπορεί να ικανοποιηθεί πλήρως από το βυτιοφόρο. Αν η ζήτηση μπορεί να ικανοποιηθεί, τότε ελάχιστη γίνεται η απόσταση μεταξύ του πρατηρίου αυτού και του προηγούμενου. Όταν εξεταστούν όλα τα πρατήρια τοποθετείται στο βυτιοφόρο ποσότητα ίση με τη ζήτηση του πρατηρίου που απείχε τη μικρότερη απόσταση από το προηγούμενο, αλλά παράλληλα η ζήτηση του θα μπορούσε να ικανοποιηθεί εξολοκλήρου από το βυτιοφόρο που εξετάζεται. Στο πρατήριο όπου η ζήτηση του ικανοποιείται πλήρως, μηδενίζεται η ζήτησή του και από τη χωρητικότητα του βυτιοφόρου αφαιρείται η ποσότητα που τοποθετήθηκε για την ικανοποίηση της ζήτησης του πρατηρίου. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες είναι τα πρατήρια για κάθε βυτιοφόρο. Δηλαδή, μπορούν να τοποθετηθούν και όλα τα πρατήρια σε κάποιο βυτιοφόρο, αν η ζήτηση τους μπορεί να καλυφθεί από την χωρητικότητα του συγκεκριμένου βυτιοφόρου. Όσον αφορά την εξέταση ικανοποίησης της ζήτησης, αυτή εφαρμόζεται για κάθε βυτιοφόρο ως εξής: Για κάθε πρατήριο εξετάζεται ξεχωριστά η ζήτηση για κάθε είδος υγρού καυσίμου. Αρχικά, ελέγχονται όλα τα διαμερίσματα του βυτιοφόρου αν περιέχουν το συγκεκριμένο είδος υγρού καυσίμου που εξετάζεται κάθε φορά ή αν όχι. Αν υπάρχει διαμέρισμα που περιέχει το είδος που εξετάζεται, τότε τοποθετείται στο διαμέρισμα αυτό τόση ποσότητα υγρού καυσίμου

είτε μέχρι να γεμίσει το διαμέρισμα, είτε μέχρι να ικανοποιηθεί η ζήτηση του συγκεκριμένου είδους υγρού καυσίμου του εκάστοτε πρατηρίου. Αν αφού εξεταστούν όλα τα διαμερίσματα που περιέχουν ήδη κάποιο είδος υγρού καυσίμου και η ζήτηση από το είδος που εξετάζεται είναι διάφορη του μηδενός, τότε ελέγχονται με τη σειρά όλα τα διαμερίσματα μέχρι να βρεθεί κάποιο άδειο. Όταν βρεθεί κάποιο άδειο, τότε τοποθετείται στο διαμέρισμα αυτό όση ποσότητα γίνεται, είτε μέχρι να ικανοποιηθεί η ζήτηση είτε μέχρι να γεμίσει το διαμέρισμα. Αν η ζήτηση δεν έχει ικανοποιηθεί, τότε ο αλγόριθμος αναζητά για το επόμενο άδειο διαμέρισμα. Ο μωπικός αλγόριθμος δίνει ως αποτέλεσμα για κάθε βυτιοφόρο τα πρατήρια που θα ικανοποιήσει, αλλά και με ποια σειρά.

Η μετεξέλιξη του μωπικού αλγόριθμου αποτελεί ένα συνδυασμό του μωπικού αλγόριθμου και της πληροφορίας που δίνεται από τον πίνακα  $raei[i][k]$ , ο οποίος προήλθε από την λύση της γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων. Συγκεκριμένα, εφαρμόζεται ο μωπικός αλγόριθμος που αναπτύχθηκε παραπάνω με τη διαφορά ότι κάθε βυτιοφόρο δε μπορεί να μεταβεί σε όλα τα πρατήρια, αλλά σε συγκεκριμένα από αυτά. Το ποια είναι αυτά τα πρατήρια για κάθε βυτιοφόρο, καθορίζεται από τον πίνακα  $raei[i][k]$ . Σε περίπτωση που στο τέλος έχουν περισσέψει κάποια πρατήρια, των οποίων η ζήτηση δεν έχει ικανοποιηθεί, τότε τοποθετούνται όσα βυτιοφόρα χρειάζονται για να έχουν εξυπηρετηθεί όλα τα πρατήρια. Αυτά τα επιπρόσθετα βυτιοφόρα, τα ονομάζουμε εφεδρικά, και θεωρούμε ότι είναι βυτιοφόρα που εκτελούν διπλά δρομολόγια.

### 3.4 Επίλογος

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκαν μαθηματικά μοντέλα προγραμματισμού και ευρετικές μέθοδοι που επίλυουν το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων από το διυλιστήριο σε έναν αριθμό από πρατήρια, με ένα συγκεκριμένο στόλο οχημάτων. Αναλύθηκαν μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι χρησιμοποιώντας παραδοχή στις ζητήσεις των πρατηρίων και στις χωρητικότητες των βυτιοφόρων, αλλά και χωρίς αυτή. Το κεφάλαιο που ακολουθεί αναφέρεται στα αποτελέσματα, που προκύπτουν από την επίλυση των παραπάνω μοντέλων και ευρετικών μεθόδων.





## 4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

### 4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε η παρουσίαση και η περιγραφή των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών τρόπων που επιλύουν το πρόβλημα της διανομής καυσίμων από ένα διυλιστήριο σε έναν αριθμό από πρατήρια. Στο κεφάλαιο αυτό, θα γίνει η παρουσίαση των μεθόδων επίλυσης και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την λύση των παραπάνω μοντέλων και ευρετικών τρόπων επίλυσης.

### 4.2 Μέθοδοι επίλυσης

Για την υλοποίηση των μοντέλων χρησιμοποιήθηκε το IBM CPLEX Optimization Studio Academic Research Edition 12.5. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Το όνομα CPLEX προέρχεται από την καινοτομία του λογισμικού αυτού που αφορά στην ενσωμάτωση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης Simplex σε προγραμματιστικό περιβάλλον της γλώσσας C. Κατόπιν στο πρόγραμμα εισήχθη και η χρήση άλλων γλωσσών προγραμματισμού για την μοντελοποίηση προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Η μοντελοποίηση των προγραμμάτων στην παρούσα μελέτη έγινε με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C++. Η συγκεκριμένη γλώσσα προγραμματισμού είναι αντικειμενοστραφής και είναι συνδυασμός των ευρέως χρησιμοποιούμενων γλωσσών C και Java. Επίσης, το λογισμικό ανάπτυξης που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση των προγραμμάτων είναι το Microsoft Visual Studio 2010.

Το πακέτο βελτιστοποίησης της IBM σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (C++) δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα της αποτελεσματικής υλοποίησης κάθε είδους βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται στο Microsoft Visual Studio η βιβλιοθήκη της CPLEX, πράγμα το οποίο δίνει τη δυνατότητα εισαγωγής αντικειμένων των κλάσεων της CPLEX. Για παράδειγμα, για τον ορισμό των μεταβλητών απόφασης χρησιμοποιούνται αντικείμενα της κλάσης «IloNumVarArray» ή «IloNumVarMatrix» για μονοδιάστατους ή πολυδιάστατους πίνακες αριθμητικών

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

μεταβλητών απόφασης. Για τους περιορισμούς ορίζονται αντικείμενα των κλάσεων «PoRangeArray» ή «PoRangeMatrix» αντίστοιχα. Τέλος, εφόσον έχουν εισαχθεί τα δεδομένα, οι μεταβλητές απόφασης, οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται στο σύστημα ο τύπος της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) και χρησιμοποιείται η εντολή «cplexsolve» που ορίζει την επίλυση με το υπολογιστικό πακέτο της IBM.

Η υλοποίηση των προγραμμάτων έλαβε χώρα στο εργαστήριο Οργάνωσης Παραγωγής της Πολυτεχνικής σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, που βρίσκεται στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Core(TM) i5-3330 CPU 3.00GHz,
- Εγκατεστημένη μνήμη: 8,00 GB,
- Λογισμικό: Windows 7 Professional 64-bit.

Αντικείμενο μελέτης εκτός από την εύρεση της βέλτιστης λύσης που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους για τα διάφορους τρόπους επίλυσης, αποτέλεσε και ο χρόνος εκτέλεσης κάθε προγράμματος. Για τον παραπάνω λόγο όλα τα αποτελέσματα λήφθηκαν από τον ίδιο υπολογιστή.

### 4.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων να αναφερθεί ότι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί από όλα τα μοντέλα. Αυτό εξαρτάται από το μέγεθος του προβλήματος, όσο πιο μικρό είναι το πρόβλημα, τόσο πιο εύκολα μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Ένα πρόβλημα ορίζεται ως μικρό, όταν έχει πολύ λιγότερα πρατήρια και βυτιοφόρα από το αρχικό παράδειγμα που έχουμε χρησιμοποιήσει (38 πρατήρια, 1 διωλιστήριο και 22 βυτιοφόρα). Όσο μεγαλώνει το μέγεθος του προβλήματος, ο υπολογισμός της βέλτιστης λύσης γίνεται πιο δύσκολος και ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται εκθετικά. Σε πολλές περιπτώσεις, τα προγράμματα κατά την επίλυση τους καταλαμβάνουν όλη τη διαθέσιμη μνήμη του υπολογιστή με αποτέλεσμα να τερματίζονται πριν την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Όταν συμβαίνει αυτό, εμφανίζεται από το λογισμικό η ένδειξη «out of memory».

Στους πίνακες που παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, δίπλα σε κάποια νούμερα παρουσιάζονται κάποια σύμβολα. Με (\*) συμβολίζεται ότι το πρόγραμμα βρέθηκε εκτός μνήμης, δηλαδή εμφανίστηκε το

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

μήνυμα «out of memory». Αν σε κάποιο κελί ενός πίνακα αποτελεσμάτων δεν υπάρχει αριθμός αλλά το σύμβολο (-) τότε το πρόγραμμα δε κατάφερε να βρει έστω και μία εφικτή λύση.

### 4.3.1 Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των μοντέλων με τη χρήση της παραδοχής αναφέρονται από τον Πίνακα 3-1 και Πίνακας 3-2.

#### 4.3.1.1 Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με ισχύουσες ανισότητες

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος με παραδοχή και συγκεκριμένα το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP), με την χρήση όλων των συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων.

Συνδυασμοί ισχυουσών ανισοτήτων στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με παραδοχή	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
Χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	1563.9	3558.37	50.89% (*)
Με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a)	1549.9	2101.8	51.91% (*)
Με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b)	1566.3	2850.05	48.77% (*)
Με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	1563.9	4650.82	50.89% (*)
Με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	1549.9	2176.23	51.91% (*)
Με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	1566.3	2883.9	48.77% (*)

Πίνακας 4-1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τις ισχύουσες ανισότητες του κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με παραδοχή

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όπως είναι φανερό από τον Πίνακα 4-1, τα κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP) με παραδοχή με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων τέθηκαν εκτός μνήμης σε διαφορετικό Gap και σε διαφορετικούς χρόνους το καθένα από αυτά, δηλαδή κανένα δεν κατάφερε να βρει τη βέλτιστη λύση. Για να βρεθεί ποιος συνδυασμός ισχυουσών ανισοτήτων είναι ο καλύτερος, αρκεί να γίνει μία σύγκριση στις τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης που δίνει ο κάθε συνδυασμός, αλλά και στον χρόνο που ο καθένας δίνει αυτή τη λύση. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την σύγκριση των μοντέλων με τις ισχύουσες ανισότητες ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης όλων των μοντέλων σε σχέση με το μοντέλο (VRP) χωρίς παραδοχή που δεν περιέχει ισχύουσες ανισότητες, δηλαδή το μοντέλο NVI.

Συνδυασμοί ισχυουσών ανισοτήτων στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με παραδοχή	Σύγκριση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) σε σχέση με τον συνδυασμό NVI	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με τον συνδυασμό NVI
Με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa)	0.895197903%	40.93362972%
Με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VIIb)	-0.153462498%	19.90574336%
Με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	0%	-30.7008546%
Με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	0.895197903%	38.8419%
Με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	-0.153462498%	18.95446511%

**Πίνακας 4-2: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του μοντέλου NVI και των υπόλοιπων συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) με παραδοχή**

Ο Πίνακας 4-2 απεικονίζει τη σύγκριση των συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων που μπορούν να τοποθετηθούν στο μοντέλο (VRP) με παραδοχή σε σχέση με το μοντέλο (VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI). Στον παραπάνω πίνακα λοιπόν, παρουσιάζεται η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης όλων των συνδυασμών εκφρασμένη

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του χρόνου επίλυσης του συνδυασμού NVI, αντίστοιχα. Επίσης, στα αποτελέσματα υπάρχουν κάποια αρνητικά ποσοστά. Η παρουσία του μείων απεικονίζει ότι ο συνδυασμός NVI έχει καλύτερο αποτέλεσμα από τον συνδυασμό που εμφανίζεται το μείων, στο κάθε πεδίο σύγκρισης. Όσον αφορά για το τι είναι καλύτερο, αυτό σημαίνει ότι έχει χαμηλότερο αποτέλεσμα, είτε στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, αφού πρόκειται για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης των διανυόμενων χιλιομέτρων, είτε στον χρόνο επίλυσης. Σύμφωνα λοιπόν, με τα αποτελέσματα που παραθέτονται στον Πίνακα 4-2, γίνεται εύκολα κατανοητό ότι οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων βρίσκονται όλες πολύ κοντά αφού σε καμία περίπτωση δε ξεπερνά το 1% σε σχέση με τον συνδυασμό NVI.

Αντίθετα, όσον αφορά τους χρόνους επίλυσης υπάρχουν κάποιες διαφοροποιήσεις, που θα αναλυθούν στη συνέχεια. Επιστρέφοντας, στην σύγκριση για την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, παρατηρείται ότι ο συνδυασμός VI2 έχει την ίδια αντικειμενική συνάρτηση με τον συνδυασμό NVI, αφού η διαφορά τους είναι 0%. Ακόμα, το μοντέλο που δεν χρησιμοποιεί ισχύουσες ανισότητες (NVI) έχει καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από τους συνδυασμούς VIIb και AVIb κατά 0.15% και στους δύο. Αντίθετα όμως, έχει χειρότερη τιμή από τους συνδυασμούς VIIa και AVIa περίπου κατά 0.9% και στους δύο. Επομένως, όσον αφορά την τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση, λιγότερα χιλιόμετρα, δηλαδή καλύτερη αντικειμενική συνάρτηση, δίνουν οι συνδυασμοί με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa) και με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa).

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων για τους χρόνους επίλυσης, αναφέρουν ότι ο συνδυασμός NVI έχει καλύτερο χρόνο επίλυσης μόνο από έναν συνδυασμό, τον VI2. Ενώ οι υπόλοιποι συνδυασμοί έχουν χαμηλότερο χρόνο επίλυσης σε σχέση με τον συνδυασμό NVI. Συγκεκριμένα ο συνδυασμός VIIa έχει καλύτερο χρόνο επίλυσης περίπου κατά 41%, ο VIIb περίπου κατά 20%, ο AVIa περίπου κατά 39% και ο AVIb κατά 19% σε σχέση με τον συνδυασμό NVI. Επομένως, όσον αφορά τον χρόνο επίλυσης, λιγότερο χρόνο για να δώσει την καλύτερη λύση που μπορεί, χρειάζεται ο συνδυασμός με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa). Συνοψίζοντας, από την παραπάνω σύγκριση που έγινε για την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και για τον χρόνο επίλυσης, ο συνδυασμός VIIa παρουσιάζει τα καλύτερα αποτελέσματα, τόσο ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, όσο και ως προς τον χρόνο επίλυσης, στον οποίο παρουσιάστηκε αυτή η τιμή.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, αφού το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με την παραδοχή που περιλαμβάνει την ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5, εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα, θα αποτελέσει το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί στον αλγόριθμο clustering με παραδοχή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στον Πίνακα 7-47, Πίνακα 7-48 και Πίνακα 7-49 παρουσιάζεται το μέγεθος του προβλήματος, το οποίο λύνεται με το μαθηματικό μοντέλο (VRP) με τους διάφορους συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων.

### 4.3.1.2 Αλγόριθμος clustering με παραδοχή

Αρχικά υπενθυμίζεται ότι ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή αποτελείται από τα μοντέλα: Clusters τύπου I, κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR και κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο AR. Τα αποτελέσματα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
Clusters τύπου I (MC1)		0.03	0%
(VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	297.3	25.58	0%
(VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	1367.5	1793.14	20.63% (*)
Συνολικά	1664.8	1818.75	

Πίνακας 4-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή

Το υποσύνολο CR περιέχει 14 πρατήρια, συμπεριλαμβανομένου του διωλιστηρίου και 7 βυτιοφόρα, ενώ το υποσύνολο AR αναφέρεται σε 26 πρατήρια, συμπεριλαμβανομένου του διωλιστηρίου και 15 βυτιοφόρα. Η τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου clusters τύπου I (MC1) δε χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψιν, αφού το ζητούμενο είναι η εύρεση της συνολικής απόστασης που θα διανύσουν τα βυτιοφόρα. Κάτι τέτοιο δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση του MC1, αφού το συγκεκριμένο μοντέλο είναι υπεύθυνο για την ομαδοποίηση των πρατηρίων. Το μοντέλο MVC έδωσε βέλτιστη λύση σε χρόνο περίπου ίσο με μισό λεπτό (25.58 δευτερόλεπτα), αντίθετα το MVA σταμάτησε λόγω έλλειψης μνήμης στα 30 λεπτά περίπου (1793.14 δευτερόλεπτα). Στην τελευταία γραμμή του Πίνακα 4-3 εμφανίζεται η συνολική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, που αναφέρεται στο συνολικό πρόβλημα και προκύπτει από το άθροισμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των μοντέλων MVC και MVA. Για τον συνολικό χρόνο επίλυσης προστίθενται ο χρόνος που χρειάστηκε για να ομαδοποιηθούν τα πρατήρια και οι χρόνοι που χρειάστηκαν τα μαθηματικά μοντέλα (VRP) για να



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

υπολογίσουν την λύση για κάθε υποσύνολο. Δηλαδή, ο συνολικός χρόνος επίλυσης για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή προέρχεται από το άθροισμα των χρόνων των μοντέλων MC1, MVC και MVA. Επομένως, η λύση που προκύπτει από τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή είναι ότι τα βυτιοφόρα θα εκτελέσουν συνολικά 1664.8 χιλιόμετρα και αυτό βρέθηκε σε χρόνο περίπου ίσο με 30 λεπτά και 19 δευτερόλεπτα (1818.75 δευτερόλεπτα).

Στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ και συγκεκριμένα στον Πίνακα 7-50 και Πίνακα 7-51 παρουσιάζεται το μέγεθος του προβλήματος, αν αυτό λυθεί με την ευρετική μέθοδο του αλγόριθμου clustering με παραδοχή.

### 4.3.2 Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς παραδοχή

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των μοντέλων χωρίς παραδοχή εμφανίζονται στον Πίνακα 3-7 και Πίνακα 3-8.

#### 4.3.2.1 Μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων

Ο Πίνακας 4-4 παρουσιάζει το αποτέλεσμα της επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
(VRP) για διανομή καυσίμων (XV)	(-)	7498.03	

Πίνακας 4-4: Παρουσίαση αποτελέσματος μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Όπως είναι φανερό από τον παραπάνω πίνακα, το συγκεκριμένο μοντέλο δεν έδωσε καμία εφικτή λύση. Συγκεκριμένα, μετά το πέρας 2 ωρών (7498.03 δευτερόλεπτα) το πρόγραμμα τέθηκε εκτός μνήμης, χωρίς να έχει δώσει κάποια εφικτή λύση. Για το συγκεκριμένο λόγο, δημιουργήθηκαν οι επόμενες ευρετικές μέθοδοι επίλυσης. Δηλαδή, για να βρεθεί λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα, αφού το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων δεν μπορεί να λύσει με επιτυχία ούτε προσεγγιστικά ούτε αναλυτικά το πρόβλημα της διανομής υγρών καυσίμων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Το μέγεθος του προβλήματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-52 και Πίνακα 7-53, αν το πρόβλημα λυνόταν με το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων.

### 4.3.2.2 Αλγόριθμοι clustering χωρίς παραδοχή

#### 4.3.2.2.1 Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I

Ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I αποτελείται από τα μοντέλα clusters τύπου I, (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR και (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
Clusters τύπου I (XC1)		49.22	0%
(VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR (XVC)	260.1	14216.23	34% (*)
(VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR (XVA)	(-)	51829.15	

Πίνακας 4-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I

Η τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου clusters τύπου I (XC1) δε χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψιν, αφού το ζητούμενο είναι η εύρεση της συνολικής απόστασης που θα διανύσουν τα βυτιοφόρα. Κάτι τέτοιο δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση του XC1, αφού το συγκεκριμένο μοντέλο είναι υπεύθυνο για την ομαδοποίηση των πρατηρίων. Το υποσύνολο CR περιέχει 14 πρατήρια, συμπεριλαμβανομένου του διωλιστηρίου και 7 βυτιοφόρα, ενώ το υποσύνολο AR αναφέρεται σε 26 πρατήρια, συμπεριλαμβανομένου του διωλιστηρίου και 15 βυτιοφόρα. Το μοντέλο XVC εμφανίζει εφικτή λύση σε 3 ώρες και 57 λεπτά (14216.23 δευτερόλεπτα), όμως σταματάει σε gap ίσο με 34%, λόγω έλλειψης μνήμης. Από την άλλη, το μοντέλο XVA δεν κατάφερε να βγάλει λύση, αφού τέθηκε εκτός μνήμης έπειτα από περίπου 14 ώρες και 24 λεπτά (51829.15 δευτερόλεπτα). Επίσης, στο μοντέλο αυτό δεν γίνεται να βρεθεί η συνολική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και ο συνολικός

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

χρόνος επίλυσης, αφού το μοντέλο XVA δεν έχει τη δυνατότητα να υπολογίσει έστω και μία εφικτή λύση.

Στον Πίνακα 7-54 και Πίνακα 7-55, εμφανίζεται το μέγεθος του προβλήματος σε περίπτωση που αυτό θα λυνόταν με την ευρετική μέθοδο του clustering χωρίς παραδοχή I.

##### 4.3.2.2.2 Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II

Ο ευρετικός αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II περιλαμβάνει το μοντέλο clusters τύπου II, που είναι αρμόδιο για το χώρισμα των πρατηρίων σε ομάδες και τόσα μοντέλα του (VRP) για διανομή καυσίμων, όσες είναι και οι ομάδες των πρατηρίων που θα δημιουργηθούν. Ο αριθμός των ομάδων είναι έξι, έτσι ώστε σε κάθε ομάδα να μπορεί να εκτελεστεί και να δώσει βέλτιστη λύση σε σχετικά μικρό χρόνο το μοντέλο του (VRP) για διανομή καυσίμων. Επειδή, όμως το μοντέλο του clusters τύπου II δεν είχε τη δυνατότητα να χωρίσει τα πρατήρια απ' ευθείας σε έξι ομάδες, χρησιμοποιήθηκε το εξής τέχνασμα. Αρχικά, ο χώρος των πρατηρίων χωρίζεται σε δύο ομάδες και έπειτα, η κάθε ομάδα χωρίζεται σε τρεις υπόχωρους. Επομένως, συνολικά έχουν δημιουργηθεί έξι υπόχωροι, όπου σε κάθε ένα από αυτούς θα εκτελεστεί ένα μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων, δηλαδή, θα χρησιμοποιηθούν έξι (VRP) για διανομή καυσίμων. Η λογική σύμφωνα με την οποία θα χρησιμοποιηθούν τα βυτιοφόρα σε κάθε ομάδα έχει αναπτυχθεί στην υποενότητα 3.3.2.2. Τα αποτελέσματα του αλγόριθμου clustering χωρίς παραδοχή II παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
Χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL)		0.02	0%
Χώρισμα 1 <sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1)		14.14	0%
Χώρισμα 2 <sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2)		0.35	0%
VRP για διανομή καυσίμων του 1 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV1)	216	300.6	0%
VRP για διανομή καυσίμων του 2 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV2)	95.8	9.98	0%

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

VRP για διανομή καυσίμων του 3 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV3)	190.2	208.53	0%
VRP για διανομή καυσίμων του 4 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV4)	543.4	29.64	0%
VRP για διανομή καυσίμων του 5 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV5)	201.2	0.11	0%
VRP για διανομή καυσίμων του 6 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV6)	469	0.56	0%
Σύνολο	1715.6	563.97	

Πίνακας 4-6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II

Η τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση των μοντέλων που είναι αρμόδια για την ομαδοποίηση των πρατηρίων ομάδες (CL, CL1, CL2) δε χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψιν, αφού το ζητούμενο είναι η εύρεση της συνολικής απόστασης που θα διανύσουν τα βυτιοφόρα. Κάτι τέτοιο δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση του κάθε μοντέλου CL, CL1 και CL2, αφού τα συγκεκριμένα μοντέλα είναι υπεύθυνα για την ομαδοποίηση των πρατηρίων. Το πρώτο μοντέλο που χωρίζει τα πρατήρια σε δύο ομάδες δίνει ως αποτέλεσμα στην πρώτη ομάδα 23 πρατήρια και στην δεύτερη 15. Το αποτέλεσμα που προκύπτει από το χώρισμα της πρώτης ομάδας σε τρεις υπόχωρους είναι ότι στον πρώτο υπόχωρο υπάρχουν 8 πρατήρια, στον δεύτερο 7 και στον τρίτο 8. Το χώρισμα της δεύτερης ομάδας σε τρεις υπόχωρους έχει ως αποτέλεσμα στον τέταρτο υπόχωρο να τοποθετηθούν 7 πρατήρια, στον πέμπτο 3 και στον έκτο 5. Όπως έχει αναφερθεί στην παρουσίαση της συγκεκριμένης ευρετικής μεθόδου στην υποενότητα 3.3.2.2, στους υπόχωρους αυτούς δεν περιλαμβάνεται το διωλιστήριο, το οποίο τοποθετείται σε κάθε υπόχωρο σαν το τελευταίο πρατήριο με ζήτηση ίση με το μηδέν. Επομένως, ο πρώτος υπόχωρος περιέχει 9 πρατήρια, ο δεύτερος 8, ο τρίτος 9, ο τέταρτος 8, ο πέμπτος 4 και ο έκτος 6.

Όσον αφορά τα βυτιοφόρα που τοποθετούνται σε κάθε υπόχωρο, αυτά τοποθετούνται όπως έχει αναλυθεί στην υποενότητα 3.3.2.2. Συγκεκριμένα, στον πρώτο υπόχωρο τοποθετούνται δύο βυτιοφόρα 18000 λίτρων, δύο 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Από αυτά, το (VRP) για διανομή καυσίμων επιλέγει να χρησιμοποιήσει τα δύο 24000 και τα δύο 36000 λίτρων. Στον δεύτερο υπόχωρο τοποθετούνται τέσσερα βυτιοφόρα, ένα 18000 λίτρων, ένα 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων, τα οποία επιλέγονται όλα για την εξυπηρέτηση των πρατηρίων που ανήκουν στον δεύτερο υπόχωρο. Έξι βυτιοφόρα, δύο από κάθε τύπο, τοποθετούνται στον τρίτο υπόχωρο. Δηλαδή, δύο βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων, δύο 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Από τα οποία, το μοντέλο του

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

(VRP) για διανομή καυσίμων επιλέγει να χρησιμοποιήσει τα τέσσερα και συγκεκριμένα δύο 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Συνεχίζοντας, με την ίδια λογική, για την επίλυση του τέταρτου υπόχωρου τοποθετούνται δύο βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων, ένα 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Η επίλυση του (VRP) για διανομή καυσίμων για τον τέταρτο υπόχωρο δεσμεύει όλα τα βυτιοφόρα. Για τον πέμπτο υπόχωρο, τοποθετείται ένα βυτιοφόρα από κάθε τύπο, δηλαδή ένα 18000, ένα 24000 λίτρων και ένα 36000 λίτρων. Το (VRP) για διανομή καυσίμων για αυτόν τον υπόχωρο αποφασίζει να χρησιμοποιήσει το βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων.

Στον τελευταίο υπόχωρο, τοποθετούνται τα βυτιοφόρα που έχουν περισσέψει, δηλαδή, αυτά που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για την εξυπηρέτηση των πρατηρίων που ανήκουν στους άλλους υπόχωρους. Συγκεκριμένα, αυτά είναι δύο βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων, ένα 24000 λίτρων και ένα 36000 λίτρων. Αυτά όμως τα βυτιοφόρα δεν ήταν ικανά να καλύψουν την ζήτηση των πρατηρίων που ανήκουν στον έκτο υπόχωρο. Για τον λόγο αυτό τοποθετείται ένα επιπλέον εφεδρικό βυτιοφόρο 24000 λίτρων, το οποίο ανήκει στον στόλο όλων των βυτιοφόρων και θα εκτελέσει διπλό δρομολόγιο. Στην τελευταία γραμμή του Πίνακα 4-6 εμφανίζεται η συνολική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, που αναφέρεται στο συνολικό πρόβλημα και προκύπτει από το άθροισμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των μοντέλων CV1, CV2, CV3, CV4, CV5 και CV6. Για τον συνολικό χρόνο επίλυσης προστίθενται οι χρόνοι που χρειάστηκαν για την δημιουργία των υποχώρων και οι χρόνοι που χρειάστηκε το κάθε (VRP) για διανομή καυσίμων για να δώσει λύση για κάθε υπόχωρο. Δηλαδή είναι το άθροισμα των μοντέλων CL, CL1, CL2, CV1, CV2, CV3, CV4, CV5 και CV6. Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II, βρήκε βέλτιστη λύση σε 9 λεπτά και 24 δευτερόλεπτα (563.97 δευτερόλεπτα), η οποία υποδεικνύει ότι τα βυτιοφόρα θα εκτελέσουν συνολικά 1715.6 χιλιόμετρα.

Ο Πίνακας 7-56 και Πίνακας 7-57, παρουσιάζουν το μέγεθος που θα είχε το πρόβλημα αν λυνόταν με την ευρετική μέθοδο clustering χωρίς παραδοχή II.

### 4.3.2.3 Γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Αυτή η ομάδα ευρετικών μεθόδων υπενθυμίζεται ότι αποτελείται από τις μεθόδους: Συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) χωρίς παραδοχή και την μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου.

#### 4.3.2.3.1 Συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Τα αποτελέσματα της ευρετικής μεθόδου αυτής εμφανίζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αριθμός μη μηδενικών στοιχείων της μεταβλητής απόφασης $X_{i,j,k}$ για κάθε βυτιοφόρο και κάθε συνεχόμενο χαλαρωμένο (VRP)													
	Συνεχόμενα χαλαρωμένα (VRP)												
Βυτιοφόρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	16	12	10	10	10	10	8	8	6	6	6	6	6
1	14	10	10	10	10	10	10	10	6	6	6	6	6
2	17	13	13	11	11	11	11	11	9	9	9	9	9
3	16	12	10	10	10	8	8	8	8	8	8	8	8
4	16	12	12	12	10	10	10	8	8	8	8	8	8
5	14	14	14	12	10	8	8	6	6	6	6	6	6
6	10	10	8	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4
7	12	6	6	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4
8	8	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
9	10	8	8	8	8	6	6	6	6	6	6	6	6
10	10	8	8	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4
11	8	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	10	10	6	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13	14	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	2	2
14	12	10	8	8	8	8	8	6	6	6	6	6	6
15	12	8	6	6	6	6	6	6	6	6	4	4	4
16	14	14	12	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
17	14	10	8	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4
18	12	12	12	10	10	10	6	6	6	4	4	4	4
19	15	6	6	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4
20	14	12	12	12	10	10	8	8	8	8	8	8	8
21	12	10	10	10	10	10	10	10	8	8	8	8	8

Πίνακας 4-7: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την ευρετική μέθοδο των συνεχόμενων γραμμικών χαλαρώσεων του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

Σκοπός της ευρετικής μεθόδου αυτής είναι να εξαναγκάσει κάθε μεταβλητή απόφασης να πάρει την τιμή 0 ή 1. Υπενθυμίζεται ότι σε κάθε μοντέλο χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων τοποθετούνται εκείνα τα  $X_{i,j,k}$  που στο προηγούμενο ήταν ίσα με το μηδέν, εκτός από το πρώτο το οποίο

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

λύνεται κανονικά. Ο Πίνακας 4-7 εμφανίζει για κάθε βυτιοφόρο πόσα μη μηδενικά στοιχεία για κάθε συνεχόμενο χαλαρωμένο μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων. Είναι εύκολο να παρατηρήσει κανείς ότι αυτός ο αριθμός μειώνεται κατά το πέρασ των συνεχόμενων χαλαρώσεων, έως ότου να σταθεροποιηθεί. Όταν σταθεροποιήθηκε για όλα τα βυτιοφόρα, τότε το πρόγραμμα τέθηκε εκτός μνήμης. Εάν δεν γινόταν αυτό, δε θα υπήρχε νόημα για την εκτέλεση περαιτέρω χαλαρώσεων γιατί έχει ήδη σταθεροποιηθεί ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων για κάθε βυτιοφόρο. Τα αποτελέσματα που εμφανίστηκαν στο τελευταίο μοντέλο γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων δεν ήταν τα αναμενόμενα, αφού καμία μεταβλητή απόφασης  $X_{i,j,k}$  δε λαμβάνει τη τιμή 1. Επομένως, η ευρετική μέθοδος συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την λύση του προβλήματος της διανομής υγρών καυσίμων, αφού τα αποτελέσματα δεν ήταν τα αναμενόμενα.

Το μέγεθος του προβλήματος, αν είχε τη δυνατότητα να λυθεί με τη μέθοδο των συνεχόμενων γραμμικών χαλαρώσεων του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων, αποτυπώνεται στον Πίνακας 7-58 και Πίνακας 7-59.

##### 4.3.2.3.2 Μετεξέλιξη μωοπικού αλγόριθμου

Η ευρετική μέθοδος της μετεξέλιξης μωοπικού αλγόριθμου αποτελείται από μία γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων και από έναν μωοπικό αλγόριθμο. Επειδή, ο αλγόριθμος εξετάζει τα βυτιοφόρα με σειρά, γίνεται η εκτέλεση του συγκεκριμένου τρόπου για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των ομάδων των βυτιοφόρων που υπάρχουν. Οι συνδυασμοί αυτοί και τα αποτελέσματα του καθενός παραθέτονται στον παρακάτω πίνακα.

Συνδυασμοί ομάδων βυτιοφόρων	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Βυτιοφόρα που περισσεύουν	Εφεδρικά βυτιοφόρα που χρησιμοποιούνται
36 <sup>E</sup> -18-24-36 (S1)	2120	12.46	3 (18)	5
36-24-18 (S2)	1811.3	11.84	6 (18)	6
36-18-24 (S3)	1830.9	14.13	2 (18) & 2 (24)	5
24-36-18 (S4)	1918	16.69	4 (18)	6
24-18-36 (S5)	1885.4	15.85	2 (18)	4
18-36-24 (S6)	1952	12.89	3 (24)	6
18-24-36 (S7)	2014.9	50.26	-	4

Πίνακας 4-8: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της μετεξέλιξης μωοπικού αλγόριθμου



#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αρχικά, πρέπει να δοθεί η επεξήγηση κάποιων αριθμών για την καλύτερη κατανόηση του Πίνακα 4-8. Στην στήλη των συνδυασμών των ομάδων βυτιοφόρων με 36<sup>E</sup> συμβολίζονται τα βυτιοφόρα που ανήκουν στον στόλο της εταιρίας, που είναι επτά και το καθένα έχει συνολική χωρητικότητα ίση με 36000 λίτρα. Τα υπόλοιπα βυτιοφόρα, στον πρώτο συνδυασμό μισθώνονται από ιδιώτες. Στους υπόλοιπους συνδυασμούς στα βυτιοφόρα χωρητικότητας 36000 λίτρων βρίσκονται τα ιδιόκτητα και τα μισθωμένα, με 18 συμβολίζονται τα μισθωμένα βυτιοφόρα συνολικής χωρητικότητας 18000 λίτρων το καθένα και με 24 τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες με συνολική χωρητικότητα του καθενός ίση με 24000 λίτρα. Στην στήλη των βυτιοφόρων που περισσεύουν οι αριθμοί που είναι σε παρένθεσή ερμηνεύονται με τον ίδιο τρόπο, όπως παραπάνω. Ο αριθμός αριστερά από την παρένθεση υποδηλώνει την αριθμό των βυτιοφόρων που περίσσεψαν. Δηλαδή, στο μοντέλο S1 περισσεύουν τρία βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων. Ο λόγος που περισσεύουν κάποια βυτιοφόρα σε κάποιους συνδυασμούς είναι ότι κάθε βυτιοφόρο δεν έχει τη δυνατότητα να μεταβεί σε όλα τα πρατήρια αλλά σε ορισμένα από αυτά. Αυτό καθορίζεται από το αποτέλεσμα της γραμμικής χαλάρωσης του (VRP) για διανομή καυσίμων.

Επίσης στον παραπάνω πίνακα υπάρχει μία στήλη, που αναφέρεται στα εφεδρικά βυτιοφόρα που χρησιμοποιούνται για κάθε μοντέλο. Η ύπαρξη αυτής γίνεται, γιατί στο τέλος του αλγόριθμου για κάθε συνδυασμό, περισσεύουν κάποια πρατήρια τα οποία δεν έχουν εξυπηρετηθεί. Τα εφεδρικά βυτιοφόρα λοιπόν, είναι κάποια επιπρόσθετα βυτιοφόρα, τα οποία χρησιμεύουν για την εξυπηρέτηση των πρατηρίων που δεν έχει ικανοποιηθεί η ζήτηση τους. Αυτά τα βυτιοφόρα είναι κάποια από τον στόλο των υπάρχοντων βυτιοφόρων, ιδιόκτητων και μισθωμένων, που θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο. Συγκεκριμένα, τα εφεδρικά βυτιοφόρα του συνδυασμού S1 είναι πέντε και αποτελούνται από ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 18000 λίτρων, τρία 24000 λίτρων και ένα χωρητικότητας 36000 λίτρων. Εδώ, όμως περισσεύουν τρία βυτιοφόρα χωρητικότητας 18000 λίτρων. Επομένως, το ένα από αυτά μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εφεδρικό. Τα υπόλοιπα βυτιοφόρα που ανήκουν στα εφεδρικά, θα αποτελούνται από τα βυτιοφόρα που έχει η εταιρία στη διάθεσή της και θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο. Ο συνδυασμός S2 χρειάζεται έξι εφεδρικά βυτιοφόρα, τέσσερα χωρητικότητας 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Τα έξι βυτιοφόρα 18000 λίτρων που περισσεύουν δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν και επομένως στα εφεδρικά τοποθετούνται βυτιοφόρα από το συνολικό στόλο των βυτιοφόρων που θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο.

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού S3, παρουσιάζουν ότι χρειάζονται πέντε εφεδρικά βυτιοφόρα και συγκεκριμένα, τρία 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων. Τα βυτιοφόρα που περισσεύουν είναι δύο χωρητικότητας 18000 λίτρων και δύο 24000 λίτρων. Από αυτά, τα βυτιοφόρα των 18000 λίτρων δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν, αντίθετα με εκείνα των 24000 λίτρων. Επομένως, τα δύο βυτιοφόρα 24000 λίτρων που περισσεύουν χρησιμοποιούνται ως εφεδρικά και τα υπόλοιπα εφεδρικά που μένουν, καλύπτονται από ένα βυτιοφόρο χωρητικότητας 24000 λίτρων και δύο 36000 λίτρων που θα εκτελέσουν

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

διπλό δρομολόγιο. Ο συνδυασμός S4 χρειάζεται έξι εφεδρικά, ένα 18000 λίτρων, τέσσερα 24000 λίτρων και ένα 36000 λίτρων. Περισσεύουν τέσσερα βυτιοφόρα 18000 λίτρων, ένα εκ των οποίων θα χρησιμοποιηθεί ως εφεδρικό, τα υπόλοιπα τρία δε χρησιμοποιούνται. Τα υπόλοιπα βυτιοφόρα που χρειάζονται ως εφεδρικά, είναι βυτιοφόρα που θα εκτελέσουν δεύτερο δρομολόγιο.

Στον συνδυασμό S5 απαιτούνται τέσσερα εφεδρικά βυτιοφόρα, από τα οποία τα τρία είναι χωρητικότητας 24000 λίτρων και το ένα 36000 λίτρων. Τα βυτιοφόρα που περισσεύουν είναι δύο χωρητικότητας 18000 λίτρων που δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εφεδρικά. Έτσι λοιπόν, τα εφεδρικά βυτιοφόρα θα είναι βυτιοφόρα από τον συνολικό στόλο που έχει στη διάθεσή της η εταιρία και θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο. Τα αποτελέσματα του συνδυασμού S6 απεικονίζουν ότι χρειάζονται έξι εφεδρικά βυτιοφόρα, ένα 18000 λίτρων, τέσσερα 24000 λίτρων και ένα 36000 λίτρων. Τα βυτιοφόρα που περισσεύουν χρησιμοποιούνται όλα ως εφεδρικά. Επομένως, στα εφεδρικά πρέπει να προστεθούν ένα βυτιοφόρο 18000 λίτρων, ένα 24000 και ένα 36000 λίτρων, που καλύπτονται από τα βυτιοφόρα που θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο. Τέλος, στο συνδυασμό S7 δεν περισσεύουν καθόλου βυτιοφόρα και επομένως τα εφεδρικά που χρειάζονται θα τοποθετηθούν από τον συνολικό στόλο των βυτιοφόρων και θα εκτελέσουν διπλό δρομολόγιο. Τα εφεδρικά αυτά βυτιοφόρα θα είναι τρία 18000 λίτρων και ένα 24000 λίτρων. Επιπροσθέτως, να σημειωθεί ότι η δεύτερη στήλη του Πίνακας 4-8 που περιλαμβάνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, απεικονίζει τα συνολικά χιλιόμετρα που εκτελούν όλα τα βυτιοφόρα, συμπεριλαμβανομένου και των εφεδρικών.

Όσον αφορά τα αποτελέσματα της μετεξέλιξης του μωπικού αλγόριθμου, οι χρόνοι του κάθε συνδυασμού είναι παραπλήσιοι, εκτός από τον συνδυασμό S7. Από την παραπάνω ανάλυση εκτιμώντας και τα στοιχεία του Πίνακας 4-8, παρατηρήθηκε ότι ο συνδυασμός S2 συγκριτικά με τους υπόλοιπους συνδυασμούς έχει τα καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Γι' αυτό το λόγο πραγματοποιήθηκε σύγκριση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του υπολογιστικού χρόνου όλων των συνδυασμών σε σχέση με τον συνδυασμό S2. Η σύγκριση αυτή, παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Συνδυασμοί ομάδων βυτιοφόρων	Σύγκριση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) σε σχέση με τον συνδυασμό S2	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με τον συνδυασμό S2
36 <sup>E</sup> -18-24-36 (S1)	-17.04300778%	-5.236486486%
36-18-24 (S3)	-1.082096%	-19.34122%
24-36-18 (S4)	-5.890797%	-40.96284%

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

24-18-36 (S5)	-4.090984%	-33.86824%
18-36-24 (S6)	-7.767902%	-8.868243%
18-24-36 (S7)	-11.24055%	-324.4932%

**Πίνακας 4-9: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του συνδυασμού S2 και των υπόλοιπων συνδυασμών**

Ο Πίνακας 4-9 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης όλων των συνδυασμών εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του χρόνου επίλυσης του συνδυασμού S2, αντίστοιχα. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω σύμφωνα και με τα αποτελέσματα της σύγκρισης, ο συνδυασμός S2 έχει την καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά και τον καλύτερο χρόνο επίλυσης. Αυτό στον πίνακα φαίνεται λόγω του αρνητικού πρόσημου που υπάρχει στα αποτελέσματα της σύγκρισης. Αφού, το αρνητικό πρόσημο δείχνει το πόσο καλύτερες είναι ο συνδυασμός S2 σε σχέση με τους υπόλοιπους. Συγκεκριμένα, ο S2 έχει την μεγαλύτερη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης με ποσοστό κοντά στο 17% από τον S1 και την μικρότερη με ποσοστό γύρω στο 1% από τον S3. Όσον αφορά τους χρόνους επίλυσης την μεγαλύτερη διαφορά την έχει με τον τελευταίο συνδυασμό, δηλαδή τον S7, σε ποσοστό περίπου στο 324% και την μικρότερη, σε ποσοστό ίση με το 9%, από τον S6.

Το μέγεθος του προβλήματος για την μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου δεν μπορεί να υπολογιστεί, αφού η συγκεκριμένη μέθοδος αποτελείται από αλγόριθμο και επομένως, δεν υπάρχουν εξ' ολοκλήρου μεταβλητές απόφασης και περιορισμοί.

#### 4.4 Επίλογος

Στο παρόν κεφάλαιο έλαβε χώρα η παρουσίαση των μεθόδων επίλυσης αλλά και των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων. Ακόμα, έγινε σύγκριση στους συνδυασμούς που θα μπορούσε να έχει κάποιο μοντέλο ή κάποια ευρετική μέθοδος, μέσα από την οποία επιλέχθηκε ο καλύτερος συνδυασμός, έτσι αυτός να έχει την χαμηλότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, αλλά και τον χαμηλότερο χρόνο επίλυσης σε σχέση με τους υπόλοιπους συνδυασμούς. Στο επόμενο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προήλθαν από την επίλυση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων επίλυσης. Επίσης, γίνεται και σχολιασμός της παραπάνω σύγκρισης.

## 5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

### 5.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκαν οι μέθοδοι επίλυσης αλλά και τα αποτελέσματα των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων, έγινε σύγκριση στους συνδυασμούς που θα μπορούσε να έχει κάποιο μαθηματικό μοντέλο ή κάποια ευρετική μέθοδος. Στο παρών κεφάλαιο θα γίνει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα, θα γίνουν δύο συγκρίσεις, μία για τα μοντέλα και τις ευρετικές μεθόδους που χρησιμοποιούν παραδοχή και μία για αυτά που δεν χρησιμοποιούν παραδοχή. Η κάθε σύγκριση περιλαμβάνει σύγκριση ως προς το ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από τη βέλτιστη (Gap) και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (CPU solution time) του κάθε μοντέλου και της κάθε ευρετικής μεθόδου. Το κάθε μαθηματικό μοντέλο για να παρουσιάσει την λύση που έχει σε δεδομένο gap και σε δεδομένο χρόνο, χρειάζεται δύο εντολές οι οποίες θα τοποθετηθούν στο πρόγραμμα επίλυσης που έχει αναφερθεί στην ενότητα 4.2. Αυτές οι εντολές είναι οι: «cplex.setParam(IloCplex::EpGap, G);» και «cplex.setParam(IloCplex::TiLim, T);». Όπου με G, συμβολίζεται το ποσοστό Gap, στο οποίο ζητείται από το πρόγραμμα να παρουσιάσει τη λύση που έχει σε εκείνο το ποσοστό, ενώ με T, συμβολίζεται ο χρόνος διαιρεμένος δια δύο, στον οποίο ζητείται από το πρόγραμμα να παρουσιάσει τη λύση που έχει στον συγκεκριμένο αυτό χρόνο. Επίσης, υπενθυμίζεται ότι με (\*) συμβολίζεται ότι το πρόγραμμα βρέθηκε εκτός μνήμης, δηλαδή εμφανίστηκε το μήνυμα «out of memory».

### 5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής

Στην ενότητα αυτή, αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των μαθηματικών μοντέλων και όλων των ευρετικών μεθόδων που χρησιμοποιούν παραδοχή και στη συνέχεια γίνεται σύγκριση μεταξύ αυτών των μοντέλων. Συγκεκριμένα, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα όλων των συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP), αλλά και του αλγόριθμου clustering με παραδοχή. Υπενθυμίζεται ότι στον αλγόριθμο clustering με παραδοχή, το μοντέλο (VRP)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

που χρησιμοποιείται για τα δύο υποσύνολα είναι αυτό που περιέχει την ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων λαμβάνει χώρα στον πίνακα που ακολουθεί.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	1563.9	3558.37	50.89% (*)
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a)	1549.9	2101.8	51.91% (*)
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b)	1566.3	2850.05	48.77% (*)
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	1563.9	4650.82	50.89% (*)
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	1549.9	2176.23	51.91% (*)
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	1566.3	2883.9	48.77% (*)
Clusters τύπου I (MC1)		0.03	0%
(VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	297.3	25.58	0%
(VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	1367.5	1793.14	20.63% (*)
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	1664.8	1818.75	

Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής

Ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων έγινε στις υποενότητες 4.3.1.1 και 4.3.1.2. Η σύγκριση που μπορεί να γίνει σε αυτά τα αποτελέσματα, μπορεί να

είναι και ως προς το ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από τη βέλτιστη (Gap), αλλά και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο. Συγκεκριμένα, όσον αφορά το ποσοστό Gap, πρέπει να είναι το μεγαλύτερο δυνατό από αυτά που εμφανίζονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 5-1. Αυτό γίνεται για να μπορέσουν όλα τα μοντέλα να παρουσιάσουν λύση σε αυτό το ποσοστό, που είναι το ποσοστό σύμφωνα με το οποίο θα συγκριθούν τα αποτελέσματα για όλα τα μοντέλα. Έτσι λοιπόν, το συγκεκριμένο ποσοστό, ονομάζεται ποσοστό σύγκρισης και είναι αυτό που θα τοποθετηθεί στην εντολή για το gap ως G. Όσον αφορά τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή, δηλαδή τα μοντέλα: Clusters τύπου I (MC1), (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) και (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA), το ποσοστό σύγκρισης θα τοποθετηθεί στα δύο (VRP) για τα δύο υποσύνολα, αλλά δε θα τοποθετηθεί στο μοντέλο clusters τύπου I. αυτό γίνεται για τον λόγο ότι η τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου clusters τύπου I (MC1) δε χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψιν, αφού το ζητούμενο είναι η εύρεση της συνολικής απόστασης που θα διανύσουν τα βυτιοφόρα. Κάτι τέτοιο δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση του MC1, αφού το συγκεκριμένο μοντέλο είναι υπεύθυνο για την ομαδοποίηση των πρατηρίων.

Για την σύγκριση ως προς τον υπολογιστικό χρόνο, η διαδικασία δεν είναι ίδια, αλλά ως χρόνο σύγκρισης θα επιλεγεί ο χρόνος που χρειάζεται ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή για να παρουσιάσει αποτέλεσμα. Αυτός ο χρόνος ουσιαστικά είναι το άθροισμα των χρόνων των μοντέλων clusters τύπου I, (VRP) για το υποσύνολο CR και (VRP) για το υποσύνολο AR. Έτσι λοιπόν, αυτός ο χρόνος αυτός θα διαιρεθεί δια του δύο και ο αριθμός που θα προκύψει, θα τοποθετηθεί ως T, στην εντολή για τον χρόνο.

### **5.2.1 Σύγκριση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap**

Σύμφωνα με αυτά που ειπώθηκαν παραπάνω το ποσοστό σύγκρισης είναι το 51.91%. Είναι ένα ποσοστό που φαίνεται ότι μπορεί να δώσει λύση σε όλα τα μοντέλα του Πίνακα 5-1. Στον πίνακα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν, χρησιμοποιώντας την εντολή «cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.5191);». Δηλαδή, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα μοντέλα, όταν τους ζητήθηκε να παρουσιάσουν την λύση που έχουν σε Gap ίσο με 51.91%.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	1577.3	540.5	52.15% (*)
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a)	1570.9	637.7	55.36% (*)
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b)	1566.3	2232.12	52.37%
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	1577.3	563.71	52.15% (*)
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AV1a)	1570.9	740.44	55.36% (*)
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AV1b)	1566.3	2075.73	52.37%
Clusters τύπου I (MC1)		0.03	0%
(VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	299.7	0.2	46.11%
(VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	1490.3	0.62	46.46%
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	1790	0.85	

**Πίνακας 5-2: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (51.91%)**



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, παρατηρείται ότι κάποια μοντέλα τίθενται εκτός μνήμης, με αποτέλεσμα να μην μπορούν να φτάσουν στο ζητούμενο ποσοστό (51.91%) και έτσι δεν κατάφεραν να βγάλουν λύση. Αυτά τα μοντέλα είναι το NVI, VI1a, VI2 και AVIa. Έτσι λοιπόν, για να υπάρχει λύση για όλα τα μοντέλα πρέπει, όλα τα μοντέλα να βγάλουν λύση σε ένα συγκεκριμένο ποσοστό Gap. Αυτό το ποσοστό Gap σύγκρισης, είναι το μεγαλύτερο από την τελευταία στήλη του Πίνακα 5-2, το οποίο είναι ίσο με 55.36%. Επομένως, τα αποτελέσματα για όλα τα μοντέλα σύμφωνα με την εντολή «cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.5536);» παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	1577.3	138.22
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a)	1570.9	341.52
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b)	1583.1	237.48
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	1577.3	141.08
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	1570.9	351.48
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	1583.1	237.09
Clusters τύπου I (MC1)		0.03
(VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	299.7	0.2
(VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	1490.3	0.64
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	1790	0.87

**Πίνακας 5-3: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (55.36%)**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όπως είναι φανερό από τον Πίνακα 5-3, όλα τα μοντέλα κατάφεραν να βγάλουν λύση σε ποσοστό Gap ίσο με 55.36%. Η σύγκριση που θα γίνει για τα μοντέλα που χρησιμοποιούν παραδοχή, θα περιλαμβάνει σύγκριση ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης. Όσον αφορά τα μοντέλα που θα συγκριθούν, αυτά είναι οι συνδυασμοί των ισχυουσών ανισοτήτων στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) και ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή. Ως βάση σύγκρισης, δηλαδή ως βασικό μοντέλο του οποίου οι τιμές θα συγκριθούν με τα υπόλοιπα, θεωρείται το μοντέλο (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa), γιατί αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται και στον αλγόριθμο clustering με παραδοχή. Τα αποτελέσματα αυτής της σύγκρισης εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μοντέλα	Σύγκριση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) σε σχέση με το μοντέλο VIIa	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με το μοντέλο VIIa
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	-0.407409765%	59.5279925%
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VIIb)	-0.776624865%	30.46380885%
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	-0.407409765%	58.69055985%
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	0%	-2.91637%
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	-0.776624865%	30.57800422%
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	-13.94741868%	99.7452565%

**Πίνακας 5-4: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του μοντέλου VIIa με τους υπόλοιπους συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) και με τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή σε συγκεκριμένο Gap (55.36%)**

Ο Πίνακας 5-4 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον υπολογιστικό χρόνο όλων των μοντέλων που χρησιμοποιούν παραδοχή εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του υπολογιστικού χρόνου του μοντέλου VIIa, αντίστοιχα. Σε κάποια κελία του παραπάνω πίνακα, εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Το αρνητικό πρόσημο, απεικονίζει ότι το μοντέλο VIIa είναι καλύτερο από το αντίστοιχο μοντέλο που συγκρίνεται, στο συγκεκριμένο πεδίο σύγκρισης. Όταν ένα μοντέλο είναι καλύτερο, αυτό σημαίνει ότι έχει είτε χαμηλότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, είτε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, ανάλογα με το πεδίο σύγκρισης. Έτσι λοιπόν, από τον παραπάνω πίνακα, όσον αφορά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, παρατηρείται ότι το μοντέλο VIIa έχει χαμηλότερη τιμή, άρα και καλύτερη από τα υπόλοιπα μοντέλα, εκτός του μοντέλου AVIa, αφού η διαφορά τους είναι 0%. Επίσης, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου VIIa είναι πολύ κοντά με αυτές των μοντέλων NVI, VIIb, VI2 και AVIb, αφού η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δεν ξεπερνά το 1%. Ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή (ACM), παρουσιάζει τη μεγαλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, αφού το μοντέλο VIIa έχει κατά περίπου 14% καλύτερη τιμή από αυτόν.

Η σύγκριση που αφορά τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, απεικονίζει ότι το μοντέλο VIIa, έχει τον χειρότερο χρόνο σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα μοντέλα, εκτός από το AVIa που είναι κατά περίπου 3% πιο αργό από το VIIa. Επίσης, παρατηρείται ότι το μοντέλο VIIa έχει μεγάλες διαφορές στον χρόνο επίλυσης σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα, αφού τα μοντέλα NVI, VIIb, VI2, AVIb και ACM είναι πιο γρήγορα κατά περίπου, 60%, 30%, 59%, 30% και 100%, αντίστοιχα σε σχέση με το μοντέλο VIIa. Ακόμα, από τον Πίνακα 5-3 και Πίνακα 5-4 είναι εύκολο να παρατηρήσει κανείς ότι τα μοντέλα VIIb και AVIb, έχουν την ίδια τιμή αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά και τον ίδιο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Επιπρόσθετα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, τα μοντέλα VIIa και AVIa, έχουν την ίδια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

### 5.2.2 Σύγκριση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο

Στην συγκεκριμένη υποενότητα συγκρίνονται οι συνδυασμοί των ισχυουσών ανισοτήτων που μπορούν να τοποθετηθούν στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) και ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή. Η σύγκριση αυτή λαμβάνει χώρα για έναν συγκεκριμένο χρόνο επίλυσης, δηλαδή λαμβάνονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης έχοντας οριστικοποιήσει τον χρόνο επίλυσης. Συγκεκριμένα, ο χρόνος επίλυσης που χρησιμοποιείται ως βάση σύγκρισης, είναι ο χρόνος που χρειάζεται ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή. Επομένως, σύμφωνα με τον Πίνακα 5-1, ο χρόνος

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

αυτός είναι ίσος με 1818.75 δευτερόλεπτα. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα μοντέλα, στα οποία χρησιμοποιήθηκε η εντολή «cplex.setParam(IloCplex::TiLim, 909.375);», δηλαδή εμφανίζονται οι τιμές που έλαβε η αντικειμενική συνάρτηση κάθε μοντέλου σε χρόνο ίσο με 1818.75 δευτερόλεπτα.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	1570.2
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a)	1549.9
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b)	1566.3
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	1570.2
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	1549.9
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	1566.3
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	1664.8

**Πίνακας 5-5: Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ των παραπάνω μοντέλων. Ως βάση σύγκρισης, δηλαδή ως βασικό μοντέλο του οποίου οι τιμές θα συγκριθούν με τα υπόλοιπα, θεωρείται το μοντέλο (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a), γιατί αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται και στον αλγόριθμο clustering με παραδοχή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Μοντέλα	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με το μοντέλο VIIa
(VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI)	-1.30976192%
(VRP) με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VIIb)	-1.058132783%
(VRP) με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2)	-1.30976192%
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa)	0%
(VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb)	-1.058132783%
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering με παραδοχή (ACM)	-7.413381508%

**Πίνακας 5-6: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου VIIa με τους υπόλοιπους συνδυασμούς των ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο του (VRP) και με τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Ο Πίνακας 5-6 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης όλων των μοντέλων που χρησιμοποιούν παραδοχή εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου VIIa. Σε κάποια κελία του παραπάνω πίνακα, εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Όπως έχει αναφερθεί το αρνητικό πρόσημο, απεικονίζει ότι το μοντέλο VIIa είναι καλύτερο από το αντίστοιχο μοντέλο που συγκρίνεται. Όταν ένα μοντέλο είναι καλύτερο, αυτό σημαίνει ότι έχει χαμηλότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση. Αρχικά, από τον παραπάνω πίνακα γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι το μοντέλο AVIa έχει την ίδια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση με το μοντέλο VIIa. Επίσης, οι διαφορές είναι μικρές αφού η μεγαλύτερη φτάνει μέχρι το 7% περίπου. Όλα τα μοντέλα, εκτός του AVIa έχουν μεγαλύτερες τιμές στην αντικειμενική συνάρτηση σε σχέση με το VIIa. Συγκεκριμένα, τα μοντέλα NVI και VI2 έχουν μεγαλύτερη αντικειμενική συνάρτηση κατά περίπου 1.3% σε σχέση με το VIIa, τα μοντέλα VIIb και AVIb κατά περίπου 1% και το μοντέλο ACM κατά περίπου 7%. Επιπρόσθετα, όπως είναι φανερό τα μοντέλα VIIa και AVIa, NVI και VI2, VIIb και AVIb, έχουν αντίστοιχα την ίδια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

### 5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής

Στην συγκεκριμένη ενότητα, λαμβάνει χώρα σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων όλων των μαθηματικών μοντέλων και όλων των ευρετικών μεθόδων που δεν χρησιμοποιούν παραδοχή. Συγκεκριμένα, θα συγκριθούν τα αποτελέσματα του μαθηματικού μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων, των αλγόριθμων clustering χωρίς παραδοχή και της γραμμικής χαλάρωσης του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων. Υπενθυμίζεται ότι οι αλγόριθμοι clustering χωρίς παραδοχή περιλαμβάνουν δύο αλγόριθμους, τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I και II. Επίσης, η γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων περιλαμβάνει δύο ευρετικές μεθόδους, τις συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων και την μετεξέλιξη του μωπικού αλγόριθμου. Τα αποτελέσματα των παραπάνω μεθόδων έχουν παρουσιαστεί και έχουν αναλυθεί στην ενότητα 4.3.2. Σύμφωνα λοιπόν με τα αποτελέσματα αυτά, ορισμένα μοντέλα ή ορισμένες ευρετικές μέθοδοι δεν μπορούν να συμπεριληφθούν στην σύγκριση για κάποιους λόγους, οι οποίοι θα αναλυθούν στη συνέχεια.

Το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων, δεν μπορεί να συγκριθεί με τα υπόλοιπα μοντέλα, γιατί δεν κατάφερε να βγάλει έστω και μία εφικτή λύση, αφού τέθηκε εκτός μνήμης μετά το πέρας 2 ωρών. Ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I αποτελείται από τρία μοντέλα, το μοντέλο clusters τύπου I, το (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR και το (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR. Επειδή το τρίτο μοντέλο, δηλαδή το (VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR, δεν είχε τη δυνατότητα να υπολογίσει έστω και μία εφικτή λύση παρά το πέρας 14 ωρών και 24 λεπτών, ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή I δεν μπορεί να συμπεριληφθεί στην σύγκριση που θα γίνει στην συγκεκριμένη ενότητα. Ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II αποτελείται από εννέα μοντέλα, τα οποία παρουσίασαν λύση, άρα μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν στη σύγκριση που θα γίνει παρακάτω. Η ευρετική μέθοδος που αποτελείται από τις συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων, δεν παρουσίασε τα επιθυμητά αποτελέσματα και επομένως δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος της διανομής καυσίμων. Άρα, δεν μπορεί να συμπεριληφθεί στη σύγκριση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων χωρίς παραδοχή. Τέλος, η μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου αποτελείται από επτά συνδυασμούς δεδομένων και έχει τη δυνατότητα να παρουσιάσει λύση για όλους τους συνδυασμούς. Επομένως, συμπεριλαμβάνεται στη σύγκριση. Συνοψίζοντας, από τα παραπάνω η σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής, θα γίνει για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II και για την μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται το συνολικό

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering χωρίς παραδοχή II και τα αποτελέσματα του κάθε συνδυασμού της μετεξέλιξης μωπικού αλγόριθμου.

Μοντέλα	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε χιλιόμετρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)
Συνολικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου clustering χωρίς παραδοχή II (ACXII)	1715.6	563.97
36 <sup>E</sup> -18-24-36 (S1)	2120	12.46
36-24-18 (S2)	1811.3	11.84
36-18-24 (S3)	1830.9	14.13
24-36-18 (S4)	1918	16.69
24-18-36 (S5)	1885.4	15.85
18-36-24 (S6)	1952	12.89
18-24-36 (S7)	2014.9	50.26

**Πίνακας 5-7: Αποτελέσματα μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής που θα συγκριθούν**

Η σύγκριση που θα γίνει για τα μοντέλα που δεν χρησιμοποιούν παραδοχή, θα περιλαμβάνει σύγκριση ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης. Όσον αφορά τα μοντέλα που θα συγκριθούν, αυτά είναι ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II και οι συνδυασμοί των ομάδων βυτιοφόρων για την μέθοδο της μετεξέλιξης μωπικού αλγόριθμου. Ως βάση σύγκρισης, δηλαδή ως βασικό μοντέλο του οποίου οι τιμές θα συγκριθούν με τα υπόλοιπα, θεωρείται ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II (ACXII). Τα αποτελέσματα αυτής της σύγκρισης εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μοντέλα	Σύγκριση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) σε σχέση με τον αλγόριθμο ACXII	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με τον αλγόριθμο ACXII
36 <sup>E</sup> -18-24-36 (S1)	-23.57192819%	97.79066262%
36-24-18 (S2)	-5.578223%	97.9006%
36-18-24 (S3)	-6.720681%	97.49455%
24-36-18 (S4)	-11.79762%	97.04062%



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

24-18-36 (S5)	-9.897412%	97.18957%
18-36-24 (S6)	-13.77944%	97.71442%
18-24-36 (S7)	-17.44579%	91.08818%

**Πίνακας 5-8: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου του αλγόριθμου ACXII με τους συνδυασμούς των βυτιοφόρων για την μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου χωρίς παραδοχή**

Ο Πίνακας 5-8 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον υπολογιστικό χρόνο όλων των μοντέλων που χρησιμοποιούν παραδοχή εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του υπολογιστικού χρόνου του αλγόριθμου ACXII, αντίστοιχα. Σε κάποια κελία του παραπάνω πίνακα, εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Το αρνητικό πρόσημο, απεικονίζει ότι ο αλγόριθμος ACXII είναι καλύτερο από το αντίστοιχο μοντέλο που συγκρίνεται, στο συγκεκριμένο πεδίο σύγκρισης. Όταν ένα μοντέλο είναι καλύτερο, αυτό σημαίνει ότι έχει είτε χαμηλότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, είτε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, ανάλογα με το πεδίο σύγκρισης. Όπως παρατηρείται από τον παραπάνω πίνακα και συγκεκριμένα από την δεύτερη στήλη αυτού, η οποία αναφέρεται στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, σε όλα τα κελία υπάρχει αρνητικό πρόσημο. Επομένως, ο αλγόριθμος ACXII, έχει καλύτερη λύση όσον αφορά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Συγκεκριμένα, η μικρότερη διαφορά που υπάρχει είναι περίπου 5.6% που έχει ο συνδυασμός S2 σε σχέση με τον αλγόριθμο ACXII και η μεγαλύτερη είναι περίπου στο 24%, που έχει ο συνδυασμός S1 σε σχέση με τον αλγόριθμο ACXII. Δηλαδή, όσον αφορά την τιμή που λαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση, ως αποτέλεσμα λιγότερα χιλιόμετρα δίνει ο αλγόριθμος ACXII, στην συνέχεια έπεται ο συνδυασμός S2 και τελευταίος ο συνδυασμός S1.

Όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, τα πράγματα δεν είναι ίδια, αφού όλοι οι συνδυασμοί των βυτιοφόρων για την μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου, έχουν κατά πολύ καλύτερο χρόνο, σε ποσοστά μεγαλύτερα του 91% σε σχέση με τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II. Συγκεκριμένα, καλύτερο χρόνο φαίνεται να έχει ο συνδυασμός S2, αφού είναι κατά περίπου 98% πιο γρήγορος από τον αλγόριθμο ACXII, ενώ ο πιο “αργός” συνδυασμός, ο S7, είναι κατά 91% πιο γρήγορος από τον αλγόριθμο ACXII.

Επίσης, να σημειωθεί ότι, όπως αναφέρθηκε στην υποενότητα 4.3.2.3.2, στα αποτελέσματα της μετεξέλιξης μυωπικού αλγόριθμου, υπήρχε η περίπτωση να περισσεύουν κάποια βυτιοφόρα, αλλά και σε όλους τους συνδυασμούς χρησιμοποιήθηκαν από τέσσερα έως έξι εφεδρικά βυτιοφόρα. Στα αποτελέσματα του αλγόριθμου clustering χωρίς παραδοχή II, δεν περίσσεψε κανένα βυτιοφόρο και χρησιμοποιήθηκε μόνο ένα εφεδρικό.

#### 5.4 Επίλογος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, έγινε η σύγκριση των μοντέλων και των μεθόδων επίλυσης με αλλά και χωρίς χρήση παραδοχής. Στα μοντέλα και στις ευρετικές μεθόδους επίλυσης με χρήση παραδοχής, έγινε σύγκριση σε συγκεκριμένο ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap) και σε συγκεκριμένο χρόνο. Από την άλλη, στα μοντέλα και τις ευρετικές μεθόδους επίλυσης χωρίς παραδοχή, δεν έγινε κάτι τέτοιο, απλά συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα κατευθείαν. Αυτό έγινε γιατί τα συγκριθέντα μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι αποτελούνταν από την μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου, που επρόκειτο για ένα πρόγραμμα, το οποίο δεν είχε Gap και επίσης είχε πολύ μικρό υπολογιστικό χρόνο και από τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II, που αποτελείται από εννέα μοντέλα.



## 6 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίστηκε στην προσέγγιση λύσης του προβλήματος της διανομής καυσίμων από ένα διυλιστήριο σε έναν αριθμό από πρατήρια υγρών καυσίμων. Το πρόβλημα αυτό εντάσσεται στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων (VRP).

Στο πρώτο κεφάλαιο έγινε η περιγραφή του προβλήματος και δόθηκε ένα ρεαλιστικό παράδειγμα, το οποίο βοήθησε στην καλύτερη κατανόηση του προβλήματος αλλά και στην ανάπτυξη μοντέλων που θα βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα. Επίσης, παρουσιάστηκαν τρία λογισμικά προγράμματα, τα οποία έχουν την δυνατότητα να επιλύσουν το πρόβλημα της διανομής καυσίμων.

Στη συνέχεια, έλαβε χώρα η ανασκόπηση τριών επιστημονικών δημοσιεύσεων, που σχετίζονται με το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Παρουσιάστηκαν οι διαφορές αλλά και οι ομοιότητες που έχει η κάθε δημοσίευση με το πρόβλημα που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Ακόμα, παρατηρήθηκε ότι τα μοντέλα που βασίζονται σε μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό (MILP), που έχουν δημιουργηθεί από της επιστημονικές δημοσιεύσεις, δεν είναι δυνατό να παρουσιάσουν λύση σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Το ίδιο παρατηρήθηκε και στην παρούσα διπλωματική εργασία. Γι' αυτό τον λόγο, η κάθε δημοσίευση περιελάμβανε ευρετικούς τρόπους και μεθόδους, μέσα από τα οποία είχε τη δυνατότητα να λύσει το πρόβλημα της διανομής καυσίμων.

Έπειτα, παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν επτά μοντέλα και ευρετικές μέθοδοι τα οποία δημιουργήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος της διανομής καυσίμων. Αυτά τα μοντέλα και οι ευρετικές μέθοδοι χωρίζονται σε δύο ομάδες, αυτά που χρησιμοποιούν παραδοχή στις ζητήσεις των πρατηρίων και στις χωρητικότητες και αυτά που όχι. Στην ομάδα των μοντέλων και ευρετικών μεθόδων που χρησιμοποιούν την παραδοχή αυτή, παρουσιάστηκε το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP), στο οποίο έγινε η ανάπτυξη δύο ισχυουσών ανισοτήτων. Επίσης, στην συγκεκριμένη ομάδα, αναπτύχθηκε η ευρετική μέθοδος αλγόριθμος clustering με παραδοχή, η οποία είναι συνδυασμός τριών μοντέλων. Όσον αφορά την ομάδα στην οποία δεν λαμβάνεται υπ' όψιν η παραδοχή, αυτή περιλαμβάνει ένα μοντέλο και τέσσερις ευρετικές μεθόδους. Το μοντέλο αυτό ανήκει στα προβλήματα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και οι ευρετικές μέθοδοι περιέχουν το συγκεκριμένο μοντέλο. Αυτό λοιπόν το μοντέλο είναι το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων. Οι ευρετικές μέθοδοι αποτελούνται από τους αλγόριθμους clustering χωρίς παραδοχή I και II, όπου ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Ι έχει την ίδια λογική με τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή. Οι δύο τελευταίες ευρετικές μέθοδοι που ανήκουν στην ομάδα που δεν χρησιμοποιεί την παραδοχή είναι οι συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων και η μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου.

Κατά το ερευνητικό μέρος της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε η υλοποίηση των παραπάνω μοντέλων για την επίλυση του προβλήματος της διανομής καυσίμων, χρησιμοποιώντας το παράδειγμα που έχει παρουσιαστεί. Η υλοποίηση έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού C++ ενώ για την επίλυση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό CPLEX. Το συγκεκριμένο λογισμικό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Επίσης, είναι εύχρηστο σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού καθώς εισάγεται σαν βιβλιοθήκη στον κώδικα.

Στην συνέχεια, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα όλων των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων με και χωρίς παραδοχή. Επίσης, έγινε σύγκριση ανάμεσα στους συνδυασμούς που μπορούν να υπάρξουν σε κάποιο μοντέλο ή σε κάποια ευρετική μέθοδο. Η σύγκριση αυτή περιελάμβανε σύγκριση στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και στην υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Συγκεκριμένα, στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP), έγινε σύγκριση μεταξύ των συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων που μπορούν να τοποθετηθούν σε αυτό. Σύμφωνα με αυτή τη σύγκριση ο πιο αποδοτικός συνδυασμός είναι αυτός με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa). Δεδομένου αυτού, στον αλγόριθμο clustering με παραδοχή, ως μοντέλο (VRP) τοποθετείται αυτό που περιλαμβάνει την ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa). Όσον αφορά τα μοντέλα και τις ευρετικές μεθόδους χωρίς την χρήση παραδοχής. Το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων όπως και ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή Ι δεν κατάφεραν να παρουσιάσουν λύση. Αντίθετα, ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή είχε τη δυνατότητα να λύσει το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Ακόμα, από τις ευρετικές μεθόδους που σχετίζονται με τη γραμμική χαλάρωση του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων, η μέθοδος των συνεχόμενων γραμμικών χαλαρώσεων του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων δεν είχε τα αναμενόμενα αποτελέσματα και έτσι δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη λύση του προβλήματος, που εξετάζεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Ενώ αντίθετα, η μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου είχε τη δυνατότητα να λύσει το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν επτά συνδυασμοί δεδομένων που αφορούσαν τα βυτιοφόρα για τον συγκεκριμένο αλγόριθμο, με καλύτερο τον συνδυασμό S2, στον οποίο η σειρά των βυτιοφόρων στα δεδομένα ήταν η εξής: Πρώτα τα βυτιοφόρα χωρητικότητας 36000 λίτρων, έπειτα τα 18000 λίτρων και τελευταία τα 24000 λίτρων.

Τέλος, έγινε σύγκριση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα έγιναν δύο συγκρίσεις, μια που αφορούσε τα μοντέλα και τις ευρετικές μεθόδους που χρησιμοποίησαν παραδοχή και μία για αυτά που δεν την έλαβαν υπ' όψιν τους. Η κάθε σύγκριση περιελάμβανε σύγκριση ως προς το ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από τη βέλτιστη (Gap) και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο (CPU time) του κάθε μοντέλου και της κάθε ευρετικής μεθόδου. Όσον αφορά τα μοντέλα και τις ευρετικές μεθόδους που χρησιμοποιούν παραδοχή, έγινε σύγκριση μεταξύ των συνδυασμών των ισχυουσών ανισοτήτων που έχουν την δυνατότητα να τοποθετηθούν σε ένα κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) και του αλγόριθμου clustering με παραδοχή. Η σύγκριση που έγινε έχοντας χρησιμοποιήσει συγκεκριμένο Gap, έδειξε ότι καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση έχει το μοντέλο (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a), αλλά από χρόνο καλύτερη τιμή είχε ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή (ACM). Η σύγκριση που έγινε έχοντας χρησιμοποιήσει συγκεκριμένο χρόνο επίλυσης, έδειξε ότι καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση έχουν τα μοντέλα (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a) και (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AV1a). Η σύγκριση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχή, έγινε ανάμεσα στον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II και στους συνδυασμούς των δεδομένων που αφορούν τα βυτιοφόρα, που έχουν την δυνατότητα να τοποθετηθούν στην μετεξέλιξη μωπικού αλγόριθμου. Γι' αυτές τις ευρετικές μεθόδους έγινε σύγκριση ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης. Τα αποτελέσματα αυτής έδειξαν ότι την καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση την είχε ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II, αλλά τον καλύτερο χρόνο τον είχε ο συνδυασμός S7 της μετεξέλιξης μωπικού αλγόριθμου.

Ως συνέχεια αυτής της διπλωματικής εργασίας, θα μπορούσε να δημιουργηθεί ένα λογισμικό πρόγραμμα, το οποίο θα λύνει το πρόβλημα της διανομής καυσίμων. Το λογισμικό πρόγραμμα αυτό, θα βασίζεται στις μοντελοποιήσεις και στις ευρετικές μεθόδους που αναλύθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία. Η αναγκαιότητα ύπαρξης ενός τέτοιου λογισμικού είναι ότι θα είναι πιο φιλικό προς τον χρήστη και δεν θα χρειάζονται ειδικές γνώσεις για την επίλυση του προβλήματος της διανομής καυσίμων. Ακόμα, το πρόβλημα της διανομής καυσίμων θα είχε τη δυνατότητα να λυθεί με τη χρήση ενός μωπικού αλγόριθμου, όπως αυτός που χρησιμοποιήθηκε στην ευρετική μέθοδο της μετεξέλιξης μωπικού αλγόριθμου, με τη διαφορά ότι δεν θα υπάρχει γραμμική χαλάρωση πριν τον μωπικό αλγόριθμο.

Επίσης, το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με την βοήθεια του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (traveling salesman problem-TSP). Στο TSP, υπάρχει ένα σύνολο από κόμβους και ένα διαθέσιμο όχημα. Σκοπός του είναι να βρει τη βέλτιστη διαδρομή του οχήματος, έτσι ώστε να εξυπηρετηθούν όλοι οι κόμβοι, έχοντας όσο το δυνατό λιγότερο κόστος. Γίνεται εύκολα κατανοητό, ότι το TSP δεν έχει

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΠΙΛΟΓΟΣ

περιορισμούς χωρητικότητας. Η προσέγγιση του προβλήματος της διανομής καυσίμων με τη χρήση του TSP, μπορεί να γίνει δημιουργώντας ομάδες πρατηρίων που να αντιστοιχούν σε κάθε βυτιοφόρο. Δηλαδή, πρέπει να δημιουργηθούν clusters, τα οποία να λαμβάνουν υπ' όψιν τους την χωρητικότητα του κάθε βυτιοφόρου, αλλά και τις ζητήσεις των πρατηρίων. Το αποτέλεσμα του μοντέλου που θα ομαδοποιήσει τα πρατήρια, θα είναι ποια πρατήρια θα μπορεί να εξυπηρετήσει το κάθε βυτιοφόρο, χωρίς όμως να αποτυπώνει τη σειρά με την οποία θα μεταβεί το βυτιοφόρο στα συγκεκριμένα πρατήρια. Για την εύρεση της σειράς με την οποία θα εξυπηρετηθούν τα πρατήρια από το εκάστοτε βυτιοφόρο, θα χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο TSP για κάθε βυτιοφόρο.

Το κεφάλαιο που ακολουθεί είναι το ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ, στο οποίο θα παρουσιαστεί η λύση του κάθε μοντέλου. Το κάθε μοντέλο και ευρετική μέθοδος θα απεικονίσουν τη διαδρομή που θα ακολουθήσει κάθε βυτιοφόρο, δηλαδή, ποια πρατήρια θα εξυπηρετήσει κάθε βυτιοφόρο, αλλά και με ποια σειρά.





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### 7.1 Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων με χρήση παραδοχής

#### 7.1.1 Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)

##### 7.1.1.1 Συνδυασμοί ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP)

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι λύσεις που προέκυψαν από τον κάθε συνδυασμό ισχυουσών ανισοτήτων σε συγκεκριμένο ποσοστό που απέχει μία εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap), το οποίο είναι ίσο με 55.36%.

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,10,28,38	11	38,23,38
1	38,11,15,38	12	38,19,29,38
2	38,2,9,38	13	38,27,18,38
3	38,5,12,38	14	38,33,38
4	38,3,25,38	15	38,21,8,38
5	38,1,0,38	16	38,17,14,38
6	38,7,20,38	17	38,36,38
7	38,32,30,38	18	38,31,34,38
8	38,22,38	19	38,37,37
9	38,4,38	20	38,16,6,38
10	38,35,24,38	21	38,13,26,38

**Πίνακας 7-2: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	
1	38,36,21,38	12	38,9,38
2	38,13,26,38	13	38,37,38
3	38,12,6,38	14	38,23,19,38
4	38,1,0,38	15	38,14,17,38
5	38,15,5,38	16	38,31,34,38
6	38,20,7,38	17	38,16,11,38

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

7	38,27,28,38	18	38,8,22,38
8	38,35,24,38	19	38,33,38
9	38,30,32,38	20	38,4,2,38
10	38,18,29,38	21	38,10,38

**Πίνακας 7-3: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VI1a) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	38,32,30,38
1	38,36,26,38	12	38,9,38
2	38,12,6,38	13	38,19,23,38
3	38,1,0,38	14	38,14,18,38
4	38,5,13,38	15	38,27,17,38
5	38,4,11,38	16	38,28,2,38
6	38,15,16,38	17	38,37,38
7	38,22,29,38	18	38,33,38
8	38,21,38	19	38,34,31,38
9	38,8,38	20	38,10,38
10	38,35,24,38	21	38,20,7,38

**Πίνακας 7-4: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,10,28,38	11	38,23,38
1	38,11,15,38	12	38,19,29,38
2	38,2,9,38	13	38,27,18,38
3	38,5,12,38	14	38,33,38
4	38,3,25,38	15	38,21,8,38
5	38,1,0,38	16	38,17,14,38
6	38,7,20,38	17	38,36,38
7	38,32,30,38	18	38,31,34,38
8	38,22,38	19	38,37,38

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

9	38,4,38	20	38,16,6,38
10	38,35,24,38	21	38,13,26,38

**Πίνακας 7-5: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 2<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	
1	38,36,21,38	12	38,9,38
2	38,13,26,38	13	38,37,38
3	38,12,6,38	14	38,23,19,38
4	38,1,0,38	15	38,14,17,38
5	38,15,5,38	16	38,31,34,38
6	38,20,7,38	17	38,16,11,38
7	38,27,28,38	18	38,8,22,38
8	38,35,24,38	19	38,33,38
9	38,30,32,38	20	38,4,2,38
10	38,18,29,38	21	38,10,38

**Πίνακας 7-6: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	38,32,30,38
1	38,36,26,38	12	38,9,38
2	38,12,6,38	13	38,19,23,38
3	38,1,0,38	14	38,14,18,38
4	38,5,13,38	15	38,27,17,38
5	38,4,11,38	16	38,28,2,38
6	38,15,16,38	17	38,37,38
7	38,22,29,38	18	38,33,38
8	38,21,38	19	38,34,31,38
9	38,8,38	20	38,10,38
10	38,35,24,38	21	38,20,7,38

**Πίνακας 7-7: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

### 7.1.1.2 Αλγόριθμος clustering με παραδοχή

Υπενθυμίζεται ότι ο αλγόριθμος clustering με παραδοχή αποτελείται από τρία μοντέλα, το μοντέλο Clusters τύπου I (MC1), το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) και το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA). Το υποσύνολο CR εμπεριέχει τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο με τα βυτιοφόρα της εταιρίας και το υποσύνολο AR εφαρμόζεται στο σύνολο που περιέχει τα υπόλοιπα πρατήρια με τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες. Στον πίνακα που ακολουθεί εμφανίζεται η λύση του μοντέλου Clusters τύπου I (MC1), δηλαδή παρουσιάζονται τα δύο υποσύνολα που προκύπτουν, το CR και το AR. Επίσης, και στα δύο υποσύνολα τοποθετείται το διυλιστήριο σαν το τελευταίο πρατήριο, δηλαδή το σημείο 38, με ζήτηση ίση με το μηδέν.

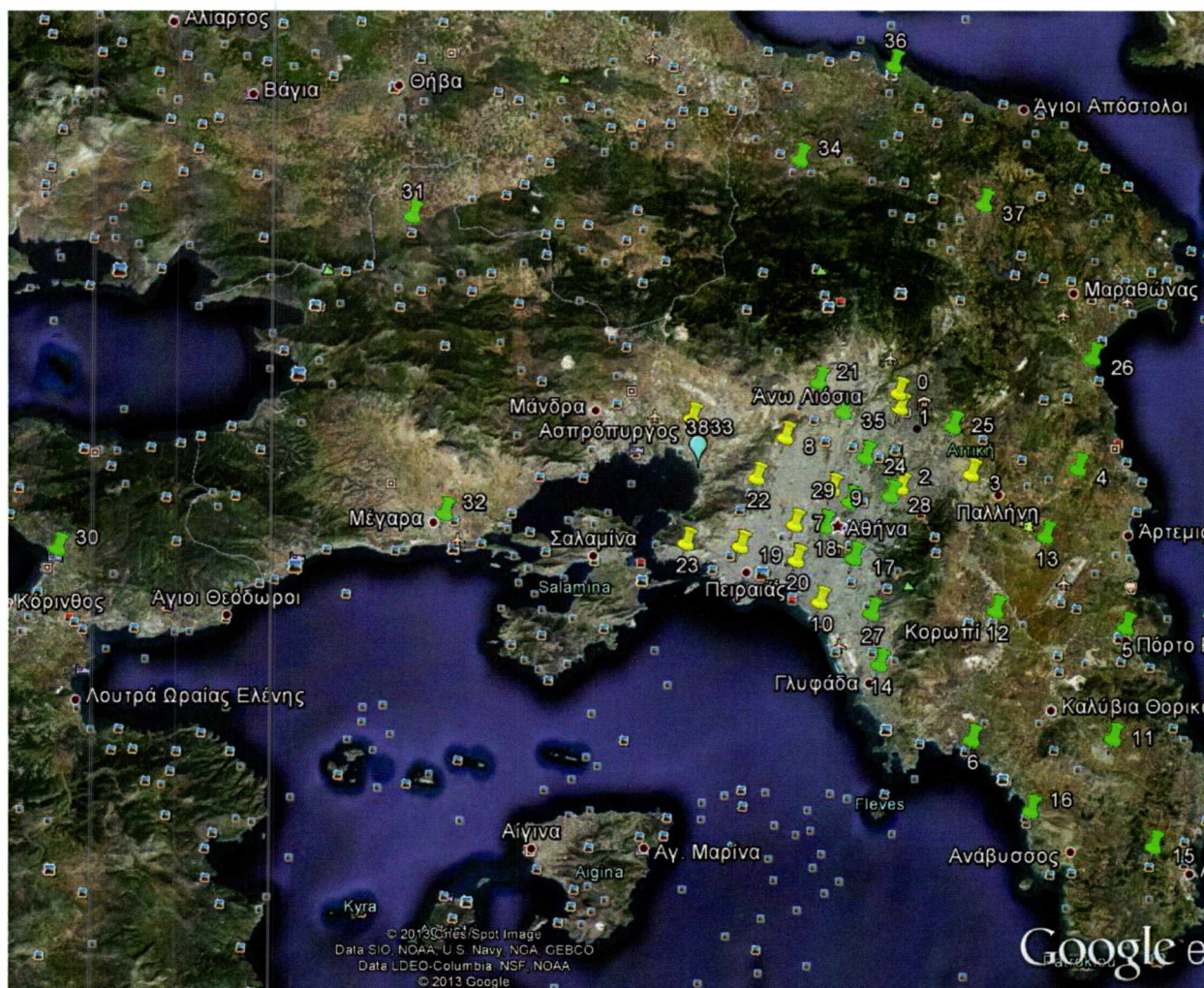
Πρατήρια υποσυνόλου CR	Πρατήρια υποσυνόλου AR
0,1,2,3,7,8,9,10,19,20,22,23,33,38	4,5,6,11,12,13,14,15,16,17,18,21,24,25,26,27,28,29 ,30,31,32,34,35,36,37,38

**Πίνακας 7-8: Λύση μοντέλου clusters τύπου I (MC1) με παραδοχή**

Στην εικόνα που ακολουθεί, εμφανίζονται τα παραπάνω αποτελέσματα. Όπου το σημείο με γαλάζιο χρώμα είναι το διυλιστήριο, τα σημεία με κίτρινο χρώμα απεικονίζουν τα πρατήρια που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα που ανήκουν στην εταιρία καυσίμων, δηλαδή τα πρατήρια που ανήκουν στο υποσύνολο CR και τα σημεία με πράσινο χρώμα αντιστοιχούν στα πρατήρια που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα που μισθώνεται από ιδιώτες, δηλαδή τα πρατήρια που ανήκουν στο υποσύνολο AR.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



Εικόνα 7-1: Λύση μοντέλου clusters τύπου I (MC1) με παραδοχή

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζεται η λύση από το κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP) για τα υποσύνολα CR και AR σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%).

Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)

Βυτιοφόρα που ανήκουν στην εταιρία	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,8,38
1	38,19,23,22,38
2	38,10,38
3	38,0,1,38
4	38,20,7,38

5	38,33,38
6	38,2,9,38

**Πίνακας 7-9: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	
Βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
7	38,17,18,38
8	38,28,24,38
9	38,14,38
10	38,25,38
11	38,4,38
12	38,21,32,38
13	38,27,16,38
14	38,13,38
15	38,37,38
16	38,5,35,38
17	38,34,31,38
18	38,36,38
19	38,29,26,38
20	38,12,6,38
21	38,15,11,30,38

**Πίνακας 7-10: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA) με παραδοχή σε συγκεκριμένο ποσοστό Gap (55.36%)**

### 7.1.2 Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)

#### 7.1.2.1 Συνδυασμοί ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP)

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι λύσεις που προέκυψαν από τον κάθε συνδυασμό ισχυουσών ανισοτήτων σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο, ο οποίος είναι ίσος με 1818.75 δευτερόλεπτα.



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,10,28,38	11	38,22,38
1	38,11,15,38	12	38,18,19,38
2	38,24,2,35,38	13	38,27,29,38
3	38,5,12,38	14	38,36,38
4	38,3,25,38	15	38,21,8,38
5	38,1,0,38	16	38,17,14,38
6	38,7,20,38	17	38,33,38
7	38,32,30,38	18	38,31,34,38
8	38,23,38	19	38,37,38
9	38,4,38	20	38,16,6,38
10	38,9,38	21	38,13,26,38

**Πίνακας 7-11: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) χωρίς ισχύουσες ανισότητες (NVI) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	38,29,18,38
1	38,10,38	12	38,23,38
2	38,36,26,38	13	38,37,38
3	38,6,16,38	14	38,2,28,38
4	38,1,0,38	15	38,33,38
5	38,5,13,38	16	38,17,27,38
6	38,14,20,38	17	38,34,31,38
7	38,30,32,38	18	38,21,8,38
8	38,9,38	19	38,19,7,38
9	38,24,35,38	20	38,15,11,38
10	38,22,38	21	38,12,4,38

**Πίνακας 7-12: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 (VIIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,36,35,38	11	38,30,32,38
1	38,15,11,38	12	38,9,38

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

2	38,3,25,38	13	38,2,28,38
3	38,12,6,38	14	38,33,38
4	38,7,20,38	15	38,17,14,38
5	38,4,26,38	16	38,34,31,38
6	38,13,5,38	17	38,16,27,38
7	38,22,38	18	38,37,38
8	38,23,38	19	38,21,8,38
9	38,18,19,38	20	38,1,0,38
10	38,29,24,38	21	38,10,21

**Πίνακας 7-13: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 1<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 (VI1b) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,10,28,38	11	38,22,38
1	38,11,15,38	12	38,18,19,38
2	38,24,2,35,38	13	38,27,29,38
3	38,5,12,38	14	38,36,38
4	38,3,25,38	15	38,21,8,38
5	38,1,0,38	16	38,17,14,38
6	38,7,20,38	17	38,33,38
7	38,32,30,38	18	38,31,34,38
8	38,23,38	19	38,37,38
9	38,4,38	20	38,16,6,38
10	38,9,38	21	38,13,26,38

**Πίνακας 7-14: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με την 2<sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17) (VI2) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,25,38	11	38,29,18,38
1	38,10,38	12	38,23,38
2	38,36,26,38	13	38,37,38
3	38,6,16,38	14	38,2,28,38
4	38,1,0,38	15	38,33,38
5	38,5,13,38	16	38,17,27,38
6	38,14,20,38	17	38,34,31,38
7	38,30,32,38	18	38,8,21,38
8	38,9,38	19	38,19,7,38
9	38,24,35,38	20	38,15,11,38
10	38,22,38	21	38,4,38

**Πίνακας 7-15: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 5 και (3.17) (AVIa) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,36,35,38	11	38,30,32,38
1	38,15,11,38	12	38,9,38
2	38,3,25,38	13	38,2,28,38
3	38,12,6,38	14	38,33,38
4	38,7,20,38	15	38,17,14,38
5	38,4,26,38	16	38,34,31,38
6	38,13,5,38	17	38,16,27,38
7	38,22,38	18	38,37,38
8	38,23,38	19	38,21,8,38
9	38,18,19,38	20	38,1,0,38
10	38,29,24,38	21	38,10,38

**Πίνακας 7-16: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) με άνω όριο ίσο με 6 και (3.17) (AVIb) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

### 7.1.2.2 Αλγόριθμος clustering με παραδοχή

Η λύση του μοντέλου Clusters τύπου I (MC1) είναι η ίδια που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 7.1.1.2 και συγκεκριμένα στον Πίνακα 7-8 και στην Εικόνα 7-1. Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζεται η λύση από το κλασικά μαθηματικά μοντέλα (VRP) για τα υποσύνολα CR και AR. Υπενθυμίζεται ότι ο χρόνος: 1818.75 δευτερόλεπτα είναι ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης του αλγόριθμου clustering με παραδοχή.

Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	
Βυτιοφόρα που ανήκουν στην εταιρία	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,3,8,38
1	38,9,2,38
2	38,23,19,22,38
3	38,20,7,38
4	38,0,1,38
5	38,33,38
6	38,10,38

**Πίνακας 7-17: Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο CR (MVC) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)**

Κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	
Βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
7	38,21,38
8	38,24,35,38
9	38,18,29,38
10	38,30,32,38
11	38,4,38
12	38,27,28,38
13	38,37,38
14	38,34,31,38
15	38,14,17,38
16	38,16,11,38
17	38,26,25,38

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

18	38,36,38
19	38,13,38
20	38,15,5,38
21	38,12,6,38

**Πίνακας 7-18:** Λύση κλασικού μαθηματικού μοντέλου (VRP) για το υποσύνολο AR (MVA) με παραδοχή σε συγκεκριμένο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης (1818.75 δευτερόλεπτα)

### 7.2 Λύσεις μοντέλων και ευρετικών μεθόδων χωρίς χρήση παραδοχής

#### 7.2.1 Αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή II

Αρχικά, σύμφωνα με αυτά που έχουν ειπωθεί στην υποενότητα 4.3.2, ο αλγόριθμος clustering χωρίς παραδοχή αποτελείται από τα μοντέλα: Χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL), Χώρισμα 1<sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1), Χώρισμα 2<sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2), VRP για διανομή καυσίμων του 1<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV1), VRP για διανομή καυσίμων του 2<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV2), VRP για διανομή καυσίμων του 3<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV3), VRP για διανομή καυσίμων του 4<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV4), VRP για διανομή καυσίμων του 5<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV5) και VRP για διανομή καυσίμων του 6<sup>ου</sup> υπόχωρου (CV6). Στον πίνακα που ακολουθεί εμφανίζεται η λύση του μοντέλου CL.

Πρατήρια 1 <sup>ης</sup> ομάδας	Πρατήρια 2 <sup>ης</sup> ομάδας
0,1,2,3,7,8,9,10,14,17,18,19,20,21,22,23,24,25,27, 28,29,33,35	4,5,6,11,12,13,15,16,26,30,31,32,34,36,37

**Πίνακας 7-19:** Λύση μοντέλου χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL) χωρίς παραδοχή

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η λύση του Πίνακας 7-19. Όπου με κίτρινο χρώμα είναι τα πρατήρια που ανήκουν στην πρώτη ομάδα και με πράσινο, αυτά που ανήκουν στην δεύτερη ομάδα πρατηρίων.





Εικόνα 7-2: Λύση μοντέλου χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL) χωρίς παραδοχή

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι έξι υπόχωροι, όπως προέκυψαν από την λύση των μοντέλων: Χώρισμα 1<sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1) και Χώρισμα 2<sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2). Σε κάθε υπόχωρο προστίθεται και το διυλιστήριο ως τελευταίο πρατήριο, δηλαδή το σημείο 38, με ζήτηση ίση με το μηδέν.

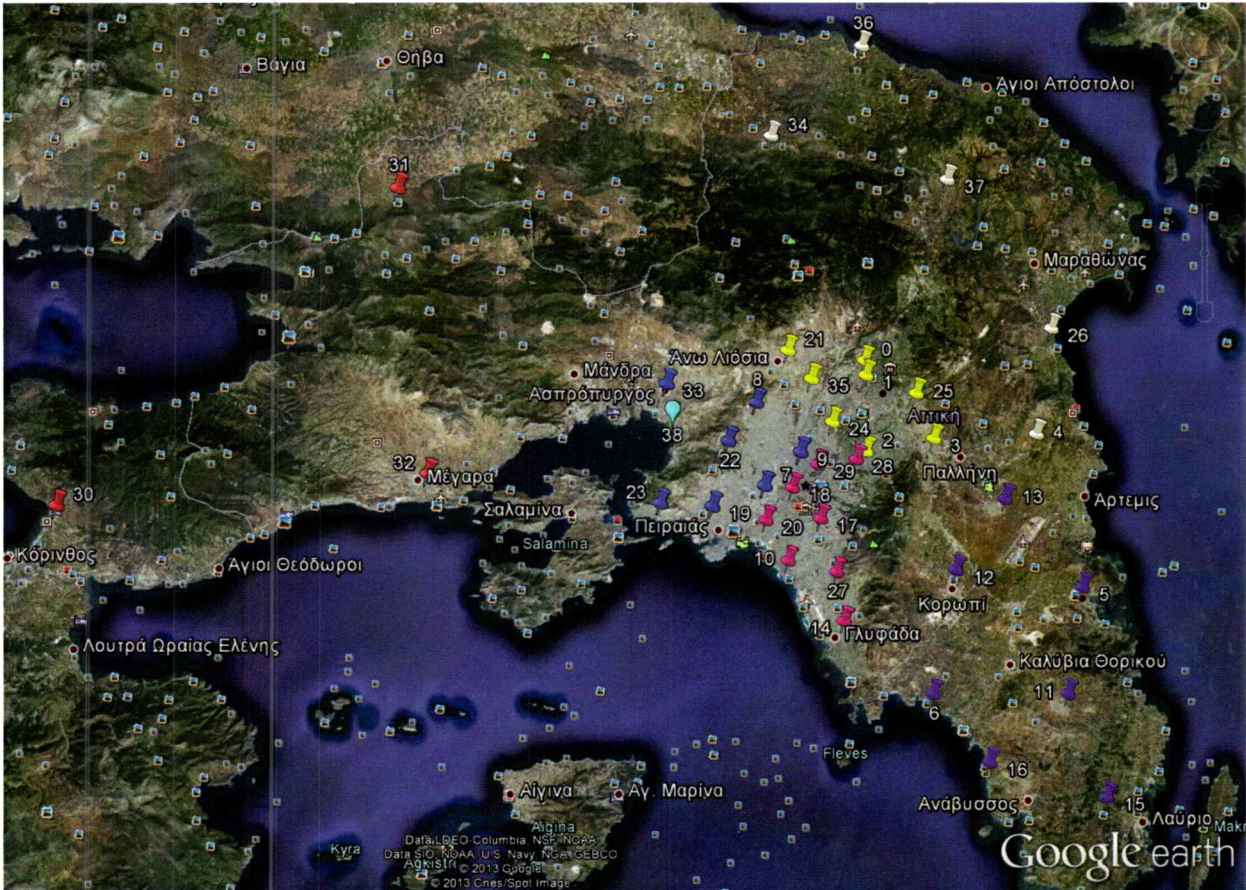
Πρατήρια 1 <sup>ης</sup> ομάδας			Πρατήρια 2 <sup>ης</sup> ομάδας		
1 <sup>ος</sup> υπόχωρος	2 <sup>ος</sup> υπόχωρος	3 <sup>ος</sup> υπόχωρος	4 <sup>ος</sup> υπόχωρος	5 <sup>ος</sup> υπόχωρος	6 <sup>ος</sup> υπόχωρος
0,1,2,3,21,24, 25,35,38	7,8,9,19,22,23, 33,38	10,14,17,18,20, 27,28,29,38	5,6,11,12,13, 15,16,38	30,31,32,38	4,26,34,36,37, 38

Πίνακας 7-20: Λύση μοντέλων χώρισμα 1ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1) και χώρισμα 2ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2) χωρίς παραδοχή



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στην Εικόνα 7-3, όπου τα σημεία με το κίτρινο χρώμα αντιστοιχούν στον 1<sup>ο</sup> υπόχωρο, με το μπλε στον 2<sup>ο</sup>, με το ροζ στον 3<sup>ο</sup>, με το μωβ στον 4<sup>ο</sup>, με το κόκκινο στον 5<sup>ο</sup> και τέλος με το άσπρο στον 6<sup>ο</sup>.



**Εικόνα 7-3: Λύση μοντέλων χόρισμα 1ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1) και χόρισμα 2ης ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2) χωρίς παραδοχή**

Οι επόμενοι πίνακες παρουσιάζουν την λύση του κάθε (VRP) για διανομή καυσίμων του κάθε υποχώρου.

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
13	38,21,35,38
14	38,3,38
0	38,1,0,38
1	38,24,2,25,38

**Πίνακας 7-21: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 1<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**



Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
7	38,23,38
16	38,33,38
2	38,22,7,19,38
3	38,9,8,38

**Πίνακας 7-22: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 2<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
17	38,20,38
18	38,29,28,18,38
4	38,27,14,17,38
5	38,10,38

**Πίνακας 7-23: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 3<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
8	38,12,38
9	38,5,38
15	38,13,38
6	38,11,15,38
20	38,6,16,38

**Πίνακας 7-24: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 4<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
12	38,30,32,31,38

**Πίνακας 7-25: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 5<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
10	38,4,38
11	38,26,38
19	38,34,38
21	38,37,38
22 (εφεδρικό)	38,36,38

**Πίνακας 7-26: Λύση (VRP) για διανομή καυσίμων του 6<sup>ου</sup> υποχώρου χωρίς παραδοχή**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Το βυτιοφόρο 22, που εμφανίζεται στον Πίνακας 7-26 είναι εφεδρικό και έχει συνολική χωρητικότητα ίση με 24000 λίτρα, σύμφωνα με την υποενότητα 4.3.2.2.2.

### 7.2.2 Μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου

Στην μετεξέλιξη μυωπικού αλγόριθμου δοκιμάζονται επτά συνδυασμοί δεδομένων βυτιοφόρων. Αυτοί οι συνδυασμοί είναι οι ακόλουθοι:

- 36<sup>E</sup>-18-24-36 (S1),
- 36-24-18 (S2),
- 36-18-24 (S3),
- 24-36-18 (S4),
- 24-18-36 (S5),
- 18-36-24 (S6),
- 18-24-36 (S7).

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S1 βρίσκονται στον Πίνακα 3-8, τα εφεδρικά βυτιοφόρα που χρησιμοποιούνται βρίσκονται στον Πίνακα 7-27 και η λύση του S1 παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-28.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	24000	8	2000	2000	2000	2000	4000	3000	6000	3000	0	0
23	18000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
24	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
25	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
26	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000

Πίνακας 7-27: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S1

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,22,8,19,38	14	38,0,38
1	38,9,24,28,38	15	38,4,38
2	38,23,7,30,38	16	38,6,38
3	38,33,27,31,38	17	-
4	38,17,1,32,38	18	38,2,38

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

5	38,22,35,21,38	19	38,12,38
6	38,20,26,38	20	38,34,38
7	38,29,18,38	21	38,10,38
8	38,11,38	22	38,3,38
9	38,14,38	23	38,5,38
10	-	24	38,15,38
11	-	25	38,36,38
12	38,16,38	26	38,37,38
13	38,13,38		

Πίνακας 7-28: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S1 χωρίς παραδοχή

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S2 βρίσκονται στον Πίνακα 7-29, τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακα 7-30 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-31.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
1	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
2	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
3	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
4	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
5	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
6	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
7	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
8	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000
9	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
10	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
11	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
12	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
13	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
14	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
15	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
16	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
17	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
18	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

19	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
20	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
21	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0

**Πίνακας 7-29: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S2**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	24000	8	2000	2000	2000	2000	4000	3000	6000	3000	0	0
23	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
24	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
25	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
26	24000	8	3000	6000	3000	2000	2000	2000	2000	4000	0	0
27	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0

**Πίνακας 7-30: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S2**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,22,7,29,38	14	38,13,38
1	38,8,18,25,38	15	38,4,38
2	38,21,35,24,38	16	-
3	38,19,23,17,38	17	-
4	38,9,5,38	18	-
5	38,33,32,30,31,38	19	-
6	38,20,16,38	20	-
7	38,0,26,38	21	-
8	38,1,38	22	38,38,38
9	38,27,11,38	23	38,10,38
10	38,14,38	24	38,15,38
11	38,28,6,38	25	38,34,38
12	38,2,38	26	38,35,38
13	38,12,38	27	38,37,38

**Πίνακας 7-31: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S2 χωρίς παραδοχή**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S3 βρίσκονται στον Πίνακα 7-32, τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακα 7-33 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-34.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
1	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
2	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
3	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
4	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
5	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
6	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
7	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
8	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000
9	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
10	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
11	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
12	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
13	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
14	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0
15	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
16	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
17	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
18	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
19	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
20	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
21	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0

**Πίνακας 7-32: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S3**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	24000	8	2000	2000	2000	2000	4000	3000	6000	3000	0	0
23	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
24	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
25	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
26	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000

**Πίνακας 7-33: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S3**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,29,9,18,38	14	38,26,38
1	38,20,17,38	15	38,13,38
2	38,33,22,31,38	16	38,4,38
3	38,19,23,32,30,38	17	38,6,38
4	38,21,35,24,28,38	18	-
5	38,0,5,38	19	38,15,38
6	38,7,27,38	20	38,12,38
7	38,1,14,38	21	-
8	38,8,2,38	22	38,3,38
9	38,11,38	23	38,10,38
10	38,25,38	24	38,34,38
11	38,16,38	25	38,36,37
12	-	26	38,37,38
13	-		

**Πίνακας 7-34: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S3 χωρίς παραδοχή**

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S4 βρίσκονται στον Πίνακα 7-35, τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακα 7-36 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-37.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
1	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
2	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
3	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
4	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
5	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
6	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
7	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
8	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
9	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
10	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
11	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

12	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
13	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
14	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
15	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000
16	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
17	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
18	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
19	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
20	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
21	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0

**Πίνακας 7-35: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S4**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	24000	8	2000	2000	2000	2000	4000	3000	6000	3000	0	0
23	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
24	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
25	18000	6	2000	2000	4000	3000	3000	4000	0	0	0	0
26	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
27	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0

**Πίνακας 7-36: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S4**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,7,38	14	38,13,38
1	38,20,38	15	38,32,30,4,38
2	38,9,38	16	-
3	38,33,31,38	17	38,16,38
4	38,21,35,38	18	-
5	38,0,38	19	38,11,38
6	38,22,18,38	20	-
7	38,29,28,2,38	21	-
8	38,17,25,5,38	22	38,2,38
9	38,19,23,24,38	23	38,12,26,38
10	38,8,1,38	24	38,34,38
11	38,27,14,38	25	38,6,38



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

12	38,37,38	26	38,36,38
13	38,10,38	27	38,15,38

**Πίνακας 7-37: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S4 χωρίς παραδοχή**

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S5 βρίσκονται στον Πίνακα 7-38 τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακα 7-39 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-40.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
1	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
2	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
3	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
4	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
5	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
6	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
7	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
8	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
9	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
10	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
11	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
12	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0
13	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
14	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
15	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
16	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
17	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
18	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
19	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
20	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
21	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000

**Πίνακας 7-38: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S5**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
23	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
24	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
25	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0

**Πίνακας 7-39: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S5**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,22,8,30,38	13	38,18,20,38
1	38,9,38	14	38,0,26,38
2	38,7,24,38	15	38,10,38
3	38,21,35,38	16	38,2,14,38
4	38,33,31,38	17	38,1,11,38
5	38,17,25,38	18	38,3,38
6	38,19,28,38	19	38,37,13,38
7	38,27,38	20	38,13,38
8	38,16,38	21	38,4,12,38
9	-	22	38,5,6,38
10	38,23,38	23	38,34,38
11	38,29,32,38	24	38,36,38
12	-	25	38,15,38

**Πίνακας 7-40: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S5 χωρίς παραδοχή**

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S6 βρίσκονται στον Πίνακας 7-41 τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακας 7-42 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακας 7-43.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
1	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
2	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
3	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

4	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
5	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0
6	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
7	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
8	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
9	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
10	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
11	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
12	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
13	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
14	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000
15	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
16	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
17	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
18	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
19	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
20	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
21	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0

**Πίνακας 7-41: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S6**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	24000	8	2000	2000	2000	2000	4000	3000	6000	3000	0	0
23	18000	6	2000	2000	4000	3000	3000	4000	0	0	0	0
24	24000	8	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0	
25	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
26	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
27	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000

**Πίνακας 7-42: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S6**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,29,38	14	38,2,38
1	38,21,38	15	38,12,38
2	38,19,38	16	38,6,38
3	38,17,38	17	-
4	38,23,30,38	18	38,13,38
5	38,7,38	19	-

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

6	38,20,26,38	20	38,16,38
7	38,22,8,24,29,38	21	-
8	38,33,18,31,38	22	38,3,38
9	38,9,27,38	23	38,4,38
10	38,35,25,11,32,38	24	38,34,38
11	38,10,38	25	38,15,38
12	38,0,5,38	26	38,26,38
13	38,1,14,38	27	38,37,38

**Πίνακας 7-43: Λύση μωοπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S6 χωρίς παραδοχή**

Τα δεδομένα που αναφέρονται στα βυτιοφόρα του συνδυασμού S7 βρίσκονται στον Πίνακα 7-44 τα εφεδρικά που χρησιμοποιούνται στον Πίνακα 7-45 και η λύση του παρουσιάζεται στον Πίνακα 7-46.

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
1	18000	5	2000	4000	5000	5000	2000	0	0	0	0	0
2	18000	6	3000	2000	4000	3000	2000	4000	0	0	0	0
3	18000	6	2000	4000	5000	2000	3000	2000	0	0	0	0
4	18000	6	2000	3000	2000	5000	4000	2000	0	0	0	0
5	18000	5	4000	5000	4000	2000	3000	0	0	0	0	0
6	24000	8	3000	2000	6000	2000	2000	3000	2000	4000	0	0
7	24000	8	2000	4000	3000	3000	2000	3000	5000	2000	0	0
8	24000	8	2000	3000	4000	2000	3000	3000	4000	3000	0	0
9	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0
10	24000	9	2000	3000	2000	3000	4000	3000	2000	3000	2000	0
11	24000	9	2000	3000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	2000	0
12	24000	9	3000	4000	2000	3000	3000	2000	3000	2000	2000	0
13	36000	10	2000	4000	6000	5000	3000	5000	4000	2000	2000	3000
14	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
15	36000	10	5000	4000	3000	3000	2000	4000	5000	2000	4000	4000
16	36000	9	6000	5000	3000	4000	2000	3000	6000	4000	3000	0
17	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000
18	36000	9	4000	5000	2000	5000	6000	2000	4000	3000	5000	0
19	36000	10	5000	4000	6000	3000	2000	4000	5000	2000	2000	3000

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

20	36000	9	5000	4000	2000	6000	3000	5000	3000	2000	6000	0
21	36000	10	6000	4000	5000	2000	3000	2000	2000	4000	3000	5000

**Πίνακας 7-44: Χωρητικότητες βυτιοφόρων για τον συνδυασμό S7**

Βυτιοφόρο	Συνολική χωρητικότητα σε λίτρα	Αριθμός διαμερισμάτων	Χωρητικότητες διαμερισμάτων σε λίτρα									
			Διαμέρισμα									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	18000	6	2000	2000	4000	3000	3000	4000	0	0	0	0
23	18000	5	4000	3000	6000	2000	3000	0	0	0	0	0
24	18000	6	2000	2000	4000	3000	3000	4000	0	0	0	0
25	24000	9	3000	2000	4000	3000	2000	2000	3000	2000	3000	0

**Πίνακας 7-45: Εφεδρικά βυτιοφόρα συνδυασμού S7**

Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει	Βυτιοφόρο	Διαδρομή που θα ακολουθήσει
0	38,22,29,38	13	38,10,28,38
1	38,19,30,38	14	38,25,13,38
2	38,17,24,38	15	38,1,2,38
3	38,11,38	16	38,3,38
4	38,26,38	17	38,37,38
5	38,7,38	18	38,34,38
6	38,9,38	19	38,4,5,38
7	38,33,31,38	20	38,15,38
8	38,21,35,38	21	38,27,14,38
9	38,8,18,38	22	38,6,38
10	38,20,38	23	38,12,38
11	38,23,32,38	24	38,16,38
12	38,0,38	25	38,36,38

**Πίνακας 7-46: Λύση μωπικού αλγόριθμου για τον συνδυασμό S7 χωρίς παραδοχή**

### 7.3 Μέγεθος προβλήματος

Με τον όρο μέγεθος προβλήματος εννοείται ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης και των περιορισμών που χρησιμοποιούνται για να επιλυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα. Επομένως, γίνεται κατανοητό ότι το μέγεθος του προβλήματος διαφέρει ανάλογα με το μοντέλο ή την ευρετική μέθοδο που

χρησιμοποιείται για να λυθεί. Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζεται το μέγεθος του προβλήματος για κάθε μοντέλο και ευρετική μέθοδο που έχει παρουσιαστεί στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NTT</i>	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων.	22

**Πίνακας 7-47: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής**

Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης	$NS(NTT * NS + 1)$	33501
Συνολικός αριθμός περιορισμών	$2(NS - 1) + NTT[NS + 3 + (NS - 1)^2]$	32768

**Πίνακας 7-48: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής**

Συνδυασμοί ισχυουσών ανισοτήτων στο κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP)	Συνολικός αριθμός περιορισμών	
Χωρίς ισχύουσες ανισότητες	$2(NS - 1) + NTT[NS + 3 + (NS - 1)^2]$	32768
Με την 1 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.16)	$2(NS - 1) + NTT[NS + 4 + (NS - 1)^2]$	32790
Με την 2 <sup>η</sup> ισχύουσα ανισότητα (3.17)	$2(NS - 1) + NTT[2NS + 3 + (NS - 1)^2]$	33626
Με τις δύο ισχύουσες ανισότητες (3.16) και (3.17)	$2(NS - 1) + NTT[2NS + 4 + (NS - 1)^2]$	33714

**Πίνακας 7-49: Συνολικός αριθμός περιορισμών για τους συνδυασμούς ισχυουσών ανισοτήτων για το κλασικό μαθηματικό μοντέλο (VRP) με χρήση παραδοχής**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NOT</i>	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,	7
<i>NTT</i>	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,	22
<i>NTT – NOT</i>	αριθμός βυτιοφόρων που μισθώνονται από ιδιώτες,	15
<i>NCR</i>	συνολικός αριθμός πρατηρίων που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα της εταιρίας,	14
<i>NAR</i>	συνολικός αριθμός πρατηρίων που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες.	26

**Πίνακας 7-50: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή**

Μοντέλο	Αριθμός μεταβλητών απόφασης		Αριθμός περιορισμών	
	<i>NS</i>			
Clusters τύπου I (MC1)	<i>NS</i>	39		1
(VRP) για το υποσύνολο CR (MVC)	$NCR(NOT * NCR + 1)$	1386	$2(NCR - 1) + NOT[NCR + 3 + (NCR - 1)^2]$	1335
(VRP) για το υποσύνολο AR (MVA)	$NAR[(NTT - NOT) * NAR + 1]$	10166	$2(NAR - 1) + (NTT - NOT)[NAR + 3 + (NAR - 1)^2]$	9875
Συνολικά		11591		11211

**Πίνακας 7-51: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering με παραδοχή**



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NTT</i>	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,	22
<i>NAT</i>	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),	10
<i>NTF</i>	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια),	6

**Πίνακας 7-52: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων**

Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης	$NS(NS * NTT + 1) + NTF * NAT * NTT(NS + 1)$	86301
Συνολικός αριθμός περιορισμών	$NS(2 + NTF) - 2 + NTT[2NS + 3 + (NS - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	36940

**Πίνακας 7-53: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το μαθηματικό μοντέλο (VRP) για διανομή καυσίμων**

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NOT</i>	αριθμός βυτιοφόρων της εταιρίας,	7
<i>NTT</i>	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,	22
<i>NAT</i>	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),	10
<i>NTF</i>	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια),	6

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

<i>NTT – NOT</i>	αριθμός βυτιοφόρων που μισθώνονται από ιδιώτες,	15
<i>NCR</i>	συνολικός αριθμός πρατηρίων που βρίσκονται κοντά στο διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα της εταιρίας,	14
<i>NAR</i>	συνολικός αριθμός πρατηρίων που βρίσκονται μακριά από το διυλιστήριο και θα εξυπηρετηθούν από τα βυτιοφόρα που μισθώνονται από ιδιώτες.	26

**Πίνακας 7-54: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή**

**I**

Μοντέλο	Αριθμός μεταβλητών απόφασης		Αριθμός περιορισμών	
	Μαθηματική έκφραση	Αριθμός	Μαθηματική έκφραση	Αριθμός
Clusters τύπου I (XC1)	$NOT[NS + NTF * NAT(NS + 1)]$	17073	$NOT[NAT(2 + NTF) + NS + 1] + NS(1 + NTF) - 1$	1112
(VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο CR (XVC)	$NCR(NCR * NOT + 1) + NTF * NAT * NOT(NCR + 1)$	7686	$NCR(2 + NTF) - 2 + NOT[2NCR + 3 + (NCR - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	2490
(VRP) για διανομή καυσίμων για το υποσύνολο AR (XVA)	$NAR(NCR * (NTT - NOT) + 1) + NTF * NAT * (NTT - NOT) * (NAR + 1)$	34466	$NAR(2 + NTF) - 2 + (NTT - NOT)[2NAR + 3 + (NAR - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	12506
Συνολικά		59225		16108

**Πίνακας 7-55: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή I**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NC</i>	αριθμός ομάδων πρατηρίων (clusters),	2
<i>NC1</i>	αριθμός πρατηρίων 1 <sup>ης</sup> ομάδας,	24
<i>NC2</i>	αριθμός πρατηρίων 2 <sup>ης</sup> ομάδας,	16
<i>NCL</i>	αριθμός υποχώρων σε κάθε ομάδα,	3
<i>NAT</i>	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),	10
<i>NTF</i>	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια),	6
<i>NS1</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 1 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	9
<i>NS2</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 2 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	8
<i>NS3</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 3 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	9
<i>NS4</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 4 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	8
<i>NS5</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 5 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	4
<i>NS6</i>	αριθμός πρατηρίων για τον 6 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	6
<i>NTT1</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 1 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	6
<i>NTT2</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 2 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	4
<i>NTT3</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 3 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	6
<i>NTT4</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 4 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	5
<i>NTT5</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 5 <sup>ο</sup> υπόχωρο,	3

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

<i>NTT6</i>	αριθμός βυτιοφόρων για τον 6 <sup>ο</sup> υπόχωρο.	5
-------------	--	---

Πίνακας 7-56: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή

II

Μοντέλο	Αριθμός μεταβλητών απόφασης		Αριθμός περιορισμών	
Χώρισμα χώρου σε 2 ομάδες (CL)	$NS * NC$	78	$NS - 1 + NC$	40
Χώρισμα 1 <sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL1)	$NC1 * NCL$	72	$NC1 - 1 + NCL$	26
Χώρισμα 2 <sup>ης</sup> ομάδας σε 3 υπόχωρους (CL2)	$NC2 * NCL$	48	$NC2 - 1 + NCL$	18
VRP για διανομή καυσίμων του 1 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV1)	$NS1(NS1 * NTT1 + 1) + NTF * NAT * NTT1(NS1 + 1)$	4095	$NS1(2 + NTF) - 2 + NTT1[2NS1 + 3 + (NS1 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	1420
VRP για διανομή καυσίμων του 2 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV2)	$NS2(NS2 * NTT2 + 1) + NTF * NAT * NTT2(NS2 + 1)$	1464	$NS2(2 + NTF) - 2 + NTT2[2NS2 + 3 + (NS2 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	894
VRP για διανομή καυσίμων του 3 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV3)	$NS3(NS3 * NTT3 + 1) + NTF * NAT * NTT3(NS3 + 1)$	4095	$NS3(2 + NTF) - 2 + NTT3[2NS3 + 3 + (NS3 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	1420
VRP για διανομή καυσίμων του 4 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV4)	$NS4(NS4 * NTT4 + 1) + NTF * NAT * NTT4(NS4 + 1)$	598	$NS4(2 + NTF) - 2 + NTT4[2NS4 + 3 + (NS4 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	1102

VRP για διανομή καυσίμων του 5 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV5)	$NS5(NS5 * NTT5 + 1) + NTF * NAT * NTT5(NS5 + 1)$	952	$NS5(2 + NTF) - 2 + NTT5[2NS5 + 3 + (NS5 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	510
VRP για διανομή καυσίμων του 6 <sup>ου</sup> υπόχωρου (CV6)	$NS6(NS6 * NTT6 + 1) + NTF * NAT * NTT6(NS6 + 1)$	2286	$NS6(2 + NTF) - 2 + NTT6[2NS6 + 3 + (NS6 - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]$	946
Συνολικά		13490		6292

Πίνακας 7-57: Αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για τον αλγόριθμο clustering χωρίς παραδοχή II

Δείκτες	Σημασιολογία δεικτών	Τιμές δεικτών για το παράδειγμα
<i>NS</i>	αριθμός πρατηρίων,	39
<i>NTT</i>	συνολικός αριθμός βυτιοφόρων,	22
<i>NAT</i>	αριθμός διαμερισμάτων των βυτιοφόρων (ίδιος για όλα τα βυτιοφόρα),	10
<i>NTF</i>	αριθμός των διαφόρων ειδών υγρού καυσίμου που ζητούνται από τα πρατήρια (ίδιος για όλα τα πρατήρια),	6

Πίνακας 7-58: Ονοματολογία δεικτών και τιμές που λαμβάνουν για τις συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης	$13 * [NS(NS * NTT + 1) + NTF * NAT * NTT(NS + 1)]$	1121913
Συνολικός αριθμός περιορισμών	$13 * \{NS(2 + NTF) - 2 + NTT[2NS + 3 + (NS - 1)^2 + 2NAT(NTF + 1)]\}$	480220

**Πίνακας 7-59: Συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για συνεχόμενες γραμμικές χαλαρώσεις του μοντέλου (VRP) για διανομή καυσίμων**

## 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

CRM: [http://el.wikiversity.org/wiki/Customer\\_Relationship\\_Management\\_Systems\\_\(CRM\)](http://el.wikiversity.org/wiki/Customer_Relationship_Management_Systems_(CRM))

Dantzig, D., & Ramser, J. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80-91.

evolutionary algorithm: [http://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary_algorithm)

Furkan Uzar, M., & Çatay, B. (2012). Distribution planning of bulk lubricants at BP Turkey. *Omega*, 40, 870-881.

hybrid algorithm: [http://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid\\_algorithm\\_\(constraint\\_satisfaction\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid_algorithm_(constraint_satisfaction))

Kulkarni, R., & Bhave, P. (1985). Integer programming formulations of vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 20, 58-67.

local search algorithm: [http://en.wikipedia.org/wiki/Local\\_search\\_\(optimization\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_(optimization))

LRP: [http://robotpig.net/\\_automotive/fuel-e.php?page=2](http://robotpig.net/_automotive/fuel-e.php?page=2)

metaheuristic: <http://en.wikipedia.org/wiki/Metaheuristic>

Miller, C., Tucker, A., & Zemlin, R. (1960). Integer programming formulation of travelling salesman problems. *Journal of Association for Computing Machinery*, 7, 326-329.

Mladenovic, N., & Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, 24(11), 1097-1100.

Popović, D., Vidović, M., & Radivojević, G. (2012). Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing. *Expert Systems with Applications*, 39, 13390-13398.

POS: <http://www.wisegeek.com/what-is-a-pos-system.htm>

Redmer, A., Žak, J., Sawicki, P., & Maciejewski, M. (2012). Heuristic approach to fleet composition problem. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 54, 414-427.

Saharidis, G., Minoux, M., & Dallery, Y. (2009). Scheduling of loading and unloading of crude oil in a refinery using event-based discrete time formulation. *Computers and Chemical Engineering*, 33, 1413-1426.

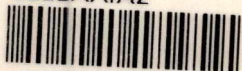


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

VRP: [http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle\\_routing\\_problem#cite\\_note-1](http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem#cite_note-1)



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000049191