

Αγαπητός Διακογιάννης

Διπλωματική Εργασία



Βελτιστοποίηση διαδικασιών σε σύστημα logistics με χρήση μεθόδων επιχειρησιακής έρευνας

Μέλη της Τριμελούς Επιτροπής

Γεώργιος Σαχαρίδης, Λέκτορας, Επιβλέπων Καθηγητής

Γεώργιος Λυμπερόπουλος, Καθηγητής

Δημήτριος Παντελής, Επίκουρος Καθηγητής

Περίληψη

Η ορθή κατανομή των πόρων και ο προγραμματισμός των διαδικασιών σε μια εταιρία logistics οδηγούν στη μείωση του κόστους και τη βελτίωση της προσφερόμενης υπηρεσίας στους πελάτες της. Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στη βελτιστοποίηση συστημάτων logistics με τη χρήση μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας. Αρχικά, χρησιμοποιείται η μέθοδος της τριπλής εκθετικής εξομάλυνσης με σκοπό την πρόβλεψη αφίξεων των φορτηγών ανά ημέρα στις αποθήκες της υπό εξέταση εταιρίας. Στη συνέχεια, εισάγεται ένα πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού το οποίο επιτρέπει τον προγραμματισμό των αφίξεων των φορτηγών σε μία ημέρα με τρόπο που ελαχιστοποιεί τη συνολική αναμονή τους στις εγκαταστάσεις της εταιρίας. Το γραμμικό μοντέλο μεταφράζεται και σε κώδικα για το πρόγραμμα ILOG cplex, το οποίο είναι ικανό να δώσει λύση στο πρόβλημα με την εισαγωγή των κατάλληλων δεδομένων.

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, μου δίνεται η ευκαιρία να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με υποστήριξαν και με βοήθησαν τόσο στη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, όσο και σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Δε θα μπορούσα να μην ξεκινήσω τις ευχαριστίες μου από τον κ. Γεώργιο Σαχαρίδη, ο οποίος με καθοδήγησε με υπομονή έτσι ώστε να καταφέρω να ολοκληρώσω επιτυχώς την εργασία μου. Πέρα από τη βοήθεια στα πλαίσια της διπλωματικής μου εργασίας, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κ. Σαχαρίδη, όπως και στον κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο, για τη βοήθεια που μου παρείχαν ώστε να γίνω δεκτός στην Ecole Centrale Paris. Γνωρίζω πως χωρίς τη συμβολή τους θα ήταν αδύνατο να περάσω αυτόν τον άκρως διδακτικό χρόνο στο Παρίσι. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την κα. Ζερβάκη, τον κ. Ζούπα, τον κ. Κερμανίδη, τον κ. Κοζανίδη, τον κ. Παντελή, τον κ. Χαιδεμενόπουλο, όπως και όλους τους υπόλοιπους καθηγητές του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για τις γνώσεις και τις αξίες που μου μετέδωσαν μέσα στα πέντε χρόνια των σπουδών μου. Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον κ. Θρασύβουλο Μακίό και τον κ. Ιωάννη Κιοκπά της εταιρίας Μακίος ΑΕ, που μου έδωσαν τη δυνατότητα να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα στην εργασία μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω προσωπικά τον Αντρέα, το Θανάση, το Σταμάτη, το Στέλιο, το Φώτη, τους δύο Κωνσταντίνους, τους δύο Στέφανους αλλά και όλα τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας Κένταυρος, που μου δίδαξαν πως η θέληση, η προσπάθεια και η αφοσίωση μπορούν να οδηγήσουν στην εκπλήρωση κάθε στόχου, όσο πιθανός ή απίθανος φαίνεται στην αρχή. Πέραν αυτών, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους συμφοιτητές και φίλους μου με τους οποίους δούλεψα στις περισσότερες εργασίες της σχολής, το Γιώργο και το Νίκο. Επιπλέον, εκφράζω θερμές ευχαριστίες στους επιβλέποντες μου τον ένα χρόνο που βρέθηκα στη Γαλλία, τον καθηγητή Oualid Jouini και το διδακτορικό φοιτητή Karim Ghanes, με τους οποίους συνεργάστηκα για πρώτη φορά σε μια τόσο διεθνή ομάδα.

Σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, οι γονείς μου με υποστήριξαν τόσο οικονομικά όσο και ψυχολογικά ώστε να μείνω απερίσπαστος στο στόχο μου και τους είμαι ευγνώμων. Τέλος, οφείλω το μεγαλύτερο ευχαριστώ στην Κωνσταντίνα, η οποία ήταν δίπλα μου σε όλες τις στιγμές, εύκολες και δύσκολες, και με υποστήριξε όσο κανείς άλλος για να ολοκληρώσω τις σπουδές μου.

Πίνακας περιεχομένων

Μέλη της Τριμελούς Επιτροπής.....	2
Περίληψη.....	3
Ευχαριστίες.....	4
Λίστα Πινάκων	7
Λίστα Εικόνων.....	8
1. Γενική εισαγωγή και ανάλυση προβλήματος.....	9
1.1 Εισαγωγή.....	9
1.2 Ο κλάδος των Third Party Logistics.....	9
1.3 Η εταιρία ΜΑΚΙΟΣ ΑΕ.....	9
1.4 Το πρόβλημα.....	10
2. Ανάλυση Δεδομένων και Πρόβλεψη Ζήτησης.....	11
2.1 Ανάλυση Δεδομένων για αφίξεις.....	11
2.1.1 Αριθμός Αφίξεων ανά Ημέρα.....	11
2.1.2 Συσχέτιση	14
2.2 Πρόβλεψη Αφίξεων.....	16
2.2.1 Τάση και Εποχικότητα.....	16
2.2.3 Τριπλή εκθετική εξομάλυνση.....	18
3. Χρονικός Προγραμματισμός Αφίξεων.....	23
3.1 Εισαγωγή.....	23
3.1.1 Το Πρόβλημα.....	23
3.1.2 Χρησιμότητα Μοντέλου Γραμμικού Προγραμματισμού.....	23
3.1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	24
3.1.4 Περιγραφή Συστήματος.....	24
3.2 Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού.....	27
3.2.1 Επιλογή Διακριτού Χρόνου.....	27
3.2.2 Υποσύστημα 1 – Άφιξη φορτηγού στην Εγγραφή.....	33
3.2.2.1 Δεδομένα.....	33
3.2.2.2 Μεταβλητές Απόφασης.....	33
3.2.2.3 Περιορισμοί.....	34
3.2.3 Υποσύστημα 2 – Ολοκλήρωση της Εγγραφής.....	37
3.2.3.1 Μεταβλητές Απόφασης.....	37
3.2.3.2 Περιορισμοί.....	38

3.2.4 Υποσύστημα 3 – Έναρξη Φορτο-εκφόρτωσης σε Θύρα.....	41
3.2.4.1 Δεδομένα.....	41
3.2.4.2 Μεταβλητές Απόφασης.....	41
3.2.4.3 Περιορισμοί.....	42
3.2.5 Υποσύστημα 4 – Έξοδος φορτηγού από εγκαταστάσεις	44
3.2.5.1 Δεδομένα.....	44
3.2.5.2 Μεταβλητές Απόφασης.....	44
3.2.5.2 Περιορισμοί.....	45
3.2.6 Αντικειμενική Συνάρτηση.....	50
3.3 Εφαρμογή Μοντέλου.....	51
3.3.1 Αριθμητικό Παράδειγμα	51
4. Συμπεράσματα.....	54
5. Βιβλιογραφία	55

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1: Παράδειγμα στοιχείων αρχικού αρχείου	11
Πίνακας 2: Εύρεση αριθμού αφίξεων ανά ημέρα	12
Πίνακας 3: Αριθμός αφίξεων φορητών ανά ημέρα της εβδομάδας για διαφορετικές εβδομάδες	13
Πίνακας 4: Συσχετισμοί διαδοχικών ημερών	15
Πίνακας 5: Μέσο απόλυτο σφάλμα για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων α , β , γ	19
Πίνακας 6: Αποτελέσματα της πρόβλεψης ζήτησης.....	20
Πίνακας 7: Συγκεντρωτικός πίνακας δεδομένων γραμμικού μοντέλου	31
Πίνακας 8: Συγκεντρωτικός πίνακας μεταβλητών απόφασης γραμμικού μοντέλου	32
Πίνακας 9: Αριθμητικό παράδειγμα περιορισμού 41.....	46
Πίνακας 10: Τιμές της συνάρτησης delayfunction	48
Πίνακας 11: Διαστήματα αναμονής σε θύρα για κάθε φορητό i	49
Πίνακας 12: Ομαδοποίηση περιορισμών γραμμικού μοντέλου ανά είδος	49
Πίνακας 13: Δεδομένα για τα δύο αριθμητικά παραδείγματα του γραμμικού μοντέλου	52
Πίνακας 14: Αποτελέσματα των δύο παραδειγμάτων	53

Λίστα Εικόνων

Γράφημα 1: Μέσος όρος αφίξεων ανά ημέρα της εβδομάδας.....	14
Γράφημα 2: Απεικόνιση αφίξεων ανά ημέρα και ανά τρίμηνο.....	17
Γράφημα 3: Διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης φορτηγών στις αποθήκες.....	25
Γράφημα 4: Σχηματική απεικόνιση της πορείας του φορτηγού στις αποθήκες.....	26
Γράφημα 5: Ροή φορτηγών στις αποθήκες.....	27
Γράφημα 6: Χρονική παραμονή φορτηγών στις θύρες σε αύξουσα σειρά	28
Γράφημα 7: Επιλογή περιόδων 30 λεπτών	29
Γράφημα 8: Βασικές μεταβλητές απόφασης και ροή φορτηγού στις αποθήκες.....	30
Γράφημα 9: Περιγραφή ισοζυγίου φορτηγών στην εγγραφή.....	36
Γράφημα 10: Σύντομη περιγραφή μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού.....	50

1. Γενική εισαγωγή και ανάλυση προβλήματος

1.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια γενική εισαγωγή στο αντικείμενο μελέτης της διπλωματικής εργασίας. Αρχικά γίνεται αναφορά στον κλάδο των third party logistics και στις τάσεις που υπάρχουν. Στη συνέχεια παρατίθενται κάποια στοιχεία σχετικά με την εταιρία Μακίος ΑΕ και τις υπηρεσίες που προσφέρει. Τέλος γίνεται ανάλυση των ζητημάτων τα οποία προσεγγίζει η παρούσα εργασία και γίνεται αναφορά στις δύο κύριες μεθόδους που χρησιμοποιούνται.

1.2 Ο κλάδος των Third Party Logistics

Η έννοια third party logistics αναφέρεται στη διαδικασία που μια εταιρία μεσολαβεί στη διακίνηση ενός προϊόντος από τον προμηθευτή μέχρι τελικό παραλήπτη, ή ακόμη και των επιμέρους μεσαζόντων. Η μεσολάβηση αυτή περιέχει συνήθως δύο βασικά στάδια: 1) τη μεταφορά και 2) την αποθήκευση-συντήρηση των προϊόντων. Η λογική στην οποία βασίζεται το third party logistics είναι στη δυνατότητα κάποιου φορέα να ικανοποιήσει μαζικά τις ανάγκες πολλών εταιριών σε μεταφορά και αποθήκευση, με αποτέλεσμα να προσφέρει υπηρεσίες σε χαμηλότερο κόστος από αυτό που θα μπορούσε να έχει κάθε εταιρία μεμονωμένα χάρη στις οικονομίες κλίμακας.

Ο συγκεκριμένος κλάδος έχει παρουσιάσει σημαντική αύξηση την τελευταία δεκαετία στην Ελλάδα, με αποτέλεσμα να διαδραματίζει καίριο ρόλο στην εγχώρια αγορά. Πιο συγκεκριμένα, η ανάλυση των μεγαλύτερων εταιριών του κλάδου δείχνουν μια αύξηση της τάξης του 28.6% στον κύκλο εργασιών τους (ICAP GROUP A.E., 2012). Η αύξηση του ενδιαφέροντος γύρω από τον κλάδο των third party logistics αποτυπώνεται και στον ακαδημαϊκό χώρο, όπου περισσότεροι ερευνητές εξετάζουν μεθόδους βελτίωσης των υπηρεσιών στον κλάδο (Selviaridis & Spring, 2007). Ένα από τα πεδία υψηλού ενδιαφέροντος είναι το πώς η τεχνολογία της πληροφορίας (information's technology) μπορεί να βελτιώσει τις υπηρεσίες που προσφέρονται στον κλάδο (Sheikh & Rana, 2012).

1.3 Η εταιρία ΜΑΚΙΟΣ ΑΕ

Η εταιρία Μακίος ΑΕ είναι μια από τις μεγαλύτερες εταιρίες στον κλάδο των third party logistics στην Ελλάδα, έχοντας ως βάση την πόλη της Θεσσαλονίκης. Η ιστορία της εταιρίας ξεκινά από το 1927 με κύρια δραστηριότητα τις μεταφορές. Πλέον η εταιρία εξειδικεύεται στον τομέα των logistics, προσφέροντας δυνατότητες αποθήκευσης για ξηρά φορτία, καθώς και θαλάμους αποθήκευσης για κρύα και κατεψυγμένα προϊόντα. Οι εγκαταστάσεις της εταιρίας είναι συνδεδεμένες με το οδικό και το σιδηροδρομικό δίκτυο, ενώ βρίσκονται σε

πολύ κοντινή απόσταση από το λιμάνι της Θεσσαλονίκης. Όλες οι πληροφορίες που παρουσιάζονται σχετικά με την εταιρία Μακίος ΑΕ προέρχονται από την επίσημη ιστοσελίδα της εταιρίας (ΜΑΚΙΟΣ ΑΕ, 2007).

1.4 Το πρόβλημα

Το αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας αποτελεί ένα από τα βασικά προβλήματα της εταιρίας Μακίος ΑΕ, το οποίο αφορά στην αναμονή των φορτηγών κατά τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης προϊόντων στις αποθήκες. Η αναμονή αυτή προκύπτει από τη συμφόρηση των φορτηγών στις αποθήκες, με αποτέλεσμα η διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης να επιβραδύνεται. Η επιβράδυνση προκαλείται από την ανεπάρκεια των διαθέσιμων πόρων να ανταποκριθούν στις ανάγκες πολλών φορτηγών ταυτόχρονα. Μερικοί πόροι, όπως οι θύρες των αποθηκών, είναι δύσκολο να μεταβληθούν σε μικρό χρονικό διάστημα. Ωστόσο ο προγραμματισμός άλλων πόρων, όπως το προσωπικό της εταιρίας, μπορεί να επηρεάσει το ρυθμό φορτο-εκφόρτωσης σε συνθήκες συμφόρησης. Η αναμονή των φορτηγών έχει άμεση επίπτωση στην ποιότητα της προσφερόμενης υπηρεσίας, καθώς πολλά φορτηγά δεν είναι ιδιοκτησία της εταιρίας και καθυστερούν στις αποθήκες, με αποτέλεσμα να προκύπτουν παράπονα.

Η ανάλυση του προβλήματος γίνεται σε δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο (κεφάλαιο 2) γίνεται χρήση ενός μοντέλου πρόβλεψης ζήτησης με το οποίο γίνεται δυνατή μια μελλοντική εκτίμηση για τον αριθμό των φορτηγών που θα φτάσουν στις αποθήκες τις προσεχείς μέρες ή εβδομάδες. Η πρόβλεψη της ζήτησης είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς δίνει τη δυνατότητα στην εταιρία να προγραμματίσει εγκαίρως και αποτελεσματικά τις ανάγκες που έχει σε προσωπικό, γεγονός που μπορεί να βελτιώσει την ποιότητα των προσφερόμενων υπηρεσιών και να μειώσει τα επιπλέον κόστη που προκύπτουν από τις υπερωρίες. Στο δεύτερο επίπεδο (κεφάλαιο 3) εισάγεται ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού με το οποίο η εταιρία μπορεί να προγραμματίσει την άφιξη των φορτηγών μέσα σε μια μέρα με τρόπο που ελαχιστοποιεί τις αναμονές που προκύπτουν.

2. Ανάλυση Δεδομένων και Πρόβλεψη Ζήτησης

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται ανάλυση των δεδομένων από τον ημερήσιο αριθμό αφίξεων φορτηγών στις εγκαταστάσεις της εταιρίας για ένα χρονικό διάστημα 9 μηνών. Με τη χρήση αυτών των δεδομένων ερευνάται η δυνατότητα ενός μοντέλου πρόβλεψης ζήτησης να δώσει ικανοποιητικές εκτιμήσεις για μελλοντικές ημερήσιες αφίξεις φορτηγών. Η πρόβλεψη ζήτησης είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς δίνει τη δυνατότητα στην εταιρία να προγραμματίσει έγκαιρα τις απαιτήσεις της σε προσωπικό και κατ' επέκταση να μειώσει τις υπερωρίες που στοιχίζουν ακριβά.

2.1 Ανάλυση Δεδομένων για αφίξεις

Οι υπεύθυνοι της εταιρίας Μακίος Α.Ε. παρέδωσαν ένα αρχείο με στοιχεία σχετικά με τις αφίξεις φορτηγών για φόρτωση/εκφόρτωση στις θύρες των αποθηκών. Το αρχείο περιλαμβάνει στοιχεία από τις 01/01/2014 μέχρι και τις 30/09/2014. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει ένα παράδειγμα με 3 από τις συνολικά 9.390 αφίξεις φορτηγών στο ανωτέρω χρονικό διάστημα.

Πίνακας 1: Παράδειγμα στοιχείων αρχικού αρχείου

Ημερομηνία	Ωρα Αφίξης	Ωρα Αναχώρησης	Διαδικασία	Συνολική Παραμονή
26/05/2014	09:48	10:25	Εκφόρτωση	00:37
26/05/2014	10:29	11:58	Φορτο-εκφόρτωση	01:29
26/05/2014	10:31	11:10	Φόρτωση	00:39

2.1.1 Αριθμός Αφίξεων ανά Ημέρα

Η μακροσκοπική ανάλυση των αφίξεων είναι ο πρώτος στόχος σε αυτό το κεφάλαιο. Για τη συγκέντρωση του αριθμού των αφίξεων ανά ημέρα εισάγονται δύο μετρητές. Ο *Μετρητής_1* χρησιμοποιεί μια απλή συνθήκη για την ημερομηνία άφιξης: κάθε φορά που η επόμενη άφιξη πραγματοποιείται την ίδια ημερομηνία με την προηγούμενη, ο *Μετρητής_1* αυξάνει κατά 1, ενώ κάθε φορά που η επόμενη άφιξη πραγματοποιείται σε άλλη ημερομηνία, τότε ο *Μετρητής_1* ξεκινάει από το 1. Ο *Μετρητής_2* συλλέγει μόνο τις μεγαλύτερες τιμές του *Μετρητής_1* για κάθε ημερομηνία, οι οποίες είναι ίσες και με τον αριθμό αφίξεων ανά ημέρα. Πιο συγκεκριμένα, όταν η τιμή του *Μετρητής_1* στην επόμενη άφιξη είναι μικρότερη ή ίση

από την τιμή του *Μετρητής_1* στη συγκεκριμένη άφιξη, σημαίνει ότι η ημερομηνία αλλάζει, οπότε ο *Μετρητής_2* πρέπει να πάρει την τιμή του *Μετρητής_1*, που είναι ο συνολικός αριθμός αφίξεων τη συγκεκριμένη ημέρα. Σε κάθε άλλη περίπτωση ο *Μετρητής_2* ισούται με το μηδέν.

Πίνακας 2: Εύρεση αριθμού αφίξεων ανά ημέρα

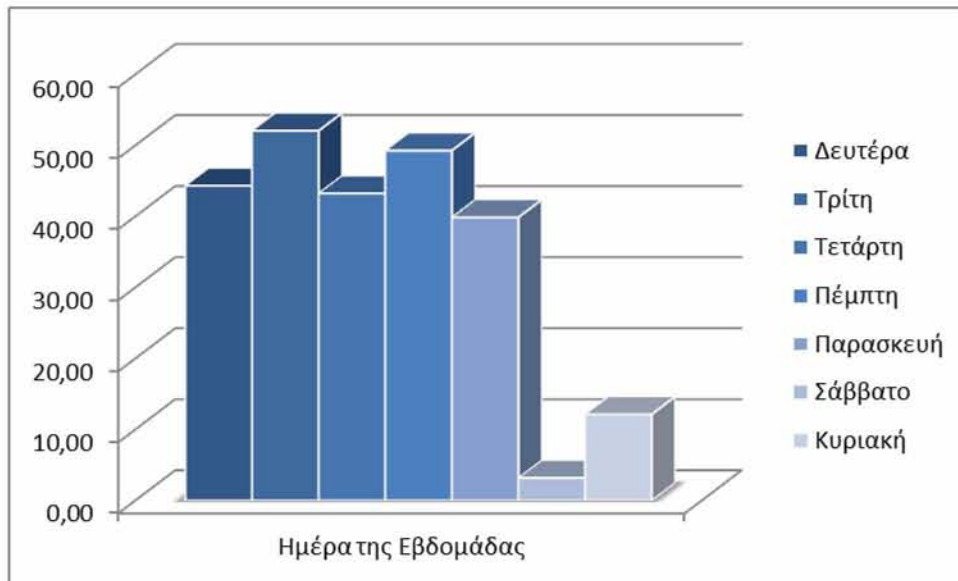
Ημερομηνία	Μετρητής_1	Μετρητής_2
14/02/2014	44	0
14/02/2014	45	0
14/02/2014	46	46
15/02/2014	1	0
15/02/2014	2	0
15/02/2014	3	3
16/02/2014	1	0
16/02/2014	2	0

Στη συνέχεια δημιουργείται ένας δυναμικός πίνακας με τη χρήση των στηλών της ημερομηνίας και του *Μετρητής_2*. Στις ημερομηνίες που δεν υπάρχουν αφίξεις, ο *Μετρητής_2* παίρνει αυτόματα την τιμή μηδέν. Ο διαχωρισμός των αφίξεων στις ημέρες της εβδομάδας δίνει τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Πίνακας 3: Αριθμός αφίξεων φορτηγών ανά ημέρα της εβδομάδας για διαφορετικές εβδομάδες

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
-	-	2	23	27	8	1
12	49	38	39	33	0	11
43	40	30	45	38	1	14
43	43	32	40	31	3	15
41	54	34	45	42	3	16
44	45	38	51	38	1	13
54	52	35	43	46	3	12
55	59	45	44	48	2	14
42	48	38	52	41	2	1
16	54	35	45	40	1	10
48	49	35	34	38	4	15
56	54	37	44	35	5	17
57	11	48	52	47	1	12
44	51	40	50	34	4	17
55	55	41	58	44	3	13
62	61	45	54	10	3	1
12	60	40	49	34	5	9
44	58	51	14	38	1	15
47	49	42	56	34	1	12
43	48	43	40	39	1	13
43	52	44	47	45	4	11
38	59	38	45	44	3	12
54	61	41	53	33	5	12
32	60	44	43	40	5	14
45	44	42	44	37	3	13
47	57	44	52	50	4	11
44	56	49	44	49	4	11
46	57	44	66	46	4	15
52	52	43	64	47	6	14
55	52	54	57	51	2	10
43	59	53	54	40	3	11
46	54	56	59	57	5	13
52	65	59	52	1	9	16
50	49	64	56	50	5	13
47	67	42	61	48	5	12
50	62	52	56	54	6	9
44	50	41	52	32	1	9
41	44	40	52	49	1	13
37	38	46	60	32	2	12
24	31	-	-	-	-	-

Κατά μέσο όρο οι αφίξεις έχουν την ακόλουθη κατανομή.



Γράφημα 1: Μέσος όρος αφίξεων ανά ημέρα της εβδομάδας

Είναι εμφανές ότι οι αφίξεις είναι κατά πολύ μεγαλύτερες μέσα στην εβδομάδα, ενώ το Σαββατοκύριακο μειώνονται σε πολύ χαμηλές τιμές. Η Τρίτη είναι η μέρα με τις περισσότερες αφίξεις, ενώ Δευτέρα, Τετάρτη και Παρασκευή έχουν κατά μέσο όρο περίπου 40 αφίξεις ανά ημέρα.

2.1.2 Συσχέτιση

Ένα πολύ ενδιαφέρον στοιχείο σχετικά με τις ομαδοποιημένες αφίξεις ανά ημέρα είναι η συσχέτιση διαδοχικών ημερών. Η συσχέτιση δύο ημερών σημαίνει πως η απόδοση μίας ημέρας επηρεάζει και την απόδοση της άλλης. Η διαδικασία που ακολουθείται για την εύρεση των συσχετισμών χρησιμοποιεί το συντελεστή συσχέτισης Pearson, ο οποίος χρησιμοποιείται ευρέως για ανάλυση δεδομένων με γραμμική σχέση. Αντίστοιχος συντελεστής είναι αυτός του Spearman, ωστόσο χρειάζεται προσοχή στην ανάλυση των αποτελεσμάτων με τη χρήση αυτών των δύο συντελεστών, καθώς και οι δύο δεν οδηγούν πάντα σε κοινά συμπεράσματα όπως εξηγούν οι (Hauke & Kossowski, 2011). Η συσχέτιση κρίνεται ως στατιστικά σημαντική με τη χρήση του Student Test. Σε αυτό υπολογίζεται το t_{cal} και συγκρίνεται με το $t_{student}$ για συγκεκριμένο p (ποσοστό στατιστικής σημασίας).

Συντελεστής Pearson:

$$\rho_{X,Y} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (1)$$

- $\text{cov}(X,Y)$: συνδιακύμανση των X, Y ;
- $\sigma_{X(Y)}$: η τυπική απόκλιση του X (Y).

Σχέσεις για Student t Test:

$$t_{cal} = \frac{|\rho_{X,Y}|}{\sqrt{\frac{(1 - \rho_{X,Y}^2)}{(N - 2)}}} \quad (2)$$

- $\rho_{X,Y}$: συντελεστής Pearson;
- N : αριθμός των παρατηρήσεων.

Για να δείξει το Student t Test ότι η συσχέτιση είναι σημαντική θα πρέπει:

$$t_{cal} \geq t_{student} \quad (3)$$

Το $t_{student}$ είναι συνάρτηση των:

- $N-2$: βαθμών ελευθερίας του συστήματος;
- α : πιθανότητα αποδεκτού λάθους (συνήθως 5%).

Η ανάλυση των δεδομένων από τον Πίνακα 3 οδηγούν στα ακόλουθα αποτελέσματα.

Πίνακας 4: Συσχετισμοί διαδοχικών ημερών

Ημέρες	Correlation	N-2	t_{cal}	$t_{student} (\alpha=5\%)$
Δευτέρα-Τρίτη	0,056960755	37	0,347042	2,026192463
Τρίτη-Τετάρτη	0,171038074	36	1,041577	2,028094001
Τετάρτη-Πέμπτη	0,454562429	37	3,104243	2,026192463
Πέμπτη-Παρασκευή	0,210281952	37	1,308349	2,026192463
Παρασκευή-Σάββατο	-0,186787825	37	1,156541	2,026192463
Σάββατο-Κυριακή	-0,014166701	37	0,086181	2,026192463

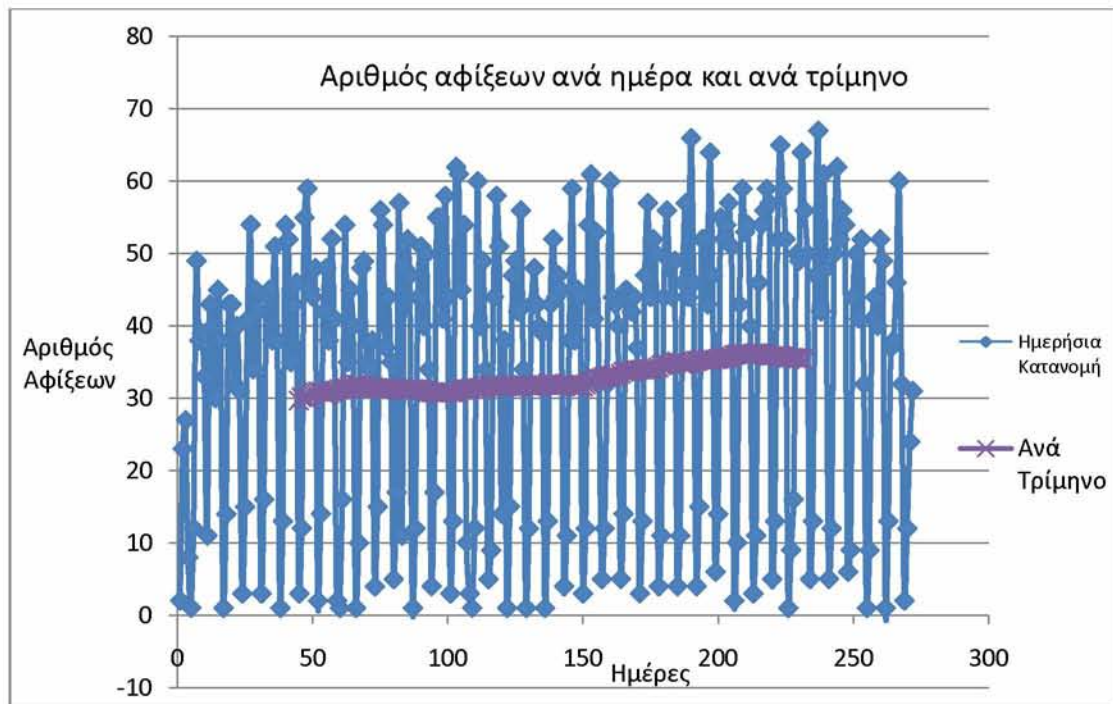
Ο Πίνακας 4 δείχνει πως υπάρχει ισχυρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στον αριθμό των αφίξεων την Τετάρτη και την Πέμπτη, καθώς $t_{cal} \geq t_{student}$. Αυτό σημαίνει πως όταν οι αφίξεις τις Τετάρτης είναι αυξημένες, πιθανότατα και οι αφίξεις της Πέμπτης θα είναι αυξημένες. Η ένδειξη για την ανάλογη σχέση προέρχεται από το θετικό πρόσημο του συντελεστή συσχέτισης: $correlation = +0,4546$.

2.2 Πρόβλεψη Αφίξεων

Η συζήτηση με τους υπεύθυνους της Μακίος Α.Ε. έφερε στην επιφάνεια τη δυσκολία για αξιόπιστη πρόβλεψη αφίξεων των φορτηγών που μεταφέρουν εμπορεύματα από και προς τις αποθήκες. Αυτό οφείλεται στη μεγάλη τυχαιότητα των αφίξεων των φορτηγών. Η εταιρία συνεργάζεται με πολλούς πελάτες οι οποίοι ειδοποιούν για τα δρομολόγια από και προς τις αποθήκες συνήθως την προηγούμενη της μεταφοράς, με αποτέλεσμα η πρόβλεψη να είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Οι προβλέψεις στηρίζονται κυρίως στην εμπειρία των υπευθύνων, οι οποίοι γνωρίζουν την εβδομαδιαία εποχικότητα που εμφανίζουν οι αφίξεις, όπως επίσης και την αυξημένη δραστηριότητα κατά την περίοδο του καλοκαιριού. Σε αυτό το υποκεφάλαιο γίνεται μια προσπάθεια πρόβλεψης ζήτησης με τη χρήση μεθόδων προγραμματισμού παραγωγής.

2.2.1 Τάση και Εποχικότητα

Τα δύο βασικά χαρακτηριστικά για κάθε μοντέλο πρόβλεψης ζήτησης είναι η τάση και η εποχικότητα. Η εποχικότητα μπορεί να γίνει αντιληπτή με γυμνό μάτι σε γράφημα που απεικονίζει τις τιμές των αφίξεων. Ωστόσο η τάση είναι πιο εύκολα κατανοητή με τη χρήση τιμών που απεικονίζουν το μέσο όρο n ημερών πριν και n ημερών μετά τη συγκεκριμένη ημέρα. Στα συγκεκριμένα δεδομένα χρησιμοποιούμε μια εξομάλυνση με το μέσο όρο ενενήντα (90) ημερών, ή αλλιώς το μέσο όρο ενός τριμήνου. Με αυτό τον τρόπο, η τιμή της $45^{\text{ης}}$ ημέρας είναι ο μέσος όρος από την $1^{\text{η}}$ ημέρα μέχρι την $90^{\text{η}}$. Η χρήση αυτού του μέσου όρου εξομαλύνει την εποχικότητα και διευκολύνει την εύρεση τάσης.



Γράφημα 2: Απεικόνιση αφίξεων ανά ημέρα και ανά τρίμηνο

Το παραπάνω γράφημα δείχνει πως είναι εμφανής η εποχικότητα από την ημερήσια κατανομή των αφίξεων, καθώς υπάρχουν συνήθως περισσότερες από 30 αφίξεις ανά ημέρα εντός της εβδομάδας και πάντα λιγότερες από 20 αφίξεις συνολικά μέσα στο Σαββατοκύριακο. Ο μέσος όρος των 90 ημερών εξομαλύνει την εποχικότητα και δείχνει πως από την 50^η μέχρι την 150^η ημέρα φαίνεται να υπάρχει μια σχεδόν σταθερή τιμή λίγο μεγαλύτερη από 30 αφίξεις. Αντίθετα, οι τιμές μετά την 150^η ημέρα φαίνεται να επηρεάζονται από τις αυξημένες αφίξεις του καλοκαιριού, γεγονός που είχε σημειωθεί και από τους υπεύθυνους της εταιρίας. Ωστόσο η έλλειψη στοιχείων για τους τελευταίους μήνες του 2014 δε δίνει τη δυνατότητα να επιβεβαιωθεί η επιστροφή των τιμών μετά το καλοκαίρι στα επίπεδα των υπόλοιπων εποχών.

Ο (Taylor, 2010) επεξηγεί πως μπορεί να υπάρξει διπλή εποχικότητα στα μοντέλα πρόβλεψης ζήτησης. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση των αφίξεων των φορτηγών υπάρχει η ημερήσια εποχικότητα, όπου κάποιες μέρες όπως η Τρίτη και το Σάββατο έχουν μεγάλες αποκλίσεις στις αφίξεις, και η εποχικότητα ανάμεσα σε διαφορετικές εποχές του χρόνου, όπου μια συγκεκριμένη εποχή, όπως το καλοκαίρι, εμφανίζει αύξηση στον αριθμό των αφίξεων. Στη μελέτη που ακολουθεί εξετάζεται η δυνατότητα εύρεσης ζήτησης με τη χρήση ιστορικών δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται τα δεδομένα αφίξεων από τους μήνες του Φεβρουαρίου και του Μαρτίου για την εύρεση του αριθμού των αφίξεων του Απριλίου. Τα αποτελέσματα του μοντέλου πρόβλεψης συγκρίνονται με τα πραγματικά δεδομένα από τις αφίξεις τον Απρίλιο.

2.2.3 Τριπλή εκθετική εξομάλυνση

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η τριπλή πολλαπλασιαστική (multiplicative) εκθετική εξομάλυνση των Holt-Winters, η οποία αναλύεται διεξοδικά από τον (Gardner, 2006). Η μέθοδος που χρησιμοποιείται προβλέπει τις τιμές για ένα χρονικό διάστημα βασισμένη σε ιστορικά στοιχεία. Παρά το γεγονός πως τα δεδομένα των αφίξεων δεν εμφανίζουν έντονη τάση, χρησιμοποιείται η τριπλή εκθετική εξομάλυνση, η οποία λαμβάνει υπόψη τόσο την εποχικότητα όσο και την τάση, έτσι ώστε το μοντέλο πρόβλεψης να είναι γενικό και να εφαρμόζεται και σε περιόδους που εμφανίζουν τάση.

Η τιμή των αφίξεων μετά από n ημέρες δίνεται από την εξίσωση 4. Οι όροι της εξίσωσης 4 περιγράφονται αναλυτικά από τις εξισώσεις 5 έως 7.

$$F_{t+n} = (b_t + n * a_t) * S_{t-p+n} \quad (4)$$

$$b_t = \left(\alpha * \frac{O_t}{S_{t-p}} \right) + (1 - \alpha) * (b_{t-1} + a_{t-1}) \quad (5)$$

$$a_t = \beta * (b_t - b_{t-1}) + (1 - \beta) * a_{t-1} \quad (6)$$

$$S_t = \left(\gamma * \frac{O_t}{b_t} \right) + (1 - \gamma) * S_{t-p} \quad (7)$$

Όπου:

α, β, γ : παράμετροι από το 0 έως το 1

O_t : η τιμή την ημέρα t

Οι αφίξεις από Σάββατο, 01/02/2014, έως και Δευτέρα, 31/03/2014, χρησιμοποιούνται ως ιστορικά στοιχεία με σκοπό να γίνει η πρόβλεψη για 4 εβδομάδες: από 01/04/2014 έως και 30/04/2014. Οι τιμές της πρόβλεψης είναι συνάρτηση των παραμέτρων α, β, γ , οι οποίες παίρνουν μια αυθαίρετη τιμή ανάμεσα σε 0 και 1. Η επιλογή τιμών για τις ανωτέρω παραμέτρους είναι πάρα πολύ σημαντική για το αποτέλεσμα της πρόβλεψης. Για τον έλεγχο της ποιότητας της πρόβλεψης χρησιμοποιείται το μέσο απόλυτο σφάλμα, το οποίο μετρά το

μέσο όρο των απόλυτων διαφορών ανάμεσα στην τιμή που προβλέπει το μοντέλο και την πραγματική τιμή για κάθε ημέρα.

Πίνακας 5: Μέσο απόλυτο σφάλμα για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων α , β , γ

$\alpha - \beta - \gamma$	Μέσο Απόλυτο Σφάλμα
0,2 - 0,2 - 0,2	19,466
0,4 - 0,2 - 0,2	17,931
0,6 - 0,2 - 0,2	13,427
0,8 - 0,2 - 0,2	13,703
0,2 - 0,4 - 0,2	35,163
0,2 - 0,6 - 0,2	31,158
0,2 - 0,8 - 0,4	26,194
0,2 - 0,2 - 0,4	18,198
0,2 - 0,2 - 0,6	18,787
0,2 - 0,2 - 0,8	19,112
0,4 - 0,4 - 0,2	13,081
0,4 - 0,6 - 0,2	16,782
0,4 - 0,8 - 0,2	58,003
0,4 - 0,4 - 0,4	8,076
0,4 - 0,4 - 0,6	10,789
0,4 - 0,4 - 0,8	14,332
0,4 - 0,6 - 0,6	40,843
0,4 - 0,6 - 0,8	37,887
0,6 - 0,4 - 0,2	7,502
0,6 - 0,6 - 0,2	16,813
0,6 - 0,8 - 0,2	9,099
0,6 - 0,4 - 0,4	53,777
0,6 - 0,6 - 0,6	123,198
0,6 - 0,6 - 0,8	246,987
0,8 - 0,4 - 0,2	8,974
0,8 - 0,6 - 0,2	8,033
0,8 - 0,8 - 0,2	8,885
0,8 - 0,4 - 0,4	6,94
0,8 - 0,4 - 0,6	16,915
0,8 - 0,4 - 0,8	51,611
0,8 - 0,6 - 0,4	9,93
0,8 - 0,6 - 0,6	11,539
0,8 - 0,6 - 0,8	59,104
0,8 - 0,8 - 0,8	27,811

Όπως φαίνεται και από τη διακύμανση των τιμών του μέσου απόλυτου σφάλματος, η επιλογή των παραμέτρων είναι πάρα πολύ σημαντική. Οι περισσότερες τιμές οδηγούν σε ένα μέσο απόλυτο σφάλμα ανάμεσα σε 10 και 20 μονάδες, ενώ υπάρχει και συνδυασμός των α , β και γ που οδηγεί σε σφάλμα κοντά σε 250 μονάδες. Ο βέλτιστος συνδυασμός είναι: $(\alpha, \beta, \gamma) = (0,8, 0,4, 0,4)$ και τα αποτελέσματα της πρόβλεψης με τη χρήση αυτού του συνδυασμού παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6: Αποτελέσματα της πρόβλεψης ζήτησης

Ημέρα	Προβλεπόμενη Τιμή	Πραγματική Τιμή	Απόλυτο Σφάλμα
1	54,926	51	3,926
2	37,897	40	2,103
3	46,436	50	3,564
4	42,272	34	8,272
5	1,846	4	2,154
6	10,045	17	6,955
7	54,551	55	0,449
8	55,710	55	0,710
9	38,644	41	2,356
10	46,248	58	11,752
11	43,819	44	0,181
12	1,987	3	1,013
13	9,771	13	3,228
14	52,403	62	9,597
15	56,308	61	4,692
16	39,811	45	5,189
17	47,650	54	6,350
18	44,321	10	34,321
19	2,163	3	0,837
20	9,525	1	8,525
21	49,706	12	37,706
22	45,563	60	14,437
23	45,320	40	5,320
24	49,175	49	0,175
25	44,985	34	10,985
26	2,003	5	2,997
27	10,345	9	1,345
28	49,171	44	5,171
Μέσος Όρος	35,450	35,433	6,940

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα είναι ίσο με:

$$\frac{6,940}{35,433} = 0,196 \text{ ή } 19.6\%$$

Δηλαδή οι προβλέψεις με τη χρήση των συγκεκριμένων παραμέτρων α , β και γ οδηγούν σε ένα σφάλμα περίπου 20% κατά μέσο όρο. Ωστόσο μια πιο προσεκτική παρατήρηση των αποτελεσμάτων σημειώνει πως υπάρχουν δύο δυσανάλογα υψηλές τιμές για το μέσο σφάλμα, την 18^η και 21^η ημέρα. Οι τιμές των σφαλμάτων τις δύο αυτές ημέρες είναι 34,321 και 37,706 αντίστοιχα. Ημερολογιακά, οι ημέρες αυτές είναι η 18/04/2014 και 21/04/2014, οι οποίες είναι Μεγάλη Παρασκευή και Δευτέρα του Πάσχα αντίστοιχα, που είναι αργίες. Επομένως αυτές οι αργίες πρέπει να συμπεριληφθούν στην εποχικότητα του μοντέλου, γεγονός που θα ήταν πιο εύκολο να διαγνωστεί αν υπήρχαν ιστορικά δεδομένα για αυτές τις αργίες από προηγούμενα χρόνια. Αμελώντας το σφάλμα των συγκεκριμένων ημερών, η τιμή του μέσου απόλυτου σφάλματος μειώνεται στο 4.703. Αυτό σημαίνει πως κατά μέσο όρο θα υπάρχει μια απόκλιση μικρότερη από 5 μονάδες για τις αφίξεις των φορτηγών στις αποθήκες της εταιρίας, μια τιμή που καθιστά το μοντέλο ως αρκετά αξιόπιστο.

3. Χρονικός Προγραμματισμός Αφίξεων

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο στόχος είναι η εύρεση ενός μοντέλου που θα προγραμματίζει την άφιξη των φορτηγών στις εγκαταστάσεις της εταιρίας με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο. Η αποτελεσματικότητα επικεντρώνεται στην ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής που προκύπτει από τη ταυτόχρονη συμφόρηση φορτηγών στα επιμέρους συστήματα που συναντώνται στις εγκαταστάσεις της εταιρίας. Αρχικά γίνεται μια εισαγωγή στο πρόβλημα, στη χρησιμότητα του μοντέλου που προτείνεται, στη σχετική βιβλιογραφία και στην περιγραφή του συστήματος. Στη συνέχεια αναλύεται διεξοδικά το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος. Τέλος παρουσιάζεται μια εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου μαζί με μερικά αριθμητικά παραδείγματα.

3.1.1 Το Πρόβλημα

Η εταιρία ειδοποιείται για τις μετακινήσεις φορτηγών που γίνονται από και προς την αποθήκη μία ημέρα πριν τη μετακίνηση. Μέχρι τώρα η εταιρία γνώριζε ένα πολύ ευρύ όριο χρόνου για την πραγματοποίηση της φορτο-εκφόρτωσης στις εγκαταστάσεις της (π.χ. από 10 πμ μέχρι 5 μμ). Η τυχαιότητα των αφίξεων και η έλλειψη ενός προγράμματος οδηγεί μερικές φορές σε συνωστισμό αφίξεων, ο οποίος έχει ως αποτέλεσμα την αργοπορία της διαδικασίας της φορτο-εκφόρτωσης. Πιο συγκεκριμένα, ένα παράδειγμα συμφόρησης είναι όταν ο αριθμός των φορτηγών που έρχονται στις αποθήκες για μεταφορά προϊόντων ξεπερνά τον αριθμό των θυρών της αποθήκης, όπου τα επιπλέον φορτηγά πρέπει να περιμένουν μέχρι να αδειάσει κάποια θύρα φορτο-εκφόρτωσης. Το τελευταίο υποβαθμίζει την υπηρεσία που προσφέρει η εταιρία και αποτελεί ένα από τα προβλήματα που καλείται να λύσει.

3.1.2 Χρησιμότητα Μοντέλου Γραμμικού Προγραμματισμού

Το ανωτέρω αποτελεί ένα πρόβλημα χρονικού προγραμματισμού σε ημερήσια βάση με σκοπό την επίτευξη ενός ωραρίου που θα ελαχιστοποιεί το χρόνο αναμονής των φορτηγών. Ο προγραμματισμός των ωραρίων προσέλευσης των φορτηγών είναι ένα πολύπλοκο πρόβλημα καθώς:

- Σχετίζεται με ένα μεγάλο όγκο αφίξεων (έως 62 φορτηγά ανά ημέρα);
- Κάθε φορτηγό έχει διαφορετικούς χρονικούς περιορισμούς άφιξης;

- Η ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής είναι συνάρτηση πολλών μικρών χρόνων αναμονής (εγγραφή, διαθεσιμότητα θύρας, ρυθμός φορτο-εκφόρτωσης);
- Ο ρυθμός φορτο-εκφόρτωσης είναι συνάρτηση πολλών μεταβλητών (αριθμός φορτηγών στην αποθήκη τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ποσοστό πληρότητας φορτηγού, αριθμός εργαζομένων βάρδια τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή).

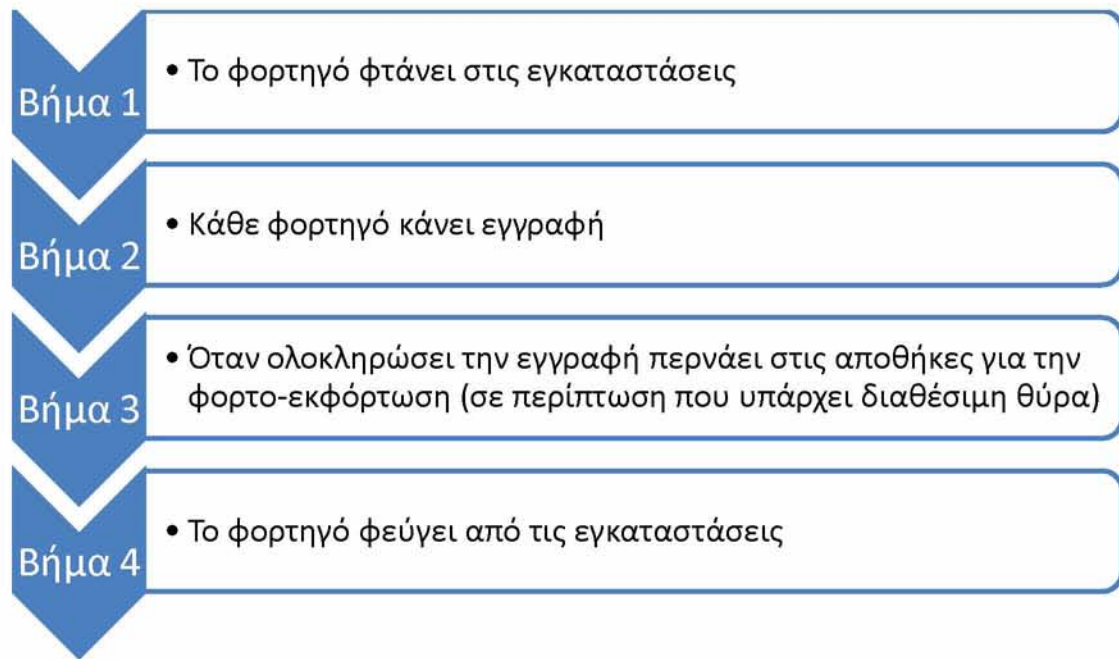
3.1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού των αφίξεων έχει απασχολήσει αρκετούς επιστήμονες, καθώς ένα μεγάλο μέρος του κόστους στον τομέα των logistics σχετίζεται με το κόστος αναμονής. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον συγκεντρώνει ο προγραμματισμός αφίξεων στα συστήματα cross-docking, όπου ο στόχος είναι η μείωση του χρόνου ανάμεσα στην άφιξη των εισερχόμενων φορτηγών και την αναχώρηση των εξερχόμενων φορτηγών, καθώς ο χρόνος αυτός σχετίζεται με το κόστος αποθήκευσης. Μερικά παραδείγματα τέτοιων άρθρων είναι τα παρακάτω: (Boloori Arabani, Fatemi Ghomi, & Zandieh, 2010), (Forouharfard & Zandieh, 2010) και (Sadykov, 2012).

Στο πρόβλημα που εξετάζεται για τις αποθήκες της εταιρίας Μακίος ΑΕ, ο χρόνος προς βελτιστοποίηση σχετίζεται με την αναμονή των φορτηγών όταν το σύστημα εξυπηρετεί ταυτόχρονα πολλά φορτηγά. Παρόμοιο πρόβλημα είναι ο προγραμματισμός της αναχώρησης αεροπλάνων σε ένα αεροδιάδρομο (Gupta & Malik, 2009), όπου οι συγγραφείς χρησιμοποιούν ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για να βρουν τη σειρά αναχώρησης αεροπλάνων που ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο αναμονής πριν την απογείωση.

3.1.4 Περιγραφή Συστήματος

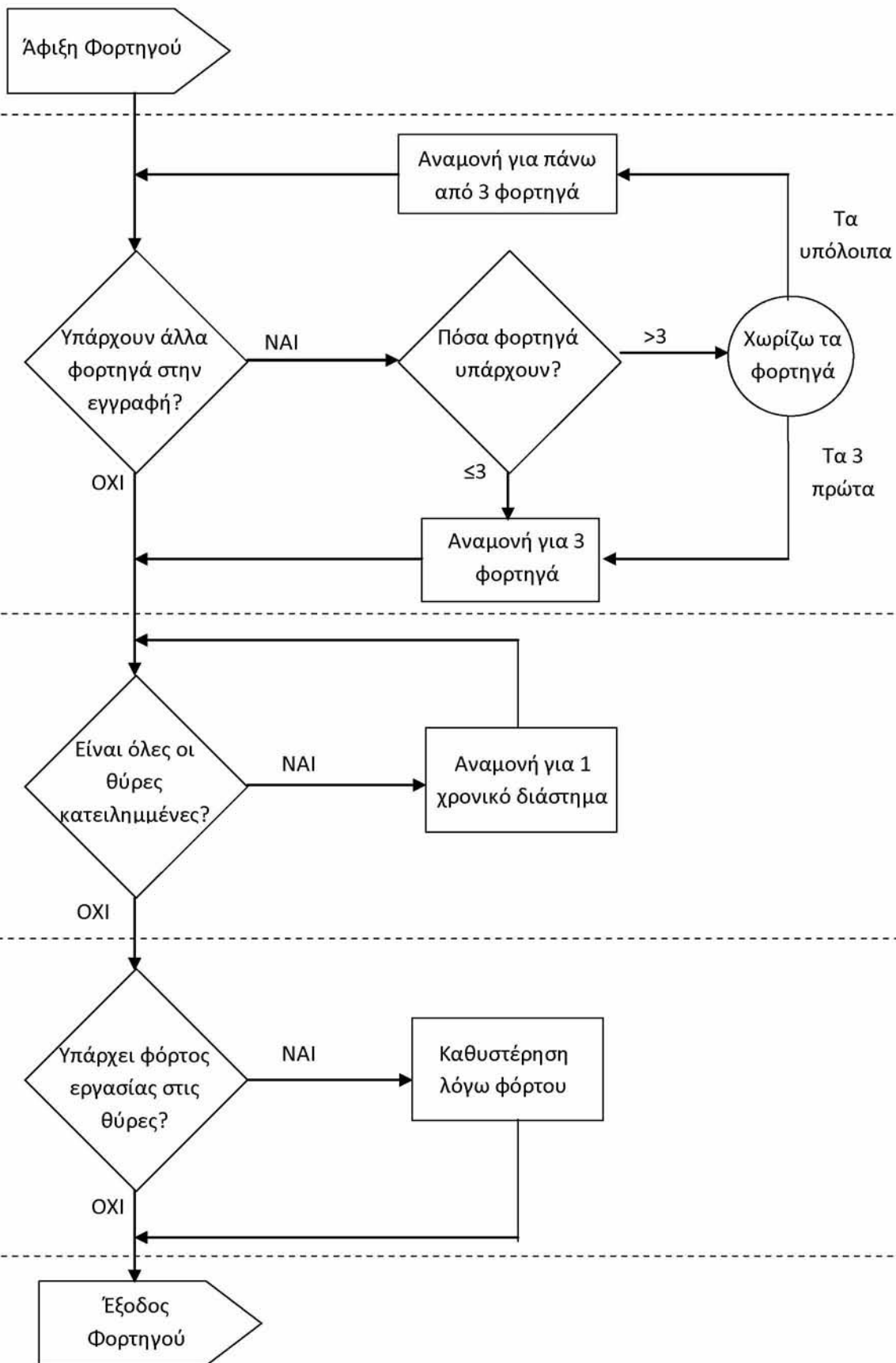
Στο γράφημα 3 παρουσιάζεται η λεπτομερής διαδρομή του φορτηγού στις εγκαταστάσεις της εταιρίας από την άφιξη μέχρι και την αναχώρηση.



Γράφημα 3: Διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης φορτηγών στις αποθήκες

Η αναμονή των φορτηγών προκύπτει από:

- 1) Αναμονή στην εγγραφή
Στη διαδικασία της εγγραφής υπάρχει 1 άτομο που καταγράφει τα στοιχεία του φορτηγού και δίνει έγκριση για τη φορτο-εκφόρτωση. Σε περίπτωση που αφιχθούν πολλά φορτηγά ταυτόχρονα, τότε κάποια φορτηγά θα πρέπει να περιμένουν. Στην περίπτωση της Μακίος ΑΕ, η εγγραφή διαρκεί 10 λεπτά, οπότε μπορούν να γίνουν 3 εγγραφές στο διάστημα της μισής ώρας.
- 2) Αναμονή λόγω μη διαθέσιμης θύρας στην αποθήκη
Μόλις τελειώσει η εγγραφή, τα φορτηγά θα πρέπει να περάσουν στις θύρες της αποθήκης για φορτο-εκφόρτωση. Σε περίπτωση που δεν υπάρχει ελεύθερη θύρα, τότε τα φορτηγά περιμένουν αδρανή μέσα στις εγκαταστάσεις (χώρος στάθμευσης).
- 3) Αναμονή λόγω συμφόρησης πολλών φορτο-εκφορτώσεων
Αφού το φορτηγό έχει εισέλθει σε διαθέσιμη θύρα στην αποθήκη, τότε υπάρχει περίπτωση να υπάρχει αναμονή στη φορτο-εκφόρτωση του λόγω συμφόρησης. Κάθε φορτηγό έχει ένα προδιαγεγραμμένο χρόνο φορτο-εκφόρτωσης που είναι συνάρτηση του φορτίου που θα χρειαστεί να φορτο-εκφορτώσει. Όταν βρεθούν πολλά φορτηγά ταυτόχρονα στις θύρες της αποθήκης, τότε αυτοί οι χρόνοι θα αυξηθούν ανάλογα με το πόσα φορτηγά εξυπηρετούνται μαζί.



Γράφημα 4: Σχηματική απεικόνιση της πορείας του φορτηγού στις αποθήκες

3.2 Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού

Ο σκοπός αυτού του μοντέλου είναι να βρεθεί ο προγραμματισμός της άφιξης των φορτηγών στις αποθήκες έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος αναμονής τους στις αποθήκες μιας εταιρίας third party logistics. Ανάμεσα στις επιλογές συνεχούς και διακριτού χρόνου, προτιμάται η επιλογή του διακριτού χρόνου, γεγονός που τεκμηριώνεται στο υποκεφάλαιο 3.2.1. Στο γράφημα 5 απεικονίζονται τα δύο βασικά στάδια στα οποία χωρίζεται το μοντέλο. Για την ανάπτυξη του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιείται ως πρότυπο το μοντέλο από τους (Saharidis, Minoux, & Dallery, 2009).



Γράφημα 5: Ροή φορτηγών στις αποθήκες

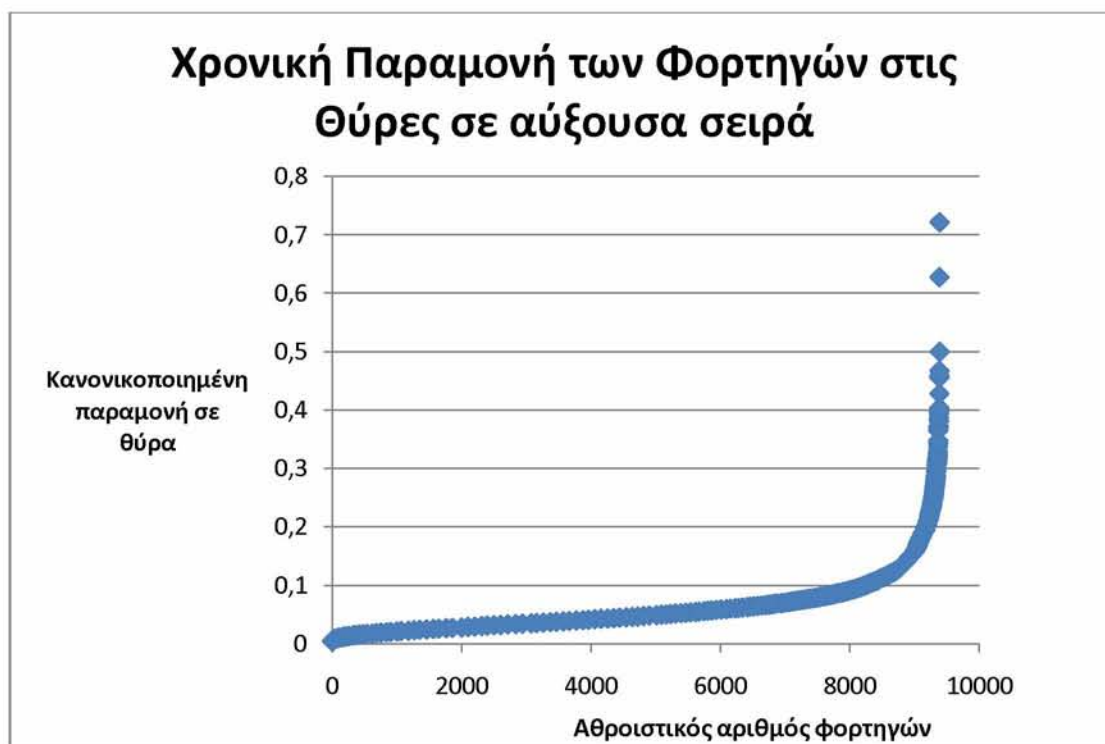
3.2.1 Επιλογή Διακριτού Χρόνου

Το μοντέλο θα μπορούσε να είναι είτε συνεχούς είτε διακριτού χρόνου. Ωστόσο μια επιλογή συνεχούς χρόνου θα προσέφερε πολλή λεπτομέρεια που δε θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην πραγματικότητα, γιατί η άφιξη των φορτηγών στις αποθήκες δεν μπορεί να προγραμματιστεί τόσο λεπτομερώς (σε επίπεδα λεπτών ή δευτερολέπτων). Επομένως επιλέγεται ένα μοντέλο διακριτού χρόνου.

Ο διαχωρισμός του χρόνου σε περιόδους είναι μια απαιτητική διαδικασία. Η επιλογή μεγάλων περιόδων μπορεί να έχει αρνητική επίπτωση στην ακρίβεια του μοντέλου (Floudas & Lin, 2005). Αντίθετα η επιλογή μικρών περιόδων μπορεί να έχει επίδραση στην εφαρμογή

των αποτελεσμάτων στην πράξη. Για παράδειγμα, αν επιλεγούν περίοδοι των 5 λεπτών και κάποιο αποτέλεσμα οδηγεί στον προγραμματισμό κάποιου φορτηγού στις 10:05 πμ, είναι προφανές ότι αυτό το αποτέλεσμα δεν είναι εύκολα εφαρμόσιμο στην πράξη. Επομένως αναζητείται μια μέση λύση που να είναι αρκετά ακριβής αλλά και υλοποιήσιμη στην πράξη.

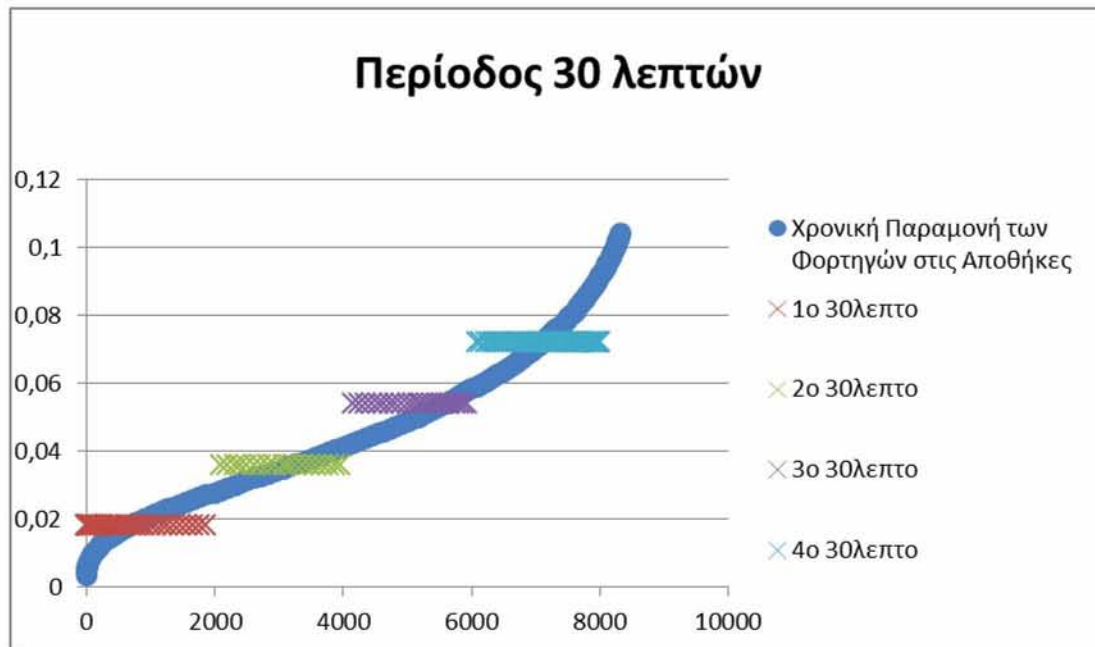
Πέρα από την άφιξη των φορτηγών, οι περίοδοι διαχωρισμού του μοντέλου πρέπει να συμπίπτουν και με τις περιόδους εξυπηρέτησης των φορτηγών στις θύρες των αποθηκών. Αν για παράδειγμα επιλεγεί περίοδος της μισής ώρας και οι χρόνοι εξυπηρέτησης των φορτηγών στις θύρες είναι κατά μέσο όρο 5 λεπτά, τότε το μοντέλο δε θα μπορεί να απεικονίσει με ακρίβεια τη διάρκεια που μια θύρα θα είναι κατειλημμένη από ένα φορτηγό. Για το λόγο αυτό γίνεται η χρήση του γραφήματος 6, το οποίο στον κάθετο άξονα έχει τους χρόνους παραμονής των φορτηγών σε κάποια θύρα και στον οριζόντιο άξονα έχει τον αθροιστικό αριθμό των αφίξεων.



Γράφημα 6: Χρονική παραμονή φορτηγών στις θύρες σε αύξουσα σειρά

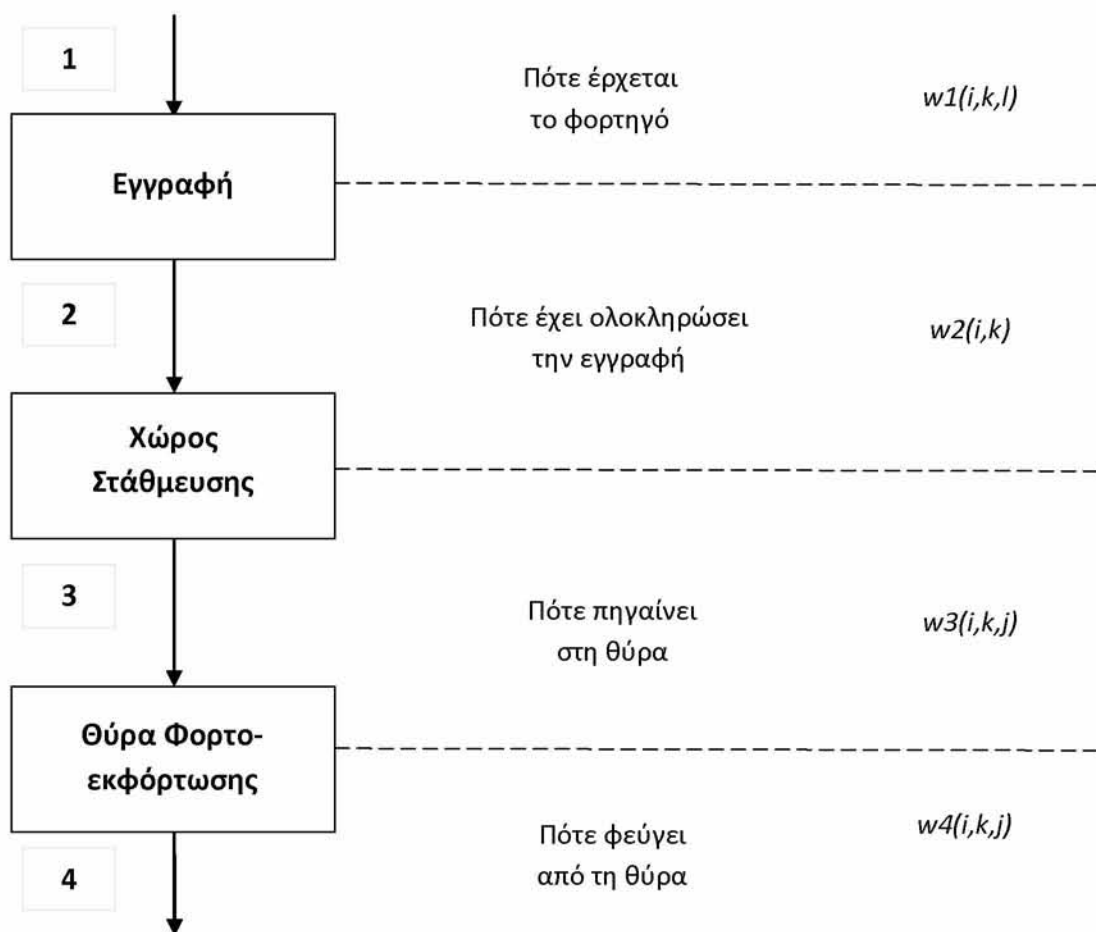
Το γράφημα 6 δείχνει πως υπάρχει μια γραμμική αύξηση του χρόνου μέχρι περίπου τις 8.500 αφίξεις, ενώ στη συνέχεια οι ακραίες τιμές ακολουθούν μια αύξηση με διαφορετικό ρυθμό. Γίνεται η θεώρηση πως οι ακραίες τιμές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν ποσοστό μικρότερο του 10%, οφείλονται σε άλλους παράγοντες, οπότε δε λαμβάνονται υπόψη. Η επιλογή περιόδων

μισής ώρας απεικονίζεται στο γράφημα 7 και φαίνεται να προσεγγίζει ικανοποιητικά το χρόνο παραμονής των φορτηγών στις θύρες των αποθηκών.



Γράφημα 7: Επιλογή περιόδων 30 λεπτών

Το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού περιέχει 4 βασικά στάδια στα οποία καταγράφει πού βρίσκεται το φορτηγό κάθε στιγμή, τα οποία απεικονίζονται στο Γράφημα 8. Όλες οι μεταβλητές που εμφανίζονται στο διάγραμμα είναι δυαδικές και παρουσιάζονται λεπτομερώς στα επόμενα υποκεφάλαια.



Γράφημα 8: Βασικές μεταβλητές απόφασης και ροή φορτηγού στις αποθήκες

Δείκτες

i = το φορτηγό $(i=1, imax)$

k = η χρονική στιγμή της ημέρας (χωρίζεται σε slots των 30') $(k=1, kmax)$

l = σειρά άφιξης στις αποθήκες $(l=1, lmax)$

j = η ράμπα της αποθήκης $(j=1, jmax)$

Στους πίνακες 7 και 8 συγκεντρώνονται όλα τα δεδομένα και οι μεταβλητές του γραμμικού μοντέλου αντίστοιχα. Στη στήλη με τίτλο ‘Τύπος’ στον πίνακα 8 γίνεται διαχωρισμός ανάμεσα στις δυαδικές (bin) και ακέραιες (int) μεταβλητές.

Πίνακας 7: Συγκεντρωτικός πίνακας δεδομένων γραμμικού μοντέλου

Δεδομένα	Περιγραφή
<i>earliest(i)</i>	νωρίτερη δυνατή άφιξη του φορτηγού <i>i</i>
<i>latest(i)</i>	αργότερη δυνατή άφιξη του φορτηγού <i>i</i>
<i>RS (registration service)</i>	ο χρόνος που χρειάζεται για την εγγραφή του κάθε φορτηγού
<i>SL (slot length)</i>	το εύρος του χρονικού διαστήματος <i>k</i>
<i>ratio</i>	το ακέραιο μέρος του (<i>SL/RS</i>)
<i>load(i)</i>	πόσα χρονικά διαστήματα <i>k</i> απαιτούνται για τη φόρτωση του φορτηγού <i>i</i>
<i>unload(i)</i>	πόσα χρονικά διαστήματα <i>k</i> απαιτούνται για την εκφόρτωση του φορτηγού <i>i</i>
<i>delayfunction</i>	πόσα επιπλέον χρονικά διαστήματα <i>k</i> θα χρειαστεί να παραμείνει το φορτηγό <i>i</i> στη θύρα φορτο-εκφόρτωσης του λόγω συμφόρησης με άλλα φορτηγά

Πίνακας 8: Συγκεντρωτικός πίνακας μεταβλητών απόφασης γραμμικού μοντέλου

Μεταβλητές Απόφασης	Τύπος	Περιγραφή
$w1(i, k, l)$	bin	αν το φορτηγό i θα έρθει στις αποθήκες στο χρονικό διάστημα k με σειρά l
$correl(k, l)$	bin	αν στην αρχή του k έχω l φορτηγά στην εγγραφή
$list(k)$	int	ο αριθμός των φορτηγών που περιμένουν στην εγγραφή στην αρχή του k
$w2(i, k)$	bin	αν το φορτηγό i έχει ολοκληρώσει της εγγραφής στο χρονικό διάστημα k
$ibr(i, k)$	bin	αν το φορτηγό i έχει μπλοκάρει στην εγγραφή στο χρονικό διάστημα k
$bregi(i, k)$	int	ο αριθμός των φορτηγών που προηγούνται για τη διαδικασία της εγγραφής πριν από το φορτηγό i στο χρονικό διάστημα k
$w3(i, k, j)$	bin	αν το φορτηγό i ξεκινά τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στο χρονικό διάστημα k στη θύρα j
$occ(i, k, j)$	bin	αν το φορτηγό i βρίσκεται στη θύρα j στο χρονικό διάστημα k
$list2(k)$	int	ο αριθμός των φορτηγών που περιμένουν στο χώρο στάθμευσης (λόγω πληρότητας των θυρών φορτο-εκφόρτωσης) στο χρονικό διάστημα k
$w4(i, k, j)$	bin	αν το φορτηγό i ολοκληρώνει τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στο χρονικό διάστημα k στη θύρα j
$penalty(i, k, j)$	bin	αν το φορτηγό i βρίσκεται στη θύρα j λόγω καθυστέρησης στο χρονικό διάστημα k
$onlytruck(i)$	bin	αν το φορτηγό i συνυπάρχει με πάνω από 1 φορτηγό σε κάθε χρονικό διάστημα κατά μέσο όρο στη διάρκεια της φορτο-εκφόρτωσης του
$trucks(i, k, j)$	int	πόσα φορτηγά συνυπήρξαν με το φορτηγό i κατά μέσο όρο σε κάθε χρονικό διάστημα k κατά τη διάρκεια της φορτο-εκφόρτωσης του στη θύρα j

Στη συνέχεια το σύστημα χωρίζεται στα 4 υποσυστήματα σύμφωνα με το Γράφημα 8 . Σε κάθε υποσύστημα γίνεται αναφορά στις μεταβλητές απόφασης που χρησιμοποιούνται και στους απαραίτητους περιορισμούς. Τέλος, περιγράφεται η αντικειμενική συνάρτηση του γραμμικού μοντέλου.

3.2.2 Υποσύστημα 1 – Άφιξη φορτηγού στην Εγγραφή

Στο πρώτο υποσύστημα εξετάζεται η άφιξη των φορτηγών στις εγκαταστάσεις της εταιρίας και η σειρά με την οποία θα περάσουν τα φορτηγά από την απαραίτητη διαδικασία του της εγγραφής.

Οι βασικές πληροφορίες που είναι αναγκαίες στην εγγραφή είναι:

- 1) Πότε έρχεται το κάθε φορτηγό και με τι σειρά άφιξης (στην περίπτωση που έρθουν πολλά φορτηγά μαζί στο ίδιο χρονικό διάστημα πρέπει να γνωρίζω τη σειρά άφιξης);
- 2) Πόσα φορτηγά έχω στην εγγραφή στην αρχή κάθε χρονικού διαστήματος.

3.2.2.1 Δεδομένα

- Κάθε φορτηγό i μπορεί να έρθει μέσα σε ένα συγκεκριμένο εύρος χρόνου;
 $earliest(i)$ = νωρίτερη δυνατή άφιξη του φορτηγού i $1 < earliest(i) < kmax$
 $latest(i)$ = αργότερη δυνατή άφιξη του φορτηγού i $1 < latest(i) < kmax$
- Μέσα σε κάθε χρονικό διάστημα k είναι εφικτό να ολοκληρώσουν την εγγραφή το πολύ 3 φορτηγά (κάθε φορτηγό χρειάζεται 10 λεπτά στην εγγραφή και κάθε χρονικό διάστημα είναι μισή ώρα). Στη γενική περίπτωση τα δεδομένα αυτά είναι ως εξής:
 - RS (*registration service*) = ο χρόνος που χρειάζεται για την εγγραφή του κάθε φορτηγού;
 - SL (*slot length*) = το εύρος του χρονικού διαστήματος k (π.χ. 30');
 - $ratio$ = το ακέραιο μέρος του (SL/RS).

3.2.2.2 Μεταβλητές Απόφασης

Διαδικές Μεταβλητές

$w1(i, k, l)$ = αν το φορτηγό i θα έρθει στις αποθήκες στο χρονικό διάστημα k με σειρά l

$correl(k, l)$ = αν στην αρχή του k έχω l φορτηγά στην εγγραφή

Ακέραιες Μεταβλητές

$list(k)$ = ο αριθμός των φορτηγών που περιμένουν στην εγγραφή στην αρχή του k

Η δυαδική μεταβλητή $correl(k, l)$ δίνει τη δυνατότητα να υπάρχει μια γραμμική σχέση που να δείχνει τον αριθμό των φορτηγών που υπάρχουν στην αρχή κάθε χρονικού διαστήματος στην εγγραφή. Η χρήση αυτής της μεταβλητής είναι απαραίτητη καθώς υπάρχει ένα ανώτατο όριο φορτηγών (ίσο με $ratio$) το οποίο είναι εφικτό να ολοκληρώσει τη διαδικασία της εγγραφής σε ένα χρονικό διάστημα και έτσι είναι εφικτό να εκφραστεί γραμμικά το ισοζύγιο που παρουσιάζεται για το υποσύστημα 1 (σχέση 11 και 11').

3.2.2.3 Περιορισμοί

Κάθε φορτηγό i θα έρθει μέσα στα χρονικά περιθώρια που έχουμε από τα δεδομένα $k = [earliest(i), latest(i)]$:

$$\sum_{k=earliest(i)}^{latest(i)} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k, l) = 1, \forall i \quad (8)$$

Αντίστοιχα, για το ίδιο φορτηγό, οι δυαδικές μεταβλητές που δείχνουν την άφιξη του θα είναι μηδέν για τα χρονικά περιθώρια εκτός του $[earliest(i), latest(i)]$:

$$\sum_{k=1}^{earliest(i)-1} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k, l) = 0, \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{k=latest(i)+1}^{kmax} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k, l) = 0, \forall i \quad (10)$$

Ο αριθμός των φορτηγών στην εγγραφή απαιτεί έναν περιορισμό με τη μορφή ισοζυγίου.

$$list(k) = \sum_{i=1}^{imax} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k, l) + list(k-1) - X(k-1, l), \forall k > 1 \quad (11)$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Τα φορτηγά που έχω τώρα}} = \underbrace{\hspace{2.5cm}}_{\text{Τα φορτηγά που ήρθαν τώρα}} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Τα φορτηγά που είχα πριν}} - \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Τα φορτηγά που πρόλαβαν να φύγουν πριν}}$$

Τα φορτηγά που πρόλαβαν να εξυπηρετηθούν στην εγγραφή στο προηγούμενο χρονικό διάστημα $(k-1)$ περιγράφονται ως εξής:

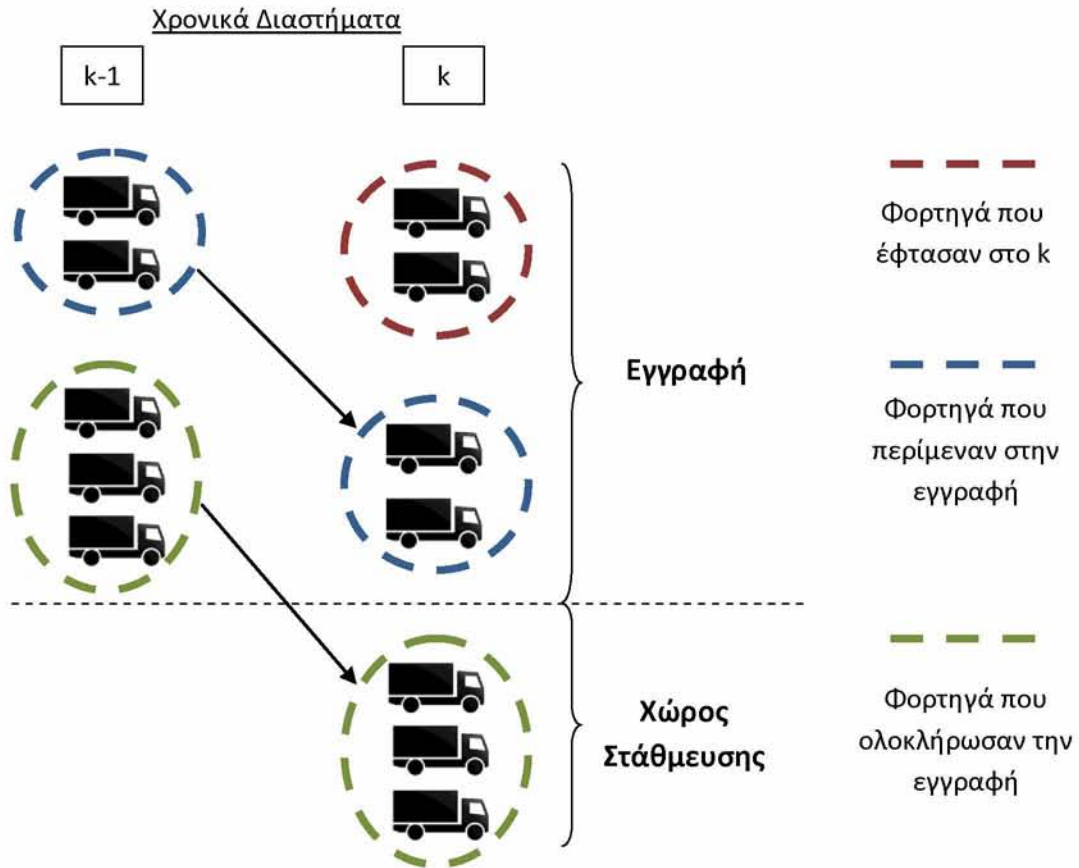
$$X(k-1, l) = \sum_{l=1}^{ratio} l * correl(k-1, l) + \sum_{l=ratio+1}^{lmax} ratio * correl(k-1, l), \forall k > 1 \quad (11')$$

$$\underbrace{\hspace{3.5cm}}_{\text{Αν είχα λιγότερα από 3 φορτηγά, τότε πρόλαβαν να φύγουν όλα}} + \underbrace{\hspace{3.5cm}}_{\text{Αν είχα περισσότερα από 3 φορτηγά, τότε πρόλαβαν μόνο 3}} \quad (ratio=3)$$

Αρχική Συνθήκη:

Στην αρχή ο αριθμός των φορτηγών είναι ίσος με τα φορτηγά που έρχονται, με δεδομένο ότι δεν υπάρχουν εναπομείναντα φορτηγά στην εγγραφή από προηγούμενες ημέρες.

$$list(1) = \sum_{i=1}^{imax} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, 1, l) \quad (12)$$



Γράφημα 9: Περιγραφή ισοζυγίου φορτηγών στην εγγραφή

Σε κάθε χρονικό διάστημα θα έχω το πολύ μια θετική δυαδική μεταβλητή $correl(k, l)$, που σημαίνει πως σε κάθε k θα έχω ένα συγκεκριμένο αριθμό (l) φορτηγών να περιμένουν στην εγγραφή.

$$\sum_{l=1}^{lmax} correl(k, l) \leq 1, \forall k \quad (13)$$

Η δυαδική μεταβλητή $correl(k, l)$ συνδέεται με την ακέραια μεταβλητή $list(k)$ ως εξής:

$$\sum_{l=1}^{lmax} l * correl(k, l) = list(k), \forall k \quad (14)$$

Σε κάθε χρονικό διάστημα k πρέπει να υπάρχει το πολύ 1 φορτηγό με σειρά άφιξης l .

$$\sum_{i=1}^{imax} w1(i, k, l) \leq 1, \forall k, l \quad (15)$$

3.2.3 Υποσύστημα 2 – Ολοκλήρωση της Εγγραφής

Σε αυτό το υποσύστημα εξετάζονται τα φορητά τα οποία έχουν ολοκληρώσει επιτυχώς τη διαδικασία της εγγραφής και περνούν στο εσωτερικό των εγκαταστάσεων της εταιρίας. Το υποσύστημα έχει δημιουργηθεί έτσι ώστε να είναι ευδιάκριτο ποια από τα φορητά ‘κόλλησαν’ στην εγγραφή και τότε ακριβώς κατάφεραν να ολοκληρώσουν αυτό το βήμα.

Οι βασικές πληροφορίες που είναι αναγκαίες για την ολοκλήρωση της εγγραφής είναι:

- 1) Πόσα φορητά προηγούνται πριν από κάθε φορητό για τη διαδικασία της εγγραφής;
- 2) Πόσα χρονικά διαστήματα παραμένει αδρανές ένα φορητό πριν ολοκληρώσει την εγγραφή του.

3.2.3.1 Μεταβλητές Απόφασης

Διαδικές Μεταβλητές

$w2(i, k)$ = αν το φορητό i έχει ολοκληρώσει της εγγραφής στο χρονικό διάστημα k

$ibr(i, k)$ = αν το φορητό i έχει μπλοκάρει στην εγγραφή στο χρονικό διάστημα k

Ακέραιες Μεταβλητές

$bregi(i, k)$ = ο αριθμός των φορητών που προηγούνται για τη διαδικασία της εγγραφής πριν από το φορητό i στο χρονικό διάστημα k

Η μεταβλητή $bregi(i, k)$ έχει νόημα μόνο τη χρονική στιγμή που το φορητό i φτάνει στην εγγραφή. Ωστόσο, επειδή η άφιξη του κάθε φορητού είναι άγνωστη και αποτελεί μεταβλητή απόφασης, στη μεταβλητή $bregi(i, k)$ χρησιμοποιείται και ο δείκτης k . Σκοπός είναι αυτή η μεταβλητή να παίρνει θετική τιμή μόνο στο k στο οποίο γίνεται η άφιξη του φορητού, και για όλα τα υπόλοιπα k να παίρνει την τιμή μηδέν, γεγονός που εξασφαλίζεται με την ύπαρξη του περιορισμού 22.

3.2.3.2 Περιορισμοί

Οι μεταβλητές απόφασης του υποσυστήματος 2 θα μπορέσουν να πάρουν θετικές τιμές μόνο μετά την άφιξη των φορτηγών στις εγκαταστάσεις της εταιρίας. Πιο συγκεκριμένα, οι περιορισμοί 16 και 17 υποδεικνύουν πως οι μεταβλητές $w2(i, k)$ και $ibr(i, k)$ αντίστοιχα θα μπορέσουν να πάρουν θετικές τιμές μόνο σε περίπτωση που η μεταβλητή $w1(i, k, l)$ για τα ίδιο i έχει πάρει θετική τιμή σε κάποιο προηγούμενο χρονικό διάστημα k' .

$$w2(i, k) \leq \sum_{k'=1}^{k-1} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k', l) , \forall i, k > 1 \quad (16)$$

$$ibr(i, k) \leq \sum_{k'=1}^{k-1} \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k', l) , \forall i, k > 1 \quad (17)$$

Αρχικές Συνθήκες

Στο πρώτο χρονικό διάστημα δε γίνεται κάποιο φορτηγό να έχει περάσει από την εγγραφή ή να περιμένει αδρανές σε αυτό, καθώς απαιτείται τουλάχιστον ένα χρονικό διάστημα k για την ολοκλήρωση αυτής της διαδικασίας. Οπότε:

$$w2(i, 1) = 0 , \forall i \quad (18)$$

$$ibr(i, 1) = 0 , \forall i \quad (19)$$

Όλα τα φορτηγά πρέπει να ολοκληρώσουν επιτυχώς τη διαδικασία της εγγραφής.

$$\sum_{k=1}^{kmax} w2(i, k) = 1 , \forall i \quad (20)$$

Η δυαδική μεταβλητή $ibr(i, k)$ πρέπει να συνδέεται με τις μεταβλητές $w1(i, k, l)$ και $w2(i, k)$. Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός των μεταβλητών $ibr(i, k)$ που θα πάρουν θετική τιμή πρέπει να είναι ίσες με τα χρονικά διαστήματα που το φορτηγό θα παραμένει αδρανές στην εγγραφή. Αυτό ισούται επίσης με τη διαφορά ανάμεσα στα χρονικά διαστήματα στα οποία οι μεταβλητές $w2(i, k)$ και $w1(i, k)$ θα πάρουν θετικές τιμές.

$$\sum_{k=1}^{kmax} ibr(i, k) = \sum_{k=1}^{kmax} k * w2(i, k) - \sum_{k=1}^{kmax} \sum_{l=1}^{lmax} (k + 1) * w1(i, k, l) , \forall i \quad (21)$$

Ακολουθεί ένα απλό αριθμητικό παράδειγμα για την επεξήγηση του περιορισμού 21.

- Υποθέτω ότι το φορτηγό $i = 1$ έρχεται στις εγκαταστάσεις στο $k = 3$. [$w1(1,3) = 1$].
- Λόγω συμφόρησης στην εγγραφή πρέπει να περιμένει για $k = 2$ χρονικά διαστήματα πριν την εγγραφή του. Οπότε για $k = 4$ και $k = 5$ το φορτηγό περιμένει.
- Επομένως ολοκληρώνει την εγγραφή του στο $k = 6$. [$w2(1,6) = 1$].
- Ο περιορισμός ωθεί το άθροισμα των μεταβλητών $ibr(1, k)$ ως προς k να πάρει την εξής τιμή:

$$\sum_{k=1}^{kmax} ibr(1, k) = 6 * w2(1, 6) - (3 + 1) * w1(1,3) = 6 - 4 = 2$$

- Επίσης, σε περίπτωση που το φορτηγό δεν περιμένει καθόλου στην εγγραφή, τότε ο περιορισμός δείχνει ότι το άθροισμα των $ibr(i, k)$ είναι ίσο με μηδέν.

Ο επόμενος περιορισμός επικεντρώνεται στη μεταβλητή $bregi(i, k)$. Σκοπός είναι αυτή η μεταβλητή να παίρνει την τιμή των φορτηγών που προηγούνται πριν από ένα συγκεκριμένο φορτηγό στο χρονικό διάστημα που το φορτηγό υπό εξέταση φτάνει στην εγγραφή και στα υπόλοιπα χρονικά διαστήματα να παίρνει μηδενικές τιμές. Η επίτευξη αυτού του στόχου γίνεται με τη χρήση δύο εργαλείων: α) Την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος αυτής της μεταβλητής ως προς όλα τα χρονικά διαστήματα k και β) με τη χρήση ενός περιορισμού με τη μορφή ανισότητας. Ο περιορισμός ανισότητας παρουσιάζεται στη σχέση 22.

$$bregi(i, k) \geq list(k - 1) - X(k - 1, l) + \sum_{l=1}^{lmax} (l - 1) * w1(i, k, l) - Y(i, k, l) * M , \forall i, k > 1 \quad (22)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}$	$\underbrace{\hspace{4em}}$	$\underbrace{\hspace{4em}}$	$\underbrace{\hspace{2em}}$
Τα φορτηγά που προηγούνται	= Τα φορτηγά που υπήρχαν από πριν και δεν πρόλαβαν να περάσουν	+ Αυτά που ήρθαν πριν από εμένα στο ίδιο χρονικό διάστημα	Χαλάρωση περιορισμού

Όπου:

$$Y(i, k, l) = 1 - \sum_{l=1}^{lmax} w1(i, k, l) , \forall i, k > 1 \quad (22')$$

Αναλύοντας τον περιορισμό 22 ξεχωριστά για κάθε φορτηγό i παρατηρεί κανείς ότι για $k - 1$ περιπτώσεις ο περιορισμός χαλαρώνει, καθώς ο όρος $Y(i, k, l)$ είναι ίσος με τη μονάδα. Αυτό σημαίνει πως η μεταβλητή $bregi(i, k)$ πρέπει να είναι μεγαλύτερη από έναν αρνητικό αριθμό, γεγονός που ισχύει σε κάθε περίπτωση, αφού είναι ακέραια θετική μεταβλητή. Στη μοναδική περίπτωση που το $w1(i, k, l)$ γίνεται θετικό, το $Y(i, k, l)$ μηδενίζεται και ο περιορισμός ωθεί τη μεταβλητή $bregi(i, k)$ σε μια συγκεκριμένη τιμή.

Η παραπάνω ανάλυση, σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση όλων των μεταβλητών $bregi(i, k)$ στην αντικειμενική συνάρτηση, σημαίνει πως $k - 1$ φορές η μεταβλητή θα παίρνει μηδενική τιμή και μόνο μία φορά θα παίρνει την τιμή για την οποία δημιουργήθηκε και δείχνει τα φορτηγά που προηγούνται από ένα συγκεκριμένο φορτηγό i στη διαδικασία της εγγραφής.

Αρχική Συνθήκη

Στο πρώτο χρονικό διάστημα, δεν υπάρχουν άλλα φορτηγά στην εγγραφή πέρα από αυτά που έρχονται στο συγκεκριμένο διάστημα. Οπότε ο περιορισμός παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$bregi(i, 1) \geq \sum_{l=1}^{lmax} (l - 1) * w1(i, 1, l) - Y(i, 1, l) * M , \forall i \quad (23)$$

Ύστερα από τη σύνδεση των μεταβλητών $w2(i, k)$ και $ibr(i, k)$ στον περιορισμό 21, είναι απαραίτητο να υπάρξει ένα κάτω φράγμα για μια από τις δύο αυτές μεταβλητές, καθώς εναλλακτικά στη ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής θα δείχνει πως δεν υπάρχει πουθενά αναμονή στην εγγραφή και όλες οι μεταβλητές $ibr(i, k)$ παίρνουν μηδενικές τιμές. Το κάτω φράγμα της μεταβλητής $ibr(i, k)$ προκύπτει από τον αριθμό των φορτηγών που προηγούνται για τη διαδικασία της εγγραφής.

$$\sum_{k=1}^{kmax} ibr(i, k) \geq \frac{\sum_{k=1}^{kmax} bregi(i, k)}{ratio} - 1 , \forall i \quad (24)$$

3.2.4 Υποσύστημα 3 – Έναρξη Φορτο-εκφόρτωσης σε Θύρα

Σε αυτό το υποσύστημα γίνεται ανάλυση της δυνατότητας των φορηγών να ξεκινήσουν τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης μετά την ολοκλήρωση της εγγραφής και σε περίπτωση που υπάρχει κάποια διαθέσιμη θύρα να υποδεχτεί το φορηγό.

Οι βασικές πληροφορίες που είναι αναγκαίες για τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωση είναι:

- 1) Πότε ένα φορηγό πηγαίνει σε μια θύρα;
- 2) Πόσες θύρες είναι κατειλημμένες;
- 3) Πόσα φορηγά περιμένουν στο χώρο στάθμευσης λόγω πληρότητας των θυρών φορτο-εκφόρτωσης.

3.2.4.1 Δεδομένα

Κάθε φορηγό i πρόκειται να φορτώσει ή να εκφορτώσει συγκεκριμένη ποσότητα εμπορεύματος, το οποίο μετράται σε χρονικά διαστήματα k .

$load(i)$ = πόσα χρονικά διαστήματα k απαιτούνται για τη φόρτωση του φορηγού i

$unload(i)$ = πόσα χρονικά διαστήματα k απαιτούνται για την εκφόρτωση του φορηγού i

3.2.4.2 Μεταβλητές Απόφασης

Δυαδικές Μεταβλητές

$w3(i, k, j)$ = αν το φορηγό i ξεκινά τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στο χρονικό διάστημα k στη θύρα j

$occ(i, k, j)$ = αν το φορηγό i βρίσκεται στη θύρα j στο χρονικό διάστημα k

Ακέραιες Μεταβλητές

$list2(k)$ = ο αριθμός των φορηγών που περιμένουν στο χώρο στάθμευσης (λόγω πληρότητας των θυρών φορτο-εκφόρτωσης) στο χρονικό διάστημα k

Οι μεταβλητές $w3(i, k, j)$ και $occ(i, k, j)$ είναι και οι δύο δυαδικές και σχετίζονται με την άφιξη του φορτηγού στη θύρα φορτο-εκφόρτωσης. Ωστόσο η διαφορά τους είναι πως ενώ η μεταβλητή $w3(i, k, j)$ δείχνει μόνο την άφιξη του φορτηγού στη θύρα, δηλαδή παίρνει θετική τιμή μόνο για ένα χρονικό διάστημα k , η μεταβλητή $occ(i, k, j)$ δείχνει την παραμονή του φορτηγού στη συγκεκριμένη θύρα, δηλαδή παίρνει θετικές τιμές για όσα χρονικά διαστήματα το φορτηγό παραμένει για τη φορτο-εκφόρτωση του στη συγκεκριμένη θύρα.

3.2.4.3 Περιορισμοί

Όλα τα φορτηγά πρέπει να περάσουν από τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στις θύρες.

$$\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} w3(i, k, j) = 1, \forall i \quad (25)$$

Η έναρξη της φορτο-εκφόρτωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο αφού κάποιο φορτηγό έχει ολοκληρώσει πρώτα την εγγραφή του. Σημειώνεται ότι ακόμη και στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι εφικτό ένα φορτηγό να ολοκληρώσει την εγγραφή και να εισέλθει σε θύρα φορτο-εκφόρτωσης (για αυτό το λόγο τα αθροίσματα στο δεξί μέλος των ανισοτήτων 26 και 27 είναι μέχρι το k και όχι μέχρι $k - 1$).

$$\sum_{j=1}^{jmax} w3(i, k, j) \leq \sum_{k'=1}^k w2(i, k'), \forall i, k > 1 \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^{jmax} occ(i, k, j) \leq \sum_{k'=1}^k w2(i, k'), \forall i, k > 1 \quad (27)$$

Αρχικές Συνθήκες

Στο πρώτο χρονικό διάστημα δε γίνεται κάποιο φορτηγό να έχει εισέλθει σε θύρα φορτο-εκφόρτωσης αφού η διαδικασία της εγγραφής απαιτεί τουλάχιστον 1 χρονικό διάστημα k .

$$w3(i, 1, j) = 0, \forall i, j \quad (28)$$

$$occ(i, 1, j) = 0, \forall i, j \quad (29)$$

$$penalty(i, 1, j) = 0, \forall i, j \quad (30)$$

Πέρα από την αρχική συνθήκη για την άφιξη του φορτηγού στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης, πρέπει να διασφαλιστεί πως το φορτηγό θα εισέλθει σε θύρα φορτο-εκφόρτωσης αρκετά νωρίς ώστε να προλάβει να ολοκληρώσει τη διαδικασία πριν το τελευταίο χρονικό διάστημα της ημέρας.

$$\sum_{k=kmax-load(i)-unload(i)}^{kmax} w3(i, k, j) = 0, \forall i, j \quad (31)$$

Σε κάθε χρονικό διάστημα και σε κάθε θύρα, θα υπάρχει το πολύ 1 φορτηγό.

$$\sum_{i=1}^{imax} w3(i, k, j) \leq 1, \forall k, j \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{imax} occ(i, k, j) \leq 1, \forall k, j \quad (33)$$

Ο αριθμός των φορτηγών στο χώρο στάθμευσης απαιτεί έναν περιορισμό με τη μορφή ισοζυγίου.

$$list2(k) = \sum_{i=1}^{imax} w2(i, k) + list2(k-1) - \sum_{i=1}^{imax} \sum_{j=1}^{jmax} w3(i, k, j), \forall k > 1 \quad (34)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}} = \underbrace{\hspace{5em}} + \underbrace{\hspace{5em}} - \underbrace{\hspace{10em}}$$

Τα φορτηγά που έχω τώρα Τα φορτηγά που ήρθαν τώρα Τα φορτηγά που είχα πριν Τα φορτηγά που πρόλαβαν να φύγουν πριν

Αρχική Συνθήκη:

Στην αρχή ο αριθμός των φορτηγών στο χώρο στάθμευσης είναι ίσος με μηδέν.

$$list2(1) = 0 \quad (35)$$

Η μεταβλητή $occ(i, k, j)$ σχετίζεται με τη μεταβλητή $w3(i, k, j)$. Για την ακρίβεια, κάθε φορά που ένα φορτηγό i εισέρχεται σε μια θύρα j σε ένα χρονικό διάστημα k (δηλαδή η μεταβλητή $w3(i, k, j)$ γίνεται θετική), τότε η μεταβλητή $occ(i, k, j)$ πρέπει να παίρνει επίσης θετική τιμή

για όσο χρονικά διαστήματα το φορτηγό παραμένει στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης. Αυτό διασφαλίζεται με τον περιορισμό 36.

$$\sum_{k'=k}^{load(i)+unload(i)+k-1} occ(i, k, j) \geq [load(i) + unload(i)] * w3(i, k, j) , \forall i, k, j \quad (36)$$

Πέρα από το κάτω όριο που δίνεται για τη μεταβλητή $occ(i, k, j)$, απαιτείται και το άνω όριο του περιορισμού 37.

$$\sum_{j=1}^{jmax} \sum_{k=1}^{kmax} occ(i, k, j) \leq load(i) + unload(i) , \forall i \quad (37)$$

3.2.5 Υποσύστημα 4 – Έξοδος φορτηγού από εγκαταστάσεις

Σε αυτό το υποσύστημα εξετάζεται η ολοκλήρωση της διαδικασίας φορτο-εκφόρτωσης και της εξόδου του φορτηγού από τις εγκαταστάσεις της εταιρίας.

Οι βασικές πληροφορίες που είναι αναγκαίες για τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωση είναι:

- 1) Αν κάποιο φορτηγό καθυστέρησε στη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης (λόγω συμφόρησης πολλών φορτηγών στις θύρες);
- 2) Πότε φεύγει το κάθε φορτηγό από τη θύρα φορτο-εκφόρτωσης.

3.2.5.1 Δεδομένα

delayfunction = πόσα επιπλέον χρονικά διαστήματα k θα χρειαστεί να παραμείνει το φορτηγό i στη θύρα φορτο-εκφόρτωσης του λόγω συμφόρησης με άλλα φορτηγά

3.2.5.2 Μεταβλητές Απόφασης

Αναδικές Μεταβλητές

$w4(i, k, j)$ = αν το φορτηγό i ολοκληρώνει τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στο χρονικό διάστημα k στη θύρα j

$penalty(i, k, j)$ = αν το φορτηγό i βρίσκεται στη θύρα j λόγω καθυστέρησης στο χρονικό διάστημα k

$onlytruck(i)$ = αν το φορτηγό i συνυπάρχει με πάνω από 1 φορτηγό σε κάθε χρονικό διάστημα κατά μέσο όρο στη διάρκεια της φορτο-εκφόρτωσης του

Ακέραιες Μεταβλητές

$trucks(i, k, j)$ = πόσα φορτηγά συνυπάρξαν με το φορτηγό i κατά μέσο όρο σε κάθε χρονικό διάστημα k κατά τη διάρκεια της φορτο-εκφόρτωσης του στη θύρα j

Η παραμονή ενός φορτηγού σε μια θύρα εκφράζεται είτε ως η προδιαγεγραμμένη παραμονή βάση του χρόνου που απαιτείται για τη φορτο-εκφόρτωση από τη μεταβλητή $occ(i, k, j)$ είτε ως η καθυστερημένη παραμονή ύστερα από την ολοκλήρωση της προδιαγεγραμμένης παραμονής λόγω συμφόρησης πολλών φορτηγών που εκφράζεται από τη μεταβλητή $penalty(i, k, j)$. Οι τιμές για τη συνάρτηση $delayfunction$ προκύπτουν εμπειρικά από παρατήρηση των συνθηκών στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης της εταιρίας.

3.2.5.2 Περιορισμοί

Όλα τα φορτηγά πρέπει να ολοκληρώσουν τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης στις θύρες.

$$\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} w4(i, k, j) = 1, \forall i \quad (38)$$

Αρχική Συνθήκη:

Στο πρώτο χρονικό διάστημα είναι αδύνατο κάποιο φορτηγό να έχει ολοκληρώσει τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης.

$$w4(i, 1, j) = 0, \forall i, j \quad (39)$$

Για τη διασφάλιση της σειράς ανάμεσα στις μεταβλητές, θα πρέπει η μεταβλητή $w4(i, k, j)$ να λάβει θετική τιμή μόνο αφού έχουν λάβει θετικές τιμές οι μεταβλητές $occ(i, k, j)$ για το ίδιο φορτηγό.

$$w4(i, k, j) \leq \sum_{k'=1}^k occ(i, k', j), \forall i, j, k > 1 \quad (40)$$

Οι μεταβλητές $occ(i, k, j)$ και $penalty(i, k, j)$ θα πρέπει να παίρνουν θετικές τιμές για συνεχόμενα χρονικά διαστήματα k . Για τη διασφάλιση της μεταβλητής $occ(i, k, j)$ εισάγεται ο περιορισμός 41. Ο πίνακας 9 περιέχει ένα αριθμητικό παράδειγμα που επεξηγεί τον περιορισμό 41.

$$\sum_{j=1}^{jmax} occ(i, k, j) - occ(i, k - 1, j) \leq \sum_{j=1}^{jmax} w3(i, k, j) , \forall i, k > 1 \quad (41)$$

Πίνακας 9: Αριθμητικό παράδειγμα περιορισμού 41

Μεταβλητές	Χρονικό Διάστημα					
	$k-3$	$k-2$	$k-1$	k	$k+1$	$k+2$
$occ(i, k, j)$	0	0	1	1	1	0
$w3(i, k, j)$	0	0	1	0	0	0

Όπως φαίνεται στον πίνακα 9, για τη διατήρηση της σειράς των $occ(i, k, j)$, ο όρος $occ(i, k, j) - occ(i, k - 1, j)$ πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος με μηδέν εκτός μόνο από το χρονικό διάστημα $k - 1$, το οποίο είναι το μοναδικό χρονικό διάστημα στο οποίο παίρνει θετική τιμή η μεταβλητή $w3(i, k, j)$.

Για τη διασφάλιση της σειράς της μεταβλητής $penalty(i, k, j)$ χρησιμοποιείται ο περιορισμός 42, σύμφωνα με τον οποίο για να πάρει μια μεταβλητή $penalty(i, k, j)$ θετική τιμή θα πρέπει στο προηγούμενο χρονικό διάστημα $k - 1$ να είχε θετική τιμή είτε η μεταβλητή $penalty(i, k - 1, j)$ είτε η μεταβλητή $occ(i, k - 1, j)$.

$$penalty(i, k, j) \leq occ(i, k - 1, j) + penalty(i, k - 1, j) , \forall i, j, k > 1 \quad (42)$$

Επίσης πρέπει να διασφαλιστεί ότι σε κάθε χρονικό διάστημα για κάθε φορτηγό θα ισχύει το πολύ ένα από τα παρακάτω:

- το φορτηγό θα φορτο-εκφορτώνει στο προδιαγεγραμμένο του πρόγραμμα;
- το φορτηγό θα φορτο-εκφορτώνει σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα από αυτό που ήταν αρχικά προδιαγεγραμμένο (δηλαδή θα βρίσκεται στη θύρα φορτο-εκφόρτωσης καθυστερημένο);
- το φορτηγό θα έχει ολοκληρώσει τη φορτο-εκφόρτωση του.

$$occ(i, k, j) + penalty(i, k, j) + w4(i, k, j) \leq 1 , \forall i, j, k > 1 \quad (43)$$

Ο αριθμός των φορτηγών στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης απαιτεί έναν περιορισμό με τη μορφή ισοζυγίου.

$$list3(k) = \sum_{i=1}^{imax} \sum_{j=1}^{jmax} w3(i, k, j) + list3(k-1) - \sum_{i=1}^{imax} \sum_{j=1}^{jmax} w4(i, k, j) , \forall k > 1 \quad (44)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}} = \underbrace{\hspace{10em}} + \underbrace{\hspace{10em}} - \underbrace{\hspace{10em}}$$

Τα φορτηγά που έχω τώρα Τα φορτηγά που ήρθαν τώρα Τα φορτηγά που είχα πριν Τα φορτηγά που πρόλαβαν να φύγουν πριν

Αρχική Συνθήκη:

Στην αρχή ο αριθμός των φορτηγών στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης είναι ίσος με μηδέν.

$$list3(1) = 0 \quad (45)$$

Η μεταβλητή $trucks(i, k, j)$ ακολουθεί παρόμοια λογική με τη μεταβλητή $bregi(i, k)$, όπου στην ουσία μόνο ο δείκτης i ήταν απαραίτητος, αλλά προστέθηκαν και άλλοι δείκτες έτσι ώστε να είναι εφικτή η ποσοτικοποίηση τους μέσα από τους περιορισμούς. Με τον παρακάτω περιορισμό επιτυγχάνεται η μεταβλητή $trucks(i, k, j)$ να έχει ένα μοναδικό κάτω φράγμα, το οποίο θα είναι θετικό όταν η μεταβλητή $w3(i, k, j)$ πάρει θετική τιμή, δηλαδή όταν το φορτηγό i ξεκινήσει τη διαδικασία φορτο-εκφόρτωσης. Με αυτόν τον τρόπο, η μεταβλητή $trucks(i, k, j)$ δείχνει με πόσα φορτηγά κατά μέσο όρο συνυπάρχει το φορτηγό i στη θύρα φορτο-εκφόρτωσης για το χρονικό διάστημα για το οποίο παραμένει εκεί. Σημειώνεται ότι η μεταβλητή $trucks(i, k, j)$ θα είναι ανάμεσα στο μηδέν και το $jmax - 1$, καθώς υπάρχουν συνολικά $jmax$ θύρες φορτο-εκφόρτωσης και η μία είναι κατειλημμένη από το υπό εξέταση φορτηγό i .

$$trucks(i, k, j) \geq \frac{\sum_{i'=1}^{imax} \sum_{j'=1}^{jmax} \sum_{k'=k}^{k+load(i)+unload(i)} occ(i', k', j') - load(i) - unload(i)}{load(i) + unload(i)} - [1 - w3(i, k, j)] * M , \forall i, k, j \quad (46)$$

Το κάτω φράγμα της μεταβλητής $penalty(i, k, j)$ προκύπτει από τη συνάρτηση $delayfunction$, η οποία παίρνει συγκεκριμένες τιμές για διαφορετικές τιμές της μεταβλητής $trucks(i, k, j)$ και των δεδομένων $load(i)$ και $unload(i)$. Για τις αποθήκες της εταιρίας Μακίος ΑΕ, ο πίνακας 10 παραθέτει κάποιες προτεινόμενες τιμές που θα μπορούσε να πάρει η συνάρτηση $delayfunction$.

Πίνακας 10: Τιμές της συνάρτησης $delayfunction$

		$trucks(i, k, j)$							
		0	1	2	3	4	5	6	7
$load(i) +$ $unload(i)$	1	0	0	1	1	1	2	2	2
	2	0	0	1	1	2	2	2	3
	3	0	0	1	2	2	2	3	3
	4	0	0	2	2	2	3	3	3
	5	0	0	2	2	3	3	3	4
	6	0	0	2	3	3	3	4	4
	7	0	0	3	3	3	4	4	4
	8	0	0	3	3	4	4	4	5

Οι τιμές του πίνακα 10 αντιπροσωπεύουν τη διάρκεια καθυστέρησης ενός φορτηγού στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης μετά την προδιαγεγραμμένη χρονική διάρκεια λόγω συμφόρησης, η οποία περιγράφεται στο μοντέλο από τις μεταβλητές $penalty(i, k, j)$. Ο οριζόντιος άξονας δείχνει το μέσο όρο των φορτηγών με τα οποία συνυπήρχε ανά χρονικό διάστημα k το φορτηγό i , ενώ ο κατακόρυφος άξονας δείχνει την προδιαγεγραμμένη διάρκεια φορτο-εκφόρτωσης του φορτηγού i . Οι κατηγορίες αναμονής αναγράφονται παρακάτω:

- Όλα τα φορτηγά τα οποία συνυπήρχαν κατά μέσο όρο με ένα ή κανένα φορτηγό ανά χρονικό διάστημα k για τη φορτο-εκφόρτωση τους δε θα έχουν παραπάνω παραμονή στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης;
- Τα υπόλοιπα φορτηγά ακολουθούν τους κανόνες του πίνακα 10.

Οι τιμές που δόθηκαν στη συνάρτηση $delayfunction$ προέρχονται από εμπειρικές παρατηρήσεις των συνθηκών στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης της εταιρίας. Με δεδομένο αριθμό προσωπικού που συνεισφέρει στη φορτο-εκφόρτωση, η διαδικασία ολοκληρώνεται χωρίς καθυστερήσεις όταν υπάρχουν 1 ή 2 φορτηγά ταυτόχρονα. Ωστόσο όταν υπάρχουν 2 ή παραπάνω φορτηγά, προκύπτουν καθυστερήσεις για το κάθε φορτηγό ξεχωριστά, οι οποίες σχετίζονται και με το εμπόρευμα που έχει κάθε φορτηγό. Το εμπόρευμα σχετίζεται άμεσα με

τα δεδομένα για τον προδιαγεγραμμένο χρόνο φορτο-εκφόρτωσης του κάθε φορτηγού, που αναφέρεται στο μοντέλο με τα δεδομένα $load(i)$ και $unload(i)$.

Πίνακας 11: Διαστήματα αναμονής σε θύρα για κάθε φορτηγό i

$[\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} trucks(i, k, j)] + load(i) + unload(i)$	$\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} penalty(i, k, j)$
Από 3 έως 5	1
Από 6 έως 8	2
Από 9 έως 11	3
Από 12 έως 14	4
15	5

Στον πίνακα 11 περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο οι τιμές της συνάρτησης $delayfunction$ εκφράζονται με τη χρήση των μεταβλητών απόφασης. Ο περιορισμός 47 συνδέει σε μια εξίσωση αυτά που περιγράφονται στον πίνακα 11:

$$\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} penalty(i, k, j) \geq \frac{load(i) + unload(i) + \sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} trucks(i, k, j) - 2}{3} - [1 - onlytruck(i)] * M, \forall i \quad (47)$$

Ο περιορισμός που δείχνει αν το φορτηγό συνυπάρχει με πάνω από 1 φορτηγά κατά μέσο όρο ανά χρονικό διάστημα k στις θύρες περιγράφεται ως εξής:

$$onlytruck(i) \geq \frac{\sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} trucks(i, k, j) - 1}{jmax - 1}, \forall i \quad (48)$$

Πίνακας 12: Ομαδοποίηση περιορισμών γραμμικού μοντέλου ανά είδος

Είδος Περιορισμού	Αριθμός Περιορισμού
Ισοζύγιο	11, 22, 34, 44
Αθροίσματα ίσα με μονάδα	8, 20, 25, 38
Αθροίσματα μικρότερα ή ίσα από τη μονάδα	13, 15, 32, 33, 43
Σειρά προτεραιότητας μεταβλητών	16, 17, 26, 27, 40
Αρχικές Συνθήκες	12, 18, 19, 23, 28, 29, 30, 35, 39, 45
Κάτω ή άνω φράγμα μεταβλητής	24, 36, 37, 46, 48
Σύνδεση Μεταβλητών	14, 21, 47
Άλλο	9, 10, 31, 41, 42

3.2.6 Αντικειμενική Συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση σκοπεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραμονής των φορηγών μέσα στις εγκαταστάσεις της εταιρίας. Σε ιδανικές συνθήκες, δηλαδή στις συνθήκες στις οποίες δεν παρατηρείται συμφόρηση στην εγγραφή και στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης, το κάθε φορηγό θα πρέπει να περάσει ένα χρονικό διάστημα k στη διαδικασία εγγραφής και στη συνέχεια να εισέλθει άμεσα σε θύρα φορτο-εκφόρτωσης. Ο χρόνος παραμονής στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης στις θύρες θα πρέπει να είναι ίσος με το άθροισμα $load(i) + unload(i)$, που είναι τα δεδομένα που υπάρχουν σχετικά με τον ελάχιστο χρόνο που απαιτείται για τη φορτο-εκφόρτωση του κάθε φορηγού. Επομένως τα δεδομένα που υπάρχουν δίνουν ένα κάτω φράγμα για τον αναμενόμενο χρόνο παραμονής στις εγκαταστάσεις της εταιρίας, το οποίο αναγράφεται στην εξίσωση 49.

$$lower\ bound = 1 + load(i) + unload(i) \quad (49)$$

Ο συνολικός χρόνος αναμονής της αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι ένας ακέραιος αριθμός ο οποίος θα δείχνει το πόσα περισσότερα χρονικά διαστήματα παραπάνω από το κάτω φράγμα θα χρειαστεί να παραμείνει το κάθε φορηγό στις εγκαταστάσεις της εταιρίας.

$$Min\ z = \underbrace{\sum_{i=1}^{imax} \sum_{k=1}^{kmax} ibr(i, k)}_{\text{Αναμονή πριν την εγγραφή}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{kmax} list2(k)}_{\text{Αναμονή στο χώρο στάθμευσης}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{imax} \sum_{k=1}^{kmax} \sum_{j=1}^{jmax} penalty(i, k, j)}_{\text{Αναμονή στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης}} \quad (50)$$

Min (Συνολικό Χρόνο Αναμονής)

subject to:

- χρονικοί περιορισμοί κάθε φορηγού
- λειτουργικοί περιορισμοί αποθήκης

Γράφημα 10: Σύνοψη περιγραφή μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού

3.3 Εφαρμογή Μοντέλου

Σε αυτό το υποκεφάλαιο εξετάζεται η εφαρμογή του γραμμικού μοντέλου που αναπτύχθηκε στο υποκεφάλαιο 3.2. Η πρακτική εφαρμογή αφορά τον προγραμματισμό μιας ημέρας αφίξεων στις αποθήκες της εταιρίας Μακίος Α.Ε. Ουσιαστικά η πληροφορία σχετικά με τις αφίξεις της επόμενης ημέρας είναι διαθέσιμη το απόγευμα της κάθε ημέρας και είναι η στιγμή στην οποία είναι χρήσιμο το γραμμικό μοντέλο για τον προγραμματισμό της επομένης. Για την επίλυση του προβλήματος με χρήση πραγματικών δεδομένων, το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού ‘μεταφράστηκε’ σε κώδικα ικανό να μεταφέρει την πληροφορία στο πρόγραμμα επίλυσης. Η χρησιμότητα του κώδικα που δημιουργήθηκε είναι πως με την εισαγωγή των δεδομένων είναι εφικτός ο προγραμματισμός των φορτηγών που οδηγεί στην ελάχιστη συνολική αναμονή στις αποθήκες της εταιρίας.

Η υλοποίηση των προγραμμάτων έλαβε χώρα στο εργαστήριο Οργάνωσης Παραγωγής της Πολυτεχνικής σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, που βρίσκεται στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Pentium(R) DCPU 3.00GHz;
- Εγκατεστημένη μνήμη: 1,00 GB;
- Λογισμικό: Windows 7 Professional 32-bit.

Οι βιβλιοθήκες βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν ήταν της CPLEX ILOG IBM σε Microsoft Visual Studio 2010 C++.

3.3.1 Αριθμητικό Παράδειγμα

Η επιβεβαίωση πως το μοντέλο που δημιουργήθηκε λειτουργεί σωστά επιτυγχάνεται με τη χρήση δύο απλών αριθμητικών παραδειγμάτων, τα οποία βασίζονται σε τυχαία δεδομένα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται παρουσιάζονται στον πίνακα 13.

Πίνακας 13: Δεδομένα για τα δύο αριθμητικά παραδείγματα του γραμμικού μοντέλου

Δεδομένα	Παράδειγμα 1	Παράδειγμα 2
$imax$	6	5
$jmax$	3	2
$kmax$	16	10
$lmax$	4	3
$ratio$	3	3
$load(i)$	0	1
$unload(i)$	2	1
$earliest(i)$	0	1
$latest(i)$	3	4

Στην εφαρμογή των παραδειγμάτων απαλείφεται ο περιορισμός 48, επειδή είναι θεμιτό να υπάρχει ένα θετικό κάτω όριο για τις μεταβλητές $penalty(i, k, j)$. Αυτό σημαίνει πως η $delayfunction$ που παρουσιάστηκε στον πίνακα 10 δεν ισχύει για τα δύο παραδείγματα που παρουσιάζονται. Ο μικρός αριθμός φορτηγών στα παραδείγματα (6 και 5 αντίστοιχα) δε θα επέτρεπε την ταυτόχρονη συνύπαρξη πάνω από 2 φορτηγών στις θύρες φορτο-εκφόρτωσης και έτσι οι μεταβλητές $penalty(i, k, j)$ θα μπορούσαν να πάρουν μηδενικές τιμές. Στην περίπτωση πιο περίπλοκων παραδειγμάτων, με πολλά φορτηγά και αρκετές θύρες φορτο-εκφόρτωσης, ο περιορισμός 48 θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί κανονικά.

Σημειώνεται πως στο πρόγραμμα της *cplex*, οι δείκτες παίρνουν τιμές που ξεκινούν από το μηδέν, ενώ στο κεφάλαιο 2 παρουσιάστηκαν δείκτες οι οποίοι ξεκινούσαν από τη μονάδα ως αρχική τιμή, χωρίς αυτή η αλλαγή να έχει καμία επιρροή στα αποτελέσματα. Επισημαίνεται επίσης πως ο χρόνος επίλυσης των 2 παραδειγμάτων είναι της τάξης του ενός με δύο δευτερόλεπτα, καθώς τα παραδείγματα είναι αρκετά απλά και χρησιμοποιούνται για την επαλήθευση της ορθότητας του μοντέλου που αναπτύχθηκε. Η επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων, δηλαδή με χρήση δεδομένων που αφορούν έως και 62 αφίξεις φορτηγών ανά ημέρα στις αποθήκες της εταιρίας, μπορεί να διαρκέσει σημαντικά μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Πέραν του χρόνου επίλυσης, η εισαγωγή μεγάλου αριθμού δεδομένων μπορεί να απαιτεί πρόγραμμα επίλυσης με μεγαλύτερη μνήμη. Τα αποτελέσματα των δύο παραδειγμάτων παρουσιάζονται στον πίνακα 14.

Πίνακας 14: Αποτελέσματα των δύο παραδειγμάτων

	Παράδειγμα 1	Παράδειγμα 2
Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης	$z=9$	$z=5$
Μεταβλητές στην αντικειμενική συνάρτηση που παίρνουν θετικές τιμές	$list2(3)=3,$ $penalty(0,6,2)=1,$ $penalty(1,6,1)=1,$ $penalty(2,3,2)=1,$ $penalty(3,3,0)=1,$ $penalty(4,3,1)=1,$ $penalty(5,6,0)=1.$	$list2(5)=1,$ $penalty(0,6,0)=1,$ $penalty(1,3,1)=1,$ $penalty(2,3,0)=1,$ $penalty(3,6,1)=1,$

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πίνακα 14, η ελάχιστη αναμονή στα δύο παραδείγματα είναι 9 και 5 χρονικά διαστήματα της μισής ώρας αντίστοιχα. Η αναμονή αυτή δεν προκύπτει από τη διαδικασία της εγγραφής, καθώς καμία μεταβλητή $ibr(i, k)$ δεν παίρνει θετική τιμή. Αντίθετα, οι μεταβλητές $list2(k)$ και $penalty(i, k, j)$ είναι αυτές που συμβάλλουν στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε περίπτωση που είχε χρησιμοποιηθεί ο περιορισμός 48, τότε οι μεταβλητές $penalty(i, k, j)$ θα είχαν πάρει μηδενικές τιμές, καθώς σύμφωνα με εκείνες τις τιμές η συνύπαρξη 2 φορτηγών σε θύρα φορτο-εκφόρτωσης δεν προκαλεί αναμονή. Ωστόσο τα αριθμητικά παραδείγματα έγιναν με τρόπο που η συνύπαρξη ακόμη και δύο φορτηγών στις θύρες να προκαλεί αναμονή.

Αναλύοντας εκτενέστερα το παράδειγμα 1 φαίνεται πως τα αποτελέσματα έχουν την απαιτούμενη συνοχή. Το χρονικό διάστημα $k=3$ υπάρχουν θετικές μεταβλητές $penalty(i, 3, j)$ λόγω ταυτόχρονης συνύπαρξης φορτηγών σε θύρες φορτο-εκφόρτωσης, τα οποία βρίσκονται σε ξεχωριστές θύρες j . Αντίστοιχα, το ίδιο χρονικό διάστημα, τα φορτηγά που έχουν αφιχθεί περιμένουν αδρανή στο χώρο στάθμευσης της εταιρίας καθώς όλες οι θύρες είναι κατειλημμένες, γεγονός που ωθεί τη μεταβλητή $list2(3)$ να πάρει θετική τιμή. Στη συνέχεια, όταν τα 3 πρώτα φορτηγά ολοκληρώνουν τη φορτο-εκφόρτωση, τα επόμενα 3 συνυπάρχουν και αυτά στις θύρες, με αποτέλεσμα και εκεί να προκαλείται αναμονή φορτηγών από τις αντίστοιχες μεταβλητές $penalty(i, 6, j)$. Συμπερασματικά, οι ανωτέρω μεταβλητές οδηγούν στην τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία δείχνει πως με αυτά τα τυχαία δεδομένα η ελάχιστη συνολική καθυστέρηση είναι ίση με 9 χρονικά διαστήματα της μισής ώρας.

4. Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε η βελτιστοποίηση των διαδικασιών της εταιρίας Μακίος ΑΕ. Πιο συγκεκριμένα, έγινε ανάλυση των αφίξεων των φορτηγών στις αποθήκες της εταιρίας σε δύο επίπεδα με τη χρήση δύο διαφορετικών μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας.

Σε πρώτο επίπεδο έγινε χρήση της μεθόδου της τριπλής εκθετικής εξομάλυνσης με σκοπό την πρόβλεψη του αριθμού των φορτηγών που περνούν από τις αποθήκες της εταιρίας σε ημερήσια βάση. Η τριπλή εκθετική εξομάλυνση λαμβάνει υπόψη στην πρόβλεψη τις μεταβολές που προκύπτουν από κάποια τάση (αυξητική ή μειωτική) αλλά και από την εκάστοτε εποχικότητα (συγκεκριμένες περιόδους που έχουν ιδιαίτερα υψηλή ή χαμηλή ζήτηση). Η εφαρμογή της μεθόδου στο κεφάλαιο 2 έδειξε πως μπορούν να βγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα για την πρόβλεψη των αφίξεων σε χρονικό ορίζοντα ενός μήνα. Η πρόβλεψη αυτή επιτρέπει στην εταιρία να προγραμματίζει τις ανάγκες τις σε πόρους, όπως το ανθρώπινο δυναμικό και κατ' επέκταση να περιορίζει τις λύσεις υψηλού κόστους όπως οι υπερωρίες.

Σε δεύτερο επίπεδο έγινε ανάλυση της κατανομής των φορτηγών που περνούν από τις αποθήκες της εταιρίας μέσα σε μια ημέρα με σκοπό την ελαχιστοποίηση της αναμονής τους στις εγκαταστάσεις της εταιρίας. Για τον παραπάνω σκοπό δημιουργήθηκε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο λαμβάνει υπόψη όλους τους λειτουργικούς περιορισμούς που συναντώνται στις αποθήκες της εταιρίας. Τα αριθμητικά παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν στο κεφάλαιο 3 αποδεικνύουν πως το μοντέλο λειτουργεί σωστά και μπορεί να προγραμματίσει τις αφίξεις με βέλτιστο τρόπο εφόσον εισαχθούν τα απαραίτητα δεδομένα. Η ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής των φορτηγών στις αποθήκες επιτρέπει στην εταιρία να προσφέρει υπηρεσίες καλύτερης ποιότητας στους πελάτες της και να κάνει πιο αποδοτική χρήση των πόρων της.

5. Βιβλιογραφία

- Boloori Arabani, A., Fatemi Ghomi, S., & Zandieh, M. (2010). A multi-criteria cross-docking scheduling with just-in-time approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , σσ. 741-756.
- Floudas, C. A., & Lin, X. (2005). Mixed Integer Linear Programming in Process Scheduling: Modeling, Algorithms, and Applications. *Annals of Operations Research* , σσ. 131-162.
- Forouharfard, S., & Zandieh, M. (2010). An imperialist competitive algorithm to schedule of receiving and shipping trucks in cross-docking systems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , , σσ. 1179-1193.
- Gardner, E. (2006). Exponential smoothing: The state of the art—Part II. *International Journal of Forecasting* , σσ. 637-666.
- Gupta, G., & Malik, W. (2009). A Mixed Integer Linear Program for Airport Departure Scheduling. *9th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference*. South Carolina.
- Hauke, J., & Kossowski, T. (2011). Comparison of values of Pearson's and Spearman's correlation coefficients on the same sets of data. *Quaestiones Geographicae* , σσ. 87-93.
- ICAP GROUP A.E. (2012). *Ετήσια έκθεση 2012 με θέμα: " Η κατάσταση και οι προοπτικές των ΜΜΕ στην Ελλάδα"*. Κλαδική Ανάλυση: Third Party Logistics.
- Sadykov, R. (2012). Scheduling incoming and outgoing trucks at cross docking terminals to minimize the storage cost. *Annals of Operations Research* .
- Saharidis, G. D., Minoux, M., & Dallery, Y. (2009). Scheduling of loading and unloading of crude oil in a refinery using event-based discrete time formulation. *Computer and Chemical Engineering* , σσ. 1413-1426.
- Selviaridis, K., & Spring, M. (2007). Third party logistics: a literature review and research agenda. *The International Journal of Logistics Management* .
- Sheikh, Z., & Rana, S. (2012). Role of Third Party Logistics Providers with Advanced it to Increase Customer Satisfaction in Supply Chain Integration. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences* .
- Taylor, J. W. (2010). Triple seasonal methods for short-term electricity demand forecasting. *European Journal of Operational Research* , σσ. 139-152.
- ΜΑΚΙΟΣ ΑΕ. (2007). Ανάκτηση Απρίλιος 2015, από <http://www.makios.com.gr/>