

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ  
ΜΕΘΟΔΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ  
ΚΑΝΑΛΙΟΥ  
ΜΕ  
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΜΗΚΟΥΣ**

**ΜΑΡΘΑ ΠΕΠΠΑ**

---

Μελέτη και υλοποίηση μεθόδων  
διαμόρφωσης καναλιού με περιορισμούς μήκους

---

*Μάρθα Πέππα*

*Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

Διπλωματική εργασία για την απόκτηση του διπλώματος Μηχανικού Ηλεκτρονικών Υπολογιστών Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων, του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

**Επιβλέπων Καθηγητής:**

Ιωάννης Κατσαβουνίδης

**Εξεταστική Επιτροπή:**

Λέανδρος Τασιούλας,  
Καθηγητής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Ιωάννης Κατσαβουνίδης,  
Αναπληρωτής Καθηγητής  
Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

**Ημερομηνία παρουσίασης:**

05/10/2012

Copyright © Μάρθα Κ. Πέππα, 2012

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος, All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τη συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τη συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

## Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή.....	1
2	Ακολουθίες με περιορισμούς μήκους (d,k).....	2
3	Περιγραφή της διαμόρφωσης 8 προς 14.....	3
4	Περιγραφή της αποδιαμόρφωσης 8 προς 14.....	5
5	Περιγραφή της διαμόρφωσης 8 προς 14, 16α.....	6
6	Χωρητικότητα διαμορφωτή με περιορισμούς.....	7
7	Κατασκευή διαμορφωτή πεπερασμένων καταστάσεων.....	9
	7.1 Διαχωρισμός καταστάσεων.....	11
	7.2 Συγχώνευση καταστάσεων.....	12
8	Κατασκευή της μεθόδου διαμόρφωσης 8 προς 14, συν - EFMplus.....	14
9	Αποδιαμόρφωση EFMplus.....	22
10	Προσομοίωση των μεθόδων διαμόρφωσης και ανάλυση των αποτελεσμάτων... 23	
11	Βελτίωση των βιβλίων κωδικών.....	29
12	Αποτελέσματα των βελτιώσεων.....	32
13	Επίλογος.....	44
14	Ευχαριστίες.....	45
15	Αναφορές.....	46

**Ο**πτικός δίσκος, εφευρέθηκε το 1958. Το CD που είναι και αυτός οπτικός δίσκος λόγω του μηχανισμού ανάγνωσης του που είναι το φως, εφευρέθηκε το 1968 από τον James Russell. Οι οπτικοί δίσκοι έγιναν εμπορικά γνωστοί τη δεκαετία του 1980 και συνεχίζουν να αποτελούν ένα επιτυχημένο μέσο αποθήκευσης ψηφιακής πληροφορίας. Το CD, αναπτύχθηκε για αποθήκευση και αναπαραγωγή ήχου και έχει χωρητικότητα αποθήκευσης περίπου 700MB. Τα CD-R και CD-ROM, είναι μετεξελιξίς του CD με ίδια χωρητικότητα αλλά δε χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για αποθήκευση ήχου. Το DVD, δημιουργήθηκε το 1995 και ένα τυπικό DVD έχει ικανότητα αποθήκευσης 4GB.

Ο τρόπος που η ψηφιακή πληροφορία αποθηκεύεται σε έναν οπτικό δίσκο, είναι δημιουργώντας οπές στο δίσκο, δημιουργώντας έτσι δύο καταστάσεις. Την ύπαρξη οπής και την απουσία αυτής. Την τελευταία θα την αποκαλούμε επίπεδο. Κατά αυτόν τον τρόπο, η ακτίνα ανάγνωσης που διαβάζει τα δεδομένα στο δίσκο, μπορεί να βρεθεί είτε σε οπή, είτε σε επίπεδο. Η αναπαραγωγή δίσκων με πολύ μικρές οπές και επίπεδα είναι αρκετά δύσκολη και προκαλεί ανεπίτρεπτα υψηλό ρυθμό σφαλμάτων. Από την άλλη μεριά, αν το μέγεθος αυτών είναι μεγάλο, το σήμα που θα διαβάζεται θα είναι χαμηλής συχνότητας. Κάτι τέτοιο μπορεί να οδηγήσει σε παρεμβολή με το επίσης χαμηλής συχνότητας σήμα που διορθώνει την τροχιά της ακτίνας. Το πιο σημαντικό όμως είναι το πρόβλημα της ανάκτησης ρολογιού (clock recovery). Το ρολόι είναι αυτό που μετράει τις οπές και τα επίπεδα. Ένα λάθος στην εκτίμηση του πλήθους των ψηφίων που διαβάστηκαν μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφικά αποτελέσματα, δηλαδή να μη μπορεί να διαβαστεί ο δίσκος. Για να λειτουργήσει σωστά το ρολόι, πρέπει να υπάρχουν συχνές εναλλαγές οπών και επιπέδων. Είναι, γι' αυτό το λόγο, επιθυμητό το μήκος των διαδοχικών οπών –το οποίο ισοδυναμεί με μία μεγάλη σε μέγεθος οπή– και το αντίστοιχο μήκος διαδοχικών επιπέδων να είναι εντός κάποιων ορίων. Ούτε πολύ μικρό, αλλά ούτε και πολύ μεγάλο.

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, μελετάμε τις μεθόδους διαμόρφωσης των δεδομένων πριν την εγγραφή τους στον οπτικό δίσκο. Οι μέθοδοι αυτές αποτελούν κώδικες με περιορισμούς μήκους που έχουν όσο γίνεται μικρότερη, ει δυνατόν μηδενική, DC συνιστώσα.<sup>1</sup> Το CD χρησιμοποιεί τη μέθοδο διαμόρφωσης EFM, ενώ το DVD χρησιμοποιεί τη διαμόρφωση EFMplus. EFM είναι το ακρωνύμιο για το Eight to Fourteen Modulation δηλαδή διαμόρφωση 8 προς 14

---

<sup>1</sup> Η ορολογία που χρησιμοποιείται στη βιβλιογραφία είναι dc-free and runlength-limited (DCRL) codes.

## ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΜΗΚΟΥΣ

Μία ακολουθία που ικανοποιεί τους περιορισμούς  $(d,k)$ ,<sup>2</sup> είναι μια συμβολοσειρά με τουλάχιστον  $d$  και το πολύ  $k$  μηδενικά μεταξύ διαδοχικών άσσων.

Για εφαρμογές όπως εγγραφή σε οπτικό δίσκο, όπου τα δεδομένα γράφονται δημιουργώντας οπές στο δίσκο, θέλουμε για πρακτικούς λόγους τα δεδομένα που θα εγγράψουμε να μη δημιουργήσουν ούτε πολλά διαδοχικά επίπεδα ή οπές, αλλά ούτε και πολύ γρήγορες εναλλαγές μεταξύ αυτών των δύο. Σε αυτό το σημείο έρχεται η διαμόρφωση καναλιού, που μετατρέπει τυχαίες ακολουθίες (όπως πιθανώς έχουν προκύψει μετά την κωδικοποίηση πηγής) σε κώδικες καναλιού, δηλαδή ακολουθίες που ικανοποιούν κάποιους περιορισμούς ανάλογα με τα χαρακτηριστικά και τις απαιτήσεις του καναλιού. Συγκεκριμένα, μετά την κωδικοποίηση πηγής και πριν την κωδικοποίηση καναλιού υπάρχει κώδικας διόρθωσης σφαλμάτων. Το CD χρησιμοποιεί τον κώδικα διόρθωσης CIRC, ενώ το DVD τον CIRC+ (cross interleaved Reed Solomon codes).

Η διαδικασία της διαμόρφωσης καναλιού, στην περίπτωση που το κανάλι είναι ο οπτικός δίσκος, ακολουθεί τα εξής βήματα. Τα δεδομένα μεταφράζονται σε  $(d,k)$  ακολουθίες, μετατρέπονται στη μορφή NRZI (non return to zero, inverted), δηλαδή σε ακολουθίες από  $\{+1,-1\}$  και γράφονται στο δίσκο. Κάθε εναλλαγή από  $+1$  σε  $-1$  και  $-1$  σε  $+1$  στην NRZI ακολουθία υποδεικνύει έναν άσσο στην  $(d,k)$  ακολουθία από την οποία προέκυψε.

### Παράδειγμα:

Η  $(d,k)$ -περιορισμένη ακολουθία

0 1 0 0 1 0 0 0 1

μπορεί να μετατραπεί στην NRZI ακολουθία

+1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 +1 -1

ή στην αντίθετή της.

Τα  $\{+1,-1\}$  υποδηλώνουν κατά πόσο βρισκόμαστε σε οπή ή επίπεδο στο δίσκο.

Βλέπουμε λοιπόν, ότι από μία  $(d,k)$  RLL ακολουθία προκύπτει μία NRZI ακολουθία με τουλάχιστον  $d+1$  και το πολύ  $k+1$  συνεχόμενα ίδια σύμβολα. Θεωρώντας ότι ο πρωτοεμφανιζόμενος άσσος της  $(d,k)$  ακολουθίας έχει σαν αποτέλεσμα να αλλάξει την τιμή της NRZI ακολουθίας από  $+1$  σε  $-1$ , προκύπτει ότι σε ένα οποιοδήποτε σημείο της  $(d,k)$  ακολουθίας, ένα bit 0 που έπεται άρτιου πλήθους άσσων, θα γίνει  $+1$  στην NRZI ακολουθία. Στην αντίθετη περίπτωση θα γίνει  $-1$ .

<sup>2</sup> Στη βιβλιογραφία τη συναντάμε ως  $(d,k)$  RLL ακολουθία

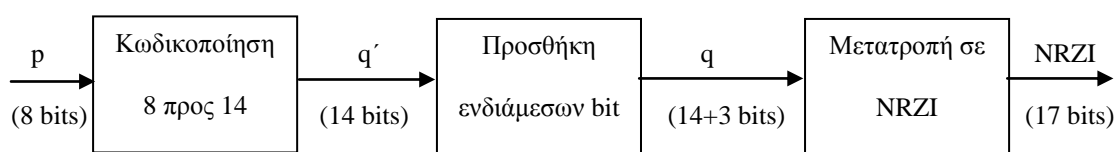
Οι ακολουθίες που γράφονται στους οπτικούς δίσκους, είναι απαραίτητο να έχουν μικρή ισχύ στις χαμηλές συχνότητες, ώστε να αποφευχθούν παρεμβολές με το σήμα που ελέγχει και διορθώνει την τροχιά της ακτίνας ανάγνωσης, που είναι χαμηλής συχνότητας. Η μικρή ισχύς στο dc, προϋποθέτει το πλήθος των οπών και επιπέδων να είναι ίσα.

Επίσης, για την ανάκτηση ρολογιού, πρέπει να υπάρχουν συχνές εναλλαγές. Η πιο αργή συχνότητα εναλλαγής ελέγχεται από το μεγαλύτερο,  $k$  περιορισμό. Στην περίπτωση των δίσκων ισχύει ότι  $k = 10$  και επιβάλλει τα διαδοχικά ίδια σύμβολα να είναι το πολύ 11. Ο μικρότερος,  $d$  περιορισμός περιορίζει την πιο γρήγορη συχνότητα εναλλαγής. Αυτή εξαρτάται από το μέγεθος των οπών, το μήκος κύματος της ακτίνας ανάγνωσης καθώς και από την ικανότητα εστίασής της, δηλαδή από το πόσα σύμβολα ταυτόχρονα μπορεί να δει ο φακός. Η ανάλυση του φακού στους οπτικούς δίσκους είναι 3 σύμβολα και ο περιορισμός είναι  $d=2$ .

## ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ 8 ΠΡΟΣ 14 - EFM

Η διαμόρφωση 8 προς 14, είναι η κωδικοποίηση που χρησιμοποιούν οι οπτικοί δίσκοι CD και αναπτύχθηκε από τους Imminck και Ogawa στις αρχές τις δεκαετίας του 1980 [1]. Η βασική παράμετρος της διαμόρφωσης είναι ο περιορισμός  $(d,k) = (2,10)$  και ο ρυθμός κωδικοποίησης που επιτυγχάνει είναι  $R=8/17$ . Ως ρυθμό κωδικοποίησης ορίζουμε το λόγο των bit χρήστη προς τα bit που τελικά γράφουμε στο δίσκο.

Σχηματικά, η διαμόρφωση 8 προς 14 είναι



Σχήμα 1: Διαμόρφωση EFM

Η χρησιμότητα των τριών ενδιάμεσων bit, ο υπολογισμός των οποίων γίνεται βάσει της τωρινής και της προηγούμενης κωδικής λέξης, είναι να ενώσουν διαδοχικές 14-bit κωδικές λέξεις ώστε τελικά η ακολουθία που προκύπτει πριν τη μετατροπή σε NRZI μορφή, να ικανοποιεί τον  $(d,k)$  περιορισμό. Οι πιθανές τριάδες ενδιάμεσων bit είναι 000, 001, 010 και 100. Με βάση το πλήθος των αρχικών μηδενικών της τωρινής κωδικής λέξης και το πλήθος των τελικών μηδενικών της προηγούμενης, επιλέγουμε την κατάλληλη τριάδα. Σε περίπτωση που τουλάχιστον δύο τριάδες είναι εφικτές, επιλέγουμε αυτήν που θα οδηγήσει σε ελαχιστοποίηση της ισχύος στις χαμηλές



συχνότητες.<sup>3</sup> Ορίζοντας ως τρέχον ψηφιακό άθροισμα μιας NRZI ακολουθίας στη θέση  $i$ ,

$$RDS_i = \sum_{j=0}^i NRZI_j$$

επιλέγουμε εκείνη την τριάδα που στο τέλος της κωδικής λέξης δημιουργεί το μικρότερο κατ' απόλυτη τιμή τρέχον ψηφιακό άθροισμα με σκοπό το σήμα που θα δημιουργηθεί να έχει όσο γίνεται μικρότερη ενέργεια στις χαμηλές συχνότητες. Για την NRZI ακολουθία

$$+1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 +1 -1$$

και με αρχική τιμή  $RDS=0$ , το  $RDS$  στο τέλος της ακολουθίας θα είναι  $+1$ .

### Παράδειγμα:

Στο παράδειγμα φαίνεται η στρατηγική επιλογής των ενδιάμεσων bit μεταξύ δύο διαδοχικών κωδικών λέξεων, ώστε να ελαχιστοποιήσουμε το  $RDS$ .

Λέξεις εισόδου

0 1 1 1 1 1 0 1
-----------------

1 1 1 1 1 1 0 1
-----------------

Κωδικές λέξεις

0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
---------------------------

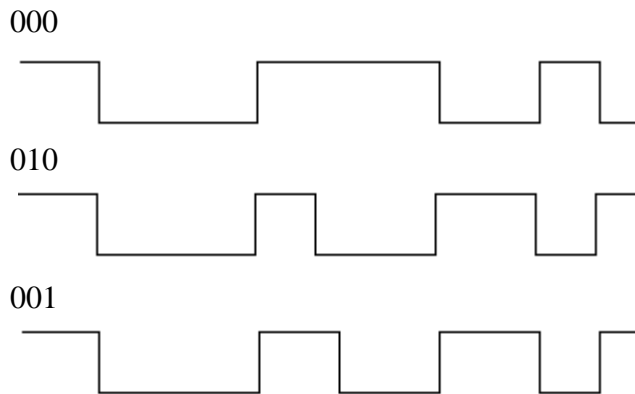
X X X

0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0
-----------------------------

Το XXX συμβολίζει τα τρία ενδιάμεσα bit. Τα επιτρεπτά ενδιάμεσα bit είναι 000, 001 και 010. Εξετάζοντας το πλήθος τελικών μηδενικών της πρώτης κωδικής λέξης, για να ικανοποιείται ο περιορισμός μικρότερου μήκους μηδενικών, πρέπει το πρώτο από τα 3 ενδιάμεσα bit να είναι μηδέν.

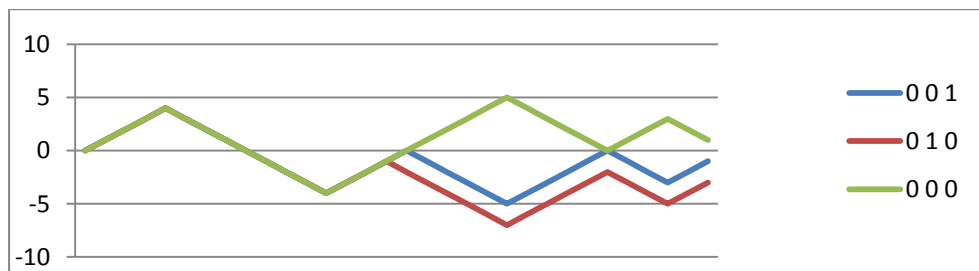
Στις κυματομορφές δείχνουμε την NRZI ακολουθία που προκύπτει για κάθε μία από τις δυνατές τριάδες ενδιάμεσων bit (000, 010, 001), καθώς και το  $RDS$  στο τέλος της δεύτερης λέξης. Θεωρούμε ότι η αρχική τιμή του  $RDS$  είναι μηδέν. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε από τις τριάδες 000 ή 010, αφού τα κατ' απόλυτη τιμή  $RDS$  που δημιουργούν είναι ίσα.

<sup>3</sup> Οι κωδικοί EFM έχουν επιλεχθεί έτσι ώστε ποτέ να μην εμφανίζεται ο συνδυασμός δύο κωδικών λέξεων ο πρώτος από τους οποίους να έχει 10 τελικά μηδενικά και ο δεύτερος 10 αρχικά μηδενικά. Παρόλο που τέτοιες 14-bit λέξεις ικανοποιούν τον (2,10) περιορισμό, δε θα μπορούσε να βρεθεί ενδιάμεση τριάδα που να τις ενώσει και να συνεχίσει να ικανοποιείται ο (2,10) περιορισμός. Έτσι, οι λέξεις που χρησιμοποιούνται έχουν μέχρι 8 αρχικά και τελικά μηδενικά (παρόλο που θα αρκούσε να είχαν μέχρι 9 αρχικά και τελικά μηδενικά). Υπάρχουν 267 ακολουθίες μήκους 14 που ικανοποιούν τον (2,10) περιορισμό και χρειαζόμαστε 256. Αφαιρούμε 11 κωδικές λέξεις, στις οποίες συμπεριλαμβάνονται όλες όσες έχουν 10 ή 9 αρχικά/τελικά μηδενικά



Σχήμα 2: Η NRZI ακολουθία όπως προκύπτει για κάθε μία από τις πιθανές τριάδες bit

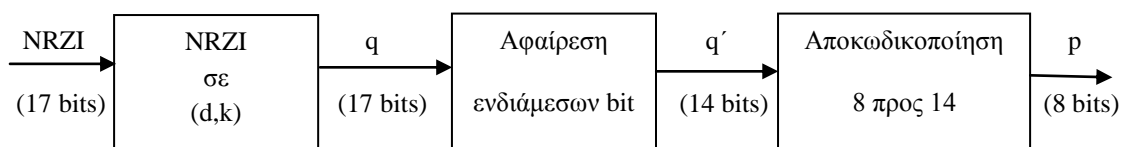
RDS



Σχήμα 3: Το RDS που δημιουργεί κάθε NRZI ακολουθία

## ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ 8 ΠΡΟΣ 14

Απουσία σφαλμάτων, η αποδιαμόρφωση 8 προς 14 μπορεί να γίνει όπως φαίνεται στο διάγραμμα



Σχήμα 4: Αποδιαμόρφωση EFM

Υποθέτοντας ότι η NRZI ακολουθία έχει ανεξάρτητο θόρυβο στα πρότυπα ενός δυαδικού συμμετρικού καναλιού με πιθανότητα σφάλματος  $\epsilon$ , κάποια bit

αντιστρέφονται και μπορεί η EFM κωδική λέξη που θα προκύψει ( $q'$ ) να μην είναι έγκυρη. Μια απλή λύση είναι να τερματίσει η αποκωδικοποίηση. Μπορούμε όμως να κάνουμε αποκωδικοποίηση μέγιστης πιθανοφάνειας, υπολογίζοντας για κάθε μη έγκυρη συμβολοσειρά την απόσταση Hamming (πλήθος διαφορετικών bit) από κάθε έγκυρη και υποθέτοντας ότι προέκυψε από αυτήν με την οποία μοιάζει περισσότερο (ελάχιστη απόσταση).

## ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ EFM16α

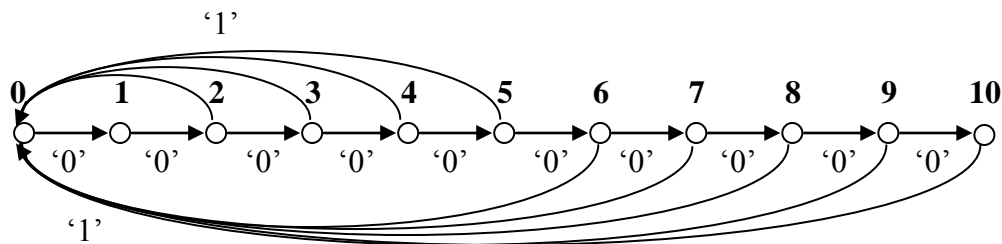
Η διαμόρφωση 8 προς 14 16α [1], είναι όπως την 8 προς 14 με τη διαφορά ότι τώρα χρησιμοποιούμε δύο ενδιάμεσα bit για να ενώσουμε τις 14-bit κωδικές λέξεις αντί για τρία. Ο ρυθμός κωδικοποίησης που πετυχαίνουμε είναι 8/16, και σε σύγκριση με την προηγούμενη μέθοδο κερδίζουμε  $8/16 / 8/17 \approx 6\%$  περισσότερο χώρο στο δίσκο. Το μειονέκτημά της είναι ότι αυξάνεται πολύ η ισχύς στις χαμηλές συχνότητες. Αυτό συμβαίνει διότι δεν υπάρχουν πολλές επιλογές ενδιάμεσων bit που θα ρυθμίσουν το τρέχον ψηφιακό άθροισμα στο τέλος κάθε κωδικής λέξης. Η μέθοδος αυτή δε χρησιμοποιείται σε πρακτικές εφαρμογές.

Στη συνέχεια εξηγούμε σύντομα τη θεωρία που χρησιμοποιεί η διαμόρφωση EFMplus.

## ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΜΗΚΟΥΣ

Όπως είδαμε, με τις προηγούμενες μεθόδους διαμόρφωσης, EFM και EFM16a, που ικανοποιούν τον  $(d,k) = (2,10)$  περιορισμό, ο ρυθμός κωδικοποίησης  $R = p/q$  που πετυχαίνουμε, είναι  $R = 8/17 = 0.47$  για τη διαμόρφωση 8 προς 14, και  $R = 8/16 = 0.5$  για τη διαμόρφωση 8 προς 14,16a. Ο Shannon [5] απέδειξε ότι ο ρυθμός κωδικοποίησης που μπορεί να πετύχει ένας κωδικοποιητής με περιορισμούς, δεν μπορεί να ξεπερνάει μια ποσότητα  $C$ , που ονομάζουμε χωρητικότητα Shannon και εξαρτάται αποκλειστικά από τους περιορισμούς.

Στο σχήμα φαίνεται ο γράφος  $G$  που περιγράφει τους κώδικες που ικανοποιούν τον  $(2,10)$  περιορισμό.



Κάθε μία από τις 11 καταστάσεις συμβολίζει το πλήθος των διαδοχικών μηδενικών, 0 έως 10, μετά την εμφάνιση του πιο πρόσφατου άσσου στην  $(d,k)$  ακολουθία. Οι αριθμοί πάνω από τα βέλη, δηλώνουν ποια bit μπορούν να εμφανιστούν δεδομένης της τρέχουσας κατάστασης και το βέλος δείχνει τη νέα κατάσταση. Όπως φαίνεται, για να ικανοποιείται ο μικρότερος περιορισμός  $d = 2$ , στις καταστάσεις 0 και 1 πρέπει το επόμενο ψηφίο να είναι 0, ενώ από την κατάσταση 10 το μόνο ψηφίο που δεχόμαστε είναι το 1 ώστε να ικανοποιείται και ο μεγαλύτερος  $k = 10$  περιορισμός.

Ο πίνακας γειτνίασης  $A(G)$  που περιγράφει το γράφο  $G$  [2], είναι διάστασης  $N \times N$ , όπου  $N$  οι καταστάσεις του γράφου, και έχει 1 στη θέση  $(i,j)$  αν υπάρχει ακμή από την κατάσταση  $i$  προς την κατάσταση  $j$ , 0 αλλιώς. Ο πίνακας  $A^k$  περιγράφει το ίδιο σύστημα, δηλαδή με τις ίδιες καταστάσεις και τους ίδιους περιορισμούς, με τη διαφορά ότι τώρα το στοιχείο  $A^k(i,j)$  δείχνει πόσα διαφορετικά μονοπάτια μήκους  $k$  ξεκινάνε από την κατάσταση  $i$  και καταλήγουν στην κατάσταση  $j$ . Π.χ.  $A^{16}(1,0) = a$ , σημαίνει ότι από την κατάσταση 1 φεύγουν  $a$  διαφορετικοί κωδικοί μήκους 16 προς

την κατάσταση 0. Οι κωδικοί αυτοί έχουν τουλάχιστον 1 και το πολύ 9 αρχικά μηδενικά (αφού φεύγουν από την κατάσταση 1 και ικανοποιούν τον (2,10) περιορισμό) και δεν έχουν τελικά μηδενικά (αφού καταλήγουν στην κατάσταση 0).

Η χωρητικότητα Shannon για τον κωδικοποιητή που περιγράφεται από το γράφο G, με πίνακα γειτνίασης A(G), υπολογίζεται ως

$$C = \log_2 \lambda(A)$$

όπου  $\lambda$  η μεγαλύτερη θετική πραγματική ιδιοτιμή του πίνακα A. Για τον περιορισμό (2,10) και για το γράφο G, ο πίνακας A είναι

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

η μέγιστη θετική ιδιοτιμή είναι

$$\lambda = 1.4558$$

και η χωρητικότητα του (2,10) διαμορφωτή προκύπτει

$$C = \log_2(1.4558) = 0.5418.$$

## ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

**Θεώρημα: [2]** Έστω  $S$  ένα σύστημα με περιορισμούς και χωρητικότητα Shannon  $\text{Cap}(S)$ , και έστω  $p, q$  θετικοί ακέραιοι που ικανοποιούν την ανισότητα

$$p/q \leq \text{Cap}(S)$$

Τότε, υπάρχει ένας κωδικοποιητής πεπερασμένων καταστάσεων με αποκωδικοποιητή εξαρτώμενο από καταστάσεις, που ικανοποιεί τον περιορισμό που ορίζει το σύστημα και έχει ρυθμό κωδικοποίησης  $R = p/q$ .

Για να μπορέσουμε να φτιάξουμε έναν κωδικοποιητή πεπερασμένων καταστάσεων για το γράφο  $G$  που να πετυχαίνει ρυθμό κωδικοποίησης  $R = p/q \leq C$ , αρκεί από κάθε κατάσταση στην οποία μπορεί να βρεθεί ο κωδικοποιητής, να εξέρχονται τουλάχιστον  $2^p$  ακμές μήκους  $q$ , ώστε να μπορούμε να κωδικοποιήσουμε οποιαδήποτε λέξη εισόδου.

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗ

Δοθέντων των ακεραίων  $p$  και  $q$ , που ικανοποιούν τη σχέση  $p/q \leq C$ , το πρώτο βήμα που κάνουμε για να φτιάξουμε τον  $(d, k)$  κωδικοποιητή είναι να βρούμε τον πίνακα  $A^q$  και να ελέγξουμε εάν από κάθε κατάσταση εξέρχονται  $\geq 2^p$  ακμές.

Ορίζουμε *βαθμό εξόδου* μίας κατάστασης  $i$ , το πλήθος των ακμών που εξέρχονται από την κατάσταση. Ο βαθμός εξόδου της κατάστασης  $i$ , υπολογίζεται ως το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής  $i$  στον πίνακα  $A^q$ , δηλαδή

$$R(i) = \sum_j A^q_{ij}$$

Για να είναι δυνατή η κατασκευή του κωδικοποιητή, πρέπει να ισχύει η σχέση

$$R(i) = \sum_j A^q_{ij} \geq 2^p$$

που είναι γνωστή ως *συνθήκη αθροίσματος γραμμής*.

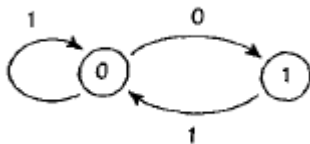
Ακριβέστερα, για να μπορέσουμε να δημιουργήσουμε έναν κώδικα, αρκεί να βρούμε ένα υποσύνολο του γράφου  $G$ , οι καταστάσεις του οποίου πληρούν αυτή τη συνθήκη. Μαθηματικά, αρκεί να βρεθεί ένα μη μηδενικό διάνυσμα  $\mathbf{u} \in \{1, 0\}^N$  που ικανοποιεί τη σχέση

$$A^q \mathbf{u} \geq 2^p \mathbf{u}$$

Αν για το στοιχείο  $i$  του διανύσματος  $u$  ισχύει  $u_i=0$ , σημαίνει ότι η κατάσταση  $i$  δε χρησιμοποιείται καθόλου οπότε σβήνουμε όλες τις ακμές που εισέρχονται σε και εξέρχονται από αυτήν. Σύμφωνα με το θεώρημα, κάθε ρυθμός  $R = p/q \leq C$  είναι εφικτός (υπάρχει κώδικας που τον επιτυγχάνει). Παρόλο αυτά, η συνθήκη αθροίσματος γραμμής δεν ικανοποιείται τόσο εύκολα. Μία λύση είναι να κοιτάξουμε μεγαλύτερες δυνάμεις του πίνακα  $A$ , αυξάνοντας το μήκος των κωδικών λέξεων καθώς και το μήκος των δεδομένων που διαμορφώνονται, αλλά κάτι τέτοιο δεν είναι πρακτικό αφού θα απαιτούσε πολύ μνήμη για τη διαδικασία της (από)διαμόρφωσης. [2]

### Παράδειγμα:

Ο γράφος  $G_1$  περιγράφει την  $(d,k) = (0,1)$  περιορισμένη ακολουθία.



Ο πίνακας γειτνίασης είναι  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , η μέγιστη θετική πραγματική ιδιοτιμή είναι  $\lambda(A) = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  και η χωρητικότητα είναι  $C = \log_2(\lambda) = 0.6942 > 2/3$ .

Για έναν κωδικοποιητή με ρυθμό  $R = 2/3$ , βρίσκουμε τον

$$A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

και εξετάζουμε τη συνθήκη αθροίσματος γραμμής. Για την κατάσταση 0 έχουμε  $R(0) = 3+2=5$ , ενώ για την κατάσταση 1,  $R(1) = 3$ . Για  $p = 2$ , ή  $2^p = 4$ , η κατάσταση 1 δεν ικανοποιεί τη συνθήκη  $R(1) \geq 2^p = 4$  οπότε την αφαιρούμε. Ο βαθμός εξόδου της κατάστασης 0 γίνεται τώρα 3 αφού έχουμε αφαιρέσει τις ακμές που συνδέονταν στην κατάσταση 1 και η συνθήκη αθροίσματος δεν ικανοποιείται. Έτσι, δεν μπορούμε να σχεδιάσουμε κώδικα με ρυθμό 2:3, με 2 bits εισόδου. Χρειάζεται, ίσως, να εξετάσουμε την περίπτωση 4 ή και παραπάνω bits εισόδου.

## ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

Η μέθοδος που περιγράφεται στη συνέχεια, προτάθηκε από τους Adler, Coppersmith και Hassner το 1980 [6] και βασίζεται σε μεθόδους κατασκευής γράφων με διαχωρισμό καταστάσεων και εύρεση **προσεγγιστικών ιδιοδιανυσμάτων**. Σκοπός της μεθόδου είναι να δημιουργήσει ένα γράφο που να ικανοποιεί τους ίδιους  $(d,k)$  περιορισμούς και κάθε κατάστασή του να έχει  $\geq 2^p$  εξερχόμενες ακμές, χωρίς να αλλάξει τα  $p$  και  $q$ . Η ιδέα είναι αντί να περιορίσουμε το διάνυσμα  $\mathbf{u}$  να έχει μόνο τιμές  $\{0,1\}$  να επιτρέψουμε να έχει οποιαδήποτε θετική ακέραιη τιμή. Η θεωρία των Perron-Frobenius για μη αρνητικούς πίνακες (όπως ο  $A$ ), εξασφαλίζει την ύπαρξη ενός μη μηδενικού διανύσματος  $\mathbf{v}$  που να ικανοποιεί τη σχέση

$$A^q \mathbf{v} \geq 2^p \mathbf{v}$$

Στη συνέχεια, περιγράφουμε πώς με έναν απλό διαχωρισμό κατάστασης μπορούμε να αλλάξουμε το βαθμό εξόδου κάποιων καταστάσεων ενός γράφου, χωρίς όμως να αλλάξουμε τους περιορισμούς.

Έστω ο γράφος  $G$  και  $E_i$  το σύνολο των εξερχόμενων ακμών της κατάστασης  $i$ . Μπορούμε να χωρίσουμε το σύνολο  $E_i$  σε δύο διαζευγμένα υποσύνολα  $E_i^1$  και  $E_i^2$  ώστε  $E_i = E_i^1 \cup E_i^2$ . Κατασκευάζουμε ένα νέο γράφο  $G'$  που, αποτελείται από όλες τις καταστάσεις  $j \neq i$  του  $G$  καθώς και δύο νέες καταστάσεις  $i_1, i_2$  που αντικαθιστούν την  $i$ . Για τις ακμές που σχετίζονται με την κατάσταση  $i$ , θεωρούμε τις εξής περιπτώσεις:

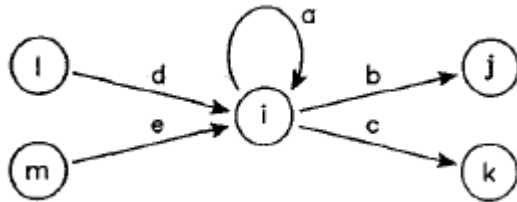
Περίπτωση 1: Έστω ότι η ακμή  $e$  στο  $G$  ξεκινάει από την κατάσταση  $j \neq i$  και καταλήγει στην κατάσταση  $i$ . Αυτή η ακμή επαναλαμβάνεται στο νέο γράφημα  $G'$ , παράγοντας την  $e_1$  από την  $j$  στην  $i_1$  και την  $e_2$  από την  $j$  στην  $i_2$ .

Περίπτωση 2: Έστω ότι η ακμή  $e$  στο  $G$  ξεκινάει από την κατάσταση  $i$ , καταλήγει στην κατάσταση  $j \neq i$  και υποθέτουμε ότι ανήκει στο σύνολο  $E_i^k$ , μετά το διαχωρισμό του συνόλου ακμών  $E_i$ . Στο νέο γράφο  $G'$ , η ακμή  $e$  θα εμφανίζεται από την  $i_k$  στη  $j$ .

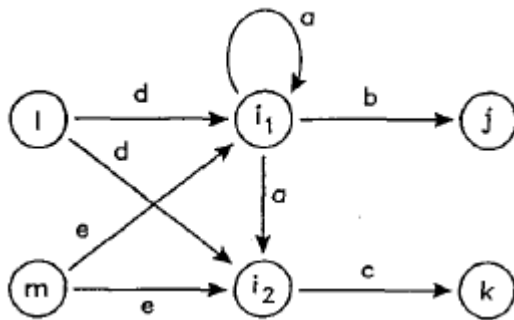
Περίπτωση 3: Έστω ότι η ακμή  $e$  στο  $G$  σχηματίζει βρόχο στην κατάσταση  $i$  και ανήκει στο  $E_i^k$ . Στο  $G'$  θα υπάρχουν δύο ακμές  $e_1, e_2$  από την  $i_k$ , μία προς την  $i_1$  και μία προς την  $i_2$ .



**Παράδειγμα:**



Γράφος G, πριν το διαχωρισμό της κατάστασης i



Γράφος G', μετά το διαχωρισμό της κατάστασης i

Σχήμα 5: Διαχωρισμός της κατάστασης i

$E_i^1 = \{a, b\}$  και  $E_i^2 = \{c\}$ . Η κατάσταση i διαχωρίζεται στις  $i_1, i_2$ , σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε.

## ΣΥΓΧΩΝΕΥΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

Στην πράξη, επιθυμούμε να σχεδιάσουμε έναν κωδικοποιητή με όσο δυνατό λιγότερες καταστάσεις.

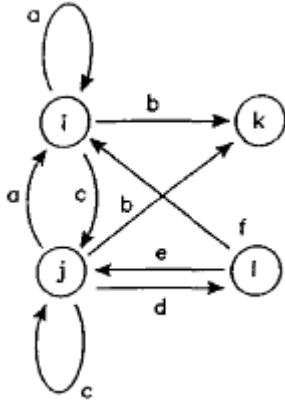
**Ορισμός:** Ως *Follower set*, μίας κατάστασης i,  $F(i)$ , ορίζουμε το σύνολο όλων των κωδικών λέξεων της κατάστασης i.

Δοθέντων δύο καταστάσεων i και j, ορίζουμε ότι  $i < j$  εάν  $F(i) \subseteq F(j)$ .

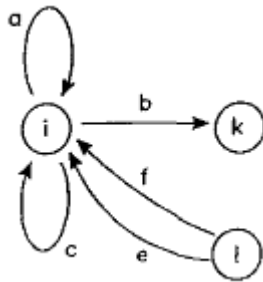
Εάν ισχύει ότι  $i < j$ , μπορούμε να συγχωνεύσουμε τις δύο καταστάσεις i και j. Η συγχώνευση γίνεται ως εξής:

1. Αφαιρούμε όλες τις ακμές (κωδικές λέξεις) από την κατάσταση j που δεν ανήκουν στην κατάσταση i.
2. Ανακατευθύνουμε στην κατάσταση i όλες τις ακμές που εισέρχονται στην κατάσταση j
3. Αφαιρούμε την κατάσταση j

**Παράδειγμα:**



Γράφος G, πριν τη συγχώνευση των καταστάσεων i και j



Γράφος G', μετά τη συγχώνευση των καταστάσεων i και j

Η ακμή d διαγράφεται, η ακμή e ανακατευθύνεται στην κατάσταση i και η j συγχωνεύεται με την i.

Σχήμα 6: Συγχώνευση των καταστάσεων (i,j)

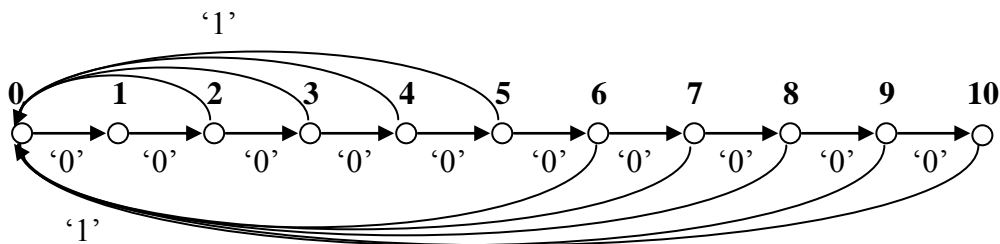
Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι ο βαθμός εξόδου των υπόλοιπων καταστάσεων - k και l - δε μειώνεται μετά τη συγχώνευση των (i,j). Αυτό συμβαίνει διότι κάθε ακμή μιας κατάστασης αντιστοιχεί σε διαφορετική κωδική λέξη. Άρα είναι σημαντικό η συγχώνευση των καταστάσεων να γίνει **πριν** το διαχωρισμό.

Η συγχώνευση των καταστάσεων i και j θα μπορούσε να γίνει ακόμα και αν  $F(i) \not\subseteq F(j)$ , αρκεί το κοινό τους σύνολο ακμών να έχει πληθάρημο μεγαλύτερο ή ίσο από  $2^p$ .

## ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ EFMplus

Η διαμόρφωση 8 προς 14 συν, αναπτύχθηκε από τον Immink [3] και χρησιμοποιείται στους δίσκους DVD. Η λογική της είναι να χρησιμοποιούνται καταστάσεις τόσο στη διαδικασία της διαμόρφωσης όσο και στην αποδιαμόρφωση. Ο ρυθμός κωδικοποίησης είναι 8/16 (όπως στη διαμόρφωση 8 προς 14, 16a) αλλά η ισχύς στις χαμηλές συχνότητες μπορεί με διάφορες τεχνικές να πετύχει τιμές συγκρίσιμες με αυτές της απλής διαμόρφωσης 8 προς 14 με ρυθμό κωδικοποίησης 8/17. Στη συνέχεια θα δείξουμε πώς κατασκευάστηκε η μέθοδος EFMplus, εφαρμόζοντας τη θεωρία που αναφέραμε.

Ο κώδικας που θέλουμε να φτιάξουμε έχει τον  $(d,k) = (2,10)$  περιορισμό και ο γράφος  $G$  που τον περιγράφει είναι



Ο πίνακας γειτνίασης  $A(G)$  όπως υπολογίστηκε προηγουμένως είναι

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα  $A$  είναι

$$\lambda(A) = 1.4558$$

και η χωρητικότητα του  $(2,10)$  κωδικοποιητή είναι

$$C(2,10) = \log_2(1.4558) = 0.5418$$

Ο ρυθμός κωδικοποίησης  $R = p:q = 8:16 = 0.5$  που επιτυγχάνει η διαμόρφωση EFMplus, είναι μικρότερος από τη χωρητικότητα  $C(2,10)$  οπότε είναι εφικτός. Εξετάζουμε κατά πόσο ικανοποιείται η συνθήκη αθροίσματος γραμμής στον πίνακα  $A^q$ .

### Συνθήκη αθροίσματος γραμμής

Θέλουμε το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής του  $A^q$  να είναι  $\geq 2^p$ , ώστε σε κάθε κατάσταση να υπάρχει κωδική λέξη μήκους  $q=16$  bit, για κάθε μία από τις  $2^p = 2^8 = 256$  λέξεις εισόδου.

Ο πίνακας  $A^{16}$  είναι

$$A^{16} = \begin{pmatrix} 83 & 57 & 40 & 27 & 18 & 13 & 9 & 6 & 4 & 3 & 2 \\ 122 & 83 & 57 & 40 & 27 & 18 & 13 & 9 & 6 & 4 & 3 \\ 177 & 122 & 83 & 57 & 40 & 27 & 18 & 13 & 9 & 6 & 4 \\ 174 & 120 & 82 & 56 & 39 & 27 & 18 & 12 & 9 & 6 & 4 \\ 170 & 117 & 80 & 55 & 38 & 26 & 18 & 12 & 8 & 6 & 4 \\ 164 & 113 & 77 & 53 & 37 & 25 & 17 & 12 & 8 & 5 & 4 \\ 155 & 107 & 73 & 50 & 35 & 24 & 16 & 11 & 8 & 5 & 3 \\ 142 & 98 & 67 & 46 & 32 & 22 & 15 & 10 & 7 & 5 & 3 \\ 124 & 85 & 58 & 40 & 28 & 19 & 13 & 9 & 6 & 4 & 3 \\ 97 & 67 & 45 & 31 & 22 & 15 & 10 & 7 & 5 & 3 & 2 \\ 57 & 40 & 27 & 18 & 13 & 9 & 6 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

και το άθροισμα κάθε γραμμής σε μορφή διανύσματος είναι

$$\mathbf{r} = (262 \quad 382 \quad 556 \quad 547 \quad 534 \quad 515 \quad 487 \quad 447 \quad 389 \quad 304 \quad 180)$$

Λόγω της κατάστασης 10 που έχει βαθμό εξόδου  $180 < 256$ , η συνθήκη αθροίσματος γραμμής δεν ικανοποιείται, οπότε θα πρέπει να εφαρμόσουμε τη μέθοδο των ACH, δηλαδή εύρεσης προσεγγιστικού ιδιοδιανύσματος.

### Εύρεση προσεγγιστικών ιδιοδιανυσμάτων

Μπορούμε να δοκιμάσουμε να αφαιρέσουμε την τελευταία κατάσταση και να επαναλάβουμε τον έλεγχο. Η αφαίρεση μιας κατάστασης ισοδυναμεί με διαγραφή της αντίστοιχης γραμμής και στήλης στον πίνακα  $A^{16}$ . Υπολογίζουμε ότι μετά τη διαγραφή της κατάστασης 10 η συνθήκη αθροίσματος γραμμής ικανοποιείται οπότε μπορούμε να σταματήσουμε. Ωστόσο, για να μπορούμε να ρυθμίσουμε καλύτερα τη μεταβλητότητα του RDS, βρίσκουμε προσεγγιστικά ιδιοδιανύσματα  $\mathbf{v}$  με μέγιστο στοιχείο διανύσματος  $L$ . Για την ακρίβεια για δεδομένη μέγιστη τιμή στοιχείου  $L$ , του

διανύσματος  $\mathbf{v}$ , βρίσκουμε το προσεγγιστικό ιδιοδιάνυσμα  $\mathbf{v}$  που μεγιστοποιεί την τιμή  $M$ , ώστε να ισχύει

$$A^q \mathbf{v} \geq M \mathbf{v}$$

και  $M$  θετικός ακέραιος.

Το  $M$  δηλώνει το ελάχιστο πλήθος εξερχόμενων ακμών κάθε κατάστασης και ορίζει το μέγεθος του κωδικού βιβλίου. Θα εξηγήσουμε αργότερα γιατί μας ενδιαφέρει η μεγιστοποίηση του  $M$ .

Στον πίνακα δείχνουμε τις τιμές του  $M$  για δεδομένο μέγιστο στοιχείο του διανύσματος  $\mathbf{v}$  και την **αποδοτικότητα** του κωδικοποιητή.

Η αποδοτικότητα υπολογίζεται ως

$$\eta = R/C = (\log_2 M/q)/C$$

και δείχνει πόσο κοντά είναι ο ρυθμός κωδικοποίησης στη χωρητικότητα.

#### ΠΙΝΑΚΑΣ I

Μέγεθος βιβλίου κωδικών  $M$ , αποδοτικότητα  $\eta = R/C(2,10)$  και μέγιστο στοιχείο διανύσματος  $\mathbf{v}$

$M$	$\eta$	μέγιστο στοιχείο $\mathbf{v}$
351	0.9754	2
353	0.9763	3
385	0.9908	4
389	0.9925	8
391	0.9933	10
397	0.9959	13
398	0.9963	17
400	0.9971	19
402	0.9979	23
403	0.9984	32
404	0.9988	47
405	0.9992	51
406	0.9996	102

Αυτός ο πίνακας υπάρχει και στο άρθρο [1], αλλά δεν είναι σωστά υπολογισμένη η μέγιστη τιμή  $M$  για μέγιστη τιμή στοιχείου  $\mathbf{v} = 4$ . Το σωστό είναι  $M = 385$  και όχι 354. Όπως ίσως έχει γίνει φανερό, μας ενδιαφέρει το  $M$  να έχει μεγάλη τιμή ώστε να προσεγγίζουμε τη χωρητικότητα του κωδικοποιητή. Επίσης, οδηγεί σε μείωση της ισχύος στις χαμηλές συχνότητες κάτι που θα φανεί αργότερα.

Η διαμόρφωση EFMplus, χρησιμοποιεί  $M = 351$  και μέγιστο στοιχείο διανύσματος  $L=2$ . Το προσεγγιστικό ιδιοδιάνυσμα που για  $L = 2$  μεγιστοποιεί το  $M$  είναι

$$\mathbf{v} = (1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)$$

Το «βάρος» των καταστάσεων 2,3,4 και 5 στο προσεγγιστικό ιδιοδιάνυσμα  $\mathbf{v}$  είναι '2'. Αυτό σημαίνει ότι οι καταστάσεις 2,3,4 και 5 διαχωρίζονται σε δύο επιμέρους καταστάσεις ενώ η κατάσταση 10 που έχει βάρος '0', διαγράφεται.

### Συγχώνευση καταστάσεων

Σ' αυτό το σημείο και πριν προχωρήσουμε στο διαχωρισμό, εξετάζουμε εάν μπορούμε να κάνουμε συγχώνευση καταστάσεων. Οι καταστάσεις που επιτρέπεται να δοκιμάσουμε αν μπορούν να συγχωνευθούν είναι αυτές που έχουν ίδιο βάρος στο προσεγγιστικό ιδιοδιάνυσμα  $\mathbf{v}$ .

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το follower set κάθε κατάστασης. Επειδή θα ήταν άσκοπο να γράψουμε όλες τις κωδικές λέξεις κάθε κατάστασης, χρησιμοποιούμε τα βασικά χαρακτηριστικά τους για να τις περιγράψουμε. Όπως έχουμε ήδη δει, κάθε κατάσταση συμβολίζει το πλήθος των τελικών μηδενικών (πλήθος '0' μετά το πιο πρόσφατο '1') της τελευταίας κωδικής λέξης. Οι κωδικές λέξεις που παράγει κάθε κατάσταση θα πρέπει να είναι τέτοιες ώστε η συνένωσή τους με την προηγούμενη κωδική λέξη να ικανοποιεί τον (2,10) περιορισμό. Άρα, για να περιγράψουμε ένα βιβλίο κωδικών, αρκεί να χαρακτηρίσουμε τις κωδικές λέξεις ως προς το πλήθος των αρχικών μηδενικών. Απεικονίζοντας το follower set με το σύνολο των επιτρεπτών αρχικών μηδενικών των κωδικών λέξεων, παράγουμε τον πίνακα 2.

ΠΙΝΑΚΑΣ II

Κατάσταση	Follower set	$v$
0	{2,...,10}	1
1	{1,...,9}	1
2	{0,...,8}	2
3	{0,...,7}	2
4	{0,...,6}	2
5	{0,...,5}	2
6	{0,...,4}	1
7	{0,...,3}	1
8	{0,...,2}	1
9	{0,...,1}	1

*To follower set κάθε κατάστασης πριν τη συγχώνευση*

Για τις καταστάσεις 2,3,4 και 5 ισχύει ότι το σύνολο κωδικών λέξεων της μίας είναι υποσύνολο του συνόλου κωδικών λέξεων της άλλης οπότε μπορούν να συγχωνευθούν σε μία κατάσταση, έστω  $S_B$ . Η κατάσταση  $S_B$  θα έχει όλες τις κωδικές λέξεις με πλήθος αρχικών μηδενικών  $\{0, \dots, 5\}$

Ομοίως και οι καταστάσεις 6,7,8 και 9. Συγχωνεύονται στην κατάσταση  $S_C$ , που αποτελείται από όλες τις κωδικές λέξεις με πλήθος αρχικών μηδενικών  $\{0,1\}$ .

Οι καταστάσεις 0, 1 και  $S_C$ , δεν αποτελούν η μία υποσύνολο της άλλης, έχουν όμως κάποιες κοινές κωδικές λέξεις. Η κατάσταση 1 έχει το κοινό υποσύνολο  $\{2, \dots, 9\}$  με την κατάσταση 0, ενώ με την κατάσταση  $S_C$  το κοινό τους υποσύνολο είναι το  $\{1\}$ . Επειδή οι κωδικές λέξεις με 1 αρχικό μηδενικό είναι  $124 < 351$ , η συγχώνευση της 1 με την  $S_C$  δε μπορεί να γίνει. Η κατάσταση 1 όμως μπορεί να συγχωνευθεί με την κατάσταση 0 δημιουργώντας τη νέα κατάσταση  $S_A$ . Σε αυτήν την περίπτωση ισχύει ότι όλες οι κωδικές λέξεις με αρχικά μηδενικά από 2 έως 9 είναι  $352 > M = 351$ .

Άρα, οι νέες καταστάσεις μετά τη συγχώνευση είναι

$S_A$  :  $\{0,1\}$  τελικά μηδενικά κωδικών λέξεων που οδηγούν στην κατάσταση  $S_A$

$S_B$  :  $\{2, \dots, 5\}$  τελικά μηδενικά κωδικών λέξεων που οδηγούν στην κατάσταση  $S_B$

$S_C$  :  $\{6, \dots, 9\}$  τελικά μηδενικά κωδικών λέξεων που οδηγούν στην κατάσταση  $S_C$

### Διαχωρισμός καταστάσεων

Μετά τη συγχώνευση σε 3 καταστάσεις, μπορούμε να προχωρήσουμε στο διαχωρισμό της κατάστασης  $S_B$  καθώς έχει βάρος 2. Μετά το διαχωρισμό της κατάστασης  $S_B$  καταλήγουμε σε έναν κωδικοποιητή τεσσάρων καταστάσεων. Κάθε μία από τις τέσσερις καταστάσεις του EFMplus κωδικοποιητή χαρακτηρίζεται από το είδος των κωδικών λέξεων που μεταβαίνουν σε αυτή καθώς και από τις κωδικές λέξεις που εξέρχονται από αυτή.

Έτσι,

- Οι κωδικές λέξεις που μεταβαίνουν στην κατάσταση 1 έχουν  $m$  τελικά μηδενικά,  $m \in \{0,1\}$  ενώ οι κωδικές λέξεις που παράγονται έχουν  $n$  αρχικά μηδενικά,  $n \in \{2,9\}$
- Οι κωδικές λέξεις που μεταβαίνουν στις καταστάσεις 2 και 3 έχουν  $m$  τελικά μηδενικά,  $m \in \{2, \dots, 5\}$  ενώ οι κωδικές λέξεις που παράγονται έχουν  $n$  αρχικά μηδενικά,  $n \in \{0, \dots, 5\}$
- Οι κωδικές λέξεις που μεταβαίνουν στην κατάσταση 4 έχουν  $m$  τελικά μηδενικά,  $m \in \{6, \dots, 9\}$  ενώ οι κωδικές λέξεις που παράγονται έχουν  $n$  αρχικά μηδενικά,  $n \in \{0,1\}$

Οι κωδικές λέξεις που παράγονται από τις καταστάσεις S2 και S3, εκτός από τον περιορισμό στο πλήθος των αρχικών μηδενικών ικανοποιούν και άλλες συνθήκες. Οι λέξεις της κατάστασης S2 έχουν επιλεγθεί έτσι ώστε το πιο σημαντικό bit  $X_{15}$  και το bit  $X_3$  να είναι και τα δύο ίσα με '0'. Οι κωδικές λέξεις της κατάστασης S3 έχουν  $X_{15}X_3 \neq '00'$ . Επιβεβαιώνουμε ότι με αυτόν τον τρόπο διαχωρισμού, από κάθε κατάσταση φεύγουν τουλάχιστον 351 ακμές.

$$\mathbf{X}_{15} \mathbf{X}_{14} \mathbf{X}_{13} \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{11} \mathbf{X}_{10} \mathbf{X}_9 \mathbf{X}_8 \mathbf{X}_7 \mathbf{X}_6 \mathbf{X}_5 \mathbf{X}_4 \mathbf{X}_3 \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_0$$

Σχήμα 7: Στη διαμόρφωση EFMplus οι κωδικές λέξεις της κατάστασης S2 έχουν  $X_{15}X_3 = '00'$  ενώ οι κωδικές λέξεις της κατάστασης S3 έχουν  $X_{15}X_3 \neq '00'$

Μετά την αφαίρεση επτά κωδικών λέξεων για την κατασκευή ενός μοναδικού κωδικού συγχρονισμού<sup>4</sup>, έχουμε 4 βιβλία κωδικών –ένα για κάθε κατάσταση-μεγέθους 344. Οι 256 κωδικές λέξεις κάθε βιβλίου κωδικών κωδικοποιούν τις λέξεις εισόδου 0-255. Οι υπόλοιπες  $344 - 256 = 88$  κωδικές λέξεις χρησιμοποιούνται ως εναλλακτικές των λέξεων εισόδου 0 – 87. Ο κωδικοποιητής για τις λέξεις εισόδου 0-87 επιλέγει εκείνη την κωδική λέξη (κύρια ή εναλλακτική) που θα ελαχιστοποιήσει την απόλυτη τιμή του RDS. Αυτός είναι ο λόγος που θέλουμε να έχουμε μεγάλο μέγεθος κωδικών βιβλίων. Χρησιμοποιούμε πλεονασμό (344 αντί 256 κωδικές λέξεις) για να ελέγξουμε την ισχύ DC, ενώ θα μπορούσαμε να αυξήσουμε το ρυθμό. Η χρήση πλεονασμού για καλύτερη κωδικοποίηση καναλιού είναι το θεμέλιο της θεωρίας του Shannon.

Μία ακόμη τεχνική που χρησιμοποιεί το DVD για τη μείωση της ισχύος στις χαμηλές συχνότητες είναι αυτή της *εναλλαγής καταστάσεων*. Αν ο κωδικοποιητής βρεθεί στην κατάσταση S1, για συγκεκριμένη λέξη εισόδου, μπορεί να επιλέξει όχι μόνο μεταξύ των κωδικών λέξεων της κατάστασης S1 αλλά και μεταξύ των κωδικών λέξεων της κατάστασης S4, εφόσον δεν παραβιάζεται ο (2,10) περιορισμός. (Πρέπει να ελέγξουμε δηλ αν επιτρέπεται η εναλλαγή). Ομοίως, εάν ο κωδικοποιητής βρεθεί στην κατάσταση S4, μπορεί να επιλέξει μεταξύ των κωδικών λέξεων των καταστάσεων S4 και S1 αρκεί να ικανοποιείται ο (d,k) περιορισμός. Ο λόγος που επιτρέπουμε εναλλαγή μόνο μεταξύ των S1, S4 είναι ότι αν βρισκόμαστε σε μία από τις καταστάσεις S2 ή S3 τότε δεν πρέπει να κάνουμε εναλλαγή, για να εξασφαλίσουμε τη σωστή αποκωδικοποίηση. Σε περίπτωση όμως που βρισκόμαστε σε μία από τις καταστάσεις S1 ή S4 τότε θα μπορούσαμε να κάνουμε εναλλαγή (υπό την προϋπόθεση ότι δεν παραβιάζεται ο περιορισμός) με όλες τις υπόλοιπες καταστάσεις. Ωστόσο, η ένωση των καταστάσεων S2 και S3 είναι υποσύνολο της

<sup>4</sup> Η χρήση κωδικών συγχρονισμού, αναφέρεται σε κομμάτια ("frames") δεδομένων. Αρχικά, (1<sup>η</sup> πατέντα Immink) υπήρχε η σκέψη να είναι δύο διαδοχικά runs 10 μηδενικών, αλλά τελικά (standard DVD) προτιμήθηκε να είναι 12 διαδοχικά μηδενικά.



ένωσης των καταστάσεων S1 και S4 και λόγω της συνεπούς ανάθεσης κωδικών λέξεων σε λέξεις εισόδου (αναφέρεται αργότερα), αρκεί η εναλλαγή να γίνεται μόνο μεταξύ των S1, S4.

0	Κύριες κωδικές λέξεις	Εναλλακτικές κωδικές λέξεις
87		
255		

Σχήμα 8: Πίνακας διαμόρφωσης EFMplus

Δίνουμε ένα απόσπασμα των βιβλίων κωδικών που χρησιμοποιεί ο Immink στη δεύτερη πατέντα του.

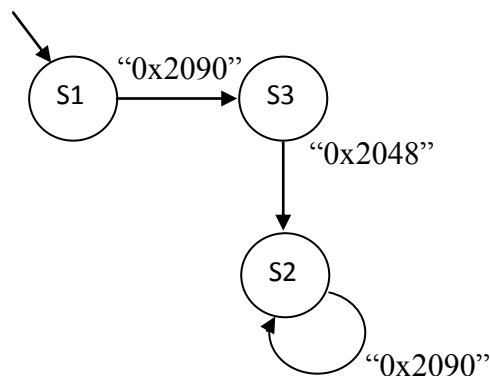
Πίνακας III. Απόσπασμα του πίνακα διαμόρφωσης EFMplus

Λέξη εισόδου $i$	$h(i,1)$	$g(i,1)$	$h(i,2)$	$g(i,2)$	$h(i,3)$	$g(i,3)$	$h(i,4)$	$g(i,4)$
0	0x2009, 1,		0x4024, 2,		0x2009, 1,		0x4024, 2,	
1	0x2012, 1,		0x2012, 1,		0x8024, 3,		0x8024, 3,	
2	0x2024, 2,		0x2024, 2,		0x8012, 1,		0x8012, 1,	
3	0x2048, 2,		0x4480, 4,		0x2048, 2,		0x4480, 4,	
4	0x2090, 2,		0x2090, 2,		0x8024, 2,		0x8024, 2,	
5	0x2120, 2,		0x2120, 2,		0x8480, 4,		0x8480, 4,	
6	0x2024, 3,		0x2024, 3,		0x8900, 4,		0x8900, 4,	
7	0x2048, 3,		0x4012, 1,		0x2048, 3,		0x4012, 1,	
8	0x2090, 3,		0x2090, 3,		0x9200, 4,		0x9200, 4,	

Με  $h(i,s)$  και  $g(i,s)$  ορίζουμε την κωδική λέξη για τη λέξη εισόδου  $i$  καθώς και την επόμενη κατάσταση εάν ο κωδικοποιητής βρίσκεται στην κατάσταση  $s$ .

**Παράδειγμα:**

Έστω ότι ο κωδικοποιητής βρίσκεται στην κατάσταση 1 και οι λέξεις εισόδου είναι ‘8’, ‘3’, ‘4’. Η κωδική λέξη για είσοδο ‘8’, όταν βρίσκεται στην κατάσταση 1 είναι  $h(8,1) = 0x2090$  και η νέα κατάσταση είναι  $g(8,1) = 3$ . Η απόκριση στην είσοδο ‘3’ όντας στην κατάσταση 3 είναι  $h(3,3) = 0x2048$  και η νέα κατάσταση γίνεται  $g(3,3) = 2$ . Από την κατάσταση 2 με είσοδο ‘4’ η κωδική λέξη είναι η  $h(4,2) = 0x2090$ .



Σχήμα 9: Διάγραμμα μετάβασης που δείχνει τη διαδικασία διαμόρφωσης των λέξεων εισόδου ‘8’, ‘3’, ‘4’ σύμφωνα με το απόσπασμα του πίνακα EFMplus.

Παρατηρούμε ότι βρισκόμενοι στην κατάσταση 1, οι κωδικές λέξεις για τις διαφορετικές εισόδους ‘3’ και ‘7’ είναι ίδιες, δηλαδή  $0x2048$ . Θα δείξουμε σε επόμενη ενότητα πώς αυτή η ασάφεια μπορεί να επιλυθεί στη διαδικασία της αποδιαμόρφωσης.

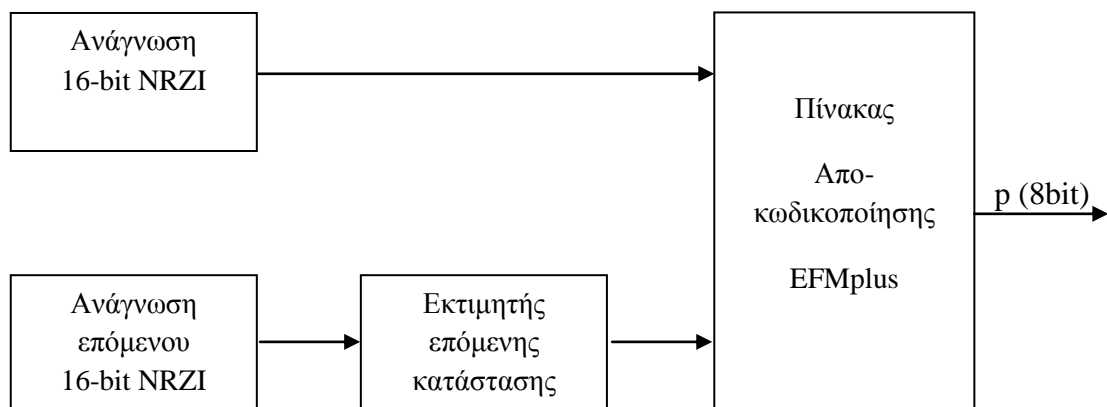
## ΣΥΝΕΠΗΣ ΑΝΑΘΕΣΗ ΚΩΔΙΚΩΝ ΛΕΞΕΩΝ ΣΕ ΛΕΞΕΙΣ ΕΙΣΟΔΟΥ

Για να μην εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό η αποκωδικοποίηση από τις καταστάσεις, κωδικές λέξεις που είναι κοινές σε διαφορετικά βιβλία κωδικών, ανατίθενται στην ίδια λέξη εισόδου (όπως φαίνεται και στον πίνακα 2). Έστω για παράδειγμα ότι τόσο το βιβλίο της κατάστασης 1 όσο και το βιβλίο της κατάστασης 2 έχουν την ίδια κωδική λέξη  $C = '0010\ 0000\ 0001\ 0010'$  και ότι στο βιβλίο 1 κωδικοποιεί τη λέξη εισόδου  $a$ , ενώ στο βιβλίο 2 κωδικοποιεί τη λέξη εισόδου  $b$ . Την ώρα που ο αποκωδικοποιητής διαβάσει την κωδική λέξη  $C$ , για να κάνει σωστή αποκωδικοποίηση, θα πρέπει να γνωρίζει σε ποια κατάσταση βρίσκεται ώστε να μεταφράσει την κωδική λέξη  $C$  είτε ως  $a$  είτε ως  $b$ , οπότε είναι πολύ ευάλωτος σε

σφάλματα. Ένα λάθος στην εκτίμηση της τρέχουσας κατάστασης μπορεί να οδηγήσει σε μία σειρά σφαλμάτων. Αν όμως γνωρίζουμε ότι και τα δύο βιβλία κωδικών στα οποία εμφανίζεται η κωδική λέξη C κωδικοποιούν την ίδια λέξη εισόδου d, τότε ο αποκωδικοποιητής χωρίς να γνωρίζει την κατάσταση στην οποία βρίσκεται, επιστρέφει κατευθείαν τη σωστή λέξη εισόδου d. Έχουμε καταφέρει δηλαδή να ανεξαρτητοποιήσουμε τον αποκωδικοποιητή από τις καταστάσεις. Αυτή η τεχνική είναι γνωστή ως *συνεπής ανάθεση (consistent assignment)* [2].

## ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ EFMplus

Όπως παρατηρούμε στον πίνακα 3, υπάρχουν περιπτώσεις που σε μία κατάσταση υπάρχουν δύο διαφορετικές λέξεις εισόδου με ίδια αναπαράσταση καναλιού. Π.χ. οι λέξεις εισόδου '3' και '7' παράγουν την ίδια κωδική λέξη 0x2048 όταν ο κωδικοποιητής βρίσκεται στην κατάσταση 1. Αυτές οι λέξεις δε μπορούν να αποκωδικοποιηθούν στιγμιαία, δηλαδή μόνο με γνώση της 16-bit κωδικής λέξης. Αυτή η ασάφεια μπορεί να επιλυθεί παρατηρώντας ότι ο κώδικας δημιουργήθηκε με τέτοιο τρόπο ώστε αν από μία δεδομένη κατάσταση φεύγουν 2 ακμές με την ίδια κωδική λέξη, τότε η μία από αυτές θα καταλήγει στην κατάσταση 2, ενώ η άλλη στην κατάσταση 3. Επειδή τα σύνολα των κωδικών λέξεων των καταστάσεων 2 και 3 είναι επιλεγμένα έτσι ώστε να διαφέρουν στα bit 15 και 3, μπορούμε κοιτάζοντας αυτά τα 2 bit της επόμενης κωδικής λέξης να αναγνωρίσουμε τη λέξη εισόδου.



Σχήμα 10: Αποδιαμόρφωση EFMplus

Ο πίνακας αποκωδικοποίησης αποτελείται από  $2^{17}$  θέσεις. Μπορούμε να τον θεωρήσουμε ως 2 πίνακες μισού μεγέθους. Ο πρώτος πίνακας έχει τις απεικονίσεις

των κωδικών λέξεων σε λέξεις εισόδου, εάν η επόμενη κατάσταση είναι η κατάσταση 2, ενώ ο δεύτερος έχει τις απεικονίσεις των κωδικών λέξεων σε λέξεις εισόδου εάν η επόμενη κατάσταση είναι η 3. Κωδικές λέξεις που μπορούν να αποκωδικοποιηθούν στιγμιαία, χωρίς γνώση της επόμενης κατάστασης, έχουν την ίδια απεικόνιση και στους δύο πίνακες.

## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

Για την προσομοίωση των μεθόδων διαμόρφωσης και την εξαγωγή αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε ένα συμπιεσμένο mpeg2 video αρχείο μεγέθους 3.5 MByte και ένα mp4 μεγέθους 16MB. Λόγω της μορφής τους περιμένουμε η κατανομή των byte των αρχείων να είναι ομοιόμορφη<sup>5</sup>.

Για τις μεθόδους EFM, EFM16a και EFMplus επαληθεύσαμε πειραματικά τη μεταβλητότητα του ψηφιακού αθροίσματος (RDS variance) με τις πειραματικές τιμές του άρθρου [1].

### Μεταβλητότητα RDS

Μέθοδος διαμόρφωσης	Πειραματική άρθρου [1]	Akina	YoYoMa
EFM	16	15.31	15.03
EFMPlus	19	18.68	26.27
EFM16a	66	60.89	63.84

Συγκρίνοντας τη μεταβλητότητα του RDS για διάφορα αρχεία εισόδου, παρατηρήσαμε ότι ενώ για τη μέθοδο EFM η μεταβλητότητα παραμένει σχεδόν πάντα σταθερή, η μεταβλητότητα για τη μέθοδο EFMplus είχε μεγάλες διακυμάνσεις.

Η ιδέα που προτάθηκε ήταν να υπολογίσουμε με κάποιο τρόπο τη μεταβλητότητα στο RDS που δημιουργεί κάθε μέθοδος για ένα οποιοδήποτε αρχείο εισόδου με ομοιόμορφη κατανομή, χωρίς όμως η μέτρηση να εξαρτάται από κάποιο συγκεκριμένο αρχείο. Η επίλυση του προβλήματος στηρίζεται στην ιδέα της αλυσίδας Markov και του πίνακα μετάβασης. Η αλυσίδα Markov, είναι ένα μοντέλο τυχαίας διαδικασίας, όπου η επίδραση του παρελθόντος στο μέλλον συνοψίζεται σε μία κατάσταση η οποία αλλάζει με το χρόνο σύμφωνα με δεδομένες πιθανότητες.

<sup>5</sup> Από τη θεωρία πληροφορίας, η κωδικοποίηση πηγής για συμπίεση δεδομένων δημιουργεί ομοιόμορφη κατανομή στα κωδικοποιημένα σύμβολα.

### ΑΛΥΣΙΔΕΣ MARKOV ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Στις αλυσίδες Markov διακριτού χρόνου [7], η κατάσταση αλλάζει σε διακριτές χρονικές στιγμές με δείκτη χρόνου μία ακέραιη μεταβλητή  $n$ . Σε κάθε χρονικό βήμα  $n$ , η κατάσταση της αλυσίδας συμβολίζεται με την τυχαία μεταβλητή  $X_n$ , η οποία παίρνει τιμές σε ένα πεπερασμένο σύνολο  $S$  δυνατών καταστάσεων, το οποίο ονομάζεται **χώρος καταστάσεων**. - Έστω  $S = \{1, \dots, m\}$ . Η αλυσίδα Markov περιγράφεται από τις **πιθανότητες μετάβασης**  $p_{ij}$ : όταν η διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση  $i$ , υπάρχει πιθανότητα  $p_{ij}$  να μεταβεί στην κατάσταση  $j$ . Μαθηματικά,

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i), \quad i, j \in S$$

Η ιδιότητα Markov ορίζει ότι

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = p_{ij}$$

Ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης  $P$  είναι ένας πίνακας δύο διαστάσεων του οποίου το στοιχείο στην  $i$ -οστή γραμμή και  $j$ -οστή στήλη είναι η πιθανότητα  $p_{ij}$ .

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix}$$

Η πιθανότητα για μια τέτοια διαδικασία να βρίσκεται στην κατάσταση  $j$  σε βάθος χρόνου πλησιάζει μια οριακή τιμή, ανεξάρτητη της αρχικής κατάστασης. Για το λόγο αυτό ονομάζεται **στατική πιθανότητα** της κατάστασης  $j$  και συμβολίζεται ως  $\pi_j$ . Οι στατικές πιθανότητες  $\pi$  προκύπτουν από τη λύση των εξισώσεων ισορροπίας

$$\pi_j = \sum_{k=1}^m \pi_k p_{kj}, \quad j=1 \dots m$$

και την εξίσωση κανονικοποίησης

$$\sum_{k=1}^m \pi_k = 1$$

Επειδή οι εξισώσεις ισορροπίας είναι γραμμικώς εξαρτημένες, για την επίλυση του συστήματος

$$P \pi = \pi$$

μπορούμε είτε να αντικαταστήσουμε μια γραμμή του  $P$  με την εξίσωση κανονικοποίησης και να λύσουμε το σύστημα π.χ με απαλοιφή Gauss, είτε να αγνοήσουμε την εξίσωση κανονικοποίησης και να λύσουμε το σύστημα με κάποια επαναληπτική μέθοδο.

Για να υπολογίσουμε θεωρητικά τη διασπορά του RDS, θεωρούμε ως κατάσταση την τιμή του RDS και  $X_n$  την τυχαία μεταβλητή που δείχνει την κατάσταση που βρισκόμαστε στο χρονικό βήμα  $n$ . Από μία δεδομένη κατάσταση  $X_k=RDS$ , υπάρχουν συγκεκριμένες επιτρεπτές μεταβάσεις σε καταστάσεις  $X_{k+1} = RDS'$  με  $RDS' \geq RDS$  και  $RDS' < RDS$ .

Για την περίπτωση της διαμόρφωσης EFM όπου καταγράφουμε την τιμή του RDS κάθε 17 NRZI ψηφία, έχουμε ότι από ένα θετικό RDS μπορούμε να μεταβούμε στις καταστάσεις RDS-11 έως RDS+9 με βήμα 2. Για παράδειγμα από την κατάσταση  $X_k = 1$ , μεταβαίνουμε στις καταστάσεις  $X_{k+1} = RDS'$ ,  $RDS' = \{-10, -8, -5, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$  Αυτό σημαίνει ότι πάντα υπάρχει πιθανότητα να βρεθούμε σε κατάσταση με οσοδήποτε μικρό ή μεγάλο RDS με αποτέλεσμα ο χώρος καταστάσεων  $S$  να μην είναι πεπερασμένος αλλά άπειρος.

Υπολογίσαμε τον πίνακα μετάβασης περιορίζοντας τις καταστάσεις μεταξύ μιας ελάχιστης ( $-RDS\_MAX$ ) και μιας μέγιστης ( $RDS\_MAX$ ) τιμής και τα πειράματα έδειξαν ότι αρκεί να χρησιμοποιήσουμε 77 καταστάσεις ( $RDS\_MAX=38$ ), γιατί η πιθανότητα η  $X_n$  να βρεθεί σε κατάσταση με  $|RDS| > 32$  είναι πολύ μικρή ( $<10^{-6}$ ) και μπορεί να θεωρηθεί μηδενική. Παρόλο αυτά για να έχουμε σωστές μετρήσεις χρησιμοποιούμε  $RDS\_MAX = 64$ .

Από εδώ και στο εξής δεν θα αναφερόμαστε καθόλου στη μέθοδο EFM16a γιατί δε χρησιμοποιείται, λόγω της υποδεέστερης απόδοσης ως προς το σκέλος της ισχύος DC. Τα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα για τις μεθόδους EFM και EFMplus φαίνονται στον πίνακα. Η μεταβλητή switch δηλώνει εάν γίνεται εναλλαγή μεταξύ των S1 και S4. Switch=0 σημαίνει ότι δεν γίνεται καθόλου εναλλαγή, ενώ switch=2 σημαίνει ότι επιτρέπεται η εναλλαγή για όλες τις λέξεις εισόδου και για τους 2 πίνακες διαμόρφωσης (κύριος και εναλλακτικός). Δηλαδή, όταν βρισκόμαστε σε μία από τις S1, S4 και η λέξη εισόδου είναι στο [0-87], τότε έχουμε 4 επιλογές κωδικών λέξεων, ενώ αν η λέξη εισόδου είναι στο [88-255] έχουμε 2 επιλογές αφού δεν υπάρχει εναλλακτικός πίνακας. Το standard DVD, χρησιμοποιεί switch=1, δηλαδή η εναλλαγή επιτρέπεται μόνο για τις κωδικές λέξεις [88-255] που δεν έχουν εναλλακτική, έτσι για αυτές τις κωδικές λέξεις, κάθε φορά που βρισκόμαστε σε μία από τις καταστάσεις S1,S4, έχουμε 2 επιλογές.

Μέθοδος διαμόρφωσης	Akina	YoYoMa	Θεωρητική
EFM	15.31	15.03	15.31
EFMPlus switch = 0	18.68	26.27	21.40
EFMplus switch = 2	15.19	18.34	16.40

Στη διαδικασία της αποδιαμόρφωσης, αφού επαληθεύσουμε ότι γίνεται σωστά και από το κωδικοποιημένο NRZI αρχείο δημιουργούμε το αρχικό, μετράμε την ανθεκτικότητα σε σφάλματα. Προσθέτουμε ανεξάρτητο τυχαίο θόρυβο στο προς αποκωδικοποίηση (NRZI) αρχείο με πιθανότητα σφάλματος (δηλ πιθανότητα να αλλάξει ένα ψηφίο) ίση με  $\epsilon$ . Μετράμε την ανθεκτικότητα σε σφάλματα χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές αποκωδικοποίησης.

Η ανθεκτικότητα μετράται ως

$$\text{Error resilience} = \frac{\# \text{εσφαλμένα αποκωδικοποιημένων λέξεων εισόδου}}{\# \text{αλλοιωμένων κωδικών λέξεων}}$$

και δείχνει το ποσοστιαίο υπολειπόμενο σφάλμα, χωρίς να έχουμε προσθέσει επιπλέον κώδικα για αυτό το σκοπό (π.χ. Reed-Solomon).

Οι τεχνικές αποκωδικοποίησης που χρησιμοποιούμε είναι

1. Απλοϊκή μέθοδος
2. Αποκωδικοποίηση μέγιστης πιθανοφάνειας
3. Βέλτιστη αποκωδικοποίηση με τη μέθοδο του Viterbi

Η αποκωδικοποίηση με τις δύο πρώτες μεθόδους, γίνεται όπως υποδεικνύει το σχήμα 9. Στην απλοϊκή μέθοδο, η εκτίμηση της επόμενης κατάστασης γίνεται αποκλειστικά βάσει του τρόπου που γίνεται ο διαχωρισμός των S2 και S3, δηλαδή εξετάζοντας τα bit  $X_{15}$  και  $X_3$ . Γνωρίζοντας την επόμενη κατάσταση (δηλ. σε ποιο τμήμα του πίνακα αποδιαμόρφωσης θα κοιτάξουμε), η αποκωδικοποίηση της τρέχουσας λέξης γίνεται με μέγιστη πιθανοφάνεια. Στη δεύτερη μέθοδο, τόσο η εκτίμηση της επόμενης κατάστασης όσο και η αποκωδικοποίηση της τρέχουσας κωδικής λέξης γίνονται με μέγιστη πιθανοφάνεια. Η τρίτη μέθοδος είναι η αποκωδικοποίηση Viterbi.

## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ VITERBI

Ο αλγόριθμος Viterbi χρησιμοποιείται στη διαδικασία της αποκωδικοποίησης όταν η είσοδος έχει σφάλματα και ο κωδικοποιητής χρησιμοποιεί καταστάσεις. Η ιδέα είναι να μην αποκωδικοποιείται αμέσως η κωδική λέξη που διαβάστηκε ως η πιο πιθανή, δηλαδή ελαχιστοποιώντας εκείνη τη στιγμή την απόσταση Hamming<sup>6</sup>, αλλά κοιτάζοντας επόμενες κωδικές λέξεις να κάνουμε την αποκωδικοποίηση με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική απόσταση Hamming. Δηλαδή μπορεί προσωρινά να κάνουμε επιλογές που δεν είναι βέλτιστες, αλλά οδηγούν σε

<sup>6</sup> Η απόσταση Hamming είναι το πλήθος των bits όπου διαφέρουν δύο δυαδικές λέξεις.

συνολικά καλύτερο αποτέλεσμα. Η διαφορά από την αποκωδικοποίηση μέγιστης πιθανοφάνειας (χωρίς απαιτήσεις μνήμης) είναι ότι τελικά, κάνουμε μια προσομοίωση της διαδικασίας διαμόρφωσης στον αποδιαμορφωτή, βάσει των κωδικοποιημένων λέξεων που διαθέτουμε.

Ο αλγόριθμος Viterbi βασίζεται σε ένα κατασκεύασμα ονόματι trellis, που αποτελείται από καταστάσεις. Αρχικά μπορούμε να ορίσουμε ως καταστάσεις του trellis τις καταστάσεις του διαμορφωτή. Αργότερα όμως, μπορεί να χρειαστεί να διασπάσουμε κάποιες από τις καταστάσεις σε περισσότερες, ώστε να κρατήσουμε όσο το δυνατό περισσότερη πληροφορία και να κάνουμε βέλτιστη αποκωδικοποίηση.

Θεωρούμε αρχικά την περίπτωση που δεν γίνεται εναλλαγή μεταξύ των καταστάσεων S1,S4. Φτιάχνουμε 8 καταστάσεις στο trellis. Κάθε κατάσταση αποτελεί συνδυασμό των (sign, EFMplus\_state), όπου sign το πιο πρόσφατο NRZI ψηφίο και EFMplus\_state μία από τις S1, S2, S3, S4. Για κάθε ζεύγος αρχικής και τελικής κατάστασης του trellis, (όπου τελική είναι η κατάσταση που μεταβαίνουμε από την αρχική έχοντας διαβάσει μία κωδική λέξη), δημιουργούμε έναν  $2^{16}$  look-up πίνακα. Ο πίνακας δέχεται ως είσοδο την κωδική NRZI λέξη που διαβάστηκε και συγκρίνοντας με όλα τα νόμιμα NRZI που ξεκινάνε από την αρχική και καταλήγουν στην τελική κατάσταση, επιστρέφει την πιο πιθανή λέξη εισόδου, την πιθανότητα του νόμιμου NRZI καθώς και την απόσταση Hamming του NRZI που διαβάστηκε από το πιθανό νόμιμο.

Σε κάθε κατάσταση του trellis στο βήμα n, αποθηκεύουμε τη συνολική απόσταση Hamming, την προηγούμενη κατάσταση και τη λέξη εισόδου. Αρχικά, βρισκόμαστε στην κατάσταση 1 (sign=+1, EFMplus\_state=S1). Έτσι, στο βήμα n=1 όλες οι καταστάσεις έχουν ως προηγούμενη την κατάσταση 1. Εάν στο βήμα  $n \geq 2$ , μπορούμε να φτάσουμε στην κατάσταση j ξεκινώντας από 2 ή περισσότερες καταστάσεις του trellis του βήματος n-1, τότε κρατάμε ως προηγούμενη την κατάσταση που δημιουργεί τη μέχρι στιγμής συνολικά μικρότερη απόσταση Hamming. Σε περίπτωση ισοπαλίας, επιλέγουμε εκείνη την κωδική λέξη με τη μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Το βέλτιστο μονοπάτι αποκρυσταλλώνεται όταν στο βήμα n όλες οι καταστάσεις έχουν ως προηγούμενη την ίδια κατάσταση. Επίσης, υπάρχει περίπτωση σε κάποιο βήμα να μην είναι όλες οι καταστάσεις προσβάσιμες.

Για την περίπτωση που γίνεται εναλλαγή μεταξύ των S1,S4 οι καταστάσεις του trellis είναι 16, αφού εκτός από το πρόσημο, για τις S1 και S4, κρατάμε και τον αριθμό των τελικών μηδενικών των κωδικών λέξεων που οδήγησαν σε αυτές.



**ΑΠΑΙΤΗΣΕΙΣ ΜΝΗΜΗΣ**

Στην αποδιαμόρφωση Viterbi, οι απαιτήσεις σε μνήμη για τον look-up πίνακα, κρατώντας 4 bit για την αποθήκευση της πιθανότητας και 5 bit για την απόσταση Hamming είναι

$$\text{Trellis\_states}^2 * 2^{16} * (8 + 4 + 5) \text{ bit}$$

κάτι που θα πει 8.5 MB όταν δεν γίνεται εναλλαγή των S1,S4 και 34MB όταν γίνεται. Στις δύο προηγούμενες μεθόδους, οι πίνακες αποδιαμόρφωσης έχουν σταθερό μέγεθος  $2^{17} = 128\text{KB}$ . Η εκτίμηση της επόμενης κατάστασης γίνεται χωρίς απαιτήσεις μνήμης για την απλοϊκή μέθοδο, ενώ η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιεί επιπρόσθετα έναν look-up πίνακα μεγέθους  $2^{17} = 16\text{KB}$ .

## ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΚΩΔΙΚΩΝ ΤΟΥ STANDARD DVD

Ο Immink δημοσίευσε 2 σετ πινάκων (βιβλία κωδικών) για τη διαμόρφωση EFMplus. Η πρώτη πατέντα δημοσιεύτηκε το 1997 και η δεύτερη το 1998, με την τελευταία να δημιουργεί μικρότερη μεταβλητότητα RDS. Την ίδια χρονιά δημοσιεύθηκε και η πατέντα της SONY. Η δεύτερη πατέντα του Immink και η πατέντα της SONY χρησιμοποιούν τους ίδιους πίνακες διαμόρφωσης, απλά ο Immink πρότεινε και την τεχνική της εναλλαγής καταστάσεων. Το standard DVD χρησιμοποιεί αυτούς τους πίνακες, και την τεχνική της εναλλαγής καταστάσεων. Ενώ ο τρόπος διαχωρισμού των καταστάσεων μεταξύ των 2 πατεντών παρέμεινε ίδιος, άλλαξε η σειρά εμφάνισης των κωδικών λέξεων με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν διαφορετικά ζεύγη κύριων και εναλλακτικών κωδικών λέξεων. Βάσει αυτής της παρατήρησης, η ιδέα ήταν να ελέγξουμε κατά πόσο οι πίνακες που χρησιμοποιεί το standard DVD είναι οι βέλτιστοι. Χρειάζεται δηλαδή να βρούμε έναν τρόπο σταδιακής βελτίωσης ενός δοθέντος βιβλίου κωδικών, έχοντας ως κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας του RDS υπολογισμένη κάθε 16 bit.

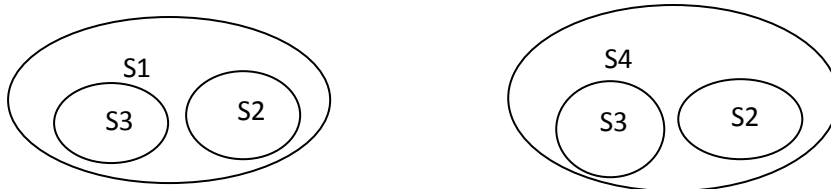
Η ιδέα είναι η εξής:

Θεωρούμε τον κύριο και εναλλακτικό πίνακα ως έναν ενιαίο πίνακα και βρίσκουμε τι μπορούμε να αλλάξουμε μεταξύ δύο δεικτών  $i$  και  $j$  του ενιαίου πίνακα. Υπολογίζουμε θεωρητικά τη νέα μεταβλητότητα RDS για ομοιόμορφη κατανομή λέξεων εισόδου και διατηρούμε όσες αλλαγές μειώνουν τη μεταβλητότητα. Οι στρατηγικές που μπορούμε να εφαρμόσουμε μεταξύ των δεικτών  $i$  και  $j$  ώστε να δημιουργήσουμε διαφορετικά ζεύγη κύριων και εναλλακτικών κωδικών λέξεων είναι 9.

Στρατηγική

- α. Πλήρης εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  (εναλλαγή των κωδικών λέξεων όλων των καταστάσεων)
- β. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για τις καταστάσεις 1 και 2
- γ. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για τις καταστάσεις 1 και 3
- δ. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για τις καταστάσεις 2 και 4
- ε. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για τις καταστάσεις 3 και 4
- στ. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για την κατάσταση 1
- ζ. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για την κατάσταση 4
- η. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για την κατάσταση 2
- θ. Εναλλαγή των περιεχομένων των δεικτών  $i$  και  $j$  μόνο για την κατάσταση 3

Εκτός από την (α) στρατηγική, οι υπόλοιπες μπορεί να μην επιτρέπεται πάντα να εφαρμοσθούν. Από το follower set κάθε κατάστασης, προκύπτει ότι οποιαδήποτε κωδική λέξη των καταστάσεων 2 και 3 θα ανήκει είτε στην κατάσταση 1 είτε στην κατάσταση 4. Σχηματικά,



Όπως έχουμε δει, κοινές κωδικές λέξεις που εμφανίζονται σε διαφορετικές καταστάσεις ανατίθενται στην ίδια λέξη εισόδου. Έτσι, η στρατηγική (β) εφαρμόζεται μόνο εάν τόσο στο δείκτη  $i$  όσο και στο δείκτη  $j$  οι καταστάσεις 1 και 3 δεν έχουν την ίδια κωδική λέξη. Κάτι ανάλογο ισχύει και για τις υπόλοιπες 3 στρατηγικές (γ-ε). Οι στρατηγικές (στ) και (ζ) εφαρμόζονται όταν και για τους δύο δείκτες  $i$  και  $j$  ισχύει ότι η κωδική λέξη της κατάστασης 1 (για τη (στ)) ή της κατάστασης 4 (για τη (ζ)) είναι διαφορετική από τις κωδικές λέξεις των καταστάσεων 2 και 3. Υπό φυσιολογικές συνθήκες οι στρατηγικές (η) και (θ) δεν εφαρμόζονται, αλλά υπάρχει περίπτωση να μη χρησιμοποιήσουμε όλες τις δυνατές κωδικές λέξεις των καταστάσεων 1 και 4.

Άπαξ και μία στρατηγική είναι νόμιμη, ελέγχουμε κατά πόσο θα βελτιώσει τη μεταβλητότητα RDS εάν εφαρμοσθεί. Χρησιμοποιούμε πάλι τον πίνακα μετάβασης. Η διαφοροποίηση σε σχέση με τη μέθοδο EFM είναι ότι τώρα, κάθε κατάσταση του πίνακα μετάβασης αποτελεί ένα συνδυασμό από (rds, EFMplus\_state, ntz, sign).

EFMplus\_state: Μία από τις καταστάσεις S1, S2, S3, S4

ntz: Πλήθος τελικών μηδενικών που οδηγούν στην κατάσταση EFMplus\_state

sign: Το πιο πρόσφατο NRZI ψηφίο

Η μεταβλητή ntz χρειάζεται μόνο για την περίπτωση που γίνεται εναλλαγή μεταξύ των S1, S4.

Βρίσκουμε τον πίνακα μετάβασης P και επιλύουμε το σύστημα

$$P \mathbf{p} = \mathbf{p}$$

Το διάνυσμα  $\mathbf{p}$  δείχνει την πιθανότητα των καταστάσεων, δηλαδή την από κοινού πιθανότητα των (rds, EFMplus\_state, ntz, sign). Η πιθανότητα των διαφόρων rds  $[-RDS\_MAX, RDS\_MAX]$  υπολογίζεται αθροίζοντας ως προς τις τρεις άλλες μεταβλητές.

$$p(\text{rds}=\text{RDS}) = \sum_{EFMplus\_state} \sum_{ntz} \sum_{sign} p(\text{RDS}, EFMplus\_state, ntz, sign)$$

Η μεταβλητότητα του rds, εφόσον γνωρίζουμε την πιθανότητα να πάρει τιμές στο  $[-\text{RDS\_MAX}, \text{RDS\_MAX}]$ , είναι

$$\text{variance}(\text{rds}) = E[\text{rds}^2] - E[\text{rds}]^2$$

Έτσι, κάθε φορά που κάνουμε οποιαδήποτε αλλαγή, υπολογίζουμε τον νέο πίνακα μετάβασης και τη νέα διασπορά του RDS. Εάν είναι μικρότερη από ότι πριν την αλλαγή, τότε κρατάμε την αλλαγή. Ένας ακόμα τρόπος βελτίωσης που κάνουμε εκτός από το να κοιτάζουμε ζεύγη γραμμών, είναι να εξετάζουμε τριάδες. Κάτι τέτοιο έχει νόημα για περιπτώσεις εναλλαγών που δεν καλύπτονται από τα ζεύγη.

## ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

Στη συνέχεια, προτείνουμε νέες μεθόδους διαχωρισμού της κατάστασης  $S_B$  σε  $S_2$  και  $S_3$ , με σκοπό να βελτιωθεί η ανθεκτικότητα του αποδιαμορφωτή σε σφάλματα. Στόχος είναι να χωρίσουμε το σύνολο των κωδικών λέξεων της κατάστασης  $S_B$  σε δύο ξένα υποσύνολα έτσι ώστε:

1. Κωδικές λέξεις του ίδιου συνόλου να μοιάζουν μεταξύ τους.
2. Κωδικές λέξεις διαφορετικών συνόλων να είναι αρκετά διαφορετικές.

Η πρώτη ιδέα διαχωρισμού, προτάθηκε από τον Z.Zhang και εξετάζει την ισοτιμία των κωδικών λέξεων. Κωδικές λέξεις με άρτιο πλήθος '1' ανήκουν σε διαφορετικό σύνολο από ότι εκείνες με περιττό πλήθος '1'. Η ιδέα είναι ότι, ως επί το πλείστον, ένα λάθος στην NRZI ακολουθία θα προσθέσει δύο '1' στην RLL ακολουθία (δηλ την κωδική λέξη), χωρίς όμως να αλλάξει την ισοτιμία της. Έτσι, η εκτίμηση της επόμενης κατάστασης θα είναι σωστή.

Ένας ακόμα καλός τρόπος διαχωρισμού είναι με βάση το «βάρος» της κωδικής λέξης, όπου το βάρος δηλώνει το πλήθος '1'. Το ένα σύνολο αποτελείται από όλες τις κωδικές λέξεις βάρους 2 και 3, ενώ το άλλο από όλες τις υπόλοιπες.

Υπάρχουν και άλλοι τρόποι διαχωρισμού που βασίζονται κυρίως στο πλήθος αρχικών και τελικών μηδενικών των κωδικών λέξεων. Συγκεκριμένα, 3 κανόνες που χρησιμοποιήσαμε χωρίζουν την  $S_B$  αποδίδοντας στην  $S_2$  όσες γίνεται από την κατάσταση  $S_1$  καθώς και κάποιες από την κατάσταση  $S_4$ .

Κανόνας 1:  $S_2 = \{nlz \geq 2\} \cup \{nlz == 0 \ \&\& \ ntz \geq 4\}$

Κανόνας 2:  $S2 = \{nlz \geq 2\} \cup \{nlz == 1 \ \&\& \ ntz \geq 3\}$

Κανόνας 3:  $S2 = \{nlz \geq 2\} \cup \{ntz \geq 5\}$

## ΝΕΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΩΔΙΚΩΝ ΛΕΞΕΩΝ

Το κριτήριο επιλογής της κωδικής λέξης που χρησιμοποιείται στη διαμόρφωση EFMplus είναι η ελαχιστοποίηση της απόλυτης τιμής του RDS, μετρούμενη ανά 16 bit, δηλαδή στο τέλος κάθε κωδικής λέξης. Ωστόσο, αυτό το κριτήριο δε λαμβάνει καθόλου υπόψη τι γίνεται ενδιάμεσα στην κωδική λέξη. Στην ανάλυση Fourier, όμως, για την εύρεση του φάσματος συχνοτήτων του κωδικοποιημένου σήματος, συμμετέχουν όλα τα NRZI ψηφία. Το νέο κριτήριο που προτείνουμε υπολογίζει το άθροισμα των τετραγώνων όλων των ενδιάμεσων RDS της κωδικής λέξης και επιλέγει αυτήν με τη μικρότερη τιμή.

### Παράδειγμα:

Έστω RDS' το τρέχον ψηφιακό άθροισμα και η κωδική λέξη η οποία θεωρώντας ότι αρχικά  $RDS = 0$ , δημιουργεί την RDS ακολουθία  $\mathbf{X} = X_{15} X_{14} \dots X_0$

Το άθροισμα τετραγώνων στο τέλος της  $\mathbf{X}$  θα είναι:

$$\begin{aligned} \text{Sum\_of\_squares} &= (X_{15} + RDS')^2 + (X_{14} + RDS')^2 + \dots + (X_0 + RDS')^2 = \\ &(X_{15})^2 + (X_{14})^2 + \dots + (X_0)^2 + 2 RDS' (X_{15} + X_{14} + \dots + X_0) + 16 RDS'^2 \end{aligned}$$

Ωστόσο, για να κάνουμε καλύτερη πρόβλεψη της καλύτερης κωδικής λέξης δεν προσθέτουμε τον όρο  $16 RDS'^2$ , αφού δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της σύγκρισης, αλλά υπολογίζουμε και χρησιμοποιούμε την νέα τιμή του RDS, έστω NEW\_RDS, που προκύπτει από την κωδική λέξη  $\mathbf{X}$ . Έτσι, η ποσότητα που χρησιμοποιεί το νέο κριτήριο είναι:

$$(X_{15})^2 + (X_{14})^2 + \dots + (X_0)^2 + 2 RDS' (X_{15} + X_{14} + \dots + X_0) + 16 \text{NEW\_RDS}^2$$

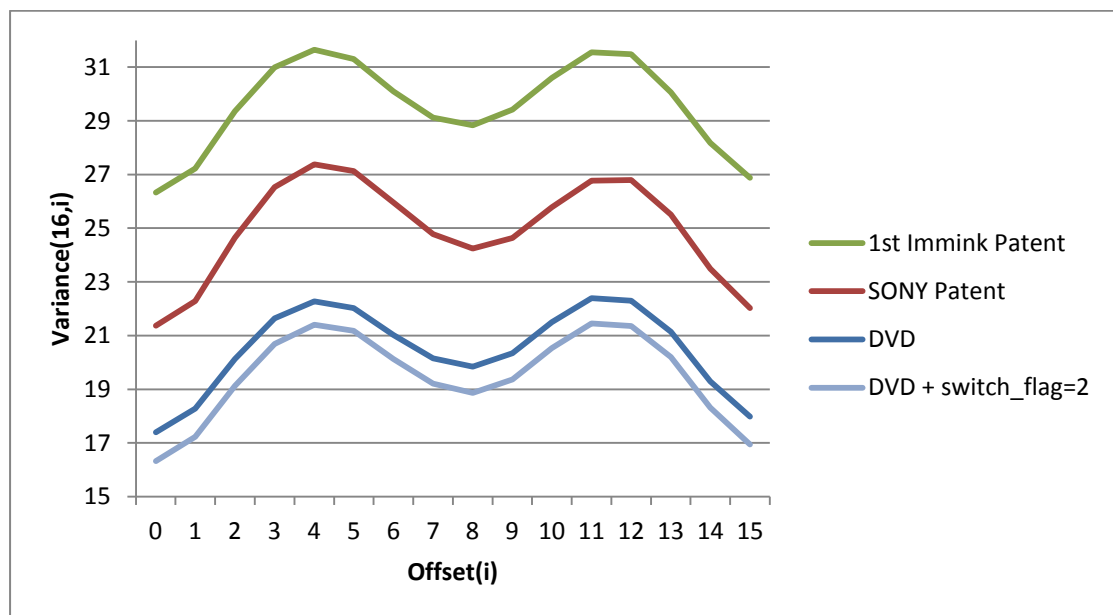
Σε περίπτωση ισοπαλίας, το standard DVD μας αφήνει να επιλέξουμε όποια κωδική λέξη θέλουμε, τυχαία. Το νέο κριτήριο που προτείνουμε, πάλι κάνει την καλύτερη επιλογή. Υπολογίζοντας για κάθε κατάσταση  $\text{state} = (\text{EFMplus\_state}, \text{rds}, \text{sign}, \text{ntz})$  την υπό συνθήκη μεταβλητότητα, σε περίπτωση ισοπαλίας επιλέγουμε εκείνη την

κωδική λέξη που οδηγεί στην κατάσταση με τη μικρότερη υπό συνθήκη μεταβλητότητα.

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΒΕΛΤΙΩΣΕΩΝ

A. Βελτίωση της ισχύος στις χαμηλές συχνότητες

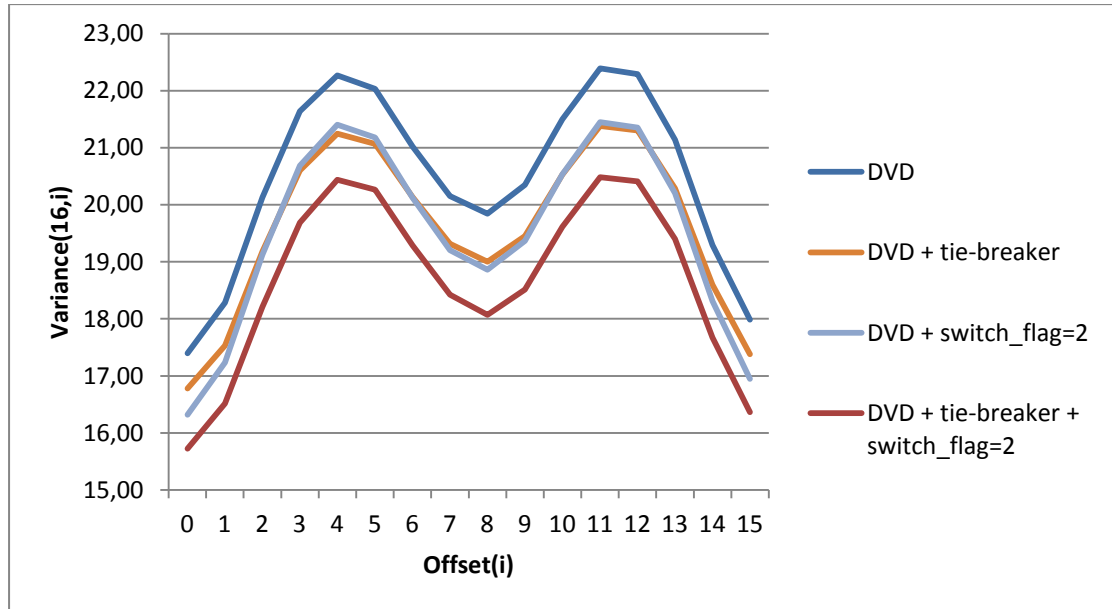
### Μεταβλητότητα RDS (Immink, Sony & DVD codebook)



Εικόνα 1

Η διαφορά ανάμεσα στην πατέντα της SONY και το standard DVD είναι ότι στο standard DVD γίνεται η εναλλαγή καταστάσεων για τους δείκτες 88-256 (switch=1), ενώ στην πατέντα της SONY δεν γίνεται καθόλου εναλλαγή. Δείχνουμε πώς μειώνεται η μεταβλητότητα, εάν επιτρέψουμε την εναλλαγή για όλους τους δείκτες (switch\_flag=2). Η μεταβλητότητα μετράται ανά 16 bit και με κάποια μετατόπιση ως προς το πρώτο bit, δηλαδή για  $i=0$ , χρησιμοποιούμε τα bit  $\{0,16,32,\dots\}$ , ενώ για  $i=1$ , χρησιμοποιούμε τα bit  $\{1,17,33,\dots\}$ .

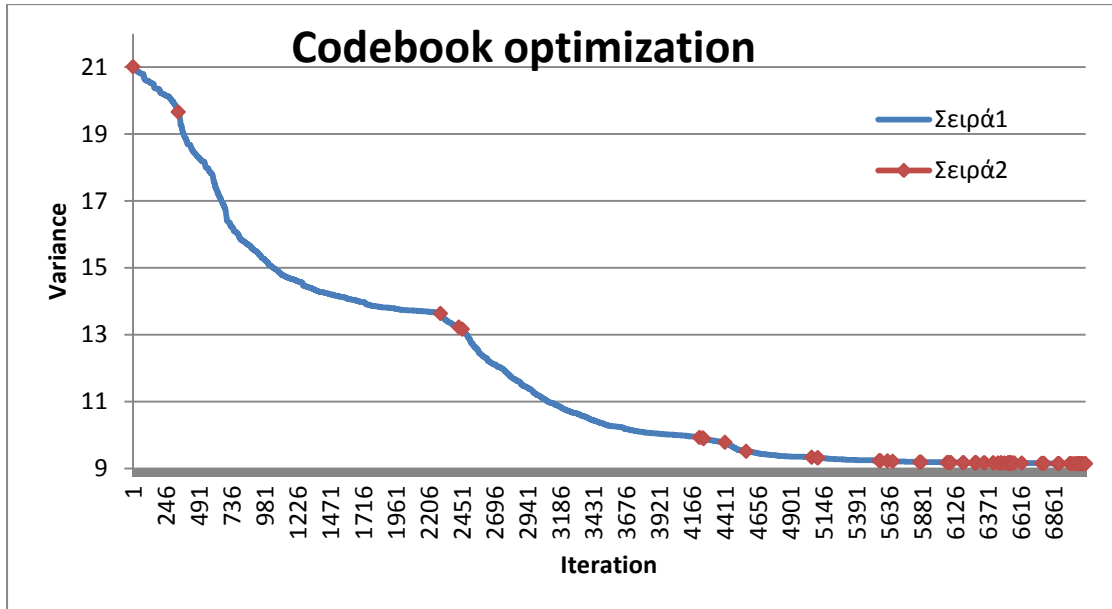
## DVD codebook &amp; τεχνικές κωδικοποίησης



Εικόνα 2

Δείχνουμε τη βελτίωση που μπορούμε να έχουμε στη μεταβλητότητα του RDS με το υπάρχον βιβλίο κωδικών, χρησιμοποιώντας απλά τη νέα λογική επιλογής κωδικής λέξης σε περίπτωση ισοπαλίας και αλλάζοντας την εναλλαγή σε switch=2.

RDS variance vs. optimization iteration

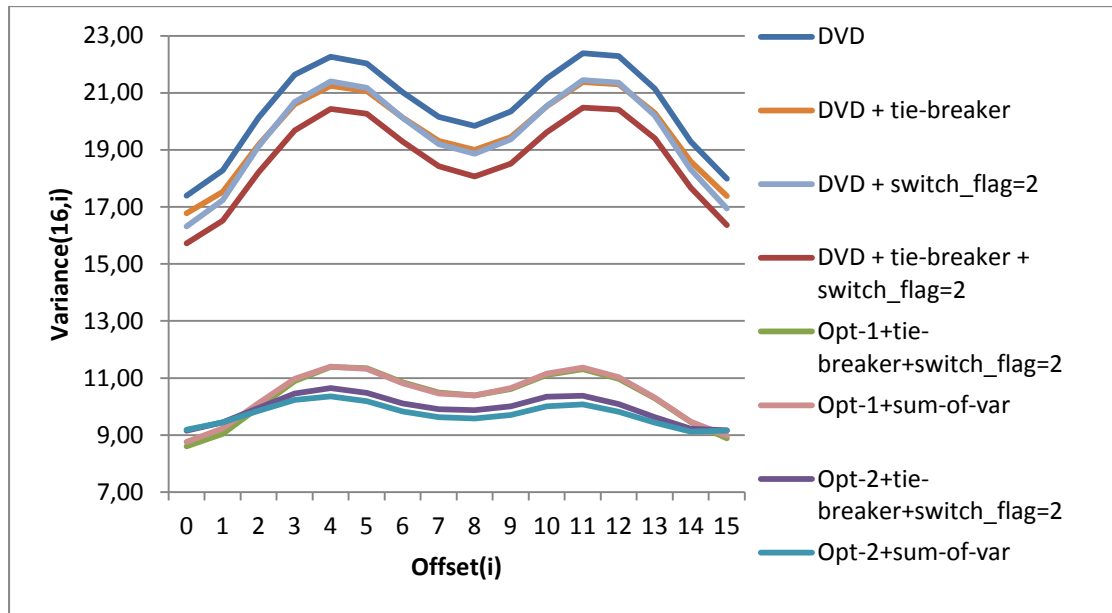


Εικόνα 3

Βελτίωση της μεταβλητότητας RDS ενός βιβλίου κωδικών με αρχική μεταβλητότητα 21



**RDS Variance (DVD + optimized codebooks)**



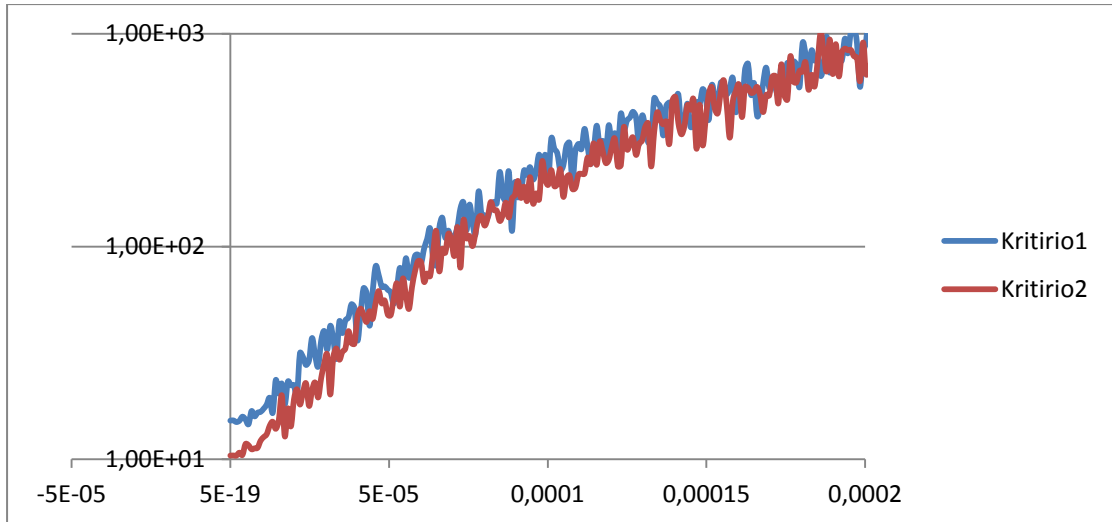
Εικόνα 4

Opt-1: Βελτίωση του βιβλίου με βάση το κριτήριο 1

Opt-2: Βελτίωση του βιβλίου με βάση το κριτήριο 2

Όπου έχει sum\_of\_var σημαίνει ότι η κωδικοποίηση έγινε με βάση το κριτήριο 2, αλλιώς με βάση το κριτήριο 1.

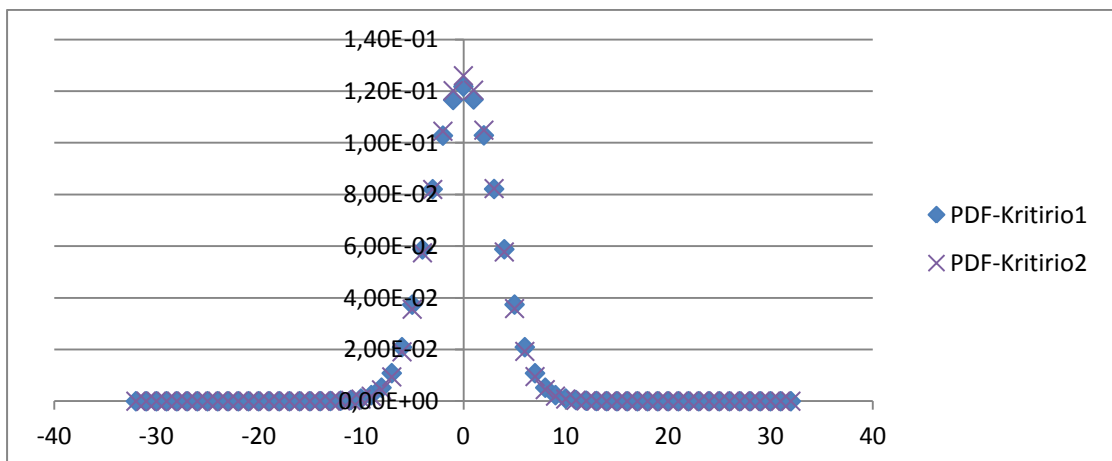
**RDS – PSD [0,2x10<sup>-4</sup>]**



Εικόνα 5

Ισχύς του NRZI σήματος στις χαμηλές συχνότητες για τα 2 κριτήρια επιλογής κωδικών λέξεων.

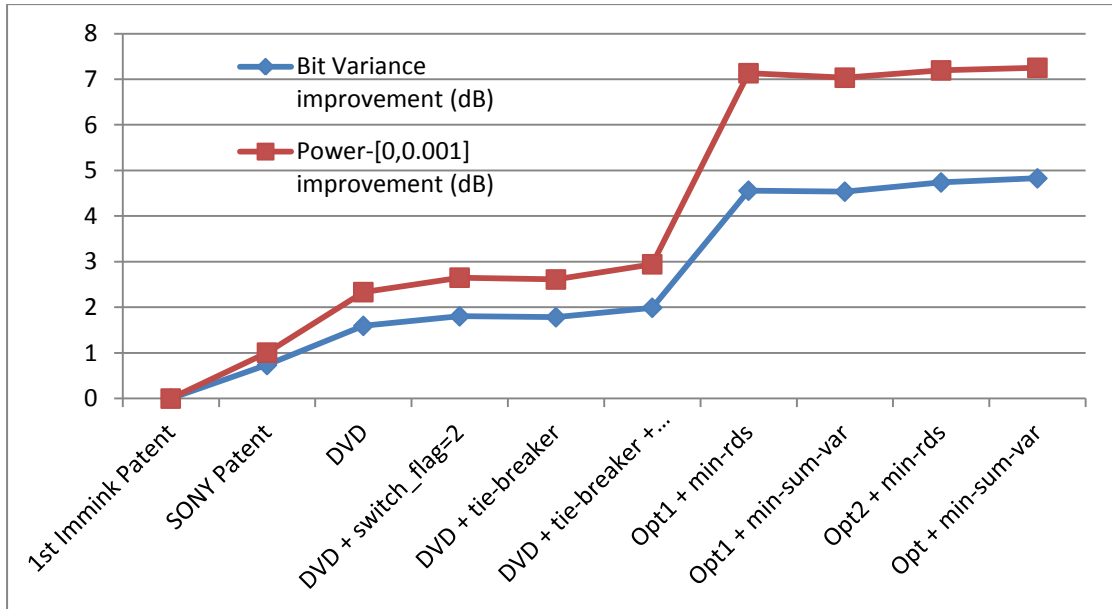
**RDS - PDF**



Εικόνα 6

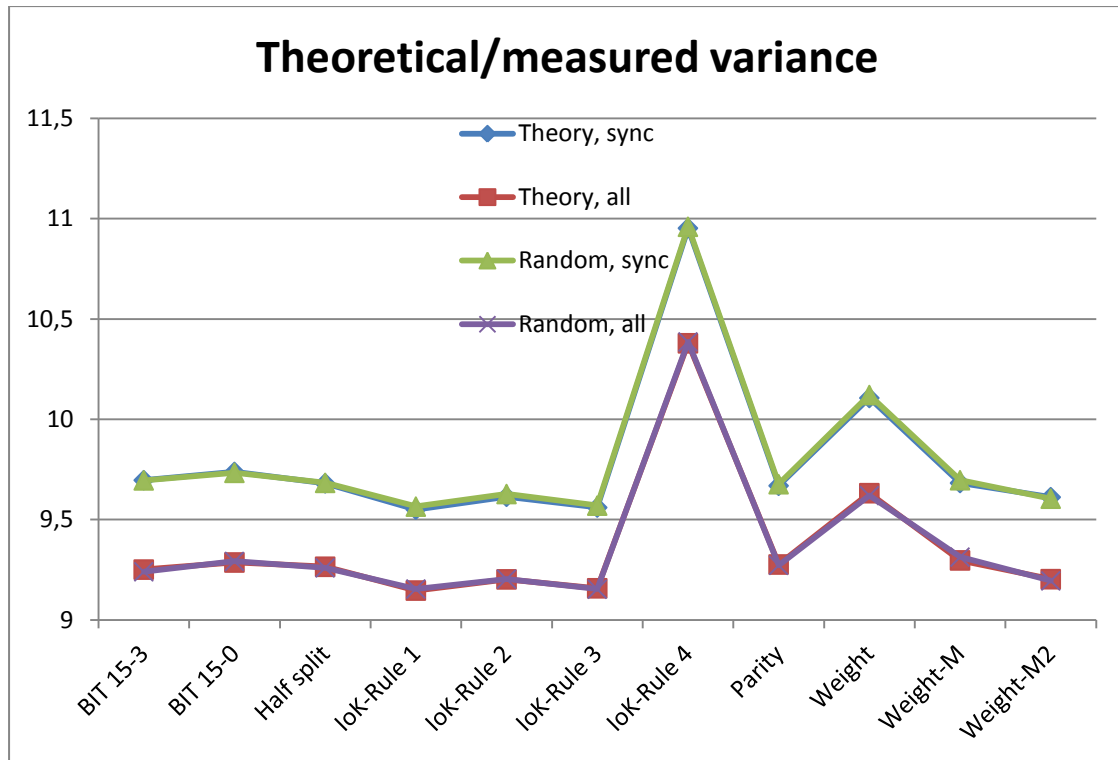
Πειραματική κατανομή RDS για τα 2 κριτήρια επιλογής κωδικών λέξεων

**RDS Variance & LF-power performance**



Εικόνα 7 Η μεγαλύτερη βελτίωση στην ισχύ γίνεται από τη βελτίωση του βιβλίου κωδικών

**RDS variance – different splitting methods**



Εικόνα 8

Θεωρητικά υπολογισμένη και πειραματικά μετρημένη μεταβλητότητα RDS, για διάφορες μεθόδους διαχωρισμού.

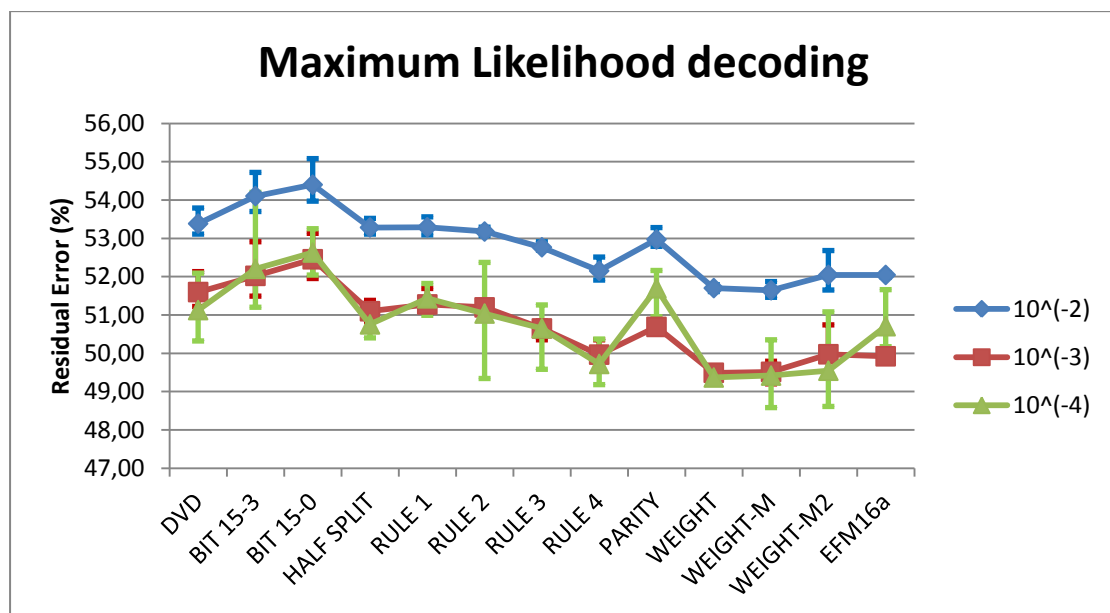
Sync: Από τα βιβλία κωδικών έχουν αφαιρεθεί οι 7 λέξεις που θα χρησιμοποιούνταν ως κώδικες συγχρονισμού στο standard DVD.

All: Στα βιβλία κωδικών συμπεριλαμβάνονται όλες οι κωδικές λέξεις.

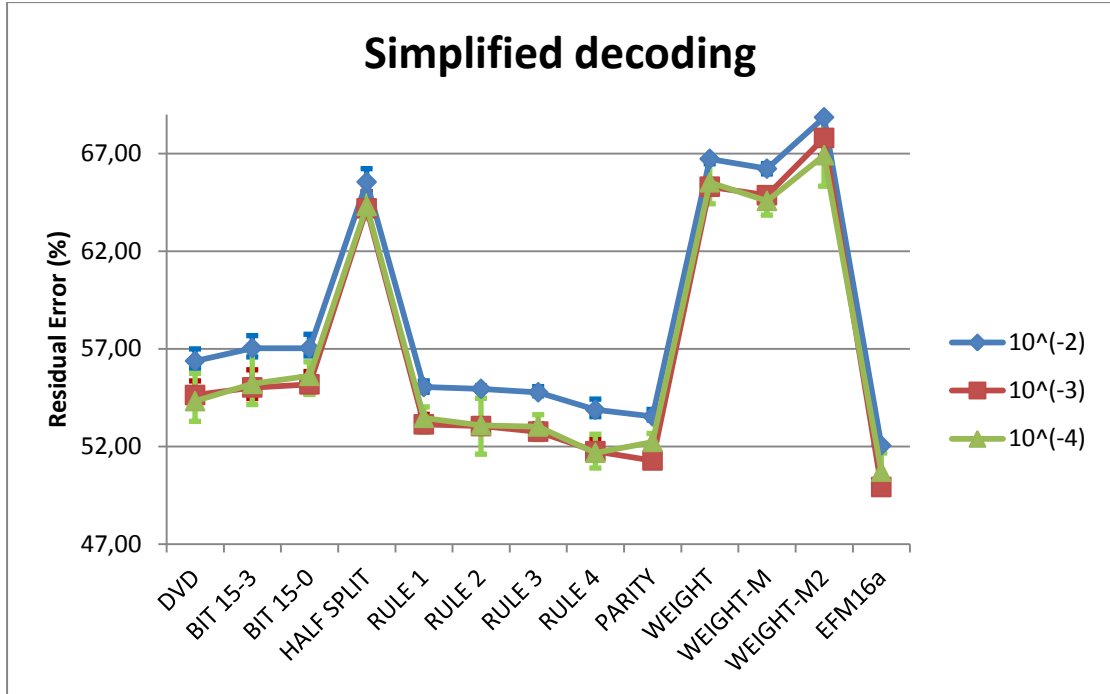
B. Βελτίωση στην ανθεκτικότητα σε σφάλματα

Στις παρακάτω εικόνες δείχνουμε την ανθεκτικότητα του αποδιαμορφωτή σε σφάλματα μετρώντας το ποσοστιαίο υπολειπόμενο σφάλμα, για διάφορες τεχνικές διαχωρισμού και για τις τρεις τεχνικές αποκωδικοποίησης. Η πιθανότητα σφάλματος στα bit εισόδου είναι  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  και  $10^{-4}$ . Δείχνουμε την ανθεκτικότητα της μεθόδου EFM16a, θέλοντας να συγκρίνουμε την ανθεκτικότητα του DVD και του CD. Δε χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα της μεθόδου EFM γιατί οι κωδικές λέξεις έχουν μήκος 17 bit και όχι 16 και δε θα ήταν δίκαιη η σύγκριση. Όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση της αποκωδικοποίησης μέγιστης πιθανοφάνειας, υπάρχει τρόπος διαχωρισμού που να κάνει το DVD πιο ανθεκτικό στα σφάλματα από ότι το CD. Αυτό είναι σημαντικό αποτέλεσμα, γιατί θεωρείται γενικά ότι η διαμόρφωση που εξαρτάται από καταστάσεις είναι πιο ευάλωτη σε σφάλματα, σε σχέση με αν δεν υπάρχουν καταστάσεις, λόγω της αναμενόμενης διάδοσης σφάλματος εξαιτίας του διαχωρισμού καταστάσεων και της χρήσης ίδιας κωδικής λέξης για 2 λέξεις εισόδου.

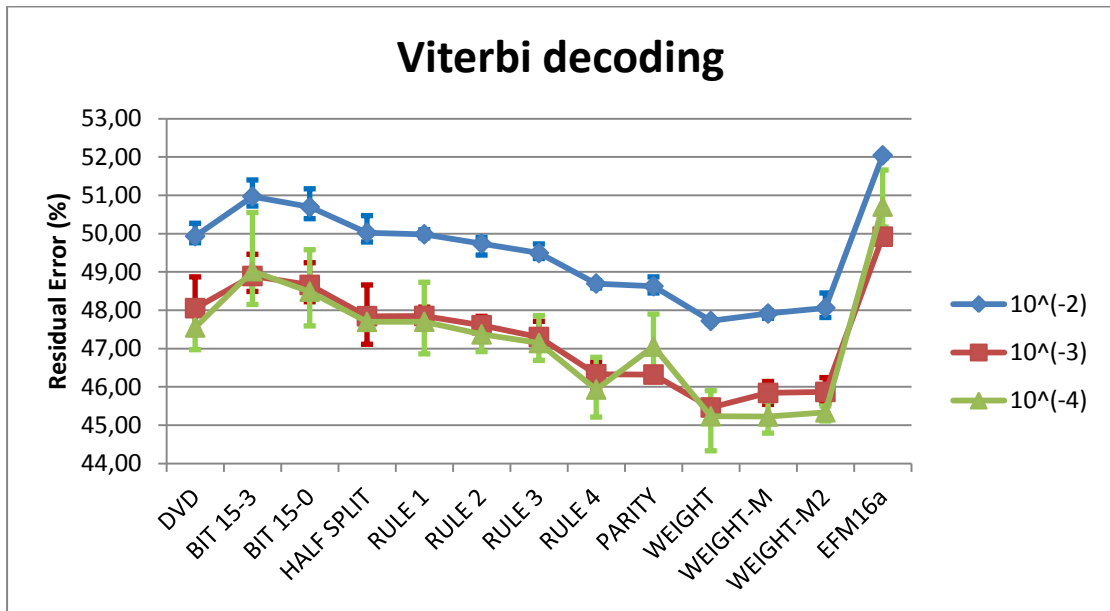
Error resilience – various splitting methods (all codewords)



Εικόνα 9 All codewords

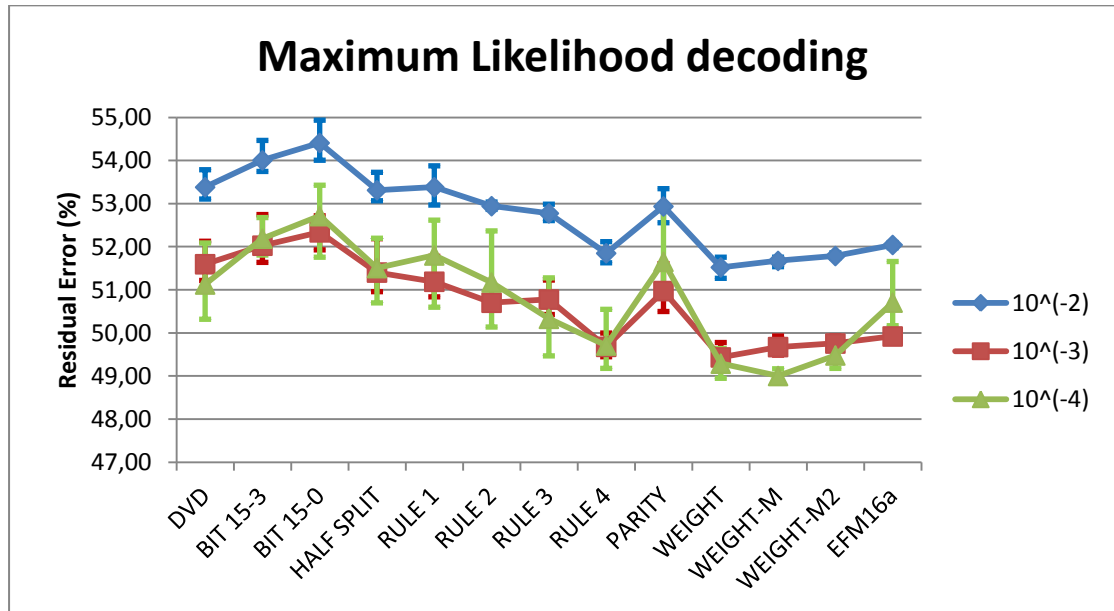


Εικόνα 10 All codewords

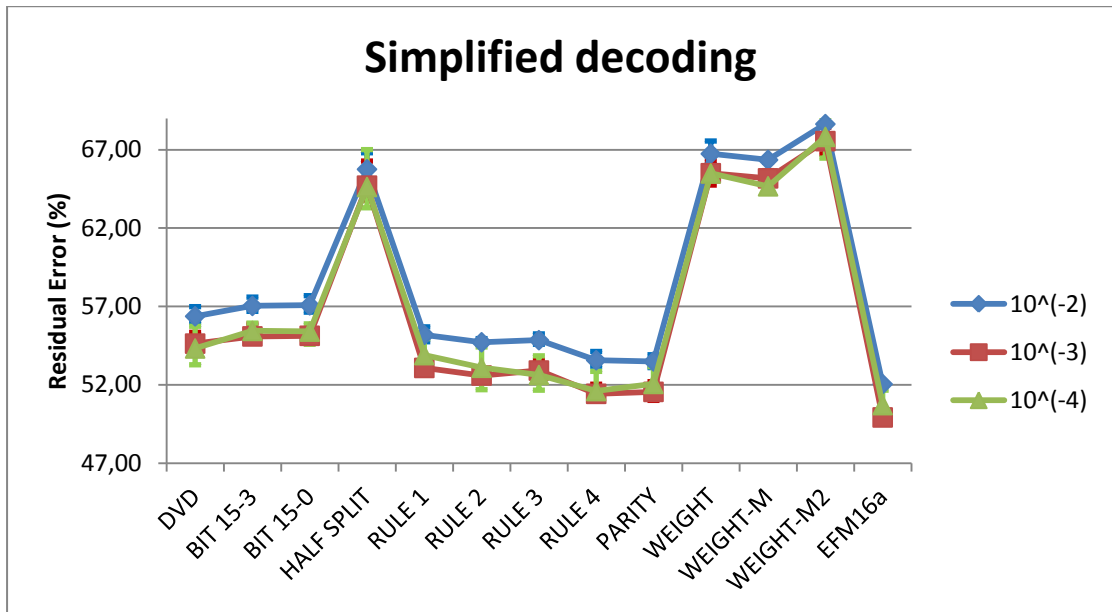


Εικόνα 11 All codewords

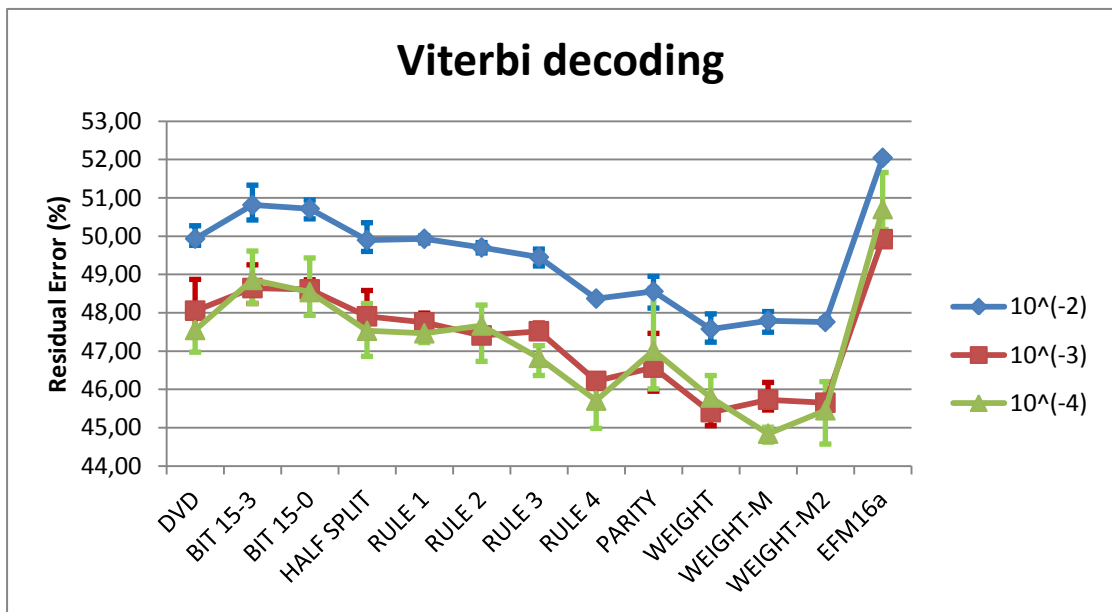
**Error resilience – various splitting methods (SYNC-eliminated codewords)**



Εικόνα 12 Sync – eliminated codewords



Εικόνα 13 Sync – eliminated codewords



Εικόνα 14 Sync – eliminated codewords



Το θέμα που μελέτησα στα πλαίσια της διπλωματικής μου εργασίας, αφορά τις μεθόδους διαμόρφωσης των δεδομένων πριν την εγγραφή τους σε οπτικό δίσκο και συγκεκριμένα στο CD και το DVD. Εκτός του ότι επιβεβαιώσαμε τις υπάρχουσες μεθόδους διαμόρφωσης καταφέραμε να βελτιώσουμε την απόδοση του DVD ως προς 2 άξονες. Ο πρώτος είναι ότι βελτιώσαμε την ανθεκτικότητά του σε σφάλματα που προκύπτουν από τη φυσική φθορά του δίσκου. Με απλά λόγια, μπορούμε να πάρουμε ένα DVD που δε διαβάζεται και να το διαβάσουμε. Το δεύτερο σκέλος βελτίωσης είναι ότι περιορίσαμε ακόμα περισσότερο την ισχύ του εγγραφόμενου σήματος στις χαμηλές συχνότητες, ώστε να μη μπερδεύεται με το σήμα ελέγχου που ρυθμίζει τη θέση του laser, αποφεύγοντας κατά αυτόν τον τρόπο τα πηδήματα στην ανάγνωση.

## Ευχαριστίες

Εν κατακλείδι, θα ήθελα να εκφράσω με αγάπη και σεβασμό τις ευχαριστίες μου στον κύριο Ιωάννη Κατσαβουνίδη που εμπνεύστηκε και έκανε την αρχή της πτυχιακής μου μελέτης και μου έδωσε την ευκαιρία να ολοκληρώσουμε και να βρούμε το ποθητό αποτέλεσμα. Ευχαριστώ και το διδακτορικό φοιτητή Στέργιο Πουλαράκη που βοήθησε για τη γρηγορότερη επαλήθευση των αποτελεσμάτων της έρευνάς μας, μέσω του μεγάλου ηλεκτρονικού υπολογιστή της σχολής μας. Ευχαριστώ και τον κύριο Λέανδρο Τασιούλα που δέχθηκε να είναι μέλος της εξεταστικής επιτροπής. Ευχαριστώ πολύ και την οικογένειά μου για τη συμπαράστασή της.

Θα ήταν παράλειψή μου από αυτήν τη θέση να μην ευχαριστήσω τους καθηγητές μου που όλη αυτήν την πενταετία μου προσέφεραν γνώσεις και ιδέες ώστε να αποκτήσω γερές βάσεις για τη συνέχιση της σταδιοδρομίας μου. Σας ευχαριστώ από ψυχής όλους.

Μάρθα Πέππα

05/10/2012

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] K.A.S Immink, “A Survey of Codes for Optical Disk Recording”, *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, VOL. 19, pp. 756-764, April 2001
- [2] B.H. Marcus, P.H. Siegel, J.K. Wolf, “Finite-State Modulation Codes for Data Storage”, *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, VOL 10, pp. 5-37, Jan. 1992
- [3] K.A.S Immink, “EFMPlus: The Coding Format of the Multimedia Compact Disc”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, VOL. 41, pp. 491-497, August 1995
- [4] A.J. Viterbi, “Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems”, *IEEE Transactions on Communications Technology*, VOL. 19, pp. 751-771, October 1971
- [5] C. Shannon, “A Mathematical Theory of Communication”, *Bell System Technical Journal*, VOL 27, pp 379-423, 623-656, October 1948
- [6] R. Adler, D. Coppersmith, and M. Hassner, “Algorithms for sliding-block codes”, *IEEE Transactions on Information Theory*, VOL. IT-29, NO. 1, pp. 5-22, January 1983
- [7] Ι.Τσιτσικλής, «Εισαγωγή στις πιθανότητες»