



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας – Πολυτεχνική Σχολή –  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

ΤΣΑΠΕΡΛΗΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ

# ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΑΠΟΚΟΜΙΔΗΣ ΤΩΝ ΑΠΟΡΡΙΜΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ ΠΟΛΗ ΤΟΥ ΒΟΛΟΥ



Επιβλέπων καθηγητής

Δρ. ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ.Δ. ΣΑΧΑΡΙΔΗΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 12094/1  
Ημερ. Εισ.: 12-12-2013  
Δωρεά: Συγγραφέας  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜ  
2013  
ΤΣΑ



# **ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

Κοζανίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής

Λυμπερόπουλος Γεώργιος, Καθηγητής

Σαχαρίδης Γεώργιος, Λέκτορας (επιβλέπων καθηγητής)



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας Κο Γεώργιο Κ.Δ. Σαχαρίδη, εκλεγμένο λέκτορα του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την βοήθεια, τις γνώσεις, την παρότρυνση αλλά και για τις πολύτιμες συμβουλές κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον φίλο μου και συμφοιτητή μου Ηλία Μπέλλα, με τον οποίο εργαστήκαμε μαζί πάνω στο θέμα της βέλτιστης δρομολόγησης των απορριμματοφόρων αφιερώνοντας πολύ χρόνο με σκοπό να επιτύχουμε το καλύτερο αποτέλεσμα.

Ευχαριστώ τους ανθρώπους του δήμου Βόλου καθώς και την δημοτική αρχή για τις πληροφορίες και τα δεδομένα που μου παρείχαν για να διαμορφωθεί το πλαίσιο των μοντελοποιήσεων.

Ακόμη, ευχαριστώ όλους τους φίλους μου για την ηθική υποστήριξη που μου προσέφεραν κατά την διάρκεια υλοποίησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο μου Θανάση Οικονόμου για την βοήθεια που μου προσέφερε σε ερωτήσεις μου πάνω σε θέματα προγραμματισμού.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω πάρα πολύ τους γονείς μου που μου παρείχαν στέρεες βάσεις και με στήριξαν ηθικά, ψυχολογικά και υλικά σε κάθε απόφαση που πήρα.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ	3
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	5
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	7
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ	11
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ	12
ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ	17
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	18
1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ	19
1.1 Εισαγωγή	19
1.2 Περιγραφή προβλήματος	19
1.3 Ανάλυση λογισμικών που επιλύουν το πρόβλημα της αποκομιδής των απορριμμάτων	25
1.3.1 RouteSmart	25
1.3.2 GeoRoute	27
1.3.3 TransCAD	29
1.3.4 Routeware	31
1.4 Επίλογος	33
2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ	34
2.1 Εισαγωγή	34
2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων	34
2.2.1 Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi (Dang Vu Tung, Anulark Pinnoi, 2000)	34
2.2.2 Recycable waste collection planning - a case study (Joao Teixeira, Antonio Pais Antunes, Jorge Pinho de Sousa, 2004)	36
2.2.3 Quantifying the transport impacts of domestic waste collection strategies (Fraser McLeod, Tom Cherrett, 2004)	38

2.2.4	Solid waste management: case of collection and Vehicle Routing Problem in the city of Azemmour, Morocco (Abdelhadi Makan, Dimitri Malamis, Omar Assobhei, Maria Loizidou , Mohammed Mountadar, 2011)	39
2.2.5	Genetic Algorithms for Municipal Solid Waste Collection and Routing Optimization (Nikolaos V. Karadimas, Katerina Papatzelou, Vassili G. Loumos, 2007)	42
2.3	Επίλογος	44
3	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	45
3.1	Εισαγωγή	45
3.2	Περιγραφή αναλυτικών μαθηματικών μεθόδων	45
3.2.1	Εισαγωγή στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή	46
3.2.2	Περιγραφή του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή	47
3.2.3	Μαθηματικό μοντέλο πλανόδιου πωλητή για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων.	48
3.2.4	Εισαγωγή στο πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem-VRP)	52
3.2.5	Περιγραφή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων	52
3.2.6	Μαθηματικό μοντέλο προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων	54
3.3	Περιγραφή ευρετικών μεθόδων επίλυσης	61
3.3.1	Clustering Approach	61
3.3.2	Άπληστος Αλγόριθμος (Greedy Algorithm)	62
3.3.3	Περιγραφή ευρετικής μεθόδου επίλυσης προβλήματος πλανόδιου πωλητή	65
3.4	Επίλογος	71
4	ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	72
4.1	Εισαγωγή	72
4.2	Μέθοδοι επίλυσης	72
4.3	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	73
4.3.1	Αποτελέσματα μαθηματικού μοντέλου επίλυσης προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (CVRP)	75



4.3.2	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα τρόπου επίλυσης Clustering + TSP και τρόπου επίλυσης Clustering + Heuristic	78
4.3.3	Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering+TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής τους συνάρτησης.	81
4.3.4	Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου Clustering + TSP.	88
4.3.5	Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης τον χρόνο επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.	95
4.3.6	Σύγκριση των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, στους χρόνους επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.	101
4.4	Συμπεράσματα	107
4.5	Επίλογος	109
5	ΕΠΙΛΟΓΟΣ	110
6	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	114
6.1	Συντεταγμένες κόμβων – Σύνολα δεδομένων	114
6.2	Αποτελέσματα CVRP (M1)	122
6.2.1	Παράδειγμα με 80 κόμβους	122
6.2.2	Παράδειγμα με 100 κόμβους	122
6.2.3	Παράδειγμα με 140 κόμβους	123
6.2.4	Παράδειγμα με 150 κόμβους	123
6.2.5	Παράδειγμα με 170 κόμβους	124
6.2.6	Παράδειγμα με 200 κόμβους	125
6.2.7	Παράδειγμα με 240 κόμβους	126
6.3	Αποτελέσματα CVRP με χρήση της παραμέτρου $N_k$ (M4)	127
6.3.1	Παράδειγμα με 80 κόμβους	127
6.3.2	Παράδειγμα με 100 κόμβους	127
6.3.3	Παράδειγμα με 140 κόμβους	128
6.3.4	Παράδειγμα με 150 κόμβους	128

6.3.5	Παράδειγμα με 170 κόμβους	129
6.3.6	Παράδειγμα με 200 κόμβους	129
6.3.7	Παράδειγμα με 240 κόμβους	130
6.4	Αποτελέσματα CVRP σε χρόνους Greedy Clustering + TSP	130
6.4.1	Παράδειγμα με 80 κόμβους	130
6.4.2	Παράδειγμα με 100 κόμβους	131
6.4.3	Παράδειγμα με 140 κόμβους	131
6.4.4	Παράδειγμα με 150 κόμβους	132
6.4.5	Παράδειγμα με 170 κόμβους	133
6.5	Αποτελέσματα Greedy Clustering + TSP (M2)	134
6.5.1	Παράδειγμα με 80 κόμβους	134
6.5.2	Παράδειγμα με 100 κόμβους	134
6.5.3	Παράδειγμα με 140 κόμβους	135
6.5.4	Παράδειγμα με 150 κόμβους	135
6.5.5	Παράδειγμα με 170 κόμβους	136
6.5.6	Παράδειγμα με 200 κόμβους	137
6.5.7	Παράδειγμα με 240 κόμβους	138
6.6	Αποτελέσματα Greedy Clustering + Heuristic (M3)	139
6.6.1	Παράδειγμα με 80 κόμβους	139
6.6.2	Παράδειγμα με 100 κόμβους	139
6.6.3	Παράδειγμα με 140 κόμβους	140
6.6.4	Παράδειγμα με 150 κόμβους	140
6.6.5	Παράδειγμα με 170 κόμβους	141
6.6.6	Παράδειγμα με 200 κόμβους	142
6.6.7	Παράδειγμα με 240 κόμβους	143
7	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	144

## ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Απορριματοφόρο χωρητικότητας 16000 λίτρων	22
Εικόνα 2: Κάδος 1100 λίτρων	23
Εικόνα 3: Σύνολο δεδομένων με 200 κανονικούς κόμβους - κάδους	24
Εικόνα 4: Λογότυπο του λογισμικού RouteSmart	26
Εικόνα 5: Οπτική απεικόνιση λογισμικού RouteSmart	26
Εικόνα 6: Λογότυπο του λογισμικού GeoRoute	28
Εικόνα 7: Οπτική απεικόνιση λογισμικού GeoRoute	29
Εικόνα 8: Λογότυπο του λογισμικού TransCAD	30
Εικόνα 9: Οπτική απεικόνιση λογισμικού TransCAD	31
Εικόνα 10: Λογότυπο του λογισμικού Routeware	32
Εικόνα 11: Οπτική απεικόνιση λογισμικού Routeware	32
Εικόνα 12: Λειτουργίες λογισμικού RouteWare	33
Εικόνα 13: Οπτική απεικόνιση λογισμικού Container Collector	42
Εικόνα 14: Παράμετροι που εισάγονται στο λογισμικό	42
Εικόνα 15: Εισαγωγική εικόνα επεξήγησης προβλήματος πλανόδιου πωλητή	47
Εικόνα 16: Μία εφικτή διαδρομή TSP A – B – E – D – C	47
Εικόνα 17: Η βέλτιστη διαδρομή TSP A – B – C – D – E	48
Εικόνα 18: Απεικόνιση υποδιαδρομών	51
Εικόνα 19: Αρχικοί κόμβοι προς εξυπηρέτηση και η αφετηρία	53
Εικόνα 20: Προτεινόμενες διαδρομές	53
Εικόνα 21: Ενδεικτική εικόνα με τα δομικά στοιχεία του προβλήματος συλλογής απορριμμάτων	56
Εικόνα 22: Επιτρεπόμενες διαδρομές μεταξύ των συνόλων των κόμβων.	57
Εικόνα 23: Αριθμητικό παράδειγμα άπληστης λογικής	63
Εικόνα 24: Βήμα 1	64
Εικόνα 25: Βήμα 2	64
Εικόνα 26: Ελάχιστο δέντρο κάλυψης δικτύου	67
Εικόνα 27: Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης	67
Εικόνα 28: Διπλασιασμός κλάδων ελάχιστου δέντρου κάλυψης	68
Εικόνα 29: Πρώτη διαδρομή TSP	69
Εικόνα 30: Εναλλακτική διαδρομή TSP	69
Εικόνα 31: Ποσοστιαία απόκλιση από τη βέλτιστη λύση των μοντελοποιήσεων CVRP με $N_k=1$ και CVRP με $N_k \neq 1$	78

Εικόνα 32: Σύγκριση τιμών αντικειμενικών συναρτήσεων M1 - M2 στο CPU time της μοντελοποίησης M2	107
Εικόνα 33: Σύγκριση παραδειγμάτων στα οποία η M3 έχει χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από την αντίστοιχη της M1	109

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1 : Case studies, όπου έγινε εφαρμογή του λογισμικού RouteSmart	27
Πίνακας 2 : Case study, όπου έγινε εφαρμογή του λογισμικού GeoRoute	28
Πίνακας 3: Σύγκριση της κατάστασης στην αποκομιδή απορριμμάτων στο Μαρόκο πριν και μετά την εφαρμογή του λογισμικού Container Collector	41
Πίνακας 4: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το TSP	49
Πίνακας 5: Μεταβλητές απόφασης, δείκτες και απεικόνιση δεδομένων για την μοντελοποίηση CVRP	54
Πίνακας 6: Αποτελέσματα μοντελοποίησης CVRP με $N_k=1$	76
Πίνακας 7: Αποτελέσματα μοντελοποίησης CVRP με $N_k \neq 1$	76
Πίνακας 8: Αποτελέσματα διαχωρισμού κόμβων σε clusters και τιμές αντικειμενικής συνάρτησης για τη μοντελοποίηση Greedy clustering + TSP	79
Πίνακας 9: Αποτελέσματα διαχωρισμού κόμβων σε clusters και τιμές αντικειμενικής συνάρτησης για τη μοντελοποίηση Greedy clustering + Heuristic	80
Πίνακας 10: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 80 κόμβων	81
Πίνακας 11: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 100 κόμβων	82
Πίνακας 12: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 140 κόμβων	83
Πίνακας 13: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 150 κόμβων	84
Πίνακας 14: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 170 κόμβων	85
Πίνακας 15: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 200 κόμβων	86
Πίνακας 16: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 240 κόμβων	87

Πίνακας 17: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 80 κόμβων	88
Πίνακας 18: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 100 κόμβων	89
Πίνακας 19: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 140 κόμβων	90
Πίνακας 20: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 150 κόμβων	91
Πίνακας 21: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 170 κόμβων	92
Πίνακας 22: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 200 κόμβων	93
Πίνακας 23: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 240 κόμβων	94
Πίνακας 24: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 80 κόμβων	95
Πίνακας 25: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 100 κόμβων	96
Πίνακας 26: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 140 κόμβων	97
Πίνακας 27: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 150 κόμβων	98
Πίνακας 28: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 170 κόμβων	99
Πίνακας 29: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 200 κόμβων	100
Πίνακας 30: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 240 κόμβων	101
Πίνακας 31: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 80 κόμβων	102
Πίνακας 32: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 100 κόμβων	103
Πίνακας 33: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 140 κόμβων	103
Πίνακας 34: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 150 κόμβων	104

Πίνακας 35: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 170 κόμβων	105
Πίνακας 36: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 200 κόμβων	105
Πίνακας 37: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 240 κόμβων	106
Πίνακας 38: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 80 κόμβων	115
Πίνακας 39: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 100 κόμβων	116
Πίνακας 40: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 140 κόμβων	117
Πίνακας 41: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 150 κόμβων	118
Πίνακας 42: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 170 κόμβων	119
Πίνακας 43: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 200 κόμβων	120
Πίνακας 44: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 240 κόμβων	121
Πίνακας 45: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	122
Πίνακας 46: Διαδρομή M1 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	122
Πίνακας 47: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	122
Πίνακας 48: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	123
Πίνακας 49: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	123
Πίνακας 50: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	123
Πίνακας 51: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	123
Πίνακας 52: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	124
Πίνακας 53: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (M1)	124
Πίνακας 54: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	124
Πίνακας 55: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	124
Πίνακας 56: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (M1)	125
Πίνακας 57: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	125
Πίνακας 58: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	125
Πίνακας 59: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (M1)	125
Πίνακας 60: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)	126
Πίνακας 61: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)	126
Πίνακας 62: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (M1)	126
Πίνακας 63: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 4 (M1)	127
Πίνακας 64: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	127
Πίνακας 65: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	127
Πίνακας 66: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	128
Πίνακας 67: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	128
Πίνακας 68: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M4)	128

Πίνακας 69: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	129
Πίνακας 70: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	129
Πίνακας 71: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M4)	130
Πίνακας 72: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M4)	130
Πίνακας 73: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	130
Πίνακας 74: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	131
Πίνακας 75: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	131
Πίνακας 76: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	131
Πίνακας 77: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	131
Πίνακας 78: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	132
Πίνακας 79: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	132
Πίνακας 80: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	132
Πίνακας 81: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	132
Πίνακας 82: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	133
Πίνακας 83: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	133
Πίνακας 84: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριμματοφόρο 3 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)	133
Πίνακας 85: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 1 (M2)	134
Πίνακας 86: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 2 (M2)	134
Πίνακας 87: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 1 (M2)	134
Πίνακας 88: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 2 (M2)	134
Πίνακας 89: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 1 (M2)	135
Πίνακας 90: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 2 (M2)	135
Πίνακας 91: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 1 (M2)	135
Πίνακας 92: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 2 (M2)	136
Πίνακας 93: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 3 (M2)	136

Πίνακας 94: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 1 (M2)	136
Πίνακας 95: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 2 (M2)	136
Πίνακας 96: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 3 (M2)	137
Πίνακας 97: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 1 (M2)	137
Πίνακας 98: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 2 (M2)	137
Πίνακας 99: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 3 (M2)	137
Πίνακας 100: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 1 (M2)	138
Πίνακας 101: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 2 (M2)	138
Πίνακας 102: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 3 (M2)	138
Πίνακας 103: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 4 (M2)	138
Πίνακας 104: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 1 (M3)	139
Πίνακας 105: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 2 (M3)	139
Πίνακας 106: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 1 (M3)	139
Πίνακας 107: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 2 (M3)	140
Πίνακας 108: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 1 (M3)	140
Πίνακας 109: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 2 (M3)	140
Πίνακας 110: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 1 (M3)	140
Πίνακας 111: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 2 (M3)	141
Πίνακας 112: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 3 (M3)	141
Πίνακας 113: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 1 (M3)	141
Πίνακας 114: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 2 (M3)	141
Πίνακας 115: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 3 (M3)	142
Πίνακας 116: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 1 (M3)	142
Πίνακας 117: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 2 (M3)	142
Πίνακας 118: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 3 (M3)	142
Πίνακας 119: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 1 (M3)	143
Πίνακας 120: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 2 (M3)	143
Πίνακας 121: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 3 (M3)	143
Πίνακας 122: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 4 (M3)	143



## ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ

VRP	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων
TSP	Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή
ATSP	Μη συμμετρικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή
CVRP	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, όπου λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί χωρητικότητας.
GIS	Γεωγραφικό σύστημα πληροφοριών
VRPTW	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα
MDVRP	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περισσότερες από μία αφετηρίες
MILP	Πρόβλημα μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού
PVRP	Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων σε περιόδους
LS algorithm	Αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης
NP	Μη πολυωνυμικό
MST (ΕΔΚ)	Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας αποτελεί η επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων με στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυόμενης απόστασης. Από την πόλη του Βόλου αντλήθηκαν πληροφορίες που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία και τη διαμόρφωση των συνόλων δεδομένων που μελετήθηκαν στην παρούσα διπλωματική. Γίνεται περιγραφή του προβλήματος αποκομιδής απορριμμάτων καθώς και των λογισμικών που κυκλοφορούν στο εμπόριο και χρησιμοποιούνται ευρέως για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Στην συνέχεια πραγματοποιείται ανασκόπηση επιλεγμένων επιστημονικών δημοσιεύσεων καθώς και σύγκριση τους με τις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία. Έπειτα περιγράφονται οι μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος, δηλαδή τα μαθηματικά μοντέλα δρομολόγησης οχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και οι ευρετικές μέθοδοι δύο σταδίων. Στις ευρετικές μεθόδους έχουμε συνδυασμό μαθηματικών μοντέλων πλανόδιου πωλητή και αλγορίθμων για τη δημιουργία της τελικής λύσης. Προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την καταλληλότητα κάθε μεθόδου, ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος και τις απαιτήσεις του χρήστη (ταχύτητα λύσης, ποιότητα λύσης), πραγματοποιούνται συγκρίσεις μεταξύ των λύσεων που προέκυψαν καθώς και των χρόνων που απαιτήθηκαν για την επίλυση. Τέλος, παρουσιάζονται τα δρομολόγια των απορριμματοφόρων για όλες τις μεθόδους και απεικονίζεται η αλληλουχία των κάδων τούς οποίους επισκέφθηκαν και εξυπηρέτησαν.

# **1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ**

## **1.1 Εισαγωγή**

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η περιγραφή του προβλήματος της συλλογής απορριμμάτων σε μία αστική περιοχή. Στη συνέχεια δίνονται δεδομένα τα οποία θα βοηθήσουν στην ανάπτυξη μοντέλων που θα βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα. Τέλος γίνεται ανάλυση των λογισμικών που υπάρχουν στην αγορά και που επιλύουν το πρόβλημα δρομολόγησης των απορριμματοφόρων.

## **1.2 Περιγραφή προβλήματος**

Η διπλωματική αυτή εκπονήθηκε με σκοπό τη βελτιστοποίηση και τον προγραμματισμό των διαδρομών των απορριμματοφόρων για συλλογή απορριμμάτων σε αστική περιοχή. Η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση του κόστους συλλογής, που στην περίπτωση μας εκφράζεται με την ελαχιστοποίηση των χιλιομέτρων που διανύουν τα απορριμματοφόρα της αρμόδιας δημοτικής αρχής. Το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα παρουσιάζει τη βέλτιστη διαδρομή που θα ακολουθεί κάθε απορριμματοφόρο, τους κάδους που θα συλλέξει καθώς και την αλληλουχία τους.

Η διαχείριση των στερεών αποβλήτων είναι ένας πολύ σημαντικός τομέας εξαιτίας του αντίκτυπου που έχει στην κοινωνία αλλά και στο περιβάλλον γενικότερα. Η τοπική αυτοδιοίκηση είναι υπεύθυνη τόσο για την συλλογή όσο και για την μεταφορά των στερεών αποβλήτων στην Ελλάδα. Η συλλογή και η μεταφορά των απορριμμάτων είναι δαπανηρές υπηρεσίες και απορροφούν συνήθως το 75-80% του συνολικού προϋπολογισμού της διαχείρισης στερεών αποβλήτων. Τα κόστη για τα καύσιμα καθώς και για το εργατικό δυναμικό αυξάνονται διαρκώς ενώ σε συνδυασμό με τις συνεχώς αναβαθμιζόμενες περιβαλλοντικές απαιτήσεις που επιβάλλονται από την εκάστοτε νομοθεσία, κρίνεται απαραίτητο ο στόλος των απορριμματοφόρων να λειτουργεί με τον πλέον αποδοτικό τρόπο σε καθημερινή βάση.

Η εφαρμογή ενός προγράμματος αποκομιδής απορριμμάτων είναι μια συνεχής διαδικασία η οποία απαιτεί σωστή οργάνωση από την πλευρά της τοπικής αυτοδιοίκησης καθώς και υπεύθυνη στάση από την πλευρά των πολιτών για να στεφθεί με επιτυχία.

Το πρώτο βήμα σχετίζεται με την ενημέρωση των πολιτών σχετικά με την σπουδαιότητα της ανακύκλωσης και τον ορθό διαχωρισμό των στερεών αποβλήτων. Στη συνέχεια η τοπική αυτοδιοίκηση πρέπει να σχεδιάσει το πρόγραμμα αποκομιδής λαμβάνοντας σημαντικές αποφάσεις που αφορούν:

- Τον χρησιμοποιούμενο εξοπλισμό για την αποκομιδή των απορριμμάτων.
- Τον τύπο των απορριματοφόρων (π.χ. χωρητικότητα απορριματοφόρου).
- Τον χωρισμό της συνολικής περιοχής σε ένα σύνολο υποπεριοχών (clusters) με βάση ορισμένα κριτήρια.
- Καθορισμό της συχνότητας καθώς και των χρονικών διαστημάτων που γίνεται η αποκομιδή από τα απορριματοφόρα.
- Σωστή επιλογή χώρου εναπόθεσης απορριμμάτων.
- Συλλογή των απορριμμάτων με βέλτιστο τρόπο. Ο βέλτιστος τρόπος έχει να κάνει με τους στόχους που θέτει ο εκάστοτε φορέας. (π.χ. ελαχιστοποίηση χρόνου αποκομιδής, συνολικής διανυόμενης απόστασης κτλ).

Μετά την συλλογή των απορριμμάτων ανάλογα με το είδος των στερεών αποβλήτων (ανακυκλώσιμα η μη) αλλάζει ο προορισμός που γίνεται η εναπόθεσή τους.

Με την διαρκή και ορθή ενημέρωση των πολιτών, ώστε να διαχωρίζουν σωστά τα στερεά τους απόβλητα μειώνονται τυχόν επιπλέον έξοδα που αφορούν τον εκ των υστέρων διαχωρισμό τους.

Ο σχεδιασμός των διαδρομών που ακολουθούν τα απορριματοφόρα γίνεται στις πιο πολλές περιπτώσεις με το χέρι και με βάση την εμπειρία των οδηγών των απορριματοφόρων. Το πραγματικό πρόβλημα της αποκομιδής απορριμμάτων μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Τα απορρίμματα εναποτίθενται σε κάδους που είναι τοποθετημένοι κατά μήκος του οδικού δικτύου. Τα απορρίμματα συλλέγονται από έναν στόλο από οχήματα, τα οποία έχουν συγκεκριμένη χωρητικότητα. Αυτό σημαίνει ότι κάθε απορριματοφόρο μπορεί να συλλέξει μέχρι έναν συγκεκριμένο όγκο απορριμμάτων.

Υπάρχουν δύο είδη απορριμμάτων:

- τα ανακυκλώσιμα,
- τα μη ανακυκλώσιμα.

Επομένως για κάθε είδος φορτίου χρησιμοποιείται και διαφορετικό είδος απορριμματοφόρου. Το κάθε απορριμματοφόρο ξεκινά από την αφετηρία, περνά από ένα σύνολο κάδων κάνοντας μία σειρά από στάσεις και όταν γεμίσει στην συνέχεια κατευθύνεται στον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων για να ξεφορτώσει το φορτίο του. Υπάρχουν τακτικά δρομολόγια κατά την διάρκεια της εβδομάδας ενώ τα δρομολόγια αυτά γίνονται πιο αραιά κατά την διάρκεια του σαββατοκύριακου.

Το απορριμματοφόρο φεύγει από την αφετηρία στην αρχή της ημέρας και πρέπει να επιστρέψει πριν το τέλος της ίδιας μέρας. Κατά την διάρκεια της ίδιας ημέρας δύο διαφορετικά δρομολόγια μπορούν να γίνουν από το ίδιο απορριμματοφόρο, ένα το πρωί και ένα το απόγευμα. Υπάρχει συγκεκριμένος αριθμός απορριμματοφόρων που είναι διαθέσιμα τα οποία πολλές φορές έχουν την ίδια χωρητικότητα (ομογενής στόλος). Κάθε κάδος εξυπηρετείται από ακριβώς ένα όχημα.

Αξιόπιστες πληροφορίες σχετικά με την μάζα καθώς και τον όγκο των απορριμμάτων που περιέχει κάθε κάδος δεν υπάρχουν. Η ποσότητα των δημοτικών στερεών αποβλήτων είναι σημαντικά μεταβλητή και εξαρτάται από παράγοντες όπως:

- ο αριθμός των κατοίκων που αντιστοιχούν σε κάθε κάδο,
- το κατά κεφαλήν εισόδημα (ΑΕΠ),
- η περίοδος του χρόνου.

Οι παράγοντες αυτοί καθώς και αρκετοί άλλοι αποτελούν την αιτία που η ποσότητα των απορριμμάτων που βρίσκεται μέσα σε κάθε κάδο θεωρείται στοχαστική. Στην συγκεκριμένη διπλωματική έχει γίνει υπόθεση σε σχέση με την ποσότητα των απορριμμάτων που περιέχει ο κάθε κάδος, η οποία θεωρείται σταθερή.

Η αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα που μελετάται στην διπλωματική είναι η βέλτιστη διαχείριση του στόλου ελαχιστοποιώντας την συνολική απόσταση που διανύεται από τα απορριμματοφόρα κατά την διάρκεια μιας ημέρας.

Προκειμένου να καταστρωθεί το πρόβλημα ώστε να προκύψουν οι πραγματικοί περιορισμοί του απαιτούνται μία σειρά δεδομένων που αναφέρονται και αναλύονται παρακάτω. Τα δεδομένα αυτά σε συνδυασμό με τους περιορισμούς του μαθηματικού μοντέλου θα δώσουν το τελικό αποτέλεσμα της δρομολόγησης.

Καταρχάς, τα απορριμματοφόρα οχήματα που χρησιμοποιούνται από τις αρμόδιες αρχές συλλογής είναι χωρητικότητας 16000 λίτρων με δυνατότητα συμπίεσης των περιεχομένων των κάδων που παραλαμβάνουν.



Εικόνα 1: Απορριμματοφόρο χωρητικότητας 16000 λίτρων<sup>1</sup>

<sup>1</sup> [http://images.autoline-eu.gr/s/koinotika-okhimata-aporrimmatoforo-RENAULT-Premium-270---2\\_big--12112914505313276300.jpg](http://images.autoline-eu.gr/s/koinotika-okhimata-aporrimmatoforo-RENAULT-Premium-270---2_big--12112914505313276300.jpg)

Οι κάδοι που χρησιμοποιούνται για την απόρριψη σε αστικές περιοχές της Ελλάδας είναι οι πράσινοι των 1100 λίτρων. Ο κάθε κάδος συμπιέζεται περίπου στο ένα τέταρτο του συνολικού του περιεχομένου, πράγμα που σημαίνει ότι ένας πλήρης κάδος καταλαμβάνει όγκο μέσα στο απορριμματοφόρο περίπου 275 λίτρα.



**Εικόνα 2: Κάδος 1100 λίτρων<sup>1</sup>**

Η υπόθεση που αναφέρθηκε προηγουμένως σχετικά με την ποσότητα των απορριμμάτων αφορά το ότι οι κάδοι δεν θεωρούνται πλήρεις αλλά ότι όλοι έχουν σταθερή ποσότητα πριν τη συλλογή, στο 83% του συνολικού τους όγκου. Αυτό σημαίνει ότι ο κάθε κάδος καταλαμβάνει μέσα στο απορριμματοφόρο (αφού συμπιεστεί δηλαδή):

$$83\% \times 275 = 228,25 \text{ λίτρα.}$$

Με βάση τα παραπάνω, κάθε απορριμματοφόρο μπορεί στο μέγιστο δυνατό βαθμό να παραλάβει:

$$16000 : 228,25 = 70,09 \rightarrow 70 \text{ κάδους το μέγιστο.}$$

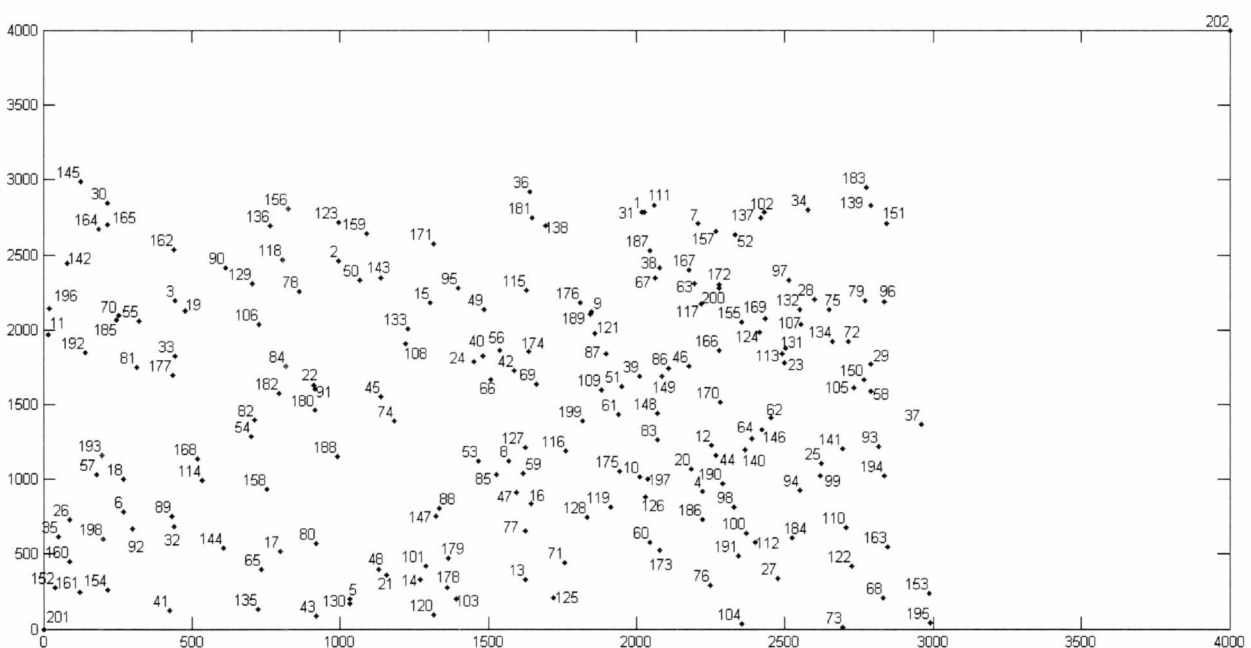
<sup>1</sup> [http://www.lazaridis-k.gr/images/298\\_4-314-00.jpg](http://www.lazaridis-k.gr/images/298_4-314-00.jpg)

Επίσης μπορούν να ληφθούν υπόψη περιορισμοί του δικτύου, όπως δρόμοι μονής κατεύθυνσης, δεδομένα κίνησης δρόμων στις ώρες αποκομιδής, όρια ταχύτητας, φωτεινοί σηματοδότες, καθυστερήσεις σε στροφές και διασταυρώσεις κλπ αλλά ξεφεύγουν από τους σκοπούς της παρούσας διπλωματικής.

Επιχειρήθηκε προσομοίωση και μεταφορά υποπεριοχών μίας αστικής περιοχής σε ένα εξιδανικευμένο δίκτυο με κόμβους και τόξα που συνδέουν τους κόμβους μεταξύ τους. Οι κόμβοι αναπαριστούν τους κάδους και τα τόξα αναπαριστούν τους δρόμους του οδικού δικτύου. Κάθε τόξο έχει και ένα συγκεκριμένο μήκος το οποίο είναι η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των κάδων που συνδέει σε μέτρα. Ο χώρος εκκίνησης των απορριματοφόρων καθώς και ο χώρος εναπόθεσης των απορριμμάτων αναπαρίστανται επίσης με συγκεκριμένους κόμβους. Το δίκτυο που δημιουργήθηκε είναι συμμετρικό, δηλαδή η απόσταση για μετάβαση από έναν κόμβο σε έναν άλλον είναι ίση με την απόσταση μετάβασης από τον δεύτερο στον πρώτο.

Δημιουργήθηκε πλέγμα σε καρτεσιανό επίπεδο 4000m x 4000 m όπου ο κόμβος εκκίνησης (γκαράζ) είναι ο κόμβος (0, 0) , ο χώρος εναπόθεσης (Χώρος Υγειονομικής Ταφής Απορριμμάτων) ο κόμβος (4000, 4000) και οι κανονικοί κόμβοι (κάδοι) διασκορπίζονται τυχαία μέσα στο πλέγμα. Ο χώρος εναπόθεσης για λόγους καλύτερης προσέγγισης τοποθετείται μακριά από τους κάδους.

Για την αναπαράσταση διαφόρων μεγεθών υποπεριοχών χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικά μεγέθη δεδομένων κόμβων και συγκεκριμένα μελετήθηκαν δίκτυα 80, 100, 140, 150, 170, 200 και 240 κόμβων.



Εικόνα 3: Σύνολο δεδομένων με 200 κανονικούς κόμβους - κάδους



### **1.3 Ανάλυση λογισμικών που επιλύουν το πρόβλημα της αποκομιδής των απορριμμάτων**

Στην συγκεκριμένη ενότητα γίνεται παρουσίαση ορισμένων λογισμικών, που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής των απορριμμάτων. Γίνεται περιγραφή καθώς και ανάλυση του κάθε λογισμικού.

Το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων είναι ένα δύσκολο πρόβλημα. Τα λογισμικά που επιλύουν το συγκεκριμένο πρόβλημα συνδυάζουν μαθηματικές μοντελοποιήσεις προβλημάτων δρομολόγησης στόλου οχημάτων (VRP) μαζί με ένα σύστημα λήψης αποφάσεων (decision support system). Τα περισσότερα από αυτά τα προγράμματα κάνουν χρήση του γεωγραφικού συστήματος πληροφοριών (GIS).

Τα πιο διαδεδομένα και ευρέως χρησιμοποιούμενα λογισμικά που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής των απορριμμάτων είναι τα εξής:

- RouteSmart
- GeoRoute
- TransCAD
- Routeware

#### **1.3.1 RouteSmart**

Το συγκεκριμένο λογισμικό έχει κατασκευαστεί από την εταιρεία RouteSmart Technologies, η οποία εξειδικεύεται στην δημιουργία εφαρμογών που αφορούν την αποκομιδή στερεών απορριμμάτων. Η έδρα της εταιρείας είναι το Maryland (Columbia). Το λογισμικό RouteSmart είναι το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο λογισμικό για την δρομολόγηση απορριμματοφόρων. Χαρακτηριστικό της εφαρμογής RouteSmart είναι ότι όχι μόνο κάνει βελτιστοποίηση της συνολικής διαδρομής αλλά ταυτόχρονα εξισορροπεί τον φόρτο εργασίας μεταξύ των απορριμματοφόρων (workload balancing). Το RouteSmart έχει χρησιμοποιηθεί σε πολλές πραγματικές εφαρμογές.

Για την επίλυση της δρομολόγησης οχημάτων το RouteSmart λαμβάνει υπόψη ανταγωνιστικούς παράγοντες έτσι ώστε να παράγει μια πολυκριτήρια βέλτιστη λύση. Η εφαρμογή αυτή επεξεργάζεται πολύ γρήγορα την βάση δεδομένων GIS, απ' την οποία αντλεί απαραίτητες πληροφορίες που απαιτούνται για την παραγωγή της βέλτιστης λύσης, όπως: το

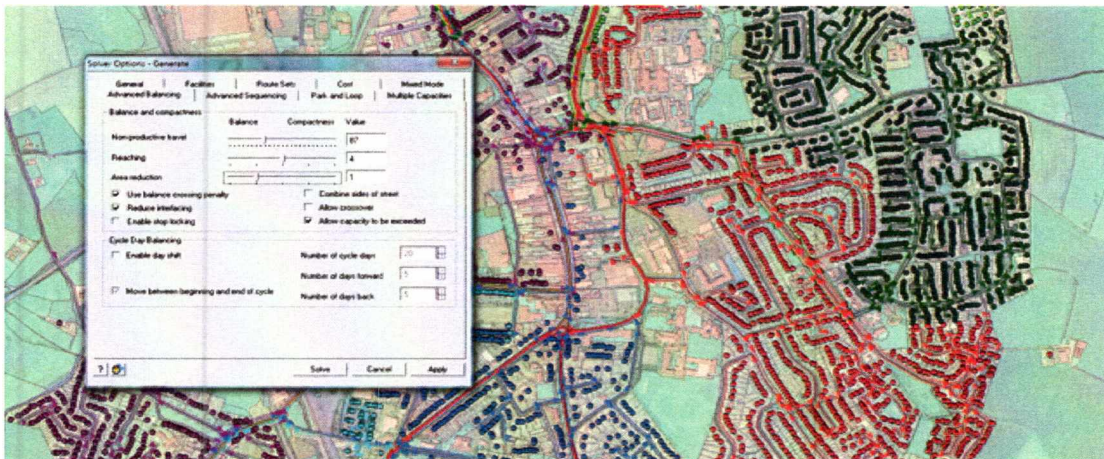
οδικό δίκτυο, οι τοποθεσίες της αφετηρίας, των κάδων καθώς και του χώρου εναπόθεσης απορριμμάτων.



*The world's most intelligent routing system.*

**Εικόνα 4: Λογότυπο του λογισμικού RouteSmart<sup>1</sup>**

Εκτός από γεωγραφικές πληροφορίες το λογισμικό συνυπολογίζει για την παραγωγή της βέλτιστης λύσης συγκεκριμένα κριτήρια όπως: τον αριθμό των διαδρομών που μπορεί να κάνει το κάθε απορριμματοφόρο, τις διαθέσιμες εργατοώρες, κόστη κ.τ.λ.



**Εικόνα 5: Οπτική απεικόνιση λογισμικού RouteSmart<sup>2</sup>**

Το RouteSmart είναι σχεδιασμένο για την επίλυση προβλημάτων δικτύου μεγάλης πυκνότητας ("high density network"), δηλαδή προβλημάτων που περιλαμβάνουν πολύ μεγάλο αριθμό κάδων, οι οποίοι εξυπηρετούνται σε τακτική βάση.

Μερικές από τις αντικειμενικές συναρτήσεις που έχει ως προς βελτιστοποίηση είναι:

- Η ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυόμενης απόστασης, που έχει ως συνέπεια την εξοικονόμηση καυσίμου και την μείωση των κοστών συντήρησης των οχημάτων.

1 <http://www.routesmart.co.uk/>

2 [http://routesmart.co.uk/images/what\\_is\\_maps3.jpg](http://routesmart.co.uk/images/what_is_maps3.jpg)

- Μείωση των εκπομπών σε διοξείδιο του άνθρακα (CO2).
- Εξισορρόπηση κατανομής εργασίας μεταξύ των φορτηγών.
- Μοντελοποίηση νέου συστήματος αποκομιδής απορριμμάτων και καθορισμός του στόλου καθώς και της χωρητικότητας των νέων οχημάτων.

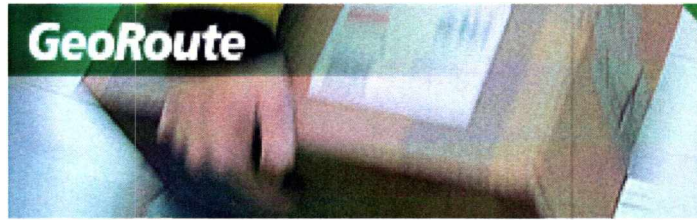
Τοποθεσία	Είδος συλλογής	Συνέπειες εφαρμογής του λογισμικού RouteSmart
Oyster Bay, New York	Residential	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Εξισορρόπηση κατανομής εργασίας μεταξύ των φορτηγών.</li> <li>• Μείωση του αριθμού των απορριμματοφόρων.</li> <li>• Εξοικονόμηση πόρων ύψους \$ 1.000.000 τον χρόνο</li> </ul>
Charlotte, North Carolina	Residential	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Εξοικονόμηση 2800 εργατοωρών από την πρώτη χρονιά εφαρμογής.</li> </ul>
Philadelphia, Pennsylvania	Residential	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μείωση των απαιτούμενων απορριμματοφόρων από 23 σε 18.</li> <li>• Πολύ καλύτερες διαδρομές συλλογής σε σχέση με πριν.</li> </ul>

**Πίνακας 1 : Case studies, όπου έγινε εφαρμογή του λογισμικού RouteSmart**

### 1.3.2 GeoRoute

Η εταιρεία GIRO, που εδρεύει στο Μόντρεαλ του Καναδά έχει σχεδιάσει το λογισμικό GeoRoute που χρησιμοποιείται από δήμους για την βέλτιστη δρομολόγηση του στόλου των απορριμματοφόρων. Το λογισμικό GeoRoute χρησιμοποιείται ευρέως σε χώρες όπως το Βέλγιο, ο Καναδάς, η Γερμανία, η Ιρλανδία, η Ελβετία καθώς και η Αγγλία.

Πρόκειται για ένα πρόγραμμα που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των διαδρομών που χρειάζεται να κάνουν τα απορριμματοφόρα σε καθημερινή βάση. Η μείωση που επιτυγχάνεται στην συνολική διανυόμενη διαδρομή κυμαίνεται από 5-15%. Το πρόγραμμα παράγει την βέλτιστη διαδρομή αλλά δίνεται στον χρήστη η δυνατότητα να επέμβει και να κάνει αλλαγές στην προτεινόμενη διαδρομή καθώς επίσης και να δημιουργήσει την δική του διαδρομή. Τέλος, δίνεται η δυνατότητα παραγωγής λεπτομερών χαρτών για την κάθε διαδρομή.



Εικόνα 6: Λογότυπο του λογισμικού GeoRoute<sup>1</sup>

Το λογισμικό παράγει τις διαδρομές των απορριματοφόρων λαμβάνοντας υπόψη:

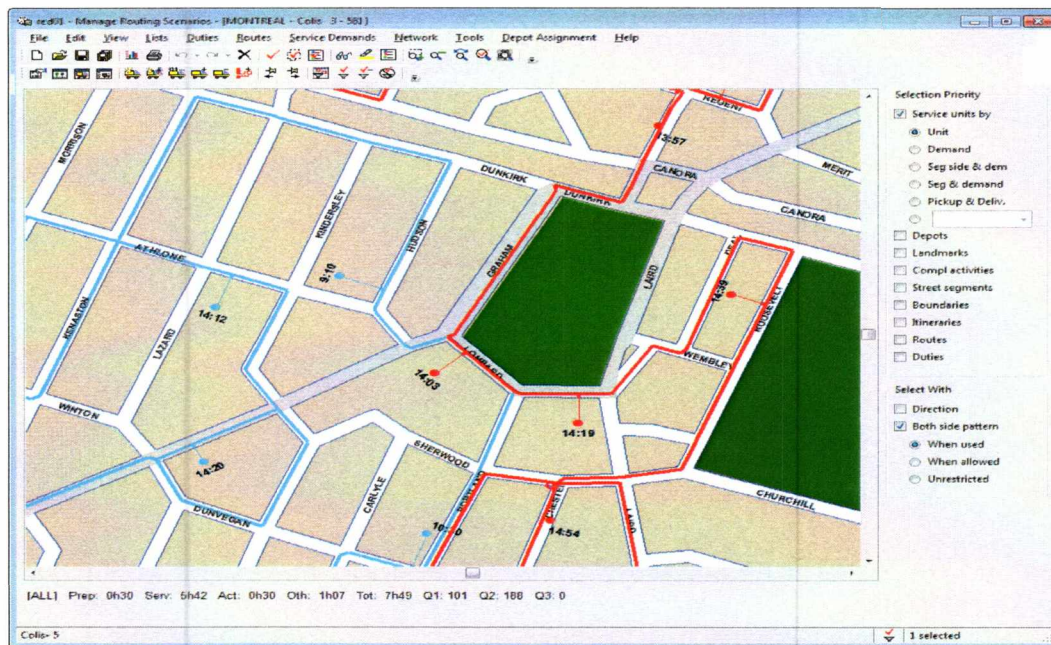
- τα χρονικά πλαίσια μέσα στα οποία πρέπει να γίνει η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη (κάδου).
- πληροφορίες σχετικά με την χωρητικότητα των απορριματοφόρων, τις ταχύτητες κυκλοφορίας σε οδικές ζώνες αυξημένης κυκλοφορίας.

Επίσης του δίνεται η δυνατότητα να εναλλάξει κόμβους (κάδους) μεταξύ των περιοχών έτσι ώστε να ισορροπήσει τις διάρκειες των διαδρομών.

Τοποθεσία	Είδος συλλογής	Συνέπειες εφαρμογής του λογισμικού GeoRoute
Sacramento, California	Residential	<ul style="list-style-type: none"><li>• Χρήση 40 οχημάτων για την εβδομαδιαία αποκομιδή απορριμμάτων.</li><li>• Μείωση των υπερωριών</li></ul>

Πίνακας 2 : Case study, όπου έγινε εφαρμογή του λογισμικού GeoRoute

<sup>1</sup> <http://www.giro.ca/images/iu/accueil/icones/georoute.jpg>



Εικόνα 7: Οπτική απεικόνιση λογισμικού GeoRoute<sup>1</sup>

### 1.3.3 TransCAD

Το λογισμικό TransCAD είναι προϊόν της εταιρείας Caliper που εδρεύει στο Newton της Μασαχουσέτης. Πρόκειται για ένα σύστημα γεωγραφικών πληροφοριών, που λειτουργεί μέσα από τα Windows. Το TransCAD έχει σχεδιαστεί για την υποστήριξη εφαρμογών μεταφοράς και μπορεί να διαχειριστεί μεγάλης κλίμακας προβλήματα. Χρησιμοποιείται για να υποστηρίξει εφαρμογές όπως τον σχεδιασμό των μεταφορών, των εγκαταστάσεων διαχείρισης, καθώς και δρομολόγηση και logistics.

Συγκεκριμένα στον τομέα της συλλογής στερεών αποβλήτων, η συγκεκριμένη εφαρμογή παράγει διαδρομές για την συλλογή στερεών αποβλήτων σε ένα οδικό δίκτυο λαμβάνοντας όμως υπόψη παραμέτρους, που αφορούν το οδικό δίκτυο. Η εφαρμογή χρησιμοποιείται ευρέως για προβλήματα συλλογής και παράδοσης.

<sup>1</sup> [http://www.giro.ca/images/contenu/public/ecrans/georoute/en/postal\\_operations.gif](http://www.giro.ca/images/contenu/public/ecrans/georoute/en/postal_operations.gif)



Εικόνα 8: Λογότυπο του λογισμικού TransCAD<sup>1</sup>

Μερικά χαρακτηριστικά του προγράμματος είναι ότι έχει την δυνατότητα :

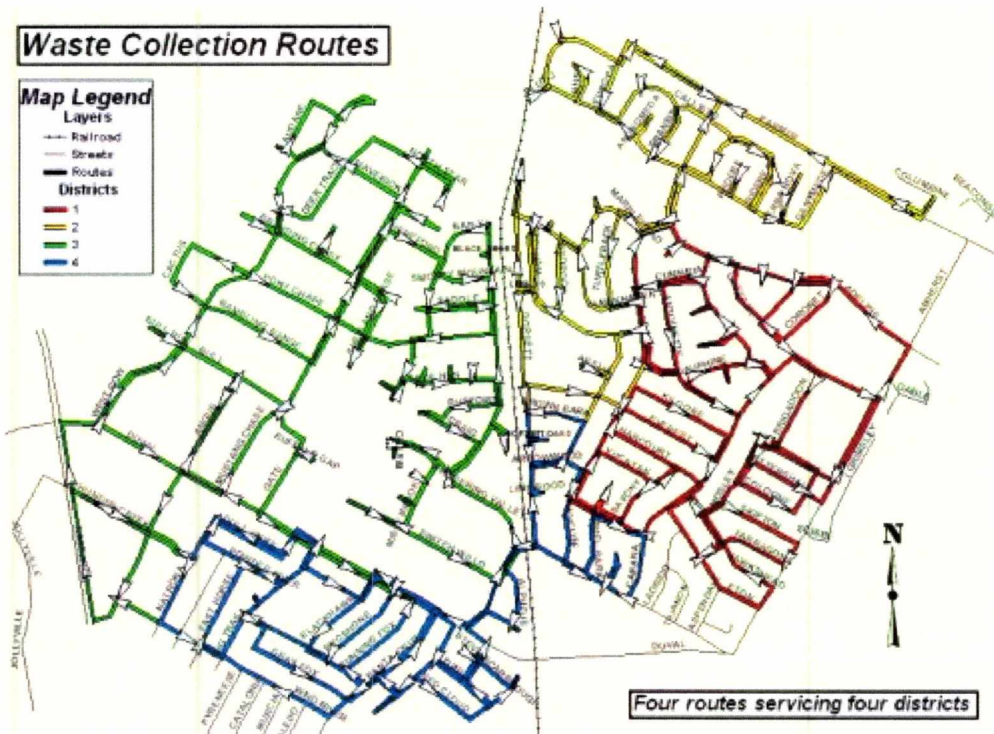
- με την χρήση συγκεκριμένων ρουτινών να παράγει διαδρομές ελάχιστης απόστασης, γρηγορότερες η ακόμη και ελάχιστου κόστους για τα απορριμματοφόρα ανάμεσα σε οποιαδήποτε αφετηρία και τελικό προορισμό και ανεξάρτητα από το πλήθος των ενδιάμεσων προς επίσκεψη σημείων σε αυτή την διαδρομή.
- να χωρίσει την συνολική προς εξυπηρέτηση περιοχή σε επιμέρους υποπεριοχές, με κριτήρια την προσβασιμότητα των απορριμματοφόρων σε αυτές τις περιοχές καθώς και τον χρόνο που απαιτείται για την εξυπηρέτησή τους.
- με την χρήση μοντέλων πλανόδιου πωλητή να παράγει αποτελεσματικές διαδρομές για την εξυπηρέτηση του συνόλου των κάδων (κόμβων).
- να προβλέψει την κατανομή την κίνησης μέσα στο οδικό δίκτυο, έτσι ώστε να κάνει καλύτερη επιλογή κατά την παραγωγή των διαδρομών.

Το λογισμικό TransCAD είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης και μπορεί να επεξεργαστεί διάφορες παραλλαγές αυτού του προβλήματος όπως:

- προβλήματα δρομολόγησης με χρονικά πλαίσια εξυπηρέτησης του κάθε κόμβου (κάδου) (VRPTW – Vehicle Routing Problem with Time Windows).
- προβλήματα όπου η εκκίνηση των οχημάτων γίνεται από περισσότερες από μία αφετηρίες (MDVRP – Multiple Depot Vehicle Routing Problem).
- προβλήματα όπου ο στόλος των οχημάτων είναι μη ομογενής.

---

<sup>1</sup> <http://www.caliper.com/tcovu.htm>



Εικόνα 9: Οπτική απεικόνιση λογισμικού TransCAD<sup>1</sup>

Το λογισμικό επιτυγχάνει να μειώσει το συνολικό λειτουργικό κόστος αποκομιδής ελαχιστοποιώντας τον χρόνο τον οποίο τα απορριμματοφόρα είναι σε κίνηση αλλά δεν εξυπηρετούν κάποιο κάδο. π.χ. ξαναπέρασμα από μια οδό η οποία έχει ήδη εξυπηρετηθεί προκειμένου να φτάσει το απορριμματοφόρο σε ένα άλλο σημείο του δικτύου προς εξυπηρέτηση. Η εφαρμογή μπορεί να οργανώσει τις βάρδιες των οδηγών καθώς επίσης δίνει στον χρήστη πληροφορίες σχετικά με τον φόρτο εργασίας του κάθε απορριμματοφόρου.

### 1.3.4 Routeware

Πρόκειται για ένα λογισμικό που χρησιμοποιείται με στόχο την αυτοματοποίηση των διαδικασιών που αφορούν την αποκομιδή των απορριμμάτων. Με την χρήση του συγκεκριμένου λογισμικού το σύνολο των εργασιών που αφορούν την αποκομιδή μετατρέπονται σε ηλεκτρονικές.

<sup>1</sup> <http://www.caliper.com/press/trash1.jpg>

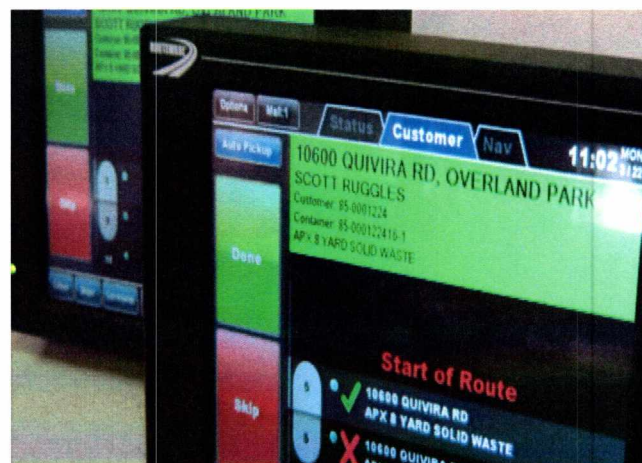


Εικόνα 10: Λογότυπο του λογισμικού Routeware<sup>1</sup>

Η διαχείριση της διαδικασίας της αποκομιδής περιλαμβάνει θέματα που αφορούν αλλαγές στην διαδρομή που ακολουθούν τα απορριμματοφόρα, στον οδηγό καθώς και στην συντήρηση των απορριμματοφόρων. Παραδοσιακά για να αντιμετωπιστούν αυτά τα θέματα απαιτείται αρκετή γραφειοκρατία καθώς και ενδοεπικοινωνία μέσα από κινητά τηλέφωνα.

Το λογισμικό Routeware παρέχει αυτόματα σε πραγματικό χρόνο όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για την τοποθεσία του απορριμματοφόρου και τις διαδικασίες που εκτελεί κάθε χρονική στιγμή. Αυτή η διαδραστική πληροφορία που συλλέγεται στα κεντρικά γραφεία έχει ως συνέπεια:

- την εξοικονόμηση καυσίμων,
- την καλύτερη διαχείριση των οδηγών,
- μείωση των γραφειοκρατικών διαδικασιών,
- την καλύτερη οργάνωση των δρομολογίων.

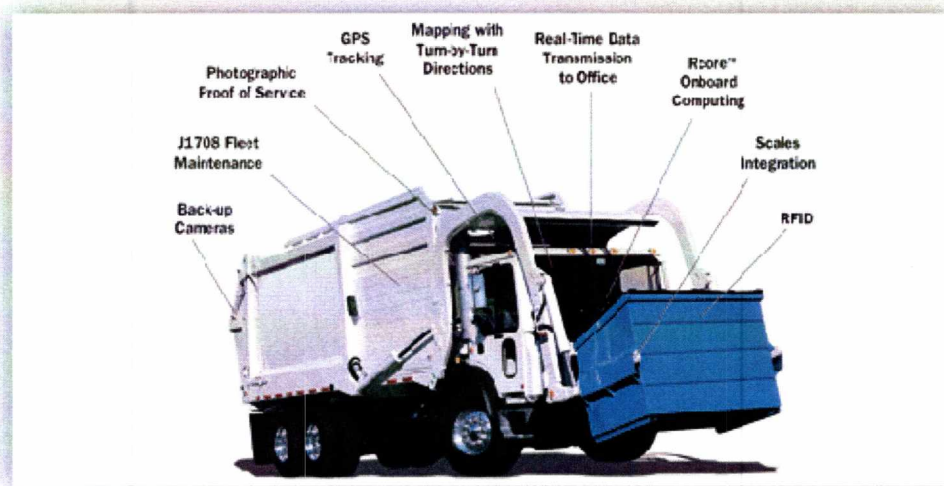


Εικόνα 11: Οπτική απεικόνιση λογισμικού Routeware<sup>2</sup>

1 <http://www.routeware.com/>

2 <http://www.routeware.com/Images/home-slider/slider-rbo01.jpg>





Εικόνα 12: Λειτουργίες λογισμικού RouteWare<sup>1</sup>

#### 1.4 Επίλογος

Στο παρόν κεφάλαιο, έγινε η περιγραφή του προβλήματος της συλλογής απορριμμάτων σε αστική περιοχή, δόθηκαν δεδομένα για την καλύτερη κατανόηση του και την ανάπτυξη μοντέλων για την αναπαράσταση και επίλυσή του και αναλύθηκαν εμπορικά λογισμικά που το επιλύουν. Με βάση αυτά, έγινε κατανοητή η πολυπλοκότητα του προβλήματος προς μελέτη αλλά και το πού μπορεί να εφαρμοστεί η λύση του. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, θα γίνει ανασκόπηση και περιγραφή των επιστημονικών δημοσιεύσεων που υπάρχουν για τα μοντέλα και τους τρόπους επίλυσης που ασχολούνται με την αποκομιδή αστικών στερεών αποβλήτων.

<sup>1</sup> <http://www.routeware.com/Images/home-slider/slider-smart-truck.png>

## 2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

### 2.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο αναφέρονται επιστημονικές δημοσιεύσεις που σχετίζονται με το πρόβλημα της αποκομιδής των απορριμμάτων. Γίνεται ανάλυση της κάθε δημοσίευσης καθώς και σύγκριση με την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

### 2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων

#### 2.2.1 Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi (Dang Vu Tung, Anulark Pinnoi, 2000)

Η συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζει μια εφαρμογή από τεχνικές για την διαχείριση της διαδικασίας συλλογής στερεών αποβλήτων στην πόλη του Hanoi, στο Βιετνάμ. Η εργασία αυτή λαμβάνει υπόψη της τα χρονικά πλαίσια μέσα στα οποία πρέπει να εξυπηρετηθούν οι πελάτες (κάδοι). Για το συγκεκριμένο πρόβλημα διατυπώθηκε μια μαθηματική μοντελοποίηση μικτού ακεραίου προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming-MILP) και παρουσιάστηκαν ευρετικές μέθοδοι που αρχικά κατασκευάζουν μια διαδρομή και στην επόμενη φάση την βελτιώνουν.

Μέσα από τις μοντελοποιήσεις αυτές στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους καθώς και η ελαχιστοποίηση των συνολικών απορριμματοφόρων προς χρήση.

Το πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η εργασία είναι το Vehicle Routing and Scheduling Problem (VRSP) που ανήκει στα NP-hard προβλήματα. Στην περίπτωση του Hanoi η εταιρεία που έχει αναλάβει την αποκομιδή των απορριμμάτων έχει δύο στόλους απορριμματοφόρων με τον καθένα να εξυπηρετεί 2 με 3 συνοικίες. Επειδή ο κάθε στόλος λειτουργεί ανεξάρτητα αλλά ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που λειτουργούν και οι υπόλοιποι, οι μοντελοποιήσεις ασχολούνται με την λειτουργία ενός στόλου από οχήματα. Το VRSP που παρουσιάζεται έχει περιορισμούς χρόνων εξυπηρέτησης καθώς και περιορισμούς που αφορούν τις χωρητικότητες των απορριμματοφόρων και επιτρέπει στα απορριμματοφόρα να επισκεφθούν τις συνοικίες με οποιαδήποτε σειρά.

Το VRSP είναι διεύρυνση του κλασικού VRP, με περιορισμούς χρόνου όπως χρονικά παράθυρα (time windows) και τον περιορισμό προτεραιότητας μιας εργασίας πριν από κάποια άλλη (δηλαδή της παραλαβής πριν την παράδοση). Εξαιτίας της δυσκολίας επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος ευρετικές (ή προσεγγιστικές) μέθοδοι χρησιμοποιούνται για την επίλυσή του. Με την μοντελοποίηση αυτής της εργασίας, σε αντίθεση με την πολιτική που ακολουθούταν από την εταιρεία που συλλέγει τα απορρίμματα στο Hanoi, επιτρέπεται σε κάθε διαδρομή ο αριθμός καθώς και η σειρά με την οποία επισκέπτεται το κάθε απορριμματοφόρο τους κάδους να διαφέρει.

Οι ευρετική μέθοδος που παρουσιάζεται στην συγκεκριμένη εργασία είναι ένας συνδυασμός κατασκευής μια αρχικής λύσης και μετέπειτα βελτίωσής της. Η κατασκευή μιας αρχικής λύσης (route construction approach) εφαρμόζει ένα είδος άπληστης λογικής για την δημιουργία μιας καλής αρχικής λύσης σε σύντομο υπολογιστικά χρόνο. Από την αρχική λύση με την χρήση μιας διαδικασίας βελτίωσης (route improvement procedure) γίνεται προσπάθεια βελτίωσης της πρωταρχικής χρησιμοποιώντας μία ή περισσότερες διαδικασίες εναλλαγής.

Στην κατασκευή της αρχικής λύσης (route construction approach) λαμβάνονται υπόψη δύο παράμετροι για την εισαγωγή ενός πελάτη (κάδου) μεταξύ δύο γειτονικών πελατών (κάδων): η επιπλέον απόσταση και ο επιπλέον χρόνος που θα προστεθούν στη διαδρομή με την προσθήκη του συγκεκριμένου κάδου. Για κάθε κάδο  $u$  μεταξύ δύο δοσμένων κάδων  $i, j$  της υπάρχουσας διαδρομής τα κριτήρια που εξαρτώνται από τις παραπάνω παραμέτρους βρίσκουν την καλύτερη εφικτή θέση για να εισάγουν τον κάδο  $u$  έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η επιπλέον απόσταση και ο χρόνος συμπεριλαμβάνοντας τον συγκεκριμένο κάδο.

Η ευρετική μέθοδος μετά το στάδιο της κατασκευής της αρχικής λύσης στο στάδιο της βελτίωσης προσπαθεί να βρει καλύτερη λύση, όπου με τον όρο καλύτερη εννοείται να μειωθεί ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για την αποκομιδή καθώς και ο αριθμός των απορριμματοφόρων. Χρησιμοποιείται μέθοδος τοπικής αναζήτησης 2-opt\*, που μετακινεί 2 τόξα καθένα από τα οποία ανήκει σε διαφορετική διαδρομή.

Εφαρμόζοντας τις μεθόδους αυτές οι συγγραφείς πετυχαίνουν μείωση του αναγκαίου στόλου για την αποκομιδή κατά το ένα πέμπτο του υπάρχοντος.

Η μοντελοποίηση που παρουσιάζεται στην συγκεκριμένη δημοσίευση έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση των λειτουργικών κοστών των απορριμματοφόρων καθώς και την χρήση του βέλτιστου αριθμού οχημάτων. Αντίθετα στην μοντελοποίηση που παρουσιάζεται στην διπλωματική μειώνεται το κόστος αποκομιδής ελαχιστοποιώντας η αντικειμενική συνάρτηση μόνο την συνολική διανυόμενη απόσταση. Επίσης η δημοσίευση των Tung et al. λύνει το διευρυμένο VRSP σε σχέση με την

διπλωματική η οποία λύνει VRP, πράγμα που σημαίνει πως εμπεριέχονται οι παράγοντες του χρόνου μέσα από τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης των κάδων και της προτεραιότητας των εργασιών αποκομιδής. Τέλος, η πλέον σημαντική διαφορά φαίνεται να είναι ότι το πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού στο Hanoi επιλύεται πρακτικά μόνο με ευρετικές μεθόδους, σε σχέση με την παρούσα διπλωματική, η οποία συγκρίνει αναλυτικές και ευρετικές μεθόδους για να επιλύσει το πρόβλημα της συλλογής απορριμμάτων.

## **2.2.2 Recycable waste collection planning - a case study (Joao Teixeira, Antonio Pais Antunes, Jorge Pinho de Sousa, 2004)**

Η εργασία αυτή περιγράφει μια μελέτη που έγινε με στόχο την δρομολόγηση των απορριμματοφόρων που συλλέγουν ανακυκλώσιμα στερεά απόβλητα. Ο στόχος της είναι η δημιουργία των διαδρομών που θα ακολουθούνται από τα απορριμματοφόρα σε καθημερινή βάση για χρονικό διάστημα ενός μήνα, έτσι ώστε αυτή η διαδικασία να ακολουθηθεί για ολόκληρο τον χρόνο, με αντικειμενικό σκοπό την ελαχιστοποίηση των συνολικών κοστών αποκομιδής. Πριν την εφαρμογή της συγκεκριμένης εργασίας η αποκομιδή των απορριμμάτων γινόταν με εμπειρικό τρόπο από την εταιρεία που είχε αναλάβει αυτήν την αρμοδιότητα.

Το πρόβλημα λύνεται σε τρία στάδια με την χρήση ευρετικών μεθόδων. Τα στάδια αυτά είναι:

- ο καθορισμός των γεωγραφικών περιοχών που πρέπει να εξυπηρετηθούν από τα απορριμματοφόρα.
- ο ορισμός του είδους των αποβλήτων που πρέπει να συλλεχθεί κάθε μέρα του μήνα. Ο ορισμός αυτός γίνεται διότι σύμφωνα με την μοντελοποίηση που έχει διατυπωθεί στην συγκεκριμένη εργασία τα ανακυκλώσιμα στερεά απόβλητα χωρίζονται σε τρεις τύπους αποβλήτων.
- ο καθορισμός των διαδρομών που θα διανύσουν τα απορριμματοφόρα.

Τα οχήματα ξεκινούν και τελειώνουν τις διαδρομές σε μια από τις δύο αφετηρίες (garage). Το κομμάτι της μεταφοράς των στερεών αποβλήτων καταναλώνει το 70% του συνολικού προϋπολογισμού που αφορά την διαχείριση των στερεών αποβλήτων.

Για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των οχημάτων ως δεδομένα θεωρήθηκαν:

- ο αριθμός καθώς και η τοποθεσία των δύο αφετηριών.
- ο αριθμός καθώς και η τοποθεσία των κάδων.
- ο αριθμός και η χωρητικότητα των απορριμματοφόρων.
- η τοποθεσία του χώρου εναπόθεσης απορριμμάτων.

Η εταιρεία που συνέλλεγε τα απορρίμματα στις συγκεκριμένες περιοχές είχε φτιάξει στατικό σύνολο δρομολογίων το οποίο επαναλαμβανόταν κάθε μήνα. Η εταιρεία συλλογής είχε επιλέξει στατικά δρομολόγια για τα απορριμματοφόρα για λόγους ευκολίας. Με τον όρο στατικά δρομολόγια εννοούμε τις διαδρομές που δεν άλλαζαν ανάλογα με τις εκάστοτε ανάγκες του προβλήματος.

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος κατάλληλη είναι η μοντελοποίηση PVRP (Christofides and Beasley,1984, Ball,1988). Το PVRP (Periodic Vehicle Routing Problem) είναι κατάλληλο, διότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα στόχος είναι η ανάθεση κάδων (πελατών) σε μέρες (περισσότερες της μίας) για την εξυπηρέτηση τους από τα απορριμματοφόρα σε αντίθεση με το κλασσικό VRP όπου αντικειμενικός στόχος είναι η δρομολόγηση των απορριμματοφόρων κατά την διάρκεια μιας μέρας. Δηλαδή στο VRP στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των χιλιομέτρων που διανύονται από τα απορριμματοφόρα κατά την διάρκεια μιας μέρας ενώ στο PVRP υπάρχει ο ίδιος στόχος, που αναφέρεται όμως σε μια χρονική περίοδο.

Στο PVRP υπάρχουν περιορισμοί που καθορίζουν την συχνότητα με την οποία γίνεται η επίσκεψη στους κάδους καθώς επίσης μπορεί να υπάρχουν και περιορισμοί που να απαγορεύουν την επίσκεψη από τα απορριμματοφόρα στον ίδιο κάδο δύο συνεχόμενες μέρες.

Το PVRP είναι ίσης και μεγαλύτερης δυσκολίας σε σχέση με το VRP και για την επίλυση παραδειγμάτων ρεαλιστικού μεγέθους κρίνεται απαραίτητη η χρήση ευρετικών μεθόδων.

Στην υπό μελέτη περίπτωση σε αυτή την εργασία υπήρχε διαθέσιμος στόλος πέντε απορριμματοφόρων που ξεκινούσαν από δύο διαφορετικές αφετηρίες, σε σχέση με την παρούσα διπλωματική όπου στα παραδείγματα που έχουν μελετηθεί υπάρχει μία μόνο αφετηρία. Για την κατασκευή των διαδρομών λήφθηκαν περιορισμοί χωρητικότητας όπως και στην περίπτωσή μας, αλλά και περιορισμοί που αφορούσαν την διάρκεια της βάρδιας καθώς και γενικότερα περιορισμοί που είχαν να κάνουν με τον χρόνο, παράγοντας ο οποίος δεν υπάρχει στη δικιά μας περίπτωση. Ο στόλος των απορριμματοφόρων ήταν ομογενής (ίδια χωρητικότητα) και για την επίλυση του προβλήματος έγιναν υποθέσεις όσο αναφορά την ποσότητα που περιείχε ο κάθε κάδος. Συγκεκριμένα στην ερευνητική εργασία έγινε η υπόθεση ότι το ποσοστό κατά το οποίο ήταν γεμάτοι καθημερινά οι κάδοι ήταν σταθερό,

υπόθεση στην οποία στηρίζεται και η δική μας διπλωματική. Εντοπίζεται μια διαφορά στο ότι στη διπλωματική αυτή διαμορφώνονται σταθερά δρομολόγια, ενώ οι συγγραφείς της δημοσίευσης επιλύουν το πρόβλημα σε βάθος χρόνου με την χρήση περιόδων.

### **2.2.3 Quantifying the transport impacts of domestic waste collection strategies (Fraser McLeod, Tom Cherrett, 2004)**

Σε αυτήν την εργασία μελετώνται τα αποτελέσματα από τρεις διαφορετικές επιλογές που αφορούν την αποκομιδή στερεών οικιακών απορριμμάτων στην περιοχή του Hampshire. Οι επιλογές αυτές είναι οι εξής:

- συνεργασία από κοινού μεταξύ γειτονικών αρχών συλλογής αποβλήτων (joint working). Δηλαδή συνεργασία αρχών που είναι υπεύθυνες για διαφορετικές περιοχές, οι οποίες γειτονεύουν όμως μεταξύ τους.
- η επανατοποθέτηση της αφετηρίας των απορριμματοφόρων εκεί που βρίσκονται οι χώροι εναπόθεσης των απορριμμάτων (χωματερές). Το σκεπτικό της επανατοποθέτησης της αφετηρίας είναι να ελαχιστοποιηθούν τα χιλιόμετρα τα οποία διανύουν τα απορριμματοφόρα άδεια (deadhead mileage).
- εναλλακτική εβδομαδιαία συλλογή των εναπομενόντων αποβλήτων και ανακυκλώσιμων υλικών.

Η συνεργασία γειτονικών αρχών συλλογής αποβλήτων επέφερε μείωση στην συνολική διανυόμενη απόσταση της τάξης του 3%. Η συνολική διαδρομή των απορριμματοφόρων μειώθηκε κατά 13,5%, όταν τα απορριμματοφόρα ξεκινούσαν και τελείωναν τις διαδρομές τους από τις δύο χωματερές υποδεικνύοντας με αυτό το αποτέλεσμα ότι οι χωματερές αποτελούν το βέλτιστο σημείο εκκίνησης. Τέλος το μοντέλο της εναλλακτικής εβδομαδιαίας συλλογής επέφερε μείωση στα συνολικά χιλιόμετρα της τάξης του 14%.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, αντικειμενικός στόχος της συγκεκριμένης εργασίας είναι η αξιολόγηση των τριών διαφορετικών στρατηγικών, που μπορούν να εφαρμοστούν από τον φορέα αποκομιδής απορριμμάτων. Για την αξιολόγηση αυτή οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν ένα λογισμικό πακέτο δρομολόγησης, το LogiX. Το λογισμικό αυτό λειτουργεί με αλγόριθμους που κάνουν ομαδοποίηση σημείων καθώς επίσης και αλγόριθμους εισαγωγής (insertion algorithms) και εναλλαγής (swap algorithms).

Η βασική ιδέα των ευρετικών μεθόδων εισαγωγής είναι: ξεκινώντας από ένα αρχικό υποσύνολο σημείων να εισαχθούν τα εναπομείναντα σημεία στην αρχική υποδιαδρομή με κάποιο συγκεκριμένο κριτήριο.

Η ευρετική μέθοδος εναλλαγής λειτουργεί παίρνοντας μία αρχική λύση και εναλλάσσοντας μεταξύ τους σημεία να προκύψει μια λύση καλύτερη από την αρχική.

Παρόλο που δεν επιχειρείται επανατοποθέτηση της εκκίνησης των απορριμματοφόρων στην παρούσα διπλωματική εργασία, ο άξονας στον οποίο κινείται η δεύτερη λύση που προτείνει η δημοσίευση, δηλαδή αυτή που έχει στόχο την ελαχιστοποίηση των νεκρών χιλιομέτρων των δρομολογίων (deadhead mileage), χρησιμοποιείται και στην παρούσα διπλωματική. Στη δημοσίευση των McLeod και Cherrett γίνεται προσπάθεια επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος με εξέταση της επανατοποθέτησης της εκκίνησης των απορριμματοφόρων στο χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων. Σε αυτή τη διπλωματική, προσπάθεια επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος γίνεται στο σημείο σύγκρισης των αποτελεσμάτων μεταξύ της περίπτωσης του να χρησιμοποιηθούν δύο διαφορετικά απορριμματοφόρα και της περίπτωσης να χρησιμοποιηθεί ένα απορριμματοφόρο το οποίο θα εκτελέσει περισσότερες της μίας διαδρομές από το χώρο εναπόθεσης και πάλι πίσω στους κάδους για συλλογή (disposal trips). Στη δεύτερη περίπτωση μειώνονται τα νεκρά χιλιόμετρα γιατί γίνονται μικρότερα ταξίδια από τους κάδους προς το χώρο εναπόθεσης. Χρησιμοποιούνται, τέλος, και στις δύο περιπτώσεις αλγόριθμοι ομαδοποίησης και δρομολόγησης σημείων, είτε με εμπορικό λογισμικό στη μία περίπτωση, είτε με αλγορίθμους κατασκευασμένους από εμάς.

#### **2.2.4 Solid waste management: case of collection and Vehicle Routing Problem in the city of Azemmour, Morocco (Abdelhadi Makan, Dimitri Malamis, Omar Assobhei, Maria Loizidou , Mohammed Mountadar, 2011)**

Η εργασία αυτή ασχολείται με το πρόβλημα της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων στην πόλη Azemmour του Μαρόκο. Ένα από τα πλέον σημαντικά προβλήματα που απασχολούσε τις υπεύθυνες για την αποκομιδή απορριμμάτων αρχές ήταν η αποτελεσματική αξιοποίηση των διαθέσιμων απορριμματοφόρων καθώς και των πληρωμάτων τους.

Πρόκειται για ένα πραγματικό πρόβλημα μίας πόλης 38000 κατοίκων και για την επίλυση του λήφθηκαν υπόψη δεδομένα που αφορούσαν την συγκεκριμένη περίπτωση, όπως: ο διαθέσιμος στόλος που αποτελείται από 2 απορριμματοφόρα χωρητικότητας 10 και 7 τόνων

καθώς και 2 ημιφορτηγά χωρητικότητας 2,5 και 1,5 τόνου αντίστοιχα. Το απορριμματοφόρο των 10 τόνων εξέρχεται για αποκομιδή μία φορά την μέρα ενώ το δεύτερο καθώς και τα ημιφορτηγά δύο φορές την μέρα. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται τις πέντε μέρες τις εβδομάδας (τα σαββατοκύριακα δεν πραγματοποιούνται δρομολόγια). Η ποιότητα του οδικού δικτύου στην υπό μελέτη περιοχή δεν είναι καλή καθιστώντας έτσι δύσκολη την μετακίνηση καθώς και την πρόσβαση των απορριμματοφόρων σε ορισμένους δρόμους. Τα δύο απορριμματοφόρα συλλέγουν τα απορρίμματα από τους κάδους διανύοντας, αυθαίρετες και χωρίς καθόλου εκ των προτέρων προγραμματισμό, διαδρομές.

Γι' αυτό τον λόγο οι συγγραφείς της συγκεκριμένης εργασίας ανέπτυξαν ένα λογισμικό που ονομάζεται 'Container Collector' και λειτουργεί μέσα από Windows XP. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη του συγκεκριμένου λογισμικού άνηκε στην κατηγορία tabu search.

Για να παραχθούν αποτελέσματα από το πρόγραμμα χρειάζεται ως δεδομένα εισόδου:

- αρχεία που περιέχουν το πλήρες οδικό δίκτυο.
- τις συντεταγμένες στις οποίες είναι τοποθετημένοι οι κάδοι.
- τις συντεταγμένες της αφετηρίας.

Έχοντας το λογισμικό τις παραπάνω πληροφορίες παράγει τις συγκεκριμένες διαδρομές που πρέπει να διανύσει το κάθε απορριμματοφόρο, ελαχιστοποιώντας με αυτόν τον τρόπο την συνολική διανυόμενη απόσταση και κατά συνέπεια και τα έξοδα που απαιτούνται για καύσιμα καθώς και για συντήρηση των οχημάτων.

Ο tabu search algorithm είναι ένας αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης ((local search algorithm)-LS). Ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης κινείται από λύση σε λύση μέσα σε έναν χώρο από υποψήφιες λύσεις (χώρος αναζήτησης) εφαρμόζοντας αλλαγές (swaps) μεταξύ των σημείων που συγκροτούν την λύση έως ότου να βρεθεί μια λύση που να θεωρηθεί βέλτιστη ή μέχρι να έχει παρέλθει κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα οπότε και η αναζήτηση θα λάβει τέλος.

Ο αλγόριθμος tabu search εξερευνά προσεκτικά την γειτονιά της κάθε υποψήφιας λύσης κατά την διάρκεια αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Εξαιτίας της δυσκολίας επίλυσης προβλημάτων όπως αυτό του πλανόδιου πωλητή, που ανήκει στα NP-hard προβλήματα η ευρετική μέθοδος tabu search είναι μια μέθοδος, που χρησιμοποιείται ευρέως για την επίλυση του.

Συγκεκριμένα, σε πρώτο στάδιο ο αλγόριθμος βρίσκει μια αρχική λύση, η οποία είτε παράγεται τυχαία είτε προκύπτει από nearest neighbor algorithm. Από την αρχική λύση για



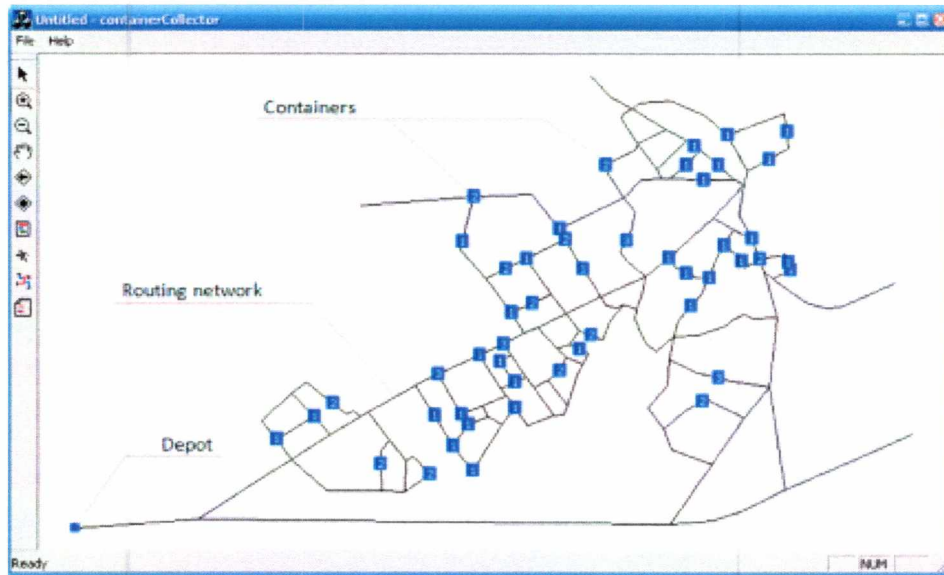
την δημιουργία νέων λύσεων απαιτείται εναλλαγή της σειράς με την οποία επισκέπτονται αυτά τα σημεία. Ο αλγόριθμος σταματά ύστερα από μια σειρά επαναλήψεων και η λύση που δίνει από το σύνολο των υποψηφίων λύσεων είναι αυτή που δίνει την μικρότερη διανυόμενη απόσταση.

Ο αλγόριθμος nearest neighbor ήταν ένας από τους πρώτους αλγορίθμους που χρησιμοποιήθηκαν για να καθορίσουν μια λύση στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή: το όχημα ξεκινά σε έναν τυχαίο κόμβο και επανειλημμένα επισκέπτεται τον κοντινότερο κόμβο στον προηγούμενο μέχρι να τους επισκεφτεί όλους. Παράγει γρήγορα μια μικρή διαδρομή, αλλά συνήθως δεν είναι η βέλτιστη. Ο αλγόριθμος αναλύεται εκτενέστερα στο κεφάλαιο ομαδοποίησης κόμβων.

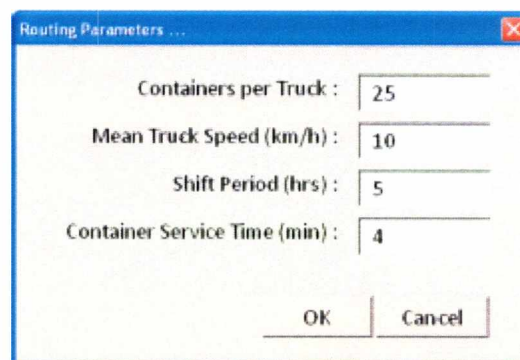
Ο αλγόριθμος tabu search που παρουσιάστηκε στην συγκεκριμένη εργασία λαμβάνει υπόψη του ότι ο διαθέσιμος στόλος είναι ετερογενής. Αυτή είναι μια πολύ βασική διαφορά με την διπλωματική εργασία, όπου ο στόλος των απορριματοφόρων είναι ομογενής. Ακόμα μια βασική διαφορά παρατηρείται στη χρήση διαφορετικών ευρετικών αλγορίθμων στις δύο περιπτώσεις.

**Πίνακας 3: Σύγκριση της κατάστασης στην αποκομιδή απορριμμάτων στο Μαρόκο πριν και μετά την εφαρμογή του λογισμικού Container Collector**

	Τωρινή κατάσταση	Κατάσταση που προέκυψε από την χρήση του λογισμικού
Διαδρομές	Αυθαίρετες και μεγάλες	Βέλτιστες διαδρομές και μικρές σε μήκος
Ποσοστό αποκομιδής	85% των απορριμμάτων	100% των απορριμμάτων
Συχνότητα αποκομιδής	1 φορά την μέρα για το μεγάλο απορριματοφόρο, 2 φορές για το μικρό και τα ημιφορτηγά	1 φορά την μέρα για κάθε απορριματοφόρο και ημιφορτηγό



Εικόνα 13: Οπτική απεικόνιση λογισμικού Container Collector



Εικόνα 14: Παράμετροι που εισάγονται στο λογισμικό

### 2.2.5 Genetic Algorithms for Municipal Solid Waste Collection and Routing Optimization (Nikolaos V. Karadimas, Katerina Papatzelou, Vassili G. Loumos, 2007)

Η συγκεκριμένη εργασία μελετά ένα πραγματικό παράδειγμα αποκομιδής απορριμμάτων σε ένα προάστιο της Αθήνας. Ο δήμος Αθηναίων έχει χωρίσει εμπειρικά το προάστιο σε υποομάδες (clusters), όπου κάθε υποομάδα περιέχει περίπου 100 κάδους. Τα απορριμματοφόρα είναι υπεύθυνα για την αποκομιδή των απορριμμάτων από αυτές τις δοσμένες υποομάδες.

Μελετήθηκε ένα πραγματικό παράδειγμα που αποτελείται από 72 κάδους και για την επίλυσή του, δηλαδή για την εύρεση των διαδρομών που ελαχιστοποιούν την συνολική διαδρομή που διανύεται από τα απορριμματοφόρα χρησιμοποιήθηκε ο γενετικός αλγόριθμος (genetic algorithm). Πέρα από την χρήση του γενετικού αλγορίθμου οι συγγραφείς προτείνουν ότι για την καλύτερη οργάνωση της διαχείρισης των στερεών αποβλήτων είναι απαραίτητη η χρήση του γεωγραφικού πληροφοριακού συστήματος GIS. Το σύστημα αυτό πέρα από τις πληροφορίες που παρέχει στον φορέα αποκομιδής σχετικά με την ακριβή τοποθεσία των κάδων ενημερώνει ταυτόχρονα τους οδηγούς με δυναμικούς παράγοντες όπως η κυκλοφοριακή συμφόρηση που υπάρχει στο οδικό δίκτυο. Ο συνδυασμός της χρήσης του γενετικού αλγορίθμου με τις πληροφορίες που παρέχονται από το σύστημα GIS οδηγούν στην εύρεση των βέλτιστων διαδρομών για τον στόλο των απορριμματοφόρων.

Το παράδειγμα το οποίο μελετάται στην συγκεκριμένη εργασία μοντελοποιείται ως μη συμμετρικό πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (ATSP), δηλαδή θεωρείται ότι η απόσταση που διανύεται από έναν κόμβο  $i$  σε έναν κόμβο  $j$  δεν είναι απαραίτητα ίση με την απόσταση από τον κόμβο  $j$  στον κόμβο  $i$ .

Ο γενετικός αλγόριθμος είναι ευρετική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την παραγωγή λύσεων σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Βασίζεται στην δαρβίνεια αντίληψη της εξέλιξης. Οι λύσεις σε ένα πρόβλημα αναπαριστούνται ως χρωμοσώματα και βασίζονται στην ικανότητά τους να προσαρμόζονται (fitness). Οι καλές ιδιότητες αυτών των λύσεων περνούν από την προηγούμενη στην επόμενη γενιά. Η δημιουργία των επόμενων γενεών, δηλαδή των επόμενων καλύτερων λύσεων περιλαμβάνει τρεις κύριες φάσεις:

- Αναπαράσταση (representation). Αρχικά, ο αλγόριθμος παράγει έναν πληθυσμό (σύνολο υποψήφιων λύσεων). Η κάθε λύση χαρακτηρίζεται από την ικανότητα της να προσαρμόζεται.
- Επιλογή (selection). Σε αυτό το στάδιο επιλέγονται δύο χρωμοσώματα (λύσεις) από τον συνολικό πληθυσμό ως «γονείς».
- Αναπαραγωγή (reproduction). Συνδυάζονται οι γενετικές πληροφορίες των γονέων (αρχικών λύσεων) και δημιουργούνται δύο απόγονοι (νέες λύσεις).
  - ένας από τους δύο τρόπους αναπαραγωγής είναι το crossover (πέραςμα χαρακτηριστικών αυτούσιων από την μία γενεά στην επόμενη). Για τον απόγονο (νέα λύση) επιλέγονται τυχαία δύο σημεία. Αυτά τα σημεία αναζητούνται στον έναν από τους δύο γονείς και επιλέγεται και μεταφέρεται αυτούσια η υποδιαδρομή μεταξύ αυτών των δύο σημείων από τον γονέα στον απόγονο. Η διαδρομή που έχει σχηματιστεί μέχρι στιγμής για τον απόγονο δεν είναι πλήρης, δηλαδή υπολείπονται κάποια σημεία. Τα σημεία αυτά επιλέγονται από τον δεύτερο γονέα και

τοποθετούνται στον απογόνο με την σειρά με την οποία βρίσκονται στον δεύτερο γονέα.

- Ο δεύτερος τρόπος αναπαραγωγής είναι το mutation (μεταλλαγή). Επιλέγονται δύο ή περισσότεροι κόμβοι του απογόνου και εναλλάσσονται μεταξύ τους. Με αυτόν τον τρόπο παράγεται μία νέα λύση. Το ίδιο μπορεί να συμβεί και μεταξύ δύο απογόνων (εναλλαγή σημείων μεταξύ διαφορετικών απογόνων).

Οι φάσεις αυτές επαναλαμβάνονται και ο αλγόριθμος τερματίζει ύστερα από έναν συγκεκριμένο χρόνο ή αριθμό επαναλήψεων, είτε εφόσον επιτευχθεί συγκεκριμένη ποιότητα λύσης.

Η δημοσίευση πραγματοποιείται ένα μη-συμμετρικό δίκτυο και βασίζεται στη λύση με γενετικό αλγόριθμο, πράγμα που δεν ισχύει στην διπλωματική. Τα δίκτυα που μελετούνται είναι συμμετρικά και η λύση της δρομολόγησης βασίζεται σε άλλους ευρετικούς καθώς και σε ακριβείς αλγορίθμους.

### 2.3 Επίλογος

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιήθηκε ανασκόπηση επιστημονικών δημοσιεύσεων, οι οποίες πραγματεύονται το πρόβλημα της συλλογής στερεών απορριμμάτων σε αστική περιοχή. Ορισμένες από αυτές αναφέρονται σε πραγματικές περιπτώσεις πόλεων ή περιοχών, όπου έγινε προσπάθεια εφαρμογής της λύσης που προέκυψε από τη χρήση μαθηματικού προγραμματισμού ή ευρετικών μεθόδων. Εκτός της παρουσίασης και της ανάλυσης των δημοσιεύσεων πραγματοποιήθηκε και σύγκριση με την παρούσα διπλωματική εργασία καθώς και εντοπισμός των διαφορών που υπάρχουν μεταξύ τους. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι αναλυτικές και οι ευρετικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας για την επίλυση του προβλήματος συλλογής απορριμμάτων.

### **3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ**

#### **3.1 Εισαγωγή**

Στα προηγούμενα κεφάλαια παρουσιάστηκε το πρόβλημα της αποκομιδής των απορριμμάτων, λογισμικά που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος καθώς επίσης έγινε ανασκόπηση επιστημονικών άρθρων και μελετών.

Στην συγκεκριμένη ενότητα γίνεται περιγραφή των αναλυτικών καθώς και των ευρετικών μεθόδων που μοντελοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος προς μελέτη.

#### **3.2 Περιγραφή αναλυτικών μαθηματικών μεθόδων**

Για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων διατυπώθηκαν δύο αναλυτικές μαθηματικές μοντελοποιήσεις γραμμικού προγραμματισμού. Σχεδιάστηκε ένα μοντέλο δρομολόγησης οχημάτων που λαμβάνει υπόψη του τους περιορισμούς χωρητικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem), που τίθενται από την φύση του προβλήματος και βρίσκει τις βέλτιστες διαδρομές αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα συνολικά. Με τον όρο συνολικά εννοείται ότι έχοντας στη διάθεση του το μοντέλο τον αριθμό των δοσμένων απορριμματοφόρων, την χωρητικότητά τους, την χωρητικότητα των κάδων και λαμβάνοντας υπόψη του τον σύνολο των συνδυασμών που μπορούν να προκύψουν παράγει τις βέλτιστες διαδρομές. Βέλτιστες είναι οι συγκεκριμένες διαδρομές, διότι ελαχιστοποιούν την συνολική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Η επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων συνολικά μέσα από την χρήση της μαθηματικής μοντελοποίησης (CVRP) θεωρητικά παράγει καλύτερη λύση από τις ευρετικές μεθόδους, οι οποίες παράγουν χειρότερη και στην καλύτερη περίπτωση το πολύ ίση τιμή λύσης με τις αναλυτικές μεθόδους. Πρακτικά όμως αυτό δεν συμβαίνει για τα μεσαίου και μεγάλου μεγέθους προβλήματα, λόγω της πολυπλοκότητας και των περιορισμών που τίθενται από το υλικό του υπολογιστή που επιλύει το πρόβλημα. Σε αυτά τα προβλήματα το πρόγραμμα επίλυσης επειδή δεν έχει τα υπολογιστικά μέσα δεν καταφέρνει να φτάσει στη βέλτιστη λύση με τις αναλυτικές μεθόδους.

Υπάρχουν προβλήματα δρομολόγησης απορριμματοφόρων που είναι μεγάλα σε μέγεθος. Τέτοια είναι προβλήματα που υπάρχει μεγάλο πλήθος κάδων και

απορριμματοφόρων. Σε τέτοιου είδους προβλήματα η μαθηματική μοντελοποίηση CVRP παράγει λύσεις με μεγάλο GAP, δηλαδή βρίσκει εφικτές λύσεις που απέχουν κατά κάποιο ποσοστό από την βέλτιστη.

Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ανάγκη για εύρεση μιας αξιόπιστης λύσης σε σύντομο υπολογιστικά χρόνο οδήγησε στην χρήση ενός δεύτερου αναλυτικού μαθηματικού μοντέλου: του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (TSP) σε συνδυασμό με την ευρετική μέθοδο του clustering. Η μαθηματική μοντελοποίηση του συγκεκριμένου μοντέλου περιλαμβάνει λιγότερους περιορισμούς σε σχέση με αυτή του CVRP αλλά έχει τον ίδιο στόχο, δηλαδή την παραγωγή συνεχούς διαδρομής που ελαχιστοποιεί την διανυόμενη απόσταση. Βασική διαφορά του μαθηματικού μοντέλου του πλανόδιου πωλητή είναι ότι δεν έχει περιορισμούς που αφορούν την χωρητικότητα διότι τέτοιου είδους περιορισμοί έχουν ληφθεί κατά την διαδικασία σχηματισμού των clusters (ομάδων σημείων), μέσα στις οποίες εφαρμόζεται το μαθηματικό μοντέλο.

Στις επόμενες υποενότητες γίνεται αναλυτική περιγραφή των αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων.

### **3.2.1 Εισαγωγή στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή**

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή διατυπώθηκε για πρώτη φορά το 1930 και αποτελεί βασικό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Είναι η πλέον διαδομένη μαθηματική μοντελοποίηση που χρησιμοποιείται σε προβλήματα δρομολόγησης. Το μοντέλο δεδομένου ότι διαθέτει τις αποστάσεις ενός συνόλου σημείων βρίσκει την συντομότερη διαδρομή που πρέπει να ακολουθηθεί προκειμένου να επισκεφτεί κάθε σημείο ακριβώς μία φορά ξεκινώντας και τελειώνοντας την διαδρομή ακριβώς από το ίδιο σημείο.

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή μοιάζει εύκολο προς επίλυση, γεγονός που δεν ισχύει στην πραγματικότητα. Το TSP αποτελεί ένα δύσκολο πρόβλημα προς επίλυση. Το TSP κατατάσσεται στην NP κλάση προβλημάτων. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν μπορεί να επιλυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο, δηλαδή όσο αυξάνεται ο αριθμός των σημείων στα οποία αναζητείται η βέλτιστη διαδρομή ο χρόνος ο οποίος απαιτείται για την εύρεσή της αυξάνει εκθετικά.

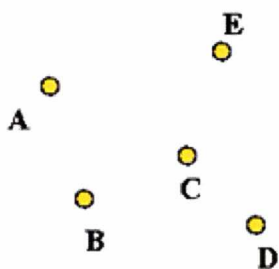
### 3.2.2 Περιγραφή του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή

Αντικειμενικός στόχος του συγκεκριμένου προβλήματος όπως αναφέρθηκε και παραπάνω είναι η εύρεση της ελάχιστης διαδρομής που ξεκινά και τελειώνει στο ίδιο σημείο περνώντας από όλα τα σημεία ακριβώς μία φορά. Το TSP περιγράφεται από ένα δίκτυο κόμβων που αναπαριστούν τα σημεία και συνδέονται μεταξύ τους με τόξα τα οποία αναπαριστούν τις αποστάσεις μεταξύ αυτών των σημείων. Μια εφικτή διαδρομή σε πρόβλημα TSP αποτελεί έναν Χαμιλτονιανό κύκλο (Hamilton cycle).

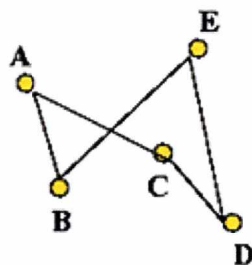
Χαμιλτονιανός κύκλος ορίζεται η διαδρομή που ξεκινά και καταλήγει στο ίδιο σημείο περνώντας από το σύνολο των σημείων ακριβώς μία φορά.

Το TSP αναζητά την βέλτιστη διαδρομή, δηλαδή τον κύκλο Hamilton ελάχιστου μήκους.

Στις παρακάτω εικόνες γίνεται προσπάθεια επεξήγησης της λειτουργίας του κύκλου Χάμιλτον και του πλανόδιου πωλητή.

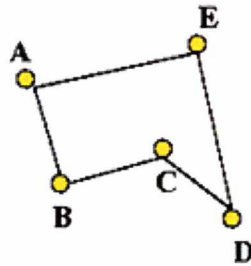


Εικόνα 15: Εισαγωγική εικόνα επεξήγησης προβλήματος πλανόδιου πωλητή



Εικόνα 16: Μία εφικτή διαδρομή TSP

A - B - E - D - C



Εικόνα 17: Η βέλτιστη διαδρομή TSP  
A – B – C – D – E

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή μπορεί να εμφανιστεί σε 2 βασικές εκδοχές:

- Συμμετρικό πρόβλημα
- Μη συμμετρικό πρόβλημα

Στο συμμετρικό πρόβλημα θεωρείται ότι η απόσταση που διανύεται από έναν κόμβο  $i$  σε έναν κόμβο  $j$  είναι ίση με την απόσταση από τον κόμβο  $j$  προς τον κόμβο  $i$ . Αντίθετα στο μη συμμετρικό πρόβλημα τα μονοπάτια μπορεί να μην είναι ίδια αν αλλάξει η κατεύθυνση της κίνησης, δηλαδή η διανυόμενη απόσταση από ένα κόμβο  $i$  σε έναν κόμβο  $j$  να μην είναι η ίδια όταν ακολουθείται η αντίθετη πορεία.

Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία μοντελοποιήθηκε μαθηματικό μοντέλο για συμμετρικό πρόβλημα πλανόδιου πωλητή. Στο συμμετρικό πρόβλημα που μελετάται στην διπλωματική, οι αποστάσεις των σημείων ορίζονται με τον τύπο της ευκλείδειας απόστασης. Η απόσταση ενός κόμβου  $i$  από κόμβο  $j$  είναι το μέτρο του διανύσματος  $d$  που τους συνδέει, το οποίο συμβολίζεται ως  $d_{ij}$ . Δηλαδή, αν ο κάδος  $i$  έχει συντεταγμένες στο επίπεδο  $(x_i, y_i)$  και ο κάδος  $j$   $(x_j, y_j)$  τότε η απόσταση δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$|d_{ij}| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

### 3.2.3 Μαθηματικό μοντέλο πλανόδιου πωλητή για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων.

Σε πρώτη φάση πριν την παρουσίαση της μοντελοποίησης που διαμορφώθηκε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος παρουσιάζεται παρακάτω η ονοματολογία των μεταβλητών απόφασης, των δεικτών και των δεδομένων που εμφανίζονται στο μοντέλο (TSP).



Πίνακας 4: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το TSP

Ονοματολογία	
Δείκτες	
$i$	Κόμβος
$j$	Κόμβος
$N$	Συνολικός αριθμός σημείων (κάδοι + αφετηρία + χώρος εναπόθεσης)
Δεδομένα	
$tt_{ij}$	Απόσταση σε μέτρα του κάδου $i$ από το $j$
Μεταβλητές Απόφασης	
$X_{i,j}$	δυναμική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το απορριμματοφόρο κινηθεί από τον κάδο $i$ στον κάδο $j$ και 0 αν όχι
$Y_i$	συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την επισκέπτεται τους κάδους το απορριμματοφόρο και χρησιμοποιείται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών

Ο συνολικός αριθμός κανονικών κόμβων (κάδων) παίρνει τιμές από 1 μέχρι  $N-2$ . Η τιμή  $N-1$  αντιπροσωπεύει την αφετηρία του απορριμματοφόρου και η τιμή  $N$  αναφέρεται στον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην διπλωματική στηρίχτηκε στην μαθηματική μοντελοποίηση (sequential formulation) που δημιούργησαν οι Miller, Tucker και Zemlin (1960). Αυτοί στηρίχτηκαν στην μοντελοποίηση των Dantzig, Fulkerson και Johnson (1954) αλλά διαφοροποιήθηκαν από αυτή στο γεγονός ότι εισήγαγαν και συνεχείς μεταβλητές στην μοντελοποίηση με στόχο την απαλοιφή των υποδιαδρομών.

Το μοντέλο μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N tt_{ij} x_{ij}, i \neq j \quad 3.1$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \quad 3.2$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N \quad 3.3$$

$$Y_i - Y_j + Nx_{ij} \leq N - 1, \quad \forall i, j \in N - \{1\}, i \neq j \quad 3.4$$

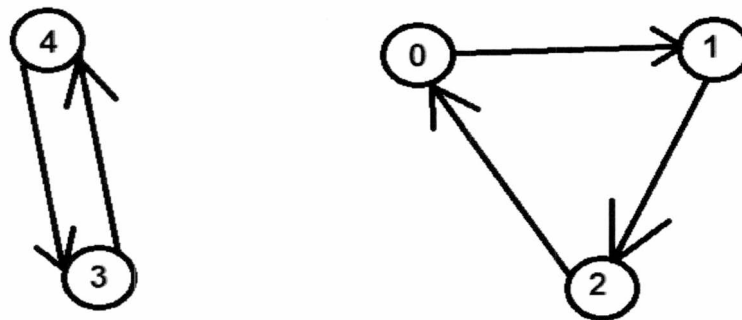
Οι περιορισμοί 3.2 και 3.3 εξασφαλίζουν ότι κάθε κόμβος εξυπηρετείται ακριβώς μία φορά. Συγκεκριμένα ο περιορισμός 3.2 λέει ότι από οποιοδήποτε κόμβο  $i$  πρέπει να γίνει μετάβαση σε έναν άλλον κόμβο  $j$ . Δηλαδή στο συγκεκριμένο είδος περιορισμού δηλώνεται ότι κάθε κόμβος θα υπάρξει ακριβώς μία φορά αφετηρία κλάδου που θα εισαχθεί στην διαδρομή.

Από τον περιορισμό 3.3 διασφαλίζεται ότι η μετάβαση από έναν οποιοδήποτε κόμβο σε έναν άλλο συγκεκριμένο κόμβο θα γίνει ακριβώς μία φορά. Δηλαδή υπάρχει μόνο ένα τόξο που να πηγαίνει προς τον κόμβο  $j$ .

Αυτοί οι δύο περιορισμοί ονομάζονται περιορισμοί εκχώρησης (assignment constraints).

Όμως οι περιορισμοί 3.2 και 3.3 δεν εξασφαλίζουν ότι το αποτέλεσμα που θα προκύψει από την επίλυση του μοντέλου θα μας παρέχει ενιαία διαδρομή. Στην πραγματικότητα είναι πιθανό να πάρουμε λύση όπου αντί για μία ενιαία διαδρομή θα υπάρχουν υποδιαδρομές.

Γίνεται κατανοητό το αποτέλεσμα που μπορεί να προκύψει από το παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 18: Απεικόνιση υποδιαδρομών

Πρόκειται για ένα παράδειγμα πέντε κόμβων που το μαθηματικό μοντέλο με την παρουσία μόνο της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών 3.2 και 3.3 παρήγαγε αυτήν την λύση. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι το μοντέλο παρέχει, σπάζοντας την ενιαία διαδρομή σε υποδιαδρομές, καλύτερη λύση στην αντικειμενική και δεν υπάρχει περιορισμός που να το υποχρεώνει να παράγει μία ενιαία διαδρομή.

Με την εισαγωγή του περιορισμού 3.4 (subtour elimination constraint) εξασφαλίζεται η απαλοιφή των υποδιαδρομών. Με αυτόν τον περιορισμό τα σημεία της διαδρομής συνδέονται με τέτοιο τρόπο ώστε ο μέγιστος αριθμός κόμβων που παρεμβάλλονται ανάμεσα τους να είναι  $N-1$ .

Η μοντελοποίηση αυτή για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή δεν επαρκούσε για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων. Η αιτία είναι ότι η φύση του προβλήματος επιβάλλει ότι το απορριμματοφόρο αφού εναποθέσει τα απορρίμματα στον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων στην συνέχεια πρέπει να πάει στην αφετηρία. Το τελευταίο ταξίδι του απορριμματοφόρου πρέπει να είναι προς το γκαράζ, δηλαδή τον κόμβο  $N-1$ . Επομένως προστέθηκε στο μοντέλο ο παρακάτω περιορισμός:

$$x_{N,N-1} = 1 \quad 3.5$$

Στο μοντέλο αυτό εμφανίζονται  $4N - 1$  περιορισμοί,  $N(N - 1)$  δυαδικές μεταβλητές και  $2(N - 1)$  συνεχείς μεταβλητές.

### **3.2.4 Εισαγωγή στο πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem-VRP)**

Το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων ανήκει στην περιοχή της συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Combinational Optimization) και εντάσσεται στα προβλήματα ακεραίου προγραμματισμού (Integer Programming). Χαρακτηριστικό του προβλήματος της δρομολόγησης οχημάτων είναι ότι ανήκει στα προβλήματα πολυπλοκότητας NP-hard, δηλαδή δεν έχει βρεθεί αλγόριθμος που να το επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο.

Αντικειμενικός σκοπός του VRP είναι η εύρεση του συνόλου των βέλτιστων διαδρομών για έναν διαθέσιμο στόλο από οχήματα, έτσι ώστε να εξυπηρετήσουν πελάτες που βρίσκονται σε συγκεκριμένους κόμβους ενός δικτύου. Τα οχήματα αναχωρούν από την αφετηρία (depot) περνούν από ένα σύνολο σημείων και στο τέλος της διαδρομής τους επιστρέφουν στην αφετηρία. Η περιγραφή αυτή αφορά το γενικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, διότι στην δρομολόγηση στόλου απορριμματοφόρων (waste vehicle routing problem) λαμβάνονται υπόψη περεταίρω περιορισμοί που θα αναφερθούν σε επόμενη υποενότητα.

Το πρόβλημα διατυπώθηκε για πρώτη φορά το 1960 από τους Dantzig και Ramser. Βασιζόμενοι σε αρχές γραμμικού προγραμματισμού όρισαν το πρόβλημα της εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής ενός στόλου φορτηγών διανομής καυσίμου για την εξυπηρέτηση μιας σειράς πρατηρίων. Στην συνέχεια ακολούθησαν εκατοντάδες αλγόριθμοι και μοντέλα που προτάθηκαν για την αναλυτική και την προσεγγιστική λύση διαφόρων περιπτώσεων του VRP.

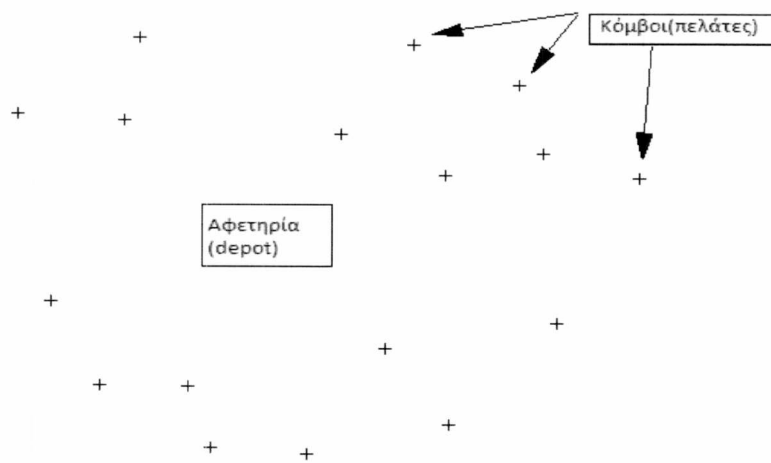
### **3.2.5 Περιγραφή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων**

Όπως αναφέρθηκε και στην υποενότητα 3.2.2 στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή σκοπός είναι η επίσκεψη όλων των σημείων (κόμβων) ακριβώς μία φορά και η επιστροφή στον αρχικό κόμβο ελαχιστοποιώντας την συνολική διανυόμενη απόσταση.

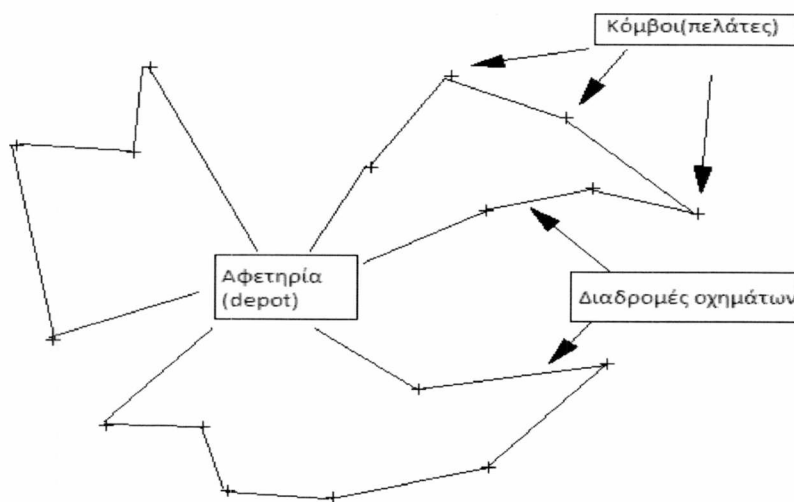
Το VRP αποτελεί επέκταση του TSP με την έννοια ότι το VRP θέτει ως στόχο την εύρεση βέλτιστων διαδρομών για περισσότερα του ενός οχήματα. Όλα τα οχήματα ξεκινούν από την ίδια αφετηρία περνούν από ένα σύνολο από σημεία και στην συνέχεια επιστρέφουν στην αφετηρία.

Μία ακόμη βασική διαφορά που εντοπίζεται στο πρόβλημα της δρομολόγησης απορριμματοφόρων σε σχέση με τον πλανόδιο πωλητή είναι ότι στο VRP λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί χωρητικότητας. Δηλαδή οι διαδρομές των οχημάτων χτίζονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η συνολική ζήτηση του φορτίου σε κάθε διαδρομή να μην ξεπερνά την χωρητικότητα του εκάστοτε οχήματος.

Στο VRP στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους για κάθε μία από τις  $m$  διαδρομές. Όπως και στο TSP έτσι και στο VRP το πρόβλημα αντιμετωπίζεται ως συμμετρικό ( $d_{ij} = d_{ji}$ ) στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας.



Εικόνα 19: Αρχικοί κόμβοι προς εξυπηρέτηση και η αφετηρία



Εικόνα 20: Προτεινόμενες διαδρομές

Το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων μπορεί να εμφανιστεί σε πολλές διαφορετικές παραλλαγές. Η μοντελοποίηση που χτίστηκε στην συγκεκριμένη διπλωματική ανήκει στην κατηγορία CVRP (Capacitated VRP). Στο συγκεκριμένο πρόβλημα τα οχήματα καλούνται να εξυπηρετήσουν γνωστές ζητήσεις πελατών (κόμβων) για ένα συγκεκριμένο είδος εμπορεύματος. Τα οχήματα είναι όμοια (έχουν ίδια χωρητικότητα), ξεκινούν από την αφετηρία (depot) και στόχος είναι η εύρεση των διαδρομών ελάχιστου κόστους. Σε αυτή την κατηγορία των προβλημάτων ανήκει και η μοντελοποίηση που χτίστηκε στην συγκεκριμένη εργασία για την δρομολόγηση των απορριμματοφόρων, με την διαφορά ότι υπάρχουν και κάποιοι επιπλέον εξειδικευμένοι περιορισμοί στο πρόβλημα της αποκομιδής που θα αναλυθούν σε επόμενη υποενότητα.

### 3.2.6 Μαθηματικό μοντέλο προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων για την επίλυση του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων

Πριν την παρουσίαση της μοντελοποίησης που διαμορφώθηκε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος παρουσιάζεται παρακάτω ο πίνακας με την ονοματολογία των μεταβλητών απόφασης, των δεικτών και των δεδομένων που εμφανίζονται στο μοντέλο (CVRP).

**Πίνακας 5: Μεταβλητές απόφασης, δείκτες και απεικόνιση δεδομένων για την μοντελοποίηση CVRP**

Ονοματολογία	
Δείκτες	
$i$	Κόμβος $i$
$j$	Κόμβος $j$
$k$	Απορριμματοφόρο $k$
Δεδομένα	
$tt_{ij}$	Απόσταση σε μέτρα του κόμβου $i$ από τον κόμβο $j$
$d_i$	Ζήτηση του $i$ κόμβου
$BigM$	Πολύ μεγάλος αριθμός αναγκαίος για κάποιους περιορισμούς
$K$	Συνολικός αριθμός απορριμματοφόρων
$C$	Συνολική χωρητικότητα απορριμματοφόρου (capacity)
Μεταβλητές Απόφασης	
$X_{i,j,k}$	δυναμική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν το απορριμματοφόρο $k$ κινηθεί από τον κόμβο $i$ στον κόμβο $j$

	και 0 αν όχι
$D_{i,k}$	συνεχής μεταβλητή που δίνει την αθροιστική ζήτηση του $k$ απορριμματοφόρου στον $i$ κόμβο. Δηλαδή παρουσιάζει πόσα απορρίμματα έχει συλλέξει συνολικά το $k$ απορριμματοφόρο μέχρι και τη στιγμή που βρίσκεται σε έναν κόμβο $i$ .
$N_k$	Ακέραια μεταβλητή που δείχνει το πλήθος των ταξιδιών που επιτρέπει το μοντέλο στο $k$ απορριμματοφόρο να κάνει προς τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων (disposal trips).

Τα γενικά δεδομένα που απαιτούνται για την επίλυση του Waste Collection Vehicle Routing Problem είναι τα εξής:

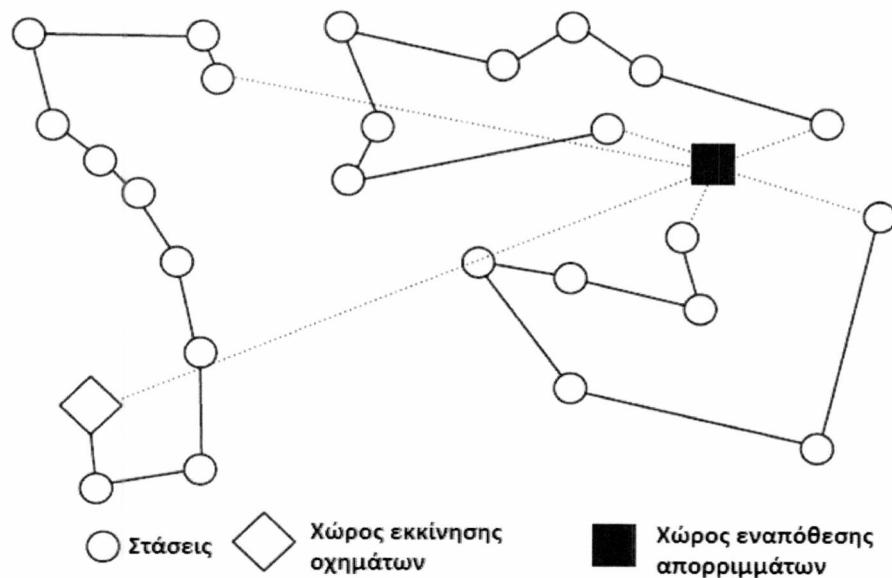
- Οι συντεταγμένες των κανονικών κόμβων (Stops),
- Αριθμός των απορριμματοφόρων (Fleet),
- Χωρητικότητα απορριμματοφόρων (Capacity),
- Χωρητικότητα κάδων,
- Τοποθεσία εκκίνησης απορριμματοφόρων (Depot-Garage),
- Τοποθεσία χώρου εναπόθεσης απορριμμάτων (Disposal Facility).

Το πρόβλημα της δρομολόγησης απορριμματοφόρων ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων δρομολόγησης που αναφέρθηκαν στην υποενότητα 3.2.5, με την διαφορά ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα εμφανίζονται κάποιοι επιπλέον εξειδικευμένοι περιορισμοί. Σε αντίθεση με την απλή μορφή της δρομολόγησης οχημάτων στα απορριμματοφόρα πριν την επιστροφή των οχημάτων πίσω στην αφετηρία πρέπει το φορτίο που μεταφέρουν να εναποτεθεί στο χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων. Δηλαδή εκτός από την αφετηρία (γκαράζ) και τους κόμβους (κάδους) υπάρχει και ένα σημείο που αντιπροσωπεύει τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων.

Το πρόβλημα της δρομολόγησης απορριμματοφόρων ανήκει στην κατηγορία CVRP (Capacitated VRP). Οι πελάτες είναι οι κάδοι και οι ζητήσεις τους, δηλαδή η ποσότητα των απορριμμάτων που περιέχουν, είναι γνωστές. Στην συγκεκριμένη μοντελοποίηση ο στόλος των απορριμματοφόρων είναι ομογενής. Με τον όρο ομογενής στόλος εννοείται ότι όλα τα απορριμματοφόρα έχουν την ίδια χωρητικότητα ( $16 \text{ m}^3$ ).

Τα απορριμματοφόρα ξεκινούν από την αφετηρία, περνούν από μια σειρά από κόμβους (κάδους) κάνοντας στάσεις και αφού συλλέξουν τέτοια ποσότητα απορριμμάτων έτσι ώστε να μην υπερβαίνεται η χωρητικότητά τους στη συνέχεια πηγαίνουν στον χώρο εναπόθεσης

όπου ξεφορτώνουν το φορτίο τους. Το τελευταίο ταξίδι κάθε απορριματοφόρου είναι από τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων πίσω στην αφετηρία.

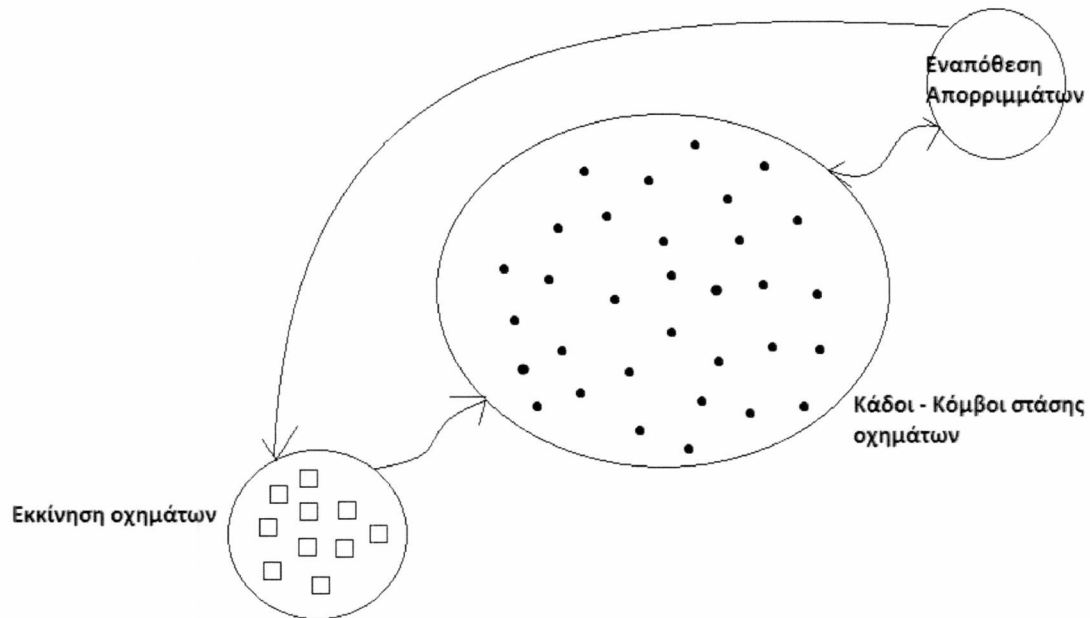


Εικόνα 21: Ενδεικτική εικόνα με τα δομικά στοιχεία του προβλήματος συλλογής απορριμμάτων

Μέσα από την μαθηματική μοντελοποίηση που χτίστηκε για το πρόβλημα της αποκομιδής σε αυτήν την εργασία επιτρέπεται στο κάθε απορριματοφόρο να κάνει περισσότερα του ενός ταξίδια προς την χωματερή κατά την διάρκεια μιας βάρδιας. Δηλαδή ένα απορριματοφόρο μπορεί και πρακτικά κάνει περισσότερα του ενός ταξίδια στον χώρο εναπόθεσης και πίσω στους κάδους.

Η αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης ελαχιστοποιεί την συνολική διανυόμενη απόσταση.





Εικόνα 22: Επιτρεπόμενες διαδρομές μεταξύ των συνόλων των κόμβων.

Η μαθηματική μοντελοποίηση που παρουσιάζεται στηρίχτηκε πάνω στις μοντελοποιήσεις που παρουσιάστηκαν στη δημοσίευση των Surya Sahoo et al. (2005) καθώς και στη δημοσίευση των Kulkarni & Bhave (1985).

Το VRP στο πρόβλημα της αποκομιδής απορριμμάτων αναπαρίσταται από ένα δίκτυο  $G(V,A)$  όπου  $V$  είναι το σύνολο των κόμβων και  $A$  είναι το σύνολο των τόξων.

- $V = \{ 1, 2, \dots, N - 1, N, N + 1 \}$
- Οι κόμβοι  $\{1, 2, \dots, N - 1\}$  αναπαριστούν τους κάδους
- Η αφετηρία αναπαριστάται από τον κόμβο  $N$
- Ενώ ο χώρος εναπόθεσης απορριμμάτων από τον κόμβο  $N + 1$

Κάθε κόμβος έχει μια συγκεκριμένη ζήτηση  $d_i$  (ποσότητα απορριμμάτων που περιέχει). Οι κόμβοι όμως  $(N)$  και  $(N + 1)$ , δηλαδή η αφετηρία και ο χώρος εναπόθεσης απορριμμάτων έχουν μηδενική ζήτηση ( $d_i = 0, \forall i \in \{N, N + 1\}$ ). Το  $t_{ij}$  αναφέρεται στην απόσταση μεταξύ του ζεύγους κόμβων  $(i, j) \in A$  και είναι το μήκος του τόξου που συνδέει αυτό το ζεύγος.

Η μαθηματική μοντελοποίηση που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} \sum_{k=1}^K tt_{ij} x_{ijk} \quad 3.6$$

$$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N-1\} \quad 3.7$$

$$\sum_{j=1}^{N+1} \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N-1\} \quad 3.8$$

$$\sum_{i=1}^{N+1} x_{i,j,k} = \sum_{i=1}^{N+1} x_{j,i,k}, \quad \forall k \in K_{\max}, \quad j \in \{1, 2, \dots, N+1\} \quad 3.9$$

$$D_{i,k} \leq C, \quad \forall k \in K_{\max}, \quad i \in \{1, 2, \dots, N-1\} \quad 3.10$$

$$D_{N,k} = 0 \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.11$$

$$D_{N+1,k} = 0 \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.12$$

$$-BigM * (1 - x_{i,j,k}) \leq D_{i,k} + d_j - D_{j,k} \leq (1 - x_{i,j,k}) * BigM, \quad \forall k \in K_{\max}, i \in \{1, 2, \dots, N+1\}, j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad 3.13$$

$$D_{i,k} \leq \sum_{j=1}^{N+1} x_{i,j,k} * BigM, \quad \forall k \in K_{\max}, \quad i \in \{1, 2, \dots, N+1\} \quad 3.14$$

$$\sum_{j=1}^{N-1} d_j \sum_{i=1}^{N+1} x_{i,j,k} \leq C * N_k, \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.15$$

$$\sum_{i \in \{1, \dots, N-1\}} x_{i,N+1,k} = N_k, \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.16$$

$$\sum_{j=1, \dots, N-1} x_{N+1,j,k} = N_K - 1, \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.17$$

$$x_{N+1,N,k} = 1, \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.18$$

$$\sum_{j=1, \dots, N-1} x_{N,j,k} = 1, \quad \forall k \in K_{\max} \quad 3.19$$

Οι περιορισμοί 3.7 και 3.8 εξασφαλίζουν ότι ο κάθε κάδος θα εξυπηρετηθεί από ακριβώς ένα απορριμματοφόρο. Ο περιορισμός 3.9 εγγυάται την συνέχεια στην διαδρομή κάθε απορριμματοφόρου  $k$ . Δηλαδή ικανοποιεί ότι εάν ένα απορριμματοφόρο φτάσει σε έναν κόμβο τότε στη συνέχεια πρέπει να φύγει από τον συγκεκριμένο κόμβο. Ο περιορισμός 3.10 εκφράζει ότι η ποσότητα των απορριμμάτων που έχουν συλλεχθεί μέχρι ένα συγκεκριμένο κάδο από κάθε απορριμματοφόρο δεν μπορεί να ξεπερνά την χωρητικότητα του απορριμματοφόρου. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι το  $k$  απορριμματοφόρο θα συλλέξει το περιεχόμενο του  $i$  κάδου μόνο εάν αυτό χωράει στο απορριμματοφόρο. Οι περιορισμοί 3.11 και 3.12 ικανοποιούν ότι η αθροιστική ποσότητα των απορριμμάτων  $D_{i,k}$  μηδενίζεται όταν το κάθε απορριμματοφόρο φεύγει από την αφετηρία ( $N$ ) καθώς και όταν φεύγει από τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων ( $N + 1$ ). Δηλαδή το κάθε απορριμματοφόρο ξεκινά την διαδρομή του από την αφετηρία άδειο και όταν επισκέπτεται τον χώρο όπου εναποθέτει τα απορρίμματα φεύγει από εκεί πάλι άδειο. Ο περιορισμός 3.13 βεβαιώνει ότι η αθροιστική ποσότητα των απορριμμάτων που έχουν συλλεχθεί μέχρι έναν συγκεκριμένο κόμβο παίρνει την σωστή τιμή. Είναι στην ουσία ο περιορισμός που φράσσει και δίνει μία συγκεκριμένη δεσμευτική τιμή στην μεταβλητή απόφασης  $D_{i,k}$  όταν το  $k$  απορριμματοφόρο επισκέπτεται τον  $i$  κόμβο. Ο περιορισμός 3.14 επιβάλλει ότι η μεταβλητή απόφασης  $D_{i,k}$  θα λάβει τιμή 0 εάν το τόξο  $(i, j) \in A$  δεν διανυθεί από το απορριμματοφόρο  $k$ . Στον περιορισμό 3.15 γίνεται ο υπολογισμός του αριθμού των ταξιδιών  $N_k$  προς τον χώρο εναπόθεσης για το φορτηγό  $k$ , διασφαλίζοντας πως η συνολική ποσότητα απορριμμάτων που θα συλλεχθεί θα είναι μικρότερη από τον αριθμό των διαδρομών αυτών επί τη συνολική χωρητικότητα των απορριμματοφόρου  $k$ . Στον περιορισμό 3.16 βεβαιώνεται ότι ο αριθμός των ταξιδιών για κάθε απορριμματοφόρο προς τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων είναι ίσος με το  $N_k$ . Ο περιορισμός 3.17 ικανοποιεί ότι για κάθε απορριμματοφόρο ο αριθμός των ταξιδιών από το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων προς τους κανονικούς κόμβους (κάδους) πρέπει να είναι κατά ένα λιγότερος από το πλήθος των ταξιδιών που θα κάνει από τους κανονικούς κόμβους

προς τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων. Ο περιορισμός 3.18 βεβαιώνει ότι το τελευταίο ταξίδι στη διαδρομή κάθε απορριμματοφόρου πρέπει να είναι από τον χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων προς την αφετηρία (γκαράζ). Δηλαδή στο τέλος της διαδρομής το κάθε απορριμματοφόρο επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης. Τέλος ο περιορισμός 3.19 εκφράζει ότι η διαδρομή του κάθε απορριμματοφόρου ξεκινά από την αφετηρία.

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της συγκεκριμένης υποενότητας, το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων βασίστηκε στην μοντελοποίηση που παρουσιάστηκε στη δημοσίευση των Surya Sahoo et al. (2005). Όμως, στην μοντελοποίηση της δημοσίευσης ο περιορισμός 3.13 είχε την εξής μορφή:

$$D_{i,k} + d_j - D_{j,k} \leq (1 - x_{i,j,k}) * BigM, \quad \forall k \in K_{max}, i \in 1, 2, \dots, N + 1, j \in 1, 2, \dots, N$$

Εφαρμόζοντας στο μαθηματικό μοντέλο τον περιορισμό στην μορφή που δινόταν στην δημοσίευση παρουσιάστηκε το πρόβλημα ότι η συνεχής μεταβλητή που δίνει την αθροιστική ζήτηση του  $k$  απορριμματοφόρου στον  $i$  κόμβο  $D_{i,k}$  λάμβανε λάθος τιμές. Συγκεκριμένα σε διαδρομές οι οποίες δεν ήταν γεμάτες, δηλαδή σε διαδρομές στις οποίες το απορριμματοφόρο συνέλλεγε κάδους λιγότερους από την χωρητικότητα του, η μεταβλητή  $D_{i,k}$  του τελευταίου κόμβου (κάδου) της διαδρομής λάμβανε τιμή ίση με την χωρητικότητα του απορριμματοφόρου παρά το γεγονός ότι το απορριμματοφόρο δεν ήταν γεμάτο. Ο περιορισμός 3.13 σε συνδυασμό με τους περιορισμούς 3.10, 3.11, 3.12 είναι που δίνει μια συγκεκριμένη τιμή στην μεταβλητή  $D_{i,k}$ . Στην μορφή που δινόταν ο περιορισμός 3.13 στην δημοσίευση έφραζε μεν την μεταβλητή  $D_{i,k}$  αλλά δεν της έδινε μια συγκεκριμένη τιμή. Για να πάρει την συγκεκριμένη τιμή που έπρεπε η μεταβλητή  $D_{i,k}$  ο περιορισμός 3.13 στο μοντέλο της διπλωματικής εργασίας πήρε την τελική μορφή:

$$-BigM * (1 - x_{i,j,k}) \leq D_{i,k} + d_j - D_{j,k} \leq (1 - x_{i,j,k}) * BigM, \\ \forall k \in K_{max}, i \in 1, 2, \dots, N + 1, j \in 1, 2, \dots, N$$

Ακόμη χτίστηκε ο περιορισμός 3.14  $D_{i,k} \leq \sum_{j=1}^{j=N+1} x_{i,j,k} * BigM \quad \forall k \in K_{max}, i \in 1, 2, \dots, N + 1$  που επιβάλλει ότι η μεταβλητή  $D_{i,k}$  παίρνει την τιμή 0 εάν το  $k$  απορριμματοφόρο δεν διανύσει το τόξο  $(i, j)$ .

Στο μοντέλο αυτό εμφανίζονται  $kN^2 + 6kN + 2N + 13k$  περιορισμοί,  $k(N + 1)^2$  δυαδικές μεταβλητές,  $k$  ακέραιες και  $k(N + 1)$  συνεχείς μεταβλητές, όπου  $N$  είναι ο αριθμός των κανονικών κόμβων και  $k$  το πλήθος των απορριμματοφόρων.

### 3.3 Περιγραφή ευρετικών μεθόδων επίλυσης

#### 3.3.1 Clustering Approach

Μία τεχνική που χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη για την διαχείριση του προβλήματος της αποκομιδής των απορριμμάτων είναι αυτή της διαίρεσης την συνολικής προς εξυπηρέτηση περιοχή σε υποπεριοχές-υποδιαμερίσματα (clusters). Αυτή η μέθοδος ονομάζεται clustering και πρόκειται για μια αποδοτική μέθοδο, όταν υπάρχει ένα πρόβλημα με μεγάλο πλήθος σημείων.

Γενικά, clustering είναι η κατηγοριοποίηση αντικειμένων σε διαφορετικές ομάδες οι οποίες μοιράζονται τα ίδια χαρακτηριστικά. Είναι μια κοινή διαδικασία για τις επιστήμες της βιολογίας, διαχείρισης δεδομένων, ανάλυσης εικόνων και γνώσης μηχανών (machine learning). Η τεχνική η οποία χωρίζει δεδομένα σε τέτοιων ειδών κατάλληλες ομάδες ανάλογα με την εφαρμογή από όπου προκύπτουν ονομάζονται clustering analysis. Πιο απλά, είναι μια τεχνική για το διαχωρισμό «πελατών» σε διαφορετικές ομάδες ούτως ώστε κάθε ομάδα πελατών να είναι συλλογικά διαφορετική από τους «πελάτες» στις άλλες ομάδες. Υπάρχουν στη βιβλιογραφία πολλές μέθοδοι ανάλυσης clusters.

Σε μια γενική βάση οι τεχνικές αυτές μπορούν να διαχωριστούν σε δύο ομάδες: κλασική (ή ντετερμινιστική) ανάλυση και πιθανοτική ανάλυση.

Ο όρος ‘κλασική ανάλυση’ αναφέρεται σε τεχνικές clustering όπου η ανάθεση των στοιχείων σε clusters είναι ντετερμινιστική, δηλαδή όσες φορές και να ‘τρέξει’ ο αλγόριθμος δίνει το ίδιο αποτέλεσμα.

Ο όρος ‘πιθανοτική ανάλυση’ αναφέρεται στις τεχνικές clustering όπου η ανάθεση των στοιχείων σε clusters είναι βασισμένη σε πιθανότητες. Με άλλα λόγια υπάρχει μια πιθανότητα κάθε στοιχείο να μπορεί να ανήκει σε οποιοδήποτε από τα clusters άρα δεν είναι ντετερμινιστική.

Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιείται τεχνική κλασικής ανάλυσης διότι τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα των στοιχείων των clusters (δηλαδή των κόμβων) είναι α) η ζήτηση κάθε κόμβου η οποία είναι συγκεκριμένη και γνωστή από πριν και β) οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων οι οποίες είναι επίσης σταθερές και γνωστές εκ των προτέρων.

Γενικά υπάρχουν δύο ειδών προσεγγίσεις στα προβλήματα δρομολόγησης όσον αφορά τον τρόπο δημιουργίας δύο ξεχωριστών βημάτων επίλυσης: στην πρώτη αρχικά γίνεται δημιουργία διαδρομής και μετά γίνεται δημιουργία των clusters (route first cluster

second) και στην δεύτερη πρώτα γίνεται δημιουργία των clusters και μετά δημιουργία των διαδρομών (cluster first route second).

#### Route first cluster second

Σε αυτού του είδους την προσέγγιση δρομολόγησης οχημάτων δημιουργείται πρώτα μια μεγάλη διαδρομή ('giant tour') και στη συνέχεια αυτή διασπάται σε μικρότερες εφικτές διαδρομές λόγω των περιορισμών χωρητικότητας, μέσω αλγορίθμων που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία.

#### Cluster first route second

Στην συγκεκριμένη προσέγγιση (η οποία χρησιμοποιείται και στην παρούσα διπλωματική) πρώτα δημιουργούνται clusters-ομάδες κόμβων και η δρομολόγηση γίνεται με εφαρμογή ενός προβλήματος πλανόδιου πωλητή (TSP) ανά cluster.

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται για να επιλυθεί το πρόβλημα δρομολόγησης στην παρούσα εργασία σε στάδια. Το στάδιο της ομαδοποίησης κόμβων επιλύεται με τον άπληστο αλγόριθμο (greedy algorithm).

Η τεχνική αυτή λειτουργεί ως εξής: Στο πρώτο στάδιο δημιουργούνται οι υποπεριοχές με τον αλγόριθμο που προαναφέρθηκε. Στο δεύτερο στάδιο ανατίθενται σε ένα απορριμματοφόρο αυτοί οι κόμβοι το οποίο δρομολογείται λύνοντας το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP – Travelling Salesman Problem) με μαθηματικό προγραμματισμό ή με ευρετικούς αλγορίθμους επίλυσης.

Στα αριθμητικά παραδείγματα, όπως προαναφέρθηκε, δημιουργούνται clusters το πολύ 70 σημείων (16000 λίτρα σε κάθε απορριμματοφόρο/228,25 λίτρα σε κάθε κάδο = 70 κάδοι σε κάθε cluster-απορριμματοφόρο).

Η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου ομαδοποίησης των κόμβων είναι μια πολύ σημαντική διαδικασία, αφού επηρεάζει σημαντικά τον χρόνο επίλυσης και την ποιότητα της τελικής λύσης.

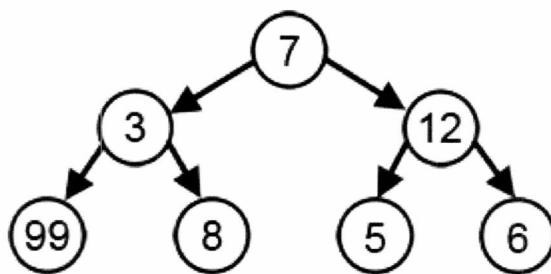
### **3.3.2 Άπληστος Αλγόριθμος (Greedy Algorithm)**

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για τη διαίρεση των κόμβων σε υποδιαμερίσματα (clusters) είναι ο άπληστος αλγόριθμος.

Ένας άπληστος αλγόριθμος ακολουθεί τη λογική του ότι κάνει την τρέχουσα βέλτιστη επιλογή σε κάθε βήμα επίλυσης με την προσδοκία εξεύρεσης της ολικής βέλτιστης. Σε πολλές περιπτώσεις η άπληστη στρατηγική δεν παράγει γενικά μια ολικά βέλτιστη λύση,

αλλά μπορεί να δώσει τοπικά βέλτιστες λύσεις που προσεγγίζουν μια ολικά βέλτιστη σε ένα λογικό χρονικό πλαίσιο.

Για γίνει πιο κατανοητό θα παρουσιαστεί ένα μικρό αριθμητικό παράδειγμα. Στην εικόνα που ακολουθεί, ο αλγόριθμος εάν θέλει να βρει το μέγιστο μονοπάτι, θα περάσει από τους κόμβους 7, 12, 6 αγνοώντας τον κόμβο 99. Εάν λάμβανε υπόψη του το ολικό βέλτιστο θα πήγαινε στους κόμβους 7, 3, 99.



Εικόνα 23: Αριθμητικό παράδειγμα άπληστης λογικής

Στο πρόβλημα της ομαδοποίησης κόμβων χρησιμοποιείται η άπληστη λογική με βάση τις αποστάσεις των κόμβων μεταξύ τους και λειτουργεί με τα εξής βήματα:

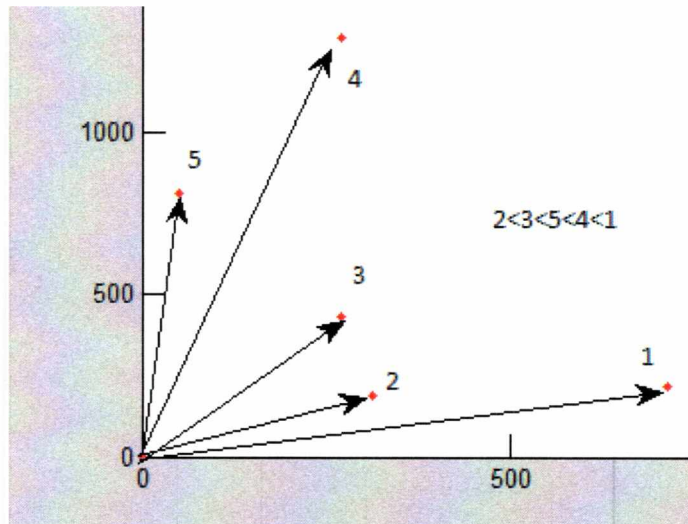
Βήμα 1: Αρχικά επιλέγεται ένας κόμβος εκκίνησης αυθαίρετα.

Βήμα 2: Το πρόγραμμα ελέγχει εάν χωρά ακόμα ένας κόμβος στη συνολική χωρητικότητα του τρέχοντος cluster. Αυτό γίνεται προσθέτοντας την ποσότητα απορριμμάτων ενός κόμβου (228,25 lt) στην τρέχουσα ποσότητα απορριμμάτων του cluster και εάν αυτή ξεπερνά το όριο χωρητικότητας των clusters (16000 lt) τότε δεν μπορεί να εισαχθεί άλλος κόμβος και έχουμε αλλαγή cluster, ξεκινώντας να χτίζουμε το επόμενο. Στην αντίθετη περίπτωση επιτρέπεται να εισέλθει ακόμα ένας κόμβος.

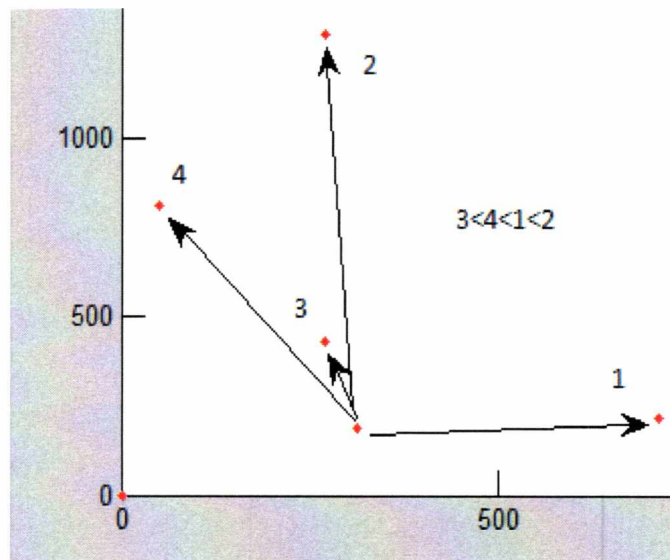
Βήμα 3: Εφόσον επιτραπεί στον κόμβο να εισέλθει, τότε το πρόγραμμα αναζητά τον κόμβο με τη μικρότερη απόσταση από τον κόμβο εκκίνησης στο σύνολο των κόμβων που δεν έχουν αντιστοιχιστεί ακόμα σε κάποιο cluster. Εφόσον τον βρει τον εισάγει στο cluster και τον κάνει κόμβο εκκίνησης του επόμενου βήματος. Από αυτό το κριτήριο αναζήτησης παίρνει και το όνομά του γιατί χρησιμοποιεί άπληστη λογική επιλέγοντας μόνο τον τρέχοντα και όχι τον συνολικά βέλτιστο κόμβο να εισάγει.

Βήμα 4: Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται με τα βήματα 2 και 3 έως ότου δημιουργηθούν όλα τα υποδιαμερίσματα και όλοι οι κόμβοι εισέλθουν σε κάποιο από αυτά.

Στις επόμενες εικόνες γίνεται κατανοητό πώς λειτουργεί ο αλγόριθμος. Ξεκινώντας από τον κόμβο (0,0) επιλέγει μεταξύ αυτών που δεν έχει ακόμα τοποθετήσει στο cluster, τον κοντινότερο (κόμβος 2) και στο επόμενο βήμα, με κόμβο εκκίνησης αυτόν που επέλεξε στο προηγούμενο βήμα, επιλέγει τον επόμενο κοντινότερο (κόμβος 3).



Εικόνα 24: Βήμα 1



Εικόνα 25: Βήμα 2

Το χαρακτηριστικό αυτού του αλγορίθμου είναι ότι δεν δημιουργεί εξισορροπημένα clusters, αλλά αντιθέτως δημιουργεί ‘πλήρη’ clusters 70 σημείων και με τους κόμβους που απομένουν δημιουργεί ξεχωριστό cluster. Αυτό συμβαίνει διότι δεν είναι επιθυμητό τα απορριμματοφόρα να πηγαίνουν στο Χώρο Εναπόθεσης Απορριμμάτων μη πλήρη και άρα να



υπάρχει ανεκμετάλλευτη χωρητικότητα. Ένα μειονέκτημα που μπορεί να εντοπιστεί στον αλγόριθμο είναι ότι δεν πραγματοποιεί την επιθυμητή εξισορρόπηση του φόρτου εργασίας μεταξύ των απορριμματοφόρων.

Με τον άπληστο αλγόριθμο δημιουργείται ταυτόχρονα και μια διαδρομή TSP η οποία μπορεί να βελτιωθεί με ευρετικούς ή αναλυτικούς αλγόριθμους. Στην παρούσα εργασία όμως χρησιμοποιείται ο άπληστος αλγόριθμος για δημιουργία clusters, στα οποία θα εφαρμοστεί μαθηματικός προγραμματισμός και ένας ευρετικός αλγόριθμος για να επιλυθεί το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή. Δηλαδή δεν χρησιμοποιείται η αλληλουχία των κόμβων που υπάρχουν σε κάθε cluster αλλά μόνο η θέση τους.

### **3.3.3 Περιγραφή ευρετικής μεθόδου επίλυσης προβλήματος πλανόδιου πωλητή**

Σε προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκαν αναλυτικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem – TSP) που αποτελούνται από μαθηματικά μοντέλα μίας αντικειμενικής συνάρτησης και ενός ή περισσότερων περιορισμών.

Η επίλυση όμως ενός προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης με μαθηματικό προγραμματισμό γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος και συνήθως το να βρεθεί η συνολικά βέλτιστη λύση σε λογικό χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλυθούν προβλήματα αυτής της μορφής συχνά χρησιμοποιούνται διαφορετικές τεχνικές που οδηγούν σε μια μη ολικά βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση. Μια λύση ενός ευρετικού αλγορίθμου γίνεται αποδεκτή αν ικανοποιεί κάποια κριτήρια όπως η ποιότητα της λύσης, δηλαδή η απόκλισή της από τη βέλτιστη, η ευκολία απόκτησης μιας λύσης, η λογική πάνω στην οποία στηρίζονται οι κανόνες του ευρετικού αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκαν για να οδηγηθούμε στη λύση κ.α. Για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μόνο ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει την ευρετική λύση, αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους, οδηγούν ολοένα και σε καλύτερες λύσεις.

Στην παρούσα διπλωματική όπως έχει αναφερθεί επιλύεται με αναλυτικές και ευρετικές μεθόδους το πρόβλημα δρομολόγησης ενός οχήματος (Travelling Salesman Problem - TSP) σε ένα cluster.

Ως ευρετική μέθοδος χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος ‘Twice Around the Minimum Spanning Tree’ ο οποίος μπορεί να δώσει ταχύτατα αποτελέσματα – διαδρομές στα clusters που προέκυψαν από την μέθοδο clustering που αναλύθηκε παραπάνω.

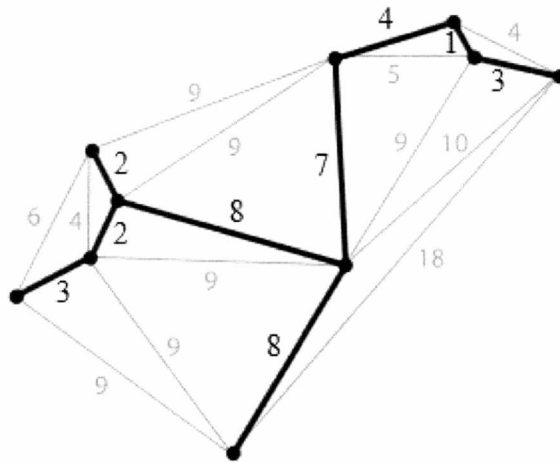
Κατ’αρχάς για να μπορέσει να εξηγηθεί ο αλγόριθμος θα πρέπει να δοθούν κάποιοι ορισμοί που αφορούν τη θεωρία δικτύων.

Γράφημα ή γράφος: Είναι ένα σύνολο από κόμβους (κορυφές) που ενώνονται μεταξύ τους με ακμές (ή τόξα) και ορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι κορυφές (κόμβοι). Αν τα τόξα προσανατολίζονται οριζόμενα από διατεταγμένα ζεύγη κόμβων, τότε ο γράφος αποκαλείται κατευθυνόμενος. Αν τα τόξα δεν προσανατολίζονται, τότε αποκαλείται μη κατευθυνόμενος. Επιπλέον στοιχεία για τον ορισμό ενός γράφου είναι η σύνδεση των τόξων του με κάποια αξία, οπότε αποκαλείται σταθμισμένος.

Δέντρο: Ένα δέντρο στα μαθηματικά και ειδικά στη θεωρία γράφων, είναι ένας μη κατευθυνόμενος γράφος, στον οποίο οποιοσδήποτε δύο κορυφές συνδέονται με ένα και μόνο απλό μονοπάτι.

Δέντρο κάλυψης: Ένα δέντρο κάλυψης ενός γράφου είναι ένα δέντρο που αποτελείται από όλους τους κόμβους και κάποια (ή όλα) τα τόξα ενός δικτύου. Δηλαδή είναι μια επιλογή τόξων του συνολικού δικτύου που καλύπτει (συνδέει) κάθε κόμβο σε αυτό το υποδίκτυο. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε κόμβος υπάρχει στο δέντρο αλλά δεν υπάρχουν κλειστές διαδρομές (κύκλοι) στο υποδίκτυο αυτό.

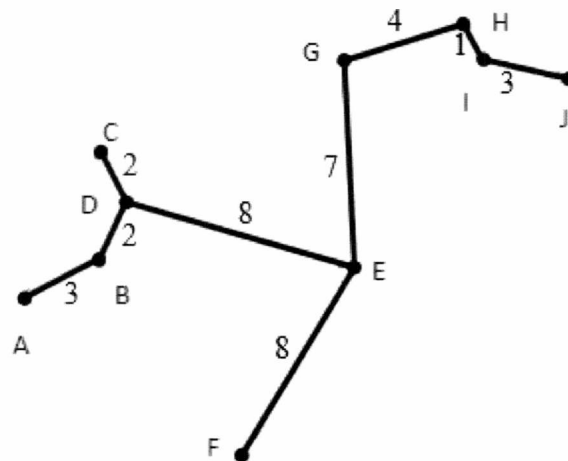
Στο πρόβλημα εύρεσης του Ελάχιστου Δέντρου Κάλυψης (Minimum Spanning Tree - MST) ζητούμενο είναι η σύνδεση όλων των κόμβων στο δέντρο κάλυψης, με το συνολικό μήκος των κλάδων-τόξων που συνδέουν αυτούς τους κόμβους μεταξύ τους να είναι το ελάχιστο δυνατό. Οι βασικότεροι αλγόριθμοι για την επίλυση του προβλήματος Ελάχιστου Δέντρου Κάλυψης είναι ο αλγόριθμος Prim και ο αλγόριθμος Kruskal.



**Εικόνα 26: Ελάχιστο δέντρο κάλυψης δικτύου**

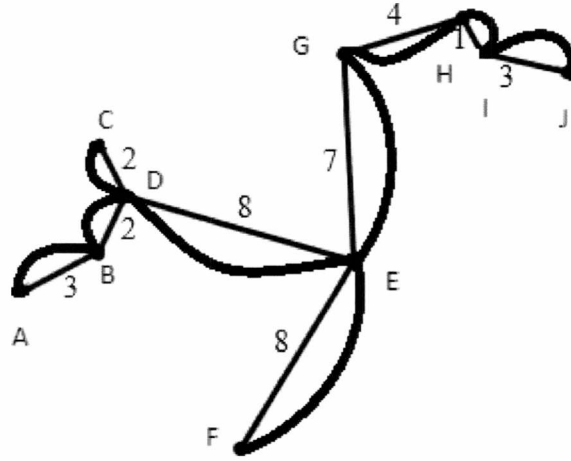
Εφόσον διευκρινίστηκαν κάποια στοιχεία της θεωρίας δικτύων καθίσταται δυνατόν να περιγραφούν τα βήματα επίλυσης του ευρετικού αλγορίθμου ‘Twice Around the Spanning Tree’, με κάθε βήμα να εφαρμόζεται στο δίκτυο της Εικόνας 26:

Βήμα 1: Από το δοθέν δίκτυο δημιουργείται ένα Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Prim ο οποίος αναλύεται παρακάτω.



**Εικόνα 27: Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης**

Βήμα 2: Οι κλάδοι που αποτελούν το Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης διπλασιάζονται, δηλαδή όπου υπήρχε κλάδος ένωσης δύο κόμβων στο ΕΔΚ προστίθεται ένας όμοιος κλάδος, δημιουργώντας ένα κλειστό δίκτυο.



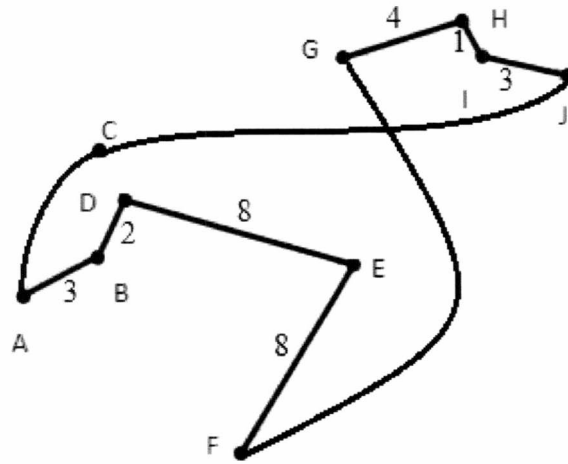
Εικόνα 28: Διπλασιασμός κλάδων ελάχιστου δέντρου κάλυψης

Βήμα 3: Από τους κλάδους αυτούς δημιουργείται κυκλικά μια Οϊλεριανή (Eulerian) διαδρομή. Οϊλεριανό μονοπάτι ενός δικτύου ονομάζεται αυτό το οποίο περιέχει κάθε τόξο του δικτύου ακριβώς μια φορά. Για παράδειγμα, στο δίκτυο των προηγούμενων εικόνων η διαδρομή αυτή αποτελείται από τους κόμβους:

$A - B - D - E - F - E - G - H - I - J - I - H - G - E - D - C - D - B - A$

Βήμα 4: Ο αλγόριθμος δημιουργεί έναν Χαμιλτονιανό (Hamiltonian) κύκλο διαλέγοντας σειριακά κόμβους από την Οϊλεριανή διαδρομή. Εάν έχει επιλέξει ήδη κάποιον κόμβο και τύχει να τον ξαναβρεί στην Οϊλεριανή διαδρομή στη σειρά που ακολουθεί, τον προσπερνά και ελέγχει εάν δεν έχει πάρει τον επόμενο του. Οι έλεγχοι αυτοί συνεχίζονται μέχρι να βρει κόμβο που δεν υπάρχει ακόμα στον Χαμιλτονιανό κύκλο. Για παράδειγμα, στο δίκτυο των προηγούμενων εικόνων η πρώτη Χαμιλτονιανή διαδρομή ξεκινώντας από τον κόμβο A θα είναι:

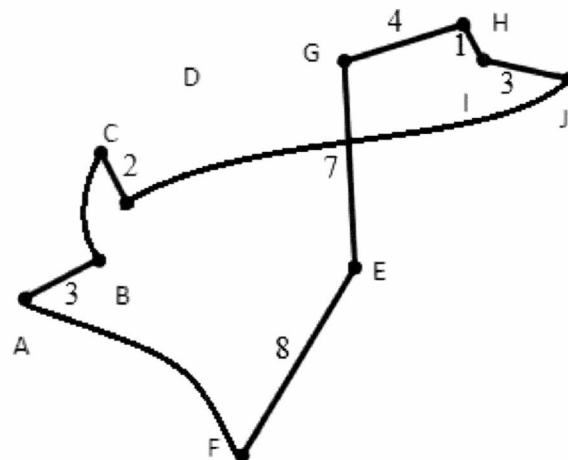
$A - B - D - E - F - G - H - I - J - C - A$



Εικόνα 29: Πρώτη διαδρομή TSP

Βήμα 5: Δημιουργούνται πολλές διαφορετικές διαδρομές TSP με το αντίστοιχο κόστος, αλλάζοντας τον κόμβο εκκίνησης. Για παράδειγμα, αν η διαδρομή ξεκινήσει από τον κόμβο F:

F – E – G – H – I – J – D – C – B – A – F



Εικόνα 30: Εναλλακτική διαδρομή TSP

Βήμα 6: Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να δημιουργηθεί ένας αποδεκτός αριθμός διαδρομών. Από τις διαδρομές που δημιουργήθηκαν επιλέγεται αυτή με το μικρότερο κόστος.

### Αλγόριθμος Prim για την κατασκευή του Ελάχιστου Δέντρου Κάλυψης.

Το δέντρο ξεκινά σε αυτόν το αλγόριθμο περιέχοντας μόνο έναν κόμβο και σε κάθε βήμα του αλγορίθμου προστίθεται ένας επιπλέον κόμβος, μέχρι να καλυφθούν όλοι όσοι βρίσκονται στο δίκτυο.

Βήμα 0: Δημιουργούνται δύο σύνολα, το σύνολο  $V$  που περιέχει όλους τους κόμβους του δικτύου και το κενό σύνολο  $VT$  το οποίο θα περιέχει με τη σειρά τους κόμβους που θα απαρτίσουν το Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης. Επίσης δημιουργούνται άλλα δύο σύνολα, το  $E$  που περιέχει τα τόξα του αρχικού δικτύου και το  $ET$  που αρχικά είναι κενό και θα περιέχει μόνο τα τόξα που θα απαρτίσουν το Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης.

Βήμα 1: Τοποθετείται στο  $VT$  ένας τυχαίος κόμβος του δικτύου (έστω κόμβος  $u$ ), ο οποίος αφαιρείται από το  $V$ .

Βήμα 2: Ελέγχεται ποιος είναι ο πιο κοντινός κόμβος στον αρχικό μέσα από τα μήκη των τόξων που τον συνδέουν με τους υπόλοιπους κόμβους (έστω κόμβος  $v$ ).

Βήμα 3: Ο κοντινότερος αυτός κόμβος ( $v$ ) αφαιρείται από  $V$  και τοποθετείται στο  $VT$ . Επίσης, αφαιρείται και το τόξο που συνδέει τους δύο αυτούς κόμβους (τόξο  $uv$ ) από το σύνολο  $E$  και τοποθετείται στο σύνολο  $ET$ .

Βήμα 4: Επιλέγεται από το σύνολο  $V$  ο κόμβος που ακόμα δεν έχει εισαχθεί στο  $VT$  αλλά απέχει την ελάχιστη απόσταση από οποιονδήποτε από τους κόμβους που βρίσκονται ήδη στο  $VT$  μέχρι εκείνη την ώρα (έστω ότι επιλέγεται κόμβος  $p$ , εξαιτίας του τόξου ελάχιστης απόστασης  $pu$ ).

Βήμα 5: Επαναλαμβάνονται τα βήματα που περιγράφηκαν στο βήμα 3. Ο κόμβος που επιλέχθηκε ( $p$ ) αφαιρείται από το σύνολο  $V$  και προστίθεται στο  $VT$  και το τόξο με την ελάχιστη απόσταση που συνδέει αυτόν τον κόμβο με τον κόμβο που βρίσκεται ήδη στο  $ET$  ( $pu$ ) αφαιρείται από το σύνολο  $E$  και τοποθετείται στο σύνολο  $ET$ .

Βήμα 6: Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται έως ότου το σύνολο  $V$  μείνει κενό. Το σύνολο  $ET$  θα περιέχει τους κλάδους (τόξα) του δικτύου που αποτελούν το Ελάχιστο Δέντρο Κάλυψης

### 3.4 Επίλογος

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκαν μαθηματικά μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού και ευρετικές μέθοδοι που επιλύουν το πρόβλημα της αποκομιδής των απορριμμάτων για στόλο ομογενούς χωρητικότητας. Έγινε ανάλυση των αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος αποκομιδής απορριμμάτων με την χρήση των μοντέλων που αναλύθηκαν σε αυτή την ενότητα.



## 4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

### 4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε η παρουσίαση και η περιγραφή των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών τρόπων επίλυσης του προβλήματος της συλλογής αστικών στερεών αποβλήτων. Στο κεφάλαιο αυτό, θα γίνει η παρουσίαση των μεθόδων επίλυσης και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την υλοποίηση των παραπάνω μοντέλων και ευρετικών αλγορίθμων.

### 4.2 Μέθοδοι επίλυσης

Για την μεταφορά των μαθηματικών μοντέλων σε υπολογιστή χρησιμοποιήθηκε το IBM CPLEX Optimization Studio Academic Research Edition 12.5. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Το όνομα CPLEX προέρχεται από την καινοτομία του λογισμικού αυτού που αφορά στην ενσωμάτωση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης Simplex σε προγραμματιστικό περιβάλλον της γλώσσας C. Επίσης έγινε χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Fortran 95 για τη δημιουργία των αλγορίθμων greedy clustering και twice around the minimum spanning tree.

Η μοντελοποίηση των προγραμμάτων στην παρούσα μελέτη έγινε με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C++. Η συγκεκριμένη γλώσσα προγραμματισμού είναι αντικειμενοστραφής και είναι συνδυασμός των ευρέως χρησιμοποιούμενων γλωσσών C και Java. Τέλος, το προγραμματιστικό περιβάλλον ανάπτυξης που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση των προγραμμάτων είναι το Microsoft Visual Studio 2010.

Το πακέτο βελτιστοποίησης της IBM σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (C++) δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα της αποτελεσματικής υλοποίησης κάθε είδους βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται στο Microsoft Visual Studio η βιβλιοθήκη της CPLEX, πράγμα το οποίο δίνει τη δυνατότητα εισαγωγής αντικειμένων των κλάσεων της CPLEX. Για παράδειγμα, για τον ορισμό των μεταβλητών απόφασης χρησιμοποιούνται αντικείμενα της κλάσης



«IloNumVarArray» ή «IloNumVarMatrix» για μονοδιάστατους ή πολυδιάστατους πίνακες αριθμητικών μεταβλητών απόφασης. Για τους περιορισμούς ορίζονται αντικείμενα των κλάσεων «IloRangeArray» ή «IloRangeMatrix» αντίστοιχα. Τέλος, εφόσον έχουν εισαχθεί τα δεδομένα, οι μεταβλητές απόφασης, οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση, ορίζεται στο σύστημα ο τύπος της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) και χρησιμοποιείται η εντολή «cplexsolve» που ορίζει την επίλυση με το υπολογιστικό πακέτο της IBM.

Η υλοποίηση των προγραμμάτων έλαβε χώρα στο εργαστήριο Οργάνωσης Παραγωγής της Πολυτεχνικής σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, που βρίσκεται στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Core(TM) i5-3330 CPU @ 3.00GHz,
- Εγκατεστημένη μνήμη: 16,00 GB,
- Λογισμικό: Windows 7 Professional 64-bit.

Αντικείμενο μελέτης εκτός από την εύρεση της βέλτιστης λύσης που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους για τους διάφορους τρόπους επίλυσης, αποτέλεσε και ο χρόνος εκτέλεσης κάθε προγράμματος. Για τον παραπάνω λόγο όλα τα αποτελέσματα λήφθηκαν από τον ίδιο υπολογιστή.

#### **4.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων**

Προτού παρουσιαστούν τα αποτελέσματα θα πρέπει να εξηγηθεί το ζήτημα της ποσοστιαίας απόκλισης μιας εφικτής λύσης που λαμβάνεται από ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης από τη συνολικά βέλτιστη λύση του. Αυτό εξαρτάται από το μέγεθος του προβλήματος, δηλαδή όσο μικρότερο είναι το πρόβλημα τόσο πιο εύκολα μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Το μέγεθος του προβλήματος αυξάνεται με την αύξηση των απορριμματοφόρων και του αριθμού των κάδων προς συλλογή.

Όσο μεγαλώνει το μέγεθος του προβλήματος, ο υπολογισμός της βέλτιστης λύσης γίνεται πιο δύσκολος λόγω της αύξησης της πολυπλοκότητας και ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται εκθετικά. Σε πολλές περιπτώσεις, τα προγράμματα κατά την επίλυση τους καταλαμβάνουν όλη τη διαθέσιμη μνήμη του υπολογιστή με αποτέλεσμα να τερματίζονται πριν την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Κατά τη διάρκεια της εξεύρεσης της λύσης το πρόγραμμα CPLEX μας ενημερώνει για την πορεία εξέλιξης επίλυσης, την τρέχουσα βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και το πόσο απέχει ποσοστιαία από την ολική βέλτιστη λύση. Το ποσοστό αυτό ξεκινώντας από το 100% μειώνεται ή παραμένει στάσιμο ανάλογα με την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Εάν στην πορεία αυτή το πρόγραμμα χρησιμοποιήσει όλη τη μνήμη του υπολογιστή η επίλυση σταματά χωρίς να δώσει μια εφικτή και τρέχουσα βέλτιστη λύση, εμφανίζοντας το μήνυμα «out of memory».

Για να μπορέσει ο χρήστης να πάρει τις τιμές των μεταβλητών σε ένα χρονικό σημείο και σε συγκεκριμένο ποσοστό απόκλισης από τη βέλτιστη λύση χρησιμοποιεί την εντολή «cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.0000);». Έτσι πχ εάν χρειαστεί τη λύση σε ποσοστό απόκλισης 20% θα εισάγει 0.2000, σε ποσοστό 21,5% θα εισάγει 0.2150 κ.ο.κ.

Στην παρούσα διπλωματική επιλέχθηκαν σύνολα δεδομένων στα οποία το πρόγραμμα έδωσε τη βέλτιστη λύση ή μία εφικτή λύση που απέχει κατά κάποιο ποσοστό από τη βέλτιστη. Το μικρότερο παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε περιλαμβάνει δύο απορριμματοφόρα και 80 κάδους απορριμμάτων. Η επιλογή αυτή δεν ήταν τυχαία, καθώς ο αριθμός των κάδων είναι επαρκής για τη δημιουργία δύο clusters για εξυπηρέτηση. Το μεγαλύτερο παράδειγμα αποτελείται από τέσσερα απορριμματοφόρα και 240 κάδους απορριμμάτων, καθώς η μνήμη του υπολογιστή δεν επαρκούσε για να δώσει μια εφικτή και βέλτιστη ή υπο-βέλτιστη λύση για μεγαλύτερα παραδείγματα.

Θα παρουσιαστούν αρχικά τα αποτελέσματα του πλήρους μοντέλου δρομολόγησης απορριμματοφόρων οχημάτων (CVRP) μέχρι και το σημείο όπου έδωσαν μια εφικτή και τρέχουσα βέλτιστη ή συνολικά βέλτιστη λύση (μέχρι 0% Optimality Gap) και στη συνέχεια τα αποτελέσματα των μοντελοποιήσεων που περιλαμβάνουν τον αλγόριθμο ομαδοποίησης κόμβων σε συνδυασμό με αυτούς της δρομολόγησης οχημάτων. Στη δρομολόγηση οχημάτων θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των μαθηματικών μοντελοποιήσεων TSP και της ευρετικής μεθόδου. Στη συνέχεια τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων.

#### 4.3.1 Αποτελέσματα μαθηματικού μοντέλου επίλυσης προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (CVRP)

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα όλων των συνδυασμών συνόλων δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία. Σκοπός των πινάκων αυτών είναι να συγκριθεί η απόκλιση από τη βέλτιστη λύση (% Optimality Gap) ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος (δηλαδή την πολυπλοκότητά του) και τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτήθηκε (CPU Solution time) για να φτάσει σε αυτό το επίπεδο λύσης.

Ο πρώτος πίνακας αφορά τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης CVRP όπου περιορίζουμε τα απορριμματοφόρα του μοντέλου να μην μπορούν να πραγματοποιήσουν περισσότερες της μίας διαδρομές προς το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιούμε περισσότερα οχήματα για την εξυπηρέτηση των κόμβων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη παράμετρο  $N_k$  όπου τίθεται ίση με 1 και ο αριθμός των απορριμματοφόρων παίρνει τιμή ανάλογα με το εάν η συνολική δυναμικότητα-χωρητικότητα τους μπορεί να χωρέσει το περιεχόμενο όλων των κάδων. Σαν παράδειγμα, στους 170 κόμβους πρέπει να εξυπηρετηθούν:

$$170 \text{ κάδοι} * 228,25 \text{ λίτρα/κάδο} = 38802,25 \text{ λίτρα}$$

άρα θα έχουμε στο μοντέλο:

$$3 \text{ απορριμματοφόρα} * 16000 \text{ λίτρα/απορριμματοφόρο} * N_k = 1 \text{ διαδρομές προς το} \\ \text{χώρο εναπόθεσης} = 48000 \text{ λίτρα δυναμικότητα.}$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στη μαθηματική μοντελοποίηση για την δρομολόγηση απορριμματοφόρων που αναλύεται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία υπάρχει το πλεονέκτημα κάθε απορριμματοφόρο να έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει περισσότερες της μίας διαδρομές προς το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων. Στον δεύτερο πίνακα τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης CVRP προέκυψαν χρησιμοποιώντας την παράμετρο  $N_k$ , δηλαδή χρησιμοποιήθηκε μικρότερος αριθμός απορριμματοφόρων και περισσότερες διαδρομές προς το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων. Αν πάρουμε ως παράδειγμα πάλι το σύνολο δεδομένων των 170 κάδων έχουμε 38802,25 λίτρα προς συλλογή και η δυναμικότητα των απορριμματοφόρων προκύπτει ως εξής:

$$1 \text{ απορριμματοφόρο} * 16000 \text{ λίτρα/απορριμματοφόρο} * N_k = 3 \text{ διαδρομές προς το χώρο} \\ \text{εναπόθεσης} = 48000 \text{ λίτρα δυναμικότητα.}$$

Οι κώδικες έτρεξαν χωρίς περιορισμό μέχρι και το σημείο όπου εμφανίστηκε το μήνυμα «out of memory» το οποίο αντιστοιχούσε σε συγκεκριμένα Optimality Gap %. Στη συνέχεια έτρεξαν ξανά με χρήση της εντολής «cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.0000);» θέτοντας στη θέση των μηδενικών το αντίστοιχο ποσοστό, ώστε να δώσουν τη βέλτιστη λύση μέχρι εκείνο το χρονικό σημείο.

**Πίνακας 6: Αποτελέσματα μοντελοποίησης CVRP με  $N_k=1$**

Αριθμός κόμβων	Αριθμός απορριμματοφόρων	Επιτρεπόμενος αριθμός διαδρομών προς το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων και πίσω στους κόμβους (Disposal trips)	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value, σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time, σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει η δοθείσα εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
80	2	1	36536,9	14943	0 %
100	2	1	39684,8	13096	0 %
140	2	1	57073,4	9891	25,02 %
150	3	1	65063,8	53132	19,84 %
170	3	1	66085,7	22041	21,68 %
200	3	1	82342,8	18621	31,67 %
240	4	1	65891,0	30847	21,00 %

**Πίνακας 7: Αποτελέσματα μοντελοποίησης CVRP με  $N_k \neq 1$**

Αριθμός κόμβων	Αριθμός απορριμματοφόρων	Επιτρεπόμενος αριθμός διαδρομών προς το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων και πίσω στους κόμβους (Disposal trips)	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value, σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time, σε δευτερόλεπτα)	Ποσοστό που απέχει η δοθείσα εφικτή λύση από την βέλτιστη (Gap)
80	1	2	32572,3	4962,13	1,64%
100	1	2	34986,1	135,49	0%
140	1	2	37419,5	42954,97	0,84%
150	2	2	47609,6	15116,78	4,71%
170	1	3	43840,7	21974,02	2,23%
200	1	3	48842,0	126626,73	5,95%
240	2	2	56798,5	83231,68	14,14%

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, μαθηματικά ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης στη μοντελοποίηση CVRP της παρούσας διπλωματικής εργασίας προκύπτει από τις συναρτήσεις:

$k(N + 1)^2$  δυαδικές μεταβλητές,

$k$  ακέραιες και

$k(N + 1)$  συνεχείς μεταβλητές.

Εάν χρησιμοποιηθεί το παράδειγμα των 80 κόμβων ως βάση σύγκρισης της πολυπλοκότητας των δύο μοντελοποιήσεων θα έχουμε για τη μοντελοποίηση CVRP με  $Nk=1$  (άρα  $k=2$ ):

13122 δυαδικές μεταβλητές,

2 ακέραιες και

162 συνεχείς μεταβλητές,

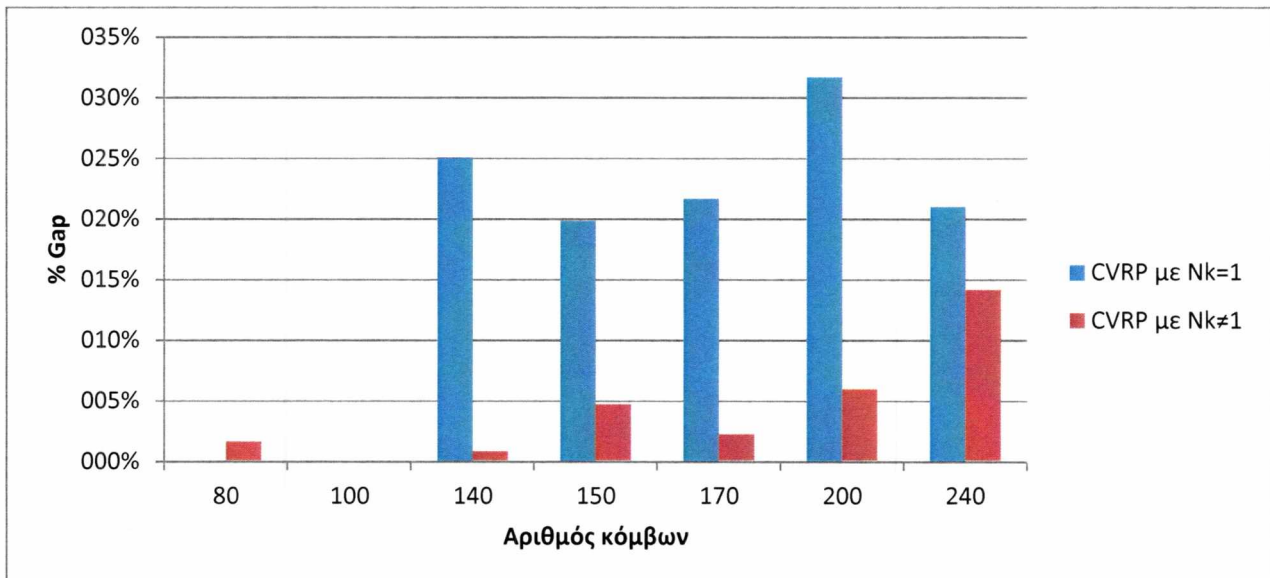
σε αντιπαράθεση με τη μοντελοποίηση CVRP με  $Nk \neq 1$  (με  $k=1$ ) όπου θα έχουμε:

6561 δυαδικές μεταβλητές,

1 ακέραιες και

81 συνεχείς μεταβλητές.

Όπως επιβεβαιώνεται και από το επόμενο διάγραμμα η μοντελοποίηση CVRP με  $N_k \neq 1$  προσεγγίζει τη βέλτιστη της λύση σε μεγαλύτερο ποσοστό σε σχέση με τη μοντελοποίηση CVRP με  $N_k = 1$  λόγω μικρότερης υπολογιστικής πολυπλοκότητας.



Εικόνα 31: Ποσοστιαία απόκλιση από τη βέλτιστη λύση των μοντελοποιήσεων CVRP με  $N_k=1$  και CVRP με  $N_k \neq 1$

#### 4.3.2 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα τρόπου επίλυσης Clustering + TSP και τρόπου επίλυσης Clustering + Heuristic

Τα clusters που προέκυψαν από τη διαδικασία που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο παρατίθενται σε αυτή την παράγραφο. Επίσης παρατίθεται η τιμή της συνολικής αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή το άθροισμα των αποστάσεων που προκύπτουν από τις ξεχωριστές διαδρομές των απορριμματοφόρων. Με άλλα λόγια, για κάθε ξεχωριστό cluster προέκυψε μία τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αφού εφαρμόστηκε ο αντίστοιχος αλγόριθμος δρομολόγησης και στη συνέχεια προστέθηκαν οι επιμέρους αντικειμενικές για να προκύψει η συνολική για το εκάστοτε σύνολο δεδομένων προς μελέτη.

## Greedy Clustering + TSP

**Πίνακας 8: Αποτελέσματα διαχωρισμού κόμβων σε clusters και τιμές αντικειμενικής συνάρτησης για τη μοντελοποίηση Greedy clustering + TSP**

Αριθμός Κόμβων	Αριθμός κόμβων σε κάθε Cluster				Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Χρόνος επίλυσης (σε δευτερόλεπτα)	% Gap
	1	2	3	4			
80	70	10	-	-	37962,3	298,01	0%
100	70	30	-	-	44684,6	730,43	0%
140	70	70	-	-	44811,8	1320,34	0%
150	70	70	10	-	59843,3	326,89	0%
170	70	70	30	-	59828,7	679,6	0%
200	70	70	60	-	64028,8	680,94	0%
240	70	70	70	30	55415,4	1077,31	0%

## Greedy Clustering + Heuristic

Στην προτελευταία στήλη του πίνακα που ακολουθεί οι χρόνοι επίλυσης είναι ενδεικτικοί καθώς τα αποτελέσματα δημιουργούνται πρακτικά ακαριαία, λόγω της φύσης του αλγορίθμου, που δεν αποτελεί μοντέλο προς βελτιστοποίηση. Στην τελευταία στήλη του πίνακα οι παύλες σημαίνουν πως δεν υφίσταται ποσοστό απόκλισης από τη βέλτιστη λύση για τη μέθοδο Clustering + Heuristic, καθώς τα αποτελέσματα που προκύπτουν αποτελούν ούτως ή άλλως τις βέλτιστες λύσεις που μπορεί να παρέχει αυτή η μέθοδος.

**Πίνακας 9: Αποτελέσματα διαχωρισμού κόμβων σε clusters και τιμές αντικειμενικής συνάρτησης για τη μοντελοποίηση Greedy clustering + Heuristic**

Αριθμός Κόμβων	Αριθμός κόμβων σε κάθε Cluster				Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Χρόνος επίλυσης (σε δευτερόλεπτα)	% Gap
	1	2	3	4			
80	70	10	-	-	43793,0	2	-
100	70	30	-	-	54236,2	2	-
140	70	70	-	-	54966,9	2	-
150	70	70	10	-	63802,7	2	-
170	70	70	30	-	74813,4	2	-
200	70	70	60	-	74741,3	2	-
240	70	70	70	30	60348,7	2	-

Στις επόμενες παραγράφους ακολουθούν ενδεικτικές επιλεγμένες συγκριτικές μελέτες μεταξύ των αποτελεσμάτων των τεσσάρων μοντελοποιήσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης απορριμματοφόρων οχημάτων. Οι συγκρίσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν ανά σύνολο δεδομένων και όχι συγκεντρωτικά, καθώς η πολυπλοκότητα αλλάζει σε κάθε δίκτυο.

Στους πίνακες που κατασκευάστηκαν για την απεικόνιση των συγκρίσεων υιοθετήθηκε η εξής ορολογία:

M1: Μοντελοποίηση CVRP με  $N_k=1$

M2: Μοντελοποίηση Greedy Clustering + TSP

M3: Μοντελοποίηση Greedy Clustering + Twice around the minimum spanning tree Heuristic

M4: Μοντελοποίηση CVRP με  $N_k \neq 1$



### 4.3.3 Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering+TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής τους συνάρτησης.

Σε αυτή την παράγραφο γίνεται απόλυτη σύγκριση μεταξύ των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης που προέκυψαν ανάμεσα στις τέσσερις μεθόδους επίλυσης.

Στην τελευταία στήλη των πινάκων που ακολουθούν ο όρος 'βέλτιστη' αναφέρεται στην καλύτερη δυνατή λύση που μπορεί να αντληθεί μεταξύ των μεθόδων και όχι στη συνολικά βέλτιστη λύση του προβλήματος δρομολόγησης των απορριμματοφόρων. Επιπλέον, το % Optimality Gap αναφέρεται στο ποσοστό απόκλισης από τη συνολικά βέλτιστη λύση. Στη μοντελοποίηση M3 δεν υπάρχει αναφορά στο % Optimality Gap γιατί η μέθοδος είναι ευρετική και δεν μπορεί να υπολογιστεί η απόκλιση αυτή.

Γίνεται με αυτού του είδους την αντιπαραβολή προσπάθεια εντοπισμού μιας τάσης μεταξύ της αύξησης των μεγεθών του προβλήματος και της ποιότητας του αλγορίθμου επίλυσης, μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης που μπορεί να δώσει.

#### 4.3.3.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	36536,9	0%	12,17%
M2	37962,3	0%	16,55%
M3	43793,0	-	34,45%
M4	32572,3	1,64%	0%

Πίνακας 10: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 80 κόμβων

Σε αυτό το παράδειγμα η μοντελοποίηση M4 έδωσε τη βέλτιστη λύση με τη μοντελοποίηση M1 να επιστρέφει τη δεύτερη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Η μοντελοποίηση M3 απέχει αρκετά από τη βέλτιστη μεταξύ των τεσσάρων.

#### 4.3.3.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	39684,8	0%	13,43%
M2	44684,6	0%	27,72%
M3	54236,2	-	55,02%
M4	34986,1	0%	0%

**Πίνακας 11: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 100 κόμβων**

Στο παράδειγμα των 100 κόμβων σε καμία από τις μεθόδους δεν υπάρχει απόκλιση από τη βέλτιστη, δηλαδή το Optimality Gap% ήταν μηδέν. Παρατηρείται πως η μοντελοποίηση M4 έδωσε ξανά τη βέλτιστη λύση, ενώ η μοντελοποίηση M3 δεν δύναται να δώσει μια καλή ποιότητα αντικειμενικής συνάρτησης απέχοντας σε πολύ μεγάλο ποσοστό από τη βέλτιστη λύση.

#### 4.3.3.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	57073,4	25,02 %	52,52%
M2	44811,8	0%	19,76%
M3	54966,9	-	46,89%
M4	37419,5	0,84%	0%

**Πίνακας 12: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 140 κόμβων**

Και σε αυτό το παράδειγμα η βέλτιστη λύση δίνεται από τη μοντελοποίηση M4, η οποία έχει και το μικρότερο Optimality Gap%. Για πρώτη φορά μεταξύ των παραδειγμάτων παρατηρείται, ότι η μοντελοποίηση M2 απέχει λιγότερο ποσοστιαία από την καλύτερη λύση αντί για τη μοντελοποίηση M1. Μάλιστα η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της M1 ποσοστιαία απέχει περισσότερο από την βέλτιστη της M4 σε σχέση με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της ευρετικής μεθόδου M3.

#### 4.3.3.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	65063,8	19,84 %	36,66%
M2	59843,3	0 %	25,70%
M3	63802,7	-	34,01%
M4	47609,6	4,71%	0%

**Πίνακας 13: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 150 κόμβων**

Στο παράδειγμα των 150 κόμβων παρατηρούνται πολύ μικρότερες ποσοστιαίες διαφορές της βέλτιστης λύσης μεταξύ των τριών μεθόδων, εκτός από τη μοντελοποίηση M4 η οποία και πάλι επιστρέφει τη βέλτιστη λύση. Συγκεκριμένα, οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων των μοντελοποιήσεων M1, M2 και M3 έχουν τη μικρότερη δυνατή απόκλιση μεταξύ τους σε σχέση με τις αποκλίσεις στα υπόλοιπα σύνολα δεδομένων. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η μέθοδος M3 παρέχει μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με την μοντελοποίηση M1. Τα ποσοστά απόκλισής τους όμως από τη μέθοδο M4 είναι αρκετά υψηλά.

#### 4.3.3.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	66085,7	21,68 %	50,74%
M2	59828,7	0%	36,47%
M3	74813,4	-	70,65%
M4	43840,7	2,23%	0%

**Πίνακας 14: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 170 κόμβων**

Στο παράδειγμα των 170 κόμβων παρατηρείται πολύ σημαντική ποσοστιαία απόκλιση της μοντελοποίησης M3 από τη βέλτιστη αντικειμενική και μικρότερη ποσοστιαία απόκλιση της μοντελοποίησης M1. Η μοντελοποίηση M4 εξακολουθεί να παρέχει την καλύτερη λύση μεταξύ των τεσσάρων μεθόδων.

#### 4.3.3.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	82342,8	31,67 %	68,59%
M2	64028,8	0%	31,09%
M3	74741,3	-	53,03%
M4	48842,0	5,95 %	0%

**Πίνακας 15: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 200 κόμβων**

Σημαντικές αποκλίσεις από τη βέλτιστη λύση εντοπίζονται και σε αυτό το παράδειγμα. Η ιδιαιτερότητα αυτού του συνόλου δεδομένων είναι ότι η λύση που παρέχεται από τη M1 έχει τη μέγιστη απόκλιση από τη βέλτιστη σε σχέση με τα υπόλοιπα παραδείγματα, παρόλο που είναι αναλυτική μέθοδος και συγκρίνεται με ευρετικές μεθόδους. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο μεγάλο ποσοστό Optimality Gap% απόκλισης από τη βέλτιστη λύση που θεωρητικά θα μπορούσε να δώσει η M1.

#### 4.3.3.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από τη βέλτιστη
M1	65891,0	21,00 %	18,9%
M2	55415,4	0 %	0%
M3	60348,7	-	8,9%
M4	56798,5	14,14 %	2,5%

**Πίνακας 16: Αποτελέσματα πρώτης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 240 κόμβων**

Για πρώτη φορά σε αυτό το παράδειγμα η βέλτιστη λύση δίνεται από τη μέθοδο M2 και όχι από τη μοντελοποίηση M4. Εδώ μπορεί να παρατηρηθεί πως σε μεγαλύτερα σύνολα δεδομένων οι ευρετικές μέθοδοι είναι σε θέση να δώσουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις αναλυτικές μεθόδους μαθηματικής μοντελοποίησης, καθώς η μοντελοποίηση M1 απέχει το μεγαλύτερο ποσοστό από τη βέλτιστη, ενώ η ευρετική μέθοδος M3 απέχει ελάχιστα από αυτή. Βέβαια η ποιότητα της λύσης της μοντελοποίησης M4 δεν παύει να είναι αρκετά ικανοποιητική αφού απέχει 2,5% από τη λύση της M2.

#### 4.3.4 Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου Clustering + TSP.

Στην σύγκριση των αποτελεσμάτων που έγινε παρακάτω, δημιουργείται η ποσοστιαία διαφορά των αντικειμενικών συναρτήσεων που έδωσαν οι τέσσερις μοντελοποιήσεις θέτοντας ως μέτρο σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της μοντελοποίησης Clustering + TSP (M2).

##### 4.3.4.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	36536,9	0%	-3,75%
M2	37962,3	0%	-
M3	43793,0	-	15,36%
M4	32572,3	1,64%	-14,2%

**Πίνακας 17: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 80 κόμβων**

Σε αυτό το σύνολο δεδομένων παρατηρείται πως η μοντελοποίηση M1 από πλευράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης είναι ελάχιστα καλύτερη από τη μέθοδο M2. Η μέθοδος M4 δίνει αρκετά καλύτερη αντικειμενική από τη M2 παρόλο που δίνει λύση που απέχει 1,64% Optimality Gap από τη βέλτιστη.



#### 4.3.4.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	39684,8	0%	-11,19%
M2	44684,6	0%	-
M3	54236,2	-	21,38%
M4	34986,1	0%	-21,7%

**Πίνακας 18: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 100 κόμβων**

Στο σύνολο δεδομένων των 100 κόμβων καμία από τις μεθόδους δεν είχε Optimality Gap% διάφορο του μηδενός, άρα σε όλες τις περιπτώσεις η κάθε μοντελοποίηση έφτασε τη βέλτιστή της λύση. Η μέθοδος M3 ποσοστιαία απέχει περισσότερο από τη λύση της M2 δίνοντας χειρότερη λύση, ενώ η μέθοδος M4 επιστρέφει αρκετά καλύτερη λύση από τη M2.

#### 4.3.4.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	57073,4	25,02 %	27,36%
M2	44811,8	0 %	-
M3	54966,9	-	22,66%
M4	37419,5	0,84 %	-16,5%

**Πίνακας 19: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 140 κόμβων**

Σε αυτή την περίπτωση οι λύσεις των μεθόδων M1 και M3 απέχουν περίπου το ίδιο ποσοστό από τη λύση της M2. Όσον αφορά τη μοντελοποίηση M1, το μεγάλο ποσοστό % Optimality Gap προϋδεάζει για την ποιότητα της λύσης της. Η μέθοδος M4 έχει καλύτερη τιμή αντικειμενικής από τη μέθοδο M2 κατά 16,5%, όπως συμβαίνει και στα προηγούμενα παραδείγματα.

#### 4.3.4.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	65063,8	19,85 %	8,72%
M2	59843,3	0 %	-
M3	63802,7	-	6,62%
M4	47609,6	4,71 %	-20,44%

**Πίνακας 20: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 150 κόμβων**

Στο σύνολο δεδομένων των 150 κόμβων παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο με αυτό του συνόλου των 140 κόμβων (δηλαδή παρόμοιο ποσοστό απόκλισης των λύσεων των μεθόδων M1 και M3 από τη λύση της μεθόδου M2) με τη διαφορά ότι τα ποσοστά απόκλισης είναι μικρότερα. Η μέθοδος M4 σταθερά επιστρέφει αρκετά καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης η οποία δίνει λύση κατά ποσοστό περίπου 20,5% καλύτερη από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της M2, παρά το Optimality Gap που είναι 4,71% σε αυτό το σύνολο δεδομένων.

#### 4.3.4.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	66085,7	21,68 %	10,46%
M2	59828,7	0 %	-
M3	74813,4	-	25,05%
M4	43840,7	2,23 %	-26,72%

**Πίνακας 21: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 170 κόμβων**

Στους 170 κόμβους επαληθεύεται ότι οι M1 και M3 δίνουν μεγαλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Συγκεκριμένα η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της M3 απέχει σχεδόν 25% από την τιμή της M2. Η μοντελοποίηση M4 αντιθέτως, δίνει μία αρκετά μικρότερη τιμή αντικειμενικής, περίπου 27% καλύτερη της M2.

#### 4.3.4.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	82342,8	31,67 %	28,60%
M2	64028,8	0 %	-
M3	74741,3	-	16,73%
M4	48842,0	5,95 %	-23,72%

**Πίνακας 22: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 200 κόμβων**

Επιβεβαιώνεται ακόμα μια φορά πως η μέθοδος M4 έχει καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από τη M2 παρόλο που απέχει κατά 5,95% από τη βέλτιστη λύση της. Τόσο η μέθοδος M1 όσο και η μέθοδος M3 δίνουν χειρότερες τιμές αντικειμενικής συνάρτησης συγκρινόμενες με τη μέθοδο M2. Ανάμεσα στις μοντελοποιήσεις M1 και M3 αυτή που βρίσκεται πιο κοντά στη λύση της M2 είναι η M3.

#### 4.3.4.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	65891,0	21,00 %	18,90%
M2	55415,4	0 %	-
M3	60348,7	-	8,90%
M4	56798,5	14,14 %	2,5%

**Πίνακας 23: Αποτελέσματα δεύτερης σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων για το παράδειγμα των 240 κόμβων**

Αυτό είναι το μοναδικό σύνολο δεδομένων στο οποίο η αναλυτική μέθοδος M4 παρέχει μεγαλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με τη μέθοδο M2, έστω και με μικρό ποσοστό απόκλισης. Η μέθοδος M1, η οποία είναι επίσης αναλυτική, απέχει το μεγαλύτερο ποσοστό από τη M2, ενώ το ποσοστό απόκλισης μεταξύ M2 και M3 είναι αρκετά χαμηλό.

#### 4.3.5 Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, CVRP με $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης τον χρόνο επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.

Στην παράγραφο αυτή θα παρατηρηθεί η ποσοστιαία διαφορά μεταξύ των χρόνων επίλυσης των μοντελοποιήσεων CVRP (M1), Clustering + TSP (M2) και CVRP με  $N_k \neq 1$  (M4). Για την μοντελοποίηση M3 δεν μπορεί να τεθεί θέμα σύγκρισης του χρόνου επίλυσης με τις υπόλοιπες δύο, καθώς ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης που απαιτείται είναι της τάξης των ελαχίστων δευτερολέπτων για κάθε σύνολο δεδομένων, άρα αμελητέος.

##### 4.3.5.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	36536,9	14 943	0%	4914,26 %
M2	37962,3	298,01	0%	-
M4	32572,3	4962,1	1,64%	1565,09 %

**Πίνακας 24: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 80 κόμβων**

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται πως ενώ η μοντελοποίηση M1 δίνει καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από τη μοντελοποίηση M2, η ποσοστιαία διαφορά μεταξύ των απαιτούμενων χρόνων επίλυσης είναι αρκετά μεγάλη. Αυτό το γεγονός, σε συνδυασμό με το αποτέλεσμα που προέκυψε σε προηγούμενη παράγραφο, δηλαδή τη μικρή ποσοστιαία διαφορά μεταξύ των αντικειμενικών, οδηγεί σε προβληματισμό ως προς την επιλογή αλγορίθμου μεταξύ των δύο για την επίλυση παραδείγματος τέτοιου μεγέθους. Εάν ο χρήστης επιλέξει να έχει καλύτερη λύση, θα πρέπει να χρησιμοποιήσει 49 φορές περισσότερο χρόνο.

Το ίδιο ισχύει στη σύγκριση μεταξύ των μεθόδων M2 και M4, όπου η διαφορά στις αντικειμενικές συναρτήσεις μπορεί να είναι μεγαλύτερη, όπως φάνηκε σε προηγούμενη παράγραφο, μα σε αυτή την περίπτωση ο χρήστης θα πρέπει να χρησιμοποιήσει 15,5 φορές περισσότερο χρόνο.

#### 4.3.5.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	39684,8	13 096	0%	1692,92%
M2	44684,6	731	0%	-
M4	34986,1	135,5	0%	-81,45%

**Πίνακας 25: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 100 κόμβων**

Σε αυτό το σύνολο δεδομένων παρατηρείται το εξής φαινόμενο: ενώ και οι τρεις μέθοδοι φτάνουν στη βέλτιστη λύση τους έχοντας μηδενικό ποσοστό Optimality Gap%, η αναλυτική μέθοδος M4 χρησιμοποιεί 81,45% λιγότερο χρόνο σε σχέση με την ευρετική μέθοδο M2 δίνοντας και πολύ καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Αντίθετα, η ευρετική μέθοδος M1 χρησιμοποιεί περίπου 17 φορές περισσότερο υπολογιστικό χρόνο δίνοντας μια καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με την μέθοδο M2, μα χειρότερη σε σχέση με τη μέθοδο M4.



#### 4.3.5.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	57073,4	9891	25,02 %	649,13%
M2	44811,8	1320	0%	-
M4	37419,5	42955,0	0,84%	3153,33%

**Πίνακας 26: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 140 κόμβων**

Στο σύνολο δεδομένων των 140 κόμβων η λιγότερο χρονοβόρα μέθοδος είναι η M2 που απαιτεί ακριβώς 22 λεπτά. Από τις υπόλοιπες δύο, η μέθοδος M1 δεν εξυπηρετεί πρακτικά για επίλυση παραδείγματος τέτοιου μεγέθους λόγω του ότι απαιτεί 6,5 φορές περισσότερο χρόνο και επιστρέφει αρκετά χειρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Εάν ο χρήστης επιθυμεί να έχει μια αρκετά καλύτερη λύση θα πρέπει να χρησιμοποιήσει 31,5 φορές περισσότερο χρόνο.

#### 4.3.5.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	65063,8	53132	19,85 %	16153,79%
M2	59843,3	327	0 %	-
M4	47609,6	15116,8	4,71 %	4524,42%

**Πίνακας 27: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 150 κόμβων**

Σε αντίθεση με τα υπόλοιπα σύνολα δεδομένων, σε αυτό παρατηρείται μια πολύ μεγάλη απόκλιση μεταξύ του υπολογιστικού χρόνου των μεθόδων M1 και M2. Ο χρόνος επίλυσης της μοντελοποίησης M1 είναι πολύ υψηλός, ενώ της μοντελοποίησης M2 είναι αρκετά χαμηλός. Συγκριτικά, η μοντελοποίηση M1 απαιτεί 161 φορές περισσότερο υπολογιστικό χρόνο από τη M2 ενώ δίνει και χειρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Το ίδιο ισχύει και για τη σύγκριση μεταξύ των μεθόδων M2 και M4, όπου ενώ η μέθοδος M4 δίνει μια πολύ καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης απαιτεί 46 φορές τον υπολογιστικό χρόνο της M2.

#### 4.3.5.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	66085,7	22 041	21,68 %	3143,23%
M2	59828,7	680	0 %	-
M4	43840,7	21974	2,23 %	3133,38%

**Πίνακας 28: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 170 κόμβων**

Στο σύνολο δεδομένων των 170 κάδων παρατηρείται πως οι αναλυτικές μέθοδοι M1 και M4 απέχουν περίπου το ίδιο ποσοστό από τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την επίλυση της ευρετικής μεθόδου M2. Μεταξύ των M1 και M4 όμως υπερέχει ξεκάθαρα από πλευράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης η μέθοδος M4, οπότε θα προτιμηθεί εάν ο χρήστης διατίθεται να αφιερώσει σχεδόν 6 ώρες για την επίλυση. Εάν τέτοιο χρονικό διάστημα δεν είναι διαθέσιμο τότε ικανοποιητική ποιότητα λύσης μέσα σε λιγότερο από 12 λεπτά μπορεί να παρέχει η μέθοδος M2.

#### 4.3.5.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	82342,8	18 621	31,67 %	2634,60%
M2	64028,8	681	0 %	-
M4	48842,0	126626	5,95 %	18495,87%

**Πίνακας 29: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 200 κόμβων**

Η μοντελοποίηση M2 στο παράδειγμα των 200 κόμβων απαιτεί περίπου 26 φορές μικρότερο υπολογιστικό χρόνο σε σχέση με τη M1 και ταυτόχρονα παρέχει 10,46% καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης, γεγονός που έγινε αντιληπτό σε προηγούμενη παράγραφο.

Όσον αφορά τη σύγκριση μεταξύ των μεθόδων M2 και M4, παρατηρούμε πως ενώ η M4 δίνει πολύ καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης έχει εντυπωσιακή διαφορά στο χρόνο επίλυσης, καθώς απαιτεί 185 φορές περισσότερο χρόνο.

#### 4.3.5.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Συνολικός χρόνος επίλυσης σε δευτερόλεπτα (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από το χρόνο της μοντελοποίησης M2
M1	65891,0	30 847	21,00 %	2763,34%
M2	55415,4	1077	0 %	-
M4	56798,5	83321	14,14 %	7625,88%

**Πίνακας 30: Αποτελέσματα τρίτης σύγκρισης με βάση τους χρόνους επίλυσης για το παράδειγμα των 240 κόμβων**

Τέλος, στο παράδειγμα των 240 κόμβων για πρώτη φορά παρατηρούμε πως το μοντέλο Clustering + TSP μπορεί σε σημαντικά χαμηλότερο υπολογιστικό χρόνο να παρέχει καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με τη μέθοδο M4. Η μέθοδος M1 εξακολουθεί να επιστρέφει χειρότερες λύσεις από τη μέθοδο M2 απαιτώντας αρκετά μεγαλύτερους υπολογιστικούς χρόνους, όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα.

#### 4.3.6 Σύγκριση των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, στους χρόνους επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.

Στην παράγραφο αυτή επιχειρήθηκε σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων M1 (CVRP) και M2 (Clustering + TSP), με την ιδιαιτερότητα ότι στα CVRP μοντέλα της μεθόδου M1 σταμάτησε η διαδικασία επίλυσης στους υπολογιστικούς χρόνους που προέκυψαν τα αποτελέσματα της μεθόδου M2. Σε αυτά τα χρονικά σημεία ανακτήθηκε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, εάν το μοντέλο είχε προλάβει να βρει μια εφικτή λύση μέχρι εκείνα τα χρονικά σημεία, καθώς και το %Optimality Gap. Εκφράζοντας αυτό τον τρόπο σύγκρισης διαφορετικά, χρησιμοποιήθηκε ως βάση σύγκρισης ο χρόνος επίλυσης της μοντελοποίησης M2 Clustering + TSP, τοποθετήθηκε στην εντολή του προγράμματος CPLEX με χρήση της εντολής «cplex.setParam(IloCplex::TiLim, T);» και το πρόγραμμα σταμάτησε να επιλύει το μοντέλο CVRP σε αυτόν ακριβώς το χρόνο, επιστρέφοντάς μας την

βέλτιστη λύση του μέχρι εκείνη τη στιγμή. Όπου T είναι ο επιθυμητός χρόνος υλοποίησης του προγράμματος διαιρεμένος διά δύο. Γίνεται κατανοητό πως χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη εντολή με την παράθεση ενός παραδείγματος. Για να τρέξει ένα μοντέλο σε χρόνο 298,01 sec η παραπάνω εντολή γραφόταν στην μορφή:

```
«cplex.setParam(IloCplex::TiLim, 149.005);»
```

Η σύγκριση αυτή πραγματοποιήθηκε για να παρατηρηθεί εάν το μοντέλο CVRP ήταν σε θέση να δώσει λύση στο χρονικό διάστημα της λύσης της μεθόδου M2, η διαφορά της ποιότητας των λύσεων αυτών καθώς και για να προκύψουν τα σχετικά συμπεράσματα.

#### 4.3.6.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	40436,7	298,01	12,64%	6,52%
M2	37962,3		0%	-

**Πίνακας 31: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 80 κόμβων**

Στο παράδειγμα των 80 κόμβων οι τιμές μεταξύ των δύο αντικειμενικών απέχουν ελάχιστα μεταξύ τους, καθώς το % Optimality Gap της μοντελοποίησης M1 είναι χαμηλό σε αυτό το χρονικό σημείο.

#### 4.3.6.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	53597,3	730,43	26,74%	19,95%
M2	44684,6		0%	-

**Πίνακας 32: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 100 κόμβων**

Η διαφορά μεταξύ των αντικειμενικών αυξάνεται σε αυτό το παράδειγμα σε σχέση με το σύνολο δεδομένων των 80 κόμβων, με την μοντελοποίηση M1 να βρίσκεται σε ποσοστό απόκλισης από τη βέλτιστη 26,74%.

#### 4.3.6.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	63809,5	1320,34	33,13 %	42,39%
M2	44811,8		0 %	-

**Πίνακας 33: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 140 κόμβων**

Η ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ των δύο αντικειμενικών συνεχίζει να αυξάνεται όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος, όπως επίσης αυξήθηκε και το ποσοστό % Optimality Gap της μοντελοποίησης M1 στο 33,13%.

#### 4.3.6.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	79993,9	326,89	36,46 %	33,67%
M2	59843,3		0 %	-

**Πίνακας 34: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 150 κόμβων**

Η τάση αύξησης της ποσοστιαίας απόκλισης μεταξύ των δύο τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των δύο μεθόδων, συνεχίζει να υπάρχει και στο παράδειγμα των 150 κόμβων. Η μέθοδος M1 δίνει τη λύση της σε Optimality Gap 36,46%, η οποία είναι χειρότερη από αυτή της M2.



#### 4.3.6.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	80293,6	679,6	38,97 %	34,21%
M2	59828,7		0 %	-

**Πίνακας 35: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 170 κόμβων**

Στο παράδειγμα των 170 κόμβων επιβεβαιώνεται η τάση που περιγράφηκε στα προηγούμενα σύνολα δεδομένων, καθώς οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων απέχουν μεταξύ τους ποσοστιαία κατά 34,21% λόγω του ποσοστού 38,97% που απέχει η μέθοδος M1 από τη βέλτιστή της λύση.

#### 4.3.6.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	-	680,94	-	100%
M2	64028,8		0%	-

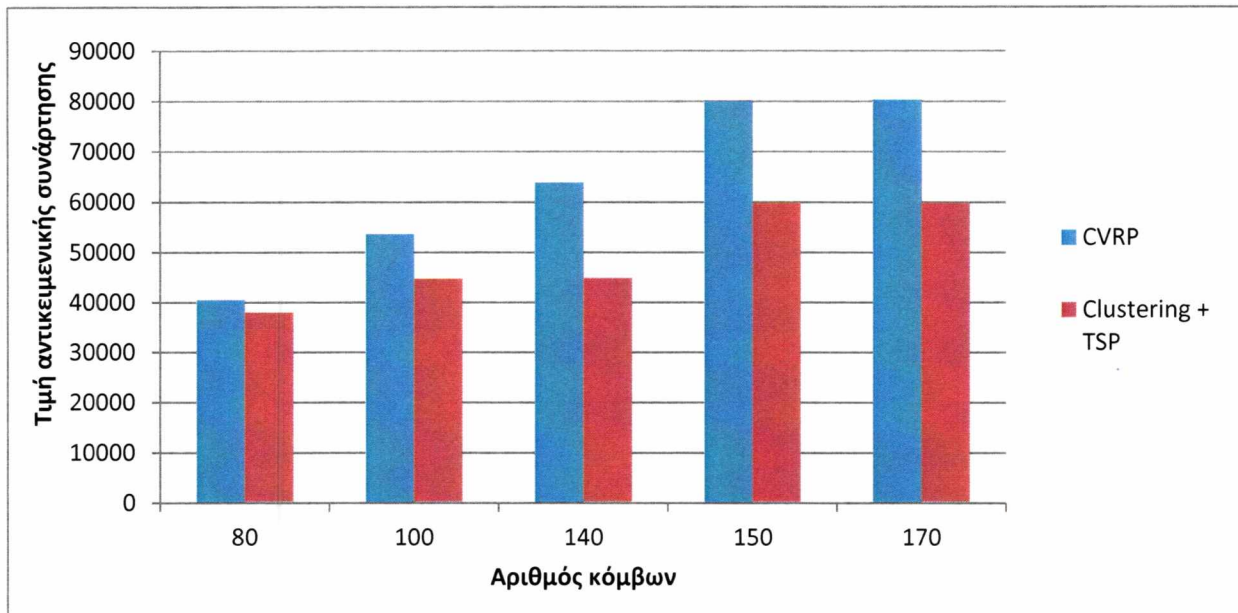
**Πίνακας 36: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 200 κόμβων**

#### 4.3.6.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μέτρα)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU time)	%Gap	% Διαφορά από την αντικειμενική συνάρτηση της μοντελοποίησης M2
M1	-	1077,31	-	100%
M2	55415,4		0%	-

**Πίνακας 37: Αποτελέσματα σύγκρισης αντικειμενικών συναρτήσεων με βάση το χρόνο επίλυσης της μεθόδου Clustering + TSP για το παράδειγμα των 240 κόμβων**

Στα σύνολα δεδομένων των 200 και 240 κόμβων η μοντελοποίηση M1 δεν πρόλαβε να επιστρέψει μια εφικτή λύση μέχρι και το χρονικό σημείο που απαιτήθηκε από τη μοντελοποίηση M2 να φτάσει στη βέλτιστη τιμή της. Επομένως δεν πραγματοποιήθηκε σύγκριση μεταξύ των μοντέλων M1 και M2 σε αυτά τα παραδείγματα.



Εικόνα 32: Σύγκριση τιμών αντικειμενικών συναρτήσεων M1 - M2 στο CPU time της μοντελοποίησης M2

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της μοντελοποίησης M2 είναι πάντα καλύτερη σε σχέση με αυτή της μοντελοποίησης M1 όταν αυτές συγκρίνονται στον ίδιο υπολογιστικό χρόνο, δηλαδή αυτόν που απαιτείται για την επίλυση της μοντελοποίησης M2.

#### 4.4 Συμπεράσματα

Παρατηρώντας συνολικά τα παραδείγματα που χρησιμοποιούν τον ίδιο αριθμό απορριμματοφόρων (μοντελοποιήσεις M1, M2, M3) και αντιπαραβάλλοντας το μέγεθος των προβλημάτων με την ποιότητα της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, βλέπουμε πως στα μικρότερα παραδείγματα η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ των μεθόδων δίνεται από τη μοντελοποίηση M1-CVRP. Στη συνέχεια στα παραδείγματα μεσαίου μεγέθους και στα παραδείγματα μεγάλου μεγέθους η βέλτιστη λύση δίνεται από τη μοντελοποίηση M2-Clustering + TSP.

Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις είμαστε σε θέση να εξάγουμε ένα γενικό συμπέρασμα. Όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος, δηλαδή ο αριθμός των κόμβων – κάδων προς εξυπηρέτηση, μετακινούμαστε σε θέμα ποιότητας λύσης από τη μέθοδο M1 στη μέθοδο M2.

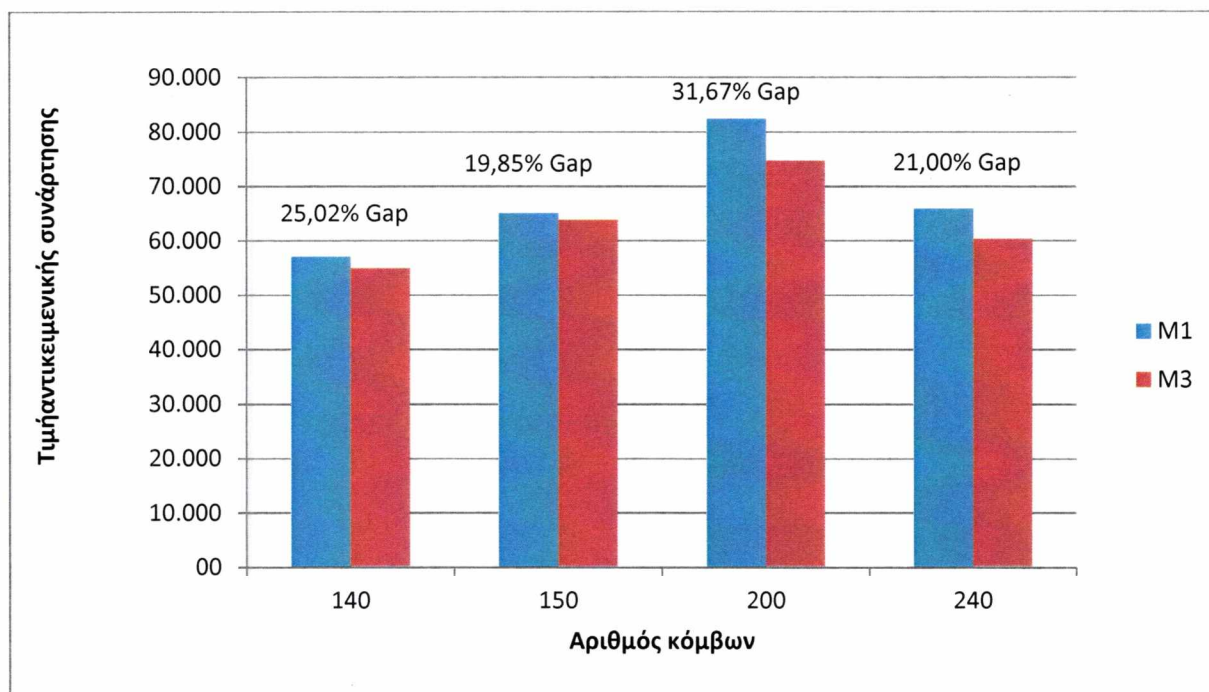
Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η μοντελοποίηση M4, στην οποία ελαχιστοποιείται ο αριθμός των απορριμματοφόρων, τότε η βέλτιστη τιμή αντικειμενικής

συνάρτησης δίνεται σχεδόν σε όλα τα σύνολα δεδομένων από αυτή τη μέθοδο. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό διότι με την χρήση λιγότερων απορριμματοφόρων μειώνονται τα «νεκρά χιλιόμετρα» (η ακριβής ορολογία έχει αναφερθεί στο 2ο κεφάλαιο ως «deadhead mileage»), δηλαδή η απόσταση που διανύεται όταν το απορριμματοφόρο είναι κενό φορτίου.

Η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί τελικά από το χρήστη για την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων εξαρτάται από δύο βασικές παραμέτρους. Η πρώτη παράμετρος αφορά την επιθυμητή ποιότητα λύσης και η δεύτερη το διαθέσιμο χρονικό διάστημα που θα παρέχει στο πρόγραμμα για να του επιστρέψει τη λύση του.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, εάν δίνεται πολύ σημαντικό βάρος στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, ο χρήστης θα επιλέξει μία από τις αναλυτικές μεθόδους (M1, M4), ενώ εάν υπάρχει ανάγκη για άμεση λύση θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος M3. Σε περίπτωση που ο χρήστης θέλει να έχει το βέλτιστο συνδυασμό ποιότητας λύσης και ταχύτητας χρόνου επίλυσης, ιδιαιτέρως για μεγάλου μεγέθους παραδείγματα, θα χρησιμοποιήσει τη μέθοδο M2. Όπως φάνηκε και από την σύγκριση που πραγματοποιήθηκε στην ενότητα 4.3.6 σε σύντομο υπολογιστικό χρόνο στα μεγάλα μεγέθους παραδείγματα η αναλυτική μοντελοποίηση του CVRP αδυνατεί να βρει λύση για το πρόβλημα της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων.

Η ευρετική μέθοδος M3, στα περισσότερα παραδείγματα όπου η μοντελοποίηση M1 παρουσιάζει ένα επαρκώς μεγάλο ποσοστό απόκλισης από τη βέλτιστη λύση της (στα παραδείγματα που συνέβη αυτό το % Optimality Gap ήταν μεγαλύτερο του 21%), δίνει καλύτερη λύση από την αναλυτική του CVRP. Γενικά, η λύση του ευρετικού αλγορίθμου δίνεται σε αμελητέο υπολογιστικό χρόνο, γεγονός που ενισχύει την επιλογή αυτής της μεθόδου για προβλήματα μεγάλης πολυπλοκότητας.



Εικόνα 33: Σύγκριση παραδειγμάτων στα οποία η M3 έχει χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από την αντίστοιχη της M1

#### 4.5 Επίλογος

Στο παρόν κεφάλαιο έλαβε χώρα η παρουσίαση των μεθόδων και των μέσων επίλυσης αλλά και των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών αλγορίθμων. Επιπλέον, έγιναν συγκρίσεις των αποτελεσμάτων που προήλθαν από την επίλυση των μεθόδων και τέλος, πραγματοποιήθηκε σχολιασμός των συγκρίσεων αυτών. Τα συμπεράσματα που προέκυψαν δίνουν κατεύθυνση ως προς την καταλληλότητα της εκάστοτε μεθόδου σύμφωνα με το μέγεθος του προβλήματος προς επίλυση, με τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται από την κάθε μέθοδο και με την ποιότητα της λύσης που ο χρήστης επιθυμεί.

## 5 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Στην παρούσα διπλωματική επιχειρήθηκε η επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης απορριμματοφόρων για τη συλλογή απορριμμάτων σε αστική περιοχή. Είναι ένα πρόβλημα που εντάσσεται στη γενικότερη κατηγορία των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problems - VRP).

Οι διαδρομές του κάθε απορριμματοφόρου δημιουργούνται με βάση τη δυναμικότητα - χωρητικότητά τους σε συνδυασμό με τη συνολική ποσότητα απορριμμάτων που περιέχονται στους κάδους προς συλλογή, οπότε το πρόβλημα κατατάσσεται στη γενική υποκατηγορία προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμούς δυναμικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problems - CVRP).

Στο πρόβλημα αποκομιδής υπάρχει μια ιδιαιτερότητα πέραν της δυναμικότητας, η οποία αποτελεί και τη διαφορά του σε σχέση με τα κοινά προβλήματα δρομολόγησης. Η διαφορά αυτή είναι ότι το απορριμματοφόρο αφού εξυπηρετήσει όλους τους κάδους - κόμβους του δικτύου, θα πρέπει να περάσει από ένα συγκεκριμένο σημείο, το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων, να αδειάσει το φορτίο του και τελικά να επιστρέψει κενό στην αφετηρία. Αυτή η ιδιαιτερότητα έπρεπε να ληφθεί υπόψη σε όλες τις μεθόδους με τις οποίες επιλύθηκε το πρόβλημα.

Στο πρώτο κεφάλαιο πραγματοποιήθηκε η παρουσίαση των γενικών χαρακτηριστικών του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων σε αστική περιοχή. Έγινε περιγραφή της διαδικασίας συλλογής και δόθηκαν τα απαραίτητα δεδομένα του προβλήματος προκειμένου να βοηθήσουν στη διαμόρφωση του πλαισίου της διπλωματικής και στην εξαγωγή των μαθηματικών μοντέλων. Έπειτα παρουσιάστηκαν υπολογιστικά πακέτα που κυκλοφορούν στο εμπόριο και χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος αποκομιδής στερεών αποβλήτων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε ανασκόπηση και περιγραφή πέντε σχετικών επιστημονικών δημοσιεύσεων που πραγματεύονται το πρόβλημα της δρομολόγησης των απορριμματοφόρων. Στις δημοσιεύσεις αυτές παρουσιάζονται διαφορετικές μαθηματικές μοντελοποιήσεις και ευρετικές μέθοδοι οι οποίες εφαρμόζονται σε διαφορετικές πραγματικές αστικές περιοχές. Μέσα από την ανάλυση αυτών των δημοσιεύσεων προέκυψαν οι ομοιότητες και διαφορές της εκάστοτε δημοσίευσης με την παρούσα διπλωματική εργασία.

Στη συνέχεια έγινε παρουσίαση και περιγραφή των αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων καθώς και των ευρετικών μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι εξής:

- Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem).

- Η ευρετική μέθοδος Clustering και TSP που επιλύει το πρόβλημα σε δύο στάδια. Περιλαμβάνει έναν ευρετικό αλγόριθμο δημιουργίας clusters (υποομάδων κόμβων) και ένα αναλυτικό μοντέλο επίλυσης του προβλήματος πλανόδιου πωλητή προσαρμοσμένου στους περιορισμούς που θέτει το πρόβλημα αποκομιδής αστικών απορριμμάτων. Κάθε cluster είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε το σύνολο των κόμβων του να μην περιέχει ποσότητα απορριμμάτων μεγαλύτερη της χωρητικότητας ενός απορριματοφόρου. Στο σύνολο των κόμβων του δικτύου εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος clustering ώστε να τον χωρίσει σε υποομάδες (clusters) και στη συνέχεια σε κάθε cluster που δημιουργήθηκε εφαρμόστηκε το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή. Η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προέκυψε από το άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων του μοντέλου του πλανόδιου πωλητή σε κάθε cluster.

- Η τρίτη μεθοδολογία χρησιμοποιεί τα clusters που προέκυψαν από τον αλγόριθμο clustering και εφαρμόζει σε κάθε cluster τον ευρετικό αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος πλανόδιου πωλητή twice around the minimum spanning tree, αντί για το αναλυτικό μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε στη μέθοδο που περιγράφηκε παραπάνω.

Η επιλογή της μεθόδου clustering έπαιξε σημαντικό ρόλο στην τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στις δύο μεθόδους όπου χρησιμοποιήθηκε. Στη συγκεκριμένη διπλωματική χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος clustering που στηρίζεται στην άπληστη λογική αλγορίθμων (Greedy Clustering). Σε κάθε βήμα του ο αλγόριθμος επιλέγει εάν θα εισάγει έναν κόμβο στο τρέχον cluster λαμβάνοντας υπόψη του τη συνολική χωρητικότητα του cluster (aggregated capacity). Εφόσον χωρά ακόμα ένας κόμβος, επιλέγεται μεταξύ των διαθέσιμων (δηλαδή αυτών που ακόμα δεν ανήκουν σε κάποιο cluster) αυτός που είναι πιο κοντινός στον κόμβο που εισήχθη τελευταίος στο cluster. Αυτό σημαίνει πως η εισαγωγή κόμβου σε κάθε βήμα γίνεται μυωπικά, λαμβάνοντας υπόψη την τρέχουσα βέλτιστη επιλογή και όχι την ολικά βέλτιστη.

Η υλοποίηση των μεθόδων για την επίλυση των αναλυτικών μοντελοποιήσεων αποκομιδής απορριμμάτων έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού C++ μέσω του λογισμικού

CPLEX. Το συγκεκριμένο λογισμικό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Επίσης, είναι εύχρηστο σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού καθώς εισάγεται σαν βιβλιοθήκη στον κώδικα. Για τη δημιουργία των προγραμμάτων clustering και twice around the minimum spanning tree έγινε χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Fortran 95.

Έπειτα έγινε παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την υλοποίηση των μεθόδων που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο σε επτά διαφορετικά αριθμητικά σύνολα δεδομένων. Τα παραδείγματα αυτά περιλάμβαναν διαδοχικά 80, 100, 140, 150, 170, 200 και 240 κανονικούς κόμβους – κάδους και επιπλέον δύο ειδικούς κόμβους σε κάθε παράδειγμα, έναν κόμβο που συμβόλιζε την αφετηρία των απορριμματοφόρων και έναν κόμβο που συμβόλιζε το χώρο εναπόθεσης απορριμμάτων.

Τα αποτελέσματα αυτά τέθηκαν σε σύγκριση με βάση ορισμένα κριτήρια που αναλύθηκαν στο τέταρτο κεφάλαιο. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν τέσσερις συγκρίσεις με κριτήριο την ταχύτητα καθώς και την επιθυμητή ποιότητα λύσης, και είναι οι εξής:

- Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με  $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής τους συνάρτησης.
- Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, Clustering + Heuristic, CVRP με  $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου Clustering + TSP.
- Σύγκριση μεταξύ των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, CVRP με  $N_k \neq 1$ , ανά σύνολο δεδομένων με βάση σύγκρισης τον χρόνο επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.
- Σύγκριση των μοντελοποιήσεων CVRP, Clustering + TSP, στους χρόνους επίλυσης του μοντέλου Clustering + TSP.

Οι συγκρίσεις αυτές υπέστησαν ανάλυση, η οποία οδήγησε σε εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων σχετικά με την επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος συλλογής απορριμμάτων σε αστική περιοχή.

Παρατηρήθηκε πως όσο μικρότερη είναι η ποσοστιαία απόκλιση (Optimality Gap %) από τη βέλτιστη λύση στη μαθηματική μοντελοποίηση CVRP τόσο καλύτερα συμπεριφέρεται από θέμα ποιότητας λύσης. Όσο το μέγεθος του προβλήματος αυξάνεται,



παρατηρείται καλύτερη συμπεριφορά σε θέμα ποιότητας λύσης αλλά και χρόνου επίλυσης από την μέθοδο Clustering + TSP. Τέλος, η μαθηματική μοντελοποίηση CVRP με  $N_k \neq 1$ , στην οποία ο ίδιος αριθμός κόμβων εξυπηρετείται από μικρότερο αριθμό απορριμματοφόρων, παρέχει σχεδόν σε όλα τα σύνολα δεδομένων καλύτερη ποιότητα λύσης. Όμως ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης αυτής της μεθόδου αυξάνεται σημαντικά σε μεγαλύτερου μεγέθους παραδείγματα.

Ως συνέχεια της διπλωματικής θα μπορούσαν να δημιουργηθούν αλγόριθμοι που βελτιώνουν την λύση που δίνεται από τον ευρετικό αλγόριθμο *twice around the minimum spanning tree*. Τέτοιου τύπου είναι για παράδειγμα ο αλγόριθμος βελτίωσης 2-opt. Με τον συνδυασμό δημιουργίας της αρχικής λύσης από τον αλγόριθμο *twice around the minimum spanning tree* και βελτίωσης αυτής με τον αλγόριθμο βελτίωσης επιτυγχάνεται καλύτερη προσέγγιση της λύσης του πλανόδιου πωλητή σε αμελητέο υπολογιστικά χρόνο. Η κατασκευή της αρχικής λύσης θα μπορούσε να γίνει και με διαφορετικούς αλγόριθμους, παρέχοντας πιθανώς καλύτερες λύσεις.

Επίσης κομμάτι για περαιτέρω μελέτη αποτελεί η στοχαστικότητα της ποσότητας των απορριμμάτων που βρίσκεται μέσα στους κάδους. Στην πραγματικότητα αυτή η ποσότητα δεν είναι σταθερή και ίση σε κάθε κάδο αλλά μεταβάλλεται σύμφωνα με παράγοντες που αναφέρθηκαν στο πρώτο κεφάλαιο.

Εάν η ζήτηση είναι στοχαστική θα μπορούσε να μελετηθεί το πρόβλημα της περιοδικής αποκομιδής απορριμμάτων (Periodic Vehicle Routing Problem - PVRP). Σε αυτού του είδους τη μορφοποίηση επιλέγεται περίοδος  $m$  ημερών και η δρομολόγηση των απορριμματοφόρων γίνεται μέσα σε αυτή την περίοδο. Κάθε κάδος πρέπει να εξυπηρετηθεί τουλάχιστον μία φορά από κάποιο απορριμματοφόρο κατά τη διάρκεια των  $m$  ημερών. Το γεγονός αυτό δίνει το πλεονέκτημα στη μέθοδο να παραλείψει τη συλλογή ενός ή περισσότερων κάδων κάποια από τις διαθέσιμες μέρες, εάν η ποσότητα απορριμμάτων του κάδου δεν ξεπερνά ένα κάτω όριο.

Τέλος θα είχε ενδιαφέρον η μελέτη του προβλήματος της αποκομιδής απορριμμάτων με παράγοντα τα χρονικά παράθυρα μέσα στα οποία πρέπει να γίνει η εξυπηρέτηση των κάδων. Δηλαδή θα μπορούσε να χτιστεί μαθηματικό μοντέλο VRPTW με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου που απαιτείται για την εξυπηρέτηση των κάδων από έναν συγκεκριμένο στόλο απορριμματοφόρων.

## 6 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Το κεφάλαιο που ακολουθεί είναι το Παράρτημα, στο οποίο θα παρουσιαστούν όλες οι λύσεις όλων των μεθόδων. Θα παρουσιαστούν δηλαδή οι διαδρομές των απορριμματοφόρων που προκύπτουν από τις αναλυτικές μεθόδους, ο τρόπος με τον οποίο χωρίζονται οι κόμβοι σε clusters σύμφωνα με την μέθοδο Greedy clustering, καθώς και οι διαδρομές των απορριμματοφόρων μέσα στα clusters για τους δύο τρόπους δρομολόγησης (αλγόριθμοι πλανόδιου πωλητή και twice around the minimum spanning tree).

### 6.1 Συντεταγμένες κόμβων – Σύνολα δεδομένων

Η πρώτη στήλη με τους έντονους αριθμούς αφορά τον αριθμό του κόμβου, η δεύτερη τη συντεταγμένη  $x$  και η τρίτη στήλη τη συντεταγμένη  $y$  του αντίστοιχου κόμβου.

Παράδειγμα 80 κόμβων					
1	2019.54	314.252	41	423.343	1860.98
2	993.624	713.612	42	1589.75	2724.28
3	443.307	2070.81	43	920.887	995.789
4	2224.60	816.560	44	2268.58	2414.05
5	1033.14	1528.31	45	1140.39	1718.86
6	270.491	2110.52	46	2178.93	2032.04
7	2209.61	1896.31	47	1596.17	1626.60
8	1570.71	1336.41	48	1131.05	1832.43
9	1843.95	430.613	49	1488.16	703.776
10	2012.64	612.775	50	1068.64	1032.25
11	175.872	916.115	51	1952.32	2502.32
12	2252.04	301.581	52	2331.15	2550.30
13	1626.87	2814.62	53	1468.23	1229.68
14	1270.91	2551.11	54	699.346	2660.48
15	1305.78	1400.37	55	321.679	723.668
16	1646.09	2833.21	56	1540.73	765.611
17	797.180	2514.27	57	177.567	2419.85
18	270.432	2329.55	58	2788.60	1693.69
19	479.615	2620.98	59	1619.04	2788.03
20	2186.17	2371.27	60	2044.91	2365.69
21	1158.61	1291.45	61	1938.59	2695.14
22	911.734	2432.02	62	2451.79	812.779
23	2500.07	1390.03	63	2195.33	1140.52
24	1452.82	2354.79	64	2390.59	607.890
25	2621.54	2734.26	65	734.528	127.894
26	879.878	727.560	66	1507.10	2423.32
27	2475.66	2556.82	67	2065.24	1323.63
28	2602.10	1221.68	68	2829.44	2073.44
29	2790.23	1882.13	69	1665.21	2087.94
30	217.599	2707.83	70	246.004	2768.28
31	2026.29	2060.97	71	1758.16	2844.05
32	438.510	2399.71	72	2714.27	397.850
33	443.613	2489.84	73	2695.81	2985.76
34	2577.76	533.786	74	1184.11	218.476
35	495.118	1628.26	75	2649.25	2355.13
36	1642.20	1763.59	76	2248.53	826.250
37	2961.12	2220.22	77	1626.01	2268.16
38	2079.64	807.608	78	861.548	753.499
39	2009.52	1913.24	79	2771.92	1090.40
40	1483.11	1317.50	80	918.716	882.318
			81	0	0
			82	4000	4000

Πίνακας 38: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 80 κόμβων

Παράδειγμα 100 κόμβων								
1	2019.54	1291.45	41	423.343	2695.14	81	314.252	1648.20
2	993.624	2432.02	42	1589.75	812.779	82	713.612	795.344
3	443.307	1390.03	43	920.887	1140.52	83	2070.81	2774.70
4	2224.60	2354.79	44	2268.58	607.890	84	816.560	2523.77
5	1033.14	2734.26	45	1140.39	127.894	85	1528.31	256.042
6	270.491	727.560	46	2178.93	2423.32	86	2110.52	2223.85
7	2209.61	2556.82	47	1596.17	1323.63	87	1896.31	2045.51
8	1570.71	1221.68	48	1131.05	2073.44	88	1336.41	990.480
9	1843.95	1882.13	49	1488.16	2087.94	89	430.613	1848.80
10	2012.64	2707.83	50	1068.64	2768.28	90	612.775	2289.88
11	175.872	2060.97	51	1952.32	2844.05	91	916.115	2345.22
12	2252.04	2399.71	52	2331.15	397.850	92	301.581	139.831
13	1626.87	2489.84	53	1468.23	2985.76	93	2814.62	199.417
14	1270.91	533.786	54	699.346	218.476	94	2551.11	2835.78
15	1305.78	1628.26	55	321.679	2355.13	95	1400.37	2990.73
16	1646.09	1763.59	56	1540.73	826.250	96	2833.21	212.570
17	797.180	2220.22	57	177.567	2268.16	97	2514.27	2038.46
18	270.432	807.608	58	2788.60	753.499	98	2329.55	202.617
19	479.615	1913.24	59	1619.04	1090.40	99	2620.98	1820.20
20	2186.17	1317.50	60	2044.91	882.318	100	2371.27	2278.11
21	1158.61	1860.98	61	1938.59	122.126	101	0	0
22	911.734	2724.28	62	2451.79	438.658	102	4000	4000
23	2500.07	995.789	63	2195.33	2844.96			
24	1452.82	2414.05	64	2390.59	186.632			
25	2621.54	1718.86	65	734.528	216.499			
26	879.878	2032.04	66	1507.10	2279.20			
27	2475.66	1626.60	67	2065.24	2177.88			
28	2602.10	1832.43	68	2829.44	519.872			
29	2790.23	703.776	69	1665.21	2434.17			
30	217.599	1032.25	70	246.004	2283.70			
31	2026.29	2502.32	71	1758.16	1318.03			
32	438.510	2550.30	72	2714.27	2280.30			
33	443.613	1229.68	73	2695.81	2080.88			
34	2577.76	2660.48	74	1184.11	1636.13			
35	495.118	723.668	75	2649.25	1942.09			
36	1642.20	765.611	76	2248.53	1810.01			
37	2961.12	2419.85	77	1626.01	435.766			
38	2079.64	1693.69	78	861.548	1363.06			
39	2009.52	2788.03	79	2771.92	1365.16			
40	1483.11	2365.69	80	918.716	916.228			

Πίνακας 39: Συντεταγμένες x, y παραδείματος 100 κόμβων

Παράδειγμα 140 κόμβων											
1	2019.54	2695.14	41	423.343	1648.20	81	314.252	354.613	121	1860.98	1436.47
2	993.624	812.779	42	1589.75	795.344	82	713.612	1632.25	122	2724.28	1415.11
3	443.307	1140.52	43	920.887	2774.70	83	2070.81	1778.53	123	995.789	2307.62
4	2224.60	607.890	44	2268.58	2523.77	84	816.560	1790.68	124	2414.05	1267.50
5	1033.14	127.894	45	1140.39	256.042	85	1528.31	1100.77	125	1718.86	392.798
6	270.491	2423.32	46	2178.93	2223.85	86	2110.52	728.624	126	2032.04	1668.55
7	2209.61	1323.63	47	1596.17	2045.51	87	1896.31	335.949	127	1626.60	2343.20
8	1570.71	2073.44	48	1131.05	990.480	88	1336.41	2205.79	128	1832.43	204.810
9	1843.95	2087.94	49	1488.16	1848.80	89	430.613	1777.68	129	703.776	1640.67
10	2012.64	2768.28	50	1068.64	2289.88	90	612.775	2842.66	130	1032.25	2071.20
11	175.872	2844.05	51	1952.32	2345.22	91	916.115	2781.86	131	2502.32	437.283
12	2252.04	397.850	52	2331.15	139.831	92	301.581	678.945	132	2550.30	1921.11
13	1626.87	2985.76	53	1468.23	199.417	93	2814.62	1823.62	133	1229.68	868.733
14	1270.91	218.476	54	699.346	2835.78	94	2551.11	2798.96	134	2660.48	1390.19
15	1305.78	2355.13	55	321.679	2990.73	95	1400.37	617.063	135	723.668	2135.13
16	1646.09	826.250	56	1540.73	212.570	96	2833.21	2918.73	136	765.611	287.964
17	797.180	2268.16	57	177.567	2038.46	97	2514.27	1365.64	137	2419.85	651.322
18	270.432	753.499	58	2788.60	202.617	98	2329.55	2411.67	138	1693.69	2259.77
19	479.615	1090.40	59	1619.04	1820.20	99	2620.98	1690.57	139	2788.03	2192.73
20	2186.17	882.318	60	2044.91	2278.11	100	2371.27	1823.05	140	2365.69	569.268
21	1158.61	122.126	61	1938.59	2783.30	101	1291.45	120.659	141	0	0
22	911.734	438.658	62	2451.79	2455.77	102	2432.02	1727.87	142	4000	4000
23	2500.07	2844.96	63	2195.33	2192.26	103	1390.03	842.688			
24	1452.82	186.632	64	2390.59	911.889	104	2354.79	1154.22			
25	2621.54	216.499	65	734.528	196.600	105	2734.26	1552.06			
26	879.878	2279.20	66	1507.10	779.959	106	727.560	1761.86			
27	2475.66	2177.88	67	2065.24	2705.00	107	2556.82	909.280			
28	2602.10	519.872	68	2829.44	1118.69	108	1221.68	394.381			
29	2790.23	2434.17	69	1665.21	2107.37	109	1882.13	2132.20			
30	217.599	2283.70	70	246.004	1011.58	110	2707.83	2328.22			
31	2026.29	1318.03	71	1758.16	1970.37	111	2060.97	1624.09			
32	438.510	2280.30	72	2714.27	1220.77	112	2399.71	2634.36			
33	443.613	2080.88	73	2695.81	325.449	113	2489.84	1119.98			
34	2577.76	1636.13	74	1184.11	326.040	114	533.786	1283.64			
35	495.118	1942.09	75	2649.25	2179.66	115	1628.26	2060.27			
36	1642.20	1810.01	76	2248.53	829.049	116	1763.59	1862.93			
37	2961.12	435.766	77	1626.01	514.178	117	2220.22	1027.68			
38	2079.64	1363.06	78	861.548	998.627	118	807.608	1590.27			
39	2009.52	1365.16	79	2771.92	2131.06	119	1913.24	1039.41			
40	1483.11	916.228	80	918.716	1067.77	120	1317.50	575.728			

Πίνακας 40: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 140 κόμβων

Παράδειγμα 150 κόμβων											
1	2019.54	2844.05	41	423.343	2345.22	81	314.252	2781.86	121	1860.98	437.283
2	993.624	397.850	42	1589.75	139.831	82	713.612	678.945	122	2724.28	1921.11
3	443.307	2985.76	43	920.887	199.417	83	2070.81	1823.62	123	995.789	868.733
4	2224.60	218.476	44	2268.58	2835.78	84	816.560	2798.96	124	2414.05	1390.19
5	1033.14	2355.13	45	1140.39	2990.73	85	1528.31	617.063	125	1718.86	2135.13
6	270.491	826.250	46	2178.93	212.570	86	2110.52	2918.73	126	2032.04	287.964
7	2209.61	2268.16	47	1596.17	2038.46	87	1896.31	1365.64	127	1626.60	651.322
8	1570.71	753.499	48	1131.05	202.617	88	1336.41	2411.67	128	1832.43	2259.77
9	1843.95	1090.40	49	1488.16	1820.20	89	430.613	1690.57	129	703.776	2192.73
10	2012.64	882.318	50	1068.64	2278.11	90	612.775	1823.05	130	1032.25	569.268
11	175.872	122.126	51	1952.32	2783.30	91	916.115	120.659	131	2502.32	1750.06
12	2252.04	438.658	52	2331.15	2455.77	92	301.581	1727.87	132	2550.30	1400.45
13	1626.87	2844.96	53	1468.23	2192.26	93	2814.62	842.688	133	1229.68	1264.59
14	1270.91	186.632	54	699.346	911.889	94	2551.11	1154.22	134	2660.48	1759.01
15	1305.78	216.499	55	321.679	196.600	95	1400.37	1552.06	135	723.668	1029.14
16	1646.09	2279.20	56	1540.73	779.959	96	2833.21	1761.86	136	765.611	1740.53
17	797.180	2177.88	57	177.567	2705.00	97	2514.27	909.280	137	2419.85	1844.17
18	270.432	519.872	58	2788.60	1118.69	98	2329.55	394.381	138	1693.69	799.040
19	479.615	2434.17	59	1619.04	2107.37	99	2620.98	2132.20	139	2788.03	746.283
20	2186.17	2283.70	60	2044.91	1011.58	100	2371.27	2328.22	140	2365.69	2410.65
21	1158.61	1318.03	61	1938.59	1970.37	101	1291.45	1624.09	141	2695.14	1607.81
22	911.734	2280.30	62	2451.79	1220.77	102	2432.02	2634.36	142	812.779	666.440
23	2500.07	2080.88	63	2195.33	325.449	103	1390.03	1119.98	143	1140.52	1215.09
24	1452.82	1636.13	64	2390.59	326.040	104	2354.79	1283.64	144	607.890	925.443
25	2621.54	1942.09	65	734.528	2179.66	105	2734.26	2060.27	145	127.894	2275.73
26	879.878	1810.01	66	1507.10	829.049	106	727.560	1862.93	146	2423.32	2185.00
27	2475.66	435.766	67	2065.24	514.178	107	2556.82	1027.68	147	1323.63	2333.82
28	2602.10	1363.06	68	2829.44	998.627	108	1221.68	1590.27	148	2073.44	809.548
29	2790.23	1365.16	69	1665.21	2131.06	109	1882.13	1039.41	149	2087.94	1023.90
30	217.599	916.228	70	246.004	1067.77	110	2707.83	575.728	150	2768.28	637.134
31	2026.29	1648.20	71	1758.16	354.613	111	2060.97	1436.47	151	0	0
32	438.510	795.344	72	2714.27	1632.25	112	2399.71	1415.11	152	4000	4000
33	443.613	2774.70	73	2695.81	1778.53	113	2489.84	2307.62			
34	2577.76	2523.77	74	1184.11	1790.68	114	533.786	1267.50			
35	495.118	256.042	75	2649.25	1100.77	115	1628.26	392.798			
36	1642.20	2223.85	76	2248.53	728.624	116	1763.59	1668.55			
37	2961.12	2045.51	77	1626.01	335.949	117	2220.22	2343.20			
38	2079.64	990.480	78	861.548	2205.79	118	807.608	204.810			
39	2009.52	1848.80	79	2771.92	1777.68	119	1913.24	1640.67			
40	1483.11	2289.88	80	918.716	2842.66	120	1317.50	2071.20			

Πίνακας 41: Συντεταγμένες x, y παραδείματος 150 κόμβων

Παράδειγμα 170 κόμβων														
1	2019.54	1318.03	41	423.343	1970.37	81	314.252	1624.09	121	1860.98	1607.81	161	122.126	1880.95
2	993.624	2280.30	42	1589.75	1220.77	82	713.612	2634.36	122	2724.28	666.440	162	438.658	2135.24
3	443.307	2080.88	43	920.887	325.449	83	2070.81	1119.98	123	995.789	1215.09	163	2844.96	2005.90
4	2224.60	1636.13	44	2268.58	326.040	84	816.560	1283.64	124	2414.05	925.443	164	186.632	1922.25
5	1033.14	1942.09	45	1140.39	2179.66	85	1528.31	2060.27	125	1718.86	2275.73	165	216.499	135.381
6	270.491	1810.01	46	2178.93	829.049	86	2110.52	1862.93	126	2032.04	2185.00	166	2279.20	2694.23
7	2209.61	435.766	47	1596.17	514.178	87	1896.31	1027.68	127	1626.60	2333.82	167	2177.88	2743.36
8	1570.71	1363.06	48	1131.05	998.627	88	1336.41	1590.27	128	1832.43	809.548	168	519.872	2693.40
9	1843.95	1365.16	49	1488.16	2131.06	89	430.613	1039.41	129	703.776	1023.90	169	2434.17	2827.11
10	2012.64	916.228	50	1068.64	1067.77	90	612.775	575.728	130	1032.25	637.134	170	2283.70	1193.23
11	175.872	1648.20	51	1952.32	354.613	91	916.115	1436.47	131	2502.32	416.068	171	0	0
12	2252.04	795.344	52	2331.15	1632.25	92	301.581	1415.11	132	2550.30	2782.76	172	4000	4000
13	1626.87	2774.70	53	1468.23	1778.53	93	2814.62	2307.62	133	1229.68	198.677			
14	1270.91	2523.77	54	699.346	1790.68	94	2551.11	1267.50	134	2660.48	313.906			
15	1305.78	256.042	55	321.679	1100.77	95	1400.37	392.798	135	723.668	1618.29			
16	1646.09	2223.85	56	1540.73	728.624	96	2833.21	1668.55	136	765.611	2038.57			
17	797.180	2045.51	57	177.567	335.949	97	2514.27	2343.20	137	2419.85	2033.92			
18	270.432	990.480	58	2788.60	2205.79	98	2329.55	204.810	138	1693.69	1911.94			
19	479.615	1848.80	59	1619.04	1777.68	99	2620.98	1640.67	139	2788.03	1604.22			
20	2186.17	2289.88	60	2044.91	2842.66	100	2371.27	2071.20	140	2365.69	674.962			
21	1158.61	2345.22	61	1938.59	2781.86	101	1291.45	437.283	141	2695.14	2827.43			
22	911.734	139.831	62	2451.79	678.945	102	2432.02	1921.11	142	812.779	579.940			
23	2500.07	199.417	63	2195.33	1823.62	103	1390.03	868.733	143	1140.52	1844.74			
24	1452.82	2835.78	64	2390.59	2798.96	104	2354.79	1390.19	144	607.890	988.495			
25	2621.54	2990.73	65	734.528	617.063	105	2734.26	2135.13	145	127.894	2264.79			
26	879.878	212.570	66	1507.10	2918.73	106	727.560	287.964	146	2423.32	1182.89			
27	2475.66	2038.46	67	2065.24	1365.64	107	2556.82	651.322	147	1323.63	2175.01			
28	2602.10	202.617	68	2829.44	2411.67	108	1221.68	2259.77	148	2073.44	2467.27			
29	2790.23	1820.20	69	1665.21	1690.57	109	1882.13	2192.73	149	2087.94	812.503			
30	217.599	2278.11	70	246.004	1823.05	110	2707.83	569.268	150	2768.28	904.749			
31	2026.29	2783.30	71	1758.16	120.659	111	2060.97	1750.06	151	2844.05	1973.80			
32	438.510	2455.77	72	2714.27	1727.87	112	2399.71	1400.45	152	397.850	419.746			
33	443.613	2192.26	73	2695.81	842.688	113	2489.84	1264.59	153	2985.76	2717.12			
34	2577.76	911.889	74	1184.11	1154.22	114	533.786	1759.01	154	218.476	1982.92			
35	495.118	196.600	75	2649.25	1552.06	115	1628.26	1029.14	155	2355.13	206.275			
36	1642.20	779.959	76	2248.53	1761.86	116	1763.59	1740.53	156	826.250	877.053			
37	2961.12	2705.00	77	1626.01	909.280	117	2220.22	1844.17	157	2268.16	1206.61			
38	2079.64	1118.69	78	861.548	394.381	118	807.608	799.040	158	753.499	741.604			
39	2009.52	2107.37	79	2771.92	2132.20	119	1913.24	746.283	159	1090.40	2309.07			
40	1483.11	1011.58	80	918.716	2328.22	120	1317.50	2410.65	160	882.318	167.372			

Πίνακας 42: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 170 κόμβων

Παράδειγμα 200 κόμβων																	
1	2019.54	2783.30	41	423.343	120.659	81	314.252	1750.06	121	1860.98	1973.80	161	122.126	245.612	201	0	0
2	993.624	2455.77	42	1589.75	1727.87	82	713.612	1400.45	122	2724.28	419.746	162	438.658	2535.19	202	4000	4000
3	443.307	2192.26	43	920.887	842.688	83	2070.81	1264.59	123	995.789	2717.12	163	2844.96	549.346			
4	2224.60	911.889	44	2268.58	1154.22	84	816.560	1759.01	124	2414.05	1982.92	164	186.632	2666.83			
5	1033.14	196.600	45	1140.39	1552.06	85	1528.31	1029.14	125	1718.86	206.275	165	216.499	2704.07			
6	270.491	779.959	46	2178.93	1761.86	86	2110.52	1740.53	126	2032.04	877.053	166	2279.20	1861.28			
7	2209.61	2705.00	47	1596.17	909.280	87	1896.31	1844.17	127	1626.60	1206.61	167	2177.88	2398.86			
8	1570.71	1118.69	48	1131.05	394.381	88	1336.41	799.040	128	1832.43	741.604	168	519.872	1135.30			
9	1843.95	2107.37	49	1488.16	2132.20	89	430.613	746.283	129	703.776	2309.07	169	2434.17	2078.90			
10	2012.64	1011.58	50	1068.64	2328.22	90	612.775	2410.65	130	1032.25	167.372	170	2283.70	1516.46			
11	175.872	1970.37	51	1952.32	1624.09	91	916.115	1607.81	131	2502.32	1880.95	171	1318.03	2575.27			
12	2252.04	1220.77	52	2331.15	2634.36	92	301.581	666.440	132	2550.30	2135.24	172	2280.30	2301.13			
13	1626.87	325.449	53	1468.23	1119.98	93	2814.62	1215.09	133	1229.68	2005.90	173	2080.88	520.376			
14	1270.91	326.040	54	699.346	1283.64	94	2551.11	925.443	134	2660.48	1922.25	174	1636.13	1855.87			
15	1305.78	2179.66	55	321.679	2060.27	95	1400.37	2275.73	135	723.668	135.381	175	1942.09	1053.17			
16	1646.09	829.049	56	1540.73	1862.93	96	2833.21	2185.00	136	765.611	2694.23	176	1810.01	2184.31			
17	797.180	514.178	57	177.567	1027.68	97	2514.27	2333.82	137	2419.85	2743.36	177	435.766	1696.02			
18	270.432	998.627	58	2788.60	1590.27	98	2329.55	809.548	138	1693.69	2693.40	178	1363.06	272.263			
19	479.615	2131.06	59	1619.04	1039.41	99	2620.98	1023.90	139	2788.03	2827.11	179	1365.16	473.188			
20	2186.17	1067.77	60	2044.91	575.728	100	2371.27	637.134	140	2365.69	1193.23	180	916.228	1467.36			
21	1158.61	354.613	61	1938.59	1436.47	101	1291.45	416.068	141	2695.14	1203.16	181	1648.20	2745.57			
22	911.734	1632.25	62	2451.79	1415.11	102	2432.02	2782.76	142	812.779	2443.44	182	795.344	1578.77			
23	2500.07	1778.53	63	2195.33	2307.62	103	1390.03	198.677	143	1140.52	2345.09	183	2774.70	2949.95			
24	1452.82	1790.68	64	2390.59	1267.50	104	2354.79	313.906	144	607.890	537.105	184	2523.77	605.970			
25	2621.54	1100.77	65	734.528	392.798	105	2734.26	1618.29	145	127.894	2985.94	185	256.042	2098.39			
26	879.878	728.624	66	1507.10	1668.55	106	727.560	2038.57	146	2423.32	1328.81	186	2223.85	729.514			
27	2475.66	335.949	67	2065.24	2343.20	107	2556.82	2033.92	147	1323.63	746.530	187	2045.51	2525.60			
28	2602.10	2205.79	68	2829.44	204.810	108	1221.68	1911.94	148	2073.44	1441.26	188	990.480	1145.41			
29	2790.23	1777.68	69	1665.21	1640.67	109	1882.13	1604.22	149	2087.94	1688.58	189	1848.80	2119.65			
30	217.599	2842.66	70	246.004	2071.20	110	2707.83	674.962	150	2768.28	1668.93	190	2289.88	969.273			
31	2026.29	2781.86	71	1758.16	437.283	111	2060.97	2827.43	151	2844.05	2705.16	191	2345.22	486.597			
32	438.510	678.945	72	2714.27	1921.11	112	2399.71	579.940	152	397.850	273.752	192	139.831	1849.96			
33	443.613	1823.62	73	2695.81	868.733	113	2489.84	1844.74	153	2985.76	235.416	193	199.417	1157.49			
34	2577.76	2798.96	74	1184.11	1390.19	114	533.786	988.495	154	218.476	256.863	194	2835.78	1023.34			
35	495.118	617.063	75	2649.25	2135.13	115	1628.26	2264.79	155	2355.13	2053.01	195	2990.73	418.051			
36	1642.20	2918.73	76	2248.53	287.964	116	1763.59	1182.89	156	826.250	2805.96	196	212.570	2144.11			
37	2961.12	1365.64	77	1626.01	651.322	117	2220.22	2175.01	157	2268.16	2658.19	197	2038.46	1001.55			
38	2079.64	2411.67	78	861.548	2259.77	118	807.608	2467.27	158	753.499	933.769	198	202.617	598.205			
39	2009.52	1690.57	79	2771.92	2192.73	119	1913.24	812.503	159	1090.40	2638.93	199	1820.20	1390.32			
40	1483.11	1823.05	80	918.716	569.268	120	1317.50	904.749	160	882.318	447.683	200	2278.11	2276.12			

Πίνακας 43: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 200 κόμβων



Παράδειγμα 240 κόμβων																	
1	673.397	408.597	41	141.687	583.630	81	105.348	658.161	121	620.579	824.831	161	413.484	204.777	201	927.813	215.982
2	331.654	576.241	42	530.229	467.171	82	238.379	140.489	122	908.155	845.167	162	146.789	128.317	202	818.711	148.892
3	148.337	287.377	43	307.424	421.914	83	690.475	905.768	123	332.375	183.660	163	948.354	362.390	203	730.934	397.008
4	741.706	385.151	44	756.356	586.613	84	272.672	661.201	124	804.812	889.019	164	628.360	256.031	204	304.427	783.778
5	344.817	517.676	45	380.545	343.485	85	509.764	693.792	125	573.238	901.422	165	727.852	914.997	205	661.566	104.537
6	907.703	587.561	46	726.492	580.456	86	703.704	292.823	126	677.561	620.679	166	759.895	728.254	206	260.480	730.691
7	736.712	303.558	47	532.370	614.982	87	632.349	402.602	127	542.506	799.753	167	726.143	245.776	207	901.734	478.901
8	523.887	132.039	48	377.432	266.836	88	445.838	247.703	128	611.068	378.846	168	173.842	639.410	208	373.314	699.746
9	614.908	710.928	49	496.389	249.262	89	144.109	769.845	129	235.102	693.173	169	811.517	168.482	209	702.657	696.348
10	671.098	776.224	50	356.644	803.681	90	204.789	564.204	130	344.521	505.817	170	761.392	273.918	210	337.636	313.775
11	652.536	541.668	51	651.005	536.245	91	305.835	627.233	131	834.216	858.518	171	439.717	355.270	211	657.018	907.173
12	750.846	878.200	52	777.200	222.666	92	101.127	711.940	132	850.201	767.199	172	760.259	423.364	212	407.318	439.264
13	542.597	373.745	53	489.751	405.428	93	938.249	668.853	133	410.288	174.010	173	693.830	650.467	213	109.078	554.333
14	424.022	428.261	54	233.627	308.942	94	850.470	640.988	134	886.902	618.879	174	545.679	125.504	214	109.274	246.488
15	435.638	686.966	55	107.822	758.737	95	467.146	457.638	135	241.729	351.491	175	647.598	337.529	215	726.737	106.754
16	548.997	621.228	56	513.900	728.514	96	944.439	898.144	136	255.700	728.284	176	603.602	466.048	216	276.832	757.827
17	266.216	342.999	57	598.164	778.087	97	838.197	914.512	137	806.745	565.631	177	145.825	683.435	217	171.945	618.630
18	907.507	530.403	58	929.581	270.336	98	776.667	897.868	138	564.853	913.607	178	454.718	425.340	218	333.320	877.475
19	160.432	346.904	59	539.986	341.741	99	873.745	942.408	139	929.391	158.291	179	455.418	491.314	219	710.546	724.722
20	728.904	192.448	60	681.847	212.903	100	790.563	398.145	140	788.704	489.461	180	305.872	511.404	220	356.353	635.064
21	386.611	479.172	61	646.432	139.264	101	430.863	401.452	141	898.448	915.247	181	549.699	327.073	221	118.792	822.984
22	304.376	472.057	62	817.387	927.634	102	810.801	814.605	142	277.414	526.573	182	265.605	442.760	222	544.388	909.813
23	833.468	769.362	63	731.954	668.484	103	463.700	781.844	143	380.587	983.327	183	924.952	261.540	223	593.114	523.444
24	484.616	422.887	64	796.997	111.234	104	785.073	179.583	144	203.162	202.522	184	841.364	595.757	224	597.163	113.630
25	873.932	131.512	65	245.346	539.736	105	911.480	995.315	145	432.698	699.664	185	859.573	727.826	225	367.347	466.591
26	299.766	556.478	66	502.698	679.737	106	243.025	443.308	146	807.902	243.676	186	741.455	244.668	226	243.380	666.559
27	825.338	781.214	67	688.620	678.188	107	852.371	249.344	147	441.583	841.972	187	682.048	330.076	227	112.575	931.304
28	867.456	688.914	68	943.184	637.555	108	407.624	480.765	148	691.351	382.214	188	330.607	915.512	228	735.441	901.317
29	930.124	547.191	69	555.365	535.052	109	627.624	563.150	149	696.181	706.747	189	616.524	511.971	229	592.832	163.926
30	731.516	690.607	70	826.137	225.504	110	902.673	556.604	150	922.811	323.542	190	763.452	683.194	230	947.587	148.257
31	675.646	146.331	71	586.328	942.516	111	687.198	901.786	151	948.050	162.758	191	781.886	908.026	231	927.334	664.057
32	146.739	640.611	72	904.819	193.851	112	800.038	918.566	152	139.197	616.910	192	472.462	863.070	232	226.831	738.016
33	148.439	356.073	73	898.672	615.171	113	830.060	790.864	153	995.257	386.238	193	670.948	830.792	233	608.135	600.660
34	859.346	463.754	74	395.108	329.945	114	178.477	862.307	154	734.435	341.554	194	945.296	708.372	234	933.031	227.267
35	171.598	711.902	75	883.160	755.093	115	543.059	684.548	155	785.188	145.926	195	996.911	173.072	235	206.218	594.959
36	547.703	965.908	76	749.677	394.701	116	588.137	935.365	156	275.900	714.894	196	774.782	782.936	236	972.926	954.703
37	987.049	217.630	77	542.308	725.187	117	740.248	886.138	157	756.217	334.296	197	679.702	357.238	237	455.576	486.036
38	693.419	753.420	78	287.658	822.542	118	269.690	311.716	158	251.666	199.936	198	681.609	168.543	238	804.022	721.376
39	670.059	731.090	79	924.023	271.321	119	637.987	879.723	159	363.890	463.798	199	606.997	878.649	239	563.814	391.286
40	494.706	190.296	80	306.701	308.051	120	439.542	149.795	160	300.579	758.867	200	759.530	185.050	240	607.945	954.807
															241	0	0
															242	4000	4000

Πίνακας 44: Συντεταγμένες x, y παραδείγματος 240 κόμβων

Σε όλους τους επόμενους πίνακες απεικονίζονται οι διαδρομές των απορριμματοφόρων στην κάθε περίπτωση. Τα έντονα νούμερα απεικονίζουν τη σειρά επίσκεψης κάθε κόμβου και τα νούμερα κάτω από αυτά τον κόμβο τον οποίο θα επισκεφτεί το απορριμματοφόρο με την αντίστοιχη σειρά.

## 6.2 Αποτελέσματα CVRP (M1)

### 6.2.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

#### 6.2.1.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
81	65	80	74	49	56	50	43	2	78	55	26	11	35	41	3	6	18	57	30	70	32	33	19	54
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
17	22	48	45	5	21	15	53	40	8	47	36	39	7	46	31	69	77	24	66	14	42	59	13	16
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>													
71	61	51	60	20	44	52	27	25	73	82	81													

Πίνακας 45: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)

#### 6.2.1.2 Απορριμματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
81	1	9	10	12	62	72	34	64	76	4	38	63	67	23	28	79	58	29	68	37	75	82	81

Πίνακας 46: Διαδρομή M1 80 κόμβων Απορριμματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

#### 6.2.2.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	1	71	47	8	59	36	56	88	78	43	80	82	18	6	35	30	33	3	81	89	19	26	11	57
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
70	55	41	32	90	17	91	2	84	22	5	50	95	53	13	69	24	40	66	49	48	21	74	15	16
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>						
9	87	67	86	100	4	12	46	7	31	10	51	39	83	63	34	94	102	101						

Πίνακας 47: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριμματοφόρο 1 (M1)

### 6.2.2.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	92	54	65	45	14	77	85	42	61	60	52	64	98	44	62	96	93	68	29	58	23	79	20	38
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37													
76	27	25	99	28	75	97	73	72	37	102	101													

Πίνακας 48: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

#### 6.2.3.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	81	22	78	48	80	115	71	116	8	69	54	90	91	106	84	33	32	6	30	26	135	118	129	114
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
19	3	70	18	92	65	2	5	45	74	14	101	20	12	52	25	73	58	37	28	131	140	137	4	86
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
76	117	64	107	68	72	113	104	7	124	97	122	134	99	34	102	100	132	27	110	29	142	141		

Πίνακας 49: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M1)

#### 6.2.3.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	1	67	10	61	13	43	11	55	57	35	89	41	17	47	49	59	36	126	83	111	121	39	38	31
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
119	40	16	42	125	128	87	77	103	56	53	24	21	133	136	108	120	66	95	85	82	130	50	123	88
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
15	127	138	9	109	51	60	46	63	105	93	79	139	75	98	62	44	112	23	94	96	142	141		

Πίνακας 50: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

#### 6.2.4.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	1	111	87	9	109	60	149	38	148	71	115	77	42	15	14	46	4	63	126	10	12	98	64	27
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46				
93	110	150	139	68	58	79	96	73	140	52	117	20	7	100	102	44	51	86	152	151				

Πίνακας 51: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M1)

### 6.2.4.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	55	118	91	123	2	43	48	130	143	21	133	89	92	26	90	106	17	78	65	129	19	41	145	57
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
81	33	3	84	80	45	13	88	50	5	22	147	40	53	47	31	119	39	61	95	103	66	56	8	85
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67								
127	138	121	67	76	75	28	132	29	141	72	134	122	105	37	152	151								

Πίνακας 52: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.4.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	11	35	18	142	32	82	144	54	135	6	30	70	114	136	74	120	59	69	125	36	16	128	49	101
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46				
108	97	107	94	62	104	124	112	24	116	83	137	131	25	99	23	146	113	34	152	151				

Πίνακας 53: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (M1)

## 6.2.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

### 6.2.5.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	1	83	38	149	12	7	44	23	107	34	170	157	67	121	116	69	59	49	147	45	108	21	5	92
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
81	6	70	11	161	30	145	154	164	54	135	91	115	56	47	15	95	101	43	90	156	118	158	65	78
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70					
130	48	50	42	9	111	86	63	117	76	4	52	102	137	100	27	97	141	172	171					

Πίνακας 54: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M1)

### 6.2.5.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	160	35	57	152	142	18	55	89	144	129	84	123	74	40	77	36	87	128	119	10	62	122	110	150
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
73	134	28	98	155	131	8	88	53	138	85	16	127	125	109	148	166	64	132	169	25	172	171		

Πίνακας 55: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.5.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	26	165	106	22	133	103	71	51	46	140	124	146	113	94	104	112	75	99	72	29	139	96	20	126
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
39	143	114	41	3	162	33	19	17	136	2	82	32	168	80	159	14	120	13	66	24	61	60	31	167
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61														
79	151	163	105	58	93	68	37	153	172	171														

Πίνακας 56: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (M1)

### 6.2.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

#### 6.2.6.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	152	160	198	26	35	18	70	185	55	11	192	81	177	33	6	89	32	144	65	17	80	53	85	59
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
8	127	190	20	140	25	141	194	153	68	163	104	195	73	10	175	83	148	170	46	86	166	121	174	15
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68							
108	133	159	123	36	181	138	111	67	187	7	157	52	137	102	34	202	201							

Πίνακας 57: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M1)

#### 6.2.6.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	1	95	143	2	118	156	136	90	162	142	165	164	145	30	129	106	84	22	91	40	42	69	116	197
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
186	60	71	13	178	120	103	125	173	76	27	191	100	184	122	112	98	12	62	146	44	61	199	109	149
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
39	87	51	66	24	49	31	38	63	167	172	117	200	107	150	58	29	105	134	72	183	202	201		

Πίνακας 58: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

#### 6.2.6.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	161	154	196	3	19	82	158	188	54	168	114	45	78	50	171	115	189	9	176	56	74	180	182	193
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
57	92	41	135	43	130	5	48	21	14	101	179	147	88	77	47	16	128	119	126	4	64	110	99	94
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68							
93	37	113	131	23	124	155	169	132	75	96	79	28	97	151	139	202	201							

Πίνακας 59: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (M1)

## 6.2.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

### 6.2.7.1 Απορριματοφόρο 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
241	3	33	205	198	161	164	214	70	19	135	182	106	43	22	201	194	231	207	169	113	28	25	139	72
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
58	183	79	107	146	52	171	24	59	181	225	152	26	18	142	11	235	84	91	208	15	77	56	125	222
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>												
147	103	199	119	12	98	124	62	97	99	105	242	241												

Πίνακας 60: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M1)

### 6.2.7.2 Απορριματοφόρο 2

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
241	162	54	118	17	159	180	2	5	130	21	213	78	136	206	81	32	217	168	129	232	156	177	92	108
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
51	9	39	44	140	203	76	197	148	87	128	4	7	200	215	138	36	210	80	95	85	224	88	40	49
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>				
60	104	202	150	137	46	223	69	109	233	47	16	117	240	211	83	111	131	141	242	241				

Πίνακας 61: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M1)

### 6.2.7.3 Απορριματοφόρο 3

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
241	185	114	90	226	144	82	158	123	133	120	230	151	195	37	234	155	64	63	191	112	175	48	74	45
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
212	14	178	101	179	237	220	35	145	30	204	216	165	227	188	42	176	126	173	209	149	67	190	238	166
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>															
102	27	23	132	75	122	96	236	242	241															

Πίνακας 62: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (M1)

### 6.2.7.4 Απορριματοφόρο 4

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
241	1	174	8	229	61	189	121	31	20	186	167	170	86	187	157	100	172	34	163	153	239	13	53	65
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
154	50	218	116	71	143	41	6	221	55	89	193	192	196	57	160	219	38	10	115	66	127	228	94	134
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>																	
184	73	110	29	68	93	242	241																	

Πίνακας 63: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 4 (M1)

## 6.3 Αποτελέσματα CVRP με χρήση της παραμέτρου Nk (M4)

### 6.3.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

#### 6.3.1.1 Απορριματοφόρο 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
81	1	12	62	72	34	64	76	4	38	10	9	56	49	50	43	78	2	74	80	65	55	26	11	35
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
41	3	6	18	57	30	70	32	33	19	54	17	22	48	45	5	21	15	53	40	8	47	36	69	77
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>
24	66	14	42	59	13	16	71	61	51	60	20	44	52	27	25	73	82	75	46	31	39	7	67	63
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>																
23	28	79	58	29	68	37	82	81																

Πίνακας 64: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

### 6.3.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

#### 6.3.2.1 Απορριματοφόρο 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
101	92	54	65	45	14	77	85	42	61	60	52	64	98	44	62	96	93	68	29	58	23	79	20	38
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
76	27	25	99	28	75	97	73	72	37	102	1	71	47	8	59	36	56	88	78	43	80	82	18	6
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>
35	30	33	3	81	89	19	26	11	57	70	55	41	32	90	17	91	2	84	22	5	50	95	53	13
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>	<b>100</b>
69	24	40	66	49	48	21	74	15	16	9	87	67	86	100	4	12	46	7	31	10	51	39	83	63
<b>101</b>	<b>102</b>	<b>103</b>	<b>104</b>																					
34	94	102	101																					

Πίνακας 65: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

### 6.3.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

#### 6.3.3.1 Απορριματοφόρο 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
141	81	92	18	70	19	3	114	78	80	48	85	40	16	42	66	95	120	108	74	45	22	136	65	2
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
5	21	133	101	14	103	56	24	53	77	125	87	128	20	12	52	25	73	58	37	28	131	137	140	4
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>
86	76	64	107	68	72	134	122	105	34	102	100	132	27	62	98	44	112	23	94	96	142	1	67	10
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>	<b>100</b>
61	13	43	91	54	90	55	11	26	30	6	32	33	57	35	89	41	129	82	118	106	84	135	17	123
<b>101</b>	<b>102</b>	<b>103</b>	<b>104</b>	<b>105</b>	<b>106</b>	<b>107</b>	<b>108</b>	<b>109</b>	<b>110</b>	<b>111</b>	<b>112</b>	<b>113</b>	<b>114</b>	<b>115</b>	<b>116</b>	<b>117</b>	<b>118</b>	<b>119</b>	<b>120</b>	<b>121</b>	<b>122</b>	<b>123</b>	<b>124</b>	<b>125</b>
50	130	88	15	127	138	69	115	47	8	49	59	36	116	71	9	109	51	60	46	63	83	126	111	121
<b>126</b>	<b>127</b>	<b>128</b>	<b>129</b>	<b>130</b>	<b>131</b>	<b>132</b>	<b>133</b>	<b>134</b>	<b>135</b>	<b>136</b>	<b>137</b>	<b>138</b>	<b>139</b>	<b>140</b>	<b>141</b>	<b>142</b>	<b>143</b>	<b>144</b>						
39	31	38	7	119	117	104	113	124	97	99	93	79	139	75	110	29	142	141						

Πίνακας 66: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

### 6.3.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

#### 6.3.4.1 Απορριματοφόρο 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	
151	11	35	142	6	30	70	114	135	143	21	133	103	66	56	8	85	127	138	9	109	60	149	38	148	
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>	
76	87	111	31	119	116	61	39	83	137	131	25	122	105	99	23	146	7	20	117	100	113	140	52	102	
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>																							
34	152	151																							

Πίνακας 67: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

#### 6.3.4.2 Απορριματοφόρο 2

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	
151	55	18	32	144	54	82	130	118	43	91	2	123	48	14	15	42	77	115	71	121	67	126	10	46	
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>	
4	63	12	98	64	27	93	110	150	139	68	58	75	97	107	94	62	104	124	112	132	28	29	141	72	
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>	
134	73	79	96	37	152	1	51	13	45	80	84	19	57	81	3	33	41	145	26	92	89	90	136	106	
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	
129	65	17	78	22	5	50	147	88	40	53	120	74	108	101	95	24	49	47	59	69	125	36	16	128	
<b>101</b>	<b>102</b>	<b>103</b>	104																						
86	44	152	151																						

Πίνακας 68: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M4)



### 6.3.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

#### 6.3.5.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	26	165	160	35	57	152	142	18	55	89	144	129	156	118	158	65	90	106	22	43	78	130	48	50
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
74	123	84	91	135	54	114	19	6	70	81	92	11	161	164	154	41	3	162	33	30	145	32	168	82
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
80	2	159	21	120	14	24	66	13	61	31	60	167	64	169	25	172	97	100	137	27	102	52	4	76
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
117	63	86	111	121	116	69	59	138	53	88	143	5	136	17	45	108	147	49	85	16	127	125	109	39
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
126	20	148	166	132	141	172	1	67	9	8	42	40	115	77	36	56	47	95	101	15	133	103	71	51
126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
7	44	98	155	23	134	73	150	28	131	110	122	107	62	140	34	124	12	46	149	10	119	128	87	83
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
38	157	170	146	113	94	104	112	75	99	139	96	72	29	151	163	79	105	58	93	68	37	153	172	171

Πίνακας 69: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

### 6.3.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

#### 6.3.6.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	41	154	161	152	160	35	26	198	92	6	89	32	144	17	80	65	135	43	130	5	48	21	14	101
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
179	178	103	120	125	13	71	173	60	186	98	100	184	112	191	27	76	104	73	195	153	68	122	163	110
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
94	99	25	141	194	93	37	58	105	150	29	72	134	107	132	97	28	75	79	96	151	202	1	31	111
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
36	181	138	171	159	123	156	136	118	2	143	50	78	129	90	162	30	145	165	164	142	196	11	192	81
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
177	33	55	70	185	3	19	106	84	22	91	180	182	82	54	168	193	57	18	114	158	188	74	45	108
126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
133	15	95	49	115	176	189	67	38	187	7	157	202	183	9	121	87	174	56	40	24	66	42	69	116
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
127	8	53	85	59	47	16	88	147	77	128	119	126	4	190	20	197	10	175	83	12	44	140	64	146
176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
62	170	148	61	199	109	51	39	149	86	46	166	23	113	131	124	169	155	117	200	172	63	167	52	137
201	202	203	204	205																				
102	34	139	202	201																				

Πίνακας 70: Διαδρομή 200 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

### 6.3.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

#### 6.3.7.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	33	3	114	162	214	164	154	19	54	135	17	118	48	74	171	13	239	128	87	176	42	237	108	55
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
89	221	227	165	192	193	57	196	160	35	145	30	92	81	6	18	213	41	217	130	159	179	69	67	219
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>
166	190	238	27	98	228	83	117	12	102	131	124	62	97	141	99	105	242	1	175	189	121	31	60	20
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>	<b>100</b>
200	104	169	202	25	113	63	155	64	112	191	146	52	186	107	151	183	58	79	37	195	73	68	134	23
<b>101</b>	<b>102</b>	<b>103</b>	<b>104</b>																					
122	236	242	241																					

Πίνακας 71: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (M4)

#### 6.3.7.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	185	205	198	161	70	144	158	123	210	80	226	90	82	95	85	36	174	88	49	40	120	133	8	138
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
224	229	61	215	167	86	187	181	24	53	178	101	14	212	5	180	225	21	22	142	11	152	26	235	168
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>
32	177	2	91	65	106	182	43	45	59	197	34	29	110	137	44	46	126	94	132	75	242	93	139	230
<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>	<b>100</b>
201	194	231	207	28	150	163	153	72	234	170	7	157	100	172	203	148	4	76	223	51	109	233	16	47
<b>101</b>	<b>102</b>	<b>103</b>	<b>104</b>	<b>105</b>	<b>106</b>	<b>107</b>	<b>108</b>	<b>109</b>	<b>110</b>	<b>111</b>	<b>112</b>	<b>113</b>	<b>114</b>	<b>115</b>	<b>116</b>	<b>117</b>	<b>118</b>	<b>119</b>	<b>120</b>	<b>121</b>	<b>122</b>	<b>123</b>	<b>124</b>	<b>125</b>
115	173	209	149	9	39	10	38	111	125	222	147	103	15	220	208	84	129	232	136	206	156	216	204	78
<b>126</b>	<b>127</b>	<b>128</b>	<b>129</b>	<b>130</b>	<b>131</b>	<b>132</b>	<b>133</b>	<b>134</b>	<b>135</b>	<b>136</b>	<b>137</b>	<b>138</b>	<b>139</b>	<b>140</b>	<b>141</b>	<b>142</b>	<b>143</b>	<b>144</b>						
50	218	188	143	71	116	240	211	119	199	127	77	56	66	140	184	96	242	241						

Πίνακας 72: Διαδρομή 240 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (M4)

### 6.4 Αποτελέσματα CVRP σε χρόνους Greedy Clustering + TSP

#### 6.4.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

##### 6.4.1.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
81	55	26	11	6	35	41	18	32	33	17	22	54	19	70	30	57	3	48	45	5	47	36	69	77
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>						
24	66	14	42	59	13	16	71	61	51	60	20	44	52	27	25	73	82	81						

Πίνακας 73: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.1.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
81	1	12	62	72	34	64	76	63	4	38	10	49	56	9	74	65	80	2	78	43	15	21	50	53
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>								
40	8	39	31	46	7	67	23	28	79	58	29	68	37	75	82	81								

Πίνακας 74: Διαδρομή 80 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

#### 6.4.2.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	92	6	18	35	54	65	45	14	56	36	61	42	52	98	64	96	93	59	71	47	8	67	87	24
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
13	10	39	51	69	40	66	49	21	15	74	78	3	89	19	81	48	90	17	16	9	38	27	79	25
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>																	
99	28	75	73	72	37	102	101																	

Πίνακας 75: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

#### 6.4.2.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	1	20	23	58	29	68	62	44	60	85	77	80	30	70	32	41	84	91	5	50	95	53	22	2
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>		
55	57	11	26	33	43	82	88	76	97	100	86	4	12	46	83	63	31	7	34	94	102	101		

Πίνακας 76: Διαδρομή 100 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

#### 6.4.3.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	65	22	78	48	80	115	59	71	116	49	69	54	33	32	6	30	26	91	43	129	82	3	70	18
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
92	81	2	5	45	74	14	101	20	12	52	25	58	37	73	28	131	137	140	4	119	85	40	86	76
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
117	64	107	68	72	113	104	7	124	97	134	99	34	102	100	132	27	75	110	29	96	142	141		

Πίνακας 77: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.3.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	1	10	67	44	112	46	51	61	13	127	138	9	109	60	63	105	122	93	79	139	90	11	55	57
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
35	89	41	17	106	84	130	50	123	88	15	47	8	36	126	83	111	121	38	39	31	108	120	66	16
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
42	125	128	87	95	77	103	133	56	53	24	21	136	19	114	118	135	98	62	23	94	142	141		

Πίνακας 78: Διαδρομή 140 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

#### 6.4.4.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	1	36	125	66	56	82	144	135	54	48	14	42	15	46	10	12	148	138	109	111	87	149	60	38
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
8	71	77	2	123	126	63	4	98	68	58	97	107	75	79	96	73	140	52	20	7	113	86	44	13
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>																						
51	152	151																						

Πίνακας 79: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

#### 6.4.4.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	11	35	55	118	91	43	130	143	21	103	9	116	119	39	61	53	40	5	50	65	17	41	145	57
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
81	3	80	84	45	33	19	129	22	78	88	147	16	47	31	95	133	89	92	26	90	106	115	121	67
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>								
76	28	132	29	141	150	110	93	64	27	139	72	131	134	37	152	151								

Πίνακας 80: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

#### 6.4.4.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	142	70	6	30	18	32	114	136	74	120	101	108	85	127	94	62	104	124	112	24	59	69	128	49
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>											
83	137	25	122	5	99	23	117	100	146	34	102	152	151											

Πίνακας 81: Διαδρομή 150 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

## 6.4.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

### 6.4.5.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	1	113	94	122	62	12	149	46	140	110	155	98	104	112	102	27	137	86	9	67	126	125	16	127
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
147	108	136	19	54	50	91	84	74	123	48	156	129	144	89	118	158	78	56	115	87	10	128	42	69
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
59	53	88	135	114	6	11	161	70	162	33	17	21	109	61	60	31	167	64	169	141	172	171		

Πίνακας 82: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 1 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.5.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	57	152	160	35	142	90	65	130	101	95	47	51	23	150	73	134	28	119	36	77	40	8	121	13
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
66	24	14	120	159	143	5	145	154	164	30	163	29	75	63	76	72	139	96	99	52	4	111	117	116
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>														
138	39	100	97	20	148	166	132	25	172	171														

Πίνακας 83: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 2 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

### 6.4.5.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	26	165	106	22	43	133	15	103	71	7	44	131	107	34	124	146	170	157	38	83	45	85	49	32
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>					
82	168	2	80	55	18	92	81	41	3	58	151	79	105	93	68	37	153	172	171					

Πίνακας 84: Διαδρομή 170 κόμβων Απορριματοφόρο 3 (CVRP σε χρόνο Clustering+TSP)

## 6.5 Αποτελέσματα Greedy Clustering + TSP (M2)

### 6.5.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

#### 6.5.1.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
81	26	11	35	41	3	6	18	57	30	32	33	70	19	54	17	22	48	45	5	21	15	53	40	8
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
47	36	67	63	76	4	38	10	9	1	12	62	72	34	64	79	28	23	58	29	68	37	75	46	7
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
39	31	69	77	24	66	14	42	59	13	16	71	61	51	60	20	44	52	27	25	73	82	81		

Πίνακας 85: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 1 (M2)

#### 6.5.1.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
81	55	65	80	74	2	78	43	50	49	56	82	81

Πίνακας 86: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 2 (M2)

### 6.5.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

#### 6.5.2.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	45	85	60	52	42	61	65	54	92	35	6	18	30	33	3	81	89	19	11	26	70	57	55	90
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
17	91	2	84	22	5	50	95	53	40	49	66	24	13	69	31	10	51	39	83	63	7	46	12	4
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
100	86	67	87	16	9	38	1	20	76	27	25	99	28	75	97	73	72	37	34	94	102	101		

Πίνακας 87: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 1 (M2)

#### 6.5.2.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	82	80	43	78	32	41	48	21	74	15	47	71	8	59	88	56	36	14	77	44	62	98	64	96
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>																	
93	68	29	58	23	79	102	101																	

Πίνακας 88: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 2 (M2)

### 6.5.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

#### 6.5.3.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	81	136	65	2	5	21	24	14	53	133	101	103	56	45	74	108	120	95	42	66	22	92	18	70
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
19	3	114	41	89	82	118	129	106	84	130	88	49	59	36	116	71	8	115	47	69	138	127	15	50
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
123	17	135	32	57	33	35	26	30	6	11	55	90	54	91	43	13	61	10	1	67	142	141		

Πίνακας 89: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 1 (M2)

#### 6.5.3.2 Απορριμματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	78	80	48	85	40	16	77	125	87	128	20	12	52	25	73	58	37	28	131	137	140	4	86	76
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
64	107	68	72	134	122	105	93	132	100	102	99	34	97	124	113	104	117	119	7	38	31	39	121	111
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
126	83	9	109	51	60	46	63	27	75	79	139	110	29	62	98	44	112	23	94	96	142	141		

Πίνακας 90: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 2 (M2)

### 6.5.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

#### 6.5.4.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	92	89	90	106	136	74	108	101	95	24	49	47	59	69	125	61	39	83	137	131	141	72	134	73
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
96	79	122	25	105	99	23	146	113	100	140	52	117	7	20	128	36	16	40	53	120	147	88	50	5
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
22	78	17	65	129	41	19	57	81	33	3	84	80	45	13	51	1	86	44	102	34	152	151		

Πίνακας 91: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 1 (M2)

### 6.5.4.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	11	35	55	118	43	91	123	2	48	14	15	42	77	121	71	115	85	66	56	103	143	135	54	144
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
32	18	142	6	70	30	114	26	145	21	133	8	127	9	109	60	149	38	148	67	76	12	98	64	27
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
110	150	139	97	107	94	62	104	111	116	87	31	119	124	112	58	68	75	132	28	29	152	151		

Πίνακας 92: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 2 (M2)

### 6.5.4.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
151	82	130	138	126	63	4	10	46	93	37	152	151

Πίνακας 93: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 3 (M2)

## 6.5.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

### 6.5.5.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	106	22	43	78	130	65	90	158	118	156	129	144	89	18	55	92	81	6	70	161	164	154	145	30
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
33	162	3	41	19	114	54	136	17	5	143	69	59	53	88	101	95	15	133	103	71	51	7	44	98
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
155	23	134	73	150	28	131	107	62	140	12	46	149	10	87	9	83	1	67	121	116	172	171		

Πίνακας 94: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 1 (M2)

### 6.5.5.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	42	8	38	157	170	146	113	94	112	104	52	4	76	111	86	63	117	100	137	27	102	99	75	139
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
96	72	29	151	163	79	105	58	93	68	97	20	148	126	39	109	125	127	16	138	85	49	147	108	45
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
2	80	159	21	120	14	24	66	13	61	31	60	167	166	64	169	132	25	141	37	153	172	171		

Πίνακας 95: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 2 (M2)



### 6.5.5.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	26	165	160	35	57	152	142	11	32	168	82	135	91	84	123	50	48	74	40	115	77	47	56	36
26	27	28	29	30	31	32	33																	
128	119	124	34	110	122	172	171																	

Πίνακας 96: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 3 (M2)

### 6.5.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

#### 6.5.6.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	53	85	59	8	127	116	199	61	148	170	62	146	64	140	12	44	20	190	4	98	186	100	184	112
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
191	27	76	104	73	195	153	68	122	163	110	94	99	25	141	93	37	58	105	150	29	72	134	23	113
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
131	124	155	169	107	132	75	28	97	52	157	7	31	1	111	137	102	34	151	139	183	202	201		

Πίνακας 97: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 1 (M2)

#### 6.5.6.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	177	33	81	192	11	196	142	162	164	145	30	165	133	108	49	95	15	50	143	2	78	118	136	90
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
129	156	123	159	171	181	36	138	115	176	189	9	121	87	174	56	40	24	42	66	69	10	197	175	126
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
119	47	77	128	16	83	109	51	39	149	86	46	166	117	200	172	63	167	67	38	187	202	201		

Πίνακας 98: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 2 (M2)

#### 6.5.6.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	152	161	154	41	135	43	130	5	21	48	80	17	65	144	32	89	92	198	160	35	26	6	18	57
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
193	168	114	158	54	82	55	70	185	3	19	106	84	22	91	182	180	45	74	188	88	147	179	101	14
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63												
178	103	120	125	13	71	60	173	194	79	96	202	201												

Πίνακας 99: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 3 (M2)

## 6.5.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

### 6.5.7.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	185	205	198	161	70	214	164	154	19	54	158	144	162	114	90	226	82	123	174	85	95	1	175	189
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
121	224	138	36	8	120	133	118	17	135	106	182	43	22	180	5	130	225	21	159	108	212	101	14	178
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
24	53	13	239	128	87	148	197	187	86	7	157	4	203	76	100	172	140	34	110	29	242	241		

Πίνακας 100: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 1 (M2)

### 6.5.7.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	48	74	45	171	88	49	181	59	176	223	69	42	237	179	2	91	84	129	156	136	206	216	204	78
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
218	188	143	147	103	56	66	115	16	47	233	109	51	44	94	134	73	184	137	46	126	173	67	209	149
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
219	10	38	39	9	77	127	199	119	211	111	83	228	117	12	98	124	62	97	99	141	242	241		

Πίνακας 101: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 2 (M2)

### 6.5.7.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	33	3	80	210	41	217	168	32	177	81	6	213	18	40	229	61	31	215	63	155	64	191	112	113
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
28	207	201	194	231	25	202	169	104	200	20	60	167	186	170	52	146	107	72	139	230	151	195	37	234
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
183	58	79	150	163	153	68	93	75	132	23	238	190	166	27	102	131	122	96	236	105	242	241		

Πίνακας 102: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 3 (M2)

### 6.5.7.4 Απορριματοφόρο 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	142	11	26	152	35	145	30	92	55	57	160	196	193	192	165	227	221	89	232	235	65	220	15	208
26	27	28	29	30	31	32	33																	
50	222	125	116	71	240	242	241																	

Πίνακας 103: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 4 (M2)

## 6.6 Αποτελέσματα Greedy Clustering + Heuristic (M3)

### 6.6.1 Παράδειγμα με 80 κόμβους

#### 6.6.1.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
81	26	11	35	41	3	6	18	57	32	33	19	54	17	22	14	24	66	42	59	13	16	71	61	51
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
60	20	44	52	27	25	73	75	68	29	58	23	28	79	63	67	76	4	38	10	9	1	12	62	72
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
64	34	37	31	39	46	7	77	69	36	47	8	40	53	15	21	5	45	48	30	70	82	81		

Πίνακας 104: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 1 (M3)

#### 6.6.1.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
81	65	80	74	2	78	43	50	55	49	56	82	81

Πίνακας 105: Διαδρομή 80 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.2 Παράδειγμα με 100 κόμβους

#### 6.6.2.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	92	54	65	45	85	42	61	60	52	6	18	30	33	3	81	89	19	26	11	57	70	55	90	17
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
91	2	84	22	5	50	95	53	24	40	66	49	16	9	87	67	86	4	12	46	7	31	10	39	83
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
63	94	34	51	100	97	75	28	99	25	27	76	38	20	1	73	72	37	13	69	35	102	101		

Πίνακας 106: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 1 (M3)

#### 6.6.2.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	82	80	43	78	74	15	47	8	59	56	36	77	14	44	62	64	98	68	29	58	23	79	93	96
26	27	28	29	30	31	32	33																	
88	71	21	48	32	41	102	101																	

Πίνακας 107: Διαδρομή 100 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.3 Παράδειγμα με 140 κόμβους

#### 6.6.3.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	81	92	18	70	3	19	114	41	89	33	32	6	30	26	57	35	135	17	123	50	130	15	88	8
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
47	115	69	138	127	1	67	10	61	13	71	116	36	59	49	43	91	54	90	55	11	129	82	118	106
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
84	65	136	22	2	5	21	101	14	103	24	53	56	133	45	74	108	120	95	66	42	142	141		

Πίνακας 108: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 1 (M3)

#### 6.6.3.2 Απορριμματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
141	78	80	48	40	16	77	125	87	128	119	31	39	121	38	7	124	104	113	117	76	64	107	86	4
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
140	137	131	28	73	25	52	12	20	58	37	97	134	122	105	34	99	93	102	100	132	27	75	79	139
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
110	29	98	44	112	94	23	96	62	46	63	60	51	109	9	72	68	111	126	83	85	142	141		

Πίνακας 109: Διαδρομή 140 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.4 Παράδειγμα με 150 κόμβους

#### 6.6.4.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	92	89	90	106	136	65	129	41	19	33	81	57	3	84	80	45	17	78	22	5	50	147	88	40
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
53	120	16	36	69	59	47	49	24	95	101	108	74	125	128	61	39	83	137	131	134	73	79	96	122
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
25	105	99	23	146	113	100	140	52	102	34	44	86	1	51	13	117	20	7	72	141	152	151		

Πίνακας 110: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 1 (M3)

### 6.6.4.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
151	11	35	55	18	142	6	30	70	32	144	54	135	114	26	145	143	133	21	103	66	56	8	127	85
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
115	77	71	121	67	12	98	64	27	110	150	139	68	58	75	94	62	104	124	112	132	28	29	107	97
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
76	148	38	149	60	109	9	87	111	31	119	116	42	15	14	48	43	91	2	123	118	152	151		

Πίνακας 111: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.4.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
151	82	130	138	126	63	4	93	10	46	37	152	151

Πίνακας 112: Διαδρομή 150 κόμβων Cluster 3 (M3)

## 6.6.5 Παράδειγμα με 170 κόμβους

### 6.6.5.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	106	78	43	22	133	15	95	101	103	65	158	118	156	129	144	89	55	18	92	81	6	70	164	154
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
41	3	162	33	30	145	19	114	54	136	17	5	143	88	53	59	69	116	121	9	1	67	83	87	10
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
149	46	12	140	62	107	131	23	28	73	134	150	155	98	44	7	51	71	161	130	90	172	171		

Πίνακας 113: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 1 (M3)

### 6.6.5.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	167	31	60	61	13	24	66	148	20	126	39	86	63	117	102	137	27	105	79	58	93	68	97	163
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
151	29	72	99	75	96	139	100	76	4	52	112	104	113	94	146	170	157	38	42	8	111	109	125	16
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
49	85	138	147	108	21	159	2	80	120	14	45	127	166	64	169	132	141	25	37	153	172	171		

Πίνακας 114: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.5.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
171	26	160	35	57	152	142	84	91	135	11	32	168	82	123	50	48	74	40	115	77	36	56	47	128
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>																	
119	124	34	122	110	165	172	171																	

Πίνακας 115: Διαδρομή 170 κόμβων Cluster 3 (M3)

### 6.6.6 Παράδειγμα με 200 κόμβους

#### 6.6.6.1 Απορριματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	23	113	131	124	155	169	53	85	59	8	127	116	199	61	148	170	62	146	64	140	12	44	20	190
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
4	73	195	153	68	122	163	110	184	104	76	27	191	112	100	186	98	94	99	25	141	93	37	58	105
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
150	29	72	134	107	132	75	28	97	1	31	111	7	157	52	137	102	34	151	139	183	202	201		

Πίνακας 116: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 1 (M3)

#### 6.6.6.2 Απορριματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	177	33	81	192	11	196	142	164	165	30	145	162	90	129	78	118	2	50	143	15	95	49	115	176
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
189	9	121	87	39	149	86	46	166	51	109	69	42	66	24	40	56	174	83	175	10	197	126	119	128
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>		
16	47	77	67	38	167	63	172	200	117	187	133	108	159	123	156	136	171	181	138	36	202	201		

Πίνακας 117: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 2 (M3)

#### 6.6.6.3 Απορριματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
201	161	152	160	35	26	198	92	6	18	57	193	32	89	114	168	54	82	182	91	22	84	106	19	3
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
55	185	70	180	45	74	188	158	144	17	80	65	135	43	130	5	21	48	14	101	179	147	88	178	103
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>												
120	13	125	71	60	173	194	96	79	154	41	202	201												

Πίνακας 118: Διαδρομή 200 κόμβων Cluster 3 (M3)

## 6.6.7 Παράδειγμα με 240 κόμβους

### 6.6.7.1 Απορριμματοφόρο 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	185	205	198	161	70	214	164	154	19	135	17	118	54	43	182	106	22	180	130	5	225	159	21	108
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
212	14	101	178	24	53	13	239	128	87	148	197	187	86	7	157	203	4	76	172	100	140	34	110	29
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
162	114	90	226	82	158	144	123	133	120	8	174	36	138	224	121	189	175	1	85	95	242	241		

Πίνακας 119: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 1 (M3)

### 6.6.7.2 Απορριμματοφόρο 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	48	74	45	171	88	49	181	59	42	69	223	109	51	233	16	47	115	77	56	103	147	218	188	143
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
78	204	216	206	136	129	84	91	2	156	127	199	119	211	111	83	228	117	12	98	124	62	97	99	141
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
66	126	173	67	209	149	219	38	10	39	9	46	44	137	184	94	134	73	176	237	179	242	241		

Πίνακας 120: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 2 (M3)

### 6.6.7.3 Απορριμματοφόρο 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	33	3	80	210	40	229	61	31	215	63	191	112	113	28	207	231	201	194	202	169	104	200	20	60
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
52	146	107	186	167	170	25	139	151	230	195	37	72	234	183	79	58	150	163	153	68	93	75	132	23
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
27	102	131	122	96	236	105	238	166	190	155	64	18	213	6	41	217	168	32	177	81	242	241		

Πίνακας 121: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 3 (M3)

### 6.6.7.4 Απορριμματοφόρο 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
241	142	11	26	152	145	35	160	196	57	193	192	165	227	221	30	92	55	89	232	235	65	50	208	15
26	27	28	29	30	31	32	33																	
220	222	125	116	71	240	242	241																	

Πίνακας 122: Διαδρομή 240 κόμβων Cluster 4 (M3)

## 7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Amponsah, S., & Salhi, S., 2004. The investigation of a class of capacitated arc routing problems: the collection of garbage in developing countries. *Waste Management*, 24, 711–721.
- Applegate, D., Bixby, R., Chvatal, V., & Cook, W., 2003. Implementing the Dantzig-Fulkerson-Johnson algorithm for large traveling salesman problems. *Mathematical Programming, Ser. B*(97), 91–153.
- Dantzig, G., Fulkerson, D., & Johnson, S., 1954. Solution of a large scale traveling salesman problem. *Operations Research*, 2, 393-410.
- Held, M., & Karp, R., M., 1970. The traveling salesman problem and minimum spanning trees. *Operations Research*, 18, 1138-1162.
- Held, M., & Karp, R., M., 1971. The traveling salesman problem and minimum spanning trees, part II. *Mathematical Programming, I*.
- Karadimas, N., Papatzelou, K., & Loumos, V., 2007. Genetic Algorithms for Municipal Solid Waste Collection and Routing Optimization. IFIP International Federation for Information Processing, Volume 247, *Artificial Intelligence and Innovations 2007: From Theory to Applications*, eds. Boukis, C, Pnevmatikakis, L., Polymenakos, L., (Boston: Springer), pp. 223-231.
- Kim, BI., Kim, S., & Sahoo, S., 2006. Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers and Operations Research*, 33, 3624–42.
- Kulkarni, R., V., & Bhawe, P., R., 1985. Integer programming formulations of vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 20, 58-67.
- Laporte, G., 1992. The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59, 345-358.
- Makan, A., Malamis, D., Assobhei, O., & Loizidou, M., 2011. Solid waste management: case of collection and Vehicle Routing Problem in the city of Azemmour, Morocco. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 6, 247-255.
- McLeod, F. & Cherrett, T., 2004. Quantifying the transport impacts of domestic waste collection strategies. *Waste Management*, 28, 2271-2278.
- Miller, C., Tucker, A., & Zemlin, R., 1960. Integer programming formulation of travelling salesman problems. *Journal of Association for Computing Machinery*, 7, 326-329.
- Monnot, J., Paschos, V., T., & Toulouse, S., 2002. Approximation algorithms for the traveling salesman problem. *Mathematical Methods of Operations Research*, 56, 387-405.
- Mulvey, J., & Beck, M.,P., 1984. Solving capacitated clustering problems. *European Journal of Operational Research*, 18, 339–348.



Nuortio, T., Kytöjoki, J., Niska, H., & Braysy, O., 2006. Improved route planning and scheduling of waste collection and transport. *Expert Systems with Applications*, 30, 223–32.

Otoo, D., 2012. Capacitated Arc Routing Problem: Collection of Solid Waste at Kwadaso Estate, Kumasi. PhD Thesis submitted to the Graduate School Board Kwame Nkrumah University of Science and Technology, Kumasi, Ghana.

Saharidis, G.K.D., 2012. Scientific review paper on solution algorithms for VRP. FP7-People.

Saharidis G.K.D., Bellas I., Tsaperlis A., Golias M.M "Comparison of different mathematical formulation and heuristic approaches for the solid waste collection problem in residential areas" International Conference of Solid Waste Management ATHENS 2012, June 28th - 29th, Athens 2012.

Sahoo, S., Kim, S., Kim, B.I., Kraas, B., & Popov, A., 2005. Routing optimization for waste management. *Interfaces*, 35, 24–36.

Solomon, M., M., 1987. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research*, 35, 254-265.

Teixeira, J., Antunes, A., & Sousa, J., 2004. Recyclable waste collection planning - a case study. *European Journal of Operational Research*, 158, 543–554.

Toth, P., & Vigo, D., 2002. *The Vehicle Routing Problem*. SIAM, Philadelphia, PA.

Tung, V., & Pinnoi, A., 2000. Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi. *European Journal of Operational Research*, 125, 449–68.

Λαζαρόπουλος Νικόλαος 2010. Βέλτιστη δρομολόγηση οχήματος σε συνθήκες αβεβαιότητας . Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών.

VRP: [http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle\\_routing\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem)

Eulerian and Hamiltonian Paths Circuits:

[http://www.csd.uoc.gr/~hy583/reviewed\\_notes/euler.pdf](http://www.csd.uoc.gr/~hy583/reviewed_notes/euler.pdf)

TSP heuristics: <http://www.seas.gwu.edu/~simhaweb/champalg/tsp/tsp.html>

VRP and TSP heuristics:

<http://www2.isye.gatech.edu/~alerera/courses/ISyE6203/gradroutingA.pdf>

MST Prim: [http://en.wikipedia.org/wiki/Prim's\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Prim's_algorithm)

TSP: [http://en.wikipedia.org/wiki/Traveling\\_salesman\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Traveling_salesman_problem)

Eulerian path: [http://en.wikipedia.org/wiki/Eulerian\\_path](http://en.wikipedia.org/wiki/Eulerian_path)

Hamiltonian path: [http://en.wikipedia.org/wiki/Hamiltonian\\_path](http://en.wikipedia.org/wiki/Hamiltonian_path)

Twice around the minimum spanning tree:

<http://textofvideo.nptel.iitm.ac.in/1119/lec26.pdf>  
(<http://www.youtube.com/watch?v=LjvdXKsvUpU>)

Greedy algorithm: [http://en.wikipedia.org/wiki/Greedy\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Greedy_algorithm)





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000049033