

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

**ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΕΞΑΜΕΝΩΝ
ΚΑΙ ΔΟΧΕΙΩΝ ΠΙΕΣΗΣ**

ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΝΕΚΤΑΡΙΟΣ ΚΕΛΑΝΤΩΝΗΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

2009



Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, κ. Σπύρο Καραμάνο, για την πολύτιμη βοήθεια του και καθοδήγηση του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου .

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 7400/1
Ημερ. Εισ.: 20-07-2009
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ
2009
ΚΕΛ

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή –Φαινόμενο κυματισμού.....5

Κεφάλαιο 2 : Μαθηματική διατύπωση του φαινομένου κυματισμού.....9

Κεφάλαιο 3 : Συχνότητες και μάζες κυματισμού σε δεξαμενές

3.1	Κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή.....	12
3.2	Ορθογωνική δεξαμενή.....	16
3.3	Οριζόντια κυλινδρική δεξαμενή.....	19
3.3.1	Εγκάρσια σεισμική διέγερση.....	20
3.3.2	Αξονική σεισμική διέγερση.....	25
3.4	Σφαιρική δεξαμενή.....	27

Κεφάλαιο 4 : Σύντομη αντισεισμική περιγραφή σχεδιασμού με βάση τον ευρωπαϊκό κανονισμό EN 1998-4 και τον κανονισμό των ηνωμένων πολιτειών API 650:

4.1	European Standard EN 1998-4.....	30
4.1.1.	Κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή	30
4.1.1.1.	Οριζόντια σεισμική δράση σε απαραμόρφωτη κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή πακτωμένη στο έδαφος.....	30
4.1.1.1.1.	Ωστική πίεση.....	30
4.1.1.1.2.	Επαγωγική πίεση.....	31
4.1.1.1.3.	Ύψος επαγωγικού κύματος.....	34
4.1.1.2.	Οριζόντια σεισμική δράση σε παραμορφώσιμη κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή πακτωμένη στο έδαφος.....	34
4.1.1.3.	Λυγισμός τοιχώματος.....	36
4.1.2.	Ορθογώνια δεξαμενή.....	37
4.1.2.1.	Απαραμόρφωτη ορθογώνια δεξαμενή.....	37
4.1.2.2.	Παραμορφώσιμη ορθογώνια δεξαμενή.....	39

4.1.3.	Οριζόντια κυλινδρική δεξαμενή.....	39
4.2	American Petroleum Institute Standard 650.....	41
4.2.1	Γενικά.....	41
4.2.2	Υδροστατικός έλεγχος.....	41
4.2.3	Φορτία σχεδιασμού.....	42
4.2.3.1	Ροπή ανατροπής.....	42
4.2.3.2	Δρώσες μάζες κυματισμού.....	43
4.2.3.3	Ύψη εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων.....	44
4.2.3.4	Συντελεστές C_1 και C_2 των εγκάρσιων σεισμικών δυνάμεων.....	45
4.2.4	Αντίσταση ανατροπής.....	46
4.2.4.1	Πάχος ελάσματος βάσης.....	47
4.2.5	Σχεδιασμός τοιχωμάτων δεξαμενής σε θλίψη.....	47
4.2.5.1	Μη αγκυρωμένες δεξαμενές.....	47
4.2.5.2	Αγκυρωμένες δεξαμενές.....	48
4.2.5.3	Μέγιστη επιτρεπόμενη συμπίεση τοιχωμάτων.....	48
4.2.6	Αγκύρωση δεξαμενών.....	49

Κεφάλαιο 5 : Παραδείγματα αντισεισμικού σχεδιασμού:

5.1	Αντισεισμικός σχεδιασμός σε κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή.....	50
5.1.1	Έλεγχος σε υδροστατική πίεση σύμφωνα με κανονισμό AWWA.....	51
5.1.2	Έλεγχος σε υδροστατική πίεση σύμφωνα με κανονισμό API 650.....	52
5.1.3	Αντισεισμικός σχεδιασμός σύμφωνα με κανονισμό EN 1998-4.....	53
5.1.4	Αντισεισμικός σχεδιασμός σύμφωνα με κανονισμό API 650.....	73
5.2	Αντισεισμικός σχεδιασμός σε σφαιρικό δοχείο πίεσης.....	79

Κεφάλαιο 6 : Συμπεράσματα 86

Κεφάλαιο 7 : Βιβλιογραφία 87

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ..... 89

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα διπλωματική εστιάζει στο φαινόμενο του κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού σε κατακόρυφα κυλινδρικά, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, οριζόντια κυλινδρικά και σφαιρικά δοχεία στη διάρκεια εξωτερικής διέγερσης για τυχαία πληρότητα δοχείου.

Το φαινόμενο του κυματισμού επηρεάζει την δυναμική συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού και την δυναμική συμπεριφορά της μάζας του ρευστού λόγω της εξωτερικής διέγερσης. Η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού σε δεξαμενές αποθήκευσης υγρών και δοχεία πίεσης δεν περιορίζεται από τα τοιχώματα του δοχείου ή της δεξαμενής. Επομένως η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού επιτρέπει την σχετική κίνηση του ρευστού ως προς το δοχείο, και έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση των κυματισμών στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού. Αποδεικνύεται ότι για σχετικά μικρές κινήσεις οι κυματισμοί της ελεύθερης επιφάνειας μπορούν να θεωρηθούν ότι συνεπάγονται με κίνηση μόνο κάθετη ως προς την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής και τα μήκη κύματος ταυτίζονται με ένα φάσμα συγκεκριμένων διακριτών τιμών της συχνότητας κίνησης που αποτελούν τις ιδιοτιμές του συστήματος. Αντίστοιχα οι ιδιομορφές του συστήματος περιγράφουν την μορφή της ελεύθερης επιφάνειας. Όταν μία από τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος υγρό-δοχείο είναι στην περιοχή ή ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητα μιας εξωτερικής κίνησης, διαταραχής ή διέγερσης που ασκείται πάνω στη κατασκευή, τότε εμφανίζεται συντονισμός και το εύρος της ταλάντωσης αυξάνει σημαντικά. Επομένως ο προσδιορισμός των ιδιοσυχνοτήτων του φαινομένου του κυματισμού και γενικότερα η μελέτη της απόκρισης του συστήματος υγρό-δοχείο σε εξωτερική διέγερση αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον και σημασία.

Με τον όρο αλληλεπίδραση ρευστού-κατασκευής εννοείται η συζευγμένη επίλυση του ρευστού σε αλληλεπίδραση με την περιβάλλουσα δεξαμενή. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις και παραμορφώσεις στο κέλυφος της δεξαμενής υπολογίζονται μαζί με τα υδροδυναμικά μεγέθη του υγρού που περιβάλλεται από την δεξαμενή. Η πολυπλοκότητα των προβλημάτων αλληλεπίδρασης ρευστού-κατασκευής είναι ανάλογη του βαθμού

παραμόρφωσης της κατασκευής. Για στατικά φαινόμενα και «μικρές» παραμορφώσεις το πρόβλημα του ρευστού και αυτό της κατασκευής δύνανται να διατυπωθούν χωριστά. Όταν όμως η κίνηση είναι χρονικά μεταβαλλόμενη, ακόμη και στην περίπτωση της μικρής παραμόρφωσης, η σύζευξη των δύο προβλημάτων είναι απαραίτητη, αφού το ρευστοδυναμικό πρόβλημα μπορεί να μην εξαρτάται από την μικρή παραμόρφωση της κατασκευής, εξαρτάται όμως από τις οριακές συνθήκες, καθώς οι ταχύτητες που αναπτύσσονται στην κατασκευή μεταφέρονται στο ρευστό. Η παρούσα εργασία εστιάζει σε μια εκτενή αναφορά στο φαινόμενο του κυματισμού κατά βάση σε απαραμόρφωτα δοχεία όπου η συνολική κίνηση του απαραμόρφωτου δοχείου μεταφέρεται στο υγρό, και σε μια σύντομη περιγραφή αντισεισμικού σχεδιασμού μαζί με παραδείγματα τέτοιου σχεδιασμού.

Η σημασία της μελέτης του φαινομένου του κυματισμού είναι μεγάλη όχι μόνο από την ερευνητική σκοπιά αλλά και επειδή υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός σημαντικών και τεχνολογικών εφαρμογών που μεταξύ άλλων περιλαμβάνουν:

- Δυναμική απόκριση δεξαμενών και δοχείων πίεσης διαφορετικών γεωμετριών (τετραγωνικές, κυλινδρικές, σφαιρικές) λόγω σεισμικής διέγερσης. Στην περίπτωση αυτή το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού λόγω εξαναγκασμένης ταλάντωσης και σε συνδυασμό με πιθανό φαινόμενο συντονισμού μπορούν να δημιουργήσουν πρόβλημα στην ευστάθεια της δεξαμενής.
- Δυναμική απόκριση δεξαμενών πλοίων λόγω εξωτερικής διέγερσης, η οποία προκαλείται από τα θαλάσσια κύματα, του αποθηκευμένου υγρού στις δεξαμενές του πλοίου. Το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού λόγω εξαναγκασμένης ταλάντωσης και σε συνδυασμό με πιθανό φαινόμενο συντονισμού μπορούν να δημιουργήσουν πρόβλημα ευστάθειας του πλοίου.
- Δυναμική απόκριση δεξαμενών καυσίμων διαστημικών οχημάτων λόγω εξωτερικής διέγερσης, η οποία προκαλείται από την μεταβαλλόμενη επιτάχυνση του οχήματος. Το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του καυσίμου λόγω εξαναγκασμένης ταλάντωσης και σε πιθανό συνδυασμό συντονισμού μπορούν να δημιουργήσουν πρόβλημα ευστάθειας στην κίνηση του διαστημικού οχήματος.
- Δυναμική απόκριση δεξαμενών οχημάτων μεταφοράς καυσίμων όπου το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του καυσίμου λόγω εξωτερικής διέγερσης, η οποία προκαλείται από την απότομη αλλαγή της πορείας του οχήματος. Το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του

καυσίμου λόγω εξαναγκασμένης ταλάντωσης και σε πιθανό συνδυασμό συντονισμού μπορούν να δημιουργήσουν πρόβλημα ευστάθειας στην κίνηση του διαστημικού οχήματος.

- Δυναμική απόκριση φραγμάτων λόγω σεισμικής διέγερσης. Στην περίπτωση αυτή το φαινόμενο του κυματισμού στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού λόγω εξαναγκασμένης ταλάντωσης και σε συνδυασμό με πιθανό φαινόμενο συντονισμού μπορούν να δημιουργήσουν πρόβλημα στην ευστάθεια του φράγματος.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας περιγράφεται η φυσική του φαινομένου του κυματισμού. Το φαινόμενο του κυματισμού αναλύεται ως προς την ρευστομηχανική και μαθηματική διατύπωση του και παρουσιάζεται η μεθοδολογία επίλυσης του και το πώς σχετίζεται με την φυσική του φαινομένου.

Στο τρίτο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται μία παρουσίαση των ιδιοσυχνοτήτων και μαζών κυματισμού για την κάθε γεωμετρία δεξαμενής που προαναφέραμε. Στην περίπτωση της ορθογωνικής δεξαμενής και για λόγους παρουσίασης ενός χαρακτηριστικού παραδείγματος, υπάρχει στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ η αναλυτική επίλυση του προβλήματος κυματισμού. Σημειώνουμε πως η αναλυτική επίλυση του φαινομένου του κυματισμού έχει ισχυρή εξάρτηση από την γεωμετρία της δεξαμενής. Για σφαιρικό και οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο το φαινόμενο του κυματισμού δεν μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά και πρέπει να γίνει χρήση υπολογιστικών μεθόδων. Επίσης, πληθώρα δημοσιεύσεων που μελετούν το φαινόμενο του κυματισμού σε σφαιρικά και οριζόντια κυλινδρικά δοχεία το εξετάζουν ως ένα γραμμικό πρόβλημα ιδιοτιμών και ιδιομορφών, χωρίς να εξετάζουν την επίδραση της εξωτερικής σεισμικής διέγερσης. Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα ιδιοτιμών ανάγεται σε πρόβλημα συνοριακών συνθηκών, και απαιτεί κατάλληλες μεθόδους επίλυσης.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή αντισεισμικού σχεδιασμού με βάση τον Ευρωπαϊκό κανονισμό «EUROPIAN STANDARD EN 1998-4» και του κανονισμού των Η.Π.Α «AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE STANDARD 650». Εδώ γίνεται αναφορά στον τρόπο προσδιορισμού των σεισμικών δυνάμεων και στον έλεγχο επάρκειας των τοιχωμάτων της δεξαμενής.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τρία παραδείγματα αντισεισμικού σχεδιασμού. Αρχικά μελετάται κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή ύδατος σύμφωνα με τον EN 1998-4 και στη συνέχεια η ίδια δεξαμενή σύμφωνα με τον API 650 ώστε να παρατηρηθούν οι όποιες διαφορές των δύο μεθοδολογιών σχεδιασμού. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα τρίτο παράδειγμα μίας σφαιρικής δεξαμενής πολυπροπυλενίου στην

οποία βέβαια δεν εξετάζεται η επάρκεια των τοιχωμάτων της αλλά η επάρκεια της δομής στήριξης της και ο προσδιορισμός των σεισμικών δυνάμεων.

Τέλος στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα όλης της εργασίας και στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βιβλιογραφικές αναφορές.

Κεφάλαιο 2

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

Το φαινόμενο του κυματισμού αποτελεί πρόβλημα ροής με ελεύθερη επιφάνεια και σχετίζεται με την θεωρία των επιφανειακών κυμάτων. Οι ροές, οι οποίες σχετίζονται με επιφανειακά κύματα συνηθίζεται να θεωρούνται δυναμικές ροές γεγονός το οποίο αποτελεί αποδεκτή προσέγγιση για φαινόμενα ελεύθερης επιφάνειας. Η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού θεωρείται πως κινείται μόνο κάθετα ως προς τη βάση της δεξαμενής και τα μήκη κύματος ταυτίζονται με ένα φάσμα συγκεκριμένων διακριτών τιμών που αποτελούν τις ιδιοτιμές του συστήματος. Τέλος ο λόγος του μήκους κύματος του κυματισμού προς την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι αρκετά μεγάλος ώστε η γραμμικοποίηση των εξισώσεων να είναι αποδεκτή. Λαμβάνοντας υπ όψιν τις παραπάνω θεωρήσεις μπορούμε να παρουσιάσουμε την μαθηματική διατύπωση του φαινομένου του κυματισμού.

Η μαθηματική διατύπωση του φαινομένου του κυματισμού βασίζεται στην θεωρία των επιφανειακών κυμάτων. Όταν σ' ένα ρευστό που βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας δημιουργηθούν κυματισμοί βαρύτητας στην ελεύθερη επιφάνεια, η κίνηση του ρευστού περιγράφεται από την θεωρία των επιφανειακών κυμάτων και η ροή χαρακτηρίζεται ως αστρόβιλη. Το διάνυσμα της ταχύτητας εκφράζεται ως η κλίση του δυναμικού της ταχύτητας, η οποία ικανοποιεί την εξίσωση Laplace. Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι η ροή είναι αστρόβιλη και ότι το πεδίο ροής u μπορεί να γραφεί ως η κλίση του δυναμικού της συνάρτησης $\Phi(x, y, z, t)$:

$$u = \nabla\Phi \quad (1)$$

και σύμφωνα με την εξίσωση διατήρησης της μάζας για ένα ατριβές και ασυμπίεστο ρευστό:

$$\nabla^2 u = 0 \quad (2)$$

οπότε η εξίσωση διατήρησης μάζας γίνεται εξίσωση Laplace:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (3)$$

Η εξίσωση Bernoulli στην ελεύθερη επιφάνεια παίρνει την μορφή:

$$\frac{\theta^2 \Phi}{\theta t^2}(x, 0, t) + g \frac{\theta \Phi}{\theta y}(x, 0, t) = 0 \quad (4)$$

όταν στον άξονα y για $y=0$ βρισκόμαστε στην επιφάνεια του ρευστού.

Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος με ομογενείς συνοριακές συνθήκες αφορά το κλασσικό πρόβλημα της ελεύθερης ταλάντωσης και για το λόγο αυτόν το φαινόμενο του κυματισμού θεωρείται και επιλύεται ως πρόβλημα ιδιοτιμών. Στις περιπτώσεις που ασκείται εξωτερική διέγερση στην δεξαμενή το πρόβλημα μετατρέπεται σε πρόβλημα συνοριακών τιμών με την εμφάνιση μη-ομογενών όρων στις συνοριακές συνθήκες των τοιχωμάτων της δεξαμενής.

Οι μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος των συνοριακών τιμών διακρίνονται σε αναλυτικές και αριθμητικές. Οι αναλυτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι συνήθως η μέθοδος διαχωρισμού των μεταβλητών και η σύμμορφη απεικόνιση. Η μέθοδος διαχωρισμού των μεταβλητών εφαρμόζεται σε ορθογωνικές και κατακόρυφες κυλινδρικές δεξαμενές. Σε σφαιρικές και σε οριζόντιες κυλινδρικές δεξαμενές το πρόβλημα είναι μη διαχωρίσιμο και εφαρμόζονται συνήθως μέθοδοι σύμμορφης απεικόνισης ή άλλες εξειδικευμένες τεχνικές. Τέλος οι υπολογιστικές μέθοδοι των πεπερασμένων διαφορών και στοιχείων εφαρμόζονται σε όλες τις γεωμετρίες.

Η επίλυση του φαινομένου του κυματισμού μπορεί να διευκολυνθεί σημαντικά θεωρώντας την φυσική του φαινομένου. Για την επίλυση του φαινομένου το δυναμικό της ταχύτητας Φ διαχωρίζεται σε δύο μέρη και ο διαχωρισμός αυτός σχετίζεται άμεσα με την φυσική του φαινομένου. Στο φαινόμενο του κυματισμού το ρευστό που βρίσκεται στο εσωτερικό του δοχείου περιλαμβάνει δύο διαφορετικές κινήσεις, ένα μέρος του ρευστού εκτελεί ταλάντωση (κυματισμό), η οποία περιγράφεται ως 'επαγωγική' κίνηση και εκφράζει την σχετική κίνηση του ρευστού ως προς το δοχείο και το υπόλοιπο μέρος του ρευστού ακολουθεί την κίνηση του δοχείου και περιγράφεται ως 'ωστική' κίνηση. Επομένως, ο μαθηματικός διαχωρισμός του προβλήματος του κυματισμού βασίζεται στην φυσική θεώρηση του φαινομένου. Η μαθηματική διατύπωση των τύπων διακριτοποίησης του προβλήματος είναι:

Το άγνωστο δυναμικό Φ μπορεί να αναλυθεί σε δύο μέρη, το επαγωγικής κίνησης δυναμικό Φ_S και το ωστικής κίνησης δυναμικό Φ_U :

$$\Phi = \Phi_S + \Phi_U \quad (5)$$

$$\Phi_U = \dot{X}(t) \cdot \bar{x} \quad (6)$$

όπου:

$\dot{X} = dX/dt$ ο ρυθμός μεταβολής της μετατόπισης του δοχείου στην \bar{x} κατεύθυνση.

Το Φ_U ικανοποιεί την εξίσωση Laplace, άρα και το Φ_S από (3) θα την ικανοποιεί:

$$\nabla^2 \Phi_S = 0 \quad (7)$$

με τις παρακάτω συνοριακές συνθήκες:

$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial n} = 0 \quad \text{στα τοιχώματα του δοχείου } B_1 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_S}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_S}{\partial y} = - \frac{\partial^2 \Phi_U}{\partial t^2} \quad \text{στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού } B_2 \quad (9)$$

Ο διαχωρισμός σε ωστική και επαγωγική κίνηση εκφράζει την απόλυτη κίνηση του φαινομένου.

Κεφάλαιο 3

ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συχνότητες κυματισμού και οι αντίστοιχες μάζες σε απαραμόρφωτες : κατακόρυφες κυλινδρικές, ορθογώνιες, οριζόντιες κυλινδρικές και σφαιρικές δεξαμενές.

3.1 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

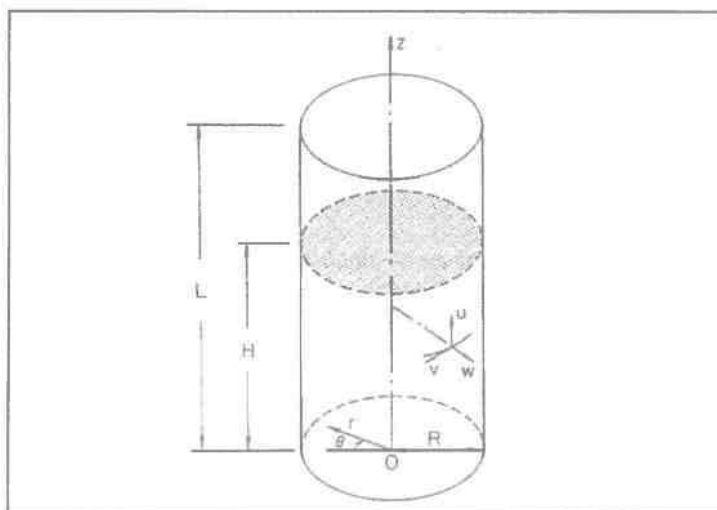
Στην περίπτωση της κατακόρυφης κυλινδρικής δεξαμενής, οι σχέσεις για τις ιδιοσυχνότητες και μάζες κυματισμού λαμβάνονται από τον ευρωπαϊκό κανονισμό EN 1998-4.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θεωρούμε μία στηριζόμενη στο έδαφος άκαμπτη κυλινδρική δεξαμενή υγρού. Έχει ακτίνα R , μήκος L , και πάχος s με τη βάση του συνδεδεμένη(πακτωμένη) πλήρως ή μερικώς, στο έδαφος. Το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού που γεμίζει τη δεξαμενή, είναι ίσο με H .

Εδώ χρησιμοποιείται ένα κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων με την αρχή των αξόνων στο κέντρο της βάσης του. Οι ακτινικές, γωνιακές, και αξονικές συντεταγμένες εμφανίζονται ως r, θ, z αντίστοιχα.

Στο πρόβλημά, το ωστικό μέρος ικανοποιεί ακριβώς τις συνοριακές συνθήκες στα τοιχώματα και στη βάση της δεξαμενής. Ο επαγωγικός όρος δεν αλλάζει τις συνοριακές συνθήκες που ήδη ικανοποιούνται, ενώ εκπληρώνει τη συνθήκη ισορροπίας στην ελεύθερη επιφάνεια.

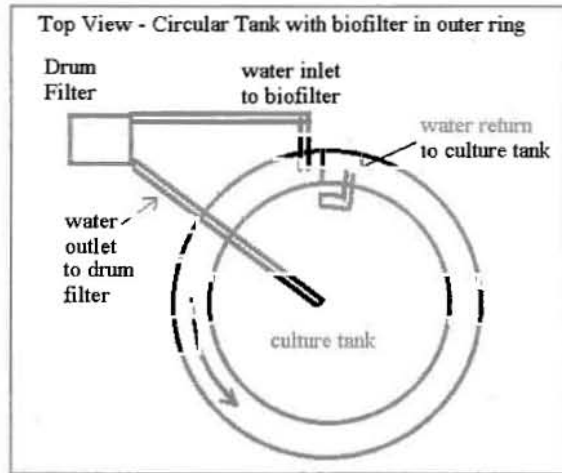


Σχήμα 3.1 : Κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Οι κατακόρυφες κυλινδρικές δεξαμενές μπορούν να χρησιμοποιηθούν :

- σε βιολογικούς καθαρισμούς.



Εικόνα 1

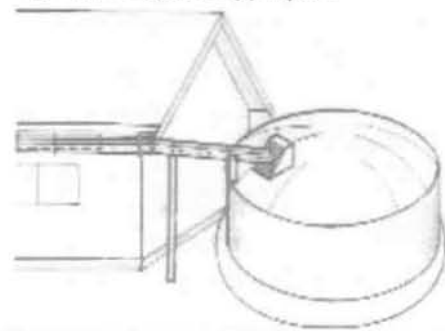
- Σε δεξαμενές νερού όπως π.χ.:

1. δεξαμενές ψαριών-ιχθυοτροφία



Εικόνα 2

2. Αποταμίευσης νερού



Εικόνα 3

- Αποθήκευσης καυσίμων:

1. LNG (Liquefied natural gas) Storage Tank



Εικόνα 4

2. Υγρών καυσίμων διύλισης γενικά



Εικόνα 5

ΙΔΙΟΣΥΝΟΤΗΤΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

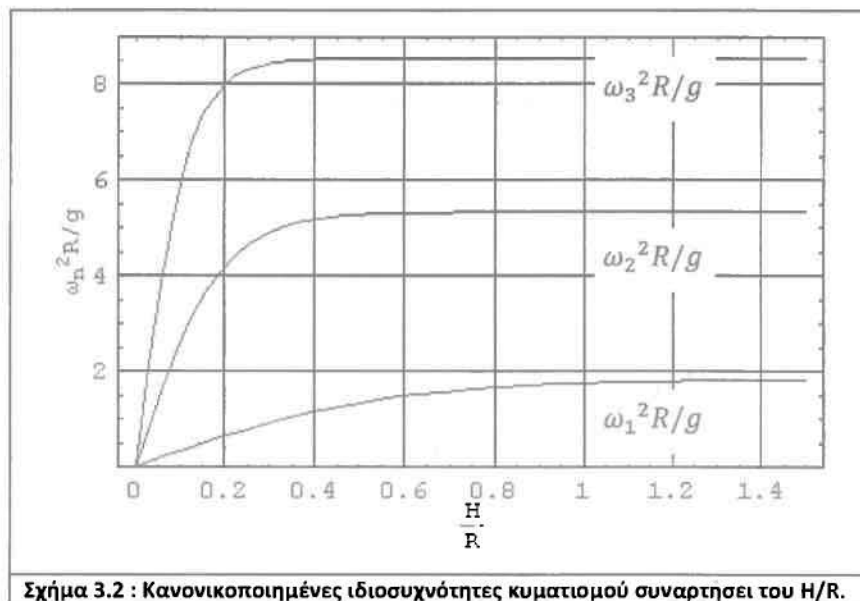
Οι ιδιοσυχνότητες κυματισμού δίνονται από την σχέση :

$$\omega_{cn} = \sqrt{g \frac{\lambda_n}{R} \tanh(\lambda_n \frac{H}{R})} \quad (10)$$

όπου λ_n είναι οι ρίζες της παραγώγου της συναρτήσεως Bessel πρώτης τάξης ($J_1'(\lambda_n) = 0$). Η πρώτη, δεύτερη και τρίτη ρίζα της παραγώγου της συναρτήσεως Bessel πρώτης τάξης είναι:

$$\lambda_1 = 1.841 \quad \lambda_2 = 5.331 \quad \lambda_3 = 8.536 \quad (11)$$

Παρακάτω στο γράφημα (Σχήμα 3.2) φαίνονται οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες κυματισμού σε αδιάστατη μορφή συναρτήσει του λόγου H/R . Βλέπουμε ότι για $H/R > 1$ οι ιδιοσυχνότητες παραμένουν σταθερές ως προς το H/R .



ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Η επαγωγική μάζα του περιεχόμενου ρευστού, της ν-οστής ιδιομορφής του προβλήματος κυματισμού, δίνεται από την σχέση :

$$M_{cn} = \bar{m}_L \frac{2 \tanh(\lambda_n \frac{H}{R})}{(\lambda_n \frac{H}{R}) (\lambda_n^2 - 1)} \quad (12)$$

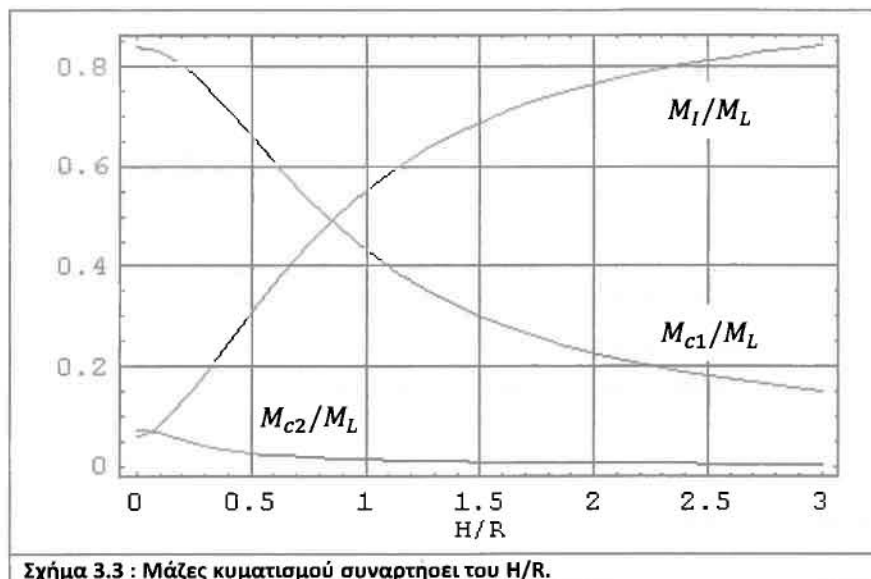
όπου $M_L = \rho \pi R^2 H$ είναι η συνολική μάζα του περιεχόμενου ρευστού στη δεξαμενή.

Η μάζα του περιεχόμενου ρευστού που κινείται μαζί με τα τοιχώματα της δεξαμενής, που είναι η ωστική μάζα, δίνεται από τη σχέση (13) που μας υποδηλώνει ότι

ισούται με τη διαφορά του αθροίσματος των επαγωγικών μαζών από τη συνολική μάζα του ρευστού.

$$M_I = M_L - \sum_{n=1}^{\infty} M_{cn} \quad (13)$$

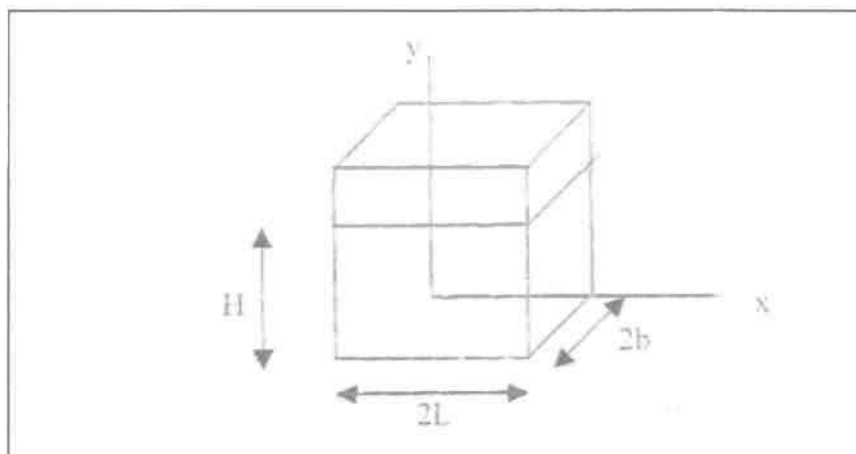
Στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 3.3), παρουσιάζεται το διάγραμμα του λόγου της ωστικής μάζας προς τη συνολική και των δύο πρώτων επαγωγικών μαζών επίσης προς την συνολική. Οι λόγοι των μαζών σχεδιάζονται συναρτήσει του λόγου H/R. Βλέπουμε ότι η πρώτη επαγωγική μάζα, ή αλλιώς θεμελιώδης, είναι πολύ μεγαλύτερη της δεύτερης καθώς και ότι η για μεγάλα H/R η ωστική μάζα ξεπερνά κατά πολύ την θεμελιώδη επαγωγική μάζα, ενώ το αντίθετο συμβαίνει για μικρά ύψη.



Σχήμα 3.3 : Μάζες κυματισμού συναρτήσει του H/R.

3.2 ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

Θεωρούμε ορθογωνική δεξαμενή (Σχήμα 3.4) μήκους $2L$, με ύψος ελεύθερης επιφάνειας ίσο με H και πλάτος ίσο με $2b$. Ένα τοπικό σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων (x, y, z) είναι τοποθετημένο στο κέντρο της δεξαμενής, όπως φαίνεται στο σχήμα παρακάτω. Τις σχέσεις για τις ιδιοσυχνότητες και μάζες κυματισμού τις λαμβάνουμε από την αναλυτική επίλυση του προβλήματος κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας σε ορθογώνια δεξαμενή, που παρουσιάζεται στο παράρτημα της εργασίας.



Σχήμα 3.4 : Ορθογώνια παραλληλεπίπεδη δεξαμενή

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Είναι μια απλή και κατ' επέκταση οικονομική κατασκευή με μεγάλο εύρος εφαρμογών, όπως για παράδειγμα:

- Μεταφορά και αποθήκευση νερού
- Μεταφορά και αποθήκευση υγρών καυσίμων

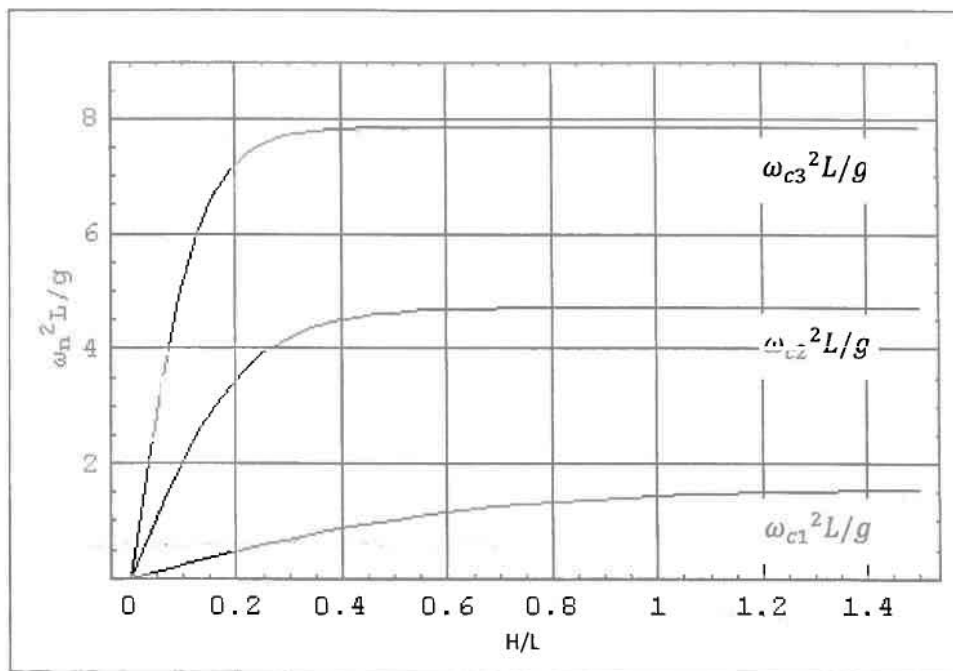
Λόγω της γεωμετρίας της, δεν είναι κατάλληλη αυτού του είδους δεξαμενής για αποθήκευση και μεταφορά ρευστών υψηλής πίεσης. Εφαρμογές της υπάρχουν από υλικά όπως μέταλλο, μετόν, ξύλο, πλαστικά και σύνθετα υλικά.

ΙΔΙΟΣΥΝΟΤΗΤΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Οι ιδιοσυχνότητες κυματισμού όπως αναλυτικά υπολογίζονται στο παράρτημα δίνονται από τη σχέση (14). Στην αδιάστατη τους μορφή και για $H/L > 1$ παραμένουν σταθερές ως προς τον λόγο αυτό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.5.

$$\omega_{cn} = \sqrt{g \cdot k_n \cdot \tanh(k_n \cdot H)} \quad (14)$$

όπου το g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και το $k_n = \frac{2n-1}{2L} \pi$.



Σχήμα 3.5 : Κανονικοποιημένες ιδιοσυχνότητες κυματισμού συναρτήσει του λόγου H/L.

ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Σύμφωνα με το παράρτημα, επαγωγική μάζα του περιεχόμενου ρευστού, της ν-οστής ιδιομορφής του προβλήματος κυματισμού, δίνεται από τη σχέση (15).

$$M_{cn} = M_L \frac{2}{L^2 \cdot k_n^3 \cdot H} \tanh(k_n \cdot H) \quad (15)$$

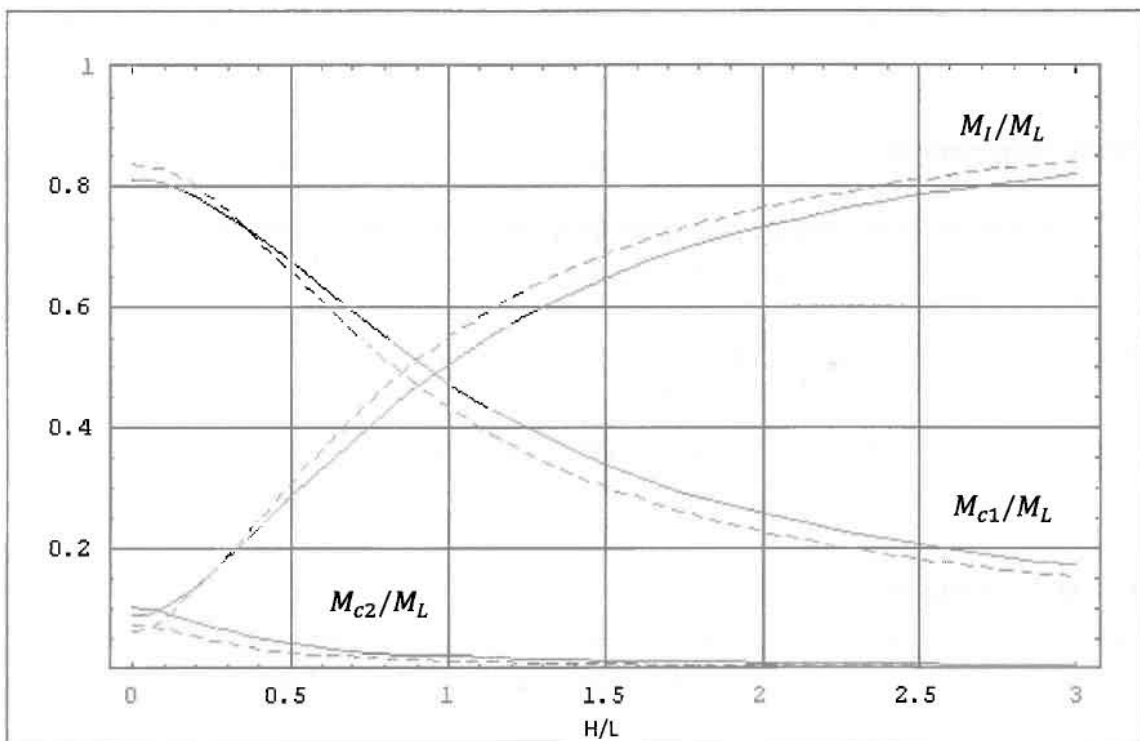
Επίσης από τη διαφορά του αθροίσματος των επαγωγικών μαζών από τη συνολική μάζα, λαμβάνουμε την ωστική μάζα από τη σχέση (16).

$$M_I = M_L - \sum_n^{\infty} M_{cn} \quad (16)$$

όπου $M_L = (2b)\rho(2L)H$ είναι η συνολική μάζα του ρευστού.

Εναλλακτικά, όπως αναφέρεται στον ευρωπαϊκό κανονισμό EN 1998-4, το πρόβλημα του κυματισμού θα μπορούσε να επιλυθεί θεωρώντας μία κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή ακτίνας R ίσης με το μισό του πλάτους της ορθογώνιας (R=L). Θεωρώντας κύλινδρο ακτίνας R και επιλύοντας σύμφωνα με την παράγραφο 3.1, καταλήγουμε σε αποτελέσματα όσον αφορά τις ιδιοσυχνότητες και μάζες κυματισμού που συμφωνούν με αυτά της ορθογώνιας δεξαμενής περίπου κατά 15%. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 3.6 όπου οι διακεκομμένες γραμμές είναι οι λύσεις σύμφωνα με την επίλυση του προβλήματος κυματισμού σε κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή και οι συνεχείς είναι οι

λύσεις σύμφωνα με την αναλυτική λύση του προβλήματος κυματισμού σε ισοδύναμη ορθογώνια παραλληλόγραμμη δεξαμενή.

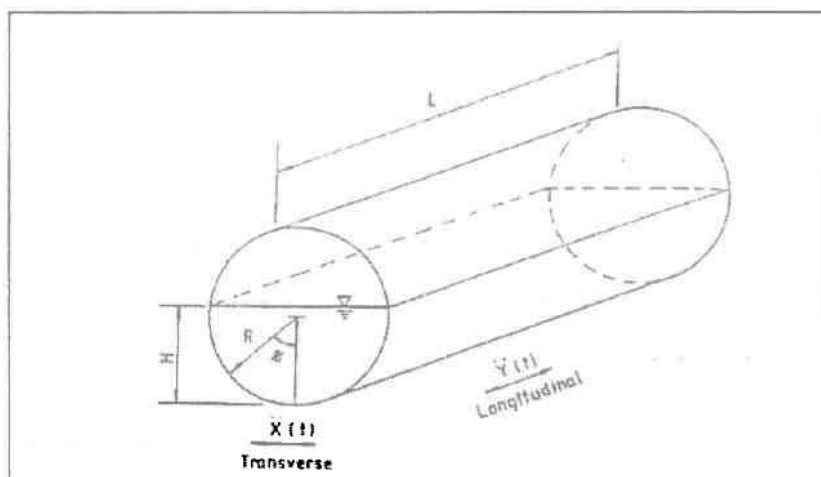


Σχήμα 3.6 : Μάζες κυματισμού συναρτήσει του H/R.

----- : κύλινδρος ακτίνας R=L
 ————— : ορθογώνιο παραλληλόγραμμο μήκους L

3.3 ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

Στις οριζόντιες κυλινδρικές δεξαμενές παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες και τις μάζες κυματισμού σε διεύθυνση αξονική και εγκάρσια.



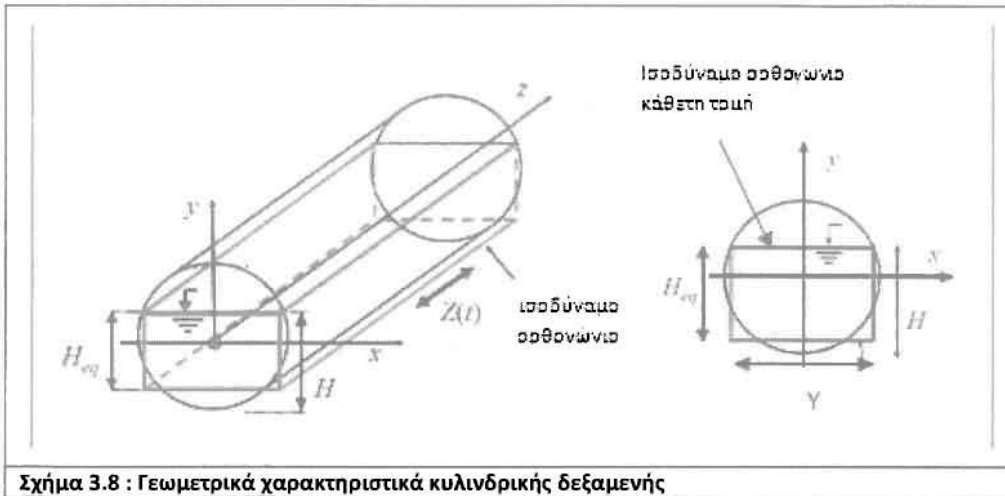
Σχήμα 7

Στην περίπτωση διέγερσης στην εγκάρσια διεύθυνση, θα γίνει σύγκριση των αριθμητικών δεδομένων του Πίνακά 3.1 και 3.2 της επίλυσης του προβλήματος κυματισμού σύμφωνα με την εργασία *S.A. Karamanos et al (2004)* με τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος σε μια ισοδύναμη ορθογώνια δεξαμενή όπως ορίζει ο ευρωπαϊκός κανονισμός EN 1998-4.

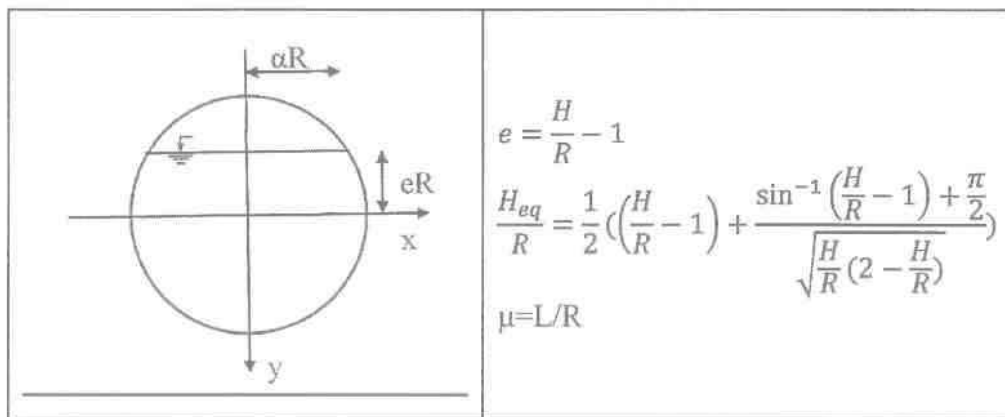
Στην περίπτωση διέγερσης στην αξονική διεύθυνση, θα γίνει χρήση της μεθοδολογίας του EN 1998-4 με βάση το ισοδύναμο ορθογώνιο.

Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον ευρωπαϊκό κανονισμό EN 1998-4 οι τιμές κατά προσέγγιση για τις υδροδυναμικές πιέσεις που προκαλούνται από εξωτερική διέγερση, είτε αξονική είτε εγκάρσια, μπορούν να ληφθούν εξετάζοντας μία ορθογώνια δεξαμενή με το ίδιο ύψος στάθμης ρευστού, τις ίδιες διαστάσεις με την πραγματική και την ίδια κατεύθυνση της σεισμικής δράσης και την τρίτη διάσταση (πλάτος) έτσι ώστε ο υγρός όγκος να διατηρείται. Αυτή η προσέγγιση είναι αρκετά ακριβής για χρήση σε απλό σχεδιασμό για H/R μεταξύ 0.5 και 1.6. Εάν το H/R υπερβαίνει τα 1.6, η δεξαμενή πρέπει να υποτίθεται ότι συμπεριφέρεται σαν να ήταν πλήρης, δηλαδή με τη συνολική μάζα του ρευστού να ενεργεί σαν στερεό με τα τοιχώματα της δεξαμενή.

Στο Σχήμα 3.8 και 3.9 το H_{eq} είναι το ισοδύναμο ύψος του ορθογωνίου και Y το πλάτος του ισοδύναμου ορθογωνίου, που περιέχει τον ίδιο όγκο ρευστού με τον κύλινδρο. Τα α και ϵ είναι οι συντελεστές που σχετίζονται με το ύψος H της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού από τη βάση του κυλίνδρου. Θέτουμε και ως $\mu = L/R$ τον λόγο του μήκους του κυλίνδρου προς την ακτίνα R .



Σχήμα 3.8 : Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κυλινδρικής δεξαμενής



Σχήμα 3.9 : Κάθετη τομή κυλινδρικής δεξαμενής

3.3.1 ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΣΤΗΝ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΕ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΕΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

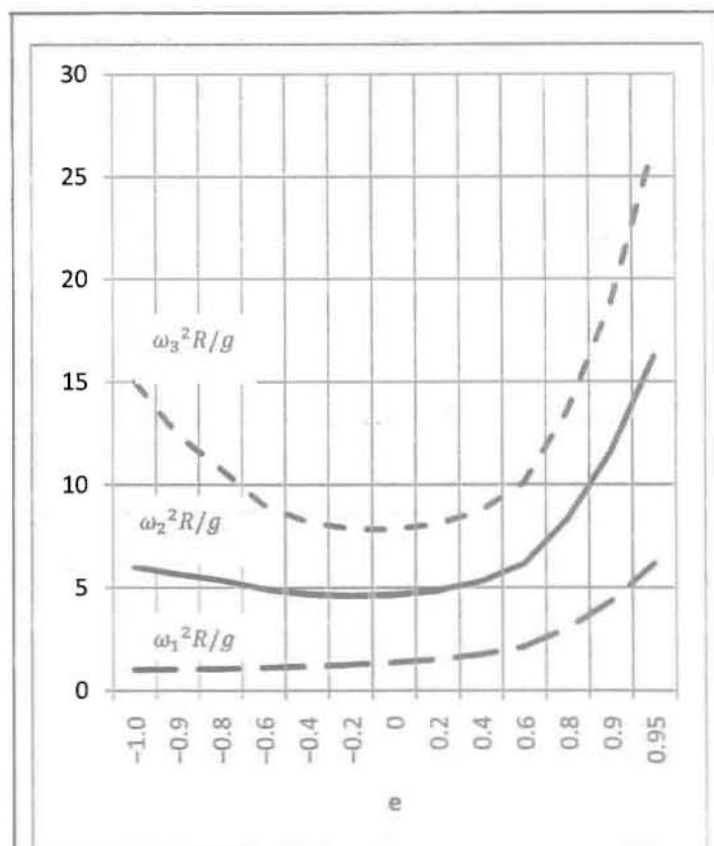
Η σύγκριση των αριθμητικών δεδομένων του Πίνακά 3.1 και 3.2 με τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος σε μια ισοδύναμη ορθογώνια δεξαμενή θα γίνει γραφικά τόσο στις ιδιοσυχνότητες όσο και στις μάζες κυματισμού όπως θα δούμε παρακάτω.

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

Στο Σχήμα 3.10 φαίνονται γραφικά τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.1 της υπολογιστικής εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων κυματισμού.

Πίνακας 3.1

(e)	$\frac{\omega_1^2}{g} R$	$\frac{\omega_2^2}{g} R$	$\frac{\omega_3^2}{g} R$	$\frac{\omega_4^2}{g} R$
-1.0	1	6	15	28
-0.9	1.0209	5.6462	12.4355	23.324
-0.8	1.0438	5.355	10.7704	16.494
-0.6	1.097	4.937	9.0076	13.041
-0.4	1.1627	4.6987	8.1988	11.656
-0.2	1.2461	4.6067	7.8537	11.074
0	1.3557	4.6511	7.8199	10.972
0.2	1.5075	4.8509	8.0783	11.293
0.4	1.7346	5.2768	8.7221	12.157
0.6	2.1237	6.1395	10.0815	14.016
0.8	3.0215	8.3152	13.564	18.81
0.9	4.3115	11.5515	18.7696	25.99
0.95	6.1519	16.2222	26.2969	36.386
1.0



Σχήμα 3.10 : Κανονικοποιημένες ιδιοσυχνότητες κυματισμού από αριθμητικά δεδομένα Πίνακα 3.1 συναρτήσει συντελεστή ύψους e.

Σύμφωνα με τον εναλλακτικό τρόπο επίλυσης του ισοδύναμου ορθογωνίου από το Σχήμα 3.8 με τριγωνομετρία λαμβάνουμε:

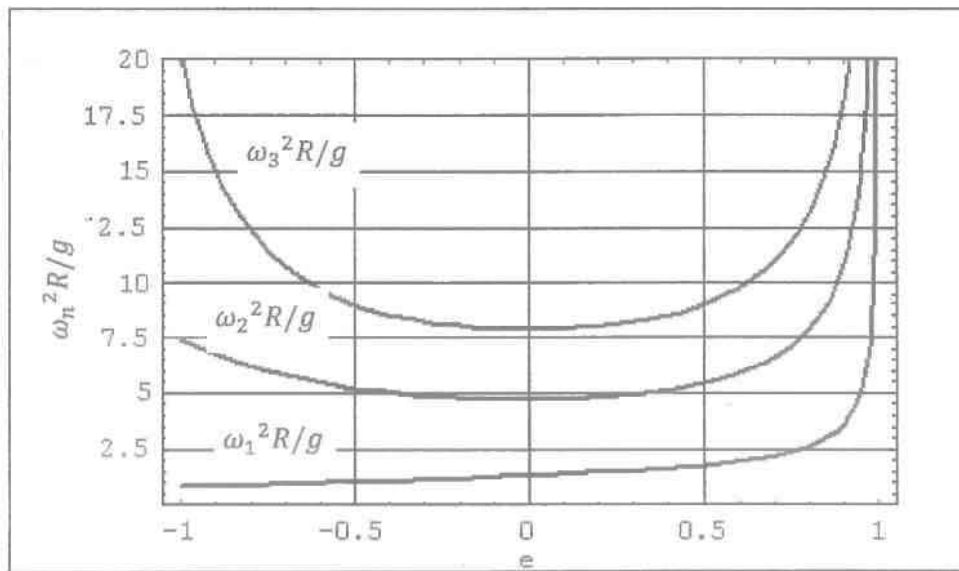
$$Y = 2 \cdot R \sqrt{1 - \left(\frac{|H - R|}{R}\right)^2} \quad (17)$$

Οι ιδιοσυχνότητες σύμφωνα με την ανάλυση ισοδύναμου ορθογωνίου από (14) είναι :

$$\omega_{cn} = \sqrt{g \cdot \beta_n \cdot \tanh(\beta_n \cdot H_{eq})} \quad (18)$$

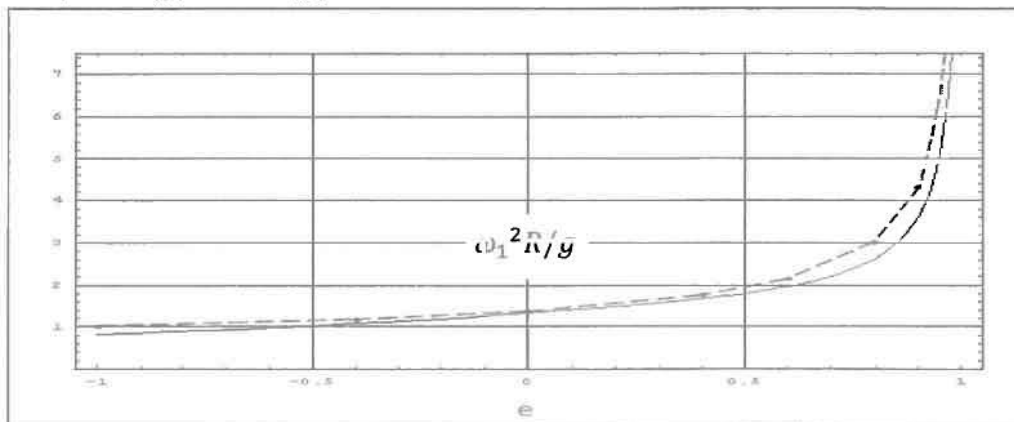
όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και $\beta_n = \frac{2n-1}{Y} \pi$.

Στο Σχήμα 3.11 παριστάνονται γραφικά οι τρεις πρώτες αδιαστατες ιδιοσυχνότητες κυματισμού συναρτήσει του συντελεστή e για την περίπτωση του ισοδύναμου ορθογωνίου.



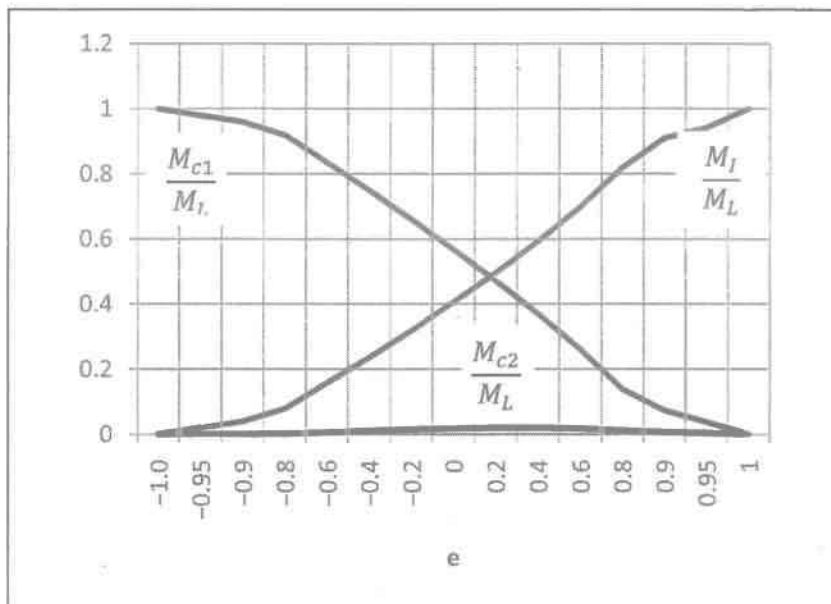
Σχήμα 3.11 : Κανονικοποιημένες ιδιοσυχνότητες κυματισμού από αναλυτική λύση ισοδύναμου ορθογωνίου συναρτήσει του συντελεστή $e=H/R-1$.

Για να συγκρίνουμε τις δύο παραπάνω μεθόδους εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων κυματισμού, στο παρακάτω σχήμα παριστάνονται γραφικά οι θεμελιώδης (πρώτες) ιδιοσυχνότητες. Με διακεκομμένη γραμμή η αδιάστατη πρώτη συχνότητα του σχήματος 3.10 και με συνεχή από το σχήμα 3.11.



ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Στο Σχήμα 3.12 παριστάνονται γραφικά τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.2 της υπολογιστικής εύρεσης των μαζών κυματισμού.



Σχήμα 3.12 : Μάζες κυματισμού από αριθμητικά δεδομένα Πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.2

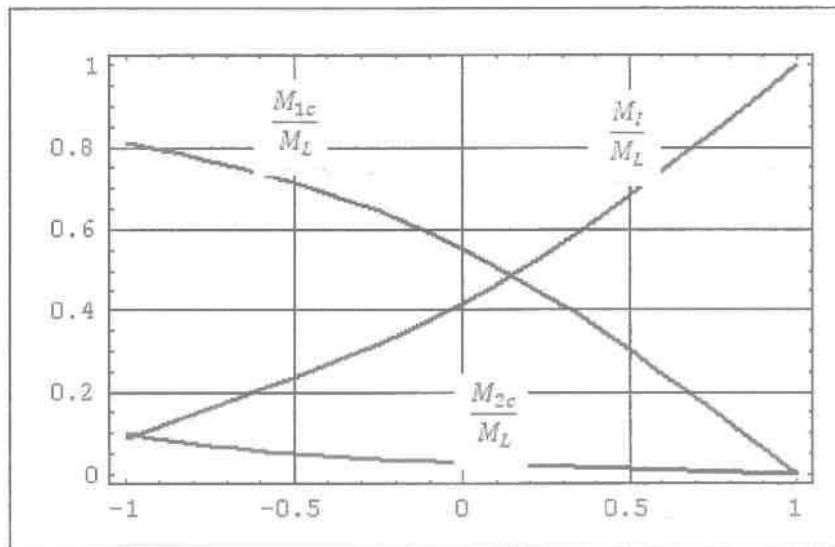
e	$\frac{M_1}{M}$	$\frac{M_2}{M}$	$\frac{M_3}{M}$	$\frac{M_4}{M}$	$\sum_n \frac{M_{cn}}{M}$	$\frac{M_I}{M}$
-1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0
-0.95	0.97994	0.000154	0.0000006	0.0000000	0.98009	0.01991
-0.9	0.95974	0.000577	0.0000079	0.0000004	0.96032	0.03968
-0.8	0.91895	0.002010	0.0000821	0.0000115	0.92105	0.07895
-0.6	0.83566	0.006113	0.0006170	0.0001524	0.84264	0.15736
-0.4	0.74989	0.010585	0.0016235	0.0004958	0.76310	0.23690
-0.2	0.66125	0.014636	0.0028551	0.0009891	0.68110	0.31890
0.0	0.56916	0.017797	0.0040544	0.0015392	0.59547	0.40543
0.2	0.47276	0.019669	0.0050013	0.0020323	0.50407	0.49593
0.4	0.37077	0.019790	0.0054773	0.0023499	0.40753	0.59247
0.6	0.26115	0.017534	0.0052114	0.0023401	0.30165	0.69835
0.8	0.14032	0.011849	0.0037700	0.0017673	0.18100	0.81900
0.9	0.07361	0.007076	0.0023414	0.0011258	0.09045	0.90955
0.95	0.03793	0.003948	0.0013389	0.0006539	0.05940	0.94060
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0

Σύμφωνα με τον εναλλακτικό τρόπο επίλυσης του ισοδύναμου ορθογωνίου από το Σχήμα 3.8 και από τις σχέσεις (6) και (7), οι μάζες ταλάντωσης δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις (20) και (21) και παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 3.13 συναρτήσει του συντελεστή e . Για συνολική μάζα του περιεχόμενου ρευστού ίση με M_L :

$$M_L = \rho \cdot Y \cdot H_{eq} \quad (19)$$

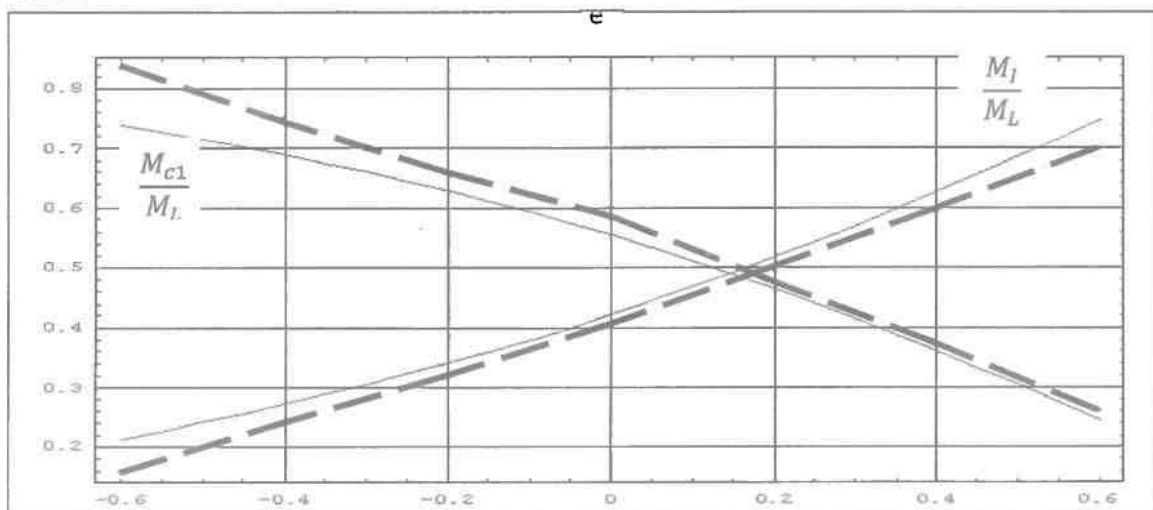
$$\frac{M_{cn}}{M_L} = \frac{2 \cdot \tanh(\beta_n \cdot H_{eq})}{\left(\frac{Y}{Z}\right)^2 \cdot \rho \cdot \pi^3 \cdot H_{eq}} \quad (20)$$

$$\frac{M_I}{M_L} = 1 - \sum_{n=1}^2 \frac{M_{cn}}{M_L} \quad (21)$$



Σχήμα 3.13 : Μάζες κυματισμού από αναλυτική λύση ισοδύναμου ορθογωνίου συναρτήσει του $e=H/R-1$.

Για να συγκρίνουμε τις δύο παραπάνω μεθόδους εύρεσης των μαζών κυματισμού, στο παρακάτω σχήμα παριστάνονται γραφικά : η πρώτη επαγωγική και η ωστική μάζα. Με διακεκομμένη γραμμή οι αδιάστατες μάζες του Σχήματος 3.12 και με συνεχή από το Σχήμα 3.13.



3.3.2 ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΣΤΗΝ ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΕ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΕΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Στην περίπτωση σεισμικής διέγερσης στην αξονική διεύθυνση, θα υπολογίσουμε τόσο τις ιδιοσυχνότητες κυματισμού όσο και τις μάζες θεωρώντας ισοδύναμο ορθογώνιο όπως ορίζει ο ευρωπαϊκός κανονισμός EN 1998-4. Παριστάνονται γραφικά οι πρώτες δύο ιδιοσυχνότητες στο Σχήμα 3.14 και οι αντίστοιχες μάζες στο Σχήμα 3.15, για λόγο $\mu = \frac{L}{R} = 6$.

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

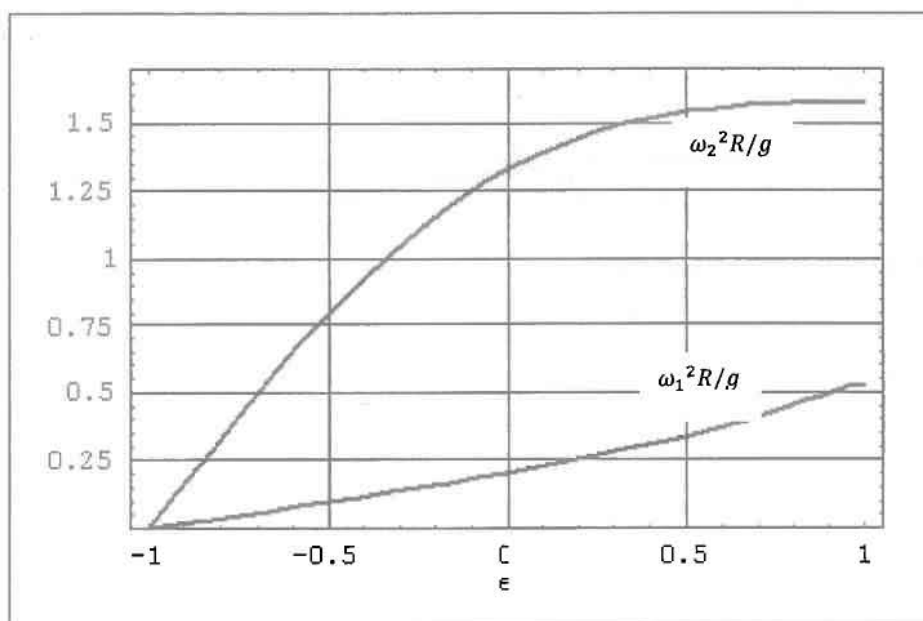
Από (14) έχουμε :

$$\frac{\omega_{cn}^2}{g} R = \frac{(2n - 1)\pi \cdot R}{L} \tanh\left(\frac{(2n - 1)\pi}{L} H_{eq}\right) \quad (22)$$

Θέτοντας με $\mu = \frac{L}{R}$ και $e = \frac{H}{R} - 1$, έχουμε τα εξής αποτελέσματα για τις πρώτες δύο ιδιοσυχνότητες.

$$\frac{\omega_1^2}{g} R = \frac{\pi}{\lambda} \tanh\left[\frac{\pi}{2\lambda} \left(e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}}\right)\right] \quad (23)$$

$$\frac{\omega_2^2}{g} R = \frac{3\pi}{\lambda} \tanh\left[\frac{3\pi}{2\lambda} \left(e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}}\right)\right] \quad (24)$$



Σχήμα 3.14 : Κανονικοποιημένες ιδιοσυχνότητες από αναλυτική λύση ισοδύναμου ορθογώνιου για λόγο $\mu = \frac{L}{R} = 6$ συναρτήσει του συντελεστή e.

ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Από τις σχέσεις (15) και (16), οι μάζες ταλάντωσης δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις (25) ως (28) και παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 3.15 συναρτήσει του συντελεστή e .

$$\frac{M_{cn}}{M_L} = \frac{8 \tanh[\rho_n \cdot H_{eq}]}{L^2 \cdot \rho_n^3 \cdot H_{eq}} \quad (25)$$

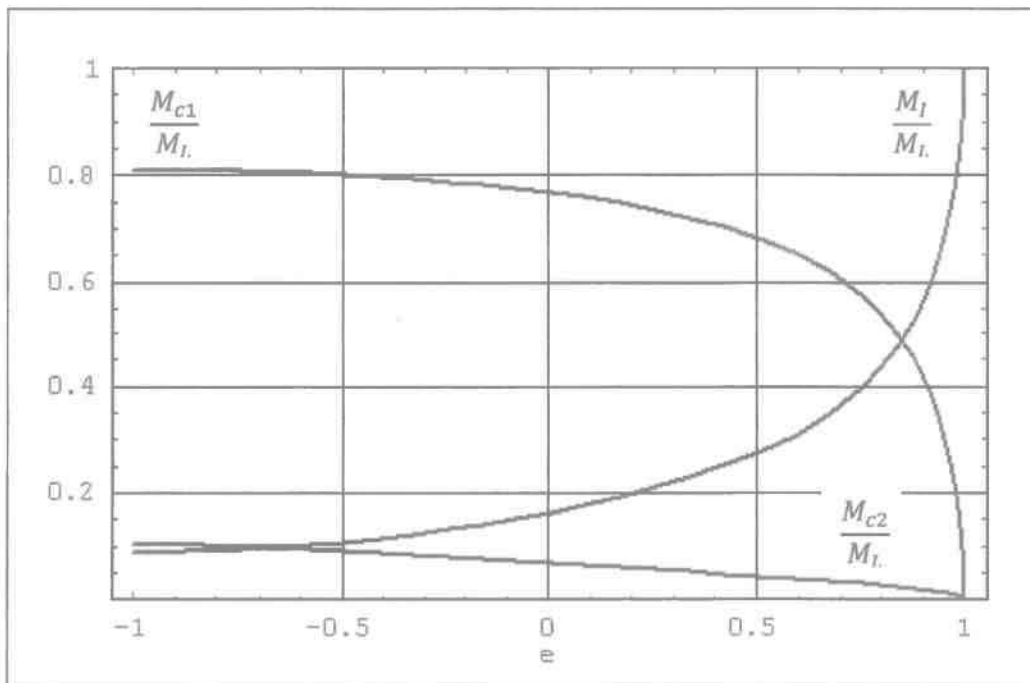
όπου $\rho_n = \frac{(2n-1)\pi}{L}$

Θέτοντας με $\mu = \frac{L}{R}$ και $e = \frac{H}{R} - 1$, έχουμε τα εξής αποτελέσματα για τις πρώτες δύο επαγωγικές μάζες και την ωστική:

$$\frac{M_{c1}}{M_I} = \frac{16 \cdot \lambda \cdot \tanh \left[\frac{\pi}{2 \cdot \lambda} \left(e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}} \right) \right]}{\pi^2 \left[e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}} \right]} \quad (26)$$

$$\frac{M_{c2}}{M_I} = \frac{2\lambda \cdot \tanh \left[\frac{3\pi}{2 \cdot \lambda} \left(e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}} \right) \right]}{3\pi^3 \left[e + \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(e)}{\sqrt{(1-e)(1+e)}} \right]} \quad (27)$$

$$\frac{M_I}{M_L} = 1 - \sum_n \frac{M_{cn}}{M_L} \quad (28)$$



Σχήμα 3.15 : Μάζες κυματισμού για διέγερση στην αξονική διεύθυνση και για λόγο $\mu=L/R=6$.

Για μεγάλου μήκους κυλίνδρους με μεγάλες τιμές λόγου L/R (που ανταποκρίνεται σε λόγο $\frac{H_{eq}}{L} < 0.1$) μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω σχέσεις για την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και των μαζών:

$$\frac{\omega_n^2}{g} L = (2n - 1)^2 \pi^2 \left(\frac{H_{eq}}{L} \right)^2 \quad (29)$$

$$\frac{M_{nc}}{M_L} = \frac{8}{(2n - 1)^2 \pi^2} \quad (30)$$

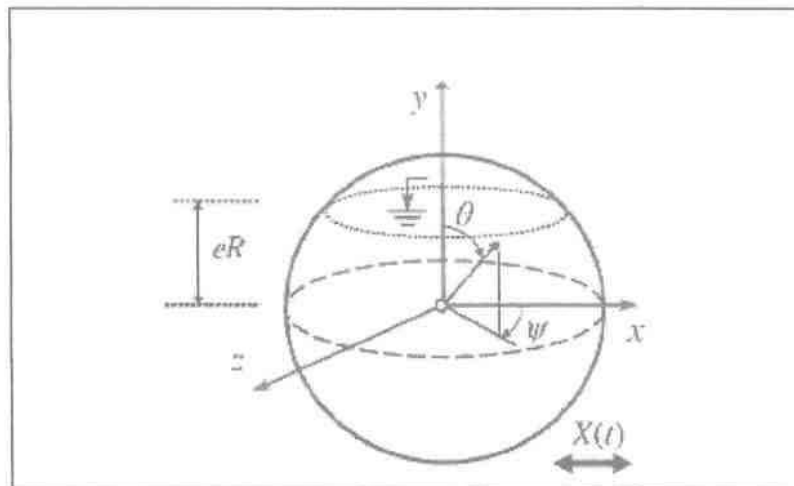
που προέρχονται από τις εξισώσεις (22) και (25) για $\frac{H_{eq}}{L} = 0$.

3.4 ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Θεωρούμε μια σφαίρα ακτίνας R στην οποία είναι τοποθετημένο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων (r, ψ, θ) στο κέντρο της.

Οι σφαιρικές δεξαμενές χρησιμοποιούνται κυρίως σε βιομηχανίες που αποθηκεύουν ρευστά σε πολύ υψηλή πίεση.

Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή της εργασίας μας, για σφαιρικό δοχείο το φαινόμενο του κυματισμού δεν μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά και θα πρέπει να γίνει χρήση υπολογιστικών μεθόδων. Σύμφωνα με την εργασία *S.A. Karamanos et al (2004)* τα αριθμητικά αποτελέσματα της υπολογιστικής επίλυσης παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.3 και 3.4.



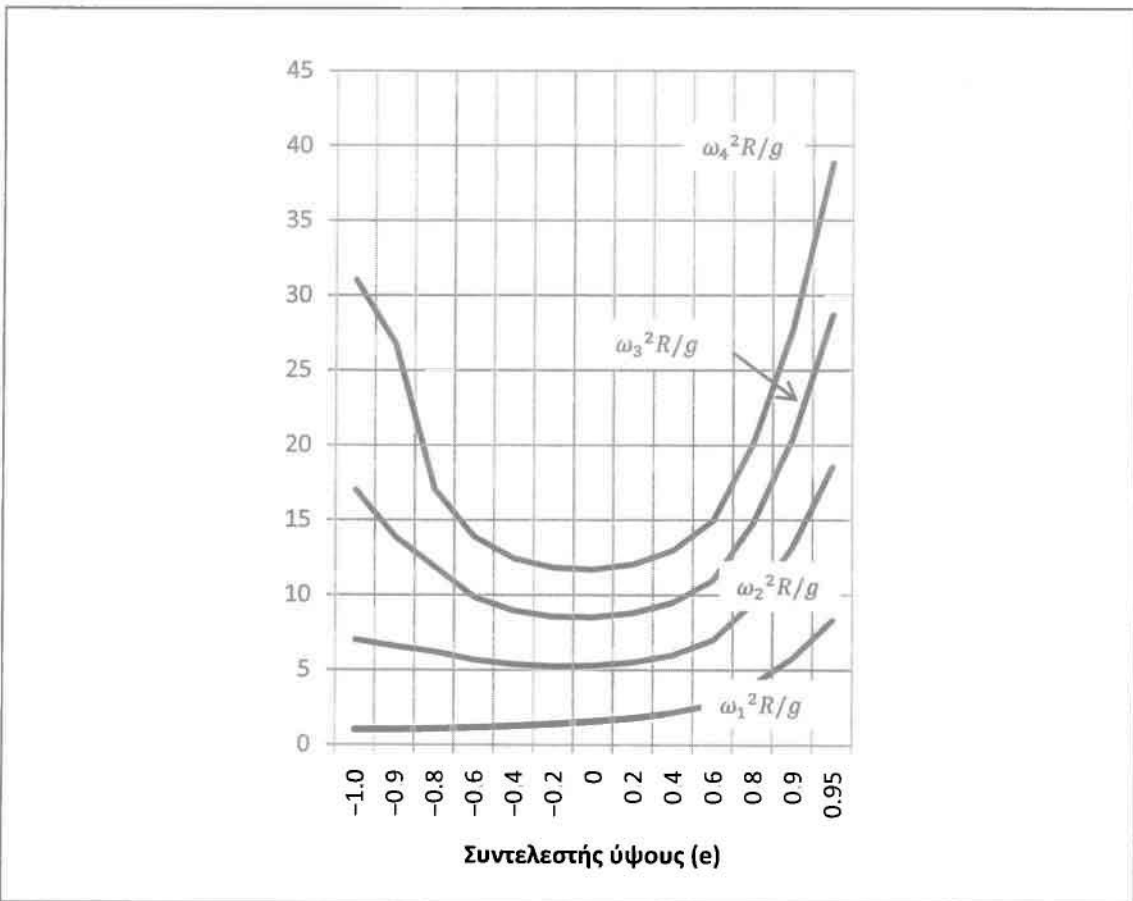
Σχήμα 3.16

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

Στον Πίνακα 3.3 και στο Σχήμα 3.17 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των κανονικοποιημένων συχνοτήτων κυματισμού ($\omega_n^2 R/g$) συναρτήσει του συντελεστή στάθμης του ρευστού (e).

Πίνακας 3.3

e	$\frac{\omega_1^2 R}{g}$	$\frac{\omega_2^2 R}{g}$	$\frac{\omega_3^2 R}{g}$	$\frac{\omega_4^2 R}{g}$
-1.0	1.0	7.0	17.0	31.0
-0.9	1.0347	6.5638	13.8911	26.757
-0.8	1.0723	6.2008	11.8764	17.032
-0.6	1.1583	5.6742	9.8543	13.866
-0.4	1.2625	5.3683	8.9418	12.421
-0.2	1.3924	5.2406	8.5509	11.800
0.0	1.5602	5.2756	8.5045	11.684
0.2	1.7882	5.4930	8.7793	12.021
0.4	2.1232	5.9729	9.4763	12.938
0.6	2.6864	6.9574	10.9566	14.918
0.8	3.9595	9.4551	14.7598	20.033
0.9	5.7615	13.1776	20.4520	27.702
0.95	8.3121	18.5527	28.6891	38.816



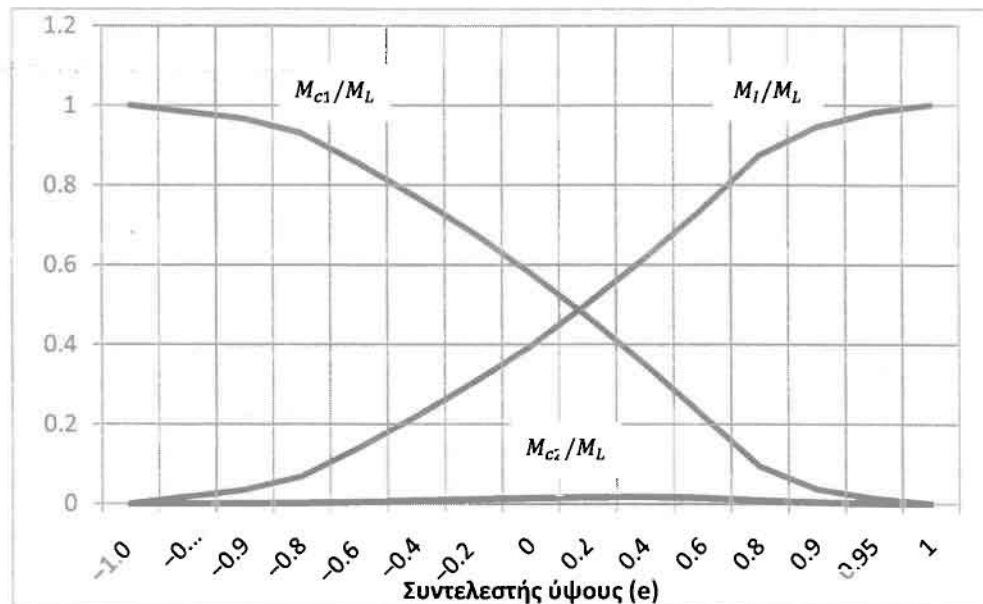
Σχήμα 3.17 : Κανονικοποιημένες ιδιοσυχνότητες κυματισμού συναρτήσει του συντελεστή e, από Πίνακα 3.3.

ΜΑΖΕΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Στον Πίνακα 3.4 και στο Σχήμα 3.18 παρουσιάζονται οι λόγοι μαζών M_{c1}/M_L , M_{c2}/M_L , M_1/M_L συναρτήσει του συντελεστή ύψους πλήρωσης του ρευστού (e). Για $n \geq 2$ οι μάζες είναι κατά πολύ μικρότερες της πρώτης επαγωγικής μάζας M_{c1} και για αυτό μπορούν να αγνοούνται κατά τον υπολογισμό σεισμικών δυνάμεων.

Πίνακας 3.4

e	$\frac{M_{c1}}{M_L}$	$\frac{M_{c2}}{M_L}$	$\frac{M_{c3}}{M_L}$	$\frac{M_{c4}}{M_L}$	$\sum_n \frac{M_{cn}}{M_L}$	$\frac{M_1}{M_L}$
-1.0	1	0	0	0	1	0
-0.95	0.98315	0.0001	0.0000005	0	0.98326	0.01674
-0.9	0.96594	0.00039	0.0000064	0.0000003	0.96634	0.03366
-0.8	0.93038	0.00137	0.0000667	0.0000104	0.93184	0.06816
-0.6	0.85437	0.00434	0.00052	0.0001406	0.85947	0.14053
-0.4	0.77117	0.00785	0.0014	0.00046	0.78136	0.21864
-0.2	0.6799	0.0114	0.00253	0.00094	0.69619	0.30381
0	0.57969	0.01458	0.00372	0.0015	0.60594	0.39406
0.2	0.46981	0.01687	0.00472	0.00202	0.49844	0.50156
0.4	0.35009	0.01753	0.00525	0.00235	0.3844	0.6156
0.6	0.22222	0.01542	0.0049	0.00228	0.26162	0.73838
0.8	0.09363	0.00919	0.0031	0.0015	0.12608	0.87392
0.9	0.03655	0.00439	0.00154	0.00076	0.05586	0.94414
0.95	0.01364	0.00185	0.00067	0.00034	0.0181	0.9819
1	0	0	0	0	0	1



Σχήμα 3.18 : Μάζες κυματισμού συναρτήσει του συντελεστή e , από Πίνακα 3.4.

Κεφάλαιο 4

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΕΝ 1998-4 ΚΑΙ ΤΟΝ ΑΡΙ 650

4.1 ΕΥΡΩΠΑΙΚΕΣ ΠΡΟΔΙΑΓΡΦΕΣ «EUROPEAN STANDARD EN 1998-4»

4.1.1 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

4.1.1.1 ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΔΡΑΣΗ ΣΕ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ ΠΑΚΤΩΜΕΝΗ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

Η συνολική πίεση στα τοιχώματα μιας δεξαμενής δίνεται από το άθροισμα της ωστικής και της επαγωγικής πίεσης που κατανέμονται σε αυτά.

4.1.1.1.1 ΩΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Η κατανομή της ωστικής πίεσης σε μια κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$p_i(\xi, \zeta, \theta,) = C_i(\xi, \zeta) \rho H \cos\theta A_g(t) \quad (31)$$

όπου

$$C_i(\xi, \zeta) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{J_1(v_n/\gamma) v_n^2} \cos(v_n \zeta) J_1\left(\frac{v_n}{\gamma} \xi\right) \quad (32)$$

Στην ανωτέρω σχέση τα $\gamma = H/R$, $\xi = r/R$ και $\zeta = z/H$ είναι αδιάστατες συντεταγμένες. Με $A_g(t)$ συμβολίζουμε την επιτάχυνση του εδάφους με μέγιστη τιμή το a_g . Παρατηρούμε ότι για $\cos\theta = 1$ και $\xi = 1$ λαμβάνουμε την κατανομή της ωστικής πίεσης στα τοιχώματα σε συνάρτηση με το ύψος z . Επίσης $v_n = \frac{2n+1}{2} \pi$.

Η ωστική δύναμη στη βάση της δεξαμενής υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$Q_i(t) = M_I \cdot A_g(t) \quad (33)$$

όπου το M_I είναι η μάζα που κινείται μαζί με τα τοιχώματα της δεξαμενής και δίνεται από την (13).

Η συνολική ροπή ως προς άξονα κάθετο στην διεύθυνση της σεισμικής διέγερσης ακριβώς κάτω από τη βάση της δεξαμενής MOM_I' , περιέχει τις κατανομές των πιέσεων στα τοιχώματα από τη σχέση (31) και τις κατανομές των πιέσεων στην βάση της δεξαμενής. Η συνολική ροπή ακριβώς πάνω από την βάση της δεξαμενής MOM_I , περιέχει μόνο τις κατανομές των πιέσεων στα τοιχώματα.

Ωστική ροπή βάσης (ακριβώς κάτω από τη βάση):

$$MOM_I'(t) = M_I h_I' A_g(t) \quad (34)$$

Θεωρώντας h_I' την απόσταση της ωστικής μάζας από τη βάση, το ύψος αυτό υπολογίζεται από την σχέση (35) και φαίνεται γραφικά στο Σχήμα 4.20.

$$\frac{h_I'}{H} = \frac{\frac{1}{2} + 2\gamma \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_n + 2(-1)^{n+1} I_1(v_n/\gamma)}{v_n^4 I_1'(v_n/\gamma)}}{2\gamma \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(v_n/\gamma)}{v_n^3 I_1'(v_n/\gamma)}} \quad (35)$$

όπου I_1 και I_1' είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους-πρώτης τάξης, και η παράγωγός της αντίστοιχα.

Ωστική ροπή βάσης (ακριβώς πάνω από τη βάση):

$$MOM_I(t) = M_I h_I A_g(t) \quad (36)$$

Θεωρώντας h_I την απόσταση της ωστικής μάζας από τη βάση, όπως υπολογίζεται από τη σχέση (37) και παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 4.19 :

$$\frac{h_I}{H} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n I_1(v_n/\gamma)}{v_n^4 I_1'(v_n/\gamma)} (v_n (-1)^n - 1)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(v_n/\gamma)}{v_n^3 I_1'(v_n/\gamma)}} \quad (37)$$

4.1.1.1.2 ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Η κατανομή της επαγωγικής πίεσης σε μια κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$p_c(\xi, \zeta, \theta, t) = \rho \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \cosh(\lambda_n \gamma \zeta) J_1(\lambda_n \xi) \cos \theta A_{cn}(t) \quad (38)$$

όπου

$$\psi_n = \frac{2R}{\lambda_n^2 J_1(\lambda_n) \cosh(\lambda_n \gamma)} \quad (39)$$

Στην σχέση (39), το J_1 είναι συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης ενώ τα:

$$\lambda_1 = 1.841, \quad \lambda_2 = 5.331 \quad \lambda_3 = 8.536 \quad (40)$$

είναι οι ρίζες της παραγώγου της συνάρτησης Bessel πρώτης τάξης και πρώτου βαθμού. Το $A_{cn}(t)$ είναι η επιτάχυνση ενός μονοβάθμιου ταλαντωτή με κυκλική συχνότητα ω_{cn} ίση με:

$$\omega_{cn} = \sqrt{g \frac{\lambda_n}{R} \tanh(\lambda_n \gamma)}$$

και βαθμό απόσβεσης κατάλληλο για κάθε περίπτωση.

Για απλό σχεδιασμό και για λόγο $\frac{H}{R} > 1$, μπορεί να γίνει χρήση της πρώτης μόνο ιδιοσυχνότητας ίσης με :

$$\omega_{c1} = 4.2/\sqrt{R} \quad (41)$$

Για χρήση σε απλό σχεδιασμό μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο η πρώτη ιδιοσυχνότητα και η αντίστοιχη μάζα κυματισμού. Σε αυτή την περίπτωση στη σχέση (38) επιλύουμε για $n=1$ για την εύρεση της επαγωγικής πίεσης. Αυτό γιατί η πρώτη μάζα κυματισμού M_{c1} είναι πολύ μεγαλύτερη από τις επαγωγικές μάζες με $n > 1$ που θεωρούνται αμελητέες.

Η επαγωγική δύναμη στη βάση της δεξαμενής υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$Q_{cn}(t) = M_{cn} \cdot A_{cn}(t) \quad (42)$$

όπου το M_{cn} από (12).

Επαγωγική ροπή βάσης (ακριβώς κάτω από τη βάση):

$$MOM_c'(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (M_{cn} A_{cn}(t)) h_{cn}' = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{cn}(t) h_{cn}' \quad (43)$$

όπου h_{cn}' είναι η απόσταση της ν-οστής επαγωγικής μάζας από τη βάση, που υπολογίζεται από τη σχέση (44) και παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 4.20 :

$$\frac{h_{cn}'}{H} = 1 + \frac{2 - \cosh(\lambda_n \frac{H}{R})}{\lambda_n \frac{H}{R} \sinh(\lambda_n \frac{H}{R})} \quad (44)$$

Επαγωγική ροπή βάσης (ακριβώς πάνω από τη βάση):

$$MOM_c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (M_{cn} A_{cn}(t)) h_{cn} - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{cn}(t) h_{cn} \quad (45)$$

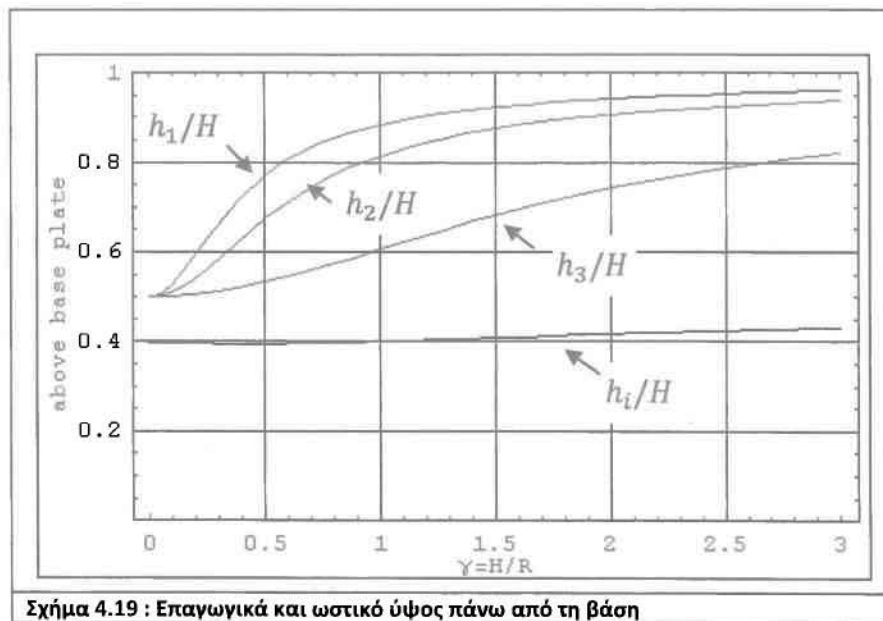
όπου h_{cn} η απόσταση της ν-οστής επαγωγικής μάζας από τη βάση:

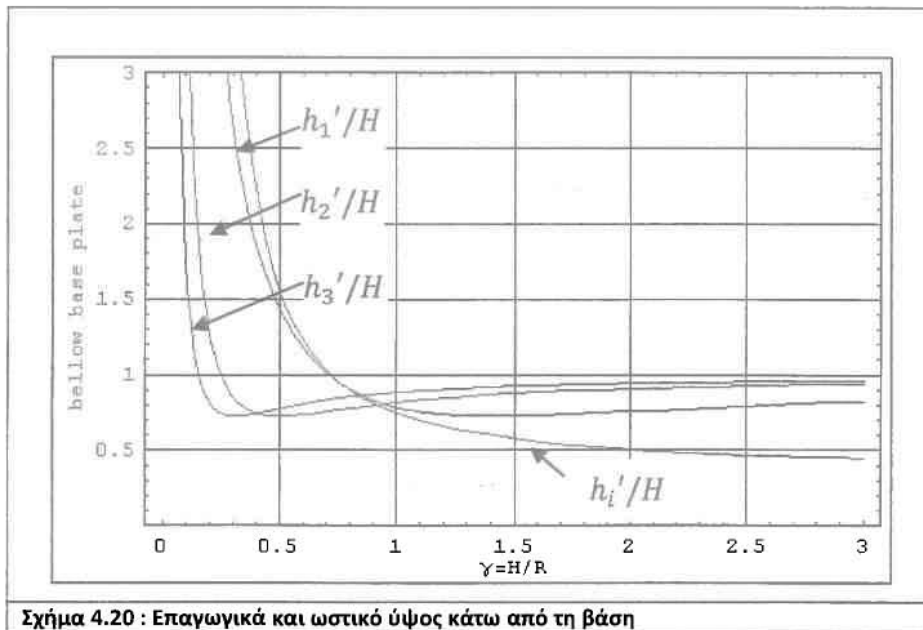
$$\frac{h_{cn}}{H} = 1 - \frac{1 - \cosh(\lambda_n \frac{H}{R})}{\lambda_n \frac{H}{R} \sinh(\lambda_n \frac{H}{R})} \quad (46)$$

Η δεξαμενή υπόκειται σε επιτάχυνση εδάφους $A_g(t)$ και οι επαγωγικές μάζες M_{cn} αντιδρούν με επιταχύνσεις $A_{cn}(t)$. Με h_{cn} ή h_{cn}' συμβολίζεται το ύψος στο οποίο οι ταλαντευόμενες μάζες M_{cn} πρέπει να θεωρηθούν ώστε να λάβουμε τα σωστά αποτελέσματα ροπών $MOM_c(t)$ και $MOM_c'(t)$ αντίστοιχα.

Οι τιμές των υψών h_{c1} , h_{c2} και h_{c3} που αντιστοιχούν στις μάζες M_{c1} , M_{c2} και M_{c3} φαίνονται στο Σχήμα 4.19, ενώ τα ύψη h_{c1}' , h_{c2}' και h_{c3}' στο Σχήμα 4.20.

Παρακάτω είναι τα διαγράμματα των επαγωγικών και ωστικών υψών ροπής :





4.1.1.1.3 ΥΨΟΣ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Το μέγιστο ύψος κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας δίνεται από τον τύπο :

$$d_{max} = 0.84 \cdot R \cdot \frac{S_a(T_{c1})}{g} \quad (47)$$

$S_a(T_{c1})$: είναι η ελαστικής απόκρισης φασματική επιτάχυνση της μάζας του ρευστού που αντιστοιχεί στην πρώτη ιδιομορφή κυματισμού με ιδιοσυχνότητα ω_{c1} , για κατάλληλο βαθμό απόσβεσης.

g : η επιτάχυνση της βαρύτητας.

4.1.1.2 ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΔΡΑΣΗ ΣΕ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ ΠΑΚΤΩΜΕΝΗ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

Στην προηγούμενη ανάλυση οι δεξαμενές στο έδαφος θεωρούνται απαραμόρφωτες. Στην πραγματικότητα , οι δεξαμενές δεν είναι τελείως απαραμόρφωτες και έχουν φυσικές περιόδους ταλάντωσης στο εύρος των 0,1 ως 0,25 sec. . Στις ελαστικές δεξαμενές η πίεση του υγρού συχνά εκφράζεται ως το άθροισμα τριών συνιστωσών, που αποδίδονται ως: “ωστική”, “κυματισμού-επαγωγική”, και “ελαστική”. Η τρίτη ικανοποιεί τη συνθήκη ότι η ακτινική ταχύτητα του υγρού στο τοίχωμα είναι ίση με την ταχύτητα παραμόρφωσης του τοιχώματος της δεξαμενής. Επίσης ισχύει ότι τόσο η κατακόρυφη ταχύτητα στον πυθμένα της δεξαμενής , όσο και η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, είναι ίσες με μηδέν. Λόγω των μεγάλων διαφορών στις συχνότητες κυματισμού και παραμόρφωσης του τοιχώματος, μας δίνεται η δυνατότητα να καθορίσουμε την ελαστική συμπεριφορά του τοιχώματος ανεξάρτητα από τα άλλα, που παραμένουν ανεπηρέαστα.

Σύμφωνα με μία απλοποιημένη διαδικασία για αγκυρωμένες κυλινδρικές δεξαμενές, το σύστημα δεξαμενής-υγρού θεωρείται να έχει δύο, ενός βαθμού ελευθερίας συστήματα. Το ωστικό μέρος που κινείται μαζί με το ελαστικό τοίχωμα, και το επαγωγικό μέρος.

Οι φυσικές περίοδοι των ωστικών και επαγωγικών αποκρίσεων σε sec. είναι:

$$T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{\rho H}}{\sqrt{s/R\sqrt{E}}} \quad \text{και} \quad T_{con} = C_c \sqrt{R}$$

H = ύψος στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού

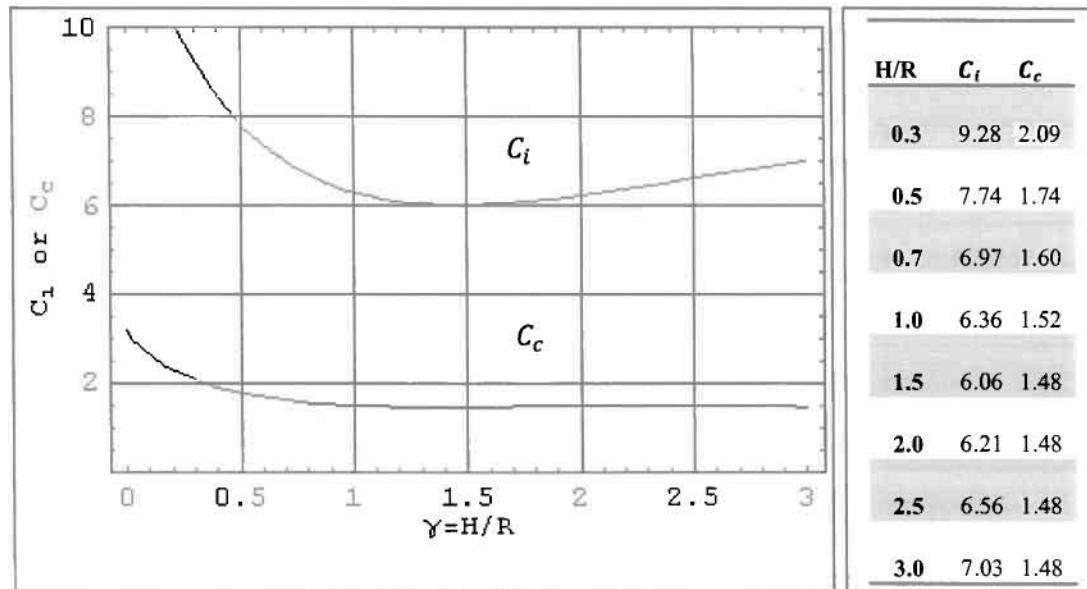
R = ακτίνα της δεξαμενής

s = το ισοδύναμο ομοιόμορφο πάχος του τοιχώματος της δεξαμενής (ο σταθμισμένος μέσος όρος πέρα από το ύψος πλήρωσης της δεξαμενής, το βάρος μπορεί να ληφθεί ανάλογο προς την πίεση στο τοίχωμα της δεξαμενής, η οποία είναι μέγιστη στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής)

ρ = μαζική πυκνότητα του υγρού

E = συντελεστής της ελαστικότητας του τοιχώματος της δεξαμενής

Οι συντελεστές C_i και C_c λαμβάνονται από τον παρακάτω πίνακα και φαίνονται γραφικά στο διάγραμμα του Σχήματος 4.21. Ο συντελεστής C_i είναι αδιάστατος, ενώ εάν το R δίνεται σε μέτρα (m) το C_c εκφράζεται σε $s/m^{1/2}$.



Σχήμα 4.21 : Παράγοντες C_i και C_c

Η ροπή κάμψης ακριβώς πάνω από τη βάση δίνεται από τον τύπο:

$$MOM = (M_{IL}h_I + M_w h_w + M_r h_r)S_e(T_{imp}) + M_c h_c S_e(T_{con}) \quad (48)$$

ενώ η ροπή κάμψης ακριβώς κάτω από τη βάση δίνεται από:

$$MOM' = (M_{IL}h_l' + M_w h_w + M_r h_r)S_e(T_{imp}) + M_c h_c' S_e(T_{con}) \quad (49)$$

Όπου h_w και h_r είναι τα ύψη των κέντρων βάρους των τοιχωμάτων και της οροφής αντίστοιχα.

$S_e(T_{imp})$ είναι η ελαστική φασματική επιτάχυνση του ωστικού τμήματος του ρευστού για κατάλληλο βαθμό απόσβεσης και

$S_e(T_{con})$ είναι η φασματική επιτάχυνση ελαστικής απόκρισης του επαγωγικού τμήματος του ρευστού για βαθμό απόσβεσης από 0.5%

M_{IL} είναι η ωστική μάζα του περιεχόμενου ρευστού από (13) ενώ τα M_c και h_c αναφέρονται στην θεμελιώδη επαγωγική μάζα από (12) για $n=1$.

4.1.1.3 ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

Ο λυγισμός τοιχώματος («elephant's foot») είναι μια μορφή αστοχίας που συνήθως συμβαίνει κοντά στη βάση της δεξαμενής εξαιτίας του συνδυασμού των κατακόρυφων θλιπτικών τάσεων και των εφελκυστικών τάσεων στην περιφέρεια του κυκλικού τομέα του κυλίνδρου. Αυτές οι τάσεις δημιουργούν μια διαξονική κατάσταση φόρτισης. Σε δεξαμενές με μεταβλητό πάχος τοιχωμάτων, επιβεβαίωση για αυτού του είδους λυγισμού δεν θα πρέπει να περιορίζονται στο τμήμα μόνο κοντά στη βάση της δεξαμενής, αλλά να εκτείνονται στο κάτω τμήμα όλων των τμημάτων του τοιχώματος με σταθερό πάχος. Ο εμπειρικός τύπος για τον έλεγχο αυτό είναι:

$$\sigma_m = \sigma_{c1} \left[1 - \left(\frac{pR}{s f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1.12 + r^{1.15}} \right) \left[\frac{r + f_y/250}{r + 1} \right] \text{ Mpa} \quad (50)$$

$$\sigma_{c1} = 0.6 \cdot E \frac{s}{R} \quad (51)$$

$$r = \frac{R/s}{400} \quad (52)$$

όπου:

σ_m : είναι η κρίσιμη τάση λυγισμού σε Mpa, που δεν πρέπει να την υπερβαίνει η τάση στα τοιχώματα της δεξαμενής.

f_y : είναι η τάση διαρροής του υλικού των τοιχωμάτων της δεξαμενής σε Mpa.

p : είναι η μέγιστη εσωτερική πίεση που μπορεί να εμφανιστεί κατά τη μελέτη σχεδιασμού σε σεισμική διέγερση, σε Mpa.

E : είναι το μέτρο ελαστικότητας σε Mpa.

s : είναι το πάχος του τοιχώματος.

4.1.2 ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

4.1.2.1 ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΕΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ ΠΑΚΤΩΜΕΝΕΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

Για δεξαμενές που τα τοιχώματα θεωρούνται απαραμόρφωτα, η συνολική πίεση δίνεται από το άθροισμα της ωστικής και επαγωγικής πίεσης p_i και p_c αντίστοιχα :

$$p(z, t) = p_i(z, t) + p_c(z, t) \tag{53}$$

Η ωστική πίεση ισούται με:

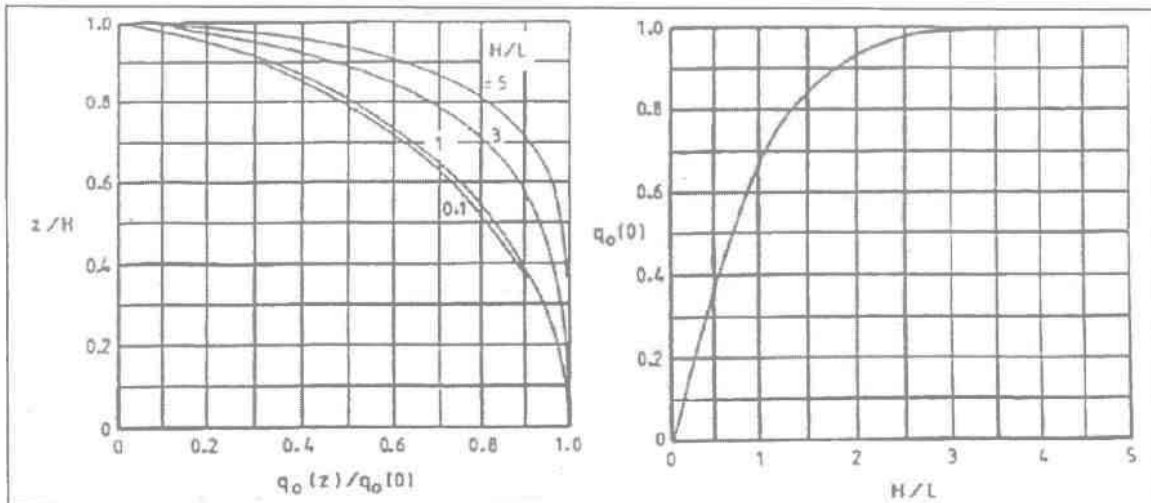
$$p_i(z, t) = q_0(z)\rho LA_g(t) \tag{54}$$

όπου :

L : είναι το μισό πλάτος της δεξαμενής στη διεύθυνση της διέγερσης

$A_g(t)$: είναι η επιτάχυνση του εδάφους

$q_0(z)$: είναι συνάρτηση που δίνει την κατανομή της p_i συναρτήσει του ύψους όπως φαίνεται στο παρακάτω γράφημα. Οι τιμές του $q_0(z)$ είναι πολύ κοντά στα αποτελέσματα ισοδύναμης κατακόρυφης κυλινδρικής δεξαμενής ακτίνας $R=L$.



Σχήμα 4.22 : Κατανομή κατά το ύψος της αδιάστατης ωστικής πίεσης σε ορθογώνιο τοίχο που είναι κατακόρυφος στο οριζόντιο τμήμα της σεισμικής διέγερσης

Η επαγωγική πίεση ισούται με το άθροισμα των πιέσεων που αντιστοιχούν σε κάθε ιδιομορφή του προβλήματος κυματισμού. Όπως και στις κυλινδρικές δεξαμενές, έτσι και εδώ η κυρίαρχη κατανομή πίεσης είναι αυτή που αντιστοιχεί στη θεμελιώδη ιδιομορφή του προβλήματος κυματισμού για $n=1$:

$$p_{c1}(z, t) = q_{c1}(z)\rho LA_1(t) \quad (55)$$

όπου:

$q_{c1}(z)$ η συνάρτηση κατανομής της p_{c1} που μαζί με τη $q_{c2}(z)$ φαίνονται στο Σχήμα 4.23

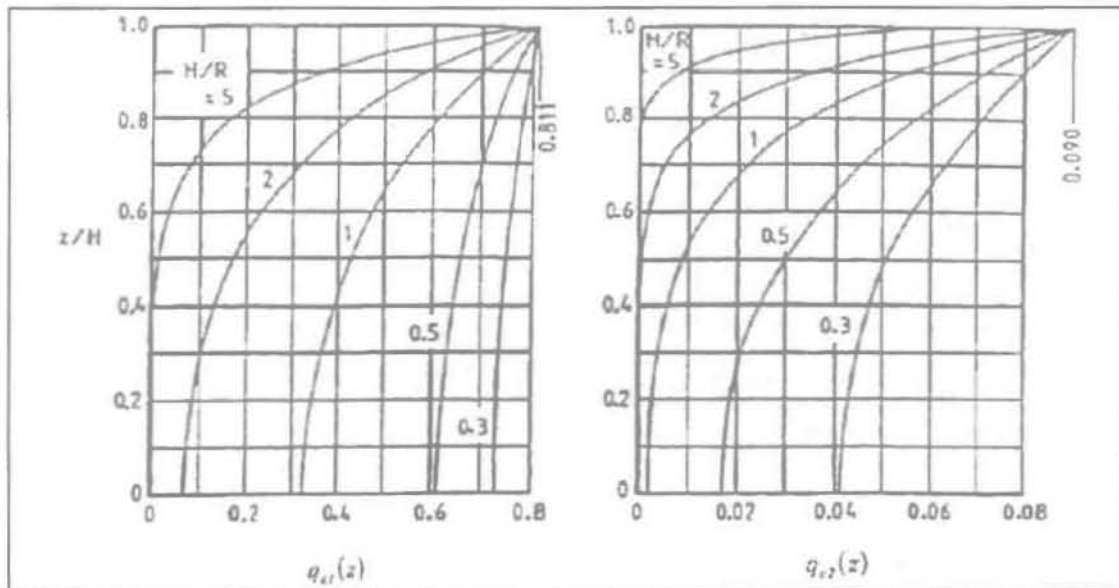
$A_1(t)$ είναι η φασματική επιτάχυνση απόκρισης σώματος ενός βαθμού ελευθερίας με τη συχνότητα του θεμελιώδους όρου και με κατάλληλο βαθμό απόσβεσης, όταν υποβάλλεται σε διέγερση $A_g(t)$.

Η πρώτη επαγωγική περίοδος, της πρώτης ιδιομορφής, δίνεται από τη σχέση:

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{Lg}{\frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{\pi H}{2L}\right)} \right)^{1/2} \quad (56)$$

Οι υπολογισμοί των μαζών M_i και M_{c1} , των υψών h_i και h_{c1} μπορούν να υπολογιστούν θεωρώντας ισοδύναμη κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή ακτίνας $R=L$ με σφάλμα μικρότερο του 15%.

Αναλυτική επίλυση για εύρεση μαζών και των υψών h_i και h_{c1} γίνεται στο παράρτημα.



Σχήμα 4.23 : Κατανομή της αδιάστατης επαγωγικής πίεσης σε ορθογώνιο τοίχο που είναι κατακόρυφος στο οριζόντιο τμήμα της σεισμικής διέγερσης

4.1.2.2 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΕΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ ΠΑΚΤΩΜΕΝΕΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

Όπως και στις κυλινδρικές δεξαμενές, η ελαστικότητα των τοιχωμάτων αυξάνει σημαντικά τις ωστικές πιέσεις αφήνοντας τις επαγωγικές πρακτικά ανεπηρέαστες. Μια προσεγγιστική λύση μπορεί να δοθεί θεωρώντας άκαμπτα τοιχώματα αλλά αντικαθιστώντας την επιτάχυνση του εδάφους $A_g(t)$ στην εξίσωση:

$$F_u = -M_L \cdot A_g \quad (57)$$

με την επιτάχυνση απόκρισης ενός απλού ταλαντωτή έχοντας την συχνότητα και τον βαθμό απόσβεσης της πρώτης ωστικής μάζας του συστήματος δεξαμενής-ρευστού.

όπου η F_u είναι η ωστική δύναμη, τμήμα της συνολικής δύναμης F που ασκείται στα τοιχώματα:

$$F = F_{sloshing} + F_{uniform} \quad (58)$$

και M_L είναι η συνολική μάζα του ρευστού.

Η περίοδος ταλάντωσης του συστήματος δεξαμενής-ρευστού δίνεται από τη σχέση :

$$T_f = 2\pi(d_f/g)^{1/2} \quad (59)$$

όπου:

d_f : είναι η απόκλιση του τοιχώματος από την κατακόρυφη κεντρική γραμμή στο ύψος της ωστικής μάζας, όταν το τοίχωμα φορτίζεται ομοιόμορφα στη διεύθυνση της διέγερσης με τάση $M_I \cdot g/4bH$

$2b$: είναι το πλάτος της δεξαμενής κάθετα στη διεύθυνση της διέγερσης.

M_I είναι το άθροισμα της ωστικής μάζας του περιεχόμενου υγρού M_{IL} , και της μάζας των τοιχωμάτων της δεξαμενής. Το M_{IL} μπορεί να είτε ανακτηθεί από τη σχέση (13) σε άκαμπτη κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή.

4.1.3 ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Οι κατά προσέγγιση τιμές για τις υδροδυναμικές πιέσεις που προκαλούνται από εξωτερική διέγερση είτε αξονική, είτε εγκάρσια, μπορούν να ληφθούν εξετάζοντας μία ορθογώνια δεξαμενή με το ίδιο ύψος στάθμης ρευστού, τις ίδιες διαστάσεις με την πραγματική και την ίδια κατεύθυνση σεισμικής δράσης και την τρίτη διάσταση (πλάτος) έτσι ώστε ο υγρός όγκος να διατηρείται. Αυτή η προσέγγιση είναι αρκετά ακριβής για χρήση σε απλό σχεδιασμό για H/R μεταξύ 0.5 και 1.6. Εάν το H/R υπερβαίνει τα 1.6, η δεξαμενή

υποτίθεται ότι συμπεριφέρεται σαν να ήταν πλήρης, δηλαδή με τη συνολική μάζα του ρευστού να ενεργεί σαν στερεό με τα τοιχώματα της δεξαμενής.

Για σεισμική διέγερση στον εγκάρσιο άξονα της δεξαμενής, μια ποιά ακριβής επίλυση δίνεται για εν μέρη γεμάτες δεξαμενές παρακάτω.

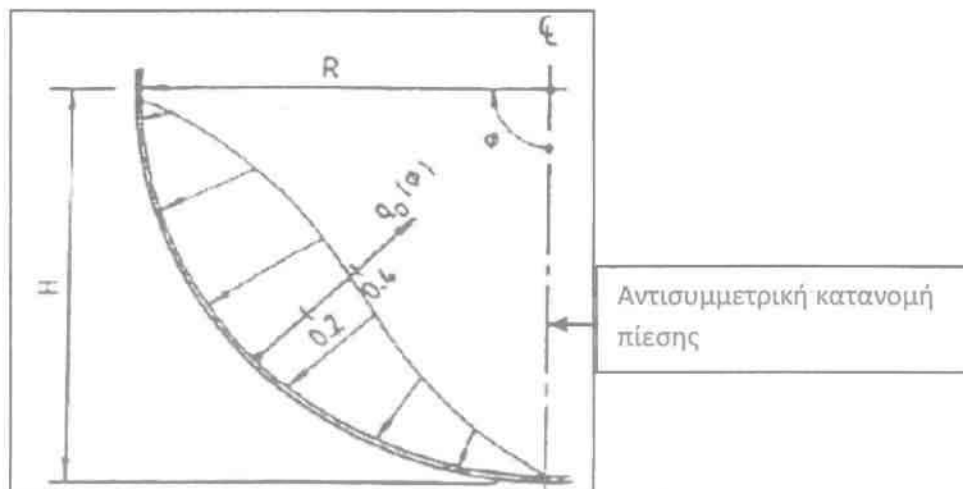
Η κατανομή της ωστικής πίεσης δίνεται από:

$$p_I(\varphi) = q_0(\varphi)\gamma R A_g(t) \quad (60)$$

Για $H=R$ το $q_0(\cdot)$ παίρνει τη μορφή

$$q_0(\varphi) = \frac{H}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n)^2 - 1} \sin(2n\varphi) \quad (61)$$

που φαίνεται στο Σχήμα 4.24.



Σχήμα 4.24 : Κατανομή πίεσης $q_0(\varphi)$

Ολοκληρώνοντας την κατανομή πίεσης της σχέσης (60) για $H=R$, η ωστική πίεση υπολογίζεται

$$M_I = 0.4 \cdot M_L \quad (62)$$

Καθώς οι πιέσεις είναι στην ακτινική διεύθυνση, οι δυνάμεις του κυλίνδρου περνούν από το κέντρο του κυκλικού τμήματος. Οι ωστικές και οι επαγωγικές μάζες θα θεωρούνται σε αυτό το σημείο.

Λύσεις για τις επαγωγικές πιέσεις δεν υπάρχουν σε εύχρηστη μορφή για χρήση σε σχεδιασμό. Όταν η δεξαμενή είναι σχεδόν κατά το 50% γεμάτη, $H \cong R$, η πρώτη μάζα κυματισμού υπολογίζεται ως

$$M_{c1} = 0.6 \cdot M_L \quad (63)$$

Οι λύσεις (62) και (63) δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα για λόγο H/R από 0.8 ως 1.2 πράγμα που φαίνεται και από τις τιμές των M_I και M_{c1} για $e = (-0.2, 0.2)$ του Πίνακα 3.2 της σελίδας 23.

4.2 AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE STANDARD 650

4.2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Εδώ όπως και στον EUROPEAN STANDARD EN 1998 θα βρούμε την εγκάρσια δύναμη και την ροπή ανατροπής που εφαρμόζεται στα τοιχώματα ως αποτέλεσμα της απόκρισης των μαζών στην εγκάρσια κίνηση του εδάφους. Γίνεται μέριμνα για να διασφαλιστεί η ευστάθεια των τοιχωμάτων της δεξαμενής εξαιτίας της ροπής ανατροπής και να αποφευχθεί ο λυγισμός τους ως αποτέλεσμα της αξονικής συμπίεσης (θλίψης).

4.2.2 ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Το απαιτούμενο πάχος των τοιχωμάτων θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο του πάχους που καθορίζει ο υδροστατικός έλεγχος, αλλά δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό που καθορίζεται από τον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.6

Ονομαστική Διάμετρος Δεξαμενής σε m. (βλέπε υποσημείωση 1)	Ονομαστικό Πάχος Ελάσματος του Τοιχώματος σε mm.(βλέπε υποσημείωση 2)
< 15	5
15 έως < 36	6
36 έως 60	8
> 60	10

Υποσημειώσεις:

1. Εκτός αν καθορίζει ο κατασκευαστής διαφορετικά, η ονομαστική διάμετρος καθορίζεται ως η διάμετρος της κεντρικής γραμμής του πρώτου από τη βάση τμήματος σταθερού πάχους.
2. Το ονομαστικό πάχος του ελάσματος των τοιχωμάτων της δεξαμενής καθορίζεται ως το πάχος του ελάσματος από κατασκευής.
3. Όταν καθορίζεται από τον κατασκευαστή, το έλασμα με την ονομαστική διάμετρο των 6 mm μπορεί να αντικατασταθεί από έλασμα πάχους ¼ in.

Σύμφωνα με τη μέθοδο του ενός ποδιού ("one foot method") υπολογίζεται το πάχος που απαιτείται στα σημεία σχεδιασμού, 0.3 m πάνω από τη βάση του κάθε τμήματος σταθερού πάχους του τοιχώματος της δεξαμενής. Αυτή η μέθοδος δε θα πρέπει να χρησιμοποιείται για δεξαμενές με διάμετρο πάνω από 60 m.

Το απαιτούμενο ελάχιστο πάχος των ελασμάτων του τοιχώματος θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τις τιμές που υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις.

$$t_d = \frac{4.9D(H - 0.3)}{S_d} G + CA \quad (64)$$

$$t_t = \frac{4.9D(H - 0.3)}{S_t} \quad (65)$$

όπου:

t_d : είναι το πάχος του ελάσματος για δεξαμενή με ρευστό ειδικού βάρους G , σε mm.

t_t : είναι το πάχος του υδροστατικού ελέγχου του ελάσματος, σε mm.

D : είναι η ονομαστική διάμετρος της δεξαμενής, σε m.

H : είναι το ύψος της στάθμης του ρευστού, σε m. Το ύψος από τη βάση του κάθε τμήματος που εξετάζουμε έως την κορυφή των τοιχωμάτων της δεξαμενής συμπεριλαμβανομένης της γωνίας στην κορυφή (εάν υπάρχει) ή έως τη βάση ενός οποιουδήποτε συστήματος υπερπλήρωσης ή έως οποιοδήποτε άλλο ύψος που καθορίζεται από τον κατασκευαστή και που περιορίζεται από εσωτερική επιπλέον οροφή ή που να ελέγχεται να επιτρέπει τη δράση σεισμικού κύματος.

G : το ειδικό βάρος του ρευστού.

CA : επιτρεπόμενη ανοχή σε διάβρωση, σε mm.

S_d : επιτρεπόμενη τάση για περίπτωση χρήσης σε σχεδιασμό, σε Μpa. Το πραγματικό πάχος του τοιχώματος μείον της ανοχής σε διάβρωση θα χρησιμοποιείται σε αυτό τον υπολογισμό. Ισούται είτε με τα 2/3 του ορίου διαρροής είτε με τα 2/5 του ορίου θραύσης, οποιοδήποτε είναι μικρότερο.

S_t : επιτρεπόμενη τάση για περίπτωση υδροστατικού ελέγχου, σε Μpa. Το πραγματικό πάχος του τοιχώματος μαζί με την ανοχή σε διάβρωση, θα χρησιμοποιείται σε αυτό τον υπολογισμό. Ισούται είτε με τα 3/4 του ορίου διαρροής είτε με τα 3/7 του ορίου θραύσης, οποιοδήποτε είναι μικρότερο.

4.2.3 ΦΟΡΤΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

4.2.3.1 ΡΟΠΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ

Εδώ η ροπή ανατροπής είναι η ροπή που εφαρμόζεται στη βάση της δεξαμενής στα τοιχώματα μόνο. Τα θεμέλια της δεξαμενής υποβάλλονται σε επιπλέον ροπή ως αποτέλεσμα της οριζόντιας μετατόπισης των περιεχομένων της δεξαμενής.

Η ροπή ανατροπής που εφαρμόζεται στη βάση της δεξαμενής δίνεται από την σχέση:

$$M = Z \cdot I (C_1 \cdot W_s \cdot X_s + C_1 \cdot W_r \cdot H_t + C_1 \cdot W_1 \cdot X_1 + C_2 \cdot W_2 \cdot X_2) \quad (66)$$

όπου:

Z : συντελεστής σεισμικής ζώνης. Μας δίνει την οριζόντια επιτάχυνση ανάλογα με την περιοχή που μελετάμε. Υπάρχουν χάρτες που μας δίνουν αυτή την επιτάχυνση ανάλογα με την περιοχή.

I : συντελεστής σημαντικότητας. Είναι συνήθως ίσος με μονάδα για όλες τις δεξαμενές εκτός αν καθορίζεται κάτι διαφορετικό από τον προμηθευτή. Δεν πρέπει να ξεπερνά το 1.25, και η μέγιστη τιμή του (1.25) να εφαρμόζεται σε περίπτωση περιεχομένων της δεξαμενής μεγάλης επικινδυνότητας ή σε περίπτωση περιεχομένων δεξαμενής για εκτάκτου ανάγκης χρήση μετά από έναν σεισμό.

C_1, C_2 : οι συντελεστές της εγκάρσιας σεισμικής δύναμης για την ωστική και επαγωγική κίνηση αντίστοιχα.

W_s : το βάρος των περιφερειακών τοιχωμάτων της δεξαμενής.

X_s : το ύψος από τη βάση ως το κέντρο μάζας των τοιχωμάτων.

W_T : το βάρος της οροφής της δεξαμενής.

H_t : το συνολικό ύψος της δεξαμενής.

W_1 : βάρος της ωστικής μάζας που κινείται μαζί με τα τοιχώματα της δεξαμενής.

X_1 : ύψος ωστικής ροπής από τη βάση έως το σημείο εφαρμογής της εγκάρσιας σεισμικής δύναμης που εφαρμόζεται στο W_1 .

W_2 · βάρος της επαγωγικής μάζας.

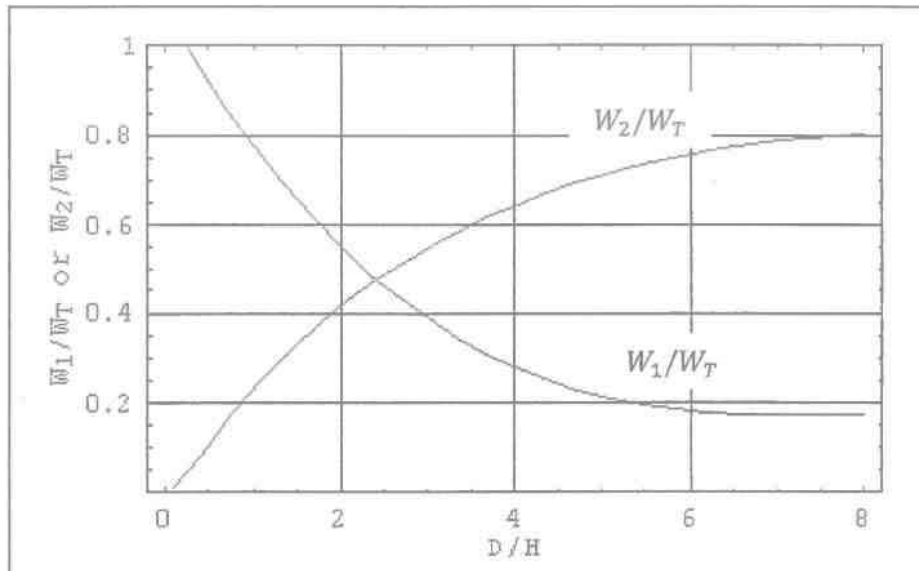
X_2 : ύψος επαγωγικής ροπής από τη βάση έως το σημείο εφαρμογής της εγκάρσιας σεισμικής δύναμης που εφαρμόζεται στο W_2 .

4.2.3.2 ΔΡΩΣΕΣ ΜΑΖΕΣ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Τα βάρη W_1 και W_2 τα λαμβάνουμε πολλαπλασιάζοντας με W_T τους λόγους W_1/W_T και W_2/W_T (σχέσεις (67) και (68)) αντίστοιχα που λαμβάνονται από το Σχήμα 4.25 όπου παριστάνονται γραφικά συναρτήσεις του λόγου D/H .

$$W_1 = \frac{W_1}{W_T} \cdot W_T \quad (67)$$

$$W_2 = \frac{W_2}{W_T} \cdot W_T \quad (68)$$



Σχήμα 4.25 : Δρώσες μάζες

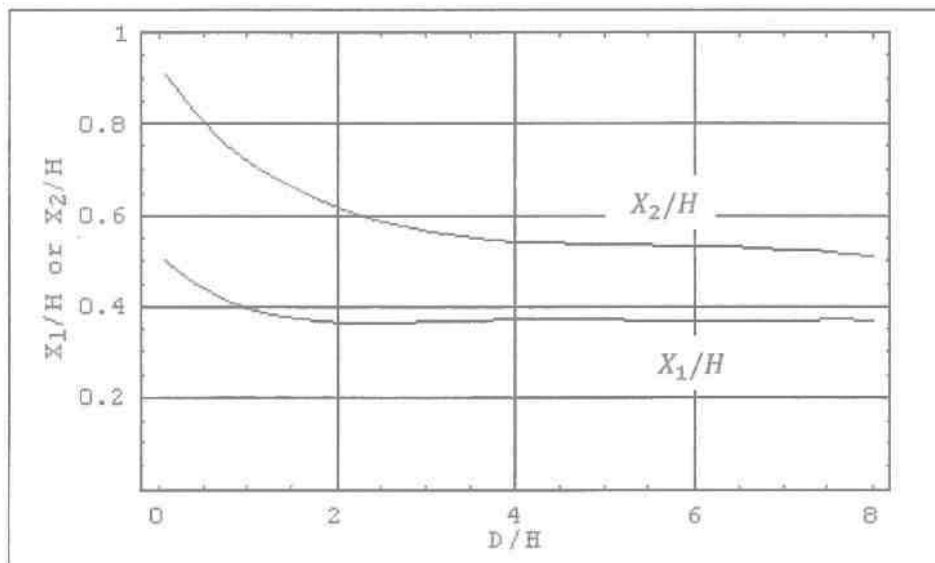
όπου D η διάμετρος του κυλίνδρου και H το ύψος της στάθμης του ρευστού. W_T είναι το συνολικό βάρος των περιεχομένων της δεξαμενής.

4.2.3.3 ΥΨΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Τα ύψη εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων τα λαμβάνουμε πολλαπλασιάζοντας με H τους λόγους X_1/H και X_2/H (σχέσεις (69) και (70)) αντίστοιχα που λαμβάνονται από το Σχήμα 4.26 όπου παριστάνονται γραφικά συναρτήσεις του λόγου D/H .

$$X_1 = \frac{X_1}{H} \cdot H \quad (69)$$

$$X_2 = \frac{X_2}{H} \cdot H \quad (70)$$



Σχήμα 4.26 : Ύψη εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων

4.2.3.4 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ C_1 ΚΑΙ C_2 ΤΩΝ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Ο συντελεστής της ωστικής εγκάρσιας σεισμικής δύναμης δίνεται από την σχέση:

$$C_1 = 0.6 \tag{71}$$

εκτός αν αναφέρει διαφορετικά ο προμηθευτής. Ενώ ο συντελεστής της επαγωγικής εγκάρσιας σεισμικής δύναμης από τη σχέση:

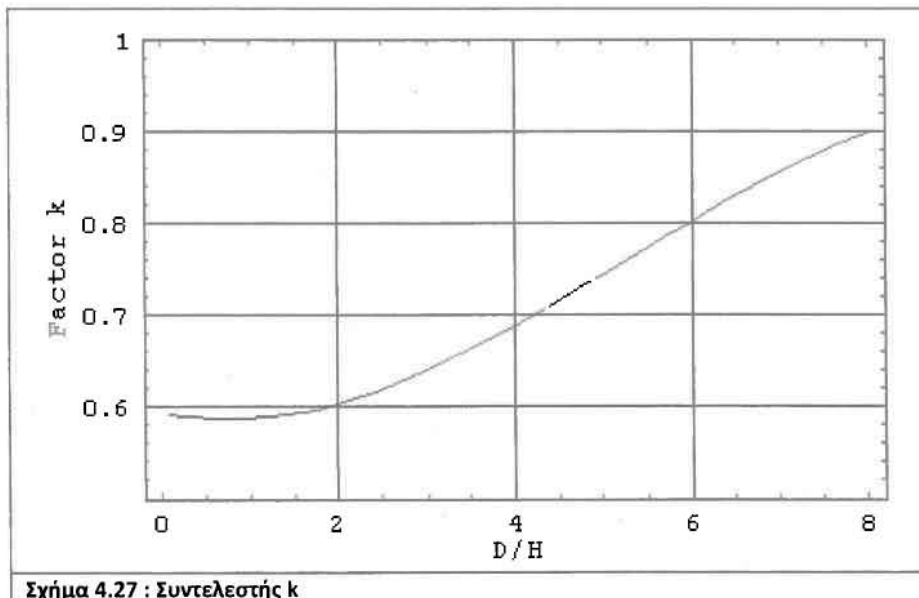
$$C_2 = \begin{cases} \frac{0.75 \cdot S}{T} & \text{όταν } T \leq 4.5 \text{ sec} \\ \frac{3.375 \cdot S}{T^2} & \text{όταν } T > 4.5 \text{ sec} \end{cases} \tag{72}$$

όπου :

S : είναι ο συντελεστής εδάφους όπως περιγράφεται στον Πίνακα 4.7.

$T = 1.81 \cdot k \cdot (D)^{0.5}$: είναι η ιδιοπερίοδος κυματισμού της επαγωγικής μάζας.

k : ο συντελεστής k από το Σχήμα 4.27 συναρτήσει του λόγου D/H .



Πίνακας 4.7 : Συντελεστής εδάφους S (βλέπε υποσημείωση)

Τύπος	Περιγραφή	Συντελεστή S
S_1	Προφίλ εδάφους με είτε: α) τύπου βραχώδη υλικό που χαρακτηρίζεται από ταχύτητα διάδοσης σεισμικού κύματος μεγαλύτερης των 760 m/sec ή με άλλα καταλληλότερα μέσα κατηγοριοποίησης ή β) σκληρό ή πυκνό έδαφος του οποίου το βάθος είναι λιγότερο από 60 m.	1.0
S_2	Σκληρό ή πυκνό χαρακτηριστικό του προφίλ εδάφους του οποίου το βάθος είναι μεγαλύτερο από 60 m.	1.2
S_3	Προφίλ εδάφους με 12m ή παραπάνω βάθος που περιέχει πάνω από 6m μαλακής προς μέτριας πυκνότητας πυλό αλλά πάνω από 12m μαλακό πυλό.	1.5
S_4	Προφίλ εδάφους με παραπάνω από 12m μαλακό πυλό.	2.0

Υποσημείωση: Ο συντελεστής εδάφους θα καθορίζεται από τεκμηριωμένα γεωλογικά δεδομένα. Σε περιοχές που οι ιδιότητες του εδάφους δεν είναι γνωστές με μεγάλη ακρίβεια ώστε να καθορισθεί το προφίλ του εδάφους, το προφίλ S_3 θα χρησιμοποιείται. Το προφίλ S_4 δεν θα χρησιμοποιείται εκτός αν οι υπεύθυνοι της κατασκευής καθορίζουν ότι χαρακτηριστικά του προφίλ S_4 είναι παρόν, ή έτσι δείχνουν τα επίσημα γεωλογικά δεδομένα.

Εναλλακτικά οι τιμές ZIC_1 και ZIC_2 μπορούν να υπολογιστούν από φάσμα απόκρισης καθορισμένο για την περιοχή που βρίσκεται η συγκεκριμένη δεξαμενή. Παρόλα αυτά, το ZIC_1 δεν πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό όπου το $C_1 = 0.6$, και τα Z και I όπως τα καθορίσαμε παραπάνω. Το φάσμα απόκρισης για τον παράγοντα ZIC_1 πρέπει να αντιστοιχεί σε βαθμό απόσβεσης 2%, ενώ για τον ZIC_2 σε 0.5%.

4.2.4 ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ

Αντίσταση στην ροπή ανατροπής στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής, μπορεί να παρέχεται από το βάρος του τοιχώματος της και από την αγκύρωση της ή, για μη αγκυρωμένες δεξαμενές, από το βάρος μέρους των περιεχομένων της δεξαμενής. Για μη αγκυρωμένες δεξαμενές, το βάρος του μέρους των περιεχομένων τους που μπορεί να αντισταθεί στην ροπή ανατροπής εξαρτάται από το πάχος του ελάσματος του πυθμένα κάτω από το περίβλημα, που ανασηκώνεται από τη θεμελίωση και καθορίζεται ως εξής :

$$w_L = 99t_b \sqrt{F_{by} G H} < 196 \cdot G \cdot H \cdot D \quad (73)$$

όπου :

w_L : μέγιστο βάρος μέρους των περιεχομένων της δεξαμενής που μπορεί να αντισταθεί στην ροπή ανατροπής σε N/m της περιμέτρου του τοιχώματος.

t_b : το πάχος του ελάσματος του πυθμένα κάτω από το περίβλημα της δεξαμενής (βλέπε 4.2.4.1), σε mm.

F_{by} : το ελάχιστο όριο διαρροής του ελάσματος του πυθμένα κάτω από το περίβλημα της δεξαμενής, σε Mpa.

G : το ειδικό βάρος του περιεχόμενου ρευστού.

H : το μέγιστο ύψος στάθμης νερού από σχεδιασμό, σε m.

4.2.4.1 ΠΑΧΟΣ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΒΑΣΗΣ

Το πάχος του ελάσματος της βάσης κάτω από το περίβλημα της δεξαμενής μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το t_b , αλλά το t_b που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του w_L δεν πρέπει να ξεπερνά το μέγιστο των 6mm, ή το πάχος του πρώτου τμήματος σταθερού πάχους του τοιχώματος της δεξαμενής μείον τις ανοχές διάβρωσής του, ούτε το t_b να ξεπερνά το πραγματικό πάχος του ελάσματος της βάσης μείον τις ανοχές διάβρωσής του. Όταν το πάχος του ελάσματος της βάσης κάτω από το περίβλημά είναι μεγαλύτερο του υπόλοιπου ελάσματος της βάσης, το πάχος του μεγαλύτερου ελάσματος θα είναι ίσο ή μεγαλύτερο του:

$$0.1745 \times \frac{10^{-3} w_t}{G} H(m) \quad (74)$$

4.2.5 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΣΕ ΘΛΙΨΗ

Διακρίνονται οι περιπτώσεις όπου η δεξαμενή είναι αγκυρωμένη ή όχι.

4.2.5.1 ΜΗ ΑΓΚΥΡΩΜΕΝΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Η μέγιστη αξονική θλιπτική δύναμη στο έλασμα της βάσης καθορίζεται ως εξής:

- όταν $M/[D^2(w_t + w_L)] < 0.785$,

$$b = w_t + \frac{M}{\pi \cdot D^2} = w_t + \frac{1.273 M}{D^2} \quad (75)$$

- όταν $0.785 < M/[D^2(w_t + w_L)] \leq 1.5$, το b μπορεί να υπολογιστεί από την τιμή της εξής παραμέτρου:

$$\frac{b + w_L}{w_t + w_L} \quad (76)$$

- όταν $1.5 < M/[D^2(w_t + w_L)] < 1.57$

$$\frac{b + w_L}{w_t + w_L} = \frac{1.490}{1 - \frac{0.637 M}{D^2(w_t + w_L)}} \quad (77)$$

όπου :

b : μέγιστη αξονική θλιπτική δύναμη στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής σε N/m της περιμέτρου του τοιχώματος

w_t : το βάρος του περιβλήματος της δεξαμενής συν το τμήμα της οροφής που στηρίζεται από αυτό, σε N/m της περιμέτρου του περιβλήματος.

Όταν $M/[D^2(w_t + w_L)]$ είναι μεγαλύτερο του 1.57 ή όταν $b/1000 \cdot t$ είναι μεγαλύτερο του F_a (βλέπε 4.2.4.3), τότε η δεξαμενή είναι δομικά ασταθής και πρέπει να γίνουν διορθωτικές ενέργειες χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί, όπως :

- a) αύξηση του t_b ή του w_L
- b) αύξηση του πάχους t του περιβλήματος
- c) αύξηση D , ελάττωση H δεξαμενής
- d) αγκύρωση δεξαμενής

4.2.5.2 ΑΓΚΥΡΩΜΕΝΕΣ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Το b στην περίπτωση αυτή υπολογίζεται ως εξής :

$$b = w_t + \frac{M}{\pi \cdot D^2} = w_t + \frac{1.273 M}{D^2} = \sigma \cdot t \quad (78)$$

όπου :

σ : είναι η μέγιστη αξονική τάση στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής όπου το πάχος του είναι ίσο με t .

4.2.5.3 ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΣΥΜΠΙΕΣΗ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ F_a

Η μέγιστη αξονική θλιπτική τάση στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής, $b/1000t$, δεν πρέπει να ξεπερνά την επιτρεπόμενη τάση F_a που εξαρτάται και από την εσωτερική υδροστατική πίεση των περιεχομένων. Όταν το GHD^2/t^2 είναι μεγαλύτερο από 44(μονάδες SI) τότε:

$$F_a = \frac{83t}{D} \quad (79)$$

Όταν GHD^2/t^2 είναι μικρότερο από 44(μονάδες SI) τότε:

$$F_a = \frac{83t}{2.5D} + 7.5\sqrt{GH} \quad (80)$$

Οποσδήποτε όμως το $F_a \leq 0.5F_{ty}$

F_{ty} : το ελάχιστο όριο διαρροής του πρώτου τμήματος σταθερού πάχους του τοιχώματος της δεξαμενής, σε Mpa

H : το μέγιστο ύψος στάθμης ρευστού

t : το πάχος του πρώτου τμήματος σταθερού πάχους του τοιχώματος της δεξαμενής.

4.2.6 ΑΓΚΥΡΩΣΗ ΔΕΞΑΜΕΝΩΝ

Εάν μια αγκυρωμένη δεξαμενή δεν σχεδιαστεί σωστά, το περίβλημά της μπορεί να υποστεί σχίσσιμο. Η δύναμη των παρεμβασμάτων αγκύρωσης πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το όριο διαρροής των αγκυρώσεων, ώστε να σπάσουν πρώτα αυτά. Η εμπειρία έχει δείξει ότι σωστά μελετημένες αγκυρωμένες δεξαμενές αντέχουν περισσότερο σε σεισμικές υπερφορτίσεις από ότι οι μη αγκυρωμένες.

Σε δεξαμενές με λιγότερο από 15 m διάμετρο, η απόσταση μεταξύ των αγκυρώσεων να μην ξεπερνά τα 1.8 m.

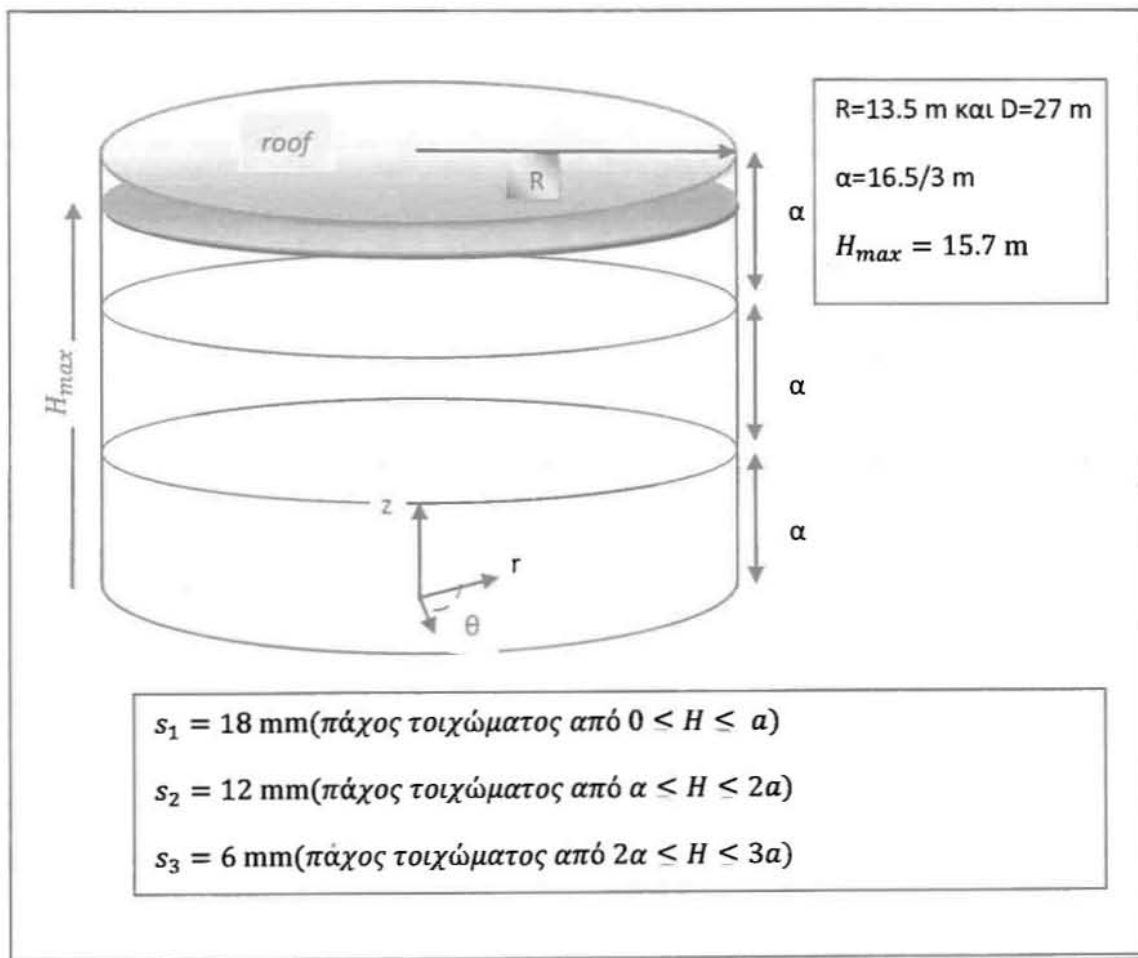
Επίσης οι αγκυρώσεις να επιτρέπουν θερμική διαστολή της δεξαμενής σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες και από τους 90°C.

Κεφάλαιο 5

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

5.1 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ ΥΔΑΤΟΣ

Η μελέτη αυτή αφορά μία κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή ύδατος με μέγιστο ύψος τα 16.5m, μέγιστο ύψος πλήρωσης με νερό τα 15.7m, διαμέτρου $D=27\text{m}$. Το πάχος των τοιχωμάτων είναι μεταβαλλόμενο και αποτελείται από τρία τμήματα σταθερού πάχους το καθένα μήκους $\alpha=16.5/3\text{ m}$. Θα χρησιμοποιηθεί κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων με την αρχή των αξόνων στο κέντρο της βάσης του κυλίνδρου. Το υλικό κατασκευής είναι χάλυβας πυκνότητας $\rho_{steel} = 7.8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ορίου διαρροής $f_y = 240 \text{ MPa}$ και μέτρου ελαστικότητας $E = 210 \text{ GPa}$ και η δεξαμενή έχει οροφή μάζας $M_{roof} = 35000 \text{ Kg}$.



Σχήμα 28 : Γεωμετρία δεξαμενής

Προτού ακολουθήσει ο αντισεισμικός σχεδιασμός βάση των κανονισμών EN 1998-4 και API 650, θα προηγηθεί υδροστατικός έλεγχος της δεξαμενής σύμφωνα με τους κανονισμούς AWWA και API 650.

5.1.1 ΕΚΕΙΧΟΣ ΣΕ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ AWWA

Σύμφωνα με τον κανονισμό American Water Works Assosiation (1985) γίνεται έλεγχος επάρκειας του τοιχώματος σε υδροστατική πίεση όπου το πάχος του τοιχώματος υπολογίζεται από τη σχέση :

$$t_n = \frac{2.6 \cdot h_p \cdot D \cdot G}{s \cdot E} \quad (81)$$

$$s = 15000 \text{ psi} \quad (82)$$

όπου :

t_n : το ελάχιστο επιτρεπτό πάχος του n-οστού τμήματος του τοιχώματος που μελετάται, όσον αφορά την επάρκεια τοιχώματος σε υδροστατική πίεση, σε inches.

s : είναι η επιτρεπόμενη περιφερική τάση που αναπτύσσεται στα τοιχώματα, σύμφωνα με τον κανονισμό AWWA, σε psi.

E : είναι συντελεστής επάρκειας των συγκολλήσεων ($E = 0.85$).

h_p : το ύψος του ρευστού από το μέγιστο ύψος πλήρωσης έως την βάση του κάθε τοιχώματος σταθερού πάχους που μελετάται, σε feet.

D : η διάμετρος της δεξαμενής σε feet.

G : το ειδικό βάρος του ρευστού (για το νερό $G=1$)

Άρα :

Στη βάση του τμήματος πάχους 18 mm το επιτρεπόμενο πάχος είναι :

$$t_1 = 23,62 \text{ mm} \quad (83)$$

Στη βάση του τμήματος πάχους 12 mm το επιτρεπόμενο πάχος είναι :

$$t_1 = 15,24 \text{ mm} \quad (84)$$

Στη βάση του τμήματος πάχους 6 mm το επιτρεπόμενο πάχος είναι :

$$t_1 = 6,85 \text{ mm} \quad (85)$$

Παρατηρούμε ότι $t_1 > 18 \text{ mm}$, $t_2 > 12 \text{ mm}$, $t_3 > 6 \text{ mm}$, που σημαίνει ότι σύμφωνα με τον κανονισμό AWWA και τα τρία τμήματα του τοιχώματος της δεξαμενής που μελετάται παραβιάζουν τα επιτρεπτά όρια.

Άρα τα τοιχώματα **δεν** πληρούν τις προδιαγραφές αντοχής σε υδροστατική πίεση σύμφωνα με τον AWWA.

5.1.2 ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑ API 650

Το απαιτούμενο πάχος των τοιχωμάτων θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο του πάχους που καθορίζει ο υδροστατικός έλεγχος, αλλά δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό που καθορίζεται από τον Πίνακα 4.6 της σελίδας 41. Άρα θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 8 mm για δεδομένη διάμετρο των 27 m.

Σύμφωνα με τη μέθοδο του ενός ποδιού ("one foot method") υπολογίζεται το πάχος που απαιτείται στα σημεία σχεδιασμού 0.3 m πάνω από τη βάση του κάθε τμήματος ενός ελάσματος σταθερού πάχους του τοιχώματος της δεξαμενής. Άρα για μέγιστο ύψος πλήρωσης τα 15.7 m και όριο διαρροής τα 240Μρα, από τις σχέσεις (64) και (65) βρίσκουμε:

Για το πρώτο τμήμα πάχους 18mm

$$t_{1t} = 11.319 \text{ mm} \quad (87)$$

Για το δεύτερο τμήμα πάχους 12mm

$$t_{2t} = 7.49 \text{ mm} \quad (89)$$

Για το τρίτο τμήμα πάχους 6mm

$$t_{3t} = 3.45 \text{ mm} \quad (91)$$

όπου:

t_t : είναι το πάχος του υδροστατικού ελέγχου του ελάσματος σε mm.

Από τις σχέσεις (87),(89)και (91) συμπεραίνουμε ότι τα πραγματικά πάχη (s_1, s_2, s_3) είναι μεγαλύτερα των t_{nt} ($n=1,2,3$). Άρα τα τοιχώματα πληρούν τις προδιαγραφές αντοχής σε υδροστατική πίεση σύμφωνα με τον API 650.

5.1.3 ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ ΕΝ 1998-4

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ-ΙΔΙΟΠΕΡΙΟΔΟΙ

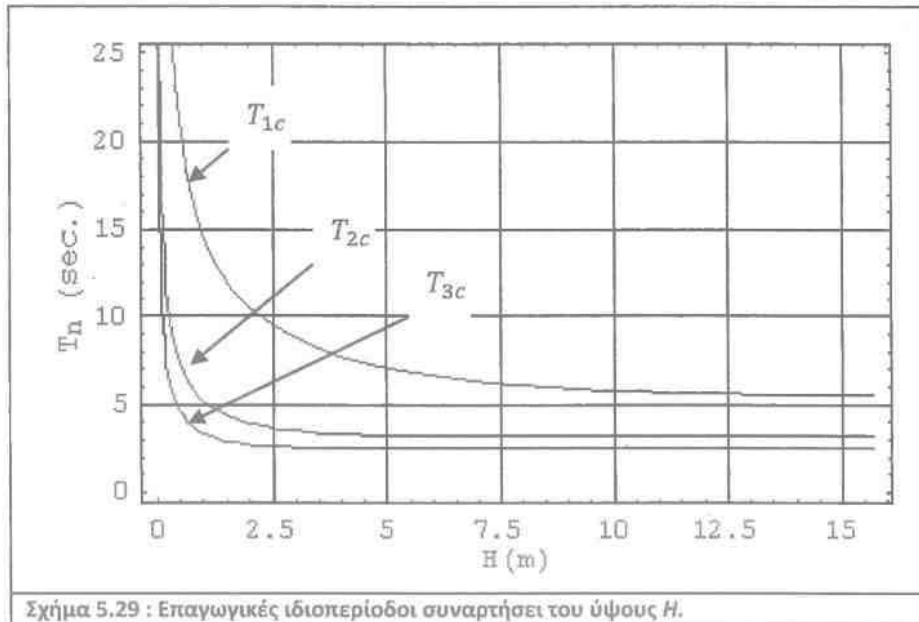
Από (10) και (11) :

$$\omega_{cn} = \sqrt{\frac{g}{R} \tanh\left(\frac{\lambda_n H}{R}\right)}, \quad T_{cn} = \frac{2\pi}{\omega_{cn}}, \quad \lambda_n = \begin{pmatrix} 1.841 \\ 5.331 \\ 8.536 \end{pmatrix} \quad (92)$$

όπου:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$R = 13.5 \text{ m}$$



ΦΑΣΜΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Η φασματική επιτάχυνση απόκρισης για την περιοχή που βρίσκεται η δεξαμενή μας σύμφωνα με τον ΕΑΚ (2000) δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$\begin{aligned} S_{a1}(T) &= \gamma_1 \cdot A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(\frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} - 1 \right) \right) \text{ για } 0 \leq T \leq T_1 \\ S_{a2}(T) &= \gamma_1 \cdot A \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} \text{ για } T_1 < T < T_2 \\ S_{a3}(T) &= S_{a2} \cdot \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} \text{ για } T_2 \leq T \end{aligned} \quad (93)$$

όπου :

$\gamma_1 = 1$: είναι ο συντελεστής σπουδαιότητας της κατασκευής

$A = a \cdot g$: το $a = 0.24$ που είναι συντελεστής επιτάχυνσης εδάφους

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{2 + \zeta}} \geq 0.7 : \text{το } \zeta \text{ είναι ο βαθμός απόσβεσης}$$

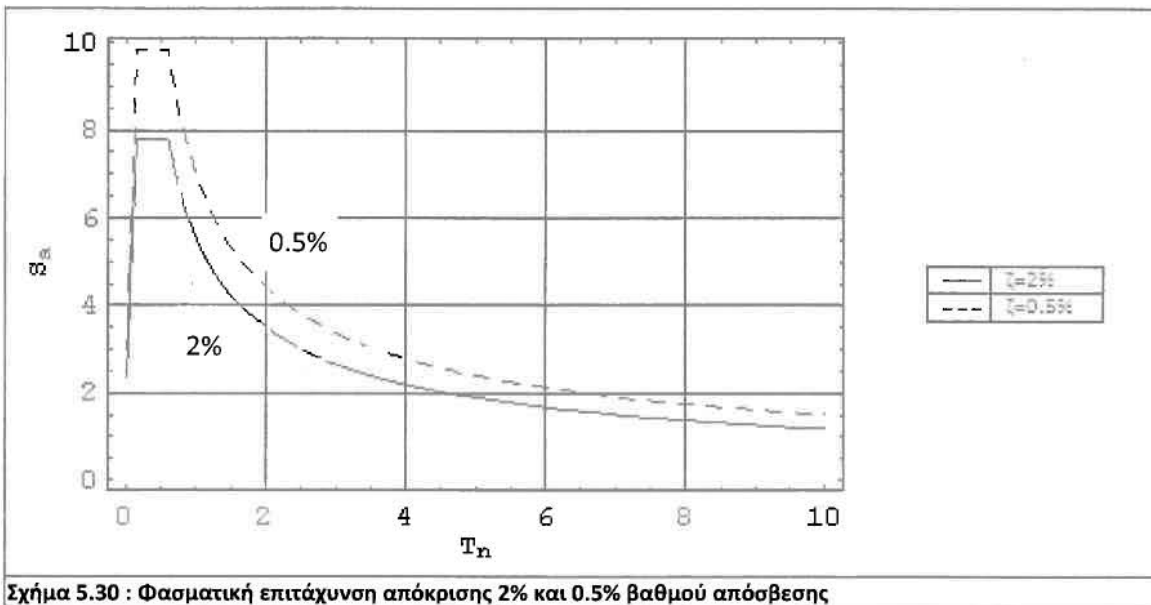
$\theta = 1$: γιατί έχουμε κατηγορία εδάφους B

$\beta_0 = 2.5$: είναι ο συντελεστής φασματικής ενίσχυσης

$q = 1$: γιατί επιθυμούμε ελαστική συμπεριφορά

$T_1 = 0.15 \text{ sec}$ και $T_2 = 0.6 \text{ sec}$

Στο Σχήμα 5.30 βλέπουμε τα γραφήματα φασματικής επιτάχυνσης S_a για βαθμό απόσβεσης 0.5% και 2%, για την επαγωγική και ωστική ταλάντωση αντίστοιχα.



Σχήμα 5.30 : Φασματική επιτάχυνση απόκρισης 2% και 0.5% βαθμού απόσβεσης

ΜΑΖΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Οι επαγωγικές μάζες κυματισμού, η ωστική μάζα του περιεχόμενου ρευστού και η μάζα των τοιχωμάτων συν της οροφής δίνονται από τις σχέσεις (94) ως (96). Τόσο η ωστική μάζα του ρευστού όσο και η μάζα των τοιχωμάτων και της οροφής, κινούνται μαζί που σημαίνει ότι έχουν την ίδια ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης, την ωστική ιδιοσυχνότητα.

$$M_{cn} = \frac{2 \tanh\left(\frac{\lambda_n}{F} H\right) \rho_{water} \cdot \pi R^2 H}{\left(\frac{\lambda_n}{R} H\right) (\lambda_n^2 - 1)} \quad (94)$$

$$M_{IL} = \rho_{water} \cdot \pi R^2 \cdot H - \sum_{n=1}^5 M_{cn} \quad (95)$$

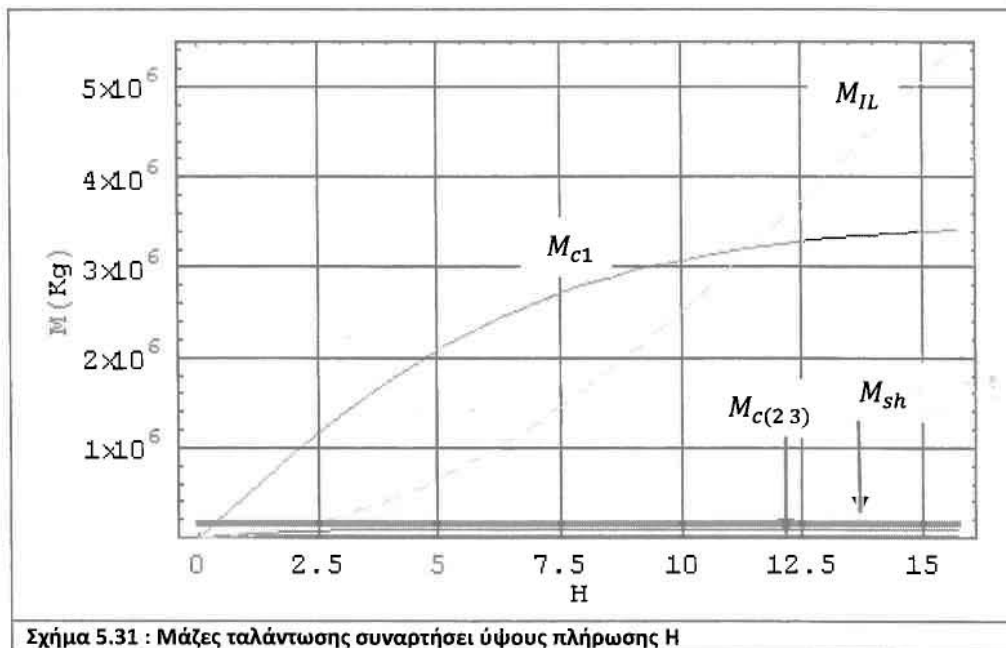
$$M_{sh} = M_{sh1} + M_{sh2} + M_{sh3} + M_{roof} = 2\pi R \cdot a \cdot \rho_{steel} [s_1 + s_2 + s_3] + 35000 = 166001 \text{ Kg} \quad (96)$$

όπου:

M_{sh} : είναι η μάζα του τοιχώματος συν της οροφής και $M_{sh1,2,3}$ είναι οι μάζες του κάθε τμήματος της δεξαμενής σταθερού πάχους.

$$\rho_{water} = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

Στο Σχήμα 5.31 παριστάνονται γραφικά οι μάζες $M_{(12)c}$, M_{IL} και M_{sh} σε κιλά (Kg) συναρτήσει του ύψους H.



ΣΕΙΣΜΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1. Απαραμόρφωτα τοιχώματα δεξαμενής (μηδενική ιδιοπερίοδος ωστικών μαζών $T_I = 0$):

Από (92) έχουμε τις ιδιοπερίοδος \bar{T}_{cn} κυματισμού και από το Σχήμα 5.29 παρατηρούμε στις τρεις πρώτες ιδιοπερίοδους ότι είναι όλες μεγαλύτερες των 5 sec για όλα τα ύψη H. Από το σχήμα της φασματικής επιτάχυνσης (Σχήμα 5.30), παρατηρούμε ότι για βαθμό απόσβεσης 0.5% ότι για $T_{cn} > 5$ sec είμαστε στον τρίτο κλάδο της φασματικής επιτάχυνσης με εξίσωση γραφικής παράστασης από (93):

$$S_a(T_{cn}) = 7.00648 \left(\frac{1}{T_{cn}} \right)^{2/3} \quad (97)$$

Οι ωστικές δυνάμεις δίνονται από τη σχέση :

$$F_{cn} = \ddot{m}_{cn} \cdot S_a(T_{cn}) \quad (98)$$

όπου τα M_{cn} λαμβάνονται από τη σχέση (94) και τα $S_a(T_{cn})$ από (97).

Από τις σχέσεις (93) για $T_I = 0$ και $\zeta = 2\%$, η επιτάχυνση των ωστικών μαζών δίνεται από την σχέση:

$$S(T_I) = 0,24 \cdot g \quad (99)$$

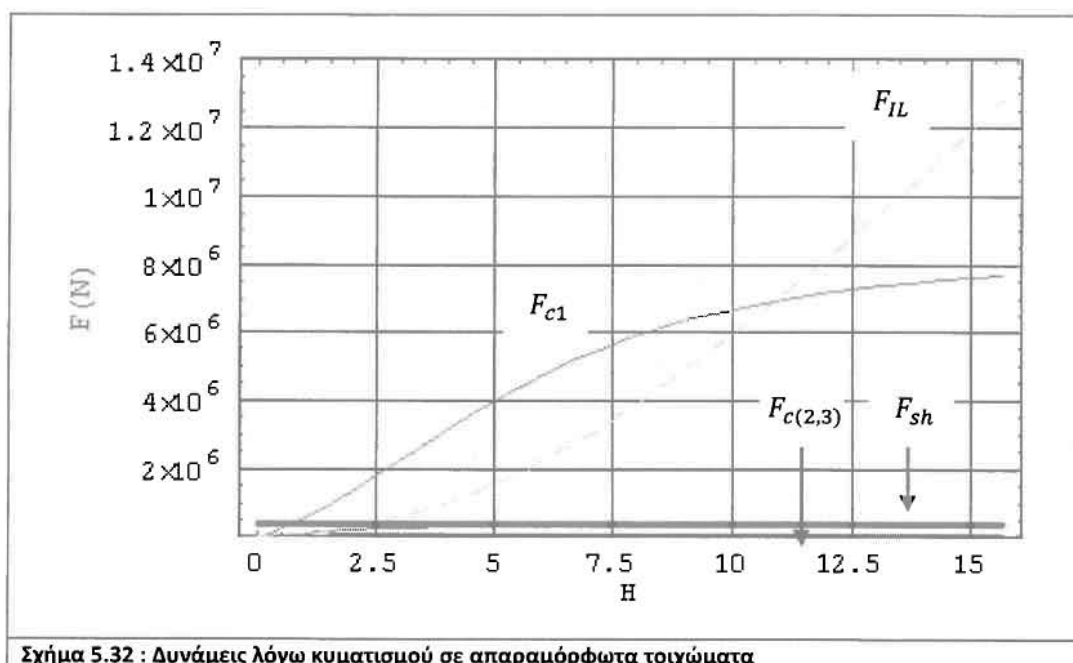
Η επαγωγική δύναμη F_{IL} από την κίνηση του ρευστού και η επαγωγική δύναμη F_{sh} από την κίνηση των τοιχωμάτων και της οροφής δίνονται από τις σχέσεις (100) και (101) αντίστοιχα:

$$F_{IL} = M_{IL}(H) \cdot S(T_I) \quad (100)$$

$$F_{sh} = M_{sh} \cdot S(T_I) \quad (101)$$

όπου τα M_{IL} και M_{sh} λαμβάνονται από τις σχέσεις (94) έως (96) και το $S(T_{imp})$ από σχέση (99).

Στο Σχήμα 5.32, παριστάνονται γραφικά οι ωστικές δυνάμεις F_{IL} και F_{sh} , και οι επαγωγικές δυνάμεις F_{nc} για $n=1,2,3$ συναρτήσει του ύψους H σε Newton.



2. Παραμορφώσιμα τοιχώματα δεξαμενής (ιδιοπερίοδος ωστικών μαζών διάφορης του μηδενός $T_I = T_{imp} \neq 0$):

Σύμφωνα με την απλοποιημένη διαδικασία του EN 1998-4 για στερεωμένες κυλινδρικές δεξαμενές με παραμορφώσιμα τοιχώματα, η επαγωγική και η ωστική ιδιοπερίοδος δίνονται από τις σχέσεις (102) και (103) και παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 5.35 συναρτήσει του ύψους H:

$$\bullet T_{con} = C_c \sqrt{R} \quad (102)$$

και

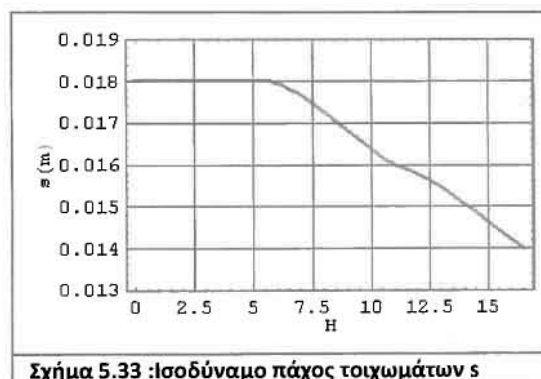
$$\bullet T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{\rho_{water} \cdot H}}{\sqrt{s \cdot E}} \quad (103)$$

όπου:

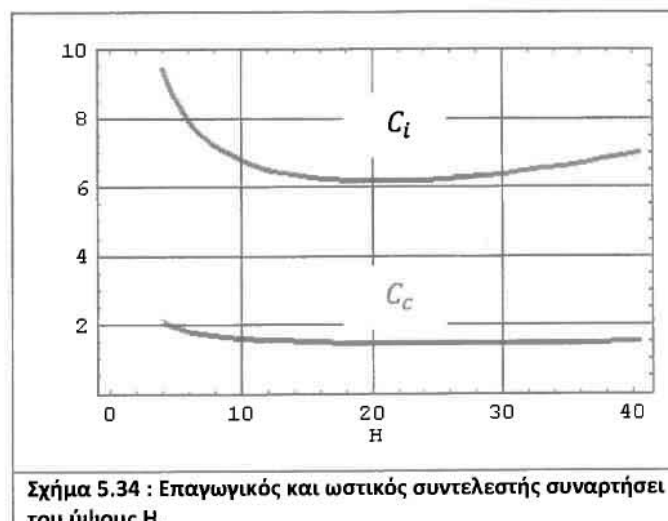
E: μέτρο ελαστικότητας υλικού τοιχωμάτων

s: το ισοδύναμο ομοιόμορφο πάχος του τοιχώματος της δεξαμενής (ο σταθμισμένος μέσος όρος πέρα από το ύψος πλήρωσης της δεξαμενής, όπου το βάρος μπορεί να ληφθεί ανάλογο προς την πίεση στο τοίχωμα της δεξαμενής, η οποία είναι μέγιστη στη βάση του τοιχώματος της δεξαμενής). Το ισοδύναμο πάχος s παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 5.33 συναρτήσει του ύψους H. Αναλυτικές σχέσεις για την εύρεση του πάχους s υπάρχουν στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.

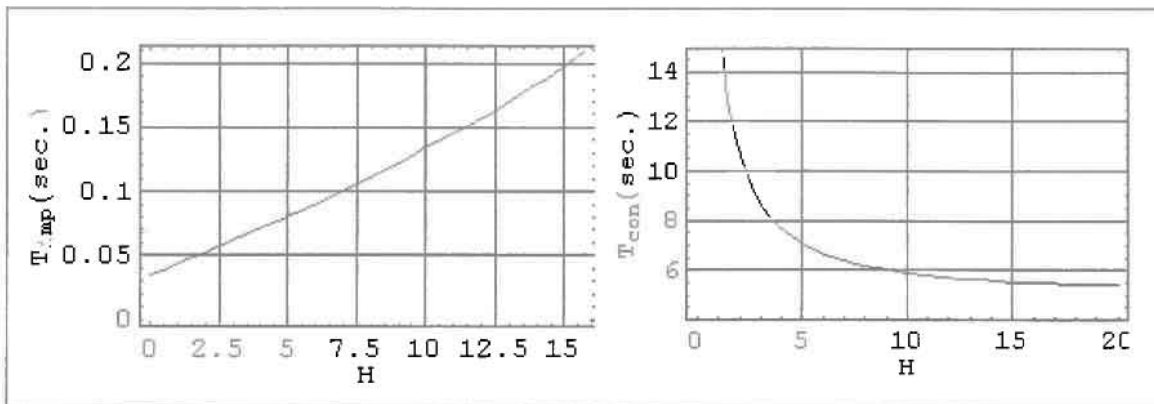
C_c και C_i επαγωγικός και ωστικός συντελεστής από Σχήμα 5.34



Σχήμα 5.33: Ισοδύναμο πάχος τοιχωμάτων s



Σχήμα 5.34: Επαγωγικός και ωστικός συντελεστής συναρτήσει του ύψους H.



Σχήμα 5.35 : Ωστική και επαγωγική ιδιοπερίοδος (πρώτο και δεύτερο σχήμα αντίστοιχα)

Κάνοντας χρήση της ιδιοπεριόδου της σχέσης (102) και παρατηρώντας στο Σχήμα 5.35 ότι το $T_{con} > T_2$ για όλα τα ύψη H , συμπεραίνουμε ότι βρισκόμαστε στον τρίτο κλάδο της φασματικής επιτάχυνσης με βαθμό απόσβεσης 0.5%. Καταλήγουμε λοιπόν από (93) στη σχέση της επιτάχυνσης της θεμελιώδους επαγωγικής μάζας M_{1c} :

$$S_a(T_{con}) = 7.00648 \left(\frac{1}{T_{con}} \right)^2 \quad (104)$$

Η επαγωγική δύναμη δίνεται από τη σχέση :

$$\bar{F}_{con} = M_{c1} \cdot S_a(T_{con}) \quad (105)$$

όπου το M_{c1} λαμβάνεται από τη σχέση (94) για $n=1$.

Παρατηρώντας το Σχήμα 5.35 για $T_{imp} = 0,15$ είμαστε στα $H=11.3m$. Άρα σύμφωνα με (93) για βαθμό απόσβεσης 2% , από $0 < H < 11.3m$ είμαστε στον πρώτο κλάδο του φάσματος απόκρισης και για $11.3 < H < 15.7m$ στον δεύτερο κλάδο. Άρα το $S_a(T_{imp})$ θα είναι διαφορετικό για $H < 11.3m$ και διαφορετικό για $11.3 \leq H < 15.7m$:

$$S_a(T_{imp}) = \begin{cases} 0.24 \cdot 9.81 \left(1 + \frac{T_{imp}}{0.15} \left(2.5 \sqrt{\frac{7}{2+2}} - 1 \right) \right) & , \text{για } 0 \leq H < 11.3m \\ 7.78645 & , \text{για } 11.3 < H \leq 15.7m \end{cases} \quad (106)$$

Η επαγωγική δύναμη F_{IL} από την κίνηση του ρευστού και η επαγωγική δύναμη F_{sh} από την κίνηση των τοιχωμάτων και της οροφής δίνονται από τις σχέσεις (107) και (108) αντίστοιχα:

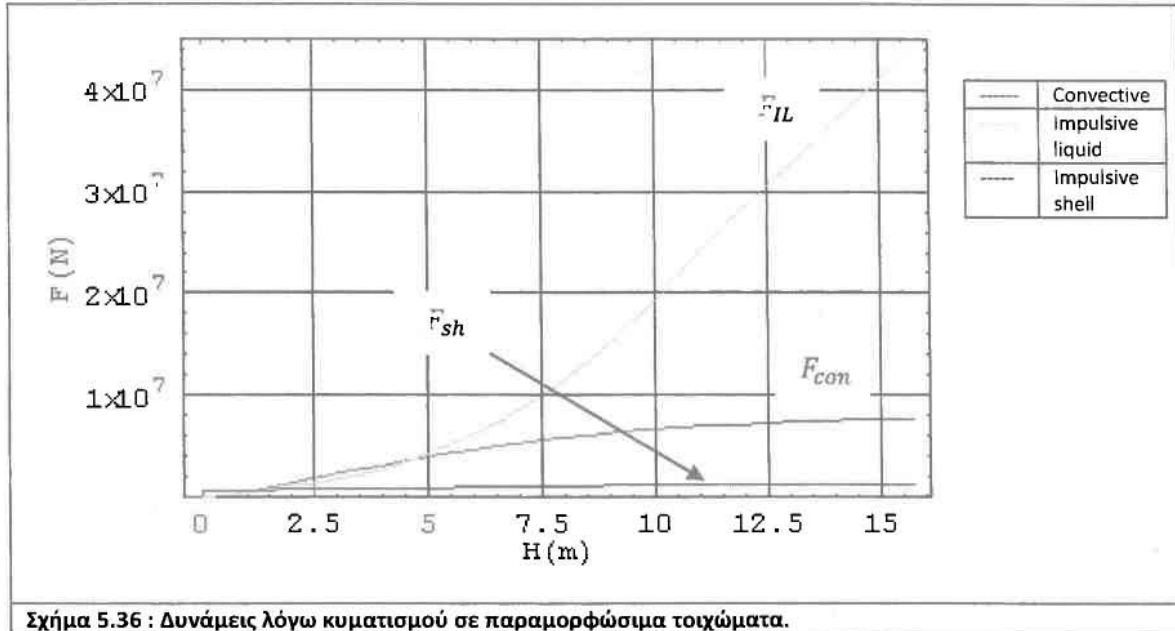
$$F_{IL} = M_{IL}(H) \cdot S_a(T_{imp}) \quad (107)$$

$$F_{sh} = M_{sh} \cdot S_a(T_{imp}) \quad (108)$$

όπου το M_{sh} από (96) και M_{IL} δίνεται σύμφωνα με (95) από την παρακάτω σχέση :

$$M_{IL} = M_L - M_{c1} \quad (109)$$

Στο Σχήμα 5.36 παριστάνονται γραφικά οι ωστικές δυνάμεις F_{IL} και F_{sh} , και οι θεμελιώδης επαγωγική δύναμη F_{con} συναρτήσει του ύψους H σε Newton.



Σχήμα 5.36 : Δυνάμεις λόγω κυματισμού σε παραμορφώσιμα τοιχώματα.

ΥΨΗ ΡΟΠΩΝ ΠΑΝΩ ΑΠΟ ΤΗ ΒΑΣΗ

Το ύψος εφαρμογής της δύναμης ως αποτέλεσμα της ταλάντωσης της επαγωγικής μάζας M_{cn} δίνεται από τη σχέση (46) για $n=1,2,3,\dots$:

$$h_{cn} = \left(1 + \frac{1 - \cosh\left(\frac{\lambda_n}{R} H\right)}{\left(\frac{\lambda_n}{R} H\right) \cdot H \cdot \sinh\left(\frac{\lambda_n}{R} H\right)} \right) \cdot H \quad (110)$$

Το ύψος εφαρμογής της δύναμης ως αποτέλεσμα της ταλάντωσης της ωστικής μάζας M_{IL} του περιεχόμενου ρευστού δίνεται από τη σχέση:

$$h_{IL} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot I_1(v_n \cdot R/H)}{(v_n)^4 \cdot I_1'(v_n \cdot R/H)} (v_n \cdot (-1)^n - 1)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(v_n \cdot R/H)}{(v_n)^3 \cdot I_1'(v_n \cdot R/H)}} \quad (111)$$

με $v_n = \frac{2n+1}{2} \pi$.

Το ύψος εφαρμογής της δύναμης ως αποτέλεσμα της ταλάντωσης της ωστικής μάζας των τοιχωμάτων και της οροφής δίνεται από τη σχέση:

$$h_{sh} = \frac{M_{sh1} \cdot h_{sh1} + M_{sh2} \cdot h_{sh2} + M_{sh3} \cdot h_{sh3} + M_{roof} \cdot h_{roof}}{M_{sh1} + M_{sh2} + M_{sh3} + M_{roof}} = 8.5426 \text{ m} \quad (112)$$

όπου M_{shn} ($n=1,2,3$) και M_{roof} είναι η μάζα του κάθε τμήματος σταθερού πάχους και της οροφής, ενώ h_{shn} ($n=1,2,3$) και h_{roof} είναι το ύψος του κέντρου μάζας του κάθε τμήματος από τη βάση της δεξαμενής.

ΡΟΠΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ

1. Απαραμόρφωτα τοιχώματα δεξαμενής (μηδενική ιδιοπερίοδος ωστικών μαζών $T_I = 0$):

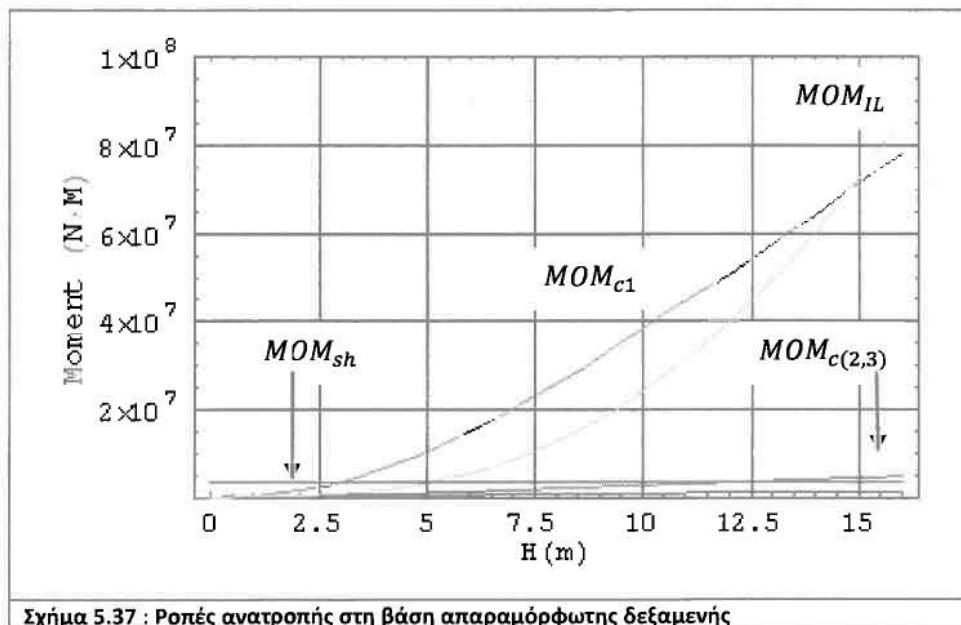
Οι ροπές ανατροπής δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις και παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 5.37 συναρτήσει του ύψους H:

$$MOM_{cn} = M_{cn} \cdot S(T_{cn}) \cdot h_{cn} = F_{cn} \cdot h_{cn} \text{ από (98),(110)} \quad (113)$$

$$MOM_{IL} = M_{IL} \cdot S(T_I) \cdot h_{IL} = F_{IL} \cdot h_{IL} \text{ από (100),(111)} \quad (114)$$

$$MOM_{sh} = M_{sh} \cdot S(T_I) \cdot h_{sh} = F_{sh} \cdot h_{sh} \text{ από (101),(112)} \quad (115)$$

όπου MOM_{cn} είναι η ροπή στη βάση από την ταλάντωση των επαγωγικών μαζών M_{cn} , MOM_{IL} είναι η ροπή στη βάση από την κίνηση της ωστικής μάζας του ρευστού και MOM_{sh} η ροπή στη βάση της δεξαμενής από την κίνηση της μάζας των τοιχωμάτων και της οροφής.



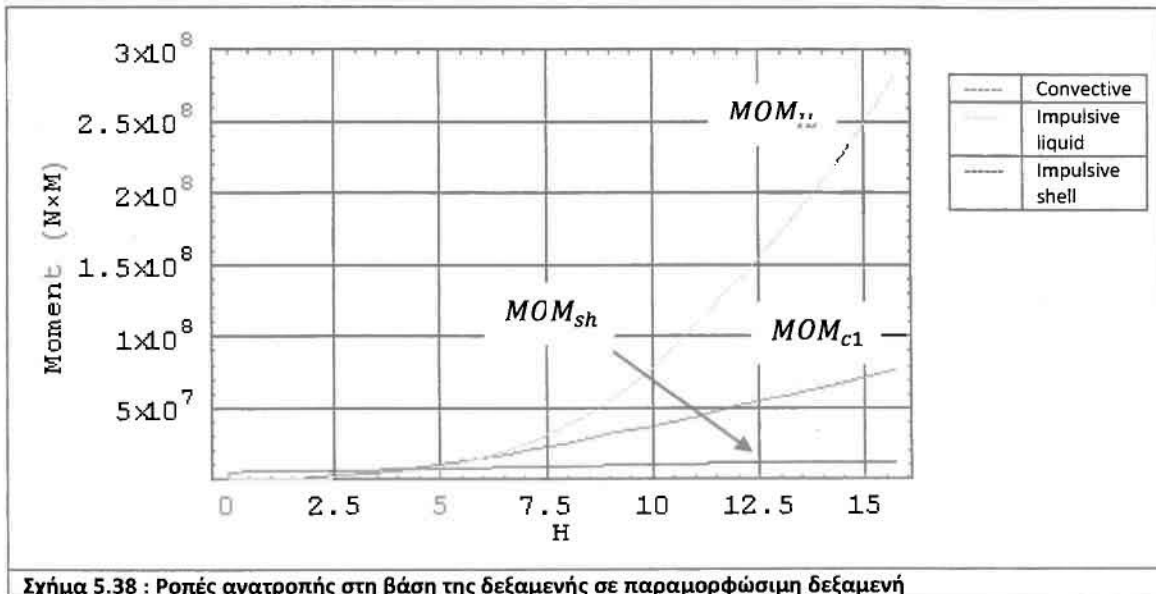
2. Παραμορφώσιμα τοιχώματα δεξαμενής (ιδιοπερίοδος ωστικών μαζών διάφορης του μηδενός $T_I = T_{imp}$):

$$MOM_{1c} = M_{c1} \cdot S(T_{con}) \cdot h_{c1} = F_{con} \cdot h_{c1} \quad \text{από (105),(110)} \quad (116)$$

$$MOM_{1L} = M_{IL} \cdot S(T_{imp}) \cdot h_I = F_{IL} \cdot h_I \quad \text{από (107),(111)} \quad (117)$$

$$MOM_{Sh} = M_{sh} \cdot S(T_{imp}) \cdot h_{sh} = F_{sh} \cdot h_{sh} \quad \text{από (108),(112)} \quad (118)$$

όπου MOM_{c1} είναι η ροπή στη βάση από την ταλάντωση της επαγωγικής μάζας M_{c1} , MOM_{IL} είναι η ροπή στη βάση από την ταλάντωση της ωστικής μάζας M_{IL} και MOM_{sh} η ροπή στη βάση της δεξαμενής από την ταλάντωση της μάζας των τοιχωμάτων και της οροφής.



Σχήμα 5.38 : Ροπές ανατροπής στη βάση της δεξαμενής σε παραμορφώσιμη δεξαμενή

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΒΑΣΗ

1. Η συνολική ροπή στη βάση για απαραμόρφωτα τοιχώματα από τις σχέσεις (113)-(115) για $n=1,2,3$ είναι :

$$MOM_{tot1} = MOM_{c1} + MOM_{c2} + MOM_{c3} + MOM_{IL} + MOM_{sh} \quad (119)$$

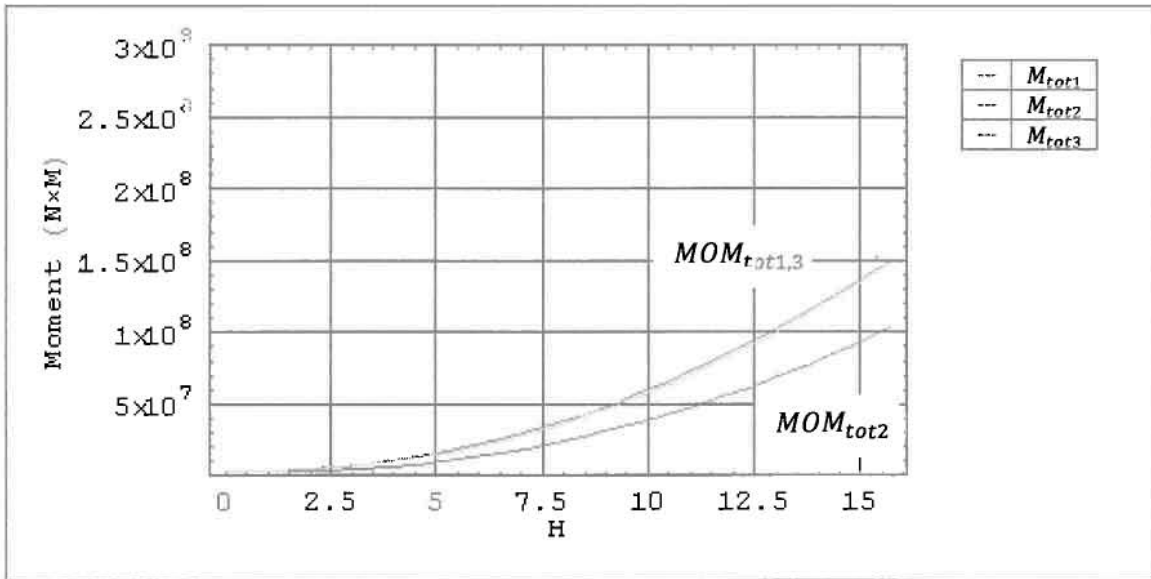
ή

$$MOM_{tot2} = \sqrt{(MOM_{c1})^2 + (MOM_{c2})^2 + (MOM_{c3})^2 + (MOM_{IL})^2 + (MOM_{sh})^2} \quad (120)$$

ή

$$MOM_{tot3} = \sqrt{(MOM_{c1})^2 + (MOM_{c2})^2 + (MOM_{c3})^2} + MOM_{IL} + MOM_{sh} \quad (121)$$

Τα MOM_{tot1} , MOM_{tot2} και MOM_{tot3} παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 5.39 συναρτήσει του ύψους H.



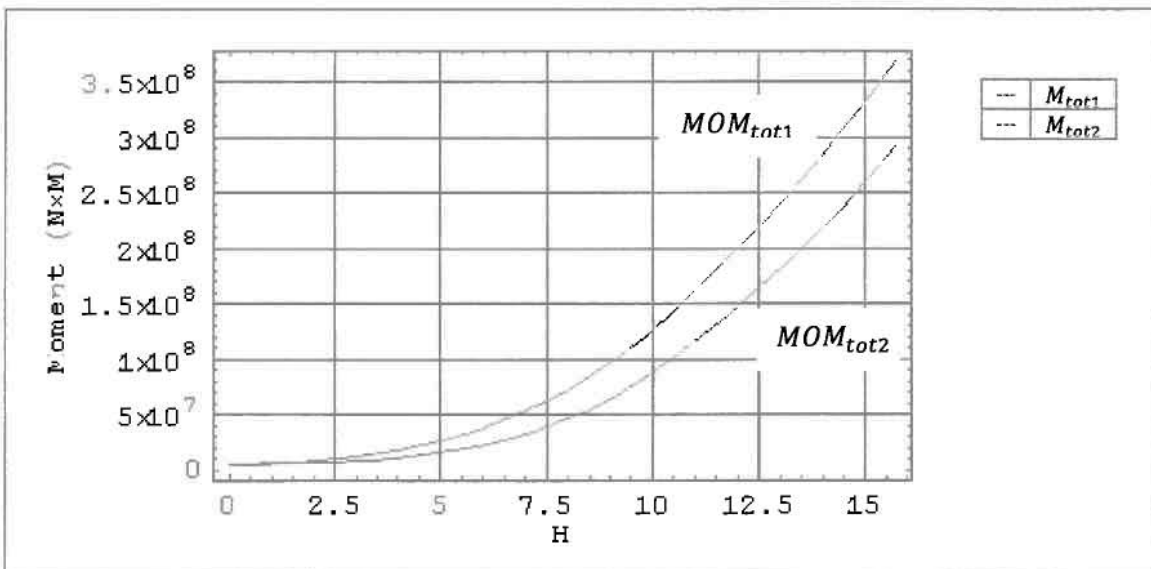
Σχήμα 5.39 : Συνολική ροπή για απαράμορφωτη δεξαμενή

2. Η συνολική ροπή στη βάση για παραμορφώσιμα τοιχώματα από τις σχέσεις (116)-(118) είναι :

$$MOM_{tot1} = MOM_{c1} + MOM_{IL} + MOM_{sh} \quad (122)$$

$$\eta \quad MOM_{tot2} = \sqrt{(MOM_{c1})^2 + (MOM_{IL})^2 + (MOM_{sh})^2} \quad (123)$$

Τα MOM_{tot1} και MOM_{tot2} παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 5.40 συναρτήσει του H.



Σχήμα 5.40 : Συνολική ροπή για παραμορφώσιμη δεξαμενή.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ

Σε αυτή την παράγραφο θα γίνει έλεγχος για λυγισμό στη βάση κάθε τμήματος σταθερού πάχους τοιχώματος της δεξαμενής. Θα κάνουμε συνολικά τρεις ελέγχους για τα τμήματα πάχους τοιχώματος 18 mm, 12 mm και 6 mm.

1. ΠΡΩΤΟ ΤΜΗΜΑ ΠΑΧΟΥΣ $s_1=18\text{mm}$

Ο εμπειρικός τύπος της μέγιστης επιτρεπόμενης κατακόρυφης τάσης που αναπτύσσεται στα τοιχώματα της δεξαμενής στη βάση της, δίνεται από τη σχέση :

$$\sigma_{m1} = \sigma_{c1} \left[1 - \left(\frac{r_1 R}{s_1 f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1.12 + r^{1.15}} \right) \left[\frac{r + \sqrt{r^2 + 250}}{r + 1} \right] \text{ Mpa} \quad (124)$$

όπου:

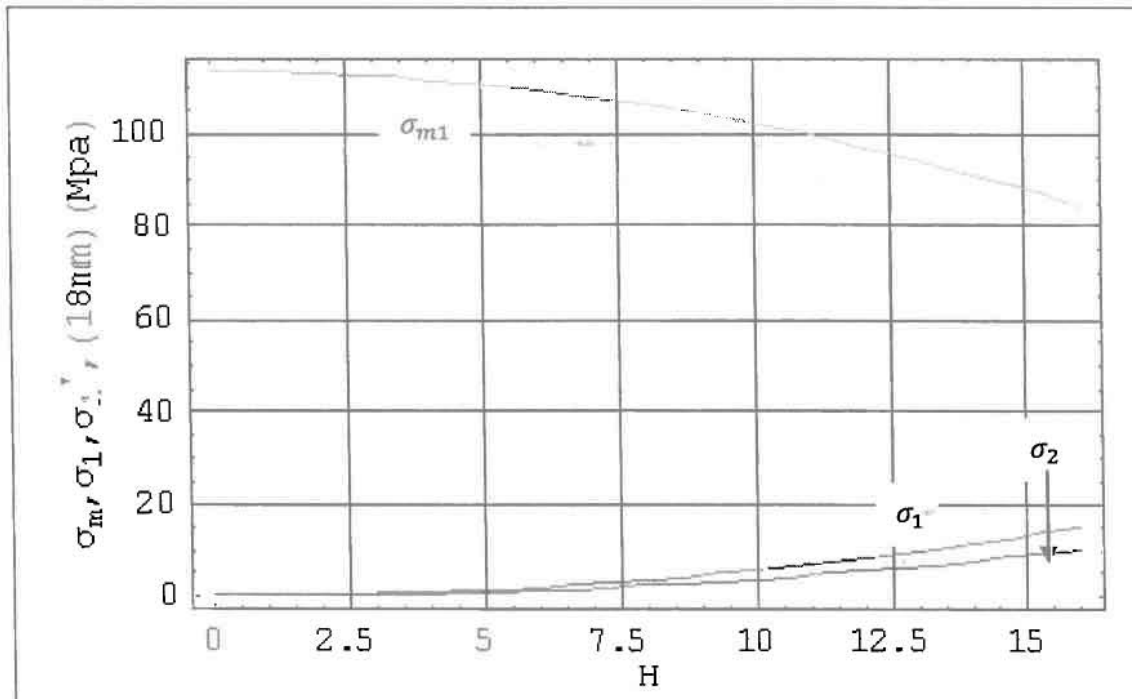
$$\sigma_{c1} = 0.6 \cdot E \frac{s_1}{R}, r = \frac{R/s_1}{400}, f_y = 240 \text{ MPa}, E = 210 \text{ GPa} \quad (125)$$

$$p_1 = (1.03 \cdot 10^3 \cdot 9.81 \cdot H) \text{ pascal} \quad (126)$$

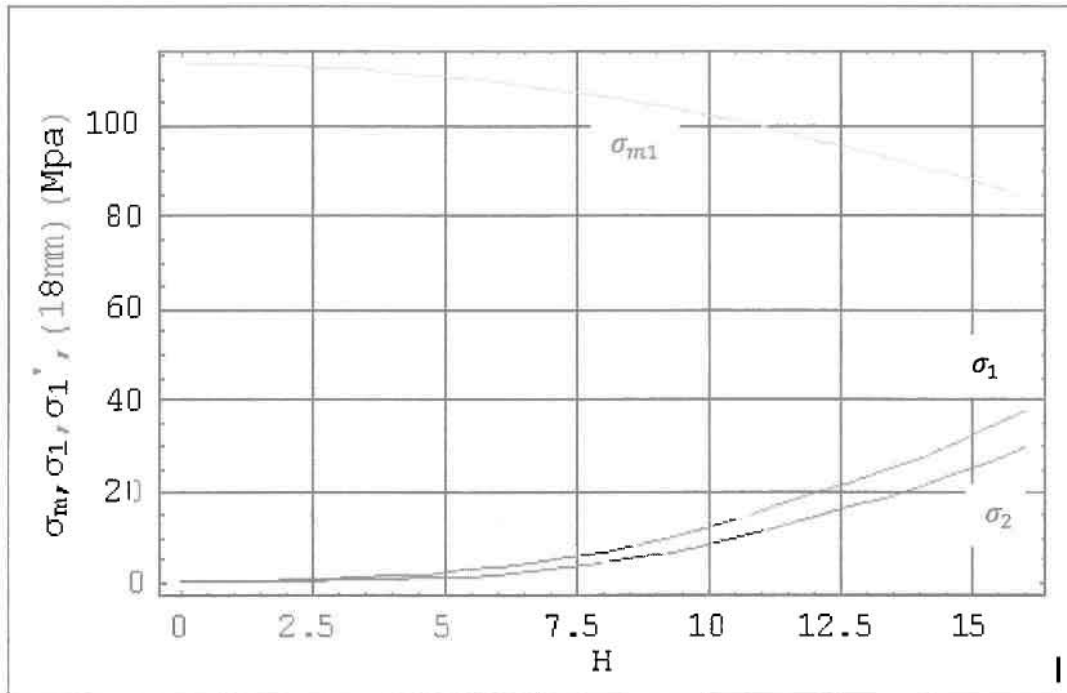
Η κατακόρυφη θλιπτική τάση που αναπτύσσεται στα τοιχώματα της δεξαμενής στη βάση της εξαιτίας της συνολικής ροπής MOM_{tot} δίνεται από τη σχέση :

$$\sigma_1 = \frac{MOM_{tot1}}{\pi \cdot R^2 \cdot s_1}, \sigma_2 = \frac{MOM_{tot2}}{\pi \cdot R^2 \cdot s_1} \text{ (τάση από sloshing)} \quad (127)$$

Οι τάσεις σ_{m1} , σ_1 και σ_2 παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 5.41 και 5.42 για παραμορφώσιμα και απαραμόρφωτα τοιχώματα αντίστοιχα, συναρτήσει του ύψους H.



Σχήμα 5.41 : Διάγραμμα κρίσιμης τάσης σ_{m1} και θλιπτικών τάσεων σ_1 και σ_2 συναρτήσει του ύψους H, σε απαραμόρφωτη δεξαμενή.



—	Συνολική τάση από άθροισμα
—	Συνολική τάση από άθροισμα τετραγώνων
—	σ_m

Σχήμα 5.42 : Διάγραμμα κρίσιμης τάσης σ_{m1} και θλιπτικών τάσεων σ_1 και σ_2 συναρτήσει του ύψους H, σε παραμορφώσιμη δεξαμενή.

Από τα γραφήματα των Σχημάτων 5.41 και 5.42 βλέπουμε ότι για ύψος πλήρωσης με νερό έως και τα 15.7 m, το σ_{m1} είναι πάντα μεγαλύτερο από τα σ_1 και σ_2 και επομένως δεν υπερβαίνουμε την κρίσιμη τάση λυγισμού.

2. ΔΕΥΤΕΡΟ ΤΜΗΜΑ ΠΑΧΟΥΣ $s_2 = 12mm$

Σε αυτό το τμήμα θα υπολογίσουμε τις κατανομές τόσο της επαγωγικής, όσο και της ωστικής πίεσης στα απαραμόρφωτα τοιχώματα της δεξαμενής. Κατόπιν θα βρούμε την συνολική δύναμη που δημιουργεί η συνολική πίεση (επαγωγική συν την ωστική πίεση) ολοκληρώνοντας τις κατανομές πίεσης από ύψος 16.5/3 m (από αυτό το ύψος ξεκινά το τμήμα πάχους 12mm) ως H.

ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΙΕΣΕΙΣ

Η επαγωγική πίεση δίνεται από τη σχέση:

$$p_c = \rho_{water} \sum_{n=1}^3 \left(\frac{2 \cdot R}{(\lambda_n^2 - 1) \cdot J_1(\lambda_n) \cdot \cosh\left(\lambda_n \cdot \frac{H}{R}\right)} \right) \cosh\left(\lambda_n \cdot \frac{H}{R} \cdot \zeta\right) \cdot J_1(\lambda_n \cdot \xi) \cdot S(T_{cn}) \cdot \cos \theta \quad (128)$$

όπου :

R=13.5m

p_c : η κατανομή της επαγωγικής πίεσης στα τοιχώματα

λ_n : από σχέση (92)

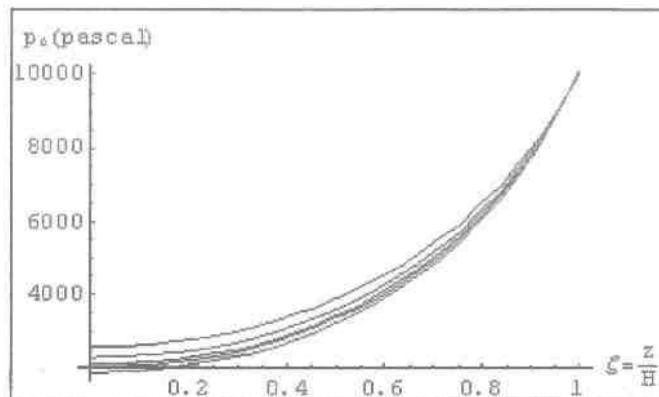
$S(T_{cn})$: η επαγωγική επιτάχυνση από σχέση (97)

$\zeta = z/H$: όπου z είναι το ύψος από τη βάση της δεξαμενής

$\xi = r/R$ όπου r το πολικό διάνυσμα, στην περίπτωση που θέλουμε την κατανομή στα τοιχώματα $r = R$ και $\xi = 1$

$\theta=0$ για την κατανομή της πίεσης σε επίπεδο παράλληλο της διέγερσης (επίπεδο xz)

Στο Σχήμα 5.43 παριστάνεται γραφικά η επαγωγική πίεση για τα ύψη $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$ m :



Σχήμα 5.43 : Κατανομή επαγωγικής πίεσης στα τοιχώματα για $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$ m

Από το γράφημα του σχήματος 5.43 θα βρούμε τα κέντρα βάρους του εμβαδού που βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση για κάθε περίπτωση ύψους. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι το ύψος που εφαρμόζεται το κέντρο πίεσης p_c άρα μας χρειάζεται το $\bar{\zeta}_c$ που είναι η συντεταγμένη του κέντρου βάρους στον άξονα ζ για κατανομή πίεσης από ύψος 16.5/3m ως H . Το κάτω όριο ολοκλήρωσης για την εύρεση του $\bar{\zeta}_c$ είναι το $dlim = \frac{16.5/3}{H}$ που είναι το ζ για ύψος $a = \frac{16.5}{3}$ m (από όπου ξεκινά το τμήμα πάχους 12mm), και το άνω όριο η μονάδα που είναι το ζ για ύψος H .

$$\bar{\zeta}_c = \frac{\int_{dlim}^1 \zeta \cdot p_c \cdot d\zeta}{\int_{dlim}^1 p_c \cdot d\zeta} \quad (129)$$

που μας πληροφορεί ότι βρίσκεται σε ύψος z_{c2} από τη βάση της δεξαμενής :

$$z_c = \bar{\zeta}_c \cdot H \quad (130)$$

Άρα η δύναμη λόγω της πίεσης αυτής είναι:

$$F_c = \int_0^{2\pi} \int_{16.5/3}^H p_c \cdot (\underline{n} \cdot \underline{e}_x) \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_{16.5/3}^H p_c \cdot (\cos \theta) \cdot R \cdot dz \cdot d\theta \quad (131)$$

και η ροπή στη βάση του τμήματος πάχους 12mm :

$$mom_c = F_c(z_c - a) \quad (132)$$

Στον Πίνακα 5.8 υπάρχουν τα αποτελέσματα (129)-(132) για ύψη $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$ m.

Πίνακας 5.8

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
ζ_c	0.751402	0.74753	0.746	0.745445	0.745
$z_c(m)$	10.5196	11.213	11.7107	11.9271	12.2918
$F_c \cdot 10^6(N)$	4.83881	5.11072	5.2768	5.34249	5.4452
$mom_c \cdot 10^7(N \cdot m)$	2.42866	2.91951	3.27708	3.43349	3.69809

ΩΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Η ωστική πίεση δίνεται από τη σχέση :

$$p_i = 2 \cdot H \cdot S(T_I) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n \cdot \cosh\left(\frac{(2n+1)\pi}{2} \cdot \zeta\right) \cdot I_1\left(\frac{(2n+1)\pi}{2} \cdot \frac{R}{H} \cdot \xi\right)}{I_1\left(\frac{(2n+1)\pi}{2} \cdot \frac{R}{H}\right) \cdot \left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right)^2} \right) \cdot \cos \theta \quad (133)$$

όπου:

p_i : η κατανομή της ωστικής πίεσης στα τοιχώματα

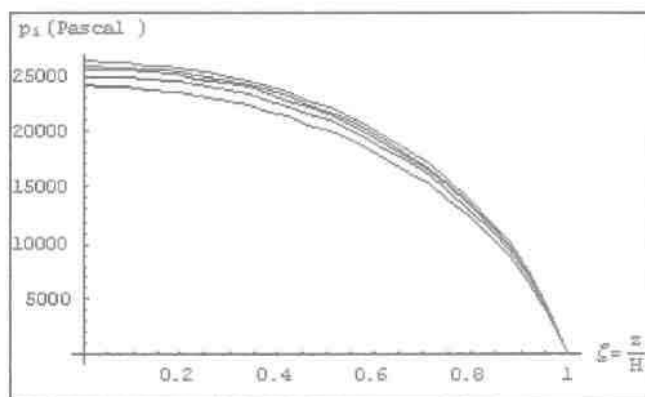
$S(T_I) = 0.24 \cdot g$ είναι η ωστική επιτάχυνση

$\zeta = z/H$: όπου z είναι το ύψος από τη βάση της δεξαμενής

$\xi = r/R$ όπου r το πολικό διάνυσμα, στην περίπτωση μας που θέλουμε την κατανομή στα τοιχώματα $r = R$ και $\xi = 1$

$\theta=0$ για την κατανομή της πίεσης σε επίπεδο παράλληλο της διέγερσης (επίπεδο xz)

Στο Σχήμα 5.44 παριστάνεται γραφικά η ωστική πίεση για τα ύψη $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$ m:



Σχήμα 5.44 : Κατανομή ωστικής πίεσης στα τοιχώματα για $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$ m.

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\int_{dlim}^1 \zeta \cdot p_i \cdot d\zeta}{\int_{dlim}^1 p_i \cdot d\zeta} \quad (134)$$

που μας πληροφορεί ότι βρίσκεται σε ύψος z_i από τη βάση της δεξαμενής :

$$z_i = \zeta_i \cdot H \quad (135)$$

Άρα η δύναμη λόγω της πίεσης αυτής είναι :

$$F_i = \int_0^{2\pi} \int_{16.5/3}^H p_I \cdot (\underline{n} \cdot \underline{e}_x) \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_{16.5/3}^H p_I \cdot (\cos \theta) \cdot R \cdot dz \cdot d\theta \quad (136)$$

και η ροπή στη βάση του τμήματος πάχους 12mm λόγω της ωστικής πίεσης είναι:

$$mom_i = F_i(z_{i2} - a) \quad (137)$$

Στον Πίνακα 5.9 υπάρχουν τα αποτελέσματα (134)-(137) για ύψη $H=\{14,15,15.7,16,16.5\}$.

Πίνακας 5.9

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
$\bar{\zeta}_i$	0.6271	0.6124	0.6034	0.5998	0.5942
$z_i(m)$	8.7794	9.1867	9.4742	9.5980	9.8052
$F_i \cdot 10^6(N)$	5.15	6.17	6.91	7.24	7.79
$mom_i \cdot 10^7(N \cdot m)$	1.69	2.27	2.75	2.96	3.35

ΡΟΠΗ ΛΟΓΩ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΩΝ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Εδώ επειδή θεωρήσουμε μια τομή στη δεξαμενή σε ύψος "a", το ύψος αναφοράς μας είναι το $H=a$. Η μάζα m_{sh} των τοιχωμάτων που βρίσκονται πάνω από το "a" και η απόσταση h_{sh}' του κέντρου μάζας από το επίπεδο αναφοράς μας είναι αντίστοιχα:

$$M_{sh} = M_{sh2} + M_{sh3} + M_{roof} = 131001 Kg \quad (138)$$

$$h_{sh}' = \frac{M_{sh2} \cdot h_{sh2} + M_{sh3} \cdot h_{sh3} + M_{roof} \cdot h_{roof}}{M_{sh2} + M_{sh3} + M_{roof}} = 3.707m(\text{πάνω από το } a = 16.5/3) \quad (139)$$

Η ροπή στο ύψος αναφοράς είναι:

$$mom_{sh2} = M_{sh} \cdot S(T_I) \cdot h_{sh}' = 1.143 \cdot 10^6 N \cdot m \quad (140)$$

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Η συνολική ροπή είναι:

$$mom_{tot2} = mom_c + mom_i + mom_{sh2} \quad (141)$$

$$\text{ή } mom_{tot2} = \sqrt{(mom_c)^2 + (mom_i)^2 + (mom_{sh2})^2} \quad (142)$$

και η συνολική τάση που δημιουργεί η ροπή αυτή είναι:

$$\sigma_2 = \frac{mom_{tot2}}{I_{cyl}} \cdot \bar{r} = \frac{mom_{tot2}}{\pi \cdot R^2 \cdot s_2} \quad (143)$$

$$\text{ή } \sigma_2' = \frac{mom_{tot2}'}{i_{cyl}} \cdot R = \frac{mom_{tot2}'}{\pi \cdot R^2 \cdot s_2} \quad (144)$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

Από (50) :

$$\sigma_{m2} = \sigma_{c2} \left[1 - \left(\frac{p_2 R}{s_2 f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1.12 + r^{1.15}} \right) \left[\frac{r + f_v/250}{r + 1} \right] \text{ Mpa} \quad (145)$$

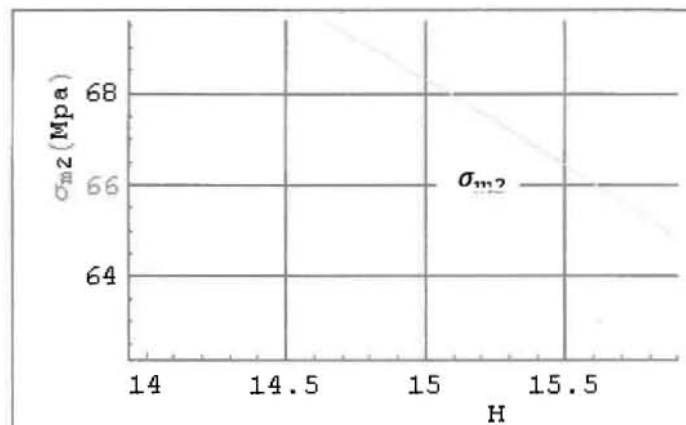
$$\sigma_{c2} = 0.6 \cdot E \cdot \frac{s_2}{R}$$

$$r = \frac{R/s_2}{400}$$

$$f_y = 240 \text{ MPa}$$

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$p_2 = (1.03 \cdot 10^3 \cdot 9.81 \cdot (H - a)) \text{ pascal}$$



Σχήμα 5.45 : Κατανομή κρίσιμης τάσης σ_{m2} συναρτήσει ύψους H

Στο Σχήμα 5.45 φαίνεται γραφικά η κρίσιμη κατακόρυφη θλιπτική τάση σ_{m2} και στον Πίνακα 5.10 τα αποτελέσματα των σχέσεων (135)-(139) όπου φαίνεται ότι σε καμία περίπτωση ύψους H τα σ_2 και σ_2' δεν υπερβαίνουν την κρίσιμη τάση σ_{m2} .

Πίνακας 5.10

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
s_2 (m)	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
$mom_{tot2} \cdot 10^7$ (N · m)	4.233	5.309	6.139	6.514	7.165
$mom_{tot2}' \cdot 10^7$ (N · m)	2.961	3.703	4.278	4.539	4.993
$\sigma_2 \cdot$ (MPa)	6.161	7.72	8.936	9.482	10.42
$\sigma_2' \cdot$ (MPa)	4.309	5.390	6.227	6.606	7.267
$\sigma_{m2} \cdot$ (MPa)	71.8	68.32	65.67	64.47	62.41

3. ΤΡΙΤΟ ΤΜΗΜΑ ΠΑΧΟΥΣ $s_3 = 6mm$

Εδώ θα ισχύουν ότι και στο τμήμα των 12mm για τις κατανομές πιέσεων, και θα υπολογίσουμε τα ζ_i και $\bar{\zeta}_c$ με κάτω όριο ολοκλήρωσης το $dlim = 2 \frac{16.5/3}{H}$.

ΡΟΠΗ ΑΠΟ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

$$\zeta_c = \frac{\int_{dlim}^1 \zeta \cdot p_c \cdot d\zeta}{\int_{dlim}^1 p_c \cdot d\zeta} \quad (146)$$

που μας πληροφορεί ότι βρίσκεται σε ύψος:

$$z_c = \zeta_c \cdot H \quad (147)$$

Άρα η δύναμή μας εδώ θα είναι:

$$F_c = \int_0^{2\pi} \int_{2 \cdot (\frac{16.5}{3})}^H p_c \cdot (\underline{n} \cdot \underline{e}_x) \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_{2 \cdot (\frac{16.5}{3})}^H p_c \cdot (\cos \theta) \cdot R \cdot dz \cdot d\theta \quad (148)$$

Επίσης η ροπή μας θα είναι:

$$mom_c = F_c(z_c - 2a) \quad (149)$$

Πίνακας 5.11

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
$\bar{\zeta}_c$	0.9	0.8798	0.86751	0.86277	0.855516
$z_c(m)$	12.6127	13.1974	13.6199	13.8043	14.116
$F_c \cdot 10^6(N)$	2.35	2.93369	3.29498	3.43899	3.66557
$mom_c \cdot 10^6(N \cdot m)$	3.79	6.44634	8.63254	9.644	11.422

ΡΟΠΗ ΑΠΟ ΩΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\int_{dlim}^1 \zeta \cdot p_i \cdot d\zeta}{\int_{dlim}^1 p_i \cdot d\zeta} \quad (150)$$

Που μας πληροφορεί ότι βρίσκεται σε ύψος:

$$z_i = \bar{\zeta}_i \cdot H \quad (151)$$

Άρα η δύναμή μας εδώ θα είναι:

$$F_i = \int_0^{2\pi} \int_{2 \cdot (\frac{16.5}{3})}^H p_i \cdot (\underline{n} \cdot \underline{e}_x) \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_{2 \cdot (\frac{16.5}{3})}^H p_i \cdot (\cos \theta) \cdot R \cdot dz \cdot d\theta \quad (152)$$

Επίσης η ροπή μας θα είναι:

$$mom_i = F_i(z_i - 2a) \quad (153)$$

Πίνακας 5.12

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
ζ_i	0.8638	0.8316	0.8117	0.8037	0.7912
$z_i(m)$	12.0939	12.4746	12.7437	12.8601	13.055
$F_i \cdot 10^6(N)$	0.95	1.56	2.04	2.69	2.65
$mom_i \cdot 10^6(N \cdot m)$	1.04	2.30	3.57	4.22	5.46

ΡΟΠΗ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΩΝ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Εδώ επειδή θεωρήσαμε μια τομή στη δεξαμενή σε ύψος “2a”, το ύψος αναφοράς μας είναι το H=2a. Η μάζα m_{sh} των τοιχωμάτων που βρίσκονται πάνω από το “2a” και η απόσταση h_{sh}' του κέντρου μάζας από το επίπεδο αναφοράς μας είναι αντίστοιχα:

$$M_{sh} = M_{sh3} + M_{roof} = 56833.4 \text{ Kg} \quad (154)$$

$$h_{ch}' = \frac{M_{sh3} \cdot h_{sh3} + M_{roof} \cdot h_{roof}}{M_{sh3} + M_{roof}} = 4.443 \text{ m (πάνω από το } 2a = 11\text{m)} \quad (155)$$

Η ροπή στο ύψος αναφοράς είναι:

$$mom_{sh3} = M_{sh} \cdot S(T_{imp}) \cdot h_{sh}' = 252542(N \cdot m) \quad (156)$$

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Η συνολική ροπή είναι:

$$mom_{tot3} = mom_c + mom_i + mom_{sh3} \quad (157)$$

ή

$$mom_{tot3}' = \sqrt{(mom_c)^2 + (mom_i)^2 + (mom_{sh3})^2} \quad (158)$$

και η συνολική τάση που δημιουργεί η ροπή αυτή είναι:

$$\sigma_3 = \frac{mom_{tot3}}{I_{cyl}} \cdot R = \frac{mom_{tot3}}{\pi \cdot R^2 \cdot s_3} \quad (159)$$

ή

$$\sigma_3' = \frac{mom_{tot3}'}{I_{cyl}} \cdot R = \frac{mom_{tot3}'}{\pi \cdot R^2 \cdot s_3} \quad (160)$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

Επίσης από (50) :

$$\sigma_{m3} = \sigma_{c3} \left[1 - \left(\frac{p_3 R}{s_3 f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1.12 + r^{1.15}} \right) \left[\frac{r + f_y/250}{r + 1} \right] \text{ Mpa} \quad (161)$$

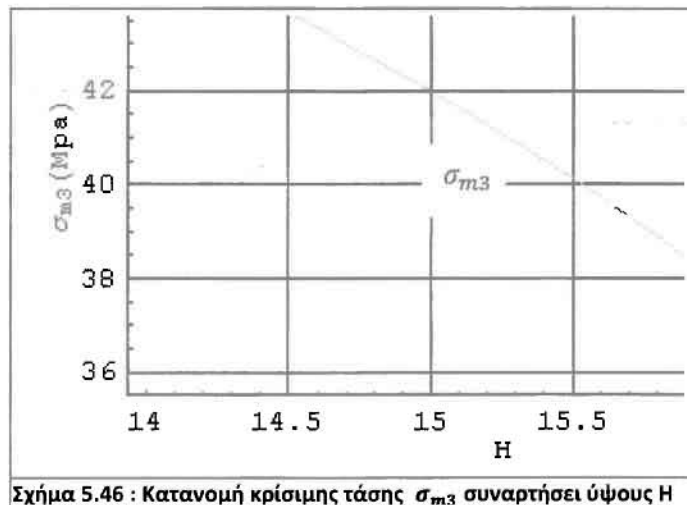
$$\sigma_{c3} = 0.6 \cdot E \frac{s_3}{R}$$

$$r_3 = \frac{R/s_3}{400}$$

$$f_y = 240 \text{ MPa}$$

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$p_3 = (1.03 \cdot 10^3 \cdot 9.81 \cdot (H - 2a)) \text{ pascal}$$



Στο Σχήμα 5.46 φαίνεται γραφικά η κρίσιμη κατακόρυφη θλιπτική τάση σ_{m3} και στον Πίνακα 5.13 τα αποτελέσματα των σχέσεων (157)-(160) όπου φαίνεται ότι σε καμία περίπτωση ύψους H τα σ_3 και σ_3' δεν υπερβαίνουν την κρίσιμη τάση σ_{m3} .

Πίνακας 5.13

H(m)	14	15	15.7	16	16.5
s_3 (m)	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
$mom_{tot3} \cdot 10^6$ (N · m)	5.0862	8.9985	12.453	14.1173	17.1354
$mom_{tot3}' \cdot 10^6$ (N · m)	3.9391	6.8489	9.3444	10.5302	12.6628
$\sigma_3 \cdot$ (MPa)	1.48	2.62	3.625	4.11	4.98
$\sigma_3' \cdot$ (MPa)	1.15	1.99	2.72	3.065	3.69
$\sigma_{m3} \cdot$ (MPa)	45	42	39.3	38.04	35.73

Από Πίνακα 5.13, φαίνεται ότι για όλες τις περιπτώσεις $\sigma_3 < \sigma_{m3}$ και $\sigma_3' < \sigma_{m3}$.

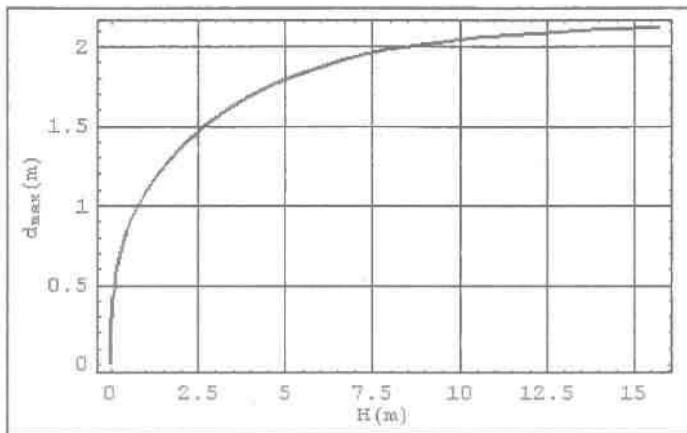
ΥΨΟΣ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Από (47), (92) και (93) το μέγιστο ύψος κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας του ύδατος της δεξαμενής είναι ίσο :

$$d_{max} = 0.84 \cdot R \cdot \frac{S_a(T_{c1})}{g} = 2.62092(\tanh(0.13637 \cdot H))^{1/3} \quad (162)$$

$S_a(T_{c1})$: είναι η ελαστικής απόκρισης φασματική επιτάχυνση της μάζας του ρευστού που αντιστοιχεί στην πρώτη ιδιομορφή κυματισμού με ιδιοσυχνότητα ω_{c1} , για κατάλληλο βαθμό απόσβεσης.

g : η επιτάχυνση της βαρύτητας.



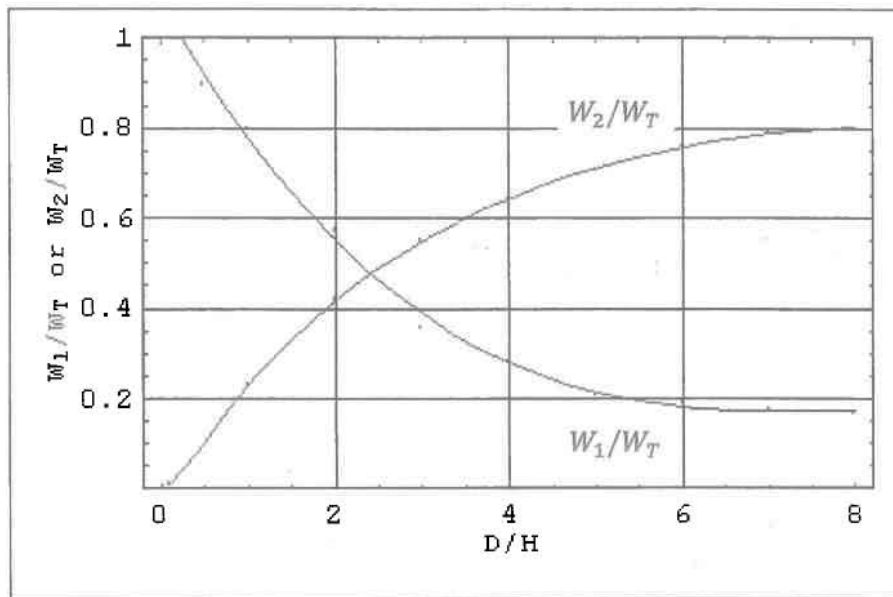
Βλέπουμε ότι στα 15,7m το $d_{max} = 2.6 m$.

Σχήμα 5.47 : Ύψος επαγωγικού κύματος

5.1.4 ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΑΡΙ 650

ΜΑΖΕΣ

Από το Σχήμα 4.25, κάνοντας παρεμβολή παίρνουμε τις εξισώσεις των λόγων των βαρών της ωστικής και της επαγωγικής μάζας προς τη συνολική μάζα του ρευστού $\frac{W_1}{W_T}$ και $\frac{W_2}{W_T}$ αντίστοιχα.



Σχήμα 5.48 : Δρώσεις μάζες

όπου :

$$W_T = \rho_{water} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot H \cdot g \quad (163)$$

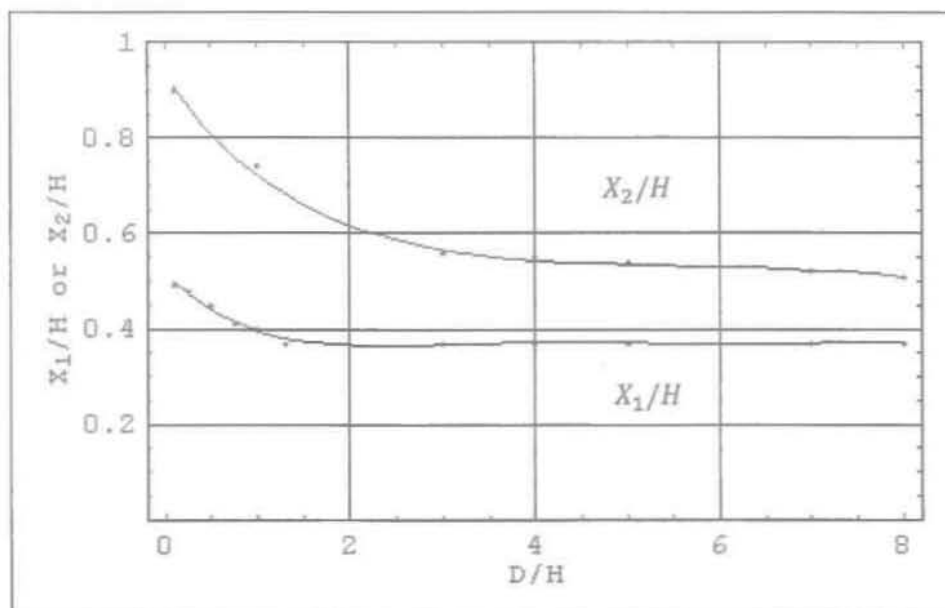
$$\rho_{water} = 1000 \text{ Kg/m}^3 \quad (164)$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

H : είναι το ύψος στάθμης του ρευστού

ΥΨΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΣΥΝΑΜΕΩΝ

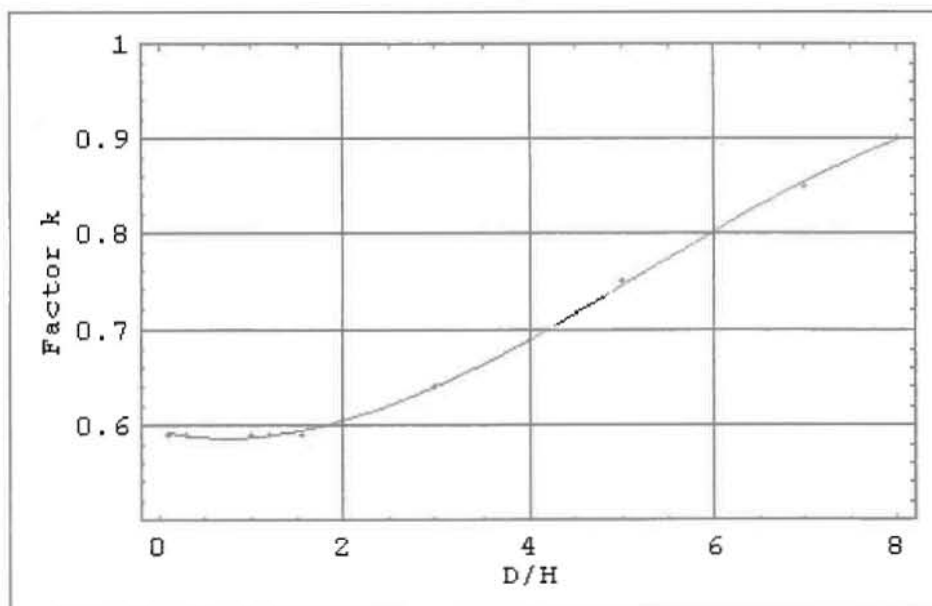
Εδώ επίσης από Σχήμα 4.26, κάνοντας παρεμβολή παίρνουμε τις εξισώσεις των λόγων των υψών της ωστικής και της επαγωγικής δύναμης προς το συνολικό ύψος στάθμης του ρευστού $\frac{X_1}{H}$ και $\frac{X_2}{H}$ αντίστοιχα. Τα ύψη αυτά είναι από τη βάση ως το σημείο εφαρμογής της εγκάρσιας σεισμικής δύναμης που εφαρμόζεται αντίστοιχα στα βάρη W_1 και W_2 .



Σχήμα 5.49 : Ύψη εφαρμογής σεισμικών δυνάμεων

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ k

Εδώ με τον ίδιο τρόπο (παρεμβολή από το Σχήμα 4.27 του API 650) παίρνουμε την εξίσωση του συντελεστή k :



Σχήμα 5.50 : Συντελεστής k

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ C_1 ΚΑΙ C_2 ΤΩΝ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Οι συντελεστές των εγκάρσιων δυνάμεων C_1 και C_2 δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$C_1 = 0.6 \quad (165)$$

εκτός αν αναφέρει διαφορετικά ο προμηθευτής.

$$C_2 = \begin{cases} \frac{0.75 \cdot S}{T} & \text{όταν } T < 4.5 \text{ sec} \\ \frac{3.375 \cdot S}{T^2} & \text{όταν } T > 4.5 \text{ sec} \end{cases} \quad (166)$$

όπου :

C_1 : ο συντελεστής της ωστικής εγκάρσιας δύναμης

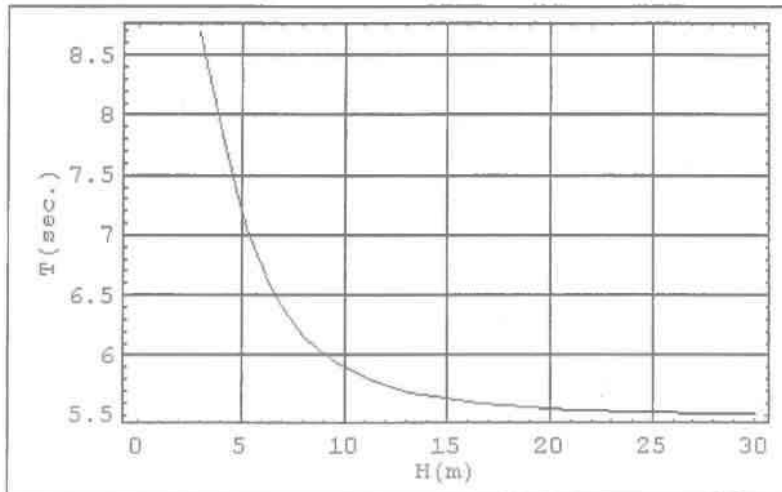
C_2 : ο συντελεστής της επαγωγικής εγκάρσιας δύναμης

S : είναι ο συντελεστής εδάφους όπως περιγράφεται στον Πίνακα 4.7, εδώ $S=1.2$

$T = 1.81 \cdot k \cdot (D)^{0.5}$: είναι η ιδιοπερίοδος κυματισμού της επαγωγικής μάζας

k : ο παράγοντας k από το Σχήμα 5.50

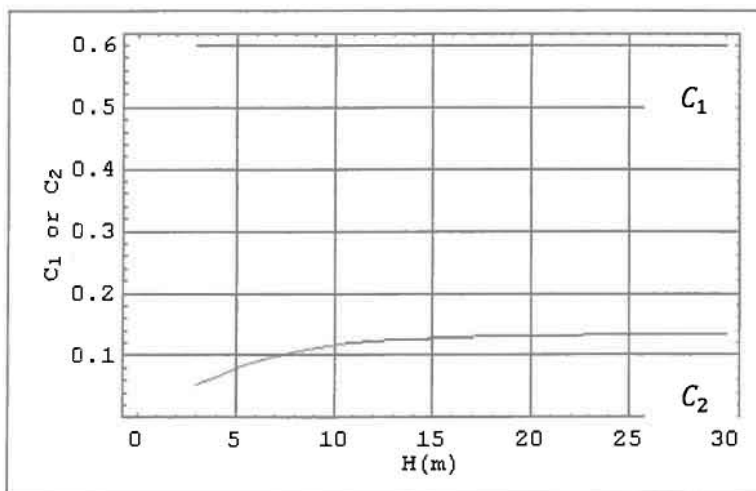
Για $D=27 \text{ m}$ και σύμφωνα με την εξίσωση παρεμβολής του συντελεστή k , η γραφική παράσταση της περιόδου T παριστάνεται στο Σχήμα 5.51 συναρτήσει του ύψους H .



Σχήμα 5.51 : Ιδιοπερίοδος κυματισμού επαγωγικής μάζας

Στο Σχήμα 5.51 βλέπουμε ότι το T δεν παίρνει τιμή κάτω από τα 5.5 sec. για ύψη κάτω από τα 25 m. Άρα από (166) το $C_2 = \frac{3.375 \cdot S}{T^2}$.

Στο Σχήμα 5.52 παριστάνονται γραφικά οι συντελεστές C_1 και C_2 .



Σχήμα 5.52 : Συντελεστές C_1 και C_2

ΑΝΤΟΧΗ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΑΓΚΥΡΩΜΕΝΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

- ΡΟΠΗ ΠΟΥ ΑΝΑΠΤΥΣΣΕΤΑΙ ΣΤΗ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΣΤΑ ΤΟΙΧΩΜΑΤΑ (από (66))

$$M = Z \cdot I (C_1 \cdot W_s \cdot X_s + C_1 \cdot W_T \cdot H_t + C_1 \cdot W_1 \cdot X_1 + C_2 \cdot W_2 \cdot X_2) \quad (167)$$

όπου:

Z : παράγοντας σεισμικής ζώνης, για Βόλο **Z=0.24**

I : παράγοντας σημαντικότητας, εδώ **I=1**

$$C_1 = 0.6$$

$$C_2 = \frac{3.375 \cdot S}{T^2}$$

W_s : το βάρος των περιφερειακών τοιχωμάτων της δεξαμενής

$$W_s = (\pi \cdot D \cdot a \cdot \rho_{steel} [t_1 + t_2 + t_3]) \cdot g = 131001 \cdot g (N) \quad (168)$$

$a = \frac{16.5}{3} m$, το ύψος κάθε τμήματος σταθερού πάχους

$$\rho_{steel} = 7.8 \cdot 10^3 Kg/m^3$$

$t_1 = 18 \cdot 10^{-3} m, t_2 = 12 \cdot 10^{-3} m, t_3 = 6 \cdot 10^{-3} m$, πάχη τοιχωμάτων

X_s : το ύψος από τη βάση ως το κέντρο μάζας των τοιχωμάτων

$$X_s = \frac{M_{sh1} \cdot h_{sh1} + M_{sh2} \cdot h_{sh2} + M_{sh3} \cdot h_{sh3}}{M_{sh1} + M_{sh2} + M_{sh3}} = 6.41667 m \quad (169)$$

W_T : το βάρος της οροφής της δεξαμενής, $W_T = 35000 \cdot g (N)$

H_t : το συνολικό ύψος των τοιχωμάτων, $H_t = 16.5 m$

W_1 : βάρος της ωστικής μάζας, $\bar{w}_1 = \frac{W_1}{W_T} \cdot W_T$

X_1 : ύψος ωστικής ροπής (από "ύψος εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων")

W_2 : βάρος της επαγωγικής μάζας, $W_2 = \frac{W_2}{W_T} \cdot W_T$

X_2 : ύψος επαγωγικής ροπής (από "ύψος εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων")

- ΒΑΡΟΣ ΤΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΟΡΟΦΗΣ ,ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΕΡΙΦΕΡΙΑ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ,ΣΕ N/m .

$$w_t = \frac{W_s + W_r}{\pi \cdot D} (N/m) \quad (170)$$

- ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΞΟΝΙΚΗ ΘΛΙΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΒΑΣΗ ΤΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΣΕ N/m .

Εδώ θέλοντας να βρούμε τη θλιπτική τάση στη βάση έχουμε:

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_W \quad (171)$$

όπου σ_M η τάση απο τη ροπή των εγκάρσιων σεισμικών δυνάμεων

$$\sigma_M = \frac{M}{I} R = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot D^2 \cdot t} \quad (172)$$

όπου :

I : ροπή αδράνειας της κυλινδρικής δεξαμενής

M : ροπή εγκάρσιων σεισμικών δυνάμεων στη βάση

$t = 18 \text{ mm}$: πάχος τοιχώματος στη βάση

και σ_W η τάση απο το βάρος των τοιχωμάτων και της οροφής της δεξαμενής.

$$\sigma_W = \frac{W_s + W_r}{\pi \cdot D \cdot t} \quad (173)$$

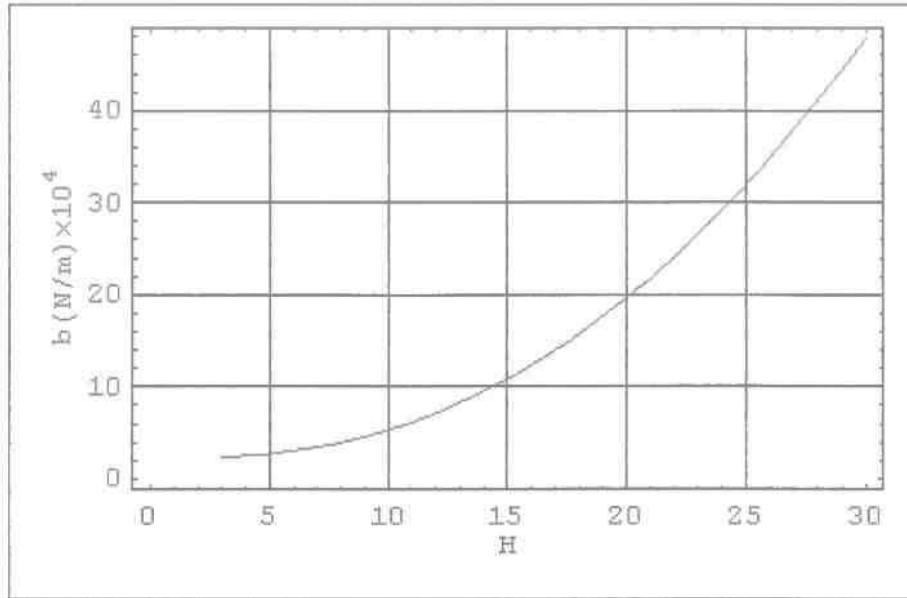
Άρα από (171),(172),(173):

$$\sigma = \frac{1}{t} \left(\frac{4 \cdot M}{\pi \cdot D^2} + \frac{W_s + W_r}{\pi \cdot D} \right) (N/m^2) \quad (174)$$

και ορίζουμε με $\sigma = \frac{1}{t} \cdot b$

όπου :

$$b = \left(\frac{4 \cdot M}{\pi \cdot D^2} + \frac{W_s + W_r}{\pi \cdot D} \right) = \left(\frac{1.273 \cdot M}{D^2} + w_t \right) (N/m) \quad (175)$$



Σχήμα 5.53 : Συντελεστής b

- ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΘΛΗΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

$$F_a = \begin{cases} \frac{83 \cdot t}{D} & , \text{όταν } \frac{GHD^2}{t^2} \geq 44 (\text{μονάδες SI}) \\ \frac{83 \cdot t}{2.5 \cdot D} + 7.5\sqrt{G \cdot H} & , \text{όταν } \frac{GHD^2}{t^2} < 44 (\text{μονάδες SI}) \end{cases} \quad (176)$$

όπου :

$G=1$: το ειδικό βάρος του νερού

$H=15.5$: το μέγιστο ύψος στάθμης νερού

$$\frac{GHD^2}{t^2} = 35.25 \cdot 10^6 = 35.25 (\text{μονάδες SI}) < 44$$

Άρα από (176):

$$F_n = \frac{83 \cdot t}{2.5 \cdot D} + 7.5\sqrt{G \cdot H} = 29.7396 \text{ Mpa} \quad (177)$$

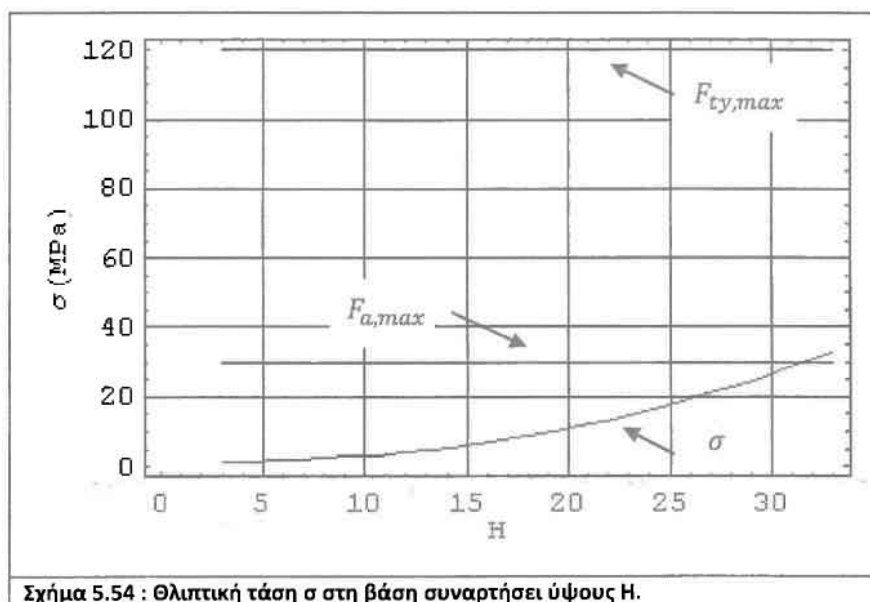
- ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΑΣΗ ΔΙΑΡΡΟΗΣ ΥΛΙΚΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Η ελάχιστη τάση διαρροής του τοιχώματος F_{ty} είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση την οποία δεν πρέπει να υπερβεί ούτε η F_a ούτε η συνολική θλιπτική τάση σ .

$$F_{ty} = 0.5 \cdot F_y = 120 \text{ Mpa} \quad (178)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η $F_{ty} > F_a$ άρα σαν κρίσιμη τάση διαρροής θα θεωρηθεί η F_a .

Στο Σχήμα 5.54 φαίνεται η γραφική παράσταση της τάσης σ συναρτήσει του ύψους H . επίσης στο σχήμα φαίνονται οι F_{ty} και F_{α} .



Από το Σχήμα 5.54 παρατηρούμε επίσης ότι η τάση F_{α} για ύψη έως τα 15.7m είναι πάντα μεγαλύτερη από τη συνολική τάση σ που αναπτύσσεται στη βάση της δεξαμενής στα τοιχώματα. Άρα δεν ικανοποιείται το κριτήριο διαρροής $\sigma > F_{\alpha}$.

5.2 ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΣΦΑΙΡΙΚΟ ΔΟΧΕΙΟ ΠΙΕΣΗΣ

Σχήμα 5.55 έχουμε μια σφαίρα διαμέτρου $D=21.216m$, πάχους τοιχώματος $t=43mm$, και περιέχει πολυπροπυλένιο πυκνότητας $\rho = 553 Kg/m^3$. Η μάζα του δοχείου άδειου είναι $M_{vessel} = 0.472 \cdot 10^6 Kg$. Στηρίζεται από 12 σωληνωτά πόδια $\Phi 1130mm \times 30mm$ με ύψος εφαρμογής $h_L = 9.2 m$ και X συνδέσμους ορθογωνικής διατομής $250mm \times 35mm$ και μήκους εφαρμογής $L_b = 8.2 m$ κεκλιμένα ως προς το έδαφος κατά 60° . Μια προσεγγιστική έκφραση για τον υπολογισμό της ακαμψίας της κατασκευής στήριξης του δοχείου είναι:

$$K_{bs} = \sum_{j=1}^{N_L} \frac{12 \cdot E \cdot I_L}{h_L^3} + \sum_{k=1}^{N_b} \frac{E \cdot A_b}{L_D} \cos^2 \alpha_k \cdot \cos^2 \beta \quad (179)$$

όπου

$N_L = 12$, ο αριθμός των σωληνωτών ποδιών

$N_b = 24$, ο αριθμός των X συνδέσμων

$E = 210 \text{ Mpa}$, το μέτρο ελαστικότητας

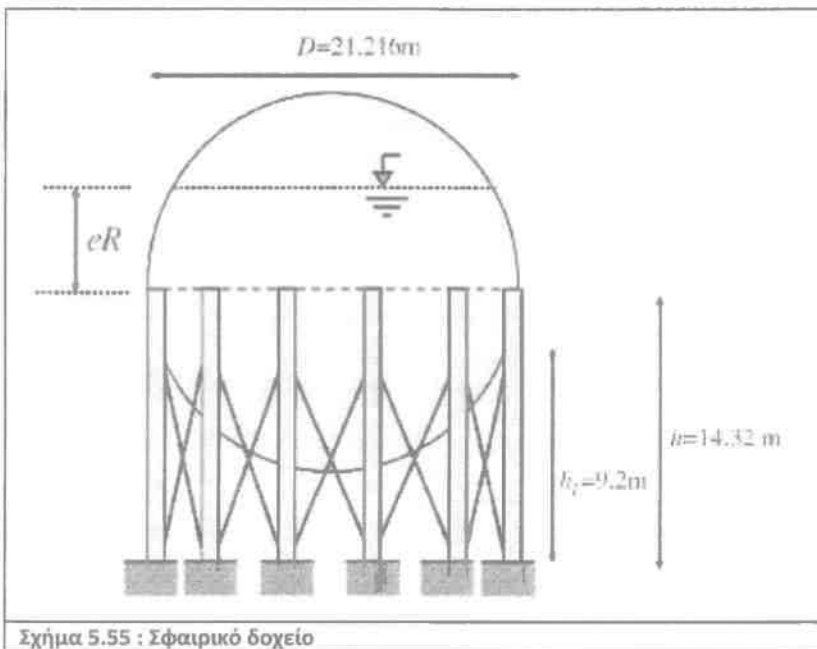
$I_L = \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{64}$, είναι η ροπή αδράνειας της κάθε κυλινδρικής κολώνας όπου d_o

είναι η εξωτερική διάμετρος και d_i η εσωτερική.

A_b : είναι η επιφάνεια της ορθογωνικής διατομής των X συνδέσμων

α_k : είναι η οριζόντια γωνία του κάθε πλάγιου στηρίγματος με τη διεύθυνση της σεισμικής διέγερσης

$\beta = 60^\circ$: είναι η γωνία των στηριγμάτων με το έδαφος



Σχήμα 5.55 : Σφαιρικό δοχείο

Άρα από (179):

$$K_{bs} = \sum_{j=1}^{N_L} \frac{12 \cdot E \cdot \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{64}}{h_L^3} + \sum_{k=1}^{12} \frac{E \cdot A_b}{L_b} \cos^2 60^\circ \cdot \cos^2 60^\circ$$

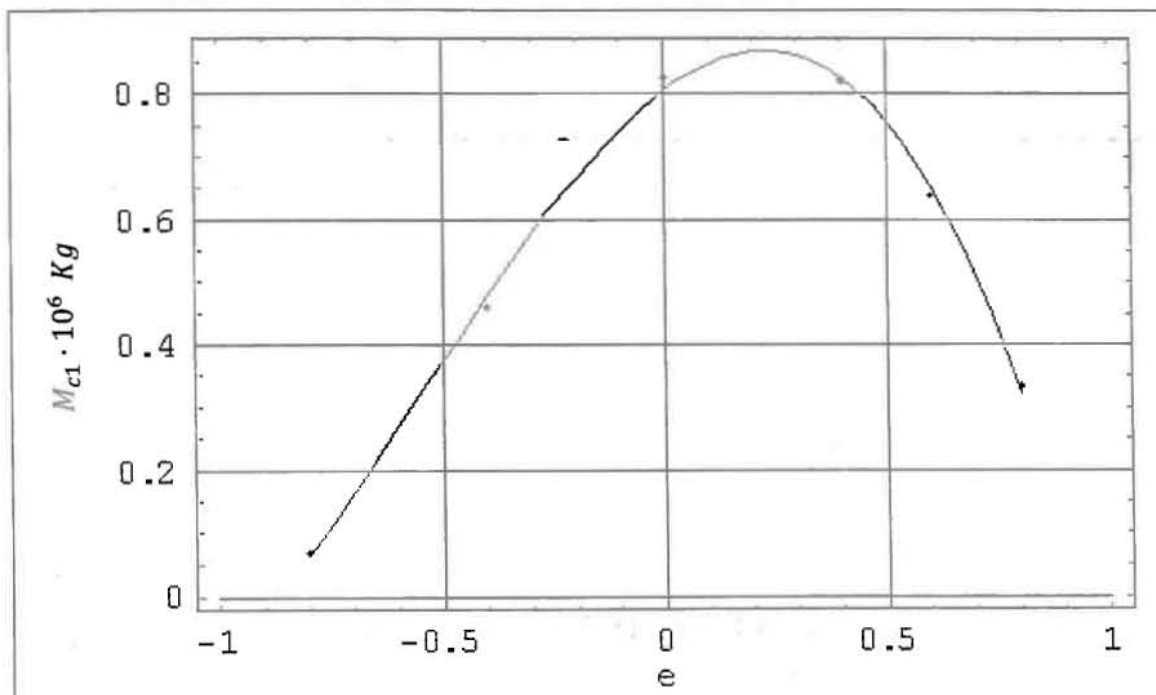
$$+ \sum_{k=1}^{12} \frac{E \cdot A_b}{L_b} \cos^2 120^\circ \cdot \cos^2 60^\circ$$

και $K_{bs} = 0.65 \cdot 10^6 \text{ KN/m}$. (181)

Σε αυτή την εργασία τα δεδομένα μας τόσο για τις μάζες κυματισμού και τις ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης όσο και της συσχέτισης της ακαμψίας με την ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης της ωστικής μάζας, λαμβάνονται από την εργασία *S.A. Karamanos et al (2004)*. Επίσης θα υπολογίσουμε μόνο την πρώτη από τις επαγωγικές μάζες και ιδιοσυχνότητες, γιατί αυτές επηρεάζουν κυρίως τις επαγωγικές σεισμικές δυνάμεις όπως είδαμε στην παράγραφο 3.4.

ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΜΑΖΑ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Γνωρίζοντας τη συνολική μάζα M_L του περιεχόμενου ρευστού σε διάφορες θέσεις της ελεύθερης επιφάνειας, από τον Πίνακα 3.4 με τις αριθμητικές τιμές του λόγου M_{c1}/M_L συναρτήσει του συντελεστή e μπορούμε να βρούμε το M_{c1} . Κάνουμε παρεμβολή και παίρνουμε τη γραφική παράσταση της μάζας M_{c1} σε $Kg \cdot 10^6$ και την εξίσωση παρεμβολής για διάφορες θέσεις της ελεύθερης επιφάνειας (Σχήμα 5.56 και σχέση (182)):



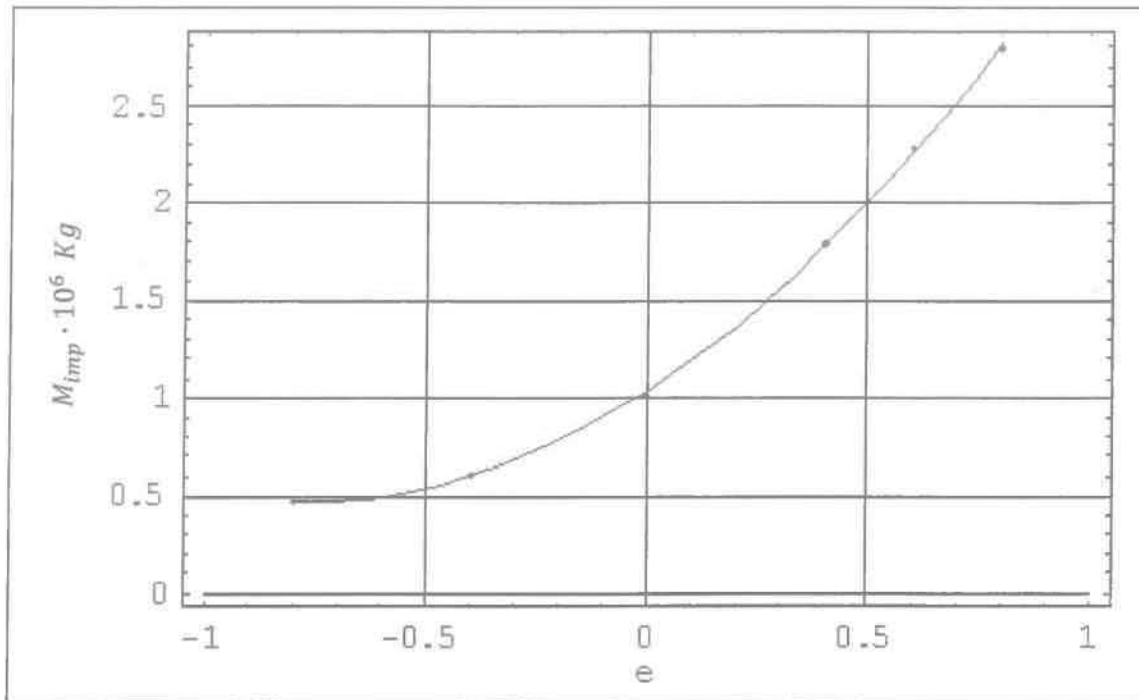
Σχήμα 5.56 : Επαγωγική μάζα M_{c1}

$$M_{c1} = 0.805067 + 0.526853 \cdot e - 0.951721 \cdot e^2 - 0.5701 \cdot e^3 \quad (182)$$

όπου το $e = \frac{H}{R} - 1$ είναι συντελεστής, με H το ύψος πλήρωσης ρευστού και R την ακτίνα της σφαίρας. Το e εδώ παίρνει τιμές στο διάστημα $(-1,1)$.

ΩΣΤΙΚΗ ΜΑΖΑ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Από τη σχέση $M_{imp} = M_L - M_{c1}$ καταλήγουμε στο παρακάτω γράφημα και εξίσωση παρεμβολής (Σχήμα 5.57 και σχέση (183)):



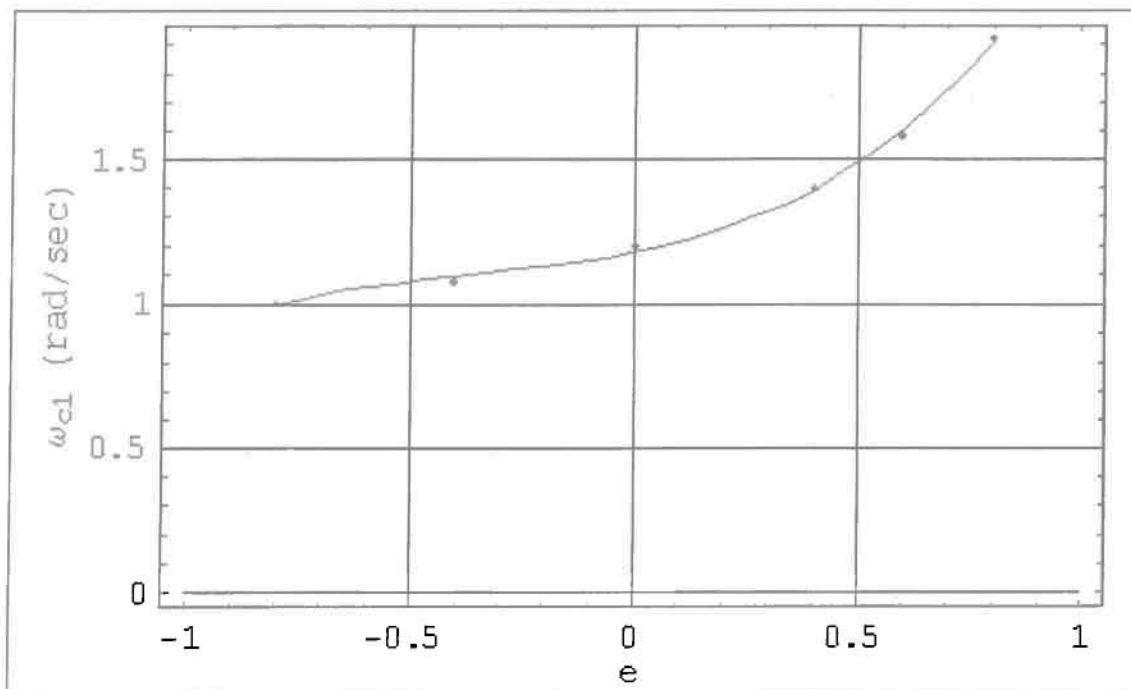
Σχήμα 5.57 : Επαγωγική μάζα M_{imp} .

και

$$M_{imp} = 1.03407 + 1.46371 \cdot e + 0.952221 \cdot e^2 \quad (183)$$

ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Από Πίνακα 3.3 παραθέτουμε γράφημα και εξίσωση παρεμβολής της επαγωγικής ιδιοσυχνότητας ω_{c1} (Σχήμα 5.58 και σχέση (184)):



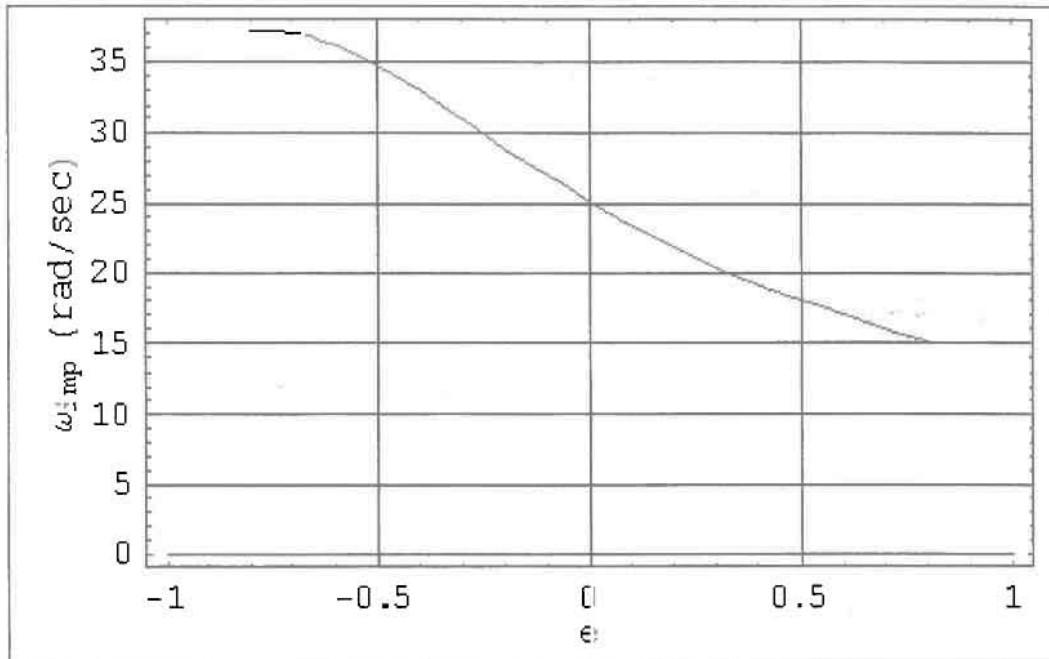
Σχήμα 5.58 : Επαγωγική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης ω_{c1} σε rad/sec.

και

$$\omega_{c1} = 1.1731 + 0.341247 \cdot e + 0.447394 \cdot e^2 + 0.330952 \cdot e^3 \quad (184)$$

ΩΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Γνωρίζοντας την ωστική ακαμψία K_{bs} από (181) και την ωστική μάζα M_{imp} από (183), από τη σχέση $\omega_i^2 = \frac{K_{bs}}{M_{imp}}$ μπορούμε να πάρουμε την ωστική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης.



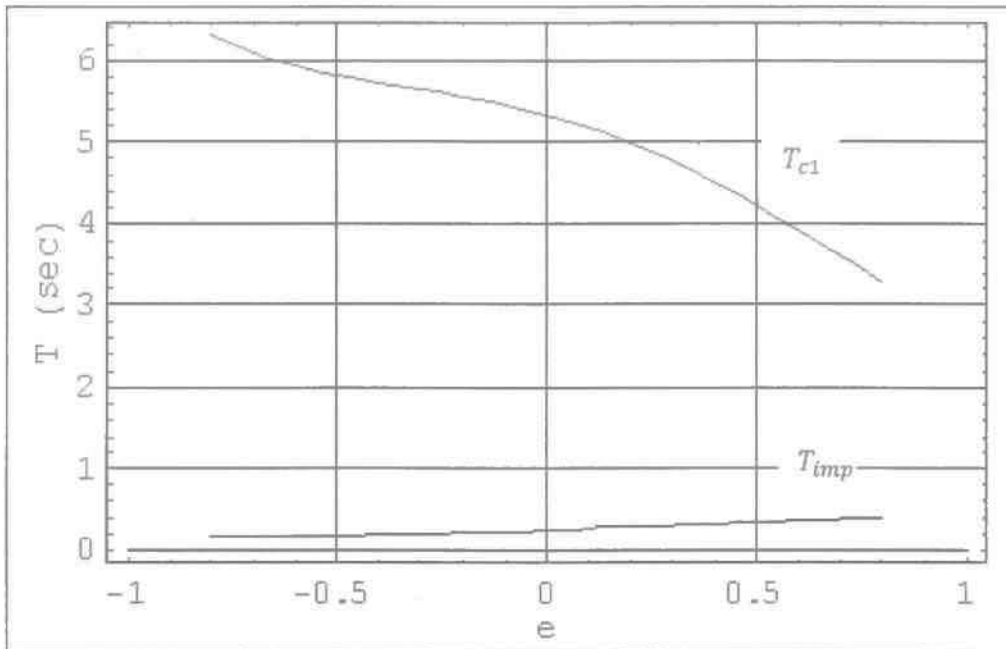
Σχήμα 5.59 : Ωστική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης ω_{imp} σε rad/sec.

ΙΔΙΟΠΕΡΙΟΔΟΙ T_{c1} ΚΑΙ T_{imp}

Από τις γνωστές σχέσεις (185) και (186) λαμβάνουμε την επαγωγική και ωστική ιδιοπερίοδο αντίστοιχα.

$$T_{c1} = \frac{2\pi}{\omega_{c1}} \quad (185)$$

$$T_{imp} = \frac{2\pi}{\omega_{imp}} \quad (186)$$



Σχήμα 5.60 : Ιδιοπερίοδοι ταλάντωσης T_{c1} και T_{imp} σε sec.

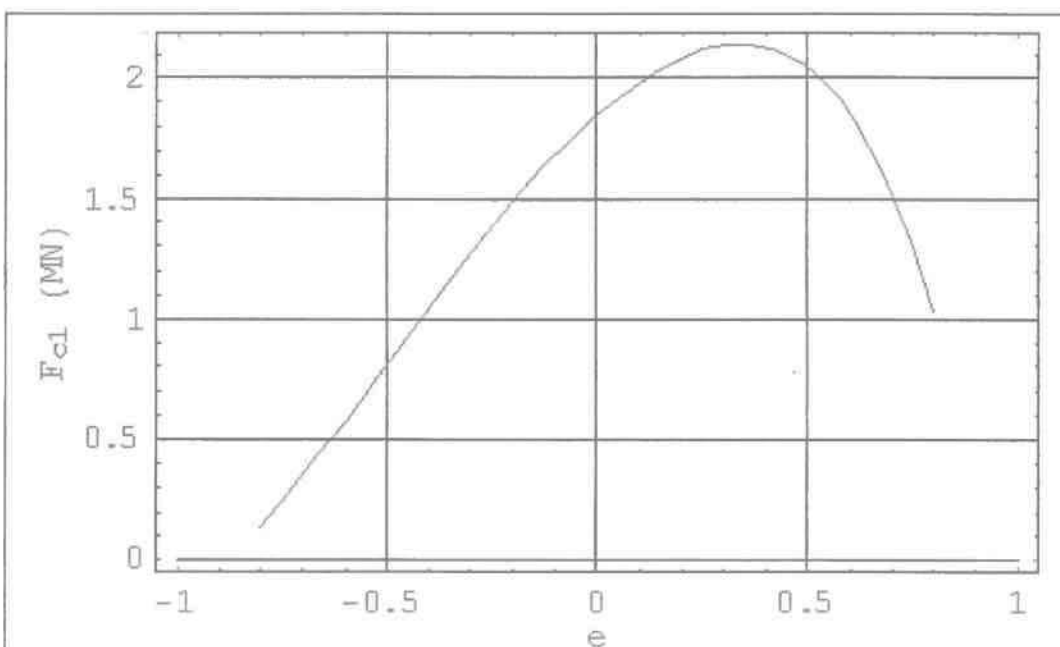
Από το Σχήμα 5.60 βλέπουμε ότι το $0.17 \leq T_{imp} \leq 0.456$ sec. ενώ το T_{c1} είναι μεγαλύτερο από 2 sec σε όλο το εύρος πλήρωσης (e).

ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Η δύναμη από την επιτάχυνση S_a (από (93)) της μάζας M_{c1} που κάνει ταλάντωση με περίοδο T_{c1} είναι:

$$F_{c1} = S_a(T_{c1}) \cdot M_{c1} \quad (187)$$

με βαθμό απόσβεσης ταλάντωσης 0.5%. Το $S_a(T_{c1}) = 7.00648 \left(\frac{1}{T}\right)^{2/3}$ (από (97)) γιατί το $T_{c1} \geq 0.6$ sec. που σημαίνει ότι το T_{c1} είναι στον τρίτο κλάδο του φάσματος απόκρισης.



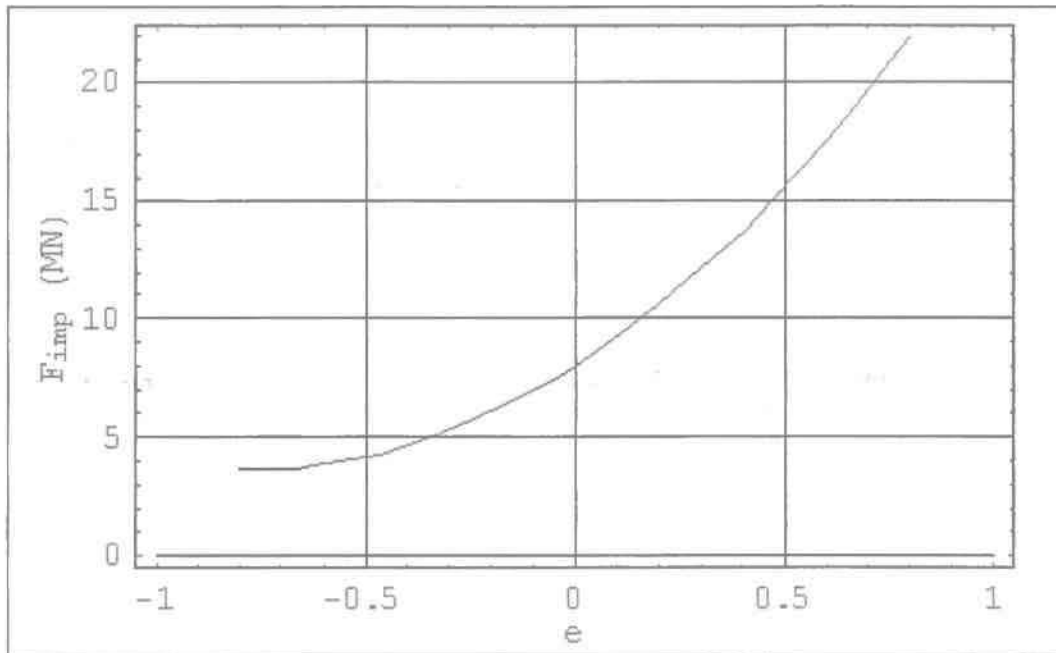
Σχήμα 5.61 : Επαγωγική δύναμη F_{c1} σε MNewton.

ΩΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

Η δύναμη από την επιτάχυνση S_a της μάζας M_I που ταλαντώνεται με περίοδο T_{imp} είναι:

$$F_{imp} = S_a(T_{imp}) \cdot M_{imp} \tag{188}$$

με βαθμό απόσβεσης ταλάντωσης 2%. Το $S_a(T_{imp}) = 0.24 \cdot g \cdot \sqrt{\frac{7}{2+2}} \cdot 2.5$ (από (93)) γιατί το $0.17 \leq T_{imp} < 0.456 \text{ sec.}$ που σημαίνει ότι το T_{imp} είναι στον δεύτερο κλάδο του φάσματος απόκρισης για $0.15 \leq T \leq 0.6 \text{ sec.}$

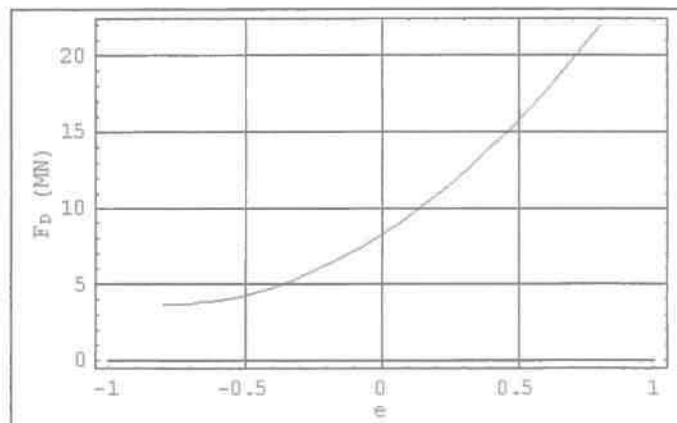


Σχήμα 5.62 : Ωστική δύναμη F_{imp} σε MNewton.

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

Από (187) και (188) η συνολική δύναμη που είναι το άθροισμα της ωστικής και της επαγωγικής δίνεται από την παρακάτω σχέση και παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 5.63 :

$$F_D = \sqrt{F_{imp}^2 + F_{c1}^2} \tag{189}$$



Σχήμα 5.63 : Συνολική δύναμη F_D σε MNewton.

Συμπεράσματα

Η εισαγωγή στο φαινόμενο του κυματισμού και η παρουσίαση σημαντικών επιστημονικών και τεχνολογικών εφαρμογών του, που γίνονται στο κεφάλαιο 1, αποδεικνύουν την ιδιαίτερη σημασία του φαινομένου του κυματισμού σε εφαρμογές του μηχανικού.

Στόχος της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση μια συγκεντρωτικής εργασίας με λύσεις στο φαινόμενο του κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού και αντισεισμικό σχεδιασμό σε κατακόρυφα κυλινδρικά, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, οριζόντια κυλινδρικά και σφαιρικά δοχεία στη διάρκεια εξωτερικής διέγερσης για τυχαία πληρότητα δοχείου.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι σχέσεις υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων και των μαζών κυματισμού για κατακόρυφα κυλινδρικά, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, οριζόντια κυλινδρικά και σφαιρικά δοχεία τυχαίας πληρότητας. Για τις κατακόρυφες κυλινδρικές δεξαμενές οι σχέσεις δίνονται σύμφωνα με τον ευρωπαϊκό κανονισμό EN 1998-4. Στην περίπτωση της ορθογώνιας δεξαμενής γίνεται σύγκριση γραφικά, με ικανοποιητικά αποτελέσματα, των μαζών κυματισμού μεταξύ της αναλυτικής επίλυσης του προβλήματος σύμφωνα με το ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ, και της εναλλακτικής επίλυσης του προβλήματος θεωρώντας τη δεξαμενή ως κατακόρυφη κυλινδρική όπως περιγράφει ο ευρωπαϊκός κανονισμός EN 1998-4. Στον οριζόντιο κύλινδρο γίνεται επίσης σύγκριση των αποτελεσμάτων των ιδιοσυχνοτήτων και των μαζών κυματισμού μεταξύ των αριθμητικών δεδομένων της εργασίας *Karamanos et al (2004)* και της εναλλακτικής επίλυσης ως ορθογώνιας δεξαμενής όπως περιγράφει ο ευρωπαϊκός κανονισμός EN 1998-4 και η εργασία *Karamanos et al (2004)*.

Μετά από μία σύντομη περιγραφή των κανονισμών EN 1998-4 και API 650 στο κεφάλαιο 4, στις παραγράφους 5.1.1 και 5.1.2 γίνεται αντισεισμικός σχεδιασμός σε κατακόρυφη κυλινδρική δεξαμενή σύμφωνα και με τους δύο κανονισμούς. Τα αποτελέσματα και των δύο κανονισμών, όσον αφορά τις μάζες κυματισμού και τα ύψη εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων, έχουν μεγάλες ομοιότητες. Επίσης παρατηρούμε ότι για μικρά ύψη πλήρωσης, η συμπεριφορά εξαρτάται κυρίως από την ταλάντωση της επαγωγικής μάζας που αντιστοιχεί στην πρώτη ιδιομορφή της λύσης του προβλήματος κυματισμού. Για μεγαλύτερα ύψη πλήρωσης, η κίνηση της ωστικής μάζας είναι δεσπόζουσα.

Για το σφαιρικό δοχείο πίεσης γίνεται αναφορά στις ιδιοσυχνότητες και μάζες κυματισμού στο τρίτο κεφάλαιο. Μια πιο πλήρη εικόνα λαμβάνουμε στην παράγραφο 5.2 όπου για συγκεκριμένης γεωμετρίας δεξαμενή παρατηρούμε τις σεισμικές δυνάμεις που δημιουργούν η ταλάντωση της επαγωγικής μάζας και η κίνηση της ωστικής μάζας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] American Petroleum Institute (1995), "Seismic Design of Storage Tanks - Appendix E", *Welded Steel Tanks for Oil Storage*, API Standard 650, Washington, D.C.
- [2] Comite European de Normalization (1998), "Silos, tanks and pipelines Part 4", *Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance*, CEN ENV-1998, Brussels.
- [3] Haroun, M. A. and Housner, G. W. (1981), "Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 48, pp. 411-417.
- [4] Κλιάφα, Β., (2003), "Δυναμική φόρτιση σε ορθογώνιες δεξαμενές λόγω κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας στη διάρκεια αρμονικής εξωτερικής διέγερσης", Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας
- [5] Papaspyrou S., D. Valougeorgis and S. A. Karamanos, (2004), "Sloshing effects in half full horizontal cylindrical vessels under longitudinal excitation" *Journal of Applied Mechanics*, ASME Transactions, (accepted for publication)
- [6] Papaspyrou S., D. Valougeorgis and S. A. Karamanos, (2004) "Response of half full horizontal cylinders under transverse excitation", *Journal of fluids and Structures* (submitted for publication)
- [7] R.S. Wozniak and W.W. Mitchell (1978) "Basic of seismic design provisions for welded steel oil storage tanks", *Session on advances in storage tank design*, API, Refining 43RD midyear meeting Sheraton center Toronto, Ontario, Canada.

- [8] P.K. Malhotra, T. Wenk and M. Wieland (2000) "Simple procedure for seismic analysis of liquid-storage tanks" , *Structural engineering international*.
- [9] Ελληνικός Αντισεισμικός σχεδιασμός Κανονισμός ΕΑΚ (2000)
- [10] American National Standards Institute (1985), "*American Water Works Association American Welding Society*".
- [11] S.A. Karamanos¹, D. Papaprokopiou and M.A. Platyrachos, "Finite element analysis in horizontal-cylindrical and axisymmetric liquid vessels" , *Department of Mechanical & Industrial Engineering, University of Thessaly, Greece*.
- [12] P. Warnitchai and T. Pinkaew (1998) , "Modeling of liquid sloshing in rectangular tanks with slow dampening devices" , *Engineering Structures, Vol. 20, No. 7*.
- [13] S.A. Karamanos (2004) , "Sloshing effects on the seismic design of horizontal-cylindrical and spherical vessels" , *Department of Mechanical & Industrial Engineering, University of Thessaly, Greece*.
- [14] Σ.Α. Αναγνωστόπουλος (1986), "Στοιχεία αντισεισμικής δυναμικής ανάλυσης κατασκευών με φάσματα απόκρισης-σχεδιασμού" , *Ινστιτούτο Τεχνικής Σεισμολογίας και αντισεισμικών Κατασκευών (ΙΤΣΑΚ)*.
- [15] Μ. Πλατύραχος (2004), " Ανάλυση κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας σε οριζόντια κυλινδρικά δοχεία πίεσης υπό σεισμικές και άλλες διεργασίες με πεπερασμένα στοιχεία", *Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας*.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΟΡΟΓΩΝΙΑ ΔΕΞΑΜΕΝΗ

Θεωρούμε ορθογωνική δεξαμενή μήκους $2L$, με ύψος ελεύθερης επιφάνειας ίσο με H και πλάτος ίσο με $2b$. Ένα τοπικό σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων (x, y, z) είναι τοποθετημένο στο κέντρο της δεξαμενής.

Γίνεται η υπόθεση ότι το υγρό είναι ασυμπίεστο, με αστρόβιλη ροή και αμελητέα επιφανειακή τάση, ενώ η κίνηση του περιγράφεται σε δύο διαστάσεις και η δεξαμενή είναι σε πρώτη υπόθεση άκαμπτη. Η δεξαμενή υπόκειται σε οριζόντια διέγερση με μετατόπιση $X(t)$ στην \bar{x} κατεύθυνση, η ταχύτητα του υγρού u μπορεί να απεικονισθεί με το διάνυσμα του δυναμικού της ταχύτητας $\hat{\Phi}(x, y, z, t)$ ($u = \nabla\Phi$). Η συνάρτηση αυτή πρέπει να ικανοποιεί την εξίσωση Laplace $\nabla^2\bar{\Phi} = 0$.

Ισχύουν οι εξής συνοριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια και στα τοιχώματα του δοχείου:

$$\frac{\theta\Phi}{\theta n} = \hat{X}(\bar{e} \cdot n) \quad \text{στα τοιχώματα του δοχείου } B_1 \quad (190)$$

και

$$\frac{\theta^2\Phi}{\theta t^2} + g \frac{\theta\Phi}{\theta y} = 0 \quad \text{στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού } B_2 \quad (191)$$

όπου $\hat{X} = d\bar{X}/dt$, το \bar{e} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στη \bar{x} κατεύθυνση και n είναι το διάνυσμα κάθετο σε κάθε σημείο της υγρής επιφάνειας των τοιχωμάτων του δοχείου. Το άγνωστο δυναμικό Φ μπορεί να αναλυθεί σε δύο μέρη, το επαγωγικής κίνησης δυναμικό Φ_S και το ωστικής κίνησης δυναμικό Φ_U :

$$\Phi_U = \hat{X}(t) \cdot \bar{x} \quad (192)$$

Που ικανοποιεί την εξίσωση Laplace. Άρα το Φ_S θα ικανοποιεί και αυτό τη Laplace:

$$\nabla^2\Phi_S = 0 \quad \text{με τις παρακάτω συνοριακές συνθήκες:} \quad (193)$$

$$\frac{\theta\Phi_S}{\theta n} = 0 \quad \text{στα τοιχώματα του δοχείου } B_1 \quad (194)$$

$$\frac{\theta^2\Phi_S}{\theta t^2} + g \frac{\theta\Phi_S}{\theta y} = -\frac{\theta^2\Phi_U}{\theta t^2} \quad \text{στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού } B_2 \quad (195)$$

Στην απουσία εξωτερικής διέγερσης όπου $\bar{X} = 0$, $\Phi_U = 0$ και η συνοριακές συνθήκες γίνονται ομογενής και οι λύσεις είναι της μορφής :

$$\Phi_S = \varphi_S(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (196)$$

που οδηγεί στο παρακάτω πρόβλημα ιδιοτιμών:

$$\nabla^2\varphi_S = 0 \quad (197)$$

$$\frac{\theta\varphi_S}{\theta n} = 0 \quad \text{στα τοιχώματα του δοχείου } B_1 \quad (198)$$

$$\frac{\theta\varphi_S}{\theta y} - \frac{\omega^2}{g}\varphi_S = 0 \quad \text{στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού } B_2 \quad (199)$$

Δηλαδή :

$$\frac{\theta\varphi_S}{\theta x} = 0, x = L, x = -L \quad \text{Στα τοιχώματα της δεξαμενής } (B_1) \quad (200)$$

$$\frac{\theta\varphi_S}{\theta y} = 0, y = 0 \quad \text{Στον πυθμένα της δεξαμενής } (B_1) \quad (201)$$

$$\frac{\theta\varphi_S}{\theta y} - \frac{\omega^2}{g}\varphi_S = 0, y = H \quad \text{Στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής } (B_2) \quad (202)$$

Επειδή η εξωτερική διέγερση είναι στην \bar{x} κατεύθυνση οι λύσεις είναι ανεξάρτητες της κατεύθυνσης z . Για το λόγο αυτό περιοριζόμαστε στον υπολογισμό μόνο των ιδιοτιμών από τις συνοριακές συνθήκες στις x και y κατευθύνσεις και όχι στην z .

Από τις (200)-(202) εξισώσεις μπορούμε να λάβουμε τις ιδιοσυχνότητες κυματισμού ω_n και τις ιδιοσυναρτήσεις $\Psi_n(x, y, z)$, που είναι ορθογώνιες συναρτήσεις και ισχύει:

$$\int_{B_2} \Psi_n \cdot \Psi_m dB_2 = 0 \quad m \neq n \quad (\text{λόγω ορθογωνιότητας}) \quad (203)$$

$$\Psi_n(x, y, z) = A_n \cdot \sin(k \cdot x) \cdot \cosh(k \cdot y) \quad (204)$$

$$\omega_n^2 = g \cdot k \cdot \tanh(k \cdot H) \quad (205)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

που είναι οι αντισυμμετρικές λύσεις του προβλήματος ιδιοτιμών με $k = \frac{(2n-1)}{2L}\pi$ και

$$i_n = \frac{\sin(k \cdot L)}{k \cdot \sinh(k \cdot H)}$$

Κατόπιν μπορούμε να εκφράσουμε το Φ_S συναρτήσει του Ψ_n :

$$\Phi_S(x, y, z, t) = \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \dot{Y}_n(t) \Psi_n(x, y, z) \quad (206)$$

Όπου το Y_n είναι γενικευμένες συντεταγμένες.

Από τις (206), (204), (192) και την (195) καταλήγουμε στο:

$$M_n \ddot{Y}_n + \omega_n^2 \bar{M}_n Y_n = -P_n \ddot{X} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{όπου:} \quad (207)$$

$$\bar{M}_n = \frac{1}{g} \int_{B_2} \Psi_n^2 dB_2 = \frac{1}{g} \int_{y=H}^{-L} \Psi_n^2 dx = \frac{L}{gk^2 \tanh^2(kH)} \quad (208)$$

$$\bar{P}_n = \frac{1}{g} \int_{B_2} \Psi_n \cdot \hat{x} = \frac{1}{g} \int_{y=H}^{-L} \Psi_n \cdot x dx = \frac{2}{gk^3 \tanh(kH)} \quad (209)$$

Οι υδροδυναμικές πιέσεις $p(x, y, z, t)$ υπολογίζονται απευθείας από το δυναμικό Φ μέσω της εξίσωσης Bernoulli ($p = -\rho\Phi$). Άρα έχουμε:

$$F = -\rho \int_{B_1} \left(\frac{\partial \Phi_U}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_S}{\partial t} \right) (\hat{e} \cdot n) dB_1 = F_U + F_S \quad \text{όπου:} \quad (212)$$

$$F_U = -M_L \cdot \ddot{X} \quad (213)$$

$$F_S = - \sum_n F_n \cdot \dot{Y}_n \quad \text{όπου} \quad (214)$$

$$F_n = \rho \int_{B_1} \Psi_n (\hat{e} \cdot n) dB_1 = \rho \left[- \int_{x=-L}^0 \Psi_n dy + \int_{x=L}^H \Psi_n dy \right] = \frac{2\rho}{k^2} \quad (215)$$

όπου το F_U είναι η επαγωγική δύναμη, F_S η ωστική, M_L η συνολική μάζα του ρευστού της δεξαμενής και \ddot{X} η επιτάχυνση της εξωτερικής διέγερσης.

Άρα η συνολική δύναμη F είναι:

$$F = - \sum_n F_n \cdot \dot{Y}_n - M_L \cdot \ddot{X} \quad (216)$$

Θέτοντας ως:

$$\alpha_n = \left(\frac{\bar{M}_n}{\bar{P}_n} \right) Y_n \quad \text{και} \quad u_n = \alpha_n + X \quad (217)$$

Και ως :

$$M_{cn} = \frac{P_n \cdot F_n}{M_n} \quad \text{και} \quad M_I = M_L - \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} M_{cn} \quad (218)$$

Η συνολική δύναμη μετά από πράξεις γίνεται:

$$F = - \sum_n M_{cn} \cdot \ddot{u}_n - M_I \cdot \ddot{X} = F_U + F_S \quad (219)$$

Άρα από (208),(209),(215),(218) έχουμε :

$$M_{cn} = \frac{4\rho \cdot \tanh(kH)}{L \cdot k^3} \quad \text{Και} \quad M_I = M_L - \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} M_{cn} \quad (220)$$

ΥΨΟΣ ΜΑΖΩΝ ΡΟΠΗΣ ΑΚΡΙΒΩΣ ΠΑΝΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Όπως είδαμε $\Phi_u = \dot{X} \cdot x$ είναι το ωστικό μέρος του δυναμικού της ταχύτητας του υγρού, όπου \dot{X} είναι η ταχύτητα της εξωτερικής διέγερσης. Η ωστική δύναμη F_u και ροπή MOM_u δίνονται από τις σχέσεις:

$$F_u = \rho \int_{B_1} \frac{\theta \Phi_u}{\theta t} (\hat{e}_n) dB_1 = 2\rho LH\dot{X} \quad (221)$$

$$MOM_u = \rho \int_{E_1} y \frac{\theta \Phi_u}{\theta t} (\hat{e}_n) dB_1 = \rho LH^2\dot{X} \quad (222)$$

Θεωρώντας h_I την απόσταση της ωστικής μάζας από τη βάση:

$$h_I = \frac{MOM_u}{F_u} = \frac{H}{2} \quad (223)$$

$$\frac{h_I}{H} = 0.5 \quad (224)$$

Όπως είδαμε από (17) ότι $\Phi_s = \sum_n Y_n(t)\Psi_n$ είναι το επαγωγικό μέρος του δυναμικού της ταχύτητας του υγρού.

$$F_s = \rho \int_{B_1} \frac{\theta \Phi_s}{\theta t} (\hat{e}_n) dB_1 = \sum_n \ddot{Y}_n(t) \frac{2\rho}{\kappa^2} \quad (225)$$

$$MOM_s = \rho \int_{B_1} y \frac{\theta \Phi_s}{\theta t} (\hat{e}_n) dB_1 = \sum_n \ddot{Y}_n(t) \frac{2\rho}{\kappa^2} \left[H - \frac{1}{\kappa \cdot \tanh(\kappa H)} + \frac{1}{\kappa \cdot \sinh(\kappa H)} \right] \quad (226)$$

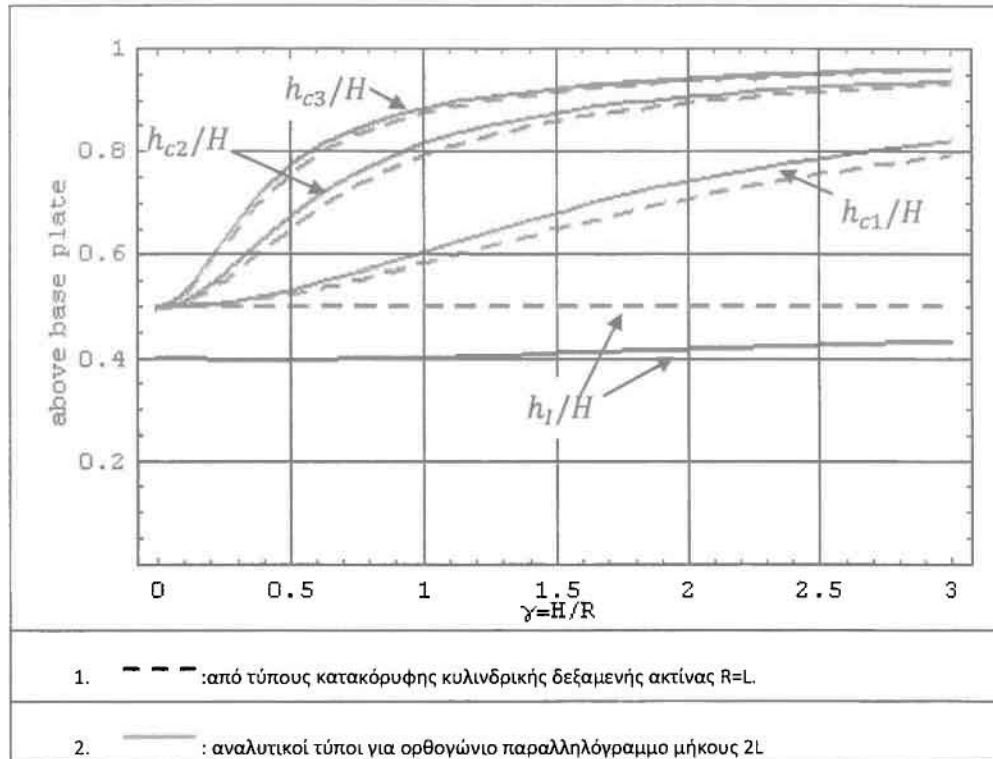
$$h_s = \frac{MOM_s}{F_s} = \sum_n \left[H - \frac{1}{\kappa \cdot \tanh(\kappa H)} + \frac{1}{\kappa \cdot \sinh(\kappa H)} \right] \quad (227)$$

$$\text{όπου } \kappa = \frac{2n-1}{2L} \pi \quad (228)$$

Και h_{cn} είναι η απόσταση της ν-οστής επαγωγικής μάζας από τη βάση:

$$\frac{h_{cn}}{H} = 1 - \frac{1}{\kappa \cdot H \cdot \tanh(\kappa \cdot H)} + \frac{1}{\kappa \cdot H \cdot \sinh(\kappa \cdot H)} \quad (229)$$

Το παρακάτω γράφημα δείχνει τις διαφορές αναλυτικής επίλυσης συγκριτικά με τη λύση ως κατακόρυφης κυλινδρικής δεξαμενής σύμφωνα με τις σχέσεις (37) και (46) για κύλινδρο ακτίνας $R=L$.



Σχήμα Α.1 : Ύψη εφαρμογής δυνάμεων κυματισμού κατακόρυφης κυλινδρικής σε σύγκριση με ορθογώνια δεξαμενή συναρτήσει του λόγου H/R για εύρεση ροπής ακριβώς πάνω από τη βάση.

Εδώ οι διακεκομμένες γραμμές είναι οι λύσεις σύμφωνα με την επίλυση του κατακόρυφου κυλινδρικού προβλήματος. Οι συνεχείς είναι οι λύσεις σύμφωνα με τους αναλυτικούς τύπους του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου προβλήματος.

ΥΨΟΣ ΜΑΖΩΝ ΡΟΠΗΣ ΑΚΡΙΒΩΣ ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ

Μελετώντας τα επαγωγικά ύψη, εδώ αυτό που έχουμε επιπλέον είναι το ζεύγος δυνάμεων που δημιουργείτε στη βάση F_{bottom} :

$$F_{bottom} = \rho \int_B \frac{\theta \Phi_s}{\theta t} (\hat{e}_n) dB = \sum_n \ddot{Y}_n(t) \frac{\rho}{\kappa^2 \sinh(\kappa H)} \quad (230)$$

$$MOM_{bottom} = \rho \int_B x \frac{\theta \Phi_c}{\theta t} (en) dB \sum_n \ddot{Y}_n(t) \frac{2\rho}{\kappa^2} \cdot \frac{1}{\kappa \sinh(\kappa H)} \quad (231)$$

όπου B είναι η βάση της δεξαμενής.

Οπότε η συνολική ροπή MOM_s' τώρα είναι:

$$MOM_s' = MOM_{bottom} + MOM_s \quad (232)$$

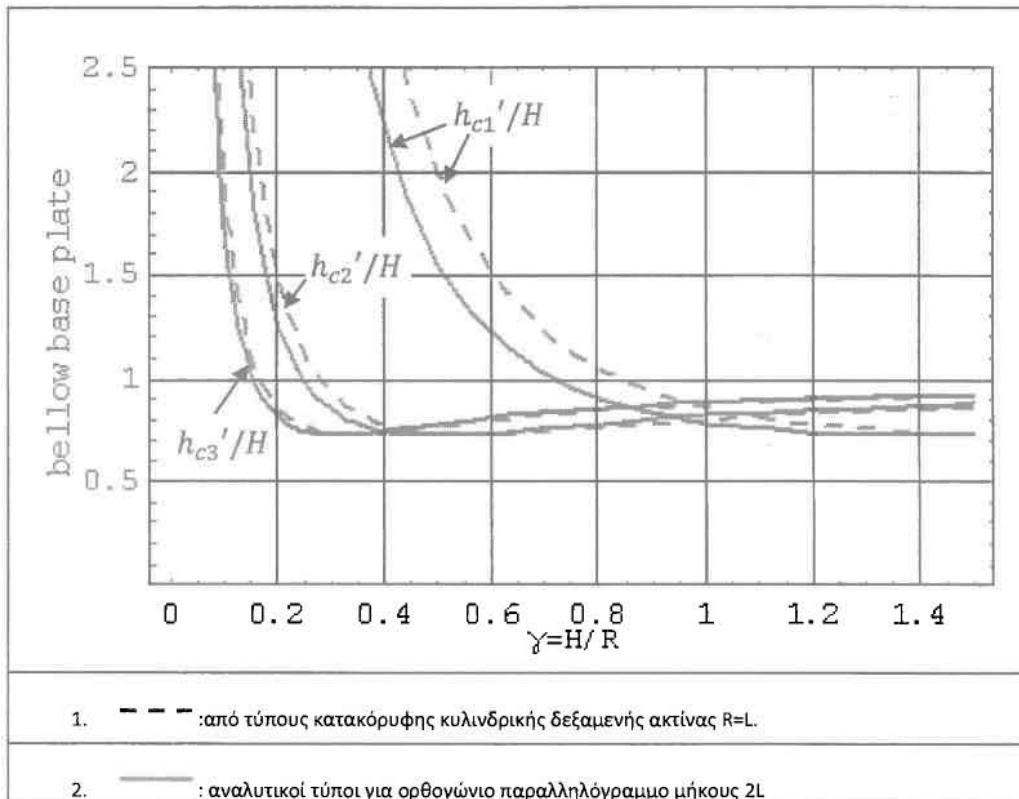
Άρα :

$$h_s' = \frac{MOM_s'}{F_s} = \sum_n \left[H - \frac{1}{\kappa \cdot \tanh(\kappa H)} + \frac{2}{\kappa \cdot \sinh(\kappa H)} \right] \quad (233)$$

και

$$\frac{h_c'}{H} = \frac{h_{cn}'}{H} = 1 - \frac{1}{k \cdot H \cdot \tanh(k \cdot H)} + \frac{2}{k \cdot H \cdot \sinh(k \cdot H)} \quad (234)$$

Το παρακάτω γράφημα δείχνει τις διαφορές αναλυτικής επίλυσης συγκριτικά με τη λύση ως κατακόρυφης κυλινδρικής δεξαμενής σύμφωνα με τη σχέσεις (35) και (44) για κύλινδρο ακτίνας R=L.



Σχήμα Α.2 : Ύψη εφαρμογής δυνάμεων κυματισμού κατακόρυφης κυλινδρικής σε σύγκριση με ορθογώνια δεξαμενή συναρτήσει του λόγου H/R για εύρεση ροπής ακριβώς κάτω από τη βάση.

Εδώ οι διακεκομμένες γραμμές είναι οι λύσεις σύμφωνα με την επίλυση του κατακόρυφου κυλινδρικού προβλήματος. Οι συνεχείς είναι οι λύσεις σύμφωνα με τους αναλυτικούς τύπους του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου προβλήματος.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ s

Για $a = \frac{16.5}{3} m$ (μήκος κάθε τμήματος σταθερού πάχους)

- $2a < H < 3a$

$$s = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot a \cdot ((H - 2a) + a + a) + 12 \cdot 10^{-3} \cdot a \cdot ((H - 2a) + a) + 6 \cdot 10^{-3} (H - 2a)(H - 2a)}{a \cdot ((H - 2a) + a + a) + a \cdot ((H - 2a) + a) + a(H - 2a)}$$

- $a \leq H \leq 2a$

$$s = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot a \cdot ((H - a) + a) + 12 \cdot 10^{-3} \cdot (H - a)^2}{a((H - a) + a) + (H - a)^2}$$

- $0 \leq H \leq a$

$$s = 18 \cdot 10^{-3}$$



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000091979