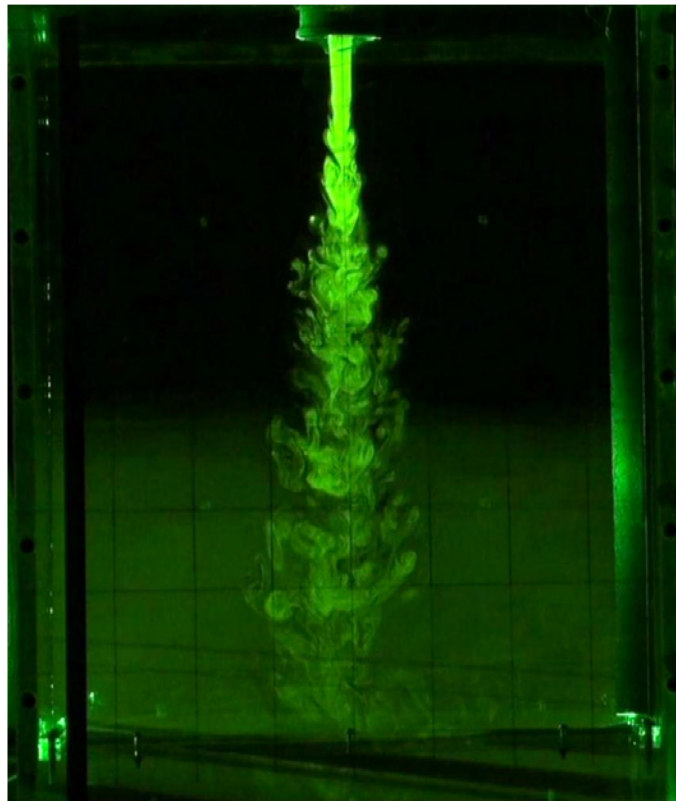




**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
"Εφαρμοσμένη Μηχανική & Προσομοίωση Συστημάτων"

---

**ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΑΝΑΜΕΙΞΗΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΗ**  
**ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟ ΑΚΙΝΗΤΟ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΑΠΟ**  
**ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΝΩΣΤΙΚΗ ΦΛΕΒΑ ΜΕ ΤΕΧΝΙΚΕΣ LASER**



**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΗΛΙΑ Δ. ΠΑΠΠΑ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Ν. ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ  
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2012



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ – ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της παρούσας ερευνητικής εργασίας μου, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ Παναγιώτη Παπανικολάου. Δε θα ήταν δυνατή η πραγματοποίησή της χωρίς την συνεχή και καθολική υποστήριξή του, χωρίς την τεράστια εμπειρία του και τις ανεξάντλητες ιδέες του ως προς τις τεχνικές και τις μεθοδολογίες εργαστηριακής έρευνας, και εν τέλει χωρίς τη βαθιά και αφοσιωμένη αγάπη του για πειραματική έρευνα στο πεδίο της Υδραυλικής Μηχανικής. Με τη συμβολή του κατάφερα να ξεπεράσω όλα τα προβλήματα τα οποία ανέκυψαν κατά τη διάρκεια της εργασίας, ενώ παράλληλα με την υπομονή και την κατανόησή του κατάφερα να εμβαθύνω τις γνώσεις μου σε θέματα σχετικά με τη διάχυση φλεβών.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Αντώνη Λιακόπουλο καθώς και τον Αναπληρωτή Καθηγητή του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών κ. Ερρίκο Σταπουντζή για την αμέριστη βοήθεια και το ενδιαφέρον τους, καθώς επίσης για την αποδοχή τους να συμμετάσχουν στην τριμελή επιτροπή για την αξιολόγηση της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω το μέλος ΕΤΕΠ του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών κ. Δημήτρη Καραμπερόπουλο για την πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε σε τεχνικά θέματα που αφορούσαν στην ψηφιακή επεξεργασία του βιντεοσκοπημένου υλικού.



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται η περιγραφή και τα αποτελέσματα πειραματικής διερεύνησης που αφορά στην ανάμειξη κατακόρυφων κυκλικών ανωστικών φλεβών σε ομογενή περιορισμένο ακίνητο αποδέκτη. Συγκεκριμένα διερευνήθηκε η ανύψωση της οριζόντιας διεπιφάνειας, που σχηματίζεται ανάμεσα στο βαρύτερο αναμειγμένο υγρό της φλέβας και στο υπερκείμενο μη αναμειγμένο νερό του δοχείου, σαν συνάρτηση του χρόνου. Τα πειράματα διενεργήθηκαν με ανωστικές φλέβες θετικής άνωσης που ικανοποιούν την παραδοχή “Boussinesq”, για ολόκληρη την περιοχή αρχικών αριθμών Richardson, δηλαδή από πολύ χαμηλούς ( $R_o \ll 1$ , απλές φλέβες ορμής) μέχρι περίπου 0.60 (πλούμια).

Η οπτικοποίηση των πειραμάτων έγινε με τομογραφία της φλέβας με τεχνικές laser, (Laser Induced Fluorescence – LIF) με τη διέγερση ροδαμίνης 6G που είχε προστεθεί για το σκοπό αυτό σε χαμηλές συγκεντρώσεις στο διάλυμα της φλέβας. Έγινε καταγραφή της απόστασης της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο και του αντίστοιχου χρόνου σε 20 διαφορετικά διαδοχικά στιγμιότυπα για κάθε πείραμα και η επεξεργασία των ψηφιακών εικόνων έγινε με τη βοήθεια του σχεδιαστικού λογισμικού AutoCAD®.

Από την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων προσδιορίστηκε η θέση της διεπιφάνειας σαν συνάρτηση του χρόνου σε αδιαστατοποιημένη μορφή. Παράλληλα με τη βοήθεια της διαστατικής ανάλυσης και της γενικευμένης θεωρίας των List & Imberger (1973) κατασκευάστηκε μονοδιάστατο μαθηματικό μοντέλο πρόγνωσης της στάθμης της διεπιφάνειας.

Από τη σύγκριση που ακολούθησε διαπιστώθηκε ότι οι πειραματικές μετρήσεις ακολουθούν με καλή ακρίβεια τις θεωρητικές λύσεις των απλών φλεβών και πλουμιών, όταν ο αρχικός αριθμός Richardson της φλέβας είναι πολύ μικρός (περίπου μηδενικός) ή κοντά στην οριακή τιμή 0.60 αντίστοιχα. Τα πειραματικά δεδομένα και η θεωρητική λύση ταυτίζονται, εάν τα πρώτα αναπροσαρμοστούν με τη χρήση του νοητού κέντρου (virtual origin) της φλέβας, το οποίο, με βάση τη διάταξη δημιουργίας της φλέβας που χρησιμοποιήσαμε, προσδιορίστηκε ότι δεν απέχει περισσότερο από  $\pm 1.5$  διαμέτρους από το ακροφύσιο.

Ο προσδιορισμός της θέσης της διεπιφάνειας με χρήση της γενικευμένης εξίσωσης των List & Imberger (1973) έδωσε ακριβή αποτελέσματα για όλο το εύρος των αρχικών αριθμών Richardson της φλέβας ( $0 < R_o < 0.60$ ). Οι απλές φλέβες ορμής (jets με πολύ μικρό αρχικό αριθμό Richardson) προκαλούν σε περιορισμένο αποδέκτη ανάμειξη σε πολύ μικρότερο χρόνο απ’ ό,τι ένα πλούμιο. Οι τεχνικές μέτρησης οι οποίες βασίστηκαν στην οπτικοποίηση της φλέβας με τομογραφία laser (Laser Induced Fluorescence – LIF) και στην ανάλυση των εικόνων με το σχεδιαστικό πακέτο AutoCAD® έδωσαν πολύ καλά αποτελέσματα.



## ABSTRACT

In the present study, both, the description and the results of an experimental investigation regarding mixing caused by vertical round buoyant jets in confined spaces filled with motionless uniform fluid are studied and reported. Most specifically, the elevation of the density interface between mixed and unmixed (ambient) fluid has been investigated as a function of time, when a vertical buoyant jet is used as the mixing mechanism. Experiments were performed using “Boussinesq” buoyant jets with positive buoyancy flux and source Richardson numbers extended in the full range, i.e. from very low ( $R_o \ll 1$ , jet-like flows) to about 0.60 (plumes), accounting for mixing in confined spaces by all different types of sources, simple jets, plumes and buoyant jets.

A very low concentration of rodamine 6G dye mixed in the jet solution was used in order to visualize jet flow via Laser Induced Fluorescence technique (LIF). The distance of the density interface from the nozzle and the corresponding time in 20 different successive frames for every experiment were recorded and the processing of the digital frames was carried out using software program AutoCAD<sup>®</sup>. The (dimensionless) elevation of the density interface was plotted versus dimensionless time from the experimental data. Also, using both dimensional analysis and a global buoyant jet theory which developed by List & Imberger (1973), an one dimensional (1-D) mathematical model was developed to predict the elevation of the density interface as a function of time.

The experimental measurements were compared to the theoretical solutions and were found to follow them with satisfying accuracy, as the source Richardson number becomes very low or close to the marginal value 0.60 respectively. The experimental data and the theoretical solution are identical, if the former is re-adjusted using a virtual origin of jet flow, which, according to the jet plenum used, was specified not to be farther away than  $\pm 1.5$  diameters from the nozzle.

Application of the global buoyant jet theory developed by List & Imberger (1973) for prediction of the density interface elevation has given accurate results for the entire range of source Richardson numbers ( $0 < R_o < 0.60$ ). Jet-like flows (jets with  $R_o \ll 1$ ) are found to mix with ambient fluid in confined spaces much faster than the plume-like ones. The measurement technique based on both, LIF visualization of the flow and image analysis using AutoCAD<sup>®</sup> have given very satisfactory results.





## ΣΥΜΒΟΛΑ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ

### A. Λατινικά σύμβολα

A	Εμβαδόν διατομής δεξαμενής ανάμειξης
b	χαρακτηριστικό 1/e πλάτος κατανομής ταχύτητας της φλέβας
b <sub>c</sub>	χαρακτηριστικό 1/e πλάτος κατανομής συγκέντρωσης της φλέβας
B	Αρχική ειδική ανωστική δύναμη φλέβας
C <sub>p</sub>	(=0.27) παράμετρος πλάτους φλέβας
D	Διάμετρος φλέβας
F	Ένδειξη παροχής ροομέτρου
F <sub>o</sub>	Αρχικός αριθμός Froude της φλέβας
l <sub>Q</sub>	Χαρακτηριστική κλίμακα μήκους απλής φλέβας
l <sub>M</sub>	Χαρακτηριστική κλίμακα μήκους ανωστικής φλέβας
M	Αρχική ειδική ορμή φλέβας
m(z)	Τοπική ειδική ορμή φλέβας
h	Απόσταση διεπιφάνειας από το στόμιο εκροής της φλέβας
H	Βάθος δεξαμενής από ακροφύσιο ως τον πυθμένα
Q	Παροχή φλέβας
Re	Αριθμός Reynolds
R <sub>o</sub>	Αρχικός αριθμός Richardson
R <sub>p</sub>	Αριθμός Richardson πλουμίου
R(z)	Τοπικός αριθμός Richardson φλέβας σε απόσταση z
T <sub>a</sub>	Θερμοκρασία νερού δοχείου
t	Χρόνος
T	(=M/B) Κλίμακα χρόνου
T <sub>j</sub>	Κλίμακα χρόνου απλής φλέβας
T <sub>p</sub>	Κλίμακα χρόνου απλής πλουμίου
U(h)	ταχύτητα καθόδου της διεπιφάνειας
W	Μέση ταχύτητα εξόδου της φλέβας από το ακροφύσιο (cm /s)
z	απόσταση από ακροφύσιο
z <sub>o</sub>	(=Q/C <sub>p</sub> M <sup>1/2</sup> ) απόσταση νοητού κέντρου φλέβας από ακροφύσιο

## **B. Ελληνικά σύμβολα**

$\alpha$	συντελεστής συμπαράσυρσης φλέβας
$\alpha_j$	συντελεστής συμπαράσυρσης απλής φλέβας
$\alpha_p$	συντελεστής συμπαράσυρσης πλουμίου
$\beta(z)$	ειδική άνοση φλέβας σε απόσταση $z$
$\lambda$	( $=b_c/b$ ) λόγος πλατών φλέβας
$\mu(z)$	παροχή φλέβας σε απόσταση $z$
$\nu$	Κινηματικό ιξώδες
$\Delta\rho$	Διαφορά πυκνότητας
$\rho_a$	Πυκνότητα νερού δοχείου
$\rho_o$	Πυκνότητα εκτοξευόμενης φλέβας

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1.	Γενικά - τυρβώδης εκτοξευόμενη φλέβα.....	1
1.2.	Απλές φλέβες χωρίς ή με άνωση (jets - plumes) – ορισμοί.....	1
1.3.	Χαρακτηριστικές κλίμακες και αριθμός Richardson της ροής.....	2
1.4.	Εργασίες σε ανωστικές φλέβες σε ήρεμο αποδέκτη απείρων διαστάσεων.....	3
1.5.	Κατακόρυφη ανωστική φλέβα σε περιορισμένο αποδέκτη.....	3
1.6.	Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	4
1.7.	Αντικείμενο της παρούσας εργασίας.....	9
2.	ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....	10
2.1.	Γενικά.....	10
2.2.	Ογκομετρική παροχή απλής φλέβας και πλουμίου σε ομογενή αποδέκτη.....	12
2.3.	Ογκομετρική παροχή ανωστικών φλεβών – γενική θεωρία των List & Imberger.....	13
2.4.	Χρονικές κλίμακες.....	16
3.	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.....	19
3.1.	Πειραματική διάταξη.....	19
3.2.	Διάταξη οπτικοποίησης των πειραμάτων.....	25
3.3.	Πειραματικές Μετρήσεις.....	27
3.4.	Περιγραφή ενός τυπικού πειράματος.....	28
3.5.	Μεθοδολογία προσδιορισμού της απόστασης διεπιφάνειας από το ακροφύσιο.....	32
4.	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ & ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	37
4.1.	Πειραματικές μετρήσεις.....	37
4.2.	Απλές φλέβες.....	42
4.3.	Πλούμια.....	45
4.4.	Ανωστικές φλέβες.....	47
4.5.	Σύγκριση χρόνου μετακίνησης της διεπιφάνειας απλών, ανωστικών φλεβών και πλουμίων.....	49
5.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ.....	51
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	52

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1. Γενικά - τυρβώδης εκτοξευόμενη φλέβα

Εκτοξευόμενη φλέβα ή δέσμη (jet) είναι μια φλέβα ρευστού που διαχέεται σε ομοειδές ρευστό με την ίδια ή διαφορετική πυκνότητα. Τυρβώδης σημαίνει ότι στο πεδίο ροής της φλέβας υπάρχει χρονική διακύμανση της ταχύτητας και συγκέντρωσης κάποιων ουσιών που μεταφέρει η εκτοξευόμενη φλέβα. Τα χαρακτηριστικά και η ρευστοδυναμική συμπεριφορά των εκτοξευόμενων φλεβών εξαρτώνται από τους εξής παράγοντες: (i) παράμετροι (χαρακτηριστικά) της φλέβας, (ii) παράμετροι του περιβάλλοντος ρευστού και (iii) γεωμετρικές παράμετροι.

Στα χαρακτηριστικά των φλεβών περιλαμβάνονται η αρχική κατανομή ταχύτητας και ένταση τύρβης της φλέβας, η ογκομετρική παροχή και ορμή της φλέβας καθώς και η συγκέντρωση μεταφερόμενων ουσιών, όπως θερμοκρασία κλπ. Στις περιβαλλοντικές παραμέτρους περιλαμβάνονται η πυκνομετρική διαφορά φλέβας και αποδέκτη, η στρωμάτωση (θερμική ή πυκνομετρική), η κίνηση στον αποδέκτη κλπ. Οι δε γεωμετρικές παράμετροι περιλαμβάνουν τη μορφή και προσανατολισμό των φλεβών, την αλληλεπίδραση με άλλες φλέβες, καθώς και τη συμπεριφορά της φλέβας σχετικά με τα όρια του αποδέκτη.

Οι εκτοξευόμενες τυρβώδεις φλέβες εμφανίζονται στη φύση υπό μορφή φυσικών υποθαλάσσιων φλεβών (sea-vents), κατά την έκρηξη ηφαιστειών, ή άλλες φορές είναι τεχνητές που προέρχονται από ανθρωπογενείς ενέργειες και εμφανίζονται σε καμινάδες, πάνω από πυρκαγιές μικρής ή μεγάλης κλίμακας, σε υποθαλάσσιους διαχυτήρες διάθεσης αποβλήτων από μονάδες βιολογικής επεξεργασίας λυμάτων, κλπ.

### 1.2. Απλές φλέβες χωρίς ή με άνωση (jets - plumes) – ορισμοί.

Σαν απλή εκτοξευόμενη φλέβα (jet) ορίζεται η παροχή ρευστού με αρχική ορμή από σπή ή σχισμή σε ένα μεγάλο όγκο του ίδιου ή παρόμοιου ρευστού. Η απλή ανωστική φλέβα (plume) είναι παρόμοια με το jet αλλά προκαλείται από μια πηγή δυναμικής ενέργειας που παρέχει στο ρευστό κάποια θετική ή αρνητική άνωση. Ανωστική φλέβα (buoyant jet) ονομάζεται αυτή που εμπεριέχει τις ιδιότητες της απλής φλέβας (jet) και της απλής ανωστικής (plume), έχει δηλαδή και αρχική ορμή και αρχική άνωση.

Έστω μία κυκλική ανωστική κατακόρυφη φλέβα (jet) διαμέτρου  $D$  και πυκνότητας  $\rho$  που εκβάλλει μέσα σε ήρεμο ομογενή αποδέκτη με πυκνότητα  $\rho_a$  ( $\rho_a > \rho$ ). Η αρχική ογκομετρική παροχή της φλέβας  $Q$ , η ειδική, ανά μονάδα μάζας του ρέοντος ρευστού, ορμή  $M$  (specific momentum flux) και η κινηματική ή ειδική, ανά μονάδα μάζας του ρέοντος ρευστού, άνωση  $B$  (specific buoyancy flux) και οι αντίστοιχες διαστάσεις τους εκφράζονται από τις παρακάτω σχέσεις

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} W \quad [L^3/T] \quad (1.1)$$

$$M = QW \quad [L^4/T^2] \quad (1.2)$$

$$B = \frac{\rho_a - \rho_o}{\rho_o} gQ \quad [\text{L}^4/\text{T}^3] \quad (1.3)$$

αντίστοιχα, όπου  $W$  είναι η αρχική μέση ταχύτητα εξόδου και  $\rho_o$  είναι η πυκνότητα του ρευστού της φλέβας στο ακροφύσιο.

Με βάση τους ορισμούς στην αρχή της παραγράφου και τις παραπάνω αρχικές συνθήκες της φλέβας, μπορούμε να ορίσουμε σαν απλή φλέβα (jet) αυτή για την οποία αρχικά  $B \rightarrow 0$ , σαν πλούμιο τη φλέβα για την οποία αρχικά  $M \rightarrow 0$  και σαν ανωστική φλέβα αυτή που αρχικά έχει σημαντικού μεγέθους ειδική ορμή και άνωση ( $M \neq 0$  και  $B \neq 0$ ).

### 1.3. Χαρακτηριστικές κλίμακες και αριθμός Richardson της ροής.

Σε μία απλή κυκλική φλέβα τα αρχικά χαρακτηριστικά είναι μόνο η παροχή  $Q$  και η ειδική ορμή  $M$ , με βάση τις οποίες οι Fischer *et al.* (1979) προτείνουν την κλίμακα μήκους  $l_Q$  που ορίζεται ως

$$l_Q = \frac{Q}{\sqrt{M}} \quad (1.4)$$

και είναι ίση με την τετραγωνική ρίζα της επιφάνειας του ακροφυσίου. Σε μια ανωστική φλέβα (με αρχικά χαρακτηριστικά  $Q$ ,  $M$ ,  $B$ ) οι ίδιοι συγγραφείς ορίζουν μια δεύτερη κλίμακα μήκους  $l_M$  που εμπεριέχει εκτός από τα αδρανειακά και τα ανωστικά χαρακτηριστικά της φλέβας

$$l_M = \frac{M^{3/4}}{B^{1/2}} \quad (1.5)$$

Ο λόγος των δύο παραπάνω κλιμάκων μήκους ονομάζεται αρχικός αριθμός Richardson της φλέβας και ορίζεται

$$R_o = \frac{l_Q}{l_M} = \frac{QB^{1/2}}{M^{5/4}} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} \frac{\sqrt{[(\Delta\rho)_o / \rho_o]gD}}{W} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} \frac{1}{F_o}. \quad (1.6)$$

Στην παραπάνω σχέση  $F_o$  είναι ο πυκνομετρικός αριθμός του Froude και η ανωστική επιτάχυνση  $g'_o = [(\Delta\rho)_o / \rho_o]g$ .

Σε απόσταση  $z$  αρκετών διαμέτρων από το ακροφύσιο-πηγή όπου η φλέβα έχει αναπτυχθεί πλήρως, από τις κατανομές της μέσης ταχύτητας  $w = w(r,z)$  και της (μέσης) διαφοράς πυκνότητας  $\Delta\rho = \Delta\rho(r,z)$  μπορούμε να υπολογίσουμε την ογκομετρική παροχή  $\mu(z)$  (δηλαδή τον όγκο του ρευστού στη μονάδα χρόνου), την ειδική ορμή ρευστού  $m(z)$  και την ειδική άνωση ρευστού  $\beta(z)$  που διέρχονται από μία διατομή  $A$  με τα ολοκληρώματα

$$\mu = \int_A w dA \quad (1.7)$$

$$m = \int_A w^2 dA \quad (1.8)$$

$$\beta = \int_A g(\Delta\rho / \rho_o) wdA \quad (1.9)$$

όπου  $g$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Με βάση τις τρεις αυτές παραμέτρους ορίζουμε τον αριθμό Richardson της ροής  $R(z)$  σε απόσταση  $z$  από το ακροφύσιο από τη σχέση

$$R(z) = \frac{\mu\beta^{1/2}}{m^{5/4}} \quad (1.10)$$

Όταν αρχικά οι αδρανειακές δυνάμεις είναι σημαντικά μεγαλύτερες από τις ανωστικές, τότε στη φλέβα υπερισχύει η αρχική ορμή με αποτέλεσμα να συμπεριφέρεται σαν απλή φλέβα. Στην αντίθετη περίπτωση στη φλέβα υπερισχύει η ορμή που αποκτήθηκε ως αποτέλεσμα της ανωστικής δύναμης, ώστε η φλέβα να συμπεριφέρεται σαν πλούμιο. Όταν αδρανειακές και ανωστικές δυνάμεις είναι της ίδιας τάξης μεγέθους η φλέβα συμπεριφέρεται σαν ανωστική φλέβα.

#### 1.4. Εργασίες σε ανωστικές φλέβες σε ήρεμο αποδέκτη απείρων διαστάσεων.

Ανωστικές φλέβες που διαχέονται σε ομογενή ακίνητο αποδέκτη μεγάλων διαστάσεων (που μπορεί πρακτικά να θεωρηθεί ότι εκτείνεται στο άπειρο) έχουν μελετηθεί και συνεχίζουν να μελετώνται από τη δεκαετία του '50 μέχρι σήμερα. Χαρακτηριστικές είναι οι εργασίες των Rouse, Yih & Humphreys (1952), Morton Taylor & Turner (1956) και Morton (1959) στις οποίες για πρώτη φορά εισήχθη η ανωστική δύναμη πέραν της αρχικής ορμής, οι δε μελέτες αφορούσαν πλήρως ανωστικές φλέβες (πλούμια). Οι List & Imberger (1973) ανέπτυξαν μια θεωρία που βασίζεται στην ανάλυση κατακόρυφων ανωστικών φλεβών με αρχική ορμή και άνωση, η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε κατακόρυφες ανωστικές φλέβες (buoyant jets), ενώ μπορεί ασυμπτωτικά να περιγράψει τις απλές φλέβες (jets) και τα πλούμια (plumes).

Ενώ μετρήσεις μεγεθών της τύρβης σε απλές φλέβες είχαν ξεκινήσει να γίνονται από τη δεκαετία του '40, όπως για παράδειγμα αυτές των Corrsin (1943), Corrsin & Uberoi (1950), Corrsin & Kistler (1955), Albertson, Dai, Jensen & Rouse (1950), Hinze & van der Hegge Zijnen (1949) με κορυφαία εργασία αυτή των Wygnanski & Fiedler (1969), μετρήσεις σε φλέβες με ανωστική συμπεριφορά ξεκίνησαν με σημαντική καθυστέρηση όπως αυτές των Kotsovinos (1975), Nakagome & Hirata (1976), George, Alpert & Tamanini (1977) and Zimin and Frick (1977). Συστηματικές μετρήσεις στην περιοχή του πλουμίου παρουσιάζονται αργότερα από τους Papanicolaou (1984) και Wang & Law (2002).

#### 1.5. Κατακόρυφη ανωστική φλέβα σε περιορισμένο αποδέκτη

Υπάρχουν πολλά παραδείγματα στη φύση και την καθημερινή ζωή όμως, όπου εμφανίζονται ανωστικές φλέβες που διαχέονται σε περιορισμένο αποδέκτη. Τυπικό παράδειγμα είναι η παραμονή της αέριας ρύπανσης σε πόλεις που περιορίζονται από ορεινούς όγκους σε κοιλάδες σε περιόδους νηνεμίας, από καυσαέρια αυτοκινήτων,

βιομηχανίας και οικιακής θέρμανσης, που συσσωρεύονται στην ατμόσφαιρα πάνω από την πόλη χωρίς περιθώρια πλευρικής διάχυσης. Επίσης, η εξάπλωση επεξεργασμένων ή μη αστικών αποβλήτων που διατίθενται σε κλειστές θάλασσες και λίμνες επηρεάζεται από το περιορισμένο μέγεθος του αποδέκτη. Στη βιομηχανία μετάλλου αναθυμιάσεις από την επεξεργασία τους σε κλειστό χώρο συσσωρεύονται κάτω από την οροφή των εγκαταστάσεων και θα πρέπει η διεπιφάνεια ανάμεσα στον αέρα που αναπνέουν οι εργαζόμενοι και στις αναθυμιάσεις να βρίσκεται σε απόσταση τουλάχιστον 2.5-3.0 m πάνω από το δάπεδο. Η ψύξη και θέρμανση κλειστών χώρων από πηγές που βρίσκονται κοντά στην οροφή ή το δάπεδο αντίστοιχα, αποτελούν εφαρμογές της διάθεσης και ανάμειξης ανωστικών φλεβών σε περιορισμένο αποδέκτη.

### 1.6. Βιβλιογραφική ανασκόπηση.

Ένας μεγάλος αριθμός πειραμάτων και ερευνών έχει πραγματοποιηθεί από προηγούμενους ερευνητές προκειμένου να μελετηθεί η συμπεριφορά ανωστικών φλεβών σε περιορισμένο αποδέκτη.

Η θερμική στρωμάτωση που παράγεται από μια πηγή θερμότητας δαπέδου σε ένα περιορισμένο χώρο παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον τόσο για τη θέρμανση όσο και τον εξαερισμό. Σε κτήρια υπάρχουν πολλές πηγές θερμότητας, όπως υπολογιστές, εργαζόμενοι κ.λπ. Η γνώση του κατακόρυφου προφίλ θερμοκρασίας που αναπτύσσεται από αυτές τις πηγές είναι αναγκαία στη μελέτη ποιότητας του αέρα σε κλειστό χώρο και τα επίπεδα άνεσης των ανθρώπων που βρίσκονται εκεί. Οι πηγές αυτές μπορούν να ταξινομηθούν ως «καθαρές» πηγές άνωσης, όπως είναι για παράδειγμα μια πυρκαγιά σε κτήριο, ή το σύστημα θέρμανσης με καλοριφέρ, θερμική στρωμάτωση στο καυτό νερό που παράγεται από την αντίσταση σε ένα θερμοσίφωνα κλπ., ή «εξαναγκασμένες» που χαρακτηρίζονται από αρχική μη μηδενική ορμή της πηγής, π.χ. σε ένα σύστημα θέρμανσης στο οποίο ο θερμός αέρας εγχέεται στο χώρο όπως ένα αερόθερμο, ένα πιστολάκι για το στέγνωμα μαλλιών, κλπ.

Οι Baines και Turner (1969) οι οποίοι θα αναφέρονται από εδώ και στο εξής και ως B&T, υπήρξαν οι πρώτοι που μελέτησαν ένα πλούμιο σε περιορισμένο ομογενή, ακίνητο αποδέκτη, του οποίου η οριζόντια και κατακόρυφη διάσταση ήταν παρόμοιες, θέλοντας να προσομοιώσουν τη θέρμανση ή ψύξη κλειστού χώρου από σημειακές πηγές θερμότητας ή ψύχους. Η διερεύνησή τους ήταν θεωρητική και πειραματική, αφορούσε δε κυκλικά καθώς επίσης και διδιάστατα κατακόρυφα πλούμια (μεγάλος αρχικά αριθμός Richardson  $R_0$ ). Οι ερευνητές αυτοί έθεσαν τις βάσεις για την περαιτέρω διερεύνηση φαινομένων ανάμειξης σε κλειστούς χώρους. Χρησιμοποίησαν ένα πλούμιο φρέσκου νερού σε μια δεξαμενή αλατόνευρο, κατ' αντιστοιχία μιας πηγής θερμότητας σε αέρα με θερμοκρασία περιβάλλοντος, παρατήρησαν και μέτρησαν την αναπτυσσόμενη κατακόρυφη στρωμάτωση. Τα πειράματά τους έγιναν για μια σειρά των αναλογιών  $H/R$  (ύψος δωματίων  $H$ , χαρακτηριστική οριζόντια διάσταση  $R$ ).

Το τυρβώδες πλούμιο ανέρχεται ως την επιφάνεια, δημιουργεί δε μια περιοχή όπου το αναμειγμένο νερό είναι ελαφρύτερο και στέκεται σε μια στρώση που μεγαλώνει συνεχώς λόγω προσθήκης αναμειγμένου ελαφρύτερου νερού του πλουμίου με το περιβάλλον, ενώ χωρίζεται με ένα οριζόντιο αρχικό «μέτωπο» (διεπιφάνεια) από τη



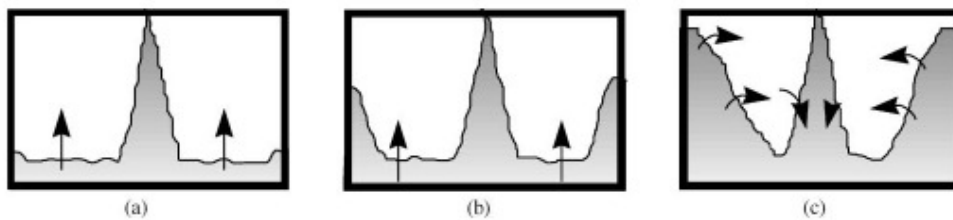
στρώση του πυκνότερου από κάτω ομογενούς ρευστού. Οι B&T προσδιόρισαν αφ' ενός μεν τη θέση του αρχικού μετώπου (διεπιφάνειας) χρησιμοποιώντας τη θεωρία των πλούμιων σύμφωνα με τους Morton et al.(1956), και αφ' ετέρου το αδιάστατο προφίλ της κατανομής πυκνότητας στην περιοχή με το αναμειγμένο ρευστό.

Για μεγάλες τιμές του λόγου H/R, οι B&T παρατήρησαν ότι η αρχική εκροή από το πλούμιο κινείται αρχικά κατακόρυφα, προσκρούει στην επιφάνεια, αλλάζει φορά κίνησης και συγκρούεται με τα πλευρικά τοιχώματα του δοχείου. Αυτό οδήγησε στη μίξη και σε μια γενική ανατρεπτική κίνηση που αυξανόταν αυξάνοντας το λόγο H/R παρατηρούνταν στα όρια του δοχείου και αυξημένη ανάμειξη λόγω των ανατρεπτικών κινήσεων. Αυτό οφείλεται στη συνεχή αύξηση της ορμής λόγω του ότι η ανωστική δύναμη εφαρμόζεται για μεγαλύτερο χρόνο. Ο λόγος των αδρανειακών δυνάμεων προς τις ανωστικές όταν το πλούμιο φθάνει στην ελεύθερη επιφάνεια δίδεται από τη σχέση

$$\frac{I}{B} = \frac{9a}{10} \left( \frac{H}{R} \right)^2 \quad (1-12)$$

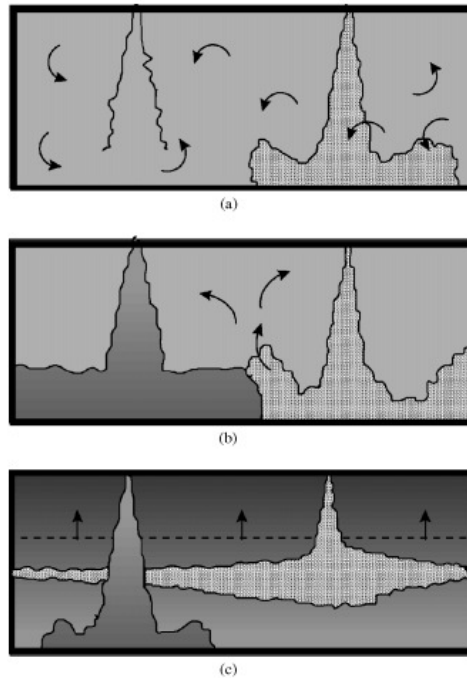
όπου  $I = \pi b^2 w^2 / 2 H$  και  $B = \pi R^2 b \Delta_H$  είναι η αδρανειακή δύναμη της φλέβας και η άνωστική δύναμη σταθεροποίησης στην ανώτατη στρώση πάχους b που αντιτάσσεται στην ορμή ( $\Delta_H$  είναι η μέση πυκνομετρική διαφορά μεταξύ υγρού της άνω στρώσης και ομογενούς υγρού του δοχείου). Οι B&T προσδιόρισαν πως  $H/R \approx 1$  είναι η μέγιστη τιμή για την οποία το συγκεκριμένο μοντέλο (δεξαμενής-νερού) μπορεί να λάβει, ώστε η τιμή της παραμέτρου I/B να περιορίζεται στο 0.1, τιμή για την οποία η δύναμη της αδράνειας (που είναι περίπου 10% της δύναμης άνωσης) αποτρέπει την ανατρεπτική συμπεριφορά που περιγράψαμε παραπάνω. Για λόγους  $H/R < 1$ , το βάθος από το στρώμα που διαμορφώνεται από το αρχικό πλούμιο είναι μικρό έναντι του ύψους H και οι ανατρεπτικές κινήσεις είναι αμελητέες.

Οι Hunt, Cooper και Linden (2001) περιγράφουν σε λεπτομέρεια το φαινόμενο της ανατροπής σε σχετική εργασία από την οποία έχει ληφθεί το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται το φαινόμενο της ανατροπής που περιγράψαμε παραπάνω. Παρατήρησαν ότι ανατροπή δεν υφίσταται όταν ο λόγος  $l_M/H \ll 1$  και τότε αντίθετο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1.



**Σχήμα 1.1.** Ποιοτική αναπαράσταση της ανατροπής κατακόρυφης φλέβας που αρχικά προσεγγίζει τα κατακόρυφα τοιχώματα του δοχείου (a) όταν  $l_M/H \ll 1$  και (c) όταν  $l_M/H \gg 1$  (από τους Hunt et al., 2001).

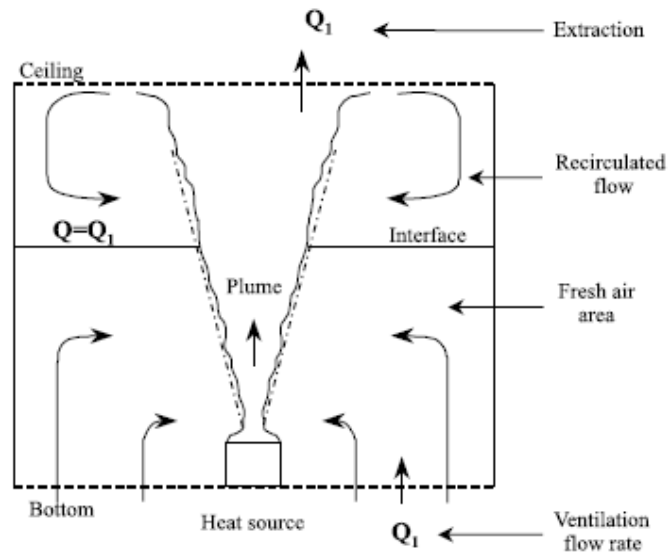
Οι Hunt et al. (2001) μελέτησαν επίσης και τη στρωμάτωση που δημιουργείται από μια καθαρά ανωστική πηγή (πλούμιο) και κάποια άλλη πηγή συγχρόνως (Σχήμα 1.2).



**Σχήμα 1.2** Σχηματικές παραστάσεις τυπικών μοτίβων ροής ανάλογα με το συσχετισμό δυνάμεων της πηγής άνωσης (αριστερά) και ορμής (δεξιά). (α) Ασθενές πλούμιο, το jet αρχικά κυριαρχεί και δημιουργεί ένα περίπου καλά αναμειγμένο πεδίο. (β) Jet και πλούμιο είναι πηγές με συγκρίσιμη ισχύ. Ανοδική κίνηση υγρού της απλής φλέβας ενώ το πλούμιο παραμένει κοντά στο όριο. (γ) Ισχυρό πλούμιο και ασθενής απλή φλέβα που δεν καταφέρνει να φθάσει στον πυθμένα παρά κινείται σαν πίδακας (fountain) σε περιβάλλον πυκνομετρικής στρωμάτωσης (από τους Hunt et al., 2001).

Συνδυάζοντας ανωστικές φλέβες και πλούμια, ένας αριθμός ερωτήσεων προκύπτει, όπως π.χ. το πώς η ισορροπία μεταξύ άνωσης και ορμής μιας ενιαίας πηγής ή παρεχόμενες χωριστά από δύο χωριστές πηγές επιδρούν στη μείξη, στη στρωμάτωση και την ποιότητα της ατμόσφαιρας σε ένα δωμάτιο. Προς τούτο εκτέλεσαν πειράματα με τη χρήση δύο διαφορετικών πηγών ταυτόχρονα στον ίδιο χώρο, δηλαδή, μιας πηγής ορμής (jet) και μιας ανωστικής ροής (πλούμιο). Το κίνητρο για τη μελέτη της διάταξης των δύο πηγών ήταν να καθοριστεί πώς η στρωμάτωση τροποποιείται ως αποτέλεσμα της χωρικής διανομής των ροών και της ισχύος των πηγών.

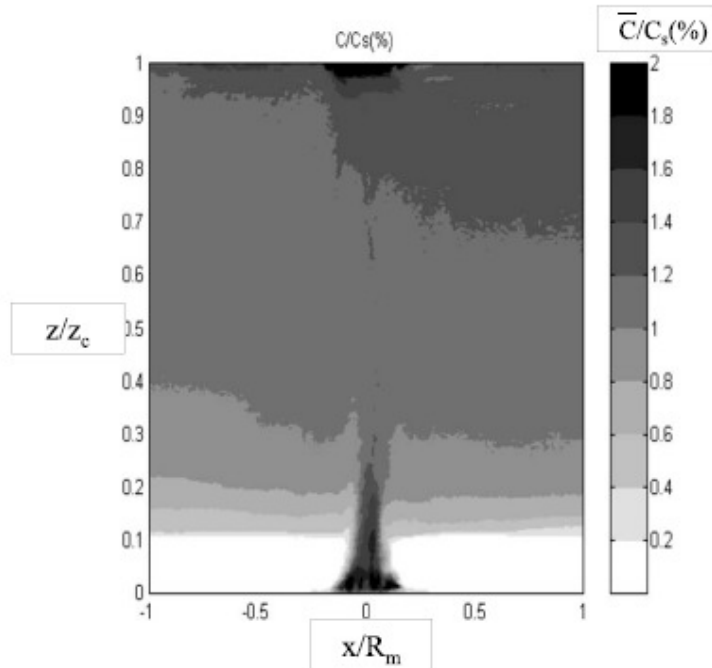
Οι Auban, Lemoine, Vallete, & Fontaine (2001) μελέτησαν πειραματικά τη στρωμάτωση που δημιουργείται από ένα πλούμιο στη βάση ενός κλειστού χώρου, όπως επίσης και τον προσδιορισμό του ύψους και του πάχους της διεπιφάνειας που δημιουργείται. Το ύψος της πυκνομετρικής στρωμάτωσης πρέπει να αντιστοιχεί στο επίπεδο για το οποίο ο ρυθμός παρασυρόμενης ροής λόγω του πλουμίου είναι ισοδύναμος με το ρυθμό ροής φρέσκου αέρα (ροή εξαερισμού) όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3. Οι δύο περιοχές ροής χωρίζονται μεταξύ τους από μια διεπιφάνεια (interface) στην οποία η θερμοκρασία ποικίλει ανάλογα με το ύψος. Στην χαμηλότερη περιοχή φαίνεται πως το πλούμιο αναπτύσσεται με έναν τρόπο όμοιο με εκείνον που αναπτύσσεται σε ένα ομοιόμορφο περιβάλλον. Στην ανώτερη περιοχή, η ροή ανανεώνεται μέσω της ανακυκλούμενης κίνησης του ρευστού και η πυκνότητα δεν είναι σταθερή.



**Σχήμα 1.3** Μοντέλο ανάμειξης με εξαέρωση (από τους Auban et al. 2001).

Υποθέτοντας μια κατά μέσο όρο παρόμοια συμπεριφορά, είναι δυνατό, βασιζόμενοι σε διαστατική ανάλυση να περιγράψουμε τη συμπεριφορά μιας πλήρους ανεπτυγμένης τυρβώδους ροής (πλούμιο) με συσχετισμούς δύο μόνο παραμέτρων. Η πρώτη είναι η απόσταση από την πηγή και η δεύτερη η αρχική ειδική άνωση  $B$ . Οι συγγραφείς περιέγραψαν τη ροή ενός πλουμίου σε έναν συγκεκριμένο κλειστό χώρο στον οποίο οι συνθήκες εξαερισμού έχουν ως αποτέλεσμα την κάθετη στρωματοποίηση. Στη μελέτη έγινε προσπάθεια να αναπαραχθούν πραγματικές συνθήκες. Η ροή αρχικής ορμής παράγεται μέσω εκτοξευόμενης αιθανόλης στο νερό. Η ροή αυτή χρωματίζεται με ροδαμίνη (φθορίζουσα ουσία). Η περιοχή που επηρεάζεται από τη ροή (στρωματομένη και μη όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4) προσδιορίστηκε με βάση την ένταση από το φθορισμό της ροδαμίνης που μεταφέρει η φλέβα με την τεχνική Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF). Το πεδίο ταχύτητας μετρήθηκε με τη βοήθεια ενός ταχυμέτρου laser Doppler velocimeter (LDV).

Στο Εργαστήριο Υδρομηχανικής και Περιβαλλοντικής Τεχνικής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας ο Φράγκος (2005) μελέτησε μια ανωστική φλέβα για αρχικό αριθμό Richardson που εκάλυπτε τις απλές, τις ανωστικές φλέβες καθώς επίσης και τα πλούμια, δηλαδή από πολύ μικρό μέχρι περίπου 1 που είναι ο οριακός αριθμός Richardson του πλουμίου (0.63 από Papanicolaou & List 1988). Συγκεκριμένα μελέτησε πειραματικά την θέση της διεπιφάνειας σαν συνάρτηση του χρόνου για όλους τους παραπάνω τύπους της φλέβας, χρωματίζοντάς την και βιντεοσκοπώντας την εξέλιξή της. Παράλληλα, με χρήση της γενικευμένης θεωρίας των List & Imberger (1973) κατόρθωσε να προσδιορίσει και αριθμητικά τη θέση της διεπιφάνειας με πολύ καλή προσέγγιση, ιδιαίτερα όταν η φλέβα ήταν αρχικά πλούμιο



**Σχήμα 1.4** Κατανομή συγκεντρώσεων ροδαμίνης στην περιοχή ανάμειξης (από τους Auban et al. 2001).

Ο Germeles (1975) κατέστρωσε ένα αριθμητικό σχήμα για τον υπολογισμό της ταχύτητας της διεπιφάνειας ανάμεσα στην περιοχή ανάμειξης και την περιοχή ομοιόμορφης πυκνότητας, καθώς επίσης και την κατανομή της πυκνότητας στη στρωματωμένη περιοχή, όταν η φλέβα είναι πλούμιο και υπό γωνία σε σχέση με την κατακόρυφο, αλλά πάντοτε με θετική άνωση (φορά κίνησης και ανωστικής επιτάχυνσης είναι ταυτόσημες). Για να προσεγγίσει τις μετρημένες από τους B&T τιμές μετέβαλλε εμπειρικά το συντελεστή συμπαράσυρσης από 0.057 (jets) μέχρι 0.082 (πλούμια), ώστε οι προγνώσεις να είναι παρόμοιες με υφιστάμενες μετρήσεις. Για τους υπολογισμούς θεώρησε ότι οι κατανομές της ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς είναι Γκαουσιανές, με διαφορετικό όμως συντελεστή εξάπλωσης.

Ο Mannins (1978) επέκτεινε τη θεωρία των Baines & Turner (1969) και για δεξαμενές των οποίων η οριζόντια διάσταση είναι σαφώς μεγαλύτερη από το βάθος της δεξαμενής διάχυσης. Οι Worster & Huppert (1983) χρησιμοποίησαν σταθερό συντελεστή συμπαράσυρσης (entrainment coefficient) και ίδιο πλάτος για τις κατανομές της ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς για να βελτιώσουν τις ασυμπτωτικές λύσεις των BT. Επίσης υπέθεσαν ότι ο ρυθμός μεταβολής της διαφοράς πυκνότητας στην περιοχή ανάμειξης είναι ανεξάρτητος της απόστασης από τη διεπιφάνεια, ή την πηγή της φλέβας. Με την παραδοχή αυτή έφτιαξαν μια ασυμπτωτική λύση που προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια τα αποτελέσματα της αριθμητικής λύσης.

Πρόσφατα, οι Caulfield and Woods (2002) μελέτησαν θεωρητικά μια απλή φλέβα (jet) σε περιορισμένο αποδέκτη. Για να πετύχουν μια προσεγγιστική λύση κλειστής μορφής υπέθεσαν ότι η φλέβα συμπεριφέρεται ως απλή (jet-like) σε ολόκληρο το βάθος,

δηλαδή ότι η παροχή μάζας σε κάθε διατομή της φλέβας ήταν γραμμική συνάρτηση της απόστασης από την πηγή. Έρευνες που αναλύουν την μείξη σε περιορισμένο χώρο από πολλαπλές ανωστικές φλέβες, όταν υπάρχει ‘αερισμός’ δηλαδή ανταλλαγή μάζας του δοχείου από εξωτερική πηγή ή όχι, συνοψίζονται στο άρθρο επισκόπησης του Linden (1999).

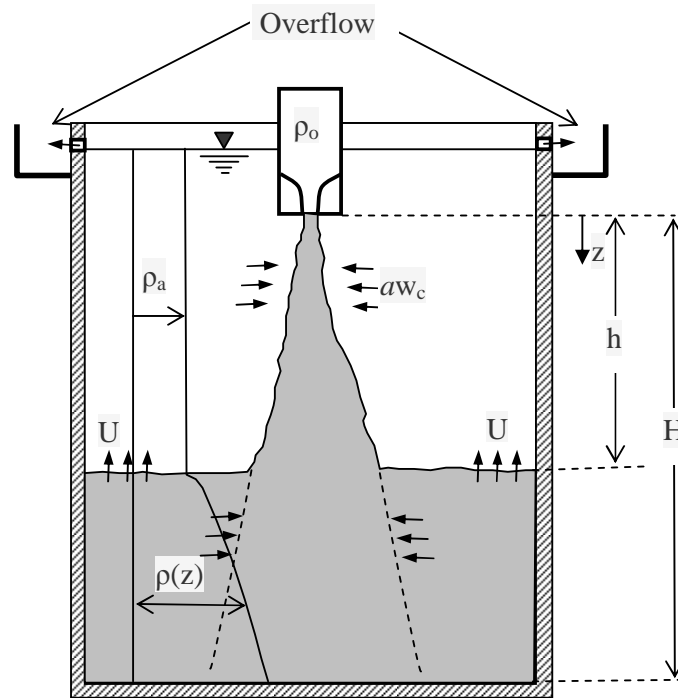
### **1.7. Αντικείμενο της παρούσας εργασίας**

Στην παρούσα εργασία πρόκειται να μελετηθεί μια κατακόρυφη φλέβα θετικής άνωσης, που διαχέεται σε ένα περιορισμένο ακίνητο αποδέκτη. Συγκεκριμένα, θα μελετήσουμε πειραματικά μια κατακόρυφη φλέβα βαρύτερη από το ρευστό του δοχείου με κατεύθυνση προς τα κάτω (θετικής άνωσης) από το κέντρο του άνω ορίου ενός ορθογωνικού δοχείου. Αφότου η φλέβα φθάσει τον πυθμένα του δοχείου, θα δημιουργηθεί ένα ρεύμα πυκνότητας προς τα κατακόρυφα τοιχώματα. Στη συνέχεια παρουσιάζεται οριζόντια διεπιφάνεια διαχωρισμού του υπερκείμενου νερού του δοχείου από το βαρύτερο αναμειγμένο υγρό της φλέβας, η οποία ανέρχεται με ταχύτητα που εξαρτάται από την παροχή της φλέβας που διέρχεται μέσα από αυτή.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι κυρίως ο προσδιορισμός της ταχύτητας ανόδου της διεπιφάνειας πειραματικά και υπολογιστικά για απλές φλέβες (jets), πλούμια και ανωστικές φλέβες, δηλαδή για όλη την περιοχή του αρχικού αριθμού Richardson της φλέβας. Επίσης, η πιθανή κατανομή της πυκνότητας (πυκνομετρική στρωμάτωση) στην περιοχή ανάμειξης από τα φωτογραφικά αρχεία LIF των πειραμάτων, εφόσον γίνει ρύθμιση του συστήματος σε εύλογο χρονικό διάστημα.

## 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

### 2.1. Γενικά



Σχήμα 2.1 Διάχυση κατακόρυφης ανωστικής φλέβας σε περιορισμένο αποδέκτη.

Θεωρούμε κατακόρυφη κυκλική φλέβα με πυκνότητα  $\rho_o$  και διάμετρο  $D$  με ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας κατά την έξοδο από το ακροφύσιο  $W$ , που διαχέεται σε δεξαμενή με περιορισμένο όγκο γεμάτη με νερό με ομοιόμορφη πυκνότητα  $\rho_a < \rho_o$  που βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.

Οι βασικές μας παραδοχές είναι: (i) Το ενεργό βάθος του δοχείου  $H$ , δηλαδή η απόσταση από το ακροφύσιο ως τον πυθμένα, δεν διαφέρει σημαντικά από την οριζόντια διάσταση του δοχείου, (ii) τα υγρά της φλέβας και του δοχείου είναι αναμειγμένα, οι δε πυκνομετρικές διαφορές που εμφανίζονται κατά την ανάμειξη  $\Delta\rho/\rho_o$  δεν ξεπερνούν το 5% (παραδοχή Boussinesq) και (iii) το βάθος του δοχείου  $H$  είναι τάξης μεγέθους  $l_M$  όταν πρόκειται για απλή αρχικά φλέβα.

Το πεδίο ροής είναι συνάρτηση του χρόνου που μετρά από τη χρονική στιγμή  $t_o$  ( $t=0$ ) κατά την οποία η φλέβα που ξεκινά απότομα φθάνει στον πυθμένα και διαχέεται οριζόντια σαν ρεύμα πυκνότητας μέχρι το βαρύτερο ρευστό να αγγίξει τα κατακόρυφα τοιχώματα του δοχείου. Από τη στιγμή αυτή μετρά ο χρόνος ( $t>0$ ) που η 'οριζόντια' διεπιφάνεια ανάμεσα στο ομοιόμορφο πυκνομετρικά ρευστό του δοχείου και το αναμειγμένο βαρύτερο ρευστό κινείται ανοδικά με κατεύθυνση προς το ακροφύσιο. Καθώς το αναμειγμένο βαρύτερο νερό κινείται προς τον πυθμένα μέσα από τη διεπιφάνεια την μετακινεί ανοδικά, ενώ το κατώτερο αναμειγμένο νερό έχει πυκνομετρική στρωμάτωση. Στην περιοχή του ομογενούς περιβάλλοντος νερού  $0 < z < h$ ,

όπου  $h$  είναι η απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο, η ανωστική φλέβα αναμειγνύεται με το νερό του αποδέκτη όπως μια φλέβα που διαχέεται σε ομογενή ακίνητο αποδέκτη. Αφού διέλθει από τη διεπιφάνεια ( $h < z < H$ ), συμπεριφέρεται σαν ανωστική φλέβα σε πυκνομετρικά στρωματωμένο αποδέκτη του οποίου η χωρική κατανομή πυκνότητας είναι συνάρτηση του χρόνου. Η διεπιφάνεια συνεχίζει να ανέρχεται προς το ακροφύσιο με συνεχώς ελατούμενη ταχύτητα, δεδομένου ότι η παροχή της φλέβας μειώνεται καθώς μειώνεται η απόσταση από το ακροφύσιο, μέχρι τη ζώνη εγκατάστασης της ροής περίπου 5 διαμέτρους μακρυνά όπου γίνεται η μετάβαση σε τύρβη. Στη συνέχεια, στην περιοχή  $0 < z < 5D$  δεν υφίσταται ουσιαστικά ανάμειξη ανάμεσα στο ρευστό της φλέβας και το ομοιόμορφο περιβάλλον, ενώ η ταχύτητα της διεπιφάνειας είναι συνάρτηση μόνο της αρχικής παροχής της φλέβας που διέρχεται από τη διεπιφάνεια και την εκτοπίζει. Ανάμειξη εμφανίζεται μόνο στη πυκνομετρικά στρωματωμένη περιοχή όπου η φλέβα παραμένει θετικά ανωστική σε ολόκληρο το ύψος.

Η κατακόρυφη ταχύτητα της διεπιφάνειας  $U(h)$  είναι συνάρτηση του ρυθμού ανάμειξης της φλέβας με το περιβάλλον ρευστό στην περιοχή  $0 < z < h$ , είναι επομένως συνάρτηση της τοπικής ογκομετρικής παροχής της φλέβας  $\mu(h)$ , δηλαδή

$$-AU(h) = \mu(h) \Leftrightarrow -A \left. \frac{dz}{dt} \right|_{z=h} = \mu(h), \quad (2.1)$$

όπου  $A$  είναι το εμβαδόν της οριζόντιας διατομής του δοχείου διάχυσης. Έτσι ο προσδιορισμός της ταχύτητας της διεπιφάνειας σε απόσταση  $z=h$  συνδέεται άμεσα με την ογκομετρική παροχή της φλέβας  $\mu(h)$ . Στις παραγράφους που ακολουθούν πρόκειται να παρουσιαστεί η μεθοδολογία προσδιορισμού της παροχής της φλέβας σαν συνάρτηση της απόστασης από το ακροφύσιο.

Οι (χρονικά μέσες) εξισώσεις συνέχειας, ορμής και διατήρησης της ειδικής άνωστικής δύναμης σε κυκλική κατακόρυφη ανωστική φλέβα που διαχέεται σε ήρεμο, ομογενή πυκνομετρικά αποδέκτη, με τη χρήση εκθετικών κατανομών μέσης ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς ανάμεσα στο ρευστό φλέβας και περιβάλλοντος, γράφονται ως συναρτήσεις της ογκομετρικής παροχής  $\mu(z)$ , της ειδικής ορμής  $m(z)$  και άνωσης  $\beta(z)$  σε μιά διατομή της φλέβας (Morton *et al.* 1956, Morton 1959, Fischer *et al.* 1979)

$$\frac{d\mu}{dz} = 2\sqrt{2\pi\alpha m}^{1/2}; \quad \mu(z) = \pi b^2 w_c^2 \quad (2.2)$$

$$\frac{dm}{dz} = \frac{1+\lambda^2}{2} \frac{\mu\beta}{m}; \quad m(z) = \frac{\pi}{2} b^2 w_c^2 \quad (2.3)$$

$$\frac{d\beta}{dz} = 0; \quad \beta(z) = \pi g \frac{\lambda^2}{1+\lambda^2} b^2 w_c \frac{\Delta\rho_c}{\rho_o}. \quad (2.4)$$

Οι κατανομές της μέσης ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς μπορούν να προσομοιωθούν με κατανομές Gauss της μορφής

$$w(r, z) = w_c(z) \exp(-r^2/b^2), \quad \text{και} \quad \Delta\rho(r, z) = \Delta\rho_c(z) \exp(-r^2/b_c^2). \quad (2.5)$$

Στο σύστημα των παραπάνω εξισώσεων  $a$  είναι ο συντελεστής συμπαράσυρσης (entrainment coefficient, Morton *et al.* 1956, Turner 1986),  $b$  είναι το  $1/e$  πλάτος

κατανομής της μέσης ταχύτητας (απόσταση από τον άξονα της φλέβας όπου  $w=w_c/e$ ,  $e$  είναι η βάση των Νεπέρων λογαρίθμων), και  $b_c=\lambda b$  το  $1/e$  πλάτος της κατανομής της πυκνομετρικής διαφοράς ανάμεσα στο ρευστό της φλέβας και του αποδέκτη. Ο δείκτης  $c$  αντιστοιχεί στη μέγιστη μέση τιμή της μεταβλητής (ταχύτητας ή πυκνότητας) στον άξονα της φλέβας. Ο συντελεστής συμπαράσυρσης  $a$  είναι μεταβλητή που εξαρτάται από την ανωστική συμπεριφορά της φλέβας δηλαδή απλής ή πλουμίου (Paranicolaou & List, 1988, Wang & Law, 2002). Ο δε λόγος πλατών των κατανομών πυκνότητας και ταχύτητας  $\lambda=b_c/b$  μεταβάλλεται σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης  $z/l_M$  από την πηγή (ακροφύσιο).

Σε περίπτωση που το χαρακτηριστικό μήκος  $l_M$  είναι μεγάλο σε σύγκριση με τη διάμετρο του ακροφυσίου  $D$ , η ροή αναφέρεται ως απλή φλέβα (momentum jet). Εάν  $l_M$  είναι μικρό ( $l_M \approx D$ ), η ανωστική δύναμη υπερικχύει της αδρανειακής και η ροή χαρακτηρίζεται ως πλούμιο (buoyancy driven plume). Τα πειράματα των Paranicolaou & List (1988) που στη συνέχεια θα αναφέρονται και ως PL, έδειξαν ότι ανωστικές φλέβες συμπεριφέρονται ως απλές σε απόσταση  $z < l_M$  από το ακροφύσιο, ενώ σε απόσταση μεγαλύτερη από  $5 \div 10 l_M$  από το ακροφύσιο συμπεριφέρονται ως πλούμια. Συμπερασματικά, κάθε ανωστική κατακόρυφη φλέβα που διαχέεται σε ήρεμο, ομογενή αποδέκτη ικανού βάθους θα αποκτήσει τη συμπεριφορά πλουμίου σε μεγάλη απόσταση από την πηγή ( $z \gg l_M$ ).

Μακριά από την πηγή (ακροφύσιο) ο τοπικός αριθμός του Richardson  $R(z)$  γράφεται σαν συνάρτηση της τοπικής ογκομετρικής παροχής  $\mu(z)$ , ειδικής ορμής  $m(z)$  και άνωσης  $\beta(z)$  αντίστοιχα, που υπολογίστηκαν με βάση τις Γκαουσιανές κατανομές μέσης ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς ως

$$R(z) = \frac{\mu \beta^{1/2}}{m^{5/4}}. \quad (2.6)$$

Διαστατική ανάλυση που επιβεβαιώθηκε από τα πειραματικά δεδομένα των PL (Σχήμα 2.2), έδειξε ότι  $R(z) \sim z$  σε ανωστικές φλέβες που συμπεριφέρονται ως απλές ( $z/l_M < 1$ , jet-like flow), ενώ όταν συμπεριφέρονται σαν πλούμια ( $z/l_M \gg 1$ ) ο  $R(z)$  λαμβάνει την οριακή τιμή  $R_p \approx 0.63$ . Οι Wang & Law (2002) εκτίμησαν την οριακή τιμή  $R_p = 0.584$  με βάση τα δεδομένα τους που όμως περιορίζονται σε 20 χαρακτηριστικά μήκη  $l_M$  από την πηγή. Εκτίμηση του τοπικού αριθμού Richardson της φλέβας  $R(z)$ , δίνει πληροφορία σχετική με τη συμπεριφορά της φλέβας, δηλαδή εάν η κίνηση αυτής είναι αποτέλεσμα της αδρανειακής, της ανωστικής δύναμης ή και των δύο.

## 2.2. Ογκομετρική παροχή απλής φλέβας και πλουμίου σε ομογενή αποδέκτη.

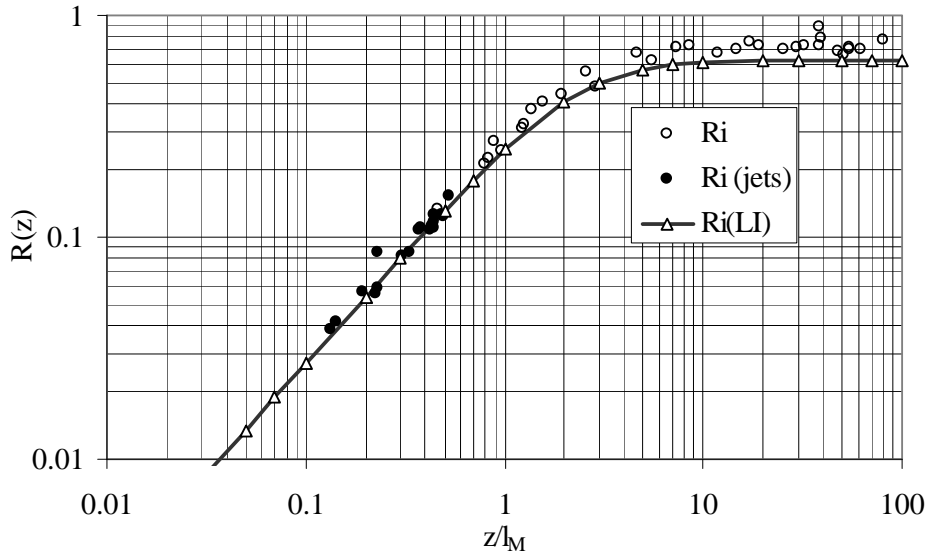
Σε απλή φλέβα ( $B \approx 0$  ή  $R_o \rightarrow 0$ ), η παροχή όγκου προκύπτει ότι αυξάνεται γραμμικά με την απόσταση από την πηγή (Paranicolaou, 1984, Caulfield & Woods, 2002). Από την εξίσωση συνέχειας (2.2) ολοκληρώνοντας έχουμε

$$\frac{d\mu}{dz} = 2\sqrt{2\pi} \alpha_j M^{1/2} \Rightarrow \mu(z) = Q + 2\sqrt{2\pi} \alpha_j M^{1/2} z, \quad (2.7)$$

$$\mu(z) \approx 2\sqrt{2\pi} \alpha_j M^{1/2} z$$



σε μεγάλη απόσταση  $z$  από την πηγή σε σχέση με τη διάμετρο του ακροφυσίου  $D$ , όπου  $m(z) = M$ , και  $a = a_j$  είναι ο συντελεστής συμπαράσυρσης μιας απλής φλέβας.



**Σχήμα 2.2** Τοπικός αριθμός Richardson  $R(z)$  κατακόρυφης ανωστικής φλέβας σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης  $z/l_M$  (Papanicolaou & List, 1988).

Σε ένα πλούμιο ( $M \approx 0$ ,  $R_o = R_p$ ), η ογκομετρική παροχή σε ύψος  $z$  πάνω από την πηγή αυξάνεται με ρυθμό ανάλογο του  $z^{5/3}$ . Εργαζόμενοι όπως οι Morton *et al.* (1956) και οι Baines & Turner (1966), μπορεί να δειχθεί ότι

$$\begin{aligned} \mu(z) = \pi b^2 w_c &= \pi \left( \frac{6}{5} \alpha_p z \right)^2 \left\{ \frac{5}{6 \alpha_p} \left( \frac{9(1 + \lambda^2)}{5\pi} \alpha_p B \right)^{1/3} z^{-1/3} \right\} \\ &= \frac{6}{5} \pi \alpha_p \left( \frac{9(1 + \lambda^2)}{5\pi} \alpha_p B \right)^{1/3} z^{5/3} \end{aligned} \quad (2.8)$$

όπου  $B$  είναι η αρχική ειδική άνωση και  $\alpha_p$  ο συντελεστής συμπαράσυρσης του πλουμίου.

### 2.3. Ογκομετρική παροχή ανωστικών φλεβών – γενική θεωρία των List & Imberger

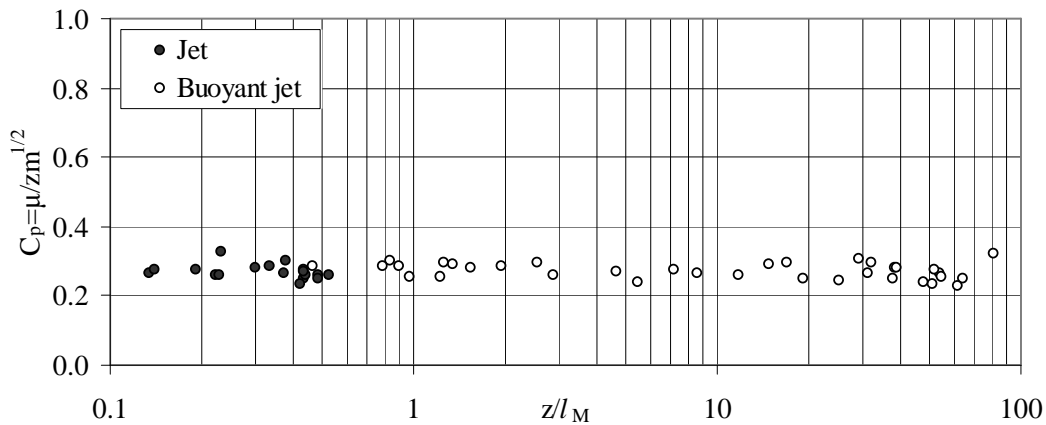
Οι List & Imberger (1973) ανέπτυξαν μια γενικευμένη θεωρία για τις ανωστικές φλέβες, με βάση την οποία ο μηχανικός μπορεί να υπολογίσει την ειδική (ογκομετρική) παροχή και ορμή σε οποιαδήποτε απόσταση από την πηγή, εάν γνωρίζει τις αρχικές της παραμέτρους. Με άλλα λόγια, χρησιμοποιώντας τις αρχές διαστατικής ανάλυσης και ασυμπτωτική θεωρία, μπόρεσαν να εκφράσουν τον τοπικό αριθμό Richardson  $R(z)$  μιας ανωστικής φλέβας σαν συνάρτηση της απόστασης  $z$ , του αρχικού αριθμού

Richardson  $R_o$ , του οριακού αριθμού Richardson του πλούμιου  $R_p$  και μιας σταθεράς παραμέτρου  $C_p$  που είναι μια διαφορετική έκφραση του πλάτους της φλέβας.

Η σταθερά παράμετρος πλάτους της φλέβας  $C_p$  ορίζεται από τη σχέση

$$C_p = \frac{\mu}{z\sqrt{m}} = \sqrt{2\pi} \frac{b}{z} \quad (2.9)$$

σύμφωνα με την κλίμακα μήκους  $l_Q=Q/\sqrt{M}$  μιας απλής φλέβας. Από τα πειραματικά δεδομένα των Papanicolaou & List (1988) όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3 προέκυψε μια μέση τιμή της παραμέτρου πλάτους  $C_p=0.27$ .



**Σχήμα 2.3** Μεταβολή της παραμέτρου  $C_p$  απλής και ανωστικής κατακόρυφης φλέβας σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης  $z/l_M$  (Papanicolaou & List, 1988).

Με βάση την ασυμπτωτική θεωρία ο τοπικός αριθμός Richardson  $R(z)$  της φλέβας μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση

$$\frac{R(z)}{R_p} = \left( \frac{z}{z_o} \right) \left( \frac{R_o}{R_p} \right) \left\{ 1 + \left( \frac{R_o}{R_p} \right)^2 \left[ \left( \frac{z}{z_o} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{-1/2} ; \quad \frac{z}{z_o} \frac{R_o}{R_p} = \frac{z}{l_M} \frac{C_p}{R_p} \quad (2.10)$$

σαν συνάρτηση των  $R_o$ ,  $R_p$  και  $C_p$ , όπου  $z_o$  είναι η απόσταση του νοητού κέντρου (virtual origin) της φλέβας που προκύπτει από την σχέση (2.9) εάν αντικαταστήσουμε τις τοπικές  $\mu(z)$  και  $m(z)$  με τις αρχικές παραμέτρους της φλέβας  $Q$  και  $M$  αντίστοιχα, δηλαδή

$$z_o = \frac{Q}{C_p \sqrt{M}} = \frac{l_Q}{C_p} = 3.7l_Q = 3.28D. \quad (2.11)$$

Από την εξίσωση (2.10) για απλές φλέβες ( $R_o \rightarrow 0$ ) προκύπτει ότι  $R(z) \sim z$ , ενώ για πλούμια ( $R_o \rightarrow R_p$ ) προκύπτει ότι  $R(z) = R_p$ , πράγμα που δείχνει ότι εκτός από τη μεταβατική περιοχή ( $1 < z/l_M < 5$ ), η παραπάνω εξίσωση ασυμπτωτικά ισχύει επίσης για τις απλές φλέβες και τα πλούμια. Οι Papanicolaou & List (1988) από μετρήσεις

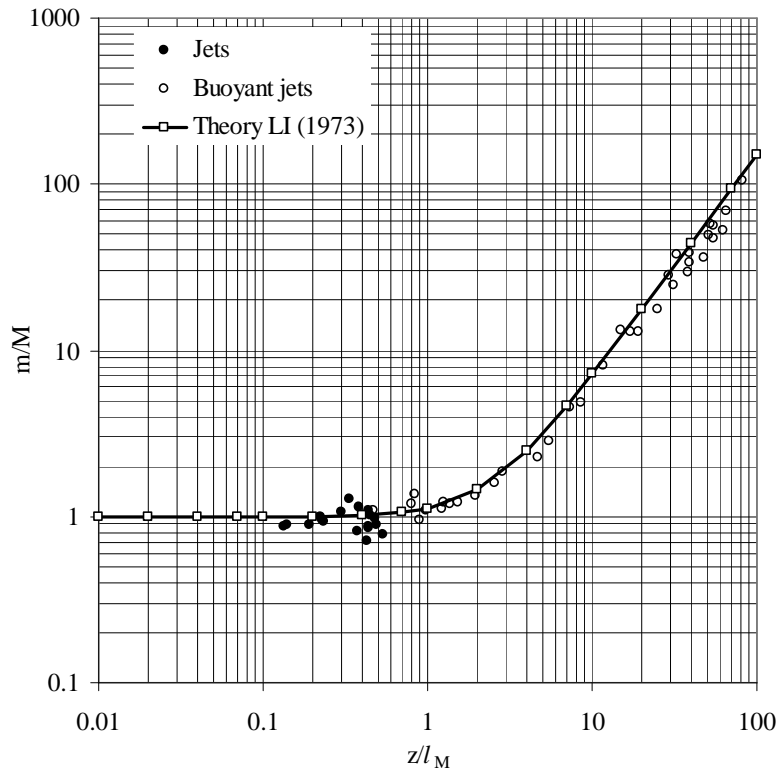
ταχυτήτων και συγκεντρώσεων σε ανωστικές φλέβες κατάφεραν να προσδιορίσουν τον τοπικό αριθμό Richardson  $R(z)$  (Σχήμα 2.2).

Απο την εξίσωση (2.10) και το σύστημα των εξισώσεων (2.2), (2.3) και (2.4) προκύπτει, μετά από πράξεις, ότι η ειδική ορμή  $m(z)$  βασισμένη μόνο στην κατανομή ταχύτητας της μέσης ροής και αμελώντας τη συνεισφορά της τύρβης, καθώς και η ειδική (ογκομετρική) παροχή  $\mu(z)$  της φλέβας σε απόσταση  $z$  από την πηγή μπορούν να υπολογιστούν απ' ευθείας από τις εξισώσεις

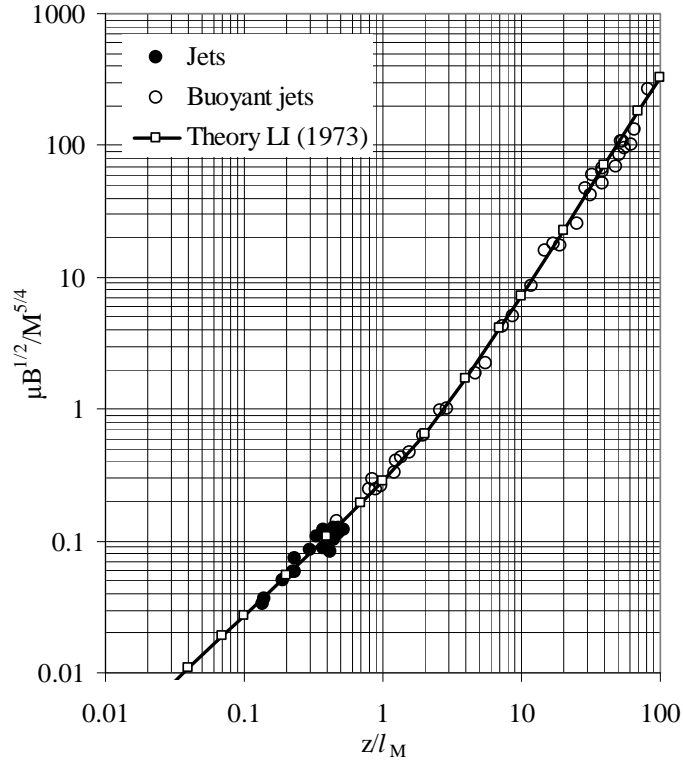
$$\frac{m(z)}{M} = \left\{ 1 + \left( \frac{R_o}{R_p} \right)^2 \left[ \left( \frac{z}{z_o} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{2/3} \quad \text{και} \quad (2.12)$$

$$\frac{\mu}{Q} = \frac{z}{z_o} \left\{ 1 + \left( \frac{R_o}{R_p} \right)^2 \left[ \left( \frac{z}{z_o} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{1/3}. \quad (2.13)$$

Τα πειραματικά δεδομένα των Papanicolaou & List (1988) σχετικά με την ορμή και ογκομετρική παροχή σε ανωστικές φλέβες, παρουσιάζονται σε αδιάστατη μορφή μαζί με τις εξισώσεις (2.12) και (2.13) που προέκυψαν με βάση τη θεωρία των List & Imberger (1973) στα Σχήματα 2.4 και 2.5 αντίστοιχα. Από τα σχήματα αυτά διαπιστώνουμε την εξαιρετική συμβατότητα προβλέψεων της γενικευμένης θεωρίας των List & Imberger(1973) με τις μετρήσεις των Papanicolaou & List (1988).



**Σχήμα 2.4** Σύγκριση των προγνώσεων της γενικευμένης θεωρίας των List & Imberger (1973) για την αδιαστατοποιημένη ορμή ανωστικής κατακόρυφης φλέβας, σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης  $z/l_M$  με τα πειραματικά δεδομένα των Papanicolaou & List (1988).



**Σχήμα 2.5** Σύγκριση των προγνώσεων της γενικευμένης θεωρίας των List & Imberger (1973) για την αδιαστατοποιημένη παροχή ανωστικής κατακόρυφης φλέβας, σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης  $z/l_M$  με τα πειραματικά δεδομένα των Papanicolaou & List (1988).

#### 2.4. Χρονικές κλίμακες

Τέσσερις διαφορετικές κλίμακες της ροής μπορούν να οριστούν με βάση τις χαρακτηριστικές παραμέτρους. Η χρονική κλίμακα  $T_1$  ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται ώστε φλέβα με παροχή  $Q$  να πληρώσει τον καθαρό όγκο του δοχείου  $AH$ , όπου  $A$  είναι το εμβαδόν της διατομής του δοχείου και  $H$  το βάθος ανάμειξης από το επίπεδο του ακροφυσίου ως τον πυθμένα

$$T_1 = \frac{AH}{Q}. \quad (2.14)$$

Σε ανωστική φλέβα όπου ο αρχικός αριθμός Richardson  $R_o < R_p$ , η αρχική ειδική ορμή  $M$  και ανωστική δύναμη  $B$  συμμετέχουν από κοινού στην ανάπτυξη της φλέβας, έτσι μπορούμε να ορίσουμε μια χρονική κλίμακα που είναι ο λόγος των δύο

$$T_2 = \frac{M}{B}. \quad (2.15)$$

Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η διεπιφάνεια να φθάσει σε απόσταση  $h$  από το ακροφύσιο στην περίπτωση απλής φλέβας ή πλουμίου, μπορεί να υπολογιστεί με ολοκλήρωση της εξίσωσης (2.1) και χρήση των εξισώσεων (2.7) και (2.8) αντίστοιχα (Baines & Turner 1966, Caulfield & Woods, 2002). Σε απλή φλέβα

$$\int_0^t dt = t = -A \int_H^h \frac{dz}{\mu(z)} \approx -\frac{A}{2\sqrt{2\pi\alpha_j M^{1/2}}} \ln z \Big|_H^h = \frac{A}{2\sqrt{2\pi\alpha_j M^{1/2}}} \ln\left(\frac{H}{h}\right) \quad (2.16)$$

ενώ σε πλούμιο

$$\begin{aligned} \int_0^t dt = t &= -A \int_H^h \frac{dz}{\mu(z)} = -A \frac{5}{6\pi\alpha_p} \left( \frac{5\pi}{9(1+\lambda^2)\alpha_p} \right)^{1/3} B^{-1/3} \left( -\frac{3}{2} z^{-2/3} \right) \Big|_H^h \\ &= A \frac{5}{4\pi\alpha_p} \left( \frac{5\pi}{9(1+\lambda^2)\alpha_p} \right)^{1/3} B^{-1/3} H^{-2/3} \left[ \left( \frac{H}{h} \right)^{2/3} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Είναι προφανές από τις εξισώσεις (2.16) και (2.17) ότι η διεπιφάνεια δεν θα φθάσει στο  $h=0$ . Από τις παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να ορίσουμε δύο χρονικές κλίμακες, μια για απλές φλέβες (Caulfield & Woods 2002)

$$T_j = \frac{A}{2\sqrt{2\pi\alpha_j M^{1/2}}}, \quad (2.18)$$

όπου  $T_j$  είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε μια απλή φλέβα να πληρώσει τον όγκο του δοχείου  $AH$  όταν η παροχή είναι  $\mu(H)$ , και μια για πλούμια (Baines & Turner 1966)

$$T_p = A \frac{5}{4\pi\alpha_p} \left( \frac{5\pi}{9(1+\lambda^2)\alpha_p} \right)^{1/3} B^{-1/3} H^{-2/3}, \quad (2.19)$$

όπου  $T_p$  ο χρόνος που απαιτείται ώστε ένα πλούμιο με παροχή  $\mu(H)$  να πληρώσει τον όγκο του δοχείου. Οι εξισώσεις (2.16) και (2.17) γράφονται σε αδιάστατη μορφή ως

$$\tau_j = \frac{t}{T_j} = \ln\left(\frac{H}{h}\right), \quad (2.20)$$

και

$$\tau_p = \frac{t}{T_p} = \left[ \left( \frac{H}{h} \right)^{2/3} - 1 \right] \Leftrightarrow \frac{t}{T_p} + 1 = \left( \frac{H}{h} \right)^{2/3}, \quad (2.21)$$

για απλές φλέβες και πλούμια αντίστοιχα.

Από την εξίσωση (2.13) η ογκομετρική παροχή απλής φλέβας ( $R_o=0$ ) σε απόσταση  $z$  από την πηγή γράφεται

$$\frac{\mu}{Q} = \frac{z}{z_o} = \frac{z C_p \sqrt{M}}{Q} \Leftrightarrow \mu = z C_p \sqrt{M}, \quad (2.22)$$

και ενός πλουμίου ( $R=R_p$ )

$$\frac{\mu}{Q} = \left( \frac{z}{z_o} \right)^{5/3} = \left( \frac{z C_p}{l_M R_p} \right)^{5/3} \Leftrightarrow \mu = Q \left( \frac{z C_p}{l_M R_p} \right)^{5/3}. \quad (2.23)$$

Οι εξισώσεις (2.22) και (2.23) είναι αντιστοιχές των εξισώσεων (2.7) και (2.8). Οι αντίστοιχες χρονοκλίμακες μιας απλής φλέβας και ενός πλουμίου εάν χρησιμοποιήσουμε τη γενικευμένη θεωρία των List & Imberger (1973) γράφονται

$$T_j(LI) = \frac{A}{C_p M^{1/2}} \quad (2.24)$$

και

$$T_p(LI) = \frac{3}{2} A \frac{R_p^{2/3}}{C_p^{5/3}} B^{-1/3} H^{-2/3} \quad (2.25)$$

αντίστοιχα. Ανακεφαλαιώνοντας, οι χρονικές κλίμακες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αδιαστατοποίηση του χρόνου φαίνονται στον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1. Χρονικές κλίμακες της ροής για απλές φλέβες, πλούμια και ανωστικές φλέβες. Οι σταθερές έχουν εκτιμηθεί με βάση τα πειραματικά δεδομένα των Papanicolaou & List (1988),  $\alpha_j=0.0545$ ,  $\alpha_p=0.0875$ ,  $\lambda_p=1.067$ ,  $C_p=0.27$  and  $R_p=0.63$ .

	Γενική	Απλή φλέβα (Jet)	Πλούμιο (Plume)	BJ <sup>4</sup>
BT <sup>1</sup>	$T_1 = \frac{AH}{Q}$		$T_p = \frac{5}{4\pi\alpha_p} \left( \frac{5\pi}{9(1+\lambda^2)\alpha_p} \right)^{1/3} AB^{-1/3} H^{-2/3}$ $T_p = 9.57 AB^{-1/3} H^{-2/3}$	
CW <sup>2</sup>		$T_j = \frac{A}{2\sqrt{2\pi\alpha_j} M^{1/2}}$ $T_j = 3.66 \frac{A}{M^{1/2}}$		
LI <sup>3</sup>		$T_j = \frac{A}{C_p M^{1/2}}$ $T_j = 3.70 \frac{A}{M^{1/2}}$	$T_p = \frac{3 R_p^{2/3}}{2 C_p^{5/3}} AB^{-1/3} H^{-2/3}$ $T_p = 9.77 AB^{-1/3} H^{-2/3}$	$T_2 = \frac{M}{B}$

<sup>1</sup>Baines & Turner (1969), <sup>2</sup>Caulfield & Woods (2002), <sup>3</sup>List & Imberger (1973),

<sup>4</sup>Ανωστική φλέβα (Buoyant jet)

### 3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

#### 3.1. Πειραματική διάταξη

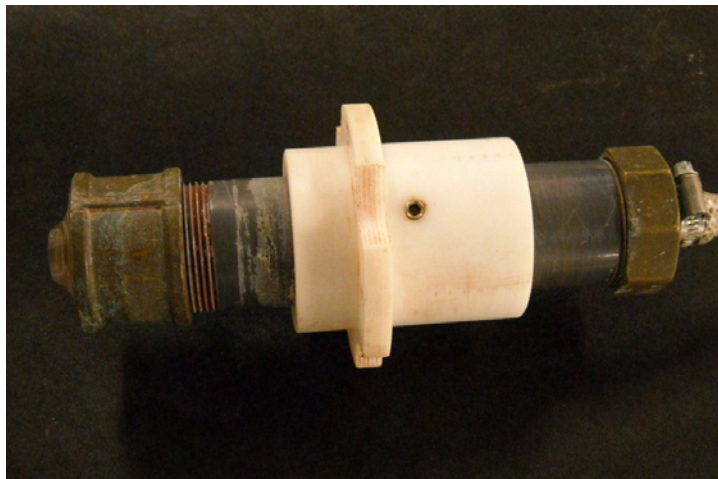
Η πειραματική συσκευή αποτελείται από τα παρακάτω τμήματα : (1) ορθογωνική δεξαμενή από plexiglass, (2) διάταξη δημιουργίας του jet (jet plenum), (3) μία ειδικά διαμορφωμένη βάση πάνω στην οποία στηρίζεται η διάταξη δημιουργίας του jet, (4) τρία παροχόμετρα, (5) βάνια ακριβείας για τη ρύθμιση της παροχής, (6) δεξαμενή για την τροφοδοσία της φλέβας και δοχείο σταθερής στάθμης, (7) βυθιζόμενη αντλία (8) μονάδα οπτικοποίησης της φλέβας και καταγραφής του πειράματος. Επίσης υπήρχε και επικουρικός εξοπλισμός για τον προσδιορισμό ποσοτήτων αλατιού και ροδαμίνης (ζυγαριά ακριβείας), δοχεία ανάμειξης με ογκομετρική βαθμονόμηση, πυκνόμετρα για τον προσδιορισμό της πυκνότητας του διαλύματος (αλατόνευρο) της φλέβας καθώς επίσης και ένα θερμόμετρο για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του καθαρού νερού της δεξαμενής με βάση την οποία προσδιορίζονταν η πυκνότητα του αποδέκτη.

**Ορθογωνική δεξαμενή (plexiglass).** Η δεξαμενή διάχυσης (Σχήμα 3.1) είναι κατασκευασμένη από plexiglass πάχους 1.25cm και έχει οριζόντια τετραγωνική διατομή. Οι εσωτερικές διαστάσεις της δεξαμενής είναι 60 cm × 40 cm × 40 cm. Στα 57.2 cm από τον πυθμένα υπάρχει περιμετρική υπερχειλίση, από όπου το πλεονάζον νερό οδηγείται στην αποχέτευση μέσω ενός πλαστικού σωλήνα. Η δεξαμενή είναι τοποθετημένη σε υπερυψωμένη, ειδικά διαμορφωμένη για το σκοπό, βάση. Στην μπροστινή αλλά και στην πίσω διαφανή πλευρά έχει σχεδιαστεί κάναβος με κατακόρυφη και οριζόντια ισοδιάσταση 5cm. Έτσι καθορίζεται το επίπεδο του ακροφυσίου και η κατακόρυφη απόσταση από αυτό ή η οριζόντια από τον άξονα της φλέβας. Το ακροφύσιο απέχει  $H = 52$  cm από τον πυθμένα της δεξαμενής. Η μέγιστη χωρητικότητα της δεξαμενής μέχρι το ύψος της υπερχειλίσης είναι 91.50 λίτρα.

**Διάταξη δημιουργίας της φλέβας.** Ο μηχανισμός δημιουργίας της φλέβας (Σχήμα 3.2) είναι τοποθετημένος πάνω σε ειδικά διαμορφωμένη επιφάνεια η οποία τοποθετείται στο πάνω μέρος της δεξαμενής. Η διάταξη δημιουργίας της φλέβας αποτελείται από ένα σωλήνα από PVC εσωτερικής διαμέτρου 4 cm, στα άκρα του οποίου έχει προσαρμοστεί ορειχάλκινο τεμάχιο εισόδου του νερού της φλέβας και ορειχάλκινο τεμάχιο με σπείρωμα για την εφαρμογή των ακροφυσίων. Γύρω από το σωλήνα PVC έχει τοποθετηθεί ένας άσπρος πλαστικός δακτύλιος ο οποίος εφαρμόζει πάνω στην ξύλινη βάση και συγκρατεί το jet στο επιθυμητό ύψος, επιτρέποντας ταυτόχρονα και διόρθωση του ύψους του jet μέσω ειδικών σφιγκτήρων που διαθέτει στο πλάι. Το τμήμα εισόδου του νερού συνδέεται με εύκαμπτο διαφανή σωλήνα διαμέτρου Φ10. Το εσωτερικό του σωλήνα PVC περιέχει διάταξη από σπόγγο πάχους 2cm και κυψελίδες (Honeycomb) πάχους 5cm για καταστροφή των μεγάλων τυρβωδών δινών μέσα στη συσκευή δημιουργίας της φλέβας. Στο τεμάχιο εξόδου (Papanicolaou, 1994) προσαρμόζονται τα κυκλικά ακροφύσια από τα οποία γίνεται η εκροή της φλέβας. Οι διάμετροι των ακροφυσίων που χρησιμοποιήθηκαν 0.50 cm, 0.75 cm, 1 cm και 1.50 cm, και φαίνονται στη φωτογραφία του Σχήματος 3.3.



**Σχήμα 3.1** Ορθογωνική δεξαμενή διάχυσης



**Σχήμα 3.2** Συσκευή δημιουργίας της φλέβας (jet plenum).

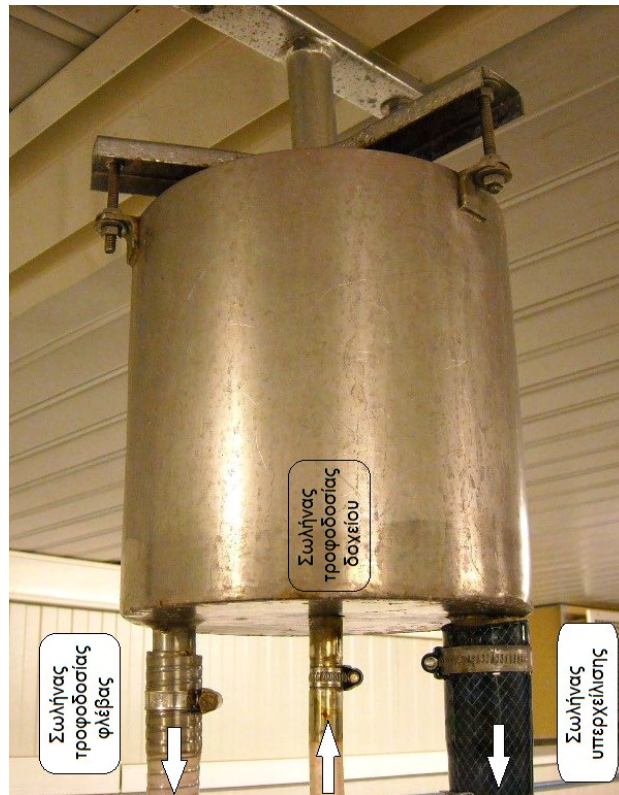




**Σχήμα 3.3** Ακροφύσια κυκλικής διατομής διαμέτρων 0.50 cm, 0.75 cm, 1 cm και 1.50 cm που χρησιμοποιήθηκαν.

**Δοχείο σταθερής στάθμης (σταθερού φορτίου).** Το δοχείο σταθερής στάθμης είναι ένα ανοξείδωτο κυλινδρικό δοχείο αναρτημένο από την οροφή του εργαστηρίου Υδροδυναμικής και Περιβαλλοντικής Τεχνικής. Στο εσωτερικό του δοχείου αυτού υπάρχει σωλήνας υπερχειλίσσης, ενώ στον πυθμένα του υπάρχουν τρεις απολήξεις σωλήνων διαφορετικών διαμέτρων. Το δοχείο τροφοδοτείται με το διάλυμα της φλέβας από μια άλλη δεξαμενή όπου παρασκευάζεται με βυθιζόμενη αντλία. Όταν το δοχείο σταθερής στάθμης υπερχειλίζει (σταθερή στάθμη), τότε το ροόμετρο έχει συγκεκριμένη σταθερή παροχή. Για να λειτουργεί σωστά το δοχείο σταθερής στάθμης θα πρέπει κάθε φορά η παροχή της αντλίας, με την οποία το τροφοδοτούμε από την δευτερεύουσα δεξαμενή, να είναι μεγαλύτερη από την παροχή της φλέβας ώστε να λειτουργεί πάντα η υπερχειλίσση και να έχουμε σταθερό πιεζομετρικό φορτίο.

**Αντλία:** Η τοποθετημένη στη βοηθητική δεξαμενή αντλία, είναι βυθιζόμενη, φυγοκεντρική και χρησιμεύει στην τροφοδοσία του δοχείου σταθερής στάθμης. Έχει κυλινδρικό σχήμα και είναι κατασκευασμένη από πλαστικό. Η αναρρόφηση γίνεται από τον πυθμένα της, ενώ ο σωλήνας κατάθλιψης βρίσκεται στο πλάι, στον οποίο έχει τοποθετηθεί βάνο για τη ρύθμιση της παροχής. Διαθέτει διακόπτη υδραργύρου τύπου πλωτήρα, για την αυτόματη διακοπή λειτουργίας της όταν η στάθμη του νερού μειωθεί κάτω από το κατώτερο όριο. Στο σχήμα 3.5 φαίνεται η φυγοκεντρική αντλία φωτογραφημένη πλάι στη βοηθητική δεξαμενή.

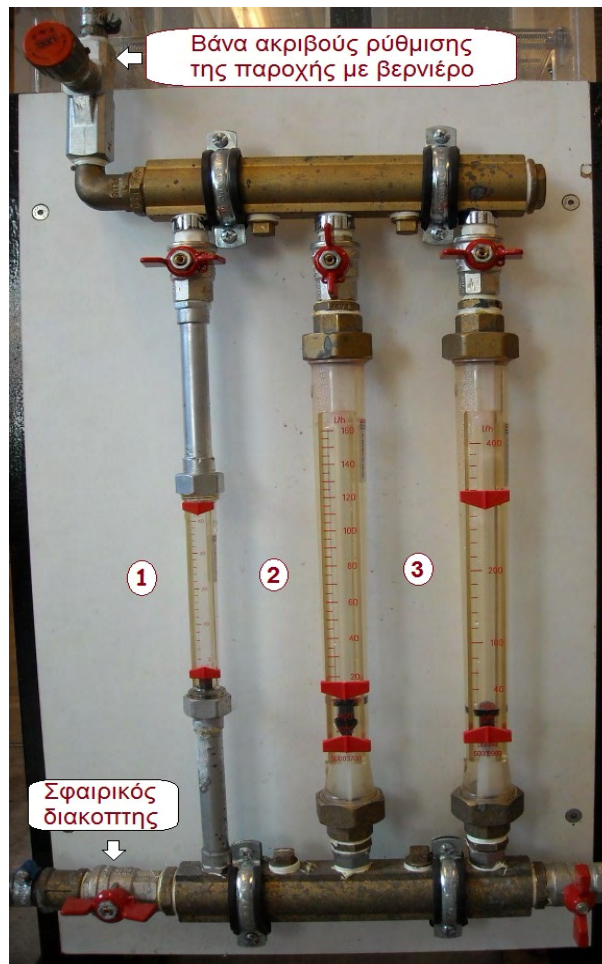


Σχήμα 3.4 Δοχείο σταθερής στάθμης.



Σχήμα 3.5 Δεξαμενή παρασκευής διαλύματος & βυθιζόμενη αντλία

**Ροόμετρο-ρύθμιση ροομέτρου.** Το ροόμετρο είναι το όργανο ρύθμισης της παροχής της φλέβας. Αποτελείται από έναν κατακόρυφο διαφανή διαβαθμισμένο σωλήνα, μέσα στον οποίο κινείται μεταλλικός ή πλαστικός πλωτήρας, που ανάλογα με την εισερχόμενη παροχή (δυναμική άνωση) στο ροόμετρο σταθεροποιείται στην εκάστοτε στάθμη. Η είσοδος στο ροόμετρο συνδέεται με την δεξαμενή σταθερής στάθμης ενώ η έξοδος με τον εύκαμπτο σωλήνα που τροφοδοτεί το jet. Για τις ανάγκες των πειραμάτων κατασκευάστηκε μονάδα από τρία (3) παράλληλα ροόμετρα. Το 1<sup>ο</sup> επιτρέπει μέτρηση παροχών από 0-40 L/hr, το 2<sup>ο</sup> ροόμετρο από 10-160 L/hr και το 3<sup>ο</sup> από 40-400 L/hr. Η παροχή ελέγχεται με μια σφαιρική βάνα τοποθετημένη στα ανάντη και με μια βάνα ακριβείας με βερνιέρο τοποθετημένη κατόντη των ροομέτρων. Η ρύθμιση των ροομέτρων έγινε με τη βοήθεια ενός ογκομετρικού σωλήνα χωρητικότητας 2 λίτρων και ενός χρονομέτρου. Έγιναν συνολικά τρεις ρυθμίσεις μία για κάθε ροόμετρο. Η ρύθμιση έγινε ως εξής. Για κάθε παροχή (ένδειξη του σωλήνα του ροομέτρου) μετρήθηκε ο χρόνος για να πληρωθεί ο ογκομετρικός σωλήνας μέχρι τη στάθμη που αντιστοιχεί σε όγκο ενός (1) ή δύο (2) λίτρων ή άλλων ενδιάμεσων τιμών. Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε μόνο το 2<sup>ο</sup> ροόμετρο για το οποίο παρουσιάζεται ο πίνακας και το διάγραμμα με τις μετρημένες τιμές από τη ρύθμισή του. Το διάγραμμα ρύθμισης του ροομέτρου που παρατίθεται δείχνει γραμμική σχέση ανάμεσα στην ένδειξη και την παροχή.



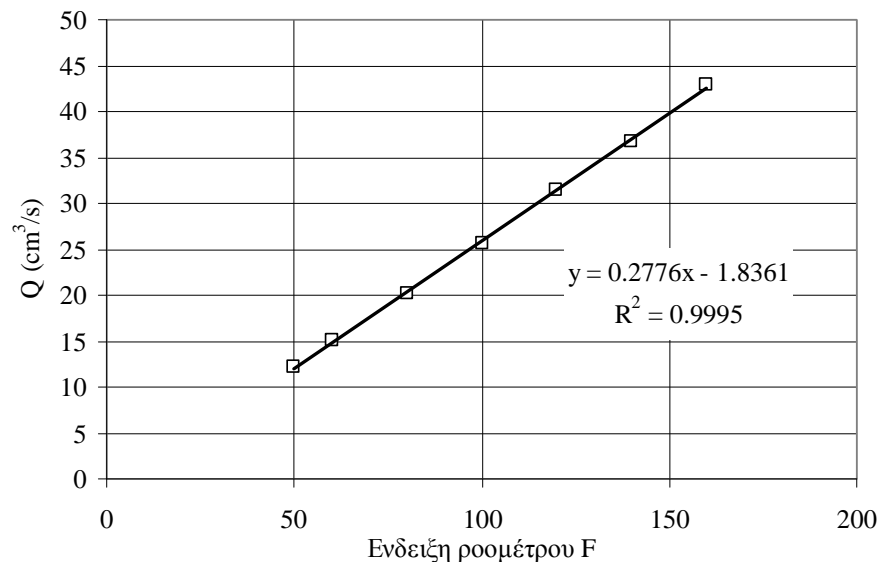
Σχήμα 3.7 Σύστημα ροομέτρων.

Η εξίσωση ρύθμισης του δεύτερου παροχόμετρου δίδεται από τη γραμμική σχέση

$$Q = 0.2776F - 1.8361 \quad (3.1)$$

όπου F είναι η ένδειξη του ροομέτρου και Q η παροχή σε cc/s.

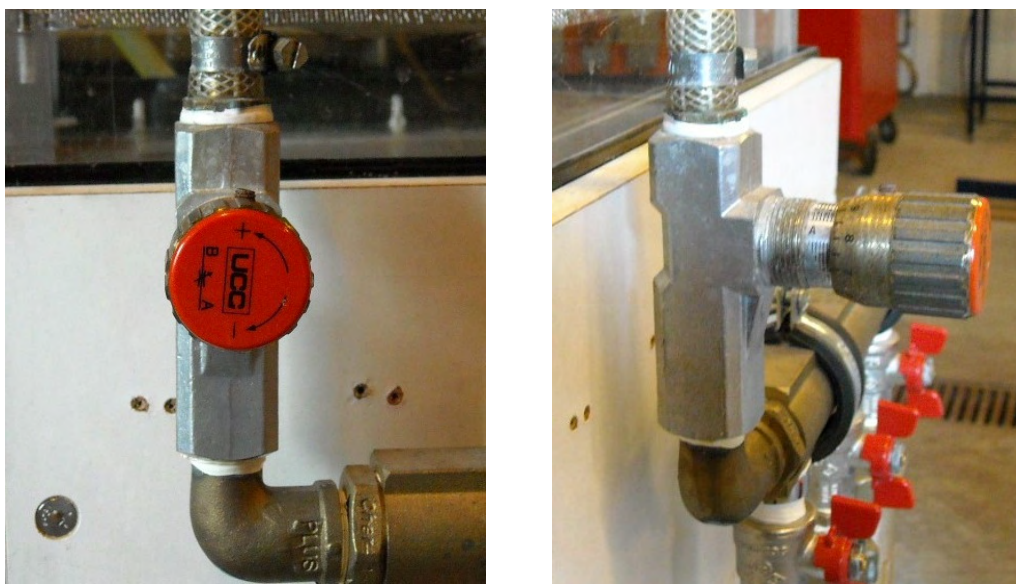
ΕΝΔΕΙΞΗ	T	V	Q
F	(s)	(cc)	(cc/s)
50	46.7	565	12.10
60	45.9	692	15.08
80	39	790	20.26
100	35	900	25.71
120	29.1	913	31.37
140	33.87	1245	36.76
160	31.88	1370	42.97



**Σχήμα 3.6** Καμπύλη ρύθμισης του δεύτερου παροχόμετρου.

**Βάνα ακριβείας.** Είναι μια συρταρωτή βάνα με την οποία μπορούμε να πετυχαίνουμε με ακρίβεια την παροχή που θέλουμε. Το υλικό και ο τρόπος κατασκευής διαφέρουν πολύ από τις βάνες του εμπορίου. Την τοποθετούμε σε σειρά και μετά τα ροόμετρα, ώστε να μην υπάρχουν σημαντικές απώλειες ενέργειας στη κατάντη. Η κύρια διαφορά από τις απλές βάνες είναι η ροή μετά την έξοδο είναι ομαλή και δεν δημιουργούνται στρόβιλοι, έτσι ώστε να έχουμε μικρό διακυμάνσεις στην παροχή.





Σχήμα 3.8 Βάνα ακριβείας με βερνιέρο.

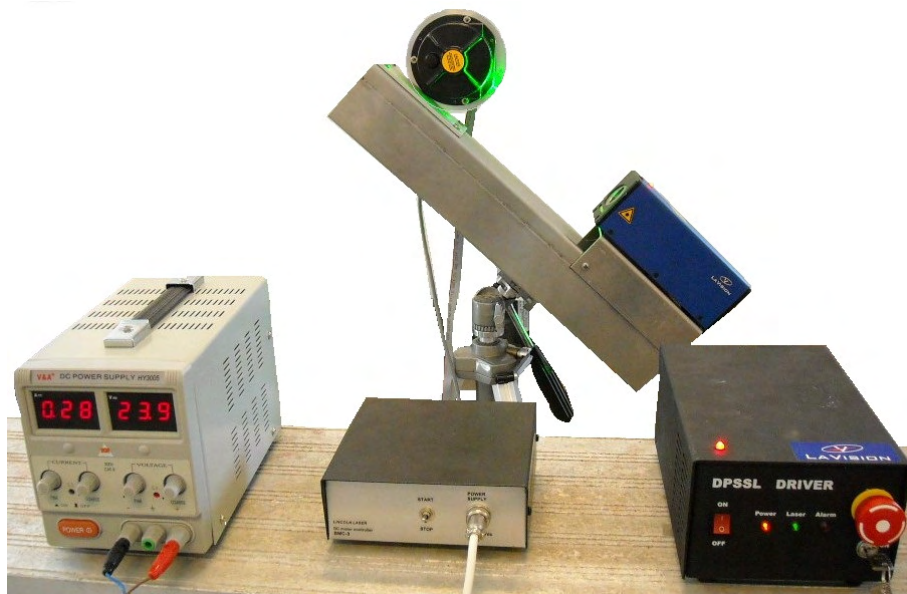
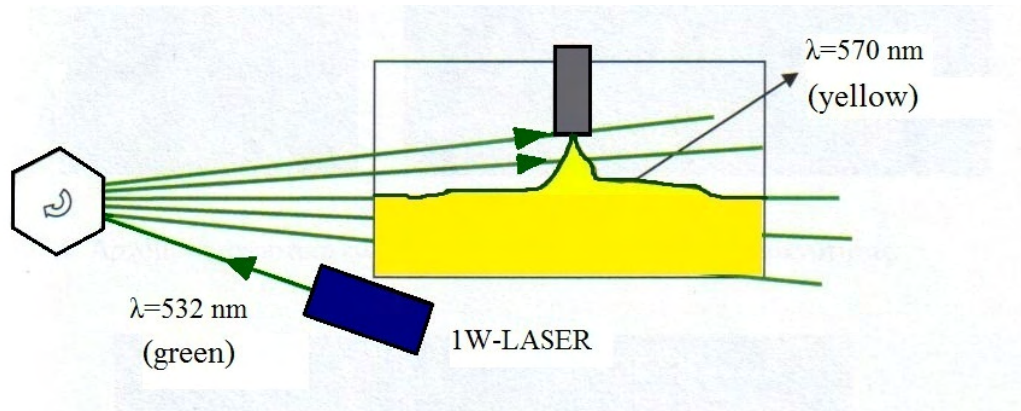
### 3.2. Διάταξη οπτικοποίησης των πειραμάτων

Τα πειράματα οπτικοποιήθηκαν με τομογραφία laser (laser induced fluorescence - LIF). Η μεθοδολογία συνοψίζεται στα εξής (Papanicolaou, 1984): Υδατικό διάλυμα ροδαμίνης 6G που διεγείρεται από μονοχρωματική ακτινοβολία (laser) μήκους κύματος 532 nm (πράσινο), εκπέμπει μονοχρωματική ακτινοβολία (dye-laser, fluorescence) στη συχνότητα των 570 nm (κίτρινο), η ένταση της οποίας είναι “ανάλογη” της ισχύος της ακτίνας laser, καθώς επίσης και της συγκέντρωσης της διαλυμένης ροδαμίνης στο νερό. Συγκεντρώσεις της τάξης των 20-50 ppb μπορούν να μπλοκάρουν τη διέλευση της ακτίνας laser μέσα από το διάλυμα της ροδαμίνης. Η ισχύς της ακτίνας laser είναι 1 W.

Δημιουργούμε ένα φύλλο laser πάχους περίπου 1mm (όσο και το πάχος της ακτίνας) με τη χρήση ενός πολυγωνικού 24-εδρου καθρέπτη που περιστρέφεται με συχνότητα περίπου 20000 rpm. Επομένως, εάν ο πολυγωνικός καθρέπτης έχει  $n$ -έδρες, η ακτίνα του laser περνά από κάθε σημείο του φύλλου - laser περί τις  $20.000 \times n$  φορές το λεπτό (στην προκειμένη περίπτωση 480000 φορές το λεπτό).

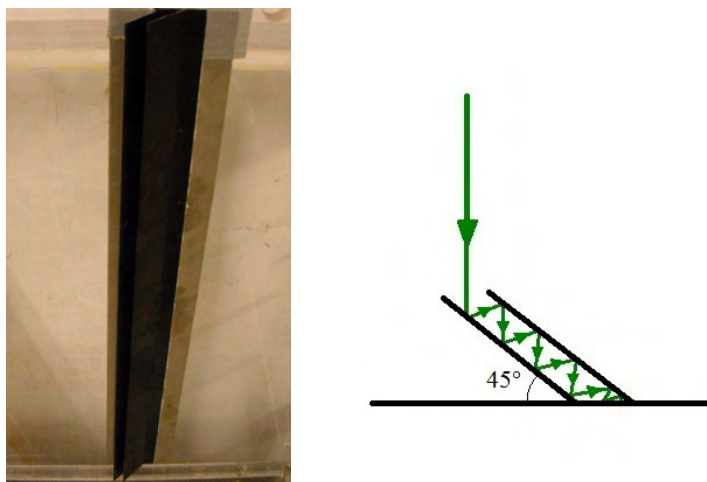
Εάν “χρωματιστεί” το νερό της φλέβας με ροδαμίνη, το φύλλο laser τη διεγείρει με αποτέλεσμα να εκπέμπεται ακτινοβολία στη συχνότητα περίπου 570 nm (κίτρινο) από κάθε σημείο του πεδίου ροής όπου υπάρχει ροδαμίνη.

Η διαδικασία του πειράματος με τομογραφία laser βασίζεται στο ότι δεν παρατηρούμε όλο το τρισδιάστατο πεδίο ροής της φλέβας, αλλά μια “λεπτή φέτα” αυτής πάχους περίπου 1mm. Η διάταξη δημιουργίας φύλλου laser τοποθετείται στο πλάι, το δε φύλλο laser είναι κατακόρυφο και διέρχεται από τον άξονα της φλέβας κάθετα στις πλευρές της δεξαμενής και από το κέντρο του ακροφυσίου.



**Σχήμα 3.9** Επάνω: Αρχή λειτουργίας του συστήματος laser induced fluorescence (LIF). Κάτω: Διάταξη δημιουργίας φύλλου laser (σύστημα laser-rotating prism mirror) μαζί με τις συσκευές τροφοδοσίας τους.

Για την αποφυγή δευτερεύουσας ανάκλασης έχουμε τοποθετήσει στο εσωτερικό της δεξαμενής, στην απέναντι πλευρά, μια “διάταξη απορρόφησης” του φύλλου laser αποτελούμενη από δυο λεπτά παράλληλα ανοξείδωτα χαλυβδόφυλλα στερεωμένα μεταξύ τους, σε μικρή απόσταση το ένα από το άλλο και υπό γωνία  $45^\circ$  ως προς τη βάση στήριξής τους (Σχήμα 3.10). Αυτά έχουν δεχτεί κυρίως στις εσωτερικές επιφάνειές τους πολλαπλή επίστρωση από μαύρο ματ βερνικόχρωμα, έτσι ώστε η έλλειψη στιλπνότητας να τους προσδίδει απορροφητικές ιδιότητες που σε συνδυασμό με την υποδοχή υπό γωνία του φύλλου laser, η οποιαδήποτε ανάκλαση να οδηγείται προς το εσωτερικό της σχισμής που διαμορφώνουν και τελικά να “εξαλείφεται”.



**Σχήμα 3.10** Διάταξη απορρόφησης του φύλλου laser και σχηματική περιγραφή της λειτουργίας της.

### 3.3. Πειραματικές Μετρήσεις

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας προγραμματίστηκε να γίνει μια σειρά πειραμάτων όπου μελετήθηκαν φλέβες με πυκνότητα μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή του περιβάλλοντος υγρού στο οποίο διαχέεται. Στην σειρά αυτή των πειραμάτων μελετήθηκε ο χρόνος πλήρωσης της δεξαμενής από ρευστό μεγαλύτερης πυκνότητας που εισέρχεται στην κύρια δεξαμενή μέσω της φλέβας.

Για την διεξαγωγή των πειραμάτων ακολουθήθηκε αναλυτικά η παρακάτω διαδικασία: Αρχικά γίνεται πλήρωση της κύριας δεξαμενής με καθαρό νερό βρύσης μέχρι το ύψος της στάθμης υπερχειλίσης. Στη συνέχεια παρασκευάζεται το διάλυμα της φλέβας που περιέχει αλάτι, για την επίτευξη της επιθυμητής πυκνότητας. Το διάλυμα αυτό παρασκευάζεται στη δευτερεύουσα δεξαμενή. Το ακροφύσιο από το οποίο γίνεται η εκροή της φλέβας είναι κατακόρυφο και τοποθετείται στο κέντρο της διατομής της δεξαμενής στην πάνω πλευρά με κατεύθυνση προς τα κάτω, ώστε η φλέβα να είναι κατακόρυφη. Το κύκλωμα τροφοδοσίας της φλέβας και συσκευή δημιουργίας της (jet plenum) πληρώνονται με αλατόνερο της επιθυμητής πυκνότητας και το στόμιο του ακροφυσίου σφραγίζεται με ένα φελό, έτσι ώστε το βαρύτερο νερό της φλέβας να μη διαχυθεί στη δεξαμενή πριν από την έναρξη του πειράματος. Όταν πληρωθεί η κύρια δεξαμενή με νερό, το σφραγισμένο ακροφύσιο τοποθετείται με τη σφραγισμένη πλευρά κατακόρυφα μέσα στο νερό και αποσφραγίζεται με την έναρξη του πειράματος.

Σκοπός του πειράματος είναι να μελετηθεί η ανάμειξη σε περιορισμένο αποδέκτη όταν η πηγή είναι μια 'ανωστική φλέβα', δηλαδή όταν ο αρχικός αριθμός Richardson μεταβάλλεται από το μηδέν ( $R_o \rightarrow 0$ , πρακτικά απλή φλέβα) μέχρι και την οριακή τιμή  $R_o = R_p \approx 0.63$ . Σημειώνεται ότι τα μοναδικά πειραματικά δεδομένα είναι αυτά των Baines & Turner (1969) όπου η πηγή ήταν ένα κατακόρυφο πλούμιο. Στη φύση, όλες οι πηγές που προκαλούν ανάμειξη εμπεριέχουν αρχικά και ορμή και ανωστική δύναμη, συμπεριφέρονται επομένως σαν ανωστικές φλέβες.

### 3.4. Περιγραφή ενός τυπικού πειράματος

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται το πείραμα Νο. 14 διάχυσης κυκλικής φλέβας που έγινε στις 22/12/2010. Για το συγκεκριμένο πείραμα χρησιμοποιήθηκε ακροφύσιο με διάμετρο 1.50 cm.

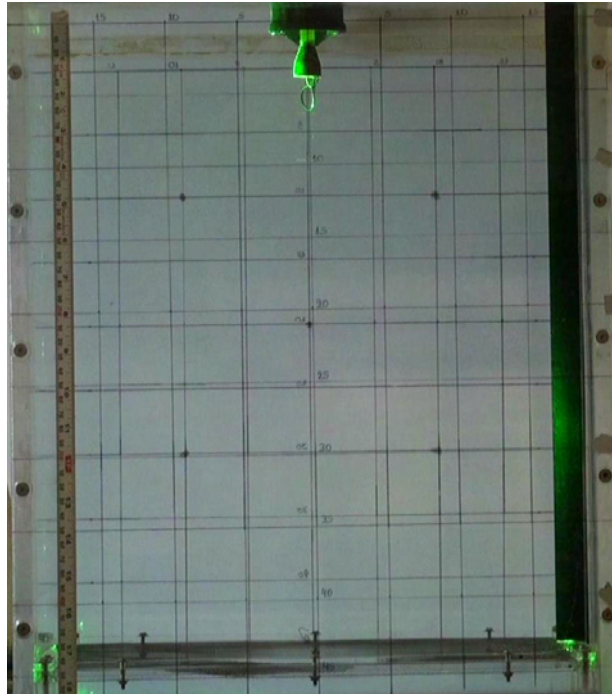
Αρχικά γεμίσαμε την κύρια δεξαμενή με καθαρό νερό από το δίκτυο ύδρευσης μέχρι να αρχίσει να λειτουργεί η υπερχειλίση, ώστε να έχουμε σταθερή στάθμη κατά τη διάρκεια του πειράματος. Στη συνέχεια στη δευτερεύουσα δεξαμενή ανάμειξης δημιουργήσαμε το διάλυμα της φλέβας από όπου στη συνέχεια αντλήθηκε και οδηγήθηκε μέσω του δοχείου σταθερής στάθμης στην κύρια δεξαμενή. Για να δημιουργήσουμε την επιθυμητή πυκνότητα της φλέβας, διαλύσαμε δεδομένες μικρές ποσότητες αλατιού, οι οποίες είχαν προηγουμένως ζυγιστεί, μέχρι να επιτύχουμε το διάλυμα με την επιθυμητή πυκνότητα  $\rho_0$ , σε σχέση με την πυκνότητα του αποδέκτη  $\rho_a$ , έτσι ώστε οι πυκνομετρικές διαφορές που εμφανίζονταν κατά την ανάμειξη  $\Delta\rho/\rho_0$  να μην ξεπερνούν το 5% (παραδοχή Boussinesq). Η πυκνότητα του αποδέκτη (καθαρό νερό) υπολογίστηκε με τη βοήθεια πινάκων, έχοντας μετρήσει τη θερμοκρασία του. Για την πραγματοποίηση της διαδικασίας του πειράματος με τομογραφία laser, η αρχή λειτουργίας της οποίας περιγράφηκε πιο πάνω, προσθέσαμε στο διάλυμα της φλέβας μικρή ποσότητα ροδαμίνης διαλυμένης σε νερό. Ακόμη, γνωρίζοντας ότι η χλωρίωση που υφίσταται το νερό του δικτύου αποδυναμώνει την επίδραση της ροδαμίνης, διαλύσαμε μικρή ποσότητα θειώδους νατρίου ( $\text{Na}_2\text{SO}_3$ ) έτσι ώστε να εξουδετερωθεί η δράση αυτή του χλωρίου.

Στη συνέχεια με ένα αναδευτήρα ανακατέψαμε καλά το διάλυμα ώστε να γίνει ομογενές, πήραμε ένα μικρό δείγμα από τη δεξαμενή του διαλύματος και μετρήσαμε τη πυκνότητα του. Στο πείραμα που αναφερόμαστε η τιμή της πυκνότητας  $\rho_0$  ήταν  $1005.2 \text{ gr/cm}^3$ , ενώ η θερμοκρασία του νερού της κύριας δεξαμενής μετρήθηκε  $T_a = 12.5 \text{ }^\circ\text{C}$ , κατά συνέπεια η πυκνότητα  $\rho_a$  του αποδέκτη εκτιμήθηκε ίση με  $999.5 \text{ gr/cm}^3$ .

Κατόπιν εισαγάγαμε στη δεξαμενή ανάμειξης την αντλία και το σωλήνα υπερχειλίσης του δοχείου σταθερής στάθμης. Θέσαμε την αντλία σε λειτουργία και μόλις υπερχειλίσει το δοχείο σταθερής στάθμης ρυθμίσαμε την παροχή με τη βοήθεια της βάνας ακριβούς ρύθμισης στην επιθυμητή τιμή  $Q = 12.74 \text{ gr/cm}^3$ , που αντιστοιχεί στην ένδειξη  $F = 52.5 \text{ L/hr}$  του ροομέτρου. Στη συνέχεια τοποθετήσαμε το ακροφύσιο στη διάταξη δημιουργίας της φλέβας, και εξαερώσαμε το κύκλωμα. Τοποθετήσαμε στο ακροφύσιο ένα πώμα από φελλό για να εμποδίσουμε την εισροή αέρα στο σύστημα, κλείσαμε τη σφαιρική βάνα διακοπής και στερεώσαμε τη διάταξη κατακόρυφα στο πάνω μέρος της δεξαμενής στην ειδική για το σκοπό αυτό οπή της βάσης στήριξης, με τον άξονα της φλέβας κάθετο στην ελεύθερη επιφάνεια και το ακροφύσιο βυθισμένο πλήρως στο νερό, για την αποφυγή της αναρρόφησης αέρα, στο προκαθορισμένο βάθος  $H = 52 \text{ cm}$ . Κατόπιν αναμέναμε να ηρεμήσει το υγρό της δεξαμενής, ενώ απέναντι από τη μπροστινή πλευρά της κύριας δεξαμενής και σε μικρή απόσταση από τον κατακόρυφο άξονα της διάταξης της φλέβας τοποθετήσαμε την ψηφιακή βιντεοκάμερα καταγραφής του πειράματος. Με αυτή αποτυπώθηκε η όλη διαδικασία και καταγράφηκε το πείραμα από την έναρξή του μέχρι τη διακοπή του, όταν η διεπιφάνεια πλησίαζε το ακροφύσιο. Από την βιντεοκαταγραφή θα συσχετισθούν τα διάφορα χαρακτηριστικά στιγμιότυπα (frames) όπως ο σχηματισμός και η εξελικτική πορεία της

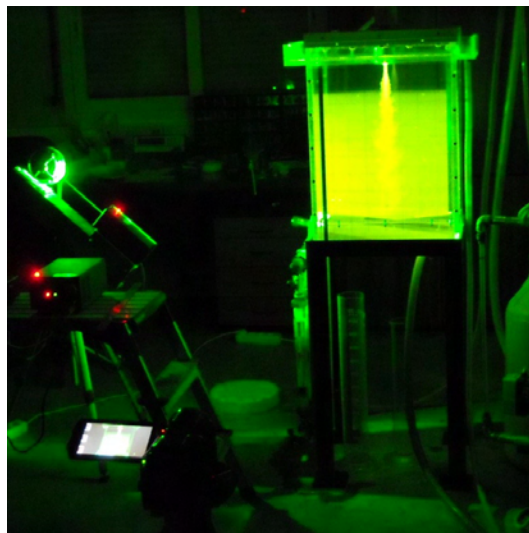


διεπιφάνειας, με τους αντίστοιχους χρόνους που συμβαίνουν, ως προς το χρονικό σημείο αναφοράς ( $t = 0$ ) που είναι η στιγμή της (απότομης) έναρξης του πειράματος. Η εικόνα του σχήματος 3.11 είναι ένα στιγμιότυπο λίγο πριν από την έναρξη του 14<sup>ου</sup> πειράματος.



Σχήμα 3.11 Η διάταξη προ της έναρξης του πειράματος.

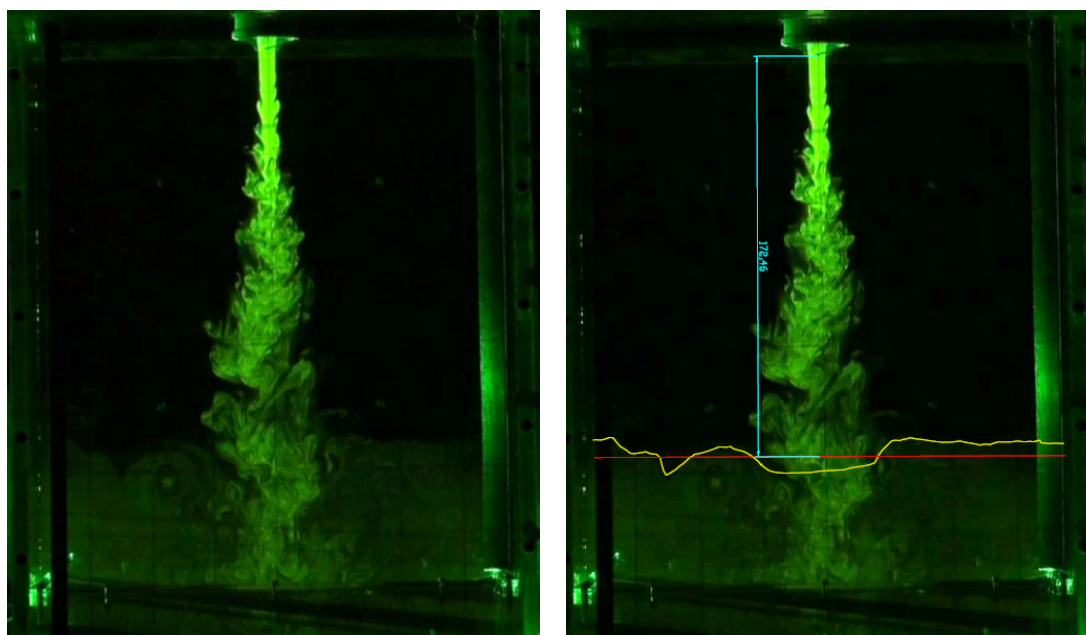
Όταν ηρέμησε το νερό της κύριας δεξαμενής, είμαστε έτοιμοι πλέον να ξεκινήσουμε το πείραμα. Σβήσαμε τα φώτα του εργαστηρίου για να πετύχουμε καλύτερη δυνατή οπτική εικόνα της φλέβας και της διεπιφάνειας που σχηματίζεται και θέσαμε σε λειτουργία τη βιντεοκάμερα.



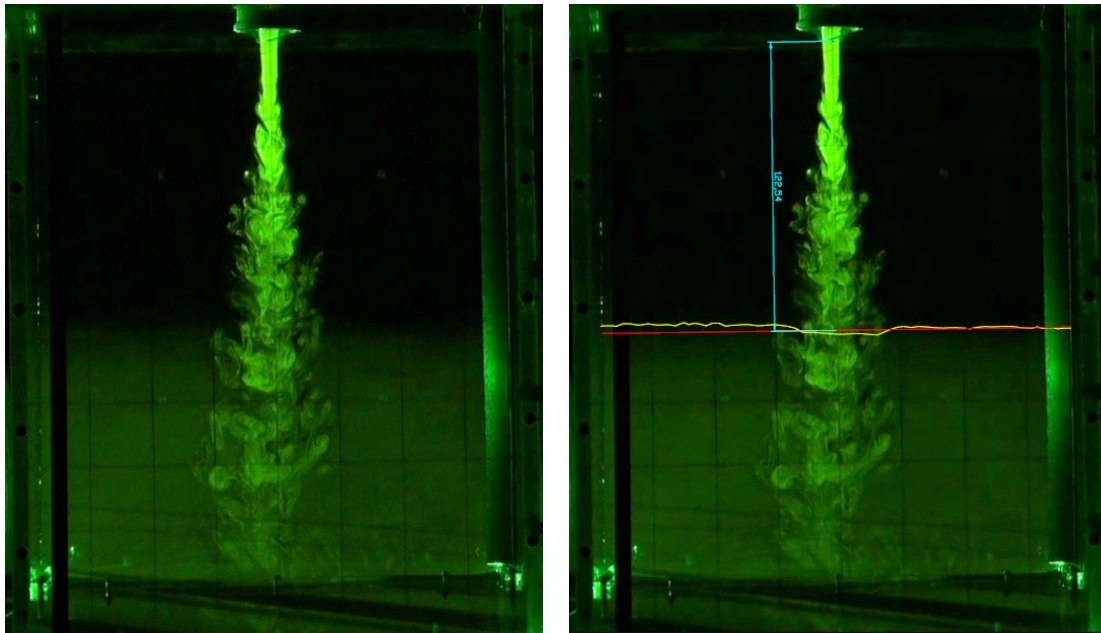
Σχήμα 3.12 Περιβάλλον διεξαγωγής ενός πειράματος.

Ανοίξαμε το σφαιρικό διακόπτη του ροόμετρου ενώ ταυτόχρονα απομακρύναμε το πώμα που καλύπτει το ακροφύσιο και ελέγξαμε αν η τιμή της παροχής είναι ίση με αυτή που αρχικά ρυθμίσαμε. Κατά τη διάρκεια του πειράματος ελέγχαμε συχνά την ένδειξη της παροχής του ροόμετρου έτσι ώστε να εξασφαλίζουμε σταθερή παροχή συνεχώς. Οι αρχικές συνθήκες του πειράματος που καταγράφηκαν, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Στη συνέχεια (Σχήματα 3.13 – 3.16) παρουσιάζονται χαρακτηριστικά διαδοχικά στιγμιότυπα από το πείραμα 14. Στο Σχήμα 3.17 φαίνονται 20 στιγμιότυπα (frames) του πειράματος 14 στα οποία μετρήθηκε η απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο με χρήση λογισμικού CAD.

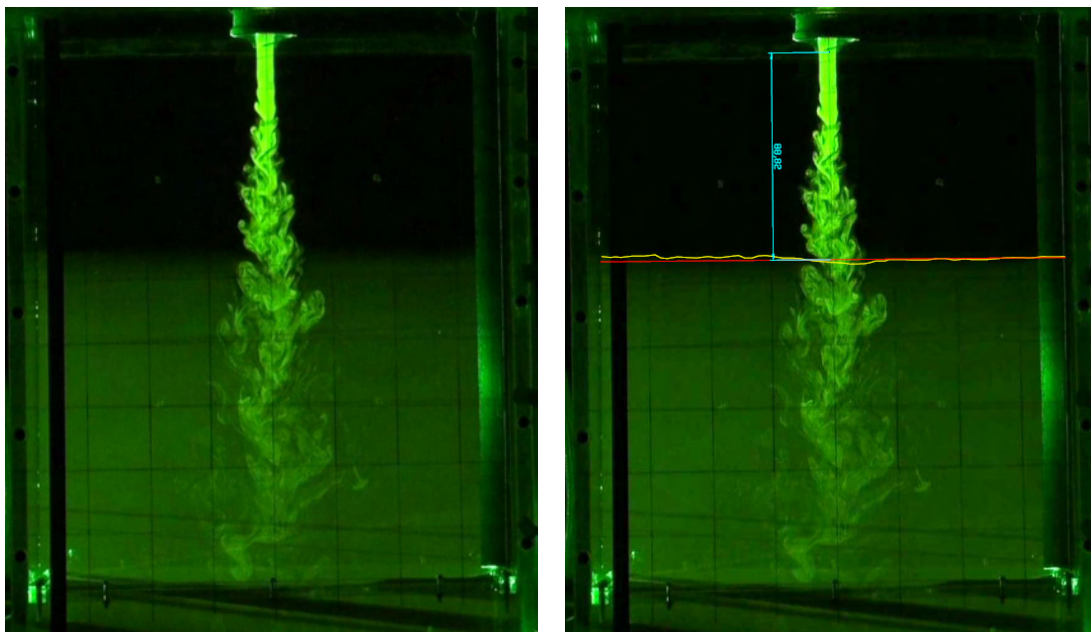
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ	22/12/2010
Αριθμός πειράματος	14
Διάμετρος ακροφυσίου (cm)	1.50
Θερμοκρασία νερού αποδέκτη $T_a$ (°C)	12.5
Πυκνότητα φλέβας $\rho_o$ (gr/cm <sup>3</sup> )	1005.2
Πυκνότητα δεξαμενής $\rho_a$ (gr/cm <sup>3</sup> )	999.5
Ένδειξη παροχής ροόμετρου $F$ (L/hr)	52.5
Χρόνος που η φλέβα φθάνει στον πυθμένα $t_o$ (s)	20



**Σχήμα 3.13** Διεπιφάνεια σε χρόνο  $t = 97$  s από έναρξη του πειράματος, μέση απόσταση διεπιφάνειας από το ακροφύσιο  $z = 172.6$  pixels (34.09 cm).

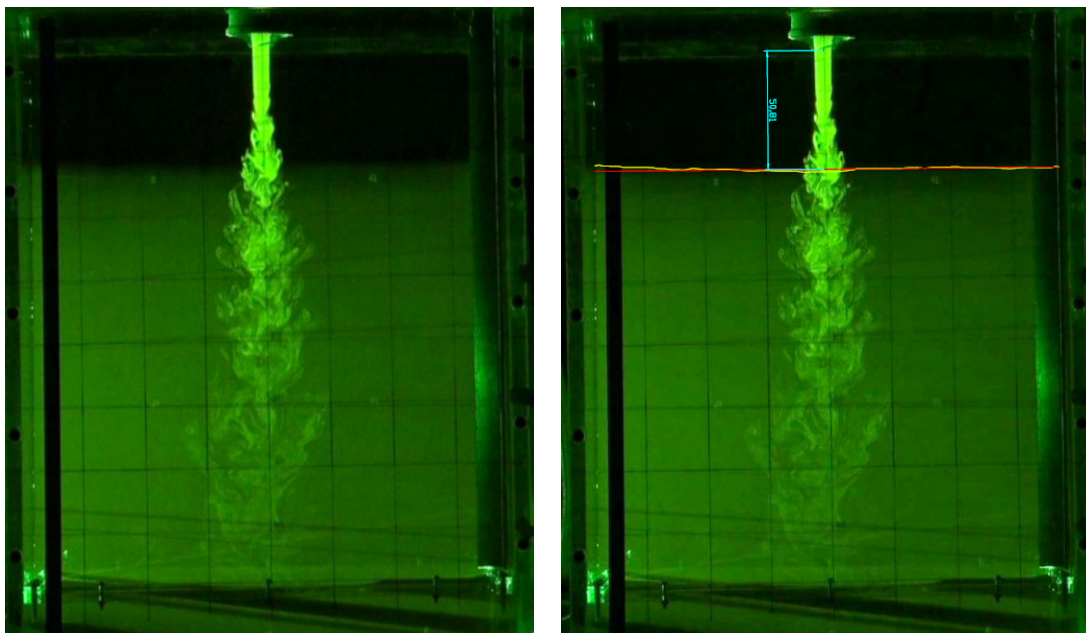


**Σχήμα 3.14** Διεπιφάνεια σε χρόνο  $t = 202$  s από έναρξη του πειράματος, μέση απόσταση διεπιφάνειας από το ακροφύσιο  $z = 122.54$  pixels (24.22 cm).



**Σχήμα 3.15** Διεπιφάνεια σε χρόνο  $t = 319$  s από έναρξη του πειράματος, μέση απόσταση διεπιφάνειας από το ακροφύσιο  $z = 88.82$  pixels (17.56 cm).





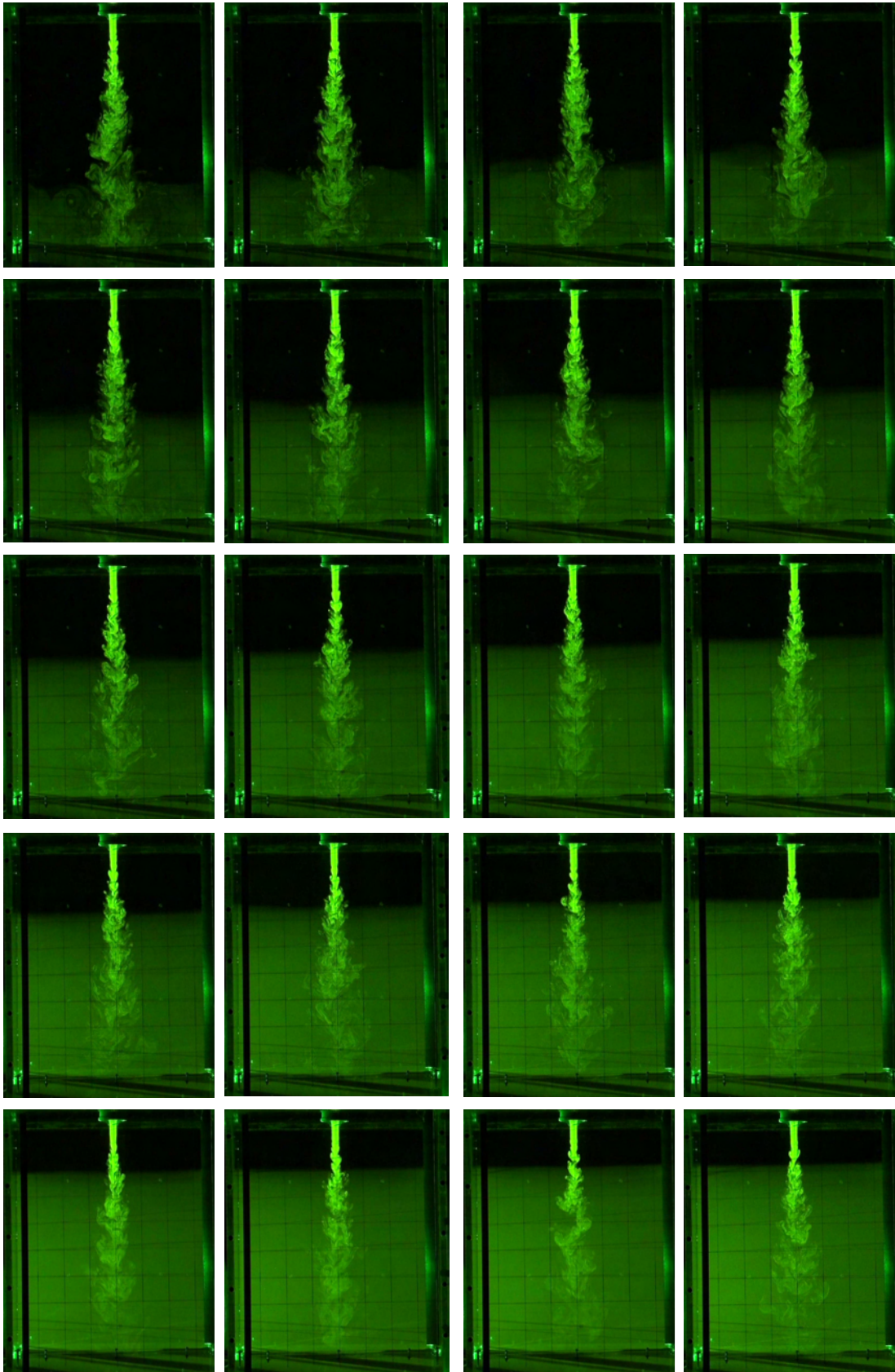
**Σχήμα 3.16** Διεπιφάνεια σε χρόνο  $t = 568$  s από έναρξη του πειράματος, μέση απόσταση διεπιφάνειας από το ακροφύσιο  $z = 50.81$  pixels (10.04 cm).

### 3.5. Μεθοδολογία προσδιορισμού της απόστασης διεπιφάνειας από το ακροφύσιο

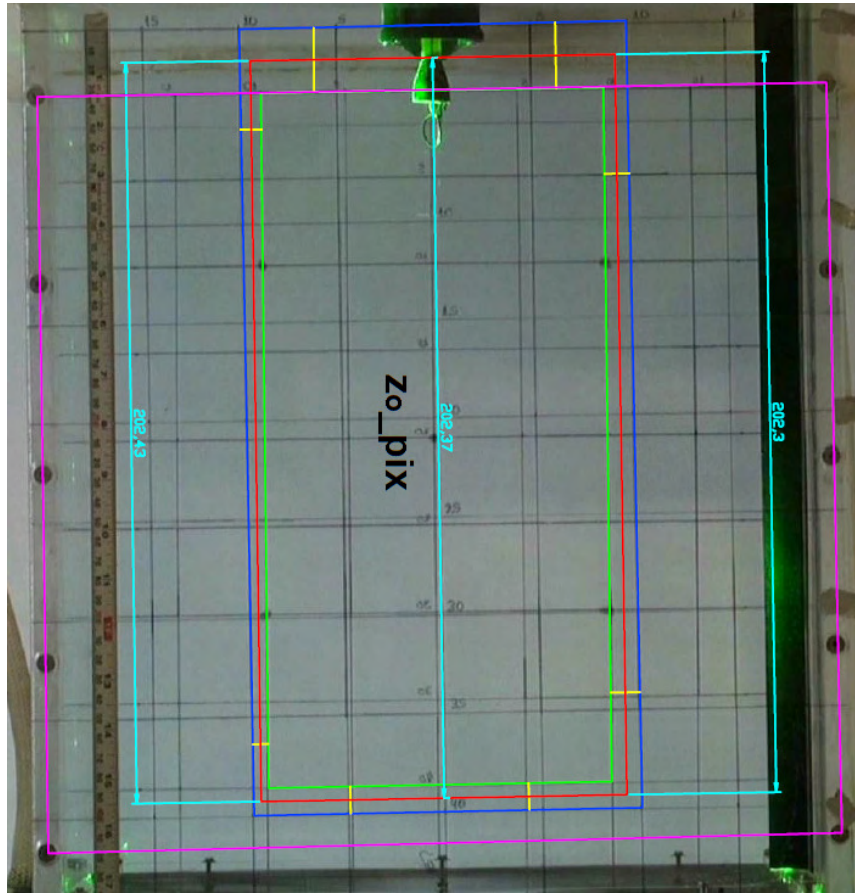
Πριν τη διεξαγωγή και βιντεοσκόπηση (σε συνθήκες απόλυτου σκότους) μιας ομάδας πειραμάτων, τοποθετούνταν στην πίσω πλευρά της δεξαμενής ένα λευκό φόντο και γινόταν λήψη -με φυσικό φως- μιας φωτογραφίας (Σχήμα 3.18), έτσι ώστε να καταστούν ορατοί οι δύο κάναβοι, της μπροστινής αλλά και της πίσω πλευράς της δεξαμενής. Στη μετέπειτα επεξεργασία εισαγόταν το αρχείο της ψηφιακής φωτογραφίας σε περιβάλλον του σχεδιαστικού προγράμματος AUTOCAD®, με τη βοήθεια του οποίου χαράσσονταν τα ακόλουθα τετράπλευρα:

- **Με μπλε χρώμα**, εκείνο που παριστάνει την καταγραφή από την κάμερα του ορθογωνίου παραλληλογράμμου διαστάσεων  $40 \times 20$  (cm<sup>2</sup>, Ύψος  $\times$  Πλάτος) της μπροστινής πλευράς της δεξαμενής και του οποίου η επάνω πλευρά βρίσκεται ακριβώς στο ύψος του σημείου εκροής του ακροφυσίου.
- **Με ανοικτό πράσινο χρώμα**, εκείνο που παριστάνει την καταγραφή από την κάμερα του αντίστοιχου ορθογωνίου παραλληλογράμμου που βρίσκεται στην πίσω πλευρά -ως προς το φωτογραφικό φακό- της δεξαμενής.
- **Με κόκκινο χρώμα** το ενδιάμεσο τετράπλευρο που κατασκευάζεται με ακρίβεια, με τη βοήθεια του Σχεδιαστικού προγράμματος, το οποίο παριστάνει ένα φανταστικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που θα βρισκόταν σε κατακόρυφο επίπεδο που διχοτομεί τη φλέβα και η επάνω του πλευρά θα εφάπτονταν με το σημείο εκροής του ακροφυσίου.

Στη συνέχεια, από την επιμέτρηση του μήκους των δύο κατακόρυφων πλευρών του ενδιάμεσου τετραπλεύρου κι από την εύρεση του μέσου όρου οδηγούμασταν στην τιμή του **zo\_pix**, η οποία δίνει σε pixel την πραγματική κατακόρυφη απόσταση μήκους 40 cm από το σημείο εκροής της φλέβας.



**Σχήμα 3.17** Διεπιφάνεια σε 20 διαφορετικούς χρόνους κατά την υλοποίηση του EXP\_14.



Σχήμα 3.18 Διακρίβωση (βαθμονόμηση) πραγματικών αποστάσεων.

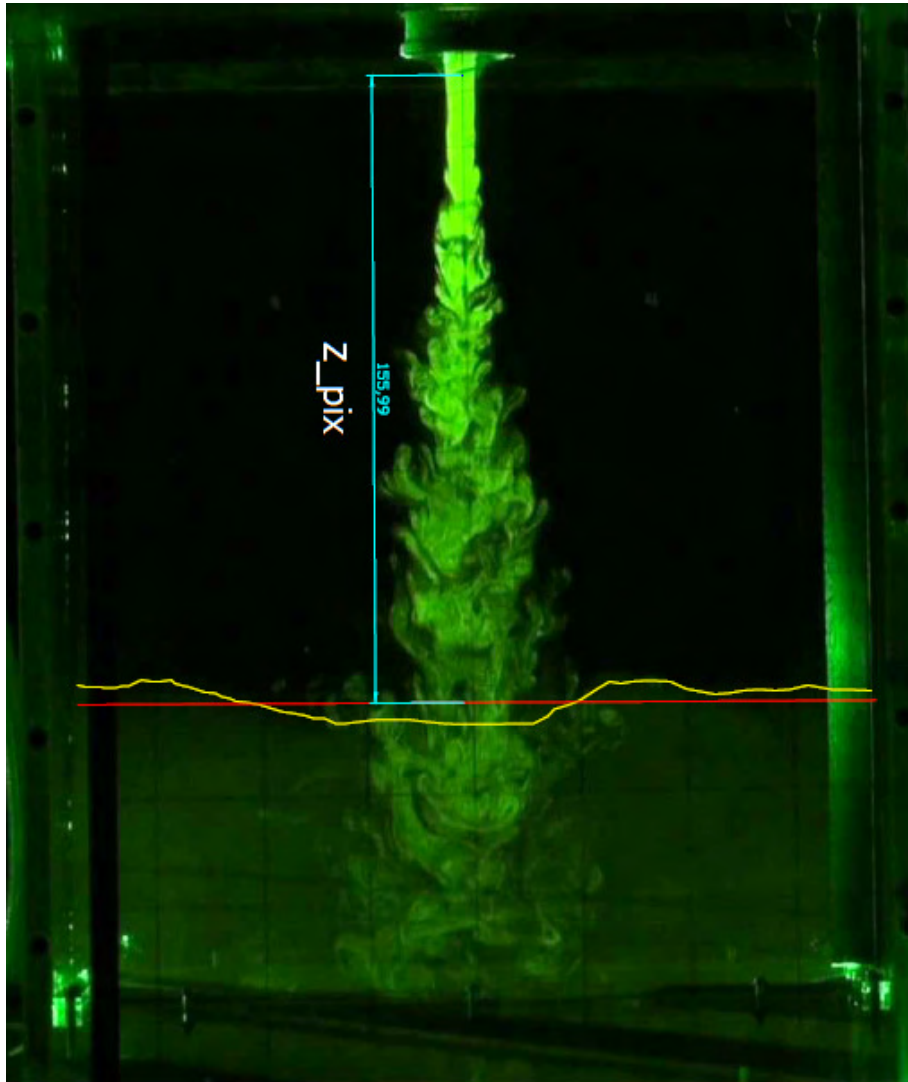
**Μεθοδολογία προσδιορισμού του  $z_{pix}$ :** Κατά την επεξεργασία του βιντεοσκοπημένου υλικού για κάθε πείραμα επιλέγονταν 20 διαφορετικά διαδοχικά στιγμιότυπα (frames, βλ. Σχήμα 3.17) που το καθένα χαρακτηρίζονταν από τη χρονική στιγμή της λήψης του από την έναρξη του πειράματος (χρονικό σημείο αναφοράς,  $t = 0$ ). Αυτά εισάγονταν στο περιβάλλον του σχεδιαστικού προγράμματος AUTOCAD με τη βοήθεια του οποίου κατασκευάζονταν **με κίτρινο χρώμα** η τεθλασμένη γραμμή (POLYLINE) που προσιδίαζε στην τομή της διεπιφάνειας κατά τη στιγμή εκείνη με το επίπεδο του φύλλου Laser που οπτικοποιούσε τη ροή. Κατόπιν κατασκευάζονταν **με κόκκινο χρώμα** η ευθεία γραμμή που διαιρούσε ισομερώς τα σημεία της τεθλασμένης και **με γαλάζιο χρώμα** η απόσταση της ευθείας αυτής από το σημείο εκροής του jet. Αυτή η απόσταση χαρακτηρίζεται ως  $z_{pix}$  και παριστάνει την απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σε pixels.

Στη συνέχεια, έχοντας υπολογίσει για το συγκεκριμένο πείραμα το  $z_0_{pix}$  (Σχήμα 3.18), που παριστάνει την απόσταση σε pixels πραγματικού μήκους 40 cm, μπορούμε να προσδιορίσουμε την πραγματική απόσταση  $z$  (cm) της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο από τη σχέση



$$z \text{ (cm)} = \frac{z_{\text{pix}}}{z_o_{\text{pix}}} \times 40$$

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται οι μετρήσεις που έγιναν στα 20 στιγμιότυπα του Σχήματος 3.17 του πειράματος Νο 14. Συγκεκριμένα,  $t$  (s) είναι ο χρόνος από την έναρξη του πειράματος,  $t_0$  (s) είναι ο χρόνος που η φλέβα αγγίζει τον πυθμένα (θεωρητικά ο χρόνος έναρξης δημιουργίας της ζώνης ανάμειξης),  $z_{\text{pix}}$  η μέση απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σε pixels,  $z_o_{\text{pix}}$  απόσταση 40 cm από το ακροφύσιο σε pixels όπως προσδιορίστηκε από τη βαθμονόμηση (Σχήμα 3.18) και  $z$  (cm) η πραγματική μέση απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σε εκατοστά. Προκύπτουν επομένως τα 20 ζεύγη τιμών  $(t-t_0, z)$  με βάση τα οποία θα χαραχθεί σε διάγραμμα η απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σαν συνάρτηση του χρόνου.



Σχήμα 3.19 Μεθοδολογία προσδιορισμού του  $z_{\text{pix}}$ .

EXP 14 ( $t_0 = 20$ s)			
$t$ (s)	$z_{\text{pix}}$	$z_0_{\text{pix}}$	$z$ (cm)
97	172.46	202.37	34.09
121	155.99	202.37	30.83
147	145.85	202.37	28.83
173	132.26	202.37	26.14
202	122.54	202.37	24.22
232	110.83	202.37	21.91
260	101.64	202.37	20.09
288	95.58	202.37	18.89
319	88.82	202.37	17.56
352	81.88	202.37	16.18
387	76.04	202.37	15.03
422	70.57	202.37	13.95
458	64.38	202.37	12.73
495	59.82	202.37	11.82
532	54.3	202.37	10.73
568	50.81	202.37	10.04
603	47.66	202.37	9.42
644	44.56	202.37	8.81
680	41.74	202.37	8.25
717	38.2	202.37	7.55



## 4. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ & ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

### 4.1. Πειραματικές μετρήσεις

Έγιναν συνολικά 21 πειράματα των οποίων οι αρχικές συνθήκες και παράγωγα αυτών φαίνονται στον Πίνακα 4.1. Οι Πίνακες 4.1 (α) και (β) διαφέρουν μόνο ως προς την πυκνότητα  $\rho_a$  του περιβάλλοντος γλυκού νερού του δοχείου διάχυσης. Στον Πίνακα 4.1(α) η πυκνότητα υπολογίστηκε με βάση τη θερμοκρασία του από τη σχέση

$$\rho_a = -0.0041T_a^2 - 0.0435T_a + 1000.7$$

όπου η πυκνότητα δίδεται σε gr/L και η θερμοκρασία σε °C ( $15\text{ }^\circ\text{C} < T < 40\text{ }^\circ\text{C}$ ). Στον Πίνακα 4.1(β) η πυκνότητα μετρήθηκε με το ίδιο πυκνόμετρο που μετρούνταν και αυτή του νερού της φλέβας. Στην ανάλυση που ακολουθεί, χρησιμοποιήθηκαν οι παράμετροι του δεύτερου πίνακα που θεωρείται περισσότερο αντιπροσωπευτικός όσον αφορά στην πυκνότητα του περιβάλλοντος νερού  $\rho_a$ , δεδομένου ότι τα νερά της περιοχής περιέχουν άλατα σε μεγάλες συγκεντρώσεις. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε συνοπτικά τις σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων των πινάκων.

D	διάμετρος φλέβας
$\rho_o$	πυκνότητα νερού φλέβας
$\rho_a$	πυκνότητα νερού δοχείου (περιβάλλον)
$g_o'$	$=\{(\Delta\rho)_o/\rho_o\}g$
W	αρχική ομοιόμορφη ταχύτητα φλέβας
$Q = \frac{\pi D^2}{4} W$	ειδική παροχή μάζας (ογκομετρική)
$M = QW$	ειδική ορμή
$B = \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho_o} gQ$	ειδική ανωστική δύναμη
$Re = \frac{WD}{\nu}$	αριθμός Reynolds
$l_M = \frac{M^{3/4}}{B^{1/2}}$	κλίμακα μήκους
$l_Q = \frac{Q}{M^{1/2}}$	κλίμακα μήκους
$R_o = \frac{l_Q}{l_M}$	αρχικός αριθμός Richardson της φλέβας
$F_o = \frac{W}{\sqrt{[(\Delta\rho)_o / \rho_o]gD}}$	αρχικός πυκνομετρικός αριθμός Froude της φλέβας

**Πίνακας 4.1(α)** Αρχικές συνθήκες και παράγωγα μεγέθη των πειραμάτων που διεξήχθησαν. Η πυκνότητα του νερού του δοχείου υπολογίστηκε με βάση τη θερμοκρασία του.

$\alpha/\alpha$	D (cm)	Q (cc/s)	U (cm/s)	$T_a$ (°C)	$\rho_o$ (gr/L)	$\rho_a$ (gr/L)	$g_o'$ (cm/s <sup>2</sup> )	M (cm <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> )	B (cm <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> )	Re	$l_Q$ (cm)	$l_M$ (cm)	$R_o$	$F_o$
1	0.75	28.70	64.96	15.20	1010.2	999.1	10.79	1864.44	309.60	4851	0.665	16.126	0.041	22.84
3	0.75	12.04	27.26	15.50	1010.0	999.0	10.64	328.34	128.20	2036	0.665	6.812	0.098	9.65
4	0.75	16.21	36.69	15.50	1010.0	999.0	10.64	594.62	172.53	2740	0.665	9.168	0.073	12.98
5	1.00	12.04	15.33	15.50	1010.0	999.0	10.64	184.69	128.20	1527	0.886	4.425	0.200	4.70
6	1.50	20.37	11.53	15.50	1010.0	999.0	10.64	234.85	216.85	1722	1.329	4.074	0.326	2.89
7	1.50	16.21	9.17	15.50	1010.0	999.0	10.64	148.66	172.53	1370	1.329	3.241	0.410	2.30
8	1.50	12.04	6.82	15.50	1010.0	999.0	10.64	82.08	128.20	1018	1.329	2.409	0.552	1.71
9	1.00	20.37	25.94	12.50	1011.8	999.5	11.91	528.41	242.64	2583	0.886	7.075	0.125	7.52
10	1.00	17.60	22.40	12.50	1011.8	999.5	11.91	394.21	209.57	2231	0.886	6.111	0.145	6.49
11	1.00	14.82	18.87	12.50	1012.4	999.5	12.48	279.64	185.02	1879	0.886	5.027	0.176	5.34
12	1.00	11.35	14.45	12.50	1012.4	999.5	12.48	164.02	141.70	1439	0.886	3.850	0.230	4.09
13	1.00	9.27	11.80	12.50	1012.4	999.5	12.48	109.36	115.71	1175	0.886	3.144	0.282	3.34
14	1.50	12.74	7.21	12.50	1005.2	999.5	5.55	91.82	70.66	1077	1.329	3.529	0.377	2.50
15	0.50	17.60	89.62	12.50	1005.2	999.5	5.55	1576.86	97.61	4462	0.443	25.327	0.017	53.81
16	0.50	13.43	68.41	12.50	1005.2	999.5	5.55	918.85	74.51	3406	0.443	19.334	0.023	41.07

17	0.50	12.04	61.34	14.00	1008.0	999.3	8.48	738.76	102.12	3054	0.443	14.022	0.032	29.79
18	0.75	17.60	39.83	13.60	1008.0	999.4	8.42	700.83	148.13	2974	0.665	11.192	0.059	15.85
19	0.75	20.37	46.11	13.20	1008.0	999.4	8.36	939.40	170.28	3444	0.665	13.003	0.051	18.42
20	1.50	18.98	10.74	13.00	1017.5	999.4	17.41	203.94	330.52	1604	1.329	2.968	0.448	2.10
21	1.50	16.21	9.17	13.50	1017.5	999.4	17.48	148.66	283.38	1370	1.329	2.529	0.526	1.79
22	1.50	13.43	7.60	13.00	1017.5	999.4	17.41	102.09	233.86	1135	1.329	2.100	0.633	1.49

**Πίνακας 4.1(β)** Αρχικές συνθήκες και παράγωγα μεγέθη των πειραμάτων που διεξήχθησαν. Η πυκνότητα του νερού του δοχείου μετρήθηκε με το πυκνόμετρο.

$\alpha/\alpha$	D (cm)	Q (cc/s)	U (cm/s)	$\rho_o$ (gr/L)	$\rho_a$ (gr/L)	$g_o'$ (cm/s <sup>2</sup> )	M (cm <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> )	B (cm <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> )	Re	$l_Q$ (cm)	$l_M$ (cm)	$R_o$	$F_o$
1	0.75	28.70	64.96	1010.2	1000.8	9.13	1864.44	261.98	4851	0.665	17.530	0.038	24.83
3	0.75	12.04	27.26	1010.0	1000.8	8.94	328.34	107.62	2036	0.665	7.435	0.089	10.53
4	0.75	16.21	36.69	1010.0	1000.8	8.94	594.62	144.83	2740	0.665	10.006	0.066	14.17
5	1.00	12.04	15.33	1010.0	1000.8	8.94	184.69	107.62	1527	0.886	4.829	0.184	5.13
6	1.50	20.37	11.53	1010.0	1000.8	8.94	234.85	182.04	1722	1.329	4.446	0.299	3.15
7	1.50	16.21	9.17	1010.0	1000.8	8.94	148.66	144.83	1370	1.329	3.538	0.376	2.51
8	1.50	12.04	6.82	1010.0	1000.8	8.94	82.08	107.62	1018	1.329	2.629	0.506	1.86
9	1.00	20.37	25.94	1011.8	1002.0	9.50	528.41	193.57	2583	0.886	7.922	0.112	8.41
10	1.00	17.60	22.40	1011.8	1002.0	9.50	394.21	167.19	2231	0.886	6.842	0.130	7.27
11	1.00	14.82	18.87	1012.4	1002.0	10.08	279.64	149.35	1879	0.886	5.596	0.158	5.94
12	1.00	11.35	14.45	1012.4	1002.0	10.08	164.02	114.38	1439	0.886	4.285	0.207	4.55
13	1.00	9.27	11.80	1012.4	1002.0	10.08	109.36	93.40	1175	0.886	3.499	0.253	3.72
14	1.50	12.74	7.21	1005.2	1002.0	3.12	91.82	39.78	1077	1.329	4.703	0.283	3.33
15	0.50	17.60	89.62	1005.2	1002.0	3.12	1576.86	54.95	4462	0.443	33.756	0.013	71.72
16	0.50	13.43	68.41	1005.2	1002.0	3.12	918.85	41.95	3406	0.443	25.768	0.017	54.74

17	0.50	12.04	61.34	1008.0	1001.7	6.13	738.76	73.84	3054	0.443	16.490	0.027	35.03
18	0.75	17.60	39.83	1008.0	1001.8	6.03	700.83	106.17	2974	0.665	13.219	0.050	18.72
19	0.75	20.37	46.11	1008.0	1001.8	6.03	939.40	122.92	3444	0.665	15.305	0.043	21.68
20	1.50	18.98	10.74	1017.5	1001.8	15.14	203.94	287.36	1604	1.329	3.184	0.418	2.25
21	1.50	16.21	9.17	1017.5	1001.8	15.14	148.66	245.34	1370	1.329	2.718	0.489	1.92
22	1.50	13.43	7.60	1017.5	1001.8	15.14	102.09	203.32	1135	1.329	2.253	0.590	1.60

Για να συγκρίνουμε τα πειραματικά δεδομένα με τη θεωρία που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 2, χωρίσαμε περαιτέρω τα πειράματα σε τρεις αντιπροσωπευτικές ομάδες, ανάλογα με τον αρχικό αριθμό Richardson της φλέβας. Η πρώτη ομάδα πειραμάτων αντιστοιχεί σε  $R_o < 0.050$  (πολύ μικρός) όπου για  $z/l_M < 1$  η φλέβα συμπεριφέρεται ως απλή (jet). Η δεύτερη ομάδα πειραμάτων αντιστοιχεί σε  $R_o > 0.350$  (μεγάλος) όπου για  $z/l_M > 5$  η φλέβα συμπεριφέρεται ως πλούμιο (plume). Η τρίτη ομάδα πειραμάτων αντιστοιχεί ενδιάμεσους αριθμούς Richardson  $0.050 < R_o < 0.350$  (ενδιάμεσες τιμές) όπου η φλέβα συμπεριφέρεται ως ανωστική (buoyant jet).

## 4.2. Απλές φλέβες

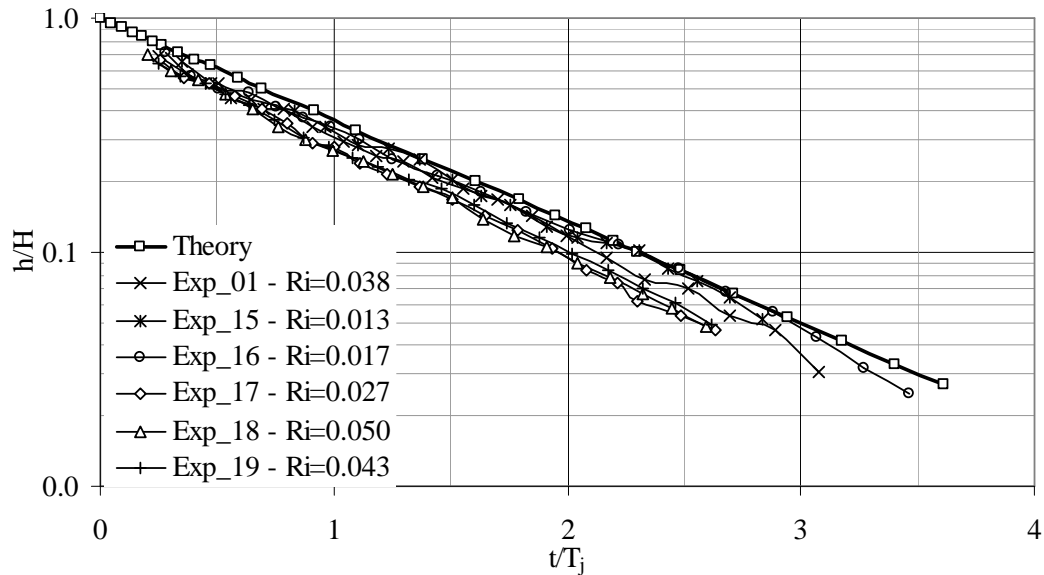
Οι αρχικές συνθήκες των πειραματικών δεδομένων που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό φαίνονται στον Πίνακα 4.2. Στο διάγραμμα του σχήματος 4.1 φαίνεται σε αδιάστατη μορφή η στάθμη της διεπιφάνειας  $h/H$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t/T_j$ , όπου  $t=0$  ορίζουμε τη χρονική στιγμή που η φλέβα αγγίζει αρχικά τον πυθμένα. Παρατηρούμε ότι εάν εξαιρέσουμε τα πειράματα 15 και 16 με τους μικρότερους αρχικούς αριθμούς Richardson 0.013 και 0.017 αντίστοιχα, τα υπόλοιπα πειράματα αποκλίνουν από τη θεωρητική καμπύλη  $\tau_j = t/T_j = \ln(H/h)$  που υπολογίσαμε στο κεφάλαιο 2 της παρούσας.

**Πίνακας 4.2** Αρχικές συνθήκες και παράγωγα μεγέθη των πειραμάτων με  $R_o < 0.050$ .

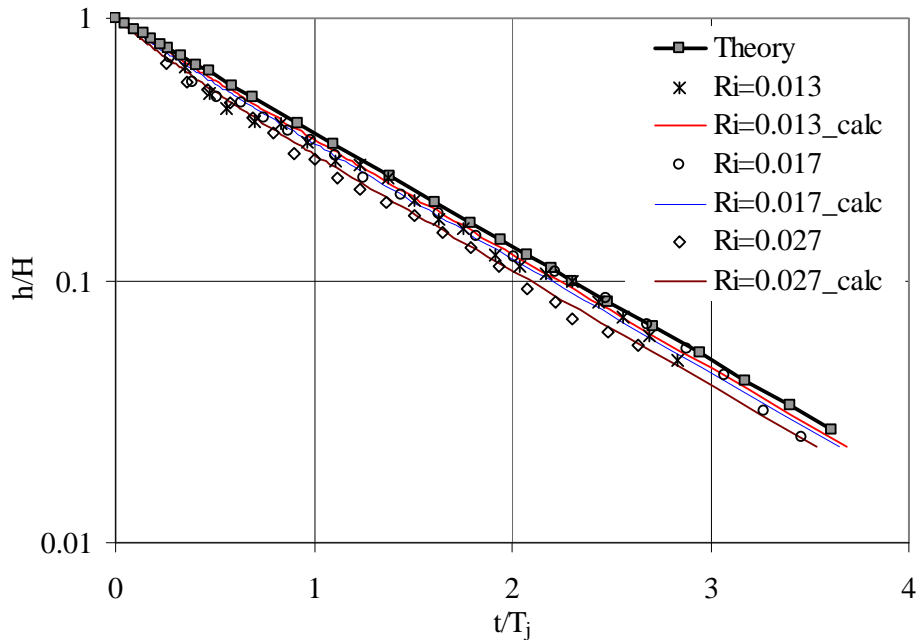
Exp	D(cm)	Q (cc/s)	$g_o'$	M (cm <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> )	B(cm <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> )	Re	$R_o$	$F_o$
1	0.75	28.70	9.13	1864.44	261.98	4851	0.038	24.83
15	0.50	17.60	3.12	1576.86	54.95	4462	0.013	71.72
16	0.50	13.43	3.12	918.85	41.95	3406	0.017	54.74
17	0.50	12.04	6.13	738.76	73.84	3054	0.027	35.03
18	0.75	17.60	6.03	700.83	106.17	2974	0.050	18.72
19	0.75	20.37	6.03	939.40	122.92	3444	0.043	21.68

Στο διάγραμμα του σχήματος 4.2 φαίνεται σε αδιάστατη μορφή η στάθμη της διεπιφάνειας  $h/H$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t/T_j$ , για τα πειράματα 15, 16 και 17 με αριθμούς Richardson 0.013, 0.017 και 0.027 αντίστοιχα. Εκτός από τα πειραματικά δεδομένα και τη θεωρητική καμπύλη, στο διάγραμμα αυτό φαίνεται με συνεχή γραμμή ο υπολογισμός της αδιάστατης στάθμης της διεπιφάνειας που βασίστηκε στη σχέση (2.13) του παρόντος που προέκυψε από τη θεωρία των List & Imberger (1973). Ο υπολογισμός της στάθμης έγινε με αριθμητική ολοκλήρωση όπου η διαφορά στη στάθμη της διεπιφάνειας  $\Delta h$  προκύπτει από την εξίσωση διατήρησης του όγκου (συνέχεια), δηλαδή αν  $\mu(h)$  είναι η παροχή της ανωστικής φλέβας σε απόσταση  $h$  από την πηγή που υπολογίζουμε με τη σχέση (2.13), τότε μετά από χρόνο  $\Delta t$  η διεπιφάνεια έχει κατέλθει σε απόσταση  $\Delta h = \mu(h)\Delta t / A$ , όπου  $A$  είναι το εμβαδόν της διατομής της δεξαμενής διάχυσης. Παρατηρούμε ότι ακόμη και για τους μικρότερους αριθμούς

Richardson, η υπολογισμένη απόσταση  $h/H$  διαφέρει από τη θεωρητική της απλής φλέβας.



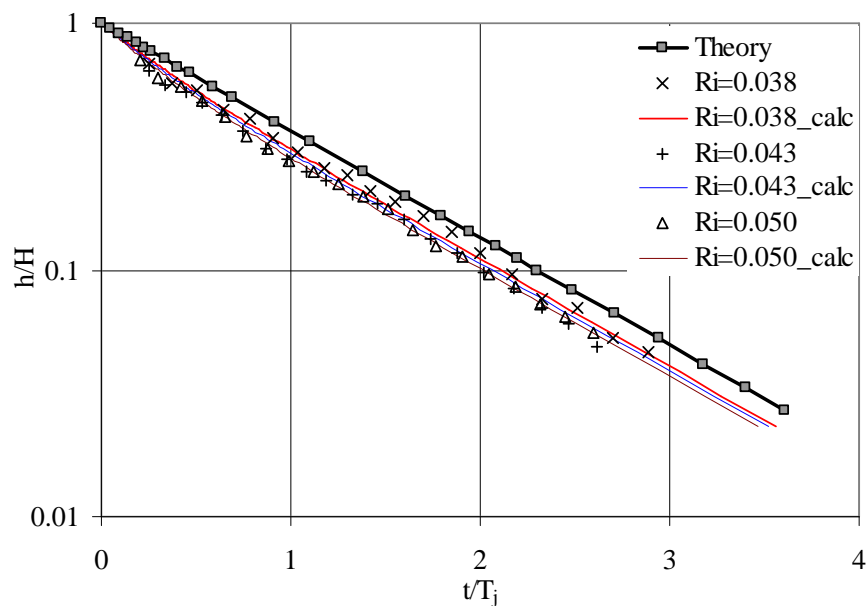
**Σχήμα 4.1** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου για απλή φλέβα.



**Σχήμα 4.2** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου, πειραματικές μετρήσεις και υπολογισμοί.

Στο Σχήμα 4.3 φαίνονται οι πειραματικές μετρήσεις και οι υπολογισμοί της στάθμης της διεπιφάνειας με τη θεωρία των ανωστικών φλεβών των List & Imberger (1973) για τα υπόλοιπα πειράματα της κατηγορίας των απλών φλεβών. Παρατηρούμε ότι αν και ο αρχικός αριθμός Richardson της φλέβας είναι σχετικά μικρός, ο υπολογισμός για τη στάθμη της διεπιφάνειας πρέπει να βασίζεται στη θεώρηση της φλέβας ως ανωστικής παρά ως απλής.

Οι Baines & Turner (1969) και οι Bloomfield & Kerr (1998) στις ερευνητικές τους εργασίες έχουν χρησιμοποιήσει το μηχανισμό του ‘filling box’ για τον προσδιορισμό του νοητού κέντρου της φλέβας, οι πρώτοι αναφορικά με πλούμια και οι δεύτεροι με πίδακες (fountains) αρνητικής άνωσης με πολύ μεγάλη αρχική ειδική ορμή. Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζουμε τα δεδομένα όλων των πειραμάτων με  $R_o \leq 0.050$ , όπου θεωρώντας ότι οι φλέβες συμπεριφέρονται ως απλές, προσθέσαμε στην απόσταση  $h$  της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο ένα σταθερό μήκος τέτοιο που να φέρνει όλα τα δεδομένα πάνω στη θεωρητική καμπύλη των απλών φλεβών. Στον Πίνακα 4.3 φαίνονται οι αδιάστατες αποστάσεις  $z_v/D$  του νοητού κέντρου της φλέβας από τη στάθμη  $z=0$  του ακροφυσίου. Αρνητικοί αριθμοί αντιστοιχούν σε απόσταση στα ανάντη της στάθμης του ακροφυσίου ενώ θετικοί αντίστροφα. Επίσης στην τελευταία στήλη έχουν προστεθεί τα νοητά κέντρα των φλεβών για  $R_o \leq 0.050$ , έτσι ώστε τα πειραματικά δεδομένα να ταυτίζονται με την πρόβλεψη του μοντέλου με βάση τη θεωρία των List & Imberger (LI). Παρατηρούμε ότι για τη δεδομένη πειραματική διάταξη και διαμέτρους της φλέβας ίσες με 0.50 και 0.75 cm, η απόσταση του νοητού κέντρου της φλέβας από το ακροφύσιο περιορίζεται στην περιοχή  $-1.6D < z_v < 0.25D$ , ανεξάρτητα με τη μεθοδολογία υπολογισμού της θεωρητικής στάθμης της διεπιφάνειας, δηλαδή είτε θεωρώντας την ως απλή φλέβα (εξίσωση 2.20) είτε ως ανωστική (εξίσωση 2.13 για τον υπολογισμό της παροχής από θεωρία των List & Imberger, 1973).

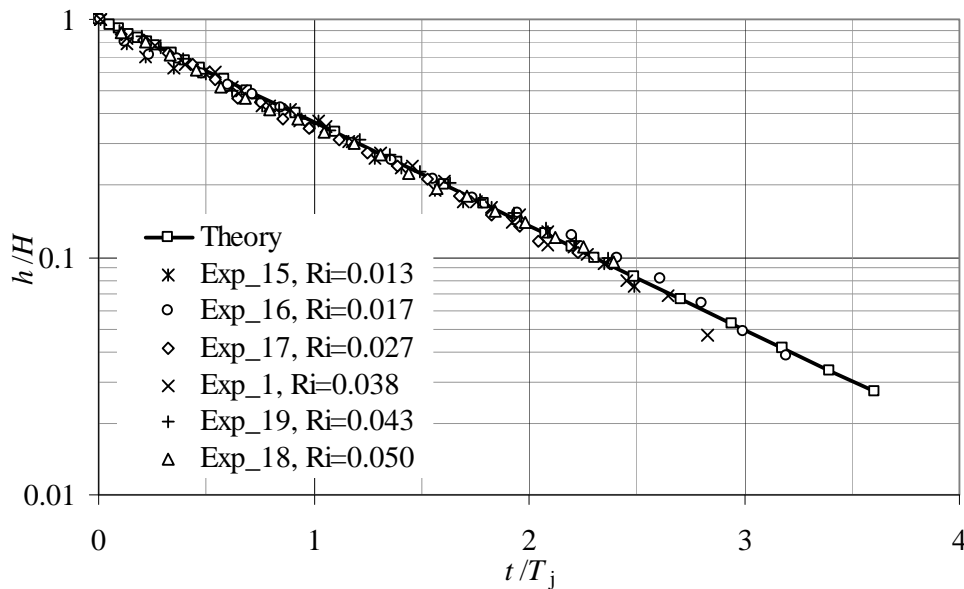


**Σχήμα 4.3** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου, πειραματικές μετρήσεις και υπολογισμοί για  $0.030 < R_o < 0.050$ .



**Πίνακας 4.3** Αδιάστατες αποστάσεις  $z_v/D$  του νοητού κέντρου της φλέβας από τη στάθμη  $z=0$  του ακροφυσίου για φλέβες με  $R_o \leq 0.050$ .

Exp	D(cm)	Re	$R_o$	$z_v/D$	$z_v/D$ (LI)
1	0.75	4851	0.038	-0.1	---
15	0.50	4462	0.013	0.25	0.25
16	0.50	3406	0.017	-0.25	---
17	0.50	3054	0.027	-1.6	-1
18	0.75	2974	0.050	-1.3	-0.5
19	0.75	3444	0.043	-1	---



**Σχήμα 4.4** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου, πειραματικές μετρήσεις με θεώρηση ‘νοητού κέντρου’ (virtual origin) θεωρώντας ότι οι φλέβες συμπεριφέρονται ως απλές για  $R_o \leq 0.050$ .

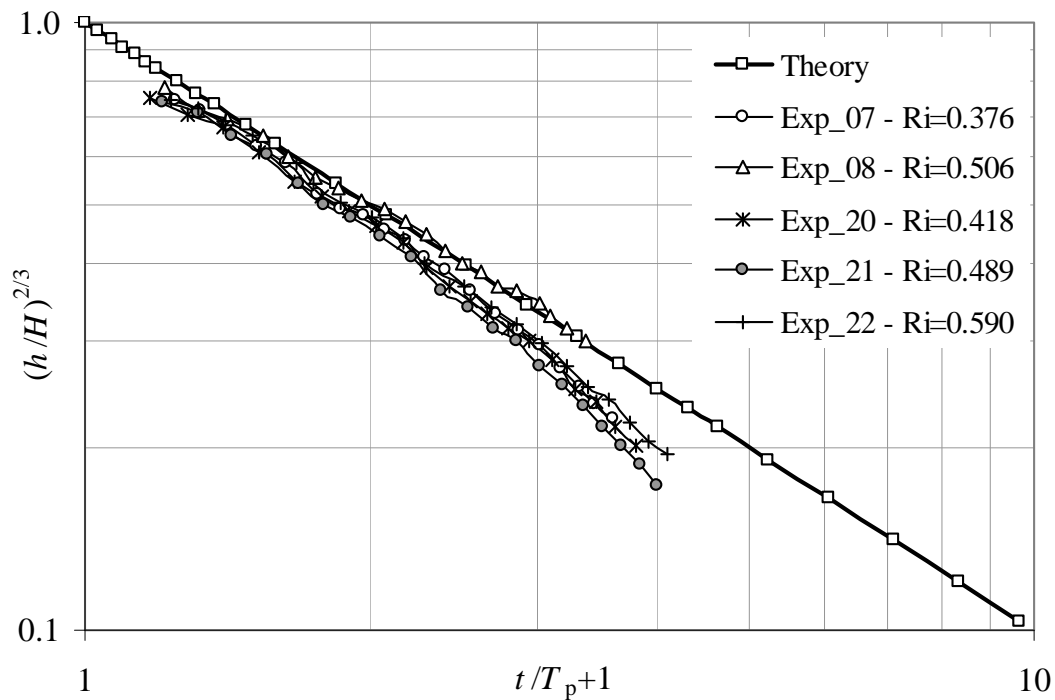
### 4.3. Πλούμια

Οι αρχικές συνθήκες των πειραματικών δεδομένων που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό φαίνονται στον Πίνακα 4.4. Στο διάγραμμα του Σχήματος 4.5 φαίνεται σε αδιάστατη μορφή η στάθμη της διεπιφάνειας  $h/H$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t/T_p$ , όπου  $t=0$  ορίζουμε τη χρονική στιγμή που το πλούμιο αγγίζει αρχικά τον πυθμένα. Παρατηρούμε ότι εάν εξαιρέσουμε το πείραμα 8, τα υπόλοιπα πειράματα αποκλίνουν από τη θεωρητική καμπύλη  $\tau_p + 1 = (H/h)^{2/3}$  που υπολογίσαμε στο κεφάλαιο 2 της παρούσας. Εάν στη στάθμη του ακροφυσίου προσθέσουμε και την απόσταση του νοητού κέντρου του πλουμίου, τότε μπορούμε να φέρουμε όλα τα δεδομένα σε σύμπτωση με τη θεωρητική καμπύλη όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.6.

Στον Πίνακα 4.5 φαίνονται οι αδιάστατες αποστάσεις  $z_v/D$  του νοητού κέντρου της φλέβας από τη στάθμη  $z=0$  του ακροφυσίου. Αρνητικοί αριθμοί αντιστοιχούν σε απόσταση στα ανάντη της στάθμης του ακροφυσίου ενώ θετικοί αντίστροφα. Παρατηρούμε ότι για τη δεδομένη πειραματική διάταξη και διάμετρο φλέβας 1.50 cm, η απόσταση του νοητού κέντρου της φλέβας από το ακροφύσιο περιορίζεται στην περιοχή  $-1.5D < z_v < 0.5D$  θεωρώντας τη φλέβα ως πλούμιο. (εξίσωση 2.20) είτε ως ανωστική (εξίσωση 2.13 για τον υπολογισμό της παροχής από θεωρία των List & Imberger, 1973)

**Πίνακας 4.4** Αρχικές συνθήκες και παράγωγα μεγέθη των πειραμάτων με  $R_o < 0.050$ .

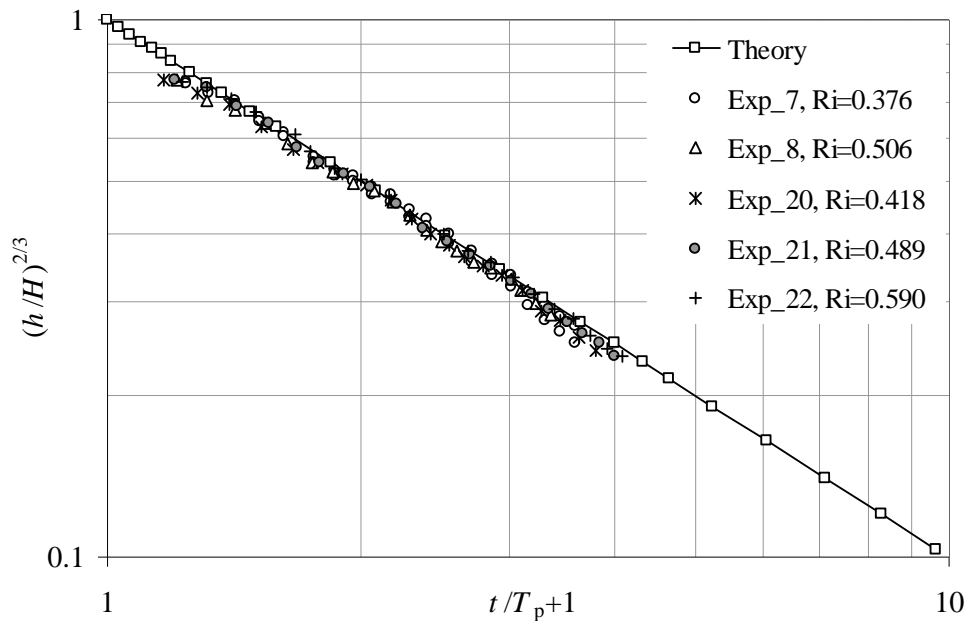
Exp	D(cm)	Q (cc/s)	go'	M (cm <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> )	B(cm <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> )	Re	R <sub>o</sub>	Fo
7	1.50	16.21	8.94	148.66	144.83	1370	0.376	2.51
8	1.50	12.04	8.94	82.08	107.62	1018	0.506	1.86
20	1.50	18.98	15.14	203.94	287.36	1604	0.418	2.25
21	1.50	16.21	15.14	148.66	245.34	1370	0.489	1.92
22	1.50	13.43	15.14	102.09	203.32	1135	0.590	1.60



**Σχήμα 4.5** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την 'πηγή' σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου για πλούμια.

**Πίνακας 4.5** Αδιάστατες αποστάσεις  $z_v/D$  του νοητού κέντρου της φλέβας από τη στάθμη  $z=0$  του ακροφυσίου για φλέβες με  $Re \geq 0.350$ .

Exp	D(cm)	Re	Ri	$z_v/D$
7	1.50	1370	0.376	-0.7
8	1.50	1018	0.506	0.5
20	1.50	1604	0.418	-1
21	1.50	1370	0.489	-1.5
22	1.50	1135	0.590	-1



**Σχήμα 4.6** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου, πειραματικές μετρήσεις με θεώρηση ‘νοητού κέντρου’ (virtual origin) θεωρώντας ότι οι φλέβες συμπεριφέρονται ως πλούμια για  $Re \geq 0.350$ .

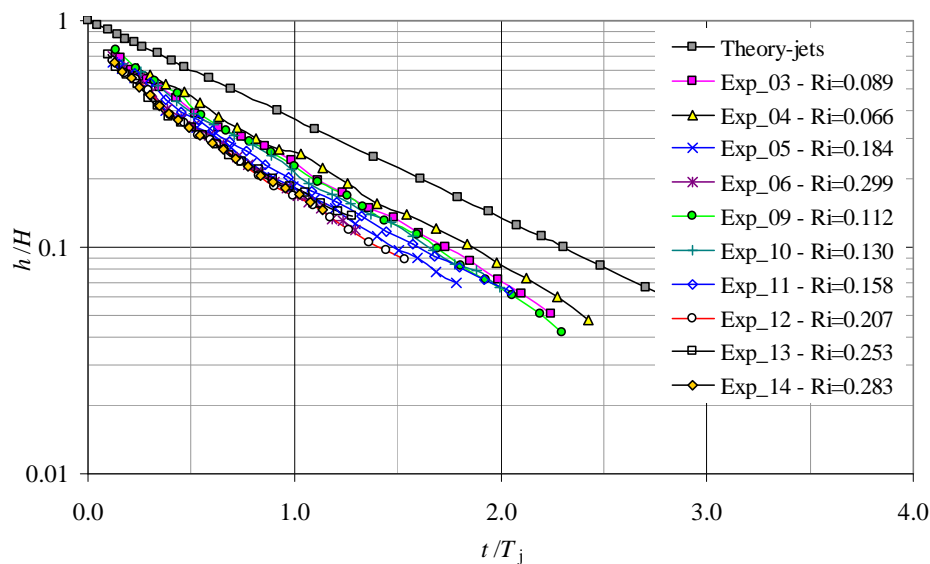
#### 4.4. Ανωστικές φλέβες

Τέλος, στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της τρίτης ομάδας πειραμάτων που αντιστοιχεί ενδιάμεσους αριθμούς Richardson  $0.050 < Ri < 0.350$  (ενδιάμεσες τιμές) όπου η φλέβα συμπεριφέρεται ως ανωστική (buoyant jet). Οι αρχικές συνθήκες των πειραματικών δεδομένων που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό φαίνονται στον Πίνακα 4.6. Στο διάγραμμα του σχήματος 4.7 φαίνεται σε αδιάστατη μορφή η στάθμη της διεπιφάνειας  $h/H$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t/T_j$ . Επιλέξαμε τη χαρακτηριστική χρονική κλίμακα των απλών φλεβών για την αδιαστατοποίηση, επειδή αυτές είναι σε μεταβατικό στάδιο ανάμεσα στις απλές φλέβες και τα πλούμια, ενώ δεν είναι πλήρως ανεπτυγμένες σε πλούμια. Η διεπιφάνεια μετακινείται με σχετικά μεγάλη ταχύτητα, όχι βέβαια όπως αυτή σε απλές φλέβες αλλά αισθητά μεγαλύτερη απ’ ότι στα πλούμια. Στο διάγραμμα του σχήματος 4.8

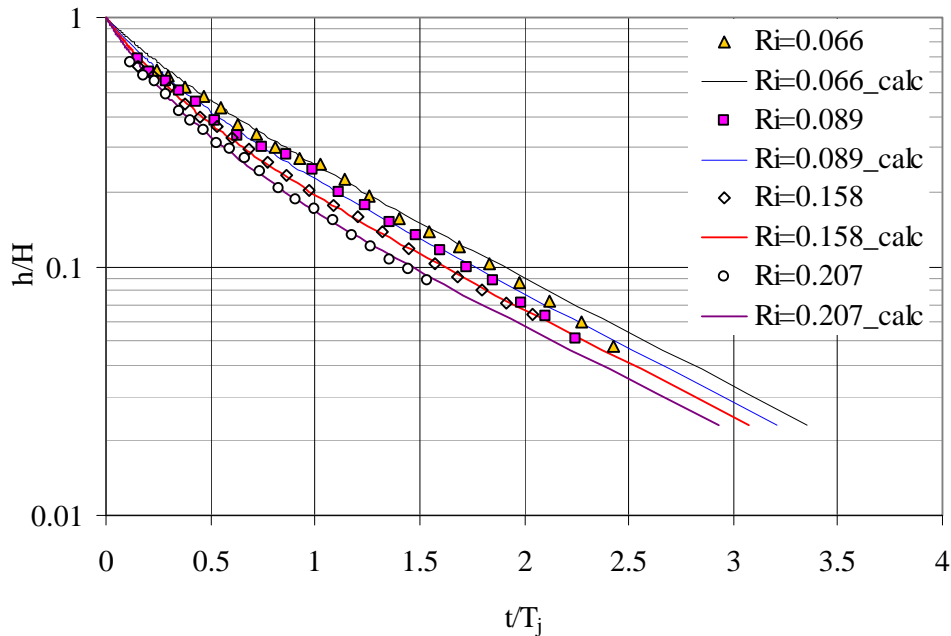
παρουσιάζεται σε αδιάστατη μορφή η στάθμη της διεπιφάνειας  $h/H$  σαν συνάρτηση του χρόνου  $t/T_j$  για επιλεγμένα πειράματα με διαφορετικό αριθμό Richardson, για σύγκριση με τη θεωρητική λύση των ανωστικών φλεβών. Για τη σύμπτωση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικής καμπύλης με βάση τη θεωρία των List & Imberger (1973) προστέθηκε και η απόσταση του νοητού κέντρου της φλέβας, η τιμή της οποίας φαίνεται στον Πίνακα 4.7 για το καθένα από τα τέσσερα πειράματα που εξετάστηκαν. Παρατηρούμε ότι το νοητό κέντρο της ανωστικής φλέβας βρίσκεται σε απόσταση όχι μεγαλύτερη από μια διάμετρο στα κατάντη του ακροφυσίου όταν η διάμετρος της ανωστικής φλέβας είναι 0.75 ή 1 cm.

**Πίνακας 4.6** Αρχικές συνθήκες και παράγωγα μεγέθη των πειραμάτων με  $0.050 < R_o < 0.350$ .

Exp	D(cm)	Q (cc/s)	$g_o'$	$M$ (cm <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> )	$B$ (cm <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> )	Re	Ri	$F_o$
3	0.75	12.04	8.94	328.34	107.62	2036	0.089	10.53
4	0.75	16.21	8.94	594.62	144.83	2740	0.066	14.17
5	1.00	12.04	8.94	184.69	107.62	1527	0.184	5.13
6	1.50	20.37	8.94	234.85	182.04	1722	0.299	3.15
9	1.00	20.37	9.50	528.41	193.57	2583	0.112	8.41
10	1.00	17.60	9.50	394.21	167.19	2231	0.130	7.27
11	1.00	14.82	10.08	279.64	149.35	1879	0.158	5.94
12	1.00	11.35	10.08	164.02	114.38	1439	0.207	4.55
13	1.00	9.27	10.08	109.36	93.40	1175	0.253	3.72
14	1.50	12.74	3.12	91.82	39.78	1077	0.283	3.33



**Σχήμα 4.7** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου από πειραματικές μετρήσεις σε ανωστικές φλέβες για  $0.050 < R_o < 0.350$ .



**Σχήμα 4.8** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου. Πειραματικές μετρήσεις με θεώρηση ‘νοητού κέντρου’ (virtual origin) συγκρίνονται με τη θεωρητική λύση ανωστικών φλεβών για  $0.050 < R_o < 0.350$ .

**Πίνακας 4.7** Αδιάστατες αποστάσεις  $z_v/D$  του νοητού κέντρου της φλέβας από τη στάθμη  $z=0$  του ακροφυσίου για ανωστικές φλέβες  $0.050 < R_o < 0.350$ .

Exp	D(cm)	Re	Ri	$z_v/D$
3	0.75	2036	0.089	1
4	0.75	2740	0.066	1
11	1.00	1879	0.158	0.5
12	1.00	1439	0.207	1

#### 4.5. Σύγκριση χρόνου μετακίνησης της διεπιφάνειας απλών, ανωστικών φλεβών και πλουμίων

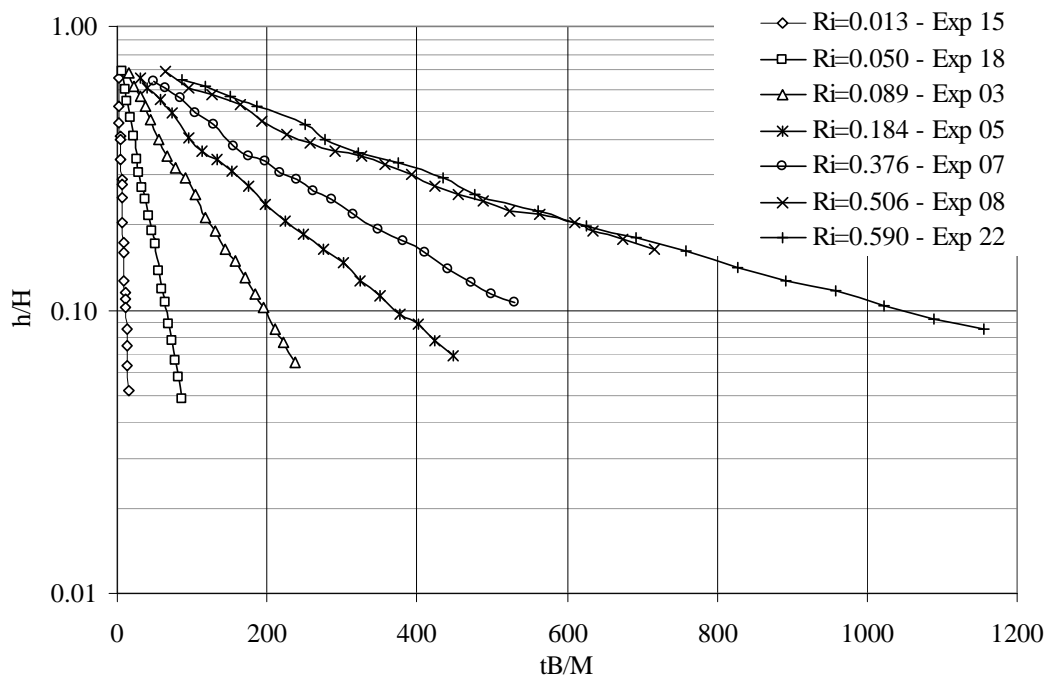
Για τη σύγκριση όλων των κατηγοριών που περιγράψαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, στο διάγραμμα του σχήματος 4.9 φαίνεται η μεταβολή της αδιάστατης απόστασης της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου  $tB/M$ , όπου  $t$  είναι ο χρόνος που παρήλθε αφότου η φλέβα άγγιξε τον πυθμένα. Παρατηρούμε ότι μια απλή φλέβα μπορεί να προκαλέσει ανάμειξη σε περιορισμένο αποδέκτη σε αδιάστατο χρόνο περί τις δύο τάξεις μεγέθους μικρότερο από αυτόν που χρειάζεται ένα απλό πλούμιο. Επίσης, από το διάγραμμα είναι προφανές ότι η αδιάστατη απόσταση  $h/H$  της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο είναι μια εκθετική συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου  $tB/M$  της μορφής

$$\frac{h}{H} = C \exp(-ktB/M) = C \exp(-k\tau)$$

Στον Πίνακα 4.8 φαίνονται οι σταθερές  $C$  και  $k$  που αντιστοιχούν στα πειράματα του σχήματος 4.9, όπου  $R^2$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης που προκύπτει πολύ κοντά στη μονάδα. Ενώ η τιμή του συντελεστή  $k$  του εκθέτη είναι φθίνουσα κατά τη μετάβαση από μια αρχικά απλή φλέβα προς τα πλούμια, η σταθερά  $C$  φαίνεται να λαμβάνει μια τιμή περί το 0.7 για αρχικό αριθμό Richardson μεγαλύτερο από 0.10.

**Πίνακας 4.8** Τιμές των συντελεστών  $C$  και  $k$  που προέκυψαν από την εκθετική συνάρτηση ελαχίστων τετραγώνων, για τα πειράματα του σχήματος 4.9.

Experiment	C	k	R <sup>2</sup>
15	0.8529	0.1867	0.9947
18	0.8354	0.0326	0.9986
3	0.7505	0.0103	0.9977
5	0.7051	0.0053	0.9959
7	0.721	0.0037	0.9941
8	0.7163	0.0021	0.9861
22	0.7054	0.0019	0.9910



**Σχήμα 4.9** Αδιάστατη απόσταση της διεπιφάνειας από την ‘πηγή’ σαν συνάρτηση του αδιάστατου χρόνου  $tB/M$  για ολόκληρη την περιοχή πειραμάτων  $0.013 \leq R_o \leq 0.590$ .

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων των πειραμάτων στο προηγούμενο κεφάλαιο, που έγινε με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε στο κεφάλαιο 2 του παρόντος, προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Οι απλές φλέβες (jets με πολύ μικρό αρχικό αριθμό Richardson) προκαλούν την ανάμειξη σε περιορισμένο αποδέκτη σε πολύ μικρότερο χρόνο απ' ό,τι ένα πλούμιο. Αυτό κυρίως οφείλεται στην ταχύτητα (αδράνεια) της ροής της απλής φλέβας παρά στο συντελεστή συμπαράσυρσης που είναι μεγαλύτερος σε ένα πλούμιο. Η συνολική μάζα του περιβάλλοντος ρευστού που συμπαράσυρει το πλούμιο είναι μικρότερη απ' αυτή που συμπαράσυρει η απλή φλέβα επειδή η αξονική κατανομή της ταχύτητας είναι πολύ μεγαλύτερη στη δεύτερη.
- Τα πειραματικά αποτελέσματα της αδιαστατοποιημένης θέσης της διεπιφάνειας ανάμεσα στην περιοχή ανάμειξης και το νερό του δοχείου ακολουθούν με καλή ακρίβεια τις θεωρητικές λύσεις των απλών φλεβών και πλουμίων, όταν ο αρχικός αριθμός του Richardson της φλέβας είναι πολύ μικρός ή κοντά στην οριακή τιμή 0.60 αντίστοιχα. Τα πειραματικά δεδομένα και η θεωρητική λύση ταυτίζονται, εάν τα πρώτα αναπροσαρμοστούν με τη χρήση του νοητού κέντρου (virtual origin) της φλέβας.
- Ο προσδιορισμός της θέσης της διεπιφάνειας με χρήση της γενικευμένης εξίσωσης των List & Imberger (1973) δίνει ακριβή αποτελέσματα για όλο το εύρος των αρχικών αριθμών Richardson της φλέβας,  $0 < R_o < 0.60$ .
- Το νοητό κέντρο των φλεβών που εξετάστηκαν με βάση τη διάταξη δημιουργίας της φλέβας που χρησιμοποιήσαμε δεν απείχε περισσότερο από  $\pm 1.5$  διαμέτρους από το ακροφύσιο, δεδομένου πάντοτε ότι ο αρχικός αριθμός Reynolds της φλέβας ξεπερνά το 1000 ακόμη και στην περίπτωση των πλουμίων.
- Οι τεχνικές μέτρησης (laser induced fluorescence –LIF) και ανάλυσης των εικόνων με το σχεδιαστικό πακέτο AutoCad<sup>®</sup> που χρησιμοποιήθηκαν έδωσαν πολύ καλά αποτελέσματα.

Ως περαιτέρω διερεύνηση του προβλήματος προτείνονται να γίνουν τα εξής:

- Προσδιορισμός της στάθμης της διεπιφάνειας όταν σαν μηχανισμός ανάμειξης χρησιμοποιείται φλέβα θετικής άνωσης υπό γωνία ως προς την κατακόρυφο, με προσδιορισμό της παροχής που διασχίζει την διεπιφάνεια με επίλυση του μη γραμμικού συστήματος των εξισώσεων συμπαράσυρσης (βλ. Για παράδειγμα Michas & Papanicolaou, 2009).
- Σε κάθε περίπτωση, αριθμητικός προσδιορισμός της συγκέντρωσης δείκτη που μεταφέρει η φλέβα ή της κατανομής της πυκνότητας σαν συνάρτηση του χρόνου στην περιοχή ανάμειξης της φλέβας (υλοποιήθηκε πρόσφατα στη Διπλωματική Εργασία του Δέσκου, 2012).
- Πειραματικός προσδιορισμός της κατανομής συγκέντρωσης του δείκτη στην περιοχή ανάμειξης της φλέβας σαν συνάρτηση του χρόνου με την τεχνική LIF. Αυτό προϋποθέτει την κατάλληλη ρύθμιση του οργάνου έτσι ώστε να καλύπτεται από τη γραμμική περιοχή (συγκεντρώσεις ροδαμίνης 6G που δεν υπερβαίνουν τα 50ppb).

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen R.A., & Rouse H. (1950) Diffusion of submerged jets. *Trans. ASCE* 115, 639-664.
2. Auban, O., Lemoine, F., Vallete, P., & Fontaine, J. R. (2001) Simulation by solutal convection of a thermal plume in a confined stratified environment, application to displacement ventilation. *Int. J. Heat Mass Trans.* 44, 4679-4691.
3. Baines W.D., & Turner J.S. (1968) Turbulent buoyant convection from a source in a confined region. *J. Fluid Mech.*, 37, 51–80.
4. Bloomfield LJ, Kerr RC. (1998) Turbulent fountains in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, 385, 335–356.
5. Caulfield, C. P. & Woods, A.W. (2002) The mixing in a room by localized finite-mass-flux source of buoyancy. *J. Fluid Mech.*, 471, 33-50.
6. Corrsin, S. (1943) Investigations of flow in an axially symmetric heated jet of air. NACA Wartime Rept. W-94.
7. Corrsin, S. & Uberoi, M.S. (1950) Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent jet. NACA Rept. 998.
8. Corrsin, S. & Kistler, A.L. (1955) Free stream boundaries of turbulent flows. NACA Rept. 1244.
9. Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N H. (1979) Mixing in inland and coastal waters. Academic Press, New York.
10. George, W.K., Alpert R.L. & Tamanini, F.(1977) Turbulence measurement in an axisymmetric buoyant plume. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20, 1145-1154.
11. Hinze, J.O., & van der Hegge Zijnen, B.G. (1949) Transfer of heat and matter in the turbulent zone of an axially symmetric jet. *Appl. Sci. Res.* A1, 435-461.
12. Hunt, G. R., Cooper, P. & Linden, P. F. (2001) Thermal stratification produced by plumes and jets in enclosed spaces. *Building Environ.* 36, 871-882.
13. Germeles, A. E. (1975) Forced plumes and mixing of liquids in tanks. *J. Fluid Mech.* 71, 601-623.
14. Kotsovinos, N.E. (1975). A study of the entrainment and turbulence in a plane jet. Report No. KH-R-32, W.M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, California.
15. List, E.J. & Imberger, J. (1973) Turbulent entrainment in buoyant jets and plumes. *ASCE J. Hyd. Div.* 99 (9), 1461 - 1474.
16. Linden, P.F. (1999) The fluid mechanics of natural ventilation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 31, 201-238.
17. Manins, P.C. (1979) Turbulent buoyant convection from a source in a confined region. *J. Fluid Mech.*, 91, 765-781.
18. Michas, S.N., and Papanicolaou, P.N., 2009. Horizontal round heated jets into calm uniform ambient. *Desalination* 248, 803-815.
19. Morton B.R., Taylor G.I., Turner, J.S. (1956) Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. *Proc. Roy. Soc. A* 234, 1–23.
20. Morton, B.R. (1959) Forced plumes. *J. Fluid Mech.* 5, 151–163.
21. Nakagome, H. & Hirata, M. (1976) The structure of turbulent diffusion in an axisymmetric thermal plume. *Proc. 1976 ICHMT Seminar on Turbulent Buoyant Convection*, Hemisphere Publishing, 361-372.



22. Papanicolaou, P.N., (1984) Mass and momentum transport in a turbulent buoyant vertical axisymmetric jet. Rep. KH-R-46, W.M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Inst. of Technology, Pasadena, California.
  23. Papanicolaou, P.N., and List, E.J., 1988. Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *J. Fluid Mech.*, 195, 341-391.
  24. Rouse, H., Yih, C.S., & Humphreys, H.W. (1952) Gravitational convection from a boundary source. *Tellus*, 4, 201-210.
  25. Wang, H. & Law, A.W-K., (2002) Second-order model for a round turbulent buoyant jet. *J. Fluid Mech.*, 459, 397-428.
  26. Worster, M.G. & Huppert, H.E. (1983) Time-dependent density profiles in a filling box. *J. Fluid. Mech.*, 132, 457-466.
  27. Wygnanski, I. and Fiedler, H. (1969) Some measurements in the self-preserving jet. *J. Fluid Mech.*, 38, 577-612.
  28. Zimin, V.D. & Frick, P.G. (1977) Averaged temperature fields in asymmetrical turbulent streams over localized heat sources. *Isv. Akad. Nauk., SSSR, Mekhanika Zhidkosti Gaza*, 2, 199-203.
- 

29. Δέσκος, Γ. (2012) Διάχυση τυρβώδους ανωστικής φλέβας σε περιορισμένο αποδέκτη. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ.
30. Κωτσοβίνος, Ν., Αγγελίδης, Π. (2008) Υδραυλική Περιβάλλοντος ΤΟΜΟΣ 1, Εκδόσεις Σπανίδη.
31. Παπανικολάου, Π. (2006) Σημειώσεις Πειραματικής Υδραυλικής, Πανεπιστημιακές εκδόσεις, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών.
32. Παπανικολάου, Π. (2009) Σημειώσεις Τυρβώδεις Ανωστικές φλέβες, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών.
33. Φράγκος, Μ.Ν. (2005) Ανάμειξη σε ομογενή περιορισμένο ακίνητο αποδέκτη από κατακόρυφη ανωστική φλέβα. Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πειραματικά δεδομένα όπως αυτά υπολογίστηκαν από μεμονωμένες φωτογραφίες από την ψηφιακή βιντεοσκόπηση.

**z\_pix** Είναι η απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σε pixels.

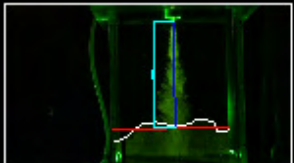
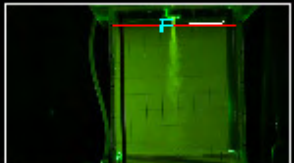
**zo\_pix** Είναι απόσταση ίση με 40 cm σε pixels.

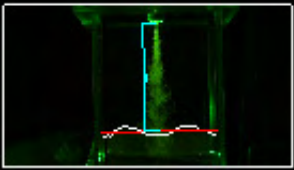
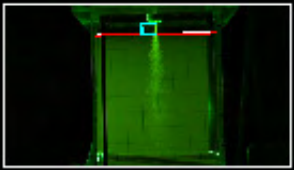
**z (cm)** Είναι η πραγματική απόσταση της διεπιφάνειας από το ακροφύσιο σε cm ( $=40 \times z\_pix / zo\_pix$ ).

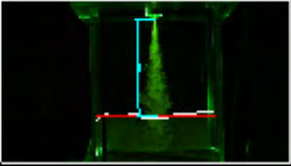
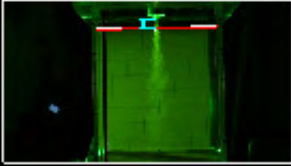
**t (s)** Είναι η χρονική στιγμή λήψης της φωτογραφίας (frame) από την έναρξη της του πειράματος.

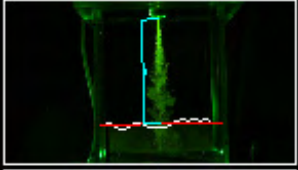
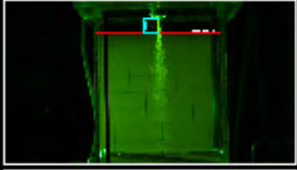
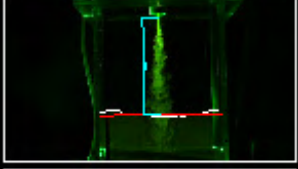
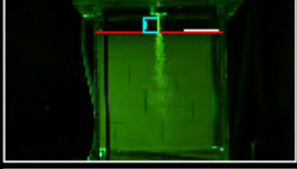
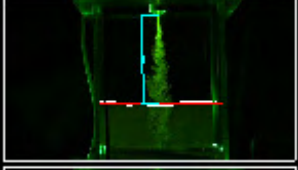
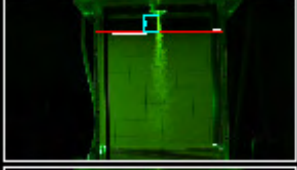
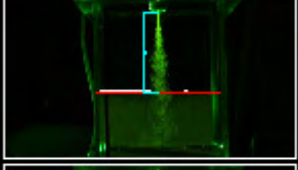
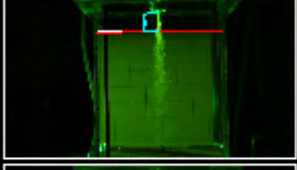
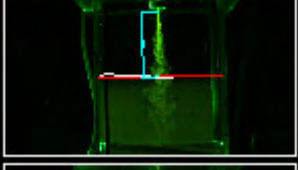
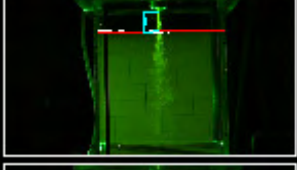
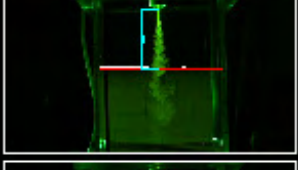
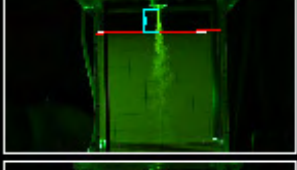
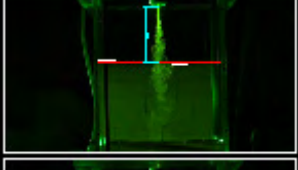
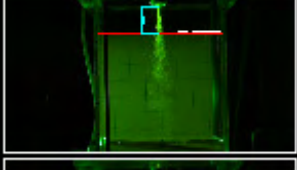
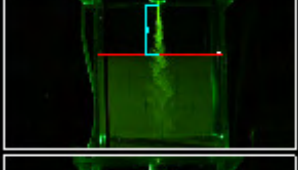
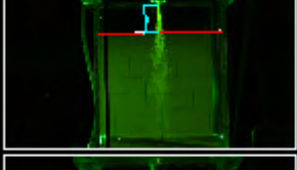
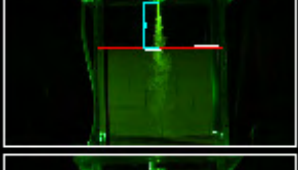
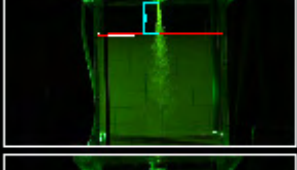
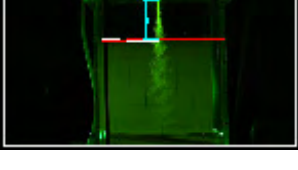
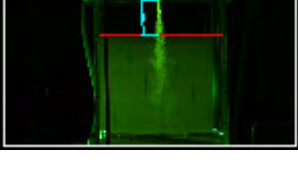
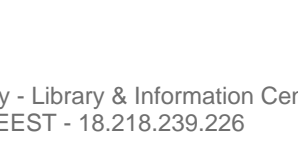

**t<sub>0</sub> (s)** Είναι ο χρόνος από την έναρξη της του πειράματος που χρειάστηκε στο μέτωπο της φλέβας να φθάσει στον πυθμένα.

Επομένως  $t - t_0$  είναι ο χρόνος ανύψωσης της διεπιφάνειας, όπου  $h(t_0 - t_0 = 0) = H$  είναι η απόσταση του ακροφυσίου από τον πυθμένα.

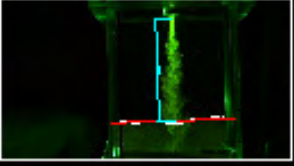
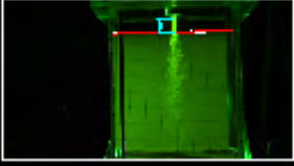
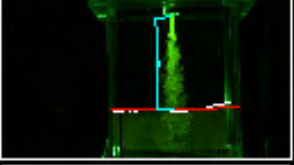
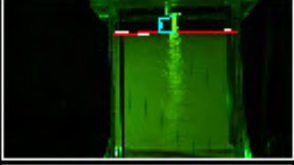
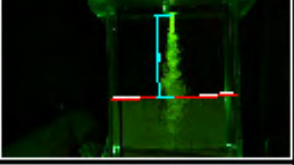
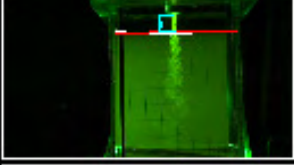
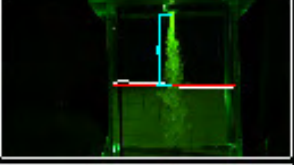
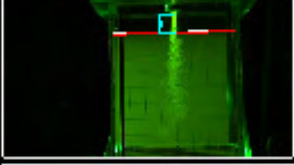
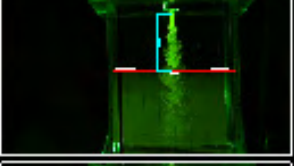
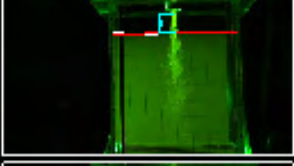

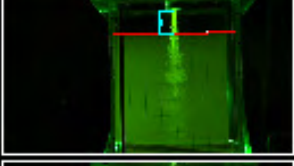
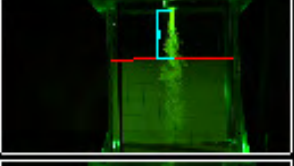
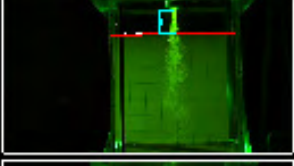
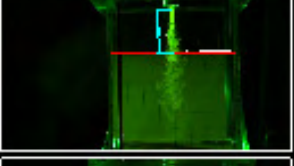
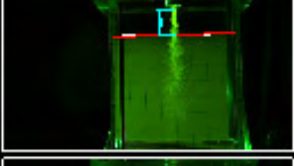
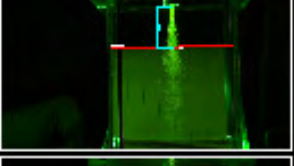
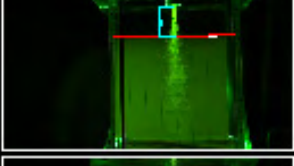
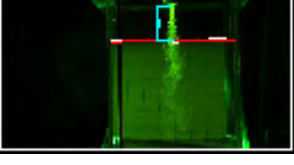
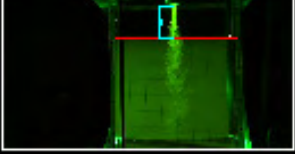
EXP 01		$t_0 = 7 \text{ s}$			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		193.04	215.89	35.77	41
		160.35	215.89	29.71	58
		148.6	215.89	27.53	75
		124.85	215.89	23.13	94
		115.41	215.89	21.38	113
		95.51	215.89	17.70	130
		83.29	215.89	15.43	148
		71.85	215.89	13.31	167
		68.22	215.89	12.64	183
		58.53	215.89	10.84	200
		52.78	215.89	9.78	218
		46.68	215.89	8.65	238
		40.12	215.89	7.43	258
		32.71	215.89	6.06	278
		26.73	215.89	4.95	301
		21.51	215.89	3.99	323
		19.6	215.89	3.63	348
		14.92	215.89	2.76	373
		13.01	215.89	2.41	399
		8.63	215.89	1.60	424

EXP 03		$t_0 = 14$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		190.44	208.93	36.46	64
		167.44	208.93	32.06	85
		153.43	208.93	29.37	110
		141.57	208.93	27.10	131
		127.02	208.93	24.32	156
		108.52	208.93	20.78	187
		95.15	208.93	18.22	222
		86.33	208.93	16.53	258
		79.84	208.93	15.29	296
		69.75	208.93	13.35	337
		57.39	208.93	10.99	379
		51.25	208.93	9.81	418
		44.38	208.93	8.50	458
		40.29	208.93	7.71	498
		35.08	208.93	6.72	536
		30.91	208.93	5.92	577
		27.55	208.93	5.27	616
		23.27	208.93	4.46	660
		20.91	208.93	4.00	697
		17.76	208.93	3.40	743

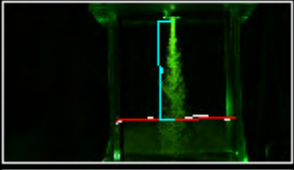
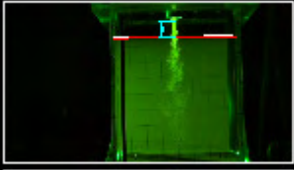
EXP 04		$t_0 = 12$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		171.47	208.93	32.83	70
		161.19	208.93	30.86	84
		147.03	208.93	28.15	102
		134.8	208.93	25.81	124
		122.04	208.93	23.36	143
		105.2	208.93	20.14	164
		95.52	208.93	18.29	185
		86.25	208.93	16.51	207
		77.5	208.93	14.84	234
		73.35	208.93	14.04	259
		64.26	208.93	12.30	286
		55.75	208.93	10.67	315
		46.18	208.93	8.84	349
		41.62	208.93	7.97	383
		36.54	208.93	7.00	417
		31.78	208.93	6.08	453
		27.17	208.93	5.20	487
		23.68	208.93	4.53	522
		20.16	208.93	3.86	558
		16.82	208.93	3.22	595

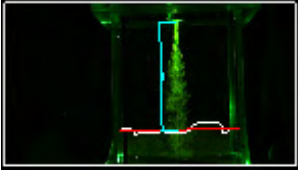
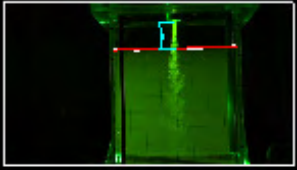
EXP 05		$t_0 = 14$ s			
		$z\_pix$	$z0\_pix$	$z$ (cm)	$t$ (s)
		183.39	208.93	35.11	66
		170.56	208.93	32.65	84
		155.49	208.93	29.77	112
		139	208.93	26.61	140
		114.68	208.93	21.96	176
		103.28	208.93	19.77	210
		96.79	208.93	18.53	242
		89.07	208.93	17.05	276
		79.81	208.93	15.28	313
		68.96	208.93	13.20	354
		60.71	208.93	11.62	399
		55.43	208.93	10.61	442
		49.72	208.93	9.52	487
		45.22	208.93	8.66	531
		39.61	208.93	7.58	571
		35.53	208.93	6.80	617
		31.56	208.93	6.04	663
		29.4	208.93	5.63	703
		26.37	208.93	5.05	741
		23.99	208.93	4.59	784

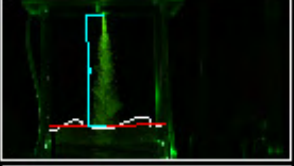
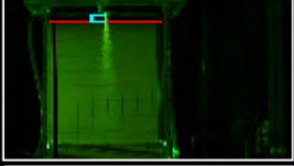


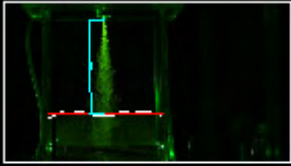
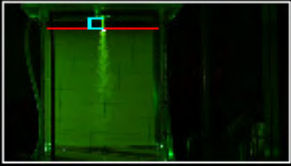
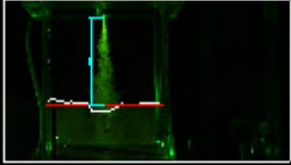
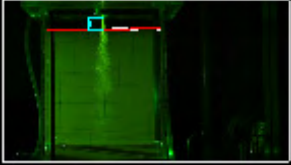
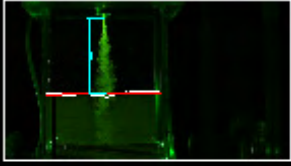
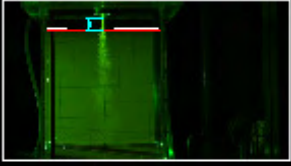
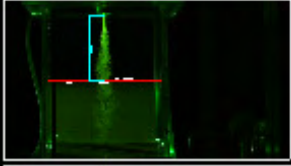
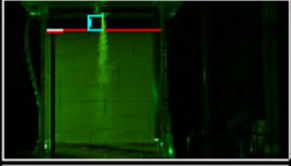
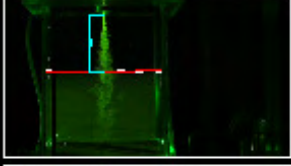
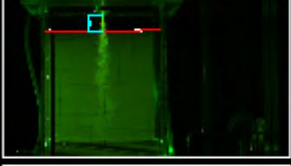
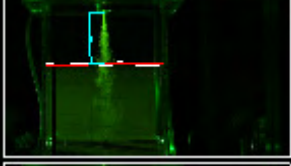
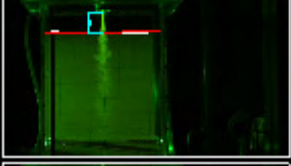
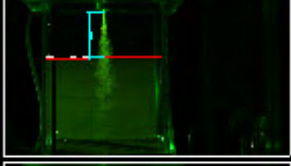
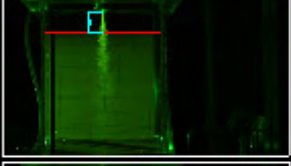
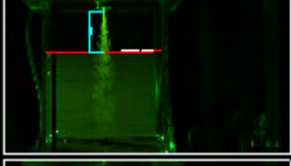
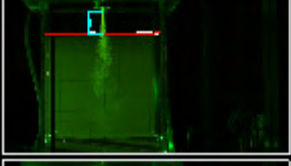
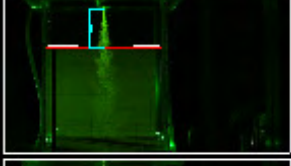
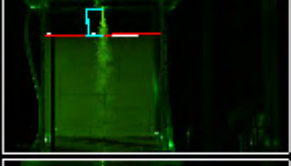
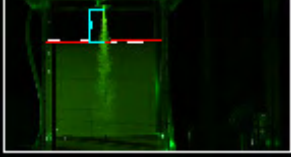
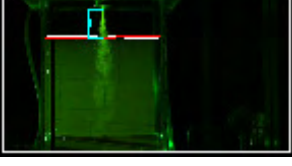
EXP 06		$t_0 = 15$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		180.84	209.5	34.53	60
		162.39	209.5	31.01	81
		144.38	209.5	27.57	109
		123.94	209.5	23.66	133
		102.71	209.5	19.61	161
		93.29	209.5	17.81	187
		85.07	209.5	16.24	210
		76.88	209.5	14.68	239
		69.02	209.5	13.18	265
		60.35	209.5	11.52	290
		54.54	209.5	10.41	312
		50.03	209.5	9.55	335
		45.15	209.5	8.62	360
		41.46	209.5	7.92	384
		37.8	209.5	7.22	405
		35.04	209.5	6.69	425
		32.27	209.5	6.16	446
		28.52	209.5	5.45	467
		27.55	209.5	5.26	487
		24.23	209.5	4.63	509
					
					
					
					
					



EXP 07		$t_0 = 18$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		173.93	209.5	33.21	69
		164.66	209.5	31.44	85
		152.5	209.5	29.12	105
		135.29	209.5	25.83	126
		122.94	209.5	23.47	149
		102.61	209.5	19.59	177
		94.44	209.5	18.03	198
		90.54	209.5	17.29	220
		83.16	209.5	15.88	242
		78.71	209.5	15.03	264
		71.26	209.5	13.61	287
		66.4	209.5	12.68	311
		59.25	209.5	11.31	342
		51.98	209.5	9.92	376
		47.39	209.5	9.05	409
		43.19	209.5	8.25	440
		38.03	209.5	7.26	472
		34.08	209.5	6.51	504
		30.98	209.5	5.92	531
		28.76	209.5	5.49	563

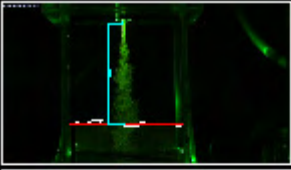
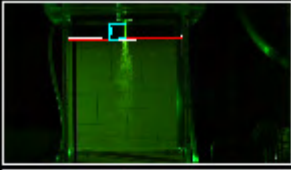
EXP 08		$t_0 = 18$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		188.61	209.43	36.02	67
		165.07	209.43	31.53	91
		156.63	209.43	29.92	114
		143.38	209.43	27.38	143
		126.46	209.43	24.15	166
		112.51	209.43	21.49	191
		105.75	209.43	20.20	215
		98.43	209.43	18.80	240
		94.24	209.43	18.00	266
		88.01	209.43	16.81	291
		81.51	209.43	15.57	317
		74.22	209.43	14.18	341
		69.35	209.43	13.25	365
		65.61	209.43	12.53	390
		60.93	209.43	11.64	418
		58.98	209.43	11.26	447
		55.16	209.43	10.54	484
		51.49	209.43	9.83	502
		47.93	209.43	9.15	532
		44.71	209.43	8.54	565

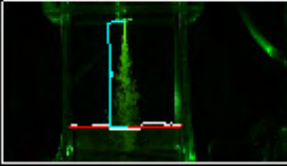
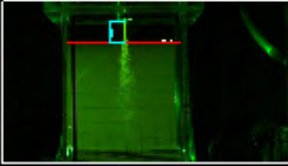
EXP 09		$t_0 = 14$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		195.19	202.82	38.50	48
		160.72	202.82	31.70	73
		141.82	202.82	27.97	96
		124.73	202.82	24.60	125
		101.35	202.82	19.99	155
		85.54	202.82	16.87	184
		77.24	202.82	15.23	213
		68.52	202.82	13.51	241
		59.75	202.82	11.78	270
		51.13	202.82	10.08	298
		44.22	202.82	8.72	335
		39.66	202.82	7.82	353
		34.43	202.82	6.79	381
		29.67	202.82	5.85	421
		25.8	202.82	5.09	446
		21.95	202.82	4.33	475
		18.78	202.82	3.70	506
		16.13	202.82	3.18	538
		13.41	202.82	2.64	572
		11.14	202.82	2.20	600

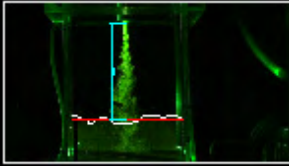
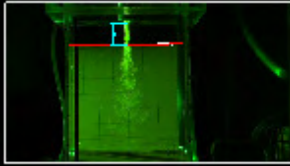
EXP 10		$t_0 = 13$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		168.81	202.82	33.29	62
		156.59	202.82	30.88	88
		136.13	202.82	26.85	113
		116.39	202.82	22.95	140
		101.54	202.82	20.03	163
		91.12	202.82	17.97	194
		81.72	202.82	16.12	221
		74.07	202.82	14.61	248
		67.13	202.82	13.24	275
		57.56	202.82	11.35	303
		50.49	202.82	9.96	329
		44.88	202.82	8.85	361
		41.22	202.82	8.13	388
		36.55	202.82	7.21	417
		33.74	202.82	6.65	447
		29.4	202.82	5.80	478
		25.56	202.82	5.04	507
		22.04	202.82	4.35	538
		20.82	202.82	4.11	569
		17.39	202.82	3.43	601
					
					
					
					
					



EXP 11		$t_0 = 13$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		170.42	202.37	33.68	66
		156.84	202.37	31.00	92
		141.65	202.37	28.00	119
		119.81	202.37	23.68	145
		106.4	202.37	21.03	171
		98.55	202.37	19.48	199
		88.83	202.37	17.56	223
		79.66	202.37	15.75	252
		71.99	202.37	14.23	283
		63.31	202.37	12.51	314
		55.66	202.37	11.00	354
		49.03	202.37	9.69	393
		43.89	202.37	8.68	434
		38.63	202.37	7.64	477
		33.34	202.37	6.59	520
		29.71	202.37	5.87	564
		26.31	202.37	5.20	602
		23.79	202.37	4.70	644
		21.35	202.37	4.22	685
		19.41	202.37	3.84	729

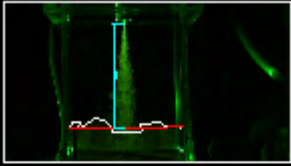
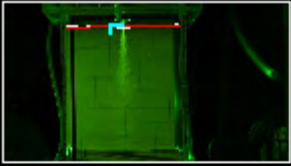
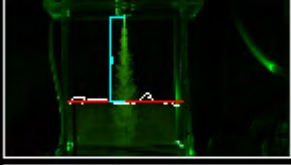
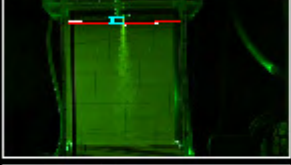
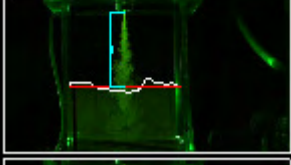
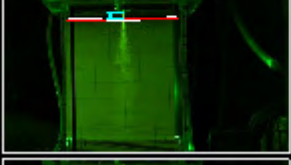
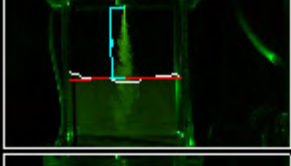
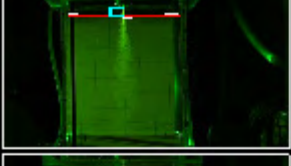
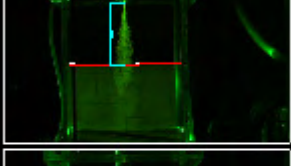
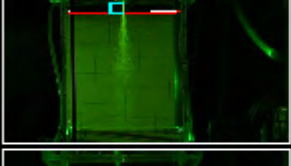
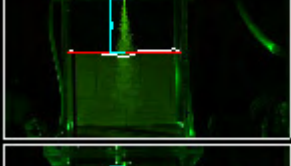
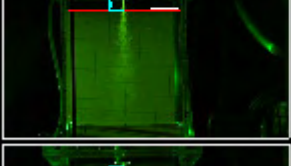
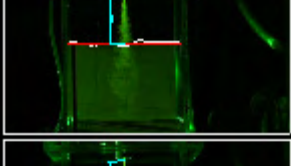
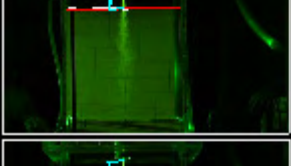
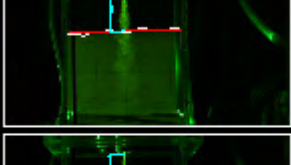
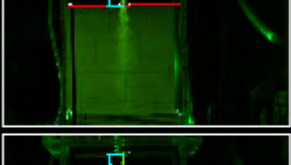
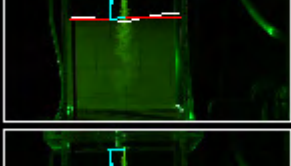
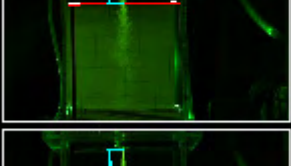


EXP 12		$t_0 = 12$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		178.85	202.37	35.35	67
		157.72	202.37	31.17	96
		149.9	202.37	29.63	120
		134.1	202.37	26.51	145
		115	202.37	22.73	172
		105.6	202.37	20.87	196
		98.36	202.37	19.44	224
		87.44	202.37	17.28	255
		83.21	202.37	16.45	284
		76.34	202.37	15.09	315
		67.8	202.37	13.40	350
		58.96	202.37	11.65	392
		53.53	202.37	10.58	427
		49.36	202.37	9.76	467
		44.94	202.37	8.88	510
		40.24	202.37	7.95	551
		36.51	202.37	7.22	591
		32.74	202.37	6.47	634
		30.65	202.37	6.06	673
		28.08	202.37	5.55	713

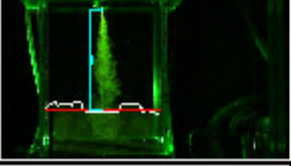
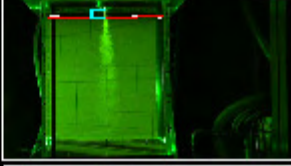
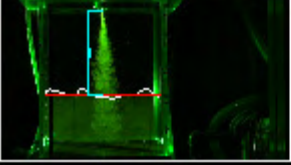
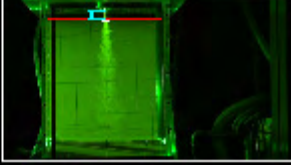
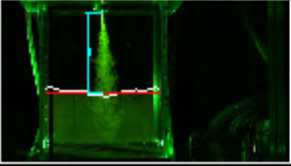
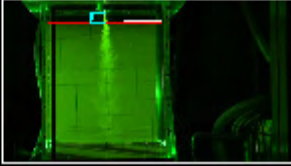
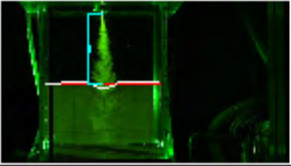
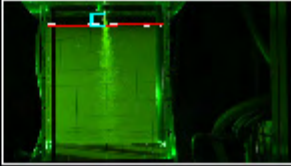
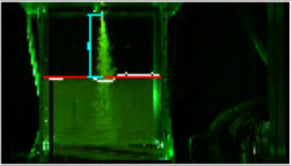
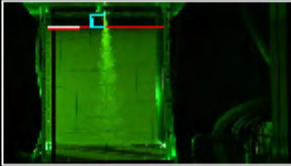
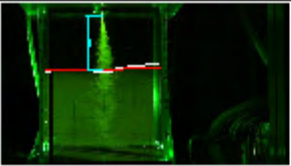
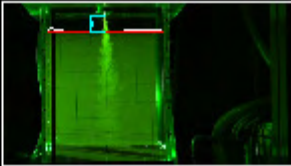
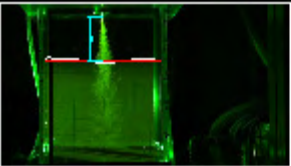
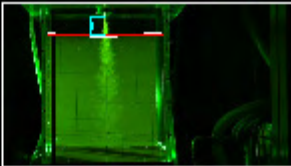
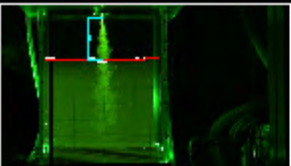
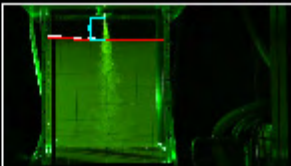
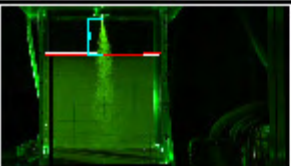
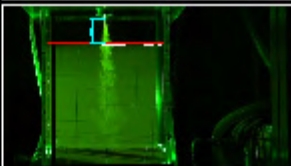
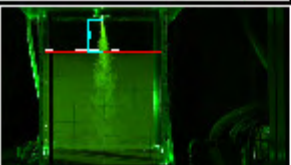
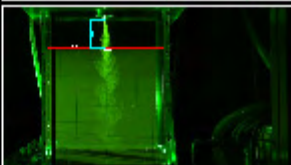
EXP 13		$t_0 = 17$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		186.3	202.37	36.82	71
		163.53	202.37	32.32	94
		152.21	202.37	30.09	121
		137.67	202.37	27.21	152
		119.33	202.37	23.59	180
		109.94	202.37	21.73	208
		99.05	202.37	19.58	237
		93.25	202.37	18.43	268
		88	202.37	17.39	298
		82.32	202.37	16.27	330
		74.37	202.37	14.70	366
		66.89	202.37	13.22	400
		62.46	202.37	12.35	436
		57.38	202.37	11.34	479
		52.51	202.37	10.38	521
		48.49	202.37	9.58	564
		45.29	202.37	8.95	607
		40.65	202.37	8.03	651
		37.86	202.37	7.48	695
		35.73	202.37	7.06	735

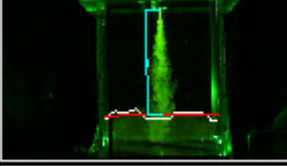
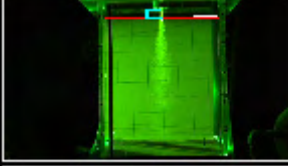
EXP 14		$t_0 = 20$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		172.46	202.37	34.09	97
		155.99	202.37	30.83	121
		145.85	202.37	28.83	147
		132.26	202.37	26.14	173
		122.54	202.37	24.22	202
		110.83	202.37	21.91	232
		101.64	202.37	20.09	260
		95.58	202.37	18.89	288
		88.82	202.37	17.56	319
		81.88	202.37	16.18	352
		76.04	202.37	15.03	387
		70.57	202.37	13.95	422
		64.38	202.37	12.73	458
		59.82	202.37	11.82	495
		54.3	202.37	10.73	532
		50.81	202.37	10.04	568
		47.66	202.37	9.42	603
		44.56	202.37	8.81	644
		41.74	202.37	8.25	680
		38.2	202.37	7.55	717



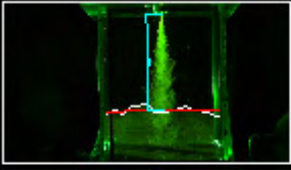
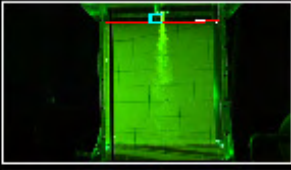
EXP 15		$t_0 = 9 \text{ s}$			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		172.08	202.37	34.01	61
		137	202.37	27.08	79
		119.48	202.37	23.62	92
		107.16	202.37	21.18	112
		104.72	202.37	20.70	132
		89.61	202.37	17.71	151
		75.32	202.37	14.89	172
		73.19	202.37	14.47	191
		65.49	202.37	12.94	211
		53.43	202.37	10.56	231
		45.42	202.37	8.98	249
		41.92	202.37	8.29	268
		33.45	202.37	6.61	291
		30.18	202.37	5.97	310
		28.51	202.37	5.64	329
		26.63	202.37	5.26	349
		22.53	202.37	4.45	368
		19.61	202.37	3.88	386
		16.73	202.37	3.31	406
		13.59	202.37	2.69	427

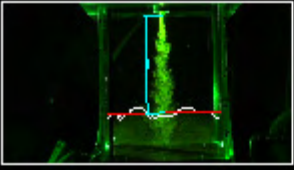
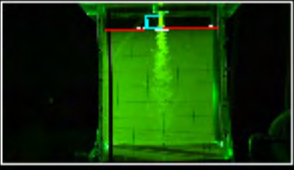
EXP 16		$t_0 = 11$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		186.44	202.37	36.85	65
		149.39	202.37	29.53	86
		130.96	202.37	25.89	109
		125.87	202.37	24.88	134
		109.66	202.37	21.68	156
		97.89	202.37	19.35	179
		90.18	202.37	17.82	202
		78.85	202.37	15.59	226
		64.83	202.37	12.81	253
		55.58	202.37	10.99	290
		46.96	202.37	9.28	326
		38.88	202.37	7.68	363
		32.48	202.37	6.42	399
		28.2	202.37	5.57	440
		22.39	202.37	4.43	489
		17.82	202.37	3.52	529
		14.44	202.37	2.85	567
		11.34	202.37	2.24	604
		8.4	202.37	1.66	642
		6.57	202.37	1.30	680
					
					
					
					
					
					

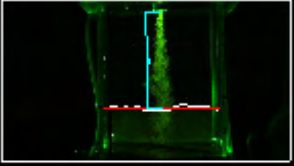
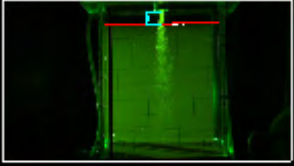
EXP 17		$t_0 = 12$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		175.59	204.63	34.32	68
		147.93	204.63	28.92	89
		139.95	204.63	27.36	113
		122.74	204.63	23.99	136
		108.91	204.63	21.29	161
		94.33	204.63	18.44	184
		77.82	204.63	15.21	207
		74.2	204.63	34.32	228
		63.18	204.63	28.92	252
		56.78	204.63	27.36	277
		50.16	204.63	23.99	307
		44.23	204.63	21.29	336
		38.07	204.63	18.44	367
		32.96	204.63	15.21	397
		27.41	204.63	14.50	429
		22.11	204.63	12.35	460
		19.58	204.63	11.10	489
		16.5	204.63	9.81	508
		14.18	204.63	8.65	547
		12.35	204.63	7.44	580
					
					
					
					
					

EXP 18		$t_0 = 11$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		184.63	204.24	36.16	56
		158.05	204.24	30.95	78
		144.25	204.24	28.25	103
		125.75	204.24	24.63	129
		108.56	204.24	21.26	155
		90.14	204.24	17.65	180
		80.5	204.24	15.77	205
		71.79	204.24	14.06	231
		64.81	204.24	12.69	260
		57.11	204.24	11.18	287
		50.48	204.24	9.89	317
		44.94	204.24	8.80	345
		36.61	204.24	7.17	374
		31.23	204.24	6.12	402
		28.17	204.24	5.52	433
		23.69	204.24	4.64	463
		20.71	204.24	4.06	494
		17.44	204.24	3.42	524
		15.33	204.24	3.00	553
		12.82	204.24	2.51	585



EXP 19		$t_0 = 13$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		169.62	204.24	33.22	61
		149.43	204.24	29.27	78
		140.05	204.24	27.43	99
		125.24	204.24	24.53	115
		111.9	204.24	21.92	135
		97.13	204.24	19.02	155
		81.51	204.24	15.96	179
		74.84	204.24	14.66	200
		66.78	204.24	13.08	220
		61.17	204.24	11.98	240
		53.78	204.24	10.53	266
		49.25	204.24	9.65	292
		42.12	204.24	8.25	318
		35.21	204.24	6.90	345
		30.81	204.24	6.03	372
		25.91	204.24	5.07	399
		22.36	204.24	4.38	429
		18.71	204.24	3.66	457
		16.08	204.24	3.15	484
		12.97	204.24	2.54	513

EXP 20		$t_0 = 9 \text{ s}$			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		172.75	204.24	33.83	37
		157.54	204.24	30.85	56
		145.48	204.24	28.49	75
		126.16	204.24	24.71	97
		107.33	204.24	21.02	119
		98.1	204.24	19.21	139
		90.83	204.24	17.79	159
		83.96	204.24	16.44	181
		75.44	204.24	14.77	204
		65.9	204.24	12.91	225
		59.18	204.24	11.59	247
		54.43	204.24	10.66	267
		50.43	204.24	9.88	285
		46.58	204.24	9.12	308
		43.58	204.24	8.54	333
		38.73	204.24	7.59	361
		32.94	204.24	6.45	390
		30.64	204.24	6.00	418
		26.71	204.24	5.23	447
		23.99	204.24	4.70	478

EXP 21		$t_0 = 9 \text{ s}$			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		169.3	204.24	33.16	45
		159.7	204.24	31.28	64
		139.73	204.24	27.37	84
		124.77	204.24	24.44	107
		105.72	204.24	20.71	128
		94.4	204.24	18.49	147
		87.16	204.24	17.07	169
		78.43	204.24	15.36	194
		69.55	204.24	13.62	222
		57.77	204.24	11.31	251
		52.6	204.24	10.30	279
		46.82	204.24	9.17	307
		43.16	204.24	8.45	335
		37.79	204.24	7.40	363
		33.93	204.24	6.65	394
		29.93	204.24	5.86	422
		26.46	204.24	5.18	451
		23.82	204.24	4.67	479
		21.54	204.24	4.22	508
		19.12	204.24	3.74	537

EXP 22		$t_0 = 14$ s			
		<b>z_pix</b>	<b>zo_pix</b>	<b>z (cm)</b>	<b>t (s)</b>
		170.98	204.24	33.49	57
		163.34	204.24	31.99	73
		151.2	204.24	29.61	90
		138.7	204.24	27.16	108
		119.87	204.24	23.48	140
		106.31	204.24	20.82	153
		94.7	204.24	18.55	175
		87.22	204.24	17.08	202
		77.88	204.24	15.25	232
		67.47	204.24	13.21	254
		58.84	204.24	11.52	296
		52.61	204.24	10.30	328
		47.89	204.24	9.38	361
		42.88	204.24	8.40	395
		37.59	204.24	7.36	429
		33.54	204.24	6.57	462
		31.05	204.24	6.08	495
		27.33	204.24	5.35	528
		24.54	204.24	4.81	561
		22.69	204.24	4.44	594



