

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία:

Προσομοίωση ροής αντλίας κενού Holweck

υπό:

Κουτάντου Ειρήνη

(Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Π.Θ. 2010)

Επιβλέπων:

Βαλουγεώργης Δημήτριος

Συνεπιβλέπων:

Νάρης Στέργιος

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος 2011

© 2011 Ειρήνη Μ. Κουτάντου

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

**Πρώτος Εξεταστής
(Επιβλέπων):**

Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης

Καθηγητής Αναλυτικών και Υπολογιστικών
Μεθόδων Μεσοκλίμακας σε Φαινόμενα
Μεταφοράς Π.Θ.

Δεύτερος Εξεταστής :

Δρ. Νικόλαος Ανδρίτσος

Αναπληρωτής καθηγητής των Πειραματικών
Φαινομένων Μεταφοράς Π.Θ.

Τρίτος Εξεταστής :

Δρ. Αναστάσιος Σταμάτης

Επίκουρος Καθηγητής Εφαρμοσμένης
Θερμοδυναμικής και Θερμικών Σταθμών Π.Θ.

Ευχαριστίες

Με αφορμή την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας θα ήθελα αρχικά να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή κ. Δημήτριο Βαλουγεώργη για την υποστήριξη και τη βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών καθώς επίσης και για την εμπιστοσύνη του στο πρόσωπο μου. Η πολύτιμη καθοδήγηση του σε συνδυασμό με τη μεθοδικότητα που χαρακτηρίζει το έργο του υπήρξαν καταλυτικοί παράγοντες για την διεκπεραίωση της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

Λίγες γραμμές δε θα ήταν αρκετές για να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον καθηγητή κ. Στέργιο Νάρη για την πολύτιμη βοήθεια του προκειμένου να ολοκληρωθεί η παρούσα εργασία και το χρόνο που αφιέρωσε δημιουργώντας το υπόβαθρο αυτής.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη της ομάδας του εργαστηρίου και κυρίως τους Σεραφείμ Μισδανίτη και Σαράντη Πανταζή για την προθυμία τους και τη βοήθεια τους καθώς επίσης και να εκφράσω τη χαρά μου που για αυτό το σύντομο χρονικό διάστημα ήμουν μέλος της ομάδας αυτής και συνεργάστηκα με τα μέλη της.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής τον κ. Νικόλαο Ανδρίτσο και τον κ. Αναστάσιο Σταμάτη για την ανταπόκριση και τη συμμετοχή τους.

*« η γνώση και η μόρφωση έχουνε σημασία
μα η ανθρωπιά στον άνθρωπο την έχει την αξία ... »*

Δε θα μπορούσα φυσικά να μην αναφερθώ στην οικογένεια μου και πιο συγκεκριμένα στους γονείς μου Μιχάλη και Σοφία. Ότι κι αν γράψω δεν μπορεί να περιγράψει την ευγνωμοσύνη μου απέναντι στα πρόσωπά τους τόσο για την ηθική υποστήριξη τους όσο και για την υλική καθώς επίσης και για την υπομονή και την καρτερικότητα που επέδειξαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου μακριά τους. Κάθε επιθυμία μου τους βρίσκει σύμφωνους και συμπαραστάτες βοηθούς μου και μοναδική ανταπόδοση μου αποτελεί η υπόσχεση να αξιοποιήσω στο έπακρο κάθε εφόδιο που μου προσέφεραν για μια ευτυχισμένη ζωή και μια αξιοπρεπή καριέρα.

*«Όσο ψηλά και ν' ανεβείς σε τούτη τη ζωή σου
να μην ξεχνάς πως τα φτερά στα 'δωσαν οι γονείς σου...»*

Μια και η παρούσα εργασία αποτελεί τον επίλογο της φοιτητικής μου ζωής θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου τους φίλους μου για τη συμπαράσταση και την υπομονή που επέδειξαν και κυρίως για όλες τις αναμνήσεις που θα έχουμε από τις όμορφες στιγμές μας στο Βόλο.

*«Όλα περνούν και χάνονται στου χρόνου την πορεία
μα δεν περνά, δε χάνεται η αληθινή φιλία...»*

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΡΟΗΣ ΑΝΤΛΙΑΣ ΚΕΝΟΥ HOLWECK

ΚΟΥΤΑΝΤΟΥ ΕΙΡΗΝΗ
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών 2011

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης

Καθηγητής Αναλυτικών και Υπολογιστικών Μεθόδων Μεσοκλίμακας σε
Φαινόμενα Μεταφοράς, μέλος του Εργαστηρίου Φυσικών και Χημικών
Διεργασιών.

Περίληψη

Το θέμα της παρούσας μελέτης αφορά την προσομοίωση της ροής μίας Holweck αντλίας κενού. Για την προσομοίωση της συγκεκριμένης ροής το πρώτο στάδιο επίλυσης περιλαμβάνει την ανάλυση του αρχικού προβλήματος ροής σε τέσσερα υποπροβλήματα. Οι ροές που προέκυψαν ήταν οι: διαμήκης Couette, διαμήκης Poiseuille εγκάρσια Couette και εγκάρσια Poiseuille. Σε κάθε ένα από τα προβλήματα ροής έγινε η επίλυση της κινητικής εξίσωσης Boltzmann μέσω υπολογιστικής διαδικασίας για την εξαγωγή των μακροσκοπικών ποσοτήτων. Επιλύουμε με τη μέθοδο των διακριτών ταχυτήτων χρησιμοποιώντας κώδικες για γεωμετρία αυλακωτού καναλιού (grooved channel). Κατά την επίλυση έγινε μεταβολή των παραμέτρων του προβλήματος οι οποίες αφορούσαν κυρίως τη γεωμετρία της περιοχής επίλυσης. Μία ακόμη σημαντική παράμετρος του προβλήματος ήταν η παράμετρος αραιοποίησης δ για τιμές από την ελεύθερη μοριακή περιοχή μέχρι και την περιοχή του συνεχούς μέσου καλύπτοντας όλο το φάσμα του αριθμού Knudsen. Μελετάται η επίδραση των παραμέτρων αυτών στα μακροσκοπικά μεγέθη του προβλήματος. Τα μακροσκοπικά μεγέθη που περιλαμβάνουν: την αδιάστατη παροχή μάζας, το συντελεστή οπισθέλκουσας και τις μακροσκοπικές ταχύτητες. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν παρατηρήθηκε ότι οι παράμετροι (δ , γεωμετρία) του προβλήματος έχουν σημαντικότερη επίδραση στον αδιάστατο ρυθμό ροής και στο συντελεστή της οπισθέλκουσας ενώ οι ταχύτητες επηρεάζονται σημαντικά από την παράμετρο αραιοποίησης δ και λιγότερο από τη γεωμετρία.

Περιεχόμενα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή

| | |
|--|----|
| 1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο | 13 |
| 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση | |
| 1.2.1 Βασικές έννοιες | 13 |
| 1.2.2 Ιστορική αναδρομή | 14 |
| 1.2.3 Ορολογία | 17 |
| 1.2.4 Προσδιορισμός εννοιών με όρους παραμέτρων ροής | 22 |
| 1.2.5 Κατηγοριοποίηση αντλιών κενού | 23 |
| 1.2.6 Περιγραφή δημοφιλέστερων τύπων αντλιών κενού | 25 |
| 1.2.7 Αντλία Holweck | 32 |
| 1.2.8 Προδιαγραφές λειτουργίας αντλιών | 33 |
| 1.2.9 Βιομηχανικές εφαρμογές αντλιών κενού | 39 |
| 1.2.10 Εταιρίες παραγωγής αντλιών κενού | 42 |
| 1.3 Οργάνωση μεταπτυχιακής εργασίας | 42 |

Κεφάλαιο 2: Ανάλυση ροής αερίου σε αντλία Holweck

| | |
|---|----|
| 2.1 Εισαγωγή | 43 |
| 2.2 Γεωμετρία προβλήματος | 44 |
| 2.3 Διατύπωση μοντέλου προσομοίωσης | |
| 2.3.1 Διατύπωση εξισώσεων μοντέλου προσομοίωσης | 45 |
| 2.3.2 Επιμερισμός αρχικού προβλήματος ροής | 46 |
| 2.4 Σύστημα πολικών συντεταγμένων | 47 |
| 2.5 Διαμήκης ροή Couette (Longitudinal Couette flow) | |
| 2.5.1 Ορισμός προβλήματος | 48 |
| 2.5.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση | 48 |
| 2.5.3 Μακροσκοπικές ποσότητες | 49 |
| 2.5.4 Διαδικασία προβολής | 49 |
| 2.5.5 Οριακές συνθήκες | 50 |
| 2.6 Διαμήκης ροή Poiseuille (Longitudinal Poiseuille flow) | |
| 2.6.1 Ορισμός προβλήματος | 51 |
| 2.6.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση | 51 |
| 2.6.3 Μακροσκοπικές ποσότητες | 52 |
| 2.6.4 Διαδικασία προβολής | 52 |
| 2.6.5 Οριακές συνθήκες | 53 |

2.7 Εγκάρσια ροή Couette (Transversal Couette flow)

| | |
|--|----|
| 2.7.1 Ορισμός προβλήματος | 54 |
| 2.7.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση | 54 |
| 2.7.3 Μακροσκοπικές ποσότητες | 55 |
| 2.7.4 Διαδικασία προβολής | 55 |
| 2.7.5 Οριακές συνθήκες | 56 |
| 2.7.6 Συνθήκη μη διείδυσης | 57 |

2.8 Εγκάρσια ροή Poiseuille (Transversal Poiseuille flow)

| | |
|--|----|
| 2.8.1 Ορισμός προβλήματος | 58 |
| 2.8.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση | 58 |
| 2.8.3 Μακροσκοπικές ποσότητες | 59 |
| 2.8.4 Διαδικασία προβολής | 59 |
| 2.8.5 Οριακές συνθήκες | 60 |
| 2.8.6 Συνθήκη μη διείδυσης | 61 |

Κεφάλαιο 3: Υπολογιστική Διαδικασία

| | |
|---------------------------|-----------|
| 3.1 Διακριτοποίηση | 63 |
|---------------------------|-----------|

| | |
|--|-----------|
| 3.2 Διακριτές κινητικές εξισώσεις | 64 |
|--|-----------|

3.3 Περιγραφή αλγορίθμου

| | |
|--|----|
| 3.3.1 Εισαγωγή παραμέτρων | 65 |
| 3.3.2 Διαμόρφωση υπολογιστικού πλέγματος | 66 |
| 3.3.3 Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος | 66 |
| 3.3.4 Περιοδικές οριακές συνθήκες | 69 |
| 3.3.5 Μεσαίοι κόμβοι | 70 |
| 3.3.6 Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος | 71 |
| 3.3.7 Ικανοποίηση συνθήκης μη διείδυσης | 72 |
| 3.3.8 Διεπιφάνεια | 73 |
| 3.3.9 Διαχείριση μνήμης | 73 |

Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα και σχολιασμός

| | |
|---------------------|-----------|
| 4.1 Εισαγωγή | 75 |
|---------------------|-----------|

4.2 Αποτελέσματα διαμήκους ροής Couette

| | |
|--|----|
| 4.2.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας | 78 |
| 4.2.2 Κατανομή ταχύτητας | 83 |

4.3 Αποτελέσματα διαμήκους ροής Poiseuille

| | |
|--|-----|
| 4.3.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας | 96 |
| 4.3.2 Κατανομή ταχύτητας | 100 |

4.4 Αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Couette

| | |
|--|-----|
| 4.4.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας | 113 |
| 4.4.2 Κατανομή ταχύτητας | 117 |

4.5 Αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Poiseuille

| | |
|--|-----|
| 4.5.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας | 130 |
| 4.5.6 Κατανομή ταχύτητας | 134 |

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα και προτάσεις

Αναφορές

Κατάλογος Εικόνων

- Εικόνα 1: Otto von Guericke
- Εικόνα 2: Βαρόμετρο του Torricelli
- Εικόνα 3: Δημιουργία κενού
- Εικόνα 4: Απεικόνιση του mfr
- Εικόνα 5: Διαχωρισμός περιοχών κενού
- Εικόνα 6: Σχηματική απεικόνιση περιοχών ροής
- Εικόνα 7: Περιοχές ροής σε σχέση με την πίεση και τη διάμετρο των μορίων
- Εικόνα 8: Pump tree
- Εικόνα 9: Αντλία διαφράγματος
- Εικόνα 10: Αντλία πιστονιού
- Εικόνα 11: Αντλία υγρού δακτυλίου
- Εικόνα 12: Αντλία περιστροφικού πιστονιού
- Εικόνα 13: Αντλία περιστροφικών πτερυγίων
- Εικόνα 14: Roots pump
- Εικόνα 15: Unidry pump
- Εικόνα 16: Screw pump
- Εικόνα 17: Αντλία πλευρικού καναλιού
- Εικόνα 18: Turbomolecular pump
- Εικόνα 19: Αντλία διάχυσης λαδιού
- Εικόνα 20: Κρυογονική αντλία
- Εικόνα 21: Backing pumps
- Εικόνα 22: Fernand Holweck (1890-1941)
- Εικόνα 23: Αντλία Holweck
- Εικόνα 24: Αντλίες κενού αεροσκαφών
- Εικόνα 25: Αντλίες κενού ιατρικών εφαρμογών
- Εικόνα 26: Αντλίες κενού εταιρείας BMW
- Εικόνα 27: Αντλίες κενού εταιρείας Volkswagen μοντέλο VW AUDI
- Εικόνα 28: Αντλίες κενού εταιρείας FIAT
- Εικόνα 29: Αντλίες κενού εταιρείας MERCEDES
- Εικόνα 30: Αντλίες κενού εταιρείας PEUGEOT
- Εικόνα 31: Φορητό σύστημα κενού
- Εικόνα 32: Επωνυμίες εταιρειών παραγωγής αντλιών κενού

Κατάλογος Πινάκων:

- Πίνακας 1: Diaphragm vacuum pumps
 Πίνακας 2: Piston vacuum pumps (one and two stage)
 Πίνακας 3: Γενικές προδιαγραφές rotary vane pump single και double stage
 Πίνακας 4: Rotary vane pumps single-stage
 Πίνακας 5: Rotary vane pumps single-stage (water cooled)
 Πίνακας 6: Rotary vane pumps double-stage
 Πίνακας 7: Rotary vane pumps double-stage powered by AC or DC motors
 Πίνακας 8: Rotary vane pumps double-stage with magnetic coupling
 Πίνακας 9: Rotary vane pumps double-stage with gas ballast valve and vanes
 Πίνακας 10: Roots pumps
 Πίνακας 11: Dry screw pumps
 Πίνακας 12: Side channel pump
 Πίνακας 13: Turbomolecular pump
 Πίνακας 14: Ταχύτητες άντλησης συγκεκριμένων αερίων σε σχέση με την επιφάνεια της αντλίας
 Πίνακας 15: Γεωμετρίες που εξετάστηκαν
 Πίνακας 16: Παράμετροι αραίωσης που εξετάστηκαν
 Πίνακας 17: Αδιάστατη παροχή διαμήκους ροής Couette
 Πίνακας 18: Συντελεστής οπισθέλκουσας διαμήκους ροής Couette
 Πίνακας 19: Αδιάστατη παροχή διαμήκους ροής Poiseuille
 Πίνακας 20: Συντελεστής οπισθέλκουσας διαμήκους ροής Poiseuille
 Πίνακας 21: Αδιάστατη παροχή εγκάρσιας ροής Couette
 Πίνακας 22: Συντελεστής οπισθέλκουσας εγκάρσιας ροής Couette
 Πίνακας 23: Αδιάστατη παροχή εγκάρσιας ροής Poiseuille
 Πίνακας 22: Συντελεστής οπισθέλκουσας εγκάρσιας ροής Poiseuille

Κατάλογος Σχημάτων:

- Σχήμα 1: Απεικόνιση εφαρμογών αντλιών ανά περιοχή κενού
 Σχήμα 2: Διάγραμμα ταχύτητα πτερυγίων-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)
 Σχήμα 3: Διάγραμμα πίεση εισαγωγής-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)
 Σχήμα 4: Διάγραμμα μοριακό βάρος-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)
 Σχήμα 5: Περιοχή ροής ρευστού σε αντλία Holweck
 Σχήμα 6: Περιοχή επίλυσης ροής
 Σχήμα 7: Γεωμετρία προβλήματος
 Σχήμα 8: Διαμήκεις (longitudinal) και εγκάρσιες (transversal) ροές
 Σχήμα 9: Διαμήκης ροή Couette
 Σχήμα 10: Διαμήκης ροή Poiseuille
 Σχήμα 11: Εγκάρσια ροή Couette
 Σχήμα 12: Εγκάρσια ροή Poiseuille
 Σχήμα 13: Απεικόνιση χαρακτηριστικής Δs
 Σχήμα 14: Αδιαστατοποιημένα μεγέθη προβλήματος
 Σχήμα 15: Υπολογιστικό πλέγμα
 Σχήμα 16: Αντιστροφή πλέγματος
 Σχήμα 17: Χαρακτηριστική Δs για μικρή γωνία
 Σχήμα 18: Χαρακτηριστική Δs για μεγάλη γωνία
 Σχήμα 19: Εφαρμογή περιοδικών Ο.Σ.

- Σχήμα 20: Ολοκλήρωση (μικρές γωνίες)
 Σχήμα 21: Ολοκλήρωση (μεγάλες γωνίες)
 Σχήμα 22: Μεσαίοι κόμβοι πλέγματος
 Σχήμα 23: Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος
 Σχήμα 24: Πλέγμα μετά τη σάρωση
 Σχήμα 25: Γωνιακοί κόμβοι
 Σχήμα 26: Διεπιφάνεια
 Σχήμα 27: Σχηματική απεικόνιση γεωμετριών
 Σχήμα 28: Σημεία γεωμετρίας στα οποία μελετήθηκε η κατανομή της ταχύτητας
 Σχήμα 29: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα διαμήκους ροής Couette από τον F.Sharipov
 (α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας
 Σχήμα 30: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 31: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 32: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=3$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 33: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 34: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 35: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=3$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 36: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2$
 Σχήμα 37: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$
 Σχήμα 38: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=3$
 Σχήμα 39: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$
 Σχήμα 40: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$
 Σχήμα 41: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$
 Σχήμα 42: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2$
 Σχήμα 43: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2.5$
 Σχήμα 44: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=3$
 Σχήμα 45: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 46: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 47: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=3$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 48: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα διαμήκους ροής Poiseuille από τον F.Sharipov
 (α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας
 Σχήμα 49: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$
 Σχήμα 50: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$
 Σχήμα 51: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2$
 Σχήμα 52: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$
 Σχήμα 53: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=3$
 Σχήμα 54: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$
 Σχήμα 55: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$
 Σχήμα 56: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$
 Σχήμα 57: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2$
 Σχήμα 58: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2.5$
 Σχήμα 59: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=3$
 Σχήμα 60: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 61: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 62: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=3$, $W=1$, $D=1$
 Σχήμα 63: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Couette από τον F.Sharipov
 (α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας
 Σχήμα 64: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2.5$, $W=1.5$, $D=1$
 Σχήμα 65: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2.5$, $W=1.5$, $D=1$
 Σχήμα 66: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2$

- Σχήμα 67: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$
- Σχήμα 68: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=3$
- Σχήμα 69: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$
- Σχήμα 70: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$
- Σχήμα 71: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$
- Σχήμα 72: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2$
- Σχήμα 73: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2.5$
- Σχήμα 74: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=3$
- Σχήμα 75: Ροϊκές γραμμές για $L=2$, $W=1$, $D=1$
- Σχήμα 76: Ροϊκές γραμμές για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
- Σχήμα 77: Ροϊκές γραμμές για $L=3$, $W=1$, $D=1$
- Σχήμα 78: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Poiseuille από τον F.Sharipov
(α) αδιάστατου ρυθμού ροής , (β) συντελεστή οπισθέλκουσας
- Σχήμα 79: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=3$, $W=1.5$, $D=0.5$
- Σχήμα 80: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$
- Σχήμα 81: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2$
- Σχήμα 82: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$
- Σχήμα 83: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=3$
- Σχήμα 84: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$
- Σχήμα 85: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$
- Σχήμα 86: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$
- Σχήμα 87: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2$
- Σχήμα 88: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2.5$
- Σχήμα 89: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=3$
- Σχήμα 90: Ροϊκές γραμμές για $L=2$, $W=1$, $D=1$
- Σχήμα 91: Ροϊκές γραμμές για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$
- Σχήμα 92: Ροϊκές γραμμές για $L=3$, $W=1$, $D=1$

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο

Η προσέγγιση της ροής των αντλιών κενού μέσω της κινητικής θεωρίας και πιο συγκεκριμένα εφαρμόζοντας μοντελοποιήσεις της μικρορευστοδυναμικής στην εξίσωση Boltzmann μας επιτρέπει τη μελέτη σε ένα ευρύ φάσμα το οποίο εκτείνεται από την υδροδυναμική περιοχή μέχρι την περιοχή του συνεχούς μέσου. Η μεθοδολογία αυτή επιτρέπει επίσης τη μεταβολή παραμέτρων που σχετίζονται με τη γεωμετρία της αντλίας και τη μελέτη της επίδρασης αυτών στη λειτουργία της συσκευής. Η συνεισφορά αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας είναι η προσομοίωση της ροής της αντλίας Holweck δεδομένου ότι οι εφαρμογές των αντλιών κενού συναντώνται πλέον σε αρκετά επιστημονικά πεδία και η εξαγωγή αποτελεσμάτων που θα οδηγήσουν στην πλήρη ανάλυση της ροής.

1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

1.2.1 Βασικές έννοιες

Αντλίες (pumps) είναι οι συσκευές οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη μετακίνηση ρευστών. Αποτελούν τα μηχανικά μέσα με τα οποία προσδίδεται ενέργεια σε ένα ρευστό προκειμένου να επιτευχθεί η διακίνησή του σε μικρή ή μεγάλη απόσταση, από ένα χώρο χαμηλής πίεσης σε άλλο υψηλής ή από μία υψομετρική στάθμη σε άλλη που βρίσκεται ψηλότερα. Ο αρχαιότερος τύπος αντλίας είναι ο Κοχλίας του Αρχιμήδη, που χρησιμοποιήθηκε για το πότισμα των Κρεμαστών Κήπων της Βαβυλώνας τον 7^ο αιώνα π.Χ και περιγράφηκε αναλυτικότερα από τον Αρχιμήδη τον 3^ο αιώνα π.Χ .

Ο όρος του κενού (vacuum) προσδιορίζει ένα dilute αέριο ή την αντίστοιχη κατάσταση στην οποία η πίεση του αερίου είναι χαμηλότερη από αυτή του περιβάλλοντος του. Επειδή η ατμοσφαιρική πίεση μεταβάλλεται τοπικά κατά μήκος της επιφάνειας της γης και μειώνεται καθώς αυξάνεται το υψόμετρο από το επίπεδο της θάλασσας, είναι δύσκολο να προσδιοριστεί ένα ανώτατο όριο για την κλίμακα του κενού. Ένα αέριο χαρακτηρίζεται ως dilute όταν η απόσταση ανάμεσα στα μόρια του είναι μία τάξη μεγέθους μικρότερη από τη μοριακή διάμετρο κάτι που ισχύει σε ατμοσφαιρικές συνθήκες.

Οι αντλίες κενού (vacuum pumps) αποτελούν συσκευές οι οποίες μετακινούν μόρια αερίων ή άλλων ρευστών από έναν κλειστό όγκο από τη δημιουργία μιας ροής που προκαλείται από ένα σύστημα κενού. Η ανακάλυψη των αντλιών αυτών έγινε το 1650 από τον Otto von Guericke. Ο Otto von Guericke (αρχικώς Gericke) ήταν Γερμανός φυσικός επιστήμονας, εφευρέτης και πολιτικός. Το μεγαλύτερο επιστημονικό του επίτευγμα ήταν η θεμελίωση της Φυσικής του κενού. Το 1650 εφεύρε μια αντλία κενού που την αποτελούσαν ένα έμβολο και ένας κύλινδρος που μπορούσαν να αφαιρέσουν τον αέρα μέσα από δοχεία και τη χρησιμοποίησε για να διερευνήσει τις ιδιότητες του κενού σε πολλά πειράματα. Επίσης, ο Γκέρικε

εφάρμοσε το βαρόμετρο στην πρόγνωση του καιρού, μια σημαντική προσφορά στη Μετεωρολογία. Τα όψιμα έργα του επικεντρώθηκαν στον ηλεκτρισμό, αλλά λίγα πράγματα σώθηκαν από τα αποτελέσματά του ενώ επινόησε και την πρώτη ηλεκτροστατική γεννήτρια (Elektrisiemaschine)[39].



Εικόνα 1: Otto von Guericke

1.2.2 Ιστορική αναδρομή

Οι αρχαίοι Έλληνες ήταν οι πρώτοι οι οποίοι προσέγγισαν τον όρο του κενού και έθεσαν τις βάσεις για τη χρησιμοποίησή του σε εφαρμογές όπως το φαινόμενο της άντλησης[33]. Η αρχή τοποθετείται κάπου στον 5^ο αιώνα π.Χ από τον Έλληνα φιλόσοφο Παρμενίδη τον Ελεάτη (γεννήθηκε γύρω στο 515 π.Χ), έναν από τους πιο πρωτότυπους στοχαστές και φιλόσοφους της αρχαιότητας, με το ποίημά του «Περί Φύσεως» μια βαθυστόχαστη διαπραγμάτευση των βασικών θεμάτων της κοσμολογίας. Με το ποίημα αυτό μας εισάγει στην έννοια του όντος και απορρίπτει κατηγορηματικά κάθε δυνατότητα αναφοράς, κάθε σκέψη για το μη υπάρχον, για το τίποτε. Αρνείται την πιθανότητα ύπαρξης κενού. Στη συνέχεια, ακολουθεί ο Αριστοτέλης ο οποίος στο κυριότερο έργο του «Τα Φυσικά» απορρίπτει την έννοια του κενού χώρου (περίπου το 350 π.Χ). Για δυο χιλιάδες χρόνια οι φιλόσοφοι μιλούσαν για την απέχθεια που είχε η φύση για τον κενό χώρο -horror vacui-. Λόγω αυτής της απέχθειας, έλεγαν ότι η φύση εμπόδιζε τη δημιουργία κενού μαζεύοντας οτιδήποτε υπάρχει κοντά και γεμίζοντας στιγμιαία μ' αυτό οποιοδήποτε χώρο που κενώνεται.

Σε αντίθεση με τον Παρμενίδη ήρθε ο Λεύκιππος (460 π.Χ) που εισήγαγε την έννοια των ατόμων, αλλά υποστήριζε και την έννοια του κενού. Όπως αναφέρει ο Σιμπλίκιος (στα Φυσικά) «δίπλα στον Λεύκιππο, ο Δημόκριτος και ο Αβδηρίδης, έθεσαν αρχές για το πλήρες και το κενό». Υποστήριζαν ότι η ύλη είναι πράγματι διαιρετή πολύ πέρα της άμεσης εμπειρίας, αλλά υπάρχει επίσης ένα έσχατο υπόβαθρο απείρως σκληρών, άτμητων, αδιαίρετων σωματιδίων, τα οποία θα μπορούσαμε να ονομάσουμε άτομα. Ο Ρωμαίος ποιητής Λουκρήτιος, στο έργο του «Σχετικά με τη Φύση των πραγμάτων» (De Rerum Natura), παρουσίασε τη διδασκαλία των πρωτότυπων ελληνικών έργων, χαμένων σήμερα ως επί το πλείστον, και συνόψισε αυτήν την ατομική θεωρία, η οποία αποτελεί το αποκορύφωμα της ρωμαϊκής επιστημονικής σκέψης. Η καθοδηγητική αρχή του έργου του Λουκρήτιου είναι η ακόλουθη: «Όλη η φύση, λοιπόν, όπως υφίσταται αυθύπαρκτη, αποτελείται από δύο πράγματα: υπάρχουν τα σώματα και υπάρχει το κενό, στο οποίο βρίσκονται και κινούνται αυτά τα σώματα...». Η συνηθισμένη ύλη αποτελείται από τα δύο αυτά έσχατα συστατικά στοιχεία της πραγματικότητας: από την μία στερεά και αιώνια

σωματίδια και από την άλλη το κενό. Σημειώστε ότι, εξ ορισμού, τα άτομα αυτά δεν είναι άμεσα αντιληπτά από τις αισθήσεις. Κατά συνέπεια, δεν προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι η δομή της ύλης αποτέλεσε επί πολύ καιρό αντικείμενο αδιέξοδων συζητήσεων, είτε αυτές κατέληγαν στην απόρριψη της ατομικής θεωρίας (από τον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη), είτε αυτές κατέληγαν στην αποδοχή της σε κάποια μορφή αργότερα (από το Γαλιλαίο, το Μπέικον, το Καρτέσιο, το Νεύτωνα).

Η λέξη αέριο επινοήθηκε πάντως από το Βέλγο αλχημιστή Jean van Helmont. Διάσημος στις ημέρες του ως άτομο της μεγάλης εκμάθησης, ήταν ένας περίεργος συνδυασμός μοντέρνου εμπειρισμού αλλά και μεσαιωνικού αποκρυφισμού με ισχυρές κλίσεις στο υπερφυσικό. Σε μια εργασία με τίτλο *Ortus medicinae* – που δημοσιεύθηκε μετά το θάνατο του το 1648, περίπου 12 χρόνια πριν τη δημοσίευση της περίφημης δουλειάς του Boyle – εισήγαγε τον όρο αέριο. Βρήκε ότι το κάρβουνο, κατά την καύση, εξάγει ότι ήταν γνωστό τότε ως πνεύμα, το ονόμασε « *spiritus sylvestris* » το οποίο σημαίνει « το πνεύμα των ξύλων » και σημείωσε « *hunc spiritum, incognitum hectenus, novo nomine gas voco* » δηλαδή « αυτό το πνεύμα, έως τώρα άγνωστο, του δίνω ένα νέο όνομα, αέριο.» Στο μεταξύ, η ατομική θεωρία της ύλης είχε αρχίσει να αναπτύσσεται από μια εντελώς διαφορετική κατεύθυνση την έρευνα για τα αέρια.

Ο Γαλιλαίος, στις Δύο Νέες Επιστήμες, επεσήμανε ότι μια αντλία αναρρόφησης δεν μπορεί να ανυψώσει το νερό περισσότερο από 10.5 μέτρα περίπου. Το γεγονός αυτό προφανώς ήταν ευρέως γνωστό την εποχή που ο Γαλιλαίος έγραψε το βιβλίο του οι αντλίες χρησιμοποιούνταν ήδη για την άντληση πόσιμου νερού από πηγάδια και για την απομάκρυνση του νερού από πλημμυρισμένα ορυχεία και έτσι οι περιορισμοί της λειτουργίας τους θα είχαν γίνει φανεροί σε πολλούς εργάτες. Μια σημαντική συνέπεια της περιορισμένης ικανότητας των αντλιών στην ανύψωση του νερού ήταν η ανάγκη μιας άλλης μεθόδου για την άντληση του νερού από βαθύτερα ορυχεία η ανάγκη αυτή απετέλεσε το αρχικό ερέθισμα για την ανάπτυξη ατμομηχανών, με τη βοήθεια των οποίων το νερό μεταφερόταν σε κάδους. Μια άλλη συνέπεια ήταν η περιέργεια των φυσικών του 17^{ου} αιώνα να ανακαλύψουν γιατί η αντλία αναρρόφησης λειτουργούσε καν, και τον λόγο για τον οποίο υπάρχει όριο στην ικανότητα της να ανυψώνει το νερό. Αν αφαιρέσουμε τον αέρα από ένα δοχείο και δημιουργήσουμε κενό, παρουσιάζεται μια τάση αναρρόφησης διαφόρων αντικειμένων προς τα μέσα. Οι αριστοτελικοί φιλόσοφοι εξηγούσαν αυτό το γεγονός όπως είπαμε πιο πάνω, λέγοντας ότι η Φύση απεχθάνεται το κενό. Δεν είναι φυσικό, έλεγαν, ο χώρος να μην είναι γεμάτος με ύλη, και επομένως η ύλη θα μετακινηθεί έτσι ώστε να γεμίσει οποιονδήποτε κενό χώρο. Ο ισχυρισμός αυτός αποτελεί παράδειγμα τελεολογικής ερμηνείας, η οποία βασίζεται στην « τελική αιτία » (άλλο παράδειγμα θα ήταν: « Η βροχή πέφτει γιατί οι καλλιέργειες χρειάζονται νερό»). Ένας από τους βασικούς στόχους της νέας μηχανικής φιλοσοφίας του 17^{ου} αιώνα ήταν να εξαλείψει τέτοιες τελεολογικές ερμηνείες και να εξηγήσει τα φαινόμενα με τη βοήθεια άμεσων φυσικών αιτίων. Η αριστοτελική θεωρία ήταν ιδιαίτερα αδύνατη στη συγκεκριμένη περίπτωση: ακόμα και αν δεχθεί κανείς την πρόταση ότι η Φύση απεχθάνεται το κενό, θα είναι δύσκολο να εξηγήσει γιατί αυτή η απέχθεια είναι ακριβώς αρκετή για να ανυψώσει το νερό 10.5 μέτρα, ούτε λιγότερο ούτε περισσότερο!

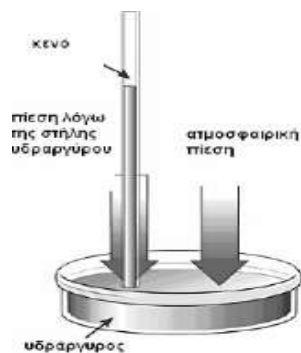
Ο Evangelista Torricelli, ο οποίος υπήρξε για μικρό χρονικό διάστημα μαθητής του Γαλιλαίου, συνειδητοποίησε ότι η ατμόσφαιρα εξασκεί κάποια πίεση στην επιφάνεια της Γης και διέβλεψε ότι αυτή η ατμοσφαιρική πίεση θα μπορούσε να

εξηγήσει τα φαινόμενα που προηγουμένως αποδίδονταν στην απέχθεια της Φύσης προς το κενό. Ο Torricelli, σκέφθηκε ότι ο υδράργυρος, ένα υγρό περίπου 14 φορές βαρύτερο από το νερό, θα μπορούσε να ήταν πολύ πιο βολικό από το νερό για εργαστηριακά πειράματα· πράγματι, όπως προέκυψε, η ίδια αντλία αναρρόφησης που μπορούσε να ανυψώσει μια στήλη νερού 10,5 m ήταν σε θέση να ανυψώσει μια στήλη υδραργύρου μόνο 0,76 m. Η αντλία στην πραγματικότητα δεν είναι καν αναγκαία για τη συγκράτηση μιας στήλης υγρού στο απλό όργανο που έγινε γνωστό ως βαρόμετρο του Torricelli. Παίρνουμε έναν ευθύ γυάλινο σωλήνα μήκους λίγο μεγαλύτερου από 0,76 m, ο οποίος είναι ανοικτός στο ένα άκρο και σφραγισμένος στο άλλο, μια λεκάνη και αρκετό υδράργυρο ώστε να γεμίσουμε τον σωλήνα και τη λεκάνη. Γεμίζουμε τον σωλήνα μέχρι το χείλος, κλείνουμε το ανοικτό άκρο με το δάκτυλο μας, τον γυρνάμε ανάποδα στη λεκάνη, και απομακρύνουμε το δάκτυλο μας. Διαπιστώνουμε τότε ότι ο υδράργυρος κυλά στη λεκάνη, αλλά μόνο μέχρι το σημείο όπου η διαφορά μεταξύ του επιπέδου στον σωλήνα και του επιπέδου στη λεκάνη είναι περίπου 0,76 m. Στο πάνω μέρος του σωλήνα, πάνω από τον υδράργυρο, σχηματίζεται ένας κενός χώρος. Ο Τοριτσέλλι επανέλαβε την ίδια διαδικασία με έναν σωλήνα που είχε μεγαλύτερο εξόγκωμα στο κλειστό άκρο του ο κενός χώρος σε έναν τέτοιο σωλήνα είναι μεγαλύτερος και θα μπορούσαν να στερεωθούν σε αυτόν μικρά αντικείμενα.

Η ανακοίνωση των πειραμάτων του Torricelli το 1643 ώθησε άλλους επιστήμονες [οι Όττο φον Γκέρικε (Otto von Guericke) και Ρόμπερτ Μπούλ ήταν μεταξύ των πρώτων] να κατασκευάσουν καλύτερες αντλίες κενού, για να πειραματισθούν με τα φαινόμενα του κενού και τις ιδιότητες των αερίων σε χαμηλή πίεση. Ο Γκέρικε έκανε μία θεαματική επίδειξη των δυνάμεων που μπορεί να ασκήσει η πίεση του αέρα με το πείραμα που είναι γνωστό στην Ιστορία της Επιστήμης ως τα «Ημισφαίρια του Μαγδεμβούργου». Με τα πειράματά του ο Γκέρικε απέδειξε ότι η υπόθεση του Αριστοτέλους ότι η Φύση «φοβάται το κενό» (*horror vacui*) ήταν λανθασμένη: έδειξε ότι οι ουσίες δεν «τραβιούνται» από το κενό, αλλά αντίθετα «σπρώχνονται» από την πίεση των περιβαλλόντων ρευστών. Οι αντλίες αυτές ήταν σχετικά πρωτόγονες και δεν μπορούσαν να δημιουργήσουν αυτό που σήμερα θα ονομάζαμε κενό. Σε κάθε περίπτωση, η πλήρης απομάκρυνση κάθε ίχνους αερίου από ένα κλειστό δοχείο είναι αδύνατη ακόμη και σήμερα. Αλλά οι σημαντικές βελτιώσεις στην κατασκευή των αντλιών κενού στο δεύτερο μισό του 19^{ου} αιώνα οδήγησαν στην επίτευξη συνθηκών κενού σε τέτοιο βαθμό ώστε έγινε δυνατή από τη μια η ανακάλυψη των υποατομικών σωματιδίων και από την άλλη η κατασκευή των ηλεκτρικών λαμπτήρων πυρακτώσεως.

Με μια αντλία και ένα γυάλινο δοχείο, μπορούσε κανείς να προετοιμάσει έναν πειραματικό χώρο όπου ήταν δυνατό να μελετήσει την επίδραση του φωτός, του ήχου, και των μαγνητικών ή ηλεκτρικών δυνάμεων μέσα σε μια ατμόσφαιρα αραιωμένη σε διάφορους βαθμούς. Θα μπορούσε επίσης να προσπαθήσει να ανακαλύψει, με τη βοήθεια της διαφοράς του βάρους ενός αγγείου πριν και μετά την «αναρρόφηση», το βάρος του περιεχόμενου αερίου. Αντιστρόφως, θα μπορούσε να συμπίεσει αέρια σε ένα δοχείο σε υψηλότερες πιέσεις. Σύμφωνα με τον Torricelli και άλλους οπαδούς της μηχανικής φιλοσοφίας, η δύναμη που συγκρατεί ψηλά τη στήλη του υδραργύρου στον σωλήνα δεν είναι παρά η πίεση της ατμόσφαιρας, η οποία μεταδίδεται μέσω του υδραργύρου της λεκάνης. Ο αέρας σπρώχνει προς τα κάτω την επιφάνεια του υδραργύρου και αφού πρακτικά δεν υπάρχει κάποιο αέριο στον χώρο που βρίσκεται στην κορυφή του σωλήνα ο υδράργυρος ανυψώνεται μέχρις ότου το βάρος του να είναι ικανό να εξισορροπήσει τη δύναμη που ασκείται εξωτερικά από

τον αέρα στην επιφάνεια του υδραργύρου της λεκάνης. Στην πραγματικότητα το γεγονός αυτό εξηγείται με την ισορροπία της πίεσης και όχι της δύναμης, η οποία καθορίζει το ύψος της στήλης υδραργύρου (και την ισορροπία των ρευστών γενικότερα). Ήταν πολύ δύσκολο για πολλούς ανθρώπους να πιστέψουν ότι η ατμόσφαιρα ασκεί πράγματι μια τόσο μεγάλη πίεση- σε κοινές μονάδες 1.04 κιλά βάρους ανά τετραγωνικό εκατοστό. Για παράδειγμα, αν εγγράψουμε το τετράγωνο της βάσης του πύργου του Άιφελ σε ένα κύκλο, υψώσουμε ένα κύλινδρο που να φτάνει μέχρι την κορυφή του, και τον γεμίσουμε με αέρα τότε ο αέρας θα ζυγίζει περισσότερο από τον ίδιο τον πύργο.



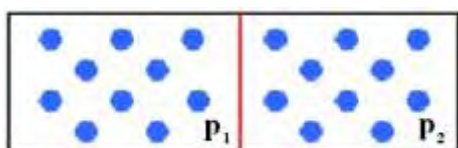
Εικόνα 2: Βαρόμετρο του Torricelli

1.2.3 Ορολογία

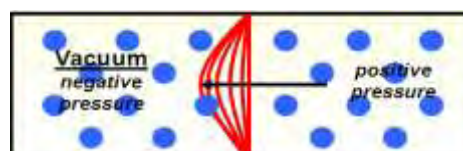
Η πίεση ορίζεται ως η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Η μερική πίεση (partial pressure) αποτελεί την πίεση που θα είχε ένα αέριο εάν δεν ήταν σε μίγμα. Η ολική πίεση (total pressure) αναφέρεται σε μίγμα αερίων και αποτελεί το άθροισμα των μερικών πιέσεων όλων των επιμέρους συστατικών [29].

$$p = \frac{F}{A} \quad (1.1)$$

Δημιουργία κενού: Αρχικά θεωρούμε ένα δοχείο το οποίο χωρίζεται σε δύο ίσους όγκους μέσω μιας εύκαμπτης μεμβράνης. Σε κάθε όγκο περιέχεται ο ίδιος αριθμός μορίων και οι πιέσεις p_1 και p_2 είναι ίδιες (Εικόνα 3(α)). Εάν μετακινηθούν μόρια από τον έναν όγκο (V_1) στον άλλο (V_2) η πίεση p_1 θα είναι χαμηλότερη από την p_2 και στον όγκο V_1 θα δημιουργηθεί κενό χαμηλότερης πίεσης σε σχέση με τον V_2 . Η διαφορά πίεσης δημιουργεί μια δύναμη με φορά προς την περιοχή της χαμηλής πίεσης p_1 με αποτέλεσμα την κίνηση των μορίων προς αυτήν την κατεύθυνση (Εικόνα 3(β)). Όταν η διαφορά πίεσης μηδενιστεί δε θα υπάρχει πλέον κίνηση των μορίων.



Εικόνα 3(α)



Εικόνα 3(β)

Καταστατική εξίσωση αερίων: Αποτελεί τη συσχέτιση ανάμεσα στην πίεση p και στον αριθμό των μορίων n ενός ιδανικού αερίου μέσω της σταθεράς Boltzmann k_B .

$$pV = \frac{mRT}{M} = Nk_B T \quad (1.2)$$

Όπου:

- p : πίεση [Pa]
- V : όγκος [m^3]
- m : μάζα [kg]
- R : παγκόσμια σταθερά των αερίων [8.314510 kJ/(kmolK)]
- T : απόλυτη θερμοκρασία [K]
- M : μοριακή μάζα [kg/kmol]
- N : αριθμός των μορίων
- k_B : σταθερά Boltzmann [$1,381 \cdot 10^{-23}$ J/K]

Απόλυτο κενό (absolute vacuum):
όταν η πυκνότητα των μορίων μηδενίζεται.

Μέση ελεύθερη διαδρομή μορίων (mean free path mfp): Τα μόρια κινούνται διαρκώς πριν να συγκρουστούν μεταξύ τους. Η μέση τιμή των αποστάσεων αυτών μεταξύ των συγκρούσεων αποτελεί το mfp (Εικόνα 4)[2].

$$\lambda = \frac{\bar{\xi}}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \frac{\bar{\xi}}{\langle \xi \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \quad (1.3)$$

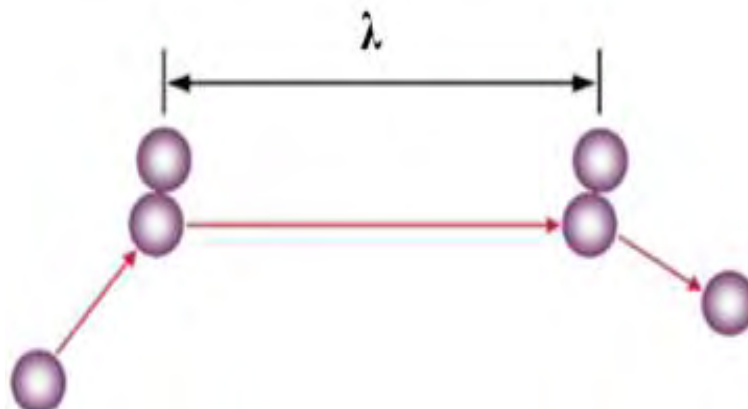
Όπου:

- ξ : μοριακή ταχύτητα
- ν : συχνότητα των συγκρούσεων
- d : απόσταση $(d_1+d_2) / 2$

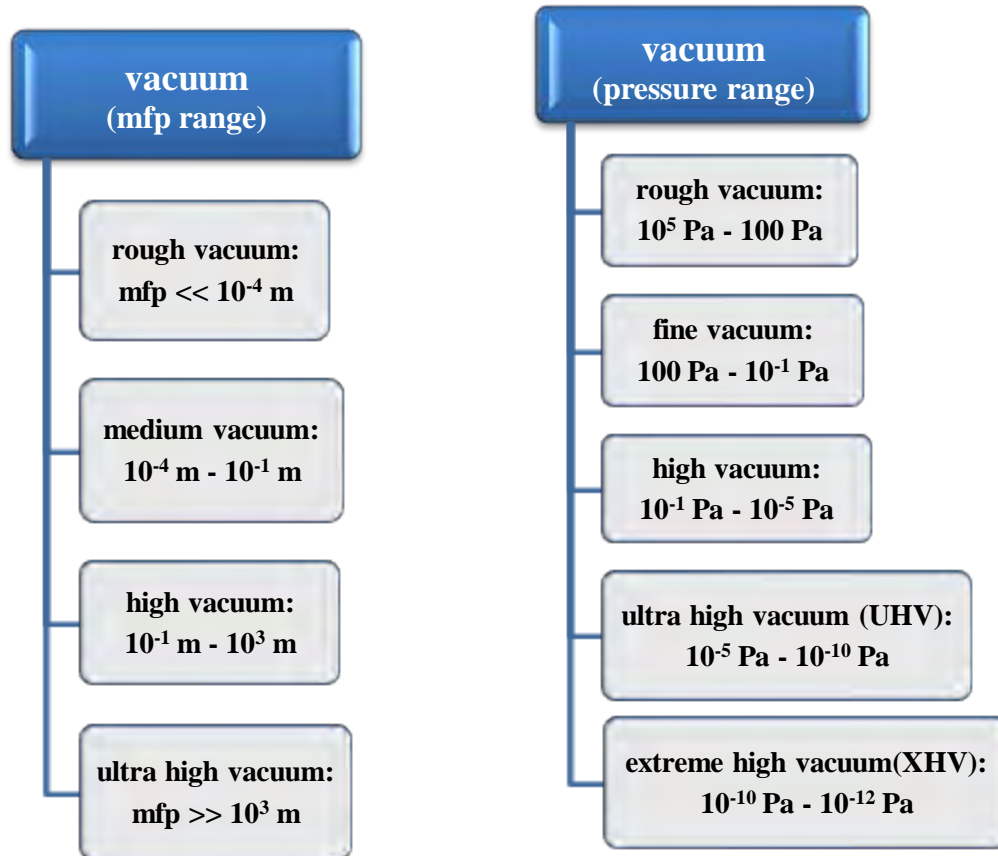
$$\langle \xi \rangle : \text{μέση θερμική ταχύτητα (mean thermal velocity)} \quad \langle \xi \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (1.4)$$

$$\lambda \times n = \text{σταθερό} \quad \text{και} \quad \lambda \times p = \text{σταθερό}$$

➤ σε υψηλές πιέσεις έχουμε μικρό λ και αντίστροφα σε χαμηλές πιέσεις μεγάλο λ .



Εικόνα 4: Απεικόνιση του mfp



Εικόνα 5: Διαχωρισμός περιοχών κενού

Αριθμός Reynolds: Στη μηχανική των ρευστών, ο αριθμός Reynolds (Re) είναι ένας αδιάστατος αριθμός ο οποίος δίνει ένα μέτρο της αναλογίας των αδρανειακών δυνάμεων προς τις δυνάμεις ιξώδους και κατά συνέπεια, ποσοτικοποιεί τη σχετική σημασία των δύο αυτών τύπων δυνάμεων για δεδομένες συνθήκες ροής.

$$Re = \frac{\rho u d}{\nu} \quad (1.5)$$

Όπου:

- ρ : πυκνότητα [kg/m^3]
- u : ταχύτητα ροής [m/s]
- d : διάμετρος [m]
- ν : ιξώδες [Pas]

Re < 2300: στρωτή ροή
Re > 4000: τυρβώδης

Αριθμός Knudsen: Ορίζεται ως ο λόγος του mfp προς το χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος.

$$Kn = \frac{\lambda}{d} \quad (1.6)$$

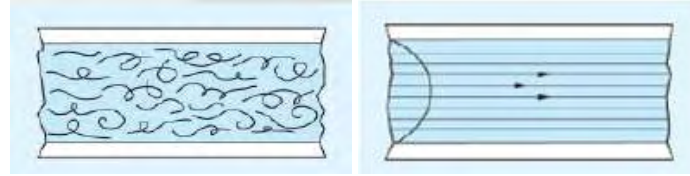
Όπου:

το d διαφέρει ανάλογα με τη γεωμετρία που εξετάζουμε:

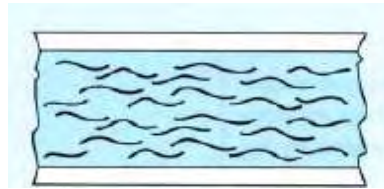
- Ορθογώνιος αγωγός: $d = L$ (μήκος ή πλάτος)
- Κυκλικός ή τριγωνικός αγωγός: $d = D_h$ (υδραυλική διάμετρος)

Περιοχές ροής αερίων: Στην τεχνολογία κενού υπάρχουν τρεις περιοχές ροής ο διαχωρισμός των οποίων γίνεται με βάση τον αριθμό Kn[27]:

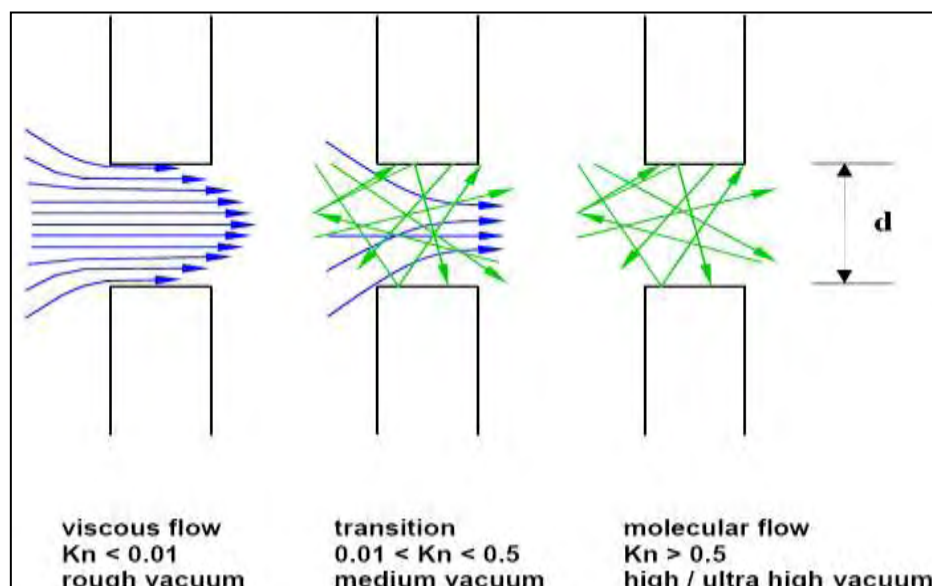
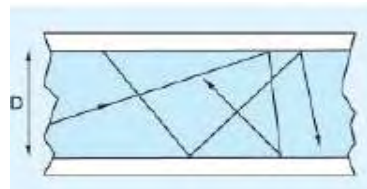
- $Kn \ll 0.01$: Ιξώδης ή συνεχής ροή (στρωτή ή τυρβώδης ανάλογα με τον αριθμό Re) - rough vacuum - περιγράφεται από τις εξισώσεις NS.



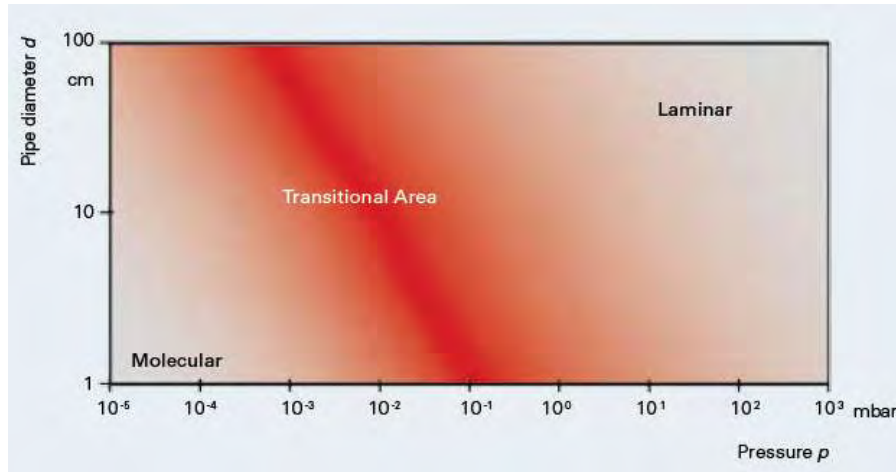
- $0.01 < Kn < 0.5$: Μεταβατική περιοχή - fine, medium vacuum - εξίσωση Boltzmann (εμπειρικές προσεγγίσεις) .



- $Kn > 0.5$: Ελεύθερη μοριακή περιοχή - ultra, extreme high vacuum - εξίσωση Boltzmann (χωρίς τον όρο των συγκρούσεων) Monte Carlo methods.



Εικόνα 6: Σχηματική απεικόνιση περιοχών ροής



Εικόνα 7: Περιοχές ροής σε σχέση με την πίεση και τη διάμετρο των μορίων

Ροή μάζας (mass flow): Είναι η ποσότητα του αερίου το οποίο ρέει διαμέσου ενός αγωγού ανά μονάδα χρόνου. Μετράται σε: kg/h, g/s.

$$\dot{M} = \frac{m}{t} \quad (1.7)$$

Ταχύτητα άντλησης (pumping speed): Οι αντλίες κενού παρουσιάζουν σταθερή ογκομετρική ροή στο στόμιο εισόδου η οποία αποτελεί την ταχύτητα άντλησης. Μετράται σε: m³/s, m³/h.

$$S = \frac{dV}{dt} \quad (1.8)$$

Διακίνηση (pump throughput or pump PV flow): Διαιρώντας την καταστατική εξίσωση με το χρόνο t προκύπτει η ροή του αερίου, η οποία μετράται σε μονάδες πίεσης (Όγκος / μονάδα χρόνου: Pa m³/s [=Watt])[30]. Σε μια σταθερή θερμοκρασία η διακίνηση είναι ανάλογη με τον αριθμό των μορίων που αντλείται ανά μονάδα χρόνου και κατά συνέπεια προς τη ροή μάζας της αντλίας. Όταν συζητούμε για μια διαρροή στο σύστημα ή backstreaming της αντλίας, η διακίνηση υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το ρυθμό διαρροής όγκου με την πίεση στην πλευρά του κενού της διαρροής, έτσι ώστε η διακίνηση της διαρροής να μπορεί να συγκριθεί με τη διακίνηση της αντλίας.

$$Q_{pV} = p \frac{V}{t} = \frac{mRT}{tM} \quad (1.9)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση για την ταχύτητα άντλησης προκύπτει:

$$Q_{pV} = S \times p = \frac{dV}{dt} p \quad (1.10)$$

Conductance or conductivity: Η ροή αερίου διαμέσου ενός αγωγού δημιουργεί διαφορά πίεσης Δp στα άκρα του.

$$C = \frac{Q_{pV}}{\Delta p} \quad (1.11)$$

Ανάλογα με τη διάταξη (σε σειρά ή παράλληλα) υπολογίζεται αντίστοιχα με το νόμο του Ohm για τις αντιστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \text{σε σειρά:} & \text{παράλληλα:} \\ \frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots & C_{tot} = C_1 + C_2 + \dots \end{array} \quad (1.12)$$

Λόγος συμπίεσης: Αποτελεί την ικανότητα μιας αντλίας να συμπίεσει ένα ρευστό και ισούται με το μέγιστο λόγο πιέσεων μεταξύ της πίεσης εξόδου p_2 και της πίεσης εισόδου p_1 .

$$K_0 = \frac{P_2}{P_1} \quad (1.13)$$

1.2.4 Προσδιορισμός εννοιών με όρους παραμέτρων ροής

Ροή μάζας αερίου:

- Σε ορθογώνιο αγωγό:

$$\dot{M} = G^* \frac{H^2 W}{u_0} \frac{(P_1 - P_2)}{L} \quad (1.14)$$

- Σε κυκλικό αγωγό:

$$\dot{M} = G^* \frac{\pi D_h^3}{u_0} \frac{(P_1 - P_2)}{L} \quad (1.15)$$

Αδιάστατη ροή μάζας:

$$G^* = \frac{1}{(\delta_1 - \delta_2)} \int_{\delta_1}^{\delta_2} G d\delta \quad (1.16)$$

Όπου:

$$\delta_1 = \frac{P_1 \times H}{\mu(T_0) \times u_0} \quad (1.17)$$

$$\delta_2 = \frac{P_2 \times H}{\mu(T_0) \times u_0} \quad (1.18)$$

Στην περίπτωση του ορθογώνιου αγωγού το χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος αποτελεί το μήκος του αγωγού L . Ενώ στον κυκλικό αγωγό οι αδιαστατοποιήσεις γίνονται με βάση την υδραυλική διάμετρο D_h :

$$D_h = \frac{4A}{\Gamma} \quad (1.19)$$

Όπου:

A : αδιαστατοποιημένο εμβαδόν διατομής

Γ : αδιαστατοποιημένη περίμετρος διατομής

$$\text{Pump throughput:} \quad Q_{pV} = \frac{P \times V}{t} = P \times S \quad (1.20)$$

$$\text{Conductivity:} \quad C = \frac{Q_{pV}}{(P_1 - P_2)} = \frac{PV / t}{(P_1 - P_2)} = \frac{\dot{M}}{m} \frac{RT_0}{(P_1 - P_2)} \quad (1.21)$$

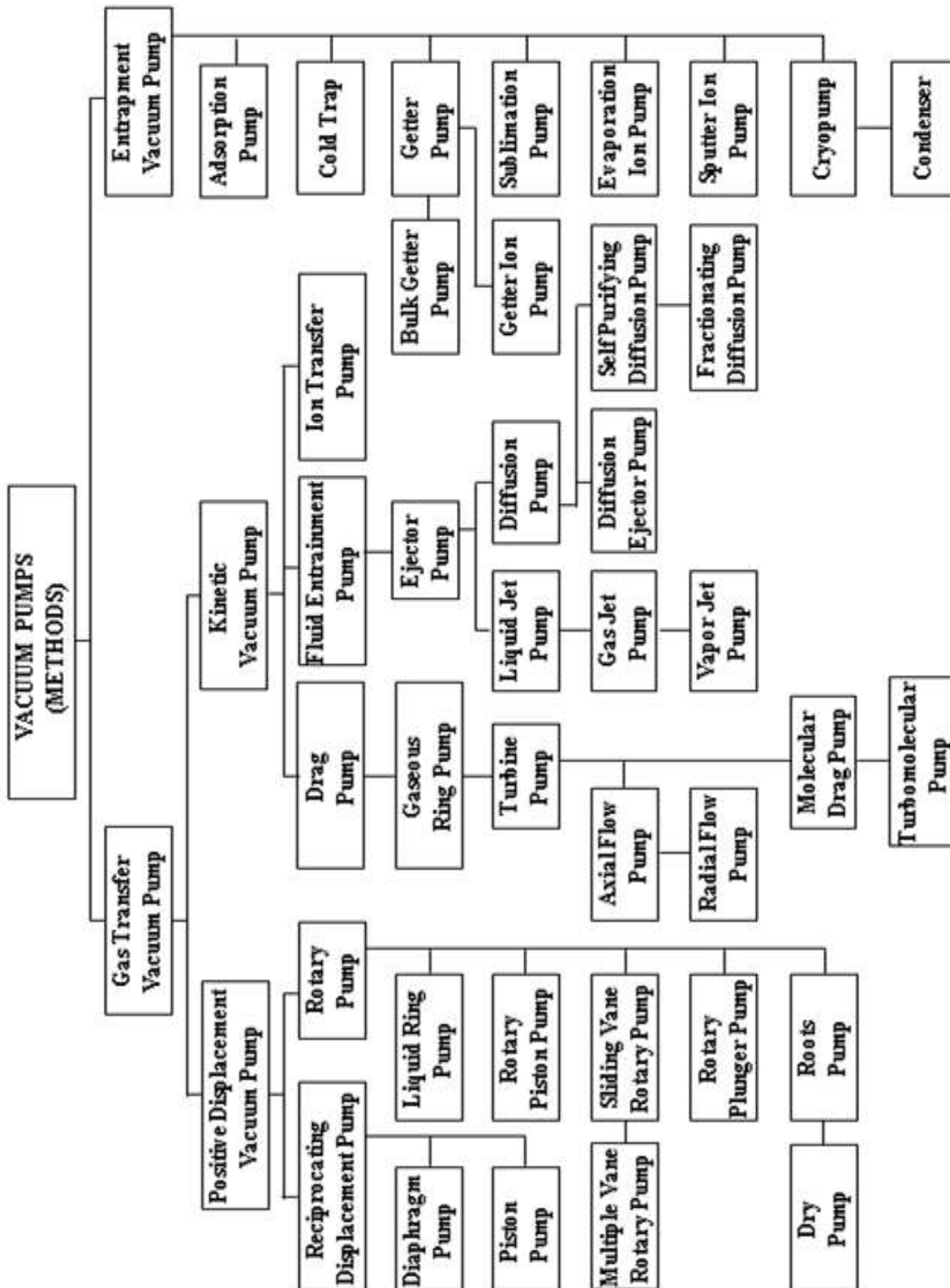
Εξαρτάται από τη γεωμετρία μέσω της διαφοράς πίεσης και είναι πάντα θετική.

1.2.5 Κατηγοριοποίηση αντλιών κενού

Η κατηγοριοποίηση των αντλιών κενού γίνεται με βάση τη μέθοδο άντλησης που εφαρμόζεται και διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες: μεταφοράς αερίου και εγκλωβισμού/παγίδευσης αερίου[27].

- Gas transfer pumps (αντλίες μεταφοράς αερίου):
τα αέρια απομακρύνονται μόνιμα εξάγοντάς τα στην ατμόσφαιρα (διακρίνονται σε δύο επιμέρους κατηγορίες):
 - Positive displacement pumps (αντλίες θετικής εκτόπισης):
το ρευστό εκτοπίζεται από ένα χώρο και προωθείται σε ένα άλλο είτε με ένα μηχανικό μέσο (έμβολο, διάφραγμα) είτε με ένα άλλο ρευστό. Η πίεση ασκείται άμεσα στο ρευστό μέσω του παλινδρομικού εμβόλου ή άλλων περιστρεφόμενων μελών τα οποία σχηματίζουν θαλάμους που εναλλακτικά γεμίζουν υγρό και αδειάζουν. Είναι αποδοτικότερες στην περιοχή του low vacuum.
 - Kinetic pumps (κινητικές αντλίες):
το διακινούμενο ρευστό υφίσταται μεταβολή της κινητικής του κατάστασης λόγω πρόσδοσης ορμής σε αυτό από το κινούμενο στοιχείο της αντλίας με αποτέλεσμα την αύξηση της κινητικής του ενέργειας η οποία μετατρέπεται σε στατική πίεση. Η αύξηση της ενέργειας μπορεί να γίνει με: μεταφορά ορμής, φυγοκεντρικές δυνάμεις, ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις ή μηχανική ώθηση. Χρησιμοποιούνται κυρίως στην περιοχή του high vacuum.
- Entrapment pumps (αντλίες παγίδευσης):
προκαλούν συμπύκνωση ή χημική παγίδευση του αερίου σε κατάλληλες επιφάνειες που βρίσκονται μέσα στον υπό άντληση θάλαμο. Απαιτούν όμως την περιοδική αναγέννηση των επιφανειών αυτών με αποτέλεσμα ο διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας τους να περιορίζεται. Η χρήση τους γίνεται στην περιοχή του ultra high vacuum.

Στη συνέχεια διαχωρίζονται σύμφωνα με τη διάταξη και τις εφαρμογές που εξυπηρετεί το κάθε είδος και σχηματίζονται τα γνωστά pump trees (Εικόνα 8).



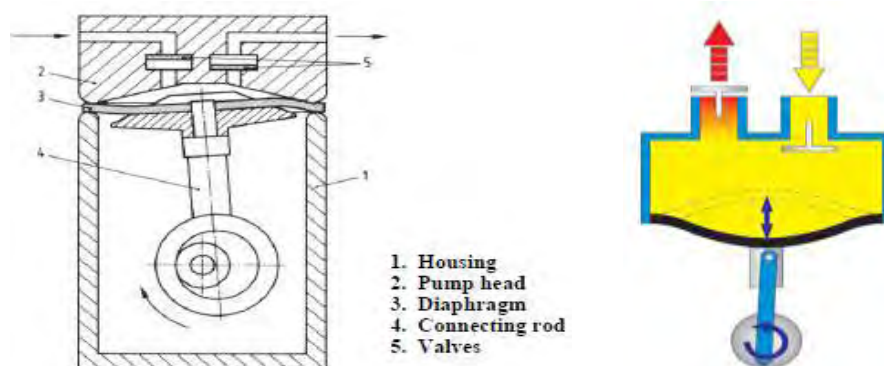
Εικόνα 8: Pump tree

1.2.6 Περιγραφή δημοφιλέστερων τύπων αντλιών κενού

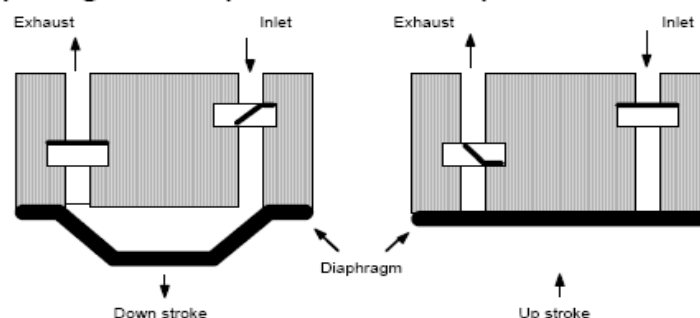
- **Θετικής εκτόπισης - Παλινδρομικές (Reciprocating):**

Diaphragm pump: (Rough vacuum - single or multistage - known also as membrane pump)[29]. Οι συγκεκριμένες αντλίες είναι αρκετά δημοφιλείς για περιβαλλοντικούς κυρίως λόγους μιας και δεν εμφανίζουν απόβλητα νερού. Έχουν επίσης χαμηλό κόστος συντήρησης και λειτουργούν αθόρυβα. Ο θάλαμος άντλησης ή συμπίεσης, ο όγκος του οποίου αυξάνεται και μειώνεται περιοδικά, επιδρά στη διαδικασία της άντλησης. Το διάφραγμα και οι βαλβίδες είναι τα μόνα στοιχεία που έρχονται σε επαφή με το μέσο που πρόκειται να αντληθεί. Χάρη στην περιορισμένη ελαστική παραμόρφωση του διαφράγματος απαιτείται μια σχετικά χαμηλή ταχύτητα άντλησης ενώ η διάρκεια ζωής του διαφράγματος μπορεί να κυμανθεί από 10.000 έως 15.000 ώρες λειτουργίας.

Αρχή λειτουργίας: Ο στροφαλοφόρος άξονας (4) κινεί το διάφραγμα (3) το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στο προστατευτικό περίβλημα (1) και στην κεφαλή της αντλίας (2). Στο χώρο ανάμεσα στην κεφαλή και στο διάφραγμα σχηματίζεται ο θάλαμος αναρρόφησης. Για την εκτόπιση του αερίου απαιτούνται βαλβίδες εισαγωγής και εξαγωγής(5) (Εικόνα 9).



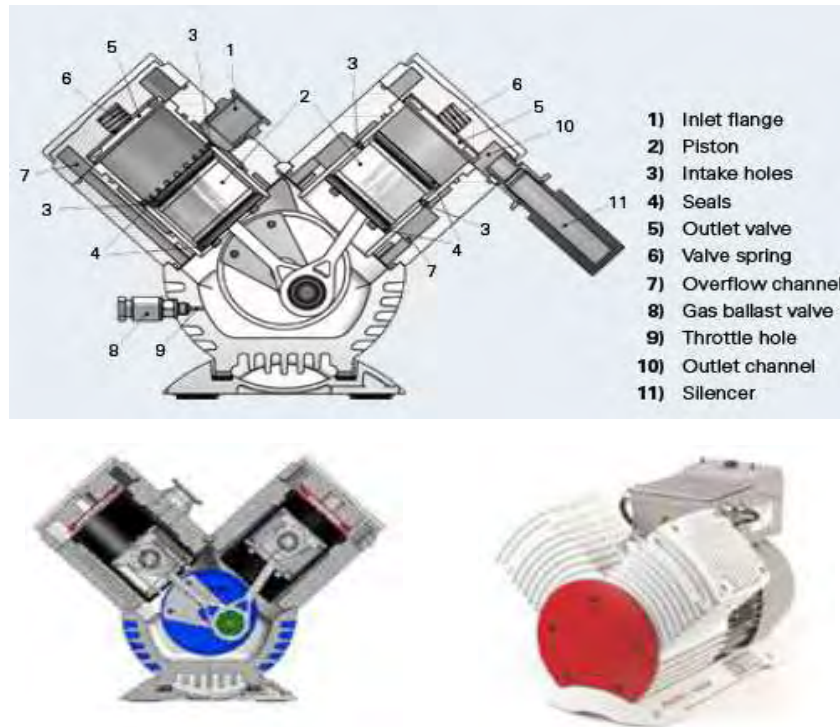
Diaphragm Pumps Produce Vapor Free Vacuum



Εικόνα 9: Αντλία διαφράγματος

Piston pump: (positive displacement pump). Η αρχή λειτουργίας της είναι από τις παλιότερες στην ιστορία των αντλιών κενού. Ο Otto von Guericke, πατέρας της τεχνολογίας κενού χρησιμοποίησε αυτή την αρχή άντλησης (θετικής εκτόπισης) στα πειράματά του. Όπως και στις αντλίες διαφράγματος, οι αντλίες πιστονιού απαρτίζονται από βαλβίδες εισόδου και εξόδου. Η διάταξη των βαλβίδων αυτών δημιουργεί έναν νεκρό όγκο άνωθεν του πιστονιού στην κυλινδρική κεφαλή

περιορίζοντας το μέγιστο λόγο συμπίεσης. Επιπλέον η τελική πίεση περιορίζεται από τη δύναμη που ασκείται στη βαλβίδα εισαγωγής (Εικόνα 10). Τα δύο αυτά μειονεκτήματα αντιμετωπίζονται με τον ειδικό σχεδιασμό του πιστονιού άντλησης[30].

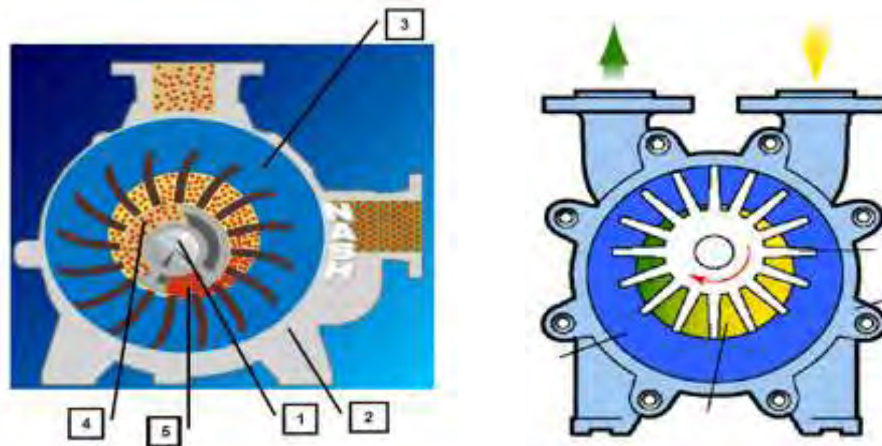


Εικόνα 10: Αντλία πιστονιού

- **Θετικής εκτόπισης - Περιστροφικές (Rotary):**

Liquid ring pump: (Rough vacuum - liquid operated displacement pump)[29,31]. Η Lewis H. Nash κατοχυρώθηκε με βραβείο ευρεσιτεχνίας το 1914 για την αντλία περιστροφικού δακτυλίου ενώ περίπου την ίδια εποχή, στην Αυστρία χορηγήθηκε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας στη Siemens-Schuckertwerke για το σχεδιασμό παρόμοιας αντλίας κενού. Χάρη στην αρχή άντλησης και στον απλό σχεδιασμό τους αυτό το είδος αντλιών χρησιμοποιείται για την άντληση αερίων που περιέχουν μικρές ποσότητες υγρού, μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν και ως συμπιεστές αερίων. Μπορούν να αναρροφήσουν σχεδόν όλα τα αέρια ή ατμούς με την προϋπόθεση ότι αυτά δεν διαβρώνουν τα υλικά της αντλίας και δεν αντιδρούν με το υγρό λειτουργίας της.

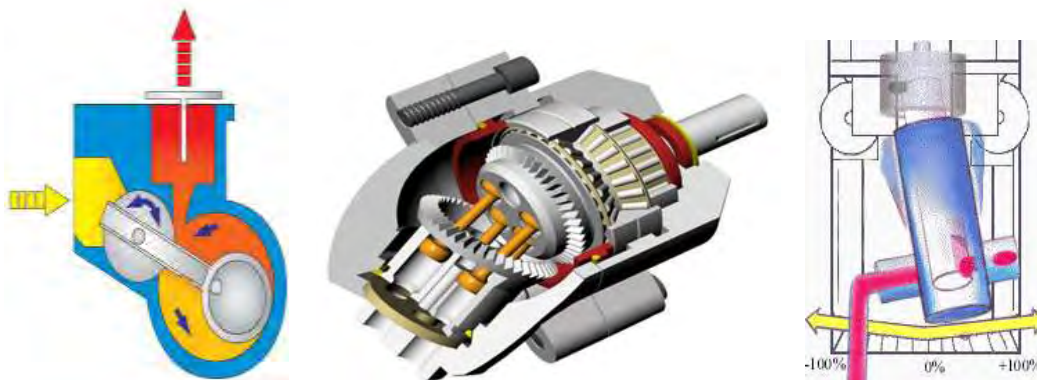
Αρχή λειτουργίας: Ο ρότορας (1) τοποθετείται στο περίβλημα (2) το οποίο τροφοδοτείται με υγρό (συνήθως νερό). Η περιστροφή του ρότορα δημιουργεί λόγω της αναπτυσσόμενης φυγοκεντρικής δύναμης ένα περιστρεφόμενο δακτύλιο υγρού (3). Σε μία πλήρη περιστροφή του ρότορα ανοίγει ο θάλαμος της αντλίας και ξανακλείνει. Κατά τη διάρκεια μίας περιστροφής αέριο ρέει διαμέσου του καναλιού εισροής (4) στο θάλαμο άντλησης και συμπιέζεται, στη συνέχεια προωθείται διαμέσου του καναλιού εκροής (5) στην ατμόσφαιρα. Οι αντλίες αυτές τροφοδοτούνται συνήθως από έναν κινητήρα επαγωγής (Εικόνα 11).



Εικόνα 11: Αντλία υγρού δακτυλίου

Rotary piston pump: (Rough vacuum – oil sealed(wet)). Οι αντλίες αυτές χρησιμοποιούνται στην άντληση υψηλών φορτίων αερίου και σε πιέσεις χαμηλότερες από 0,1 Torr. Ο μηχανισμός τους είναι πολύπλοκος αλλά αρκετά ανθεκτικός στην καταπόνηση[31].

Αρχή λειτουργίας: Αέριο εισέρχεται από το θάλαμο στο κυρίως σώμα της αντλίας με μια βαλβίδα. Ένας έκκεντρα τοποθετημένος κύλινδρος κινείται στο εσωτερικό της αντλίας χωρίς να περιστρέφεται συμπιέζοντας το αέριο μέσω της βαλβίδας εξαγωγής στην ατμόσφαιρα (Εικόνα 12).

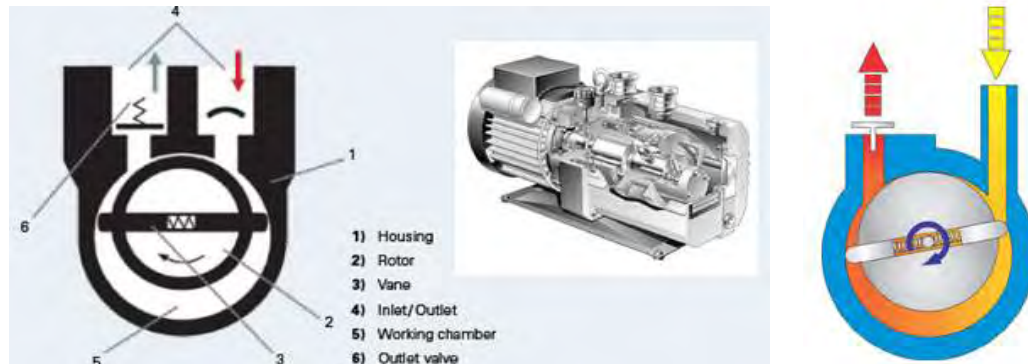


Εικόνα 12: Αντλία περιστροφικού πιστονιού

Rotary vane pump: (Rough vacuum - oil sealed displacement pump)[30]. Εφευρέθηκε από τον Charles C. Barnes of Sackville ο οποίος κατοχυρώθηκε με βραβείο ευρεσιτεχνίας στις 16 Ιουνίου του 1874. Αποτελείται από πτερύγια τοποθετημένα σε ρότορα που περιστρέφεται εντός μίας κοιλότητας. Τα πτερύγια αυτά μπορεί να έχουν επαφή με το τοίχωμα καθώς περιστρέφεται η αντλία χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο.

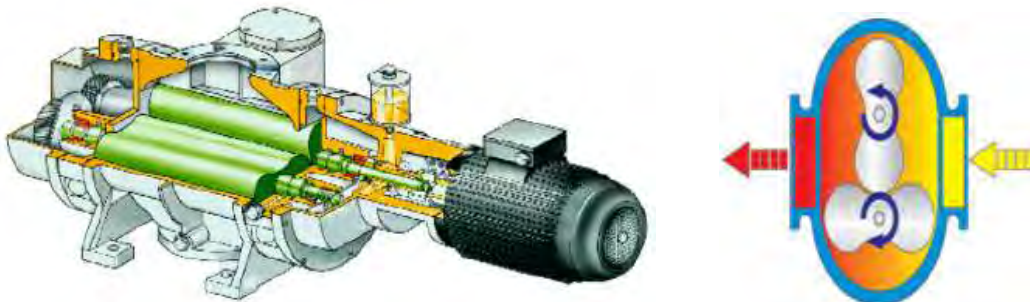
Αρχή λειτουργίας: Το σύστημα άντλησης αποτελείται από ένα περίβλημα, έναν έκκεντρο ρότορα, πτερύγια τα οποία περιστρέφονται ακτινικά και την είσοδο και έξοδο. Η είσοδος αποτελείται από μία βαλβίδα ασφαλείας κενού η οποία είναι διαρκώς ανοιχτή κατά τη διεργασία. Ο θάλαμος άντλησης βρίσκεται μέσα στο προστατευτικό περίβλημα. Ο ρότορας και τα πτερύγια διαχωρίζουν το θάλαμο σε επιμέρους χώρους-όγκους. Καθώς ο ρότορας περιστρέφεται το αέριο εισέρχεται στο

θάλαμο αναρρόφησης ο οποίος κλείνει. Το αέριο συμπιέζεται έως ότου ανοίξει η βαλβίδα εξαγωγής (Εικόνα 13).



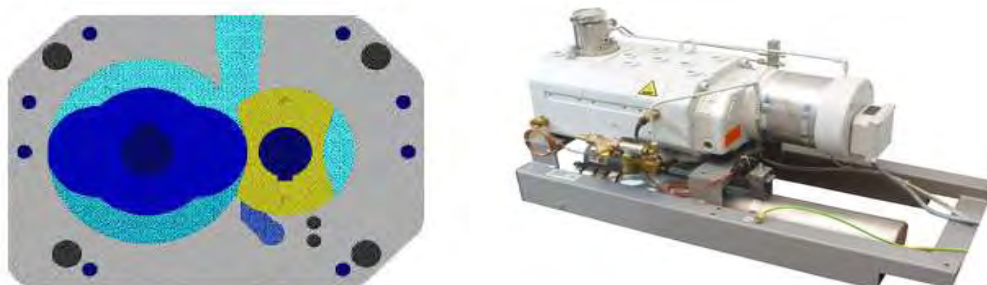
Εικόνα 13: Αντλία περιστροφικών πτερυγίων

Roots pump: (High vacuum - working according roots-principle)[29]. Η αρχή σχεδιασμού των αντλιών αυτών ανακαλύφθηκε το 1848 από τον Isaiah Davies αλλά εφαρμόστηκε στην πράξη πριν από 20 χρόνια από τους αμερικανούς Francis και Philander Roots. Αρχικά χρησιμοποιήθηκαν σαν φυσητήρες σε μηχανές ανάφλεξης. Στη συνέχεια έπειτα από μια τροποποίηση χρησιμοποιήθηκαν στους μετρητές αερίων. Στην επιστήμη του κενού χρησιμοποιούνται μόλις από το 1954 σε συνδυασμό με backing pumps. Αποτελείται από δύο συγχρονισμένους ρότορες και επειδή δεν μπορεί να συμπιέσει απ ευθείας στην ατμόσφαιρα απαιτείται μια πρότερη αντλία (Εικόνα 14).



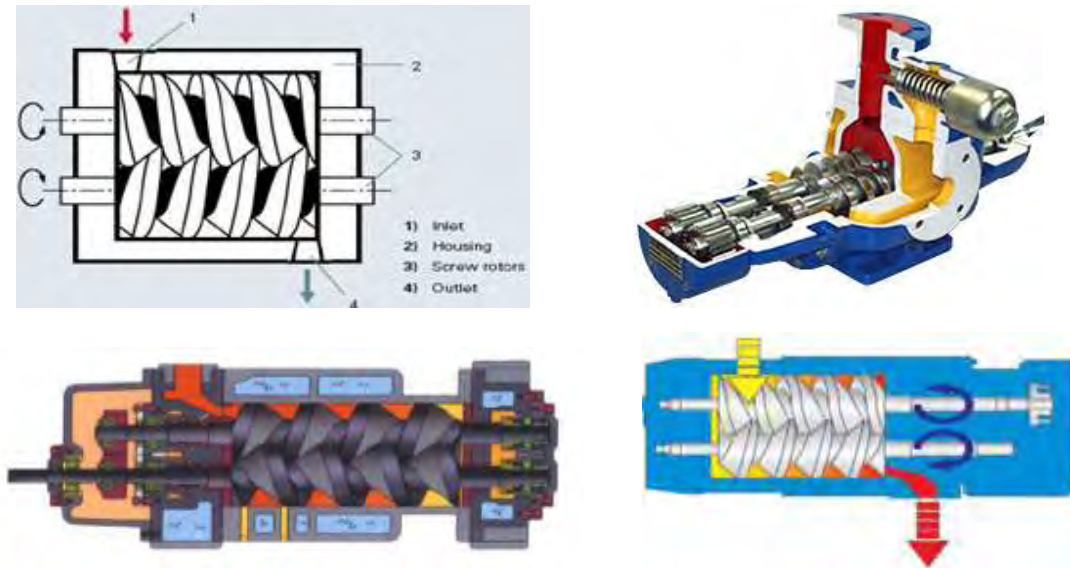
Εικόνα 14: Roots pump

Unidry pump: (Rough vacuum-dry oil free compressing displacement)[29]. Αποτελείται από δύο συγχρονισμένους ρότορες οι οποίοι δεν έρχονται σε επαφή (Εικόνα 15).



Εικόνα 15: Unidry pump

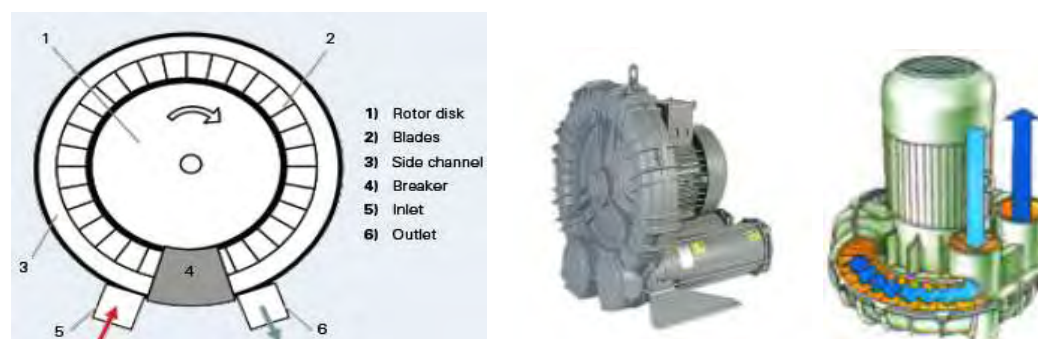
Screw pump: (Rough vacuum - dry oil free compressing displacement)[30]. Αποτελείται από δύο συγχρονισμένα ελικοειδή προφίλ τοποθετημένα απέναντι τα οποία δεν έρχονται σε επαφή (Εικόνα 16).



Εικόνα 16: Screw pump

- **Κινητικές:**

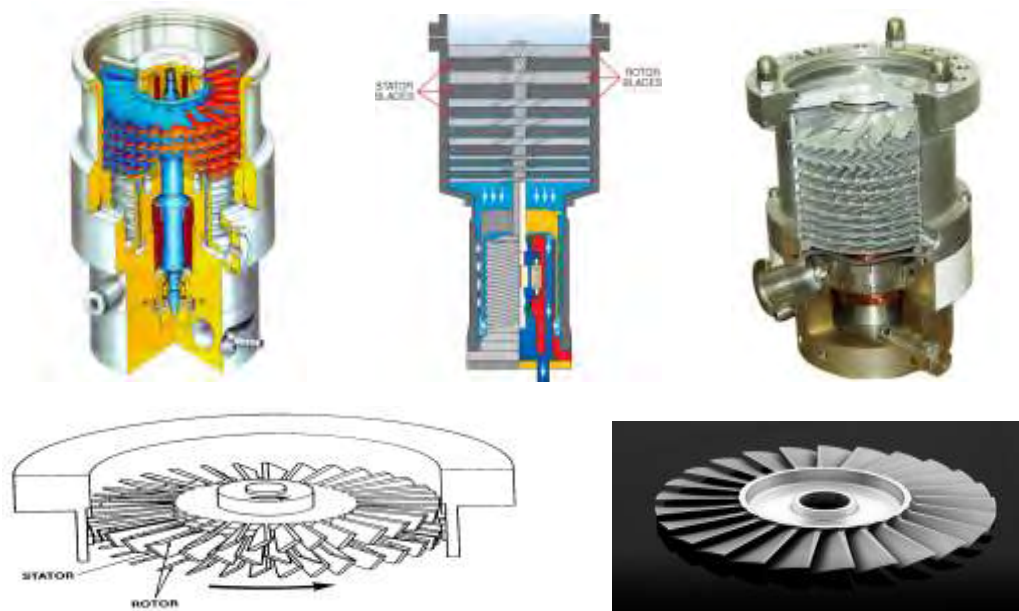
Gaseous ring (Side channel) pump: (from atmosphere to high vacuum range)[30]. Βασίζεται σε δύο αρχές λειτουργίας: Στην περιοχή των υψηλών πιέσεων (στρωτή ροή) λειτουργεί με βάση την αρχή της πλευρικού καναλιού αντλίας κενού. Ενώ στην περιοχή των χαμηλών πιέσεων λειτουργεί ως Holweck αντλία κενού. Η διάταξη της αντλίας αποτελείται από ένα δισκοειδή ρότορα (1) με πτερύγια (2), το πλευρικό κανάλι (3), διακόπτη (4) και την είσοδο (5) και έξοδο (6) (Εικόνα 17).



Εικόνα 17: Αντλία πλευρικού καναλιού

(Turbo) molecular pump: (High and Ultrahigh vacuum -turbine pump - laminar and molecular flow range)[7]. Οι μοριακές (molecular) αντλίες είναι γνωστές από το 1913, μόρια αερίου αντλούνται μέσω ταχύτατα κινούμενων επιφανειών ενός ρότορα. Στην αυθεντική Gaede μοριακή αντλία τα κανάλια μεταφοράς ήταν πολύ στενά γεγονός που οδηγούσε σε κατασκευαστικές δυσκολίες και υψηλό βαθμό ευαισθησίας σε μηχανική μόλυνση[14]. Το 1957 ο Dr. W. Becker σχεδίασε την turbomolecular αντλία τροποποιώντας την αρχική ιδέα του Gaede. Το είδος αυτό κατατάσσεται στις κινητικές αντλίες κενού και ο σχεδιασμός τους είναι όμοιος με

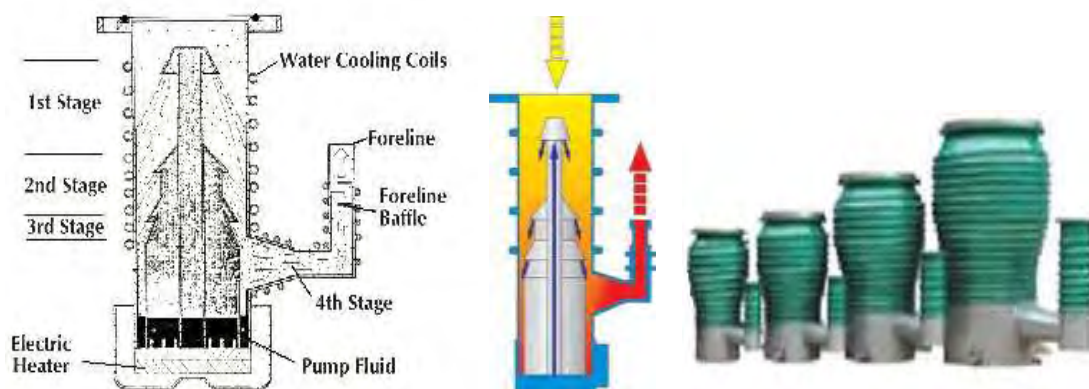
αυτό μιας τουρμπίνας. Ένας ρότορας πολλαπλών σταδίων με δισκοειδή περύγια όμοιος με τουρμπίνα περιστρέφεται μέσα σε ένα περίβλημα. Ανάμεσα στους δίσκους του ρότορα παρεμβάλλονται οι δίσκοι του στάτη οι οποίοι έχουν όμοιες γεωμετρίες (Εικόνα 18).



Εικόνα 18: Turbomolecular pump

Oil Diffusion pump: (High vacuum pump - diffusion)[36]. Παρουσιάστηκαν το 1915 από τον Gaede με τη χρήση ατμών υδραργύρου και είναι οι πρώτες high vacuum αντλίες οι οποίες λειτουργούν στην ελεύθερη μοριακή περιοχή όπου η κίνηση των μορίων μπορεί να γίνει περισσότερο αντιληπτή ως διάχυση παρά από τη συμβατική ρευστομηχανική.

Αρχή λειτουργίας: Το κύριο σώμα της αντλίας αποτελείται από ένα ψυχρό τοίχωμα και ένα σύστημα στομιών (3 ή 4 σταδίων). Το λάδι εξατμίζεται στο boiler με ηλεκτρική θέρμανση. Ο ατμός εξέρχεται από τα στόμια με υπερηχητική ταχύτητα. Στη συνέχεια το jet διευρύνεται μέχρι το τοίχωμα όπου γίνεται η συμπίεση του ρευστού. Τέλος το ρευστό διαμέσου του τοιχώματος επιστρέφει στο boiler (Εικόνα 19).



Εικόνα 19: Αντλία διάχυσης λαδιού

- **Παγίδευσης:**

Cryopump: (High Vacuum and Ultra High Vacuum)[27,29]. Η κρυογονική αντλία παγιδεύει αέρια και ατμούς συμπυκνώνοντάς τα σε μια κρύα επιφάνεια. Είναι αποτελεσματικές για ορισμένα αέρια καθώς η αποδοτική λειτουργία τους εξαρτάται από το σημείο βρασμού και σημείο τήξεως του αερίου σε σχέση με τη θερμοκρασία της αντλίας. Χρησιμοποιούνται συχνά μπροστά από αντλίες διάχυσης για την αποφυγή μολύνσεων. Το ‘cryotrapping’ μπορεί επίσης να αναφέρεται σε μία κάπως διαφορετική διεργασία καθώς τα μόρια μπορούν να αυξήσουν το χρόνο παραμονής τους σε μια κρύα επιφάνεια χωρίς να συμπυκνωθούν. Υπάρχει μια καθυστέρηση μεταξύ της πρόσπτωσης του μορίου στην επιφάνεια και της αποχώρησής του από αυτήν. Τα μόρια χάνουν κινητική ενέργεια και επιβραδύνονται (Εικόνα 20). Για παράδειγμα, το υδρογόνο δεν θα συμπυκνωθεί σε 8 ° Kelvin, αλλά μπορεί να είναι cryotrapped.



Εικόνα 20: Κρυογονική αντλία

Backing pumps: Ο όρος αυτός αναφέρεται στις αντλίες υποστήριξης, οι οποίες λειτουργούν υποβοηθώντας τη λειτουργία άλλων αντλιών. Ο ρόλος τους είναι η διατήρηση μιας συγκεκριμένης πίεσης στην έξοδο μιας κινητικής αντλίας[30]. Αντλίες που μπορεί να λειτουργούν ως ‘backing’ για όλες τις εφαρμογές στην περιοχή του low και medium vacuum με χαμηλές ταχύτητες άντλησης:

- ✧ Rotary vane
- ✧ Rotary piston
- ✧ Screw
- ✧ Liquid ring



Εικόνα 21: Backing pumps

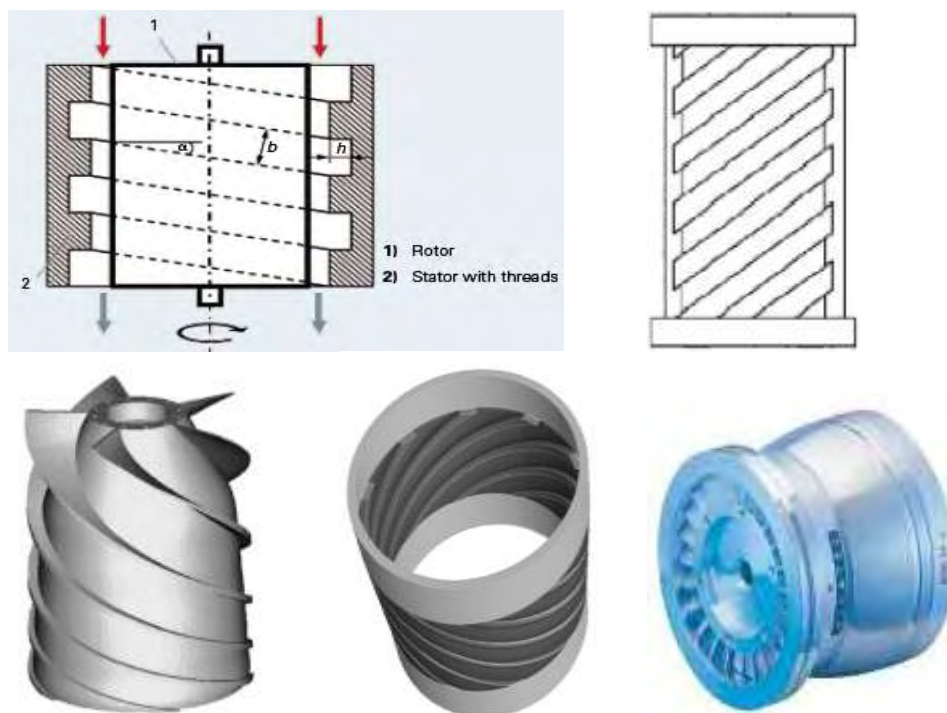
1.2.7 Αντλία Holweck

Ο συγκεκριμένος τύπος αντλίας εφευρέθηκε από τον Fernand Holweck ο οποίος στη διδακτορική του διατριβή περιέγραψε μια μελέτη των μαλακών ακτίνων Χ. Για διευκόλυνση στις πειραματικές μελέτες του, εφηύρε ένα νέο είδος αντλίας κενού, που αργότερα έγινε γνωστή ως η αντλία Holweck[34]. Αυτή η αντλία, η οποία χρησιμοποίησε την οπισθέλκουσα των μορίων του αέρα κατά μια περιστρεφόμενη επιφάνεια, είχε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία κενού τόσο χαμηλού όσο το ένα εκατομμυριοστό του ενός εκατοστού του υδραργύρου και στη συνέχεια, κατασκευάστηκε από το Γάλλο Charles Beaudouin.



Εικόνα 22: Fernand Holweck (1890-1941)

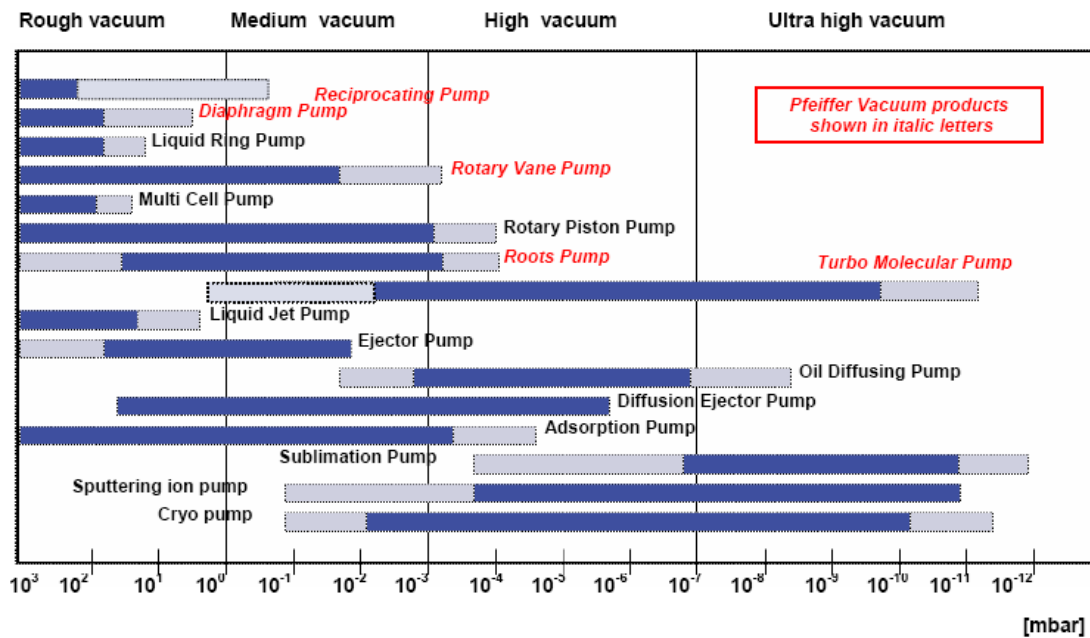
Αποτελεί μοριακή (molecular) αντλία στην οποία η άντληση γίνεται από ένα ρότορα με τη μορφή ενός λείου κυλίνδρου. Ο στάτης είναι εφοδιασμένος με σπειροειδή κανάλια. Ο σχεδιασμός αυτός μπορεί να αντιστραφεί με το στάτη να είναι λείος και το ρότορα σε σπειροειδή μορφή (Εικόνα 23)[12].



Εικόνα 23: Αντλία Holweck

1.2.8 Προδιαγραφές λειτουργίας αντλιών

Παρουσιάζονται τα γενικά στοιχεία λειτουργίας των δημοφιλέστερων τύπων αντλιών της εταιρείας Pfeiffer υπό τη μορφή πινάκων και σχημάτων[29,30]:



Σχήμα 1: Απεικόνιση εφαρμογών αντλιών ανά περιοχή κενού

| | |
|--|---|
| Τύπος αντλίας: | <i>Diaphragm</i> |
| Περιοχή εφαρμογής: | <i>rough vacuum</i> |
| Pumping speed (m³/h) : | <i>(0.36-9.6)</i> |
| Ultimate pressure: | <i>less than 4 mbar (two-stage)</i> <i>less than 0.5 mbar (four-stage)</i> |

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|------------------------|-------------------|---|
| 0.28 m ³ /h | ≤ 2.0 mbar | Small turbopump pumping stations (ideal with HiPace 10 and HiPace 80), mobile analysis devices |
| 0.9 m ³ /h | ≤ 3.5 mbar | Turbopump pumping stations, leak detectors, research laboratories, analytical applications, chemistry |
| 0.9 m ³ /h | ≤ 0.5 mbar | |
| 2.3 m ³ /h | ≤ 4.0 mbar | |
| 3.8 m ³ /h | ≤ 1.0 mbar | Corrosive gas applications requiring a hydrocarbon-free vacuum |
| 3.4 m ³ /h | ≤ 1.5 mbar | |
| 9.6 m ³ /h | ≤ 2.0 mbar | Turbopump pumping stations, leak detectors, research laboratories, analysis, chemistry |
| 8.3 m ³ /h | ≤ 2.0 mbar | Corrosive gas applications requiring a hydrocarbon-free vacuum |

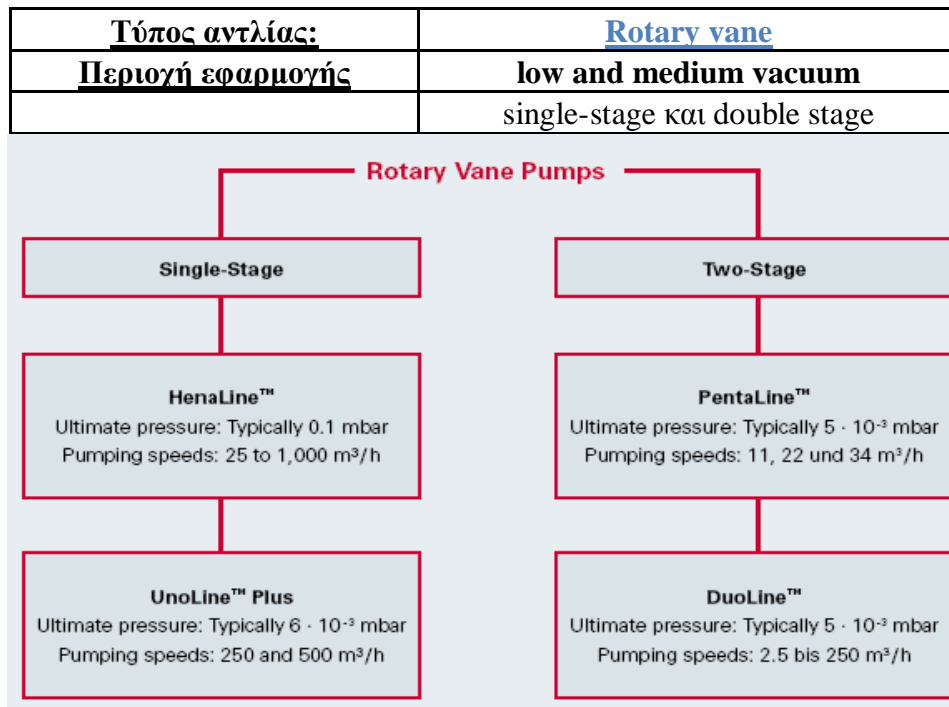
Επεξεργασία κυρίως διαβρωτικών αερίων.

Πίνακας 1: *Diaphragm vacuum pumps*

Ακατάλληλες για την άντληση διαβρωτικών και λειαντικών μέσων.

| | | |
|------------------------|-----------------------------|---|
| Τύπος αντλίας: | Piston | |
| Pumping speed | Lower than diaphragm | |
| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
| 7.5 m ³ /h | 0.1 mbar | Dry backing vacuum without condensate and dust accumulation |
| 13.0 m ³ /h | 7.0 mbar | |

Πίνακας 2: Piston vacuum pumps (one and two stage)



Πίνακας 3: Γενικές προδιαγραφές rotary vane pump single και double stage

| | |
|-----------------------------------|----------------|
| Single-stage | |
| Pumping speed(m ³ /h): | (25-1000) |
| Ultimate pressure: | up to 0.1 mbar |

Εξαιρετικά ευαίσθητες στην ακαθαρσία και τη σκόνη.

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|-------------------------|-------------------|--|
| 25 m ³ /h | 0.1 mbar | Suitable for electron beam welding, incandescent light bulb manufacturing, surface coating, vacuum drying, leak detection, metallurgy, gas recovery, load lock applications, simulation chambers |
| 60 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 100 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 200 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 300 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 600 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 630 m ³ /h | 0.1 mbar | |
| 1,000 m ³ /h | 0.4 mbar | |

Πίνακας 4: Rotary vane pumps single-stage

| Pumping Speed | Ultimate pressure | Applications |
|-----------------------|---------------------------|--|
| 250 m ³ /h | 6 · 10 ⁻² mbar | Suitable for all industrial applications, e. g. metallurgy, transformer drying, coating, chemistry |
| 500 m ³ /h | 6 · 10 ⁻² mbar | |

Πίνακας 5: Rotary vane pumps single-stage (water cooled)

| Double-stage | | |
|--|--|-----------------------|
| <u>Pumping speed(m³/h):</u> | | (11, 22, 34) |
| <u>Ultimate pressure:</u> | | 10 ⁻³ mbar |

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|----------------------|---------------------------|---|
| 11 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | Ideally suited for turbopump pumping stations, analysis, industrial applications, research and development, coating |
| 22 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |
| 34 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |

Πίνακας 6: Rotary vane pumps double-stage

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|-------------------------|---------------------------|--|
| 2.5 m ³ /h | 6 · 10 ⁻³ mbar | Suited for Turbopump pumping stations, analysis, research and development, coating |
| 35.0 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |
| 120.0 m ³ /h | 6 · 10 ⁻³ mbar | |
| 250.0 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |

Πίνακας 7: Rotary vane pumps double-stage powered by AC or DC motors

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|----------------------|---------------------------|---|
| 5 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | Ideally suited for turbopump pumping stations, analysis, research & development, coating, non-explosive toxic gases |
| 10 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |
| 20 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |
| 35 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |
| 65 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |

Πίνακας 8: Rotary vane pumps double-stage with magnetic coupling

| Pumping Speed | Ultimate Pressure | Applications |
|-------------------------|---------------------------|---|
| 5.0 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | Suitable for corrosive gas applications, chemical labs, toxic non-explosive gases |
| 10.0 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |
| 20.0 m ³ /h | 5 · 10 ⁻³ mbar | |
| 2.5 m ³ /h | 6 · 10 ⁻³ mbar | Suitable for corrosive gas applications, chemical laboratories |
| 35.0 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |
| 65.0 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |
| 120.0 m ³ /h | 3 · 10 ⁻³ mbar | |

Πίνακας 9: Rotary vane pumps double-stage with gas ballast valve and vanes

| | |
|-----------------------------------|-------------------------|
| Τύπος αντλίας: | <u>Roots</u> |
| Περιογή εφαρμογής: | <u>high vacuum</u> |
| Pumping speed(m ³ /h): | (250-500) |
| Ultimate pressure: | 6 10 ⁻² mbar |

| Pumping Speed | Ultimate pressure | Applications |
|-----------------------|---------------------------|--|
| 250 m ³ /h | 6 · 10 ⁻² mbar | Suitable for all industrial applications, e. g. metallurgy, transformer drying, coating, chemistry |
| 500 m ³ /h | 6 · 10 ⁻² mbar | |

Πίνακας 10: Roots pumps

| | |
|-----------------------------------|---------------------|
| Τύπος αντλίας: | <u>Dry screw</u> |
| Περιογή εφαρμογής: | <u>rough vacuum</u> |
| Pumping speed(m ³ /h): | (100 - 600) |
| Ultimate pressure: | under 0.1 mbar |

Αρκετά υψηλές ταχύτητες άντλησης!

| Pumping Speed / (m ³ / h) | Ultimate Pressure / mbar | Motor rating / kW |
|--------------------------------------|--------------------------|-------------------|
| 110 | < 0.05 | 3.0 |
| 130 | < 0.01 | 4.0 |
| 220 | < 0.05 | 5.5 |
| 265 | < 0.01 | 7.5 |
| 320 | < 0.05 | 7.5 |
| 410 | < 0.01 | 9.2 |
| 350 | < 0.05 | 7.5 |
| 420 | < 0.01 | 9.2 |
| 525 | < 0.05 | 11.0 |
| 630 | < 0.01 | 15.0 |

Πίνακας 11: Dry screw pumps

| | | | |
|---------------------------|--|------------------------------|--|
| Τύπος αντλίας: | | Side channel | |
| Περιογή εφαρμογής: | | high vacuum | |

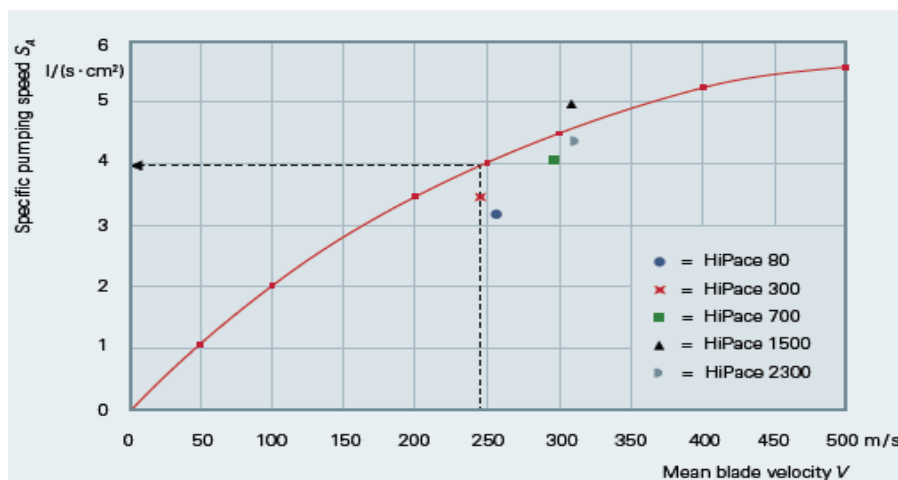
| Pumping Speed in m ³ /h | Base Pressure in mbar | Compression Ratio | Applications |
|------------------------------------|-----------------------|-------------------|--|
| 130 | 1 · 10 ⁻⁵ | 10 ⁸ | Load locks, backing pumps for turbopumps |

Πίνακας 12: Side channel pump

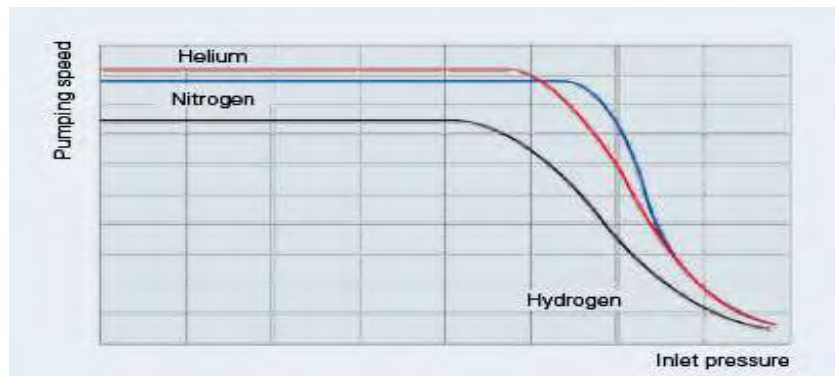
| | | | |
|---------------------------|--|--------------------------------|--|
| Τύπος αντλίας: | | Turbomolecular | |
| Περιογή εφαρμογής: | | high and ultra high vacuum | |

| Pumping Speed for N ₂ | Compression Ratio N ₂ | Applications |
|----------------------------------|----------------------------------|---|
| 11.5 l/s | 3.0 · 10 ⁷ | Analytical applications, leak detectors, gas flow control systems, incandescent and fluorescent lamp manufacturing |
| 35.0 l/s | > 1.0 · 10 ¹¹ | |
| 67.0 l/s | > 1.0 · 10 ¹¹ | |
| 260.0 l/s | > 1.0 · 10 ¹¹ | |
| 355.0 l/s | > 1.0 · 10 ¹¹ | |
| 685.0 l/s | > 1.0 · 10 ¹¹ | |
| 1,250.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | Glass coating, solar cell manufacturing, surface finishing, CVD, PVD/sputtering, ion implantation, plasma physics, space simulation |
| 1,450.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | |
| 1,450.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | |
| 1,900.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | Coating industry, semiconductor manufacturing, research & development |
| 2,100.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | |
| 2,950.0 l/s | > 1.0 · 10 ⁸ | |

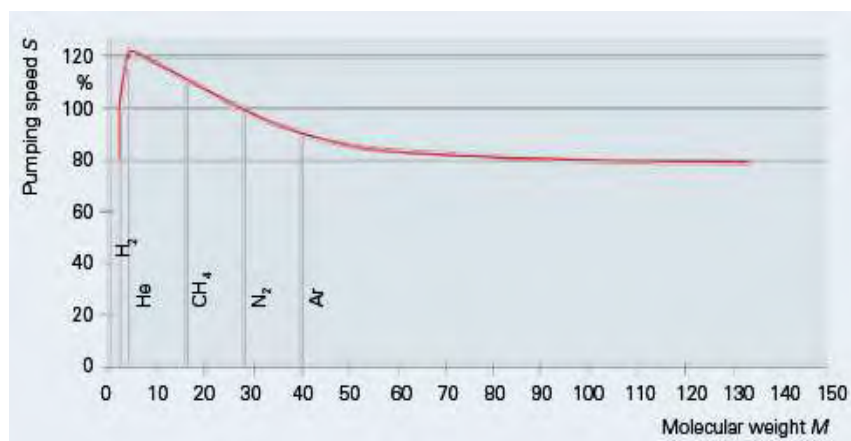
Πίνακας 13: Turbomolecular pump



Σχήμα 2: Διάγραμμα ταχύτητα περνογίων-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)



Σχήμα 3: Διάγραμμα πίεση εισαγωγής-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)



Σχήμα 4: Διάγραμμα μοριακό βάρος-ταχύτητα άντλησης (turbomolecular pump)

| | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| Τύπος αντλίας: | <u>Cryopump</u> |
| Περιογή εφαρμογής: | high and ultra high vacuum |

| Symbol | Gas | M Molar mass g/mol | S_A | S_A | T_S Boiling point 1013 mbar K | Triple point (= melting point) | |
|------------------|-----------------|-----------------------------|--|---|--|-----------------------------------|---------------|
| | | | at 293 K gas temp. l/s · cm ² | at 80 K gas temp. l/s · cm ² | | T_t K | P_t mbar |
| H ₂ | Hydrogen | 2.016 | 43.88 | 22.93 | 20.27 | 13.80 | 70.4 |
| He | Helium | 4.003 | 31.14 | 16.27 | 4.222 | 2.173 | 50.52 |
| CH ₄ | Methane | 16.043 | 15.56 | 8.13 | 111.67 | 90.67 | 116.7 |
| H ₂ O | Water | 18.015 | 14.68 | – | 373.15 | 273.16 | 6.09 |
| Ne | Neon | 20.183 | 13.87 | 7.25 | 27.102 | 24.559 | 433.0 |
| CO | Carbon monoxide | 28.010 | 11.77 | 6.15 | 81.67 | 68.09 | 153.7 |
| N ₂ | Nitrogen | 28.013 | 11.77 | 6.15 | 77.348 | 63.148 | 126.1 |
| | Air | 28.96 | 11.58 | 6.05 | ≈ 80.5 | ≈ 58.5 | – |
| O ₂ | Oxygen | 31.999 | 11.01 | 5.76 | 90.188 | 54.361 | 1.52 |
| Ar | Argon | 39.948 | 9.86 | 5.15 | 87.26 | 83.82 | 687.5 |
| Kr | Krypton | 83.80 | 6.81 | 3.56 | 119.4 | 115.94 | 713.9 |
| Xe | Xenon | 131.3 | 5.44 | 2.84 | 165.2 | 161.4 | – |

Πίνακας 14: Ταχύτητες άντλησης συγκεκριμένων αερίων σε σχέση με την επιφάνεια της αντλίας

1.2.9 Βιομηχανικές εφαρμογές αντλιών κενού

Χάρη στις ειδικές τους λειτουργίες οι διάφοροι τύποι αντλιών κενού χρησιμοποιούνται σε μια πληθώρα βιομηχανικών πεδίων[32,35,36,37,38]. Οι αντλίες εκτόπισης (gas displacement) χρησιμοποιούνται χωρίς κανένα περιορισμό ενώ οι αντλίες παγίδευσης (binding, entrapment) έχουν περιορισμένη ικανότητα απορρόφησης αερίου. Με εξαίρεση τις αντλίες διάχυσης (diffusion), όλες οι αντλίες μεταφοράς παρουσιάζουν κάποιου είδους μηχανικής κίνησης (δονούνται σε κάποιο βαθμό). Αντίθετα, οι περισσότερες αντλίες παγίδευσης, με εξαίρεση τις κρυογονικές αντλίες, δεν έχουν κινούμενα μέρη. Για το λόγο αυτό οι αντλίες παγίδευσης προτιμώνται στη βιομηχανία οπτικών επιστρώσεων όπου ακόμη και ο ελάχιστος κραδασμός του συστήματος είναι επιβλαβής. Οι κυριότερες εφαρμογές των αντλιών κενού γενικά είναι οι ακόλουθες:

- Καθοδήγηση ορισμένων οργάνων πτήσης στα περισσότερα αεροσκάφη.
- Σκληρή επίστρωση κινητήρων (Formula1).
- Συντήρηση κλιματιστικών για την απομάκρυνση όλων των ρύπων πριν τη φόρτιση με ψυκτικό.
- Μηχανές αρμέγματος.
- Συμπύεση σκουπιδιών.
- Συστήματα αποχέτευσης.
- Σύνθετες διεργασίες διαμόρφωσης πλαστικών.
- Επίστρωση κενού για διακόσμηση, εξοικονόμηση ενέργειας και αντοχή.
- Μηχανική κενού.
- Επίστρωση γυαλιού, επεξεργασία μαρμάρου, επεξεργασία μετάλλων.
- Οφθαλμική επίστρωση.
- Παραγωγή ηλεκτρικών λαμπτήρων και σωλήνων κενού όπου η συσκευή αφήνεται να εκκενωθεί και στη συνέχεια γεμίζεται με ένα συγκεκριμένο αέριο ή μείγμα αερίων.
- Εγκατάσταση οργάνων για την ανάλυση στερεής υγρής και αέριας επιφάνειας και βιοϋλικών.
- Ηλεκτρονική μικροσκοπία.
- Φασματογράφοι μάζας για τη δημιουργία ultra high vacuum επιπέδων μεταξύ της πηγής ιόντων και του ανιχνευτή.
- Βιομηχανία τροφίμων.
- Δωλίστηρια.
- Θερμοηλεκτρικοί σταθμοί.
- Αεροναυπηγική βιομηχανία.
- Μηχανήματα συσκευασίας τροφίμων υπό κενό.
- Εκτυπώσεις και βιομηχανία χάρτου.
- Χημική εναπόθεση ατμών.
- Πειραματισμός Εργαστήριο.
- Φούρνοι κενού.
- Ιατρική:
διαδικασίες που χρειάζεται αναρρόφηση και εφαρμογές ακτινοθεραπείας, ραδιοφαρμακευτικής και ακτινοχειρουργικής. Μηχανήματα οδοντιατρείου και ηλεκτρικά ιατρικά είδη.

- Αυτοκινητοβιομηχανία:

Το κενό μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ισχύ ή στην βοήθεια μηχανικών συσκευών. Στα μηχανοκίνητα diesel χρησιμοποιείται αντλία τοποθετημένη στον κινητήρα για τη δημιουργία κενού. Σε πετρελαιοκίνητες μηχανές το κενό που λαμβάνεται ως παρενέργεια της λειτουργίας του κινητήρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να τροφοδοτήσει εξαρτήματα που σχετίζονται με τα υδραυλικά φρένα, το σύστημα εξαερισμού κ.τ.λ.



Εικόνα 24: Αντλίες κενού αεροσκαφών



Εικόνα 25: Αντλίες κενού ιατρικών εφαρμογών



Εικόνα 26: Αντλίες κενού εταιρείας BMW



Εικόνα 27: Αντλίες κενού εταιρείας Volkswagen μοντέλο VW AUDI



Εικόνα 28: Αντλίες κενού εταιρείας FIAT



Εικόνα 29: Αντλίες κενού εταιρείας MERCEDES



Εικόνα 30: Αντλίες κενού εταιρείας PEUGEOT

- Φορητά συστήματα κενού:
Οι φορητές δεξαμενές ενιαίων συστημάτων κενού σχεδιάζονται με βάση τις προδιαγραφές και τις απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής και τροφοδοτούνται είτε με φυσικό αέριο είτε με ηλεκτρισμό.



Εικόνα 31: Φορητό σύστημα κενού

1.2.10 Εταιρείες παραγωγής αντλιών κενού

- Η εταιρεία RHEINHÜTTE δραστηριοποιείται παγκοσμίως στην παραγωγή αντλιών κενού.
- Στην Ευρώπη οι εταιρείες PFEIFFER, KNF, THOMAS, DEKKER, UNITED VACUUM, EDWARDS, Kurt J. Lesker, Tuthill και ULVAC είναι οι γνωστότερες που δραστηριοποιούνται στον τομέα αυτό.
- Σε ότι αφορά τις υπόλοιπες ηπείρους, στην Αμερική οι γνωστότερες εταιρείες είναι οι: WINTEK και Invaac. Στην Ασία η KINETIC. Στην Αφρική οι: BOR και Sarmaga Groupe. Στην Αυστραλία η SIHI



Εικόνα 32: Επωνυμίες εταιρειών παραγωγής αντλιών κενού

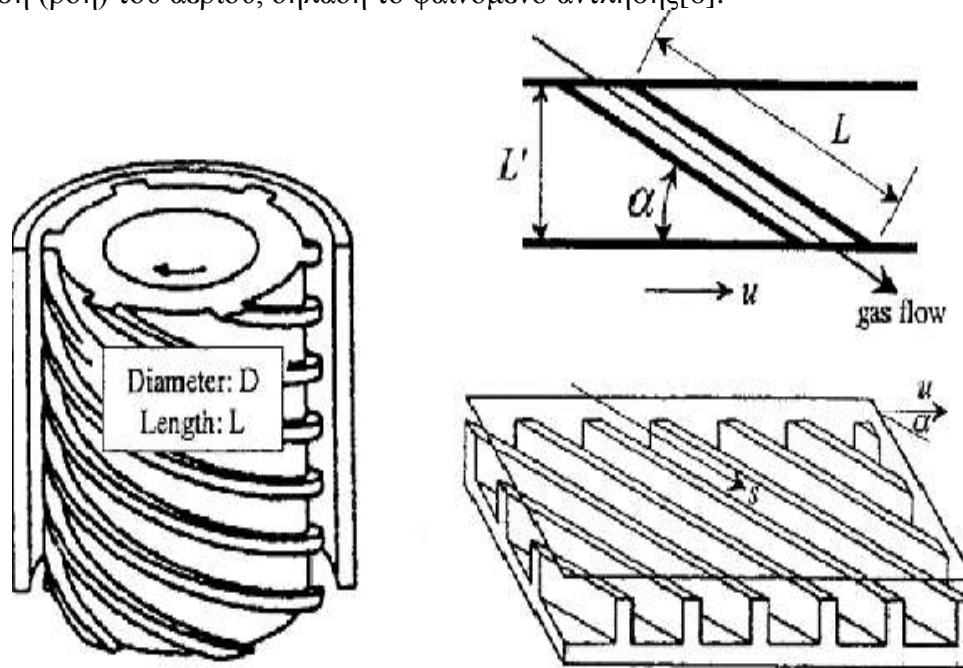
1.3 Οργάνωση μεταπτυχιακής εργασίας

Η εργασία αυτή περιλαμβάνει τέσσερα επιπλέον κεφάλαια. Αρχικά, στο κεφάλαιο 2 γίνεται η περιγραφή του προβλήματος και η ανάλυση των επιμέρους υποπροβλημάτων. Επίσης, δίνονται οι μακροσκοπικές ποσότητες που υπολογίζονται για κάθε περίπτωση ροής ξεχωριστά. Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται αναλυτικά η υπολογιστική διαδικασία και ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε πιο συγκεκριμένα, δίνονται οι κινητικές εξισώσεις και οι μακροσκοπικές ποσότητες σε διακριτοποιημένη μορφή και αναπτύσσεται αναλυτικά η μεθοδολογία υπολογισμού τους. Ακολούθως, στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται οι γεωμετρίες που εξετάστηκαν, τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν και η ανάλυση αυτών και τέλος, στο κεφάλαιο 5 δίνονται τα γενικά συμπεράσματα τα οποία εξάγονται από τη μελέτη που έγινε και οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Κεφάλαιο 2: Ανάλυση ροής αερίου σε αντλία Holweck

2.1 Εισαγωγή

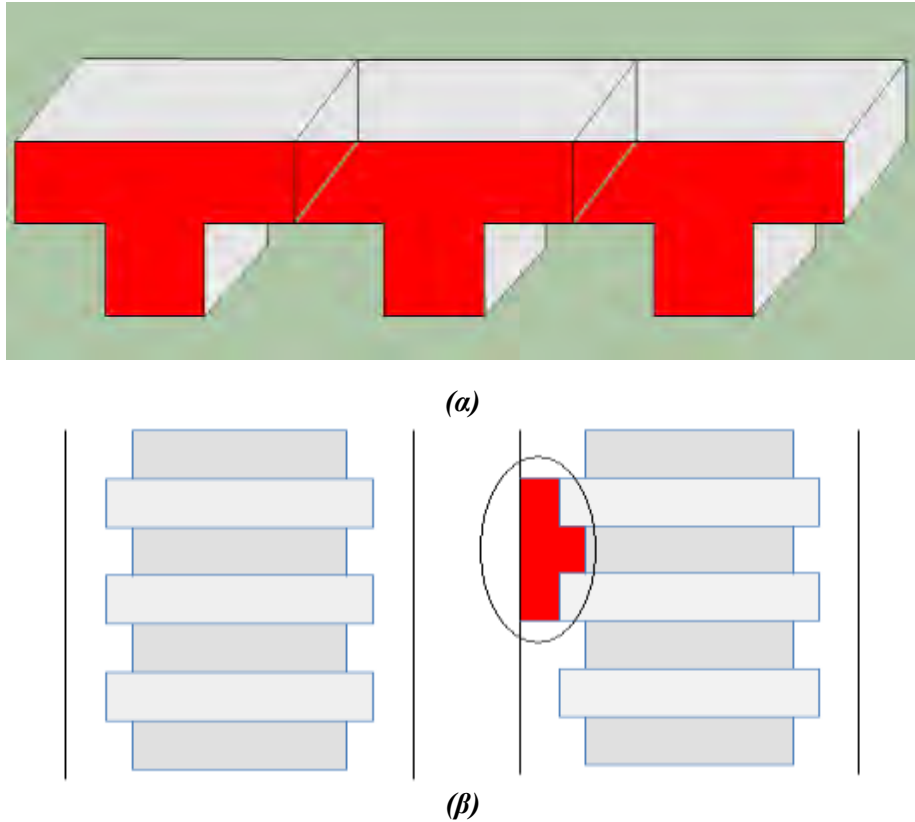
Όπως έχει ήδη αναφερθεί μια αντλία Holweck αποτελείται από δύο κύρια μέρη: έναν εξωτερικό κύλινδρο με αυλάκια ο οποίος έχει σπειροειδή (σπιδράλ) μορφή κι έναν εσωτερικό λείο κύλινδρο, οι οποίοι αποτελούν το ρότορα και το στάτη της αντλίας αντίστοιχα (Σχήμα 5). Η περιστροφή του εσωτερικού κυλίνδρου προκαλεί την κίνηση (ροή) του αερίου, δηλαδή το φαινόμενο άντλησης [6].



Σχήμα 5: Περιοχή ροής ρευστού σε αντλία Holweck

Στη γενική περίπτωση επομένως, η ροή αερίου σε μια τέτοιου είδους αντλία αποτελεί ένα τρισδιάστατο πρόβλημα. Επειδή η επίλυση των προβλημάτων αυτών απαιτεί μεγάλη υπολογιστική προσπάθεια, η προσομοίωση της ροής γίνεται θεωρώντας ότι η ροή είναι δισδιάστατη [8,10] και αγνοώντας τις επιδράσεις των άκρων στη διεύθυνση z' και την καμπύλωση της γεωμετρίας. Η επίδραση των δύο αυτών παραγόντων συνήθως είναι 0.05 [4].

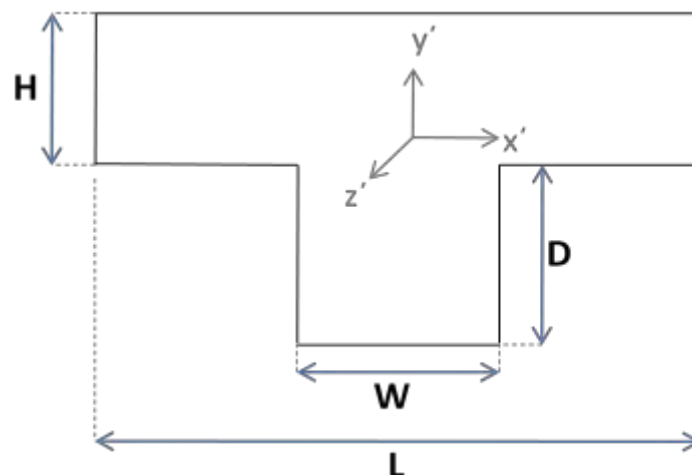
Αποτέλεσμα της παραπάνω θεώρησης είναι η ανάλυση του αρχικού προβλήματος ροής σε επιμέρους προβλήματα δισδιάστατης ροής. Η επίλυση της ροής γίνεται υπολογιστικά στο επιλεγμένο τμήμα του παρακάτω σχήματος (Σχήμα 6(α)). Τα προβλήματα τα οποία επιλύονται είναι αυτά της ροής αερίου σε αυλακωτό κανάλι (grooved channel). Εξ αιτίας της περιοδικότητας της γεωμετρίας επιλύουμε σε ένα τμήμα αυτής (Σχήμα 6(β)) [6].



Σχήμα 6: Περιοχή επίλυσης ροής

2.2 Γεωμετρία προβλήματος

Στην παρούσα εργασία γίνεται μελέτη της δισδιάστατης ροής αραιωποιημένου αερίου εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας σε αυλακωτό κανάλι[15]. Το κανάλι αποτελείται από δύο παράλληλες πλάκες, απείρου μήκους στις διευθύνσεις x' και z' . Η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι H ενώ η πάνω πλάκα είναι επίπεδη και η κάτω αποτελείται από σειρά ορθογώνιων αυλακιών ομοιόμορφα καταναμεμένων. Η επιφάνεια κάθε αυλακιού είναι $W \times D$ όπου W το πλάτος του αυλακιού και D το βάθος του. Η γεωμετρία αυτή επαναλαμβάνεται περιοδικά με περίοδο L (Σχήμα 7).



Σχήμα 7: Γεωμετρία προβλήματος

Η ροή του αερίου μπορεί να οφείλεται, ανάλογα με την περίπτωση που εξετάζεται, είτε σε κινούμενο τοίχωμα (boundary driven/Couette flow)[15] είτε σε διαφορά πίεσης μεταξύ των άκρων του καναλιού (pressure gradient/Poiseuille flow)[16]. Σε κάθε περίπτωση τα τοιχώματα του καναλιού θεωρούνται ισοθερμοκρασιακά, σε θερμοκρασία αναφοράς T_0 . Η υπό μελέτη ροή οριοθετείται από την είσοδο ($x' = -L/2$) και την έξοδο ($x' = L/2$) του καναλιού και από το επάνω ($y' = H$) και κάτω ($y' = -D$) τοίχωμα.

2.3 Διατύπωση μοντέλου προσομοίωσης

2.3.1 Διατύπωση εξισώσεων μοντέλου προσομοίωσης

Η προσομοίωση της ροής γίνεται μέσω της εξίσωσης Boltzmann σύμφωνα με την οποία: η μεταβολή της συνάρτησης κατανομής κατά μήκος μιας χαρακτηριστικής καμπύλης είναι ίση με το ολοκλήρωμα του όρου των σωματιδιακών συγκρούσεων πάνω στην καμπύλη αυτή[1].

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f}{\partial i'} = Q(f, f^*) \quad (2.1)$$

Όπου:

$i = x, y, z$

f : συνάρτηση κατανομής

ξ_i : μικροσκοπική ταχύτητα μορίων

$Q(f, f^*)$: ο όρος των σωματιδιακών συγκρούσεων

Η μοντελοποίηση του όρου των συγκρούσεων έγινε με βάση το μοντέλο BGK, η γενική έκφραση του οποίου είναι[3]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f}{\partial i'} = \nu(f^M - f) \quad (2.2)$$

Όπου:

$1/\nu$: χρόνος χαλάρωσης (χαρακτηριστική ιδιότητα του μέσου η οποία συνδέεται με το ιξώδες)

f^M : κατανομή Maxwell

$$f^M = n(i', t) \left(\frac{m}{2\pi k_B T(i', t)} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m[\xi_i - u'_i(i', t)]^2}{2k_B T(i', t)}} \quad (2.3)$$

Όπου:

Αριθμητική πυκνότητα:
$$n(i', t) = \int f(i', \xi, t) d\xi \quad (2.4)$$

Μακροσκοπική ταχύτητα:
$$u_i(i', t) = \frac{1}{n(i', t)} \int \xi_i f(i', \xi, t) d\xi \quad (2.5)$$

Θερμοκρασία:
$$T(i', t) = \frac{m}{3k_B n(i', t)} \int \xi^2 f(i', \xi, t) d\xi \quad (2.6)$$

Έπειτα από θεώρηση της ροής ως μόνιμη (steady state) η εξίσωση 2.2 γίνεται:

$$\xi_i \frac{\partial f}{\partial i'} = \nu(f^M - f) \quad (2.7)$$

Η απόλυτη κατανομή ισορροπίας f^0 σε μια θέση αναφοράς όπου $n = n_0$, $T = T_0$, $u = u_0$, $P = P_0$ δίνεται από τη σχέση:

$$f^0 = \frac{n_0}{(2\pi RT_0)^{3/2}} e^{-\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2RT_0}} \quad (2.8)$$

Εφαρμόζοντας ανάπτυγμα Taylor της f^M ως προς την f^0 προκύπτει ότι:

$$f^M = f^0 \left(1 + \frac{n - n_0}{n_0} + \frac{T - T_0}{T_0} \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u_i \xi_i}{RT_0} \right) \quad (2.9)$$

Ορίζοντας τις αποκλίσεις:

$$\rho' = \frac{n - n_0}{n_0} \quad (2.10)$$

$$\tau' = \frac{T - T_0}{T_0} \quad (2.11)$$

$$\text{προκύπτει: } f^M = f^0 \left(1 + \rho' + \tau' \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u_i \xi_i}{RT_0} \right) \quad (2.12)$$

Τέλος, αναφέρεται ότι η μελέτη της ροής πραγματοποιήθηκε για όλο το εύρος του αριθμού Knudsen ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$Kn = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\delta} \Rightarrow Kn \square \frac{1}{\delta} \quad (2.13)$$

Όπου:

δ η παράμετρος αραίωσης

Για μικρούς αριθμούς Kn έχουμε αρκετά αραιωποιημένο αέριο.

2.3.2 Επιμερισμός αρχικού προβλήματος ροής

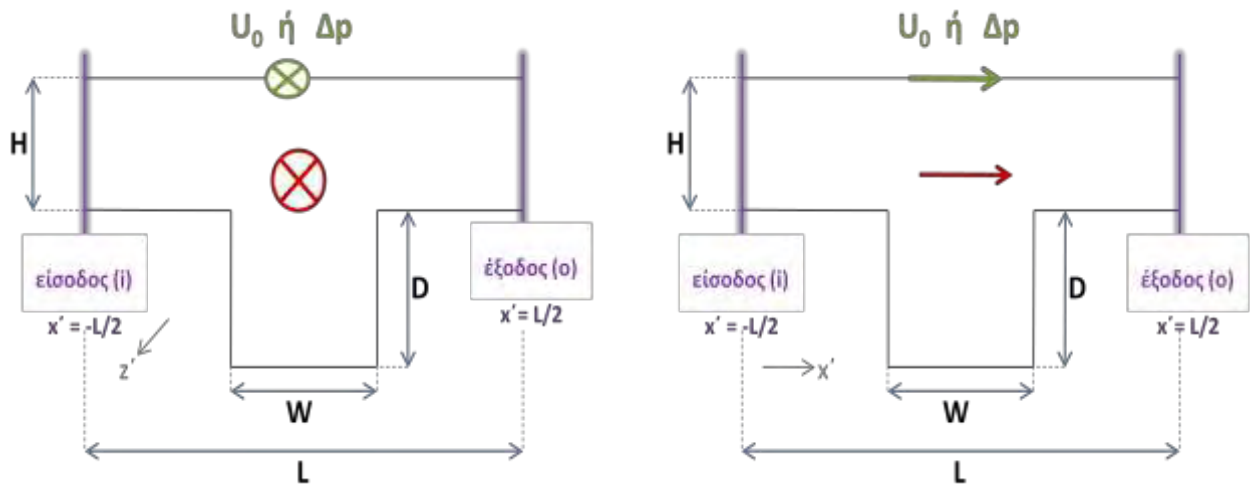
Αναλύοντας το αρχικό πρόβλημα της τρισδιάστατης ροής αερίου σε επιμέρους προβλήματα ροών (εγκάρσια και διαμήκη) στις διευθύνσεις x' και z' προκύπτουν τέσσερα υποπροβλήματα των συνιστάμενων δισδιάστατων ροών[4].

Τα τέσσερα αυτά υποπροβλήματα που προκύπτουν είναι αρχικά η διαμήκης ροή Couette στη διεύθυνση z' εξ αιτίας του κινούμενου τοιχώματος στην ίδια διεύθυνση, η διαμήκης ροή Poiseuille οφειλόμενη σε διαφορά πίεσης στην ίδια διεύθυνση ενώ οι άλλες ροές λαμβάνουν χώρα στη διεύθυνση x' αρχικά η εγκάρσια ροή Couette[15] η οποία δημιουργείται από κινούμενο τοίχωμα και τέλος η εγκάρσια ροή Poiseuille[16] η οποία προκαλείται από διαφορά πίεσης.

1 πρόβλημα 3D ροής**4 προβλήματα 2D ροής :**

- | | |
|---|---|
| 1. Διαμήκης ροή Couette στη διεύθυνση z' : | (<u>Longitudinal Couette flow</u>) |
| 2. Διαμήκης ροή Poiseuille στη διεύθυνση z' : | (<u>Longitudinal Poiseuille flow</u>) |
| 3. Εγκάρσια ροή Couette στη διεύθυνση x' : | (<u>Transversal Couette flow</u>) |
| 4. Εγκάρσια ροή Poiseuille στη διεύθυνση x' : | (<u>Transversal Poiseuille flow</u>) |

Στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 8) απεικονίζονται συγκεντρωτικά οι διαμήκεις και οι εγκάρσιες ροές των επιμέρους προβλημάτων όπου η ροή του αερίου παρουσιάζεται με κόκκινο χρώμα και η αιτία της ροής (διαφορά πίεσης ή κινούμενο τοίχωμα) με πράσινο.



Σχήμα 8(α):
διαμήκεις (longitudinal) ροές

Σχήμα 8(β):
εγκάρσιες (transversal) ροές

2.4 Σύστημα πολικών συντεταγμένων

Η μετατροπή των συνιστωσών c_x και c_y της αδιάστατης μοριακής ταχύτητας σε πολικό σύστημα συντεταγμένων εξυπηρετεί και διευκολύνει περισσότερο την υπολογιστική διαδικασία. Οι συνιστώσες εκφράζονται πλέον από το μέτρο μ του διανύσματος της ταχύτητας και από την πολική γωνία θ :

$$\mu = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} \quad , \quad 0 \leq \mu \leq \infty \quad (2.14)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{c_y}{c_x} \right) \quad , \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (2.15)$$

Χρησιμοποιώντας το σύστημα πολικών συντεταγμένων η γραμμική παραγωγή της συνάρτησης κατανομής προσεγγίζεται ως εξής:

$$c_x \frac{\partial}{\partial x} + c_y \frac{\partial}{\partial y} = \mu \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} \right) = \mu \frac{d}{ds} \quad (2.16)$$

Όπου:

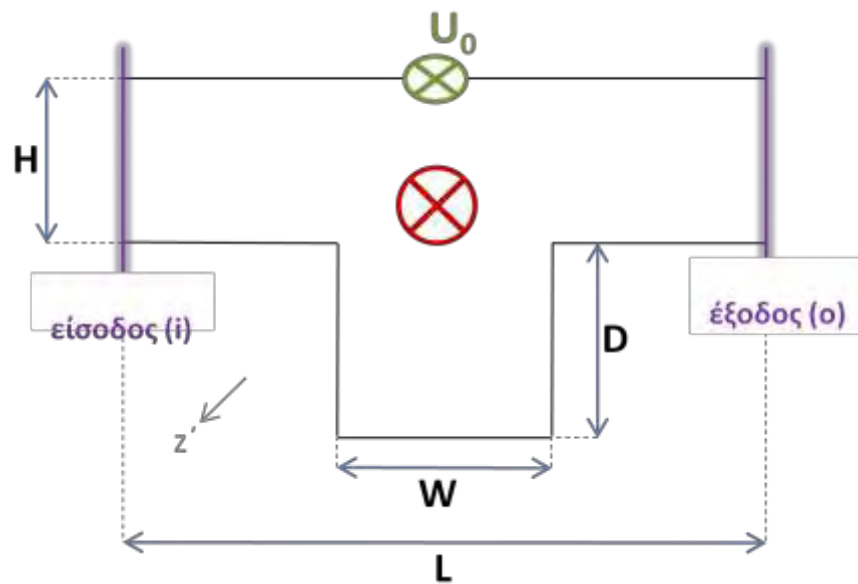
το s υποδηλώνει τη διεύθυνση της χαρακτηριστικής η οποία ορίζεται από την πολική γωνία θ του διανύσματος της μοριακής ταχύτητας.

2.5 Διαμήκης ροή Couette (Longitudinal Couette flow)

2.5.1 Ορισμός προβλήματος

Μελετάται η κίνηση του αερίου στη διεύθυνση z' μεταξύ των δύο πλακών του καναλιού, η οποία προκαλείται από την κίνηση της επάνω πλάκας με σταθερή ταχύτητα U_0 στη διεύθυνση z' ενώ η κάτω πλάκα παραμένει ακίνητη (Σχήμα 9). Η μακροσκοπική ταχύτητα του αερίου έχει συνιστώσα μόνο στη διεύθυνση z' η οποία όμως εξαρτάται από τις συντεταγμένες x και y :

$$u = (0, 0, u_z(x, y)) \quad (2.17)$$



Σχήμα 9: Διαμήκης ροή Couette

2.5.2 Γραμμικοποίηση - Αδιαστατοποίηση

Εφαρμόζοντας στην εξίσωση (2.2) τη γραμμικοποίηση:

$$f = f^0 \left(1 + h \frac{U_0}{u_o} \right) \quad , \quad \frac{U_0}{u_o} \ll 1 \quad (2.18)$$

Προκύπτει η γραμμικοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK:

$$\xi_x \frac{\partial h}{\partial x'} + \xi_y \frac{\partial h}{\partial y'} = \nu \frac{u_0}{U_0} \left(\rho' + \tau' \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u'_z \xi_z}{RT_0} - h \frac{U_0}{u_o} \right) \quad (2.19)$$

Κατά την αδιαστατοποίηση λαμβάνεται ως χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος η απόσταση μεταξύ των πλακών H . Τα αδιαστατοποιημένα μεγέθη του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{x'}{H}, \quad y = \frac{y'}{H}, \quad c_x = \frac{\xi_x}{u_0}, \quad c_y = \frac{\xi_y}{u_0}, \quad c_z = \frac{\xi_z}{u_0} \\
 u_z &= \frac{u'_z}{U_0}, \quad \rho = \rho' \frac{u_0}{U_0}, \quad \tau = \tau' \frac{u_0}{U_0} \\
 \nu &= \frac{P_0}{\mu_0}, \quad \delta = \frac{P_0 H}{\mu_0 u_0} \quad \text{όπου: } u_0 = \sqrt{2RT_0}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω αδιάστατα μεγέθη στην εξίσωση (2.20) προκύπτει η αδιαστατοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK για την περίπτωση της διαμήκου ροής Couette.

$$c_x \frac{\partial h}{\partial x} + c_y \frac{\partial h}{\partial y} + \delta h = \delta \left(\rho + \tau \left(c^2 - \frac{3}{2} \right) + 2c_z u_z \right) \quad (2.21)$$

2.5.3 Μακροσκοπικές ποσότητες

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μακροσκοπικές ποσότητες του προβλήματος:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας: } \rho(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας: } \tau(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2}{3} c^2 - 1 \right) h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_z: \quad u_z(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατος τανυστής τάσεων: } \tilde{P}_{yz}(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_y c_z h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη παροχή: } G &= 2 \int_0^1 u_z \left(-\frac{L}{2H}, y \right) dy \\
 \text{Συντελεστής οπισθέλκουσας: } Cd &= \frac{2H}{L} \int_{-L/2H}^{L/2H} \tilde{P}_{yz}(x, 1) dx
 \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

2.5.4 Διαδικασία προβολής

Αρχικά, γίνεται η μετατροπή σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (παράγραφος 2.4). Στη συνέχεια, ακολουθεί η διαδικασία της προβολής η οποία αποσκοπεί στην απαλοιφή της συνιστώσας c_z του διανύσματος της μικροσκοπικής ταχύτητας και σύμφωνα με αυτή η εξίσωση (2.21) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα

$(1/\sqrt{\pi})c_z e^{-c_z^2}$ και ολοκληρώνεται στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτοντας έτσι η εξίσωση:

$$c_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \delta \varphi = \delta u_z \quad (2.23)$$

Όπου η άγνωστη συνάρτηση κατανομής φ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varphi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) c_z e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.24)$$

Έπειτα από τη διαδικασία αυτή οι μακροσκοπικές ποσότητες που προκύπτουν συναρτήσει της φ είναι οι εξής:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_z: \\ u_z(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta \\ \text{Αδιάστατος τανυστής τάσεων:} \\ \tilde{P}_{yz}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu \sin \theta e^{-\mu^2} d\mu d\theta \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

2.5.5 Οριακές συνθήκες

Στην περίπτωση της ροής σε αυλακωτό κανάλι εφαρμόζονται δύο είδη συνοριακών συνθηκών. Αρχικά, στην είσοδο και έξοδο του καναλιού εξ αιτίας της επανάληψης της γεωμετρίας εφαρμόζονται περιοδικές συνοριακές συνθήκες:

$$h\left(-\frac{L}{2H}, y, c\right) = h\left(\frac{L}{2H}, y, c\right) \Rightarrow \varphi\left(-\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) = \varphi\left(\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) \quad (2.26)$$

Στη διεπιφάνεια αερίου – τοιχώματος εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες τύπου Maxwell – διάχυσης:

$$f^+ = \alpha f_w^{eq} + (1 - \alpha) f^- \quad (\alpha = 1) \Rightarrow$$

$$f^+ = f_w^{eq} \quad (2.27)$$

Όπου:

α συντελεστής ανάκλασης και

$$f_w^{eq} = \frac{n_w}{(2\pi RT_0)^{3/2}} e^{-\frac{(\xi - u_w)^2}{2RT_0}} \quad (2.28)$$

- Στάσιμα τοιχώματα:

$$h^+ = 0 \Rightarrow \varphi^+ = 0, \quad c_n > 0 \quad (2.29)$$

- Κινούμενο τοίχωμα:

$$h^+ = 2c_z \Rightarrow \varphi = 2c_z, \quad c_y < 0 \quad (2.30)$$

Όπου:

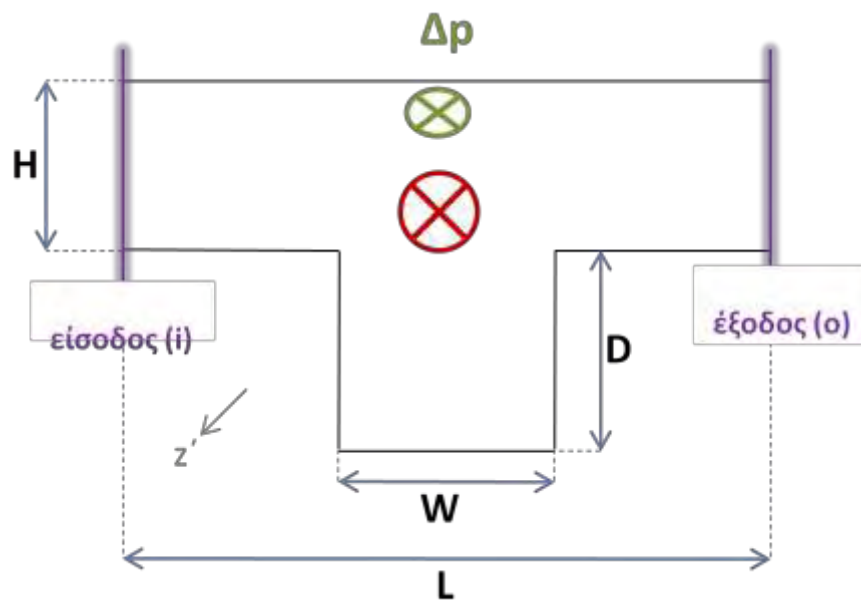
$^+$: υποδηλώνει τα εκπεμπόμενα από το τοίχωμα σωματίδια

c_n : μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια στη διεύθυνση της ροής

2.6 Διαμήκης ροή Poiseuille (Longitudinal Poiseuille flow)

2.6.1 Ορισμός προβλήματος

Μελετάται η κίνηση του αερίου στη διεύθυνση z' μεταξύ των δύο πλακών του καναλιού, οι οποίες παραμένουν ακίνητες, εξ αιτίας σταθερής διαφοράς πίεσης μεταξύ των άκρων του καναλιού στη διεύθυνση z (Σχήμα 10). Για τη μακροσκοπική ταχύτητα του αερίου ισχύει η σχέση (2.18).



Σχήμα 10: Διαμήκης ροή Poiseuille

2.6.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση

Εφαρμόζοντας στην εξίσωση (2.2) τη γραμμικοποίηση:

$$f = f^0 (1 + hXp - z'Xp) \quad , \quad Xp \ll 1 \quad (2.31)$$

Προκύπτει η γραμμικοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK:

$$\xi_x \frac{\partial h}{\partial x'} + \xi_y \frac{\partial h}{\partial y'} = \nu \frac{1}{Xp} \left(\rho' + \tau' \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u_z' \xi_z}{RT_0} - hXp + z' \right) + \xi_z \quad (2.32)$$

Κατά την αδιαστατοποίηση λαμβάνεται ως χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος η απόσταση μεταξύ των πλακών H . Τα αδιαστατοποιημένα μεγέθη του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{x'}{H} \quad , \quad y = \frac{y'}{H} \quad , \quad z = \frac{z'}{H} \quad , \quad u_z = \frac{u'_z}{u_0 Xp} \\
 c_x &= \frac{\xi_x}{u_0} \quad , \quad c_y = \frac{\xi_y}{u_0} \quad , \quad c_z = \frac{\xi_z}{u_0} \quad , \quad \rho = \frac{\rho'}{Xp} \quad , \quad \tau = \frac{\tau'}{Xp} \\
 v &= \frac{P_0}{\mu_0} \quad , \quad \delta = \frac{P_0}{\mu_0} \frac{H}{u_0} \quad \text{όπου: } u_0 = \sqrt{2RT_0}
 \end{aligned} \right\} (2.33)$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω αδιάστατα μεγέθη στην εξίσωση (2.32) προκύπτει η αδιαστατοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK για την περίπτωση της διαμήκου ροής Poiseuille.

$$c_x \frac{\partial h}{\partial x} + c_y \frac{\partial h}{\partial y} + \delta h = \delta \left(\rho + \tau \left(c^2 - \frac{3}{2} \right) + 2c_z u_z \right) - c_z \quad (2.34)$$

2.6.3 Μακροσκοπικές ποσότητες

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μακροσκοπικές ποσότητες του προβλήματος:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας: } \quad \rho(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας: } \quad \tau(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2}{3} c^2 - 1 \right) h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_z: \quad u_z(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατος τανυστής τάσεων: } \quad \tilde{P}_{yz}(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_y c_z h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη παροχή: } \quad G &= 2 \int_0^1 u_z \left(-\frac{L}{2H}, y \right) dy \\
 \text{Συντελεστής οπισθέλκουσας: } \quad Cd &= \frac{2H}{L} \int_{-L/2H}^{L/2H} \tilde{P}_{yz}(x, 1) dx
 \end{aligned} \right\} (2.35)$$

2.6.4 Διαδικασία προβολής

Έχοντας κάνει τη μετατροπή σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (παράγραφος 2.4) η εξίσωση (2.34) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $(1/\sqrt{\pi}) c_z e^{-c_z^2}$ και στη συνέχεια ολοκληρώνεται στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτοντας έτσι η εξίσωση:

$$c_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \delta \varphi = \delta u_z - \frac{1}{2} \quad (2.38)$$

Όπου η άγνωστη συνάρτηση κατανομής φ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varphi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) c_z e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.39)$$

Έπειτα από τη διαδικασία αυτή και τη μετατροπή σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (παράγραφος 2.8) οι μακροσκοπικές ποσότητες που προκύπτουν συναρτήσει της φ είναι οι εξής:

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_z :

$$u_z(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta \quad (2.40)$$

Αδιάστατος τανυστής τάσεων:

$$\tilde{P}_{yz}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu \sin \theta e^{-\mu^2} d\mu d\theta$$

2.6.5 Οριακές συνθήκες

Στην είσοδο και έξοδο του καναλιού εξ αιτίας της επανάληψης της γεωμετρίας εφαρμόζονται περιοδικές συνοριακές συνθήκες:

$$h\left(-\frac{L}{2H}, y, c\right) = h\left(\frac{L}{2H}, y, c\right) \Rightarrow \varphi\left(-\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) = \varphi\left(\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) \quad (2.41)$$

Στη διεπιφάνεια αερίου – τοιχώματος εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες τύπου Maxwell – διάχυσης:

- Στάσιμα τοιχώματα:

$$h^+ = 0 \Rightarrow \varphi^+ = 0, \quad c_n > 0 \quad (2.42)$$

Όπου:

$^+$: υποδηλώνει τα εκπεμπόμενα από το τοίχωμα σωματίδια

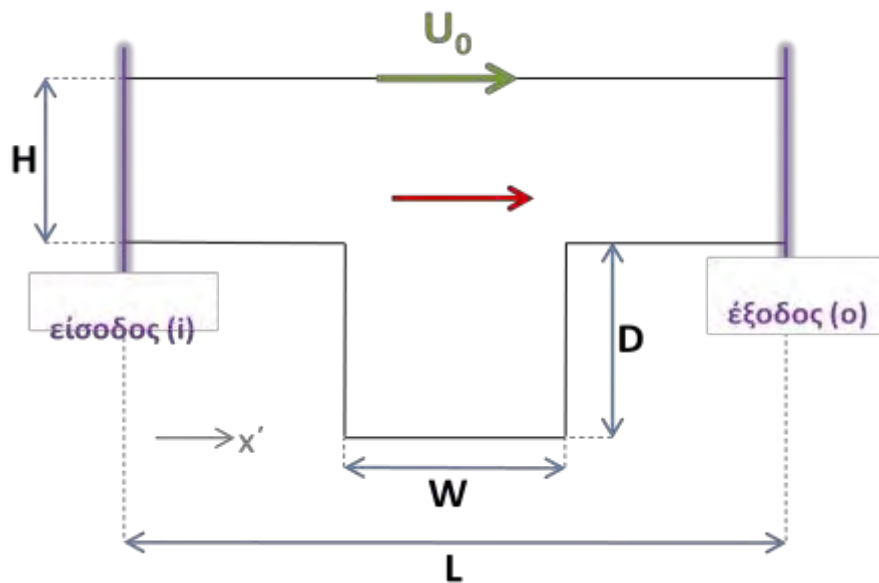
c_n : μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια στη διεύθυνση της ροής

2.7 Εγκάρσια ροή Couette (Transversal Couette flow)

2.7.1 Ορισμός προβλήματος

Μελετάται η κίνηση του αερίου στη διεύθυνση x' μεταξύ των δύο πλακών του καναλιού, η οποία προκαλείται από την κίνηση της επάνω πλάκας με σταθερή ταχύτητα U_0 στη διεύθυνση x' ενώ η κάτω πλάκα παραμένει ακίνητη (Σχήμα 11). Η μακροσκοπική ταχύτητα του αερίου έχει δύο συνιστώσες στις διευθύνσεις x' και y' η και εξαρτάται από τις συντεταγμένες x και y :

$$u = (u_x(x, y), u_y(x, y), 0) \quad (2.43)$$



Σχήμα 11: Εγκάρσια ροή Couette

2.7.2 Γραμμικοποίηση - Αδιαστατοποίηση

Εφαρμόζοντας στην εξίσωση (2.2) τη γραμμικοποίηση:

$$f = f^0 \left(1 + h \frac{U_0}{u_o} \right) \quad , \quad \frac{U_0}{u_o} \ll 1 \quad (2.44)$$

Προκύπτει η γραμμικοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK:

$$\xi_x \frac{\partial h}{\partial x'} + \xi_y \frac{\partial h}{\partial y'} = \nu \frac{u_0}{U_0} \left(\rho' + \tau' \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u'_x \xi_x}{RT_0} + \frac{u'_y \xi_y}{RT_0} - h \frac{U_0}{u_o} \right) \quad (2.45)$$

Κατά την αδιαστατοποίηση λαμβάνεται ως χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος η απόσταση μεταξύ των πλακών H . Τα αδιαστατοποιημένα μεγέθη του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{x'}{H} \quad , \quad y = \frac{y'}{H} \quad , \quad c_x = \frac{\xi_x}{u_o} \quad , \quad c_y = \frac{\xi_y}{u_o} \\
 u_x &= \frac{u'_x}{U_o} \quad , \quad u_y = \frac{u'_y}{U_o} \quad , \quad v = \frac{P_o}{\mu_o} \quad , \quad \delta = \frac{P_o H}{\mu_o u_o} \\
 \rho &= \rho' \frac{u_o}{U_o} \quad , \quad \tau = \tau' \frac{u_o}{U_o} \quad \text{όπου: } u_o = \sqrt{2RT_o}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω αδιάστατα μεγέθη στην εξίσωση (2.45) προκύπτει η αδιαστατοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK για την περίπτωση της εγκάρσιας ροής Couette.

$$c_x \frac{\partial h}{\partial x} + c_y \frac{\partial h}{\partial y} + \delta h = \delta \left(\rho + \tau \left(c^2 - \frac{3}{2} \right) + 2c_x u_x + 2c_y u_y \right) \quad (2.47)$$

2.7.3 Μακροσκοπικές ποσότητες

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μακροσκοπικές ποσότητες του προβλήματος:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας: } \quad \rho(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας: } \quad \tau(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2}{3} c^2 - 1 \right) h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_x: \quad u_x(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_x h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_y: \quad u_y(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_y h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατος τανυστής τάσεων: } \quad \tilde{P}_{xy}(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_x c_y h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη παροχή: } \quad G &= 2 \int_0^1 u_x \left(-\frac{L}{2H}, y \right) dy \\
 \text{Συντελεστής οπισθέλκουσας: } \quad Cd &= \frac{2H}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{P}_{xy}(x, 1) dx
 \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

2.7.4 Διαδικασία προβολής

Έχοντας κάνει τη μετατροπή σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (παράγραφος 2.4), αρχικά, η εξίσωση (2.47) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $(1/\sqrt{\pi})e^{-c_z^2}$ και ολοκληρώνοντας στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτει η εξίσωση:

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \delta \varphi = \delta \left[\rho + \tau (\mu^2 - 1) + 2\mu (u_x \cos \theta + u_y \sin \theta) \right] \quad (2.49)$$

Στη συνέχεια, η εξίσωση (2.47) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $(1/\sqrt{\pi})(c_z^2 - 1/2)e^{-c_z^2}$ και ολοκληρώνοντας στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτει η εξίσωση:

$$c_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \psi}{\partial y} + \delta \psi = \delta \frac{\tau}{2} \quad (2.50)$$

Όπου οι άγνωστες συναρτήσεις κατανομής φ και ψ προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$$\varphi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.51)$$

$$\psi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) \left(c_z^2 - \frac{1}{2} \right) e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.52)$$

Έπειτα από τη διαδικασία αυτή οι μακροσκοπικές ποσότητες που προκύπτουν συναρτήσει των φ και ψ είναι οι εξής:

Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας:

$$\rho(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta$$

Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας:

$$\tau(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{2}{3} [(\mu^2 - 1)\varphi + \psi] \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_x :

$$u_x(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^2 e^{-\mu^2} \cos \theta d\mu d\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_y :

$$u_y(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

Αδιάστατος τανυστής τάσεων:

$$\tilde{P}_{xy}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^3 e^{-\mu^2} \sin \theta \cos \theta d\mu d\theta$$

(2.53)

2.7.5 Οριακές συνθήκες

Αρχικά, στην είσοδο και έξοδο του καναλιού εξ αιτίας της επανάληψης της γεωμετρίας εφαρμόζονται περιοδικές συνοριακές συνθήκες:

$$h\left(-\frac{L}{2H}, y, c\right) = h\left(\frac{L}{2H}, y, c\right) \Rightarrow \varphi\left(-\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) = \varphi\left(\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) \quad (2.54)$$

Στη διεπιφάνεια αερίου – τοιχώματος εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες τύπου Maxwell – διάχυσης:

- Στάσιμα τοιχώματα:

$$h^+ = n_w \Rightarrow \varphi^+ = n_w, \quad c_n > 0, \quad \psi^+ = 0 \quad (2.55)$$

- Κινούμενο τοίχωμα:

$$h^+ = n_w + 2c_z \Rightarrow \varphi^+ = n_w + 2\mu \cos \theta, \quad c_y < 0, \quad \psi^+ = 0 \quad (2.56)$$

Όπου:

$^+$: υποδηλώνει τα εκπεμπόμενα από το τοίχωμα σωματίδια

c_n : μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια στη διεύθυνση της ροής

n_w : παράμετρος για την ικανοποίηση της συνθήκης μη διείσδυσης (ενότητα 2.7.6)

2.7.6 Συνθήκη μη διείσδυσης

Σύμφωνα με τη συνθήκη μη διείσδυσης, το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος της μακροσκοπικής ταχύτητας \underline{u} και του μοναδιαίου διανύσματος \underline{n} είναι ίσο με μηδέν:

$$\underline{u} \cdot \underline{n} = 0 \quad (2.57)$$

Για την ικανοποίηση της παραπάνω συνθήκης υπολογίζεται η τιμή της πυκνότητας n_w για την οποία το ολοκλήρωμα της ταχύτητας μηδενίζεται στην κάθετη προς το τοίχωμα διεύθυνση. Η τιμή αυτή διαφέρει ανάλογα με τη θέση του τοιχώματος:

$-W/2H \leq x \leq W/2H$:

$$n_w\left(x, -\frac{D}{H}\right) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi\left(x, \frac{D}{H}, \mu, \theta\right) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$\pm L/2H \leq x \leq \pm L/2H$:

$$n_w(x, 0) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi(x, 0, \mu, \theta) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$-L/2H \leq x \leq L/2H$:

$$n_w(x, 1) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi(x, 1, \mu, \theta) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$-D/H \leq y \leq 0$:

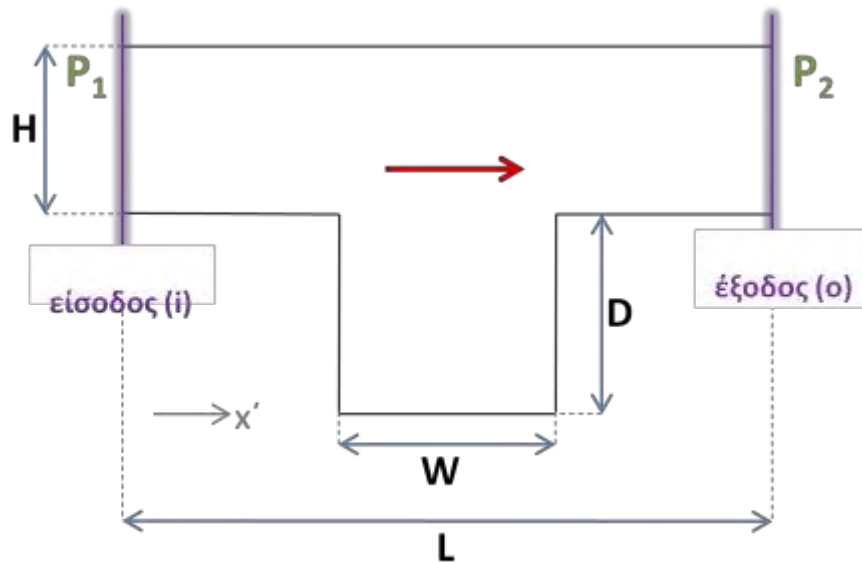
$$n_w\left(\frac{W}{2H}, y\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \int_0^{\infty} \varphi\left(\frac{W}{2H}, y, \mu, \theta\right) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

(2.58)

2.8 Εγκάρσια ροή Poiseuille (Transversal Poiseuille flow)

2.8.1 Ορισμός προβλήματος

Μελετάται η κίνηση του αερίου στη διεύθυνση x' μεταξύ των δύο πλακών του καναλιού, οι οποίες παραμένουν ακίνητες, εξ αιτίας σταθερής διαφοράς πίεσης μεταξύ των άκρων του καναλιού στη διεύθυνση x' (Σχήμα 12). Η μακροσκοπική ταχύτητα του αερίου η οποία αποτελείται από τις συνιστώσες u_x και u_y δίνεται από τη σχέση (2.43).



Σχήμα 12: Εγκάρσια ροή Poiseuille

2.8.2 Γραμμικοποίηση – Αδιαστατοποίηση

Εφαρμόζοντας στην εξίσωση (2.2) τη γραμμικοποίηση:

$$f = f^0 (1 + hXp - x'Xp) \quad , \quad Xp \ll 1 \quad (2.59)$$

Προκύπτει η γραμμικοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK:

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x'} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y'} + \delta h = \nu \frac{1}{X_p} \left(\rho' + \tau' \left(\frac{\xi^2}{2RT_0} - \frac{3}{2} \right) + \frac{u'_x \xi_x}{RT_0} + \frac{u'_y \xi_y}{RT_0} + x' \right) + \xi_x \quad (2.60)$$

Κατά την αδιαστατοποίηση λαμβάνεται ως χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος η απόσταση μεταξύ των πλακών H . Τα αδιαστατοποιημένα μεγέθη του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{x'}{H} \quad , \quad y = \frac{y'}{H} \quad , \quad c_x = \frac{\xi_x}{u_0} \quad , \quad c_y = \frac{\xi_y}{u_0} \\
 u_x &= \frac{u'_x}{u_0 Xp} \quad , \quad u_y = \frac{u'_y}{u_0 Xp} \quad , \quad v = \frac{P_0}{\mu_0} \quad , \quad \delta = \frac{P_0 H}{\mu_0 u_0} \\
 \rho &= \frac{\rho'}{Xp} \quad , \quad \tau = \frac{\tau'}{Xp} \quad \text{όπου: } u_0 = \sqrt{2RT_0}
 \end{aligned} \right\} (2.61)$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω αδιάστατα μεγέθη στην εξίσωση (2.60) προκύπτει η αδιαστατοποιημένη κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK για την περίπτωση της εγκάρσιας ροής Poiseuille.

$$c_x \frac{\partial h}{\partial x} + c_y \frac{\partial h}{\partial y} + \delta h = \delta \left(\rho + \tau \left(c^2 - \frac{3}{2} \right) + 2c_x u_x + 2c_y u_y + c_x \right) \quad (2.62)$$

2.8.3 Μακροσκοπικές ποσότητες

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μακροσκοπικές ποσότητες του προβλήματος:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας:} \quad \rho(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας:} \quad \tau(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{3}{2} c^2 - 1 \right) h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_x: \quad u_x(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_x h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα } u_y: \quad u_y(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_y h e^{-c^2} dc \\
 \text{Αδιάστατη παροχή:} \quad G &= 2 \int_0^1 u_x \left(-\frac{L}{2H}, y \right) dy \\
 \text{Αδιάστατος τανυστής τάσεων:} \quad \tilde{P}_{xy}(x, y) &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} c_x c_y h e^{-c^2} dc \\
 \text{Συντελεστής οπισθέλκουσας:} \quad Cd &= \frac{2H}{L} \int_{-L/2H}^{L/2H} \tilde{P}_{xy}(x, 1) dx
 \end{aligned} \right\} (2.63)$$

2.8.4 Διαδικασία προβολής

Έχοντας κάνει τη μετατροπή σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (παράγραφος 2.4), αρχικά, η εξίσωση (2.62) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $(1/\sqrt{\pi}) e^{-c_z^2}$ και ολοκληρώνοντας στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτει η εξίσωση:

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \delta \varphi = \delta \left(\rho + \tau (\mu^2 - 1) + 2\mu (u_x \cos \theta + u_y \sin \theta) + \mu \cos \theta \right) \quad (2.64)$$

Στη συνέχεια, η εξίσωση (2.62) πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $(1/\sqrt{\pi})(c_z^2 - 1/2)e^{-c_z^2}$ και ολοκληρώνοντας στην περιοχή $-\infty < c_z < \infty$ προκύπτει η εξίσωση:

$$c_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \psi}{\partial y} + \delta \psi = \delta \frac{\tau}{2} \quad (2.65)$$

Όπου οι άγνωστες συναρτήσεις κατανομής φ και ψ προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$$\varphi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.66)$$

$$\psi(x, y, c_x, c_y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, c_x, c_y, c_z) \left(c_z^2 - \frac{1}{2} \right) e^{-c_z^2} dc_z \quad (2.67)$$

Έπειτα από τη διαδικασία αυτή οι μακροσκοπικές ποσότητες που προκύπτουν συναρτήσει των φ και ψ είναι οι εξής:

Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας:

$$\rho(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta$$

Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας:

$$\tau(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{2}{3} [(\mu^2 - 1)\varphi + \psi] \mu e^{-\mu^2} d\mu d\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_x :

$$u_x(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^2 e^{-\mu^2} \cos \theta d\mu d\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_y :

$$u_y(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

Αδιάστατος τανυστής τάσεων:

$$\tilde{P}_{xy}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \mu^3 e^{-\mu^2} \sin \theta \cos \theta d\mu d\theta$$

(2.68)

2.8.5 Οριακές συνθήκες

Αρχικά, Στην είσοδο και έξοδο του καναλιού εφαρμόζονται περιοδικές συνοριακές συνθήκες:

$$h\left(-\frac{L}{2H}, y, c\right) = h\left(\frac{L}{2H}, y, c\right) \Rightarrow \varphi\left(-\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) = \varphi\left(\frac{L}{2H}, y, \mu, \theta\right) \quad (2.69)$$

Στη διεπιφάνεια αερίου – τοιχώματος εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες τύπου Maxwell – διάχυσης:

- Στάσιμα τοιχώματα:

$$h^+ = n_w \Rightarrow \varphi^+ = n_w, \quad c_n > 0, \quad \psi^+ = 0 \quad (2.70)$$

Όπου:

$^+$: υποδηλώνει τα εκπεμπόμενα από το τοίχωμα σωματίδια

c_n : μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια στη διεύθυνση της ροής

n_w : παράμετρος για την ικανοποίηση της συνθήκης μη διείσδυσης(ενότητα 2.6.6)

2.8.6 Συνθήκη μη διείσδυσης

Για την ικανοποίηση της συνθήκης μη διείσδυσης (Σχέση (2.57)) η τιμή της πυκνότητας n_w διαφέρει ανάλογα με τη θέση του τοιχώματος:

$-W/2H \leq x \leq W/2H$:

$$n_w \left(x, -\frac{D}{H} \right) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi \left(x, \frac{D}{H}, \mu, \theta \right) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$\pm L/2H \leq x \leq \pm L/2H$:

$$n_w(x, 0) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi(x, 0, \mu, \theta) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$-L/2H \leq x \leq L/2H$:

$$n_w(x, 1) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\infty} \varphi(x, 1, \mu, \theta) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

$-D/H \leq y \leq 0$:

$$n_w \left(\frac{W}{2H}, y \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \int_0^{\infty} \varphi \left(\frac{W}{2H}, y, \mu, \theta \right) \mu^2 e^{-\mu^2} \sin \theta d\mu d\theta$$

(2.71)

Κεφάλαιο 3: Υπολογιστική Διαδικασία

3.1 Διακριτοποίηση

Γενικά, έχουν υπάρξει αρκετές προσπάθειες προσομοίωσης της ροής συσκευών με κανάλια ή παρόμοιες γεωμετρίες[9,11,13], στην παρούσα μελέτη η κινητική εξίσωση, οι εξισώσεις των μακροσκοπικών ποσοτήτων και οι εξισώσεις που περιγράφουν τις συνοριακές συνθήκες κάθε προβλήματος επιλύονται αριθμητικά μέσω μιας συγκεκριμένης επαναληπτικής διαδικασίας[28].

Ο φασικός χώρος αποτελείται από το φυσικό χώρο και το χώρο των μοριακών ταχυτήτων. Στο φυσικό χώρο $((x,y)$ ή (y,z) ανάλογα με το πρόβλημα που επιλύουμε) η διακριτοποίηση γίνεται διαιρώντας το πεδίο της ροής σε επιμέρους ορθογώνια στοιχεία τα οποία συμβολίζονται ως (i,j) , όπου $i=1,2,\dots,I$ και $j=1,2,\dots,J$. Οι πρώτες παράγωγοι ως προς x και y προσεγγίζονται μέσω πεπερασμένων κεντρικών διαφορών στη συνέχεια όλοι οι όροι υπολογίζονται μέσω παρεμβολής σε όρους των αντίστοιχων ποσοτήτων στα άκρα κάθε στοιχείου χρησιμοποιώντας σταθμισμένους μέσους όρους.

Στο χώρο των μοριακών ταχυτήτων (μ_m, θ_n) είναι προτιμότερη για υπολογιστικούς λόγους η έκφραση των συνιστωσών της μικροσκοπικής ταχύτητας c_x και c_y σε πολικές συντεταγμένες οι οποίες ορίζονται από το μέτρο ζ και την πολική γωνία θ της ταχύτητας. Η διακριτοποίηση γίνεται διαλέγοντας ένα κατάλληλο σετ διακριτών ταχυτήτων (ζ_m, θ_n) τέτοιο ώστε $0 < \zeta_m < \infty$ και $0 < \theta_n < 2\pi$, όπου: $m=1,2,\dots,M$ και $n=1,2,\dots,N$. Το σετ που προκύπτει αποτελείται από $M \times N$ διακριτές ταχύτητες.

Με βάση τη διαδικασία διακριτοποίησης που περιγράφηκε παραπάνω η άγνωστη συνάρτηση κατανομής $\varphi(x,y,\mu,\theta)$ στην κινητική εξίσωση κάθε προβλήματος αντικαθίσταται από τη διακριτοποιημένη συνάρτηση κατανομής $\varphi(x_i,y_j,\mu_m,\theta_n) = \varphi_{i,j,m,n}$ και προσεγγίζεται από ένα σετ αλγεβρικών εξισώσεων. Δημιουργούνται $2 \times M \times N$ εξισώσεις για κάθε ένα από τα $I \times J$ στοιχεία. Οι ολικές ποσότητες υπολογίζονται εφαρμόζοντας αντίστοιχους τύπους άθροισης.

Η μεθοδολογία που ακολουθείται για την αριθμητική επίλυση της κινητικής εξίσωσης είναι αυτή των διακριτών ταχυτήτων (DVM)[3]. Η μέθοδος βασίζεται στην επιλογή ορισμένων διευθύνσεων (θ_n) και τιμών (μ_m) της μικροσκοπικής ταχύτητας, για τις οποίες αν είναι γνωστή η λύση της εξίσωσης Boltzmann, είναι δυνατό να προσδιοριστούν οι τιμές των μακροσκοπικών ιδιοτήτων.

Οι διακριτοποιημένες εξισώσεις και οι αντίστοιχες αθροίσεις επιλύονται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας η οποία τερματίζεται όταν ικανοποιηθεί για όλες τις ποσότητες το κριτήριο σύγκλισης που έχει επιβληθεί. Για κάθε διακριτή ταχύτητα υπολογίζεται η συνάρτηση κατανομής σε κάθε κόμβο στο πεδίο του φυσικού χώρου. Σε κάθε βήμα επανάληψης η λύση προκύπτει με τη διαδοχική εφαρμογή της ρητής διακριτοποιημένης κινητικής εξίσωσης σε καθένα από τους κόμβους του πλέγματος χωρίς να απαιτείται η επίλυση ενός αλγεβρικού συστήματος.

3.2 Διακριτές κινητικές εξισώσεις

Στην περίπτωση του τρίτου προβλήματος της εγκάρσιας ροής Couette οι διακριτοποιημένες αδιάστατες κινητικές εξισώσεις του μοντέλου BGK δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\mu_m \frac{d\varphi_{i,j,m,n}}{ds} + \delta\varphi_{i,j,m,n} = \delta \left[\rho_{i,j} + \tau_{i,j} (\mu_m^2 - 1) + 2\mu_m (u_{x_{i,j}} \cos\theta_n + u_{y_{i,j}} \sin\theta_n) \right] \quad (4.1)$$

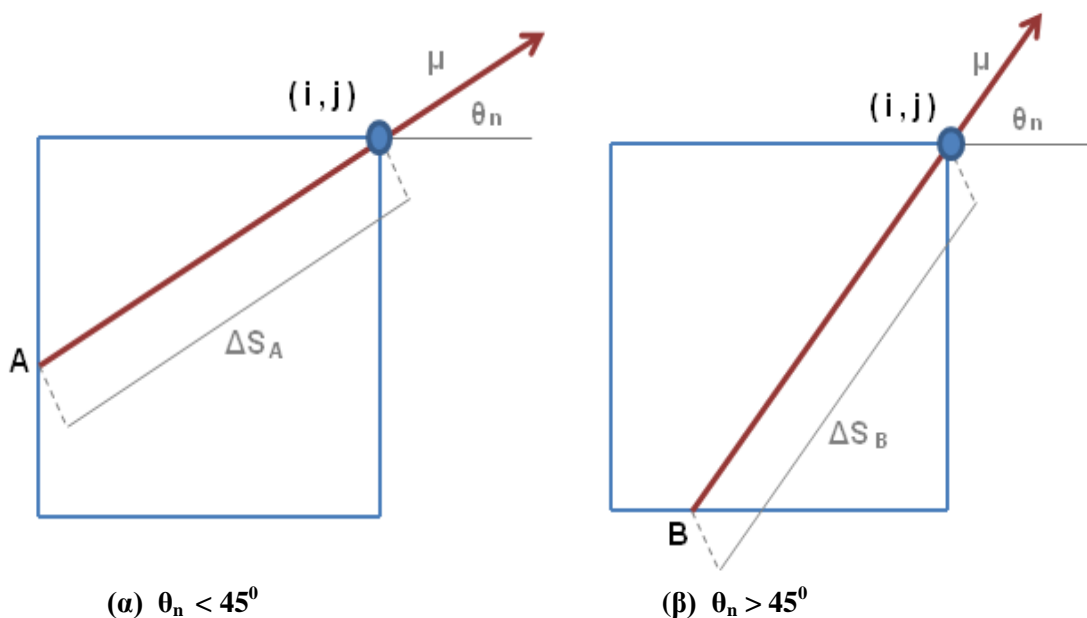
και

$$\mu_m \frac{d\psi_{i,j,m,n}}{ds} + \delta\psi_{i,j,m,n} = \delta \frac{\tau_{i,j}}{2} \quad (4.2)$$

Η προσέγγιση των όρων d/ds των εξισώσεων (4.1) και (4.2) γίνεται ολοκληρώνοντας την κινητική εξίσωση πάνω στη χαρακτηριστική ευθεία Δs που σχηματίζεται μεταξύ του κόμβου (i,j) στον οποίο υπολογίζουμε τη συνάρτηση κατανομής και του σημείου του πλέγματος στο οποίο καταλήγει το εκάστοτε διάνυσμα της ταχύτητας υπό γωνία θ_n αν το προεκτείνουμε (σημεία A,B Σχήμα 13). Η μεθοδολογία αυτή προτιμάται όταν έχουμε μεγάλες μεταβολές της συνάρτησης κατανομής μεταξύ των κόμβων του πλέγματος και αποτελεί μία προσέγγιση συνυφασμένη με τη φύση της εξίσωσης Boltzmann.

$$\frac{dg_{m,n}}{ds} = \frac{g_{i,j,m,n} - g_s}{\Delta s} \quad (4.3)$$

Όπου: $g = \varphi$ ή ψ (ανάλογα με την κινητική εξίσωση που επιλύουμε)



Σχήμα 13: Απεικόνιση χαρακτηριστικής Δs

Οι μακροσκοπικές ποσότητες που υπολογίζονται στο κέντρο της Δs δίνονται σε διακριτοποιημένη μορφή από τις παρακάτω εξισώσεις:

Αδιάστατη απόκλιση πυκνότητας:

$$\rho_{i,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_m \varphi_{i,j,m,n} \mu_m e^{-\mu^2} \Delta\theta$$

Αδιάστατη απόκλιση θερμοκρασίας:

$$\tau_{i,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{2}{3} w_m [(\mu_m^2 - 1) \varphi_{i,j,m,n}] \mu_m e^{-\mu^2} \Delta\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_x :

$$(u_x)_{i,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_m \varphi_{i,j,m,n} \mu_m^2 e^{-\mu^2} \cos \theta_n \Delta\theta$$

Αδιάστατη μακροσκοπική ταχύτητα u_y :

$$(u_y)_{i,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_m \varphi_{i,j,m,n} \mu_m^2 e^{-\mu^2} \sin \theta_n \Delta\theta$$

Αδιάστατος τανυστής τάσεων:

$$\Pi_{i,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_m \varphi_{i,j,m,n} \mu_m^3 e^{-\mu^2} \sin \theta_n \cos \theta_n \Delta\theta$$

(4.4)

Όπου:

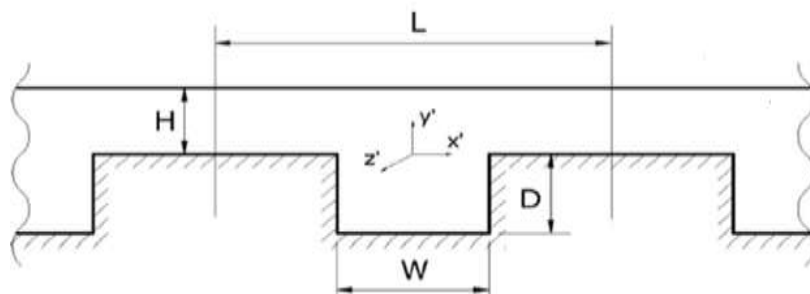
s : η απόσταση στην οποία μεταβάλλεται η συνάρτηση κατανομής

w_m : συντελεστές βαρύτητας

3.3 Περιγραφή αλγορίθμου

3.3.1 Εισαγωγή παραμέτρων

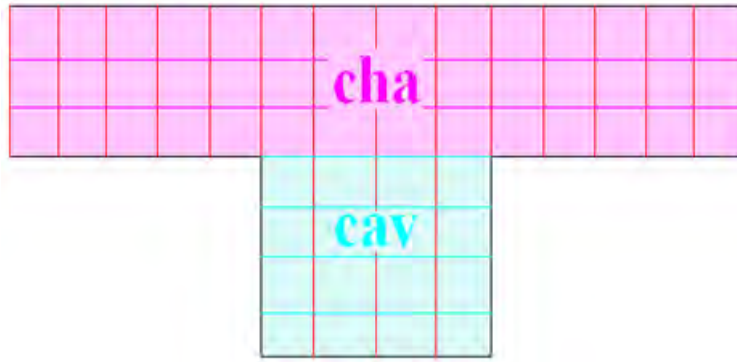
Αρχικά γίνεται η εισαγωγή των παραμέτρων του προβλήματος. Οι παράμετροι οι οποίες εισάγονται είναι η παράμετρος αραίωσης δ , ο αριθμός των μέτρων των διακριτών γωνιών μ_m και ο αριθμός των πολικών γωνιών θ_n . Εισάγονται επίσης τα αδιάστατα μεγέθη του προβλήματος όπως το βάθος \mathbf{D} ($=D/H$) της κοιλότητας, το πλάτος της κοιλότητας \mathbf{W} ($=W/H$) και το μήκος επανάληψης της γεωμετρίας \mathbf{L} ($=L/H$) (Σχήμα 14). Τέλος, εισάγεται ο αριθμός των κόμβων του καναλιού στη διεύθυνση y $\mathbf{Ny_cha}$. Στην περίπτωση των ροών Couette εισάγεται η ταχύτητα \mathbf{U}_0 του τοιχώματος ενώ στις ροές Poiseuille η βαθμίδα διαφοράς πίεσης \mathbf{X}_p .



Σχήμα 14: Αδιαστατοποιημένα μεγέθη προβλήματος

3.3.2 Διαμόρφωση υπολογιστικού πλέγματος

Στη συνέχεια γίνεται η διαμόρφωση του υπολογιστικού πλέγματος το οποίο αποτελείται από το κανάλι (Nx_cha, Ny_cha) και την κοιλότητα (Nx_cav, Ny_cav) και υπολογίζεται ο αριθμός των κόμβων στις διευθύνσεις x και y τόσο για το κανάλι όσο και για την κοιλότητα (Σχήμα 15).



Σχήμα 15: Υπολογιστικό πλέγμα

Ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος υπολογίζεται ως εξής:

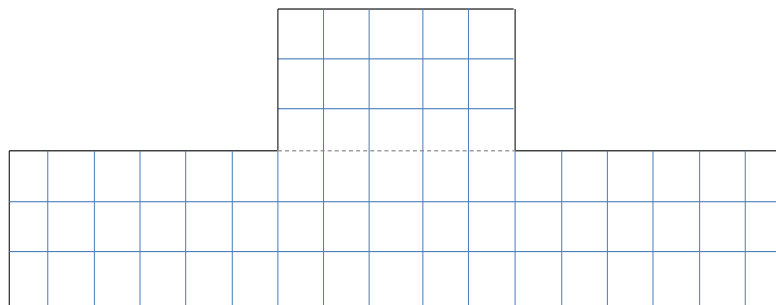
$$Nx_cha = L(Ny_cha - 1) + 1 \quad (4.5)$$

$$Nx_cav = (Ny_cha - 1)W + 1 \quad (4.6)$$

$$Ny_cav = D(Ny_cha - 1) \quad (4.7)$$

3.3.3 Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος

Όπως έχει ήδη αναφερθεί χρησιμοποιείται η Μέθοδος Διακριτών Ταχυτήτων (DVM). Με βάση τη μεθοδολογία αυτή, σαρώνεται το υπολογιστικό πλέγμα από «σετ» γωνιών (ανάλογα με τον αριθμό των γωνιών και τα μέτρα τους και για τα τέσσερα τεταρτημόρια), προκειμένου να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής σε κάθε κόμβο του πλέγματος για να υπολογιστούν οι μακροσκοπικές ποσότητες και να ικανοποιηθούν οι οριακές συνθήκες. Αρχικά γίνεται αντιστροφή του πλέγματος ως προς τον άξονα x προκειμένου η σάρωση να ξεκινήσει με θετικές τιμές της ταχύτητας στη διεύθυνση y (Σχήμα 16).



Σχήμα 16: Αντιστροφή πλέγματος

Η τιμή της εφαπτομένης της εκάστοτε γωνίας θ_n σε σχέση με την εφαπτομένη της γωνίας του πλέγματος (Grid_tan) ορίζεται ως εξής:

$$Grid_tan = \frac{Dy_cha}{Dx_cha} \quad (4.8)$$

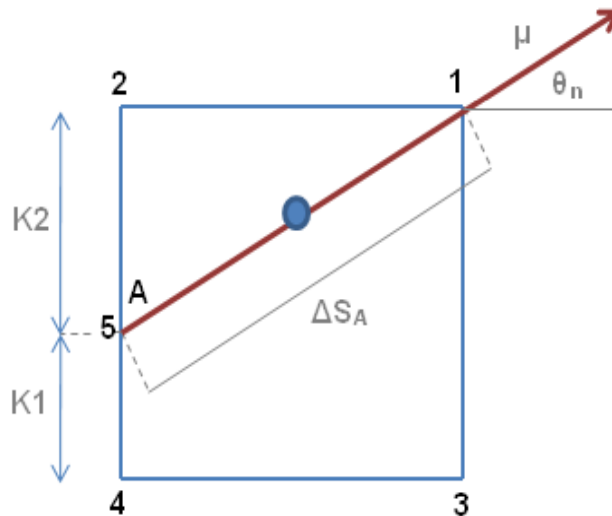
Ο κώδικας που επιλύουμε αποτελείται από τετραγωνικό πλέγμα, επομένως:

$$Grid_tan = 1 \Rightarrow \tan = 45^\circ$$

Ανάλογα με την τιμή της γωνίας της γωνίας θ_n ακολουθείται διαφορετική διαδικασία ολοκλήρωσης στη χαρακτηριστική ΔS_A και διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

(α) $\theta_n < 45^\circ$

Για να υπολογίσουμε τη συνάρτηση κατανομής στον κόμβο 1 (Σχήμα 17) ολοκληρώνουμε στη χαρακτηριστική ΔS_A . Αρχικά η συνάρτηση κατανομής στη θέση 5 είναι άγνωστη, για τον υπολογισμό της γίνεται γραμμική παρεμβολή μεταξύ των θέσεων 2 και 4.



Σχήμα 17: Χαρακτηριστική Δs για μικρή γωνία

Η απόσταση ΔS_A (S) και οι συντελεστές βαρύτητας των θέσεων 2 (CK2) και 4 (CK1) δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$S = \frac{\Delta x}{\cos \theta_n} \quad (4.9)$$

$$CK_2 = \frac{K_2}{\Delta y} = \frac{\frac{K_2}{\Delta x}}{\frac{\Delta y}{\Delta x}} = \frac{\tan \theta_n}{Grid_tan} \quad (4.10)$$

$$CK_1 = 1 - CK_2 \quad (4.11)$$

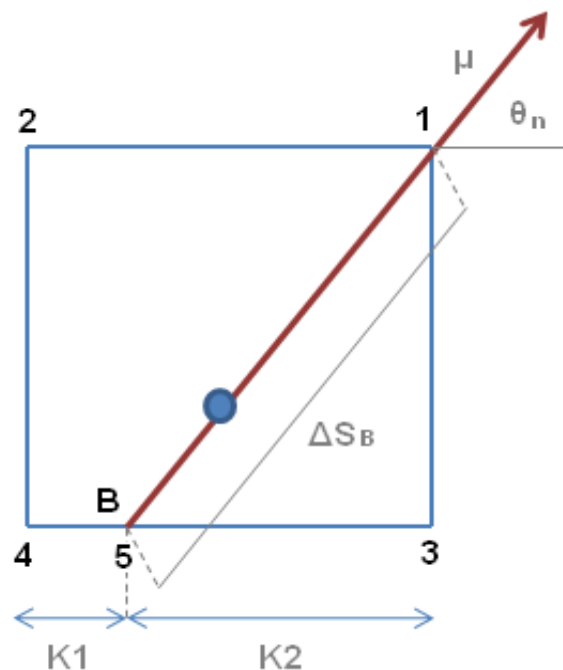
Η ολοκλήρωση πάνω στη χαρακτηριστική γίνεται μέσω των παρακάτω εξισώσεων:

$$\left(\frac{C}{S} + \frac{\delta}{2}\right)h_1 - \left(\frac{C}{S} - \frac{\delta}{2}\right)h_5 = \delta h_{eq} \quad (4.12)$$

$$\left(\frac{C}{S} + \frac{\delta}{2}\right)h_1 - \left(\frac{C}{S} - \frac{\delta}{2}\right)(CK_1 h_2 + CK_2 h_4) = \delta h_{eq} \quad (4.13)$$

(β) $\theta_n > 45^\circ$

Στην περίπτωση αυτή για να υπολογίσουμε τη συνάρτηση κατανομής στον κόμβο 1 (Σχήμα 18) ολοκληρώνουμε στη χαρακτηριστική ΔS_B . Και πάλι η συνάρτηση κατανομής στη θέση 5 είναι άγνωστη και για τον υπολογισμό της γίνεται γραμμική παρεμβολή μεταξύ των θέσεων 3 και 4.



Σχήμα 18: Χαρακτηριστική Δs για μεγάλη γωνία

Η απόσταση ΔS_B (S) και οι συντελεστές βαρύτητας των θέσεων 3 (CK2) και 4 (CK1) δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$S = \frac{\Delta y}{\sin \theta_n} \quad (4.14)$$

$$CK_2 = \frac{K_2}{\Delta x} = \frac{\frac{K_2}{\Delta y}}{\frac{\Delta x}{\Delta y}} = \frac{Grid_tan}{\tan \theta_n} \quad (4.15)$$

$$CK_1 = 1 - CK_2 \quad (4.16)$$

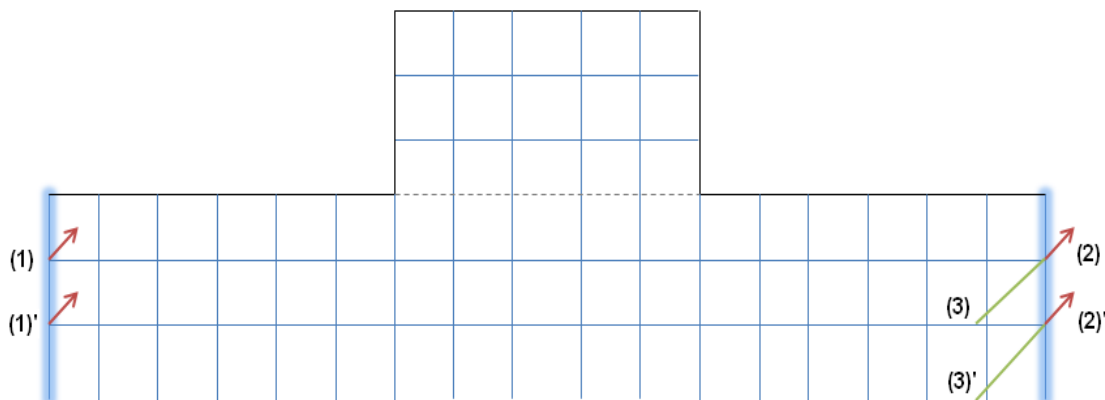
Για την ολοκλήρωση πάνω στη χαρακτηριστική επιλύονται οι εξισώσεις:

$$\left(\frac{C}{S} + \frac{\delta}{2}\right)h_1 - \left(\frac{C}{S} - \frac{\delta}{2}\right)h_5 = \delta h_{eq} \quad (4.17)$$

$$\left(\frac{C}{S} + \frac{\delta}{2}\right)h_1 - \left(\frac{C}{S} - \frac{\delta}{2}\right)(CK_1h_3 + CK_2h_4) = \delta h_{eq} \quad (4.18)$$

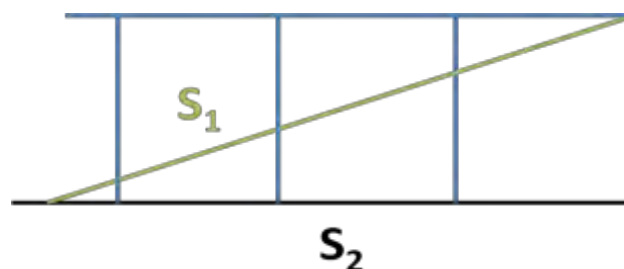
3.3.4 Περιοδικές οριακές συνθήκες

Στην περίπτωση των κόμβων που βρίσκονται στην είσοδο και έξοδο του καναλιού (Σχήμα 19) έχουμε περιοδικές οριακές συνθήκες. Η συνάρτηση κατανομής στη θέση ((1)είσοδος) είναι άγνωστη αρχικά. Εξ αιτίας της περιοδικότητας, γίνεται προβολή στη θέση ((2)έξοδος), οι θέσεις (1) και (2) έχουν την ίδια συνάρτηση κατανομής για την ίδια τιμή της ταχύτητας. Για τον υπολογισμό της συνάρτησης κατανομής της θέσης (2) ο κώδικας λειτουργεί ψάχνοντας το σημείο από το οποίο έχει γίνει εκπομπή σωματιδίου από τα τοιχώματα θέση (3) όπου η συνάρτηση κατανομής είναι ήδη γνωστή από τις οριακές συνθήκες. Επιλύοντας την κινητική εξίσωση του μοντέλου BGK στη χαρακτηριστική (2) - (3) προκύπτει η συνάρτηση κατανομής της θέσης (2).



Σχήμα 19: Εφαρμογή περιοδικών Ο.Σ.

Η επίλυση της κινητικής εξίσωσης και η ολοκλήρωση στη χαρακτηριστική για τον υπολογισμό της συνάρτησης κατανομής στην περίπτωση των μικρών γωνιών γίνεται σε κάθε κελί (Σχήμα 20).



Σχήμα 20: Ολοκλήρωση (μικρές γωνίες)

Η διαδικασία αυτή γίνεται μέσω των εξισώσεων:

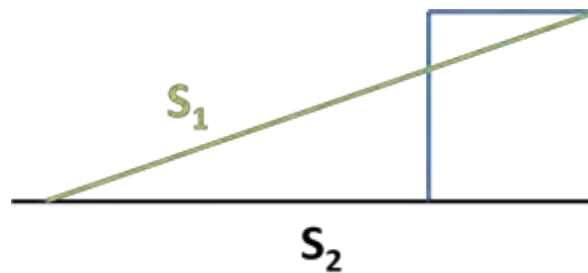
$$\frac{S_1}{\Delta y} = \frac{S}{K2} \Leftrightarrow S_1 = \frac{S}{CK2} \quad (4.19)$$

$$S_2 = \frac{S_1}{\cos \theta} \quad (4.20)$$

$$Num = Int(S_2 / Dx_cha) \quad (4.21)$$

Όπου: Num ο αριθμός των κελιών

Στην περίπτωση των μεγάλων γωνιών επιλύουμε μόνο στο πρώτο κελί (Σχήμα 21) χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.18) και (4.19).



Σχήμα 21: Ολοκλήρωση (μεγάλες γωνίες)

3.3.5 Μεσαίοι κόμβοι

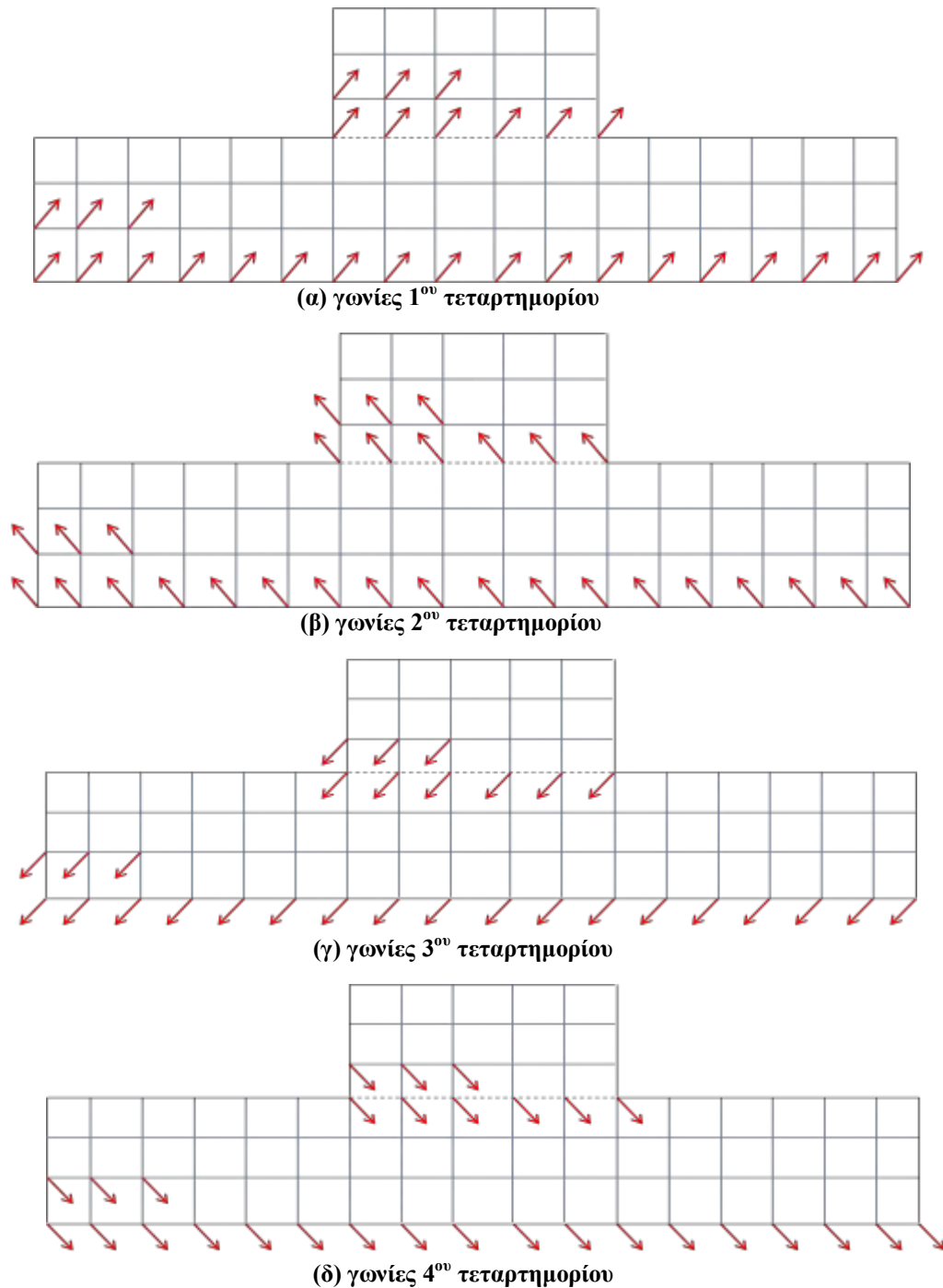
Όπως φαίνεται και στο σχήμα (Σχήμα 22) η συνάρτηση κατανομής των μεσαίων (πράσινο) κόμβων υπολογίζεται από τις ήδη γνωστές συναρτήσεις κατανομής των τριών γειτονικών κόμβων (κόκκινο) που έχουν ήδη σαρωθεί. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να ολοκληρωθεί η σάρωση σε όλο το πλέγμα. (Οι συναρτήσεις κατανομής των κόμβων που βρίσκονται στα τοιχώματα - άκρα του πλέγματος είναι γνωστές από τις συνοριακές συνθήκες).



Σχήμα 22: Μεσαίοι κόμβοι πλέγματος

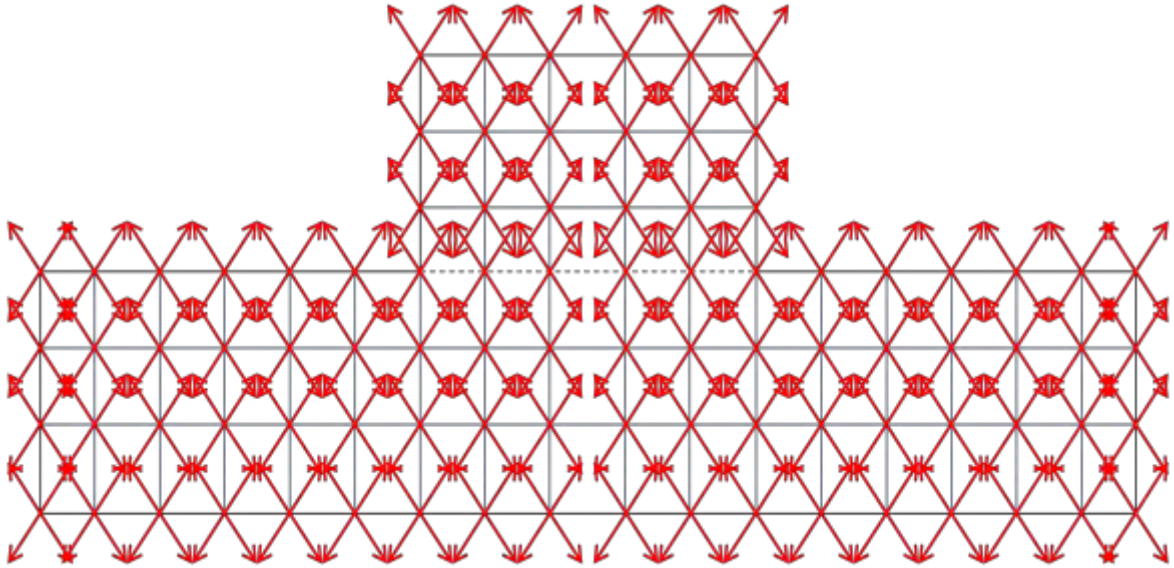
3.3.6 Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου των διακριτών ταχυτήτων (DVM)[18,19], σαρώνεται το υπολογιστικό πλέγμα από «σετ» γωνιών (ανάλογα με τον αριθμό των γωνιών (N_c) και τα μέτρα τους (N_t) και για τα τέσσερα τεταρτημόρια), προκειμένου να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής σε κάθε κόμβο του πλέγματος για να εξαχθούν οι μακροσκοπικές ποσότητες (Σχήμα 23).



Σχήμα 23: Σάρωση υπολογιστικού πλέγματος

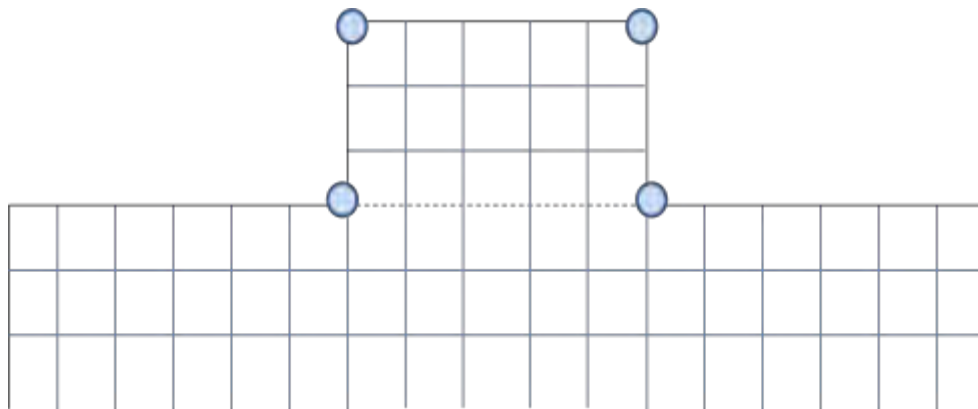
Στο τέλος της διαδικασίας το πλέγμα έχει σαρωθεί από όλα τα παραπάνω «σετ» γωνιών (Σχήμα 24) και είναι πλέον γνωστές οι μακροσκοπικές ποσότητες για κάθε κόμβο του πλέγματος.



Σχήμα 24: Πλέγμα μετά τη σάρωση

3.3.7 Ικανοποίηση συνθήκης μη διείδυσης

Η συνθήκη μη διείδυσης πρέπει να ικανοποιείται σε όλα τα ακίνητα τοιχώματα για τις διευθύνσεις x και y . Για το λόγο αυτό υπολογίζεται η τιμή της n_w βάσει των εξισώσεων που έχουν δοθεί στο κεφάλαιο 2. Για τους τέσσερις γωνιακούς κόμβους του πλέγματος (Σχήμα 25) ακολουθείται συγκεκριμένη διαδικασία σύμφωνα με την οποία γίνεται προεκβολή από τη μία διεύθυνση και από την άλλη για τον υπολογισμό της n_w .

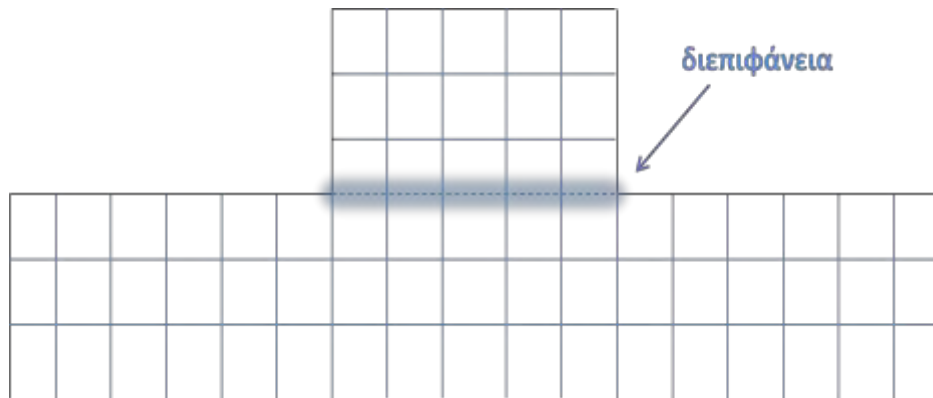


Σχήμα 25: Γωνιακοί κόμβοι

3.3.8 Διεπιφάνεια

Μεταξύ του καναλιού και της κοιλότητας εκμεταλλευόμαστε τη διεπιφάνεια (Σχήμα 26) για την ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των δύο αυτών τμημάτων του πλέγματος. Η σάρωση για τις γωνίες του $1^{\text{ο}}$ και $2^{\text{ο}}$ τεταρτημορίου γίνεται αρχικά στο κανάλι ενώ για τις γωνίες του $3^{\text{ο}}$ και $4^{\text{ο}}$ σαρώνεται πρώτα η κοιλότητα.

Αποθηκεύεται, αρχικά, η τιμή της συνάρτησης κατανομής για τους κόμβους που έχουν ήδη σαρωθεί για κάθε τιμή της διακριτής ταχύτητας. Στη συνέχεια οι τιμές που έχουν αποθηκευτεί χρησιμοποιούνται κατά τη δεύτερη σάρωση θέτοντας απλά ίσες τις τιμές των συναρτήσεων κατανομής σε κάθε κόμβο της διεπιφάνειας μεταξύ των δύο υπολογιστικών πεδίων (καναλιού και κοιλότητας).



Σχήμα 26: Διεπιφάνεια

3.3.9 Διαχείριση μνήμης

Για κάθε ένα σετ διακριτών γωνιών και μέτρου ταχύτητας επιλύεται η εξίσωση Boltzmann σε όλους τους κόμβους του πλέγματος. Πριν προχωρήσουμε στην επίλυση για το επόμενο σετ καλείται μια υπορουτίνα και προστίθεται η συμβολή της τρέχουσας διακριτής ταχύτητας στις μακροσκοπικές ποσότητες. Η μήτρα που απαιτείται είναι με βάση τη διαδικασία αυτή 2D αντί για 4D, γεγονός που επιταχύνει την υπολογιστική διαδικασία αρκετά.

Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα και σχολιασμός

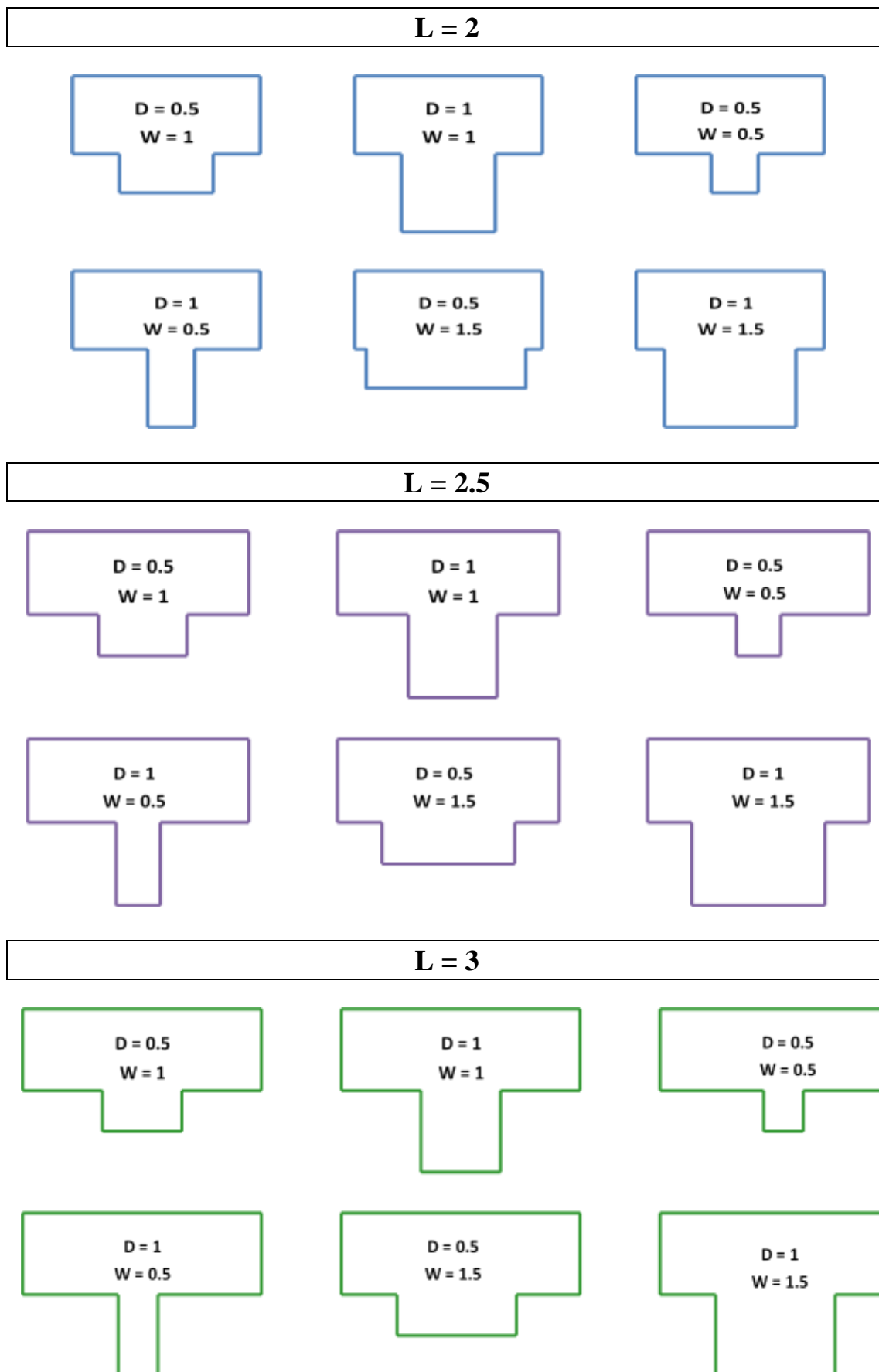
4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των τεσσάρων επιμέρους υποπροβλημάτων. Η προσομοίωση της ροής έγινε εξετάζοντας διάφορες γεωμετρίες του καναλιού. Η γεωμετρία του προβλήματος μεταβάλλεται αλλάζοντας τα αδιάστατα μεγέθη του προβλήματος (L, D, W). Οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

| | H | L (L/H) | D (D/H) | W (W/H) | A (D/W) |
|----|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 1 | 2 | 0.5 | 1 | 0.5 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 0.5 | 0.5 | 1 |
| 4 | 1 | 2 | 1 | 0.5 | 2 |
| 5 | 1 | 2 | 0.5 | 1.5 | 0.33 |
| 6 | 1 | 2 | 1 | 1.5 | 0.66 |
| 7 | 1 | 2.5 | 0.5 | 1 | 0.5 |
| 8 | 1 | 2.5 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 2.5 | 0.5 | 0.5 | 1 |
| 10 | 1 | 2.5 | 1 | 0.5 | 2 |
| 11 | 1 | 2.5 | 0.5 | 1.5 | 0.33 |
| 12 | 1 | 2.5 | 1 | 1.5 | 0.66 |
| 13 | 1 | 3 | 0.5 | 1 | 0.5 |
| 14 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 3 | 0.5 | 0.5 | 1 |
| 16 | 1 | 3 | 1 | 0.5 | 2 |
| 17 | 1 | 3 | 0.5 | 1.5 | 0.33 |
| 18 | 1 | 3 | 1 | 1.5 | 0.66 |

Πίνακας 15: Γεωμετρίες που εξετάστηκαν

Οι γεωμετρίες αυτές παρουσιάζονται και υπό τη μορφή σχημάτων στο Σχήμα 27 που ακολουθεί.



Σχήμα 27: Σχηματική απεικόνιση γεωμετριών

Στη συνέχεια, σε κάθε μία από τις παραπάνω γεωμετρίες μελετήθηκε για διάφορες τιμές της παραμέτρου αραίωσης δ οι οποίες εκτείνονται από την ελεύθερη μοριακή περιοχή μέχρι την περιοχή του συνεχούς μέσου (Πίνακα 16).

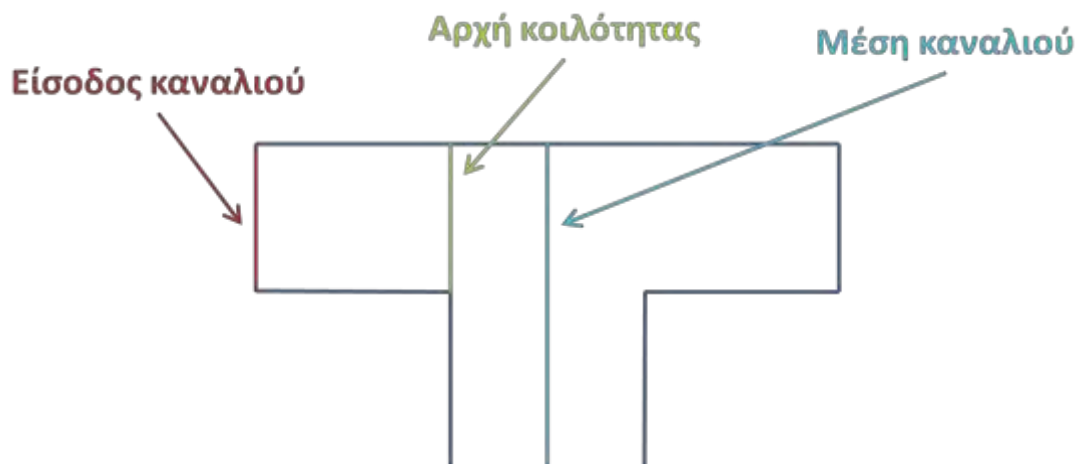
| | | | | | | | |
|------------|---|-----------|-----------|-----------|---|----|-----|
| $\delta =$ | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
|------------|---|-----------|-----------|-----------|---|----|-----|

Πίνακας 16: Παράμετροι αραίωσης που εξετάστηκαν

Οι παραπάνω προσομοιώσεις ροών πραγματοποιήθηκαν για αριθμό μέτρων διακριτών γωνιών (μ_m) ίσο με 16 ενώ ο αριθμός των πολικών γωνιών (θ_n) ήταν ίσος με 50 γωνίες ανά τεταρτημόριο ενώ η διακριτοποίηση του υπολογιστικού πλέγματος διαμορφώθηκε με σταθερό βήμα $h_x=h_y=10^{-2}$. Το κριτήριο σύγκλισης ορίστηκε 10^{-7} και αφορά το αθροιστικό απόλυτο σφάλμα των μακροσκοπικών ποσοτήτων στο κάθε σημείο.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για κάθε περίπτωση ροής ξεχωριστά. Αρχικά δίνονται οι πίνακες με τις τιμές του αδιάστατου ρυθμού ροής και του συντελεστή οπισθέλκουσας. Στη συνέχεια, οι τιμές αυτές παρουσιάζονται κανονικοποιημένες ως προς τις αντίστοιχες τιμές για $\delta=10^{-2}$ υπό τη μορφή διαγραμμάτων σε σχέση με την παράμετρο αραίωσης δ προκειμένου να γίνει σύγκριση με τα αντίστοιχα διαγράμματα του F. Sharipov[4].

Παρατίθενται επίσης οι κατανομές των ταχυτήτων (u_x ή u_z ανάλογα με την περίπτωση που εξετάζεται) σε τρία σημεία: στην είσοδο του καναλιού, στην αρχή της κοιλότητας και στη μέση του καναλιού για κάθε γεωμετρία ξεχωριστά (Σχήμα 24).



Σχήμα 28: Σημεία γεωμετρίας στα οποία μελετήθηκε η κατανομή της ταχύτητας

Τέλος, στις περιπτώσεις των διαμηκών ροών Couette και Poiseuille δίνονται οι ισοϋψείς της ταχύτητας u_z ενώ για τις εγκάρσιες ροές Couette και Poiseuille παρουσιάζονται οι ροϊκές γραμμές των ταχυτήτων u_x και u_y για συγκεκριμένες γεωμετρίες.

4.2 Διαμήκης ροή Couette

4.2.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι τιμές της αδιάστατης παροχής μάζας για τη διαμήκη ροή Couette για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν συναρτήσει της παραμέτρου αραιώσης δ . Όπως προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα, φαίνεται ότι παρουσιάζεται μία ελάχιστη τιμή του ρυθμού ροής για συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου $\delta (=10)$. Η τιμή αυτή διαφέρει ανάλογα με την περίπτωση της ροής που εξετάζεται, το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ελάχιστο Knudsen[25] και παρατηρείται γενικά στις περισσότερες περιπτώσεις ροών σε αγωγούς[26]. Το ελάχιστο Knudsen είναι φαινόμενο που απαντάται σε ρευστά εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας και χρησιμοποιείται συχνά για την αξιολόγηση της ακρίβειας των μακροσκοπικών μοντέλων[20,21,22,23]. Επίσης, προκύπτει ότι καθώς αυξάνεται το αδιάστατο μήκος L επανάληψης της γεωμετρίας αυξάνεται και η αδιάστατη παροχή. Η επίδραση της αύξησης του μήκους W ξεκινά από το $\delta=10^{-2}$ όπου παρατηρείται ελαφρά αύξηση του ρυθμού ροής και καθώς το δ αυξάνεται μέχρι και το 100 η επίδραση αυτή είναι εντονότερη. Εξετάζοντας την επίδραση της αύξησης του αδιαστατοποιημένου βάθους της κοιλότητας D παρατηρείται ότι στη διαμήκη ροή Couette για δ από 0 έως και 10^{-2} η αδιάστατη παροχή δε μεταβάλλεται και παραμένει σταθερή για όλες τις γεωμετρίες. Καθώς όμως το δ κυμαίνεται μεταξύ 10^{-1} έως και 100 η αδιάστατη παροχή ελαφρώς αυξάνεται.

| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0,496 | 0,497 | 0,497 | 0,500 | 0,507 | 0,510 | 0,506 |
| 2 | 0.5 | 1 | 0,496 | 0,497 | 0,497 | 0,500 | 0,508 | 0,511 | 0,506 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0,496 | 0,497 | 0,498 | 0,504 | 0,523 | 0,536 | 0,530 |
| 2 | 1 | 1 | 0,496 | 0,497 | 0,498 | 0,506 | 0,528 | 0,539 | 0,531 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 0,496 | 0,497 | 0,499 | 0,510 | 0,543 | 0,570 | 0,558 |
| 2 | 1.5 | 1 | 0,496 | 0,497 | 0,499 | 0,513 | 0,555 | 0,581 | 0,563 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 0,497 | 0,497 | 0,498 | 0,500 | 0,506 | 0,508 | 0,504 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 0,497 | 0,497 | 0,498 | 0,500 | 0,506 | 0,508 | 0,505 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 0,491 | 0,497 | 0,498 | 0,503 | 0,519 | 0,529 | 0,523 |
| 2.5 | 1 | 1 | 0,497 | 0,497 | 0,499 | 0,504 | 0,522 | 0,531 | 0,524 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 0,497 | 0,497 | 0,499 | 0,508 | 0,534 | 0,555 | 0,546 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 0,497 | 0,497 | 0,499 | 0,510 | 0,543 | 0,564 | 0,549 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 0,498 | 0,498 | 0,498 | 0,500 | 0,505 | 0,507 | 0,503 |
| 3 | 0.5 | 1 | 0,498 | 0,498 | 0,498 | 0,500 | 0,505 | 0,507 | 0,503 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0,498 | 0,498 | 0,499 | 0,503 | 0,516 | 0,524 | 0,519 |
| 3 | 1 | 1 | 0,498 | 0,498 | 0,499 | 0,504 | 0,518 | 0,526 | 0,520 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 0,498 | 0,498 | 0,499 | 0,506 | 0,529 | 0,546 | 0,538 |
| 3 | 1.5 | 1 | 0,498 | 0,498 | 0,499 | 0,508 | 0,536 | 0,553 | 0,541 |

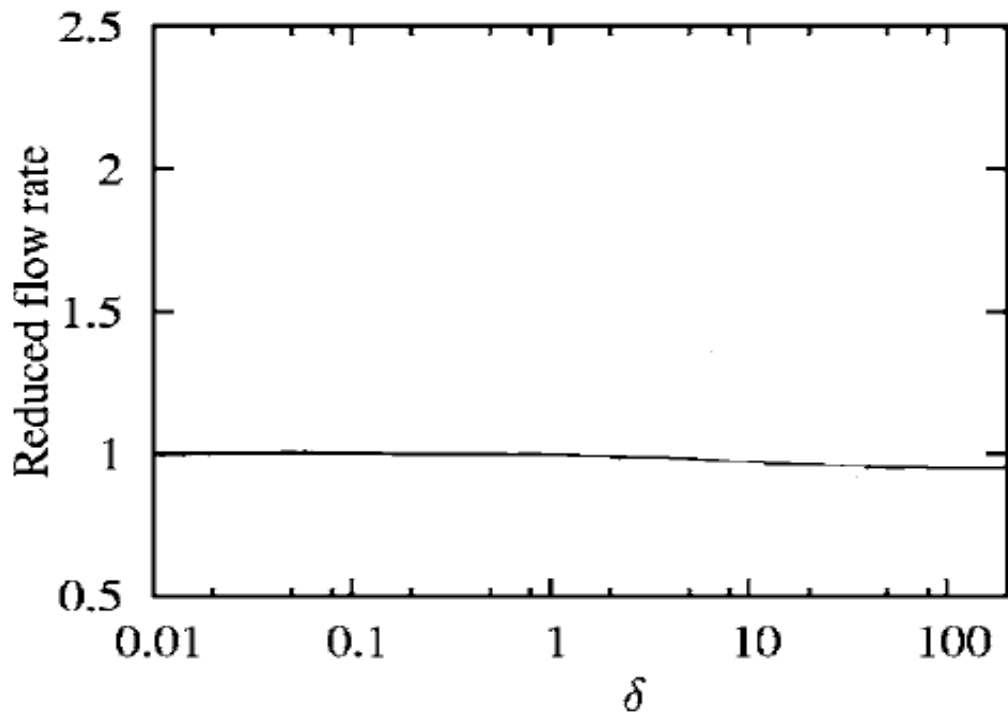
Πίνακας 17: Αδιάστατη παροχή διαμήκους ροής Couette

Στη συνέχεια ακολουθεί ο πίνακας των τιμών του συντελεστή οπισθέλκουσας για την περίπτωση της διαμήκου ροής Couette συναρτήσει της παραμέτρου αραιώσης δ για τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν. Εξετάζοντας τον πίνακα καταλήγουμε στο γενικό συμπέρασμα ότι η τιμή του συντελεστή μειώνεται καθώς αυξάνεται η παράμετρος δ . Αντίθετα, για τιμές της παραμέτρου δ μεγαλύτερες ή ίσες του 10^{-2} , καθώς αυξάνεται το μήκος L επανάληψης της γεωμετρίας παρατηρείται ότι ο συντελεστής αυξάνεται ενώ καθώς αυξάνεται το μήκος της κοιλότητας W μειώνεται. Τέλος, η επίδραση της αύξησης του βάθους της κοιλότητας D γίνεται εμφανής για $10^{-2} \leq \delta \leq 10$ όπου παρατηρείται ελαφρά μείωση στις τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας.

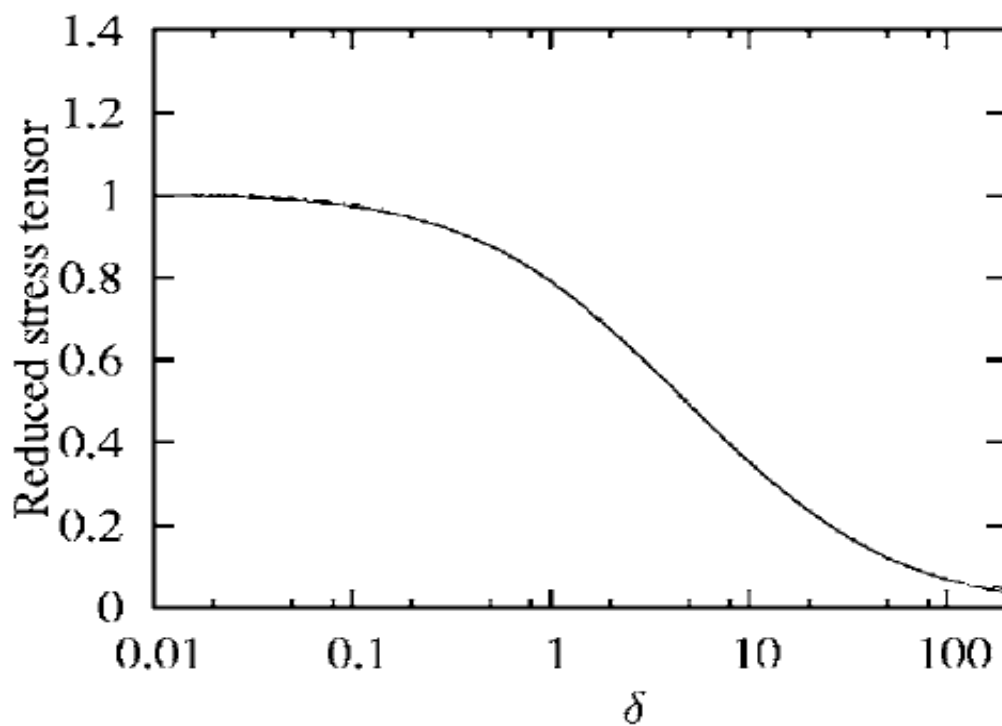
| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,560 | 0,521 | 0,335 | 0,081 | 0,009 |
| 2 | 0.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,560 | 0,521 | 0,334 | 0,081 | 0,009 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,518 | 0,325 | 0,077 | 0,009 |
| 2 | 1 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,517 | 0,322 | 0,076 | 0,009 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,515 | 0,314 | 0,071 | 0,008 |
| 2 | 1.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,512 | 0,306 | 0,070 | 0,008 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,560 | 0,522 | 0,335 | 0,081 | 0,009 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,560 | 0,521 | 0,335 | 0,081 | 0,009 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,519 | 0,328 | 0,078 | 0,009 |
| 2.5 | 1 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,518 | 0,325 | 0,078 | 0,009 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,516 | 0,319 | 0,074 | 0,009 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,514 | 0,313 | 0,072 | 0,008 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,564 | 0,522 | 0,336 | 0,082 | 0,009 |
| 3 | 0.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,560 | 0,522 | 0,336 | 0,082 | 0,009 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,520 | 0,330 | 0,079 | 0,009 |
| 3 | 1 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,519 | 0,328 | 0,079 | 0,009 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,517 | 0,322 | 0,075 | 0,009 |
| 3 | 1.5 | 1 | 0,565 | 0,564 | 0,559 | 0,515 | 0,317 | 0,074 | 0,009 |

Πίνακας 18: Συντελεστής οπισθέλκουσας διαμήκου ροής Couette

Όπως έχει ήδη αναφερθεί πρόκειται να συγκριθούν τα κανονικοποιημένα μεγέθη της αδιάστατης παροχής και του συντελεστή οπισθέλκουσας τα οποία παρουσιάζονται υπό τη μορφή διαγραμμάτων σε σχέση με την παράμετρο αραιώσεως δ με τα αντίστοιχα διαγράμματα του F. Sharipov (Σχήματα 29, 48, 63, 78)[4] για κάθε περίπτωση ροής ξεχωριστά. Η κανονικοποίηση έγινε με τα αντίστοιχα μεγέθη για $\delta=10^{-2}$ και εξετάζοντας όλες τις γεωμετρίες που συμπεριλαμβάνονται στην μελέτη της παρούσας εργασίας. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης ήταν τα αναμενόμενα καθώς οι καμπύλες που προέκυψαν παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά τόσο για το ρυθμό ροής όσο και για το συντελεστή οπισθέλκουσας. Βέβαια, λόγω της κανονικοποίησης αυτής δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε την ακριβή γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε από τον F. Sharipov στη μελέτη που πραγματοποιήσε.

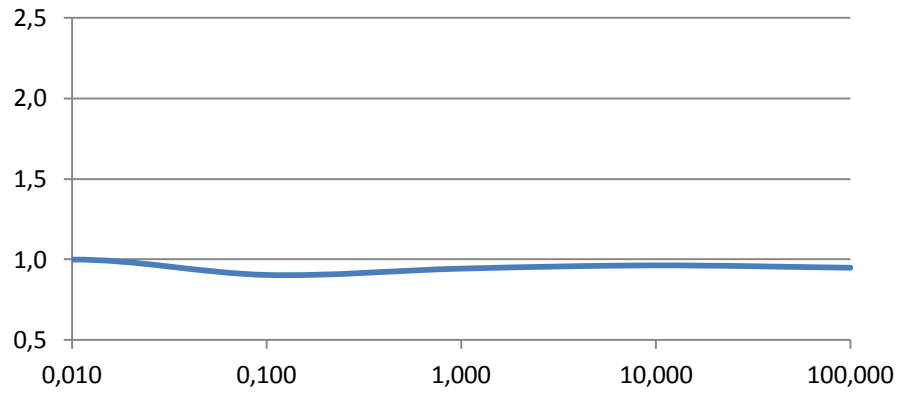


(a)

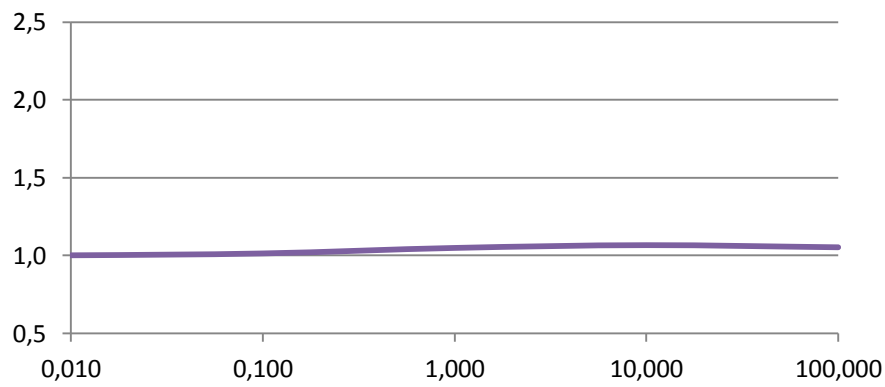


(b)

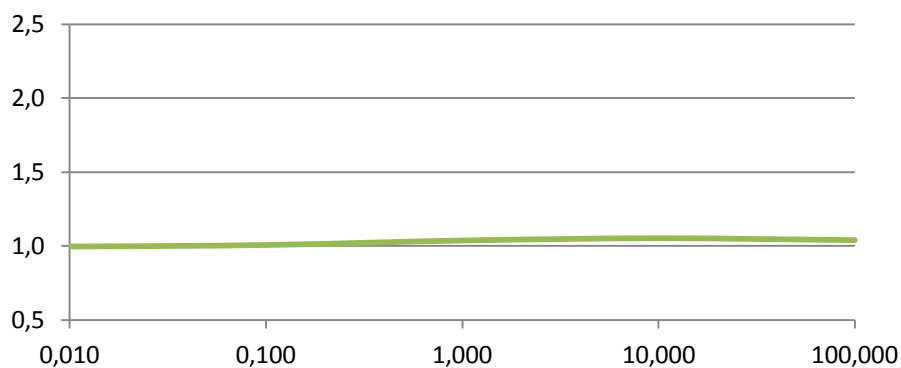
Σχήμα 29: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα διαμήκους ροής Couette από τον F.Sharipov
(α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας



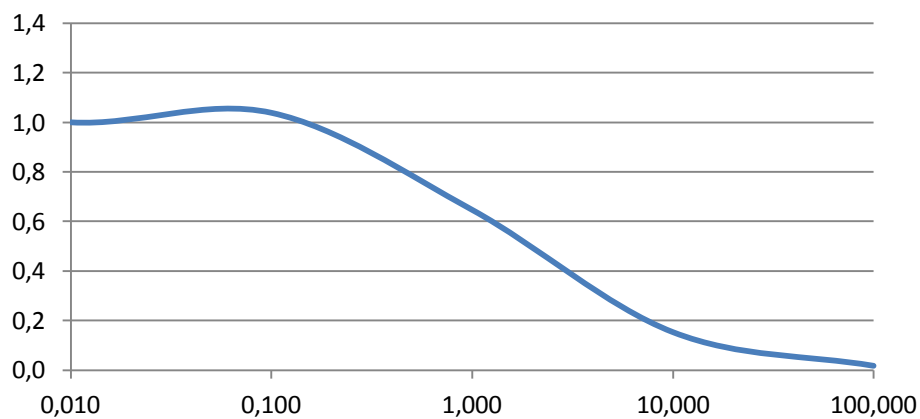
Σχήμα 30: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2$, $W=1$, $D=1$



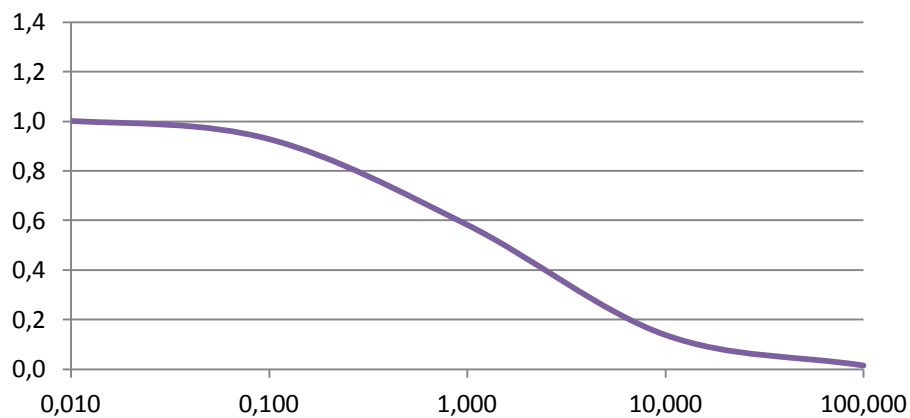
Σχήμα 31: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$



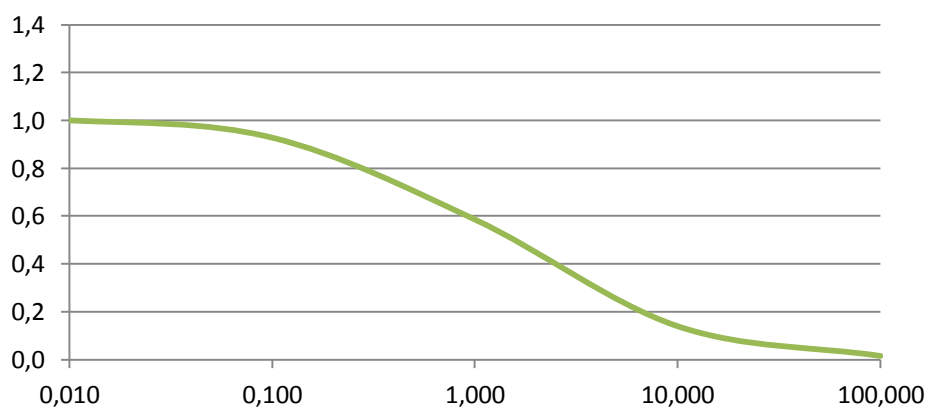
Σχήμα 32: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=3$, $W=1$, $D=1$



Σχήμα 33: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=1$, $D=1$



Σχήμα 34: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$



Σχήμα 35: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=3$, $W=1$, $D=1$

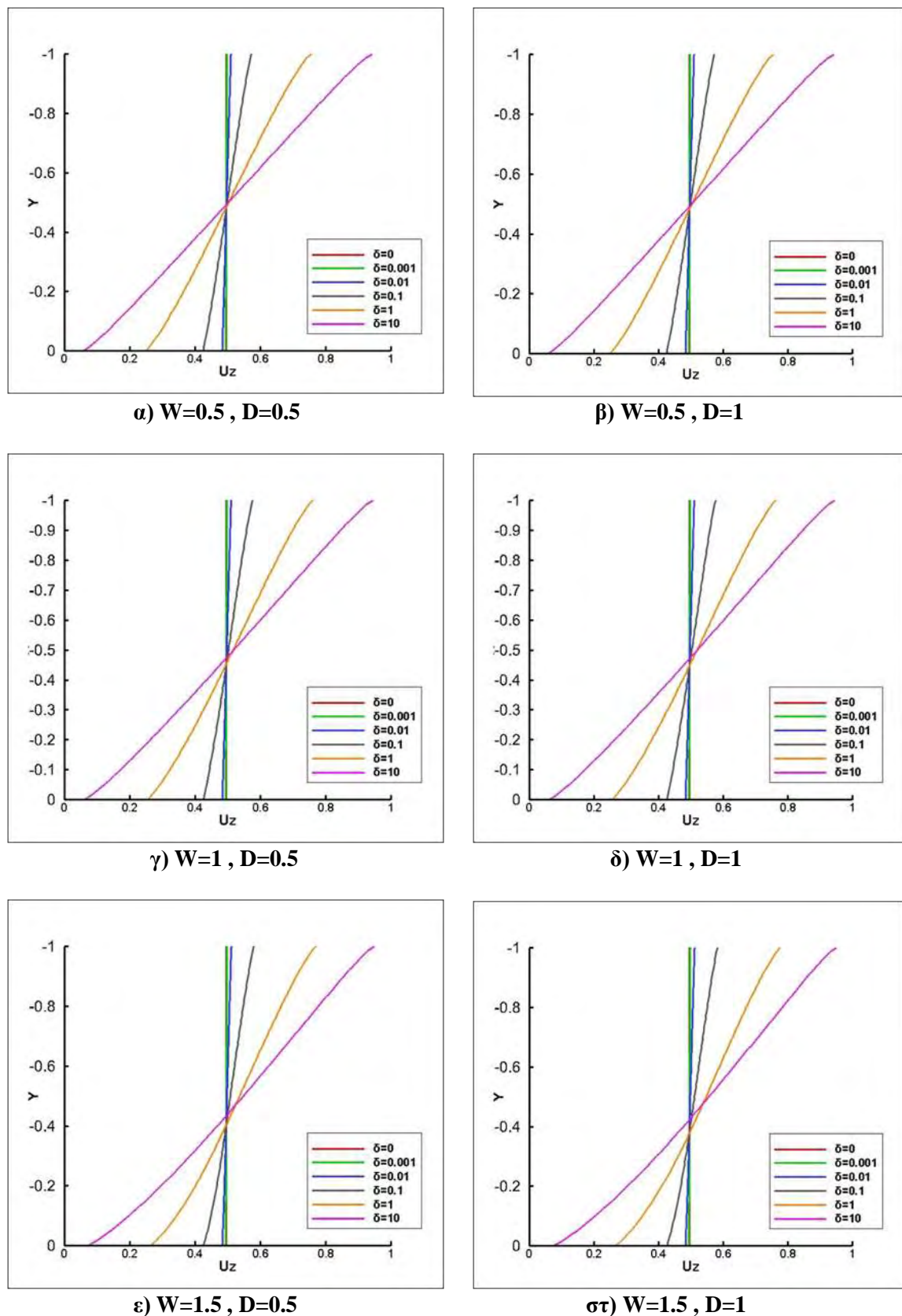
4.2.2 Κατανομή ταχύτητας

Αρχικά παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας u_z της διαμήκου ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν (Σχήματα 36, 37, 38). Όπως προκύπτει, η κατανομή της ταχύτητας δεν παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις καθώς μεταβάλλεται η γεωμετρία και η εικόνα των διαγραμμάτων είναι όμοια με την ροή Couette μεταξύ παράλληλων πλακών. Η μορφή των προφίλ των ταχυτήτων εξηγείται από τη διατύπωση του προβλήματος εξ αιτίας του κινούμενου τοιχώματος και όπως φαίνεται στα διαγράμματα η τιμή της ταχύτητας επηρεάζεται από την κίνηση αυτή καθώς το δ αυξάνεται. Για μικρές τιμές του δ (0 έως 10^{-2}) συναντώνται οι μικρότερες τιμές της ταχύτητας και οι συγκεκριμένες κατανομές σχεδόν συμπίπτουν. Η μεταβολή της ταχύτητας διακρίνεται καθώς αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου δ όπου για $\delta=10$ η ταχύτητα έχει τις μεγαλύτερες τιμές.

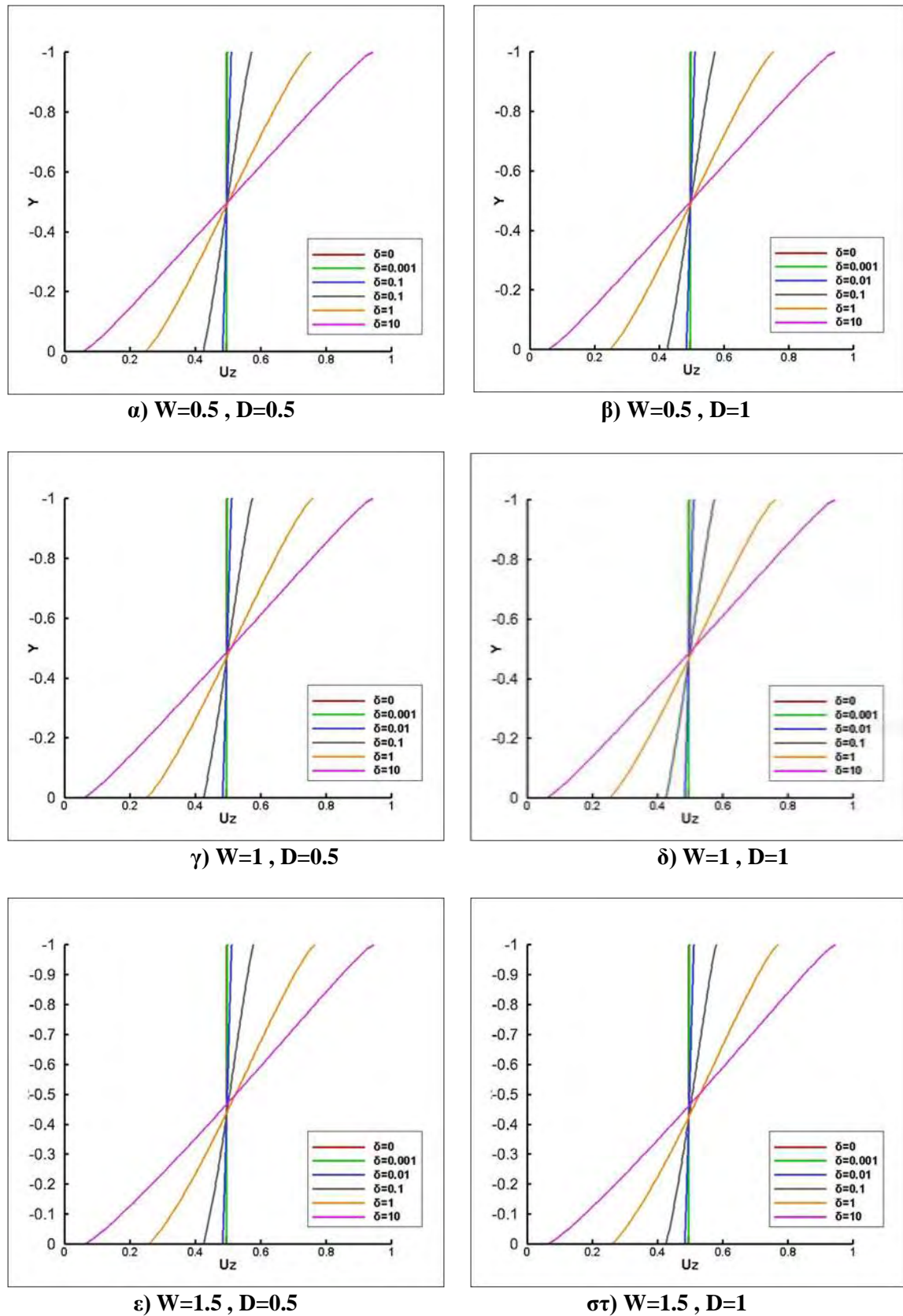
Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας u_z της διαμήκου ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν (Σχήματα 39, 40, 41). Τα διαγράμματα τα οποία προέκυψαν ήταν τα αναμενόμενα καθώς η εικόνα της ταχύτητας στο σημείο αυτό δε διαφέρει σημαντικά από αυτή στην είσοδο του καναλιού. Για το λόγο αυτό τα προφίλ των ταχυτήτων παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά με τα αντίστοιχα στην είσοδο του καναλιού.

Επίσης, παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας u_z στη μέση του καναλιού για τη διαμήκη ροή Couette συναρτήσει της παραμέτρου αραιώσης δ . Στα διαγράμματα αυτά βλέπουμε την κατανομή της ταχύτητας τόσο στο κανάλι, όπου δεν παρουσιάζει σημαντικές μεταβολές σε σχέση με τις κατανομές που έχουμε ήδη μελετήσει, όσο και στην περιοχή της κοιλότητας. Σημαντικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι κατανομές των ταχυτήτων στην κοιλότητα. Στα Σχήματα 42, 43 και 44 παρατηρείται ότι η μεταβολή του L και του W δεν επηρεάζει τις κατανομές των ταχυτήτων σε αντίθεση με την παράμετρο αραιώσης δ η οποία καθώς αυξάνεται αυξάνει και το εύρος τιμών της u_z .

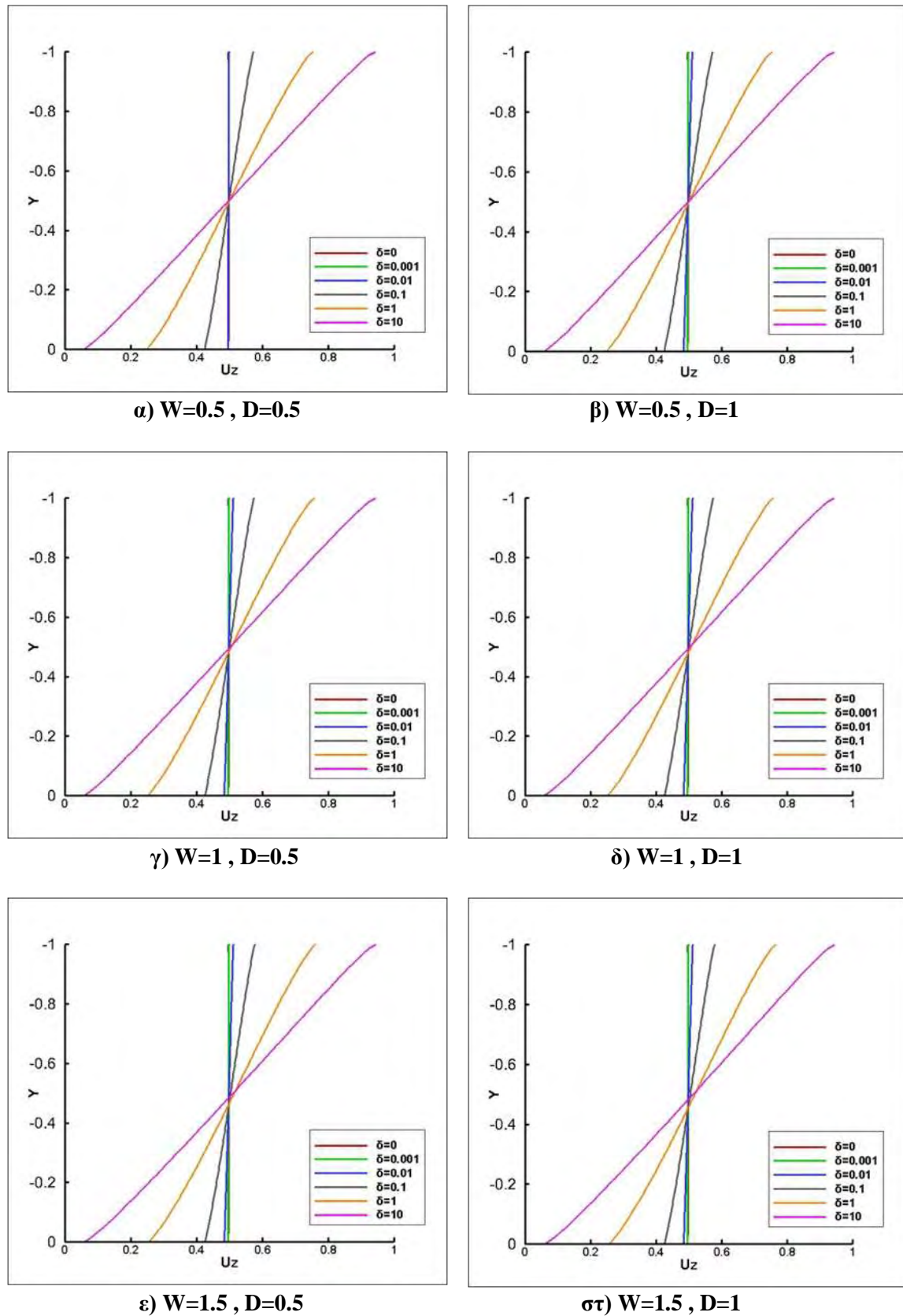
Τέλος, στα Σχήματα 45, 46 και 47 παρουσιάζεται η κατανομή των τιμών της ταχύτητας u_z για την περίπτωση της διαμήκου ροής Couette όπου παρατηρείται ότι καθώς το δ αυξάνεται η τιμή της ταχύτητας στην κοιλότητα μειώνεται σημαντικά ενώ αυξάνεται κοντά στην περιοχή του κινούμενου τοιχώματος, η συμπεριφορά αυτή δε διαφοροποιείται μεταβάλλοντας το μήκος επανάληψης L .



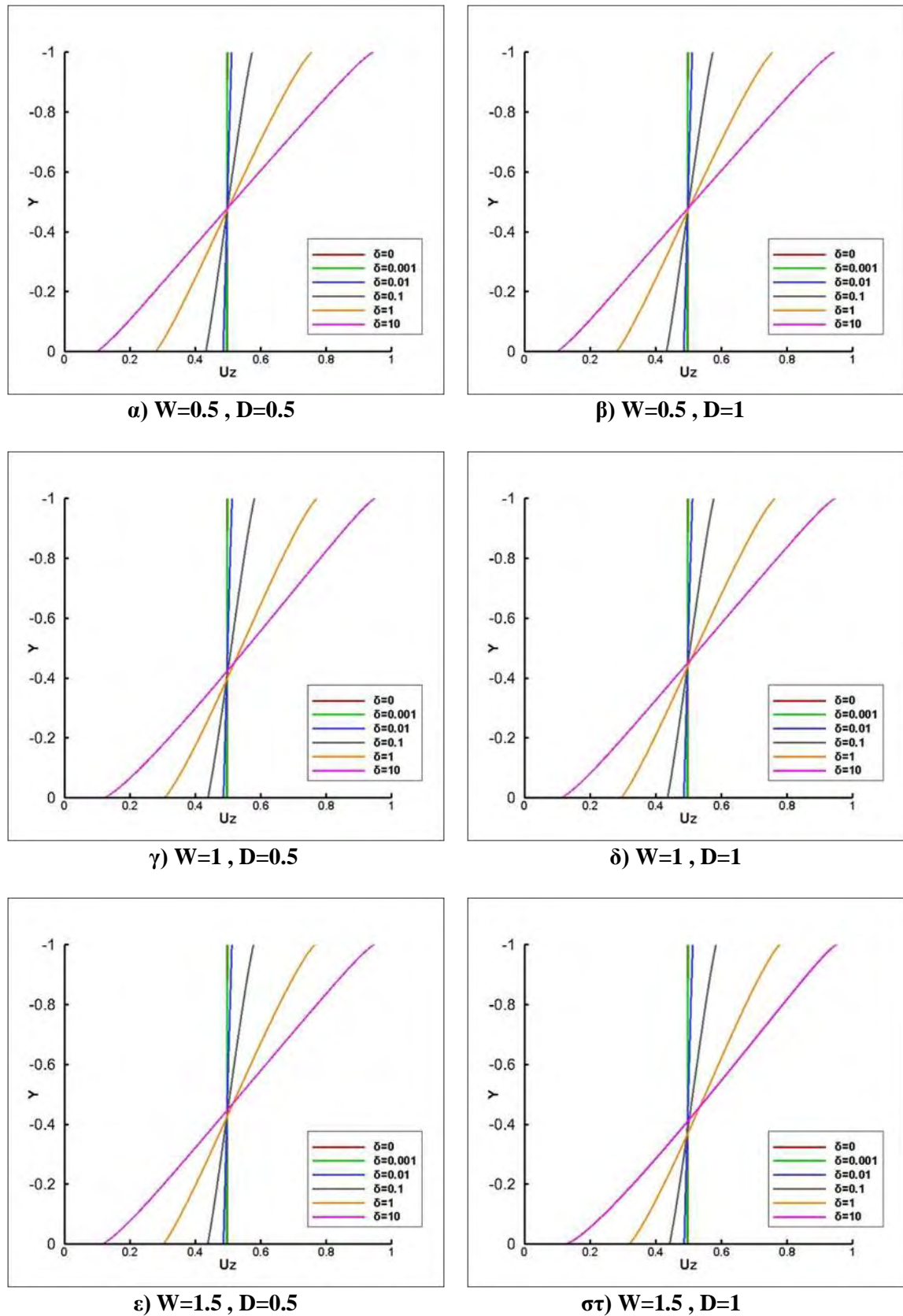
Σχήμα 36: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2$



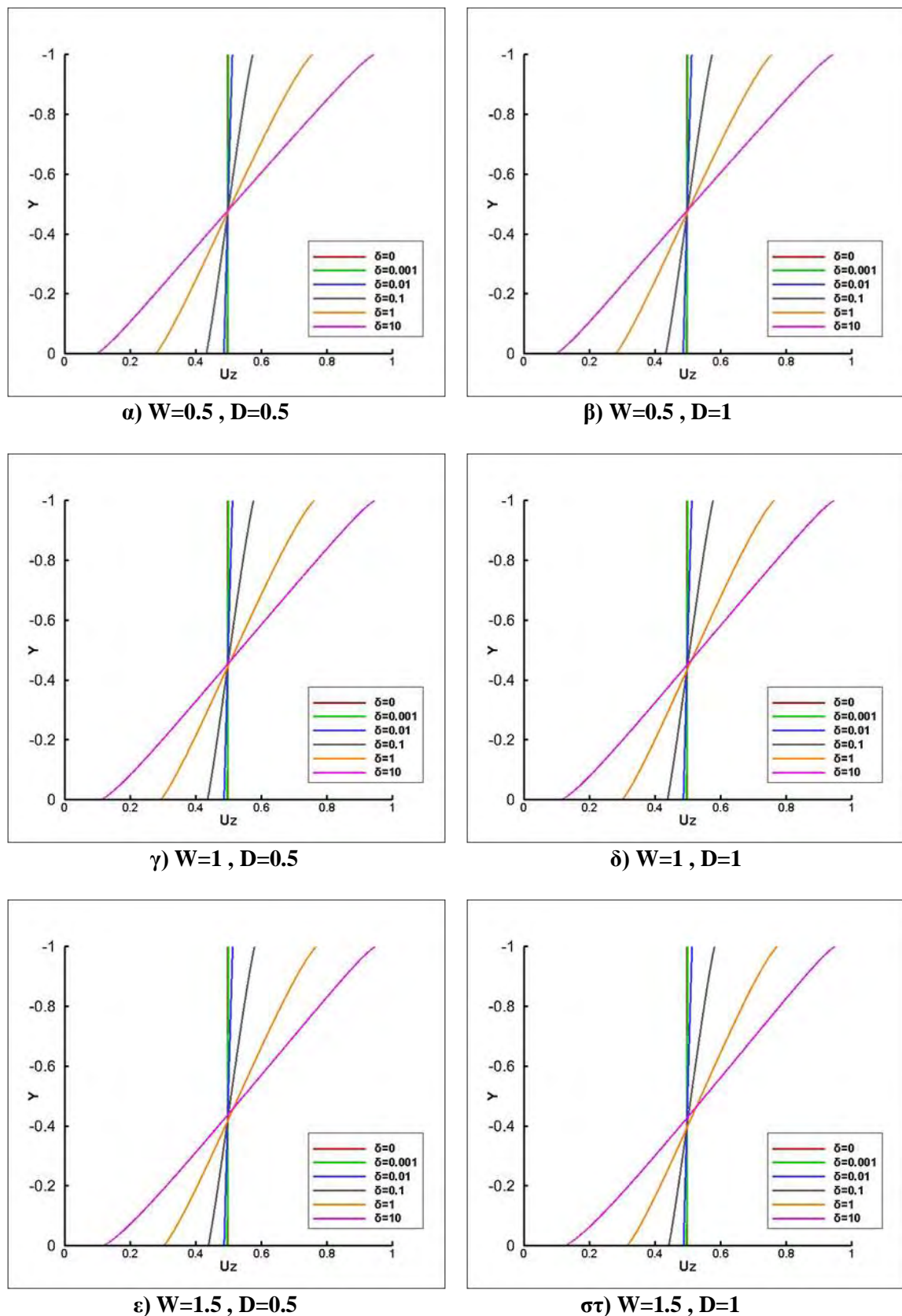
Σχήμα 37: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$



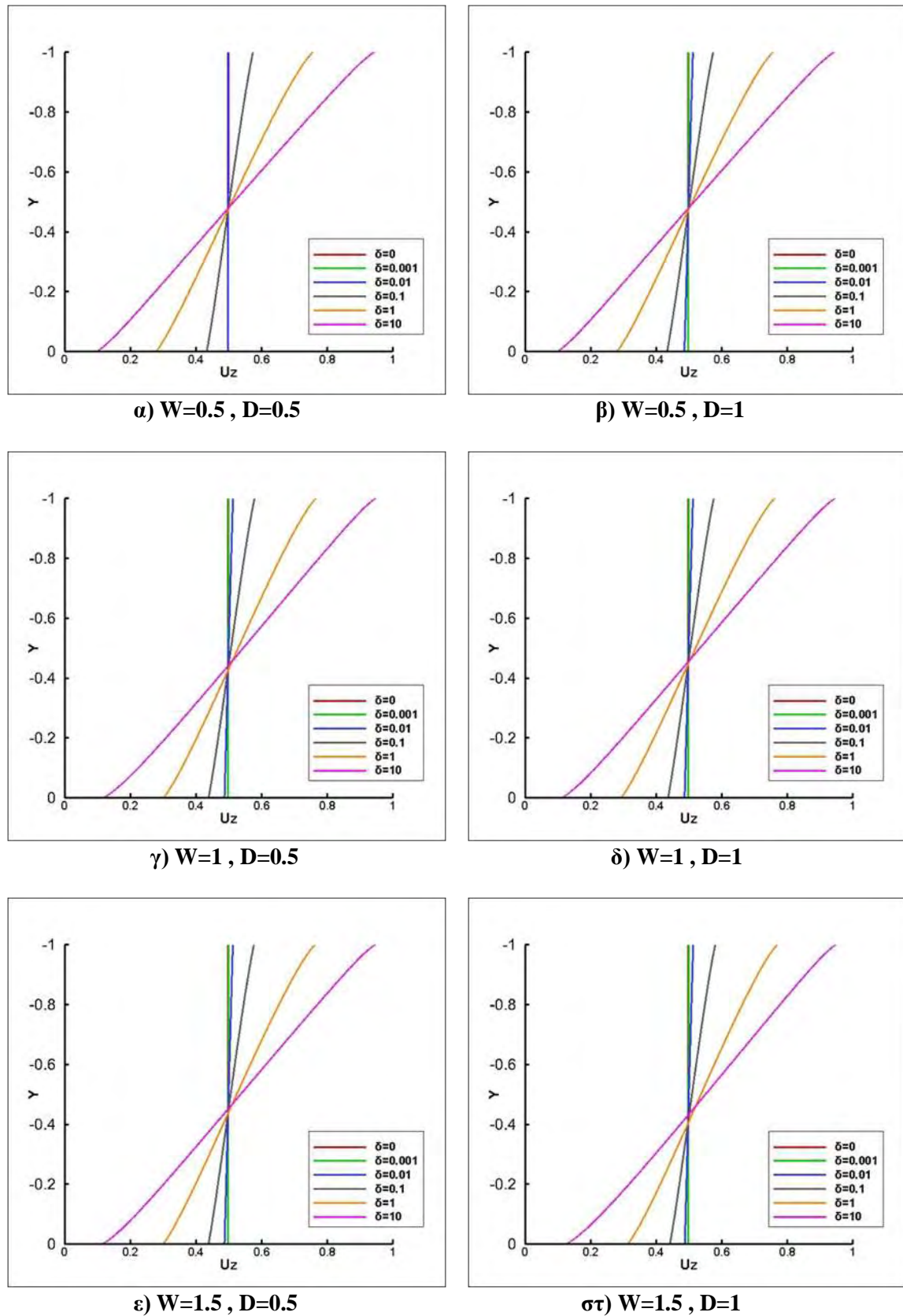
Σχήμα 38: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=3$



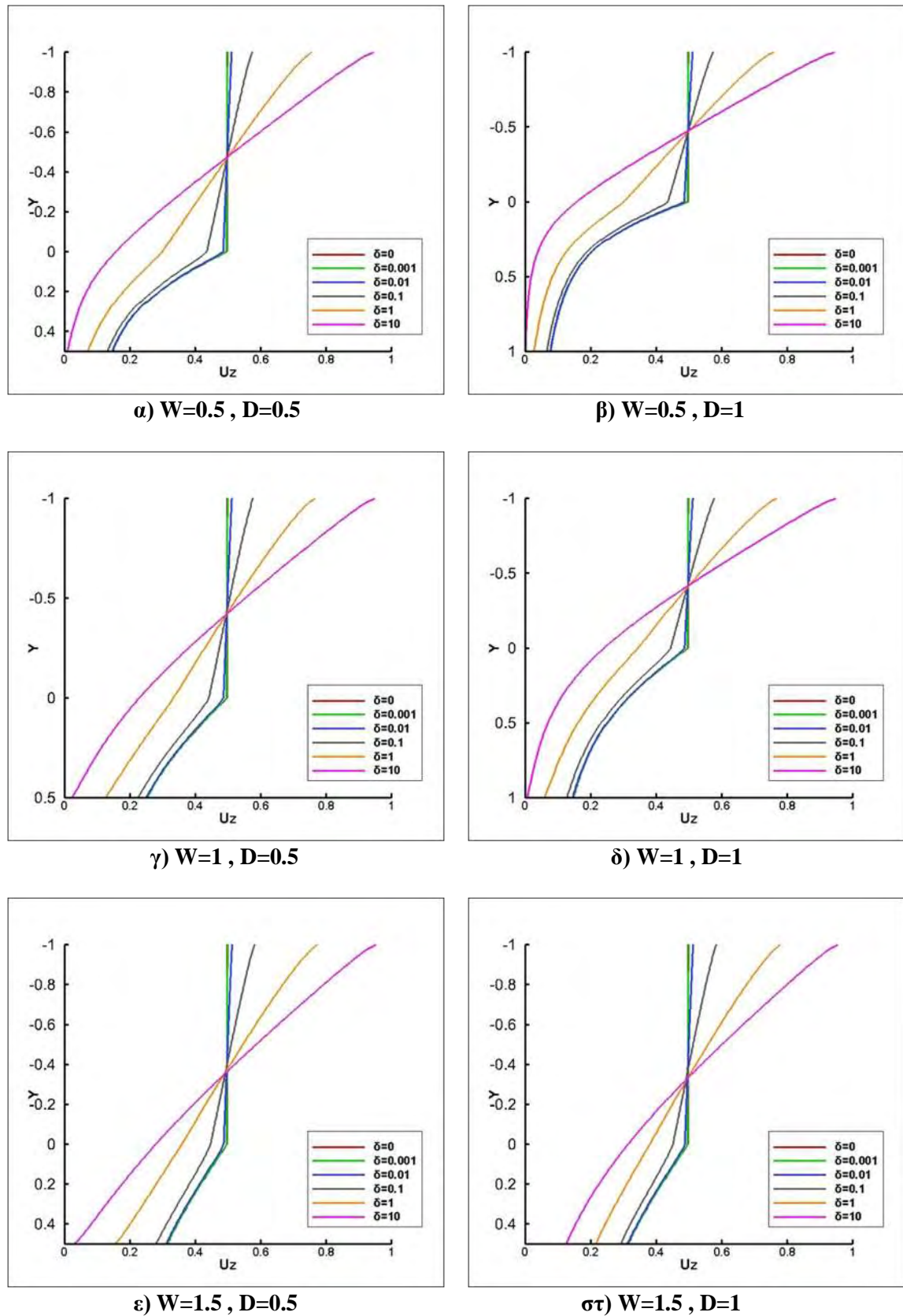
Σχήμα 39: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$



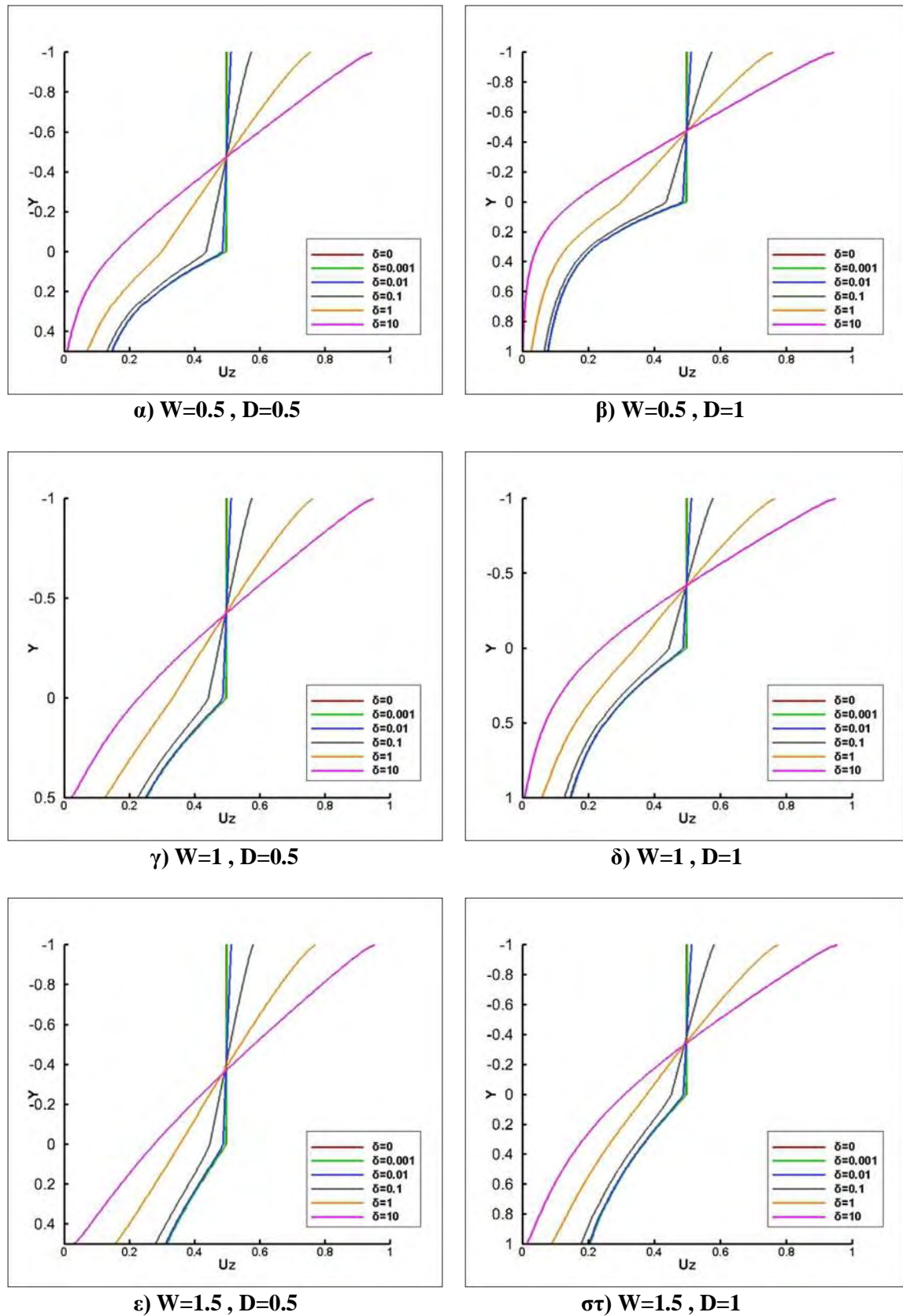
Σχήμα 40: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$



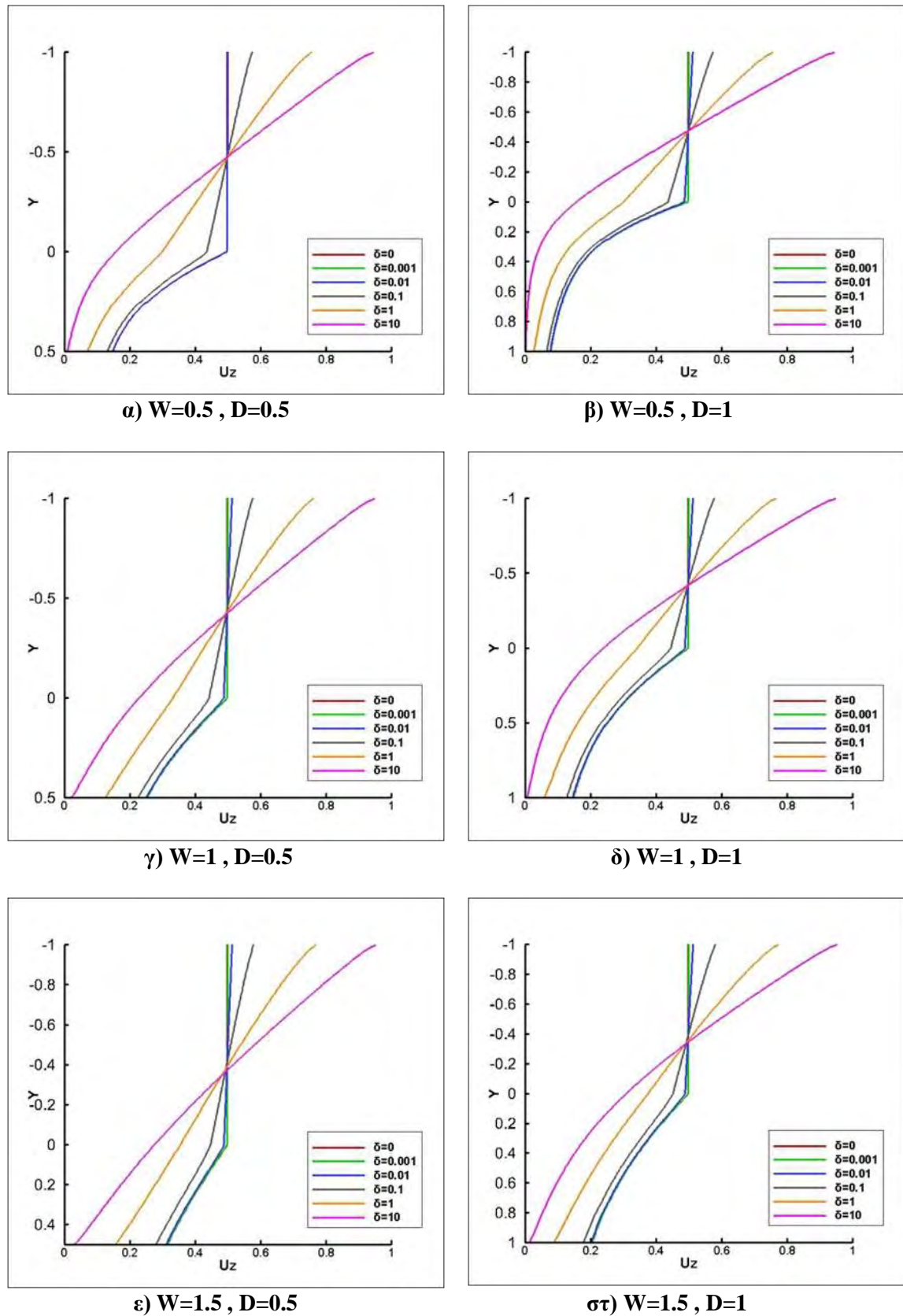
Σχήμα 41: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$



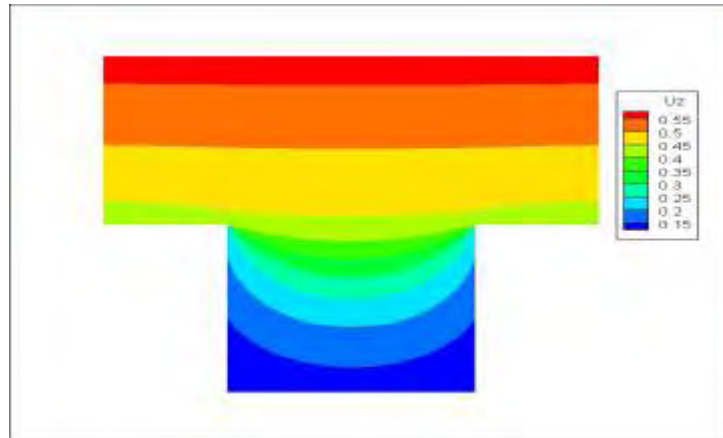
Σχήμα 42: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2$



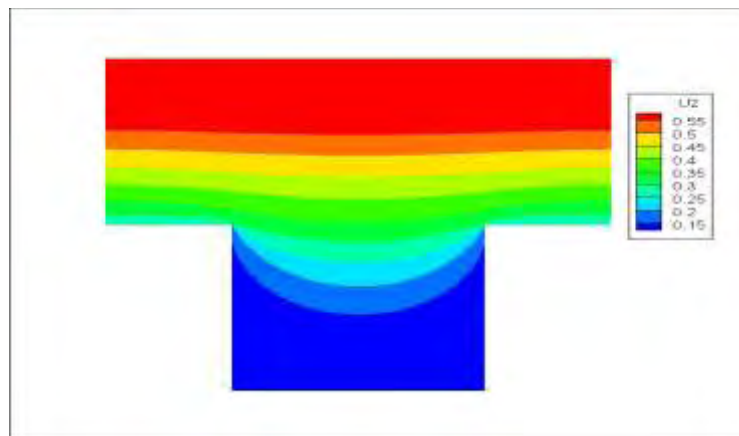
Σχήμα 43: Κατανομή ταχύτητας διαμήκου ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2.5$



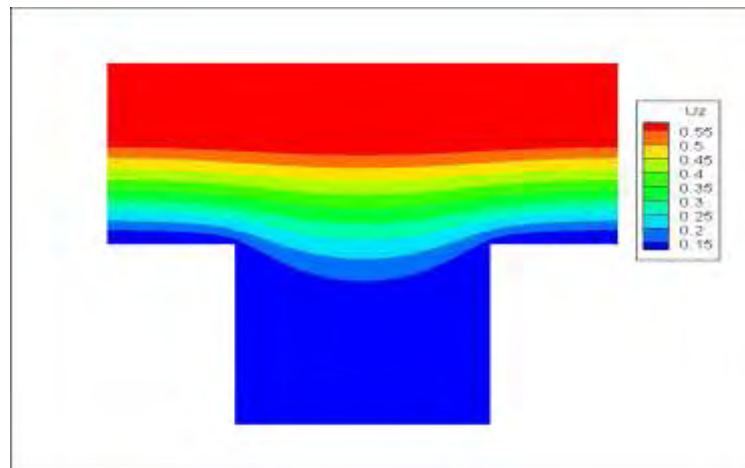
Σχήμα 44: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=3$



(α) $\delta = 0.1$

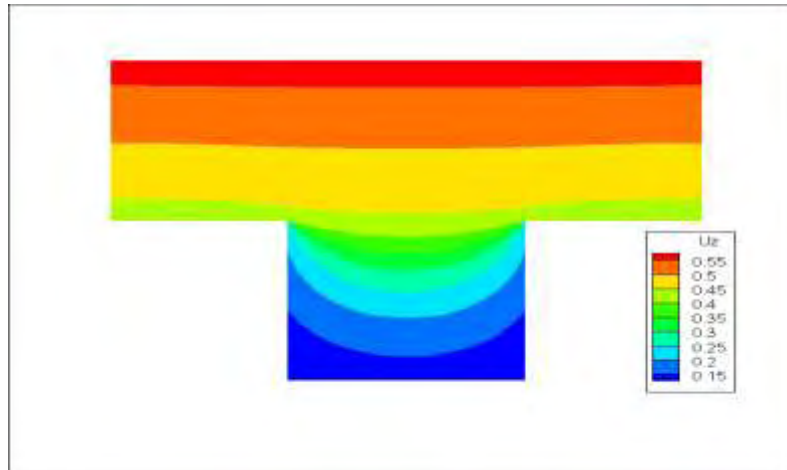
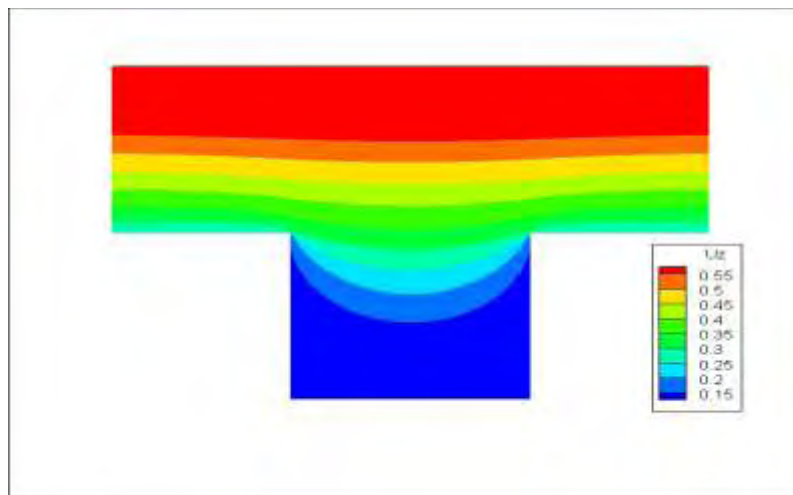
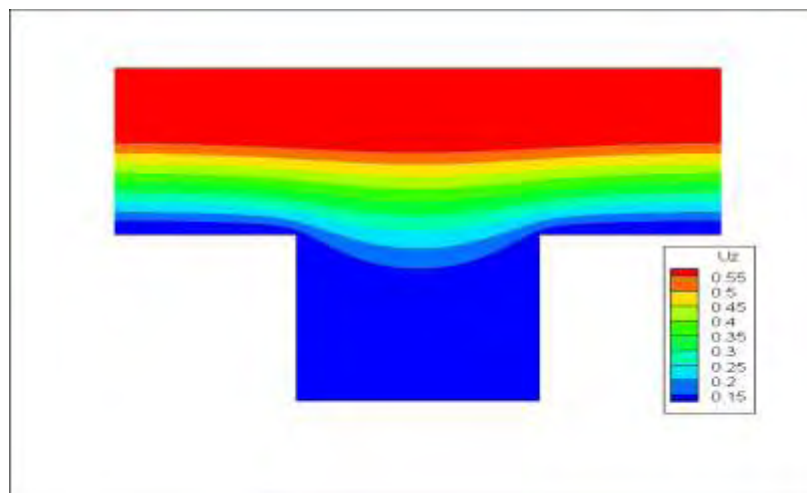


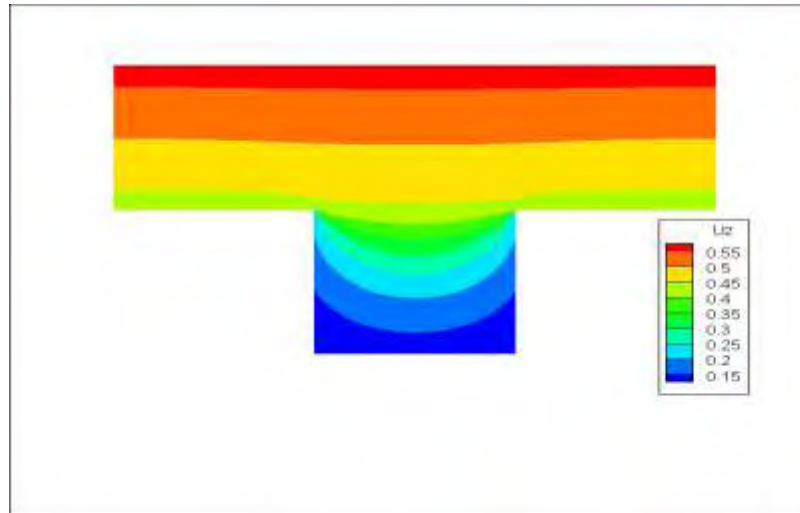
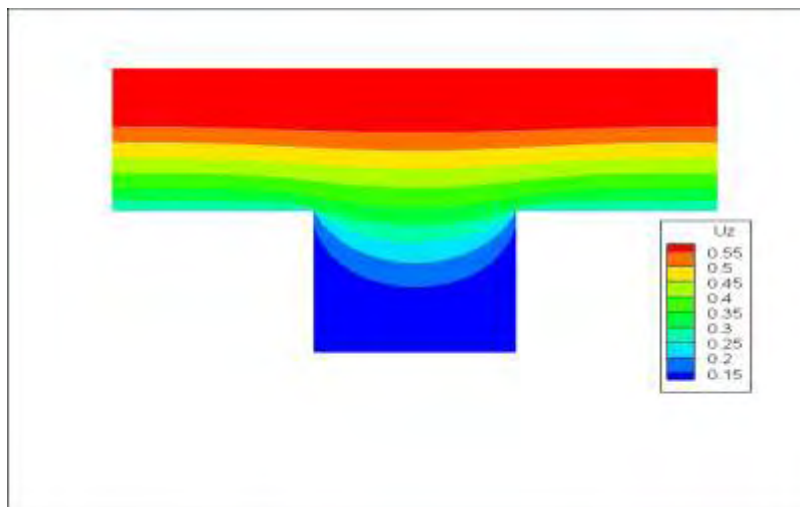
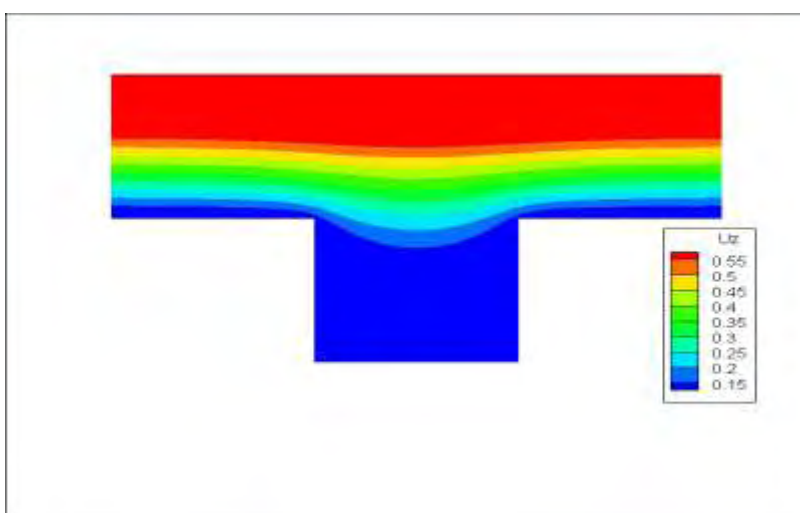
(β) $\delta = 1$



(γ) $\delta = 10$

Σχήμα 45: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2$, $W=1$, $D=1$

(α) $\delta = 0.1$ (β) $\delta = 1$ (γ) $\delta = 10$ Σχήμα 46: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$

(α) $\delta = 0.1$ (β) $\delta = 1$ (γ) $\delta = 10$ Σχήμα 47: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=3$, $W=1$, $D=1$

4.3 Διαμήκης ροή Poiseuille

4.3.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι τιμές της αδιάστατης παροχής μάζας για τη διαμήκη ροή Poiseuille για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν συναρτήσει της παραμέτρου αραίωσης δ . Στην περίπτωση αυτή το ελάχιστο Knudsen[25] εμφανίζεται για $\delta=1$. Επίσης, προκύπτει ότι καθώς αυξάνεται το αδιάστατο μήκος L μειώνεται η αδιάστατη παροχή ενώ καθώς αυξάνεται το W αυξάνεται. Εξετάζοντας την επίδραση της αύξησης του βάθους D της κοιλότητας παρατηρείται ότι στη διαμήκη ροή Poiseuille η αδιάστατη παροχή αυξάνεται.

| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|--------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 3,527 | 3,407 | 2,958 | 2,098 | 1,619 | 2,952 | 17,615 |
| 2 | 0.5 | 1 | 3,551 | 3,430 | 2,981 | 2,119 | 1,637 | 2,965 | 17,644 |
| 2 | 1 | 0.5 | 3,680 | 3,558 | 3,104 | 2,233 | 1,781 | 3,464 | 21,153 |
| 2 | 1 | 1 | 3,768 | 3,645 | 3,189 | 2,314 | 1,868 | 3,623 | 21,908 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 3,863 | 3,739 | 3,277 | 2,393 | 1,975 | 4,140 | 25,807 |
| 2 | 1.5 | 1 | 4,042 | 3,918 | 3,453 | 2,562 | 2,176 | 4,668 | 28,470 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 3,512 | 3,392 | 2,943 | 2,083 | 1,601 | 2,909 | 17,368 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 3,531 | 3,411 | 2,962 | 2,100 | 1,616 | 2,920 | 17,391 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 3,632 | 3,510 | 3,058 | 2,191 | 1,731 | 3,316 | 20,192 |
| 2.5 | 1 | 1 | 3,701 | 3,580 | 3,126 | 2,256 | 1,800 | 3,442 | 20,796 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 3,784 | 3,660 | 3,200 | 2,320 | 1,884 | 3,841 | 23,874 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 3,927 | 3,804 | 3,340 | 2,455 | 2,042 | 4,254 | 25,994 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 3,502 | 3,381 | 2,933 | 2,073 | 1,590 | 2,880 | 17,203 |
| 3 | 0.5 | 1 | 3,518 | 3,397 | 2,948 | 2,088 | 1,602 | 2,889 | 17,222 |
| 3 | 1 | 0.5 | 3,602 | 3,480 | 3,029 | 2,163 | 1,698 | 3,219 | 19,556 |
| 3 | 1 | 1 | 3,660 | 3,538 | 3,086 | 2,217 | 1,755 | 3,324 | 20,059 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 3,724 | 3,602 | 3,145 | 2,270 | 1,824 | 3,654 | 22,619 |
| 3 | 1.5 | 1 | 3,844 | 3,721 | 3,262 | 2,382 | 1,955 | 3,995 | 24,385 |

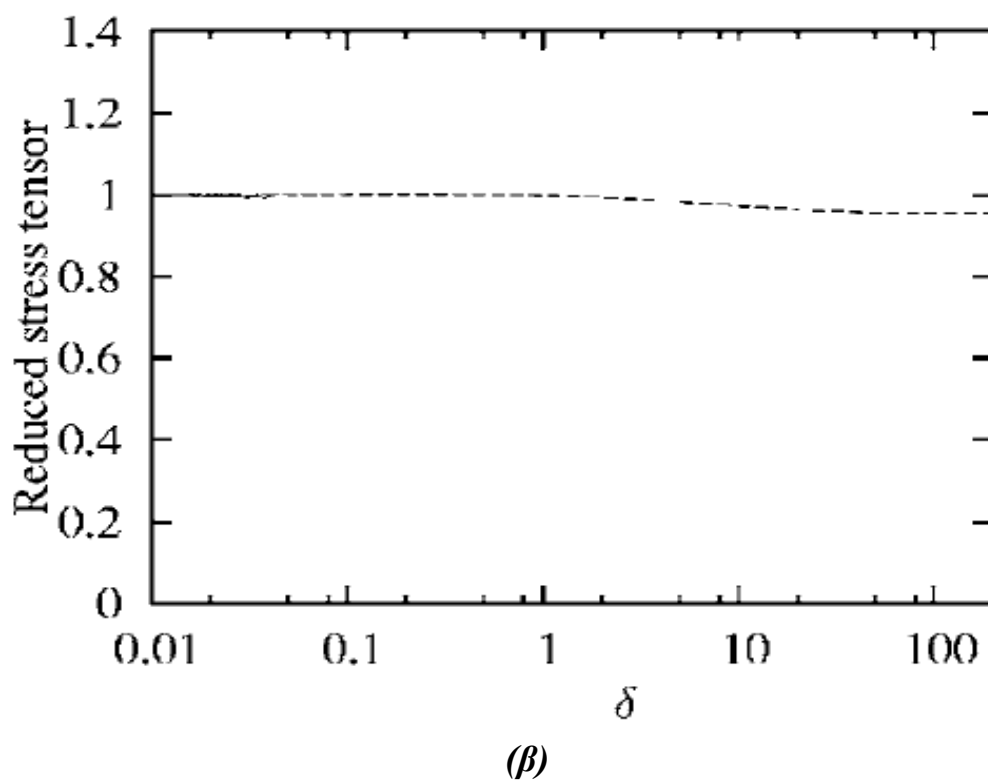
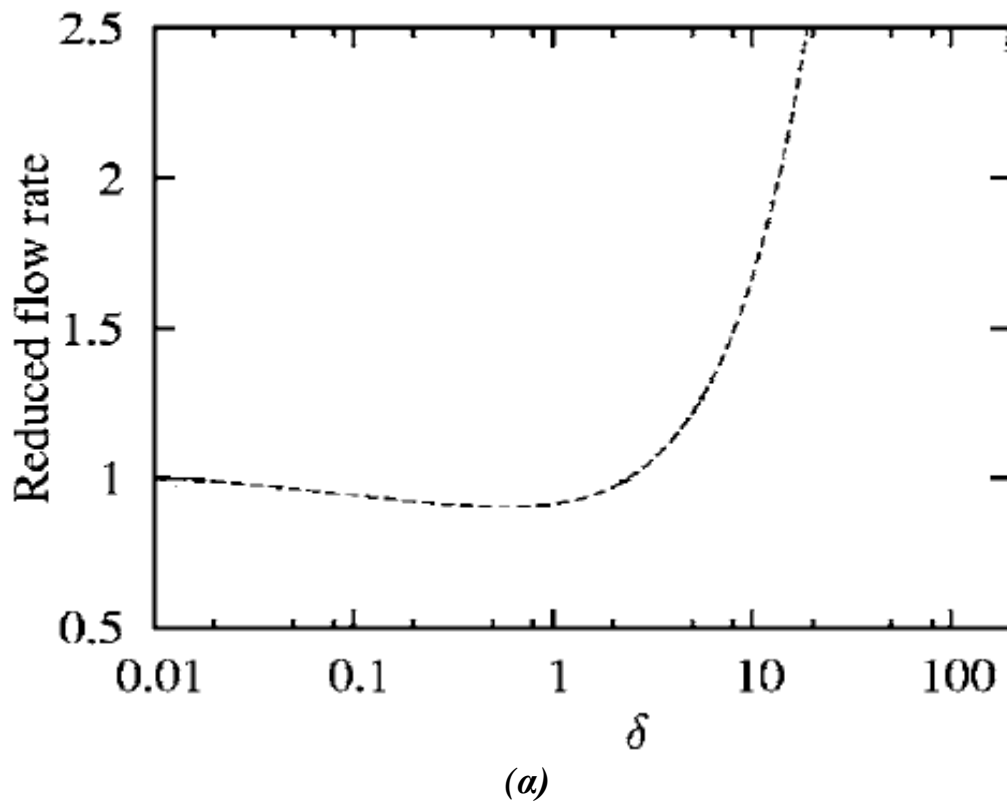
Πίνακας 19: Αδιάστατη παροχή διαμήκους ροής Poiseuille

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο πίνακας των τιμών του συντελεστή οπισθέλκουσας για την περίπτωση της διαμήκους ροής Poiseuille συναρτήσει της παραμέτρου αραίωσης δ για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν. Από τον πίνακα προκύπτει ότι καθώς αυξάνεται η παράμετρος αραίωσης δ και το αδιάστατο μήκος L ο συντελεστής οπισθέλκουσας μειώνεται. Αντίθετα ο συντελεστής αυξάνεται καθώς αυξάνονται τα μήκη W και D .

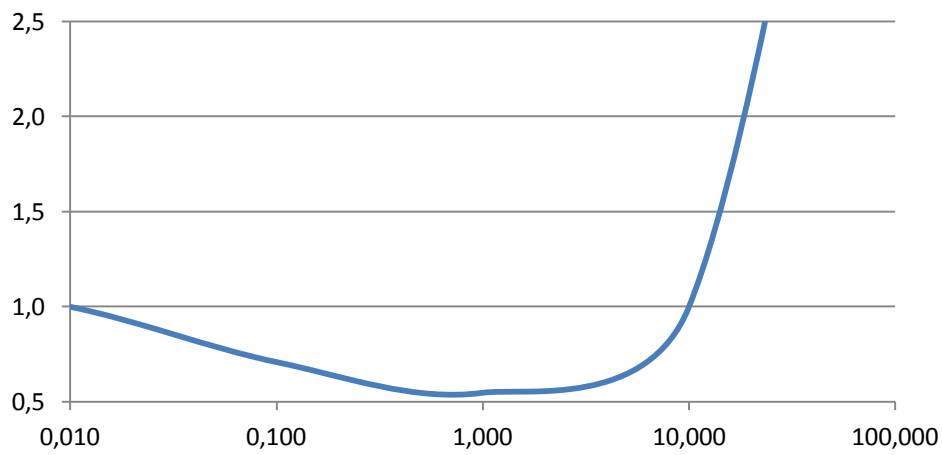
| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 1,063 | 1,062 | 1,062 | 1,060 | 1,050 | 1,019 | 0,894 |
| 2 | 0.5 | 1 | 1,088 | 1,088 | 1,088 | 1,083 | 1,064 | 1,021 | 0,894 |
| 2 | 1 | 0.5 | 1,162 | 1,162 | 1,161 | 1,158 | 1,145 | 1,103 | 0,956 |
| 2 | 1 | 1 | 1,251 | 1,251 | 1,249 | 1,242 | 1,208 | 1,130 | 0,968 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 1,271 | 1,271 | 1,271 | 1,267 | 1,258 | 1,214 | 1,035 |
| 2 | 1.5 | 1 | 1,442 | 1,442 | 1,441 | 1,432 | 1,398 | 1,302 | 1,078 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 1,050 | 1,050 | 1,050 | 1,048 | 1,039 | 1,012 | 0,889 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 1,071 | 1,071 | 1,070 | 1,066 | 1,050 | 1,014 | 0,890 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 1,130 | 1,130 | 1,129 | 1,126 | 1,115 | 1,079 | 0,939 |
| 2.5 | 1 | 1 | 1,200 | 1,200 | 1,199 | 1,193 | 1,165 | 1,100 | 0,949 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 1,217 | 1,217 | 1,216 | 1,214 | 1,204 | 1,165 | 1,002 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 1,354 | 1,354 | 1,352 | 1,345 | 1,315 | 1,234 | 1,036 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 1,042 | 1,042 | 1,041 | 1,040 | 1,032 | 1,007 | 0,886 |
| 3 | 0.5 | 1 | 1,059 | 1,059 | 1,058 | 1,055 | 1,041 | 1,009 | 0,887 |
| 3 | 1 | 0.5 | 1,108 | 1,108 | 1,108 | 1,105 | 1,095 | 1,063 | 0,928 |
| 3 | 1 | 1 | 1,167 | 1,167 | 1,166 | 1,161 | 1,137 | 1,080 | 0,936 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 1,181 | 1,181 | 1,180 | 1,178 | 1,169 | 1,134 | 0,980 |
| 3 | 1.5 | 1 | 1,295 | 1,295 | 1,294 | 1,287 | 1,260 | 1,191 | 1,008 |

Πίνακας 20: Συντελεστής οπισθέλκουσας διαμήκους ροής Poiseuille

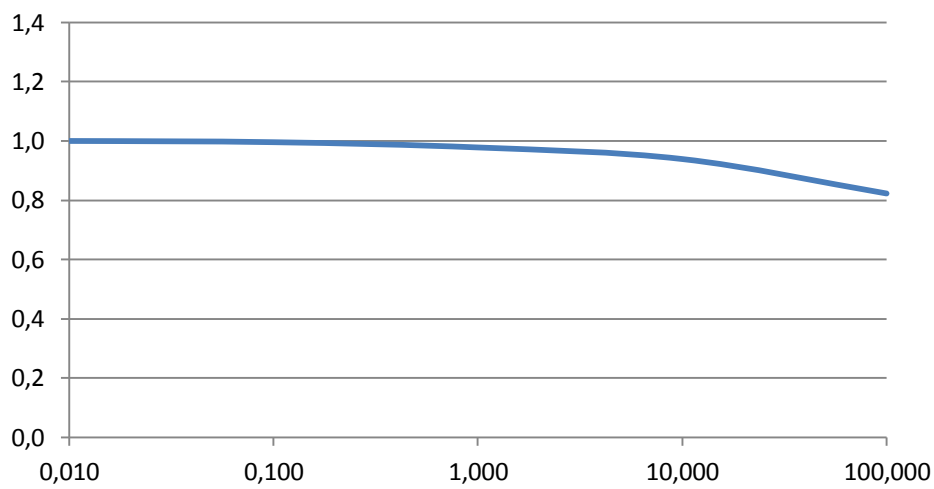
Στη συνέχεια ακολουθεί η σύγκριση των κανονικοποιημένων αποτελεσμάτων.



Σχήμα 48: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα διαμήκους ροής Poiseuille από τον F.Sharipov
(α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας



Σχήμα 49: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$



Σχήμα 50: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$

4.3.2 Κατανομή ταχύτητας

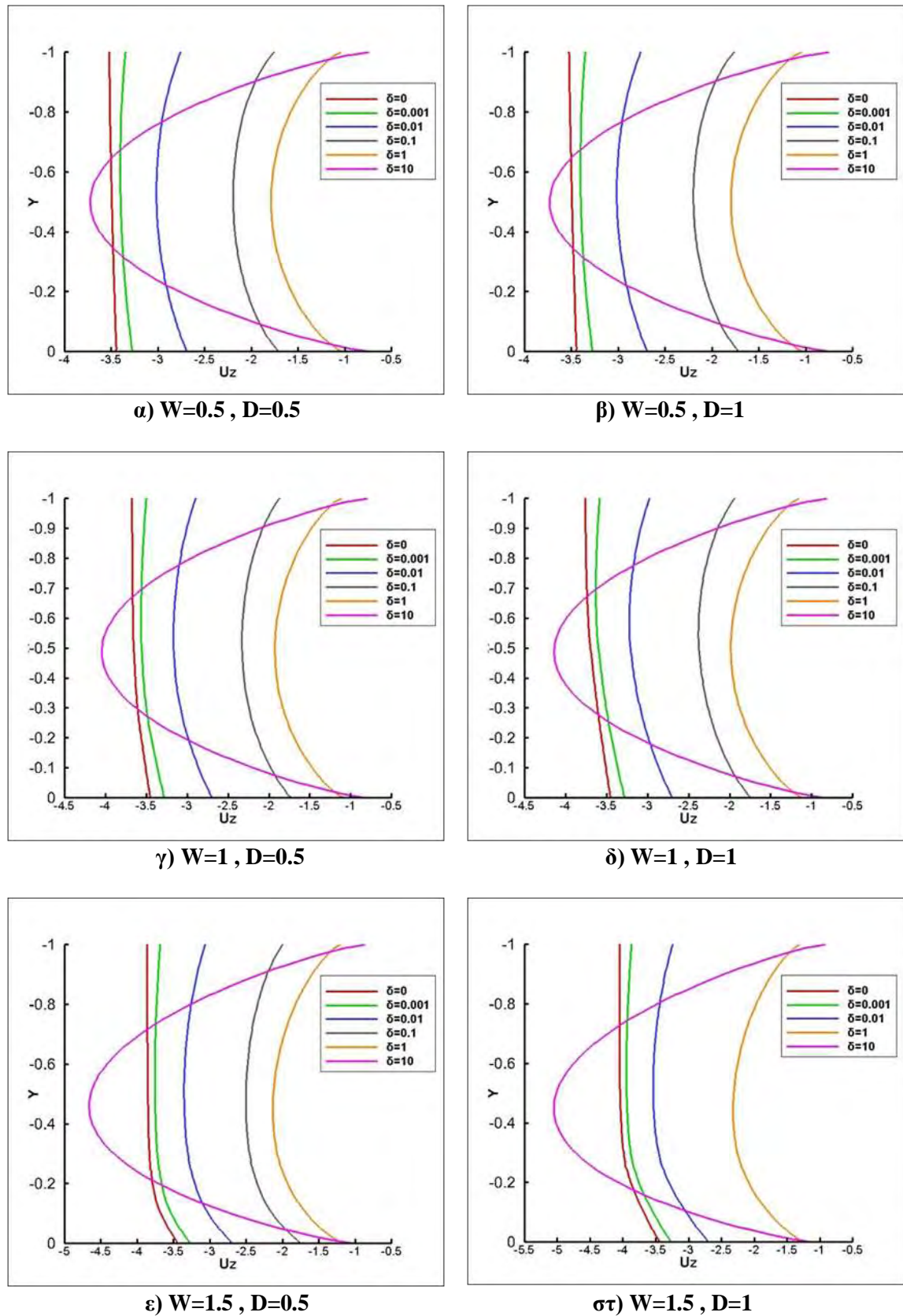
Αρχικά παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας u_z της διαμήκου ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για όλες τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν (Σχήματα 51, 52, 53).

Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι και στην περίπτωση αυτή η παράμετρος αραιώσης επιδρά σημαντικά στην κατανομή της ταχύτητας ενώ αντίθετα το μήκος L δεν παρουσιάζει καμία επίδραση. Παρατηρείται επίσης ότι καθώς αυξάνεται το μήκος W αυξάνεται και η διακύμανση των τιμών της ταχύτητας. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται επίσης καθώς το δ αυξάνεται. Επίσης, στις καμπύλες για $\delta=10$ παρατηρούνται οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας στο κέντρο της εισόδου του καναλιού γεγονός που εξηγείται με την προσέγγιση της συνεχούς περιοχής και συνεπώς την αύξηση των συγκρούσεων μεταξύ των μορίων.

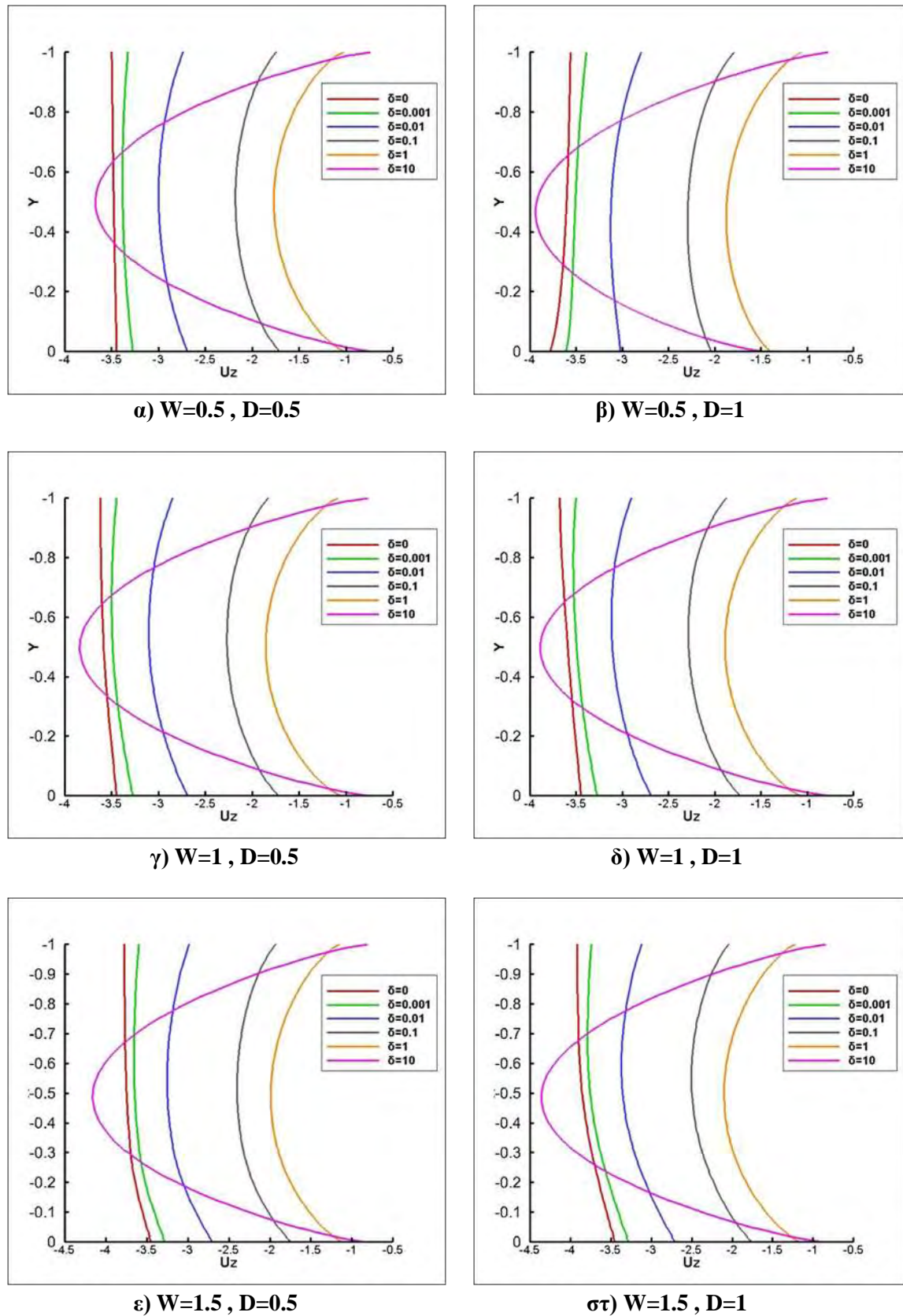
Τα διαγράμματα τα οποία ακολουθούν (Σχήματα 54, 55, 56) απεικονίζουν την κατανομή της ταχύτητας u_z στην αρχή της κοιλότητας για τη διαμήκη ροή Poiseuille. Οι κατανομές που προέκυψαν ήταν οι αναμενόμενες καθώς η εικόνα της ταχύτητας στο σημείο αυτό δε διαφέρει σημαντικά από αυτή στην είσοδο του καναλιού.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα κατανομής της ταχύτητας στο κέντρο του καναλιού για τη διαμήκη ροή Poiseuille (Σχήματα 57, 58, 59). Βλέπουμε ότι η μεταβολή του L δεν επηρεάζει την κατανομή της ταχύτητας ενώ η αύξηση του W επηρεάζει την ταχύτητα στην κοιλότητα μόνο για $\delta=10$ παίρνοντας μεγαλύτερες τιμές (κατά απόλυτη τιμή).

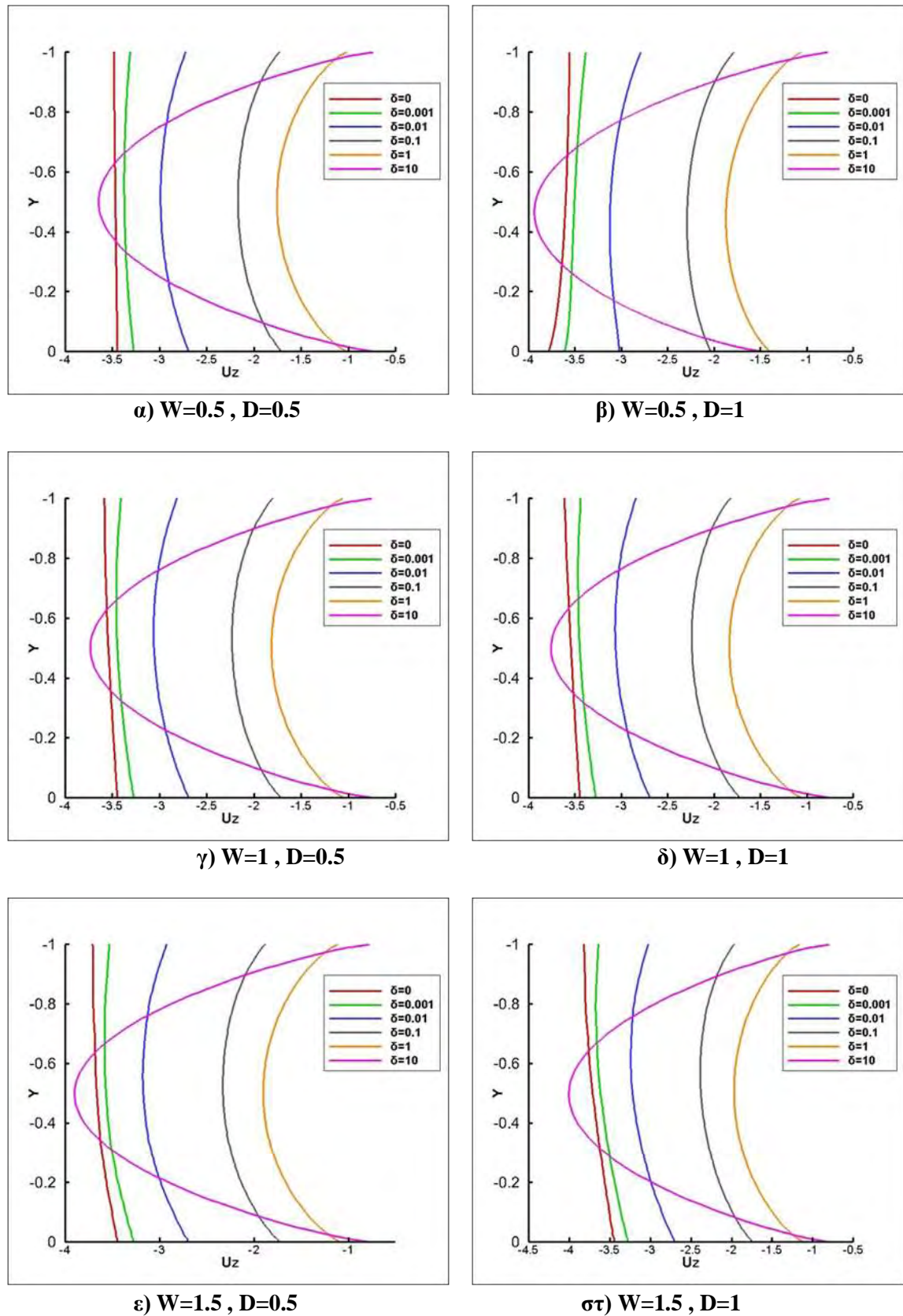
Στα διαγράμματα που ακολουθούν (Σχήματα 60, 61, 62) παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας στην περιοχή της ροής για συγκεκριμένη γεωμετρία μεταβάλλοντας το μήκος L για τη διαμήκη ροή Poiseuille. Παρατηρείται ότι στο κέντρο της γεωμετρίας οι τιμές της ταχύτητας είναι μεγαλύτερες (κατά απόλυτη τιμή) γεγονός που παρατηρείται και στα διαγράμματα των ταχυτήτων ενώ οι μικρότερες τιμές εμφανίζονται στο κάτω μέρος της κοιλότητας. Για μεγαλύτερα $\delta(=10)$ η ταχύτητα αποκτά τις μεγαλύτερες τιμές γεγονός που εξηγείται από την προσέγγιση της περιοχής του συνεχούς μέσου. Τέλος παρατηρήθηκε επίσης ότι καθώς το L αυξάνεται η ταχύτητα u_z αυξάνεται στο κέντρο του καναλιού.



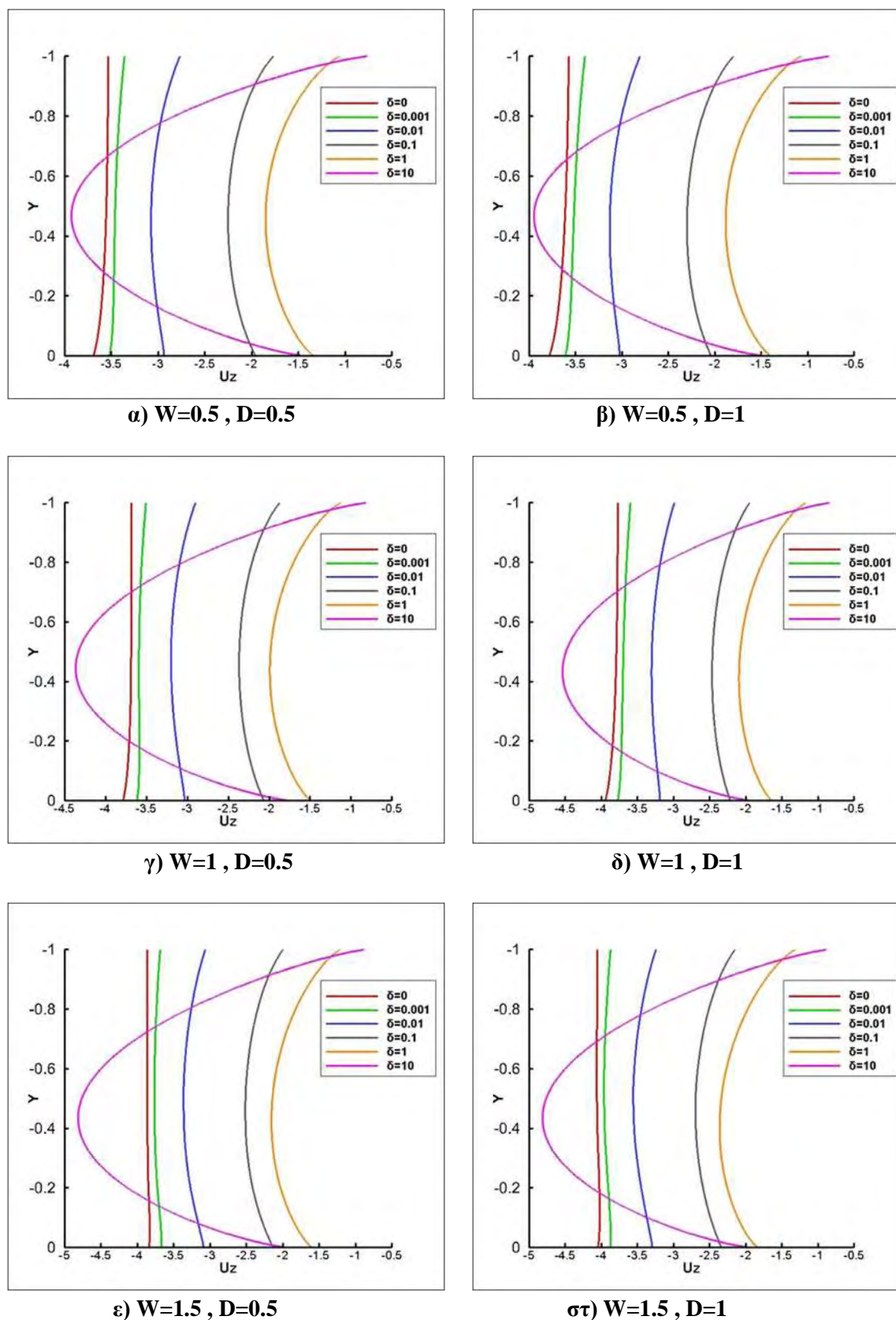
Σχήμα 51: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2$



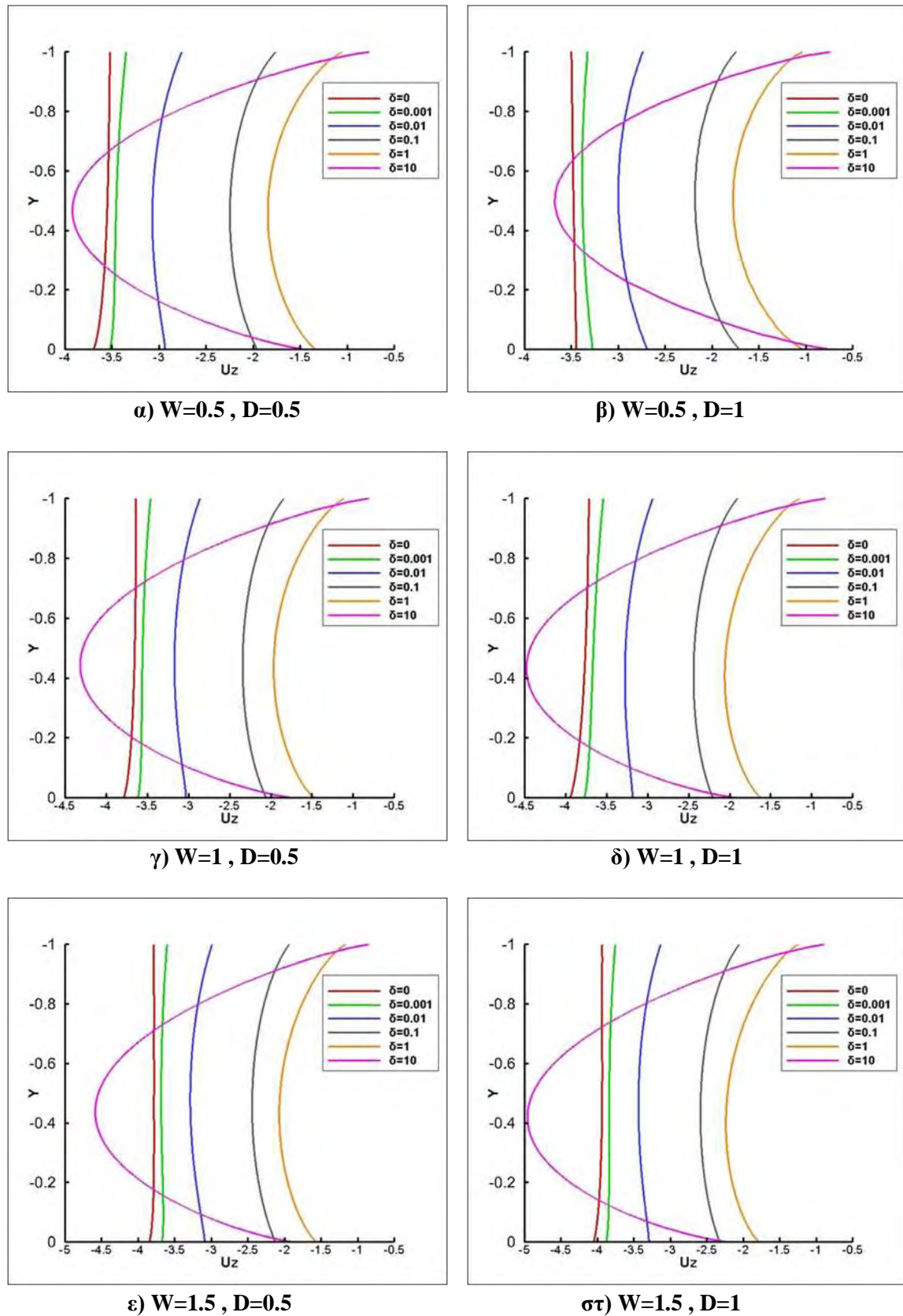
Σχήμα 52: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$



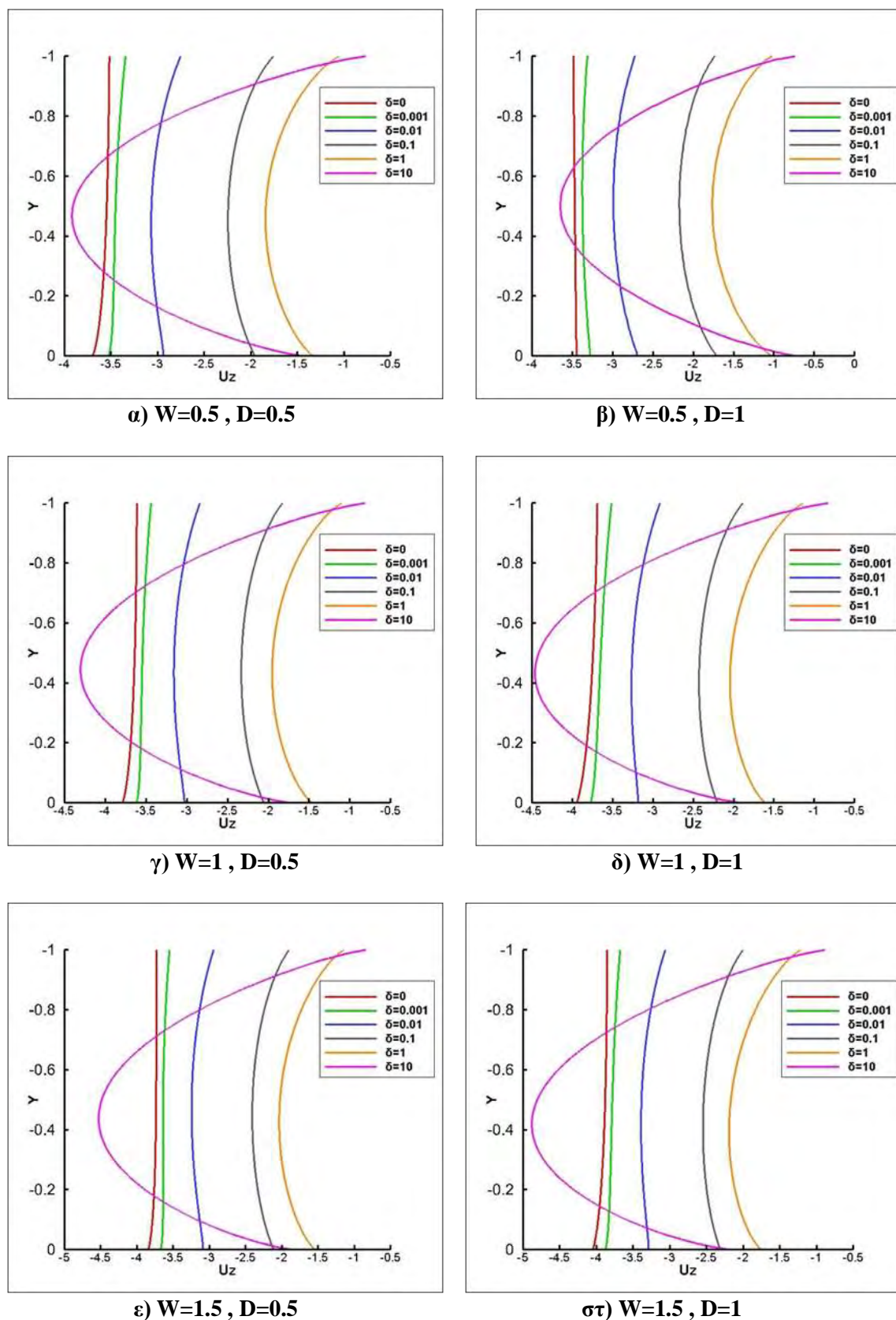
Σχήμα 53: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=3$



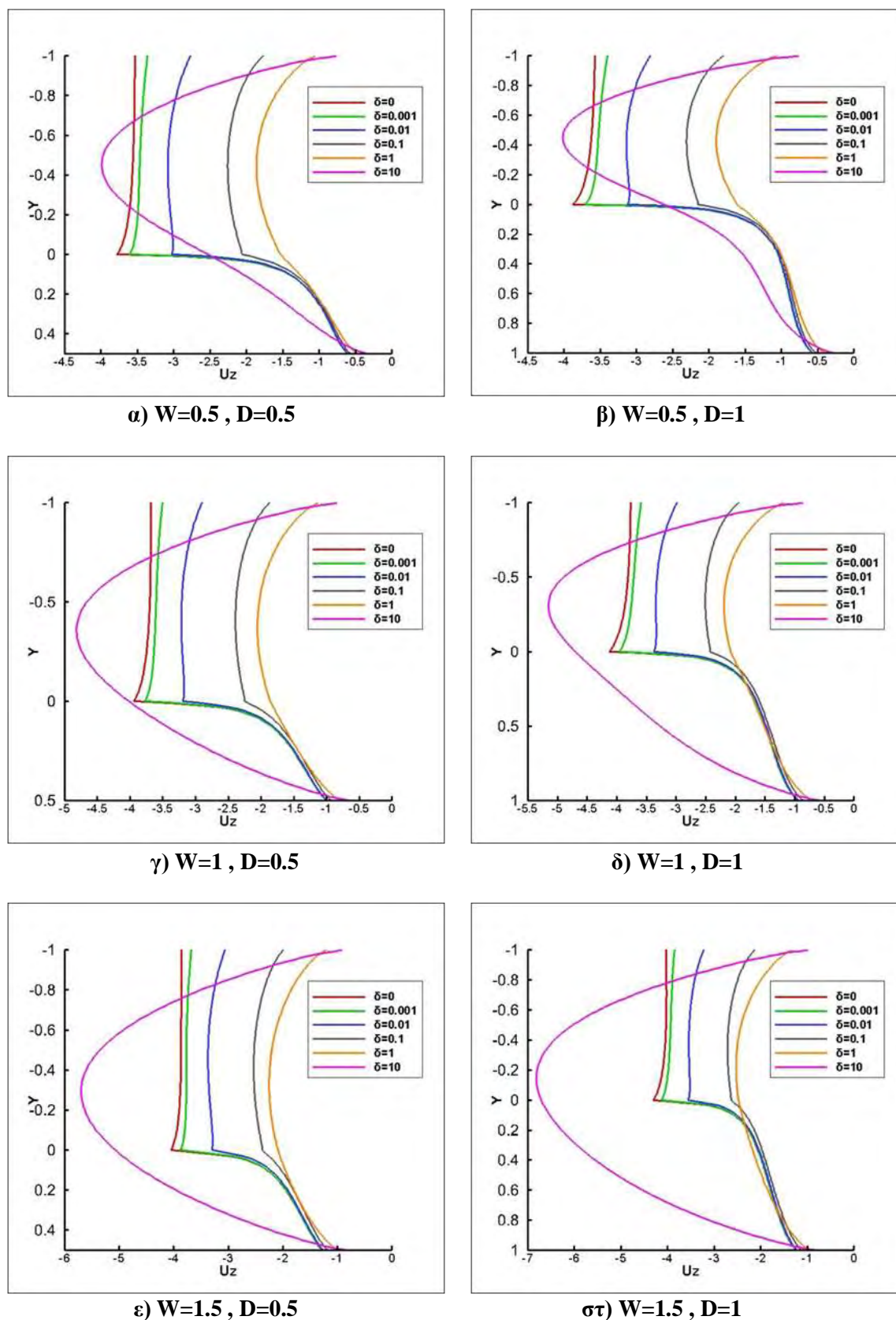
Σχήμα 54: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$



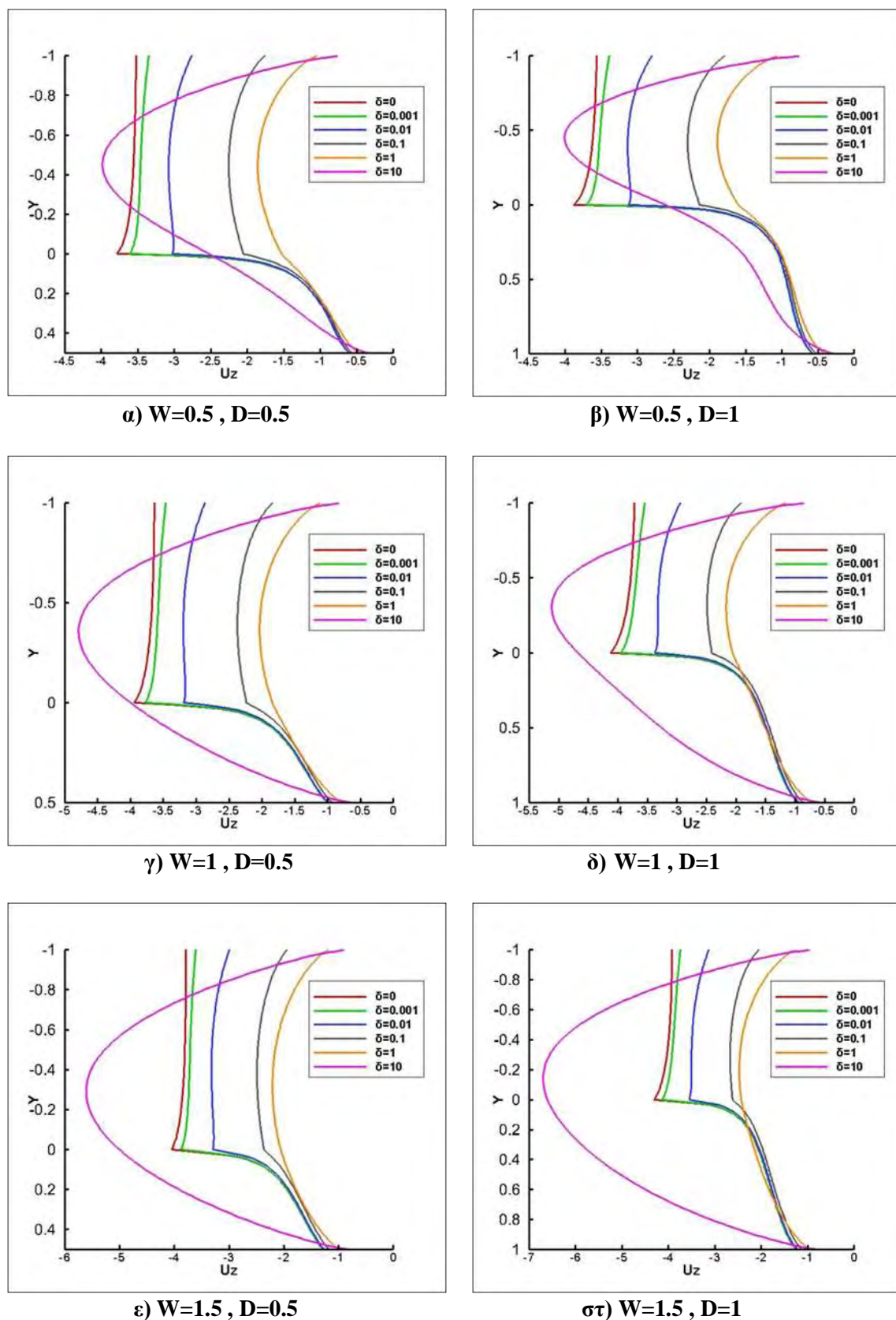
Σχήμα 55: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$



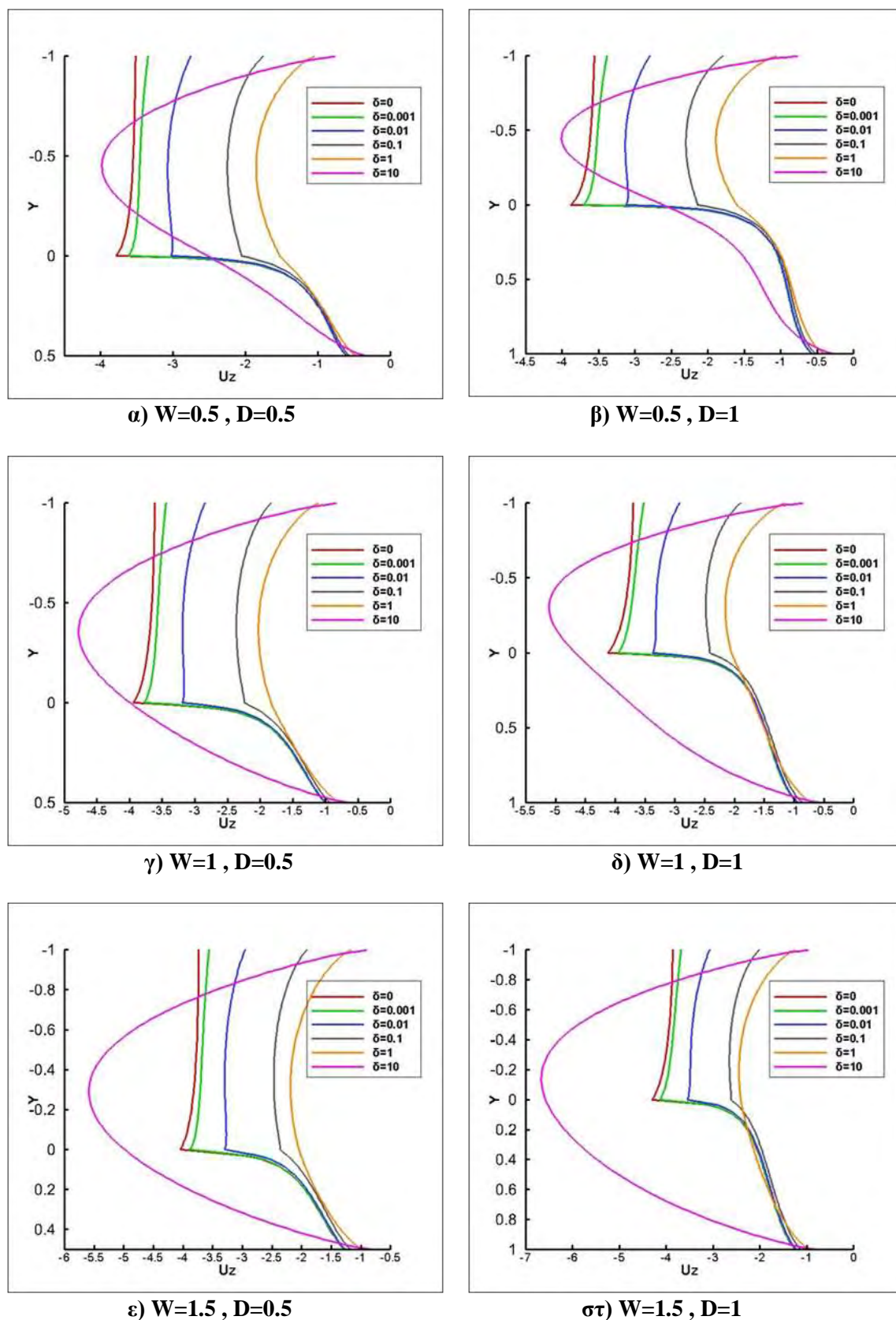
Σχήμα 56: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$



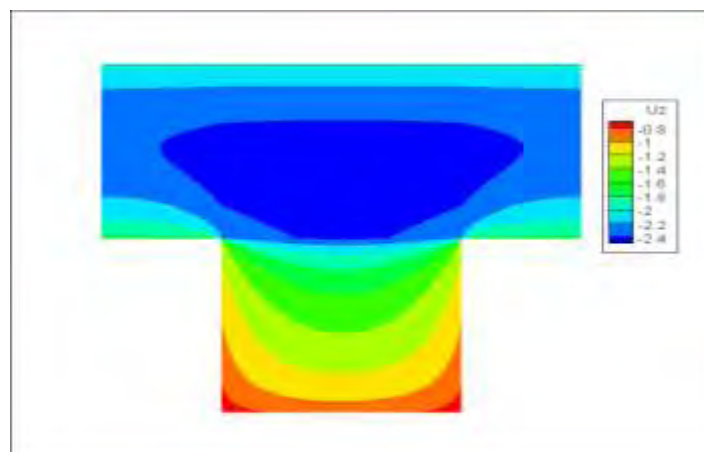
Σχήμα 57: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2$



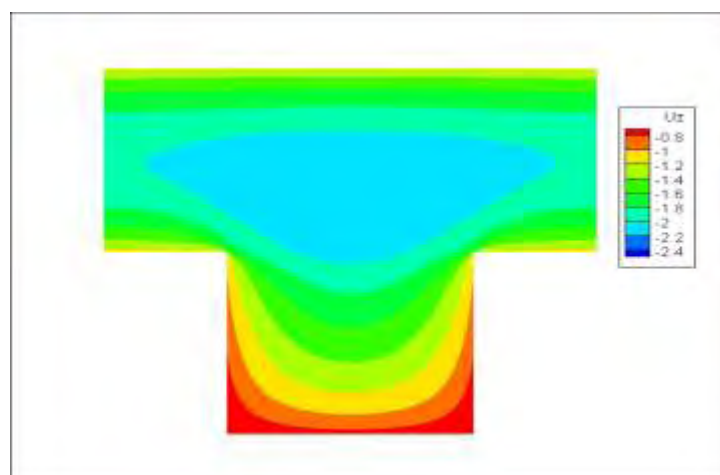
Σχήμα 58: Κατανομή ταχύτητας διαμήκου ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2.5$



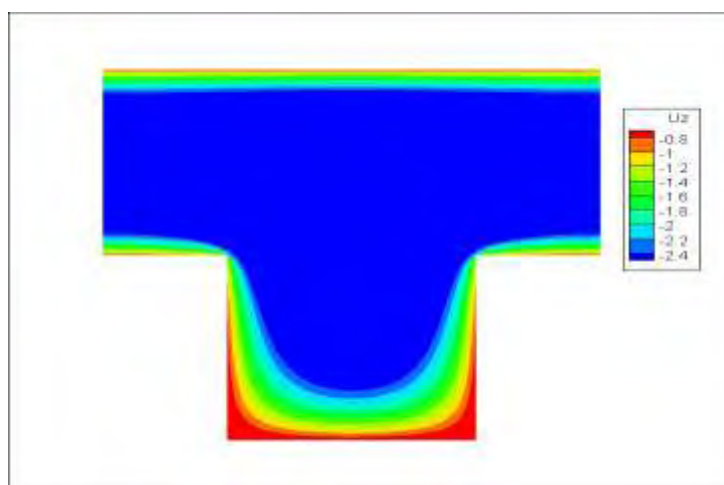
Σχήμα 59: Κατανομή ταχύτητας διαμήκους ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=3$



(α) $\delta = 0.1$

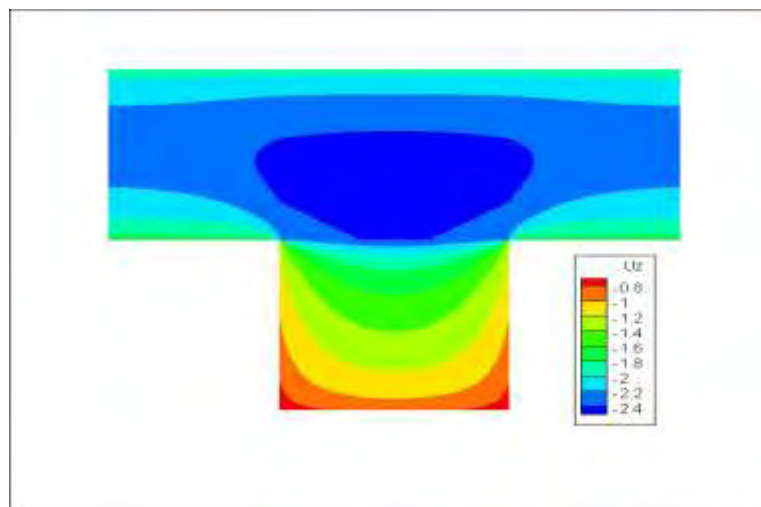


(β) $\delta = 1$

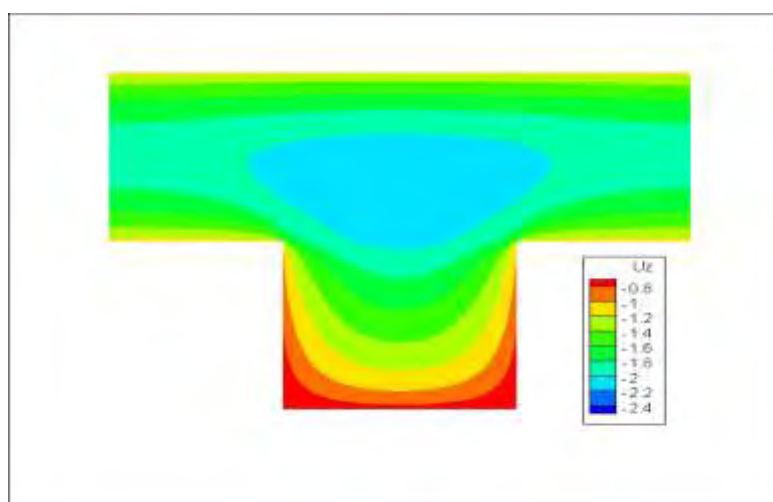


(γ) $\delta = 10$

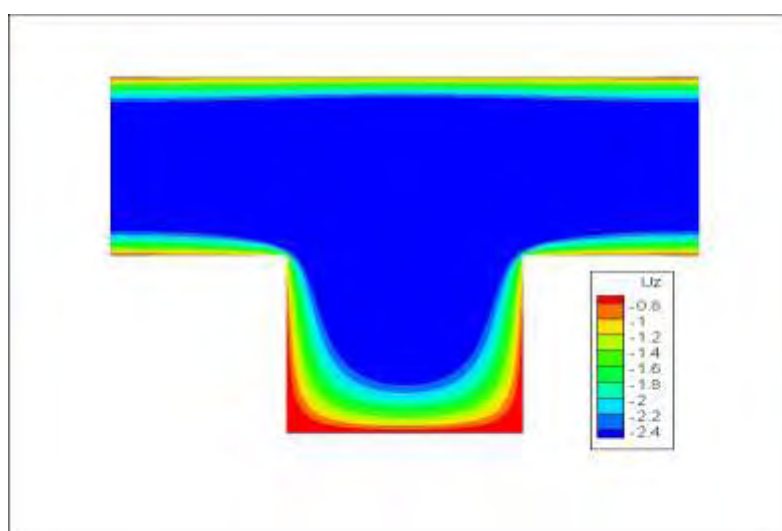
Σχήμα 60: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2$, $W=1$, $D=1$



(α) $\delta = 0.1$

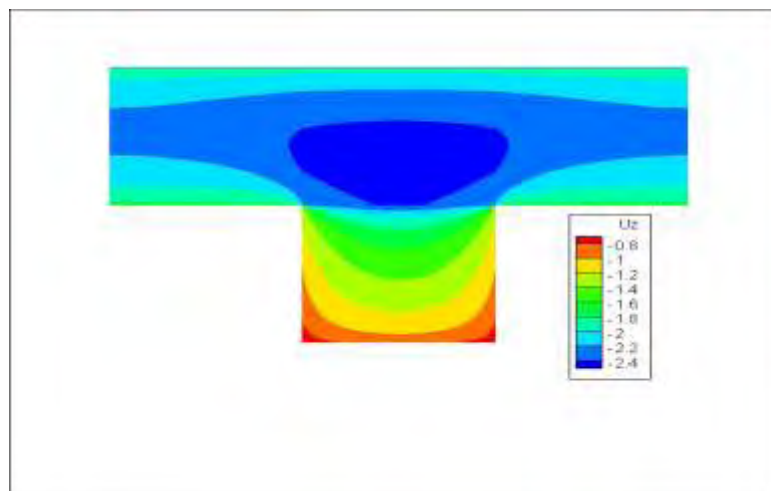
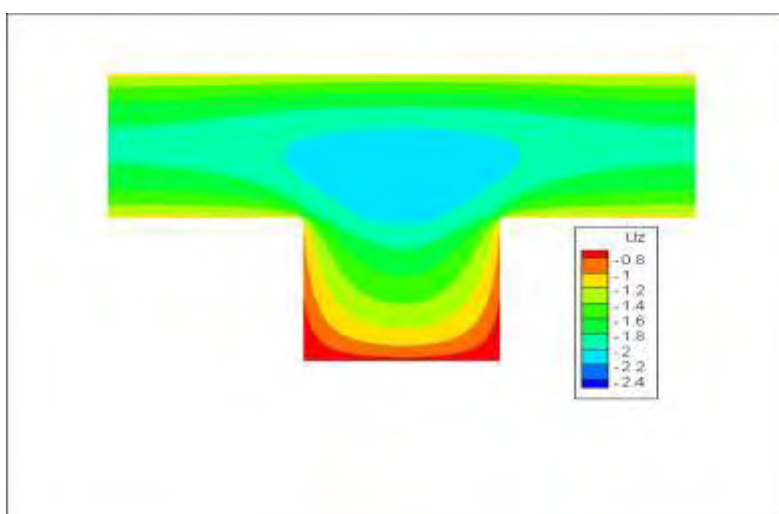
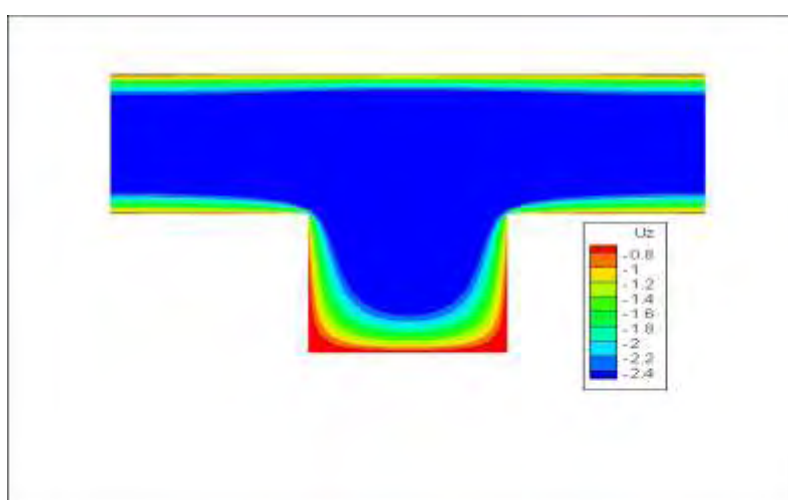


(β) $\delta = 1$



(γ) $\delta = 10$

Σχήμα 61: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$

(α) $\delta = 0.1$ (β) $\delta = 1$ (γ) $\delta = 10$ Σχήμα 62: Κατανομή ταχύτητας u_z για $L=3$, $W=1$, $D=1$

4.4 Εγκάρσια ροή Couette

4.4.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τις τιμές της αδιάστατης παροχής μάζας για την περίπτωση της εγκάρσιας ροής Couette συναρτήσει της παραμέτρου αραιοποίησης δ για τις γεωμετρίες που εξετάστηκαν στην παρούσα μελέτη. Στην περίπτωση αυτή το ελάχιστο Knudsen εμφανίζεται στο $\delta=10^{-2}$. Καθώς αυξάνονται τα μήκη L και D για $0 \leq \delta \leq 1$ η παροχή αυξάνεται ενώ για $\delta=10$ και $\delta=100$ μειώνεται. Επίσης, καθώς αυξάνεται το W για δ από 0 έως 10^{-1} η παροχή αυξάνεται ενώ για $\delta=1-100$ μειώνεται.

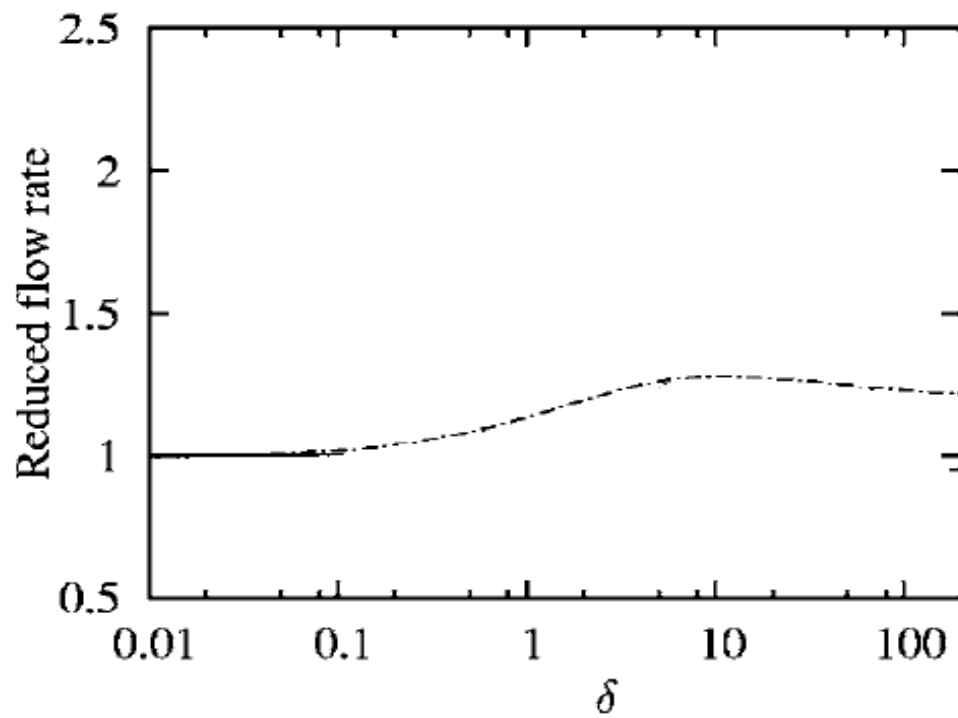
| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0,948 | 0,948 | 0,947 | 0,957 | 0,985 | 1,010 | 1,010 |
| 2 | 0.5 | 1 | 0,949 | 0,949 | 0,948 | 0,957 | 0,984 | 1,006 | 1,005 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0,872 | 0,872 | 0,874 | 0,898 | 0,974 | 1,035 | 1,038 |
| 2 | 1 | 1 | 0,892 | 0,892 | 0,894 | 0,915 | 0,982 | 1,031 | 1,033 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 0,822 | 0,822 | 0,827 | 0,867 | 0,992 | 1,087 | 1,091 |
| 2 | 1.5 | 1 | 0,827 | 0,827 | 0,831 | 0,868 | 0,989 | 1,079 | 1,082 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 0,961 | 0,961 | 0,960 | 0,968 | 0,989 | 1,009 | 1,008 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 0,961 | 0,961 | 0,960 | 0,972 | 0,988 | 1,004 | 1,004 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 0,903 | 0,903 | 0,904 | 0,921 | 0,981 | 1,027 | 1,030 |
| 2.5 | 1 | 1 | 0,920 | 0,921 | 0,937 | 0,937 | 0,986 | 1,024 | 1,025 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 0,854 | 0,854 | 0,858 | 0,891 | 0,993 | 1,065 | 1,068 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 0,863 | 0,863 | 0,866 | 0,896 | 0,991 | 1,058 | 1,060 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 0,970 | 0,969 | 0,969 | 0,975 | 0,992 | 1,008 | 1,007 |
| 3 | 0.5 | 1 | 0,970 | 0,969 | 0,968 | 0,974 | 0,991 | 1,003 | 1,002 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0,925 | 0,924 | 0,925 | 0,939 | 0,985 | 1,022 | 1,024 |
| 3 | 1 | 1 | 0,938 | 0,938 | 0,938 | 0,951 | 0,989 | 1,018 | 1,019 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 0,882 | 0,882 | 0,884 | 0,910 | 0,993 | 1,051 | 1,054 |
| 3 | 1.5 | 1 | 0,894 | 0,894 | 0,896 | 0,919 | 0,993 | 1,045 | 1,046 |

Πίνακας 21: Αδιάστατη παροχή εγκάρσιας ροής Couette

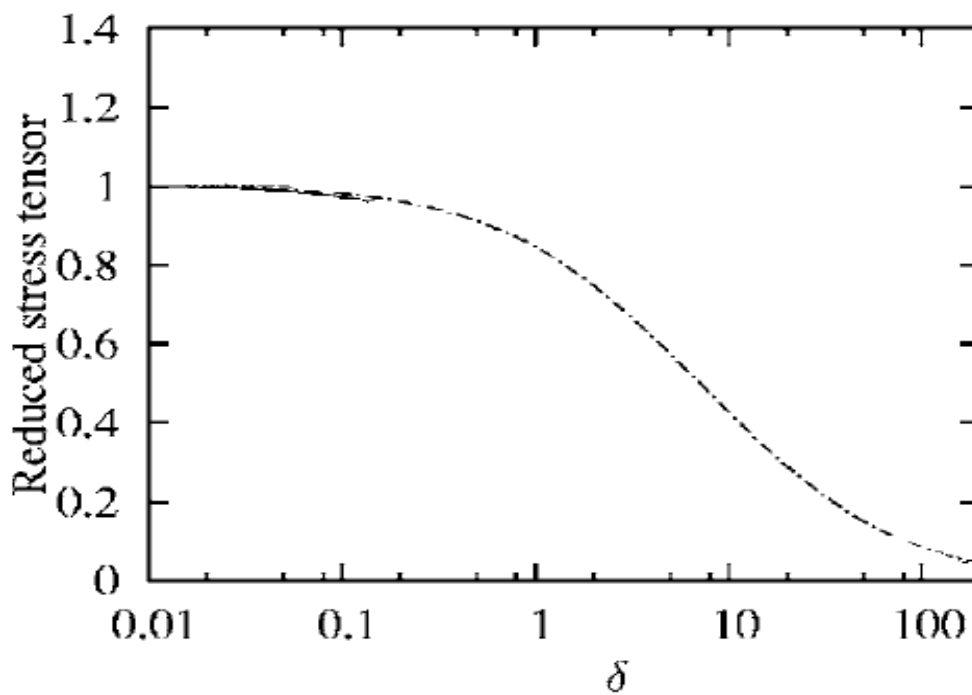
Στη συνέχεια παρατίθεται ο αντίστοιχος πίνακας για το συντελεστή οπισθέλκουσας από τον οποίο προκύπτει ότι καθώς το δ αυξάνεται ο συντελεστής μειώνεται. Κατά την αύξηση του μήκους L και για δ από 0 έως 1 ο συντελεστής μειώνεται ενώ για μεγαλύτερα δ (10,100) παραμένει σταθερός. Αυξάνοντας το πλάτος W για $0 \leq \delta \leq 1$ ο συντελεστής αυξάνεται ενώ για τις υπόλοιπες τιμές της παραμέτρου αραιώσης μειώνεται. Τέλος, στις περισσότερες περιπτώσεις παρατηρήθηκε ότι αυξάνοντας το βάθος της κοιλότητας D ο συντελεστής μειώνεται.

| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0,592 | 0,591 | 0,586 | 0,545 | 0,345 | 0,082 | 0,009 |
| 2 | 0.5 | 1 | 0,590 | 0,589 | 0,584 | 0,543 | 0,345 | 0,082 | 0,009 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0,635 | 0,634 | 0,628 | 0,578 | 0,353 | 0,081 | 0,009 |
| 2 | 1 | 1 | 0,620 | 0,620 | 0,614 | 0,566 | 0,348 | 0,080 | 0,009 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 0,670 | 0,670 | 0,662 | 0,604 | 0,355 | 0,079 | 0,008 |
| 2 | 1.5 | 1 | 0,662 | 0,661 | 0,654 | 0,597 | 0,352 | 0,078 | 0,008 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 0,586 | 0,586 | 0,581 | 0,540 | 0,344 | 0,082 | 0,009 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 0,585 | 0,584 | 0,579 | 0,539 | 0,343 | 0,082 | 0,009 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 0,621 | 0,620 | 0,614 | 0,567 | 0,350 | 0,081 | 0,009 |
| 2.5 | 1 | 1 | 0,609 | 0,603 | 0,557 | 0,557 | 0,346 | 0,081 | 0,009 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 0,649 | 0,648 | 0,642 | 0,588 | 0,352 | 0,079 | 0,009 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 0,642 | 0,642 | 0,635 | 0,582 | 0,349 | 0,079 | 0,009 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 0,583 | 0,582 | 0,577 | 0,537 | 0,343 | 0,082 | 0,009 |
| 3 | 0.5 | 1 | 0,581 | 0,581 | 0,576 | 0,536 | 0,343 | 0,082 | 0,009 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0,611 | 0,611 | 0,605 | 0,560 | 0,348 | 0,081 | 0,009 |
| 3 | 1 | 1 | 0,602 | 0,601 | 0,596 | 0,551 | 0,345 | 0,081 | 0,009 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 0,635 | 0,634 | 0,628 | 0,577 | 0,350 | 0,080 | 0,009 |
| 3 | 1.5 | 1 | 0,629 | 0,629 | 0,623 | 0,572 | 0,347 | 0,079 | 0,009 |

Πίνακας 22: Συντελεστής οπισθέλκουσας εγκάρσιας ροής Couette

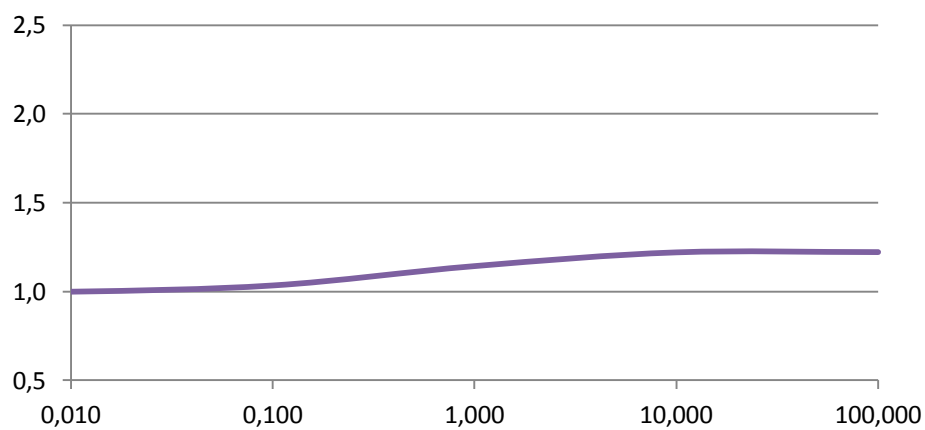


(a)

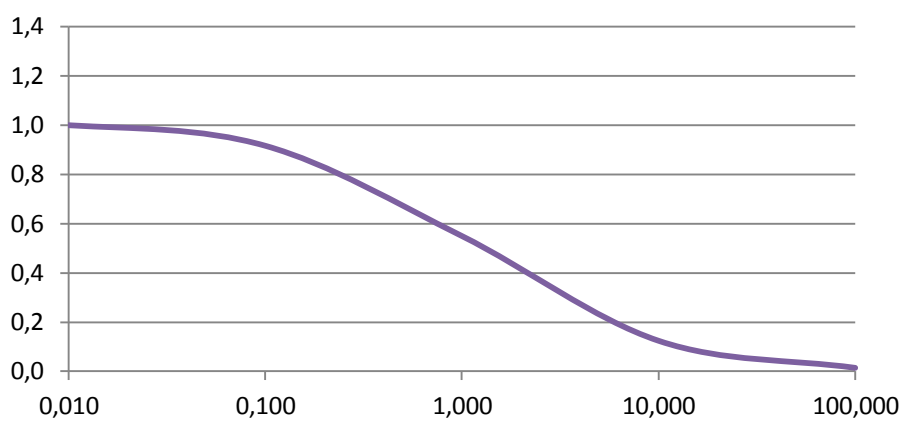


(b)

Σχήμα 63: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Couette από τον F.Sharipov
 (α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας



Σχήμα 64: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=2.5$, $W=1.5$, $D=1$



Σχήμα 65: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2.5$, $W=1.5$, $D=1$

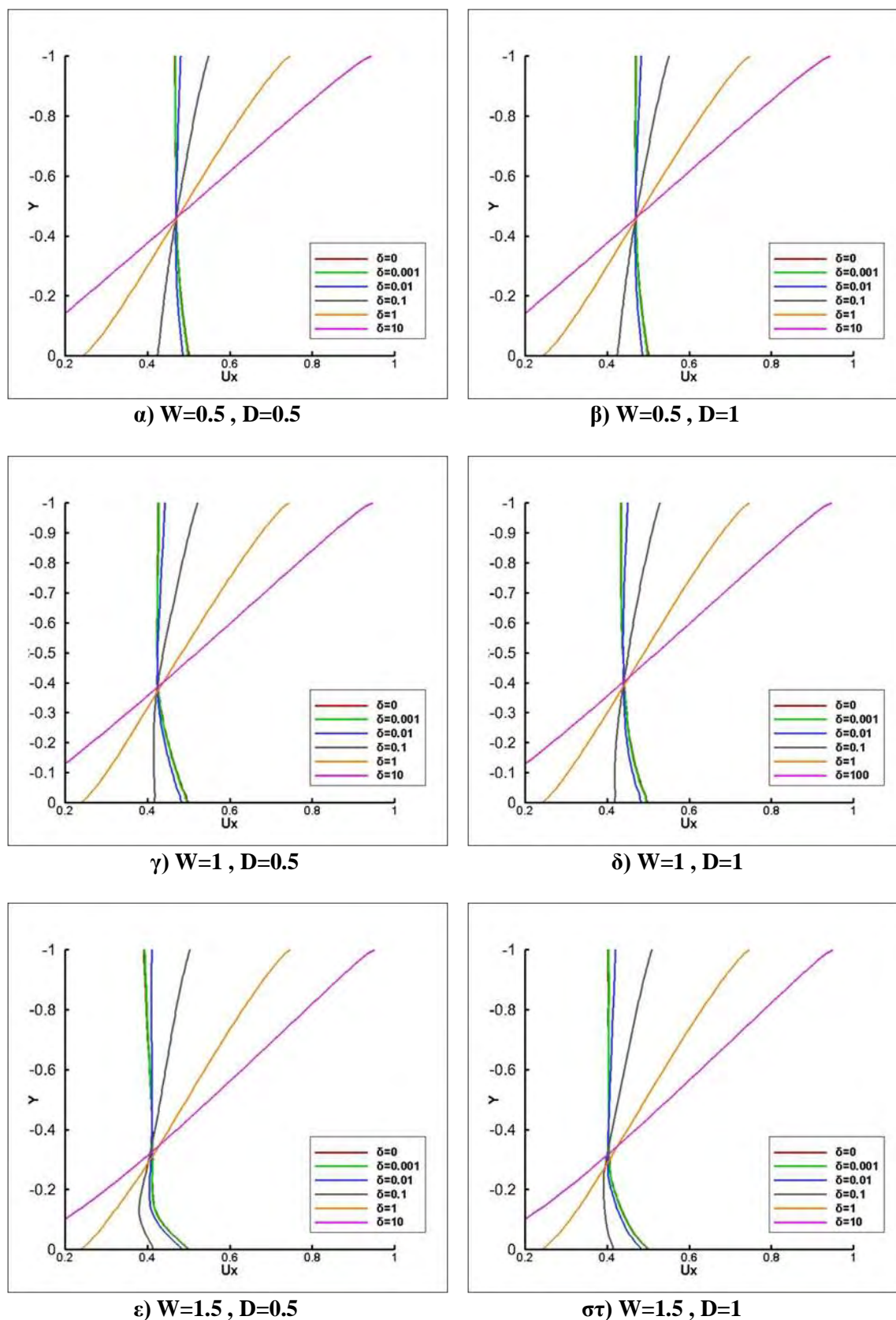
4.4.2 Κατανομή ταχύτητας

Στα Σχήματα 66, 67 και 68 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι κατανομές των ταχυτήτων στην είσοδο του καναλιού για την εγκάρσια ροή Couette. Όπως και στη διαμήκη Couette έτσι και στην εγκάρσια η κατανομή της ταχύτητας δεν παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις καθώς μεταβάλλεται η γεωμετρία και η εικόνα των διαγραμμάτων είναι όμοια με την ροή Couette μεταξύ παράλληλων πλακών. Η μορφή των προφίλ των ταχυτήτων εξηγείται από τη διατύπωση του προβλήματος εξ αιτίας του κινούμενου τοιχώματος και όπως φαίνεται στα διαγράμματα η τιμή της ταχύτητας επηρεάζεται από την κίνηση αυτή καθώς το δ αυξάνεται. Για μικρές τιμές του δ (0 έως 10^{-2}) συναντώνται οι μικρότερες τιμές της ταχύτητας και οι συγκεκριμένες κατανομές σχεδόν συμπίπτουν. Η μεταβολή της ταχύτητας διακρίνεται καθώς αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου δ όπου για $\delta=10$ η ταχύτητα έχει τις μεγαλύτερες τιμές.

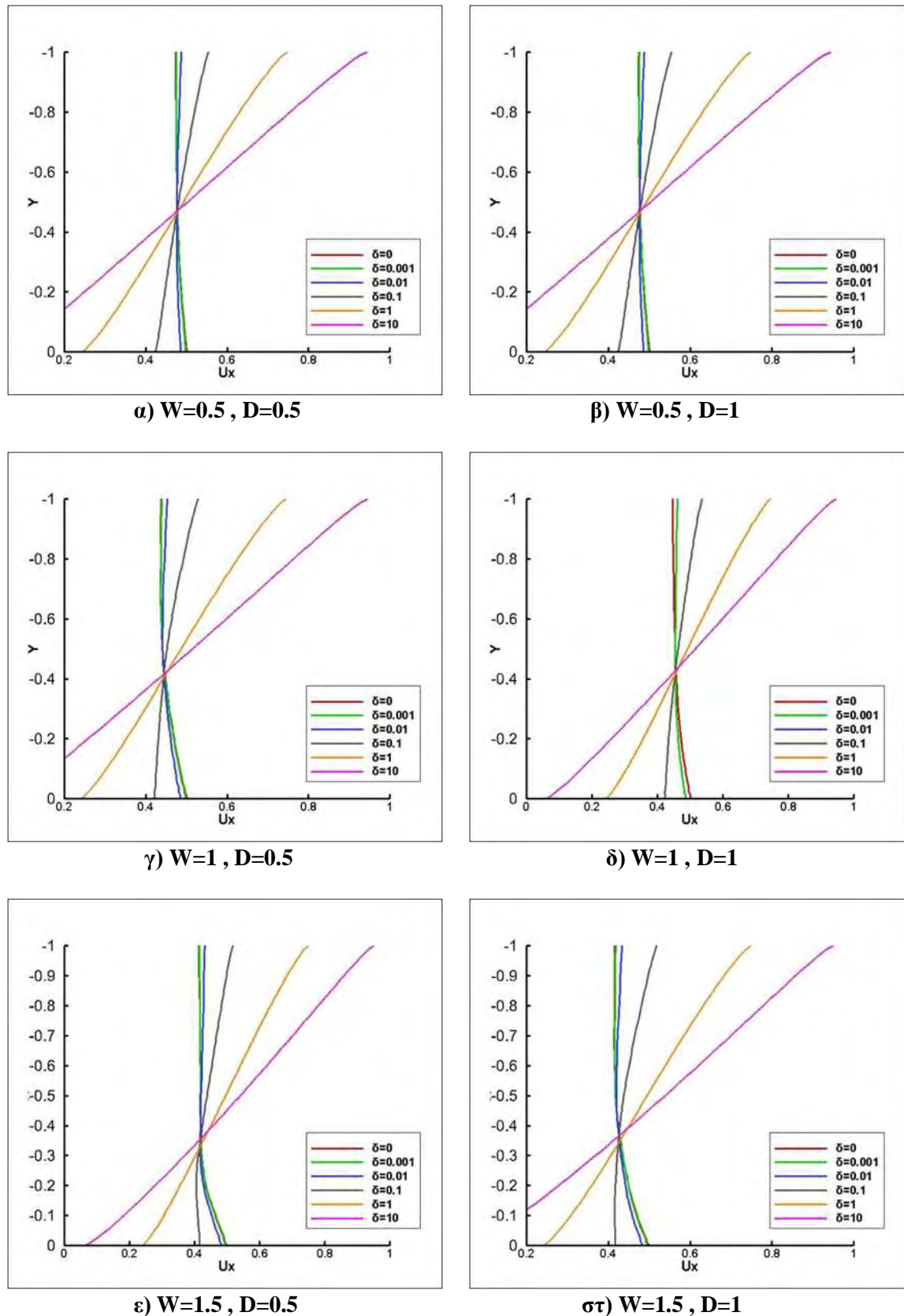
Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα της ταχύτητας στην αρχή της κοιλότητας (Σχήματα 69, 70, 71). Παρατηρούμε ότι και σε αυτή την περίπτωση η κατανομή της ταχύτητας δε διαφέρει σημαντικά από αυτή στην είσοδο του καναλιού.

Τέλος, παρουσιάζονται τα διαγράμματα κατανομής της ταχύτητας στη μέση του καναλιού (Σχήματα 72, 73, 74). Αξίζει να σημειωθεί ότι στις εγκάρσιες ροές η αλλαγή της φοράς της καμπύλης της ταχύτητας οφείλεται στη δημιουργία δινών στο εσωτερικό της κοιλότητας. Για την εγκάρσια ροή Couette εξάγεται το συμπέρασμα ότι για $D=0.5$ ενώ η μεταβολή του L δεν επιδρά η αύξηση του W έχει σαν αποτέλεσμα τη μετατόπιση του κέντρου της δίνης που σχηματίζεται ενώ για $D=1$ όταν το $L=3$ και για $W=0.5$ παρατηρείται μεταβολή της ταχύτητας για όλα τα δ και μετατόπιση του κέντρου της δίνης καθώς αυξάνεται το W .

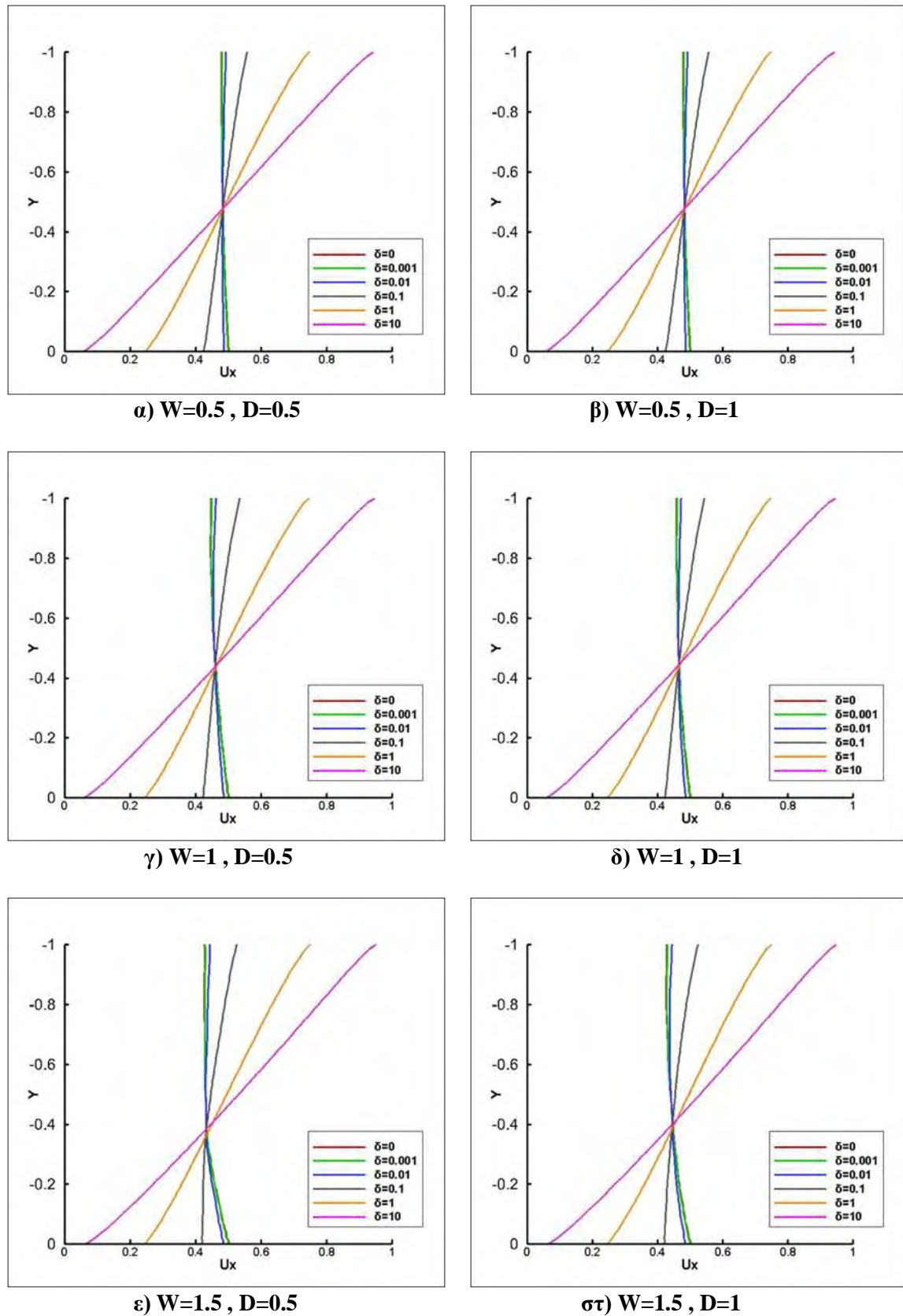
Στα διαγράμματα των ροϊκών γραμμών που ακολουθούν (Σχήματα 75, 76, 77) διακρίνεται ο σχηματισμός μίας κύριας δίνης στην περιοχή της κοιλότητας ενώ η ίδια συμπεριφορά επαναλαμβάνεται για κάθε τιμή του δ και του L . Ο σχηματισμός της δίνης αυτής είναι αναμενόμενος έχοντας μελετήσει τη ροή αερίου σε ορθογωνική κοιλότητα[17].



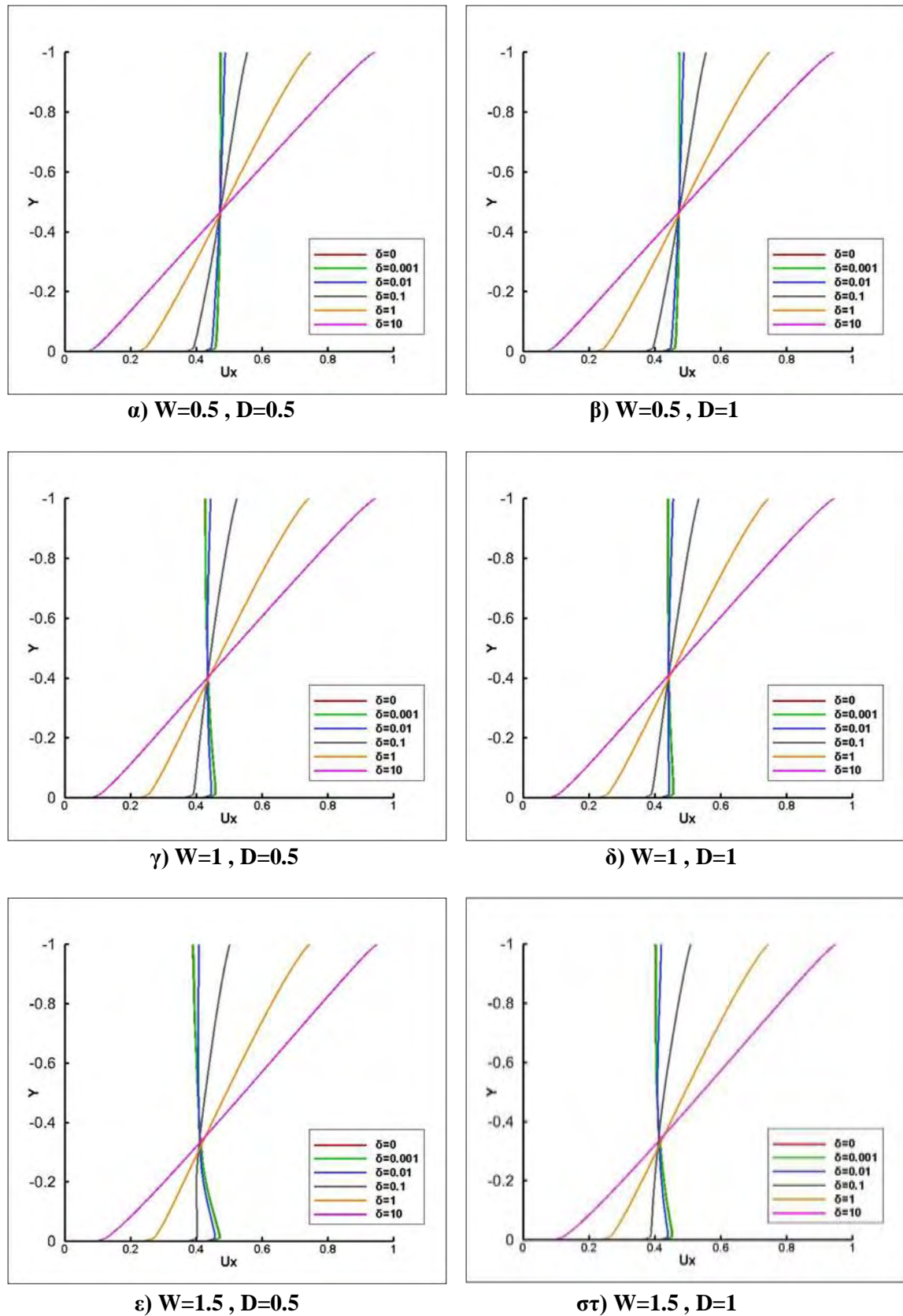
Σχήμα 66: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2$



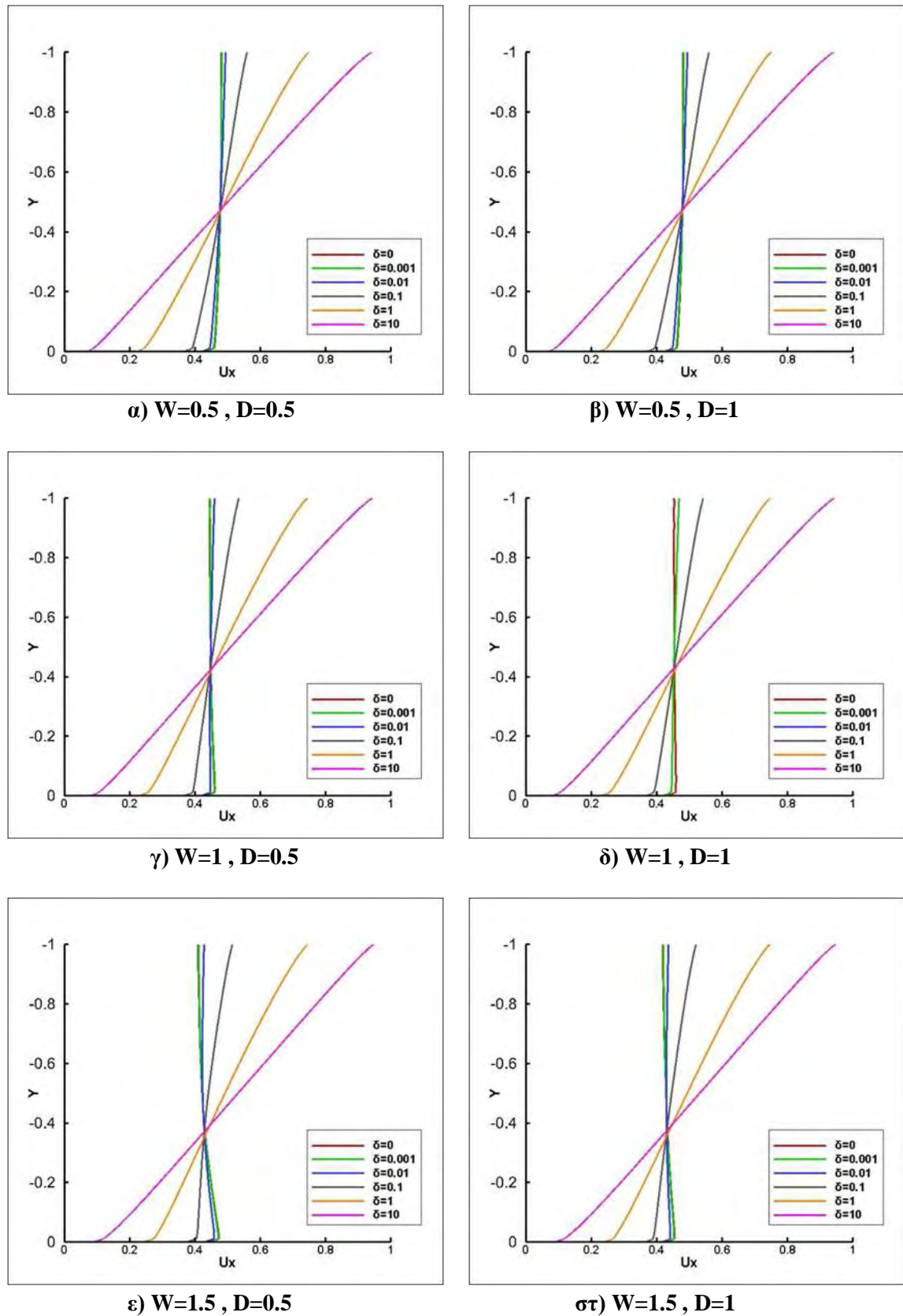
Σχήμα 67: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$



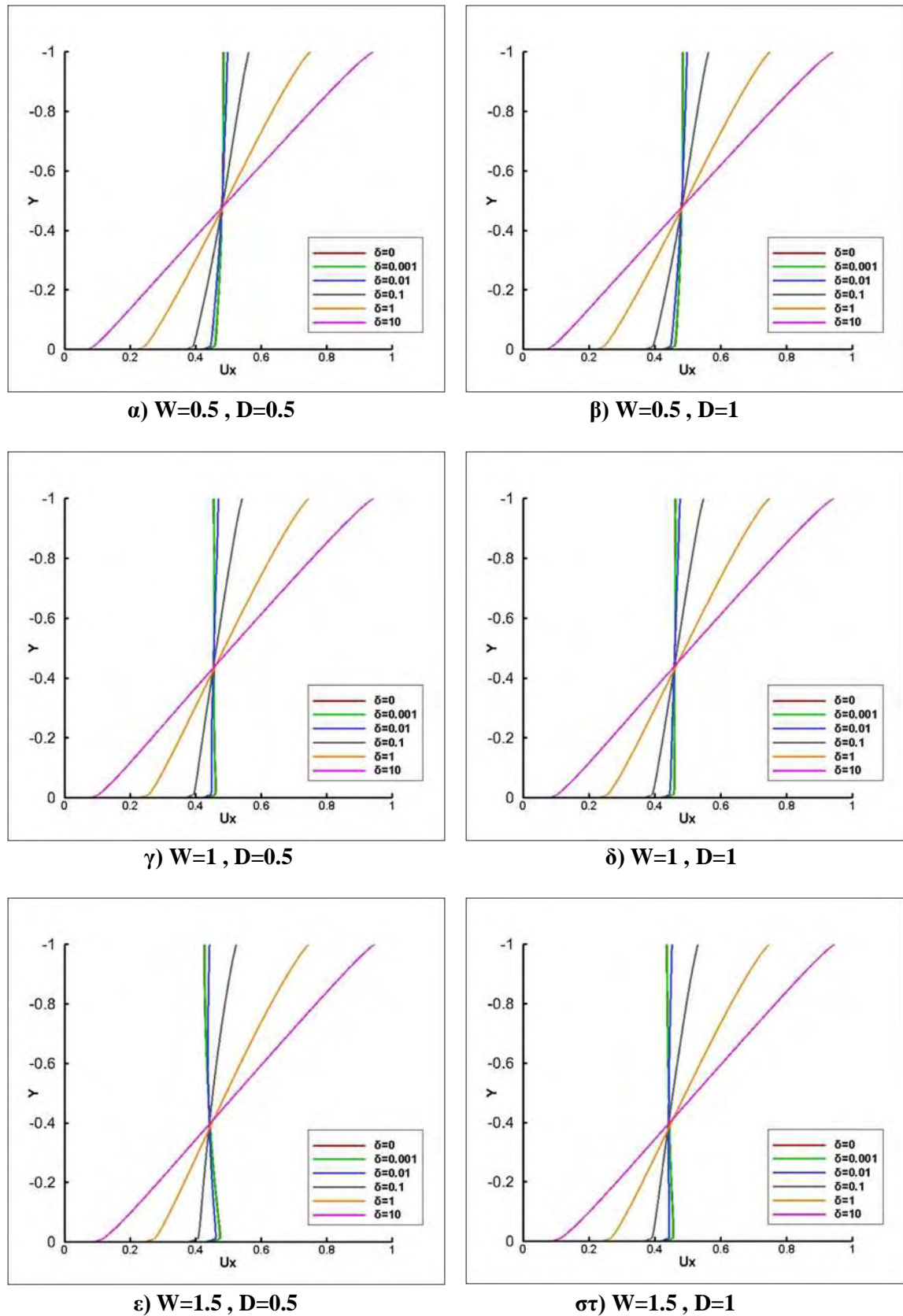
Σχήμα 68: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην είσοδο του καναλιού για $L=3$



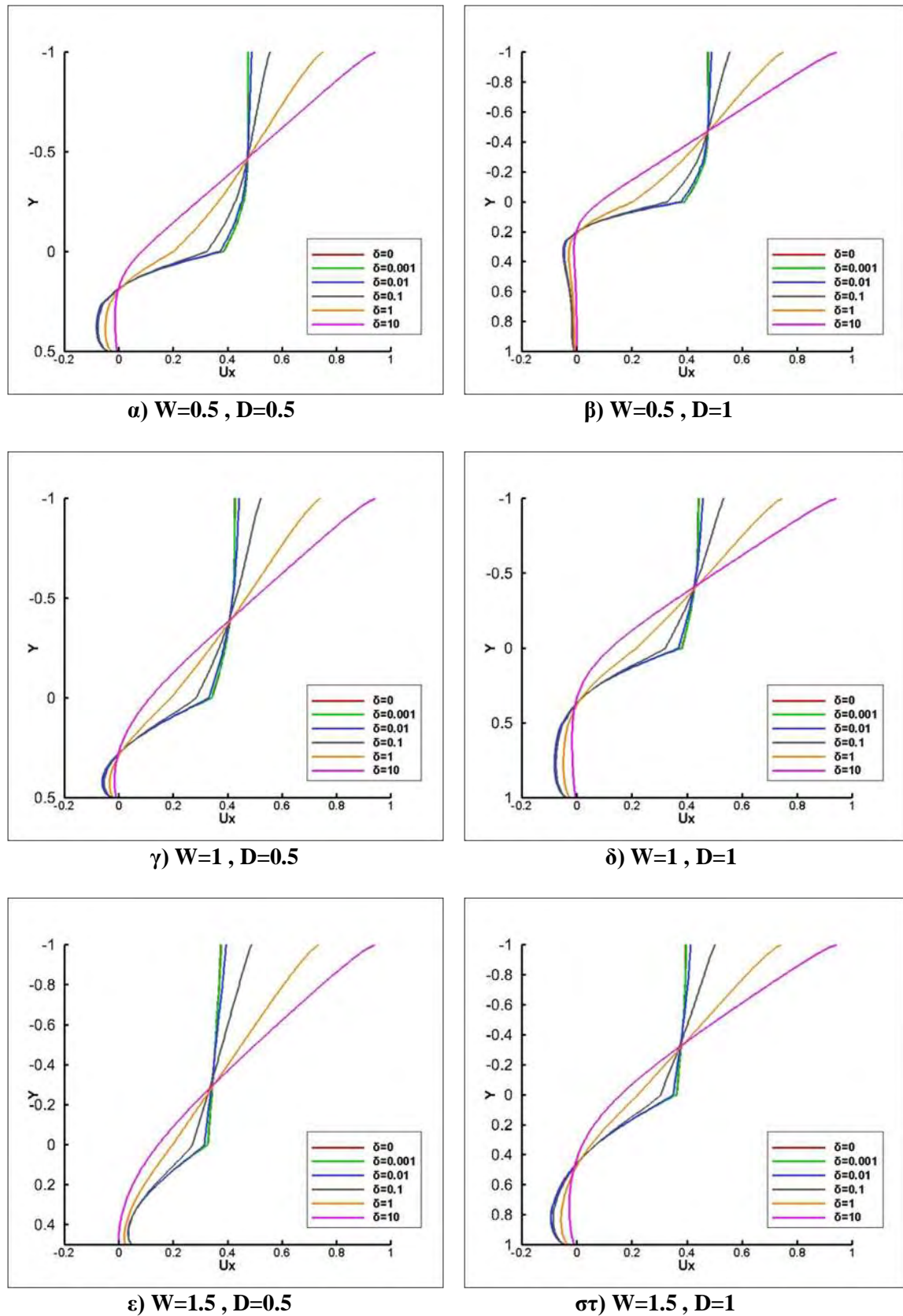
Σχήμα 69: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$



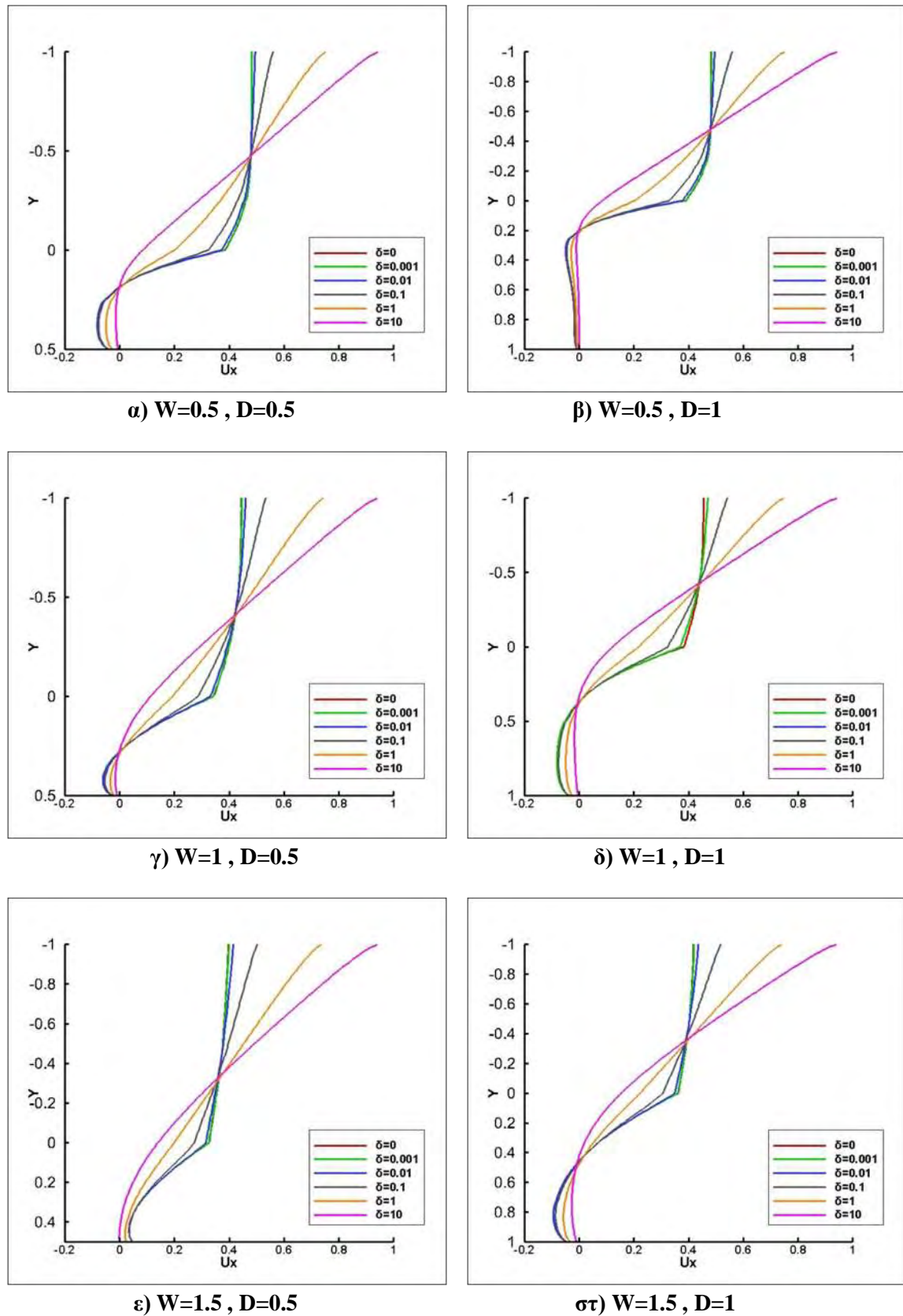
Σχήμα 70: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$



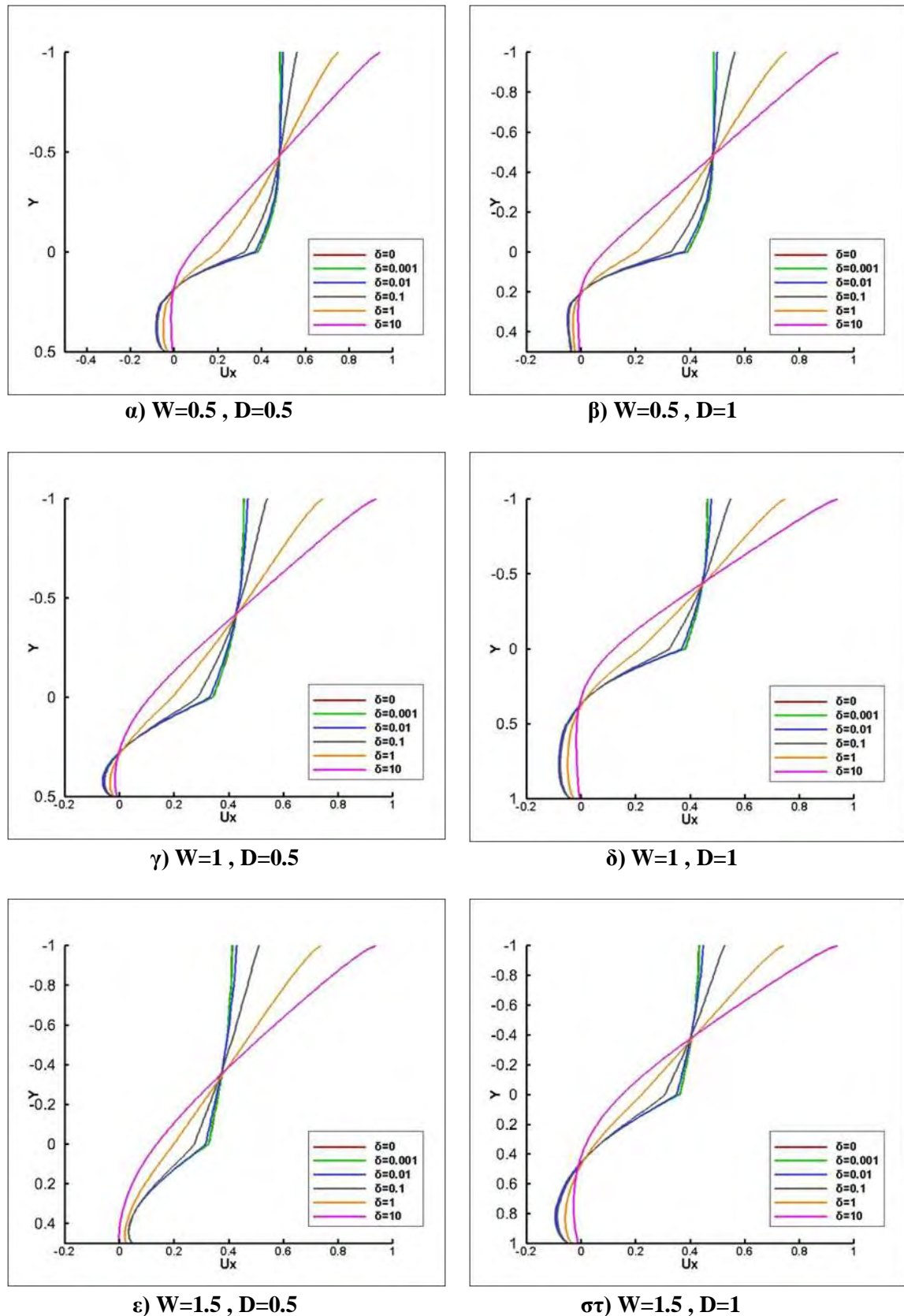
Σχήμα 71: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$



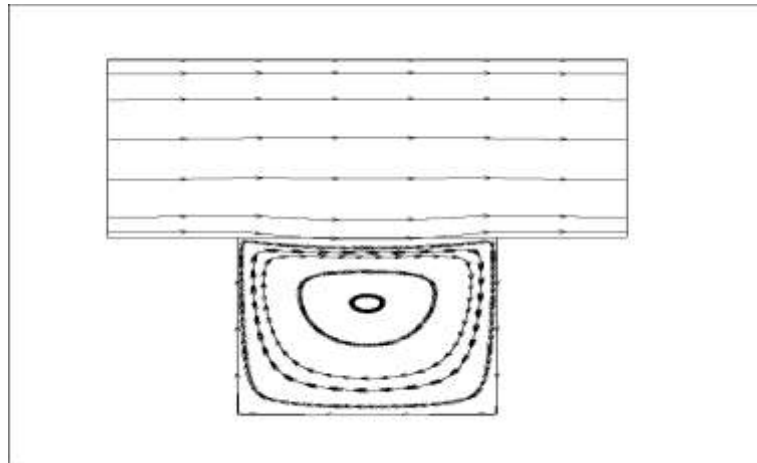
Σχήμα 72: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2$



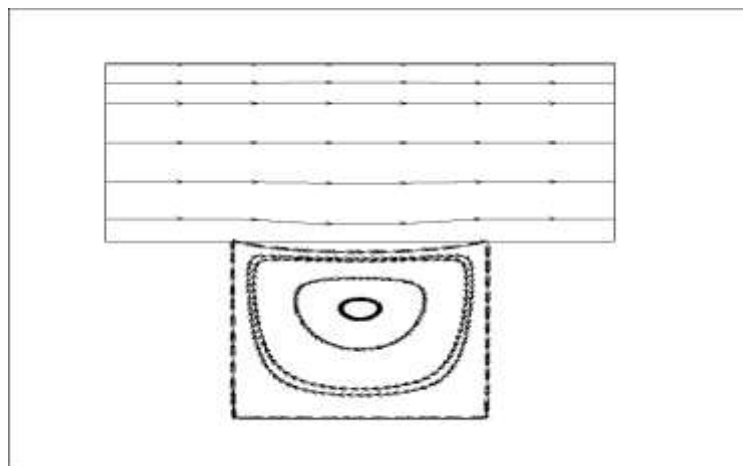
Σχήμα 73: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=2.5$



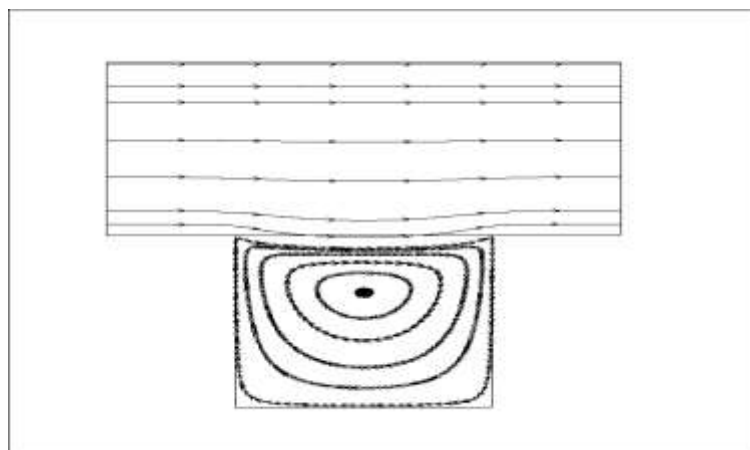
Σχήμα 74: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Couette στη μέση του καναλιού για $L=3$



(α) $\delta = 0.1$

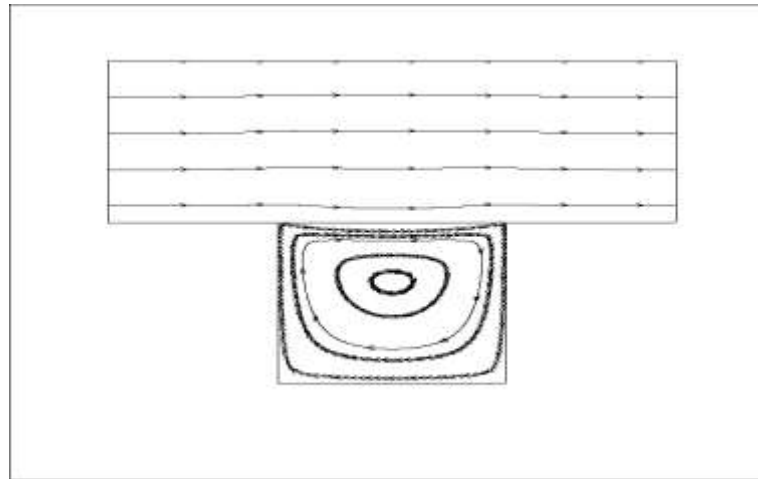


(β) $\delta = 1$

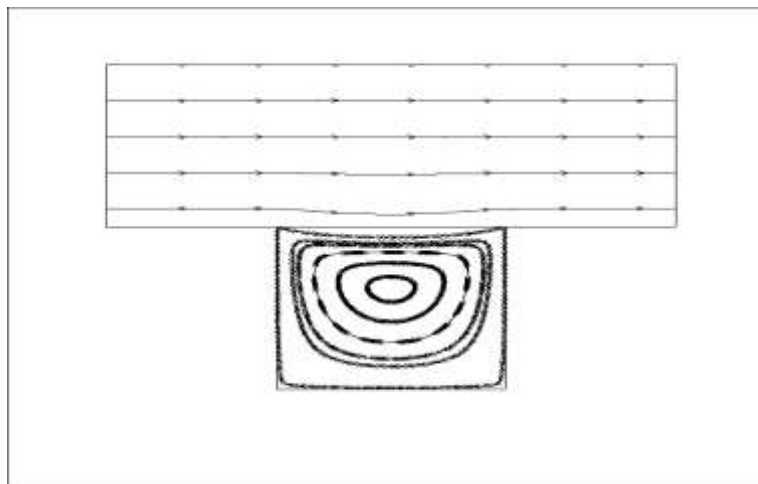


(γ) $\delta = 10$

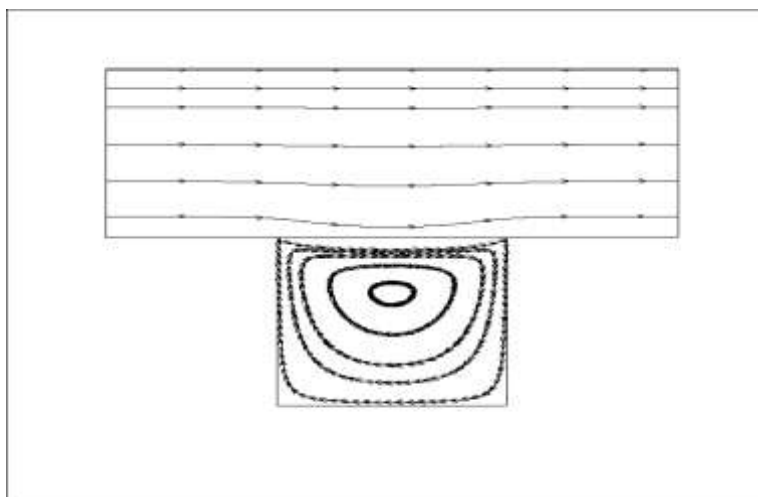
Σχήμα 75: Ροϊκές γραμμές για $L=2$, $W=1$, $D=1$



(α) $\delta = 0.1$

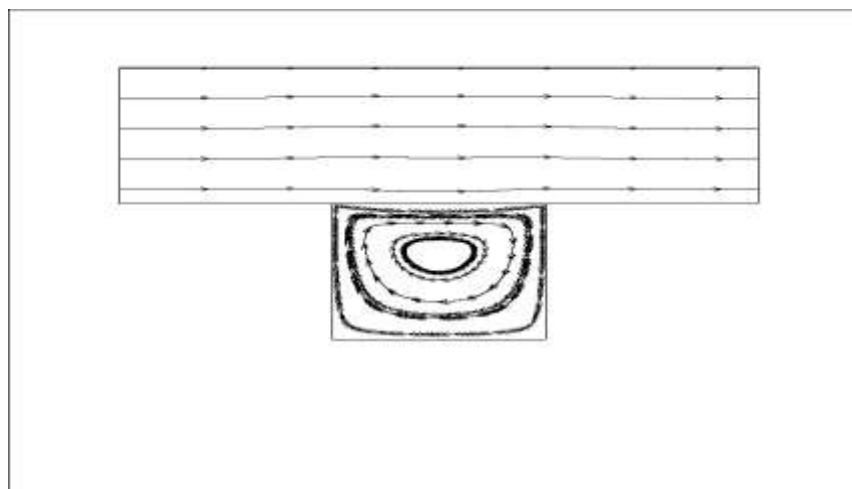


(β) $\delta = 1$

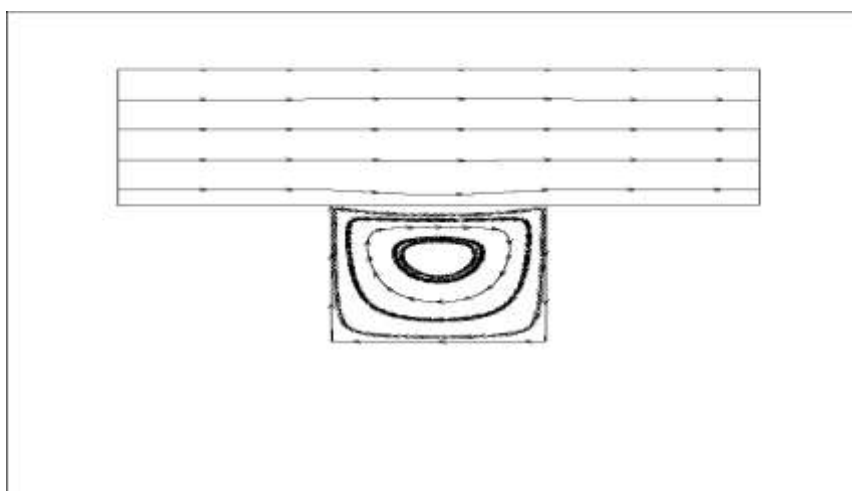


(γ) $\delta = 10$

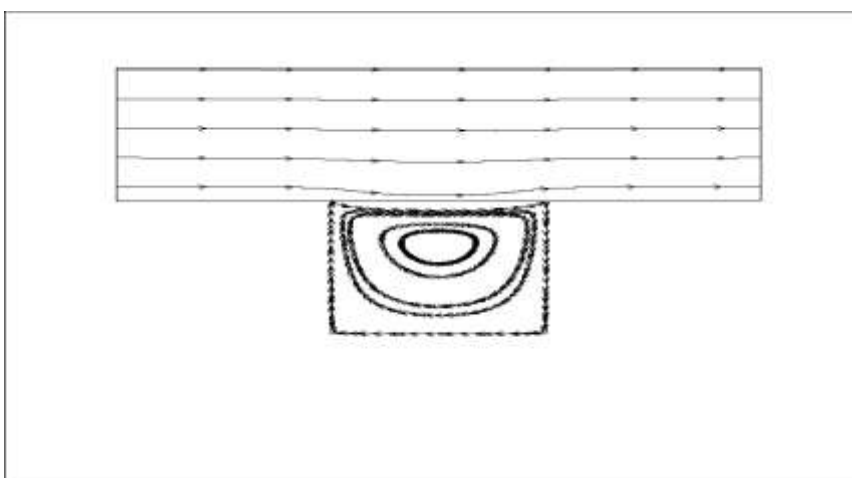
Σχήμα 76: Ροϊκές γραμμές για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$



(α) $\delta = 0.1$



(β) $\delta = 1$



(γ) $\delta = 10$

Σχήμα 77: Ροϊκές γραμμές για $L=3$, $W=1$, $D=1$

4.5 Εγκάρσια ροή Poiseuille

4.5.1 Αδιάστατη παροχή και συντελεστής οπισθέλκουσας

Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται οι τιμές της αδιάστατης παροχής συναρτήσει της παραμέτρου αραιώσης δ για την εγκάρσια ροή Poiseuille. Το ελάχιστο Knudsen[25] παρουσιάζεται για $\delta=1$ στην περίπτωση αυτή ενώ παρατηρείται ότι καθώς αυξάνονται τα μήκη L και W η παροχή αυξάνεται και μειώνεται αντίστοιχα. Τέλος καθώς αυξάνεται το D για $\delta=0,10^{-3}$ η παροχή αυξάνεται ενώ για τις υπόλοιπες τιμές της παραμέτρου δ μειώνεται.

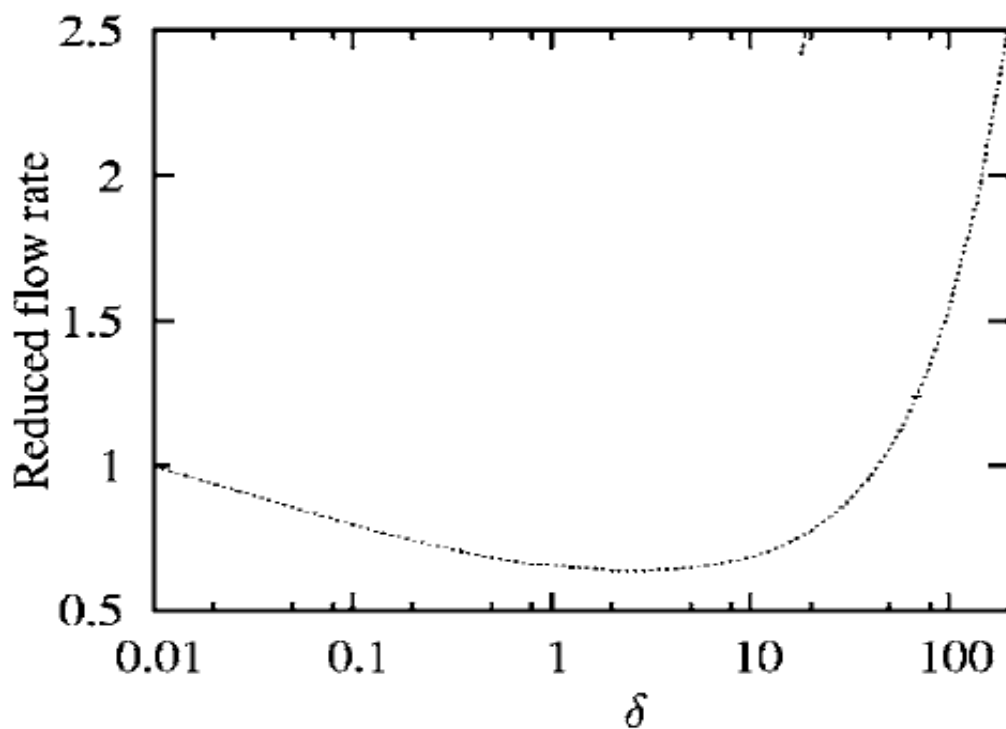
| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|--------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 3,211 | 3,157 | 2,815 | 1,976 | 1,511 | 2,766 | 15,544 |
| 2 | 0.5 | 1 | 3,212 | 3,158 | 2,814 | 1,975 | 1,509 | 2,752 | 15,433 |
| 2 | 1 | 0.5 | 3,149 | 3,096 | 2,760 | 1,945 | 1,534 | 2,996 | 17,228 |
| 2 | 1 | 1 | 3,159 | 3,106 | 2,769 | 1,953 | 1,539 | 2,984 | 16,625 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 3,159 | 3,107 | 2,777 | 1,983 | 1,651 | 3,523 | 20,918 |
| 2 | 1.5 | 1 | 3,159 | 3,107 | 2,775 | 1,978 | 1,641 | 3,514 | 20,856 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 3,227 | 3,173 | 2,829 | 1,988 | 1,516 | 2,754 | 15,450 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 3,227 | 3,173 | 2,828 | 1,986 | 1,513 | 2,740 | 15,340 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 3,183 | 3,129 | 2,789 | 1,961 | 1,532 | 2,927 | 16,742 |
| 2.5 | 1 | 1 | 3,191 | 3,137 | 2,796 | 1,968 | 1,535 | 2,914 | 16,625 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 3,171 | 3,119 | 1,219 | 1,241 | 1,617 | 3,312 | 19,412 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 3,173 | 3,120 | 2,785 | 1,980 | 1,610 | 3,301 | 19,333 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 3,239 | 3,184 | 2,839 | 1,996 | 1,520 | 2,746 | 15,387 |
| 3 | 0.5 | 1 | 3,239 | 3,184 | 2,838 | 1,993 | 1,517 | 2,732 | 15,277 |
| 3 | 1 | 0.5 | 3,202 | 3,148 | 2,806 | 1,974 | 1,530 | 2,880 | 16,428 |
| 3 | 1 | 1 | 3,208 | 3,154 | 2,811 | 1,978 | 1,533 | 2,867 | 16,313 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 3,193 | 3,139 | 2,801 | 1,985 | 1,594 | 3,171 | 18,496 |
| 3 | 1.5 | 1 | 3,196 | 3,142 | 2,802 | 1,984 | 1,588 | 3,160 | 18,408 |

Πίνακας 23: Αδιάστατη παροχή εγκάρσιας ροής Poiseuille

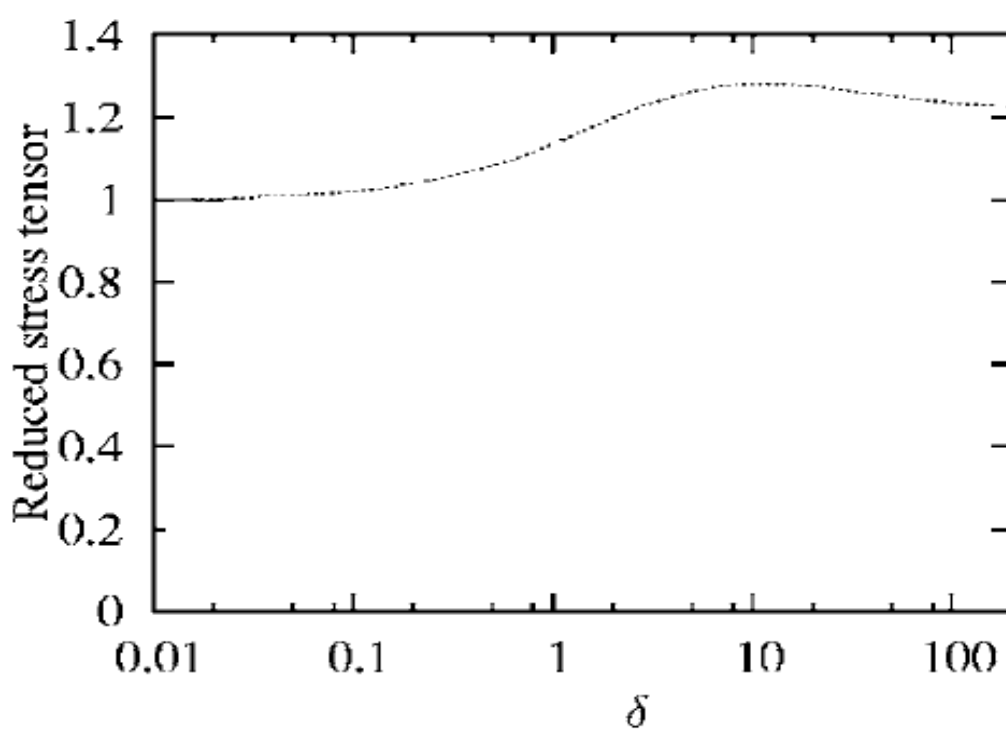
Στη συνέχεια ακολουθεί ο αντίστοιχος πίνακας με τις τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας για την εγκάρσια ροή Poiseuille. Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής αυξάνεται για δ από 0 έως και 10 όπου αποκτά μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια για $\delta=100$ μειώνεται. Καθώς αυξάνεται το μήκος επανάληψης της γεωμετρίας L ο συντελεστής αυξάνεται για τιμές του δ από 0 έως 1 ενώ μειώνεται για $\delta=10$ και $\delta=100$. Αυξάνοντας το μήκος της κοιλότητας W παρατηρείται διαφορετική συμπεριφορά ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου δ . Για $0 \leq \delta \leq 10^{-1}$ ο συντελεστής μειώνεται ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις αυξάνεται. Τέλος, εξετάζεται η επίδραση της αύξησης του βάθους της κοιλότητας όπου παρατηρείται ότι η οπισθέλκουσα μειώνεται για δ από 0 έως 10^{-1} ενώ για $\delta=1$ έως 100 αυξάνεται.

| L | W | D | δ | | | | | | |
|-----|-----|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|
| | | | 0 | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 100 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0,470 | 0,470 | 0,471 | 0,476 | 0,488 | 0,488 | 0,393 |
| 2 | 0.5 | 1 | 0,471 | 0,471 | 0,472 | 0,477 | 0,489 | 0,488 | 0,393 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0,436 | 0,436 | 0,438 | 0,449 | 0,483 | 0,499 | 0,403 |
| 2 | 1 | 1 | 0,443 | 0,443 | 0,445 | 0,456 | 0,488 | 0,500 | 0,400 |
| 2 | 1.5 | 0.5 | 0,414 | 0,414 | 0,417 | 0,436 | 0,493 | 0,522 | 0,420 |
| 2 | 1.5 | 1 | 0,415 | 0,415 | 0,418 | 0,436 | 0,493 | 0,522 | 0,420 |
| 2.5 | 0.5 | 0.5 | 0,476 | 0,476 | 0,477 | 0,480 | 0,490 | 0,487 | 0,392 |
| 2.5 | 0.5 | 1 | 0,477 | 0,477 | 0,478 | 0,481 | 0,491 | 0,487 | 0,392 |
| 2.5 | 1 | 0.5 | 0,449 | 0,449 | 0,450 | 0,459 | 0,486 | 0,496 | 0,399 |
| 2.5 | 1 | 1 | 0,455 | 0,455 | 0,456 | 0,464 | 0,489 | 0,497 | 0,400 |
| 2.5 | 1.5 | 0.5 | 0,431 | 0,431 | 0,434 | 0,449 | 0,494 | 0,513 | 0,413 |
| 2.5 | 1.5 | 1 | 0,432 | 0,320 | 0,434 | 0,449 | 0,494 | 0,513 | 0,412 |
| 3 | 0.5 | 0.5 | 0,480 | 0,480 | 0,481 | 0,484 | 0,491 | 0,487 | 0,392 |
| 3 | 0.5 | 1 | 0,481 | 0,481 | 0,481 | 0,484 | 0,492 | 0,487 | 0,392 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0,457 | 0,457 | 0,459 | 0,466 | 0,488 | 0,494 | 0,398 |
| 3 | 1 | 1 | 0,462 | 0,462 | 0,464 | 0,470 | 0,491 | 0,495 | 0,398 |
| 3 | 1.5 | 0.5 | 0,442 | 0,443 | 0,445 | 0,457 | 0,495 | 0,508 | 0,408 |
| 3 | 1.5 | 1 | 0,443 | 0,443 | 0,445 | 0,457 | 0,494 | 0,508 | 0,408 |

Πίνακας 22: Συντελεστής οπισθέλκουσας εγκάρσιας ροής Poiseuille

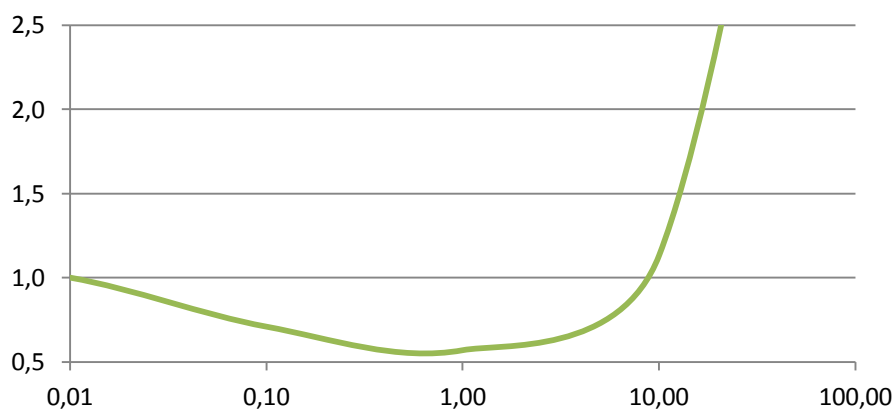


(a)

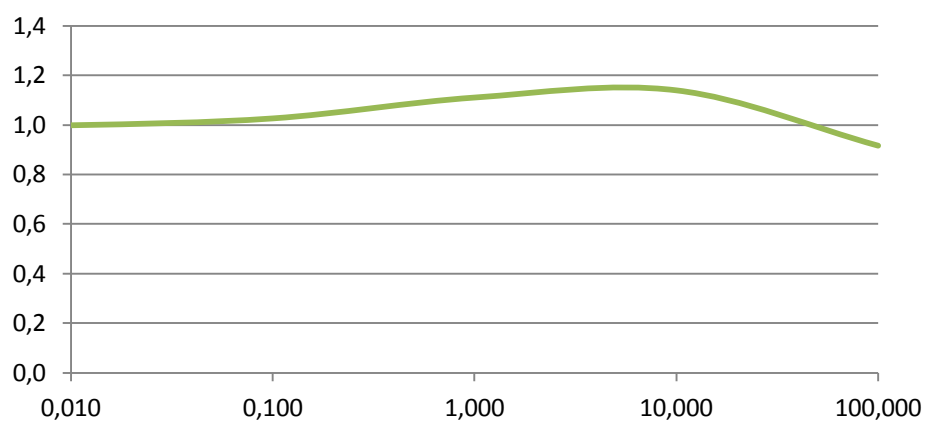


(b)

Σχήμα 78: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα εγκάρσιας ροής Poiseuille από τον F.Sharipov (α) αδιάστατου ρυθμού ροής, (β) συντελεστή οπισθέλκουσας



Σχήμα 79: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα αδιάστατου ρυθμού ροής για $L=3$, $W=1.5$, $D=0.5$



Σχήμα 80: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα συντελεστή οπισθέλκουσας για $L=2$, $W=0.5$, $D=0.5$

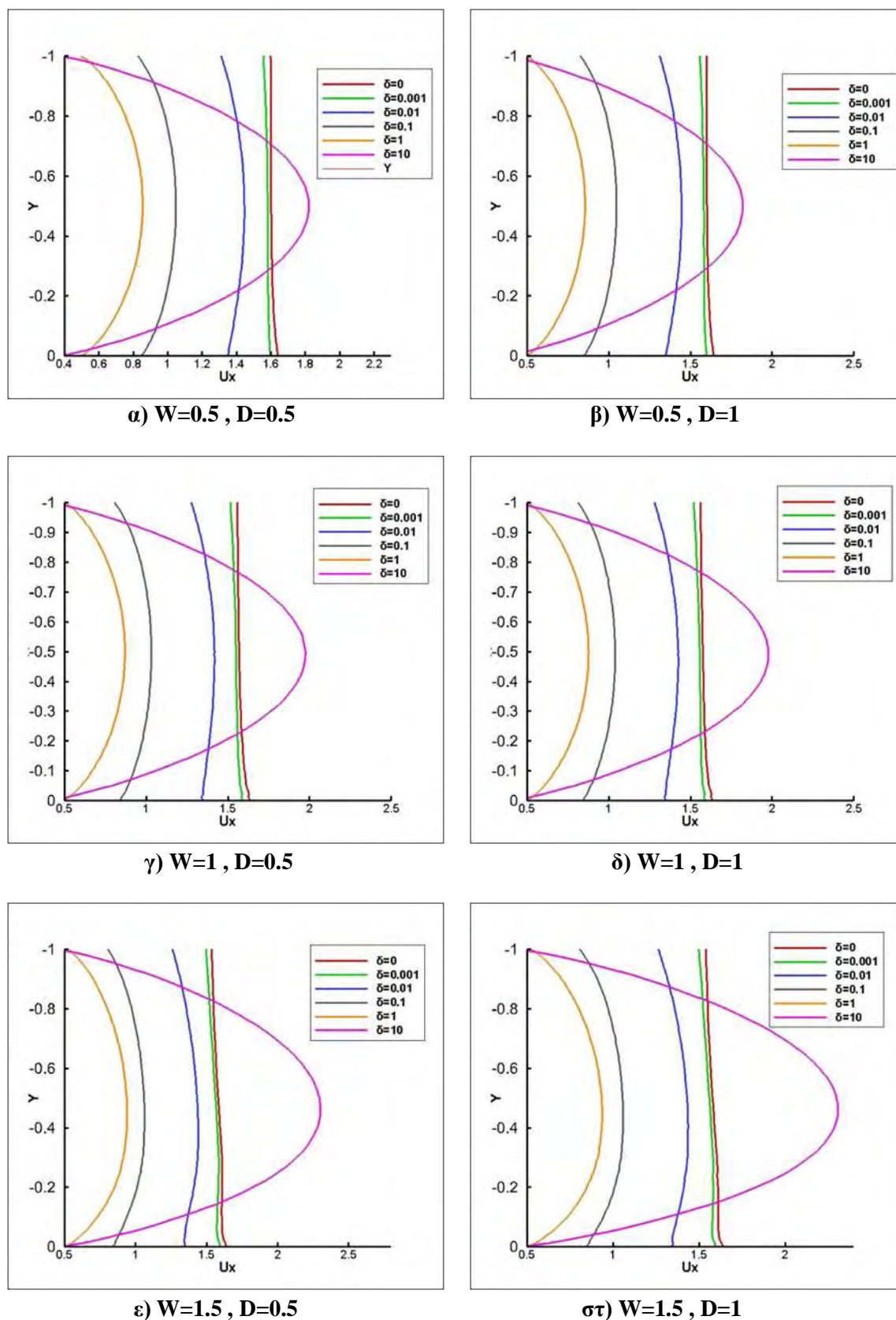
4.5.2 Κατανομή ταχύτητας

Στα Σχήματα 81, 82 και 83 που ακολουθούν παρουσιάζονται τα προφίλ της ταχύτητας u_x σε σχέση με τον παράμετρο δ στην είσοδο του καναλιού για την εγκάρσια ροή Poiseuille. Παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται το μήκος W αυξάνεται και η διακύμανση των τιμών της ταχύτητας. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται επίσης καθώς το δ αυξάνεται. Επίσης, στις καμπύλες για $\delta=10$ παρατηρούνται οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας στο κέντρο της εισόδου του καναλιού γεγονός που εξηγείται με την προσέγγιση της περιοχής του συνεχούς μέσου.

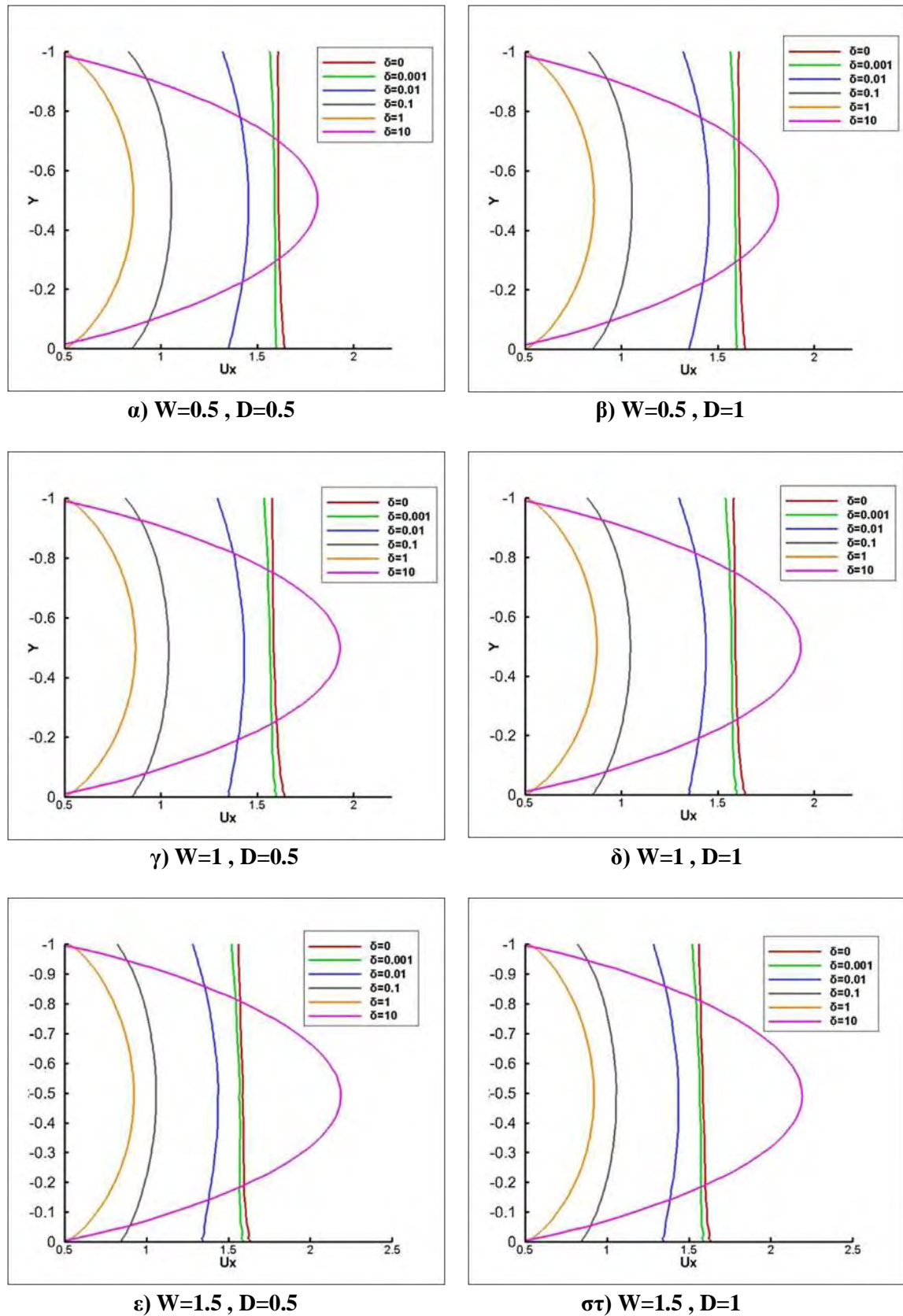
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα κατανομής ταχυτήτων στην αρχή της κοιλότητας (Σχήματα 84, 85, 86). Όπως παρατηρήθηκε σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις έτσι και την εγκάρσια ροή Poiseuille η κατανομή της ταχύτητας στο σημείο αυτό δε διαφέρει σημαντικά από την είσοδο του καναλιού.

Ακολούθως, παρατίθενται τα διαγράμματα κατανομής ταχυτήτων στη μέση του καναλιού (Σχήματα 87, 88, 89). Όπου βλέπουμε ότι η μεταβολή του L δεν επηρεάζει την κατανομή της ταχύτητας ενώ η αύξηση του W επηρεάζει την ταχύτητα μόνο για $\delta=10$ παίρνοντας χαμηλότερες τιμές.

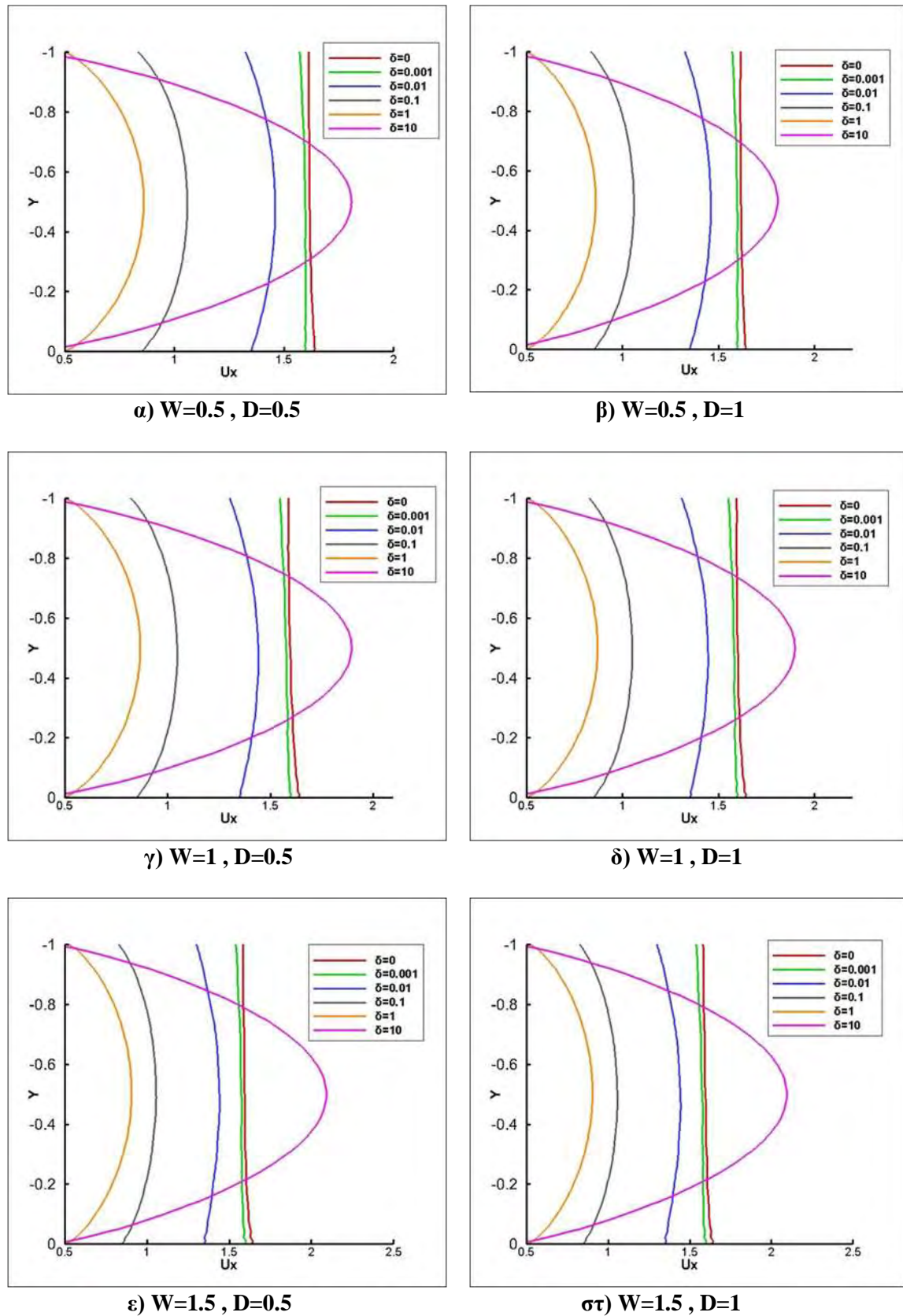
Τέλος, παρουσιάζονται τα διαγράμματα των ροϊκών γραμμών (Σχήματα 90, 91, 92) για την εγκάρσια ροή Poiseuille για συγκεκριμένη γεωμετρία μεταβάλλοντας το μήκος L όπου διακρίνεται ο σχηματισμός μίας κύριας δίνης στην περιοχή της κοιλότητας ενώ η ίδια συμπεριφορά επαναλαμβάνεται για κάθε τιμή του δ και του L . Ο σχηματισμός της δίνης αυτής είναι και σε αυτή την περίπτωση αναμενόμενος έχοντας μελετήσει τη ροή αερίου σε ορθογωνική κοιλότητα[17].



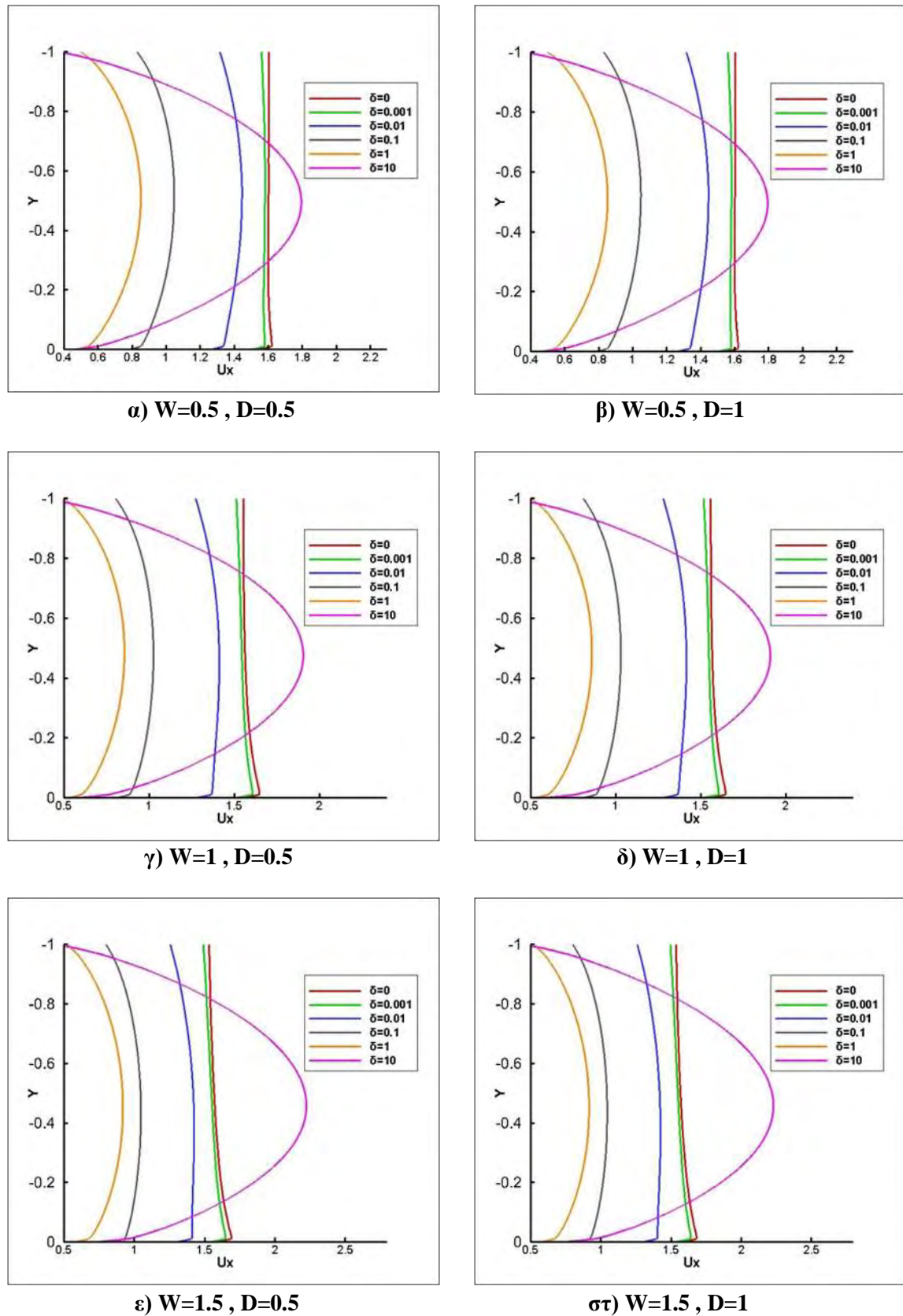
Σχήμα 81: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2$



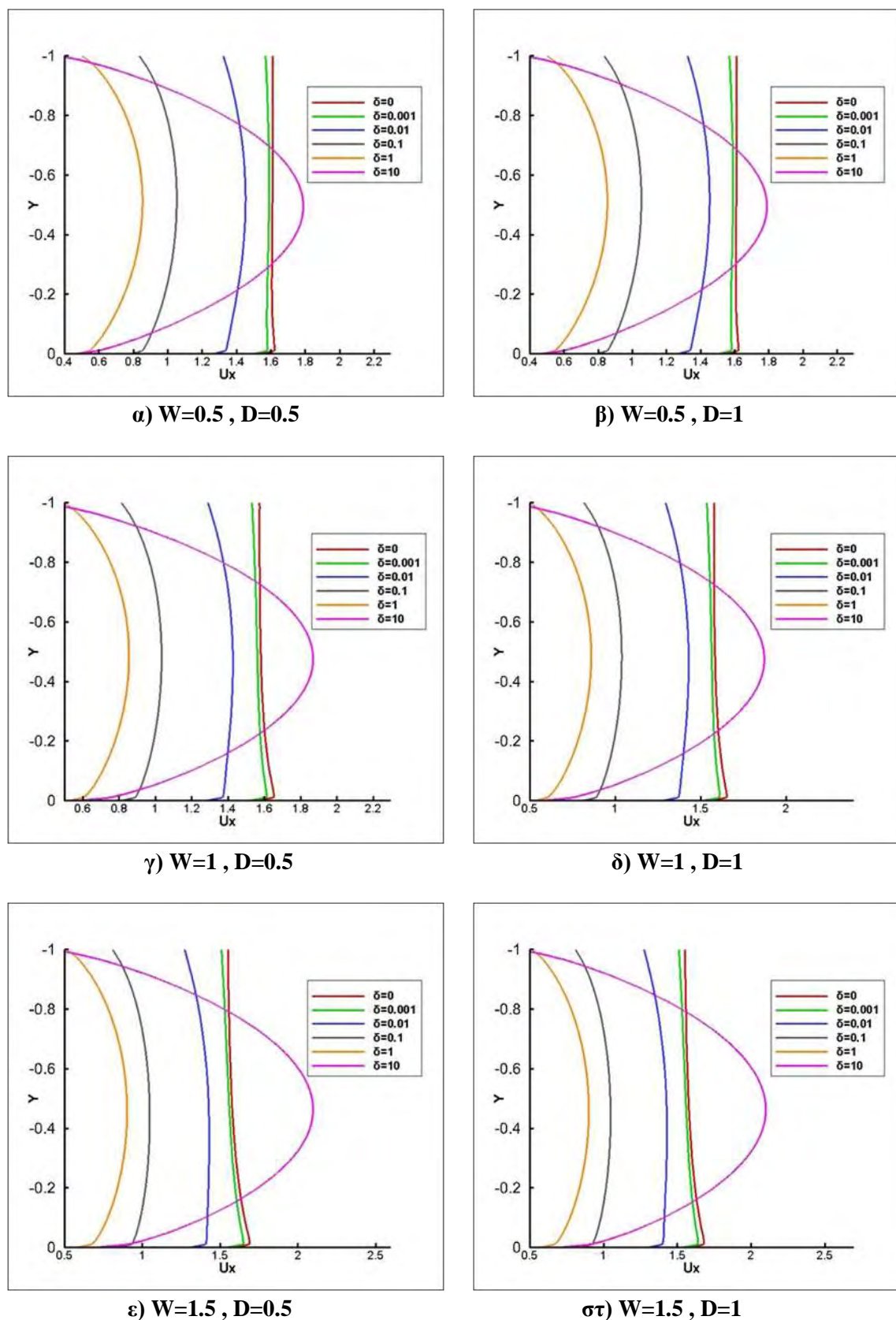
Σχήμα 82: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=2.5$



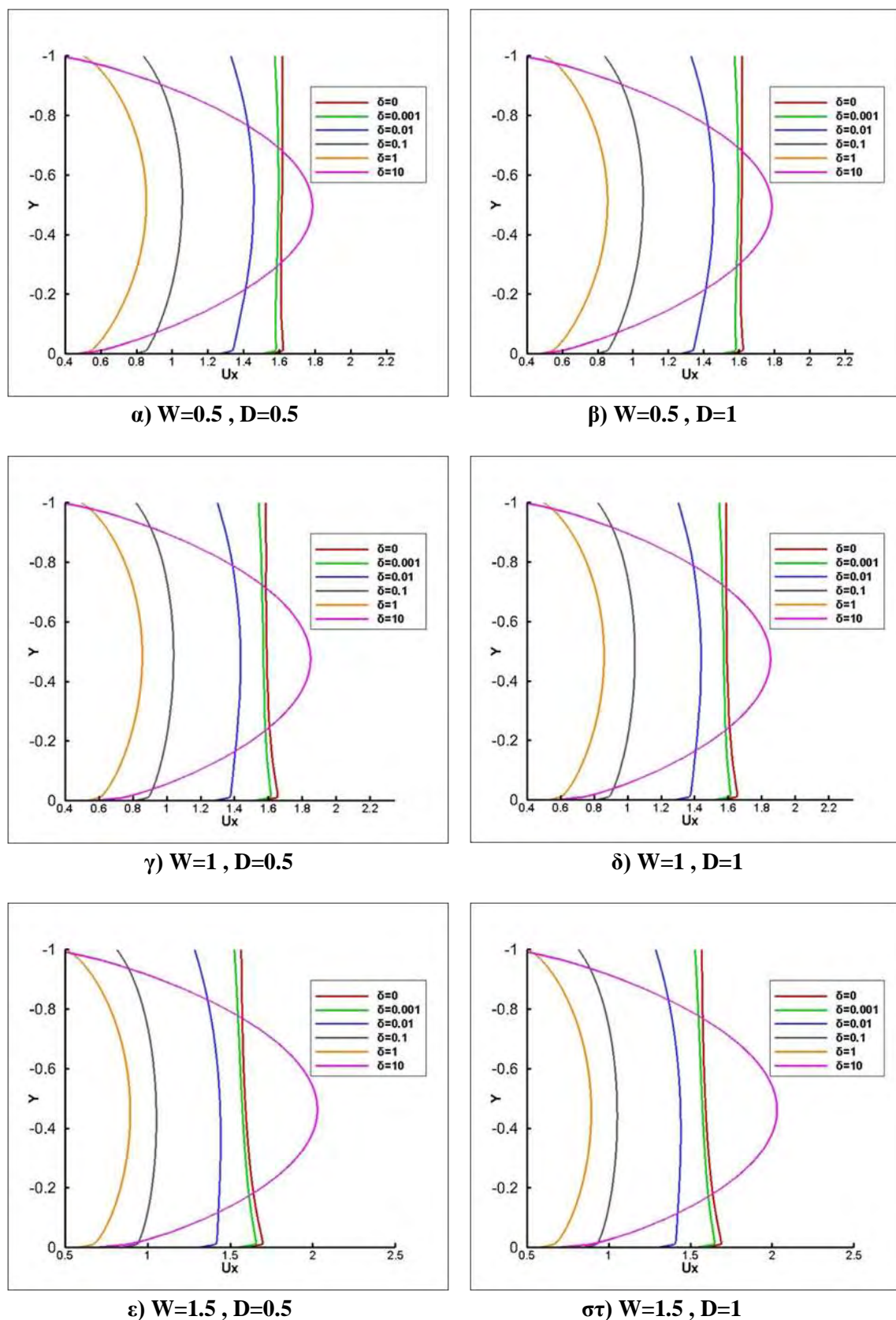
Σχήμα 83: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην είσοδο του καναλιού για $L=3$



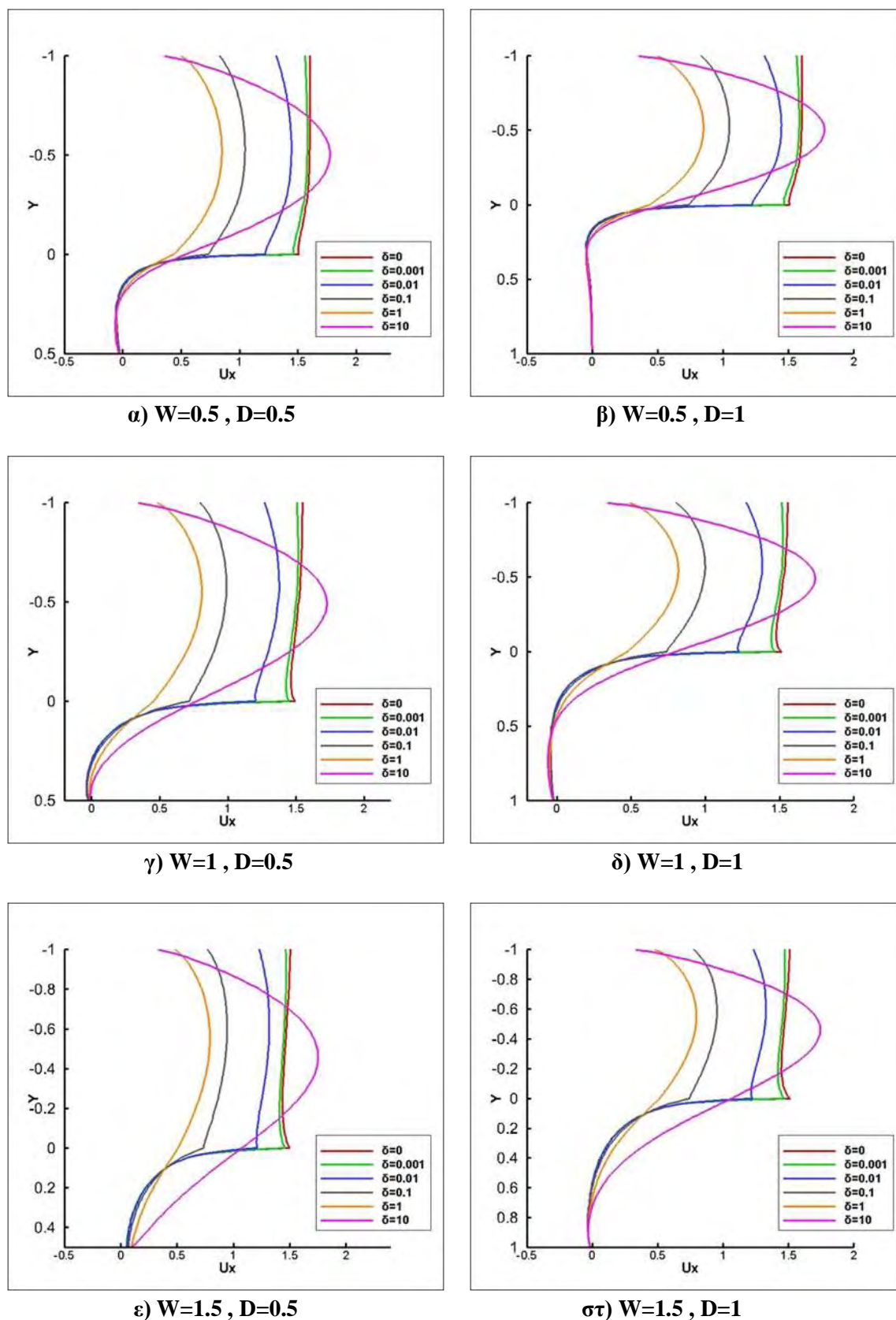
Σχήμα 84: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2$



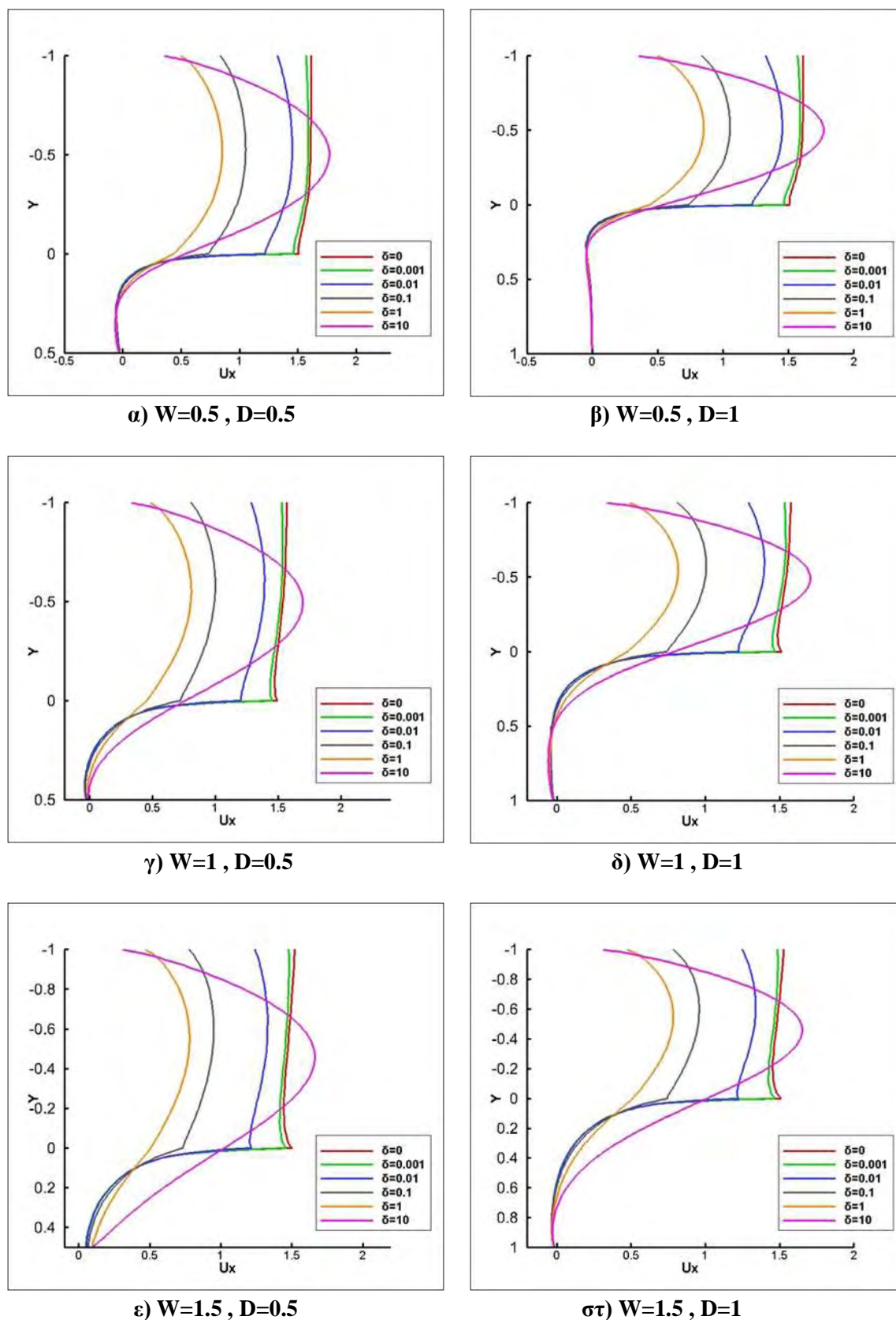
Σχήμα 85: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=2.5$



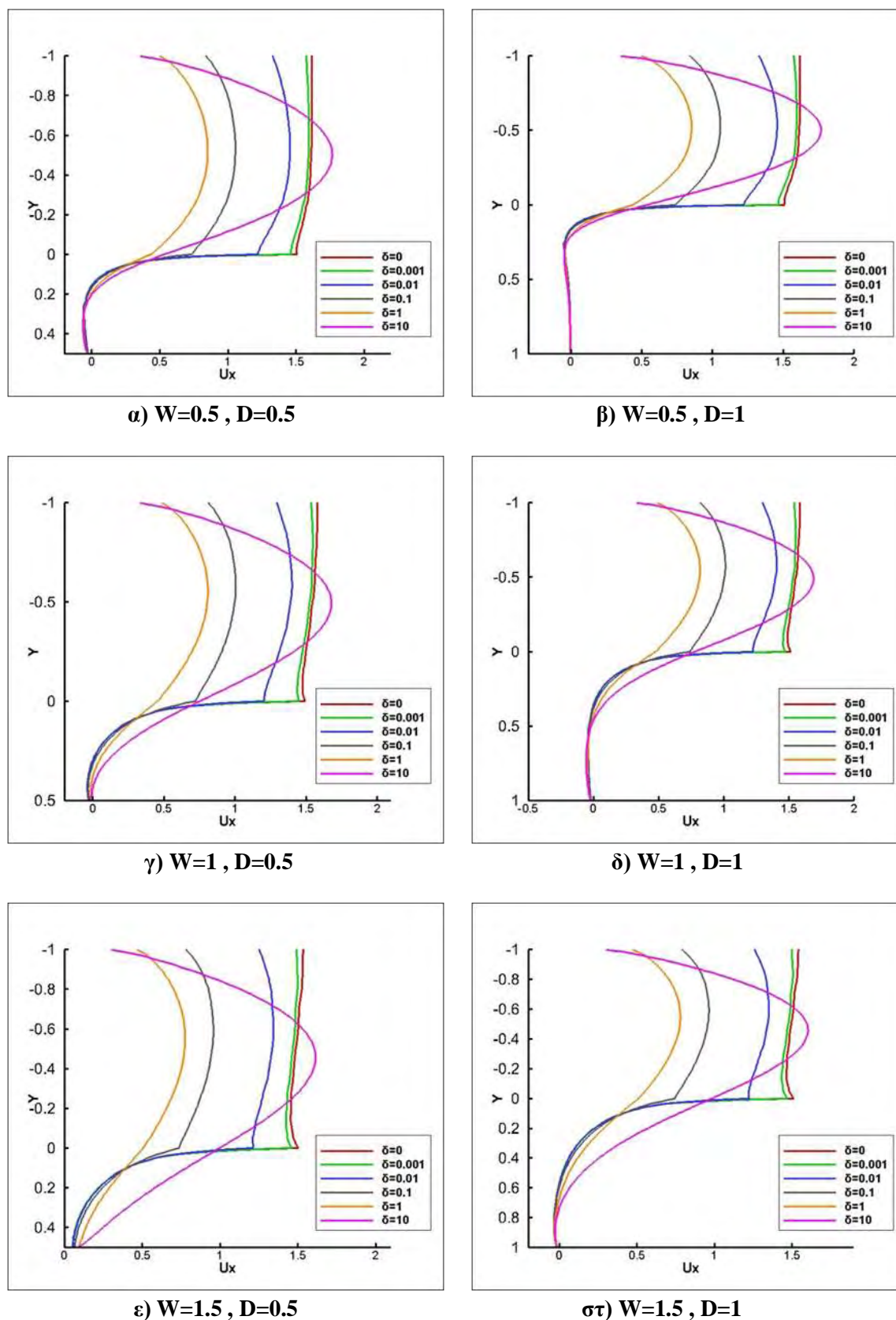
Σχήμα 86: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στην αρχή της κοιλότητας για $L=3$



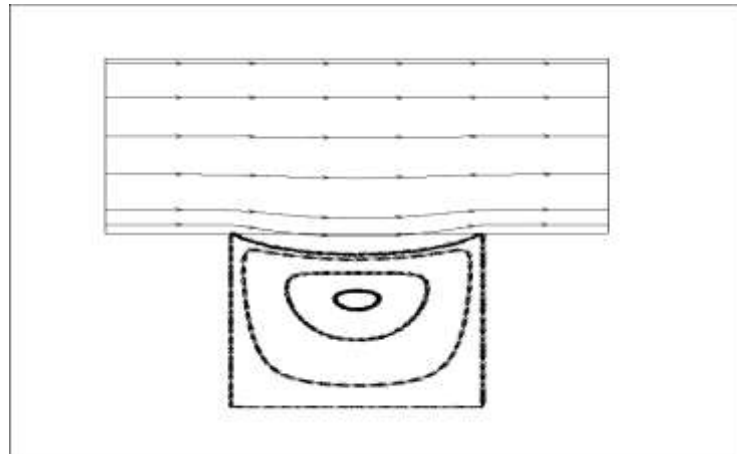
Σχήμα 87: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2$



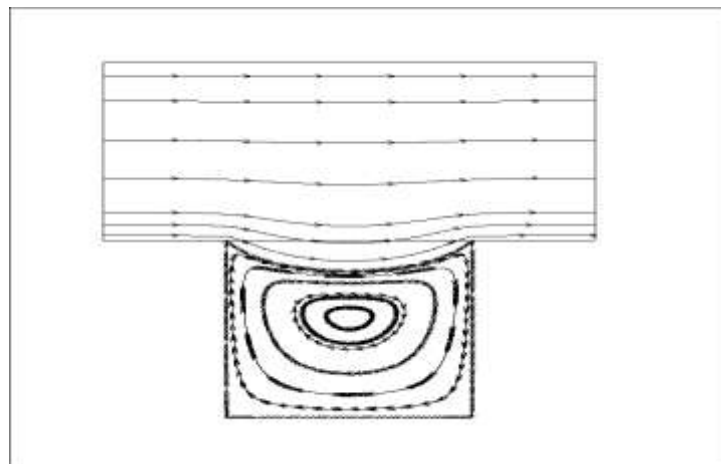
Σχήμα 88: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=2.5$



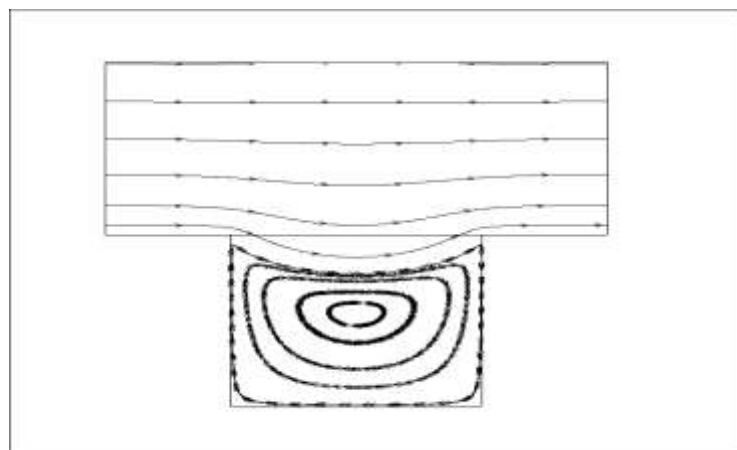
Σχήμα 89: Κατανομή ταχύτητας εγκάρσιας ροής Poiseuille στη μέση του καναλιού για $L=3$



(α) $\delta = 0.1$

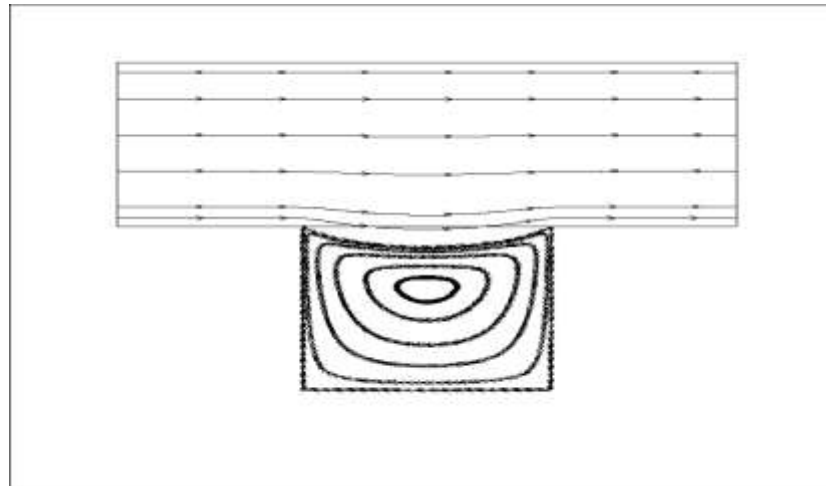


(β) $\delta = 1$

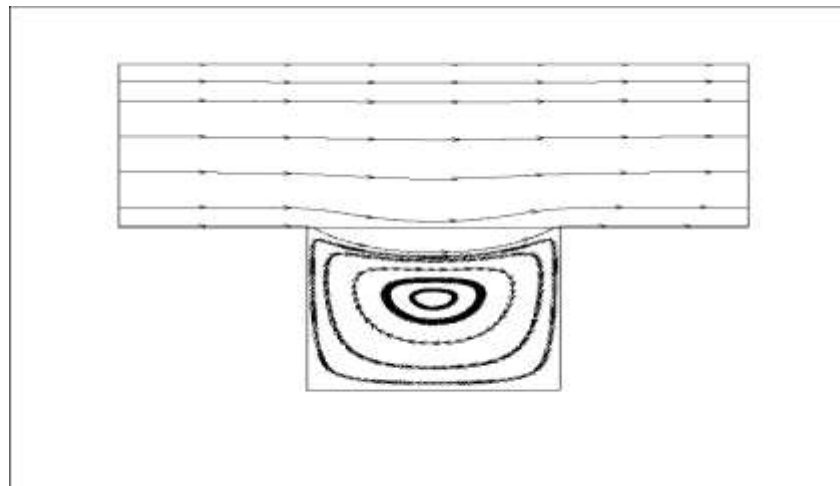


(γ) $\delta = 10$

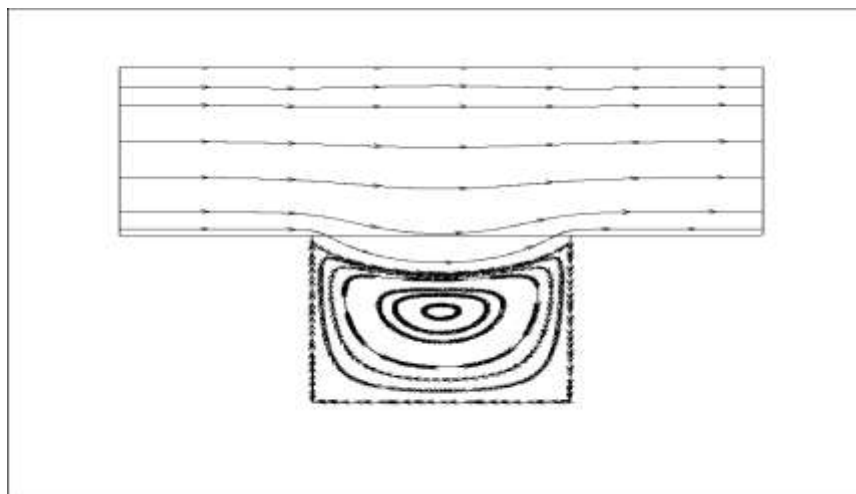
Σχήμα 90: Ροϊκές γραμμές για $L=2$, $W=1$, $D=1$



(α) $\delta = 0.1$

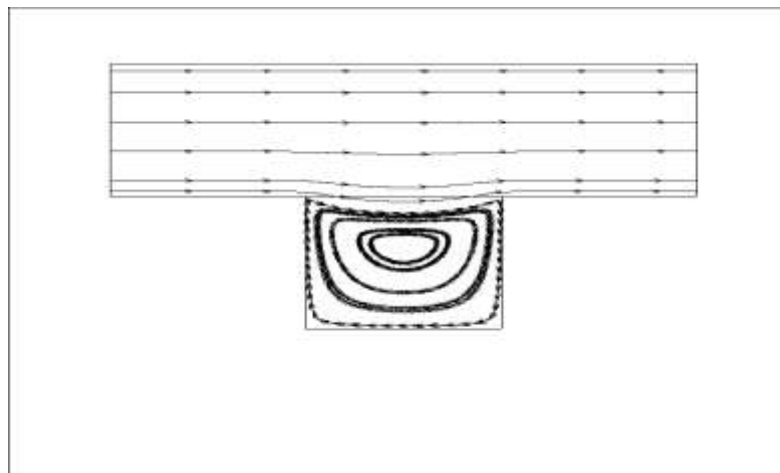


(β) $\delta = 1$

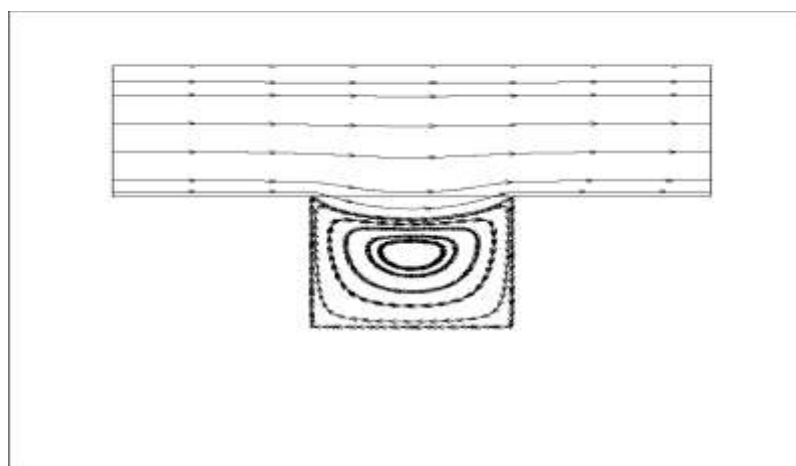


(γ) $\delta = 10$

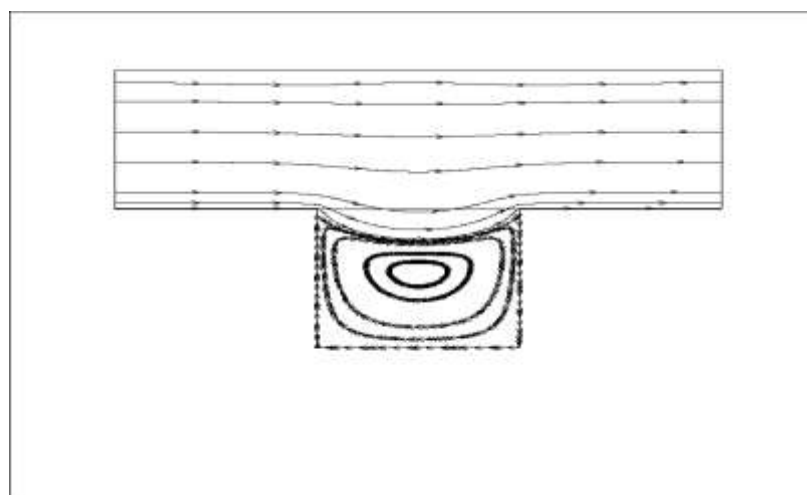
Σχήμα 92: Ροϊκές γραμμές για $L=2.5$, $W=1$, $D=1$



(α) $\delta = 0.1$



(β) $\delta = 1$



(γ) $\delta = 10$

Σχήμα 93: Ροϊκές γραμμές για $L=3$, $W=1$, $D=1$

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα και προτάσεις

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται η προσομοίωση της ροής μίας Holweck αντλίας κενού. Για την επίλυση της συγκεκριμένης ροής γίνεται ανάλυση του αρχικού προβλήματος ροής σε τέσσερα υποπροβλήματα. Οι ροές που επιλύονται είναι οι διαμήκεις και εγκάρσιες ροές Couette και Poiseuille.

Σε κάθε ένα πρόβλημα ροής που προέκυψε έγινε η επίλυση της κινητικής εξίσωσης Boltzmann μοντελοποιώντας τον όρο των συγκρούσεων με το μοντέλο BGK εφαρμόζοντας τη μέθοδο των διακριτών ταχυτήτων σε κώδικα γεωμετρίας αυλακωτού καναλιού (grooved channel). Κατά την επίλυση έγινε μεταβολή των παραμέτρων του προβλήματος οι οποίες αφορούσαν κυρίως τη γεωμετρία της περιοχής επίλυσης και την παράμετρο αραιοποίησης δ , καλύπτοντας όλο το φάσμα του αριθμού Knudsen, για να μελετηθεί η επίδραση τους στα μακροσκοπικά μεγέθη του προβλήματος.

Τα μακροσκοπικά μεγέθη τα οποία εξετάστηκαν ήταν η αδιάστατη παροχή, ο συντελεστής οπισθέλκουσας και οι μακροσκοπικές ταχύτητες (u_x ή u_z ανάλογα με την περίπτωση που εξετάστηκε). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι παράμετροι του προβλήματος έχουν σημαντικότερη επίδραση στον αδιάστατο ρυθμό ροής και στο συντελεστή της οπισθέλκουσας ενώ οι ταχύτητες επηρεάζονται σημαντικά από την παράμετρο αραιοποίησης δ και λιγότερο από τη γεωμετρία.

Τα αποτελέσματα των τεσσάρων ροών ενσωματώνονται ώστε μέσω μιας συγκεκριμένης διαδικασίας να προκύπτουν οι παράμετροι σχεδιασμού (throughput, pumping speed) της αντλίας Holweck.

Συμπερασματικά, με την παρούσα εργασία επιτυγχάνεται η προσομοίωση της ροής μιας αντλίας κενού μέσω της κινητικής εξίσωσης και τη σύγκριση αποτελεσμάτων με πειραματικά δεδομένα. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι αντλίες κενού χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών όπως η ιατρική, η αυτοκινητοβιομηχανία και πολλά άλλα επιστημονικά πεδία θα ήταν χρήσιμη μία περαιτέρω μελέτη των συγκεκριμένων συσκευών.

Θα μπορούσε να γίνει προσομοίωση της ροής μεταβάλλοντας παραμέτρους όπως η γωνιακή ταχύτητα του περιστρεφόμενου κυλίνδρου, η γεωμετρία, η κλίση των καναλιών, τα συστατικά το ρέοντος ρευστού και η θερμοκρασία του αερίου. Μέσω της προτεινόμενης προσομοίωσης θα μπορούσαν να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας των αντλιών κενού αυτού του τύπου.

Αναφορές

- [1] C Cercignani. Theory and Application of the Boltzmann Equation. Scottish Academic Press, Edinburgh, (1975).
- [2] G A Bird. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford University Press, Oxford, (1994).
- [3] F. Sharipov, V. Seleznev. Data on internal rarefied gas flows. American Institute of Physics and American Chemical Society [S0047-2689(98)00103-2] (1998).
- [4] F. Sharipov, P. Fahrenbach and A. Zipp, Numerical modeling of the Holweck pump. American Vacuum Society [DOI: 10.1116/1.1991882], (2005).
- [5] S. Giors and F. Subba, Multidimensional flow modeling of the compression test of a Gaede pump stage in the viscous regime. American Vacuum Society [DOI:10.1116/1.1705639], (2004).
- [6] T. Sawada and M. Nakamura, Spiral grooved visco-vacuum pumps with various drive shapes. Vacuum vol. 41, numbers 7-9, p. 1836, (1990).
- [7] G. Levi, Combination of turbomolecular pumping stages and molecular drag stages, Varian S.p.A. 10040, Leini, Torino Italy, (1991).
- [8] H.-P. Cheng, R.-Y. Jou, F.-Z. Chen and Y.-W. Chang, Three-dimensional flow analysis of spiral-grooved turbo booster pump in slip and continuum flow. American Vacuum Society, (2000).
- [9] J.-S. Heo and Y.-K. Hwang, Molecular transition and slip flows in the pumping channels of drag pumps. American Vacuum Society, (2000).
- [10] O. Boulon, R. Mathes, Flow modeling of a Holweck pump stage in the viscous regime. Vacuum, vol. 60, p. 73-83, (2001).
- [11] J.-S. Heo and Y.-K. Hwang, Spiral channel flows in a disk type drag pump. American Vacuum Society [DOI:10.1116/1.1342865], (2001).
- [12] Y.-K. Hwang and J.-S. Heo, Three dimensional rarefied flows in rotating helical channels. American Vacuum Society [DOI:10.1116/1.1350979], (2001).
- [13] J.-S. Heo and Y.-K. Hwang, Direct simulation of rarefied gas flows in rotating spiral channels. American Vacuum Society [DOI:10.1116/1.1472418], (2002).
- [14] S. Giors and F. Subba, Multidimensional flow modeling of the compression test of a Gaede pump stage in the viscous regime. American Vacuum Society [DOI:10.1116/1.1705639], (2004).

- [15] S. Naris , D. Valougeorgis. Boundary gas flow in a grooved channel via kinetic theory. *Physics of fluids* 19,067103 (2007).
- [16] S. Naris , D. Valougeorgis. Gas flow in a grooved channel due to pressure and temperature gradients. Draft paper No ICNMM2006-96225.
- [17] S. Naris , D. Valougeorgis. The driven cavity flow over the whole range of the Knudsen number. *Physics of fluids* 17,097106 (2005).
- [18] J Broadwell. Study of rarefied shear flow by the discrete velocity method. *J. Fluid Mech.*, 19:401-414, (1964).
- [19] H Cabannes. Couette flow for a gas with a discrete velocity distribution. *J Fluid Mech.*, 76:273-287, (1976).
- [20] Struchtrup, H., Torrihon, M. Higher order effects in rarefied channel flows. *Phys. Rev. E* **78**, 046301 (2008).
- [21] Lockerby, D.A., Reese, J.M.. On the modeling of isothermal gas flows at themicroscale. *J. FluidMech.* 604, 235–261 (2008).
- [22] Guo, Z.L., Shi, B.C., Zheng, C.G.: An extended Navier–Stokes formulation for gas flows in the Knudsen layer near a wall. *EPL* 80, 24001 (2007).
- [23] Xu, K., Liu, H.: A multiple-temperature kinetic model and its application to near continuum flows. *Commun. Comput.Phys.* 4, 1069–1085 (2008).
- [24] *Continuum Mech. Thermodyn.* 21: 345-360.DOI 10.1007/s00161-009-0121-5, (2009).
- [25] Xiao-Jun Gu · David R. Emerson · Gui-Hua Tang.Kramers' problem and the Knudsen minimum: a theoretical analysis using a linearized 26-moment approach. © Springer-Verlag (2009).
- [26] Νάρης Σ., Βαρούτης Σ., Βαλουγεώργης Δ. και Χαριτίδης Κ. Ροές και φαινόμενα μεταφοράς σε νάνο- και μικρο-αγωγούς κυκλικής και ορθογώνιας διατομής.
- [27] Christian Day. Size matters the vacuum systems of ITER and beyond. 10TH School of fusion physics and technology.
- [28] S. Naris. Linear code for grooved channel flow. Department of Mechanical Engineering University of Thessaly.
- [29] PFEIFFER Vacuum technology General.
- [30] PFEIFFER Vacuum technology Knowhow.
- [31] Fundamentals of vacuum technology .
- [32] Vaccum-guide.

[33] Ιστορία της Τεχνολογίας, History of Technical Knowledge and Technology:
<http://sfrang.com/historia/selida410.htm>

[34] Handbook of vacuum technology - Karl Jousten - Βιβλία Google:
<http://www.vacuum-guide.com/>

[35] WINTEK CORPORATION: <http://www.wintek-corp.com/>

[36] Condit Company: <http://www.conditcompany.com/index.html>

[37] Buzzle.com:
<http://www.buzzle.com/articles/vacuum-pump-basics-and-uses-of-industrial-vacuum-pump.html>

[38] Hullvac pump corporation: <http://www.hullvacpumps.com/applications.htm>

[39] Wikepidea