

Π.Μ.Σ Εφαρμοσμένης Οικονομικής
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



Διπλωματική εργασία:

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΕΡΙΟΔΙΚΗΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ
ΜΕ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΗ ΖΗΤΗΣΗ**

Αγλαΐα Θ. Μυλωνά

Επιβλέπων καθηγητής: **Επίκουρος καθηγητής Ηλίας Κεβόρκ**

Βόλος, 2011



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

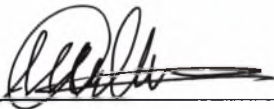
Αριθ. Εισ.: 9616/1
Ημερ. Εισ.: 06-07-2011
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: Δ
518.282
ΜΥΛ

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιούνιος 2011

Η δηλούσα



ΜΥΛΟΝΑ ΑΓΛΑΪΑ

Στην οικογένεια μου...

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία αποτελεί διπλωματική εργασία στα πλαίσια του μεταπτυχιακού προγράμματος «Εφαρμοσμένη Οικονομική» του τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αισθάνομαι την υποχρέωση να ευχαριστήσω ορισμένους από τους ανθρώπους που γνώρισα, συνεργάστηκα μαζί τους και έπαιξαν πολύ σημαντικό ρόλο στην πραγματοποίησή της.

Πρώτο από όλους θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής εργασίας, Επίκουρο καθηγητή Ηλία Κεβόρκ, για την πολύτιμη καθοδήγησή του, την εμπιστοσύνη, την ενθάρρυνση, την υπομονή και την εκτίμηση που μου έδειξε καθ' όλη την διάρκεια διεκπεραίωσής της. Ιδιαίτερες ευχαριστίες θέλω να απευθύνω στον Καθηγητή Γεώργιο Χάλκο, διευθυντή του μεταπτυχιακού προγράμματος, για την ουσιαστική συμβολή του και την άμεση ανταπόκρισή του σε οποιοδήποτε πρόβλημα ανέκυπτε στο συγκεκριμένο μεταπτυχιακό πρόγραμμα. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές προπτυχιακού και μεταπτυχιακού του τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, οι οποίοι στάθηκαν σημαντικοί αρωγοί στην προσπάθειά μου και με υποστήριξαν σε κάθε φάση της φοιτητικής μου πορείας. Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου, που όλα αυτά τα χρόνια μου συμπαραστέκονται ηθικά και οικονομικά έτσι ώστε να επεκτείνω τις γνώσεις μου. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στους φίλους μου για την απέραντη υποστήριξη που έχω λάβει από αυτούς.

Περιεχόμενα

| | |
|--|---------|
| Περίληψη..... | σελ. 8 |
| Κεφάλαιο 1 | |
| Εισαγωγικές έννοιες..... | σελ. 9 |
| 1.1 Χρήσιμοι ορισμοί..... | σελ. 10 |
| 1.2 Συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων..... | σελ. 11 |
| 1.2.1 Σύστημα περιοδικής επιθεώρησης (Periodic review system)..... | σελ. 11 |
| 1.2.2 Σύστημα συνεχούς επιθεώρησης (Continuous review system)..... | σελ. 13 |
| 1.2.3 Συστήματα just-in-time..... | σελ. 14 |
| 1.2.4 Σύστημα αποθεμάτων μιας περιόδου (Newsboy problem)..... | σελ. 14 |
| 1.3 Παράγοντες που επηρεάζουν άμεσα τα συστήματα των αποθεμάτων..... | σελ. 16 |
| 1.4 Αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στα υποδείγματα επιθεώρησης αποθεμάτων..... | σελ. 17 |
| 1.5 Στόχοι και σκοποί της έρευνας..... | σελ. 18 |
| Κεφάλαιο 2 | |
| Εκτίμηση της συνδιακύμανσης της στάθμης του αποθέματος..... | σελ. 20 |
| 2.1 Παρουσίαση του βασικού υποδείγματος..... | σελ. 20 |
| 2.2 Προσδιορισμός του στοκ ασφαλείας..... | σελ. 25 |
| 2.3 Αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1 ^{ου} βαθμού, AR(1)..... | σελ. 27 |
| 2.4 Υπό συνθήκη συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας για το AR(1)..... | σελ. 28 |
| 2.5 Τρόποι εκτίμησης του $Var(I_j)$ | σελ. 30 |
| 2.6 Περιγραφή μεθόδων εκτίμησης σ^2 | σελ. 33 |
| Κεφάλαιο 3 | |
| Δημιουργία σειρών προσομοίωσης και εφαρμογή των τεσσάρων μεθόδων..... | σελ. 36 |
| 3.1 Δημιουργία σειρών προσομοίωσης AR(1)..... | σελ. 36 |
| 3.2 Αναλυτική παρουσίαση μεθοδολογίας..... | σελ. 37 |
| 3.3 Προσδιορισμός και ανάλυση των αποτελεσμάτων του πίνακα συμπεριφοράς της περιοδικής επιθεώρησης..... | σελ. 42 |

Κεφάλαιο 4

| | |
|--|----|
| Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....σελ. | 49 |
| 4.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων μέσω πινάκων.....σελ. | 49 |

Κεφάλαιο 5

| | |
|---|----|
| Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα.....σελ. | 55 |
| 5.1 Συμπεράσματα.....σελ. | 55 |
| 5.2 Περαιτέρω διερεύνηση του θέματος.....σελ. | 56 |

| | |
|-----------------------|----|
| Βιβλιογραφία.....σελ. | 58 |
|-----------------------|----|

| | |
|----------------------------|----|
| Ξένη βιβλιογραφία.....σελ. | 58 |
|----------------------------|----|

| | |
|--------------------------------|----|
| Ελληνική βιβλιογραφία.....σελ. | 62 |
|--------------------------------|----|

Ευρετήριο πινάκων

| | |
|---|----|
| Πίνακας 1: Εντολές E-views για μια χρονολογική σειρά.....σελ. | 39 |
| Πίνακας 2: Εντολή εκτίμησης συντελεστών αυτοσυσχέτισης.....σελ. | 40 |
| Πίνακας 3: Συμπεριφορά περιοδικής επιθεώρησης.....σελ. | 41 |
| Πίνακας 4: Μεροληψία της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_j)$) από το πραγματικό υπόδειγμα.....σελ. | 50 |
| Πίνακας 5: Μεροληψία αρχικής στάθμης του αποθέματος (I_0) από το πραγματικό υπόδειγμα.....σελ. | 52 |
| Πίνακας 6: Μεροληψία στοκ ασφαλείας (θ) από το πραγματικό υπόδειγμα.....σελ. | 52 |
| Πίνακας 7: Αριθμός αρνητικών I_jσελ. | 53 |
| Πίνακας 8: Πιθανότητα έλλειψης αποθέματος (α).....σελ. | 54 |

Ευρετήριο διαγραμμάτων

| | |
|---|----|
| Διάγραμμα 1: Περιοδική επιθεώρηση αποθέματος.....σελ. | 21 |
|---|----|

Περίληψη

Η παρούσα εργασία ερευνά το σύστημα περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος στην περίπτωση όπου η ζήτηση που παρατηρείται σε ένα προϊόν αυτοσυσχετίζεται. Σκοπός της έρευνας αποτέλεσε η αξιολόγηση τεσσάρων μεθόδων, σχετικά με τον τρόπο εκτίμησης της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος. Προκειμένου να αξιολογηθούν αυτές οι μέθοδοι, κάναμε χρήση προσομοιωμένων σειρών βάσει της μεθόδου Monte-Carlo. Το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού (AR(1)) αποτέλεσε καθοριστικό παράγοντα, καθώς η εκτίμηση του $Var(I_j)$ διερευνάται στο στάσιμο αυτό υπόδειγμα. Τα συμπεράσματα στα οποία οδηγήθηκε η έρευνα προήλθαν έπειτα από σύγκριση της μέσης απόκλισης των εκτιμηθέντων τιμών τεσσάρων παραμέτρων, της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_j)$), της αρχικής στάθμης του αποθέματος (I_0), του στοκ ασφαλείας (θ) και την πιθανότητα έλλειψης αποθέματος (α) από τις αντίστοιχες πραγματικές. Συγκεκριμένα, παρατηρήσαμε πως όταν η εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος περιλαμβάνει τους συντελεστές αυτοσυσχετίσης (ρ_s) της κάθε προσομοιωμένης σειράς, τότε η αντίστοιχη μέθοδος οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα.

Abstract

The present study investigates the periodic-review inventory model where the demand of a product is serially-correlated. The purpose of the research was to evaluate four methods on how to estimate variance of the inventory level. To evaluate these methods, we use simulated series based on the method of Monte-Carlo. The autoregressive model AR(1) was a key factor, as the estimation of $Var(I_j)$ is investigated in this stationary model. The conclusions of this study came from a comparison of standard deviations of the estimated figures of four parameters, the variance of the inventory level ($Var(I_j)$), the initial inventory level (I_0), the safety stock (θ) and the desired probability of a stockout during a lead time (α) with the corresponding actual figures. Specifically, we observed that when the estimation of the variance of the inventory level includes the autocorrelation coefficients (ρ_s) of each simulated series, the corresponding method leads to more accurate results.

Λέξεις κλειδιά: περιοδική επιθεώρηση αποθέματος, αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση, διακύμανση στάθμης αποθέματος, προσομοιώσεις Monte-Carlo, αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1)

Κωδικοί JEL: C44, M11, C53, C32

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγικές έννοιες

Αποθέματα είναι ποσότητες προϊόντων, οι οποίες φυλάσσονται σε αποθήκες για μελλοντική χρήση, είτε παραγωγής αγαθών, είτε τελικά προϊόντα και ανάλογη εξυπηρέτηση πελατών. Τα προϊόντα αυτά μπορεί να είναι όπως αναφέραμε πρώτες ύλες, έτοιμα προϊόντα, κεφάλαια, μηχανές κτλ. Η σωστή διατήρηση των αποθεμάτων με ασφάλεια, συμβάλλει στην σωστή και παράλληλα ολοκληρωμένη λειτουργία της κάθε επιχείρησης. Επομένως, αποτελούν για τις διοικήσεις των επιχειρήσεων ένα τομέα με πολλές παραμέτρους, οι οποίες θα πρέπει να αντιμετωπίζονται με τον πιο συμφέροντα για την επιχείρηση τρόπο. Πολλοί ερευνητές προσπάθησαν να απαντήσουν στο ερώτημα «Για ποιο λόγο πρέπει να κρατά μια επιχείρηση απόθεμα;». Ο Waters (1992) μας δηλώνει πως ο κάθε ένας μπορεί να επινοήσει και να ισχυριστεί πολλούς λόγους, σημαντικότερο όλων είναι να εξασφαλίζεται από όλους το περιθώριο μεταξύ των μεταβλητών που συμμετέχουν, αλλά και να συνυπολογίζεται η αβέβαιη προσφορά και ζήτηση. Εάν η ζήτηση του προϊόντος ήταν γνωστή, τότε κάθε επιχείρηση θα μπορούσε να ικανοποιεί όλους τους πελάτες της. Επειδή όμως στην πραγματικότητα αυτό δεν συμβαίνει, η διατήρηση των αποθεμάτων δίνει την δυνατότητα να αντιμετωπισθούν οι μεταβολές αυτές της ζήτησης. Κάθε επιχείρηση πρέπει να ελέγχει και να διαχειρίζεται το απόθεμά της με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να εξασφαλίζει και τα μέγιστα για αυτήν δυνατά κέρδη (Silver et al., 1998). Οι Fotopoulos et al. (1988), επεσήμαναν πως ο όγκος του στοκ ασφαλείας ενδέχεται να δημιουργήσει οικονομικές επιπλοκές στην επιχείρηση. Εάν η ποσότητα των αποθεμάτων που διατηρεί κάποια επιχείρηση είναι αρκετά μεγάλη, τότε αντιμετωπίζεται σε μεγάλο βαθμό μια αύξηση της ζήτησης που τυχόν θα παρουσιασθεί στην αγορά, αλλά για την απόκτηση και την διατήρηση αυτών των αποθεμάτων, δεσμεύονται μεγάλα ποσά κεφαλαίων. Εάν, αντίθετα, η ποσότητα των αποθεμάτων είναι μικρή, τότε το επενδεδυμένο σε αυτά κεφάλαιο μειώνεται, αλλά η επιχείρηση αντιμετωπίζει τον κίνδυνο της πιθανής έλλειψης αποθεμάτων που συνεπάγεται απώλεια κερδών και αξιοπιστίας, γεγονός που μας οδήγησε στην μελέτη της συγκεκριμένης διπλωματικής.

Αν εξετάσουμε τα αποθέματα από τη μακροοικονομική σκοπιά προκύπτει ότι η διακύμανσή τους ακολουθεί τους επιχειρηματικούς κύκλους, αν και πολλοί πιστεύουν ότι είναι η κύρια αιτία τους. Αυτό συμβαίνει γιατί σε περιόδους οικονομικής ανάπτυξης οι επιχειρήσεις επενδύουν στη δημιουργία αποθεμάτων, ενώ σε περιόδους οικονομικής ύφεσης μειώνουν τα αποθέματά τους για να εξοικονομήσουν πόρους (Βλάχος, 2005).

Η λήψη αποφάσεων στον προγραμματισμό της παραγωγής και στην διαχείριση των αποθεμάτων είναι συνεπώς ένα πρόβλημα αντιμετώπισης ποικίλων παραγόντων που λαμβάνουν χώρα εντός ή εκτός της επιχείρησης. Δεδομένου λοιπόν του γεγονότος ότι ένα στοιχείο πρέπει να αποθηκευτεί σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία, τρία βασικά ζητήματα πρέπει να επιλυθούν (Silver et al., 1998):

1. πόσο συχνά η κατάσταση του αποθέματος πρέπει να επιθεωρείται και σε ποια χρονική περίοδο ενσωματώνεται η νέα παραγγελία
2. πότε πρέπει να γίνεται ανεφοδιασμός αυτού
3. ποιος θα είναι ο όγκος των προϊόντων που θα ενσωματώνεται κάθε φορά.

Στο τρέχον κεφάλαιο θα αποδώσουμε θεωρητικά τι ακριβώς ισχύει στα υποδείγματα της θεωρίας των αποθεμάτων, καθώς επίσης και πως συμπεριφέρεται το κάθε υπόδειγμα, αλλά και σε ποια σημεία αυτά διαφέρουν μεταξύ τους. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε την έννοια της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο αυτή επηρεάζει το υπό εξέταση υπόδειγμα της περιοδικής επιθεώρησης. Τέλος, θα αναπτυχθεί ο στόχος και ο σκοπός της παρούσας έρευνας που έχει γίνει.

1.1 Χρήσιμοι ορισμοί

Στην παρούσα ενότητα θα αποδώσουμε μερικούς χρήσιμους ορισμούς παραμέτρων που χρησιμοποιούνται σε όλη την έρευνα που έχει γίνει, έτσι ώστε να μπορούν να γίνουν κατανοητά όλα όσα θα σχολιαστούν, θα εκτιμηθούν και θα υπολογιστούν στην συνέχεια.

Απόθεμα (inventory): ως απόθεμα θεωρείται η ποσότητα οποιουδήποτε οικονομικού αγαθού, υλικού ή όχι, όταν εισάγεται στο σύστημα και υπερβαίνει την ποσότητα του αγαθού αυτού που εξάγεται από το σύστημα (Waters, 1992).

Κύκλος αναπαραγγελίας (inventory cycle): η χρονική περίοδος μεταξύ δυο διαδοχικών παραλαβών των Q μονάδων προϊόντος που έχουν παραγγελθεί (Silver et al., 1998).

Επίπεδο αναπαραγγελίας (reorder level): η στάθμη του αποθέματος κάτω από την οποία δίνεται η παραγγελία των Q μονάδων προϊόντων (Axsater, 2006).

Χρόνος παράδοσης της παραγγελθείσας ποσότητας (lead time): η χρονική περίοδος που απαιτείται από την στιγμή που δίνεται η παραγγελία μέχρι την στιγμή που αυτή παραλαμβάνεται (Silver et al., 1998).

Στάθμη αποθέματος (stock level): ορίζεται η ποσότητα αποθέματος στο τέλος μιας περιόδου πριν την ενσωμάτωση στο συνολικό απόθεμα της νέας παραγγελίας (Waters, 1992).

Στοκ ασφαλείας (safety stock): η επιπλέον ποσότητα από την μέση ζήτηση στον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας που κρατείται ως απόθεμα ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε έκτακτες περιπτώσεις, αλλά και να εξασφαλίζεται το επίπεδο εξυπηρέτησης που έχει οριστεί (Silver et al., 1998 & Waters, 1992).

Επίπεδο εξυπηρέτησης (service level): η πιθανότητα η συνολική ζήτηση στον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μικρότερη ή ίση από το σημείο αναπαραγγελίας (Silver et al., 1998).

1.2 Συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων

Ο Waters (1992) επεσήμανε πως κάθε επιχείρηση, με δική της πρωτοβουλία, επιλέγει με ποιόν τρόπο θα γίνει η επιθεώρηση του αποθέματος. Επίσης η απόφαση που παίρνει για μια παραγγελία, θα έχει άμεσες επιπτώσεις και σε όλες τις επόμενες και κατά συνέπεια σε όλη τη διαχείριση του αποθέματος. Τα συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τέσσερις κατηγορίες (Silver et al., 1998):

1. σύστημα σταθερής ποσότητας παραγγελίας
2. σύστημα σταθερής περιόδου παραγγελίας
3. συστήματα just-in-time
4. σύστημα αποθεμάτων μιας περιόδου

Τα συστήματα just-in-time αναφέρονται σε μια από τις σημαντικότερες θεωρίες διοίκησης της παραγωγής και αναπτύχθηκαν μετά τον Δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο.

1.2.1 Σύστημα περιοδικής επιθεώρησης (Periodic review system)

Στο σύστημα της περιοδικής επιθεώρησης, η στάθμη του αποθέματος ανανεώνεται έπειτα από κάθε επιθεώρηση, η οποία λαμβάνει χώρα ανά τακτά χρονικά διαστήματα συγκεκριμένης διάρκειας (Tersine, 1994). Αρχικά ελέγχουμε την στάθμη του αποθέματος και

επομένως κάθε συνεχόμενη ανανέωση προκαλείται έπειτα από κάθε επιθεώρηση. Όπως επισημαίνει ο Waters (1992), η παραγγελθείσα ποσότητα ποικίλει από περίοδο σε περίοδο, καθώς αυτή εξαρτάται κάθε φορά από την ποσότητα που έχει πωληθεί στην ακριβώς προηγούμενη. Με τον όρο περίοδο εννοούμε οποιοδήποτε χρονικό διάστημα έχει καθορίσει η επιχείρηση, καθώς αυτό μπορεί να ποικίλει και να είναι μια ημέρα, μια εβδομάδα ή και ένας μήνας (Axsater, 2006).

Το συγκεκριμένο υπό εξέταση υπόδειγμα έχει δεχθεί περειαίρω αναλύσεις, καθώς υπάρχουν και ερευνητές που επισημαίνουν πως έχει και αρκετά μειονεκτήματα. Συγκεκριμένα οι Tagaras & Vlahos (2001) αναφέρουν ως βασικότερο το γεγονός ότι το παρόν υπόδειγμα αν και πιο ελκυστικό έναντι του συνεχούς υποδείγματος αδυνατεί να προστατέψει την επιχείρηση έναντι του στοκ ασφαλείας, καθώς απαιτείται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Λύση σε αυτό το μειονέκτημα μας δίνουν ο Chiang (2003) και ο Bylka (2005), στην συνέχεια, παρουσιάζοντας τις παραγγελίες εκτάκτου ανάγκης (emergency orders). Ο κύριος σκοπός αυτών των παραγγελιών είναι η άμεση κάλυψη της ζήτησης και ταυτόχρονα ο μειωμένος χρόνος παράδοσης που υπάρχει. Ωστόσο θα υπάρχει μια πιο υψηλή τιμή αγοράς που θα πρέπει να σταθμιστεί με το κόστος έλλειψης (Bylka, 2005). Λαμβάνοντας υπ' όψη τις έκτακτες παραγγελίες οδηγούμαστε σε ένα υπόδειγμα διαφορετικό της κλασσικής περιοδικής επιθεώρησης, όπου η παραγγελία παραδίδονταν μόνο με μια παράδοση και όχι με περισσότερες. Ο Chiang (2001b) επισημαίνει πως οι έκτακτες παραγγελίες μπορούν να παραδοθούν και στην αρχή μιας περιόδου, μαζί με την προκαθορισμένη άφιξη της παραγγελίας της αμέσως προηγούμενης περιόδου, αλλά και σε οποιαδήποτε άλλη περίοδο. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονίσουμε πως ο αριθμός των έκτακτων παραγγελιών μπορεί να είναι περισσότερος από έναν και να έχουμε άφιξη αυτών σε διαφορετικούς χρόνους (Chiang, 2001a).

Αρκετοί παράμετροι έχουν μελετηθεί κατά καιρούς από πολλούς ερευνητές. Το επίπεδο εξυπηρέτησης του πελάτη, όπως τονίζουν οι Ouyang & Chuang (2000), μπορεί να βελτιωθεί σε μία επιχείρηση αν αυτή μειώσει τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συνέπεια αυτής της μείωσης το χρόνου θα ήταν να μειωθεί το στοκ ασφαλείας και η επιχείρηση να αυξήσει το ανταγωνιστικό της πλεονέκτημα έναντι άλλων επιχειρήσεων. Η παράμετρος των «χαμένων» πωλήσεων υπήρξε κίνητρο μελέτης και επέκτασης του υποδείγματος μέσω των Johansen & Hill (2000). Όπως είναι γνωστό όμως οι περισσότερες επιχειρήσεις δεν εμπορεύονται ένα μόνο προϊόν. Έτσι οι Ohno et al. (1994), εφάρμοσαν το υπόδειγμα της περιοδικής επιθεώρησης σε επιχειρήσεις με πολλαπλά προϊόντα. Προσπάθησαν να οδηγηθούν μέσω του άρθρου τους στην βέλτιστη πολιτική παραγγελίας που

θα ελαχιστοποιούσε το αναμενόμενο κόστος ανά περίοδο και για όσο το δυνατόν μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Τέλος, τα αγαθά τα οποία έχουν αυστηρά συγκεκριμένη διάρκεια ζωής, όπως το ανθρώπινο αίμα και τα φρέσκα φρούτα, συνδέονται άμεσα με το σύστημα περιοδικής επιθεώρησης, καθώς αν αυτά δεν χρησιμοποιηθούν στην διάρκεια της ωφέλιμης ζωής τους πρέπει να καταστραφούν και αυτό θα επιβαρύνει με μεγάλο κόστος την επιχείρηση (Chiu, 1995).

1.2.2 Σύστημα συνεχούς επιθεώρησης (*Continuous review system*)

Το σύστημα συνεχούς επιθεώρησης λειτουργεί με έναν διαφορετικό τρόπο από ότι της περιοδικής. Στο παρόν σύστημα η παραγγελθείσα ποσότητα που δίνεται σε κάθε περίοδο εξαρτάται εξ' ολοκλήρου από την στάθμη του αποθέματος. Όταν αυτή πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο, το οποίο είναι πάντοτε γνωστό και ίδιο σε όλους τους κύκλους (Silver et al., 1998) , τότε δίνεται μια παραγγελία Q μονάδων (Axsater, 2006). Επομένως εύκολα γίνεται αντιληπτό πως το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών δεν είναι ίδιο, καθώς η ζήτηση είναι μια τυχαία μεταβλητή. Άξιο σημασίας είναι πως το υπόδειγμα συνεχούς και περιοδικής επιθεώρησης μας οδηγούν σε παρόμοια αποτελέσματα αν ο χρόνος επιθεώρησης του αποθέματος στην περιοδική επιθεώρηση είναι πολύ μικρός (Axsater, 2006).

Όμοια με το περιοδικό υπόδειγμα, το συνεχές έχει προτρέψει πολλούς ερευνητές να ασχοληθούν και να το αναλύσουν όσο το δυνατόν περισσότερο. Οι Duran et al.(2004) επεσήμαναν πως και στο συγκεκριμένο υπόδειγμα μπορούν να υπάρξουν έκτακτες παραγγελίες. Συγκεκριμένα τονίζουν πως όταν ο χρόνος παράδοσης μιας παραγγελίας δεν είναι μικρός, η ζήτηση μπορεί να οδηγήσει την επιχείρηση σε μεγάλη ποσότητα έλλειψης και πρέπει να ελεγχθεί οικονομικά αν συμφέρει να γίνει έκτακτη παραγγελία. Αν λοιπόν αυτή η έλλειψη συνεπάγεται υψηλό κόστος και απώλεια πελατών, τότε συμφέρει την επιχείρηση να προβεί σε έκτακτη παραγγελία. Αν αυτό δεν είναι συμφέρον για μια επιχείρηση, τότε αυτή μπορεί να έχει περισσότερους από έναν προμηθευτές, οι οποίοι θα παραδίδουν την παραγγελία σε διαφορετικό χρόνο (Moinzadeh & Nahmias, 1988).

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα έχει δεχθεί περαιτέρω μελέτη στις «χαμένες» πωλήσεις, στα προϊόντα με συγκεκριμένη διάρκεια ζωής καθώς και για επιχειρήσεις με πολλαπλά προϊόντα. Οι Thiel et al. (2010) παρουσίασαν ένα μοντέλο το οποίο μελετά πως επηρεάζεται το επίπεδο εξυπηρέτησης, το οποίο μας οδηγεί σε «χαμένες» πωλήσεις, όταν υπάρχουν ασάφειες ή μη καλός συντονισμός της επιχείρησης σχετικά με τις πωλήσεις και τον ορθό υπολογισμό του αποθέματος. Τα προϊόντα με συγκεκριμένη διάρκεια ζωής, λόγω της

ιδιαιτερότητας που παρουσιάζουν ως προς το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα πώλησής τους, θα μπορούσαν να παραγγέλλονται μόνο όταν το απόθεμα εξαντλείται (Kalpakam & Sapna, 1994). Επέκταση αυτής της μελέτης μπορεί να θεωρηθεί το άρθρο των Liu και Lian (1999) που ασχολήθηκε με αυτά τα προϊόντα και στόχευσε σε οικονομικούς παράγοντες. Εξέτασαν αν αυτά τα προϊόντα αξίζουν κοστολογικά να κρατήσουν παραγγελίες σε εκκρεμότητα ή να ανανεώνουν συχνά το απόθεμά τους. Τέλος, οι Ghalebsaz-Jeddi et al. (2004), οι οποίοι επικεντρώθηκαν στην εφαρμογή του υποδείγματος για πολλαπλά προϊόντα, τόνισαν πως θα πρέπει να ληφθεί υπ' όψη ο χώρος φύλαξης και αποθήκευσης αυτών.

1.2.3 Συστήματα *just-in-time*

Τα συστήματα *just-in-time* έχουν στόχο την ελαχιστοποίηση των non-value-added δραστηριοτήτων από όλες τις λειτουργίες για την επίτευξη υψηλής ποιότητας προϊόντων με υψηλά επίπεδα παραγωγικότητας και χαμηλά αποθέματα (Ιωάννου, 2005). Τα συγκεκριμένα συστήματα έχουν τα εξής χαρακτηριστικά (Ιωάννου, 2005):

1. τίποτα δεν παράγεται μέχρις ότου χρειαστεί, δηλαδή αυτό συνεπάγεται στενές σχέσεις με τους πωλητές μας και να μπορούμε να προβλέψουμε όσο το δυνατόν πιο ορθά την ζήτηση για το προϊόν ή τα προϊόντα μας
2. οι χρήστες αυτών των συστημάτων διατηρούν τα αποθέματα σε όσο το δυνατόν μικρότερες μονάδες. Οι μικρές παραγγελίες μειώνουν το κυκλικό απόθεμα, δηλαδή το απόθεμα που διατηρείται μεταξύ των δυο παραγγελιών
3. στενές σχέσεις με τους προμηθευτές, με σκοπό τον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης της παραγγελίας.

1.2.4 Σύστημα αποθεμάτων μιας περιόδου (*Newsboy problem*)

Το σύστημα αποθεμάτων μιας περιόδου είναι ένα πρόβλημα εύρεσης άριστης ποσότητας παραγγελίας σύμφωνα με τον Axsater (2006) και αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο χειριζόμαστε τα αποθέματα προϊόντων, των οποίων η ζήτηση διαρκεί μια περίοδο. Κάθε επιχείρηση πρέπει να προσδιορίζει την παραγγελθείσα ποσότητα πριν την έναρξη της περιόδου, διότι υπάρχουν ορισμένα κόστη τα οποία συνδέονται με τον όγκο της παραγγελίας, είτε αυτή είναι πολύ μεγάλη είτε πολύ μικρή σε σύγκριση πάντα με την αναμενόμενη άγνωστη ζήτηση (Axsater, 2006).

Όπως συνέβη σε όλα τα προηγούμενα συστήματα αποθεμάτων, έτσι και το συγκεκριμένο έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές. Ο Nahmias (1994) ασχολήθηκε με το

συγκεκριμένο σύστημα όταν σε αυτό υπάρχουν «χαμένες» πωλήσεις και εκτίμησε παραμέτρους οι οποίοι προσδιορίζουν την κατανομή της ζήτησης. Για την ακρίβεια χρησιμοποίησε τρεις εκτιμητές, τον καλύτερο γραμμικό αμερόληπτο εκτιμητή (BLUE), τον εκτιμητή μεγίστης πιθανοφάνειας (MLE) και έναν τρίτο που ανέπτυξε ο ίδιος στο συγκεκριμένο άρθρο. Έχοντας κάνει χρήση όμως προσομοιώσεων καταλήγει στο συμπέρασμα ότι ο εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα χωρίς βέβαια να παρέχει μεγάλες διαφορές με τους υπόλοιπους δυο. Όταν όμως υπάρχει ανικανοποίητη ζήτηση τι συμβαίνει και πως μπορεί να διορθωθεί; Οι Khouja et al. (1996) υποδεικνύουν σε σχετικό άρθρο τους πως υπάρχουν προϊόντα, τα οποία μπορούν να υποκαταστήσουν κάποια άλλα. Μελετώντας το κλασικό σύστημα Newsboy με δυο προϊόντα και την δυνατότητα υποκατάστασης του ενός από το άλλο με χρήση προσομοιώσεων Monte Carlo, συμπεραίνουν πως όταν οι παραγγελθείσες ποσότητες προσδιορίζονται από την προσομοίωση, τότε παρέχεται υψηλότερο αναμενόμενο κέρδος από ότι θα ίσχυε αν αποκτηθούν χωρίς την πιθανότητα υποκατάστασης τους.

Το 1999 ο Khouja ασχολήθηκε με δυο διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης του συστήματος, την μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους και την ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου κόστους. Ωστόσο παρατήρησε πως και οι δυο προσεγγίσεις οδηγούν σε όμοια αποτελέσματα. Οι Lin και Kroll (1997) ασχολήθηκαν με τις εκπτώσεις που κάνουν οι προμηθευτές στις επιχειρήσεις και θεωρούν πως υπάρχουν δυο είδη εκπτώσεων. Αυτές οι εκπτώσεις αφορούν όλες τις μονάδες προϊόντων οι οποίες γίνονται σε μία παραγγελία είτε γίνονται κλιμακωτά ανάλογα με τον όγκο της παραγγελίας. Αυτές οι εκπτώσεις μπορούν να οδηγήσουν τις επιχειρήσεις σε μεγάλη ποσότητα παραγγελίας, η οποία αν δεν πωληθεί μπορεί να αποθηκευτεί για επόμενη περίοδο ελέγχοντας πάντα τον περιορισμό που υπάρχει στον προϋπολογισμό της κάθε επιχείρησης (Khouja & Mehrez, 1995). Εν συνεχεία, δεν θα μπορούσαμε να μην αναφέρουμε πως έκτακτες παραγγελίες έχουν παρατηρηθεί και στο συγκεκριμένο σύστημα. Οι Lau και Lau (1997) επεσήμαναν πως υπάρχουν προϊόντα τα οποία δέχονται διπλή ενσωμάτωση της παραγγελίας σε μία περίοδο. Για να γίνουμε πιο σαφής, πρέπει να τονίσουμε πως μια επιχείρηση μπορεί στα μέσα μιας περιόδου να κάνει νέα παραγγελία, αν παρατηρήσει αυξημένη ζήτηση του προϊόντος στην μισή περίοδο που έχει ήδη διανυθεί. Τέλος, υπάρχουν πολλά αγαθά τα οποία μπορούν να επιστραφούν από πελάτες πίσω στις επιχειρήσεις για μεταπώληση ή αποθήκευση με την προϋπόθεση ότι είναι άθικτα και επιστρέφονται πριν τελειώσει η περίοδος που διανύεται (Mostard & Teunter, 2006).

1.3 Παράγοντες που επηρεάζουν άμεσα τα συστήματα των αποθεμάτων

Πολλοί είναι οι παράγοντες εκείνοι που συνηγορούν στη διατήρηση αποθεμάτων σε μια επιχείρηση. Από αυτούς αναφέρουμε παρακάτω τους σπουδαιότερους, όπως αυτοί έχουν αναφερθεί από πολλούς ερευνητές είτε της περιοδικής, είτε της συνεχούς επιθεώρησης:

α) **Αβεβαιότητα.** Η ζήτηση ενός προϊόντος δεν μπορεί να προβλεφθεί πάντοτε με ακρίβεια, διότι υπάρχουν πολλοί λόγοι, όπως καθυστερήσεις στην αποστολή πρώτων υλών, απεργίες, ανώμαλες καιρικές συνθήκες κτλ., που δημιουργούν απρόβλεπτες καταστάσεις.

β) **Κέρδος.** Η διατήρηση αποθεμάτων επιτρέπει στην επιχείρηση να έχει ένα κέρδος, από τυχόν αυξήσεις των τιμών των προϊόντων που διατηρεί. Ακόμα, η επιχείρηση κερδίζει σημαντικά ποσά, λόγω των εκπτώσεων που παρέχει η αγορά μεγάλων ποσοτήτων από ένα προϊόν. Πολλές επιχειρήσεις έχουν την δυνατότητα να πληρώνουν τα εμπορεύματα αμέσως μετά την παραλαβή τους ή πριν παραγγείλουν νέα ποσότητα. Το 2003 οι Salameh et al. οδηγήθηκαν σε ένα μοντέλο, του οποίου ο στόχος ήταν να βρεθεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας σε συνεχή υποδείγματα, καθώς και το σημείο αναπαραγγελίας, ώστε να γίνεται μεγιστοποίηση του κέρδους. Αντίθετα οι Maddah et al. (2004), αποδίδουν την μεγιστοποίηση των κερδών στην ανταγωνιστικότητα των προμηθευτών και στους όρους πληρωμής μιας παραγγελίας που δέχεται κάθε προμηθευτής, δίνοντας σαν κίνητρο τον όγκο της κάθε παραγγελίας που μπορεί να συνδυαστεί με διάφορες εκπτώσεις.

γ) **Χρόνος παράδοσης των προϊόντων.** Επειδή η παραγωγή ενός προϊόντος απαιτεί μια ορισμένη χρονική περίοδο, είναι δυνατό η επιχείρηση, κατά το χρονικό αυτό διάστημα της παραγωγής, να απολέσει έναν αριθμό πελατών, οι οποίοι δεν θα είχαν την δυνατότητα να περιμένουν για την παραλαβή του προϊόντος που παράγεται. Η διατήρηση αποθεμάτων του προϊόντος αυτού αποτρέπει ένα τέτοιο κίνδυνο για την επιχείρηση. Οι Liao και Shyu (1991) παρουσιάζουν ένα μοντέλο, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί προκειμένου να καθοριστεί ο χρόνος παράδοσης μιας παραγγελίας, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείτε το αναμενόμενο συνολικό κόστος. Το συγκεκριμένο μοντέλο όμως προκαθορίζει την ποσότητα παραγγελίας.

δ) **Ανταγωνισμός.** Ο ανταγωνισμός μεταξύ προμηθευτών που παράγουν τα ίδια προϊόντα, επιβάλλει, πολλές φορές, την παράδοση προϊόντων στους πελάτες σε χρόνο μικρότερο από αυτόν που χρειάζεται για την παραγωγή τους. Επομένως, μια τέτοια προσπάθεια προσθέτει στους προμηθευτές επιπλέον κόστος και προβλήματα που έχουν σχέση με την επίσπευση της

παραδοθείσας ποσότητας. Επομένως αυτό το κόστος θα επιβαρύνει και την επιχείρηση που θα παραγγείλει .

1.4 Αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στα υποδείγματα επιθεώρησης αποθεμάτων

Μια επιχείρηση προκειμένου να αποφανθεί για το κατάλληλο υπόδειγμα εφαρμογής στην επιθεώρηση αποθέματος, είτε συνεχές είτε περιοδικό, πρέπει να ελέγξει και να κατανοήσει αν η ζήτηση είναι εξαρτημένη ή ανεξάρτητη. Μέχρι σήμερα έχουν προταθεί πολλά υποδείγματα τα οποία βασίζονται στην υπόθεση της ανεξάρτητης κατανομής της ζήτησης από την μια περίοδο στην άλλη (Charnes et al., 1995). Ο Urban (2005) τονίζει πως η ζήτηση πολλών καταναλωτικών αγαθών ακολουθεί μια αυτοσυσχετιζόμενη διαδικασία χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος. Το 2005 οι Lee και Chew προτείνουν μια δυναμική πολιτική ανανέωσης του αποθέματος όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Όταν όμως η κατανομή πιθανοτήτων των παρατηρήσεων με οποιαδήποτε χρονική στιγμή, τότε κάνουμε λόγο για μια πολυμεταβλητή κανονική κατανομή, γνωστή ως Gaussian διαδικασία. Με την υπόθεση μιας Gaussian διαδικασίας στάσιμης συνδιακύμανσης με γνωστή την λειτουργία της αυτοσυνδιακύμανσης, επιθυμούμε να επιτύχουμε ένα αποτέλεσμα το οποίο να μας δίνει το ακριβές επίπεδο του στοκ ασφαλείας για οποιαδήποτε πιθανότητα έλλειψης αποθέματος (Charnes et al., 1995).

Η αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση όμως επηρεάζει και το σημείο αναπαραγγελίας, το οποίο υπολογίζεται από το άθροισμα της αναμενόμενης ζήτησης και του στοκ ασφαλείας (Urban, 2000). Το συγκεκριμένο άρθρο συγκρίνει την παραδοσιακή προσέγγιση του σημείου αναπαραγγελίας, την προσέγγιση του μεταβλητού σημείου αναπαραγγελίας και την προσέγγιση σημείου αναπαραγγελίας βάσει των τιμών ζήτησης. Αυτές οι συγκρίσεις γίνονται χρησιμοποιώντας τις μέσες μονάδες έλλειψης προϊόντων και τις μέσες μονάδες περίσσιου προϊόντος. Η μόνη προσέγγιση που λαμβάνει υπ' όψη την αυτοσυσχέτιση είναι αυτή βάσει των τιμών ζήτησης, η οποία τροποποιεί το στοκ ασφαλείας προκειμένου να υπολογίσει το σημείο αναπαραγγελίας. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις όπου τα δεδομένα είναι ανεξάρτητα. Όταν όμως δεν είναι πρέπει να ελεγχθεί και να προσδιοριστεί η ύπαρξη θετικής ή αρνητικής συσχέτισης, ώστε να αποφευχθεί η δημιουργία υπερβολικών ελλείψεων ή υπερβολικού αποθέματος (Ray, 1982). Σε προγενέστερο άρθρο του, ο ίδιος συγγραφέας (Ray, 1980) απέδειξε ότι όταν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση οδηγούμαστε σε υπερβάλλον στοκ, ενώ όταν υπάρχει αρνητική αυτοσυσχέτιση οδηγούμαστε σε έλλειψη αποθέματος. Επιβεβαίωση αυτών των ισχυρισμών κάνουν οι Marmorstein και Zinn (1993), οι οποίοι τονίζουν πως επιδρά σημαντικά το στοκ ασφαλείας η ύπαρξη μικρής αυτοσυσχέτισης.

Ο χρόνος παράδοσης ωστόσο δεν πέρασε απαρατήρητος στην αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση. Στην αποθεματική πολιτική που ακολουθεί μια επιχείρηση, πρέπει να συμπεριλάβει και τον ιδανικότερο χρόνο παράδοσης του προϊόντος, έτσι ώστε να οδηγείτε σε θετικά επίπεδα λειτουργίας (Chandra & Grabis, 2008). Το συγκεκριμένο άρθρο τονίζει πως όταν υπάρχει μικρός χρόνος παράδοσης προϊόντος, παρέχεται ορθότερη πληροφόρηση σχετικά με την ζήτηση και η επιχείρηση είναι σε θέση να κρατά μικρή ποσότητα στοκ ασφαλείας.

Πολλές επιχειρήσεις όμως αγνοούν την αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση που παρουσιάζεται στα προϊόντα των επιχειρήσεων, με σκοπό να οδηγούνται σε λανθασμένη χρήση υποδειγμάτων και κατά συνέπεια μη ικανοποιητικής εξυπηρέτησης του πελάτη. Η αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση επομένως έχει άμεσες επιδράσεις στο επίπεδο εξυπηρέτησης του πελάτη. Οι Zinn et al. (1992) αναφέρουν τρεις τέτοιες επιδράσεις:

1. το στοκ που παρουσιάζεται είναι συχνό φαινόμενο και σε μεγαλύτερη ποσότητα από ότι αναμένονταν να είναι
2. το στοκ που παρατηρείται είναι άμεσα συνδεδεμένο με την διακύμανση της ζήτησης του πελάτη
3. το στοκ είναι αντιστρόφως ανάλογο με την διακύμανση του χρόνου παράδοσης της παραγγελθείσας ποσότητας από τους προμηθευτές.

Στην παρούσα εργασία θα εξετάσουμε το υπόδειγμα της περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος, όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται και ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^ο βαθμού. Οι Charnes et al. (1995) χρησιμοποιούν μια μέθοδο προκειμένου να καθορίσουν το κατάλληλο απόθεμα ασφαλείας και να επιτευχθεί η ακριβής πιθανότητα έλλειψης αποθέματος, όταν η αυτοσυνδιακύμανση είναι γνωστή και η ζήτηση ακολουθεί την Gaussian διαδικασία. Επιπλέον, τονίζουν πως η συγκεκριμένη μέθοδος ισχύει και όταν η αυτοσυνδιακύμανση της ζήτησης εκτιμάται από ιστορικά δεδομένα.

1.5 Στόχοι και σκοποί της έρευνας

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε και αναλύεται στα επόμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας αποσκοπεί στην εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος, όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται σε ένα υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος. Στα κεφάλαια που ακολουθούν θα περιγράψουμε με αναλυτικό τρόπο το πώς εργαστήκαμε, αλλά και σε τι συμπεράσματα έχουμε καταλήξει. Συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 2 αναλύουμε με εκτενή τρόπο τις τέσσερις μεθόδους οι οποίες έχουν προταθεί μέχρι και σήμερα σχετικά με την εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος σε ένα υπόδειγμα περιοδικής

επιθεώρησης αποθέματος. Επίσης στο ίδιο κεφάλαιο αναφέρουμε τις βασικές γνώσεις που πρέπει να έχει ο αναγνώστης, έτσι ώστε να μπορέσει να κατανοήσει τη λειτουργία του συγκεκριμένου υποδείγματος, υπό την προϋπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού, AR(1). Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 3, περιγράφουμε με ποιόν τρόπο παρήχθησαν οι σειρές προσομοίωσης, καθώς επίσης παρουσιάζουμε και τον ακριβή τρόπο με τον οποίο εργαστήκαμε σε κάθε μέθοδο ξεχωριστά, αλλά και για κάθε σειρά. Επομένως, εφαρμόζοντας όλα τα απαραίτητα βήματα τα οποία όπως αναφέραμε παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 3, οδηγούμαστε σε συγκεκριμένα αποτελέσματα, τα οποία με την σειρά τους παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 4. Τέλος, δεν θα μπορούσαμε να παραλείψουμε το σημαντικότερο κεφάλαιο 5, το οποίο δεν είναι άλλο από αυτό των συμπερασμάτων.

Κεφάλαιο 2

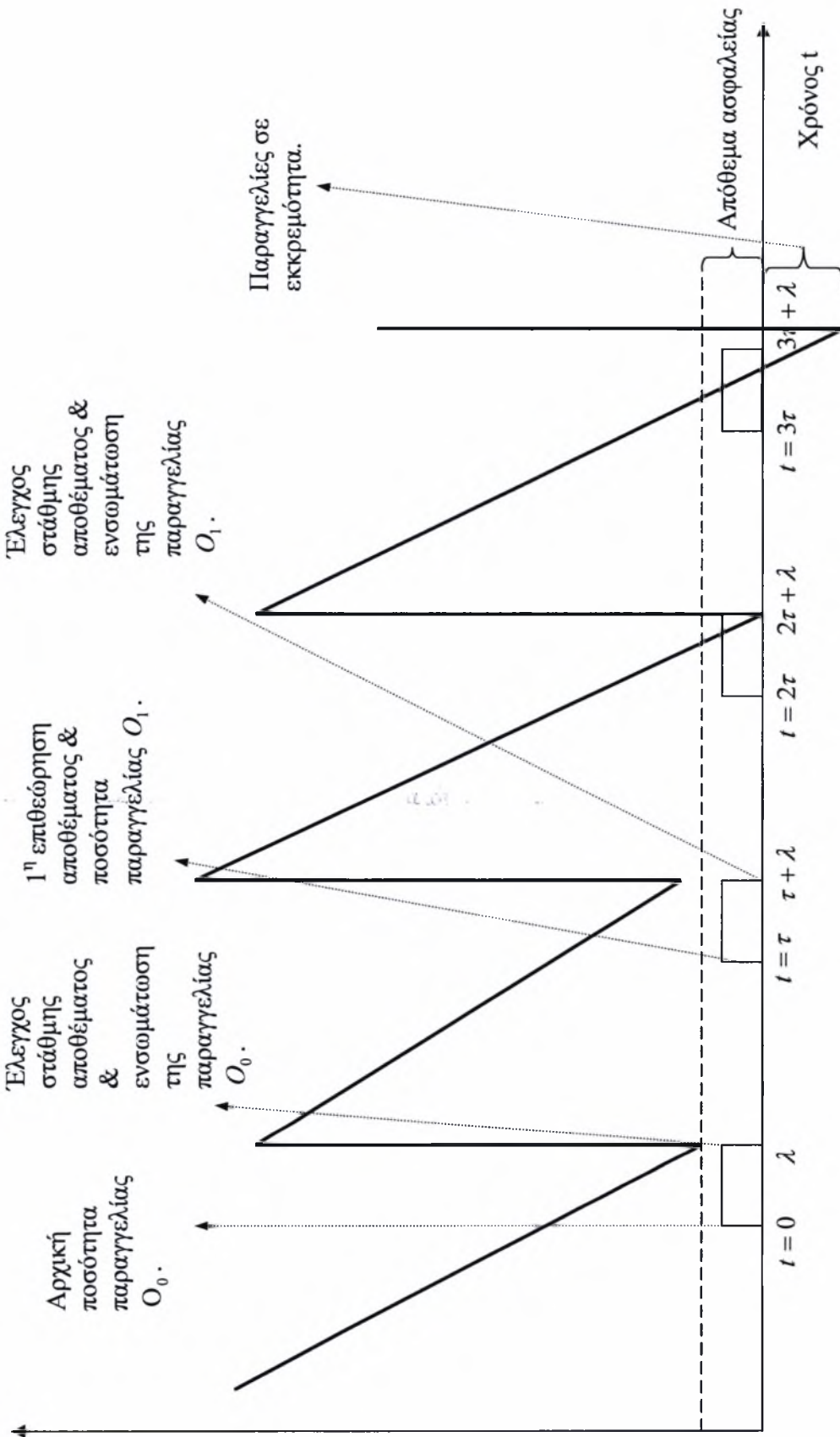
Εκτίμηση της συνδιακύμανσης της στάθμης του αποθέματος

2.1 Παρουσίαση του βασικού υποδείγματος

Οι Charnes et al. (1995) στο άρθρο τους παρουσιάζουν ένα υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται και αναλύουν τα βήματα που ακολουθούνται έτσι ώστε να οδηγηθούμε στον τελικό μας στόχο που είναι η εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος.

Το παρακάτω διάγραμμα απεικονίζει την λειτουργία του υποδείγματος της περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος. Όπως αναφέρεται και στο διάγραμμα ο κάθετος άξονας μας δείχνει πως διαμορφώνεται η στάθμη του αποθέματος, ανάλογα με την ζήτηση που υπάρχει, ενώ ο οριζόντιος άξονας απεικονίζει την μονάδα του χρόνου. Η μεταβλητή τ μας δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο γίνεται ο έλεγχος της στάθμης του αποθέματος, προκειμένου να παραγγείλουμε τις ανάλογες μονάδες προϊόντος, οι οποίες θα ενσωματωθούν μετά από χρονικό διάστημα λ . Η μαύρη έντονη γραμμή που επιδέχεται αυξομειώσεις, μας δείχνει την στάθμη του αποθέματος που παρατηρείται σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Παρατηρώντας το διάγραμμα μπορούμε να διακρίνουμε την οριζόντια διακεκομμένη γραμμή, η οποία μας δείχνει το επίπεδο του στοκ ασφαλείας. Όταν οι μονάδες προϊόντος περάσουν την οριζόντια διακεκομμένη γραμμή, τότε πληροφορούμαστε πως η επιχείρηση έχει εξαντλήσει την ποσότητα παραγγελίας που έλαβε την προηγούμενη περίοδο και χρησιμοποιεί το στοκ ασφαλείας, το οποίο καλύπτει την ζήτηση που αντιμετωπίζει το προϊόν. Επίσης υπάρχει πιθανότητα η επιχείρηση να εξαντλήσει το στοκ ασφαλείας που διαθέτει και έτσι η ζήτηση που παρατηρείται οδηγεί την στάθμη του αποθέματος σε αρνητικές τιμές. Αυτή η ζήτηση μπορεί να εκπληρωθεί όταν θα παραλάβουμε την νέα ποσότητα προϊόντος. Η ποσότητα που ζητήθηκε από τους πελάτες και δεν μπόρεσε να εκπληρωθεί, αποτελεί τις παραγγελίες σε εκκρεμότητα.

Την χρονική στιγμή $t = 0$ γίνεται προσδιορισμός των αρχικών τιμών των παραμέτρων του υποδείγματος. Απαραίτητη προϋπόθεση για τον υπολογισμό αυτών των μεγεθών είναι ο προσδιορισμός της μέσης ζήτησης (μ) στο χρονικό διάστημα t που έχει διανυθεί. Η τιμή της μέσης ζήτησης υπολογίζεται αθροίζοντας την ζήτηση



που έχει παρατηρηθεί μέχρι την χρονική στιγμή $t = 0$ και διαιρώντας την με το σύνολο των αθροιζόμενων τιμών. Όταν βέβαια η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτου βαθμού, τότε ο υπολογισμός της μέσης ζήτησης εκφράζεται με διαφορετικό τρόπο, ο οποίος θα περιγραφεί στην συνέχεια. Τέλος υπολογίζω το στοκ ασφαλείας, το οποίο είναι απαραίτητο για την αρχική στάθμη του αποθέματος.

Έχοντας λοιπόν όλα τα προαναφερθέντα στοιχεία στην κατοχή μας, μπορούμε να παρουσιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί ένα σύστημα περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος. Την χρονική στιγμή $t = 0$, η στάθμη του αποθέματος έχει διαμορφωθεί σε συγκεκριμένο επίπεδο και γίνεται παραγγελία O_0 . Όταν έχει περάσει χρονικό διάστημα λ και η επιχείρηση είναι έτοιμη να ενσωματώσει την παραγγελία O_0 , πρέπει πρώτα να ελέγξει την στάθμη του αποθέματος και μετά να γίνει η ενσωμάτωση. Δηλαδή η αθροιστική ζήτηση που παρουσιάστηκε στο χρονικό διάστημα λ αφαιρείται από το απόθεμα της προηγούμενης περιόδου, έτσι ώστε την επόμενη μέρα από την άφιξη της παραγγελίας, το νέο απόθεμα να αυξηθεί τόσο όσο η παραγγελία O_0 .

Η πρώτη επιθεώρηση του αποθέματος γίνεται την χρονική στιγμή τ και οδηγεί την επιχείρηση σε νέα παραγγελία O_1 ίσου μεγέθους με την ποσότητα του προϊόντος που πουλήθηκε στο χρονικό διάστημα τ . Η παραγγελία O_1 όπως ήταν αναμενόμενο ενσωματώνεται την χρονική στιγμή $\tau + \lambda$, αφού έχει γίνει ο αντίστοιχος έλεγχος της στάθμης του αποθέματος μέχρι και εκείνη την στιγμή. Όπως παρατηρούμε και από το διάγραμμα της προηγούμενης σελίδας, η επιχείρηση ξεκινά να πουλά ξανά την επόμενη μέρα, δηλαδή την χρονική στιγμή $\tau + \lambda$. Με τον ίδιο τρόπο γίνεται ο υπολογισμός όλων των μεγεθών σε όλες τις επόμενες χρονικές στιγμές. Σε αυτό το σημείο θα ήταν ορθό να τονίσουμε πως η ποσότητα της παραγγελίας που δίνεται σε κάθε επιθεώρηση αποθέματος ισούται με την συνολική ζήτηση που είχε το προϊόν ανάμεσα σε δυο διαδοχικές επιθεωρήσεις. Τέλος, αξίζει να επισημάνουμε πως στο χρονικό διάστημα 3τ και $3\tau + \lambda$, η επιχείρηση αντιμετωπίζει αρνητικές τιμές ζήτησης, οι οποίες την κάνουν να κρατά παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Η ζήτηση αυτή θα ικανοποιηθεί αμέσως μόλις λάβουμε την νέα παραγγελία.

Οι Charnes et al. (1995) ακολουθώντας την βασική θεωρία των αποθεμάτων θέτουν ένα αρχικό επίπεδο αποθέματος σε έναν καθορισμένο χρόνο και μια κανονικά κατανεμόμενη αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση. Αυτό γίνεται με σκοπό να επιτύχουν προκαθορισμένες πιθανότητες, έτσι ώστε να είναι σε θέση να ικανοποιήσουν την ζητούμενη ποσότητα όσο το δυνατόν πιο σύντομα. Έχοντας διανυθεί ένα συγκεκριμένο τ χρονικό

διάστημα παραγγέλνεται από την επιχείρηση μία ποσότητα O_k , η οποία ισούται με το άθροισμα των ήδη πωληθέντων προϊόντων στην προηγούμενη περίοδο τ . Η ποσότητα που παραγγέλνεται από την επιχείρηση εκφράζεται με την εξίσωση

$$O_k = \sum_{t=(k+1)\tau+1}^{k\tau} Y_t \quad (2.1)$$

όπου

k : χρονική στιγμή στην οποία δίνεται η παραγγελία

τ : η χρονική περίοδος η οποία έχει ήδη διανυθεί

Y_t : η ζήτηση που είχε το πωληθέν προϊόν την χρονική στιγμή t

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημάνουμε πως το πρόβλημα που αντιμετωπίζει η κάθε επιχείρηση είναι το επίπεδο αναπαραγγελίας (R) που πρέπει να θέσει καθώς και το προβλεπόμενο στοκ ασφαλείας (θ) που οφείλει να έχει, έτσι ώστε η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος να είναι η ελάχιστη. Ο προσδιορισμός της στάθμης του αποθέματος είναι αυτό που θα βοηθήσει στην επίλυση αυτού του προβλήματος και υπολογίζεται για κάθε περίοδο j . Στόχος του προβλήματος είναι ο προσδιορισμός του στοκ ασφαλείας, έτσι ώστε η πιθανότητα η στάθμη του αποθέματος να γίνει αρνητική στην περίοδο $\tau + \lambda$ να ισούται με β , δηλαδή,

$$\beta = \text{Prob}[I_j \leq 0] \quad (2.2)$$

Λύση στον προβληματισμό της επιχείρησης είναι ο προσδιορισμός του I_j και στην συνέχεια του σημείου αναπαραγγελίας, έτσι ώστε να ικανοποιείται η ισότητα (2.2).

Στον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος συνυπολογίζονται η στάθμη του αποθέματος και η παραγγελθείσα ποσότητα της προηγούμενης περιόδου, καθώς και συνολική ζήτηση της τρέχουσας περιόδου. Κάνοντας χρήση των προαναφερθέντων στοιχείων μπορούμε να απεικονίσουμε την τρέχουσα στάθμη του αποθέματος με την εξίσωση (2.3) στην γενική της μορφή:

$$I_j = I_{j-1} + \sum_{t=(j-3)\tau+1}^{(j-2)\tau} Y_t - \sum_{t=(j-1)\tau+1}^{j\tau} Y_t \quad (2.3)$$

Έχοντας λοιπόν προσδιορίσει τους ακριβείς τύπους και ορισμούς της στάθμης του αποθέματος και της παραγγελθείσας παραγγελίας, πρέπει η επιχείρηση να προσδιορίσει και τις αρχικές τιμές τους. Σύμφωνα με τους Charnes et al. (1995) την χρονική στιγμή $t = 0$, η επιχείρηση προσδιορίζει την στάθμη του αποθέματος συναρτήσει του χρόνου παράδοσης (λ), του στοκ ασφαλείας (θ) και της μέσης τιμής της ζήτησης (μ). Συνεπώς η μορφή της περιγραφείσας εξίσωσης είναι:

$$I_0 = R = \lambda\mu + \theta. \quad (2.4)$$

Η παραγγελθείσα ποσότητα O_0 προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε την μέση τιμή της ζήτησης με το χρονικό διάστημα που απαιτείται μεταξύ των διαδοχικών επιθεωρήσεων. Δηλαδή

$$O_0 = \tau\mu. \quad (2.5)$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημάνουμε πως για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος σε κάθε επόμενη περίοδο j πρέπει να κάνουμε χρήση της ακριβώς προηγούμενης περιόδου καθώς και της συνολικής ποσότητας που πουλήθηκε αυτήν τη περίοδο. Στο τέλος της πρώτης περιόδου η στάθμη του αποθέματος εκφράζεται από την εξίσωση

$$I_1 = I_0 - \sum_{t=1}^{\lambda} Y_t = \lambda\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\lambda} Y_t. \quad (2.6)$$

Για την αμέσως επόμενη περίοδο στη στάθμη του αποθέματος συμμετέχει και η παραγγελθείσα ποσότητα της χρονικής περιόδου $j-2$ και έτσι προκύπτει η μορφή

$$I_2 = I_1 + O_0 - \sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t = \lambda\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\lambda} Y_t + \tau\mu - \sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t = (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t. \quad (2.7)$$

Όσο όμως οι περίοδοι j περνάνε ο υπολογισμός γίνεται συνεχώς πιο πολύπλοκος και αυτή η πολυπλοκότητα αναφέρεται κυρίως στον υπολογισμό της αθροιστικής ζήτησης μέχρι και την περίοδο που θέλουμε να υπολογίσουμε. Επομένως η τρίτη περίοδος υπολογίζεται με έναν τύπο ο οποίος διαμορφώνει και τον υπολογισμό όλων των επόμενων περιόδων. Συγκεκριμένα έχουμε και τον συνυπολογισμό της παραγγελθείσας ποσότητας O_j . Στο τέλος

της j επιθεώρησης γίνεται παραγγελία O_j μονάδων προϊόντος ίση με την συνολική ζήτηση που έχει παρατηρηθεί από την προηγούμενη επιθεώρηση μέχρι και την τωρινή. Έτσι υπολογίζουμε την O_j ως εξής

$$O_j = \sum_{t=(j-1)\tau+1}^{j\tau} Y_t \quad (2.8)$$

Λαμβάνοντας όλες τις παραπάνω πληροφορίες και αναλύσεις των τύπων οδηγούμαστε στον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος της τρίτης περιόδου ως εξής

$$\begin{aligned} I_3 &= I_2 + O_1 - \sum_{t=1}^{2\tau+\lambda} Y_t = (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t + \sum_{t=1}^{\tau} Y_t - \sum_{t=\tau+\lambda+1}^{2\tau+\lambda} Y_t = \\ &= (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=1}^{2\tau+\lambda} Y_t + \sum_{t=1}^{\tau} Y_t = (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=\tau+1}^{2\tau+\lambda} Y_t \end{aligned} \quad (2.9)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας προτρέπει στην γενική μορφή που μπορεί να ακολουθηθεί για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος σε κάθε επόμενη χρονική περίοδο $j=4,5,6,\dots$. Συνεπώς η γενική μορφή διαμορφώνεται ως

$$I_j = I_{j-1} + O_{j-2} - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t = (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t \quad (2.10)$$

2.2 Προσδιορισμός του στοκ ασφαλείας

Η ζήτηση, Y_t , θεωρείται ότι έχει δημιουργηθεί από μια στάσιμη στη συνδιακύμανση στοχαστική διαδικασία και επομένως απαιτείται προσδιορισμός της στάθμης του αποθέματος όταν η ζήτηση του προϊόντος αυτοσυσχετίζεται. Λαμβάνοντας αναμενόμενες τιμές σε αμφότερα τα μέλη της (2.10) καταλήγουμε στην σχέση

$$\begin{aligned}
E(I_j) &= E\left\{(\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right\} = \\
&= E\{(\tau + \lambda)\mu\} + E\{\theta\} - E\left\{\sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right\} = \\
&= (\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} E(Y_t) = (\tau + \lambda)\mu + \theta - (\tau + \lambda)\mu = \theta. \tag{2.11}
\end{aligned}$$

Πέραν αυτού η εξίσωση (2.10) είναι αυτή που χρησιμοποιείται προκειμένου να υπολογίσουμε την διακύμανση της στάθμης του αποθέματος και να αποδείξουμε ότι ισούται με την διακύμανση του αθροίσματος της ζήτησης σε οποιοδήποτε διάστημα $\tau + \lambda$, όπως αυτό φαίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned}
Var(I_j) &= Var\left\{(\tau + \lambda)\mu + \theta - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right\} = \\
&= Var\{(\tau + \lambda)\mu\} + Var\{\theta\} - Var\left\{\sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right\} = Var\left\{\sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right\}. \tag{2.12}
\end{aligned}$$

Έχοντας λάβει υπόψη τους υπολογισμούς των παραπάνω μεγεθών, απαραίτητα για τον προσδιορισμό του στοκ ασφαλείας, το πρόβλημα της επιχείρησης λύνεται απλά χρησιμοποιώντας την

$$\theta = z_\beta \sqrt{Var(I_j)} \tag{2.13}$$

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, στην πλειονότητα των περιπτώσεων εφαρμογής των παραπάνω εξισώσεων λαμβάνεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας της ζήτησης. Στην πραγματικότητα όμως η ζήτηση εμφανίζει αυτοσυσχέτιση, η οποία με την σειρά της απαιτεί ειδικές μεθόδους προσδιορισμού του $Var(I_j)$, όπως και στην εκτίμηση αυτού. Στα τμήματα που ακολουθούν το πρόβλημα εκτίμησης του $Var(I_j)$ διερευνάται στο στάσιμο αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1). Η επόμενη ενότητα δίνει μια σύντομη περιγραφή του AR(1) και ακολουθεί η διαδικασία εκτίμησης αυτού με την υπό συνθήκη συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας.

2.3 Αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού, AR(1)

Πρόκειται για ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης, όπου η εξαρτημένη μεταβλητή δεν παλινδρομείται στις ανεξάρτητες μεταβλητές, αλλά στις προηγούμενες τιμές της ίδιας μεταβλητής. Γι' αυτό και ονομάζεται αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα (Autoregressive model)

Το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1) είναι μια απλή παλινδρόμηση της μορφής

$$Y_t = \delta + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

με ε_t τα τυχαία σφάλματα, τα οποία είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους και θεωρούνται λευκός θόρυβος, δηλαδή ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση σ_ε^2 . Για κάθε t στην διαδικασία του λευκού θορύβου ισχύει (Hamilton, 1994):

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \quad \text{για } t \neq s$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να τονίσουμε πως η χρονολογική σειρά μας είναι στάσιμη αν $|\phi| < 1$, δηλαδή κυμαίνεται διαχρονικά γύρω από ένα επίπεδο με σταθερή διακύμανση.

Έχοντας λάβει υπόψη τα παραπάνω στοιχεία θα ήταν ορθό να αναφέρουμε και μερικά σημαντικά στοιχεία για την ζήτηση όταν αυτή ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού, δηλαδή όταν το Y_t είναι στάσιμο τότε ισχύουν για τον μέσο και την διακύμανση ότι:

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi} \quad (\text{Δημέλη, 2002}) \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}
\text{Var}(Y_t) &= \gamma_0 = E(Y_t - \mu)^2 = E(\varepsilon_t + \phi\varepsilon_{t-1} + \phi^2\varepsilon_{t-2} + \phi^3\varepsilon_{t-3} + \dots)^2 \\
&= (1 + \phi^2 + \phi^4 + \phi^6 + \dots)\sigma^2 \\
&= \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2} \quad (\text{Hamilton, 1994}) \tag{2.16}
\end{aligned}$$

$$Y_t \sim N\left(\frac{\delta}{1 - \phi}, \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2}\right) \quad (\text{Hamilton, 1994})$$

2.4 Υπό συνθήκη συνάρτηση μέγιστης πιθανοφάνειας για το AR(1)

Έστω ότι έχουμε μια διαδικασία AR(1), η οποία περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα. Επίσης θεωρούμε ότι η Y_1 είναι μια τυχαία μεταβλητή με μέσο και διακύμανση που περιγράφεται από τις εξισώσεις (2.15) και (2.16) αντίστοιχα. Επομένως η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το Y_1 όπως αυτή περιγράφεται από τον Hamilton (1994) έχει ως

$$f(Y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2}}} e^{-\frac{1}{2\frac{\sigma^2}{1 - \phi^2}} \left(Y_1 - \frac{\delta}{1 - \phi}\right)^2}$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε την αντίστοιχη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το Y_2 δοθέντος του Y_1 . Για την χρονική στιγμή $t = 2$ η τιμή του Y_2 διαμορφώνεται ως

$$Y_2 = \delta + \phi Y_1 + \varepsilon_2$$

με μέσο και διακύμανση όπως παρουσιάζεται στην συνέχεια

$$E(Y_2 / Y_1) = \delta + \phi Y_1 + E(\varepsilon_2) = \delta + \phi Y_1$$

$$\text{Var}(Y_2) = \text{Var}(\delta + \phi Y_1) + \text{Var}(\varepsilon_2) = \sigma^2$$

Άρα

$$Y_2 \sim N(\delta + \phi Y_1, \sigma^2)$$

Τα $E(\varepsilon_2)$ και $Var(\varepsilon_2)$ είναι μηδενικά όπως περιγράφηκε η διαδικασία του λευκού θορύβου. Έχοντας υπολογίσει τα παραπάνω μεγέθη εύκολα οδηγούμαστε στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το Y_2 , η οποία είναι

$$f(Y_2 / Y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (Y_2 - \delta - \phi Y_1)^2}$$

Όμοια συμπεριφορά έχουν και οι υπόλοιπες τιμές Y . Επομένως καταλήγουμε στην γενική μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της Y_t δοθέντος της τιμής Y_{t-1} που παρουσιάζεται ως

$$f(Y_t / Y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (Y_t - \delta - \phi Y_{t-1})^2}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να αποφανθούμε για την συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας για το AR(1), η οποία είναι

$$L = \prod_{t=2}^T f(Y_t / Y_{t-1}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{T-1}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=2}^T (Y_t - \delta - \phi Y_{t-1})^2}$$

Λογαριθμίζοντας την L καταλήγω στην

$$\ln L = -\frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma^2) - \left(\frac{1}{2\sigma^2} \right) \sum_{t=2}^T (Y_t - \delta - \phi Y_{t-1})^2 \quad (2.17)$$

Η μεγιστοποίηση της (2.17) ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της

$$\sum_{t=2}^T (Y_t - \delta - \phi Y_{t-1})^2$$

ως προς τα δ και ϕ . Δηλαδή οι εκτιμητές $\hat{\delta}$ και $\hat{\phi}$ του υποδείγματος και $\hat{\sigma}^2$ της διακύμανσης του σφάλματος της παλινδρόμησης που προκύπτουν από την μεγιστοποίηση της συνάρτησης μεγίστης πιθανοφάνειας είναι ίδιοι με τους αντίστοιχους συντελεστές που προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση των τετραγώνων των σφαλμάτων.

Ο Χάλκος (2006) υπολόγισε τις εκτιμήσεις των δυο αυτών παραμέτρων του υποδείγματος κάνοντας χρήση της άλγεβρας μητρών και κατέληξε στην παρακάτω εξίσωση

$$\begin{bmatrix} \hat{\delta} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T-1 & \sum_{t=2}^T Y_{t-1} \\ \sum_{t=2}^T Y_{t-1} & \sum_{t=2}^T Y_{t-1}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=2}^T Y_t \\ \sum_{t=2}^T Y_t Y_{t-1} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Η εκτίμηση της διακύμανσης αυτής της μεθόδου δίνεται από τον τύπο

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=2}^T \left(Y_t - \hat{\delta} - \hat{\phi} Y_{t-1} \right)^2}{(T-1) - 2} \quad (2.19)$$

2.5 Τρόποι εκτίμησης του $Var(I_j)$

Η εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος που δίνεται στην σχέση (2.12) θα γίνει μέσω της εκτίμησης της διακύμανσης της ζήτησης. Μέθοδοι της εκτίμησης της διακύμανσης της ζήτησης παρουσιάζονται παρακάτω.

Οι Charnes et al. (1995) στο άρθρο τους πέρα από τον τρόπο που έχουμε ήδη αναφέρει κάνουν αναφορά σε μια εκτενέστερη μορφή της εξίσωσης (2.12). Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση που ακολουθεί είναι απαλλαγμένη από τον χρόνο και έχει την μορφή

$$Var(I_j) = Var\left(\sum_{i=1}^{\tau+\lambda} Y_i\right) = \sum_{m=1}^{\tau+\lambda} \sum_{n=1}^{\tau+\lambda} \gamma_{m-n} = (\tau + \lambda)\gamma_0 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} (\tau + \lambda - s)\gamma_s \quad (2.20)$$

Πριν όμως οδηγηθούμε στους τρόπους που εκτιμάται η διακύμανση της ζήτησης για ένα προϊόν, σκόπιμο θα ήταν να αποδείξουμε με ποιόν τρόπο καταλήγουμε σε αυτήν.

$$\begin{aligned}
Var(\bar{I}_j) &= Var\left(\sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t\right) = (\tau + \lambda)\gamma_0 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} (\tau + \lambda - s)\gamma_s = \\
&= (\tau + \lambda)\left\{\gamma_0 + \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(\frac{\tau + \lambda - s}{\tau + \lambda}\right)\gamma_s\right\} = (\tau + \lambda)\left\{\gamma_0 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right)\gamma_s\right\} = \\
&= (\tau + \lambda)\gamma_0 \left\{1 + \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right)\frac{\gamma_s}{\gamma_0}\right\} = \\
&= (\tau + \lambda)\gamma_0 \left\{1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right)\rho_s\right\} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

όπου ρ_s ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μεταξύ των Y_t και Y_{t+s} η τιμή του οποίου εξαρτάται μόνο από την απόσταση s και όχι από τις πραγματικές τιμές της σειράς στους χρόνους t και $t + s$.

Οι Box et al. (1994) επισημαίνουν πως

$$\begin{aligned}
Var(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) &= \frac{\gamma_0}{\tau + \lambda} \left\{1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right)\rho_s\right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow (\tau + \lambda)Var(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) &= \gamma_0 \left\{1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right)\rho_s\right\} \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Στην πράξη όμως η δειγματική αυτοσυνδιακύμανση της ζήτησης, γ_s , είναι άγνωστη. Όταν όμως έχουμε στην διάθεσή μας ένα δείγμα T παρατηρήσεων για τη ζήτηση μπορούμε εύκολα να οδηγηθούμε στην εκτίμηση του γ_s ως εξής (Charnes et al., 1995):

$$\hat{\gamma}(s) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum_{t=1}^{T-s} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+s} - \bar{Y}) \tag{2.23}$$

όπου

$s=0,1,2,\dots,\tau+\lambda-1$ και

\bar{Y} : η μέση τιμή της ζήτησης στο χρονικό διάστημα t

Οι Charnes et al. (1995) προσδιορίζουν και τον τρόπο με τον οποίο οδηγούνται στην εκτίμηση της δειγματικής διακύμανσης. Συγκεκριμένα κάνουν χρήση της εξίσωσης

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.24)$$

Αξιοποιώντας τις εξισώσεις (2.23) και (2.24) και αντικαθιστώντας αυτές στην (2.20) λαμβάνουμε την τελική μορφή εκτίμησης της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος

$$\widehat{Var}(I_j) = (\tau + \lambda) \hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} (\tau + \lambda - s) \hat{\gamma}_s \quad (2.25)$$

Αφού έχουμε εκτιμήσει πλέον την διακύμανση της στάθμης του αποθέματος οδηγούμαστε στην εκτίμηση του στοκ ασφαλείας σύμφωνα με τον τύπο της εξίσωσης (2.13). Όταν όμως το μέγεθος του δείγματος τείνει στο άπειρο, τότε η δειγματική αυτοσυνδιακύμανση της ζήτησης και η δειγματική διακύμανση της στάθμης του αποθέματος τείνουν στις αντίστοιχες πραγματικές τους τιμές.

Οι Κεβόρκ και Χάλκος (2004), ασχολήθηκαν με την εκτίμηση της διακύμανσης του μέσου όρου, $Var(\bar{Y}_{\tau+\lambda})$ σε αυτοσυσχετιζόμενες σειρές, προτείνοντας τρεις μεθόδους επίλυσης αυτής της εκτίμησης όταν η ζήτηση ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού AR(1).

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (2.21) & (2.22) λαμβάνεται η εξίσωση

$$\widehat{Var}(I_j) = (\tau + \lambda)^2 Var(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) \quad (2.26)$$

Έστω ότι έχουμε στην διάθεσή μας ένα δείγμα $\tau + \lambda$ συνεχόμενων παρατηρήσεων από μια στάσιμη στη συνδιακύμανση χρονολογική σειρά Y_t , με μέσο μ και διακύμανση γ_0 . Η διακύμανση του μέσου αριθμητικού για το δείγμα αυτών των παρατηρήσεων (Fishman, 1978) δίνεται ως

$$Var(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) = \frac{\sigma^2}{\tau + \lambda} \quad (2.27)$$

όπου

$$\sigma^2 = \gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau+\lambda} \right) \rho_s \right\} \quad (2.28)$$

2.6 Περιγραφή μεθόδων εκτίμησης του σ^2

Ο προσδιορισμός του αποθέματος ασφαλείας σε συστήματα αποθεμάτων συνεχούς ή περιοδικής επιθεώρησης απασχόλησε τους Κεβόρκ & Χάλκο (2004), οι οποίοι υποστηρίζουν ότι δεν είναι ρεαλιστικό να ισχυριζόμαστε ότι η ζήτηση του προϊόντος σε μια χρονική περίοδο δεν εξαρτάται από την ζήτηση που είχε το προϊόν σε προηγούμενες περιόδους. Αξιοποιώντας την εξίσωση (2.27) κάνουν μια προσπάθεια εκτίμησης του σ^2 , προτείνοντας τρεις διαφορετικές μεθόδους, όταν η ζήτηση βέβαια ακολουθεί το AR(1). Στο άρθρο τους εκτιμούν το σ^2 , εκτιμώντας την ασυμπτωτική μορφή του, την οποία και συμβολίζουμε με u .

1^η μέθοδος (CIM₁)

Η συγκεκριμένη μέθοδος περιλαμβάνει τις εκτιμήσεις της αυτοδιακύμανσης και των συντελεστών αυτοσυσχέτισης και βασίζεται στην εκτιμήτρια της u κάνοντας χρήση της σχέσης

$$\hat{u}_1 = \hat{\gamma}_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^h \hat{\rho}_s \right\} \quad (2.29)$$

όπου

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum (Y_t - \bar{Y})^2$$

$$\hat{\gamma}_s = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-s} (Y_{t+s} - \bar{Y})(Y_t - \bar{Y})$$

$$h \leq \frac{T}{4}$$

$$\hat{\rho}_s = \frac{\hat{\gamma}_s}{\hat{\gamma}_0}$$

όπως προτείνεται από τους Box et al. (1994). Στην συγκεκριμένη μεθοδολογία για την εκτίμηση του $\hat{\gamma}_0$ και του $\hat{\rho}_s$ χρησιμοποιούνται τα στοιχεία όλου του δείγματος.

2^η μέθοδος (CIM₂)

Η μέθοδος αυτή προκειμένου να εφαρμοστεί προϋποθέτει ότι η διαδικασία ταυτοποίησης κατά Box-Jenkins έχει δείξει πως η χρονολογική σειρά προέρχεται από το στάσιμο AR(1). Έτσι ο υπολογισμός της εκτιμήτριας u μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας

α) την εκτίμηση της γ_0 , όπως συνέβη στην προηγούμενη μεθοδολογία χρησιμοποιώντας τις διαθέσιμες παρατηρήσεις της σειράς

β) την εκτίμηση του ϕ .

Οι Box et al. (1994) προσδιορίζουν την εκτίμηση της διακύμανσης με τον παρακάτω τρόπο:

$$\sigma^2 = \gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \phi^s \right\}. \quad (2.30)$$

Αλλά

$$\sum_{s=1}^{\infty} \phi^s = \phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots = \phi(1 + \phi + \phi^2 + \dots) = \phi \frac{1}{1 - \phi}. \quad (2.31)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.31) στην εξίσωση (2.30) λαμβάνουμε την σχέση

$$\sigma^2 = \gamma_0 \left\{ 1 + 2 \frac{\phi}{1 - \phi} \right\} = \gamma_0 \left\{ \frac{1 - \phi + 2\phi}{1 - \phi} \right\} = \gamma_0 \frac{1 + \phi}{1 - \phi}. \quad (2.32)$$

Επομένως η u σε αυτή την περίπτωση εκτιμάται ως

$$\hat{u}_2 = \hat{\gamma}_0 \frac{1 + \hat{\phi}}{1 - \hat{\phi}}. \quad (2.33)$$

Τα στοιχεία όλου του δείγματος χρησιμοποιούνται προκειμένου να γίνει η εκτίμηση των $\hat{\gamma}_0$ και $\hat{\phi}$.

3^η μέθοδος (CIM₃)

Η τελευταία μέθοδος διαφοροποιείται από τις προηγούμενες δυο μεθόδους, διότι βασίζεται στην εκτίμηση των παραμέτρων της δειγματικής αυτοδιακύμανσης γ_0 . Πιο συγκεκριμένα, όταν η χρονολογική σειρά ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτου

βαθμού, τότε ισχύει $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi^2}$ (Box et al., 1994)

Σε αυτή την περίπτωση κάνουμε χρήση των εκτιμήσεων ελαχίστων τετραγώνων της διακύμανσης των καταλοίπων $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ και του αυτοπαλίνδρομου συντελεστή $\hat{\phi}$, όπως αυτές προκύπτουν από την παλινδρόμηση της Y_t πάνω στην Y_{t-1} .

Επομένως η u μπορεί να εκτιμηθεί ως

$$\hat{u}_3 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{(1-\hat{\phi})^2} \quad (2.34)$$

Οι παραπάνω τρεις μέθοδοι εξαρτώνται από την εκτίμηση των $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ και $\hat{\phi}$ με βάση την υπό συνθήκη μέγιστης πιθανοφάνειας.

Κεφάλαιο 3

Δημιουργία σειρών προσομοίωσης και εφαρμογή των τεσσάρων μεθόδων

Στο τρέχον κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο παρήχθησαν οι σειρές προσομοίωσης, όπως επίσης θα αναφέρουμε και θα αναλύσουμε την ακριβή μεθοδολογία την οποία ακολουθήσαμε προκειμένου να οδηγηθούμε στους τελικούς πίνακες αποτελεσμάτων, οι οποίοι θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

3.1 Δημιουργία σειρών προσομοίωσης AR(1)

Η μέθοδος Monte-Carlo παρήγαγε τις σειρές προσομοίωσης, τις οποίες πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα έρευνα. Η συγκεκριμένη μέθοδος περιγράφεται αναλυτικά σε άρθρο του Κεβόρκ (2010). Το συγκεκριμένο άρθρο μας παρέχει πληροφορίες σχετικά με την αξιοπιστία και τον βαθμό εγκυρότητας των σειρών προσομοίωσης. Αρχικά σε πρώτο στάδιο παρήχθησαν 400 σειρές από το AR(1) με μέγιστο μήκος η κάθε σειρά 1000 παρατηρήσεις. Για το υπόδειγμα αυτό ο στάσιμος μέσος είναι ίσος με

$$\mu = \frac{\delta}{1-\phi} = \frac{60}{1-0,8} = 300, \text{ ενώ η διακύμανση της σειράς είναι } \gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} = \frac{1296}{0,36} = 3600. \text{ Ο}$$

συντελεστής μεταβλητότητας που προκύπτει είναι $CV = \frac{\sqrt{\gamma_0}}{\mu} = \frac{60}{300} = 0,2$ και εξασφαλίζει

την απουσία αρνητικών τιμών στη ζήτηση που δεν θα είχαν λογική έννοια (Κεβόρκ, 2010).

Σε κάθε σειρά προσομοίωσης θεωρήσαμε δυο μεγέθη δείγματος. Ένα με 250 παρατηρήσεις και ένα με 1000 παρατηρήσεις. Ο λόγος που επιλέξαμε να εφαρμόσουμε τις μεθόδους σε 2 ομάδες παρατηρήσεων με τόσο μεγάλη διαφορά στον όγκο είναι ο έλεγχος της προσαρμοστικότητας και της ευστάθειας των παραμέτρων. Οι παράμετροι που θα παρουσιαστούν και θα συγκριθούν είναι το στοκ ασφαλείας (θ), η διακύμανση της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_t)$), η στάθμη του αποθέματος (I_t) καθώς και η πιθανότητα έλλειψης των αποθεμάτων (α). Στόχος της συγκεκριμένης έρευνας ήταν να γίνει εκτίμηση των προαναφερθέντων παραμέτρων γνωρίζοντας ότι η κάθε σειρά ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού. Το πραγματικό υπόδειγμα από το οποίο προήλθαν οι 400 προσομοιωμένες σειρές είναι το

$$Y_t = 60 + 0,8Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου το $\varepsilon_t \sim N(0,1296)$.

Προκειμένου να διασφαλίσουμε την στασιμότητα της σειράς, θεωρούμε την πρώτη παρατήρηση που δημιουργείται ως μια τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή

$$Y_1 \sim N\left(\frac{\delta}{1-\phi}, \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}\right).$$

Όλες οι υπόλοιπες παρατηρήσεις ακολουθούν με βάση τη σχέση $Y_t = 60 + 0,8Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Η τιμή του ϕ στο συγκεκριμένο υπόδειγμα είναι 0,8, η οποία μας δίνει έναν υψηλό βαθμό αυτοσυσχέτισης, ενώ ταυτόχρονα απέχει από τιμές κοντά στην μονάδα, οι οποίες θα μπορούσαν να μας δίνουν σειρές σε μεγάλα δείγματα, οι οποίες να είναι μη στάσιμες (Halkos και Kevork, 2006).

3.2 Αναλυτική παρουσίαση μεθοδολογίας

Σε πρώτο επίπεδο όπως αναφέραμε παρήχθησαν οι 400 σειρές προσομοίωσης για δυο μεγέθη παρατηρήσεων. Τα δεδομένα των χρονολογικών σειρών ερμηνεύουν την μεταβολή της ζήτησης κατά την διάρκεια του χρόνου. Δηλαδή, δείχνουν μετρήσεις σε διάφορα σημεία μέσα στο χρόνο (Χάλκος, 2006). Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις της κάθε σειράς και για τα δυο δείγματα (250 και 1000 ημερών), θέτουμε χρόνο παράδοσης του προϊόντος τις 2 ημέρες, επιθεώρηση του αποθέματος κάθε 5 ημέρες και το επίπεδο εξυπηρέτησης στο 80%. Στην συγκεκριμένη μεθοδολογία περιοδικής επιθεώρησης υπάρχει δυνατότητα να κρατούνται παραγγελίες σε εκκρεμότητα, δηλαδή με την άφιξη την νέα παραγγελίας να μπορούμε να ικανοποιούμε την ζήτηση που έχει προκύψει το χρονικό διάστημα που έχει ήδη περάσει.

Αρχικά παλινδρομούμε κάθε σειρά ξεχωριστά, κάνοντας χρήση του E-views, ώστε να μπορέσουμε να αντλήσουμε για την κάθε μια ξεχωριστά τα δεδομένα τα οποία θα μας βοηθήσουν στην εκτίμηση των παραμέτρων με τα οποία συγκρίνουμε τις σειρές μεταξύ τους. Ένα απλό υπόδειγμα παλινδρόμησης βασίζεται στην υπόθεση ότι ο μέσος της εξαρτημένης μεταβλητής είναι γραμμική συνάρτηση της ανεξάρτητης μεταβλητής. Επομένως κάθε παλινδρόμηση μας δίνει τις εκτιμήσεις των στοιχείων της διακύμανσης, του σταθερού όρου (δ) και του ϕ , τα οποία κρίνονται απαραίτητα ώστε να μπορέσει να γίνει ορθή εκτίμηση των

παραμέτρων μας. Ο υπολογισμός του μέσου κάθε σειράς αποτελεί επίσης σημαντικό παράγοντα και εκτιμάται σύμφωνα με τον Χρήστου(2007) ως

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\delta}}{1 - \hat{\phi}} \quad (3.1)$$

Πριν παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξε η έρευνα μας, στο επόμενο κεφάλαιο, σκόπιμο θα ήταν να αναφέρουμε τα βήματα τα οποία προηγήθηκαν. Ο υπολογισμός των εκτιμηθέντων αρχικών τιμών βασίστηκε στις εξισώσεις

$$O_0 = \tau\mu \quad (3.2)$$

$$I_0 = R = \lambda\mu + \theta \quad (3.3)$$

$$\theta = z_{\beta} \sqrt{Var(I_j)}. \quad (3.4)$$

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει κάθε μία μέθοδος εκτιμά με διαφορετικό τρόπο την διακύμανση της στάθμης του αποθέματος. Τα αρχικά μεγέθη της κάθε σειράς υπολογίστηκαν κάνοντας χρήση του E-views. Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα δημιουργήσαμε μια σειρά εντολών, οι οποίες παρουσιάζονται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1: Εντολές E-views για μια χρονολογική σειρά

```

vector (1000) est_d
vector (1000) est_f
vector (1000) est_s
vector (1000) clmean_ml
vector (1000) clvarp_ml
E      !count=1
N      genr x = ser01
T      ls x c x(-1)
O      scalar cl1 = @mean(x)
Λ      scalar cl2 = @varp(x)
E      scalar k1 = @coefs(1)
Σ      scalar k2 = @coefs(2)
       scalar k3 = @se
       clmean_ml(!count) = cl1
       clvarp_ml(!count) = cl2
       est_d(!count)=k1
       est_f(!count)=k2
       est_s(!count)=k3
       !count = !count+1 .

```

Οι συγκεκριμένες εντολές αναφέρονται στις εκτιμήσεις των παραμέτρων για την πρώτη σειρά (*ser01*) και εκτιμά αυτόματα κάποιους παράμετρους που κρίνονται απαραίτητοι, καθώς όπως αναφέραμε κάθε σειρά ακολουθεί την δική της εξίσωση. Μας αποδίδει συγκεντρωτικούς πίνακες για κάθε σειρά ξεχωριστά για τον συντελεστή ϕ , τον μέσο μ , την δειγματική διακύμανση γ_0 , την διακύμανση σ και τον σταθερό όρο δ . Οι τρέχουσες εντολές αποδίδουν εκτιμήσεις των προαναφερθέντων παραμέτρων όταν βέβαια η ζήτηση ακολουθεί το AR(1), όπως συμβαίνει και στην περίπτωση των 400 σειρών που παρήχθησαν. Εν συνεχεία, εκτιμήσαμε τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης $\left(\hat{\rho}_s\right)$, κάνοντας χρήση του προγράμματος Minitab. Σε αυτό το πρόγραμμα αρχικά εισαγάγαμε τις τιμές της ζήτησης κάθε σειράς ξεχωριστά. Έπειτα αναπαράγαμε 400 φορές τις εντολές που αναφέρονται στον πίνακα 2, οι οποίες μας απέδιδαν αυτόματα τους $T/4$ συντελεστές αυτοσυσχέτισης κάθε σειράς, αλλά και

κάθε ομάδα. Στην περίπτωση των 250 παρατηρήσεων λάβαμε 63 συντελεστές, ενώ στις 1000 παρατηρήσεις 250 συντελεστές. Ο λόγος που λάβαμε μόνο αυτό τον όγκο των συντελεστών ήταν η μεθοδολογία CIM₁, η οποία περιλαμβάνει την χρήση των συγκεκριμένων συντελεστών, όπως αυτό φαίνεται από την εξίσωση

$$\hat{u}_1 = \hat{\gamma}_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^h \hat{\rho}_s \right\}. \quad (3.5)$$

Πίνακας 2: Εντολή εκτίμησης συντελεστών αυτοσυσχέτισης

| | n=250 | n=1000 |
|--------|------------------|------------------|
| Εντολή | Name c01 "ACF01" | Name c01 "ACF01" |
| | ACF c1; | ACF c1; |
| | Lags 63; | Lags 250; |
| | SACF 'ACF01'. | SACF 'ACF01'. |

Έχοντας στην κατοχή μας τα πλέον απαραίτητα μεγέθη όλων των παραμέτρων, μπορούμε να εφαρμόσουμε στην πράξη όλα όσα έχουν αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο και να καταλήξουμε στους πίνακες που θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο. Εύκολα γίνεται αντιληπτό πως όλοι οι υπολογισμοί δεν θα ήταν καθόλου εύκολο να γίνουν απλά με χαρτί και στυλό. Έτσι δημιουργήσαμε ένα αρχείο Excel, στο οποίο εισαγάγαμε όλες τις τιμές που λάβαμε από την χρήση του Minitab και του E-views. Ενδεικτικά θα παρουσιάσουμε στην συνέχεια τον ακριβή τρόπο με τον οποίο εκτιμήσαμε όλες τις τελικές τιμές των παραμέτρων, σύμφωνα με τις οποίες συγκρίναμε όλες τις μεθόδους.

Πίνακας 3: Συμπεριφορά περιοδικής επιθεώρησης

| Χρόνος t | Σειρά Y | ρ_s | O_x | CIM ₁ | | CIM ₂ | | CIM ₃ | | Μέθοδος Charnes et al. | |
|----------|---------|----------|----------|------------------|------------|------------------|------------|------------------|------------|------------------------|------------|
| | | | | I_j | Στάθμη απ. | I_j | Στάθμη απ. | I_j | Στάθμη απ. | I_j | Στάθμη απ. |
| 0 | | | 1457,828 | 1105,662 | 1105,662 | 1115,613 | 1115,613 | 1119,237 | 1119,237 | 922,109 | 922,109 |
| 1 | 234,808 | 0,847654 | | 870,8544 | | 880,8054 | | 884,4286 | | 687,301 | |
| 2 | 220,181 | 0,724952 | | 660,6734 | 2108,502 | 660,6244 | 2118,453 | 664,2476 | 2122,076 | 467,12 | 1924,948 |
| 3 | 220,49 | 0,610388 | | 1888,012 | | 1897,963 | | 1901,586 | | 1704,458 | |
| 4 | 172,043 | 0,54377 | | 1715,969 | | 1725,92 | | 1729,543 | | 1532,415 | |
| 5 | 198,67 | 0,481003 | 1046,192 | 1517,299 | | 1527,25 | | 1530,873 | | 1333,745 | |
| 6 | 202,701 | 0,43424 | | 1314,598 | | 1324,549 | | 1328,172 | | 1131,044 | |
| 7 | 191,556 | 0,420844 | | 1123,042 | 2169,234 | 1132,993 | 2179,185 | 1136,616 | 2182,808 | 939,4881 | 1985,68 |
| 8 | 201,065 | 0,388467 | | 1968,169 | | 1978,12 | | 1981,743 | | 1784,615 | |
| 9 | 223,348 | 0,345177 | | 1744,821 | | 1754,772 | | 1758,395 | | 1561,267 | |
| 10 | 206,525 | 0,319163 | 1025,195 | 1538,296 | | 1548,247 | | 1551,87 | | 1354,742 | |
| 11 | 184,584 | 0,298277 | | 1353,712 | | 1363,663 | | 1367,286 | | 1170,158 | |
| 12 | 218,362 | 0,304622 | | 1135,35 | 2160,545 | 1145,301 | 2170,496 | 1148,924 | 2174,119 | 951,7961 | 1976,991 |
| 13 | 223,325 | 0,289128 | | 1937,22 | | 1947,171 | | 1950,794 | | 1753,666 | |
| 14 | 160,731 | 0,275396 | | 1776,489 | | 1786,44 | | 1790,063 | | 1592,935 | |
| 15 | 203,604 | 0,243534 | 990,606 | 1572,885 | | 1582,836 | | 1586,459 | | 1389,331 | |
| 16 | 213,42 | 0,188084 | | 1359,465 | | 1369,416 | | 1373,039 | | 1175,911 | |
| 17 | 254,722 | 0,124405 | | 1104,743 | 2095,349 | 1114,694 | 2105,3 | 1118,317 | 2108,923 | 921,1891 | 1911,795 |

3.3 Προσδιορισμός και ανάλυση των αποτελεσμάτων του πίνακα συμπεριφοράς της περιοδικής επιθεώρησης

Ο πίνακας 3 απεικονίζει τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκαμε, προκειμένου να μπορέσουμε στην συνέχεια να αποφανθούμε για την πιο αποτελεσματική μέθοδο από αυτές που ερευνήθηκαν και παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2.

Στον πίνακα 3 ενδεικτικά έχουμε παρουσιάσει τον τρόπο με τον οποίο συμπεριφέρονται όλες οι μέθοδοι που εκτιμούν τις παραμέτρους που εξετάζουμε. Έχουμε συμπεριλάβει τις 17 πρώτες παρατηρήσεις της ζήτησης, αλλά όπως έχουμε αναφέρει είναι ίδιες και στις δυο ομάδες. Ο συγκεκριμένος πίνακας είναι απόσπασμα από το Excel που δημιουργήσαμε για τις 250 παρατηρήσεις. Η τέταρτη στήλη του πίνακα μας δείχνει την παραγγελθείσα ποσότητα, η οποία είναι ίδια για τις τρεις μεθόδους που αναφέρουν οι Κεβόρκ και Χάλκος (2004), αλλά και για την μέθοδο που προτάθηκε από τους Charnes et al. (1995). Το πραγματικό υπόδειγμα όμως έχει διαφορετική αρχική τιμή ποσότητας παραγγελίας, διότι η πραγματική τιμή του μέσου διαφέρει από την εκτιμηθείσα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η επιθεώρηση του αποθέματος γίνεται κάθε 5 ημέρες, η παραγγελθείσα ποσότητα παραλαμβάνεται 2 ημέρες αργότερα και το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι 80%.

Ο πίνακας 4 εμπεριέχει τις τιμές των απαραίτητων παραμέτρων, οι οποίες είναι αναγκαίες ώστε να ελέγξουμε πως ακριβώς συμπεριφέρεται η κάθε μια μέθοδος.

Πίνακας 4: Απεικόνιση απαραίτητων παραμέτρων

| | CIM1, CIM2, CIM3 & μέθοδος άρθρου | Πραγματικό υπόδειγμα |
|------------|-----------------------------------|----------------------|
| γ_0 | 4587,771853 | 3600 |
| δ | 43,78049701 | 60 |
| ϕ | 0,851461906 | 0,8 |
| σ | 35,76204258 | 36 |
| μ | 291,5656298 | 300 |
| O_0 | 1457,828149 | 1500 |

Σε πρώτο στάδιο υπολογίζουμε τις αρχικές εκτιμηθείσες τιμές της στάθμης του αποθέματος, δηλαδή την χρονική στιγμή $t = 0$, για κάθε μία μέθοδο ξεχωριστά. Όλες οι

μέθοδοι που αναλύθηκαν έχουν κοινή μεθοδολογία σχετικά με τον υπολογισμό των αρχικών τους μεγεθών, αλλά διαφέρουν ως προς την εκτίμηση του $Var(I_j)$. Αρχικά θέτουν ένα επίπεδο αποθέματος, δηλαδή η πρώτη παραγγελθείσα ποσότητα η οποία ενσωματώνεται 2 ημέρες αργότερα, η οποία υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τον εκτιμηθέντα μέσο της σειράς με τον αριθμό των ημερών βάσει των οποίων γίνεται η επιθεώρηση του αποθέματος, δηλαδή

$$O_0 = \tau \hat{\mu} . \quad (3.6)$$

Επίσης έχουν κοινή χρήση της εξίσωσης

$$I_0 = R = \lambda \mu + \theta , \quad (3.7)$$

η οποία περιλαμβάνει την τιμή του στοκ ασφαλείας. Δεν πρέπει να παραλείψουμε να αναφέρουμε πως το στοκ ασφαλείας υπολογίζεται από την εξίσωση

$$\theta = z_\beta \sqrt{Var(I_j)} \quad (3.8)$$

και περιλαμβάνει και την εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος, στην εκτίμηση της οποίας διαφοροποιούνται όλες οι μέθοδοι.

Οι Charnes et al. (1995) στο άρθρο τους εκτιμούν την διακύμανση κάνοντας χρήση της εκτίμησης της δειγματικής διακύμανσης ($\hat{\gamma}_0$) και του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης ($\hat{\rho}_s$). Η εκτίμηση της δειγματικής διακύμανσης προκύπτει υπολογίζοντας το άθροισμα του τετραγώνου της διαφοράς της μέσης τιμή της ζήτησης από τις παρατηρήσεις της κάθε σειράς διά τον αριθμό των διαφορών των παρατηρήσεων, όπως αυτή παρουσιάζεται από τους Box et al. (1994). Δηλαδή βάσει της εξίσωσης

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2 . \quad (3.9)$$

Οι Box et al. (1994) υπολογίζουν τον δειγματικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης διαιρώντας την δειγματική διακύμανση με την δειγματική αυτοσυνδιακύμανση και καταλήγουν στην μορφή

$$\hat{\rho}_s = \frac{\sum_{t=s+1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-s} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (3.10)$$

Επομένως αξιοποιώντας τις εξισώσεις (3.9) και (3.10) καταλήγουμε στον υπολογισμό της εξίσωσης

$$\begin{aligned} \text{Var}(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) &= \frac{\gamma_0}{\tau + \lambda} \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\tau + \lambda) \text{Var}(\bar{Y}_{\tau+\lambda}) &= \gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Οι Κεβόρκ και Χάλκος (2004), οι οποίοι όπως αναφέραμε ασχολήθηκαν με τις υπόλοιπες τρεις μεθόδους, πρότειναν 3 τρόπους εκτίμησης της διακύμανσης με την βοήθεια της εκτιμήτριας u , η οποία μας οδηγεί άμεσα στην εκτίμηση της διακύμανση της στάθμης του αποθέματος. Στην μέθοδο CIM₁ κάνουμε χρήση του δειγματικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης και της δειγματικής διακύμανσης και καταλήγουμε στην εξίσωση

$$\hat{u}_1 = \hat{\gamma}_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^h \hat{\rho}_s \right\}. \quad (3.12)$$

Η επόμενη μέθοδος CIM₂ βασίζεται και πάλι στην εκτίμηση της δειγματικής διακύμανσης, καθώς και στον συντελεστή ϕ , η εκτίμηση του οποίου δίνεται από την κάθε παλινδρόμηση. Η τρίτη και τελευταία μέθοδος CIM₃ κάνει χρήση του τύπου υπολογισμού της δειγματικής διακύμανσης, όπως αυτή έχει προταθεί από τους Box et al. (1994), όταν η χρονολογική σειρά μας ακολουθεί το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού. Έτσι η εκτιμήτρια u υπολογίζεται βάσει της εξίσωσης

$$\hat{u}_3 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{(1 - \hat{\phi})^2}. \quad (3.13)$$

Το πραγματικό υπόδειγμα όμως υπολογίζει την $Var(I_j)$ με μια διαφορετική εξίσωση από ότι όλες οι προηγούμενες μεθόδους, διότι βασίζεται αποκλειστικά στο γεγονός ότι η ζήτηση ακολουθεί το AR(1). Η εξίσωση

$$Var(I_j) = (\tau + \lambda)\gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s \right\} \quad (3.14)$$

θα μπορούσε να μας οδηγήσει σε αυτό τον υπολογισμό, αλλά το γεγονός ότι κάνει χρήση του συντελεστή αυτοσυσχέτισης μας οδηγεί σε αδιέξοδο. Σκοπός μας είναι να απαλλάξουμε αυτή την εξίσωση από τον συγκεκριμένο συντελεστή. Έτσι στη συνέχεια θα αποδείξουμε πως υπολογίζεται για το πραγματικό υπόδειγμα η $Var(I_j)$. Στην συγκεκριμένη απόδειξη θα συμπεριλάβουμε την εξίσωση

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} = \phi^s \quad (\text{Hamilton, 1994}) \quad (3.15)$$

Αρχικά λαμβάνουμε την αγκύλη της εξίσωσης (3.14) και με την βοήθεια της (3.15) έχω

$$\begin{aligned} 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s &= 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \phi^s = \\ &= 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s - \frac{2}{\tau + \lambda} \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s \phi^s \end{aligned} \quad (3.16)$$

αλλά

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s = \phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots + \phi^{\tau+\lambda-1} \quad (3.17)$$

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s \phi^s = \phi + 2\phi^2 + 3\phi^3 + 4\phi^4 + \dots + (\tau + \lambda - 1)\phi^{\tau+\lambda-1} \quad (3.18)$$

πολλαπλασιάζοντας αμφότερα τα μέλη της (3.17) με ϕ έχω

$$\phi \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s = \phi^2 + \phi^3 + \phi^4 + \dots + \phi^{\tau+\lambda} \quad (3.19)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη την (3.19) από την (3.17) έχω

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s - \phi \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s = \phi - \phi^{\tau+\lambda}$$

ή διαφορετικά

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s = \frac{\phi(1 - \phi^{\tau+\lambda-1})}{1 - \phi} \quad (3.20)$$

Στη συνέχεια πολλαπλασιάζω αμφότερα τα μέλη της (3.18) με ϕ και λαμβάνω την σχέση

$$\phi \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s\phi^s = \phi^2 + 2\phi^3 + 3\phi^4 + \dots + (\tau + \lambda - 2)\phi^{\tau+\lambda-1} + (\tau + \lambda - 1)\phi^{\tau+\lambda} \quad (3.21)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη την (3.21) από την (3.18) έχω

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s\phi^s - \phi \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s\phi^s = \phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots + \phi^{\tau+\lambda-1} - n\phi^{\tau+\lambda} = \frac{\phi(1 - \phi^{\tau+\lambda})}{1 - \phi} - (\tau + \lambda)\phi^{\tau+\lambda}$$

ή διαφορετικά

$$\sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s\phi^s = \frac{\phi(1 - \phi^{\tau+\lambda-1})}{(1 - \phi)^2} - \frac{(\tau + \lambda)\phi^{\tau+\lambda}}{1 - \phi} \quad (3.22)$$

Αφού έχουμε αναλύσει περαιτέρω όλα τα μέλη της εξίσωσης (3.16) μπορούμε να αντικαταστήσουμε σε αυτήν τις εξισώσεις (3.20) και (3.22) και να λάβουμε την εξής εξίσωση

$$\begin{aligned} 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda}\right) \phi^s &= 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \phi^s - \frac{2}{\tau + \lambda} \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} s\phi^s = \\ &= 1 + \frac{2\phi(1 - \phi^{\tau+\lambda-1})}{1 - \phi} + \frac{2\phi^{\tau+\lambda}}{1 - \phi} - \frac{2\phi(1 - \phi^{\tau+\lambda})}{(\tau + \lambda)(1 - \phi)^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1-\phi+2\phi-2\phi^{\tau+\lambda}+2\phi^{\tau+\lambda}}{1-\phi} - \frac{2\phi(1-\phi^{\tau+\lambda})}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} = \\
&= \frac{1+\phi}{1-\phi} - \frac{2\phi(1-\phi^{\tau+\lambda})}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2}. \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Προκειμένου λοιπόν να οδηγηθούμε στην εξίσωση υπολογισμού της $Var(I_j)$, η οποία χρησιμοποιείται στο πραγματικό υπόδειγμα, απλά αντικαθιστούμε την εξίσωση (3.23) στην εξίσωση (3.14), χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.16)

$$\begin{aligned}
Var(I_j) &= (\tau+\lambda)\gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau+\lambda} \right) \rho_s \right\} = \\
&= (\tau+\lambda) \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} \left\{ \frac{1+\phi}{1-\phi} - \frac{2\phi(1-\phi^{\tau+\lambda})}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} \right\} = \\
&= (\tau+\lambda) \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} \left\{ \frac{(\tau+\lambda)(1+\phi)(1-\phi)}{(\tau+\lambda)(1-\phi)(1-\phi)} - \frac{2\phi(1-\phi^{\tau+\lambda})}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} \right\} = \\
&= (\tau+\lambda) \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} \left\{ \frac{(\tau+\lambda)(1-\phi^2)}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} - \frac{2\phi(1-\phi^{\tau+\lambda})}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} \right\} = \\
&= (\tau+\lambda) \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} \frac{1}{(\tau+\lambda)(1-\phi)^2} \left\{ (\tau+\lambda)(1-\phi^2) - 2\phi + 2\phi^{\tau+\lambda+1} \right\} = \\
&= \frac{\sigma^2}{(1-\phi)^2} \left\{ (\tau+\lambda) \frac{1-\phi^2}{1-\phi^2} - \frac{2\phi}{1-\phi^2} + \frac{2\phi^{\tau+\lambda+1}}{1-\phi^2} \right\} = \\
&= \frac{\sigma^2}{(1-\phi)^2} \left\{ (\tau+\lambda) - \frac{2\phi}{1-\phi^2} + \frac{2\phi^{\tau+\lambda+1}}{1-\phi^2} \right\}. \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Έχοντας λάβει υπόψη τον τρόπο με τον οποίο η κάθε μια μέθοδος οδηγείται στην εκτίμηση της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος, κατανοούμε πως εύκολα μπορούμε να λάβουμε τις αντίστοιχες αριθμητικές τιμές για το στοκ ασφαλείας και κατά συνέπεια για την στάθμη του αποθέματος την χρονική στιγμή $t = 0$. Η ανάλυση που ακολουθεί είναι όμοια για τις τέσσερις μεθόδους. Η τιμή της ζήτησης του προϊόντος απεικονίζεται στην στήλη Y , η παραγγελθείσα ποσότητα στην στήλη O_k , η στάθμη του αποθέματος έπειτα από κάθε ημερήσια πώληση και τέλος η στήλη της στάθμης αποθέματος μας πληροφορεί σχετικά

με την ποσότητα αποθέματος που υπάρχει στην επιχείρηση έπειτα από ενσωμάτωση την παραγγελθείσας ποσότητας. Την 1^η ημέρα η επιχείρηση πουλά 234,808 μονάδες προϊόντος και παράλληλα στο τέλος της πρώτης μέρας η στάθμη του αποθέματος διαμορφώνεται στις 870,8544 μονάδες, στην CIM₁ μέθοδο. Αυτή η τιμή προκύπτει από την αφαίρεση της ζήτησης της 1^{ης} ημέρας από την αρχική στάθμη του αποθέματος. Με όμοιο τρόπο συμπεριφέρεται και η 2^η ημέρα, με μόνη διαφορά ότι στο τέλος της ενσωματώνεται η αρχική παραγγελθείσα ποσότητα (O_0), η οποία ισούται με 1457,828. Επομένως την 3^η ημέρα η ζήτηση αφαιρείται από την νέα στάθμη του αποθέματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση αφαιρείται από την ποσότητα των 2108,502 μονάδων προϊόντος. Έτσι την 3^η ημέρα οδηγούμαστε σε νέα στάθμη αποθέματος ίση με $2108,502 - 220,49 = 1888,012$ μονάδες προϊόντος. Η διαδικασία που μόλις περιγράψαμε αναφέρεται σε έναν κύκλο αναπαραγωγής. Όλοι οι υπόλοιποι κύκλοι αναπαραγωγής αντιδρούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τα αποτελέσματα της έρευνας που έχουμε κάνει σε ανάλογους συγκεντρωτικούς πίνακες.

Κεφάλαιο 4

Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Ανάλογα με τον όγκο των παρατηρήσεων που έχουμε στην διάθεσή μας προς μελέτη, προσδιορίζονται και οι κύκλοι αναπαραγωγής. Έχοντας θέσει επίπεδο εξυπηρέτησης 80% και επιθεώρηση της στάθμης του αποθέματος κάθε 5 ημέρες εύκολα γίνεται αντιληπτό πως οι σειρές των 250 παρατηρήσεων αποτελούνται από 50 κύκλους αναπαραγωγής και οι σειρές των 1000 παρατηρήσεων από 200 κύκλους. Αναφορικά με το επίπεδο εξυπηρέτησης αναμένουμε οριακή έλλειψη στο προϊόν 10 και 40 φορές αντίστοιχα, προκειμένου να επιβεβαιωθεί η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος και κατά συνέπεια και αξιοπιστία της κάθε μεθόδου.

4.1 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων μέσω πινάκων

Σκοπός της παρούσας εργασίας όπως έχουμε ήδη αναφέρει είναι να ελέγξουμε αν ικανοποιείται το επίπεδο εξυπηρέτησης που έχουμε επιλέξει, αλλά επίσης και σε ποια από τις τέσσερις μεθόδους γίνεται ορθή εκτίμηση των τεσσάρων παραμέτρων, της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος, της αρχικής στάθμης του αποθέματος, του στοκ ασφαλείας και της πιθανότητας έλλειψης αποθέματος έτσι ώστε να διαπιστώσουμε κατά πόσο οι εκτιμηθείσες τιμές που εκτιμώνται αποκλίνουν από αυτές του πραγματικού υποδείγματος.

Η σύγκριση που πραγματοποιήθηκε στις παραμέτρους της συγκεκριμένης μελέτης αφορά τις αρχικές τιμές 400 σειρών ξεχωριστά για όλες τις παρατηρήσεις συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες αρχικές τιμές του πραγματικού υποδείγματος. Θα ήταν χρονοβόρο και παράλληλα δεν θα οδηγούμασταν σε συγκεκριμένα συμπεράσματα αν συγκρίναμε όλες τις αρχικές τιμές μια προς μια. Έτσι επιλέξαμε να γίνει σύγκριση του μέσου όρου της κάθε παραμέτρου της κάθε ομάδας παρατηρήσεων που έχουμε στην κατοχή μας με τις αντίστοιχες παραμέτρους του πραγματικού υποδείγματος. Για κάθε μέθοδο ξεχωριστά, καθώς και για κάθε ομάδα, έχει υπολογιστεί ο μέσος όρος της αντίστοιχης παραμέτρου. Στην συνέχεια έχουμε αφαιρέσει από τον κάθε μέσο όρο την πραγματική τιμή που απεικονίζεται σε ανάλογη στήλη του κάθε πίνακα. Στην πρώτη στήλη κάθε πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται οι εκτιμηθείσες τιμές της κάθε μεθόδου, ενώ στην δεύτερη οι πραγματικές τιμές. Η τρίτη στήλη απεικονίζει την διαφορά των δυο προηγούμενων στηλών. Συγκεκριμένα η τρίτη στήλη ακολουθεί την σχέση

$$E(\hat{I}) - I$$

Στον πίνακα 4 παρουσιάζεται η μεροληψία της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_j)$), συγκρινόμενη πάντα με το πραγματικό υπόδειγμα.

Πίνακας 4: Μεροληψία της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_j)$) από το πραγματικό υπόδειγμα

| | $E[Var(\hat{I}_j)]$ | $Var(I_j)$ | Μεροληψία |
|------------------------|---------------------|-------------|--------------|
| n=250 | | | |
| CIM ₁ | 148679,7819 | 112998,9888 | 35680,79313 |
| CIM ₂ | 218005,3673 | 112998,9888 | 105006,3785 |
| CIM ₃ | 220034,3519 | 112998,9888 | 107035,3631 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 106099,5706 | 112998,9888 | -6899,418201 |
| n=1000 | | | |
| CIM ₁ | 162006,0597 | 112998,9888 | 49007,07094 |
| CIM ₂ | 223683,2858 | 112998,9888 | 110684,297 |
| CIM ₃ | 224149,1471 | 112998,9888 | 111150,1583 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 110990,5061 | 112998,9888 | -2008,482689 |

Πριν γίνει σχολιασμός των στοιχείων του πίνακα 4, σκόπιμο θα ήταν να αναφέρουμε πως στην μέθοδο CIM₁ δεν χρησιμοποιήθηκαν οι 400 σειρές, αλλά λιγότερες. Για να γίνουμε πιο σαφείς τονίζουμε πως από τις 400 σειρές των 250 παρατηρήσεων, για την μέθοδο CIM₁, στον μέσο όρο της συγκεκριμένης παραμέτρου έλαβαν χώρα οι 354 σειρές. Επίσης από τις 400 σειρές των 1000 παρατηρήσεων στην εκτίμηση του μέσου όρου συμπεριλήφθηκαν οι 338 σειρές. Ο λόγος που είχαμε αποχή κάποιων σειρών στην συγκεκριμένη μεθοδολογία ήταν το αρνητικό άθροισμα της δειγματικής αυτοδιακύμανσης που συμπεριλαμβάνεται στη εξίσωση εκτίμησης της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος

$$\hat{u}_1 = \hat{\gamma}_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^h \hat{\rho}_s \right\},$$

όπως αυτή προτείνεται από τους Κεβόρκ και Χάλκος (2004). Στις υπόλοιπες τρεις μεθόδους δεν υπήρξε πρόβλημα εκτίμησης, καθώς συμπεριλήφθηκαν όλες οι παρατηρήσεις της κάθε σειράς και των δυο ομάδων, διότι οι εξισώσεις

$$Var(I_j) = (\tau + \lambda)\gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s \right\},$$

$$\hat{u}_2 = \hat{\gamma}_0 \frac{1 + \hat{\phi}}{1 - \hat{\phi}} \text{ και}$$

$$\hat{u}_3 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{(1 - \hat{\phi})^2}$$

που αναφέρονται σε προηγούμενο κεφάλαιο κάνουν χρήση μεγεθών τα οποία δεν μπορούν να είναι αρνητικά, διότι βασίζεται η εκτίμησή τους στις τιμές της ζήτησης. Αναφορικά με την εξίσωση

$$Var(I_j) = (\tau + \lambda)\gamma_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\tau+\lambda-1} \left(1 - \frac{s}{\tau + \lambda} \right) \rho_s \right\}$$

θα ανέμενε κανείς να οδηγηθούμε σε αρνητικό πρόσημο της διακύμανσης της στάθμης, εξαιτίας του γεγονότος ότι συμπεριλαμβάνεται η δειγματική διακύμανση, αλλά επειδή οι Charnes et al. (1995) θεωρούν στο άρθρο τους ότι η υπό εξέταση μέθοδος ακολουθεί το AR(1), αναμένουμε οι πρώτες 6 $(\tau + \lambda - 1)$ παρατηρήσεις να δίνουν θετικό πρόσημο.

Παρατηρώντας τον πίνακα 4 μπορούμε να αποφανθούμε και για την εγκυρότητα των εκτιμηθέντων τιμών. Οι μέθοδοι CIM₂ και CIM₃ αποκλίνουν αρκετά από την πραγματική τιμή και σε αυτό το σημείο πρέπει να δηλώσουμε πως αυτές οι δυο μέθοδοι υπερεκτίμησαν τα στοιχεία και μας οδήγησαν σε πλασματικά μεγέθη. Αντίθετα οι άλλες δυο μέθοδοι πλησιάζουν αρκετά τα προαναφερθέντα πραγματικά μεγέθη, αλλά η κάθε μια μέθοδος με τελείως διαφορετικό τρόπο. Τα στοιχεία που έχουμε λάβει από την μέθοδο των Charnes et al. είναι πιο αληθή, αλλά υποεκτιμούν την παράμετρο καθώς αυτή παρουσιάζεται με αρνητικό πρόσημο. Συγκεκριμένα στο δείγμα των 1000 παρατηρήσεων παρατηρούμε καλύτερη προσαρμοστικότητα. Το ακριβώς αντίθετο συμβαίνει με την CIM₁, η οποία παρουσιάζει καλύτερη προσαρμοστικότητα όταν κάνουμε χρήση 250 παρατηρήσεων.

Σε ακριβές συμπέρασμα όμως δεν μπορούμε να οδηγηθούμε αν δεν γίνει έλεγχος και των υπολοίπων παραμέτρων. Έτσι παραθέτουμε στην συνέχεια τους πίνακες 5 και 6 που μας δίνουν την αρχική στάθμη του αποθέματος και το στοκ ασφαλείας αντίστοιχα.

Πίνακας 5: Μεροληψία αρχικής στάθμης του αποθέματος (I_0) από το πραγματικό υπόδειγμα

| | $E(\hat{I}_0)$ | I_0 | Μεροληψία |
|------------------------|----------------|-------------|--------------|
| n=250 | | | |
| CIM ₁ | 898,7246391 | 882,9136895 | 15,81094954 |
| CIM ₂ | 986,4099608 | 882,9136895 | 103,4962713 |
| CIM ₃ | 988,0820225 | 882,9136895 | 105,1683329 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 872,1221513 | 882,9136895 | -10,7915382 |
| n=1000 | | | |
| CIM ₁ | 908,8257803 | 882,9136895 | 25,91209073 |
| CIM ₂ | 995,9820214 | 882,9136895 | 113,0683319 |
| CIM ₃ | 996,3780842 | 882,9136895 | 113,4643946 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 879,7841145 | 882,9136895 | -3,129575013 |

Πίνακας 6: Μεροληψία στοκ ασφαλείας (θ) από το πραγματικό υπόδειγμα

| | $E(\hat{\theta})$ | θ | Μεροληψία |
|------------------------|-------------------|----------|-----------|
| n=250 | | | |
| CIM ₁ | 298,6122 | 282,9137 | 15,69851 |
| CIM ₂ | 386,1213 | 282,9137 | 103,2076 |
| CIM ₃ | 387,7934 | 282,9137 | 104,8797 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 271,8335 | 282,9137 | -11,0802 |
| n=1000 | | | |
| CIM ₁ | 308,7444 | 282,9137 | 25,83075 |
| CIM ₂ | 395,863 | 282,9137 | 112,9493 |
| CIM ₃ | 396,259 | 282,9137 | 113,3453 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 279,6651 | 282,9137 | -3,24863 |

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους παραπάνω πίνακες δεν μας εκπλήσσουν, καθώς από την στιγμή που εξαρτάται η συγκεκριμένη εκτιμηθείσα παράμετρος από την διακύμανση της στάθμης του αποθέματος, θα έχει και την ανάλογη συμπεριφορά. Βάσει των υπάρχοντων στοιχείων μπορούμε πλέον να διαπιστώσουμε πως η μέθοδος που προτείνεται και αναλύεται στο άρθρο των Charnes et al., αλλά και η CIM₁ είναι η πλέον κατάλληλες και προσαρμόζουν τις τιμές των εκτιμηθέντων παραμέτρων στις αντίστοιχες πραγματικές. Την επιβεβαίωση ή την απόρριψη του ισχυρισμού που μόλις κάναμε θα έρθουν να συμπληρώσουν οι πίνακες 7 και 8.

Πίνακας 7: Αριθμός αρνητικών I_j

| | |
|------------------------|---------|
| | n=250 |
| CIM ₁ | 11,7107 |
| CIM ₂ | 6,2778 |
| CIM ₃ | 6,1889 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 11,4444 |
| | n=1000 |
| CIM ₁ | 48,0459 |
| CIM ₂ | 26,4444 |
| CIM ₃ | 26,4222 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 45,3333 |

Ο πίνακας 7 μας δηλώνει πόσες φορές κατά μέσο όρο κάθε μέθοδος μας οδηγεί σε μη εξυπηρέτηση των πελατών. Η διαφορά που παρατηρούμε ανάμεσα στις δυο ομάδες παρατηρήσεων δεν είναι αμελητέα, αλλά πρέπει να λάβουμε υπ' όψη τους κύκλους αναπαραγωγής που λαμβάνουν χώρα σε κάθε μια ομάδα. Έχουμε ήδη επισημάνει πως η ομάδα των 250 παρατηρήσεων αποτελείται από 50 κύκλους αναπαραγωγής και η ομάδα των 1000 παρατηρήσεων από 200 κύκλους.

Πίνακας 8: Πιθανότητα έλλειψης αποθέματος (α)

| | n=250 |
|------------------------|-----------|
| CIM ₁ | 0,234214 |
| CIM ₂ | 0,125556 |
| CIM ₃ | 0,123778 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 0,228888 |
| | n=1000 |
| CIM ₁ | 0,2402295 |
| CIM ₂ | 0,132222 |
| CIM ₃ | 0,132111 |
| Μέθοδος Charnes et al. | 0,2266665 |

Έχοντας όμως θέσει ως επίπεδο εξυπηρέτησης το 80% οδηγούμαστε σε πιθανότητα έλλειψης αποθέματος 20%. Ο πίνακας 8 μας δίνει αυτή την πιθανότητα για κάθε μέθοδο ξεχωριστά. Οι πιθανότητες του πίνακα 7 υπολογίζονται αν διαιρέσουμε τα στοιχεία κάθε μεθόδου, κάθε ομάδας ξεχωριστά, με τους αντίστοιχους κύκλους αναπαραγγελίας. Δηλαδή η πιθανότητα 0,234214 της CIM₁ μεθόδου των 250 παρατηρήσεων υπολογίστηκε ως εξής $11,7107/50=0,234214$ ή 23,4214%

Με όμοιο τρόπο υπολογίζονται και οι υπόλοιπες πιθανότητες, οι οποίες συμπληρώνουν και ολοκληρώνουν τον πίνακα 8.

Συγκρίνοντας τις πιθανότητες έλλειψης αποθέματος για τις δυο ομάδες διαφορετικού όγκου παρατηρήσεων, παρατηρούμε πως αυτές δεν απέχουν αρκετά. Η μικρή διαφορά που βλέπουμε οφείλεται κατά κύριο λόγο στην διαφορά που υπάρχει μεταξύ του όγκου των δεδομένων, καθώς όλες οι παρατηρήσεις των 250 συμπεριλαμβάνονται σε αυτές των 1000. Για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι επισημαίνουμε πως οι πρώτες 250 παρατηρήσεις σε κάθε χρονολογική σειρά των 1000 παρατηρήσεων είναι ίδιες με αυτές που συμπεριλαμβάνονται σε κάθε σειρά των 250 παρατηρήσεων.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

Στο τρέχον κεφάλαιο θα αναφερθούν τα συμπεράσματα στα οποία οδηγήθηκε η έρευνά μας και θα προταθούν περαιτέρω τρόποι έρευνας προκειμένου να έχουμε μια ολοκληρωμένη μορφή συμπεριφοράς του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης αποθέματος.

5.1 Συμπεράσματα

Σε όλη την έκταση της παρούσας εργασίας αξιολογήσαμε στο στάσιμο αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(1), τέσσερις εναλλακτικές μεθόδους εκτίμησης της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος, χρησιμοποιώντας τις προσομοιώσεις Monte-Carlo. Για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι πρέπει να αναφέρουμε πως τρεις από αυτές τις μεθόδους (CIM₁, CIM₂ και CIM₃) προτάθηκαν από τους Κεβόρκ και Χάλκο (2004), ενώ η τέταρτη μέθοδος προτάθηκε από τους Charnes et al. (1995).

Η πρώτη μέθοδος, CIM₁, κάνει χρήση των εκτιμήσεων των συντελεστών αυτοσυσχέτισης $\left(\hat{\rho}_s\right)$ και της δειγματικής διακύμανσης $\left(\hat{\gamma}_0\right)$, όπως αυτές προκύπτουν από την αντίστοιχη κάθε φορά υπό εξέταση σειρά. Η δεύτερη μέθοδος, CIM₂, χρησιμοποιεί την εκτίμηση της δειγματικής διακύμανσης $\left(\hat{\gamma}_0\right)$ και του συντελεστή αυτοπαλινδρόμησης $\left(\hat{\phi}\right)$, υπό την προϋπόθεση ότι η σειρά ακολουθεί το AR(1). Στην συγκεκριμένη μέθοδο χρησιμοποιούμε τα στοιχεία όλου του δείγματος. Η τρίτη μέθοδος, CIM₃, διαφοροποιείται έναντι των άλλων δυο, διότι βασίζεται σε διαφορετικό τρόπο εκτίμησης της δειγματικής διακύμανσης $\left(\hat{\gamma}_0\right)$. Τέλος, η μέθοδος άρθρου ακολουθεί την βασική θεωρία αποθεμάτων και κάνει χρήση των εκτιμήσεων της δειγματικής διακύμανσης $\left(\hat{\gamma}_0\right)$ και των συντελεστών αυτοσυσχέτισης $\left(\hat{\rho}_s\right)$.

Ο λόγος για τον οποίο επιλέξαμε να αναπτύξουμε και να αξιολογήσουμε αυτές τις τέσσερις μεθόδους ήταν ο προσδιορισμός εκείνης την μεθόδου που μας οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα. Ειδικότερα αναζητούμε την μέθοδο της οποίας οι μέσες εκτιμηθείσες τιμές αποκλίνουν το λιγότερο δυνατό από τις αντίστοιχες πραγματικές. Αν μια επιχείρηση καταφέρει να έχει έναν μεγάλο χώρο αποθήκευσης των αποθεμάτων της, δεν θα

τον χρειαστεί ουσιαστικά, διότι τα πραγματικό απόθεμα που θα αποθηκεύσει θα είναι πολύ μικρότερο.

Αποδεικνύουμε στην παρούσα έρευνα πως πιο αποδοτικές μέθοδοι είναι η μέθοδος CIM₁ και η μέθοδος Charnes et al., οι οποίες εμπεριέχουν στην εξίσωση εκτίμησης της διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης (ρ_s) της κάθε προσομοιωμένης σειράς. Σε αντίθεση με αυτές τις δυο μεθόδους έρχονται οι μέθοδοι CIM₂ και CIM₃ οι οποίες υπερεκτιμούν την διακύμανση της στάθμης του αποθέματος ($Var(I_j)$), την αρχική στάθμη του αποθέματος (I_0) και το στοκ ασφαλείας (θ), μέσω της εκτίμησης της δειγματικής διακύμανσης ($\hat{\gamma}_0$). Υπάρχει όμως και η παράμετρος της πιθανότητας έλλειψης αποθέματος (α). Όλες οι υπό εξέταση μέθοδοι ικανοποιούν την πιθανότητα που έχουμε θέσει εκ των προτέρων, αλλά δεν την ικανοποιούν ακριβώς. Στην έρευνα μας έχουμε ορίσει επίπεδο εξυπηρέτησης 80%, δηλαδή πιθανότητα έλλειψης αποθέματος 20%. Η μέθοδος CIM₁ και η μέθοδος Charnes et al. φαίνεται να είναι οι πιο κατάλληλες, αλλά και πιο αποδοτικές, συγκρινόμενες πάντα με τις άλλες δυο μεθόδους (CIM₂ και CIM₃). Η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος και για τα δυο μεγέθη δείγματος παρατηρούμε πως είναι σχεδόν ίδια, με πολύ μικρές αποκλίσεις. Πρέπει λοιπόν να συνδυάσουμε την συμπεριφορά και των τεσσάρων παραμέτρων, έτσι ώστε να καταλήξουμε σε ορθό συμπέρασμα, το οποίο δεν είναι άλλο από αυτό που ήδη έχουμε αναφέρει.

5.2 Περαιτέρω διερεύνηση του θέματος

Η συγκεκριμένη έρευνα θα μπορούσε να δεχθεί περαιτέρω μελέτη σχετικά με τις διάφορες τιμές που μπορεί να λάβει το ϕ . Θα ήταν ενδιαφέρον να μπορούσαμε να δούμε πως θα αντιδράσουν οι εκτιμήσεις των παραμέτρων όταν το πραγματικό υπόδειγμα λαμβάνει τιμές πολύ κοντά στην μονάδα, αλλά και πολύ κοντά στο μηδέν. Επίσης θα ήταν εξίσου ενδιαφέρον να ελέγχαμε την συμπεριφορά των υπό εξέταση τεσσάρων μεθόδων, όταν ο χρόνος επιθεώρησης αποθέματος, ο χρόνος άφιξης της παραγγελίας και το επίπεδο εξυπηρέτησης λαμβάνουν διάφορους συνδυασμούς. Με αυτό τον τρόπο θα οδηγούμασταν σε αποτελέσματα με μεγαλύτερη ακρίβεια σχετικά με την αξιοπιστία της κάθε μεθόδου. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η παρούσα έρευνα μπορεί να κρατά παραγγελίες σε εκκρεμότητα, αλλά το υπόδειγμα της περιοδικής επιθεώρησης μπορεί να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις όπου δεν κρατούνται παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Επομένως, μπορούμε να επιβεβαιώσουμε η να απορρίψουμε την καταλληλότητα της κάθε μεθόδου, όταν η επιχείρηση επιλέξει να μην

ικανοποιεί την ζήτηση που παρατηρείται στο προϊόν της όταν έχει εξαντληθεί το απόθεμα ασφαλείας.

Η μη αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση μπορεί να παρατηρείτε σε πολλές περιπτώσεις. Όταν η ζήτηση δεν αυτοσυσχετίζεται οι παράμετροι που εξετάστηκαν θα έχουν μια πολύ διαφορετική συμπεριφορά από αυτήν που έχουν όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Τέλος δεν θα μπορούσαμε να μην αναφέρουμε πως το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα 1^{ου} βαθμού AR(1) δεν είναι το μοναδικό υπόδειγμα χρονολογικών σειρών. Το παρόν υπόδειγμα μπορεί να είναι και βαθμού μεγαλύτερου του 1^{ου}. Υπάρχουν αρκετά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, όπως το υπόδειγμα κινητών μέσων όρων 1^{ου} βαθμού MA(1), αλλά και 2^{ου} βαθμού, 3^{ου} βαθμού και q βαθμού, καθώς επίσης και τα μεικτά υποδείγματα ARMA, τα οποία συνδυάζουν το AR και το MA σε οποιονδήποτε βαθμό (p,q).

Βιβλιογραφία

Ξένη Βιβλιογραφία

Axsater S. (2006). *Inventory Control*, 2nd edition, Springer Science & Business Media, New York, USA

Box G.E.P., Jenkins G.M. and Reinsel G.C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3rd edition, Prentice-Hall, Inc., New Jersey

Bylka S. (2005). Turnpike policies for periodic review inventory model with emergency orders, *International Journal of Production Economics*, **93-94**, 357-373

Chandra C. and Grabis J. (2008). Inventory management with variable lead-time dependent procurement cost, *Omega*, **36**, 877-887

Charnes J.M., Marmorstein H. and Zinn W. (1995). Safety Stock Determination with Serially Correlated Demand in a Periodic-Review Inventory System, *The Journal of the Operational Research Society*, **46:8**, 1006-1013

Chiang C. (2001a). Order splitting under periodic review inventory systems, *International Journal of Production Economics*, **70**, 67-76

Chiang C. (2001b). A note on optimal policies for a periodic inventory system with emergency orders, *Computers & Operations Research*, **28**, 93-103

Chiu H-N (1995). A heuristic (R, T) periodic review perishable inventory model with lead times, *International Journal of Production Economics*, **42**, 1-15

Duran A., Gutierrez G. and Zequeira R. (2004). A continuous review inventory model with order expediting, *International Journal of Production Economics*, **87**, 157-169

Fotopoulos S., Wang M-C and Rao S.S. (1988). Safety stock determination with correlated demands and arbitrary lead times, *European Journal of Operational Research*, **35**, 172-181

- Ghalebsaz-Jeddi B., Shultes B.C. and Haji R. (2004). A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorders, and a budget constraint, *European Journal of Operational Research*, **158**, 456–469
- Halkos G.E. and Kevork I.S. (2006). Forecasting the stationary AR(1) with an almost unit root, *Applied Economics Letters*, **13**, 789-793
- Hamilton J.D (1994). *Times Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Johansen S-G. and Hill R.M. (2000). The (r, Q) control of a periodic-review inventory system with continuous demand and lost sales, *International Journal of Production Economics*, **68**, 279-286
- Kalpakam S. and Sapna K.P. (1994). Continuous review (s, S) inventory system with random lifetimes and positive leadtimes, *Operations Research Letters*, **16**, 115-119
- Kevork I. S. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single-period inventory decisions, *Omega*, **38**, 218–227
- Khouja M. (1999). The single-period (news-ventor) problem: literature review and suggestions for future research, *Omega*, *The International Journal of Management Science*, **27**, 537-553
- Khouja M. and Mehrez A. (1995). A multi-product constrained newsboy problem with progressive multiple discounts, *Computers and Industrial Engineering*, **30:1**, 95-101
- Khouja M., Mehrez A. and Rabinowitz G. (1996). A two-item newsboy problem with substitutability, *International Journal of Production Economics*, **44**, 267-275
- Lau H-S. and Lau A.H-L. (1997). Theory and Methodology: Reordering strategies for a newsboy-type product, *European Journal of Operational Research*, **103**, 557-572

- Lee L.H and Chew E.P (2005). A dynamic joint replenishment policy with auto-correlated demand, *European Journal of Operational Research*, **165**, 729–747
- Liao C-J and Shyu C-H. (1991). An Analytical Determination of Lead Time with Normal Demand, *International Journal of Operations & Production Management*, **11:9**, 72-78
- Lin C-S. and Kroll D.E. (1997). The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discounts, *European Journal of Operational Research*, **100**, 562-565
- Liu L. and Lian Z. (1999). (s, S) Continuous Review Models for Products with Fixed Lifetimes, *Operations Research*, **47:1**, 150-158
- Maddah B.S., Jaber M.Y. and Abboud N.E. (2004). Periodic Review (s, S) Inventory Model with Permissible Delay in Payments, *The Journal of the Operational Research Society*, **55:2**, 147-159
- Marmorstein H. and Zinn W. (1993). A conditional effect of autocorrelated demand on safety stock determination, *European Journal of Operational Research*, **68**, 139-142
- Moinzadeh K. and Nahmias S. (1988). A Continuous Review Model for an Inventory System with Two Supply Modes, *Management Science*, **34:6**, 761-773
- Mostard J. and Teunter R. (2006). The newsboy problem with resalable returns: A single-period model and case study, *European Journal of Operational Research*, **169**, 81-96
- Nahmias S. (1994). Demand estimation in lost sales inventory systems, *Naval Research Logistics*, **41**, 739-757
- Ohno K., Ishigaki T. and Yoshii T. (1994). A New Algorithm for a Multi-item Periodic Review Inventory System, *Mathematical Methods of Operations Research*, **39**, 349-364
- Ouyang L-Y. and Chuang B-R. (2000). A periodic review inventory model involving variable lead time with a service level constraint, *International Journal of Systems Science*, **31:10**, 1209-1215

Ray W.D. (1980). The Significance of Correlated Demands and Variable Lead Times for Stock Control Policies, *The Journal of the Operational Research Society*, **31:2**, 187-190

Ray W.D. (1982). ARIMA Forecasting Models in Inventory Control, *Journal of the Operational Research Society*, **33**, 567-574

Salameh M.K., Abbouda N.E., El-Kassarb A.N. and Ghattasa R.E. (2003). Continuous review inventory model with delay in payments, *International Journal of Production Economics*, **85**, 91–95

Silver E.A, Pyke D.F. and Peterson R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, 3rd edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA

Tersine R.J. (1994). *Principles of inventory and Materials Management*, 4th edition, Prentice-Hall, Inc., Eaglewood Cliffs, New Jersey

Thiel D., Hovelaque V. and Hoa VT-L. (2010), Impact of inventory inaccuracy on service-level quality in (Q,R) continuous-review lost-sales inventory models, *International Journal of Production Economics*, **123**, 301–311

Urban T.L. (2000). Reorder level determination with serially-correlated demand, *Journal of the Operational Research Society*, **51**, 762-768

Urban T.L. (2005). A periodic-review model with serially-correlated, inventory-level-dependent demand, *International Journal of Production Economics*, **95**, 287–295

Vlaxos D. and Tagaras G. (2001). An inventory system with two supply modes and capacity constraints, *International Journal of Production Economics*, **72**, 41-58

Waters C.D.J. (1992). *Inventory Control and Management*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England

Zinn W., Marmorstein H. and Charnes J. (1992). The effect of autocorrelated demand on customer service, *Journal of Business Logistics*, **13:1**, 173-192

Ελληνική Βιβλιογραφία

Βλάχος Δ (2005). *Σημειώσεις στη Διαχείριση Αποθεμάτων*, αδημοσίευτο, Θεσσαλονίκη

Δημέλη Σ. (2002). *Σύγχρονες μέθοδοι ανάλυσης χρονολογικών σειρών*, εκδόσεις Κριτική

Ιωάννου Γ. (2005). *Διοίκηση Παραγωγής και Υπηρεσιών*, εκδόσεις Σταμούλη, Αθήνα

Κεβόρκ Η.Σ. και Χάλκος Γ.Ε. (2004). Η ασυμπτωτική διακύμανση σε διαστήματα εμπιστοσύνης για το στάσιμο πληθυσμιακό μέσο, *ΣΠΟΥΔΑΙ*, **54:3**, 55-74

Χάλκος Γ.Ε. (2006). *Οικονομετρία: Θεωρία και Πράξη*, εκδόσεις Β. Γκιούρδας, Αθήνα

Χρήστου Γ. (2007). *Εισαγωγή στην Οικονομετρία*, Τόμος Β', Εκδόσεις Gutenberg

Χάλκος Γ.Ε. (2006). *Οικονομετρία: Θεωρία και Πράξη*, εκδόσεις Β. Γκιούρδας, Αθήνα

Χρήστου Γ. (2007). *Εισαγωγή στην Οικονομετρία*, Τόμος Β', Εκδόσεις Gutenberg

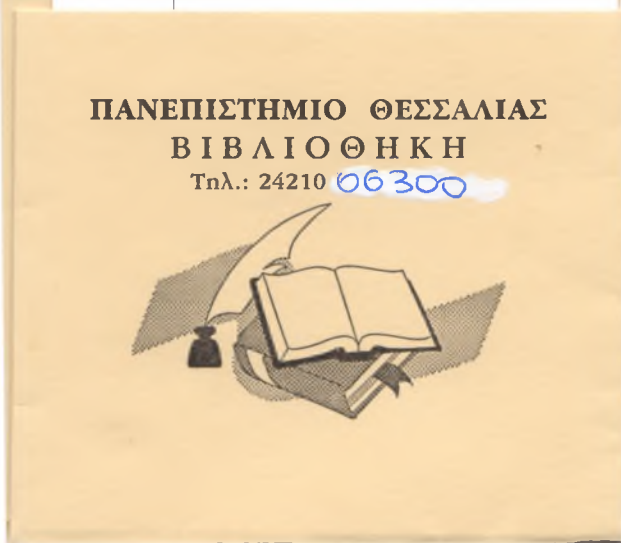
Μολυβιά, Αρδανία Θ.

"Ευρίπιδος αναθηματικός

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ
 ΡΑΧΙΤΙΜΙΣ ΓΕ ΒΟΥΣΤΙΝΑΡΑ

ΤΙΤΛΟΣ
 ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΑΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΟΛΟΓΙΑΣ
 ΑΝΘΡΩΠΙΝΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ

| ΛΗΞΗ | ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟΥ |
|------|----------------------------|
| | |
| | |
| | |



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
 ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

004000106288

