



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

*ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ
Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων*

Παναγιώτης Μανώλογλου

Διπλωματική Εργασία

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΑΘΗΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ**

ΒΟΛΟΣ, Οκτώβριος 2008



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 6732/1
Ημερ. Εισ.: 15-11-2008
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜΒ
2008
ΜΑΝ

© 2008 Παναγιώτης Μανώλογλου

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ.2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής

Πρώτος εξεταστής Δρ. Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου
(Επιβλέπων) Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος εξεταστής Δρ. Παπανικολάου Παναγιώτης
Καθηγητής
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος εξεταστής Δρ. Γεώργιος Πετρόπουλος
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Κατ' αρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Κ. Παπαδημητρίου, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του κατά την διάρκεια της δουλειάς μου.

Συγχρόνως θα ήθελα να ευχαριστήσω τους Καθηγητές κ. Π. Παπανικολάου και κ. Γ. Πετρόπουλο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω όλα τα παιδιά του εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων για την άριστη συνεργασία τους.

Πολλά ευχαριστώ σε όλους τους φίλους και τις φίλες μου, για τις αξέχαστες στιγμές που περάσαμε μαζί όλα αυτά τα χρόνια.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στη Νάντια η οποία με κατανόηση και ατέλειωτη υπομονή στάθηκε δίπλα μου κατά την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας αυτής.

Την παρούσα εργασία την αφιερώνω στους γονείς μου Στέλιο και Λένα, για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Χωρίς αυτούς δεν θα γινόταν ποτέ πραγματικότητα.

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΘΗΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Μανώλογλου Παναγιώτης

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, 2008

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Στόχος αυτής της εργασίας είναι να μελετήσει και να επιβεβαιώσει πειραματικά την επίδραση των παθητικών συστημάτων ελέγχου ταλαντώσεων που εφαρμόζονται σε γραμμικές και ελαστικές κατασκευές. Η εγκατάσταση αυτών των συστημάτων σε νέες αλλά και σε ήδη υπάρχουσες κατασκευές αποσκοπεί στην θεαματική βελτίωση της δυναμικής συμπεριφοράς της κατασκευής υπό την επίδραση διάφορων τύπων ανθρωπογενών και φυσικών διεγέρσεων από την άποψη κατασκευαστικής ασφάλειας και συνθηκών λειτουργίας.

Αρχικά γίνεται μία αναφορά και μία σύντομη περιγραφή των διάφορων τύπων συστημάτων ελέγχου κατασκευών. Επικεντρώνουμε στον παθητικό έλεγχο ταλαντώσεων μηχανικών συστημάτων με αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας οι οποίοι προσαρμόζονται κατάλληλα στην κύρια κατασκευή. Η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος, δηλαδή του αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας (tuned mass damper, TMD), είναι σημαντικά μικρότερη από την μάζα του πρωτεύοντος συστήματος το οποίο αποτελεί έναν απλό ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται μία λεπτομερής ανάλυση της μοντελοποίησης των συστημάτων με έναν ή με περισσότερους αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας καθώς επίσης και η επίλυση των συστημάτων διαφορικών εξισώσεων που προκύπτουν από αυτήν.

Στη συνέχεια, εισάγονται κάποιες νέες παράμετροι για το πρωτεύον και για το δευτερεύον σύστημα. Μελετάται η επιρροή των παραμέτρων του δευτερεύοντος συστήματος στην απόκριση του κύριου συστήματος και παράλληλα παρατίθενται

ορισμένα παραδείγματα για κάθε ομάδα παραμέτρων. Ακολούθως, αναλύεται η θεωρία του βέλτιστου σχεδιασμού των παραμέτρων αυτών και παρουσιάζονται με τη μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα βελτιστοποίησης των παραμέτρων των συστημάτων με έναν και δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.

Εν συνεχεία, γίνεται η επαλήθευση της θεωρίας των συστημάτων παθητικού ελέγχου με αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας με τη διεξαγωγή πειραμάτων στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Περιγράφεται η πειραματική διάταξη των συστημάτων με έναν και δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της διεξαγωγής των πειραμάτων και γίνεται μία συμπερασματική ανάλυση αυτών.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη.....	iv
Πίνακας περιεχομένων.....	vi
Κατάλογος σχημάτων.....	ix
Κατάλογος πινάκων.....	xi

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

1.1	Γενική Περιγραφή Συστημάτων Ελέγχου.....	1
1.2	Τύποι Συστημάτων Ελέγχου.....	2
1.2.1	Ενεργό Σύστημα Ελέγχου (Active Control System).....	2
1.2.2	Παθητικό Σύστημα Ελέγχου (Passive Control System).....	3
1.2.3	Υβριδικό Σύστημα Ελέγχου (Hybrid Control System).....	4
1.2.4	Ημι-ενεργό Σύστημα Ελέγχου (Semi-active Control System).....	4

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....6

ΠΑΘΗΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΝΑΝ ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΑ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ

2.1	Περιγραφή του Μηχανικού Συστήματος.....	6
2.2	Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος.....	7
2.3	Επίλυση Συστήματος	11
2.4	Εισαγωγή Νέων Παραμέτρων στις Εξισώσεις.....	15

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....18

ΠΑΘΗΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ Ν ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ

3.1	Περιγραφή του Μηχανικού Συστήματος.....	18
3.2	Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος.....	19
3.3	Επίλυση Συστήματος.....	24
3.4	Εισαγωγή Νέων Παραμέτρων στις Εξισώσεις.....	26

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	32
ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	
4.1	Εισαγωγή.....32
4.2	Συναρτήσεις Μεταφοράς.....32
4.2.1	Επιλογή Πρώτης Ομάδας Παραμέτρων – Μεταβολή ζ_s33
4.2.2	Επιλογή Δεύτερης Ομάδας Παραμέτρων – Μεταβολή μ39
4.2.3	Επιρροή Συνάρτησης Μεταφοράς- με Αριθμός Αποσβεστήρων Ελεγχόμενης μάζας, N.....43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	46
ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ	
5.1	Εισαγωγή.....46
5.2	Βελτιστοποίηση Συστήματος με Έναν Αποσβεστήρα Ελεγχόμενης Μάζας.....48
5.3	Βελτιστοποίηση Συστήματος με Δύο Αποσβεστήρες Ελεγχόμενης Μάζας.....50
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....	55
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ	
6.1	Εισαγωγή.....55
6.2	Πειραματική Οργάνωση για το Σύστημα με Έναν Αποσβεστήρα Ελεγχόμενης Μάζας.....56
6.3	Πειραματική Οργάνωση για το Σύστημα με Δύο Αποσβεστήρες Ελεγχόμενης Μάζας.....58
6.4	Απεικόνιση Μετασχηματισμού Fourier.....60
6.5	Αποτελεσματικότητα Ελέγχου του Δευτερεύοντος Συστή- ματος Χρησιμοποιώντας την Ημιτονοειδή Διέγερση βάσης.....62

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....	72
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	
7.1 Συμπεράσματα.....	72
7.2 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα.....	73
Βιβλιογραφία.....	75

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Κτίριο με Σύστημα Ελέγχου.....	2
Σχήμα 1.2: Κατασκευή με ενεργό σύστημα ελέγχου.....	3
Σχήμα 1.3: Κατασκευή με Παθητικό Σύστημα Ελέγχου.....	3
Σχήμα 1.4: Κατασκευή με υβριδικό Σύστημα Ελέγχου.....	4
Σχήμα 1.5: Variable-orifice fluid damper.....	5
Σχήμα 1.6: Controllable fluid damper.....	5
Σχήμα 2.1: Σύνθετο σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.....	7
Σχήμα 2.2: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_p	8
Σχήμα 2.3: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_s	9
Σχήμα 3.1: Σύνθετο σύστημα με N αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	18
Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_p	20
Σχήμα 3.3: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα $m_{s,n}$	21
Σχήμα 4.1: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του ζ_s . ($\omega_s=2.2\text{Hz}$, $\omega_p=2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.02$).....	34
Σχήμα 4.2: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του ζ_s . ($\omega_s=2\text{Hz}$, $\omega_p=2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.02$).....	36
Σχήμα 4.3: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διαφορετικές τιμές του ω_s . ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\omega_s=0.8\text{Hz}$, $\omega_s=1\text{Hz}$ και $\omega_s=1.2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	38
Σχήμα 4.4α: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον σύστημα για διάφορες τιμές του μ . ($\omega_{s1}=0.9\text{ Hz}$, $\omega_{s2}=1.1\text{ Hz}$, $\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	40
Σχήμα 4.4β: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του μ . ($\omega_{s1}=0.9\text{ Hz}$, $\omega_{s2}=1.1\text{ Hz}$, $\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	41
Σχήμα 4.5: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του μ . ($\omega_{s1}=\omega_{s2}=1\text{Hz}$, $\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	42

Σχήμα 4.6: Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον σύστημα για διάφορες τιμές του N. ($\omega_p=2.76\text{Hz}$, $\zeta_p=0.0027$).....	44
Σχήμα 5.1: Συνάρτηση $H_{\max}(\omega_s, \underline{\theta})$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	49
Σχήμα 5.2: Συνάρτηση $H_{\max}(\omega_s, \underline{\theta})$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	51
Σχήμα 5.3: Προβολή της συνάρτησης $H_{\max}(\omega_s, \underline{\theta})$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	52
Σχήμα 5.4: Βελτιστοποιημένες μέγιστες τιμές της συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει του αριθμού N.....	53
Σχήμα 6.1: Πειραματική κατασκευή με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.....	57
Σχήμα 6.2: Μάζα m_s του δευτερεύοντος συστήματος.....	58
Σχήμα 6.3: Πειραματική κατασκευή με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	59
Σχήμα 6.4: Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης του πρωτεύοντος συστήματος.....	60
Σχήμα 6.5: Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης του δευτερεύοντος συστήματος(Σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας).....	61
Σχήμα 6.6: Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης της πρώτης μάζας του δευτερεύοντος συστήματος(Σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας).....	61
Σχήμα 6.7: Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης της δεύτερης μάζας του δευτερεύοντος συστήματος(Σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας).....	62
Σχήμα 6.8: Ημιτονοειδής διέγερση βάσης μετρημένη από επιταχυνσιόμετρο εφαρμοσμένο στην τράπεζα διέγερσης.....	63
Σχήμα 6.9: Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης.....	64
Σχήμα 6.10: Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης.....	65

Σχήμα 6.11: Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης με και χωρίς αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.....	66
Σχήμα 6.12: Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, με και χωρίς αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.....	67
Σχήμα 6.13: Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης χωρίς και με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	68
Σχήμα 6.14: Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, χωρίς και με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	69
Σχήμα 6.15: Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης χωρίς και με έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	70
Σχήμα 6.16: Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, χωρίς και με έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.....	70

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 5.1: Ολικά και τοπικά ελάχιστα και οι ιδιοσυχνότητες τους για συστήματα με 1,2,3 και 4 δευτερεύουσες μάζες ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).....	54
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

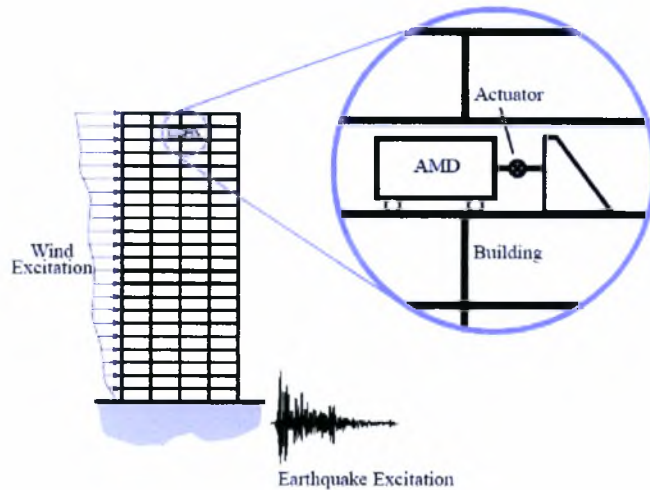
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

1.1 Γενική Περιγραφή Συστημάτων Ελέγχου

Η ασφάλεια των μηχανικών κατασκευών είναι χωρίς αμφιβολία μια από τις πρώτες προτεραιότητες των μηχανικών σε ολόκληρο τον κόσμο. Κτίρια, γέφυρες και οδικά δίκτυα είναι μερικά μόνο από τα έργα όπου η ασφάλεια παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, καθώς τέτοιου είδους κατασκευές χρησιμοποιούνται καθημερινά από μεγάλο μέρος του πληθυσμού. Η ασφάλεια των παραπάνω κατασκευών υπονομεύεται από πολλούς φυσικούς κινδύνους, όπως είναι οι σεισμοί, οι δυνατοί άνεμοι, τα παλιρροιακά κύματα καθώς και τεχνητές μη ηθελημένες καταπονήσεις όπως η υψηλή κυκλοφορία στα οδικά δίκτυα, συνωστισμός στα κτίρια κτλ.

Σε κάθε περίπτωση, σκοπός είναι να ελαχιστοποιηθεί η πιθανότητα αστοχίας της κατασκευής, έχοντας σχεδιάσει την κατασκευή έτσι ώστε να αντέχει σε όλες τις πιθανές διεγέρσεις που θα δεχτεί. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η μείωση της πιθανότητας αστοχίας πραγματοποιείται με μείωση της απόκρισης της κατασκευής, με δεδομένη διέγερση. Παρακάτω περιγράφονται συνοπτικά διάφορες μέθοδοι μείωσης της απόκρισης ενός συστήματος, όταν αυτό δέχεται γνωστή διέγερση.

Το Σχήμα 1.1 δείχνει με ποιο τρόπο εφαρμόζεται σε ένα κτίριο ένας αποσβεστήρας ελεγχόμενης μάζας (TMD), με τον οποίο επιδιώκεται η μείωση της απόκρισης της συνολικής κατασκευής.



Σχήμα 1.1

Κτίριο με Σύστημα Ελέγχου

Σε έναν από τους τελευταίους ορόφους του κτιρίου, τοποθετείται ένα δευτερεύον σύστημα (secondary system) που αποτελείται από μια (ή περισσότερες μάζες) και έναν μηχανισμό κίνησης (actuator), ενώ το έδαφος δέχεται διέγερση από σεισμό. Ανάλογα με τον τύπο της διέγερσης και τον τύπο του δευτερεύοντος συστήματος, προκύπτει και διαφορετική συμπεριφορά του τελευταίου, με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η απόκριση όλης της κατασκευής.

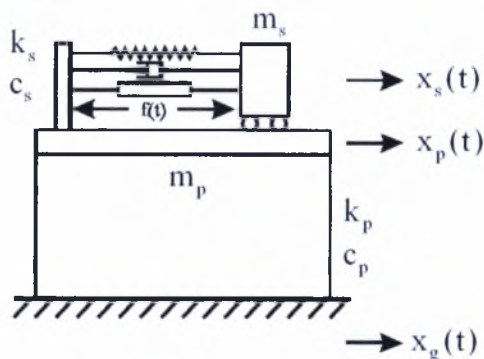
1.2 Τύποι Συστημάτων Ελέγχου

1.2.1 Ενεργό Σύστημα Ελέγχου (Active Control System)

Το συγκεκριμένο σύστημα αποτελείται από μια μάζα (ή περισσότερες μάζες) και έναν μηχανισμό κίνησης, ο οποίος ανάλογα με τη διέγερση που εφαρμόζεται στην κατασκευή, εφαρμόζει με τη σειρά του κατάλληλη δύναμη στη μικρή μάζα, ώστε να καθορίσει τη συμπεριφορά όλης της κατασκευής. Η δύναμη στη μάζα εφαρμόζεται με πολλούς τρόπους, όπως υδραυλικά, πνευματικά, ηλεκτρομαγνητικά ή με ηλεκτροκινητήρα. Το μεγάλο μειονέκτημα του συγκεκριμένου τύπου είναι ότι απαιτείται μεγάλη ενέργεια για τη λειτουργία του δευτερεύοντος συστήματος. Κάτι

τέτοιο είναι επισφαλές σε περιπτώσεις σεισμού, όπου είναι πιθανή μια διακοπή ρεύματος.

Στο Σχήμα 1.2 παριστάνεται ένα σύστημα τέτοιου είδους

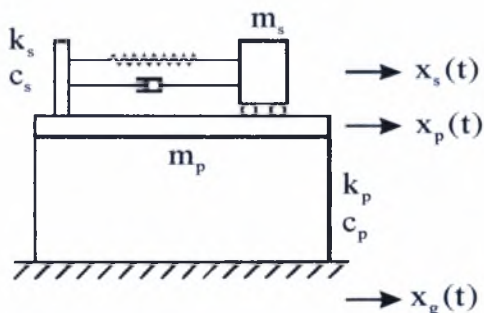


Σχήμα 1.2

Κατασκευή με ενεργό σύστημα ελέγχου

1.2.2 Παθητικό Σύστημα Ελέγχου (Passive Control System)

Η βασική διαφορά ενός παθητικού συστήματος από ένα ενεργό, είναι η απουσία εξωτερικής πηγής ενέργειας, καθώς δεν υπάρχει ο μηχανισμός κίνησης ο οποίος μετακινεί τη δευτερεύουσα μάζα. Αυτό είναι πολύ σημαντικό, διότι ακόμα και σε περίπτωση διακοπής του ηλεκτρικού ρεύματος κατά τη διάρκεια του σεισμού, δεν επηρεάζεται η λειτουργία του. Η κίνηση του δευτερεύοντος συστήματος πραγματοποιείται ανάλογα με τη διέγερση που δέχεται η κατασκευή (κτίριο, γέφυρα κτλ). Η διαφορά του με το ενεργό σύστημα είναι η απουσία του μηχανισμού κίνησης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3.

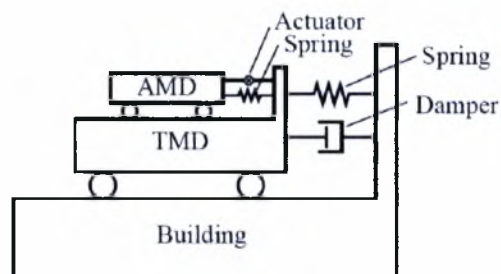


Σχήμα 1.3

Κατασκευή με Παθητικό Σύστημα Ελέγχου

1.2.3 Υβριδικό Σύστημα Ελέγχου (Hybrid Control System)

Τα υβριδικά συστήματα ελέγχου αποτελούν μια συνδυασμένη χρήση ενεργών και παθητικών συστημάτων. Το πλεονέκτημά τους είναι ότι μπορούν να μετριάσουν τους περιορισμούς που υπάρχουν τόσο στα ενεργά όσο και στα παθητικά συστήματα, προσφέροντας μια πιο βέλτιστη συνολικά λύση. Τα υβριδικά συστήματα συνεχίζουν να αποδίδουν ακόμα και σε περίπτωση διακοπής της ενέργειας που τα τροφοδοτεί, καθώς είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε να μπορούν να λειτουργούν ακόμα και με μπαταρίες. Στο Σχήμα 1.4 παρουσιάζεται ένα υβριδικό σύστημα ελέγχου.



Σχήμα 1.4

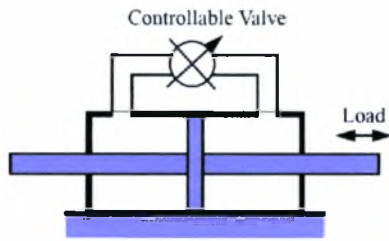
Κατασκευή με υβριδικό Σύστημα Ελέγχου

1.2.4 Ημι-ενεργό Σύστημα Ελέγχου (Semi-active Control System)

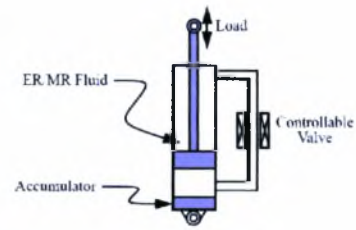
Είναι μια υποκατηγορία ενεργών συστημάτων ελέγχου τα οποία αποδίδουν εξίσου με τα ενεργά συστήματα, χωρίς την απαίτηση μεγάλης ποσότητας ενέργειας. Στα ημι-ενεργά συστήματα χρησιμοποιούνται ειδικοί μηχανισμοί κίνησης (actuator) οι οποίοι από κατασκευής απαιτούν ενέργεια ικανή να τροφοδοτηθεί και από μπαταρίες. Διάφοροι τύποι μηχανισμών κίνησης είναι οι εξής

- Αποσβεστήρας με μεταβαλλόμενη ακαμψία (variable-stiffness device)
- Αποσβεστήρας με ελεγχόμενη τριβή (controllable friction device)
- Αποσβεστήρας μεταβαλλόμενου στομίου με υγρό (variable-orifice fluid damper)
- Ελεγχόμενος αποσβεστήρας με υγρό (controllable fluid damper)

Οι δύο τελευταίοι τύποι μηχανισμών κίνησης παρουσιάζονται στα Σχήματα 1.5 και 1.6.



Σχήμα 1.5
Variable-orifice fluid damper



Σχήμα 1.6
Controllable fluid damper

Τα προηγούμενα Σχήματα είναι ενδεικτικά και αντιπροσωπεύουν ένα μεγάλο μέρος από τέτοιου είδους μηχανισμούς. Ωστόσο, σήμερα γίνεται μεγάλη έρευνα σε τέτοιου είδους συσκευές, με συνέπεια τη συνεχή τεχνολογική εξέλιξη στον τομέα αυτό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΠΑΘΗΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΝΑΝ ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΑ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ

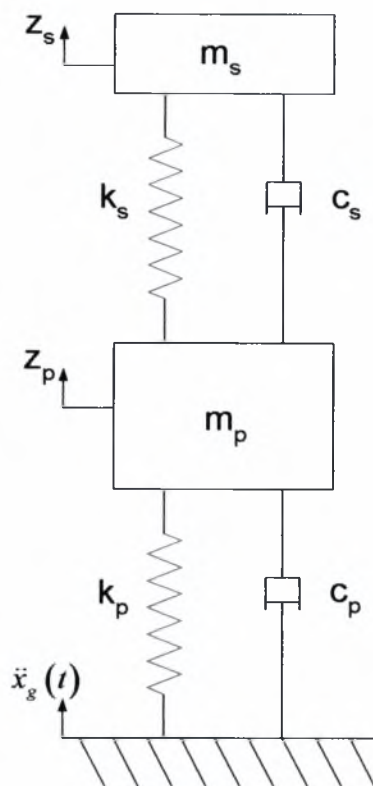
2.1 Περιγραφή του Μηχανικού Συστήματος

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται περιγραφή ενός μηχανικού συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας. Το μηχανικό σύστημα δείχνεται στο Σχήμα 2.1. Πιο συγκεκριμένα μελετάται η δυνατότητα ελέγχου των ταλαντώσεων πρωτεύοντος μηχανικού συστήματος, προσαρτώντας ένα απλό ταλαντωτή επάνω σε αυτό. Ο ταλαντωτής αποτελεί το δευτερεύον σύστημα και είναι αυτός που θα παίζει ρόλο στην ταχύτερη απόσβεση του κυρίως συστήματος.

Το πρωτεύον σύστημα αποτελείται από έναν απλό ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας ο οποίος διεγείρεται στη βάση του. Αναλυτικότερα, χαρακτηρίζεται από τη μάζα m_p η οποία βρίσκεται στερεωμένη στη βάση με ελατήριο σταθεράς k_p και αποσβεστήρα με σταθερά απόσβεσης c_p .

Το δευτερεύον σύστημα χαρακτηρίζεται από τη μάζα m_s η οποία συνδέεται με τη μάζα του πρωτεύοντος συστήματος m_p , με ελατήριο σταθεράς k_s και αποσβεστήρα με σταθερά απόσβεσης c_s . Η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος, m_s , είναι πολύ μικρότερη από την μάζα του κύριου συστήματος, m_p .

Κάποια ακόμα βασικά χαρακτηριστικά του συζευγμένου συστήματος είναι η ιδιοσυχνότητες ω_p και ω_s του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος συστήματος αντίστοιχα, καθώς επίσης και ο λόγος μαζών, μ , μεταξύ της μάζας του δευτερεύοντος συστήματος ως προς αυτήν του πρωτεύοντος. Τέλος, θεωρείται ότι η βάση διεγείρεται με επιτάχυνση \ddot{x}_g .



Σχήμα 2.1

Σύνθετο σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας

2.2 Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος

Η απόκριση του συστήματος περιγράφεται από τις απόλυτες μετατοπίσεις z_p και z_s των μαζών m_p και m_s αντίστοιχα. Εισάγονται οι σχετικές μετατοπίσεις των δύο μαζών ως προς τη βάση [Νατσιάβας, 1994]:

$$x_p = z_p - x_g$$

$$x_s = z_s - x_g$$

Υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο των σχετικών μετατοπίσεων, προκύπτουν αντίστοιχα οι σχετικές ταχύτητες των δύο μαζών m_p και m_s

$$\dot{x}_p = \dot{z}_p - \dot{x}_g \quad (2.1)$$

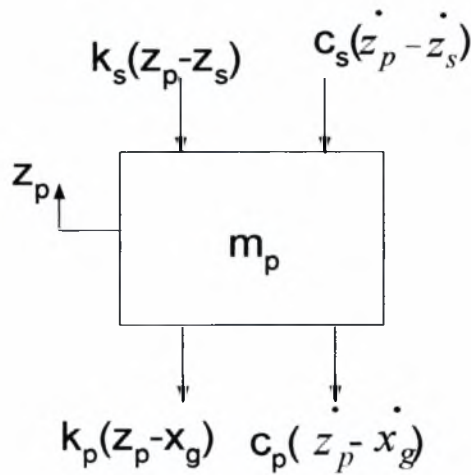
$$\dot{x}_s = \dot{z}_s - \dot{x}_g$$

ενώ υπολογίζοντας τη δεύτερη, προκύπτουν οι σχετικές επιταχύνσεις των m_p και m_s .

$$\ddot{x}_p = \ddot{z}_p - \ddot{x}_g \quad (2.2)$$

$$\ddot{x}_s = \ddot{z}_s - \ddot{x}_g$$

Για την κατάστρωση των εξισώσεων κίνησης αρχικά σχεδιάζονται τα διαγράμματα ελευθέρου σώματος για κάθε μία από τις μάζες ξεχωριστά. Το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για τη μάζα m_p φαίνεται στο Σχήμα 2.2



Σχήμα 2.2

Διάγραμμα ελευθέρου σώματος για τη μάζα m_p

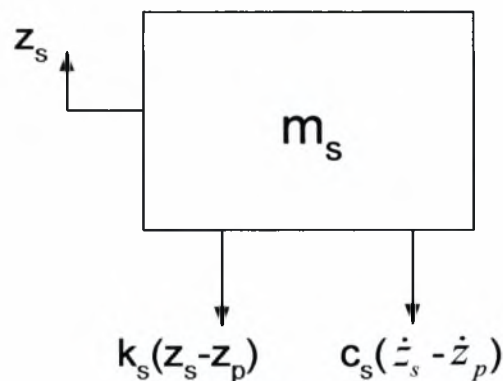
Με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Newton [Νατσιάβας, 1994] προκύπτει η εξίσωση κίνησης του σώματος m_p

$$m_p \cdot \ddot{z}_p = 0 - k_s \cdot (z_p - z_s) - c_s \cdot (\dot{z}_p - \dot{z}_s) - k_p \cdot (z_p - x_g) - c_p \cdot (\dot{z}_p - \dot{x}_g)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.1) και (2.2) στην τελευταία εξίσωση, η εξίσωση κίνησης της μάζας m_p παίρνει τη μορφή

$$m_p \cdot \ddot{x}_p + (c_p + c_s) \cdot \dot{x}_p + (k_p + k_s) \cdot x_p - c_s \cdot \dot{x}_s - k_s \cdot x_s = -m_p \cdot \ddot{x}_g$$

Το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_s φαίνεται στο Σχήμα 2.3



Σχήμα 2.3

Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_s .

Με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Newton [Νατσιάβας, 1994] προκύπτει η εξίσωση κίνησης του σώματος m_s .

$$m_s \cdot \ddot{z}_s = -k_s \cdot (z_s - z_p) - c_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_p)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.1) και (2.2) στην τελευταία εξίσωση, η εξίσωση κίνησης της μάζας m_s παίρνει τη μορφή

$$m_s \cdot \ddot{x}_s + c_s \cdot \dot{x}_s + k_s \cdot x_s - c_s \cdot \dot{x}_p - k_s \cdot x_p = -m_s \cdot \ddot{x}_g$$

Συγκεντρώνοντας τις δυο σχέσεις

$$\begin{aligned} m_p \cdot \ddot{x}_p + (c_p + c_s) \cdot \dot{x}_p + (k_p + k_s) \cdot x_p - c_s \cdot \dot{x}_s - k_s \cdot x_s &= -m_p \cdot \ddot{x}_g \\ m_s \cdot \ddot{x}_s + c_s \cdot \dot{x}_s + k_s \cdot x_s - c_s \cdot \dot{x}_p - k_s \cdot x_p &= -m_s \cdot \ddot{x}_g \end{aligned}$$

και γράφοντας τις σε μητρική μορφή [Νατσιάβας,2001], προκύπτει

$$\begin{pmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_p + c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_p + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_p \\ x_s \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m_p \\ m_s \end{pmatrix} \cdot \ddot{x}_g \quad (2.3)$$

Η σχέση 2.3 μπορεί να απλοποιηθεί περισσότερο, εισάγοντας τα διανύσματα της σχετικής μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_p \\ x_s \end{pmatrix}, \quad \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \end{pmatrix}, \quad \underline{\ddot{x}} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \end{pmatrix}$$

τα μητρώα Μάζας, Ακαμψίας και Απόσβεσης

$$M = \begin{pmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_s \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} k_p + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} c_p + c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{pmatrix}$$

και το διάνυσμα \underline{L}

$$\underline{L} = M \cdot \underline{\Gamma} = \begin{pmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Τελικά προκύπτει η εξίσωση

$$M \cdot \underline{\ddot{x}} + C \cdot \underline{\dot{x}} + K \cdot \underline{x} = -M \cdot \underline{\Gamma} \cdot \ddot{x}_g \quad (2.4)$$

2.3 Επίλυση Συστήματος

Η επίλυση του συστήματος για τον προσδιορισμό των αποκρίσεων, όπως μετατοπίσεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις των μαζών ή εσωτερικές δυνάμεις στα ελατήρια, γίνεται με αριθμητική ολοκλήρωση, χρησιμοποιώντας διαθέσιμες μεθόδους. Στην παρούσα εργασία μας ενδιαφέρει ο υπολογισμός των συναρτήσεων μετάδοσης, οι οποίες προσδιορίζουν το πλάτος της απόκρισης της μόνιμης κατάστασης του συστήματος ως προς το πλάτος της αρμονικής διέγερσης συναρτήσει της συχνότητας της αρμονικής διέγερσης.

Ένας από τους στόχους των παθητικών συστημάτων ελέγχου είναι η μείωση του μέγιστου πλάτους των συναρτήσεων μετάδοσης, στο διάστημα συχνότητας διέγερσης που μας ενδιαφέρει. Οι συναρτήσεις μετάδοσης υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το λογισμικό MATLAB και πιο συγκεκριμένα τη μέθοδο του Χώρου των Καταστάσεων (State Space Method).

Το γενικό σύστημα (2.4) των εξισώσεων του συστήματος θα μετατρέπεται στο σύστημα εξισώσεων πρώτης τάξης [Παπαδημητρίου, 2006]

$$\begin{aligned}\dot{\underline{y}} &= \mathbf{A} \cdot \underline{y} + \mathbf{B} \cdot \underline{u} \\ \underline{z} &= \mathbf{C} \cdot \underline{y} + \mathbf{D} \cdot \underline{u}\end{aligned}\tag{2.5}$$

Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή του διανύσματος των μεταβλητών κατάστασης (state space vector)

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \end{pmatrix}$$

και περιλαμβάνει τις ελάχιστες δυνατές μεταβλητές που πρέπει να ορίζονται κάθε χρονική στιγμή, ώστε να μπορεί να περιγραφεί η κατάσταση του συστήματος για δεδομένη διέγερση τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{\dot{x}} \\ \underline{\ddot{x}} \end{pmatrix}$$

και περιλαμβάνει τις μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν να υπολογίσουμε. Το διάνυσμα εξόδου το έχουμε επιλέξει στο συγκεκριμένο πρόβλημα έτσι ώστε να μας δίνει το διάνυσμα των μετατοπίσεων, των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων των δύο μαζών. Τέλος, \underline{u} είναι το διάνυσμα διέγερσης, ενώ τα μητρώα A , B , C και D είναι μητρώα που εξαρτώνται από το αρχικό σύστημα (2.4) δεύτερης τάξης και το διάνυσμα εξόδου \underline{z} . Τα μητρώα A , B , C και D υπολογίζονται ως ακολούθως. Με βάση τη γενική εξίσωση κίνησης

$$M \cdot \underline{\ddot{x}} + C \cdot \underline{\dot{x}} + K \cdot \underline{x} = -M \cdot \underline{\Gamma} \cdot \underline{\ddot{x}}_g \quad (2.4)$$

θα έχουμε

$$\underline{\ddot{x}} = -M^{-1} \cdot C \cdot \underline{\dot{x}} - M^{-1} \cdot K \cdot \underline{x} - \underline{\Gamma} \cdot \underline{\ddot{x}}_g \quad (2.6)$$

Παραγωγίζοντας το διάνυσμα κατάστασης \underline{y} προκύπτει

$$\underline{\dot{y}} = \begin{pmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\ddot{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\dot{x}} \\ -M^{-1} \times C \times \underline{\dot{x}} - M^{-1} \times K \times \underline{x} - \underline{G} \times \underline{\ddot{x}}_g \end{pmatrix}$$

ή (2.7)

$$\underline{\dot{y}} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix} \cdot \underline{y} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\underline{\Gamma} \end{pmatrix} \cdot \underline{\ddot{x}}_g$$

Στη συνέχεια παίρνοντας το διάνυσμα εξόδου $\underline{z} = (\underline{x} \quad \dot{\underline{x}} \quad \ddot{\underline{x}})^T$, θα έχουμε

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ \ddot{\underline{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ -M^{-1} \cdot C \cdot \dot{\underline{x}} - M^{-1} \cdot K \cdot \underline{x} - \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g \end{pmatrix}$$

ή (2.8)

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ -\underline{\Gamma} \end{pmatrix} \cdot \ddot{\underline{x}}_g$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (2.7) και (2.8) με τις (2.5), εύκολα προκύπτει ότι οι πίνακες A, B, C, D ορίζονται ως εξής

$$A = \begin{pmatrix} \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{\Gamma} \end{pmatrix}$$

(2.9)

$$C = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{\Gamma} \end{pmatrix}$$

Οι πίνακες I και $\underline{0}$ είναι διαστάσεων 2×2 , ενώ το διάνυσμα διέγερσης παίρνει τη μορφή $\underline{u} = \ddot{\underline{x}}_g$.

Στην παραπάνω ανάλυση, το διάνυσμα εξόδου \underline{z} περιγράφει τις μετατοπίσεις, τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σχετικά ως προς την κίνηση της βάσης. Σε πολλά προβλήματα, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις απόλυτες επιταχύνσεις των μαζών, και όχι οι σχετικές επιταχύνσεις ως προς το έδαφος.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η ανάλυση η οποία μας δίνει απόλυτες επιταχύνσεις στο διάνυσμα εξόδου. Ως απόλυτη επιτάχυνση ορίζεται η επιτάχυνση

$$\ddot{\underline{z}}_A = \ddot{\underline{x}} + \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g$$

Δηλαδή, το διάνυσμα $\ddot{\underline{z}}_A = (\ddot{z}_p \quad \ddot{z}_s)^T$ περιλαμβάνει τις απόλυτες επιταχύνσεις των δύο μαζών.

Με βάση την εξίσωση (2.4), έχουμε ότι

$$M \cdot [\ddot{\underline{x}} + \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g] + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = 0$$

ή (2.10)

$$M \cdot \ddot{\underline{z}}_A + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = 0$$

Οπότε το διάνυσμα εξόδου θα έχει τη μορφή

$$\underline{\underline{z}} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ \ddot{\underline{z}}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ -M^{-1} \cdot C \cdot \dot{\underline{x}} - M^{-1} \cdot K \cdot \underline{x} \end{pmatrix}$$

ή (2.11)

$$\underline{\underline{z}} = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix} \cdot \underline{y} + \underline{0} \cdot \ddot{\underline{x}}_g$$

Επομένως, στην περίπτωση αυτή οι πίνακες C και D έχουν τη μορφή

$$C = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix}, \quad D = 0 \quad (2.12)$$

Συνεπώς, αρκεί να θέσουμε τον πίνακα D ίσο με το μηδέν, ώστε το διάνυσμα εξόδου \underline{z} να μας δώσει τις απόλυτες επιταχύνσεις των μαζών.

2.4 Εισαγωγή Νέων Παραμέτρων στις Εξισώσεις

Οι παράμετροι του συστήματος στην προηγούμενη ανάλυση είναι οι σταθερές ελατηρίων k_p και k_s , οι αποσβεστήρες c_p και c_s και οι μάζες m_p και m_s του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος συστήματος αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, θα εισάγονται εναλλακτικά νέες παράμετροι στις εξισώσεις, όπως είναι οι ιδιοσυχνότητες ω_p και ω_s και οι συντελεστές απόσβεσης ζ_p και ζ_s του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος συστήματος αντίστοιχα, οι οποίες αποτελούν τις ιδιότητες των δύο συστημάτων. Θα πρέπει να τονιστεί ότι οι παραπάνω ιδιοσυχνότητες αναφέρονται στα δύο συστήματα εάν θεωρηθούν ότι είναι ανεξάρτητα και δεν αλληλεπιδρούν. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές είναι διαφορετικές από αυτές που έχει το συνολικό σύστημα στο οποίο συνυπάρχουν και αλληλεπιδρούν και οι δύο μάζες. Τέλος εισάγεται μια ακόμα παράμετρος, ο λόγος μαζών μ .

Οι ιδιοσυχνότητες είναι

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} \quad , \quad \omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$$

οι συντελεστές απόσβεσης είναι

$$\zeta_p = \frac{c_p}{2 \cdot m_p \cdot \omega_p}$$

$$\zeta_s = \frac{c_s}{2 \cdot m_s \cdot \omega_s}$$

και ο λόγος μαζών είναι

$$\mu = \frac{m_s}{m_p}$$

άρα οι εξισώσεις κίνησης παίρνουν τη μορφή

$$\begin{aligned}\ddot{x}_p + (2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + 2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu) \cdot \dot{x}_p - (2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu) \cdot \dot{x}_s + (\omega_p^2 + \mu \cdot \omega_s^2) \cdot x_p - (\mu \cdot \omega_s^2) \cdot x_s &= -\ddot{x}_g \\ \ddot{x}_s + (2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s) \cdot \dot{x}_s - (2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s) \cdot \dot{x}_p + (\omega_s^2) \cdot x_s - (\omega_s^2) \cdot x_p &= -\ddot{x}_g\end{aligned}$$

Προκειμένου να μετατρέψουμε το παραπάνω σύστημα σε μητρική μορφή, εισάγουμε τα διανύσματα

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_p \\ x_s \end{pmatrix}, \quad \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \end{pmatrix}, \quad \underline{\ddot{x}} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \end{pmatrix}$$

Οπότε οι δύο εξισώσεις παρουσιάζονται στην παρακάτω μητρική μορφή

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + 2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu \\ -2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s & 2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} \omega_p^2 + \omega_s^2 \cdot \mu & -\omega_s^2 \cdot \mu \\ -\omega_s^2 & \omega_s^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_p \\ x_s \end{pmatrix} &= - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \ddot{x}_g\end{aligned}\tag{2.13}$$

Εισάγοντας το μητρώο μάζας

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

το μητρώο απόσβεσης

$$C = \begin{pmatrix} 2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + 2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \cdot \mu \\ -2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s & 2 \cdot \zeta_s \cdot \omega_s \end{pmatrix}$$

το μητρώο ακαμψίας

$$K = \begin{pmatrix} \omega_p^2 + \omega_s^2 \cdot \mu & -\omega_s^2 \cdot \mu \\ -\omega_s^2 & \omega_s^2 \end{pmatrix}$$

και το διάνυσμα

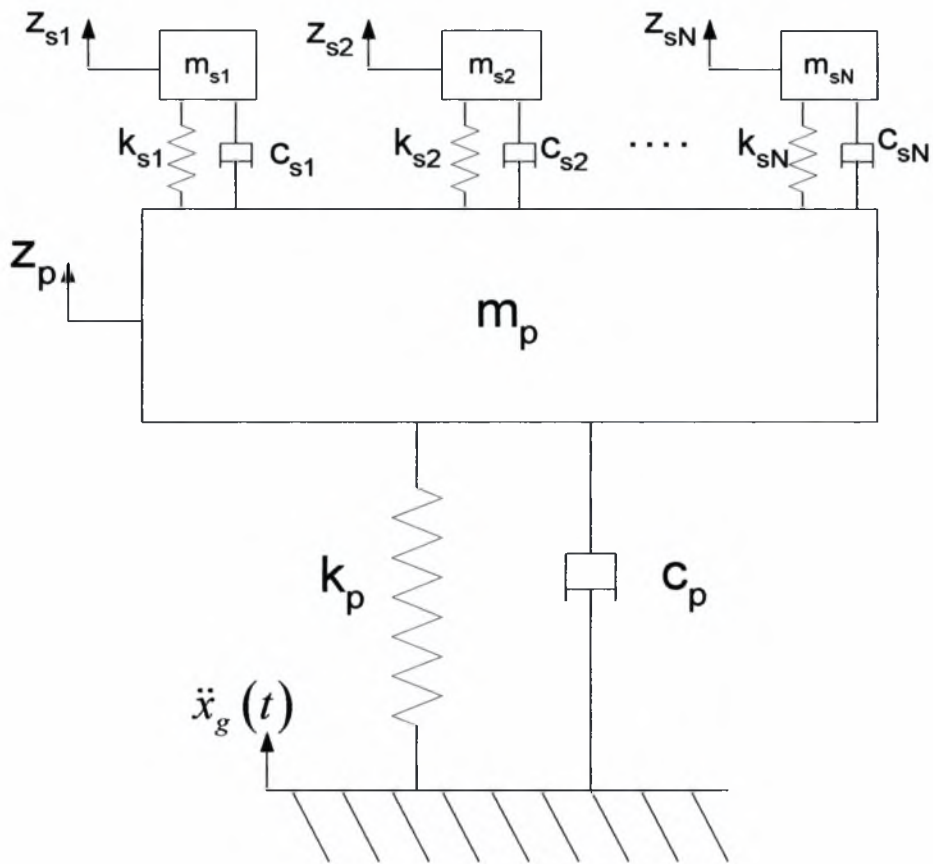
$$\underline{L} = M \cdot \underline{\Gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

η εξίσωση (2.13) συνοψίζεται πλέον στην γνωστή εξίσωση (2.4)

$$M \cdot \underline{\ddot{x}} + C \cdot \underline{\dot{x}} + K \cdot \underline{x} = -M \cdot \underline{\Gamma} \cdot \underline{\ddot{x}}_g \quad (2.4)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
ΠΑΘΗΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ Ν ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΕΣ
ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ

3.1 Περιγραφή του Μηχανικού Συστήματος



Σχήμα 3.1

Σύνθετο σύστημα με N αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται το μηχανικό σύστημα με N αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας Σχήμα 3.1. Αυτή τη φορά, μελετάται η δυνατότητα ελέγχου των ταλαντώσεων πρωτεύοντος μηχανικού συστήματος, προσαρτώντας N απλούς ταλαντωτές επάνω σε αυτό. Το n να αναπαριστάει τη n -στή δευτερεύουσα μάζα και παίρνει τιμές από 1 έως N .

Το πρωτεύον σύστημα αποτελείται από έναν απλό ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας ο οποίος διεγείρεται στη βάση του. Τα χαρακτηριστικά του πρωτεύοντος συστήματος εξακολουθούν να είναι, η μάζα m_p η οποία βρίσκεται στερεωμένη στη βάση με ελατήριο σταθεράς k_p και αποσβεστήρα με σταθερά απόσβεσης c_p . Το δευτερεύον σύστημα αποτελείται από N μάζες m_{sn} , οι οποίες συνδέονται με τη μάζα του πρωτεύοντος συστήματος m_p , με ελατήρια σταθεράς k_{sn} και αποσβεστήρες με σταθερά απόσβεσης c_{sn} .

3.2 Εξισώσεις Κίνησης του Συστήματος

Η απόκριση του συστήματος περιγράφεται από τις απόλυτες μετατοπίσεις z_p και z_{sn} των μαζών m_p και m_{sn} αντίστοιχα. Εισάγονται οι σχετικές μετατοπίσεις των $N+1$ μαζών ως προς τη βάση [Νατσιάβας, 1994].

$$x_p = z_p - x_g$$

$$x_{sn} = z_{sn} - x_g$$

Υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο των σχετικών μετατοπίσεων, προκύπτουν οι σχετικές ταχύτητες των $N+1$ μαζών αντίστοιχα.

$$\dot{x}_p = \dot{z}_p - \dot{x}_g$$

(3.1)

$$\dot{x}_{sn} = \dot{z}_{sn} - \dot{x}_g$$

Ενώ υπολογίζοντας τη δεύτερη, προκύπτουν οι σχετικές επιταχύνσεις των m_p και m_{sn} .

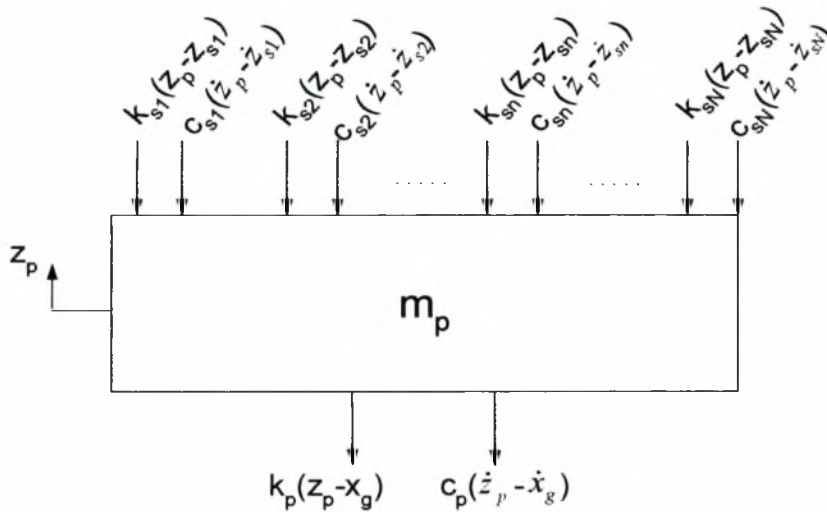
$$\ddot{x}_p = \ddot{z}_p - \ddot{x}_g$$

(3.2)

$$\ddot{x}_{sn} = \ddot{z}_{sn} - \ddot{x}_g$$

Όπως παρουσιάστηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο για την ανάλυση των δυνάμεων συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, έτσι και σε αυτό των N αποσβεστήρων, για την κατάστρωση των εξισώσεων κίνησης, αρχικά σχεδιάζεται τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος για κάθε μία από τις μάζες ξεχωριστά. Το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_p φαίνεται στο Σχήμα

3.2



Σχήμα 3.2

Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_p

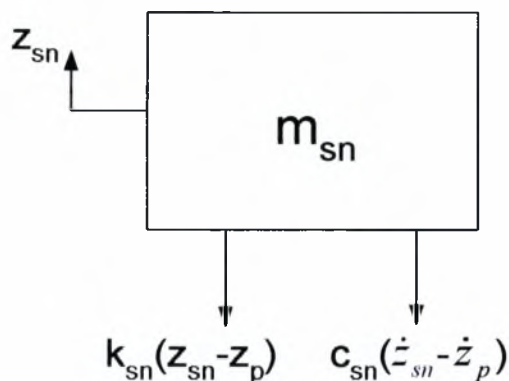
Με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Newton [Νατσιάβας, 1994] προκύπτει η εξίσωση κίνησης του σώματος m_p .

$$m_p \cdot \ddot{z}_p = 0 - k_{s1} \cdot (z_p - z_{s1}) - k_{s2} \cdot (z_p - z_{s2}) - \dots - k_{sN} \cdot (z_p - z_{sN}) - c_{s1} \cdot (\dot{z}_p - \dot{z}_{s1}) - c_{s2} \cdot (\dot{z}_p - \dot{z}_{s2}) - \dots - c_{sN} \cdot (\dot{z}_p - \dot{z}_{sN}) - k_p \cdot (z_p - x_g) - c_p \cdot (\dot{z}_p - \dot{x}_g)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.1) και (3.2) στην τελευταία εξίσωση, η εξίσωση κίνησης της μάζας m_p παίρνει τη μορφή

$$m_p \cdot \ddot{x}_p + (c_p + c_{s1} + c_{s2} + \dots + c_{sN}) \cdot \dot{x}_p + (k_p + k_{s1} + k_{s2} + \dots + k_{sN}) x_p - c_{s1} \cdot \dot{x}_{s1} - c_{s2} \cdot \dot{x}_{s2} - \dots - c_{sN} \cdot \dot{x}_{sN} - k_{s1} \cdot x_{s1} - k_{s2} \cdot x_{s2} - \dots - k_{sN} \cdot x_{sN} = -m_p \cdot \ddot{x}_g$$

Το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_{sn} φαίνεται στο Σχήμα 3.3



Σχήμα 3.3

Διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη μάζα m_{sn}

Με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Newton [Νατσιάβας, 1994] προκύπτει η εξίσωση κίνησης του κάθε σώματος m_{sn} .

$$m_{sn} \cdot \ddot{z}_{sn} = -k_{sn} \cdot (z_{sn} - z_p) - c_{sn} \cdot (\dot{z}_{sn} - \dot{z}_p)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.1) και (3.2) στην τελευταία εξίσωση, η εξίσωση κίνησης της μάζας m_{sn} παίρνει τη μορφή

$$m_{sn} \cdot \ddot{x}_{sn} + c_{sn} \cdot \dot{x}_{sn} + k_{sn} \cdot x_{sn} - c_{sn} \cdot \dot{x}_p - k_{sn} \cdot x_p = -m_{sn} \cdot \ddot{x}_g$$

και προφανώς προκύπτουν N εξισώσεις.

Άρα, οι N+1 εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τις σχετικές αποκρίσεις του μοντέλου ως προς την κίνηση του εδάφους είναι

$$\begin{aligned}
 & m_p \cdot \ddot{x}_p + (c_p + c_{s1} + c_{s2} + \dots + c_{sN}) \cdot \dot{x}_p + (k_p + k_{s1} + k_{s2} + \dots + k_{sN})x_p - \\
 & - c_{s1} \cdot \dot{x}_{s1} - c_{s2} \cdot \dot{x}_{s2} - \dots - c_{sN} \cdot \dot{x}_{sN} - k_{s1} \cdot x_{s1} - k_{s2} \cdot x_{s2} - \dots - k_{sN} \cdot x_{sN} = -m_p \cdot \ddot{x}_g \\
 & \dots \\
 & m_{sn} \cdot \ddot{x}_{sn} + c_{sn} \cdot \dot{x}_{sn} + k_{sn} \cdot x_{sn} - c_{sn} \cdot \dot{x}_p - k_{sn} \cdot x_p = -m_{sn} \cdot \ddot{x}_g \\
 & \dots
 \end{aligned}$$

Αναγράφοντάς τες στη μητρική τους μορφή προκύπτει

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_{s1} \\ \ddot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sN} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_p + c_{s1} + c_{s2} + \dots + c_{sN} & -c_{s1} & -c_{s2} & \dots & -c_{sn} & \dots & -c_{sN} \\ & -c_{s1} & c_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -c_{s2} & 0 & c_{s2} & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ & -c_{sn} & 0 & 0 & 0 & c_{sn} & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \\ -c_{sN} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{sN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{s1} \\ \dot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sN} \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} k_p + k_{s1} + k_{s2} + \dots + k_{sN} & -k_{s1} & -k_{s2} & \dots & -k_{sn} & \dots & -k_{sN} \\ & -k_{s1} & k_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -k_{s2} & 0 & k_{s2} & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ & -k_{sn} & 0 & 0 & 0 & k_{sn} & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \\ & -k_{sN} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{sN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_p \\ x_{s1} \\ x_{s2} \\ \vdots \\ x_{sn} \\ \vdots \\ x_{sN} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m_p \\ m_{s1} \\ m_{s2} \\ \vdots \\ m_{sn} \\ \vdots \\ m_{sN} \end{pmatrix} \cdot \ddot{x}_g \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Εισάγοντας τα μητρώα Μάζας, Απόσβεσης, Ακαμψίας

$$M = \begin{pmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sN} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_p + c_{s1} + c_{s2} + \dots + c_{sN} & -c_{s1} & -c_{s2} & \dots & -c_{sn} & \dots & -c_{sN} \\ & -c_{s1} & c_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -c_{s2} & 0 & c_{s2} & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ & -c_{sn} & 0 & 0 & 0 & c_{sn} & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \\ & -c_{sN} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{sN} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_p + k_{s1} + k_{s2} + \dots + k_{sN} & -k_{s1} & -k_{s2} & \dots & -k_{sn} & \dots & -k_{sN} \\ & -k_{s1} & k_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -k_{s2} & 0 & k_{s2} & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ & -k_{sn} & 0 & 0 & 0 & k_{sn} & 0 \\ & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \\ & -k_{sN} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{sN} \end{pmatrix}$$

τα διανύσματα μετατόπισης, ταχύτητας, επιτάχυνσης

$$x = \begin{pmatrix} x_p \\ x_{s1} \\ x_{s2} \\ \vdots \\ x_{sn} \\ \vdots \\ x_{sN} \end{pmatrix}, \quad \dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{s1} \\ \dot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sN} \end{pmatrix}, \quad \ddot{x} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_{s1} \\ \ddot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sN} \end{pmatrix},$$

καθώς και το διάνυσμα \underline{L}

$$\underline{L} = M \cdot \underline{\Gamma} = \begin{pmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{sN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

η τελική σχέση παίρνει την μορφή

$$M \cdot \ddot{\underline{x}} + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = -M \cdot \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g \quad (3.4)$$

Η οποία είναι ίδια ακριβώς με την Σχέση (2.4).

3.3 Επίλυση Συστήματος

Η επίλυση του συστήματος με N αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας, για τον προσδιορισμό των αποκρίσεων, επιτυγχάνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως και στο πρόβλημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, δηλαδή με τη μέθοδο του Χώρου των Καταστάσεων (State Space Method) και με χρήση του λογισμικού MATLAB.

Καταλήγουμε και πάλι στα μητρώα A, B, C και D

$$A = \begin{pmatrix} \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{\Gamma} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$C = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{\Gamma} \end{pmatrix}$$

μόνο που οι πίνακες I και $\underline{0}$ είναι πλέον διαστάσεων $N+1 \times N+1$.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η ανάλυση η οποία μας δίνει απόλυτες επιταχύνσεις στο διάνυσμα εξόδου. Ως απόλυτη επιτάχυνση ορίζεται η επιτάχυνση

$$\ddot{\underline{z}}_A = \ddot{\underline{x}} + \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g$$

Δηλαδή, το διάνυσμα $\ddot{\underline{z}}_A = (\ddot{z}_p \ \ddot{z}_s)^T$ περιλαμβάνει τις απόλυτες επιταχύνσεις των δύο μαζών.

Με βάση την εξίσωση (2.4), έχουμε ότι

$$M \cdot [\ddot{\underline{x}} + \underline{\Gamma} \cdot \ddot{\underline{x}}_g] + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = 0$$

ή

(2.10)

$$M \cdot \ddot{\underline{z}}_A + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = 0$$

Οπότε το διάνυσμα εξόδου θα έχει τη μορφή

$$\ddot{\underline{z}} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ \ddot{\underline{z}}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \\ -M^{-1} \cdot C \cdot \dot{\underline{x}} - M^{-1} \cdot K \cdot \underline{x} \end{pmatrix}$$

ή

(2.11)

$$\ddot{\underline{z}} = \begin{pmatrix} I & \underline{0} \\ \underline{0} & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{pmatrix} \cdot \underline{y} + \underline{0} \cdot \ddot{\underline{x}}_g$$

Επομένως, στην περίπτωση αυτή οι πίνακες C και D έχουν τη μορφή

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

Συνεπώς, αρκεί να θέσουμε τον πίνακα \mathbf{D} ίσο με το μηδέν, ώστε το διάνυσμα εξόδου \underline{z} να μας δώσει τις απόλυτες επιταχύνσεις των μαζών.

3.4 Εισαγωγή Νέων Παραμέτρων στις Εξισώσεις

Όπως ακριβώς και στην παράγραφο 2.4 εισάγονται οι παράμετροι ω_p , ω_{sn} και ζ_p , ζ_{sn} . Τέλος για την αδιαστατοποίηση του προβλήματος εισάγεται ο λόγος μαζών μ .

Εισάγοντας τις ιδιοσυχνότητες

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} \quad , \quad \omega_{sn} = \sqrt{\frac{k_{sn}}{m_{sn}}}$$

τους συντελεστές απόσβεσης

$$\zeta_p = \frac{c_p}{2 \cdot m_p \cdot \omega_p}$$

$$\zeta_{sn} = \frac{c_{sn}}{2 \cdot m_{sn} \cdot \omega_{sn}}$$

και τον λόγο μαζών

$$\mu_n = \frac{m_{sn}}{m_p} \quad , \quad n=1,2,\dots,N$$

οι εξισώσεις κίνησης παίρνουν την μορφή

$$\ddot{x}_p + (2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + \sum_{n=1}^N 2 \cdot \zeta_{sn} \cdot \omega_{sn} \cdot \mu_n) \cdot \dot{x}_p + (\omega_p^2 + \sum_{n=1}^N \omega_{sn}^2 \cdot \mu_n) \cdot x_p -$$

$$- \sum_{n=1}^N 2 \cdot \zeta_{sn} \cdot \omega_{sn} \cdot \mu_n \cdot \dot{x}_{sn} - \sum_{n=1}^N \omega_{sn} \cdot \mu_n \cdot x_{sn} = -\ddot{x}_g$$

...

$$\ddot{x}_{sn} + 2 \cdot \zeta_{sn} \cdot \omega_{sn} \cdot \dot{x}_{sn} - 2 \cdot \zeta_{sn} \cdot \omega_{sn} \cdot \dot{x}_p + \omega_{sn}^2 \cdot x_{sn} - \omega_{sn}^2 \cdot x_p = -\ddot{x}_g$$

...

Η αναγράφονται τις στη μητρική τους μορφή

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_{s1} \\ \ddot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sm} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sN} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + 2 \cdot \zeta_{s1} \cdot \omega_{s1} \cdot \mu + 2 \cdot \zeta_{s2} \cdot \omega_{s2} \cdot \mu + \dots + 2 \cdot \zeta_{sN} \cdot \omega_{sN} \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_{s1} \cdot \omega_{s1} \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_{s1} \cdot \omega_{s1} \cdot \mu & \dots & -2 \cdot \zeta_{sN} \cdot \omega_{sN} \cdot \mu \\ -2 \cdot \zeta_{s1} \cdot \omega_{s1} \cdot \mu & 2 \cdot \zeta_{s1} \cdot \omega_{s1} \cdot \mu & 0 & \dots & 0 \\ -2 \cdot \zeta_{s2} \cdot \omega_{s2} \cdot \mu & 0 & 2 \cdot \zeta_{s2} \cdot \omega_{s2} \cdot \mu & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2 \cdot \zeta_{sm} \cdot \omega_{sm} \cdot \mu & 0 & 0 & 2 \cdot \zeta_{sm} \cdot \omega_{sm} \cdot \mu & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -2 \cdot \zeta_{sN} \cdot \omega_{sN} \cdot \mu & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot \zeta_{sN} \cdot \omega_{sN} \cdot \mu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{s1} \\ \dot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sm} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sN} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \omega_p^2 + \omega_{s1}^2 \cdot \mu + \omega_{s2}^2 \cdot \mu + \dots + \omega_{sN}^2 \cdot \mu & -\omega_{s1}^2 \cdot \mu & -\omega_{s2}^2 \cdot \mu & \dots & -\omega_{sN}^2 \cdot \mu \\ -\omega_{s1}^2 & \omega_{s1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ -\omega_{s2}^2 & 0 & \omega_{s2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\omega_{sm}^2 & 0 & 0 & \omega_{sm}^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\omega_{sN}^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_{sN}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_p \\ x_{s1} \\ x_{s2} \\ \vdots \\ x_{sm} \\ \vdots \\ x_{sN} \end{pmatrix} = -\ddot{x}_g \quad (3.5)$$

Τέλος εισάγοντας τα διανύσματα μετατόπισης, ταχύτητας, επιτάχυνσης και \underline{L}

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_p \\ x_{s1} \\ x_{s2} \\ \vdots \\ x_{sn} \\ \vdots \\ x_{sN} \end{pmatrix}, \quad \dot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{s1} \\ \dot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \dot{x}_{sN} \end{pmatrix}, \quad \ddot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_{s1} \\ \ddot{x}_{s2} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sn} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{sN} \end{pmatrix},$$

$$\underline{L} = \underline{M} \cdot \underline{\Gamma} = \underline{I} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{με } \underline{I} \text{ τον μοναδιαίο πίνακα διαστάσεων } N+1 \times N+1$$

καθώς και τα μητρώα Μάζας, Απόσβεσης και Ακαμψίας

$$\underline{M} = \underline{I}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 \cdot \zeta_p \cdot \omega_p + 2 \cdot \zeta_{s_1} \cdot \omega_{s_1} \cdot \mu + 2 \cdot \zeta_{s_2} \cdot \omega_{s_2} \cdot \mu + \dots + 2 \cdot \zeta_{s_N} \cdot \omega_{s_N} \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_{s_1} \cdot \omega_{s_1} \cdot \mu & -2 \cdot \zeta_{s_2} \cdot \omega_{s_2} \cdot \mu & \dots & -2 \cdot \zeta_{s_m} \cdot \omega_{s_m} \cdot \mu & \dots & -2 \cdot \zeta_{s_N} \cdot \omega_{s_N} \cdot \mu \\ -2 \cdot \zeta_{s_1} \cdot \omega_{s_1} \cdot \mu & 2 \cdot \zeta_{s_1} \cdot \omega_{s_1} \cdot \mu & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 \cdot \zeta_{s_2} \cdot \omega_{s_2} \cdot \mu & 0 & 2 \cdot \zeta_{s_2} \cdot \omega_{s_2} \cdot \mu & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ -2 \cdot \zeta_{s_m} \cdot \omega_{s_m} \cdot \mu & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot \zeta_{s_m} \cdot \omega_{s_m} \cdot \mu & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ -2 \cdot \zeta_{s_N} \cdot \omega_{s_N} \cdot \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot \zeta_{s_N} \cdot \omega_{s_N} \cdot \mu \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} \omega_p^2 + \omega_{s_1}^2 \cdot \mu + \omega_{s_2}^2 \cdot \mu + \dots + \omega_{s_N}^2 \cdot \mu & -\omega_{s_1}^2 \cdot \mu & -\omega_{s_2}^2 \cdot \mu & \dots & -\omega_{s_m}^2 \cdot \mu & \dots & -\omega_{s_N}^2 \cdot \mu \\ -\omega_{s_1}^2 & \omega_{s_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_{s_2}^2 & 0 & \omega_{s_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_{s_m}^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_{s_1}^2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ -\omega_{s_N}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{s_1}^2 \end{pmatrix}$$

οι εξισώσεις κίνησης συνοψίζονται πλέον στην γνωστή σχέση (2.4).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η επιρροή των παραμέτρων m_{sn} , ω_{sn} , ζ_{sn} και N του δευτερεύοντος συστήματος ελέγχου, στην απόκριση του κύριου (πρωτεύοντος) συστήματος. Η ανάλυση εστιάζει σε ένα χαρακτηριστικό της κατασκευής, τη συνάρτηση μεταφοράς για την μετατόπιση του πρωτεύοντος συστήματος. Η μετατόπιση είναι πολύ σημαντική παράμετρος μιας κατασκευής, καθώς ανάλογα τις τιμές που θα παίρνει αυτή σε δεδομένη διέγερση, μπορούμε να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα για την ασφάλεια της κατασκευής. Τα παθητικά συστήματα ελέγχου χρησιμοποιούνται για να αποσβέσουν τις μέγιστες αποκρίσεις της ταλάντωσης που προκαλούνται από διεγέρσεις στη βάση μιας κατασκευής, ή κατά μήκος της κατασκευής. Για παράδειγμα, σεισμοί διεγείρουν τις βάσεις κατασκευών πολιτικού μηχανικού (κτήρια, γέφυρες), ανωμαλίες του οδοστρώματος διεγείρουν οχήματα εδάφους στη βάση τους, ενώ ο άνεμος διεγείρει τις κατασκευές (κτήρια, γέφυρες, καλώδια ανάρτησης σε κρεμαστές γέφυρες) κατά μήκος τους.

Σκοπός μας στο κεφάλαιο αυτό είναι να επιλέξουμε κατάλληλα τις παραμέτρους ω_{sn} , ζ_{sn} του δευτερεύοντος συστήματος έτσι ώστε να πετύχουμε τη μέγιστη δυνατή μείωση στις ταλαντώσεις του πρωτεύοντος συστήματος. Γίνεται δηλαδή μία παραμετρική ανάλυση, στην οποία σχεδιάζονται οι καμπύλες για τις συναρτήσεις μεταφοράς των αποκρίσεων, και μελετάται το κατά πόσο επηρεάζονται από τις παραμέτρους ω_{sn} , ζ_{sn} καθώς επίσης από τον λόγο των μαζών μ_n αλλά και από τον αριθμό των μαζών του δευτερεύοντος συστήματος, N .

4.2 Συναρτήσεις Μεταφοράς

Οι συναρτήσεις μεταφοράς προσδιορίζουν το πλάτος της απόκρισης του συστήματος στη μόνιμη κατάσταση ως προς το πλάτος της αρμονικής διέγερσης, συναρτήσει ενός εύρους τιμών για τη συχνότητα διέγερσης. Από τα διαγράμματα των συναρτήσεων μεταφοράς μπορεί εύκολα να καθοριστεί η συμπεριφορά του κύριου

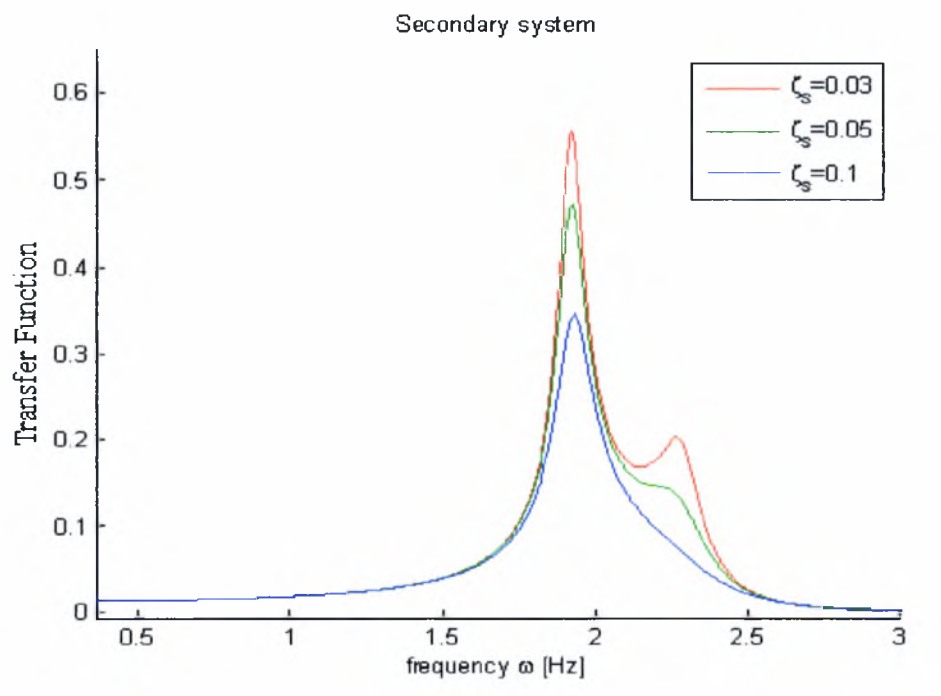
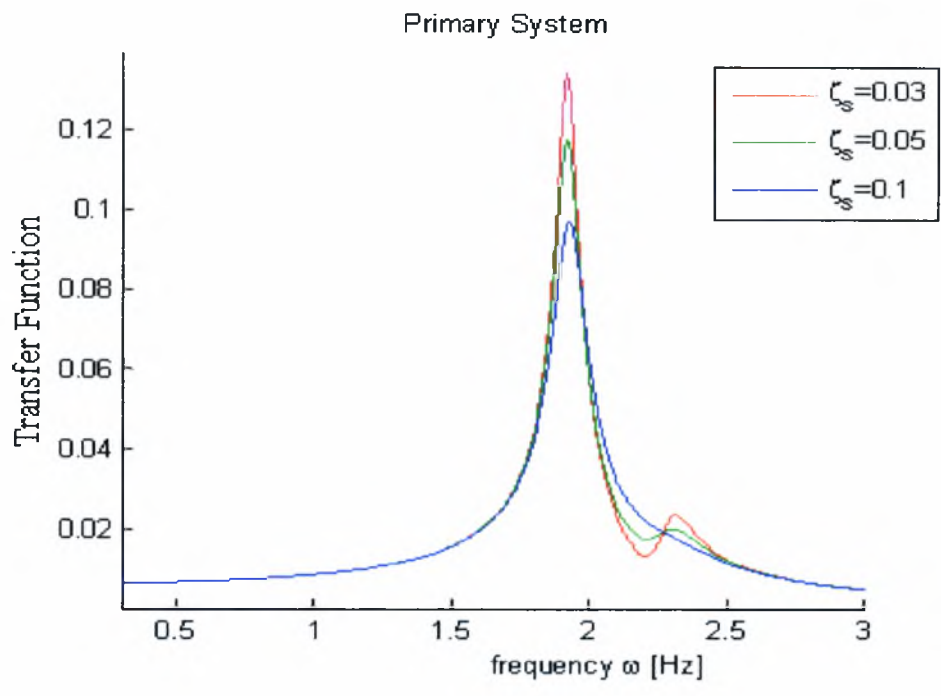
συστήματος, αφού μπορούν να επιλεγθούν οι κατάλληλες τιμές των παραμέτρων, ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή απόκριση.

4.2.1 Επιλογή Πρώτης Ομάδας Παραμέτρων – Μεταβολή ζ_s

Στα διαγράμματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, έχουν επιλεγθεί οι εξής τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος

- Λόγος μαζών: $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02$, δηλαδή η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελεί το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.02$
- Μέτρο απόσβεσης της μαζών m_s : $\zeta_s = 0.03, 0.05, 0.1$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 2 \text{ Hz}$ ή $4\pi \text{ rad/second}$
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0 \leq \omega \leq 3.5 \text{ Hz}$

Για το σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας και για $\omega_s = 2.2 \text{ Hz}$, παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.1 και 4.2 αντίστοιχα οι συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων των μαζών m_p και m_s , για συχνότητα διέγερσης $0 \leq \omega \leq 3.5 \text{ Hz}$.



Σχήμα 4.1

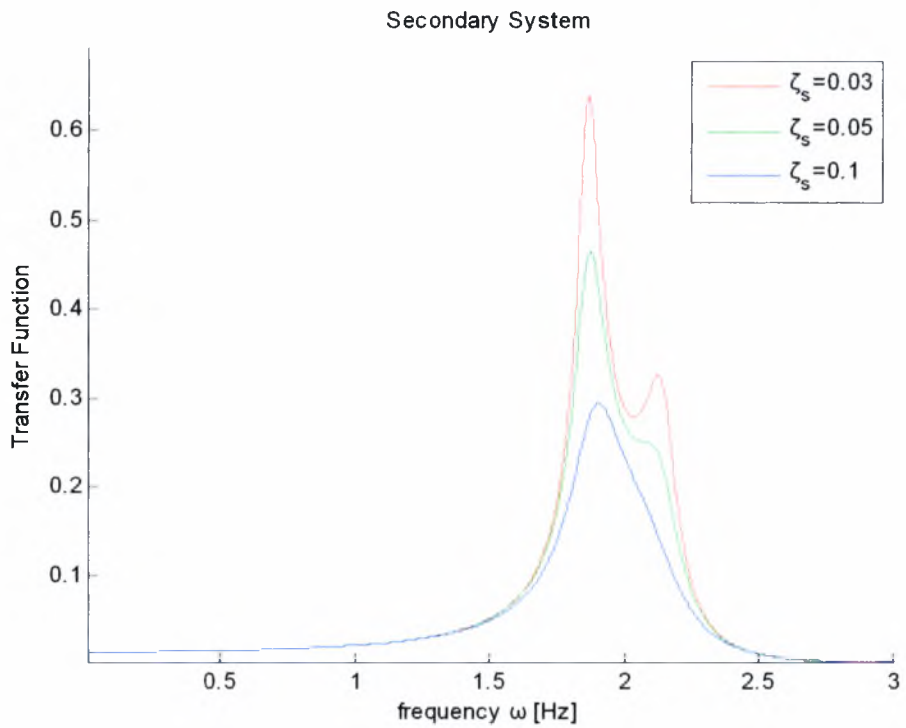
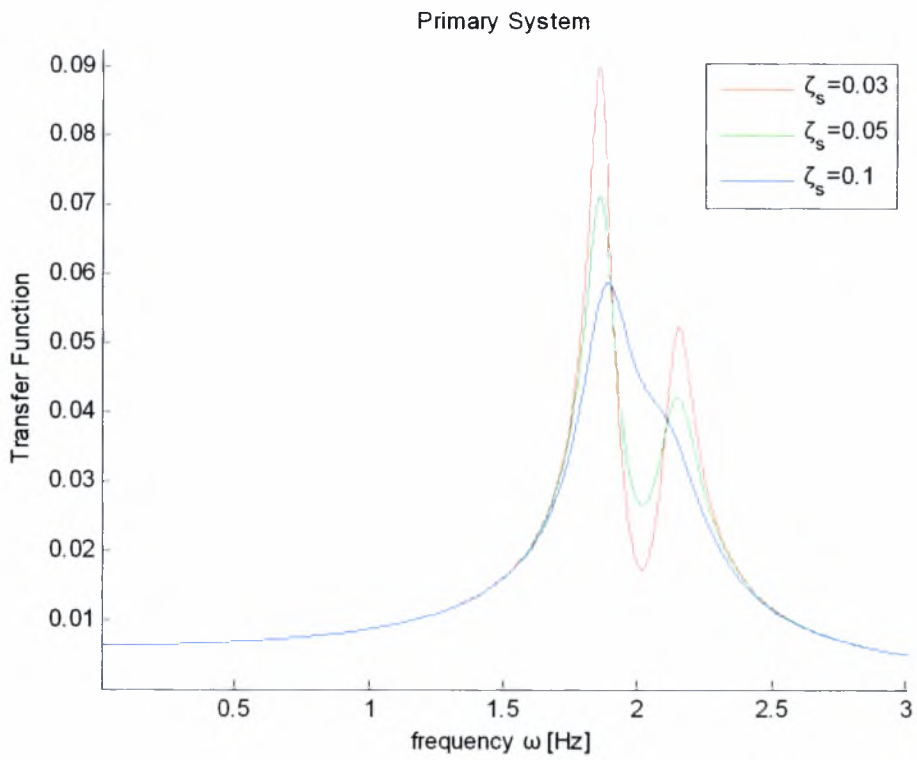
Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατολίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του ζ_s . ($\omega_s=2.2\text{Hz}$, $\omega_p=2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.02$)

Παρατηρούμε ότι η μέγιστη απόκριση παρουσιάζεται όταν η συχνότητα της διέγερσης ω πλησιάσει τις τιμές $\omega_1 \approx \omega_p$ και $\omega_2 \approx \omega_s$. Για το πρωτεύον σύστημα, η μέγιστη απόκριση παρουσιάζεται όταν η συχνότητα διέγερσης ω είναι κοντά στην ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος. Όσον αφορά το δευτερεύον σύστημα, η μέγιστη απόκρισή του παρουσιάζεται επίσης όταν η συχνότητα διέγερσης ω πλησιάσει την τιμή της ιδιοσυχνότητας του πρωτεύοντος συστήματος. Επίσης, είναι άξιο να σημειωθεί ότι, όσο αυξάνεται το μέτρο απόσβεσης ζ_s , έχουμε μείωση του μέγιστου του εύρους της απόκρισης στο φάσμα της μετατόπισης του πρωτεύοντος συστήματος.

Ακολούθως έχουν επιλεγθεί οι εξής τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος

- Λόγος μαζών: $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02$, δηλαδή η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελεί το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_s = 0.02$
- Μέτρο απόσβεσης της μαζών m_s : $\zeta_s = 0.03, 0.05, 0.1$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 2 \text{ Hz}$ ή $4\pi \text{ rad/second}$
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0.5 \leq \omega \leq 3 \text{ Hz}$

Για το σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας και για $\omega_s = 2 \text{ Hz}$, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2 η συνάρτηση μεταφοράς των μετατοπίσεων των μαζών m_p και m_s , για συχνότητα διέγερσης $0.5 \leq \omega \leq 3 \text{ Hz}$.



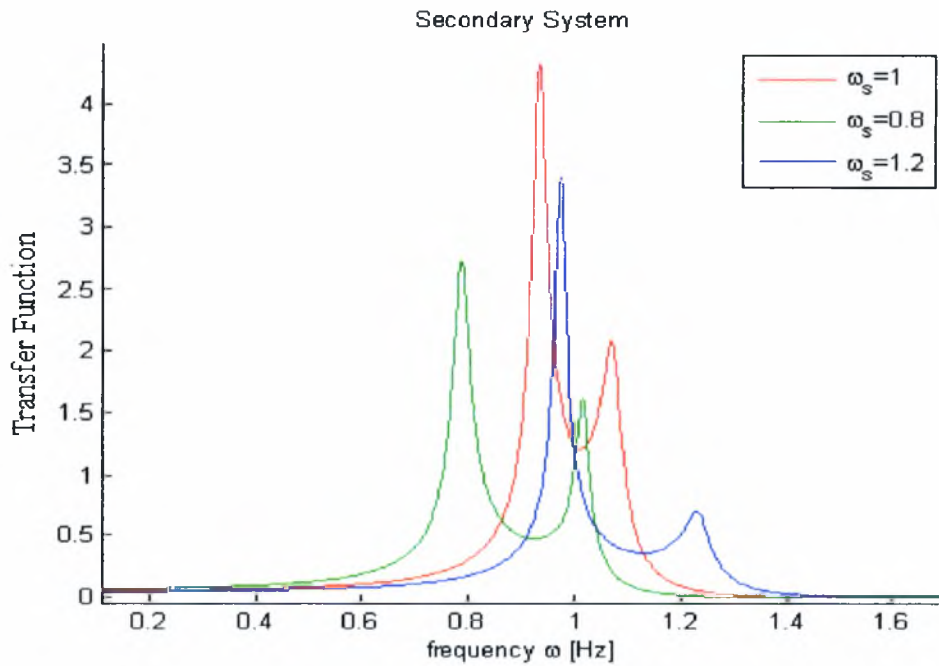
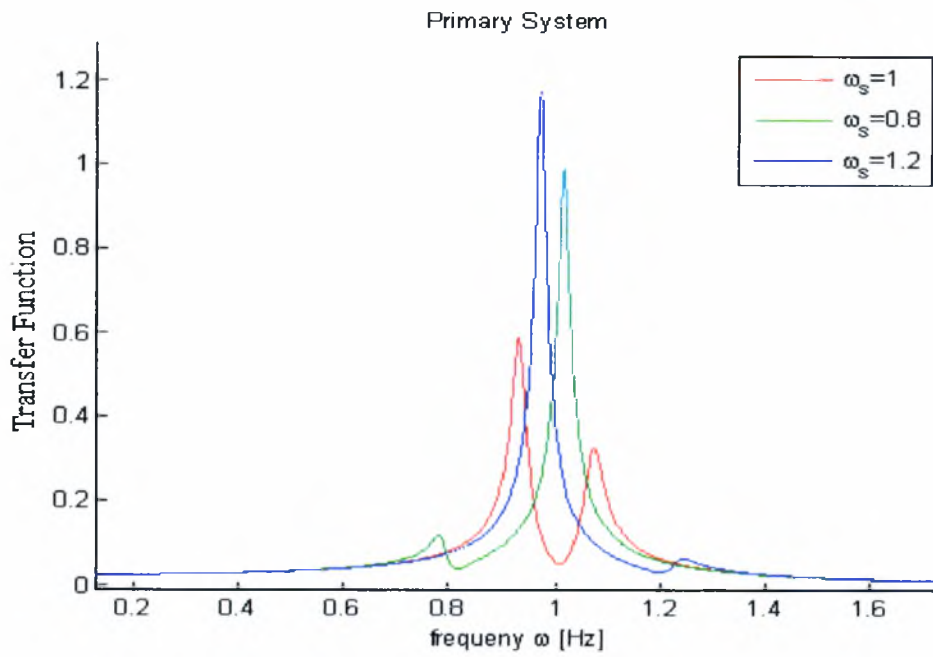
Σχήμα 4.2

Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του ζ_s , ($\omega_s=2\text{Hz}$, $\omega_p=2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.02$)

Για την περίπτωση όπου το ω_p ισούται με το ω_s , παρουσιάζονται δύο μέγιστα στις ιδιοτιμές ω_1 και ω_2 του συνολικού συστήματος οι οποίες είναι μακριά από τις ιδιοσυχνότητες $\omega_s = \omega_p$. Το σημαντικό στο σημείο αυτό, είναι ότι παρατηρείται μια πολύ μεγάλη μείωση στο εύρος του φάσματος για την πρωτεύουσα μάζα m_p (Σχήμα 4.2), η οποία μείωση είναι μεγαλύτερη από τη μείωση που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1 όπου $\omega_p = 2\text{Hz}$ και $\omega_s = 2.2\text{Hz}$. Το μέγιστο εύρος της απόκρισης για τιμές του ω κοντά στο ω_p εξαρτώνται από το μέτρο απόσβεσης ζ_s . Όσο αυξάνεται το ζ_s , έχουμε μείωση του μεγίστου του εύρους απόκρισης στο φάσμα της μετατόπισης του πρωτεύοντος συστήματος. Επομένως, στην περιοχή συχνοτήτων διέγερσης ω κοντά στο ω_s και ω_p , πιο αποτελεσματικός έλεγχος των ταλαντώσεων του πρωτεύοντος συστήματος επιτυγχάνεται για μεγάλο ζ_s . Όμως ενώ επιτυγχάνεται σημαντική μείωση των ταλαντώσεων στην περιοχή $\omega = \omega_p$, το εύρος των ταλαντώσεων στις περιοχές $\omega = \omega_1$ και $\omega = \omega_2$ που αντιστοιχούν στις ιδιοσυχνότητες του σύνθετου συστήματος αυξάνεται σημαντικά.

Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, μαζών m_p και m_s , για διάφορες τιμές της ιδιοσυχνότητας του δευτερεύοντος συστήματος και για συχνότητα διέγερσης $0 \leq \omega \leq 1.8\text{ Hz}$, με τις παρακάτω παραμέτρους.

- Λόγος μαζών: $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02$, δηλαδή η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελεί το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.01$
- Μέτρο απόσβεσης της μαζών m_s : $\zeta_s = 0.02$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 1\text{ Hz}$ ή $2\pi\text{ rad/second}$
- Ιδιοσυχνότητα του δευτερεύοντος συστήματος επιλέγεται $\omega_s = 0.8, 1, 1.2\text{ Hz}$ ή $1.6\pi, 2\pi, 2.4\pi\text{ rad/second}$ αντίστοιχα
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0 \leq \omega \leq 1.8\text{ Hz}$



Σχήμα 4.3

Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για διαφορετικές τιμές του ω_s . ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\omega_s=0.8\text{Hz}$, $\omega_s=1\text{Hz}$ και $\omega_s=1.2\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$)

Με βάση τα παραπάνω, αναμένεται ότι το μέγιστο εύρος της απόκρισης εξαρτάται από την τιμή της ιδιοσυχνότητας ω_s του δευτερεύοντος συστήματος, ενώ υπάρχει κάποια τιμή της ω_s κοντά στην ω_p , για την οποία το μέγιστο εύρος της απόκρισης της πρωτεύουσας μάζας m_p είναι η ελάχιστη δυνατή. Στην περίπτωση της παραμετρικής ανάλυσης που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3, η τιμή της ω_s για την οποία το μέγιστο εύρος της απόκρισης είναι ελάχιστο, είναι η $\omega_s = 1 \text{ Hz}$.

4.2.2 Επιλογή Δεύτερης Ομάδας Παραμέτρων – Μεταβολή μ

Εκτός από την ιδιοσυχνότητα και τα μέτρα απόσβεσης του κύριου και του δευτερεύοντος συστήματος, μια ακόμα βασική παράμετρος του μοντέλου είναι ο λόγος μαζών $\mu = \frac{m_s}{m_p}$. Σε αυτό το κεφάλαιο διατηρούνται σταθερές οι τιμές των μέτρων απόσβεσης του κύριου και του δευτερεύοντος συστήματος και μελετάται η επιρροή που έχει ο λόγος μαζών στο εύρος της απόκρισης.

Για την εξέταση των διαγραμμάτων των συναρτήσεων μεταφοράς, επιλέγεται δευτερεύον σύστημα με δύο αποσβεστικές ελεγχόμενης μάζας, δηλαδή το δευτερεύον σύστημα αποτελείται από δύο ίσες μάζες, $m_s = m_{s1} + m_{s2}$ με $m_{s1} = m_{s2}$.

Επιπλέον δίνονται οι τιμές των παρακάτω παραμέτρων

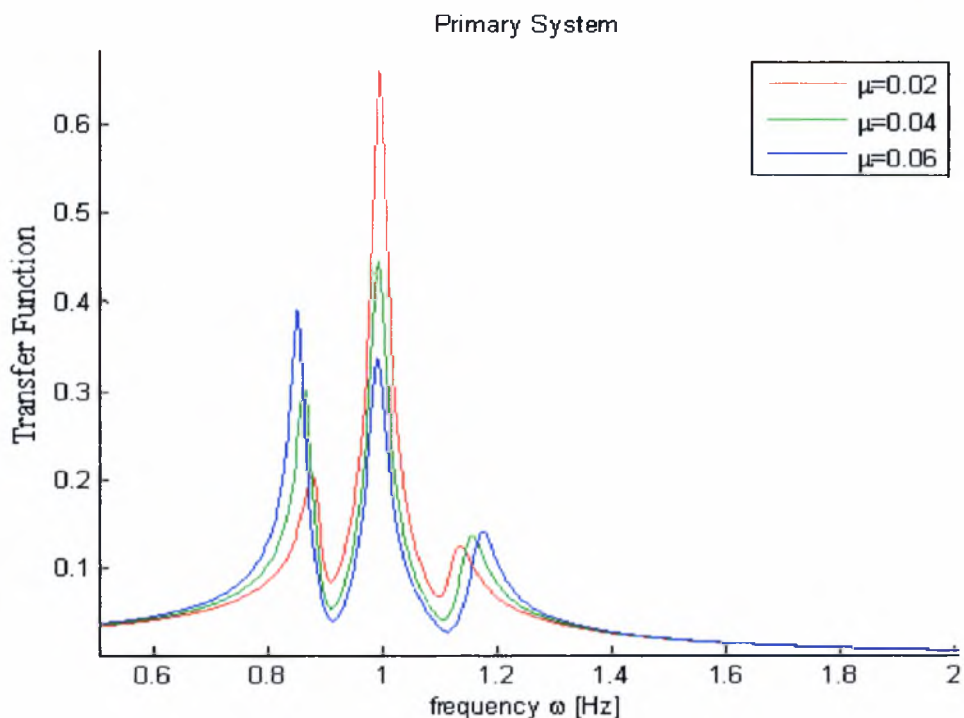
- Λόγος μαζών: $\mu_1 = \mu_2 = \frac{m_{s1}}{m_p} = \frac{m_{s2}}{m_p} = 0.01, 0.02, 0.03$, δηλαδή συνολικό

λόγο μαζών $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02, 0.04, 0.06$ αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι το

άθροισμα των δύο μαζών του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελούν το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p .

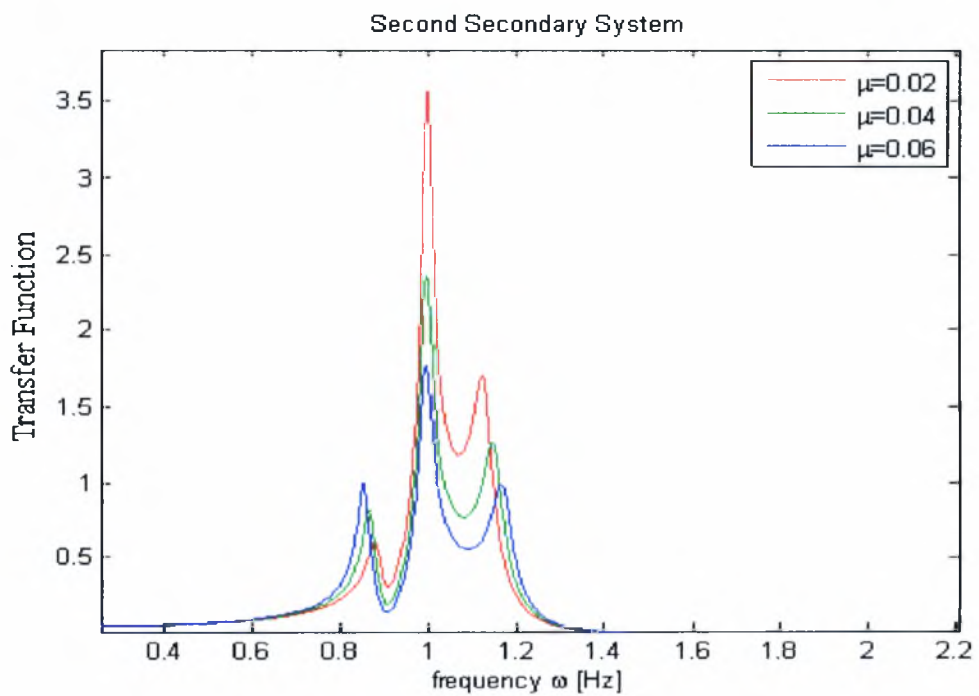
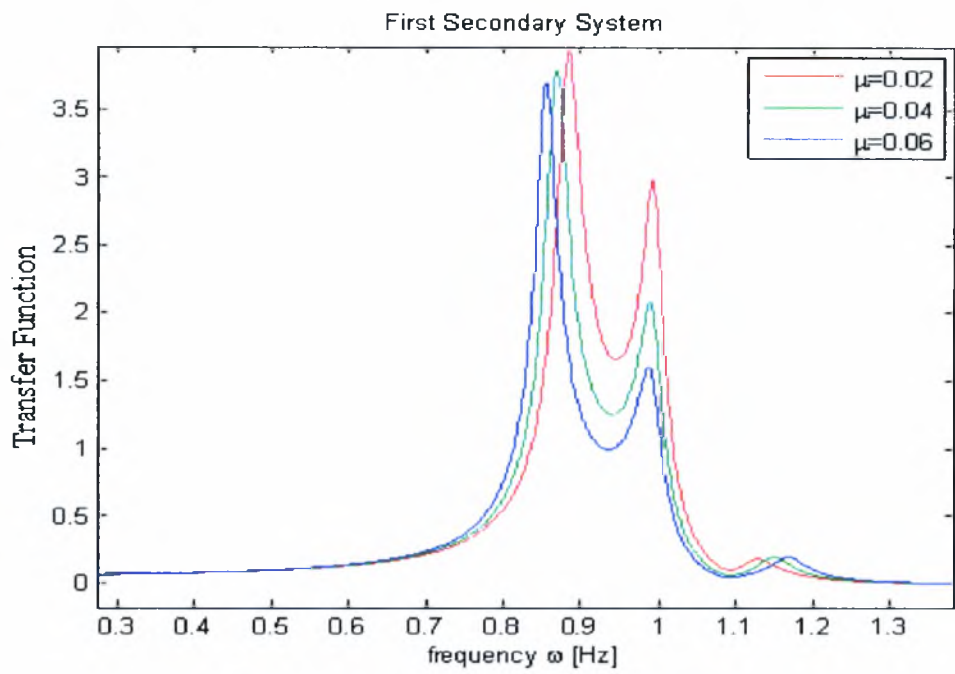
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.01$
- Μέτρο απόσβεσης των μαζών m_{s1} και m_{s2} : $\zeta_{s1} = \zeta_{s2} = 0.02$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 1 \text{ Hz}$ ή $2\pi \text{ rad/second}$
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0.5 \leq \omega \leq 2 \text{ Hz}$

Επιλέγοντας τις ιδιοσυχνότητες των δευτερευόντων συστημάτων $\omega_{s1}=0.9\text{Hz}$ και $\omega_{s2}=1.1\text{Hz}$, προκύπτουν τα διαγράμματα των Σχημάτων 4.4α και 4.4β, ενώ επιλέγοντας τις ιδιοσυχνότητες των δευτερευόντων συστημάτων $\omega_{s1}=\omega_{s2}=1\text{Hz}$ ίση με την ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος ω_p , προκύπτει το διάγραμμα του Σχήματος 4.5



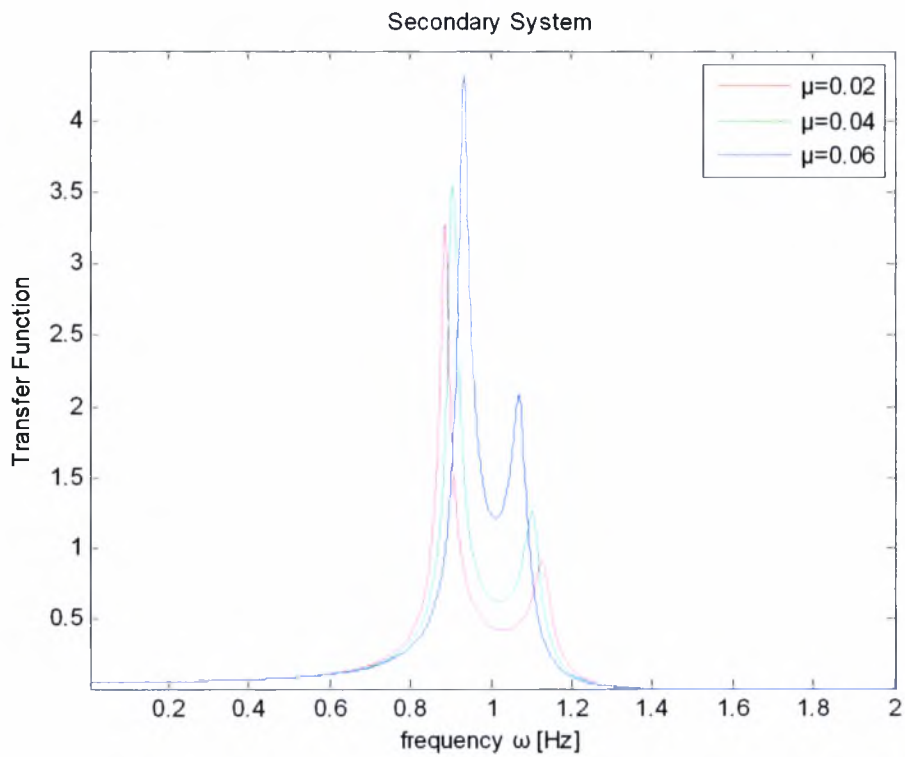
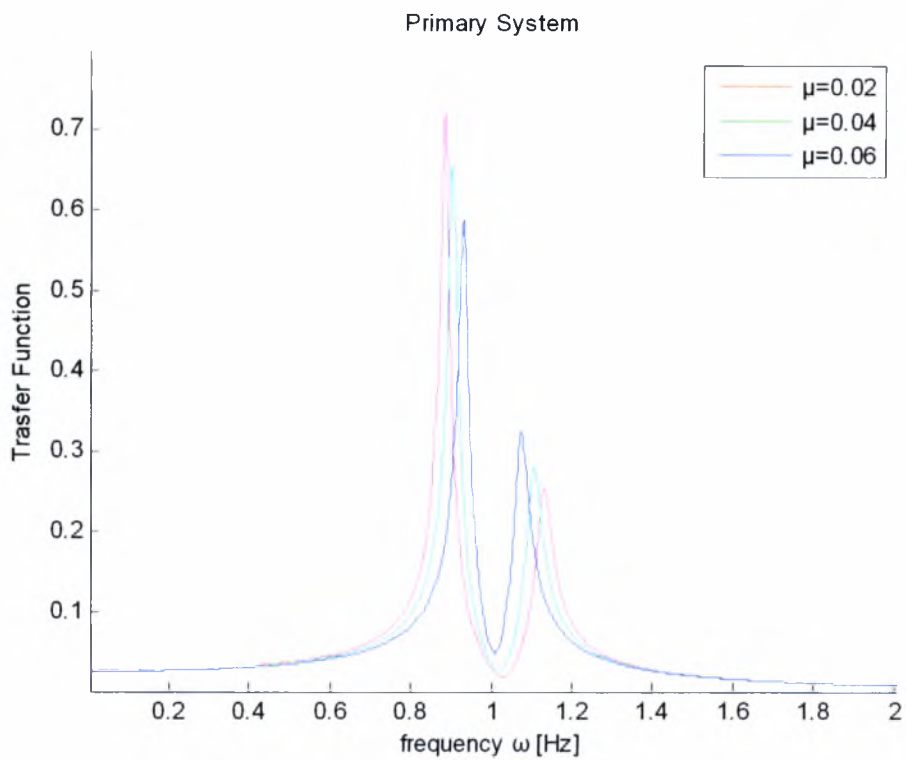
Σχήμα 4.4α

Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον σύστημα για διάφορες τιμές του μ .
 ($\omega_{s1}=0.9\text{ Hz}$, $\omega_{s2}=1.1\text{ Hz}$, $\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$)



Σχήμα 4.4β

Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το δευτερεύον σύστημα για διάφορες τιμές του μ .
 $(\omega_{s1}=0.9 \text{ Hz}, \omega_{s2}=1.1 \text{ Hz}, \omega_p=1 \text{ Hz}, \zeta_p=0.01)$



Σχήμα 4.5

**Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα για
 διάφορες τιμές του μ . ($\omega_{s1} = \omega_{s2} = 1 \text{ Hz}$, $\omega_p = 1 \text{ Hz}$, $\zeta_p = 0.01$)**

Ένα πρώτο συμπέρασμα που βγαίνει από τα Σχήματα 4.4 και 4.5, είναι ότι όσο αυξάνεται ο λόγος των μαζών, δηλαδή όσο μεγαλώνει η μάζα m_s σε σχέση με την μάζα m_p , η απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος μειώνεται.

4.2.3 Επιρροή Συνάρτησης Μεταφοράς- με Αριθμό Αποσβεστήρων Ελεγχόμενης Μάζας, N

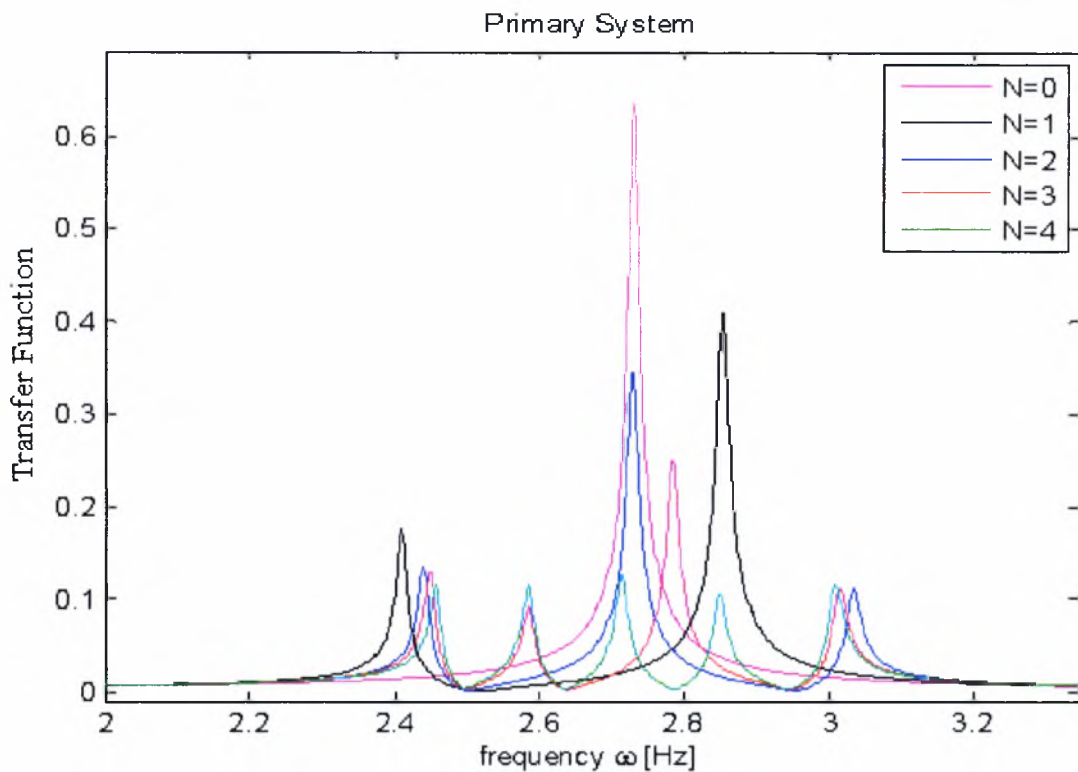
Σε αυτήν την παράγραφο μελετάται το κατά πόσον επηρεάζεται η συνάρτηση μεταφοράς από τον αριθμό των δευτερευουσών μαζών στο σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, μελετάται η συμπεριφορά του κύριου συστήματος αυξάνοντας τις μάζες του δευτερεύοντος συστήματος. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι, η συνολική μάζα του δευτερεύοντος συστήματος παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη από την αύξηση των μαζών. Δηλαδή $m_{sn} = \frac{m_s}{N}$, με $n = 1, 2, \dots, N$.

Στο Σχήμα 4.6 απεικονίζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων των μαζών m_p και m_s , για συχνότητα διέγερσης $2 \leq \omega \leq 3.4 \text{ Hz}$. Φαίνονται οι συναρτήσεις μεταφοράς του κύριου συστήματος χωρίς δευτερεύον σύστημα, $N=0$, και με δευτερεύον σύστημα που αποτελείται από ένα έως και τέσσερις αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας, $N=1, 2, 3, 4$. Επίσης έχουν επιλεγεί οι εξής τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος

- Λόγος μαζών: $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02$, δηλαδή η συνολική μάζα του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελεί το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.0027$
- Μέτρο απόσβεσης της μαζών m_s : $\zeta_s = 0.003$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 2.76 \text{ Hz}$ ή $5.52\pi \text{ rad/second}$
- Ιδιοσυχνότητα του δευτερεύοντος συστήματος επιλέγεται $\omega_s = 2.491, 2.9369, 2.6302, 2.77 \text{ Hz}$ ή $4.982\pi, 5.8738\pi, 5.2604\pi, 5.54\pi \text{ rad/second}$ αντίστοιχα

- Αριθμός δευτερευουσών μαζών: $N=0,1,2,3,4$
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $2 \leq \omega \leq 3.4 \text{ Hz}$

Οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων του δευτερεύοντος συστήματος αποτελούν τις βέλτιστες τιμές. Ο υπολογισμός τους έγινε σύμφωνα με τη θεωρία του βέλτιστου σχεδιασμού, η οποία περιγράφεται στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 4.6

Συναρτήσεις μεταφοράς των μετατοπίσεων για το πρωτεύον σύστημα για διάφορες τιμές του N . ($\omega_p=2.76\text{Hz}$, $\zeta_p=0.0027$)

Στο διάγραμμα φαίνονται οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος για τις διάφορες τιμές του N . Μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι, η μέγιστη απόκριση του κύριου συστήματος μειώνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των μαζών του δευτερεύοντος συστήματος, N , παρόλο που η συνολική μάζα του τελευταίου m_s , παραμένει σταθερή.

Το γενικότερο συμπέρασμα στις προηγούμενες παρατηρήσεις είναι ότι το εύρος της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος στην περιοχή $\omega_s \approx \omega_p$ είναι ευαίσθητο της τιμής του ω_s , του μ , του ζ_s αλλά και του N , οπότε οι αβεβαιότητες στις παράμετρες αυτές ω_s , μ , ζ_s και του αριθμού N επηρεάζουν σημαντικά τις προβλέψεις της απόκρισης και θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στο σχεδιασμό των συστημάτων παθητικού ελέγχου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΗΣ ΜΑΖΑΣ

5.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος για τον βέλτιστο σχεδιασμό των χαρακτηριστικών των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας. Αυτά τα χαρακτηριστικά μπορεί να περιλαμβάνουν τις παραμέτρους των δευτερευουσών μαζών όπως, την σταθερά του ελατηρίου k_{sn} , την σταθερά του αποσβεστήρα c_{sn} και τη μάζα m_{sn} . Γι' αυτό εισάγουμε μία ομάδα παραμέτρων $\underline{\theta}$ η οποία περιλαμβάνει όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού που σχετίζονται με τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Ο σχεδιασμός εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά του κύριου συστήματος, τα οποία είναι η σταθερά του ελατηρίου k_p , η σταθερά του αποσβεστήρα c_p και τη μάζα m_p .

Πιο συγκεκριμένα, σ' αυτήν την εφαρμογή η ομάδα παραμέτρων $\underline{\theta}$ επιλέγεται έτσι ώστε να περιλαμβάνει την σταθερά του ελατηρίου k_{sn} , την σταθερά του αποσβεστήρα c_{sn} των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας, δηλαδή

$$\underline{\theta} = (k_{s1}, k_{s2}, \dots, k_{sN}, c_{s1}, c_{s2}, \dots, c_{sN})$$

Οι μάζες των δευτερευόντων συστημάτων m_{sn} διατηρούνται σταθερές και επιλέγονται να είναι ένα συγκεκριμένο ποσοστό της μάζας του κύριου συστήματος. Για τον n αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, ο λόγος μαζών εισάγεται ως ακολούθως

$$\mu_n = \frac{m_{sn}}{m_p}$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος των μαζών τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση των ταλαντώσεων. Ωστόσο από πρακτική άποψη, ο σχεδιαστής θα προτιμούσε να πετύχει μεγαλύτερη μείωση της ταλάντωσης του κύριου συστήματος, με όσο το δυνατόν

μικρότερο λόγο μάζων. Έτσι οι αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας, συνήθως επιλέγονται ως ένα μικρό ποσοστό της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος.

Στον βέλτιστο σχεδιασμό των παραμέτρων των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας, ο στόχος είναι να βρεθούν οι τιμές της ομάδας παραμέτρων $\underline{\theta}$ που θα βελτιστοποιούν μία βαθμωτή αντικειμενική συνάρτηση. Αυτή η συνάρτηση σχετίζεται με τα επίπεδα ταλάντωσης του κύριου συστήματος. Η απόδοση μπορεί να σχετίζεται με τα επίπεδα της ταλάντωσης της κύριας μάζας τα οποία χαρακτηρίζονται από δύο μεγέθη. Το πρώτο μέγεθος είναι το μέγιστο της συνάρτησης μετάδοσης, μεταξύ της επιτάχυνσης εισόδου και της επιτάχυνσης της μάζας m_p του κύριου συστήματος. Έτσι, έστω $H(\omega, \underline{\theta})$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς, τότε η μέγιστη τιμή $H_{\max}(\underline{\theta})$, η οποία ορίζεται από τη σχέση

$$H_{\max}(\underline{\theta}) = \max H(\omega, \underline{\theta}) \quad (4.1)$$

είναι μία συνάρτηση των μεταβλητών, οι οποίες περιέχονται στην $\underline{\theta}$. Το δεύτερο μέγεθος είναι το εμβαδόν που περικλείεται από τη συνάρτηση μεταφοράς $H_{\text{εμφ}}(\omega, \underline{\theta})$, το οποίο, για ένα εύρος τιμών ιδιοσυχνοτήτων $\omega_s \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ ορίζεται ως

$$H_{\text{εμφ}}(\underline{\theta}) = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} H(\omega, \underline{\theta}) d\omega \quad (4.2)$$

και είναι κι αυτό μία συνάρτηση της ιδιοσυχνότητας ω_s και των μεταβλητών $\underline{\theta}$.

Οι βέλτιστες τιμές σχεδιασμού των παραμέτρων επιλέγονται ώστε να ελαχιστοποιήσουν είτε την μέγιστη τιμή της συνάρτησης μεταφοράς, $H_{\max}(\underline{\theta})$, είτε το εμβαδόν που περικλείεται από αυτήν $H_{\text{εμφ}}(\underline{\theta})$. Σε αυτήν την εργασία η απόδοση χαρακτηρίζεται από το μέγιστο εύρος $H_{\max}(\underline{\theta})$ της συνάρτησης μετάδοσης. Οι βέλτιστες τιμές $\underline{\theta}'$ των παραμέτρων $\underline{\theta}$ είναι αυτές που ελαχιστοποιούν την συνάρτηση $H_{\max}(\underline{\theta})$.

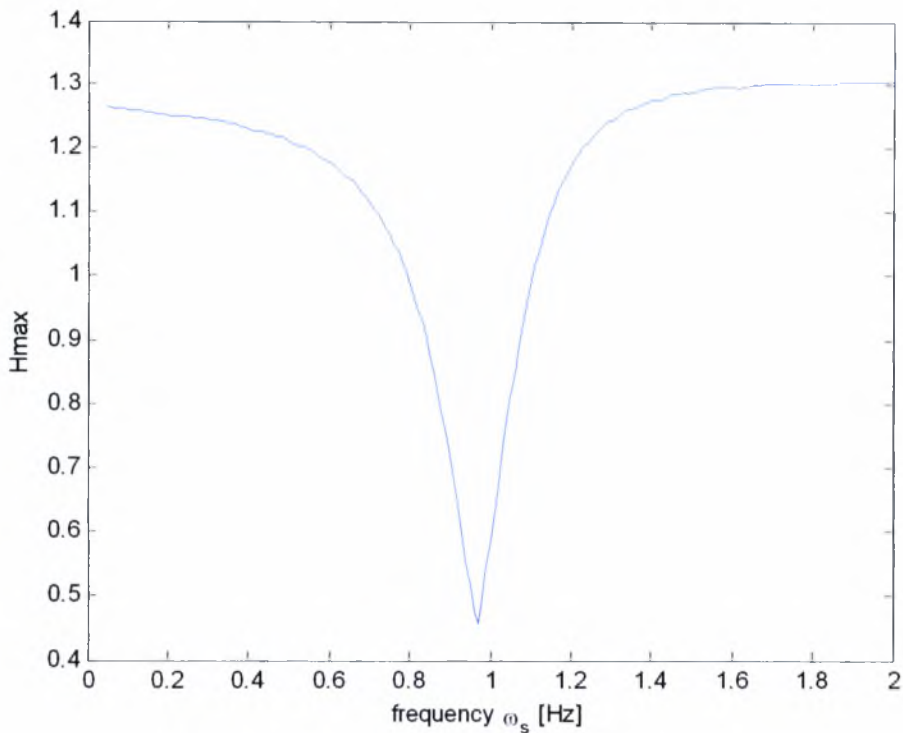
Αυτό είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που διεξήχθη στο MATLAB χρησιμοποιώντας τους διαθέσιμους αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν γενετικοί αλγόριθμοι για καλύτερη αναζήτηση του διαστήματος

των παραμέτρων και εύρεση πολλαπλών τοπικών και ολικών ελαχίστων σε περίπτωση που αυτά υπάρχουν. Στην βελτιστοποίηση, τα χαρακτηριστικά τόσο του κύριου όσο και του δευτερεύοντος συστήματος που δεν περιλαμβάνονται στην ομάδα παραμέτρων $\underline{\theta}$, διατηρούνται σταθερά στις προεπιλεγμένες τιμές ή στις τιμές που βρέθηκαν από πειράματα.

5.2 Βελτιστοποίηση Συστήματος με Έναν Αποσβεστήρα Ελεγχόμενης Μάζας

Η μορφή της συνάρτησης $H_{\max}(\underline{\theta})$ για το σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας συναρτήσει της ιδιοσυχνότητας $\underline{\theta} = \omega_s$ του δευτερεύοντος συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1. Εδώ γίνεται μία προσπάθεια για βελτιστοποίηση του προβλήματος με τις παρακάτω τιμές των παραμέτρων.

- Λόγος μαζών: $\mu = \frac{m_s}{m_p} = 0.02$, δηλαδή η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελεί το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.01$
- Μέτρο απόσβεσης της μαζών m_s : $\zeta_s = 0.02$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 1 \text{ Hz}$ ή $2\pi \text{ rad/second}$
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0 \leq \omega_s \leq 2 \text{ Hz}$



Σχήμα 5.1

Συνάρτηση $H_{\max}(\omega_s, \theta)$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{ Hz}$, $\zeta_p=0.01$)

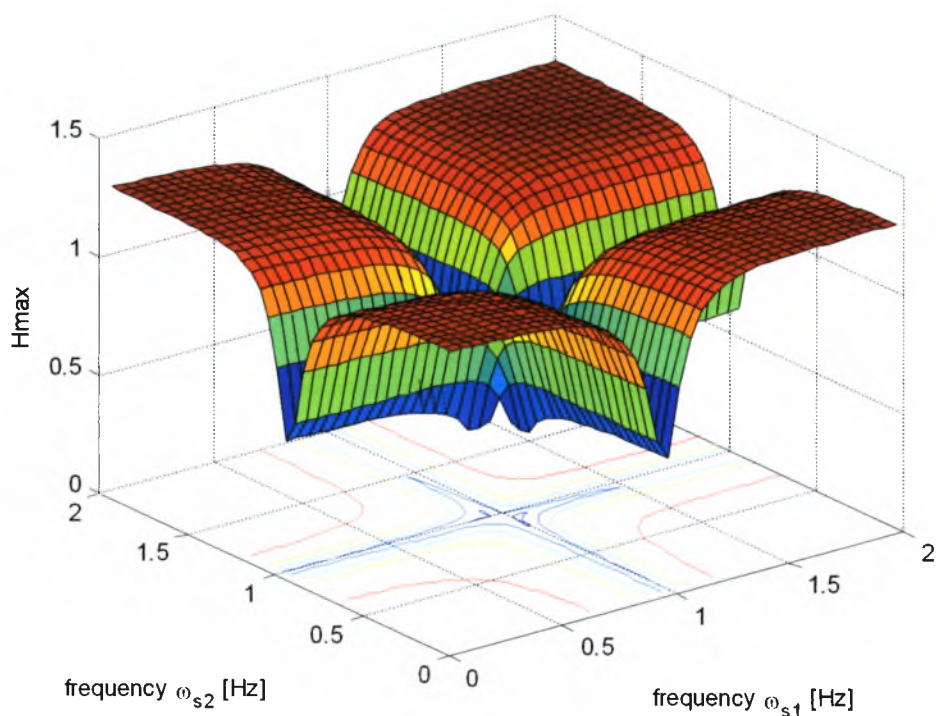
Φαίνεται καθαρά πως η τιμή της παραμέτρου ω_s επηρεάζει σημαντικά το εύρος ταλάντωσης $H_{\max}(\omega_s)$. Παρατηρώντας το Σχήμα 5.1, μπορούμε να δούμε ότι η H_{\max} παίρνει μία ελάχιστη τιμή για $\omega_s \approx 0.97\text{ Hz}$ η οποία βρίσκεται πολύ κοντά στην ιδιοσυχνότητα $\omega_p = 1\text{ Hz}$ της μάζας του κύριου συστήματος m_p . Επιβεβαιώνεται λοιπόν το αρχικό συμπέρασμα του προηγούμενου κεφαλαίου, ότι δηλαδή, όταν η ιδιοσυχνότητα $\omega_s \approx \omega_p$ παρατηρείται μια πολύ μεγάλη μείωση στο εύρος του φάσματος για την πρωτεύουσα μάζα m_p .

5.3 Βελτιστοποίηση Συστήματος με Δύο Αποσβεστήρες Ελεγχόμενης Μάζας

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η βελτιστοποίηση ενός συστήματος με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας με τις παρακάτω τιμές των παραμέτρων.

- Λόγος μαζών: $\mu_1 = \mu_2 = \frac{m_{s1}}{m_p} = \frac{m_{s2}}{m_p} = 0.01$ δηλαδή το άθροισμα των δύο μαζών του δευτερεύοντος συστήματος m_s αποτελούν το 2% της μάζας του πρωτεύοντος συστήματος m_p .
- Μέτρο απόσβεσης της μάζας m_p : $\zeta_p = 0.01$
- Μέτρο απόσβεσης των μαζών m_{s1} και m_{s2} : $\zeta_{s1} = \zeta_{s2} = 0.02$
- Ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος συστήματος $\omega_p = 1\text{Hz}$ ή 2π rad/second
- Περιοχή συχνοτήτων της αρμονικής διέγερσης $0 \leq \omega \leq 2\text{ Hz}$

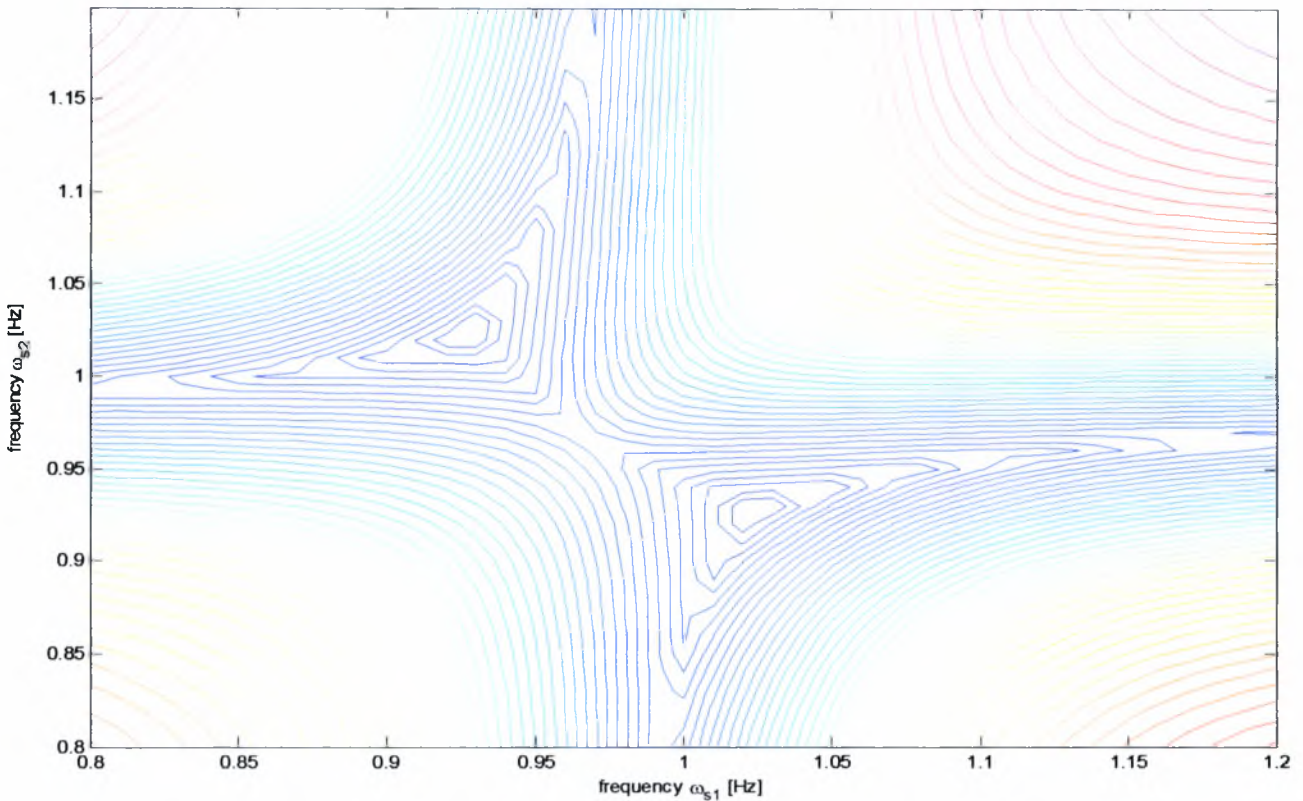
Η μορφή της συνάρτησης $H_{\max}(\omega_{s1}, \omega_{s2})$ για το σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας συναρτήσει των δύο ιδιοσυχνοτήτων ω_{s1} και ω_{s2} των δευτερευόντων συστημάτων παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.2.



Σχήμα 5.2

Συνάρτηση $H_{\max}(\omega_{s1}, \omega_{s2})$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$).

Στο Σχήμα 5.2 φαίνονται οι τιμές που παίρνει η H_{\max} για τους διάφορους συνδυασμούς τιμών των ιδιοσυχνοτήτων των δύο μαζών του δευτερεύοντος συστήματος, ω_{s1} και ω_{s2} . Είναι και εδώ φανερό όπως και στην περίπτωση του συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, πως η τιμή της παραμέτρου ω_s επηρεάζει σημαντικά το εύρος ταλάντωσης $H_{\max}(\omega_{s1}, \omega_{s2})$. Υπάρχουν συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων ω_{s1} και ω_{s2} για τις οποίες το $H_{\max}(\omega_{s1}, \omega_{s2})$ παίρνει ελάχιστες τιμές. Ωστόσο δεν είναι ευδιάκριτες οι τιμές των ω_{s1} και ω_{s2} για τις οποίες η $H_{\max}(\omega_{s1}, \omega_{s2})$ βελτιστοποιείται. Για το σκοπό αυτό στο Σχήμα 5.3 παρουσιάζεται η προβολή του Σχήματος 5.2 στο επίπεδο $(\omega_{s1}, \omega_{s2})$.

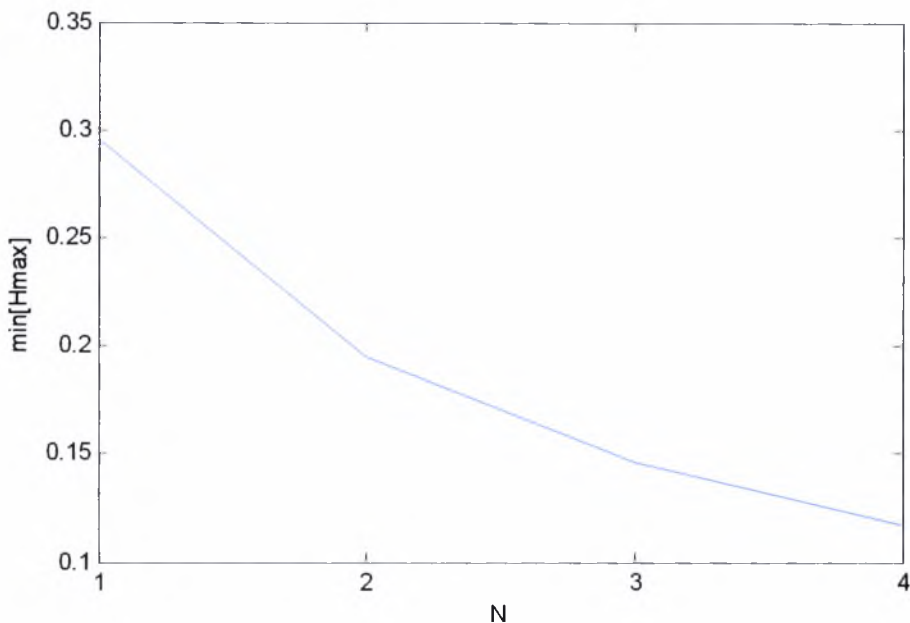


Σχήμα 5.3

Προβολή της συνάρτησης $H_{\max}(\omega_s, \theta)$ για το πρωτεύον σύστημα ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$)

Παρατηρώντας το Σχήμα 5.3 διακρίνουμε δυο βέλτιστες λύσεις της H_{\max} . Η πρώτη διαφαίνεται για το ζεύγος τιμών των ιδιοσυχνοτήτων $(\omega_{s1}, \omega_{s2}) \approx (0.93, 1.02)$. Η δεύτερη διαφαίνεται για το ζεύγος τιμών των ιδιοσυχνοτήτων $(\omega_{s1}, \omega_{s2}) \approx (1.02, 0.93)$. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι, μεταξύ των δύο βέλτιστων τιμών υπάρχει μία συμμετρία. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένας συνδυασμός ζευγών ιδιοσυχνοτήτων, ο οποίος βελτιστοποιεί τη λύση ανεξάρτητα από το αν οι ιδιοσυχνότητες αναφέρονται στον πρώτο ή στο δεύτερο αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας. Στη γενική περίπτωση, ο δυνατός αριθμός των συνδυασμών των ζευγών αυτών δίνεται από τον τύπο $N!$, με N να αντιπροσωπεύει τον αριθμό των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας.

Στο παρακάτω Σχήμα 5.4 απεικονίζονται οι βελτιστοποιημένες μέγιστες τιμές της συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει του αριθμού N , το οποίο παίρνει τιμές $N=1,2,3$ και 4 . Είναι φανερή η μείωση της μέγιστης απόκρισης του συστήματος για διάφορες τιμές του N .



Σχήμα 5.4

Βελτιστοποιημένες μέγιστες τιμές της συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει του αριθμού N

Τέλος πρέπει να αναφερθεί ότι κατά την βελτιστοποίηση, εκτός από τα ολικά ελάχιστα προκύπτουν και κάποια τοπικά τα οποία ωστόσο δεν βρίσκονται κοντά στην ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος και δεν μειώνουν αρκετά το μέγιστο εύρος της συνάρτησης $|H(\underline{\theta})|$. Τιμές της $H_{\max}(\underline{\theta})$ και των αντίστοιχων βέλτιστων ιδιοσυχνοτήτων των ολικών αλλά και ενδεικτικά, τοπικών ελαχίστων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1 για διάφορες τιμές του N .

N	ΟΛΙΚΑ ΕΛΑΧΙΣΤΑ		ΤΟΠΙΚΑ ΕΛΑΧΙΣΤΑ	
	$H_{max}(\theta)$	ω_s	$H_{max}(\theta)$	ω_s
1	0,296	2,6574	0,296	2,6574
2	0,195	2,5574 2,8239	0,2975	2,6895 4,8600
3	0,1456	2,5164 2,8956 2,6951	0,2961	2,6954 4,9551 3,9547
4	0,1166	2,4915 2,9370 2,6300 2,7710	0,2963	2,6992 5,4268 3,5174 4,9207

Πίνακας 5.1

Ολικά και Τοπικά Ελάχιστα και οι ιδιοσυχνότητές τους για συστήματα με 1,2,3 και 4 δευτερεύουσες μάζες ($\omega_p=1\text{Hz}$, $\zeta_p=0.01$)

Όπως αναφέρθηκε υπάρχουν πολλά τοπικά ελάχιστα. Μάλιστα ο αριθμός τους μεγαλώνει όσο αυξάνεται και ο αριθμός των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται ενδεικτικά κάποια από αυτά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

6.1 Εισαγωγή

Σ' αυτό το κεφάλαιο περιέχονται παραδείγματα που έχουν πραγματοποιηθεί στο εργαστήριο, για να επαληθεύσουν την θεωρία των συστημάτων παθητικού ελέγχου με αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας. Έχουν αναπτυχθεί δύο τύποι συστημάτων. Το πρώτο σύστημα για να εξομοιώσει τη συμπεριφορά του κύριου συστήματος υπό την επίδραση ενός αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας και το δεύτερο για να εξομοιώσει τη συμπεριφορά του κύριου συστήματος υπό την επίδραση δύο αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας σε παράλληλη συνδεσμολογία με την κύρια μάζα.

Ακολουθεί η παρουσίαση των πειραματικών αποτελεσμάτων για τους δύο τύπους των εργαστηριακών δομών. Χρησιμοποιούνται οι διαμορφώσεις με έναν και δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας, που συνδέονται στο κύριο σύστημα και η επίδραση τους στη μείωση των ταλαντώσεων του κύριου συστήματος. Τα παραπάνω παρουσιάζονται συγκρίνοντας τις μετρημένες επιταχύνσεις χρονοϊστοριών καθώς και τις αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς του σύνθετου συστήματος με αυτές του κύριου συστήματος χωρίς το δευτερεύον σύστημα προσαρτημένο επάνω σε αυτό. Οι συγκρίσεις παρουσιάζονται για ημιτονοειδείς διεγέρσεις βάσης που εφαρμόζονται από την ηλεκτροδυναμική τράπεζα διέγερσης με συχνότητα κοντά στην ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος.

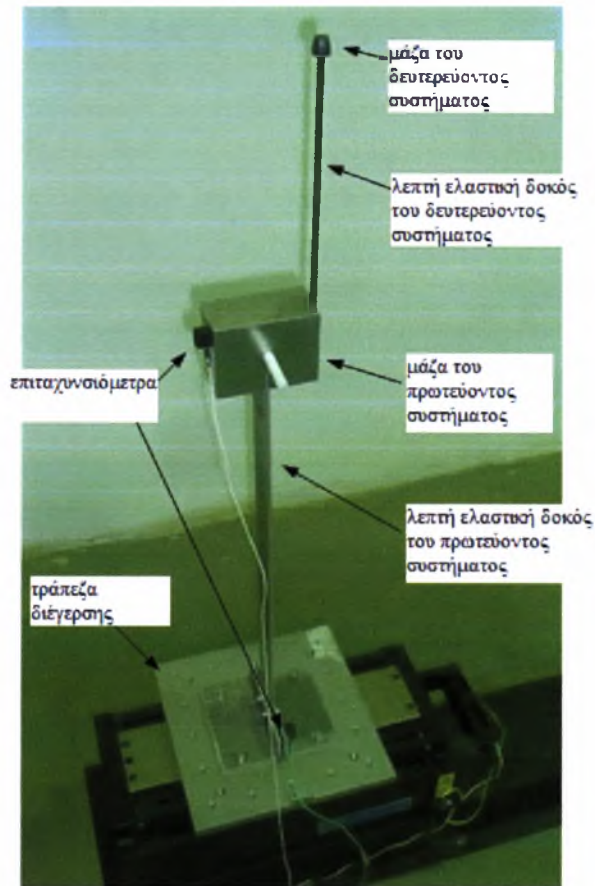
Τα πειραματικά αποτελέσματα που συντάσσονται σε αυτήν την εργασία, καταδεικνύουν σαφώς την αποτελεσματικότητα των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας στη μείωση των ταλαντώσεων του κύριου συστήματος. Εντούτοις, οι εργαστηριακές κατασκευές έχουν πολύ χαμηλούς συντελεστές απόσβεσης. Αυτές οι χαμηλές τιμές απόσβεσης καθιστούν το δευτερεύον σύστημα λιγότερο αποτελεσματικό στην μείωση των ταλαντώσεων σε ένα φάσμα συχνοτήτων σχετικά μακριά από την τιμή της ιδιοσυχνότητας του κύριου συστήματος.

6.2 Σχεδιασμός πειράματος για το Σύστημα με Έναν Αποσβεστήρα Ελεγχόμενης Μάζας

Σ' αυτήν την παράγραφο περιγράφεται λεπτομερώς ολόκληρη η διαδικασία σχεδιασμού της πειραματικής διάταξης του συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, συνδεδεμένο παράλληλα με το κύριο σύστημα. Η κατασκευή αποτελείται από το κύριο σύστημα μάζας m_p , η οποία στην μία άκρη της είναι συνδεδεμένη με μία λεπτή δοκό μήκους l_p . Η κίνηση του συστήματος γίνεται στην οριζόντια διεύθυνση.

Ανάλογη με την κατασκευή του κύριου συστήματος είναι και αυτή του δευτερεύοντος, το οποίο αποτελείται από μία μάζα m_s η οποία είναι συνδεδεμένη στη μία άκρη μίας λεπτής δοκού, μήκους l_s . Η άλλη άκρη της δοκού είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την μάζα m_p του πρωτεύοντος συστήματος. Όπως έχει δηλωθεί, η μάζα m_s είναι αρκετά μικρότερη από τη μάζα m_p .

Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζεται το σύνθετο σύστημα, που αποτελείται από το πρωτεύον και το δευτερεύον σύστημα, με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας. Για τον καλύτερο έλεγχο του συστήματος, ο αποσβεστήρας ελεγχόμενης μάζας τοποθετείται στο υψηλότερο σημείο της κατασκευής όπου παρατηρείται η μέγιστη απόκρισή του. Ολόκληρη η κατασκευή συνδέεται πάνω σε μία ηλεκτρομαγνητικά κινούμενη τράπεζα. Επίσης στο σχήμα 6.1 φαίνεται η τοποθέτηση των επιταχυνσιόμετρων επάνω στην κατασκευή. Τοποθετούνται δύο επιταχυνσιόμετρα, ένα στη βάση και ένα στην κορυφή του κυρίου συστήματος. Το πρώτο μετράει τη διέγερση της βάσης της κατασκευής, ενώ το δεύτερο την επιτάχυνση της κύριας μάζας m_p .



Σχήμα 6.1

Πειραματική κατασκευή με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας

Στο παρόν πείραμα χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένα οι τιμές που αναφέρονται παρακάτω. Η μάζα του κύριου συστήματος, επιλέχθηκε $m_p=1kg$, ενώ ο λόγος μαζών για το συγκεκριμένο πείραμα επιλέχθηκε $\mu=0.02$ ή 2%. Επομένως η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος σύμφωνα με τον τύπο $\mu = \frac{m_s}{m_p}$, πρέπει να είναι $m_s=20g$.

Η μάζα m_s του δευτερεύοντος συστήματος φαίνεται στο σχήμα 6.2.



Σχήμα 6.2

Μάζα m_s του δευτερεύοντος συστήματος

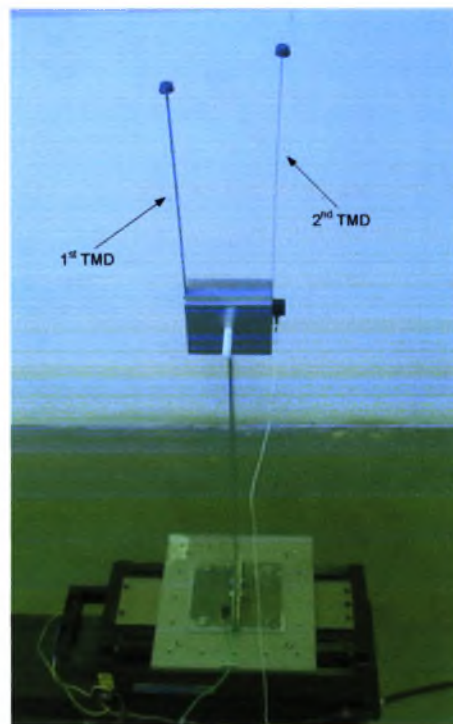
Ο βέλτιστος σχεδιασμός επιτυγχάνεται επιλέγοντας κατάλληλη τιμή για την ιδιοσυχνότητα του δευτερεύοντος συστήματος, ω_s . Με βάση τις μετρήσεις προέκυψαν οι τιμές σταθεράς του αποσβεστήρα για το πρωτεύον σύστημα, $\zeta_p=0.27\%$ και για το δευτερεύον σύστημα, $\zeta_s=0.3\%$, καθώς και για ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος $\omega_p=2,76\text{Hz}$. Επομένως, με βάση την ανάλυση που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, η τιμή της ιδιοσυχνότητας που βελτιστοποιεί την αποτελεσματικότητα του TMD είναι $\omega_s=2.657\text{Hz}$. Για την κατασκευή δευτερεύοντος συστήματος με ιδιοσυχνότητα $\omega_s=2.657\text{Hz}$ το μήκος της λεπτής δοκού l_s

υπολογίζεται με την βοήθεια των τύπων $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$ και $k_s = \frac{3EI}{l_s^3}$.

6.3 Σχεδιασμός Πειράματος για το Σύστημα με Δύο Αποσβεστήρες Ελεγχόμενης Μάζας

Ανάλογη με την κατασκευή του συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, είναι και αυτή με τους δυο αποσβεστήρες. Το πρωτεύον σύστημα είναι το ίδιο, όπως αυτό που περιγράφηκε στην παράγραφο 6.2. Το δευτερεύον σύστημα αποτελείται από δύο ισοβαρείς μάζες, m_{s1} και m_{s2} , το άθροισμα των οποίων ισούται με τη μάζα m_s του συστήματος με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, δηλαδή $m_{s1} + m_{s2} = m_s$. Επομένως προκύπτει $m_{s1} = m_{s2} = 10\text{g}$ και έτσι επιτυγχάνεται ίδια τιμή για τον λόγο μαζών των δύο συστημάτων, $\mu=0.02$ ή 2%.

Σύμφωνα με τη θεωρία του βέλτιστου σχεδιασμού και με δεδομένες τις τιμές της σταθεράς του αποσβεστήρα για το πρωτεύον σύστημα, $\zeta_p=0.27\%$, για το δευτερεύον σύστημα, $\zeta_s=0.3\%$, καθώς και για την ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος $\omega_p=2,76Hz$, η τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που βελτιστοποιούν το πρόβλημα είναι $\omega_{s1}=2.558Hz$ και $\omega_{s2}=2.824Hz$. Για τις συγκεκριμένες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων και με βάση τους τύπους $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$ και $k_s = \frac{3EI}{l_s}$, υπολογίζονται τα μήκη των λεπτών δοκών, τα οποία όπως είναι λογικό διαφέρουν μεταξύ τους. Στο Σχήμα 6.3 φαίνεται ολόκληρο το σύστημα με τους δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας.



Σχήμα 6.3

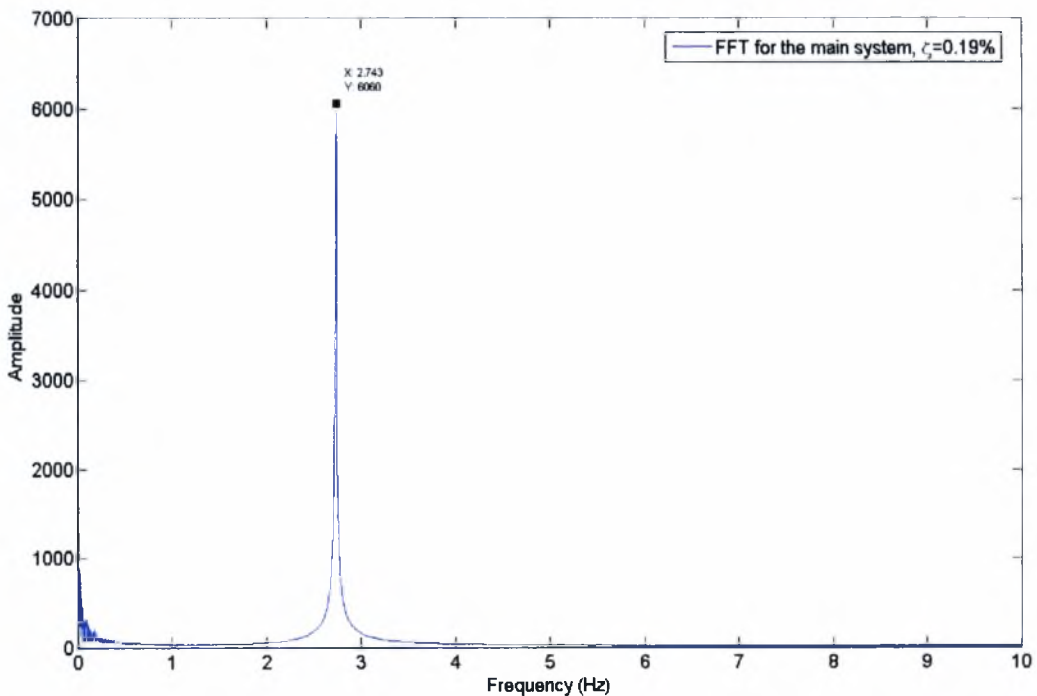
Πειραματική κατασκευή με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

6.4 Απεικόνιση Μετασχηματισμού Fourier

Στην ενότητα αυτή απεικονίζονται οι μετασχηματισμοί Fourier της επιτάχυνσης για κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις

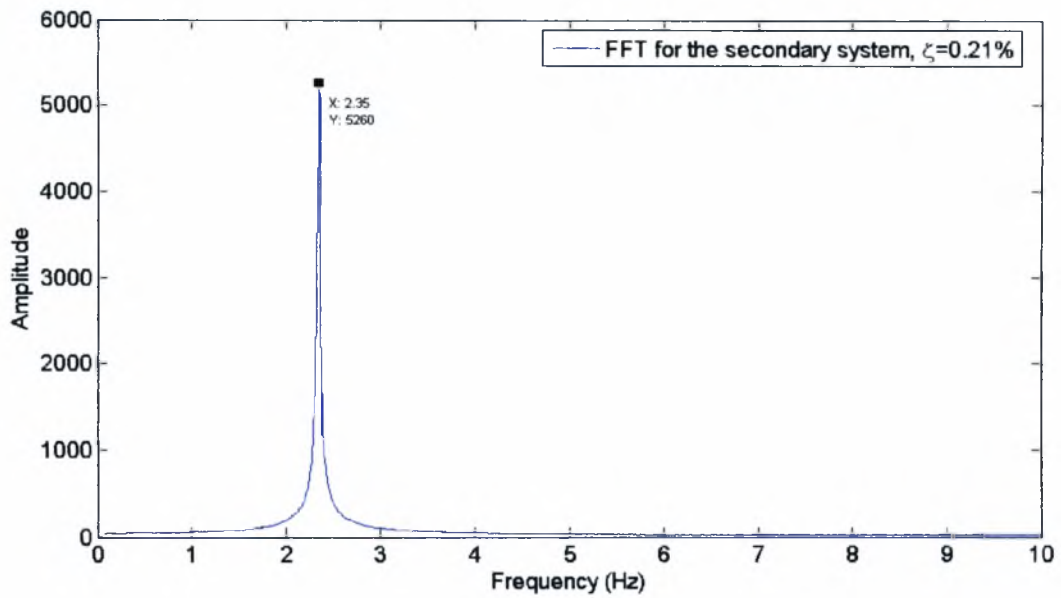
- Σταθερή βάση του κύριου συστήματος χωρίς αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας
- Σταθερή βάση των δευτερευόντων συστημάτων
- Συνδυασμένο πρωτεύον-δευτερεύον σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας
- Συνδυασμένο πρωτεύον-δευτερεύον σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

Τα Σχήματα 6.4 έως 6.7 δίνουν το μετασχηματισμό Fourier των επιταχύνσεων, μετρημένες από τον αισθητήρα επιτάχυνσης κατά τη διάρκεια του πειράματος για τα επιμέρους κομμάτια του συστήματος, δηλαδή, της κύριας κατασκευής και των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας.



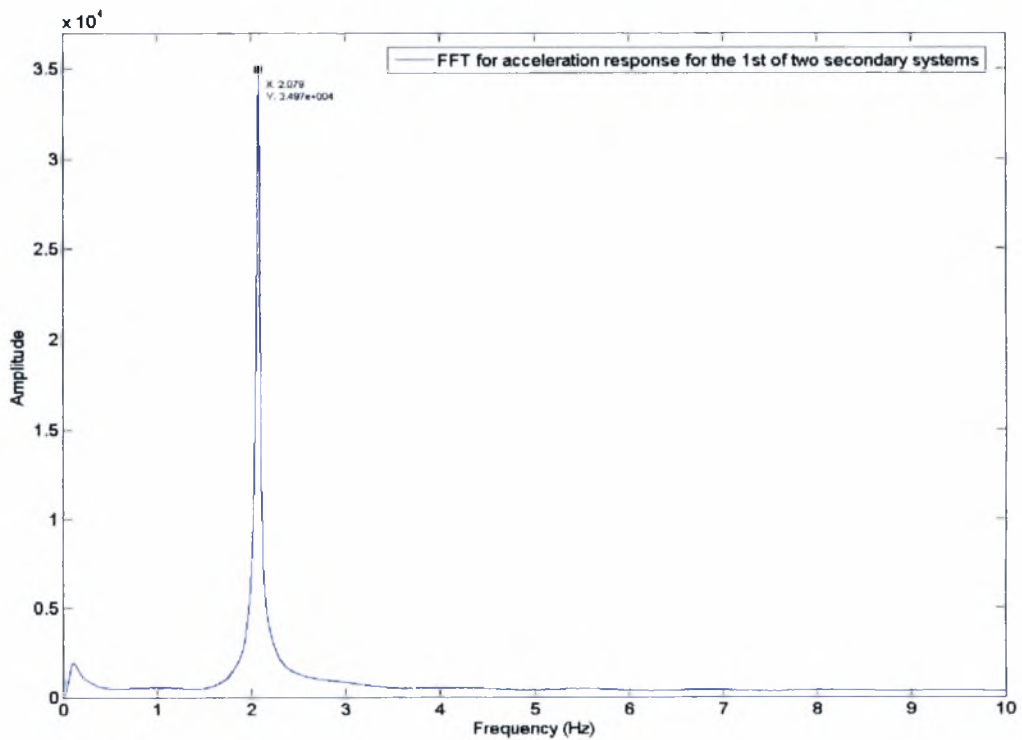
Σχήμα 6.4

Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης του πρωτεύοντος συστήματος



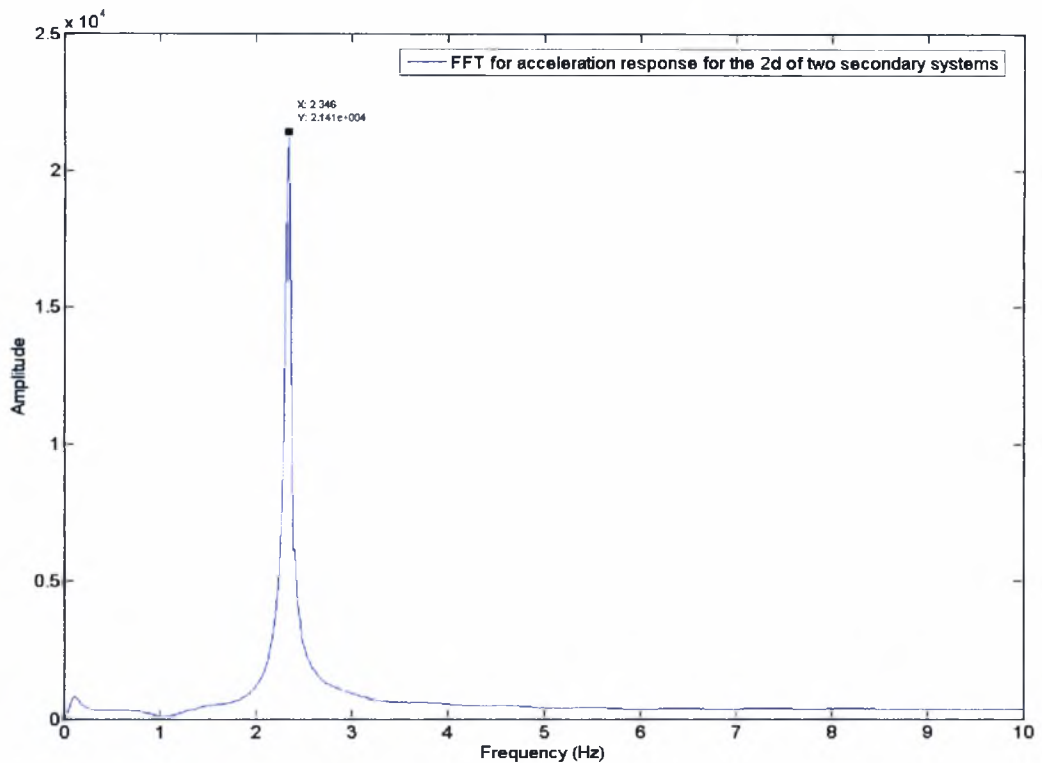
Σχήμα 6.5

Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης του δευτερεύοντος συστήματος
(Σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας)



Σχήμα 6.6

Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης της πρώτης μάζας του δευτερεύοντος συστήματος
(Σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας)



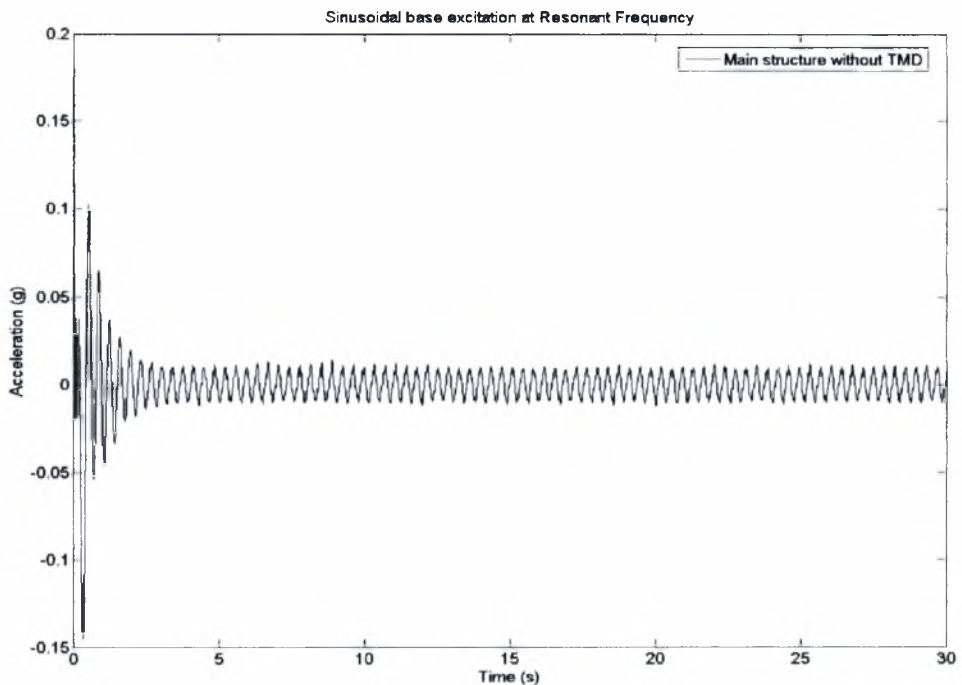
Σχήμα 6.7

Μετασχηματισμός Fourier της επιτάχυνσης της δεύτερης μάζας του δευτερεύοντος συστήματος
(Σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας)

6.5 Αποτελεσματικότητα Ελέγχου του Δευτερεύοντος Συστήματος Χρησιμοποιώντας την Ημιτονοειδή Διέγερση Βάσης

Η ενότητα αυτή επιβεβαιώνει την απόδοση παθητικού ελέγχου ενός και δύο αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας, χρησιμοποιώντας την ημιτονοειδή διέγερση βάσης με τη συχνότητα της διέγερσης κοντά στην ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος. Η επιβεβαίωση είναι βασισμένη στη σύγκριση των μονίμων αποκρίσεων των χρονοϊστοριών, οι οποίες έχουν μετρηθεί για το πρωτεύον σύστημα για τις περιπτώσεις με κανέναν, έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας που συνδέονται με το κύριο σύστημα. Διαφαίνεται ότι δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας μειώνουν περαιτέρω τις ταλαντώσεις του κύριου συστήματος σε σύγκριση με το σύστημα του ενός.

Στην συνέχεια εξετάζεται η αποτελεσματικότητα των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας για την μείωση της ταλάντωσης του κύριου συστήματος, χρησιμοποιώντας την ημιτονοειδή διέγερση που εφαρμόζεται στη βάση του ηλεκτροδυναμικού διεγέρτη. Η συχνότητα της ημιτονοειδούς διέγερσης βάσης επιλέγεται να είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της κύριας κατασκευής. Αρχικά τα πειράματα για το πρωτεύον σύστημα πραγματοποιούνται με την απουσία αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας. Το Σχήμα 6.8 παρουσιάζει ημιτονοειδή διέγερση βάσης της κύριας κατασκευής συναρτήσει του χρόνου.

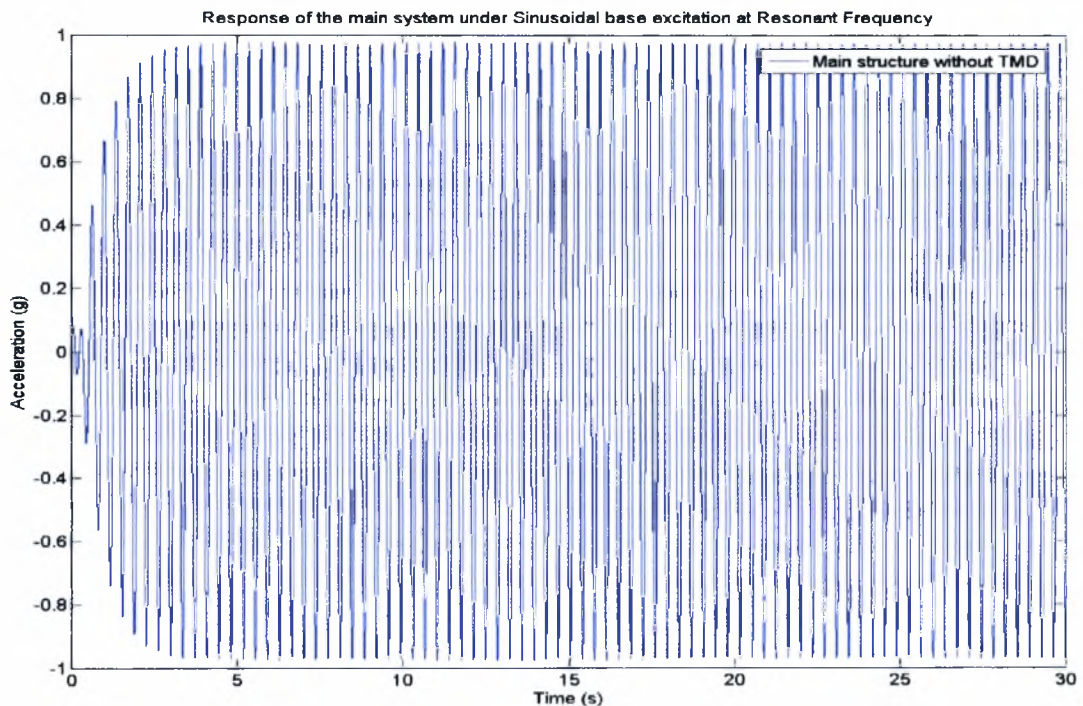


Σχήμα 6.8

**Ημιτονοειδής διέγερση βάσης μετρημένη από επιταχυνσιόμετρο
εφαρμοσμένο στην τράπεζα διέγερσης**

Αξίζει να αναφερθεί ότι για τα πρώτα 2-3 δευτερόλεπτα, υπάρχει μια μεταβατική περίοδος λόγω των φαινομένων αδράνειας του κύριου συστήματος και της αλληλεπίδρασης του με την τράπεζα διέγερσης.

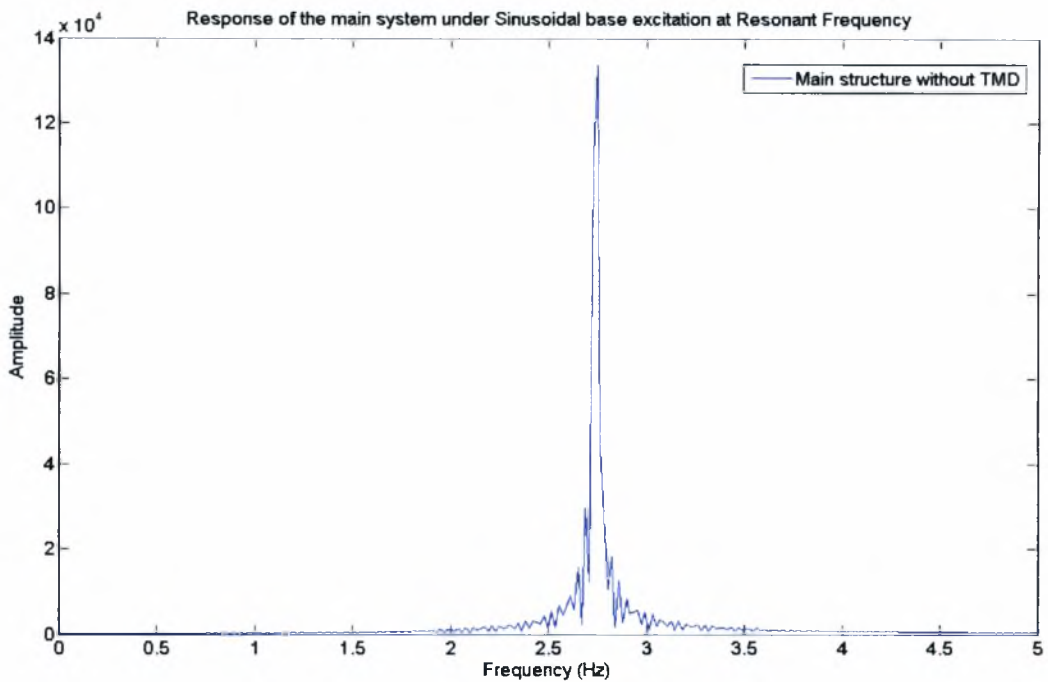
Στο Σχήμα 6.8 δίνεται η απόκριση της επιτάχυνσης του πρωτεύοντος συστήματος στο υψηλότερο σημείο του, στο οποίο είναι συνδεδεμένη η κύρια μάζα, συναρτήσει του χρόνου. Τα παροδικά αποτελέσματα είναι εμφανή στο Σχήμα 6.9 για τα πρώτα 2-3 δευτερόλεπτα της απόκρισης. Για χρόνο μεγαλύτερο των τεσσάρων δευτερολέπτων η απόκριση έχει γίνει μόνιμη.



Σχήμα 6.9

Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης

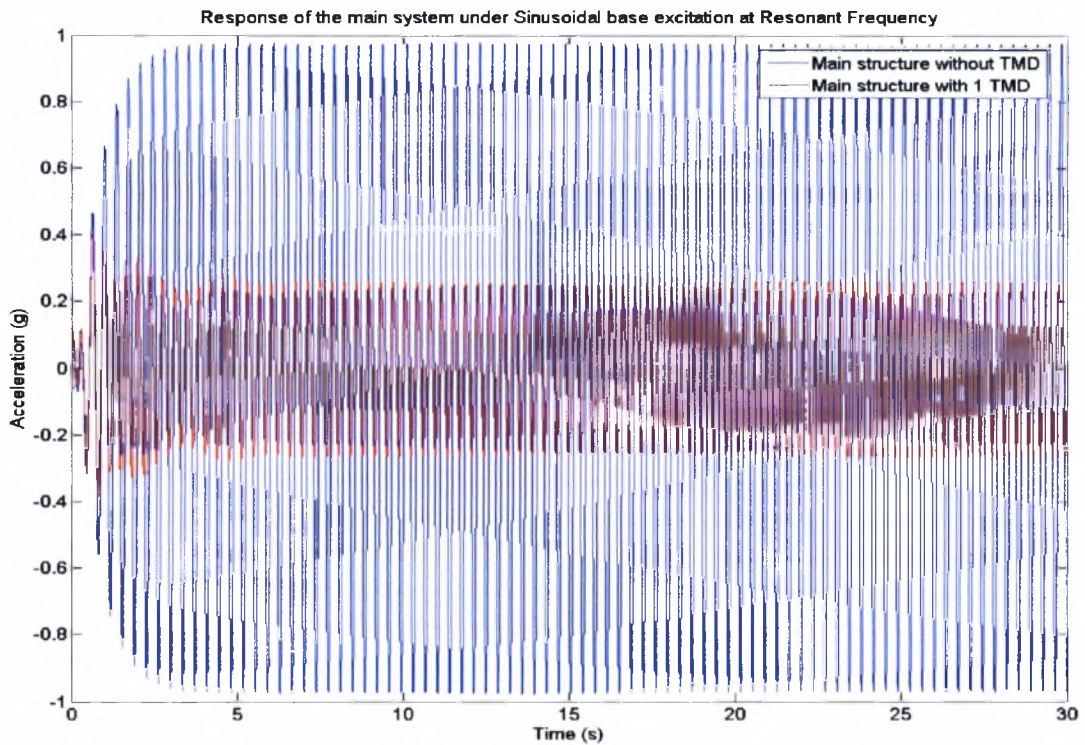
Το Σχήμα 6.10 παρουσιάζει το μετασχηματισμό Fourier της ιστορίας της επιτάχυνσης του Σχήματος 6.9. Από το Σχήμα 6.10 είναι εμφανές ότι μόνο μια αρμονική συχνότητα διέγερσης είναι κυρίως παρούσα στην απόκριση.



Σχήμα 6.10

Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης

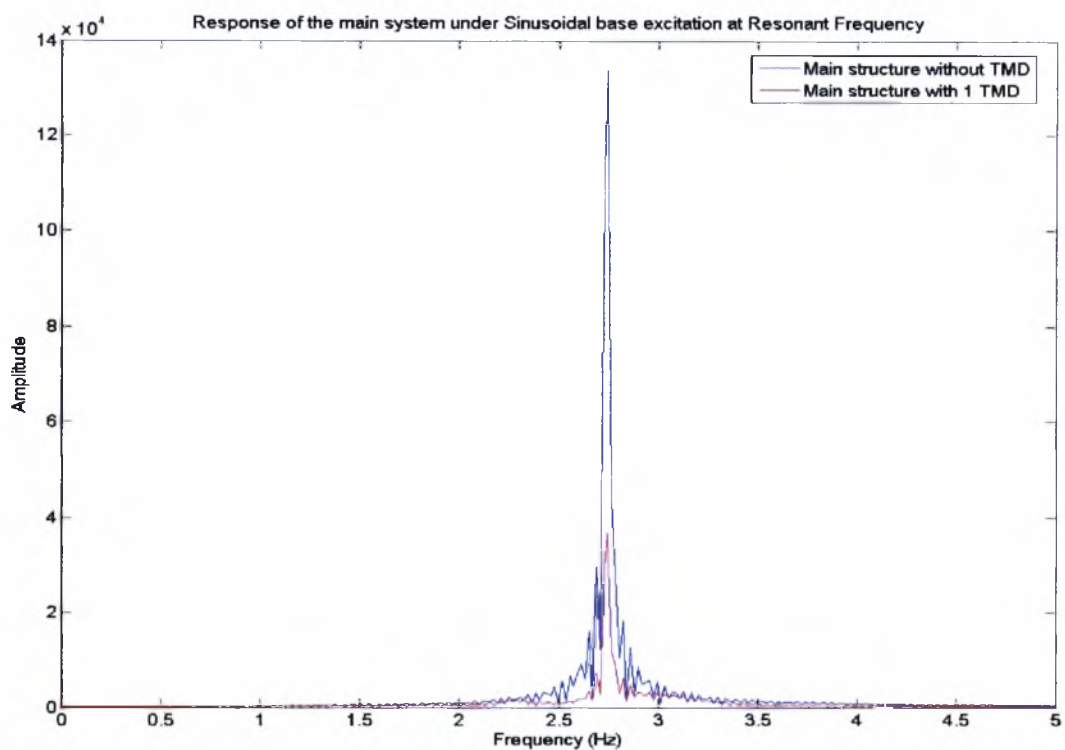
Ακολούθως, πραγματοποιούνται τα πειράματα με την αρμονική διέγερση βάσης χρησιμοποιώντας το συνδυασμένο πρωτεύον-δευτερεύον σύστημα με έναν αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, ο οποίος συνδέεται με το πρωτεύον σύστημα. Η απόκριση της επιτάχυνσης του κύριου συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.11 και συγκρίνεται με την απόκριση της επιτάχυνσης του Σχήματος 6.9 που λαμβάνεται ελλείψει του αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.



Σχήμα 6.11

Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης με και χωρίς αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας

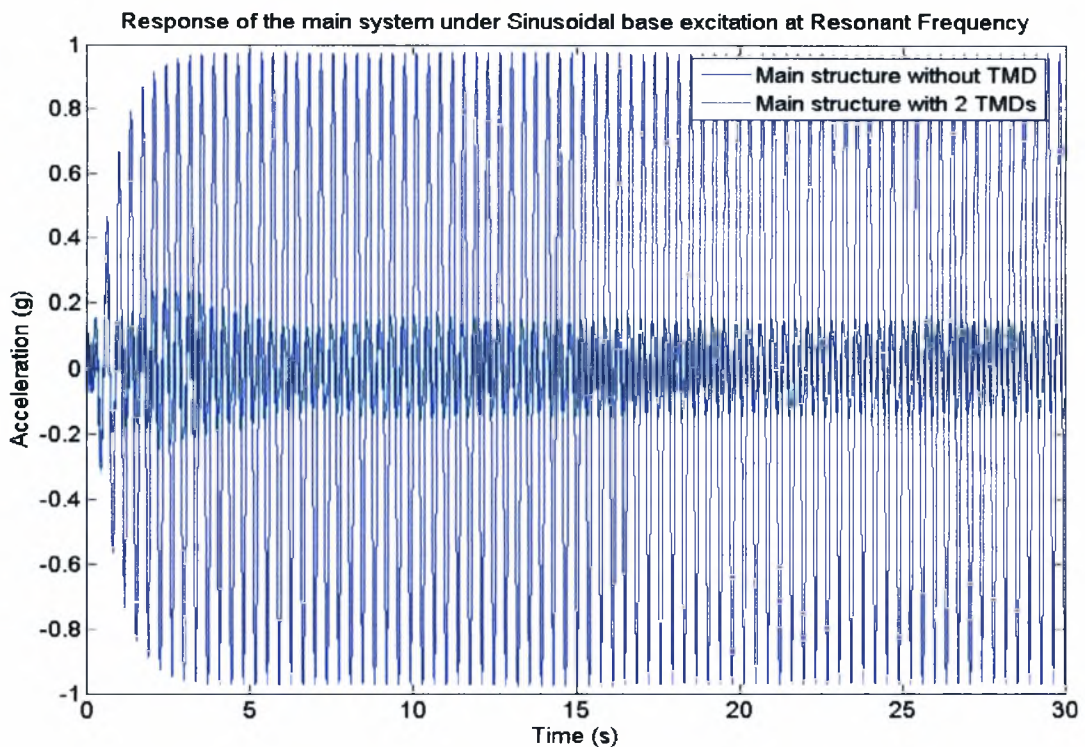
Είναι εμφανές στο Σχήμα 6.11 ότι μια σημαντική μείωση της απόκρισης του κύριου συστήματος έχει επιτευχθεί με την εφαρμογή του δευτερεύοντος συστήματος. Συγκεκριμένα, αυτή η μείωση είναι της τάξης του 72%. Αυτό σημαίνει ότι η μέγιστη απόκριση μόνιμης κατάστασης του πρωτεύοντος συστήματος με τη σύνδεση ενός αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας είναι το 28% της μέγιστης απόκρισης μόνιμης κατάστασης του πρωτεύοντος συστήματος χωρίς σύνδεση αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας. Το Σχήμα 6.12 συγκρίνει τους μετασχηματισμούς Fourier των αποκρίσεων των επιταχύνσεων που παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.11. Μια παρόμοια μείωση είναι επίσης εμφανής σε αυτό το Σχήμα.



Σχήμα 6.12

Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, με και χωρίς αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας

Στη συνέχεια πραγματοποιείται το πείραμα χρησιμοποιώντας το συνδυασμένο πρωτεύον-δευτερεύον σύστημα με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας που συνδέεται με το πρωτεύον σύστημα. Η απόκριση της επιτάχυνσης του πρωτεύοντος συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.13 και συγκρίνεται με την απόκριση της επιτάχυνσης του Σχήματος 6.9 που λαμβάνεται ελλείψει αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας.

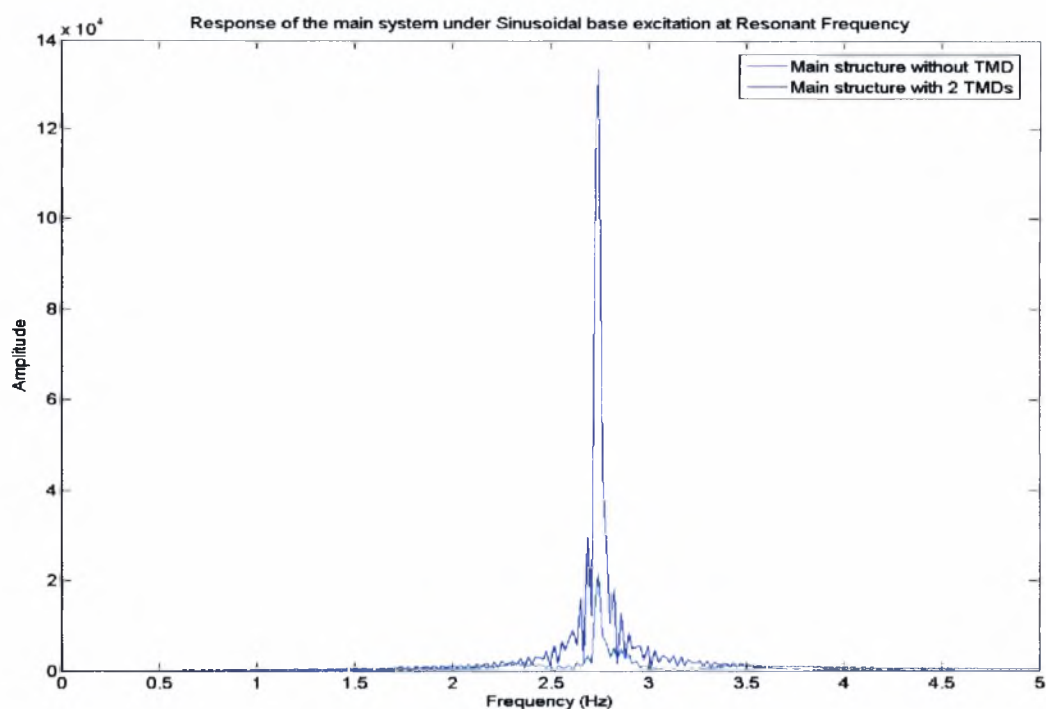


Σχήμα 6.13

Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης χωρίς και με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

Είναι εμφανές στο Σχήμα 6.13 ότι μια σημαντική μείωση της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος έχει επιτευχθεί με την εφαρμογή των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας. Συγκεκριμένα, αυτή η μείωση είναι της τάξης του 84%. Αυτό σημαίνει ότι η μέγιστη απόκριση μόνιμης κατάστασης του πρωτεύοντος συστήματος με τη σύνδεση δύο αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας είναι το 16% της μέγιστης απόκρισης μόνιμης κατάστασης του πρωτεύοντος συστήματος χωρίς σύνδεση αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.

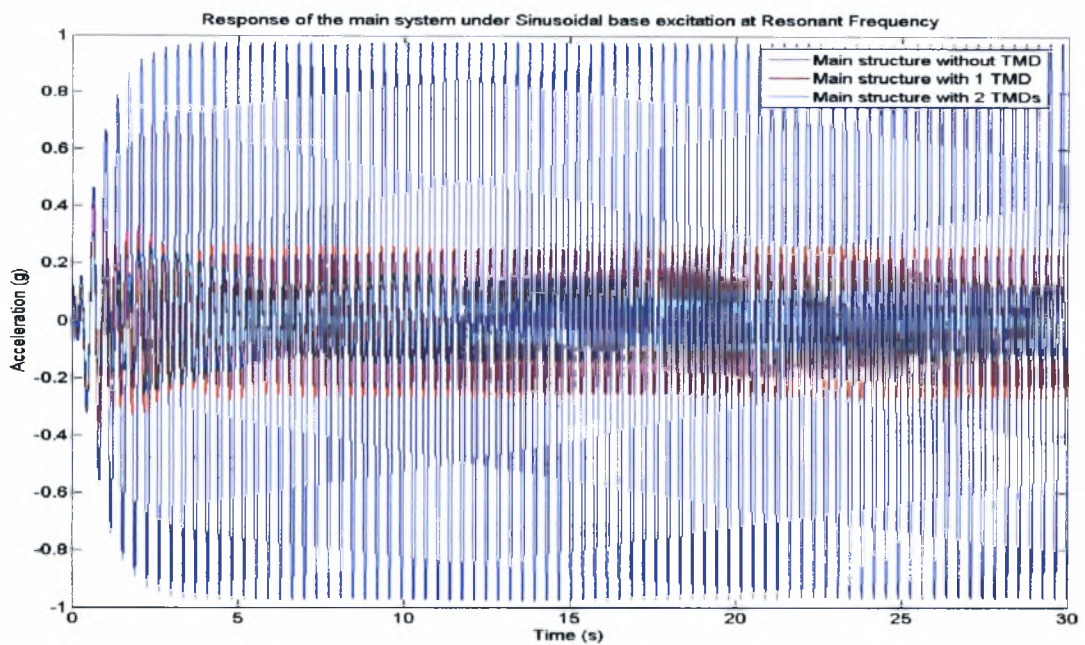
Το Σχήμα 6.14 συγκρίνει τους μετασχηματισμούς Fourier των αποκρίσεων των επιταχύνσεων που παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.13. Μια παρόμοια μείωση είναι επίσης εμφανής σε αυτό το Σχήμα.



Σχήμα 6.14

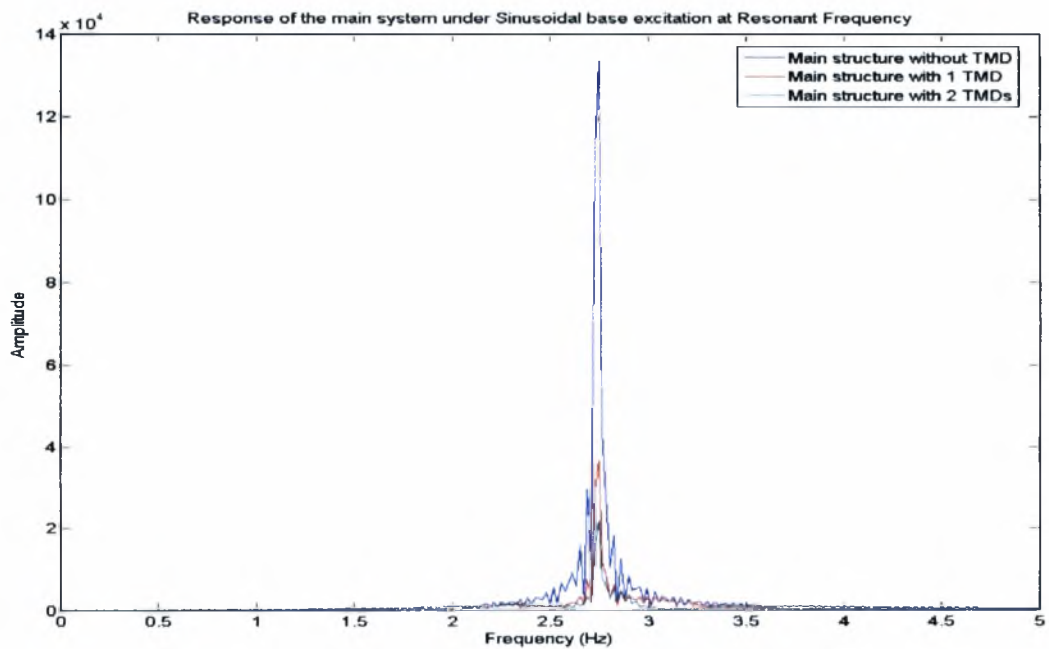
Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, χωρίς και με δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

Σε αυτό το σημείο συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται για το πρωτεύον σύστημα χωρίς να είναι σε αυτό προσαρτημένο δευτερεύον σύστημα με τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται για το πρωτεύον σύστημα με έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας. Αυτές οι συγκρίσεις παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.15 για τις χρονοϊστορίες της επιτάχυνσης και στο Σχήμα 6.16 για τους αντίστοιχους μετασχηματισμούς Fourier των χρονοϊστοριών της επιτάχυνσης.



Σχήμα 6.15

Απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης χωρίς και με έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας



Σχήμα 6.16

Μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης του πρωτεύοντος συστήματος που υπόκειται σε ημιτονοειδή διέγερση βάσης, χωρίς και με έναν ή δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας

Τα πειραματικά αποτελέσματα υποστηρίζουν τα θεωρητικά αποτελέσματα, που δηλώνουν ότι χωρίζοντας τη μάζα του δευτερεύοντος συστήματος σε δύο ίσες μάζες και εφαρμόζοντας τη θεωρία του βέλτιστου σχεδιασμού για τους δύο αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας, παίρνουμε ως αποτέλεσμα τη μείωση των ταλαντώσεων του πρωτεύοντος συστήματος έναντι των ταλαντώσεων του πρωτεύοντος συστήματος στο οποίο είναι προσαρτημένος ένας αποσβεστήρας ελεγχόμενης μάζας. Συμπερασματικά, αναμένεται ότι πολλαπλοί αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας είναι αποτελεσματικότεροι από έναν και μόνο αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας, διατηρώντας το άθροισμα των μαζών των πολλαπλών αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας ίσο με τη μάζα του ενός αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

7.1 Συμπεράσματα

Σε αυτήν την εργασία αναλύθηκε και ελέγχθηκε πειραματικά η αποτελεσματικότητα των παθητικών συστημάτων και πιο συγκεκριμένα των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας (TMDs) στη μείωση των ταλαντώσεων του πρωτεύοντος συστήματος, το οποίο αποτελείται από έναν απλό ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας. Χρησιμοποιήθηκαν ένα ή περισσότερα συστήματα αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας συνδεδεμένα σε παράλληλη διάταξη και μελετήθηκε η αποτελεσματικότητα και η επίδραση του αριθμού αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας στην αποτελεσματικότητα μείωσης των αποσβέσεων.

Από την ανάλυση των παραπάνω συστημάτων εξάγονται κάποια συμπεράσματα τα οποία επιβεβαιώνονται και από την πειραματική διαδικασία, στην οποία εξετάστηκαν δύο τύποι συστημάτων. Το πρώτο είναι το σύστημα με έναν προσαρτημένο αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας στην κύρια κατασκευή και το δεύτερο ένα σύστημα με δύο προσαρτημένους αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας στην κύρια κατασκευή.

Αναλυτικά τα συμπεράσματα αυτά είναι:

Ένα σύστημα παθητικού ελέγχου είναι αποτελεσματικό όταν η ιδιοσυχνότητα του δευτερεύοντος συστήματος είναι αρκετά κοντά στην ιδιοσυχνότητα του κύριου συστήματος. Η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος είναι αρκετά πιο μικρή από την μάζα του πρωτεύοντος, ωστόσο όσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος μαζών μ , δηλαδή ο λόγος της δευτερεύουσας μάζας προς την κύρια μάζα τόσο αποτελεσματικότεροι είναι οι αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας στον έλεγχο της ταλάντωσης της κύριας κατασκευής.

Επίσης μία άλλη ομάδα παραμέτρων η οποία επηρεάζει την απόκριση του κύριου συστήματος είναι αυτή της σταθεράς απόσβεσης ζ_s . Έχει αποδειχθεί ότι όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά απόσβεσης τόσο οι αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας μειώνουν την απόκριση του πρωτεύοντος συστήματος.

Επιπρόσθετα παρουσιάσθηκε μεθοδολογία βελτιστοποίησης των χαρακτηριστικών των αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας. Η βελτιστοποίηση εφαρμόστηκε για τις ιδιοσυχνότητες ω_{s1} και ω_{s2} . Κατά την βελτιστοποίηση παρουσιάσθηκαν προβλήματα ολικών και τοπικών ελαχίστων τα οποία ξεπεράσθηκαν χρησιμοποιώντας γενετικούς αλγορίθμους. Η ύπαρξη πολλαπλών ολικών ελαχίστων οφείλεται στη συμμετρία του προβλήματος.

Τέλος από την παραμετρική ανάλυση αποδείχθηκε και επιβεβαιώθηκε πειραματικά, ότι πολλαπλοί αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας είναι αποτελεσματικότεροι από τον έναν, όταν το άθροισμα των μαζών των πολλαπλών αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας είναι ίσο με τη μάζα του ενός και μοναδικού.

Επομένως προτείνεται η προσάρτηση πολλαπλών αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας για τον έλεγχο της κύριας κατασκευής με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη σταθερά απόσβεσης.

7.2 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Μερικές προτάσεις για τις μελλοντικές μελέτες σχετικές με αυτήν την εργασία είναι οι ακόλουθες:

- Τα παθητικά συστήματα ελέγχου να βρίσκονται συνδεδεμένα σε σειρά με το πρωτεύον σύστημα.
- Τα παθητικά συστήματα ελέγχου να είναι συνεχή μέσα και να αναπτυχθεί η θεωρία του βέλτιστου σχεδιασμού, με σκοπό την ελαχιστοποίηση του εμβαδού που περικλείεται κάτω από την συνάρτηση μεταφοράς.
- Το πρωτεύον σύστημα να είναι σύστημα πολλών βαθμών ελευθερίας. Στην περίπτωση αυτή, να μελετηθεί όχι μόνο η επίδραση πολλαπλών αποσβεστήρων ελεγχόμενης μάζας αλλά και η επίδραση των θέσεων του αποσβεστήρα ελεγχόμενης μάζας.

- Οι αποσβεστήρες ελεγχόμενης μάζας να είναι μη γραμμικά συστήματα και να μελετηθεί και βελτιστοποιηθεί ο τύπος μη-γραμμικότητας για την μέγιστη αποτελεσματικότητα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Adrian Biran & Moshe Breiner, 'MATLAB για Μηχανικούς', Εκδόσεις Τζιόλα
2. S. J. Dyke, B. F. Spencer, Jr., P. Quast, M. K. Sain, 'Role of Control-Structure Interaction in Protective System Design', Published in the ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 121, No. 2, Feb. 1995 pp. 322–338.
3. MATLAB Help, Version 6.0.0.88, Release 12, September 22, 2000
4. Νατσιάβας Σ. (1994), *Εφαρμοσμένη Δυναμική*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
5. Νατσιάβας Σ. (2001), *Ταλαντώσεις Μηχανικών συστημάτων*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
6. Παπαδημητρίου Κ. (2006), *Ταλαντώσεις και Δυναμική Μηχανών*, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Θεσσαλίας
7. B.F. Spencer, Jr. and Michael K. Sain, 'Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback', Special Issue of the IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology, Vol. 17, No. 6, pp. 19–35, December 1997
8. B.F. Spencer, Jr., J. Suhardjo and M.K. Sain, 'Frequency Domain Optimal Control Strategies for Aseismic Protection', In Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 120, No. 1, pp. 135–159, 1994
9. B.F. Spencer, Jr., T.T. Soong, 'New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the Usa', Proceedings of International Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibration of Structures Cheju, Korea, August 23-25, 1999



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000091664