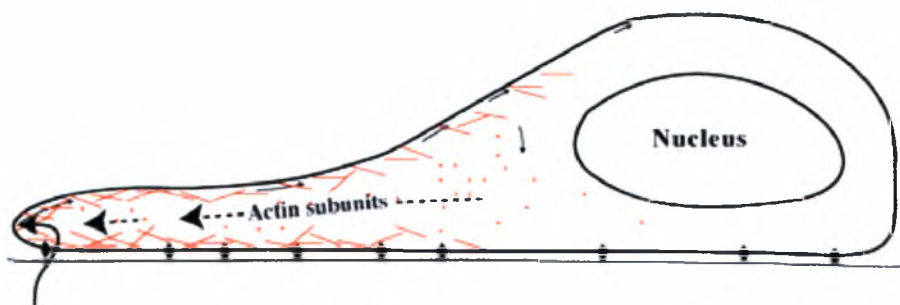
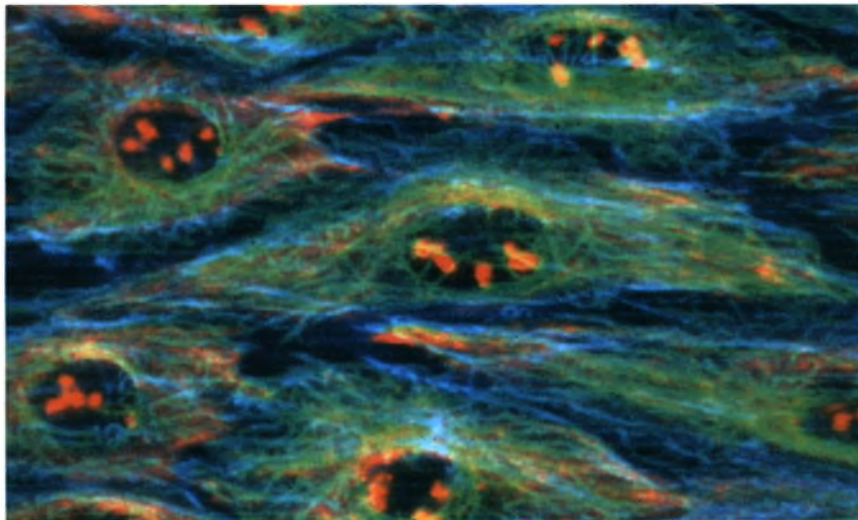


**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**



**ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ:
“ΝΕΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΕΛΑΣΤΟΜΕΡΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΕ
ΜΙΚΡΗ ΚΛΙΜΑΚΑ”**

**ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ:
ΖΑΦΕΙΡΟΠΟΥΛΟΥ ΒΑΣΙΛΙΚΗ**



Actin polymerisation leads to extension of the leading edge

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΓΙΑΝΝΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ, Καθηγητής**

ΒΟΛΟΣ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2008



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 6436/1
Ημερ. Εισ.: 14-07-2008
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ
2008
ΖΑΦ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	5
ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗ ΣΕ ΣΥΜΠΙΕΣΤΑ ΕΛΑΣΤΟΜΕΡΗ.....	5
1.1 Πείραμα προβόλου Υλικό : Άσπρη Διογκωμένη Πολυστερίνη E7.....	5
1.2 Πείραμα τριβής – Συντελεστής τριβής Υλικό : Άσπρη Διογκωμένη Πολυστερίνη E7.....	10
1.3 Πείραμα Καμπτικής διείσδυσης Υλικό : Άσπρη Διογκωμένη Πολυστερίνη E7.....	12
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	30
ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗ ΣΕ ΜΑΛΑΚΑ ΕΛΑΣΤΟΜΕΡΗ.....	30
2.1 Πείραμα Καμπτικής διείσδυσης Πείραμα εφελκυστικής “ διείσδυσης” Υλικό : Gel αναμεμιγμένο με πούδρα τάλκης (Powder).....	30
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	64
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΕΜΒΙΟ- ΜΗΧΑΝΙΚΗ	64
3.1 Προσομοίωση της κίνησης της πρωτεΐνης σε μία επιφάνεια με αμφιέριστη δοκό.....	67
3.2 Προσομοίωση της διαστολής της καρδιάς με ένα συμμετρικά σφαιρικό κέλυφος.....	78
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	85
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	87

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μηχανική των υλικών δίνει σημαντικές πληροφορίες όσον αφορά τις ιδιότητες του υλικού όπως είναι το μέτρο ελαστικότητας, δηλαδή εάν το υπό εξέταση υλικό είναι σκληρό ή μαλακό, καθώς και στοιχεία που αφορούν την αντοχή του υλικού. Τα υλικά τα οποία χαρακτηρίζονται ως δομικά είναι αυτά που χρησιμοποιούνται στις διάφορες κατασκευές. Πρόκειται για υλικά υψηλής ακαμψίας (“σκληρότητας”) , δηλαδή μεγάλου μέτρου ελαστικότητας. Τέτοια υλικά είναι το σκυρόδεμα και ο χάλυβας, των οποίων το μέτρο ελαστικότητας είναι της τάξης των 30 GPa και 200 GPa, αντίστοιχα. Εκτός από τα συνήθη οικοδομικά υλικά υπάρχουν και άλλα υλικά τα οποία διαθέτουν υψηλή ακαμψία. Μερικά από αυτά αναφέρονται παρακάτω:

- Glass (γυαλί) με $E = 65-90$ GPa
- Titanium (Τιτάνιο) με $E = 105-120$ GPa
- Copper (χαλκός) με $E = 110-130$ GPa

Στα επονομαζόμενα ως “ σκληρά ” υλικά είναι γενικά εύκολο να προσδιοριστούν οι μηχανικές τους ιδιότητες. Αυτό οφείλεται στην εύκολη και σχετικά απλοϊκή παρασκευή δοκιμίων, ενώ ταυτόχρονα και η επιβολή των διαφόρων δυνάμεων πάνω σε αυτά μπορεί να γίνει με τις κλασσικές μεθόδους προσδιορισμού μηχανικών ιδιοτήτων όπως είναι για παράδειγμα το πείραμα της θλίψης και του εφελκυσμού.

Παρόλα αυτά, υπάρχουν και τα μαλακά υλικά, δηλαδή τα υλικά που είναι εύκαμπτα και παρουσιάζουν μικρή σκληρότητα. Τέτοιου είδους υλικά είναι ημίρρευστα gel, ιστοί, εσωτερικά όργανα ανθρώπινα ή ζωικά, μύες, ελαστομερή υλικά, λάστιχα και ελαστικά τροχοφόρων. Παρακάτω αναφέρονται τα μέτρα ελαστικότητας ορισμένων μαλακών υλικών:

- Rubber με $E = 0.01-0.1$ GPa
- Low density polyethylene με $E = 0.2$ GPa
- Actine με $E = 10 \cdot 10^3$ Pa

Πρόκειται, λοιπόν, για υλικά των οποίων οι μηχανικές ιδιότητες είναι αρκετά δύσκολο να προσδιοριστούν. Πιο συγκεκριμένα, αξίζει να αναφερθεί ότι η μέτρηση των ιδιοτήτων τέτοιων υλικών με τις κλασσικές μεθόδους παρουσιάζουν σημαντικά προβλήματα, διότι είναι δύσκολο να δημιουργηθούν δοκίμια για τα μαλακά υλικά εξαιτίας της ρευστότητας που παρουσιάζουν. Συχνά δεν νοούνται τέτοιου είδους πειράματα, λόγω των δυσκολιών που εμφανίζουν. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν απαγορευτικοί λόγοι ως προς το μέγεθος του δοκιμίου (για παράδειγμα, πώς θα καταφέρουμε να βρούμε την ελαστικότητα ενός κυττάρου;) Ακόμη, όταν η τιμή του μέτρου ελαστικότητας είναι πολύ μικρή, το αποτέλεσμα είναι να προκαλούνται ιδιαίτερες δυσκολίες σχετικά με τον τρόπο που χρησιμοποιούνται οι αρπάγες των κλασσικών πειραματικών συσκευών. Επομένως, υπάρχουν δυσκολίες σχετικά με το πώς θα

πιάσουμε τα εν λόγω μαλακά υλικά για να τα υποβάλλουμε σε πειραματικές διαδικασίες.

Έτσι, λοιπόν, στην παρούσα διπλωματική προτείνουμε σύγχρονες πειραματικές διαδικασίες, οι οποίες βασίζονται γενικά στο φαινόμενο της διείσδυσης (intentation).

Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι σημαντικά και αναφέρονται παρακάτω:

- Για την υλοποίηση του πειράματος παύει να υφίσταται δοκίμιο, αρκεί μόνο η εξωτερική επιφάνεια του υλικού.
- Με τη μέθοδο της καμπτικής διείσδυσης περιορίζεται η εμφάνιση προβλημάτων λόγω της επίδρασης του πάχους του δοκιμίου.
- Το μέγεθος του διεισδυτή μπορεί να κλιμακωθεί σχεδόν σε οποιαδήποτε διάσταση.
- Με τη χρήση της μεθόδου δεν απαιτούνται περιορισμοί όσον αφορά κανόνες ηθικής, οι οποίοι να απαγορεύουν την υλοποίηση τέτοιου τύπου πειραμάτων (π.χ. να βασανισμός κάποιου ζώου, που χρησιμοποιείται για τις ανάγκες του πειράματος).
- Ασφάλεια όσον αφορά τη μετάδοση ασθενειών που μπορεί να προκύψουν από την εξέταση του υλικού του πειράματος, με την προϋπόθεση ότι πρόκειται για κάποιο ζωντανό οργανισμό.
- Ασφάλεια μετάδοσης τοξικότητας και ραδιενέργειας (π.χ. χρήση ως υλικού ένα δοκίμιο από σκυρόδεμα προερχόμενο από ραδιενεργό περιοχή).
- Εύκολη υλοποίηση της μεθόδου για την μέτρηση ιδιοτήτων υλικών, τα οποία βρίσκονται σε επιφάνειες που δεν είναι ιδιαίτερα προσβάσιμες (π.χ. υπόγειες διαβάσεις).
- Η χρήση της μεθόδου βρίσκει εφαρμογή και δίνει αποτελέσματα και σε διαβρωμένες ή αλλοιωμένες επιφάνειες.

Οι νέες αυτές μέθοδοι διείσδυσης θα εφαρμοστούν σε ιδιαίτερα μαλακά υλικά, όπως το υλικό E7 του οποίου το μέτρο ελαστικότητας προσεγγίζει τα 7 MPa και σε υλικά των οποίων το μέτρο ελαστικότητας έχει παρόμοια τιμή με εκείνη του εγκεφάλου και των εσωτερικών οργάνων, δηλαδή της τάξης των 8 kPa.

Τα υλικά μικρής σκληρότητας είναι ιδιαίτερα σημαντικά στην μικρομηχανική. Με την προϋπόθεση ότι θέλουμε να μελετήσουμε κυτταρικούς ιστούς ή μονοκύτταρους οργανισμούς όπως είναι η αμοιβάδα πρέπει να προσεγγίσουμε τις μηχανικές ιδιότητες υλικών που εμφανίζουν ιδιαίτερα εύκαμπτη συμπεριφορά που συσχετίζεται με παράλληλα χημικά ή ηλεκτρικά φαινόμενα.

Η μηχανική, λοιπόν, στο μικρόκοσμο μπορεί να χαρακτηριστεί ως τμήμα της εμβιο-μηχανικής. Το μοντέλο ενός θεμελίου που λειτουργεί ως έμβολο πάνω σε μία επιφάνεια μπορεί να βρει εφαρμογή λοιπόν και στην ιατρική. Εάν υποθέσουμε ότι το ίδιο το πέδιλο λειτουργεί σαν μία μικρομηχανή μπορεί να τοποθετηθεί πάνω σε οποιονδήποτε ιστό και να προσδιορίσει την τιμή του μέτρου ελαστικότητας. Αν η τιμή του μέτρου ελαστικότητας είναι μεγαλύτερη από τη φυσιολογική, τότε μπορούμε να πούμε ότι υπάρχει κίνδυνος ύπαρξης όγκου ή άλλης παθολογίας (π.χ. ζάχαρο) στον εν λόγω ιστό. Ωστόσο,

προβλήματα εμφανίζονται κι όταν η τιμή της σκληρότητας είναι μικρότερη από την απαιτούμενη. Σε αυτή την περίπτωση ο υπό εξέταση ιστός εμφανίζει αλλοιώσεις που καθίσταται δυνατόν να εντοπιστούν και πρέπει να αντιμετωπιστούν.

Έτσι, λοιπόν, με την εφαρμογή της μικρομηχανικής στην ιατρική υπάρχει η δυνατότητα κατασκευής μικροδιδειδωτών, οι οποίοι μπορούν να εισαχθούν στο εσωτερικό ενός οργανισμού και να μελετήσουν οτιδήποτε ανεπιθύμητο. Πρόκειται, λοιπόν, για ένα είδος ρομποτικής που μπορεί να ενισχύσει τον τομέα της βιολογίας και της ιατρικής. Εξάλλου αυτή η μέθοδος εμφανίζει αρκετά πλεονεκτήματα, αφού δεν υπάρχουν δυσμενείς επιπτώσεις στον οργανισμό, σε αντίθεση με οποιαδήποτε άλλη επέμβαση που μπορεί να έχει παρενέργειες, να καταβάλλει τον οργανισμό και να επηρεάσει τις λειτουργίες του.

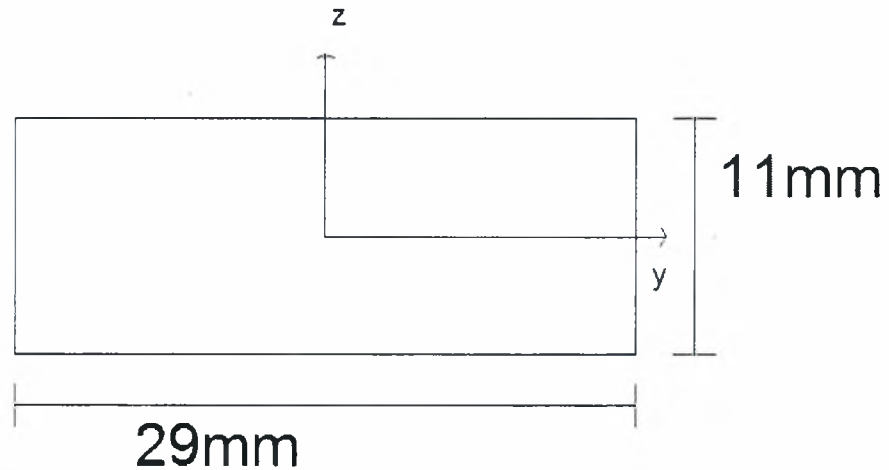
Σύμφωνα, με όλα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω υπάρχει μεγάλη ανάγκη εύρεσης νέων μεθόδων προσέγγισης των μαλακών υλικών στους διάφορους τομείς, για την ορθή χρήση και την αξιοποίηση τέτοιων υλικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 ΠΕΙΡΑΜΑ ΠΡΟΒΟΛΟΥ

ΥΛΙΚΟ : ΑΣΠΡΗ ΔΙΟΓΚΩΜΕΝΗ ΠΟΛΥΣΤΕΡΙΝΗ Ε7

Το ακόλουθο πείραμα πραγματοποιήθηκε για την εύρεση του μέτρου ελαστικότητας του υλικού Ε7. Το υπό εξέταση υλικό ονομάζεται Ε7, επειδή το μέτρο ελαστικότητας του έχει προκύψει μετά από μία σειρά μετρήσεων ίσο με 7 ΜΡα. Επομένως, γνωρίζουμε εκ των προτέρων το αποτέλεσμα και αυτό που απομένει είναι να επαληθευτεί μέσω της πειραματικής διαδικασίας που έχει επιλεγεί, δηλαδή με το πείραμα του προβόλου (βλέπε εικόνα 1.4.6 στο παράρτημα Α του παρόντος κεφαλαίου).



Εικόνα 1.1.1 : Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι διαστάσεις της διατομής του προβόλου ως προς τις δύο διευθύνσεις y και z . Το υλικό κατασκευής του προβόλου είναι το Ε7. Έτσι λοιπόν, το ένα άκρο του υλικού είναι πλήρως πακτωμένο, ενώ το άλλο άκρο του είναι ελεύθερο. Στόχος του πειράματος αυτού είναι να προσδιορίσουμε τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού Ε7 και στη συνέχεια να τις επαληθεύσουμε με ένα διαφορετικό πείραμα, αυτό της καμπτικής διεύθυνσης κάνοντας φυσικά χρήση του ίδιου υλικού.

Εμβαδόν διατομής : $F = 11 \cdot 29 = 319 \text{ mm}^2$

Ροπή αδρανείας ορθογωνικής διατομής : $I = \frac{b \cdot h^3}{12} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow I_z = \frac{29 \cdot 11^3}{12} = 3216,6 \text{ mm}^4$$

Μήκος προβόλου L : $L = 203 \text{ mm}$

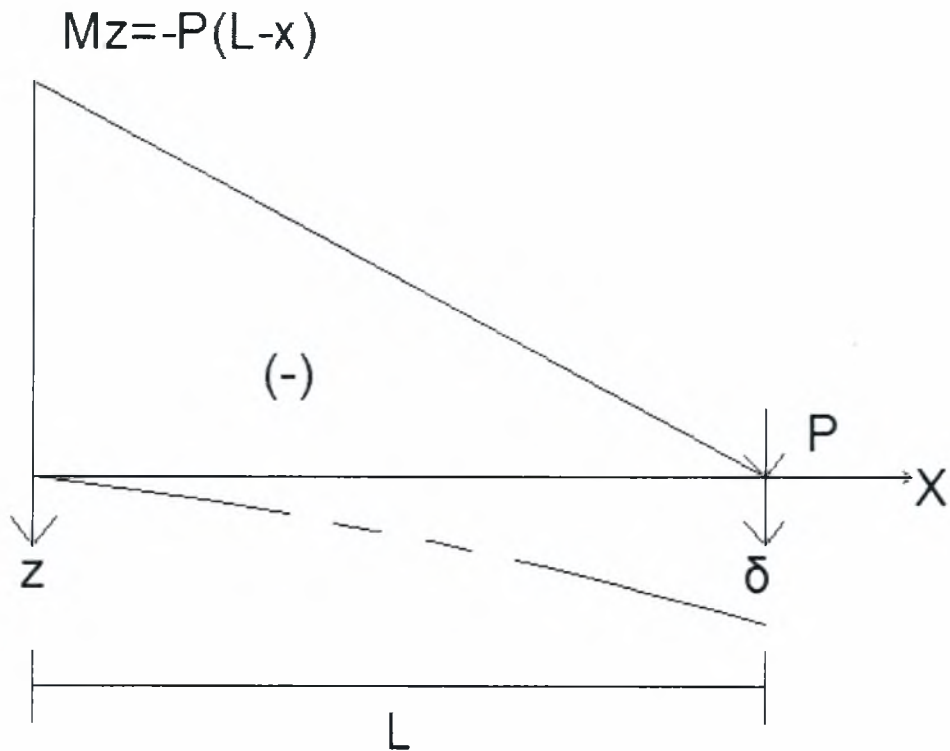
Ακολουθεί πίνακας όπου παρατίθενται οι τιμές των επιβαλλόμενων δυνάμεων P στο ελεύθερο άκρο του προβόλου και οι αντίστοιχες τιμές των μετακινήσεων δ που προκύπτουν μετά την επιβολή των δυνάμεων αυτών.

$P(\text{gr}^*)$	$\delta (\text{mm})$
8	10
12	15
16	20

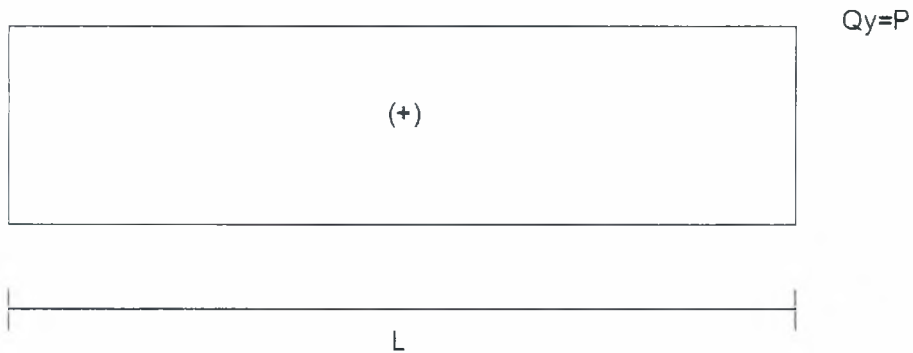
όπου : $1 \text{ kg}^* = 10^3 \text{ gr}^* = 9.81 \text{ N}$

Παρατηρούμε ότι η παραμόρφωση είναι απολύτως αντιστρεπτή ($P \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$). Η σχέση $P - \delta$ είναι γραμμική. Επομένως, η ανάλυση μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της γραμμικής ελαστικότητας.

Ακολουθούν τα διαγράμματα που προκύπτουν εξαιτίας των εντατικών μεγεθών στο τμήμα του προβόλου.



Εικόνα 1.1.2 : Διάγραμμα ροπών προβόλου. Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται η επιβολή της κατακόρυφης δύναμης P στο ελεύθερο άκρο ($x = L$) του προβόλου, που έχει ως αποτέλεσμα την κατακόρυφη μετατόπιση δ . Στη θέση $x = 0$, ο πρόβολος είναι πακτωμένος.



Εικόνα 1.1.3 : Διάγραμμα τεμνουσών προβόλου.

Ισχύει ότι :

Έργο εξωτερικό = Έργο εσωτερικό (Έργο εκ ροπών και έργο εκ τεμνουσών)

$W_{εξ} = W_{εσ} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} * P * \delta = \int_0^L \frac{Mz^2}{2 * E * I_z} dx + 3/2 * \int_0^L \frac{Qy^2}{2 * F * G} dx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} * P * \delta = P^2 * \frac{L^3}{6 * E * I_z} + 3 * P^2 * \frac{L(1+\nu)}{2 * F * E}$$

Για το μέτρο διατμήσεως G ισχύει ότι: $G = E / (2 * (1 + \nu))$

Για το μέτρο του Poisson ισχύει ότι: $\nu = 0$

Χαρακτηριστική τιμή πολλών διογκωμένων ελαστομερών.

Με αντικατάσταση των παραπάνω σχέσεων και κάνοντας εφαρμογή των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από το δεύτερο ζεύγος της δύναμης P και της μετατόπισης δ, μετά από μία σειρά πράξεων καταλήγουμε στο ακόλουθο αποτέλεσμα.

$$\Rightarrow 0.883 = (51.03 + 0.04) * P / E, \text{ όπου } P = 12 \text{ gr} * \text{ και } \delta = 15 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow E = 6.81 * 10^6 \text{ N/m}^2 = 6.81 \text{ MPa} = 7 \text{ MPa}$$

Επομένως, από το πείραμα του προβόλου επαληθεύεται η τιμή του μέτρου ελαστικότητας E που δίνουν οι προδιαγραφές των οδοστρωμάτων της Οδοποιίας.

Ακολουθεί αναλυτική επίλυση των ολοκληρωμάτων:

Για το πρώτο ολοκλήρωμα ισχύει:

$$\int_0^L (Mz^2 / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx \Leftrightarrow$$
$$\int_0^L ((P \cdot (L - x))^2 / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx \Leftrightarrow$$
$$\int_0^L ((P^2 \cdot L^2 - 2 \cdot P \cdot L \cdot P \cdot x + P^2 \cdot x^2) / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx \Leftrightarrow$$
$$\int_0^L (P^2 \cdot L^2 / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx - \int_0^L (2 \cdot P^2 \cdot L \cdot x / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx + \int_0^L (P^2 \cdot x^2 / (2 \cdot E \cdot I_z)) dx \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow P^2 \cdot L^3 / (2 \cdot E \cdot I_z) - P^2 \cdot L^3 / (2 \cdot E \cdot I_z) + P^2 \cdot L^3 / (6 \cdot E \cdot I_z) = P^2 \cdot L^3 / (6 \cdot E \cdot I_z)$$

Για το δεύτερο ολοκλήρωμα ισχύει:

$$3/2 \cdot \int_0^L (Qy^2 / (2 \cdot F \cdot G)) dx = 3/2 \cdot \int_0^L (P^2 / (2 \cdot F \cdot G)) dx \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3/2 \cdot (P^2 \cdot L / (2 \cdot F)) \cdot (2 \cdot (1 + \nu) / E) = 3 \cdot P^2 \cdot L \cdot (1 + \nu) / (2 \cdot E \cdot F)$$

όπου F : είναι το εμβαδόν της διατομής

και I_z : είναι η ροπή αδρανείας της διατομής

1.2 ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΡΙΒΗΣ – ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ
ΥΛΙΚΟ : ΑΣΠΡΗ ΔΙΟΓΚΩΜΕΝΗ ΠΟΛΥΣΤΕΡΙΝΗ Ε7

Κυκλικής βάσης έμβολο ολισθαίνει οριακά πάνω στην επιφάνεια της πολυστερίνης, όπως περιγράφεται από την εικόνα 1.4.4 του παραρτήματος Α του παρόντος κεφαλαίου.

Ιδιο-βάρος εμβόλου = Κατακόρυφη δύναμη = 629 gr*

Ακτίνα εμβόλου $a = 2.5 \text{ cm}$

Εμβαδόν διατομής εμβόλου : $E = \pi \cdot 2.5^2 \text{ cm}^2$

Δύναμη ολίσθησης (10 μετρήσεις) :

1. 150gr*
2. 150gr*
3. 120gr*
4. 140gr*
5. 120gr*
6. 150gr*
7. 140gr*
8. 140gr*
9. 140gr*
10. 140gr*

Για τη δύναμη τριβής ισχύει προσεγγιστικά η σχέση Coulomb :

$$T = \mu \cdot N \Leftrightarrow \mu = T/N$$

Η μέση δύναμη τριβής είναι :

$$T = (150+150+120+140+120+150+140+140+140+140) / 10 = 139 \text{ gr}^*$$

Επομένως, ο μέσος συντελεστής τριβής είναι :

$$\mu = T/ N = 139/ 629 = 0.22$$

ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ

Νέο κατακόρυφο φορτίο :

$$629 \text{ gr}^* + 1146 \text{ gr}^* = 1775 \text{ gr}^*$$

- Μοχλοβραχίονας 9.5 cm :

Ελάχιστο φορτίο 80 gr* (δύναμη), ώστε να προκύψει ελάχιστη ανύψωση του εμβόλου :

$$\text{Ελάχιστη ροπή : } M = F \cdot L = 80 \cdot 9.5 = 760 \text{ gr}^* \text{ cm}$$

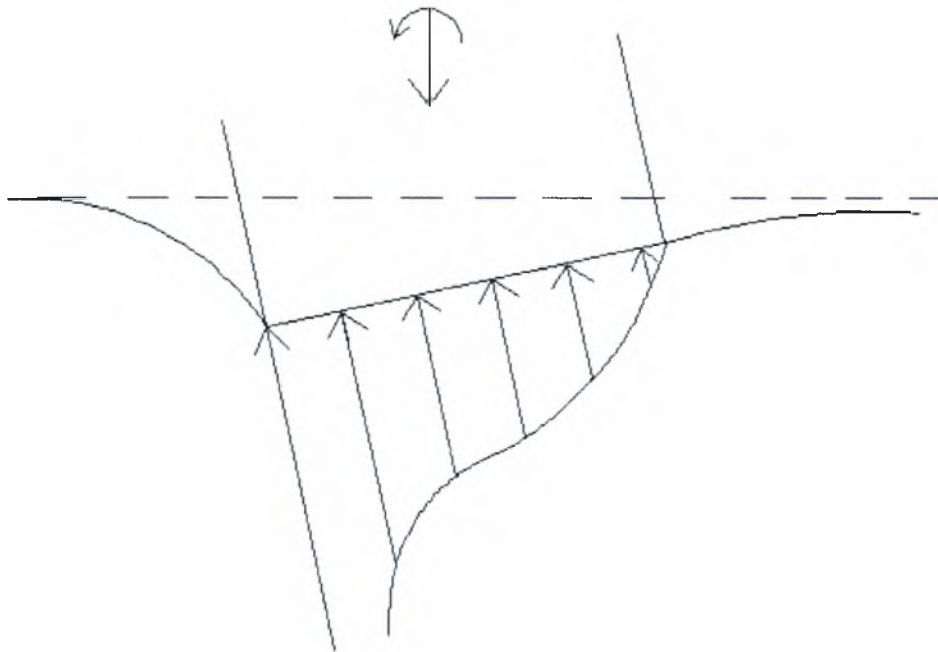
- Μοχλοβραχίονας 12 cm :

Ελάχιστο φορτίο 65 gr* (δύναμη), ώστε να προκύψει ελάχιστη ανύψωση του εμβόλου :

$$\text{Ελάχιστη ροπή : } M = F \cdot L = 65 \cdot 12 = 780 \text{ gr}^* \text{ cm}$$

Για την ανύψωση της βάσης του εμβόλου, χρησιμοποιήθηκε κλωστή αντοχής $320 \text{ gr}^* = 320 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, με την οποία συνδέθηκε το έμβολο με το δυναμόμετρο.

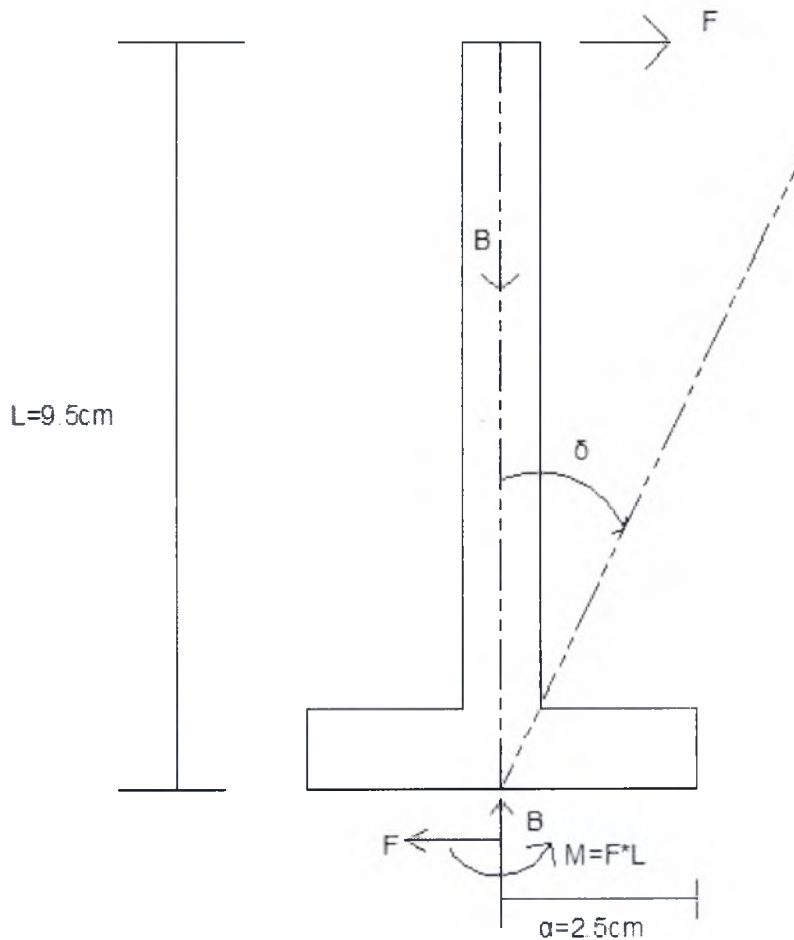
ΣΗΜΕΙΩΣΗ : Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι κατά την ανύψωση της βάσης του εμβόλου, η τάση (αντίδραση) στο σημείο ανύψωσης θεωρείται μηδενική εφόσον αφορά το σημείο που οριακά ανυψώνεται η έδραση του εμβόλου.



Εικόνα 1.2.1: Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι τάσεις αντιδράσεως στην επιφάνεια έδρασης του πέδιλου.

1.3 ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ
ΥΛΙΚΟ : ΑΣΠΡΗ ΔΙΟΓΚΩΜΕΝΗ ΠΟΛΥΣΤΕΡΙΝΗ E7

Για το υλικό E7, το οποίο τα τελευταία χρόνια βρίσκει εφαρμογή σε κατασκευές που σχετίζονται με έργα οδοποιίας, όπως για παράδειγμα την κατασκευή οδοστρωμάτων, υπολογίστηκε με τη χρήση της ανάλυσης του πειράματος της καμπτικής διείσδυσης καθώς και επαληθεύτηκε με το πείραμα του προβόλου ότι το μέτρο ελαστικότητας E της άσπρης διογκούμενης πολυστερίνης ισούται με $E = 6.81 \text{ MPa} = 6.81 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ και συντελεστή Poisson $\nu = 0$ (συμπίεστο υλικό).



Εικόνα 2.3.1 : Χαλύβδινο "θεμέλιο", στο οποίο όπως φαίνεται στο σχήμα επιβάλλεται ροπή κατά τη διεύθυνση x και έτσι προκύπτει οριζόντια στροφή δ . Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται και οι διαστάσεις του "θεμελίου". Σε περίπτωση τριβής η δύναμη $F < T = B \cdot \mu$

Ύψος θεμελίου : $L = 9.5 \text{ cm} = 9.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Ακτίνα βάσης θεμελίου : $a = 2.5 \text{ cm} = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$dM/d\delta = M/\delta = (16 \cdot a^3 \cdot E)/9$, όπου M (Nm) και δ (rad)

$$\delta = (9 \cdot M) / (16 \cdot a^3 \cdot E) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \delta \cdot 16 \cdot a^3 \cdot E = 9 \cdot M \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{M}{\delta} = \frac{16 \cdot a^3 \cdot E}{9}}$$

Ο προηγούμενος τύπος ισχύει για τη γραμμική ελαστικότητα [1, 2, 3].

Χρήση δυναμόμετρων κατά τη διάρκεια του πειράματος και μετατροπή των μονάδων από gram* σε N.

- $50 \text{ gram}^* = 0.4905 \text{ N}$

Ισχύει ότι $50 \text{ gr} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$$1 \text{ kg} / 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 9.81 \text{ N/x} \Leftrightarrow x = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 = 0.4905 \text{ N}$$

Ακρίβεια δυναμόμετρου : $2 \text{ gram}^* = 0.01962 \text{ N}$, όπου $2 \text{ gr} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

- $350 \text{ gram}^* = 3.4335 \text{ N}$

Ακρίβεια δυναμόμετρου : $10 \text{ gram}^* = 0.0981 \text{ N}$

Εύρεση της μέγιστης στροφής δ , κάνοντας χρήση της μέγιστης δυνατής ροπής.

- $\text{MaxM} = \text{MaxF} \cdot L = 0.4905 \cdot 9.5 \cdot 10^{-2} = 0.0465975 \text{ Nm}$

$$\text{MaxM} / \text{Max}\delta = (16 \cdot \alpha^3 \cdot E) / 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.0465975 / \text{Max}\delta = (16 \cdot (2.5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 6.81 \cdot 10^6) / 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.0465975 / \text{Max}\delta = (16 \cdot 15.625 \cdot 10^{-6} \cdot 6.81 \cdot 10^6) / 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{Max}\delta = 2.4633 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

- $\text{MaxM} = \text{MaxF} \cdot L = 3.4335 \cdot 9.5 \cdot 10^{-2} = 32.62 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$

$$\text{MaxM} = 32.62 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{MaxM} / \text{Max}\delta = (16 \cdot (2.5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 6.81 \cdot 10^6) / 9$$

$$\Leftrightarrow 32.62 \cdot 10^{-2} / \text{Max}\delta = 189.166667$$

$$\Leftrightarrow \text{Max}\delta = 0.1724 \cdot 10^{-2} \text{ rad.}$$

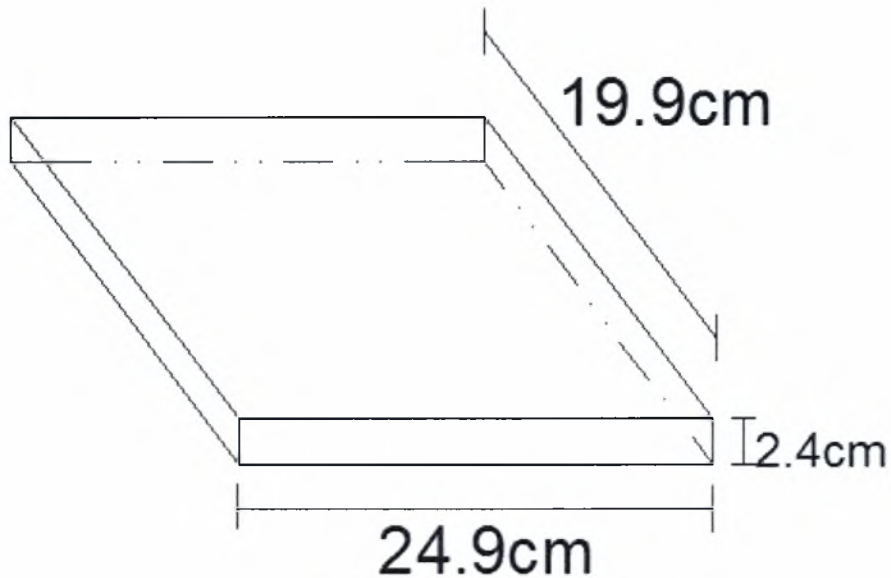
Στροφή δ

Ακρίβεια μοιρογνωμονίου: 1 μοίρα = $\pi / 180 \text{ rad}$

$$180 / 1 = \pi / x , 180 \cdot x = \pi \cdot 1 , x = \pi / 180 = 0.02$$

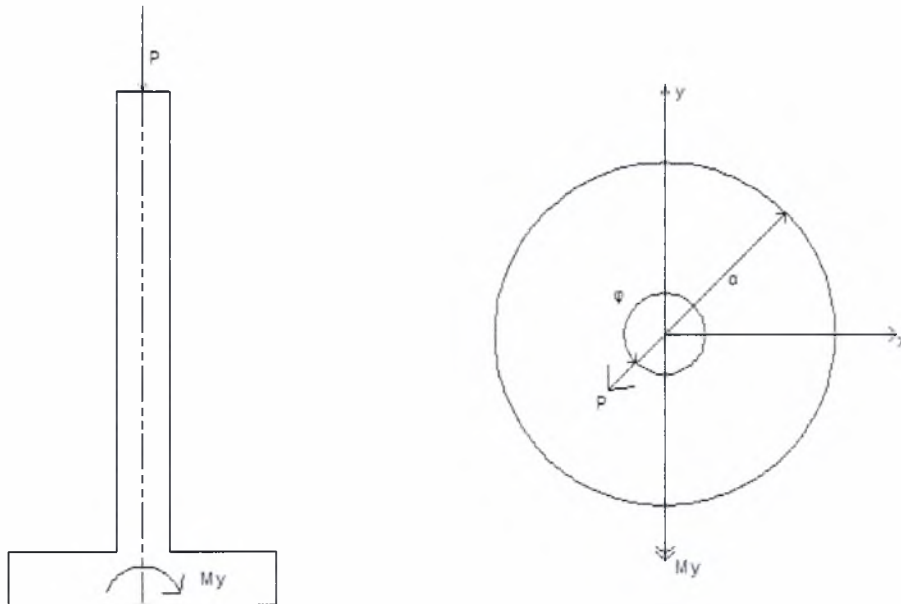
Άρα στην περίπτωση αυτή δεν μπορούμε να μετρήσουμε τη στρόφη με αξιόπιστο τρόπο με τα μέσα που διαθέτουμε. Επομένως, θα χρησιμοποιήσουμε άλλα στοιχεία ανάλυσης.

ΥΛΙΚΟ : ΑΣΠΡΗ ΔΙΟΓΚΩΜΕΝΗ ΠΟΛΥΣΤΕΡΙΝΗ Ε7
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΙΚΡΟΔΟΜΗΣ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ : ΜΕΣΗ ΚΥΨΕΛΗ
ΔΙΑΜΕΤΡΟΥ 0.5cm



Εικόνα 1.3.2: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται το υλικό Ε7 που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα ως ένα ελαστομερές υλικό, του οποίου οι μηχανικές ιδιότητες θα προκύψουν από το πείραμα. Οι διαστάσεις του φαίνονται στο σχήμα. Αξίζει να αναφερθεί ότι το πάχος του υπό εξέταση υλικού είναι αρκετά μικρό σε σχέση με τις διαστάσεις της βάσης του διεισδυτή (εμβόλου), με αποτέλεσμα να υπάρχει επιρροή της ξύλινης επιφάνειας του τραπεζιού πάνω στο οποίο είναι τοποθετημένο το υλικό. Αυτό θα ληφθεί υπόψη και θα συνυπολογιστεί στα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΤΟΥ V.I. FABRIKANT



Εικόνα 1.3.3: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται η όψη και η κάτοψη του εμβόλου αντίστοιχα. Το «θεμέλιο» αυτό που λειτουργεί ως έμβολο θα χρησιμοποιηθεί σαν διεισδυτής κατά τη διάρκεια των πειραμάτων.

Ακτίνα βάσης εμβόλου: a (φ)

a (φ) = a = σταθερή ποσότητα , επειδή η διατομή του εμβόλου είναι κυκλική.

Εμβαδόν διατομής βάσης : A , όπου $A = \pi \cdot a^2$

Το κατακόρυφο φορτίο που επιβάλλεται στο πέδιλο είναι μόνο το βάρος του.

Επομένως , $P = B = m \cdot g$

Αναπτυσσόμενη ροπή : M_y

Ροπή αδρανείας κυκλικής διατομής : I_y

Πολική ροπή αδρανείας : I_o

Σχέση που συνδέει την ροπή αδρανείας της κυκλικής διατομής I_y με την πολική ροπή αδρανείας I_o .

$$I_y = I_o / 2$$

Άρα, για να υπολογίσω την ροπή αδρανείας της κυκλικής διατομής I_y αρκεί πρώτα να προσδιορίσω την πολική ροπή αδρανείας I_o για κυκλική διατομή.

$$\text{Ισχύει ότι : } I_o = \iiint_A r^2 dydz$$

Μετατροπή των καρτεσιανών συντεταγμένων x, y σε πολικές συντεταγμένες r, θ .

$$dx dz = r dr d\theta$$

$$I_o = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha} r^3 dr d\theta = \int_0^{2\pi} (\alpha^4 / 4) d\theta = (2 * \pi * \alpha^4) / 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_o = (\pi * \alpha^4) / 2$$

$$\Rightarrow I_y = (\pi * \alpha^4) / 4$$

Από τη θεωρία του σχεδιασμού των θεμελίων γνωρίζουμε ότι το τμήμα της επιφάνειας έδρασης του πέδιλου που ανασηκώνεται δεν έχει επαφή με την επιφάνεια του εδάφους. Επομένως, οι τάσεις εδάφους σε εκείνο το σημείο είναι μηδενική. Από τη βιβλιογραφία του V.I.Fabrikant για να ισχύει $\sigma = 0$, όπου σ η τάση αντίδρασης στο σημείο οριακής ανύψωσης της έδρασης, πρέπει να ισχύει η ακόλουθη σχέση :

$$\boxed{P / A = \frac{3}{4} * (M_y * \alpha / I_y)}$$

όπου P : η κατακόρυφη δύναμη του εμβόλου, όπου σε αυτή την περίπτωση ως μοναδική κατακόρυφη δύναμη θεωρείται το βάρος του πέδιλου

M_y : η αναπτυσσόμενη ροπή στη διεύθυνση y

α : η ακτίνα έδρασης του εμβόλου

I_y : η ροπή αδρανείας κυκλικής διατομής

A : το εμβαδόν της διατομής της βάσης του πέδιλου

Για το βάρος του πέδιλου ισχύει ότι : $P = m \cdot g$

όπου m : η συνολική μάζα του εμβόλου
και g : η επιτάχυνση της βαρύτητας

$$m = 629 \text{ gr}^* + 1146 \text{ gr}^* = 1775 \text{ gr}^* = 1775 \cdot 10^{-3} \text{ kg}^* = 1.775 \text{ kg}^*$$

και $g = 10 \text{ m/s}$

$$\text{Επομένως, } P = 1.775 \cdot 10 = 17.75 \text{ kg}^* \text{m/s} = 17.75 \text{ N}$$

$$A = \pi \cdot a^2 = 3.14 \cdot (0.025)^2 = 1.9625 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$$

$$M_y = 760 \text{ gr}^* \text{cm} = 760 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \text{ kg}^* \text{m} = 7.6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}^* \text{m} = 0.074556 \text{ Nm}$$

όπου $1 \text{ kg} = 9.81 \text{ N}$

$$I_y = (\pi \cdot a^4) / 4 = 3.14 \cdot (0.025)^4 / 4 = 3.0664 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$$

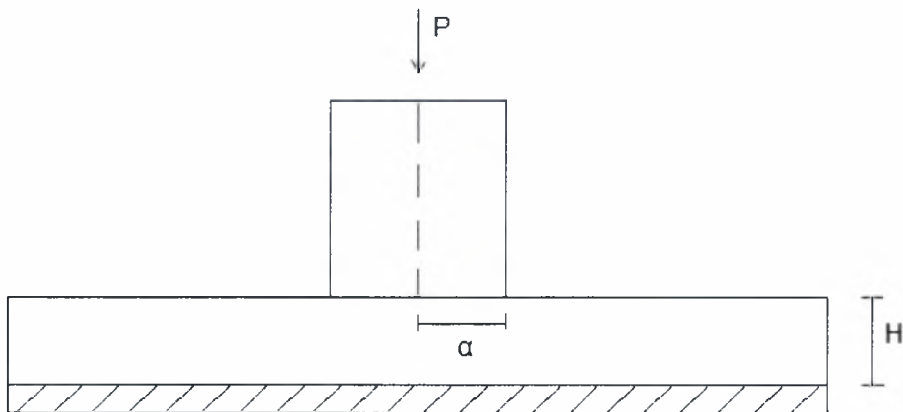
Αντικαθιστώντας τις τιμές που υπολογίστηκαν παραπάνω προκύπτει ότι :

$$P / A = \frac{3}{4} \cdot (M_y \cdot a / I_y) \Rightarrow 9044.5859 \text{ Pa} = 4558.85 \text{ Pa}$$

Δηλαδή, προκύπτει ότι το αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι διπλάσιο σε σχέση με το δεξιό. Έτσι, λοιπόν, θα αναφερθεί η αιτία που προκαλεί την πολύ μεγάλη απόκλιση μεταξύ των δύο τιμών.

ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΟΥ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ
Α.Ν. GENT ΚΑΙ Ο.Η. ΥΕΟΗ

Σύμφωνα με τη θεωρία των Α.Ν.Gent και Ο.Η.Υεοη [4] καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η απόκλιση μεταξύ των δύο μελών της εξίσωσης οφείλεται στην επιρροή του συνόρου. Πράγματι, το πάχος του υλικού E7 που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του πειράματος είναι 2.4 cm, δηλαδή σχεδόν ίσο με την ακτίνα της επιφάνειας έδρασης του θεμελίου 2.5 cm. Επομένως, το πάχος του υλικού είναι αρκετά μικρό, με αποτέλεσμα η επιβαλλόμενη δύναμη να βρίσκει αντίσταση όχι μόνο από το υλικό αλλά και από την επιφάνεια πάνω στην οποία εδράζεται το υλικό.



Εικόνα 1.3.4: Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται η σχέση μεταξύ της βάσης του εμβόλου $a = 2.5$ cm και του πάχους του υλικού $H = 2.4$ cm. Οι δύο τιμές είναι σχεδόν ίσες. Για το λόγο αυτό στο αποτέλεσμα που προκύπτει συνυπολογίζεται η επιρροή του συνόρου. Πιο συγκεκριμένα λόγω της μεγάλης σκληρότητας της επιφάνειας στήριξης του υλικού θα ληφθεί κάποιο μέτρο ελαστικότητας μεγαλύτερο από το πραγματικό.

Ισχύει ότι :

$$P/P_0 = 1 / (1 - \exp(-0.53(a/H)))$$

όπου P : η πραγματική δύναμη που επιβάλλεται

P_0 : η δύναμη που προκύπτει όταν το $H \rightarrow \infty$, δηλαδή το πάχος του δοκιμίου είναι αρκετά μεγάλο, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει επιρροή του συνόρου.

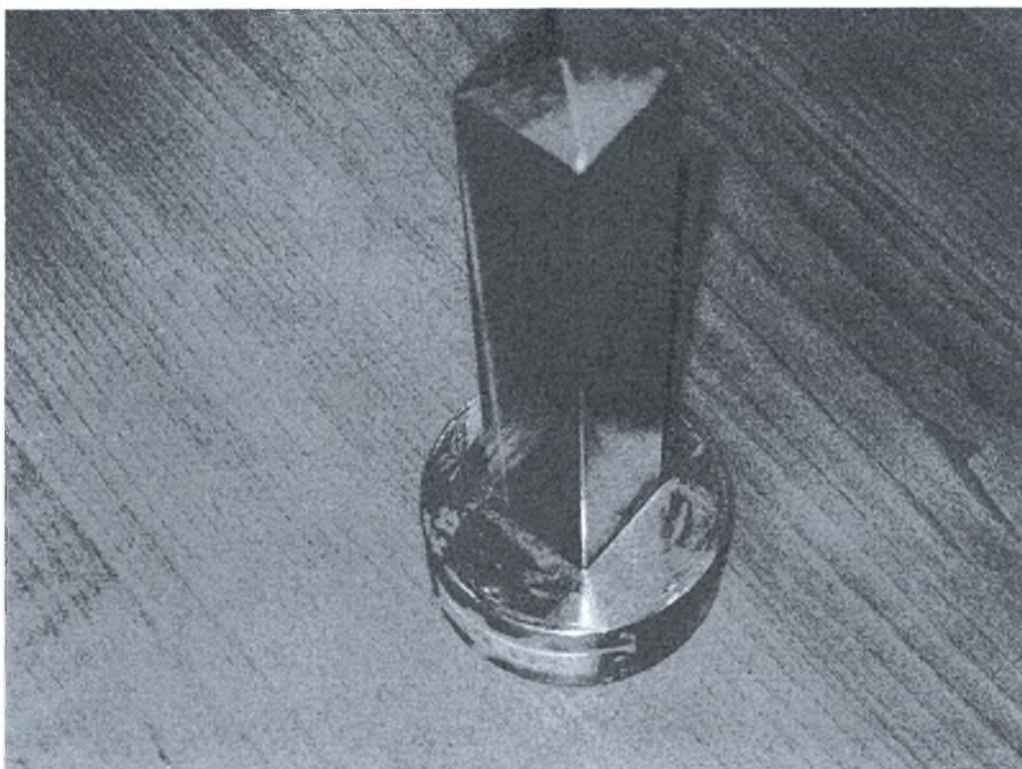
$$\text{Για } a/H = 0.96 \Rightarrow P/P_0 = 2 \Rightarrow P_0 = P/2$$

Επομένως, η εξίσωση $P/A = \frac{3}{4} * (M_y * a / I_y)$ ισχύει για δύναμη P_0 και όχι P , αφού η επίλυση δεν περιλαμβάνει την επιρροή του συνόρου. Έτσι, η εξίσωση του V.I.Fabrikant ισχύει μετά τις παραπάνω διορθώσεις και το πείραμα της καμπτικής διείδυσης επαληθεύεται.

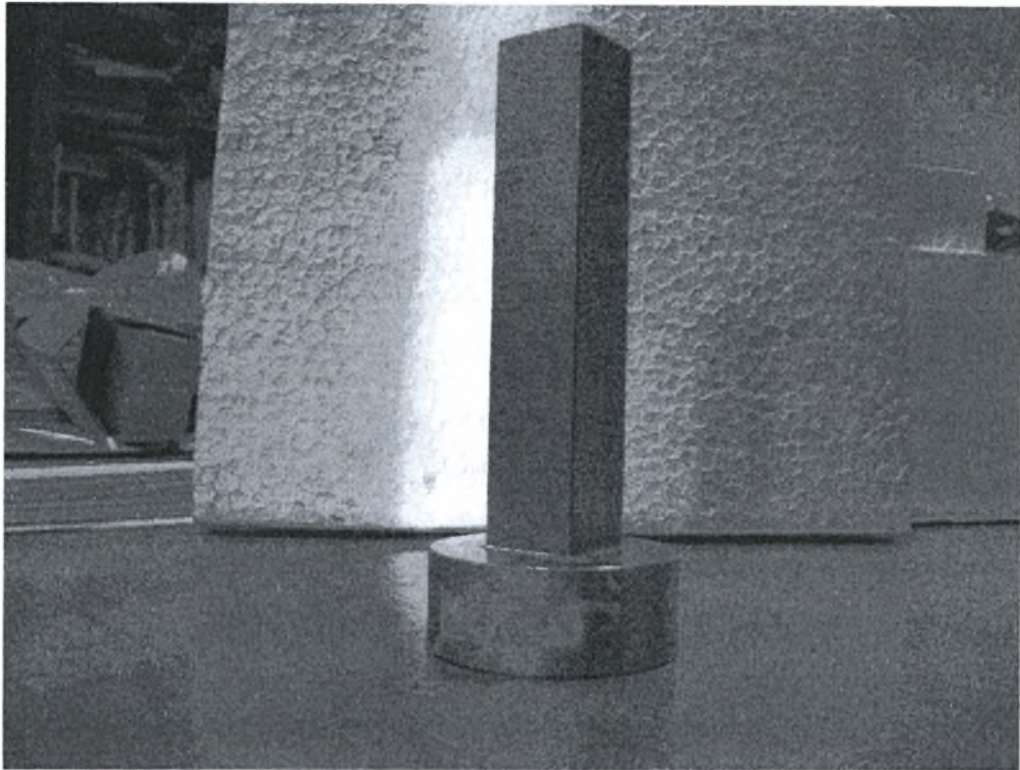
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στο παράρτημα παρατίθενται φωτογραφίες από τα ακόλουθα πειράματα :

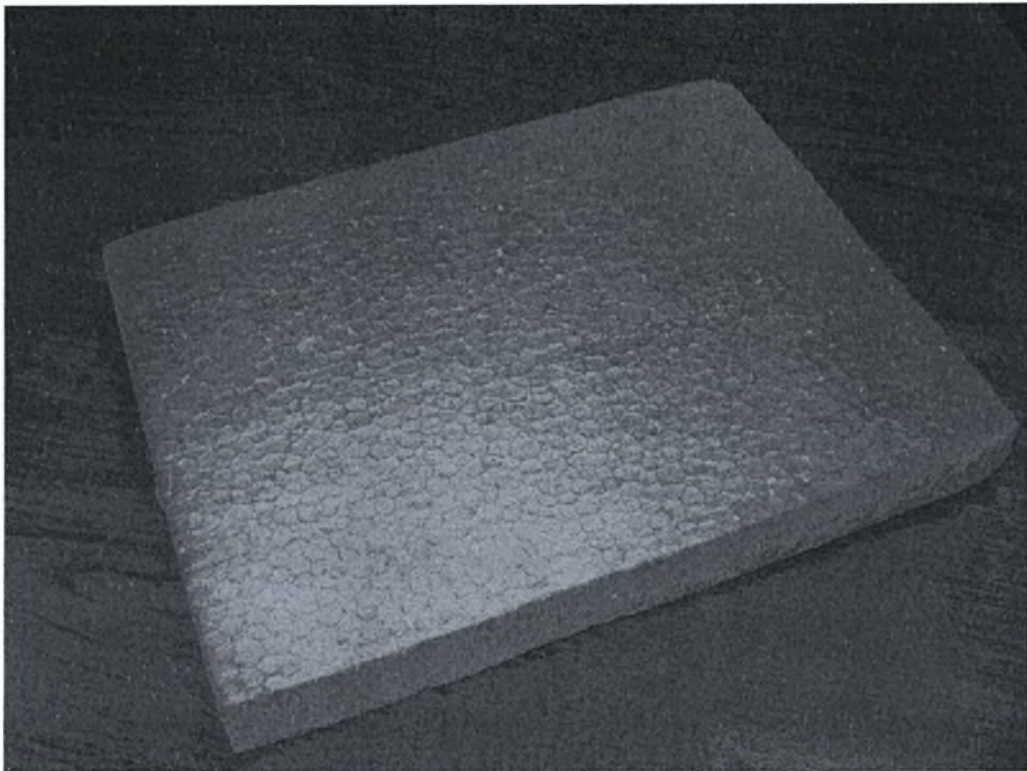
- Πείραμα προβόλου
- Πείραμα τριβής
- Πείραμα καμπτικής διείδυσης



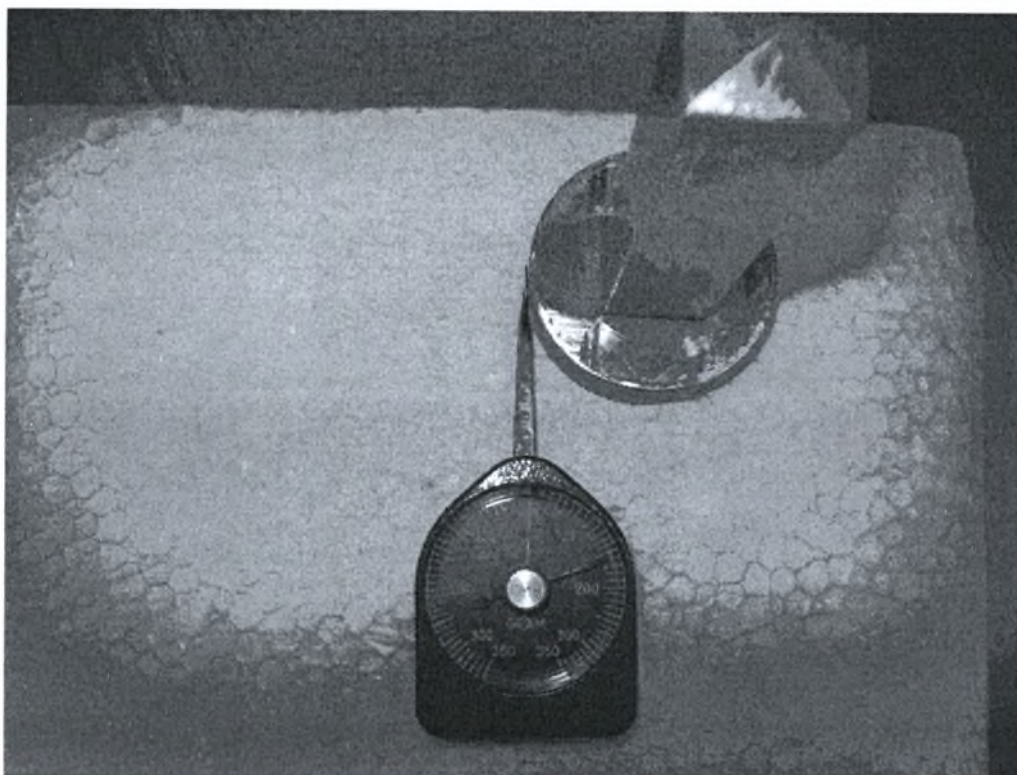
Εικόνα 1.4.1: Έμβολο βάρους 629 gr*, το οποίο τοποθετήθηκε στην άνω επιφάνεια του υλικού E7 για την πραγματοποίηση αρχικά του πειράματος ολίσθησης και στη συνέχεια για την πραγματοποίηση του πειράματος της οριζόντιας μετακίνησης. Το έμβολο αυτό θεωρήθηκε κατάλληλο, όσον αφορά τις διαστάσεις του, ώστε να τοποθετηθεί στην επιφάνεια του υπό εξέταση υλικού και να υποβληθεί σε μια σειρά διεργασιών που οδήγησαν στα παραπάνω αποτελέσματα.



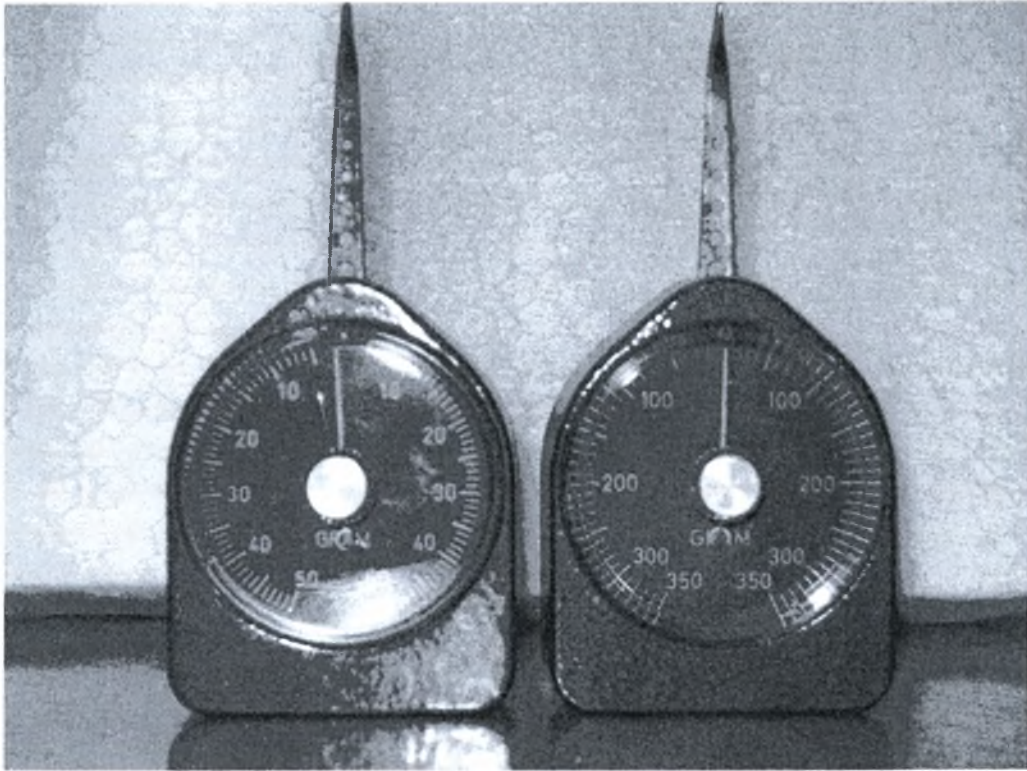
Εικόνα 1.4.2: Απεικόνιση του εμβόλου βάρους 629 gr* από διαφορετική οπτική γωνία όπου στο πίσω μέρος φαίνεται το υλικό E7, το οποίο θα υποβληθεί σε δύο πειράματα τα οποία θα δώσουν σημαντικές πληροφορίες για το υλικό και τις ιδιότητες του.



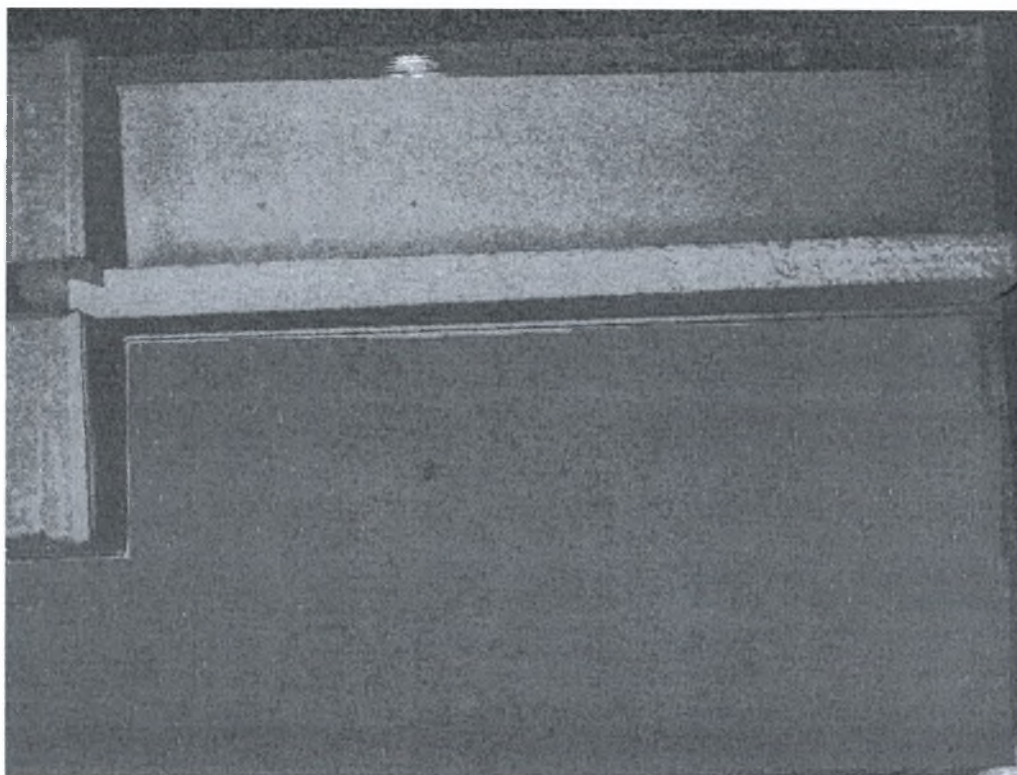
Εικόνα 1.4.3: Στην παραπάνω φωτογραφία απεικονίζεται το υλικό που επιλέχθηκε για την πρώτη σειρά πειραμάτων. Πρόκειται για ένα υλικό με χαμηλό μέτρο ελαστικότητας, συγκρίσιμο με ορισμένα όργανα του ανθρώπινου οργανισμού. Τέτοια όργανα μπορούν να αποτελέσουν οι μύες, όργανα με αρκετά μεγαλύτερη σκληρότητα απ' τα υπόλοιπα. Αντίθετα όργανα με πολύ χαμηλό μέτρο ελαστικότητας, δηλαδή μικρή σκληρότητα είναι ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Η επιστημονική ονομασία του παραπάνω υλικού είναι άσπρη διογκούμενη πολυστερίνη E7.



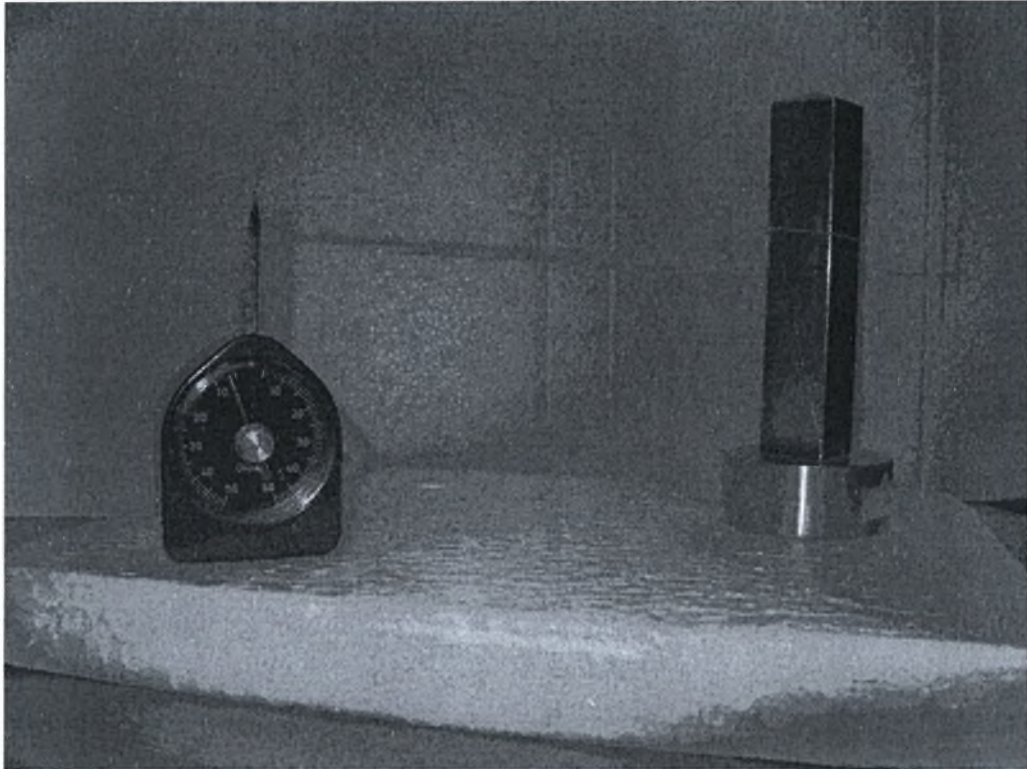
Εικόνα 1.4.4: Στην παραπάνω φωτογραφία απεικονίζεται το υλικό του πειράματος (άσπρη διογκούμενη πολυστερίνη E7), το Σουηδικής προέλευσης δυναμόμετρο ακρίβειας 10 gr* και το έμβολο 629 gr*. Στην συγκεκριμένη εικόνα πραγματοποιείται το πείραμα τριβής-ολίσθησης που αφορά το υλικό E7, επαληθεύονται οι μετρήσεις και ακολουθεί καταγραφή αυτών.



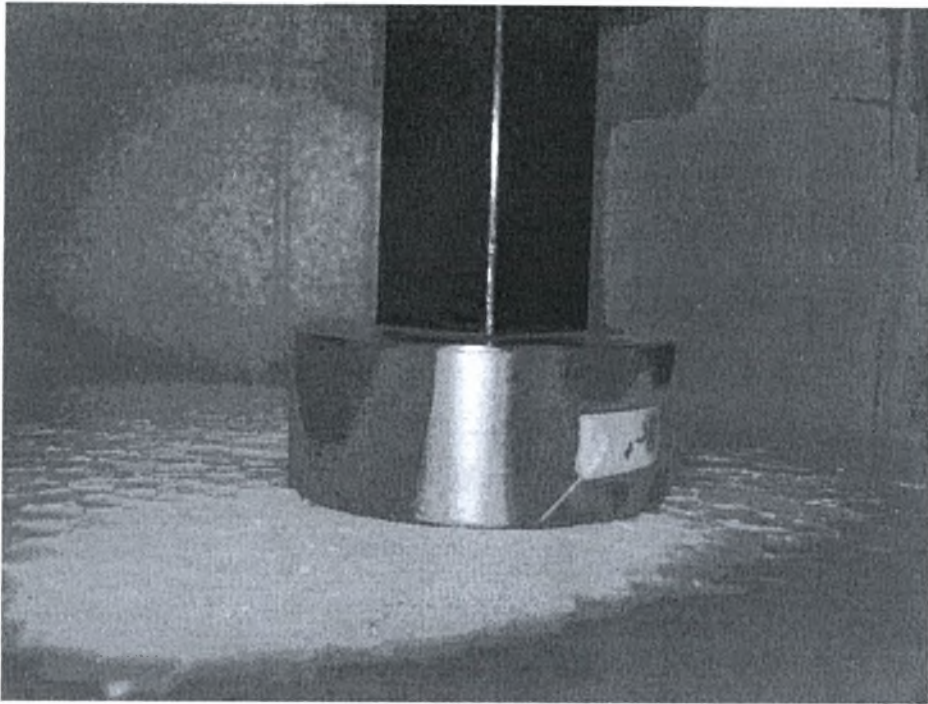
Εικόνα 1.4.5: Στη φωτογραφία απεικονίζονται δύο δυναμόμετρα Σουηδικής προέλευσης .Τα δυναμόμετρα αυτά χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση όλων των πειραμάτων .Πιο συγκεκριμένα με τη χρήση αυτών πραγματοποιήθηκαν τα ακόλουθα πειράματα : πείραμα τριβής-ολίσθησης, πείραμα οριζόντιας μετακίνησης-ανύψωση του εμβόλου και τέλος πείραμα εφελκυσμού .Τα δυναμόμετρα της παραπάνω εικόνας είναι διαφορετικής ακρίβειας. Πιο συγκεκριμένα, το δυναμόμετρο των 50 gr* που βρίσκεται στα αριστερά της εικόνας έχει ακρίβεια $2 \text{ gr}^* = 0.01962 \text{ N}$, ενώ το δυναμόμετρο των 350 gr* έχει ακρίβεια $10 \text{ gr}^* = 0.0981 \text{ N}$. Οι μετρήσεις που έγιναν με τα δυναμόμετρα αυτά ,έγιναν προσεκτικά και με αρκετές επαναλήψεις για να λάβουμε όσο το δυνατόν καλύτερα αποτελέσματα γίνεται. Όπως φαίνεται παραπάνω οι λευκές γραμμές με τους αριθμούς εκφράζουν τις διάφορες τιμές που προκύπτουν απ' τις μετρήσεις των πειραμάτων. Το κόκκινο βέλος που διαθέτουν οι συσκευές παραμένει σταθερή και αμετακίνητη στην τιμή της μέτρησης ,έτσι ώστε να υπάρχει ασφάλεια στις τιμές που θα λάβουμε. Τέλος, τα δυναμόμετρα διαθέτουν και μεταλλικές οροφές με κυκλικές σχισμές, απ' τα οποία προσδένεται η κλωστή – νήμα με την οποία επιβάλλουμε οριζόντια δύναμη στο έμβολο.



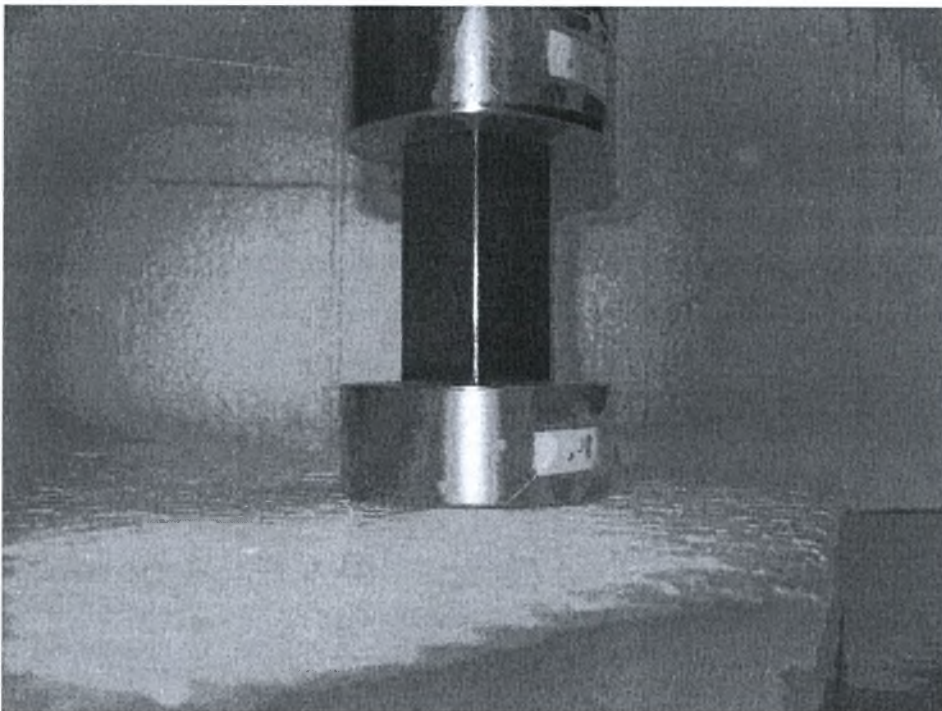
Εικόνα 1.4.6: Η παραπάνω φωτογραφία απεικονίζει το πείραμα του προβόλου. Το πείραμα του προβόλου έχει ως στόχο να επαληθεύσουμε τις ιδιότητες του υλικού E7, το οποίο χρησιμοποιούμε για την υλοποίηση του πειράματος. Πιο συγκεκριμένα το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είναι η άσπρη διογκούμενη πολυστερίνη E7. Με την ονομασία E7 γίνεται γνωστό ότι πρόκειται για ένα υλικό το οποίο έχει μέτρο ελαστικότητας 7 MPa. Κύριος στόχος του πειράματος είναι να επαληθεύσουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Σύμφωνα με το παραπάνω πείραμα επιβάλλουμε μια κατακόρυφη δύναμη στο άκρο του προβόλου και μετράμε τη βύθιση. Έτσι προκύπτει το εξωτερικό έργο, το οποίο εξισώνεται με το εσωτερικό έργο. Κάνοντας μια σειρά πράξεων προκύπτει ότι το μέτρο ελαστικότητας είναι $E = 6.81 \text{ MPa} = 7 \text{ MPa}$. Η διαδικασία των πράξεων περιγράφεται αναλυτικά σε προηγούμενο υποκεφάλαιο.



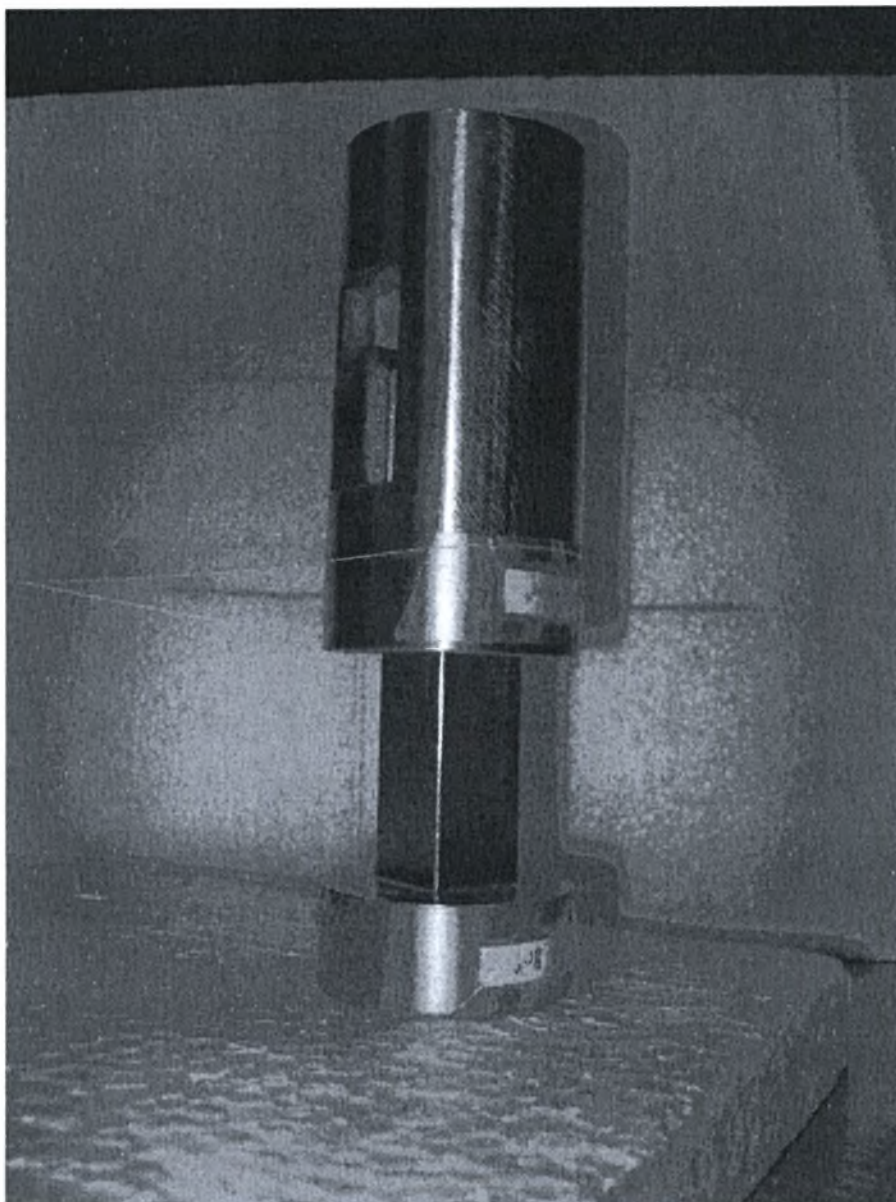
Εικόνα 1.4.7: Στην παραπάνω εικόνα παριστάνεται το υλικό του πειράματος E7, το δυναμόμετρο Σουηδικής προέλευσης μικρής ακρίβειας 2 gr* και το έμβολο 629 gr* που επιλέχθηκε για το πείραμα. Το πείραμα που απεικονίζεται σ' αυτή τη φωτογραφία είναι αυτό της οριζόντιας μετακίνησης. Το πείραμα αυτό υλοποιείται μέχρι να ανυψωθεί το δεξιό άκρο του εμβόλου χωρίς όμως να πραγματοποιηθεί ολίσθηση.



Εικόνα 1.4.8: Απεικόνιση του εμβόλου πριν την πραγματοποίηση του πειράματος. Δεν παρατηρείται ανύψωση του εμβόλου.



Εικόνα 1.4.9: Στην εικόνα του σχήματος παριστάνεται το νέο έμβολο του πειράματος. Αυτό προέκυψε προσθέτοντας επιπλέον βάρος στο ήδη υπάρχον έμβολο το οποίο ισούται με 1146 gr*. Έτσι προκύπτει τελικό έμβολο βάρους 1775 gr*. Η προσθήκη του επιπλέον βάρους πραγματοποιήθηκε για να αποφευχθεί η ανύψωση του εμβόλου με ταυτόχρονη ολίσθηση. Στην παραπάνω φωτογραφία το δεξιό άκρο του εμβόλου ανασηκώνεται. Το πείραμα αυτό αφορά την οριζόντια μετακίνηση.



Εικόνα 1.4.10: Στη φωτογραφία απεικονίζεται το σύνθετο έμβολο δύο τεμαχίων συνολικού βάρους 1775 gr*. Η βάση του εμβόλου έρχεται σ' επαφή με την άσπρη διογκούμενη πολυστερίνη E7. Το πείραμα που θα πραγματοποιηθεί όπως φαίνεται στο σχήμα είναι η οριζόντια μετακίνηση. Όπως φαίνεται στην εικόνα η κλωστή είναι χαλαρή και το έμβολο εφαρμόζεται πλήρως πάνω στο υλικό του πειράματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 ΠΕΙΡΑΜΑ : ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ

ΠΕΙΡΑΜΑ : ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ

ΥΛΙΚΟ : GEL ANAMEMΙΓΜΕΝΟ ΜΕ ΤΑΛΚΗ (POWDER)

Αρχικά, θα κάνουμε αναλυτική περιγραφή των συστατικών που αποτελούν τα υλικά για την παρασκευή του τελικού προϊόντος.

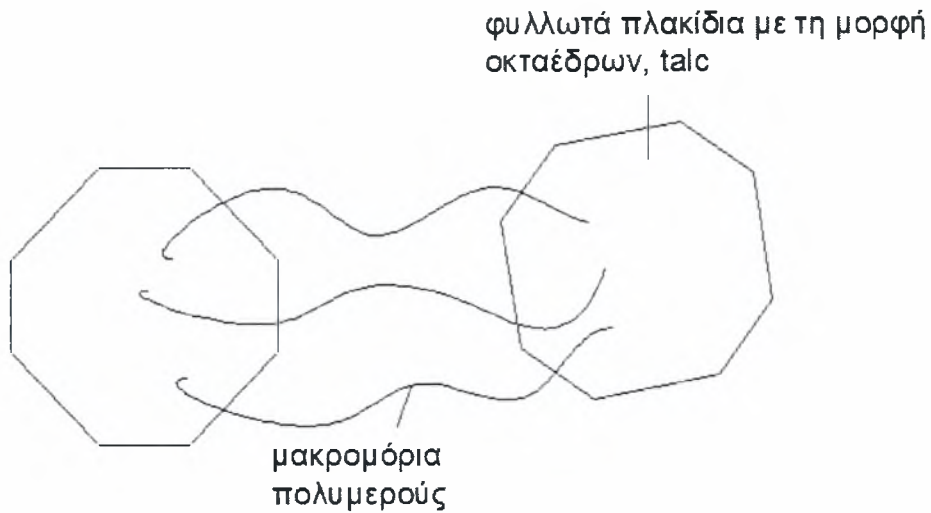
POWDER, Συστατικά : TALC, PARFUM.

GEL, Συστατικά : AQUA, POLYVINYLPIRROLIDONE, CARBOMER, TRIETHANOLAMINE, PROPYLENE GLYCOL, POLYSORBATE 20, DIMETHICONE COPOLYOL, PARFUM, BENZYL ALCOHOL, METHYLCHLOROISOTHIAZOLINONE, METHYLISOTHIAZOLINONE.

Ακολουθεί συνοπτική περιγραφή σχετικά με τη χρήση και τις ιδιότητες του talc:

Το talc είναι ένα φυλλωτό πυριτικό ορυκτό με μία τρι-οκταεδρική σε στρώματα διάθρωση [5]. Η χημική του σύσταση είναι $Mg_3Si_4O_{10}(OH)_2$. Η εξιδανικευμένη κρυσταλλική του δομή περιέχει μία σε στρώματα συγκρότηση από ένα «sandwich» από οξείδιο του μαγνησίου, όπως ο βουρσίτης, οκτάεδρα ανάμεσα σε τετράεδρα πυριτίου. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται σαν αντιτριβικό υλικό. Αυτό οδηγεί σε ένα ουδέτερα φορτισμένο σύστημα, με καθόλου επιφανειακό φορτίο. Σαν αποτέλεσμα, τα φυλλωτά πλακίδια είναι κρατημένα μαζί με δυνάμεις Van der Waals, που κάνουν το talc να είναι το μαλακότερο ορυκτό, χαρακτηρισμένο σαν νούμερο 1 στην κλίμακα σκληρότητας του Mohs. Επιπλέον, οι κυριότερες θέσεις για τη χημική επίθεση ή την αμφιφυλλική αντίδραση πάνω στην επιφάνεια του talc είναι οι ορυκτολογικές ατέλειες και οι αιχμές των πλακιδίων.

Το γέμισμα με talc, επομένως, μπορεί να περιορίσει την κινητικότητα και την παραμορφωσιμότητα της μήτρας του gel λόγω της εισαγωγής του μηχανικού περιορισμού-συγκράτησης. Έτσι, αυξάνεται η μηχανική ακαμψία, η ανθεκτικότητα, το μέτρο ελαστικότητας και η αντοχή του τελικού μίγματος, αφού μεταβάλλεται η μηχανική συμπεριφορά του υλικού [6].



Εικόνα 2.1.1: Στην παραπάνω εικόνα φαίνονται οι συνδετήριοι δεσμοί μεταξύ του Gel και του Talc. Έτσι, προκύπτει το νέο σύνθετο υλικό που παρασκευάσαμε με αυξημένη μηχανική ακαμψία και ανθεκτικότητα.

Για την πραγματοποίηση του πειράματος χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα αντικείμενα :

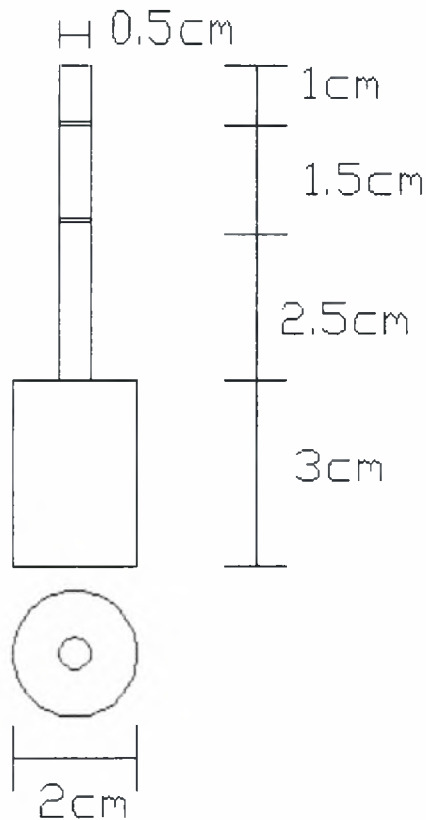
- Ζυγός ακριβείας : OHAUS-CS 2000. Οι μετρήσεις στο ζυγό ακριβείας αντιστοιχούν σε γραμμάρια [gr].
- Υπόβαθρο : υλικό, cast acrylic sheets-setacryl .
- Μαγνητική βάση όπου κρεμάσαμε το νήμα της στάθμης.
- Έμβολο : κατασκευάστηκε από υλικό πολυουρεθάνης.

Βάρος εμβόλου : 12 gr, έπειτα από πέντε μετρήσεις σε ζυγό ακριβείας.

Βάρος εμβόλου : 10 gr, με χρήση δυναμόμετρου.

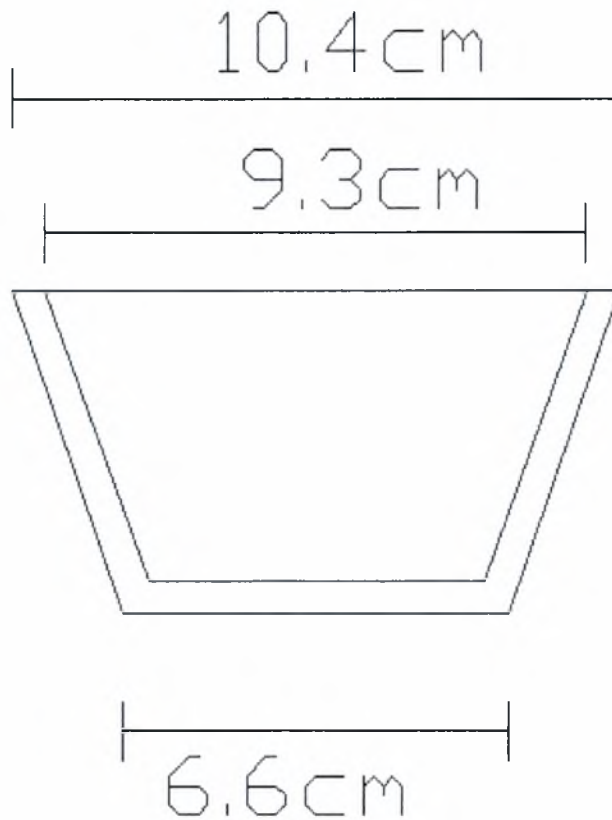
Το έμβολο που τοποθετείται πάνω στο υλικό σχεδιάστηκε με τέτοιες διαστάσεις, έτσι ώστε να μην υπάρχει επιρροή με το σύνορο του δοχείου που περιέχει το υλικό.

Ακολουθεί σχέδιο, στο οποίο φαίνονται οι ακριβείς διαστάσεις του εμβόλου, όπως δόθηκαν για την υλοποίησή του στο εργοστάσιο. Το εικονιζόμενο «θεμέλιο» κατασκευάστηκε με τέτοιες διαστάσεις, έτσι ώστε να μην υπάρχει επιρροή με το σύνορο του δοκιμίου μέσα στο οποίο τοποθετείται το υλικό :



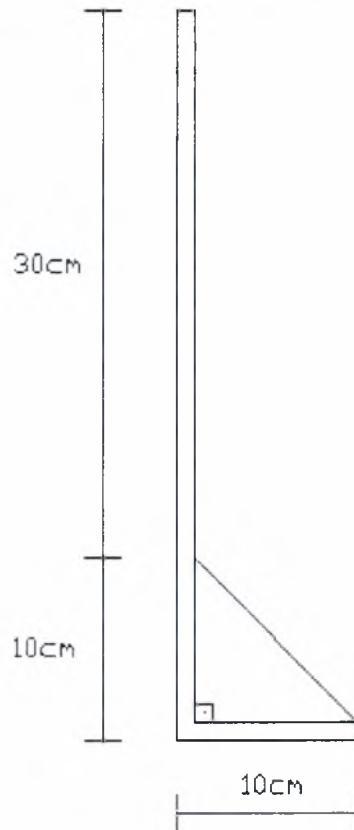
Εικόνα 2.1.2: Στο παραπάνω σχέδιο απεικονίζεται η όψη και η κάτοψη του εμβόλου (διεισδυτής). Πρόκειται για έμβολο κυκλικής διατομής με δύο ανοίγματα διαμέτρου 1 έως 2 mm. Οι ακριβείς διαστάσεις του φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

- Πήλινο δοχείο μέσα στο οποίο περιέχεται το gel.
Το πήλινο δοχείο έχει τις ακόλουθες διαστάσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 2.1.3: Στην εικόνα φαίνονται οι διαστάσεις του πήλινου δοχείου, μέσα στο οποίο τοποθετήθηκε το βισκοελαστικό υλικό που παρασκευάσαμε, προερχόμενο από GEL αναμεμιγμένο με ποσότητα πούδρας (talc) για να γίνει περισσότερο ισχυρό. Το ύψος του δοχείου είναι $h = 5.8 \text{ cm}$ και πάχος τοιχωμάτων $c = 1 \text{ cm}$.

ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΔΙΑΦΑΝΟΥ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ ΣΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ



Εικόνα 2.1.4: Σχέδιο στο AutoCAD, το οποίο απεικονίζει το διάφανο υπόβαθρο. Οι διαστάσεις που περιγράφονται στο σχήμα δόθηκαν στο εργοστάσιο που το κατασκεύασε. Κατά τη φάση της κατασκευής του δόθηκε μεγάλη προσοχή όσον αφορά την ορθογωνικότητα και την καθετότητα των πλευρών του.

Όλες οι μετρήσεις των παρακάτω σκευών πραγματοποιήθηκαν με ζυγό ακριβείας.

Βάρος πήλινου δοχείου έπειτα από τρεις διαδοχικές μετρήσεις: 173 gr.

Κύπελλο βάρους (άδειο, χωρίς το βάρος του POWDER) : 3 gr, έπειτα από τρεις διαδοχικές μετρήσεις.

Κύπελλο βάρους (συνολικό βάρος μαζί με POWDER) : 130 gr, έπειτα από τρεις διαδοχικές μετρήσεις.

Επομένως, βάρος του POWDER : $130 \text{ gr} - 3 \text{ gr} = 127 \text{ gr}$

Βάρος κουταλιού : 27 gr, έπειτα από τρεις διαδοχικές μετρήσεις.

Με τη χρήση φορητού θερμο-υγρόμετρου μετρήθηκαν οι συνθήκες θερμοκρασίας και υγρασίας αντίστοιχα.

Συνθήκες θερμοκρασίας : 25,1 °C

Συνθήκες υγρασίας : 48 %

Ημερομηνία υλοποίησης του πειράματος : Παρασκευή 11/4/2008

Ώρα έναρξης παρασκευής του υλικού 2 μ.μ.

Χώρος υλοποίησης του πειράματος : Εργαστήριο Αντοχής Υλικών και Μικρομηχανικής, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Για τη δημιουργία του καλύτερου δυνατού υλικού, η παρασκευή του πραγματοποιήθηκε σε τέσσερις διαδοχικές στρώσεις. Η διαδικασία αυτή έγινε για να είναι το υλικό ομογενές, δηλαδή να εμφανίζει τις ίδιες ιδιότητες σε ολόκληρη τη μάζα του. Η καλή ανάμιξη των στρώσεων πετυχαίνει να κάνει το υλικό ισότροπο (ίδιες ιδιότητες σε όλες τις κατευθύνσεις). Ακριβής περιγραφή της διαδικασίας βρίσκεται παρακάτω :

1^η στρώση : Βάρος δοχείου και βάρος GEL = 201 gr

Βάρος πλαστικού και βάρος POWDER = 122 gr

2^η στρώση : Βάρος δοχείου και 1^η στρώση και νέο βάρος GEL = 265 gr

Βάρος πλαστικού και βάρος POWDER = 108 gr

3^η στρώση : Βάρος δοχείου και 1^η στρώση και 2^η στρώση και νέο βάρος GEL = 327 gr

Βάρος πλαστικού και βάρος POWDER = 74 gr

4^η στρώση : Βάρος δοχείου και 1^η στρώση και 2^η στρώση και 3^η στρώση και νέο βάρος GEL = 383 gr

Βάρος πλαστικού και βάρος POWDER = 53 gr

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να προσδιορίσουμε τη συνολική μάζα του GEL και τη συνολική μάζα της πούδρας (talc).

Έτσι, προκύπτει ότι:

$$M_{\text{powder}} = 130 - 53 - 3 = 74 \text{ gr.}$$

$$M_{\text{ολ}} = 383 - 173 + (74 - 53) = 231 \text{ gr.}$$

$$\text{Άρα, } M_{\text{gel}} = 231 - 74 = 157 \text{ gr.}$$

Για να προσδιορίσουμε τον ολικό όγκο του υλικού αρκεί να βρούμε τον ολικό όγκο του δοχείου. Το πήλινο δοχείο έχει σχήμα τραπεζίου. Έτσι, θα βρούμε τον όγκο του μεγάλου κώνου και θα αφαιρέσουμε τον όγκο του μικρού κώνου.

Για τον όγκο του κώνου ισχύει η ακόλουθη σχέση:

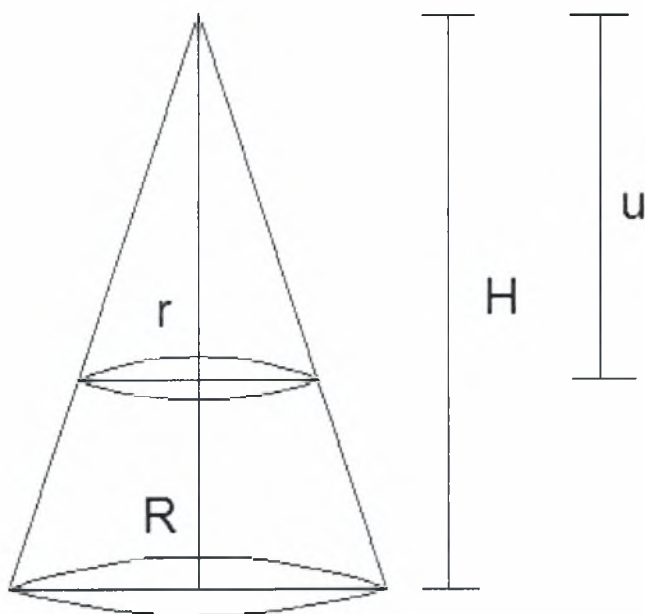
$$V = \frac{1}{3} * \pi * R^2 * H$$

όπου R : ακτίνα στη βάση του κώνου

H : το συνολικό ύψος του κώνου

r : ακτίνα του μικρού κώνου

u : το ύψος του μικρού κώνου



Οι διαστάσεις του πήλινου δοχείου που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του πειράματος είναι οι εξής:

$$R = \frac{10.4}{2} = 5.2 \text{ cm}$$

$$h = 5.8 \text{ cm}$$

$$r = \frac{6.6}{2} = 3.3 \text{ cm}$$

Από ομοιότητα τριγώνων θα προκύψει το ύψος του μικρού κώνου u .

$$\frac{5.2}{5.8 + u} = \frac{3.3}{u} \Rightarrow u = 10.07 \text{ cm}$$

$$H = u + h = 15.8 \text{ cm}$$

Έτσι, λοιπόν, με απλή αντικατάσταση προκύπτει ο όγκος του δοχείου:

$$V_{\text{min κώνου}} = \frac{1}{3} * \pi * r^2 * u = 113.98 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{max κώνου}} = \frac{1}{3} * \pi * R^2 * H = 447.17 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{δοχείου}} = V_{\text{max κώνου}} - V_{\text{min κώνου}} = 333.19 \text{ cm}^3$$

Θέλουμε, λοιπόν, να προσδιορίσουμε την πυκνότητα ρ του υλικού.

$$\rho = \frac{M_{\text{ολ}}}{V_{\text{δοχείου}}} = \frac{231}{333.19} = 0.7 \text{ gr/cm}^3$$

Έτσι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το σύνθετο αυτό υλικό έχει πυκνότητα κοντά σε σχέση με την πυκνότητα του νερού, δηλαδή κοντά στη μονάδα.

Ακολουθώντας, λοιπόν, την παραπάνω διαδικασία παρασκευής του υλικού στοχεύουμε στην καλύτερη ομοιογένεια.

Η διαδικασία παρασκευής του υλικού είχε χρονική διάρκεια από τις 2 μ.μ. έως τις 4 μ.μ. Ακολούθησε στρώσιμο της εξωτερικής επιφάνειας του υλικού με λείο λεπτό ξύλο, για να προκύψει λεία τελική επιφάνεια.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε μια σειρά διαδοχικών πειραμάτων εφελκυστικής και καμπτικής διείδυσης (επιβολή οριζόντιας δύναμης στον διεισδυτή).



ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Τα πειράματα, τα οποία πραγματοποιήθηκαν είναι δύο ειδών. Πρόκειται για πειράματα εφελκυστικής και καμπτικής διεΐσδυσης. Αναγκαία ήταν η χρήση του δυναμόμετρου κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Στο πείραμα της εφελκυστικής διεΐσδυσης, στην πρώτη φάση, το έμβολο παραμένει ακίνητο και τοποθετημένο στην επιφάνεια του παρασκευασμένου υλικού. Στη δεύτερη φάση του ίδιου πειράματος, το έμβολο δέχεται κατακόρυφη δύναμη προς τα άνω. Μετράμε τη δύναμη και με φωτογράφιση υπολογίζουμε την σχετική μετατόπιση.

Στο πείραμα της καμπτικής διεΐσδυσης, όπως και προηγουμένως, στην πρώτη φάση, το έμβολο παραμένει ακίνητο και τοποθετημένο στην επιφάνεια του παρασκευασμένου υλικού. Στη δεύτερη φάση του ίδιου πειράματος, το έμβολο δέχεται οριζόντια δύναμη, την οποία μετράμε με το δυναμόμετρο. Η δύναμη αυτή, προκαλεί τη στροφή του εμβόλου ως προς το οριζόντιο επίπεδο και με φωτογράφιση υπολογίζουμε τη στροφή.

Παρακάτω αναφέρονται οι μετρήσεις των δυνάμεων, όπως προέκυψαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων.

1^ο ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΗΣ ΔΙΕΪΣΔΥΣΗΣ

Θέση της κλωστής για την επιβολή της εφελκυστικής δύναμης : Στην άνω οπή
Δύναμη εφελκυσμού : 20 gr
Δύναμη εφελκυσμού που προκαλεί αποκόλληση : 22 gr

1^ο ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΔΙΕΪΣΔΥΣΗΣ

Θέση της κλωστής για την επιβολή της οριζόντιας δύναμης : Στην άνω οπή
Οριζόντια δύναμη : 6 gr

2^ο ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΔΙΕΪΣΔΥΣΗΣ

Θέση της κλωστής για την επιβολή της οριζόντιας δύναμης : Στην κάτω οπή
Οριζόντια δύναμη : 2 gr
Λήξη πειραμάτων 4:30 μ.μ.

Κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας έγινε λήψη μιας σειράς από φωτογραφίες πριν και μετά την επιβολή φορτίου. Μετά το πέρας της διαδικασίας οι εικόνες αυτές εκτυπώθηκαν. Ακολούθησε, λοιπόν, μια σειρά μετρήσεων πάνω στις φωτογραφίες με χρήση της γεωμετρίας. Με αυτόν τον τρόπο προέκυψαν οι σχετικές μετατοπίσεις αλλά και οι στροφές του εμβόλου.

Αναλυτική περιγραφή για τον υπολογισμό της μετατόπισης στο πείραμα της εφελκυστικής διεύθυνσης :

Τα κάτωθι βήματα εκτελούνται πάνω στις φωτογραφίες που παρατίθενται στο παράρτημα Β στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου :

Βήμα 1^ο : Σχεδιασμός της έλλειψης που προκύπτει στο ανώτερο τμήμα του πήλινου δοχείου και εύρεση του κέντρου της. Στη συνέχεια, φέρνουμε ευθεία με τυχαία κλίση ως προς το οριζόντιο επίπεδο, η οποία πρέπει να διέρχεται από το κέντρο της έλλειψης.

Βήμα 2^ο : Σχεδιασμός της έλλειψης που προκύπτει στη βάση του εμβόλου και εύρεση του κέντρου της. Έτσι, φέρνουμε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο της εν λόγω έλλειψης, η οποία είναι παράλληλη με εκείνη της έλλειψης που προκύπτει στο ανώτερο τμήμα του πήλινου δοχείου. Φέρνοντας μία οριζόντια ευθεία εφαπτόμενη στην έλλειψη του πήλινου δοχείου, βρίσκουμε το σημείο τομής της οριζόντιας με την ευθεία που διέρχεται από το κέντρο της εν λόγω έλλειψης. Από το σημείο τομής φέρνουμε μία κατακόρυφη ευθεία, την οποία και προεκτείνουμε.

Βήμα 3^ο : Σχεδιασμός της έλλειψης που προκύπτει στο άνω τμήμα του εμβόλου ύψους 3cm από τη βάση του. Βρίσκουμε το κέντρο της έλλειψης και φέρνουμε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο της εν λόγω έλλειψης, η οποία είναι παράλληλη με εκείνη της έλλειψης που προκύπτει στη βάση του εμβόλου. Προεκτείνουμε αυτή την ευθεία και βρίσκουμε το σημείο τομής της με την κατακόρυφη ευθεία που φέραμε προηγουμένως. Τέλος, από το σημείο τομής φέρνουμε οριζόντια ευθεία και σημειώνουμε το σημείο πάνω στο ξύλινο αντικείμενο αναφοράς που βρίσκεται πάνω στη μαγνητική βάση και πίσω από το διάφανο υπόβαθρο.

Την ίδια ακριβώς διαδικασία κάνουμε και για τις δύο φάσεις του πειράματος, δηλαδή πριν και μετά την επιβολή της δύναμης. Μετράμε το μήκος της ξύλινης επιφάνειας αναφοράς, κάνουμε τις μετατροπές όσον αφορά την κλίμακα και βρίσκουμε τη διαφορά στο μήκος. Αυτή, λοιπόν, είναι η σχετική μετατόπιση στο πείραμα του εφελκυσμού.

Αναλυτική περιγραφή για τον υπολογισμό της στροφής στο πείραμα της καμπτικής διείσδυσης:

Στο πείραμα της καμπτικής διείσδυσης ο υπολογισμός της στροφής κατά την οριζόντια διεύθυνση προκύπτει από τη μέτρηση της στροφής με μοιρογώνιο. Η στροφή είναι αποτυπωμένη στη φωτογραφία. Έτσι, λοιπόν, η γωνία που μετράμε είναι εκείνη που σχηματίζεται μεταξύ της κατακόρυφης διεύθυνσης και του άξονα του εμβόλου. Σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία μέτρησης είναι λιγότερο σύνθετη και δεν απαιτεί ειδική γεωμετρική λύση.

Με χρήση των παραπάνω διαδικασιών προκύπτουν τα αποτελέσματα των τριών διαδοχικών πειραμάτων :

1^ο πείραμα καμπτικής διείσδυσης

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην άνω οπή.

Αρχική στροφή-κλίση εμβόλου $\alpha x = 0^\circ$

Τελική στροφή-κλίση εμβόλου $\alpha x = 15^\circ$

1^ο πείραμα εφελκυστικής διείσδυσης

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην άνω οπή.

Αρχικό μήκος (κατακόρυφη διάσταση) πάνω σε ξύλινη επιφάνεια $\delta 1 = 2.5 \text{ cm}$

Στοιχεία για τη μετατροπή των διαστάσεων της φωτογραφίας σε πραγματικές διαστάσεις :

Ύψος κατώτερου τμήματος εμβόλου : κλίμακα σχεδίου = 4.8 cm

Πραγματικό ύψος = 3 cm

Τελικό μήκος (κατακόρυφη διάσταση) από προβολή πάνω στην ξύλινη επιφάνεια $\delta 2 = 3.2 \text{ cm}$

Στοιχεία για τη μετατροπή των διαστάσεων της φωτογραφίας σε πραγματικές διαστάσεις :

Ύψος κατώτερου τμήματος εμβόλου : κλίμακα σχεδίου = 5.5 cm
Πραγματικό ύψος = 3 cm

2^ο πείραμα καμπτικής διείδυσης

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην κάτω οπή.

Αρχική στροφή-κλίση εμβόλου $\alpha x = 0^\circ$

Τελική στροφή-κλίση εμβόλου $\alpha x = 11.5^\circ$

Με τη χρήση της ανάλυσης, όπως θα δούμε σε ακόλουθο κεφάλαιο, έχουν προκύψει οι ακόλουθοι τύποι υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας E.

Τύπος που βρίσκει εφαρμογή στο πείραμα της καμπτικής διείδυσης :

$$\alpha x = \frac{9 * M}{16 * a^3 * E}$$

Τύπος που βρίσκει εφαρμογή στο πείραμα του εφελκυσμού :

$$K = 2 * \pi = \frac{P}{G * a * \delta}$$

όπου $G = E / (2 * (1 + \nu)) = E / 3$ επειδή $\nu = 0.5$ (ασυμπίεστο υλικό).

Οι τύποι αυτοί, εκτός από τα γραμμικά ελαστικά υλικά, αποδεικνύεται ότι ισχύουν και για υπερ-ελαστικά υλικά για σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις. Στην περίπτωση αυτή, E είναι το αρχικό μέτρο ελαστικότητας. Τα πειράματα εκτελέστηκαν γρήγορα ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επιρροή της βισκότητας (ερπυσμός).

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

1^ο πείραμα καμπτικής διείσδυσης

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην άνω οπή.

Μοχλοβραχίονας $l = 7 \text{ cm} = 0.07 \text{ m}$

Δύναμη $P = 6 \text{ gr} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

Ισχύει ότι 1 kg αντιστοιχεί σε 9.81 N

Με απλή μέθοδο των τριών ισχύει ότι : $1 \text{ kg} / 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 9.81 \text{ N} / x \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = P = 0.05886 \text{ N}$

Έτσι προκύπτει η ροπή $M = P \cdot l = 0.05886 \cdot 0.07 = 4.1202 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$.

Ακτίνα βάσης εμβόλου $a = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$

Στροφή εμβόλου $\alpha x = 15^\circ = 0.26167 \text{ rad}$

Με απλή μέθοδο των τριών ισχύει ότι : $180^\circ / 15^\circ = \pi \text{ rad} / x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \alpha x = 0.0833 \cdot \pi = 0.26167 \text{ rad}$

Επίλυση του τύπου $\alpha x = 9 \cdot M / (16 \cdot a^3 \cdot E)$, ως προς το μέτρο ελαστικότητας E .

Επομένως, προκύπτει ο τύπος : $E = 9 \cdot M / (\alpha x \cdot 16 \cdot a^3)$

Κάνοντας αντικατάσταση στον τύπο βρίσκουμε το μέτρο ελαστικότητας ή αλλιώς μέτρο του Young.

$E = (9 \cdot 4.1202 \cdot 10^{-3}) / (0.26167 \cdot 16 \cdot (0.01)^3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow E = 0.0370818 / 4.18672 \cdot 10^{-6} = 8857 \text{ Pa} = \underline{\underline{8.857 \text{ kPa}}}$

1^ο πείραμα εφελκυστικής διείσδυσης

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην άνω οπή.

Με απλή μέθοδο των τριών υπολογίζουμε τα πραγματικά μήκη της ξύλινης επιφάνειας $\delta 1$ και $\delta 2$, έτσι ώστε να καταφέρουμε να προσδιορίσουμε την πραγματική μετατόπιση του εμβόλου δ εξαιτίας της επιβολής της δύναμης προς τα άνω.

Αρχικό μήκος της ξύλινης επιφάνειας στη φωτογραφία : $\delta 1 = 2.5 \text{ cm}$

Ύψος κατώτερου τμήματος εμβόλου : κλίμακα σχεδίου = 4.8 cm

Πραγματικό ύψος = 3 cm

$$4.8 \text{ cm} / 2.5 \text{ cm} = 3 \text{ cm} / x \Leftrightarrow 4.8 * x = 7.5 \Leftrightarrow x = \delta 1 = 1.5625 \text{ cm}$$

Άρα, το πραγματικό αρχικό μήκος της ξύλινης επιφάνειας είναι : $\delta 1 = 1.5625 \text{ cm}$

Τελικό μήκος της ξύλινης επιφάνειας στη φωτογραφία : $\delta 2 = 3.2 \text{ cm}$

Ύψος κατώτερου τμήματος εμβόλου : κλίμακα σχεδίου = 5.5 cm

Πραγματικό ύψος = 3 cm

$$5.5 * x = 9.6 \Leftrightarrow x = \delta 2 = 1.7455 \text{ cm}$$

Άρα, το πραγματικό τελικό μήκος της ξύλινης επιφάνειας είναι : $\delta 2 = 1.7455 \text{ cm}$

Συνεπώς, η πραγματική μετατόπιση του εμβόλου είναι :

$$\delta = \delta 2 - \delta 1 = 1.7455 - 1.5625 = 0.183 \text{ cm} = 1.83 * 10^{-3} \text{ m}$$

Στο πείραμα του εφελκυσμού για να προσδιορίσουμε το μέτρο ελαστικότητας E κάνουμε χρήση του τύπου $K = 2 * \pi = (P / G * \alpha * \delta)$, όπου $G = E / (2 * (1 + \nu)) = E / 3$ επειδή $\nu = 0.5$.

Και λύνουμε ως προς E .

$$\text{Δύναμη εφελκυσμού } P = 20 \text{ gr} = 20 * 10^{-3} \text{ kg} = 0.1962 \text{ N}$$

$$\text{Με απλή μέθοδο των τριών ισχύει ότι : } 1 \text{ kg} / 20 * 10^{-3} \text{ kg} = 9.81 \text{ N} / x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = P = 0.1962 \text{ N}$$

$$\text{Ακτίνα βάσης εμβόλου } a = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{Πραγματική μετατόπιση του εμβόλου } \delta = 1.83 * 10^{-3} \text{ m}$$

Με χρήση, λοιπόν, του παραπάνω τύπου ισχύει ότι :

$$2 * \pi = P / G * \alpha * \delta \Leftrightarrow$$

$$2 * \pi = P / (E / 3) * \alpha * \delta \Leftrightarrow$$

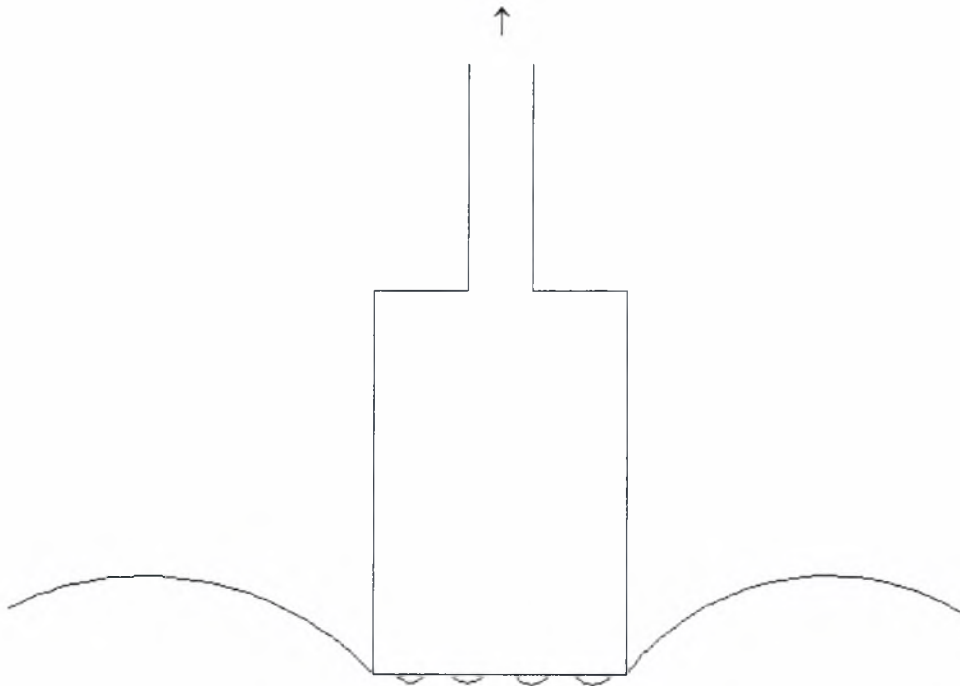
$$6.28 = 0.1962 / (E / 3) * 0.01 * 1.83 * 10^{-3}, \text{ όπου } \pi = 3.14$$

$$\Leftrightarrow 6.28 = 0.1962 / E * 6.1 * 10^{-6}$$

Κάνοντας τις παραπάνω πράξεις προκύπτει τελικά ότι $E = 5.122 \text{ kPa}$

Τα αποτελέσματα των δύο πειραμάτων καταλήγουν σε συγκρίσιμες και πολύ κοντινές τιμές του μέτρου ελαστικότητας E . Στο πείραμα της καμπτικής διεύθυνσης το μέτρο ελαστικότητας βρέθηκε ίσο με $E = 8.857 \text{ kPa}$, ενώ στο πείραμα του εφελκυσμού υπολογίστηκε ότι $E = 5.122 \text{ kPa}$. Πιθανή αιτία της μικρής διαφοροποίησης των δύο τιμών είναι τα κενά που βρίσκονται στην επιφάνεια έδρασης του διεισδυτή (έμβολο).

Στα παρακάτω σχέδια απεικονίζονται οι διαφορές ως προς τα κενά, τα οποία αποτελούν τον πιθανότερο λόγο της διαφοροποίησης στην τιμή του E .



Εικόνα 2.1.5: Στο παραπάνω σχέδιο απεικονίζεται το έμβολο κατά τη διάρκεια του πειράματος της εφελκυστικής διεύθυνσης. Στην έδραση του εμβόλου φαίνονται κάποια κενά, τα οποία έχουν δημιουργηθεί στο υλικό. Θεωρούμε, λοιπόν, ότι τα κενά αυτά έχουν εμβαδόν σε ποσοστό ϵ .

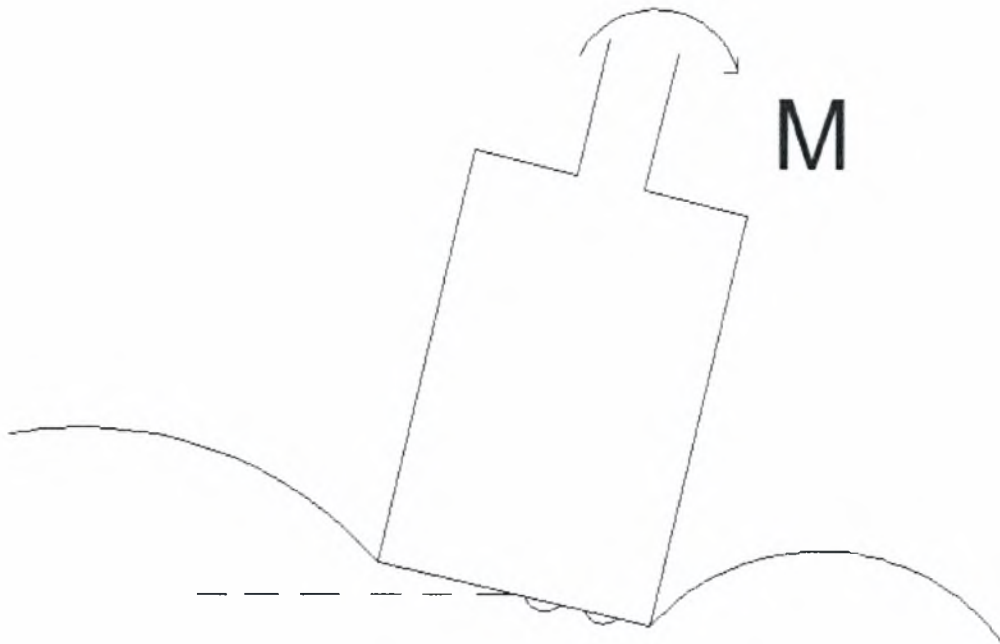
Στο πείραμα του εφελκυσμού ισχύει ότι :

$$E_t = E_0 \cdot (1 - \varepsilon)$$

όπου E_t : μέτρο ελαστικότητας του υλικού, όπως αυτό προκύπτει στο πείραμα του εφελκυσμού.

E_0 : πραγματικό μέτρο ελαστικότητας του υλικού.

ε : ποσοστό του εμβαδού των κενών στην έδραση του διεισδυτή.



Εικόνα 2.1.6: Στο παραπάνω σχέδιο απεικονίζεται το έμβολο κατά τη διάρκεια του πειράματος της καμπτικής διείσδυσης. Σε αντίθεση με το παραπάνω σχήμα του πειράματος του εφελκυσμού βλέπουμε ότι ο αριθμός των κενών ε στην έδραση του εμβόλου που επηρεάζουν εφεκυστικά το πρόβλημα μειώνεται περίπου στο μισό. Αυτό οφείλεται στη στροφή του διεισδυτή λόγω της επιβαλλόμενης ροπής, αφού το έμβολο τελικά «αναγκάζεται» να ανασηκωθεί. Έτσι περίπου η μισή επιφάνεια της έδρασης δεν εφαρμόζεται πάνω στο υλικό.

Στο πείραμα της καμπτικής διείσδυσης ισχύει ότι :

$$E_b = E_0 * (1 - \varepsilon / 2)$$

όπου, E_b : μέτρο ελαστικότητας του υλικού, όπως αυτό προκύπτει στο πείραμα της καμπτικής διείσδυσης.

E_0 : πραγματικό μέτρο ελαστικότητας του υλικού.

ε : ποσοστό του εμβαδόν των κενών στην έδραση του διεισδυτή.

Ισχύει ότι : $E_t = E_0 * (1 - \varepsilon)$, για το πείραμα του εφελκυσμού και

$$E_b = E_0 * (1 - \varepsilon / 2), \text{ για το πείραμα της καμπτικής διείσδυσης.}$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι :

$$E_b / E_t = (1 - \varepsilon / 2) / (1 - \varepsilon)$$

Με αντικατάσταση των αποτελεσμάτων των μέτρων ελαστικότητας $E_b = 8.857$ kPa και $E_t = 5.122$ kPa, όπου η θέση της κλωστής βρίσκεται στην άνω οπή προκύπτει το εμβαδόν των κενών ε στην επιφάνεια έδρασης του διεισδυτή.

$$\Rightarrow E_b / E_t = (1 - \varepsilon / 2) / (1 - \varepsilon) = 8.857 / 5.122 = 1.73$$

$$\Rightarrow (1 - \varepsilon / 2) / (1 - \varepsilon) = 1.73$$

$$\Rightarrow 1 - \varepsilon / 2 = 1.73 - 1.73 * \varepsilon$$

$$\Rightarrow 1.23 * \varepsilon = 0.73$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 0.59$$

Επομένως, το πραγματικό μέτρο ελαστικότητας του υλικού E_o που προκύπτει από το πείραμα του εφελκυσμού είναι :

$$E_t = E_o * (1 - \varepsilon) \Leftrightarrow E_o = E_t / (1 - \varepsilon)$$

$$\Rightarrow E_o = 5.122 / (1 - 0.59) = 5.122 / 0.41 = \underline{12.493 \text{ kPa}}$$

Κάνοντας την ίδια διαδικασία για το πείραμα της καμπτικής διείσδυσης προκύπτει το πραγματικό μέτρο ελαστικότητας του υλικού E_o .

$$E_b = E_o * (1 - \varepsilon / 2) \Leftrightarrow E_o = E_b / (1 - \varepsilon / 2)$$

$$\Rightarrow E_o = 8.857 / (1 - 0.59 / 2) = 8.857 / 0.705 = \underline{12.563 \text{ kPa}}$$

Πράγματι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η τιμή του μέτρου ελαστικότητας E_o είναι το ίδιο και στις δύο περιπτώσεις. Επομένως, το πείραμα ήταν επιτυχές και το αποτέλεσμα επαληθεύτηκε και με τις δύο πειραματικές μεθόδους διείσδυσης στο υλικό.

2^ο πείραμα καμπτικής διείδυσης.

Η θέση της κλωστής, η οποία συνδέει το έμβολο με το δυναμόμετρο, βρίσκεται στην κάτω οπή.

Μοχλοβραχίονας $l = 5.5 \text{ cm} = 0.055 \text{ m}$

Δύναμη $P = 2 \text{ gr} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0.01962 \text{ N}$

Έτσι προκύπτει η ροπή $M = P \cdot l = 0.01962 \cdot 0.055 = 1.0791 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$.

Ακτίνα βάσης εμβόλου $a = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$

Στροφή εμβόλου $\alpha x = 11.5^\circ = 0.2006 \text{ rad}$

Επίλυση του τύπου $\alpha x = 9 \cdot M / (16 \cdot a^3 \cdot E)$, ως προς το μέτρο ελαστικότητας E .
Επομένως, προκύπτει ο τύπος : $E = 9 \cdot M / (\alpha x \cdot 16 \cdot a^3)$

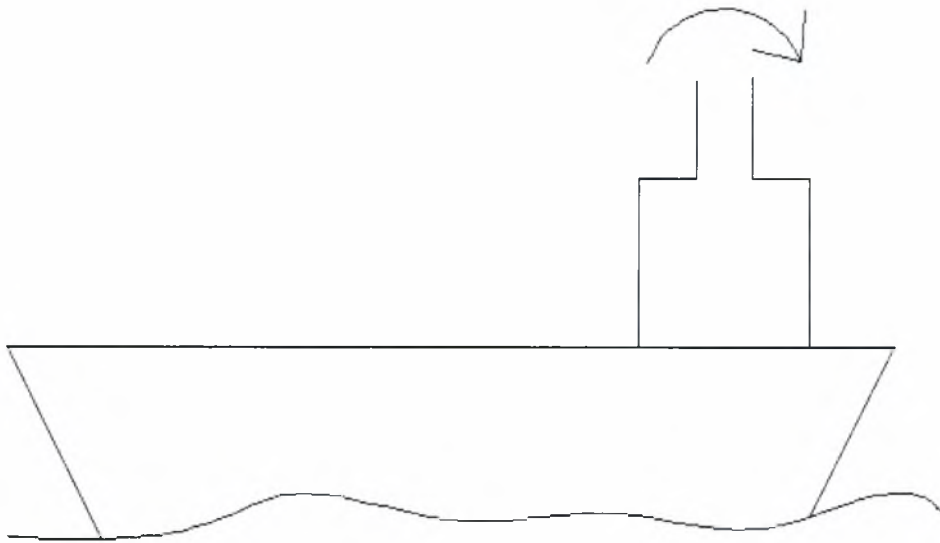
Κάνοντας αντικατάσταση στον τύπο βρίσκουμε το μέτρο ελαστικότητας ή αλλιώς μέτρο του Young.

$$E = (9 \cdot 1.0791 \cdot 10^{-3}) / (0.2006 \cdot 16 \cdot (0.01)^3) = 9.7119 \cdot 10^{-3} / 3.2096 \cdot 10^{-6} \Rightarrow$$

$$E = 3025.89 \text{ Pa} = 3 \text{ MPa}$$

Η τιμή του μέτρου ελαστικότητας είναι πολύ κοντά στις τιμές που προέκυψαν από τα δύο προηγούμενα πειράματα.

Το μέτρο ελαστικότητας E στο δεύτερο πείραμα της καμπτικής διείδυσης είναι μικρότερο. Αυτό δείχνει ότι το υλικό είναι περισσότερο μαλακό. Ουσιαστικά αυτό δε συμβαίνει. Η απόκλιση της τιμής οφείλεται στην επιρροή του συνόρου. Πιο συγκεκριμένα, το έμβολο τοποθετήθηκε κοντά στο άκρο του πήλινου δοχείου, δηλαδή κοντά στην περιοχή του συνόρου. Η πλευρά του εμβόλου που ανασηκώνεται εξαιτίας της επιβολής της ροπής συνορεύει με μεγαλύτερη επιφάνεια του υλικού σε σχέση με τα προηγούμενα πειράματα όπου το έμβολο ήταν τοποθετημένο στο κέντρο, με αποτέλεσμα το μέτρο ελαστικότητας να προκύπτει μικρότερο και το υλικό να προκύπτει περισσότερο εύκαμπτο.



Εικόνα 2.1.7: Στο παραπάνω σχέδιο φαίνεται το έμβολο, το οποίο είναι τοποθετημένο κοντά στο σύνορο του δοχείου. Η οριζόντια δύναμη που επιβλήθηκε στο έμβολο, είχε ως συνέπεια η βάση του «θεμελίου» να ανασηκωθεί ως προς την αριστερή πλευρά. Ο διεισδυτής σε αυτήν την περίπτωση συνορεύει με αρκετά μεγάλη επιφάνεια του υλικού. Έτσι, το παρασκευασμένο υλικό συμπεριφέρεται σαν πιο εύκαμπτο.

Συνοπτικά, στο πείραμα της καμπτικής διείδυσης :

- Επιβάλλουμε οριζόντια δύναμη P στο έμβολο
- Προκύπτει αντίστοιχη ροπή M
- Μετράμε τη στροφή δ

Για τη στροφή δ ισχύει ο τύπος :

$$\delta = (3 \cdot \pi \cdot (1-\nu^2) \cdot M) / (4 \cdot \alpha^3 \cdot \pi \cdot E), \text{ όπου } E : \text{ μέτρο ελαστικότητας και} \\ \nu : \text{ συντελεστής Poisson}$$

Υποθέτω, $\nu = 1/2$

$$\Rightarrow \delta = (3 \cdot (1-(1/2)^2) \cdot M) / (4 \cdot \alpha^3 \cdot E)$$

$$\Rightarrow \delta = (3 \cdot (1-(1/4)) \cdot M) / (4 \cdot \alpha^3 \cdot E)$$

$$\Rightarrow \delta = (3 \cdot (4/4 - 1/4) \cdot M) / (4 \cdot \alpha^3 \cdot E)$$

$$\Rightarrow \delta = 3 \cdot 3/4 \cdot M / (4 \cdot \alpha^3 \cdot E)$$

$$\Rightarrow \delta = (9/4) \cdot M / (4 \cdot \alpha^3 \cdot E)$$

$$\Rightarrow \delta = (9 \cdot M) / (16 \cdot \alpha^3 \cdot E), \text{ όπου η στροφή } \delta \text{ [rad].}$$

Η παραπάνω σχέση επιλύεται ως προς E και ως προς M .

$$\delta \cdot 16 \cdot \alpha^3 \cdot E = 9 \cdot M \Rightarrow \boxed{E = \frac{9 \cdot M}{16 \cdot \alpha^3 \cdot \delta}}$$

$$\delta \cdot 16 \cdot \alpha^3 \cdot E = 9 \cdot M \Rightarrow \boxed{M = \frac{16 \cdot \alpha^3 \cdot E \cdot \delta}{9}}$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθούν ενδεικτικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , που αφορούν τα εσωτερικά καθώς και τα εξωτερικά όργανα του ανθρώπινου αλλά και άλλων ζωικών οργανισμών [7, 8, 9].

1. Συκώτι γουρουνιού $\Rightarrow E = 0.11$ έως 4.0 MPa
2. Συκώτι ανθρώπου $\Rightarrow E = 0.27$ MPa
3. Πόδι ανθρώπου $\Rightarrow E = 42.9$ MPa
4. Εγκέφαλος ανθρώπου $\Rightarrow E = 243$ Pa

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα ενδεικτικό πρόβλημα, στο οποίο γίνεται εφαρμογή των παραπάνω τύπο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Για όλες τις παραπάνω τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , να βρεθεί η ροπή M , όταν η στροφή δ είναι ίση με 3° .

Επίλυση

Ισχύει ο τύπος $M = (16 \cdot \alpha^3 \cdot E \cdot \delta) / 9$

Η στροφή δ δίνεται σε μοίρες, επομένως πρέπει να μετατραπεί σε ακτίνια [rad] για να εφαρμοστεί στον παραπάνω τύπο.

Ισχύει $180^\circ / 3^\circ = \pi$ [rad] / $x \Rightarrow 3 \cdot \pi = 180 \cdot x \Rightarrow x = 3 \cdot \pi / 180$
 $\Rightarrow x = \pi / 60$ [rad], όπου $\pi = 3.1415$
 $\Rightarrow \delta = 0.0523$ [rad].

Ακόμη, γνωρίζουμε τη γεωμετρία του εμβόλου.
Η βάση του εμβόλου είναι $a = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$.

Για την περίπτωση 1. (συκώτι γουρουνιού) ισχύουν τα ακόλουθα :

$E = 2.0 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
(παίρνουμε τη μέση τιμή του $E = 0.11$ έως 4.0 MPa)

$M = (16 \cdot (10^{-2})^3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0.0523) / 9 = 0.1853 \text{ Nm}$

Για την περίπτωση 2. (σκώτι ανθρώπου) ισχύουν τα ακόλουθα :

$$E = 0.27 \text{ MPa} = 0.27 * 10^6 \text{ Pa}$$

$$M = (16*(10^{-2})^3 * 0.27 * 10^6 * 0.0523) / 9 = 0.02512 \text{ Nm}$$

Για την περίπτωση 3. (πόδι ανθρώπου) ισχύουν τα ακόλουθα :

$$E = 42.9 \text{ MPa} = 42.9 * 10^6 \text{ Pa}$$

$$M = (16*(10^{-2})^3 * 42.9 * 10^6 * 0.0523) / 9 = 3.9909 \text{ Nm}$$

Για την περίπτωση 4. (εγκέφαλος ανθρώπου) ισχύουν τα ακόλουθα :

$$E = 243 \text{ Pa}$$

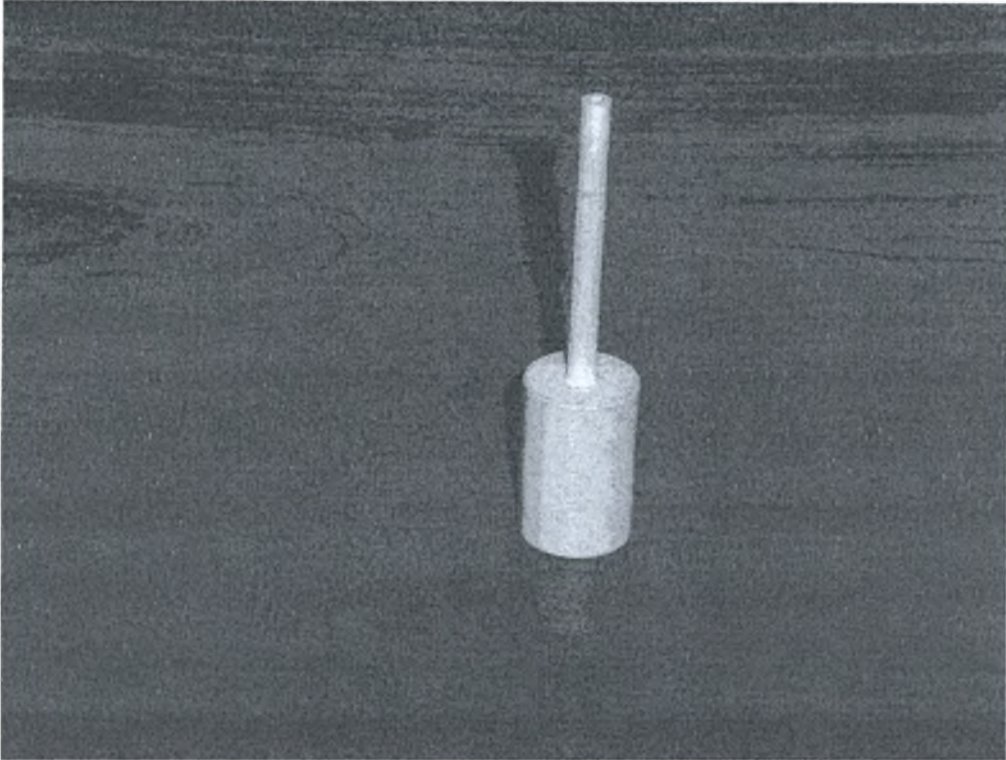
$$M = (16*(10^{-2})^3 * 243 * 0.0523) / 9 = 2.2608 * 10^{-5} \text{ Nm}$$

Παρατηρούμε ότι χρειάζεται πολύ μικρή ροπή για να πετύχουμε την επιδιωκόμενη στροφή. Αυτό σημαίνει ότι η μετρητική ικανότητα μιας ειδικής συσκευής καμπτικής διεϊσδυσης θα πρέπει να είναι αρκετά ευαίσθητη για να το επιτύχει. Μια τέτοια μηχανή, για παράδειγμα, θα μπορούσε να έχει ένα αρκετά μακρύ μοχλοβραχίονα.

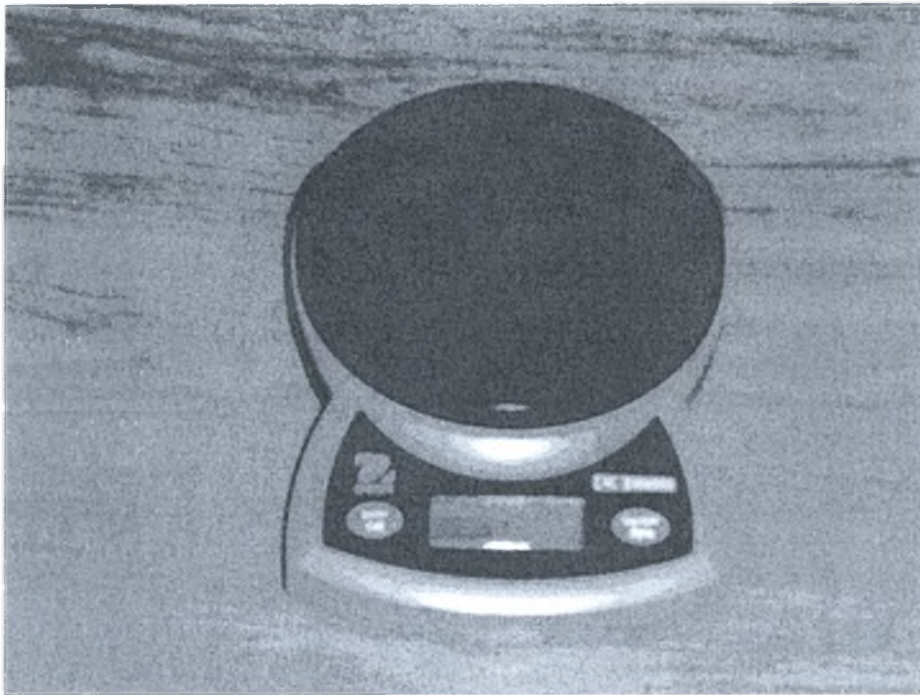
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Στο παράρτημα παρατίθενται φωτογραφίες από τα ακόλουθα πειράματα :

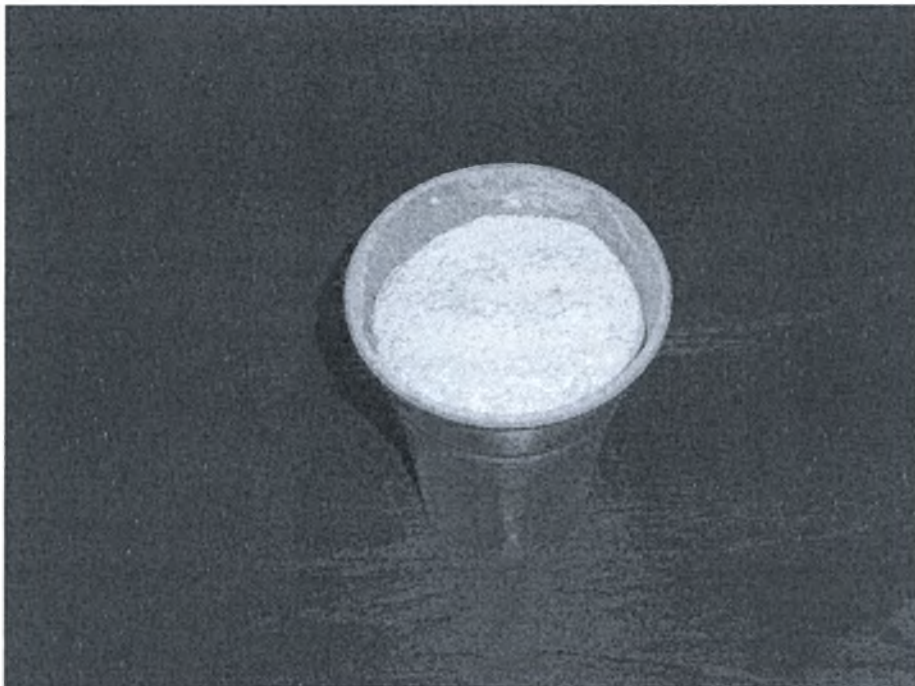
- Πείραμα καμπτικής διείσδυσης
- Πείραμα εφελκυσμού



Εικόνα 2.2.1: Η παραπάνω φωτογραφία απεικονίζει το έμβολο, το οποίο χρησιμοποιήθηκε κατά την πειραματική διαδικασία. Το υλικό, από το οποίο κατασκευάστηκε το εν λόγω έμβολο είναι η πολουρεθάνη. Το βάρος του εμβόλου είναι 12gr, έπειτα από πέντε μετρήσεις με ζυγό ακριβείας OHAUS – CS 2000, ενώ το βάρος του εμβόλου υπολογίστηκε 10 gr με τη χρήση δυναμόμετρου. Το εικονιζόμενο έμβολο κατασκευάστηκε σε εργοστάσιο στην περιοχή του Βόλου Μαγνησίας. Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη γεωμετρική ευθυγράμμιση κατά τη φάση της κατασκευής του, δηλαδή δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην καθετότητα και την παραλληλία των τμημάτων που το αποτελούν. Το υλικό παρασκευής του εμβόλου δέχθηκε τέτοια κατεργασία, ώστε η συνολική επιφάνεια και κυρίως η επιφάνεια βάσης να είναι λεία.



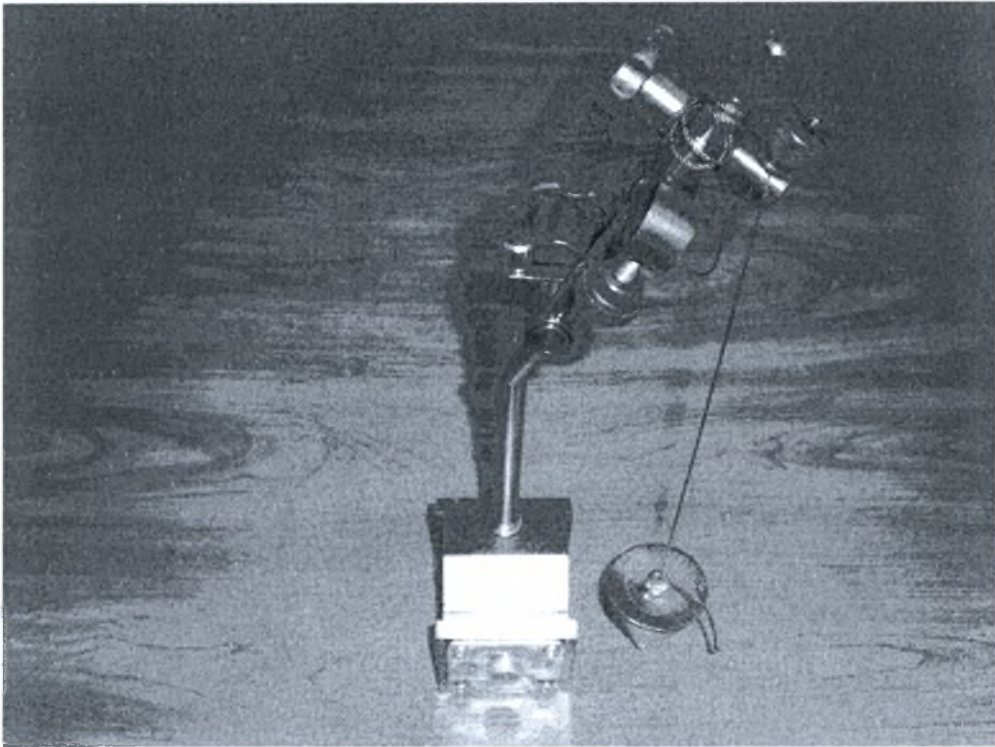
Εικόνα 2.2.2: Στην παραπάνω φωτογραφία βλέπουμε το ζυγό ακριβείας OHAUS-CS 2000. Ο ζυγός αυτός χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του πειράματος για τη μέτρηση του βάρους όλων των συσκευών καθώς και των συστατικών του σύνθετου υλικού που παρασκευάστηκε.



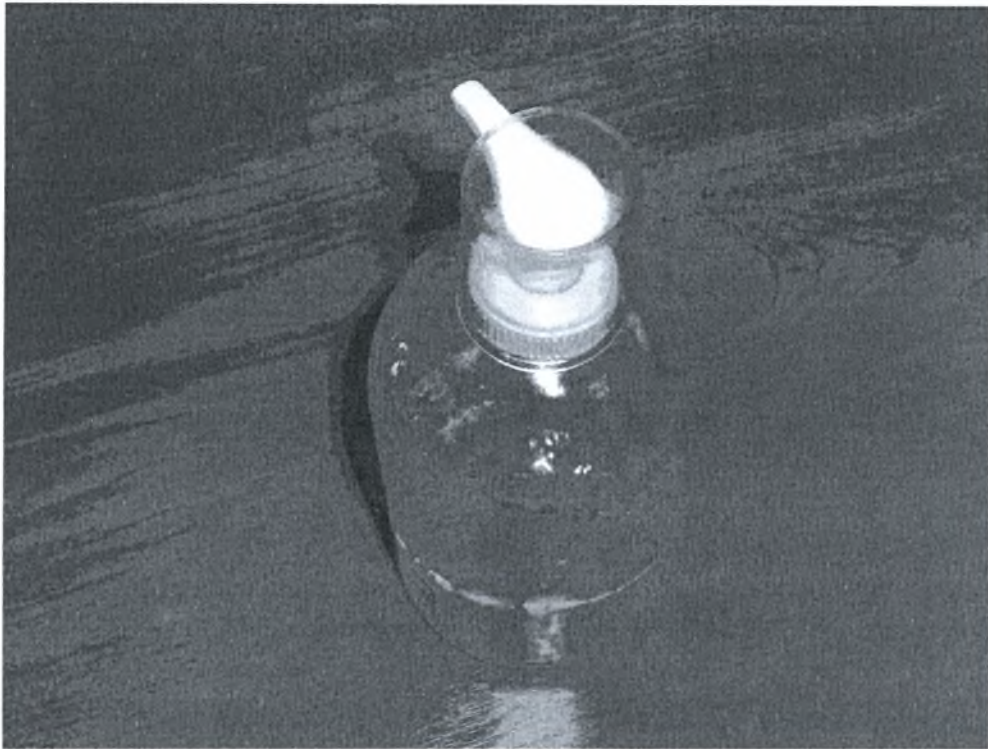
Εικόνα 2.2.4: Στη φωτογραφία φαίνεται το κύπελλο μέσα στο οποίο τοποθετήθηκε η ποσότητα του POWDER-TALC που χρησιμοποιήθηκε για την παρασκευή του υλικού.



Εικόνα 2.2.3: Στην παραπάνω φωτογραφία φαίνεται το πήλινο δοχείο, μέσα στο οποίο τοποθετήθηκε το μίγμα του GEL και του POWDER. Πριν την ανάμιξη των υλικών μέσα σε αυτό, έγινε πολύ καλός καθαρισμός του εσωτερικού τμήματος του δοχείου. Αυτό συνέβη για να απομακρυνθούν τυχόν ουσίες που θα μπορούσαν να επηρεάσουν δυσμενώς τη σύσταση και την ομοιογένεια του υπό εξέταση υλικού.



Εικόνα 2.2.5: Η εικόνα που φαίνεται παραπάνω δείχνει τη μαγνητική βάση, στην οποία τοποθετήθηκε το νήμα της στάθμης. Το νήμα της στάθμης που επιλέχθηκε έχει σχετικά μικρές διαστάσεις όσον αφορά το τμήμα του κώνου, ενώ η κλωστή που συγκρατεί τον κώνο έχει τα εξής χαρακτηριστικά: λεπτή, ισχυρή και με έντονο χρώμα, για να προσδιορίζεται εύκολα το κατακόρυφο σύστημα συντεταγμένων. Το σύστημα αυτό δημιουργήθηκε για να δείχνει την κατακόρυφη διάσταση, έτσι ώστε να γίνουν σωστά οι μετρήσεις της στροφής του εμβόλου και να προκύψουν τα σωστά αποτελέσματα ως προς το μέτρο ελαστικότητας του υλικού.



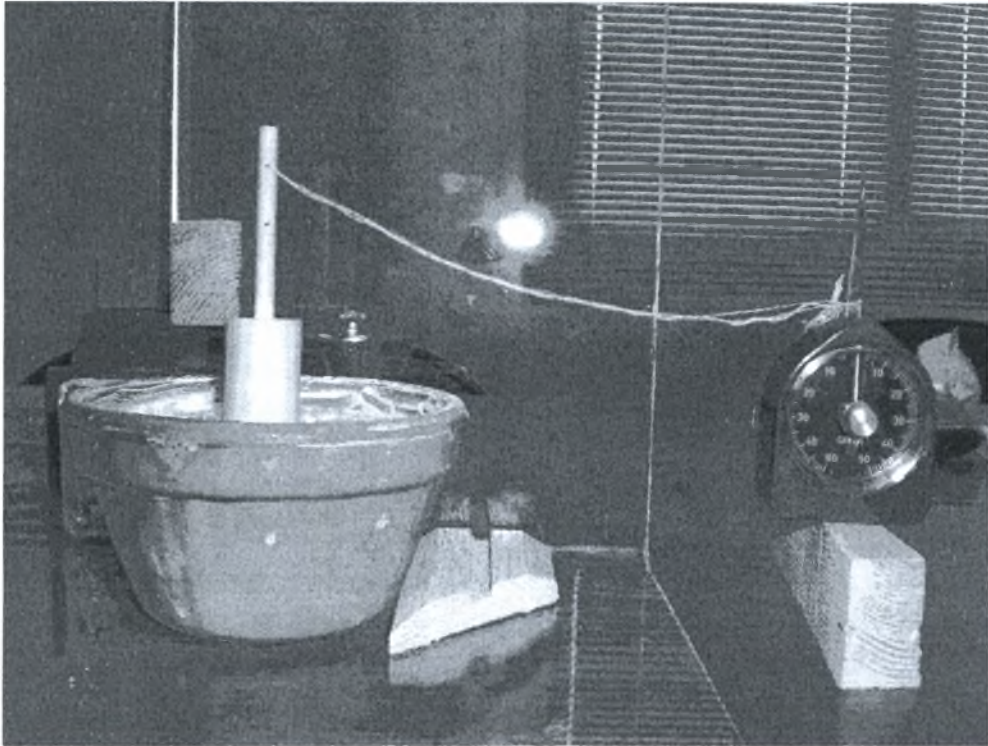
Εικόνα 2.2.6: Στην παραπάνω φωτογραφία απεικονίζεται το GEL, το οποίο επιλέχθηκε ως το βασικό συστατικό του υλικού που παρασκευάσαμε. Το GEL αυτό προμηθεύεται σε καταστήματα. Τα συστατικά του αναγράφονται στο περιτύλιγμα του δοχείου και είναι τα εξής : AQUA, POLYVINYLPIRROLIDONE, CARBOMER, TRIETHANOLAMINE, PROPYLENE GLYCOL, POLYSORBATE 20, DIMETHICONE COPOLYOL, RAPPUM, BENZYL ALCOHOL, METHYLCHLOROISOTHIAZOLINONE, METHYLISOTHIAZOLINONE.



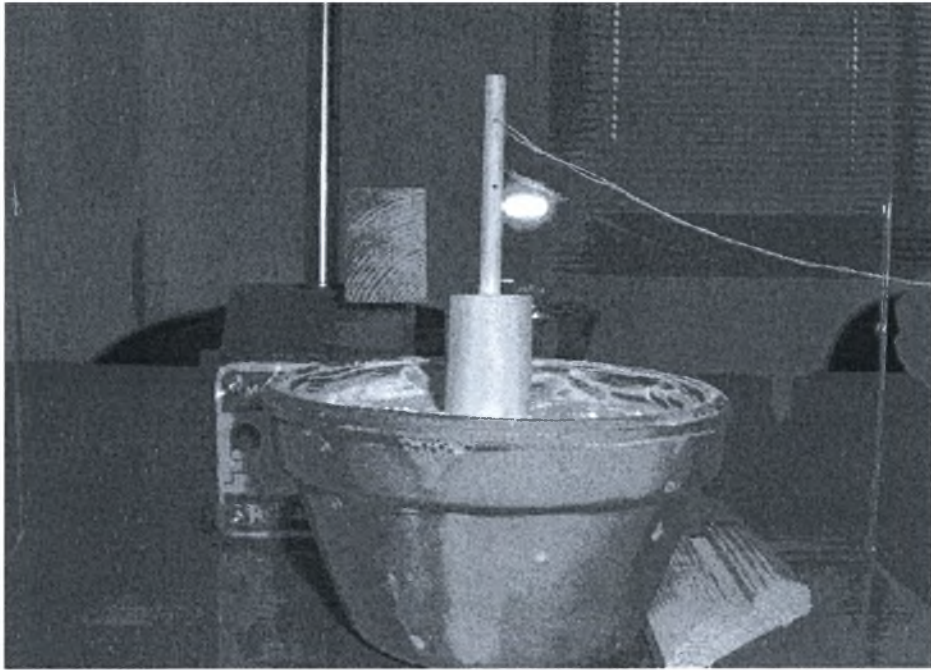
Εικόνα 2.2.7: Στην παραπάνω φωτογραφία απεικονίζεται το τελικό μίγμα που παρασκευάστηκε, όπως και στην προηγούμενη εικόνα. Στο βάθος της φωτογραφίας φαίνεται το διάφανο υπόβαθρο(cast acrylic sheets-Setacryl) και η μαγνητική βάση πάνω στην οποία τοποθετείται το νήμα της στάθμης.



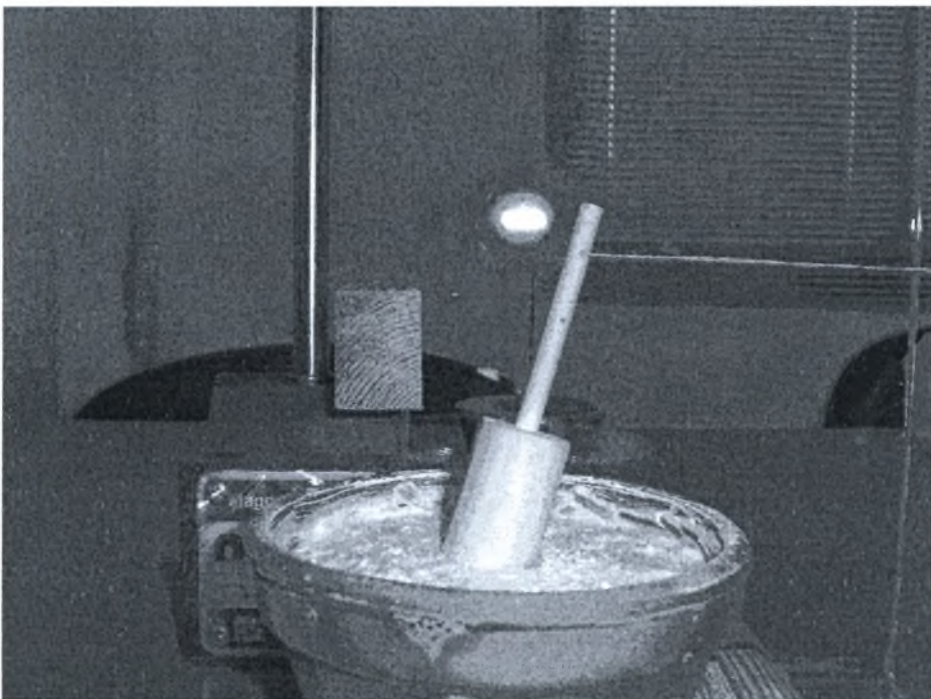
Εικόνα 2.2.8: Στην εικόνα φαίνεται το τελικό μίγμα που παρασκευάστηκε.



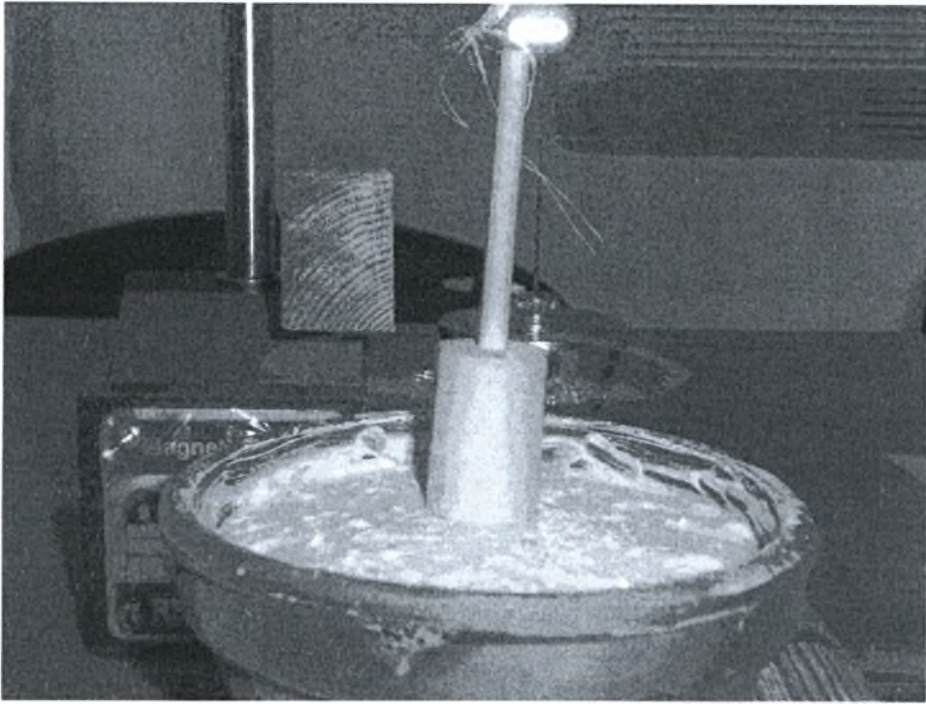
Εικόνα 2.2.9: Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται το σύστημα : έμβολο-μίγμα υλικού και δυναμόμετρο (Σουηδικής προέλευσης). Η θέση του δυναμόμετρου είναι τέτοια ώστε να επιβληθεί η οριζόντια δύναμη και να ακολουθήσει η μέτρηση της στροφής του εμβόλου.



Εικόνα 2.2.10: Στην εικόνα παριστάνεται το πείραμα της καμπτικής διείδυσης(κλωστή στην άνω οπή). Ειδικότερα, φαίνεται η αρχική θέση του εμβόλου, η βάση του οποίου εφάπτεται στην επιφάνεια του υπό εξέταση υλικού, πριν την επιβολή της οριζόντιας δύναμης-μετακίνηση.



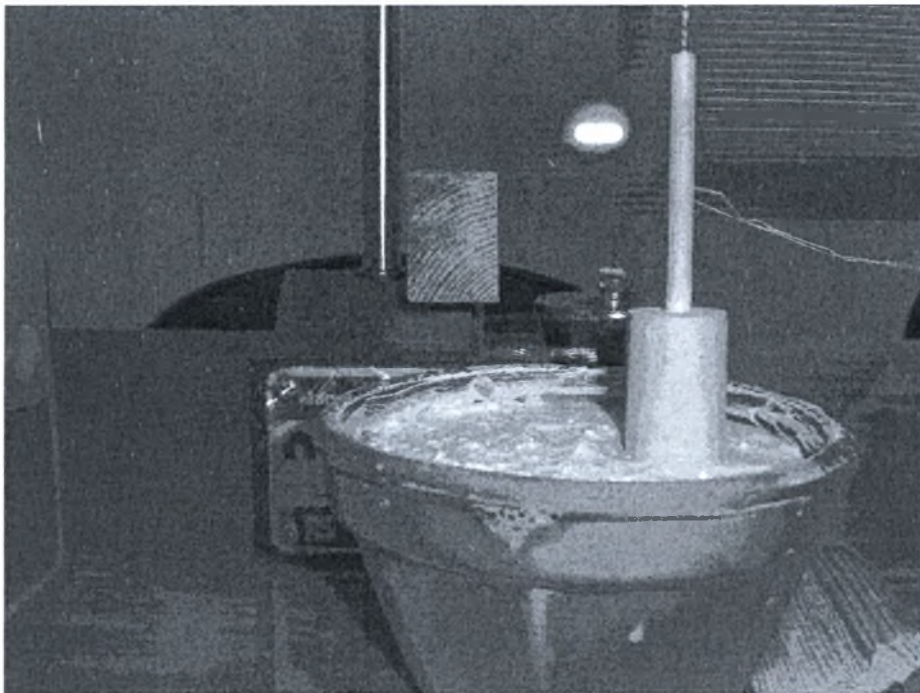
Εικόνα 2.2.11: Στην παραπάνω φωτογραφία παριστάνεται το πείραμα της καμπτικής διείδυσης. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται η τελική θέση-στροφή του εμβόλου μετά την επιβολή της οριζόντιας δύναμης.



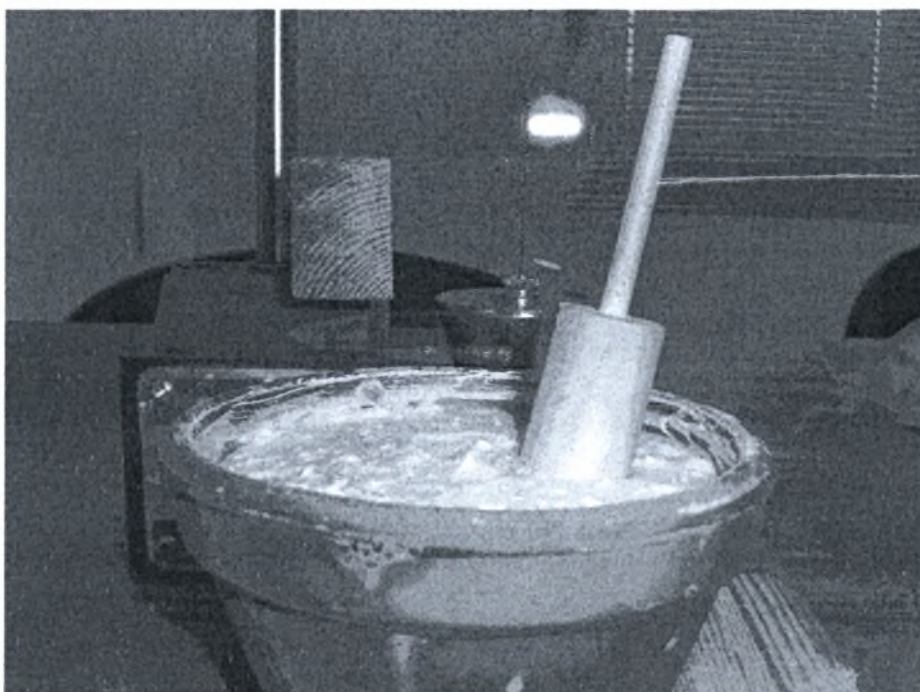
Εικόνα 2.2.12: Στην εικόνα παριστάνεται το πείραμα του εφέλκυσμού. Φαίνεται, λοιπόν, η αρχική θέση του εμβόλου, δίχως την επιβολή της προς τα άνω εφέλκυστικής δύναμης.



Εικόνα 2.2.13: Στην παραπάνω φωτογραφία παριστάνεται το πείραμα του εφέλκυσμού. Ειδικότερα, φαίνεται η τελική θέση του εμβόλου και η μετατόπισή του προς τα άνω μετά την επιβολή της εφέλκυστικής δύναμης.



Εικόνα 2.2.14: Στην εικόνα παριστάνεται το πείραμα της καμπτικής διείδυσης. Η βάση του εμβόλου είναι τοποθετημένη κοντά στο σύνορο του δοχείου. . Ειδικότερα, φαίνεται η αρχική θέση του εμβόλου πριν την επιβολή της οριζόντιας δύναμης-μετακίνηση. Η διαφορά με το προηγούμενο πείραμα καμπτικής διείδυσης είναι ότι η κλωστή σύνδεσης με το δυναμόμετρο βρίσκεται στην κάτω οπή.



Εικόνα 2.2.15: Φαίνεται, η τελική θέση του εμβόλου μετά την επιβολή της οριζόντιας δύναμης.

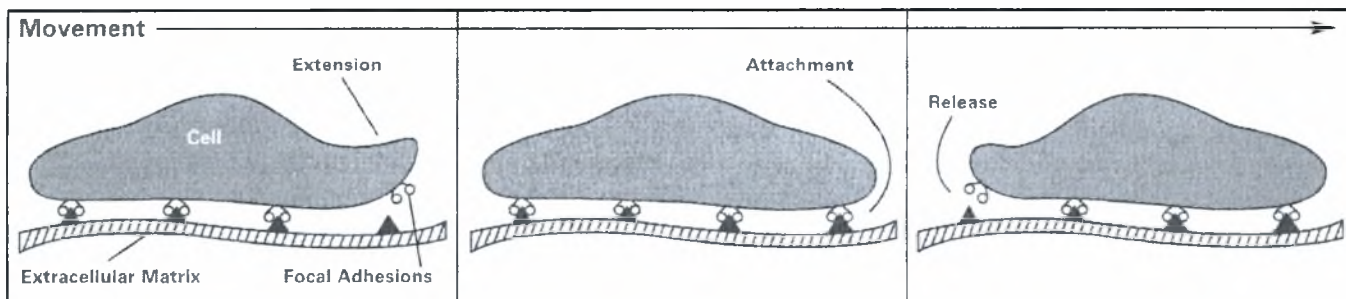
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΕΜΒΙΟ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ

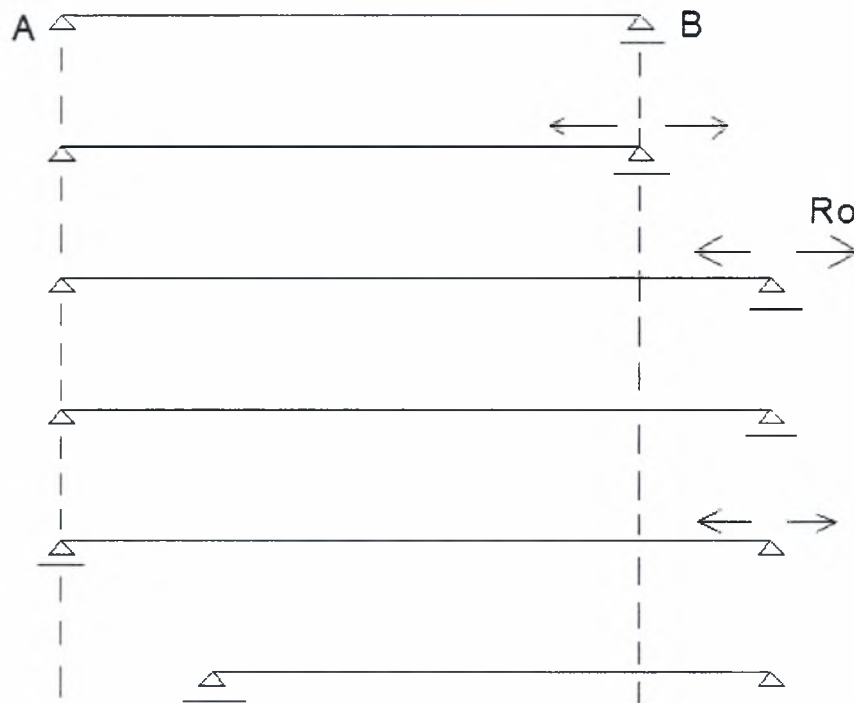
Στα περισσότερα θέματα εμβιομηχανικής, υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ μηχανικών και χημικών μεταβολών. Η μεταβολή της βιομάζας δημιουργεί ένταση και η ένταση με την σειρά της επηρεάζει τη μεταβολή της βιομάζας. Ένα τέτοιο φαινόμενο εμφανίζεται κατά την κίνηση των κυττάρων όπου η μεταβολή της κυτταρικής ακτίνης παίζει εξέχοντα ρόλο. Το κύτταρο δεν διαθέτει μυϊκό σύστημα για να κινηθεί. Η μεμβράνη όμως του κυττάρου μπορεί να πολυμερίσει την ακτίνη που είναι μέσα στο κύτταρο και να δημιουργήσει ένα μαλακό ελαστικό υλικό (actin gel). Κάθε στρώμα ακτίνης που δημιουργείται απωθεί στο εσωτερικό του κυττάρου την αρχική μάζα και επομένως η κυτταρική μεμβράνη δέχεται μία ώθηση προς τα έξω του κυττάρου [10]. Η κίνηση, λοιπόν, του κυττάρου πάνω σε επίπεδο περιγράφεται από την μηχανική παραμόρφωση λόγω διπολικής τάσης της μίας άκρης B, ράβδου AB, που στηρίζεται σε δύο σημεία. Σε πρώτη φάση, η άλλη άκρη A της ράβδου δεν μετακινείται. Στη δεύτερη φάση, η άκρη B παγιώνεται και η άκρη A αποδεσμεύεται. Στην τρίτη φάση, η άκρη B αποφορτίζεται, με αποτέλεσμα η άκρη A να ολισθήσει προς την άκρη B και έτσι να μετακινηθεί όλη η ράβδος. Παρακάτω ακολουθεί σχέδιο που δείχνει με ακρίβεια την κίνηση του κυττάρου όπως περιγράφηκε παραπάνω.

Αξίζει να αναφερθεί ότι οι Marcy et al (2004) [11] μέτρησαν το μέσο μέτρο ελαστικότητας της ακτίνης ίσο με $E = 3.7 \text{ kPa}$. Η τιμή αυτή είναι συγκρίσιμη με την τιμή του μίγματος gel και παιδικής πούδρας (talc) το οποίο κατασκευάσαμε, η οποία προέκυψε τελικά $E = 8 \text{ kPa}$.

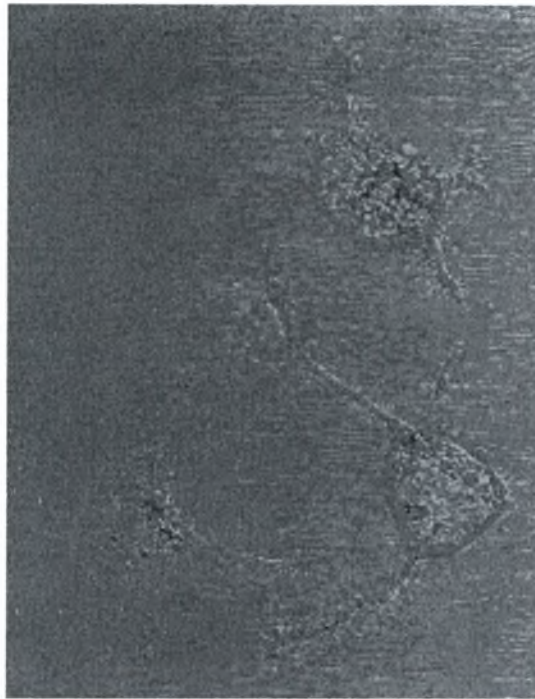
Μία ακόμη απλοϊκή παραδοχή που είναι άξια αναφοράς είναι ότι οι Noireaux et al (2000) [12] δέχονται ότι ο συντελεστής του Poisson είναι ίσος με μηδέν ($\nu = 0$) σε υλικά όπως είναι η ακτίνη.



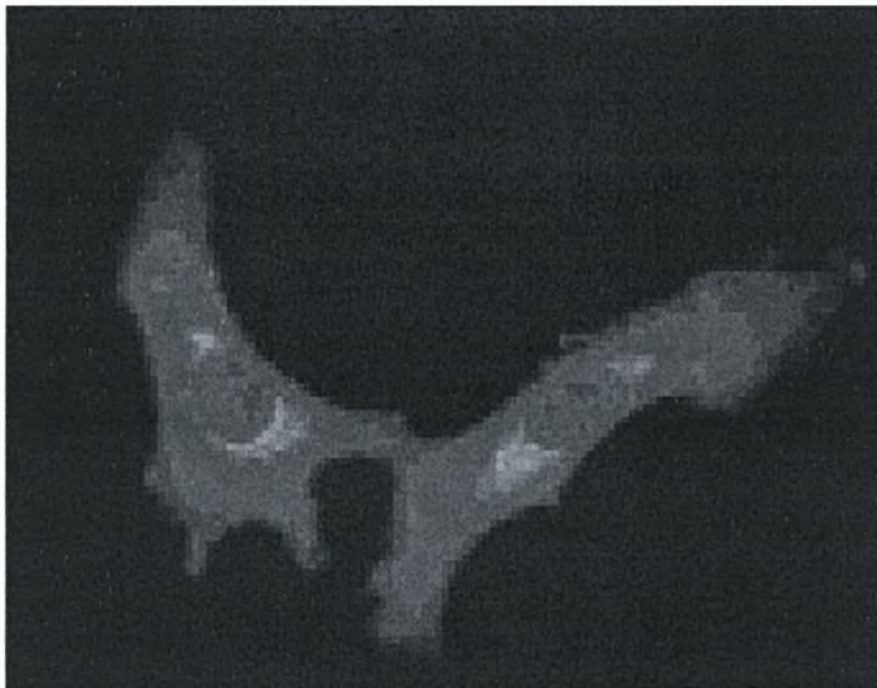
Εικόνα 3.1: Στην εικόνα φαίνεται η κίνηση ενός κυττάρου (cell) όπως περιγράφηκε παραπάνω. Στα άκρα της κατώτερης επιφάνειας του κυττάρου μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπάρχουν αρθρώσεις. Έτσι, η κίνηση του κυττάρου παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά με τη ράβδο AB που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 3.2: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται το προσομοίωμα της αμφιέριστης δοκού που παριστάνει την κίνηση του κυττάρου. Στην παραπάνω εικόνα το αριστερό άκρο συμβολίζει τη στήριξη A, ενώ το δεξιό άκρο συμβολίζει τη στήριξη B. Η ράβδος θεωρούμε ότι έχει μήκος L ισοδύναμο με το μήκος του κυττάρου. Οι ίσες και αντίθετες δυνάμεις στο άκρο B της δοκού παριστάνουν το δίπολο των δυνάμεων R_0 , ενώ η μετατόπιση που προκύπτει τελικά εξαιτίας της διπολικής τάσης είναι ίση με u .



Εικόνα 3.3: Η παραπάνω φωτογραφία προερχόμενη από τη διεύθυνση www.niaid.nih.gov απεικονίζει την κίνηση του κυττάρου στο χώρο. Στην εικόνα μπορούμε να δούμε τον πολυμερισμό της ακτίνης του κυττάρου, που προκαλεί την κίνησή του.



Εικόνα 3.4: Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε μία πρωτεΐνη (vinculin protein). Παρουσιάζει παρόμοιες ιδιότητες και συμπεριφορά με εκείνη του κυττάρου. Έτσι, λοιπόν, μπορούμε να προσομοιάσουμε την κίνηση της πρωτεΐνης με την αμφιέριστη δοκό του προηγούμενου σχήματος.

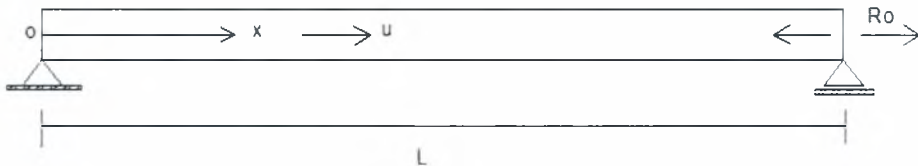
3.1 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΚΥΤΤΑΡΟΥ ΜΕ ΑΜΦΙΕΡΙΣΤΗ ΔΟΚΟ

Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζεται μία πρωτεΐνη, της οποίας η εξωτερική επιφάνεια αποτελείται από μία κρούστα. Εξαιτίας κάποιας χημικής παρέμβασης που γίνεται στην υπό εξέταση πρωτεΐνη δημιουργείται επιλεκτικός πολυμερισμός από την κρούστα της πρωτεΐνης προς το εσωτερικό της. Το αποτέλεσμα αυτής της χημικής παρέμβασης είναι η τοπική διόγκωση της πρωτεΐνης. Η διόγκωση αυτή μπορεί να υποθεθεί ότι προκαλεί την παρουσία δίπολου στο σημείο αυτό.

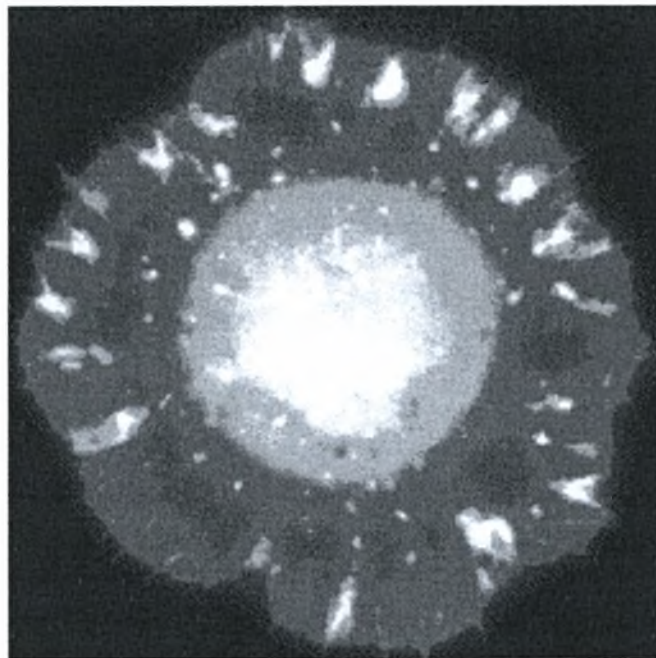


Εικόνα 3.1.1: Στο παραπάνω σχέδιο απεικονίζεται ένα κύτταρο. Στο σχήμα φαίνεται το περίβλημα του κυττάρου, που αποτελεί την κρούστα του. Στο ένα άκρο φαίνεται ο πολυμερισμός της ακτίνης, ενώ στο άλλο άκρο απεικονίζεται ο πυρήνας του. Η απλή διπολική θεωρία της ελαστικότητας [13, 14] χρησιμοποιείται στα επόμενα για τον ποιοτικό και ποσοτικό προσδιορισμό της μετατόπισης. Η διπολική τάση είναι αυτο-ισορροπούμενη.

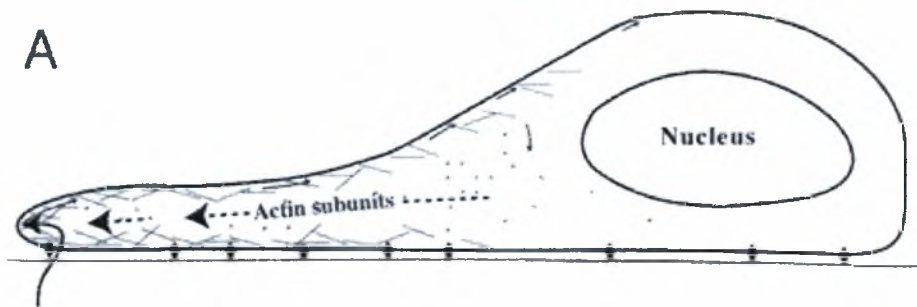
Την μετακίνηση του κυττάρου του σχήματος, για να μπορέσουμε να την προσδιορίσουμε, πρέπει να την προσομοιάσουμε με μία αμφιέριστη δοκό, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



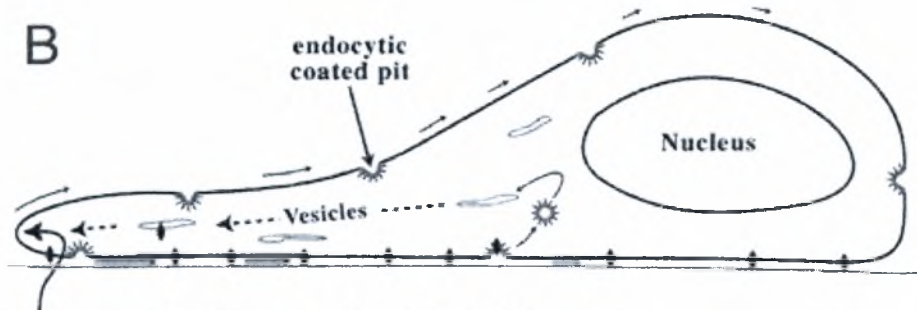
Εικόνα 3.1.2: Στο σχέδιο απεικονίζεται η αμφιέριστη δοκός. Πιο συγκεκριμένα στο παραπάνω σχήμα συμβολίζεται ο οριζόντιος άξονας x , το δίπολο R_o , η μετατόπιση της δοκού u και το μήκος της δοκού L .



Εικόνα 3.1.3: Η φωτογραφία του σχήματος απεικονίζει μία πρωτεΐνη. Πιο συγκεκριμένα φαίνεται ο πυρήνας και το περίβλημα της πρωτεΐνης. Η εικόνα προέρχεται από τη διεύθυνση [focus.hms.harvard.edu.gif](http://focus.hms.harvard.edu/gif).

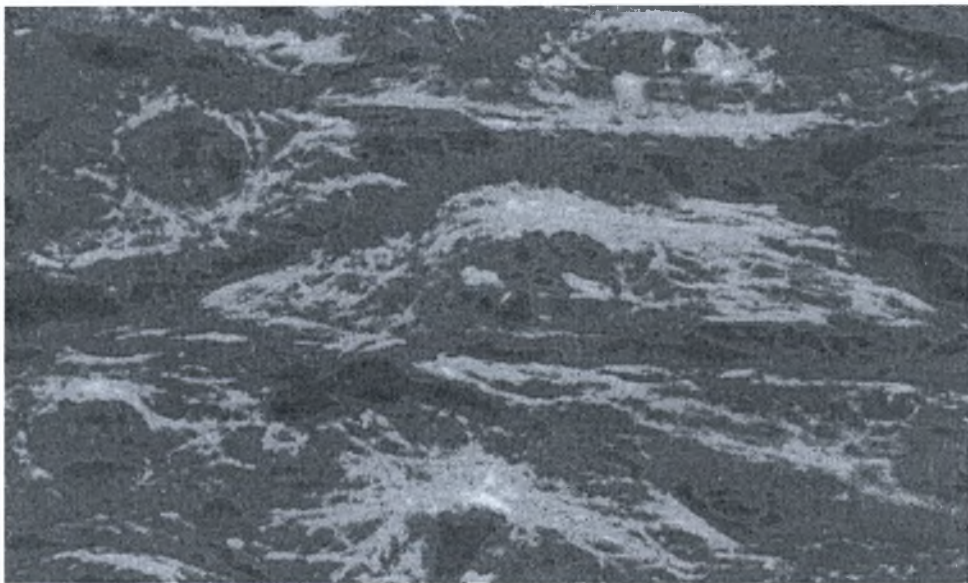


Actin polymerisation leads to extension of the leading edge



Exocytosis leads to extension of the leading edge

Εικόνα 3.1.4: Στην εικόνα φαίνεται ο πολυμερισμός της ακτίνης του κυττάρου (actin polymerization). Η διπολική τάση που αναπτύσσεται στην εξωτερική μεμβράνη του κυττάρου εξαιτίας κάποιας χημικής αντίδρασης προκαλεί της αύξηση της μάζας του κυττάρου όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Εικόνα 3.1.4: Στην εικόνα βλέπουμε την ακτίνη και τον πυρήνα του κυττάρου που παριστάνονται με πράσινο και κόκκινο χρώμα, αντίστοιχα. Η φωτογραφία βρίσκεται στο διαδίκτυο στη διεύθυνση www.jakobsschool.ucsd.jpg.

Η αξονική μετατόπιση $u(x)$ σε οποιοδήποτε σημείο x της δοκού ($0 \leq x \leq L$) δίνεται από την ακόλουθη σχέση [15] :

$$u(x) = c_1 * e^{(x/l)} + c_2 * e^{(-x/l)} + c_3 * x + c_4$$

όπου τα δύο πρώτα στοιχεία της σχέσης αποτελούν την επιπρόσθετη λύση, ενώ τα δύο τελευταία στοιχεία αποτελούν την κλασσική λύση.

Το μήκος l της παραπάνω σχέσης συμβολίζει το εσωτερικό μήκος της δοκού. Εάν υποθέσουμε ότι το εσωτερικό μήκος $l \rightarrow 0$ τότε επιστρέφουμε πάλι στην κλασσική λύση.

Από την εξίσωση της μετατόπισης $u(x)$ προκύπτει ότι χρειάζονται τέσσερις συνθήκες για να επιλυθεί, εφόσον πρέπει να προσδιοριστούν οι τέσσερις συντελεστές c_1, c_2, c_3 και c_4 .

Οι συνθήκες που θα χρησιμοποιήσουμε για να επιλύσουμε την εξίσωση είναι οι ακόλουθες:

- (1) $u(0) = 0$, όπου $u(0)$ είναι η μετατόπιση στη θέση μηδέν της δοκού.
- (2) $P(L) = 0$, όπου $P(L)$ είναι η εξωτερική τάση στη θέση L της δοκού.
- (3) $R(L) = R_0$, όπου $R(L)$ είναι η διπολική τάση στη θέση L της δοκού και το R_0 συμβολίζει τη σταθερή τιμή του δίπολου σε εκείνο το σημείο.
- (4) $R(0) = 0$, όπου $R(0)$ είναι η διπολική τάση στη θέση μηδέν της δοκού.

Ακόμη, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για την εξωτερική δύναμη $P(x)$ και το δίπολο $R(x)$ αντίστοιχα.

Ισχύει ότι :

$$P(x) = E * u'(x) - l^2 * E * u'''(x) \text{ και } R(x) = l^2 * E * u''(x)$$

Ακολουθεί η διαδικασία εύρεσης των συντελεστών c_1, c_2, c_3 και c_4 για την εύρεση της εξίσωσης κίνησης $u(x)$.

$$u(x) = c_1 * e^{(x/l)} + c_2 * e^{(-x/l)} + c_3 * x + c_4$$

Αρχικά, βρίσκουμε τις παραγώγους του $u(x)$.

Πρώτη παράγωγος:

$$u'(x) = c_1 * e^{(x/l)} * (x/l)' + c_2 * e^{(-x/l)} * (-x/l)' + c_3 * 1 + 0 \Rightarrow$$
$$u'(x) = c_1 * (1/l) * e^{(x/l)} + c_2 * (-1/l) * e^{(-x/l)} + c_3 \Rightarrow$$

$$u'(x) = \frac{c_1}{l} * e^{(x/l)} - \frac{c_2}{l} * e^{(-x/l)} + c_3$$

Δεύτερη παράγωγος:

$$u''(x) = c_1 * (1/l) * e^{(x/l)} * (x/l)' + c_2 * (-1/l) * e^{(-x/l)} * (-x/l)' + 0$$

$$u''(x) = \frac{c_1}{l^2} * e^{(x/l)} + \frac{c_2}{l^2} * e^{(-x/l)}$$

Τρίτη παράγωγος:

$$u'''(x) = \frac{c_1}{l^3} * e^{(x/l)} - \frac{c_2}{l^3} * e^{(-x/l)}$$

Από τη συνθήκη (1) $u(0) = 0$ προκύπτει ότι:

$$u(0) = c_1 * e^0 + c_2 * e^0 + c_3 * 0 + c_4 = 0 \rightarrow c_1 + c_2 + c_4 = 0 \quad (5)$$

Από τη συνθήκη (2) $P(L) = 0$ προκύπτει ότι:

$$P(L) = E * c_1 / l * e^{(L/l)} - E * c_2 / l * e^{(-L/l)} + E * c_3 - l^2 * E * c_1 / l^3 * e^{(L/l)} + l^2 * E * c_2 / l^3 * e^{(-L/l)}$$
$$= 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_1 / l * e^{(L/l)} - c_2 / l * e^{(-L/l)} + c_3 - c_1 / l * e^{(L/l)} + c_2 / l * e^{(-L/l)} \Rightarrow c_3 = 0 \quad (6)$$

Από τη συνθήκη (3) $R(L) = R_0$ προκύπτει ότι:

$$R(L) = l^2 * E * c_1 / l^2 * e^{(L/l)} + l^2 * E * c_2 / l^2 * e^{(-L/l)} = R_0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (c_1 * e^{(L/l)} + c_2 * e^{(-L/l)}) = R_0 / E \quad (7)$$

Από τη συνθήκη (4) $R(0) = 0$ προκύπτει ότι:

$$R(0) = l^2 * E * c_1 / l^2 + l^2 * E * c_2 / l^2 = 0 \Rightarrow c_1 + c_2 = 0 \Rightarrow c_1 = -c_2 \quad (8)$$

Επιπλέον, από τη συνθήκη $P(0) = 0$ προκύπτει η παρακάτω ταυτότητα και επομένως επαληθεύεται η συνθήκη ότι δεν υφίσταται εξωτερική δύναμη P στη αρχική θέση της αμφιέριστης δοκού.

$$P(0) = E \cdot c_1/l - E \cdot c_2/l - l^2 \cdot E \cdot c_1/l^3 + l^2 \cdot E \cdot c_2/l^3 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \text{ (ταυτότητα)}.$$

Από τις σχέσεις (5) και (8) προκύπτει ότι $c_4 = 0$ (9)

Ακόμη, αντικαθιστώντας στη σχέση (7) την τιμή του συντελεστή c_2 όπως προέκυψε από τη συνθήκη (8) λαμβάνουμε την τιμή του συντελεστή c_1 .

$$\begin{aligned} \text{Λόγω της (7)} \Rightarrow c_1 \cdot e^{(L/l)} - c_1 \cdot e^{(-L/l)} &= R_0/E \Rightarrow \\ c_1 &= (R_0/E) / (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)}) = -c_2 \quad (10) \end{aligned}$$

Εάν, δε λάβουμε υπόψη το εσωτερικό μήκος l , δηλαδή $l \rightarrow 0$, προκύπτει ότι:
 $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0 \Rightarrow u(x) = 0$ (κλασσική λύση).

Εφόσον ολοκληρώθηκε ο προσδιορισμός των παραπάνω συντελεστών προκύπτει η αναλυτική έκφραση της εξίσωσης κίνησης.

$$u(x) = \frac{R_0}{E \cdot (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})} \cdot e^{(x/l)} - \frac{R_0}{E \cdot (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})} \cdot e^{(-x/l)}$$

Η μετατόπιση στη θέση L προκύπτει ως εξής:

$$u(L) = (R_0/E \cdot (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)}) \cdot (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})) = \underline{R_0/E} > 0!$$

Όπως αποδεικνύεται από την παραπάνω εξίσωση το μέτρο ελαστικότητας E είναι αντιστρόφως ανάλογο της μετατόπισης u . Επομένως, τα μαλακά υλικά εμφανίζουν μεγαλύτερες μετατοπίσεις. Οι μετατοπίσεις αυτές συνδέονται με την αύξηση του όγκου της πολυμερισμένης ακτίνης στην περίπτωση της κίνησης του κυττάρου.

Επίλυση της εξίσωσης $P(x)$, που συμβολίζει την εξίσωση της εξωτερικής δύναμης.

$$P(x) = E \cdot u'(x) - l^2 \cdot E \cdot u'''(x)$$

Μετά την αντικατάσταση των παραγώγων προκύπτει ότι : $P(x) = 0!$
 Επομένως, δεν υπάρχει μακροσκοπική δύναμη.

Ομοίως, με αντικατάσταση των αντίστοιχων παραγώγων θα υπολογιστεί και η εξίσωση για το δίπολο $R(x)$.

$$R(x) = I^2 E u''(x) \Rightarrow$$

$$R(x) = I^2 E R_0 / (I^2 E (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})) * e^{(x/l)} - I^2 E R_0 / (I^2 E (e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})) * e^{(-x/l)} \Rightarrow$$

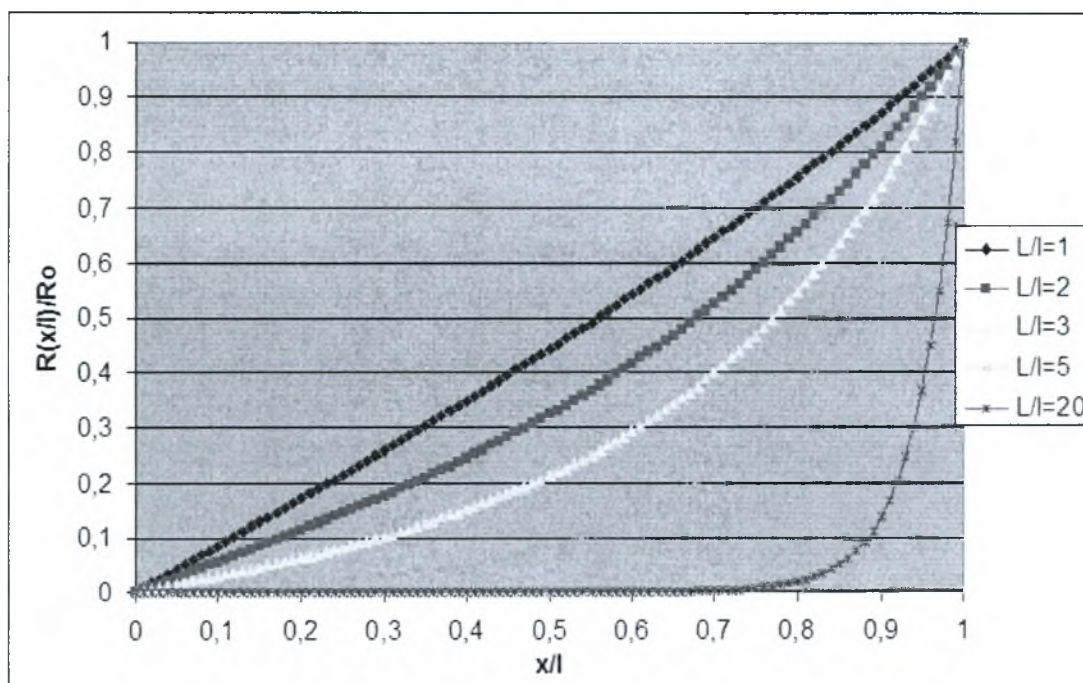
$$R(x) = \frac{R_0}{(e^{(L/l)} - e^{(-L/l)})} * (e^{(x/l)} - e^{(-x/l)})$$

Η παραπάνω εξίσωση που συμβολίζει το δίπολο των δυνάμεων μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\frac{R(x)}{R_0} = \frac{e^{(\frac{x}{L} * \frac{L}{l})} - e^{(-\frac{x}{L} * \frac{L}{l})}}{e^{(L/l)} - e^{(-L/l)}}$$

Με αυτή τη μορφή της εξίσωσης προκύπτει η ακόλουθη γραφική παράσταση για διάφορες τιμές του L/l .

Πρέπει να σημειώσουμε, λοιπόν, ότι το L συμβολίζει το μήκος της δοκού, ενώ το l συμβολίζει το εσωτερικό μήκος του στοιχείου. Αποτελεί, δηλαδή, τη μικροδομή του υλικού. Έτσι, διαπιστώνουμε ότι για το σχεδιασμό του διαγράμματος που ακολουθεί δεν μπορεί να προκύψει τιμή του λόγου L/l μικρότερη της μονάδας, αφού $L > l$.



Το παραπάνω πρόβλημα, λοιπόν, μπορεί να χαρακτηριστεί ως μηχανο-χημική σύζευξη.

Η μετατόπιση που προκύπτει στην εξωτερική επιφάνεια της πρωτεΐνης προκαλεί αύξηση του όγκου.

Υποθέτω συντελεστή του Poisson $\nu = 0$.

$$\text{Αύξηση του όγκου : } \Delta V / V_0 = A * \int_0^L du(x) / dx * dx = A * u(L) = (R_0/E) * A$$

Για τις παραμορφώσεις- τροπές ισχύουν οι σχέσεις:

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu * \varepsilon_{xx} = -\nu * u'(x)$$

$$\text{Μεταβολή του όγκου : } \Delta V(x) / V_0 = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = u'(x) * (1-2*\nu)$$

$$\text{Για } \nu = 1/2 \Rightarrow \Delta V(x) / V_0 = 0$$

$$\text{Για } \nu = 0 \Rightarrow \Delta V(x) / V_0 = u'(x)$$

Η αύξηση του όγκου συνδέεται με τη χημική αντίδραση.

Οι Sekimoto et al (2004) [16] προτείνουν μια καταστατική σχέση που συνδέει τον ρυθμό παραγωγής μάζας ακτίνης ανά μονάδα επιφάνειας. Στη δική μας περίπτωση η σχέση τους μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$p \frac{du}{dt} = k_p * \exp(-c_p * R_0) - k_d * \exp(c_d * R_0)$$

όπου p : πυκνότητα δημιουργημένης μάζας (kg/m^3), είναι περίπου ίση με την πυκνότητα του νερού ($\rho = 1 \text{gr/cm}^3$)

$\frac{du}{dt}$: ταχύτητα μετατόπισης του άκρου (m/s)

R_0 : θετική διπολική τάση στο άκρο (N/m)

k_p : θετική σταθερά πολυμερισμού ($\text{kg/ m}^2 * \text{s}$)

c_p : θετική σταθερά επίδρασης διπολικής τάσης (m/ N)

k_d, c_d : αντίστοιχες σταθερές αποπολυμερισμού

Οι όροι τις σχέσης k_p, k_d συμβολίζουν το χημικό τμήμα της εξίσωσης, ενώ οι όροι $\exp(-c_p * R_0), \exp(c_d * R_0)$ συμβολίζουν το μηχανικό τμήμα της εξίσωσης. Μεγάλο θετικό R_0 ($\leftarrow \rightarrow$) απομακρύνει τα μόρια της ακτίνης. Επομένως, μειώνει τον πολυμερισμό.

Η εξίσωση κίνησης υπολογίστηκε παραπάνω και είναι ίση με $u(x) = R_0 / E$. Εάν για λόγους απλούστευσης παραλείψουμε τον δεύτερο όρο της σχέσης και αντικαταστήσουμε την τιμή του $u(x)$ προκύπτουν τα ακόλουθα :

$$p \cdot \frac{1}{3} = p \cdot \frac{R_0}{E \cdot \Delta t} = kp \cdot \exp(-cp \cdot R_0) \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{p \cdot R_0}{kp \cdot E \cdot \Delta t}\right) = -cp \cdot R_0 \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{p}{kp \cdot E \cdot \Delta t}\right) + \ln(R_0) = -cp \cdot R_0 \Rightarrow R_0 = \dots$$

Έτσι, λοιπόν, με δοκιμές στην παραπάνω εξίσωση μπορούμε να προσδιορίσουμε τη διπολική τάση R_0 .

Στο σημείο αυτό μπορούμε να αναφέρουμε ενδεικτικά κάποιες τιμές σχετικές με την ταχύτητα πολυμερισμού, την αντοχή και το εσωτερικό μήκος της ακτίνας. Τα στοιχεία αυτά αναφέρονται παρακάτω:

$$\frac{kp}{p} = 1.65 \cdot 10^{(-10)} \text{ m/s}$$

$$\frac{kd}{p} = 1.35 \cdot 10^{(-16)} \text{ m/s}$$

όπου kp/p και kd/p συμβολίζουν την ταχύτητα δημιουργίας μάζας ή διαφορετικά την ταχύτητα πολυμερισμού.

Ισχύει ότι:

$$cp = cd = \frac{\xi^2}{k \cdot T}$$

$$k = 1.381 \cdot 10^{(-23)} \text{ J/}^\circ\text{K molecule}$$

$$T = 293 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$\xi = 10^{(-8)} \text{ m.}$$

Στο σημείο αυτό θα αναφέρουμε κάποιες ενδεικτικές τιμές που αφορούν την ακτίνη του κυττάρου, έτσι ώστε να έχουμε μία ολοκληρωμένη εικόνα για τη μικροδομή, την αντοχή αλλά και το μέγεθος των αναπτυσσόμενων διπολικών τάσεων στην επιφάνεια του κυττάρου. Έτσι, λοιπόν, αναφέρουμε τις ακόλουθες πληροφορίες:

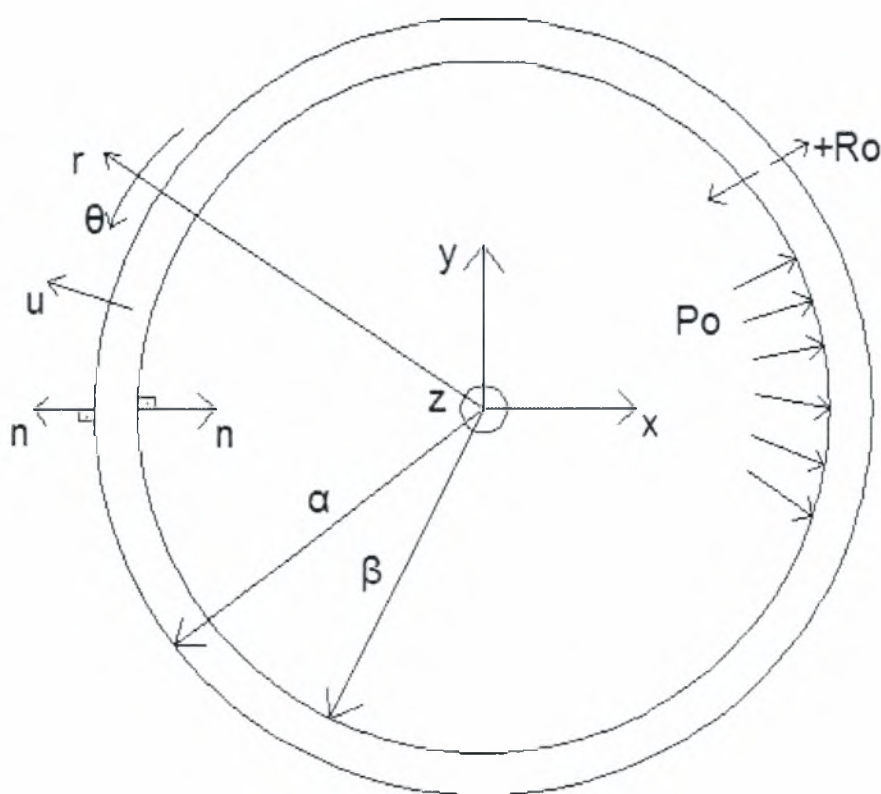
Το εσωτερικό μήκος της ακτίνης του κυττάρου $l = 10^{(-6)} \text{ cm} = 10^{(-8)} \text{ m}$.
Ωστόσο, δεν υπάρχουν πληροφορίες για το εσωτερικό μήκος l της καρδιάς.

Η αντοχή της ακτίνης του κυττάρου είναι ίση με $0.25 \text{ nN} / \mu\text{m}^2 = 250 \text{ Pa}$.

Η διπολική τάση που αναπτύσσεται στην επιφάνεια του κυττάρου είναι $R_0 = 25 \cdot 10^{(-8)} \text{ Pa} \cdot \text{m}$.

3.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΚΑΡΔΙΑΣ ΜΕ ΕΝΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΣΦΑΙΡΙΚΟ ΚΕΛΥΦΟΣ

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η προσομοίωση της ανθρώπινης καρδιάς με ένα απλούστατο μοντέλο ένα συμμετρικά σφαιρικό κέλυφος. Η σφαίρα αποτελείται από μία λεπτή εξωτερική επιφάνεια που μπορεί να χαρακτηριστεί ως μεμβράνη. Στην επιφάνεια αυτής της μεμβράνης αναπτύσσεται εσωτερική πίεση P_0 και το δίπολο των δυνάμεων. Η πίεση αυτή θεωρείται φυσιολογική. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται λόγος για μία ηλεκτρο-μηχανική σύζευξη όπως είναι ο βηματοδότης. Ο ηλεκτρισμός προκαλεί την ανάπτυξη διπολικών τάσεων R_0 πάνω στην εξωτερική περίμετρο της σφαίρας, ώστε να προκληθεί συστολή και διαστολή της εν λόγω σφαίρας που όπως προαναφέρθηκε προσομοιάζει την καρδιά οποιουδήποτε ζωικού οργανισμού.



Εικόνα 3.2.1: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται ένα συμμετρικά σφαιρικό κέλυφος. Στην περίμετρο της αποτελείται από μία λεπτή εξωτερική μεμβράνη. Έτσι, προκύπτουν μία εξωτερική ακτίνα a και μία εσωτερική ακτίνα β . Στο

σχέδιο φαίνονται το ορθογώνιο σύστημα x, y, z και οι πολικές συντεταγμένες r, θ .

Το διάνυσμα n του σχήματος συμβολίζει το μοναδιαίο διάνυσμα, που είναι πάντοτε κάθετο στην επιφάνεια με διεύθυνση προς το εξωτερικό τμήμα της επιφάνειας. Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας το διάνυσμα $u(r)$ παριστάνει την ακτινική μετατόπιση, όπου r συμβολίζει την ακτίνα της σφαίρας με ελάχιστο και μέγιστο όριο αντίστοιχα $\beta \leq r \leq a$. Επιπλέον, η εσωτερική πίεση συμβολίζεται με P_0 , ενώ το δίπολο με R_0 .

Έτσι, λοιπόν, σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις προσομοιάζουμε την καρδιά με ένα απλό μοντέλο συμμετρικής σφαίρας. Το εσωτερικό τμήμα της καρδιάς αποτελείται από αίμα. Ο αρχικός όγκος του αίματος V_0 και ο τελικός όγκος V δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$V_0 = 4\pi\beta^3/3 \quad \text{και} \quad V = 4\pi(\beta + u(\beta))^3/3$$

Όπου V_0 : αρχικός όγκος του αίματος

V : τελικός όγκος του αίματος

$u(\beta)$: ακτινική μετατόπιση της σφαίρας στη θέση β .

Σχεδόν στατικά αγνοούμε τη δύναμη απόκρισης για κανονικό σφυγμό.

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω ο όγκος του αίματος δε διατηρείται σταθερός, διότι το αίμα συγκεντρώνεται στο εσωτερικό τμήμα της καρδιάς όταν πρόκειται για θετικό δίπολο $+R_0$ όπου λαμβάνουμε αντίστοιχη μετατόπιση $u(\beta) > 0$, ενώ το αίμα αποστέλλεται όταν πρόκειται για αρνητικό δίπολο $-R_0$ όπου προκύπτει και η αντίστοιχη μετατόπιση $u(\beta) < 0$.

Στη συνέχεια αναφέρονται κάποιες σχέσεις, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για τον ακριβή προσδιορισμό της εξίσωσης $u(r)$.

$$\tau_{rr} = E*((1-\nu)*\epsilon_{rr} + \nu*2*\epsilon_{\theta\theta}) / ((1+\nu)*(1-2*\nu))$$

$$\tau_{\theta\theta} = \tau_{\phi\phi} = E*((1-\nu)*\epsilon_{\theta\theta} + \nu*(\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta})) / ((1+\nu)*(1-2*\nu))$$

όπου τ_{rr} , $\tau_{\theta\theta}$, $\tau_{\phi\phi}$: οι μονοπολικές τάσεις

$$\epsilon_{rr} = \frac{du}{dr}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{\phi\phi} = u/r$$

όπου ϵ_{rr} , $\epsilon_{\theta\theta}$, $\epsilon_{\phi\phi}$: οι ορθές παραμορφώσεις ή διαφορετικά τροπές.

$$\mu = I^2 \nabla \tau \Rightarrow \mu = I^2 \frac{\partial \tau}{\partial r}$$

όπου μ : η διπολική τάση

$$\nabla u = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 u)}{\partial r}$$

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2} \left(2 \frac{\partial u}{\partial r} + r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) = \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$$

όπου ∇ : συμβολίζει το ανάδελτα

$$P = \tau r - \frac{\partial \mu}{\partial r}$$

όπου P : ο ελκυστής των τάσεων

$$R = \mu$$

όπου R : ο διπολικός ελκυστής τάσεων

Στο μοντέλο που περιγράφηκε προηγουμένως θα αγνοηθούν οι μαζικές δυνάμεις.

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφέρουμε ότι λόγω έλλειψης χρόνου δεν εξετάστηκε ο τρόπος με τον οποίο ο ηλεκτρικός παλμός μετατρέπεται σε διπολικό ελκυστή τάσεων.

Εξίσωση ισορροπίας εκφρασμένη με $u(r)$

$$\nabla^2 u - l^2 \nabla^4(u) = 0$$

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right)$$

Εξίσωση μετατόπισης

$$u(r) = c_1 r + c_2 / r^2 + c_3 (\cosh(r/l) / r) + c_4 (\sinh(r/l) / r)$$

Οι πρώτες δύο ποσότητες της παραπάνω εξίσωσης $c_1 r$ και c_2 / r^2 αποτελούν την κλασική λύση της εξίσωσης της μετατόπισης. Έτσι, λοιπόν, εάν οι δύο τελευταίες ποσότητες επαληθεύουν η κάθε μία ξεχωριστά την εξίσωση ισορροπίας που αναφέρεται παραπάνω, τότε αποτελούν λύσεις της εξίσωσης μετατόπισης. Άρα, αφού η κάθε μία χωριστά επαληθεύει την εξίσωση, τότε θα την επαληθεύει και το άθροισμά τους.

ΠΡΩΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

$$\frac{du}{dr} = \sinh(r/l) * \frac{1}{l} * \frac{1}{r} - \cosh(r/l) * \frac{1}{r^2}$$

$$\nabla^2 u = 1/r^2 * \frac{d(r^2 \frac{du}{dr})}{dr} - \frac{d^2 \epsilon_{rr}}{dr^2}$$

$$A = r^2 * \frac{du}{dr} = \sinh(r/l) * \frac{1}{l} * r - \cosh(r/l)$$

$$B = \frac{dA}{dr} = \cosh(r/l) * \frac{r}{l^2}$$

$$1/r^2 * B = \cosh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^2}$$

$$\nabla^2 u = \cosh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^2}$$

Επομένως, υπολογίστηκε το πρώτο σκέλος της εξίσωσης ισορροπίας.

$$\nabla^2(\nabla^2 u) = 1/r^2 * \frac{d(r^2 \frac{d\nabla^2 u}{dr})}{dr}$$

$$\frac{d\nabla^2 u}{dr} = \sinh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^3} + \cosh(r/l) * (-\frac{1}{r^2} * \frac{1}{l^2})$$

$$r^2 * \frac{d\nabla^2 u}{dr} = \sinh(r/l) * r * \frac{1}{l^3} - \cosh(r/l) * \frac{1}{l^2}$$

$$\frac{d}{dr} (r^2 * \frac{d\nabla^2 u}{dr}) = \cosh(r/l) * r * \frac{1}{l^4}$$

$$l^2 (\nabla^4) u = \cosh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^2}$$

Άρα, ισχύει η εξίσωση ισορροπίας $\nabla^2 u - l^2 \nabla^4(u) = 0$.

Επομένως, η συνάρτηση $\cosh(r/l)/r$ αποτελεί λύση της εξίσωσης $u(r)$.

Ακολουθώντας την ίδια ακριβώς διαδικασία με προηγουμένως θα προκύψει ότι και η συνάρτηση $\sinh(r/l)/r$ αποτελεί λύση της εξίσωσης $u(r)$.

Για τη συνάρτηση $\sinh(r/l)/r$ προκύπτουν τα ακόλουθα:

$$\nabla^2 u = \sinh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^2}$$

$$\text{και } l^2 (\nabla^4) u = \sinh(r/l) * \frac{1}{r} * \frac{1}{l^2}$$

Επομένως, η τελική λύση της εξίσωσης μετατόπισης $u(r)$ είναι η εξής:

$$u(r) = c_1 * r + c_2 / r^2 + c_3 * (\cosh(r/l)/r) + c_4 * (\sinh(r/l)/r)$$

Με αντικατάσταση των παραπάνω σχέσεων ισχύει ότι:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = c_1 - 2 * \frac{c_2}{r^3} + c_3 * \left(\sinh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{l} * \frac{1}{r} - \cosh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{r^2} \right) + c_4 * \left(\cosh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{l} * \frac{1}{r} - \sinh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{r^2} \right)$$

$$\text{και } \varepsilon_{\theta\theta} = u/r = c_1 + \frac{c_2}{r^3} + c_3 * \cosh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{r^2} + c_4 * \sinh\left(\frac{r}{l}\right) * \frac{1}{r^2}$$

Προσεγγιστικά λαμβάνουμε ότι ο συντελεστής του Poisson είναι $\nu=0$ και καταλήγουμε στις σχέσεις που αναφέρονται παρακάτω:

$$\tau_{rr} = E * \varepsilon_{rr}$$

$$\tau_{\theta\theta} = E * \varepsilon_{\theta\theta}$$

$$\mu = I^2 * \frac{d\tau_{rr}}{dr} = I^2 * E * \frac{d\varepsilon_{rr}}{dr}$$

$$P = E * (\varepsilon_{rr} - I^2 * \frac{d^2\varepsilon_{rr}}{dr^2})$$

$$R = \mu = I^2 * E * \frac{d\varepsilon_{rr}}{dr}$$

Για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε την εξίσωση της μετατόπισης $u(r)$ πρέπει να υπολογίσουμε τις άγνωστες παραμέτρους c_1, c_2, c_3, c_4 . Επομένως, πρέπει να δημιουργήσουμε τέσσερις συνοριακές συνθήκες, αφού τέσσερις είναι οι άγνωστοι συντελεστές που θέλουμε να βρούμε.

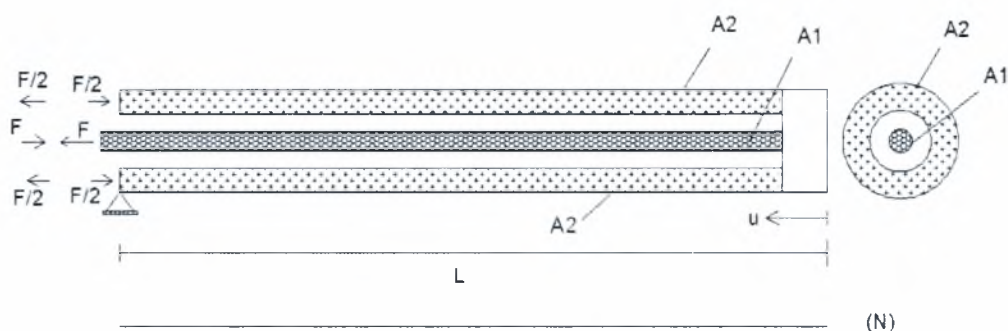
Συνοριακές συνθήκες

1. $P(\beta) = -P_0$: όπου $P(\beta)$ είναι η εσωτερική-κυκλοφοριακή πίεση για ακτίνα $r = \beta$. Η τιμή της πίεσης σε αυτή τη θέση είναι μία σταθερή ποσότητα και ίση με P_0 .
2. $P(a) = 0$: όπου $P(a)$ είναι η εσωτερική-κυκλοφοριακή πίεση για ακτίνα $r = a$. Η τιμή της πίεσης σε αυτή τη θέση είναι μηδενική. Δηλαδή δεχόμαστε ότι δεν υπάρχει πίεση, που να επιβάλλεται στην εξωτερική επιφάνεια της σφαίρας.
3. $R(a) = R_0$: όπου $R(a)$ είναι το δίπολο στη θέση $r = a$. Η ποσότητα του δίπολου σε αυτή τη θέση είναι σταθερή και ίση με R_0 .
4. $R(\beta) = 0$: όπου $R(\beta)$ είναι το δίπολο στη θέση $r = \beta$ και είναι ίσο με μηδέν.

Έτσι, μπορούμε με αντικατάσταση στις παραπάνω συνοριακές συνθήκες να προσδιορίσουμε τις τέσσερις παραμέτρους της εξίσωσης και τελικά να επιλύσουμε το πρόβλημα τις σφαίρας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Στο παράρτημα αυτό θα γίνει αναφορά σε ένα απλό μοντέλο προέντασης. Πρόκειται για ένα σύντομο παράδειγμα που επεξηγεί την παρουσία και «συμπεριφορά» ενός δίπολου δυνάμεων. Πιο συγκεκριμένα επρόκειτο για ένα ζεύγος ίσων και αντίθετων δυνάμεων που όμως η παρουσία του οδηγεί σε μετατόπιση του εκάστοτε φορέα, τον οποίο και εξετάζουμε. Αντίθετα, λοιπόν, με τις κλασσικές δυνάμεις που έχουμε διδαχθεί στη φυσική, όπου ένα ζεύγος ίσων και αντίθετων δυνάμεων δεν προκαλεί μετακίνηση.



Εικόνα 3.3.1: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται ένας σύνθετος φορέας, ο οποίος αποτελείται από δύο σύνθετα υλικά. Οι διατομές των υλικών αυτών είναι A_1 και A_2 αντίστοιχα. Στο ένα άκρο του φορέα ασκούνται οι διπολικές δυνάμεις F και $F/2$, οι οποίες τελικά οδηγούν στην μετατόπιση του φορέα που συμβολίζεται με u . Το συνολικό μήκος του φορέα είναι ίσο με L . Ακόμη, όπως φαίνεται στο σχήμα το διάγραμμα των αξονικών δυνάμεων είναι ίσο μηδέν, αφού το εξωτερικό αξονικό φορτίο είναι ίσο με μηδέν και οι δυνάμεις που αποτελούν το δίπολο αλληλοαναιρούνται.

Για τον παραπάνω σύνθετο φορέα ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\sigma_1 = F / A_1 = \varepsilon_1 * E_1$$

όπου σ_1 : είναι η ορθή τάση που αντιστοιχεί στο υλικό με διατομή ίση με A_1
 F : είναι το δίπολο των δυνάμεων για το υλικό (1)
 A_1 : συμβολίζει το εμβαδόν της διατομής (1)
 ε_1 : συμβολίζει την ορθή παραμόρφωση – τροπή
 E_1 : πρόκειται για το μέτρο ελαστικότητας του υλικού (1)

$$\sigma_2 = F / A_2 = \varepsilon_2 * E_2$$

όπου σ_2 : είναι η ορθή τάση που αντιστοιχεί στο υλικό με διατομή ίση με A_2
 F : είναι το δίπολο των δυνάμεων για το υλικό (2)
 A_2 : συμβολίζει το εμβαδόν της διατομής (2)
 ε_2 : συμβολίζει την ορθή παραμόρφωση – τροπή
 E_2 : πρόκειται για το μέτρο ελαστικότητας του υλικού (2)

Σύμφωνα, λοιπόν, με το συμβιβαστό των μετατοπίσεων ισχύει ότι η μετατόπιση u είναι κοινή και για τα δύο υλικά (1) και (2).

$$u = \varepsilon_1 * L = \varepsilon_2 * L \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

Έτσι, προκύπτει ότι τα δύο υλικά έχουν την ίδια παραμόρφωση.

$$\varepsilon_1 = F / A_1 * E_1 \text{ για το υλικό (1) και } \varepsilon_2 = F / A_2 * E_2 \text{ για το υλικό (2).}$$

Από την ισότητα των τροπών ισχύει ότι:

$$A_1 * E_1 = A_2 * E_2$$

Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι για να προκύψει μετατόπιση του φορέα ίση με u πρέπει να ισχύει η παραπάνω σχέση. Η σχέση αυτή είναι συνάρτηση του μέτρου ελαστικότητας καθώς και του εμβαδού που αντιστοιχεί σε κάθε υλικό.

Ολοκληρώνοντας, αξίζει να αναφέρουμε ότι μπορούμε να δούμε ένα παράδειγμα δίπολων δυνάμεων εάν εφαρμόζοντας δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις (δίπολο δυνάμεων) στο ένα άκρο ενός κορδονιού από αλεξιπτώτο, το απέναντι άκρο του κορδονιού παρατηρούμε ότι μετατοπίζεται. Η αιτία, λοιπόν, που προκαλεί αυτή τη μετακίνηση είναι το δίπολο των δυνάμεων και όχι κάποια εξωτερική δύναμη, όπως προβλέπεται στην κλασική φυσική.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] V.I. Fabrikant (1990) “Inclined circular punch bonded to a transversely isotropic half-space”. ASCE journal of Engineering Mechanics vol. 116, pp. 1599-1617.
- [2] V.I. Fabrikant (1990) “Axisymmetric bonded punch problem: A complete solution”. Ingenieur Archiv, vol. 60, pp. 213- 224.
- [3] V.I. Fabrikant (1988) “Elastic field around a circular punch”. ASME journal of Applied Mechanics, vol. 55, pp. 604- 610.
- [4] A.N.Gent and O.H.Yeoh (2006) Small indentations of rubber blocks: Effect of size and shape at block and of lateral compression, Rubber Chemistry and Technology, vol.79, pp. 674-693.
- [5] Rayner JH, Brown G. Crystal-Structure of Talc. Clays Clay Minerals 1973; 21: 103-114.
- [6] Abu Bakar MB, Leong YW, Ariffin A, Ishak ZAM. Mechanical, Flow and Morphological Properties of Talc- and Kaolin-Filled Polypropylene Hybrid Composites. J Appl Polym Sci 2007; 104: 434-441.
- [7] Lemman, D., Shiang, T.Y., Hashmi, A., Ulbercht, J.S. and Cavanagh, P.R. (1997). The effect of insoles in therapeutic footwear – A finite element approach, Journal of Biomechanics, vol. 13, p.p. 615-620
- [8] Miller, K. (2000). Biomechanics of Soft Tissues, Med. Sci. Monit., vol. 6, p.p. 158-167.
- [9] Zhang, M.Z., Zheng, Y.P. and Mark A.F. (1997). Estimating the effective Young’s modulus of soft tissues from indentation tests- Non linear finite element analysis of effects of friction and large deformation, Med. En. Phys., vol. 19, p.p. 512-517.
- [10] Ananthakrishnan R. And Ehnlicher A. (2007), The forces behind cell movement , Int. J. Biological Sciences, vol. 3, p.p. 303-317.
- [11] Marcy Y., Prost J., Carlier M.F. and Sykes C. (2004), “Forces generated during actin-bared propulsion: A direct measurement by micromanipulation”, PNAS of USA, vol. 101 (16), p.p. 5992-5997.
- [12] Noireaux V., Golsteyn R.M., Friederich E., Prost J., Antony C., Louvard D. And Sykes C. (2000), “Growing an actin gel an Spherical surfaces”, Biophysical Journal, vol. 78, p.p. 1643-1654.

[13] Mindlin, R. D. (1964), “Microstructure in linear elasticity” , Arch. Rational Mech. Anal., vol.16, pp. 51- 78.

[14] Amanatidou, E. And Aravas, N. (2002), “Mixed finite element formulations of strain-gradient elasticity problems” , Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., vol.191, pp. 1723- 1751.

[15] Tsepoura, K. G., Papargyri-Beskou, S., Polyzos, D. And Beskos, D. E. (2002), “Static and dynamic analysis of a gradient- elastic bar in tension” , Archive of Applied Mechanics, vol. 72, pp. 483- 497.

[16] Sekimoto K., Prost J., Julicher F., Boukellal H. And Bernheim-Grassuasser A. (2004), “Role of tensile stress in actin gels and symmetry-breaking instability” , The European Physical Journal E., vol. 13, p.p. 247-259.

Οι φωτογραφίες που χρησιμοποιήθηκαν για το εξώφυλλο βρίσκονται στο διαδίκτυο, οι διευθύνσεις των οποίων αναφέρονται στο υποκεφάλαιο 3.1.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000097193