



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ

Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων

Ψαρράς Σπυρίδων

Αναγνώριση Μοντέλων Κατασκευών με
Βάση Ταλαντωτικά Δεδομένα

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας

Βόλος, Ιούλιος 2005



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 4540/1
Ημερ. Εισ.: 19-07-2005
Δωρεά: Συγγραφέας
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜΒ
2005
ΨΑΡ

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Σπύρος Καραμάνος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Πετρόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας μου Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου, για την πολύτιμη καθοδήγηση και τη συνεργασία που είχαμε κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης, είμαι ευγνώμον στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κκ Σπύρο Καραμάνο και Γεώργιο Πετρόπουλο, για προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ευχαριστώ πολύ το συνεργάτη μου υποψήφιο διδάκτορα Κωνσταντίνο Χριστοδούλου για την υπομονή και την προθυμία για βοήθεια που έδειξε σε όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Πάνω απ όλα, είμαι ευγνώμον στην οικογένεια μου για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια.

Ψαράς Σπυρίδων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ	3
1.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3
1.1 ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	4
1.2 ΙΔΙΟΠΡΟΒΛΗΜΑ.....	4
1.3 ΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	5
1.4 ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΕ ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΟΡΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ	9
2.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
2.1 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	10
2.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΟΝ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΑΡΙΘΜΟ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	16
3.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	16
3.1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ QUASI-NEWTON.....	17
3.2 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	17
3.3 Η ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ QUASI-NEWTON.....	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	21
4.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	21
4.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ.....	22
4.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	26
4.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΙΣΘΗΤΗΡΙΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	27
4.4 ΣΦΑΛΜΑΤΑ	28
4.5 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ.....	28
4.6 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΜΟΡΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ	30
4.7 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	31
4.7.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΧΩΡΙΣ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ	32
4.7.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 1 ^ο ΟΡΟΦΟ.....	38
4.7.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 2 ^ο ΟΡΟΦΟ.....	44
4.7.4 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 3 ^ο ΟΡΟΦΟ.....	50
4.7.5 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΜΑΖΕΣ ΣΕ ΟΛΟΥΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΦΟΥΣ	56
4.7.6 ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΗ ΜΑΖΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	62

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	63
5.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	63
5.1 ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	64
5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	65
5.3 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	74
5.4 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	75
5.4.1 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΩΝ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ	75
5.4.2 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ	76
5.4.3 ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΤΟΥ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΑΝΑΘΕΩΡΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	77
5.4.4 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 1 ^ο ΟΡΟΦΟ	79
5.4.5 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 2 ^ο ΟΡΟΦΟ	80
5.4.6 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 3 ^ο ΟΡΟΦΟ	81
5.4.7 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΟΡΟΦΟ	82
5.4.8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	83
5.5 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	83
5.5.1 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΩΝ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ	83
5.5.2 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ	84
5.5.3 ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΤΟΥ ΑΝΑΘΕΩΡΗΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	86
5.5.4 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 1 ^ο ΟΡΟΦΟ	88
5.5.5 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 2 ^ο ΟΡΟΦΟ	90
5.5.6 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΤΟΝ 3 ^ο ΟΡΟΦΟ	92
5.5.7 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΜΑΖΕΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΟΡΟΦΟ	94
5.5.8 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΘΕΩΡΗΜΕΝΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ θ	96
5.5.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΛΕΠΤΟΜΕΡΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	97

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	98
--	-----------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1: ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ	100
--	-----

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	103
--------------------------	------------

Περίληψη

Η αναγνώριση των ταλαντωτικών χαρακτηριστικών μιας κατασκευής αφορά τον προσδιορισμό ποσοτήτων όπως οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές. Η γνώση των ταλαντωτικών χαρακτηριστικών μιας κατασκευής είναι σημαντική για τον προσδιορισμό της δυναμικής συμπεριφοράς της, την αναθεώρηση και τη δημιουργία αξιόπιστων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται αρχικά η αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών διάφορων δομικών καταστάσεων της μεταλλικής κατασκευής του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, όταν αυτό υπόκειται σε ελεύθερη ταλάντωση. Η μια κατάσταση της κατασκευής διαφέρει από την άλλη ως προς την μάζα που έχει η κάθε μια. Στη συνέχεια τα μορφικά χαρακτηριστικά που αναγνωρίστηκαν χρησιμοποιούνται για την αναθεώρηση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, ενός απλού τριών βαθμών ελευθερίας και ενός λεπτομερέστερου. Η μεθοδολογία αναθεώρησης μοντέλων στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης σφάλματος που αποτελείται από σταθμισμένα μορφικά υπόλοιπα. Ανάλογα με τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας w των σταθμισμένων μορφικών υπόλοιπων προκύπτουν και διάφορες βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους θ . Αρχικά μελετάται η περίπτωση όπου οι επιμέρους συναρτήσεις σφάλματος έχουν την ίδια βαρύτητα στον προσδιορισμό του συνολικού σφάλματος. Στη συνέχεια μελετάται η περίπτωση όπου οι συντελεστές βαρύτητας κάθε επιμέρους συνάρτησης παίρνουν τις βέλτιστες τιμές, όπως αυτές προκύπτουν χρησιμοποιώντας ένα πλαίσιο βασισμένο στη θεωρία Bayes, Χριστοδούλου και Παπαδημητρίου, (2005). Τέλος γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων στις δυο μεθόδους αναθεώρησης.

Η παρούσα εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια γενική περιγραφή των μοντέλων απόκρισης κατασκευών. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία μορφικής αναγνώρισης των κατασκευών και η οποία βασίζεται σε μετρήσεις ελεύθερης ταλάντωσης. Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών μορφικών μοντέλων. Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται πειραματικός προσδιορισμός των μορφικών

χαρακτηριστικών της κατασκευής και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μορφικής ανάλυσης για τις διάφορες δομικές καταστάσεις της κατασκευής. Στην πέμπτη ενότητα παρουσιάζονται τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων της υπο εξέτασης κατασκευής, ένα απλό τριών βαθμών ελευθερίας και ένα λεπτομερέστερο, και πραγματοποιείται η αναθεώρηση. Τέλος, στην έκτη ενότητα, συνοψίζονται συμπεράσματα και προτάσεις για επιπλέον μελέτη.

Κεφάλαιο 1

Μοντέλα Απόκρισης Κατασκευών

1.0 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα μαθηματικά μορφικά μοντέλα που περιγράφουν την κίνηση των γραμμικών κατασκευών σε δυναμικά φορτία. Ειδικότερα περιγράφονται οι εξισώσεις που δίνουν την ελεύθερη ταλάντωση κατασκευών με κλασσικό μητρώο απόσβεσης. Συγκεκριμένα, προσδιορίζονται οι παράμετροι του μορφικού μοντέλου που απαιτούνται για την πλήρη περιγραφή της απόκρισης.

Το μορφικό μοντέλο και τα χαρακτηριστικά της απόκρισης χρησιμοποιούνται στο κεφάλαιο 2 όπου περιγράφεται η μεθοδολογία αναγνώρισης των μορφικών χαρακτηριστικών των κατασκευών βάσει των μετρήσεων των χρονικών ιστοριών της επιτάχυνσης σε διάφορες θέσεις της κατασκευής.

1.1 Εξίσωση Κίνησης Ταλαντωτικού Συστήματος

Η μητρική μορφή της εξίσωσης κίνησης ενός ταλαντωτικού συστήματος με πολλούς βαθμούς ελευθερίας, δίδεται από την σχέση:

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{x}} + \mathbf{C}\dot{\underline{x}} + \mathbf{K}\underline{x} = \underline{f}(t) \quad \text{Equation Section 1(1.1)}$$

όπου \mathbf{M} το μητρώο μάζας, \mathbf{C} το μητρώο απόσβεσης, \mathbf{K} το μητρώο ακαμψίας, \underline{x} το διάνυσμα αποκρίσεων και \underline{f} το διάνυσμα διέγερσης του συστήματος. Στην ειδική περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης η εξωτερική διέγερση του συστήματος είναι μηδέν και επομένως η εξίσωση κίνησης παίρνει την μορφή:

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{x}} + \mathbf{C}\dot{\underline{x}} + \mathbf{K}\underline{x} = \underline{0} \quad (1.2)$$

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων είναι συζευγμένο. Για την επίλυση του παραπάνω συστήματος χρησιμοποιείται η μέθοδος της μορφικής ανάλυσης, η οποία βασίζεται στη επίλυση του παρακάτω ιδιοπροβλήματος για τον προσδιορισμό των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών.

1.2 Ιδιοπρόβλημα

Στην ανάλυση εισάγονται οι ιδιομορφές $\underline{\phi}_r$ και οι ιδιοσυχνότητες ω_r , οι οποίες προσδιορίζονται από την επίλυση του ιδιοπροβλήματος

$$(\mathbf{K} - \omega_r^2 \mathbf{M})\underline{\phi}_r = \underline{0} \quad (1.3)$$

Τα N ιδιοδιανύσματα $\underline{\phi}_r$ μπορούν να γραφούν σε ένα πίνακα της μορφής:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \dots & \phi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \dots & \phi_{NN} \end{pmatrix}$$

ο οποίος ονομάζεται πίνακας ιδιομορφών. Οι N ιδιοσυχνότητες μπορούν επίσης να γραφούν σε ένα πίνακα με την μορφή:

$$\mathbf{\Omega}^2 = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_N^2 \end{pmatrix}$$

Έτσι το ιδιοπρόβλημα μπορεί να γραφεί στην μητρική μορφή:

$$\mathbf{K}\mathbf{\Phi} = \mathbf{M}\mathbf{\Phi}\mathbf{\Omega}^2 \quad (1.4)$$

Για συμμετρικά και ημιθετικά ορισμένα μητρώα ακαμψίας και μάζας \mathbf{K} και \mathbf{M} αντίστοιχα, αποδεικνύονται οι συνθήκες ορθογωνικότητας:

$$\underline{\Phi}_n^T \mathbf{K} \underline{\Phi}_r = \mathbf{0} \quad \text{για } n \neq r \quad (1.5)$$

και

$$\underline{\Phi}_n^T \mathbf{M} \underline{\Phi}_r = \hat{m} \quad \text{για } n = r \quad (1.6)$$

Η μητρική μορφή των συνθηκών ορθογωνιότητας είναι:

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{k} \mathbf{\Phi} \quad (1.7)$$

και

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{m} \mathbf{\Phi} \quad (1.8)$$

όπου $\hat{\mathbf{K}}$ και $\hat{\mathbf{M}}$ είναι τα διαγώνια μορφικά μητρώα ακαμψίας και μάζας με διαγώνια στοιχεία:

$$\hat{k}_n = \underline{\Phi}_n^T \mathbf{K} \underline{\Phi}_n \quad (1.9)$$

και

$$\hat{m}_n = \underline{\Phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\Phi}_n \quad (1.10)$$

Για θετικά ορισμένα μητρώα \mathbf{M} και \mathbf{K} , τα διαγώνια στοιχεία των \hat{k} και \hat{m} είναι θετικά. Χρησιμοποιώντας την (1.3) στην (1.9), αποδεικνύεται ότι (Νατσιάβας 2001)

τα διαγώνια στοιχεία \hat{k} και \hat{m} συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:

$$\hat{k}_n = \omega_n^2 \hat{m}_n \quad (1.11)$$

1.3 Μορφική Ανάλυση

Σύμφωνα με την μέθοδο της μορφικής ανάλυσης, προκειμένου να λύσουμε το σύστημα εξισώσεων (1.1), θεωρούμε ότι η λύση έχει την μορφή:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^N \phi_r \xi_r(t) = \mathbf{\Phi} \underline{\xi}(t) \quad (1.12)$$

όπου $\xi_r(t)$ είναι οι κύριες (μορφικές) συντεταγμένες του συστήματος και $\underline{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T$. Με την χρήση αυτού του μετασχηματισμού επιτυγχάνεται η αποσύζευξη του ταλαντωτικού συστήματος.

Λύνοντας το ιδιοπρόβλημα, το μόνο που χρειάζεται να γίνει είναι να υπολογιστεί η χρονική απόκριση του συστήματος, δηλαδή το $\underline{\xi}(t)$. Έτσι οι άγνωστες μεταβλητές είναι πλέον τα $\xi_r(t)$. Χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό (1.12) στην εξίσωση κίνησης του ταλαντωτικού συστήματος ταλάντωσης με απόσβεση, όπου ϕ_r οι ιδιομορφές του συστήματος, προκύπτει:

$$\mathbf{M}\Phi\ddot{\underline{\xi}} + \mathbf{C}\Phi\dot{\underline{\xi}} + \mathbf{K}\Phi\underline{\xi} = \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (1.13)$$

Πολλαπλασιάζοντας από αριστερά με Φ^T προκύπτει:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\underline{\xi}} + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\underline{\xi}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \underline{\xi} = \Phi^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (1.14)$$

Η παραπάνω εξίσωση με χρήση των συνθηκών ορθογωνιότητας των κανονικοποιημένων ιδιομορφών, γράφεται:

$$\hat{\mathbf{m}} \ddot{\underline{\xi}} + \hat{\mathbf{c}} \dot{\underline{\xi}} + \hat{\mathbf{k}} \underline{\xi} = \Phi^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (1.15)$$

όπου με $\hat{\mathbf{c}}$ συμβολίζεται ο μη διαγώνιος πίνακας:

$$\hat{\mathbf{c}} = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$$

που περιέχει τα στοιχεία c_{nr} και τα $\hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{k}}$ είναι τα αντίστοιχα μορφικά μητρώα μάζας και απόσβεσης.

Το νέο σύστημα που προκύπτει είναι και πάλι συζευγμένο, διαμέσου του πίνακα απόσβεσης $\hat{\mathbf{C}}$, ο οποίος δεν είναι διαγώνιος και έτσι η εξίσωση (1.15) είναι συζευγμένη διαμέσου των μορφικών ταχυτήτων $\dot{\underline{\xi}}(t)$.

1.4 Μοντέλο Ελεύθερης Ταλάντωσης Με Κλασσική Απόσβεση

Η περίπτωση της κλασσικής απόσβεσης χρησιμοποιείται ευρέως για την αποσύζευξη των εξισώσεων του ταλαντωτικού συστήματος. Στην περίπτωση της κλασσικής απόσβεσης, ο πίνακας μορφικής απόσβεσης θεωρείται διαγώνιος, δηλ. $C_{nr} = 0$ για $n \neq r$. Η μορφή του πίνακα απόσβεσης στην περίπτωση αυτή είναι:

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{\Phi^T \mathbf{C} \Phi}{\Phi^T \mathbf{M} \Phi} = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 & & & 0 \\ & 2\zeta_2 \omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 2\zeta_m \omega_m \end{bmatrix}$$

όπου με $\zeta_r = \frac{c_r}{2m_r \omega_r}$ ορίζεται το ποσοστό απόσβεσης της r ιδιομορφής, και

$\omega_r = \sqrt{\frac{k_r}{m_r}}$ είναι η ιδιοσυχνότητα της r ιδιομορφής.

Με την υπόθεση αυτή, το σύστημα εξισώσεων (1.15), είναι αποσυζευγμένο και η κάθε εξίσωση μπορεί να λυθεί ανεξάρτητα. Για την r εξίσωση του συστήματος ισχύει:

$$\underline{\ddot{\xi}} + 2\zeta_r \omega_r \underline{\dot{\xi}} + \omega_r^2 \underline{\xi} = \frac{\underline{\phi}_r^T}{m} \underline{f}(t) \quad (1.16)$$

Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης, $\underline{f}(t) = \underline{0}$, και επομένως το δεύτερο σκέλος της (1.16) είναι μηδέν.

Η προς επίλυση διαφορική εξίσωση (1.16), με $\underline{f}(t) = \underline{0}$, αποτελεί ένα γραμμικό ομογενές σύστημα με σταθερούς συντελεστές και ως εκ τούτου η λύση έχει την εκθετική μορφή:

$$\underline{\xi}_r(t) = a_r e^{\lambda_r t} + \bar{a}_r e^{\bar{\lambda}_r t} = e^{-\zeta_r \omega_r t} [A_r \cos \omega_{dr} t + B_r \sin \omega_{dr} t] \quad (1.17)$$

όπου $\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}$ και τα A_r και B_r είναι πραγματικοί αριθμοί και εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες. Το λ_r ισούται με:

$$\lambda_r = -\zeta_r \omega_r + i \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (1.18)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (1.17) στην (1.12), η απόκριση του ταλαντωτή μπορεί να γραφεί στην μορφή:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^N \underline{\phi}_r [a_r e^{\lambda_r t} + \bar{a}_r e^{\bar{\lambda}_r t}]$$

Θεωρώντας ότι $a_r = \text{Re}(a_r) + i \text{Im}(a_r)$ και αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση, προκύπτει:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^N \underline{\phi}_r \text{Re}(a_r) [(1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r t}] \quad (1.19)$$

$$\text{όπου } \varepsilon_r = \frac{\text{Re}(a_r)}{\text{Im}(a_r)}$$

Θέτοντας $\underline{\psi}_r = \underline{\phi}_r \text{Re}(a_r)$, η απόκριση ελεύθερης ταλάντωσης με κλασική απόσβεση παίρνει την τελική μορφή:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^N \underline{\psi}_r [(1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r t}] \quad (1.20)$$

Παραγωγίζοντας δύο φορές ως προς τον χρόνο την (1.19), προσδιορίζεται η επιτάχυνση, από την σχέση:

$$\ddot{\underline{x}}(t) = \sum_{r=1}^N \underline{\phi}_r \left[a_r \lambda_r^2 e^{\lambda_r t} + \bar{a}_r \bar{\lambda}_r^2 e^{\bar{\lambda}_r t} \right] = \sum_{r=1}^N \underline{\phi}_r \left[\underline{b}_r e^{\lambda_r t} + \bar{\underline{b}}_r e^{\bar{\lambda}_r t} \right] \quad (1.21)$$

όπου $\underline{b}_r = a_r \lambda_r^2$. Η επιτάχυνση της απόκρισης μπορεί να γραφεί στην μορφή:

$$\ddot{\underline{x}}(t) = \sum_{r=1}^N \underline{\psi}_r \left[(1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r t} \right] \quad (1.22)$$

η οποία έχει την ίδια μορφή με την (1.19), όπου $\underline{\psi}_r = \underline{\phi}_r \operatorname{Re}(b_r)$ και $\varepsilon_r = \frac{\operatorname{Re}(b_r)}{\operatorname{Im}(b_r)}$.

Παρατηρείται ότι για τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης σε N_{out} βαθμούς ελευθερίας, με την συνεισφορά m ιδιομορφών, απαιτείται η γνώση των παραμέτρων των ιδιοσυχνοτήτων ω_r , των συντελεστών απόσβεσης ζ_r , των τιμών των ιδιομορφών $\hat{\psi}_r$, στα σημεία προσδιορισμού της απόκρισης και των τιμών ε_r . Συγκεντρώνοντας τις παραμέτρους αυτές σε ένα διάνυσμα $\underline{\theta}$ της μορφής:

$$\underline{\theta} = \{ \varepsilon_r, \omega_r, \zeta_r, \psi_{jr}, r = 1, \dots, m, j = 1, \dots, N_{out} \} \quad (1.23)$$

συμπεραίνεται ότι η επιτάχυνση του μαθηματικού μοντέλου ελεύθερης ταλάντωσης με κλασσική απόσβεση, και συνεισφοράς m ιδιομορφών, είναι:

$$\ddot{\underline{x}}(t; \underline{\theta}) = \sum_{r=1}^m \underline{\psi}_r \left[(1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r t} \right] \quad (1.24)$$

όπου η λ_r συνδέεται με τα ω_r και τα ζ_r μέσω της (1.18).

Για τον προσδιορισμό δηλαδή της επιτάχυνσης σε N_{out} σημεία απόκρισης, με την χρήση m ιδιομορφών, προκύπτουν συνολικά $(3 + N_{out})m$ παράμετρος του μοντέλου.

Κεφάλαιο 2

Μεθοδολογία Μορφικής Αναγνώρισης

2.0 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η αναγνώριση των ταλαντωτικών χαρακτηριστικών των κατασκευών. Ορίζεται η συνάρτηση σφάλματος και χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά μοντέλα που προέκυψαν από το πρώτο κεφάλαιο για την σύνταξη του αλγορίθμου αναγνώρισης.

Η αναγνώριση των ταλαντωτικών χαρακτηριστικών στηρίζεται στην γνώση της απόκρισης της κατασκευής σε ορισμένα σημεία αυτής. Η απόκριση των κατασκευών λαμβάνεται ύστερα από πειραματικές μετρήσεις σε πεπερασμένο αριθμό σημείων. Τα σημεία μέτρησης επιλέγονται έτσι ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο ενδεικτικά της κίνησης της κατασκευής δεδομένου ότι ο αριθμός των μετρητικών οργάνων είναι πεπερασμένος και πολλές φορές μικρός σε σχέση με την πολυπλοκότητα την μελετούμενης κατασκευής (Papadimitriou, Beck and Au, 2000).

Με βάση την γνώση της απόκρισης της κατασκευής, γίνεται προσπάθεια επιλογής των κατάλληλων τιμών των παραμέτρων θ των μαθηματικών μοντέλων, που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για την σύγκλιση της απόκρισης αυτών με τις πειραματικές μετρήσεις. Η αναγνώριση δηλαδή, γίνεται με την σύγκριση των αποκρίσεων των μοντέλων σε ένα αριθμό σημείων με την πραγματική απόκριση των κατασκευών στα σημεία αυτά. Σκοπός είναι η επιλογή τέτοιων παραμέτρων της απόκρισης του μαθηματικού μοντέλου ώστε η διαφορά μεταξύ των αποκρίσεων του μοντέλου και των πειραματικών δεδομένων να είναι η ελάχιστη δυνατή. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων θ του μοντέλου αντιστοιχούν στα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά της κατασκευής.

2.1 Η συνάρτηση σφάλματος

Το μέτρο της διαφοράς, μεταξύ της απόκρισης του μοντέλου και μετρούμενης απόκρισης, εκφράζεται από μία κατάλληλα επιλεγμένη σχέση αυτών, η οποία αποτελεί την συνάρτηση σφάλματος ή αντικειμενική συνάρτηση. Η συνάρτηση σφάλματος αποτελεί την ποσοτική σύγκριση του κάθε μαθηματικού μοντέλου, που προκύπτει με την επιλογή των τιμών των παραμέτρων $\underline{\theta}$ από τις οποίες εξαρτάται, και της απόκρισης της κατασκευής. Στην ιδανική περίπτωση που το μοντέλο περιγράφει πλήρως την δυναμική απόκριση της κατασκευής στα σημεία μέτρησης, η συνάρτηση σφάλματος μηδενίζεται.

Ωστόσο κάτι τέτοιο είναι αδύνατο, όχι μόνο λόγω της «κακής» γνώσης της πραγματικής απόκρισης λόγω σφαλμάτων μέτρησης, όπως θόρυβος, αλλά και λόγω αδυναμίας του μαθηματικού μοντέλου να περιγράψει την δυναμική απόκριση απόλυτα. Η παραδοχή της γραμμικής συμπεριφοράς της κατασκευής είναι αρκετά καλή προσέγγιση αλλά εμποδίζει τον μηδενισμό της συνάρτησης σφάλματος. Επίσης το ίδιο το μαθηματικό μοντέλο δεν μπορεί να περιγράψει ακριβώς την απόκριση της κατασκευής λόγω των υποθέσεων του (π.χ. κλασσική απόσβεση).

Έτσι για τον υπολογισμό των βέλτιστων παραμέτρων του μοντέλου που περιγράφουν την ταλαντωτική συμπεριφορά της κατασκευής γίνεται ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος, ως προς τις παραμέτρους $\underline{\theta}$ του μαθηματικού μοντέλου που είναι και οι μεταβλητές ελαχιστοποίησης. Η συνάρτηση σφάλματος υπολογίζει, για κάθε σημείο μέτρησης και για κάθε σημείο του διαστήματος ελαχιστοποίησης, την διαφορά μεταξύ της χρονικής ιστορίας της επιτάχυνσης που προβλέπει το μαθηματικό μοντέλο με την χρονική ιστορία της επιτάχυνσης που προκύπτει από τις πειραματικές μετρήσεις της κατασκευής.

Η γενική μαθηματική έκφραση της συνάρτησης σφάλματος είναι:

$$E(\underline{\theta}) = \sum_{k=1}^{N_s} \left\| Y(k\Delta u, \underline{\theta}) - \hat{Y}(k\Delta u) \right\|^2 \quad (2.1)$$

όπου

k ο δείκτης διακριτοποίησης στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας

N_u	ο αριθμός των δεδομένων στο πεδίο του χρόνου
Δt	το βήμα διακριτοποίησης στο πεδίο χρόνου
$\underline{\theta}$	μεταβλητές του προβλήματος ελαχιστοποίησης και παράμετρος του χρησιμοποιούμενου μαθηματικού μοντέλου απόκρισης
$\underline{Y}(k\Delta u, \underline{\theta})$	η χρονική ιστορία της απόκρισης(επιτάχυνσης) όπως αυτή υπολογίζεται από το μαθηματικό μοντέλο για συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων $\underline{\theta}$
$\hat{\underline{Y}}(k\Delta u)$	η αντίστοιχη χρονική ιστορία της απόκρισης (επιτάχυνσης) της κατασκευής που προκύπτει από πειραματικά δεδομένα
$\ \cdot\ $	ευκλείδειο μέτρο : $\ \mathbf{x}\ ^2 = x^2_1 + \dots + x^2_n$

Η αναγνώριση των παραμέτρων με την ελαχιστοποίηση της παραπάνω συνάρτησης σφάλματος, αντιστοιχεί σε προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων της υπολογισμένης επιτάχυνσης βάσει του μαθηματικού μοντέλου και της αντίστοιχης επιτάχυνσης που προκύπτει από τις μετρήσεις.

Για την ποσοτικοποίηση του ποσοστού σφάλματος μεταξύ της απόκρισης του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων, ορίζεται η σχετική συνάρτηση σφάλματος. Συγκεκριμένα η σχετική συνάρτηση σφάλματος που ελαχιστοποιείται έχει την γενική μορφή:

$$J(\underline{\theta}) = \frac{\sum_{k=1}^{N_u} \left\| \underline{Y}(k\Delta u, \underline{\theta}) - \hat{\underline{Y}}(k\Delta u) \right\|^2}{\sum_{k=1}^{N_u} \left\| \hat{\underline{Y}}(k\Delta u) \right\|^2} \quad (2.2)$$

και εκφράζει τον λόγο του μέτρου της διαφοράς της απόκρισης του μοντέλου από την μετρούμενη απόκριση προς το μέτρο της απόκρισης της κατασκευής. Με τον τρόπο αυτό γίνεται μια προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων του μοντέλου με τις μετρήσεις.

Έτσι γίνεται προσπάθεια με διάφορες αριθμητικές μεθόδους να γίνει ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος προκειμένου να υπολογιστούν όσο το δυνατόν με

μεγαλύτερη ακρίβεια οι παράμετρος $\underline{\theta}$. Οι τρεις αριθμητικές μέθοδοι που εφαρμόστηκαν παρουσιάζονται στο τρίτο κεφάλαιο.

Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζονται λεπτομέρειες της ανάλυσης και βελτιστοποίησης της σχετικής συνάρτησης σφάλματος για τις περιπτώσεις ελεύθερης ταλάντωσης με κλασική απόσβεση. Οι μετρούμενες ποσότητες είναι οι χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων σε N_{out} σημεία της κατασκευής.

2.2 Διατύπωση της Συνάρτησης Σφάλματος με τον Ελάχιστο Αριθμό Παραμέτρων

Στην περίπτωση ελεύθερης ταλάντωσης με κλασική απόσβεση η ιδιότητα $\underline{Y}(k\Delta t; \underline{\theta})$ της απόκρισης είναι η επιτάχυνση $\underline{\ddot{x}}(k\Delta t; \underline{\theta})$, όπου Δt είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Η επιτάχυνση $\underline{\ddot{x}}(k\Delta t; \underline{\theta})$ στα σημεία προσδιορισμού της απόκρισης δίνεται από την σχέση (1.23) του Κεφαλαίου 1. Διακριτοποιώντας στο πεδίο του χρόνου με βήμα την περίοδο δειγματοληψίας των μετρήσεων Δt την συγκεκριμένη εξίσωση, προκύπτει:

$$\underline{\ddot{x}}(k\Delta t; \underline{\theta}) = \sum_{r=1}^m \underline{\psi}_r \left[(1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r k \Delta t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r k \Delta t} \right] \quad (2.3)$$

όπου

$$\underline{\theta} = \{ \underline{e}_r, \underline{\omega}_r, \underline{\zeta}_r, \underline{\psi}_{jr}, r = 1, \dots, m, j = 1, \dots, N_{out} \} \quad (2.4)$$

περιέχει τις παράμετρος του μοντέλου που προσδιορίζουν πλήρως την απόκριση.

Η παραπάνω εξίσωση λαμβάνει υπόψη μόνο m από τις συνολικά N ιδιομορφές $\underline{\psi}_r$, ιδιοσυχνότητες ω_r και αντίστοιχες αποσβέσεις ζ_r (οι οποίες περιλαμβάνονται στον όρο λ_r). Η επιτάχυνση που προβλέπεται από το μοντέλο στο j σημείο μέτρησης μπορεί να γραφεί στην μορφή:

$$\ddot{x}_j(k\Delta t; \underline{\theta}) = \sum_{r=1}^m \psi_{jr} a_r(\lambda_r, \varepsilon_r, k) \quad (2.5)$$

για κάθε ένα από τα χρονικά σημεία υπολογισμού της απόκρισης, και

$$a_r(\lambda_r, \varepsilon_r, k) = (1 + i\varepsilon_r) e^{\lambda_r k \Delta t} + (1 - i\varepsilon_r) e^{\bar{\lambda}_r k \Delta t} \quad (2.6)$$

Εισάγοντας τα διανύσματα:

$$\underline{\varphi}_j = \begin{Bmatrix} \psi_{j1} \\ \vdots \\ \psi_{jm} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

και

$$\underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) = \begin{Bmatrix} a_1(\lambda, \varepsilon, k) \\ \vdots \\ a_m(\lambda, \varepsilon, k) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

η εξίσωση (2.5) γράφεται σε μητρική μορφή:

$$\underline{\hat{x}}(k\Delta t; \underline{\theta}) = \underline{\varphi}_j^T \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) \quad (2.9)$$

Έτσι η σχετική συνάρτηση σφάλματος που ελαχιστοποιείται παίρνει την μορφή:

$$J(\underline{\theta}) = \frac{\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N_{out}} [\underline{\varphi}_j^T \underline{a} - \hat{x}_j(k\Delta t)]^2}{\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N_{out}} [\hat{x}_j(k\Delta t)]^2} \quad (2.10)$$

Στη βέλτιστη τιμή $\hat{\underline{\theta}}$ για την οποία η σχετική συνάρτηση σφάλματος ελαχιστοποιείται θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_n} \Big|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} = 0 \quad (2.11)$$

για όλα τα n στοιχεία του διανύσματος $\underline{\theta}$. Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση για τις παραμέτρους $\hat{\psi}_{lq}$ για κάθε $l=1, \dots, m$ και $q=1, \dots, N_{out}$ του μαθηματικού μοντέλου ελεύθερης απόκρισης με κλασσική απόσβεση, προκύπτει:

$$\frac{\partial J}{\partial \psi_{lq}} \Big|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N_{out}} 2 [\underline{\varphi}_j^T \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) - \hat{x}_j(k\Delta t)] \left[\frac{\partial \underline{\varphi}_j^T}{\partial \psi_{lq}} \underline{a} \Big|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} \right] = 0 \quad (2.12)$$

όπου:

$$\frac{\partial \underline{\varphi}_j^T}{\partial \psi_r} = \mathbf{0} \quad \text{για } j \neq l \quad (2.13)$$

και

$$\frac{\partial \underline{\varphi}_j^T}{\partial \psi_{lq}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} q \text{ στοιχείο} \\ \text{για } j=l \end{matrix} \quad (2.14)$$

Από την εξίσωση (2.12) αντικαθιστώντας τις τιμές των παραγώγων, προκύπτει:

$$\sum_{k=1}^{N_t} 2 \left[\underline{\varphi}_l^T \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) - \hat{x}_l(k\Delta t) \right] a_q(\lambda_q, \varepsilon_q, k) = 0 \quad (2.15)$$

το οποίο παίρνει την μορφή:

$$\sum_{k=1}^N \underline{a}^T(\lambda, \varepsilon, k) a_q(\lambda_q, \varepsilon_q, k) \underline{\varphi}_l = \sum_{k=1}^N \hat{x}_l(k) a_q(\lambda_q, \varepsilon_q, k) \quad q = 1, \dots, m \quad (2.16)$$

και $l = 1, \dots, N_{out}$.

Για την απλοποίηση των παρακάτω σχέσεων, ορίζεται ο πίνακας:

$$\mathbf{A}(\lambda, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_t} \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) \underline{a}^T(\lambda, \varepsilon, k) \quad (2.17)$$

και το διάνυσμα:

$$\underline{b}_l(\lambda, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_t} \hat{x}_l(k\Delta t) \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) \quad (2.18)$$

οπότε οι σχέσεις (2.16) γράφονται στην μορφή:

$$\mathbf{A}(\lambda, \varepsilon) \underline{\varphi}_l(\lambda, \varepsilon) = \underline{b}_l(\lambda, \varepsilon) \quad l = 1, \dots, m \quad (2.19)$$

από την οποία προκύπτουν τα $\underline{\varphi}_l$, συναρτήσεσι των υπολοίπων παραμέτρων

$\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]^T$ και $\underline{\lambda} = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]^T$. Συνοψίζοντας, σε μητρωική μορφή, για όλα τα l , η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\mathbf{A}(\lambda, \varepsilon) \Phi = \mathbf{B}(\lambda, \varepsilon) \quad (2.20)$$

όπου

$$\mathbf{A}(\lambda, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_t} \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) \underline{a}^T(\lambda, \varepsilon, k) \quad (2.21)$$

$$\underline{a} = \begin{Bmatrix} a(\lambda_1, \varepsilon_1, k) \\ \vdots \\ a(\lambda_m, \varepsilon_m, k) \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

$$a_r(\lambda_r, \varepsilon_r, k) = 2 \operatorname{Re} \left[(1 + \varepsilon_r i) e^{\lambda_r k \Delta t} \right] \quad (2.23)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \underline{\varphi}_1 & \cdots & \underline{\varphi}_m \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 & \cdots & \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Άρα:

$$\underline{\varphi}_l(\lambda, \varepsilon) = \mathbf{A}^{-1}(\lambda, \varepsilon) \underline{b}_l(\lambda, \varepsilon) \quad l = 1, \dots, m \quad (2.26)$$

ή σε μητρωική μορφή:

$$\Phi(\lambda, \varepsilon) = \mathbf{A}^{-1}(\lambda, \varepsilon) \mathbf{B}(\lambda, \varepsilon) \quad (2.27)$$

Αντικαθιστώντας την (2.26) στην συνάρτηση $J(\underline{\theta})$ προκύπτει μια συνάρτηση των λ_i και ε_i μόνο. Συγκεκριμένα:

$$J(\underline{\theta}) = J^*(\underline{\lambda}, \underline{\varepsilon}) = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N_{out}} \left[\underline{a}^T(\lambda, \varepsilon) \mathbf{A}^{-1} \underline{b}_j(\lambda, \varepsilon) - \hat{x}_j(k\Delta t) \right]^2 \quad (2.28)$$

όπου

$$V = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N_{out}} \left[\hat{x}_j(k\Delta t) \right]^2 \quad (2.29)$$

όπου η εξάρτηση του λ από τα ω και ζ δίνεται από τη σχέση $\lambda = -\zeta\omega \pm \omega\sqrt{1-\zeta^2}$. Η ελαχιστοποίηση της $J(\underline{\theta})$ ως προς $\underline{\theta}$, για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών $\hat{\underline{\theta}}$, είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση της $J^*(\underline{\lambda}, \underline{\varepsilon})$ ως προς $\underline{\lambda}$ και $\underline{\varepsilon}$, για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών $\hat{\underline{\lambda}}$ και $\hat{\underline{\varepsilon}}$. Οι βέλτιστες τιμές των $\underline{\varphi}_i$ προσδιορίζονται από την εξίσωση (2.26), αντικαθιστώντας τα $\underline{\lambda}$ και $\underline{\varepsilon}$ με τις βέλτιστες τιμές $\hat{\underline{\lambda}}$ και $\hat{\underline{\varepsilon}}$. Με την χρήση της απλής γραμμικής εξίσωσης (2.26) ο αριθμός των μεταβλητών ελαχιστοποίησης είναι $3m$ (τα ω, ζ και ε για κάθε ιδιομορφή) σε αντίθεση με τον αρκετά μεγαλύτερο αριθμό $(3 + N_{out})m$ των αγνώστων παραμέτρων $\underline{\theta}$ του μοντέλου απόκρισης.

Κεφάλαιο 3

Αριθμητικές Μέθοδοι Ελαχιστοποίησης της Σχετικής Συνάρτησης Σφάλματος

3.0 Εισαγωγή

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται δύο αριθμητικές μέθοδοι ελαχιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για την ελαχιστοποίηση της σχετικής συνάρτησης σφάλματος, η μέθοδος Quasi-Newton και η μέθοδος Γενετικών Αλγορίθμων. Επίσης παρουσιάζεται μια υβριδική μέθοδος ελαχιστοποίησης η οποία αφορά την χρήση Γενετικών Αλγορίθμων, για τον αξιόπιστο προσδιορισμό της περιοχής του ολικού ελαχίστου και την εφαρμογή της μεθόδου Quasi-Newton, για την επιτάχυνση της σύγκλισης του αλγορίθμου.

3.1 Η μέθοδος Quasi-Newton

Η οικογένεια μεθόδων βελτιστοποίησης Newton περιλαμβάνει διάφορες μεθόδους, όπως την discrete Newton μέθοδο, την quasi Newton και άλλες. Ιστορικά, οι δεύτερης τάξης, $O(n^2)$, απαιτήσεις σε μνήμη, και τρίτης τάξης, $O(n^3)$, υπολογισμοί επίλυσης γραμμικών συστημάτων, όπου n ο αριθμός των μεταβλητών ελαχιστοποίησης, είχαν περιορίσει τις μεθόδους αυτές σε επίλυση μικρών προβλημάτων, στην επίλυση σε πεδία κοντά στη λύση, ή την επίλυση «αραιών» συστημάτων. Ωστόσο, η εξέλιξη των υπολογιστών καθιστά δυνατή την επίλυση και μεγάλων προβλημάτων.

Όλες οι Newton μέθοδοι βασίζονται στην προσέγγιση της συνάρτησης βελτιστοποίησης τοπικά με μία δευτεροβάθμια συνάρτηση, την οποία και ελαχιστοποιούν.

Η μέθοδος αυτή προσθέτει στο επαναληπτικό σχήμα επιπλέον πληροφορία της καμπυλότητας της συνάρτησης που προσπαθεί να βελτιστοποιήσει, προκειμένου να συγκλίνει γρηγορότερα. Η πληροφορία για την καμπυλότητα προστίθεται σταδιακά. Σε κάθε βήμα του αλγόριθμου, η προσέγγιση του πίνακα της Εσσιανής (Hessian Matrix) ανανεώνεται με την χρήση νέας πληροφορίας της πρώτης παραγώγου.

Τόσο η μέθοδος Quasi – Newton όσο και όλες οι άλλες μέθοδοι ελαχιστοποίησης που στηρίζονται στην τιμή των παραγώγων της συνάρτησης ελαχιστοποίησης, είναι ευαίσθητες ως προς την αρχική εκτίμηση των μεταβλητών. Επίσης παρουσιάζουν δυσκολίες στον υπολογισμό του ολικού ελαχίστου ιδιαίτερα σε μη γραμμικές μη κυρτές συναρτήσεις. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανάγκη αρχικών εκτιμήσεων κοντά στην λύση, το οποίο δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί για το σύνολο των μεταβλητών ελαχιστοποίησης.

3.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι Γενετικοί αλγόριθμοι αυτοί βασίζονται στην χρήση ενός πληθυσμού από δυνατές λύσεις, τον οποίο ανανεώνουν με μία διαδικασία επιλογής βασισμένη στο αποτέλεσμα της κάθε λύσης αλλά και σε μια γενετική διαδικασία λύσεων κάνοντας χρήση βασικών αρχών από τη γενετική και την εξελικτική θεωρία.

Για όλες τις περιπτώσεις χρήσης αλγορίθμων με αρχές γενετικής και εξελικτικής θεωρίας χρησιμοποιούμε τον όρο Εξελικτικά Προγράμματα (Evolution Programs). Ένα Εξελικτικό Πρόγραμμα είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος διατηρεί ένα πληθυσμό από δυνατές λύσεις, σε κάθε επανάληψη. Στην επόμενη επανάληψη, ο αλγόριθμος συγκροτεί και πάλι τον ίδιο αριθμό δυνατών λύσεων, ένα μέρος των οποίων είναι οι καλύτερες της προηγούμενης επανάληψης και ένα άλλο μέρος είναι τροποποιημένες προηγούμενες λύσεις με την χρήση γενετικών τελεστών. Οι γενετικοί τελεστές μπορεί να κατασκευάζουν νέες πιθανές λύσεις με μικρές αλλαγές σε ένα κομμάτι των παραμέτρων μιας λύσης (mutation type), ή μπορεί να κάνουν μεγαλύτερης τάξης αλλαγές, φτιάχνοντας πιθανές λύσεις από τον συνδυασμό δύο ή περισσότερων προηγούμενων πιθανών λύσεων (crossover type). Μετά από ένα αριθμό επαναλήψεων το πρόγραμμα συγκλίνει σε μία καλή προσέγγιση της λύσης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δανείζονται λεξιλόγιο από την φυσική γενετική. Έτσι ορίζονται τα χρωμοσώματα ως μία σειρά από δυαδικά δεδομένα. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από ξεχωριστές μονάδες, τα γονίδια, τα οποία είναι τοποθετημένα γραμμικά το ένα δίπλα στο άλλο. Τα γονίδια είναι τα στοιχεία που καθορίζουν ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά. Τα γονίδια με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τοποθετούνται σε ορισμένες θέσεις του χρωματοσώματος οι οποίες ονομάζονται loci. Επίσης κάθε χαρακτηριστικό μπορεί να οριστεί διαφορετικά. Το γονίδιο τότε έχει διάφορες καταστάσεις, οι οποίες ονομάζονται alleles. Κάθε γονότυπος (δηλαδή κάθε χρωμόσωμα στην περίπτωση αυτή), περιγράφει μια πιθανή λύση του προβλήματος βελτιστοποίησής. Μια εξελικτική διαδικασία που χρησιμοποιεί ένα πληθυσμό χρωματοσωμάτων, αντιστοιχεί σε μία εύρεση βέλτιστης λύσης μέσα από ένα πλήθος δυνατών λύσεων.

Η διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης ισορροπεί μεταξύ δύο αντικρουόμενων συνθηκών, την εξερεύνηση όλου του πεδίου λύσεων και την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Μια τυχαία επιλογή λύσεων στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης βελτιστοποίησης μπορεί να εξερευνά όλο το πεδίο λύσεων αλλά δεν «εκμεταλλεύεται» τις καλές λύσεις που εντοπίζει. Οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν την δυνατότητα να επιλέγουν τις λύσεις του πληθυσμού που εξετάζουν σε κάθε επανάληψη, και έτσι να «επιβιώνουν» λύσεις κοντά στην βέλτιστη και να «πεθαίνουν» λύσεις μακριά από αυτήν.

Η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων δεν χρησιμοποιεί πληροφορίες από τις τιμές των μερικών παραγώγων της συνάρτησης ελαχιστοποίησης ως προς την κάθε μεταβλητή. Αυτό δίνει το πλεονέκτημα στην μέθοδο να είναι αρκετά ευέλικτη ώστε ύστερα από ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων να βρίσκει το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης ελαχιστοποίησης και όχι κάποιο τοπικό. Η μέθοδος επίσης είναι αρκετά εύρωστη (robust) ώστε να μην παρουσιάζονται προβλήματα σύγκλισης ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες. Μάλιστα οι αρχικές συνθήκες στην μέθοδο των Γενετικών Αλγορίθμων επιλέγονται τυχαία στο πεδίο ελαχιστοποίησης από το πρόγραμμα, χωρίς να είναι αναγκαία η εκτίμηση από τον χρήστη.

Ωστόσο έχει το μειονέκτημα της αργής σύγκλισης και της απαίτησης για μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων για την επίτευξη της ελαχιστοποίησης με ικανοποιητικά αποτελέσματα, σε σχέση με τις μεθόδους που βασίζονται στην τιμή των μερικών παραγώγων, ακόμα και στην περίπτωση που έχει φτάσει αρκετά κοντά στο ολικό ελάχιστο. Το τελικό επίσης αποτέλεσμα δεν είναι το απόλυτο ελάχιστο, και ενδεχομένως ένας μεγαλύτερος αριθμός επαναλήψεων να κατέληγε σε καλύτερο αποτέλεσμα.

3.3 Η υβριδική μέθοδος ελαχιστοποίησης Γενετικών Αλγορίθμων και Quasi-Newton

Η υβριδική αυτή μέθοδος ελαχιστοποίησης χρησιμοποιεί τόσο τον αλγόριθμο των Γενετικών Αλγορίθμων, όσο και τον αλγόριθμο της Quasi-Newton για την ελαχιστοποίηση της σχετικής συνάρτησης σφάλματος. Αρχικά χρησιμοποιείται η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων προκειμένου να εντοπιστεί η περιοχή του ολικού ελάχιστου.

Στο επόμενο στάδιο, τα αποτελέσματα της αρχικής ελαχιστοποίησης των Γενετικών Αλγορίθμων, χρησιμοποιούνται ως αρχικές εκτιμήσεις στην μέθοδο Quasi – Newton. Οι καλές αρχικές εκτιμήσεις που προκύπτουν από τους Γενετικούς αλγορίθμους βοηθούν σημαντικά την Quasi – Newton μέθοδο όχι μόνο να συγκλίνει αλλά και με μικρό αριθμό επαναλήψεων.

Η υβριδική αυτή μέθοδος εκμεταλλεύεται τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων ελαχιστοποίησης που χρησιμοποιεί. Δεν απαιτεί αρχικές εκτιμήσεις, συγκλίνει με ευκολία και καταλήγει σε ολικό ελάχιστο. Ωστόσο η χρήση των γενετικών αλγόριθμων αυξάνει τον αριθμό των πράξεων και επομένως τον υπολογιστικό χρόνο. Παρά τον μεγάλο υπολογιστικό χρόνο, η μέθοδος υπολογίζει με ακρίβεια το ολικό ελάχιστο με ελάχιστες απαιτήσεις παρέμβασης από τον χρήστη.

Κεφάλαιο 4

Εφαρμογές

4.0 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται περιγραφή της πειραματικής διάταξης συλλογής μετρήσεων (επιταχύνσεων) σε μια τριώροφη μεταλλική κατασκευή, που βρίσκεται στο εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, καθώς και της επεξεργασίας των μετρήσεων με τη μέθοδο της μορφικής αναγνώρισης, για δεδομένα ελεύθερης ταλάντωσης, που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Σκοπός είναι η αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών της κατασκευής, δηλαδή των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδομορφών της.

Κεφάλαιο 4

Εφαρμογές

4.0 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται περιγραφή της πειραματικής διάταξης συλλογής μετρήσεων (επιταχύνσεων) σε μια τριώροφη μεταλλική κατασκευή, που βρίσκεται στο εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, καθώς και της επεξεργασίας των μετρήσεων με τη μέθοδο της μορφικής αναγνώρισης, για δεδομένα ελεύθερης ταλάντωσης, που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Σκοπός είναι η αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών της κατασκευής, δηλαδή των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδομορφών της.

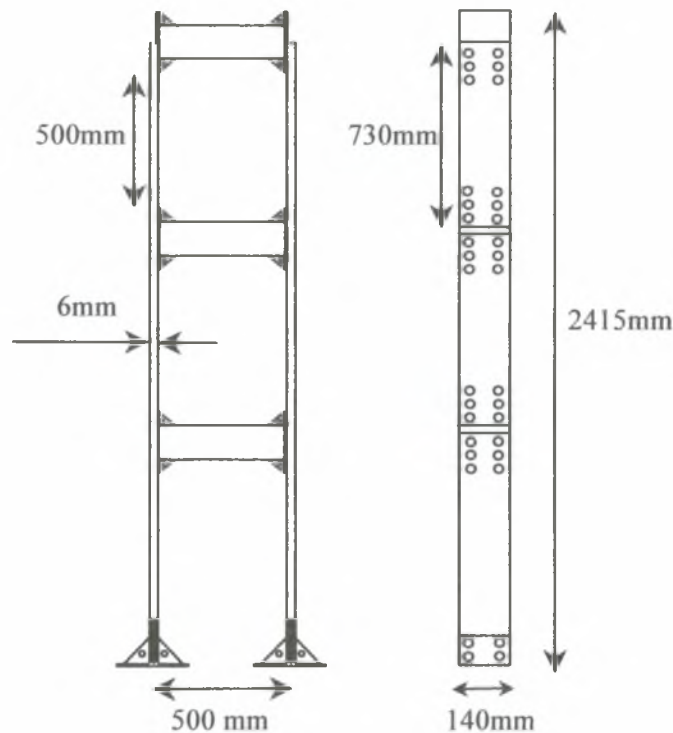


4.1 Περιγραφή Μεταλλικής Κατασκευής Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων

Η κατασκευή που αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης και εφαρμογής των μεθόδων αναγνώρισης ελεύθερης ταλάντωσης με κλασική απόσβεση, είναι η μεταλλική κατασκευή του εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων. Η κατασκευή αποτελείται από τρία όμοια τμήματα, ορόφους και είναι κατασκευασμένη από χάλυβα. Κάθε όροφος αποτελείται από δύο κατακόρυφες πλάκες και ένα δοκό που συνδέονται σταθερά μεταξύ τους με κοχλίες. Συνολικά η κατασκευή αποτελείται από 6 πλάκες 3 δοκούς. Η κατασκευή είναι πακτωμένη με το έδαφος και εμποδίζεται έτσι η μετακίνηση της βάσης της, προς κάθε διεύθυνση. Στην εικόνα 4.1, φαίνεται η μεταλλική κατασκευή και στο σκαρίφημα του σχήματος 4.1, φαίνονται οι βασικές διαστάσεις της.

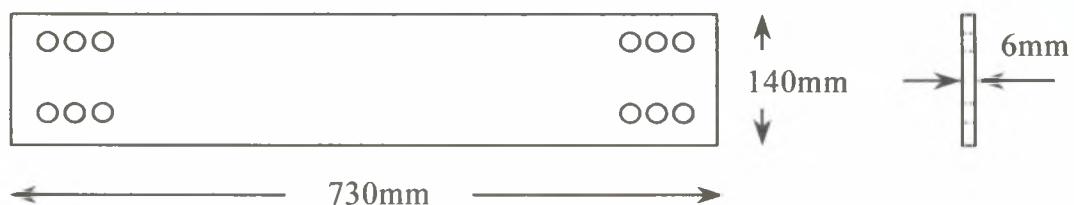


Εικόνα 4.1. Άποψη της κατασκευής



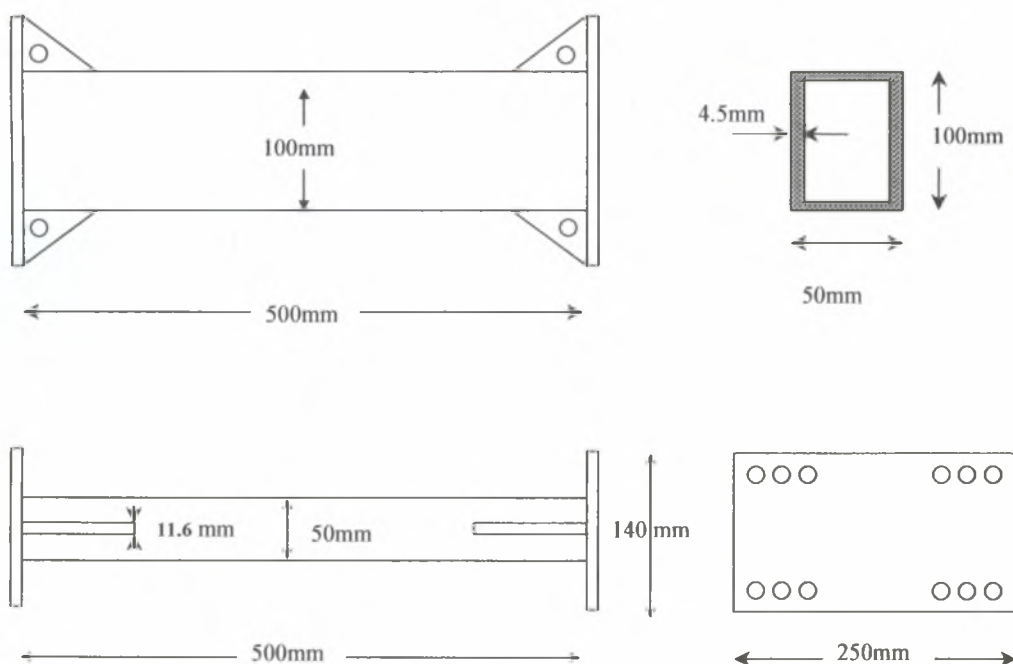
Σχήμα 4.1. Οι βασικές διαστάσεις της κατασκευής.

Κάθε πλάκα έχει μήκος 730 mm, πλάτος 140 mm, πάχος 6.06 mm και ζυγίζει 4.8 Kgr (σχήμα 4.2). Σε ότι αφορά στο πάχος της κάθε πλάκας, τα 6 mm είναι το καθαρό πάχος, ενώ τα 0.06 mm είναι το πάχος που οφείλεται στο κίτρινο χρώμα που επικαλύπτει την επιφάνειά της. Το πάχος του χρώματος θεωρείται το ίδιο σε όλη την κατασκευή. Σε κάθε ένα από τα άκρα της κάθε πλάκας υπάρχουν 6 οπές, που χρησιμεύουν για τη σύνδεση των πλακών με τις δοκούς της κατασκευής, που γίνεται με κοχλίες.



Σχήμα 4.2. Σκαρίφημα της πλάκας

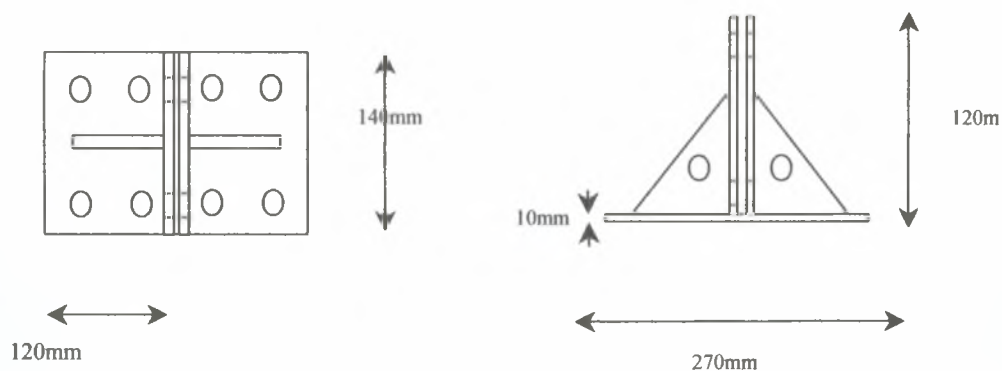
Η διατομή κάθε δοκού είναι 50*100 mm, ενώ το πάχος των τοιχωμάτων της είναι 4.5 mm (σχήμα 4.3). Το μήκος της είναι 500 mm. Στα άκρα της κάθε δοκού έχουν κολληθεί με ηλεκτροκόλληση λαμαρίνες διαστάσεων 250*140 mm και πάχους 10 mm. Οι λαμαρίνες αυτές, προστέθηκαν για να δημιουργηθούν οι οπές, έτσι ώστε να γίνει η κοχλιοσύνδεση της δοκού με τις πλάκες. Πάνω σε κάθε δοκό έχουν κολληθεί και τέσσερα τριγωνικά στελέχη, με μία οπή στη μέση, για να είναι δυνατή η σύνδεση των διαγώνιων στοιχείων μεταξύ των ορόφων. Το καθαρό βάρος του τμήματος της δοκού, που δεν περιλαμβάνει τις παράπλευρες λαμαρίνες και τα τριγωνικά στελέχη, υπολογιζόμενο με βάση την πυκνότητα του χάλυβα και των διαστάσεων του, είναι 4.96 Kgr. Το συνολικό βάρος της δοκού, μαζί με τις παράπλευρες επιφάνειες και τα τριγωνικά στελέχη, είναι 11.8 Kgr και προέκυψε με ζύγιση της δοκού.



Σχήμα 4.3. Κάτοψη, πλάγια όψη και διατομή της δοκού.

Ο συνολικός αριθμός των κοχλιών που απαιτούνται για τη συναρμολόγηση της κατασκευής, όπως αυτή φαίνεται στην εικόνα 1, είναι 68. Κάθε κοχλίας ζυγίζει 50 gr.

Για να εξασφαλισθεί η ακινησία της κατασκευής στη βάση δημιουργήθηκε πάκτωση, η συνδεσμολογία της βάσης φαίνεται στο σχήμα 4.4. Οι πλάκες του πρώτου ορόφου, τοποθετούνται στο κενό μεταξύ των δύο στηριγμάτων και στερεώνονται με κοχλίες.



Σχήμα 4.4. Κάτοψη και τομή βάσης κατασκευής.

Το βάρος της κατασκευής είναι δυνατό να μεταβάλλεται με την προσθαφαίρεση επιπρόσθετων μαζών από μολύβι. Στο παρόν πείραμα, το βάρος των μαζών είναι 1,880Kgr και στερεώνονται πάνω στις δοκούς των ορόφων με κοχλίες διατομής 90mm και βάρους 90gr, όπως στις εικόνα 4.2.



(α)



(β)

Εικόνα 4.2. Ενδεικτική στήριξη μαζών στην κατασκευή

4.2 Πειραματική Διάταξη και Διαδικασία Μετρήσεων

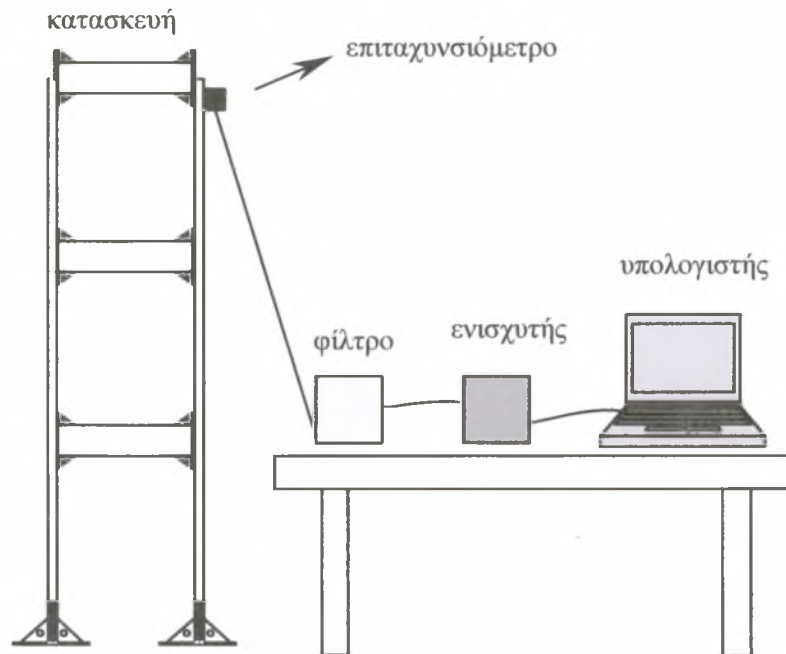
Το εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων διαθέτει σύστημα ανάλυσης και επεξεργασίας των ταλαντώσεων της μεταλλικής κατασκευής που περιγράφηκε προηγουμένως. Το σύστημα πειραματικού προσδιορισμού, αποτελείται από 8 επιταχυνσιόμετρα, το φίλτρο, τον ενισχυτή, την κάρτα δειγματοληψίας και τον ηλεκτρονικό υπολογιστή που ελέγχει την όλη διαδικασία. Τα επιταχυνσιόμετρα τοποθετούνται πάνω στην κατασκευή για να καταγράψουν τις χρονικές μεταβολές των επιταχύνσεων της κατασκευής στα σημεία μέτρησης.

Πριν από την έναρξη του πειράματος, όλες οι συσκευές και τα αισθητήρια όργανα τροφοδοτούνται με ρεύμα. Ανάλογα με την ακαμψία της κατασκευής, κάποια επιταχυνσιόμετρα απαιτούν μεγαλύτερη ενίσχυση από άλλα και επομένως οι συσκευές φίλτρου και ενίσχυσης πρέπει να ρυθμιστούν κατάλληλα, για κάθε όργανο ξεχωριστά. Η όλη πειραματική διάταξη ελέγχεται μέσω του προγράμματος LabVIEW. Ο υπολογιστής ενημερώνεται για όλες τις ρυθμίσεις των συσκευών, μέσω του λογισμικού Measurement and Automation, που είναι συνοδευτικό των συσκευών συλλογής και επεξεργασίας των μετρήσεων και διανέμεται από την National Instruments.

Για τη συλλογή του σήματος επιτάχυνσης, η κατασκευή δέχεται χτύπημα σε κάποιο σημείο της και πραγματοποιεί ταλάντωση, το εύρος της οποίας ποικίλει ανάλογα με την ακαμψία της κατασκευής. Η δειγματοληψία έχει ξεκινήσει από τον υπολογιστή, λίγο πριν από το χτύπημα της κατασκευής. Το σήμα που δίνουν τα επιταχυνσιόμετρα οδηγείται στον υπολογιστή, όπου με τη βοήθεια της κάρτας δειγματοληψίας (data acquisition card) μετατρέπεται από αναλογικό σε ψηφιακό. Το σήμα φιλτράρεται από τη συσκευή φίλτρου SCXI-1305 της National Instruments και ενισχύεται από τον ενισχυτή SCXI-1140 της ίδιας εταιρίας.

Στο περιβάλλον LabVIEW έχει αναπτυχθεί κώδικας ελέγχου της πειραματικής διάταξης. Μετά το τέλος της δειγματοληψίας παρουσιάζονται τα επιταχυνσιογραφήματα για κάθε αισθητήριο ξεχωριστά καθώς και το αντίστοιχο διάγραμμα φασματικής πυκνότητας μέσω της ανάλυσης Fast Fourier Transform (FFT).

Τελικά τα αποτελέσματα των μετρήσεων αποθηκεύονται ως χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων και αποτελούν δεδομένα προς επεξεργασία από το πρόγραμμα αναγνώρισης ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών. Το πρόγραμμα αναγνώρισης, είναι γραμμένο σε κώδικα Matlab και δίνει τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής αλλά και τις ιδιομορφές, σε μορφή διανυσμάτων. Μια απλοποιημένη περιγραφή της πειραματικής διάταξης φαίνεται στο σχήμα 4.5.



Σχήμα 4.5. Η πειραματική διάταξη.

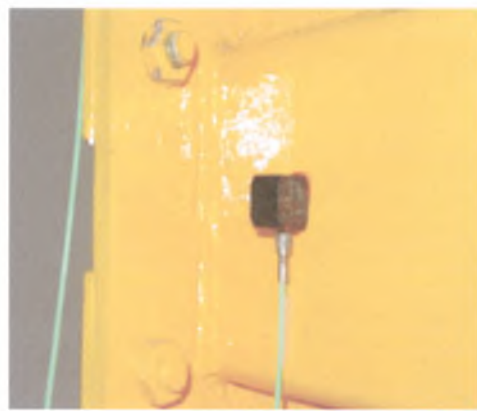
4.3 Περιγραφή Αισθητηρίων Οργάνων της Κατασκευής

Για τη συλλογή των μετρήσεων χρησιμοποιούνται δυο τύποι επιταχυνσιομέτρων, τα Piezobeam και τα K-Beam. Η αρχή λειτουργίας στην οποία στηρίζονται και οι δύο τύποι επιταχυνσιομέτρων, είναι η μεταβολή διαφοράς δυναμικού που δημιουργούν, ανάλογα με την επιτάχυνση που δέχονται. Στα K-Beam η μεταβολή διαφοράς δυναμικού επιτυγχάνεται με την μεταβολή της χωρητικότητας ενός πυκνωτή, που υπάρχει στο εσωτερικό τους. Ανάλογα με την επιτάχυνση που δέχεται το όργανο, μεταβάλλεται η απόσταση ανάμεσα στις δύο πλάκες του πυκνωτή (η μια είναι σταθερή, ενώ η άλλη κουνιέται ανάλογα με την επιτάχυνση) και επομένως μεταβάλλεται και η διαφορά δυναμικού που δημιουργείται. Από την άλλη, τα Piezobeam περιέχουν ένα πιεζοκρυστάλλο και ανάλογα με τις επιταχύνσεις που δέχεται, παράγει ηλεκτρόνια, μεταβάλλοντας έτσι τη διαφορά δυναμικού.

Τα Piezobeam είναι πιο μικρά σε μέγεθος και περισσότερο ευαίσθητα από τα K-Beam. Συγκεκριμένα τα Piezobeam έχουν 2,5 φορές μεγαλύτερη ευαισθησία από τα K-Beam. Τα Piezobeam παίρνουν ρεύμα μέσω της τροφοδοσίας, ενώ τα K-Beam μέσω μπαταρίας. Η επικόλληση τους πάνω στην κατασκευή γίνεται με κερί. Η στήριξή τους πάνω στην κατασκευή πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η ακινησία τους κατά τις μετατοπίσεις της κατασκευής, γιατί αλλιώς οι μετρήσεις που δίνουν είναι λανθασμένες. Στις εικόνες 4.4 και 4.5 παρακάτω, φαίνονται τα επιταχυνσιόμετρα, καθώς και η σύνδεσής τους στην κατασκευή :



Εικόνα 4.4. Επιταχυνσιόμετρο τύπου K-Beam



Εικόνα 4.5. Επιταχυνσιόμετρο τύπου Piezobeam

4.4 Σφάλματα

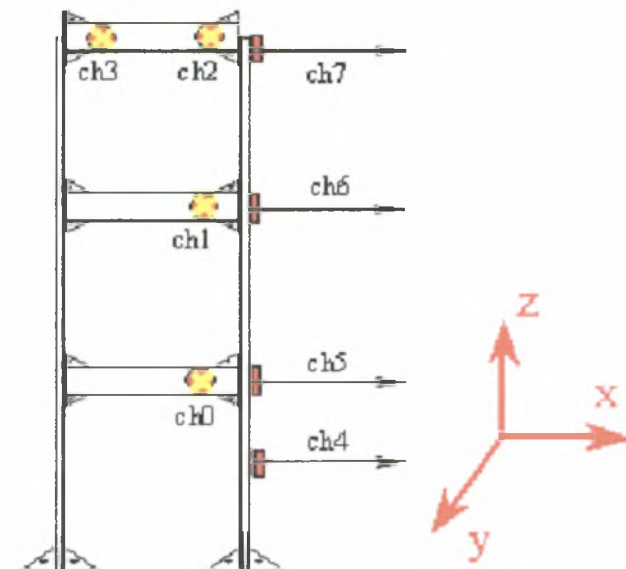
Η ύπαρξη θορύβου στη μορφή του σήματος, αποτελεί σημαντικό σφάλμα κατά τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν. Ο θόρυβος προέρχεται από διάφορες αιτίες, όπως για παράδειγμα βήματα στον περιβάλλοντα της κατασκευής χώρο ή διερχόμενα αυτοκίνητα, το μέγεθος του είναι άγνωστο και η παρουσία του προσθέτει στις μετρήσεις συχνότητες που είναι άσχετες με αυτές της κατασκευής. Η μείωση του θορύβου, επιτυγχάνεται με μόνωση του χώρου.

4.5 Περιγραφή σημείων μέτρησης

Η επιλογή της θέσης των επιταχυνσιομέτρων στην κατασκευή, είναι σημαντική για τη διεξαγωγή συμπερασμάτων, σχετικά με τα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά της. Τα σημεία τοποθέτησης των αισθητήρων, που είναι τα σημεία μέτρησης, επιλέγονται έτσι ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο ενδεικτικά της κίνησης της κατασκευής. Το ζητούμενο είναι να

προκύπτει τελικά μια ολοκληρωμένη εικόνα, για κάθε μορφή της κατασκευής, από την επεξεργασία του σήματος και την εφαρμογή της μεθόδου αναγνώρισης .

Για να αποκτηθεί λοιπόν η μέγιστη δυνατή πληροφορία κατά την κίνηση της κατασκευής, με δεδομένη την ύπαρξη οκτώ συνολικά αισθητήρων, τέσσερις τύπου Piezobeam και τέσσερις τύπου K-Beam, η κατανομή των αισθητήρων στην κατασκευή έγινε όπως φαίνεται στο σχήμα.6:



Σχήμα 4.6 Σημεία μέτρησης στην κατασκευή

Τα ch0, ch1, ch2, ch3 που είναι επιταχυνσιόμετρα Piezobeam, μετρούν επιταχύνσεις κατά την y-διεύθυνση και συνεπώς μας δίνουν πληροφορίες για την κίνηση της κατασκευής προς αυτή τη διεύθυνση, ενώ τα ch4, ch5, ch6, ch7, είναι K-Beam, μετρούν επιταχύνσεις κατά την x-διεύθυνση και παρέχουν πληροφορίες για τις ιδιομορφές της κατασκευής στη διεύθυνση αυτή. Η τοποθέτηση των αισθητήρων στην y-διεύθυνση έγινε επίσης με σκοπό την αναγνώριση των στρεπτικών ιδιομορφών της κατασκευής. Η τοποθέτηση του αισθητηρίου ch5 στο σημείο της κατασκευής που δείχνει το σχήμα 4.6 αποσκοπεί στον προσδιορισμό των τοπικών ιδιομορφών της συγκεκριμένης πλάκας.

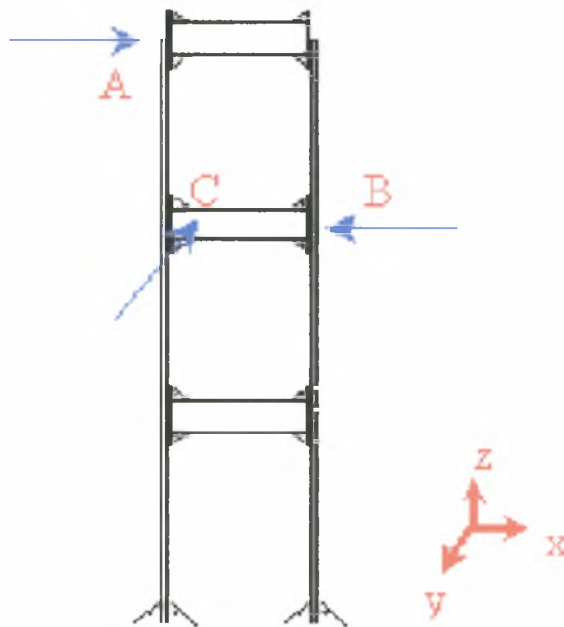
4.6 Διαδικασία Μορφικής αναγνώρισης

Κατά τη διαδικασία μορφικής αναγνώρισης, αναπτύσσονται μορφικά μοντέλα με σκοπό την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών της απόκρισης επιτάχυνσης για κάθε περίπτωση ταλάντωσης. Οι παράμετροι των μορφικών μοντέλων περιλαμβάνουν τις ιδιοσυχνότητες, τους λόγους απόσβεσης και τις συνιστώσες ιδιομορφών στις θέσεις μέτρησης. Οι βέλτιστες τιμές των μορφικών αυτών παραμέτρων προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση ενός μέτρου διαφοράς μεταξύ των μετρούμενων χαρακτηριστικών και των χαρακτηριστικών που προβλέπονται από τα μορφικά μοντέλα. Ανάλογα με την περίπτωση ταλάντωσης που μελετάται, αυτά τα χαρακτηριστικά περιλαμβάνουν τις χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων, τους Fourier μετασχηματισμούς τους και τις συναρτήσεις φασματικής πυκνότητας μεταξύ των επιταχύνσεων. Στην περίπτωσή μας χρησιμοποιούνται οι χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων. Το μέτρο σφάλματος (αντικειμενική συνάρτηση) που προκύπτει είναι μία ισχυρά μη-γραμμική, μη-κυρτή, συνάρτηση. Με στόχο τη βελτίωση της ευρωστίας, την επιτάχυνση της σύγκλισης, καθώς και τη διαχείριση μεγάλου αριθμού παραμέτρων κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης για όλες τις ιδιομορφές που συνεισφέρουν, πραγματοποιείται μία προσέγγιση διαδοχικών σαρώσεων, βάσει της οποίας οι ιδιομορφές αναγνωρίζονται διαδοχικά. Σε κάθε σάρωση, διεξάγεται η αναγνώριση των παραμέτρων μίας ιδιομορφής, διατηρώντας τις τιμές των παραμέτρων των υπόλοιπων ιδιομορφών σταθερές και ίσες με τις τελευταία υπολογισμένες τιμές τους.

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος ανεύρεσης των βέλτιστων τιμών των μορφικών παραμέτρων χρησιμοποιείται ως πιο αποτελεσματικός και εύρωστος ο υβριδικός γενετικός αλγόριθμος. Οι μεθοδολογίες μορφικής αναγνώρισης υλοποιούνται σε λογισμικό το οποίο έχει γραφεί σε κώδικα Matlab και ονομάζεται IDEMO. Η εφαρμογή του λογισμικού, έγινε πάνω σε δεδομένα των ταλαντωτικών μετρήσεων ελεύθερης ταλάντωσης της κατασκευής, για διάφορες καταστάσεις της κατασκευής που φαίνονται στα σχήματα του πίνακα 4.6 στη σελίδα 62. Λεπτομέρειες για τη μεθοδολογία και το λογισμικό υπάρχουν στη μεταπτυχιακή εργασία της Παυλίδου (2002).

4.7 Αποτελέσματα

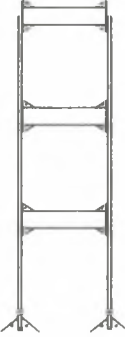
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα αναγνωρισμένων ιδιομορφών που προέκυψαν. Στα αποτελέσματα αυτά, διατηρείται η σύμβαση ότι οι καρτεσιανοί άξονες που χρησιμοποιούνται για την μορφική ανάλυση της κατασκευής, παραμένουν οι ίδιοι σε όλα τα πειράματα. Ο άξονας x είναι πάντα κάθετος στο επίπεδο των πλακών της κατασκευής, ο άξονας y είναι κάθετος στον άξονα x και κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν τα στοιχεία δοκών και τέλος ο άξονας z είναι κάθετος στο x - y επίπεδο που ορίστηκε παραπάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6. Σε κάθε περίπτωση, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις, με χτύπημα της κατασκευής στα σημεία A, B και C όπως φαίνονται στο σχήμα 4.7. Τα χτυπήματα στα σημεία A και B διεγείρουν εντονότερα τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής στη x -διεύθυνση ενώ το χτύπημα στο σημείο C διεγείρουν εντονότερα τις ιδιοσυχνότητες στην y -διεύθυνση, καθώς και τις στρεπτικές ιδιομορφές.



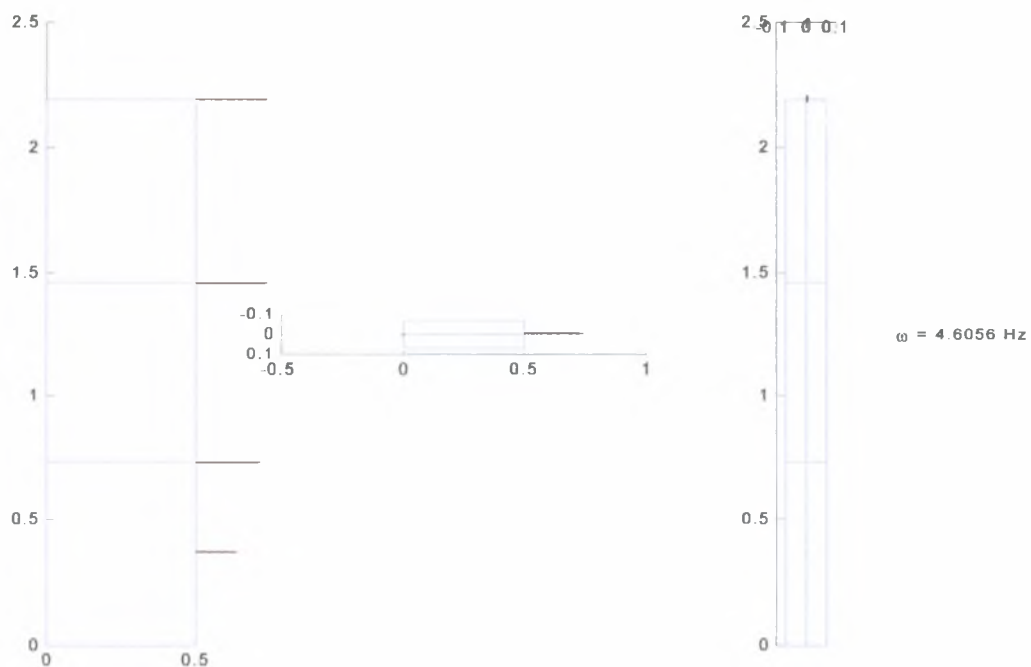
Σχήμα 4.7 Σημεία κρούσης της κατασκευής για τη συλλογή των μετρήσεων της ελεύθερης ταλάντωσης

4.7.1 Περίπτωση κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες

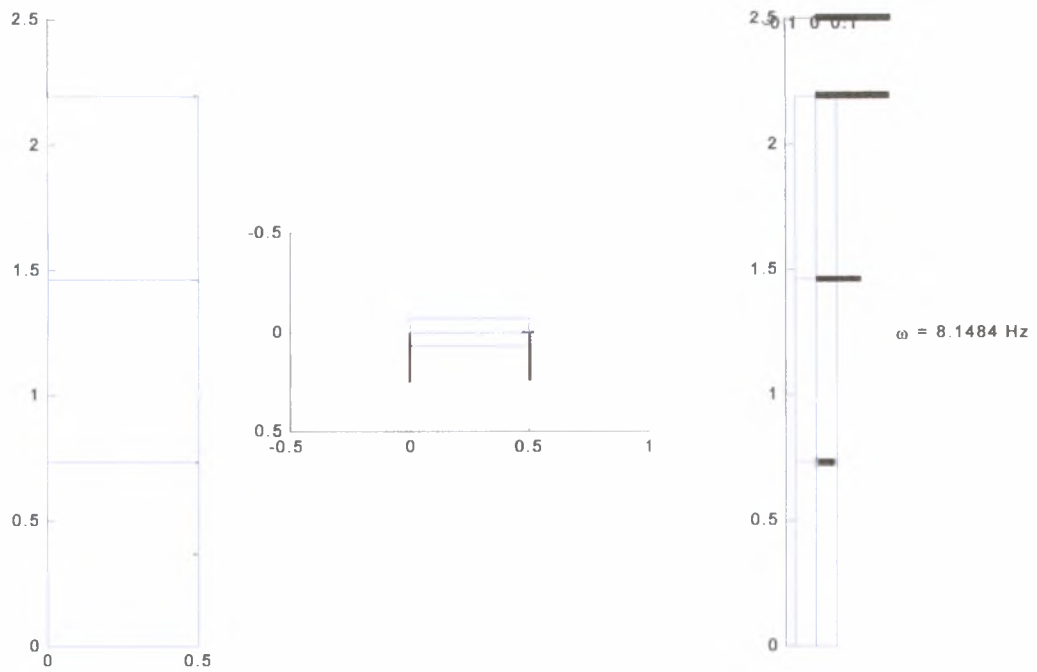
Για την περίπτωση της κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες, οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές που αναγνωρίστηκαν, μετά την επεξεργασία των χρονικών ιστοριών, φαίνονται στον πίνακα 4.1 και στα σχήματα 4.8 έως 4.15 αντίστοιχα

Εξεταζόμενη περίπτωση	Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
	1 ^η καμπτική x	4,606	0,217
	1 ^η καμπτική y	8,148	0,123
	2 ^η καμπτική x	13,798	0,072
	3 ^η καμπτική x	19,463	0,051
	Στρεπτική	22,806	0,044
	2η καμπτική y	61,665	0,016
	3 ^η καμπτική y-στρέψη	93,279	0,011
	τοπική καμπτική x	113,879	0,009

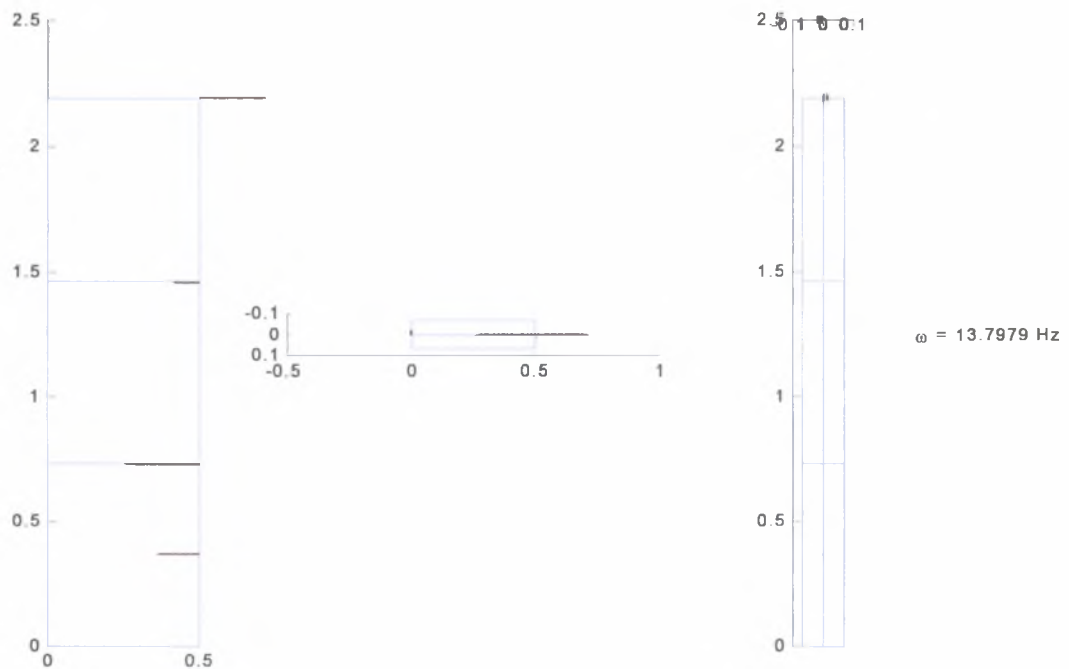
Πίνακας 4.1. Ιδιοσυχνότητες της κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες



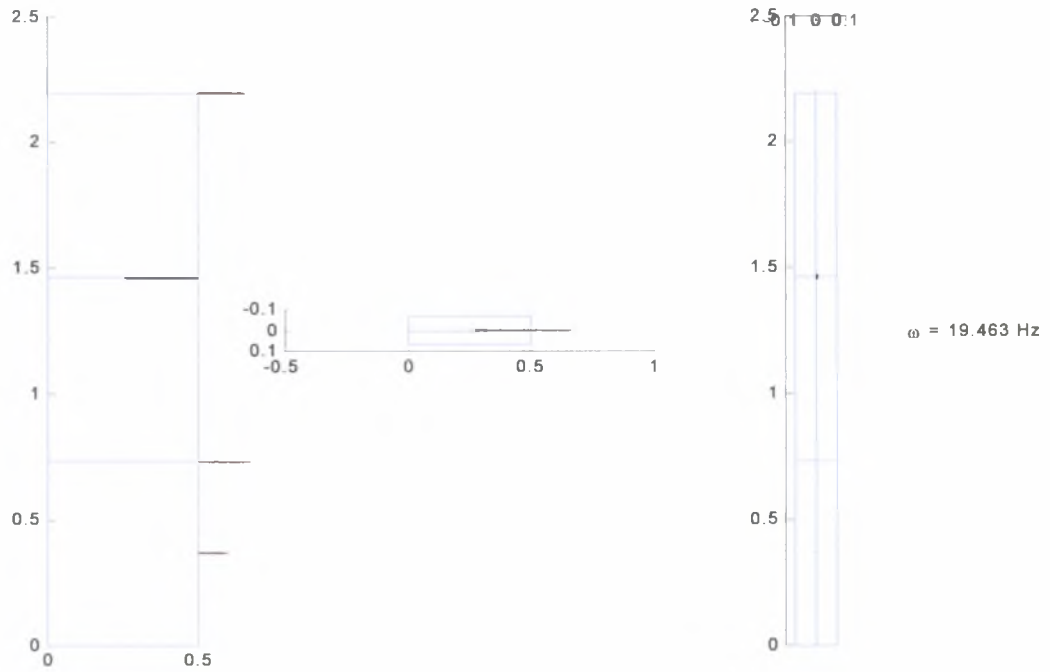
Σχήμα 4.8 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 4,606 Hz



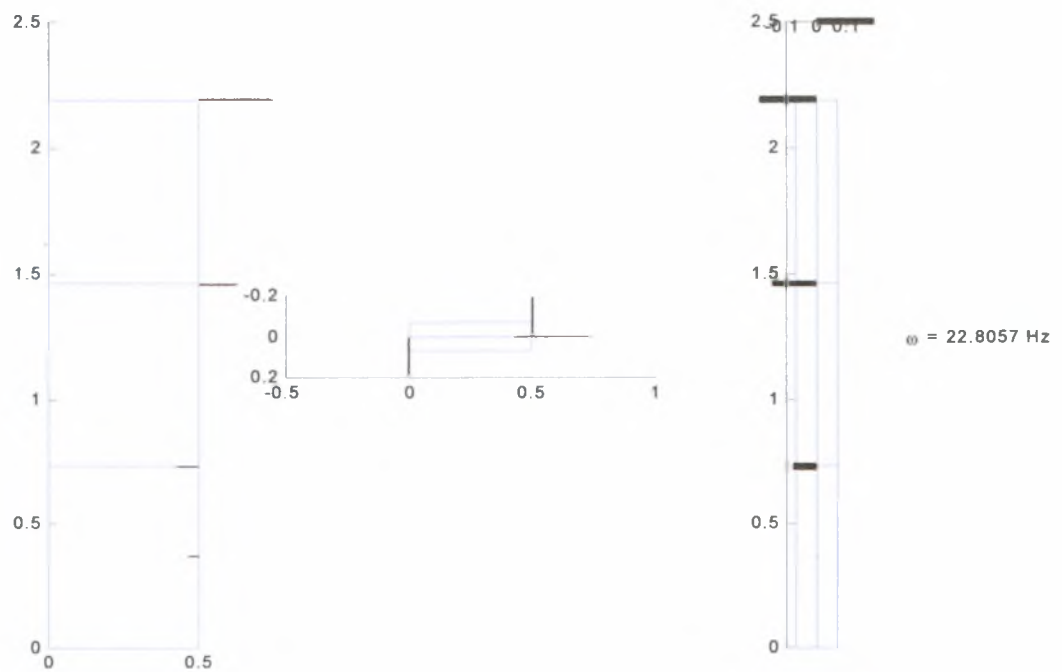
Σχήμα 4.9 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 8,148 Hz



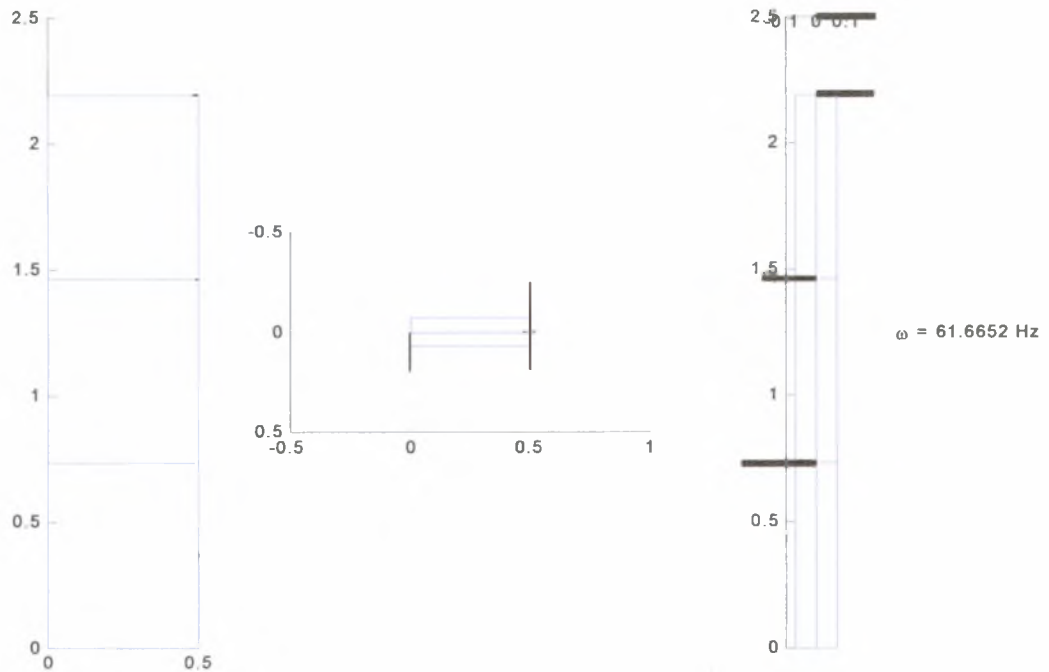
Σχήμα 4.10 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 13,798 Hz



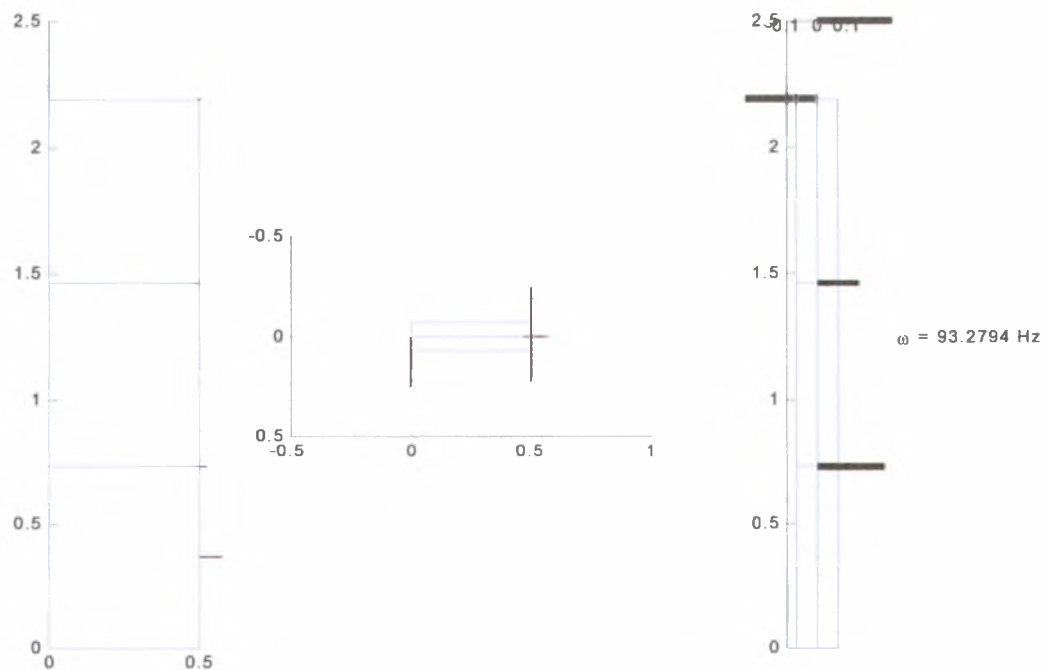
Σχήμα 4.11 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 19,463 Hz



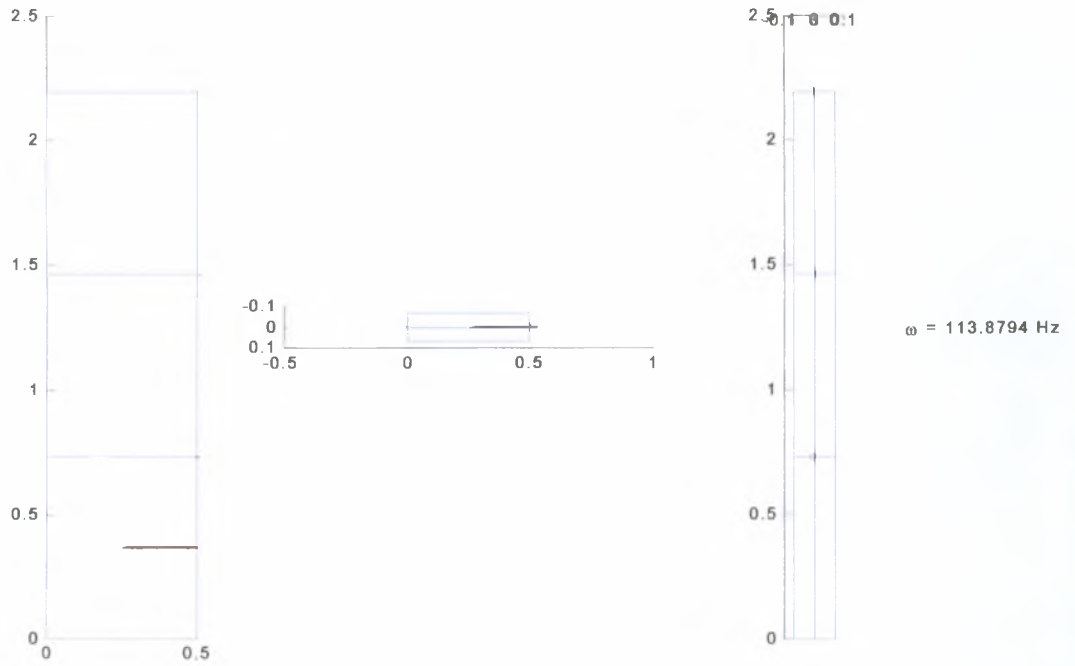
Σχήμα 4.12 Η 1^η στρεπτική ιδιομορφή στα 22,806 Hz.



Σχήμα 4.13 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 61,665 Hz.

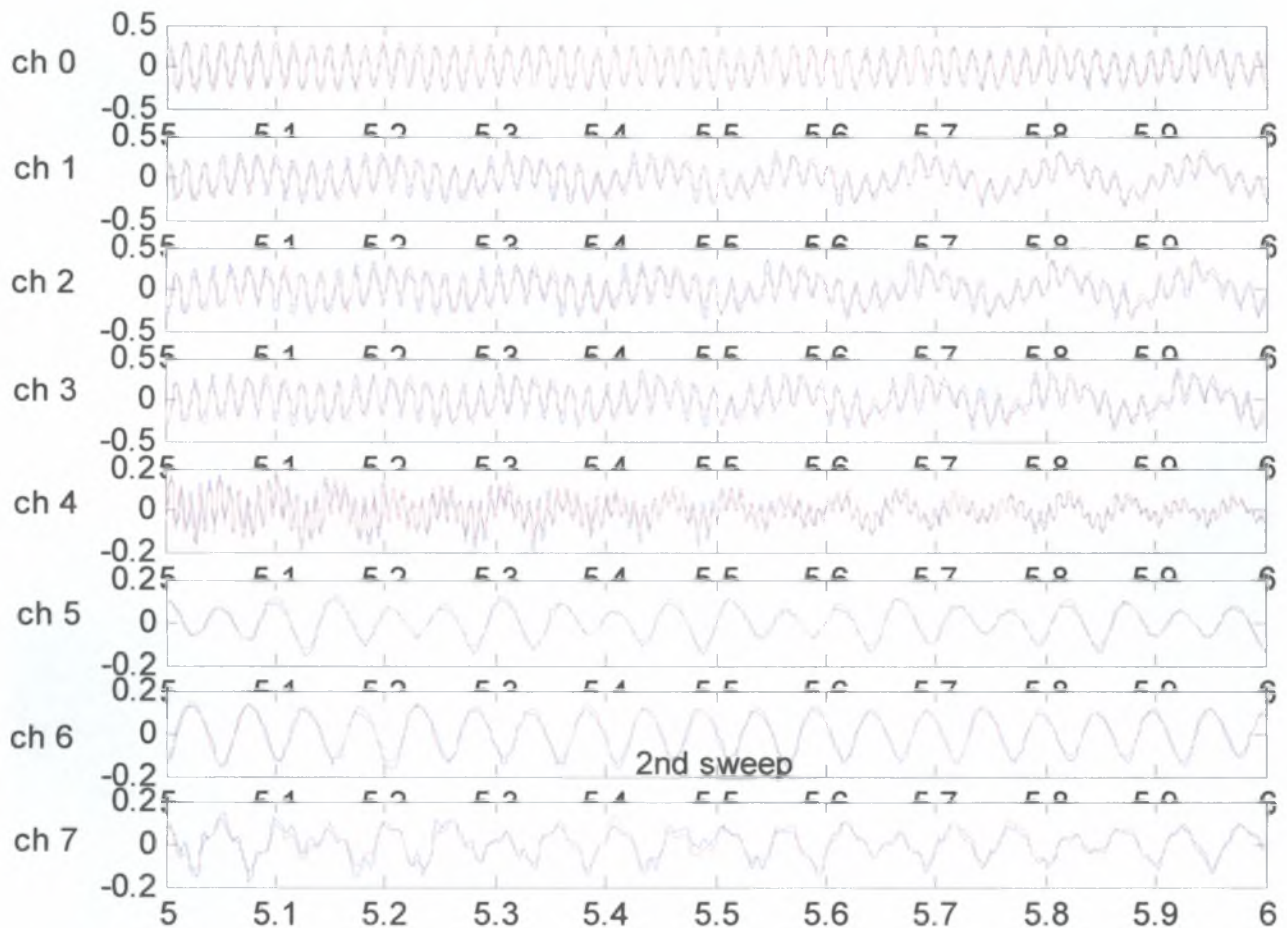


Σχήμα 4.14 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή του y άξονα , με στρεπτικό κομμάτι στα 93,279 Hz.



Σχήμα 4.15 Τοπική ιδιομορφή του x άξονα στα 113,879 Hz.


Στη συνέχεια, στο σχήμα 4.16, παρουσιάζονται ενδεικτικά οι προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων της κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες για την χρονική περίοδο 5sec έως 6sec.



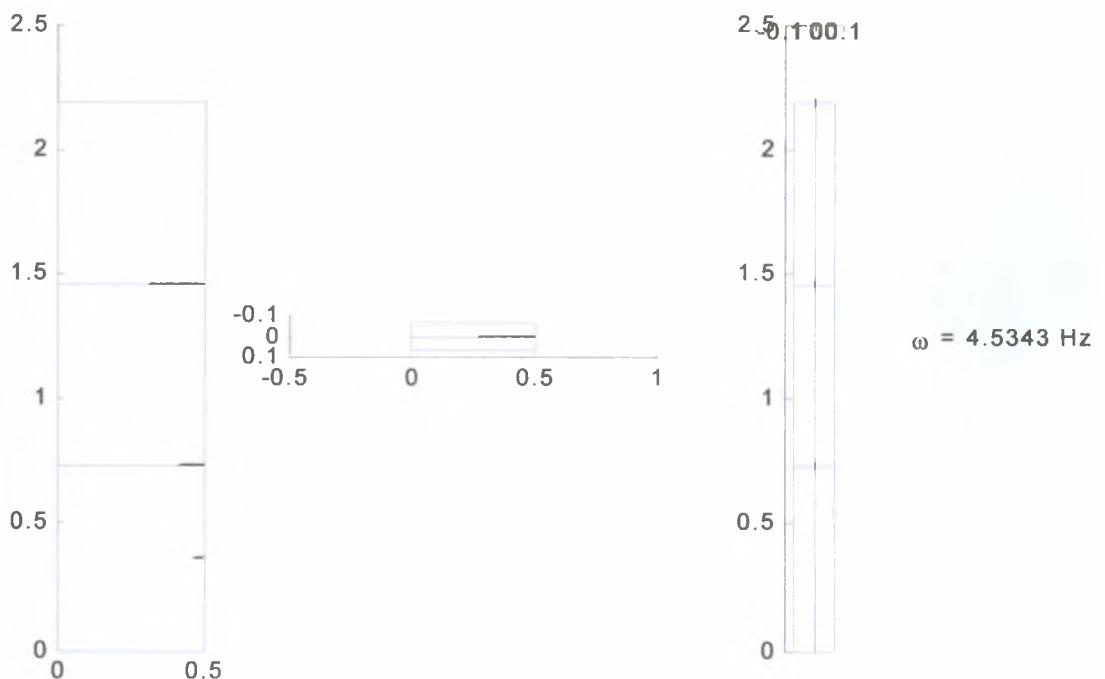
Σχήμα 4.16 Προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων της κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες

4.7.2 Περίπτωση κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 1^ο όροφο

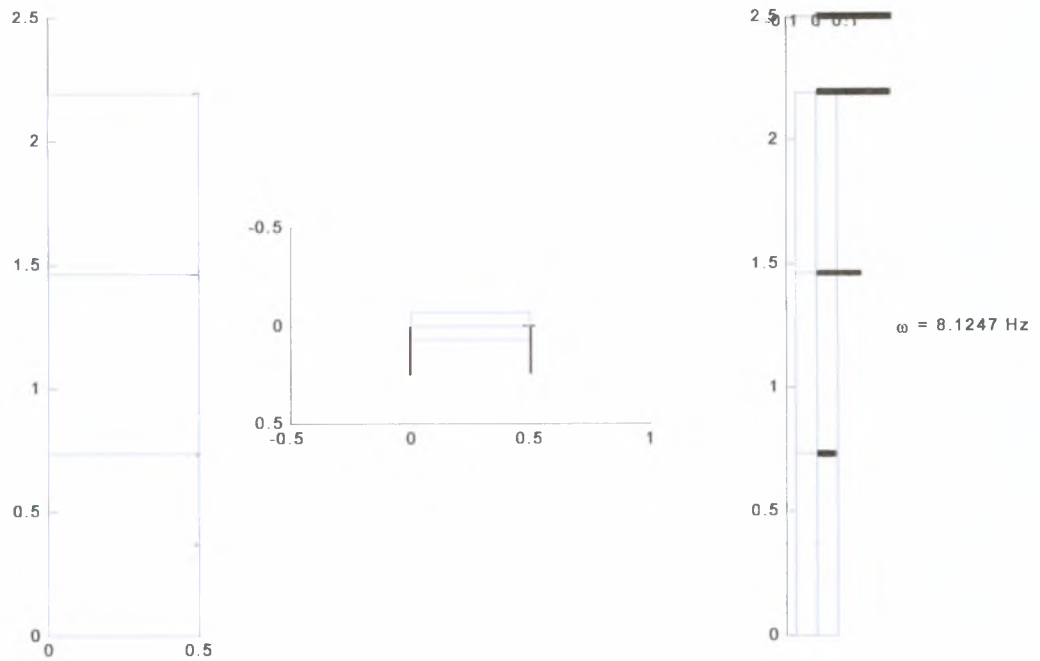
Οι ιδιοσυχνότητες που αναγνωρίστηκαν στην περίπτωση που έχουν τοποθετηθεί επιπρόσθετες μάζες στον 1^ο όροφο, φαίνονται στον πίνακα 4.2 και οι αντίστοιχες ιδιομορφές στα σχήματα 4.17 έως 4.24.

Εξεταζόμενη περίπτωση	Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
	1 ^η καμπτική x	4,534	0,221
	1 ^η καμπτική y	8,125	0,123
	2 ^η καμπτική x	12,474	0,080
	3 ^η καμπτική x	18,706	0,053
	Στρεπτική	22,602	0,044
	2η καμπτική y	57,127	0,018
	3 ^η καμπτική y-στρέψη	89,398	0,011
	τοπική καμπτική x	113,689	0,009

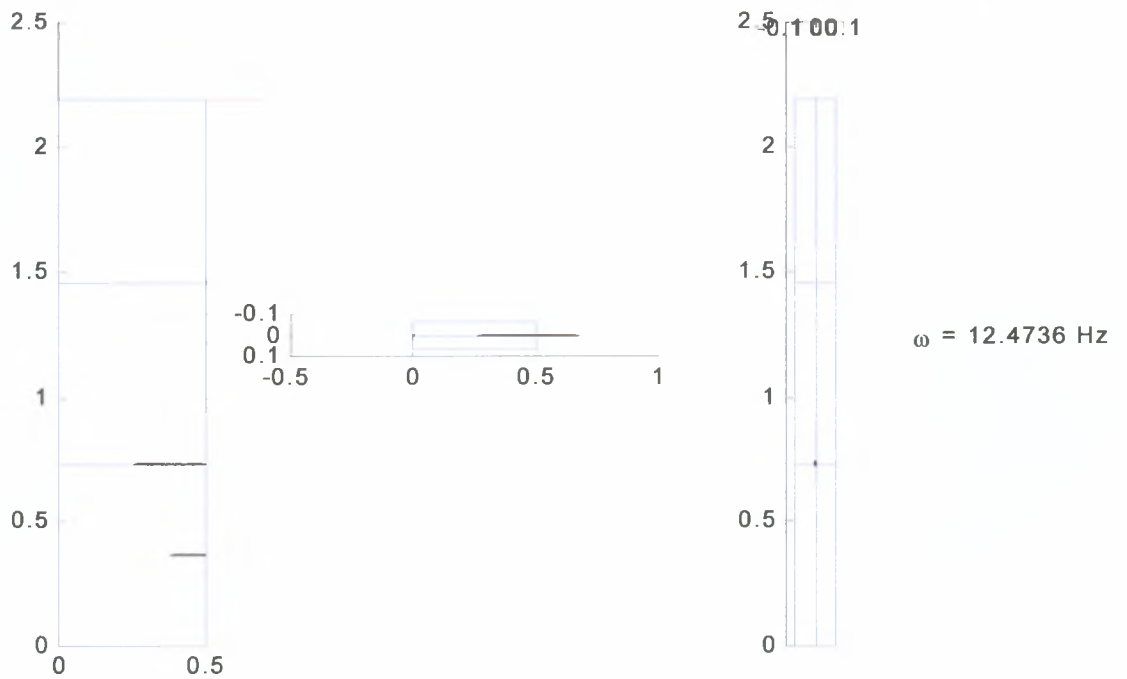
Πίνακας 4.2. Ιδιοσυχνότητες κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 1^ο όροφο



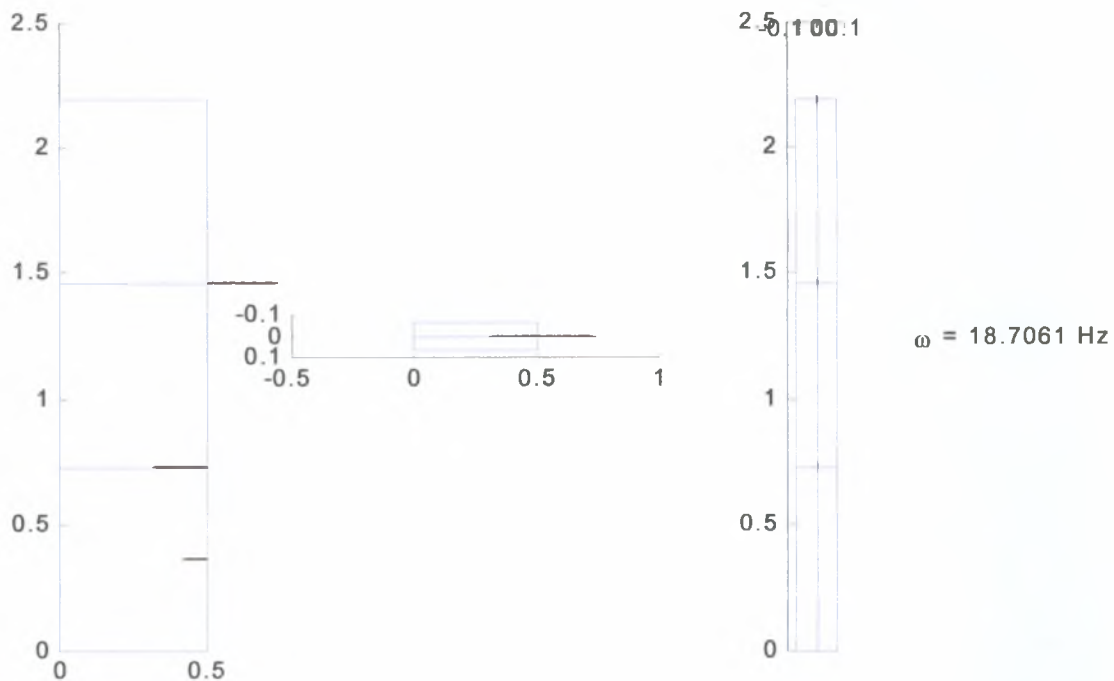
Σχήμα 4.17 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 4,534 Hz



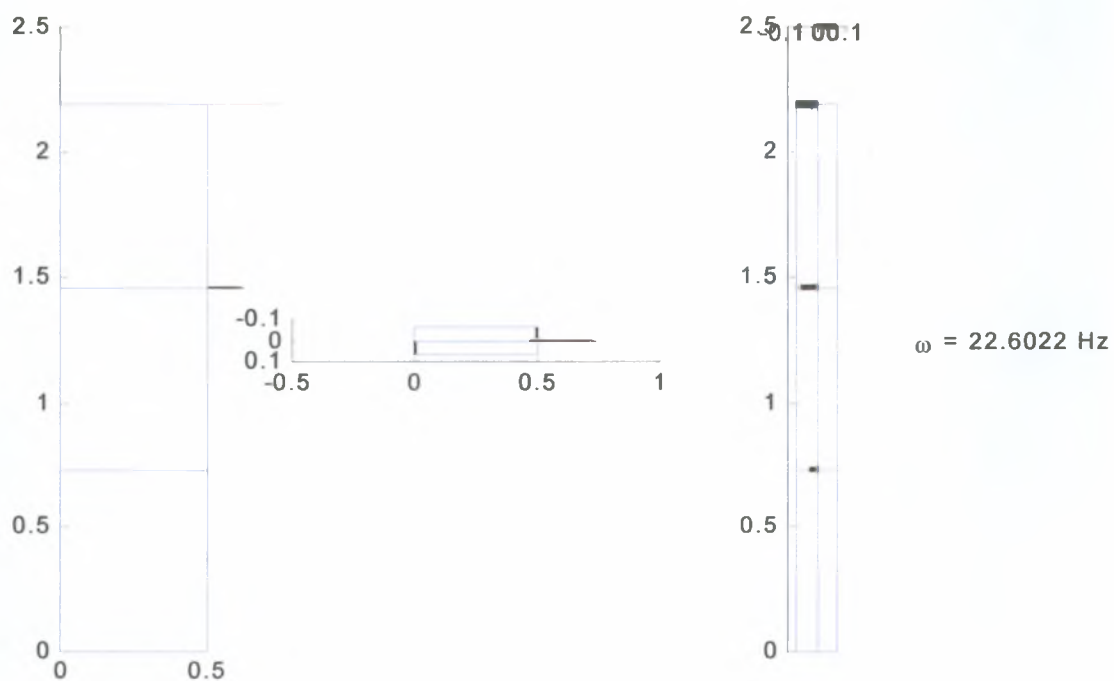
Σχήμα 4.18 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 8,125 Hz



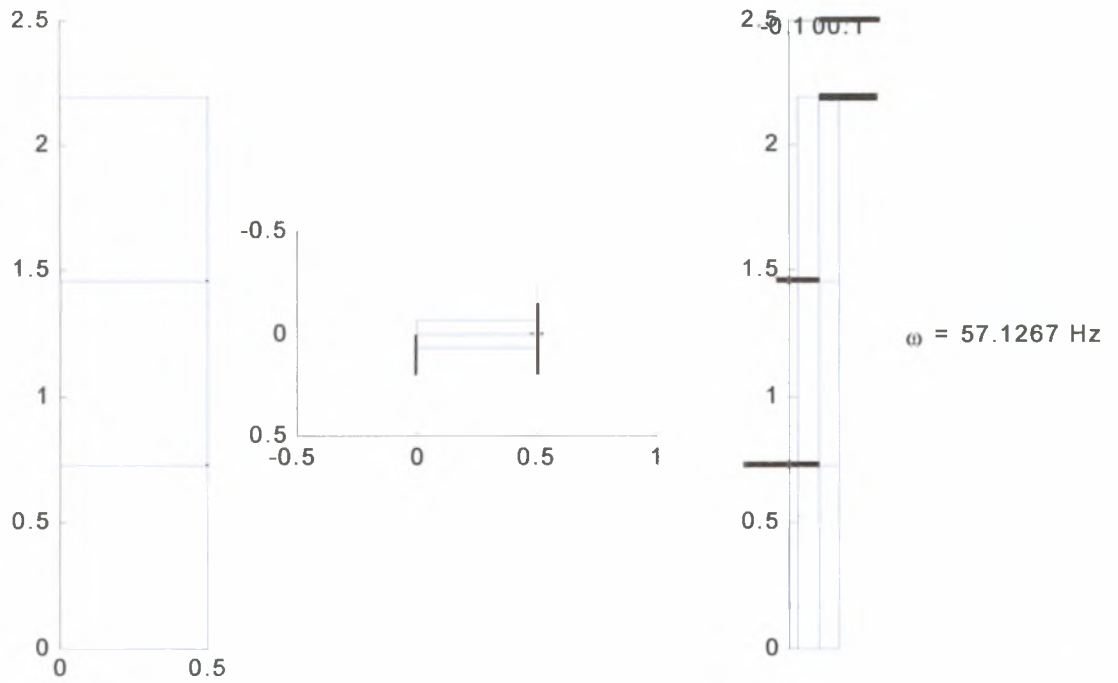
Σχήμα 4.19 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 12,474 Hz



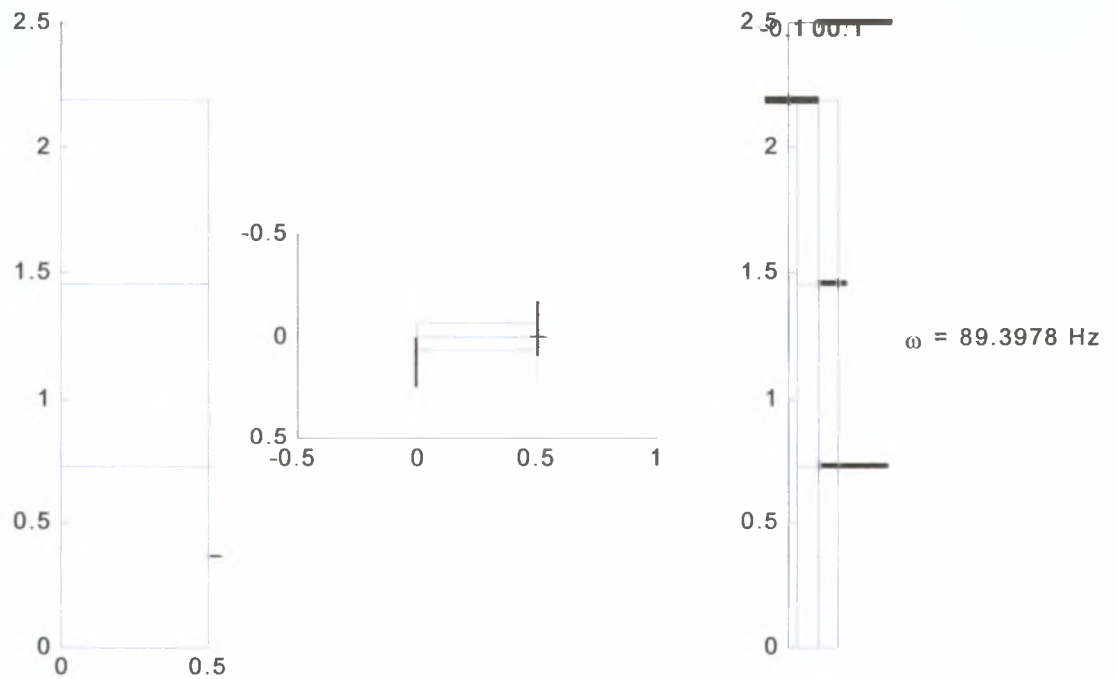
Σχήμα 4.20 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 18,706 Hz



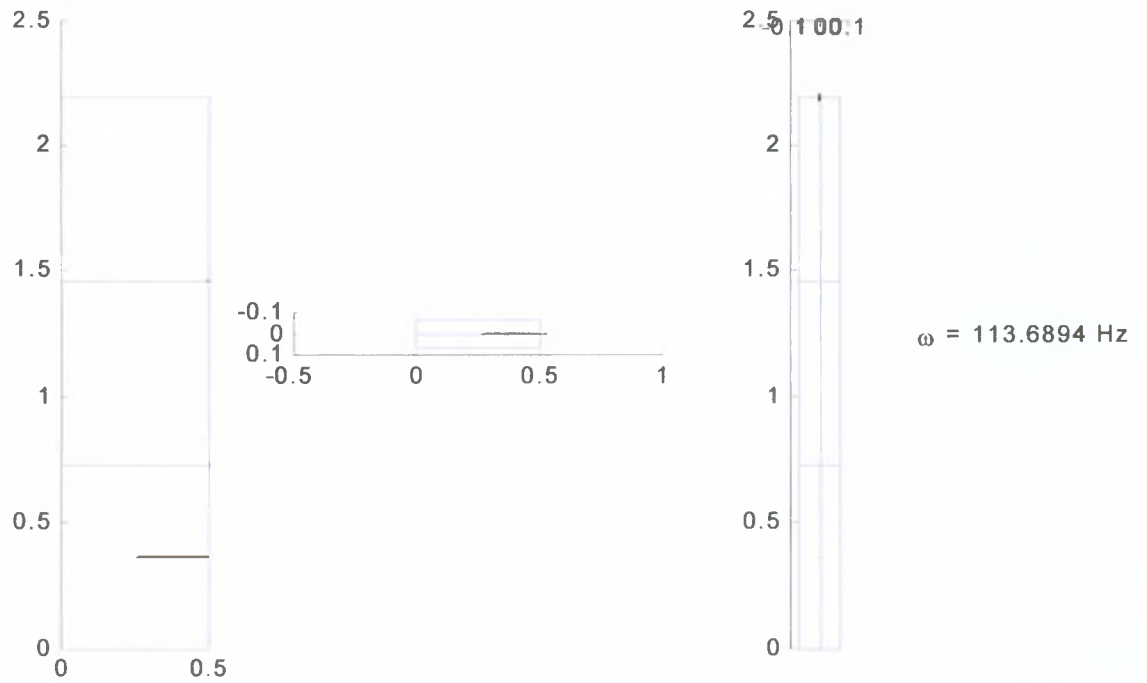
Σχήμα 4.21 Η 1^η στρεπτική ιδιομορφή στα 22,602 Hz.



Σχήμα 4.22 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 57,127 Hz.

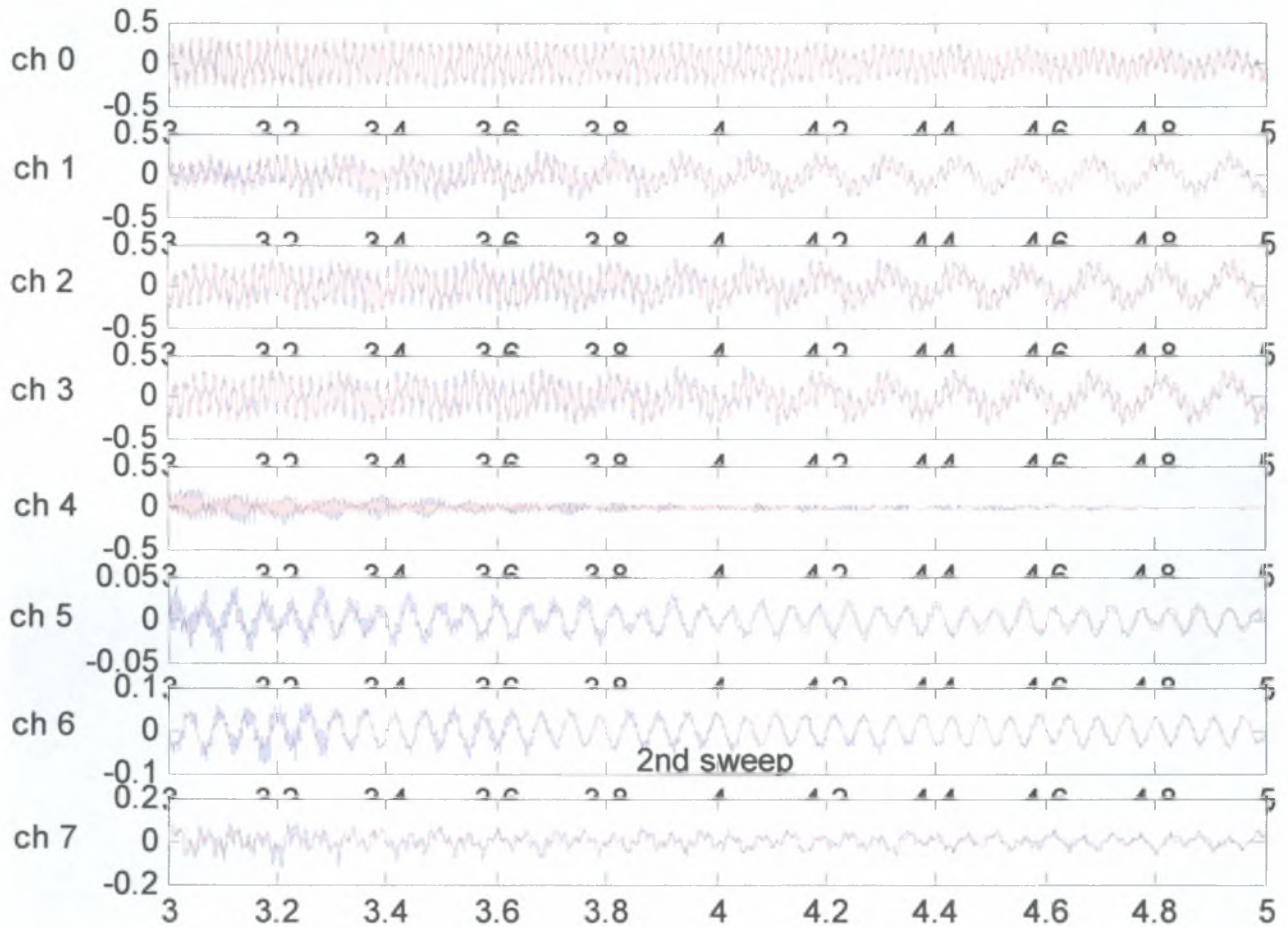


Σχήμα 4.23 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή του y άξονα , με στρεπτικό κομμάτι στα 89,398 Hz.



Σχήμα 4.24 Τοπική ιδιομορφή του x άξονα στα 113,689 Hz.


Στη συνέχεια, στο σχήμα 4.25, παρουσιάζονται ενδεικτικά οι προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 1^ο όροφο για την χρονική περίοδο 3sec έως 5sec.



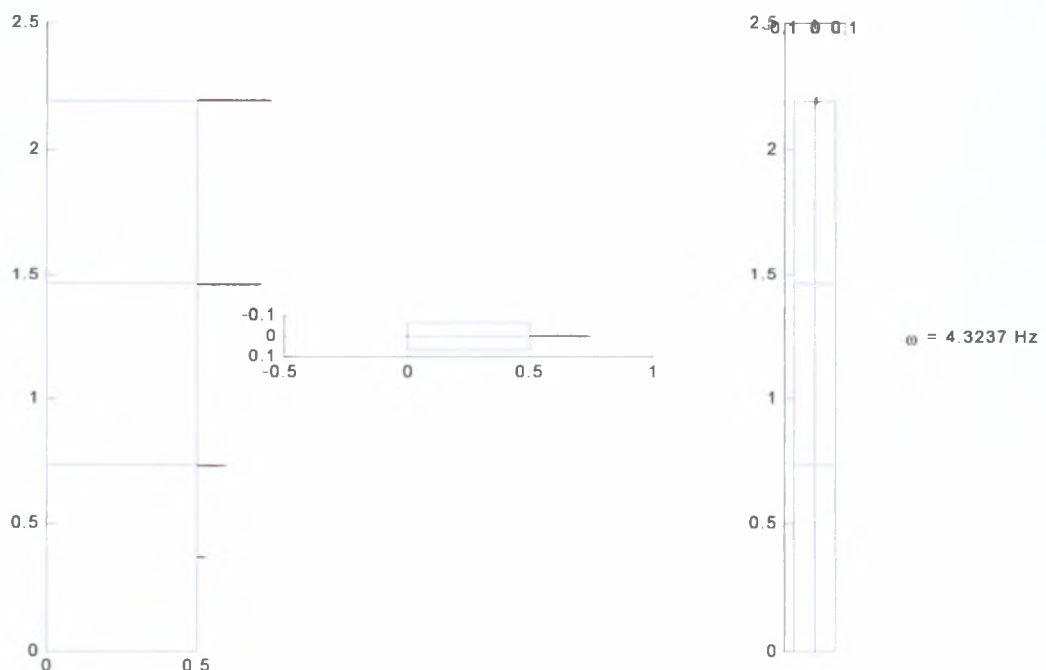
Σχήμα 4.25 Προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 1^ο όροφο

4.7.3 Περίπτωση κατασκευής με μάζες στον 2^ο όροφο

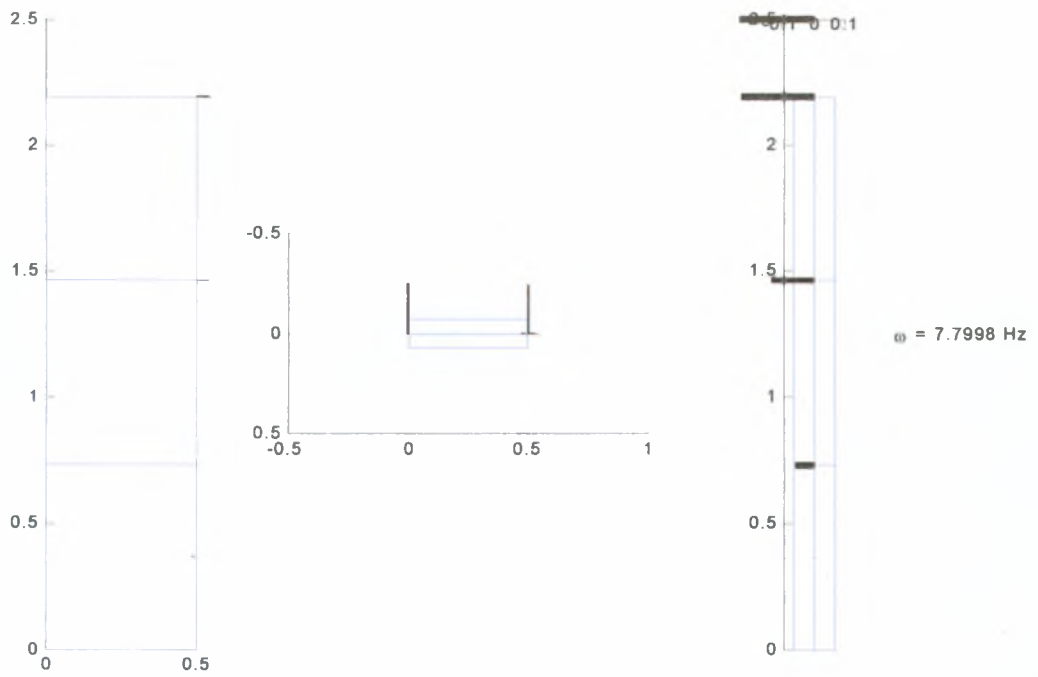
Για την περίπτωση που η κατασκευή φέρει μάζες στον 2^ο όροφο οι ιδιοσυχνότητες που αναγνωρίστηκαν τελικά φαίνονται στον πίνακα 4.3 και οι αντίστοιχες ιδιομορφές στα σχήματα 4.26 έως 4.33.

Εξεταζόμενη περίπτωση	Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
	1 ^η καμπτική x	4,324	0,231
	1 ^η καμπτική y	7,800	0,128
	2 ^η καμπτική x	13,623	0,073
	3 ^η καμπτική x	17,910	0,056
	Στρεπτική	22,221	0,045
	2η καμπτική y	59,785	0,017
	3 ^η καμπτική y-στρέψη	93,310	0,011
	τοπική καμπτική x	113,937	0,009

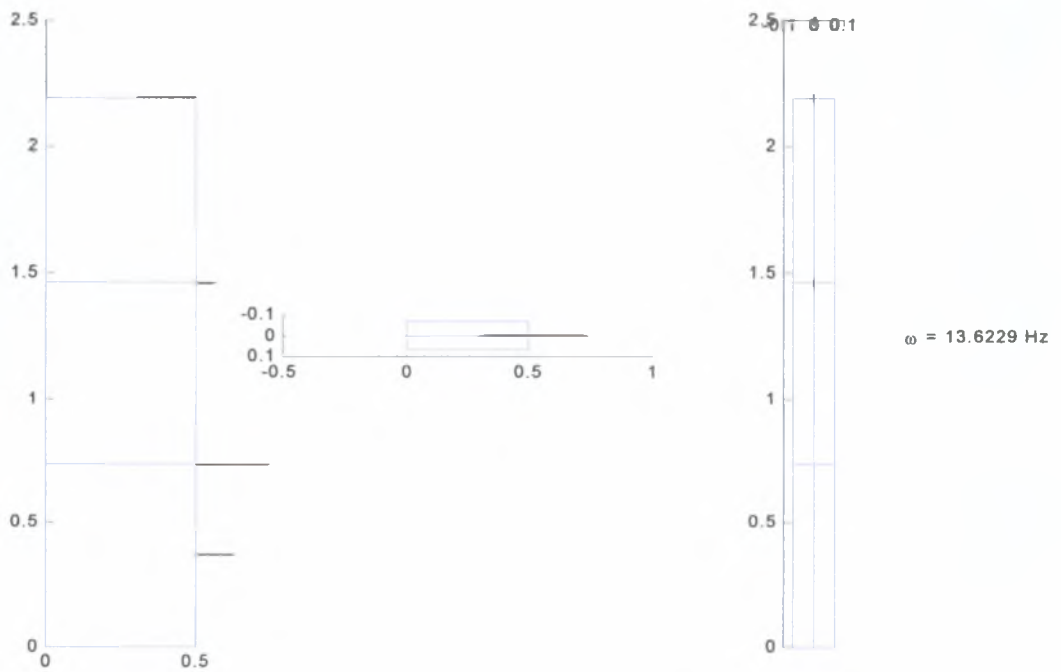
Πίνακας 4.3 Ιδιοσυχνότητες κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 2^ο όροφο



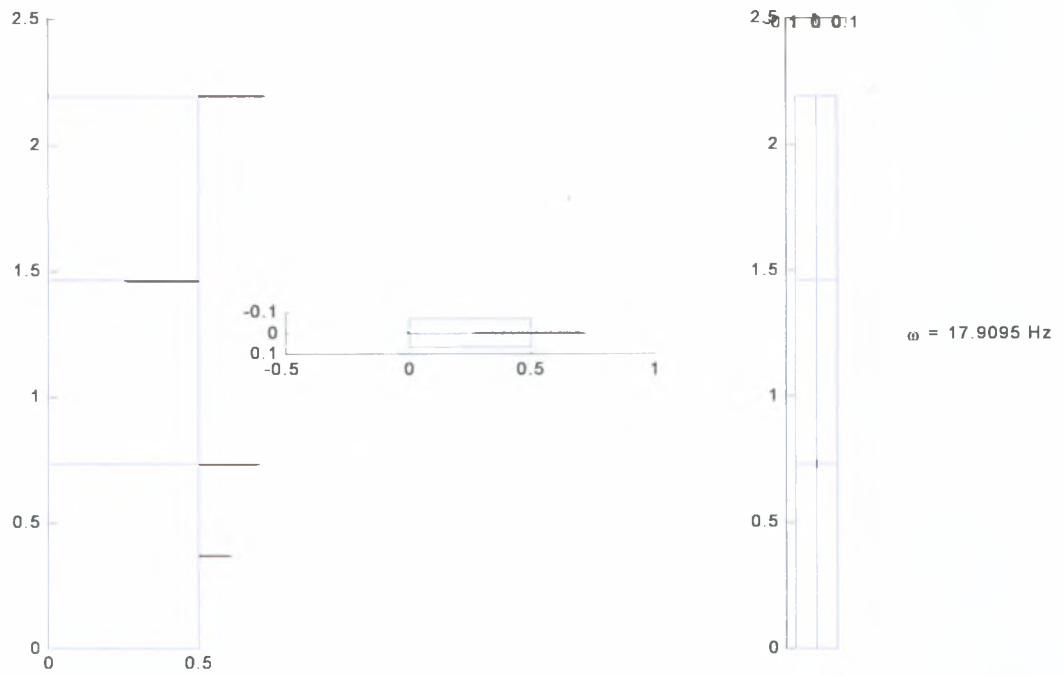
Σχήμα 4.26 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 4,324 Hz



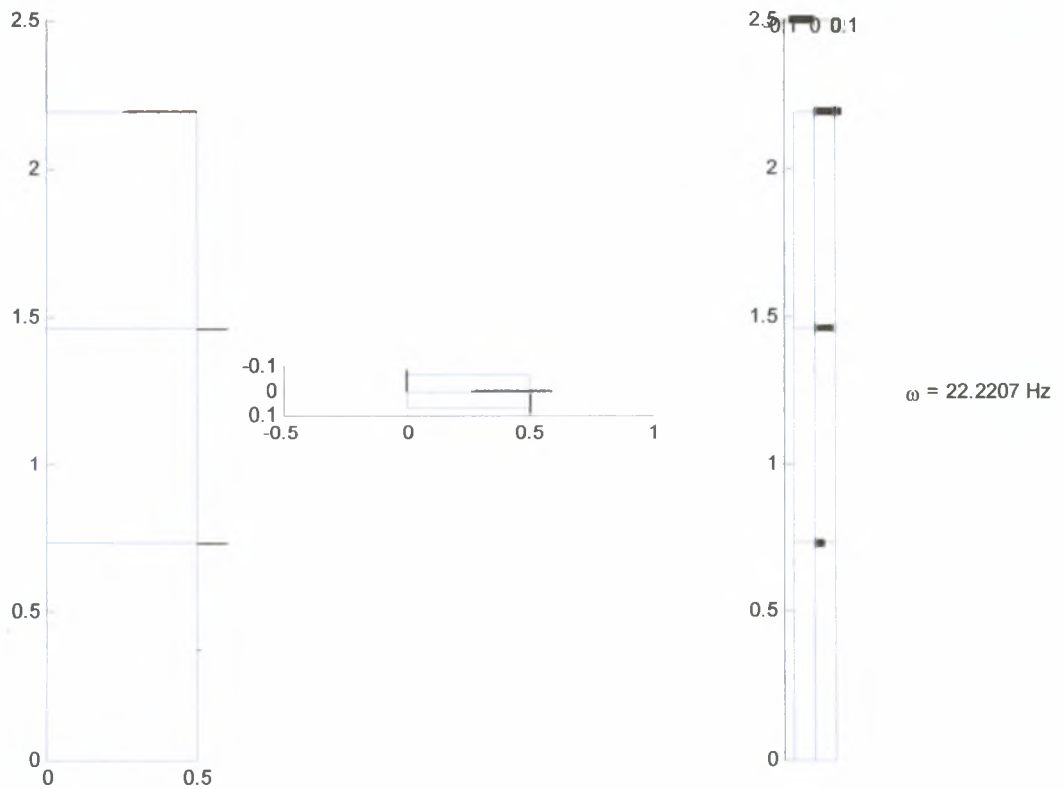
Σχήμα 4.27 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 7,780 Hz



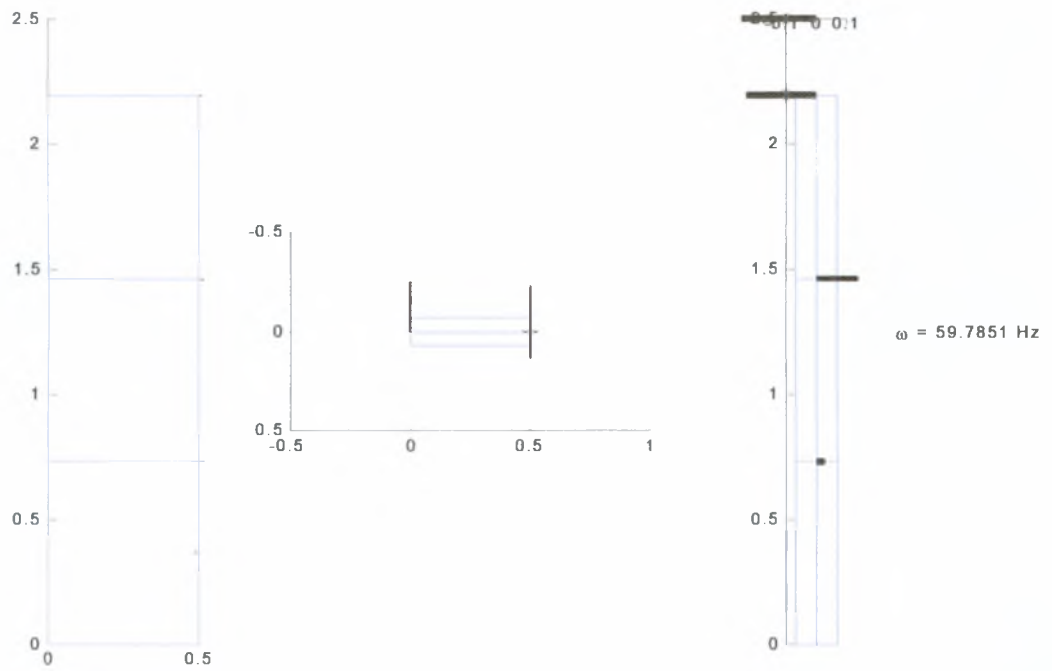
Σχήμα 4.28 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 13,623 Hz



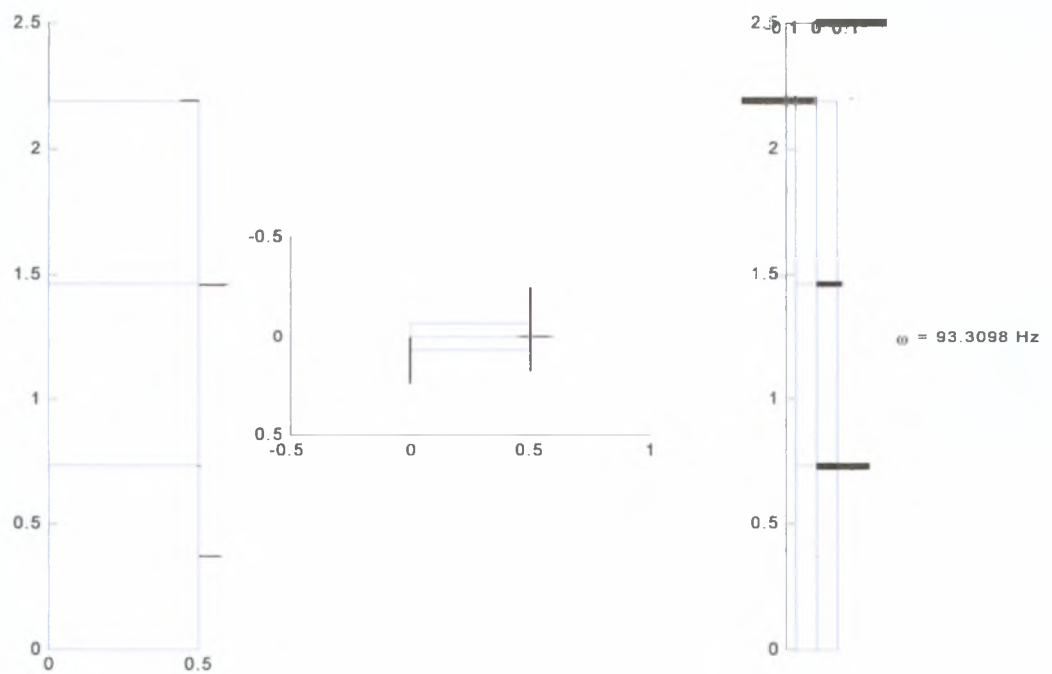
Σχήμα 4.29 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 17,909 Hz



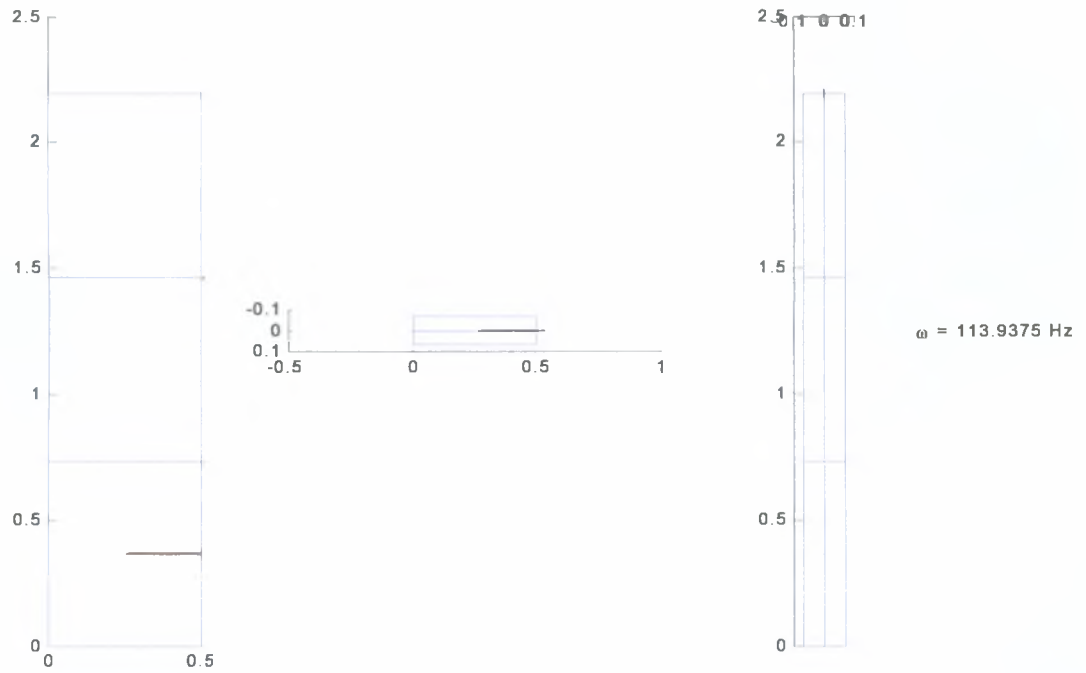
Σχήμα 4.30 Η 1^η στρεπτική ιδιομορφή στα 22,221 Hz.



Σχήμα 4.31 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 59,785 Hz.

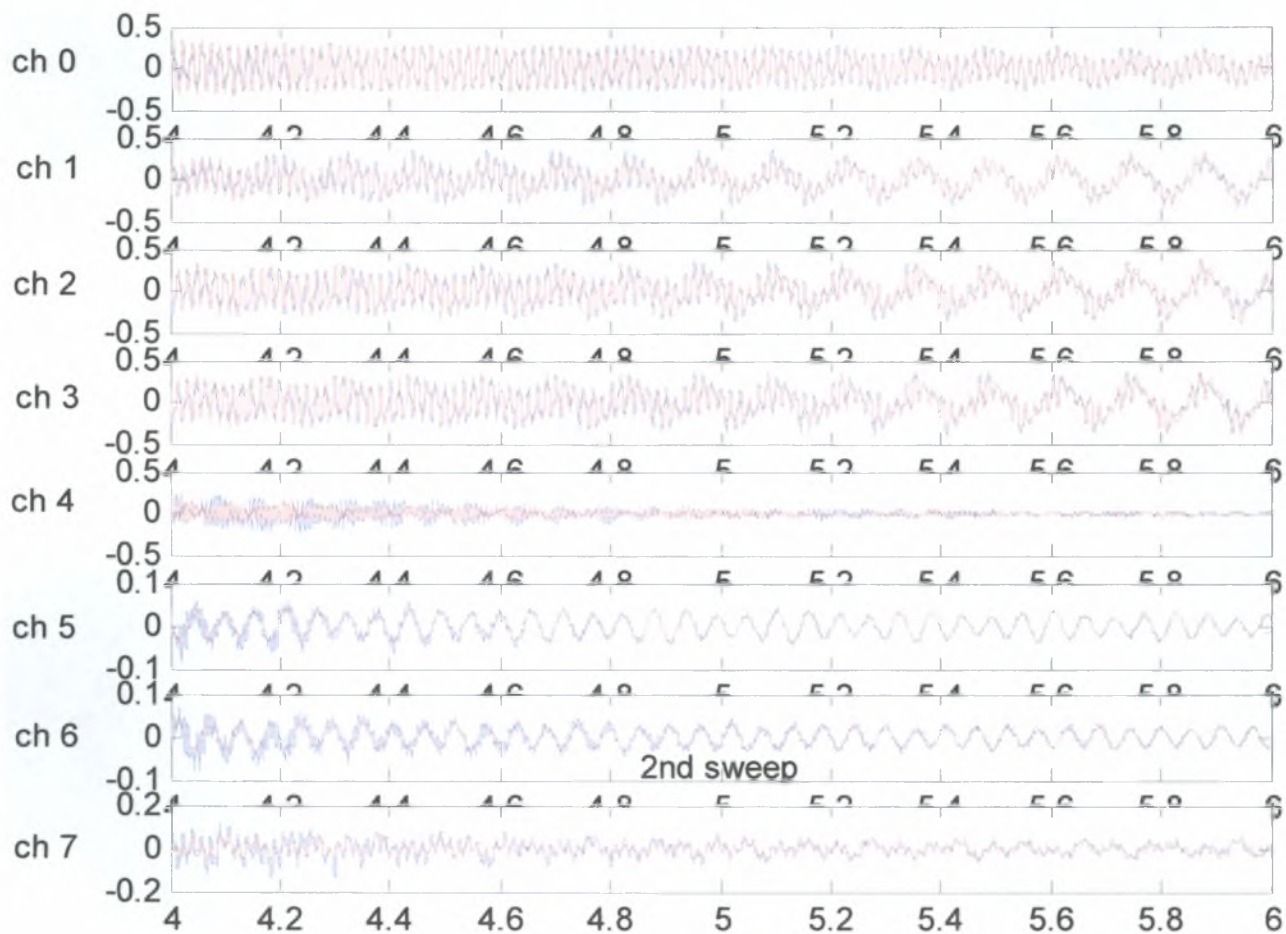


Σχήμα 4.32 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή του y άξονα , με στρεπτικό κομμάτι στα 93,310 Hz.



Σχήμα 4.33 Τοπική ιδιομορφή του x άξονα στα 113,937 Hz.


Στο σχήμα 4.34 δίνονται ενδεικτικά οι προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 2^ο όροφο για την χρονική περίοδο 4sec έως 6sec.



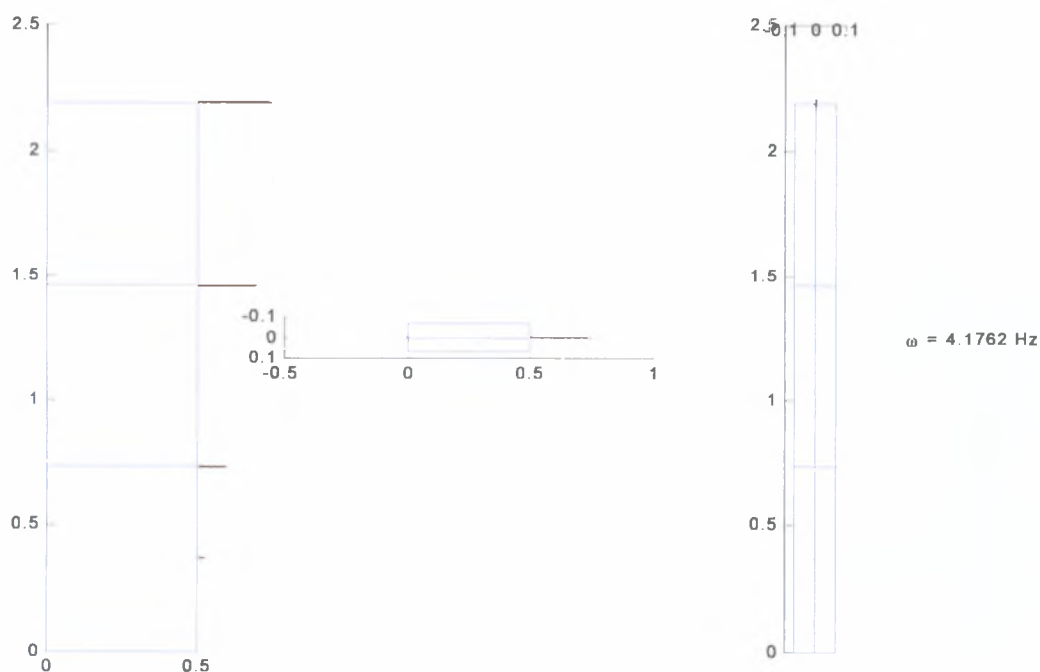
Σχήμα 4.34 Προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 2^ο όροφο

4.7.4 Περίπτωση κατασκευής με μάζες στον 3^ο όροφο

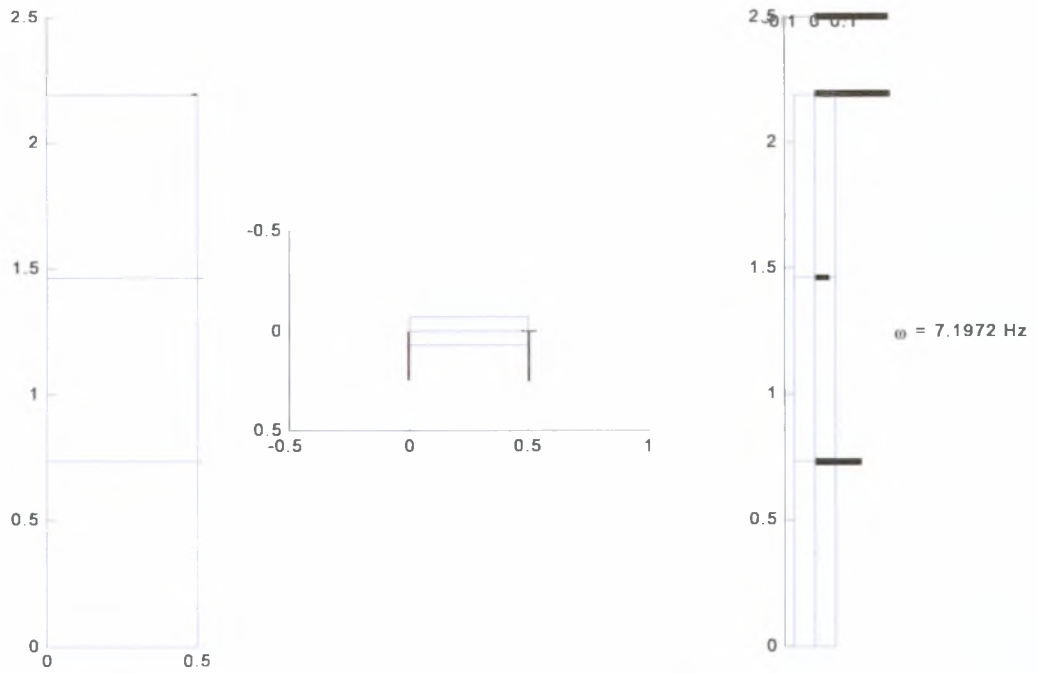
Για την περίπτωση που η κατασκευή φέρει μάζες στον 3^ο όροφο οι ιδιοσυχνότητες που αναγνωρίστηκαν, φαίνονται στον πίνακα 4.4 και οι αντίστοιχες ιδιομορφές στα σχήματα 4.35 έως 4.42

Εξεταζόμενη περίπτωση	Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
	1 ^η καμπτική x	4,176	0,239
	1 ^η καμπτική y	7,197	0,139
	2 ^η καμπτική x	12,752	0,078
	3 ^η καμπτική x	18,943	0,053
	Στρεπτική	21,622	0,046
	2η καμπτική y	57,913	0,017
	3 ^η καμπτική y-στρέψη	89,194	0,011
	τοπική καμπτική x	113,845	0,009

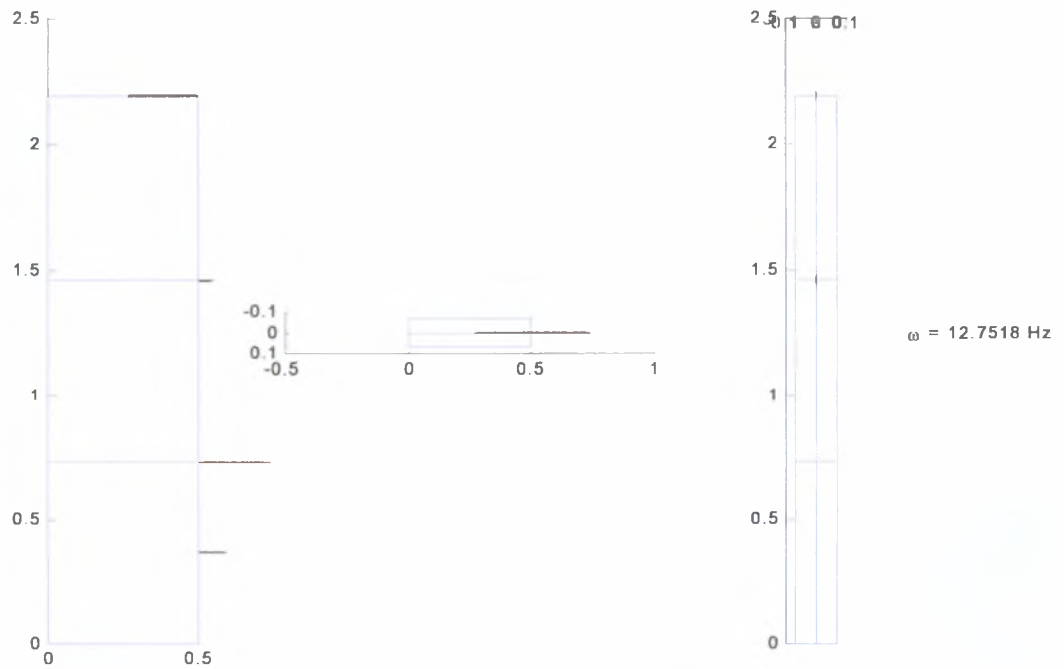
Πίνακας 4.4 Ιδιοσυχνότητες κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 3^ο όροφο



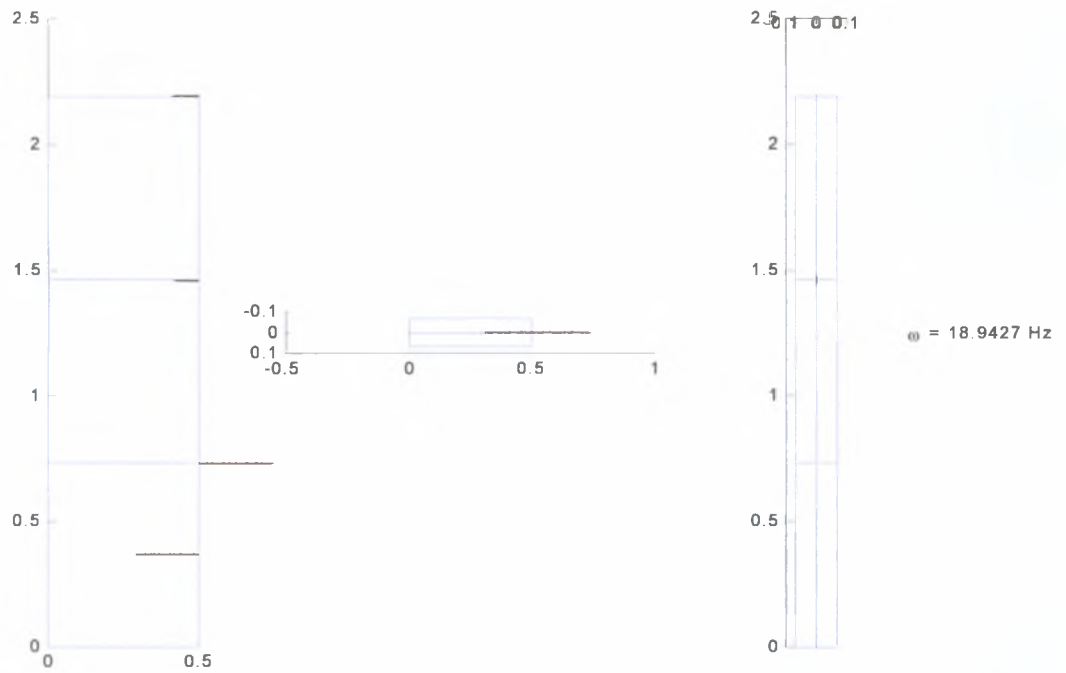
Σχήμα 4.35 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 4,176 Hz



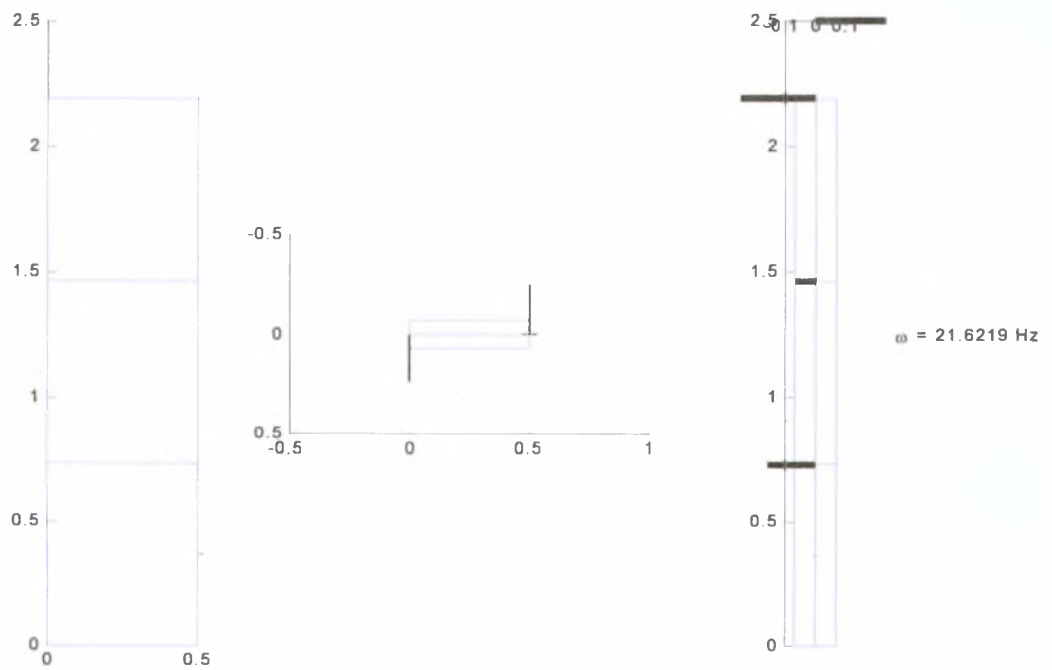
Σχήμα 4.36 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 7,197 Hz



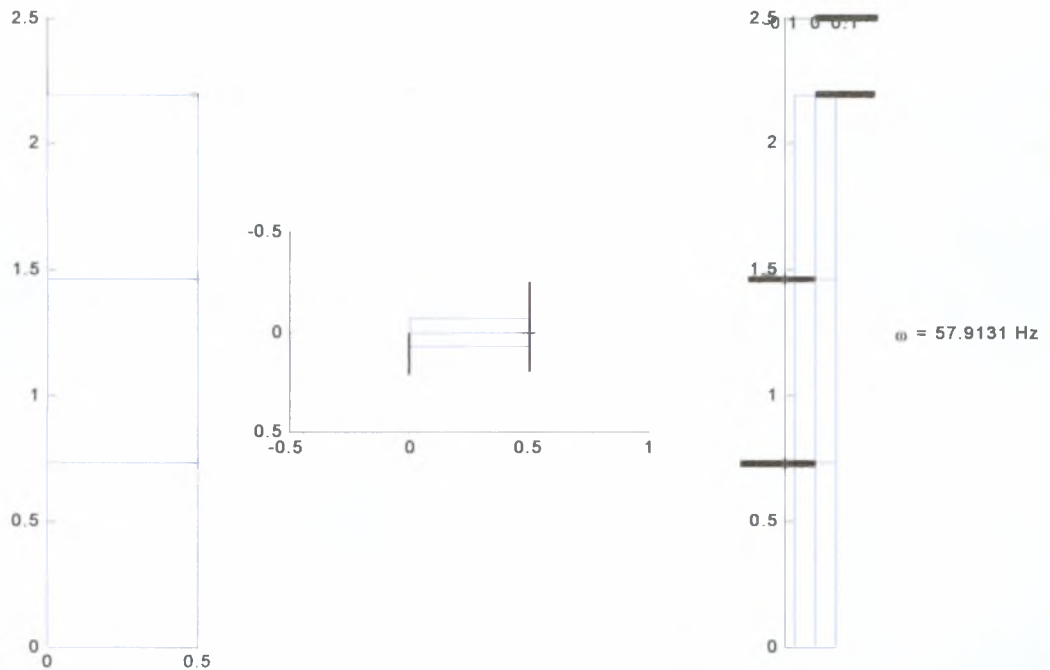
Σχήμα 4.37 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 12,752 Hz



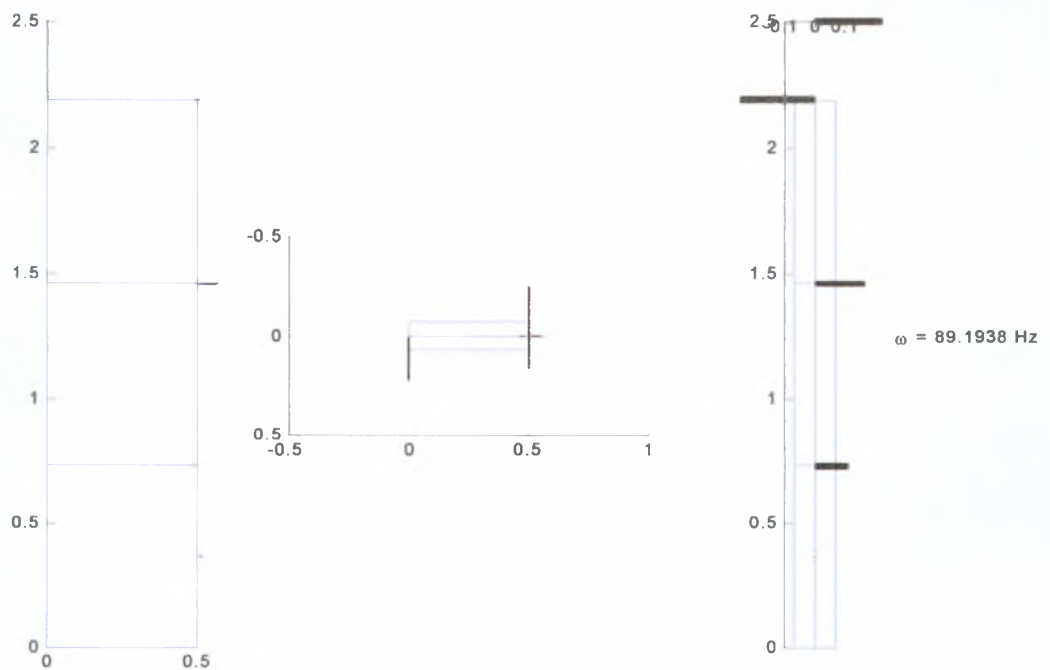
Σχήμα 4.38 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 18,943 Hz



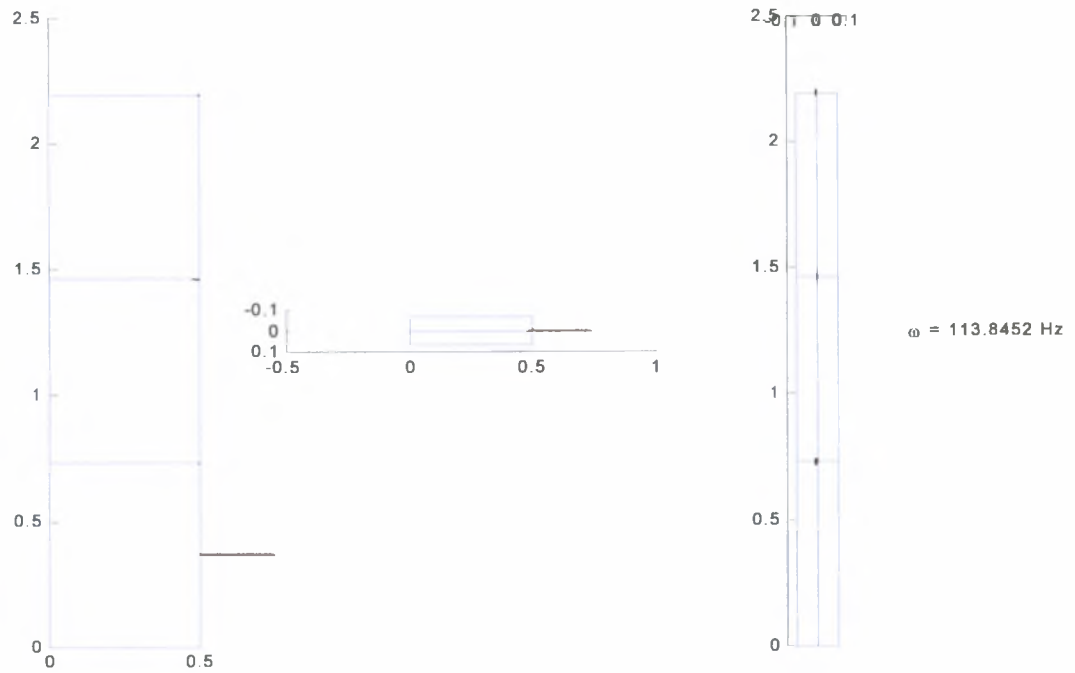
Σχήμα 4.39 Η στρεπτική ιδιομορφή στα 21,622 Hz.



Σχήμα 4.40 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 57,913 Hz.

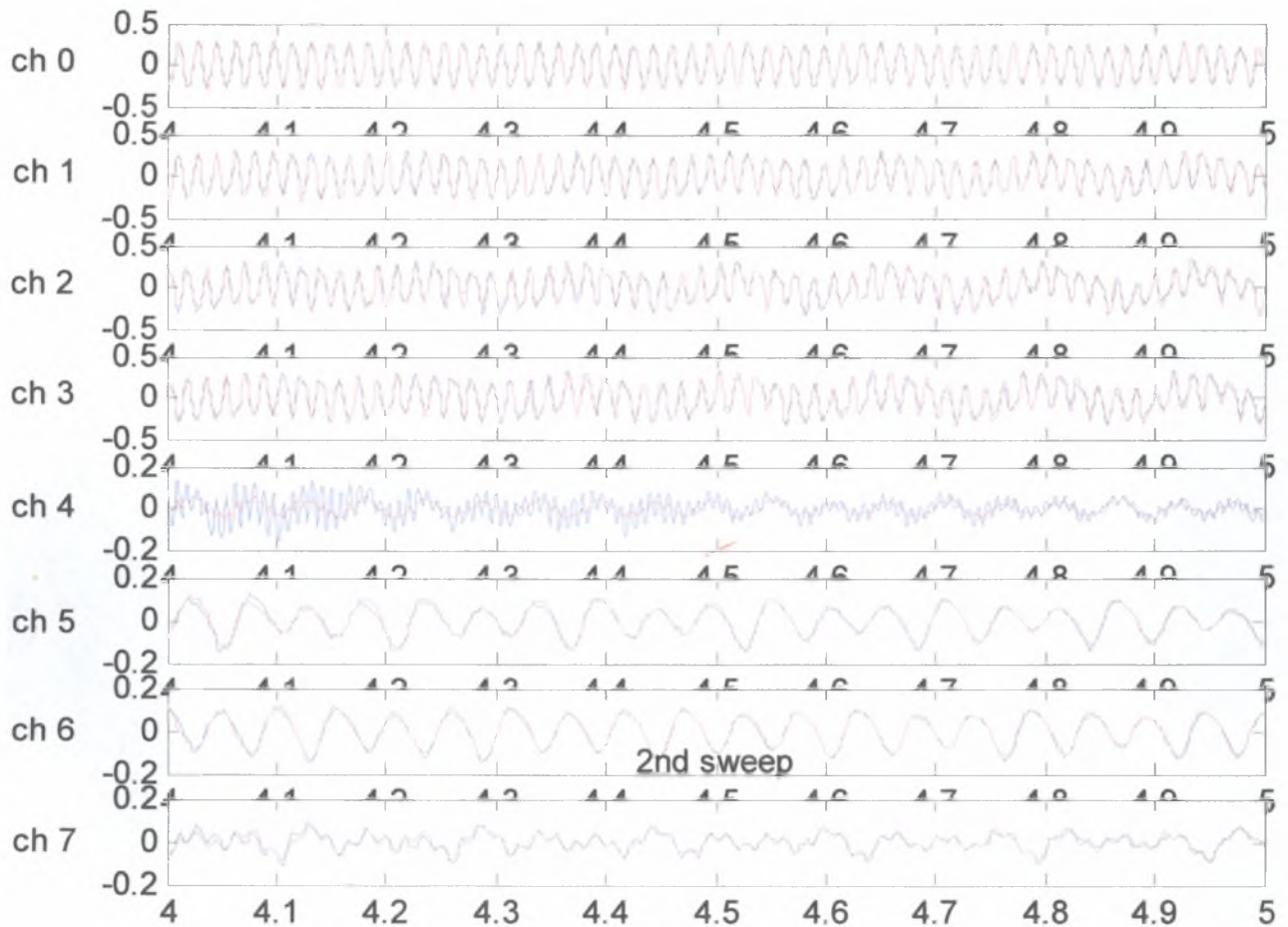


Σχήμα 4.41 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή του y άξονα , με στρεπτικό κομμάτι στα 89,194 Hz.



Σχήμα 4.42 Τοπική ιδιομορφή του x άξονα στα 113,845 Hz


Στη συνέχεια, στο σχήμα 4.43, παρουσιάζονται ενδεικτικά οι προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 3ο όροφο για την χρονική περίοδο 4sec έως 5sec.. Στη συγκεκριμένη περίπτωση δεν ζητήθηκε από το πρόγραμμα να λάβει υπόψη την υψηλή τοπική συχνότητα στα 113,845 Hz, κάτι το οποίο φαίνεται στο κανάλι ch 4.



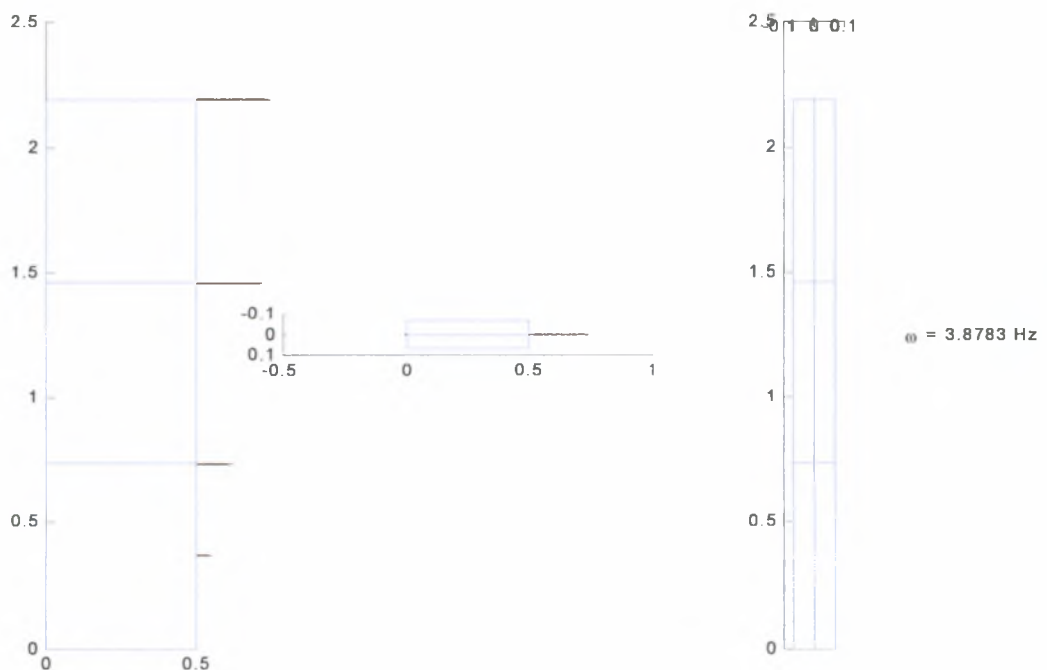
Σχήμα 4.43 Προσαρμογές μαθηματικών μοντέλων κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες στον 3^ο όροφο

4.7.5 Περίπτωση κατασκευής με μάζες σε όλους τους ορόφους

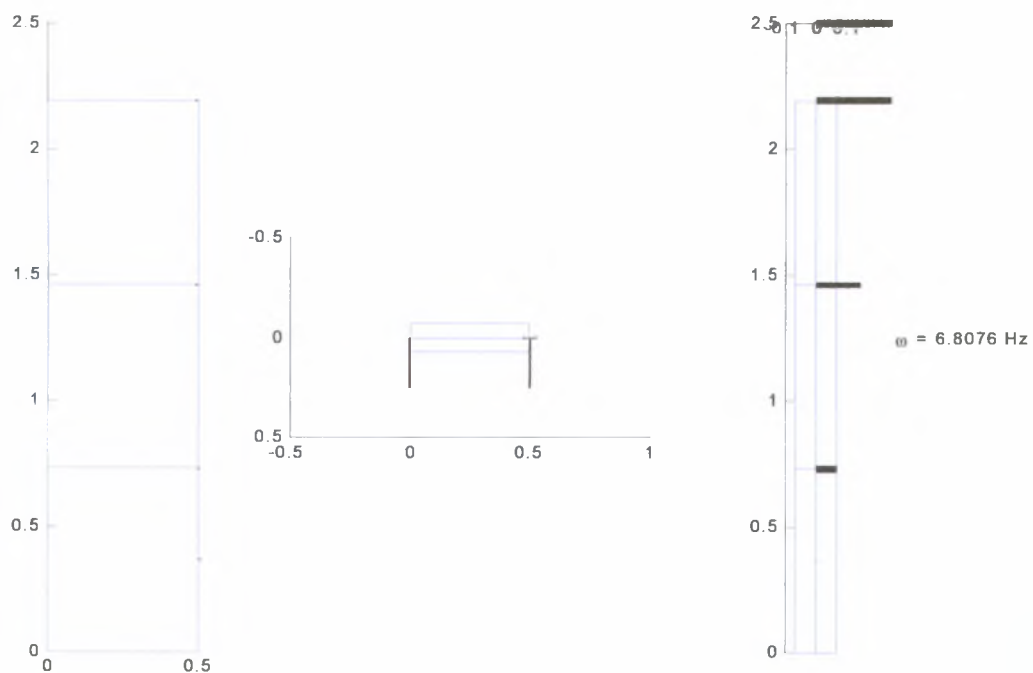
Για την περίπτωση που η κατασκευή φέρει μάζες σε όλους τους ορόφους οι ιδιοσυχνότητες που αναγνωρίστηκαν τελικά, φαίνονται στον πίνακα 4.5 και οι αντίστοιχες ιδιομορφές στα σχήματα 4.44 έως 4.51.

Εξεταζόμενη περίπτωση	Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
	1 ^η καμπτική x	3,878	0,258
	1 ^η καμπτική y	6,808	0,147
	2 ^η καμπτική x	11,559	0,087
	3 ^η καμπτική x	16,331	0,061
	Στρεπτική	19,253	0,052
	2 ^η καμπτική y	52,113	0,019
	3 ^η καμπτική y-στρέψη	85,618	0,012
	τοπική καμπτική x	113,771	0,009

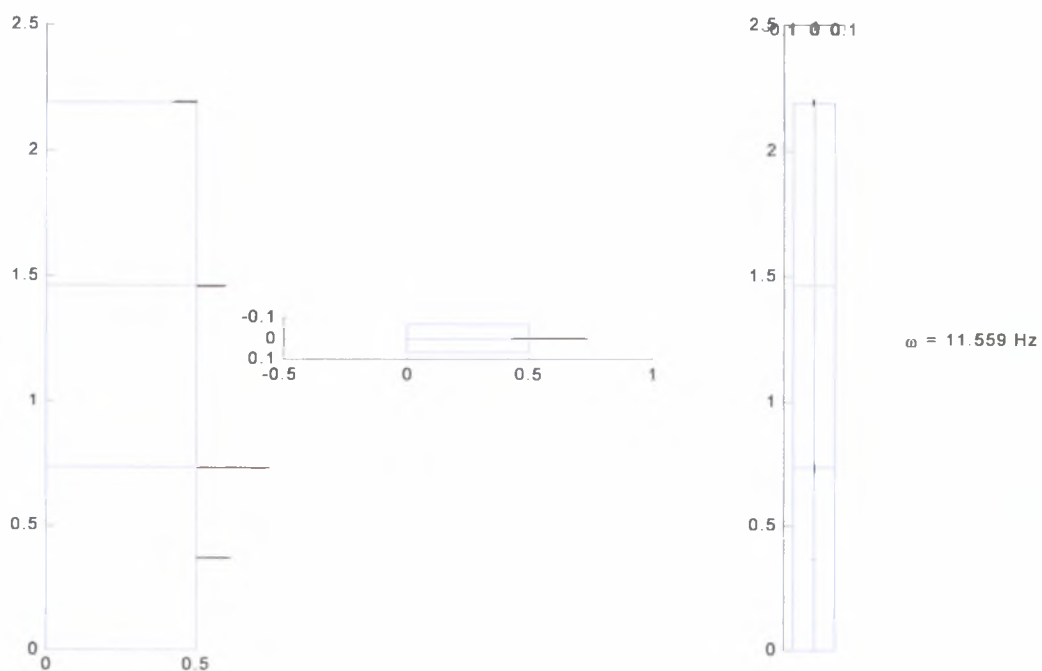
Πίνακας 4.5. Ιδιοσυχνότητες κατασκευής με επιπρόσθετες μάζες σε όλους τους ορόφους



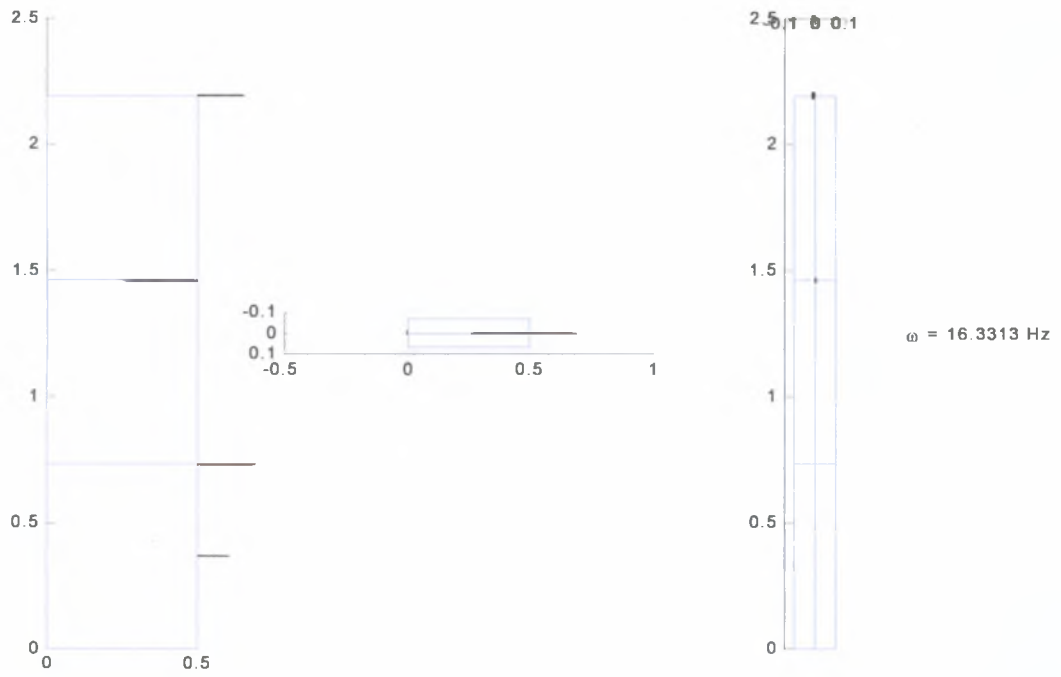
Σχήμα 4.44 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 3,878 Hz



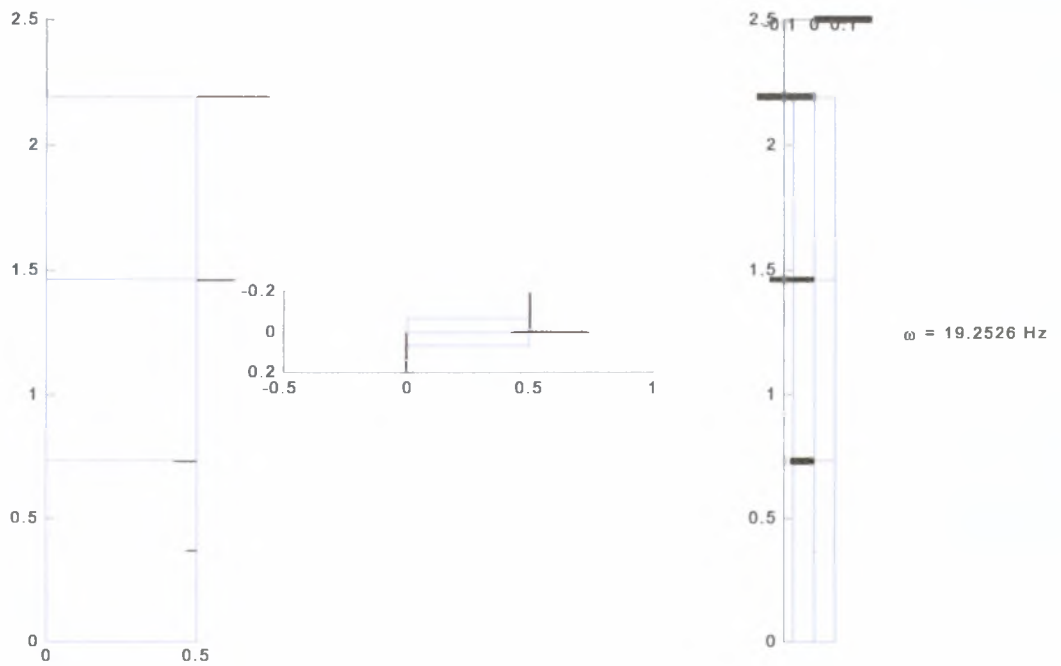
Σχήμα 4.45 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 6,808 Hz



Σχήμα 4.46 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 11,559 Hz





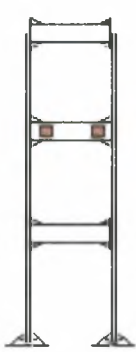


Σχήμα 4.47 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 16,331 Hz



Σχήμα 4.48 Η στρεπτική ιδιομορφή στα 19,253 Hz.

4.7.6 Μεταβολές συχνοτήτων με αλλαγές στη μάζα της κατασκευής.

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται σύγκριση των συχνοτήτων της κατασκευής για τις καταστάσεις όπως αυτές παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 4.6.

. Τύπος μορφής					
1 ^η καμπτική x	4,606	4,534	4,324	4,176	3,878
1 ^η καμπτική y	8,148	8,125	7,800	7,197	6,808
2 ^η καμπτική x	13,798	12,474	13,623	12,752	11,559
3 ^η καμπτική x	19,463	18,706	17,910	18,943	16,331
Στρεπτική	22,806	22,602	22,221	21,622	19,253
2η καμπτική y	61,665	57,127	59,785	57,913	52,113
3 ^η καμπτική y-στρέψη	93,279	89,398	93,310	89,194	85,618
τοπική καμπτική x	113,879	113,689	113,937	113,845	113,771

Πίνακας 4.6 Συγκεντρωτικός πίνακας ιδιοσυχνοτήτων

Από τον παραπάνω πίνακα, φαίνεται ότι οι ιδιοσυχνότητες της κατασκευής εξαρτώνται τόσο από τη μάζα που προσθέτουμε όσο και από την κατανομή μάζας, κάτι που ήταν αναμενόμενο αφού γνωρίζουμε ότι οι ιδιοσυχνότητες μιας κατασκευής είναι αντιστρόφως ανάλογες της μάζας ($\omega = \sqrt{k/m}$). Στην περίπτωση που προστεθούν μάζες και στους 3 ορόφους όλες οι ιδιοσυχνότητες μειώνονται σε σχέση με αυτές της κατασκευής χωρίς επιπρόσθετες μάζες. Αξίζει να σημειωθεί ότι, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις η ιδιοσυχνότητα της τοπικής καμπτικής ιδιομορφής γύρω από τον x άξονα παραμένει σχεδόν αμετάβλητη, που σημαίνει ότι είναι ανεξάρτητη από την υπόλοιπη μάζα της κατασκευής.

Κεφάλαιο 5

Αναθεώρηση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων

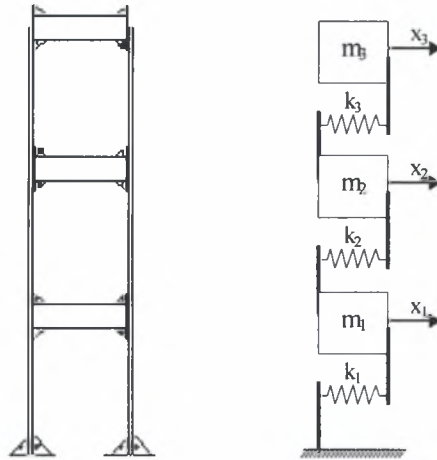
5.0 Εισαγωγή

Στην αρχή της ενότητας αυτής, περιγράφονται τα μοντέλα της μεταλλικής κατασκευής που μελετάται. Τα μοντέλα, λεπτομερές και απλούστερο μοντέλο τριών βαθμών ελευθερίας, δημιουργήθηκαν για την προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς της μεταλλικής κατασκευής. Στη συνέχεια της ενότητας, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αναθεώρησης των μοντέλων αυτών με χρήση των μορφικών ιδιοτήτων που έχουν προσδιοριστεί για διάφορες δομικές καταστάσεις της κατασκευής (με και χωρίς την προσθήκη μαζών), σύμφωνα με τα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων που περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 4.

Η μεθοδολογία αναθεώρησης μοντέλων στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης σφάλματος που αποτελείται από σταθμισμένα μορφικά υπόλοιπα. Ανάλογα με τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας w των σταθμισμένων μορφικών υπόλοιπων προκύπτουν και διάφορες βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους θ , Χριστοδούλου, (2001). Αρχικά μελετάται η περίπτωση όπου οι επιμέρους συναρτήσεις σφάλματος έχουν την ίδια βαρύτητα στον προσδιορισμό του συνολικού σφάλματος. Στη συνέχεια μελετάται η περίπτωση όπου οι συντελεστές βαρύτητας κάθε επιμέρους συνάρτησης παίρνουν τις βέλτιστες τιμές Όπως αυτές προκύπτουν χρησιμοποιώντας ένα πλαίσιο δεσμευμένων πιθανοτήτων πιθανοτήτων (Bayesian framework), (Χριστοδούλου και Παπαδημητρίου, (2005)). Τέλος γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων στις δυο μεθόδους αναθεώρησης.

5.1 Απλοποιημένο Μοντέλο

Για τη μοντελοποίηση της κατασκευής θεωρήθηκε επιπλέον και το απλοποιημένο μοντέλο τριών βαθμών ελευθερίας του σχήματος 5.1. Μια από τις παραδοχές που έγιναν κατά την μοντελοποίηση είναι ότι οι μάζες m_1 , m_2 και m_3 που αντιστοιχούν σε κάθε όροφο είναι ίσες. Η ακαμψία του κάθε ορόφου αντιστοιχίζεται στο μοντέλο με την ακαμψία των ελατηρίων k_1, k_2 και k_3 .



Σχήμα 5.1 Το απλοποιημένο μοντέλο τριών βαθμών ελευθερίας της κατασκευής

Το ιδιοπρόβλημα του ταλαντωτικού συστήματος είναι:

$$(K - \omega_r^2 M) \underline{\phi}_r = 0 \quad (5.1)$$

όπου ω και $\underline{\phi}$ είναι αντίστοιχα οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές του συστήματος και $r=1,2,3,\dots$

Επειδή έγινε η θεώρηση ότι οι μάζες των τριών ορόφων είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $m_1 = m_2 = m_3 = m$, η εξίσωση 5.1 παίρνει τη μορφή:

$$(K - \omega_r^2 m I) \underline{\phi}_r = 0 \quad (5.2)$$

όπου I είναι ο μοναδιαίος διαγώνιος πίνακας.

Από τη ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων είναι γνωστό ότι το μητρώο ακαμψίας K είναι:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Διαιρώντας κάθε μέλος της εξίσωσης 5.2 με m , η σχέση παίρνει τη μορφή:

$$\left(\frac{1}{m} K - \omega_r^2 I \right) \underline{\phi}_r = 0 \Rightarrow (K^* - \omega_r^2 I) \underline{\phi}_r = 0 \quad (5.4)$$

όπου για το μητρώο K^* ισχύει:

$$K^* = \begin{bmatrix} k_1' + k_2' & -k_2' & 0 \\ -k_2' & k_2' + k_3' & -k_3' \\ 0 & -k_3' & k_3' \end{bmatrix}, \quad \text{όπου } k_i' = k_i / m \quad (5.5)$$

Στο μοντέλο αναφοράς, η τιμή της ακαμψίας k_i' του κάθε ορόφου θεωρήθηκε η ίδια για κάθε όροφο, ενώ μέτρο της K_0 , επιλέχτηκε έτσι ώστε η πρώτη συχνότητα του μοντέλου να είναι κοντά στην πρώτη μετρούμενη ιδιοσυχνότητα. Ισχύει λοιπόν, $k_i' = K_0$, όπου $i = 1, 2, 3$.

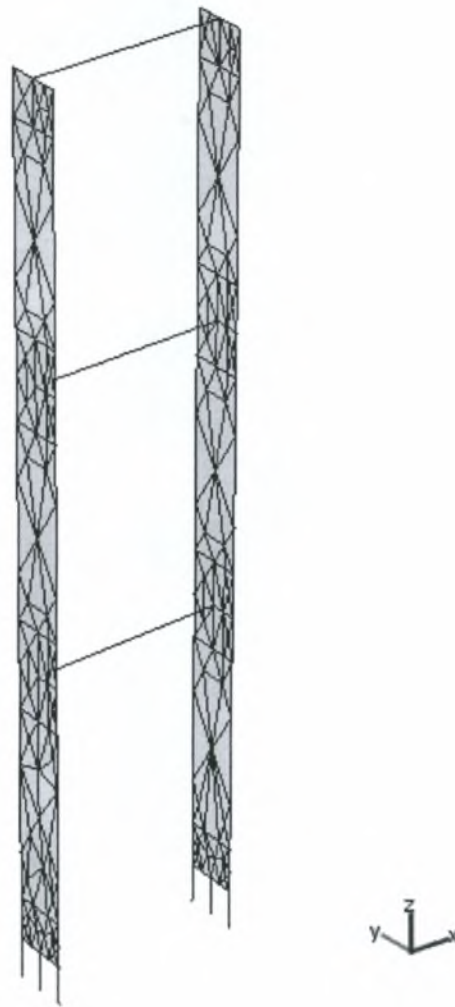
Έτσι, για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών της κατασκευής, γίνεται χρήση του μοντέλου που φαίνεται στο σχήμα 6, με μάζες $m_1 = m_2 = m_3 = m = 1$ και ακαμψίες $k_1' = k_2' = k_3' = K_0$. Η παραμετροποίηση του μοντέλου της κατασκευής γίνεται τώρα, παραμετροποιώντας την ακαμψία k_i' του κάθε ορόφου με την αντίστοιχη μεταβλητή θ_i , δηλαδή ισχύει $k_i' = \theta_i K_0$, όπου $i = 1, 2, 3$.

5.2 Περιγραφή Λεπτομερούς Μοντέλου Πεπερασμένων στοιχείων

Στα πλαίσια της παρούσας μελέτης, κατασκευάστηκαν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, προκειμένου να προσεγγισθεί η ταλαντωτική συμπεριφορά της μεταλλικής κατασκευής του εργαστηρίου Δυναμικής συστημάτων. Το μοντέλο έγινε με το λογισμικό πακέτο Femlab. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής, φαίνεται στο σχήμα 5.2.

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής αποτελείται από 275 στοιχεία. Τα τμήματα της κατασκευής μεταξύ των ορόφων, προσομοιώνονται στο μοντέλο με στοιχεία πλακών, οι οριζόντιοι δοκοί με στοιχεία δοκών και οι μάζες προστίθενται ως σημειακές μάζες στους κόμβους που ενώνουν τους ορόφους με την κατασκευή.

Επειδή το δάπεδο του εργαστηρίου που βρίσκεται η κατασκευή, δεν είναι τελείως άκαμπτο αλλά έχει κάποια ελαστικότητα, η παραδοχή της πάκτωσης δεν αντιπροσωπεύει καλά την πραγματικότητα. Για το λόγο αυτό, κατά τη μοντελοποίηση της βάσης, τοποθετήθηκαν κάθετοι δοκοί, 3 σε κάθε βάση, ώστε να επιτρέπεται την κίνηση των κόμβων της βάσης στην κατακόρυφη διεύθυνση. Ακόμη επιτρέπεται τη στροφή των κόμβων της βάσης ως προς τον άξονα x , πάντα προς την ίδια φορά.

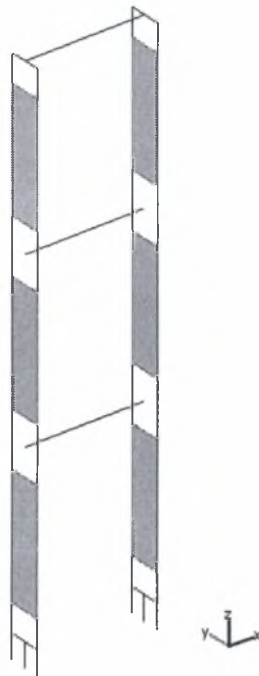


Σχήμα 5.2. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων

Το μοντέλο έχει συνολικά 1320 βαθμούς ελευθερίας. Κατά τη μοντελοποίηση της κατασκευής, δεν επιτρέπεται η κίνηση όλων των βαθμών ελευθερίας των κόμβων της βάσης της κατασκευής, αφού η κατασκευή θεωρείται πακτωμένη στο έδαφος..

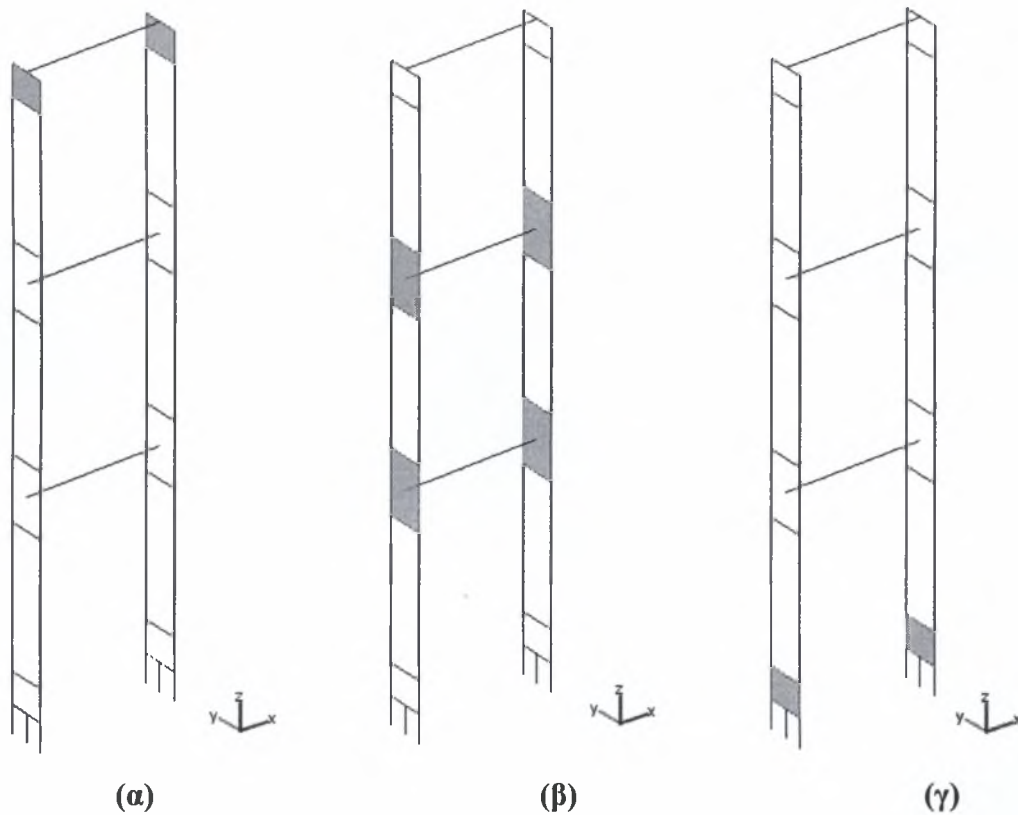
Στα άκρα της δοκού υπάρχουν μεταλλικά ελάσματα με οπές, για να γίνει η σύνδεση της δοκού με τις πλάκες. Το βάρος των ελασμάτων αυτών, είναι σημαντικό σε σχέση με το βάρος που αντιστοιχεί στην ορθογωνική διατομή της δοκού και λαμβάνεται υπ'οψιν κατά τη μοντελοποίηση. Προκειμένου να αποδοθεί το βάρος των μεταλλικών ελασμάτων της δοκού, που υπάρχει στα σημεία σύνδεσης των πλακών με τις δοκούς άλλα και το βάρος των κοχλιών που πραγματοποιούν τη σύνδεση χρησιμοποιούνται στο μοντέλο στοιχεία κατανεμημένης μάζας.

Οι τιμές των ιδιοτήτων του υλικού των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη μοντελοποίηση της κατασκευής, είναι το μέτρο ελαστικότητας $E= 210e+9$ Pa, ο λόγος Poisson $\nu=0,3$ και η πυκνότητα $\rho= 7827,78$ Kgr/m³. για τα στοιχεία του σχήματος 5.3.



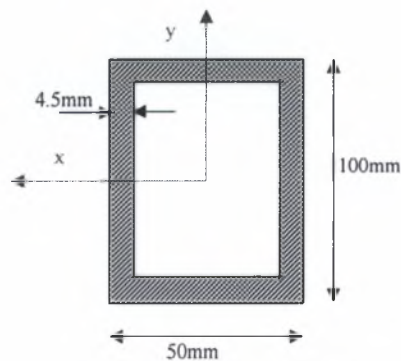
Σχήμα 5.3. Στοιχεία με πυκνότητα $\rho= 7827,78$ Kgr/m³

Τα σημεία σύνδεσης των πλακών με τις δοκούς που προσομοιώνονται κι αυτά με στοιχεία πλακών, είναι περισσότερο άκαμπτα από τα υπόλοιπα στοιχεία της κατασκευής. Για τα στοιχεία αυτά το μέτρο ελαστικότητας είναι $E= 210e+15$ Pa, ο λόγος Poisson $\nu=0,3$ ενώ η πυκνότητα τους διαφέρει ανάλογα με τη θέση που βρίσκονται, προκειμένου να αποδοθεί το βάρος των μεταλλικών ελασμάτων της δοκού, που υπάρχει στα σημεία σύνδεσης των πλακών με τις δοκούς άλλα και το βάρος των κοχλιών που πραγματοποιούν τη σύνδεση χρησιμοποιούνται στο μοντέλο στοιχεία συγκεντρωμένης μάζας. Έτσι για τα στοιχεία του 3^{ου} ορόφου (σχήμα 5.4α) η πυκνότητα είναι $\rho= 63974,12$ Kgr/m³, για τα στοιχεία του 2^{ου} και του 1^{ου} ορόφου (σχήμα 5.4β) η πυκνότητα είναι $\rho= 27316,91$ Kgr/m³ και για τα στοιχεία της βάσης (σχήμα 5.4γ) η πυκνότητα είναι $\rho= 28531,05$ Kgr/m³



Σχήμα 5.4 Στοιχεία με ίδια πυκνότητα

Η γνώση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των πλακών είναι απαραίτητη κατά τη δημιουργία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Το απαραίτητο γεωμετρικό στοιχείο για την πλάκα είναι το πάχος της που είναι 0,006m. Για τις δοκούς τα απαραίτητα μεγέθη είναι η διατομή, οι καμπτικές ροπές αδρανείας I_{xx} , I_{yy} και η στρεπτική ακαμψία J , τα οποία υπολογίζονται σύμφωνα με τη διατομή του σχήματος 5.5:



Σχήμα 5.5 Η διατομή της δοκού

Επιφάνεια διατομής δοκού $A = 2 * 0,0045 * 0,05 + 2 * 0,0045 * 0,091 = 0,001269 \text{ m}^2$

Ροπή Αδρανείας κατά τον άξονα x:

$$I_{xx} = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 0,05 * 0,1^3 - \frac{1}{12} * 0,041 * 0,091^3 = 1,5919e-6 \text{ m}^4$$

Ροπή Αδρανεΐας κατά τον άξονα y:

$$I_{yy} = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 0,1 * 0,05^3 - \frac{1}{12} * 0,091 * 0,041^3 = 0,51895e-6 \text{ m}^4$$

Στρεπτική ακαμψία:

$$J = \frac{2 * b^2 * h^2 * t}{b + h} = \frac{2 * 0,05^2 * 0,1^2 * 0,0045}{0,05 + 0,01} = 1,5e-6 \text{ m}^4$$

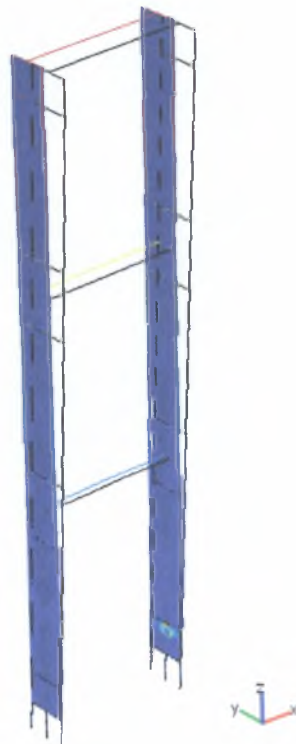
Οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων χωρίς επιπρόσθετες μάζες, φαίνονται στον πίνακα 5.1 και οι αντίστοιχες ιδιομορφές στα σχήματα 5.6 έως 5.13.

Τύπος μορφής	f(Hz)	T(sec)
1 καμπτική x	5,572	0,179
1 καμπτική y	8,702	0,115
2 καμπτική x	15,960	0,063
3 καμπτική x	23,668	0,042
Στρεπτική	24,799	0,040
2 καμπτική y	80,993	0,012
3 καμπτική y -στρέψη	115,534	0,009
τοπική καμπτική x	149,684	0,007

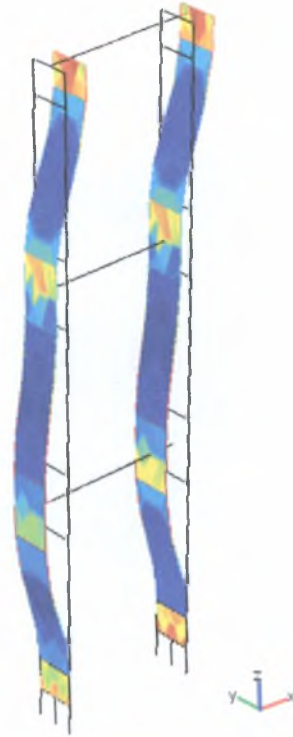
Πίνακας 5.1 Ιδιοσυχνότητες του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων χωρίς επιπρόσθετες μάζες



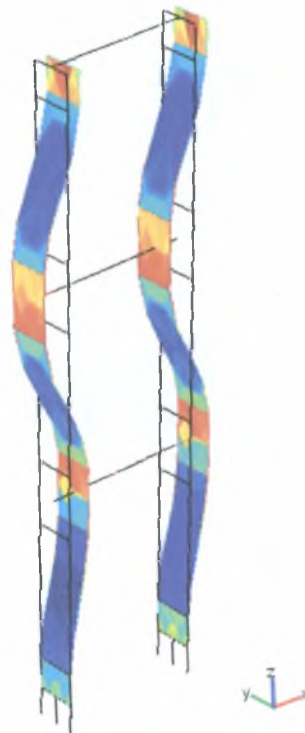
Σχήμα 5.6 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 5,572 Hz



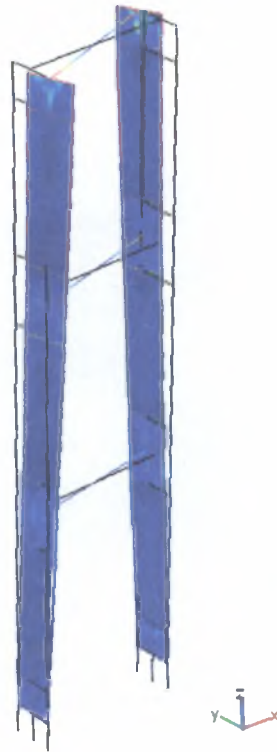
Σχήμα 5.7 Η 1^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 8,702 Hz



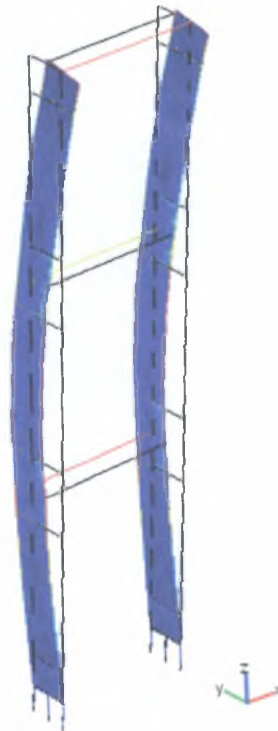
Σχήμα 5.8 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 15,960 Hz



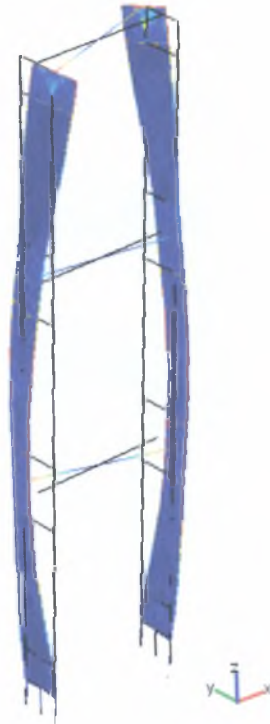
Σχήμα 5.9 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή στον x άξονα στα 23,668 Hz



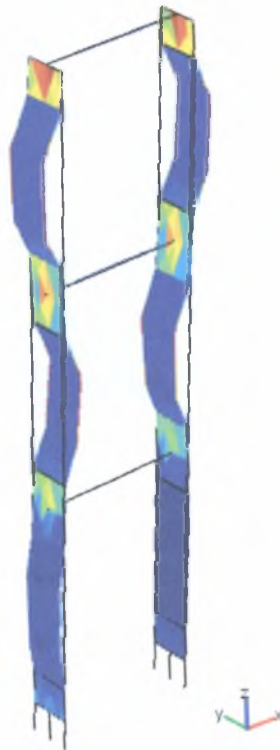
Σχήμα 5.10 Η στρεπτική ιδιομορφή στα 24,799 Hz.



Σχήμα 5.11 Η 2^η καμπτική ιδιομορφή στον y άξονα στα 80,993 Hz.



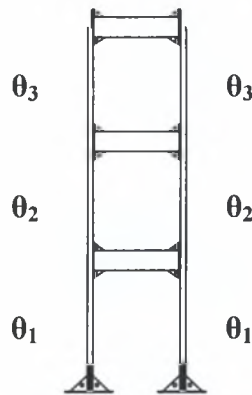
Σχήμα 5.12 Η 3^η καμπτική ιδιομορφή του y άξονα, με στρεπτικό κομμάτι στα 115,534 Hz.



Σχήμα 5.13 Τοπική ιδιομορφή του x άξονα στα 149,684 Hz.

5.3 Παραμετροποίηση των Μοντέλων και Ορισμός της Συνάρτησης Σφάλματος

Το μοντέλο της κατασκευής παραμετροποιείται με τρεις παραμέτρους, μια για το μέτρο ελαστικότητας των πλακών του κάθε ορόφου (σχήμα 5.14), δηλαδή ισχύει $E_i = \theta_i E_0$ όπου E_i το μέτρο ελαστικότητας κάθε ορόφου για την κατασκευή και E_0 η αντίστοιχη ιδιότητα για το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι μετά το πέρας της αναθεώρησης, προκύπτει το μέτρο ελαστικότητας των πλακών του κάθε ορόφου της κατασκευής.



Σχήμα 5.14 Παραμετροποίηση

Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων θ προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση μίας συνάρτησης που περιγράφει το σφάλμα μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο μορφικών χαρακτηριστικών (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές). Ανάλογα με τον τρόπο που ομαδοποιούνται τα μορφικά χαρακτηριστικά προκύπτει και μια συνάρτηση σφάλματος. Στην παρούσα εργασία, η ομαδοποίηση των μορφικών χαρακτηριστικών γίνεται με τον τρόπο που περιγράφεται στην εξίσωση 5.6

$$J(\underline{\theta}) = w_1 \sum_{i=1}^N \left[\frac{\omega_i^2(\underline{\theta}) - \hat{\omega}_i^2}{\hat{\omega}_i^2} + \frac{\|\beta_i(\underline{\theta})\underline{\phi}_i(\underline{\theta}) - \hat{\underline{\phi}}_i\|^2}{\|\hat{\underline{\phi}}_i\|^2} \right]^2 \dots + w_n \sum_{j=1}^M \left[\frac{\omega_j^2(\underline{\theta}) - \hat{\omega}_j^2}{\hat{\omega}_j^2} + \frac{\|\beta_j(\underline{\theta})\underline{\phi}_j(\underline{\theta}) - \hat{\underline{\phi}}_j\|^2}{\|\hat{\underline{\phi}}_j\|^2} \right]^2 \quad (5.6)$$

όπου:

w_i = συντελεστής βαρύτητας με $i=1, \dots, n$, όπου n =ο συνολικός αριθμός των ομάδων

N, M = ο αριθμός ιδιομορφών ανά ομάδα

Η παραπάνω συνάρτηση μπορεί να γραφεί και σε πιο απλή μορφή, όπως περιγράφεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$J(\underline{\theta}) = w_1 J_1(\underline{\theta}) + \dots + w_n J_n(\underline{\theta}) \quad (5.7)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, η συνάρτηση σφάλματος προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους συναρτήσεων σφάλματος. Η κάθε επιμέρους συνάρτηση σφάλματος περιέχει τα μορφικά χαρακτηριστικά κάθε ιδιοσυχνότητας (ιδιοσυχνότητας και συνιστώσες της ιδιομορφής). Ανάλογα με τις τιμές στους συντελεστές βαρύτητας w_i προκύπτουν και διάφορες βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους θ . Αρχικά μελετάται η περίπτωση όπου οι επιμέρους συναρτήσεις σφάλματος έχουν την ίδια βαρύτητα στον προσδιορισμό του συνολικού σφάλματος ($w_i=1$). Στη συνέχεια μελετάται η περίπτωση όπου οι συντελεστές βαρύτητας παίρνουν τις βέλτιστες τιμές (\hat{w}), όπως περιγράφεται στην εργασία των Χριστοδούλου και Παπαδημητρίου (2005). Σύμφωνα με αυτή, χρησιμοποιώντας ένα πλαίσιο πιθανοτήτων (Bayesian framework), προκύπτουν ότι οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας είναι αντιστρόφως ανάλογες των βέλτιστων τιμών των υπολοίπων $J_i(\hat{\theta})$, $i=1, \dots, n$, που δίνονται στην 5.7, δηλαδή $\hat{w}_i = 1/J_i(\hat{\theta})$, όπου $J_i(\hat{\theta})$ είναι η βέλτιστη τιμή των υπολοίπων που αντιστοιχούν στη βέλτιστη τιμή των παραμέτρων $\hat{\theta}$.

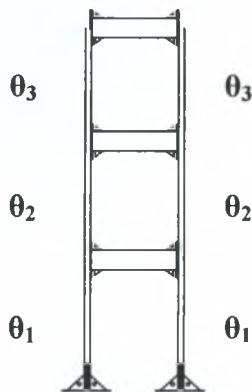
5.4 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου

5.4.1 Ομαδοποίηση Μετρούμενων Μορφικών Χαρακτηριστικών

Στην περίπτωση του απλού μοντέλου έχουμε τρεις ομάδες, οπότε και η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος 5.6 γίνεται για $n=3$, μια για κάθε ιδιοσυχνότητα και ιδιομορφή στη x διεύθυνση. Εξετάζονται οι περιπτώσεις όπου $w=1$ και \hat{w} . Ακολουθούν τα αποτελέσματα για τις ομαδοποιήσεις των μορφικών χαρακτηριστικών.

5.4.2 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου χωρίς Επιπρόσθετες Μάζες

Στην περίπτωση του απλοποιημένου μοντέλου χωρίς επιπρόσθετες μάζες οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i δίνονται στον πίνακα 5.2. Οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.3.



Παράμετροι	\hat{w}	$w=1$
θ_1	0,8057	1,9702
θ_2	1,1496	0,8873
θ_3	1,0192	0,9525

Πίνακας 5.2 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	4,6097	4,605	4,406	4,32	4,465	3,03
2 ^η καμπτική x	13,4235	13,763	13,223	3,93	13,066	5,06
3 ^η καμπτική x	20,2592	19,463	20,905	-7,41	19,456	0,03

Πίνακας 5.3 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή χωρίς μάζες

5.4.3 Προβλέψεις του Απλοποιημένου Αναθεωρημένου Μοντέλου

Στη συνέχεια προστίθενται μάζες στους ορόφους του αναθεωρημένου μοντέλου και συγκρίνονται προβλεπόμενες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου με αυτές των μετρήσεων. Οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι αυτές που περιγράφονται στο κεφάλαιο 4, δηλαδή με 2 μάζες στον 1^ο όροφο, με 2 μάζες στον 2^ο όροφο, με 2 μάζες στον 3^ο όροφο και με 2 μάζες σε κάθε όροφο. Τα αποτελέσματα δίνονται στους πίνακες 5.4 έως 5.7.

Προβλέψεις των αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 1 ^ο όροφο					
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Προβλ. Μοντέλου \hat{w}	Σφάλμα %	Προβλ. Μοντέλου $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	4,534	4,508	0,58%	3,147	30,59%
2 ^η καμπτική x	12,474	8,111	34,97%	8,247	33,88%
3 ^η καμπτική x	18,706	17,747	5,13%	18,825	-0,63%

Πίνακας 5.4 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

Προβλέψεις των αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 2 ^ο όροφο					
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Προβλ. Μοντέλου \hat{w}	Σφάλμα %	Προβλ. Μοντέλου $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	4,324	2,999	30,6	2,591	40,07
2 ^η καμπτική x	13,623	12,042	11,60	12,289	9,79
3 ^η καμπτική x	17,910	17,902	0,04	15,291	14,62

Πίνακας 5.5 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

Προβλέψεις των αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 3 ^ο όροφο					
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Προβλ. Μοντέλου \hat{w}	Σφάλμα %	Προβλ. Μοντέλου $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	4,176	2,487	40,45%	2,270	45,65%
2 ^η καμπτική x	12,752	12,095	5,15%	10,134	20,53%
3 ^η καμπτική x	18,943	19,982	-5,49%	19,680	-3,89%

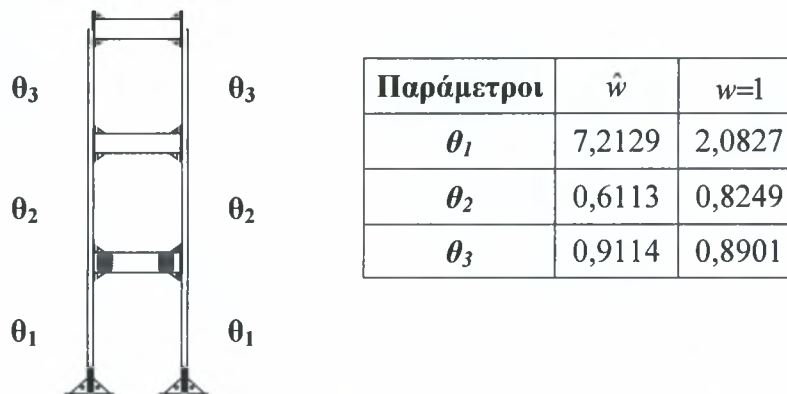
Πίνακας 5.6 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

Προβλέψεις των αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες σε κάθε όροφο					
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Προβλ. Μοντέλου \hat{w}	Σφάλμα %	Προβλ. Μοντέλου $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	3,878	2,096	45,95%	1,790	53,86%
2 ^η καμπτική x	11,559	5,856	49,33%	5,159	55,37%
3 ^η καμπτική x	16,331	7,894	51,66%	7,902	51,61%

Πίνακας 5.7 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένων μοντέλων με 2 μάζες σε κάθε όροφο

5.4.4 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 1^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 1^ο όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.8, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.9.



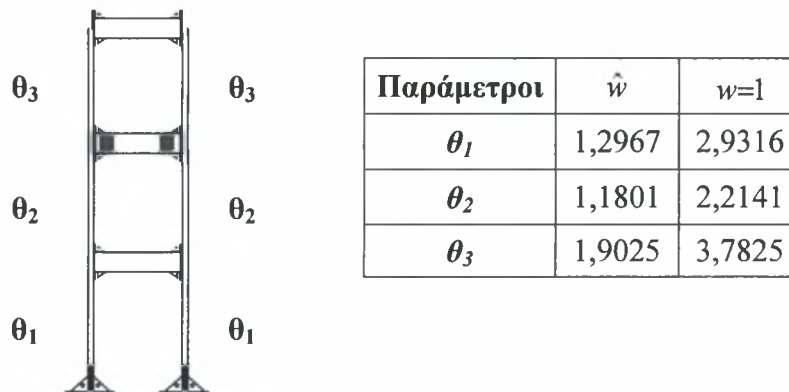
Πίνακας 5.8 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	3,456	4,534	5,115	-12,82%	4,538	-0,09%
2 ^η καμπτική x	7,932	12,474	11,698	6,22%	7,991	35,94%
3 ^η καμπτική x	18,337	18,706	16,846	9,94%	17,148	8,33%

Πίνακας 5.9 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

5.4.5 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 2^ο όροφο

Οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i , όταν η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση, είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.10, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.11.



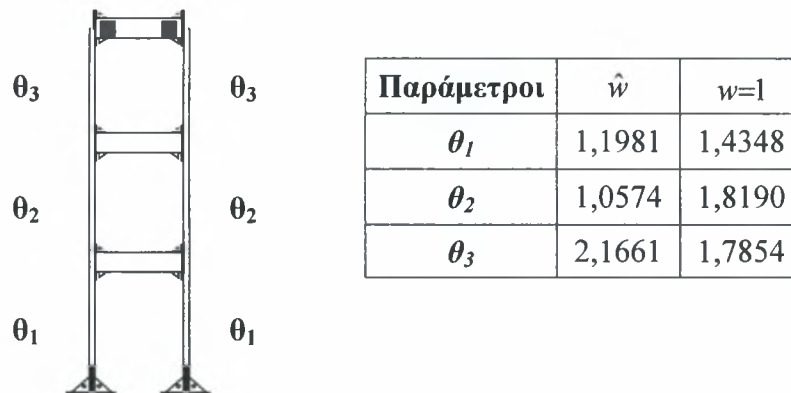
Πίνακας 5.10 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	2,6811	4,324	2,990	30,84%	4,287	0,86%
2 ^η καμπτική x	12,224	13,623	16,203	-18,94%	23,140	-69,86%
3 ^η καμπτική x	15,2914	17,910	17,654	1,43%	25,036	-39,79%

Πίνακας 5.11 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

5.4.6 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 3^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 3^ο όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.12, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.13.



Πίνακας 5.12 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

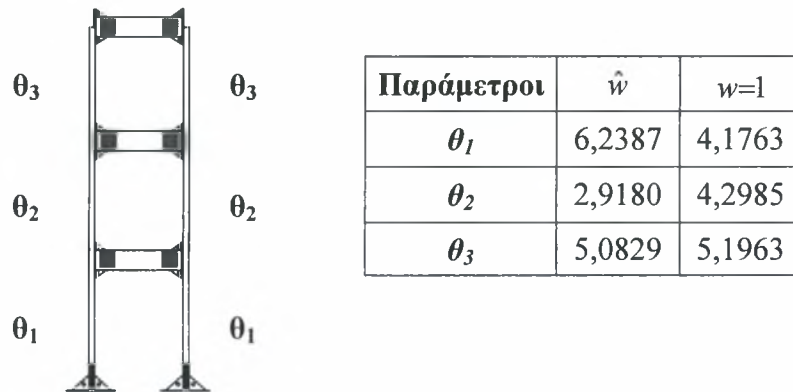
Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	2,3195	4,176	2,636	36,89%	2,808	32,77%
2 ^η καμπτική x	10,565	12,752	13,343	-4,64%	12,804	-0,41%
3 ^η καμπτική x	19,0077	18,943	21,941	-15,83%	24,874	-31,31%

Πίνακας 5.13 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

5.4.7 Αναθεώρηση Απλοποιημένου Μοντέλου Μοντέλου με

Επιπρόσθετες Μάζες σε κάθε όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες σε κάθε όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.14, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.15.



Πίνακας 5.14 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	1,867	3,878	3,890	-0,29%	3,873	0,13%
2 ^η καμπτική x	5,259	11,559	12,001	-3,82%	11,362	1,71%
3 ^η καμπτική x	7,649	16,331	15,475	5,24%	16,481	-0,92%

Πίνακας 5.15 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες σε κάθε όροφο

5.4.8 Συμπεράσματα από την Αναθεώρηση του Απλοποιημένου

Μοντέλου

Με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αναθεώρηση του απλοποιημένου μοντέλου, γίνεται φανερό ότι τα βέλτιστα μοντέλα που προκύπτουν με τις δυο μεθοδολογίες δε μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής για τις διάφορες μεταβολές της μάζας της. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το ίδιο απλοποιημένο μοντέλο είναι ικανό να προβλέψει τις μεταβολές στην ακαμψία της κατασκευής, όπως προκύπτει από την διπλωματική της Γλάνιας (2004). Αυτή η ανακρίβεια του μοντέλου γίνεται περισσότερο εμφανής όταν η κατανομή της μάζας είναι ανομοιόμορφη και ιδιαίτερα όταν οι επιπρόσθετες μάζες τοποθετούνται στον 3^ο όροφο, ενώ πιο ικανοποιητικά είναι τα αποτελέσματα όταν οι επιπρόσθετες μάζες τοποθετούνται σε κάθε όροφο οπότε και η κατανομή μάζας είναι ομοιόμορφη.

5.5 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου

Το μεγάλο σφάλμα στο οποίο οδηγεί το απλοποιημένο μοντέλο κάνει αναγκαία την αναθεώρηση του λεπτομερούς μοντέλου. Για την περίπτωση της κατασκευής χωρίς μάζες γίνεται παραμετροποίηση του μοντέλου, με τρεις παραμέτρους θ_1 , θ_2 , θ_3 που αντιπροσωπεύουν το μέτρο ελαστικότητας των πλακών ανά όροφο της κατασκευής (σχήμα 5.3). Ισχύει πάντα $E_i = \theta_i E_0$ όπου E_i το μέτρο ελαστικότητας κάθε ορόφου για την κατασκευή και E_0 η αντίστοιχη ιδιότητα για το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

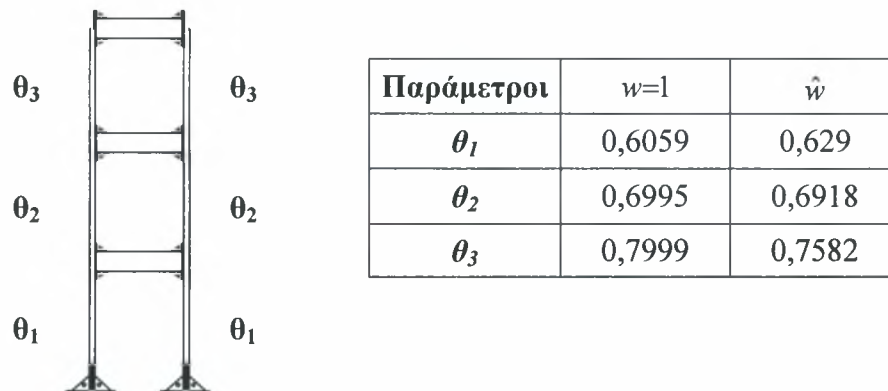
5.5.1 Ομαδοποίηση Μετρούμενων Μορφικών Χαρακτηριστικών

Αρχικά η παραμετροποίηση γίνεται βάση των 3 πρώτων ιδιομορφών στην x διεύθυνση και των 2 πρώτων στην y στοιχεία για τις περιπτώσεις $w=1$ και \hat{w} . Στη συνέχεια η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση. Ακολουθούν τα αποτελέσματα για τις ομαδοποιήσεις των μορφικών χαρακτηριστικών.

5.5.2 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου χωρίς Επιπρόσθετες

Μάζες

Στην περίπτωση του λεπτομερούς μοντέλου χωρίς επιπρόσθετες μάζες οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i δίνονται στους πίνακες 5.16 και 5.18. Οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου δίνονται στους πίνακες 5.17 και 5.19, στους οποίους οι ιδιοσυχνότητες που δεν χρησιμοποιήθηκαν στην αναθεώρηση του μοντέλου είναι σε γκρι φόντο.



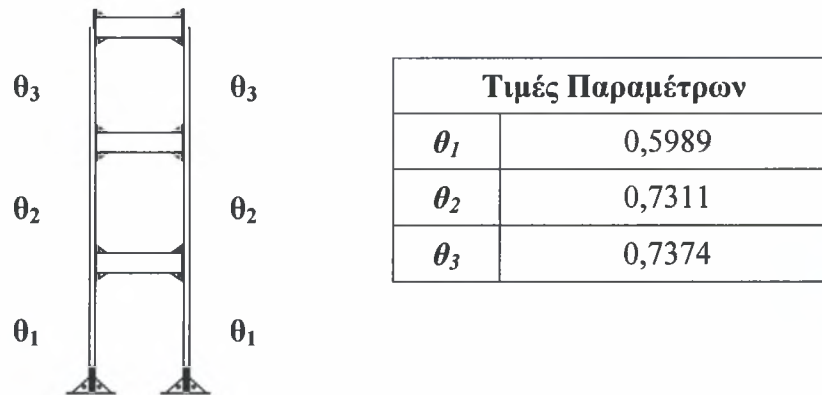
Πίνακας 5.16 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	5,572	4,605	4,521	1,82	4,550	1,19
1 ^η καμπτική y	8,703	8,148	8,039	1,34	8,082	0,81
2 ^η καμπτική x	15,960	13,763	13,474	2,10	13,381	2,78
3 ^η καμπτική x	23,668	19,463	20,207	-3,82	19,949	-2,50
Στρεπτική	24,800	22,806	24,285	-6,49	24,275	-6,44
2η καμπτική y	80,993	61,665	69,758	-13,12	69,434	-12,60
3 ^η καμπτική y-στρέψη	115,534	93,279	104,782	-12,33	104,756	-12,30
τοπική καμπτική x	149,684	113,880	122,590	-7,65	124,718	-9,52

Πίνακας 5.17 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή χωρίς μάζες. οι ιδιοσυχνότητες που δεν χρησιμοποιήθηκαν στην αναθεώρηση του μοντέλου είναι σε γκρι φόντο.

Από τις τιμές των παραμέτρων θ_i παρατηρείται μείωση της ακαμψίας του μοντέλου, σε σχέση με αυτή που προβλέπεται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής και τις υποθέσεις προσομοίωσης. Το αναθεωρημένο μοντέλο έχει διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας για τις πλάκες του κάθε ορόφου και προκύπτει με τον πολλαπλασιασμό του μέτρου ελαστικότητας του αρχικού μοντέλου με τις τιμές των παραμέτρων θ_i . Έτσι στο αναθεωρημένο μοντέλο το μέτρο ελαστικότητας των πλακών για τον πρώτο όροφο είναι $\theta_1 E_0$ για τον δεύτερο $\theta_2 E_0$ και για τον τρίτο όροφο $\theta_3 E_0$.

Κάτι ανάλογο συμβαίνει και στην περίπτωση που η παραμετροποίηση γίνει βάση των 3 πρώτων ιδιομορφών στην x διεύθυνση.



Πίνακας 5.18 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνοτήτες			Σφάλμα (%)
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	
1 ^η καμπτική x	5,57186	4,605	4,522	1,80
1 ^η καμπτική y	8,7025	8,148	8,035	1,39
2 ^η καμπτική x	15,9602	13,763	13,235	3,83
3 ^η καμπτική x	23,6676	19,463	20,077	-3,15
Στρεπτική	24,7999	22,806	24,268	-6,41
2 ^η καμπτική y	80,993	61,665	70,256	-13,93
3 ^η καμπτική y -στρέψη	115,5344	93,279	105,033	-12,60
τοπική καμπτική x	149,6841	113,88	121,979	-7,11

Πίνακας 5.19 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή χωρίς μάζες

5.5.3 Προβλέψεις του Αναθεωρημένου Μοντέλου

Στη συνέχεια προστίθενται μάζες στους ορόφους του αναθεωρημένου μοντέλου και συγκρίνονται προβλεπόμενες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου με αυτές των μετρήσεων. Οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι αυτές που περιγράφονται στο κεφάλαιο 4, δηλαδή με 2 μάζες στον 1^ο όροφο, με 2 μάζες στον 2^ο όροφο, με 2 μάζες στον 3^ο όροφο και με 2 μάζες σε κάθε όροφο. Τα αποτελέσματα δίνονται στους πίνακες 5.20 έως 5.23.

<i>Ιδιοσυχνότητες με προσθήκη 2 μαζών στον 1^ο όροφο</i>			
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	Σφάλμα (%)
1 ^η καμπτική x	4,534	4,456	1,72
1 ^η καμπτική y	8,125	8,010	1,41
2 ^η καμπτική x	12,474	12,089	3,08
3 ^η καμπτική x	18,706	19,197	-2,62
Στρεπτική	22,602	23,799	-5,30
2η καμπτική y	57,127	64,433	-12,79
3 ^η καμπτική y-στρέψη	89,398	95,692	-7,04
τοπική καμπτική x	113,689	124,478	-9,49



Πίνακας 5.20 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

<i>Ιδιοσυχνότητες με προσθήκη 2 μαζών στον 2^ο όροφο</i>			
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	Σφάλμα (%)
1 ^η καμπτική x	4,324	4,277	1,08
1 ^η καμπτική y	7,800	7,707	1,19
2 ^η καμπτική x	13,623	13,218	2,97
3 ^η καμπτική x	17,910	18,303	-2,19
Στρεπτική	22,221	22,732	-2,30
2η καμπτική y	59,785	67,005	-12,08
3 ^η καμπτική y-στρέψη	93,310	102,703	-10,07
τοπική καμπτική x	113,937	124,689	-9,44



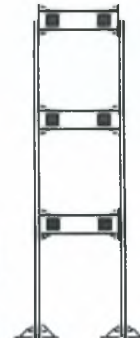
Πίνακας 5.21 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

<i>Ιδιοσυχνότητες με προσθήκη 2 μαζών στον 3^ο όροφο</i>			
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	Σφάλμα (%)
1 ^η καμπτική x	4,1762	4,043	3,19
1 ^η καμπτική y	7,1972	7,091	1,48
2 ^η καμπτική x	12,7518	12,476	2,16
3 ^η καμπτική x	18,9427	19,175	-1,23
Στρεπτική	21,6219	21,673	-0,24
2η καμπτική y	57,9131	64,466	-11,32
3^η καμπτική y-στρέψη	89,1938	96,091	-7,73
τοπική καμπτική x	113,8452	120,5	-5,85



Πίνακας 5.22 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

<i>Ιδιοσυχνότητες με προσθήκη 2 μαζών σε κάθε όροφο</i>			
Τύπος μορφής	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	Σφάλμα (%)
1 ^η καμπτική x	3,878	3,896	-0,46
1 ^η καμπτική y	6,808	6,877	-1,02
2 ^η καμπτική x	11,559	11,387	1,49
3 ^η καμπτική x	16,331	16,842	-3,13
Στρεπτική	19,253	20,326	-5,58
2η καμπτική y	52,113	59,021	-13,26
3^η καμπτική y-στρέψη	85,618	87,142	-1,78
τοπική καμπτική x	113,771	124,438	-9,38

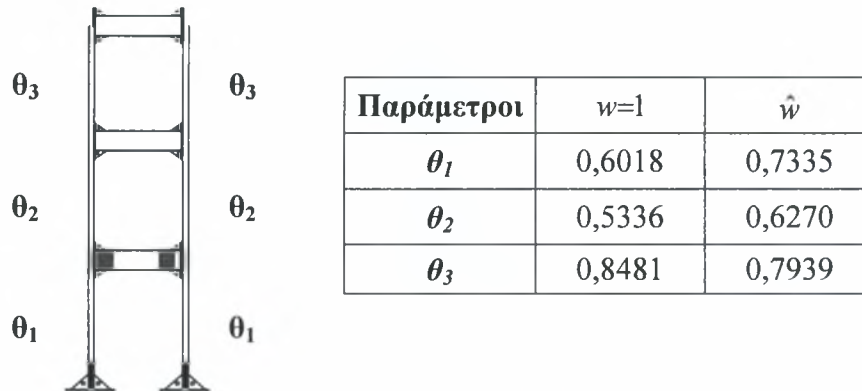


Πίνακας 5.23 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων μεταξύ μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου με 2 μάζες σε κάθε όροφο

Από τα αποτελέσματα των συγκρίσεων μπορούμε να πούμε ότι το αναθεωρημένο μοντέλο έχει μια πολύ καλή ανταπόκριση στην προσθήκη μαζών με την πραγματική κατασκευή στις πρώτες ιδιοσυχνότητες. Το σφάλμα σε κάθε περίπτωση είναι ανάλογο του σφάλματος του αναθεωρημένου μοντέλου. Σε όλα αυτά, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι στο μοντέλο οι πρόσθετες μάζες ήταν σημειακές που από μόνο του αποτελεί εστία σφάλματος.

5.5.4 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 1^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 1^ο όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.24, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.25.

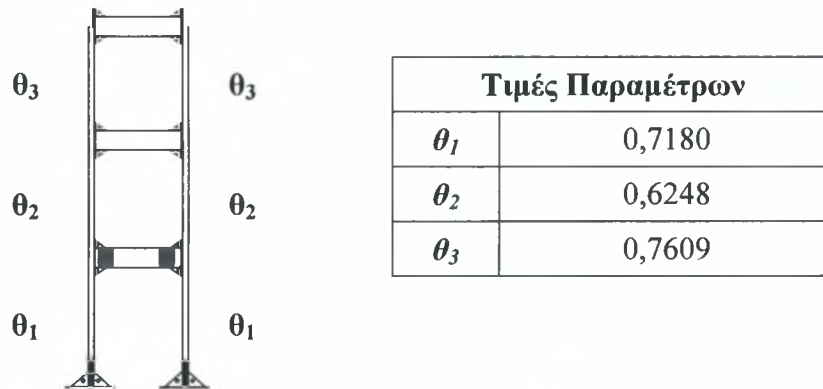


Πίνακας 5.24 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	5,469	4,534	4,305	5,05	4,586	-1,13
1 ^η καμπτική y	8,616	8,125	7,947	2,19	8,163	-0,47
2 ^η καμπτική x	14,508	12,474	13,209	-5,89	12,400	0,59
3 ^η καμπτική x	22,583	18,706	19,414	-3,78	19,135	-2,29
Στρεπτική	24,328	22,602	24,156	-6,88	23,843	-5,49
2η καμπτική y	75,239	57,127	64,358	-12,66	63,208	-10,65
3 ^η καμπτική y-στρέψη	105,815	89,398	101,312	-13,33	95,739	-7,09
τοπική καμπτική x	149,676	113,689	115,788	-1,85	124,647	-9,64

Πίνακας 5.25 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

Οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i , όταν η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση, είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.26, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.27.



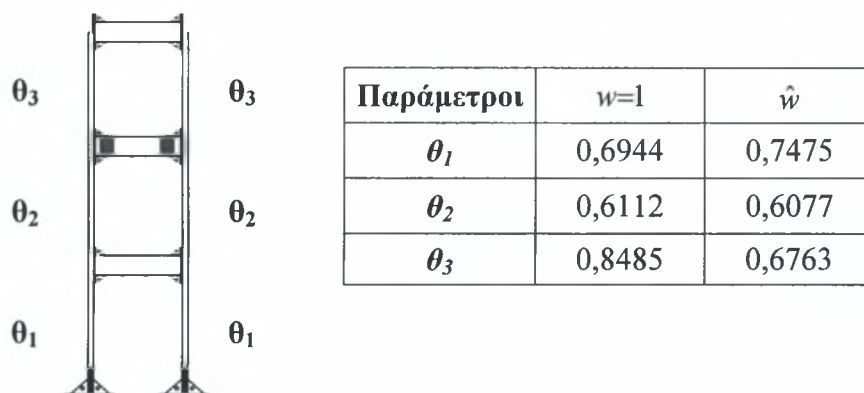
Πίνακας 5.26 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες			Σφάλμα (%)
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	
1 ^η καμπτική x	5,469	4,534	4,549	-0,32
1 ^η καμπτική y	8,616	8,125	8,137	-0,15
2 ^η καμπτική x	14,508	12,474	12,255	1,75
3 ^η καμπτική x	22,583	18,706	18,880	-0,93
Στρεπτική	24,328	22,602	23,815	-5,36
2 ^η καμπτική y	75,239	57,127	62,936	-10,17
3 ^η καμπτική y -στρέψη	105,815	89,398	95,431	-6,75
τοπική καμπτική x	149,676	113,689	124,362	-9,39

Πίνακας 5.27 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 1^ο όροφο

5.5.5 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 2^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 2^ο όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.28, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.29.

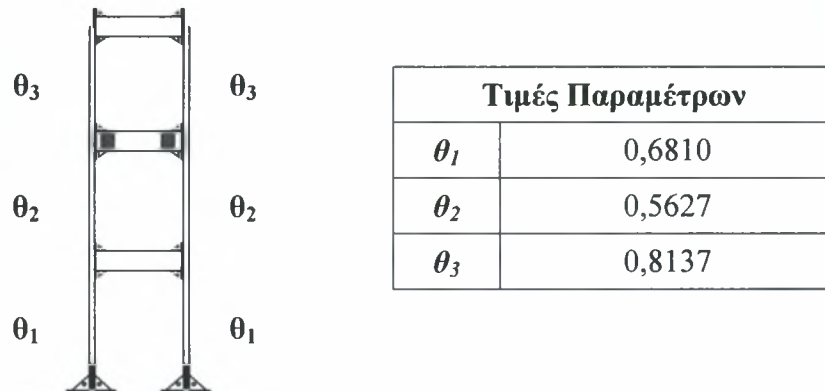


Πίνακας 5.28 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	5,235	4,324	4,302	0,49	4,341	0,39
1 ^η καμπτική y	7,519	7,800	7,789	0,14	7,865	-0,83
2 ^η καμπτική x	15,642	13,623	13,716	-0,68	13,050	4,21
3 ^η καμπτική x	21,85	17,910	18,314	-2,26	17,650	1,45
Στρεπτική	22,573	22,221	22,753	-2,40	22,695	-2,14
2η καμπτική y	77,036	59,785	65,227	-9,10	64,305	-7,56
3 ^η καμπτική y-στρέψη	111,68	93,310	102,050	-9,37	101,602	-8,89
τοπική καμπτική x	149,68	113,937	123,267	-8,19	122,520	-7,53

Πίνακας 5.29 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 2^ο όροφο του αρχικού μοντέλου και η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.30, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.31.



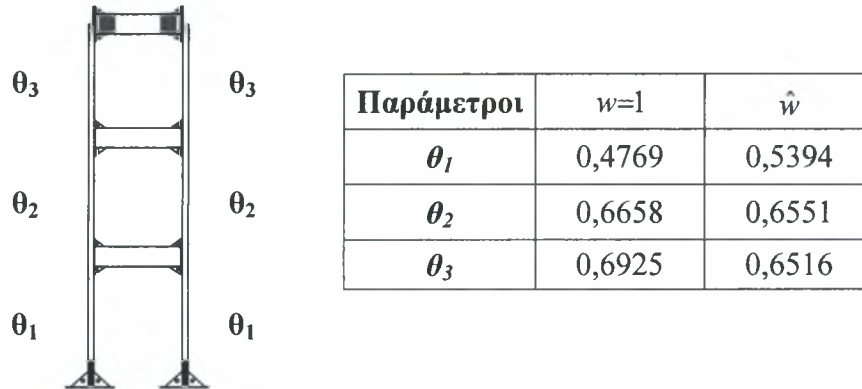
Πίνακας 5.30 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες			Σφάλμα (%)
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	
1 ^η καμπτική x	5,235	4,324	4,201	2,83
1 ^η καμπτική y	7,519	7,800	7,742	0,74
2 ^η καμπτική x	15,642	13,623	13,448	1,29
3 ^η καμπτική x	21,85	17,910	17,812	0,55
Στρεπτική	22,573	22,221	22,683	-2,08
2 ^η καμπτική y	77,036	59,785	63,312	-5,90
3 ^η καμπτική y -στρέψη	111,68	93,310	100,693	-7,91
τοπική καμπτική x	149,68	113,937	118,702	-4,18

Πίνακας 5.31 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 2^ο όροφο

5.5.6 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες στον 3^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 3^ο όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.32, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.33.

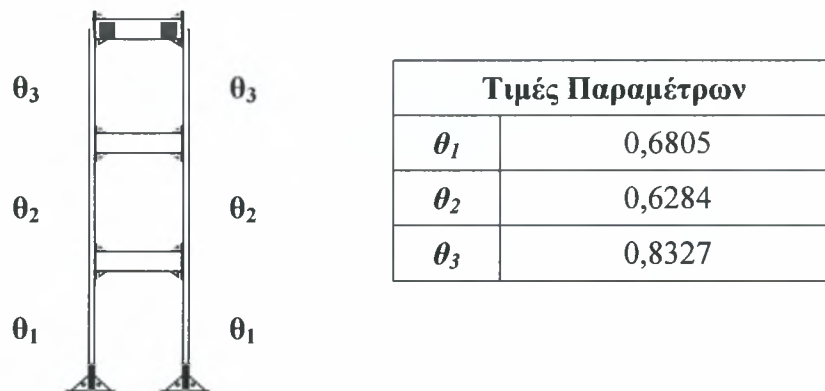


Πίνακας 5.32 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	5,069	4,176	4,1507	0,61	4,051	3,00
1 ^η καμπτική y	7,046	7,197	7,6987	-6,97	7,188	0,13
2 ^η καμπτική x	15,093	12,752	12,4631	2,26	12,417	2,62
3 ^η καμπτική x	21,550	18,943	19,1846	-1,28	18,387	2,93
Στρεπτική	23,282	21,622	24,0664	-11,31	21,637	-0,07
2η καμπτική y	75,216	57,913	67,24447	-16,11	62,055	-7,15
3 ^η καμπτική y-στρέψη	105,709	89,194	101,7271	-14,05	95,030	-6,54
τοπική καμπτική x	149,670	113,845	109,1677	4,11	119,779	-5,21

Πίνακας 5.33 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες στον 3^ο όροφο του αρχικού μοντέλου και η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.34, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.35.



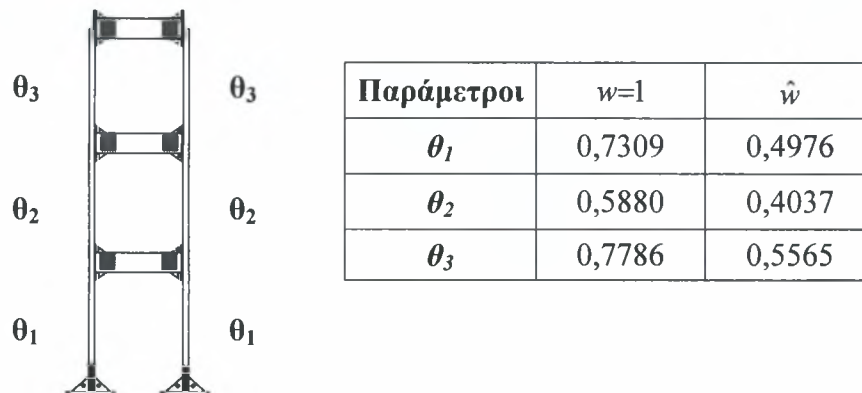
Πίνακας 5.34 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες			Σφάλμα (%)
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	
1 ^η καμπτική x	5,069	4,176	4,193	-0,41
1 ^η καμπτική y	7,046	7,197	7,250	-0,73
2 ^η καμπτική x	15,093	12,752	13,100	-2,73
3 ^η καμπτική x	21,550	18,943	19,478	-2,82
Στρεπτική	23,282	21,622	21,749	-0,59
2 ^η καμπτική y	75,216	57,913	64,541	-11,44
3 ^η καμπτική y -στρέψη	105,709	89,194	96,869	-8,60
τοπική καμπτική x	149,670	113,845	124,726	-9,56

Πίνακας 5.35 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες στον 3^ο όροφο

5.5.7 Αναθεώρηση Λεπτομερούς Μοντέλου με Επιπρόσθετες Μάζες σε κάθε όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες σε κάθε όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.36, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ_i , δίνονται στον πίνακα 5.37.

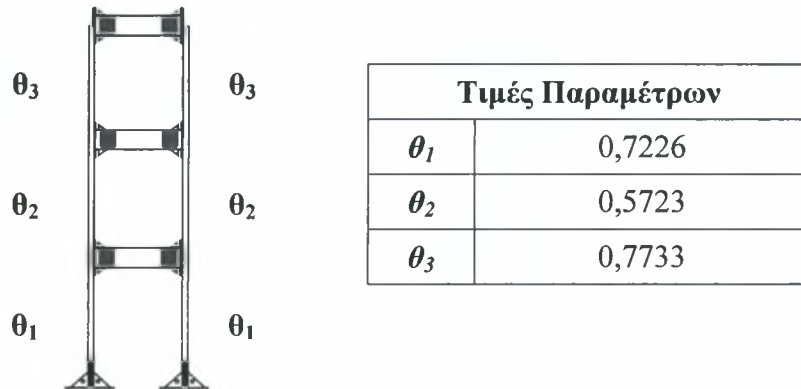


Πίνακας 5.36 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες σε κάθε όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες					
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθ. Μοντέλο $w=1$	Σφάλμα %	Αναθ. Μοντέλο \hat{w}	Σφάλμα %
1 ^η καμπτική x	4,769	3,878	3,933	-1,41	3,822	1,45
1 ^η καμπτική y	7,408	6,808	6,986	-2,62	7,014	-3,04
2 ^η καμπτική x	13,580	11,559	11,652	-0,81	11,668	-0,94
3 ^η καμπτική x	19,986	16,331	16,427	-0,59	15,625	4,32
Στρεπτική	20,753	19,253	20,325	-5,57	20,248	-5,17
2η καμπτική y	68,812	52,113	56,633	-8,67	52,819	-1,35
3 ^η καμπτική y-στρέψη	95,975	85,618	86,228	-0,71	84,196	1,66
τοπική καμπτική x	149,673	113,771	121,098	-6,44	109,442	3,81

Πίνακας 5.37 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες σε κάθε όροφο

Στην περίπτωση που προστίθενται 2 μάζες σε κάθε όροφο του αρχικού μοντέλου, οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων θ_i όταν η παραμετροποίηση γίνεται βάση μόνο των 3 πρώτων στην x διεύθυνση είναι αυτές που δίνονται στον πίνακα 5.38, ενώ οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που αντιστοιχεί σε αυτές τις τιμές των θ , δίνονται στον πίνακα 5.39.



Πίνακας 5.38 Βέλτιστες τιμές παραμέτρων θ_i με 2 μάζες σε κάθε όροφο

Τύπος μορφής	Ιδιοσυχνότητες			Σφάλμα (%)
	Μοντέλο	Μετρήσεις	Αναθεωρημένο Μοντέλο	
1 ^η καμπτική x	4,769	3,878	3,899	-0,53
1 ^η καμπτική y	7,408	6,808	6,967	-2,34
2 ^η καμπτική x	13,580	11,559	11,584	-0,22
3 ^η καμπτική x	19,986	16,331	16,297	0,21
Στρεπτική	20,753	19,253	20,302	-5,45
2 ^η καμπτική y	68,812	52,113	56,107	-7,66
3 ^η καμπτική y -στρέψη	95,975	85,618	85,841	-0,26
τοπική καμπτική x	149,673	113,771	119,611	-5,13

Πίνακας 5.39 Σύγκριση συχνοτήτων μετρήσεων και αναθεωρημένου μοντέλου για την κατασκευή με 2 μάζες σε κάθε όροφο

5.5.8 Σύγκριση αναθεωρημένων τιμών των παραμέτρων θ

Μια συνοπτική παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων θ που προέκυψαν από την αναθεώρηση του αρχικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για τις διάφορες καταστάσεις της κατασκευής, φαίνεται στον πίνακα 5.40.

Παράμετροι					
	Αναθεώρηση βάση των ιδιομορφών στην x και στην y διεύθυνση με $w=1$				
θ_1	0,6059	0,6018	0,6944	0,4769	0,7309
θ_2	0,6995	0,5336	0,6112	0,6658	0,5880
θ_3	0,7999	0,8481	0,8485	0,6925	0,7786
Αναθεώρηση βάση των ιδιομορφών στην x και στην y διεύθυνση με \hat{w}					
θ_1	0,6290	0,7335	0,7475	0,6614	0,4976
θ_2	0,6918	0,6270	0,6077	0,5759	0,4037
θ_3	0,7582	0,7939	0,6763	0,6964	0,5565
Αναθεώρηση βάση των 3 πρώτων ιδιομορφών μόνο στη x διεύθυνση					
θ_1	0,5989	0,7180	0,6810	0,6805	0,7226
θ_2	0,7311	0,6248	0,5627	0,6284	0,5723
θ_3	0,7374	0,7609	0,8137	0,8327	0,7733

Πίνακας 5.40 Συγκεντρωτικός πίνακας με τις τιμές των παραμέτρων για κάθε μια από τις εξεταζόμενες περιπτώσεις

Με βάση τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται μεταβολή της ακαμψίας του μοντέλου, σε σχέση με αυτή που προβλέπεται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής και τις υποθέσεις προσομοίωσης, ανάλογα με τη θέση των επιπρόσθετων μαζών. Αυτή η παράμετρος που μειώνεται περισσότερο σε όλες τις περιπτώσεις είναι η θ_2 . Στην περίπτωση που τοποθετούνται επιπρόσθετες μάζες και στους τρεις ορόφους όλες οι παράμετροι μειώνονται πάρα πολύ, άρα και το μέτρο ελαστικότητας του μοντέλου μας.

5.5.9 Συμπεράσματα από την Αναθεώρηση του Λεπτομερούς Μοντέλου

Με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αναθεώρηση του λεπτομερούς μοντέλου, γίνεται φανερό ότι τα βέλτιστα λεπτομερή μοντέλα, που προκύπτουν και από τις δυο μεθοδολογίες, μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής για τις διάφορες μεταβολές της μάζας της. Αντίθετα το απλοποιημένο μοντέλο δεν μπορεί να περιγράψει τις μεταβολές στη μάζα της κατασκευής. Από τα αποτελέσματα των προβλέψεων μπορούμε να πούμε ότι το αναθεωρημένο μοντέλο έχει μια πολύ καλή ανταπόκριση στην προσθήκη μαζών με την πραγματική κατασκευή. Το σφάλμα σε κάθε περίπτωση είναι ανάλογο του σφάλματος του αναθεωρημένου μοντέλου. Σε όλα αυτά, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι στο μοντέλο οι πρόσθετες μάζες ήταν σημειακές που από μόνο του αποτελεί εστία σφάλματος.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και Προτάσεις

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, πραγματοποιήθηκε αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών της μεταλλικής κατασκευής του εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων, όταν αυτή υπόκειται σε διέγερση ελεύθερης ταλάντωσης. Συγκεκριμένα αναγνωρίστηκαν οι 8 πρώτες καμπτικές ιδιομορφές της κατασκευής, για ορισμένες δομικές καταστάσεις της. Η μια κατάσταση της κατασκευής διαφέρει από την άλλη ως προς την μάζα που έχει η κάθε μια.

Τα μορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής προέκυψαν με επεξεργασία των χρονικών ιστοριών απόκρισης (επιταχύνσεων) που συλλέχθηκαν με τη χρήση κατάλληλου εξοπλισμού. Την πειραματική διάταξη συνιστούν οκτώ επιταχυνσιόμετρα, το φίλτρο, ο ενισχυτής και η κάρτα δειγματοληψίας. Η όλη διάταξη ελέγχεται μέσω κατάλληλου λογισμικού γραμμένο σε κώδικα LabView. Η αναγνώριση των ιδιομορφών πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια λογισμικού σε περιβάλλον Matlab, κατάλληλο για την επεξεργασία χρονικών ιστοριών ελεύθερης ταλάντωσης.

Με σκοπό την προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς της κατασκευής δημιουργήθηκαν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, ενός απλού τριών βαθμών ελευθερίας και ενός λεπτομερούς, με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια ακολούθησε η αναθεώρηση των μοντέλων με τη βοήθεια λογισμικού σε περιβάλλον Matlab. Με τη βοήθεια λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων, έγινε εξακρίβωση κατά πόσο τα μορφικά χαρακτηριστικά του αναθεωρημένου μοντέλου χωρίς μάζες, όταν σε αυτό προστεθούν μάζες, συμπίπτουν με αυτά των μετρήσεων. Από τα αποτελέσματα της αναθεώρησης προέκυψε ότι το απλοποιημένο μοντέλο δεν μπορεί να προβλέψει τα μορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής όταν μεταβάλλεται η μάζα της, σε αντίθεση με το λεπτομερές μοντέλο που μπορεί να τις προβλέψει αρκετά καλά. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το ίδιο απλοποιημένο μοντέλο που δεν είναι ικανό να προβλέψει τις μεταβολές στα μορφικά χαρακτηριστικά λόγω μεταβολής της μάζας, είναι ικανό να προβλέψει τις μεταβολές στην ακαμψία της κατασκευής, όπως προκύπτει από την διπλωματική της Γλάνιας (2004).

Το θέμα της εργασίας αυτής προσφέρεται για επιπλέον μελέτη. Προτείνεται αναγνώριση περισσότερων ιδιομορφών της κατασκευής για καταστάσεις που δεν έχουν μελετηθεί με δυνατότητα γνώσης της διέγερσης της κατασκευής. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση ηλεκτρομαγνητικού διεγέρτη που παρέχει τη δυνατότητα διέγερσης της κατασκευής με ελεγχόμενο μέγεθος διέγερσης και εύρους συχνοτήτων. Ακόμη προτείνεται η αναθεώρηση των μοντέλων βάση διαφορετικών ομαδοποιήσεων των μορφικών χαρακτηριστικών. Τέλος προτείνεται να γίνει παραμετροποίηση ως προς την πυκνότητα του κάθε ορόφου.

Παράρτημα

Παράρτημα 1: Φωτογραφίες πειραματικής διάταξης



Φωτογραφία 1. Μεταλλική κατασκευή



Φωτογραφία 2. Πίσω όψη, ένδειξη αισθητηρίων .



Φωτογραφία 3. Σύνδεση αισθητήρων.



Φωτογραφία 4. Ενίσχυση, φίλτρο, μέρη της πειραματικής διάταξης .

Βιβλιογραφία

1. Νατσιάβας, Σ., 'Ταλαντώσεις Μηχανικών Συστημάτων', 2001
2. Παυλίδου, Μ., 'Modal Model Identification Techniques', μεταπτυχιακή εργασία, 2002
3. Γκαράς, Β., 'Μορφική Αναγνώριση Κατασκευών σε Ελεύθερη και σε Ταλάντωση Λειτουργικών Φορτίων', διπλωματική εργασία, 2002
4. Χριστοδούλου, Κ., 'Αναθεώρηση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων Βάση Δυναμικών Μετρήσεων, με εφαρμογή στη διάγνωση βλαβών', μεταπτυχιακή εργασία, 2001
5. Γλάνια, Μ., 'Αναγνώριση Δυναμικών Μοντέλων Κατασκευών Βάσει Ταλαντωτικών Μετρήσεων', διπλωματική εργασία, 2004
6. Papadimitriou, C., Beck, J.L., and Au, S.K., 2000, "Entropy-Based Optimal Sensor Location for Structural Model Updating", *Journal of Vibration and control*, 6, pp.781-800
7. Christodoulou, K. and Papadimitriou, C., "Structural Identification Based on Optimally Weighted Modal Residuals", *Mechanical Systems and Signal Processing*, submitted for publication, June 2005



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000074518