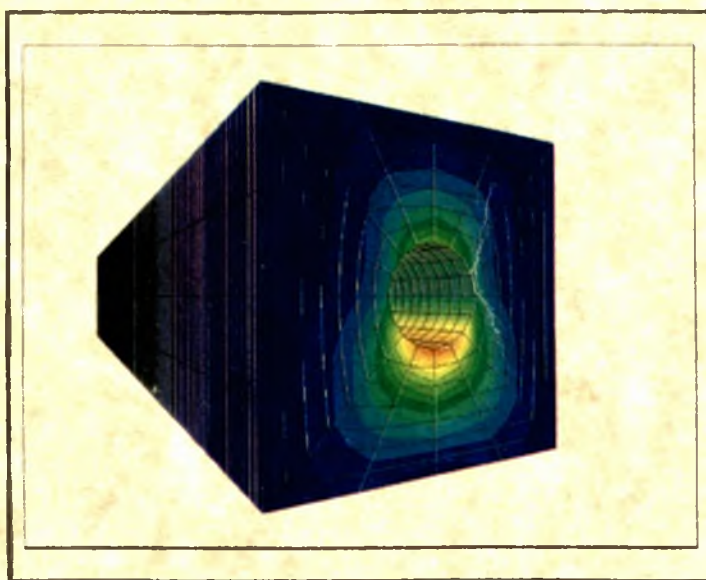




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Διερεύνηση Απόκρισης Σηράγγων με χρήση
τριδιάστατης αριθμητικής ανάλυσης



Εκπόνηση: Τσιριγώτης Δημήτρης

Επιβλέπων: Κωμοδρόμος Αιμίλιος, Επικ. Καθηγητής

ΒΟΛΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2004



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Διερεύνηση Απόκρισης Σηράγγων με χρήση
τριδιάστατης αριθμητικής ανάλυσης

Εκπόνηση: Τσιριγώτης Δημήτρης

Επιβλέπων: Κωμοδρόμος Αιμίλιος, Επικ. Καθηγητής

ΒΟΛΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2004



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 4283/1

Ημερ. Εισ.: 11-01-2005

Δωρεά:

Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ

2004

ΤΣΙ

*Ευχαριστώ θερμά τον κύριο Κωμοδρόμο Αιμίλιο
για την πολύτιμη βοήθεια του.*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
2. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ	8
2.1 Τάσεις στην επιφάνεια εκσκαφής	9
2.2 Υπολογισμός εντατικού-κινηματικού πεδίου	10
3. ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ	20
3.1 Εντατικό πεδίο περιβάλλουσας βραχομάζας	22
3.2 Κινηματικό πεδίο περιβάλλουσας βραχομάζας	27
4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ	32
4.1 Σύγκριση μεθόδων FDM-FEM.....	36
4.2 Θεωρία αριθμητικών μεθόδων	38
4.2.1 τάσεις και παραμορφώσεις	39
4.2.2 αρχή των δυνατών έργων	40
4.2.3 προσδιορισμός μητρώου δυσκαμψίας ομογενούς στοιχείου .	42
4.2.4 κατάστρωση συναρτήσεων παρεμβολής.....	48
4.3 Επιλογή διδιάστατης-τριδιάστατης ανάλυσης	52
5. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ-ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	54
5.1 Γενικά	55
5.2 Γεωμετρία	55
5.3 Συνοριακές συνθήκες και επιλογή υλικών.....	57
5.3.1 υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά	58
5.3.2 υλικά με ελαστοπλαστική συμπεριφορά.....	59
5.4 Επιλύσεις	59
5.5 Αποτελέσματα επιλύσεων.....	61
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	65
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	68
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	75
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ	86
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	97

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μελέτη και η κατασκευή των υπόγειων έργων αποτελεί ένα από τα πλέον σύνθετα έργα του πεδίου των πολιτικών μηχανικών. Η συνεχώς αυξανόμενη αξία της γης στις αστικές περιοχές οδηγεί στην ανάγκη μέγιστης αξιοποίησης του διαθέσιμου χώρου. Αν στα παραπάνω συνυπολογιστεί και η ραγδαία αύξηση των ιδιωτικών μέσων μεταφοράς, τότε είναι κατανοητή η αναγκαιότητα επέκτασης των δικτύων των πόλεων και σε άλλα επίπεδα με την δημιουργία μετρό, ώστε να αμβλυνθεί το κυκλοφοριακό πρόβλημα.

Η αναγκαιότητα βέβαια, για δημιουργία υπόγειων έργων δεν περιορίζεται μόνο στις αστικές περιοχές, αλλά επεκτείνεται και σε ολόκληρο το οδικό και σιδηροδρομικό δίκτυο. Οι σημερινές απαιτήσεις της οδοποιίας προστάζουν την δημιουργία δικτύων (οδικών και σιδηροδρομικών) με υψηλές ταχύτητες μελέτης και πολλά ρεύματα κυκλοφορίας. Για την επίτευξη του στόχου αυτού, αποτελεί προϋπόθεση η κατασκευή γεφυρών και σιράγγων.

Στις προηγμένες ευρωπαϊκές χώρες η αναγκαιότητα για δημιουργία έργων υποδομής έγινε αντιληπτή από πολύ νωρίς. Έτσι, χώρες όπως η Γαλλία, η Αγγλία, η Αυστρία, η Ιταλία και πολλές άλλες έχουν να επιδείξουν σημαντικότερα έργα, τα οποία διευκολύνουν τις μετακινήσεις, εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα υψηλότερο βαθμό ασφάλειας έναντι ατυχημάτων.

Ο τρόπος κατασκευής μιας σήραγγας διαφοροποιείται ανάλογα με την μορφολογία της περιοχής στην οποία κατασκευάζεται. Έτσι υπάρχουν δύο κύριες μέθοδοι κατασκευής: η μέθοδος ανοιχτού ορύγματος (Cut and Cover) και η μέθοδος υπόγειας εκσκαφής. Η μέθοδος ανοιχτού ορύγματος εφαρμόζεται συνήθως σε εδαφικούς σχηματισμούς και όταν η εκσκαφή είναι σε μικρό βάθος. Υλοποιείται με διαφορετικό τρόπο σε ακατοίκητες περιοχές και με διαφορετικό σε κατοικημένες. Σε ακατοίκητες περιοχές δεν υπάρχουν πρακτικά δεσμεύσεις και κατά συνέπεια παρέχεται η δυνατότητα επιλογής

μεθοδολογίας κατασκευής. Η εκσκαφή γίνεται σε όλο της το εύρος από την επιφάνεια του εδάφους μέχρι το βάθος το οποίο θα εδρασθεί το έργο. Για οικονομικούς λόγους αποφεύγεται η αντιστήριξη των παρειών της εκσκαφής στο βαθμό που τούτο είναι δυνατό με επιλογή κατάλληλων κλίσεων που εξασφαλίζουν τον απαιτούμενο βαθμό ευστάθειας των πρανών. Δυσκολίες, όμως, παρουσιάζονται σε κατοικημένες περιοχές, επειδή η κατασκευή των έργων δεν πρέπει να προκαλέσει προβλήματα στην κυκλοφορία ούτε και ζημιές στις γειτονικές κατασκευές.

Η δεύτερη μέθοδος κατασκευής (υπόγειας εκσκαφής), εφαρμόζεται σε όλους σχεδόν τους τύπους εδαφών όταν το βάθος εκσκαφής είναι σχετικά μεγάλο, ενώ αποτελεί μονόδρομο όταν η διάνοιξη πρέπει να γίνει σε βραχώδες υπόβαθρο, έστω και με μικρό υπερκείμενο. Όταν εφαρμόζεται η μέθοδος κλειστής διάνοιξης, γίνεται η κατασκευή του έργου με μηχανές ολομέτωπης διάνοιξης (TBM). Με τις μηχανές αυτές εκτελούνται ταυτόχρονα η διάνοιξη, η υποστήριξη του μετώπου και των τοιχωμάτων της σήραγγας και η τοποθέτηση της οριστικής υποστήριξης.

Ωστόσο, η απαίτηση για την οικονομικότερη κατασκευή των έργων οδήγησε σε μία νέα μέθοδο η οποία εφαρμόζεται έως και τις μέρες μας στις περισσότερες περιπτώσεις. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται «Νέα Αυστριακή μέθοδος» (**New Austrian Tunneling Method-NATM**). Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε συστηματικά κατά την διάνοιξη σήραγγων στις Αυστριακές Άλπεις στις αρχές της δεκαετίας του 1960. Η μέθοδος όμως είχε εφαρμοστεί και πριν το 1960 τόσο στην Αυστρία, όσο και σε άλλα μέρη του κόσμου, άλλα η συστηματοποίηση και η ονομασία της (NATM) έγινε από Αυστριακούς μηχανικούς περί το 1960. Έτσι, αν και η μέθοδος NATM όταν προτάθηκε δεν ήταν ούτε «νέα» ούτε «Αυστριακή», διατήρησε διεθνώς μέχρι και σήμερα το όνομα της (Καββαδάς, Μάρτιος 1999).

Η μέθοδος αυτή στηρίζεται σε τρεις αρχές. Η πρώτη αρχή έχει ως στόχο να καταστήσει το βράχο που περιβάλλει την σήραγγα τμήμα του φέροντα οργανισμού της κατασκευής, έτσι ώστε να μπορεί να «αυτουποστηρίζεται» σε μεγάλο βαθμό με αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση των πιέσεων της άμεσης υποστήριξης (σε τέτοιο βαθμό όμως, που δεν θα προκαλείται αποδιοργάνωση της εκσκαφής και σταδιακά την κατάρρευση της) (βλέπε σχήμα 1.1). Αυτός είναι και ο λόγος που η μέθοδος NATM είναι η

οικονομικότερη όλων, αφού τη θέση των ισχυρών άκαμπτων κατασκευών που χρησιμοποιούνταν παλαιότερα παίρνουν οι εύκαμπτες λεπτότοιχες επενδύσεις.

Οι ιδιότητες των εδαφικών σχηματισμών, αν αυτό κριθεί απαραίτητο, μπορούν να βελτιωθούν με τσιμεντενέσεις, δοκούς προπορείας ή οποιαδήποτε άλλη μέθοδο προενίσχυσης, ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες κάθε περίπτωσης, έτσι ώστε να είναι σε θέση να παραλάβουν τα απαιτούμενα φορτία. Επίσης η μορφή της εκσκαφής καθορίζεται ανάλογα με το αρχικό εντατικό πεδίο, με σκοπό την αποφυγή υψηλής συγκέντρωσης τάσεων. Τέλος, η εκσκαφή θα πρέπει να γίνεται κατά στάδια, με σκοπό την μείωση των μετακινήσεων, σε εδάφη που η διατμητική αντοχή του περιβάλλοντος εδάφους είναι σχετικά περιορισμένη.

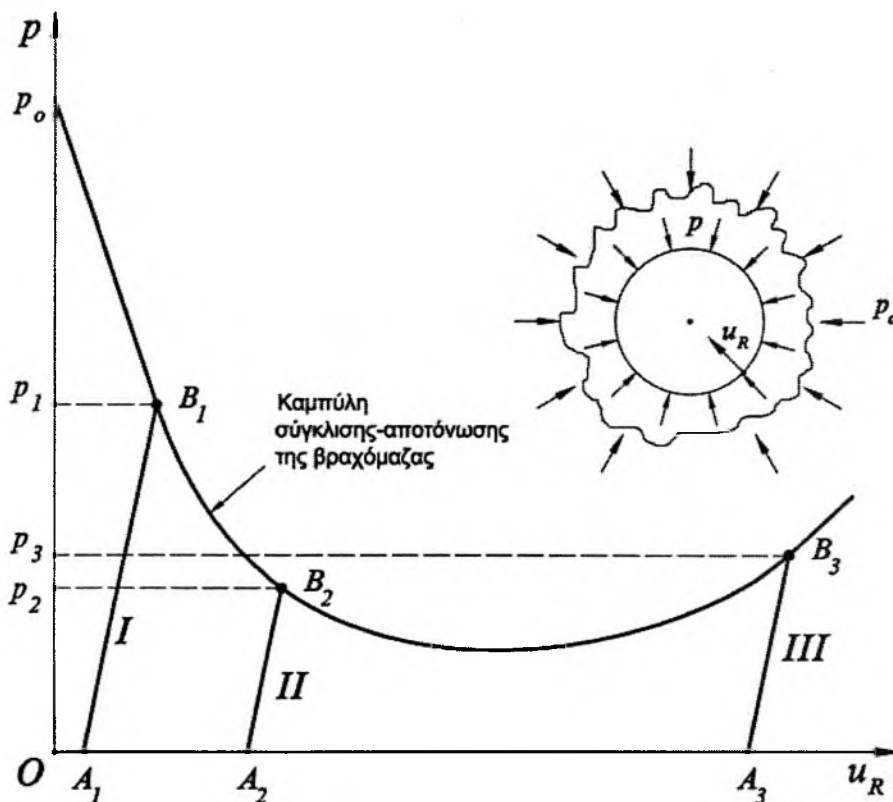
Η δεύτερη αρχή της μεθόδου σχετίζεται με την εσωτερική επένδυση. Αυτή πρέπει να εγκαθίσταται με τέτοιο τρόπο, ώστε να συμπληρώνει την ικανότητα της εδαφομάζας παραλαβής φορτίων, αλλά και να περιορίζει τις μετακινήσεις της. Η εσωτερική επένδυση θα πρέπει λοιπόν να λειτουργεί ως λεπτός κυλινδρικός τοίχος με αρκετή ευκαμψία, που να επιτρέπει την παραμόρφωση της περιβάλλουσας βραχομάζας στον επιθυμητό βαθμό και παράλληλα να είναι αρκετά ισχυρή, ώστε να μπορεί να παραλάβει τις διατμητικές τάσεις και τις ροπές που καλείται να αναλάβει. Το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ανταποκρίνεται εν γένει σε αυτές τις απαιτήσεις και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ευρέως.

Η τρίτη και τελευταία αρχή της μεθόδου NATM υπαγορεύει την ενοργάνωση της σήραγγας. Τα αποτελέσματα και η επεξεργασία των μετρήσεων δίνουν την δυνατότητα διεξαγωγής αντίστροφων αναλύσεων για την επιβεβαίωση των παραδοχών επίλυσης καθώς και την τροποποίηση-βελτιστοποίηση των μέτρων υποστήριξης.

Η ενοργάνωση πραγματοποιείται εσωτερικά και εξωτερικά της σήραγγας. Η εσωτερική έχει ως στόχο τη μέτρηση των μετακινήσεων εντός της περιβάλλουσας βραχομάζας (τοποθέτηση extensometers), της πίεσης που ασκείται σε αυτήν, της μεταβολής των αποστάσεων με ταινία ακριβείας υπό σταθερή δύναμη τάνυσης. Στοχεύει επίσης στον προσδιορισμό της πίεσης που αναλαμβάνεται από το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα (pressure cells), τις

αναλαμβανόμενες δυνάμεις των αγκυρίων (load cells) και τις παραμορφώσεις των πλαισίων (strain gauges).

Η εξωτερική ενοργάνωση πραγματοποιείται με τοπογραφική παρακολούθηση συγκεκριμένων σημείων (περί τα στόμια συνήθως), ώστε να καταγραφεί τυχόν αστάθεια και εγκατάσταση αποκλισιομετρικών σωλήνων και παρακολούθηση της μεταβολής του κινηματικού πεδίου κατά μήκος τους, ώστε να καταγραφεί έγκαιρα τυχόν τάση εκδήλωσης κατολίσθησης.



Σχήμα 1.1: Επιρροή του χρόνου τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης στην πίεση της βραχώμαζας επί της υποστήριξης της σήραγγας.
I: πολύ νωρίς. Η πίεση στην άμεση υποστήριξη (p_1) είναι πολύ μεγάλη.
II: κανονικός χρόνος κατασκευής της άμεσης υποστήριξης. Η πίεση (p_2) έχει μειωθεί σημαντικά.
III: πολύ αργά. Η πίεση (p_3) έχει αυξηθεί λόγω αποδιοργάνωσης (χαλάρωσης της βραχώμαζας, με συνέπεια τον κίνδυνο κατάρρευσης).

Στα θετικά της μεθόδου NATM θα μπορούσε να καταγραφεί η περιορισμένη απαίτηση σε βαρύ εξοπλισμό καθώς και η ευκολία προσαρμογής σε οποιεσδήποτε εδαφικές συνθήκες. Δεν θα πρέπει βέβαια να αγνοείται και η δυσκολία που υπάρχει αναφορικά με τον ακριβή προσδιορισμό των

παραμέτρων. Δεν είναι λίγες οι φορές που το θεωρητικό αποτέλεσμα αποκλίνει από την πραγματικότητα.

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία μελετάται ένα θεωρητικό πρόβλημα εκσκαφής μιας σήραγγας. Το πρόβλημα επιλύεται με δύο μεθόδους. Αρχικά με προσεγγιστικές μεθόδους και στη συνέχεια με αριθμητικές.

Στα κεφάλαια δύο και τρία δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο των προσεγγιστικών μεθόδων επίλυσης και στο κεφάλαιο τέσσερα δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο των αριθμητικών.

Πιο αναλυτικά, στο κεφάλαιο δύο περιγράφεται η προσέγγιση του προβλήματος με υλικά που συμπεριφέρονται γραμμικά και ελαστικά. Αρχικά αναφέρεται ο τρόπος υπολογισμού του εντατικού πεδίου γύρω από την εκσκαφή και στην συνέχεια ο τρόπος υπολογισμού του κινηματικού.

Στο κεφάλαιο τρία περιγράφεται η προσέγγιση του προβλήματος με υλικά με ελαστοπλαστική απόκριση. Αντίστοιχα με το κεφάλαιο δύο, αρχικά αναφέρεται ο τρόπος υπολογισμού του εντατικού πεδίου και στην συνέχεια του κινηματικού. Για την απόδειξη των εξισώσεων που απαιτούνται σε αυτό το κεφάλαιο χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα "Mathematica". Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται λόγος για τον λόγο υπερφόρτισης του εδάφους N_s και πως αυτός επηρεάζει την εκσκαφή.

Στο κομμάτι της πτυχιακής που αναφέρεται στην θεωρία των αριθμητικών μεθόδων γίνεται αρχικά αναφορά σε όλες τις μεθοδολογίες. Από αυτές συγκρίνονται μεταξύ τους οι δύο πιο διαδεδομένες, η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (FDM) και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Στην συνέχεια περιγράφεται η αρχή των δυνατών έργων και πως αυτή ενσωματώνεται στα προγράμματα των ηλεκτρονικών υπολογιστών, ο προσδιορισμός του μητρώου δυσκαμψίας ομογενούς στοιχείου και η κατάστρωση των συναρτήσεων παρεμβολής. Μετά από την ανάλυση της θεωρίας υπολογίζονται οι συναρτήσεις παρεμβολής των τετράεδρων που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα $Flac^{3D}$. Η τελευταία παράγραφος αυτού του κεφαλαίου αναφέρεται στον τρόπο επιλογής μεταξύ διδιάστατης και τριδιάστατης ανάλυσης.

Μετά το παραπάνω θεωρητικό τμήμα της εργασίας ακολουθεί η εφαρμογή αυτού σε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα το οποίο περιγράφεται στο κεφάλαιο πέντε. Στην αρχή του κεφαλαίου στοιχειοθετείται η γεωμετρία του προβλήματος. Ακολουθεί ο προσδιορισμός των συνοριακών συνθηκών και η επιλογή των υλικών. Για την επίλυση του προβλήματος τελικά επιλέχθηκαν πέντε διαφορετικά υλικά χωρισμένα σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την συμπεριφορά τους. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά και η δεύτερη με ελαστοπλαστική. Τέλος περιγράφονται οι επιλύσεις που πραγματοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από αυτές. Τα αποτελέσματα αυτά σχολιάζονται και συγκρίνονται μεταξύ τους στα συμπεράσματα της εργασίας που βρίσκονται στο κεφάλαιο έξι.

Στο παράρτημα Α δίνονται τα αποτελέσματα ενός φύλλου excel που δημιουργήθηκε με βάση τις σχέσεις των κεφαλαίων δύο και τρία και το οποίο υπολογίζει τόσο το εντατικό, όσο και το κινηματικό πεδίο του προβλήματος που περιγράφεται στο πέμπτο κεφάλαιο.

Τέλος στα παραρτήματα Β και Γ δίνονται τα αποτελέσματα του ίδιου προβλήματος που προκύπτουν από το πρόγραμμα Flac^{3D}.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ελαστικές μέθοδοι υπολογισμού

2. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

2.1 Τάσεις στην επιφάνεια εκσκαφής

Το πρώτο στάδιο της μελέτης μιας σήραγγας αποτελεί ο καθορισμός του αρχικού εντατικού πεδίου. Για να γίνει όμως αυτό, απαιτείται γνώση της στρωματογραφίας των υπερκείμενων υλικών και των φυσικών χαρακτηριστικών της. Συνηθισμένη πηγή σφαλμάτων αποτελεί η έλλειψη ακριβών στοιχείων, αφού κάτι τέτοιο συνεπάγεται υψηλό κόστος και χρονοβόρα διαδικασία, ιδιαίτερα στις βαθιές σήραγγες.

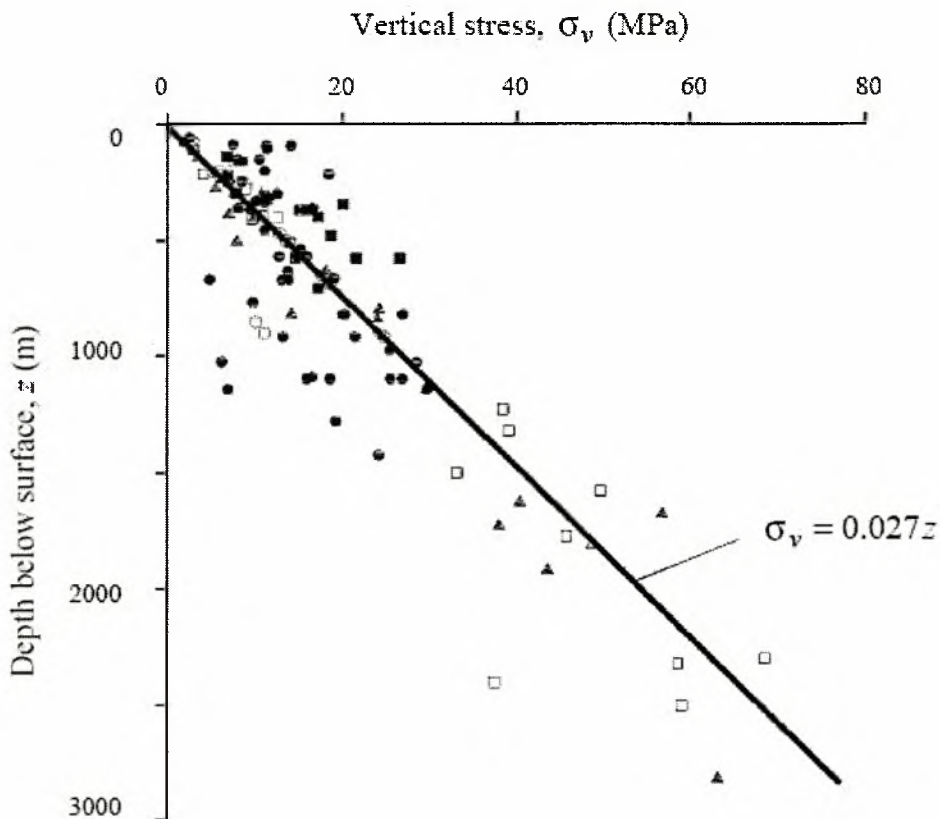
Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι κατακόρυφες τάσεις σχετίζονται με το βάρος των υπερκείμενων, άλλα και με εγκλωβισμένες τάσεις που υπάρχουν και που οφείλονται στις μετακινήσεις των τεκτονικών πλακών. Έτσι σε πολλές περιπτώσεις (σε βραχώδεις σχηματισμούς), μπορεί η τάση σε κάποιο σημείο να είναι μεγαλύτερη από την συνήθη που λαμβάνεται υπόψη στα έργα του πολιτικού μηχανικού ($\sigma_v = \gamma \cdot Z$)¹ ή ακόμα και μικρότερη² (σπανιότερα). Στις μελέτες των υπόγειων έργων, όπου αυτό είναι δυνατό να συμβεί, λαμβάνεται υπόψη η ακριβής τάση, ωστόσο μετρήσεις σε ολόκληρο τον κόσμο έδειξαν ότι η συνήθης προσέγγιση $\sigma_v = \gamma \cdot Z$, παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Η εκτίμηση των οριζόντιων τάσεων, όμως, είναι ακόμα δυσκολότερη. Συνήθως, εκφράζονται ως ποσοστό των κατακόρυφων, το οποίο συμβολίζεται με το γράμμα k_0 . Έτσι ισχύει ότι $\sigma_h = k_0 \cdot \sigma_v$. Το ποσοστό k_0 σύμφωνα με τους Terzaghi και Richart (1952), δίνεται από την σχέση $k_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$, όπου

¹ Στον τύπο, γ είναι το βάρος του σχηματισμού και Z είναι το βάθος στο οποίο βρίσκεται.

² Αυτό συμβαίνει όταν ο βραχώδης σχηματισμός σε κάποιο σημείο υψηλότερα της εκσκαφής, βρίσκεται υπό θλίψη με αποτέλεσμα να στηρίζεται πρακτικά από αυτές τις θλιπτικές δυνάμεις και να μην εξασκεί δυνάμεις επομένως στα κατώτερα στρώματα.

το ν είναι ο λόγος του Poisson. Η σχέση αυτή, αν και χρησιμοποιήθηκε πολύ, ιδίως στα πρώτα χρόνια της βραχομηχανικής, είναι σχετικά ανακριβής και χρησιμοποιείται κυρίως λόγω της απλότητας της. Από την παραπάνω σχέση, εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι τιμές του k_0 είναι θετικές και μικρότερες της μονάδας. Η θεώρηση αυτή δεν καλύπτει τις περιπτώσεις υψηλού τεκτονισμού, όπου η τιμή του k_0 είναι μεγαλύτερη της μονάδας (Hoek, 2000).



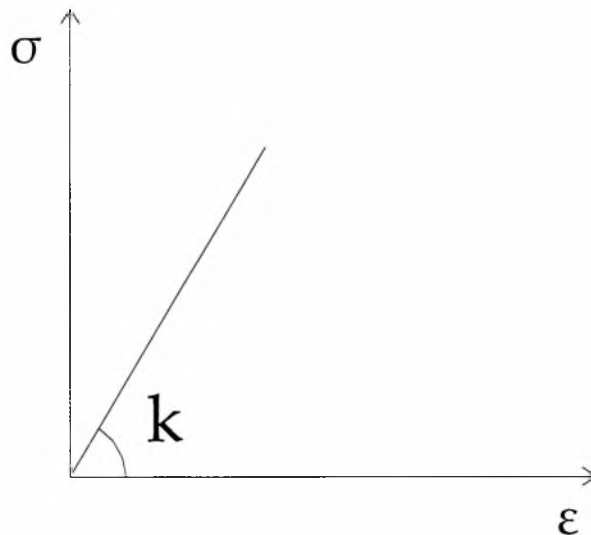
Σχήμα 2.1 Μεταβολή της κατακόρυφης τάσης σ_v συναρτήσει του βάθους από διάφορες μελέτες διεθνώς.

2.2 Υπολογισμός εντατικού-κινηματικού πεδίου

Η επίλυση των προβλημάτων των υπόγειων έργων εντάσσεται στο επιστημονικό πεδίο αλληλεπίδρασης εδάφους-κατασκευών. Μπορούν δε, να προσεγγισθούν με δύο μεθοδολογίες. Η πρώτη υλοποιείται με χρήση της

θεωρίας ελαστικότητας, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί τη θεωρία ελαστοπλαστικότητας.

Με βάση την θεωρία της ελαστικότητας, η δυσκαμψία του εδάφους θεωρείται σταθερή και η απόκριση του δεν εξαρτάται από την ιστορία της φόρτισης του.



Σχήμα 2.2 Σχηματική απεικόνιση απόκρισης στην περίπτωση της γραμμικής ελαστικότητας.

Για περαιτέρω απλοποίηση των υπολογισμών, απαραίτητη είναι η υιοθέτηση ορισμένων ακόμα απλοποιητικών παραδοχών. Αυτές οι παραδοχές είναι οι εξής:

- Θεώρηση εκσκαφή κυκλικής διατομής.
- Θεώρηση συνθηκών επίπεδης παραμόρφωσης ($\varepsilon_z \approx 0$).
- Θεώρηση ύπαρξης υδροστατικού πεδίου φόρτισης πριν την διάνοιξη της εκσκαφής ($k_0=1$).
- Έδαφος ομογενές και ισότροπο.
- Έδαφος αβαρές. Αυτή η θεώρηση προσομοιάζει καλύτερα τις βαθιές εκσκαφές.

Η καταστατική εξίσωση της γραμμικής ελαστικότητας προκύπτει από τον νόμο του Hook και δίδεται από την ακόλουθη εξίσωση (Εφραιμίδης, 2002):

$$\sigma_{ij} = \lambda \cdot \varepsilon_{kk} \cdot \delta_{ij} + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{ij} \quad (2.1)$$

όπου σ_{ij} : ο τανυστής των τάσεων

λ, μ : οι σταθερές του Lamé

ε_{ij} : ο τανυστής των παραμορφώσεων

δ_{ij} : το δέλτα του Kronecker.

Για τις σταθερές του Lamé ισχύει:

$$\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - \nu)} \quad (2.2)$$

$$\mu = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

όπου ν είναι ο λόγος του Poisson και E το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους.

Οι σχέσεις παραμορφώσεων-μετακινήσεων για την περίπτωση κυκλικής σήραγγας είναι οι ακόλουθες:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \text{ (ακτινική)} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \text{ (εφαπτομενική)}$$

όπου u είναι η ακτινική μετατόπιση.

Με αντικατάσταση της σχέσης (2.1) με τις (2.2), (2.3), προκύπτει:

$$\sigma_r = \lambda \cdot (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{rr} = (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_r + \lambda \cdot \varepsilon_\theta = (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \cdot \frac{u}{r} \quad (2.4)$$

$$\sigma_\theta = \lambda \cdot (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{\theta\theta} = (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_\theta + \lambda \cdot \varepsilon_r = (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{u}{r} + \lambda \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \quad (2.5)$$

$$\sigma_z = \lambda \cdot (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) = \lambda \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \quad (2.6)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση της ισορροπίας θα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[(\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\lambda \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \cdot r - \lambda \cdot r}{r^2} \right] + \frac{(\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \cdot \frac{u}{r}}{r} - \frac{\lambda \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{u}{r}}{r} &= 0 \end{aligned}$$

και μετά από πράξεις:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (2.7)$$

Η γενική λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι της μορφής:
$$u = \frac{A}{r} + B \cdot r \quad (2.8)$$

όπου A,B είναι σταθερές ολοκλήρωσης.

Επομένως, για τις συνιστώσες της παραμόρφωσης έχω:

$$\varepsilon_r = -\frac{A}{r^2} + B \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{A}{r^2} + B,$$

Ενώ για τις συνιστώσες της τάσης:

$$\sigma_r = -2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{r^2} + 2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot B \quad (2.10\alpha)$$

$$\sigma_\theta = 2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{r^2} + 2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot B \quad (2.10\beta)$$

$$\sigma_z = 2 \cdot \lambda \cdot B \quad (2.10\gamma)$$

Η προσομοίωση της υποστήριξης της εκσκαφής με εσωτερική πίεση (p_i), οδηγεί στις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες:

i) $\sigma_r = p_i$ για $r=R$ (ακτίνα σήραγγας)

ii) $\sigma_r = p_0$ για $r \rightarrow \infty$

Από την δεύτερη συνοριακή συνθήκη προκύπτει ότι:

$$2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot B = p_0 \Rightarrow B = \frac{p_0}{2 \cdot (\lambda + \mu)} \quad (2.11)$$

Από την πρώτη συνοριακή συνθήκη προκύπτει επομένως:

$$-2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{r^2} + 2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot B = p_i \Rightarrow -2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{R^2} + p_0 = p_i \Rightarrow A = (p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{2 \cdot \mu} \quad (2.12)$$

Με αντικατάσταση των εξισώσεων (2.10) με τις σταθερές A, B (σχέσεις 2.11, 2.12), θα προκύψουν οι τελικές εξισώσεις υπολογισμού των τάσεων:

$$\sigma_r = -2 \cdot \mu \cdot \frac{(p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{2 \cdot \mu}}{r^2} + 2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot \frac{p_0}{2 \cdot (\lambda + \mu)} = p_0 - (p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = 2 \cdot \mu \cdot \frac{(p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{2 \cdot \mu}}{r^2} + 2 \cdot (\lambda + \mu) \cdot \frac{p_0}{2 \cdot (\lambda + \mu)} = p_0 + (p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{r^2} \quad (2.13)$$

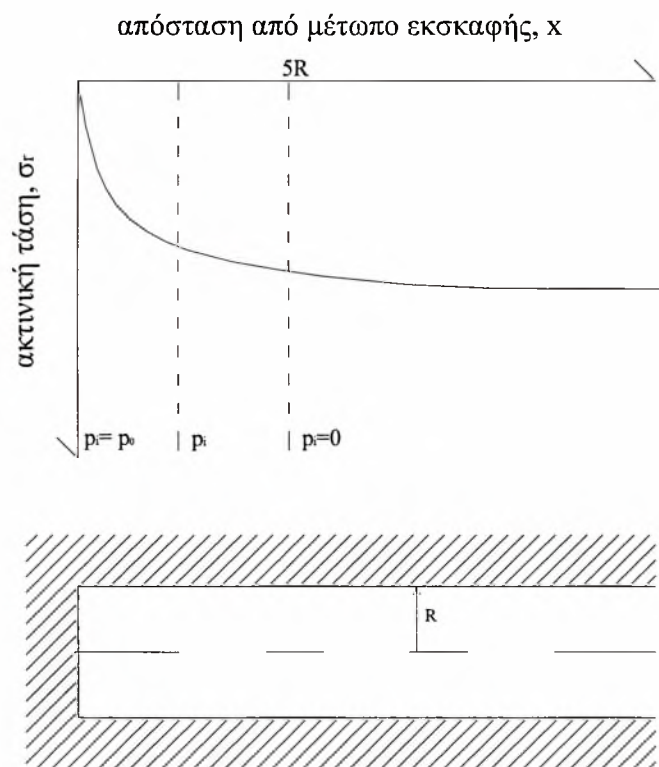
$$\sigma_z = 2 \cdot \lambda \cdot \frac{p_0}{2 \cdot (\lambda + \mu)} = 2 \cdot \nu \cdot p_0$$

Η εκσκαφή μίας σήραγγας είναι φαινόμενο έντονα τρισδιάστατο και γι αυτό η προσομοίωση της πραγματοποιείται με την υπόθεση της εσωτερικής πίεσης. Στα σημεία κοντά στο μέτωπο της εκσκαφής, η εσωτερική πίεση είναι περίπου ίση με την αρχική εντατική κατάσταση p_0 , ενώ στα πιο απομακρυσμένα σημεία η πίεση αυτή μειώνεται έως ότου να μηδενιστεί. Το σημείο μηδενισμού της εσωτερικής πίεσης συνήθως λαμβάνεται σε απόσταση ίση με πέντε φορές την ακτίνα της σήραγγας.

Επομένως, σε απόσταση μεγαλύτερη από $5R$ (στον άξονα της εκσκαφής), ασκούνται οι μέγιστες τάσεις οι οποίες είναι ίσες με:

$$\sigma_r = p_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \quad \text{και} \quad \sigma_\theta = p_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

Απεικόνιση των γενικών εξισώσεων 2.13 δίνεται στο σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.3 Σχηματική απεικόνιση της μεταβολής της ακτινικής τάσης (για $r=R$) συναρτήσεως της απόστασης από το μέτωπο της εκσκαφής.

Για τον υπολογισμό των συγκλίσεων της σήραγγας, λαμβάνεται υπόψη η επιπλέον συνθήκη, ότι σε άπειρη απόσταση στην εγκάρσια τομή της σήραγγας η μετακίνηση είναι μηδενική (Καββαδάς, 2000).

$$u_{r \rightarrow \infty} = 0 \Rightarrow \frac{A}{r} + B \cdot r = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\text{Οπότε } u_r = \frac{A}{r} = \frac{(p_0 - p_i) \cdot R^2}{\frac{2 \cdot E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot r} = \frac{1 + \nu}{E} \cdot (p_0 - p_i) \cdot \frac{R^2}{r} \quad (2.15)$$

Από τον παραπάνω τύπο προκύπτει ότι η μέγιστη μετακίνηση επιτυγχάνεται για την ελάχιστη τιμή του r ($r=R$) και αντιστοιχεί σε:

$$u_r = \frac{1 + \nu}{E} \cdot (p_0 - p_i) \cdot R \quad (2.16)$$

Επομένως για ανυποστήρικτη εκσκαφή σε αυτοφερόμενη βραχομάζα και σε κατά μήκος απόσταση μεγαλύτερη των $5R$, η μέγιστη σύγκλιση πραγματοποιείται στην παρειά της εκσκαφής και έχει τιμή:

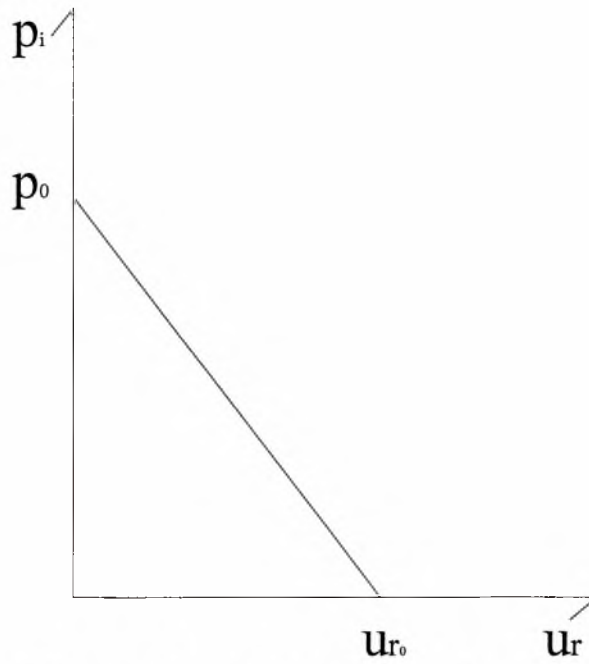
$$u_r = \frac{1 + \nu}{E} \cdot p_0 \cdot R \quad (2.17)$$

Η μελέτη πιο γενικών περιπτώσεων και χωρίς τόσες απλοποιητικές παραδοχές οδηγεί στις ακόλουθες εξισώσεις:

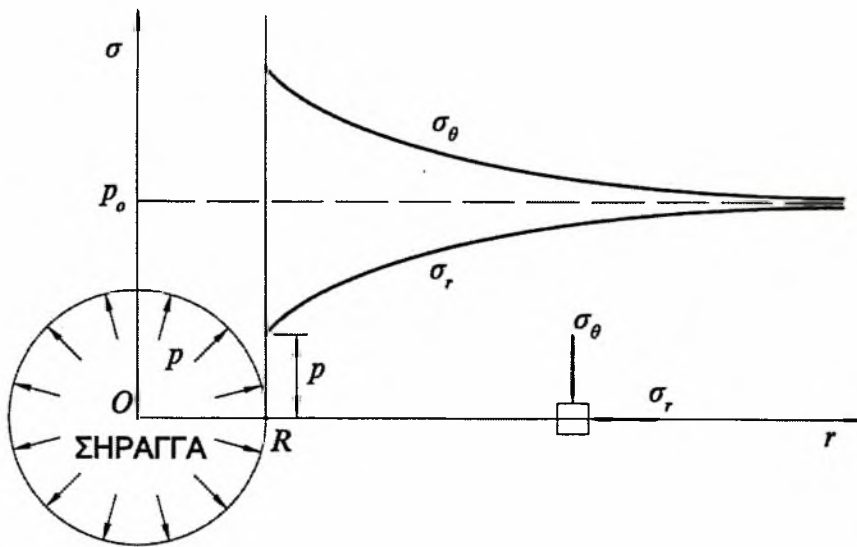
$$u_r = \frac{p_0 \cdot R^2 \cdot (1 + \nu)}{2 \cdot E \cdot r} \cdot \left\{ (1 + k) - (1 - k) \cdot \left[4 \cdot (1 - \nu) - \frac{R^2}{r^2} \right] \cdot \cos(2\theta) \right\} \quad (2.18)$$

$$u_\theta = \frac{p_0 \cdot R^2 \cdot (1 + \nu)}{2 \cdot E \cdot r} \cdot \left\{ (1 - k) \cdot \left[2 \cdot (1 - 2 \cdot \nu) + \frac{R^2}{r^2} \right] \cdot \sin(2\theta) \right\} \quad (2.19)$$

όπου θ, r οι πολικές συντεταγμένες.



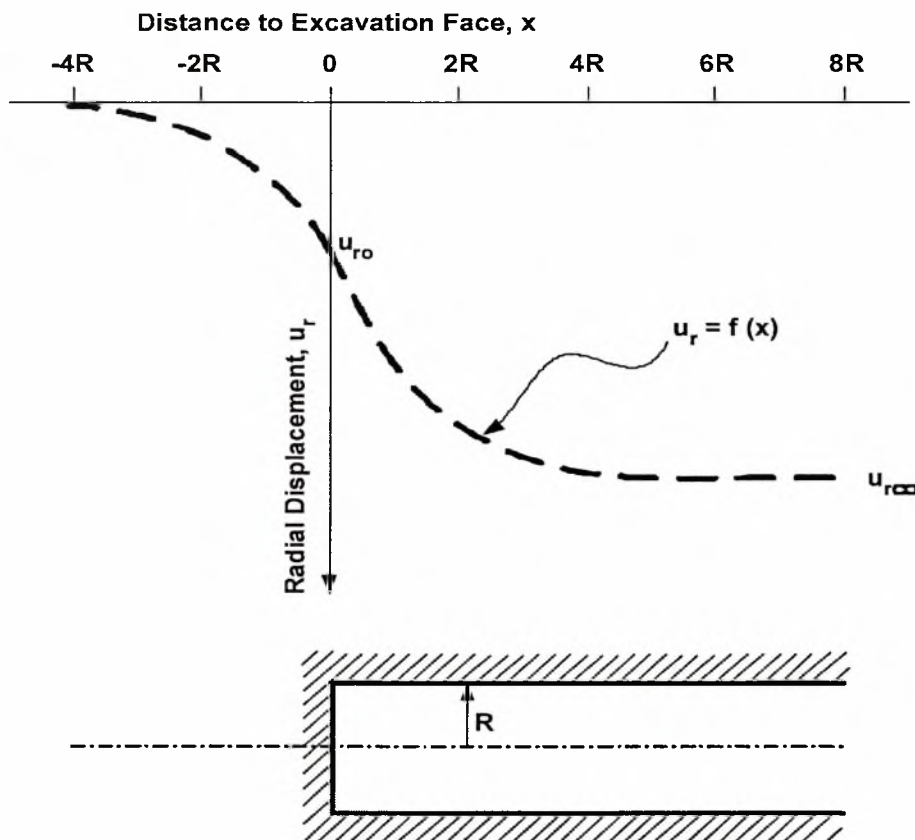
Σχήμα 2.4 Διάγραμμα σύγκλισης σε ελαστικό έδαφος.



Σχήμα 2.5 Κατανομή τάσεων γύρω από κυκλική οπή. Παραδοχή γραμμικώς ελαστικού εδάφους (σχέσεις 2.14).

Σημειώνεται ότι ενδιαφέρον παρουσιάζει ο προσδιορισμός της σύγκλισης στο μέτωπο της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης που συμβαίνει αρκετά μακριά από το μέτωπο της εκσκαφής. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι ο λόγος αυτός είναι ίσος περίπου με 0,3. Έναν τέτοιο τύπο υπολογισμού προτείνουν οι Corbetta et all.(1991):

$$u_r = 0.29 + 0.71 \cdot \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \cdot \left(\frac{x}{R} \right)^{0.7} \right] \right\}, \quad \text{όπου } x \geq 0$$



Σχήμα 2.7 Σχηματική απεικόνιση σύγκλισης συναρτήσεως της απόστασης από το μέτωπο εκσκαφής με βάση τον τύπο των Corbetta et all.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Ελαστοπλαστικές μέθοδοι υπολογισμού

3. ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

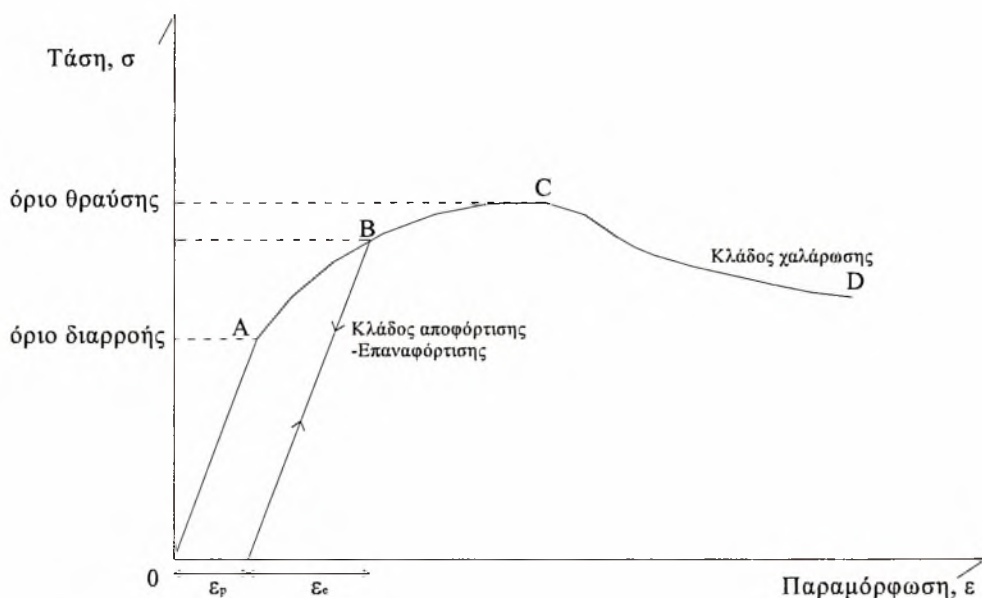
Είναι γνωστό ότι η συμπεριφορά του εδάφους ξεφεύγει από τα όρια της γραμμικής ελαστικότητας ακόμα και για μικρά βήματα φόρτισης. Στο σχήμα 3.1 απεικονίζεται γενική καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων με κλάδους διαφορετικής συμπεριφοράς. Συγκεκριμένα στο τμήμα **OA** το υλικό διέπεται από γραμμική ελαστική συμπεριφορά, το τμήμα **AC** από ελαστοπλαστική κρατυνόμενη συμπεριφορά, ενώ το τμήμα **CD** αντιστοιχεί σε ελαστοπλαστική συμπεριφορά με χαλάρωση. Οι παραμορφώσεις κατά μήκος του κλάδου **OA** είναι πλήρως ανακτόμενες, ϵ^e , ενώ μετά την είσοδο στην πλαστική περιοχή, μέρος τους είναι ελαστικό και ανακτόμενο, ϵ^e , και το υπόλοιπο πλαστικό και παραμένων ϵ^p .

Η ύπαρξη και το μέγεθος καθενός από τους πιο πάνω κλάδους εξαρτάται από την σύσταση και τις ιδιότητες του υλικού. Είναι δυνατόν για παράδειγμα το όριο διαρροής να συμπίπτει πρακτικά με το όριο θραύσης, οπότε στην περίπτωση αυτή ο κλάδος της κρατυνόμενης συμπεριφοράς εκφυλίζεται σε σημείο, η δε περίπτωση αυτή είναι γνωστή και ως τέλεια πλαστική συμπεριφορά (perfect plasticity). Στόχο της μοντελοποίησης της συμπεριφοράς ενός υλικού αποτελεί η διατύπωση κατάλληλου καταστατικού νόμου που να μπορεί:

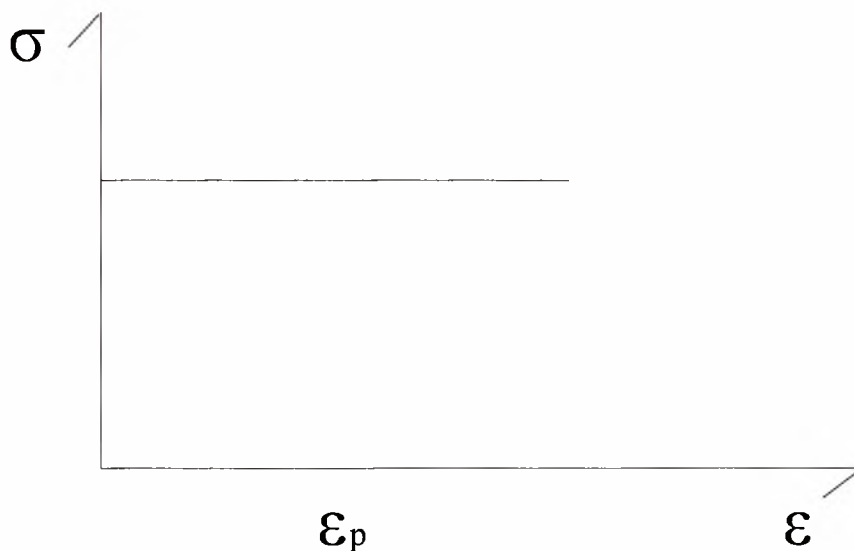
- Να καταγράψει τον μηχανισμό εκδήλωσης του φαινομένου
- Να παρακολουθεί στενά την καμπύλη τάσεων- παραμορφώσεων με ανάλογη πρόβλεψη των αναμενόμενων μεγεθών
- Να μην παραβιάζει θεμελιώδη ενεργειακά αξιώματα.

Υπεραπλουστευμένη προσέγγιση της παραπάνω καμπύλης αποτελεί η στερεοπλαστική συμπεριφορά, σχήμα 3.2, στην οποία βασίζεται η θεωρία εκτίμησης της φέρουσας ικανότητας του εδάφους. Κατά την στερεοπλαστική

θεωρία γίνεται αποσύζευξη εντατικών και κινηματικών μεγεθών. Σε περίπτωση εφαρμογής του στερεοπλαστικού μοντέλου η πρόβλεψη των μετακινήσεων γίνεται συνήθως με αναλυτικές μεθόδους. Η υπεραπλούστευση της χαρακτηριστικής καμπύλης, κάποιου υλικού μέσου, οδηγεί σε λύσεις με μεγάλη σχετικά ασάφεια και μικρή ακρίβεια, με αποτέλεσμα την αναγκαστική χρήση υψηλών συντελεστών ασφαλείας (Κωμοδρόμος Αιμ., 2001).



Σχήμα 3.1 Σχηματική απεικόνιση ελαστοπλαστικής απόκρισης εδαφικού υλικού.



Σχήμα 3.2 Σχηματική απεικόνιση στερεοπλαστικής απόκρισης εδαφικού υλικού.

3.1 Εντατικό πεδίο περιβάλλουσας βραχομάζας

Για τον προσδιορισμό του σημείου θραύσης, χρησιμοποιείται το κριτήριο Mohr-Coulomb το οποίο χρησιμοποιείται ευρέως στα εδαφικά υλικά. Το κριτήριο αυτό εκφράζεται με την παρακάτω εξίσωση (Κωμοδρόμος Αιμ.):

$$\sigma_{\theta} = \sigma_r \cdot N_{\phi} + 2 \cdot c \cdot \sqrt{N_{\phi}} = \sigma_r \cdot N_{\phi} + R_c \quad (3.1)$$

όπου $N_{\phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$ και R_c : η αντοχή της βραχομάζας σε θλίψη.

Από τον παραπάνω τύπο, εύκολα προκύπτει ότι:

$$\sigma_r - \sigma_{\theta} = \sigma_r \cdot (1 - N_{\phi}) - R_c \quad (3.2)$$

Η εξίσωση ισορροπίας που πρέπει να ικανοποιείται, έχει την μορφή:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} = 0 \Rightarrow r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_{\theta} = 0 \Rightarrow r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + (1 - N_{\phi}) \cdot \sigma_r - R_c = 0$$

Από αυτήν, και με τη βοήθεια του προγράμματος “Mathematica”, υπολογίζεται η ακτινική τάση σ_r στην πλαστική περιοχή, και ύστερα με αντικατάστασή της στο κριτήριο θραύσης, προκύπτει και η εφαπτομενική σ_{θ} της ίδιας περιοχής.

Στο πρόγραμμα χρησιμοποιούνται οι εντολές:

- **Dsolve** [{εξίσωση, AΣ==τιμή1}, y(x), x]
- **Simplify** [συνάρτηση].

Με την πρώτη εντολή επιλύεται η διαφορική εξίσωση με αρχική συνθήκη AΣ με τιμή 1 για το y(x) με ανεξάρτητη μεταβλητή την x. Με την δεύτερη το πρόγραμμα κάνει μετασχηματισμούς για να πετύχει το μικρότερο γινόμενο παραγόντων.

```

DSolve [(r * sigma'[r] + sigma[r] * (1 - n) - Rc == 0, sigma[r] == pi), sigma[r], r]
{{sigma[r] -> (E^{-Log[r] + n Log[r]} r^{-n} (-r Rc - (r^n R^{1-n} ((-1+n) pi + Rc) + n r^n R^{1-n} ((-1+n) pi + Rc))) / (-1 + n)}}
Simplify[In[65]]
{{sigma[r] -> (R^{-n} ((-1 + n) pi r^n R + r^n R Rc - r R^n Rc) / ((-1 + n) r)}}
sigma_theta = {{(R^{-n} ((-1 + n) pi r^n R + r^n R Rc - r R^n Rc) / ((-1 + n) r)) * n + Rc}
{{Rc + (n R^{-n} ((-1 + n) pi r^n R + r^n R Rc - r R^n Rc) / ((-1 + n) r))}}
Simplify[sigma_theta]
{{Rc + (n R^{-n} ((-1 + n) pi r^n R + r^n R Rc - r R^n Rc) / ((-1 + n) r))}}
    
```

Σχήμα 3.3 Επίλυση των ανωτέρω σχέσεων με τη βοήθεια του προγράμματος «Mathematica».

Έτσι λοιπόν οι τάσεις στην πλαστική περιοχή δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_r = \frac{R^{-N_\phi} \cdot ((N_\phi - 1) \cdot p_i \cdot r^{N_\phi} \cdot R + r^{N_\phi} \cdot R \cdot R_c - r \cdot R^{N_\phi} \cdot R_c)}{(N_\phi - 1) \cdot r} \tag{3.3}$$

$$\sigma_\theta = R_c + N_\phi \cdot \frac{R^{-N_\phi} \cdot ((N_\phi - 1) \cdot p_i \cdot r^{N_\phi} \cdot R + r^{N_\phi} \cdot R \cdot R_c - r \cdot R^{N_\phi} \cdot R_c)}{(N_\phi - 1) \cdot r}$$

Στην περίπτωση που εξετάζεται ανυποστήρικτη σήραγγα μακριά από το μέτωπο ($d > 5R$), ισχύει ότι $p_i = 0$ και οι εξισώσεις παίρνουν την μορφή:

$$\sigma_r = \frac{R_c}{N_\phi - 1} \cdot \left[\left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right] \text{ και} \tag{3.4}$$

$$\sigma_\theta = R_c + \frac{N_\phi \cdot (-1 + r^{N_\phi - 1} \cdot R^{N_\phi - 1}) \cdot R_c}{N_\phi - 1} = \frac{R_c}{N_\phi - 1} \cdot \left[N_\phi \left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right]$$

```

DSolve[{r * σ'[r] + σ[r] * (1 - n) - Rc == 0, σ[R] == 0}, σ[r], r]
{{σ[r] →  $\frac{E^{-\text{Log}[r] + n \text{Log}[r]} r^{-n} \left( -r Rc - \frac{r^n R^{1-n} Rc}{-1+n} + \frac{n r^n R^{1-n} Rc}{-1+n} \right)}{-1+n}}$ }}
Simplify[In[69]]
{{σ[r] →  $\frac{(-1 + r^{-1+n} R^{1-n}) Rc}{-1+n}}$ }}
σθ = {{  $\frac{(-1 + r^{-1+n} R^{1-n}) Rc}{-1+n}$  }} * n + Rc
{{Rc +  $\frac{n (-1 + r^{-1+n} R^{1-n}) Rc}{-1+n}$  }}
Simplify[σθ]
{{Rc +  $\frac{n (-1 + r^{-1+n} R^{1-n}) Rc}{-1+n}$  }}

```

Σχήμα 3.4 Οι σχέσεις 3.4 όπως υπολογίζονται από το «Mathematica».

Στην ελαστική περιοχή, η γενική μορφή των τάσεων είναι η ακόλουθη (Καββαδάς, 2000):

$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2} \quad \text{και} \quad \sigma_\theta = A - \frac{B}{r^2}$$

Οι συντελεστές A,B προκύπτουν από τις εξής συνοριακές συνθήκες:

i) $\sigma_r = p_0$ για $r \rightarrow \infty$

ii) Στο ελαστοπλαστικό όριο ($r=r_p$), θα πρέπει οι τάσεις που προκύπτουν από τις εξισώσεις της πλαστικής περιοχής να είναι ίσες με τις τάσεις που θα προκύψουν από τις εξισώσεις της ελαστικής περιοχής (συνέχεια ακτινικών τάσεων).

$$\sigma_{r,el} = \sigma_{r,pl} \quad \text{για } r=r_p$$

iii) Ομοίως θα πρέπει να ισχύει το ίδιο και για τις εφαπτομενικές τάσεις.

$$\sigma_{\theta,el} = \sigma_{\theta,pl} \quad \text{για } r=r_p.$$

Από την πρώτη συνοριακή συνθήκη προκύπτει ότι $A = p_0$, ενώ από τις υπόλοιπες δύο προκύπτουν:

$$(2) \Rightarrow p_0 + \frac{B}{r_p^2} = \frac{R_c}{N_\phi - 1} \left[\left(\frac{r_p}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right] \quad (3.5)$$

$$(3) \Rightarrow p_0 - \frac{B}{r_p^2} = \frac{R_c}{N_\phi - 1} \left[N_\phi \cdot \left(\frac{r_p}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right] \quad (3.6)$$

Με πρόσθεση των δύο παραπάνω σχέσεων και με επίλυση της προκύπτουσας σχέσης, ως προς την ακτίνα του ελαστοπλαστικού ορίου r_p , προκύπτει:

$$\left(\frac{r_p}{R} \right)^{N_\phi - 1} = \frac{2 \cdot [p_0(N_\phi - 1) + R_c]}{(N_\phi + 1) \cdot R_c} \Rightarrow r_p = R \left\{ \frac{2 \cdot [p_0(N_\phi - 1) + R_c]}{(N_\phi + 1) \cdot R_c} \right\}^{\frac{1}{N_\phi - 1}} \quad (3.7)$$

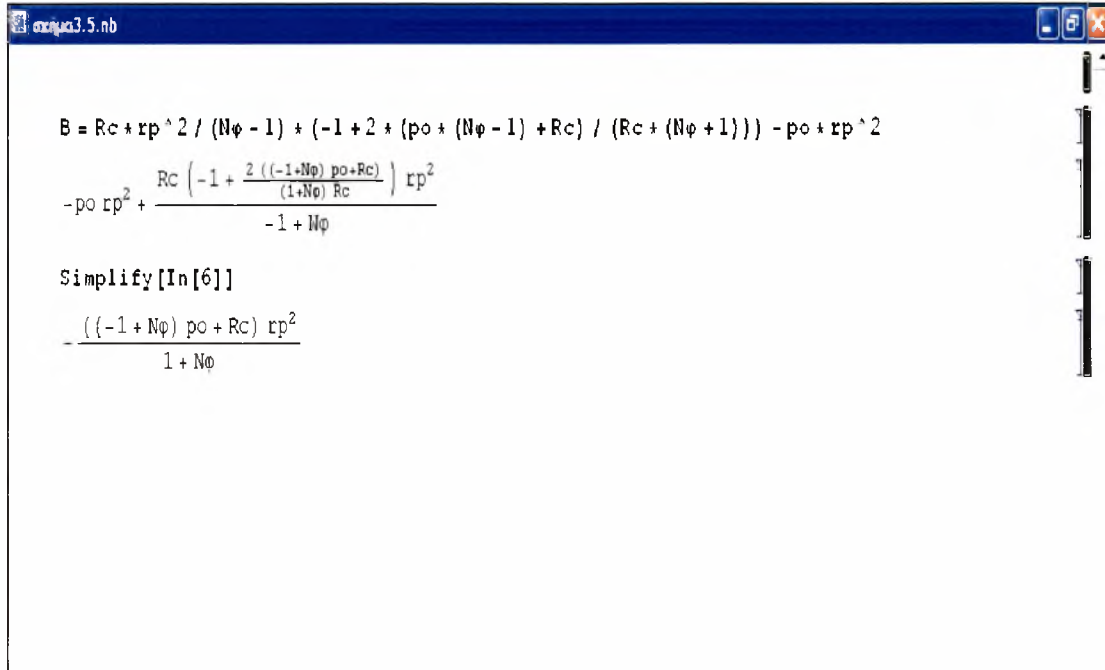
Τέλος, με αντικατάσταση του r_p στην σχέση που προέκυψε από την δεύτερη συνοριακή συνθήκη, υπολογίζεται ο συντελεστής B , με την βοήθεια του οποίου υπολογίζονται οι τάσεις στην ελαστική περιοχή.

$$B = -\frac{p_0 \cdot (N_\phi - 1) + R_c}{N_\phi + 1} \cdot r_p^2 \quad (3.8)$$

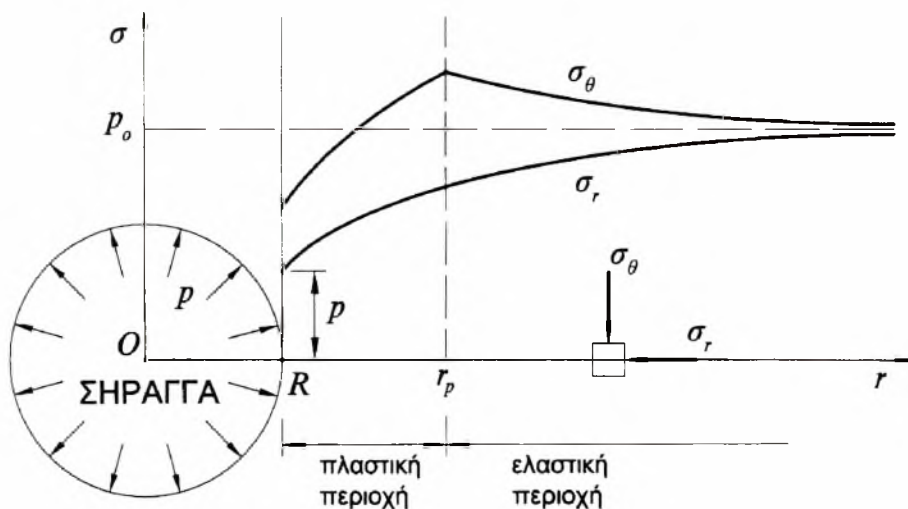
$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2} \Rightarrow \sigma_r = p_0 - \frac{p_0 \cdot (N_\phi - 1) + R_c}{N_\phi + 1} \cdot \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \quad (3.9)$$

$$\sigma_\theta = A - \frac{B}{r^2} \Rightarrow \sigma_\theta = p_0 + \frac{p_0 \cdot (N_\phi - 1) + R_c}{N_\phi + 1} \cdot \left(\frac{r_p}{r} \right)^2$$

Μία τυπική απεικόνιση των τάσεων, σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις, τόσο για την ελαστική, όσο και για την πλαστική περιοχή, φαίνεται στο σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.5 Η απλοποιημένη μορφή της σχέσης 3.8 όπως προέκυψε από το «Mathematica».



Σχήμα 3.6 Σχηματική απεικόνιση των τάσεων συναρτήσει της απόστασης από την εκσκαφή σε ελαστοπλαστικό μέσο.

3.2 Κινηματικό πεδίο περιβάλλουσας βραχομάζας

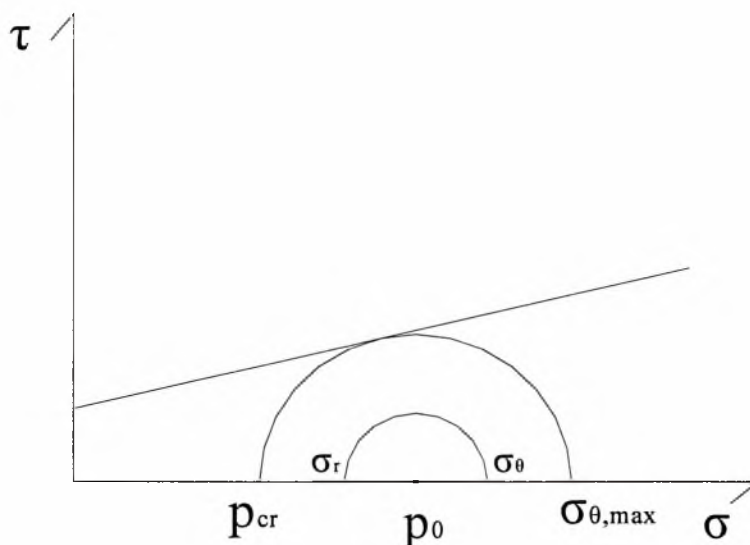
Για τον υπολογισμό του εντατικού πεδίου της βραχομάζας, χρησιμοποιείται το κριτήριο αστοχίας κατά Mohr-Coulomb, το οποίο εκφράζεται με τη σχέση:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_r \cdot N_{\phi} + 2 \cdot c \cdot \sqrt{N_{\phi}} = \sigma_r \cdot N_{\phi} + R_c \quad (3.10)$$

Μια άλλη έκφραση του ίδιου κριτηρίου, δίνεται από την εξής εξίσωση:

$$\frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{2} = p_0 \cdot \sin \phi + c \cdot \cos \phi \quad (3.11)$$

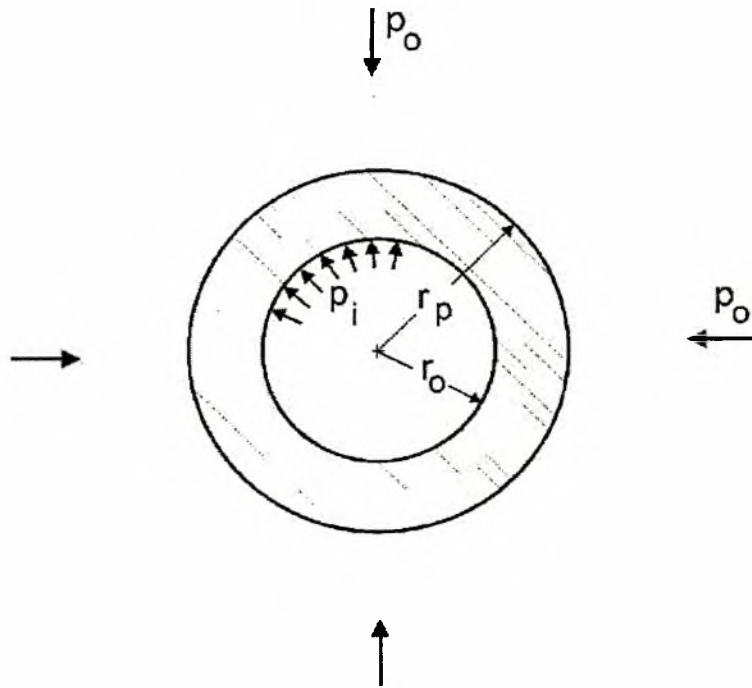
Για να παραμείνει η βραχομάζα στην ελαστική περιοχή, θα πρέπει να ασκηθεί στην εκσκαφή εσωτερική πίεση μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή της p_{cr} .



Σχήμα 3.7 Κύκλοι του Mohr στους οποίους το έδαφος παραμένει στην ελαστική περιοχή.

Η τιμή αυτή της πίεσης ονομάζεται κρίσιμη εσωτερική πίεση (p_{cr}) και υπολογίζεται με τη βοήθεια των σχέσεων (3.10), (3.11).

$$p_{cr} = p_0 \cdot (1 - \sin \phi) - c \cdot \cos \phi = \left(p_0 - \frac{R_c}{2} \right) \cdot (1 - \sin \phi) \quad (3.12)$$



Σχήμα 3.8 πλαστικοποιημένη ζώνη γύρω από κυκλική σήραγγα.

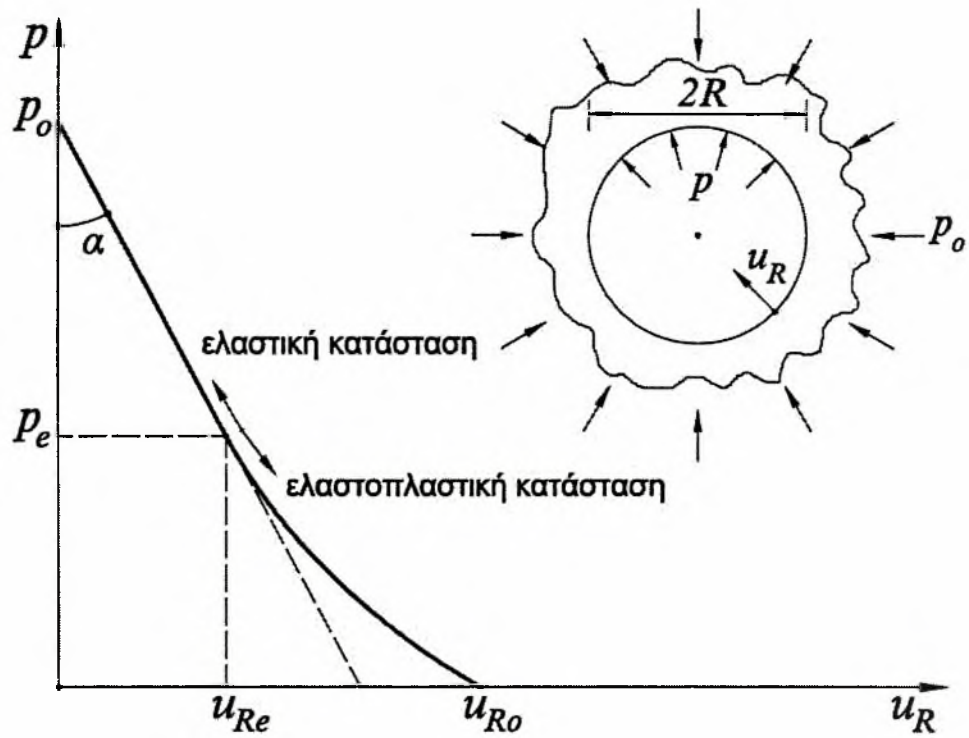
Αν η εσωτερικά ασκούμενη πίεση p_i είναι μικρότερη από την p_{cr} , τότε η βραχομάζα πλαστικοποιείται και η σύγκλιση της σήραγγας δίδεται από την σχέση (Hoek 2000):

$$u_i = \frac{R \cdot (1 + \nu)}{E} \cdot \left[2 \cdot (1 - \nu) \cdot (p_o - p_{cr}) \left(\frac{r_p}{R} \right)^2 - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot (p_o - p_i) \right] \quad (3.13)$$

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, βρέθηκε ότι αν η βραχομάζα παραμένει στην ελαστική περιοχή ($p_i > p_{cr}$), τότε η σύγκλιση της σήραγγας δίδεται από την σχέση:

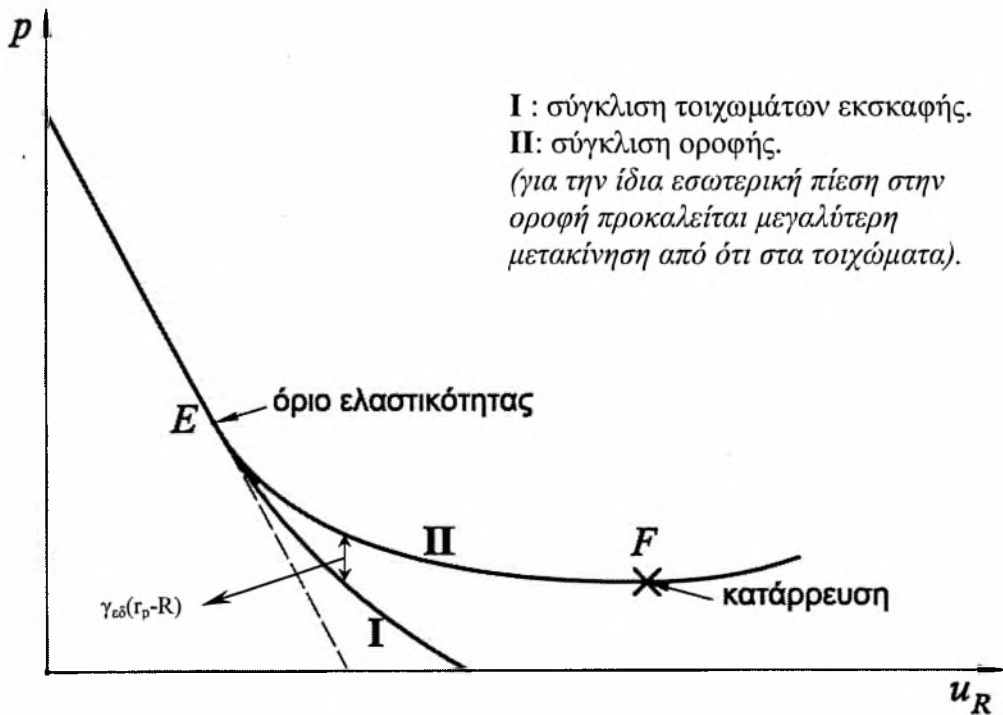
$$u_r = \frac{1 + \nu}{E} \cdot (p_o - p_i) \cdot \frac{R^2}{r} \quad (3.14)$$

Οριακή ισορροπία έχουμε στην περίπτωση που ισχύει $p_{cr} = p_i$ και για τον υπολογισμό της σύγκλισης μπορεί να χρησιμοποιηθούν και οι δύο παραπάνω σχέσεις.



Σχήμα 3.9 Διάγραμμα σύγκλισης.

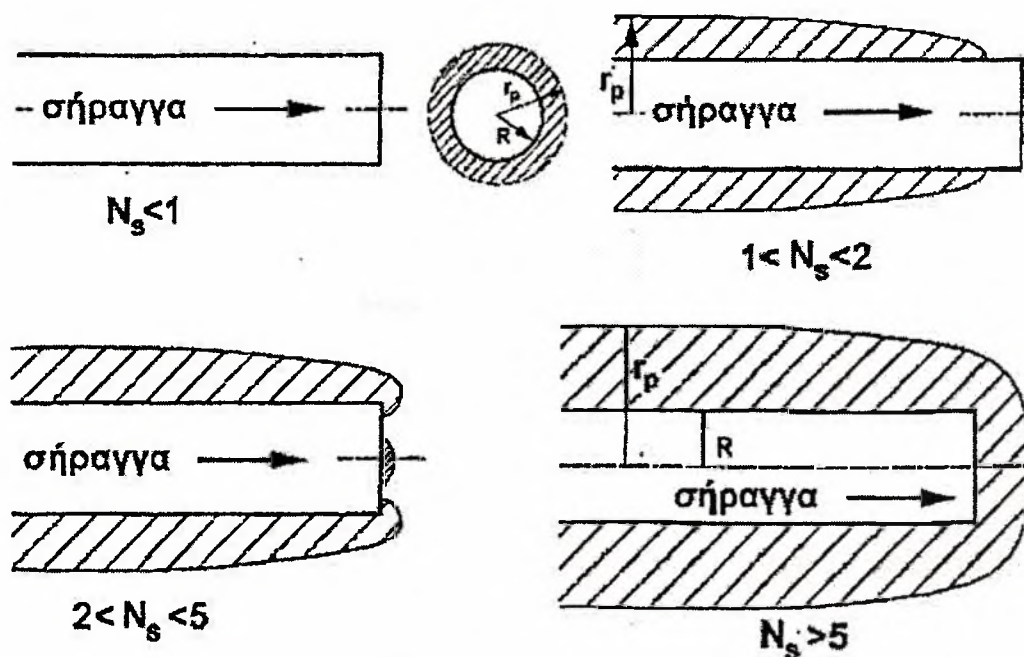
Στην περίπτωση που για τον υπολογισμό της σύγκλισης, δεν γίνει η παραδοχή ότι το έδαφος είναι αβαρές, τα τοιχώματα της εκσκαφής έχουν διαφορετική καμπύλη σύγκλισης από την οροφή της, εξαιτίας του ιδιοβάρους της πλαστικοποιημένης ζώνης πάνω από αυτήν. Στο σχήμα 3.10 απεικονίζονται στο ίδιο διάγραμμα η σύγκλιση της οροφής και των τοιχωμάτων μιας σήραγγας.



Σχήμα 3.10 Καμπύλη σύγκλισης τοιχωμάτων και οροφής μιας εκσκαφής.

Η τιμή της σύγκλισης που θα πραγματοποιηθεί σε μία σήραγγα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό, όπως φαίνεται από τα παραπάνω, από την ζώνη πλαστικοποίησης της εκσκαφής. Έτσι, όσο μεγαλύτερη είναι η ζώνη αυτή (δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το r_p), τόσο μεγαλύτερες καθιζήσεις θα πραγματοποιηθούν στην περιοχή. Για το εύρος της πλαστικοποιημένης ζώνης σε μια εκσκαφή, καθοριστικό ρόλο παίζει ο συντελεστής υπερφόρτισης του εδάφους που ορίζεται από τον λόγο $N_s = \frac{2 \cdot p_0}{R_c}$.

Εκτιμάται ότι σε περιπτώσεις βραχιδών σχηματισμών σε ανυποστήρικτη σήραγγα, των οποίων η αντοχή σε ανεμπόδιση θλίψη είναι τουλάχιστον διπλάσια της αρχικής εντατικής κατάστασης p_0 ($N_s \leq 1$), δεν παρατηρείται πλαστικοποίηση της εκσκαφής και η σήραγγα παραμένει στην ελαστική ζώνη. Στην αντίθετη περίπτωση, αν η τιμή της R_c , είναι μικρότερη από το 40% της p_0 ($N_s \geq 5$), τότε η ζώνη πλαστικοποίησης μεγαλώνει εκθετικά, και ο κίνδυνος κατάρρευσης της εκσκαφής είναι ορατός. Τα παραπάνω απεικονίζονται σχηματικά στο ακόλουθο σχήμα (Κωμοδρόμος Αιμ.).



Σχήμα 3.11 Επιρροή του N_s στο εύρος της πλαστικοποιημένης ζώνης.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

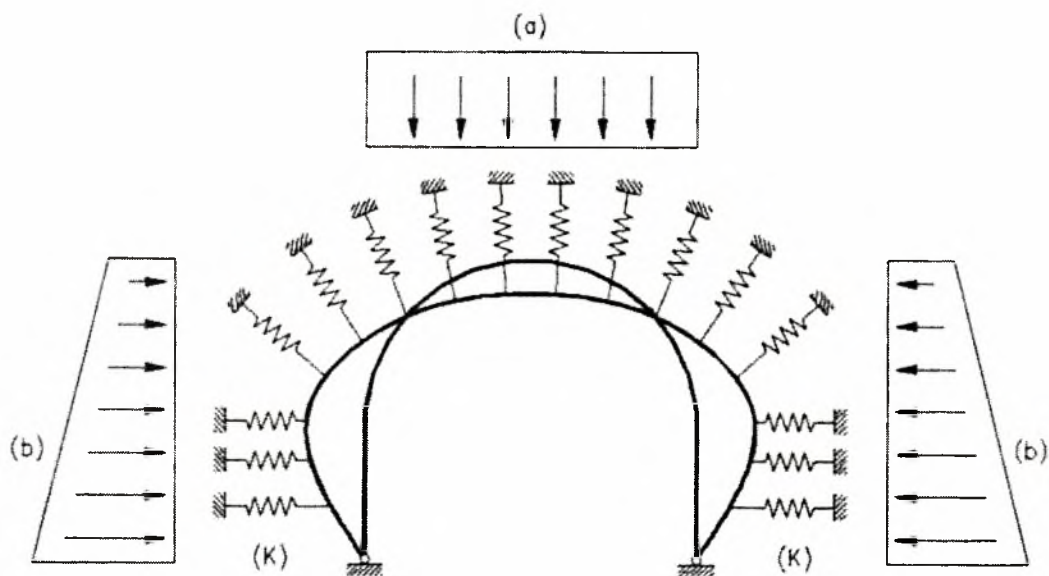
Αριθμητικές μέθοδοι υπολογισμού

4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Οι πρώτες εφαρμογές των αριθμητικών μεθόδων σε γεωτεχνικά προβλήματα εμφανίστηκαν αμέσως μετά την ανάπτυξη της αντίστοιχης μεθοδολογίας σε άλλα εφαρμοσμένα πεδία, όπως για παράδειγμα στην ρευστομηχανική. Τα πρώτα γεωτεχνικά έργα τα οποία αποτέλεσαν πεδίο εφαρμογής των αριθμητικών μεθόδων είναι οι σήραγγες. Οι πρώτες προσπάθειες αναλυτικής προσέγγισης του προβλήματος της κατασκευής και του υπολογισμού των σηράγγων έγιναν με θεώρηση σημαντικότερων απλουστεύσεων (υπεραπλουστεύσεων) ως προς την μορφή του προβλήματος και την συμπεριφορά των συστατικών υλικών (μέθοδοι των Terzaghi, Protodiakonov, Lauffer). Οι προσεγγίσεις αυτές εξέταζαν την ισορροπία στερεού σώματος χωρίς να είναι σε θέση να δώσουν πληροφορίες για την αναμενόμενη μεταβολή του εντατικού και κινηματικού πεδίου. Επόμενη φάση αποτελεί η χρήση αναλυτικών εξισώσεων για τον υπολογισμό των σηράγγων με θεώρηση του προβλήματος ως κυκλική διατομή, του εδαφικού υλικού ως ομογενές ισότροπο και της αρχικής εντατικής κατάστασης χωρίς μεταβολή καθ' ύψος. Με τον τρόπο αυτό δίνονται επιλύσεις για συγκεκριμένο εξεταζόμενο σημείο. Στις επιλύσεις αυτές, αντί των μέτρων υποστήριξης, θεωρείται η αντίστοιχη εσωτερική πίεση υποστήριξης.

Η πρώτη εφαρμογή της αριθμητικής ανάλυσης εμφανίζεται με την χρήση ελατηριακών σταθερών προσομοίωσης της απόκρισης του περιβάλλοντος εδάφους, ενώ η φόρτιση προσομοιάζεται με διαγράμματα γεωστατικών ωθήσεων, (βλέπε σχήμα 4.1). Η προσέγγιση παραβλέπει σημαντικά καθοριστικά σημεία του πραγματικού προβλήματος. Η προσομοίωση της αλληλεπίδρασης εδάφους και μέτρων υποστήριξης είναι πρακτικά περιορισμένη, τόσο ως προς την παρακολούθηση των φάσεων κατασκευής, όσο και ως προς την απόκριση του εδαφικού υλικού. Συγκεκριμένα, κάθε

ελατηριακή σταθερά παρουσιάζει πρακτικά διαφορετική συμπεριφορά, εξαρτώμενη όχι μόνο από την δυσκαμψία των μέτρων άμεσης υποστήριξης, αλλά και από την διαδρομή τάσεων του περιβάλλοντος εδάφους, η οποία εντούτοις δεν αποτελεί μέρος της διακριτοποίησης στην δεδομένη ανάλυση. Σημαντικό επίσης μειονέκτημα της προσέγγισης αυτής αποτελεί το γεγονός ότι τα αποτελέσματα της ανάλυσης δεν είναι ικανοποιητικά για την πραγματοποίηση αντίστροφης ανάλυσης. Η χρησιμότητά της συνίσταται ουσιαστικά στην ελαχιστοποίηση του όγκου υπολογισμών που απαιτεί η διαστασιολόγηση του έργου, με παράλειψη αρκετών παραμέτρων του προβλήματος, με άγνωστα περιθώρια ασφάλειας, χωρίς να είναι γνωστή η ακρίβεια, η ασφάλεια και ο οικονομικός σχεδιασμός του έργου. Ακόμη και στην περίπτωση πλήρους ενοργάνωσης του έργου, τα αποτελέσματα της ανάλυσης δεν μπορούν πρακτικά να συγκριθούν με αυτά των μετρήσεων.



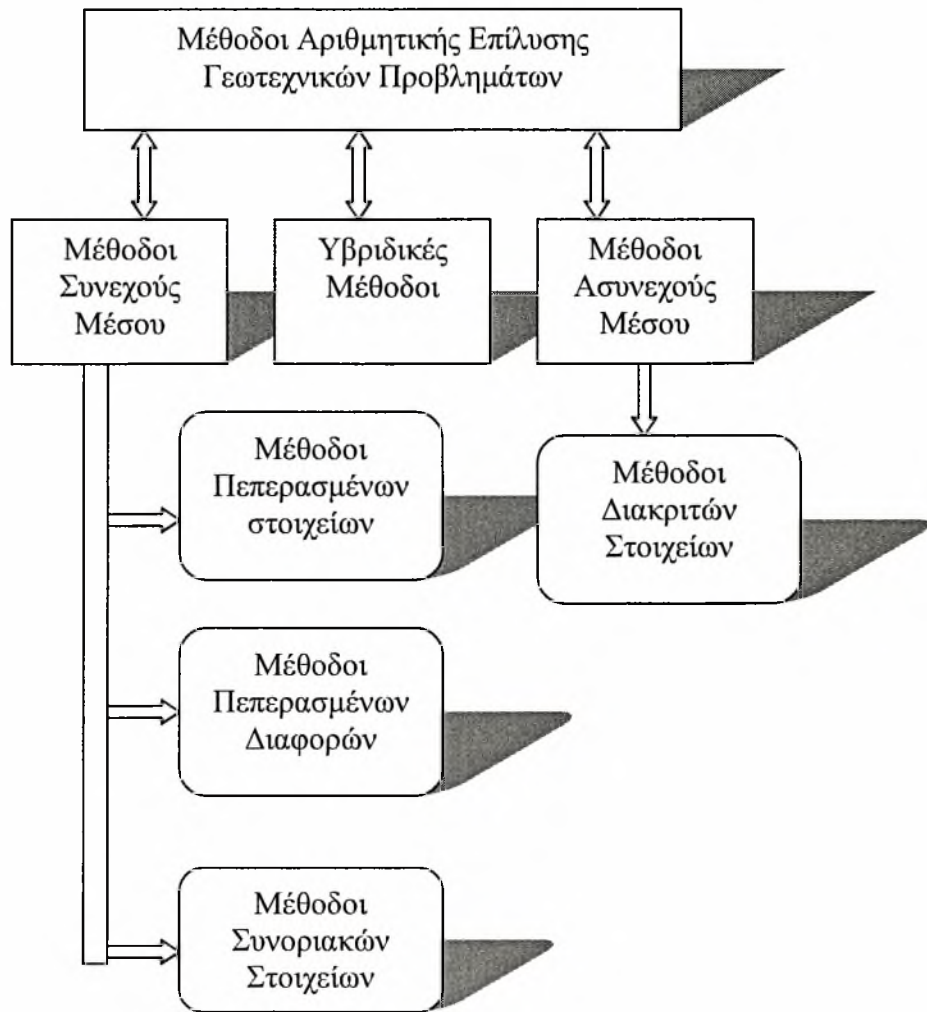
Σχήμα 4.1 Προσομοίωση σήραγγας ως υπερστατικού φορέα με χρήση ελατηριακών σταθερών για την απόκριση του περιβάλλοντος εδάφους και γεωστατικών ωθήσεων.

Η συνεχής ανάπτυξη των αριθμητικών μεθόδων (εξελιγμένοι καταστατικοί νόμοι συμπεριφοράς σε συνδυασμό με υπολογιστικά συστήματα μεγάλης ισχύος) επιτρέπει την συνεχή βελτίωση προσέγγισης του προβλήματος, παρέχοντας δυνατότητα προσομοίωσης, τόσο των διαφορετικών κατασκευαστικών φάσεων (σταδιακή εκσκαφή), όσο και του είδους των επεμβάσεων (τοποθέτηση στοιχείων δοκού ράβδου με δυνατότητα ενεργοποίησης-απενεργοποίησης και επιβολή προέντασης κατά τις διάφορες

φάσεις). Οι αριθμητικές μέθοδοι παρέχουν επίσης την δυνατότητα παρακολούθησης της εντατικής και κινηματικής κατάστασης είτε ακόμα τις διαδρομές τάσεων στα σημεία ολοκλήρωσης και καταδεικνύουν με τον τρόπο αυτό τις ασθενέστερες ζώνες, όπου και αν χρειάζεται άμεση υποστήριξη, καθώς και πιθανές αυτοφερόμενες ζώνες όπου δεν απαιτείται λήψη ειδικών μέτρων υποστήριξης (Κωμοδρόμος Αιμ., 2001).

Η χρήση αριθμητικών μεθόδων επομένως αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για τον μηχανικό, αφενός μεν κατά την φάση σχεδιασμού, αφετέρου δε κατά τη φάση εκτέλεσης ενός υπόγειου έργου, με τη προϋπόθεση ότι εφαρμόζεται σωστά, δηλαδή λαμβάνονται υπόψη κατά περίπτωση οι δυνατότητες και οι περιορισμοί της κάθε μεθόδου. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι καμία από τις μεθόδους δεν θεωρείται κατάλληλη για την επίλυση του συνόλου των προβλημάτων. Η κάθε μια παρουσιάζει θετικά και αρνητικά στοιχεία ως προς την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Έτσι, πολλές φορές είναι απαραίτητος ο συνδυασμός ή η σύγκριση περισσότερων της μιας μεθόδων, για την επίτευξη του καλύτερου αποτελέσματος. Χαρακτηριστικά αναφέρονται μερικές από τις αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση γεωτεχνικών προβλημάτων (Αγιουτάντης Ζαχ. 2002).

- Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (**Finite Element Method**)
- Μέθοδος των περασμένων διαφορών (**Finite Difference Method**)
- Μέθοδος των συνοριακών στοιχείων (**Boundary Element Method**)
- Μέθοδος των διακριτών (ή διακεκριμένων) στοιχείων (**Distinct Element Method**)
- Υβριδικές μέθοδοι (**Hybrid Methods**), οι οποίες συνδυάζουν χαρακτηριστικά από δύο ή περισσότερες μεθόδους.

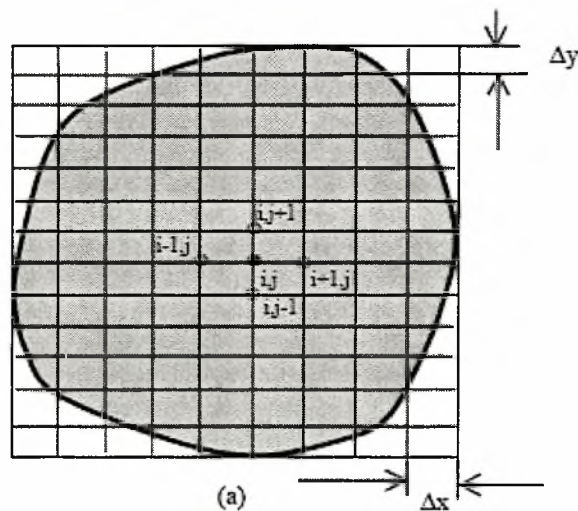


Σχήμα 4.2 Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης γεωμηχανικών προβλημάτων.

4.1 Σύγκριση μεθόδων FDM - FEM

Οι δύο κυριότερες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η πρώτη είναι η παλαιότερη αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων, έχοντας δεδομένες τις αρχικές τιμές των συνοριακών συνθηκών. Στην μέθοδο αυτή ο υπό μελέτη χώρος διαιρείται σε έναν ομοιόμορφο κάνναβο, έτσι ώστε να σχηματιστούν κελιά συνήθως του ίδιου μεγέθους. Η διαφορική εξίσωση εκφράζεται με βάση την τιμή της συνάρτησης σε κάθε σημείο του καννάβου, καθώς και τις παραγώγους της συνάρτησης γύρω από κάθε σημείο. Οι άγνωστες ποσότητες υπολογίζονται σε κάθε σημείο του καννάβου με την επίλυση του αντίστοιχου αλγεβρικού

συστήματος εξισώσεων. Αντίθετα, στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ο υπό μελέτη χώρος διαιρείται σε επιμέρους τμήματα (πεπερασμένα στοιχεία). Ο αριθμός των διαστάσεων των στοιχείων αυτών είναι συνήθως αντίστοιχος με τον αριθμό των διαστάσεων του υπό μελέτη χώρου και το κάθε στοιχείο αποτελείται από κόμβους. Η συμπεριφορά του κάθε τμήματος περιγράφεται μέσα από διαφορικές εξισώσεις. Οι άγνωστες ποσότητες υπολογίζονται στους κόμβους του καννάβου των πεπερασμένων στοιχείων και μέσω γραμμικών ή μη γραμμικών συναρτήσεων παρεμβολής υπολογίζονται στα υπόλοιπα σημεία του μέσου.



Σχήμα 4.3 Κάνναβος πεπερασμένων διαφορών με τετραεδρικά στοιχεία.

Και οι δύο μέθοδοι έχουν ως αποτέλεσμα ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων, το οποίο και επιλύουν. Παρόλο όμως που οδηγούνται στις εξισώσεις αυτές με διαφορετικό τρόπο, οι τελικές εξισώσεις είναι οι ίδιες και στις δύο μεθόδους. Δεν έχει νόημα επομένως η σύγκριση για το ποια μέθοδος είναι καλύτερη, αφού και οι δύο οδηγούν στις ίδιες εξισώσεις.

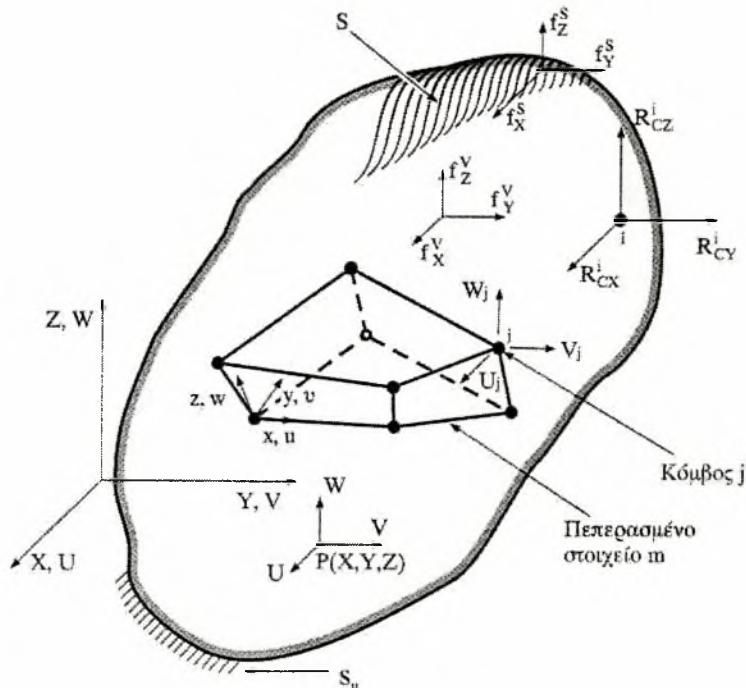
Εντούτοις κατά την διάρκεια των ετών ορισμένες μεθοδολογίες έχουν συνδεθεί άμεσα με κάποια από τις δύο μεθόδους, όπως για παράδειγμα το ότι τα πεπερασμένα στοιχεία κατασκευάζουν ένα υπερμητρώο δυσκαμψίας που περιέχει μέσα του όλα τα επιμέρους μητρώα δυσκαμψίας των επιμέρους στοιχείων και κάθε φορά που χρειάζεται το ανακαλούν (Implicit method), ενώ κάτι τέτοιο δεν γίνεται στην μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, καθώς το μητρώο δυσκαμψίας υπολογίζεται σε κάθε βήμα (Explicit method). Αυτό καθιστά και την Μ.Π.Σ. πιο γρήγορη σε σχέση με την Μ.Π.Δ. σε στατικά προβλήματα στα οποία η δυσκαμψία του μέσου παραμένει σταθερή, ενώ ο

χρόνος που απαιτούν οι δύο μέθοδοι σε σύνθετα προβλήματα μη γραμμικά, είναι ο ίδιος. Επίσης, αυτή η ιδιότητα της Μ.Π.Σ. απαιτεί μεγάλο αποθηκευτικό χώρο (υπολογιστή με μεγάλη μνήμη), για να μπορεί να αποθηκευτεί το υπερμητρώο δυσκαμψίας και κάθε φορά που χρειάζεται να ανακαλείται, σε αντίθεση με την Μ.Π.Δ. που δεν έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις.

4.2 Θεωρία αριθμητικών μεθόδων

Ο φορέας του σχήματος 4.4 στηρίζεται στην επιφάνεια S_u με καθορισμένες μετατοπίσεις $\{D^{su}\}$ και υποβάλλεται στις επιφανειακές δράσεις $\{f^s\}$ (δράσεις ανά μονάδα επιφάνειας) στην περιοχή επιφάνειας S . Επιπλέον ο φορέας υποβάλλεται σε μαζικές δράσεις $\{f^v\}$ (δράσεις ανά μονάδα όγκου) και στις επικόμβιες δράσεις $\{R_c^i\}$ στον κόμβο i . Στο σχήμα 4.4 φαίνεται επίσης το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πεπερασμένου στοιχείου m . Τα διανύσματα των εξωτερικών δράσεων ορίζονται από τις σχέσεις:

$$\{R_c^i\} = \begin{pmatrix} R_{cx}^i \\ R_{cy}^i \\ R_{cz}^i \end{pmatrix}, \quad \{f^v\} = \begin{pmatrix} f_x^v \\ f_y^v \\ f_z^v \end{pmatrix}, \quad \{f^s\} = \begin{pmatrix} f_x^s \\ f_y^s \\ f_z^s \end{pmatrix} \quad (4.1)$$



Σχήμα 4.4 Ολόσωμος τριδιάστατος φορέας διακριτοποιημένος με εξαεδρικά πεπερασμένα στοιχεία οκτώ κόμβων.

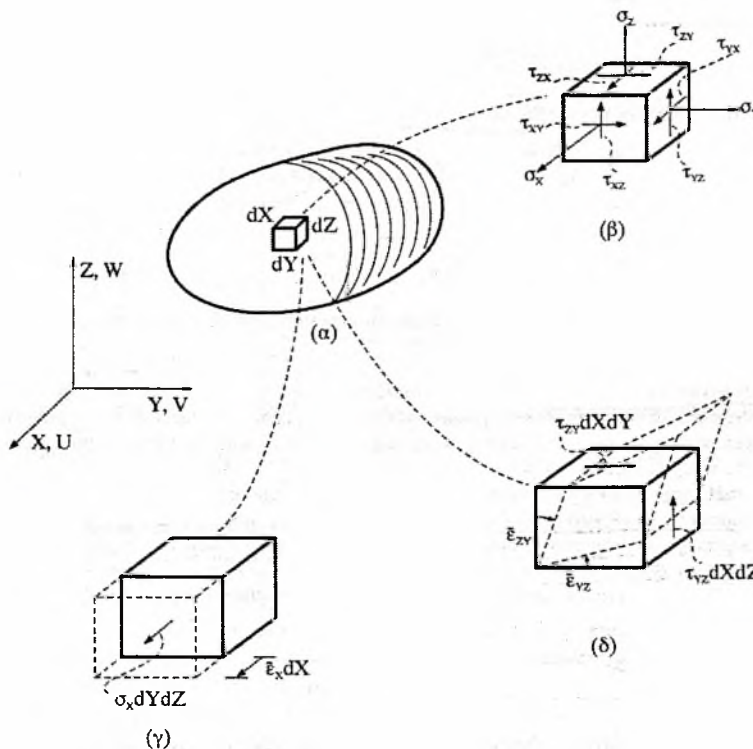
Οι μετατοπίσεις ενός τυχαίου σημείου $P(X,Y,Z)$ του φορέα, ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων XYZ εκφράζονται από το διάνυσμα:

$$\{U(X,Y,Z)\} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

ενώ οι επικόμβιες μετατοπίσεις όλων των κόμβων του φορέα εκφράζονται από το διάνυσμα $\{D\} = [U_1 V_1 W_1 \quad U_2 V_2 W_2 \quad \dots]^T$.

4.2.1. Τάσεις και παραμορφώσεις

Οι τάσεις οι οποίες ασκούνται σε ένα στοιχειώδες ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο $dX-dY-dZ$ στην τριδιάστατη ελαστικότητα φαίνονται στο σχήμα 4.5.



Σχήμα 4.5 (α) Ολόσωμος τριδιάστατος φορέας, (β) στερεό τάσεων, (γ) ορθή δυνατή παραμόρφωση, (δ) διατμητική δυνατή παραμόρφωση.

Λόγω του ότι ισχύουν οι σχέσεις $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ και $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, η εντατική κατάσταση σε οποιοδήποτε σημείο του φορέα προσδιορίζονται από τις έξι συνιστώσες της τάσης σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} , οι οποίες και καθορίζουν το διάνυσμα των τάσεων $\{\sigma\}$:

$$\{\sigma\} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}]^T \quad (4.3)$$

Κατ' αναλογία προς τις τάσεις, η κατάσταση της παραμόρφωσης ενός σημείου του φορέα προσδιορίζεται από τις αντίστοιχες έξι συνιστώσες της παραμόρφωσης, οι οποίες και ορίζουν το διάνυσμα των ανηγμένων παραμορφώσεων $\{\varepsilon\}$:

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}]^T \quad (4.4)$$

όπου γ_{ij} είναι οι τεχνικές ανηγμένες διατμητικές παραμορφώσεις (engineering shear strain): $\gamma_{xy} = 2 \varepsilon_{xy}$, $\gamma_{yz} = 2 \varepsilon_{yz}$, $\gamma_{zx} = 2 \varepsilon_{zx}$

4.2.2. Αρχή των δυνατών έργων

Προκειμένου να διατυπωθεί η εξίσωση ισορροπίας του φορέα που φορτίζεται με τα εξωτερικά φορτία $\{f^S\}$, $\{f^V\}$, $\{R^i_C\}$ όπου $i=1,2$, θα εφαρμοστεί η αρχή των δυνατών μετατοπίσεων, η οποία ονομάζεται και αρχή δυνατών έργων. Θα θεωρήσουμε ότι το υλικό είναι γραμμικώς ελαστικό και ότι επικρατούν συνθήκες μικρών μετατοπίσεων, οπότε οι εξισώσεις ισορροπίας μπορούν να διατυπωθούν στη γεωμετρία του απαραμόρφωτου φορέα.

Η αρχή των δυνατών μετατοπίσεων διατυπώνεται ως εξής: *Όταν ένας φορέας φορτίζεται με εξωτερικά φορτία και ισορροπεί, τότε για οποιαδήποτε «μικρή» δυνατή παραμόρφωση του φορέα, συμβιβαστή με τις συνθήκες στηρίζεώς του, το δυνατό έργο των εσωτερικών δυνάμεων ισούται με το δυνατό έργο των εξωτερικών δυνάμεων.*

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5 το δυνατό έργο της ορθής δύναμης $\sigma_x dYdZ$ για μια δυνατή μετατόπιση της έδρας $dY-dZ$ κατά $\bar{\epsilon}_x dX$ ισούται με (Παπαδρακάκης Μ., 2001):

$$\bar{\epsilon}_x dX \sigma_x dYdZ = \bar{\epsilon}_x \sigma_x dV \quad (4.5)$$

ενώ το δυνατό έργο των διατμητικών δυνάμεων $\tau_{YZ}dXdZ$ και $\tau_{ZY}dYdX$ δίνεται από το άθροισμα των γινομένων:

$$\bar{\epsilon}_{YZ} dY \tau_{YZ} dXdZ + \bar{\epsilon}_{ZY} dZ \tau_{ZY} dXdY \quad (4.6)$$

ή

$$2\bar{\epsilon}_{YZ} \tau_{YZ} dV = \bar{\gamma}_{YZ} \tau_{YZ} dV \quad (4.7)$$

Επομένως το συνολικό δυνατό έργο των δυνάμεων που δρουν στο στοιχειώδες παραλληλεπίπεδο ισούται με:

$$dW_{int} = (\bar{\epsilon}_x \sigma_x + \bar{\epsilon}_y \sigma_y + \bar{\epsilon}_z \sigma_z + \bar{\gamma}_{xy} \tau_{xy} + \bar{\gamma}_{yz} \tau_{yz} + \bar{\gamma}_{zx} \tau_{zx}) dV \quad (4.8)$$

ή

$$dW_{int} = \{\bar{\epsilon}\}^T \{\sigma\} dV \quad (4.9)$$

Για όλον το φορέα το δυνατό έργο των εσωτερικών δυνάμεων ισούται με:

$$W_{int} = \int \{\bar{\epsilon}\}^T \{\sigma\} dV \quad (4.10)$$

Το δυνατό έργο των εξωτερικών δυνάμεων θα αποτελείται από το έργο των επιφανειακών δυνάμεων, το έργο των μαζικών δυνάμεων και το έργο των επικόμβιων δυνάμεων:

$$W_{ext} = \int_V \{\bar{U}\}^T \{f^V\} dV + \int_s \{\bar{U}^s\}^T \{f^s\} dS + \{\bar{D}\}^T \{R_c\} \quad (4.11)$$

όπου $\{\bar{U}\}$ είναι το διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου $P(X,Y,Z)$ του φορέα, $\{U^S\}$ είναι το διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου της φορτιζόμενης επιφάνειας S , και $\{D\}$, $\{R_C\}$ είναι τα διανύσματα των δυνατών επικόμβιων μετατοπίσεων και επικόμβιων δράσεων του φορέα, αντίστοιχα. Η εξίσωση της αρχής των δυνατών έργων γράφεται:

$$W_{int} = W_{ext}$$

ή

$$\int_V \{\bar{\epsilon}\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\bar{U}\}^T \{f^V\} dV + \int_S \{\bar{U}^S\}^T \{f^S\} dS + \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \quad (4.12)$$

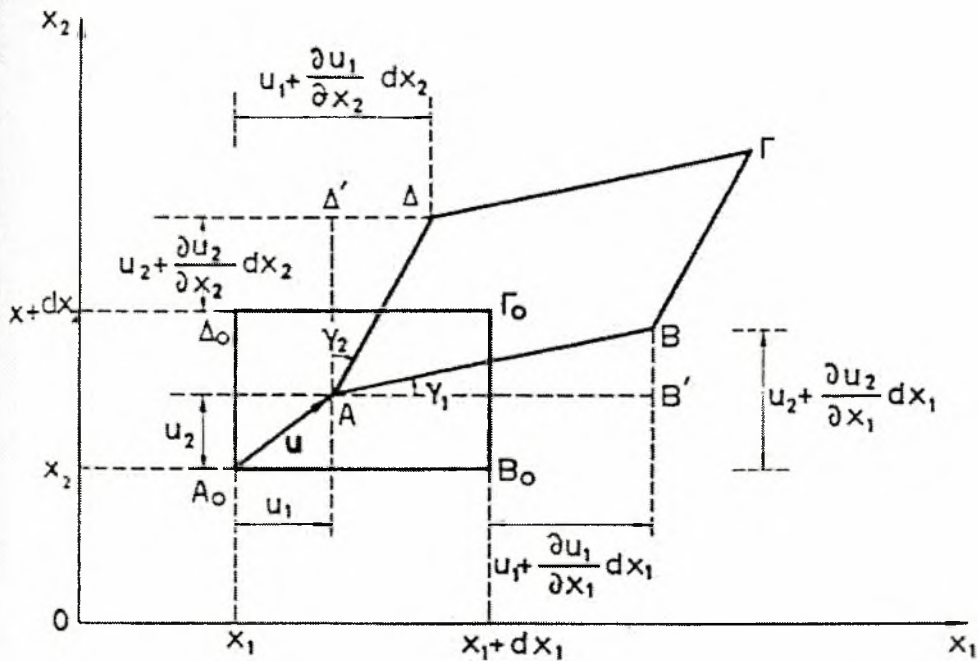
Στην εξίσωση (4.12) έχουμε θεωρήσει ότι οι τάσεις $\{\sigma\}$ αντιστοιχούν στις τάσεις που ισορροπούν τα εξωτερικά φορτία. Οι δυνατές μετατοπίσεις $\{\bar{U}\}$ αντιπροσωπεύουν ένα συνεχές πεδίο δυνατών μετατοπίσεων, συμβιβαστό με τις συνθήκες στηρίξεως του φορέα ($\{\bar{U}\} = 0$ στις στηρίξεις S_u), από το οποίο προσδιορίζονται οι δυνατές ανηγμένες παραμορφώσεις $\{\bar{\epsilon}\}$.

4.2.3 Προσδιορισμός μητρώου δυσκαμψίας ομογενούς στοιχείου

Η διατύπωση των σχέσεων ανηγμένων παραμορφώσεων - μετατοπίσεων αποτελεί ένα σημαντικό βήμα για τον προσδιορισμό του μητρώου δυσκαμψίας των πεπερασμένων στοιχείων. Συνήθως διατυπώνονται στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, αλλά μπορούν επίσης να διατυπωθούν και σε άλλα συστήματα ή με άλλους τρόπους πέραν του κλασικού.

Ας εξετάσουμε ένα στοιχείο $A_0B_0\Gamma_0\Delta_0$ του απαραμόρφωτου σώματος (Σ_0). Έστω dx_1 , dx_2 τα μήκη του ορθογωνίου. Οπότε οι συντεταγμένες των κορυφών του θα είναι:

$$A_0: (x_1, x_2) \quad B_0: (x_1+dx_1, x_2) \quad \Gamma_0: (x_1+dx_1, x_2+dx_2) \quad \Delta_0: (x_1, x_2+dx_2)$$



Σχήμα 4.6 Παραμόρφωση στοιχειώδους ορθογωνίου $dX-dY$.

Μετά την παραμόρφωση οι κορυφές A_0 B_0 Γ_0 Δ_0 μετατοπίζονται στα σημεία A, B, Γ, Δ που θα έχουν συντεταγμένες (Τσαμασφύρος Γ., 1990):

$$A: (x_1+u_1, x_2+u_2)$$

$$B: (x_1+dx_1+ u_1+\frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1, x_2+u_2+\frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1)$$

$$\Gamma: (x_1+dx_1+ u_1+\frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1+\frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2, x_2+dx_2+u_2+\frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1+\frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2)$$

$$\Delta: (x_1+u_1+\frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2, x_2+dx_2+u_2+\frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2)$$

Οπότε τα διανύσματα \mathbf{AB} και \mathbf{AD} θα έχουν συνιστώσες:

$$\mathbf{AB}=(dx_1+\frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1, \frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1) \quad \mathbf{AD}=(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2, dx_2+\frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2)$$

Η ανηγμένη παραμόρφωση ε_{11} είναι ίση επομένως με:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{(AB) - (A_0B_0)}{A_0B_0} = \frac{1}{dx_1} \sqrt{dx_1^2 \left[\left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2 \right]} - 1 = \\ &= \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2} - 1\end{aligned}$$

Δεδομένου όμως ότι τα $\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^2$ ($i=1,2$) είναι απειροστά μεγαλύτερης τάξης, μπορούν να αγνοηθούν. Οπότε παίρνοντας το ανάπτυγμα σε σειρά Taylor¹ και αγνοώντας πάλι τα απειροστά μεγαλύτερης τάξης, έχουμε:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (4.13)$$

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε την ανηγμένη παραμόρφωση ε_{22} :

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad (4.14)$$

Εκτός όμως από τις ορθές ανηγμένες παραμορφώσεις εμφανίζεται και μία διατμητική ανηγμένη παραμόρφωση $\gamma_{12} = \gamma_{21} = \gamma_1 + \gamma_2$, δηλαδή μια μεταβολή της γωνίας $\Delta_0A_0B_0$. Από το σχήμα βλέπουμε λοιπόν ότι:

$$\gamma_1 = \tan \gamma_1 = \frac{(BB')}{(AB')} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \frac{dx_1}{\left(dx_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1\right)} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \frac{1}{1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}$$

¹ Το ανάπτυγμα Taylor σε σειρά του $\sqrt{1+x}$ είναι

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3$$

Επειδή όμως το $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$ είναι πολύ μικρό εμπρός στην μονάδα, έχουμε:

$$\gamma_1 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (4.15)$$

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε:

$$\gamma_2 = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (4.16)$$

Οπότε ισχύει:
$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (4.17)$$

Κατά συνέπεια το σύνολο των σχέσεων ανηγμένων παραμορφώσεων – μετατοπίσεων, σε τρεις διαστάσεις γράφεται ως εξής:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad \gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad \gamma_{13} = \gamma_{31} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad \gamma_{23} = \gamma_{32} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}$$

Σε μητρική μορφή οι παραπάνω σχέσεις γράφονται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial x_3 \\ \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_3 & \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_3 & 0 & \partial/\partial x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\text{ή αλλιώς } \{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (4.19)$$

όπου $\{\varepsilon\}$ είναι το διάνυσμα των παραμορφώσεων, $\{u\}$ είναι το διάνυσμα των μετακινήσεων και $[B]$ το μητρώο μετασχηματισμού (transformation matrix) παραμορφώσεων (Κωμοδρόμος Αιμ., 2001).

Με βάση την συμπεριφορά του υλικού και τις ανάλογες απλοποιητικές παραδοχές, γίνεται κατάλληλη επιλογή του καταστατικού νόμου. Στην απλούστερη των περιπτώσεων που θεωρείται το υλικό ως γραμμικό και ελαστικό ισχύει η εξής σχέση:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad , \quad \text{όπου } \{\sigma\}: \text{ διάνυσμα των τάσεων} \quad (4.20)$$

Το μητρώο $[C]$ στην γενική περίπτωση, έχει την εξής μορφή:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{4.1} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}$$

Το μητρώο $[C]$ περιλαμβάνει 36 συνιστώσες. Επειδή όμως το μητρώο είναι συμμετρικό και ισχύει $C_{ij} = C_{ji}$, οι ανεξάρτητες συνιστώσες του μητρώου περιορίζονται σε 21.

Στην περίπτωση ισότροπων υλικών οι ιδιότητες των υλικών εκφράζονται με τον συνδυασμό του μέτρου ελαστικότητας E και του συντελεστή του Poisson ν . Στην περίπτωση αυτή το μητρώο $[C]$ στην τριδιάστατη ελαστικότητα δίνεται με την εξής μορφή:

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Από τις σχέσεις 4.19 και 4.20, με αντικατάσταση προκύπτει:

$$\{\sigma\} = [C][B]\{u\} \quad (4.21)$$

Με βάση την εξίσωση 4.11, το έργο των εξωτερικών δυνάμεων που παράγεται από δεδομένο διάνυσμα μετακινήσεων δίδεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$W_{\text{ext}} = \{u\}^T \{F\} \quad (4.22)$$

όπου $\{F\}$ το συνολικό διάνυσμα των επικόμβιων φορτίων.

Η εξίσωση 4.10 με βάση την 4.19 μπορεί να γραφεί και ως:

$$W_{\text{int}} = \{u\}^T \int [B]^T \{\sigma\} dV \quad (4.23)$$

Και στη συνέχεια με αντικατάσταση της σχέσης 4.21 στην 4.23 προκύπτει:

$$W_{\text{int}} = \{u\}^T \left(\int [B]^T [C] [B] dV \right) \{u\} \quad (4.24)$$

Επομένως με εξίσωση του εσωτερικού και του εξωτερικού έργου συνεπάγεται:

$$\{u\}^T \{F\} = \{u\}^T \left(\int [B]^T [C] [B] dV \right) \{u\} \quad (4.25)$$

και τελικά:

$$\{F\} = \left(\int [B]^T [C] [B] dV \right) \{u\} \quad (4.26)$$

δηλαδή ισχύει:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (4.27)$$

όπου $[K]$ το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου:

$$[K] = \int [B]^T [C] [B] dV \quad (4.28)$$

4.2.4 Κατάστρωση συναρτήσεων παρεμβολής

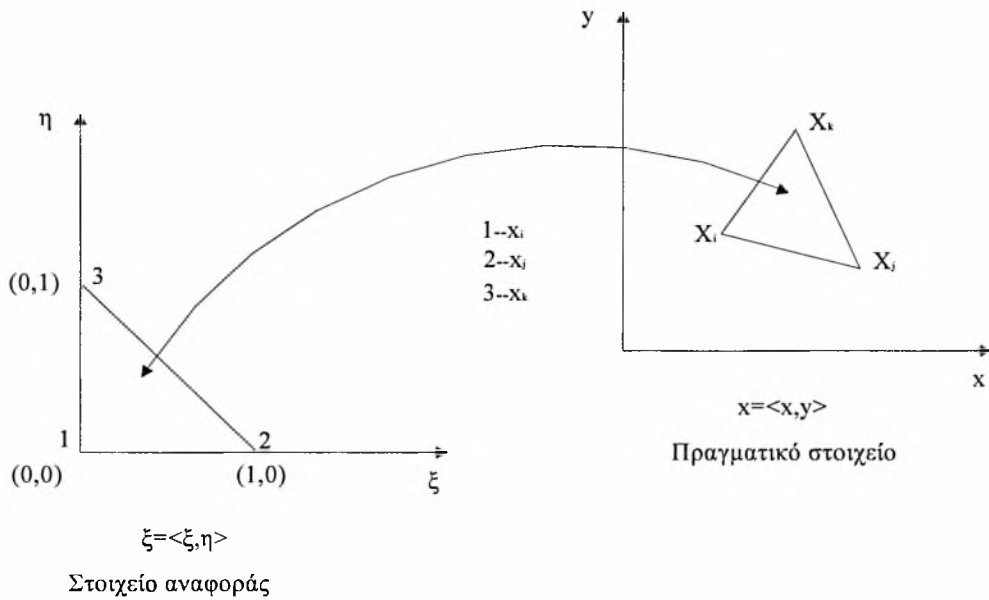
Τα πεπερασμένα στοιχεία, με στόχο την συστηματικοποίηση της διαδικασίας, ώστε για όμοιου τύπου στοιχεία¹, να χρησιμοποιούνται ίδιες συναρτήσεις παρεμβολής, κάνουν χρήση του στοιχείου αναφοράς. Κάθε στοιχείο του πραγματικού χώρου ανάγεται σε ένα και μοναδικό στοιχείο του χώρου αναφοράς. Η αναγωγή πραγματοποιείται με χρήση των συναρτήσεων γεωμετρικής μεταφοράς N_i . Κατά τη μεταφορά κάθε σημείο του πραγματικού στοιχείου απεικονίζεται σε ένα και μόνο σημείο του στοιχείου αναφοράς και αντιστρόφως. Επίσης κάθε πλευρά του στοιχείου, καθοριζόμενη από δύο κόμβους του πραγματικού στοιχείου, απεικονίζεται αμφιμονοσύμαντα από την πλευρά του στοιχείου αναφοράς που ορίζεται από τους αντίστοιχους κόμβους του στοιχείου αναφοράς.

Η τιμή κάποιας μεταβλητής σε οποιοδήποτε σημείο του στοιχείου αναφοράς δίνεται με την εξής εξίσωση (κωμοδρόμος Αιμ., 2001):

$$u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle \{a\} \quad (4.29)$$

όπου $P(\xi)$ είναι η πολυωνυμική βάση με αριθμό όρων ίσο με τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του στοιχείου αναφοράς. Για 4-κομβά στοιχεία π.χ. ισχύει: $\langle P(\xi) \rangle = \langle 1, \xi, \eta, \xi\eta \rangle$, ενώ για 8-κομβά: $\langle P(\xi) \rangle = \langle 1, \xi, \eta, \xi\eta, \xi^2, \eta^2, \xi^2\eta, \xi\eta^2 \rangle$.

¹ Ο τύπος των στοιχείων καθορίζεται από τον αριθμό των πλευρών και των κόμβων του



Σχήμα 4.7 Απεικόνιση τριγωνικού πραγματικού στοιχείου σε στοιχείο αναφοράς.

Σε κάθε κόμβο παρεμβολής n , όπου είναι γνωστή η ακριβής τιμή του u_n , η εξίσωση 4.29 παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\{u_n\} = [P_n] \{a\} \quad (4.30)$$

Με αντιστροφή του μητρώου $[P_n]$, θεωρώντας ότι είναι θετικά ορισμένο, η εξίσωση 4.30 μετατρέπεται σε:

$$\{a\} = [P_n^{-1}] \{u_n\} \quad (4.31)$$

Με αντικατάσταση επομένως της σχέσης 4.31 στην 4.29, η τιμή μιας μεταβλητής στη θέση ξ δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle [P^{-1}] \{u_n\} \quad (4.32)$$

ή

$$u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\} \quad (4.33)$$

όπου $N(\xi)$ είναι το μητρώο συναρτήσεων παρεμβολής του στοιχείου αναφοράς. Οι συναρτήσεις παρεμβολής προκύπτουν επομένως από τις πολυωνυμικές βάσεις που χαρακτηρίζουν το κάθε στοιχείο.

$$\langle N(\xi) \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P^{-1}] \quad (4.34)$$

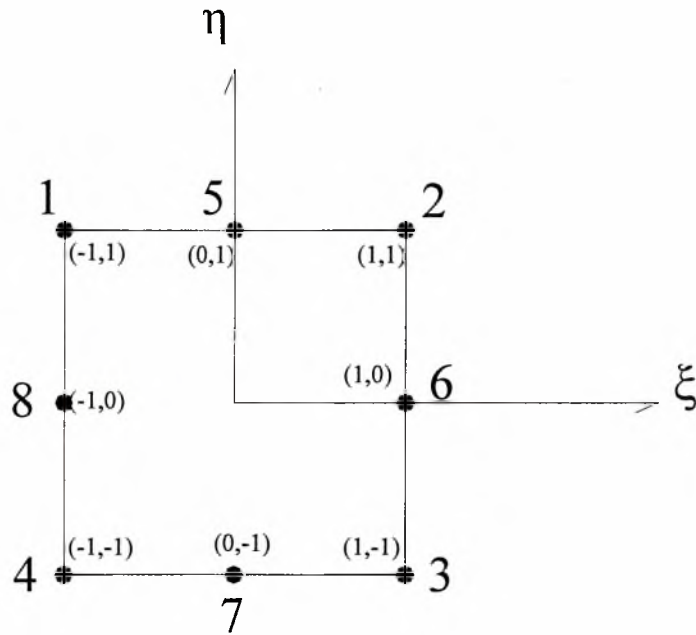
Η εφαρμογή των παραπάνω στο 8-κομβο τετραγωνικό στοιχείο του σχήματος 4.8, οδηγεί στις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \\ N_2 &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta) \\ N_3 &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta) \\ N_4 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ N_5 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2) \\ N_6 &= \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2) \\ N_8 &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) \end{aligned} \quad (4.35)$$

και για να βρεθούν οι μετακινήσεις σε ένα τυχαίο σημείο $P(x,y)$, αρκεί να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω σχέσεις (Dungar R., 1986):

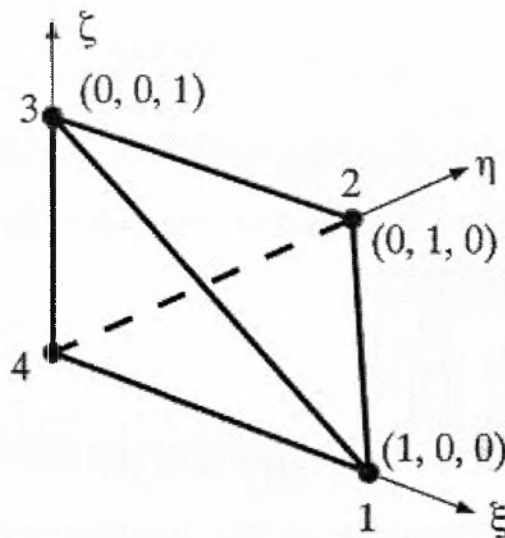
$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 + N_5 u_5 + N_6 u_6 + N_7 u_7 + N_8 u_8 \quad (4.36)$$

$$v = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 + N_5 v_5 + N_6 v_6 + N_7 v_7 + N_8 v_8 \quad (4.37)$$



Σχήμα 4.8 Στοιχείο αναφοράς δύο διαστάσεων τύπου Lagrange, οκτώ κόμβων.

Το πρόγραμμα Flac^{3D} που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα πτυχιακή εργασία χρησιμοποιεί τετραεδρικά στοιχεία.



Σχήμα 4.9 Τριδιάστατο τετραεδρικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων.

Η πολυωνυμική βάση ενός τετράεδρου με 4 κόμβους είναι η εξής:

$$\langle P \rangle = \langle 1, \xi, \eta, \zeta \rangle \quad (4.38)$$

επομένως:

$$P_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{κόμβος1} \\ \rightarrow \text{κόμβος2} \\ \rightarrow \text{κόμβος3} \\ \rightarrow \text{κόμβος4} \end{matrix} \quad (4.39)$$

Ο αντίστροφος του πίνακα P_n είναι ο εξής:

$$[P_n]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Οπότε σύμφωνα με τη σχέση 4.34 ισχύει:

$$N_1 = \xi, \quad N_2 = \eta, \quad N_3 = \zeta, \quad N_4 = 1 - \xi - \eta - \zeta$$

4.3 Επιλογή διδιάστατης-τριδιάστατης ανάλυσης

Όλα τα προβλήματα του πεδίου του πολιτικού μηχανικού είναι προβλήματα του χώρου, και απαιτούν επομένως τριδιάστατη προσέγγιση. Ωστόσο, περισσότερο χρησιμοποιούνται τα προγράμματα δύο διαστάσεων. Αυτό συμβαίνει για λόγους εξοικονόμησης χρόνου, αφού τα 3-D προγράμματα, παρόλο που είναι πιο ακριβή, απαιτούν πολύ περισσότερο χρόνο και υπολογιστική ισχύ. Η αναγωγή κάποιου προβλήματος σε καθεστώς δύο διαστάσεων πραγματοποιείται με την υιοθέτηση κάποιων απλοποιητικών παραδοχών. Οι παραδοχές αναγωγής είναι πάντα κεφαλαιώδους σημασίας και η ερμηνεία των προβλημάτων πρέπει πάντα να βρίσκεται εντός των πλαισίων παραδοχής και να μην επεκτείνεται πέρα αυτών.

Οι παραδοχές αυτές απαντούν στα ερωτήματα κατά πόσον (Κωμοδρόμος Αιμ., 2001):

- Οι παραμορφώσεις κάθετα στο εξεταζόμενο επίπεδο είναι μηδενικές (καθεστώσ επίπεδης παραμόρφωσης)
- Οι τάσεις κάθετα στο εξεταζόμενο επίπεδο είναι μηδενικές (καθεστώσ επίπεδης έντασης)
- Επικρατεί συμμετρία ως προς δεδομένο άξονα (καθεστώσ αξονοσυμμετρίας)
- Επικρατεί συνδυασμός καθεστώσ επίπεδης παραμόρφωσης και επίπεδης έντασης.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι καλό είναι να χρησιμοποιούνται, όπου αυτό είναι εφικτό, προγράμματα τριδιάστατης ανάλυσης, εκτός και αν στο υπό μελέτη πρόβλημα, ισχύει κάποια από τις παραπάνω παραδοχές, οπότε και κάποιο διδιάστατο πρόγραμμα, με την κατάλληλη αντιμετώπιση, δίνει ακριβή αποτελέσματα. Το πρόβλημα των σηράγγων όμως, είναι ένα καθαρά τριαξονικό πρόβλημα. Οι προσεγγίσεις με κάποια από τις παραπάνω παραδοχές πρέπει να γίνουν με ιδιαίτερα μεγάλη προσοχή (μεταβάλλοντας την τιμή του K , όταν το επίπεδο που μελετάται βρίσκεται πολύ κοντά στο μέτωπο εκσκαφής για παράδειγμα) και τα αποτελέσματα των μεθόδων αυτών δεν είναι ακριβή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Παραδείγματα - εφαρμογές

5. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

5.1 Γενικά

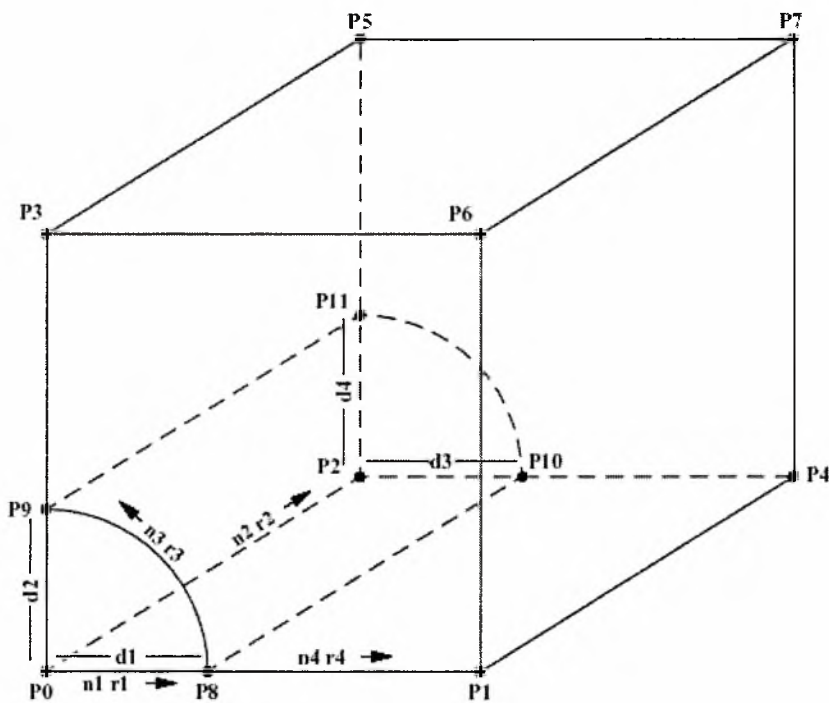
Μετά το θεωρητικό τμήμα της πτυχιακής που προηγήθηκε, στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μια εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών στον τομέα της κατασκευής υπόγειων έργων, με τη βοήθεια του προγράμματος *Flac^{3D}*. Το παράδειγμα αυτό επιλύεται για μια σειρά από διαφορετικά υλικά, τα οποία χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία χρησιμοποιεί υλικά που ακολουθούν τον ελαστικό καταστατικό νόμο. Αυτή η θεώρηση είναι αληθής μόνο για ένα πολύ μικρό μέρος των γεωυλικών, όπως για παράδειγμα ο συμπαγής βράχος σε μικρά, σε σχέση με την αντοχή του φορτία. Ωστόσο, αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται ευρύτατα σήμερα, εξαιτίας του χαμηλού υπολογιστικού της κόστους και τα αποτελέσματα της είναι αρκετά χρήσιμα στις περιπτώσεις που δεν απαιτείται ιδιαίτερη ακρίβεια. Αν η μεγαλύτερη ακρίβεια των αποτελεσμάτων είναι το ζητούμενο, τότε θα πρέπει να εφαρμοστούν καταστατικοί, μη γραμμικοί νόμοι υλικών. Σε αυτό το πλαίσιο κυμαίνεται η δεύτερη κατηγορία των υλικών, που ξεφεύγει από τα πλαίσια της κλασικής ελαστικής συμπεριφοράς και ακολουθεί το κριτήριο θραύσης Mohr- Coulomb.

5.2 Γεωμετρία

Το πρώτο που πρέπει να οριστεί στο πρόγραμμα είναι η γεωμετρία του προβλήματος. Η γεωμετρία πρέπει να επιλεγεί έτσι, ώστε να μπορούν να υπολογιστούν όλες οι πιθανές μεταβολές που θα προκαλέσει η εκσκαφή. Για τον λόγο αυτό θα πρέπει να εκτείνεται αρκετά πιο μακριά από αυτήν. Βέβαια, το μέγεθος του καννάβου δεν θα πρέπει να είναι ιδιαίτερα μεγάλο, γιατί

επιβαρύνεται άσκοπα το υπολογιστικό κόστος των υπολογισμών. Οπότε, θα πρέπει να επιλεγεί τέτοιος κάνναβος που να υπολογίζει όλες τις πιθανές μεταβολές, χωρίς όμως να ξεφεύγει πολύ πέρα από αυτές. Στο πλαίσιο αυτό, για το παράδειγμα που επιλύθηκε και στο οποίο ορίστηκε η κατασκευή κυκλικής σήραγγας διαμέτρου 12 μέτρων, επιλέγηκε συνολικός κάνναβος με διαστάσεις 40x40x250 μέτρα (βάθοςxπλάτοςxμήκος εκσκαφής).

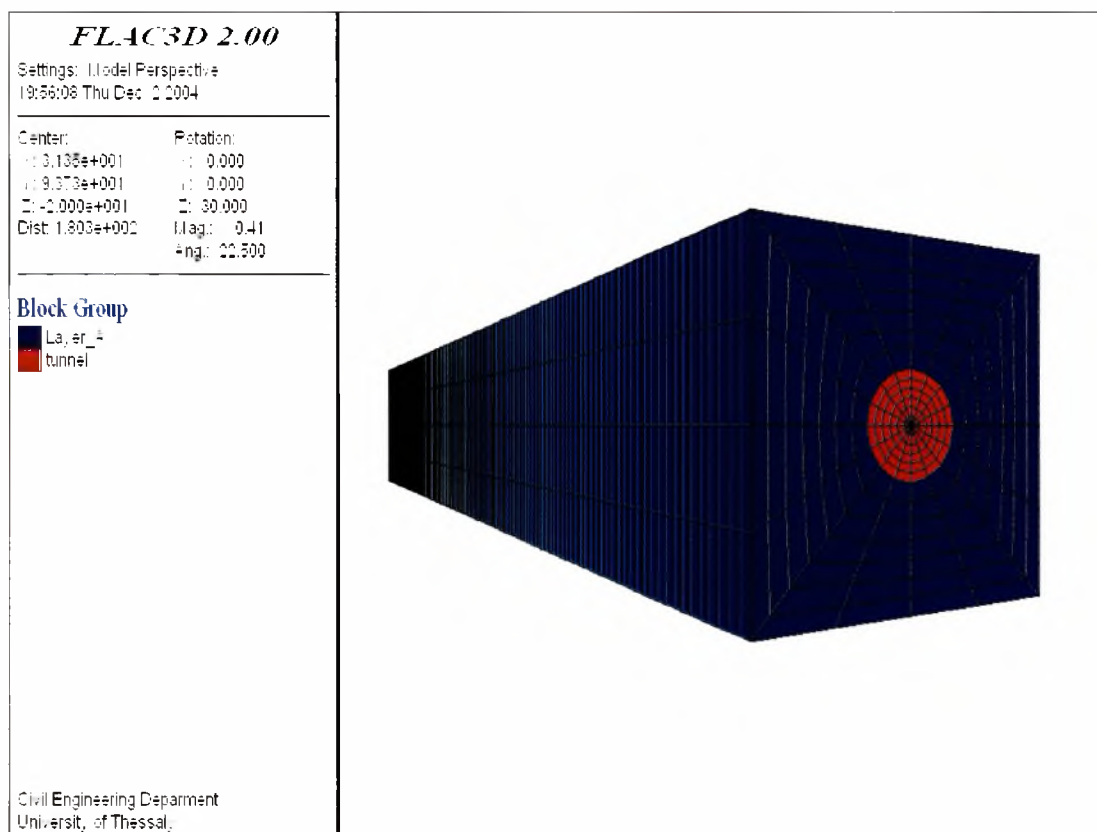
Ο κάνναβος κατασκευάστηκε σε 3 τμήματα. Πρώτα κατασκευάστηκε το πάνω δεξιό τμήμα του καννάβου σύμφωνα με την εντολή `radcylinder` που έχει ενσωματωμένη το `Flac3D` για διακριτοποίηση του φορέα (βλέπε σχήμα 5.1).



Σχήμα 5.1 Διακριτοποίηση κυκλικής σήραγγας με την βοήθεια της εντολής `radcylinder` με το πρόγραμμα `Flac3D`.

Το σημείο p_0 είναι το κέντρο της σήραγγας που πρόκειται να διανοιχτεί, ενώ το p_6 είναι η πάνω δεξιά γωνία του καννάβου. Στη συνέχεια, κατασκευάζεται το πάνω αριστερά τμήμα του καννάβου ως καθρέπτης του προηγούμενου σχήματος και τελικά με αντίστοιχο τρόπο κατασκευάζεται και το κάτω μισό του καννάβου. Το πρόγραμμα αναλαμβάνει να ενώσει τους κόμβους από τα 3 κομμάτια του καννάβου και τελικά έχουμε έναν ενιαίο κάνναβο, ο οποίος αποτελείται από 26.336 κόμβους.

Ο κάρναβος χωρίζεται σε δύο ζώνες, η μια είναι το κύριο κομμάτι (μπλε) και η δεύτερη είναι η σήραγγα που πρόκειται να διανοιχτεί (κόκκινο). Η γεωμετρία του προβλήματος απεικονίζεται στο σχήμα 5.2.



Σχήμα 5.2 Αρχική γεωμετρία του φορέα (πριν την εκσκαφή).

5.3 Συνοριακές συνθήκες και επιλογή των υλικών

Το επόμενο βήμα που γίνεται είναι ο καθορισμός των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος. Έτσι, δεσμεύονται οι μετακινήσεις στον άξονα Z για βάθος ίσο με 40 μέτρα και οι μετακινήσεις στον άξονα X για τις ακραίες του τιμές ($X=20$ και $X=-20$). Οι τελευταίες δεσμεύσεις που πρέπει να εισαχθούν στον κώδικα είναι οι μετακινήσεις στον άξονα Y (κατά μήκος της εκσκαφής). Έτσι για $Y=0$ δεσμεύονται οι μετακινήσεις ως προς τον άξονα Y, ενώ για $Y=250$ μ. δεσμεύονται όλες τις μετακινήσεις (άξονες X,Y,Z).

Πλέον το μόνο που απομένει για να ξεκινήσουν οι επιλύσεις, είναι ο καθορισμός των υλικών. Όπως ειπώθηκε στην εισαγωγή του κεφαλαίου,

επιλέχθηκαν διάφορα υλικά χωρισμένα σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με τον καταστατικό νόμο τον οποίο ακολουθούν.

5.3.1 Υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά

Για τον καθορισμό των ελαστικών υλικών, στον κώδικα του `Flac3D`, αρκεί να δηλωθούν μόνο δύο ιδιότητες. Αυτές είναι το μέτρο διόγκωσης (K) και το μέτρο διάτμησης (G). Οι δύο αυτές ιδιότητες των υλικών, σχετίζονται με το μέτρο ελαστικότητας (E) και με τον συντελεστή Poisson (ν) με την βοήθεια των ακόλουθων σχέσεων:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.1)$$
$$E = \frac{9KG}{3K+G} \quad \nu = \frac{3K-2G}{2(3K+G)}$$

Οι παραπάνω σχέσεις ενσωματώθηκαν στον κώδικα του προγράμματος, έτσι ώστε τα δεδομένα που εισάγονται στο πρόγραμμα να είναι τα E , ν και η μετατροπή στα αντίστοιχα K , G να γίνεται αυτόματα. Έτσι, το πρώτο υλικό που επιλέχθηκε είναι ένας σκληρός βράχος με μέτρο ελαστικότητας $E=10\text{GPa}$ και $\nu=0.20$. Σαν επόμενο υλικό επιλέχθηκε και πάλι βραχώδης σχηματισμός, αλλά αυτή τη φορά χαμηλής αντοχής. Έτσι, θεωρήθηκε έδαφος με μέτρο ελαστικότητας $E=0.6\text{GPa}$ και συντελεστή Poisson $\nu=0.25$. Η τρίτη και τελευταία επιλογή υλικού στα πλαίσια της ελαστικότητας έγινε για να καλύψει τις περιπτώσεις κατασκευής σήραγγας σε εδαφικούς σχηματισμούς. Βέβαια, σε μεγάλα βάθη, όπως στο συγκεκριμένο παράδειγμα, σπάνια συναντώνται χαλαροί σχηματισμοί. Έτσι, σαν τρίτο υλικό επιλέχθηκαν ιδιότητες που να δηλώνουν εδαφικό σχηματισμό, όμως αρκετά ισχυρό. Αυτές είναι οι εξής: $E=0.1\text{GPa}$ και $\nu=0.3$.

Ανεξάρτητα από τον καταστατικό νόμο που επιβάλλεται στο πρόγραμμα, απαραίτητο για τον υπολογισμό του εντατικού πεδίου είναι και ο προσδιορισμός του ειδικού βάρους του εδάφους γ . Έτσι για όλα τα υλικά θεωρήθηκε ίσος με 25 KN/m^3 , εκτός από το τρίτο υλικό που αντιπροσωπεύει τα ασθενέστερα εδάφη και το οποίο θεωρήθηκε ότι έχει $\gamma=22 \text{ KN/m}^3$.

5.3.2 Υλικά με ελαστοπλαστική συμπεριφορά

Μετά από τα τρία πρώτα υλικά, τα οποία επιλέχθηκαν για να επιλυθούν σύμφωνα με τον ελαστικό καταστατικό νόμο, ακολουθούν δύο νέα υλικά, τα οποία θα ακολουθούν το κριτήριο Mohr-Coulomb. Το πρόγραμμα για να πραγματοποιήσει τις επιλύσεις απαιτεί δεδομένα το μέτρο διόγκωσης (K) και το μέτρο διάτμησης (G) όπως και στην ελαστικότητα, και επιπλέον την γωνία τριβής του υλικού (φ) καθώς και την συνοχή αυτού (c).

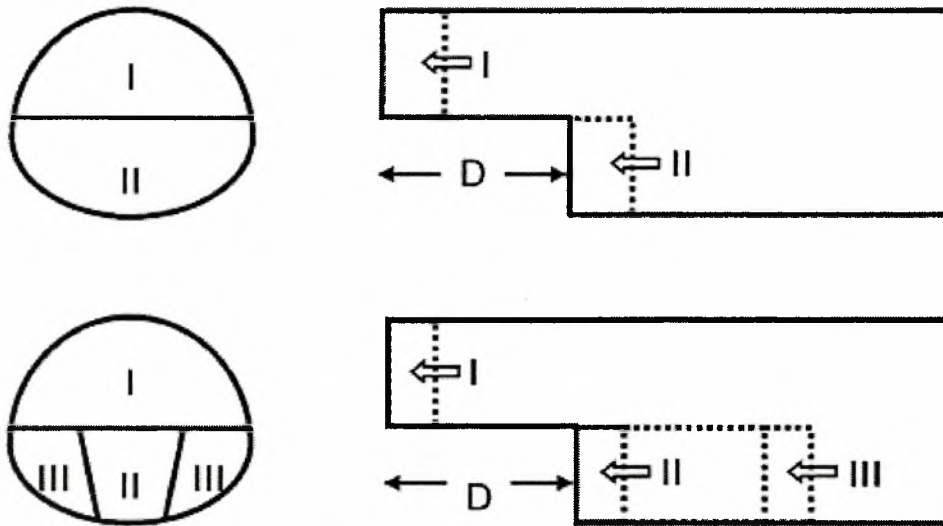
Έτσι το πρώτο υλικό έχει τις εξής ιδιότητες: $E=600\text{MPa}$, $\nu=0.25$, $c=150\text{KPa}$ και $\varphi=25^\circ$. Επειδή αυτός ο εδαφικός σχηματισμός είναι αρκετά ισχυρός, ως δεύτερη επίλυση, επιλέγεται κάποιος ασθενέστερος. Έτσι το δεύτερο υλικό έχει τις εξής ιδιότητες: $E=300\text{MPa}$, $\nu=0.25$, $c=50\text{KPa}$ και $\varphi=30^\circ$.

Το ειδικό βάρος και για τα δύο υλικά επιλέχθηκε ίσο με $\gamma=25\text{KN/m}^3$.

5.4 Επιλύσεις

Επόμενο βήμα είναι οι επιλύσεις του προβλήματος. Αρχικά δηλώνεται η βαρύτητα και ο κώδικας επιλύεται μία φορά, για να βρεθεί το αρχικό εντατικό πεδίο. Αφού ολοκληρωθεί αυτή η πρώτη επίλυση, μηδενίζονται όλες οι μετακινήσεις, επειδή θεωρητικά είναι οι μετακινήσεις που έχουν ήδη συμβεί στο έδαφος εξαιτίας της βαρύτητας.

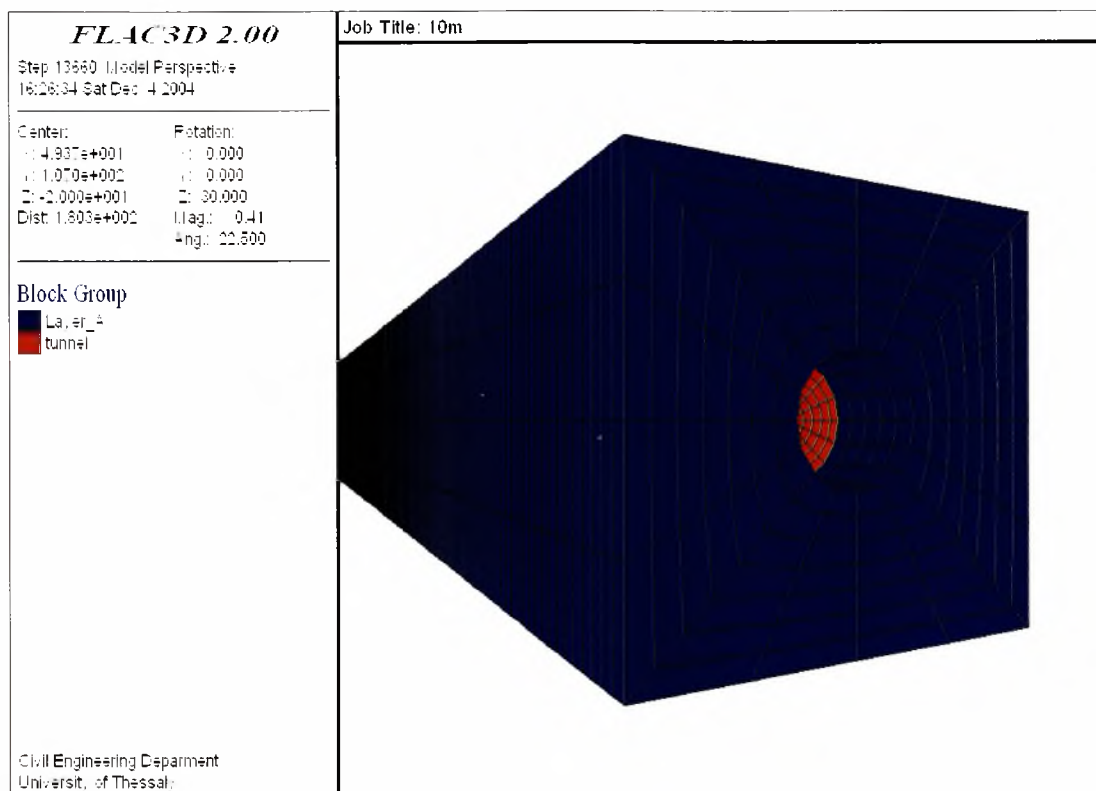
Στην πράξη συνήθως, η εκσκαφή μιας σήραγγας γίνεται κατά φάσεις (βλέπε σχήμα 5.3) και όχι απευθείας. Ωστόσο, στο παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της πτυχιακής, οι φάσεις εκσκαφής της σήραγγας αγνοήθηκαν.



Σχήμα 5.3 Εκσκαφή σήραγγας σε δύο φάσεις (πάνω φιγούρα) και σε τέσσερις (κάτω φιγούρα).

Επειδή όπως είναι φυσικό, η σήραγγα δεν είναι δυνατό να διανοιχτεί ολόκληρη (κατά μήκος), και με σκοπό την όσο πιο πιστή προσέγγιση της πραγματικότητας στο πρόγραμμα, είναι ανάγκη να οριστεί ένα βήμα εκσκαφής που να προσεγγίζει ακριβώς την σταδιακή εκσκαφή μιας πραγματικής διάνοιξης. Το βήμα λοιπόν, της εκσκαφής ορίζεται στα 2 μέτρα. Επομένως, αφαιρούνται αρχικά τα δύο πρώτα μέτρα κατά μήκος της σήραγγας και ζητάται από το πρόγραμμα να ξαναλύσει το πρόβλημα. Στην συνέχεια αφαιρούνται τα δύο επόμενα μέτρα και το πρόβλημα ξαναλύεται και ούτω καθ' εξής έως ότου αφαιρεθούν και τα 250 μέτρα της σήραγγας.

Όλες οι παραπάνω επιλύσεις έγιναν με ένα υπολογιστή Pentium III (1000GHz). Για την ολοκλήρωση της επίλυσης κάθε ενός από τα υλικά της πρώτης κατηγορίας, ο υπολογιστής χρειάστηκε περίπου δυο εικοσιτετράωρα, ενώ για κάθε ένα από τα υλικά της δεύτερης κατηγορίας, χρειάστηκε λίγο περισσότερο χρόνο (2.5 ημέρες περίπου).



Σχήμα 5.5 Γεωμετρία του φορέα την χρονική στιγμή που έχει πραγματοποιηθεί εκσκαφή 10 μέτρων.

5.5 Αποτελέσματα επιλύσεων

Στους παρακάτω πίνακες φαίνονται τα κυριότερα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις παραπάνω επιλύσεις. Στον πίνακα 5.1 φαίνεται η μέγιστη σύγκλιση που παρατηρείται σε κάθε ένα υλικό την στιγμή που έχει πραγματοποιηθεί η εκσκαφή των 100 μέτρων.

Υλικό	Υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά			Υλικά με ελαστοπλαστική συμπεριφορά	
	E=10GPa V=0,20	E=0,6GPa V=0,25	E=0,1GPa V=0,30	E=0,6GPa V=0,25 C=150KPa Φ=25 ⁰	E=0,3GPa V=0,25 C=50KPa Φ=30 ⁰
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	0,04	0,76	4,76	0,74	3,24

Πίνακας 5.1 Μέγιστη σύγκλιση όλων των υλικών.

Στους πίνακες 5.2-5.6 φαίνονται η σύγκλιση του μετώπου ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης, του κάθε σημείου της εκσκαφής χωριστά (πλάγια τοιχώματα, οροφή και δάπεδο εκσκαφής).

Σημείο εκσκαφής	αριστερό τοίχωμα	δεξί τοίχωμα	οροφή	δάπεδο
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	0,011	0,011	0,022	0,042
Σύγκλιση στο μέτωπο (cm)	0,004	0,004	0,007	0,015
Ποσοστό (%)	33,4	33,4	30,2	35,8

Πίνακας 5.2 Σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης. Υλικό με γραμμική ελαστική συμπεριφορά. $E=10\text{GPa}$, $\nu=0.20$.

Σημείο εκσκαφής	αριστερό τοίχωμα	δεξί τοίχωμα	οροφή	δάπεδο
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	0,209	0,209	0,389	0,728
Σύγκλιση στο μέτωπο (cm)	0,065	0,0651	0,116	0,258
Ποσοστό (%)	31,1	31,1	29,8	35,4

Πίνακας 5.3 Σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης. Υλικό με γραμμική ελαστική συμπεριφορά. $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0.25$.

Σημείο εκσκαφής	αριστερό τοίχωμα	δεξί τοίχωμα	οροφή	δάπεδο
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	1,380	1,380	2,480	4,470
Σύγκλιση στο μέτωπο (cm)	0,402	0,402	0,731	1,560
Ποσοστό (%)	29,1	29,1	29,5	34,9

Πίνακας 5.4 Σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης. Υλικό με γραμμική ελαστική συμπεριφορά. $E=0,1\text{GPa}$, $\nu=0,30$.

Σημείο εκσκαφής	αριστερό τοίχωμα	δεξί τοίχωμα	οροφή	δάπεδο
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	0,227	0,227	0,521	0,714
Σύγκλιση στο μέτωπο (cm)	0,067	0,067	0,146	0,278
Ποσοστό (%)	29,5	29,5	28,0	38,9

Πίνακας 5.5 Σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης. Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=150\text{KPa}$, $\phi=25^{\circ}$.

Σημείο εκσκαφής	αριστερό τοίχωμα	δεξί τοίχωμα	οροφή	δάπεδο
Μέγιστη σύγκλιση (cm)	1,420	1,420	2,85	1,930
Σύγκλιση στο μέτωπο (cm)	0,247	0,247	0,581	0,645
Ποσοστό (%)	17,4	17,4	20,4	33,4

Πίνακας 5.6 Σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής ως ποσοστό της μέγιστης σύγκλισης. Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,3\text{GPa}$, $\nu=0.25$, $c=50\text{KPa}$, $\varphi=30^\circ$.

Αναλυτικότερα τα αποτελέσματα των επιλύσεων παρουσιάζονται στα παραρτήματα Β και Γ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Συμπεράσματα

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία στοιχειοθετείται και επιλύεται ένα γενικό πρόβλημα κατασκευής σηράγγων για διαφορετικά υλικά με διαφορετική συμπεριφορά. Αρχικά, το πρόβλημα επιλύεται με προσεγγιστικές μεθόδους υπολογισμού με την βοήθεια ενός φύλλου excel το οποίο στηρίζεται στις σχέσεις που περιγράφονται αναλυτικά στα κεφάλαια δύο (για υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά) και τρία (για υλικά με ελαστοπλαστική συμπεριφορά). Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται σε κάποιες παραδοχές.

Στη συνέχεια το ίδιο πρόβλημα επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους. Στο πλαίσιο αυτό χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών Flac^{3D}. Οι επιλύσεις αυτές είναι περισσότερο ακριβής. Ωστόσο, η μεθοδολογία προσέγγισης που επιλέχθηκε για την προσομοίωση της εκσκαφής δεν ανταποκρίνεται στις πραγματικές συνθήκες. Έτσι η εκσκαφή γίνεται σε μια φάση, θεωρείται ένα μόνο υλικό γύρω από την εκσκαφή με την ίδια συμπεριφορά σε όλα τα σημεία του.

Στις προσεγγιστικές μεθόδους παρατηρούνται τα εξής:

- Για τα υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά ισχύει ότι όσο το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους αυξάνει, τόσο η σύγκλιση της σήραγγας μειώνεται και όσο το ειδικό βάρος του αυξάνει τόσο αυξάνει και η σύγκλιση αυτής.
- Η πλαστική περιοχή γύρω από την εκσκαφή μεγαλώνει όσο οι ιδιότητες του εδάφους “χειροτερεύουν”.
- Όσο πιο ασθενές είναι το έδαφος τόσο μεγαλύτερη εσωτερική πίεση πρέπει να ασκηθεί στην σήραγγα για να μην πλαστικοποιηθεί η ζώνη γύρω από αυτήν.

Στις αριθμητικές μεθόδους παρατηρούνται τα εξής:

- Το δεξιό και το αριστερό τοίχωμα έχουν την ίδια σύγκλιση λόγω συμμετρίας του προβλήματος.
- Η μέγιστη σύγκλιση της σήραγγας παρατηρείται στο δάπεδο αυτής.
- Η μέγιστη σύγκλιση της σήραγγας πραγματοποιείται σε κατά μήκος απόσταση περίπου ίση με 2 φορές την ακτίνα της.
- Ο λόγος της σύγκλισης του μετώπου της εκσκαφής προς τη μέγιστη σύγκλιση αυτής είναι περίπου ίσος με 0,3. Ο μεγαλύτερος λόγος παρατηρείται για το δάπεδο της εκσκαφής και είναι κοντά στο 0,35 για όλα τα υλικά.

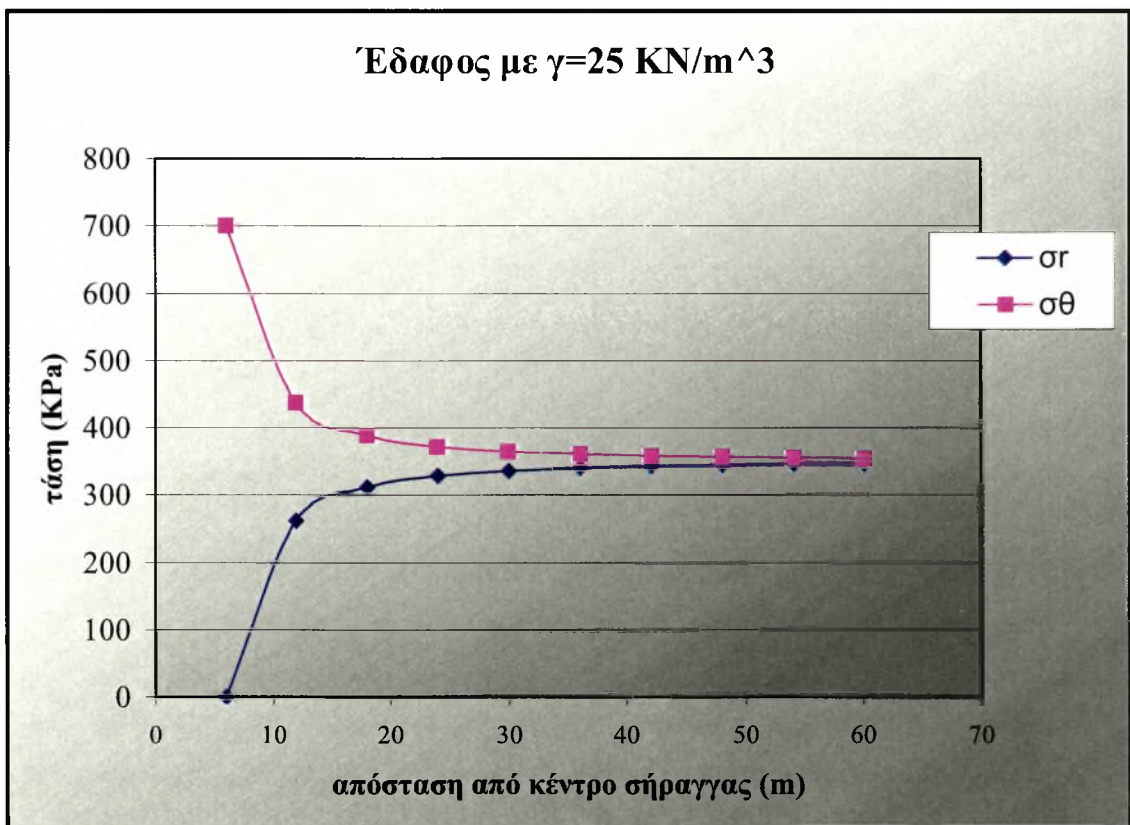
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ **A**

Αποτελέσματα με τη βοήθεια αναλυτικών σχέσεων
(πρόγραμμα excel)

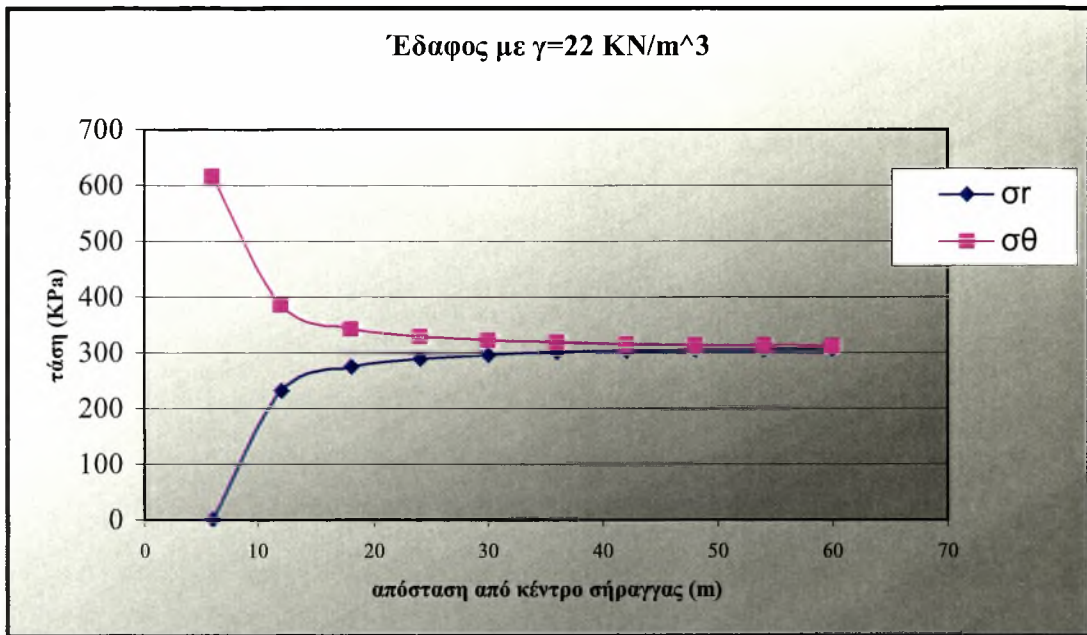
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Σε αυτό το παράρτημα βρίσκονται σε μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα των επιλύσεων με την βοήθεια των αναλυτικών σχέσεων που περιγράφονται στα κεφάλαια δύο και τρία. Στα πλαίσια αυτά, δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα excel, το οποίο υπολογίζει το εντατικό και κινηματικό πεδίο γύρω από μία ανυποστήρικτη σήραγγα κυκλικής διατομής. Τα παραδείγματα που εφαρμόστηκαν είναι αυτά που περιγράφονται στο 5^ο κεφάλαιο.

Αρχικά παρατίθενται τα υλικά που επιλύθηκαν με παραδοχή του ελαστικού καταστατικού νόμου. Από τις σχέσεις 2.11 προκύπτει ότι μόνο η αρχική εντατική κατάσταση ρ_0 , επηρεάζει τις τάσεις σ_θ και σ_r . Επομένως για τα δύο πρώτα υλικά που έχουν το ίδιο γ ($=25 \text{ KN/m}^3$), ισχύει το ίδιο διάγραμμα, ενώ για το τρίτο υλικό με $\gamma=22 \text{ KN/m}^3$, ισχύει διαφορετικό διάγραμμα.

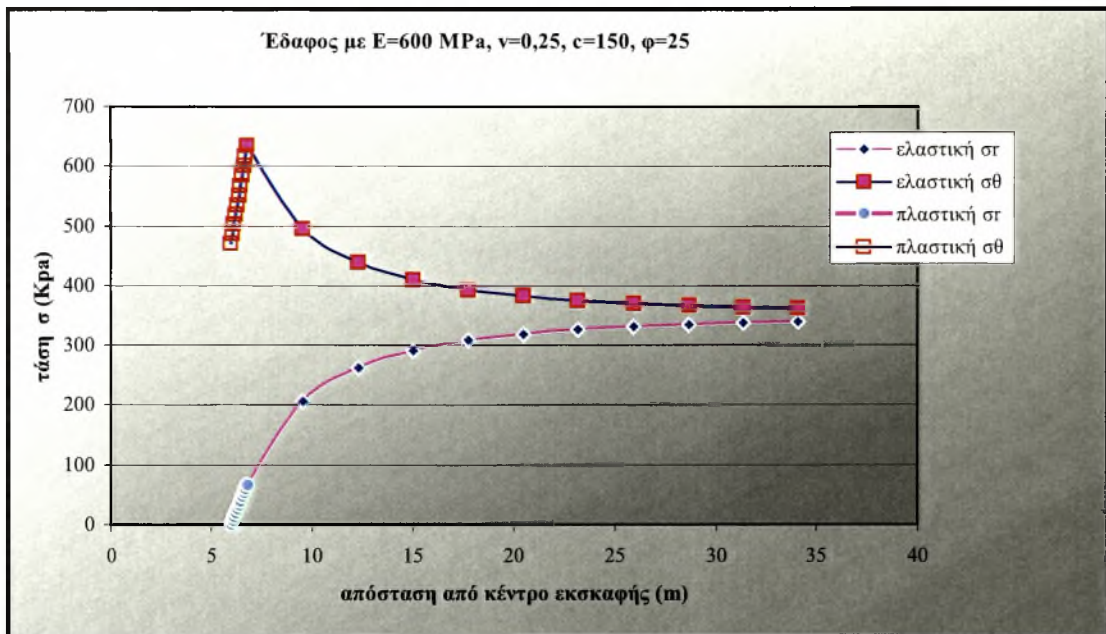


Σχήμα Α-1 Κατανομή τάσεων συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της σήραγγας.

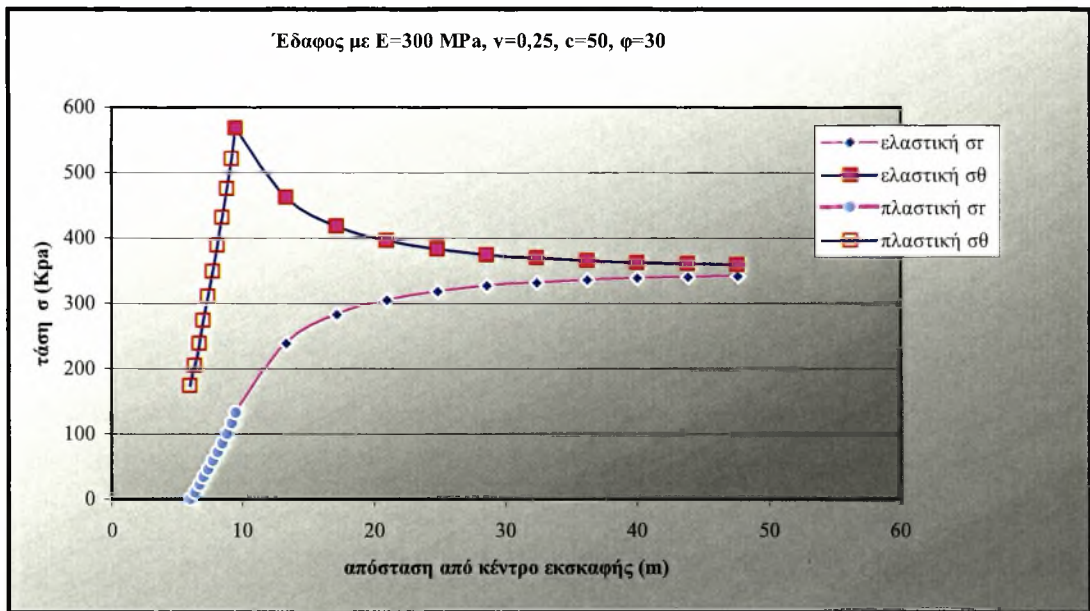


Σχήμα Α-2 Κατανομή τάσεων συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της σήραγγας.

Στην περίπτωση που επιλύεται πρόβλημα με θεώρηση ελαστοπλαστικών υλικών, ισχύουν οι σχέσεις που αναφέρονται στο κεφάλαιο 3. Τα αποτελέσματα, επομένως, σύμφωνα με το πρόγραμμα excel έχουν ως εξής:



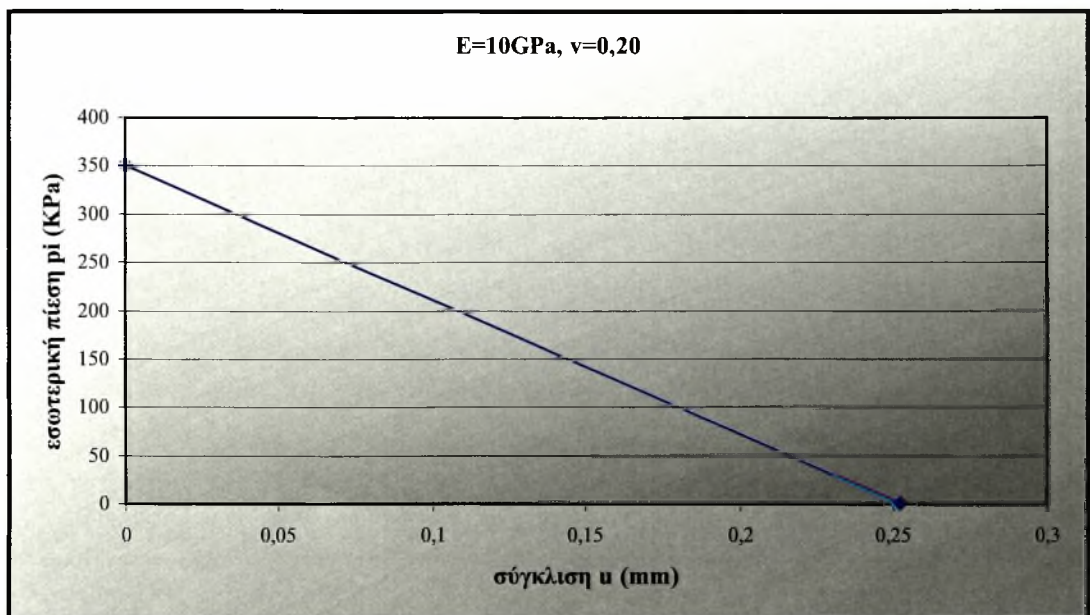
Σχήμα Α-3 Κατανομή τάσεων συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της σήραγγας.



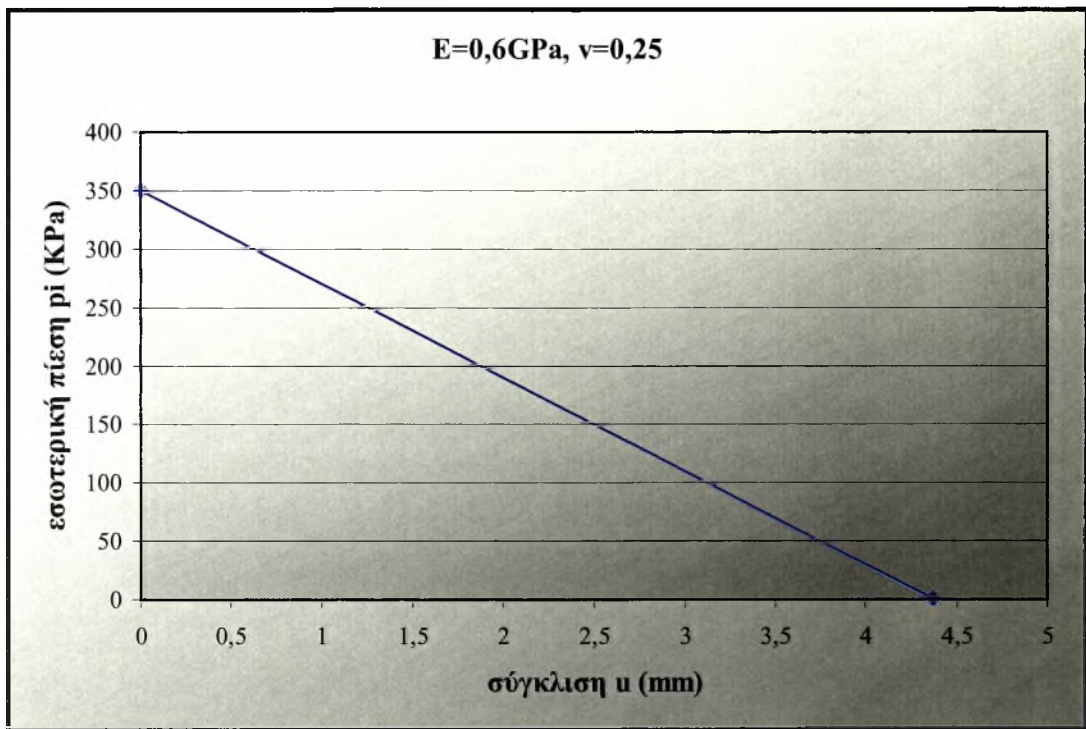
Σχήμα A-4 Κατανομή τάσεων συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της σήραγγας.

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω διαγράμματα, όσο πιο ισχυρό είναι το υλικό, τόσο μικρότερη είναι η πλαστική περιοχή.

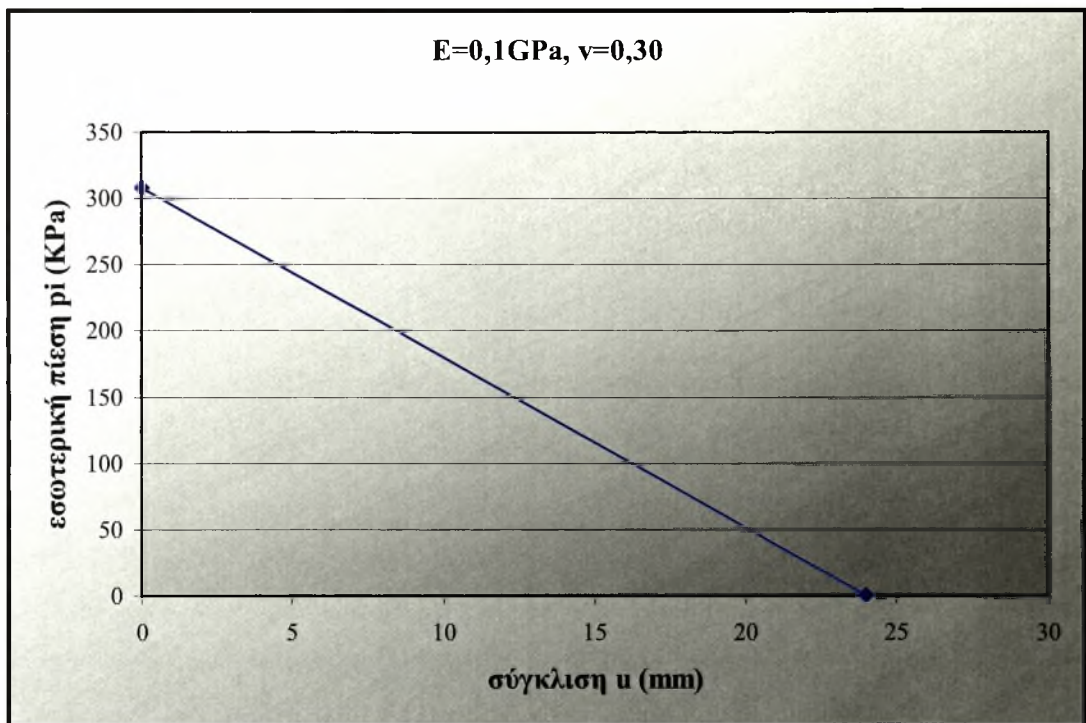
Παρακάτω φαίνονται και τα διαγράμματα σύγκλισης, που υπολογίζονται από το ίδιο πρόγραμμα στο excel. Για τα υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά ισχύει:



Σχήμα A-5 Διάγραμμα σύγκλισης.



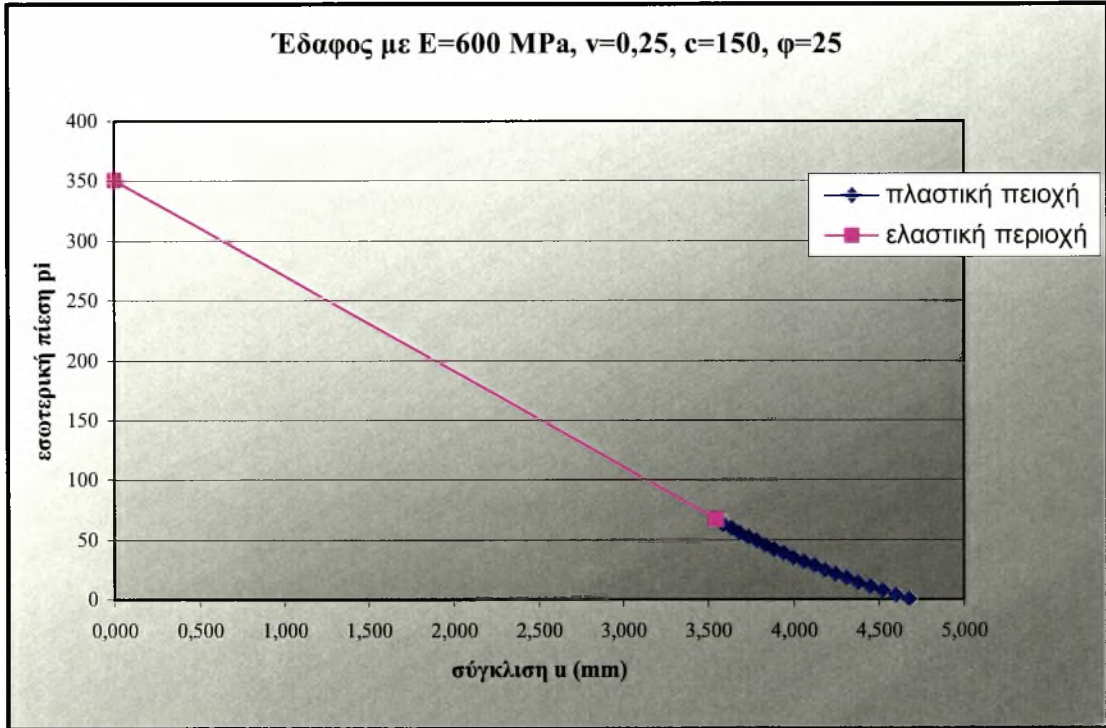
Σχήμα A-6 Διάγραμμα σύγκλισης.



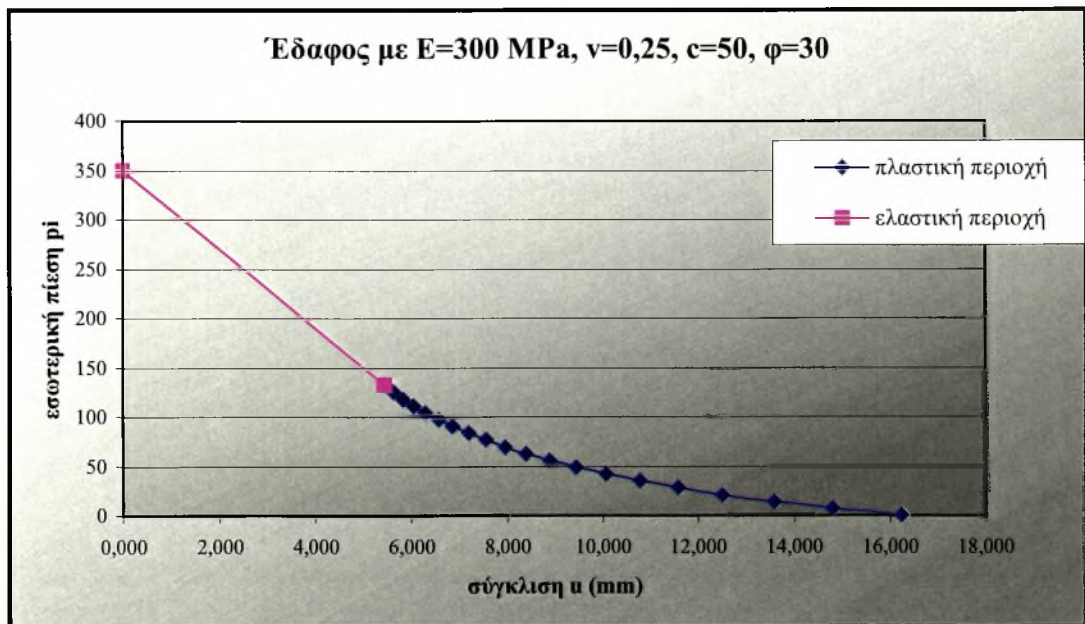
Σχήμα A-7 Διάγραμμα σύγκλισης.

Από τα τρία παραπάνω διαγράμματα, προκύπτει ότι όσο πιο ισχυρό είναι ένα υλικό, τόσο μικρότερη σύγκλιση θα παρατηρηθεί.

Για τα υλικά με ελαστοπλαστική συμπεριφορά προκύπτουν τα εξής:



Σχήμα A-8 Διάγραμμα σύγκλισης.



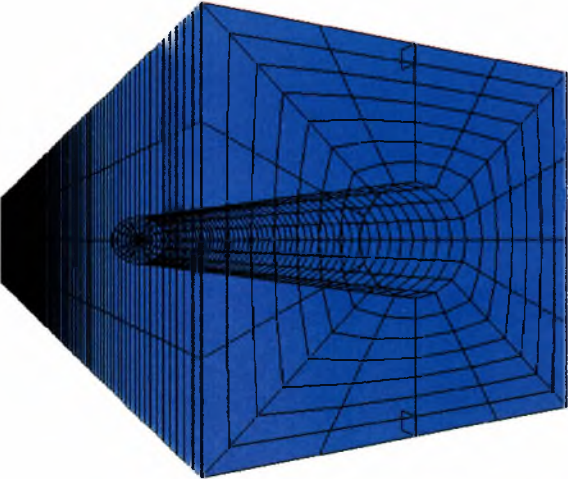
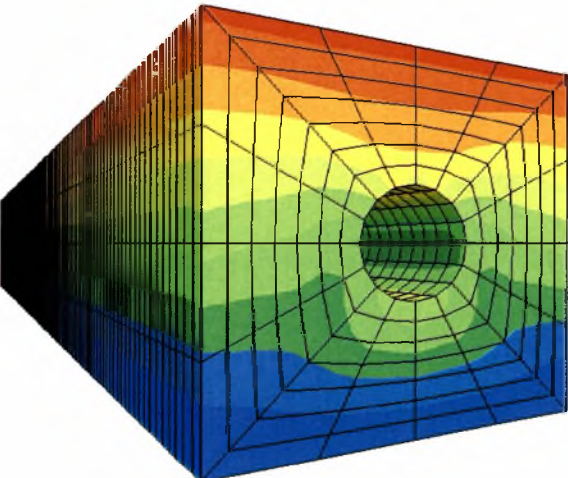
Σχήμα A-9 Διάγραμμα σύγκλισης.

Από τα δύο παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι όσο πιο ασθενές είναι το έδαφος, τόσο πιο μεγάλη πίεση πρέπει να ασκηθεί εσωτερικά στην σήραγγα για να μην πλαστικοποιηθεί.

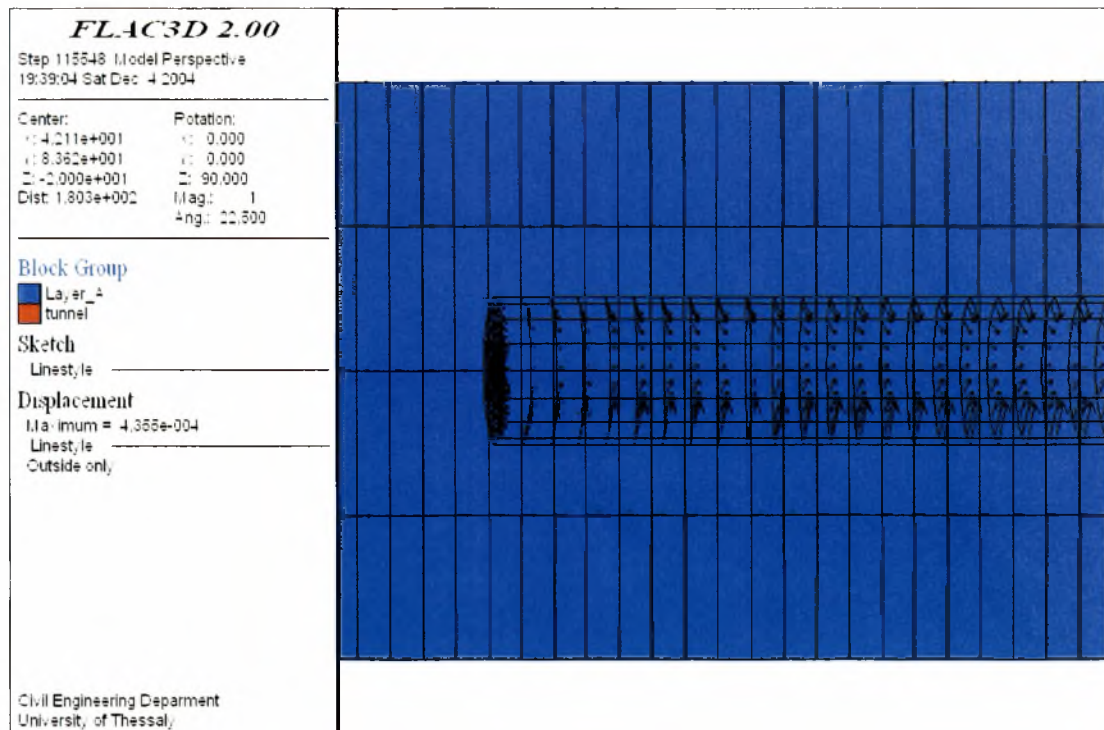
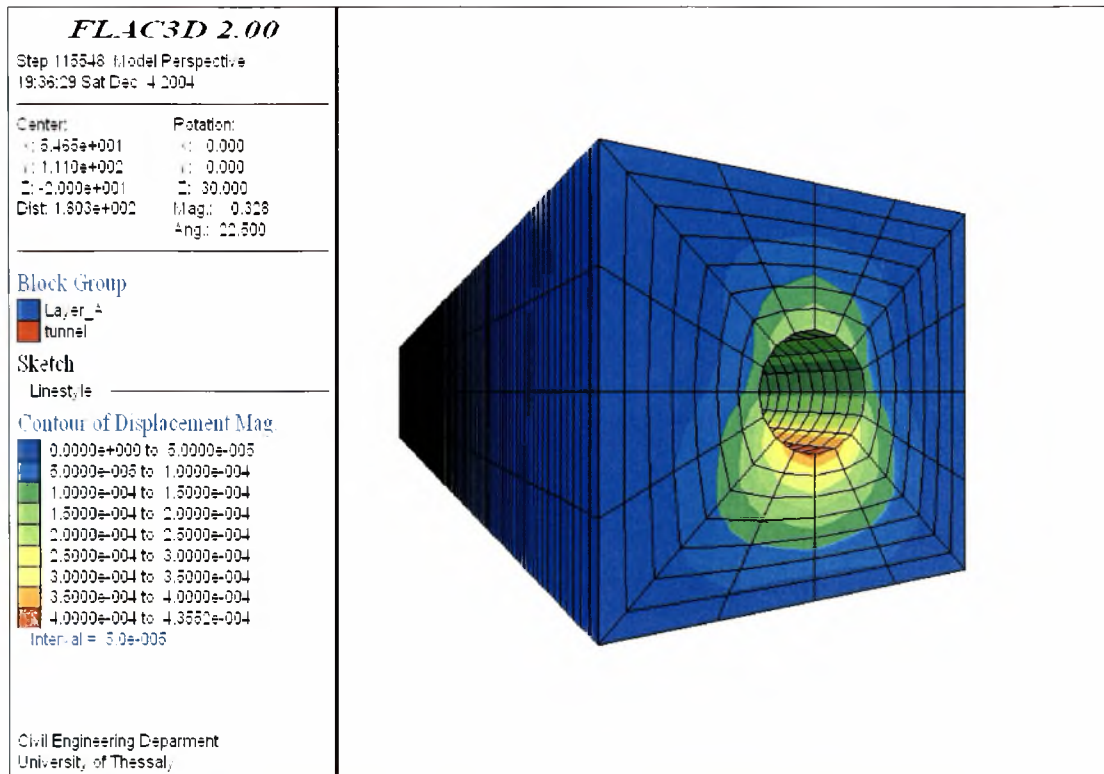
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

B

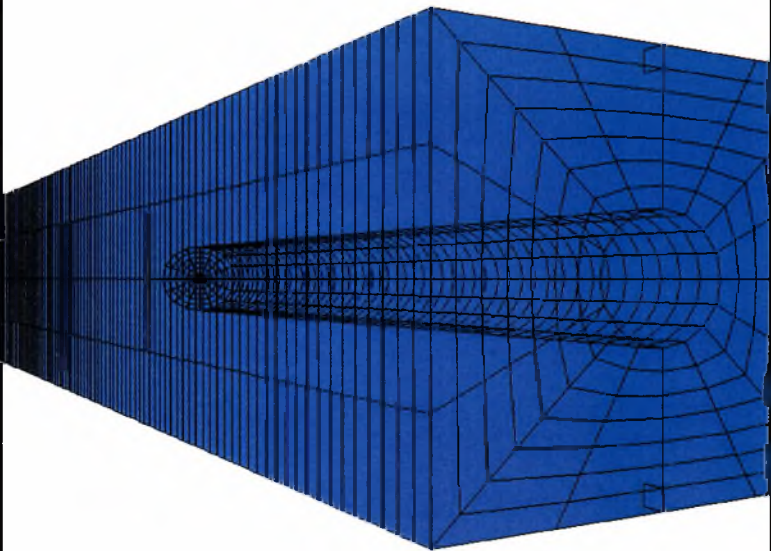
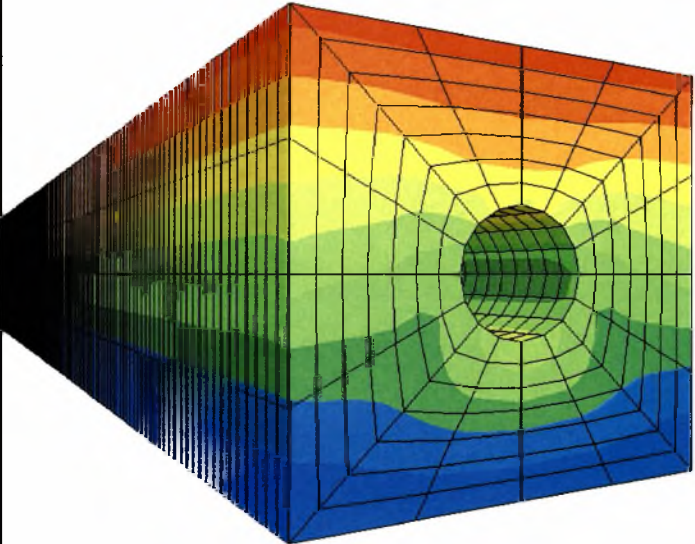
Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής																			
<p>FLAC3D 2.00</p> <p>Step 115548 Model Perspective 19:34:58 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: X: 5.465e+001 Y: 0.000 Z: 1.110e+002 X: 0.000 Y: -2.000e+001 Z: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.328 Ang: 22.500</p> <p>Block Group</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Layer_A ■ tunnel <p>Sketch</p> <p>LineStyle</p> <p>Civil Engineering Department University of Thessaly</p>																					
<p>FLAC3D 2.00</p> <p>Step 115548 Model Perspective 19:38:29 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: X: 5.465e+001 Y: 0.000 Z: 1.110e+002 X: 0.000 Y: -2.000e+001 Z: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.328 Ang: 22.500</p> <p>Block Group</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Layer_A ■ tunnel <p>Sketch</p> <p>LineStyle</p> <p>Contour of SZZ</p> <p>Gradient Calculation</p> <table border="1"> <tr><td style="background-color: blue;">■</td><td>-9.917e+002 to -8.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: darkblue;">■</td><td>-8.0000e+002 to -7.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: bluegreen;">■</td><td>-7.0000e+002 to -6.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: green;">■</td><td>-6.0000e+002 to -5.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: lightgreen;">■</td><td>-5.0000e+002 to -4.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: yellowgreen;">■</td><td>-4.0000e+002 to -3.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: yellow;">■</td><td>-3.0000e+002 to -2.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: orangeyellow;">■</td><td>-2.0000e+002 to -1.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: orange;">■</td><td>-1.0000e+002 to 0.0000e+000</td></tr> <tr><td style="background-color: red;">■</td><td>0.0000e+000 to 4.5977e+001</td></tr> </table> <p>Interval = 1.0e+002</p> <p>Civil Engineering Department University of Thessaly</p>	■	-9.917e+002 to -8.0000e+002	■	-8.0000e+002 to -7.0000e+002	■	-7.0000e+002 to -6.0000e+002	■	-6.0000e+002 to -5.0000e+002	■	-5.0000e+002 to -4.0000e+002	■	-4.0000e+002 to -3.0000e+002	■	-3.0000e+002 to -2.0000e+002	■	-2.0000e+002 to -1.0000e+002	■	-1.0000e+002 to 0.0000e+000	■	0.0000e+000 to 4.5977e+001	
■	-9.917e+002 to -8.0000e+002																				
■	-8.0000e+002 to -7.0000e+002																				
■	-7.0000e+002 to -6.0000e+002																				
■	-6.0000e+002 to -5.0000e+002																				
■	-5.0000e+002 to -4.0000e+002																				
■	-4.0000e+002 to -3.0000e+002																				
■	-3.0000e+002 to -2.0000e+002																				
■	-2.0000e+002 to -1.0000e+002																				
■	-1.0000e+002 to 0.0000e+000																				
■	0.0000e+000 to 4.5977e+001																				
<p>Υλικό με $E=10GPa$, $\nu=0,20$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Γεωμετρία και κατακόρυφες κύριες τάσεις αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα B1-B2</p>																			

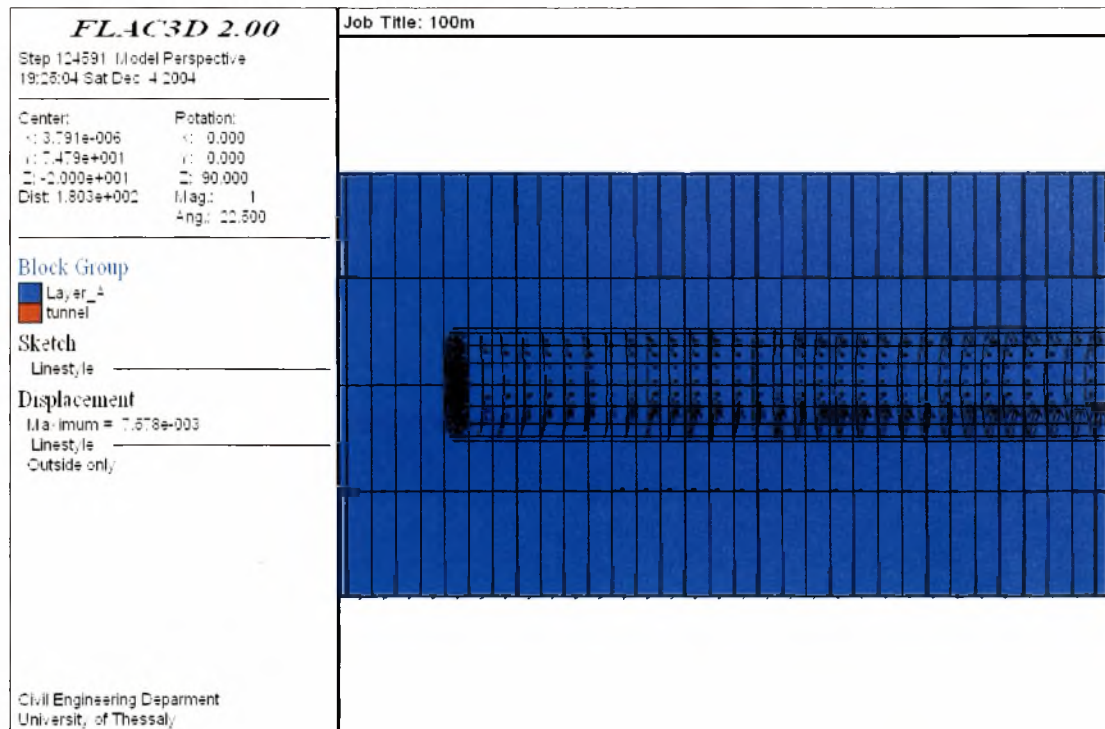
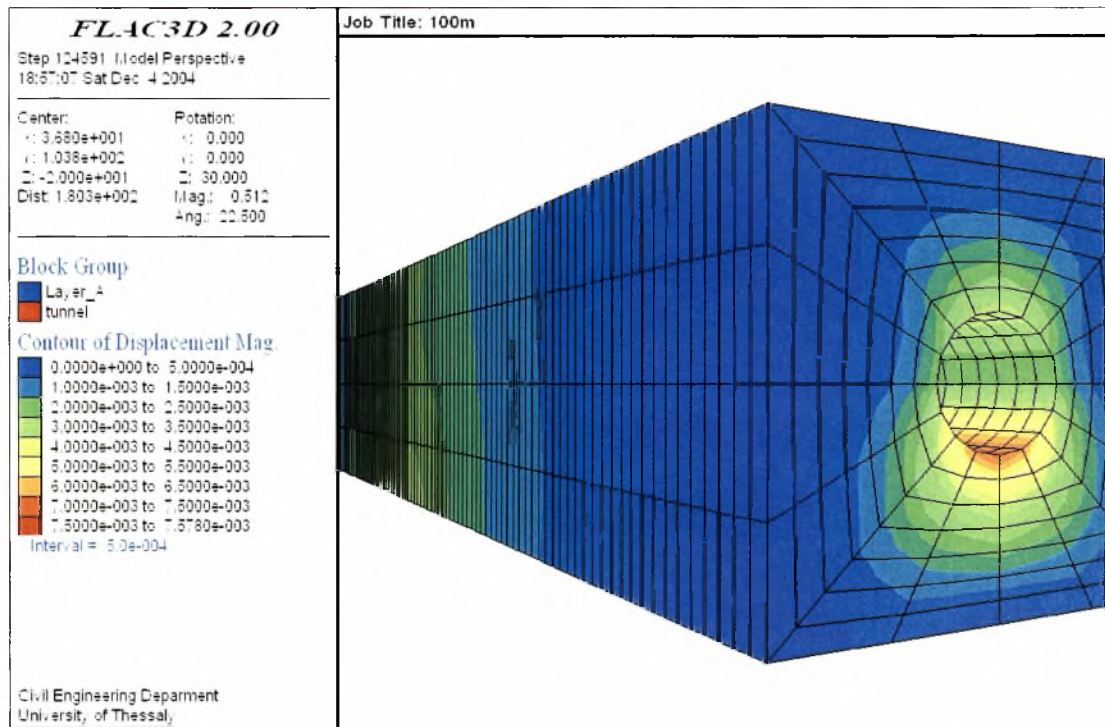
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



Υλικό με $E=10GPa$, $\nu=0,20$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Συγκλίσεις και διάνυσμα μετακινήσεων αντίστοιχα.	Σχήματα B3-B4
--	------------------

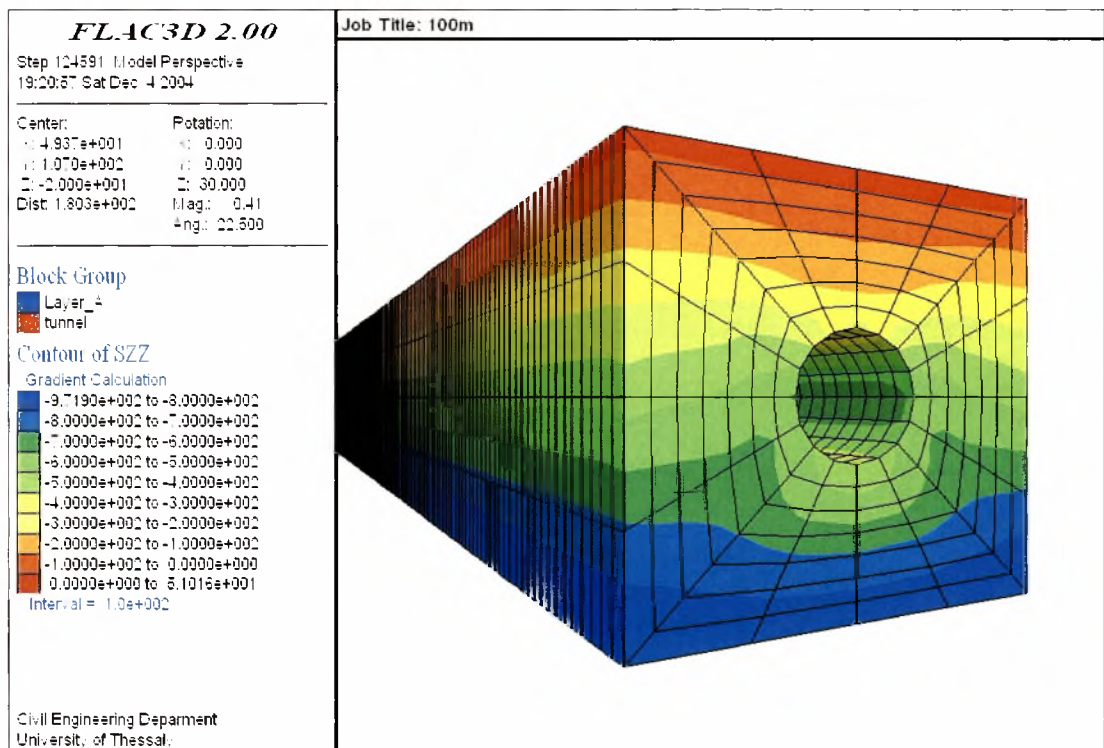
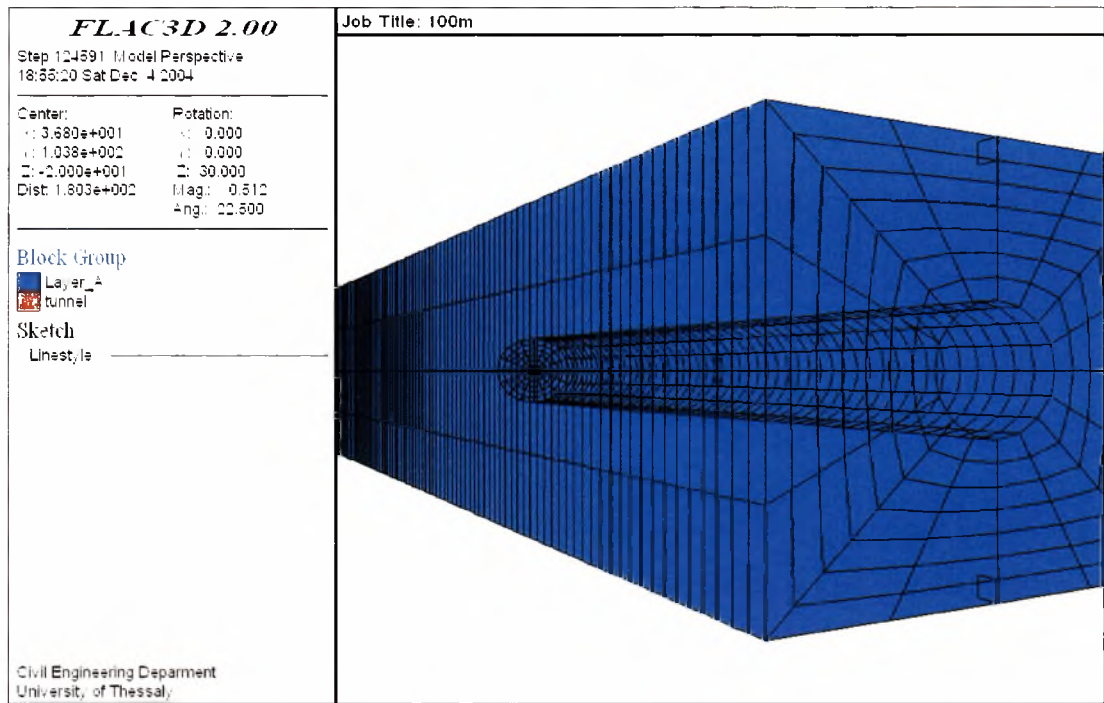
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής																				
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 30%;"> <p>FLAC3D 2.00</p> <p>Step 124591 Model Perspective 18:55:20 Sat Dec 4 2004</p> <hr/> <p>Center: Rotation: x: 3.680e+001 y: 0.000 y: 1.036e+002 z: 0.000 z: -2.000e+001 α: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.510 Ang: 22.500</p> <hr/> <p>Block Group</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ La_er_4 ■ tunnel <p>Sketch</p> <p>LineStyle</p> <hr/> <p>Civil Engineering Department University of Thessal.</p> </div> <div style="width: 65%;"> <p>Job Title: 100m</p>  </div> </div>																						
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 30%;"> <p>FLAC3D 2.00</p> <p>Step 124591 Model Perspective 19:29:57 Sat Dec 4 2004</p> <hr/> <p>Center: Rotation: x: 4.937e+001 y: 0.000 y: 1.070e+002 z: 0.000 z: -2.000e+001 α: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.41 Ang: 22.500</p> <hr/> <p>Block Group</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ La_er_4 ■ tunnel <p>Contour of SZZ</p> <p>Gradient Calculation</p> <table border="1"> <tr><td style="background-color: blue;">■</td><td>-9.7190e+002 to -8.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: darkblue;">■</td><td>-8.0000e+002 to -7.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: darkgreen;">■</td><td>-7.0000e+002 to -6.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: green;">■</td><td>-6.0000e+002 to -5.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: lightgreen;">■</td><td>-5.0000e+002 to -4.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: yellowgreen;">■</td><td>-4.0000e+002 to -3.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: yellow;">■</td><td>-3.0000e+002 to -2.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: orangeyellow;">■</td><td>-2.0000e+002 to -1.0000e+002</td></tr> <tr><td style="background-color: orange;">■</td><td>-1.0000e+002 to 0.0000e+000</td></tr> <tr><td style="background-color: red;">■</td><td>0.0000e+000 to 6.1015e+001</td></tr> </table> <p>Interval = 1.0e+002</p> <hr/> <p>Civil Engineering Department University of Thessal.</p> </div> <div style="width: 65%;"> <p>Job Title: 100m</p>  </div> </div>			■	-9.7190e+002 to -8.0000e+002	■	-8.0000e+002 to -7.0000e+002	■	-7.0000e+002 to -6.0000e+002	■	-6.0000e+002 to -5.0000e+002	■	-5.0000e+002 to -4.0000e+002	■	-4.0000e+002 to -3.0000e+002	■	-3.0000e+002 to -2.0000e+002	■	-2.0000e+002 to -1.0000e+002	■	-1.0000e+002 to 0.0000e+000	■	0.0000e+000 to 6.1015e+001
■	-9.7190e+002 to -8.0000e+002																					
■	-8.0000e+002 to -7.0000e+002																					
■	-7.0000e+002 to -6.0000e+002																					
■	-6.0000e+002 to -5.0000e+002																					
■	-5.0000e+002 to -4.0000e+002																					
■	-4.0000e+002 to -3.0000e+002																					
■	-3.0000e+002 to -2.0000e+002																					
■	-2.0000e+002 to -1.0000e+002																					
■	-1.0000e+002 to 0.0000e+000																					
■	0.0000e+000 to 6.1015e+001																					
<p>Υλικό με $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Γεωμετρία και κατακόρυφες κύριες τάσεις αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα B5-B6</p>																				

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



Υλικό με $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Συγκλίσεις και δiάνυσμα μετακινήσεων αντίστοιχα.	Σχήματα B7-B8
--	------------------

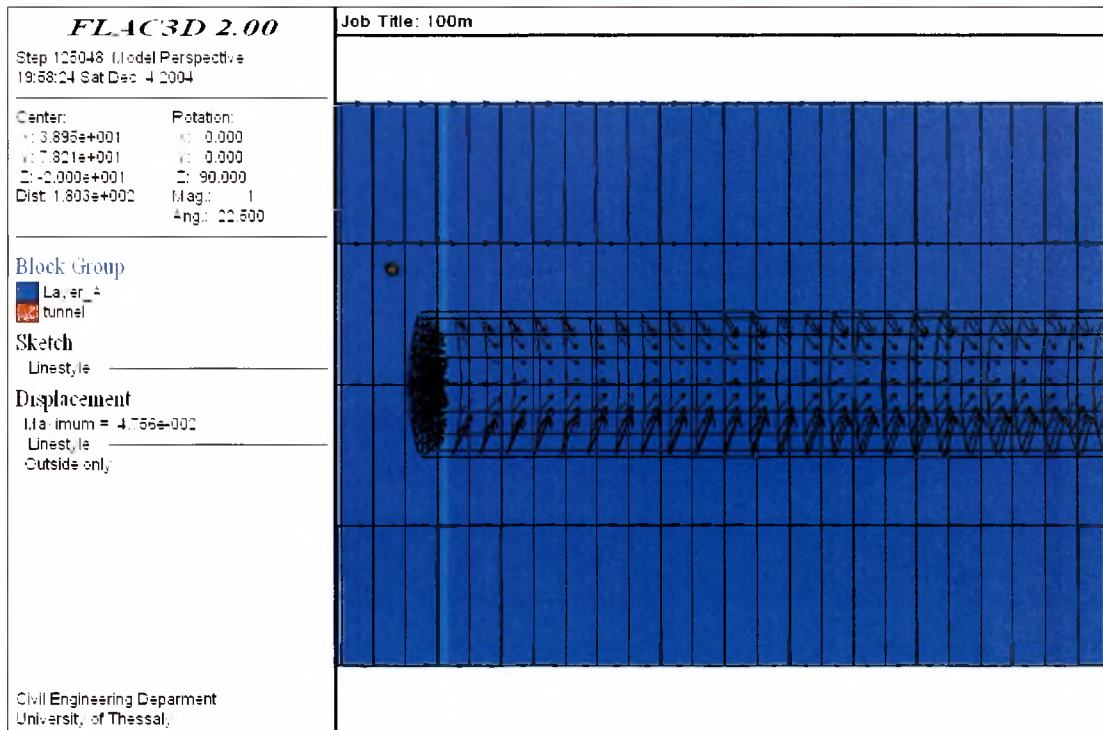
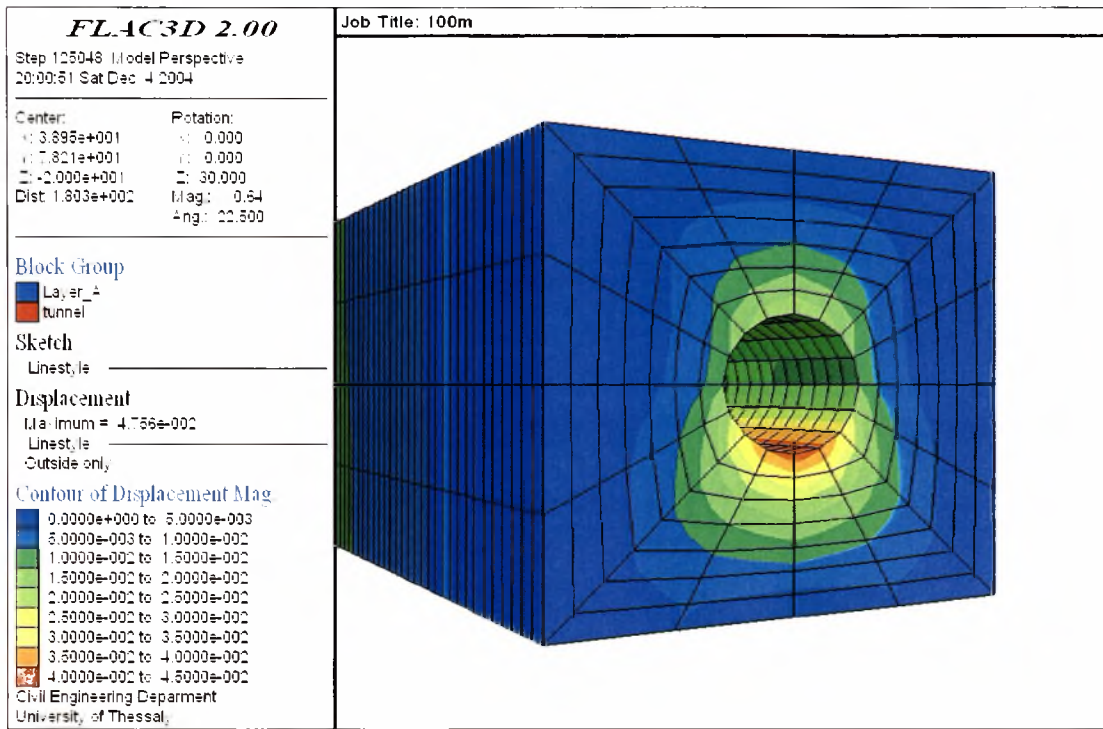
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



Υλικό με $E=0,1\text{GPa}$, $\nu=0,30$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά).
Εκκαφή στα 100m. Γεωμετρία και κατακόρυφες κύριες τάσεις
αντίστοιχα.

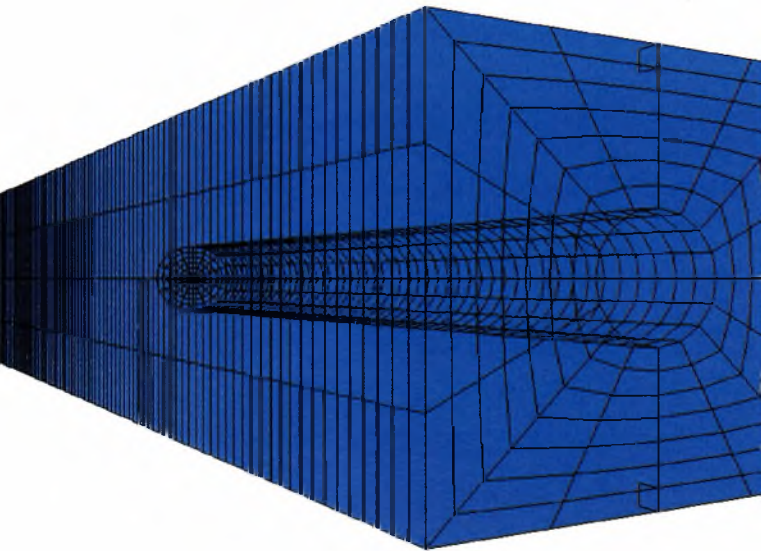
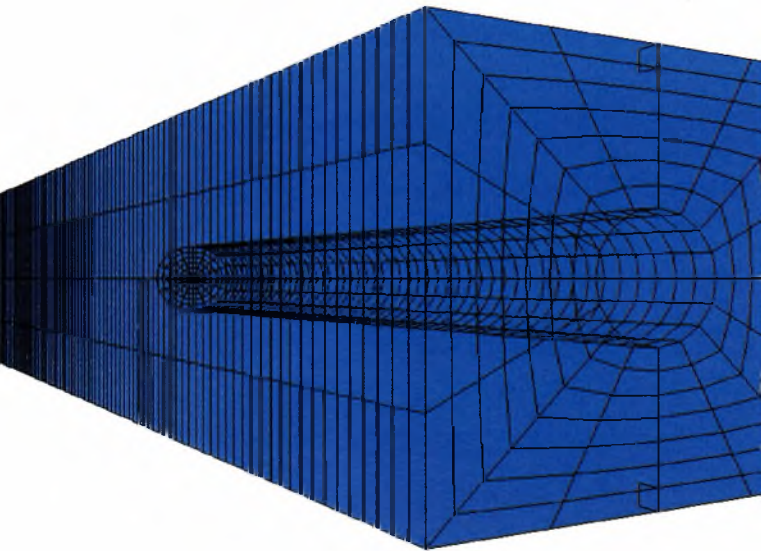
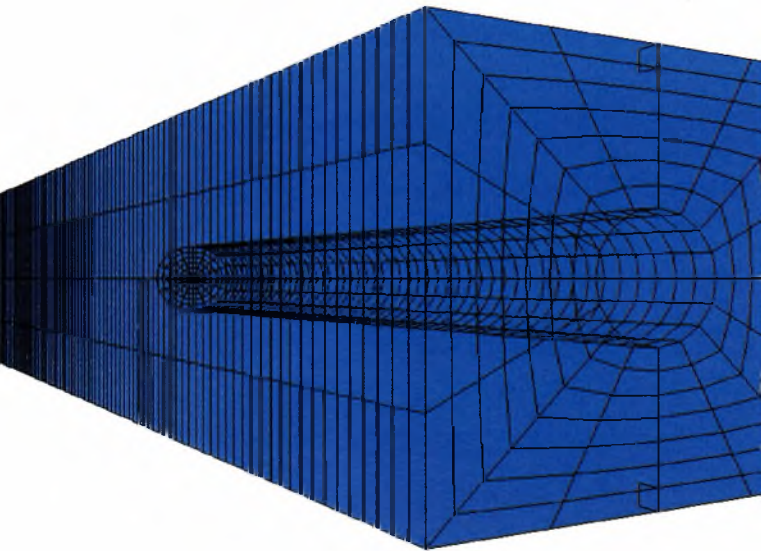
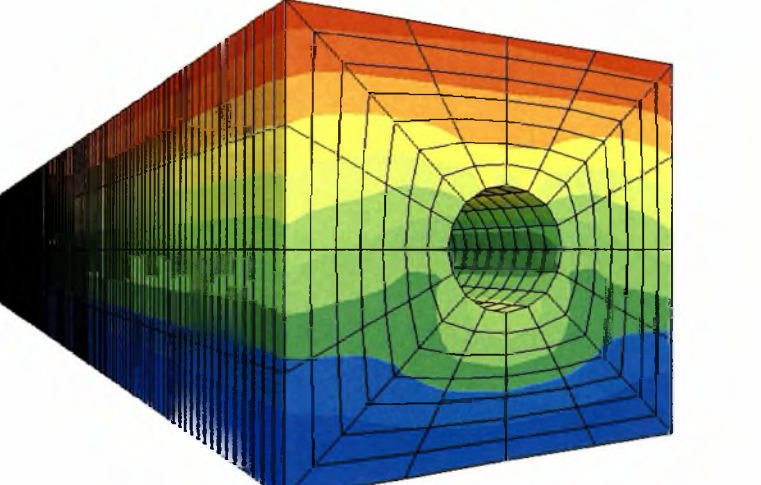
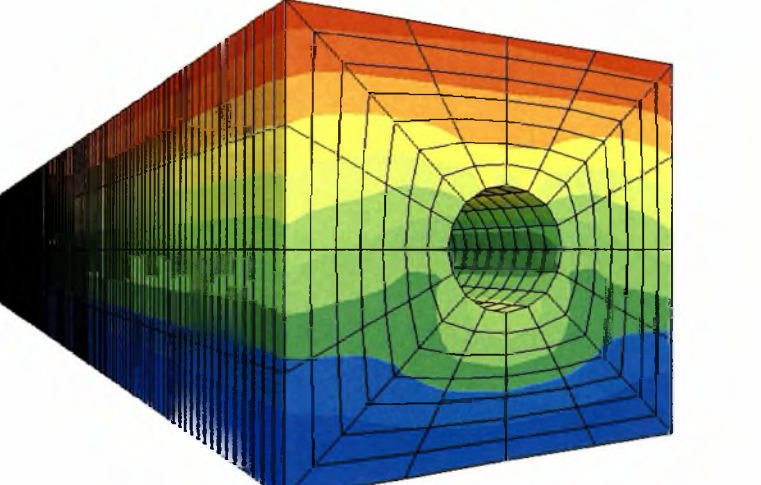
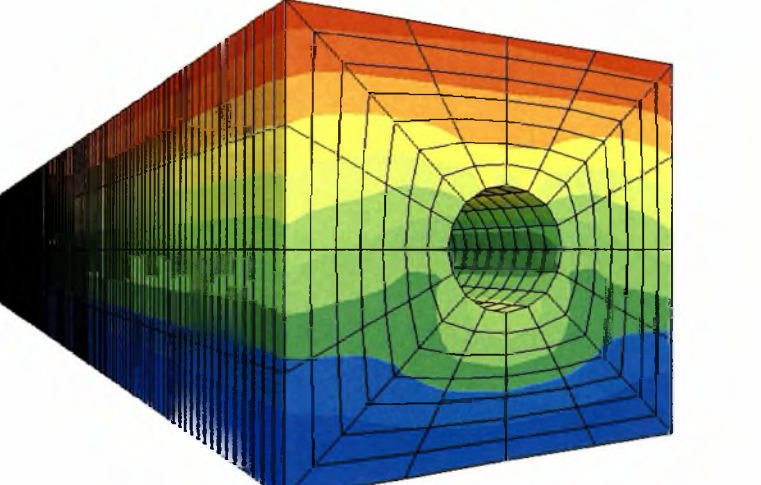
Σχήματα
B9-B10

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--

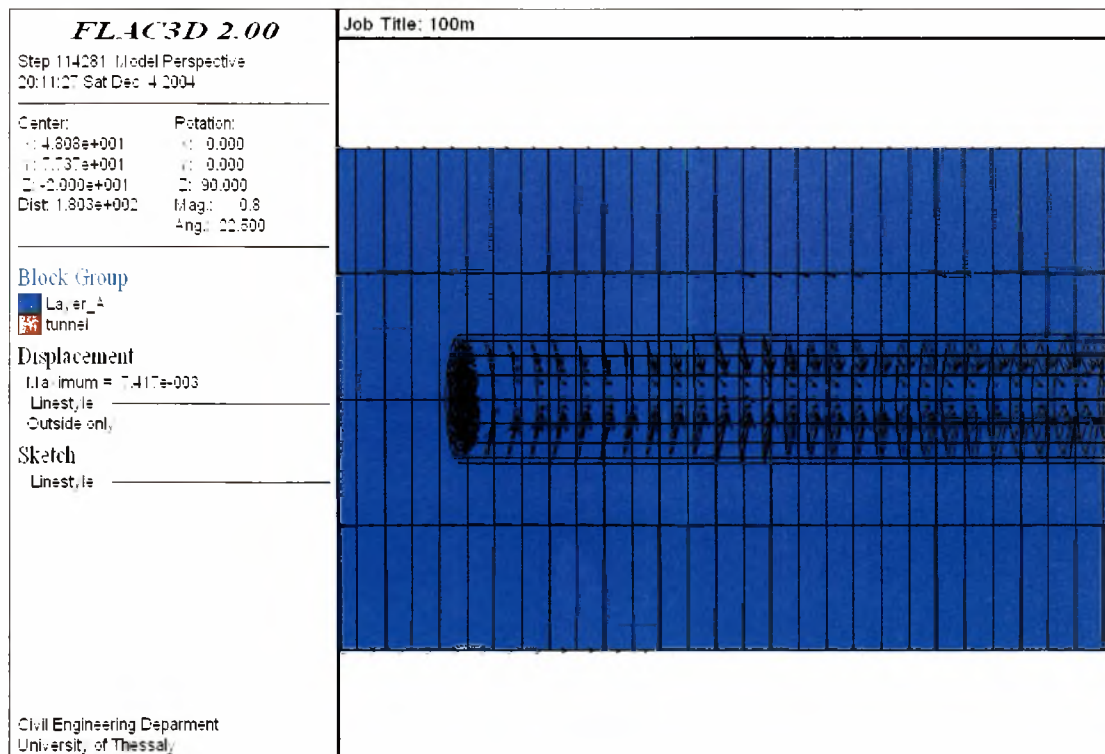
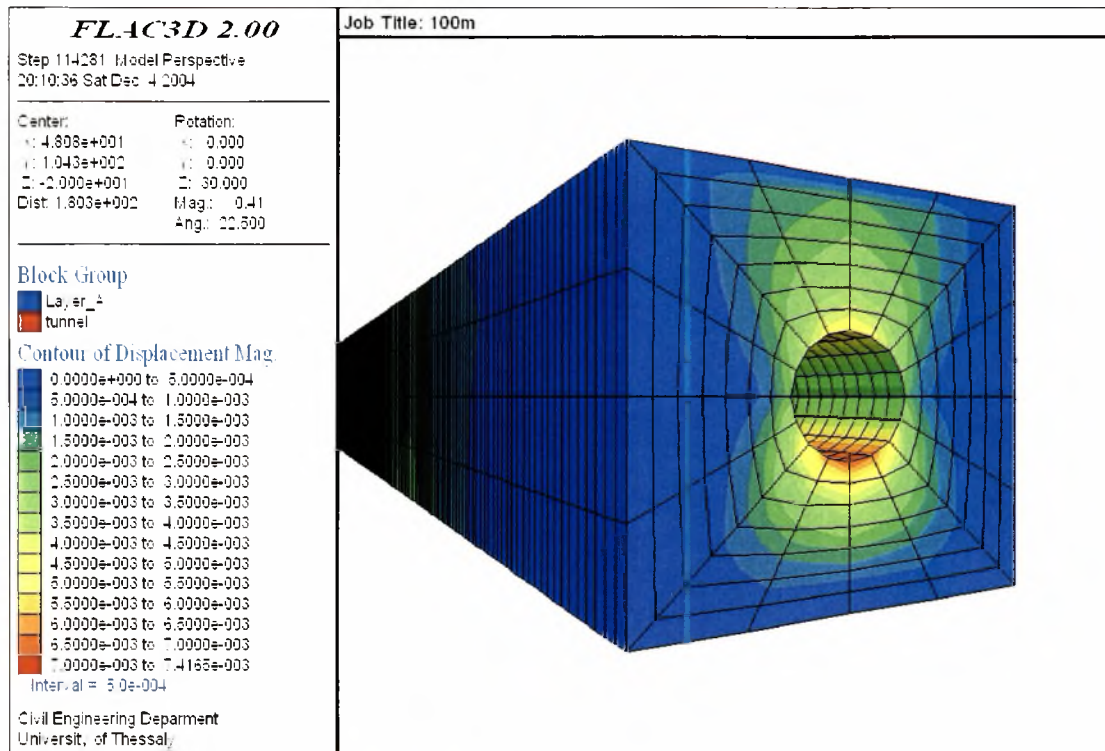


Υλικό με $E=0,1\text{GPa}$, $\nu=0,30$ (με γραμμική ελαστική συμπεριφορά).
Εκσκαφή στα 100m. Συγκλίσεις και διάνυσμα μετακινήσεων
αντίστοιχα.

Σχήματα
B11-B12

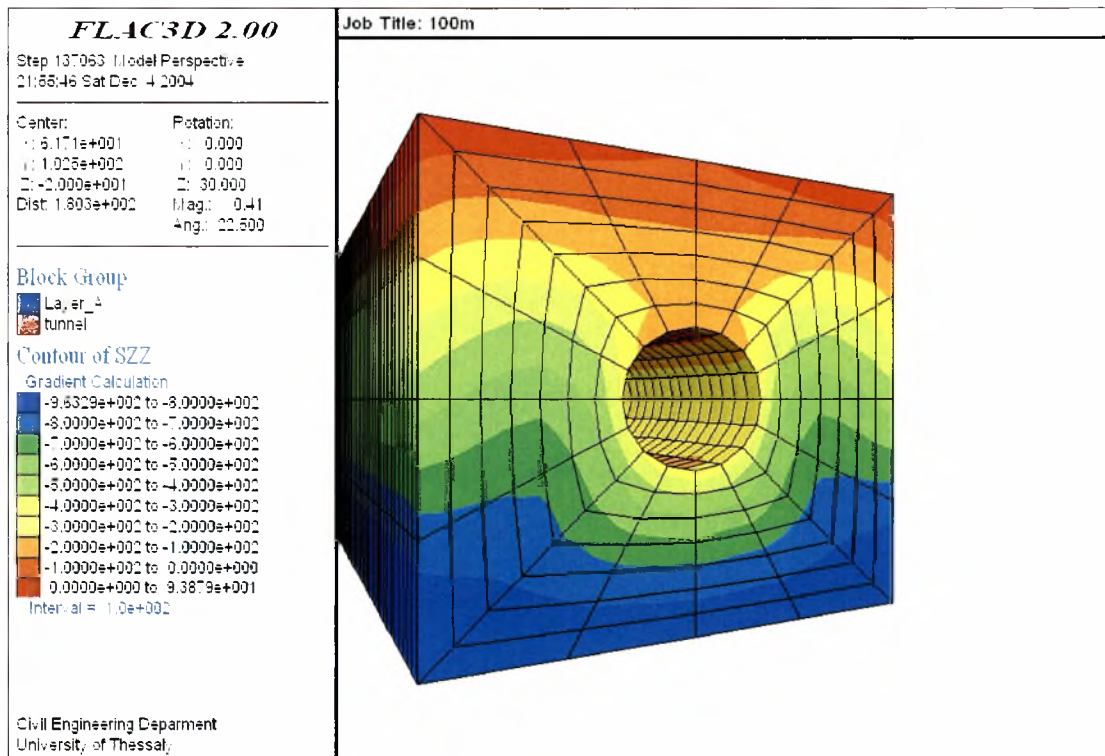
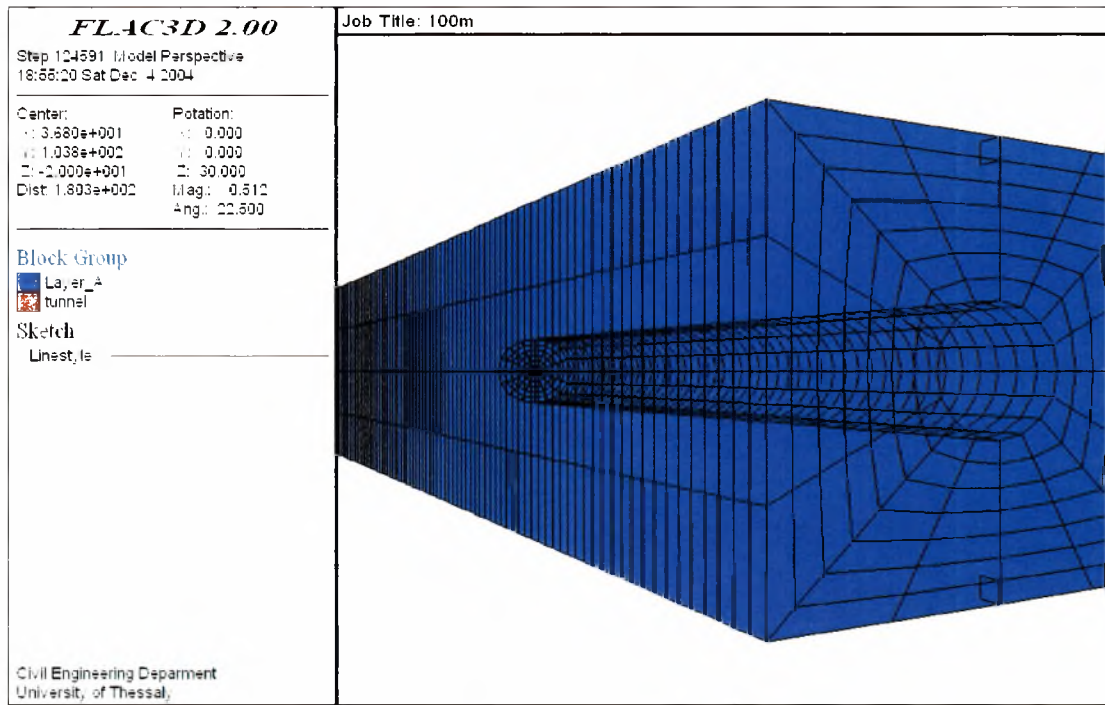
<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>			
<table border="1"> <tr> <td data-bbox="165 323 482 548"> <p>FLAC3D 2.00 Step 124591 Model Perspective 18:58:20 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 3.680e+001 R: 0.000 I: 1.038e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.512 Ang: 22.500</p> </td> <td data-bbox="496 323 1252 1017" rowspan="2"> <p>Job Title: 100m</p>  </td> </tr> <tr> <td data-bbox="165 559 482 679"> <p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Sketch LineStyle</p> </td> </tr> </table> <p>Civil Engineering Department University of Thessaly</p>			<p>FLAC3D 2.00 Step 124591 Model Perspective 18:58:20 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 3.680e+001 R: 0.000 I: 1.038e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.512 Ang: 22.500</p>	<p>Job Title: 100m</p> 	<p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Sketch LineStyle</p>
<p>FLAC3D 2.00 Step 124591 Model Perspective 18:58:20 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 3.680e+001 R: 0.000 I: 1.038e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.512 Ang: 22.500</p>	<p>Job Title: 100m</p> 				
<p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Sketch LineStyle</p>					
<table border="1"> <tr> <td data-bbox="165 1065 482 1290"> <p>FLAC3D 2.00 Step 114281 Model Perspective 20:07:23 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 4.808e+001 R: 0.000 I: 1.043e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.41 Ang: 22.500</p> </td> <td data-bbox="496 1065 1252 1777" rowspan="2"> <p>Job Title: 100m</p>  </td> </tr> <tr> <td data-bbox="165 1301 482 1662"> <p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Custom of SZZ Gradient Calculation -9.899e+002 to -8.000e+002 -8.000e+002 to -7.000e+002 -7.000e+002 to -6.000e+002 -6.000e+002 to -5.000e+002 -5.000e+002 to -4.000e+002 -4.000e+002 to -3.000e+002 -3.000e+002 to -2.000e+002 -2.000e+002 to -1.000e+002 -1.000e+002 to 0.000e+000 0.000e+000 to 5.8033e+001 Interval = 1.0e+002</p> </td> </tr> </table> <p>Civil Engineering Department University of Thessaly</p>			<p>FLAC3D 2.00 Step 114281 Model Perspective 20:07:23 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 4.808e+001 R: 0.000 I: 1.043e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.41 Ang: 22.500</p>	<p>Job Title: 100m</p> 	<p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Custom of SZZ Gradient Calculation -9.899e+002 to -8.000e+002 -8.000e+002 to -7.000e+002 -7.000e+002 to -6.000e+002 -6.000e+002 to -5.000e+002 -5.000e+002 to -4.000e+002 -4.000e+002 to -3.000e+002 -3.000e+002 to -2.000e+002 -2.000e+002 to -1.000e+002 -1.000e+002 to 0.000e+000 0.000e+000 to 5.8033e+001 Interval = 1.0e+002</p>
<p>FLAC3D 2.00 Step 114281 Model Perspective 20:07:23 Sat Dec 4 2004</p> <p>Center: Rotation: C: 4.808e+001 R: 0.000 I: 1.043e+002 I: 0.000 D: -2.000e+001 D: 30.000 Dist: 1.803e+002 Mag: 0.41 Ang: 22.500</p>	<p>Job Title: 100m</p> 				
<p>Block Group Layer_A tunnel</p> <p>Custom of SZZ Gradient Calculation -9.899e+002 to -8.000e+002 -8.000e+002 to -7.000e+002 -7.000e+002 to -6.000e+002 -6.000e+002 to -5.000e+002 -5.000e+002 to -4.000e+002 -4.000e+002 to -3.000e+002 -3.000e+002 to -2.000e+002 -2.000e+002 to -1.000e+002 -1.000e+002 to 0.000e+000 0.000e+000 to 5.8033e+001 Interval = 1.0e+002</p>					
<p>Υλικό με $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=150\text{KPa}$, $\phi=25^\circ$ (με ελαστικοπλαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Γεωμετρία και κατακόρυφες κύριες τάσεις αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα B13-B14</p>			

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



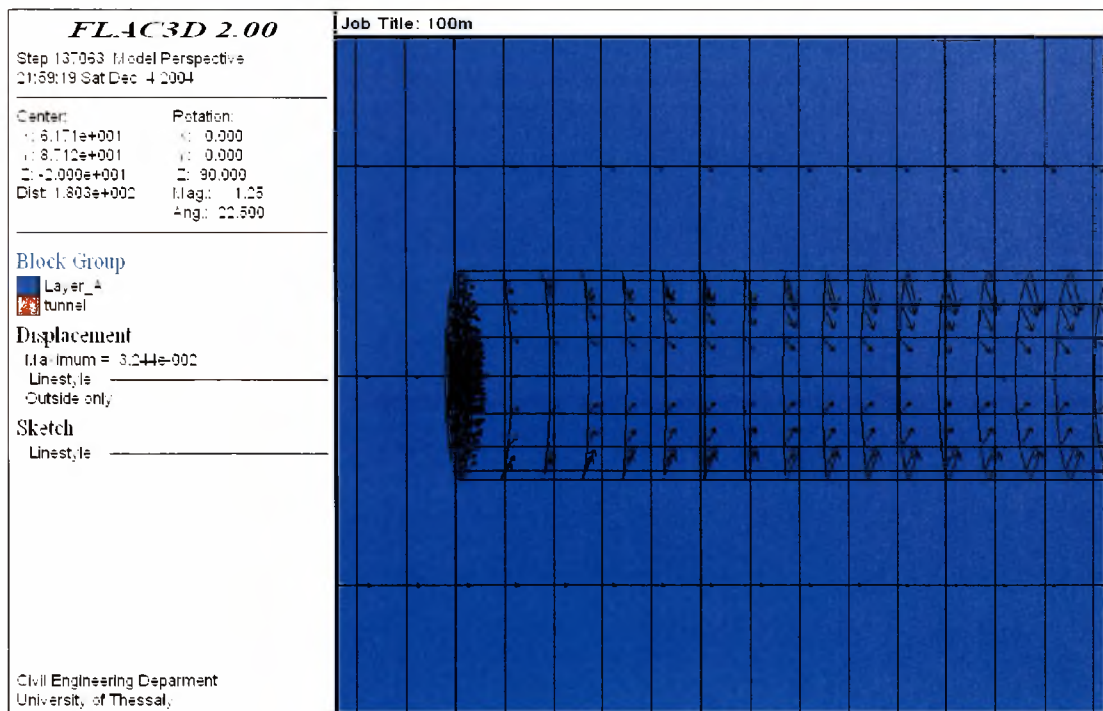
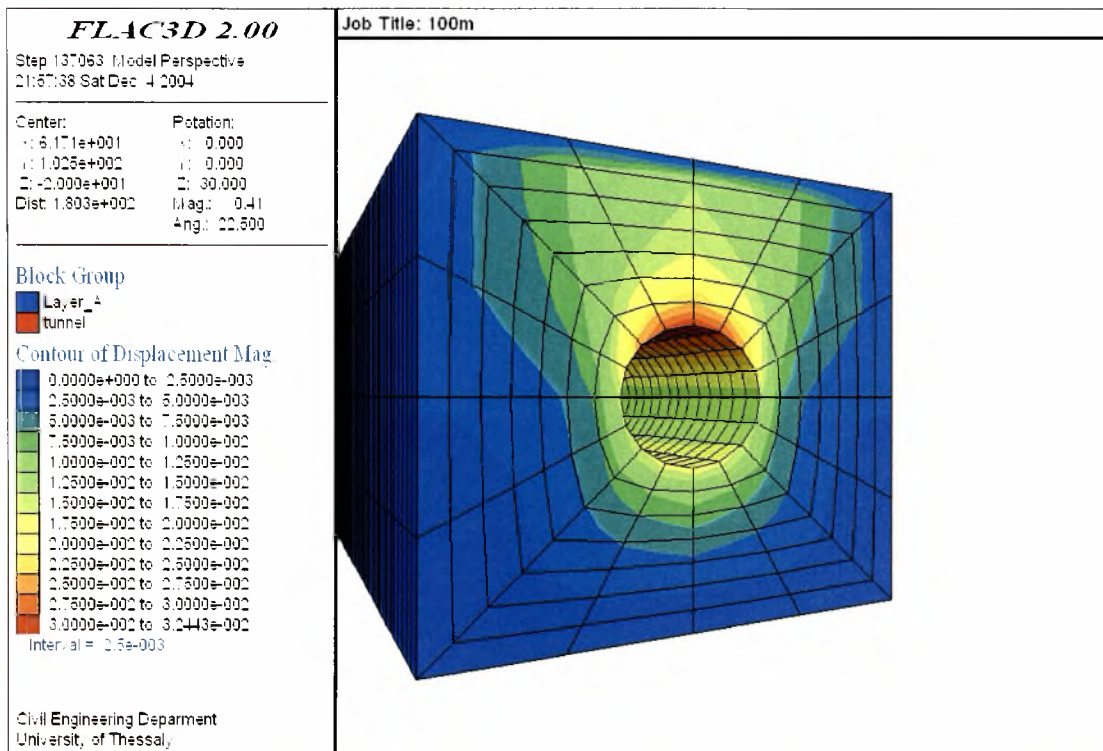
<p>Υλικό με $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=150\text{KPa}$, $\phi=25^\circ$ (με ελαστικοπλαστική συμπεριφορά) Εκσκαφή στα 100m. Συγκλίσεις και διάνυσμα μετακινήσεων αντίστοιχα.</p>	<p>Σχήματα B15-B16</p>
--	----------------------------

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



<p>Υλικό με $E=0,3\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=50\text{KPa}$, $\phi=30^\circ$ (με ελαστικοπλαστική συμπεριφορά). Εκσκαφή στα 100m. Γεωμετρία και κατακόρυφες κύριες τάσεις αντίστοιχα.</p>	<p>Σχήματα B17-B18</p>
---	----------------------------

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	Αποτελέσματα του προγράμματος Flac3D	Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής
---------------------------	--	--



<p>Υλικό με $E=0,3\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=50\text{KPa}$, $\phi=30^\circ$ (με ελαστικοπλαστική συμπεριφορά) Εκσκαφή στα 100m. Συγκλίσεις και διάνυσμα μετακινήσεων αντίστοιχα.</p>	<p>Σχήματα B19-B20</p>
---	----------------------------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



Διαγράμματα excel με βάση τα αποτελέσματα
του προγράμματος Flac^{3D}

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="297 273 716 1924"> <p>σύνγκλιση (cm)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="736 273 1093 1924"> <p>σύνγκλιση (cm)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=10\text{GPa}$, $\nu=0.20$ Σύγκλιση αριστερού και δεξιού τοιχώματος σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ1-Γ2</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="278 264 632 1919"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="649 264 1003 1919"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=10\text{GPa}$, $\nu=0.20$ Σύγκλιση οροφής και δαπέδου σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ3-Γ4</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="319 264 672 1921"> <p>σύγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="691 264 1043 1921"> <p>σύγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=0,6GPa$, $\nu=0,25$ Σύγκλιση αριστερού και δεξιού τοιχώματος σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ5-Γ6</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="315 268 676 1917"> <p>σύνκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="696 268 1048 1917"> <p>σύνκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=0,6GPa$, $\nu=0,25$ Σύγκλιση οροφής και δαπέδου σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ7-Γ8</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="321 266 674 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="692 266 1045 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=0,1\text{GPa}$, $\nu=0,30$ Σύγκλιση αριστερού και δεξιού τοιχώματος σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ9-Γ10</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<p>The figure consists of two vertically oriented line graphs. The top graph plots displacement in meters (m) on the y-axis against distance in meters (m) on the x-axis. The y-axis ranges from 5,00E-03 to -3,00E-02 with major ticks every 1,00E-02. The x-axis ranges from 0 to 250 with major ticks every 50. A blue line shows a sharp drop from approximately 5,00E-03 m at x=0 to -2,50E-02 m at x=100, then remains constant until x=250. A vertical red line is drawn at x=100. The bottom graph also plots displacement (m) vs distance (m). The y-axis ranges from 5,00E-02 to -1,00E-02 with major ticks every 1,00E-02. The x-axis ranges from 0 to 250 with major ticks every 50. A blue line shows a sharp drop from approximately 5,00E-02 m at x=0 to -1,00E-02 m at x=100, then remains constant until x=250. A vertical red line is drawn at x=100.</p>		
<p>Υλικό με ελαστική γραμμική συμπεριφορά. $E=0,1\text{GPa}$, $\nu=0,30$ Σύγκλιση οροφής και δαπέδου σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ11-Γ12</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="318 268 665 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="682 268 1041 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=150\text{KPa}$, $\phi=25^\circ$ Σύγκλιση αριστερού και δεξιού τοιχώματος σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ13-Γ14</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="315 266 668 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="686 266 1039 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,6\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=150\text{KPa}$, $\phi=25^\circ$ Σύγκλιση οροφής και δαπέδου σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ15-Γ16</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Fiac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="319 264 672 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="691 264 1041 1917"> <p>σύνγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,3\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=50\text{KPa}$, $\phi=30^\circ$ Σύνγκλιση αριστερού και δεξιού τοιχώματος σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ17-Γ18</p>

<p>ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ</p>	<p>Διαγράμματα excel με βάση τα Αποτελέσματα του προγράμματος Flac^{3D}</p>	<p>Τμήμα: Πολιτικών μηχανικών Τομέας: Υπολογιστικής Γεωτεχνικής Μηχανικής</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="314 262 671 1921"> <p>σύγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> <div data-bbox="692 262 1049 1921"> <p>σύγκλιση (m)</p> <p>απόσταση (m)</p> </div> </div>		
<p>Υλικό με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. $E=0,3\text{GPa}$, $\nu=0,25$, $c=50\text{KPa}$, $\phi=30^\circ$ Σύγκλιση οροφής και δαπέδου σήραγγας, αντίστοιχα.</p>		<p>Σχήματα Γ19-Γ20</p>

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ❖ Αγιουτάντης Ζαχ. (2002), Στοιχεία Γεωμηχανικής – Μηχανική πετρωμάτων, Εκδόσεις ΙΩΝ
- ❖ Γδούτος Μ., Αντοχή των υλικών, Εκδόσεις Κυριακίδη α.ε.
- ❖ Εφραιμίδης Γ. (2003), Σημειώσεις μαθήματος: βραχομηχανική
- ❖ Καββαδάς Μ. (2000), Υπόγεια έργα
- ❖ Καββαδάς Μ. (2000), Στοιχεία εδαφομηχανικής
- ❖ Κερμανίδης θ. (1999), Αντοχή των υλικών, Πάτρα
- ❖ Κωμοδρόμος Αιμ. (2001), Υπολογιστική Γεωτεχνική Μηχανική – Γραμμική-Μη Γραμμική Ανάλυση, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
- ❖ Κωμοδρόμος Αιμ. (2003), Σημειώσεις μαθήματος: σήραγγες και υπόγεια έργα
- ❖ Μαραγκός Χρ. (2003), Τεχνικά έργα υποδομής - Κατασκευές στην επιφάνεια του βράχου – Υπόγειες κατασκευές – Φράγματα, Εκδόσεις Α.Π.Θ.
- ❖ Μπαντής Σταύρος, Βραχομηχανική, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Θεσσαλίας
- ❖ Μυστακίδης Ευρ. (2002), Σημειώσεις μητρικής στατικής.
- ❖ Παπαδρακάκης Μ. (2001), Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, Εκδόσεις Παπασωτηρίου
- ❖ Τσαμασφύρος Γ. (1990), Μηχανική παραμορφώσιμων σωμάτων Ι, Εκδόσεις Συμμετρία
- ❖ Τσότσος Στέφ. (1991), Εδαφομηχανική – Θεωρία μέθοδοι εφαρμογές, Εκδόσεις Φ. Βερβερίδης & Π. Πολυχρονίδης α.ε., Θεσσαλονίκη
- ❖ E. Hoek (2000), Practical rock engineering
- ❖ Itasca (1997), Flac – Fast Lagrangian Analysis of continua - online manual table of contents, Itasca consulting group, Minneapolis
- ❖ Itasca (1997), Flac^{3D} – Fast Lagrangian Analysis of continua in 3 dimensions – version 2- user manual, Itasca consulting group, Minneapolis
- ❖ L. Jing, A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modeling for rock mechanics and rock engineering, International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences

- ❖ Marcio Muniz de Farias, Alvaro Henrique Moraes Junior, Andre Pacheco de Assis, Displacement control in tunnels excavated by the NATM: 3-D numerical simulations, Tunnelling and Underground Space Technology 19 (2004) 283–293
- ❖ R. Dungar and J.A. Studer (1986), Geomechanical modeling in engineering practice, A.A.Balkema / Rotterdam / Boston
- ❖ Shunsuke Sakurai , Shinichi Akutagawa, Kunifumi Takeuchi , Masato Shinji , Norikazu Shimizu, Back analysis for tunnel engineering as a modern observational method, Tunnelling and Underground Space Technology 18 (2003) 185–196
- ❖ T. Unlu, H. Gercek , Effect of Poisson's ratio on the normalized radial displacements occurring around the face of a circular tunnel, Tunnelling and Underground Space Technology 18 (2003) 547–553
- ❖ Weishen Zhu *, Shucai Li , Shuchen Li , Weizhong Chen , C.F. Lee, Systematic numerical simulation of rock tunnel stability considering different rock conditions and construction effects, Tunnelling and Underground Space Technology 18 (2003) 531–536



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000074384

