

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

# ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

# TMHMA ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία

# ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΒΑΣΕΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

# ΜΙΧΑΛΗΣ ΣΑΠΟΥΝΤΖΗΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας

2004

# Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής	Δρ. Κώστας Παπαδημητρίου
(Επιβλέπων)	Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
	Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

- Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Σπύρος Καραμάνος Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
- Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γιώργος Πετρόπουλος Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



Στους γονείς μου, Σπύρο και Δήμητρα και στην αδερφή μου Χαρά

. .

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η αναγνώριση των ταλαντωτικών χαρακτηριστικών των κατασκευών μέσα από πειραματικές μετρήσεις. Τα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά αναφέρονται στις μορφικές ιδιότητες, όπως οι ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές και οι αντίστοιχοι λόγοι απόσβεσης. Η γνώση των πραγματικών τιμών των μορφικών χαρακτηριστικών είναι χρήσιμη στην ακριβή και αξιόπιστη υπολογιστική προσομοίωση της συμπεριφοράς της κατασκευής. Η αναγνώριση των δυναμικών χαρακτηριστικών είναι απαραίτητη για την επιβεβαίωση ή και ανανέωση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων των κατασκευών, προκειμένου αυτά να ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Επίσης η αναγνώριση των δυναμικών χαρακτηριστικών εντοπισμού βλαβών.

Για τον σκοπό αυτό, αναπτύχθηκαν και υλοποιήθηκαν σε λογισμικό μέθοδοι αναγνώρισης για τις περιπτώσεις κίνησης ελεύθερης ταλάντωσης και ταλάντωσης λόγω λειτουργικού φορτίου. Προκειμένου να αναπτυχθούν συγκεκριμένοι μέθοδοι αναγνώρισης μελετήθηκε η δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών, έγινε η θεωρητική μελέτη της κίνησης και χρησιμοποιήθηκε αλλά και αναπτύχθηκε λογισμικό σε πηγαία γλώσσα Matlab.

Η εργασία δομείται από 4 κυρίως τμήματα, την περιληπτική ανάπτυξη του θεωρητικού υπόβαθρου και των μοντέλων στα οποία βασίζονται οι αλγόριθμοι αναγνώρισης, την ανάλυση της συνάρτησης σφάλματος ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο μαθηματικό μοντέλο πρόβλεψης της συμπεριφοράς των κατασκευών, τις μεθοδολογίες ελαχιστοποίησης της συνάρτησης σφάλματος, τις εφαρμογές σε πραγματικές μετρήσεις δυναμικής συμπεριφοράς κατασκευών και τέλος τα συμπεράσματα.

Στο πρώτο τμήμα, γίνεται ανάλυση της θεωρίας στην οποία στηρίζονται οι μέθοδοι αναγνώρισης, και συγκεκριμένα παρουσιάζονται τα μαθηματικά μοντέλα προσομοίωσης της απόκρισης των κατασκευών.

Στο δεύτερο τμήμα, γίνεται παρουσίαση της κεντρικής ιδέας του τρόπου αναγνώρισης που διέπει τις μεθόδους που αναπτύχθηκαν. Παράλληλα ορίζεται η γενική μορφή της συνάρτηση σφάλματος των μετρήσεων και των προβλέψεων των μοντέλων και ορίζεται η συνάρτηση ελαχιστοποίησης για κάθε ένα από τα μοντέλα προσομοίωσης που αναπτύχθηκαν στο πρώτο τμήμα. Επίσης παρουσιάζονται δύο μέθοδοι ελαχιστοποίησης του σφάλματος και υπολογισμού των μορφικών χαρακτηριστικών. Η πρώτη μέθοδος είναι η Quasi-Newton η οποία εκμεταλλεύεται την πληροφορία που προέρχεται από την κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης για την επιτάχυνση της σύγκλισης του αλγόριθμου ελαχιστοποίησης. Ωστόσο η μέθοδος συγκλίνει σε τοπικό ελάχιστο. Η δεύτερη μέθοδος βασίζεται σε Γενετικούς Αλγορίθμους, συγκλίνει στο ολικό ελάχιστο, αλλά ο ρυθμός σύγκλισης είναι αργός. Για την επιτάχυνση του ρυθμού σύγκλισης της τελευταίας μεθόδου χρησιμοποιήθηκε μια υβριδική μέθοδος η οποία χρησιμοποιεί αρχικά γενετικούς αλγορίθμους και στη συνέχεια την μέθοδο βασισμένη στην κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στο τρίτο κομμάτι της εργασία γίνεται χρήση των αλγόριθμων που αναπτύχθηκαν και παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων αναγνώρισης σε μια πρότυπη κατασκευή η οποία δημιουργήθηκε στο University of British Columbia με σκοπό την πειραματική πιστοποίηση μεθοδολογιών διάγνωσης βλαβών.

Τέλος στο τέταρτο κομμάτι της εργασίας συνοψίζονται τα αποτελέσματα και γίνονται προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον αναπληρωτή καθηγητή Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου για την εξαιρετική συνεργασία και πολύτιμη καθοδήγηση του κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	3
Περιεχόμενα	6

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Μοντέλα Απόκρισης Κατασκευών	
1.0 Εισαγωγή	8
1.1 Εξίσωση Κίνησης Ταλαντωτικού Συστήματος	8
1.2 Ιδιοπρόβλημα	9
1.3 Μορφική Ανάλυση	10
1.4 Μοντέλο Ελεύθερης Ταλάντωσης Με Κλασσική Απόσβεση	11
1.5 Μοντέλο Ταλάντωσης Σε Λειτουργικά Φορτία	13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Μεθοδολογία Μορφικής Αναγνώρισης	17
2.0 Εισαγωγή	17
2.1 Η Συνάρτηση Σφάλματος	18
2.2 Μοντέλο Ελεύθερης Ταλάντωσης	19
2.3 Μοντέλο Ταλάντωσης Σε Λειτουργικά Φορτία	26
2.4 Αριθμητικές Μέθοδοι Ελαχιστοποίησης της Σχετικής Συνάρτησης	-
Σφάλματος	27
2.4.1 Εισαγωγή στη Μέθοδο Newton	27
2.4.2 Μειονεκτήματα Της Μεθόδου Quasi-Newton	28
2.4.3 Γενετικοί Αλγόριθμοι	28
2.4.5 Υβριδική Μέθοδος Ελαχιστοποίησης Γενετικών Αλγορίθμων -	
Quasi-Newton	30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Εφαρμογές	
3.0 Εισαγωγή	31
3.1 Περιγραφή της Πρότυπης Κατασκευής του University of Bri	tish
Columbia	31
3.2 Διαδικασία Διέγερσης και Καταγραφής Δεδομένων	33
3.3 Μοντέλο Ελεύθερης Ταλάντωσης	
3.4 Σενάριο 1	41
3.5 Σενάριο 2	49
3.6 Σενάριο 3	57

3.7 Σενάριο 4	66
3.8 Σενάριο 5	74
3.9 Σενάριο 6	84
3.10 Σύγκριση Αποτελεσμάτων για τα Έξι Σενάρια Ελεύθερης	
Ταλάντωσης	96
3.11 Περίπτωση Μοντέλου Υπό την Διέγερση Λειτουργικών	
Φορτίων	98
3.12 Σενάριο 1	.100
3.13 Σενάριο 2	.109
3.14 Σενάριο 3	.116
3.15 Σενάριο 4	123
3.16 Σύγκριση Αποτελεσμάτων μεταξύ Ελεύθερης Ταλάντωσης και	
Ταλάντωσης Λειτουργικών Φορτίων	129
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Συμπεράσματα Και Προτάσεις	.134
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Πρότυπη Κατασκευή University Of British	
Columbia	.136
Βιβλιογραφία	143

.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

# ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

## <u>1.0</u> ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι εξισώσεις των μορφικών μοντέλων μηχανικών συστημάτων. Ειδικότερα αναπτύσσονται οι σχέσεις που δίνουν την ελεύθερη ταλάντωση με κλασσικό τρόπο απόσβεσης και πως συνδέονται οι επιταχύνσεις του συστήματος με τα μορφικά χαρακτηριστικά του συστήματος (ιδιοσυχνότητες, συντελεστές απόσβεσης, ιδιομορφές). Επίσης στην περίπτωση του λευκού θορύβου αναπτύσσονται οι σχέσεις που συνδέουν την φασματική πυκνότητα με τα μορφικά χαρακτηριστικά του συστήματος και τα χαρακτηριστικά της διέγερσης. Στο κεφάλαιο 2 οι σχέσεις αυτές είναι απαραίτητες για την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών του μοντέλου με βάση πειραματικέ μετρήσεις.

#### 1.1 ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Η μητρωική μορφή της εξίσωσης κίνησης ενός ταλαντωτικού συστήματος με πολλούς βαθμούς ελευθερίας, δίνεται από την εξής σχέση:

$$\mathbf{M}\underline{\ddot{x}} + \mathbf{C}\underline{\dot{x}} + \mathbf{K}\underline{x} = f(t) \tag{1.1}$$

όπου **M** το μητρώο μάζας, **C** το μητρώο απόσβεσης, **K** το μητρώο ακαμψίας, <u>x</u> το διάνυσμα αποκρίσεων και <u>f</u> το διάνυσμα διέγερσης του συστήματος. Στην ειδική περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης η εξωτερική διέγερση του συστήματος είναι f(t) = 0 οπότε:

$$\mathbf{M}\underline{\ddot{x}} + \mathbf{C}\underline{x} + \mathbf{K}\underline{x} = \underline{0} \tag{1.2}$$

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων είναι συζευγμένο, δηλαδή η κάθε άγνωστη μεταβλητή εξαρτάται από τις τιμές των άλλων. Για την επίλυση του παραπάνω συστήματος χρησιμοποιείται η μέθοδος της μορφικής ανάλυσης, η οποία βασίζεται στην επίλυση του παρακάτω ιδιοπροβλήματος για τον προσδιορισμό των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών.

## **<u>1.2</u>** ΙΔΙΟΠΡΟΒΛΗΜΑ

Στην ανάλυση εισάγονται οι ιδιομορφές  $\phi_r$  και οι ιδιοσυχνότητες  $\omega_r$ , οι οποίες προσδιορίζονται από την επίλυση του ιδιοπροβλήματος:

$$(\mathbf{K} - \omega_r^2 \mathbf{M})\phi_r = 0 \tag{1.3}$$

Τα Ν ιδιοδιανύσματα  $\underline{\phi}_{r}$  μπορούν να γραφούν σε ένα πίνακα της μορφής:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \dots & \phi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \dots & \phi_{NN} \end{pmatrix}$$

ο οποίος ονομάζεται πίνακας ιδιομορφών. Οι Ν ιδιοσυχνότητες ω, μπορούν να γραφούν σε ένα πίνακα της μορφής:

$$\Omega^{2} = \begin{pmatrix} \omega_{1}^{2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_{N}^{2} \end{pmatrix}$$

Έτσι το ιδιοπρόβλημα γράφεται στην παρακάτω μητρωική μορφή:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Omega}^2 \tag{1.4}$$

Για συμμετρικά και ημιθετικά ορισμένα μητρώα ακαμψίας και μάζας **K** και **M** αντίστοιχα, αποδεικνύονται οι συνθήκες ορθογωνικότητας:

$$\boldsymbol{\phi}_{r}^{T}\mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_{r} = \boldsymbol{\delta}_{r}, \qquad \gamma \boldsymbol{\iota} \boldsymbol{\alpha} \qquad n \neq r \qquad (1.5)$$

$$\phi_{r}^{T}\mathbf{M}\phi_{r}=\omega_{r}^{2}\delta_{rs} \qquad \gamma\iota\alpha \qquad n\neq r \qquad (1.6)$$

όπου το  $\delta_{rs}$  είναι το Δέλτα του Kronecker.

Η μητρωική μορφή των συνθηκών ορθογωνικότητας είναι:

$$\Phi^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\Phi = \mathbf{I} \tag{1.7}$$

και

$$\Phi^{\mathsf{T}}\mathbf{M}\Phi=\Omega^2\tag{1.8}$$

#### **<u>1.3</u> ΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

Σύμφωνα με την μέθοδο της μορφικής ανάλυσης, προκειμένου να λύσουμε το σύστημα εξισώσεων (1.1), θεωρούμε ότι η λύση έχει την μορφή:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\phi}_{r} \xi_{r}(t) = \Phi \underline{\xi}(t)$$
(1.9)

όπου  $\xi_r(t)$  είναι οι κύριες (μορφικές) συντεταγμένες του συστήματος και  $\underline{\xi}^{\mathrm{T}} = [\xi_1, ..., \xi_N]$ . Αντικαθιστώντας την (1.9) στην (1.1) και χρησιμοποιώντας τις συνθήκες ορθογωνικότητας (1.7) και (1.8), προκύπτει:

$$\ddot{\xi}(t) + C^* \dot{\xi}(t) + \Omega^2 \xi(t) = \Phi^{\mathrm{T}} f(t)$$
(1.10)

όπου με C' συμβολίζεται ο μορφικός πίνακας απόσβεσης:

$$C^* = \Phi^{\mathrm{T}} C \Phi \tag{1.11}$$

Στην γενική περίπτωση ο  $C^*$  είναι μη διαγώνιος πίνακας οπότε το σύστημα (1.10) είναι συζευγμένο διάμεσου των μορφικών ταχυτήτων  $\dot{\xi}(t)$ .

Στην περίπτωση της κλασσικής απόσβεσης, ο πίνακας μορφικής απόσβεσης  $C^*$  θεωρείται διαγώνιος, δηλαδή  $C_{nr} = 0$  για  $n \neq r$ . Η μορφή του πίνακα είναι:

$$C^{\star} = \frac{\Phi^{\mathrm{T}} C \Phi}{\Phi^{\mathrm{T}} \mathrm{M} \Phi} = \begin{pmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 & \dots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \dots & 2\zeta_m \omega_m \end{pmatrix}$$

όπου με  $\zeta_r$  ορίζεται το ποσοστό απόσβεσης της r ιδιομορφής και  $\omega_r$  είναι η συχνότητα της r ιδιομορφής.

Με την υπόθεση αυτή το σύστημα είναι αποσυζευγμένο και η κάθε εξίσωση μπορεί να λυθεί ανεξάρτητα. Για την *r* εξίσωση του συστήματος ισχύει:

$$\ddot{\xi}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{\xi}_r(t) + \omega_r^2 \xi_r(t) = \phi_r^T f(t)$$
(1.12)

#### **<u>1.4</u>** ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης είναι f(t) = 0. Η εξίσωση (1.12) με το δεύτερο σκέλος μηδέν αποτελεί ένα γραμμικό ομογενές σύστημα με σταθερούς συντελεστές και ως εκ τούτου μπορεί να υποτεθεί ότι η λύση είναι εκθετικής μορφής:

$$\xi_r(t) = a_r e^{\lambda_r t} + \overline{a_r} e^{\overline{\lambda_r t}} = e^{-\zeta_r \omega_r t} [A_r \cos \omega_{dr} t + B_r \sin \omega_{dr} t]$$
(1.13)

όπου  $\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}$ ,  $A_r$ ,  $B_r$  είναι πραγματικοί αριθμοί και εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες και  $\lambda_r = -\zeta_r \omega_r + i\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}$ , η λύση της διαφορικής εξίσωσης (1.12).

Αντικαθιστώντας την σχέση (1.13) στην (1.9), η απόκριση του ταλαντωτή δίνεται από την παρακάτω μορφή:

$$x(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\phi}_{r} [a_{r} e^{\lambda_{r} t} + \overline{a}_{r} e^{\overline{\lambda}_{r} t}]$$
(1.14)

Θεωρώντας ότι  $a_r = \operatorname{Re}(a_r) + i \operatorname{Im}(a_r)$  και αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση προκύπτει :

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\phi}_{r} \operatorname{Re}(a_{r})[(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t} + (1-i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t}]$$
(1.15)

όπου  $\varepsilon_r = \frac{\text{Im}(a_r)}{\text{Re}(a_r)}$ . Θέτοντας  $\underline{\psi} = \underline{\phi}_r \text{Re}(a_r)$ , η απόκριση ελεύθερης ταλάντωση με κλασσική απόσβεση παίρνει την τελική μορφή:

$$\underline{x}(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\psi}_{r} [(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t} + (1-i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t}]$$
(1.16)

Η επιτάχυνση προσδιορίζεται παραγωγίζοντας την σχέση (1.14) δυο φορές ως προς τον χρόνο:

$$\underline{\ddot{x}}(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\phi}_{r} [b_{r} e^{\lambda_{r} t} + \overline{b}_{r} e^{\overline{\lambda}_{r} t}]$$
(1.17)

όπου  $b_r = a_r \lambda_r^2$ . Η επιτάχυνση μπορεί να γραφεί σε μια μορφή ίδια με την μορφή της εξίσωσης (1.16):

$$\underline{\ddot{x}}(t) = \sum_{r=1}^{N} \underline{\psi}_{r} [(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t} + (1-i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t}]$$
(1.18)

όπου  $\underline{\psi}_r = \underline{\phi}_r \operatorname{Re}(b_r) = \underline{\phi}_r \operatorname{Re}(a_r \lambda_r^2)$  και  $\varepsilon_r = \frac{\operatorname{Im}(a_r)}{\operatorname{Re}(a_r)}$ 

Παρατηρείται ότι για τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης σε  $N_{out}$ βαθμούς ελευθερίας, με την συνεισφορά *m* ιδιομορφών, απαιτείται η γνώση των ιδιοσυχνοτήτων  $\omega_r$ , των συντελεστών απόσβεσης  $\zeta_r$  και τις τιμες των ιδιομορφών  $\underline{\psi}_r$  στα σημεία μέτρησης της απόκρισης. Αυτές οι παράμετροι συγκεντρώνεται σε ένα διάνυσμα <u>θ</u> της μορφής:

$$\underline{\theta} = \left\{ \omega_r, \zeta_r, \varepsilon_r, \psi_{jr}, r = 1, ..., m, j = 1, ..., N_{out} \right\}$$

και τελικά η επιτάχυνση του μαθηματικού μοντέλου μπορεί να γραφεί:

$$\underline{\ddot{x}}(t;\theta) = \sum_{r=1}^{m} \underline{\psi}_{r} [(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t} + (1-i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}t}]$$
(1.19)

Για τον πλήρη προσδιορισμό της επιτάχυνσης σε  $N_{out}$  σημεία απόκρισης, με την συνεισφορά *m* ιδιομορφών, απαιτούνται συνολικά  $(3+N_{out})m$  παράμετρες του μοντέλου.

# **<u>1.5</u>** ΜΟΝΤΈΛΟ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΕ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα θεωρείται ότι έχει κλασσική απόσβεση και η διέγερση περιγράφεται ικανοποιητικά ως στοχαστική εξέλιξη, με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που ορίζονται παρακάτω. Η εξίσωση κίνησης δίνεται από την (1.12):

$$\ddot{\xi}_{r}(t) + 2\zeta_{r}\omega_{r}\dot{\xi}_{r}(t) + \omega_{r}^{2}\xi_{r}(t) = \phi_{r}^{T}f(t) = f_{r}(t)$$
(1.20)

Θεωρούμε ότι το  $\xi_r(\omega)$  παριστά τις συνιστώσες Fourier της  $\xi_r(t)$ . Έτσι εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Fourier στην (1.20) και λύνοντας ως προς  $\xi_r(\omega)$ , προκύπτει:

$$\xi_r(\omega) = \frac{1}{(\omega_r^2 - \omega^2) + 2\zeta_r \omega_r \omega i} f_r(\omega)$$
(1.21)

όπου το  $f_r(\omega)$  παριστά τις συνιστώσες Fourier της  $f_r(t)$ . Εισάγοντας την συνάρτησης μεταφοράς  $\widehat{H}_r(\omega)$  η οποία ορίζεται από τον τύπο:

$$\widehat{H}_{r}(\omega) = \frac{1}{(\omega_{r}^{2} - \omega^{2}) + 2\zeta_{r}\omega_{r}\omega i}$$
(1.22)

η εξίσωση (1.21) γράφεται ως εξής:

$$\xi_r(\omega) = \widehat{H}_r(\omega) f_r(\omega) \tag{1.23}$$

Επίσης, οι συνιστώσες Fourier  $\xi_r(\omega)$  της μορφικής επιτάχυνσης  $\xi_r(t)$  δίνονται από την εξίσωση (Sarkani & Lutes 1996):

$$\ddot{\xi}_r(\omega) = -\omega^2 \widehat{H}_r(\omega) f_r(\omega)$$
(1.24)

Εισάγοντας το διάνυσμα  $\underline{\xi}(\omega) = [\xi_1(\omega), ..., \xi_m(\omega)]^T$ , η σχέση (1.23) μπορεί να γραφεί σε μητρωϊκή μορφή:

$$\xi(\omega) = \widehat{H}(\omega)\Phi_m^T f(\omega)$$
(1.25)

όπου ο  $\hat{H}(\omega)$  είναι διαγώνιος:

$$\widehat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{H}}_{1}(\boldsymbol{\omega}) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \widehat{\mathbf{H}}_{m}(\boldsymbol{\omega}) \end{pmatrix}$$

και  $\Phi_m$  είναι ένα  $N \times m$  μητρώο ιδιομορφών το οποίο περιέχει μόνο m από τις N ιδιομορφές του  $\Phi$  που συνεισφέρουν στην απόκριση.

Έστω  $S_{\xi}^{rs}(\omega)$  η φασματική πυκνότητα των κύριων συντεταγμένων  $\xi_{r}(t)$  και  $\xi_{s}(t)$ :

$$S_{\xi}^{rs}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} E[\xi_r(\omega)\xi_s^*(\omega)]$$
(1.26)

Επίσης  $S_{\xi}(\omega)$  το  $m \times m$ μητρώο φασματικών πυκνοτήτων m κύριων συντεταγμένων:

$$S_{\xi}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} E[\underline{\xi}_{r}(\omega)\underline{\xi}^{*}(\omega)]$$
(1.27)

με στοιχεία  $S_{\xi}^{\prime\prime}(\omega)$ . Αντικαθιστώντας την (1.25) στην (1.26) καταλήγου<br/>με:

$$S_{\xi}(\omega) = \mathbb{E}[\underline{\xi}(\omega)\underline{\xi}^{*}(\omega)] = \widehat{H}(\omega)\Phi_{m}^{T}S_{\underline{f}}(\omega)\Phi_{m}\widehat{H}^{*T}(\omega)$$
(1.28)

όπου  $S_{f}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \mathbb{E}[\underline{f}(\omega)\underline{f}^{*T}(\omega)]$  είναι το N×N μητρώο φασματικής πυκνότητας του διανύσματος διέγερσης με στοιχεία  $S_{f}^{"}(\omega)$  της μορφής:

$$S_{f}^{ij}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \mathbb{E}[f_{i}(\omega)f_{j}^{*}(\omega)]$$
(1.29)

Θεωρούμε <u>Y</u> το διάνυσμα της απόκρισης έστω l μετρούμενων βαθμών ελευθερίας από τους N συνολικά βαθμούς ελευθερίας της κατασκευής. Το διάνυσμα <u>Y</u> συνδέεται με το διάνυσμα απόκρισης <u>X</u> όλων των βαθμών ελευθερίας του συστήματος σύμφωνα με την σχέση:

$$\underline{Y}(t) = L\underline{X}(t) = L\Phi_m\xi(t)$$
(1.30)

όπου ο L είναι ένας διαγώνιος πίνακας  $N_{out} \times N$  με μονάδες στους μετρούμενους βαθμούς ελευθέριας και μηδενικά στους υπόλοιπους. Στο πεδίο συχνοτήτων η σχέση (1.30) παίρνει την μορφή:

$$\underline{Y}(\omega) = L\Phi_m \xi(\omega) \tag{1.31}$$

όπου <u> $Y(\omega)$ </u> οι συνιστώσες Fourier της <u>Y(t)</u>

Η φασματική πυκνότητα της απόκρισης  $\underline{Y}(t)$  είναι:

$$S_{\underline{Y}}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \mathbb{E}[\underline{Y}(\omega)\underline{Y}(\omega)^{*T}]$$
(1.32)

Αντικαθιστώντας την (1.31) την (1.32) προκύπτει:

$$S_{\underline{Y}}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} E[\underline{Y}(\omega)\underline{Y}(\omega)^{*T}]$$
  
=  $L\Phi_m \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} E[\underline{\xi}(\omega)\underline{\xi}(\omega)^{*T}](L\Phi_m)^T$   
=  $L\Phi_m S_{\xi}(\omega)(L\Phi_m)^T$  (1.33)

Έτσι αντικαθιστώντας την (1.28) στην (1.33) η φασματική πυκνότητα της απόκρισης είναι:

$$S_{\underline{\gamma}}(\omega) = [(L\Phi_m)\widehat{H}(\omega)]\Phi_m^T S_{\underline{\gamma}}(\omega)\Phi_m[(L\Phi_m)\widehat{H}^*(\omega)]^T$$
(1.34)

Η φασματική πυκνότητα της επιτάχυνσης  $\underline{Y}(t)$  παράγεται από την φασματική πυκνότητα της απόκρισης  $\underline{Y}(t)$  χρησιμοποιώντας την σχέση (Sarkani & Lutes 1997):

$$S_{\gamma}(\omega) = \omega^4 S_{\gamma}(\omega) \tag{1.35}$$

15

Στην περίπτωση διέγερσης λευκού θορύβου, η φασματική πυκνότητα παίρνει μια σταθερή τιμή. Ισχύει δηλαδή:

$$S_f(\omega) = S_f \tag{1.36}$$

Αντικαθιστώντας την (1.36) στην (1.34) έχουμε την εξής σχέση για *l* μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας:

$$S_{\gamma}(\omega) = L\Phi_m \widehat{H}(\omega)\Phi_m^T S_T \Phi_m \widehat{H}^T(\omega)(L\Phi_m)^T$$
(1.37)

Θεωρούμε  $\widehat{\Phi} = L\Phi$  ο πίνακας διαστάσεων  $l \times m$ , ο οποίος περιέχει *m* ιδιομορφές που προκύπτουν από τα *l* σημεία μέτρησης της απόκρισης. Η φασματική πυκνότητα της απόκρισης των σημείων μέτρησης παίρνει την μορφή:

$$S_{\gamma}(\omega) = \widehat{\Phi}\widehat{H}(\omega)\widehat{S}_{f}\widehat{H}^{*T}(\omega)\widehat{\Phi}^{T}$$
(1.38)

όπου  $\hat{S}_f = \Phi_m^T S_f \Phi_m$  είναι μητρώο διάστασης  $m \times m$ .

Από την προηγούμενη εξίσωση συμπεραίνουμε ότι η φασματική πυκνότητα της απόκρισης των σημείων μέτρησης εξαρτάται από τα μορφικά χαρακτηριστικά του συστήματος ,  $\widehat{\Phi}, \zeta_r, \omega_r$  και από τα χαρακτηριστικά  $S_f$  της διέγερσης με  $S_f \in \mathbb{R}^{m \times m}$ . Επομένως η φασματική πυκνότητα της απόκρισης σε  $N_{out}$  βαθμούς ελευθερίας εξαρτάται από τις ακόλουθες παραμέτρους:

$$\underline{\theta} = \left\{ \hat{\phi}_{jr}, \omega_r, \zeta_r, S_f, r = 1, ..., m, j = 1, ..., N_{out} \right\}$$
(1.39)

Τελικά προκύπτει:

$$S_{\underline{Y}}(\omega;\theta) = \widehat{\Phi}\widehat{H}(\omega)\widehat{S}_{\underline{f}}\widehat{H}^{*T}(\omega)\widehat{\Phi}^{T}$$
(1.40)

Για τον προσδιορισμό της φασματικής πυκνότητας σε  $N_{out}$  σημεία με την χρήση *m* ιδιομορφών απαιτείται η γνώση  $m\left(N_{out} + 3 + \frac{(m-1)}{2}\right)$  παραμέτρων.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

# ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

#### 2.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η αναγνώριση των ταλαντωτικών μορφικών χαρακτηριστικών των κατασκευών. Ορίζεται η συνάρτηση σφάλματος μεταξύ των πειραματικών αποκρίσεων της κατασκευής και των προβλέψεων του μοντέλου. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά μοντέλα που προέκυψαν από το πρώτο κεφάλαιο για την σύνταξη του αλγόριθμου αναγνώρισης.

Οι απαραίτητες πληροφορίες για την δυναμική συμπεριφορά κατασκευών, όπως αεροναυπηγικών κατασκευών, γεφυρών και κτιρίων και άλλων μηχανικών συστημάτων, λαμβάνονται είτε από πειραματικά μετρημένες διεγέρσεις όπως διέγερση σεισμού, καθώς επίσης και από εξωτερικά φορτία που επιβάλλονται από τις ειδικές συσκευές διέγερσης, είτε από μη μετρήσιμες διεγέρσεις, όπως τα λειτουργικά φορτία ανέμου, την κυκλοφορία σε γέφυρες, κ.λ.π.

Με βάση την γνώση της απόκρισης της κατασκευής γίνεται προσπάθεια εκτίμησης των κατάλληλων τιμών των παραμέτρων  $\underline{\theta}$  των μαθηματικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων  $\underline{\theta}$  γίνεται με βάση την σύγκριση των αποκρίσεων των μοντέλων σε ένα αριθμό σημείων με την πραγματική απόκριση των κατασκευών στα σημεία αυτά. Τα σημεία μέτρησης επιλέγονται έτσι ώστε να είναι όσο το δυνατό πιο ενδεικτικά της κίνησης της κατασκευής δεδομένου ότι ο αριθμός των μετρητικών οργάνων είναι πεπερασμένος και πολλές φορές μικρός σε σχέση με την πολυπλοκότητα της μελετούμενης κατασκευής (Papadimitriou, Beck and Au, 2000). Σκοπός είναι η επιλογή τέτοιων παραμέτρων της απόκρισης του μαθηματικού μοντέλου ώστε η διαφορά μεταξύ των αποκρίσεων του μοντέλου και των πειραματικών δεδομένων να είναι η ελάχιστη δυνατή. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων  $\underline{\theta}$  του μοντέλου αντιστοιχούν στα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά της κατασκευής.

Παρουσιάζεται μια γενική διατύπωση της μεθοδολογίας για τον προσδιορισμό του σφάλματος και των μορφικών χαρακτηριστικών απόκρισης του συστήματος που βασίζονται σε δυναμικές πειραματικές μετρήσεις. Αρχικά παρουσιάζεται μια γενική διατύπωση της συνάρτησης σφάλματος και έπειτα εξειδικεύεται στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- Ελεύθερης ταλάντωσης
- Ταλάντωση που οφείλεται σε λειτουργικά φορτία

Τέλος παρουσιάζονται οι αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης.

# **<u>2.1</u> ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ**

Το μέτρο της διαφοράς, μεταξύ της απόκρισης του μοντέλου και της μετρούμενης απόκρισης, εκφράζεται από μια κατάλληλα επιλεγμένη σχέση αυτών, η οποία αποτελεί την συνάρτηση σφάλματος. Η συνάρτηση σφάλματος αποτελεί την ποσοτική σύγκριση του κάθε μαθηματικού μοντέλου, που προκύπτει με την επιλογή των τιμών των παραμέτρων <u>θ</u> από τις οποίες εξαρτάται, και της απόκρισης της κατασκευής. Στην ιδανική περίπτωση που το μοντέλο περιγράφει πλήρως την δυναμική απόκριση της κατασκευής στα σημεία μέτρησης, η συνάρτηση σφάλματος μηδενίζεται.

Ωστόσο κάτι τέτοιο είναι αδύνατο, όχι μόνο λόγω της κακής γνώσης της απόκρισης λόγω σφαλμάτων μέτρησης, όπως θόρυβος, αλλά και λόγω αδυναμίας του μαθηματικού μοντέλου να περιγράψει την δυναμική απόκριση απόλυτα. Η παραδοχή της γραμμικής συμπεριφοράς της κατασκευής είναι αρκετά καλή προσέγγιση αλλά εμποδίζει τον μηδενισμό της συνάρτησης σφάλματος. Επίσης το ίδιο το μαθηματικό μοντέλο δεν μπορεί να περιγράψει ακριβώς την απόκριση της κατασκευής λόγω των υποθέσεων που υπεισέρχονται στην επιλογή του (π.χ. κλασσική απόσβεση).

Έτσι για τον υπολογισμό των βέλτιστων παραμέτρων του μοντέλου που περιγράφουν την ταλαντωτική συμπεριφορά της κατασκευής γίνεται ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος, ως προς τις παραμέτρους <u>θ</u> του μαθηματικού μοντέλου που είναι και οι μεταβλητές ελαχιστοποίησης. Η συνάρτηση σφάλματος υπολογίζει, για κάθε σημείο μέτρησης και για κάθε σημείο του διαστήματος ελαχιστοποίησης, την διαφορά μεταξύ μιας ιδιότητας της απόκρισης του μαθηματικού μοντέλου (επιτάχυνση ή φασματική πυκνότητα) με την αντίστοιχη ιδιότητα που προκύπτει από τις πειραματικές μετρήσεις της κατασκευής.

Η γενική μαθηματική έκφραση της συνάρτησης σφάλματος είναι:

$$\mathbf{E}(\underline{\theta}) = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{N_u} tr\left(\Delta \underline{\mathbf{Y}}(k,\underline{\theta})^{\mathrm{T}} - \Delta \underline{\mathbf{Y}}(k,\theta)\right)$$
(2.1)

όπου

$$\Delta \mathbf{Y}(k,\underline{\theta}) = \mathbf{Y}(k\Delta u,\underline{\theta}) - \mathbf{Y}(k\Delta u)$$

$$V = \sum_{k=1}^{N_u} tr[\widehat{\mathbf{Y}}(k\Delta u)]^T [\widehat{\mathbf{Y}}(k\Delta u)] \pi \alpha \rho \dot{\alpha} \gamma o v \tau \alpha \varsigma \kappa \alpha v o v ι \kappa o \pi o \dot{\eta} \sigma \eta \varsigma$$

- k ο δείκτης διακριτοποίησης στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας.
- Ν<sub>u</sub> ο αριθμός των δεδομένων στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας.
- Δ*u* το βήμα διακριτοποίησης στο πεδίο ελαχιστοποίησης
- μεταβλητές του προβλήματος ελαχιστοποίησης και
   παράμετρες του χρησιμοποιούμενου μαθηματικού μοντέλου
   απόκρισης.
- <u>Υ</u>( $k\Delta u, \underline{\theta}$ ) η ιδιότητα της απόκρισης όπως αυτή υπολογίζεται από το μαθηματικό μοντέλο για συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων <u> $\theta$ </u>.
- $\hat{Y}(k\Delta u)$  η αντίστοιχη μετρούμενη ιδιότητα της απόκρισης της κατασκευής που προκύπτει από την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων.

Η μεταβλητή  $\underline{Y}(k\Delta u, \underline{\theta})$  ανάλογα με την περίπτωση παριστάνει είτε το διάνυσμα της επιτάχυνση της απόκρισης, ή το μητρώο της φασματικής πυκνότητα της απόκρισης κτλ...

#### **<u>2.2</u> ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ**

Στην περίπτωση αυτή η ιδιότητα  $\underline{Y}(k\Delta u,\underline{\theta})$  της απόκρισης αντιπροσωπεύει την επιτάχυνση  $\underline{\ddot{x}}(k\Delta t;\underline{\theta})$ , όπου  $\Delta t$  είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Η επιτάχυνση  $\underline{\ddot{x}}(k\Delta t;\underline{\theta})$  στα σημεία προσδιορισμού της απόκρισης δίνεται από την σχέση (1.18) του Κεφαλαίου 1. Διακριτοποιώντας την συγκεκριμένη εξίσωση στο πεδίο του χρόνου με βήμα την περίοδο δειγματοληψίας των μετρήσεων Δt, προκύπτει:

$$\underline{\ddot{x}}(k\Delta t;\theta) = \sum_{r=1}^{m} \underline{\psi}_{r} [(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}k\Delta t} + (1-i\varepsilon_{r})e^{\overline{\lambda}_{r}k\Delta t}]$$
(2.2)

όπου  $\lambda_r = -\zeta_r \omega_r + i\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}$  και  $\underline{\theta} = \{\omega_r, \zeta_r, \varepsilon_r, \psi_{jr}, r = 1, ..., m, j = 1, ..., N_{out}\}$ περιέχει τις παράμετρες του μοντέλου που προσδιορίζουν πλήρως την απόκριση.

Η παραπάνω εξίσωση λαμβάνει υπόψη μόνο m από τις συνολικά Νιδιομορφές  $\psi_r$ , ιδιοσυχνότητες  $\underline{\omega}_r$  και συντελεστές απόσβεσης  $\zeta_r$ .

Η επιτάχυνση της απόκρισης μπορεί να γραφτεί για το *j* σημείο μέτρησης στη μορφή:

$$\ddot{x}_{j}(k\Delta t;\underline{\theta}) = \sum_{r=1}^{m} \psi_{jr} a_{r}(\lambda_{r},\varepsilon_{r},k_{r})$$
(2.3)

όπου για κάθε ένα από τα χρονικά σημεία υπολογισμού της απόκρισης

$$a_r(\lambda_r,\varepsilon_r,k) = (1+i\varepsilon_r)e^{\lambda_r k\Delta t} + (1-i\varepsilon_r)e^{\overline{\lambda}_r k\Delta t}$$

Εισάγοντας τα διανύσματα:

$$\underline{\boldsymbol{\varphi}}_{j} = \begin{cases} \boldsymbol{\psi}_{j1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{\psi}_{jm} \end{cases}$$

και

$$\underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) = \begin{cases} a_1(\lambda_1,\varepsilon_1,k) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_m(\lambda_m,\varepsilon_m,k) \end{cases}$$

η εξίσωση (2.3) γράφεται στη μορφή:

$$\ddot{x}(k\Delta t;\theta) = \underline{\varphi}_{J}^{T} \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k)$$
(2.4)

Χρησιμοποιώντας την (2.4) η σχετική συνάρτηση σφάλματος γράφεται:

$$E(\underline{\theta}) = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{out}} [\underline{\varphi}_j^T \underline{a}(k) - \hat{x}_j(k\Delta t)]^2$$
(2.5)

όπου  $\underline{\varphi}_{j}^{T} \underline{a}(k)$  αντιπροσωπεύει την ποσότητα  $\underline{Y}(k\Delta u, \underline{\theta})$ . Στη βέλτιστη τιμή  $\underline{\hat{\theta}}$  για την οποία η σχετική συνάρτηση σφάλματος ελαχιστοποιείται θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \theta_k}\Big|_{\underline{\theta}=\underline{\hat{\theta}}} = 0 \tag{2.6}$$

για όλα τα *n* στοιχεία του διανύσματος <u>θ</u>. Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση για τις παραμέτρους  $\hat{\psi}_{lq}$  για κάθε, l = 1, ..., m και  $q = 1, ..., N_{out}$  του μαθηματικού μοντέλου ελεύθερης απόκρισης με κλασσική απόσβεση, προκύπτει:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \theta_k} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \Longrightarrow \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{ew}} 2[\varphi_j^T \underline{a}(\lambda, \varepsilon, k) - \hat{x}_j(k\Delta t)] \Big[\frac{\partial \varphi_j^T}{\partial \psi_{jq}} \underline{a} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}}\Big] = 0$$
(2.7)

όπου

$$\frac{\partial \varphi_j^{T}}{\partial \psi_{lq}} = \underline{0} \in \mathbb{R}^m \qquad \gamma \iota \alpha \quad j \neq l$$
(2.8)

και

$$\frac{\partial \varphi_j^T}{\partial \psi_{lq}} = \begin{cases} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{cases} \xleftarrow{qelement} \gamma \iota \alpha \quad j = l$$

Από την εξίσωση (2.7) και αντικαθιστώντας τις τιμές των παραγώγων, προκύπτει:

$$\sum_{k=1}^{N_{t}} 2[\underline{\varphi}_{j}^{T} \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) - \widehat{x}_{l}(k\Delta t)]a_{q}(\lambda_{q},\varepsilon_{q},k) = 0$$
(2.9)

το οποίο παίρνει την μορφή:

$$\sum_{k=1}^{N} \underline{a}^{T}(\lambda,\varepsilon,k) a_{q}(\lambda_{q},\varepsilon_{q},k) \underline{\varphi}_{l} = \sum_{k=1}^{N} \hat{x}_{l}(k) a_{q}(\lambda_{q},\varepsilon_{q},k)$$
(2.10)

q = 1, ..., m kai  $l = 1, ..., N_{out}$ 

Για κάθε  $l = 1,...,N_{out}$ , το σύστημα των εξισώσεων τις (2.10) για κάθε q = 1,...,m, αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα από εξισώσεις με άγνωστους τα διανύσματα  $\varphi_{l}$ 

$$A(\lambda,\varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_{i}} \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) \underline{a}^{T}(\lambda,\varepsilon,k)$$
(2.11)

και το διάνυσμα των σταθερών όρων:

$$\underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_{l}} \hat{x}_{l}(k\Delta t) \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k)$$
(2.12)

Το γραμμικό σύστημα μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$A(\lambda,\varepsilon)\varphi_{l}(\lambda,\varepsilon) = \underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon) \quad \gamma \iota \alpha \quad l = 1,...,m$$
(2.13)

από την οποία προκύπτουν τα  $\underline{\varphi}_l$ , συναρτήσει των υπολοίπων παραμέτρων  $\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_1, ..., \varepsilon_m]^T$  και  $\underline{\lambda} = [\lambda_1, ..., \lambda_m]^T$ .

Τελικά οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφτούν σε μητρωική μορφή όπως παρακάτω:

$$A(\lambda,\varepsilon)\Phi = B(\lambda,\varepsilon) \tag{2.14}$$

$$A(\lambda,\varepsilon) = \sum_{k=1}^{N_{t}} \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) \underline{a}^{T}(\lambda,\varepsilon,k)$$
(2.15)

όπου

$$\underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) = \begin{cases} a_{1}(\lambda_{1},\varepsilon_{1},k) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{m}(\lambda_{m},\varepsilon_{m},k) \end{cases}$$
(2.16)  
$$\alpha_{r}(\lambda_{r},\varepsilon_{r},k) = 2 \operatorname{Re}[(1+i\varepsilon_{r})e^{\lambda_{r}k\Delta t}]$$
(2.17)  
$$\Phi = [\varphi_{1},...,\varphi_{m}]$$

$$B = [\underline{b}_1, \dots, \underline{b}_m]$$

Άρα:

$$\underline{\varphi}_{l}(\lambda,\varepsilon) = \mathbf{A}^{-1}(\lambda,\varepsilon)\underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon) \quad \gamma \mathbf{i} \alpha \qquad l = 1,...,m \qquad (2.18)$$

ή σε μητρωϊκή μορφή

$$\Phi(\lambda,\varepsilon) = A^{-1}(\lambda,\varepsilon)B(\lambda,\varepsilon)$$
(2.19)

Αντικαθιστώντας την (2.19) στην εξίσωση (2.5) προκύπτει ότι το  $E(\underline{\theta})$  είναι συνάρτηση των  $\lambda_r$  και  $\varepsilon_r$  μόνο, η οποία είναι της μορφής:

$$E(\underline{\theta}) = \mathrm{E}^{*}(\omega, \zeta, \varepsilon) = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{N_{i}} \sum_{j=1}^{N_{out}} [\underline{a}^{T}(\lambda, \varepsilon) \mathrm{A}^{-1} \underline{b}_{j}(\lambda, \varepsilon) - \widehat{\ddot{\chi}}_{j}(k\Delta t)]^{2} \qquad (2.20)$$

όπου  $\lambda = \lambda(\omega, \zeta)$  και

$$V = \sum_{k=1}^{N_{t}} \sum_{j=1}^{N_{out}} [\hat{\ddot{x}}_{j}(k\Delta t)]^{2}$$
(2.21)

Η ελαχιστοποίηση της  $E(\underline{\theta})$  ως προς  $\underline{\theta}$ , για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών, είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση της  $E^*(\lambda, \varepsilon)$  ως προς  $\lambda$  και ε για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών  $\underline{\hat{\lambda}}$  και  $\underline{\hat{\varepsilon}}$ . Οι βέλτιστες τιμές των  $\underline{\varphi}_i$  προσδιορίζονται από την εξίσωση (2.19), αντικαθιστώντας τα  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  με τα βέλτιστα  $\underline{\hat{\lambda}}$  και  $\underline{\hat{\varepsilon}}$ . Με την χρήση της απλής γραμμικής εξίσωσης ο αριθμός των μεταβλητών ελαχιστοποίησης είναι 3m (το  $\zeta$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$  για κάθε ιδιομορφή) σε αντίθεση με τον αρκετά μεγαλύτερο αριθμό  $(3 + N_{out})m$  των αγνώστων παραμέτρων <u>θ</u>, του μοντέλου απόκρισης.

Για καλύτερη σύγκλιση της διαδικασίας βελτιστοποίησης απαιτούνται οι αναλυτικές εκφράσεις της πρώτης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις παραμέτρους  $ω_l, \zeta_l, \varepsilon_l$ . Οι παράγωγοι αυτοί δίδονται παρακάτω. Πρώτα παρουσιάζεται ο τύπος της παραγώγου ως προς την μεταβλητή θ.

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \theta}\Big|_{\underline{\theta}=\underline{\hat{\theta}}} = \frac{2}{V} \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{out}} [\varphi_j^T \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) - \hat{x}_j(k\Delta t)] [\frac{\partial \underline{\varphi}_j^T}{\partial \theta} \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) + \varphi_j^T \frac{\partial \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \theta}] \quad (2.22)$$

όπου

$$\frac{\partial \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \theta} = \begin{cases} \frac{\partial a_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial a_2}{\partial \theta} \\ \vdots \\ \frac{\partial a_m}{\partial \theta} \end{cases}$$
(2.23)

Για κάθε l = 1, ..., m και  $\theta = \omega_l$ ισχύει:

$$\frac{\partial \underline{a}_{l}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \omega_{l}} = 2 \operatorname{Re}\left((1+i\varepsilon_{l})e^{\lambda_{l}k\Delta t}k\Delta t\frac{\partial \lambda_{l}}{\partial \omega_{l}}\right)$$
(2.24)

$$\frac{\partial \lambda_l}{\partial \omega_l} = -\zeta_l + i\sqrt{1 - \zeta_l^2}$$

Για  $θ = \zeta_i$ ισχύει:

$$\frac{\partial \underline{a}_{l}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \zeta_{l}} = 2 \operatorname{Re}\left((1+i\varepsilon_{l})e^{\lambda_{l}k\Delta t}k\Delta t\frac{\partial \lambda_{l}}{\partial \zeta_{l}}\right)$$
(2.25)

όπου 
$$\frac{\partial \lambda_l}{\partial \zeta_l} = -\omega_l \left[1 + i \frac{\zeta_l}{\sqrt{1 + \zeta_l^2}}\right]$$

Για  $\theta = \varepsilon_i$ ισχύει:

και

$$\frac{\partial \underline{a}_{l}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \varepsilon_{l}} = 2 \operatorname{Re}\left(ie^{\lambda_{l}k\Delta t}\right)$$
(2.26)

Επίσης παραγωγίζοντας την σχέση (2.14) ως προς θ, προκύπτει:

$$\frac{\partial A(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} \underline{\varphi}_{l}(\lambda,\varepsilon) + A(\lambda,\varepsilon) \frac{\partial \varphi_{l}(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} = \frac{\partial \underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta}$$
(2.27)

όπου

$$\frac{\partial \underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^{N_{l}} \hat{\vec{x}}(k\Delta t) \frac{\partial \underline{a}_{l}}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial A(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^{N_{l}} \left( \frac{\partial \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \theta} \underline{a}^{T}(\lambda,\varepsilon,k) + \underline{a}(\lambda,\varepsilon,k) \frac{\partial \underline{a}^{T}(\lambda,\varepsilon,k)}{\partial \theta} \right)$$
(2.28)

Τελικά η μοναδική άγνωστη παράμετρος είναι η  $\frac{\partial \underline{\varphi}_l}{\partial \theta}$  για κάθε l = 1,...,mκαι  $\theta = \{\omega_l, \zeta_l, \varepsilon_l\}$ . Λύνοντας την σχέση (2.27) ως προς την άγνωστη παράμετρο έχουμε:

$$\frac{\partial \varphi_{l}(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} = A^{-1}(\lambda,\varepsilon) \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \underline{b}_{l}(\lambda,\varepsilon) - \frac{\partial A(\lambda,\varepsilon)}{\partial \theta} \underline{\varphi}_{l}(\lambda,\varepsilon) \right)$$
(2.29)

το οποίο αποτελεί ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των ποσοτήτων  $\frac{\partial \varphi_l(\lambda, \varepsilon)}{\partial \theta}$ 

Τελικά αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.24), (2.25), (2.26) και (2.29) στην σχέση (2.22), εξάγουμε την σχέση για τις παραγώγους για κάθε l = 1, ..., m και  $\theta = \{\omega_l, \zeta_l, \varepsilon_l\}$ .

# 2.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΑΠΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

Σε μερικές περιπτώσεις, για παράδειγμα σε μια γέφυρα υπό την διέγερση κυκλοφορίας ή διέγερση αέρα, είναι δύσκολο και πολλές φορές αδύνατο να μετρηθεί η εκάστοτε διέγερση και η απόκριση του συστήματος συνήθως είναι μικρού εύρους. Γι'αυτό απαιτείται μια διαφορετική μεθοδολογία για την αντιμετώπιση του προβλήματος που να θεωρεί το πρόβλημα σαν πρόβλημα αποκρίσεων μικρού εύρους απουσίας εισόδου διέγερσης. Αν και αποκρίσεις αυτού του είδους είναι αποκτήσιμες με ευκολία και σε συχνή κλίμακα, αυτού του είδους το πρόβλημα δεν έχει μελετηθεί ευρέως σε σχέση με την περίπτωση όπου στην είσοδο οι μετρήσεις έχουν μεγάλο εύρος.

Στην περίπτωση ταλάντωσης από λειτουργικά φορτία, η ιδιότητα  $\underline{Y}(k\Delta u; \underline{\theta})$  είναι το μητρώο της φασματικής πυκνότητας των επιταχύνσεων,  $S_{\underline{n}\underline{r}}$  στα σημεία μέτρησης. Η συνάρτηση σφάλματος παίρνει την μορφή:

$$E(\underline{\theta}) = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{N_{eff}} tr[S_{\underline{\gamma}\underline{\gamma}}(k\Delta\omega;\theta) - \hat{S}_{\underline{\gamma}\underline{\gamma}}(k\Delta\omega)]^{T}[S_{\underline{\gamma}\underline{\gamma}}(k\Delta\omega;\theta) - \hat{S}_{\underline{\gamma}\underline{\gamma}}(k\Delta\omega)] \quad (2.30)$$

όπου  $V = \sum_{k=0}^{N_{\omega}} [\hat{S}_{\underline{n}}(k\Delta\omega)]^{T} [\hat{S}_{\underline{n}}(k\Delta\omega)]$ παράγοντας κανονικοποίησης

- k ο δείκτης διακριτοποίησης στο πεδίο συχνοτήτων.
- Δω το βήμα διακριτοποίησης στο πεδίο συχνοτήτων.
- $N_{\omega}$ ο αριθμός των διακριτοποημένων δεδομένων του φάσματος ελαχιστοποίησης.
- S<sub>jj</sub> το μητρώο φασματικής πυκνότητας της επιτάχυνσης του μοντέλου στα σημεία υπολογισμού της απόκρισης.
- $\hat{S}_{\underline{n}}$  το μητρώο φασματικής πυκνότητας της επιτάχυνσης των μετρήσεων των πειραματικών δεδομένων στα σημεία μέτρησης.
- και  $\underline{\theta} = \left\{ \hat{\phi}_{jr}, \omega_r, \zeta_r, S_f, r = 1, ..., m, j = 1, ..., N_{out} \right\}$ : οι παράμετρες από τις οποίες εξαρτάται το μητρώο φασματικής πυκνότητας της απόκρισης.

Έτσι οι μεταβλητές ελαχιστοποίησης παραμένουν  $m(N_{out} + 3 + \frac{(m-1)}{2})$ .

26

## **2.4** ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΈΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Με την βοήθεια της συνάρτησης σφάλματος όπως είδαμε στο κεφάλαιο αυτό προσδιορίσθηκε ποσοτικά η απόσταση του μοντέλου απόκρισης από τις πειραματικές μετρήσεις σε σχέση με τις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Επίσης ορίστηκε η σχετική συνάρτηση σφάλματος, το σημείο ελαχιστοποίησης της οποίας δίνει τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται δυο αριθμητικές μέθοδοι ελαχιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για το σκοπό αυτό, η μέθοδος *Quasi-Newton* και η μέθοδος *Γενετικών* Αλγορίθμων. Επίσης στο σημείο αυτό παρουσιάζεται μια υβριδική μέθοδος ελαχιστοποίησης η οποία αφορά την χρήση των Γενετικών Αλγορίθμων σε πρώτο στάδιο, για τον αξιόπιστο προσδιορισμό της περιοχής του ολικού ελαχίστου και την εφαρμογή της, καθοδηγούμενη από παραγώγους, μεθόδου Quasi-Newton, σε δεύτερο στάδιο, για την επιτάχυνση της σύγκλισης του αλγορίθμωυ.

# **<u>2.4.1</u> ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ** NEWTON

Η οικογένεια μεθόδων Newton περιλαμβάνει διάφορες μεθόδους, όπως την discrete Newton μέθοδο, την quasi Newton και άλλες. Ιστορικά οι δεύτερης τάξης,  $O(n^2)$ , απαιτήσεις σε μνήμη, και τρίτης τάξης,  $O(n^3)$ , υπολογισμοί επίλυσης γραμμικών συστημάτων, όπου, *n* ο αριθμός των μεταβλητών ελαχιστοποίησης, είχαν περιορίσει τις μεθόδους αυτές σε επίλυση μικρών προβλημάτων, στην επίλυση σε πεδία κοντά στη λύση, ή την επίλυση αραιών συστημάτων. Ωστόσο, η εξέλιξη των υπολογιστών. καθιστά δυνατή την επίλυση και μεγάλων προβλημάτων.

Όλες οι Newton μέθοδοι βασίζονται στην προσέγγιση της συνάρτησης βελτιστοποίησης τοπικά με μια δευτεροβάθμια συνάρτηση, την οποία και ελαχιστοποιούν.

Στην πράξη είναι αναγκαία η τροποποίηση της μεθόδου προκείμενου να εγγυηθεί η σύγκλιση του αλγορίθμου με τετραγωνικό ρυθμό σύγκλισης κοντά στη λύση. Επίσης τροποποιείται ο υπολογισμός του βήματος αλλά και της κατεύθυνσης για την γρηγορότερη σύγκλιση.

# **2.4.2** Η ΜΕΘΟΔΟΣ QUASI-NEWTON

Η μέθοδος αυτή προσθέτει στο επαναληπτικό σχήμα επιπλέον πληροφορία της καμπυλότητας της συνάρτησης που προσπαθεί να

βελτιστοποιήσει, προκειμένου να συγκλίνει γρηγορότερα. Η πληροφορία για την καμπυλότητα προστίθεται σταδιακά. Σε κάθε βήμα του αλγόριθμου, η προσέγγιση ανανεώνεται με την χρήση νέας πληροφορίας της πρώτης παραγώγου.

# **<u>2.4.3</u>** MEIONEKTHMATA TH $\Sigma$ MEOO $\Delta$ OY QUASI-NEWTON

Τόσο η μέθοδος Quasi-Newton όσο και όλες μέθοδοι ελαχιστοποίησης που στηρίζονται στην τιμή των παραγώγων της συνάρτησης ελαχιστοποίησης, είναι ευαίσθητες ως προς την αρχική εκτίμηση των μεταβλητών. Επίσης παρουσιάζουν δυσκολίες στον υπολογισμό του ολικού ελαχίστου ιδιαίτερα σε μη γραμμικές, μη κυρτές συνάρτησης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανάγκη αρχικών εκτιμήσεων κοντά στην λύση, οι οποίες δεν είναι δυνατόν να επιτευχθούν για το σύνολο των μεταβλητών ελαχιστοποίησης, ειδικά στη μέθοδο αναγνώρισης από ταλάντωση λειτουργικών φορτίων, η οποία έχει τον μεγαλύτερο αριθμό αγνώστων παραμέτρων και μεταβλητών ελαχιστοποίησης.

# 2.4.4 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί σημαντικό ενδιαφέρον γύρω από την επίλυση προβλημάτων με την χρήση βασικών αρχών από την γενετική και την εξελικτική θεωρία. Οι αλγόριθμοι αυτοί βασίζονται στη χρήση ένας πληθυσμού από δυνατές λύσεις, τον οποίο ανανεώνουν με μια διαδικασία επιλογής βασισμένη στο αποτέλεσμα ένας κάθε λύσης αλλά και σε μια γενετική διαδικασία λύσεων. Παραδείγματα τέτοιων μεθόδων είναι οι Εξελικτικές Στρατηγικές (Evolution Strategies) οι οποίες μιμούνται ένας αρχές ένας φυσικής εξέλιξης για προβλήματα βελτιστοποίησης παραμέτρων. Άλλο παράδειγμα είναι η τεχνική του Εξελικτικού Προγραμματισμού (Evolutionary Programming), μια τεχνική εύρεσης λύσεων σε ένα πεδίο μικρών πεπερασμένων συστημάτων.

Για ένας ένας περιπτώσεις χρήσης αλγορίθμων με αρχές γενετικής και εξελικτικής θεωρίας χρησιμοποιούμε τον ορό Εξελικτικά Προγράμματα. Ένα Εξελικτικό Πρόγραμμα είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος διατηρεί ένα πληθυσμό από δυνατές λύσεις, σε κάθε επανάληψη. Στην επόμενη επανάληψη, ο αλγόριθμος συγκροτεί και πάλι τον ίδιο αριθμό δυνατών λύσεων, ένα μέρος των οποίων είναι οι καλύτερες ένας προηγούμενης επανάληψης και ένα άλλο μέρος είναι τροποποιημένες προηγούμενες λύσεις με την χρήση γενετικών τελεστών.

Οι γενετικοί τελεστές μπορεί να κατασκευάζουν νέες πιθανές λύσεις με μικρές αλλαγές σε ένα κομμάτι των παραμέτρων μιας λύσης (mutation type), ή μπορεί να κάνουν μεγαλύτερη τάξης αλλαγές,

φτιάχνοντας πιθανές λύσεις από τον συνδυασμό δύο ή περισσοτέρων προηγουμένων πιθανών λύσεων (crossover type). Μετά από ένα αριθμό επαναλήψεων, το πρόγραμμα συγκλίνει σε μια καλή προσέγγιση ένας λύσης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δανείζονται λεξιλόγιο από την φυσική γενετική. Έτσι ορίζονται τα χρωμοσώματα ως μια σειρά από δυαδικά δεδομένα. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από ξεχωριστές μονάδες, τα γονίδια τα οποία είναι τοποθετημένα γραμμικά το ένα δίπλα στο άλλο. Τα γονίδια είναι τα στοιχεία που καθορίζουν ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά. Τα γονίδια με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τοποθετούνται σε ορισμένες θέσεις του χρωμοσώματος οι οποίες ονομάζονται loci. Ένας κάθε χαρακτηριστικό μπορεί να οριστεί διαφορετικά. Το γονιδιο τότε έχει διάφορες καταστάσεις, οι οποίες ονομάζονται alleles.

Κάθε γενότυπος (δηλαδή κάθε χρωμόσωμα), περιγράφει μια πιθανή λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Μια εξελικτική διαδικασία που χρησιμοποιεί ένα πληθυσμό χρωμοσωμάτων, αντιστοιχεί σε μια εύρεση βέλτιστης λύσης μέσα από ένα πλήθος δυνατόν λύσεων.

Η διαδικασία εύρεσης ένας βέλτιστης λύσης ισορροπεί μεταξύ δυο αντικρουόμενων συνθηκών, την εξερεύνηση όλου του πεδίου λύσεων και την εύρεση ένας βέλτιστης λύσης. Μια τυχαία επιλογή λύσεων στο πεδίο ορισμού ένας συνάρτησης βελτιστοποίησης μπορεί να εξερευνά όλο το πεδίο λύσεων αλλά δεν εκμεταλλεύεται τις καλές λύσεις που εντοπίζει. Οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν την δυνατότητα να επιλέγουν ένας λύσεις του πληθυσμού που εξετάζουν σε κάθε επανάληψη και έτσι να επιβιώνουν λύσεις κοντά στην βέλτιστη και να πεθαίνουν λύσεις μακριά από αυτήν.

Η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων δε χρησιμοποιεί πληροφορίες παραγώγων μερικών ένας συνάρτησης ένας τιμές των από ελαχιστοποίησης ως ένας την κάθε μεταβλητή. Αυτό δίνει το πλεονέκτημα στη μέθοδο να είναι αρκετά ευέλικτη ώστε ύστερα από ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων να βρίσκει το ολικό ελάχιστο ένας συνάρτησης και όχι κάποιο τοπικό. Η μέθοδος ένας είναι αρκετά εύρωστη ώστε να μην παρουσιάζονται προβλήματα σύγκλισης ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες. Μάλιστα οι αρχικές συνθήκες στη μέθοδο των Γενετικών Αλγορίθμων επιλέγονται τυχαία στο πεδίο ελαχιστοποίησης από το πρόγραμμα, χωρίς να είναι αναγκαία η εκτίμηση από τον χρήστη.

Ωστόσο έχει το μειονέκτημα ένας αργής σύγκλησης και ένας απαίτησης για μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων για την επίτευξη ένας ελαχιστοποίησης με ικανοποιητικά αποτελέσματα, σε σχέση με ένας μεθόδους που βασίζονται στην τιμή των μερικών παραγώγων, ακόμα και στην περίπτωση που έχει φτάσει αρκετά κοντά στο ολικό ελάχιστο. Το τελικό ένας αποτέλεσμα δεν είναι το απόλυτο ελάχιστο, και ενδεχομένως ένας μεγαλύτερος αριθμός επαναλήψεων να κατέληγε σε καλύτερο αποτέλεσμα.

## **<u>2.4.5</u>** Η ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ - QUASI-NEWTON

Η υβριδική αυτή μέθοδος ελαχιστοποίησης χρησιμοποιεί τόσο τον αλγόριθμο των Γενετικών Αλγορίθμων, όσο και τον αλγόριθμο της Quasi-Newton για την ελαχιστοποίηση της σχετικής συνάρτησης σφάλματος. Αρχικά χρησιμοποιείται η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων προκειμένου να εντοπιστεί η περιοχή του ολικού ελάχιστου. Τα αποτελέσματα της ελαχιστοποίησης των Γενετικών Αλγορίθμων βοηθούν και στην ταχύτερη σύγκλιση της μεθόδου Quasi-Newton, καθώς είναι αρκετά πιο καλές εκτιμήσεις της λύσης.

Στο επόμενο στάδιο, τα αποτελέσματα της αρχικής ελαχιστοποίησης των Γενετικών Αλγορίθμων, χρησιμοποιούνται οι αρχικές συνθήκες στην μέθοδο Quasi-Newton. Οι καλές αρχικές εκτιμήσεις που προκύπτουν από τους Γενετικούς Αλγόριθμους βοηθούν την μέθοδο Quasi-Newton να συγκλίνει με μικρό αριθμό επαναλήψεων.

Η υβριδική αυτή μέθοδος εκμεταλλεύεται τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων ελαχιστοποίησης που χρησιμοποιεί. Δεν απαιτεί αρχικές εκτιμήσεις, συγκλίνει με ευκολία και καταλήγει σε απόλυτο ελάχιστο σε σχέση με τους γενετικούς αλγορίθμους. Ωστόσο η χρήση των γενετικών αλγορίθμων, αυξάνει τον αριθμό των πράξεων και επομένως τον υπολογιστικό χρόνο. Παρά τον μεγάλο υπολογιστικό χρόνο, η μέθοδος υπολογίζει με ακρίβεια το ολικό ελάχιστο με ελάχιστες απαιτήσεις παρέμβασης από τον χρήστη.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

#### 3.0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μέθοδοι αναγνώρισης που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια εφαρμόστηκαν σε δεδομένα που προέρχονταν από πειραματικές μετρήσεις κατασκευών. Τα δεδομένα, τα οποία είναι πειραματικές μετρήσεις επιταχύνσεων σε συγκεκριμένα σημεία μέτρησης, προέρχονται από την ιστοσελίδα (ASCE SHM benchmark website) http://wusceel.cive.wustl.edu/asce.shm/benchmarks.htm. Η κατασκευή που μελετήθηκε είναι η πρότυπη κατασκευή στο εργαστήριο Σεισμικής Μηχανικής του University of British Columbia.

Συγκεκριμένα, παρακάτω περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο έγιναν οι πειραματικές μετρήσεις, ο τρόπος διέγερσης και το κομμάτι από τη χρονική ιστορία των μετρήσεων που επεξεργάστηκε και χρησιμοποιήθηκε για την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου μορφικής αναγνώρισης στην περίπτωση χρήσης δεδομένων ελεύθερης ταλάντωσης και στην περίπτωση χρήσης δεδομένων ταλάντωσης λειτουργικού φορτίου.

# **<u>3.1</u>** ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΡΟΤΥΠΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ UNIVERSITY OF BRITISH COLUMBIA

Η πρότυπη κατασκευή στο εργαστήριο Σεισμικής Μηχανικής του University of British Columbia (Σχήμα 3.1), είναι ένας μεταλλικός σκελετός κάτοψης 2.5×2.5 μέτρων και ύψους 3.6 μέτρων. Αποτελείται από τέσσερις ορόφους, με δύο ανοίγματα σε κάθε διεύθυνση και σε κάθε όροφο. Η κατασκευή επίσης ενισχύεται από διαγώνιους συνδέσμους (braces).



Σχήμα 3.1 Πρότυπη Μεταλλική Κατασκευή

Η πειραματική φάση αποτελείται από έξη Σενάρια (Configuration) διαφορετικές καταστάσεις δομικής αντιστοιγούν σε οποία τα ακεραιότητας της κατασκευής. Το Σενάριο 1 (Σχήμα 3.3) εκφράζει την κατάσταση αναφοράς (undamaged case) και αντιστοιχεί στην ύπαρξη διαγώνιων συνδέσεων μεταξύ όλων των ανοιγμάτων σε κάθε πλευρά της κατασκευής. Τα Σενάρια 2-4 αναφέρονται σε καταστάσεις της κατασκευής που έχουν υποστεί βλάβες όπου στις καταστάσεις αυτές η κατασκευή είναι μη συμμετρική. Οι βλάβες προσομοιώνονται αφαιρώντας από την κατασκευή ένα ή περισσότερα διαγώνια στοιχεία. Συγκεκριμένα το Σενάριο 2 (Σχήμα 3.4) αποτελεί την περίπτωση βλάβης (damage case), όπου οι διαγώνιες συνδέσεις στην μπροστινή όψη της κατασκευής έχουν αφαιρεθεί. Το Σενάριο 3 (Σχήμα 3.5) αποτελεί την κατάσταση βλάβης στην οποία έχουν αφαιρεθεί οι διαγώνιες συνδέσεις στο αριστερό τμήμα της μπροστινής όψης της κατασκευής και το Σενάριο 4 αποτελεί την κατάσταση βλάβης κατά την οποία όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6 έχουν αφαιρεθεί οι διαγώνιες συνδέσεις στην βάση και στον τέταρτο όροφο της κατασκευής στο αριστερό τμήμα της μπροστινής όψης. Ακόμα αναφέρονται άλλες δύο περιπτώσεις, το Σενάριο 5 (Σχήμα 3.7) και Σενάριο 6 (Σχήμα 3.8). Αυτές οι περιπτώσεις

είναι καταστάσεις της κατασκευής όπου έχουν αφαιρεθεί όλες οι διαγώνιες συνδέσεις (unbraced case). Το Σενάριο 5 αποτελεί την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής χωρίς διαγώνιες συνδέσεις, ενώ στο Σενάριο 6 η κατασκευή έχει υποστεί μείωση της ακαμψίας των συνδέσμων του βασικού κορμού στο δεξιό τμήμα της μπροστινής όψης της κατασκευής. Η μείωση ακαμψίας επιτεύχθηκε χαλαρώνοντας τα σημεία σύνδεσης τα οποία φαίνονται και στο Σχήμα 3.8.

## <u>3.2</u> ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Μελετήθηκαν δύο περιπτώσεις διέγερσης, την διέγερση από σφυρί (impact hammer-Σχήμα 3.9) και την διέγερση λειτουργικού φορτίου (ambient).

Στην περίπτωση της διέγερσης με σφυρί η κατασκευή χτυπήθηκε στιγμιαία στο σημείο που φαίνεται στο Σχήμα 3.9 και αφέθηκε να ταλαντώνεται ελεύθερα. Το γεγονός αυτό είχε σαν αποτέλεσμα η απόκριση της κατασκευής να αποτελείται από δυο χρονικά διαστήματα. Το πρώτο χρονικό διάστημα περιλαμβάνει τα πρώτα 10 δευτερόλεπτα τα οποία και αγνοούνται κατά την διαδικασία αναγνώρισης διότι περιέχουν ταλαντώσεις από την διέγερση και από το περιβάλλον και αποτελούν την απόκριση της κατασκευής σε εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το δεύτερο κομμάτι που είναι από τα 10 ως τα 30 δευτερόλεπτα (Σχήμα 3.10) αποτελεί την απόκριση της κατασκευής χωρίς την παρουσία διεγέρτη. Στο χρονικό διάστημα αυτό η κατασκευή εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση, με αρχικές συνθήκες, την μετατόπιση και την ταχύτητα της την στιγμή που απομακρύνουμε τον διεγέρτη. Έτσι τα δεδομένα που καταγράφονταν από το χρονικό σημείο αυτό και μετά θεωρούνται ως απόκριση της γέφυρας σε ελεύθερη ταλάντωση.

Στην περίπτωση της διέγερσης από λειτουργικά φορτία, η κατασκευή ταλαντώνεται με διέγερση λειτουργικών φορτίων συνολικής διάρκειας 300 sec. Στο Σχήμα 3.11 φαίνεται η απόκριση της κατασκευής στην διέγερση λειτουργικών φορτίων και στο Σχήμα 3.12 παρουσιάζεται η φασματική πυκνότητα της επιτάχυνσης. Στην περίπτωση αυτή η αναγνώριση γίνεται για ολόκληρη την χρονική διάρκεια εφαρμογής του λειτουργικού φορτίου.

Για τα Σενάρια 1-4 εξετάστηκαν και οι δύο τρόποι διέγερσης για την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών της κατασκευής, ενώ στα Σενάρια 5 και 6 εξετάστηκε μόνο η διέγερση του σφυριού. Για την καταγραφή των χρονικών ιστοριών των επιταχύνσεων της κατασκευής χρησιμοποιήθηκαν αισθητήρες οι οποίοι τοποθετήθηκαν στην δομή της κατασκευής (Σχήμα 3.2).

Στην κατασκευή του μοντέλου θεωρήθηκαν δύο συστήματα αισθητήρων τα οποία επικολλήθηκαν στη δομή: Τα Kinemetrics EPI και FBA forcebalance. Όλοι οι αισθητήρες στερεώθηκαν στις μάζες χάλυβα ή στα δομικά μέλη. Πέντε αισθητήρες EPI επικολλήθηκαν κοντά στα κέντρα βάσεων και πατωμάτων (οι κόμβοι 5,14,23,32, και 41) για να μετρήσουν τις ταχύτητες στην κατεύθυνση Y, και δέκα FBA αισθητήρες επικολλήθηκαν κοντά στους κόμβους 2,8,11,17,20,26,29,35,38, και 44 για να μετρήσουν τις ταχύτητες στην κατεύθυνση X (Σχήμα 3.2).



Σχήμα 3.2 Θέσεις των Αισθητήρων και Κατευθύνσεις στις οποίες Μετράνε



Σχήμα 3.3 Σενάριο 1: Περίπτωση Μοντέλου με Όλες τις Διαγώνιες Συνδέσεις (Undamaged Case-Κατάσταση Αναφοράς)



Σχήμα 3.4 Σενάριο 2: Περίπτωση Μοντέλου με Ελλιπής Διαγώνιες Συνδέσεις


Σχήμα 3.5 Σενάριο 3: Περίπτωση Μοντέλου με Ελλιπής Διαγώνιες Συνδέσεις



Σχήμα 3.6 Σενάριο 4:Περίπτωση Μοντέλου Με Ελλιπής Διαγώνιες Συνδέσεις



Σχήμα 3.7 Σενάριο 5: Περίπτωση Μοντέλου Χωρίς Διαγώνιες Συνδέσεις (Κατάσταση Αναφοράς)



Σχήμα 3.8 Σενάριο 6: Περίπτωση Μοντέλου χωρίς Διαγώνιες Συνδέσεις και Παρουσίαση των Συνδέσμων που Έχουν Υποστεί Χαλάρωση



Σχήμα 3.9 Σημείο Διέγερσης Σφυριού



Σχήμα 3.10 Χρονική Ιστορία Μετρήσεων Ελεύθερης Ταλάντωσης



**Σχήμα 3.11** Χρονική Ιστορία Μετρήσεων Ταλάντωσης Λειτουργικών Φορτίων



Σχήμα 3.12 Φασματική Πυκνότητα Απόκρισης Ταλάντωσης Λειτουργικών Φορτίων

#### 3.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΕ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε με την μεθοδολογία ελαχιστοποίησης της σχετικής συνάρτησης σφάλματος όπως αυτή παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2. Χρησιμοποιήθηκαν ταυτόχρονα και οι δώδεκα χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων στα δώδεκα σημεία μέτρησης όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.1 του Παραρτήματος Α. Σημαντικό ρόλο στην εκτίμηση των παραμέτρων παίζουν οι αρχικές συνθήκες όπου και πρέπει να δοθούν με προσοχή γιατί η μέθοδος Quasi-Newton είναι αρκετά ευαίσθητη στις αρχικές εκτιμήσεις. Η αρχική εκτίμηση για τις ιδιοσυχνότητες ω προκύπτουν εύκολα από την μελέτη του φάσματος Fourier των επιταχύνσεων (Παράρτημα Α).

Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης χρησιμοποιήθηκαν δυο μέθοδοι αναγνώρισης. Η πρώτη μέθοδος είναι η μέθοδος στην οποία οι παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζονται αριθμητικά, επομένως υπάρχει σφάλμα το οποίο επηρεάζει την σύγκλιση της μεθόδου και η δεύτερη μέθοδος είναι εκείνη κατά την οποία οι παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζονται αναλυτικά, οπότε δεν υπάρχει σφάλμα. Επίσης οι δύο μέθοδοι διαφέρουν ως προς τον τρόπο κατά τον οποίο υπολογίζουν τις ιδιοσυχνότητες. Η πρώτη μέθοδος ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιώντας έναν επαναληπτικό αλγόριθμο, ο οποίος αποτελείται από σειρά σαρώσεων (sweep) κατά την διάρκεια των οποίων οι αρχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων αναθεωρούνται, πραγματοποιώντας μια σειρά ελαχιστοποιήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε μορφή ξεχωριστά. Σε αντίθεση η την δεύτερη μέθοδος ελαγιστοποιεί αντικειμενική συνάρτηση, υπολογίζοντας ταυτόγρονα τις παραμέτρους για όλες τις μορφές.

Και στις δύο μεθόδους ο χρήστης δηλώνει το εύρος του χρονικού διαστήματος στο οποίο επιθυμεί να γίνει η προσαρμογή του μοντέλου στις πειραματικές μετρήσεις καθώς και τον αριθμό των ιδιομορφών που θεωρεί ότι υπάρχουν. Στην περίπτωση που ο αριθμός τους είναι μεγαλύτερος από αυτόν που υποδήλωσε ο χρήστης τότε το πρόγραμμα υπολογίζει μόνο όσες δήλωσε ο χρήστης ενώ στην αντίθετη περίπτωση παρατηρήθηκε ότι το πρόγραμμα υπολογίζει μερικές από αυτές με πολλαπλότητα ή υπολογίζει έναν αριθμό μη αποδεκτών ιδιομορφών, ώστε ο συνολικός τους αριθμός να είναι ίσος με αυτόν που δήλωσε ο χρήστης. Μια ιδιομορφή κρίνεται ως αποδεκτή όταν ο συντελεστής απόσβεσης κυμαίνεται σε φυσιολογικά επίπεδα (0-5%) και επίσης όταν υπάρχει σημαντική μείωση της συνάρτησης σφάλματος. Όταν αυτή η μείωση είναι μικρή υπάρχουν αμφιβολίες για την εγκυρότητα της ιδιομορφής.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα Σενάρια που μελετήθηκαν καθώς και τα αποτελέσματα τα οποία παράχθηκαν. Τέλος παρουσιάζεται ένας

συγκριτικός πίνακας ο οποίος περιέχει τις ιδιοσυχνότητες για όλα τα Σενάρια και εξάγονται συμπεράσματα

#### **<u>3.4</u> ΣΕΝΑΡΙΟ 1 (ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ-UNDAMAGED CASE)**

Παρουσιάζονται αποτελέσματα που παράχθηκαν και από τις δύο μεθόδους για το Σενάριο 1 (μοντέλο αναφοράς) όσον αφορά τις συχνότητες, τα μέτρα απόσβεσης, το σχετικό σφάλμα, όπως επίσης και τις ιδιομορφές του συστήματος. Επίσης στα Σχήματα 3.4.1 και 3.4.2 συγκρίνονται οι μετρημένες επιταχύνσεις με τις επιταχύνσεις που υπολογίζονται από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο και στα επόμενα Σχήματα παρουσιάζονται οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

Free Vibration Without Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error					
	(Hz)	%	%					
1η καμπτική-Υ	7.47	0.63	98.71					
1 <sup>η</sup> καμπτικη-Χ	7.73	0.22	53.70					
1 <sup>η</sup> Στροφική	14.46	0.22	79.67					
2 <sup>η</sup> καμπτική-Υ	19.89	0.22	55.79					
3 <sup>η</sup> καμπτική-Υ	34.45	0.80	50.69					

Πίνακας 3.4.1 Αποτελέσματα από μέθοδο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους Free Vibration Without Analytical Cradient

Πίνακας 3.4.2 Αποτελέσματα από	μέθοδο με Ανα	αλυτικές Παραγώγους
--------------------------------	---------------	---------------------

Free Vibration With Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error					
	(Hz)	%	%					
1η	7.54	0.63	98.67					
καμπτική-Υ								
1 1	-	-	-					
καμπτικη-Χ								
1 <sup>η</sup>	14.19	0.41	58.47					
Στροφική								
2 <sup>η</sup>	19.85	0.88	62.15					
καμπτική-Υ								
2 <sup>η</sup>	19.43	0.61	78.17					
καμπτική-Υ								

Sensor	Free Vibration Free Vibration								
School		гге	e vibrati	Free vibration					
		Without A	nalytical	Gradient	t	With Ana	lytical G	radient	
	7.47	7.73	14.46	19.89	34.45	7.54	14.19	19.43	
	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	
	Ιη	1,1	17	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	
	καμπτική	καμπτική Χ	Στροφική	καμπτική	καμπτική	καμπτική Υ	Στροφική	καμπτική	
	Y			Y	Y			Y	
4	0.0827	0.317	0.3640	0.1214	0.1208	0.0927	-0.363	-0.1601	
5	0.3015	-0.102	0.1325	0.9583	-0.3643	0.3057	-0.159	-0.9109	
6	0.1311	0.2957	-0.405	0.0857	0.0878	0.1381	0.4096	-0.1691	
7	0.1625	0.6360	0.6646	0.0881	-0.0116	0.1627	-0.663	-0.0585	
8	0.6250	-0.276	0.2340	0.9998	0.6879	0.6119	-0.298	-0.940	
9	0.1949	0.6041	-0.693	0.0449	-0.111	0.2174	0.7035	-0.1355	
10	0.2273	0.8522	0.8327	-0.038	0.0479	0.2287	-0.835	0.15601	
11	0.8157	-0.209	0.2951	-0.036	-1.000	0.8385	-0.318	0.07811	
12	0.2603	0.8378	-0.919	-0.019	0.0426	0.3017	0.9160	-0.0324	
13	0.2657	0.9765	0.8775	-0.154	0.0286	0.2629	-0.882	0.3827	
15	1.000	-0.449	0.2949	-1.000	-0.043	1.000	-0.280	1.000	

Πίνακας 3.4.3 Τιμές των Ιδιομορφών των δυο Μεθόδων

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους προσδιόρισε την πρώτη καμπτική στην Χ,Υ-κατεύθυνση, την πρώτη στροφική και επίσης την δευτέρη και τρίτη καμπτική στην Υκατεύθυνση. Η δεύτερη μέθοδος προσδιόρισε την πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, την πρώτη στροφική και την δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση σε πολλαπλότητα, ενώ δεν βρήκε την πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Επιπλέον με την πρώτη μέθοδο χρησιμοποιώντας την πρώτη και δεύτερη καμπτική στην Υ και την πρώτη στροφική συχνότητα το σχετικό σφάλμα μειώθηκε στο 55.79%, ενώ χρησιμοποιώντας τις ίδιες συχνότητες με την δεύτερη μέθοδο το σχετικό σφάλμα μειώθηκε στο 58.47%. Το γεγονός αυτό καθιστά την πρώτη μέθοδο πιο αξιόπιστη στο να δίνει καλύτερα αποτελέσματα.

Παρατηρούμε ότι στο Σχήμα 3.4.1 φαίνεται η προσαρμογή του μαθηματικού μοντέλου χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους (μπλε γραμμή) στις μετρήσεις (κόκκινη γραμμή) όπου είναι καλύτερη από αυτή του Σχήματος 3.4.2 όπου και φαίνεται η προσαρμογή για την μέθοδο με τις αναλυτικές παραγώγους.



Σχήμα 3.4.1 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.4.2** Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο με Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.4.3** Αναπαράσταση της 1<sup>η</sup> καμπτικής ιδιομορφης στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.47 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.4.4** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.54 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.4.5** Αναπαράσταση της  $1^{η_{\varsigma}}$  καμπτικής ιδιομορφης στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 7.73 Hz , (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.4.6** Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφης Συχνότητας 14.46 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα3.4.7 Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφης Συχνότητας 14.19 Hz , (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.4.8** Αναπαράσταση της2ης καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.88 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.4.9 Αναπαράσταση της  $2^{η\varsigma}$  καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.85 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.4.10** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφης στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 34.45 Hz , (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)

## 3.5 ΣΕΝΑΡΙΟ 2 ('1 ΠΕΡΊΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ')

Τα αποτελέσματα που παράχθηκαν με χρήση της μεθόδου χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους παρουσιάζονται στον πίνακα 3.5.1 ενώ τα αποτελέσματα που παράχθηκαν με χρήση της μεθόδου με τις αναλυτικές παραγώγους φαίνονται στον πίνακα 3.5.2. Επίσης στα Σχήματα 3.5.1 και 3.5.2 συγκρίνονται οι μετρημένες επιταχύνσεις με τις επιταχύνσεις που υπολογίζονται από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο και στα επόμενα Σχήματα παρουσιάζονται οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

Πίνακας	3.5.1	Αποτελέσματα	από	Μέθοδο	χωρίς	Αναλυτικές
		Παραγώγους				

Free Vibra	Free Vibration Without Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error						
	(Hz)	%	%						
$I^{\eta}$	7.72	0.61	97.22						
καμπτική Υ									
1 <sup>η</sup>	5.02	0.40	96.91						
καμπτικήΧ									
Ιη	12.73	0.23	55.36						
Στροφική									
$2^{\eta}$	20.07	0.32	46.58						
καμπτική Υ									
$3^{\eta}$	34.98	0.03	41.58						
καμπτική Υ									

Πινακάς 3.5.2 Αποτελέσματα από Μέθοδο με Αναλυτικές Παραγώγους

Free Vib	Free Vibration With Analytical Gradient									
Τύπος	ω	ζ	Error							
	(Hz)	%	%							
$1^{\eta}$	7.62	0.31	97.22							
καμπτική Υ										
$1^{\eta}$	5.13	5.12	97.83							
καμπτικήΧ										
$l^{\eta}$	12.73	1.00	47.9							
Στροφική										
$2^{\eta}$	19.6	1.60	82.07							
καμπτική Υ										
$3^{\eta}$	34.95	0.09	92.55							
καμπτική Υ										

Sen	Sensor Free Vibration Without Analytical Gradient				Fre Vith An	e Vibrat alytical (	ion Gradien	t		
	7.72 Hz	5.02 Hz	12.73 Hz	20.07 Hz	34.98 Hz	7.62 Hz	5.13 Hz	12.73 Hz	19.6 Hz	34.95 Hz
	1 <sup>η</sup> καμπτικ η Υ	1 <sup>η</sup> καμπτική Χ	1 <sup>η</sup> Στροφικ ή	2 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ	3 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ	1 <sup>η</sup> καμπτι κή Υ	1 <sup>η</sup> καμπτι κή Χ	1 <sup>η</sup> Στροφικ ή	2 <sup>η</sup> καμπτι κή Υ	3 <sup>η</sup> καμπτι κή Υ
4	-0.0368	0.1436	-0.3940	0.0507	-0.5787	0.04597	-0.1307	0.3933	-0.0350	-0.6015
5	0.2809	-0.000	-0.1191	0.8613	-1.0000	-0.3451	-0.0156	0.1035	-0.8234	-1.0000
6	-0.0477	0.3335	0.1948	0.0030	0.11806	0.06161	-0.3215	-0.1966	-0.0088	0.1171
7	-0.0645	0.2707	-0.7204	0.0383	0.0324	0.07018	-0.2427	0.7187	-0.0198	-0.0190
8	0.63284	0.0326	-0.1837	0.9480	0.3436	-0.6560	-0.0259	0.1655	-0.8740	0.31922
9	-0.0915	0.6353	0.4186	-0.103	-0.0099	0.10557	-0.6304	-0.417	0.05801	-0.0060
10	-0.0763	0.3777	-0.9031	0.0029	0.0419	0.08606	-0.3362	0.9082	0.02704	0.00630
11	0.87673	0.0340	-0.2331	-0.1030	-0.8078	-0.9025	-0.0311	0.2383	0.07053	-0.7977
12	-0.1099	0.8506	0.6120	-0.0593	-0.0888	0.12270	-0.8601	-0.6100	0.05334	-0.1035
13	-0.0903	0.4392	-1.000	-0.0512	0.15234	0.09530	-0.3887	1.0000	0.07864	0.14269
14	1.0000	0.0521	-0.3051	-1.0000	-0.3142	-1.0000	-0.0344	0.3264	1.00000	-0.3596
15	-0.1237	1.000	0.7169	0.12750	0.1798	0.14478	-1.0000	-0.72055	-0.0675	0.17923

#### Πίνακας 3.5.3 . Τιμές Των Ιδιομορφών των δυο Μεθόδων

Σε αυτήν την περίπτωση βλάβης της κατασκευής η πρώτη μέθοδος προσδιόρισε την πρώτη στην Υ και Χ-κατεύθυνση, την δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση καθώς και την πρώτη στροφική. Το δεύτερο πρόγραμμα προσδιόρισε την πρώτη καμπτική στην Χ,Υκατεύθυνση, την πρώτη στροφική καθώς και η δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιώντας αυτέςτις ιδιοσυχνότητες μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 41.58%, ενώ η δεύτερη μέθοδος με τις ίδιες συχνότητες μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 47.9%. Παρατηρούμε ότι τα δύο σφάλματα είναι κοντά και αυτό φαίνεται και στα Σχήματα 3.5.1 και 3.5.2 που παρουσιάζονται οι προσαρμογες των δύο μεθόδων στις πειραματικές μετρήσεις







Σχήμα 3.5.2 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο με Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



Σχήμα 3.5.3 Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.72 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.5.4** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφης στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.62 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.5.5 Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφης στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 5.02 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.5.6 Αναπαράσταση της  $1^{η_{\varsigma}}$  καμπτικής ιδιομορφης στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 5.13 Hz , (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.5.7 Αναπαράσταση της 1<sup>η</sup> Στροφική ιδιομορφης Συχνότητας 12.73 Hz , (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.5.8 Αναπαράσταση της1<sup>η</sup> Στροφική ιδιομορφης Συχνότητα 12.47 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)











Σχήμα 3.5.11 Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 34.98 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.5.12** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 34.9 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)

### 3.6 ΣΕΝΑΡΙΟ 3 ('2η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ')

Στην περίπτωση αυτή, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους πίνακες 3.6.1 και 3.6.2 για τις δύο μεθόδους και στα Σχήματα 3.6.1 και 3.6.2 φαίνονται οι σύγκρισης των μετρήσεων με τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων. Στα επόμενα από αυτά Σχήματα φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης της κατασκευής.

Free Vibration Without Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error					
	(Hz)	%	%					
$1^{\eta}$	7.59	0.28	98.22					
καμπτική Υ								
1 <sup>η</sup>	6.60	0.03	98.05					
καμπτικήΧ								
1η	13.39	0.31	79.39					
Στροφική								
$2^{\eta}$	19.93	0.30	64.38					
καμπτική Υ								
Ζη	18.86	0.40	62.80					
καμπτική Χ								

**Πίνακας 3.6.1** Αποτελέσματα από Μέθοδο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους

Πίνακας 3.6.2 Αποτελέσματα από Μέθοδο με Αναλυτικές Παραγώγους

Free Vib	Free Vibration With Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error						
	(Hz)	%	%						
$I^{\eta}$	7.59	0.45	98.05						
καμπτική Υ									
$l^{\eta}$	6.51	0.60	97.85						
καμπτικήΧ									
$l^{\eta}$	13.39	0.33	79.17						
Στροφική									
$2^{\eta}$	19.92	0.72	64.20						
καμπτική Υ									
$3^{\eta}$	25.00	0.29	54.40						
καμπτική Υ									

sen sor	Free Vibration Without Analytical Gradient			Free Vibration With Analytical Gradient						
	7.59 Hz	6.60 Hz	13.39 Hz	19.93 Hz	18.86 Hz	7.59 Hz	6.51 Hz	13.39 Hz	19.92 Hz	25.00 Hz
	1 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>
	καμπτικ ή Υ	καμπτι κή Χ	Στροφι κή	καμπτικ ή Υ	καμπτικ ή Χ	καμπτικ ή Υ	καμπτι κή Χ	Στροφι κή	καμπτικ ή Υ	καμπτικ ή Υ
4	-0.0515	-0.2383	-0.4040	-0.0207	0.41633	-0.0610	0.26462	-0.4246	-0.0155	-0.0190
5	-0.3000	0.1979	-0.0755	-0.8418	0.24527	-0.3471	-0.0222	-0.1331	-0.8922	1.0000
6	-0.0929	-0.3429	0.3157	0.0929	0.94358	-0.0865	0.3155	0.3001	0.1310	0.1647
7	-0.1177	-0.4784	-0.7450	-0.0434	0.31098	-0.1057	0.47854	-0.7543	-0.0343	-0.1196
8	-0.6218	0.1259	-0.1998	-0.8526	0.16650	-0.6112	-0.0403	-0.1980	-0.8552	-0.1896
9	-0.1755	-0.6468	0.58029	0.1359	0.93232	-0.1625	0.5837	0.5681	0.1757	-0.0931
10	-0.1595	-0.6120	-0.9404	-0.0312	-0.1621	-0.1370	0.6473	-0.9416	-0.0466	-0.0248
11	-0.8822	0.0536	-0.2865	0.1107	0.04353	-0.8422	-0.1452	-0.2580	0.1424	-0.6660
12	-0.2448	-0.8738	0.8007	0.0361	-0.0822	-0.2121	0.8266	0.8087	0.0350	-0.1258
13	-0.1655	-0.6573	-1.0000	-0.0056	-0.6020	-0.1446	0.75981	-1.0000	-0.0371	0.1964
14	-1.0000	0.2484	-0.3185	1.0000	-0.0607	-1.0000	-0.1525	-0.3418	1.0000	0.4688
15	-0.2366	-1.0000	0.8994	-0.0857	-1.0000	-0.1933	1.00000	0.9212	-0.1279	0.1653

#### Πίνακας 3.5.3 . Τιμές Των Ιδιομορφών των δυο Μεθόδων

Σε αυτήν την περίπτωση η πρώτη μέθοδος προσδιόρισε τις πρώτες και δεύτερες καμπτικές στους Χ,Υ-άξονες καθώς και την πρώτη στροφική συχνότητα., ενώ με την δεύτερη μέθοδο καταφέραμε να προσδιορίσουμε την πρώτη καμπτική στην Χ,Υ-κατεύθυνση, την πρώτη στροφική και την δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση. Χρησιμοποιόντας την πρώτη καμπτική στηνΧ,Υ-κατεύθυνση, την πρώτη στροφική καθώς και την δεύτερη τη Υ-κατεύθυνση, η πρώτη μέθοδος μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 64.38%, ενώ η δεύτερη στο 64.20% τιμές που είναι αρκετά κοντά. Αυτό φαίνεται και στα Σχήματα 3.6.1 και 3.6.2 όπου η προσαρμογή τη πρώτης μεθόδου στις μετρήσεις και η προσαρμογή της δεύτερης μεθόδου στις μετρήσεις είναι ίδιες.



Σχήμα 3.6.1 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



Σχήμα 3.6.2 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο μέ Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.6.3** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτική ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.59 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.4** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτική ιδιομορφής στηνΥκατεύθυνση Συχνότητας 7.59 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.5** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 6.60 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.5** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 6.51 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.6.6 Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.39Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.7** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.39Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.8** Αναπαράσταση της 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.93 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.9** Αναπαράσταση της 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.92 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.10** Αναπαράσταση της 2<sup>η</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 18.86 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.6.11** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 25.00 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)

### 3.7 ΣΕΝΑΡΙΟ 4 ('3η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ')

Τα αποτελέσματα που παράχθηκαν με χρήση της μεθόδου χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους παρουσιάζονται στον πίνακα 3.7.1. Στον επόμενο πίνακα 3.7.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τις μεθόδου με τις αναλυτικές παραγώγους. Επίσης στα Σχήματα 3.7.1 και 3.7.2 φαίνονται οι συγκρίσεις των δύο μεθόδων με τις πειραματικές μετρήσεις και ακολουθούν οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης της κατασκευής.

Free Vibration Without Analytical Gradient								
Τύπος	ω	ζ	Error					
	(Hz)	%	%					
$l^{\eta}$	7.58	0.64	98.41					
καμπτική Υ								
1 <sup>η</sup>	7.27	0.41	49.82					
καμπτικήΧ								
Ιη	13.96	0.18	54.46					
Στροφική								
$2^{\eta}$	20.08	0.21	50.01					
καμπτική Υ								
2η	19.7	0.3	44.94					
καμπτική Χ								

# **Πίνακας 3.7.1** Αποτελέσματα από Μέθοδο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους

Πίνακας 3.7.2 Αποτελέσματα από Μέθοδο με Αναλυτικές Παραγώγους

Free Vibration With Analytical Gradient						
Τύπος	ω	ζ	Error			
	(Hz)	%	%			
$l^{\eta}$	7.53	0.23	97.51			
καμπτική Υ						
1 <sup>η</sup>	-	-	-			
καμπτικήΧ						
$l^{\eta}$	13.96	0.18	83.37			
Στροφική						
$2^{nd}$	19.8	0.07	41.14			
καμπτική Υ						
$2^{\eta}$	-	-	-			
καμπτικήΧ						

sen sor	Free Vibration Without Analytical Gradient					Free Vibration With Analytical Gradient		
	7.58 Hz	7.27 Hz	13.96 Hz	20.08 Hz	19.7 Hz	7.52 Hz	13.96 Hz	19.8 Hz
	1 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ	1 <sup>η</sup> καμπτι κή Χ	1 <sup>η</sup> Στροφι κή	2 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ	2 <sup>η</sup> καμπτικ ή Χ	1 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ	1 <sup>η</sup> Στροφι κή	2 <sup>η</sup> καμπτικ ή Υ
4	0.1751	-0.2872	-0.3736	0.1012	0.3418	0.1760	-0.3781	0.2327
5	0.2732	0.1120	-0.1446	-0.8471	0.8815	0.2791	-0.1165	0.9254
6	0.2832	-0.3896	0.5086	0.2942	0.7609	0.2928	0.50191	0.3611
7	0.3626	-0.4941	-0.6980	0.0811	0.3465	0.3620	-0.7010	0.1945
8	0.5672	0.2022	-0.2409	-0.8116	0.8907	0.5783	-0.2288	0.9584
9	0.4401	-0.6109	0.7204	0.3031	0.6350	0.4455	0.71360	0.26935
10	0.4880	-0.6792	-0.9123	-0.0679	-0.1874	0.4833	-0.9106	-0.0792
11	0.7709	0.3906	-0.2978	0.1716	0.0746	0.7798	-0.2951	-0.0156
12	0.5865	-0.7958	0.8552	0.0158	-0.0604	0.5855	0.8531	-0.0522
13	0.5470	-0.7890	-1.0000	-0.1872	-0.6919	0.5393	-1.0000	-0.3413
14	1.0000	0.4231	-0.3789	1.0000	-0.7234	1.0000	-0.3407	-1.0000
15	0.6559	-1.000	0.9404	-0.4112	-1.0000	0.6439	0.9435	-0.4701

Πίνακας 3.7.3	. Τιμές	Των Ιδιοι	ιορφών των	δυο Μεθόδων
---------------	---------	-----------	------------	-------------

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους προσδιόρισε την πρώτη καμπτική και δεύτερη καμπτική στις Χ,Υκατευθύνσεις, καθώς και την πρώτη στροφική συχνότητα, ενώ η μέθοδος με τις αναλυτικές παραγώγους προσδιόρισε την πρώτη καμπτική και δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και την πρώτη στροφική συχνότητα. Στο Σχήμα 3.7.1 φαίνεται η σύγκριση των μετρούμενων επιταχύνσεων με τις επιτάχυνσης από βέλτιστο μορφικό μοντέλο χωρίς αναλυτικές παραγώγους, ενώ στο Σχήμα 3.7.2 η αντίστοιχη σύγκριση για την μέθοδο με αναλυτικές παραγώγους. Λαμβάνοντας υπόψη τις συχνότητες αυτές δηλαδή την πρώτη και την δεύτερη καμπτική στην Υκατεύθυνση και την πρώτη στροφική, η πρώτη μέθοδος μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 50.01% ενώ η δεύτερη μέθοδος στο 41.14%.







**Σχήμα 3.7.2** Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο με Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.7.3** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.58 Hz (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.7.4** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.53 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.7.5** Αναπαράσταση της  $1^{\eta\sigma}$  καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 7.27 Hz (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.7.6 Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.96 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχήμα 3.7.7 Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.96 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)


**Σχήμα 3.7.8** Αναπαράσταση της 2<sup>ησ</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 20.08 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.7.9** Αναπαράσταση της 2<sup>ησ</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.80 Hz, (Μέ Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.7.10** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 19.7 Ηz (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)

#### **<u>3.8</u> ΣΕΝΑΡΙΟ 5 (' ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΧΩΡΙΣ ΚΑΘΟΛΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ')</u>**

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες με τις τιμές των συχνοτήτων, των μέτρων απόσβεσης και των σχετικών σφαλμάτων, όπως και ο πίνακας που περιέχει τις τιμές των ιδιομορφών. Στο Σχήμα 3.8.1 φαίνεται η σύγκριση των μεθόδων στις πειραματικές μετρήσεις και τα επόμενα από αυτό σχήματα παρουσιάζουν την μορφή των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης της κατασκευής.

Free Vibration Without Analytical Gradient						
Τύπος	ω	ζ	Error			
	(Hz)	%	%			
Ι <sup>η</sup> καμπτική Υ	2.64	0.22	78.93			
1 <sup>η</sup> Στροφική	4.32	0.39	80.82			
2 <sup>η</sup> καμπτικήΥ	8.46	0.33	54.47			
2 <sup>η</sup> Στροφική	13.91	0.37	34.72			
3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	16.91	0.31	10.30			
3 <sup>η</sup> καμπτικήΧ	21.57	0.25	9.38			

### **Πίνακας 3.8.1** Αποτελέσματα από Μέθοδο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους

Πίνακας 3.8.2 Αποτελέσματα από Μέθοδο με Αναλυτικές Παραγώγους

Free Vibration Without Analytical Gradient						
Τύπος	ω	ζ	Error			
	(Hz)	%	%			
Ι <sup>η</sup> καμπτική Υ	2.42	2.13	98.43			
Ι <sup>η</sup> Στροφική	4.32	0.43	79.12			
2 <sup>η</sup> καμπτικήΥ	8.52	0.49	54.55			
2 <sup>η</sup> Στροφική	13.92	0.16	10.21			
3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	16.18	0.27	26.63			
3" καμπτικήΧ	-	-	-			

----

Г

sensor	Free Vibration Without Analytical Gradient						
	2.64 Hz	4.32 Hz	8.46 Hz	13.91 Hz	16.19 Hz	21.57 Hz	
	1 <sup>η</sup> καμπτική Υ	1 <sup>η</sup> Στροφική	2 <sup>η</sup> καμπτική Υ	2 <sup>η</sup> Στροφική	3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	3 <sup>η</sup> καμπτική Χ	
4	-0.0162	-0.2656	0.0396	-0.7194	0.0206	-0.7289	
5	0.2881	-0.0710	-0.7658	-0.3464	-1.0000	-0.4641	
6	0.0158	0.2621	-0.0300	0.7674	-0.0404	-0.8653	
7	-0.0433	-0.5785	0.0677	-0.8206	0.0252	0.2856	
8	0.5975	-0.2171	-0.9572	-0.3875	0.1678	-0.1176	
9	0.0248	0.5594	-0.0270	0.9031	-0.0196	0.2010	
10	-0.0667	-0.8610	0.0234	-0.0321	-0.0032	0.6295	
11	0.8363	-0.2734	-0.0371	0.0074	0.8113	0.6676	
12	0.0538	0.8207	-0.0236	0.0717	0.0101	0.7740	
13	-0.1035	-1.0000	-0.0602	0.9265	0.0060	-1.0000	
14	1.0000	-0.2893	1.0000	0.3891	-0.6713	-0.2610	
15	0.0418	0.9330	-0.0161	-1.0000	0.0170	-0.4433	

# **Πίνακας 3.8.3**. Τιμές Των Ιδιομορφών τις Μεθόδου χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους



----

sensor	Free Vibration With Analytical Gradient						
	2.24 Hz	4.32 Hz	8.52 Hz	13.92 Hz	16.18 Hz		
	1 <sup>η</sup> καμπτική Υ	1 <sup>η</sup> Στροφική	2 <sup>η</sup> καμπτική Υ	2 <sup>η</sup> Στροφική	3 <sup>η</sup> καμπτική Υ		
4	0.0169	-0.2833	0.0335	-0.6985	0.0249		
5	-0.2894	-0.0862	-0.7534	-0.4181	-1.0000		
6	-0.0154	0.2636	-0.0306	0.7363	-0.0444		
7	0.0454	-0.5880	0.0522	-0.8074	0.0246		
8	-0.6013	-0.1761	-0.9510	-0.4741	0.1625		
9	-0.0177	0.5540	-0.0194	0.9046	-0.0174		
10	0.0705	-0.8545	0.0138	-0.0425	-0.0102		
11	-0.8349	-0.2188	-0.0334	0.0184	0.8134		
12	-0.0403	0.8060	-0.0079	0.0909	0.0163		
13	0.1122	-1.0000	-0.0529	0.8937	0.0016		
14	-1.0000	-0.2437	1.0000	0.4762	-0.6565		
15	-0.0286	-0.9307	-0.0101	-1.0000	0.0148		

<b>Πίνακας 3.8.4</b> . Τιμές	Των Ιδιομορφών τις Μεθόδου με Αναλυτικές
	Παραγώγους

Παρατηρούμε ότι η πρώτη μέθοδος προσδιόρισε την πρώτη και δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, την πρώτη και δεύτερη στροφική και την τρίτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση και Υ-κατεύθυνση. Η δεύτερη μέθοδος προσδιόρισε την πρώτη, δεύτερη, τρίτη καμπτική στην Υκατεύθυνση καθώς και την πρώτη και δεύτερη στροφική. Χρησιμοποιώντας την πρώτη, δεύτερη, τρίτη καμπτική συχνότητα στην Υ-κατεύθυνση και την πρώτη και δεύτερη στροφική, η πρώτη μέθοδος μειώνει το σχετικό σφάλμα στο 10.30%, ενώ η δεύτερη μέθοδος μειώνει το σχετικό σφάλμα στο10.21%. Παρατηρούμε ότι αυτές οι τιμές είναι αρκετά κοντά και αυτό φαίνεται στα παρακάτω Σχήματα 3.8.1 και 3.8.2 όπου η προσαρμογή της πρώτης μεθόδου στις μετρήσεις είναι ίδια με αυτής της δεύτερης μεθόδου.



Σχήμα 3.8.1 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



Σχήμα 3.8.2 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο με Αναλυτικές Παραγώγους Για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.8.3** Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 2.64 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



Σχημα 3.8.4 Αναπαρασταση της 1<sup>45</sup> καμπτικης ιδιομορφης στην Υ-κατεύθυνση Συχνότητας 2.42 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.5** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 4.32 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.6** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 4.32 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.7** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 8.46 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.8** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητα 8.52 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.9** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.91 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.10** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητα 13.92 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.11** Αναπαράσταση της 3<sup>ησ</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 16.19 Ηz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.12** Αναπαράσταση της 3<sup>ησ</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 16.17 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.8.13** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτική ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 21.57 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)

#### <u>3.9</u> ΣΕΝΑΡΙΟ 6 ('2η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ ΧΩΡΙΣ ΚΑΘΟΛΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ')

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες με τις τιμές των συχνοτήτων, των μέτρων απόσβεσης και των σχετικών σφαλμάτων, όπως και ο πίνακας που περιέχει τις τιμές των ιδιομορφών. Στο Σχήμα 3.9.1 και 3.9.2 φαίνονται οι συγκρίσεις των μεθόδων με τις πειραματικές μετρήσεις και τα επόμενα από αυτό σχήματα παρουσιάζουν την μορφή των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης της κατασκευής.

Free Vibration Without Analytical Gradient						
Τύπος	ω (Hz)	ζ %	Error %			
Ι <sup>η</sup> καμπτική Υ	2.70	0.40	99.00			
Ι <sup>η</sup> καμπτική Χ	-	-	_			
Ι <sup>η</sup> Στροφική	4.10	0.94	91.38			
2 <sup>η</sup> καμπτικήΥ	8.31	0.39	74.13			
2 <sup>η</sup> καμπτικήΧ	11.10	0.38	37.00			
2 <sup>η</sup> Στροφική	13.32	0.34	39.26			
3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	15.94	0.26	14.81			
3 <sup>η</sup> Στροφική	22.8	0.27	3.23			

**Πίνακας 3.9.1** Αποτελέσματα από Μέθοδο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους

Πίνακας 3.9.2 Α	Αποτελέσματα	από Μέθοδο με	Αναλυτικές Ι	Παραγώγους

Free Vibration Without Analytical Gradient					
Τύπος	ω (Hz)	ζ %	Error %		
Ι <sup>η</sup> καμπτική Υ	2.49	0.09	98.89		
Ι <sup>η</sup> καμπτική Χ	3.28	1.84	97.98		
Ι <sup>η</sup> Στροφική	4.02	0.20	91.03		
2 <sup>η</sup> καμπτικήΥ	7.95	4.65	57.93		
2 <sup>η</sup> Στροφική	13.28	0.34	59.67		
3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	-	-	-		
$3^{\eta}$ καμπτική $X$	-	-	-		

# **Πίνακας3.9.3.** Τιμές Των Ιδιομορφών της Μεθόδου χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους

Sensor			F Without	ree Vibrat Analytica	ion I Gradient		
	2.70 Hz	4.10 Hz	8.31 Hz	11.10 Hz	13.32 Hz	15.94 Hz	22.87 Hz
	1 <sup>h</sup> καμπτική Υ	1 <sup>η</sup> Στροφική	2 <sup>η</sup> καμπτική Υ	2 <sup>η</sup> καμπτική Χ	2 <sup>η</sup> Στροφική	3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	3 <sup>η</sup> Στροφική
4	-0.0449	-0.2902	0.0470	-0.3393	-0.7952	0.0134	0.1375
5	-0.2227	-0.0574	-0.7468	0.1418	-0.2642	-1.000	1.0000
6	-0.1520	0.1385	-0.0535	-0.7464	0.3984	-0.0336	-0.3142
7	-0.0601	-0.8554	0.0772	-0.3561	-0.8875	0.0238	-0.0820
8	-0.5694	-0.1567	-0.9495	0.0548	-0.3457	0.1498	-0.1506
9	-0.3185	0.3089	-0.0519	-0.8739	0.5326	-0.0185	0.0307
10	-0.0847	-0.8554	0.0271	0.0119	-0.0321	-0.0011	-0.0969
11	-0.8047	-0.2053	-0.0235	-0.0063	0.0009	0.8335	-0.7294
12	-0.4784	0.4664	-0.0225	-0.0791	0.0738	0.0053	0.2079
13	-0.0731	-1.0000	-0.0585	0.4496	1.0000	-0.0065	0.3341
14	-1.0000	-0.2590	1.0000	-0.0484	0.3391	-0.6784	0.2814
15	-0.5614	0.5649	0.0112	1.0000	-0.5969	0.0182	-0.4478

Sensor	Free Vibration With Analytical Gradient						
	2.49 Hz	3.28 Hz	4.02 Hz	7.95 Hz	13.28 Hz		
	1 <sup>η</sup> καμπτική Υ	1 <sup>η</sup> καμπτική Χ	1 <sup>η</sup> Στροφική	2 <sup>η</sup> καμπτική Υ	2 <sup>η</sup> Στροφική		
4	0.0027	-0.0209	0.2899	0.0719	0.7825		
5	0.2908	0.0659	0.0668	-0.8272	0.3075		
6	0.0173	-0.2771	-0.1398	-0.0518	-03982		
7	-0.0094	-0.0402	0.5947	0.1035	0.8752		
8	0.6220	0.0512	0.1650	-0.9731	0.3541		
9	0.0306	-0.5761	-0.3089	-0.0526	-0.5345		
10	-0.0191	-0.0616	0.8554	0.0136	0.0250		
11	0.8428	0.0545	0.2115	0.0238	-0.0334		
12	0.0616	-0.8311	-0.4628	-0.0288	-0.0722		
13	-0.0549	-0.0776	1.0000	-0.1133	-1.0000		
14	1.0000	0.0391	0.2614	1.0000	-0.3410		
15	0.0666	-1.0000	-0.5547	0.0023	0.6037		

### Πίνακας 3.9.4. Τιμές Των Ιδιομορφών της Μεθόδου με Αναλυτικές Παραγώγους

Η πρώτη μέθοδος προσδιόρισε την πρώτη, δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, την πρώτη, δεύτερη και τρίτη στροφική και την δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Η δεύτερη μέθοδος προσδιόισε την πρώτη και δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, την πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, την πρώτη και δεύτερη στροφική. Χρησιμοποιώντας αυτές τις πέντε ιδιοσυχνότητες η δεύτερη μέθοδος μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 57.93%, ενώ η πρώτη μέθοδος με τις ίδιες ιδιοσυχνότητες μείωσε το σχετικό σφάλμα στο 39.26%. Αυτή η διαφορά στις τιμές των σχετικών σφαλμάτων φαίνεται στα Σχήματα 3.9.1 και 3.9.2, όπου η προσαρμογή της πρώτης μεθόδου στις μετρήσεις (Σχήμα 3.9.1) είναι πολύ καλύτερη από την προσαρμογή της δεύτερης μεθόδου στις μετρήσεις (Σχήμα 3.9.2).



Σχήμα 3.9.1 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



Σχήμα 3.9.2 Σύγκριση των Μετρούμενων Επιταχύνσεων με τις Επιτάχυνσης από Βέλτιστο Μορφικό Μοντέλο με Αναλυτικές Παραγώγους για Χρόνο Απόκρισης 11-12 sec



**Σχήμα 3.9.3** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 2.70 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.4** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 2.49 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.5** Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 3.28 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.6** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 4.10 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.7** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 4.02 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.8** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 8.31 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.9** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.95 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.10** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 11.10 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.11** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.32 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.12** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 13.28 Hz, (Με Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.13** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 15.94 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)



**Σχήμα 3.9.14** Αναπαράσταση της 3<sup>ης</sup> Στροφικής ιδιομορφής Συχνότητας 22.87 Hz, (Χωρίς Αναλυτικές Παραγώγους)

#### 3.10 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΕΞΙ ΣΕΝΑΡΙΑ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συγκριτικός πίνακας που περιέχει τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων για τα έξι Σενάρια που προαναφέρθηκαν. Στην συνέχεια συγκρίνονται οι τιμές και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

ΤΥΠΟΣ	ΣΕΝΑΡΙΟ	ΣΕΝΑΡΙΟ	ΣΕΝΑΡΙΟ	ΣΕΝΑΡΙΟ	ΣΕΝΑΡΙΟ	ΣΕΝΑΡΙΟ
	1	2	3	4	5	6
	ω(Hz)	ω(Hz)	ω(Hz)	ω(Hz)	ω(Hz)	ω(Hz)
1 <sup>η</sup>	7.47	7.72	7.59	7.58	2.64	2.7
καμπτικήΥ						
1 <sup>η</sup>	7.73	5.03	6.60	7.27	-	-
καμπτικήΧ						
1 <sup>η</sup>	14.46	12.73	13.39	13.96	4.32	4.1
Στροφική						
$2^{\eta}$	19.89	20.07	19.93	20.08	8.46	8.31
καμπτικήΥ						
$2^{\eta}$	_	15.03	18.86	19.7	16.91	11.10
καμπτικήΧ						
$2^{\eta}$	_	-	-	-	13.91	13.32
Στροφική			- - -			
3 <sup>η</sup>	34.45	34.98	-	-	-	15.94
καμπτικήΥ						
3 <sup>η</sup>	-	-	-	-	21.57	-
καμπτικήΧ						
3 <sup>η</sup>	_	-	-	-	-	22.87
Στροφική						

### Πίνακας 3.10.1 Συγκριτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων

Η μείωση των συνδέσμων στην κατασκευή έχει σαν αποτέλεσμα την αλλαγή των μορφικών χαρακτηριστικών του μοντέλου και συγκεκριμένα μείωση των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων που διεγείρονται. Στις περιπτώσεις που μελετήθηκαν η μείωση των συνδέσμων, δηλαδή η αφαίρεση των διαγωνίων συνδέσεων, έγινε κατά την Χ-κατεύθυνση. Το γεγονός αυτό προκαλεί μείωση των καμπτικών ιδιοσυχνοτήτων και συγκεκριμένα των καμπτικών ιδιοσυχνοτήτων στην Χ-κατεύθυνση. Δηλαδή όταν η κατασκευή γίνεται πιο ευέλικτη προς μια κατεύθυνση (κατασκευή με λιγότερα διαγώνια στοιχεία από την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς) τότε παρατηρείται μείωση των καμπτικών ιδιοσυχνοτήτων σε αυτήν την κατεύθυνση. Στην Υ-κατεύθυνση δεν παρατηρείται μείωση των καμπτικών ιδιοσυχνοτήτων.

Επίσης από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται μείωση και στις τιμές των πρώτων στροφικών συχνοτήτων. Το γεγονός αυτό προέρχεται από την αφαίρεση διαγωνίων στοιχείων στην Χ-κατεύθυνση.

Επιπλέον στο Σενάριο 6 αλλά και στο Σενάριο 5 οι τιμές των συχνοτήτων είναι μικρότερες σε σχέση με υπόλοιπα Σενάρια. Αυτό οφείλεται στο ότι στα Σενάρια 5 και 6 η κατασκευή δεν έχει καθόλου διαγώνιες συνδέσεις.

Τέλος παρατηρείται ότι στο Σενάριο 6, έχουμε μικρότερες τιμές στις καμπτικές και στις στροφικές συχνότητες σε σχέση με το Σενάριο 5. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι στο ότι στο Σενάριο 6 η κατασκευή έχει υποστεί χαλάρωμα στις συνδέσεις.

#### <u>3.11</u> ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΥΠΟ ΤΗΝ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Στην περίπτωση της διέγερσης λειτουργικών φορτίων εξετάζονται τα τέσσερα πρώτα Σενάρια που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 3.1. Σε όλα τα Σενάρια ασκείται λειτουργικό φορτίο διάρκειας 300 sec.

Η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε με την ελαχιστοποίηση της σχετικής συνάρτησης σφάλματος όπως αυτή ορίστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, για όλα τα σημεία υπολογισμού της απόκρισης της κατασκευής και για περιορισμένο εύρος της φασματικής συχνότητας μέσα στο οποίο εμφανίζονταν ένα ή περισσότερα μέγιστα. Η αναγνώριση έγινε δηλαδή τμηματικά για κάθε περιοχή συχνοτήτων των μετρήσεων στην οποία εμφανίζονται μία ή το πολύ δύο ιδιοσυχνότητες. Για την ελαχιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε η υβριδική μέθοδος ελαχιστοποίησης.

Για την εκτίμηση των βέλτιστων μορφικών παραμέτρων και για την δημιουργία της φασματικής πυκνότητας θα πρέπει να δοθούν σαν εκτιμήσεις οι παρακάτω παράμετροι:

- Δt = βαθμωτό μέγεθος που δηλώνει το χρονικό διάστημα λήψης δείγματος σε sec, που καθορίζει τη διακριτοποίηση των χρονικών ιστοριών των επιταχύνσεων
- $\Omega_{\min}$  = βαθμωτό μέγεθος που δηλώνει τη χαμηλότερη συχνότητα που διεγείρεται στην κατασκευή σε Hz
- $T_0 = \beta \alpha \theta \mu \omega$ τό μέγεθος που δηλώνει την περίοδο που αντιστοιχεί στην  $f_{\min}$
- N<sub>periods</sub> = βαθμωτό μέγεθος που δηλώνει τον αριθμό των περιόδων που θα περιλαμβάνουν τα τμήματα στα οποία θα χωριστούν οι χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων για να προκύψουν οι συναρτήσεις φασματικής πυκνότητας
  - $N_{segment}$  = ο αριθμός των τμημάτων που θα χωριστούν οι χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων
  - $T_{segment}$  = η χρονική διάρκεια των τμημάτων  $N_{segment}$

Οι μεταβλητές  $\Omega_{\min}$ ,  $N_{\rm periods}$ ,  $T_0$  συνδέονται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$T_{segment} = T_0 * N_{periods}$$
$$T_0 = \frac{1}{\Omega_{min}}$$
$$N_{segment} = \frac{T_{max}}{T_{segment}}$$

Αρκεί ο χρήστης να δώσει την τιμή του  $\Omega_{\min}$ , του  $N_{periods}$  καθώς και του συνολικού χρόνου απόκρισης της κατασκευής  $T_{\max}$  και οι υπόλοιποι παράμετροι προσδιορίζονται από τις παραπάνω σχέσεις. Στις περιπτώσεις που μελετάμε το  $T_{\max}$  είναι 300 sec. Επίσης θα πρέπει να εκτιμηθούν οι παράμετροι που έχουν να κάνουν με τις αρχικές εκτιμήσεις του  $\omega$ , του συντελεστή απόσβεσης και ένα διάστημα που δηλώνει την αρχή και το τέλος του διαστήματος του μετασχηματισμού Fourier. Η αρχική εκτίμηση των  $\omega$  προκύπτει εύκολα από την μελέτη του φάσματος των συχνοτήτων.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα Σενάρια που εξετάστηκαν και τα αποτελέσματα που παράχθηκαν. Τέλος παρουσιάζεται ένας συγκριτικός πίνακας που περιέχει τα αποτελέσματα που παράχθηκαν από τα δεδομένα της ελεύθερης ταλάντωσης σε σχέση με τα αποτελέσματα της ταλάντωσης λόγω λειτουργικών φορτίων.

### **<u>3.12</u>** ΣΕΝΑΡΙΟ 1 (UNDAMAGED CASE)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το Σενάριο 1. Στον πίνακα 3.12.1 φαίνονται οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προσδιορίστηκαν, ο τύπος της ιδιοσυχνότητας καθώς και τα μέτρα απόσβεσης και το σχετικό σφάλμα. Ο πίνακας 3.12.2 περιέχει τις τιμές των παραμέτρων που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 3.11. Στη συνεχεία για κάθε συχνότητα παρουσιάζεται ο τρόπος προσδιορισμού της και τέλος θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα που. συγκρίνουν την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από τα πειραματικά δεδομένα με την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο καθώς και οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

τύπος	ω (Hz)	ζ.	Error %
1 <sup>η</sup> καμπτική	7.46	0.14	21.74
Υ-κατεύθυνση			
Ι <sup>η</sup> καμπτικη	7.77	0.33	11.02
Χ- κατεύθυνση			
1 <sup>η</sup> Στροφική	14.47	0.14	7.07
2 <sup>η</sup> καμπτική	19.89	0	4.25
Υ- κατεύθυνση			
2 <sup>η</sup> καμτπική	21.01	0.03	11.42
Χ - κατεύθυνση			

Πίνακας 3.12.1 Αποτελέσματα για το Σενάριο 1

Πίνακας 3.12.2 Τιμές των Παραμέτρων για το Σενάριο 1

(Hz)	$\Omega_{_{ m min}}$	$N_{\it periods}$
7.46	1	50
7.77	1	50
14.47	1	30
19.89	1	60
21.01	1	50

Για την συχνότητα 7.46Hz, όπου είναι η πρώτη καμπτική στην Υκατεύθυνση, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις αισθητήρες οι οποίοι μετράνε σε αυτήν την κατεύθυνση. Οι αισθητήρες αυτοί είναι οι 5, 8, 11, 14. Στην περίπτωση που βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία σύγκλισης. Το Σχήμα 3.12.1, παρουσιάζει την σύγκριση του φάσματος πυκνότητας μεταξύ των μετρήσεων και του μοντέλου. Παρατηρείται ότι η προσαρμογή είναι αρκετά καλή. Αυτό εξάλλου φαίνεται και από το σχετικό σφάλμα το οποίο είναι 21.74%. Το Σχήμα 3.12.2 παρουσιάζει την αναπαράσταση της ιδιομορφής για την συχνότητα 7.46Hz.

Για τον προσδιορισμό της συχνότητας 7.77Hz, πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, χρησιμοποιήθηκαν οχτώ αισθητήρες, συγκεκριμένα οι αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15, που μετράνε στην κατεύθυνση Χ όπου και εμφανίζεται η συγκεκριμένη συχνότητα. Στην περίπτωση που βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία σύγκλισης. Στο Σχήμα 3.12.3 παρατηρούμε ότι η προσαρμογή της φασματικής πυκνότητας των μετρήσεων στην φασματική πυκνότητα του μορφικού μοντέλου είναι αρκετά καλή. Το Σχήμα 3.12.4 αναπαριστά τις ιδιομορφές στα σημεία μέτρησης.

Ένα παράδειγμα πετυχημένης προσαρμογής του μοντέλου στις πειραματικές μετρήσεις, στο οποίο προσδιορίζονται δυο ιδιοσυχνότητες μαζί, οι συχνότητες 7.46Hz και 7.77Hz φαίνεται στο διάγραμμα (Σχήμα 3.12.5-δώδεκα γραφικές παραστάσεις). Αν θέλουμε να προσδιορίσουμε και τις δυο συχνότητες μαζί θα πρέπει να λάβουμε υπόψη και τα δώδεκα σημεία μέτρησης.

Στην περίπτωση της συχνότητας 14.47Hz, πρώτη στροφική συχνότητα, χρειάστηκε να μελετηθεί η απόκριση σε όλους τους αισθητήρες για να πάρουμε μια ξεκάθαρη εικόνα της μορφής της. Συνεπώς η προσέγγιση έγινε σε δώδεκα σημεία. Στο Σχήμα 3.12.9 φαίνεται η μορφή της συχνότητας 14.47Hz όπου οι συνιστώσες υπάρχουν και στις δύο κατεύθυνσης με τρόπο που να δημιουργείται στρέψη των επιμέρους τμημάτων του κτιρίου. Στο Σχήμα 3.12.8 φαίνεται η σύγκριση της πυκνότητας φάσματος των μετρήσεων με την πυκνότητα φάσματος του μορφικού μοντέλου, η οποία είναι αρκετά καλή με σχετικό σφάλμα 7.07%

Ανάλογα για τις συχνότητες 19.89Hz, που είναι η δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και 21.01Hz, που είναι η δεύτερη συχνότητα στην Χ-κατεύθυνση. Και για τις δύο συχνότητές χρησιμοποιήθηκαν δώδεκα σημεία. Στο Σχήμα 3.12.11 φαίνεται η αναπαράσταση ιδιομορφής της ιδιοσυχνότητας 19.89Hz και στο Σχήμα 3.12.13 η αναπαράσταση ιδιομορφής της ιδιοσυχνότητας 21.01Hz. Τέλος στα Σχήματα 3.12.10 και 3.12.12 παρατηρούμε ότι η προσαρμογή του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις είναι αρκετά καλή.



**Σχήμα 3.12.1** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για την 1<sup>η</sup> Καμπτική ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.46 Hz. Αισθητήρες 5, 8, 11, 14.



**Σχήμα 3.12.2** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Καμπτικής ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.46 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 14



**Σχήμα 3.12.3** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για την 1<sup>η</sup> Καμπτική ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση, Συχνότητας 7.77 Hz. Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15



**Σχήμα 3.12.4** Αναπαράσταση της  $1^{η\varsigma}$  καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 7.77 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15



Σχήμα 3.12.5 Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για τις Συχνότητες 7.46, 7.77 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.6** Αναπαράσταση Ιδιομορφής Συχνότητας 7.46 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.7** Αναπαράσταση Ιδιομορφής Συχνότητας 7.77 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.8** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> Στροφική ιδιομορφή Συχνότητας 14.47 Ηz, αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.9** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφική Ιδιομορφής Συχνότητας 14.47Hz, αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.10** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.89 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.12.11** Αναπαράσταση της  $2^{η_{\varsigma}}$  καμπτικής ιδιομορφής Υκατεύθυνση Συχνότητας 19.89 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15


**Σχήμα 3.12.12** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 20.01 Hz Αισθητήρες 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15



**Σχήμα 3.12.13** Αναπαράσταση της  $2^{η_{\varsigma}}$  καμπτική Ιδιομορφής στην Χ-κατεύθυνση Συχνότητας 20.01 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

## **<u>3.13</u>** ΣΕΝΑΡΙΟ 2 ('1<sup>η</sup> ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το Σενάριο 2. Στον πίνακα 3.13.1 φαίνονται οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προσδιορίστηκαν, ο τύπος της ιδιοσυχνότητας καθώς και τα μέτρα απόσβεσης και το σχετικό σφάλμα. Ο πίνακας 3.13.2 περιέχει τις τιμές των παραμέτρων. Στη συνεχεία για κάθε συχνότητα παρουσιάζεται ο τρόπος προσδιορισμού της και τέλος θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα που συγκρίνουν την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από τα πειραματικά δεδομένα με την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο καθώς και οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

τύπος	ω	ζ	Error
	(Hz)	%	%
1 <sup>η</sup> καμπτική	7.73	0.51	3.15
Υ-κατεύθυνση			
Ι <sup>η</sup> καμπτική	5.17	0.23	5.54
Χ- κατεύθυνση			
l <sup>η</sup> Στροφική	12.74	0.14	17.51
2 <sup>η</sup> καμπτική Υ-	20.10	0.20	17.47
κατεύθυνση			
2η καμπτική	15.02	0.12	5.05
Χ - κατεύθυνση			

Πίνακας 3.13.1 Αποτελέσματα για το Σενάριο 2

Πίνακας 3.13.2 Τιμές των παραμέτρων για το Σενάριο 2

ω (Hz)	$\Omega_{_{\min}}$	$N_{\it periods}$
7.73	1	40
5.17	1	50
12.74	1	50
20.10	1	40
15.02	1	50

Για την συχνότητα 7.73Hz, που είναι η 1<sup>η</sup> καμπτική στην Υκατεύθυνση, χρησιμοποιήθηκαν οι αισθητήρες 5, 8, 11, 14, οι οποίοι μετράνε στην Υ-κατεύθυνση και στους οποίους εμφανίζεται πιο έντονα. Στην περίπτωση που βάζαμε και τους 12 αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία σύγκλισης. Στο Σχήμα 3.13.1 παρουσιάζεται η σύγκριση της πυκνότητας φάσματος των μετρήσεων με την πυκνότητα φάσματος του μορφικού μοντέλου. Παρατηρούμε ότι η σύγκριση είναι πολύ καλή με σχετικό σφάλμα 3.15%. Τέλος στο Σχήμα 3.13.2 φαίνεται η αναπαράσταση της ιδιομορφής της συχνότητας.

Για τον προσδιορισμό 5.17Hz, είναι η 1<sup>η</sup> καμπτική στην Χκατεύθυνση, χρησιμοποιήσαμε τους αισθητήρες 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15 που μετράνε στην Χ-κατεύθυνση. Στο Σχήμα 3.13.3 παρουσιάζεται η σύγκριση της πυκνότητας φάσματος του μορφικού μοντέλου με την πυκνότητα φάσματος των μετρήσεων, όπου παρατηρούμε ότι είναι αρκετά καλή με σχετικό σφάλμα 5.54%.από το μορφικό μοντέλο. Τέλος στο Σχήμα 3.13.4 φαίνεατι η αναπαράσταση της ιδιομορφής στο μοντέλο της κατασκευής στα σημεία μέτρησης.

Στην περίπτωση της συχνότητας 12.74Hz, πρώτη στροφική συχνότητα, χρησιμοποιήσαμε 12 αισθητήρες. Η μορφή της συχνότητας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.13.6. Στο Σχήμα 3.13.5 παρατηρούμε ότι η προσαρμογή του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις είναι καλή. Το σχετικό σφάλμα είναι της τάξης του 17.51%.

Ανάλογα ήταν και τα αποτελέσματα για τις συχνότητες 20.12Hz, δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση (Σχήμα, 3.13.8) και 15.02Hz, δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση (Σχήμα 3.13.10). Για την συχνότητα 20.12Hz χρησιμοποιήθηκαν τρεις αισθητήρες, συγκεκριμένα οι 5, 8 στην Υ-κατεύθυνση και ο 15 στην Χ-κατεύθυνση, ενώ για την συχνότητα 15.02Hz χρησιμοποιήθηκαν οι αισθητήρες 6,9 και 15 και οι τρεις μετράνε στην Χ- κατεύθυνση. Όταν βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία σύγκλισης Στην περίπτωση της ιδιοσυχνότητας 20.12Hz το σχετικό σφάλμα είναι 17.47%, ενώ για την συχνότητα 15.02Hz το σχετικό σφάλμα είναι 5.05%. Από τα Σχήματα 3.13.9 και 3.13.10, παρατηρούμε ότι οι προσαρμογές του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις είναι καλή.



**Σχήμα 3.13.1** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ μετρήσεων και μορφικού μοντέλου για 1<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Υ- κατεύθυνση Συχνότητας 7.73 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 14.



**Σχήμα 3.13.2** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υ-κατεύθυνση Συχνότητας 7.73 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 14



**Σχήμα 3.13.3** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Χ-κατεύθυνση Συχνότητας 5.17 Hz, Αισθητήρες 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15



**Σχήμα 3.13.4** Αναπαράσταση της  $1^{η_{\varsigma}}$  καμπτική ιδιομορφής στην Χ-κατεύθυνση Συχνότητας 5.17 Hz, Αισθητήρες 6, 7, 9, 10, 12, 13 και



**Σχήμα 3.13.5** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για  $1^{n}$  Στροφική ιδιομορφή Συχνότητας 12.74 Hz, Αισθητήρες 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15



**Σχήμα 3.13.6** Αναπαράσταση της  $1^{η_5}$  Στροφική Ιδιομορφής Συχνότητας 12.74 Ηz, Αισθητήρες 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15



**Σχήμα 3.13.7** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στηνΥκατεύθυνση Συχνότητας 20.12 Hz, Αισθητήρες 5,8 στην Υ κατεύθυνση και 15 στην Χ-κατεύθυνση







**Σχήμα 3.13.9** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 15.02 Hz, Αισθητήρες 6,9 και 15



**Σχήμα 3.13.10** Αναπαράσταση της 2<sup>ης</sup> καμπτική ιδιομορφης στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 15.02 Hz, Αισθητήρες 6,9 και 15

## 3.14 ΣΕΝΑΡΙΟ 3 ('2<sup>η</sup> ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το Σενάριο 3. Στον πίνακα 3.14.1 φαίνονται οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προσδιορίστηκαν, ο τύπος της ιδιοσυχνότητας καθώς και τα μέτρα απόσβεσης και το σχετικό σφάλμα. Ο πίνακας 3.14.2 περιέχει τις τιμές των παραμέτρων. Στη συνεχεία για κάθε συχνότητα παρουσιάζεται ο τρόπος προσδιορισμού της και τέλος θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα που συγκρίνουν την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από τα πειραματικά δεδομένα με την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο καθώς και οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

τύπος	ω (Hz)	ζ %	Error %
lη καμπτική Υ- κατεύθυνση	7.63	0.3	14.08
1η καμπτική Χ- κατεύθυνση	6.65	0.24	10.71
1 <sup>η</sup> Στροφική	13.44	0.13	13.56
2η καμπτική Υ- κατεύθυνση	20.03	0.05	16.12
2η καμπτική Χ-κατεύθυνση	18.87	0.03	10.34

Πίνακας 3.14.1 Αποτελέσματα για το Σενάριο 3

Πίνακας 3.14.2 Τιμές των παραμέτρων για το Σενάριο 3

ω (Hz)	$\Omega_{_{\min}}$	$N_{\it periods}$
7.63	1	60
6.65	1	60
13.44	1	60
20.03	1	60
18.87	1	60

Για τον προσδιορισμό της συχνότητα 7,60Hz, που είναι η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση χρησιμοποιήθηκαν οι αισθητήρες 5, 8, 11, 14 οι οποίοι μετράνε στην Υ-κατεύθυνση και στους οποίους εμφανίζεται πιο έντονα. Στην περίπτωση που βάζαμε και τους δώδεκα αισθητήρες στην διαδικασία αναγνώρισης, είχαμε αποτυχία στον προσδιορισμό της συχνότητας. Στο Σχήμα 3.14.2. φαίνεται η αναπαράσταση των ιδιομορφών της συχνότητας. Τέλος στο Σχήμα 3.14.1 παρουσιάζεται μια καλή προσαρμογή του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις, με σχετικό σφάλμα 14.08%.

Για την συχνότητας 6.65Hz που είναι η πρώτη καμπτική στην Χκατεύθυνση χρησιμοποιήσαμε τους αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15 οι οποίοι είναι αισθητήρες που μετράνε στην κατεύθυνση Χ. Από την μελέτη του Fast Fourier, διαπιστώσαμε ότι η συχνότητα δεν έχει συνιστώσες στην κατεύθυνση Υ, γι'αυτό και η μελέτη επικεντρώθηκε στους παραπάνω αισθητήρες. Στο Σχήμα 3.14.3 παρουσιάζεται το διάγραμμα που συγκρίνει την φασματική πυκνότητα των μετρήσεων με την φασματική πυκνότητα του μορφικού μοντέλου. Παρατηρούμε ότι η σύγκριση είναι ικανοποιητική. Στο Σχήμα 3.14.4 φαίνονται οι ιδιομορφές της συχνότητας.

Στην περίπτωση της συχνότητας 13.44Hz, πρώτη στροφική συχνότητα (Σχήμα 3.14.6), που είναι η στροφική συχνότητα χρειάστηκε να μελετηθεί η απόκριση σε όλους τους αισθητήρες. Συνεπώς η προσέγγιση έγινε σε 12 σημεία. Σε αυτήν την περίπτωση αναμένουμε οι συνιστώσες της ιδιομορφής να επεκτείνονται και στις δυο κατεύθυνσης, ώστε να δημιουργείτε ροπή (Σχήμα 3.14.6). Στο Σχήμα 3.14.5 το αποτέλεσμα της σύγκρισης είναι καλό με σχετικό σφάλμα 13.56%.

Οι ιδιομορφές των συχνοτήτων 20.03Hz, δεύτερη καμπτική στη Υ-κατεύθυνση φαίνεται στο Σχήμα 3.14.8 και 18.78Hz, δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση φαίνεται στο Σχήμα 3.14.10. Για την συχνότητα 20.03Hz χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις αισθητήρες 5, 8, 11, 14 (Υ-κατεύθυνση) και για την συχνότητα 18.782Hz οι αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15 που μετράνε στην Χ-κατεύθυνση. Στην περίπτωση που βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία προσδιορισμού της συχνότητας. Στο Σχήμα 3.14.7 και στο Σχήμα 3.14.9 παρουσιάζονται οι συγκρίσεις των φασματικών πυκνοτήτων των μετρήσεων με τις φασματικές πυκνότητες του μορφικού μοντέλου.



**Σχήμα 3.14.1** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.60 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.14.2** Αναπαράσταση της  $1^{η_{\varsigma}}$  καμπτική ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 7.60 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.14.3** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> καμπτικη ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 6.64 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15



**Σχήμα 3.14.4** Αναπαράσταση της  $1^{η_{\varsigma}}$  καμπτική ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 6.64 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3



**Σχήμα 3.14.5** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> Στροφική ιδιομορφή Συχνότητας 13.44 Hz, 12 Αισθητήρες



**Σχήμα 3.14.6** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφική Ιδιομορφής Συχνότητας 13.44 Hz, 12 Αισθητήρες



**Σχήμα 3.14.7** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 20.03 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.14.8** Αναπαράσταση της  $2^{η_{S}}$  καμπτική ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητα 20.03 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.14.9** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 18.78 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15



**Σχήμα 3.14.10** Αναπαράσταση της  $2^{η_{s}}$  καμπτική ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητα 18.78 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15

## 3.15 ΣΕΝΑΡΙΟ 4 ('3<sup>η</sup> ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το Σενάριο 3. Στον πίνακα 3.15.1 φαίνονται οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προσδιορίστηκαν, ο τύπος της ιδιοσυχνότητας καθώς και τα μέτρα απόσβεσης και το σχετικό σφάλμα. Ο πίνακας 3.15.2 περιέχει τις τιμές των παραμέτρων. Στη συνεχεία για κάθε συχνότητα παρουσιάζεται ο τρόπος προσδιορισμού της και τέλος θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα που συγκρίνουν την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από τα πειραματικά δεδομένα με την φασματική πυκνότητα που προέκυψε από το βέλτιστο μορφικό μοντέλο καθώς και οι αναπαραστάσεις των ιδιομορφών στα σημεία μέτρησης.

τύπος	ω	ζ	Error
	(Hz)	%	%
1 <sup>η</sup> καμπτική	7.60	0.39	10.70
Υ- κατεύθυνση			
Ι <sup>η</sup> καμτπική	7.34	0.25	2.77
Χ- κατεύθυνση			
1 <sup>η</sup> Στροφική	13.99	0.08	8.11
2 <sup>η</sup> καμπτική	20.11	0.04	26.23
Υ- κατεύθυνση			

Πίνακας 3.15.1 Αποτελέσματα για το Σενάριο 4

Πίνακας 3.15.2 Τιμές των Παραμέτρων για το Σενάριο 4

ω (Hz)	$\Omega_{_{ m min}}$	$N_{\it periods}$
7.60	1	60
7.34	1	40
13.99	1	50
20.11	1	60

Για την προσέγγιση της συχνότητα 7,60Hz, που είναι η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση (Σχήμα 3.15.2) χρησιμοποιήθηκαν οι αισθητήρες 5, 8, 11, 14 (Υ-κατεύθυνση) στους οποίους εμφανίζεται πιο έντονα. Στο Σχήμα 3.15.1 φαίνεται η προσαρμογή του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις η οποία είναι αρκετά καλή με σφάλμα 10.70%.

Η προσέγγιση της συχνότητας 7.34Hz (Σχήμα 3.15.4), πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση έγινε στους αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13 και 15 οι οποίοι είναι αισθητήρες που μετράνε στην κατεύθυνση Χ. Στην περίπτωση που βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία στον προσδιορισμό της συχνότητας. Παρακάτω στο Σχήμα 3.15.3 φαίνεται ότι η προσαρμογή του μορφικού μοντέλου στις μετρήσεις είναι πολύ καλή με σχετικό σφάλμα 2.77%.

Στην περίπτωση της συχνότητας 13.99Hz (Σχήμα 3.15.6), πρώτη στροφική συχνότητα χρησιμοποιήθηκαν όλοι οι αισθητήρες για να πάρουμε μια ξεκάθαρη εικόνα της μορφής της. Συνεπώς η προσέγγιση έγινε σε 12 σημεία. Στο Σχήμα 3.15.5 παρατηρούμε ότι το μορφικό μοντέλο προσέγγισε με επιτυχία τις μετρήσεις με σφάλμα 8.11%.

Για την συχνότητα 20.11Hz (Σχήμα 3.15.8), δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις αισθητήρες 5, 8, 11, 14 που μετράνε στην Υ-κατεύθυνση. Στην περίπτωση που βάζαμε όλους τους αισθητήρες στην διαδικασία προσέγγισης, είχαμε αποτυχία σύγκλισης. Στο Σχήμα 3.15.7 παρατηρούμε ότι το μορφικό μοντέλο προσέγγισε με επιτυχία τις μετρήσεις με σφάλμα 26.23%.

Τέλος την δεύτερη συχνότητα στην Χ-κατεύθυνση δεν μπορέσαμε να την προσεγγίσουμε.



**Σχήμα 3.15.1** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Υ-κατεύθυνση Συχνότητας 7.60 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.15.2** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφή στην Υκατεύθυνση Ιδιομορφής Συχνότητας 7.60 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 15



**Σχήμα 3.15.3** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>n</sup> καμπτική ιδιομορφή στην Χ-κατεύθυνση Συχνότητας 7.34 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15



**Σχήμα 3.15.4** Αναπαράσταση της1<sup>ης</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Ιδιομορφής Συχνότητας 7.34 Hz, Αισθητήρες 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15



**Σχήμα 3.15.5** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για 1<sup>η</sup> Στροφική ιδιομορφή Συχνότητας 13.99 Hz, 12 Αισθητήρες



**Σχήμα 3.15.6** Αναπαράσταση της 1<sup>ης</sup> Στροφική Ιδιομορφής Συχνότητας 13.99 Hz, 12 Αισθητήρες



**Σχήμα 3.15.7** Σύγκριση Φάσματος Πυκνότητας μεταξύ Μετρήσεων και Μορφικού Μοντέλου για την2<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφής στην Χκατεύθυνση Συχνότητας 20.11 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 14



**Σχήμα 3.15.8** Αναπαράσταση της 2<sup>η</sup> καμπτικής ιδιομορφής στην Υκατεύθυνση Συχνότητας 20.11 Hz, Αισθητήρες 5, 8, 11, 14

# 3.16 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΞΎ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες που περιέχουν τα αποτελέσματα, δηλαδή τον τύπο της ιδιοσυχνότητας, τις ιδιοσυχνότητες, τους συντελεστές απόσβεσης και τα σχετικά σφάλματα, από την μελέτη των τεσσάρων πρώτων Σεναρίων. Οι πίνακες περιέχουν αποτελέσματα και για τις δύο μεθόδους αναγνώρισης με βάσει πειραματικά δεδομένα, την μέθοδο αναγνώρισης με δεδομένα ελεύθερης ταλάντωσης και την μέθοδο αναγνώρισης με δεδομένα λειτουργικών φορτίων Στην συνέχεια γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων.

#### **<u>3.16.1</u>** ΣΕΝΑΡΙΟ 1

Πίνακας	3.16.1	Συγκριτικός	Πίνακας	Αποτελεσμάι	ων Ελεύθερης
		Ταλάντωσης	ς και	Ταλάντωσης	Λειτουργικών
		Φορτίων για	ι το Σενάρ	10 l	

	FREE VIBRATION			AMBIENT VIBRATION		
Τύπος	ω (Hz)	ζ %	Error %	ω (Hz)	ζ %	Error %
1 <sup>η</sup> καμπτική Υ	7.47	0.63	98.71	7.46	0.14	21.74
1 <sup>η</sup> καμπτική Χ	7.73	0.22	53.70	7.77	0.33	11.02
1 <sup>η</sup> Στροφική	14.16	0.22	79.67	14.47	0.14	7.07
2 <sup>η</sup> καμπτική Υ	19.89	0.22	55.79	19.89	0	4.25
2 <sup>η</sup> καμπτική Χ	-	-	-	21.01	0.03	11.42
3 <sup>η</sup> καμπτική Υ	34.45	0.80	50.69	-	-	-

Στον παραπάνω πίνακα, πίνακας 3.16.1 παρουσιάζονται οι συχνότητες, ο τύπος τους, οι συντελεστές απόσβεσης και τα σχετικά σφάλματα. Στην ελεύθερη ταλάντωση προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, η πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική

συχνότητα, η δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση. Στην περίπτωση των λειτουργικών φορτίων προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, η πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική και η δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και Χκατεύθυνση. Δηλαδή η ελεύθερη ταλάντωση δεν προσδιόρισε την δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Παρατηρούμε ότι η διαφορά στις τιμές των συχνοτήτων που προσδιορίστηκαν και από τις δύο μεθόδους είναι μικρή. Επίσης παρατηρούμε στα λειτουργικά φορτία το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο από το αντίστοιγο σγετικό σφάλμα της ταλάντωσης. Σημειώνεται ελεύθερης ότι οι ιδιομορφές που προσδιορίζονται με την μέθοδο αναγνώρισης με βάσει δεδομένα ελεύθερης ταλάντωσης δεν διαφέρουν ως προς την μορφή τους με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την μέθοδο αναγνώρισης με βάσει δεδομένα από λειτουργικά φορτία.

## **<u>3.16.2</u>** ΣΕΝΑΡΙΟ 2

Πίνακας	3.16.2	Συγκριτικός	Πίνακας	Αποτελεσμάτ	ων Ελεύθερης
		Ταλάντωσης	ς και	Ταλάντωσης	Λειτουργικών
		Φορτίων για	το Σενάρ	10 2	

	FREE VIBRATION			AMBIENT V	/IBRA	TION
Τύπος	ω	ζ	Error	W	ζ	Error
	(Hz)	%	%	(Hz)	%	%
1 <sup>η</sup>	7.66	0.61	97.22	7.73	0.51	3.15
καμπτική Υ						
1 <sup>η</sup>	5.02	0.40	96.91	5.17	0.23	5.54
καμπτική Χ						
1 <sup>η</sup>	12.72	0.23	55.36	12.74	0.14	17.51
Στροφική						
2 <sup>η</sup>	20.07	0.32	46.58	20.10	0.20	17.47
καμπτική Υ						
2 <sup>η</sup>	-	-	-	15.02	0.12	5.05
καμπτική Χ						
3 <sup>η</sup>	34.98	0.03	41.58	-	-	-
καμπτική Υ						

Στον παραπάνω πίνακα, πίνακας 3.16.2 παρουσιάζονται οι συχνότητες, ο τύπος τους, οι συντελεστές απόσβεσης και τα σχετικά σφάλματα. Στην περίπτωση της ελεύθερη ταλάντωση προσδιορίστηκε η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική συχνότητα, η δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση. Δηλαδή η ελεύθερη

ταλάντωση δεν προσδιόρισε την δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Με τα λειτουργικά φορτία προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υκατεύθυνση, η πρώτη καμπτική Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική, η δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και η δεύτερη καμπτική στην Χκατεύθυνση. Τέλος παρατηρούμε ότι στην μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων λειτουργικών φορτίών το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο από το αντίστοιχο σχετικό σφάλμα της ελεύθερης ταλάντωσης. Σημειώνεται ότι οι ιδιομορφές που προσδιορίζονται με την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων ελεύθερης ταλάντωσης δεν διαφέρουν ως προς την μορφή τους με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων λειτουργικών φορτίων.

## **<u>3.16.3</u>** ΣΕΝΑΡΙΟ 3

Πίνακας	3.16.3	Συγκριτικός	Πίνακας	Αποτελεσμάτ	ων Ελεύθερης
		Ταλάντωσης	ς και	Ταλάντωσης	Λειτουργικών
		Φορτίων για	το Σενάρ	010 3	

	FREE VIBRATION			AMBIENT	<b>VIBRA</b>	TION
Τύπος	ω	ζ	Error	ω	ζ	Error
	(Hz)	%	%	(Hz)	%	%
1 <sup>η</sup>	7.59	0.28	98.22	7.63	0.3	14.08
καμπτική Υ						
1 <sup>η</sup>	6.60	0.03	98.05	6.65	0.24	10.71
καμπτική Χ						
1 <sup>η</sup>	13.39	0.31	79.39	13.44	0.13	13.56
Στροφική						
2 <sup>η</sup>	19.93	0.30	64.38	20.03	0.05	16.12
καμπτική Υ						
2 <sup>η</sup>	18.86	0.40	62.80	18.87	0.03	10.34
καμπτική Χ						
3 <sup>η</sup>	25.00	0.29	54.40	-	-	_
καμπτική Υ						

Στον παραπάνω πίνακα, πίνακας 3.16.3 παρουσιάζονται οι συχνότητες, ο τύπος τους, οι συντελεστές απόσβεσης και τα σχετικά σφάλματα. Η ελεύθερη ταλάντωση προσδιόρισε την πρώτη καμπτική στην Υκατεύθυνση, την πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, την πρώτη στροφική συχνότητα, την δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υκατεύθυνση και την δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Στην περίπτωση των λειτουργικών φορτίων προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, η πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική, η δεύτερη καμπτική στην Υ και η δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Σημειώνεται ότι οι ιδιομορφές που προσδιορίζονται με την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων ελεύθερης ταλάντωσης δεν διαφέρουν ως προς την μορφή τους με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων λειτουργικών φορτίων.

## <u>3.16.4</u> ΣΕΝΑΡΙΟ 4

	FREE VIBRATION			AMBIENT VIBRATION		
Τύπος	ω	ζ	Error	ω	ζ	Error
F .	(Hz)	%	%	(Hz)	%	%
1 <sup>η</sup>	7.58	0.64	98.41	7.60	0.39	10.70
καμπτική Υ						
1 <sup>η</sup>	7.27	0.41	49.82	7.34	0.25	2.77
καμπτική Χ						
1 <sup>η</sup>	13.96	0.18	0.18	13.99	0.08	8.11
Στροφική						
2 <sup>η</sup>	20.08	0.21	50.01	20.11	0.04	26.23
καμπτική Υ						
2 <sup>η</sup>	19.7	0.30	44.94	-	-	_
καμπτική Χ						
3 <sup>η</sup>	-	_	-	-	-	_
καμπτική Υ						

Πίνακας 3.16.4 Συγκριτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων Ελεύθερης Ταλάντωσης και Ταλάντωσης Λειτουργικών Φορτίων για το Σενάριο 4

Στον παραπάνω πίνακα, πίνακας 3.16.4 παρουσιάζονται οι συχνότητες, ο τύπος τους, οι συντελεστές απόσβεσης και τα σχετικά σφάλματα. Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, η πρώτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση, η πρώτη στροφική συχνότητα, η δεύτερη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και η δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Στην περίπτωση των λειτουργικών φορτίων προσδιορίστηκαν, η πρώτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση, η πρώτη και η δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση. Η μέθοδος αναγνώρισης με χρήση δεδομένων από λειτουργικά φορτία δεν προσδιόρισε την δεύτέρη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση.

Σημειώνεται ότι οι ιδιομορφές που προσδιορίζονται με την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων ελεύθερης ταλάντωσης δεν διαφέρουν ως

προς την μορφή τους με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την μέθοδο αναγνώρισης βάσει δεδομένων λειτουργικών φορτίων.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκαν δυο τεχνικές αναγνώρισης μορφικών μοντέλων, από δεδομένα ελεύθερης ταλάντωσης και από δεδομένα λειτουργικών φορτίων. Οι δύο αυτές μέθοδοι εφαρμόστηκαν σε πειραματικά δεδομένα που προήλθαν από την πρότυπη κατασκευή του University of British Columbia. Στην περίπτωση των λειτουργικών φορτίων η αναγνώριση έγινε πότε σε όλα τα σημεία της κατασκευής και πότε σε ορισμένα από αυτά. Επίσης στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης αναπτύχθηκε και λογισμικό, με βάση το ήδη υπάρχον στο οποίο προστέθηκαν και οι αναλυτικές παράγωγοι της σχετικής συνάρτησης σφάλματος. Αυτό έγινε με σκοπό την σύγκριση των αποτελεσμάτων με το διαθέσιμο λογισμικό στο οποίο γίνεται αριθμητικός υπολογισμός των παραγώγων αντικειμενικής της συνάρτησης.

Για την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών των η μέθοδος Ouasi-Newton κατασκευών, *γρησιμοποιήθηκε* στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης στη μέθοδο με τις αναλυτικές παραγώγους. Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης με την μέθοδο χωρίς τις αναλυτικές παραγώγους όπως και στην περίπτωση των φορτίων χρησιμοποιήθηκε λειτουργικών μια υβριδική μέθοδος ελαχιστοποίησης, η οποία αποδείχθηκε πιο ευέλικτη στον υπολογισμό του ολικού ελάχιστου. Επίσης αυτή η μέθοδος αποδείχθηκε πιο αξιόπιστη, διότι συγκλίνει ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες.

Κατά την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών της πρότυπης κατασκευής του University of British Columbia εξετάστηκαν έξι Σενάρια βλάβης. Προσδιορίστηκαν συνολικά πέντε ιδιοσυχνότητες στα τέσσερα πρώτα Σενάρια, έξι στο πέμπτο Σενάριο, συγκεκριμένα η πρώτη και δεύτερη στροφική συχνότητα, η πρώτη, δεύτερη και τρίτη καμπτική στην Υ-κατεύθυνση και η τρίτη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση και εφτά στο τελευταίο Σενάριο (πρώτη, δεύτερη και τρίτη καμπτικη στην Υ-κατεύθυνση, πρώτη, δεύτερη και τρίτη στροφική συχνότητα και η δεύτερη καμπτική στην Χ-κατεύθυνση). Στο μέλλον θα μπορούσαν να επαναληφθούν οι μετρήσεις, στις καταστάσεις αυτές προκειμένου να αναγνωριστούν περισσότερες ιδιοσυχνότητες.

Τα αποτελέσματα είναι χρήσιμα για την διάγνωση βλαβών σε αυτές τις κατασκευές αναθεωρώντας μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων.

Τέλος η υβριδική μέθοδο ελαχιστοποίησης, ξεπερνά τα προβλήματα που εμφανίζονται σε σχέση με τις αρχικές συνθήκες, συγκλίνει με ευκολία και καταλήγει σε ολικό ελάχιστο. Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων με την χρήση της υβριδικής μεθόδου, απαιτείται αρκετά περισσότερος χρόνος (σε μερικές περιπτώσεις έως και τέσσερις φορές περισσότερος χρόνος που απαιτεί μια επιτυχημένη ελαχιστοποίηση με την με την μέθοδο Quasi-Newton).

Για τον λόγο αυτό θα ήταν αρκετά επωφελής οποιαδήποτε ενέργεια μείωσης του χρόνου επεξεργασίας.

# **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:**

## ΠΡΟΤΥΠΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ UNIVERSITY OF BRITISH COLUMBIA



**Σχήμα Α.1** Σημεία στα οποία Εξετάστηκε η Συμπεριφοράς της Κατασκευής και Θέσεις των Αισθητήρων



**Σχήμα Α.2** Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 1, από 0 ως 50 Hz



ΦΑΣΜΑΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΠΡΩΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΒΛΑΒΗΣ

Σχήμα Α.3 Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 2, από 0 ως 50 Hz



# ΦΑΣΜΑΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΒΛΑΒΗΣ

Σχήμα Α.4 Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 3, από 0 ως 50 Hz



#### ΦΑΣΜΑΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΤΡΙΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΒΛΑΒΗΣ (ΣΕΝΑΡΙΟ 4) ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ

**Σχήμα Α.5** Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 4, από 0 ως 50 Hz

## ΦΑΣΜΑΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ (ΣΕΝΑΡΙΟ 5) ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ



**Σχήμα Α.6** Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 5, από 0 ως 50 Hz

141



**Σχήμα Α.7** Διάγραμμα Φάσματος Συχνότητας για το Σενάριο 1, από 0 ως 50 Hz

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Lutes, L.D., Sarkani, S., 1997, "Stohastic Analysis Of Structural and Mechanical Vibrations", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall

Papadimitriou, C., Beck, J.L., and Au, S.K., 2000, "Entropy-Based Optimal Sensor Location for Structural Model Updating", *Journal of Vibration and Control*, 6, pp. 781-800.

Παυλίδου, Μ., 'Μέθοδοι Αναγνώρισης Μορφικών Μοντέλων Κατασκευών', Μεταπτυχιακή Εργασιά, 2002

Γκαράς, Β., 'Μορφική Αναγνώριση Κατασκευών Σε Ελεύθερη Ταλάντωση Και Σε Ταλάντωση Λειτουργικών Φορτίων', Διπλωματική Εργασία, 2002




÷ 1

